



HAL
open science

La vulnérabilité structurelle des réseaux de transport dans un contexte de risques

Jean-Francois Gleyze

► **To cite this version:**

Jean-Francois Gleyze. La vulnérabilité structurelle des réseaux de transport dans un contexte de risques. Géographie. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2005. Français. NNT: . tel-00138991

HAL Id: tel-00138991

<https://theses.hal.science/tel-00138991>

Submitted on 28 Mar 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UMR 8504
Géographie-Cités



Université Paris 7 - Denis Diderot
UFR Géographie, Histoire,
Sciences de la Société



IGN
Laboratoire COGIT

Doctorat d'Analyse Théorique et Épistémologique en Géographie

Jean-François GLEYZE

**La vulnérabilité structurelle
des réseaux de transport
dans un contexte de risques**

Volume principal

Thèse dirigée par Claude GRASLAND, soutenue publiquement
le 22 septembre 2005 devant le jury composé de : *J.F. 05'*

Monique FORT
(en remplacement de G.BELTRANDO)
Guy JOIGNAUX
Philippe MATHIS
Nadine CATTAN
Anne RUAS
Claude GRASLAND
Michael WEGENER

Professeur - Université Paris 7
Directeur de recherche - INRETS
Professeur - Université de Tours
Chargée de recherche - CNRS
Directrice de recherche - IGN
Professeur - Université Paris 7
Professeur - Université de Dortmund

Présidente du jury
Rapporteur
Rapporteur
Examinatrice
Examinatrice
Directeur de thèse
Invité

RÉSUMÉ

Les risques naturels et anthropiques font peser sur les territoires et les populations des menaces telles, qu'ils font l'objet de nombreuses études à but préventif.

Une des manières de réduire le risque consiste à diminuer la vulnérabilité des enjeux exposés, c'est-à-dire à prévenir l'endommagement potentiel des entités soumises au risque.

Parmi celles-ci, les réseaux de transport occupent une place particulière, car non seulement le risque constitue une menace matérielle (sur l'infrastructure), mais il met également en péril les fonctions assurées par les réseaux (l'usage) en dégradant les propriétés induites par leur structure (les potentialités relationnelles).

Afin de comprendre et d'anticiper les perturbations fonctionnelles d'un réseau de transport menacé par des catastrophes, il est donc pertinent de définir et d'évaluer la vulnérabilité de sa structure et d'en comprendre les mécanismes sous-jacents.

Pour ce faire, nous aurons besoin préalablement de définir avec précision le cadre, les hypothèses, les choix de modélisation et les outils relatifs à l'étude de la structure des réseaux.

Sur cette base, nous présenterons ensuite la définition traditionnelle de la vulnérabilité ainsi que les outils d'évaluation et de caractérisation associés, et nous en analyserons la portée et les limites.

Nous proposerons enfin d'améliorer la compréhension de la vulnérabilité structurelle des réseaux en mettant en évidence et en caractérisant les propriétés de la trame explicatives des niveaux de vulnérabilité.

L'ensemble des recherches seront éprouvées à travers l'étude de plusieurs réseaux réels, opérant à différentes échelles, et présentant, pour certains, des singularités intéressantes dans un contexte de risques (réseau de métro parisien, réseaux routiers orléanais, français et européen).

REMERCIEMENTS

J'adresse mes premiers remerciements à Claude Grasland, pour avoir accepté de prendre la direction de cette thèse en cours de route, et pour m'avoir permis de la mener à bien. Au-delà de l'expérience et des connaissances qu'il m'a fait partager, je retiendrai surtout le plaisir de notre travail en commun et la richesse des échanges que nous avons eus pendant ces années.

L'histoire ne dit pas qu'avant d'être soutenue en géographie, cette thèse fut entreprise en statistique sous la co-direction de Paul Deheuvels et de Jean-Noël Bacro. Que ceux-ci soient ici remerciés de l'attention et de la confiance qu'ils m'ont portées depuis ma formation de statisticien jusqu'à mes premiers pas dans le domaine de la géographie. J'adresse aussi tous mes remerciements aux chefs successifs du laboratoire COGIT de l'IGN, Sylvie Lamy et Anne Ruas, qui m'ont permis d'élaborer et de développer cette problématique de thèse en harmonie avec les thèmes de recherche du laboratoire.

J'exprime ma reconnaissance à mes deux rapporteurs, Guy Joignaux et Philippe Mathis, ainsi qu'aux deux examinatrices, Nadine Cattan et Anne Ruas. Je remercie également Gérard Beltrando qui avait accepté de présider mon jury de thèse, mais qui n'a malheureusement pas pu venir à la soutenance pour des raisons de santé. Je lui adresse ici tous mes vœux de bon rétablissement. Je souhaite aussi exprimer ma gratitude à Monique Fort pour avoir eu la gentillesse de présider ce jury à la dernière minute. Ces remerciements seraient loins d'être complets si je n'y incluais pas Michael Wegener, qui m'a fait l'honneur et le plaisir de participer à mon jury, en dépit des kilomètres et des barrières linguistiques. Nos échanges électroniques ont été riches et constructifs, et se sont avérés d'un grand secours à quelques semaines de la soutenance. Qu'il en soit ici remercié.

Les aides que j'ai reçues provenaient aussi de chercheurs que j'ai eu l'occasion de contacter ou de rencontrer lors de colloques. Je profite de cette occasion pour exprimer ma gratitude à Éric Gaume, François Gazelle et Sandrine Glatron pour leur aide dans le domaine du risque, à Alain Lhostis pour ses conseils dans l'utilisation du logiciel de cartographie MAP et à Vincent Henn pour m'avoir fait découvrir le domaine des transports et notamment les théories d'affectation du trafic. Je garde également un très bon souvenir des recherches communes que j'ai menées sur le métro parisien avec Claire

Cunty (alors doctorante à la RATP) et avec Pierre Coroller (dans le cadre de son stage de DESS Cartographie et SIG).

Ce travail est aussi un peu celui de Marie Fouillet, Thomas Fernique et Xavier Gignac : tour à tour stagiaires au laboratoire COGIT sur des sujets gravitant autour de la vulnérabilité des réseaux, je tiens ici à les remercier du soutien et de l'intérêt qu'ils ont portés à mon travail.

Les appuis au sein du labo n'ont pas manqué non plus ! J'adresse une mention spéciale à Patricia Bordin, Olivier Bonin, Frédéric Rousseaux et David Sheeren, tant pour leurs conseils et leur disponibilité que pour les bons moments partagés.

Merci aux administrateurs réseau – Olivier Bonin, Thierry Badard et Éric Grosso – d'avoir eu la patience d'intervenir pour les problèmes d'informatique en tout genre. Les services administratifs que j'ai reçus m'ont été tout aussi précieux, aussi mille mercis aux secrétariats de la direction technique et du service de la recherche de l'IGN et à son personnel, emblématique et efficace : Alain Sombris, Marie-Claude Foubert, Mounia Ahmedi et Isabelle Melot.

Je terminerai cette page en ayant une pensée pour ma famille et mes amis qui m'ont supporté (dans tous les sens du terme !) pendant ces longues années.

À la question « Et ta thèse ? » qu'ils m'ont si souvent posée, je leur adresse ce rapport en guise de réponse, et leur dédie ce travail en guise de remerciement.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	17
PARTIE A : DE LA NOTION DE RISQUE À LA NOTION DE VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT	27
Chapitre A.1 : Risque, aléa et vulnérabilité	29
A.1.1 : Qu'est-ce que le risque ?	31
A.1.1.1 : <i>La définition du dictionnaire</i>	31
A.1.1.2 : <i>Exemples de risques, typologie</i>	31
A.1.1.3 : <i>La caractérisation usuelle du risque</i>	33
A.1.1.4 : <i>La prise en compte du risque</i>	36
A.1.2 : La composante aléa - Aspects probabilistes du risque	39
A.1.2.1 : <i>L'aléa ou la quantification des incertitudes liées au risque</i>	39
A.1.2.2 : <i>L'analyse de l'aléa</i>	42
A.1.3 : La composante vulnérabilité - Aspects déterministes du risque	45
A.1.3.1 : <i>La vulnérabilité ou la propension des enjeux à subir des dommages</i>	45
A.1.3.2 : <i>Les enjeux et les dommages</i>	51
A.1.3.3 : <i>L'analyse de vulnérabilité</i>	56
A.1.4 : La détermination du niveau de risque	59
A.1.4.1 : <i>Les risques d'atteinte à la vie humaine</i>	59
A.1.4.2 : <i>Le risque comme espérance des dommages - Les clés de détermination du risque</i>	61
A.1.4.3 : <i>Le risque comme dépassement de seuils et la notion de Risque Maximum Acceptable (RMA)</i>	63
A.1.4.4 : <i>De la détermination du niveau de risque à la décision</i>	64
A.1.5 : Synthèse - Ouvertures de recherche en géographie	67
Chapitre A.2 : Les vulnérabilités des réseaux de transport	71
A.2.1 : Risques et réseaux	73
A.2.1.1 : <i>De l'importance des réseaux dans l'étude des risques menaçant un territoire</i>	73
A.2.1.2 : <i>Définition des réseaux - La réalité des réseaux d'infrastructure</i>	75
A.2.1.3 : <i>Les risques de réseaux</i>	77
A.2.1.4 : <i>Exemples de problèmes classiques liés aux risques de réseaux</i>	79
A.2.2 : De l'étude de l'impact des catastrophes sur les réseaux de transport	87
A.2.2.1 : <i>Menaces associées aux réseaux de transport dans un contexte de risques</i>	88
A.2.2.2 : <i>Éléments vulnérables associés aux réseaux de transport dans un contexte de risques</i>	93
A.2.2.3 : <i>Modes d'endommagement, dommages et vulnérabilité des réseaux de transport</i>	97

A.2.3 : La question de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport	103
Chapitre A.3 : Évaluations et représentations de la vulnérabilité des réseaux de transport - Les enjeux de l'approche structurelle	109
A.3.1 : L'approche traditionnelle des réseaux de transport et l'évaluation pratique des vulnérabilités associées	111
A.3.1.1 : <i>Le réseau-support : les aspects matériels du réseau</i>	111
A.3.1.2 : <i>Le réseau-service : les aspects fonctionnels du réseau</i>	114
A.3.2 : Entre réseau-support et réseau-service, le réseau-médiateur : l'approche structurelle des réseaux de transport	121
A.3.2.1 : <i>Situation de l'approche structurelle</i>	121
A.3.2.2 : <i>Données en entrée</i>	123
A.3.2.3 : <i>Objets et logiques considérés</i>	124
A.3.2.4 : <i>Vers une évaluation de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport</i>	125
A.3.3 : L'étude de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport - Objectifs et démarche	127
Résumé de la Partie A	131
PARTIE B : L'ÉTUDE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT D'UN POINT DE VUE STRUCTUREL	133
Chapitre B.1 : Cadre d'étude général : Apports et limites de la théorie des graphes pour la formalisation des réseaux et de leur structure	135
B.1.1 : La représentation topologique d'un réseau par un graphe - Généralités	139
B.1.1.1 : <i>Définitions - Exemples</i>	139
B.1.1.2 : <i>Graphes orientés et non orientés - Domaines applicatifs associés</i>	141
B.1.1.3 : <i>Terminologie de la théorie des graphes</i>	143
B.1.1.4 : <i>Formalisation algébrique</i>	145
B.1.2 : L'intégration de la géométrie - Géoréférencement, valuation et étiquetage	149
B.1.2.1 : <i>Géoréférencement</i>	149
B.1.2.2 : <i>Valuation</i>	150
B.1.2.3 : <i>Étiquetage</i>	151
B.1.3 : La description des caractéristiques relationnelles d'un réseau modélisé par un graphe - Les plus courts chemins	153
B.1.3.1 : <i>Le calcul de la longueur de plus court chemin</i>	153
B.1.3.2 : <i>La détermination du (des) plus court(s) chemin(s) - L'algorithme de Moore-Dijkstra</i>	157
B.1.3.3 : <i>Structuration et archivage des informations relatives aux plus courts chemins</i>	159
B.1.4 : Cycles, connexité et connectivité - « Quand la théorie des graphes se mêle de vulnérabilité »	163

<i>B.1.4.1 : Chaînes, chemins, cycles et circuits</i>	163
<i>B.1.4.2 : Connexité</i>	168
<i>B.1.4.3 : Connectivité - Perspectives pour une étude relationnelle des réseaux</i>	169
Chapitre B.2 : Concepts et outils spécifiques à l'étude structurelle des réseaux et de leurs potentialités relationnelles	173
B.2.1 : La définition d'un réseau de référence pour faire la part des effets de l'implantation spatiale et des propriétés structurelles du réseau	175
<i>B.2.1.1 : Principe du réseau idéal</i>	176
<i>B.2.1.2 : Du réseau idéal au réseau de référence</i>	178
<i>B.2.1.3 : La triangulation de Delaunay comme réseau de référence</i>	181
<i>B.2.1.4 : Synthèse</i>	191
B.2.2 : L'élaboration d'une pondération robuste pour rendre le réseau insensible aux effets de la densité spatiale de ses sommets	193
<i>B.2.2.1 : La pondération des sommets et des relations</i>	193
<i>B.2.2.2 : Principe et intérêt d'une pondération surfacique des sommets dans une approche structurelle des réseaux</i>	197
<i>B.2.2.3 : Signification de l'espace d'emprise du réseau dans la procédure de pondération surfacique</i>	198
<i>B.2.2.4 : Mise en œuvre pratique de la procédure de pondération surfacique</i>	204
<i>B.2.2.5 : Synthèse</i>	206
B.2.3 : Chemins et logiques relationnelles sur le réseau	209
B.2.4 : L'échelle d'étude - Principe des approches locale et globale	215
Chapitre B.3 : Présentation des réseaux étudiés	227
B.3.1 : Le réseau de métro parisien intra-muros	229
<i>B.3.1.1 : Présentation</i>	229
<i>B.3.1.2 : Modélisation</i>	231
<i>B.3.1.3 : Commentaires</i>	235
B.3.2 : Des réseaux routiers à différentes échelles	237
<i>B.3.2.1 : Le réseau routier orléanais</i>	237
<i>B.3.2.2 : Le réseau routier français</i>	239
<i>B.3.2.3 : Le réseau routier européen</i>	241
Résumé de la Partie B	245
PARTIE C : PROCESSUS DE L'ANALYSE DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT	247
Chapitre C.1 : Préalable : l'évaluation du rôle de médiateur d'un réseau dans une configuration donnée	249
C.1.1 : « Dans quelle mesure le réseau remplit-il son rôle de médiateur ? » - La notion d'efficacité	251

C.1.1.1 : <i>L'efficacité relative - La notion d'accessibilité ou d'éloignement</i>	252
C.1.1.2 : <i>L'efficacité absolue - La comparaison des efficacités relatives du réseau d'étude et du réseau de référence associé</i>	263
C.1.2 : « Comment le réseau est-il sollicité pour remplir son rôle de médiateur ? » - La notion de centralité intermédiaire	271
Chapitre C.2 : L'analyse théorique de la vulnérabilité d'un réseau par la comparaison de ses configurations normale et endommagées	279
C.2.1 : Principes et fondements de l'analyse théorique de vulnérabilité	281
C.2.1.1 : <i>Les représentations de la vulnérabilité des réseaux</i>	281
C.2.1.2 : <i>L'évaluation de la vulnérabilité structurelle des réseaux</i>	285
C.2.1.3 : <i>Formalisation de l'évolution structurelle d'un réseau parmi l'ensemble de toutes ses configurations endommagées possibles</i>	289
C.2.2 : Quantifier et comprendre <i>in extenso</i> la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport	301
C.2.2.1 : <i>Quantifier : l'évaluation de la dégradation de l'efficacité d'un réseau pour chacune de ses configurations endommagées</i>	304
C.2.2.2 : <i>Comprendre : l'observation des reports de centralité intermédiaire sur un réseau pour chacune de ses configurations endommagées</i>	309
Chapitre C.3 : L'analyse pratique de la vulnérabilité d'un réseau par l'étude de scénarios d'endommagement	315
C.3.1 : Les scénarios élémentaires	317
C.3.2 : Les scénarios complexes	327
C.3.2.1 : <i>Les scénarios ponctuels</i>	327
C.3.2.2 : <i>Les scénarios issus de stratégies d'attaque</i>	333
C.3.3 : Les profils de vulnérabilité	341
C.3.3.1 : <i>Formalisation de la notion de profil</i>	341
C.3.3.2 : <i>Application pratique des profils de vulnérabilité</i>	347
Chapitre C.4 : Synthèse - Apports et limites du processus d'analyse de vulnérabilité	359
Résumé de la Partie C	363
PARTIE D : AMÉLIORATION DE LA COMPRÉHENSION DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE D'UN RÉSEAU PAR L'EXAMEN DES FORCES ET DES FAIBLESSES DE SA TRAME	365
Chapitre D.1 : Améliorer la caractérisation de la vulnérabilité par l'examen de la configuration locale du réseau	367
D.1.1 : La centralité intermédiaire : le facteur explicatif principal de la vulnérabilité	369
D.1.1.1 : <i>Analyse préliminaire des facteurs structurels susceptibles d'expliquer la vulnérabilité élémentaire</i>	369
D.1.1.2 : <i>Description des tendances générales de la vulnérabilité élémentaire grâce à l'ajustement linéaire sur la centralité intermédiaire</i>	379

D.1.1.3 : <i>L'insuffisance de la centralité intermédiaire pour expliquer la vulnérabilité élémentaire</i>	382
D.1.2 : Analyse qualitative de la structure locale des réseaux	391
D.1.2.1 : <i>Les structures locales fragiles - Apports du principe de « la force des liens faibles » en sociologie</i>	391
D.1.2.2 : <i>Les structures locales robustes - Apports de la notion de clustering</i>	398
D.1.3 : Analyse quantitative de la structure locale des réseaux	403
D.1.3.1 : <i>La caractérisation des différentes structures locales du réseau grâce à la notion de contournement local</i>	403
D.1.3.2 : <i>La description de l'échelle des relations transitant par une composante grâce aux notions d'empan, de rayon proximal et de rayon distal</i>	411
D.1.3.3 : <i>Combinaison des informations sur les facilités de contournement et sur l'échelle des relations : la notion de contournement proximal</i>	425
D.1.3.4 : <i>Synthèse</i>	430
Chapitre D.2 : Améliorer l'analyse de la vulnérabilité par l'examen des ressources relationnelles du réseau	435
D.2.1 : Les plus courts chemins : le révélateur principal de l'organisation relationnelle du réseau	439
D.2.1.1 : <i>Ressemblance relationnelle et phénomènes de dépendance entre les composantes d'un réseau dans une logique de plus court chemin</i>	440
D.2.1.2 : <i>L'insuffisance de la logique de plus court chemin pour décrire les ressources relationnelles du réseau</i>	449
D.2.2 : Les logiques de chemin de remplacement : identifier et quantifier les solutions alternatives aux plus courts chemins	455
D.2.2.1 : <i>La description des chemins de remplacement par le raisonnement en l'absence complète d'information</i>	458
D.2.2.2 : <i>La description des chemins de remplacement par le raisonnement en information imparfaite</i>	468
D.2.3 : La comparaison des plus courts chemins et des chemins de remplacement - Les ressources relationnelles du réseau dans un contexte de risques	479
D.2.3.1 : <i>La comparaison de la centralité intermédiaire et de la centralité « probit » - Identification de couples d'axes principaux et secondaires sur le réseau</i>	481
D.2.3.2 : <i>La remise en question des plus courts chemins dans une logique de chemin de remplacement - Suppléance et défection des composantes du réseau</i>	487
D.2.3.3 : <i>Synthèse</i>	501
Chapitre D.3 : Synthèse : processus étendu de l'analyse de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport	505
Résumé de la Partie D	511
CONCLUSION	513

BIBLIOGRAPHIE	525
ANNEXES	541
Sommaire des annexes	543
Annexe I : Les dommages liés aux crues sur le réseau routier de la région Île-de-France	547
I.1 : Contexte et objectifs de l'étude	549
<i>I.1.1 : Première phase de l'étude</i>	549
<i>I.1.2 : Deuxième phase de l'étude</i>	549
I.2 : Méthodologie	551
<i>I.2.1 : Cadre méthodologique : chronologie</i>	551
<i>I.2.2 : Le modèle de trafic de l'IAURIF</i>	551
I.3 : Application et résultats	553
<i>I.3.1 : Scénarios testés</i>	553
<i>I.3.2 : Identification des points de coupure potentielle</i>	553
<i>I.3.3 : Analyse des arcs coupés</i>	554
<i>I.3.4 : Simulation de trafic en situation perturbée</i>	554
<i>I.3.5 : Résultats</i>	554
Annexe II : Structure des données	557
II.1 : Matrice d'incidence - Champ « incidence »	559
II.2 : Matrice d'adjacence - Champ « adjacence »	559
II.3 : Table descriptive de la structure des arêtes - Champ « infoarc »	561
II.4 : Table descriptive de la situation topologique des sommets au sein du graphe - Champ « infosommet »	561
II.5 : Matrice des coordonnées des sommets du graphe - Champ « coordonnees »	562
II.6 : Vecteur des valuations des arêtes du graphe - Champ « valuation »	563
II.7 : Vecteur des poids des sommets du graphe - Champ « poids »	563
II.8 : Table des relations considérées sur le graphe - Champ « relation »	564
II.9 : Table des plus courts chemins - Champ « pcc »	565
II.10 : Matrice d'équivalence et matrice de transition entre les arêtes du graphe d'étude et les arêtes de la triangulation de Delaunay construite sur son semis de sommets - Champs « doublure » et « resumearc »	567
II.11 : Matrices d'incidence relations - arêtes / sommets - Champs « transit-arêtes » et « transit-sommets »	569
Annexe III : Autres réseaux abordés	571
III.1 : Des graphes théoriques simples pour la mise en évidence de structures remarquables élémentaires	573
III.2 : Des réseaux géographiques simples pour éprouver la portée des outils d'analyse structurelle des réseaux	575

III.2.1 : <i>Le réseau fluvial des villes russes au Moyen-Âge ([PITTS, 1965], [PITTS, 1979])</i>	575
III.2.2 : <i>Les réseaux routiers des villes américaines d'Indianapolis et de Columbus (Ohio) en 1954 et en 1965 ([MURACO, 1972])</i>	577
III.2.3 : <i>Le réseau routier simplifié des villes françaises ([GLEYZE, 2001 (c)])</i>	578
Annexe IV : Graphes et algèbre - Applications aux calculs sur les réseaux électriques	581
IV.1 : Fondements algébriques de la théorie des graphes	583
IV.2 : Application de la théorie des graphes à l'étude des réseaux électriques	587
IV.2.1 : <i>Rappels d'électricité</i>	587
IV.2.2 : <i>Modélisation d'un réseau électrique par la théorie des graphes</i>	589
Annexe V : Détermination du (des) plus court(s) chemin(s) entre les paires de sommets d'un graphe	593
V.1 : Principe de l'algorithme	595
V.2 : Données requises	597
V.3 : Initialisation de l'algorithme	599
V.4 : Passage de l'étape $(p-1)$ à l'étape p	601
V.5 : Fin de l'algorithme et résultat	607
Annexe VI : Le calcul combiné des plus courts chemins et de la centralité intermédiaire sur un graphe valué	609
VI.1 : L'indice de centralité intermédiaire	611
VI.2 : Principe de l'algorithme	613
VI.3 : Description de l'algorithme	615
VI.4 : Codage	619
Annexe VII : Diagramme de Voronoï et triangulation de Delaunay	621
VII.1 : Diagramme de Voronoï d'un semis de sommets et surface des cellules associées	623
VII.1.1 : <i>Principe du diagramme de Voronoï et des cellules associées</i>	623
VII.1.2 : <i>Calcul des surfaces des cellules d'un diagramme de Voronoï construit sur un semis de sommets donnés</i>	625
VII.1.3 : <i>Modification de la surface des cellules de Voronoï par ajout ou suppression d'un sommet au semis initial</i>	626
VII.2 : Triangulation de Delaunay sur un semis de sommets et évolution de la triangulation par ajout ou suppression de sommets	629
VII.2.1 : <i>Propriétés de la triangulation de Delaunay dans un contexte d'analyse spatiale</i>	629
VII.2.2 : <i>Ajout d'un sommet à une triangulation existante</i>	635
VII.2.3 : <i>Construction de la triangulation de Delaunay sur un semis quelconque de sommets</i>	637
VII.2.4 : <i>Suppression d'un sommet appartenant à un semis triangulé</i>	640

Annexe VIII : Plus courts chemins sur une triangulation de Delaunay	643
VIII.1 : Plus court chemin entre deux sommets quelconques sur une triangulation de Delaunay	645
VIII.2 : Chemin de Delaunay entre deux sommets quelconques sur une triangulation de Delaunay	649
VIII.3 : Calcul du chemin de Delaunay entre deux sommets d'un semis	653
Annexe IX : Outils mathématiques d'analyse spatiale	657
IX.1 : Caractérisation du cercle circonscrit à un triangle	659
IX.2 : Calcul de la surface d'un polygone	661
IX.3 : Situation d'un point relativement à une surface polygonale	665
IX.4 : Tirage au hasard d'un point au sein d'une surface polygonale	669
IX.5 : Enveloppe convexe d'un semis de points	671
IX.6 : Orientation moyenne d'un ensemble de segments, d'un contour ou d'un faisceau de directions	675
Annexe X : Résultats obtenus sur les autres réseaux d'étude et résultats complémentaires sur le réseau de métro parisien	683
X.1 : Résultats obtenus sur le réseau routier orléanais	685
X.2 : Résultats obtenus sur le réseau routier français	705
X.3 : Résultats obtenus sur le réseau routier européen	725
X.4 : Résultats obtenus sur les réseaux réguliers	745
X.5 : Résultats obtenus sur le réseau fluvial des villes russes au Moyen-Âge	761
X.6 : Résultats obtenus sur le réseau routier de la ville d'Indianapolis	779
X.7 : Résultats obtenus sur le réseau routier de la ville de Columbus	795
X.8 : Résultats obtenus sur le réseau routier français simplifié	811
X.9 : Résultats complémentaires sur le réseau de métro et de RER de Paris intra-muros	827

INTRODUCTION

La structure en réseau est une forme d'organisation récurrente que l'on retrouve dans des domaines aussi variés que les transports (réseaux routiers, ferroviaires, aériens, fluviaux, etc.), l'énergie et les matières premières (réseaux d'eau, d'électricité, de gaz, etc.), l'économie (réseaux d'entreprise, réseaux financiers), la communication (réseaux téléphoniques, réseaux de distribution, Internet, etc.) ou encore la sociologie (réseaux d'individus).

De fait, il y a réseau dès lors que plusieurs entités entrent en relation, par le biais ou non d'un intermédiaire : par exemple, les réseaux de transport relient entre elles des zones du territoire grâce aux infrastructures et aux moyens de transport prévus à cet effet, les réseaux d'énergie et de matières premières assurent l'approvisionnement des foyers par le biais de câbles et de canalisations, les réseaux de communication permettent aux individus d'entrer en contact grâce à des terminaux reliés par des antennes ou par des fils, les réseaux sociaux manifestent les liens tissés entre les individus, etc. Selon les cas, l'organisation en réseau offre ainsi des possibilités manifestes de connexion, d'interaction, de communication ou encore de diffusion, dépassant les potentialités de l'ensemble des entités prises séparément.

Dans nos sociétés où la crainte des catastrophes est telle que le principe de précaution¹ est érigé en loi, les menaces pesant sur les réseaux sont alors doublement prises au sérieux, car elles compromettent non seulement l'intégrité des entités fédérées par les réseaux, mais également tous les bénéfices retirés usuellement de l'exploitation de ceux-ci.

Aussi, au-delà de la fragilité des canalisations, des routes, des antennes ou des terminaux jalonnant les différents réseaux, se profile la fragilité même de l'objet « réseau ». Ainsi la défaillance d'un transformateur prive d'électricité les clients qui en dépendent, la faillite d'une entreprise met en péril la bonne santé de ses filiales ou de sa maison-mère, l'effondrement des cours dans une place boursière fait craindre le crash dans les autres places mondiales, etc.

Ce qui faisait la force de certains réseaux peut alors s'avérer être un talon d'Achille dans certains contextes. Par exemple, les facilités de circulation sur le réseau Internet sont un tremplin idéal pour la diffusion des virus, la centralisation d'un service d'appels ne laisse aucune alternative à la défaillance du standard, etc.

Pire encore, le contrôle du réseau offre un moyen de pression sur les bénéficiaires de son exploitation. Dans cette logique, l'actualité récente a montré des manifestants bloquant quelques péages d'autoroute pour paralyser un réseau routier, ou encore des employés menaçant de déverser des produits toxiques dans un cours d'eau pour faire plier la direction de leur usine. Dans le même registre, les organisations terroristes visent les points névralgiques des réseaux de transport en commun pour générer la panique

¹ Selon la loi Barnier du 2 février 1995, « principe selon lequel l'absence de certitudes, compte-tenu des connaissances scientifiques et techniques du moment, ne doit pas retarder l'adoption de mesures effectives et proportionnées visant à prévenir un risque de dommages graves et irréversibles à l'environnement, à un coût économiquement acceptable ». De fait, toute mesure de précaution – qu'il s'agisse d'une interdiction, d'une suspension ou d'une protection – est provisoire. Les expertises menées par la suite peuvent soit infirmer la menace (les mesures de précaution sont levées), soit l'infirmer (des mesures de prévention sont adoptées).

maximale, de même que les armées en guerre détruisent les ponts stratégiques chez l'ennemi pour enrayer sa progression.

Ainsi la fragilité des réseaux est tangible depuis le niveau élémentaire de leurs composantes jusque dans leur exploitation et les bénéfices qu'ils engendrent, directement ou indirectement. Les menaces qui planent sur les réseaux apparaissent alors exacerbées par leur aspect informe et diffus. L'idée concrète de *fragilité*, usuellement associée à la « facilité à se casser » ou au « manque de solidité » (*Petit Robert*, 2002), laisse ainsi la place aux termes plus appropriés de *précarité* ou de *vulnérabilité*, qui introduisent des dimensions d'incertitude et d'instabilité.

Dès lors, les questions relatives à la vulnérabilité des réseaux sont loin de se cantonner à la robustesse des infrastructures. Par exemple, la vulnérabilité d'un réseau électrique pose non seulement la question du bon fonctionnement des centrales et des infrastructures d'acheminement, mais également celle de l'intégrité des activités qui en dépendent (les particuliers, les entreprises, les réseaux d'assainissement, les chemins de fer, etc.).

Dans le domaine précis de la géographie, ce principe de propagation des endommagements par le jeu des dépendances relationnelles donne une dimension spatiale intéressante aux questions de vulnérabilité. En particulier, les menaces pesant sur les infrastructures d'un réseau de transport fragilisent la totalité du réseau et de son organisation : ainsi, l'éventuelle indisponibilité d'un échangeur autoroutier est susceptible de porter préjudice à toutes les relations qui empruntent usuellement cet échangeur, et par effet boule de neige, les usagers et les activités impliqués dans ces relations sont pénalisés à leur tour.

De fait, il n'existe pas de consensus quant au sens donné à la vulnérabilité d'un réseau de transport, et encore moins quant à son appréciation. Pourtant, ainsi que nous le notons quelques lignes plus haut, la fragilité des réseaux – et en particulier celle des réseaux de transport – est fréquemment mise en avant par l'actualité. Beaucoup de Franciliens se souviennent en effet de la nuit passée dans leur voiture lors de la tempête de neige du 4 janvier 2003, pourtant sans commune mesure avec les tempêtes de Noël 1999 qui avaient alors occasionné des coupures de routes et de chemins de fer sur l'ensemble du territoire français. Au-delà des désordres routiers provoqués par les tempêtes et autres phénomènes naturels, la vulnérabilité des réseaux de transport évoque également les incidents techniques, les grèves ou encore les attentats qui menacent les routes, mais aussi les chemins de fer, les liaisons fluviales ou aériennes. Du point de vue des politiques, la logique de prévention des risques encourage l'étude de l'impact de phénomènes extrêmes sur les réseaux de transport et sur les bénéfices issus de leur exploitation. Ainsi que le présente l'annexe I, la crainte du retour de la crue centennale à Paris a motivé en 1998 le déploiement d'une mission pour évaluer l'impact économique d'une telle crue sur l'ensemble de la région Île-de-France – notamment sur son réseau routier, tant au niveau de l'endommagement des infrastructures routières que sur les manques à gagner enregistrés par les usagers et les activités qui en dépendent.

En définitive, dans une époque préoccupée – à juste titre – par les menaces qui pèsent sur les transports, comment appréhender, formaliser et évaluer la vulnérabilité des réseaux qui les sous-tendent ? sous quelle forme se présentent les menaces en question ? où se situent et comment se manifestent les fragilités des réseaux ? comment faire la part de tous les types de dommages susceptibles de se produire sur les réseaux ? finalement, quel sens donner à la vulnérabilité des réseaux de transport et comment l’apprécier en conséquence ?

Cette thématique d’étude est doublement pertinente, car elle exige d’une part un travail de conceptualisation quant à la définition même de la vulnérabilité d’un réseau de transport, et d’autre part un travail d’élaboration quant à l’évaluation de cette vulnérabilité.

Démarche

Pour répondre à ces questions, nous proposons en premier lieu d’appréhender la vulnérabilité des réseaux de transport en ordonnant les idées communément liées aux risques et aux transports autour d’une formalisation rigoureuse des concepts associés : dans la partie A consacrée à l’élaboration de la problématique de notre travail, nous montrons que la vulnérabilité procède de la décomposition du *risque* selon *l’aléa* (le phénomène dommageable), les *enjeux* (les entités menacées) et la *vulnérabilité* elle-même (la réaction des enjeux au phénomène). Quelle que soit la catastrophe mettant en péril le fonctionnement d’un réseau donné, la question de la vulnérabilité se situe donc au niveau des modes de réaction et d’adaptation du réseau aux dommages qu’il subit. Lorsque la catastrophe survient, ces modes s’expriment au travers des dommages déplorés : dans le cas de la tempête de neige sur le réseau routier francilien, ceux-ci correspondent d’une part aux travaux de remise en état du réseau, et d’autre part aux pertes de temps et aux manques à gagner enregistrés par les usagers du réseau. Ce tableau campe ainsi la vulnérabilité sur deux pôles distincts, liés respectivement aux aspects matériels (l’infrastructure) et fonctionnels (l’usage) du réseau. Dans cette logique, les études de vulnérabilité s’attachent à anticiper les dommages associés en estimant les coûts de réhabilitation des réseaux et les équivalents monétaires des pertes de temps et des manques à gagner. À la frontière de ces deux évaluations économiques, la géographie des réseaux apporte une contribution en ce sens qu’elle permet de mieux comprendre comment les dommages s’enchaînent, c’est-à-dire comment les dégâts matériels produisent les perturbations fonctionnelles. Aussi, la problématique que nous explicitons dans cette première partie se situe-t-elle au niveau *structurel* des réseaux, autour des aspects géométriques, topologiques et relationnels de la trame et des potentialités qui en découlent. La question à laquelle nous proposons d’apporter des éléments de réponse pourrait ainsi se formuler selon ces termes : « En quoi la structure du réseau explique-t-elle les perturbations fonctionnelles provoquées par l’endommagement d’une ou de plusieurs de ses composantes ? ». Cette question prend par exemple tout son sens sur les deux réseaux présentés en Figure 1 : en dehors des

questions relatives à l'usage, il est légitime de penser que le second réseau est plus fragile que le premier, du seul fait de leur structure. L'endommagement de l'unique carrefour du second réseau compromet en effet toutes les relations qui y transitent usuellement, alors que l'endommagement d'un seul des trois carrefours sur le premier réseau laisse encore des alternatives *via* les deux carrefours encore disponibles.

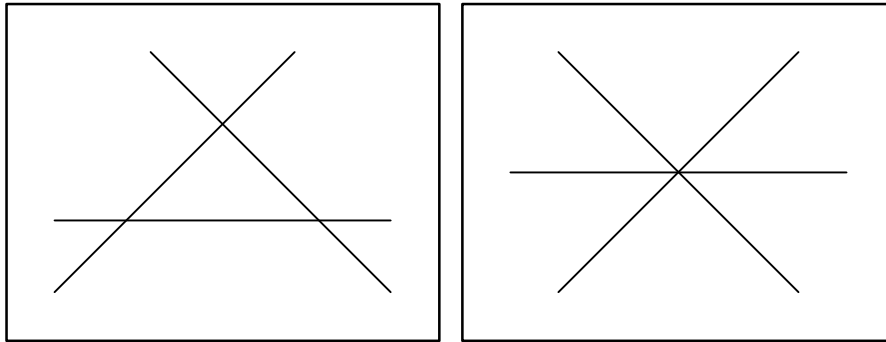


Figure 1 : différentes configurations possibles pour un réseau connecté formé de trois tronçons, selon que ces derniers sont concourants ou qu'ils s'intersectent deux à deux en des points distincts

De ce point de vue conceptuel, la *vulnérabilité structurelle* des réseaux de transport est susceptible d'établir le lien entre la *vulnérabilité matérielle* et la *vulnérabilité fonctionnelle* invoquées dans les études traditionnelles de risque : en aval des dégâts matériels à l'infrastructure, il s'agit pour nous de comprendre comment la modification résultante de la trame du réseau entraîne une modification de ses potentialités relationnelles, en amont des dommages fonctionnels à l'usage.

Afin d'amorcer l'étude de la vulnérabilité structurelle d'un réseau, nous proposons dans la partie B de formaliser un cadre d'étude approprié, dépossédé des considérations matérielles et fonctionnelles qui lui sont usuellement attachées. De l'infrastructure, nous ne gardons donc que la *trame* du réseau, c'est-à-dire son squelette topologique, son implantation spatiale, sa géométrie et les modalités de déplacement qui la régissent. De l'usage, nous ne présumons rien, aussi décrivons-nous les *potentialités relationnelles* du réseau par les chemins réalisant les relations entre toute paire de lieux de l'espace, sans considérations particulières quant au nombre éventuel d'usagers effectuant ces relations et à la portée spatiale des interactions.

Ainsi que nous le verrons, la théorie des graphes fournit les bases fondamentales grâce auxquelles seront représentés, formalisés et développés les concepts et outils nécessaires pour mener à bien une telle étude.

Pour illustrer et valider les résultats présentés dans la suite du travail, ce cadre formel s'appuie enfin sur de nombreux réseaux de tailles et de structures variées, notamment le réseau de métro parisien pour lequel nous réaliserons une étude exhaustive, ainsi que, en filigrane, les réseaux routiers orléanais, français et européen.

Sur la base de ce travail de conceptualisation, les parties C et D entreprennent d'élaborer une méthodologie d'évaluation de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport. Dans un premier temps, la partie C établit le processus théorique de l'analyse de vulnérabilité que l'on mettrait en œuvre naturellement compte-tenu des formalisations

développées dans les parties A et B. Comme nous aurons l'occasion de le voir, ce processus n'est pas applicable en pratique, car il exigerait de considérer un par un tous les endommagements susceptibles de survenir sur le réseau d'étude afin de pouvoir apprécier sa vulnérabilité. Dans ce contexte, nous proposons d'alléger ce processus théorique en restreignant l'ensemble des endommagements considérés. Dans la mesure où ceux-ci sont bien choisis, nous pouvons obtenir une image représentative des réactions de la trame du réseau aux menaces qu'elle encourt, et donc des éléments de réponse substantiels sur sa vulnérabilité structurelle.

Par construction, l'appréciation des modes de réaction du réseau dans un nombre restreint de configurations endommagées demeure une exploration « à tâtons » de sa vulnérabilité structurelle : partant de ce constat, la partie D ambitionne d'améliorer la compréhension de cette dernière en mettant en évidence les forces et les faiblesses de la trame susceptibles de l'expliquer *a priori*. À l'issue de cette partie, nous montrons qu'il est pertinent d'appréhender la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport en couplant l'analyse traditionnelle présentée en partie C avec une connaissance approfondie de certaines caractéristiques structurelles du réseau dans sa configuration normale.

Hypothèses et choix de travail

Comme nous le verrons dans la partie B, l'étude des réseaux de transport repose sur la théorie des graphes et les outils algébriques associés. Afin de calculer les différents indicateurs que nous présentons dans cette thèse, nous avons dû traduire, adapter ou inventer de très nombreux algorithmes qu'il n'était évidemment pas question de reproduire dans ce mémoire (d'autant qu'ils représentent près de 6000 lignes de code). À défaut, nous avons choisi de détailler la logique des algorithmes qui nous semblaient les plus importants, avec de nombreuses figures à l'appui.

Les moyens informatiques que nous avons déployés en pratique s'articulent autour d'une chaîne quelque peu laborieuse :

- le codage et la production des résultats sont effectués sous le logiciel de statistiques S+, dont le langage de programmation s'apparente au C (en pratique, les calculs sont épouvantablement longs : des centaines et des centaines d'heures de calcul ont été nécessaires pour l'ensemble des résultats présentés dans cette thèse),
- les résultats sont exportés sous forme de tables, puis convertis en fichiers texte selon un format spécifique afin de pouvoir être cartographiés grâce au logiciel MAP²,
- les cartes extraites de MAP sont elles-mêmes retouchées sous Illustrator afin de procéder à leur finition et de formaliser leur légende.

En termes de réseaux d'étude, les quatre grands réseaux pour lesquels nous disposions de données concernaient le métro parisien ainsi que les réseaux routiers de la ville d'Orléans, de la France et de l'Europe. Comme nous le mentionnons dans la partie B,

² Logiciel MAP – Conception et réalisation : L'HOSTIS A., MATHIS Ph., CHAPELON L. À cette occasion, nous tenons à remercier chaleureusement Alain L'Hostis pour tous les conseils avisés qu'il nous a prodigués pour exploiter au mieux ce logiciel.

nous avons érigé le réseau de métro parisien en fil rouge de notre étude, car celui-ci présente des propriétés structurelles remarquables qui font de lui un cas d'école. À ce critère de taille, nous souhaitons ici en ajouter un – et non moindre – autour de la sémantique. L'étude des réseaux exige en effet de nommer en permanence les sommets et les arêtes que l'on manipule, par conséquent, plutôt que nous acharner sur des réseaux construits de toutes pièces et constitués de sommets et d'arêtes aux noms peu éloquents, ou encore sur des réseaux routiers pas toujours faciles à appréhender³, nous pensons qu'il est plus facile, au prix d'un petit effort préalable, de manipuler des sommets appelés « Châtelet », « République » ou « Opéra », et des arêtes réparties en quelques lignes, faciles à repérer grâce à des codes de couleurs.

Par ailleurs, le choix d'étudier plusieurs réseaux répond au souci plus large de disposer d'un grand nombre de structures sur lesquelles il est possible d'apprécier les nuances des différents indicateurs que nous soumettons dans cette thèse. Naturellement, il n'a pas été possible d'étudier exhaustivement chacun de ces réseaux (d'autant que ce n'était pas la finalité de notre travail), aussi conseillons-nous au lecteur de consulter à l'occasion l'ensemble des résultats rassemblés en annexe X afin de se faire sa propre idée des indicateurs, de leurs ordres de grandeur, de leur signification et de leur portée.

Concernant nos choix de travail, nous souhaitons enfin préciser l'esprit dans lequel nous avons présenté les concepts et les indicateurs adaptés ou élaborés dans cette thèse.

Le propos n'est pas d'analyser une batterie de réseaux, mais de dégager une méthodologie d'analyse de la vulnérabilité à partir de l'observation d'indicateurs sur plusieurs réseaux de structures variées. De ce fait, les outils que nous présentons dans cette thèse sont avant tout élaborés dans le souci d'être génériques, et reposent en priorité sur l'analyse qualitative des propriétés topologiques, géométriques et relationnelles des réseaux. Aussi avons-nous veillé à ne présenter que des concepts et des indicateurs faciles à appréhender :

- les concepts sont formalisés par des noms simples, appuyés par des définitions issues du *Petit Robert* et mis en perspective les uns par rapport aux autres,
- les indicateurs sont systématiquement étayés par un schéma, une formule mathématique simple et autant d'illustrations que de graphes soumis à l'étude.

Il est important de souligner que, malgré la simplicité des notions et des formules sous-tendant les indicateurs, les résultats obtenus révèlent souvent des structures complexes, pas toujours faciles à cerner. De fait, il ne faut jamais perdre de vue qu'un indicateur ne fournit jamais une réponse tranchée, encore moins une réponse conforme à une idée préconçue que l'on peut avoir du réseau (du moins l'avons-nous expérimenté tout au long de notre travail !) : aussi, quitte à manipuler des indicateurs sur les réseaux, autant s'appuyer sur des méthodes simples dont on peut aisément comprendre et commenter les tenants et les aboutissants. Par ailleurs, les légendes que nous avons choisies en conséquence essaient, du mieux que nous avons pu, de concilier la lisibilité des

³ Que vous évoquent, par exemple, les villes de Coutras ou de Montmarault, ou encore l'autoroute A68 ou la nationale 19 ?

Réponse : Coutras et Montmarault se situent respectivement dans les départements de la Gironde et de l'Allier, l'autoroute A68 relie Toulouse à Albi, tandis que la nationale 19 relie Belfort à Paris *via* les villes de Chaumont et de Troyes.

phénomènes et leur comparabilité d'un réseau à un autre ou d'un indicateur à un autre indicateur de la même famille.

Par ces choix, nous espérons finalement que ces indicateurs trouveront un large écho auprès des géographes – et aussi, pourquoi pas, des aménageurs ou des sociologues – dans une large palette d'applications.

Guide de lecture

Le présent mémoire se divise en quatre parties dont nous avons donné un aperçu dans les lignes qui précèdent. Ces parties font elles-mêmes appel à de nombreuses annexes que nous avons regroupées en fin d'ouvrage.

Nous avons adjoint à chacune de ces parties un résumé d'une page environ, retraçant le raisonnement suivi et les méthodes, concepts et indicateurs utilisés à cette occasion. Au risque de nous répéter, nous avons choisi de ponctuer notre exposé d'encadrés synthétiques, reprenant les idées principales et ouvrant des perspectives sur la suite du raisonnement. Nous avons par ailleurs usé et abusé des renvois entre les différentes parties de notre travail : nous souhaitons de cette manière faciliter une lecture ponctuelle, dont l'objet est de cibler une information ou une méthode, bien que le mémoire ait été rédigé et prévu fondamentalement pour une lecture linéaire.

PARTIE A
DE LA NOTION DE RISQUE À LA NOTION
DE VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES
RÉSEAUX DE TRANSPORT

CHAPITRE A.1

RISQUE, ALÉA ET VULNÉRABILITÉ

L'ampleur et la fréquence des catastrophes majeures survenues ces dernières années ont encouragé les recherches sur les risques afin de mieux les prévenir, les prévoir et les gérer. Parce qu'elles menacent des territoires, les catastrophes comportent très souvent une composante spatiale et intègrent de fait la géographie aux domaines traditionnellement rattachés à l'étude des risques, comme la physique ou l'économie. Dans ce contexte, les bases de données géographiques sont susceptibles d'apporter des informations dans la connaissance des risques et de leur impact sur le territoire. Au sein de ces bases, les objets configurés en réseaux – et en particulier les réseaux de transport – présentent un intérêt tout particulier, car leur endommagement constitue une menace pour toutes les parties du territoire qu'ils mettent en relation.

Avant d'entrer plus avant dans les thématiques de recherche liées à la géographie des risques – et en particulier à celles mettant en scène les réseaux de transport – nous proposons dans les lignes qui suivent de nous attarder sur la notion de risque et d'en identifier les principaux champs d'intérêt⁴.

Le terme « risque » est ici lié sans ambiguïté aux menaces induites par les catastrophes en tous genres sur les territoires et les sociétés. Cette formulation fait d'emblée apparaître les deux composantes du risque, à savoir l'incertitude sur la survenance du phénomène catastrophique redouté – l'aléa, et la gravité de son impact sur les enjeux exposés – la vulnérabilité.

Cette décomposition structure ce premier chapitre selon un plan très conventionnel abordant successivement la question du risque en général, puis les notions d'aléa et de vulnérabilité, et enfin les méthodes classiques de détermination des niveaux de risque. À l'occasion de ce rapide panorama, nous insisterons sur les notions de vulnérabilité et d'enjeux pour lesquelles les problématiques de recherche en géographie semblent les plus porteuses. Ces dernières feront l'objet en fin de chapitre d'une courte synthèse, à

⁴ Ce travail préliminaire est lui-même issu d'une recherche pluridisciplinaire sur la question du risque (aspects physiques, économiques, mais également sociologiques, culturels, historiques, administratifs, législatifs, etc.). Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à la synthèse que nous avons réalisée à l'issue de cette recherche (cf [Gleyze, 2002 (a)]).

partir de laquelle nous présenterons dans les deux chapitres suivants le contexte et la problématique de notre travail.

A.1.1 QU'EST-CE QUE LE RISQUE ?

A.1.1.1 LA DÉFINITION DU DICTIONNAIRE

Toute entreprise humaine comporte un risque, ou, pour reprendre un lieu commun qui n'en demeure pas moins vrai : « le risque nul n'existe pas ». De fait, le risque existe dès lors que l'éventualité d'une catastrophe menace un enjeu ou un groupement d'enjeux sur un territoire :

RISQUE : - danger éventuel plus ou moins prévisible (*Petit Robert*)
 - danger, inconvénient plus ou moins probable auquel on est exposé (*Petit Larousse*)

Les deux définitions soulignent explicitement le double aspect du risque, à savoir le caractère aléatoire de l'événement assorti de la menace qu'il représente. Avant de poursuivre plus loin cette décomposition, illustrons notre propos de quelques exemples.

A.1.1.2 EXEMPLES DE RISQUES, TYPOLOGIE

De nombreux phénomènes catastrophiques sont des réalisations éloquentes de risques dans autant de domaines différents [Leroy & Signoret, 1992] :

- **risques écologiques** :
 - l'accident de l'Exxon Valdez (côtes de l'Alaska – 1989),
 - l'assèchement de la mer d'Aral depuis les années 1960,
 - le trou de la couche d'ozone, l'effet de serre, etc. ;
- **risques technologiques** :
 - dans le domaine nucléaire : l'explosion de Tchernobyl (Ukraine – 1986), la fusion du réacteur de Three Miles Island (États-Unis – 1979),
 - dans le domaine industriel : les nuages toxiques des usines de Seveso (Italie – 1976), de Bhopāl (Inde – 1984), l'explosion de la plate-forme pétrolière Piper Alpha (Mer du Nord – 1988) ;
- **risques de transport** :
 - dans les transports civils : l'explosion en vol du Boeing de la TWA (côte est des États-Unis – 1996), l'accident ferroviaire à Eschede (Allemagne – 1998),

- dans le transport des matières dangereuses (TMD) : l'accident de Los Alfaques (Espagne – 1978) provoquant le déversement de propylène à proximité d'un camping ;
- **risques économiques**, tels les krachs boursiers ;
- **risques sanitaires** : le sida, le paludisme, etc. ;
- **risques naturels** : avalanches, inondations, tremblements de terre, cyclones, éruptions volcaniques, etc.

Au courant du deuxième semestre 1999, les exemples foisonnent :

- marée noire sur les côtes atlantiques françaises,
- accident radiologique suite à des manipulations dangereuses d'uranium au Japon,
- krach d'un long-courrier égyptien dans l'Atlantique Nord,
- premières suspicions sur l'éventuelle transmission de la maladie de Kreutzfeld-Jakob de l'animal à l'homme,
- inondations au Venezuela,
- tremblements de terre en Turquie et en Algérie,
- tempêtes sur l'ensemble du territoire français, etc.

Tableau 1 : proposition de classification des risques

Catégorie de risque		Risque
Risques naturels		inondations
		feux de forêt
		mouvements de terrain
		avalanches
		séismes
		volcans
		cyclones, tempêtes
Risques technologiques		risques industriels
		risques de ruptures de barrage
		risques de transports de matières dangereuses
		risques nucléaires
Risques urbains	Risques bâtimentaires	menaces de ruines
		risques diffus (chantiers, matériaux...)
	Risques de réseaux	transports
		communication
		énergie (gaz, électricité, eau...)
	Risques de société	menaces pour la tranquillité publique, la sécurité des personnes
		menaces pour la sécurité des biens
		risques diffus (manifestations, fêtes, grèves...)
		conflits, attentats
	Risques sanitaires et environnementaux	
		insalubrité, épidémies, maladies
		risques alimentaires

Afin d'ordonner les multiples formes que peut prendre le risque et de faciliter ainsi son étude, nous présentons dans le Tableau 1 une classification des risques que nous avons établie à partir de travaux de synthèse existant et de recoupements entre les différentes études examinées lors de ces recherches préliminaires.

Parmi cette liste, les risques effectivement pris en considération sur le territoire français par le Ministère de l'Aménagement du Territoire et de l'Environnement (MATE) sont exclusivement les risques naturels et les risques technologiques – à ceci près que la prise en charge des risques de tempêtes et de cyclones n'est effective que pour les départements et territoires d'outre-mer (pour plus de détails sur les réglementations, contrats et plans d'action mis en œuvre par le MATE, voir [Gleyze, 2002 (a)]).

Pour mémoire, on notera enfin que le [MATE, 2000 (a)] distingue trois catégories de risques majeurs (les risques naturels, les risques technologiques, les risques de transport collectif) et deux catégories de « risques autres » (les risques de la vie quotidienne, les risques liés aux conflits).

A.1.1.3 LA CARACTÉRISATION USUELLE DU RISQUE

Le risque comme produit de l'aléa et de la vulnérabilité

Les événements cités plus haut à titre d'exemple ont certes des conséquences plus ou moins catastrophiques sur l'homme, mais leur fréquence de survenance nuance également la crainte que l'on doit avoir à leur égard. De fait, il faut éviter de focaliser la notion de risque sur la seule gravité des accidents survenus : ce serait négliger la composante aléatoire des événements dont on peut dire d'emblée qu'elle est généralement (et heureusement) inversement proportionnelle aux dégâts causés.

Ceci conduit à considérer le risque sous un double aspect :

$$\text{risque} = \text{aléa} \times \text{vulnérabilité}$$

- **Aléa** : il correspond à la fréquence de l'événement considéré ou sa probabilité d'occurrence.
- **Vulnérabilité** : elle représente la gravité des conséquences de l'événement sur l'ensemble des entités exposées.

Le terme de vulnérabilité inclut implicitement l'existence d'enjeux, sous lesquels nous regroupons les vies humaines, les richesses, les activités et l'environnement : de fait, l'éventualité d'une catastrophe n'est pas à craindre si celle-ci ne menace rien.

Cela étant, cette terminologie conduit à distinguer explicitement :

- les enjeux – c'est-à-dire les valeurs des entités exposées sur le territoire,

- de leur vulnérabilité propre – c'est-à-dire leur fragilité, leur propension à être endommagés.

Cependant, de nombreuses études de risques ont pour objectif de quantifier les dommages potentiels dans le cas de différents scénarios-catastrophes : en conséquence, ces études incluent d'emblée la valeur des entités menacées (enjeux) et le niveau d'endommagement (vulnérabilité) dans le calcul même de la vulnérabilité. La vulnérabilité apparaît ainsi comme un indicateur de l'importance des dommages potentiels (« niveau de gravité ») pour le phénomène redouté. Nous reviendrons sur cette ambivalence dans le paragraphe consacré à la vulnérabilité.

Les différents niveaux de risque

Ainsi défini, le risque n'est pas seulement caractérisé par la connaissance de la gravité des conséquences qu'il est susceptible d'entraîner : il est en effet nécessaire d'intégrer l'incertitude liée à la réalisation du risque. La prise en compte simultanée de la fréquence et de la gravité associées au risque permet de définir trois domaines de risque – individuel, moyen, majeur (voir par exemple [Glatron, 1997]). Le comportement relatif de ces deux composantes est ébauché par la courbe de Farmer : l'allure grossière de cette courbe met en évidence les trois domaines de risque évoqués (cf Figure 2).

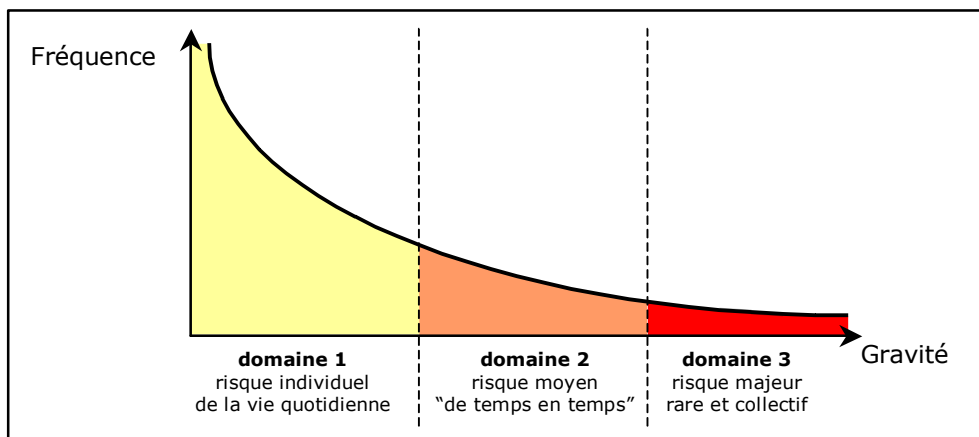


Figure 2 : courbe de Farmer (source : *Le risque majeur*, Secrétariat d'État chargé de l'Environnement et de la Prévention des Risques Technologiques et Naturels - Direction de l'Eau et de la Prévention des Pollutions et des Risques - Délégation aux Risques Majeurs in [Glatron, 1997])

Cette courbe fait apparaître la notion de risque majeur. Celui-ci est caractérisé par [MATE, 2000 (a)] :

- **une faible fréquence** : l'homme et la société peuvent être d'autant plus enclins à l'ignorer que les catastrophes sont peu fréquentes,
- **une énorme gravité** : les catastrophes occasionnent de nombreuses victimes ainsi que d'importants dommages aux biens, aux activités et à l'environnement.

La Figure 3 donne les profils de quelques risques naturels et industriels en regard de leurs probabilités d'occurrence et du nombre de décès qu'ils provoquent :

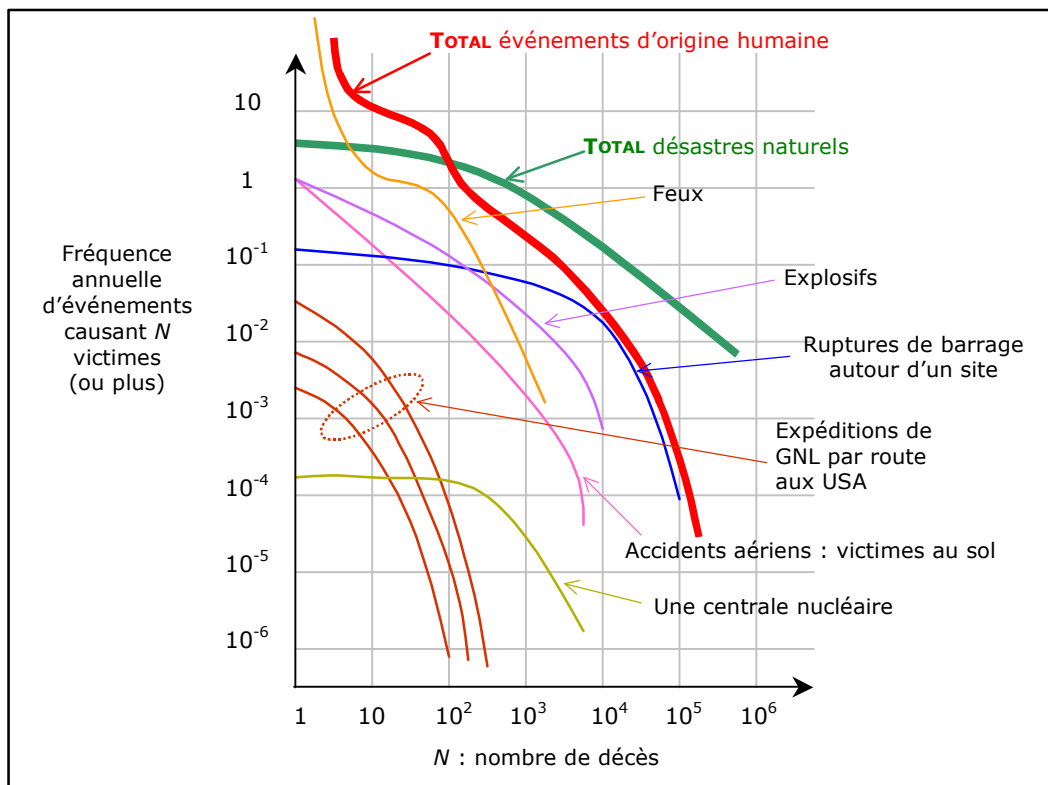


Figure 3 : profils de quelques risques naturels et industriels (d'après : *Trafic des matières dangereuses sur l'itinéraire pilote de l'agglomération de Grenoble, évaluation du risque*, Centre d'étude sur l'Évaluation de la Protection dans le domaine Nucléaire, Rapport n° 142, p.59 in [Glatron, 1997])

Terminologie du risque

Plusieurs termes sont associés à la notion de risque et à sa décomposition en aléa \times vulnérabilité. Nous en donnons ici les significations afin d'éviter les confusions :

- **Phénomène (catastrophique), catastrophe** : Événement anormal dont les conséquences sont dommageables pour les territoires et les milieux exposés. À ce titre, un phénomène présente un danger pour les entités qui lui sont soumises.
- **Danger** : Menace de la sûreté ou de l'existence de personnes, de biens, d'activités ou de l'environnement, source de l'accident potentiel. Contrairement au risque lui-même, le danger existe indépendamment de la présence d'entités vulnérables au sol. Il est uniquement dû à la présence d'un aléa, car il est inhérent aux effets catastrophiques d'un phénomène : par exemple, le danger de noyade est inhérent aux inondations et aux raz-de-marée, celui d'ensevelissement aux avalanches et celui d'écrasement à une chute de blocs ou à un éboulement. Son niveau est fonction de la probabilité d'occurrence de ce phénomène et de sa gravité.
- **Aléa** : Incertitude quant à la réalisation d'un phénomène. En général, l'aléa est décrit par la probabilité d'occurrence et l'intensité de ce phénomène.
- **Accident** : Réalisation de l'incertitude liée à l'aléa, danger avéré, occurrence du phénomène.

- **Enjeux** : Personnes, biens, patrimoine, activités, moyens, milieux (etc.) susceptibles d'être affectés par la réalisation du phénomène redouté.
- **Vulnérabilité** : Niveau de conséquences prévisibles (ou gravité) du phénomène sur les entités menacées. Pour chacune d'elles, la vulnérabilité est classiquement décrite par le niveau d'endommagement induit par l'action du phénomène redouté [Leone, 1996]. Dans certaines études, la vulnérabilité intègre la valeur des enjeux et correspond ainsi aux dommages potentiels liés à la réalisation du phénomène.
- **Dommages** : Dégâts, perturbations et préjudices constatés à la suite de l'accident⁵.

Le risque naît du danger. Il existe ainsi à travers l'éventualité d'un phénomène catastrophique (aléa) et dans la mesure où les populations, les richesses, les activités et l'environnement (enjeux) peuvent être endommagés ou détruits (vulnérabilité). La réalisation du risque correspond à l'accident, celui-ci ayant pour effet de provoquer des dommages.

Exemple : si le phénomène redouté est une crue centennale :

- le danger existe de par l'éventualité de la crue elle-même, décrite par l'ensemble de ses facteurs explicatifs,
- l'aléa correspond à la probabilité de réalisation annuelle (ici 1/100) et se caractérise par l'intensité de la crue,
- l'enjeu correspond aux ressources et activités menacées par la crue et à leur valeur,
- la vulnérabilité correspond au niveau d'endommagement de chacun des enjeux, étant donné l'ampleur de la crue,
- l'accident est la réalisation effective de la crue,
- les dommages sont les dégâts, perturbations et préjudices déplorés, suite à la crue constatée.

A.1.1.4 LA PRISE EN COMPTE DU RISQUE

La survenance d'un phénomène catastrophique et son impact physique sur les enjeux articulent le risque autour d'un enchaînement « avant → pendant → après ». Bien qu'implicite dans les définitions vues plus haut, cette dimension temporelle sous-tend la prise en compte du risque et l'organisation des territoires pour y faire face. Celle-ci se déploie sur trois volets [MATE, 2000 (a)] :

- la prévention du risque,
- la prévision du risque et la gestion de crise,
- la culture du risque.

⁵ Certaines études associent spécifiquement le terme de « dégâts » aux dommages matériels, le terme de « perturbations » (ou de « désordres ») aux dommages enregistrés par les activités, et le termes de « préjudices » aux dommages subis par les personnes.

La **prévention du risque** englobe les actions et mesures tendant à empêcher la réalisation du risque. Par inférence de la décomposition du risque en $\text{aléa} \times \text{vulnérabilité}$, la prévention consiste à diminuer la probabilité d'occurrence de l'événement considéré ou à mettre en place des systèmes visant à en réduire les conséquences. Il s'agit d'un travail à long terme (cf Tableau 2).

La **prévision du risque** tente d'anticiper la réalisation effective du risque par des procédés scientifiques, afin d'en optimiser la **gestion** – avant, pendant et après la crise. Il s'agit d'un travail à court terme (cf Tableau 3).

La **culture du risque** (ou l'éducation au risque) vise enfin à favoriser la prise de conscience du risque par les populations, notamment lorsque la crise survient (cf Tableau 4).

Tableau 2 : la démarche de prévention des risques, de l'identification à la surveillance (d'après : [MATE, 2000 (a)])

P R É V E N T I O N D E S R I S Q U E S	CONNAISSANCE DES RISQUES (nature, localisation, importance, enjeux, prévision)	CONNAISSANCE DES PHÉNOMÈNES	Recherche, étude de chaque risque, méthodes, modèles de prévision
		CONNAISSANCE DE L'ALÉA	Le fichier national du risque La carte de l'ALÉA
		ENJEUX LOCAUX	Humains, socio-économiques, écologiques : CARTE DES ENJEUX
		CONNAISSANCE LOCALE DU RISQUE	LA CARTE DU RISQUE, études d'impacts, de dangers...
	PROTECTION ET PARADES	PRÉVENTION DES ACCIDENTS	Études des dangers : analyse des risques, mesures de protection, contrôle des installations
		ÉVACUATION	Construire ailleurs
		PARADES ACTIVES	RÉDUCTION DE L'ALÉA Empêcher la réalisation du phénomène
		PARADES PASSIVES	RÉDUCTION DE LA VULNÉRABILITÉ Réduire les conséquences de l'événement, protéger ou adapter les constructions
	AMÉNAGEMENT ET ENVIRONNEMENT	ASSURANCE ET RÉASSURANCE	PARADES FINANCIÈRES : Financement des conséquences de l'événement
		PLANIFICATION DES ZONES À RISQUES	Périmètre du risque : PER*, PSS*, R111*, PIG* Documents d'urbanisme : SDAU*, POS*
		CONSTRUCTION ET ACTIVITÉS	Autorisation de construire : certificats d'urbanisme, ZAC*, lotissement PC*, installations classées
	SURVEILLANCE	RISQUES NATURELS : OBSERVATION ET PRÉVISION	Capteurs, modèles météo, etc. Annonce de crues
		RISQUES TECHNOLOGIQUES : DÉTECTION	Surveillance des barrages, centrales nucléaires Détecteurs de fumée, etc.

* PER : Plan d'Exposition aux Risques.

PSS (document d'urbanisme) : Plan des Surfaces Submersibles.

R111 : Article R. 111-3 du code de l'urbanisme relatif à la construction sur des terrains exposés à un risque.

PIG : Projet d'Intérêt Général.

SDAU : Schéma Directeur de l'Aménagement et de l'Urbanisme (aujourd'hui SCT : Schéma de Cohérence Territoriale).

POS : Plan d'Occupation des Sols (aujourd'hui PLU : Plan Local d'Urbanisme).

ZAC : Zone d'Aménagement Concerté.

PC : Permis de Construire.

Tableau 3 : la démarche de gestion des risques, avant, pendant et après (d'après : [MATE, 2000 (a)])

G E S T I O N D E C R I S E	<i>AVANT :</i> PRÉPARATION À LA CRISE	SYSTÈME D'ALERTE	SIGNAL NATIONAL D'ALERTE, CONSIGNES
		INFORMATION	Enquêtes publiques, information SEVESO*
		ORGANISATION DES SECOURS	Plans d'urgence : PPI*, PSS* pour faire face à un risque défini et localisé PLAN ORSEC* : organisation générale des moyens, logistiques, acteurs, responsabilités
		PRÉP. COMMUNICATION DE CRISE	
	<i>PENDANT :</i> TRAITEMENT, SUIVI DE LA CRISE	ALERTE	SIGNAL ET CONSIGNES
		PROTECTION DES PERSONNES, DES BIENS ET DE L'ENVIRONNEMENT	MISE EN ŒUVRE DES SECOURS
		COMMUNICATION DE CRISE	INFORMATIONS ET CONSIGNES
	<i>APRES :</i> POST-CRISE	ÉVALUATION	Analyse et enseignements
		INDEMNISATION	Assurance et solidarité nationale
		RESTAURATION	Services, bâti et environnement

* SEVESO : Nom de la directive européenne du 24 juin 1982 sur la prévention des risques d'accidents majeurs dans les installations classées et sur la protection des personnes, des biens et de l'environnement.

PPI : Plan Particulier d'Intervention.

PSS (plan d'urgence) : Plan de Secours Spécialisé.

ORSEC (Plan) : Plan d'ORganisation des SECours.

Tableau 4 : la démarche de la formation et de l'information préventive autour des risques (d'après : [MATE, 2000 (a)])

FORMATION INFORMATION	FORMATION	MILIEUX PROFESSIONNELS	Sensibilisation, formation des techniciens
		SYSTÈME ÉDUCATIF	Sensibilisation, formation des enseignants
	INFORMATION PRÉVENTIVE	INFORMATION DES RESPONSABLES ET CITOYENS	PRÉFECTURE : dossier synthétique MAIRIE : dossier d'information pour le citoyen CITOYEN : affiches dans les lieux publics, plaquettes

L'organisation des actions de prévention, de gestion et de culture du risque implique des approches très variées : approches sociétale, politico-administrative, judiciaire, etc. Parmi celles-ci, l'approche scientifique s'attache à estimer et à évaluer le risque : en ce sens, elle intervient dans la « connaissance des risques » suggérée dans le volet préventif (cf Tableau 2). En nous plaçant dans ce contexte scientifique d'analyse du risque, voyons à présent comment s'acquiert cette connaissance des risques, et en premier lieu comment sont appréhendés aléa, vulnérabilité et enjeux.

A.1.2 LA COMPOSANTE ALÉA - ASPECTS PROBABILISTES DU RISQUE

A.1.2.1 L'ALÉA OU LA QUANTIFICATION DES INCERTITUDES LIÉES AU RISQUE

L'aléa d'un risque correspond à l'incertitude sur le déroulement (moment, circonstances) et la probabilité du phénomène catastrophique associé. Dans un contexte d'analyse scientifique du risque, l'aléa est ainsi décrit par la nature du phénomène, son intensité et sa probabilité d'occurrence.

Afin de comprendre quelles sont les questions soulevées par l'étude de l'aléa associé à un risque, prenons l'exemple simple de la crue d'un fleuve sur une portion donnée du territoire. Dans cette démarche, l'identification du risque amorce la description de l'aléa en précisant la nature du phénomène. Qu'en est-il alors de l'intensité et de la probabilité d'occurrence ?

→ si l'on se donne une fréquence de retour – on choisit par exemple de travailler avec une crue centennale – la probabilité d'occurrence devient une donnée connue du problème ($p = 0,01$) et l'étude de l'aléa consiste alors à déterminer l'intensité de la crue, c'est-à-dire de caractériser son ampleur (étendue, hauteur d'eau) et sa dynamique (écoulements, vitesse) ;

→ inversement, si l'on travaille sur un événement critique dont on donne la caractérisation physique – on considère par exemple la crue limite au-delà de laquelle un hôpital est inondé – l'intensité du phénomène devient une donnée connue du problème (caricaturalement, la hauteur d'eau est déterminée par le seuil choisi) et l'étude de l'aléa consiste alors à déterminer la fréquence de retour associée au phénomène considéré.

Dans un cas comme dans l'autre, le point délicat de l'étude de l'aléa est probabiliste et réside dans la confiance que l'on peut apporter à la probabilité d'occurrence du phénomène. Ce problème est inhérent à toute expérience aléatoire dont les paramètres statistiques sont inconnus. Rien ne permet en effet de déclarer avec certitude que la crue constatée à un endroit est centennale, de même que rien ne permet de décrire physiquement les effets d'une crue centennale à un autre endroit, car cela impliquerait de savoir identifier et simuler un phénomène dont la loi statistique n'est connue que partiellement à travers un échantillon fini d'observations. De fait, seule l'observation du phénomène sur une période de temps longue permet d'avoir une idée du lien entre sa

probabilité d'occurrence et sa manifestation physique. Fidèlement aux lois de la statistique, plus la période d'observation est longue, plus la connaissance de ce lien est précise et fiable.

Notons à ce titre que les risques majeurs relèvent de lois statistiques des extrêmes, aussi est-il nécessaire de disposer de périodes d'observation particulièrement longues. Par exemple, les données d'archives sur les débits fluviaux ne remontent pas assez dans le temps pour avoir une intuition correcte des phénomènes de crue exceptionnelle, et pour preuve [Garçon, 1999] :

- débit de la Loire à Serre : le maximum jamais relevé jusqu'en 1979 date de 1878 et s'élève à $1700 \text{ m}^3/\text{s}$ → en 1980, on relève un débit du même ordre de grandeur ($1950 \text{ m}^3/\text{s}$) ;
- débit de la rivière Pecos au Texas : le maximum observé entre 1901 et 1953 date de 1932 et s'élève à $3285 \text{ m}^3/\text{s}$ → en 1954, on relève un débit plus de 8 fois plus gros ($26850 \text{ m}^3/\text{s}$) ;
- débit de la rivière Plumcreek au Colorado : le maximum observé entre 1942 et 1964 s'élève à $218 \text{ m}^3/\text{s}$ → en 1965, on relève un débit 20 fois plus gros ($4360 \text{ m}^3/\text{s}$) !

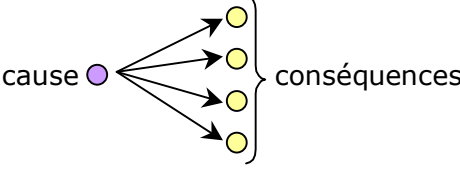
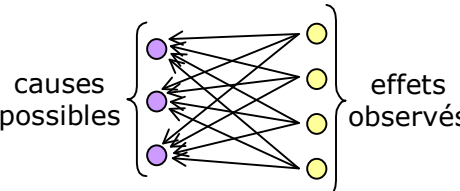
Dans la pratique, le travail sur les aspects probabilistes de l'aléa relève d'une étude de causalité dont l'objet est de déterminer la vraisemblance de conséquences observées (la manifestation physique du phénomène) compte-tenu de la cause supposée (la probabilité d'occurrence du phénomène). Cette démarche de quantification des incertitudes liées au risque peut être réalisée de deux manières (cf Tableau 5) :

- interprétation fréquentiste du risque : la probabilité de survenue d'un événement est estimée par sa fréquence empirique d'occurrence ⇒ il s'agit d'un schéma de **logique déductive** ;
- interprétation subjective des probabilités : à partir des effets observés, il s'agit de déterminer la probabilité de chacune des causes envisageables, pondérées par la crédibilité qui leur est accordée ⇒ il s'agit d'un schéma de **logique inductive**.

Ces deux modes de raisonnement trouvent logiquement leur place dans les études de risques naturels, mais se retrouvent également de manière explicite dans les études de risques technologiques dès lors qu'interviennent des modélisations d'accidents de systèmes arborescents [Leroy & Signoret, 1992]. Le principe de base repose sur le *théorème de Lusser* selon lequel « la probabilité de succès d'une chaîne de composants est égale au produit des probabilités de succès pour chacun de ses éléments ». Ainsi, dans le cas de systèmes simples à décomposer, il est courant d'utiliser des **méthodes formelles**, et notamment la méthode des arbres consistant à étudier la succession de séquences d'actions sous forme arborescente. Celle-ci peut justement être :

- déductive – méthode d'arbres des défaillances ou des défauts : on considère les effets des différentes pannes aux différents stades du processus ;
- inductive – méthode d'arbres d'événements : on considère les causes potentielles des dérèglements du système aux différents stades du processus – cette manière de procéder permet en outre d'identifier aisément les dangers en phase finale ou intermédiaire.

Tableau 5 : principes des deux logiques de traitement des incertitudes dans l'étude de risques
(source : [Munier, 1999])

Logique déductive	
schéma de raisonnement	
principes mathématiques associés	<p>Loi des grands nombres :</p> $P\left[\frac{\text{conséquence B}}{\text{cause A}}\right] \approx \frac{\text{card}\{\text{conséquence B} \ \& \ \text{cause A}\}}{\text{card}\{\text{cause A}\}}$
Logique inductive	
schéma de raisonnement	
principes mathématiques associés	<p>Formule de Bayes :</p> $P\left[\frac{\text{cause A}}{\text{conséquence B}}\right] \propto P\left[\frac{\text{conséquence B}}{\text{cause A}}\right] \times P[\text{cause A}]$ <p style="font-size: small;"> mise à jour du savoir, loi à posteriori = posterior modèles, "rouages", "comment ça marche" = vraisemblance degré de croyance indépendant des observations, expertise = prior </p> <p>Formule de marginalisation</p> $P(A/H) = \sum_{\{C_i\}=\text{partition de } E} P(A \cap C_i / H)$ <p style="font-size: x-small;">l'incertitude sur A sachant l'hypothèse H se décompose en l'incertitude sur A sachant H pour chacun des modèles C_i envisageables</p>

De manière générale, les méthodes formelles sont utilisées dans les études de risques industriels, tels que les processus de la filière agro-alimentaire, des industries chimiques, du nucléaire, etc. En ce sens, les risques en question concernent exclusivement des risques technologiques et font l'objet d'une étude des données de fiabilité – données relatives au mauvais fonctionnement d'un équipement ou d'un opérateur – c'est-à-dire à des **données microscopiques** correspondant à des événements individualisés [Leroy & Signoret, 1992].

Lorsque le phénomène est trop complexe à décomposer, l'évaluation quantitative du fonctionnement du système se fait par des **méthodes stochastiques** [Leroy & Signoret, 1992] :

- modélisations des phénomènes à partir de résultats mathématiques (approche déterministe) et d'observations empiriques (approche probabiliste),
- simulations de Monte-Carlo, etc.

Il s'agit bien souvent d'une démarche inductive dans laquelle le problème consiste à remonter aux causes cachées à partir d'une base de données.

Ainsi, les méthodes stochastiques s'appliquent aux problèmes de risques faisant intervenir un grand nombre d'événements dont la survenance pose des problèmes de quantification. Il s'agit bien évidemment des risques naturels (pluies, crues, feux de forêt, avalanches, cyclones, séismes) mais aussi de risques liés à l'activité humaine et aux populations, tels que les transports de matières dangereuses ou les risques épidémiologiques. Ces menaces sont alors soumises à des données événementielles, c'est-à-dire à des **données macroscopiques** correspondant à des successions d'événements ne pouvant être quantifiés individuellement – par exemple le naufrage d'un pétrolier au large d'une côte donnée [Leroy & Signoret, 1992].

L'ensemble de ces considérations nous permet maintenant de dégager les deux aspects principaux de l'approche probabiliste des risques par l'analyse des aléas :

- **la logique du raisonnement** : déductive / inductive,
- **l'échelle des phénomènes** : microscopique / macroscopique.

Bien évidemment, les études de risques ne se résument pas exclusivement à une démarche scientifique bien délimitée, ni à un phénomène physique bien déterminé. Cela explique le foisonnement des méthodes d'évaluation des aléas, souvent élaborées au cas par cas et faisant intervenir la plupart du temps un grand nombre de paramètres explicatifs.

A.1.2.2 L'ANALYSE DE L'ALÉA

Compte-tenu du facteur incertitude et du grand nombre de paramètres explicatifs impliqués dans l'étude de risques, l'analyse de l'aléa prend souvent la forme de méthodes, côtoyant les domaines des mathématiques appliquées et du traitement de données.

En pratique, il est difficile d'établir une typologie des différentes manières d'appréhender l'aléa. De fait, celles-ci dépendent du paramètre d'intérêt (la fréquence ou l'intensité), et

par conséquent de la finalité de l'étude (la description physique ou probabiliste du phénomène, selon qu'il s'agisse d'une démarche d'identification, de prévention, de prévision ou de gestion de risques).

En guise d'illustration, nous mentionnons ci-dessous quelques-uns des processus qui nous ont paru être les plus représentatifs des questions soulevées par l'analyse de l'aléa (pour plus de détails, voir [Gleyze, 2002 (a)]).

- L'aléa peut être abordé de manière brute, selon sa définition première : la probabilité d'occurrence d'un événement donné. C'est notamment le cas pour les études de risque où l'événement est quantifié de manière simple (ex. : le débit d'une rivière). Il est alors plus commode d'exprimer l'aléa en période de retour.
- Néanmoins, certains phénomènes naturels dangereux ont des fréquences d'occurrence impossibles à déterminer en l'état actuel des connaissances (ex. : séismes) – tout au mieux peut-on les prévoir à court terme (ex. : cyclones, éruptions volcaniques). Bien souvent, la description de leur aléa consiste à ranger leur intensité sur une échelle et à faire l'impasse sur leur probabilité d'occurrence – sinon en la qualifiant de manière discrète selon des classes de type « rare », « très rare », etc. [Dauphiné, 2001] :
 - l'échelle de Beaufort mesure l'intensité des tempêtes sur mer et sur terre,
 - l'échelle de Richter reflète l'intensité d'un séisme, précisément en son centre,
 - l'échelle de Saffir-Simpson classe les cyclones en fonction de la vitesse du vent et la hauteur des vagues, etc.
- Inversement, il peut arriver que le phénomène considéré ne relève pas de connaissances physiques ni de modélisations bien éprouvées, mais puisse être relativement bien renseigné d'un point de vue fréquentiste. Dans ce cas, l'analyse de l'aléa est également descriptive et s'exprime ici par la fréquence empirique des accidents répertoriés dans les fichiers d'archives (ex. : risques urbains d'accident [Christian, 2000] ou de délinquance [Chalumeau, 2000]).
- Lorsque l'ampleur de l'événement est très fluctuante aléatoirement et spatialement, l'aléa peut intégrer à la fois les valeurs de fréquence et d'intensité du phénomène. Les méthodes d'estimation de l'aléa s'apparentent souvent à des classifications spatiales selon plusieurs paramètres. Il peut s'agir d'un simple travail de zonage permettant de localiser des menaces sur une région (ex. : les risques naturels visant les peuplements forestiers [Berger & Liévois, 1998]) ou d'une vision de la zone, un cliché de la situation fluctuant avec les paramètres (de ce fait, ce type d'étude est avantageux pour les problèmes d'aménagement – ex. : les forêts menacées par des incendies [Jappiot, 1998]).
- Lorsque le phénomène s'y prête, un autre mode de représentation cartographique peut intégrer fréquence et intensité de l'aléa en faisant apparaître les différentes emprises des phénomènes selon leur fréquence d'occurrence. Cette approche utilisée dans la méthode *Inondabilité* est bien adaptée pour être confrontée à la carte de la vulnérabilité dans une perspective décisionnelle (un large panorama de la méthode est couvert par [Combe, 1998], [Gendreau & Oberlin, 1998], [Gilard, 1995] et [Oberlin, 1995]).

- Lorsque l'étude du risque s'articule autour de son volet prévisionnel, l'analyse de l'aléa consiste à décrire conjointement les caractéristiques physiques des phénomènes et du terrain, en temps réel ou à court terme (voir par exemple [Alecu, 1999]).

Si la notion d'aléa est assez bien définie, il n'en demeure pas moins que la multiplicité des techniques, la diversité des exemples étudiés et la perspective d'approche du risque font de l'analyse de l'aléa une étude au cas par cas.

Il est important de noter que l'aléa ne représente pas à lui seul le risque, de la même manière qu'une simple cartographie de l'aléa ne peut tenir lieu d'une carte de risque : par exemple, l'information fournie par les contours d'une crue exceptionnelle est incomplète pour établir une carte du risque d'inondations associé.

Dans une démarche de prévention de risques, l'analyse de l'aléa ne devrait donc pas conduire à l'élaboration de résultats d'ordre uniquement documentaire, dessaisis de l'analyse de vulnérabilité. C'est cet aspect du risque – et non le moindre – qui offre le plus de perspectives de recherche actuellement et que nous proposons maintenant d'aborder.

A.1.3 LA COMPOSANTE VULNÉRABILITÉ - ASPECTS DÉTERMINISTES DU RISQUE

A.1.3.1 LA VULNÉRABILITÉ OU LA PROPENSION DES ENJEUX À SUBIR DES DOMMAGES

La vulnérabilité définit le « caractère vulnérable ». À cet adjectif, le *Petit Robert* (2002) fournit les acceptions suivantes :

- 1° qui peut être blessé, frappé par un mal physique ;
- 2° qui peut être facilement atteint, se défend mal.

Une entité vulnérable est donc une entité *fragile, exposée* à un mal physique – dans notre cas : à un risque. Le point mis en avant dans cette définition est la fragilité de l'entité et la faculté de celle-ci à se défendre plus ou moins bien.

Dans un contexte de risques, cette dimension évoque la capacité de réponse des enjeux exposés au risque, c'est-à-dire leur réaction face à l'impact physique du phénomène catastrophique. En ce sens, la cette capacité de réponse est directement reliée aux caractéristiques physiques des enjeux (réaction propre), et – sous certaines hypothèses – aux actions de protection et de réparation des populations en charge de ces enjeux (réaction de la société).

En pratique, les hypothèses de travail régissant la réponse des enjeux et des sociétés sont loin d'être identiques d'une étude à l'autre, aussi est-il d'usage d'adopter une définition très consensuelle de la vulnérabilité, circonscrite au niveau d'endommagement des enjeux, ainsi que le préconise le guide général des PPR (Plan de Prévention des Risques) [MATE, 2000 (b)] : « la vulnérabilité exprime le niveau de conséquences prévisibles d'un phénomène sur les enjeux ». Dans cette définition, nous notons que la distinction entre la détermination du niveau d'endommagement (analyse de la vulnérabilité) et la quantification de la valeur des entités menacées (analyse des enjeux) n'est pas clairement établie. De fait, certaines études réunissent les deux étapes, faisant ainsi de l'analyse de la vulnérabilité une évaluation des dommages potentiels.

Bien que les questions de la capacité de réponse des enjeux et des sociétés d'une part, et de l'intégration de la valeur des enjeux d'autre part ne soient pas pour autant résolues, nous retiendrons en première approche que :

la vulnérabilité apparaît comme une GRANDEUR PERMETTANT DE QUANTIFIER L'IMPACT D'UN PHÉNOMÈNE (naturel, technologique, urbain, sanitaire ou environnemental) SUR DES ENJEUX (humains, économiques et environnementaux)

Si nous tentons maintenant d'approcher la notion de vulnérabilité de manière beaucoup plus formelle, il est capital de noter en premier lieu que :

la vulnérabilité n'est pas scalaire, mais une variable (ou une fonction) associant à chaque phénomène une valeur de vulnérabilité : de fait, sa connaissance doit permettre de caractériser la réaction de l'entité considérée quelles que soient les caractéristiques physiques du phénomène envisagé

La définition de la vulnérabilité fournie par [Torterotot, 1993] reprend ce principe de base et pose les jalons sur lesquels nous allons préciser nos choix et nos hypothèses. Selon celle-ci, la vulnérabilité correspond à une VARIABLE exprimant les impacts d'un phénomène potentiel en fonction :

- des paramètres physiques de l'aléa : amplitude, durée, étendue, rapidité, etc.,
- du descriptif de tous les enjeux présents au sol : quantité et nature des biens, occupation du sol, activité, localisation et surface,
- des ressources disponibles pour limiter les impacts : délais de réponse des autorités locales et des populations, capacité et moyens pour se protéger et restaurer.

Cette formalisation montre que l'analyse de vulnérabilité nécessite, en amont, de caractériser le phénomène redouté (aléa) et, en aval, de connaître le mode de réaction des entités soumises à celui-ci (enjeux).

Dans une étude complète de risques, la connaissance des caractéristiques du phénomène est normalement fournie par l'analyse de l'aléa. À supposer que l'aléa soit bien connu, nous allons à présent expliciter nos choix relatifs à l'étude de la vulnérabilité. Ceux-ci concernent les questions que nous avons laissées en suspens dans la définition de la vulnérabilité, c'est-à-dire :

- l'identification et la prise en compte des enjeux,
- la capacité de réponse de la société et des enjeux face aux endommagements.

L'identification et la prise en compte des enjeux dans l'analyse de vulnérabilité - La distinction entre la « propension à être endommagé » et le « dommage potentiel »

La notion de vulnérabilité est intimement liée à celle de dommage puisqu'elle doit permettre d'anticiper le dommage que subirait l'enjeu considéré si le phénomène redouté venait à se produire. Il résulte de cette définition sommaire une ambiguïté portant sur l'intégration ou non de la valeur des enjeux dans l'expression de la vulnérabilité. Dès

lors, la question est de savoir si la vulnérabilité est associée à la propension de l'enjeu à être endommagé ou à un dommage potentiel.

Par exemple, si l'on considère un bâtiment d'une valeur de 10 millions d'€ partiellement détruit par un séisme et pour lequel la remise en état s'élève à 4 millions d'€, alors :

- nous associons la propension du bâtiment à être endommagé à sa dégradation relative, c'est-à-dire à la fraction détruite du bâtiment, soit 0,4 ;
- nous associons le dommage potentiel du bâtiment à sa dégradation absolue, c'est-à-dire au montant à investir pour restaurer la partie détruite du bâtiment, soit 4 millions d'€.

Ces deux modes d'évaluation sont naturellement reliés grâce à l'égalité : dommage potentiel = propension à être endommagé × valeur de l'enjeu.

Formellement, la vulnérabilité d'un enjeu à un phénomène donné est définie par la propension de cet enjeu à être endommagé par le phénomène, c'est-à-dire par la fraction que représente le montant du dommage potentiel associé :

$$\text{propension à être endommagé} = \frac{\text{dommage potentiel}}{\text{valeur de l'enjeu}}$$

Cette définition présente l'avantage de raisonner en valeurs relatives et dissocie ainsi la problématique de la vulnérabilité de la question de l'évaluation des enjeux.

En pratique, la vulnérabilité est associée tantôt à la propension de l'enjeu à être endommagé, tantôt au dommage potentiel de l'enjeu (auquel cas le terme de « vulnérabilité » constitue un abus de langage). Il n'existe pas de consensus, car le choix dépend essentiellement du contexte pratique des études. Ce point n'est pas gênant, car :

- l'expression de la vulnérabilité révèle d'emblée si celle-ci correspond à sa définition formelle (grandeur sans unité) ou au dommage potentiel (grandeur homogène à la valeur des enjeux) ;
- le formule de passage du dommage potentiel à la vulnérabilité (au sens propre) est immédiate et consiste simplement à multiplier le dommage potentiel par la valeur des enjeux.

Ainsi que nous le verrons dans la partie C, nous assimilerons par commodité la vulnérabilité structurelle d'un réseau au dommage potentiel que subirait l'efficacité de celui-ci consécutivement à chacun des phénomènes dommageables possibles. Nous ne perdons pas de vue qu'en dépit d'une dénomination impropre, cette vulnérabilité correspond donc en réalité à un dommage potentiel, et que la vulnérabilité à proprement parler peut être obtenue en normalisant ce dommage potentiel par la valeur de l'enjeu.

La capacité de réponse des enjeux et de la société face aux endommagements - La dimension temporelle de la vulnérabilité

L'analyse de la vulnérabilité nécessite non seulement de repérer les éléments vulnérables, mais aussi d'étudier en quoi ces éléments sont vulnérables. Dans cet ordre d'idées, [Dauphiné, 2001] propose deux définitions distinctes de la vulnérabilité :

- La vulnérabilité analytique correspond à la notion générale de vulnérabilité introduite plus haut en première approche. Elle mesure simplement le niveau d'endommagement des enjeux compte-tenu de leur résistance, c'est-à-dire de leur réaction à l'impact physique des phénomènes catastrophiques.
- Cette définition est considérée comme trop restrictive et un autre courant propose d'intégrer au terme de vulnérabilité « la capacité de réponse des sociétés à des crises potentielles » (René d'Ercole, 1994, *in* [Dauphiné, 2001]). De fait, il existe deux façons de surmonter une crise, à savoir : la résistance, que nous avons introduite plus haut, et la résilience, c'est-à-dire la « capacité à absorber le changement, à persister au-delà d'une perturbation ». Le cumul de la résistance et de la résilience est égal à l'inverse de la vulnérabilité : on parle de vulnérabilité synthétique.

Tableau 6 : exemples de facteurs de vulnérabilité d'un territoire (source : [d'Ercole & Thouret, 1995])

Facteur de vulnérabilité	Commentaires
Croissance démographique et urbaine	L'exposition croissante aux menaces est liée à l'occupation incontrôlée de zones inondables, instables, déboisées, soumises à d'éventuelles éruptions volcaniques ou séismes...
Modes d'occupation et d'utilisation du sol	
Facteurs économiques et sociaux	Elle est également liée à l'occupation du sol. Exode rural, spéculation foncière et attrait de la ville expliquent que de plus en plus de zones à risques s'urbanisent (par contrainte).
Facteurs psycho-sociologiques	Les personnes habitant sur des zones à risques entretiennent une mémoire collective peu durable et peu fidèle (oubli et atténuation du danger – les échelles ne sont pas les mêmes)... quand bien même ils sont conscients d'habiter dans une zone à risques. Par ailleurs, d'autres risques urbains (chômage, insécurité, etc.) occultent les risques naturels.
Facteurs techniques	Mauvaise qualité ou inadaptation des constructions, sous-dimensionnement des ouvrages, etc.
Facteurs fonctionnels	Problèmes de communication, d'alerte, de gestion de crise, de déploiement des secours. La vulnérabilité <i>a priori</i> peut être affectée par la manière dont les crises sont gérées après la catastrophe.
Facteurs culturels et historiques	Persistance de croyances ou de religions, mauvaise mémoire du risque, etc.
Facteurs institutionnels	Dysfonctionnements entre les échelons politiques pour la gestion des risques, politiques de planification urbaine négligentes, pressions sociales et économiques.
Autres	Assurances, dysfonctionnements et blocages imprévus...

Les enjeux subissent en effet des dommages à la mesure des caractéristiques physiques du phénomène catastrophique (aléa), de leur réaction propre (résistance), mais aussi du comportement de la société en charge de ces enjeux (résilience). Dans cette logique, la prise en compte des aspects propres à la vulnérabilité analytique s'accompagne de considérations sur les facteurs aggravant la vulnérabilité, compte-tenu, en amont, des menaces éventuelles pesant sur les éléments considérés. Les facteurs évoqués correspondent aux *facteurs de vulnérabilité* des enjeux, et tiennent compte non seulement du descriptif de l'existant (occupation du sol et caractéristiques des enjeux) mais également des dysfonctionnements potentiels d'ordres technique, administratif, politique et économique concourant à l'aggravation de la vulnérabilité [d'Ercole & Thouret, 1995]. Le Tableau 6 présente à ce sujet une liste non exhaustive des facteurs de vulnérabilité d'un territoire.

À un niveau plus fondamental, le choix d'appréhender la vulnérabilité d'un point de vue analytique ou synthétique – c'est-à-dire d'étudier l'endommagement des enjeux indépendamment ou non de toute considération quant à la réaction de la société – pose la question de la dimension temporelle du risque. De fait, l'endommagement des enjeux survient au moment de la survenance du risque (résistance), mais ses effets perdurent tant que les enjeux n'ont pas été remis complètement en état (résilience). Ainsi, la réponse des enjeux et de la société aux endommagements se traduit sur une échelle temporelle par :

- une réponse immédiate : elle correspond au niveau d'endommagement instantané des enjeux constaté au moment de l'impact physique du phénomène ;
- et une réponse différée : elle prend en compte l'évolution temporelle des enjeux depuis l'action du phénomène jusqu'à leur réparation complète et intègre ainsi les préjudices subis tout au long de la période de réparation.

La réponse immédiate intervient ponctuellement à l'issue de la catastrophe. Elle offre donc un cliché de la nouvelle situation des enjeux juste après la survenance du phénomène dommageable. Cette situation est le résultat de l'action physique de la catastrophe et de la réaction des enjeux face à celle-ci (résistance). Par exemple pour un hôpital touché par une inondation, la réponse immédiate de l'entité est révélée par l'état du bâtiment et par l'organisation de ses services après le passage de la crue.

Comme son nom l'indique, la réponse différée intervient quant à elle dans la durée, car elle intègre les réparations et solutions intermédiaires apportées aux enjeux jusqu'à ce que ceux-ci retrouvent leur état initial. Les étapes successives par lesquelles passent les enjeux depuis la survenance de la catastrophe jusqu'au retour à la normale sont une manifestation de la capacité de réponse des sociétés à l'endommagement des enjeux (résilience). Il est important de souligner que la dimension temporelle est précisément intégrée à la notion de vulnérabilité grâce à cette réponse. Si l'on reprend l'exemple précédent, la réponse différée de l'hôpital est décrite par l'historique des réparations effectuées sur le bâtiment et la réorganisation progressive des services (cf Figure 4).

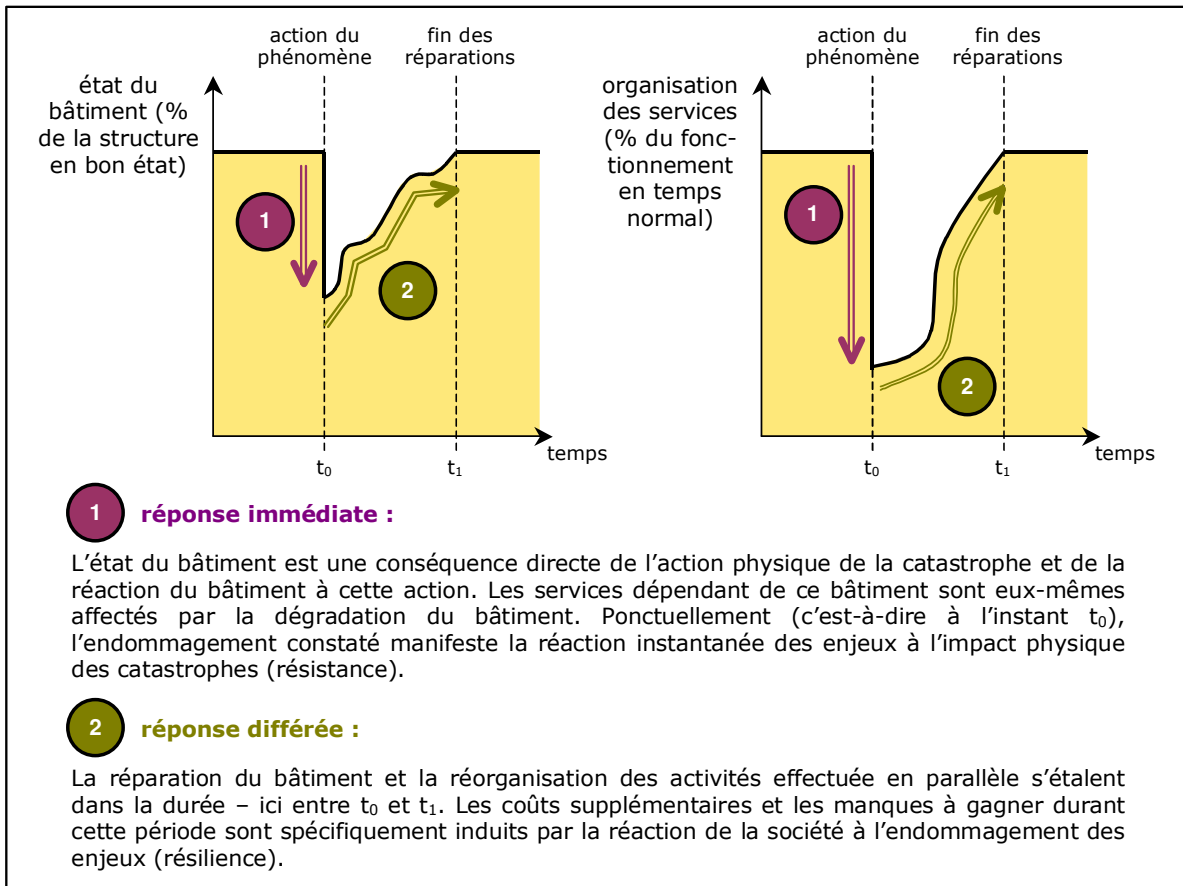


Figure 4 : différents niveaux de réponse à l'endommagement d'un bâtiment - la différence entre réponses immédiates (impacts du phénomène) et différées (actions de réparation) situe la dimension temporelle dans la notion de vulnérabilité et par là même les notions de résistance et de résilience

Dans la suite de notre travail, nous choisissons de séparer explicitement la résistance des enjeux (réaction immédiate lors de la destruction) de leur résilience, et notamment des éventuels scénarios de réparation mis en œuvre par la société (réaction différée pendant la reconstruction).

En considérant prioritairement l'endommagement instantané des enjeux (réaction immédiate), nous cherchons à comprendre comment sont intrinsèquement constitués les enjeux pour faire face aux catastrophes qui les menacent.

Ces hypothèses de travail n'excluent pas une intégration ultérieure de la dimension temporelle dans l'étude de la vulnérabilité. La prise en compte des actions de réparation consécutives à la catastrophe (réaction différée) peut par exemple être réalisée en considérant des clichés successifs d'états améliorés de l'enjeu pour lesquels les indicateurs principaux sont réévalués et analysés dans leur contexte (vulnérabilité, état, service induit, etc.). Nous aurons l'occasion d'expérimenter cette approche dans le processus d'analyse de vulnérabilité grâce à la notion de profils (cf C.3.3).

A.1.3.2 LES ENJEUX ET LES DOMMAGES

Avant de décrire l'analyse de vulnérabilité, il est nécessaire de préciser les notions connexes d'enjeux et de dommages, car celles-ci interviennent explicitement dans la formulation de la vulnérabilité : « la vulnérabilité correspond pour un *enjeu* à sa propension à être *endommagé* ».

En reprenant les définitions posées dans le paragraphe sur la terminologie du risque (cf A.1.1.3), l'articulation des notions d'aléa, d'enjeux, de dommages et de vulnérabilité va nous permettre, à terme, de nuancer la notion de vulnérabilité et de positionner notre étude en fonction des choix que nous avons formulés précédemment.

La notion d'enjeux est au centre de toute étude de risques, car sans enjeux, il n'y a pas de risque. Prenons une tempête comme exemple : une violente tempête représente un danger en ce sens qu'elle menace l'existence de vies humaines et de richesses sur un territoire. En l'occurrence, un phénomène se produisant dans une zone désertique suscitera tout au mieux l'indifférence générale s'il n'est pas passé inaperçu : de fait, un danger constitue un risque si le territoire menacé est effectivement peuplé ou exploité par l'homme. Les enjeux correspondent alors aux entités présentes au sol et susceptibles d'être touchées par la catastrophe. Ceux-ci sont de natures très variées : personnes, biens, activités, patrimoine, environnement, etc. Ainsi, la caractérisation du phénomène (aléa) et du territoire menacé (enjeux répartis au sol et décrits par leur vulnérabilité) définissent de manière conjointe le risque, et dépassent ainsi la formulation classique « risque = aléa × vulnérabilité ».

La présence d'enjeux particulièrement sensibles motive les actions de prévention par une analyse préalable de leur répartition (exposition à l'aléa), de leur propension à être endommagés (vulnérabilité) et de leur endommagement éventuel (dommages potentiels). Lorsque ce risque se réalise, la catastrophe associée détruit tout ou partie de ces enjeux, pour lesquels un bilan des dommages est alors dressé. Les notions d'enjeux et de dommages relèvent ainsi du même type d'analyse. On parlera plus volontiers d'enjeux – ou de dommages potentiels – dans une situation de risque non réalisé, et de dommages (effectifs) lors de l'établissement des bilans post-catastrophes.

En définitive, le terme d'enjeux se réfère à la *valeur* des entités présentes au sol et menacées par un phénomène redouté, tandis que le terme de vulnérabilité se rapporte théoriquement à la propension de ces entités à être endommagées lorsque le phénomène survient.

Le croisement de ces deux grandeurs permet logiquement de chiffrer les dommages potentiels consécutifs à la catastrophe, dont nous avons vu qu'ils étaient parfois assimilés à la composante vulnérabilité du risque.

Dans les lignes qui suivent, nous décrivons les distinctions usuellement effectuées parmi les enjeux et évoquons différentes méthodes d'évaluation des enjeux dans des situations de risque (ou, par analogie, des dommages dans des situations post-catastrophes) afin d'aborder en connaissance de cause les questions relatives à l'analyse de vulnérabilité.

Intérêts et limites d'une classification des enjeux

L'observation des phénomènes catastrophiques et leur impact sur les territoires et les sociétés conduit fréquemment à répartir les entités exposées aux risques selon trois grandes familles :

- les populations,
- les richesses économiques au sens large (bâti, infrastructures, activités),
- l'environnement et l'écosystème.

Cependant, une simple identification des entités menacées ou touchées par un phénomène donné et une étude de leurs modes d'endommagement ne peuvent constituer une évaluation détaillée de la vulnérabilité dans une perspective de réduction de la vulnérabilité ou de prévention à grande échelle.

Par exemple, l'évaluation des dommages potentiels d'une parcelle occupée par une entreprise et soumise à un risque de Transport de Matières Dangereuses relève d'un calcul plus élaboré que la multiplication d'un coût unitaire par l'emprise au sol. Dans son étude du risque de TMD lié à la distribution des carburants dans la région Ile-de-France, [Glatron, 1997] préconise ainsi d'intégrer dans l'inventaire des coûts :

- les dommages aux biens mobiliers et immobiliers sous forme d'un coût de remise en état correspondant au coût de la ressource détruite sans application d'un taux d'amortissement (selon une hypothèse du modèle) et les coûts de dépollution des ressources naturelles sur la parcelle,
- les dommages correspondants au montant de la perte d'exploitation éventuelle pendant la durée de remise en état.

En revanche, [Glatron, 1997] prend le parti d'exclure du calcul le coût des interventions des forces publiques ainsi que les coûts induits par la prise en charge des populations (prévention, éducation au risque, suivi psychologique post-catastrophe, etc.). L'hypothèse est justifiée par le fait que ces dépenses sont à la charge de la collectivité et restent très difficile à évaluer.

Cet exemple souligne la nécessité d'établir des distinctions non seulement parmi les différents enjeux identifiés mais également – et surtout – dans l'analyse des dommages potentiels. À cet effet, les lignes qui suivent détaillent les critères usuels qui interviennent dans la construction d'une typologie des dommages. Cette typologie nous sera particulièrement utile pour formuler des hypothèses sur les enjeux que nous prendrons finalement en compte dans notre approche de la vulnérabilité.

Modes d'endommagement et distinctions usuelles parmi les dommages

Au-delà d'une simple identification et classification des enjeux, l'élaboration d'une typologie des dommages structure la manière d'appréhender l'impact potentiel d'un risque et par là même l'analyse de la vulnérabilité. À cet effet, il apparaît naturel de distinguer les dommages en fonction du *mode d'endommagement* des enjeux, c'est-à-dire en fonction de la manière dont les enjeux subissent les dommages.

Par exemple, le mode d'endommagement d'une maison à la suite d'un séisme est d'ordre matériel (fissurations, écroulement), le mode d'endommagement d'un individu à la suite d'inondations est d'ordre psychologique (peurs, angoisses), le mode d'endommagement d'un service de livraison à la suite de perturbations routières est d'ordre fonctionnel (retards ou ruptures d'activités), etc. En ce sens, le mode d'endommagement dépend conjointement du phénomène considéré et de la nature de l'enjeu et renseigne sur les relations de cause à effet enchaînant le dommage à la catastrophe.

Sur cette base, l'organisation d'un inventaire des dommages causés à un territoire à la suite d'une catastrophe est un véritable défi compte-tenu de la variété des entités touchées (vies humaines, valeurs environnementales, richesses économiques, patrimoine, etc.), des modes d'endommagements (matériels, fonctionnels, psychologiques, etc.) et enfin, de la manière de les quantifier. Comme nous allons le voir à présent, les distinctions effectuées parmi les dommages sont essentiellement de deux ordres : tangibles / intangibles, et directs / indirects.

La part des dommages tangibles et intangibles

Une première classification des dommages consiste à distinguer les *dommages tangibles* des *dommages intangibles*.

- **Les dommages tangibles** concernent l'ensemble des dommages directement chiffrables : il s'agit classiquement des dégâts matériels sur des biens et activités (publics ou privés) dont la valeur est connue ou facilement évaluable par expertise.
- À l'opposé, on trouve parmi **les dommages intangibles** [Torterotot, 1993] :
 - les pertes en vies humaines,
 - tous les problèmes de santé à court et moyen terme, l'angoisse face à l'événement, le stress et ses conséquences, l'inquiétude persistante face au risque encouru,
 - la rupture de mode de vie et du tissu social ainsi que l'isolement,
 - la perte de biens privés irremplaçables,
 - les dommages au patrimoine historique et culturel.

La part des dommages directs et indirects

L'enchaînement entre l'effet (le phénomène) et ses conséquences (l'impact) établit un autre niveau de comparaison parmi les dommages potentiels en distinguant *dommages directs* et *dommages indirects*.

- **Les dommages directs** concernent les dégâts et perturbations sur les biens meubles et immeubles, les stocks, les infrastructures, routes, ouvrages et réseaux divers, imputables directement à l'action du phénomène. Il n'est pas déraisonnable d'y adjoindre les atteintes aux ressources naturelles dont les coûts de dépollution sont souvent bien connus par retour d'expérience [Glatron, 1997].

- **Les dommages indirects** correspondent aux dégâts et perturbations engendrés par le phénomène par l'intermédiaire des dommages directs. Il s'agit de toutes les difficultés de fonctionnement, d'échanges et de communications induites : arrêts d'activités et de services entraînant des pertes d'exploitation, ruptures de circuits économiques, perturbations des réseaux, etc. On distingue en outre les impacts indirects « primaires » survenant dans la zone où le phénomène s'est produit des impacts indirects « secondaires » se manifestant à l'extérieur de cette même zone [Blancher, 1998].

La notion de dommages directs / indirects peut se concevoir dans une logique d'enchaînement d'événements, conformément à la Figure 5.

Sur ce schéma, la catastrophe (aléa perturbateur) a un impact (dommage direct) sur l'objet exposé en fonction de sa valeur et de sa propension à être endommagé (vulnérabilité amont). Cet objet endommagé subit des dysfonctionnements (vulnérabilité interne) provoquant des effets en chaîne (vulnérabilité aval) sur d'autres objets de l'environnement (dommages indirects).

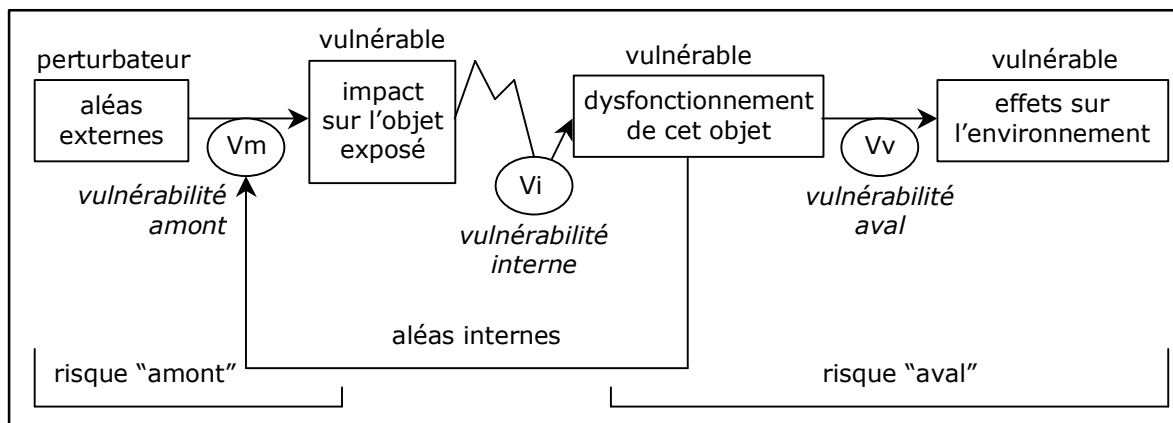


Figure 5 : maillon élémentaire de la chaîne des risques (d'après : [Blancher, 1998])

Remarques :

- Cette chaîne des risques telle qu'elle était présentée initialement [Blancher, 1998] considérait également l'enchaînement de risques de natures différentes par effet « boule de neige », comme par exemple le risque de pollution induit par la destruction d'une usine par un séisme. Néanmoins, nous ne prendrons pas en compte ces enchaînements dans le contexte de notre étude : il s'agit en effet dans cet exemple de deux risques bien distincts où les dommages directs du séisme sur l'usine constituent un facteur déclenchant du risque de pollution. De ce fait, ce mode d'endommagement de l'usine fait partie intégrante des aléas du risque de pollution et n'empêche pas de distinguer phénomènes et impacts associés à chacune des deux catastrophes en chaîne.
- Le schéma distingue explicitement les risques amont (~direct) et aval (~indirect). Cette confrontation souligne la possibilité pour les phénomènes et leurs impacts :
 - de procéder de mécanismes différents,
 - d'être décalés dans le temps et soumis à des effets de seuil,
 - d'être décalés dans l'espace.

- Plus généralement, ce type d'approche met en relief l'aspect fractal du risque selon le niveau de considération des unités soumises au risque. L'analyse résultante de vulnérabilité peut en ce sens être macroscopique (par exemple à l'échelle d'un réseau d'assainissement) ou bien microscopique (dans le même registre, à l'échelle d'une vanne, ou d'un tuyau). Nous reviendrons sur ces problèmes d'échelle dans les paragraphes consacrés précisément à l'analyse de vulnérabilité.

La part des dommages et autres nuisances

Outre les deux distinctions usuelles présentées ci-dessus, les dommages peuvent eux-mêmes faire l'objet d'une distinction particulière au sein de l'ensemble des impacts d'un phénomène. La nuance, introduite par [MECV, 1980], propose ainsi d'étendre la notion même de *dommages* en l'incluant dans la notion plus large de *nuisances*.

- Selon cette caractérisation, **les dommages** regroupent l'ensemble des dégâts de toutes sortes constatés à plus ou moins court terme à la suite d'un accident réalisé.
- **Les nuisances** concernent alors non seulement de tels dommages, mais également l'ensemble des modifications de fonctionnement des populations et des sols dues à la seule existence de l'éventualité d'un phénomène dangereux (indépendamment donc de l'action effective de ce phénomène). Citons pour exemple l'impact psychologique de la menace d'une crue sur les populations riveraines, la restriction d'usage des sols due aux règlementations, les mesures de prévention et de protection économiquement neutres (c'est-à-dire sans valeur ajoutée), etc.

En ce qui nous concerne, nous ne tiendrons pas compte de la nuance existant entre dommages et la notion plus large de nuisances.

S'agissant d'anticiper l'analyse de la vulnérabilité à partir de l'étude des enjeux et des dommages potentiels, il apparaît ici qu'une évaluation exhaustive de la vulnérabilité intégrant dommages et nuisances directs, indirects, tangibles et intangibles n'est pas réalisable. L'exemple du risque de TMD et de la variété des dommages associés (dommages aux biens, manques à gagner, coûts d'intervention, coûts de réparation, prise en charge des populations, etc.) montre combien il est nécessaire :

- de faire la part des dommages tangibles et des dommages intangibles – les premiers étant ceux que l'on sait chiffrer et que l'on isolera donc en posant les hypothèses adéquates,
- d'anticiper l'étendue des effets du phénomène dans le temps (effets « boule de neige », effets retardés, durée de reconstruction, etc.) et de donc distinguer les effets directs des effets indirects – les seconds restant délicats à évaluer mais, de par leur importance, leur prise en compte sera souhaitable sous certaines hypothèses à formuler également.

En fonction du risque étudié, du type d'enjeux retenus, des méthodes et justifications de calcul ou tout simplement des données disponibles, l'analyse de vulnérabilité se cantonne finalement à tel ou tel type d'impacts en formulant précisément les hypothèses adoptées. Il va sans dire que les dommages les plus faciles à évaluer sont les dommages tangibles directs pour lesquels on peut facilement avancer une valeur économique. À l'opposé, les dommages intangibles (dégradations de paysage, dommages irréparables au patrimoine historique, ...) et les dommages indirects (perturbations routières, ruptures d'activité...) sont difficiles à identifier précisément, à quantifier et à comparer à l'ensemble des dégâts.

A.1.3.3 L'ANALYSE DE VULNÉRABILITÉ

L'analyse de la vulnérabilité des enjeux est très proche de celle de leur endommagement potentiel, car la vulnérabilité représente par définition leur propension à être endommagé. Aléa et enjeux étant bien identifiés, l'analyse de la vulnérabilité nécessite ainsi d'anticiper les dommages que pourraient subir potentiellement les enjeux exposés.

Cet aspect de l'analyse est l'occasion pour nous de souligner à nouveau que la vulnérabilité ne se résume pas à une valeur unique, mais à une collection de valeurs correspondant pour l'enjeu à la propension à être endommagé consécutivement aux différents phénomènes catastrophiques envisageables.

En pratique, l'analyse de vulnérabilité se fonde sur deux types de démarche possibles [Chaline & Dubois-Maury, 1994] :

- **une démarche prospective** : l'objectif est de dégager un niveau de vulnérabilité *a priori* à partir de la connaissance des sources de danger, des entités menacées et des facteurs aggravant les enjeux ;
- **une démarche factuelle** : il s'agit de quantifier *a posteriori* les dommages enregistrés à la suite de la catastrophe – ces données pouvant servir de retour d'expérience pour des évaluations futures.

D'après nos remarques précédentes, la mise en œuvre de l'une ou de l'autre démarche pour un phénomène donné ne fournit pas la fonction de vulnérabilité de l'enjeu considéré, mais uniquement la valeur de cette fonction pour le phénomène en question, conformément à l'équation contextuelle : dommages = valeur des enjeux × vulnérabilité.

Idéalement, il s'agirait d'envisager tous les phénomènes possibles pour reconstituer la fonction de vulnérabilité.

En pratique, l'analyse de vulnérabilité est réalisée pour un ensemble réduit de phénomènes simulés (démarche prospective) ou observés (démarche factuelle).

Conformément à ce schéma, il existe plusieurs méthodes d'évaluation de la vulnérabilité *a priori*. Nous donnons ci-dessous un aperçu de ces méthodes au travers d'un petit nombre d'études qui nous ont paru être les plus représentatives des questions soulevées par l'analyse de la vulnérabilité (pour plus de détails, voir [Gleyze, 2002 (a)]).

- Dans certaines études, l'évaluation des niveaux de vulnérabilité pour un risque donné s'inscrit dans une démarche de prévention dont les objectifs consistent à établir des réglementations pour la protection des populations et des espaces. Ces niveaux sont alors directement matérialisés par des valeurs seuils permettant de définir les notions de risque acceptable et inacceptable (par exemple pour les risques nucléaires civils [Académie de Rouen, 1999], l'écotoxicologie [Vindimian, 1999] et les risques de rupture de barrages hydrauliques [Garçon, 1999]).
- Une approche moins systématique consiste à discrétiser la vulnérabilité en plusieurs classes afin de pouvoir la confronter ensuite aux niveaux d'aléa et en déduire un niveau de risque (par exemple pour les risques de TMD [Glatron, 1997], les risques menaçant les peuplements forestiers [Berger & Liévois, 1998] ou encore les risques de feux de forêts [Jappiot, 1998]).
- Dans une perspective décisionnelle appliquée aux risques d'inondations, la méthode *Inondabilité* propose d'exprimer la vulnérabilité dans la même unité que l'aléa pour mettre en évidence les zones à crédit ou à déficit de protection (l'unité est homogène à une période de retour – pour plus de détails, nous renvoyons à nouveau le lecteur à [Combe, 1998], [Gendreau & Oberlin, 1998], [Gilard, 1995] et [Oberlin, 1995]).
- Enfin, un dernier type de méthode s'inscrit dans un contexte opérationnel – notamment dans le domaine des assurances – et vise à attribuer à chacun des enjeux un taux d'endommagement en fonction des dégâts constatés (voir par exemple [Leone *et al.*, 1995]).

Les applications brièvement évoquées ici dénotent la faible expérience ainsi que le peu de connaissances en matière d'évaluation de la vulnérabilité. Cette situation entraîne fréquemment des analyses sommaires, surtout lorsque la vulnérabilité n'apparaît pas explicitement dans les objectifs de l'étude de risques (par exemple lors d'études de risques appliquées à la prévision, l'aménagement ou la représentation cartographique). En revanche, lorsque l'étude s'inscrit dans des objectifs de prévention publique ou d'aide à la décision au niveau territorial, l'analyse de la vulnérabilité relève souvent de méthodes bien balisées, issues de résultats mathématiques et physiques ainsi que de réglementations.

Il demeure que, pour une grande majorité des études de risques – qu’il s’agisse d’enjeux humains, environnementaux ou économiques – la quantification de la vulnérabilité est réalisée de manière partielle par la création de classes (par ex. : répartitions en zones vulnérables faibles / moyennes / fortes). Les méthodes de classification vont des simples outils descriptifs (par ex. : vulnérabilité humaine échelonnée par les valeurs de densité humaine) à des techniques plus poussées de statistiques spatiales (classification automatique hiérarchique, etc.).

En général, l'évaluation pratique des niveaux de vulnérabilité s'affranchit dans une large mesure des modèles économiques (fonctions et tables d'endommagement, données assurantielles, quantification des dommages indirects, etc.) et se limite, sous certaines hypothèses plus ou moins fortes, à donner un aperçu des niveaux de vulnérabilité relatifs sur la zone menacée à partir de quelques valeurs de référence.

Faute de modélisations économiques adaptées et de retours d'expérience suffisamment fournis, ce type d'approche nécessite d'être amplement étoffé, tant au niveau de l'éventail des dommages considérés que de la manière de les quantifier.

Par ailleurs, les études réalisées en pratique intègrent souvent l'évaluation des enjeux à l'analyse de vulnérabilité. Cela a pour effet de transformer la démarche en une estimation des dommages potentiels, dont nous pensons qu'elle doit rester dissociée du concept de vulnérabilité, pour deux raisons :

- la vulnérabilité se réfère à une analyse préalable de la résistance des entités exposées à l'éventuelle catastrophe, tandis que l'évaluation des dommages prend en compte la valeur de celles-ci afin de dresser un bilan des pertes subies suite à la réalisation du risque ;
- plus fondamentalement, l'aléa, la vulnérabilité et les enjeux (ie la valeur des enjeux) caractérisent conjointement le risque, et ce découpage offre autant de manières de spécialiser les actions de prévention du risque.

À l'issue des étapes d'identification du risque et de l'analyse de l'aléa et de la vulnérabilité, l'expert dispose de tous les éléments pour déterminer les niveaux de risque. Ce travail dépend naturellement du mode de représentation des deux composantes aléa et vulnérabilité, multipliant ainsi le nombre de façons d'appréhender le risque, comme nous allons le voir dans la section suivante.

A.1.4 LA DÉTERMINATION DU NIVEAU DE RISQUE

Il est assez difficile d'intégrer au même niveau les pertes humaines et les dégâts matériels à la suite d'une catastrophe. Bien souvent, une mort est considérée comme intolérable et la prévention des risques vise une sécurité absolue des populations.

Ainsi, dans une étude de risques, le facteur humain est usuellement traité séparément des dommages matériels ou assimilés. Bien que les pertes en vie humaines soient heureusement exceptionnelles lorsque surviennent des catastrophes dans nos sociétés occidentales, nous donnons en A.1.4.1 un rapide aperçu de leur prise en compte dans les études de risque.

Les paragraphes suivants sont consacrés aux menaces plus généralisées concernant les richesses économiques. À cette occasion, nous détaillons les différentes manières de définir et d'évaluer le risque à partir des choix retenus pour caractériser l'aléa et la vulnérabilité. Cette étude nous servira de tremplin pour identifier des sujets de recherche pertinents dans le domaine des risques et de la géographie, puis pour aborder plus particulièrement les questions liées aux réseaux et à leur vulnérabilité.

A.1.4.1 LES RISQUES D'ATTEINTE À LA VIE HUMAINE

À la suite de catastrophes ou d'accidents survenant dans de nombreuses activités humaines, des statistiques sur le facteur humain sont souvent dressées afin de jauger les différents risques menaçant les populations. L'exemple le plus connu est celui de la Sécurité Routière⁶, qui établit chaque année un bilan des morts et des blessés sur les routes ainsi qu'une campagne de prévention et des objectifs pour l'année à venir.

Dans le monde de l'industrie, l'impact des risques sur l'homme fait l'objet d'une attention particulière. Il est généralement mesuré par des probabilités d'accident mortel, elles-mêmes évaluées de manière fréquentiste : par exemple le FAR (Fatal Accident Rate) traduit le risque encouru par un groupe de 1000 personnes travaillant pendant 40 ans de vie active à raison de 2500 heures de travail par an [Leroy & Signoret, 1992]. La définition de ce taux peut être étendue aux autres activités par le nombre de morts accidentelles prévues par 100 millions d'heures d'exposition. Une illustration de cette notion est donnée dans le Tableau 7.

⁶ Site Internet : <www.securiteroutiere.equipement.gouv.fr>

Tableau 7 : les statistiques sur les morts accidentelles en Grande-Bretagne (*source* : [Association des Chlorophiles, 1998])

Nombre de morts accidentelles prévues par 100 millions d'heures d'exposition au risque	
TRAVAIL	
Industrie chimique	3,5
Agriculture	10
Pêche	35
Construction	67
TEMPS LIBRE	
Accidents domestiques	3
Déplacements en auto	57
Ski	71
Déplacements en avion	240

Ces résultats sont à manipuler avec précaution. Il est en effet incorrect de dire que le voyage en avion est plus dangereux que le voyage en voiture. L'avion couvre en effet 800 km en 1 heure contre 100 km pour la voiture : à égalité de distance parcourue, l'avion est donc un moyen de transport plus sûr.

Lorsque l'on s'intéresse aux populations dans leur ensemble, il est d'usage de distinguer deux notions de risque [Leroy & Signoret, 1992] :

- **le risque individuel** : ce risque est évalué par la probabilité annuelle qu'une personne non protégée et se tenant à une position déterminée par rapport à la source du risque soit affectée par les conséquences du risque ;
- **le risque sociétal** : ce risque est évalué par la probabilité annuelle que le nombre de personnes tuées dans un type d'accident dépasse un (ou plusieurs) seuils donnés.

Le lecteur trouvera plus de détails sur ces notions dans notre synthèse bibliographique au chapitre consacré à l'acceptabilité du risque [Gleyze, 2002 (a)].

Exemples :

- le risque individuel de décès d'un ouvrier est de $8,75 \cdot 10^{-5}$ par an en Grande-Bretagne ;
- la valeur du risque sociétal dans les industries chimiques et pétrochimiques est donné par les probabilités annuelles que les accidents survenant dans ce secteur provoquent le décès de 10, 50, 100 ou 1000 personnes dans le monde (cf Tableau 8).

Tableau 8 : accidents mortels dans les industries chimiques et pétrochimiques dans le monde (*source* : [Association des Chlorophiles, 1998])

Fréquence annuelle	Nombre de morts
0,05	1000
0,35	100
1	50
5	10

Ces notions sont des quantifications des niveaux de risque et constituent le fondement de réglementations et de mesures adaptées au sein d'une politique de prévention et de gestion des risques portant atteinte à la vie humaine.

Par exemple, pour les risques industriels, la démarche préconisée en France consiste à analyser l'impact d'un accident grave (jouant le rôle de scénario de référence) sur les populations situées à proximité.

L'analyse conduit ainsi à distinguer deux paramètres [Bonnet & Bourcier, 2000] :

- d'une part la zone d'effets, déduite de l'étude de propagation maximale de l'accident et définie par la DRIRE (Direction Régionale de l'Industrie, de la Recherche et de l'Environnement) : elle permet en particulier d'organiser les secours et les plans d'intervention ;
- d'autre part les zones de létalité et d'atteintes irréversibles, mettant en relief la diminution du danger à mesure que l'on s'éloigne du point source (cf Figure 6).

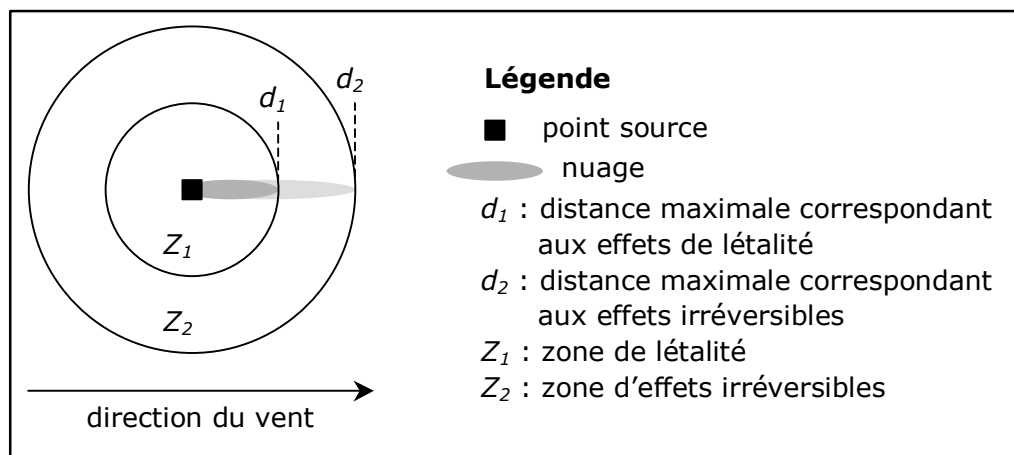


Figure 6 : détermination des zones d'effets toxiques (d'après : [Zimmermann, 1994] in [Bonnet & Bourcier, 2000])

La zone de létalité est caractérisée par une espérance de nombre décès sur la population exposée égale à 1%. Dans la zone d'effets irréversibles, l'espérance du nombre de personnes atteintes de blessures ou brûlures irréversibles atteint 10%.

En termes de réglementations, la diminution du danger avec l'éloignement du point source du risque se traduit par relâchement des contraintes d'urbanisme.

A.1.4.2 LE RISQUE COMME ESPÉRANCE DES DOMMAGES - LES CLÉS DE DÉTERMINATION DU RISQUE

Dans la plupart des études de risques (en majorité menées dans des objectifs de prévention), le risque se présente comme un simple croisement de l'aléa et de la vulnérabilité :

- l'aléa représente la probabilité d'occurrence d'un événement donné,

- bien souvent, la « vulnérabilité » chiffre le montant des dommages potentiels à craindre de ce même événement, en intégrant à la fois la valeur des enjeux et leur propension à être endommagés.

Selon cette représentation, le risque se définit logiquement par une espérance des dommages :

$$\begin{aligned} \text{RISQUE} &= \text{aléa} \times \text{vulnérabilité} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{probabilité d'occurrence} \\ \text{du phénomène} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{dommages potentiels consécutifs à} \\ \text{la réalisation du phénomène} \end{array} \right\} \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \text{espérance des dommages déplorés} \\ \text{suite à l'événement redouté} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

L'analyse de l'aléa et, à plus forte raison, l'analyse de la vulnérabilité ont souvent conduit à quantifier aléa et vulnérabilité en les rangeant en « classes » ou « niveaux » (faible / moyen / fort / etc.) pour deux raisons principales :

- les techniques d'évaluation ne permettent pas une précision suffisante tant pour le niveau d'aléa (estimation incertaine d'une probabilité) que pour le niveau de vulnérabilité (difficulté de chiffrage exhaustif des dommages déplorés ou à craindre) ;
- la représentation des valeurs d'aléa, de vulnérabilité et, à terme, de risque demande à être simplifiée en vue de constituer un document d'aide à la décision, lisible par toutes les parties.

De fait, la notion de risque comme espérance des dommages est simplifiée par l'usage d'un tableau quantifiant les niveaux de risque en fonction des niveaux d'aléa et de vulnérabilité : il s'agit de la clé de détermination du risque [Manche, 1998]. Celle-ci se présente sous la forme d'un tableau à double entrée, ainsi que le présente le Tableau 9 dans le cas d'une discrétisation sur trois niveaux (faible / moyen / fort).

Tableau 9 : exemple de clé de détermination du risque à 3 niveaux (source : [Manche, 1998])

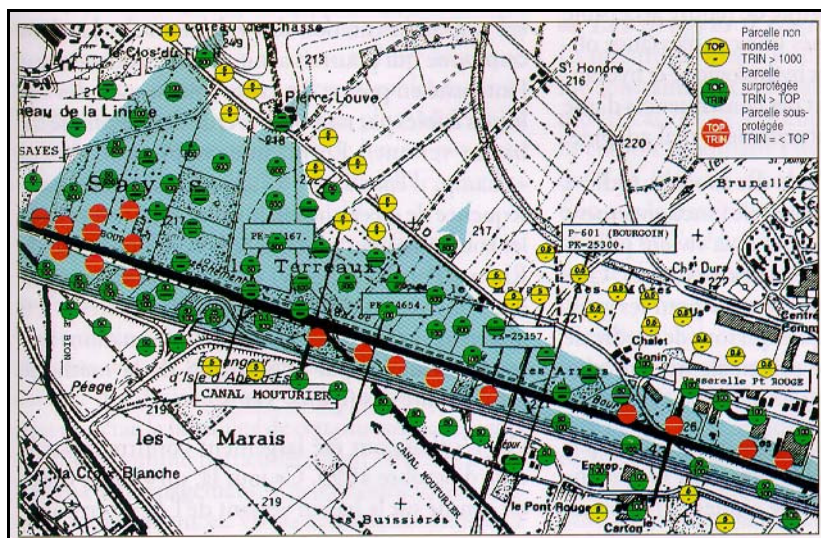
	Vulnérabilité forte	Vulnérabilité moyenne	Vulnérabilité faible
Aléa fort	Risque fort	Risque fort	Risque moyen
Aléa moyen	Risque fort	Risque moyen	Risque moyen
Aléa faible	Risque moyen	Risque moyen	Risque faible

Le principe des clés de détermination est communément employé dans les études de risques, à certaines modifications près relevant avant tout du risque étudié et des modes de représentation retenus pour l'aléa et pour la vulnérabilité.

A.1.4.3 LE RISQUE COMME DÉPASSEMENT DE SEUILS ET LA NOTION DE RISQUE MAXIMUM ACCEPTABLE (RMA)

Dans la section consacrée à la vulnérabilité, nous avons évoqué un ensemble de risques étudiés dans une perspective de prévention de l'environnement et des populations, et faisant de ce fait l'objet de réglementations sous la forme de valeurs seuils à ne pas dépasser (cf A.1.3.3). Les exemples donnés concernaient les risques nucléaires civils et l'écotoxicologie, mais le champ est large et concerne tout aussi certains risques alimentaires, sanitaires ou de pollution atmosphérique.

De tels risques font l'objet d'une attention particulière, car ils constituent directement ou indirectement une menace sérieuse pour les vies humaines et l'environnement. Dans ces conditions, la vulnérabilité est bien trop importante pour « courir le risque », par conséquent les actions mises en œuvre pour prévenir ces risques correspondent à des missions de surveillance dont l'objet est de comparer des indicateurs de risque à des seuils définis légalement.



Carte 1 : carte de synthèse de la méthode *Inondabilité* appliquée à la vallée de la Bourbre, dans l'Isère (source : [Gilard, 1995]) : les zones non inondées, les zones inondées de façon acceptable (surprotégées) et les zones inondées de façon inacceptable (sous-protégées) apparaissent respectivement en jaune, en vert et en rouge

La méthode *Inondabilité* donne une illustration didactique de la notion de risque maximum acceptable (RMA). Dans cette méthode, aléa et vulnérabilité s'expriment tous deux comme une période de retour d'inondation :

- concernant l'aléa et pour une parcelle considérée, la période de retour est directement liée à l'estimation de la fréquence de la crue (c'est-à-dire la probabilité annuelle de survenance de la crue),
- concernant la vulnérabilité et pour la même parcelle, la période de retour est la valeur seuil au-delà de laquelle on n'accepte plus que la parcelle soit inondée.

À partir des valeurs obtenues sur chaque parcelle, il est aisé de distinguer 3 zones [Gilard, 1995] (cf Carte 1) :

- les zones non inondées : aléa = 0,
- les zones inondées de façon acceptable : aléa < vulnérabilité \Leftrightarrow on parle de risque négatif et de zones surprotégées ou à « crédit de protection »,
- les zones inondées de façon inacceptable : aléa \geq vulnérabilité \Leftrightarrow on parle de risque positif et de zones sous-protégées ou à « déficit de protection ».

La méthode *Inondabilité* repose ainsi sur le principe de Risque Maximum Acceptable et permet d'appréhender la prévention du risque inondation par l'établissement de valeurs seuils. Ce type de démarche fondée sur la détermination du risque à partir de seuils est également employée entre autre pour des risques de type nucléaire [CEA, 1998] ou écotoxicologique [Vindimian, 1999]. L'ensemble de ces approches est implicitement sous-tendue par la notion de *risque acceptable*, mettant en balance les conséquences dommageables potentielles du risque (gestion de la vulnérabilité et des enjeux) et le pari sur la réalisation effective du risque en regard des dispositions préventives adoptées (gestion de l'aléa). Pour plus de détails sur cet aspect de la gestion des risques, nous renvoyons le lecteur à notre travail de synthèse [Gleyze, 2002 (a)] ainsi qu'à [Barthélémy *et al.*, 1998], [Bernier, 1999], [Blancher & Marris, 1998], [Dauphiné, 2001], [Leroy & Signoret, 1992] et [Zimmermann, 1994].

A.1.4.4 DE LA DÉTERMINATION DU NIVEAU DE RISQUE À LA DÉCISION

Après avoir identifié, évalué et quantifié le risque, les experts élaborent une représentation du risque sous la forme d'un document synthétique, comparatif ou cartographique, qui constituera la base de réflexion des décideurs et des aménageurs. L'étude de risque entre alors dans la phase d'aide à la décision.

La manière d'appréhender le risque dans une optique de prévention dépend pour beaucoup d'une quantification économique des décisions possibles. Ce calcul est un compromis entre le coût des aménagements et les pertes déplorées en cas de sinistre. Formellement, la démarche relève de *l'économétrie de la prévention*, définie comme l'évaluation des effets attendus ou observés d'actions préventives en termes de coûts et de bénéfices (recettes) et de leur intérêt économique global, par comparaison entre des solutions – en particulier celle consistant à ne rien faire. L'exemple ci-dessous schématise très simplement la comparaison des coûts et bénéfices économiques de deux solutions envisageables à un problème de prévention de risques [Bernier, 1999].

Énoncé

Une route franchit une rivière au niveau d'un pont non protégé. L'aménageur local se demande s'il est judicieux économiquement de construire une protection sur le pont, étant donné le coût d'aménagement, la fréquence des accidents de camion et les pertes déplorées selon qu'il y ait ou non une protection.

Il y a donc deux événements possibles quantifiés par leur probabilité d'occurrence :

- la chute de camion dans la rivière,

- la « non-chute » de camion dans la rivière ;
- ...et deux décisions d'aménagement dont on connaît les coûts :
- ne rien faire,
- aménager une protection autour du pont.

Le coût global est alors estimé pour chacun des 4 scénarios et recensé dans un tableau d'analyse des décisions (cf Tableau 10).

Tableau 10 : exemple de tableau d'analyse des décisions relatives à l'aménagement d'un pont (source : [Bernier, 1999])

		Événement et probabilité P associée	
		Chute ($P=0,1$)	Non-chute ($P=0,9$)
Décision	Pas de protection	coût = 50	coût = 2
	Construction d'une protection	coût = 15	coût = 5

Résolution

Chaque action préventive a un coût égal à la somme :

- des coûts d'aménagement associés,
- des coûts enregistrés à la suite des différents événements possibles et pondérés par leur probabilité d'occurrence.

Dans le tableau ci-dessus, le coût d'aménagement de la protection est intégré au coût global des scénarios concernés. On enregistrera ainsi :

- pour la décision de construire une protection, un coût de : $5 \times 0,9 + 15 \times 0,1 = 6$,
- pour la décision de ne rien faire, un coût de : $2 \times 0,9 + 50 \times 0,1 = 6,8$.

Le risque étant ici quantifié par l'espérance du coût économique global (cette caractérisation demeurant discutable en soi), la décision associée la plus avantageuse est de construire une protection.

Dans la pratique, la quantification du risque ainsi que les solutions envisageables procèdent de démarches plus complexes, plus délicates et moins objectives, à l'image des difficultés rencontrées dans les étapes d'analyse de l'aléa et de la vulnérabilité.

Par exemple, l'évaluation de la pertinence d'une décision peut intégrer non seulement l'éventualité d'avoir pris une mauvaise décision en regard du risque encouru, mais aussi celle d'avoir pris une décision trop contraignante lorsque le risque n'est pas aussi fort que prévu.

Ce schéma correspond aux deux types d'erreurs formalisés en statistique pour l'acceptation ou le rejet d'une hypothèse H :

- l'erreur de 1^{ère} espèce ou erreur de type α : le décideur rejette l'hypothèse H alors que celle-ci est vraie,
- l'erreur de 2^{nde} espèce ou erreur de type β : le décideur accepte l'hypothèse H alors que celle-ci est fautive.

Exemple

Cette double facette de la prise de décision se retrouve dans le domaine industriel et les problèmes de qualité pour lesquels il s'agit de décider si un produit doit être commercialisé ou mis au rebut.

Les différentes situations sont synthétisées dans le Tableau 11.

Tableau 11 : récapitulatif des risques à prendre en compte dans la commercialisation d'un produit (source : [Eynard, 1999])

		Décision	
		Le produit est bon	Le produit est mauvais
Situation réelle	Le produit est bon	OK	Risque du producteur
	Le produit est mauvais	Risque du consommateur	OK

S'agissant de décider si le produit est bon (hypothèse H de travail) et peut donc être commercialisé, le décideur est confronté :

- au risque de mettre à tort le produit au rebut : c'est le risque du producteur (erreur de type α) qu'il s'agira de réduire afin de minimiser les pertes économiques,
- au risque de commercialiser le produit à tort : c'est le risque du consommateur (erreur de type β) qu'il s'agira de réduire afin de satisfaire le client et crédibiliser le produit.

Cependant, les moyens d'action pour réduire un risque ne se limitent pas à prendre des décisions d'aménagement relevant d'une politique de protection. Les moyens d'action pour réduire le risque se déploient en effet autour de ses TROIS composantes et peuvent ainsi consister :

- à réduire l'aléa, en effectuant par exemple des travaux d'aménagements,
- mais également à réduire la valeur des enjeux, en modifiant par exemple l'occupation des sols ou en répartissant les enjeux de manière plus intelligente,
- ou encore à réduire la vulnérabilité des enjeux, en améliorant leur capacité de résistance.

L'analyse de la vulnérabilité constitue ainsi un levier pour maîtriser et réduire les risques, au même titre que les actions plus conventionnelles consistant à jouer sur les aspects physiques (aléa) ou économiques (enjeux) du risque.

A.1.5 SYNTHÈSE - OUVERTURES DE RECHERCHE EN GÉOGRAPHIE

Le risque existe dès lors qu'un aléa menace des enjeux vulnérables sur un territoire.

Cette formule reprend tous les termes clés relatifs au risque, à savoir :

- **l'aléa** : il décrit le phénomène dommageable redouté, c'est-à-dire sa nature, son intensité et sa probabilité d'occurrence,
- **les enjeux** : bien que n'apparaissant pas explicitement dans la plupart des définitions du risque, ils correspondent aux entités menacées par le risque et sont caractérisés par leur valeur (vénale, d'usage ou fonctionnelle selon le cas [Leone *et al.*, 1995]),
- **la vulnérabilité** : pour un enjeu donné, elle correspond formellement à la propension de cet enjeu à être endommagé consécutivement à chacun des phénomènes dommageables envisageables – elle s'exprime la plupart du temps comme une fonction associant à chaque phénomène dommageable un pourcentage ou un degré d'endommagement de l'enjeu et, de ce fait, est homogène à une fonction de dégradation relative et non à une fonction de dégradation absolue, comme il est d'usage de le voir lorsque vulnérabilité et enjeux sont amalgamés.

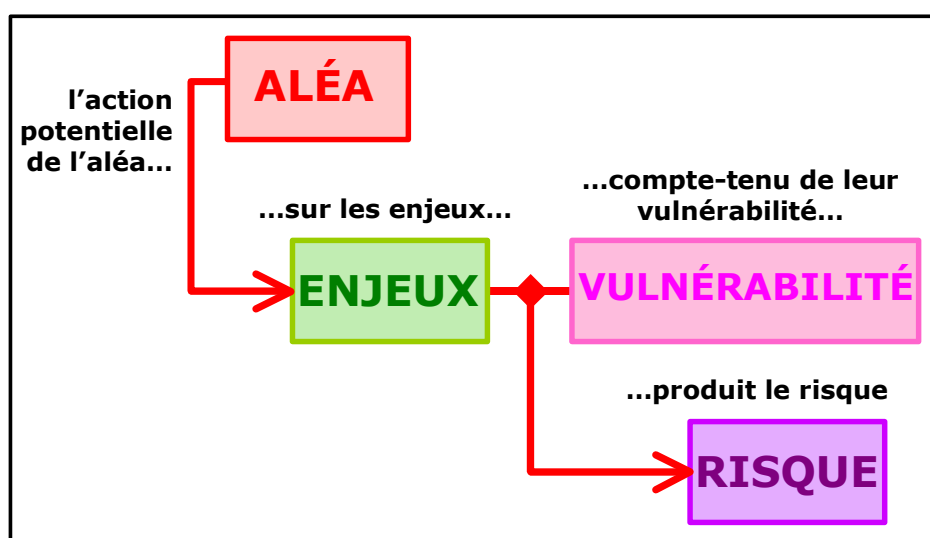


Figure 7 : situation des notions d'aléa, d'enjeux et de vulnérabilité dans le mécanisme produisant le risque

La Figure 7 situe ces différentes notions les unes par rapport aux autres afin de bien mettre en évidence le mécanisme produisant le risque. Par construction, le produit « vulnérabilité × enjeu » correspond pour un aléa donné à la quantité « degré d'endommagement × valeur de l'enjeu », c'est-à-dire au dommage potentiel que subirait l'enjeu si l'aléa venait à se réaliser. La Figure 8 reprend la construction du risque vue en Figure 7 et situe par analogie la notion de dommage en « activant » l'aléa. Nous retrouvons ici les associations aléa ↔ catastrophe et risque ↔ dommages, pour lesquelles l'usage de l'un ou de l'autre des termes dépend du point de vue probabiliste ou déterministe que l'on adopte.

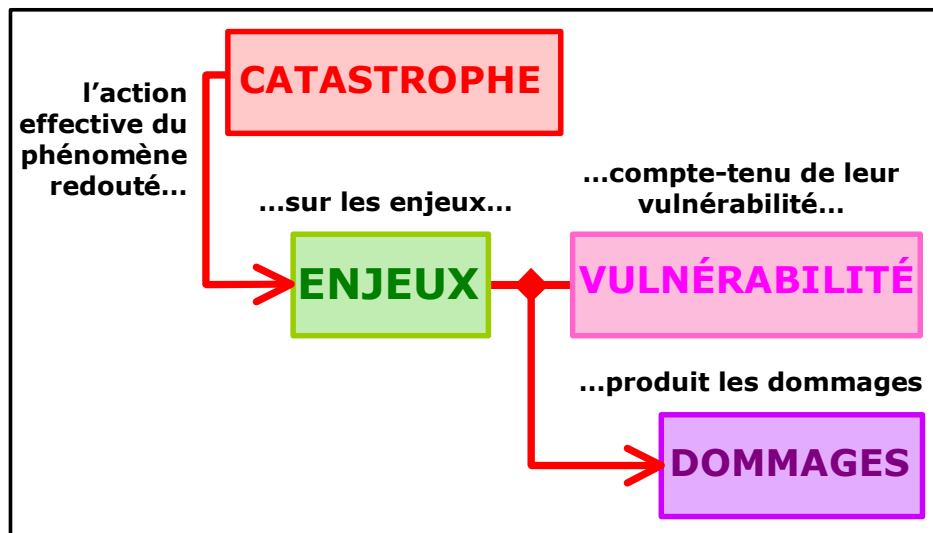


Figure 8 : situation des notions de catastrophe, d'enjeux et de vulnérabilité dans le mécanisme produisant les dommages (cette figure reprend le mécanisme de la Figure 7 en envisageant la réalisation de l'aléa)

Ce parallèle réalise le lien entre les notions d'enjeux et de vulnérabilité d'une part, et la notion de dommages d'autre part. Il apparaît ainsi que la manière la plus appropriée d'appréhender la vulnérabilité consiste à étudier les dommages potentiels auxquels sont soumis les enjeux en vertu de l'équation : dommages = enjeux × vulnérabilité.

Concernant les dommages eux-mêmes, les distinctions usuellement effectuées offrent une trame d'étude pour étudier la vulnérabilité :

- la distinction des effets directs et indirects du phénomène permet de faire la part des dommages provoqués par l'action physique du phénomène de ceux induits en cascade ;
- la distinction des valeurs tangibles et intangibles parmi les enjeux permet de faire la part des dommages chiffrables de ceux pour lesquels des considérations d'autres ordres (sociologique, médical, légal, etc.) doivent être prises (il s'agit en particulier des dommages aux individus et des dommages irréparables à l'environnement, au patrimoine, etc.).

Ceci étant, la détermination du niveau de risque est souvent réalisée sous la forme d'un croisement entre aléa et vulnérabilité, dont la forme mathématique dépend pour beaucoup de la précision des données en entrée et du résultat souhaité en sortie. Le

croisement est essentiellement effectué grâce à des clés de détermination du risque (tableaux à double entrée lorsque les champs aléa et vulnérabilité sont discrets) ou à une analyse coût-bénéfice (étude probabiliste quantitative).

Cette rapide synthèse sur le risque et les notions afférentes laisse deviner l'importance des liens existant avec le domaine de la géographie et de l'analyse spatiale.

Le risque est en effet indissociable du territoire, au point que le terme consacré de « risque territorialisé » pose la question de savoir si l'on s'intéresse aux territoires associés à un risque ou bien aux risques associés à un territoire [November, 2000] ! De fait, la territorialisation du risque se manifeste de plusieurs manières, rendant d'autant plus complexe l'analyse spatiale et géographique du risque [Decrop, 1998] :

- physiquement : le territoire varie avec le relief, le climat, les écosystèmes, etc.,
- humainement : les enjeux et les populations se répartissent de manière hétérogène en zones urbaines, rurales et intermédiaires,
- administrativement : le découpage de l'espace est hiérarchisé, depuis le niveau national ou régional jusqu'au niveau communal et même parcellaire dès lors qu'entrent en jeu des considérations légales.

Ces singularités sont particulièrement importantes dans la caractérisation des différentes composantes du risque, mais aussi dans la prise en compte de la perception sociale du risque et dans l'organisation des secours en cas de crise (ces deux derniers points relèvent plus particulièrement de facteurs humains et administratifs).

En amont, la géographie intervient également d'un point de vue technique. Intégrer la composante territoriale au risque implique de formaliser l'espace ainsi que les modélisations, les traitements et les représentations associés. De manière schématique, les domaines de compétence ont trait :

- aux données : quels modèles, quels schémas, quelles données et quelle qualité de données adopter pour une étude de risque ? (voir par exemple [Gendreau & Oberlin, 1998] et [Rousseaux, 2003] pour la modélisation du terrain dans une étude de risque inondation, ou encore [Chalumeau, 2000] pour le découpage de l'espace dans une étude de risque de délinquance urbaine) ;
- à l'analyse spatiale : quelle échelle, quelles méthodes de croisement des informations et d'analyse des données mettre en œuvre ? (l'étude de l'[Agence de l'Eau Seine-Normandie, 1995] présente un bon exemple de choix d'échelles et d'unités géographiques pour un cours d'eau, la méthode *Inondabilité* exposée par [Gilard, 1995] ou encore l'étude du risque TMD par [Glatron, 1997] offrent un aperçu intéressant des problèmes de croisement de données de type aléa – enjeux – vulnérabilité) ;
- à la cartographie : quelles classes de valeurs, quelle sémiologie, quels supports choisir ? (voir à ce titre notre synthèse [Gleyze, 2002 (a)] ou encore les travaux de [Chesneau, 2004]).

Ce bref panorama montre combien la composante géographique du risque est omniprésente, quelle que soit la thématique sous laquelle celui-ci est abordé (dynamique, économie, sociologie, aménagement, etc.). En guise de synthèse, nous proposons en Figure 9 les aspects du risque pour lesquels la géographie est susceptible de fournir un apport théorique.

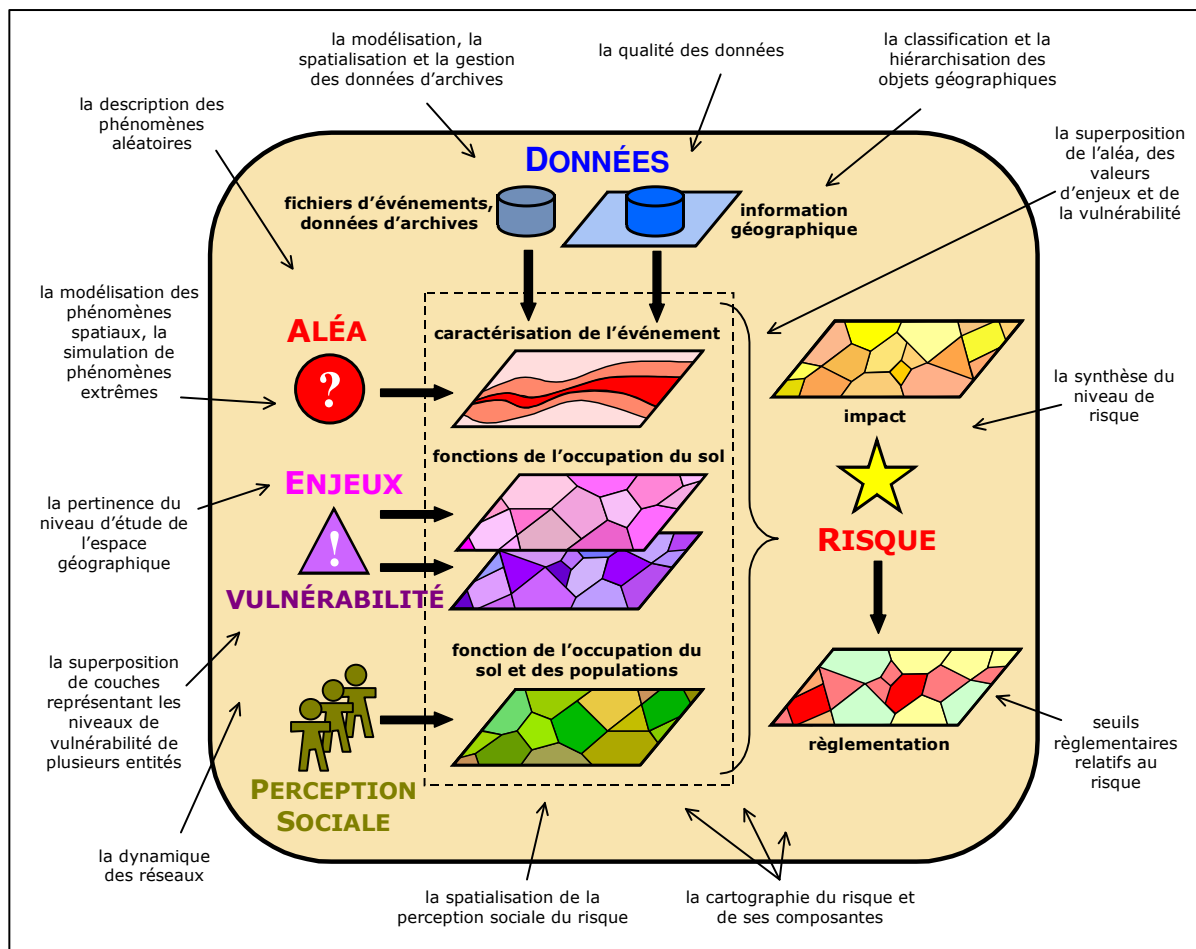


Figure 9 : apports potentiels de la géographie dans le domaine du risque (liste non exhaustive)

Alors que les aléas et les dommages directs mobilisent de nombreuses études pointues dans des domaines précis (dynamique, hydrologie, mécanique, etc. pour les aléas, et économie pour les dommages directs), l'étude de la vulnérabilité et des dommages indirects reste encore timide tant les domaines impliqués sont variés (probabilités et statistique, économie, sociologie, etc.).

Si les études réalisées en pratique sur ce sujet restent très contextuelles tant au niveau des phénomènes que des angles d'approche, il n'en demeure pas moins que la géographie constitue un dénominateur commun capable de fédérer les recherches et d'apporter une vision plus globale et synthétique des problèmes associés.

En particulier, les réseaux constituent des objets géographiques d'étude intéressants, car ils participent fortement à l'organisation des territoires et possèdent des structures et des logiques de fonctionnement idéales pour appréhender les notions de vulnérabilité et de dommages indirects – nous pensons en particulier aux phénomènes de perturbations [Gleyze, 2001 (a)]. Le deuxième chapitre de cette partie développe cette perspective et présente le contexte et la problématique du travail de recherche que nous nous sommes fixés.

CHAPITRE A.2

LES *VULNÉRABILITÉS* DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

De la notion de *risque* à celle plus élaborée de *vulnérabilité structurelle des réseaux de transport* existe un monde de définitions, de concepts et de questions dont nous avons donné les premières clefs dans le chapitre précédent. Nous y avons en effet défini les notions relatives au risque et dégagé des directions de recherche porteuses dans le domaine de la géographie. En particulier, l'étude de la vulnérabilité et des dommages indirects constitue un champ de recherches pour lequel la composante géographique des phénomènes représente une donnée fondamentale. Parmi les objets constitutifs du territoire, les réseaux offrent certainement le support le plus éloquent pour étudier les phénomènes de dommages en cascade, inhérents aux notions de vulnérabilité et de dommages indirects.

Dans ce deuxième chapitre, nous proposons de situer cette question dans son contexte : pour cela, nous apprécierons les enjeux liés aux risques menaçant les réseaux, puis nous en présenterons les ressorts dans le cas particulier des réseaux de transport. La formalisation des *vulnérabilités* développée à cet effet nous servira de tremplin pour cerner dans le troisième et dernier chapitre de cette partie la problématique de notre travail de thèse autour de la notion de *vulnérabilité structurelle*.

A.2.1 RISQUES ET RÉSEAUX

A.2.1.1 DE L'IMPORTANCE DES RÉSEAUX DANS L'ÉTUDE DES RISQUES MENAÇANT UN TERRITOIRE

Ainsi que nous l'avons vu dans le premier chapitre de cette partie, le risque existe au travers de la menace qu'exerce un aléa sur des enjeux vulnérables. Les enjeux correspondent aux entités présentes au sol et soumises au phénomène catastrophique associé à l'aléa : cette définition succincte met en relief le lien étroit existant entre enjeux et occupation du sol, et par là même la nécessité d'approfondir la définition et la formalisation de l'espace géographique. Pour cela, nous élargissons la description figée de l'espace par les données d'occupation du sol en considérant la notion de territoire :

« Une portion de l'étendue terrestre appropriée et aménagée par un groupe humain, pour subvenir à ses divers besoins, constitue son « territoire » ; ce groupe organise le territoire en différents sous-espaces homogènes, répondant chacun à un besoin spécifique (habiter, produire, communiquer...) ; ces sous-espaces spécialisés, sont gérés de manière autonome par des groupes d'acteurs différents, qui entretiennent cependant un réseau de relations entre eux de manière à assurer le fonctionnement global du territoire. L'espace aménagé renvoie ainsi à différents niveaux d'organisation spatiale qui se traduisent par un enchevêtrement de configurations de nature, de forme, de taille variables : maillages administratifs, réseaux de communication, foyers d'activités, zones d'habitat... Ces configurations ne sont pas immuables mais au contraire sont remodelées en permanence, car l'espace est objet d'enjeux, et des rapports de force peuvent s'exercer entre des sous-espaces contigus. »

LE BERRE M. : *Principes de modélisation de la complexité spatiale, in Cheminements systémiques : du modèle AMORAL à une réflexion théorique en géographie*, juin 1986, pp. 107-115

Dans cette approche, les unités spatiales ont un rôle fonctionnel et interagissent entre elles par le jeu des acteurs peuplant et gérant un territoire en constante évolution [Blancher, 1998].

L'aspect spatial des phénomènes ne se limite donc pas à la statique des territoires et de l'occupation du sol, mais également à la dynamique des phénomènes qui s'y déroulent – en particulier les phénomènes induits par la logique de réseaux.

En 1985, dans leur ouvrage intitulé *La planète relationnelle*, Albert BRESSAND et Catherine DISTLER anticipaient ce que serait l'an 2000 et, à juste titre, avaient prévu un monde régi par l'« économie de réseaux ». Aujourd'hui, qu'il s'agisse de réseaux électriques, routiers, autoroutiers, ferroviaires, téléphoniques, hertziens, informatiques (etc.), les réseaux sont en effet enchevêtrés, omniprésents et « presque invisibles » tant ils paraissent naturels. Tandis qu'ils améliorent le bien-être de chacun faisant ainsi renaître « l'individu-roi », ils contribuent également à accroître la fragilité et l'instabilité des individus en rendant les agents hyperdépendants. De fait, une rupture de réseau paralyse non seulement un ensemble de consommateurs, mais provoque aussi des ruptures en chaîne sur d'autres réseaux : « les réseaux, reliés entre eux, sont menacés d'une thrombose généralisée. » [Izraelwicz, 1999]

Tous les maillons d'un réseau participent plus ou moins au bon fonctionnement de l'ensemble. Un individu intégré dans une multitude de réseaux se trouve à la fois plus indépendant des autres et en même temps dans une situation de plus grande dépendance. Le réassureur français Jacques Blondeau (cité par [Izraelwicz, 1999]) souligne à ce titre que les réseaux nationaux et internationaux contribuent à « une multiplication à un rythme exponentiel des risques ».

Ainsi, la vulnérabilité des territoires se ramifie à l'image des réseaux et une catastrophe naturelle ou technologique paralyse non seulement les régions sinistrées, mais également toutes celles qui en dépendent par l'intermédiaire de réseaux.

Au mois d'août 1999, on pouvait lire dans *Le Monde* à propos du séisme d'Izmit en Turquie (7,8 sur l'échelle de Richter) que « [l']infrastructure routière [avait] été sérieusement endommagée [et] l'accès à la région [était rendu] difficile. » Quelques mois plus tard, les tempêtes qui ont ravagé la France du 26 au 28 décembre 1999 ont sérieusement abîmé le réseau électrique « autoroutier ». Au lendemain des intempéries, le directeur de l'environnement d'EDF déplorait l'endommagement de « 36 lignes de très haute tension, de 400000 volts, soit le quart [du] réseau ». Et d'ajouter : « La France est coupée en deux d'une ligne allant de Nantes à Strasbourg. Il n'y a plus d'interconnexion entre le nord et le sud du pays, ce qui accentue encore la fragilité car [EDF ne peut] pas apporter de secours supplémentaires entre les régions. » Par ailleurs, ces dégâts sur le réseau électrique français ont provoqué des perturbations sur d'autres réseaux, privant entre autre des milliers de foyers d'eau potable ou de téléphone.

Ces événements ont accru la prise de conscience de la vulnérabilité des réseaux par les pouvoirs. Dans la plaquette de présentation de la prévention des risques [MATE, 2000 (b)], le délégué-adjoint aux risques majeurs du Ministère de l'Aménagement du Territoire et de l'Environnement note la nécessité des progrès à réaliser « pour augmenter la robustesse des constructions, des entreprises et des réseaux face aux événements

naturels. La vulnérabilité des réseaux aux tempêtes de décembre [1999] a en particulier révélé que cet aspect avait sans doute été insuffisamment pris en compte par leurs gestionnaires. Ce sera l'une des actions des années à venir que de progresser en ce domaine. »

Ainsi, au-delà des considérations thématiques présentées en A.1, l'étude géographique de la vulnérabilité et des dommages indirects induits par l'endommagement des réseaux est justifiée aussi – et surtout – par l'ampleur et les difficultés d'appréciation dont ceux-ci font l'objet. Avant d'entrer plus en détail dans les problématiques de recherche associées, nous proposons de présenter brièvement les notions de réseaux et de risques de réseaux en géographie.

A.2.1.2 DÉFINITION DES RÉSEAUX - LA RÉALITÉ DES RÉSEAUX D'INFRASTRUCTURE

« Un indicateur simple caractéristique du réseau sur un territoire est l'existence d'échanges ou, plus généralement, de mises en relation entre les différents acteurs » [Groupe Réseaux, 1987].

Nous avons retenu cette définition du réseau sur un territoire, car celle-ci recoupe les différentes acceptions que l'on rencontre implicitement dans les très nombreux domaines concernés par cette notion. Dans les études de réseaux que nous avons consultées au cours de notre travail, nous avons en effet observé que le sens du terme « réseau » était communément admis et n'exigeait pas de précisions particulières. Cette remarque dépeint l'évidence de ce terme dans ses différents contextes d'utilisation. À titre d'exemple :

- En sociologie, dans leur ouvrage méthodologique consacré aux réseaux sociaux, [Wasserman & Faust, 1994] n'abordent la notion de réseau social qu'à l'issue de 20 pages d'introduction. La définition qu'ils proposent est aussi pertinente qu'évidente : « un réseau social est caractérisé par un (ou plusieurs) ensemble(s) fini(s) d'individus et la (ou les) relation(s) définie(s) sur celui-ci (eux-ci)⁷ ».
- En géographie et en aménagement du territoire, dans son introduction à l'ouvrage intitulé sobrement *Graphes et réseaux*, [Mathis, 2003] définit implicitement les réseaux à partir des graphes mathématiques qui en assurent la modélisation. Au-delà des correspondances avec les « réseaux de transport [...] d'acteurs, de communication, etc. » tenues pour acquises, la réalité des réseaux de l'« aménagement-urbanisme » tient essentiellement à leur représentation par des graphes : dans le contexte de cette approche méthodologique, le réseau est défini avant tout par la structure sous-jacente organisant les échanges ou les relations sur le territoire ou sur la ville.

⁷ traduit de l'anglais par nous

La consultation de dictionnaires spécialisés reprend ces idées en mettant plus ou moins en avant les notions d'échange et d'« acteurs » (individus, lieux) réalisant ces échanges. Dans le *Dictionnaire de Géographie*, [George, 1970] associe le réseau à un système « esquissant et, dans certains cas, promouvant une organisation de l'espace brut » selon un « tracé convergent [ou un] maillage ». Dans les *Mots de la Géographie*, [Brunet et al., 1993] définissent dans le même esprit le réseau comme un « ensemble de lignes ou de relations ».

Les développements qui suivent dépassent cependant le parallèle conventionnel « réseau – échanges, relations » en introduisant une distinction entre les réseaux matériels (type « voiries ») et les réseaux immatériels (type « flux urbains »). Cette différenciation entre réseaux matériels et réseaux immatériels se trouve être très précieuse pour nous, car elle nous permet de préciser l'objet « réseau » dans le contexte de notre étude :

L'approche géographique de la vulnérabilité et des dommages indirects exige des objets d'étude d'être ancrés matériellement sur le territoire afin de donner prise à l'action physique des phénomènes et de générer en cascade des dommages indirects.

Parmi les objets du territoire structurés en réseaux, cette approche concerne donc spécifiquement les **réseaux d'infrastructure**⁸ : sur de tels réseaux, le mécanisme produisant les dommages indirects opère en effet par le biais des dommages directs aux infrastructures.

Ce point est d'autant plus pertinent que les réseaux d'infrastructure sont aujourd'hui omniprésents, particulièrement en milieu urbain. La concentration d'hommes et d'activités, l'accumulation de richesses, la présence de hiérarchies politique et économique caractéristiques du milieu urbain y favorisent en effet la multiplication des flux d'échanges d'hommes, de matière, d'énergie et d'information et donc des infrastructures qui les sous-tendent [Blancher, 1998]. Celles-ci peuvent être sommairement classées en deux grandes familles [Gleyze, 2002 (b)] :

- les réseaux de transport – qui, comme nous le verrons, constituent l'objet de notre travail : ils organisent les déplacements des personnes et des marchandises,
- les réseaux techniques : loin d'être secondaires, ils acheminent les énergies (eau, gaz, électricité), les informations (télécommunications), etc.

Les réseaux d'infrastructure apparaissent en définitive comme des moyens de véhiculer énergie, information, biens, personnes, etc. Le revers de ce mode de fonctionnement est l'acheminement de catastrophes, l'existence de mécanismes de perversion des capacités de contact et de communication des réseaux [Kerven & Pateyron, 1995]. De fait, les dysfonctionnements et l'endommagement physique des réseaux sont générateurs de risque, comme nous allons le voir maintenant.

⁸ Dans la suite de ce mémoire – et sauf mention contraire – le terme de « réseau » sera implicitement associé à « réseau d'infrastructure », et plus précisément à « réseau de transport » si le contexte le suggère.

A.2.1.3 LES RISQUES DE RÉSEAUX

Les dépendances croissantes des populations vis-à-vis des réseaux d'énergie, de communication et de transport amplifie en parallèle leur vulnérabilité aux risques d'interruption de ces mêmes réseaux [NHRC, 2000].

Les réseaux de téléphone et d'électricité sont facilement endommagés, mais aussi rapidement réparés : par exemple, il n'a fallu que six jours et demi pour restaurer l'électricité à Kobé au Japon après le séisme du 17 janvier 1995 (magnitude 7,2 sur l'échelle de Richter). En revanche, en ce qui concerne les ponts, ports et aéroports, les dommages sont rares mais les réparations sont longues et coûteuses.

Au-delà des dommages purement matériels, les dysfonctionnements de réseaux se répercutent sur les activités et les échanges qui en sont tributaires : par exemple, une coupure d'électricité peut sérieusement compromettre l'assainissement et la distribution de l'eau. Cette interdépendance entre les réseaux rend l'estimation de la vulnérabilité et des dommages potentiels particulièrement délicate. L'expression de la vulnérabilité aux risques de réseaux dépend ainsi de nombreux paramètres, comme la sévérité des dommages déplorés, le délai de l'interruption, le coût de réparation, le coût du service de remplacement pendant l'interruption, les conséquences sur les autres réseaux, etc. Néanmoins, la considération des risques de réseaux doit raisonnablement exclure les situations engendrées par les guerres, le terrorisme, et une partie des catastrophes sanitaires [Chaline & Dubois-Maury, 1994]. Par ailleurs, de même que la gestion des risques s'effectue à un niveau collectif (le risque individuel étant assumé par les assurances), l'étude du risque de réseau délaissera le risque généré au niveau de l'individu (ex. : accident de voiture) ou de l'entreprise (ex. : perte d'un central téléphonique).

Le risque de réseau peut être ainsi assimilé à un événement aléatoire (en nature, en intensité et dans le temps) perturbant le fonctionnement et l'évolution du territoire dépendant du réseau considéré.

La survenance d'un tel événement peut être causée par la Nature, le dysfonctionnement même de systèmes ou de réseaux, ou encore la défaillance des organisations publiques [Chaline & Dubois-Maury, 1994].

Cette définition reste très générale, car l'impact des risques sur les réseaux se manifeste selon autant de manières qu'il existe de types de réseaux et de fonctionnements. Tout au mieux peut-on établir une **typologie des aléas**, ce que propose [Blancher, 1998] dans le cas particulier des risques associés aux réseaux techniques urbains⁹. Ceux-ci peuvent se répartir selon les catégories suivantes :

- nuisances et pollutions dues au fonctionnement normal des réseaux (bruit, échappements...)

⁹ nous aborderons les questions d'aléa sur les réseaux de transport en A.2.2.1

- risques liés à la rupture d’approvisionnement, la panne ou la grève : rupture du service, mais pas de l’infrastructure qui le sous-tend ;
- risques dus à la saturation, au sous-dimensionnement du réseau (sur demande d’électricité, saturation de l’évacuation des eaux de pluie...) ;
- risques liés à la fuite, à l’accident, à la rupture de l’infrastructure ou à la dégradation d’un de ses composants – l’accident peut provenir d’une erreur technique, d’un défaut de conception, d’une erreur de conduite, de vandalisme, de terrorisme ou encore d’une catastrophe naturelle ;
- risques liés au parasitage, au piratage, à la pollution externe des réseaux, à leur utilisation détournée (atteintes à la confidentialité, rejets de produits toxiques dans les réseaux d’eau...) ;
- nuisances et risques liés à la construction et aux travaux sur les réseaux (jusqu’à provoquer des ébranlements et des glissements de terrain).

La description des risques de réseaux peut également être enrichie en détaillant les **facteurs de vulnérabilité**, c’est-à-dire les facteurs expliquant et aggravant les effets des risques (cf A.1.3.1). Par exemple, dans le cas particulier des risques associés aux réseaux techniques urbains¹⁰, [Blancher, 1998] identifie les facteurs suivants :

- La localisation spatiale et la densité : la concentration et la multiplication des interactions accroissent la vulnérabilité. La densité est d’autant plus un facteur de la vulnérabilité que le site est soumis à un risque majeur.
- L’enterrement des réseaux et l’urbanisme souterrain : la multiplication des réseaux souterrains conduit à un encombrement du sous-sol. Elle rend les différents réseaux interdépendants en même temps que la localisation des pannes est rendue difficile.
- Les interdépendances et les effets d’une concentration de réseaux¹¹ : parce que les réseaux structurent l’espace, ils peuvent aussi diffuser les sinistres en déplaçant l’aléa (ex. : la pollution des eaux) ou en diffusant et en amplifiant l’impact de l’aléa

¹⁰ nous aborderons les questions de vulnérabilité sur les réseaux de transport en A.2.2.2

¹¹ Les phénomènes d’interactions entre les réseaux dans un contexte de risques relèvent des effets « boule de neige » évoqués en A.1.3.2. [Rocher, 1987] formalise les interactions fonctionnelles et géographiques des réseaux en les répartissant selon les deux modes « vulnérabilité » (au sens littéral du terme) et « agressivité » :

- un réseau *R1* est « vulnérable » vis-à-vis d’un réseau *R2* lorsque le bon fonctionnement de *R1* est conditionné par celui de *R2* : la vulnérabilité correspond ainsi à la dépendance fonctionnelle de *R1* vis-à-vis de *R2* ;
- un réseau *R1* est « agressif » vis-à-vis d’un réseau *R2* lorsqu’un accident sur le réseau *R1* peut se transmettre sur le réseau *R2*, par proximité géographique ou interaction : l’agressivité correspond ainsi à la capacité de propagation des accidents du réseau *R1* vers le réseau *R2*.

Cette formalisation permet notamment à [Rocher, 1987] de définir et mesurer les risques induits par les interactions entre les réseaux, ainsi que d’améliorer la description des scénarios d’aggravation. Néanmoins, nous n’entrons pas dans le détail de ces interactions, car selon les hypothèses de travail que nous avons formulées en A.1.3.2, les phénomènes dommageables associés peuvent être considérés séparément sur chacun des réseaux en décomposant la chaîne des risques.

(ex. : une catastrophe urbaine entraîne des embouteillages et provoque le ralentissement des secours).

- La concentration du commandement et des pouvoirs dans le milieu urbain : dans cette perspective, la ville et ses territoires environnants sont envisagés comme un bassin-versant de risques dans lequel une catastrophe peut entraîner successivement urgence, crise puis chaos lorsque aucun système de communication alternatif ne peut épauler les autorités politiques. Par exemple :
 - la gestion d'une inondation de cave correspond à une situation d'urgence ;
 - la gestion de crise consiste pour les pouvoirs locaux à s'organiser au mieux pour réduire les effets irrésistibles d'une catastrophe : par exemple, lors des inondations de Vaison-la-Romaine, il s'agissait d'alerter et d'informer à défaut de pouvoir secourir ;
 - la situation de chaos est caractérisée par l'absence des pouvoirs locaux, comme lors des inondations de Nîmes avec la coupure des réseaux d'électricité et de téléphone et les pillages en centre-ville.

En dehors des dommages directs imputables à l'action physique des phénomènes, les risques de réseaux se distinguent par la menace qu'ils représentent pour la dynamique des réseaux et les relations qu'ils entretiennent avec le territoire et les autres réseaux. Cette particularité souligne la dimension que prennent en conséquence les notions de vulnérabilité et de dommages indirects pour ces objets géographiques.

Les quelques exemples de risques de réseaux que nous présentons maintenant illustrent certains des problèmes-types que l'on peut rencontrer dans ce contexte.

A.2.1.4 EXEMPLES DE PROBLÈMES CLASSIQUES LIÉS AUX RISQUES DE RÉSEAUX

Dans les lignes qui suivent, nous proposons d'aborder trois études qui nous ont paru représentatives des problèmes liés à l'endommagement des réseaux et des approches adoptées pour y répondre. Ces études concernent :

- les risques de réseaux urbains : ceux-ci sont l'occasion d'aborder l'enchaînement des dommages directs et indirects propre à la dynamique des réseaux et l'intérêt d'une approche selon des scénarios d'endommagement ;
- les risques de Transport de Matières Dangereuses (TMD) : l'étude des TMD offre un bon exemple de risque de réseaux spatialisé pour lequel la difficulté réside dans l'élaboration d'une démarche menant de l'identification du risque jusqu'à sa formalisation géographique ;
- les risques liés à l'endommagement des réseaux routiers : les études que nous présentons à ce sujet fournissent un exemple de risque de réseau entrevu sous ses seuls aspects économiques et pour lequel des perspectives de recherche dans le domaine de la géographie s'avèrent prometteuses.

Une méthodologie d'identification des scénarios catastrophiques en milieu urbain

La méthodologie d'analyse des risques de réseaux présentée ici se positionne autour de l'étude de scénarios [Rocher, 1987]. L'objectif est d'identifier puis d'évaluer les risques liés à la concentration de réseaux et à leurs interactions et conséquences vis-à-vis de la zone considérée par « effet domino ».

Selon [Rocher, 1987], le risque est caractérisé selon trois indicateurs reflétant les composantes aléa, vulnérabilité et leur combinaison, à savoir :

- la vraisemblance de survenue des accidents,
- la gravité des conséquences des événements,
- l'évaluation du coût direct et indirect des événements et de leurs conséquences.

Le modèle d'identification et d'analyse des scénarios depuis l'initiation de l'accident (aléa) jusqu'aux effets sur les composantes de la cité (enjeux et vulnérabilité) prend alors la forme indiquée en Figure 10.

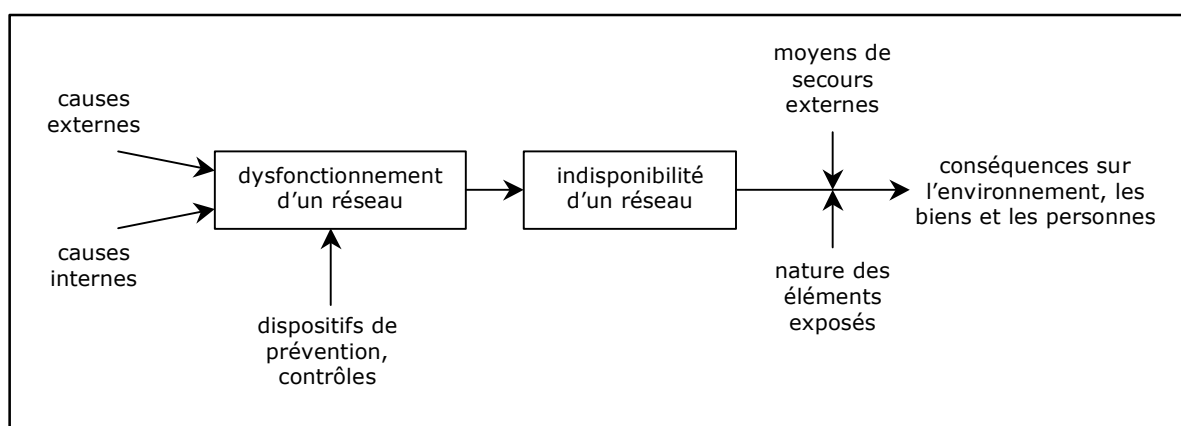


Figure 10 : scénarios menant de l'événement initiateur d'accident à l'événement redouté (source : [Rocher, 1987])

Sur ce schéma :

- Les causes externes sont issues de l'environnement naturel (séisme, inondations...), urbain (incendie, malveillance...) ou industriel (dysfonctionnements des autres réseaux, présence de sites dangereux...);
- les causes internes sont issues de défaillances possibles du réseau : rupture, fuite ou mauvaise isolation ;
- les moyens de protection et de secours externes ont pour rôle de minimiser les conséquences potentielles de l'accident ;
- la nature des éléments (ie composantes de la ville) exposés est variée : il peut s'agir d'autres réseaux, d'entreprises, de commerces, d'établissements scolaires, de résidences, etc. ;
- les conséquences sur l'environnement regroupent les conséquences technologiques, économiques et sociales sur les environnements urbain, naturel et humain.

L'approche présentée ici centre le risque de réseaux autour de sa dimension temporelle et donc de son impact en cascade par endommagements directs et indirects.

De ce fait, elle pose les questions relatives à l'enchaînement des endommagements et aux spécificités de la dynamique et des interactions des réseaux.

La méthode proposée pour appréhender et évaluer le risque consiste alors à envisager les catastrophes possibles sous forme de scénarios.

Le risque de Transport de Matières Dangereuses sur réseau routier

Avec cet exemple, nous abordons maintenant le risque de réseaux avec un regard applicatif. Le risque étudié ici concerne le Transport de Matières Dangereuses (TMD), dont la particularité réside dans la mobilité des menaces (caricaturalement : « les camions citernes sur les routes »). On parle ainsi de *risque-transport*, à différencier avec le *risque-site* qui concerne les menaces des matières dangereuses entreposées dans des dépôts [Glatron, 1997].

Cette distinction révèle l'importance de la composante spatiale dans la prise en compte du transport de matières dangereuses. Celle-ci se révèle notamment dans :

- la configuration géographique des sites et des activités liées à la fabrication, au transport et au stockage des matières dangereuses,
- le choix d'une description appropriée de l'espace pour l'étude d'un risque faisant intervenir plusieurs types d'objets spatiaux (en l'occurrence les entrepôts et les flux),
- la différenciation des risques-site et risques-transport,
- l'influence de la localisation des dépôts sur le risque évalué par l'intermédiaire du double aspect site-transport,
- le support de décision pour l'aménagement de l'espace et la lisibilité de l'information, à partir d'un SIG (Système d'Information Géographique).

Dans cette étude, l'activité même du transport est formalisée par la considération de deux sources de risques :

- la constellation ponctuelle des entrepôts pour le risque-site,
- la distribution des camions sur le réseau linéaire routier pour le risque-transport.

L'étude spatiale des risques de TMD fait ainsi appel aux deux principes suivants :

- le principe d'éloignement des installations (couplé aux réseaux de communication),
- la pratique du zonage (délimitation de périmètres autour des zones à risque, qu'il s'agisse de flux ou d'entrepôts de matières dangereuses).

Compte-tenu de cette réalité spatiale, les mesures réglementaires de prévention et de protection liées au risque de TMD sont confrontées au problème typique de *transfert de risque*. Celui-ci est induit par la logique des réseaux : la délocalisation d'un site dangereux répartit en effet la menace statique du risque-site sur les routes, et la transforme ainsi en une menace dynamique sous la forme d'un risque-transport (cf Figure 11).

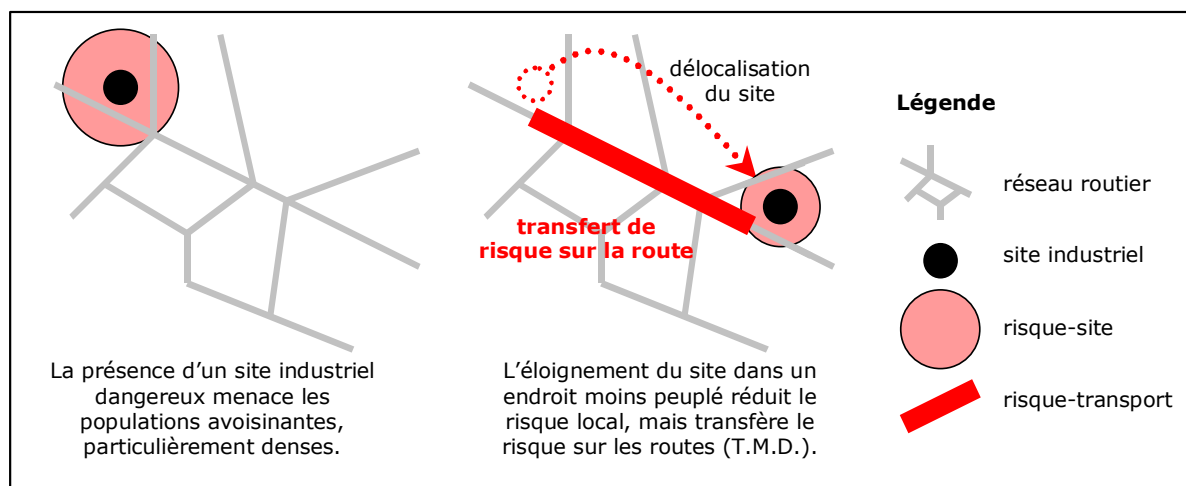


Figure 11 : illustration du principe de transfert de risque, dans le cadre des risques industriels et du TMD (source : [Gleyze, 2002 (a)], d'après : [Glatron, 1997])

La délocalisation des sites dangereux ne pose pas seulement le problème du transfert des risques, mais également des manques à gagner consécutifs à la fermeture de l'industrie pour la commune. Au lendemain de l'explosion de l'usine pétrochimique AZF de Toulouse en septembre 2001, certains maires de France hésitent à éloigner les sites industriels dangereux de leur commune étant donné les impôts locaux directs que rapportent ce genre d'activités [Grosrichard, 2001].

Cet exemple est particulièrement didactique, car il présente pour un risque très ciblé – ici le TMD – la démarche appropriée en géographie, depuis les hypothèses de travail jusqu'à la formalisation même du risque. À ce titre, le travail de [Glatron, 1997] nous a été très utile pour aborder la notion de risque et élaborer des méthodologies de travail en géographie du risque.

Concernant la thématique même de nos recherches, nous nous sommes concentrés sur un autre type de risques de réseaux dont les grandes lignes sont présentées dans le troisième et dernier exemple d'étude.

L'impact des défaillances du réseau routier

Au cours des recherches bibliographiques que nous avons effectuées sur les études de risque en géographie, il est surprenant de constater que les dommages provoqués par les défaillances des réseaux routiers pèsent souvent très lourds dans les bilans de catastrophe¹².

¹² En pratique, leur ordre de grandeur est souvent comparable au montant des dommages structurels directs. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point avec les exemples quantitatifs fournis en A.3.1. Par exemple, dans le cas de l'action d'une crue sur un réseau routier, le Ministère de l'Économie et du Cadre de Vie estimait en 1980 que les dommages indirects s'élevaient à environ 1/4 des dommages directs (cf [MECV, 1980]).

Les pertes associées correspondent aux dommages tangibles indirects sur le fonctionnement de l'ensemble des activités (activités à vocation économique, mais aussi sociale, de transport, de distribution ou de communication), exclusivement consécutifs aux dommages matériels directs sur le réseau routier. Le montant de ces « perturbations fonctionnelles » dépend à la fois [Leone *et al.*, 1995] :

- de l'importance des coupures enregistrées sur le réseau routier¹³ (nombre, localisation, durée) ;
- de l'importance des activités touchées par le dysfonctionnement du réseau routier ;
- de la gravité des désordres causés (par ex. : le nombre de personnes privées d'un service suite à l'inaccessibilité de ce dernier, l'augmentation des coûts des secours depuis un hôpital étant donné la non-disponibilité de certains tronçons de route, etc.) ;
- de la réaction de la société pour remédier à l'endommagement du réseau routier et à la reprise du fonctionnement normal des activités.

L'évaluation de ces dommages a déjà fait l'objet d'études, essentiellement à dominante économique.

- En 1980, le Ministère de l'Environnement et du Cadre de Vie [MECV, 1980] proposait de chiffrer le montant monétaire correspondant aux pertes de temps dans les transports routiers, à la suite de l'endommagement de tronçons de route dus aux effets indirects des crues. Une telle étude nécessite, d'une part, de caractériser les dégâts du réseau routier, c'est-à-dire d'identifier et de caractériser les coupures et les itinéraires de déviation, d'autre part, de déterminer des données économiques de référence concernant l'augmentation du coût de la circulation automobile et les heures de travail perdues. Ces données de référence ont pour objectif de mettre en relation la rentabilité horaire des investissements routiers et la valeur moyenne de l'heure travaillée : il devient ainsi possible d'avoir une estimation du coût du nombre d'heures perdues compte-tenu des coupures routières pour le scénario de crue envisagé.
- Plus récemment, une étude de même type a été menée afin de chiffrer économiquement les perturbations routières constatées sur l'ensemble de la région Ile-de-France dans le contexte précis d'une inondation de type 1910 ou 1955, avec ou sans effet des barrages en amont (cf annexe I) [Hydratec *et al.*, 1998 (a)][Hydratec *et al.*, 1998 (b)]. La méthode consiste à simuler le trafic routier à partir d'un modèle établi par l'IAURIF (Institut d'Aménagement et d'Urbanisme de la Région Ile-de-France) sur le réseau routier disponible, compte-tenu du scénario de

¹³ Les dommages matériels directs compromettent le bon fonctionnement du réseau en interdisant le passage au niveau de certains tronçons du réseau. L'enchaînement « dommages directs → dommages indirects » se manifeste ainsi sur les réseaux routiers par la localisation des « coupures », c'est-à-dire des tronçons devenus provisoirement impraticables. Dans la suite de notre étude sur la vulnérabilité des réseaux de transport, nous parlerons plus généralement de « rupture » lorsque nous ferons référence à l'indisponibilité des composantes des réseaux (non seulement des tronçons, mais aussi des nœuds).

crue retenu. Les résultats sont résumés au nombre total d'heures perdues par scénario, dont l'équivalent monétaire est obtenu selon des barèmes économiques tenant compte de la variabilité du trafic selon l'heure du jour, le jour de la semaine et le nombre de personnes par voiture.

Ces deux manières d'appréhender le problème considèrent les dommages indirects dans leur ensemble, c'est-à-dire en appliquant des règles de calcul agrégeant d'une part l'ensemble des activités sinistrées, et d'autre part les comportements individuels. Cette méthode d'évaluation des dommages indirects engendrés par les dysfonctionnements d'un réseau montre cependant ses limites par son approche exclusivement empirique. De premiers approfondissements seraient nécessaires pour ébaucher un modèle représentatif des dommages indirects induits par ces dysfonctionnements. Une seconde étape consisterait alors à paramétrer économiquement le coût et les effets de la circulation routière afin d'évaluer les pertes engendrées en fonction des perturbations mises en évidence.

S'agissant d'évaluer l'impact des perturbations fonctionnelles du réseau routier, une approche plus théorique consisterait à analyser la fiabilité du réseau en mesurant la sollicitation de chacun des tronçons de route pour mettre en relation les différents acteurs sur le territoire [Gleyze, 2001 (a)]. Compte-tenu de la configuration du réseau et de ses coupures potentielles, une telle approche permettrait notamment d'étudier l'évolution de l'accessibilité sur le territoire et de la distribution des aires d'influence des différentes activités : ce phénomène constitue le problème de report d'activités induit par la perturbation des réseaux de transport (cf Figure 12).

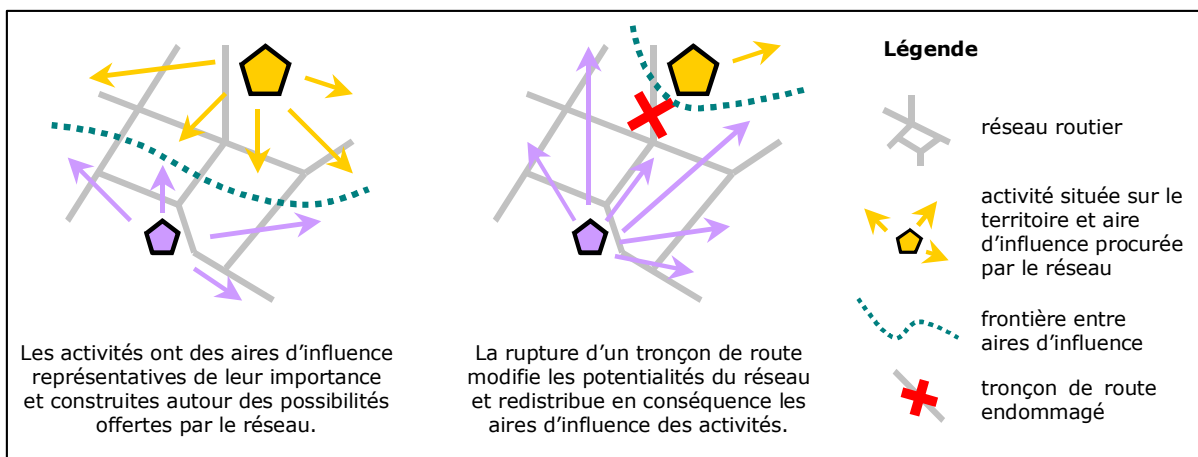


Figure 12 : illustration du principe de report d'activités consécutif à une perturbation du réseau routier (source : [Gleyze, 2002 (a)])

Cela étant, les difficultés consécutives aux coupures sur le réseau routier ne se limitent pas à l'observation des modifications de fonctionnement induites : le réseau est également contraint par sa capacité physique à supporter les flux, et son endommagement structurel peut rapidement conduire à des phénomènes de congestion

(surcharge de certains tronçons), voire à l'isolement de certaines parties du territoire d'autre part (déconnexion du réseau).

Synthèse

L'étude géographique de la vulnérabilité et des dommages indirects induits par l'endommagement des réseaux est pertinente à plusieurs titres :

- la question même de la vulnérabilité (et donc par inférence des dommages) reste peu étudiée jusqu'à présent,
- la géographie constitue une clef d'accès appropriée pour aborder cette question,
- de par leur dynamique spatiale et temporelle, les réseaux constituent enfin des objets idéaux pour étudier la propagation des catastrophes et les dommages indirects associés.

Dans cette lignée, la section suivante détaille les tenants et les aboutissants d'une telle étude appliquée aux réseaux de transport.

A.2.2 DE L'ÉTUDE DE L'IMPACT DES CATASTROPHES SUR LES RÉSEAUX DE TRANSPORT

La vulnérabilité des réseaux de transport reste une notion encore très vaste, tant la notion même de réseaux de transport et les modes d'endommagement associés demandent à être définis plus en détail. À cet effet, il s'agit :

- d'identifier au préalable les menaces : quels sont les aléas susceptibles d'endommager les réseaux de transport ?
- de lister les enjeux rattachés aux réseaux de transport : quels sont les éléments vulnérables associés aux réseaux de transport ?
- enfin de repérer les différents modes d'endommagement des enjeux : en quoi les enjeux sont-ils menacés et comment se répartissent les dommages (tangibles/intangibles, directs/indirects, etc.) ?

La première de ces questions est un préalable obligatoire à l'étude de vulnérabilité de tout enjeu : il ne peut en effet y avoir vulnérabilité et donc risque sans l'existence d'aléas.

Ceux-ci ayant été identifiés, les deux questions suivantes s'inscrivent dans la construction du système de risque et d'endommagement relatif aux enjeux des réseaux de transport. Par « système de risque et d'endommagement », nous entendons fournir ici un cadre d'étude qualitatif et quantitatif autour du processus d'endommagement et des notions afférentes, c'est-à-dire les enjeux, les facteurs de vulnérabilité, les modes d'endommagement, les dommages eux-mêmes et le risque qui en résulte. Par ce système, nous situons la vulnérabilité relativement (cf Figure 7 page 67 et Figure 8 page 68) :

- aux enjeux : la vulnérabilité est un attribut des enjeux,
- aux catastrophes (aléa) : la vulnérabilité est « activée » par l'impact des catastrophes sur les enjeux,
- aux dommages (risque) : l'action de la catastrophe sur les enjeux vulnérables produit les dommages.

Après avoir présenté sommairement les aléas menaçant les réseaux de transport, nous construisons ici le système de risque et d'endommagement associé, conformément à la trame des questions formulées ci-dessus. Comme annoncé, ce système nous permettra enfin de définir les différents aspects de la vulnérabilité des réseaux de transport et de dégager la problématique de notre travail.

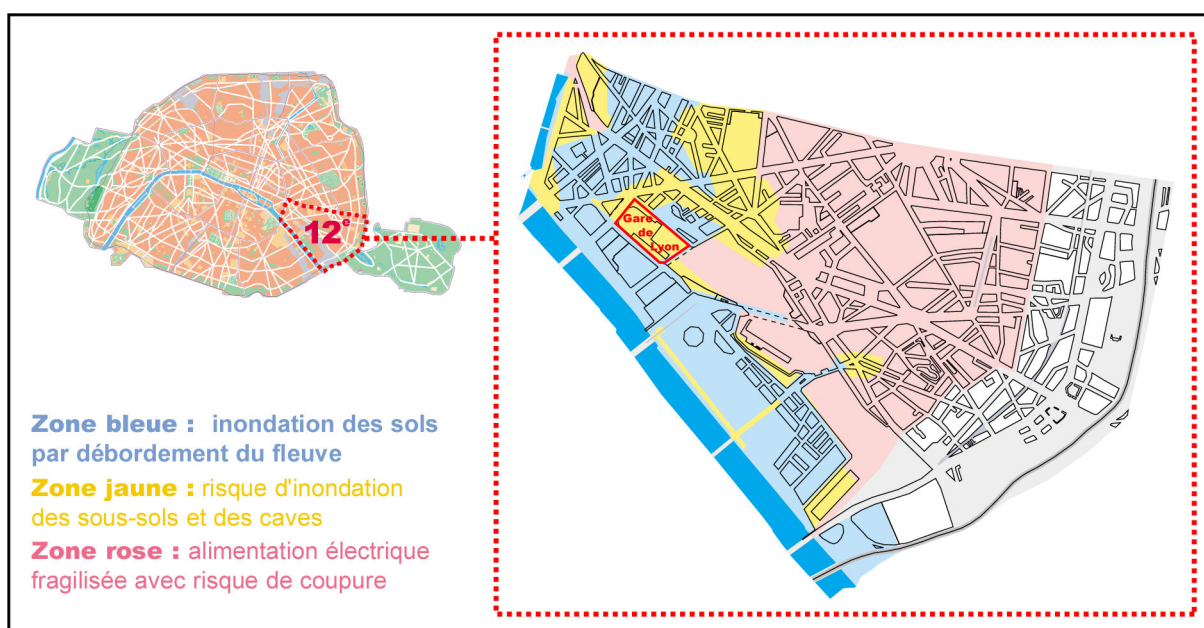
A.2.2.1 MENACES ASSOCIÉES AUX RÉSEAUX DE TRANSPORT DANS UN CONTEXTE DE RISQUES

Parce que le risque n'existe pas sans l'existence d'une menace, l'analyse de vulnérabilité d'un enjeu passe en premier lieu par l'identification des phénomènes naturels et anthropiques dont la réalisation éventuelle pourrait endommager l'enjeu considéré.

Dans le cas des réseaux de transport, la menace existe par ce que les infrastructures associées sont exposées à la manifestation physique de catastrophes en tout genre. De fait, les aléas menaçant les réseaux de transport sont ceux dont la réalisation entraîne l'indisponibilité plus ou moins prolongée des tronçons et des nœuds de communication, entravant ainsi le passage des véhicules (cf note 13 page 83).

Par inférence, les aléas susceptibles de menacer les réseaux de transport sont extrêmement nombreux. Citons à ce titre quelques exemples de catastrophes propres à mettre en péril les infrastructures de transport.

- L'exemple le plus classique est certainement le risque inondation : les crues entraînent des coupures sur les berges inondées et imposent de fermer d'autres tronçons ou ponts praticables en vertu du principe de précaution. À titre d'exemple, la Carte 2 présente l'impact d'une crue de la Seine de type 1910 sur le 12^{ème} arrondissement de Paris et sur la trame de son réseau routier. La photo de la Figure 13 présente par ailleurs l'ampleur que prit la crue en 1910 au pied de la gare de Lyon, alors transformée en port depuis lequel s'organisaient les secours. Le lecteur peut également consulter en annexe I l'étude économique des effets que cette même crue produirait sur le réseau routier francilien. Anticipons enfin sur la suite de ce mémoire en mentionnant l'exemple de la ville d'Orléans (cf B.3.2.1) pour laquelle nous avons simulé et étudié les effets d'une crue exceptionnelle de la Loire.



Carte 2 : impact d'une crue de la Seine de type 1910 sur le 12^{ème} arrondissement de Paris (d'après : [Ville de Paris, 2004])



Figure 13 : le carrefour Diderot - Bercy vu depuis la Tour de l'Horloge de la Gare de Lyon lors de la crue de la Seine à Paris en janvier 1910

- Les tremblements de terre occasionnent fréquemment des dommages aux infrastructures routières (glissement des remblais, effondrements de bâtiments sur les chaussées, destruction de ponts). Dans ce registre, l'une des catastrophes les plus tristement célèbres est le séisme de San Francisco survenu le 17 octobre 1989 : les secousses furent tellement violentes (indice 7,1 sur l'échelle de Richter) qu'un tronçon de 15 mètres du pont d'Oakland se détacha et provoqua la mort de plusieurs automobilistes. D'un point de vue fonctionnel, la Carte 3 laisse deviner les difficultés qu'engendra provisoirement l'indisponibilité du pont sur la circulation, et notamment la longueur des reports qui ont dû s'effectuer sur les autres ponts de la baie.



Carte 3 : environs de San Francisco (Californie, USA) et situation du pont d'Oakland, partiellement détruit lors du séisme du 17 octobre 1989

- Les tempêtes sont des phénomènes naturels provoquant des coupures sur les réseaux de transport terrestres, le plus souvent en couchant des arbres ou des pylônes sur les voies, ou encore en provoquant des éboulements rocheux. Les phénomènes venteux exceptionnels survenus en France entre le 25 et le 27 décembre 1999 ont provoqué de nombreuses coupures, non seulement sur les réseaux de téléphone et d'électricité (voir à ce propos la sous-section A.2.1.1), mais également sur les infrastructures routières et ferroviaires. Les vents résiduels ont pour leur part contraint les aéroports à reprendre leur trafic de manière très étalée dans le temps. Le Document 1 et le Document 2 font état des dégâts aux infrastructures et des interruptions de trafic relevés au lendemain de ces tempêtes en France métropolitaine. Nous attirons l'attention du lecteur sur la récurrence du terme « perturbation » et plus généralement sur les dysfonctionnements relevés sur les réseaux : l'endommagement des infrastructures n'a en effet d'importance qu'en regard des dérèglements provoqués sur l'usage des réseaux.

Les transports ont été fortement perturbés

La tempête a désorganisé les transports, bloquant ou retardant de nombreux vacanciers lors des retours de vacances.

• **SNCF** : dimanche 26 décembre, le trafic ferroviaire est resté paralysé au nord d'une ligne Nantes-Nancy. La direction de la SNCF indiquait, lundi, qu'après de fortes perturbations, le trafic était redevenu « normal » sur les lignes TGV Nord, Thalys et Eurostar. La reprise s'opérait également de manière « progressive » pour les lignes du TGV Atlantique et sur le réseau TGV Sud-Est en direction de Lyon et de Marseille. En revanche, « deux gros points noirs » demeuraient lundi matin : le trafic était nul sur les grandes lignes en direction de Nancy, Metz et Strasbourg et le réseau normand en direction de Rouen et Caen, fortement perturbé après une interruption totale dimanche.

• **Trafic aérien** : les vents se calmant, le trafic, interrompu dimanche en début de matinée, a repris partiellement vers 10 heures à Orly, où une des deux principales pistes a été rouverte. Les vols ont néanmoins subi d'importants retards. A Roissy, le trafic a repris dimanche en début d'après-midi après avoir été totalement interrompu. En Alsace, les aéroports de Strasbourg-Entzheim et de Bâle-Mulhouse ont rouvert dans l'après-midi. Celui de Metz-Nancy-Lorraine restera fermé toute la journée de lundi.

• **Routes** : en Alsace, l'autoroute A4 a été coupée dans les deux sens à hauteur de Vendenheim, après la chute de deux pylônes. Dans les Yvelines, l'autoroute A13 entre Orgeval et Rocquencourt, fermée dans les deux sens dimanche, devrait le rester une bonne partie de la journée de lundi. De nombreux axes routiers, essentiellement secondaires, ont également été fermés à la circulation, dimanche soir, dans le Pas-de-Calais, la Somme et le Nord.

Document 1 : état des réseaux de transport en France au lendemain des tempêtes de Noël 1999 - édition du Monde du 28 décembre 1999

Les transports toujours fortement perturbés

LA TEMPÊTE a paralysé une grande partie du trafic sur les routes, sur les voies ferrées et dans les aéroports. De nombreux retards sont à prévoir. La situation évolue très rapidement, soit parce que les voies sont dégagées, soit au contraire parce que de nouvelles chutes d'arbres rendent à nouveau impossible la circulation sur des axes qui avaient été préalablement dégagés.

• **Routes** : une grande partie du réseau routier était impraticable, mardi matin, sur de nombreux grands axes, en raison de chutes d'arbres. Les rafales de vent et la neige rendaient difficiles la circulation mardi matin dans la région Rhône-Alpes, où certaines nationales ont été coupées, a indiqué le Centre régional d'information et de coordination routières (CRICR).

A la suite d'un éboulement rocheux lundi, la circulation était toujours interdite aux poids lourds sur la RN6, dans le tunnel de Fréjus, en Savoie, dans le sens France-Italie et dans l'autre sens. Selon le CRICR, les poids lourds doivent passer par Vintimille après avoir emprunté la vallée du Rhône (autoroute A 7), vers Marseille, puis l'autoroute A 8 en direction de Nice. La durée de la fermeture est indéterminée, selon la même source.

En Savoie, la RN 212 a également été fermée à la circulation sur l'axe Ugine-

Megève. Enfin, l'accès à la station de Val-Thorens était impossible mardi matin. Pour accéder à celle de Val d'Isère, les automobilistes ne pouvaient pas passer par Bonneval et Arc. Dans le département de la Loire, la RN 7 a dû être coupée à La Pacaudière, au nord de Roanne. La neige est présente dès 400 mètres, rendant la circulation délicate voire impossible sur le réseau secondaire de Rhône-Alpes.

• **Transport ferroviaire** : pour des raisons de sécurité, la SNCF a décidé lundi soir d'interrompre jusqu'à nouvel ordre tous les trafics ferroviaires au sud de Tours (vers Bordeaux) et de Vierzon (vers Limoges). En raison des dégâts sur les voies, la SNCF n'était pas en mesure, mardi 28 décembre, dans la matinée, d'indiquer quand le trafic pourrait reprendre. *« Une reconnaissance est actuellement en cours sur les divers axes concernés afin d'évaluer les possibilités d'acheminement des voyageurs par voie ferroviaire ou éventuellement routière, si les conditions de circulation et de sécurité sur les routes sont jugées satisfaisantes »*, indique un communiqué. Pour les lignes TGV Sud-Est, deux trains sur trois devaient circuler mardi, ainsi que sur les TGV dits de jonction (province à province), à l'exception du Sud-Ouest. Le trafic des lignes Thalys (Paris-

Bruxelles-Amsterdam), Eurostar (Paris-Londres) et TGV Nord devait être assuré normalement.

Pour les trains Corail, un train sur trois devait circuler entre Paris et Clermont-Ferrand, Paris et Reims, Paris et Troyes, ainsi que sur la ligne Paris-Nancy-Metz-Strasbourg. En direction de la Normandie, la desserte Paris-Granville n'est pas assurée, mais une liaison entre Paris, Caen et Cherbourg était effectuée pour partie en train et pour partie en autobus. Les transports express régionaux sont toujours perturbés en Normandie et dans l'Est. La SNCF espère un retour à la normale *« au plus tard vendredi »*. En Ile-de-France, des perturbations sont à prévoir sur les lignes au départ de Paris-Saint-Lazare et de Paris-Est, ajoute la SNCF, précisant que *« la situation devrait pouvoir être rétablie dans la journée »*.

• **Transport aérien** : Air France indiquait mardi matin que 80% du trafic était assuré. Néanmoins, certaines navettes entre Paris et Marseille, Nice, Bordeaux et Toulouse étaient annulées, de même que certains vols en provenance ou à destination de Pau, Montpellier, Biarritz, Ajaccio et Genève. AOM assurait un trafic quasi normal. Les aéroports de Metz-Nancy et de Bordeaux étaient ouverts mardi matin, tandis que l'aéroport de Clermont-Ferrand était fermé.

Document 2 : état des réseaux de transport en France au lendemain des tempêtes de Noël 1999 - édition du Monde du 29 décembre 1999

- Les réseaux ferrés sont pour leur part fortement sujets aux risques de coupures momentanées, induits par les pannes techniques ou encore par les manifestations en tous genres (grèves, défilés, marches, cortèges, etc.). Par ailleurs, le contexte politique des dernières années a vu émerger de nombreuses actions terroristes, allant du chantage à l'attentat. Citons par exemple le chantage du groupe AZF en mars 2004, dont l'objet était de soutirer plusieurs millions d'euro à l'état français en échange de la promesse de ne pas faire sauter de voies ferrées sur le territoire. Les exemples d'attentats non déjoués sur le métro parisien sont quant à eux tristement nombreux : on se souviendra plus particulièrement de la vague d'attentats de 1995 qui avaient visé les RER (réseaux express régionaux) de Paris (cf Figure 14). Dans ce contexte, les mesures préventives consistant à boucler des périmètres de sécurité autour de colis suspects retrouvés dans les gares, dans les stations, sur les quais ou

sur les voies ajoutent leur lot de perturbations (techniquement parlant, celles-ci correspondent aux nuisances évoquées en A.1.3.2).

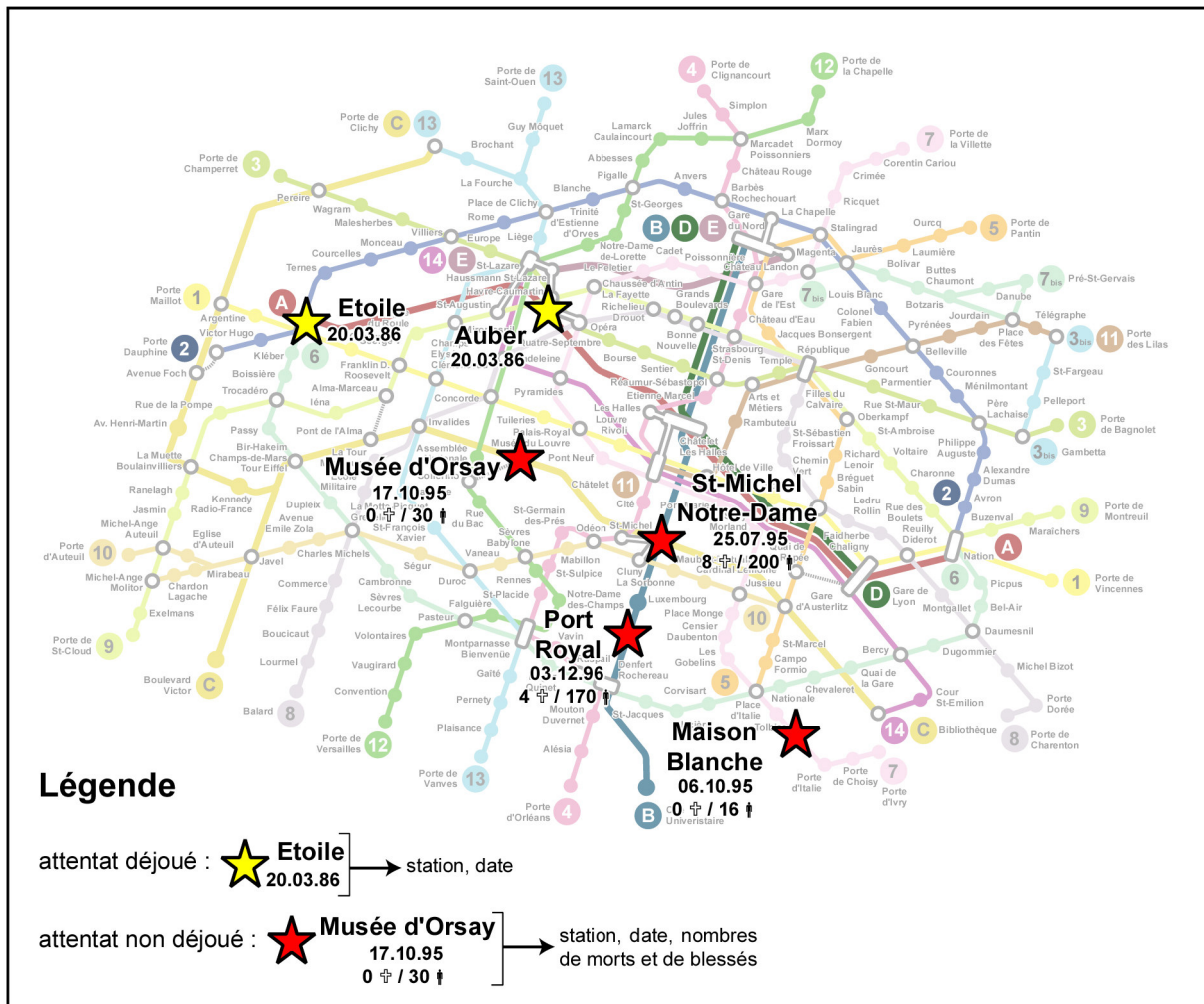


Figure 14 : attentats et tentatives d'attentats sur le réseau ferré de transports en commun parisien (données : www.sos-attentats.org, fond de carte d'après : www.ratp.fr)

- De nombreux autres phénomènes sont susceptibles de provoquer des dommages aux infrastructures de transport, mais les relations sous-jacentes de cause à effet sont moins présentes dans l'esprit des populations, car les catastrophes associées sont moins systématiques, moins spectaculaires, moins fréquentes ou encore moins diffuses. Ainsi en est-il des avalanches, des glissements de terrain, des risques de transport de matières dangereuses, etc.

De manière très prosaïque, tout aléa susceptible de provoquer des dommages physiques aux infrastructures de transport constitue une menace sur le bon fonctionnement des réseaux associés.

A.2.2.2 ÉLÉMENTS VULNÉRABLES ASSOCIÉS AUX RÉSEAUX DE TRANSPORT DANS UN CONTEXTE DE RISQUES

Les éléments vulnérables correspondent aux enjeux menacés par le risque, c'est-à-dire à l'ensemble des valeurs du territoire susceptibles d'être affectées par le phénomène naturel ou anthropique associé au risque. Les valeurs elles-mêmes peuvent être humaines, physiques, économiques ou financières (personnes, biens, bâtis, moyens, activités, environnement, patrimoine, etc.).

Dans le cas des réseaux de transports, l'étude des aléas met au premier plan les infrastructures, car l'endommagement de celles-ci constitue la manifestation la plus immédiate de l'impact physique des catastrophes. L'identification des valeurs exposées aux risques ne se résume pas pour autant à ce seul aspect des réseaux de transport. Nous sommes en effet amenés à distinguer [Chapelon, 1997] :

- **Les infrastructures de transport.** Il s'agit des « installations réalisées au sol ou en souterrain nécessaires au transport de personnes ou de marchandises ». On distingue en particulier les infrastructures linéaires (voies, canaux, etc.) des infrastructures nodales (nœuds de concentration, de gestion et d'éclatement des flux), préfigurant la formalisation mathématique par des graphes.
- **Les moyens ou modes de transport.** Il s'agit des « mode[s] de locomotion permettant le déplacement des personnes ou des marchandises d'un lieu à un autre ». Par extension, nous assimilons la nature du mode de transport au véhicule roulant associé. Les moyens de transport en tant qu'unités mobiles sur les infrastructures (par exemple les véhicules sur les routes, les trains sur les rails ou les bateaux sur les voies fluviales) constituent des entités vulnérables du réseau de transport.
- **Les objets à transporter.** Il s'agit des « élément[s] se transportant ou, plus couramment, à transporter d'un lieu à un autre au moyen d'une ou de plusieurs infrastructures et, si nécessaire, à l'aide d'un ou de plusieurs véhicules ». On distingue ainsi deux grands types d'objets : les personnes et les marchandises.
- À cette décomposition, nous discernons une quatrième valeur correspondant au **bénéfice retiré de l'exploitation du réseau** dans un contexte d'usage. Ce bénéfice est mesuré en regard du service rendu par le réseau compte-tenu de la **demande en déplacement** formulée par les usagers (en ce qui concerne la notion de demande en déplacement et plus généralement la théorie du trafic, consulter [Sheffi, 1985]). La prise en compte de cet aspect supplémentaire nous permet alors de distinguer d'une part la valeur humaine et physique des objets à transporter, d'autre part le bénéfice retiré de la réalisation de la demande en déplacement de ces objets.

Nota : Dans l'opération de transport, le véhicule utilisé joue le rôle d'intermédiaire entre l'objet transporté et l'infrastructure empruntée. Conformément à l'hypothèse présentée

au sujet des modes et moyens de transport, nous assimilons les véhicules à des moyens de transport. Cette classification nous est propre, et ne remet pas en cause la classification originale sur laquelle nous nous sommes appuyés pour lister les enjeux rattachés aux réseaux de transport. Le choix de cette hypothèse n'a d'autre but que de distinguer les enjeux sur un critère d'usage de type offre-demande, en faisant la part :

- des opportunités offertes *intrinsèquement* par le réseau – c'est-à-dire par ses infrastructures, ses modes de transport et les véhicules mis à disposition,
- et du fonctionnement effectif traduit par les objets transportés (valeurs physiques et humaines) et leur répartition induite par les motifs de déplacement (valeurs fonctionnelles).

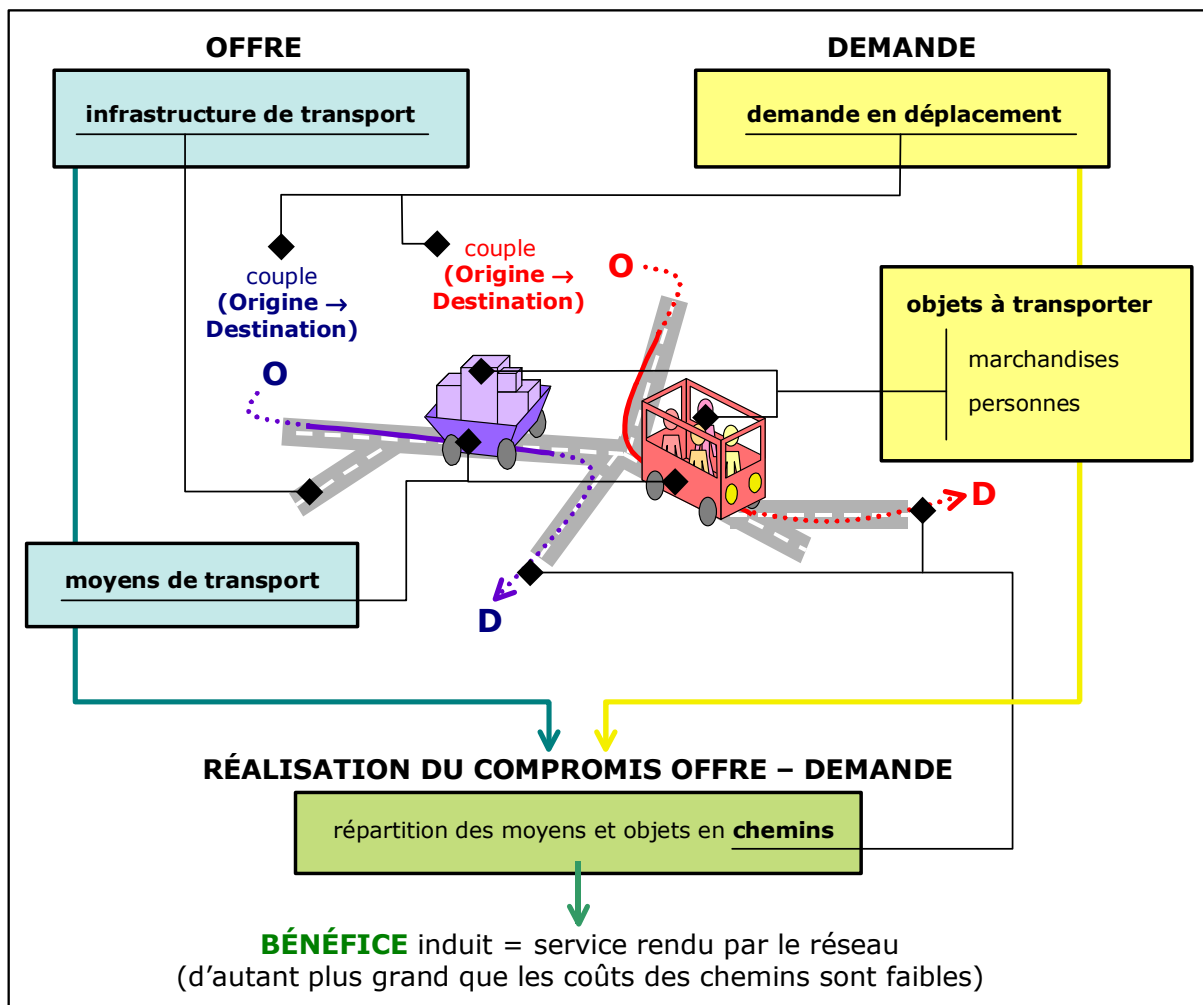


Figure 15 : valeurs associées à la définition d'un réseau de transport : les *infrastructures* et les *moyens de transport* offrent des opportunités relationnelles sous forme de *chemins*, lesquels sont empruntés par les *marchandises* et les *personnes* et procurent un *bénéfice* compte-tenu de la demande en déplacement formulée par celles-ci

En intégrant l'usage, les éléments vulnérables relatifs au réseau de transport s'organisent selon un compromis entre l'offre du réseau et la demande des usagers (cf Figure 15) :

- **L'offre** est donnée par l'état de l'infrastructure du réseau et par les moyens de transport qui évoluent sur le réseau.

- **La demande** est formulée par l'ensemble des choix origine-destination (appelée « demande en déplacement ») pour les différents objets du territoire.
- **L'équilibre entre l'offre et la demande** se réalise par l'ensemble des chemins effectivement empruntés par les objets pour concrétiser les relations origine-destination. Le bénéfice retiré du compromis offre-demande est évalué en regard du service rendu par le réseau de transport – dans la plupart des études, celui-ci est inversement proportionnel au coût effectif des chemins (longueur, temps, etc.).

À partir de cette organisation dynamique du réseau et de son usage, nous proposons maintenant d'identifier les éléments vulnérables à l'action d'une catastrophe, et de formuler en conséquence les hypothèses et les choix sur les données et les éléments que nous prenons effectivement en compte dans notre étude.

Pour ce faire, nous observons les différents niveaux d'intervention d'une catastrophe sur un réseau de transport et son organisation :

- En premier lieu, le phénomène catastrophique produit un **impact par l'action physique** qu'il exerce :
 - d'une part sur l'infrastructure du réseau en provoquant des coupures au niveau des tronçons (endommagement des infrastructures linéaires) ou des nœuds d'échange (endommagement des infrastructures nodales),
 - d'autre part sur les entités évoluant sur l'infrastructure, c'est-à-dire sur le matériel navigant (les moyens de transport) et sur leur contenu (les objets à transporter).
- En second lieu, cette action nuit **indirectement** à la qualité du service rendu par le réseau, car l'endommagement de l'infrastructure entraîne une réorganisation pénalisante des chemins. Celle-ci se traduit par la dégradation du service rendu par le réseau aux usagers étant donné leur demande en déplacement.

La description étendue du système « réseau » nous conduit donc à considérer (cf Figure 16) :

- trois types d'enjeux : l'infrastructure (enjeu physique statique), les moyens et objets de transport (enjeux physiques et humains mobiles) et les services rendus par le réseau au travers des chemins (enjeux socio-économiques),
- une donnée en entrée fournissant les choix origines-destinations des usagers et formulée sous la forme d'une demande en déplacement.

Ces enjeux et données ayant été identifiés, notre première hypothèse de travail concerne la demande en déplacement et consiste à considérer celle-ci comme un facteur exogène de notre problème.

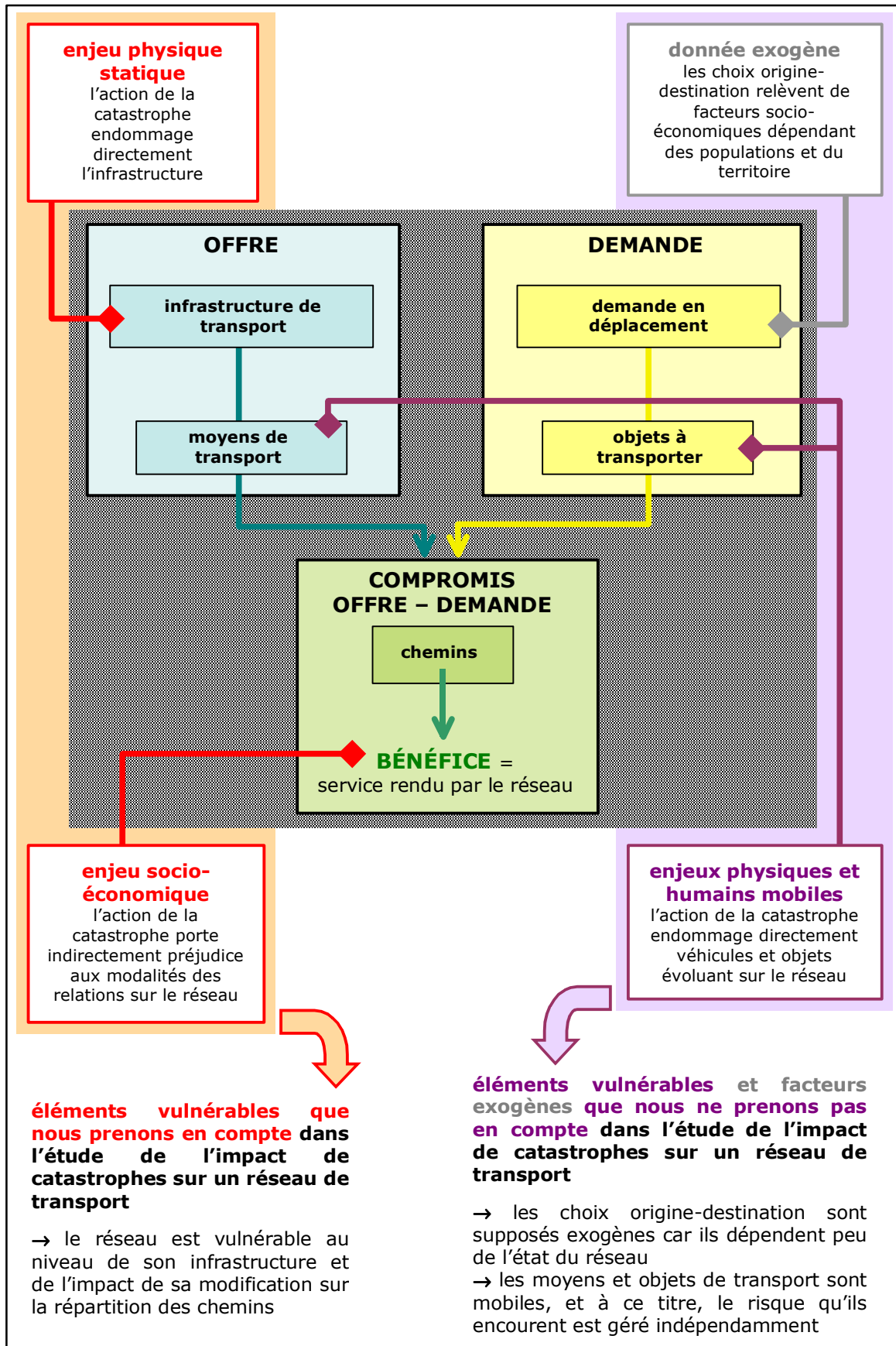


Figure 16 : éléments vulnérables et facteurs exogènes intervenant dans l'organisation dynamique du réseau et de l'usage résultant du compromis offre-demande associé

Nous justifions cette hypothèse par le fait que les besoins et choix origine-destination formulés par les usagers sont peu influencés par l'état du réseau :

- d'une part, toute demande supplémentaire correspondrait à l'acheminement des secours et s'inscrirait ainsi dans un contexte de crise, distinct du contexte de prévention dans lequel nous nous plaçons,
- d'autre part, toute modification que subiraient les demandes formulées usuellement ne serait significative que pour des catastrophes particulièrement destructrices, c'est-à-dire pour des situations de chaos (cf [Blancher, 1998]) également extérieures à notre contexte d'étude.

Notre seconde hypothèse de travail concerne les enjeux mobiles (c'est-à-dire les moyens et objets de transport) et consiste à considérer ceux-ci comme extérieurs au système-réseau dont nous étudions la vulnérabilité.

De fait, à moins d'une catastrophe très dévastatrice, ces éléments sont peu touchés au cours de leurs déplacements, et le facteur limitant les déplacements sur un réseau endommagé n'est manifestement pas l'éventuelle restriction de la flotte et de l'usage, mais bien la dégradation même de l'infrastructure.

→ Ainsi, comme le présente la Figure 16, les éléments vulnérables du réseau de transport que nous considérons dans notre étude sont circonscrits à l'infrastructure et aux services rendus par le réseau.

→ L'ensemble des hypothèses formulées jusqu'ici et des enjeux finalement retenus cerne l'étude de la vulnérabilité des réseaux de transport autour du processus enchaînant la dégradation de l'infrastructure et l'impact sur les chemins empruntés et sur les bénéfices induits.

A.2.2.3 MODES D'ENDOMMAGEMENT, DOMMAGES ET VULNÉRABILITÉ DES RÉSEAUX DE TRANSPORT DANS UN CONTEXTE DE RISQUES

À ce stade de l'étude de l'impact des catastrophes sur les réseaux de transport, il apparaît que :

- les aléas agissent physiquement sur les réseaux de transport en dégradant les infrastructures ;
- les enjeux concernent non seulement les infrastructures en question, mais également les bénéfices induits par la mise en relation des lieux sur le territoire par le réseau – de fait, ce gain dépend de la collection des chemins empruntés à cet effet ;

- les enjeux mobiles (véhicules et objets véhiculés) ainsi que les demandes en déplacement formulées en amont sont pour leur part considérées comme exogènes, conformément aux hypothèses énoncées plus haut.

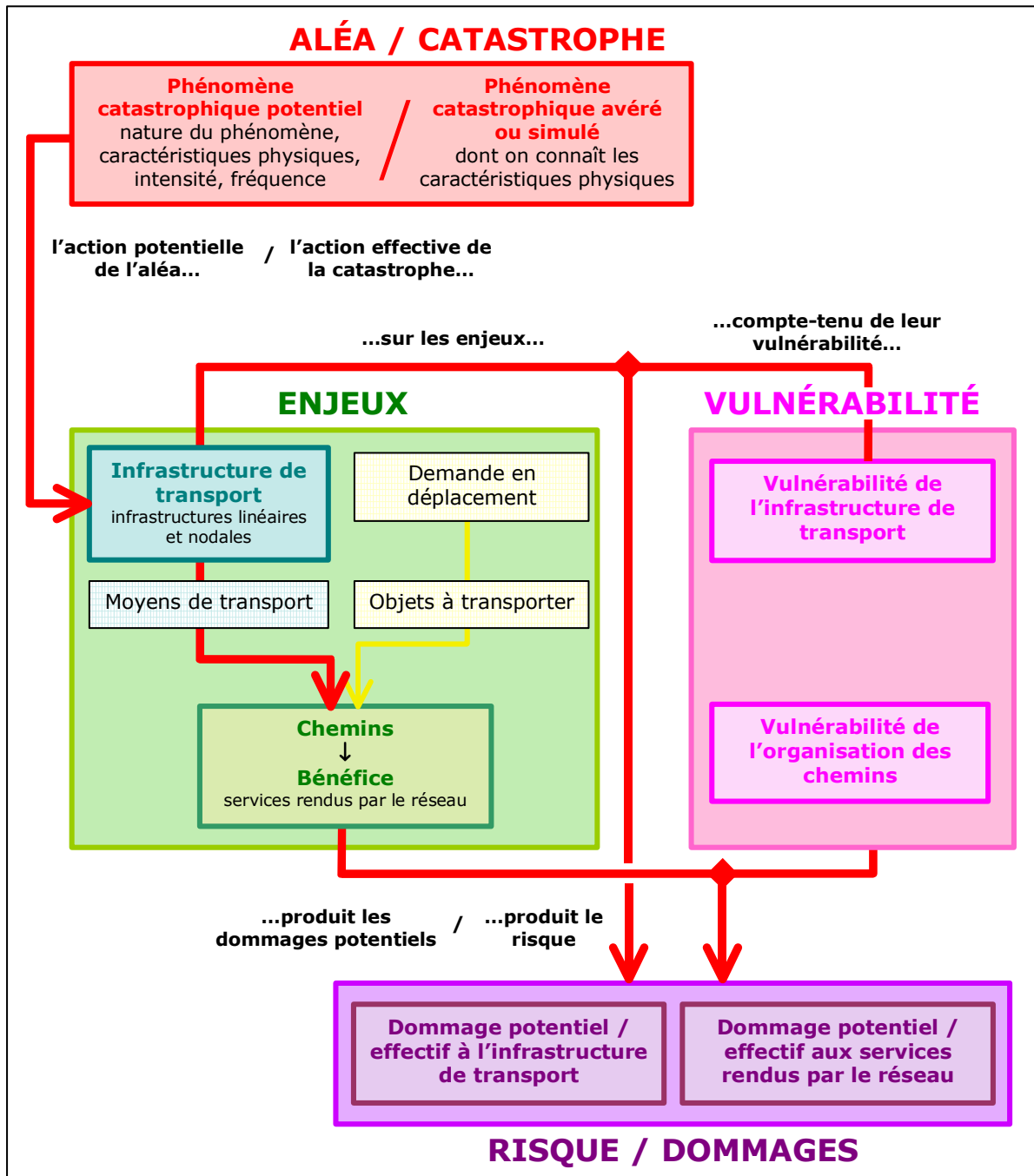


Figure 17 : système de risque et d'endommagement des réseaux de transport dont on étudie les enjeux physiques statiques (infrastructures) et les enjeux socio-économiques (services rendus) (d'après la Figure 7 et la Figure 8)

Effectuons maintenant un retour sur le mécanisme présenté en Figure 7 et en Figure 8 pour illustrer l'imbrication des notions d'aléa, de catastrophe, d'enjeux et de vulnérabilité dans la formation du risque et des dommages. En appliquant ce mécanisme aux réseaux de transport dont nous avons établi les enjeux en Figure 16, nous sommes en mesure de construire en Figure 17 le système de risque et d'endommagement associé.

Le diagramme de la Figure 17 met bien en relief le mécanisme générateur de risque pour les réseaux de transport :

- le phénomène catastrophique (potentiel [aléa] ou effectif [catastrophe]) menace physiquement l'infrastructure de transport,
- cette menace se répercute indirectement sur les services rendus par le réseau par le jeu des chemins empruntés (enjeux),
- compte-tenu de la fragilité (vulnérabilité) des éléments constitutifs du réseau et des modalités de son usage, la menace se traduit finalement par des niveaux de risque ou d'endommagement sur les enjeux identifiés.

Lorsque l'on se place dans une logique déterministe – c'est-à-dire en considérant non pas l'ensemble des aléas possibles, mais une catastrophe donnée – il devient possible d'obtenir des informations sur la vulnérabilité des enjeux dès lors que l'on connaît leur valeur ainsi que le montant des dommages constatés ou simulés dans cette situation, en vertu de l'équation : $\text{dommages} = \text{enjeux} \times \text{vulnérabilité}$.

Nous rappelons que cette information ne reflète pas LA vulnérabilité des enjeux, mais seulement un aspect de cette vulnérabilité, en ce sens qu'elle permet de calculer l'endommagement potentiel des enjeux dans les conditions physiques strictement définies par la catastrophe considérée (cf A.1.3.1).

Avec la Figure 17, nous disposons finalement d'une représentation schématisée du système de risque et d'endommagement associé aux réseaux de transport. Ce système met particulièrement en valeur les enjeux intrinsèques au réseau (*ie* l'infrastructure de transport et les bénéfices retirés en termes relationnels) et les vulnérabilités associées. Ainsi que nous venons de le souligner, le lien existant entre enjeux et vulnérabilité d'une part, et dommages d'autre part, permet par ailleurs d'appréhender les différentes facettes de la vulnérabilité des réseaux.

Cette représentation constitue un outil idéal pour identifier les modes d'endommagement et distinguer les différents types de dommages que subissent les réseaux dans un contexte de risque.

Modes d'endommagement

Compte-tenu des enjeux pris en compte dans notre étude, il apparaît que la catastrophe (potentielle ou avérée) agit sur un réseau de transport selon deux modes d'endommagement :

- **matériellement** en dégradant l'infrastructure de transport,
- **fonctionnellement** en dégradant les bénéfices retirés de l'exploitation du réseau du fait de la modification de son infrastructure.

Dommmages directs / dommmages indirects

Ces deux modes d'endommagement révèlent le processus d'endommagement, depuis la survenance du phénomène jusqu'à l'impact sur les enjeux :

- **l'endommagement matériel** sur l'infrastructure de transport est **direct** : les infrastructures linéaires et nodales sont détruites partiellement ou en totalité par l'action physique du phénomène ;
- **l'endommagement fonctionnel** sur les bénéfices retirés de l'exploitation est **indirect** : les services rendus par le réseau sont évalués en regard de la facilité de mise en relation des lieux sur le territoire et donc des chemins effectivement empruntés sur le réseau – ceux-ci étant eux-mêmes mis en péril non pas par le phénomène lui-même, mais indirectement par la dégradation de l'infrastructure.

Dommmages tangibles / dommmages intangibles

- Les **dommmages matériels** à l'infrastructure engendrent des coûts de réparation bien définis et constituent à ce titre des dommmages **tangibles**.
- En revanche, les **dommmages fonctionnels** à l'exploitation du réseau ne sont pas homogènes à des coûts : ils s'expriment généralement sous la forme de pénalités de déplacement, en temps ou en kilomètres, pour lesquels on peut déduire, sous certaines hypothèses, des équivalents économiques (voir par exemple l'annexe I). À ce niveau de détail simplifié, nous considérons les dommmages fonctionnels comme des dommmages **tangibles** s'exprimant comme des détours ou des pénalités de déplacement (nous reviendrons sur ce point en A.3.1).
- Compte-tenu des enjeux pris en compte dans nos hypothèses de travail et de la conversion des dommmages fonctionnels en des dommmages économiques tangibles, il n'y a **pas de dommmages intangibles** dans notre étude.

De l'observation des endommagements à la mise en évidence des vulnérabilités des réseaux de transport

Les lignes qui précèdent nous ont permis d'identifier deux modes d'endommagement des réseaux de transport dans un contexte de risques.

En premier lieu, les phénomènes catastrophiques produisent un impact sur le réseau de transport en infligeant des dommmages matériels directs à l'infrastructure. Celle-ci est alors modifiée, et produit en chaîne un impact sur l'exploitation même du réseau sous la forme de dommmages indirects à son fonctionnement.

Face à ces menaces, le réseau offre une résistance ou – de manière équivalente – manifeste une propension à subir les endommagements : les modalités de la réponse du

réseau aux impacts des phénomènes catastrophiques définissent la vulnérabilité du réseau.

Les dommages potentiels étant de deux ordres, nous définissons en conséquence deux formes de vulnérabilité pour les réseaux de transport :

- la **vulnérabilité matérielle** : elle décrit le degré d'endommagement physique des infrastructures du réseau consécutivement à l'ensemble des phénomènes catastrophiques susceptibles d'intervenir,
- la **vulnérabilité fonctionnelle** : elle mesure la dégradation des services assurés par le réseau pour la collection des configurations endommagées de son infrastructure.

A.2.3 LA QUESTION DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

Du dommage matériel direct sur l'infrastructure du réseau au dommage fonctionnel indirect sur les services rendus par le réseau, la relation de cause à effet est loin d'être immédiate. Nous avons vu en effet en Figure 15 que les bénéfices retirés de l'exploitation du réseau dépendaient non seulement de l'infrastructure et des moyens de transport, mais également de la demande en déplacement formulée par les usagers et de la répartition conséquente des entités mobiles sur le réseau.

Partant de ce constat, nous proposons d'explorer le sens des termes mis en opposition dans les notions de vulnérabilité matérielle et de vulnérabilité fonctionnelle, en vue de mettre en lumière le mécanisme intervenant dans l'enchaînement des dommages associés. Afin d'appuyer notre propos, nous utiliserons les définitions fournies par le *Petit Robert* (2002).

La clef d'accès de notre recherche sémantique repose sur le constat dressé plus haut, à savoir :

Les bénéfices retirés de l'exploitation du réseau sous la forme de services dépendent non seulement de l'infrastructure et des moyens de transport, mais également de la demande en déplacement formulée par les usagers et de la répartition conséquente des entités mobiles sur le réseau.

Dans cette formulation, « l'exploitation du réseau » et les « services » associés dépendent distinctement d'une part de l'« infrastructure » et des moyens de transport, d'autre part de l'« usage » au travers du comportement des usagers.

Nous lisons à ce propos les définitions suivantes :

EXPLOITATION : Action d'exploiter, de faire valoir une chose. V. Valeur (mise en valeur). Action de faire fonctionner en vue d'un profit. (*Petit Robert*)

SERVICE : Écon. Activités qui représentent une valeur économique sans correspondre à la production d'un bien matériel (surtout au pl. ; opposé à biens). (*Petit Robert*)

INFRASTRUCTURE : Parties inférieures (d'une construction). Ensemble des terrassements et ouvrages qui concourent à l'établissement de la plateforme d'une voie de chemin de fer (remblais, souterrains, tunnels, passages à niveau, ponts, viaducs, etc.), d'une route. (*Petit Robert*)

USAGE : Mise en activité effective (d'une faculté, d'une fonction physique ou mentale). (*Petit Robert*)

Nous vérifions ici l'opposition entre la « chose », les biens, les ouvrages, l'infrastructure – ie la réalité matérielle du réseau, et la mise en valeur, la mise en activité, l'usage – ie la réalité fonctionnelle du réseau : ces deux réalités sont naturellement associées aux deux catégories de dommages mises en évidence plus haut.

L'action de « mettre en activité » le réseau correspond à exiger de lui qu'il assure son rôle, qu'il remplisse la « fonction » qui lui est assignée, c'est-à-dire mettre en relation des entités sur un territoire conformément à la demande qu'elles expriment à cette égard. Le terme de *fonction* apparaît déjà sous sa forme adjectivale dans les notions de *dommages fonctionnels* et de *vulnérabilité fonctionnelle*. La définition du dictionnaire nous donne les précisions suivantes :

FONCTION : Rôle caractéristique que joue une chose dans l'ensemble dont elle fait partie (souvent opposé à *structure*). (*Petit Robert*)

Cette définition s'inscrit en opposition au terme de *structure*, au sujet duquel nous lisons :

STRUCTURE : Manière dont un ensemble concret, spatial, est envisagé dans ses parties, dans son organisation ; forme observable et analysable que présentent les éléments d'un objet. (*Petit Robert*)

Le terme « structure », opposé au terme « fonction », dépasse ainsi la dimension strictement physique du réseau en intégrant l'organisation de ses éléments constitutifs et les propriétés de l'ensemble ainsi formé. Cette interprétation rejoint le sens que l'on attribue couramment au terme de *trame*. La définition relevée pour ce dernier vient d'ailleurs confirmer et valider notre compréhension du terme de *structure* :

TRAME : Sc. Structure d'un réseau. (*Petit Robert*)

Le double aspect matériel / fonctionnel du réseau, manifesté par son infrastructure et l'usage qui en est fait, est ainsi enrichi d'un niveau intermédiaire : la *structure*, décrivant la configuration du réseau compte-tenu de l'état matériel de son infrastructure.

La structure est caractérisée par :

- **la topologie**, résultante de l'organisation relative des composantes du réseau (la topologie était d'ailleurs autrefois appelée « géométrie de situation » (*Petit Robert*)),
- **l'implantation spatiale** et **la géométrie** des éléments constitutifs du réseau,
- **les caractéristiques relationnelles** de l'ensemble ainsi formé (chemins, temps de déplacement, etc.).

La connaissance de la structure ou trame du réseau est pertinente en ce sens qu'elle permet par l'analyse de caractériser le réseau en tant que « médiateur » spatial, c'est-à-dire de mesurer l'aptitude du réseau à mettre en relation les lieux de l'espace sur lequel il est implanté. Il ne s'agit pas d'étudier l'usage du réseau sur le « territoire » – celui-ci relève de l'aspect fonctionnel du réseau et dépend ainsi de « considérations conjoncturelles » – mais de dégager ses « potentialités relationnelles dans l'espace » :

TERRITOIRE : Étendue de la surface terrestre sur laquelle vit un groupe humain. (*Petit Robert*)

CONJONCTURE : Situation qui résulte d'une rencontre de circonstances et qui est considérée comme le point de départ d'une évolution, d'une action. (*Petit Robert*) / **CONJONCTUREL** : ANT. *Structural* (*Petit Robert*)

ESPACE : 1° Surface déterminée. V. Étendue, lieu, place, superficie. (*Petit Robert*)

MÉDIATEUR : (*Choses*). Sc. Ce qui produit une médiation, sert d'intermédiaire. (*Petit Robert*)

RELATION : *Math.* Liaison entre couples d'éléments. / **RELATIONNEL** : *Didact.* Qui concerne la relation. (*Petit Robert*)

POTENTIALITÉ : *Didact.* 1° Caractère de ce qui est potentiel. 2° Qualité, chose potentielle. (*Petit Robert*) / **POTENTIEL** : 1° *Philo.* ou *didact.* Qui existe en puissance. (*Petit Robert*)

Ainsi caractérisée, la dimension structurelle des réseaux de transport permet de révéler le processus enchaînant la dégradation de l'infrastructure et l'impact sur les chemins empruntés et sur les bénéfices induits :

L'action physique du phénomène détruit partiellement l'infrastructure du réseau (aspect matériel),

⇒ la modification de l'infrastructure entraîne en cascade un remaniement de ses potentialités relationnelles (aspect structurel),

⇒ les chemins empruntés conjoncturellement par les usagers occasionnent des détours qui se traduisent par des pertes sur les bénéfices usuellement retirés de l'exploitation du réseau (aspect fonctionnel).

Le Tableau 12 situe cet enchaînement en reprenant les termes associés vus plus haut.

Tableau 12 : positionnement de l'approche structurale, à mi-chemin entre les considérations matérielles (infrastructure) et les considérations fonctionnelles (usage)

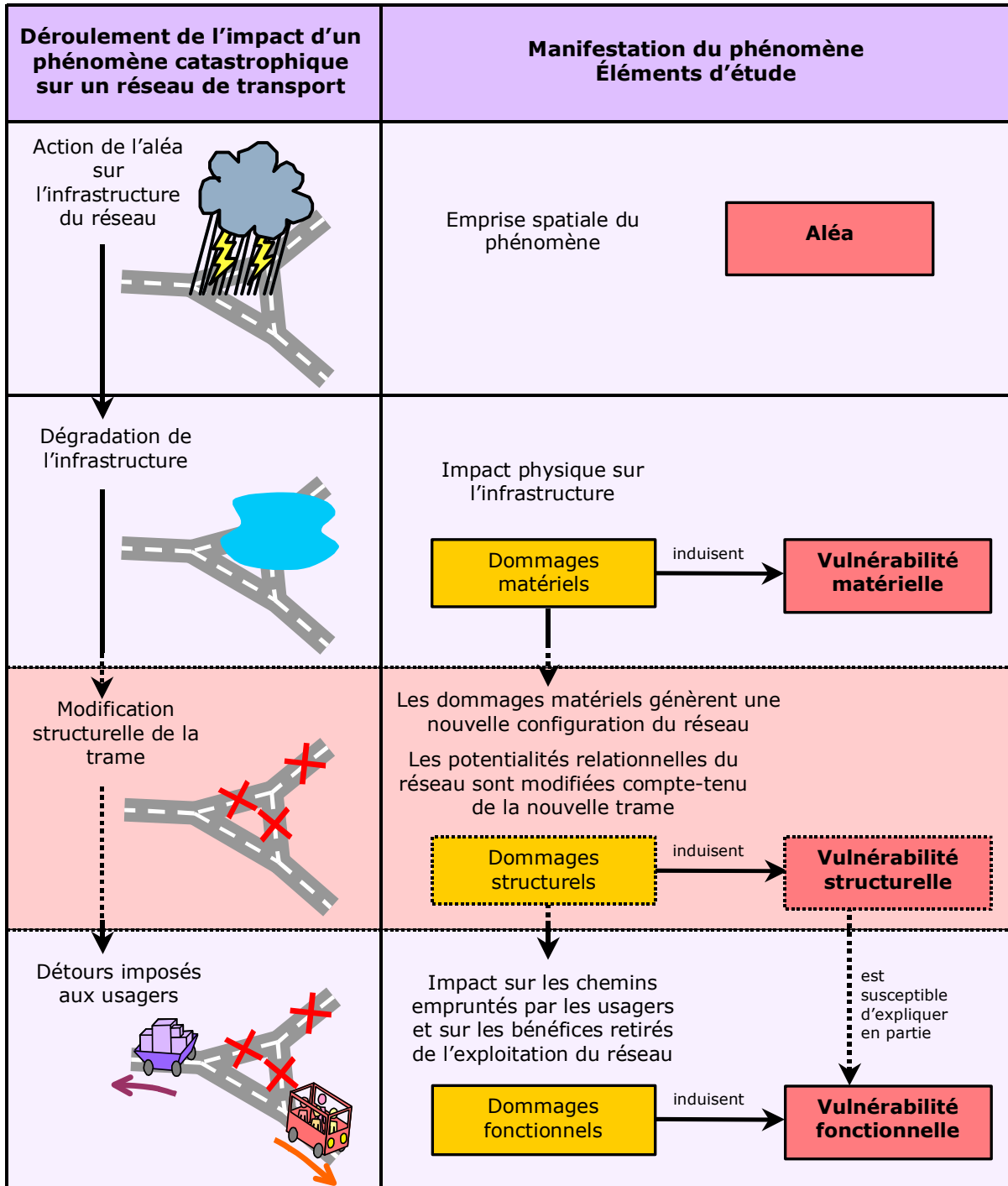
enjeu lié au réseau	enjeu physique statique		enjeu socio-économique
aspect considéré	matériel	← approche intermédiaire → ↓ structurel	fonctionnel
valeurs menacées	valeurs matérielles	potentialités relationnelles	services, exploitation, fonctionnalité
notions associées	infrastructure aspects physiques et matériels	trame topologie, implantation spatiale, modalités de parcours chemins	usage aspects conjoncturels répartition des usagers
approche physique	statique	potentialités dynamiques	dynamique
facette entrevue du réseau	réseau en tant qu'objet physique	réseau en tant que médiateur spatial	réseau en tant que service territorial

Le Tableau 13¹⁴ complète notre travail de clarification en resituant maintenant les différentes approches dans le contexte du risque. Il apparaît ainsi que l'étude des risques sur les réseaux de transport s'articule sur trois grands volets :

- l'étude de l'aléa : à quels phénomènes (caractéristiques physiques, intensité, fréquence, emprise spatiale) sont soumis les risques de transport ?
- l'étude de la vulnérabilité matérielle : quels sont les dommages potentiels à l'infrastructure ?
- l'étude de la vulnérabilité fonctionnelle : quels sont, de manière indirecte, les dommages potentiels aux bénéfices issus de l'exploitation du réseau ?

¹⁴ Les éléments d'étude associés à l'approche structurale sont indiqués en pointillés sur Tableau 13, car ils n'interviennent pas dans le bilan des dommages et de la vulnérabilité du réseau. Ils constituent en revanche une passerelle entre l'étude de l'endommagement matériel et l'étude de l'endommagement fonctionnel tout en faisant abstraction des considérations conjoncturelles liées à l'exploitation du réseau.

Tableau 13 : impact d'un phénomène catastrophique sur un réseau de transport - détail des dommages et des vulnérabilités impliqués



L'approche structurelle trouve ainsi sa place entre l'approche matérielle et l'approche fonctionnelle :

- elle considère en amont la trame issue de la nouvelle configuration du réseau consécutivement à l'endommagement matériel de l'infrastructure ;
- elle a pour but d'étudier les dommages potentiels structurels et la vulnérabilité associée, c'est-à-dire les modifications des potentialités relationnelles du réseau compte-tenu de sa nouvelle configuration ;
- idéalement, elle permet en aval d'appréhender les dommages et la vulnérabilité fonctionnelle en intégrant les facteurs conjoncturels liés à l'usage (notamment la demande en déplacement).

L'approche structurelle permet d'isoler et d'évaluer les caractéristiques de la trame participant à la vulnérabilité des réseaux.

De manière figurée, la combinaison des approches structurelle et fonctionnelle doit permettre à terme de répondre à la question-type :

« le réseau est-il vulnérable parce que sa trame est mal configurée (aspects structurels) ou bien parce que ses composantes sont mal dimensionnées (aspects fonctionnels) ? ».

Sur la base de ce travail , le troisième et dernier chapitre de cette partie propose de faire la part des approches matérielle et fonctionnelle de la vulnérabilité des réseaux de transport et de dégager en conséquence les enjeux d'une approche intermédiaire focalisée sur les seuls aspects structurels de ces réseaux.

CHAPITRE A.3

ÉVALUATIONS ET REPRÉSENTATIONS DE LA VULNÉRABILITÉ DES RÉSEAUX DE TRANSPORT - LES ENJEUX DE L'APPROCHE STRUCTURELLE

L'ampleur des dégâts déplorés à la suite des grandes catastrophes de ces dernières décennies a placé les risques parmi les préoccupations majeures de nos sociétés. La notion de risque est cependant difficile à appréhender car elle est une combinaison complexe des notions d'aléa, de vulnérabilité et d'enjeux et fait appel à de nombreux domaines de compétence. Un rapide aperçu des travaux menés sur le risque dans le domaine de la géographie fait apparaître des ouvertures de recherche sur l'impact des catastrophes sur les réseaux de transport. Outre les dommages matériels directs infligés à leur infrastructure, les réseaux de transport enregistrent également des dommages fonctionnels sur les services qu'ils offrent à leurs usagers. Ce type de dommages ainsi que la notion associée de vulnérabilité fonctionnelle sont peu étudiés dans la littérature – sinon de manière très contextuelle, notamment dans le cadre de phénomènes très précis et sur des territoires bien délimités.

D'un point de vue théorique, nous avons vu que le mécanisme enchaînant par effet « boule de neige » les dommages fonctionnels aux dommages matériels repose sur la modification de la trame du réseau (cf Tableau 13 page 107) :

- en amont, celle-ci résulte du bilan des dommages matériels infligés à l'infrastructure,
- en aval, elle implique une nouvelle répartition des déplacements, et donc autant de pénalités correspondant aux dommages fonctionnels.

Bien que n'apparaissant pas dans le bilan des dommages, les dommages infligés à la trame – ie les *dommages structurels* – se révèlent être utiles pour faire le lien entre les dommages à l'infrastructure et les dommages à l'usage. Dans un contexte de risques, ils permettent en parallèle de faire le lien entre vulnérabilité matérielle et vulnérabilité fonctionnelle en introduisant à un niveau intermédiaire la notion de vulnérabilité structurelle.

Afin de comprendre et d'anticiper les dommages fonctionnels, il peut ainsi être opportun d'extraire le réseau de son contexte d'usage (aspects conjoncturels) et de se focaliser sur l'évolution de sa trame compte-tenu des dommages infrastructurels (aspects matériels). L'approche retenue se focalise ainsi sur la structure des réseaux, sur leurs potentialités relationnelles et sur l'évolution de celles-ci dans un contexte de risques.

Sur cette base, ce chapitre a pour objet de définir les objets et logiques liés à la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport relativement aux méthodes traditionnelles d'évaluation et de représentation propres aux vulnérabilités matérielle et fonctionnelle.

Ainsi située, l'approche structurelle offre un point de vue pertinent pour appréhender la vulnérabilité des réseaux de transport. Elle constitue à ce titre le fondement de notre problématique de thèse, dont les termes sont détaillés en conclusion de ce chapitre.

A.3.1 L'APPROCHE TRADITIONNELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT ET L'ÉVALUATION PRATIQUE DES VULNÉRABILITÉS ASSOCIÉES

Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la vulnérabilité des réseaux de transport se décline selon ses deux aspects matériel et fonctionnel. À la frontière de ceux-ci, nous avons entrevu les potentialités offertes par une approche dite « structurelle » établissant le lien entre les conséquences des endommagements matériels et les prédispositions du réseau à assurer son rôle fonctionnel.

S'agissant de définir les objets et les représentations dont nous aurons besoin pour appréhender les réseaux d'un point de vue structurel, nous proposons dans cette première section de cerner les vulnérabilités matérielle et fonctionnelle sur la base d'études réelles.

A.3.1.1 LE RÉSEAU-SUPPORT : LES ASPECTS MATÉRIELS DU RÉSEAU

La présence de réseaux de transport sur un territoire est justifiée par la nécessité de faciliter ou d'encourager des échanges d'hommes, de matière et d'énergie à l'intérieur de ce territoire. Cette définition succincte évoque les réalités matérielle et fonctionnelle des réseaux, ainsi que le note [Blancher, 1998] dans le cas particulier des réseaux techniques urbains en distinguant respectivement pour un même réseau les notions de « réseau-support » et de « réseau-service ».

La première de ces deux notions évoque le « squelette » du réseau, c'est-à-dire sa représentation physique stricte indépendamment de toute considération d'usage potentiel ou réel. Ainsi défini, le réseau-support correspond aux infrastructures du réseau de transport considéré, c'est-à-dire aux « installations réalisées au sol ou en souterrain nécessaires au transport de personnes ou de marchandises ». Elles regroupent non seulement les infrastructures linéaires (chaussées, rails, etc.) mais également les infrastructures nodales (nœuds aménagés pour concentrer, gérer et répartir les flux : carrefours, gares, échangeurs, etc.) [Chapelon, 1997].

Dans le cadre de l'analyse de vulnérabilité des réseaux de transport, la notion de réseau-support permet d'isoler l'étude des dommages matériels et de la vulnérabilité matérielle qui leur est associée.

Les dommages matériels aux réseaux de transport sont provoqués directement par l'action physique de la catastrophe (il s'agit à ce titre de dommages tangibles directs) : ils correspondent aux dégâts matériels déplorés sur les voies et les ouvrages des réseaux considérés et constituent généralement les dommages les plus faciles à évaluer ou à anticiper lorsque l'aléa redouté est bien connu.

De par leur nature, les dommages matériels aux réseaux peuvent être facilement chiffrés économiquement dans les bilans post-catastrophes, en considérant la perte de valeur marchande des infrastructures endommagées (la valeur monétaire marchande ou vénale d'un bien correspond simplement au prix de celui-ci [Leone *et al.*, 1995]). Traditionnellement, les bilans post-catastrophe recensent les dégâts matériels constatés sur le territoire, et en particulier ceux infligés aux réseaux de transport. Dans ce cas, la vulnérabilité matérielle est assimilée aux dommages effectifs dans une optique de retour d'expérience.

Par exemple, la Direction Départementale de l'Équipement du Tarn-et-Garonne a dressé un bilan complet des dommages constatés à l'issue de la crue du Tarn des 8 et 9 novembre 1982 et a notamment évalué aux alentours de 6,5 millions de francs (soit environ 1 million d'euro) les dégâts déplorés sur les routes du département (cf Document 3).

<p>Bilan de la crue du Tarn des 8 et 9 novembre 1982 dans le département du Tarn-et-Garonne</p> <p>→ la crue est qualifiée de crue trentennale</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 3 routes départementales coupées, • Montauban sinistrée, • 45 MF de dommages sur les biens privés, • 32 MF de dommages sur les entreprises (répartis en 10 MF pour les artisans, 11 MF pour les commerçants et 11 MF pour les industries et entreprises), • 6,5 MF de dommages sur les voies routières, • 5,7 MF de dommages agricoles et sur les élevages, • 363 MF de dommages sur les logements (répartis en 40 MF collectifs et 323 MF individuels).
---	--

Document 3 : dommages matériels consécutifs à la crue du Tarn des 8 et 9 novembre 1982 dans le département du Tarn-et-Garonne (d'après : [DDE Tarn-et-Garonne, 1982, 1996])

Lorsque l'on se place dans une démarche préventive, l'étude anticipative des dommages matériels aux réseaux (dommages potentiels) s'inscrit dans une analyse de vulnérabilité pour laquelle il s'agit d'identifier les infrastructures exposées et de déterminer leur taux (ou degré) d'endommagement matériel étant donné les caractéristiques physiques de l'aléa redouté. Cette démarche distingue volontairement la valeur matérielle de l'enjeu de son niveau d'endommagement, et évite la confusion entre vulnérabilité et (valeur des) enjeux.

L'identification des infrastructures exposées est réalisée par recoupement des données descriptives de la catastrophe simulée et des données géographiques du territoire concerné. Le croisement est classiquement réalisé grâce à un SIG (Système d'Information Géographique) : il permet à la fois la localisation des infrastructures menacées et la connaissance précise de leurs caractéristiques lorsque la base de données géographique sous-jacente est suffisamment détaillée. La base de données topographiques BD Topo Pays ® de l'IGN, 2001 est intéressante à ce titre puisqu'elle fournit pour chaque route non seulement ses coordonnées topographiques mais également plusieurs attributs pertinents, en particulier la nature de route, le type de revêtement et la largeur de la chaussée. Le lecteur trouvera par exemple dans les travaux de [Rousseaux, 2003] une méthode d'identification des routes exposées à un risque d'inondation par croisement de la surface d'inondation et du Modèle Numérique de Terrain enrichi des données topographiques routières de la BD Topo Pays ®.

L'étape suivante consiste à déterminer le taux d'endommagement matériel des infrastructures exposées à l'aléa. Par construction, ce taux mesure la dégradation potentielle de la valeur matérielle des infrastructures et correspond de fait à leur vulnérabilité matérielle. Il est classiquement évalué grâce à des modèles simulant l'impact physique du phénomène sur le réseau, et également grâce à des retours d'expérience associant des taux d'endommagement réels aux différents modes d'endommagement observés sur les enjeux lors de phénomènes antérieurs. Par exemple, les études menées sur le réseau routier du Diois (Drôme) donnent une idée du degré d'endommagement de l'infrastructure routière en fonction de la gravité des dégâts potentiels [Leone *et al.*, 1995] (cf Tableau 14).

Tableau 14 : relations entre modes et taux d'endommagement pour un réseau routier (d'après l'étude menée sur le réseau routier du Diois par [Leone *et al.*, 1995])

Modes d'endommagement	ID	D	C (k€)
Dégradation de la chaussée	1	0,15	3,2
Affaissement de la plateforme ou obstruction de la chaussée de faible volume (dizaine de m ³)	2	0,35	7,1
Obstruction de la chaussée de volume élevé (centaine de m ³)	3	0,7	14,8
Rupture de la plateforme	4	1	21,1

ID = niveau d'intensité des dommages
D = taux d'endommagement, calculé à partir du coût de remise en état
C = coût moyen du niveau d'endommagement pour le réseau étudié

Les dommages matériels potentiels sont enfin déduits du taux d'endommagement matériel en le multipliant par la valeur marchande de l'infrastructure exposée. Cette dernière peut être estimée par enquête, ainsi que le montre [Glatron, 1997] en proposant une grille des coûts unitaires des voies routières dans ses recherches sur le risque de transport de matières dangereuses (cf Tableau 15).

Tableau 15 : coût des infrastructures routières par mètre linéaire (estimations d'après : [Glatron, 1997])

Type de voie	Coût du mètre linéaire (en €)
Bretelle d'accès aux autoroutes et voies rapides	1750
Voie autoroutière	10500
Voie rapide	7000
Route nationale	7000
Chemin départemental	3500
Voie secondaire importante	3500
Boulevard (urbain)	3500
Avenue (urbaine)	3500
Rue (urbaine)	1750
Impasse	1750
Quai	3500

Au sein d'une analyse complète de vulnérabilité des réseaux, les dommages directs provoqués par les catastrophes sur les réseaux correspondent ainsi aux dommages matériels.

L'évaluation de ce type de dommages relève de travaux bien rodés de simulation et de traitement de données circonscrits au réseau-support. De fait, le niveau de vulnérabilité matérielle du réseau-support et la valeur des endommagements matériels associés peuvent être considérés séparément dans une analyse de vulnérabilité des réseaux, pour peu que l'on dispose par ailleurs du descriptif des dommages (potentiels ou avérés) afin d'amorcer l'étude des dommages indirects. Ces derniers concernent les aspects fonctionnels des réseaux et font l'objet de la sous-section suivante.

A.3.1.2 LE RÉSEAU-SERVICE : LES ASPECTS FONCTIONNELS DU RÉSEAU

En contrepartie de l'étude du réseau-support, l'examen d'un réseau de transport doit appréhender celui-ci en faisant abstraction de toute considération matérielle. Dans cette perspective, le réseau est entrevu au travers de ses seules caractéristiques fonctionnelles et la forme réduite associée correspond à la notion de réseau-service introduite dans le paragraphe précédent. Ainsi défini, le réseau-service correspond à l'appareil circulatoire induit par les caractéristiques physiques des infrastructures (le réseau-support) et la demande en déplacement formulée par les usagers (facteur socio-économique considéré comme exogène).

Dans le cadre de l'analyse de vulnérabilité des réseaux de transport, la notion de réseau-service permet d'isoler l'étude des perturbations fonctionnelles et de la vulnérabilité fonctionnelle qui leur est associée.

Nous avons vu que les dommages fonctionnels aux réseaux de transport regroupent l'ensemble des perturbations engendrées en chaîne par les détériorations des infrastructures consécutivement à l'action physique de la catastrophe (il s'agit à ce titre de dommages indirects) : ils correspondent aux pertes de temps et aux manques à gagner induits par la dégradation du service offert par le réseau.

Au sein même d'un bilan post-catastrophe, les dommages fonctionnels aux réseaux de transport sont très difficiles à identifier et à évaluer. D'une part, le caractère indirect de ces dommages met en doute les relations de cause à effet entre les dégradations du réseau et le dysfonctionnement des activités qui l'utilisent. D'autre part, les phénomènes de congestion et le rallongement des trajets induits par la détérioration des réseaux provoquent des perturbations d'ampleur très variables, s'échelonnant du simple retard au retrait pur et simple de la demande en déplacement.

Ce dernier point pose en particulier la question de l'unité de grandeur dans laquelle les dommages fonctionnels doivent être exprimés. Les études réalisées en pratique évaluent les pertes de temps et les convertissent économiquement selon des barèmes monétaires ajustés sur la valeur du travail horaire. L'évaluation est plus délicate pour les demandes en déplacement non réalisées, car celles-ci sont très souvent reportées dans le temps ou dans l'espace.

Tableau 16 : relations entre dommages matériels et perturbations fonctionnelles sur réseau routier - par référence aux études sur le réseau routier du Diois en France (d'après : [Leone et al., 1995], en écho au Tableau 14)

Modes d'endommagement matériel	IDm	D	C (k€)	Modes d'endommagement fonctionnel	IDf
Dégradation de la chaussée	1	0,15	3,2	Limitation de gabarit nécessaire	1
Affaissement de la plateforme ou obstruction de la chaussée de faible volume (dizaine de m ³)	2	0,35	7,1	Interruption momentanée du trafic (en heures)	2
Obstruction de la chaussée de volume élevé (centaine de m ³)	3	0,7	14,8	Interruption prolongée du trafic (en jours)	3
Rupture de la plateforme	4	1	21,1	Interruption durable à définitive du trafic (en semaines ou mois)	4

IDm = intensité des dommages matériels

IDf = intensité des perturbations fonctionnelles

D = taux d'endommagement matériel, calculé à partir du coût de remise en état

C = coût moyen du niveau d'endommagement matériel correspondant, en milliers d'euro

Dans une démarche préventive, une première estimation des dommages potentiels consiste à attribuer des niveaux d'endommagement au fonctionnement du réseau en fonction de l'intensité de la catastrophe redoutée. Ce parallèle entre endommagement matériel et perturbations fonctionnelles repose sur le postulat selon lequel « la durée

d'une perturbation est généralement proportionnelle à la gravité des dommages ». À ce titre, le Tableau 16 donne une idée des ordres de grandeurs et coûts des modes d'endommagements sur le réseau routier sur la base de l'étude réalisée par [Leone *et al.*, 1995] sur le Diois.

Tableau 17 : estimation des dommages indirects consécutifs aux inondations, par comparaison aux dommages directs enregistrés par type de biens ou d'activités (États-Unis - 1965) (source : [MECV, 1980])

Catégories de biens ou activités sinistrées		Dommages indirects, en % des dommages directs
Logements		15
Commerces		35
Industries		45
Services privés		10
Equipements publics		34
Réseau routier		25
Réseau ferroviaire		23
Agriculture	Céréales	48
	Betteraves à sucre	26
	Fruits et légumes	24

Dans un rapport méthodologique de portée beaucoup plus large [MECV, 1980], le Ministère de l'Environnement et du Cadre de Vie aborde également la question de l'évaluation des dommages indirects liés à l'endommagement matériel direct des réseaux de transport. Outre un protocole d'évaluation précis dont nous détaillerons plus bas les grandes lignes, ce rapport préconise de se référer en première approche à des tables indiquant pour chaque catégorie de biens ou d'activités l'ordre de grandeur des dommages indirects en fonction des dommages directs qui les provoquent. À l'époque de ce rapport, la référence pour les risques d'inondation était dictée par les coefficients américains issus de retours d'expérience depuis 1965 (cf Tableau 17). En particulier, les dommages indirects induits par l'impact physique des inondations sur les réseaux routier et ferroviaire étaient estimés au quart des dommages directs aux infrastructures.

Dans les études procédant de la sorte, le taux d'endommagement appliqué par les autorités ou les compagnies d'assurance est déduit des dégradations prévues sur les infrastructures du réseau. À cet effet, les parties concernées disposent de quantités de tableaux et fonctions d'endommagement issus du retour d'expérience : ils permettent de relier les ordres de grandeur des dégâts matériels et de l'impact économique des perturbations fonctionnelles induites. Ceci amorce une première estimation économique des dommages potentiels.

Cela ne constitue cependant qu'une évaluation très sommaire, aussi, pour analyser la vulnérabilité du réseau-service, faudrait-il idéalement identifier les demandes en déplacement affectées par la détérioration du réseau, prévoir les nouvelles modalités de leur réalisation sur le réseau endommagé et enfin évaluer en valeur relative le manque à gagner résultant.

Nous avons déjà évoqué de telles études dans le chapitre précédent (cf A.2.1.4). L'étude la plus complète que nous avons présentée correspond au chiffrage économique des perturbations routières constatées sur l'ensemble de la région Ile-de-France dans le contexte précis d'une inondation de type 1910 ou 1955, avec ou sans effet des barrages en amont [Hydratec et al., 1998 (a)][Hydratec et al., 1998 (b)] (cf annexe I). La méthode d'estimation des perturbations fonctionnelles et de leur coût pour un ensemble de scénarios d'inondation donnés repose sur la simulation précise des phénomènes aléatoires, de leur impact physique sur le territoire et sur les infrastructures, et de la réorganisation de la circulation sur les réseaux endommagés :

- caractérisation de la crue considérée par ses paramètres physiques (hauteur, durée, intensité),
- repérage des axes routiers inondés ou partiellement inondés,
- hiérarchisation des points de coupure en fonction du volume du trafic et de la densité du réseau,
- ajustement de la congestion sur les itinéraires de déviation empruntés compte-tenu des coupures locales du réseau,
- calcul des temps supplémentaires de parcours et de leurs coûts associés.

Ce protocole appréhende les dommages fonctionnels au réseau dans le contexte précis de scénarios, c'est-à-dire d'un nombre restreint de catastrophes pour lesquelles les caractéristiques physiques sont bien connues. Dans cette logique, l'anticipation du phénomène, de ses impacts physiques et de la circulation des usagers peut être réalisée de manière aussi précise que le permettent les outils de simulation. La comparaison des répartitions du trafic entre le réseau normal et le réseau endommagé pour le scénario courant rend compte des perturbations fonctionnelles provoquées indirectement par le phénomène catastrophique. Par construction, les différences de parcours peuvent être converties en nombre d'heures perdues : la conversion est réalisée en pratique en « nombre d'heures perdues, par véhicule et par heure de pointe ». Afin de pouvoir être apprécié, ce nombre est lui-même monétarisé, c'est-à-dire converti économiquement compte-tenu de coefficients multiplicateurs représentatifs des habitudes de déplacement des usagers, des modalités usuelles du trafic et du coût de l'heure perdue (cf Tableau 18).

Tableau 18 : coefficients de calcul du dommage journalier - valeurs utilisées habituellement par l'IAURIF (source : [Hydratec et al., 1998 (a)])

Passage de l'heure de pointe à la journée	10
Passage de la journée à la période de crue	1 pour un jour ouvrable 0,5 pour un jour férié
Passage du véhicule à la personne	1,25
Monétarisation	65 francs/heure/personne

Exemple : 236.000 heures estimées en cas de crue de type 1910 avec barrages sur la base d'une durée moyenne de 4 jours (dont 1 férié) correspond à :
 $236.000 \times 10 \times 3,5 \times 1,25 \times 65 \approx 671$ millions de francs

De cette manière, chaque scénario est évalué en regard des perturbations fonctionnelles associées sur les réseaux routiers par le montant monétaire équivalent à l'ensemble des heures perdues par les usagers.

AUGMENTATION DU COÛT DE LA CIRCULATION AUTOMOBILE DU FAIT DES CRUES

1 PERTE DE TEMPS

Si l'on considère deux itinéraires de déviation possibles partant d'un point *A* pour arriver à un point *B*, on admettra que l'utilisateur optera pour celui dont le temps de parcours est moindre, quelles que soient les différences de coût entre les deux itinéraires pour ce qui est de la consommation d'essence ou de pneus.

1.1 QUELLE VALEUR DEVRA-T-ON DONNER AU TEMPS ?

On pourrait adopter la valeur ajoutée par heure travaillée, obtenue en divisant la valeur ajoutée totale de l'ensemble des branches d'activité (production intérieure brute moins taxes et droits sur importations) par le nombre d'heures effectivement travaillées par la population active.

En 1974, ces valeurs étaient les suivantes :

- Valeurs ajoutées de toutes branches réunies (en milliards de francs constants)1160,70
- Nombre d'heures ouvrées (milliards d'heures) (2054 heures par an et par personne employée)35,40
- Valeur ajoutée moyenne par heure ouvrée (francs)32,80

Toutefois, cette valeur ne peut être utilisée directement pour évaluer le coût du temps perdu par une voiture automobile, du fait, soit d'un ralentissement de la circulation, soit d'un allongement de son parcours.

En effet,

- tout automobiliste n'est pas forcément une personne active (retraités, mères de famille, étudiants, etc.),
- une voiture peut transporter plusieurs personnes,
- une grande partie de la circulation s'effectue en dehors des heures de travail.

La circulaire du 14 novembre 1974 du Ministre de l'Équipement, Direction des Routes et de la Circulation Routière, donne pour instruction d'avoir à utiliser dans les calculs de rentabilité des investissements routiers une valeur du temps, estimée à 18 francs l'heure pour un véhicule léger et 33 francs pour un véhicule lourd (charge utile égale ou supérieure à 5 tonnes).

On peut constater que la première de ces deux valeurs n'est pas très éloignée des 2/3 de la valeur moyenne de l'heure travaillée.

D'autre part, l'Institut d'Aménagement et d'Urbanisme de la Région Parisienne (IAURP), à la suite d'études entreprises par lui (1), a relevé une corrélation étroite entre les valeurs attribuées au temps par divers groupes de personnes et les 2/3 du salaire horaire moyen du groupe considéré.

Dans ces conditions, on a admis de retenir après revalorisation à l'année « zéro » (2) les valeurs indiquées par la circulaire ci-dessus, bien que, s'il est licite d'utiliser de telles valeurs de référence pour comparer entre eux deux itinéraires, il n'en est peut-être plus de même pour calculer un des postes parmi d'autres qui concourent à la rentabilité d'un aménagement de défense contre les eaux.

1.2 RENSEIGNEMENTS NÉCESSAIRES

Il faut tout d'abord définir le réseau routier affecté par les inondations, d'une part de manière directe : voies coupées par les inondations, et d'autre part de manière indirecte : déviations empruntées par les usagers des voies coupées. Pour une grande agglomération, il faut même envisager, du fait de la congestion, des déviations de déviation.

Ceci étant, deux grandes catégories de renseignements sont à obtenir : les uns sont liés à la crue particulière étudiée : emplacements des coupures d'itinéraires et leur durée ; les autres sont relatifs à l'infrastructure et peuvent être établis, dans une large mesure, indépendamment des premiers : longueurs des tronçons ainsi définis, nombre de voies par tronçon, nombre de feux par kilomètres, vitesse de base et enfin, trafic journalier moyen annuel.

2 AUGMENTATION DE CONSOMMATION

Le surplus de coût de la circulation automobile résulte, en plus de la perte de temps, de l'accroissement de la consommation d'essence, de l'usure des pneus et, plus généralement des frais proportionnels à la distance.

Ceci est dû notamment à l'augmentation kilométrique des parcours du fait des déviations, du ralentissement général de la circulation abaissant le régime des moteurs au-dessous de l'optimum, à l'augmentation du nombre des ralentissements et des arrêts du fait du plus grand nombre de croisements ou de feux situés sur le nouveau parcours.

3 CONCLUSION

Pour l'évaluation du temps perdu et de l'augmentation de la consommation, on adoptera après revalorisation aux conditions de l'année « zéro » les données numériques de la circulation du 14 novembre 1974.

(1) voir « Estimation de la valeur du temps pour les actifs disposant d'une automobile » – Cahiers de l'IAURP – Vol. 4.5 avril 1966 – Partie 2 – Choix du moyen de transport pour les usagers – pages 42 et suivantes

(2) voir les coefficients de conversion monétaire donnés dans l'annexe « Indicateurs régionaux et métropolitain de croissance économique (revenu brut disponible des ménages) »

La seconde étude que nous avons évoquée en A.2.1.4 procède selon le même schéma – bien que la finalité du document ne soit pas exactement la même, puisqu’il s’agit, non pas de simuler des crues, mais d’énoncer des grands principes pour le calcul du coût des perturbations fonctionnelles sur les réseaux routiers dans n’importe quelle situation d’inondation.

L’étude en question propose une « méthode sommaire d’évaluation des critères économiques » dans le cadre de la « lutte contre les inondations » [MECV, 1980]. Les directives concernant l’évaluation des surcoûts de la circulation font l’objet de deux pages dont nous donnons une reproduction en page 119 avec le Document 4.

Ainsi que nous le mentionnions plus haut, la démarche adoptée pour quantifier les perturbations fonctionnelles des réseaux à la suite d’inondations relèvent des mêmes fondements que ceux de l’étude des crues historiques en région parisienne. Il est cependant intéressant de noter que le Ministère de l’Environnement de l’époque focalisait la méthode sur les hypothèses et les choix relatifs à la valeur du temps. Par cela, l’enjeu de l’étude repose sur les problèmes de conversion des temps supplémentaires de parcours en montants monétaires. Les questions associées sont les mêmes que celles entrevues dans la première étude, et concernent le nombre d’usagers par véhicule, la valeur monétaire de l’heure de travail, le profil des usagers, l’hétérogénéité du trafic selon les heures de la journée, etc. Ceci étant, les problèmes relatifs à la localisation des coupures sur le réseau routier et à l’identification des déviations (et des « déviations de déviation », au titre des phénomènes de congestion) sont secondaires et n’interviennent qu’en amont pour fournir le bilan des heures perdues.

Dans une analyse de vulnérabilité des réseaux, les dommages indirects correspondent en définitive aux perturbations fonctionnelles induites par les modifications des infrastructures. La fonction du réseau étant de faciliter les mises en relation sur le territoire, les perturbations fonctionnelles correspondent au temps total perdu par les usagers du fait des détours imposés sur le réseau. La finalité économique des études associées conduit à convertir ce temps en montant monétaire grâce à des tables (données issues de retours d’expérience, d’enquêtes, d’indicateurs socio-économiques, etc. [Leone *et al.*, 1995]).

Les dommages fonctionnels qu’un réseau de transport est susceptible de subir correspondent ainsi aux pertes et aux manques à gagner induits par la modification de l’infrastructure du réseau (valeur temporelle – éventuellement convertie en montant monétaire).

Dans un contexte de risques, ces dommages définissent la vulnérabilité fonctionnelle et la circonscrivent au réseau-service, en ce sens qu’ils ne constituent une menace qu’envers le fonctionnement du réseau et les bénéfices induits en termes de gain de temps ou d’argent. Ce volet complète ainsi la caractérisation de la vulnérabilité entamée avec les considérations matérielles liées au réseau-support.

A.3.2 ENTRE RÉSEAU-SUPPORT ET RÉSEAU-SERVICE, LE RÉSEAU-MÉDIATEUR : L'APPROCHE STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

A.3.2.1 SITUATION DE L'APPROCHE STRUCTURELLE

D'après ce que nous venons de voir, la vulnérabilité des réseaux de transport est évaluée sur deux versants :

- en amont, elle inclut les dommages matériels potentiels que pourraient subir les infrastructures → ces dommages sont tangibles et peuvent être chiffrés grâce aux coûts de réparation qu'ils induisent ;
- en aval, elle doit prendre en compte les dommages fonctionnels potentiels correspondant aux manques à gagner induits par les détours auxquels les usagers sont contraints → ces dommages peuvent être quantifiés par le temps total perdu dans les détours, et chiffrés économiquement à l'aide de tables et de règles de conversion sous certaines hypothèses.

L'enchaînement des dommages directs et des dommages indirects apparaît implicitement dans la double formulation de la vulnérabilité des réseaux de transport :

1. les dommages matériels directs ont pour effet de modifier l'infrastructure du réseau,
2. la modification effective de l'infrastructure est le point de départ des dommages fonctionnels indirects sur l'usage du réseau.

Le lien enchaînant les dommages indirects aux dommages directs met en lumière l'aspect structurel du réseau, conformément aux fondements théoriques présentés dans le chapitre précédent. Dès lors, l'approche structurelle des réseaux de transport dans un contexte de risques révèle toute sa dimension (cf Figure 18) : la modification de l'infrastructure du réseau – plus précisément de sa structure ou de sa trame – génère des perturbations fonctionnelles car elle remet en cause les chemins et les modalités des chemins sur le réseau.

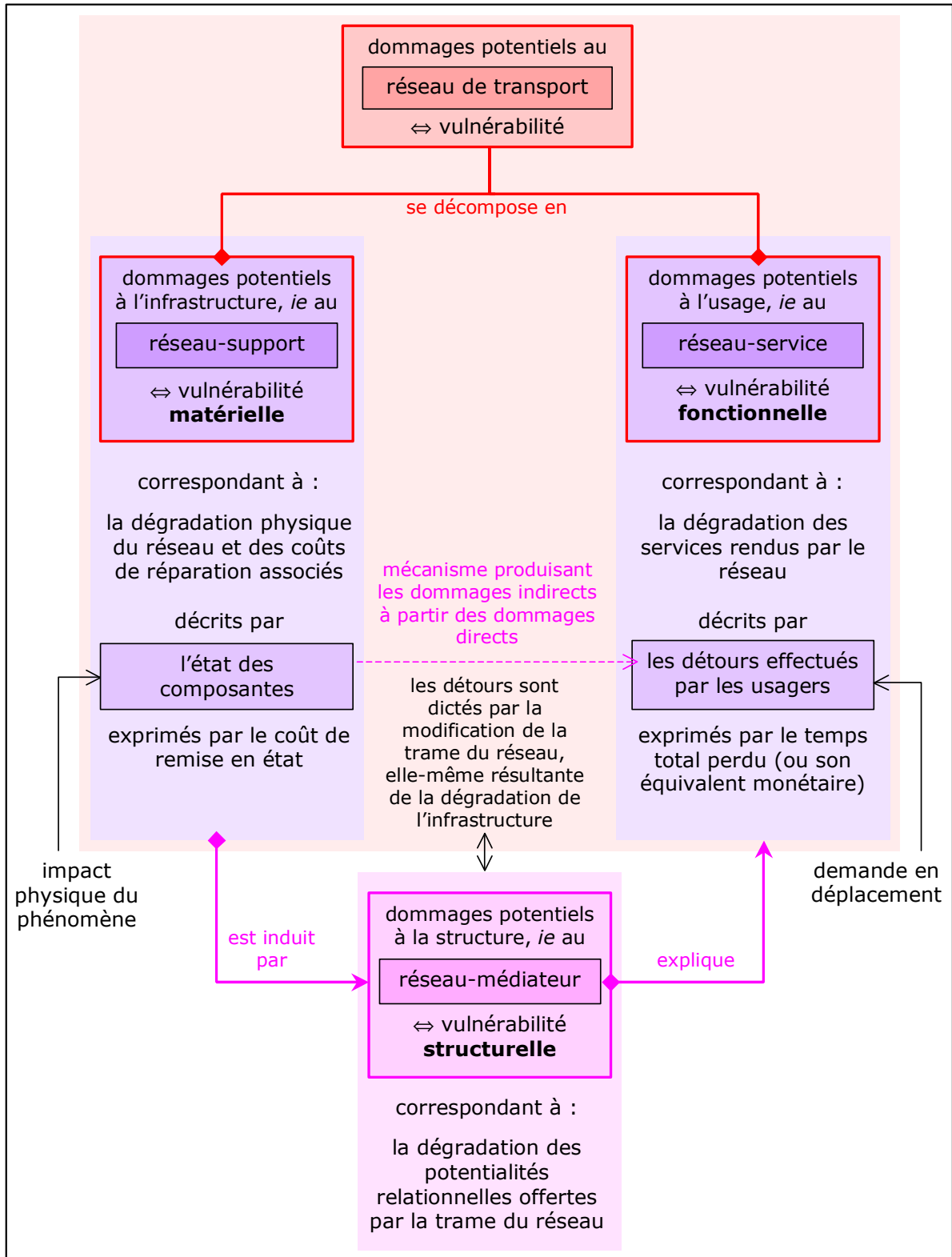


Figure 18 : positionnement de l'approche structurelle dans l'évaluation de la vulnérabilité des réseaux de transport

Il est donc clair que l'approche structurelle n'a pas pour vocation à participer à la quantification de la vulnérabilité, mais à fournir des éléments éclairant la compréhension de celle-ci en décortiquant les mécanismes intrinsèques produisant en chaîne les dommages fonctionnels à partir des dommages matériels.

En définitive, l'étude de l'endommagement structurel des réseaux de transport :

- repose en amont sur les informations relatives au réseau et à l'état de son infrastructure, compte-tenu des phénomènes catastrophiques potentiels ou réalisés ;
- constitue en aval un préalable à l'étude de la vulnérabilité fonctionnelle du réseau en introduisant des données contextuelles – en particulier la demande en déplacement.

Elle a pour objet d'évaluer l'impact des modifications infrastructurelles du réseau sur l'aptitude de celui-ci à mettre en relation les lieux de l'espace sur lequel il est implanté : l'aspect du réseau entrevu ici correspond à la notion de réseau-médiateur introduite en A.2.3.

Cette manière d'appréhender l'endommagement des réseaux de transport implique d'adopter des représentations adaptées.

A.3.2.2 DONNÉES EN ENTRÉE

Comme nous le mentionnions plus haut, l'approche structurelle repose en amont sur les données infrastructurelles du réseau dans un contexte de risques. Ainsi que le note le Ministère de l'Environnement [MECV, 1980] dans sa méthode de calcul des surcoûts (cf Document 4), il s'agit en premier lieu de disposer des renseignements « relatifs à l'infrastructure », à savoir « [les] longueurs des tronçons [...], [le] nombre de voies par tronçon, [le] nombre de feux par kilomètres, [la] vitesse de base » – autrement dit toutes les informations qui déterminent les modalités de déplacement sur le réseau.

De fait, indépendamment des considérations matérielles propres à l'étude de l'endommagement du réseau-support (volet matériel de l'analyse de la vulnérabilité), l'approche structurelle est fondée sur la connaissance de la trame, c'est-à-dire sur sa topologie (organisation en réseau), sa localisation et sa géométrie (implantation spatiale) et ses caractéristiques relationnelles (chemins).

Dans le contexte du risque inondation, cette même méthode souligne par ailleurs la nécessité de « définir le réseau routier affecté par les inondations », c'est-à-dire d'identifier les « voies coupées ».

Nous rappelons cependant que la composante aléa n'intervient théoriquement pas dans la caractérisation de la vulnérabilité : d'après nos choix et les définitions que nous avons adoptés dans le chapitre A.2, nous considérons en effet comme possibles toutes les configurations endommagées d'un réseau donné lors de l'étude de sa vulnérabilité. La

prise en compte du contexte de risques dans l'approche structurelle nécessite donc simplement d'envisager tous les endommagements potentiels du réseau. En marge de cette évaluation, l'étude ponctuelle d'un scénario relevant de faits réels ou redoutés ne reflète donc qu'un aspect de la vulnérabilité du réseau (elle renseigne en l'occurrence sur la réaction du réseau dans le contexte précis du scénario considéré).

En pratique, toute configuration endommagée du réseau sera appréhendée en considérant la trame initiale du réseau privée de ses composantes endommagées.

A.3.2.3 OBJETS ET LOGIQUES CONSIDÉRÉS

L'approche structurelle constitue un tremplin pour l'étude de la vulnérabilité dès lors que l'on intègre les aspects contextuels liés à l'usage du réseau. Il s'agit ainsi d'appréhender le réseau sous ses aspects circulatoires et de décrire et quantifier la réorganisation du *réseau-médiateur* consécutivement aux modifications potentielles de son infrastructure.

Dans la perspective d'évaluer les dommages fonctionnels provoqués par l'inondation d'un réseau routier, la méthode évoquée plus haut [MECV, 1980] exige ainsi de connaître au préalable les déviations associées aux relations affectées par la crue considérée. L'objet associé aux relations et à leur réorganisation en déviations est le *chemin* et correspond naturellement à la succession des composantes du réseau empruntées pour mettre en relation les lieux origine et destination impliqués.

La finalité de cette démarche étant d'évaluer la perte de temps totale enregistrée par les usagers, la méthode énonce par ailleurs une hypothèse capitale sur la mise en relation de deux lieux *A* et *B* : « Si l'on considère deux itinéraires de déviation possibles partant d'un point *A* pour arriver à un point *B*, on admettra que l'utilisateur optera pour celui dont le temps de parcours est moindre, quelles que soient les différences de coût entre les deux itinéraires pour ce qui est de la consommation d'essence ou de pneus ». Ainsi formulée, cette hypothèse postule que toute mise en relation d'un couple origine-destination sur l'espace est réalisée selon la logique des plus courts chemins (c'est-à-dire ici des chemins les plus rapides). Indépendamment de son contenu même, cette hypothèse souligne l'importance de déterminer la ou les *logique(s) de déplacement* sur le réseau-médiateur, c'est-à-dire de fixer les modalités de mise en relation des lieux sur l'espace d'étude.

En définitive, l'objet élémentaire de l'étude structurelle des réseaux de transport est le *chemin*. Il est décrit par la succession des composantes du réseau reliant l'origine à la destination de la relation considérée.

L'enchaînement des composantes est lui-même dicté par la *logique de déplacement*, c'est-à-dire par l'ensemble des critères régissant la mise en relation des lieux par le réseau. La logique de déplacement la plus simple est la logique de plus court chemin.

A.3.2.4 VERS UNE ÉVALUATION DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

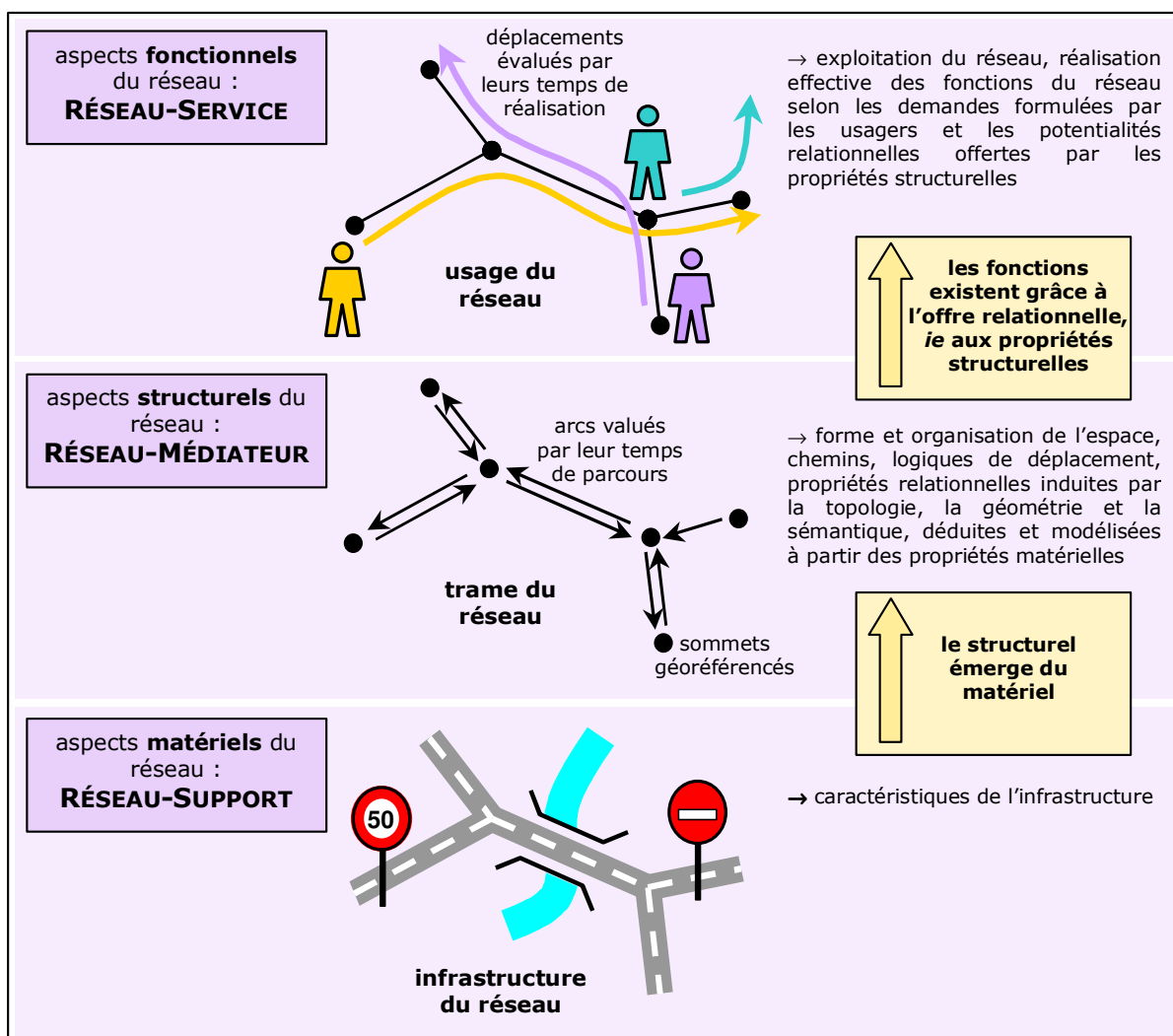


Figure 19 : aspects matériels, structurels et fonctionnels d'un réseau de transport, notions associées et passerelles entre les différentes représentations

L'approche structurelle offre un point de vue conceptuel des réseaux à la frontière des aspects matériel et fonctionnel. Comme nous l'avons vu précédemment, cette approche est naturellement valorisée pour comprendre quels sont les mécanismes intrinsèques explicatifs de la vulnérabilité des réseaux. À cet effet, la passerelle entre le réseau-médiateur et le réseau-service est réalisée en exploitant les aspects structurels décrits par les potentialités relationnelles du réseau, et en intégrant les facteurs conjoncturels liés à l'usage (cf Figure 19).

Les lignes qui précèdent nous ont permis de cerner les besoins et les ouvertures de l'approche structurelle relativement aux vues traditionnelles consistant à appréhender les réseaux selon le double aspect matériel / fonctionnel. Sur la base de cette analyse et de l'identification des données, objets et logiques qu'elle implique, nous sommes maintenant en mesure de formuler la problématique de notre travail et le plan que nous proposons pour y répondre.

A.3.3 L'ÉTUDE DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT - OBJECTIFS ET DÉMARCHE

L'étude des risques sur les réseaux de transport ne peut constituer un problème de recherche en soi, tant la complexité des mécanismes sous-jacents et la variété des disciplines impliquées sont importantes. Le Tableau 13 (cf page 107) introduit sommairement les étapes de la manifestation d'un phénomène catastrophique sur un réseau de transport ainsi que les problèmes et les domaines de recherche associés :

- De manière naturelle, l'étude de l'aléa associé constitue le premier volet de cette thématique de recherche. Pour notre part, nous l'avons écartée de nos préoccupations, car elle relève essentiellement de considérations physiques (simulations de phénomènes, études d'écoulement, de diffusion, etc.) qui ne relèvent pas de nos compétences. Ainsi que nous le verrons par la suite, nous aurons pourtant certaines hypothèses à formuler pour modéliser et intégrer cet aléa dans nos exemples d'étude.
- Le second volet de l'étude des risques sur les réseaux de transport correspond à l'étude de la vulnérabilité. Sous certaines hypothèses, nous avons vu que celle-ci se décompose en une vulnérabilité matérielle (liée aux dommages à l'infrastructure) et en une vulnérabilité fonctionnelle (liée aux dommages aux bénéfices issus de l'exploitation du réseau). Nous notons à ce propos que les dommages matériels et les aspects conjoncturels des dommages fonctionnels relèvent de considérations économiques que nous avons également choisi d'écarter de nos préoccupations.
- Ceci étant, le mécanisme produisant un impact sur les chemins empruntés et sur les bénéfices induits sur le réseau à partir de la dégradation de son infrastructure n'est pas immédiate, et implique des phénomènes géographiques relevant de la *structure* du réseau.

→ Les modifications de l'usage du réseau résultent en effet de la modification de sa trame. La question est alors de comprendre comment la dégradation de l'infrastructure manifestée par une modification de la trame est préjudiciable en termes de potentialités relationnelles, et produit en cascade une réorganisation pénalisante des usagers sur le réseau.

La menace d'endommagement pesant sur les potentialités relationnelles du réseau correspond à la vulnérabilité structurelle de celui-ci. Cette notion n'intervient pas dans l'expression finale de la vulnérabilité des réseaux, mais elle est pertinente car elle permet de faire la part des endommagements potentiels induits par la configuration du réseau (trame, aspects structurels) et des endommagements potentiels induits par sa capacité de réponse aux demandes en déplacement réelles (usage, aspects fonctionnels) (cf Figure 18).

À l'issue de cette première partie, il apparaît donc que la notion de vulnérabilité structurelle est importante pour comprendre le mécanisme d'endommagement global des réseaux. Les questions relatives à cette notion sont nombreuses : qu'est-ce que la structure d'un réseau de transport ? quels sont les enjeux liés à la structure d'un réseau de transport ? quels sont les dommages associés ? comment définir et quantifier la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport ? comment intégrer la multiplicité des scénarios d'endommagement et de réparation ? etc.

En pratique, la notion de vulnérabilité structurelle n'est pas explicitement abordée dans la littérature, car les dommages fonctionnels ne sont jamais appréhendés en dehors du contexte de l'usage des réseaux. Il en résulte des amalgames entre les aspects structurels et conjoncturels des réseaux, ne permettant pas de faire la part entre les propriétés structurelles et les logiques contextuelles de fonctionnement du réseau dans une démarche explicative de leur vulnérabilité.

Ce positionnement présente par ailleurs le défaut d'associer vulnérabilité fonctionnelle et dommages potentiels aux bénéfices induits par le réseau, ce qui constitue un amalgame entre vulnérabilité au sens propre (propension à être endommagé) et enjeux (montant des dommages).

L'impasse sur les aspects structurels des réseaux conduit enfin à escamoter les analyses topologiques, géométriques et relationnelles de la trame dans le choix et la construction d'indicateurs sur les réseaux. En particulier, les déplacements sur les réseaux sont exclusivement régis par la logique de plus court chemin, dont on devine sans mal les limites dans un contexte de risques où les chemins détournés font autorité.

Sur la base de l'existant et des problèmes de recherche sous-jacents présentés dans cette première partie, l'objectif de notre travail de thèse est donc de définir, quantifier et expliquer la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport.

Ainsi défini, ce sujet annonce un plan articulé en trois parties :

- **L'étude des réseaux de transport d'un point de vue structurel.**

Dans la partie introductive de cette thèse, l'aspect structurel des réseaux de transport a été défini relativement aux aspects traditionnels induits par l'infrastructure (aspects matériels) et par l'usage (aspects fonctionnels). Ce positionnement est pertinent, car il permet d'extraire les propriétés intrinsèques (c'est-à-dire non conjoncturelles) de la trame des réseaux. Ces propriétés – d'ordres topologique, géométrique et relationnel – exigent néanmoins de délimiter un cadre d'étude approprié. Celui-ci s'appuie dans ses grandes lignes par la théorie des graphes, et nécessite en particulier de préciser des choix de modélisation relatifs au contexte du risque : définition d'un réseau de référence, cohérence de l'intégration du réseau sur son espace d'emprise, prise en considération de plusieurs logiques de déplacement sur le réseau, gestion des différents niveaux d'étude, etc.

À cette occasion, nous présentons un jeu de réseaux d'étude, théoriques et réels, qui nous accompagneront par la suite pour appuyer nos démonstrations et nos résultats.

- **Processus d'analyse de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport.**

Le cadre étant posé, il s'agit dans un deuxième temps de définir la vulnérabilité structurelle et de proposer une méthode de quantification. Nous réalisons ce travail en prenant appui sur les études de risque (formalisation des notions de risque, enjeux et vulnérabilité) et sur les études d'endommagement des réseaux de transport (analyses de scénarios d'endommagement correspondant à des situations réelles ou simulées).

Ainsi que nous le verrons, mesurer la vulnérabilité nécessite de pouvoir comparer deux états de la structure du réseau (la configuration normale et une configuration endommagée quelconque) : il faut donc en premier lieu être capable d'évaluer la structure du réseau pour le rôle qui lui est assigné, c'est-à-dire en tant que médiateur spatial. Ce travail consiste concrètement à répondre aux questions « combien » (évaluation de l'efficacité du réseau à relier les lieux entre eux) et « comment » (évaluation du rôle d'intermédiaire joué dans ce but par les différentes composantes du réseau).

À partir des outils d'évaluation, il s'agit alors de positionner la notion de vulnérabilité structurelle tant au niveau théorique (définition par la comparaison de niveaux d'efficacité et d'intermédiation) que quantitatif et prospectif (étude de scénarios d'endommagement et d'enchaînements de scénarios afin d'explorer le comportement du réseau lorsque sa structure évolue).

- **Améliorer la compréhension de la vulnérabilité structurelle d'un réseau par l'examen des forces et des faiblesses de sa trame.**

L'approche classique de la vulnérabilité présentée ci-dessus évalue la vulnérabilité en comparant deux états (normal et endommagé) d'un réseau, et, à ce titre, demeure passive, car elle n'analyse pas les facteurs mis en jeu dans cette comparaison. Nous proposons donc dans un troisième et dernier temps d'énoncer les propriétés du réseau intervenant dans la caractérisation de la vulnérabilité (topologie, géométrie, centralité, solutions de remplacement offertes par le réseau), de les formaliser par des indicateurs et de voir dans quelle mesure ils expliquent effectivement la vulnérabilité structurelle. La synthèse des conclusions issues de cette recherche prospective doit éclairer la compréhension de la vulnérabilité structurelle du réseau et des mécanismes associés – en particulier des mécanismes relationnels.

RÉSUMÉ DE LA PARTIE A

La fréquence et l'ampleur des catastrophes naturelles et technologiques de ces dernières décennies ont suscité de nombreuses recherches dans le domaine du risque. La dimension géographique de ces recherches est particulièrement valorisée compte-tenu des enjeux associés en termes d'aménagement du territoire (prévention, protection, gestion de crise, réparation).

En pratique, la détermination des niveaux de risque s'appuie sur la connaissance conjointe de l'aléa (description physique du phénomène) et de la vulnérabilité (propension des entités exposées à être endommagées). Tandis que l'aléa est relativement bien étudié par les spécialistes concernés (hydrologues, géophysiciens, mécaniciens, etc.), la vulnérabilité reste encore un domaine de recherche très ouvert, notamment en ce qui concerne l'anticipation des dommages indirects, c'est-à-dire des dommages provoqués en chaîne par les dommages imputables à l'action physique directe du phénomène.

La dimension géographique et l'analyse de vulnérabilité relative aux dommages indirects constituent un pan important de l'étude des risques de réseaux – en particulier des réseaux de transport. Il apparaît en effet qu'au-delà des endommagements physiques potentiels auxquels sont soumises les infrastructures sous-jacentes, les réseaux de transport sont également menacés au niveau de leur usage par la mise en péril des services qu'ils offrent à leurs usagers.

Dans ce contexte, l'endommagement et donc la vulnérabilité des réseaux de transport peuvent être envisagés selon plusieurs approches, fonctions de la manière dont on appréhende les réseaux.

Dans une approche élémentaire, le réseau-support restreint le réseau de transport à son infrastructure, et isole donc la menace autour des dommages matériels directs : la propension du réseau à subir de tels dommages correspond à la vulnérabilité matérielle.

Dans une approche globale, le réseau-service envisage le réseau de transport au travers de l'usage qui en est fait, et est donc susceptible de subir des perturbations fonctionnelles – dommages indirects par nature : la propension du réseau à subir de tels dommages correspond à la vulnérabilité fonctionnelle.

Vulnérabilités matérielle et fonctionnelle constituent ainsi les deux facettes de la vulnérabilité des réseaux de transport, par association aux menaces d'endommagements directs et indirects dont ils font l'objet.

Dans une approche intermédiaire, il est intéressant de considérer le réseau-médiateur, c'est-à-dire d'examiner le réseau de transport en tant qu'objet relationnel structurant l'espace, et donc menacé dans sa capacité à relier les lieux entre eux. Les dommages résultants correspondent à la dégradation des potentialités relationnelles offertes par la structure du réseau, et sous-tendent de fait les perturbations fonctionnelles lorsque l'on se place dans un contexte d'usage. La notion associée de vulnérabilité structurelle constitue ainsi un concept aidant à la compréhension de la vulnérabilité fonctionnelle des réseaux en dehors de tout contexte d'usage.

Ce contexte pose la problématique de notre travail autour de la question de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport : quelles sont les spécificités de l'approche structurelle des réseaux de transport dans l'étude de leur vulnérabilité ? comment alors définir et quantifier la vulnérabilité structurelle des réseaux ? quelles sont enfin les caractéristiques de la trame des réseaux pouvant aider à mieux comprendre leur vulnérabilité structurelle ?

PARTIE B
L'ÉTUDE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT
D'UN POINT DE VUE STRUCTUREL

CHAPITRE B.1

CADRE D'ÉTUDE GÉNÉRAL : APPORTS ET LIMITES DE LA THÉORIE DES GRAPHS POUR LA FORMALISATION DES RÉSEAUX ET DE LEUR STRUCTURE

La partie A a introduit la problématique de notre travail ainsi que les besoins et les ouvertures de l'approche structurelle adoptée à cet effet. Nous avons ainsi répondu aux questions « quoi », « pourquoi », et « pour quoi ». Dans ce chapitre – ainsi que dans le chapitre suivant – nous proposons de formaliser le cadre de notre étude et de répondre ainsi à la question « avec quoi ».

Notre recherche est fondée sur l'étude des propriétés relationnelles de la trame des réseaux. Les objets mathématiques les plus appropriés à cet effet sont certainement les graphes, au sujet desquels [Beauquier *et al.*, 1992] (cités par [Mathis *et al.*, 2003]) notent : « Les graphes constituent l'outil théorique le plus utilisé pour la modélisation et la recherche des propriétés des ensembles *structurés*¹⁵. Ils interviennent à chaque fois que l'on veut représenter et étudier un ensemble de *liaisons*¹⁵ (orientées ou non) entre les éléments d'un ensemble fini d'objets ».

La théorie des graphes puise son origine dans un problème élémentaire de déplacement sur un réseau : il s'agit en effet du *problème des ponts de Königsberg*, résolu par Euler en 1736, et dont l'objet était de savoir s'il était possible de faire le tour de la ville de Königsberg en passant exactement une fois sur chacun de ses ponts (cf Figure 20). Le terme même de *graphe* a été employé pour la première fois par l'anglais J.J. Sylvester en 1822. Il faudra attendre 1936 et le mathématicien allemand D. König pour voir le premier ouvrage consacré à la théorie des graphes¹⁶.

¹⁵ souligné par nous

¹⁶ KÖNIG D. : *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*, Leipzig, Akad. Verl. M.B.H., 1936 & New-York, Chelsea, 1950

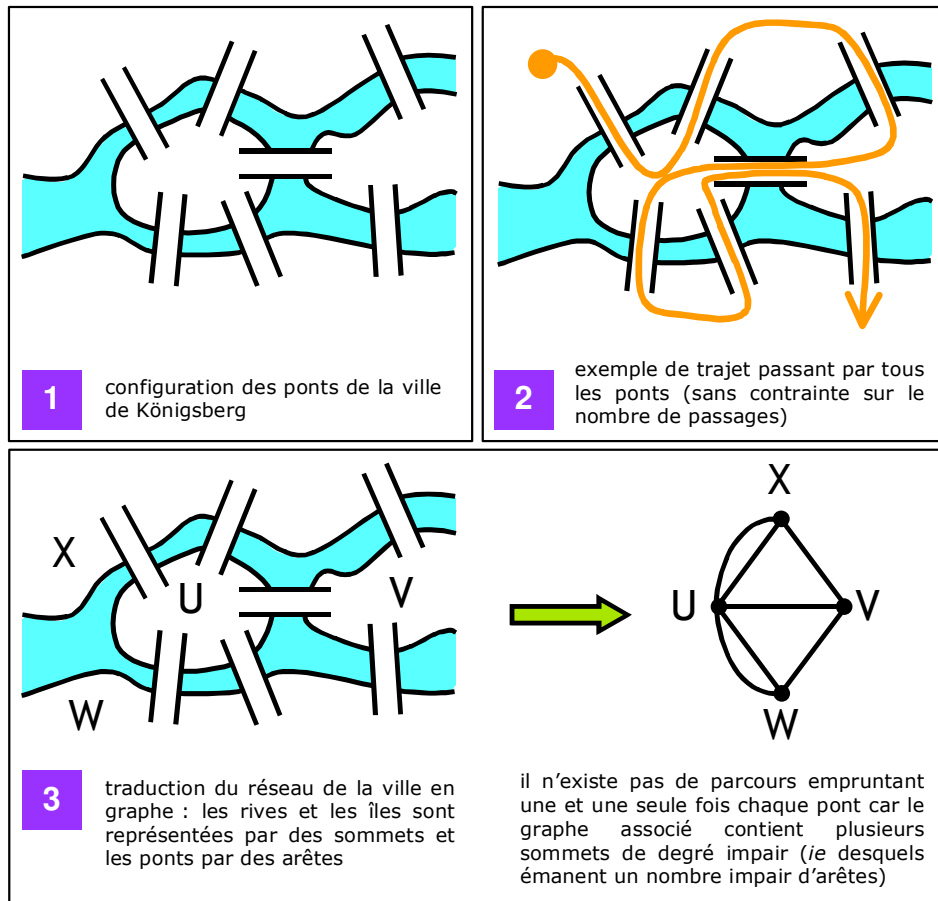


Figure 20 : le problème des ponts de Königsberg, à l'origine de la théorie des graphes

Si nous revenons maintenant à l'exemple des ponts de Königsberg, il est intéressant de noter que la formalisation du réseau en graphe concerne :

- non seulement l'infrastructure : la voirie – ici réduite aux ponts – est réduite à sa trame sous la forme d'un agencement d'arêtes,
- mais également le territoire sur lequel elle est implantée : en l'occurrence, les zones du territoire reliées grâce aux ponts – c'est-à-dire les rives et les îles – sont résumées par des sommets.

Il apparaît ainsi que les différentes caractéristiques de la trame d'un réseau de transport (cf A.2.3) peuvent être prises en compte dans la formalisation par un graphe, ainsi que le présentait déjà implicitement la Figure 19 (cf page 125) :

- la topologie est intrinsèque à la structure de graphe,
- la localisation spatiale et, plus généralement, la géométrie du réseau peuvent être intégrées en ancrant le graphe sur le territoire par géoréférencement des sommets et valuation des arêtes (ou arcs),
- les caractéristiques relationnelles du réseau sont révélées par l'étude des chemins reliant les différentes paires de sommets sur le graphe associé.

Dans les lignes qui suivent, nous présentons les fondements mathématiques de la théorie des graphes et les principes associés de modélisation des réseaux de transport en mettant en évidence les caractéristiques topologiques, géométriques et relationnelles propres aux structures en réseau. À cette occasion, nous détaillerons les représentations algébriques que nous serons amenés à utiliser dans nos traitements algorithmiques.

Nous invitons le lecteur à approfondir le domaine en consultant les références auxquelles nous avons nous-mêmes fait appel, à savoir des sites et des ouvrages consacrés à la théorie : [Laboratoire Leibniz, 2004], [Reinhardt & Soeder, 1997], [Berge, 1973] et [Bollobás, 1998], des supports de cours : [Donnay, 1998] et [Grasland, 2004], ainsi que des synthèses ou des travaux de recherche appliqués à des domaines spécialisés : [Mathis *et al.*, 2003], [Mérenne, 1995], [Wasserman & Faust, 1994] et [Freeman, 1979].

B.1.1 LA REPRÉSENTATION TOPOLOGIQUE D'UN RÉSEAU PAR UN GRAPHE - GÉNÉRALITÉS

B.1.1.1 DÉFINITIONS - EXEMPLES

Un graphe G est une paire ordonnée de deux ensembles (V, E) disjoints :

- V est l'ensemble des sommets,
- E est l'ensemble des arêtes (resp. des arcs), correspondant à des paires non orientées (resp. orientées) de $V^{(2)}$.

L'ordre et la taille d'un graphe correspondent respectivement aux nombres de sommets et d'arêtes (ou d'arcs) de ce graphe. Dans la suite, nous utiliserons les notations n et m pour désigner l'ordre et la taille des graphes.

Un sous-graphe de G' de $G = (V, E)$ est une paire ordonnée d'ensembles de sommets V' et d'arêtes (ou d'arcs, selon le cas) E' , extraits de G , avec $V' \subseteq V$ et $E' \subseteq E$.

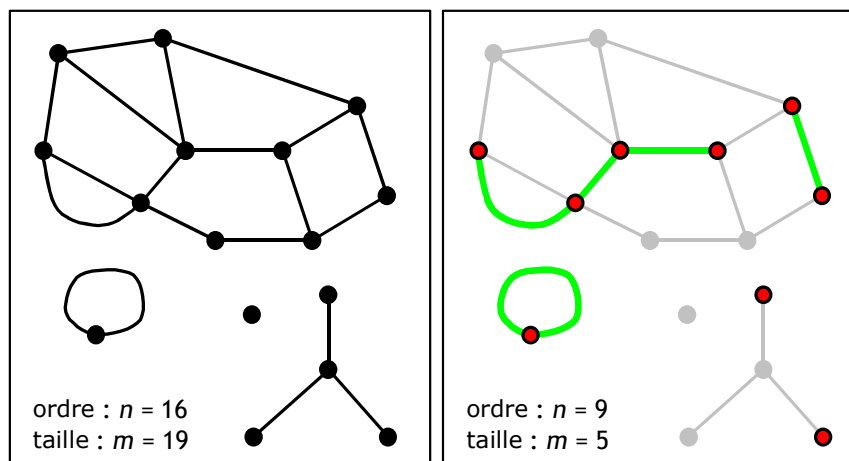


Figure 21 : exemple de graphe (à gauche) et de sous-graphe (à droite) sur lequel les sommets et les arêtes retenus sont indiqués en couleurs

Il existe plusieurs structures de graphes et de sous-graphes remarquables (cf Figure 22). Nous aurons l'occasion de revenir sur ces différentes notions au cours de notre travail :

- Le graphe vide est le graphe ne comprenant ni sommets, ni arêtes.
- Pour un ensemble de sommets donnés, le graphe complet est le graphe pour lequel tous les sommets sont reliés deux à deux par une arête (ou un arc).

- Un graphe structuré en arbre est un graphe connexe (c'est-à-dire d'un seul tenant) dans lequel il n'existe pas de parcours cyclique.
- Une clique est un sous-graphe complet.
- Un graphe est planaire si l'on peut arranger ses sommets dans un plan de sorte qu'il n'y ait pas d'intersection d'arêtes (ou d'arcs).

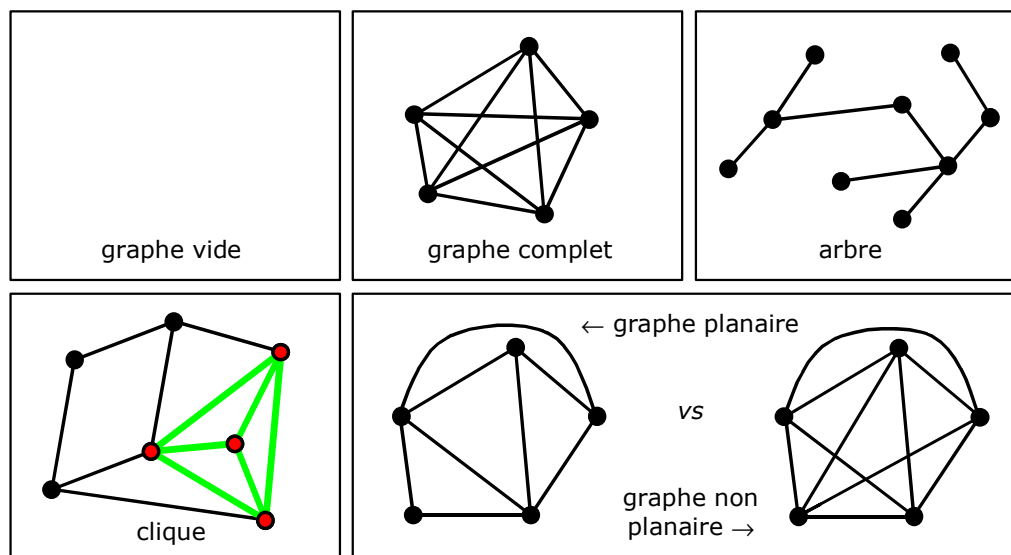


Figure 22 : graphes et sous-graphes particuliers

Mentionnons enfin la notion de graphe dual, correspondant, pour une partition de l'espace, au graphe des adjacences des régions partitionnées : en résumant chacune des régions par un centroïde (c'est-à-dire par un sommet contenu dans cette région), le graphe dual relie deux à deux les centroïdes des régions partageant une frontière commune. Par construction, le graphe dual est toujours planaire. La Figure 23 illustre cette notion sur le partitionnement régional de la France.

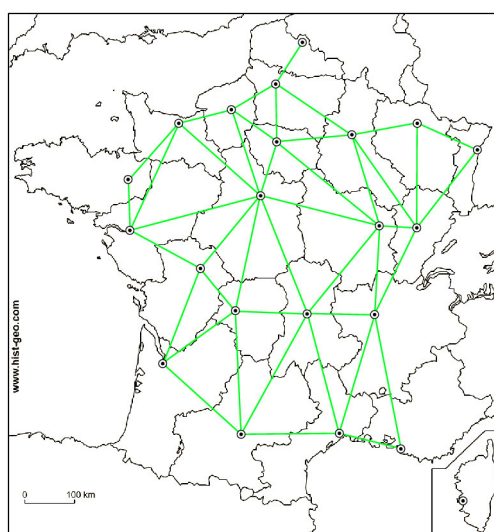


Figure 23 : graphe dual des régions métropolitaines françaises (sauf Corse) - les centroïdes des régions ont été localisés au niveau des capitales régionales (source du fond de carte : www.hist-geo.com)

B.1.1.2 GRAPHES ORIENTÉS ET NON ORIENTÉS - DOMAINES APPLICATIFS ASSOCIÉS

Après ce bref panorama des structures particulières de graphes et sous-graphes, revenons à la définition initiale des graphes, et en particulier à la possibilité que nous avons mentionnée pour les éléments de E d'être orientés ou non. À ce sujet :

- un graphe est dit « non orienté » lorsqu'il est composé d'arêtes, c'est-à-dire lorsqu'il n'existe pas d'ordre parmi les deux sommets constituant chacun des éléments de E ,
- à l'opposé, le graphe est dit « orienté » lorsqu'il existe un ordre, auquel cas ces mêmes éléments sont appelés « arcs ».

Le fait d'orienter un arc correspond souvent à un souci de représenter des flux ou des ordres hiérarchiques.

La notion de graphe est utilisée par exemple en sociologie pour modéliser un réseau d'individus [Wasserman & Faust, 1994]. Dans ce cas, les individus sont représentés par des sommets et les relations qu'ils entretiennent sont matérialisées par des arêtes ou des arcs. En toute logique, les arcs sont utilisés pour des relations pouvant se réaliser à sens unique tandis que les arêtes matérialisent des relations naturellement symétriques (cf Figure 24).

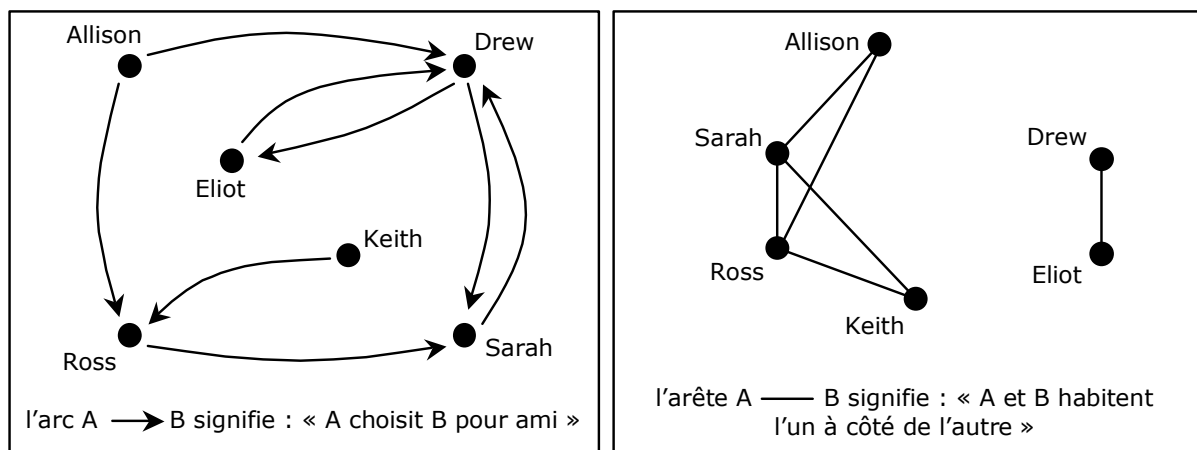


Figure 24 : exemples de réseaux sociologiques orienté et non orienté (d'après : [Wasserman & Faust, 1994])

Dans le domaine qui nous intéresse, les graphes interviennent pour formaliser les réseaux de transport en représentant les tronçons et les voies par des arcs ou des arêtes et les carrefours et les lieux d'échange par des sommets. Nous retrouvons ici la double association { infrastructure linéaire \leftrightarrow arc ou arête } et { infrastructure nodale \leftrightarrow sommet } entrevue en A.2.2.2.

À titre d'exemples :

- la Figure 25 représente la modélisation du réseau des routes commerciales fluviales dans la Russie du Moyen-Âge par un graphe non orienté [Pitts, 1965] (voir par ailleurs l'annexe III) : une telle modélisation autorise les déplacements dans les deux sens sur tous les tronçons fluviaux ;

- sur la Figure 26, nous avons modélisé le réseau des axes routiers principaux du 11^{ème} arrondissement de Paris par un graphe orienté : ce choix permet de discriminer les axes à double sens des axes à sens unique.

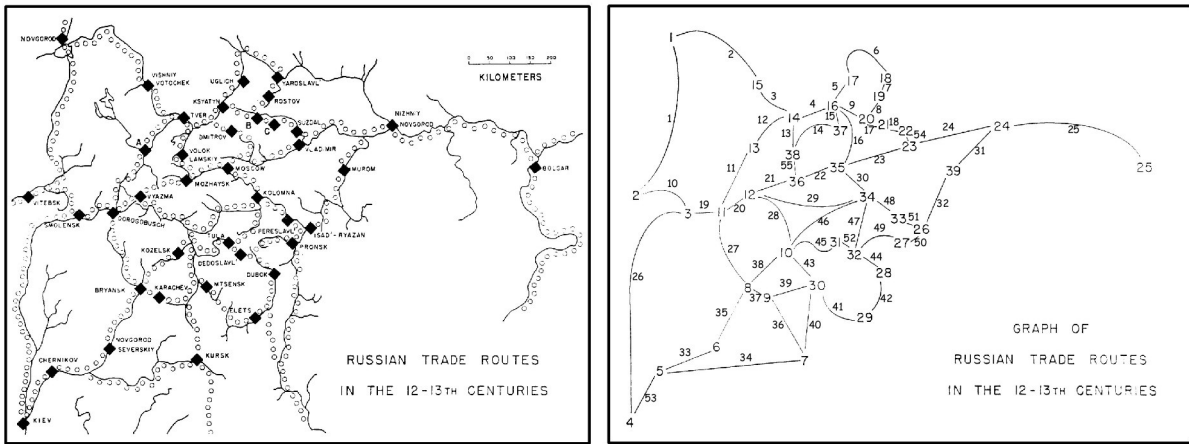


Figure 25 : réseau des routes commerciales fluviales dans la Russie des XII^{ème} et XIII^{ème} siècle et graphe non orienté équivalent (source : [Pitts, 1965])

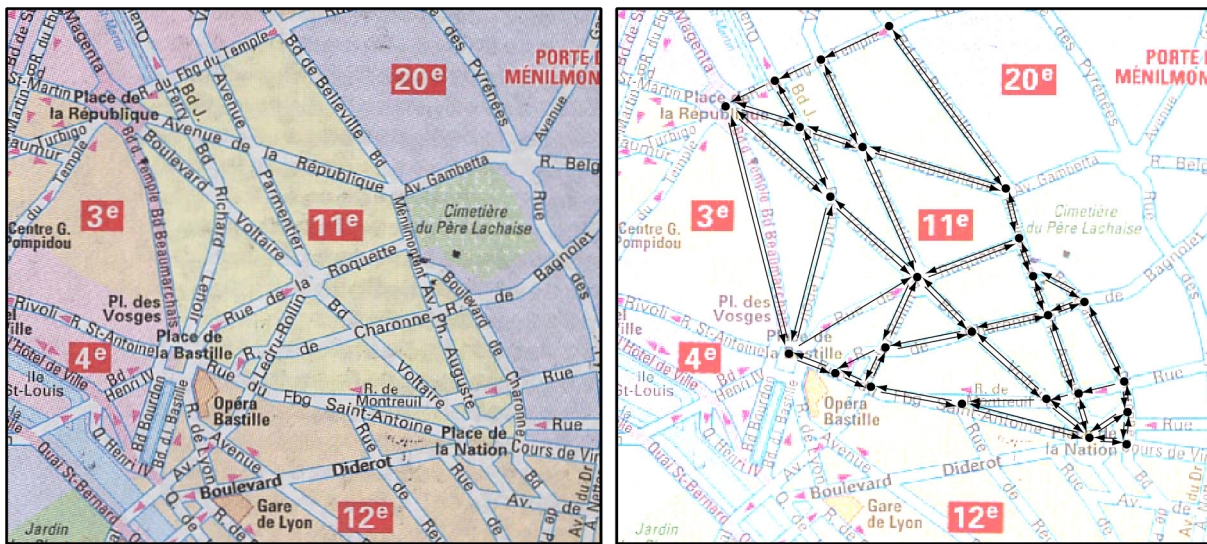


Figure 26 : réseau des axes principaux du 11^{ème} arrondissement de Paris (d'après : Plan de Paris - Collection « L'indispensable ») et graphe orienté équivalent

En pratique, bien que les déplacements puissent s'effectuer dans les deux sens sur un graphe non orienté, les charges observées sur les différentes arêtes ne peuvent pas être décomposées selon leurs deux directions de parcours – à moins d'un traitement algorithmique spécifique (cf Figure 27). Les graphes non orientés présentent néanmoins l'avantage de comporter en moyenne deux fois moins d'arêtes que leurs équivalents orientés (le graphe orienté de la Figure 26 nécessite tout de même 25 sommets et 79 arcs pour formaliser un réseau déjà très simplifié à la base !).

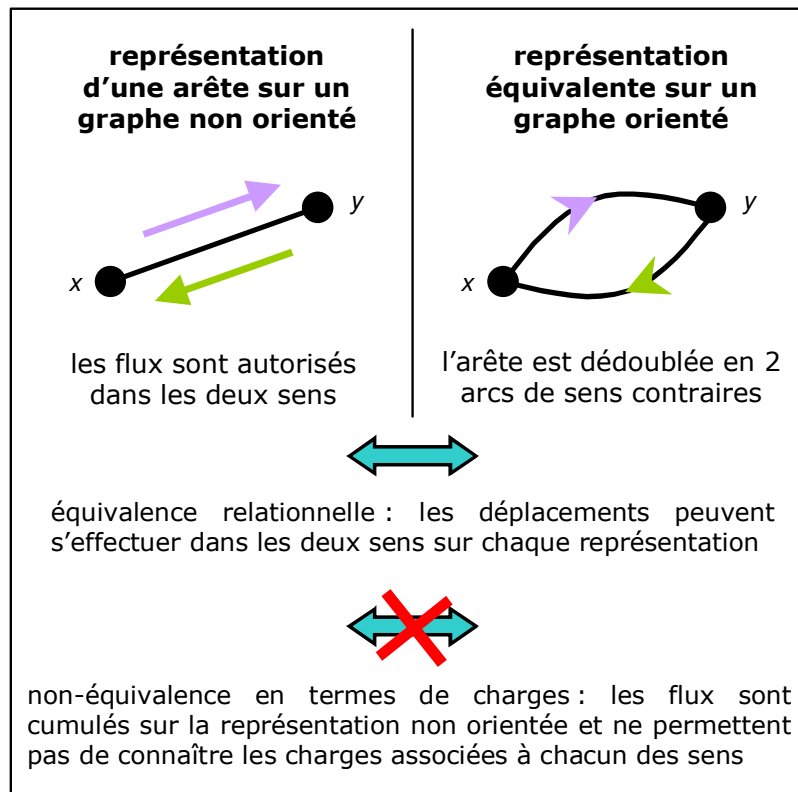


Figure 27 : comparaison d'une arête (graphe non orienté) et de son équivalent orienté formé de deux arcs de sens contraire (graphe orienté)

En termes de modélisation enfin, nous attirons l'attention du lecteur sur la simplification effectuée dans la conversion du réseau de la Figure 26 en graphe. Sur cet exemple, les sommets du graphe correspondent aux carrefours mettant en jeu les axes considérés, quelle que soit leur taille (ces carrefours varient de la simple intersection à la place de grand gabarit, telles que les places de la Bastille, de la Nation ou de la République). Cette simplification pose la question du niveau de détail adopté dans la représentation de certaines parties du réseau. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce point avec la notion de zoom nodal en B.2.4 et la modélisation du réseau de métro parisien en B.3.1.

B.1.1.3 TERMINOLOGIE DE LA THÉORIE DES GRAPHES

Pour manipuler les graphes, il est nécessaire de connaître les bases de la terminologie du domaine. Dans cette perspective, nous retiendrons les termes suivants (les exemples cités se réfèrent aux graphes orienté et non orienté de la Figure 28) :

- (x, y) étant un arc du graphe orienté, x est le « prédécesseur » de y tandis que y est le « successeur » de x – x et y sont respectivement les « extrémités initiale et finale » de l'arc considéré,
- sur le graphe non orienté, les rôles des sommets x et y au sein de l'arête $\{x, y\}$ sont interchangeables : à ce titre, x et y constituent simplement les « extrémités » de l'arête considérée,

- deux arêtes partageant un sommet commun sont dites « adjacentes » (c'est le cas pour les arêtes a_2 et a_3 du graphe non orienté) – il n'existe pas de terme spécifique pour les graphes orientés → sur notre exemple, a_2 et a_3 sont également adjacentes, mais possèdent par ailleurs la particularité supplémentaire d'avoir des orientations qui s'enchaînent, autorisant ainsi les déplacements sur la succession d'arcs $a_2 \rightarrow a_3$,
- par inférence, deux sommets x et y sont adjacents dès lors qu'ils constituent les extrémités d'une même arête ou d'un même arc,
- dans le cas du graphe non orienté, l'arête $a_1 = \{x, y\}$ est dite « incidente » à x et à y ,
- dans le cas du graphe orienté, l'arc $a_1 = (x, y)$ est dit « arc sortant » de x et « arc entrant » dans y ,
- une « boucle » est une arête ou un arc qui connecte un sommet avec lui-même, (par exemple a_4),
- un sommet est dit « isolé » si aucune arête ou aucun arc ne lui est incident (par exemple w).

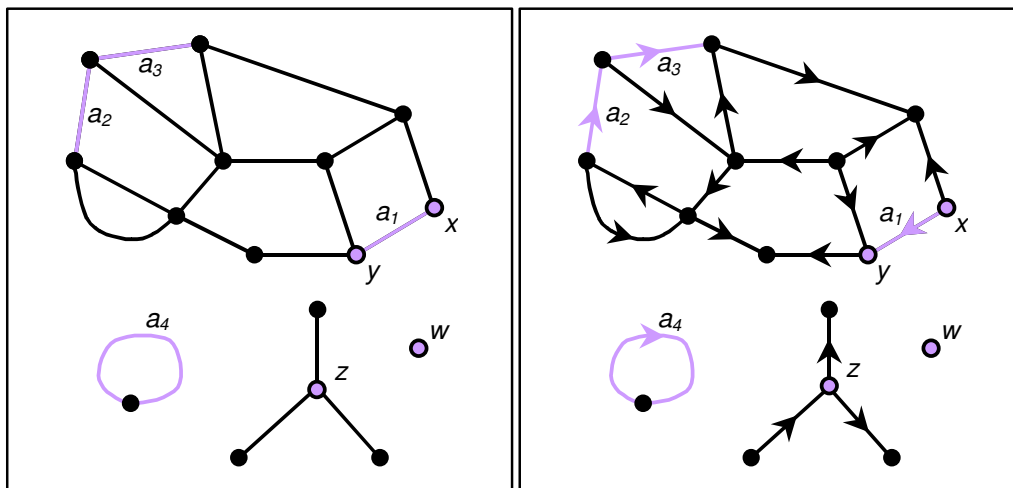


Figure 28 : exemples de graphes non orienté (à gauche) et orienté (à droite) pour illustrer la terminologie élémentaire en théorie des graphes

Les termes de « voisinage » et de « degré » décrivent les situations locales des sommets du graphe : le voisinage d'un sommet correspond en effet à l'ensemble des sommets qui lui sont adjacents¹⁷ – le cardinal de cet ensemble correspond au degré du sommet :

- sur le graphe non orienté de la Figure 28, le sommet z est adjacent à trois sommets, par conséquent son degré vaut 3,
- sur un graphe orienté, nous sommes obligés de tenir compte de l'orientation des arcs impliquant le sommet considéré : ainsi, pour le graphe orienté de la même figure, le sommet z possède un degré entrant de 1 (un seul arc « entre » dans z) et un degré sortant de 2 (deux arcs « sortent » de z).

¹⁷ La notion de voisinage peut elle-même être nuancée en introduisant des « ordres ». À l'ordre p , les voisins correspondent aux sommets que l'on peut atteindre en un minimum de p arêtes (ou arcs) depuis le sommet considéré. Par défaut, le voisinage tel qu'il est décrit ici est un voisinage d'ordre 1.

Ces quelques considérations permettent ainsi de définir les notions les plus élémentaires relatives aux graphes. Nous proposons à présent de formaliser ces dernières grâce à des outils algébriques, afin de pouvoir opérer en temps voulu des traitements sur les graphes associés. Le lecteur retrouvera en annexe II l'ensemble des outils algébriques développés tout au long de ce mémoire.

B.1.1.4 FORMALISATION ALGÈBRE

Comme pour toute formalisation ayant pour finalité le codage, l'opération préliminaire consiste à attribuer des identifiants à tous les objets manipulés. Dans l'étude d'un graphe, les objets en question sont les composantes du graphe considéré, autrement dit ses sommets et ses arêtes (ou arcs). La Figure 29 propose à titre d'exemples un graphe non orienté et un graphe orienté sur lesquels les composantes ont été identifiées.

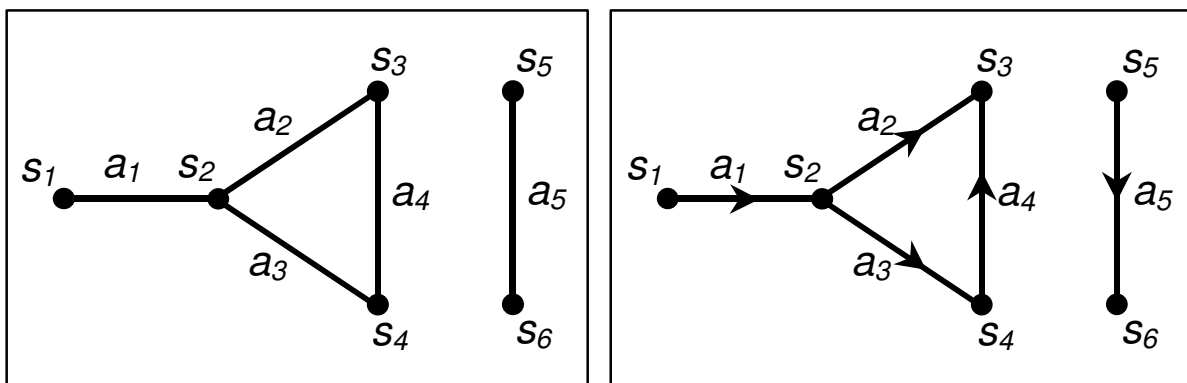


Figure 29 : exemples de graphes non orienté (à gauche) et orienté (à droite) pour illustrer les fondements de la formalisation algébrique en théorie des graphes

Description de la topologie du graphe : la matrice d'incidence

Tout graphe peut être simplement décrit par un unique objet algébrique, à savoir la matrice d'incidence. La taille de cette matrice renseigne immédiatement sur le nombre de composantes constitutives du graphe : ses n lignes et ses m colonnes sont respectivement associées aux n sommets et aux m arêtes (ou arcs) ordonnés du graphe. La description du graphe est donnée par les colonnes représentatives des différentes arêtes (ou des différents arcs) :

- pour un graphe orienté, la colonne associée à l'arc a est remplie de 0, à l'exception des coefficients correspondant à ses sommets initial et final, respectivement valués à 1 et -1,
- pour un graphe non orienté, les extrémités des arêtes ont des rôles symétriques, par conséquent la valuation de chacune des colonnes suit la même règle, en attribuant de manière arbitraire les valeurs 1 et -1 aux deux extrémités.

Nous obtenons ainsi, pour les graphes de la Figure 29, les matrices d'incidence regroupées dans le Tableau 19.

Tableau 19 : matrices d'incidence associées aux graphes de la Figure 29

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
S_1	1	0	0	0	0
S_2	-1	1	1	0	0
S_3	0	-1	0	1	0
S_4	0	0	-1	-1	0
S_5	0	0	0	0	1
S_6	0	0	0	0	-1

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
S_1	1	0	0	0	0
S_2	-1	1	1	0	0
S_3	0	-1	0	-1	0
S_4	0	0	-1	1	0
S_5	0	0	0	0	1
S_6	0	0	0	0	-1

La topologie d'un graphe est ainsi déterminée par la connaissance de sa matrice d'incidence.

Ces informations, bien que suffisantes en soi, ne sont pas toujours facilement exploitables. Par exemple, si l'on souhaite connaître les identifiants des sommets présents aux extrémités d'une arête ou d'un arc donné, il faut éditer la colonne correspondante de la matrice d'incidence et repérer les ordinaux des cellules non nulles. Plus complexe, la pêche aux informations sur les sommets et arêtes ou arcs adjacents à un sommet donné exige d'explorer la ligne correspondante de la matrice d'incidence ainsi que les colonnes associées aux coefficients non nuls de cette ligne. En définitive, l'exploration topologique du graphe à partir de la seule connaissance de sa matrice d'incidence est très lourde, et conduit en pratique à effectuer de nombreuses opérations redondantes lors des traitements. Afin d'éviter cet écueil, nous choisissons de réaliser cette exploration de manière exhaustive en préalable de toute étude sur le graphe, et stockons « en dur » les informations obtenues à cette occasion. Nous sommes ainsi amenés à dériver des champs d'information topologique sur les arcs et sur les sommets, dont nous détaillons les principes dans les lignes qui suivent.

Informations sur la structure des arêtes (ou des arcs) : la matrice « infoarc »

La matrice « infoarc » renseigne directement sur l'identité des extrémités des différents arcs sans avoir à explorer les colonnes correspondantes de la matrice d'incidence. De taille $2 \times m$, elle stocke dans chaque colonne les extrémités initiale et finale associées à l'arête (ou à l'arc) correspondant(e). Lorsque l'on travaille avec un graphe non orienté, les extrémités initiale et finale ont des rôles symétriques – cependant, par souci de cohérence, le placement des identifiants au sein d'une colonne doit respecter l'attribution des positions « initiale » et « finale » effectuée arbitrairement pour les extrémités de chacune des arêtes du graphe lors de la construction de sa matrice d'incidence. Le Tableau 20 présente les matrices obtenues pour les graphes d'exemple de la Figure 29.

Tableau 20 : matrices d'informations sur la structure des arêtes / arcs (champ « infoarc ») pour les graphes de la Figure 29

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
initial	1	2	2	3	5
final	2	3	4	4	6

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
initial	1	2	2	4	5
final	2	3	4	3	6

Informations sur la situation topologique des sommets au sein du graphe : le groupement de matrices « infosommet »

Les matrices du champ « infosommet » permettent d'accéder rapidement aux informations relatives au voisinage de tous les sommets du graphe.

Pour un graphe non orienté, il s'agit des matrices :

- « arc adjacent » : matrice à n lignes listant pour chaque sommet les identifiants des arêtes adjacentes,
- « sommet voisin » : matrice à n lignes listant pour chaque sommet les identifiants des sommets atteints grâce aux arêtes adjacentes répertoriées dans la matrice « arc adjacent »,
- « degre » : vecteur à n lignes listant pour chaque sommet le nombre d'arêtes adjacentes.

Les matrices « arc adjacent » et « sommet voisin » sont dimensionnées au mieux – c'est-à-dire leur nombre de colonnes est égal au degré maximal relevé parmi les sommets du graphe.

Pour un graphe orienté, les matrices précédemment décrites pour les graphes non orientés sont également construites en faisant abstraction de l'orientation des arcs. L'information est complétée par les matrices « arc entrant », « arc sortant », « sommet entrant », « sommet sortant », « degre entrant » et « degre sortant », discriminant cette fois les arcs en fonction de leur orientation. Ainsi :

- « arc sortant » liste les identifiants des arcs sortant des différents sommets du graphe, et est couplée avec « sommet sortant », listant en parallèle les extrémités finales de ces arcs,
- « arc entrant » liste les identifiants des arcs entrant au niveau des différents sommets du graphe, et est couplée avec « sommet entrant », listant en parallèle les extrémités initiales de ces arcs,
- « degre entrant » et « degre sortant » recensent pour chaque sommet les cardinaux des ensembles ainsi construits.

Le Tableau 21 présente les matrices obtenues pour les graphes d'exemple de la Figure 29.

Tableau 21 : matrices d'informations sur la situation topologique des sommets (champ « infosommet ») pour les graphes de la Figure 29 (l'encadré supérieur gauche correspond au graphe non orienté)

arc adjacent			sommets voisins			degré			arc sortant			sommets sortants			degré sortant							
S_1	1	0	0	S_1	2	0	0	S_1	1		S_1	1	0	S_1	2	0	S_1	1		S_1	0	0
S_2	1	2	3	S_2	1	3	4	S_2	3		S_2	2	3	S_2	1	0	S_2	1		S_2	1	0
S_3	2	4	0	S_3	2	4	0	S_3	2		S_3	0	0	S_3	2	4	S_3	2		S_3	2	4
S_4	3	4	0	S_4	2	3	0	S_4	2		S_4	3	0	S_4	2	0	S_4	1		S_4	2	0
S_5	5	0	0	S_5	6	0	0	S_5	1		S_5	0	0	S_5	0	0	S_5	0		S_5	0	0
S_6	5	0	0	S_6	5	0	0	S_6	1		S_6	5	0	S_6	5	0	S_6	1		S_6	5	0

La matrice d'incidence regroupe les informations nécessaires et suffisantes sur la topologie du graphe. Afin de faciliter les traitements algorithmiques ultérieurs, les informations relatives à la structure des arcs et au voisinage des sommets sont dérivées de la matrice d'incidence et stockées « en dur » dans de nouvelles matrices.

B.1.2 L'INTÉGRATION DE LA GÉOMÉTRIE - GÉORÉFÉRENCEMENT, VALUATION ET ÉTIQUETAGE

B.1.2.1 GÉORÉFÉRENCEMENT

La topologie d'un graphe est connue grâce aux informations sur l'identification et le positionnement relatif des sommets et des arêtes (ou des arcs) qui le composent. Classiquement, cette information est fournie par la matrice d'incidence, et l'accès à cette information est lui-même facilité par la connaissance d'informations dérivées décrites dans la section précédente.

Néanmoins, la représentation de ce graphe dans l'espace (classiquement, sur un plan) n'est pas unique, et conduit à une multitude de graphes, visuellement différents, mais topologiquement identiques : de tels graphes sont dits « isomorphes » (cf Figure 30).

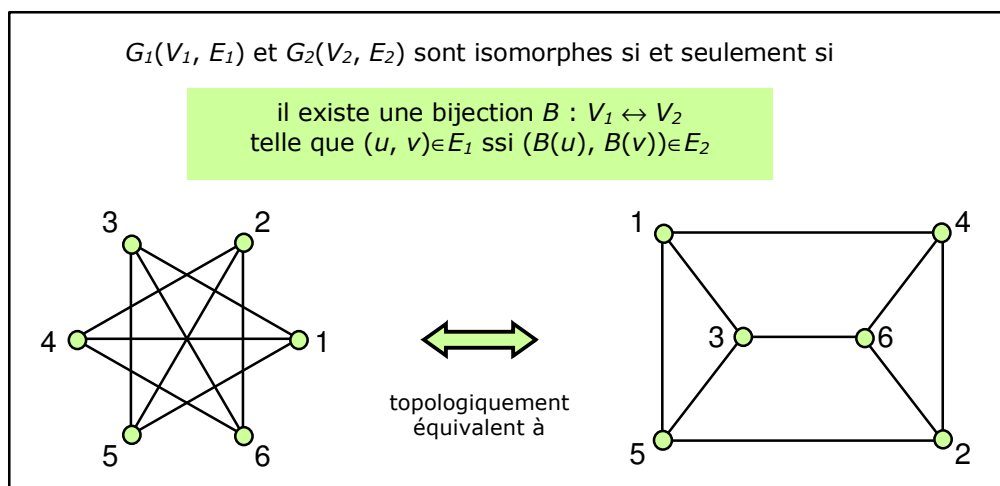


Figure 30 : principe des graphes isomorphes

Dans le contexte d'une étude exigeant une représentation spatiale du graphe, il est donc nécessaire d'ancrer les sommets sur les objets spatiaux qu'ils représentent. Ce travail correspond au géoréférencement des sommets.

Il s'agit, en pratique, de construire une matrice $n \times 2$, renseignant au niveau de chaque ligne les coordonnées (x, y) que l'on attribue au sommet correspondant (cf Figure 31). Ceci vaut pour un espace à deux dimensions, mais peut être immédiatement étendu aux espaces de dimension supérieure.

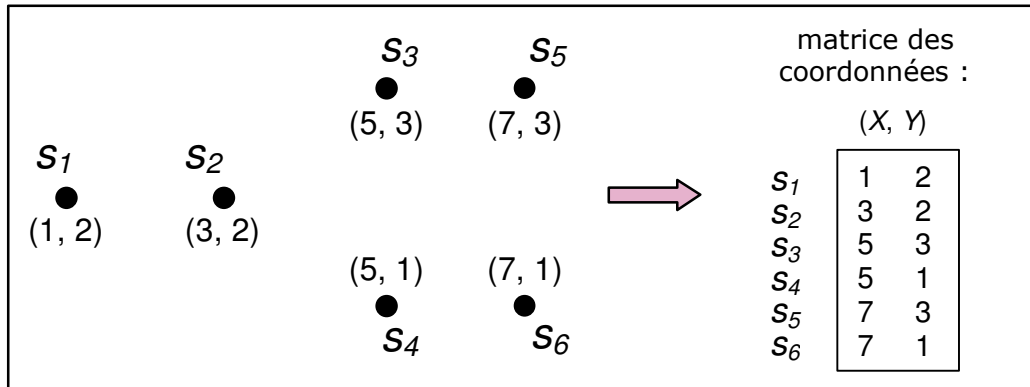


Figure 31 : exemple de géoréférencement des sommets des graphes de la Figure 29

Le géoréférencement des sommets se répercute sur celui des arêtes (ou des arcs), car ces composantes sont entièrement déterminées par les sommets présents à leurs extrémités.

B.1.2.2 VALUATION

L'ancrage des arêtes (ou arcs) sur l'espace d'emprise du réseau ne tient cependant pas compte de la forme des tronçons que ces composantes sont censées modéliser. Certes, la forme des tronçons relève des aspects matériels du réseau, et n'a de fait pas d'importance en soi dans des approches relationnelle et fonctionnelle. Néanmoins, elle participe avec d'autres attributs à la définition des modalités de parcours (distances, vitesse maximum autorisée, etc.) et donc aux évaluations des tronçons (c'est-à-dire à leur longueur), sur lesquelles il n'est en revanche pas possible de faire l'impasse dans une approche relationnelle.

Si l'on s'en tient à la représentation topologique fournie par la théorie des graphes, force est de constater que les arêtes (ou les arcs) sont équivalents en termes de valuations. En fait, tout se passe comme si les arêtes (ou les arcs) étaient évalué(e)s unitairement : la représentation topologique raisonne en effet par indicateurs logiques, et la présence d'une liaison directe entre deux sommets est formalisée par la valeur unitaire « true » (implicitement, l'absence de liaison directe entre deux sommets est formalisée par la valeur « false », équivalente – non pas à une évaluation nulle – mais à une évaluation infinie).

Pour pallier ce défaut et établir du même coup des passerelles opportunes vers de nombreux domaines applicatifs – en particulier la modélisation et l'étude des réseaux de transport – la théorie des graphes envisage une opération de valuation :

la valuation des arêtes (ou des arcs) d'un graphe consiste à leur attribuer des coûts, représentatifs – dans le cas des réseaux de transport – des modalités de déplacement que l'on souhaite modéliser : distances, temps, coût monétaire, etc.

L'opération de valuation est simplement réalisée en créant un vecteur de taille m , indiquant dans chaque cellule la valeur retenue pour l'arête ou l'arc correspondant¹⁸. Ainsi que nous le verrons dans nos exemples d'étude dans le chapitre B.3, ces coûts correspondent le plus souvent aux temps de parcours des tronçons associés – parfois à leur longueur. Pour l'heure, la valuation des graphes proposés comme exemples en Figure 29 pourrait donner les résultats présentés en Figure 32.

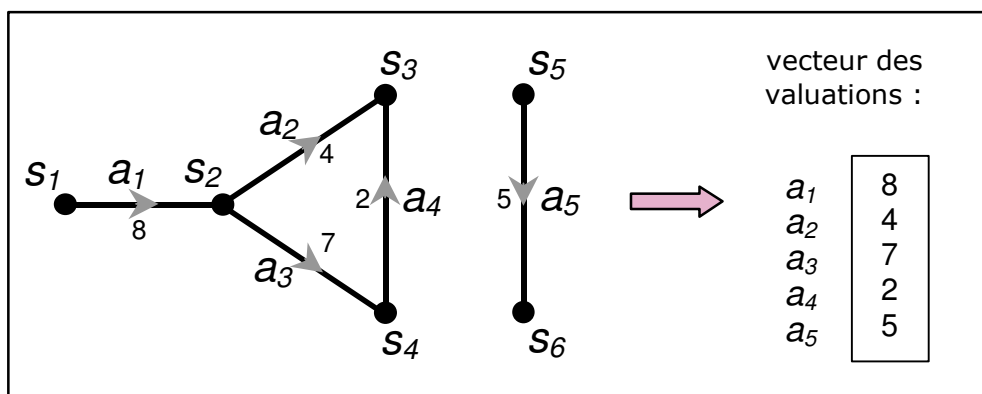


Figure 32 : exemple de valuation des arêtes / arcs des graphes de la Figure 29

B.1.2.3 ÉTIQUETAGE

Le géoréférencement des sommets et la valuation des arêtes (ou arcs) fournit la composante géographique à la modélisation topologique des réseaux par les graphes. De cette manière, le réseau est localisé dans l'espace et ses arêtes (ou ses arcs) sont calibré(e)s dans la perspective d'être emprunté(e)s pour effectuer des déplacements. Le dimensionnement ainsi opéré ne concerne cependant que les arêtes (ou arcs) et ne renseigne aucun cas sur l'importance des sommets dans le contexte géographique de l'étude.

Si l'on utilise la formalisation topologique des réseaux fournie par la théorie des graphes, les sommets sont considérés comme ayant des importances comparables. En fait, tout se passe comme si les sommets étaient valués unitairement – nous retrouvons ici les

¹⁸ La valuation proposée ici décrit simplement la longueur ou le temps de parcours des arêtes (ou arcs). Dans l'éventualité où celles-ci (ceux-ci) nécessiteraient d'être plus précisément décrit(e)s (par d'autres attributs quantitatifs ou qualitatifs), il suffirait de considérer autant de vecteurs de valuation que d'attributs nécessaires.

fondements logiques (au sens mathématique du terme) de la représentation topologique des réseaux par des graphes.

En pratique, ainsi que nous l'évoquons plus haut, le contexte géographique de l'étude mené sur les réseaux peut exiger de dimensionner les sommets et de les discriminer selon leur taille ou leur importance relative. À cet effet, la théorie des graphes envisage une opération dite d'« étiquetage » :

l'étiquetage des sommets d'un graphe consiste à les pondérer, c'est-à-dire à leur attribuer des poids représentatifs de leur taille ou de l'importance qu'ils jouent au sein du réseau que l'on souhaite modéliser : surface, population, activité, offre, demande, etc.

De manière analogue à la valuation des arêtes et arcs, l'opération d'étiquetage est simplement réalisée en créant un vecteur de taille n , indiquant dans chaque cellule le poids retenu pour le sommet correspondant¹⁹. À titre d'illustration, la Figure 33 propose un exemple simple de pondération des sommets sur les graphes de la Figure 29.

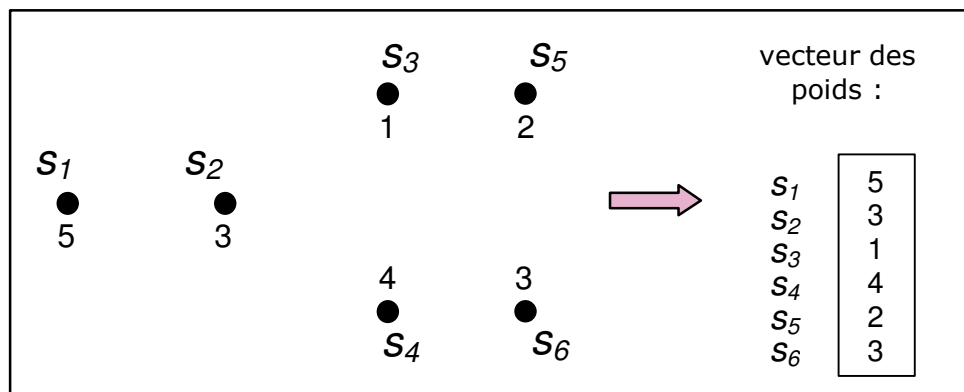


Figure 33 : exemple d'étiquetage des sommets des graphes de la Figure 29

Dans la modélisation d'un réseau de transport, l'attribution de poids aux sommets est souvent réalisée dans un contexte applicatif, plus précisément dans une étude fonctionnelle : il s'agit, classiquement, de pondérer chaque sommet par le nombre d'utilisateurs accédant au réseau (en entrée ou en sortie) au niveau du sommet considéré. Néanmoins, nous aurons l'occasion d'utiliser cette méthode en B.2.2 pour rectifier le biais spatial induit par le positionnement hétérogène des sommets sur l'espace d'emprise du réseau.

Les différents outils présentés ici permettent, avec la théorie des graphes, de localiser spatialement le réseau et de préciser les éléments importants de sa géométrie. Nous allons à présent nous attarder sur l'apport de la théorie des graphes dans la description des caractéristiques relationnelles des réseaux et détailler à cette occasion la notion de plus court chemin.

¹⁹ Comme pour l'opération de valuation, l'étiquetage des sommets peut être enrichi en considérant autant de vecteurs de poids que d'attributs nécessaires.

B.1.3 LA DESCRIPTION DES CARACTÉRISTIQUES RELATIONNELLES D'UN RÉSEAU MODÉLISÉ PAR UN GRAPHE - LES PLUS COURTS CHEMINS

Outre les aspects topologiques et géométriques, le formalisme de la théorie des graphes prend en compte certains aspects relationnels des réseaux de transport que l'on étudie. Ainsi que nous le notions dans la section A.3.2 consacrée au réseau-médiateur, la dimension relationnelle des réseaux de transport est révélée au travers des chemins reliant les différents couples origine-destination sur l'espace d'emprise. Cette description relationnelle des réseaux exige bien sûr de mentionner les « logiques de déplacement²⁰ », c'est-à-dire les hypothèses ayant prévalu dans la construction des chemins.

Les fondements de la théorie des graphes amorcent cette description en appréhendant la notion de chemin dans son expression la plus simple : le plus court chemin.

Comme son nom l'indique, le plus court chemin correspond au(x) parcours le(s) plus « court(s) » (en distance, en temps, etc., selon le mode de valuation considéré) reliant une origine et une destination données sur le réseau.

Sur le graphe associé, le plus court chemin correspond au(x) succession(s) d'arêtes ou d'arcs de valuation cumulée minimale entre les sommets origine et destination correspondants.

B.1.3.1 LA CALCUL DE LA LONGUEUR DE PLUS COURT CHEMIN

L'information la plus élémentaire concernant le(s) plus court(s) chemin(s) entre deux sommets d'un graphe est la « longueur » de ce(s) chemin(s), c'est-à-dire la valuation totale des arêtes ou des arcs décrivant le chemin (ou chacun des chemins) en question.

La description algébrique d'un réseau par un graphe permet aisément d'accéder à cette information, pour peu que l'on ait construit la matrice d'adjacence du graphe considéré. Cette dernière met en regard les sommets du graphe en lignes et colonnes et renseigne

²⁰ selon nos propres termes

sur la valuation des liaisons directes (*ie* composées d'une seule arête ou d'un seul arc) entre les différents couples de sommets, ainsi que le résume le Tableau 22.

Tableau 22 : contenu de la cellule (*i, j*) associée au couple ordonné de sommets (*S_i, S_j*) dans la matrice d'adjacence d'un graphe, selon que celui-ci est orienté, valué, ou non

	graphe non orienté	graphe orienté
graphe non valué	booléen indiquant s'il existe une arête entre S_i et S_j	booléen indiquant s'il existe un arc reliant S_i à S_j
graphe valué	valuation de l'arête la plus économique entre S_i et S_j – coefficient « ∞ » s'il n'existe aucune arête entre S_i et S_j	valuation de l'arc le plus économique reliant S_i à S_j – coefficient « ∞ » s'il n'existe aucun arc reliant S_i à S_j

Nota : À moins d'une boucle sur S_i , les cellules diagonales (i, i) valent naturellement « false » pour les graphes non valués, et 0 pour les graphes valués.

Afin d'illustrer ce nouvel objet algébrique, la Figure 34 présente quatre graphes de petite taille reprenant les principes de construction évoqués dans le Tableau 22.

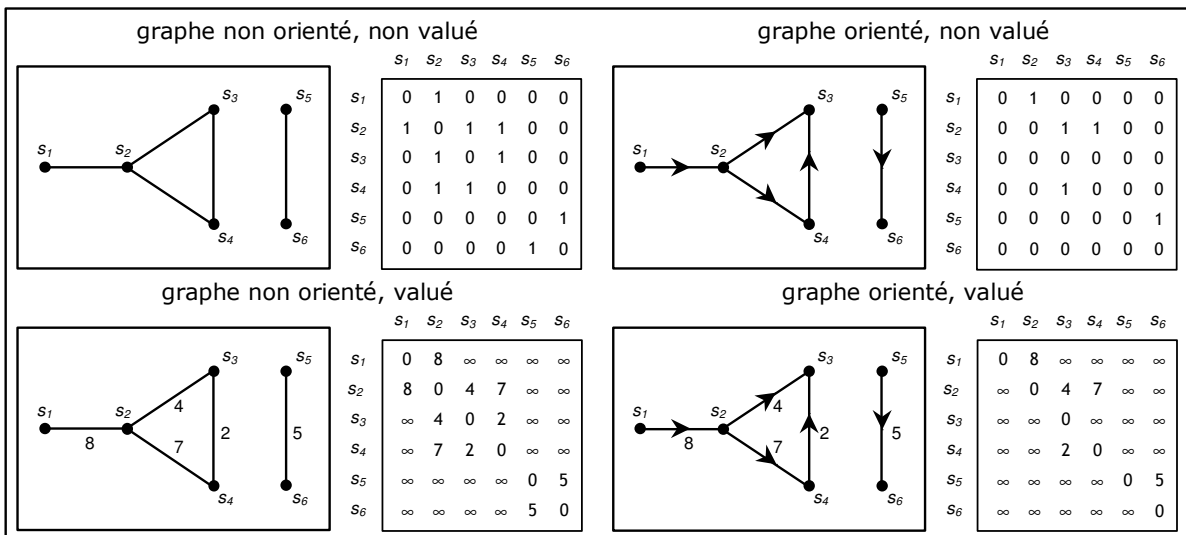


Figure 34 : exemples de matrices d'adjacence

Par construction, la matrice d'adjacence donne la longueur des plus courts chemins ne faisant intervenir qu'une seule arête (ou qu'un seul arc).

En effectuant des produits successifs de cette matrice, il est alors possible d'obtenir les longueurs des plus courts chemins faisant intervenir un nombre croissants d'arêtes ou d'arcs. La règle de produit sous-jacente diffère selon que le graphe considéré est valué ou non.

Dans le cas d'un graphe non valué et également non orienté (les opérations seraient identiques pour un graphe orienté), la matrice d'adjacence repère les arêtes reliant les sommets voisins : en d'autres termes, elle recense le nombre de chemins composés d'une seule arête entre les différentes paires de sommets du graphe.

Avec un produit matriciel classique, la matrice d'adjacence élevée à l'ordre p indique le nombre de chemins « d'ordre p » – c'est-à-dire le nombre de chemins composés d'exactly p arêtes – entre les différentes paires de sommets du graphe (cf Figure 35).

Ce résultat se démontre très facilement par récurrence, en notant successivement :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{a_{ij}^{(2)}}_{\text{nombre de chemins constitués de 2 arêtes entre } S_i \text{ et } S_j} &= \sum_{\text{sommets } k} \left\{ \underbrace{a_{ik} \times a_{kj}}_{\text{vaut 1 s'il existe une arête de } S_i \text{ à } S_k \text{ et une arête de } S_k \text{ à } S_j} \right\} \\
 \underbrace{a_{ij}^{(3)}}_{\text{nombre de chemins constitués de 3 arêtes entre } S_i \text{ et } S_j} &= \sum_{\text{sommets } k} \left\{ \underbrace{a_{ik}^{(2)}}_{\text{nombre de chemins constitués de 2 arêtes entre } S_i \text{ et } S_k} \times \underbrace{a_{kj}}_{\text{vaut 1 s'il existe une arête de } S_k \text{ à } S_j} \right\} \\
 &\dots \\
 \underbrace{a_{ij}^{(p)}}_{\text{nombre de chemins constitués de } p \text{ arêtes entre } S_i \text{ et } S_j} &= \sum_{\text{sommets } k} \left\{ \underbrace{a_{ik}^{(p-1)}}_{\text{nombre de chemins constitués de } p-1 \text{ arêtes entre } S_i \text{ et } S_k} \times \underbrace{a_{kj}}_{\text{vaut 1 s'il existe une arête de } S_k \text{ à } S_j} \right\}
 \end{aligned}$$

où a_{ij} représente le coefficient (i, j) de la matrice d'adjacence et $a_{ij}^{(p)}$ ce même coefficient pour la matrice d'adjacence élevée à l'ordre p .

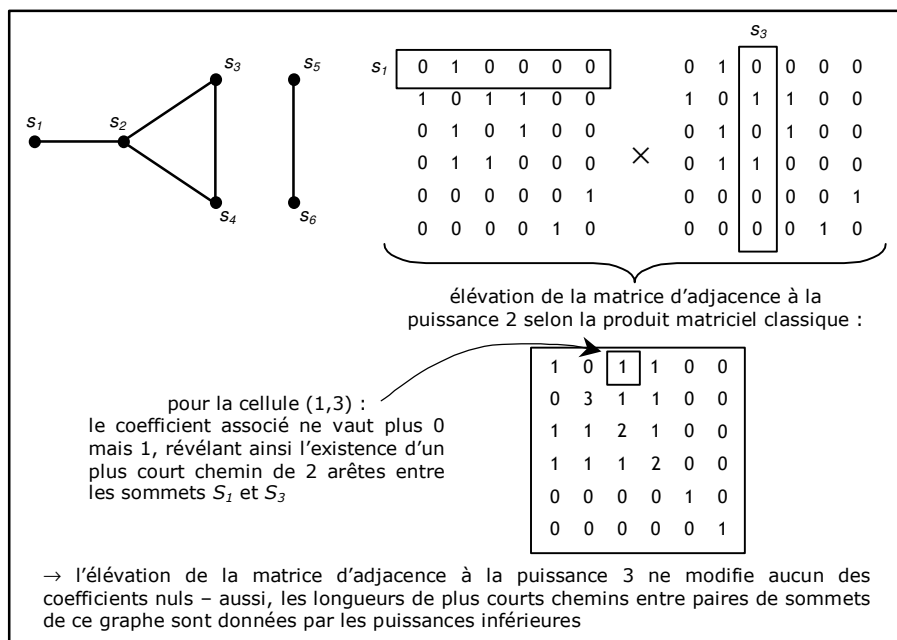


Figure 35 : illustration de l'usage du produit matriciel classique pour le calcul de la longueur des plus courts chemins sur un graphe non valué

Ainsi, pour toute paire de sommets (S_i, S_j) d'un graphe non valué, le nombre d'arêtes du (des) plus court(s) chemin(s) associé(s) est donné par la plus petite puissance p de la matrice d'adjacence telle que le coefficient $a_{ij}^{(p)}$ est non nul.

Dans le cas d'un graphe valué non orienté (les opérations seraient identiques pour un graphe orienté), la matrice d'adjacence recense les valuations des arêtes les plus économiques reliant les différentes paires de sommets lorsque celles-ci existent – le cas échéant, les coefficients associés sont fixés à l'« ∞ » (c'est-à-dire à une valeur-seuil signifiant que les sommets ne sont par reliés directement par une arête).

Ici, le produit matriciel que l'on doit employer pour déterminer les longueurs de plus court chemin est donné par la *méthode de Shimbel* (voir par exemple [Donnay, 1998]) et diffère quelque peu du produit matriciel classique.

Il s'agit d'élever la matrice d'adjacence à des puissances toujours plus élevées jusqu'à ce que tous ses coefficients se soient stabilisés (cf Figure 36). L'opération matricielle itérative associée est la suivante²¹ :

- à l'ordre p , la nouvelle matrice retient pour le coefficient (i, j) la plus petite somme des termes intervenant deux à deux dans le produit matriciel classique des matrices d'ordre $(p-1)$ et 1 :

$$\underbrace{a_{ij}^{(p)}}_{\substack{\text{longueur du pcc faisant} \\ \text{intervenir } p \text{ arêtes entre } S_i \text{ et } S_j}} = \min_{\text{sommets } k} \left\{ \underbrace{a_{ik}^{(p-1)}}_{\substack{\text{longueur du pcc faisant} \\ \text{intervenir } p \text{ arêtes entre } S_i \text{ et } S_k}} + \underbrace{a_{kj}}_{\substack{\text{évaluation de l'arête la plus} \\ \text{économique entre } S_k \text{ et } S_j}} \right\}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{\substack{\text{longueur du chemin construit sur le pcc d'ordre } p-1 \\ \text{entre } S_i \text{ et } S_k \text{ et le pcc d'ordre 1 entre } S_k \text{ et } S_j}}$

- l'itération est stoppée lorsqu'il n'y a plus de changement de coefficient par passage à un ordre supérieur.

Pour bien comprendre la méthode de Shimbel, il est important de noter que si le plus court chemin entre S_i et S_j est composé de p arêtes, alors tous les coefficients $a_{ij}^{(q)}$ (où $q < p$) sont nuls et tous les coefficients $a_{ij}^{(q)}$ (où $q \geq p$) sont non nuls et égaux à $a_{ij}^{(p)}$. Les plus courts chemins d'ordre supérieurs à p entre S_i et S_j sont en effet construits sur le plus court chemin original comprenant p arêtes et sur autant de boucles que nécessaires sur S_i ou sur S_j pour ajuster le nombre d'arêtes du chemin (les boucles sont de valuation nulle en vertu de la nullité des coefficients diagonaux).

²¹ dans les équations qui suivent, « pcc » est mis pour « plus court chemin »

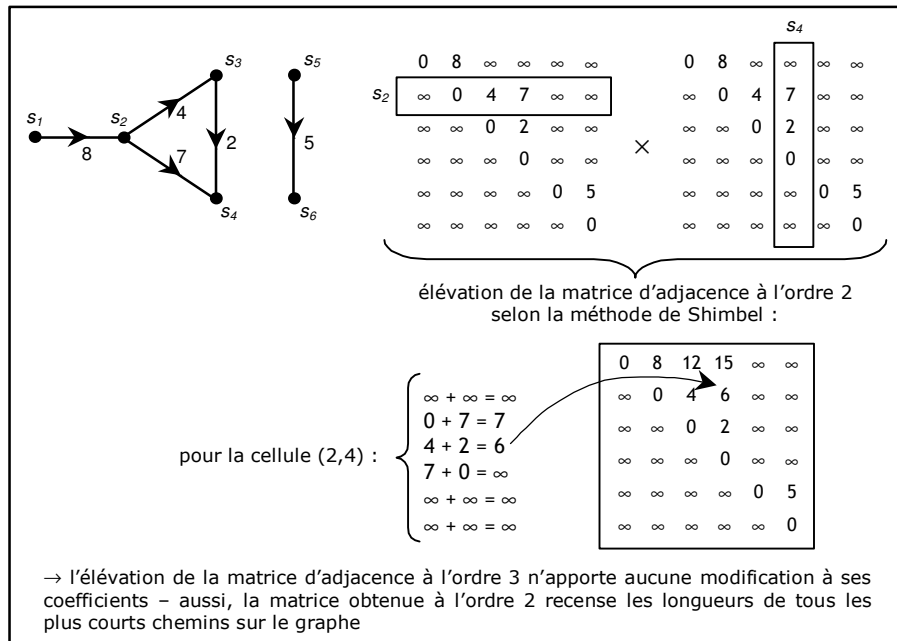


Figure 36 : illustration de la méthode de Shimbel pour le calcul de la longueur des plus courts chemins sur un graphe valué

La matrice obtenue à l'issue du produit itératif de la matrice d'adjacence selon la méthode de Shimbel indique ainsi par chacun de ses coefficients les longueurs de plus court chemin entre les différentes paires de sommets d'un graphe valué.

B.1.3.2 LA DÉTERMINATION DU (DES) PLUS COURT(S) CHEMIN(S) - L'ALGORITHME DE MOORE-DIJKSTRA

Les méthodes présentées ici montrent qu'il est facile d'obtenir les longueurs des plus courts chemins entre les différentes paires de sommets d'un graphe, que celui-ci soit orienté, valué ou non. Néanmoins, cette information reste pauvre, car elle ne matérialise pas les chemins associés dont nous avons vu qu'ils constituent les objets fondamentaux de toute étude relationnelle d'un graphe. Par exemple, dans le domaine des transports, l'étude des flux exige de connaître les chemins reliant les couples origine-destination sur l'espace d'emprise du réseau. La théorie des graphes comble cette lacune en proposant un algorithme détaillant la structure des plus courts chemins entre toute paire de sommets d'un graphe : il s'agit de l'algorithme de Moore-Dijkstra (1959), applicable à tout graphe ne comportant aucune valuation négative ou nulle.

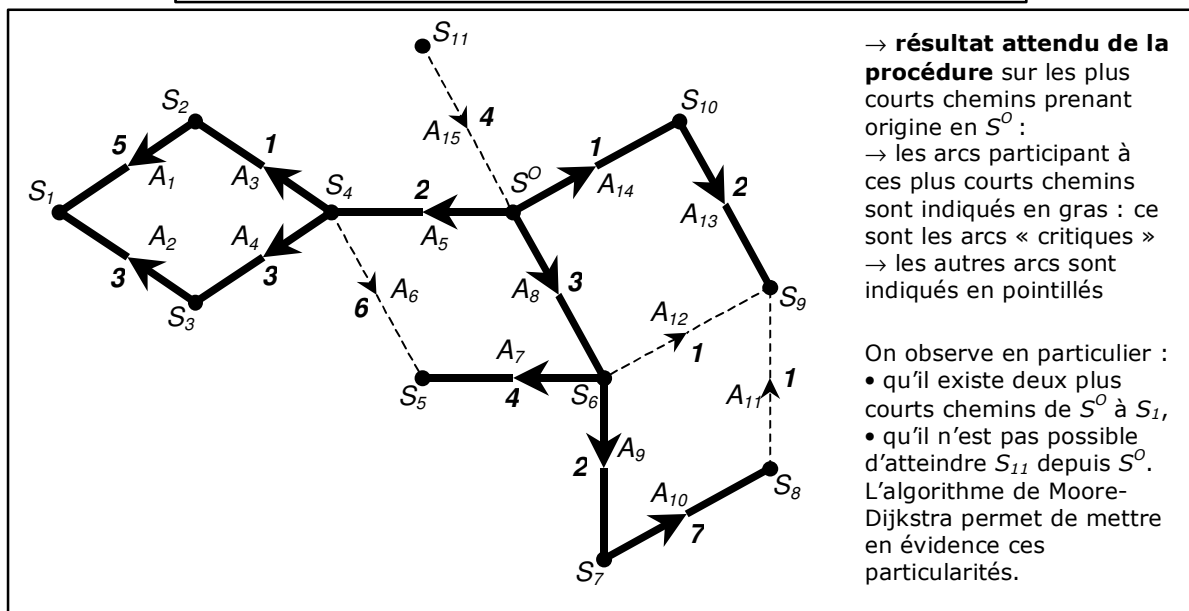
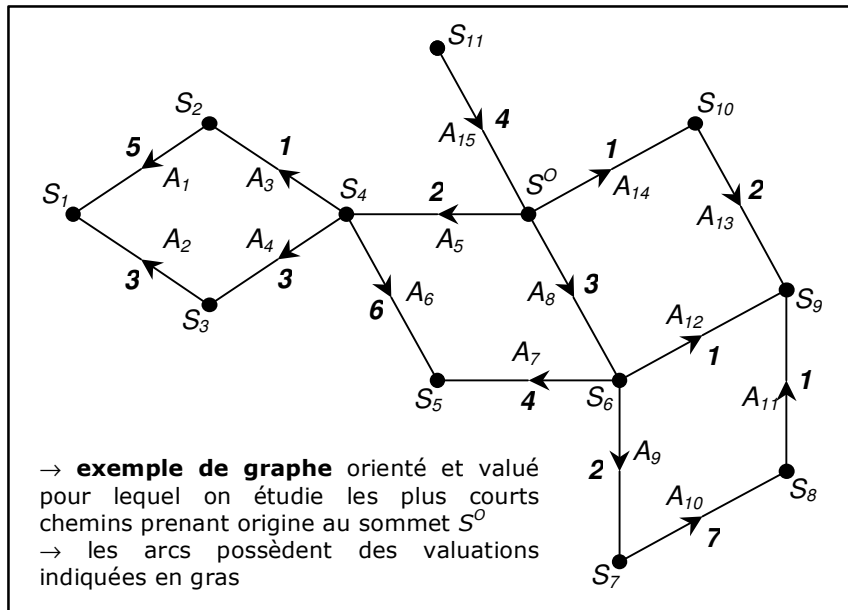


Figure 37 : exemple de graphe orienté et valué, et résultats attendus de la procédure de recherche des plus courts chemins prenant origine en un sommet donné du graphe - notion d'arcs critiques

L'algorithme de Moore-Dijkstra est défini pour les graphes valués. Le traitement des graphes non valués est réalisé en attribuant aux arêtes ou arcs de ces graphes des valuations unitaires.

Le principe fondamental de cet algorithme est d'explorer le graphe de proche en proche depuis un sommet-origine S^0 donné. À chacune des étapes successives de l'algorithme sont explorés de proche en proche un nouveau sommet et l'ensemble des arêtes ou arcs émanant de ce nouveau sommet. À l'issue de cette exploration, l'algorithme permet de mettre en évidence l'ensemble exhaustif des arêtes ou arcs participant au(x) plus court(s) chemin(s) partant de S^0 . La connaissance de ces arêtes ou arcs « critiques²² »

²² selon nos propres termes

permet alors de reconstituer tous les plus courts chemins allant de S^O vers l'ensemble de tous les autres sommets du graphe (cf Figure 37).

L'algorithme de recherche des plus courts chemins est très classique. Le lecteur trouvera en annexe V un exposé détaillé de sa mise en œuvre ainsi qu'un exemple d'application sur un graphe simple.

B.1.3.3 STRUCTURATION ET ARCHIVAGE DES INFORMATIONS RELATIVES AUX PLUS COURTS CHEMINS

Au-delà de la possibilité de pouvoir calculer le(s) plus court(s) chemin(s) entre toute paire de sommets d'un graphe, les applications d'analyse spatiale fondées sur les graphes exigent très souvent de pouvoir accéder de manière ponctuelle et récurrente à certaines informations concernant les plus courts chemins – qu'il s'agisse de distance-réseau d'un sommet à un autre ou bien du détail des arcs et des sommets composant le(s) plus court(s) chemin(s) entre ces mêmes sommets.

Afin de ne pas avoir à recalculer à chaque fois les plus courts chemins, il est très utile de stocker les informations issues de l'algorithme présenté ci-dessus.

Concernant les plus courts chemins partant d'un S^O donné, nous proposons de mettre en œuvre l'algorithme de plus court chemin pour le sommet-origine S^O et de créer en sortie la structure de données suivante (cette structure est reprise dans l'annexe II sous le champ « pcc » – « pcc » étant mis pour « plus court chemin ») :

- une table des « arcs précédents selon la logique pcc », indiquant pour chaque sommet S_i indicé en ligne i l'(les) arc(s) critique(s) précédant S_i sur le(s) plus court(s) chemin(s) allant de S^O à S_i ,
- une table des « sommets précédents selon la logique pcc », indiquant pour chaque sommet S_i indicé en ligne i le(s) sommet(s) précédant S_i sur le(s) plus court(s) chemin(s) allant de S^O à S_i – cette table est en correspondance avec la précédente, c'est-à-dire que les arcs et sommets précédents d'un sommet S_i sont listés de telle sorte que le $k^{\text{ème}}$ sommet corresponde à l'extrémité initiale du $k^{\text{ème}}$ arc,
- un vecteur recensant pour chaque sommet S_i du graphe le nombre de plus courts chemins allant de S^O à S_i ,
- enfin bien sûr un vecteur des distances-réseau à destination des différents sommets du graphe.

La Figure 38 liste ces informations à titre d'exemple pour le graphe évoqué en Figure 37.

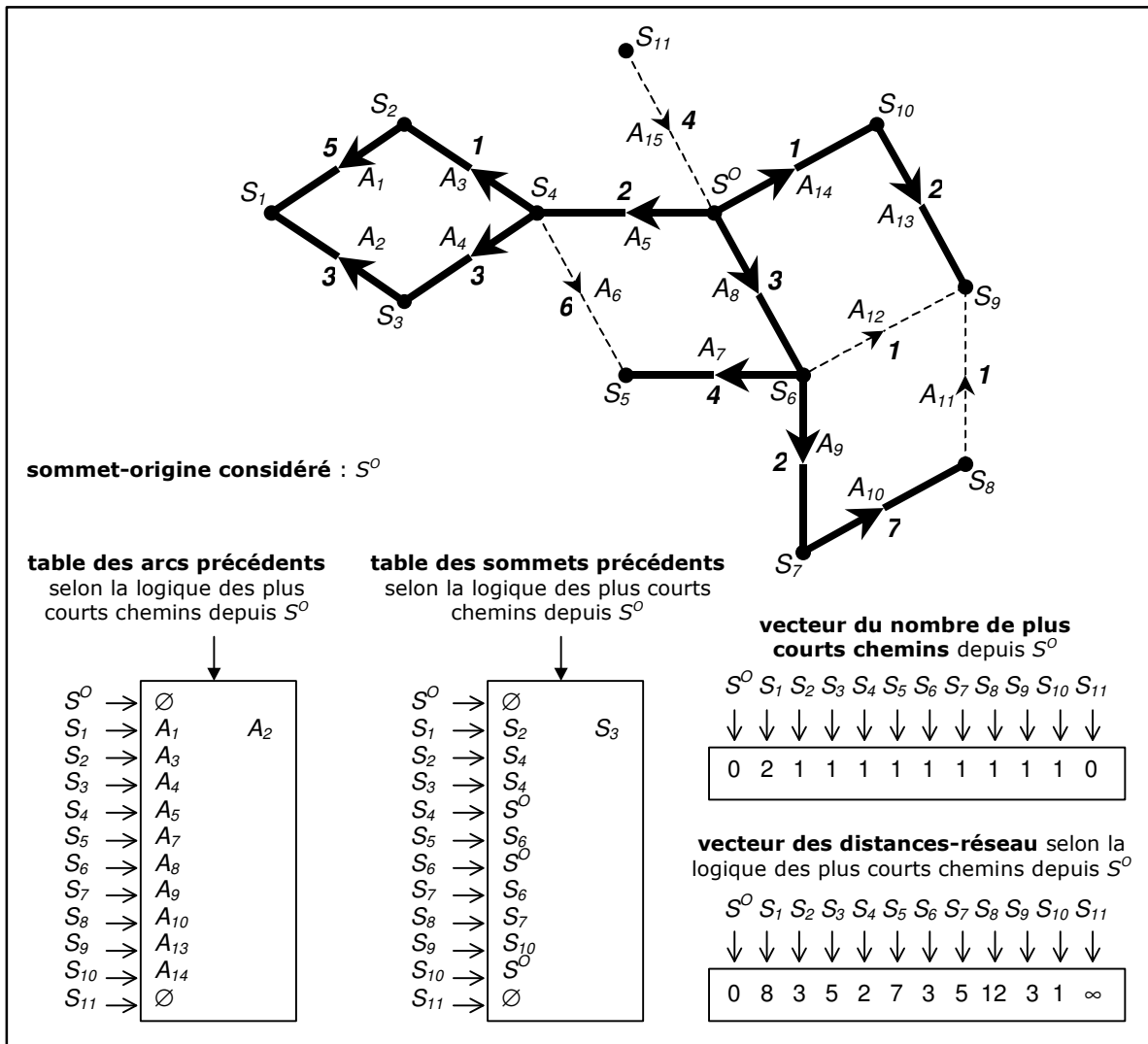


Figure 38 : structure des données permettant de reconstituer les plus courts chemins depuis un sommet-origine S^0 donné

La lecture de ces données est simple. À titre d'exemples, nous notons que :

- les plus courts chemins partant de S^0 et n'empruntant qu'un arc sont ceux à destination de S_4 , S_6 et S_{10} puisque leur sommet précédent est S^0 lui-même,
- la lecture en parallèle de la table des arcs nous permet de voir que ce sont respectivement les arcs A_5 , A_8 et A_{14} qui assurent ces liaisons,
- les informations stockées sous forme de vecteurs nous apprennent qu'il n'existe qu'un seul plus court chemin à destination de S_8 et que celui-ci est de longueur 12,
- par ailleurs, en « remontant » depuis S_8 les sommets et arcs précédents jusqu'au sommet S^0 , nous identifions à rebours les sommets $\{S_8 \leftarrow S_7 \leftarrow S_6 \leftarrow S^0\}$ ainsi que les arcs $\{A_{10} \leftarrow A_9 \leftarrow A_8\}$ rencontrés tout au long de ce chemin,
- il existe deux manières de relier S^0 à S_1 selon la logique des plus courts chemins – la correspondance entre les tables nous permet d'identifier d'une part le chemin $\{S_1 \leftarrow S_2 \leftarrow S_4 \leftarrow S^0\} \cup \{A_1 \leftarrow A_3 \leftarrow A_5\}$, d'autre part le chemin $\{S_1 \leftarrow S_3 \leftarrow S_4 \leftarrow S^0\} \cup \{A_2 \leftarrow A_4 \leftarrow A_5\}$,
- il n'existe pas de chemin permettant d'aller de S^0 à S_{11} , par conséquent la distance associée à cette relation est « ∞ ».

En explorant le graphe de proche en proche, l'algorithme de Moore-Dijkstra permet non seulement de connaître les longueurs de plus court chemin, mais également d'exhiber les successions de sommets et d'arêtes ou arcs réalisant les parcours associés.

Le cadre formel délimité par la théorie des graphes offre par ailleurs la possibilité de structurer l'information sur les plus courts chemins d'un graphe donné.

Depuis le calcul des meilleurs parcours par des outils algébriques (le calcul matriciel) jusqu'à l'exhibition des chemins par des outils exploratoires (le parcours de proche en proche), la théorie des graphes démontre ainsi ses potentialités au-delà du simple cadre formel établi pour la description des structures en réseau.

Dans son usage classique, la théorie des graphes aborde les aspects relationnels sur les réseaux selon la logique de déplacement la plus simple, à savoir le plus court chemin.

Dans un contexte d'étude envisageant la détérioration des composantes des réseaux, la mise en relation des lieux selon les plus courts chemins risque cependant d'être insuffisante pour analyser les potentialités relationnelles et en conséquence la vulnérabilité structurelle des réseaux. De fait, il nous sera nécessaire dans les développements suivants de nous appuyer sur la théorie des graphes pour envisager, décrire et analyser d'autres modes relationnels sur les graphes (*ie* d'autres « logiques de déplacement », selon les termes que nous avons introduits en début de section).

En attendant, la discipline n'est cependant pas exempte de notions pour aborder les questions d'endommagement et de vulnérabilité sur les graphes. Dans la section suivante, nous proposons de donner un aperçu de ces notions et de clore ainsi la présentation des principes et outils de théorie des graphes posant le cadre de notre travail.

B.1.4 CYCLES, CONNEXITÉ ET CONNECTIVITÉ - « QUAND LA THÉORIE DES GRAPHS SE MÊLE DE VULNÉRABILITÉ... »

Les paragraphes précédents ont planté le cadre d'étude des réseaux en exploitant la formalisation algébrique et les outils de la théorie des graphes. Nous avons ainsi pris en compte les principales caractéristiques structurelles des réseaux (cf A.2.3), c'est-à-dire la topologie (cf B.1.1), la localisation spatiale et la géométrie (cf B.1.2) et les aspects relationnels les plus élémentaires au travers des plus courts chemins (cf B.1.3). Dans cette section, nous parachevons la présentation des principes et outils de la théorie des graphes nécessaires à l'étude structurelle des réseaux dans un contexte de risques en élargissant notre cadre aux notions relatives à l'endommagement et à la vulnérabilité.

B.1.4.1 CHÂÎNES, CHEMINS, CYCLES ET CIRCUITS

Ainsi que nous le mentionnions en A.3.2, l'étude relationnelle des réseaux se focalise sur l'objet « *chemin* » et sur les critères de construction qui le régissent, c'est-à-dire la *logique de déplacement*.

Nous avons déjà vu la notion de chemin dans le contexte de la théorie des graphes au travers de l'étude des plus courts chemins. Sans nous poser plus de questions, nous avons alors implicitement défini les chemins comme étant des successions d'arêtes ou d'arcs reliant un sommet origine et un sommet destination sur le graphe.

Cette définition est acceptable en soi, mais elle s'inscrit dans un ensemble de définitions dont nous avons à saisir les nuances afin de pouvoir aborder les notions relatives à l'endommagement et à la vulnérabilité des réseaux.

Les successions de sommets et d'arêtes ou d'arcs portent en effet des noms différents selon qu'elles introduisent la question de l'orientation ou non, et selon qu'elles bouclent sur elles-mêmes ou relient des sommets distincts. Pour illustrer nos propos, nous allons utiliser les deux graphes simples (l'un non orienté, l'autre orienté) de la Figure 39.

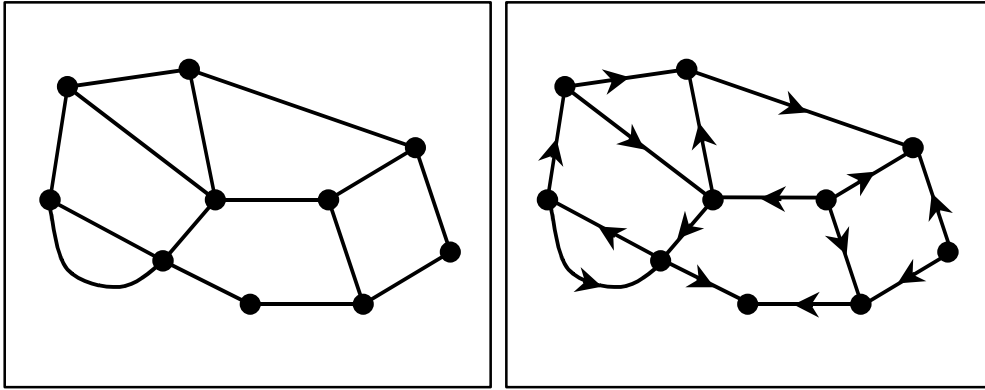


Figure 39 : exemples de graphes non orienté (à gauche) et orienté (à droite) pour illustrer les définitions relatives aux cheminements en théorie des graphes

L'objet le plus élémentaire en matière de cheminement sur les graphes est la chaîne (ou « marche », « walk »). Elle est une séquence finie de sommets x_i et d'arêtes ou arcs k_j de la forme :

$$(x_1, k_1, x_2, k_2, x_3 \dots x_{n-1}, k_{n-1}, x_n) \text{ avec } k_j \text{ incidente à } x_j \text{ et } x_{j+1}$$

Dans le cas d'un graphe orienté, l'incidence de k_j avec les sommets x_j et x_{j+1} fait abstraction de l'orientation de l'arc reliant les deux sommets. De fait, le parcours de k_j peut se faire de x_j vers x_{j+1} ou de x_{j+1} vers x_j , quelle que soit l'orientation réelle de k_j .

En définitive, une chaîne est une succession de sommets et d'arcs ou d'arêtes, reliés de proche en proche, sans considération d'orientation (cf Figure 40).

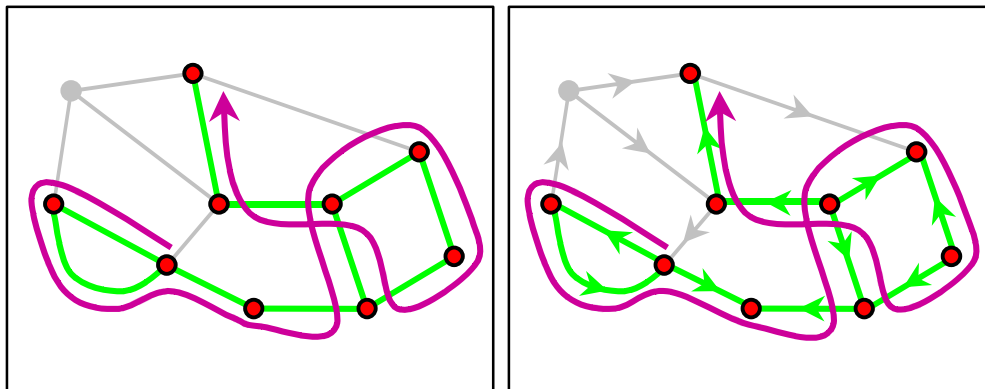


Figure 40 : exemples de chaînes sur les graphes de la Figure 39 - le lecteur notera que les deux chaînes proposées ici empruntent à deux reprises une même arête (resp. un même arc) selon des directions opposées

Lorsque l'on exige que les conditions d'orientation soient respectées dans la succession des sommets et arcs parcourus, on ne parle plus de « chaîne » mais de « chemin ». Bien évidemment, l'absence d'orientation des arêtes confond les deux notions pour les graphes non orientés. La Figure 41 illustre la notion de chemin sur les graphes d'exemple de la Figure 39.

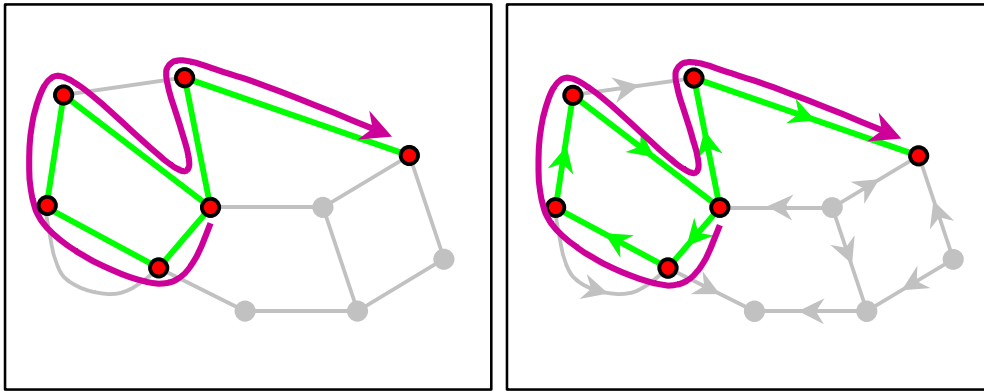


Figure 41 : exemples de chemins sur les graphes de la Figure 39 - l'exemple proposé sur le graphe de gauche montre bien que les notions de chaîne (cf Figure 40) et de chemin sont équivalentes pour les graphes non orientés

Dans notre contexte d'étude, la mise en relation des lieux sur un réseau doit impérativement obéir aux règles de parcours des tronçons (routiers, ferrés, etc.), ce qui se traduit notamment sur le graphe associé par le respect de l'orientation des arcs représentatifs de ces tronçons. La question ne se pose pas lorsque le graphe d'étude est non orienté.

Sauf mention contraire, les graphes que nous serons amenés à étudier sont non orientés (nous aurons l'occasion de revenir sur cette hypothèse de travail dans les lignes qui suivent ainsi que dans le chapitre B.3).

Notons enfin que la notion de chemin ne serait pas complète sans faire état de la *longueur de chemin*. Ainsi que nous en avons implicitement convenu dans le paragraphe consacré aux plus courts chemins, la longueur d'un chemin est égale :

- pour un graphe non valué : au nombre d'arêtes ou d'arcs qui le composent,
- pour un graphe valué : à la somme des valuations des arêtes ou des arcs qui le composent.

La Figure 42 donne une illustration de ce principe.

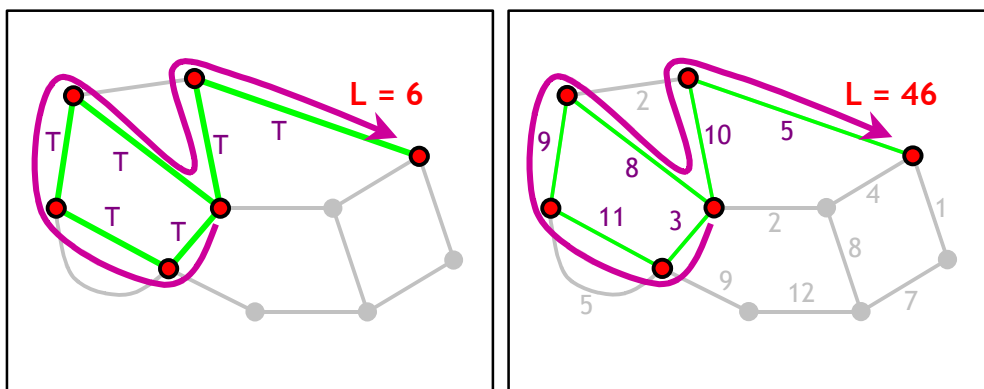


Figure 42 : longueur d'un chemin sur un graphe non valué (à gauche) et sur un graphe valué (à droite)

En résumé, l'étude relationnelle des réseaux est réalisée sur les graphes associés grâce aux objets « chemins » (cf A.3.2). Ceux-ci décrivent les relations par la succession ordonnée des sommets et des arêtes ou arcs reliant les origines aux destinations selon la *logique de déplacement* retenue (c'est-à-dire selon les hypothèses ayant prévalu dans leur construction). Le terme de *chemin* correspond ainsi de manière formelle à la notion introduite dans la théorie des graphes, pour les graphes orientés comme pour les graphes non orientés. La possibilité de valuer les arêtes ou arcs permet d'associer à chaque objet « chemin » la longueur du parcours correspondant sur le réseau considéré.

Lorsque les chaînes sont composés d'arêtes toutes distinctes et lorsque les sommets origine et destination sont confondus, on parle de « cycle ». En intégrant les contraintes sur le respect de l'orientation des arcs, l'équivalent de cette définition appliquée aux chemins introduit la notion de circuit. La Figure 43 et la Figure 44 donnent des exemples de cycles et de circuits sur les graphes de la Figure 39.

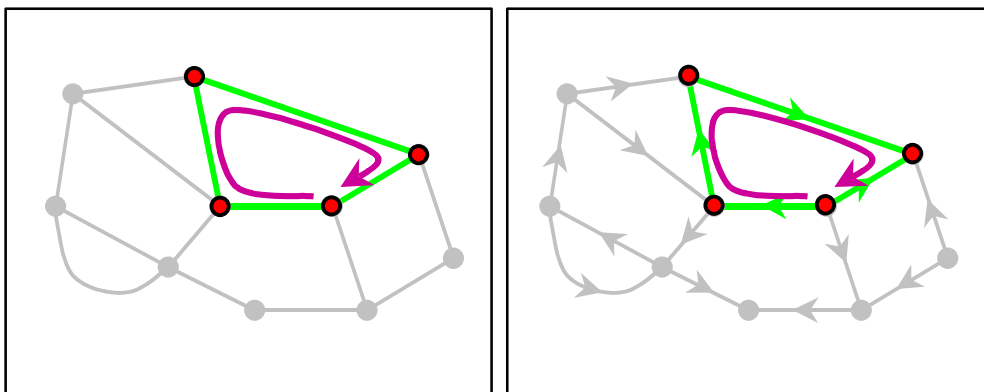


Figure 43 : exemples de cycles sur les graphes de la Figure 39

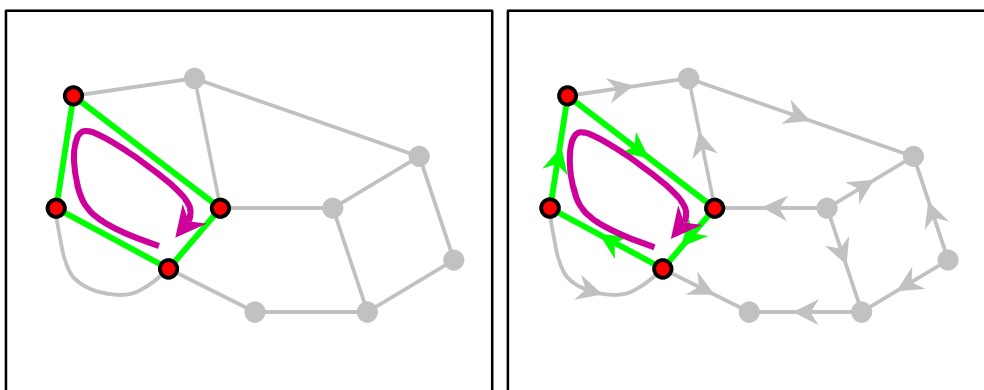


Figure 44 : exemples de circuits sur les graphes de la Figure 39 - l'exemple proposé sur le graphe de gauche montre bien que les notions de cycle (cf Figure 43) et de circuit sont équivalentes pour les graphes non orientés

La notion de cycle est intéressante dans notre contexte d'étude, car elle matérialise les liaisons redondantes sur le graphe. Par construction, deux sommets quelconques d'un même cycle peuvent en effet être mis en relation par deux chaînes différentes selon la branche du cycle que l'on choisit de parcourir.

Cette propriété n'est cependant pas vérifiable pour les graphes orientés lorsque l'on exige de parcourir les arcs dans le bon sens. Néanmoins, ainsi que nous le verrons lors de la présentation des réseaux étudiés (cf chapitre B.3), bon nombre de réseaux de transport sont structurés de telle sorte que la quasi-totalité des tronçons peuvent être parcourus dans les deux sens. Nous verrons à cette occasion que la modélisation de tels réseaux par des graphes non orientés permet toutefois de rendre compte fidèlement de leurs propriétés structurelles et relationnelles. En adoptant cette modélisation, il devient ainsi possible d'intégrer la notion de cycle à l'étude des graphes représentatifs des réseaux, et de bénéficier en conséquence de ses apports théoriques sur les questions relationnelles.

Dans le cas de graphes non orientés (représentatifs de certains réseaux de transport sous certaines hypothèses à préciser), tout chemin en forme de boucle et ne passant pas deux fois par la même d'arête est appelé « cycle ». Dans une étude relationnelle, les cycles révèlent les chemins redondants entre les paires de sommets sur lesquels ils s'appuient.

Un des pans de la théorie des graphes s'appuie sur l'étude des cycles et de la formalisation algébrique des graphes qui en découle (voir l'annexe IV pour plus de précisions à ce sujet).

À un niveau élémentaire, la théorie des graphes distingue les graphes selon qu'ils contiennent des cycles ou non. On parle alors respectivement de graphes « cycliques » et « acycliques » (cf Figure 45).

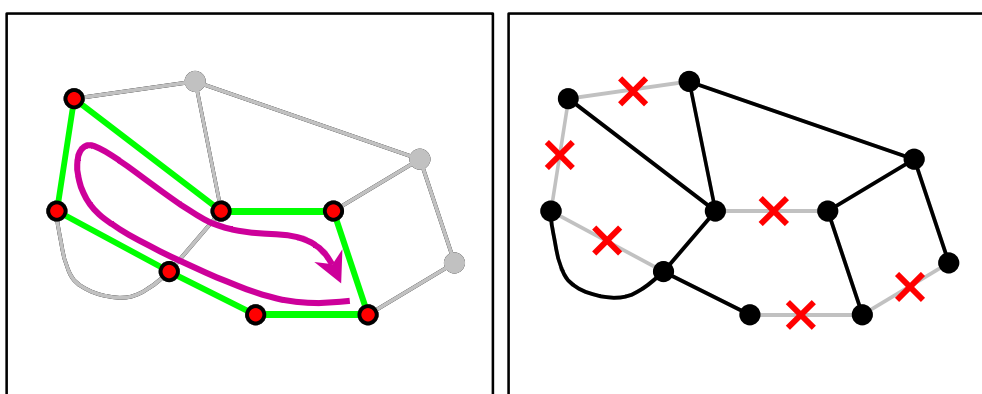


Figure 45 : exemples de graphe cyclique (à gauche) et acyclique (à droite) - le graphe acyclique est ici obtenu à partir du graphe cyclique en supprimant autant d'arêtes que nécessaires pour former une structure arborescente

Le caractère cyclique ou acyclique d'un graphe ne suffit cependant pas à appréhender la richesse relationnelle – ou inversement la fragilité relationnelle – de celui-ci.

Afin de compléter cette approche formelle des caractéristiques relationnelles des réseaux grâce à la théorie des graphes, nous allons approfondir la notion de cycle en introduisant les notions de connexité et de connectivité.

B.1.4.2 CONNEXITÉ

Il nous faut en premier lieu définir le caractère « *connectable* » d'une paire de sommets. Comme ce terme le laisse supposer, deux sommets d'un graphe sont dits « connectables » si et seulement si on peut établir un chemin pour les relier (cf Figure 46).

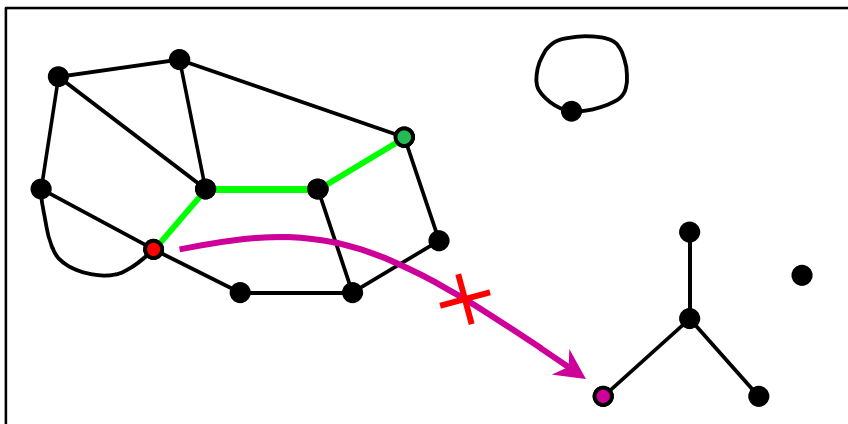


Figure 46 : illustration du caractère connectable d'une paire de sommets - sur cet exemple, le sommet rouge est connectable au sommet vert, mais pas au sommet violet

Cela étant, on appelle « *composante connexe* » d'un graphe tout ensemble exhaustif de sommets deux à deux connectables. La Figure 47 met ainsi en évidence un graphe composé de quatre composantes connexes, dont deux ne contiennent qu'un sommet.

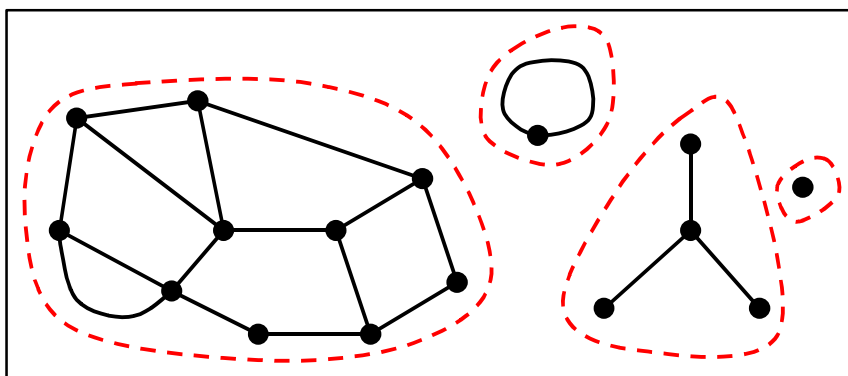


Figure 47 : exemple de graphe éclaté en quatre composantes connexes

Les définitions associées pour les graphes orientés sont plus complexes. La « connectabilité » d'une paire de sommets $\{S_i, S_j\}$ peut en effet être envisagée dans les

deux sens, de S_i vers S_j , et de S_j vers S_i . Par conséquent S_i est dit « connectable » à S_j si l'on peut établir un chemin de S_i vers S_j . Par ailleurs, si S_j est également connectable à S_i , on dit que la paire de sommets $\{S_i, S_j\}$ est « fortement connectable ». Par inférence, une composante est dite « connexe » si toute paire de sommets extraite de cette composante est connectable (dans un sens ou dans l'autre), et « fortement connexe » si ces mêmes paires sont fortement connectables.

En ce qui nous concerne, nous ne nous attarderons pas plus longtemps sur l'extension des définitions aux graphes orientés. De fait, nous avons déjà annoncé plus haut que les hypothèses de notre travail nous amèneront à travailler sur des graphes non orientés (cf chapitre B.3). Le lecteur soucieux d'approfondir les questions liées à l'orientation des graphes pourra se reporter aux références énoncées en introduction du présent chapitre.

La définition des composantes connexes permet de définir en premier lieu la notion de graphe connexe. Ce terme se rapporte naturellement à tout graphe constitué d'une unique composante connexe (on parle aussi de « graphe connecté »). La Figure 48 présente à ce titre des exemples de graphes connexes remarquables.

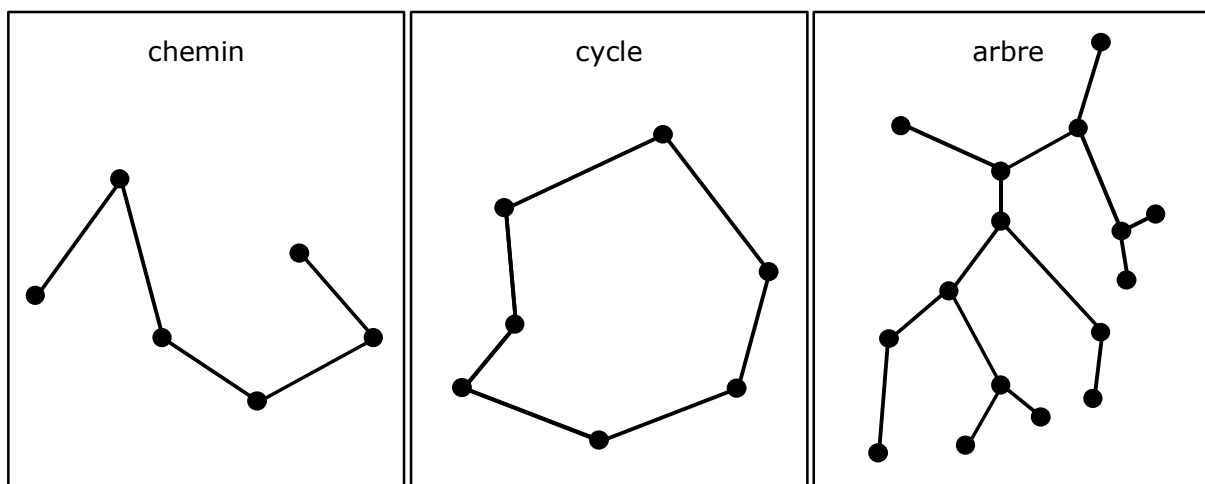


Figure 48 : exemples de graphes connexes

Cela étant, la notion de connexité prend toute sa dimension lorsque l'on s'intéresse – non plus au simple fait que les différentes paires de sommets soient connectables ou non – mais à la richesse des connexions dont elles bénéficient.

B.1.4.3 CONNECTIVITÉ - PERSPECTIVES POUR UNE ÉTUDE RELATIONNELLE DES RÉSEAUX

La notion de connexité est nuancée grâce à la notion de connectivité et aux indices associés de connectivité par sommets et de connectivité par arêtes :

- connectivité par sommets : un graphe connexe est dit « k -sommets-connexe » dès qu'il faut supprimer au moins k sommets pour le déconnecter – k correspond alors à l'indice de connectivité par sommets du graphe,

- connectivité par arêtes : un graphe connexe est dit « k -arête-connexe » dès qu'il faut supprimer au moins k arêtes pour le déconnecter – k correspond alors à l'indice de connectivité par arêtes du graphe.

À moins de comporter des arêtes redondantes, l'indice de connectivité par sommets d'un graphe est égal à son indice de connectivité par arêtes. La Figure 49 illustre justement ces notions pour un graphe possédant une arête redondante.

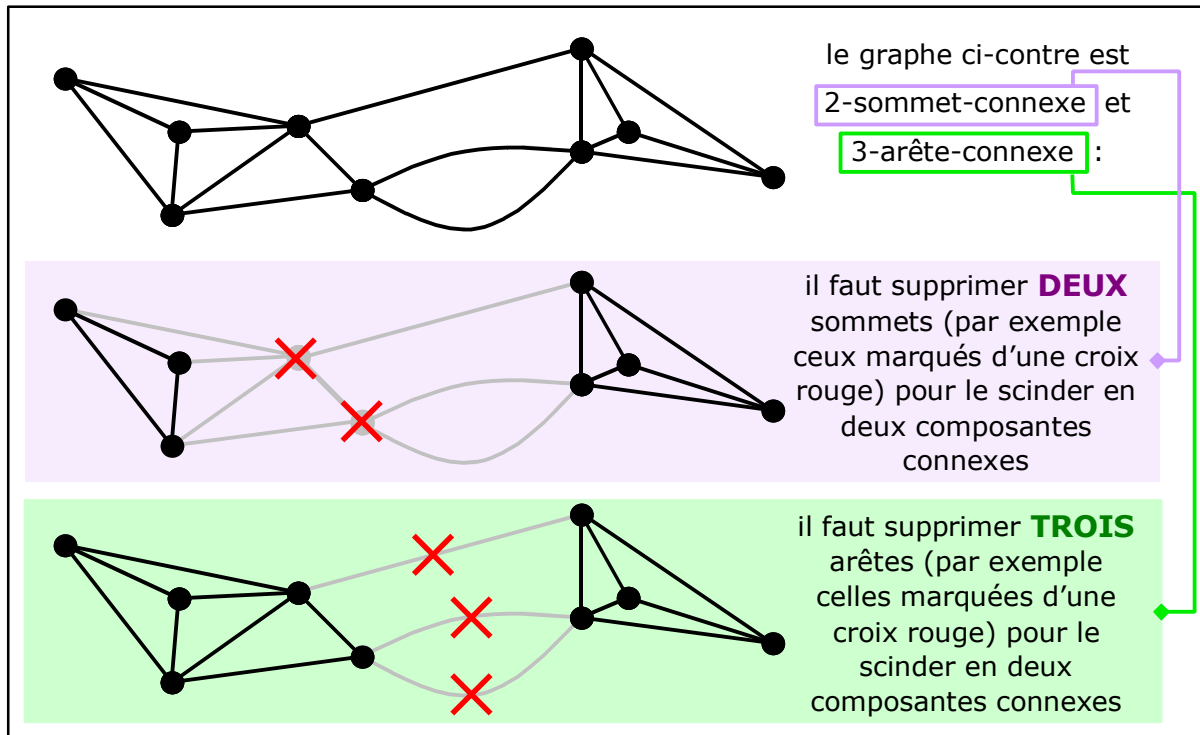


Figure 49 : principe des indices de connectivité par sommets et par arêtes sur un graphe de petite taille

Les ensembles de k sommets à supprimer pour déconnecter un graphe k -sommets-connexe s'appellent des « ensembles d'articulation ». Lorsque $k = 1$, on parle de « sommets d'articulation ».

Les ensembles de k arêtes à supprimer pour déconnecter un graphe k -arête-connexe s'appellent des « coupes ». Lorsque $k = 1$, on parle de « pont » (cf Figure 50).

Ces notions restent cependant définies pour le graphe considéré dans son ensemble. Il est pourtant fort probable – surtout dans un contexte de risques où le réseau d'étude peut être localement endommagé – que les propriétés de connectivité soient différentes d'une région à l'autre du réseau. Le graphe que nous avons construit en Figure 51 met en valeur cette nuance.

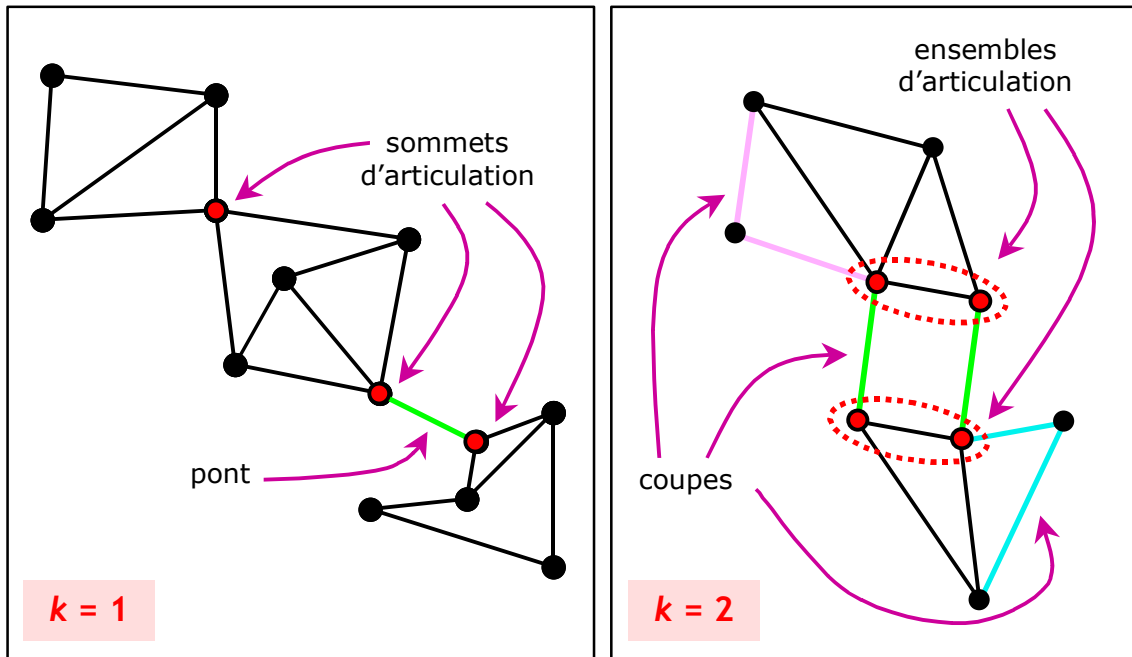


Figure 50 : illustration des notions d'ensembles d'articulation et de coupes sur un graphe connexe (on parle alors de « sommets d'articulation » et de « ponts ») et sur un graphe 2-connexé

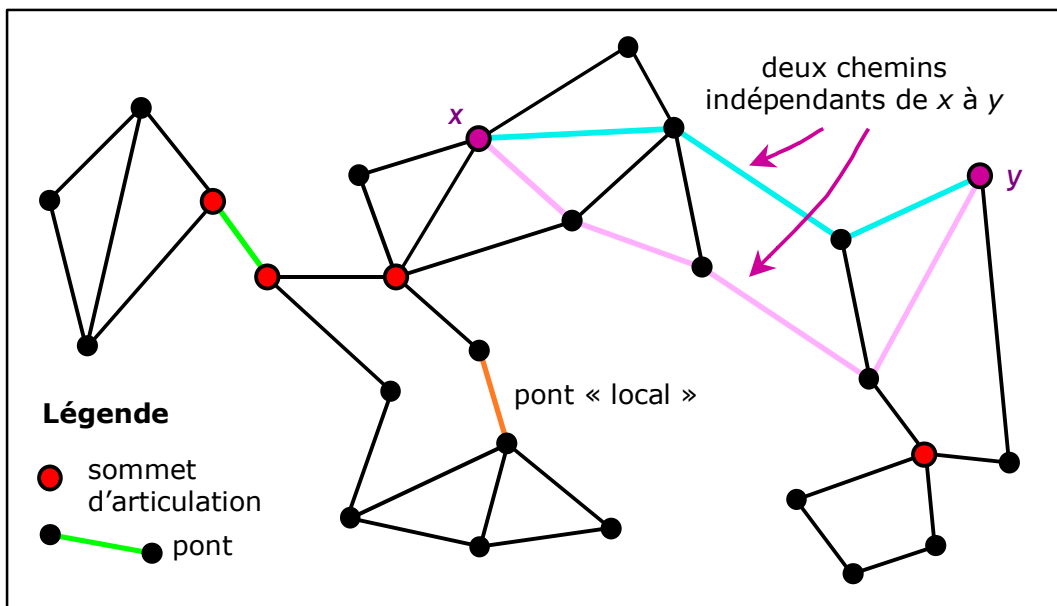


Figure 51 : exemple de graphe 1-connexé présentant localement des caractéristiques de graphe 2-connexé

Le graphe de la Figure 51 est en effet 1-connexé (la présence de quatre sommets d'articulation et d'un pont est là pour en témoigner). Un examen plus détaillé de ce graphe met néanmoins en évidence d'autres lieux de fragilité locale sur sa structure. Les points que nous avons soulignés relèvent de la 2-connexité. Il s'agit :

- d'une part d'une arête constituant un *pont local*²³ – ici, l'arête en question n'est pas un pont (elle forme une coupe d'ordre 2 avec par exemple l'arête qui lui fait face), mais sa rupture porte fortement préjudice à la mise en relation des sommets (et de leur voisinage) sur lesquels elle s'appuie,
- d'autre part de deux sommets x et y pour lesquels il existe plusieurs manières de les relier, mais ces différentes manières s'articulent sur une coupe d'ordre 2, manifestant ainsi la relative fragilité de la relation entre ces deux sommets.

Sans plus entrer dans les détails (l'étude de la vulnérabilité des réseaux sera abordée en partie C), cet exemple conclut la présentation de la théorie des graphes en mettant en évidence son intérêt dans le contexte de notre étude.

Les notions de cycle, connexité et connectivité sont autant d'outils utiles pour amorcer l'étude relationnelle des réseaux. Elles permettent en effet d'envisager la mise en relation des sommets d'un graphe, non plus du simple point de vue des plus courts chemins, mais en intégrant la variété des chemins offerte par le jeu des cycles.

À l'issue de ce chapitre consacré à la théorie des graphes, nous sommes à présent munis :

- d'un cadre permettant de représenter les réseaux par des graphes, en tenant compte notamment des caractéristiques élémentaires de leur trame (topologie, géométrie, mise en relation selon les plus courts chemins),
- d'outils algébriques permettant de modéliser, structurer, stocker et exploiter les informations relatives aux réseaux étudiés,
- de définitions et de notions permettant d'étendre ce cadre et ces outils au contexte de notre travail en envisageant l'endommagement et la vulnérabilité des réseaux par l'étude des richesses relationnelles (et inversement des fragilités locales) sur les graphes associés.

²³ l'expression de « pont local » (« local bridge ») est empruntée à [Granovetter, 1973] (cf D.1.2.1)

CHAPITRE B.2

CONCEPTS ET OUTILS SPÉCIFIQUES À L'ÉTUDE STRUCTURELLE DES RÉSEAUX ET DE LEURS POTENTIALITÉS RELATIONNELLES

Les premiers éléments que nous avons extraits de la théorie des graphes au cours du chapitre B.1 ne sont pas suffisants pour attaquer d'emblée les questions soulevées par la problématique de notre thèse. Il nous a en effet fallu enrichir ce cadre en précisant un certain nombre de points susceptibles de poser problème dans la suite des développements. Ces points concernent :

- **La distinction des *effets spatiaux* et des *effets réseau* dans la mise en relation des sommets sur un réseau**

Il s'agit de déterminer dans quelles proportions le positionnement relatif des sommets d'une part, et les possibilités offertes par le réseau d'autre part, interviennent dans cette mise en relation. La question sous-jacente est de pouvoir évaluer les potentialités relationnelles et la vulnérabilité du réseau en circonscrivant ce dernier à son rôle de médiateur spatial indépendamment de l'implantation *a priori* des lieux sur lesquels il est construit.

- **La constitution d'un jeu exhaustif de relations représentant fidèlement tous les déplacements envisageables sur l'espace d'étude**

L'étude des aspects relationnels d'un réseau grâce à son graphe représentatif exige de localiser les origines et les destinations des relations, non pas sur l'espace d'emprise du réseau, mais parmi l'ensemble restreint de ses sommets. De ce fait, l'observation exhaustive de toutes les relations possibles sur ce graphe est biaisée par l'hétérogénéité de la densité spatiale des sommets. La question est ici de corriger la déformation induite sur l'espace d'emprise du réseau en jouant sur la pondération des sommets.

- **La mise en place d'un cadre d'étude pouvant intégrer différentes logiques de déplacement sur les réseaux**

Le cadre fourni par la théorie des graphes relie les lieux selon la logique de plus court chemin. La prise en compte de phénomènes dommageables sur les réseaux exige cependant d'envisager d'autres logiques de déplacement, c'est-à-dire d'autres hypothèses dans la construction des chemins. Il s'agit donc ici de construire un environnement (modèle, structure, stockage et exploitation des données) adapté à l'étude et à la comparaison de plusieurs logiques de déplacement.

- **La possibilité de pouvoir appréhender les caractéristiques relationnelles des réseaux selon des échelles aussi bien locales que globale**

Les outils de théorie des graphes laissent entrevoir les limites induites par le « tout global ». La question est ici d'offrir une approche des réseaux fondée sur le niveau local et permettant d'accéder aux niveaux supérieurs (niveau global et niveaux intermédiaires) selon des règles d'agrégation des données à préciser.

B.2.1 LA DÉFINITION D'UN RÉSEAU DE RÉFÉRENCE POUR FAIRE LA PART DES EFFETS DE L'IMPLANTATION SPATIALE ET DES PROPRIÉTÉS STRUCTURELLES DU RÉSEAU

Comme nous le verrons dans la partie C, l'étude de l'endommagement et de la vulnérabilité d'un réseau exige d'effectuer sans cesse des comparaisons entre le réseau « normal » (*ie* le réseau dans sa configuration normale) et différents réseaux endommagés ou potentiellement endommagés. En pratique, ce travail consiste à comparer les propriétés de différentes configurations d'un même réseau, construites sur un même espace, mais représentées par des trames différentes. Ces propriétés sont ainsi le résultat d'une alchimie entre les potentialités relationnelles propres à chacune des trames et l'agencement spatial des lieux commun à celles-ci.

Pour prendre la mesure de cette décomposition, il apparaît logique de comparer l'organisation des relations sur un espace vierge (et donc homogène et isotrope) et sur ce même espace muni d'un réseau de transport : de fait, la présence du réseau facilite la mise en relation des lieux et déforme ainsi l'espace sur lequel il est implanté en rapprochant plus ou moins les lieux à la mesure de son offre relationnelle.

S'agissant de mettre en évidence les propriétés structurelles d'un réseau, le travail de comparaison évoqué plus haut nécessite idéalement de pouvoir étudier le réseau et son évolution :

- en faisant abstraction des propriétés induites par l'implantation du réseau dans l'espace bidimensionnel – c'est-à-dire par le positionnement spatial *a priori* des lieux mis en relation,
- et en se concentrant uniquement sur les propriétés topologiques et géométriques de sa trame – c'est-à-dire sur sa contribution propre dans la mise en relation des lieux.

Dans cette section, nous cherchons à faire la part de la localisation spatiale des lieux et des facilités offertes par les réseaux dans la mise en relation de ceux-ci.

B.2.1.1 PRINCIPE DU RÉSEAU IDÉAL

La question classique qui se pose dans le contexte que nous venons de décrire est la suivante :

« si l'on compare deux sommets d'un graphe, dans quelle mesure peut-on dire que la trame du réseau contribue à améliorer la situation de chacun d'eux au sein de l'espace sur lequel le réseau est implanté ? ».

La Figure 52 pose visuellement cette question en offrant de comparer le positionnement de deux sommets – l'un central, l'autre excentré – au sein d'un même graphe.

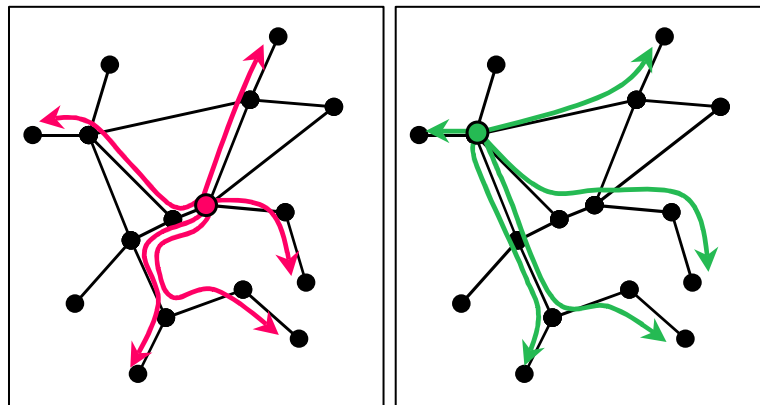


Figure 52 : situations relatives de deux sommets au sein d'un même graphe (un sommet central à gauche vs un sommet excentré à droite)

Ainsi que nous le verrons dans la partie C, il existe des outils permettant de déterminer lequel des deux sommets est le plus *accessible*, ou le mieux positionné dans le graphe. À défaut de disposer de ces outils et des concepts associés, la simple observation de la Figure 52 laisse supposer que le sommet rouge est mieux positionné dans le graphe que le sommet vert.

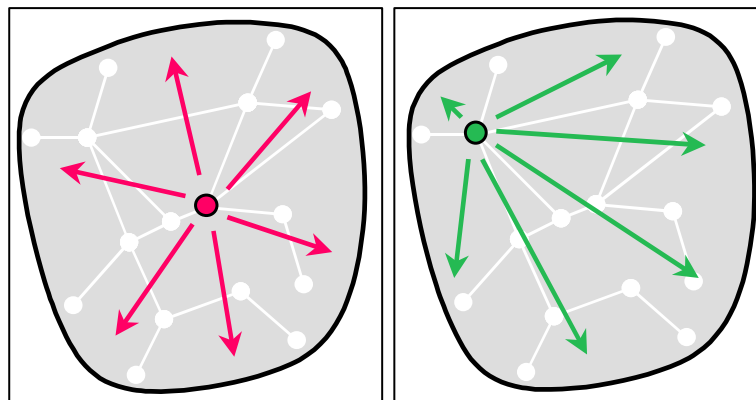


Figure 53 : positionnement spatial relatif des deux sommets de la Figure 52

Cependant, d'un point de vue strictement spatial, le sommet rouge est avantagé *a priori*, car situé plus au centre de la zone sur lequel le réseau est en emprise (cf Figure 53).

En définitive, le sommet rouge est mieux positionné au sein du graphe, mais il est également mieux situé spatialement. Cette situation conduit de fait à une indétermination : il n'est pas possible dans ces conditions de déterminer lequel des deux sommets considérés est le plus avantageux par sa seule position au sein du réseau.

Notre but est ainsi d'isoler les *effets réseau*, c'est-à-dire d'évaluer l'impact du réseau dans la mise en relation des lieux indépendamment de leur localisation spatiale.

En prenant le problème à l'envers, il s'agit de manière équivalente d'isoler les *effets spatiaux*, c'est-à-dire d'évaluer les effets induits par le positionnement spatial *a priori* des lieux sans tenir compte de leur organisation en réseau.

À cet effet, nous proposons de construire sur l'espace d'étude un *réseau idéal*, dont les objectifs sont de :

- mettre en relation les lieux de manière directe, c'est-à-dire d'être structuré de telle sorte que certains lieux ne soient pas plus avantageux que d'autres,
- révéler en conséquence les avantages induits par le seul positionnement spatial relatif des lieux.

De cette manière, il devient possible, lors de l'étude quantitative d'un réseau, d'isoler les effets réseau : il suffit pour cela d'évaluer le réseau et son équivalent idéal selon la même procédure, et de soustraire les résultats obtenus sur le réseau idéal de ceux obtenus sur le réseau d'étude.

Nota : Il s'agit bien d'un réseau *idéal* que nous souhaitons construire, et non d'un réseau *optimal* comme l'ambitionnent certaines problématiques classiques de la géographie. Un réseau *optimal*²⁴ est en effet censé réaliser le meilleur compromis entre un objectif (par exemple : desservir au mieux un territoire) et un ensemble de contraintes (par exemple : ne pas occasionner de frais d'aménagement supérieurs à une enveloppe budgétaire donnée). D'un point de vue théorique, la recherche du réseau optimal consiste ainsi à trouver le graphe maximisant une utilité donnée tout en respectant des contraintes sur le nombre, la localisation ou la densité des sommets, le nombre ou la longueur totale des arêtes, etc. Dans notre problématique, la construction du réseau *idéal*²⁵ procède d'une logique différente puisqu'elle doit permettre, en l'absence de contraintes, d'établir le repère en regard duquel seront évaluées les propriétés du réseau d'étude *dans l'absolu*, et non *relativement au* « meilleur réseau possible que l'on aurait pu construire » comme le suggère le principe du réseau optimal²⁶.

²⁴ OPTIMAL : qui est le meilleur possible (*Petit Robert*, 2002)

²⁵ IDÉAL : ce qu'on se représente ou se propose comme type parfait ou modèle absolu [...] (*Petit Robert*, 2002)

²⁶ *A contrario* – et de manière imagée – le « meilleur des mondes possible » de Candide (VOLTAIRE : *Candide*, 1759) est *optimal* en ce sens qu'il est le meilleur des mondes que l'on puisse espérer, et non *idéal* au titre d'un monde parfait, relevant d'une utopie.

En ce sens, le réseau idéal résume toutes les configurations optimales que l'on serait amené à rencontrer sur un réseau optimal dont on ferait varier le système de contraintes.

B.2.1.2 DU RÉSEAU IDÉAL AU RÉSEAU DE RÉFÉRENCE

Ainsi défini, le réseau idéal est le réseau reliant au mieux tous les lieux de l'espace : autrement dit, il s'agit du réseau infiniment dense assurant toutes les liaisons directes possibles entre paires de sommets (cf Figure 54).

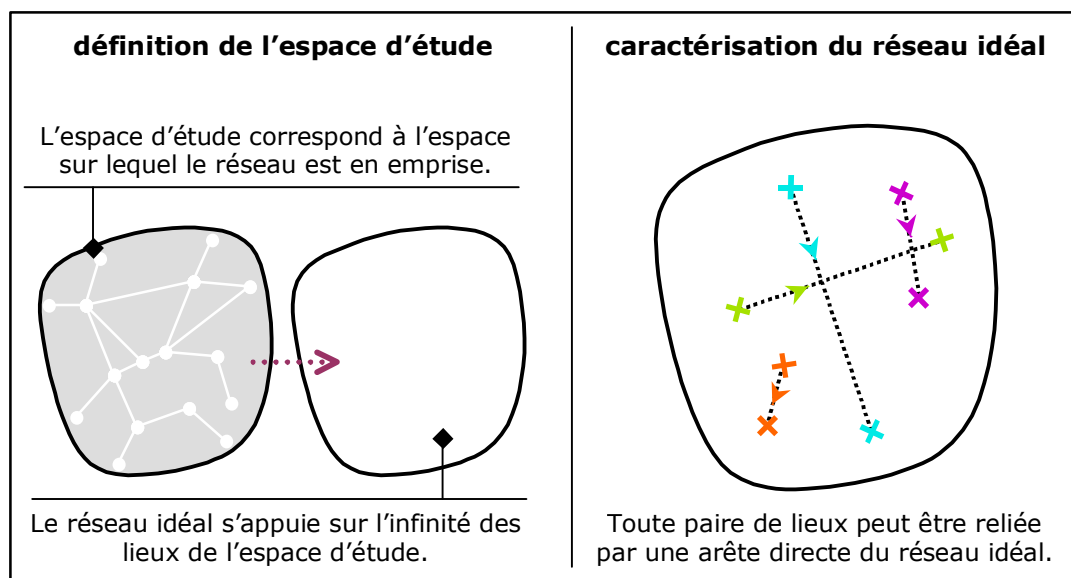


Figure 54 : principe théorique du réseau idéal associé à un réseau quelconque

Un tel réseau est inconcevable, car formellement non modélisable, puisque la conversion en graphe et les traitements algébriques associés exigent que les nombres de sommets et d'arêtes manipulés soient finis.

Cet obstacle de taille nous oblige d'abandonner l'idée d'un réseau idéal et de nous concentrer sur la construction d'un *réseau de référence* – version affaiblie du réseau idéal :

Un réseau de référence doit :

- répondre au mieux aux attentes émises pour le réseau idéal – il s'agit pour le réseau de référence de relier les lieux de manière aussi directe que possible afin de gommer au maximum les effets réseau,
- respecter un certain nombre de critères liés à la modélisation des réseaux par des graphes et bien sûr à l'usage que l'on souhaite faire de ce réseau de référence.

La tentative de construction du réseau idéal présentée en Figure 54 nous a permis d'identifier un premier critère :

Premier critère dans la construction d'un réseau de référence :
les nombres de sommets et d'arêtes du réseau de référence doivent être
finis.

Une solution consisterait à discrétiser l'espace d'étude selon un pavage régulier (par exemple un pavage triangulaire, hexagonal ou carré, comme dans l'exemple de la Figure 55), et à associer à chaque cellule un centroïde. Le réseau de référence correspondrait alors au réseau des centroïdes des cellules, reliés deux à deux de manière exhaustive. Nous avons tenté l'expérience en Figure 55 sur le graphe introduit précédemment. Le résultat est inexploitable : pour un découpage simplissime (16 cellules), le nombre d'arêtes s'envole (il est de l'ordre du carré du nombre de cellules) et la représentation graphique du réseau est illisible.

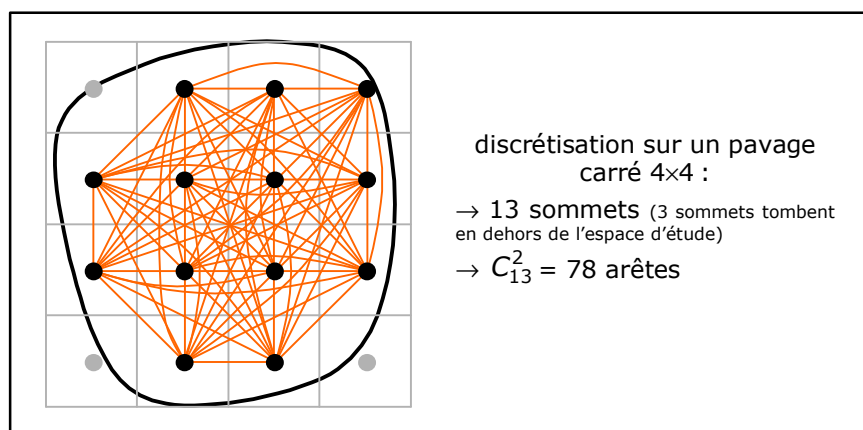


Figure 55 : discrétisation de l'espace d'étude du graphe de la Figure 54 et construction du graphe complet associé sur le semis des centroïdes obtenus

En outre, d'un point de vue strictement géographique, le réseau obtenu par discrétisation ne partage rien de commun avec le réseau initial – sinon le même espace d'emprise – et se prête donc difficilement aux comparaisons souhaitées plus haut.

Ce dernier point met en exergue un nouveau critère à prendre en compte dans la constitution d'un réseau de référence : celui-ci repose sur la supposée comparabilité du réseau de référence avec le réseau d'étude.

De fait, la finalité du réseau de référence exige implicitement que les résultats obtenus soient comparables avec ceux obtenus de la même manière sur le réseau d'étude. Nul doute que ceux-ci le sont du point de vue physique (le fait de quantifier les mêmes phénomènes selon la même procédure garantit que les grandeurs et unités sont comparables) – en revanche, rien n'est moins sûr quant à l'architecture des résultats, et donc par inférence quant aux structures respectives des deux réseaux à comparer.

Deuxième critère dans la construction d'un réseau de référence :
la structure du réseau de référence doit permettre d'établir des
comparaisons avec le réseau d'étude.

La comparabilité des résultats doit en premier lieu être assurée pour les sommets. Le moyen le plus simple et le plus naturel d'y parvenir consiste à construire le réseau de référence – non plus sur un semis de centroïdes issus d'une discrétisation – mais sur le même semis de sommets que celui du réseau d'étude²⁷. La Figure 56 présente le résultat obtenu sur le graphe d'exemple de cette section.

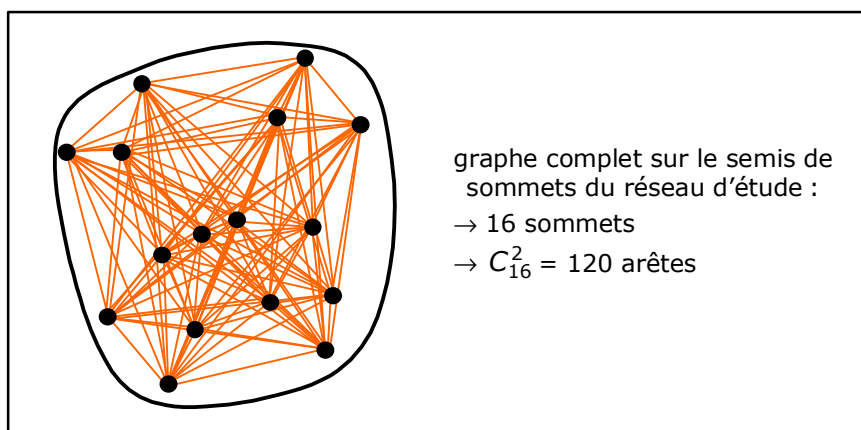


Figure 56 : graphe complet construit sur le semis de sommets du graphe de la Figure 54

Il est important de noter que le choix d'ancrer le réseau de référence sur le semis de sommets du graphe d'étude assure également le critère de comparabilité pour toute étude relationnelle en raison de la localisation des accès au niveau des sommets.

En revanche, le choix de prendre comme arêtes de référence les arêtes du graphe complet n'est pas judicieux. Nous nous trouvons en effet dans le même embarras que celui rencontré lors de la discrétisation, avec un nombre exponentiel d'arêtes (ici 120 arêtes pour seulement 16 sommets), et à nouveau un problème de comparabilité concernant ici les arêtes. La structure proposée ne permet effectivement pas de pouvoir mettre aisément en regard les arêtes du réseau d'étude et celles du graphe complet. Le

²⁷ Par construction, cette restriction écarte d'emblée toute considération sur la densité de l'implantation spatiale des sommets du réseau, et donc sur la qualité de desserte de celui-ci. De fait, dans les comparaisons que nous serons amenés à faire entre le réseau d'étude et le réseau de référence, la question de la desserte est hors de propos : dans la mesure où les catastrophes envisagées endommagent les réseaux sans les déconnecter, le but de l'étude est de voir dans quelle mesure les risques menacent de dégrader l'offre relationnelle entre les différents accès (*ie* sommets) – la densité de leur implantation étant ce qu'elle est. Pour plus de détails sur la question de la desserte, nous renvoyons le lecteur au travail de [Fernique, 2003].

problème est fondamentalement géographique : il n'y a, de fait, pas de parallèle possible entre les deux réseaux.

Le problème de l'élaboration d'un réseau de référence se précise donc maintenant autour de la construction des arêtes. Celles-ci doivent s'appuyer sur le semis de sommets du graphe d'étude, et être à la fois suffisamment denses pour pouvoir assurer des relations (presque) directes entre toutes les paires de sommets, et également suffisamment éparses et harmonisées de manière à pouvoir établir un parallèle acceptable avec le réseau d'étude et assurer le critère de comparabilité sur les arêtes.

Le critère que nous venons d'énoncer ici est appréciable qualitativement, mais difficile à mettre en œuvre quantitativement. Par ailleurs, la recherche effective d'un réseau de référence répondant aux critères énoncés fait appel à un algorithme de complexité non polynômiale, ce qui n'est évidemment pas envisageable étant donné la taille des graphes que nous manipulons.

B.2.1.3 LA TRIANGULATION DE DELAUNAY COMME RÉSEAU DE RÉFÉRENCE

Il existe heureusement, à la frontière des mathématiques, de l'informatique et des sciences géographiques, un objet répondant de manière tout à fait acceptable aux exigences formulées sur la construction des arêtes : il s'agit de la triangulation de Delaunay.

La triangulation de Delaunay est construite sur un semis de sommets $S_1, S_2... S_n$ donnés ; elle organise ceux-ci selon un graphe triangulaire planaire « dense et régulier ».

Il existe plusieurs manières équivalentes de définir cette triangulation. En particulier :

- elle est le dual du diagramme de Voronoï, partitionnant l'espace en autant de cellules qu'il existe de sommets : chaque sommet S_i est le centroïde de la cellule C_i définie comme regroupant les points M de l'espace pour lesquels S_i est sommet le plus proche de M parmi l'ensemble des sommets $S_1, S_2... S_n$ du semis considéré,
- elle relie les sommets selon une trame triangulaire exhaustive de sorte que tout cercle circonscrit à un triangle ne contienne aucun point du semis.

Ces différentes définitions, ainsi que les propriétés qu'elles induisent, garantissent l'aspect dense et régulier de la trame et des longueurs de plus court chemin très proches des distances à vol d'oiseau (le lecteur trouvera en annexe VII une description détaillée des tessellations de Voronoï et de Delaunay, de leurs propriétés ainsi que d'algorithmes élémentaires : construction des tessellations, impact de l'ajout ou de la suppression de sommets).

Pour ces raisons, la triangulation de Delaunay construite sur le semis de sommets du réseau d'étude est susceptible de constituer un réseau de référence acceptable selon les termes énoncés plus haut.

Il s'agit donc maintenant pour nous :

- de voir dans quelle mesure la triangulation de Delaunay répond aux attentes formulées initialement pour le réseau idéal,
- de vérifier le respect des critères relatifs au réseau de référence.

Idéalité de la triangulation de Delaunay

La validation de la triangulation de Delaunay en tant que réseau de référence exige en premier lieu de s'assurer que la mise en relation des lieux sur cette trame se rapproche suffisamment de celle souhaitée idéalement. En d'autres termes, les plus courts chemins observés sur la triangulation de Delaunay doivent s'écarter aussi peu que possible des liaisons à vol d'oiseau séparant les sommets origine et destination correspondants²⁸.

Afin de mesurer l'écart entre les plus courts chemins sur la trame de Delaunay et les liaisons à vol d'oiseau du réseau idéal, nous avons recours à la notion de dilatation [Fernique, 2003].

→ Pour une relation donnée sur un graphe d'étude, celle-ci correspond au rapport entre la longueur de plus court chemin sur le graphe considéré et la distance à vol d'oiseau séparant les extrémités de la relation.

Avant d'étudier plus en détail la dilatation sur une triangulation de Delaunay, il est nécessaire de fournir quelques précisions quant à la mesure des distances évoquées.

→ Cette longueur est comparée à la distance à vol d'oiseau séparant les deux sommets en question. Pour cette raison, cette distance doit être cohérente avec le principe de

²⁸ Lorsque l'espace d'implantation du réseau n'est pas convexe, cette proposition se traduit par : « les plus courts chemins sur la triangulation de Delaunay doivent s'écarter aussi peu que possible de la plus courte ligne brisée séparant les sommets origine et destination correspondants ». Le lecteur pourra vérifier sur le réseau routier européen (cf annexe X.3) que la non-convexité de l'espace européen n'empêche pas la triangulation de Delaunay de bien approcher les liaisons terrestres idéales entre des sommets pour lesquels la liaison à vol d'oiseau n'est pas incluse dans cet espace (par exemple entre la Grèce et l'Espagne, entre la Norvège et la Pologne, etc.). En fait, cette propriété résulte de celle observée sur les graphes convexes : pour s'en convaincre, il suffit de décomposer la ligne brisée reliant l'origine et la destination considérée sur le graphe non convexe en autant de liaisons à vol d'oiseau qu'il existe de segments constituant cette ligne brisée.

valuation des arêtes (ou des arcs) du graphe d'étude et s'exprimer en conséquence dans la même unité de grandeur :

- dans le cas le plus simple, la valuation des arêtes (ou des arcs) du réseau d'étude est euclidienne, et la distance à vol d'oiseau entre deux sommets donnée est donc donnée par la mesure euclidienne du segment reliant ces sommets ;
- certaines études de réseaux nécessitent en revanche quelques ajustements, en particulier lorsque les plus courts chemins ne s'expriment pas comme des distances, mais comme des temps de parcours : dans ce cas, les temps de parcours constatés sur le réseau d'étude doivent être comparés avec les temps nécessaires pour parcourir au plus vite les distances à vol d'oiseau.

L'« idéalité » du réseau de référence est dictée par les meilleures modalités de parcours que l'on serait en droit d'attendre sur le réseau d'étude.

De ce fait, pour un réseau routier :

- les distances à vol d'oiseau sont corrigées par un coefficient multiplicateur reflétant la sinuosité des tracés (soit : 1,3, conformément aux suggestions de [Cattan & Grasland, 1997]),
- la vitesse de parcours la meilleure correspond à la vitesse adoptée sur autoroute (soit : 120 km/h).

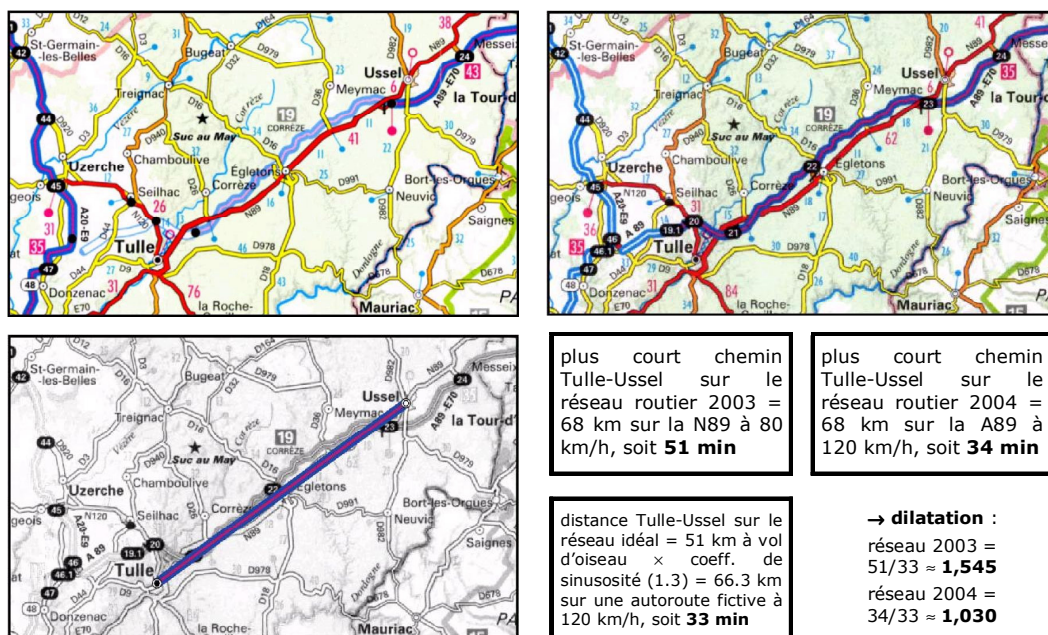


Figure 57 : exemple de calcul des dilatations de la liaison routière Tulle-Ussel sur les réseaux routiers 2003 et 2004 (source des fonds de carte : carte 901 de l'IGN, éditions 2003 et 2004)

La Figure 57 illustre ce principe de valuation pour la liaison Tulle-Ussel (Corrèze) sur les réseaux routiers français de 2003 et de 2004. Les longueurs de plus court chemin correspondent aux meilleurs temps de parcours. Ceux-ci sont comparés à la distance idéale, c'est-à-dire au temps nécessaire pour parcourir une éventuelle autoroute qui

relierait les deux villes en ligne droite au coefficient de sinuosité près (1,3), et sur laquelle on autoriserait donc la vitesse maximale envisageable (120 km/h).

Ces remarques étant faites, nous sommes maintenant en mesure d'évaluer l'adéquation de la trame de Delaunay avec le réseau idéal. Pour ce faire, nous avons dans un premier temps étudié la dilatation d'un réseau de Delaunay construit sur un semis aléatoire²⁹ de 200 points et valué de manière euclidienne (cf Figure 58).

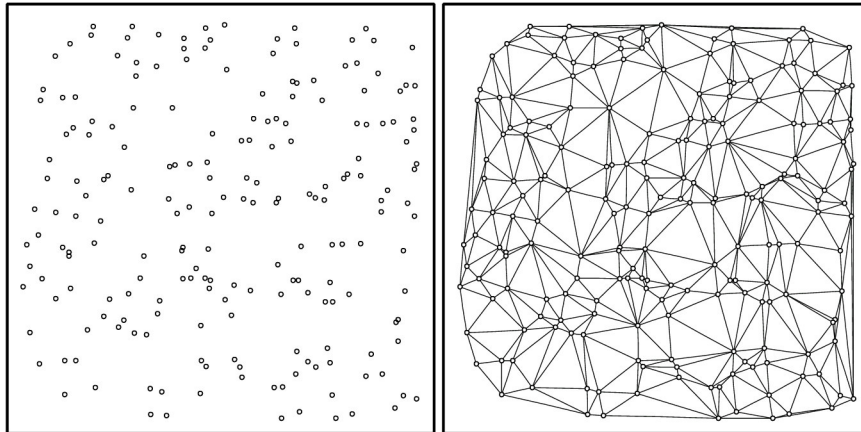


Figure 58 : semis de 200 points tirés aléatoirement dans une zone carrée (à gauche) et triangulation de Delaunay associée (à droite)

Nous avons calculé les dilatations relatives à chacune des $C_{200}^2 = 19900$ relations envisageables sur le graphe. La moyenne et l'écart-type de la population des dilatations observées sont respectivement de 1,063 et 0,039 : cela signifie que la majorité des plus courts chemins sur la triangulation de Delaunay occasionnent un détour de $6\% \pm 4\%$ par rapport à la distance à vol d'oiseau. Ces valeurs nous semblent tout à fait acceptables pour valider l'adéquation de ce réseau de Delaunay avec le réseau idéal associé. Les déciles de la distribution des dilatations observées (cf Tableau 23) et la représentation d'un échantillon de relations sur le graphe d'étude (cf Figure 59) confirment largement ce constat.

²⁹ Le semis en question est issu de la simulation d'un processus ponctuel de Poisson dans une zone carrée. Nous avons pris la précaution de vérifier que ce semis était bien aléatoire en s'assurant de l'homogénéité du processus et de l'indépendance des nombres de points contenus dans chacune des 16 cellules pavant la zone selon une grille régulière 4×4 . Les contingents relevés à cette occasion sont les suivants : 8, 15, 11, 12, 14, 12, 17, 20, 14, 15, 10, 10, 7, 11, 11 et 13. Le nombre de points attendus théoriquement dans chaque cellule valant $200/16 = 12,5$, la distance du χ^2 entre les répartitions théorique et observée vaut 13,12, et conduit à accepter au seuil $\alpha = 5\%$ l'hypothèse du semis aléatoire (le quantile à 95% de la loi du χ^2 à 15 degrés de liberté vaut 25).

Pour une première approche des processus ponctuels et des tests statistiques, le lecteur pourra consulter [Stoyan *et al.*, 1995] et [Genet *et al.*, 1974].

Tableau 23 : déciles de la distribution des dilations de l'ensemble des relations observées sur le graphe de la Figure 58

min	10%	20%	30%	40%	méd.	60%	70%	80%	90%	max
1	1,018	1,033	1,044	1,052	1,060	1,067	1,076	1,088	1,109	1,358

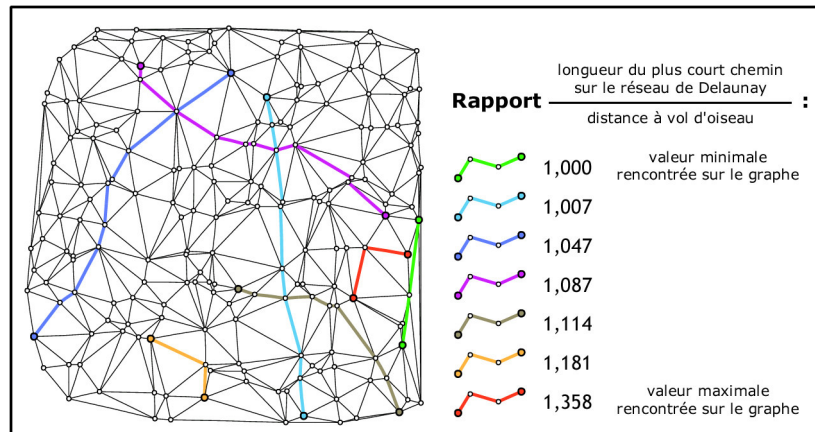


Figure 59 : dilatation de quelques relations envisagées sur le graphe de la Figure 58

Les relations proposées à titre d'exemple sur la Figure 59 montrent que les valeurs de dilatation ont plus de chances d'être élevées lorsque les sommets origine et destination concernés sont spatialement proches. La mise en regard des dilations des plus courts chemins avec les distances à vol d'oiseau entre les extrémités des relations confirme cette tendance (cf Figure 60). Cependant, les singularités de cette distribution ne nous ont pas parues excessives au point de remettre en cause l'approximation des distances à vol d'oiseau par les longueurs de plus court chemin sur le graphe de Delaunay.

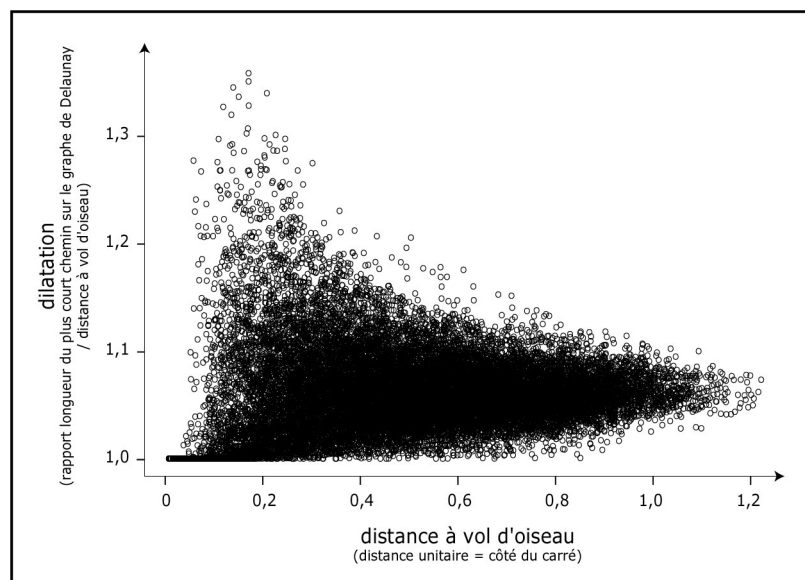


Figure 60 : dilatation des plus courts chemins du graphe de la Figure 59 en fonction de la distance à vol d'oiseau entre les sommets origine et destination associés

Dans un deuxième temps, afin de conforter notre point de vue, nous avons effectué la même démarche – non pas sur un semis de points aléatoires – mais sur un semis de

points issus d'un réseau de transport réel. Nous avons pour cela considéré le réseau routier de la ville d'Indianapolis dans les années 1950 (cf Figure 61 – la structure originale du réseau routier est extraite d'une étude consacrée à l'accessibilité [Muraco, 1972] – pour plus de détails, consulter l'annexe III).

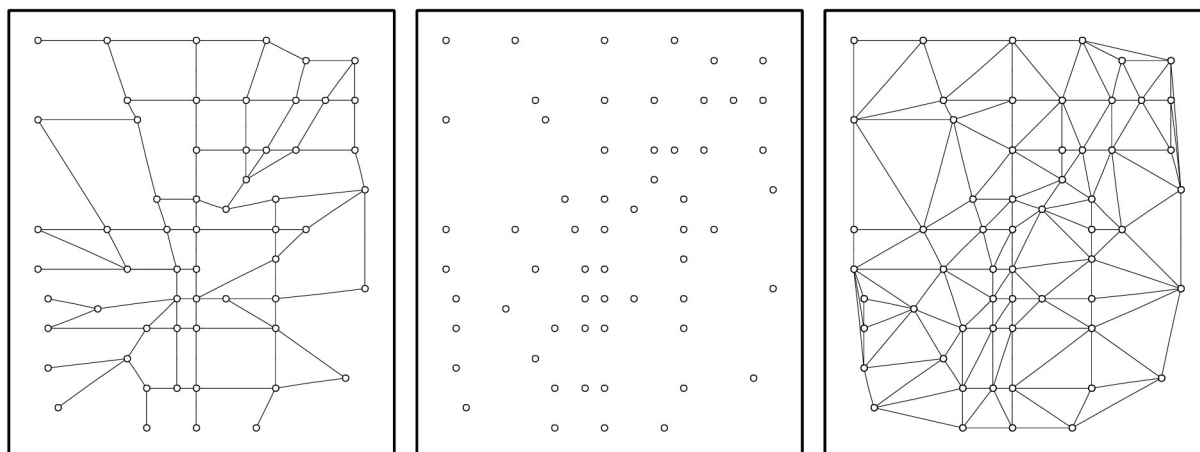


Figure 61 : représentation graphique du réseau routier d'Indianapolis en 1954 (à gauche - source : [Muraco, 1972]), semis de points extrait de ce graphe (au centre) et triangulation de Delaunay associée (à droite)

De la même manière que précédemment, nous avons construit la trame de Delaunay sur le semis de points considéré, nous avons calculé les dilatations des 1711 relations envisageables sur cette trame, puis nous avons résumé celles-ci au travers du couple moyenne – écart-type (respectivement 1,060 et 0,059) et des déciles (cf Tableau 24).

Tableau 24 : déciles de la distribution des dilatations de l'ensemble des relations observées sur la triangulation de Delaunay de la Figure 61 (partie droite)

min	10%	20%	30%	40%	méd.	60%	70%	80%	90%	max
1	1,000	1,005	1,020	1,031	1,048	1,066	1,082	1,103	1,133	1,414

Les résultats sont très proches de ceux trouvés sur la triangulation de Delaunay d'un semis aléatoire. Les différents indicateurs présentés ici sont toutefois un peu plus élevés, ce qui dénote une dilatation légèrement moins bonne sur ce semis. Cette différence provient probablement du mode de répartition des sommets : ceux-ci étant issus d'un réseau réel, leur répartition n'est pas aléatoire mais se conforme à un aménagement de l'espace favorisant des directions privilégiées (la Figure 61 fait clairement ressortir les directions nord-sud et est-ouest). Cela se traduit sur la trame de Delaunay par des liaisons diagonales appauvries. Afin de nous en rendre compte, nous avons mis en regard la dilatation de chacune des 1711 relations en fonction de l'orientation de l'axe origine-destination associé (cf Figure 62) et nous avons cartographié les relations enregistrant les plus fortes dilatations (cf Figure 63).

L'hypothèse que nous avons formulée au préalable se vérifie ici : la triangulation de Delaunay sur un semis singulier pénalise sensiblement un petit nombre de relations, dont la plupart s'écartent des directions privilégiées du semis. Ce comportement singulier de la dilatation avec l'orientation des relations – de même que celui mis en évidence avec la

distance à vol d'oiseau entre les sommets origine et destination – méritent d'être mentionnés étant donné que nous serons amené à utiliser la triangulation de Delaunay par la suite. Ils ne remettent cependant pas en question nos premières conclusions sur la qualité de l'ajustement des plus courts chemins sur la trame de Delaunay avec les liaisons à vol d'oiseau.

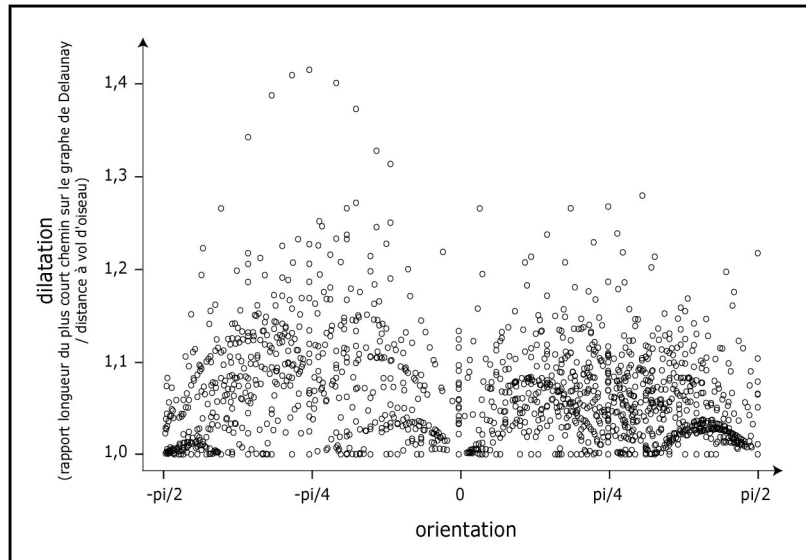


Figure 62 : dilatation des plus courts chemins du graphe de la Figure 61 en fonction de l'orientation de l'axe reliant les sommets origine et destination associés

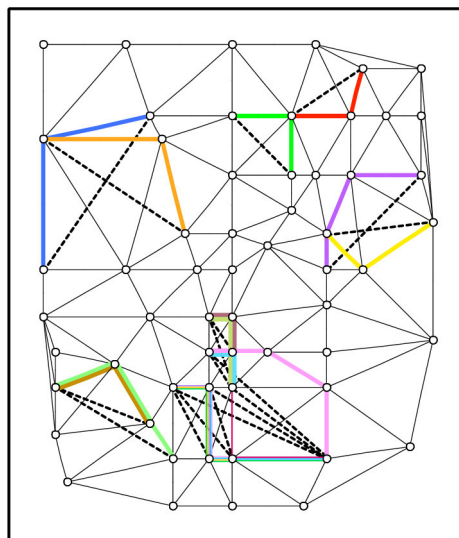


Figure 63 : relations dont la dilatation est supérieure à 1,25 sur le graphe de Delaunay de la Figure 61 (les plus courts chemins sont indiqués en couleurs tandis que les liaisons à vol d'oiseau sont matérialisées par des pointillés)

Les deux exemples de semis présentés ici ne suffisent évidemment pas pour valider l'adéquation du réseau de Delaunay avec le réseau idéal. Nous disposons heureusement de résultats mathématiques qui viennent conforter nos observations et fournir cette validation (le lecteur trouvera plus de détails en annexe VII) :

Les dilatations rencontrées sur une très forte majorité de graphes sont en deçà de $\pi/2$ et avoisinent le plus souvent 1,05 [Chew, 1986].
C'est notamment le cas pour la triangulation de Delaunay en raison de ses propriétés de régularité [Fernique, 2003].

[Okabe *et al.*, 1992] soulignent ce dernier point et insistent par ailleurs sur le faible nombre d'arêtes de cette triangulation en comparaison du nombre de liaisons à vol d'oiseau du graphe complet : « le réseau composé des $O(n^2)$ routes directes entre les différentes paires de sommets peut être efficacement approché par la triangulation de Delaunay qui ne requiert qu'un nombre $O(n)$ d'arêtes ».

Respect des critères relatifs au réseau de référence

La triangulation de Delaunay est un candidat acceptable pour constituer un réseau de référence. Afin de pouvoir l'ériger effectivement en réseau de référence, il nous faut maintenant nous assurer du respect des critères de modélisation et d'usage énoncés plus haut.

Le premier des critères est la finitude du graphe candidat. Par construction, la triangulation de Delaunay répond à ce critère : n étant le nombre de sommets du semis d'étude, la triangulation de Delaunay s'appuie sur les mêmes n sommets et possède un nombre d'arêtes en $O(n)$. Ce nombre est particulièrement faible en comparaison du nombre d'arêtes du graphe complet (en $O(n^2)$). Sur la base des graphes que nous avons eu l'occasion d'étudier, il est en pratique du même ordre (en général un peu plus grand) que le nombre d'arêtes du graphe originel.

Le second critère est la comparabilité du graphe candidat avec le graphe d'étude.

Le critère de comparabilité concerne en premier lieu les sommets : les deux graphes concernés s'appuyant sur le même semis de sommets, le respect de ce critère tombe sous le sens. Tout indicateur calculé selon un processus donné sur les sommets du graphe d'étude pourra être calculé et comparé sur les sommets du graphe candidat selon le même processus.

Le critère de comparabilité concerne en second lieu les arêtes. Ainsi que nous avons pu le voir avec le graphe complet, ce critère est plus délicat à vérifier. Ici, la construction de la triangulation de Delaunay ne garantit pas que toutes les arêtes du graphe d'étude soient représentées dans le graphe de Delaunay. Néanmoins, la planarité (ou la quasi-planarité) des graphes représentatifs des réseaux d'infrastructure – et en particulier des réseaux de transport – assure cette correspondance pour une très grande majorité d'arêtes. Nous avons eu l'occasion de le vérifier sur l'ensemble des réseaux que nous avons manipulés. Nous proposons au lecteur de s'en rendre compte sur l'exemple du réseau routier d'Indianapolis de 1954 (cf Figure 61) en observant la superposition du graphe d'étude et de la triangulation de Delaunay associée (cf Figure 64).

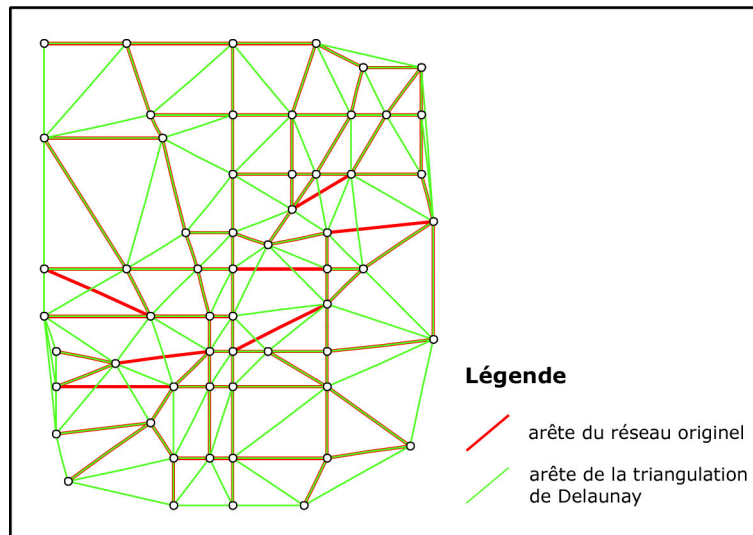


Figure 64 : superposition du graphe routier d'Indianapolis de 1954 (en rouge - cf Figure 61) et de la triangulation de Delaunay construite sur le semis de sommets du même graphe (en vert)

À l'exception de 6 arêtes, l'ensemble des arêtes du graphe d'étude (au nombre de 93) font partie de la triangulation de Delaunay du semis de sommets. La comparabilité est donc possible pour la quasi-totalité des arêtes de ce graphe.

Chaque arête ne possédant pas d'équivalent sur le réseau de Delaunay peut, quant à elle, être comparée à la succession d'arêtes formant le plus court chemin entre ses extrémités sur la triangulation de Delaunay (cf Figure 65). Dans la suite, nous appellerons « arête orpheline » toute arête de ce type, et « doublure » la succession d'arêtes jouant le rôle d'équivalent sur le réseau de Delaunay.

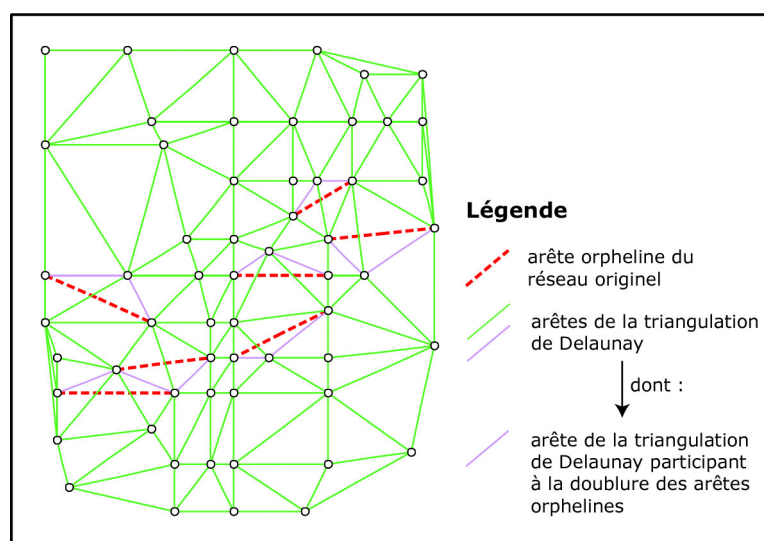


Figure 65 : arêtes orphelines et doublures associées sur le graphe de la Figure 61 (voir aussi la superposition du graphe d'étude et de la triangulation de ses sommets en Figure 64)

La comparabilité des arêtes est ainsi assurée : tout indicateur calculé selon un processus donné sur une arête orpheline du graphe d'étude pourra être calculé et comparé sur la doublure correspondante du graphe candidat selon le même processus. À cet effet, nous choisissons naturellement de résumer les indicateurs relevés sur les arêtes formant une doublure par la moyenne de ces indicateurs pondérés par les valuations des arêtes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{valeur de référence de} \\ \text{l'indicateur } I \text{ sur l'arête } j \\ \text{du graphe d'étude} \end{array} \right\} = \frac{\sum_{\substack{\text{arête } k \text{ de la triangulation} \\ \text{de Delaunay participant à} \\ \text{la doublure de l'arête } j}} \text{valuation de l'arête } k \times \left\{ \begin{array}{l} \text{valeur effective de} \\ \text{l'indicateur } I \\ \text{sur l'arête } k \end{array} \right\}}{\sum_{\substack{\text{arête } k \text{ de la triangulation} \\ \text{de Delaunay participant à} \\ \text{la doublure de l'arête } j}} \text{valuation de l'arête } k}$$

En termes de structuration des données, nous créons une table d'équivalence entre les arêtes du graphe d'étude et du graphe de Delaunay construit sur le semis d'étude. Dans cette table appelée « doublure », les lignes sont associées aux différentes arêtes du graphe d'étude et recensent pour chacune d'elle les identifiants des arêtes du réseau de Delaunay qui forment sa doublure. La Figure 66 illustre ce principe sur un exemple simple.

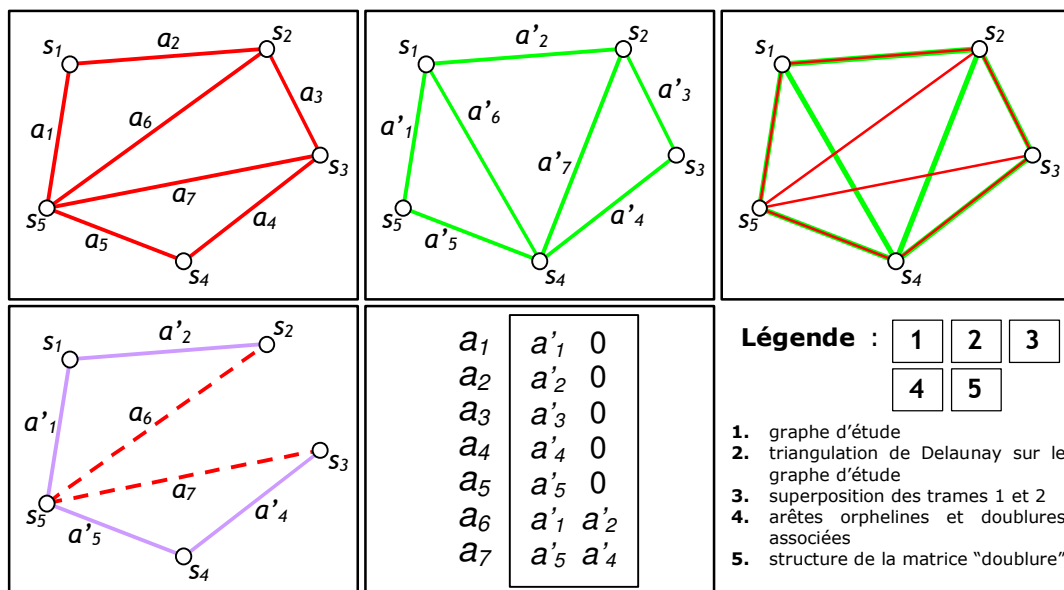


Figure 66 : illustration du principe de la matrice « doublure » et de sa construction - cette matrice renseigne sur les équivalences entre les arêtes du graphe étudié et les arêtes de la triangulation de Delaunay construite sur le semis de sommets associé

Le lecteur trouvera en annexe II de plus amples détails sur la structure de la table d'équivalence décrite ici, ainsi que sur la matrice de transition qui en découle directement pour le calcul effectif des valeurs de référence d'un indicateur donné sur les arêtes d'un graphe, conformément à l'équation introduite plus haut.

B.2.1.4 SYNTHÈSE

Par cette construction, nous disposons à présent d'un réseau dit « de référence », sur lequel se manifestent exclusivement les effets spatiaux, c'est-à-dire les effets dus uniquement à la localisation spatiale des lieux sur la zone d'étude.

La comparaison quantitative du graphe d'étude et de son réseau de référence³⁰ associé nous permettra alors d'isoler les effets réseau, c'est-à-dire les effets représentatifs des facilités offertes par le réseau dans la mise en relation des lieux, indépendamment de la localisation spatiale de ceux-ci.

Par conséquent, dans la suite de notre travail, le calcul de tout indice I sujet à une combinaison d'effets réseau et d'effets spatiaux sera accompagné du calcul de l'indice équivalent I^* sur le réseau de référence associé.

Au besoin, l'information fournie par l'indice $(I - I^*)$ permettra donc de confirmer ou d'infirmer les phénomènes imputés exclusivement au réseau (*ie* indépendamment de son implantation spatiale) à partir de l'observation de l'indice I . Ainsi, dans les parties C et D, nous laisserons au lecteur le soin de consulter en parallèle les cartes relatives aux indices I et à leurs équivalents $(I - I^*)$ dépouillés des effets spatiaux.

³⁰ Notons que ce travail de comparaison nécessite des ajustements lorsqu'il s'agit de confronter les plus courts chemins observés sur le réseau d'étude et ceux observés sur le réseau de référence. Ces ajustements ont pour but de réhabiliter des sommets et des arêtes de la triangulation de Delaunay dont la situation topologique est telle qu'ils ne peuvent jamais participer à des plus courts chemins – alors même qu'ils se situent manifestement sur la trajectoire à vol d'oiseau de certaines paires de sommets.

Cette situation est peu fréquente, mais elle est typique des trames triangulaires. Nous proposons de rectifier ce défaut selon la procédure décrite en annexe VIII. Les plus courts chemins que nous manipulerons ultérieurement sur les triangulations de Delaunay sont en fait, selon nos propres termes, des « chemins de Delaunay ». L'annexe VIII détaille le principe de ces chemins, discute de leur validité en tant que chemins de référence et propose enfin un algorithme de construction simple à mettre à œuvre.

B.2.2 L'ÉLABORATION D'UNE PONDÉRATION ROBUSTE POUR RENDRE LE RÉSEAU INSENSIBLE AUX EFFETS DE LA DENSITÉ SPATIALE DE SES SOMMETS

Ainsi que nous l'avons vu en A.3.2, l'objet constituant la base de toute étude relationnelle d'un réseau est le chemin. Celui-ci :

- réalise une relation en reliant une origine à une destination...
- ... en empruntant une succession de composantes du réseau cohérentes avec la logique de déplacement considérée.

Ces deux points nécessitent un approfondissement dans le contexte d'une étude structurelle.

Dans la présente section, nous allons discuter des relations à envisager sur le réseau pour mener à bien une telle étude. À cette occasion, nous verrons qu'il est nécessaire de pondérer les relations – et donc les sommets du réseau – afin de représenter fidèlement la variété et l'importance relative de la collection de toutes les relations envisageables sur l'espace d'emprise du réseau.

Les questions relatives au chemin lui-même et à la logique de déplacement feront l'objet de la section suivante.

B.2.2.1 LA PONDÉRATION DES SOMMETS ET DES RELATIONS

Dans une étude fonctionnelle (cf A.3.2 et Figure 19 page 125), le réseau de transport est évalué en regard des demandes en déplacement formulées par les usagers et des modalités de leur réalisation (chemin emprunté, temps de parcours, coût, etc.). Les relations sont ainsi envisagées avec des importances relatives représentatives de la demande en déplacement des usagers.

Celle-ci est classiquement résumée dans une matrice origine-destination, listant les sommets origines en lignes, les sommets destinations en colonnes et les demandes en déplacement des relations associées au sein des différentes cellules (voir par exemple [Sheffi, 1985]). À défaut de disposer d'une telle information, on est contraint de faire l'hypothèse d'indépendance entre l'origine et la destination des relations : une telle

hypothèse revient alors à attribuer à chaque relation $O-D$ un poids proportionnel³¹ aux nombres d'usagers totaux partant de O et arrivant en D . La Figure 67 schématise ce principe et permet ainsi de visualiser sommairement le support de l'étude fonctionnelle d'un réseau.

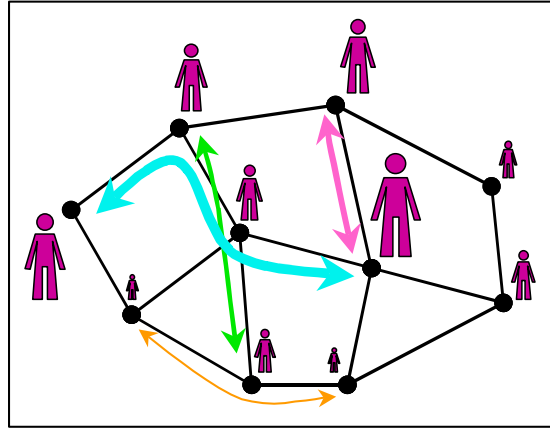


Figure 67 : importance relative des relations dans une approche fonctionnelle : le poids de la relation est proportionnel aux poids des sommets origine et destination de la relation

En amont d'une telle étude, l'approche structurale fait abstraction de l'usage et cherche à comprendre la forme et l'organisation de l'espace sur lequel est bâti le réseau. Dans ce contexte, il n'est pas question de valoriser ou de pénaliser telle relation ou tel sommet du graphe par le jeu des pondérations, aussi est-il d'usage de considérer de manière « égale » l'ensemble des relations et l'ensemble des sommets.

La formalisation de cette approche s'appuie sur les fondements logiques de la représentation topologique des réseaux par des graphes – ceux-ci attribuant implicitement à tout objet (arête ou arc, sommet ou relation) un poids unitaire (cf B.1.2). En contrepartie de la Figure 67, nous schématisons en Figure 68 l'importance que relations et sommets prennent relativement les uns aux autres dans une approche structurale.

³¹ Cette pondération est en fait un cas particulier d'une méthode de pondération plus générale, inspirée de la loi de gravitation en physique (voir par exemple [Pumain & Saint-Julien, 1997]). Selon cette méthode, le poids de la relation $O - D$ est égal au produit des poids des sommets O et D (ici, les nombres d'usagers) élevés à des puissances respectives β_1 et β_2 , divisé par la distance $O - D$ élevée à une puissance α . Soit, avec des notations évidentes :

$$p_{O-D} = \frac{(p_O)^{\beta_1} \times (p_D)^{\beta_2}}{(d_{OD})^\alpha}$$

En l'absence totale d'information sur les demandes en déplacement et sur les interactions spatiales, et en l'absence d'hypothèses contextuelles, la pondération la plus générale consiste à prendre $\beta_1 = \beta_2 = 1$ et $\alpha = 0$ – ce que nous suggérons ici.

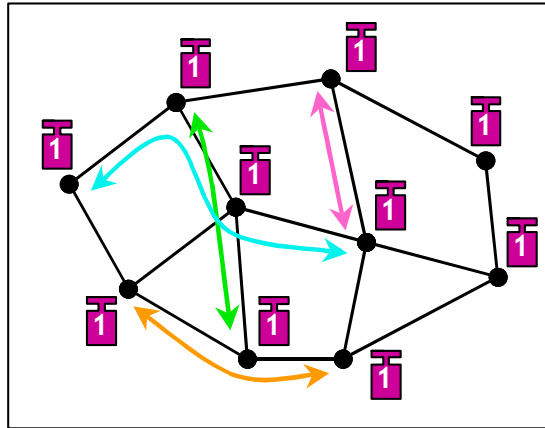


Figure 68 : importance relative des relations dans une approche structurale : les poids des relations et des sommets sont tous implicitement unitaires - et donc d'« égale » importance

Jusqu'ici, les principes que nous avons décrits à grands traits nous semblent acceptables :

- dans une étude fonctionnelle, relations et sommets sont pondérés au mieux grâce l'information disponible pour refléter les demandes en déplacement sur le réseau,
- dans une étude structurale, les considérations d'usage n'ont pas cours et les pondérations adoptées sont implicitement unitaires.

Un examen plus approfondi montre néanmoins que la pondération unitaire par défaut propre aux études structurales n'est pas satisfaisante, car elle rend les résultats de ces études très sensibles au découpage du graphe et à la densité de ses sommets. Pour illustrer cette assertion, nous considérons en Figure 69 un graphe identique à celui présenté en Figure 68, à ceci près que nous avons morcelé l'une de ses arêtes en quatre arêtes distinctes par la création de trois nouveaux sommets.

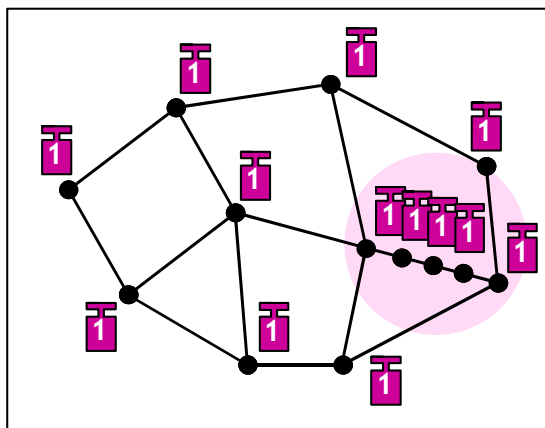


Figure 69 : graphe dérivé du graphe de la Figure 68 par morcellement de l'une de ses arêtes - la modification ne change pas la forme du graphe, mais elle crée un déséquilibre de densité des sommets autour de l'arête morcelée lorsque l'on applique une pondération unitaire

Sur les deux graphes évoqués, le positionnement relatif des sommets est identique, car l'offre relationnelle des deux graphes est la même.

Néanmoins, si l'on applique une pondération unitaire ainsi que nous le suggère l'approche structurale, le second graphe présente un déséquilibre pondéral manifeste autour de l'arête morcelée. La différence résultante de répartition des poids entre les deux graphes est alors susceptible de mettre en péril l'évaluation des offres relationnelles, et donc l'appréciation des positionnements relatifs des sommets.

Afin de nous en rendre compte, nous avons cartographié l'indice d'éloignement moyen³² sur chacun des deux graphes valués euclidiennement et pondérés unitairement. Comme son nom le laisse deviner, cet indice mesure pour chaque sommet la longueur moyenne des plus courts chemins le séparant de l'ensemble des autres sommets du graphe.

Conformément à ce que nous avons annoncé plus haut, les chemins ont des longueurs égales à la somme des mesures euclidiennes des arêtes parcourues (évaluation euclidienne) et la moyenne intervenant dans le calcul de l'indice d'éloignement moyen ne fait appel à aucune pondération particulière (pondération unitaire). Les résultats obtenus pour chacun des deux graphes sont présentés en Figure 70.

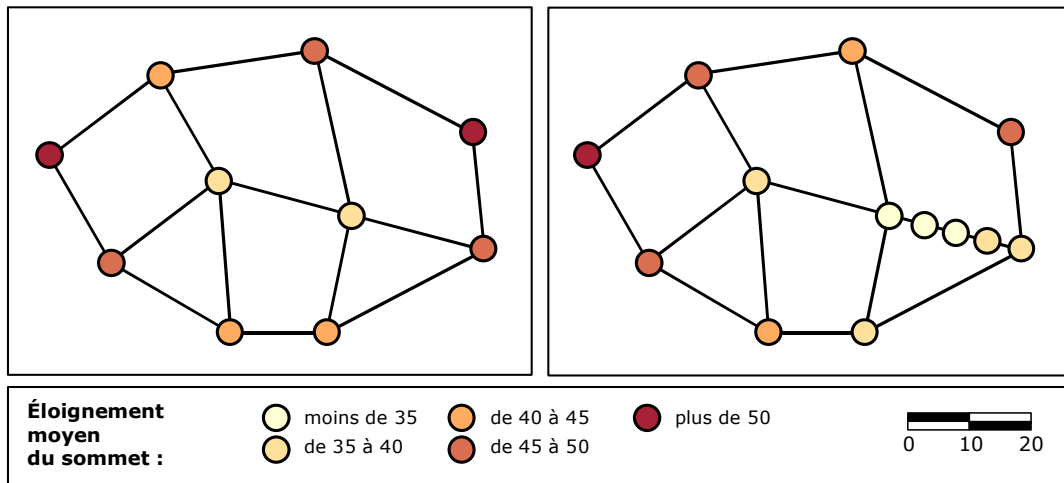


Figure 70 : indice d'éloignement moyen calculé sur les sommets des graphes de la Figure 68 (à gauche) et de la Figure 69 (à droite), valués euclidiennement et pondérés unitairement

Cette figure met en évidence l'effet du morcellement d'une arête sur l'éloignement moyen des sommets du graphe, bien que le positionnement relatif des sommets n'ait pas changé au cours de cette opération. L'apparition de nouveaux sommets déplace en effet le centre (c'est-à-dire la zone de faible éloignement moyen) vers la zone densifiée.

Cet exemple très simple confirme ainsi notre analyse de départ :

L'absence de pondération (c'est-à-dire, en pratique, la pondération unitaire) n'est pas neutre, car elle revient à attribuer la même importance aux différents sommets du graphe, et donc à accorder d'autant plus d'importance aux zones de l'espace que celles-ci contiennent un grand nombre de sommets.

³² Nous étudierons plus en détail cet indice dans la partie C.

Dans cette perspective, notre objectif est de corriger la déformation de l'espace induite par l'hétérogénéité de la densité des sommets grâce à une pondération adaptée.

B.2.2.2 PRINCIPE ET INTÉRÊT D'UNE PONDÉRATION SURFACIQUE DES SOMMETS DANS UNE APPROCHE STRUCTURELLE DES RÉSEAUX

Puisque la pondération unitaire attribue d'autant plus d'importance aux régions du graphe que celles-ci sont denses, nous allons pondérer les sommets par des poids inversement proportionnels à leur densité spatiale.

Un raisonnement qualitatif très simple permet de comprendre, formaliser et calculer une telle pondération :

- L'exemple de la Figure 70 montre que le poids attribué à un sommet i donné du graphe doit pouvoir être partagé avec d'éventuels sommets qui viendraient densifier le graphe dans le voisinage de ce sommet.
- De manière naturelle, tout sommet j nouvellement créé doit capter une partie du poids du sommet i – cette partie doit être représentative de la portion d'espace pour laquelle le sommet du graphe le plus proche n'est plus i mais j .
- L'espace d'emprise du graphe est ainsi implicitement partitionné en autant de cellules qu'il existe de sommets – la cellule associée au sommet i contient tous les points de l'espace pour lesquels i est le sommet le plus proche parmi l'ensemble des sommets du graphe.

La Figure 71 reprend pas à pas les principes de cette pondération.

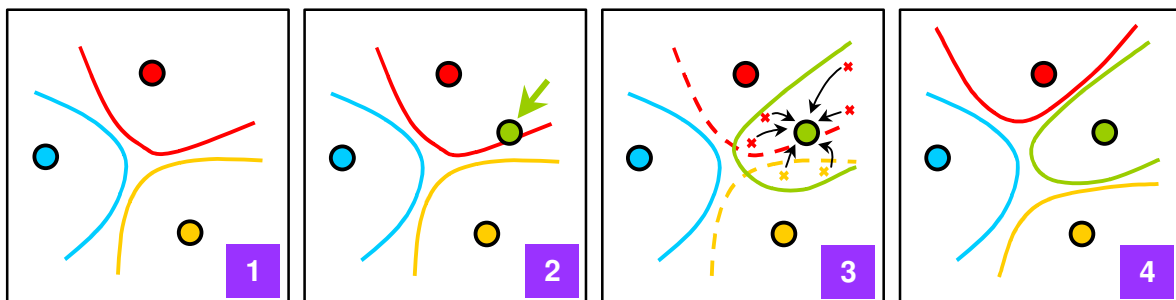


Figure 71 : schématisation du principe de pondération des sommets en fonction de la densité spatiale des sommets - l'ajout d'un sommet (encadré 2) capte des portions alors dépendantes de sommets voisins (encadré 3) et redistribue cellules et poids en conséquence (encadré 4)

Par construction, la partition effectuée n'est autre que le diagramme de Voronoï du semis de sommets du graphe. Les surfaces des cellules associées sont en effet proportionnelles à la densité locale de sommets (voir [Okabe *et al.*, 1992] pour plus de détails à ce titre) et fournissent en conséquence la pondération que nous cherchions.

Les cellules du diagramme de Voronoï n'ont pas l'allure des patates de la Figure 71. Elles correspondent en fait à des polygones s'appuyant sur les médiatrices des couples de sommets voisins. La Figure 72 présente le diagramme de Voronoï construit sur le semis de sommets d'un graphe plus conséquent que ceux utilisés dans nos précédents exemples. À cette occasion, nous rappelons au lecteur qu'il pourra trouver de plus amples informations sur la construction du diagramme de Voronoï et sur l'impact de la suppression ou de l'ajout de sommets en annexe VII.

En associant à chaque sommet la surface de la cellule qui en dépend, le diagramme de Voronoï permet de corriger le biais induit par l'hétérogénéité de la densité des sommets sur l'espace d'emprise du réseau.

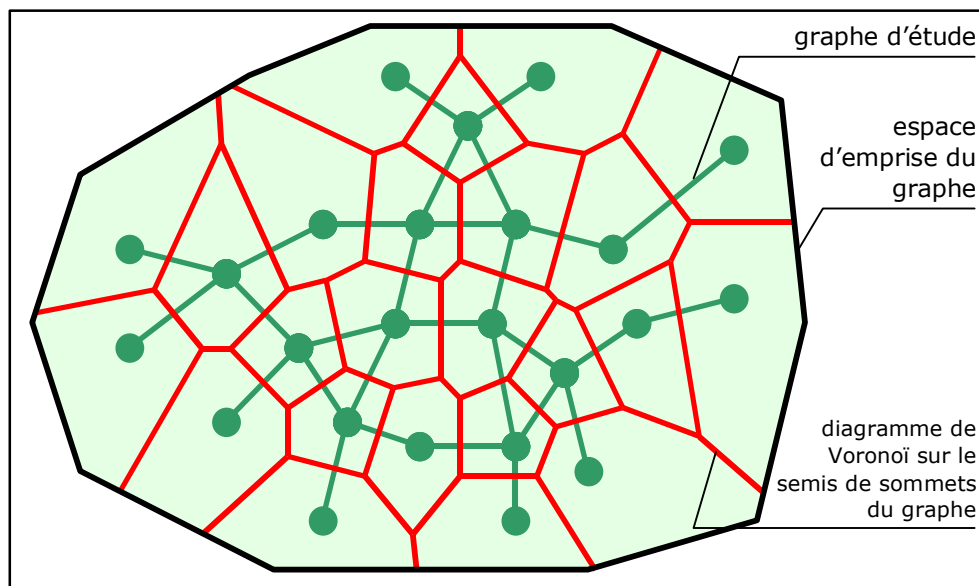


Figure 72 : exemple de partition de l'espace d'emprise d'un graphe à partir du diagramme de Voronoï construit sur l'ensemble de ses sommets - cette partition nous permet de définir un système de pondération surfacique consistant à associer à chaque sommet un poids égal à la surface de sa cellule sur le diagramme de Voronoï

Une telle pondération des sommets repose sur un partitionnement de l'espace, par conséquent, avant d'aborder le calcul effectif des poids (ie des surfaces des cellules de Voronoï), il est impératif de préciser la définition de l'espace d'emprise du réseau et le sens que lui confère implicitement ce système de pondération surfacique.

B.2.2.3 SIGNIFICATION DE L'ESPACE D'EMPRISE DU RÉSEAU DANS LA PROCÉDURE DE PONDÉRATION SURFACIQUE

Ainsi que nous l'avons vu dans la section consacrée à l'intégration de la géométrie (cf B.1.2), la notion d'espace d'emprise d'un graphe participe à l'ancrage du réseau associé sur le territoire qu'il dessert. Cette opération dépasse la vision purement topologique de

la théorie des graphes, car elle intègre les aspects structurels des réseaux en autorisant l'étude de leurs potentialités relationnelles entre les différents lieux qu'ils permettent d'atteindre sur l'espace d'emprise. Dans ce contexte, la pondération correctrice que nous venons de présenter semble tout à fait cohérente, puisqu'elle associe aux différents accès du graphe – c'est-à-dire aux sommets – l'espace qui en dépend au sens du plus proche voisin (principe du diagramme de Voronoï).

Ainsi, l'espace d'emprise d'un réseau de transport correspond implicitement à l'ensemble des lieux que ce réseau permet d'atteindre, conformément au système de pondération surfacique adopté en B.2.2.

Dès lors, il apparaît que le choix d'un système de pondération des sommets – aussi robuste et pertinent soit-il – implique en parallèle des choix quant à l'espace d'emprise du réseau, et pose par conséquent plusieurs questions :

- en quoi l'espace d'emprise – et donc, contextuellement, le territoire desservi par le réseau – sont-ils liés au système de pondération ?
- comment alors caractériser l'espace d'emprise du réseau, compte-tenu du système de pondération adopté ?

Système de pondération, conception de l'espace d'emprise et desserte territoriale associée

La procédure de pondération surfacique que nous avons élaborée plus haut neutralise les effets de la densité spatiale des sommets en intégrant celle-ci à la pondération des sommets – et donc des relations. De fait, toute modification locale du réseau (ajout ou suppression de sommets, fractionnement d'arêtes, etc.) n'a pas de répercussion sur l'importance relative des relations étrangères à cette modification.

En ce sens, il serait également valable d'envisager une pondération fondée, non pas sur la densité spatiale des sommets, mais sur la densité linéaire des arêtes adjacentes aux sommets. Dans le souci de pallier les effets néfastes du fractionnement d'une arête sur la pondération unitaire des sommets, il est en effet tout aussi efficace d'associer à chaque sommet un poids proportionnel à la longueur des arêtes qui lui sont adjacentes : il s'agit du système de pondération linéaire que nous présentons en Figure 73.

Si la mise en œuvre d'un tel système de pondération est immédiat, il n'en demeure pas moins que la notion de l'espace d'emprise qui lui est associée diffère sensiblement de celle sous-tendue par le système de pondération surfacique. Ainsi, en tant qu'accès au réseau, les sommets condensent – non plus les surfaces qui leur sont associées (cf Figure 71) – mais les longueurs des arêtes qui leur sont directement rattachées.

En théorie, ces deux systèmes sont aussi performants puisqu'ils affranchissent tous deux le réseau des effets de la densité spatiale de ses sommets. En pratique, leur utilisation dépend de la manière dont on appréhende l'implantation spatiale du réseau, selon que l'on considère que les sommets drainent les voisinages des sommets (pondération surfacique) ou bien les tronçons qui leur sont adjacents (pondération linéaire).

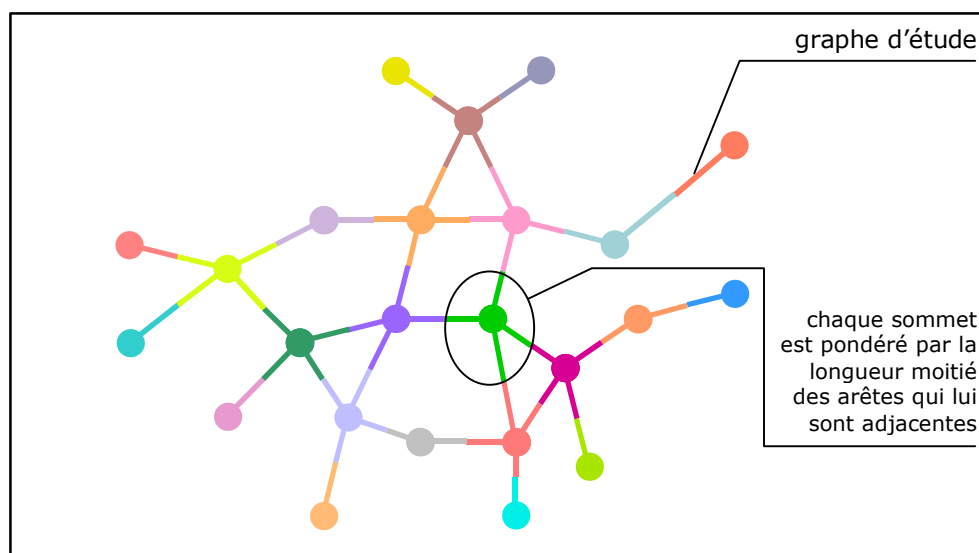


Figure 73 : système de pondération des sommets proportionnelle à la longueur des arêtes qui lui sont adjacentes - noter que : (1) ce système dispense de définir un espace d'emprise ; (2) les poids attribués ont des chances d'être d'autant plus forts que le degré des sommets est élevé

À ce titre, il est important de noter que cette nuance préfigure l'usage du réseau et la desserte territoriale qui lui est associée. Dans une optique de travail ouverte à une éventuelle approche fonctionnelle, la pondération surfacique est pertinente pour l'ensemble des réseaux que nous avons choisi de soumettre à l'étude : les stations d'un réseau de métro desservent des quartiers, les nœuds d'un réseau routier desservent des communes, des départements ou des régions, les carrefours d'un réseau urbain desservent des îlots, etc.

De fait, il apparaît que la pondération linéaire n'a de valeur que théorique. Elle pourrait s'avérer utile lorsque l'espace d'emprise du réseau n'est pas connexe, et donc lorsqu'il est difficile d'associer précisément les sommets à des voisinages. Ce pourrait par exemple être le cas lorsque le réseau d'étude est inhomogène. Ainsi, la réunion des réseaux de métro et de RER (Réseau Express Régional) en région parisienne voit cohabiter un tissu dense de stations dans Paris intra-muros, et une arborescence éparse de stations en banlieue. Pour cet exemple d'étude, l'utilisation du système de pondération linéaire n'est cependant pas adaptée, car celui-ci n'offre pas de perspective valable vers une étude fonctionnelle : quel crédit accorder en effet à un système de pondération qui attribuerait aux stations de métro des poids d'autant plus grands que celles-ci sont traversées par de nombreuses lignes ? Ici encore, le système de pondération surfacique s'avère être le meilleur compromis, pour peu que l'on apporte une solution à la non-connexité de l'espace d'emprise du réseau. Celle-ci pourrait simplement consister à construire le diagramme de Voronoï des stations sur une zone connexe englobant l'espace d'emprise du réseau et à attribuer aux stations des poids proportionnels aux surfaces d'intersection des cellules obtenues avec des disques de rayon r centrés sur les stations. Le rayon r en question pourrait correspondre, par exemple, à un rayon d'influence des stations : on voit bien ici que la construction du système de pondération – aussi objective soit-elle – donne sens à l'espace d'emprise du réseau jusqu'à parfois être influencée par les perspectives fonctionnelles que l'on pourrait donner à l'étude structurelle du réseau. Pour notre part, nous nous en sommes tenus à

une pondération surfacique simple sans faire intervenir des considérations fonctionnelles – néanmoins, la construction que nous venons de proposer reste valable dès lors que l'on justifie le choix d'un rayon d'influence r compte-tenu de l'éventuelle orientation fonctionnelle que l'on souhaiterait donner à l'étude.

En définitive, il ne faut pas perdre de vue que la pondération adoptée est inhérente à l'approche structurelle, et adapte la pondération unitaire associée par défaut à cette approche en rendant le réseau insensible aux effets liés à la densité spatiale de ses sommets.

Bien qu'elle fasse sens dans un contexte d'usage, elle n'a pas pour rôle de modéliser la desserte territoriale assurée par le réseau dans le cadre structurel de notre étude.

Néanmoins, elle peut intervenir pour orienter le choix de la pondération lorsque la définition de la zone d'emprise pose problème ou lorsqu'elle n'est tout simplement pas adaptée dans une éventuelle perspective fonctionnelle.

Par défaut, la pondération surfacique apparaît en première approximation comme un compromis acceptable pour appréhender la structure des réseaux compte-tenu de leur implantation spatiale.

La caractérisation de l'espace d'emprise - Problèmes de connexité et de frontières

En adoptant un système de pondération surfacique, la définition de l'espace d'emprise se heurte à des problèmes concrets, et en premier lieu à des problèmes de connexité dont nous avons pu voir quelques uns des effets dans le paragraphe précédent. Ceux-ci entrent en jeu notamment :

- lorsque l'espace est effectivement troué : par exemple, certains îlots délimités par des arêtes n'ont pas lieu d'être desservis par le réseau parce qu'ils correspondent à une étendue d'eau,
- ou plus radicalement lorsque le réseau induit lui-même un éclatement des zones desservies : par exemple, le réseau provoque des ruptures territoriales par « effet tunnel », c'est-à-dire en reliant des lieux très éloignés selon un mode de déplacement très rapide sans desservir des lieux intermédiaires, comme par exemple le RER en banlieue parisienne ou le TGV sur le territoire national [Boursier-Mougenot, Ollivier-Trigalo, 1993].

→ Ce problème s'est présenté dans notre travail lorsqu'il a fallu définir la zone d'emprise du réseau routier de la ville d'Orléans (cf B.3.2.1). La non-connexité de la zone était alors due simplement à la barrière naturelle formée par la Loire. Pour surmonter cet obstacle, nous avons défini la zone d'étude par la réunion des deux rives.

→ De manière générale, ces cas de non-connexité sont induits par des défauts de desserte. Le terme d'« espace d'emprise » ne doit donc pas être entendu comme l'espace sur lequel les sommets et arêtes du réseau sont en emprise,

mais comme l'espace sur lequel seuls les sommets sont implantés, car ce sont eux qui constituent les accès au réseau dans notre approche structurale. Lorsque la forme du réseau l'exige – notamment lorsque la trame présente des arborescences locales – il est toujours possible de moduler la pondération surfacique en écrêtant les cellules de Voronoï par intersection avec des disques de rayon r (voir développements plus haut).

La question de la connexité se pose également lorsque le niveau de description du réseau exclut des tronçons jouant un rôle de desserte locale – par exemple lorsque l'on considère le réseau des autoroutes et des routes nationales d'une région sans prendre en compte les routes départementales et communales.

→ Ce type de problème est plus complexe à gérer. Idéalement, lorsque les données géographiques sur le réseau sont suffisamment renseignées, la pondération des accès au réseau doit être représentative de la desserte spatiale des sommets associés ainsi que des sommets qui en dépendent aux niveaux inférieurs.

→ En pratique, ce problème est très délicat et pourrait faire l'objet d'un travail séparé. Pour notre part, les réseaux que nous avons manipulés n'ont pas soulevé ce problème, à l'exception peut-être du réseau routier européen (cf B.3.2.3) pour lequel la densité des routes est inhomogène entre l'est et l'ouest.

La définition de l'espace d'emprise exigée par le système de pondération surfacique pose enfin la question des frontières. Si le réseau est bien délimité spatialement par les coordonnées de ses sommets et la géométrie de ses arêtes, on ne peut pas en dire autant de l'espace sur lequel il est implanté.

→ En pratique, cette question se résout souvent d'elle-même lorsque le réseau étudié concerne une région, une ville, ou plus généralement une zone géographique bien délimitée. Dans ce cas, les frontières administratives ou naturelles délimitent elles-mêmes l'espace d'emprise du réseau (par exemple, les frontières de la France dans l'étude du réseau routier français, les limites de Paris dans l'étude du réseau de métro parisien intra-muros, etc.).

→ En revanche, lorsqu'il n'existe pas de zonage évident, il faut construire soi-même une frontière. La solution la plus immédiate consiste à considérer l'enveloppe convexe des sommets du réseau – éventuellement élargie par un buffer – pour peu que le réseau soit bien dense à l'intérieur de cette enveloppe (le lecteur trouvera à ce propos en annexe IX.5 une méthode simple pour construire l'enveloppe convexe d'un semis de sommets). Le choix de l'enveloppe convexe présente par ailleurs l'avantage d'établir facilement des comparaisons avec le réseau de référence : celui-ci étant construit sur la triangulation des sommets du réseau, il est également délimité par cette enveloppe convexe. À titre d'exemple, nous présentons en Figure 74 la construction de l'espace d'emprise du réseau de métro parisien intra-muros (cf B.3.1) et par la même occasion la pondération des sommets (proportionnelle aux surfaces des cellules de Voronoï) reliés selon la trame de référence (ie la triangulation de Delaunay, duale du diagramme de Voronoï).

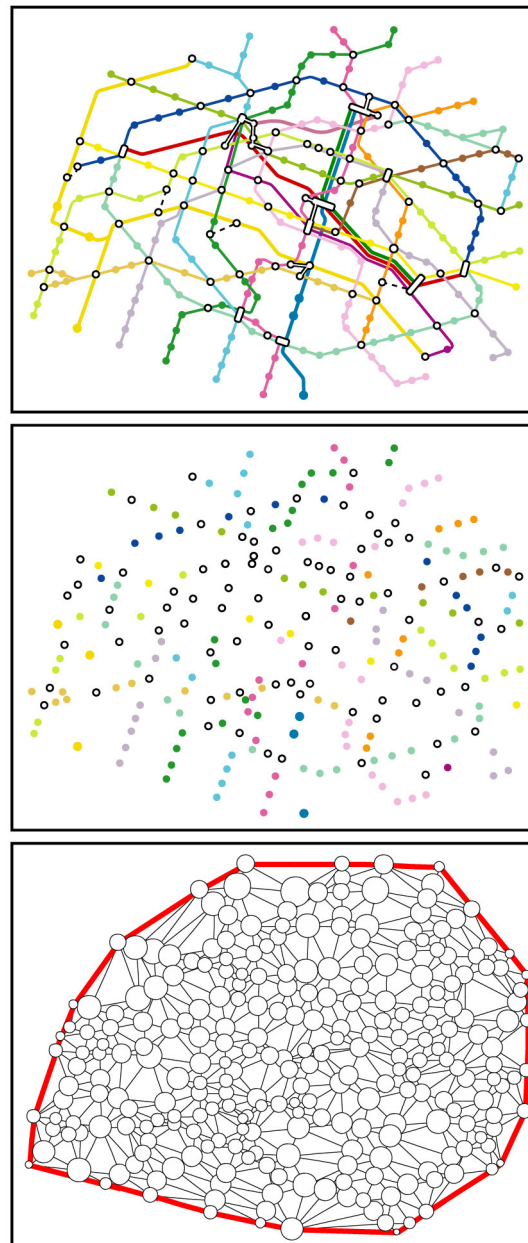


Figure 74 : construction de l'espace d'emprise d'un réseau dense, homogène et connexe - le cas du réseau de métro parisien intra-muros : les sommets (encadré central) sont extraits du réseau (encadré supérieur) et l'espace d'emprise correspond à l'enveloppe convexe de ceux-ci (contour rouge sur l'encadré inférieur - les cercles indiqués sont proportionnels à la surface des cellules de Voronoï des sommets et ceux-ci sont eux-mêmes reliés selon la triangulation de Delaunay) (fond de carte d'après : www.ratp.fr)

Lorsque la zone sur laquelle le réseau est implanté est géographiquement bien définie, celle-ci définit l'emprise sur laquelle seront calculés le diagramme de Voronoï des sommets et les poids associés.

Dans le cas contraire – et sauf exception (cas d'un réseau hétérogène, d'une desserte très éparsée, d'un réseau simplifié, etc.) – nous assimilons l'emprise du graphe d'étude à l'enveloppe convexe de ses sommets.

B.2.2.4 MISE EN ŒUVRE PRATIQUE DE LA PROCÉDURE DE PONDÉRATION SURFACIQUE

L'espace d'emprise étant défini, les poids correctifs attribués aux sommets du graphe sont proportionnels à la surface des cellules de Voronoï associées au sein de cet espace. La construction exacte du diagramme de Voronoï est très lourde à mettre en œuvre, aussi proposons-nous d'estimer directement les surfaces de ses cellules par simulation de Monte-Carlo.

Il s'agit de tirer aléatoirement un très grand nombre de points au sein de la surface d'emprise du réseau et de regarder pour chacun d'eux quel est le sommet du réseau qui lui est le plus proche. Par construction, la probabilité p_i pour un tel point d'être rattaché au sommet i est proportionnelle à la surface de la cellule de Voronoï C_i du sommet i (par définition, cette cellule regroupe en effet les points de l'espace pour lesquels i est le sommet du réseau qui leur est le plus proche). Par conséquent les nombres de points rattachés aux différents sommets du semis estiment efficacement les surfaces relatives des cellules qui leur sont associées (cf Figure 75).

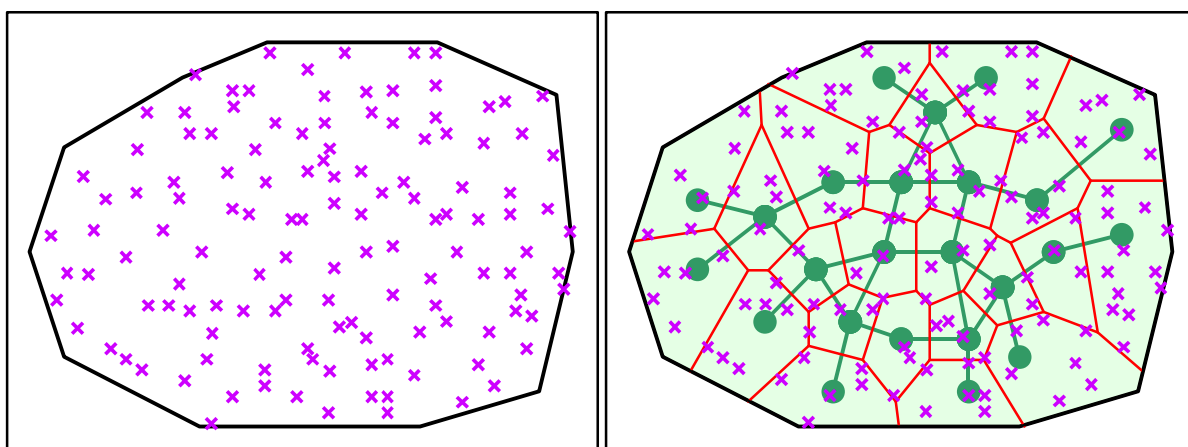


Figure 75 : tirage aléatoire d'un grand nombre de points au sein de la surface d'emprise du réseau de la Figure 72 (encadré gauche) - pour un grand nombre de points tirés, il apparaît que les nombres relatifs de points rattachés aux différents sommets du réseau estiment efficacement les surfaces relatives des cellules de Voronoï associées (encadré droit)

Les surfaces des cellules de Voronoï peuvent être estimées en valeurs relatives en tirant aléatoirement un grand nombre de points au sein de l'espace d'emprise, puis en comptabilisant les nombres de points rattachés aux différents sommets du graphe au sens euclidien du plus proche voisin.

Dans l'annexe VII consacrée au diagramme de Voronoï et à la triangulation de Delaunay, nous expliquons dans le détail cette méthode de simulation et son efficacité. L'annexe IX.4 présente par ailleurs les outils mathématiques nécessaires pour procéder au tirage aléatoire des points au sein de l'espace d'emprise.

En pratique, nous avons tiré plusieurs centaines de milliers de points pour estimer les surfaces des cellules de Voronoï de tous les réseaux que nous avons étudiés pour notre recherche.

Par cette méthode, nous avons finalement corrigé le biais provoqué par l'hétérogénéité spatiale des sommets et révélé par l'utilisation de la pondération unitaire. Comme nous l'annonçons en début de section, la correction de cette déformation spatiale s'inscrit en amont dans la constitution d'un jeu exhaustif de relations représentatif de tous les déplacements envisageables sur l'espace d'étude.

Dans la mesure où les accès au réseau se font au niveau des sommets du graphe, nous venons en effet de voir que les poids à attribuer aux sommets ne devaient pas être unitaires mais représentatifs des portions d'espace qui leur sont rattachées au sens du plus proche voisinage. Cette attribution se répercute au niveau des relations à envisager sur le graphe :

alors qu'il est de coutume de considérer équitablement la collection de toutes les relations possibles entre paires de sommets, nous attribuons à celles-ci un poids proportionnel aux poids de leurs extrémités, cela afin de ne pas tomber dans le même écueil que celui mis en évidence pour les sommets du graphe de la Figure 70.

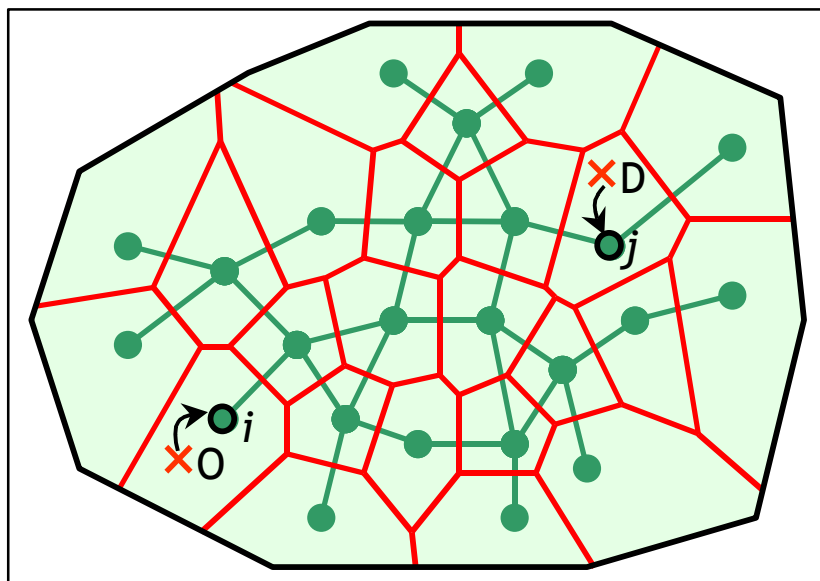


Figure 76 : la pondération des relations par le produit des poids des extrémités peut être estimée en tirant aléatoirement un grand nombre de couple de points origine-destination $O-D$ sur l'espace d'emprise, en associant chacun d'eux aux sommets $i-j$ les plus proches sur le graphe et enfin en agrégeant le nombre d'occurrences de chacune des relations

Le rapprochement entre la pondération des sommets et la pondération résultante des relations peut être réalisé d'un point de vue qualitatif (cf Figure 76) :

- de même que le poids d'un sommet correspond – à la constante multiplicative près – à la probabilité pour ce sommet de capter un point tiré au hasard au sein de l'espace d'emprise du réseau...

- ... le poids d'une relation correspond – à la constante multiplicative près – à la probabilité pour les extrémités de cette relation d'être les sommets les plus proches (au sens euclidien) d'un couple de points origine-destination tirés aléatoirement sur l'espace d'étude.

B.2.2.5 SYNTHÈSE

Ainsi présentée, la pondération des relations reviendrait à considérer une demande en déplacement uniforme sur l'espace d'emprise, c'est-à-dire représentative des déplacements d'utilisateurs fictifs dont l'origine et la destination de leur déplacement seraient aléatoires sur l'espace et rattachées aux sommets du réseau qui leur sont les plus proches.

Néanmoins [Gleyze, 2003 (b)] :

- la demande en déplacement considérée ne correspond pas à un usage réel, mais est la représentation d'interactions spatialement uniformes sur l'ensemble du territoire,
- les flux d'utilisateurs fictifs observés en conséquence sur le réseau correspondent à des densités de probabilité de fréquentation pour ce mode d'interactions.

Bien qu'elle puisse être assimilée à un déplacement aléatoire d'utilisateurs fictifs sur le territoire, la méthode de pondération que nous adoptons pour les relations est justifiée par l'approche structurelle des réseaux, pour laquelle il s'agit d'étudier leurs potentialités relationnelles, indépendamment de tout contexte d'usage et selon un cadre mathématique cohérent et robuste.

Nous allons clore la discussion sur la pondération des sommets et des relations en présentant enfin la structure des données relative aux relations.

Étant donné que l'étude structurelle d'un réseau exige de considérer l'ensemble de toutes les relations pondérées sur l'espace d'étude associé, il nous faut disposer d'une structure de données recensant les sommets origine et destination et les poids de ces relations. Ces poids étant eux-mêmes déduits des poids des sommets, cela exige en cascade de prévoir une structure pour stocker et consulter les poids des sommets.

Il faut donc en premier lieu, lorsque l'on étudie un nouveau réseau, définir son espace d'emprise et estimer les poids p_i de ses sommets S_i ($i = 1...n$) selon la simulation de Monte-Carlo présentée plus haut. De manière naturelle, les poids p_i sont stockés dans un vecteur de taille n , ainsi que nous l'avons présenté en B.1.2.3 dans le paragraphe consacré à l'étiquetage (cf Figure 33 page 152).

Les poids des relations $i-j$ sont ensuite calculées par produit des poids des extrémités i et j .

Le nombre de relations à envisager sur le réseau vaut naturellement :

$$\begin{cases} r = C_n^2 = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \text{ pour un réseau non orienté} \\ 2 \cdot r \text{ pour un réseau orienté} \end{cases}$$

La structure que nous établissons doit permettre l'étude des réseaux orientés tout comme celle des réseaux non orientés. De fait, nous proposons de stocker les poids des relations dans la matrice « relation » comprenant :

- r lignes : une ligne par couple de sommets – chaque couple définissant une relation dans un graphe non orienté, et deux relations dans un graphe orienté,
- et 4 colonnes : les deux premières colonnes renseignent sur les identifiants des sommets i - j , tandis que les deux dernières colonnes recensent les poids $p_{i \rightarrow j}$ et $p_{j \rightarrow i}$ associés aux relations $i \rightarrow j$ et $i \leftarrow j$ – lorsque le graphe est non orienté, la distinction de l'orientation des relations n'a pas lieu d'être, et le poids unique à considérer pour le couple i - j est obtenu en sommant $p_{i \rightarrow j}$ et $p_{j \rightarrow i}$.

Concrètement, le poids $p_{i \rightarrow j}$ de la relation $i \rightarrow j$ est proportionnel à $p_i \cdot p_j$. La normalisation de ce produit consiste à faire en sorte que le poids total des relations $i \rightarrow j$ émanant de i soit égal au poids p_i du sommet i . Pour cette raison, nous avons :

$$p_{i \rightarrow j} = \frac{p_i \cdot p_j}{\sum_{k \neq i} p_k - p_i} \text{ c'est-à-dire, avec un système de pondération normalisé :}$$

$$p_{i \rightarrow j} = \frac{p_i \cdot p_j}{1 - p_i}$$

Dans le cas d'une relation i - j non orientée, il faudra bien sûr considérer le poids :

$$p_{i \leftrightarrow j} = p_{i \rightarrow j} + p_{i \leftarrow j} = \frac{p_i \cdot p_j}{1 - p_i} + \frac{p_j \cdot p_i}{1 - p_j}$$

La matrice « relation » a finalement l'allure présentée dans le Tableau 25. Comme de coutume, le lecteur dispose en annexe II d'un récapitulatif de la structure des données utilisée dans notre travail.

Par construction, cette structure de données ne compromet en rien une étude fonctionnelle qui intégrerait une demande en déplacement réelle : de fait, il suffit de remplacer les poids des relations par les poids de la demande en déplacement considérée.

Tableau 25 : matrice « relation » - principe de stockage des données relatives à l'ensemble des relations d'un graphe et à leur pondération

	extrémités <i>i et j</i>		poids des relations <i>i → j et j → i</i>	
relation n°1	i_1	j_1	$p(i_1 \rightarrow j_1)$	$p(j_1 \rightarrow i_1)$
relation n°2	i_2	j_2	$p(i_2 \rightarrow j_2)$	$p(j_2 \rightarrow i_2)$
relation n°3	i_3	j_3	$p(i_3 \rightarrow j_3)$	$p(j_3 \rightarrow i_3)$
...
relation n° <i>k</i>	i_k	j_k	$p(i_k \rightarrow j_k)$	$p(j_k \rightarrow i_k)$
...
...
relation n° <i>r</i>	i_r	j_r	$p(i_r \rightarrow j_r)$	$p(j_r \rightarrow i_r)$

Par cette structure de données et le système de pondération présenté plus haut, nous pouvons envisager l'aspect relationnel des réseaux et l'évolution de ceux-ci dans un contexte de risques. Afin d'ancrer les relations dans la réalité du réseau et de ses potentialités, nous devons à présent adapter notre cadre d'étude autour de l'objet « chemin ».

B.2.3 CHEMINS ET LOGIQUES RELATIONNELLES SUR LE RÉSEAU

Comme nous l'avons vu en B.1.3, la théorie des graphes offre de matérialiser les relations sur un réseau au travers des plus courts chemins qui les réalisent. Ce raccourci est souvent acceptable dans le domaine des réseaux de transport, car, à défaut d'être systématiquement empruntés par les usagers, les plus courts chemins structurent globalement les déplacements de ceux-ci. En modulant les valuations des arêtes du graphe représentatif d'un réseau par l'intégration – non seulement des temps de parcours – mais également de fonctions d'utilité ou de coût généralisé (confort, prix, paysage, etc.), la logique de plus court chemin peut refléter avec encore plus de fidélité le comportement de telle ou telle classe d'usagers (voir par exemple [Merlin, 1991], [Martinelli *et al.*, 2000]).

La logique de plus court chemin est de fait très souvent utilisée dans les études des réseaux de transport en géographie : en pratique, l'intégralité des études de géographie que nous avons consultées dans le cadre de ce travail utilisent cette logique de déplacement. Néanmoins, le plus court chemin est loin d'être la panacée dans un contexte de risques, car celui-ci met en péril les composantes du réseau et par là même les chemins qui s'y matérialisent.

Dans ces circonstances, l'objet de cette section est pour nous d'envisager non seulement le plus court chemin, mais également d'autres logiques de déplacement³³, et de prévoir en conséquence un cadre d'étude unifié et une structure de données permettant de les intégrer à notre recherche.

Une logique de déplacement associe à toute relation origine-destination entre deux sommets i et j du réseau une collection de chemins reliant i à j :

- La logique de déplacement dicte l'ensemble des critères régissant la mise en relation des sommets sur le réseau (cf A.3.2) – par exemple, la logique de déplacement selon les plus courts chemins exige que le(s) chemin(s) emprunté(s) pour relier i à j soient de valuation minimale.

³³ Il n'est cependant pas question d'entrer dans la description des logiques de déplacement alternatives au plus court chemin – celles-ci seront abordées dans la partie D prévue notamment à cet effet.

- La notion de chemin est elle-même à interpréter selon la théorie des graphes (cf B.1.4.1) : un chemin est une succession de sommets et d'arêtes reliés de proche en proche, de longueur égale à la somme des valuations des arêtes qui le composent.

[Sheffi, 1985] propose de formaliser la collection de chemins entre deux sommets i et j par une matrice, dite « link-path incidence matrix » (matrice d'incidence arcs-chemins). Cette matrice met en regard les arcs, indicés en lignes, et l'ensemble des chemins réalisés sur le réseau, indicés en colonne. Le coefficient relatif à un arc et un chemin donné est alors égal à 1 si l'arc fait partie du chemin en question, et 0 sinon. Par construction, cette matrice se décompose en autant de blocs verticaux qu'il existe de relations – chaque bloc recensant la collection de chemins réalisant une de ces relations. La Figure 77 présente l'exemple donné par Sheffi dans son ouvrage.

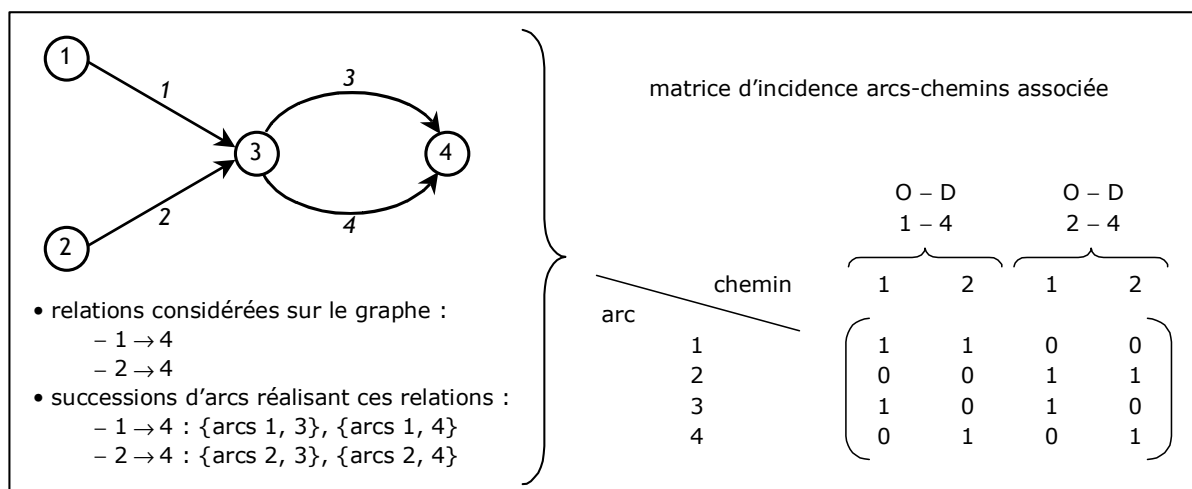


Figure 77 : principe de la matrice d'incidence arcs-chemins selon [Sheffi, 1985]

Pour notre part, nous allons nous inspirer de cette structure pour décrire les collections de chemins associées à l'ensemble de TOUTES les relations envisageables sur le réseau pour une logique de déplacement donnée.

La modification que nous apportons concerne la description des collections de chemins. Dans la matrice d'incidence arêtes-chemins de Sheffi, l'information relative à une collection de chemins pour une relation donnée est stockée dans un bloc. Dans la structure de données que nous proposons, nous résumons cette information en un seul vecteur indiquant la proportion de chemins empruntant l'arête considérée : ce vecteur est donc obtenu en sommant les vecteurs constitutifs du bloc correspondant dans la matrice d'incidence arêtes-chemins et en divisant les coefficients obtenus par le nombre de ces vecteurs.

En notant que les chemins ne sont pas seulement décrits par la succession des arêtes qui les composent, mais également par la succession des sommets qui sont traversés, nous proposons par ailleurs de créer une matrice confrontant de la même manière les relations et les sommets. Les colonnes de la matrice ainsi créée recensent pour chaque relation la proportion des chemins passant par les différents sommets du réseau. La pondération

des sommets origine et destination de chaque relation est unitaire ou nulle selon que l'on considère que ces sommets sont effectivement traversés ou non par les chemins³⁴.

En résumé, les chemins réalisant les relations sur un réseau selon une logique de déplacement donnée sont décrits ici grâce à deux matrices – la matrice « transit-sommets » et la matrice « transit-arêtes » : ces matrices renseignent pour chacune des relations, indicées en colonnes, la proportion des chemins empruntant les différentes composantes du réseau, sommets ou arêtes, indicé(e)s en lignes.

Dans la suite de notre travail, nous emploierons la notation $\rho_{S_j S_k}^{\text{logique } L}(C_i)$ pour désigner la proportion de chemins empruntant la composante C_i parmi l'ensemble de tous les chemins réalisant la relation $S_j - S_k$ selon la logique de déplacement L .

Lorsque ces chemins peuvent être énumérés, cette proportion est égale au

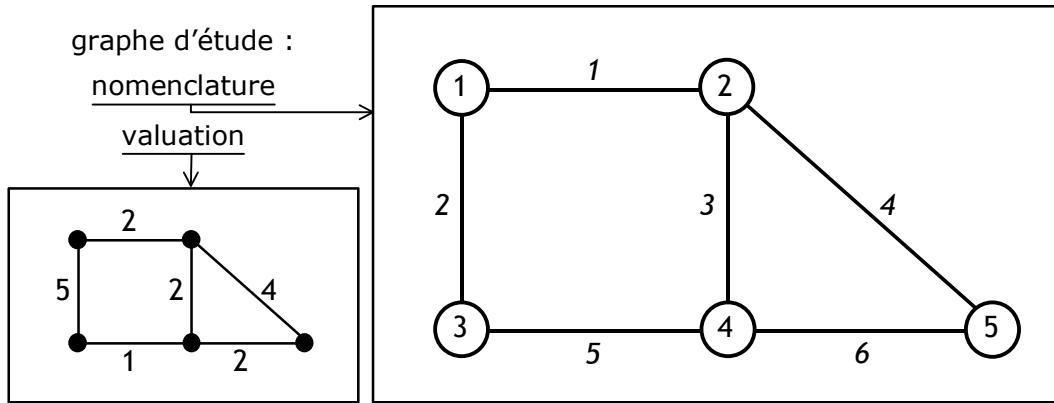
rapport $\frac{\sigma_{S_j S_k}^{\text{logique } L}(C_i)}{\sigma_{S_j S_k}^{\text{logique } L}}$ où $\sigma_{S_j S_k}^{\text{logique } L}$ désigne le nombre de chemins réalisant la

relation $S_j - S_k$ selon la logique de déplacement L et où $\sigma_{S_j S_k}^{\text{logique } L}(C_i)$ désigne parmi ceux-ci le nombre de ceux qui empruntent la composante C_i .

Nota : Lorsque la logique L n'est pas spécifiée pour les quantités σ et ρ , la logique de déplacement considérée par défaut est celle de plus court chemin.

La Figure 78 présente les matrices que l'on obtiendrait ainsi sur un réseau de petite taille sur lequel les chemins envisagés correspondent simplement aux plus courts chemins. Si l'on considère par exemple la relation n°4 sur ce réseau – c'est-à-dire la relation impliquant les sommets 1 et 5 – les matrices transit permettent de dire que la totalité des plus courts chemins associés passent par l'arête 1 et le sommet 2, et que la moitié de ces mêmes chemins passent par les arêtes 3, 4, 6 et par le sommet 4.

³⁴ De fait, ce choix dépend de la finalité de la matrice. La pondération nulle des sommets origine et destination est notamment pertinente lorsque l'on manipule l'indice de centralité intermédiaire (cf partie C) et les indices dérivés (cf les notions de *suppléance* et de *défection* dans la partie D) : l'indice de centralité intermédiaire considère en effet que les extrémités d'une relation ne constituent pas des intermédiaires sur le(s) parcours emprunté(s). *A contrario*, il est impératif d'adopter des pondérations unitaires pour ces mêmes sommets dès lors que l'on compare les *signatures relationnelles* des composantes du réseau (cf la notion de dépendance relationnelle dans la partie D) : dans ce cas, les sommets origine et destination sont impliqués dans la relation au même titre que les sommets qui en jalonnent le(s) parcours.



relations (non orientées) considérées sur le graphe :		descriptifs des chemins (plus courts chemins) :	
identifiant	extrémités	successions d'arêtes	successions de sommets
1	1 ↔ 2	{1}	∅
2	1 ↔ 3	{2}	∅
3	1 ↔ 4	{1, 3}	{2}
4	1 ↔ 5	{1, 4}, {1, 3, 6}	{2}, {2, 4}
5	2 ↔ 3	{3, 5}	{4}
6	2 ↔ 4	{3}	∅
7	2 ↔ 5	{4}, {3, 6}	∅, {4}
8	3 ↔ 4	{5}	∅
9	3 ↔ 5	{5, 6}	{4}
10	4 ↔ 5	{6}	∅

matrices transit-arêtes et transit-sommets associées

relation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
arêtes										
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1/2	1	1	1/2	0	0	0
4	0	0	0	1/2	0	0	1/2	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
6	0	0	0	1/2	0	0	1/2	0	1	1

relation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
sommets										
1	★	★	★	★	0	0	0	0	0	0
2	★	0	1	1	★	★	★	0	0	0
3	0	★	0	0	★	0	0	★	★	0
4	0	0	★	1/2	1	★	1/2	★	1	★
5	0	0	0	★	0	0	★	0	★	★

★ : les coefficients des sommets origine et destination d'une relation valent 1 ou 0 selon que l'on considère que ces sommets sont traversés ou non par les chemins qui les relient

Figure 78 : exemple de calcul des matrices transit-arêtes et transit-sommets

Dans le contexte de risques qui nous intéresse, nous serons bien sûr amenés à considérer des logiques de déplacement construites non plus sur les plus courts chemins, mais sur des chemins alternatifs occasionnant des détours plus ou moins longs. Par construction, les matrices transit associées sont également bien adaptées pour observer la décomposition de la mise en relation des sommets selon la variété et l'importance relative des chemins impliqués. Cette structure permet enfin de mener en parallèle l'étude relationnelle du réseau de référence, et d'effectuer les comparaisons qui s'imposent grâce à la procédure décrite en B.2.1.

B.2.4 L'ÉCHELLE D'ÉTUDE - PRINCIPE DES APPROCHES LOCALES ET GLOBALE

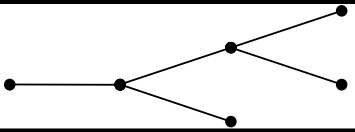
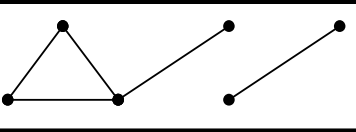
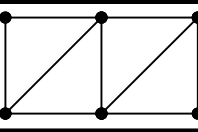
La théorie des graphes propose des indicateurs d'évaluation des graphes, mais ceux-ci opèrent souvent à un niveau global. Il en est ainsi pour l'étude de la connexité et de la connectivité : partant de l'évidence qu'un graphe est d'autant mieux connecté que les arêtes sont nombreuses, la théorie des graphes fournit des indicateurs globaux de connectivité (ou indicateurs morphologiques) mesurant la densité et la variété des relations possibles, directes ou indirectes, entre les sommets d'un graphe.

Ainsi définies, ces mesures présentent un intérêt pour toute étude relationnelle des réseaux et de leur vulnérabilité. Les plus classiques parmi elles sont les indices de Kansky α , β , γ et le nombre cyclomatique μ (voir par exemple [Berge, 1973], [Donnay, 1998], [Grasland, 2004] ou [Mérenne, 1995]) :

- L'indice β : $\beta = \frac{m}{n}$ est un indicateur très sommaire comparant le nombre d'arêtes au nombre de sommets. Pour un graphe connexe, une valeur de β supérieure ou égale à 1 dénote l'existence d'au moins un cycle.
- L'indice γ : $\gamma = \frac{m}{m_{\max}} = \frac{2m}{m \cdot (n-1)}_{\text{cas général}} = \frac{m}{3 \cdot (n-2)}_{\text{graphe planaire}}$ renseigne sur la densité d'arêtes dans le graphe. Il varie entre 0 et 1.
- Le nombre cyclomatique μ : $\mu = m - n + 1$ correspond au nombre de circuits indépendants du graphe (voir à ce propos l'annexe IV). Il est égal au nombre d'arêtes du graphe moins le nombre minimal d'arêtes nécessaires à la construction d'un graphe connecté (en l'occurrence : $n - 1$).
- L'indice α : $\alpha = \frac{\mu}{\mu_{\max}} = \frac{2 \cdot (m - n + k)}{(n-1) \cdot (n-2)}_{\text{cas général}} = \frac{m - n + k}{(2n-5)}_{\text{graphe planaire}}$ est l'indice de connectivité (le paramètre k correspond au nombre de composantes connexes du graphe). Il est une version normalisée du nombre cyclomatique μ , et varie de fait entre 0 et 1.

Le Tableau 26 recense ces indices sur trois graphes de petite taille.

Tableau 26 : indices β , γ et α pour quelques réseaux types (d'après : DANCOISNE P. : *Théorie des graphes et constitution du réseau ferré français*, Université de Paris I, Thèse de géographie, 1984, in [Pumain & Saint-Julien, 1997])

graphe			
n	6	6	6
m	5	5	9
β	0,83	0,83	1,75
γ	0,42	0,42	0,75
α	0	0,14	0,57

L'intérêt présumé de ces indices est somme toute très relatif. Bien que classiques au point de figurer dans tout manuel de théorie des graphes qui se respecte, les indicateurs morphologiques démontrent ici les limites inhérentes aux indicateurs globaux. En l'occurrence, l'information est pauvre, et elle ne permet pas d'établir une comparaison efficace entre deux graphes, car une même valeur peut émaner de deux graphes topologiquement très différents.

Par ailleurs, cette information, bien que globale, ne résulte pas de l'agrégation d'une information locale – en d'autres termes, elle n'est pas observable à l'échelle du sommet ou de l'arête. De fait, il n'est pas possible ici de savoir si la densité d'arêtes est homogène au sein du graphe, si les cycles sont de la même taille, etc. Bref, le type d'indicateurs calculés ici ne permet pas d'approfondir l'analyse à un niveau local³⁵.

Par ces constats, il apparaît que l'étude quantitative d'un réseau nécessite raisonnablement de pouvoir appréhender celui-ci à la fois selon une vision globale et selon une vision locale, et de pouvoir également établir des passerelles entre ces deux approches afin de les enrichir mutuellement.

L'objet de cette section est d'assouplir la théorie des graphes et de présenter une formalisation générique pour quantifier les aspects structurels des réseaux, aussi bien :

- au niveau global – c'est-à-dire à l'échelle du réseau,
- qu'au niveau local – c'est-à-dire à l'échelle de ses composantes (sommets, arêtes).

Cette formalisation doit bien entendu préciser les méthodes d'agrégation des données, permettant de réduire l'échelle d'étude.

Dans le domaine de la géographie, [Ingram, 1971] (cité par [Allen *et al.*, 1993]) pose les fondements d'une étude de l'accessibilité envisageant simultanément deux niveaux

³⁵ Nous aurons néanmoins l'occasion de revenir sur le nombre cyclomatique normalisé α à l'occasion de la présentation de l'indice de clustering local en D.1.2.2.

d'analyse emboîtés. Ici, la grandeur considérée – l'accessibilité³⁶ – n'a pas tant d'importance que la manière dont elle est appréhendée. [Ingram, 1971] propose en effet de distinguer (cf Figure 79) :

- l'accessibilité relative : elle est liée à l'effort à fournir pour franchir la séparation spatiale entre deux points,
- et l'accessibilité intégrale : elle est liée à l'effort à fournir pour franchir la séparation spatiale entre un point donné et tous les autres points de l'aire d'étude.

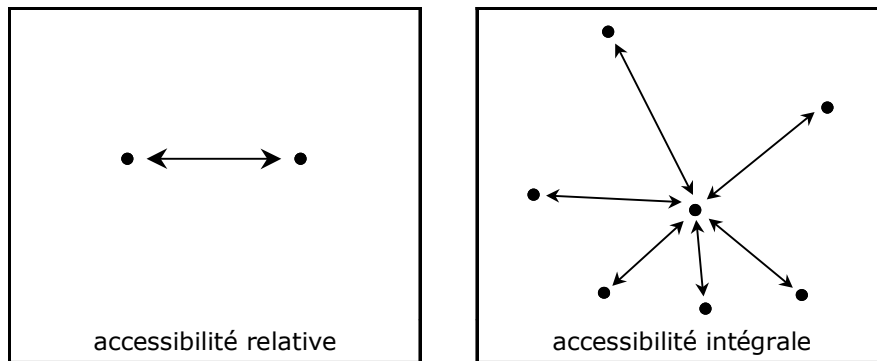


Figure 79 : principe des approches locale (indice relatif) et globale (indice absolu), appliqué au concept d'accessibilité par [Ingram, 1971]

Les niveaux d'étude envisagés ici ne mettent pas en scène l'opposition local / global : la distinction révèle en effet un niveau d'analyse plus précis, puisqu'elle confronte le niveau local (*ie* les relations depuis un point donné) à un niveau plus élémentaire (*ie* la relation entre deux points donnés). Le principe schématisé en Figure 79 est néanmoins intéressant, car il nous permet de développer et de formaliser une approche multiniveau adaptée au contexte relationnel de notre étude. En l'occurrence, il apparaît que l'analyse au niveau local est elle-même une vision agrégée des phénomènes intervenant au niveau élémentaire de la relation. Mis en perspective, les niveaux élémentaire, local et global se déploient par agrégations successives des relations à considérer, ainsi que le schématise la Figure 80 dans la lignée de la Figure 79.

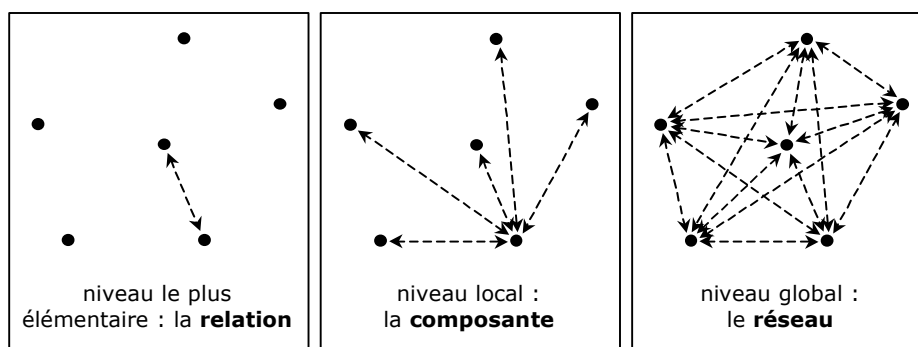


Figure 80 : emboîtement des niveaux d'analyse dans l'étude relationnelle d'un réseau

³⁶ L'accessibilité exprime au sens large la plus ou moins grande facilité avec laquelle on peut atteindre un lieu ou une opportunité localisée (un objet, un service) [Huriot & Perreur, 1994]. Cette notion sera étudiée dans le détail en C.1.1.

Ainsi, dans une étude relationnelle, toute grandeur pouvant être observée au niveau d'une relation (niveau élémentaire) peut être également être observée :

- au niveau d'une composante du réseau (sommet ou arête), en agrégeant les valeurs observées sur l'ensemble des relations impliquant la composante considérée,
- au niveau du réseau tout entier, en agrégeant les valeurs calculées individuellement sur chacune des composantes.

Il est important de noter que les résultats obtenus dépendent de la logique de déplacement considérée. Les relations sont en effet matérialisées sur le réseau par des chemins, qui sont eux-mêmes construits selon les critères régissant la mise en relation des sommets par le réseau.

Nous devons par ailleurs apporter quelques précisions quant à la règle d'agrégation des niveaux élémentaires en des niveaux locaux. Selon nos propres termes, le niveau local est décrit comme une agrégation des niveaux élémentaires « impliquant la composante considérée ». Cette formulation exige implicitement de préciser en quoi la composante en impliquée dans le phénomène observé localement. Par exemple, on n'effectuera pas la même opération dans le calcul de la distance moyenne en provenance d'un sommet que dans le calcul de la distance moyenne à destination de ce même sommet.

Dans la grande majorité des cas, l'agrégation des relations pour l'étude locale d'un phénomène au niveau d'un sommet consiste à considérer l'ensemble des relations admettant ce sommet comme origine ou destination. Ainsi, pour obtenir la valeur associée au sommet i , il suffit d'effectuer une moyenne pondérée³⁷ des valeurs observées sur les relations dont i est origine ou destination.

La transposition de cette règle d'agrégation n'est pas immédiate lorsque l'on considère une arête (ou un arc). Les relations étant en effet définies à partir des sommets qui se trouvent aux extrémités, on ne sait quelles relations considérer pour décrire un phénomène au niveau d'une arête. La solution la plus simple consiste à considérer la réunion des ensembles de relations impliquant chacune des extrémités de l'arête en question (cette pirouette est par exemple effectuée par [Holme *et al.*, 2002] pour définir le degré d'une arête à partir du degré de chacune de ses extrémités).

En définitive, la règle d'agrégation présentée ici, sélectionne, parmi l'ensemble des relations envisageables sur le réseau, celles qui partent ou aboutissent au niveau de la composante considérée (cf Figure 81).

³⁷ en ce qui nous concerne, les poids sont ceux attribués en B.2.2 pour éliminer la déformation spatiale induite par l'hétérogénéité de la densité des sommets

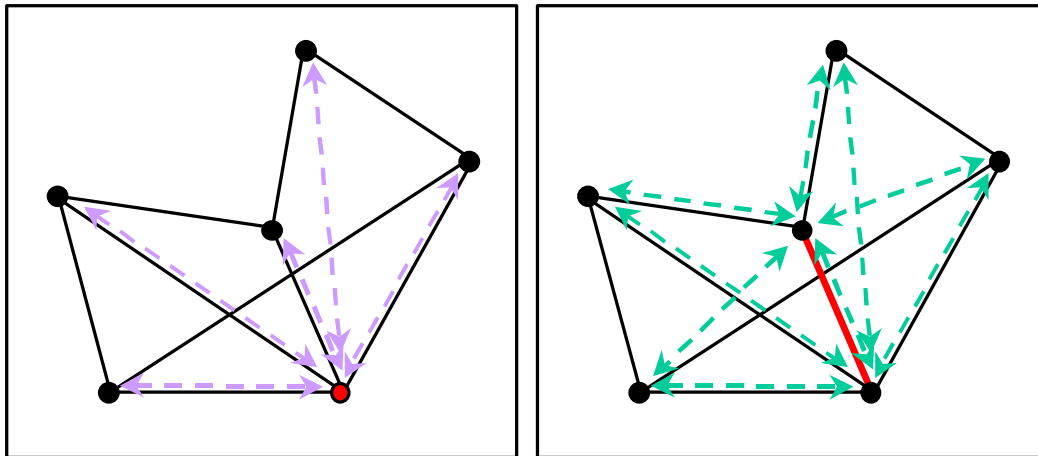


Figure 81 : exemple de réseau sur lequel ont été mises en valeur les relations impliquant un sommet (à gauche) et une arête (à droite) en tant qu'origine ou destination - chaque relation est matérialisée par une flèche en pointillés indiquant les sommets origine et destination associés

Cette règle d'agrégation est la plus naturelle, cependant, elle ne considère les composantes du réseau qu'à travers leur qualité d'extrémité origine ou destination des relations. Ce point de vue est très restrictif dans une étude relationnelle, puisqu'il est tout aussi intéressant d'envisager les composantes du réseau, non plus comme des extrémités, mais comme des points de transit. Dans ce cas, les relations à envisager sont celles dont la réalisation - c'est-à-dire les chemins - emprunte la composante considérée (cf Figure 82). Il est important de souligner au passage que cette règle d'agrégation est explicitement tributaire de la logique de déplacement retenue, puisqu'elle exige de connaître le détail des chemins concrétisant les relations sur le réseau.

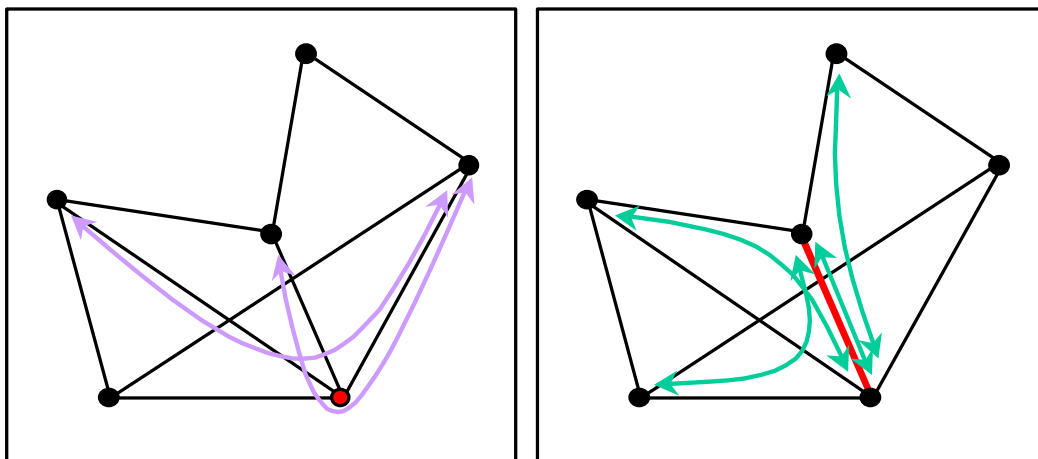


Figure 82 : exemple de réseau sur lequel ont été mises en valeur les relations impliquant un sommet (à gauche) et une arête (à droite) en tant que point de transit - chaque relation est matérialisée par une flèche pleine indiquant les sommets origine et destination associés ainsi que le chemin emprunté

Ces deux modes d'agrégation sont ceux que nous utiliserons principalement par la suite. Bien évidemment, il est toujours possible d'imaginer une règle d'agrégation adaptée à l'étude d'un phénomène local donné en énonçant des contraintes sur le jeu des relations à considérer.

Par exemple, si l'on souhaite étudier la direction moyenne des relations traversant un sommet i donné et de longueur supérieure ou égale à L , les relations considérées sont celles vérifiant le critère de longueur parmi celles admettant i comme point de transit, et la grandeur observée sur chacune d'elles est l'orientation de l'axe reliant leurs extrémités.

En définitive, l'agrégation des relations peut être simplement exprimée par une formule générique. Si l'on note :

- $I(i \rightarrow j)$ la grandeur observée pour la relation $i \rightarrow j$ et pour la logique de déplacement retenue,
 - $1_k(i \rightarrow j)$ l'indicatrice renseignant sur la famille des relations à considérer compte-tenu de la règle d'agrégation choisie et de la composante k étudiée,
 - et $p_{i \rightarrow j}$ le poids³⁸ de la relation $i \rightarrow j$,
- alors l'agrégation au niveau de la composante k est donnée par :

$$I(k) = \frac{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot 1_k(i \rightarrow j) \cdot I(i \rightarrow j)}{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot 1_k(i \rightarrow j)}$$

Les règles d'agrégation énoncées précédemment peuvent être aisément restituées dans cette formule en jouant sur l'indicatrice 1_k :

- relations admettant le sommet k comme origine ou destination : $1_k(i \rightarrow j)$ vaut 1 si $i = k$ ou $j = k$, 0 sinon ;
- relations admettant une des extrémités de l'arête k comme origine ou destination : $1_k(i \rightarrow j)$ vaut 1 si i ou j est confondu avec l'une des extrémités de k , 0 sinon ;
- relations transitant par la composante k : $1_k(i \rightarrow j)$ vaut 1 si le (ou l'un des) chemin(s) réalisant la relation $i \rightarrow j$ pour la logique de déplacement considérée transite(nt) par la composante k , 0 sinon ;
- relations transitant par le sommet k et de longueur supérieure à L : $1_k(i \rightarrow j)$ vaut 1 si le (ou l'un des) chemin(s) réalisant la relation $i \rightarrow j$ pour la logique de déplacement considérée transite(nt) par la composante k et est (sont) de longueur supérieure à L , 0 sinon ;
- etc.

Cette formule permet, dans un second temps, d'agréger les résultats au réseau tout entier, selon la formule :

³⁸ Ce poids est celui que nous avons établi en B.2.2 pour éliminer la déformation spatiale induite par l'hétérogénéité de la densité des sommets. De fait, la formulation proposée s'inscrit dans le cadre de l'étude structurelle des réseaux, hors de tout contexte d'usage. Naturellement, elle peut être étendue à une étude fonctionnelle en remplaçant par exemple les poids par les demandes en déplacement formulées par les usagers.

$$I = \frac{\sum_{\text{composante } k} \left[\left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot 1_k(i \rightarrow j) \right) \cdot I(k) \right]}{\sum_{\text{composante } k} \left[\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot 1_k(i \rightarrow j) \right]}$$

Cette formule moyenne naturellement les valeurs agrégées au niveau des composantes (sommet ou arête, selon le cas) et pondérées par le poids total des relations intervenant dans leur calcul.

Le poids associé à la composante k vaut $\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot 1_k(i \rightarrow j)$. Par construction, lorsque cette composante est un sommet et lorsque la règle d'agrégation exige simplement de considérer les relations en provenance de k ou à destination de k , alors ce poids vaut p_k (revoir à ce titre les notations sur les pondérations en B.2.2).

De cette manière, nous disposons d'une méthode générique pour évaluer une grandeur aux niveaux local et global d'un réseau, pour peu que la grandeur en question soit observable au niveau élémentaire de la relation³⁹.

Ainsi construite, cette méthode n'envisage cependant pas le très épineux problème des niveaux dits « intermédiaires ». Ceux-ci sont associés aux regroupements de composantes du réseau, résultant le plus souvent d'une réalité géographique.

³⁹ En pratique, certains indicateurs ne fonctionnent pas selon ce principe, car ils ne sont pas définis au niveau relationnel. C'est le cas des indicateurs morphogéniques vus en introduction de cette section, ainsi que de certains indices définis à partir de traitements globaux sur la matrice d'adjacence (par exemple le *vecteur propre centralité* utilisé pour l'étude d'un réseau social par [Borgatti, 1995] et testé par nous sur un réseau routier [Gleyze, 2001 (c)]). Ces indicateurs sont néanmoins rares, car ils sont, par construction, peu adaptés à l'étude relationnelle des graphes : pour cette raison, nous ne serons pas amenés à exploiter plus avant ce type d'indicateurs.

En dehors de ces quelques exceptions, il est intéressant de noter que la formulation générique proposée n'exclut pas l'évaluation d'indicateurs statistiques classiques, comme par exemple :

- la variance : connaissant la moyenne \bar{I} d'un indicateur donné I sur une collection de relations données, l'information élémentaire à prendre en compte pour établir les variances de I au niveau local – puis au niveau global grâce à la formule que nous verrons plus bas – correspond à l'écart quadratique de I à cette moyenne, à savoir $[I(i \rightarrow j) - \bar{I}]^2$ pour la relation $i \rightarrow j$;
- les quantiles : étant donné une valeur-seuil I_0 de l'indicateur I , l'information élémentaire à prendre en compte pour établir au niveau local – puis au niveau global – la proportion de relations telles que $I < I_0$ correspond à l'indicatrice de cette inégalité, à savoir $1_{I(i,j) < I_0}$ pour la relation $i \rightarrow j$.

La plupart du temps, ces regroupements opèrent pour appréhender le réseau à des échelles plus petites. Par exemple, lorsque l'on souhaite étudier un réseau routier à une échelle régionale ou nationale, on résume les villes par de simples sommets et on élimine les routes de desserte locale (cf Figure 83).

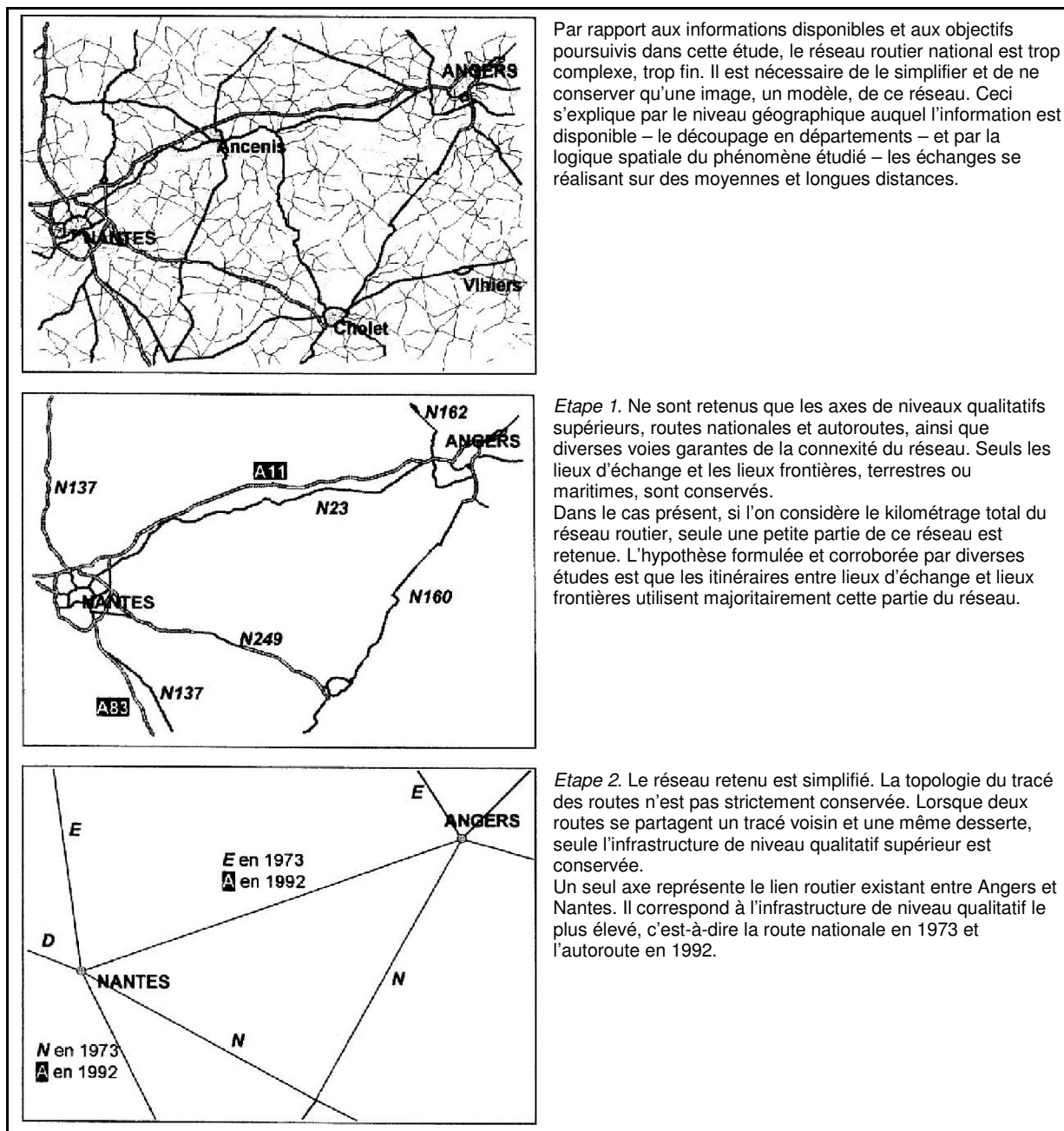


Figure 83 : simplification et modélisation d'un réseau routier (d'après : [Robert, 2000])

Bien que ces contraintes d'étude simplifient les réseaux, les structures initiales ne disparaissent pas, mais agissent comme des boîtes noires. Ainsi, pour reprendre l'exemple du réseau routier simplifié à l'échelle nationale, un usager de la route n'envisagera pas de la même manière deux chemins dont l'un traverse une grande métropole et l'autre une ville de taille moyenne, bien que celles-ci soient identiquement représentées par de simples sommets. De fait, toute étude d'un réseau simplifié devra conserver les informations relatives au réseau originel afin de pouvoir traiter

correctement les relations s’articulant sur les parties simplifiées du réseau. En termes de modélisation, de telles opérations sont facilitées par l’emploi des « zooms nodaux » [Chapelon, 1996].

La méthode des zooms nodaux a été développée pour modéliser des réseaux de transport de niveaux différents, localisés à des échelles géographiques de plus en plus fines. Contrairement à notre cadre d’étude dans lequel nous envisageons des représentations de plus en plus généralisées, cette méthode a été conçue pour des réseaux initialement simplifiés sur lesquels on souhaitait détailler le niveau d’analyse. En agrandissant l’échelle d’étude, elle procède par l’« extension du graphe de référence au sein même des sommets qui les constituent » et permet ainsi de considérer la structure interne de certains sommets nécessitant d’être modélisés par des sous-réseaux. En pratique, il s’agit :

- de remplacer le sommet à détailler (niveau n) par un graphe de niveau inférieur (niveau $n - 1$) SANS désolidarisation du reste du réseau,
- de créer ensuite un sommet de référence (de niveau $n - 1$) auquel sont rattachés tous les sommets du sous-réseau.

Par construction, la cohérence du réseau est assurée à tous les niveaux de représentation, et la théorie des graphes ainsi que les traitements dérivés restent valides.

La Figure 84 illustre ce principe sur le réseau ferré de l’Île-de-France en exhibant les niveaux de détail accessibles par zoom nodal au niveau de la gare Montparnasse.

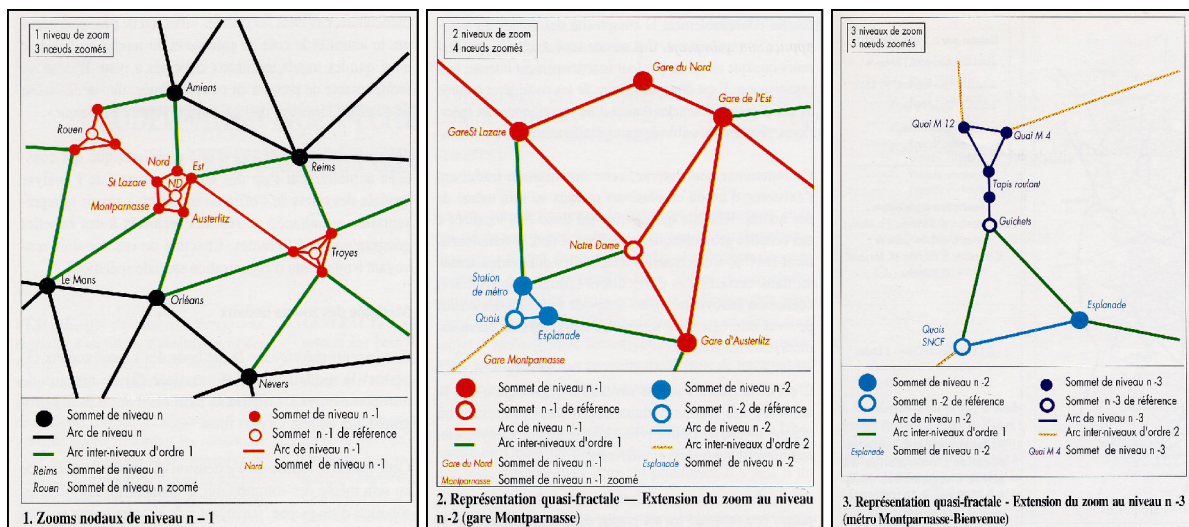


Figure 84 : zoom nodal sur le réseau ferré de l’Île-de-France par mise en évidence de certaines gares et aiguillages (encadré gauche), puis sur la gare Montparnasse par mise en évidence des accès à des niveaux de détail de plus en plus fins (encadrés central et droit) (source : [Chapelon, 1996])

Dans le contexte de notre travail, la méthode des zooms nodaux permet, à rebours, d’intégrer des niveaux d’analyse de plus en plus simplifiés. Nous aurons l’occasion de nous servir de cette méthode pour envisager différents niveaux d’analyse sur le réseau de métro parisien (voir B.3.1).

Quantitativement parlant, le calcul d'indices n'est pas fondamentalement perturbé par la simplification des représentations. La modélisation offerte par la méthode des zooms nodaux conserve en effet la structure interne des sommets, aussi est-il toujours possible de savoir à quelles composantes originelles correspond tel ou tel sommet d'une représentation simplifiée. De fait, la formulation générique que nous avons présentée plus haut pour le calcul d'indicateurs s'accorde immédiatement avec cette modélisation. Il suffit en effet de jouer sur l'indicatrice des relations impliquant la composante considérée. Ici, tout sommet simplifié K regroupant un ensemble de sommets $k = 1 \dots n_K$ aura pour indicatrice 1_K , avec :

$$1_K(i \rightarrow j) = \max_{k=1 \dots n_K} \{1_k(i \rightarrow j)\}$$

Autrement dit : la relation $i \rightarrow j$ implique le sommet simplifié K si et seulement si elle implique au moins l'une des composantes qu'elle résume.

Nous reviendrons en pratique sur ce point avec l'exemple du métro parisien (cf B.3.1) à propos de la modélisation des stations à correspondance.

Entre approche locale et approche globale, l'étude des niveaux intermédiaires envisage les composantes des réseaux selon des regroupements dictés par le niveau d'analyse.

Il est possible de prendre en compte ces niveaux intermédiaires grâce à la méthode des zooms nodaux. Cette méthode simplifie la représentation des réseaux en conservant implicitement la structure interne des composantes simplifiées.

Le calcul d'indices élaboré pour les niveaux local et global peut être appliqué à ces structures intermédiaires en agrégeant les ensembles de relations impliquées dans celles-ci.

Nota : De manière générale, la formulation générique pour le calcul d'indices fonctionne non seulement avec des regroupements résultant de généralisations d'échelle, mais également avec tout autre type de regroupement – notamment des regroupements dits « transversaux » (par exemple, pour un réseau routier en regroupant les voies selon leur type ou les villes selon leur taille, pour un réseau de métro en regroupant les tronçons ferrés selon la ligne, etc.). Ces regroupements peuvent être évalués quantitativement pour peu que l'on puisse agréger les familles de relations impliquées et que leur réunion ait un sens géographique.

Les zooms nodaux nous offrent donc la possibilité d'envisager des structures agrégées au sein du graphe. Néanmoins – et il s'agit certainement de la question la plus délicate dans l'étude des niveaux intermédiaires – ces structures sont nettement plus intéressantes lorsqu'elles émanent, non pas de réalités géographiques *a priori*, mais d'analyses *a posteriori* de données recueillies au niveau local.

Le propos est ainsi d'effectuer une étude relationnelle d'un réseau grâce à une batterie d'indices calculés sur ses différentes composantes (centralité, accessibilité, etc.), puis de mettre en forme ces données afin de faire ressortir à différents niveaux des structures possédant des propriétés relationnelles remarquables⁴⁰.

⁴⁰ Ainsi, dans une approche purement formelle, la seule observation des ressemblances et de la qualité des liens entre les sommets au sein des réseaux permet d'identifier *a priori* des sous-groupes présentant des structures remarquables (voir les travaux de [Wasserman & Faust, 1994] et de [Moody & White, 2000] dans le domaine de la sociologie). Néanmoins, l'application de telles études au domaine des réseaux de transport reste encore délicate à mettre en œuvre, notamment du fait de l'approche exclusivement topologique qu'elles proposent.

CHAPITRE B.3

PRÉSENTATION DES RÉSEAUX ÉTUDIÉS

Jusqu'à présent, nous avons explicité notre problématique (partie A), et nous avons aménagé notre cadre d'étude en présentant et développant des outils et des méthodes appropriés autour de la théorie des graphes (chapitres B.1 et B.2).

Le présent chapitre clôt la partie B en détaillant les principaux réseaux de transport que nous nous proposons d'étudier. Ces réseaux, de dimension conséquente, servent de fil rouge tout au long de notre travail pour étayer notre démarche et nos résultats. Ils sont accompagnés d'une batterie de réseaux de dimensions plus modestes, que nous avons considérés à l'occasion pour mettre en valeur les caractéristiques de certaines structures et les propriétés de certains indicateurs ou traitements (le lecteur trouvera la description de ces réseaux en annexe III et les résultats associés en annexe X).

Les quatre grands réseaux que nous aurons l'occasion d'étudier sont :

- le réseau de métro parisien intra-muros (section B.3.1),
- les réseaux routiers orléanais, français et européen (section B.3.2).

L'ensemble des indicateurs, outils et méthodes abordés dans ce travail sont intégralement testés sur le réseau de métro parisien.

Les réseaux routiers orléanais, français et européen sont quant à eux ponctuellement évoqués, notamment lorsque leurs singularités structurelles sont intéressantes en regard du concept développé (à charge pour le lecteur de consulter l'annexe X dans laquelle nous avons cartographié l'ensemble exhaustif des résultats que nous avons obtenus sur ces réseaux mais que nous n'avons pas présentés dans le corps de texte pour des raisons de lisibilité ou de pertinence).

Dans le présent chapitre, nous décrivons les graphes représentatifs de ces quatre grands réseaux (trame, valuations, pondérations, etc.) et précisons les choix de modélisation que nous avons dû faire pour les adapter au contexte de notre étude. En particulier, nous signalons d'ores et déjà que ces réseaux sont tous modélisés par des graphes non orientés (nous discuterons plus en détail de cette facilité de modélisation avec l'exemple du réseau de métro parisien en B.3.1).

À l'occasion de cette présentation, nous anticipons également sur la suite de notre travail en effectuant une brève analyse qualitative des aspects structurels les plus saillants de leurs trames.

À ce titre, nous insistons sur le fait que l'étude de ces réseaux ne constitue pas une finalité en soi, mais un moyen de développer une méthodologie d'analyse de la vulnérabilité des réseaux de transport d'un point de vue structurel. Par conséquent, l'adéquation empirique de la modélisation n'est pas tant importante que les caractéristiques structurelles mises en scène par cette modélisation.

Ainsi que nous pourrions nous en rendre compte, la modélisation des réseaux routiers orléanais, français et européen pourrait sembler sujette à caution ; néanmoins, dans le contexte précis de notre étude, les représentations simplifiées que nous proposons sont tout aussi (voire même plus) pertinentes que celles, plus fines, que nous aurions pu mettre en œuvre si nous en avions eu le temps et les moyens.

B.3.1 LE RÉSEAU DE MÉTRO PARISIEN INTRA-MUROS

B.3.1.1 PRÉSENTATION

Le réseau de métro parisien intra-muros est le réseau principal sur lequel nous avons testé l'intégralité des indicateurs, outils et méthodes de ce travail.

Ce réseau, tronqué aux portes de Paris, est constitué de 14 lignes de métro et de 5 lignes de RER⁴¹, subdivisées en 255 stations et 336 tronçons ferrés inter-stations.

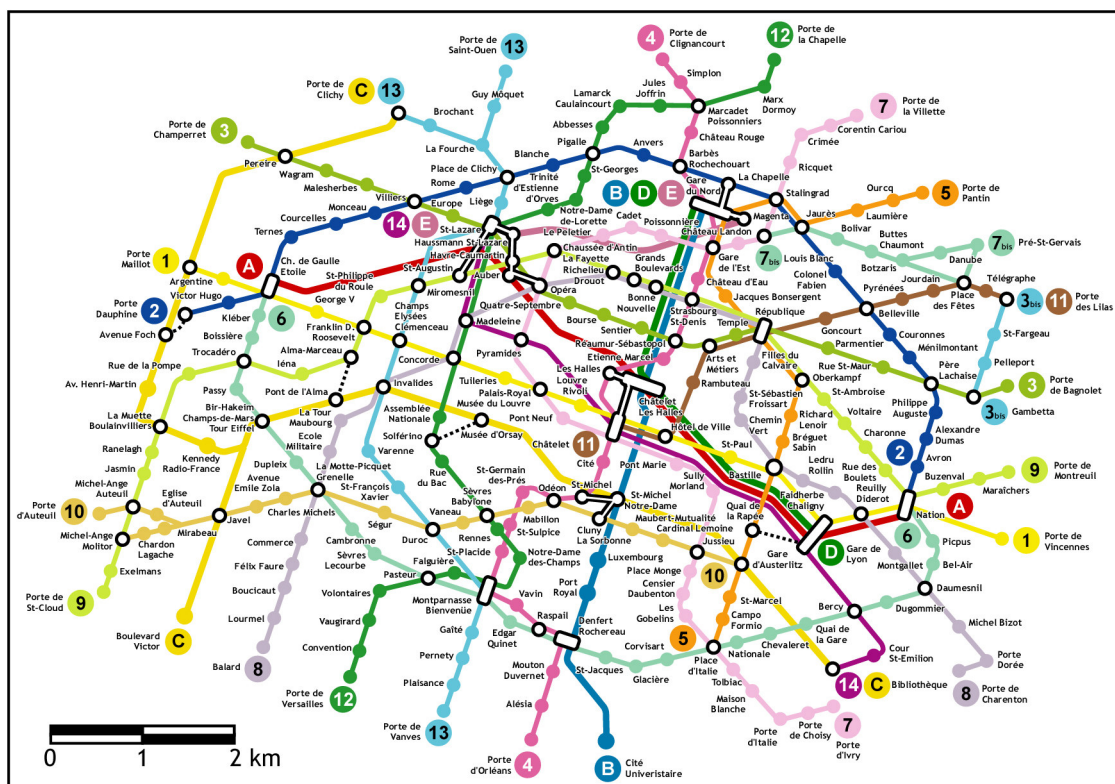


Figure 85 : réseau de métro parisien intra-muros (d'après : www.ratp.fr)

⁴¹ Réseau Express Régional – moyen transport ferroviaire en correspondance avec le métro, mais de gabarit plus important car sa vocation première est de desservir les banlieues (en pratique, il se ramifie au-delà des portes de Paris jusqu'en grande couronne, selon une trame radiale)

En pratique, le réseau présenté en Figure 85 constitue le plan dont disposent les usagers pour choisir leur itinéraire. Il pose d'emblée la distinction fondamentale entre les *stations simples* (stations traversées par une seule ligne) et les *stations à correspondance* (stations offrant l'accès à deux lignes au moins). En particulier, les stations dessinées en blanc sur le plan représentent les stations à correspondance : chacune d'elles permet d'effectuer des correspondances (appelées parfois « changements ») entre les différentes lignes concernées et offre d'autant plus d'options pour un trajet admettant la station en question comme origine ou destination.

Le réseau de métro parisien est un exemple d'étude récurrent dans les domaines connexes de la théorie des graphes, de la géographie et de leur application aux réseaux de transport.

Citons entre autre :

- les travaux de [Dupuy, 1993] sur la fonctionnalité du réseau et l'identification de « stations nodales »,
- l'analyse quantitative des caractéristiques des stations du point de vue de leur fréquentation, centralité et accessibilité par [Coroller, 2002],
- l'approche cognitive de [Dubost, 2003] confrontant la géographie réelle du réseau et la perception d'un échantillon de ses usagers.

De fait, ce réseau possède plusieurs propriétés qui font de lui un cas d'école. En premier lieu, la vocation initiale du métro parisien n'est pas de relier des pôles fonctionnellement importants – comme c'est le cas d'une grande majorité des réseaux de transport – mais de desservir au mieux l'espace urbain.

Historiquement parlant, les avant-projets des dernières décennies du XIX^{ème} siècle se divisaient en effet sur la question de savoir si le réseau de métro devait s'intégrer au futur chemin de fer national (position soutenue par l'État) ou s'il devait défendre les intérêts locaux des parisiens (position soutenue par la Ville) (voir par exemple [Berton, Ossadzow, 1998], [Lamming, 2001], [La Vie du Rail et des Transports, 2000] ou [Sites sur la RATP, 2004]).

L'approche de l'exposition universelle de 1900 va finalement précipiter les événements et permettre de sortir de ce conflit en donnant raison à la Ville de Paris et au projet de réseau d'intérêt local.

Les grandes lignes de la conception du métro parisien sont ébauchées par l'ingénieur Fulgence Bienvenüe. Elles manifestent le caractère dense et local du réseau. Pour preuve :

- toutes les lignes sont indépendantes et tous les trains restent sur la même ligne et desservent toutes les stations (c'est aujourd'hui le cas à l'exception des lignes 7 et 13 qui comportent des fourches),
- les lignes sont planifiées de sorte qu'aucun trajet n'occasionne plus de 2 changements (c'est aujourd'hui faux pour les stations de la ligne 7bis, mais à l'époque, celles-ci faisaient partie intégrante de la ligne 7),
- les stations sont localisées de sorte qu'aucun point de Paris ne soit situé à plus de 400 mètres d'une bouche de métro.

Outre la régularité spatiale, le réseau de métro parisien affiche en second lieu une régularité temporelle qui se manifeste :

- au niveau des temps de parcours : l'absence de congestion et la réglementation des vitesses garantit des temps de parcours réguliers sur les tronçons ferrés,
- sur les quais : le service garantit jusqu'à un train toutes les deux minutes aux heures de pointe, et réduit d'autant l'attente au départ et lors des correspondances.

Le semis de stations du métro parisien est ainsi dense, relativement homogène, et s'accorde donc bien avec l'homogénéité du tissu urbain parisien. Il présente par ailleurs des qualités de régularité réduisant les incertitudes sur l'estimation des temps de parcours. Pour ces différentes raisons, il est pertinent d'aborder ce réseau d'un point de vue structurel, c'est-à-dire comme un maillage desservant l'espace de la ville et dépouillé de toute considération liée à l'usage.

B.3.1.2 MODÉLISATION

En termes de modélisation, nous avons procédé aux formalisations suivantes :

- **stations :**

Chaque station est représentée par un sommet, géoréférencé par les coordonnées réelles de la station. Le semis de sommets est pondéré selon la méthode des surfaces des cellules de Voronoï (cf B.2.2) afin de corriger les déformations spatiales dues à l'irrégularité de la répartition des stations. Notons au passage que cette pondération est réalisée au sein de l'enveloppe convexe du réseau, c'est-à-dire ici au sein de la frontière reliant les portes de la ville – ce qui est acceptable pour l'étude du réseau de métro parisien intra-muros étant donné la forme de la ville.

- **tronçons ferrés :**

Chaque tronçon ferré entre deux stations est représenté par une arête reliant les sommets associés. La valuation des tronçons ferrés correspond au temps réel de parcours du tronçon. Pour cela, nous avons repris les temps de parcours estimés par [Coroller, 2002], et nous avons renseigné les valeurs manquantes sur les RER par un chronométrage en rame.

Cette première modélisation conduit néanmoins à des aberrations. Si l'on prend l'exemple de la relation entre les stations Place Monge (ligne 7) et St-Marcel (ligne 5) au sud-est de la ville (cf Figure 86), il apparaît que le trajet le plus rapide est réalisé en effectuant successivement des correspondances à Jussieu et Gare d'Austerlitz pour un temps de parcours approximatif de 5 minutes. En réalité – et surtout à l'usage – il est autrement plus rapide d'effectuer une seule correspondance à Place d'Italie bien que le temps de parcours des tronçons ferrés soit plus élevé (environ 7 minutes).

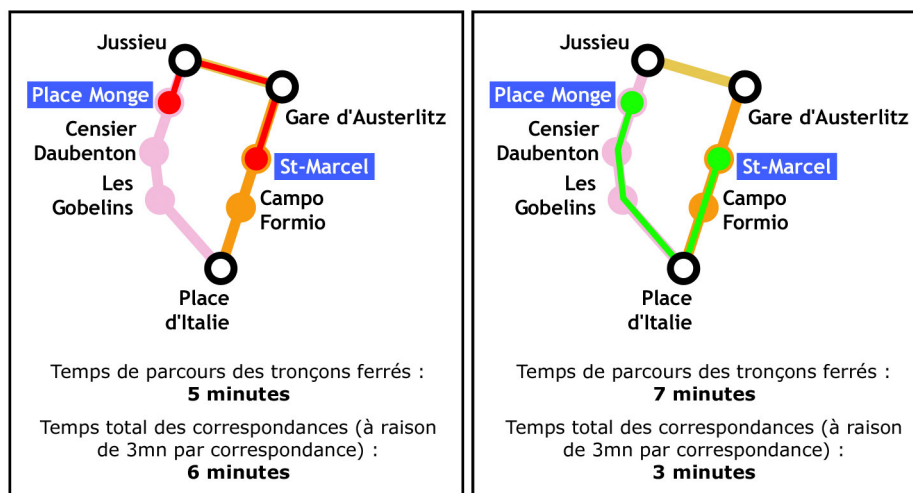


Figure 86 : comparaison des temps de parcours entre les stations de métro Place Monge et St-Marcel, selon que l'on tienne compte ou non des correspondances

Cet exemple montre ainsi qu'il est nécessaire de tenir compte des temps de parcours supplémentaires pour se rendre d'un quai à un autre au sein d'une même station de métro.

Ceci nous conduit à adopter une représentation éclatée des stations à correspondance, selon le principe des zooms nodaux (cf B.2.4) : il s'agit de subdiviser chaque station à correspondance en autant de *sous-stations* qu'il y a de lignes traversant la station considérée – chacune des sous-stations étant intégrée dans le parcours de la ligne à laquelle elle est associée.

Les correspondances entre les différentes lignes sont matérialisées par des arêtes reliant les sous-stations entre elles. Ces sous-stations sont organisées autour d'une station de niveau supérieur – la station elle-même – depuis laquelle s'effectuent les accès entrée-sortie. Ces accès sont eux-mêmes réalisés par des arêtes dont les valuations sont identiques et égales à une valeur arbitraire fixe⁴² : de cette manière, le calcul du plus court chemin depuis une station à correspondance sélectionne naturellement et sans calcul supplémentaire la sous-station offrant la meilleure option pour rejoindre la destination [Gleyze, 2003 (b)]. Quelle que soit la logique de déplacement considérée, le temps de parcours associé à un trajet sur ce réseau est obtenu dans tous les cas en sommant les valuations des arêtes parcourues et en soustrayant les temps d'accès arbitraires aux stations origine et destination lorsque celles-ci sont des stations à correspondance.

La Figure 87 illustre la décomposition que l'on obtient ainsi pour la station Bastille traversée par les lignes 1, 5 et 8 du métro.

⁴² Cette valeur est telle qu'il est toujours plus avantageux d'effectuer une correspondance en empruntant les arêtes prévues à cet effet que la combinaison d'arêtes d'accès reliant les deux sous-stations à la station de niveau supérieur.

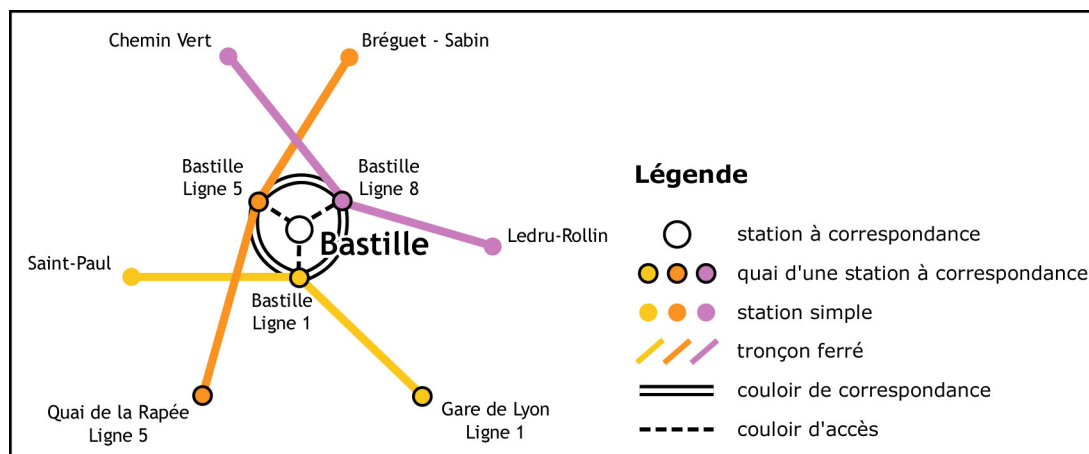


Figure 87 : modélisation des stations à correspondance selon la méthode des zooms nodaux - Exemple de la station Bastille (d'après : [Gleyze, 2003 (b)])

Nota : La pondération d'une station à correspondance est attribuée à son sommet représentatif de niveau supérieur. Par voie de conséquence, les sous-stations ont des pondérations nulles : elles ne jouent en effet aucun rôle en tant qu'origine ou destination et n'interviennent que pour permettre la prise en compte des pénalités dues aux correspondances. On voit bien ici que l'étude relationnelle du réseau n'est en rien modifiée par le zoom nodal : chaque station joue le même rôle en tant qu'origine ou destination des relations et conserve donc la pondération qui lui est attribuée (selon la méthode des surfaces des cellules de Voronoï en ce qui nous concerne).

Pour compléter la valuation du graphe du métro et tenir compte des pénalités dues aux correspondances, nous avons enfin attribué une valuation de 3 minutes à la majorité des couloirs de correspondance. Seules quelques correspondances recensées dans *l'Antisèche du Métro* [Éditions CBHM, 2001] possèdent des valeurs singulières en raison de la longueur des couloirs à parcourir. Dans le même registre, les correspondances extérieures autorisées par la RATP (correspondances symbolisées par des pointillés sur le plan fourni en Figure 85) ont été prises en considération dans notre modèle avec des temps de parcours incluant la marche à pied entre les stations concernées. Nous avons enfin tenu compte des délais d'attente significatifs pour les RER en intégrant une pénalité supplémentaire à toutes les arêtes (accès ou correspondance) débouchant sur un quai de RER.

Par curiosité, nous proposons au lecteur d'apprécier les différences de représentation entre le plan fourni aux usagers et le graphe issu de notre modélisation sur le quartier Auber–St-Lazare (cf Figure 88).

Le détail de la Figure 88 laisse deviner l'inflation des nombres de sommets et d'arêtes induits par la représentation éclatée des stations à correspondance.

De fait, le graphe que nous manipulons compte désormais :

- 504 sommets, regroupant 163 stations simples, 107 stations à correspondance et 234 sous-stations,
- 888 arêtes, regroupant 376 tronçons ferrés, 287 couloirs d'accès et 225 couloirs de correspondance.

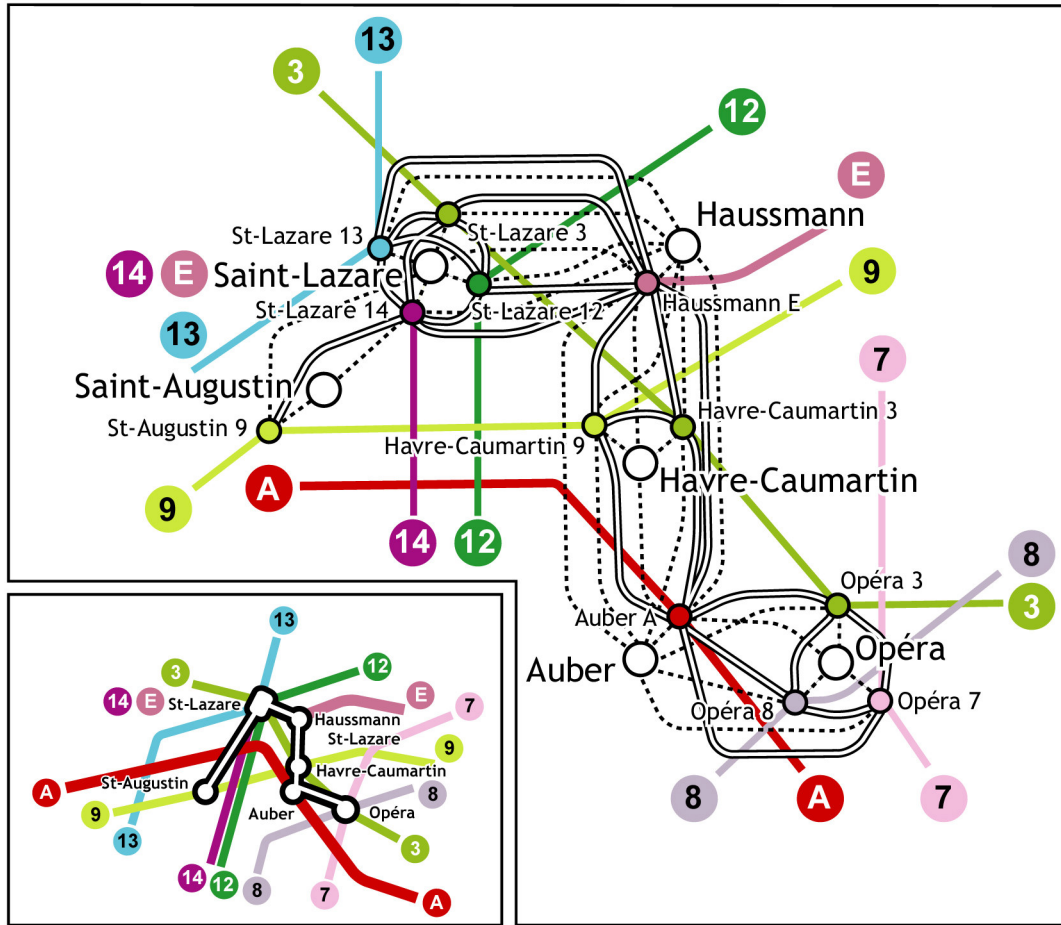


Figure 88 : détail du plan de métro parisien autour du quartier Auber-St-Lazare (en médaillon) et représentation par un graphe dans le contexte d'une étude structurale (les couloirs de correspondance et les couloirs d'accès sont représentés respectivement par des traits doubles et des traits pointillés, conformément à la légende de la Figure 87)

Cette modélisation est complète, si ce n'est que la formalisation des tronçons ferrés par des arêtes ne permet pas de rendre compte de l'orientation à sens unique de 10 tronçons. Ceux-ci concernent (cf Figure 89) :

- la ligne 10, au sud-ouest de la ville, à l'ouest de la station Javel,
- la ligne 7bis, au nord-est de la ville, à l'est de la station Botzaris.

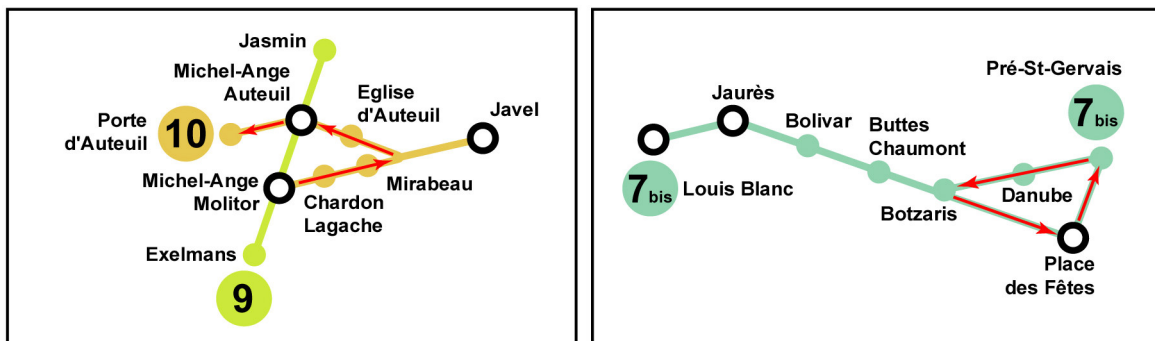


Figure 89 : tronçons ferrés à sens unique sur le réseau de métro parisien intra-muros (arcs fléchés en rouge)

L'hypothèse simplificatrice consistant à représenter ces tronçons par des arêtes, et donc à autoriser leur parcours à double-sens est justifiable pour plusieurs raisons :

- les tronçons concernés sont organisés selon de petites boucles, par conséquent les transferts de parcours induits par notre choix de modélisation s'opèrent en très grande majorité au sein de ces boucles et n'interfèrent donc quasiment pas sur les autres composantes du graphe,
- nous avons calculé plusieurs indicateurs sur les deux représentations orientée et non orientée, et il s'avère que les différences sont infimes (elles sont indécélables au cinquième chiffre significatif).

En pratique, cette hypothèse présente l'avantage de réduire le nombre d'arêtes d'un facteur $\frac{1}{2}$, et de gagner considérablement en temps de calcul, notamment pour tous les algorithmes de complexité non-polynômiale.

B.3.1.3 COMMENTAIRES

Le réseau de métro parisien nous a semblé intéressant à étudier d'un point de vue pratique car c'est un réseau de dimension humaine (*ie* que l'esprit humain peut appréhender dans sa globalité), bien éprouvé par nous, et donc susceptible de présenter des particularités que nous pouvons confronter à notre propre expérience.

Sans glisser vers des considérations subjectives propres à la perception de chacun (nous renvoyons le lecteur au travail de [Dubost, 2003]), le métro parisien présente des singularités communément admises par les personnes qui l'empruntent régulièrement.

Notons en particulier [Gleyze, 2003 (a)] :

- le positionnement central de la station Châtelet–Les Halles,
- l'organisation circumradiale du réseau, axée sur les lignes radiales 1, 4, A et B, et sur les lignes circulaires 2 et 6,
- l'existence de nœuds d'échange, répartis dans toutes les directions, à distance intermédiaire de Châtelet : l'agglomérat Auber–St-Lazare, les stations République, Place d'Italie, La Motte-Picquet, Nation et Étoile, et les gares du Nord, de l'Est et Montparnasse.

Au-delà de cette organisation très structurée *a priori*, nous attendons de ce réseau qu'il constitue un cas d'école pour l'étude de la vulnérabilité structurelle comme il l'a été pour d'autres études menées en géographie des réseaux.

Du point de vue de la vulnérabilité, ce réseau nous a paru intéressant en raison de son ambivalence, car il présente à la fois une trame très ramifiée – et donc très résistante – et des points sensibles au niveau des nœuds d'échange les plus importants.

Du point de vue de la structure, l'éclatement des stations à correspondance en un archipel de sous-stations segmente le réseau en créant des discontinuités au niveau des changements de lignes. Cette structuration est ressentie par l'utilisateur par l'*effet de lignes*, articulant les relations selon des chemins occasionnant peu de correspondances. Elle constitue en revanche pour nous un support sur lequel les indices calculés ne seront pas dilués, c'est-à-dire sur lequel les gradients des quantités observées seront très distribués autour des stations à correspondance et feront apparaître en conséquence des phénomènes très tranchés.

Un dernier aspect nous a semblé très pertinent dans l'étude du métro parisien, et cet aspect nous est livré une fois de plus par l'histoire de ce réseau : autant la construction du métro était initialement motivée par la nécessité d'offrir à la ville un réseau de transport dense et d'intérêt local, autant son évolution a été contrainte de prendre en compte la constante progression de la population francilienne et ses demandes spécifiques en termes de déplacement. Le chantier du RER a été entrepris en ce sens à la fin des années 60 : les lignes de RER – représentées partiellement sur leurs trajets intra-muros en Figure 85 – ont pour objectif de rallier la banlieue à la ville ainsi que les banlieues entre elles. De fait, les lignes de RER sont ancrées sur des stations-clés dont le rôle n'est plus d'assurer une desserte locale, mais de constituer des nœuds d'échange (voir à ce propos l'article de [Dupuy, 1993] sur les « stations nodales » du métro). La ligne n°14 du métro, mise partiellement en service depuis 1998, poursuit ce chantier en reliant les nœuds d'échange les plus chargés du réseau (Châtelet, St-Lazare et Gare de Lyon entre autre). Le réseau est ainsi le produit de deux trames entremêlées, aux ambitions historiquement distinctes :

- la première trame regroupe les lignes n°1 à 13 selon le réseau « dense et d'intérêt local » imaginé en grande partie par Bienvenüe,
- la seconde trame se greffe sur la première en renforçant les points et les directions sollicitées fonctionnellement par les demandes des usagers.

Cette combinaison des rôles sera l'occasion pour nous de vérifier la portée de l'étude structurelle – en toute logique, celle-ci devrait accorder une importance faible au RER et à la ligne 14, car celles-ci sont peu denses et peu ancrées sur l'espace de la ville.

Pour résumer, le réseau de métro parisien a l'ambition d'être un cas d'école dans l'étude de la vulnérabilité structurelle des réseaux.

Outre les singularités reconnues qu'on lui reconnaît usuellement :

- il présente une trame à la fois ramifiée et ponctuellement très riche, et donc susceptible de présenter des vulnérabilités très contrastées,
- son articulation en lignes et l'existence d'un niveau inférieur par le jeu des correspondances offrent une structure très segmentée sur laquelle les phénomènes promettent d'apparaître de manière très tranchée.

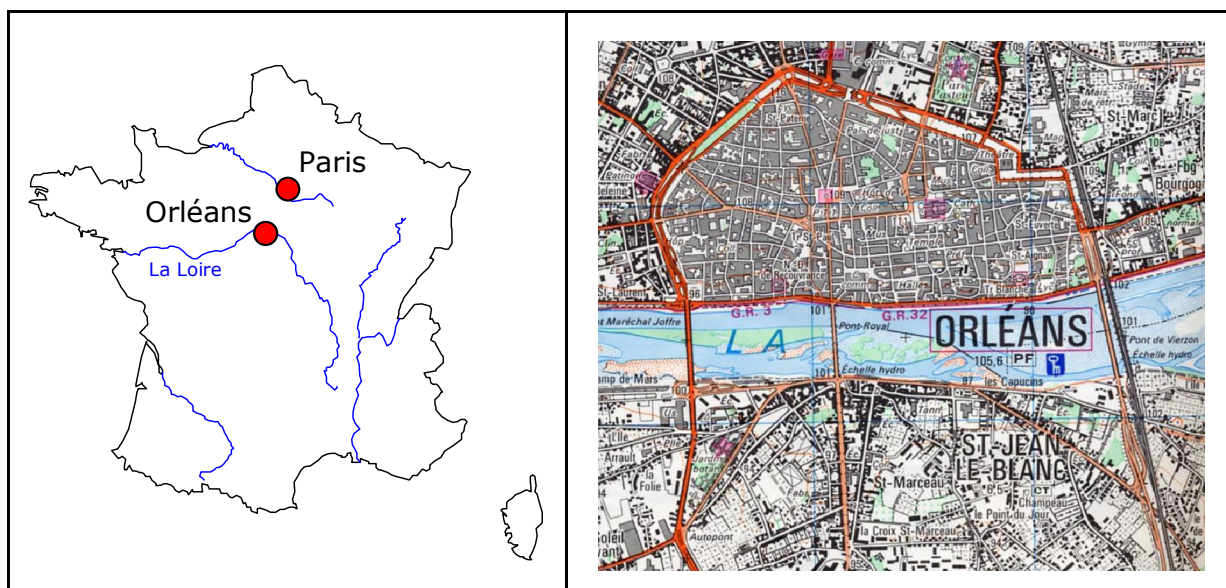
Le réseau de métro présente enfin la particularité historique d'être la combinaison d'une trame de lignes prévues pour assurer la desserte de l'espace urbain, et d'un ensemble de lignes construites pour répondre aux demandes des usagers. De fait, la trame du réseau reflète des particularités d'ordres structurel et fonctionnel dont nous prendrons soin d'observer les manifestations lors de notre étude structurelle.

B.3.2 DES RÉSEAUX ROUTIERS À DIFFÉRENTES ÉCHELLES

En adjoignant au réseau de métro parisien un jeu de réseaux routiers, nous aimerions voir dans quelle mesure les résultats de notre approche structurale peuvent être validés et étendus. Dans cette perspective, nous avons choisi les réseaux routiers de la ville d'Orléans, de la France et de l'Europe. Par ce choix nous souhaitons notamment :

- travailler avec des structures continues, c'est-à-dire des réseaux ne présentant pas le caractère gigogne des stations à correspondance du métro : il s'agit ici de voir si les outils et les méthodes que nous développons permettent de déceler des singularités structurelles aussi bien que sur la trame très segmentée du métro ;
- opérer à différentes échelles, et voir en conséquence quels sont les effets de la hiérarchisation structurale des réseaux sur leur vulnérabilité.

B.3.2.1 LE RÉSEAU ROUTIER ORLÉANAIS



Carte 4 : situation géographique de la ville d'Orléans et centre-ville au 25000^{ème} (source du fond de carte : Institut Géographique National)

Le premier réseau routier que nous soumettons à l'étude est le réseau routier de la ville d'Orléans (cf Carte 4), circonscrite à ses zones inondables de part et d'autre de la Loire. Ce réseau a été initialement étudié dans le cadre d'un travail sur la qualité des données dans les études de risques : il s'agissait d'évaluer l'impact de la précision du relief dans la simulation d'inondations, et d'observer en cascade les perturbations induites sur le réseau routier en fonction du niveau de précision retenu [Gleyze & Rousseaux, 2003].

Dans ce contexte, la modélisation que nous avons adoptée pour ce réseau routier est très simple :

- nous avons écarté toute considération quant à d'éventuels sens uniques et avons ainsi représenté les tronçons routiers par des arêtes et leurs intersections par des sommets ;
- en raison de la relative homogénéité des tronçons routiers, nous avons valué euclidiennement toutes les arêtes, sans prise en compte d'éventuelles réglementations sur la vitesse ou la circulation (feux, stops, etc.) ;
- nous avons enfin pondéré les sommets du réseau selon la méthode des surfaces des cellules de Voronoï afin de corriger la déformation spatiale due à la répartition inégale des carrefours sur l'espace de la ville (cf B.2.2) – conformément à ce que nous avons annoncé en B.2.2, la pondération est réalisée sur la réunion des enveloppes convexes correspondant aux emprises du réseau sur chacune des deux rives.

Au final, le graphe comporte 287 sommets et 417 arêtes, répartis comme indiqué en Figure 90.

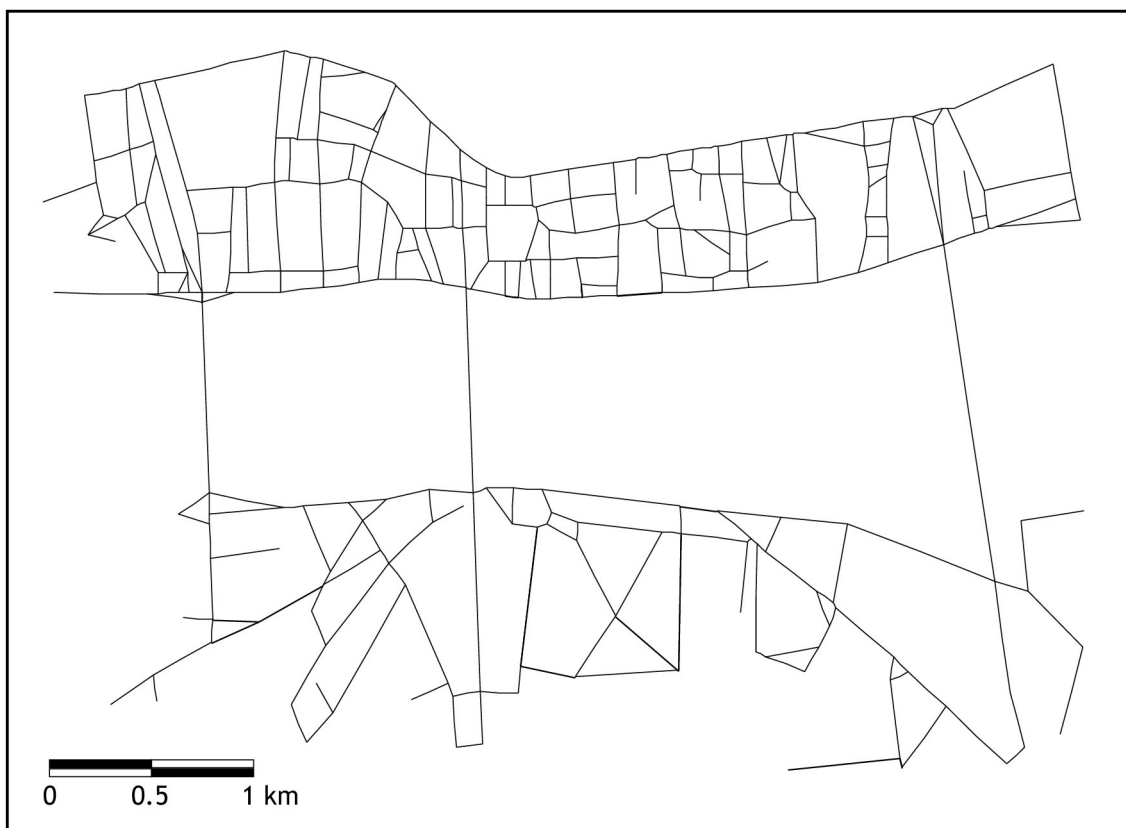


Figure 90 : graphe simplifié représentatif du réseau routier de la ville d'Orléans (d'après : [Gleyze & Rousseaux, 2003])

La modélisation de ce réseau routier est établie selon des hypothèses peu réalistes, forcément insuffisantes dans le contexte d'une étude d'aménagement. Néanmoins, ce réseau convient tel quel dans le cadre théorique de notre étude, car il présente des singularités structurelles intéressantes en termes de vulnérabilité.

En particulier, le réseau routier simplifié de la ville d'Orléans est un exemple caricatural de réseau bâti à cheval sur deux espaces de tailles comparables et faiblement connectés entre eux. Ceux-ci correspondent ici aux deux rives de la ville dont les liaisons sont assurées par trois ponts : deux ponts aux extrémités est et ouest de la zone d'étude, et un pont central – en fait légèrement décalé vers l'ouest.

L'enjeu de l'étude sera en conséquence de voir comment le réseau réagit à la rupture d'un ou deux de ses ponts, et de faire le lien avec les outils et méthodes d'analyse de la vulnérabilité structurelle que nous proposerons dans la suite de notre travail.

B.3.2.2 LE RÉSEAU ROUTIER FRANÇAIS

Le deuxième réseau routier que nous proposons d'étudier est le réseau des routes françaises continentales au premier trimestre 2004 (cf Carte 5).



Carte 5 : réseau routier français au premier trimestre 2004 (source : Atlas Routier Français de l'Institut Géographique National)

Ce réseau a déjà fait l'objet de plusieurs études liées au domaine de la géographie, de l'aménagement et des transports par l'équipe du laboratoire CESA de Tours [CESA, 2001].

Dans la lignée de ces travaux, le professeur Ph. Mathis dirigeant le CESA nous a gracieusement fourni les données concernant ce réseau afin de les soumettre à notre problématique.

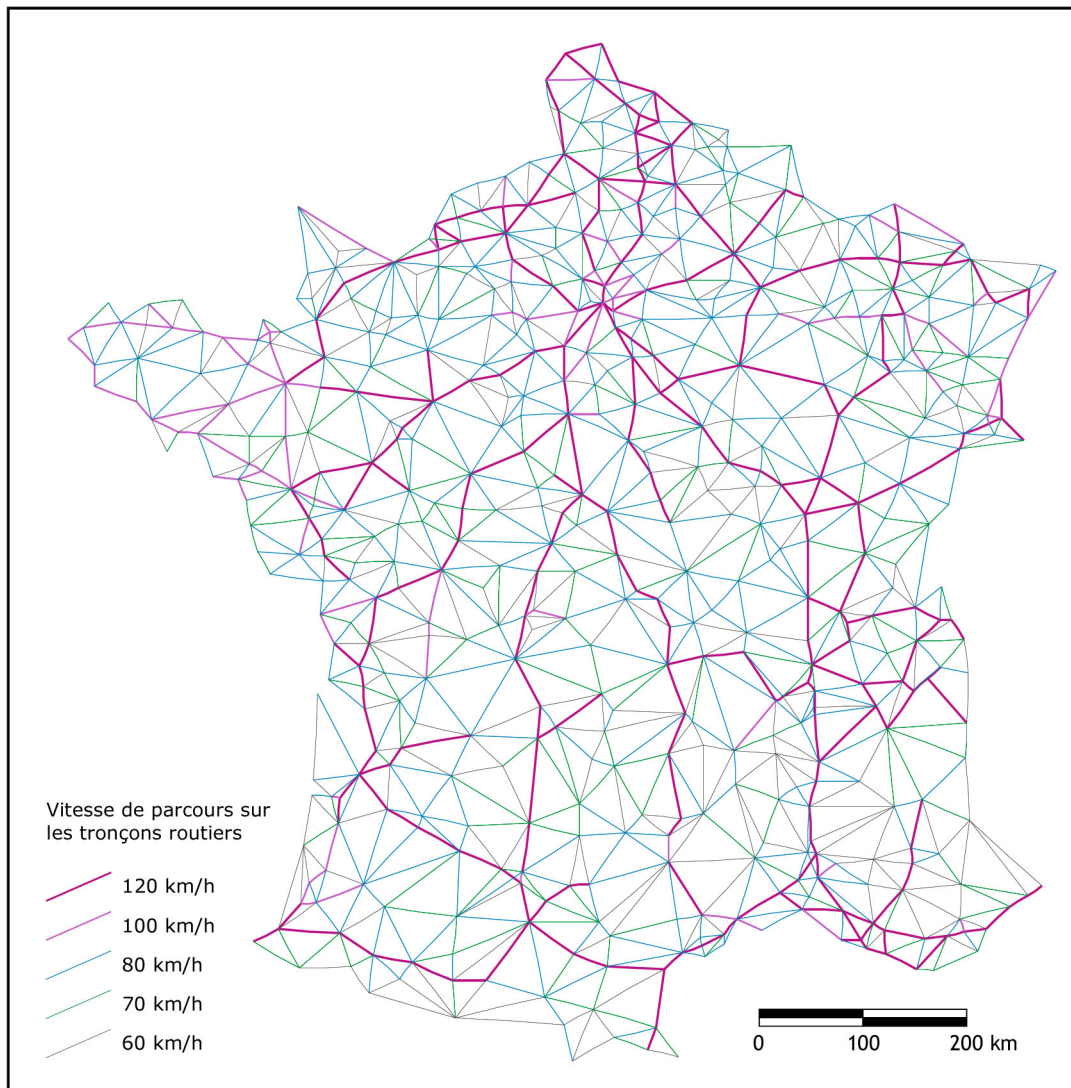


Figure 91 : graphe représentatif du réseau routier français au premier trimestre 2004 (d'après : [CESA, 2001])

Après quelques mises à jour concernant le réseau autoroutier, le graphe final que nous manipulons comporte 522 sommets et 1455 arêtes (cf Figure 91). Il convient de signaler un certain nombre de critères importants au sujet de sa construction :

- les tronçons du réseau routier sont représentés par des arêtes (elles peuvent par conséquent être parcourues dans les deux sens) et les intersections de ces tronçons sont représentés par des sommets – le niveau de détail du réseau est tel que les rocade urbaines et les échangeurs les plus importants sont représentés ;
- les arêtes du graphe sont valuées par les temps nécessaires au parcours des tronçons associés – ces temps sont déduits des longueurs et des vitesses de parcours autorisées sur ces tronçons (les vitesses que nous avons retenues sont de 120 km/h sur les infrastructures autoroutières, 100 km/h sur les voies express, et 80, 70 et 60

km/h sur les autres routes selon leurs caractéristiques techniques – voir par exemple [Chapelon, 1997]) ;

- conformément à nos hypothèses de travail, nous avons pondéré les sommets du graphe proportionnellement à la surface de leurs cellules de Voronoï (cf B.2.2) – l'espace que nous avons considéré n'est pas l'enveloppe connexe du réseau, mais bien sûr le territoire français circonscrit à ses frontières.

À l'occasion de l'étude de ce réseau, nous éprouverons tout particulièrement les aspects structurels les plus marquants, à savoir :

- la continuité et la relative homogénéité du réseau induite par le maillage dense des routes et la forme ramassée du territoire,
- la superposition de plusieurs sous-réseaux (autoroutes, voies express, routes nationales et départementales) agissant à différentes échelles,
- les éventuelles fragilités induites par la centralisation du réseau autour de Paris et la spécialisation des axes émanant des grandes agglomérations.

Au-delà de la validation et de l'extension des outils et méthodes développés pour l'analyse structurelle des réseaux de transport, l'étude du réseau routier français sera l'occasion de voir comment se manifestent les différentes caractéristiques structurelles de la trame (trame dense et ramassée d'une part, centralisée et spécialisée d'autre part), et quelle forme prend en conséquence la vulnérabilité de celle-ci.

B.3.2.3 LE RÉSEAU ROUTIER EUROPÉEN

Le troisième et dernier réseau routier que nous considérons dans notre travail est le réseau des routes européennes en 2001. La zone d'étude correspond à l'Europe continentale, limitée à l'est par une ligne St-Petersbourg-Moscou-Kiev-Odessa-Istanbul et inclut les îles britanniques grâce aux liaisons par tunnel et par ferry (voir la Carte 6).

Ce réseau nous a été fourni par le laboratoire CESA de Tours dans le même contexte que pour le réseau routier français.

Les hypothèses de modélisation sont donc les mêmes, à ceci près que le réseau est beaucoup plus généralisé en raison de sa très grande emprise.

Le graphe issu de cette modélisation comprend finalement 426 sommets et 1072 arêtes, ainsi que le présente la Figure 92.



Carte 6 : situation du réseau routier européen (source : Atlas Mondial Larousse)

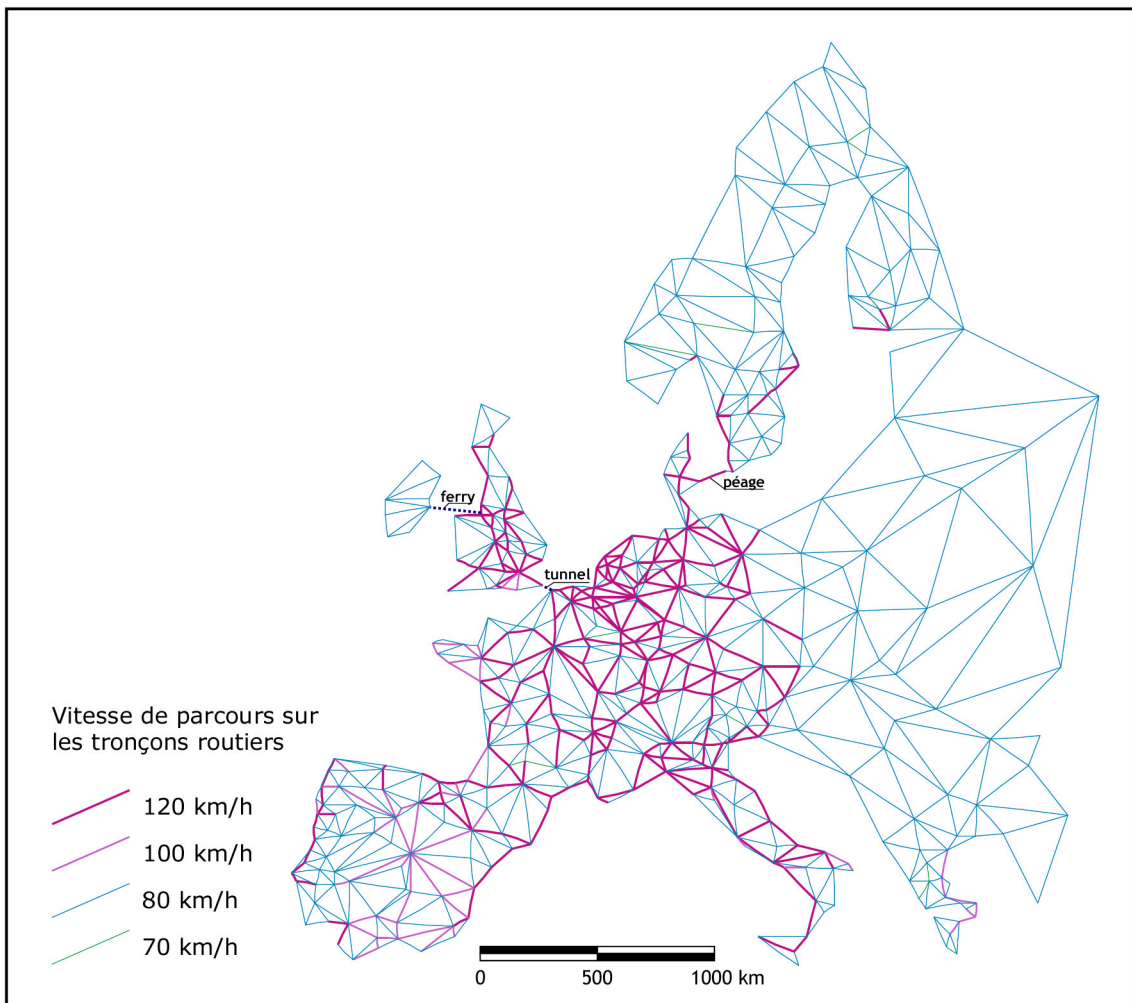


Figure 92 : graphe associé au réseau routier européen en 2001 (d'après : [CESA, 2001])

Il est capital de souligner que l'adéquation empirique de cette modélisation reste très approximative, et que celle-ci ne peut en aucun cas fournir une représentation réaliste du réseau routier européen. Pour preuve :

- seule l'autoroute Copenhague – Malmö matérialise les relations directes possibles entre le Danemark et la Suède et passe ainsi sous silence les nombreuses liaisons alternatives par ferry,
- la généralisation du réseau est très inégale – à titre d'exemple, le Portugal est fortement densifié, contrairement à l'Europe de l'Est pour laquelle seules les routes reliant les grandes villes sont matérialisées.

Un examen détaillé de cette représentation permettrait sans mal de relever de nombreux autres points discutables en termes de modélisation.

Néanmoins – et toujours en accord avec la perspective de notre étude – le graphe issu de cette modélisation n'a pas tant d'intérêt en regard de la réalité qu'il représente que des structures plus ou moins réalistes qu'il met en scène. Celles-ci concernent :

- l'inégale densité du réseau induite par l'usage et les demandes en déplacement réelles – soulignons à ce titre la forte concentration d'axes rapides au niveau du Portugal, de l'Allemagne, du Bénélux et du nord de la France ;
- les fragilités induites ici par la forme du territoire et l'existence de passages « en entonnoir » – outre la marginalité des presqu'îles ibérique, italienne et balkanique, nous relevons ici des facteurs de vulnérabilité bien identifiés (cf B.1.4.3), à savoir les ponts de liaison vers les îles britanniques et le pont local reliant le Danemark à la Suède compte-tenu de la modélisation adoptée.

Les singularités du réseau routier européen tel qu'il est représenté en Figure 92 sont plus caricaturales que celles observées sur le réseau routier français, et pour cause.

L'inégalité de la trame et le découpage irrégulier de la représentation associée vont concentrer notre attention sur deux points majeurs :

- l'organisation des relations sur la trame en fonction des densités locales de routes,
- la vulnérabilité des structures topologiquement fragiles, localisées ici au niveau des configurations locales en forme d'entonnoir.

Avec ce dernier réseau, nous disposons à présent d'un cadre théorique et pratique pour aborder l'étude de la vulnérabilité des réseaux dans un contexte de risques. Nous entreprenons cette étude dans la partie suivante en définissant la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport et en conceptualisant les fondements théoriques et pratiques de son analyse.

RÉSUMÉ DE LA PARTIE B

La problématique de cette thèse appréhende les réseaux de transport autour de leur rôle fondamental de médiateur spatial. Celui-ci met en lumière les aspects structurels des réseaux, induits par la forme de leur trame et par les potentialités relationnelles que celle-ci offre.

Dans cette perspective, l'analyse de la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport exige au préalable d'élaborer un cadre d'étude formel, propre à l'approche structurelle ainsi préconisée.

Moyennant l'élaboration d'une structure de données appropriée, les principes fondateurs de ce cadre nous sont fournis par la théorie des graphes. Celle-ci nous permet en effet de :

- formaliser la topologie du réseau en le représentant par un graphe grâce à la double association tronçons – arêtes et nœuds – sommets,
- intégrer la géométrie du réseau en autorisant la valuation des arêtes et la pondération des sommets,
- décrire les caractéristiques relationnelles du réseau en exhibant les plus courts chemins entre toute paire de sommets du graphe associé.

En marge de ces outils, les notions de cycle, de connexité et de connectivité laissent entrevoir les possibilités qu'offre la formalisation des réseaux par des graphes, pour peu que l'on développe des outils spécifiques à l'approche et à la thématique propres à notre étude. Ceux-ci ont pour objet de :

- définir un réseau de référence pour faire la part des effets induits par l'implantation spatiale du réseau d'une part et des propriétés de sa structure d'autre part,
- élaborer une pondération du réseau insensible à la densité spatiale de ses sommets afin de réaliser au mieux le lien entre l'espace (surfaccique) et le réseau (linéaire),
- fournir des méthodes génériques pour étudier les logiques relationnelles sur le réseau,
- formaliser enfin les différents niveaux d'étude des réseaux et notamment les enjeux des approches locales et globale.

L'ensemble des concepts étudiés et développés dans la suite seront mis à l'épreuve d'une part sur des réseaux théoriques, d'autre part sur des réseaux réels opérant à différentes échelles et présentant des particularités intéressantes en termes de vulnérabilité structurelle.

Parmi ceux-ci, les quatre grands réseaux que nous proposons d'étudier sont :

- le réseau de métro parisien intra-muros : celui-ci affiche une trame très variée et très constatée, et présente par ailleurs la particularité d'être l'aboutissement de projets d'aménagement motivés successivement par des objectifs de desserte spatiale et des objectifs fonctionnels ;
- les réseaux routiers orléanais, français et européen : en contrepartie du cas d'école fourni par le réseau de métro parisien, ces trois réseaux routiers offrent de valider notre étude de la vulnérabilité sur des trames riches, variées et présentant des singularités structurelles pertinentes dans le contexte de notre étude – en particulier : (1) le réseau routier orléanais met en scène une trame scindée en deux parties comparables, simplement reliées par trois ponts ; (2) le réseau routier français s'appuie sur une trame à la fois régulière et hiérarchisée ; (3) la représentation adoptée pour le réseau routier européen reprend enfin les caractéristiques inhérentes aux grands réseaux routiers tout en affichant par ailleurs des hétérogénéités de trame et des structures très fragiles, apparentées aux *ponts locaux* de la théorie des graphes.

PARTIE C

PROCESSUS DE L'ANALYSE DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

CHAPITRE C.1

PRÉALABLE : L'ÉVALUATION DU RÔLE DE MÉDIATEUR D'UN RÉSEAU DANS UNE CONFIGURATION DONNÉE

Dans la section A.3.3, nous avons défini la vulnérabilité structurelle d'un réseau comme étant la menace d'endommagement de ses potentialités relationnelles dans un contexte de risques.

À ce titre, elle s'inscrit dans l'enchaînement des endommagements matériels et fonctionnels du réseau en expliquant comment la modification de l'infrastructure (aspects matériels) perturbe les déplacements des usagers (aspects fonctionnels) compte-tenu de la dégradation des potentialités relationnelles (aspects structurels).

Mesurer la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport exige donc de comparer les potentialités relationnelles de ce réseau entre sa configuration normale et ses différentes configurations endommagées.

La première assertion de cette définition pose le cadre du premier chapitre de cette partie :

il s'agit d'évaluer la structure du réseau en tant que médiateur spatial pour n'importe laquelle de ses configurations (normale ou endommagée)

Ceci nous permettra, dans un second temps, de pouvoir confronter les évaluations du réseau en configuration normale et en configurations endommagées, et d'en déduire des mesures de sa vulnérabilité structurelle.

Dans cette perspective, nous proposons d'évaluer la structure du réseau dans son rôle de médiateur, selon :

- un critère d'efficacité sur la capacité du réseau à remplir son rôle relationnel,
- un critère de centralité sur la sollicitation du réseau dans l'accomplissement de son rôle de médiateur.

De cette manière, nous répondons à notre objectif d'évaluation du rôle relationnel du réseau (question « combien ? ») et nous mettons en évidence l'organisation sous-jacente des relations qu'il réalise ainsi (question « comment ? »).

C.1.1 « DANS QUELLE MESURE LE RÉSEAU REMPLIT-IL SON RÔLE DE MÉDIATEUR ? » - LA NOTION D'EFFICACITÉ

La vulnérabilité mesure une propension à être endommagé : dans le cas de la vulnérabilité structurelle, les dommages correspondent à ceux infligés aux *potentialités relationnelles* du réseau. La dégradation que nous observons ici concerne donc l'efficacité du réseau à remplir son rôle de médiateur, c'est-à-dire à relier *efficacement* les lieux de l'espace entre eux.

Cette formulation pose d'emblée plusieurs questions :

- quand qualifie-t-on d'« efficace » la mise en relation de deux lieux ? comment résume-t-on l'efficacité de la mise en relation de tous les couples de lieux envisageables sur l'espace ?
- en pratique, les lieux sont rattachés aux sommets du graphe représentatif du réseau (les sommets constituent en effet les accès au réseau) par le jeu des pondérations établies en B.2.2 : en conséquence, l'efficacité du réseau doit-elle être mesurée à l'aune des relations pondérées entre les différentes paires de sommets du réseau ou bien doit-elle en sus faire la part des effets induit par le positionnement relatif des sommets en établissant des comparaisons avec le réseau de référence introduit en B.2.1 ?

Nous allons répondre à ces différentes questions en présentant d'abord la méthode usuelle d'évaluation de l'efficacité du réseau (efficacité *relative*), puis en nuanciant la mesure proposée en isolant l'efficacité induite par la seule trame du réseau, indépendamment du positionnement spatial des sommets (efficacité *absolue*). Nous verrons alors que les approches associées, loin d'être contradictoires, se complètent très bien en permettant à la fois d'appréhender précisément l'efficacité structurelle des réseaux et de constituer un critère exploitable pour l'évaluation ultérieure de leur vulnérabilité structurelle.

C.1.1.1 L'EFFICACITÉ RELATIVE - LA NOTION D'ACCESSIBILITÉ OU D'ÉLOIGNEMENT

Nous considérons classiquement que la mise en relation de deux lieux est d'autant plus efficace que le(s) plus court(s) chemin(s) qui la réalise(nt) sur le réseau est (sont) court(s).

Les notions soulevées ici sont celles de plus courts chemins et d'éloignement, et rattachent ainsi la notion d'efficacité à la notion géographique d'*accessibilité*⁴³.

Géographiquement parlant, l'accessibilité d'un lieu est d'autant meilleure que celui-ci est proche de l'ensemble des autres lieux de l'espace.

La définition de l'accessibilité laisse libre cours aux interprétations quant aux lieux effectivement considérés, aux pondérations utilisées et aux critères d'agrégation. Pour notre part, nous nous inspirons des études d'accessibilité pour la quantification de l'efficacité du réseau, et nous considérons pour cela les trois niveaux d'analyse emboîtés évoqués dans la section B.2.4 consacrée à l'échelle d'étude, à savoir : la relation, la composante, et enfin le graphe.

Au niveau élémentaire de la relation, il n'y a pas d'équivoque sur la quantification de l'efficacité :

deux sommets du graphe représentatif du réseau sont en effet d'autant mieux reliés que la longueur du (des) plus court(s) chemin(s) qui les met(tent) en relation est faible.

Nous avons déjà entrevu cette notion lorsque nous introduisons en B.2.4 les approches locales et globale. Nous parlons alors d'*accessibilité relative*, dans le sens où l'on s'intéresse à la position de deux lieux relativement l'un à l'autre. Certains auteurs ou certaines études emploient également le terme de *proximité* ou d'*éloignement*. Quelle que soit la terminologie adoptée, l'efficacité de la mise en relation de deux sommets S_i et S_j est quantifiée par la longueur du (des) plus court(s) chemin(s) qui les relie(nt) sur le réseau d'étude :

⁴³ Il existe beaucoup de références sur la question. Citons, pour une approche générale : [Wasserman & Faust, 1994], [Pumain & Saint-Julien, 1997], [Mérenne, 1995], [Donnay, 1998], [Gleyze, 2001 (c)], dans le contexte d'une étude géographique ciblée : [Cattan & Grasland, 1997], [Muraco, 1972], [Pitts, 1979], [Bruinsma & Rietveld, 1998], [Robert, 2000], et dans le contexte d'une étude de transport : [Morris, 1979], [Leurent, 1998], [Moretti, 1990] *in* [Dupuy, 1991], [Herce Vallejo, 1983] *in* [Dupuy, 1991].

accessibilité relative proximité éloignement	} de la paire de sommets $S_i - S_j = d(S_i, S_j)$
--	--

où $d(.,.)$ représente la longueur de plus court chemin sur le réseau.

Comme nous l'annonçons dans le titre, nous qualifions cette efficacité de « relative », car elle est tributaire du positionnement spatial des sommets S_i et S_j en question. De fait, cette distance est d'autant plus courte que (cf section B.2.1) :

- la topologie et la géométrie du réseau favorisent leur mise en relation (effet-réseau),
- les sommets S_i et S_j sont spatialement proches (effet spatial).

Nous reviendrons sur ce point lorsque nous entreprendrons d'éliminer le biais spatial et de construire un indice ne prenant en compte que les effets-réseau – c'est-à-dire un indice d'efficacité *absolue*.

Sur le réseau de métro parisien, l'efficacité de la mise en relation des stations Voltaire et Mabillon est évaluée en regard du temps de parcours du plus court chemin les reliant. D'après la Figure 93, ce temps vaut 20mn58s, conformément aux valuations des tronçons ferrés et des correspondances adoptées dans le modèle.

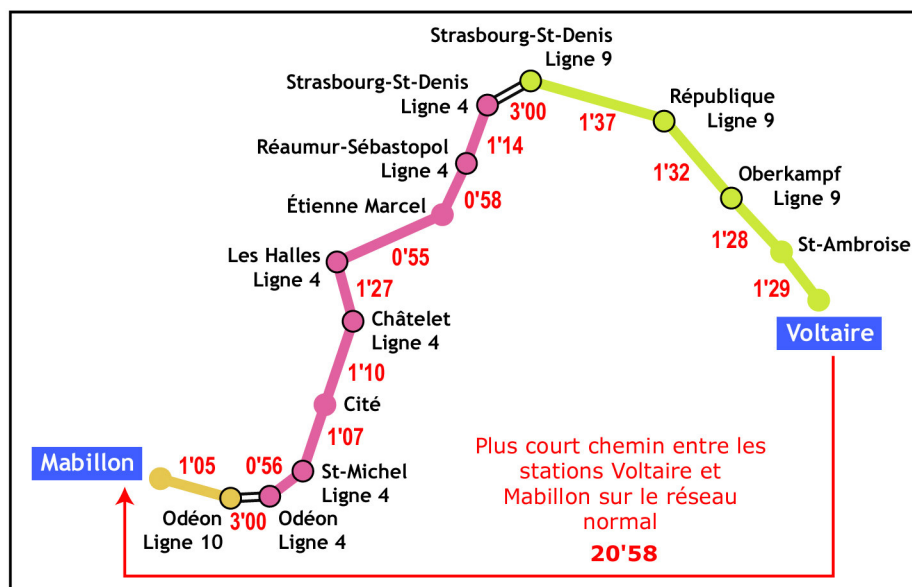


Figure 93 : plus court chemin et temps de parcours associé entre les stations Voltaire et Mabillon sur le réseau de métro parisien - le temps affiché évalue l'efficacité relative du réseau de métro parisien pour la relation en question

Note importante : Telle qu'elle est définie, l'efficacité de la mise en relation de deux sommets est d'autant plus grande que l'éloignement est faible : nous nous trouvons ainsi devant un indicateur qui est inversement proportionnel au phénomène qu'il est censé quantifier. De fait, cette mesure est souvent transformée mathématiquement de manière à rétablir les proportions. Les opérations les plus courantes consistent à appliquer un

signe négatif aux valeurs relevées ou encore à les inverser. Néanmoins, ces opérations présentent plusieurs défauts non négligeables.

En premier lieu, les grandeurs obtenues perdent de leur sens physique. Les unités dans lesquelles elles s'expriment n'ont plus un sens immédiat pour qui cherche à les interpréter. Par ailleurs, l'opération de transformation redistribue les valeurs autour d'une référence arbitraire : par exemple, l'inversion des longueurs discrimine fortement les valeurs initialement en deçà d'une unité, et ramasse au contraire celles qui dépassent ce même seuil.

En second lieu, l'opération mathématique dégrade souvent l'information originelle et compromet ainsi la richesse des études statistiques ultérieures. Par exemple, en inversant les longueurs de plus court chemin, les comparaisons par ratio sont toujours possibles par construction, mais les différences relatives ne sont plus accessibles – sinon en effectuant la transformation inverse.

Pour ces différentes raisons, nous ne transformerons pas les données qui s'imposent spontanément à l'analyse. De fait, celles-ci restent à la fois interprétables dans leur contexte et manipulables mathématiquement pour extraire à l'occasion une information dérivée.

Ceci étant, l'information sur l'efficacité du réseau pour une relation isolée est très pauvre. Ici apparaît la nécessité de prendre en compte les niveaux supérieurs, et en premier lieu le niveau local : il s'agit pour cela de considérer l'ensemble des relations impliquant une composante donnée – classiquement un sommet du graphe.

L'efficacité du réseau est alors entrevue du point de vue du sommet en question : les valeurs d'éloignement à destination de l'ensemble des autres sommets du graphe renseignent ainsi sur la qualité des plus courts chemins émanant de ce sommet.

Formellement, l'information sur les éloignements depuis le sommet S_i est donc donnée par la collection des valeurs $d(S_i, S_j)_{j \neq i}$:

accessibilité intégrale }
 proximités } depuis le sommet $S_i =$ fonction $\{ d(S_i, S_j) / j = 1 \dots N, j \neq i \}$
 éloignements }

Cette information est brute et peut être cartographiée pour un sommet S_i donné en reportant sur chaque sommet S_j la valeur d'éloignement $d(S_i, S_j)$. La cartographie obtenue est très voisine de celle des lignes isochrones, à ceci près que seules des valeurs ponctuelles sont représentées.

Sur des trames régulières, les valeurs d'éloignement croissent de manière isotrope avec la distance à vol d'oiseau depuis le sommet considéré.

Sur la trame du réseau de métro, les résultats obtenus pour les relations au départ de la station Voltaire (cf Figure 94) révèlent en revanche l'anisotropie de l'efficacité de ces relations et les irrégularités associées du réseau de métro. Dans le cas de la station Voltaire, les relations directes (c'est-à-dire utilisant la ligne n°9 sans correspondances)

ainsi que les relations empruntant une correspondance sans occasionner de trop grand détour (ici les relations couplant la ligne n°9 avec les lignes n°5, 8, 4 et 6) indiquent les *directions d'efficacité* du réseau.

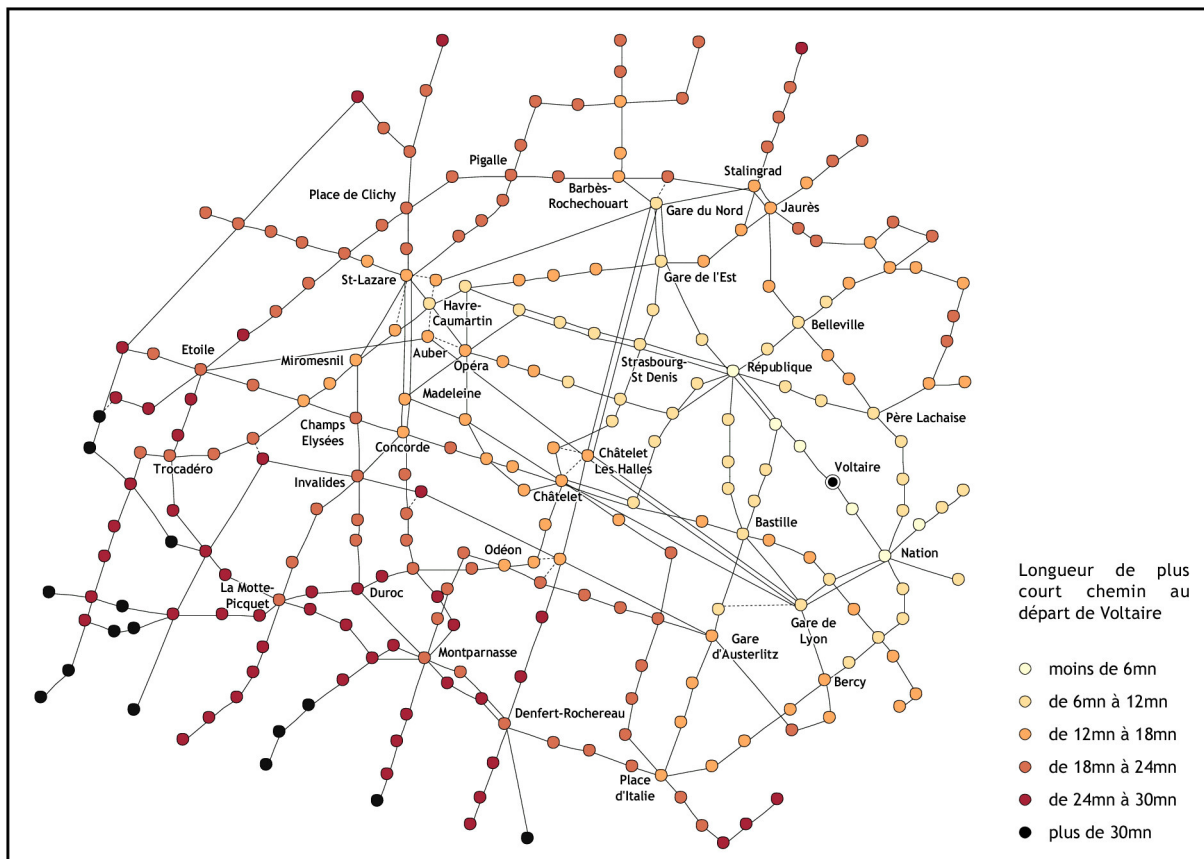


Figure 94 : efficacité relative du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux depuis la station Voltaire

L'efficacité des relations depuis un sommet est ainsi décrite par une collection de valeurs correspondant aux distances de plus court chemin qui séparent ce sommet de l'ensemble des autres sommets du graphe.

Note importante : Bien évidemment, ces informations pourraient être présentées différemment, par exemple en matérialisant les lignes isochrones évoquées plus haut, ou encore en traçant la répartition des éloignements au sommet considéré. Dans le cas de la station Voltaire, nous obtiendrions ainsi la courbe présentée en Figure 95.

Ce type d'information est intéressant, car il permet de visualiser rapidement le poids des sommets accessibles en deçà d'un seuil donné⁴⁴ : [Cattan & Grasland, 1997] l'ont par exemple utilisé pour observer et comparer l'accessibilité des villes françaises.

Dans le cadre d'une étude pratique de vulnérabilité mettant en scène différents endommagements d'un réseau, la fonction de répartition des éloignements à un sommet

⁴⁴ Nous rejoignons en ce sens les indices de type « quantile » évoqués en B.2.4. Nous avons vu à cette occasion que la formulation des indices au niveau élémentaire, puis au niveau local et global, autorisait la manipulation de tels indices (cf note 39 page 221).

donné pourrait par exemple être utile pour observer l'évolution du positionnement relatif des sommets du réseau relativement au sommet considéré.

Ces informations – ainsi que toute information extraite d'une manière ou d'une autre des données élémentaires d'éloignement – sont ainsi susceptibles de trouver leur place dans une étude de vulnérabilité en fonction des objectifs et des perspectives que celle-ci se donne.

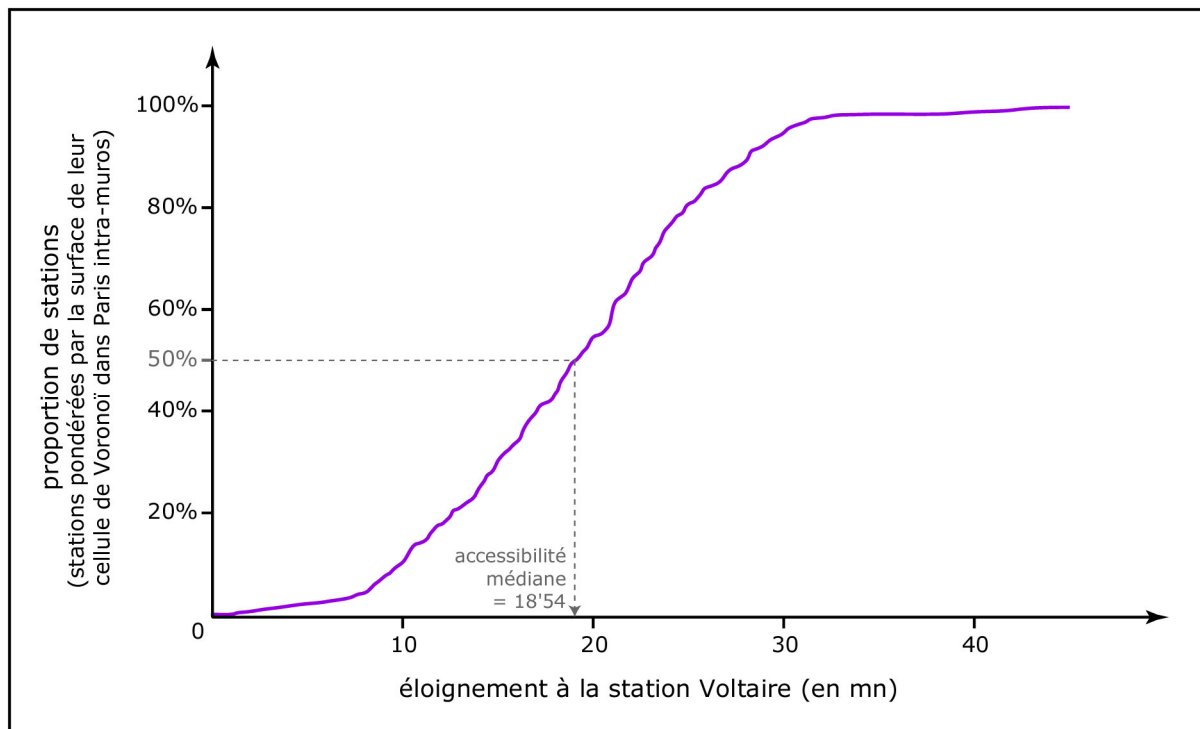


Figure 95 : fonction de répartition des éloignements entre la station Voltaire et l'ensemble de toutes les autres stations du réseau de métro parisien

En revanche, dans le contexte théorique qui est le nôtre, nous n'exploiterons pas plus avant ces données élémentaires d'éloignement – nous nous contenterons simplement de les conserver telles quelles, tout en soulignant par ailleurs l'importance de l'exploitation et de la représentation de ces données au niveau élémentaire compte-tenu de la finalité de l'étude pratique dont elles font l'objet.

Ces précisions étant apportées, il s'agit à présent de procéder à des opérations d'agrégation sur les données élémentaires d'éloignement afin d'apprécier l'efficacité du réseau au niveau immédiatement supérieur. De cette manière, nous disposerons d'une valeur d'efficacité du réseau pour chacun des sommets, et ces valeurs pourront elles-mêmes être agrégées afin de fournir une valeur d'efficacité pour le réseau dans sa globalité.

Au niveau du sommet, l'agrégation est réalisée selon la procédure décrite en B.2.4. Dans la formule d'agrégation proposée, il nous faut préciser le type de pondération adoptée

ainsi que l'ensemble des relations à considérer. La pondération ne pose pas de problème en soi, puisque nous avons établi et justifié un système de pondération des relations adapté à notre cadre d'étude (cf B.2.2). L'ensemble des relations à considérer pose en revanche problème, car il est révélateur du rôle que l'on attribue aux réseaux en termes d'aménagement.

Pour un sommet S_i donné, les valeurs d'éloignement que nous devons agréger concernent les relations dont S_i est origine, c'est-à-dire l'ensemble des relations $(i \rightarrow j)_{j \neq i}$. Parmi celles-ci, nous devons en extraire un sous-ensemble K sur lequel l'agrégation sera effectivement réalisée. En pratique, le choix se joue entre deux ensembles fondamentalement différents :

- le premier considère le sous-ensemble réduit à la relation réalisant le score d'éloignement le plus élevé, autrement dit, l'agrégation revient à considérer le maximum des éloignements constatés depuis le sommet S_i ,
- le second considère la totalité des relations $(i \rightarrow j)_{j \neq i}$ et conduit finalement à effectuer une moyenne pondérée des éloignements depuis le sommet S_i .

Comme nous l'annonçons plus haut, ces deux principes d'agrégation reposent sur des visions fondamentalement différentes en termes d'aménagement des réseaux (voir par exemple [Auray *et al.*, 1994] ou [Chapelon, 1997]).

L'agrégation par le maximum s'apparente à une politique d'*équité spatiale* dont le souci est de considérer le lieu le plus difficilement accessible (ici en isolant la valeur d'éloignement la plus élevée) et d'œuvrer en conséquence pour le désenclaver grâce à l'organisation des réseaux.

À l'inverse, l'agrégation par la moyenne s'apparente à une politique d'*efficacité spatiale* dont le principe est de considérer l'ensemble de l'espace par sommation des utilités retirées des réseaux (ici en sommant et en moyennant les valeurs d'éloignement) et d'orienter ainsi les aménagements pour augmenter cette utilité globale.

En ce qui nous concerne, notre choix se porte sur une agrégation par moyenne, car celle-ci répond à notre exigence initiale de mesurer l'efficacité du réseau pour mettre en relation l'ensemble des lieux d'un territoire – ici depuis un sommet donné (cf Figure 96). Dans le contexte de risques qui nous intéresse, la totalité de l'espace d'emprise du réseau est ainsi prise en compte, et la mesure obtenue fournit un « cliché » de l'efficacité globale du réseau pour atteindre cet espace depuis n'importe quel lieu donné.

L'efficacité du réseau pour mettre en relation deux sommets est donnée par la longueur de plus court chemin entre ceux-ci. L'agrégation au niveau des composantes du graphe est réalisée par moyenne pondérée :

$$\text{éloignement moyen depuis le sommet } S_i = \frac{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d(S_i, S_j)}{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j}}$$

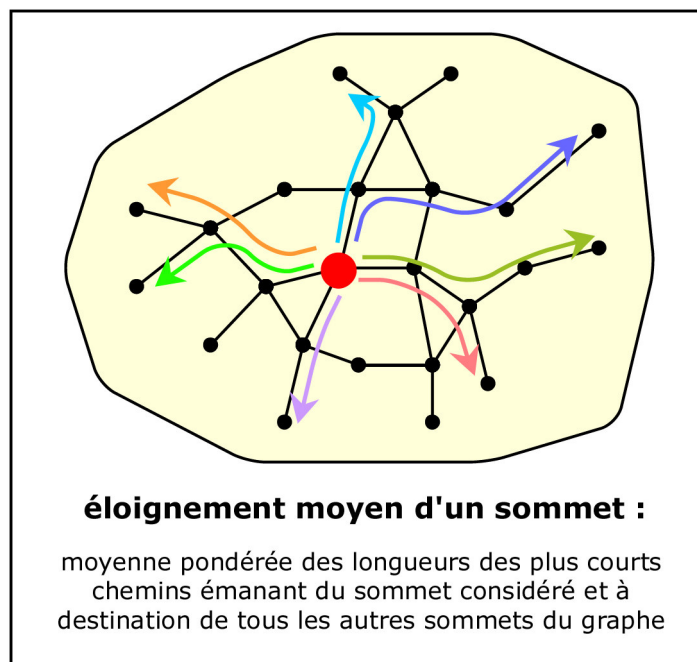


Figure 96 : principe de l'indice d'éloignement moyen d'un sommet

Cette mesure est couramment employée dans les études de géographie – aux transformations et aux pondérations près – pour évaluer la position relative des lieux desservis par un réseau. Conformément aux termes déjà introduits au niveau relationnel, on parle selon les cas d'*accessibilité moyenne* ou de *centralité de proximité*. Le terme plus général d'*éloignement moyen* a retenu nos faveurs, car celui-ci est simple à comprendre et résume bien le critère que nous avons choisi pour mesurer l'efficacité au niveau des composantes et du graphe tout entier.

L'étude d'accessibilité menée par [Muraco, 1972] pour apprécier l'évolution des réseaux urbains d'Indianapolis et de Columbus consécutivement aux aménagements survenus entre 1954 et 1965 (cf annexe III) est une bonne illustration de l'indice d'éloignement moyen et de sa portée théorique (cf Figure 423 page 780 et Figure 450 page 796). Cette étude se rapproche de nos préoccupations en comparant les configurations d'un même réseau ayant évolué dans le temps : ici, l'évolution n'est pas due à un endommagement (dégradation) mais à un aménagement (extension) du réseau – notons au passage que les études associées reposent sur les mêmes principes, car elles sont interchangeables par simple inversion de l'axe temporel.

En pratique, l'auteur cartographie les éloignements moyens des différents sommets avant et après aménagements. Les cartes obtenues révèlent alors les gains d'accessibilité récupérés en périphérie (notamment au nord-ouest et au sud-est d'Indianapolis d'une part, et au sud de Columbus d'autre part) ainsi que l'ambitionnaient initialement les projets d'aménagement.

En ce qui nous concerne, nous n'en sommes pas encore à l'étude comparative des différentes configurations d'un même réseau. L'exemple des aménagements des villes d'Indianapolis et de Columbus laisse cependant bien augurer de la portée de l'indice d'efficacité que nous proposons au travers de la notion d'éloignement moyen.

Dans l'exemple du métro parisien, l'agrégation des éloignements depuis la station Voltaire donne une valeur d'éloignement moyen de 19mn05s. L'itération de ce calcul pour chacune des stations du réseau donne la carte⁴⁵ des éloignements moyens présentée en Figure 97.

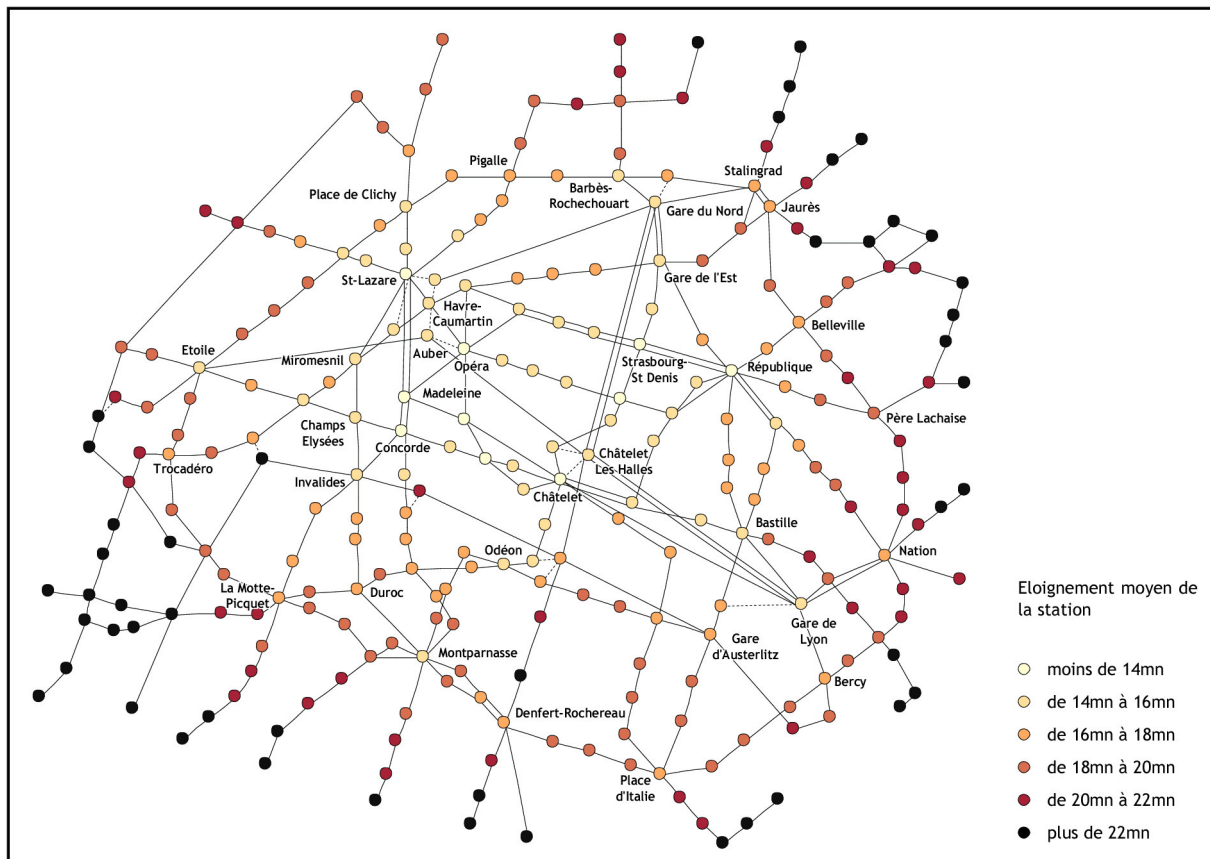


Figure 97 : efficacité relative du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux depuis chacune des stations

De même que les valeurs d'éloignement en provenance d'une station révélaient les singularités du réseau autour de cette station, les valeurs d'éloignement moyen mettent en évidence ici l'anisotropie du réseau et la présence de stations ou de portions de lignes jouant des rôles particuliers.

Nous noterons entre autre l'éclatement du centre (au sens de l'accessibilité) autour de Châtelet, St-Lazare, République et le quartier Madeleine, la présence de directions privilégiées (direction est-ouest sur la rive droite autour des lignes 1, 14 et A, et direction nord-sud autour de la ligne 4), et une mauvaise desserte des quartiers sud-ouest, nord-est ainsi que des stations isolées sur les parties périphériques du RER.

⁴⁵ À titre indicatif, nous donnons en Figure 504 (cf page 829) la carte des éloignements maximaux, correspondant pour chaque station au maximum des éloignements avec les autres stations. Ce résumé répond à la politique d'*équité spatiale* que nous avons décrite plus haut, mais que nous avons écartée compte-tenu des objectifs de notre travail.

Les valeurs d'éloignement moyen calculées au niveau de chacun des sommets ne peuvent en aucun cas remplacer l'information que renferme la collection des longueurs de plus court chemin pour l'ensemble des relations envisageables. Leur cartographie donne néanmoins un aperçu de l'efficacité du réseau à mettre en relation les différents lieux de l'espace entre eux.

Comme annoncé plus haut, le dernier niveau d'analyse appréhende enfin le réseau dans sa totalité. L'efficacité du réseau est éprouvée ici à travers la collection des valeurs d'éloignement de toutes les relations envisageables.

Formellement, l'information sur l'ensemble des éloignements est donnée par la famille des valeurs $d(S_i, S_j)_{i \neq j}$ pour toute paire de sommets (S_i, S_j) :

accessibilité }
 proximité } moyen(ne) sur le réseau = fonction $\{ d(S_i, S_j) / i = 1 \dots N, j = 1 \dots N, j \neq i \}$
 éloignement }

Dans la même logique d'efficacité spatiale que celle invoquée précédemment, nous agrégeons l'ensemble exhaustif de ces valeurs par une moyenne pondérée, conformément à l'approche multiniveau échafaudée en B.2.4.

La moyenne pondérée des longueurs de plus court chemin sur l'ensemble des relations envisageables correspond à l'éloignement moyen sur le réseau :

$$\text{éloignement moyen sur le réseau} = \frac{\sum_{\substack{i,j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j} \cdot d(S_i, S_j)}{\sum_{\substack{i,j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j}}$$

Elle est cohérente par construction, car elle est également égale à la moyenne pondérée des éloignements moyens mesurés depuis chacun des sommets :

$$= \frac{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d(S_i, S_j) \right)}{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \right)} = \frac{\sum_i p_i \cdot \text{éloignement moyen depuis } S_i}{\sum_i p_i}$$

Elle est un indicateur global d'efficacité à l'échelle du réseau et renseigne ainsi de manière très sommaire sur l'accessibilité relative des différents lieux de l'espace d'emprise du réseau.

Selon ce protocole, nous mesurons les valeurs d'éloignement moyen sur les réseaux soumis à l'étude (cf chapitre B.3 et annexe X) et nous les recensons dans le Tableau 27.

Tableau 27 : efficacité relative des différents réseaux d'étude dans la mise en relation de tous les lieux sur lesquels ils sont en emprise

Réseau	Eloignement moyen
réseau de métro parisien intra-muros	18mn58s
réseau routier orléanais	3km580
réseau routier français	5h36mn
réseau routier européen	23h45mn
trame triangulaire	2,34 unités
trame carrée	3,33 unités
trame hexagonale	4,59 unités
réseau routier d'Indianapolis en 1954	1,84km
réseau routier d'Indianapolis en 1965	1,80km
réseau routier de Columbus en 1954	18,75km
réseau routier de Columbus en 1965	17,46km
réseau fluvial russe	424,57km
réseau routier français simplifié	491,97km

Cette grandeur s'interprète très simplement : par exemple, si l'on prend la valeur calculée pour le réseau routier français (5h36mn, d'après le Tableau 27), cela signifie qu'une relation sélectionnée au hasard sur ce réseau est réalisée en moyenne en un temps de 5h36mn. Par construction, le tirage aléatoire de la relation doit respecter le jeu des pondérations que nous avons échafaudé en B.2.2. Celui-ci attribuant aux sommets des poids proportionnels à leurs cellules de Voronoï, tout se passe comme si les origine et destination de la relation tirée au hasard correspondaient aux sommets du réseau les plus proches d'un couple de points tirés aléatoirement sur l'espace d'emprise du réseau (cf le principe des pondérations en Figure 76 page 205).

Au bout du compte, nous disposons d'une mesure d'efficacité du réseau adaptée à notre besoin, tant au niveau conceptuel (l'efficacité est d'autant meilleure que les mises en relation sur le réseau s'effectuent sur des chemins courts) qu'au niveau formel (l'efficacité est une grandeur observable au niveau relationnel, puis par agrégations successives aux niveaux de la composante et du réseau tout entier).

En mesurant l'efficacité à partir du positionnement relatif des sommets selon leurs distances-réseau, l'indice d'éloignement moyen se rapproche, dans ses grandes lignes, du principe de l'anamorphose multipolaire (voir le Document 5, ou, pour plus de détails, les travaux de [Tobler, 1994] ou de [Cauvin, 1997]) : le but de celle-ci est en effet de distribuer les sommets du réseau sur un espace à deux dimensions de sorte que le positionnement spatial relatif de ces sommets reflète le plus fidèlement possible leurs éloignements relatifs constatés sur le réseau.

On dispose d'un semis de sommets géoréférencés et reliés par un réseau. La logique des plus courts chemins entre paires de sommets sur le réseau induit une position relative des sommets différente de la représentation euclidienne.

Dans ce contexte, il s'agit de déplacer les sommets dans l'espace tout en conservant la topologie du réseau, de sorte que les nouvelles distances euclidiennes soient le plus représentatives des distances-réseau.

Naturellement, le système est

extrêmement contraint ($2n$ coordonnées pour satisfaire $n.(n-1)$ distances) – autant dire que le problème n'a presque sûrement pas de solution exacte. On se ramène donc à un problème d'optimisation, consistant à agencer les sommets de manière à minimiser les écarts entre distances euclidiennes et distances-réseau.

Nota : A contrario, lorsque le réaménagement des sommets se fait – non pas relativement entre eux – mais relativement à un sommet de référence, on parle d'« anamorphose unipolaire ».

Document 5 : principe de l'anamorphose multipolaire

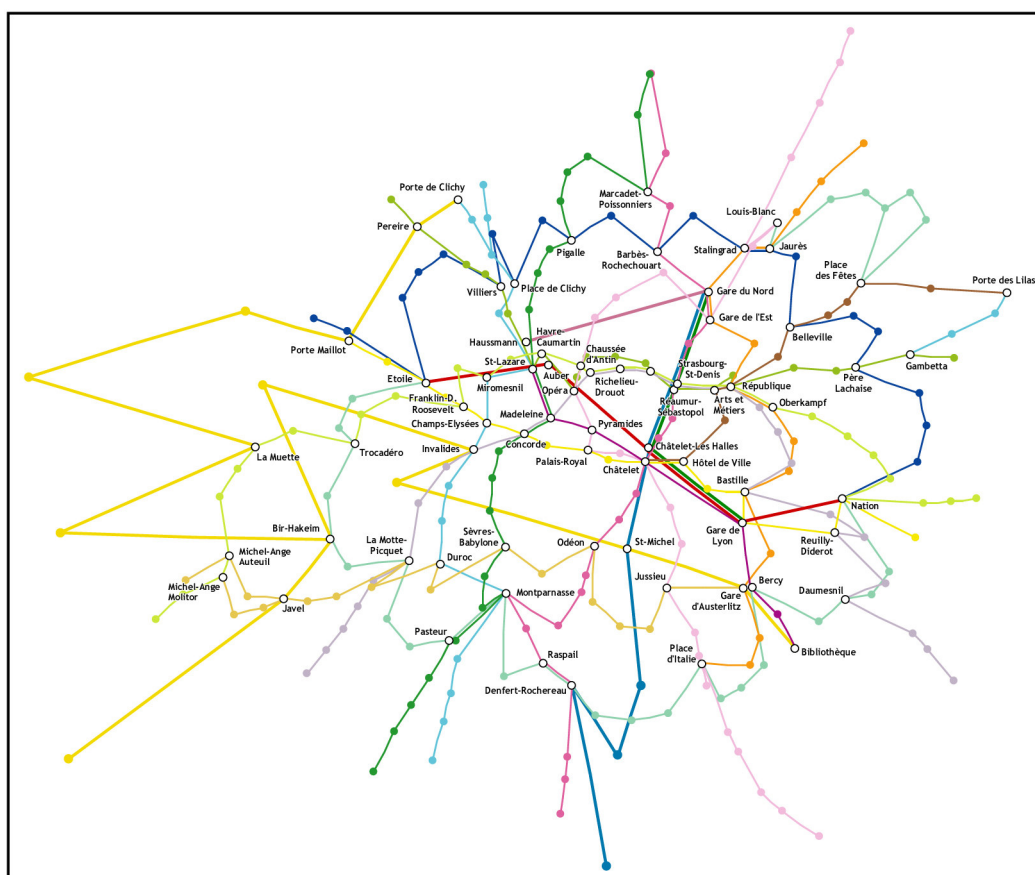


Figure 98 : anamorphose multipolaire du réseau de métro parisien

En d'autres termes, l'anamorphose illustre au mieux la déformation spatiale induite par le réseau et son système de mise en relation selon les plus courts chemins. La Figure 98 présente l'anamorphose que nous avons obtenue⁴⁶ sur le réseau de métro parisien

⁴⁶ Nous avons utilisé la procédure prévue à cet effet par le logiciel de statistiques S⁺ (procédure « cmdscale » – Classical Metric Multi-Dimensional Scaling)

compte-tenu des meilleurs temps de parcours observés entre les différentes paires de stations.

La comparaison de l'anamorphose (cf Figure 98) et de la trame réelle (cf Figure 85 page 229) du réseau de métro parisien met en évidence les facilités et les obstacles relationnels induits par la structure du réseau. Cette comparaison soulève un problème inhérent à l'étude structurelle des réseaux, à savoir la mise en balance des propriétés structurelles intrinsèques des réseaux et des effets de leur implantation spatiale.

La mesure de l'efficacité par le calcul de l'indice d'éloignement moyen sur le réseau d'étude est de fait *relative*, car elle s'appuie sur le positionnement relatif des sommets résultant des longueurs de plus court chemin observées sur le réseau sans corriger les effets induits par leur distribution spatiale.

Nous avons abordé cette question dans la partie B (cf B.2.1) et nous l'avons à nouveau évoquée en introduction de la présente section. Dans ce contexte, il s'agit maintenant de nuancer la définition de l'efficacité en supprimant le biais dû au positionnement spatial des sommets : nous allons pour cela faire appel au principe du réseau de référence présenté en B.2.1 et étendre la notion d'efficacité relative à celle d'efficacité absolue.

C.1.1.2 L'EFFICACITÉ ABSOLUE - LA COMPARAISON DES EFFICACITÉS RELATIVES DU RÉSEAU D'ÉTUDE ET DU RÉSEAU DE RÉFÉRENCE ASSOCIÉ

Si l'on consulte la carte des éloignements moyens relevés sur les stations du métro parisien (cf Figure 97), il se dégage :

- une tendance générale selon laquelle les stations sont globalement d'autant plus accessibles qu'elles sont proches du centre géographique de la ville,
- des singularités locales conférant à certaines stations des accessibilités plus avantageuses – ou au contraire plus défavorables – que celles que l'on attendrait compte-tenu de cette tendance générale.

Ces singularités sont particulièrement visibles lorsque l'on trace les lignes de niveaux associées aux différentes fourchettes d'éloignement moyen sur la Figure 97. Le résultat obtenu en Figure 99 montre en effet que les différentes lignes ne s'organisent pas selon des ovales concentriques réguliers (ceux que l'on observe sur le réseau de référence associé – cf Figure 100), mais sont au contraire déformées au gré des avantages et des inconvénients relationnels conférés par le réseau.

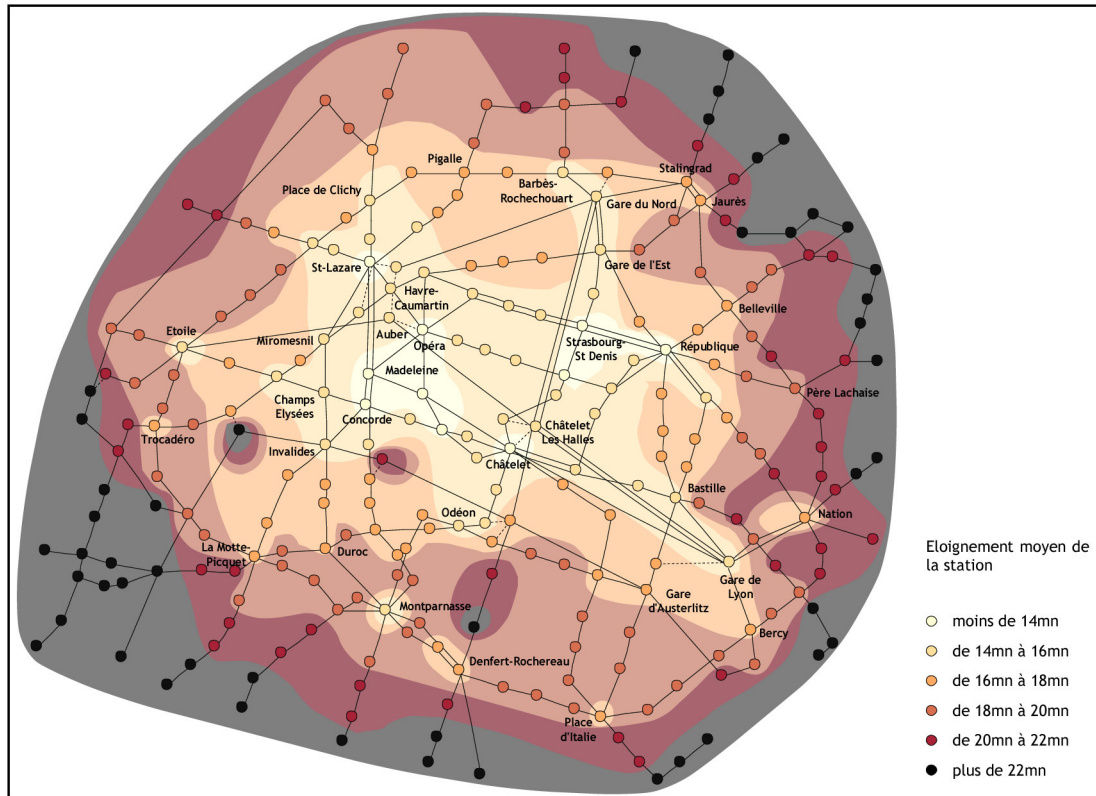


Figure 99 : éloignement moyen depuis chacune des stations du réseau de métro parisien (cf Figure 97) et lignes de niveau associées

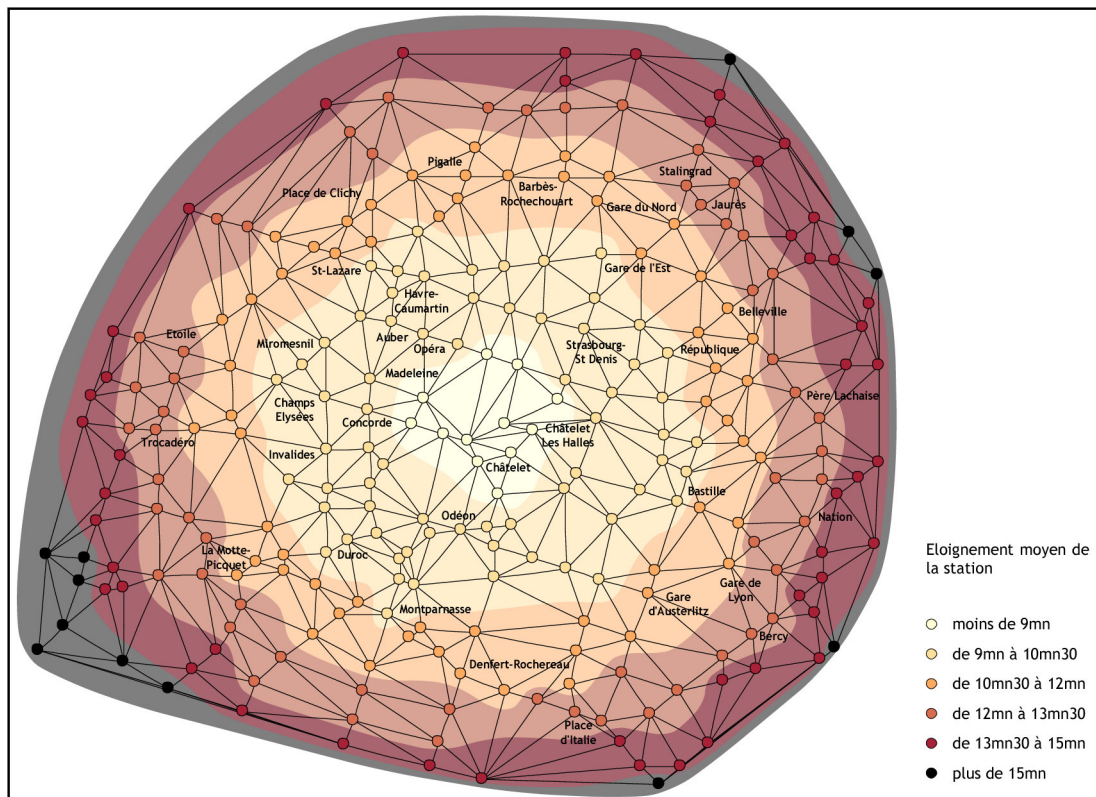


Figure 100 : éloignement moyen depuis chacune des stations du réseau de référence associé au réseau de métro parisien, et lignes de niveau associées (à comparer avec la Figure 99)

Notons à titre d'exemple les gains d'accessibilité de certaines stations particulièrement bien reliées sur les circulaires (Étoile, Nation, Montparnasse, Raspail, Denfert-Rochereau, Place d'Italie, Barbès-Rochechouart, Place de Clichy), et au contraire les difficultés d'accès à certaines stations pourtant relativement centrales (les stations Pont de l'Alma et Musée d'Orsay sur le RER C, et les stations simples de la ligne 10).

Ainsi que le suggèrent la Figure 99 et la Figure 100, les singularités peuvent être mises en valeur en comparant le réseau d'étude avec le réseau de référence associé, conformément aux principes que nous avons énoncés en B.2.1.

La comparaison d'efficacités ou de grandeurs connexes entre un réseau réel et un réseau idéalisé a déjà été abordée dans le cadre d'études contextuelles sur les réseaux de transport. Le propos de telles études est en effet d'évaluer l'efficacité d'un réseau en prenant explicitement en compte le tracé de ses tronçons (comparaison des distance euclidienne et distance-réseau) et la qualité de ses infrastructures (modalités de parcours sur le réseau). À ce titre :

- [Robert, 2000] propose de calculer d'une part un indice d'efficacité en divisant le coût de chaque relation par la distance euclidienne séparant les extrémités de cette relation, et d'autre part un indice de qualité en divisant ce même coût par la distance kilométrique parcourue ;
- dans la même veine, [Chapelon, 1997] compare les plus courts chemins avec les distances euclidiennes (notion de circuité kilométrique) et les meilleurs temps de parcours avec les meilleures distances-réseau (notion de circuité temporelle) ;
- [Cattan & Grasland, 1997] proposent de considérer simultanément tracé et qualité du réseau grâce à la vitesse euclidienne – rapport entre la distance euclidienne corrigée⁴⁷ et le meilleur temps de parcours constaté sur le réseau.

En regard de ces études, la comparaison que nous proposons d'effectuer avec le réseau de référence tel qu'il est défini en B.2.1 intègre à la fois :

- la question du tracé des tronçons en construisant le réseau de référence sur les plus courts chemins de la triangulation de Delaunay, dont nous avons vu qu'ils approchent très bien les distances euclidiennes,
- la question de la qualité de l'infrastructure en attribuant à tous les tronçons du réseau de référence les meilleures modalités de parcours.

Il s'agit donc ici de comparer l'efficacité relative du réseau avec l'efficacité relative du réseau de référence associé – c'est-à-dire du réseau sur lequel les relations sont réalisées (quasi-)euclidiennement selon le meilleur mode de déplacement. De cette manière, nous évaluons l'apport exclusif du réseau dans la mise en relation des lieux, indépendamment de leur positionnement spatial *a priori* : l'efficacité relative est ainsi étendue à la notion d'efficacité absolue, circonscrite aux seuls effets réseau.

⁴⁷ distance euclidienne corrigée = distance euclidienne multipliée par un coefficient de sinuosité (1,3) rendant réaliste l'hypothétique liaison routière directe entre les deux extrémités de la relation

En pratique, les comparaisons évoquées plus haut sont évaluées par ratios – par exemple, la circuité kilométrique rapporte la distance kilométrique à la distance euclidienne, et s'exprime ainsi comme une grandeur sans unité, d'autant plus grande que le détour occasionné par le tracé du réseau est important.

Au niveau élémentaire d'une relation $S_i - S_j$, la comparaison que nous sommes amenés à faire concerne la distance-réseau $d(S_i, S_j)$ de cette relation et son équivalent $d^*(S_i, S_j)$ sur le réseau de référence associé. [Fernique, 2003] cite à cet effet deux règles de comparaison :

- la différence : la grandeur associée est l'indice de Kansky (cf [Kansky, 1989]) et correspond au carré de la différence des distances comparées :

$$\kappa_{ij} = [d(S_i, S_j) - d^*(S_i, S_j)]^2$$

- le ratio : la grandeur associée a déjà été introduite en B.2.1 pour valider la triangulation de Delaunay comme réseau de référence – il s'agit bien sûr de la notion de dilatation :

$$\delta_{ij} = \frac{d(S_i, S_j)}{d^*(S_i, S_j)}$$

[Fernique, 2003] porte ses préférences pour l'indice de dilatation, car celui-ci relativise la longueur des détours (au contraire de l'indice de Kansky qui accorde la même valeur à un chemin de 850km entre deux villes distantes de 800km et à un chemin de 100km entre deux villes distantes de 100km).

Ce choix relève finalement de critères très subjectifs : l'efficacité absolue doit elle finalement s'exprimer comme une différence ou comme un ratio ?

Pour notre part, nous avons écarté la dilatation et nous avons retenu le principe de l'indice de Kansky en considérant – non pas la différence quadratique – mais la différence simple entre la distance-réseau et la distance équivalente sur le réseau de référence :

$$\text{efficacité absolue du réseau dans la relation } S_i - S_j = d(S_i, S_j) - d^*(S_i, S_j)$$

Ce choix est justifiée par deux arguments :

- la différence des efficacités relatives des deux réseaux s'exprime dans la même unité que celles-ci et se comprend simplement comme le détour occasionné par le réseau par rapport à la configuration *idéale* (ou, à défaut, *de référence*) ;
- cette différence peut être agrégée aux niveaux supérieurs (c'est-à-dire au niveau des sommets, puis au niveau du graphe tout entier) conformément aux processus établis

en B.2.4, et par linéarité, les différences des efficacités relatives agrégées sont égales aux différences agrégées des efficacités relatives⁴⁸.

L'efficacité absolue d'un réseau dans la mise en relation des lieux sur son espace d'emprise est donnée à tous les niveaux par la différence des efficacités relatives mesurées respectivement sur ce réseau et sur le réseau de référence associé.

La Figure 101, la Figure 102 et la Figure 103 illustrent cette notion en reprenant respectivement les évaluations d'efficacité au niveau d'une relation élémentaire, d'une station et de l'ensemble des stations, effectuées en Figure 93, Figure 94 et Figure 97 sur le réseau de métro parisien.

Les résultats obtenus révèlent en effet les apports du réseau dans la mise en relation des lieux.

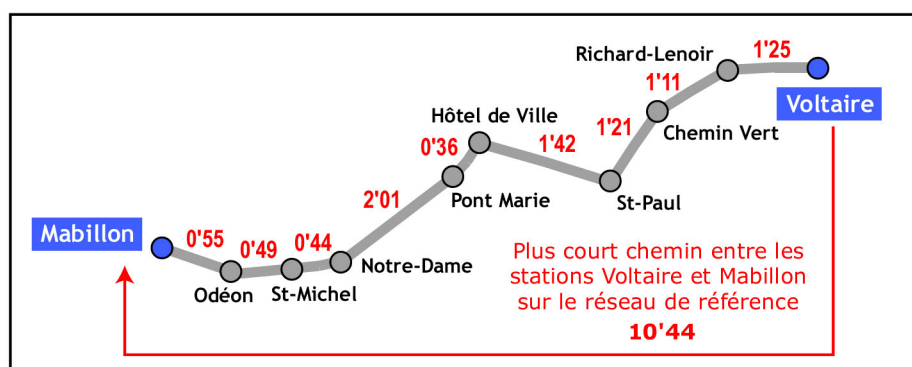


Figure 101 : plus court chemin et temps de parcours associé entre les stations Voltaire et Mabillon sur le réseau de référence associé au réseau de métro parisien - l'écart entre ce temps et le temps relevé sur le réseau normal (cf Figure 93) évalue l'efficacité absolue du réseau de métro parisien pour la relation en question

À l'échelle de la station Voltaire (cf Figure 102), il apparaît ainsi que le réseau facilite naturellement les trajets à destination des stations de la même ligne, mais également à destination des stations d'autres lignes pour peu que ces dernières composent avec la ligne 9 des trajets changeant peu de cap (par exemples les lignes 3 et 8 en correspondance à République et la ligne 6 en correspondance à Nation). En revanche, le réseau ne facilite pas l'accès des stations de la rive gauche depuis Voltaire – ce que l'on pouvait deviner étant donné la structure locale de la trame autour de la station (la ligne est orientée vers le nord de la ville et offre peu de correspondances rapides avec les lignes de la rive gauche).

⁴⁸ Malgré son énoncé un peu barbare, cette propriété est très simple : elle garantit entre autre que le calcul de l'efficacité absolue du réseau à l'échelle d'un sommet donné peut être réalisé par agrégation des efficacités absolues associées aux relations impliquant ce sommet, mais aussi par différence des efficacités relatives de ce même sommet mesurées sur le réseau d'étude et sur le réseau de référence associé. Cette propriété est importante, car elle démontre la cohérence de cet indice à tous les niveaux.

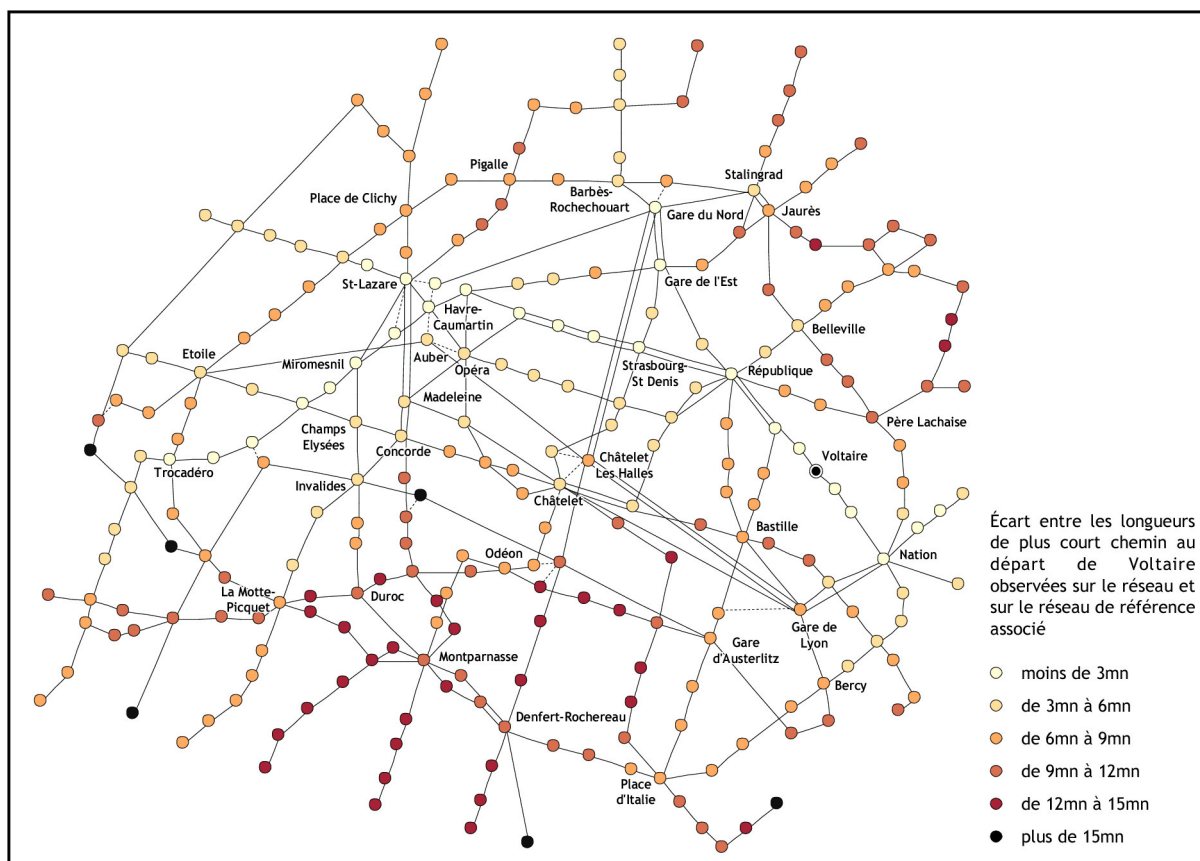


Figure 102 : efficacité absolue du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux depuis la station Voltaire

À l'échelle du réseau (cf Figure 103), l'agrégation des résultats station par station révèle les avantages et désavantages conférés par le réseau aux différents lieux de l'espace en termes d'accessibilité. Ainsi observe-t-on la position privilégiée du centre précédemment identifié autour du quartier Madeleine, mais également des stations des lignes radiales 14, 1 et 4 (en partie). À l'inverse, il semble ici que la mauvaise accessibilité des quartiers sud-ouest et nord-est que nous annonçons plus haut n'est pas due qu'à leur excentricité spatiale, mais également à la mauvaise configuration du réseau.

Ces résultats peuvent être eux-mêmes agrégés et produire un indicateur global d'efficacité absolue du réseau. En l'occurrence, la moyenne pondérée des différences d'éloignements moyens constatées pour chaque station avec le réseau de référence est égale à 7mn09s. Cette différence, ramenée à l'efficacité du réseau de référence (11mn50s), révèle que le réseau de métro parisien occasionne en moyenne des détours relatifs de 60% par rapport à des liaisons (quasi-)idéales. Nous aurons l'occasion d'exploiter plus avant ce type d'indicateur dans l'analyse de vulnérabilité, lorsqu'il sera question de comparer plusieurs configurations d'un même réseau.

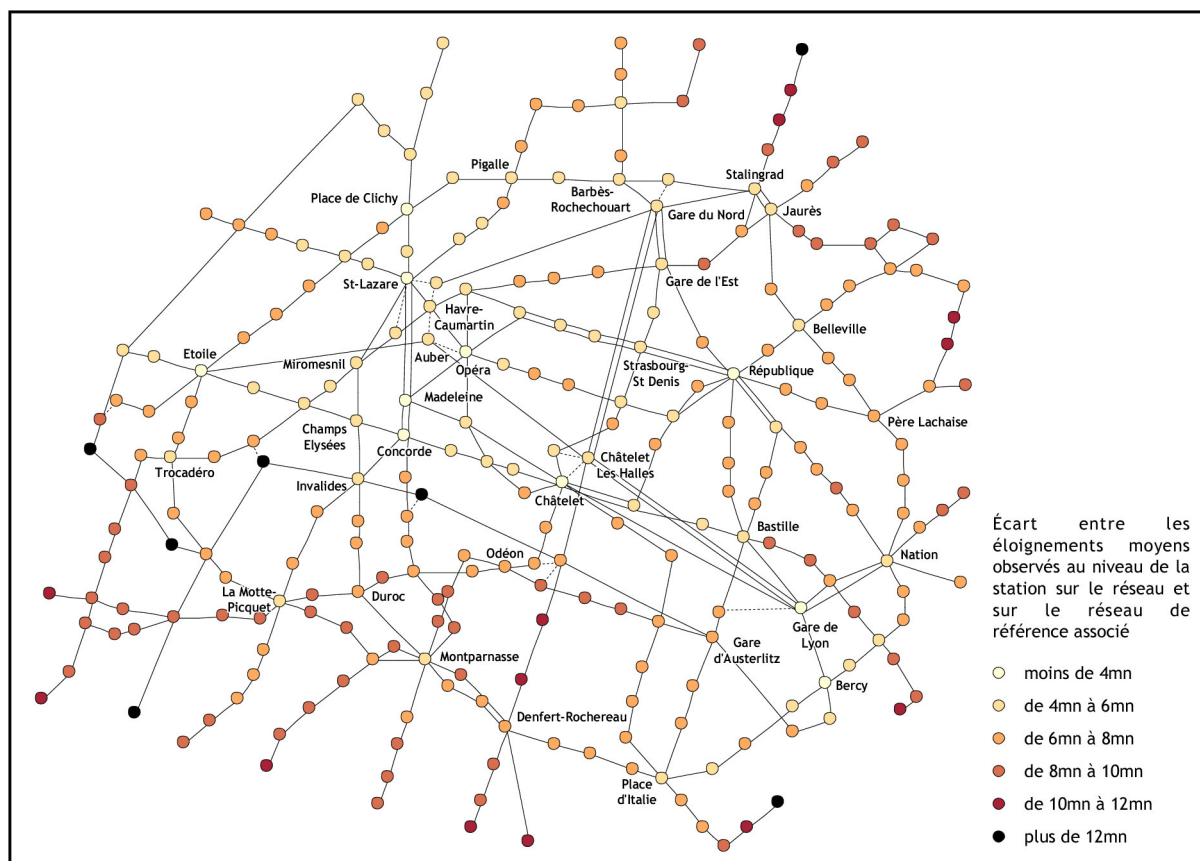


Figure 103 : efficacité absolue du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux depuis chacune des stations

La comparaison de l'efficacité relative du réseau d'étude avec celle de son réseau de référence associé permet d'isoler les apports propres du réseau dans la mise en relation des sommets, indépendamment de leur localisation spatiale *a priori*.

En définitive :

- l'efficacité relative quantifie les potentialités relationnelles du réseau, c'est-à-dire les enjeux structurels du réseau,
- par comparaison avec le réseau de référence, l'efficacité absolue éclaire la compréhension de ces enjeux en faisant la part des facteurs explicatifs exogènes (l'implantation spatiale des sommets du réseau) et des facteurs explicatifs endogènes (la configuration du réseau).

Ces informations s'enrichissent mutuellement et n'entrent pas en conflit dans les évaluations ultérieures de la vulnérabilité : en anticipant quelque peu sur l'analyse théorique que nous ferons au chapitre C.2, la quantification de la vulnérabilité par comparaison des efficacités des réseaux normal et endommagés ne pose pas de problème quant au choix de la mesure d'efficacité adoptée. Si l'on compare en effet la configuration normale avec une configuration endommagée d'un même réseau, la différence des efficacités absolues est égale à la différence des efficacités relatives, et ce, à tous les niveaux :

$$\begin{aligned}
 & \text{efficacité absolue}_{\text{réseau endommagé}} - \text{efficacité absolue}_{\text{réseau normal}} \\
 = & \left[\text{efficacité relative}_{\text{réseau endommagé}} - \text{efficacité relative}_{\text{réseau de référence associé au réseau endommagé}} \right] \\
 & - \left[\text{efficacité relative}_{\text{réseau normal}} - \text{efficacité relative}_{\text{réseau normal}} \right] \\
 = & \text{efficacité relative}_{\text{réseau endommagé}} - \text{efficacité relative}_{\text{réseau normal}}
 \end{aligned}$$

car le réseau de référence associé à une configuration endommagée est, par construction, le même que celui associé à la configuration normale.

Munis de ces mesures, nous sommes capables d'évaluer les potentialités relationnelles d'un réseau et de les relier aux caractéristiques de sa trame, à savoir sa configuration topologique et géométrique d'une part, et à son implantation spatiale d'autre part. Afin de compléter ce préalable sur l'évaluation d'un réseau en tant que médiateur spatial, nous proposons maintenant de comprendre comment cette efficacité est produite, c'est-à-dire de voir comment les relations s'organisent en pratique sur le réseau.

C.1.2 « COMMENT LE RÉSEAU EST-IL SOLLICITÉ POUR REMPLIR SON RÔLE DE MÉDIATEUR ? » - LA NOTION DE CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE

L'efficacité d'un réseau est évaluée en regard des facilités qu'il offre pour relier les lieux entre eux. Parce qu'il s'agit d'efficacité, les liaisons sont naturellement envisagées selon la logique de plus court chemin : de fait, si l'on souhaite comprendre comment ce niveau d'efficacité est atteint, il faut observer et évaluer la répartition de l'ensemble des plus courts chemins sur le réseau.

Au niveau élémentaire d'une relation, la sollicitation d'une composante correspond au prorata des plus court(s) chemin(s) qui y transitent pour réaliser cette relation⁴⁹.

Par exemple, pour la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle sur le réseau de métro, il existe deux plus courts chemins (cf Figure 104), par conséquent les composantes impliquées⁵⁰ participent soit à la moitié, soit à la totalité de la relation. Ces proportions devraient formellement être pondérées par le poids de la relation – néanmoins, pour des

⁴⁹ La notion de degré est parfois utilisée en première approche pour rendre compte de la sollicitation des sommets d'un graphe. Pour notre part, nous avons d'emblée écarté cette notion, car elle ne décrit que le voisinage topologique immédiat des sommets sans prendre en compte la manière dont s'effectuent les relations sur le graphe. Pour illustration, nous donnons en Figure 503 (cf page 828) la carte des degrés des stations du réseau de métro parisien.

⁵⁰ Dans le cas du réseau de métro, nous avons vu en B.3.1 que la logique des correspondances nous contraignait à appréhender le réseau à un niveau inférieur incluant les sous-stations, les couloirs d'accès et les couloirs de correspondance. Les calculs effectués ici restituent les résultats au niveau supérieur grâce à des traitements additionnels simples. Dans l'exemple de la Figure 104, la proportion de chemins transitant par Odéon est de 0,5, car l'option 2 emprunte le couloir de correspondance entre les lignes 10 et 4, et ce couloir fait partie intégrante de la station en vertu de la modélisation par zoom nodal.

raisons de lisibilité, nous avons préféré représenter ici les résultats pour une relation unitaire.

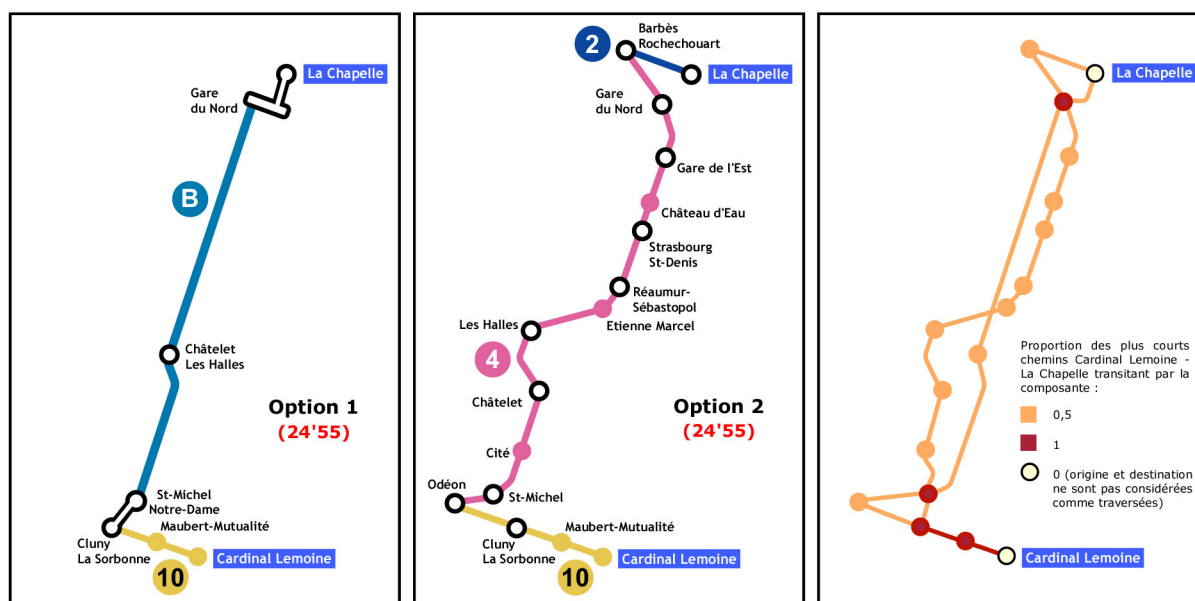


Figure 104 : détail des deux plus courts chemins entre les stations Cardinal Lemoine et La Chapelle (encadrés gauche et central), et proportion résultante des plus courts chemins transitant par les différentes composantes impliquées (encadré droit)

Cette information complète la notion d'efficacité – « combien ? » (soit, ici, la durée : 24'55) en donnant le détail des plus courts chemins – « comment ? ».

Au niveau des composantes (sommets et arêtes), l'agrégation est réalisée en cumulant les sollicitations pondérées sur l'ensemble des relations considérées.

L'indice associé relève de la notion de *centralité intermédiaire*, très largement utilisée dans tous les domaines exploitant la théorie des graphes⁵¹.

Dans sa définition première, la centralité intermédiaire est définie pour un sommet S_i et considère l'ensemble des relations pondérées unitairement entre toute paire de sommets $S_j - S_k$ du réseau d'étude ($j, k \neq i$) : elle correspond alors simplement à la proportion de plus courts chemins qui traversent S_i . Lorsqu'il existe plusieurs plus courts chemins entre deux sommets donnés, on ne comptabilise pas une relation à part entière dans le calcul d'intermédiarité des sommets qui les jalonnent, mais la proportion de chemins qui y passent effectivement, ainsi que nous avons procédé dans l'exemple de la Figure 104.

⁵¹ Pour une première approche théorique solide, nous renvoyons le lecteur aux travaux de [Wasserman & Faust, 1994] et [Freeman, 1979]. Il existe de nombreuses autres références abordant la question, non seulement d'un point de vue théorique (voir par exemple [Freeman *et al.*, 1991], [Everett & Borgatti, 1999], [Huriot & Perreur, 1994]), mais également d'un point de vue pratique (citons entre autre les travaux de [Borgatti, 1995] en sociologie et épidémiologie, [Chapelon, 1997] en géographie des transports, ainsi bien sûr que les travaux concernant les réseaux de transport présentés en annexe III, à savoir : [Pitts, 1965], [Muraco, 1972] et [Gleyze, 2001 (c)]).

Si l'on note $\sigma_{S_j S_k}$ le nombre de plus courts chemins allant de S_j à S_k ($j, k \neq i$), et $\sigma_{S_j S_k}(S_i)$ le nombre de ces plus courts chemins passant par le sommet S_i (cf notations en B.2.3), alors la centralité intermédiaire du sommet S_i est définie classiquement par la quantité :

$$\text{centralité intermédiaire du sommet } S_i = \frac{1}{(n-1) \cdot (n-2)} \cdot \sum_{j,k \neq i} \frac{\sigma_{S_j S_k}(S_i)}{\sigma_{S_j S_k}}$$

Notons que cette définition ne comptabilise aucune contribution au sommet S_i pour les relations qui impliquent ce sommet en tant qu'origine ou destination (ceci est formalisé par le principe de sommation exigeant j et k différents de i).

Ainsi définie, la centralité intermédiaire est une notion un peu trop rudimentaire :

- elle n'est définie que pour les sommets, alors que la comptabilisation des plus courts chemins est tout à fait réalisable sur les arêtes,
- elle applique implicitement des pondérations unitaires aux relations (le terme multiplicatif au devant de la somme n'est autre que le facteur de normalisation, égal à l'inverse nombre de relations considérées), alors que la forme de l'expression autoriserait n'importe quel autre système de pondération,
- elle envisage l'ensemble exhaustif de toutes les relations envisageables sur le graphe, alors que la sommation permet de moduler le jeu des relations effectivement prises en compte.

Conformément à ces remarques, nous proposons d'utiliser les versions étendues suivantes de la notion de centralité intermédiaire (cf Figure 105) :

<p>centralité intermédiaire du sommet S_i pour un ensemble E de relations =</p> $\frac{\sum_{\substack{\text{relation } k \in E \\ O_k, D_k \neq S_i}} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i)}{\sum_{\substack{\text{relation } k \in E \\ O_k, D_k \neq S_i}} p_k}$ <p>centralité intermédiaire de l'arête A_i pour un ensemble E de relations =</p> $\frac{\sum_{\text{relation } k \in E} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i)}{\sum_{\text{relation } k \in E} p_k}$
--

où O_k , D_k et p_k représentent respectivement l'origine, la destination et le poids de la relation k , et où $\rho_{O_k D_k}(\cdot)$ correspond à la proportion de plus courts chemins transitant par la composante spécifiée parmi l'ensemble de ceux réalisant la relation k (cf notations en B.2.3). Dans le contexte de notre étude, le poids p_k sera bien sûr conforme au système de pondération adopté en B.2.2.

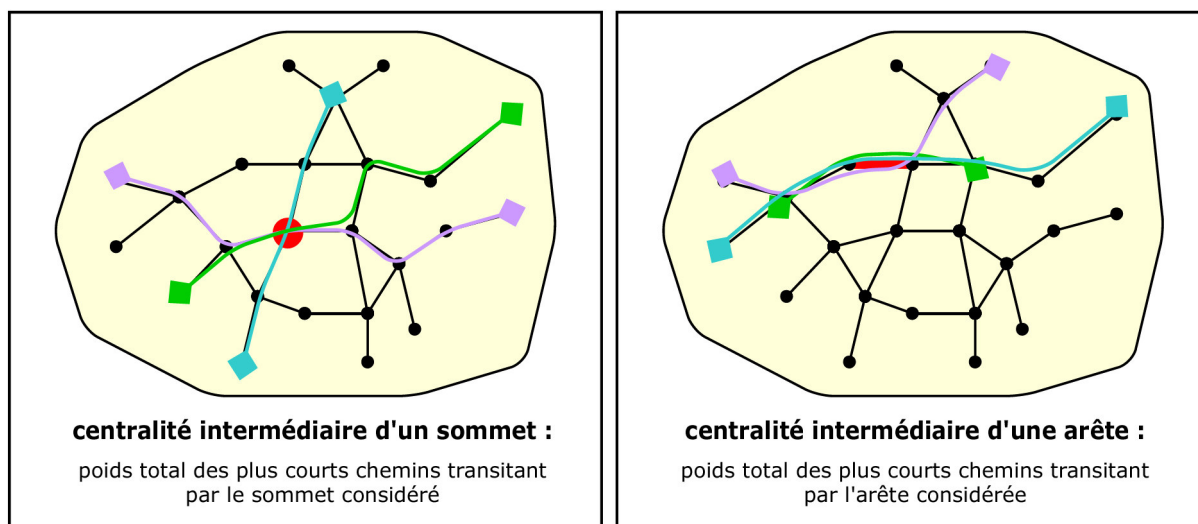


Figure 105 : principe de l'indice de centralité intermédiaire d'un sommet et d'une arête

De cette manière, nous pouvons quantifier la sollicitation des sommets et arêtes selon la logique des plus courts chemins pour toute collection de relations pondérées d'intérêt particulier.

Le lecteur aura sans doute remarqué que nous employons systématiquement le terme de *sollicitation* et non le terme plus naturel de *charge*.

De fait, si les pondérations des relations reflétaient des demandes en déplacement formulées par des usagers, et si le contexte de l'étude était effectivement fonctionnel, le terme de *charge* serait tout à fait approprié, car l'indice de centralité intermédiaire d'une composante correspondrait simplement au nombre d'usagers transitant par cette composante dans une logique de plus court chemin.

Néanmoins, la dimension de cet indice est tout autre dans le contexte structurel de notre étude, car il permet de comprendre l'efficacité relationnelle du réseau en détaillant les plus courts chemins qui en constituent le fondement selon les termes énoncés en C.1.1.

Pour le calcul pratique de l'indice de centralité intermédiaire, nous renvoyons le lecteur à l'annexe VI. Celle-ci présente un algorithme effectuant le calcul combiné des plus courts chemins et de la centralité des composantes selon une complexité très avantageuse (en $O(n.(m + n))$ ou $O(n.(m + n.\log n))$). L'algorithme est issu des travaux de [Brandes, 2000] – nous l'avons adapté de manière à pouvoir d'une part intégrer la pondération des sommets et la valuation des arêtes, et d'autre part calculer la centralité intermédiaire des arêtes.

Nota : De même que pour l'indice d'éloignement moyen, l'indice de centralité intermédiaire sur le réseau d'étude peut être comparé avec l'indice de centralité intermédiaire sur le réseau de référence afin de faire la part des effets spatiaux et des effets réseau intervenant dans la répartition des plus courts chemins sur le réseau d'étude (cf B.2.1.4). Pour cet indice – ainsi que pour les indices que nous verrons dans la

suite – nous laissons désormais le soin au lecteur de consulter en parallèle les indices issus de la comparaison avec le réseau de référence (les cartes se trouvent pour la plupart en annexe X).

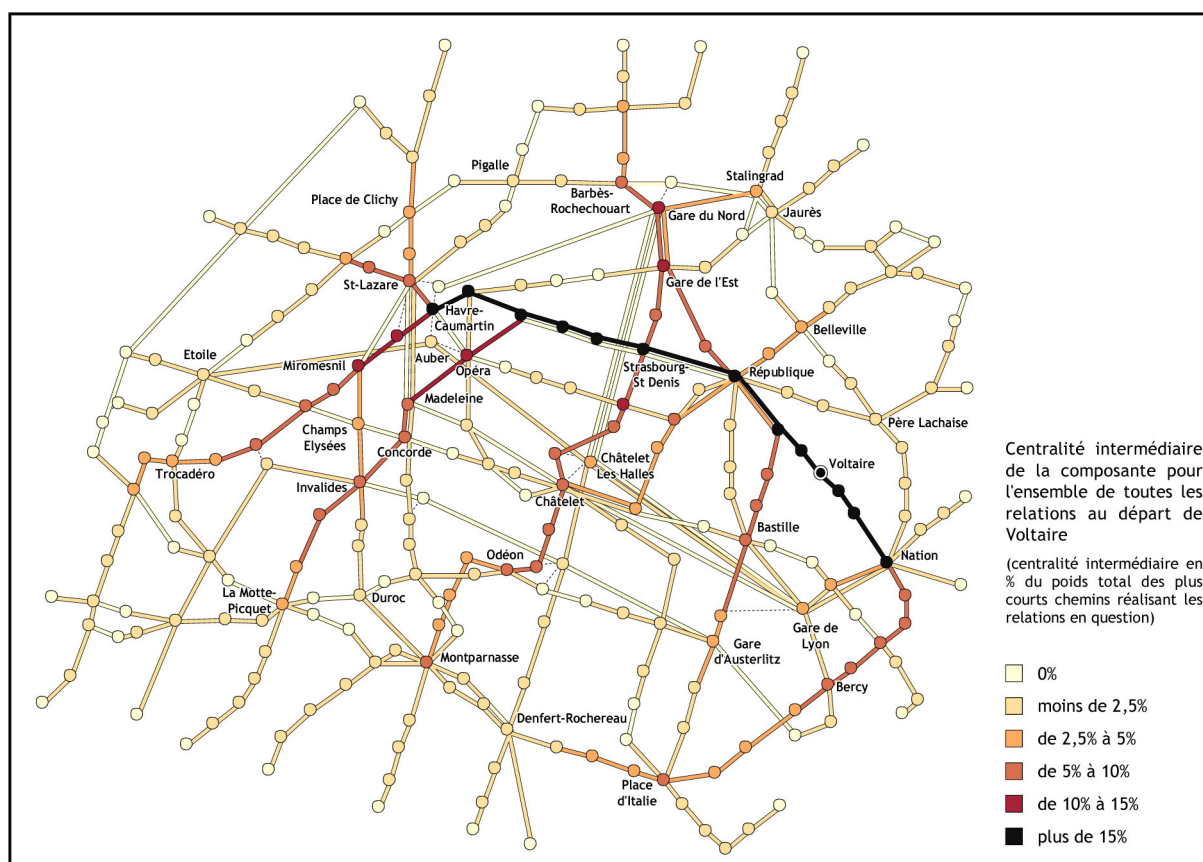


Figure 106 : centralité intermédiaire des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux depuis la station Voltaire

Sur le réseau du métro parisien, nous avons par exemple mesuré la centralité intermédiaire des sommets et arêtes pour l'ensemble des relations au départ de la station Voltaire (cf Figure 106 et Figure 506 page 830 pour la comparaison avec le réseau de référence). Les résultats obtenus confirment notre première analyse sur les éloignements (cf Figure 94 page 255) en révélant explicitement l'arborescence des déplacements depuis cette station.

En considérant l'ensemble de toutes les relations pondérées envisageables sur ce même réseau, nous obtenons l'indice de centralité intermédiaire de toutes les composantes à l'échelle du réseau. La Figure 107 présente ainsi les résultats obtenus sur le réseau de métro parisien (voir aussi la Figure 507 page 830 pour la comparaison avec le réseau de référence). De même que la Figure 106 et la Figure 94 se répondaient pour évaluer et comprendre l'efficacité des relations au départ d'une station donnée, la Figure 107 vient compléter la Figure 97 (cf page 259) en indiquant les nœuds et les axes qui produisent l'efficacité du réseau en supportant les plus courts chemins (voir par exemple [Gleyze, 2003 (a)]).

Les centres précédemment identifiés (Châtelet, St-Lazare, République, quartier Madeleine) enregistrent ici de fortes valeurs de centralité intermédiaire, en raison principalement du nombre élevé de lignes qui les traversent. Bien que moins accessibles, d'autres stations sont également fortement sollicitées pour les mêmes raisons (Montparnasse et La Motte-Picquet sur la circulaire sud, Place de Clichy, Pigalle, Barbès-Rochechouart et Stalingrad sur la circulaire nord).

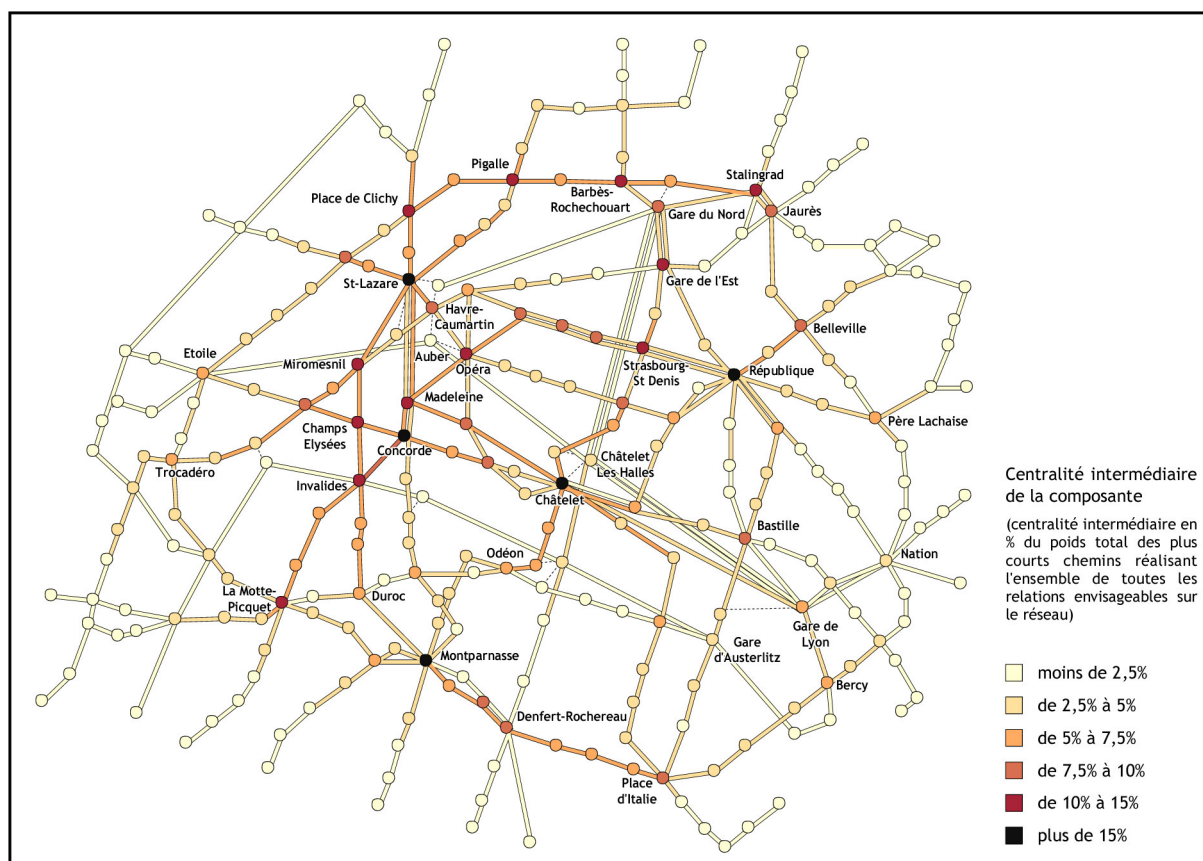


Figure 107 : centralité intermédiaire des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Les axes principaux s'articulent d'une part autour du pool de stations du quartier Madeleine-Opéra-St Lazare (lignes 8, 13 et 14), d'autre part selon des directions plus générales est-ouest (ligne 1 au centre, lignes 2 et 6 en périphérie) et nord-sud (ligne 4). Les rôles de la ligne 14 et surtout du RER A ne sont pas aussi importants que nous le supposions initialement au vu des résultats d'éloignement moyen. Certes, les stations de ces lignes sont aisément accessibles en raison du grand nombre de correspondances qui en jalonnent le parcours. Néanmoins, le rôle très relatif de la ligne 14 et des RER mis en évidence ici démontre la portée fonctionnelle et non structurelle de ces lignes : en l'occurrence, elles n'ont pas le rôle de desserte urbaine qui a orchestré la création du réseau à la fin du XIX^{ème} siècle – au contraire, elles ont été aménagées plusieurs décennies plus tard pour répondre à des demandes fonctionnelles (*ie* liaisons avec les banlieues pour les RER, et délestage du RER A pour la ligne 14).

L'observation de la centralité intermédiaire sur les autres exemples d'étude révèle également des points intéressants sur la structure du *réseau-médiateur* (voir les cartes associées en annexe X). En particulier :

→ sur le réseau routier français

Les singularités mises en évidence par l'indice de centralité intermédiaire ne relèvent pas de la trame ni de l'espace d'emprise du réseau (la trame est dense et régulière, et l'espace d'emprise est quasiment convexe), mais de la hiérarchie des routes. En l'occurrence, les plus courts chemins se concentrent en partie sur les axes rapides et centraux, c'est-à-dire sur les radiales Paris-Bordeaux, Paris-Toulouse, Paris-Lyon-Marseille, et sur la transversale Bordeaux-Lyon.

→ sur le réseau routier européen

Les remarques faites sur le réseau routier français sont valables pour le réseau routier européen. Ce dernier présente par ailleurs d'autres singularités structurelles qu'il est intéressant d'observer dans le contexte de l'indice de centralité intermédiaire, à savoir :

- l'inhomogénéité de la trame : la trame de la partie ouest du réseau s'apparente avec la structure du réseau routier français – en revanche, la faible densité de la partie est du réseau entraîne des sollicitations marquées sur l'ensemble des axes,
- le morcellement de l'espace d'emprise du réseau : le découpage du continent produit des *passages critiques*, déjà évoqués en B.3.2.3, et révélés ici par la centralité intermédiaire – notons en particulier les accès restreints à la Scandinavie, le difficile contournement des Pyrénées pour atteindre la péninsule ibérique et le pont (au sens de la théorie des graphes) reliant les îles britanniques au continent⁵².

→ sur le réseau routier orléanais

Le réseau est plus caricatural, puisque nous avons vu qu'il met en scène deux ensembles homogènes (chacune des rives de la ville) *via* 3 ponts. La cartographie de l'indice de centralité intermédiaire permet ici de hiérarchiser l'importance des ponts : sans surprise, le pont central apparaît comme étant très sollicité – en revanche, les ponts latéraux jouent des rôles inégaux (le pont situé à l'est occasionne un détour sur la rive sud et est de ce fait moins sollicité).

Ces différents points seront à surveiller dans la suite de notre étude sur la vulnérabilité des réseaux.

⁵² La carte établissant les différences de centralité intermédiaire entre le réseau routier européen et le réseau de référence associé (cf Figure 339 page 728) nous apprend cependant que les liaisons en direction de la Scandinavie et des îles britanniques sont naturellement sollicitées (les écarts relevés sont très faibles en valeur absolue) – autrement dit, ces liaisons ne sont pas induites par la structure du réseau mais par la forme de l'espace.

En revanche, le contournement des Pyrénées par les itinéraires bordant les deux mers est le fait de la structure du réseau (les écarts relevés sont importants) et révèle ainsi les singularités structurelles du réseau routier pyrénéen – en l'occurrence, la hiérarchisation des voies est telle qu'il est quasiment toujours plus avantageux de contourner le massif par une autoroute côtière.

De fait, la vulnérabilité d'un réseau se mesure à la réponse de celui-ci aux endommagements qu'il est susceptible de subir. Cette réponse est en effet :

- quantifiée par la dégradation de la mise en relation des lieux – ie par la perte d'efficacité traduites en termes d'allongement des plus courts chemins,
- et donc appréhendée à travers la distribution des plus courts chemins sur la trame – ie à travers l'évolution de la centralité intermédiaire de ses composantes.

Ces deux notions vont maintenant nous permettre d'aborder quantitativement (efficacité) et qualitativement (centralité intermédiaire) l'analyse à proprement parler de la vulnérabilité structurelle des réseaux.

CHAPITRE C.2

L'ANALYSE THÉORIQUE DE LA VULNÉRABILITÉ D'UN RÉSEAU PAR LA COMPARAISON DE SES CONFIGURATIONS NORMALE ET ENDOMMAGÉES

Analyser la vulnérabilité structurelle d'un réseau exige avant tout de pouvoir apprécier ses qualités de médiateur spatial. Ce point a été développé dans le chapitre précédent, autour des indices d'éloignement (efficacité des mises en relations sur l'espace) et de centralité intermédiaire (solicitation des composantes à l'occasion de ces mises en relation).

Ce préalable va à présent nous permettre d'élaborer le processus d'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport. À cet effet, nous allons procéder en deux temps :

- sur la base des travaux existants, nous posons dans un premier temps les fondements de cette analyse théorique, d'une part en quantifiant la vulnérabilité d'un réseau à un endommagement donné par la dégradation de son efficacité, d'autre part en inscrivant cette évaluation au sein d'un système exhaustif intégrant l'ensemble de toutes les configurations endommagées du réseau ;
- grâce à cette formalisation, l'analyse proprement dite consiste dans un second temps à envisager l'ensemble des configurations endommagées du système en question, et, pour chacune d'entre elles, à étudier à tous les niveaux la vulnérabilité et la réorganisation relationnelle associées grâce à l'observation des déficits d'éloignement et des reports de centralité intermédiaire.

C.2.1 PRINCIPES ET FONDEMENTS DE L'ANALYSE THÉORIQUE DE VULNÉRABILITÉ

La vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport correspond à la menace d'endommagement des potentialités relationnelles de celui-ci. Parce que l'attente formulée vis-à-vis du réseau dans un contexte structurel (*réseau-médiateur*) est de relier au mieux les lieux de l'espace, les potentialités relationnelles sont évaluées sur la base des longueurs de plus courts chemins observées sur le réseau (notion d'*efficacité*). L'étude de la vulnérabilité structurelle consiste alors à évaluer et à comprendre la dégradation des potentialités relationnelles du réseau pour toute configuration endommagée de celui-ci.

L'objet de cette section est de poser les fondements de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle :

- en la situant par rapport aux études existantes de la vulnérabilité, non seulement en géographie, mais également dans les domaines connexes,
- en proposant une mesure pour évaluer la dégradation du rôle médiateur d'un réseau survenue après l'endommagement d'une ou plusieurs de ses composantes,
- et enfin en intégrant cette mesure dans le champ de toutes les dégradations possibles afin de pouvoir décrire exhaustivement la vulnérabilité structurelle du réseau.

C.2.1.1 LES REPRÉSENTATIONS DE LA VULNÉRABILITÉ DES RÉSEAUX

À l'issue de la section C.1.1, nous avons anticipé sur la question de la quantification de la vulnérabilité structurelle en proposant de mesurer les différences d'efficacité entre les configurations endommagées et la configuration normale du réseau considéré. De fait, cette approche est suggérée en pratique dans plusieurs études, aussi bien théoriques qu'applicatives, relevant pour ces dernières des domaines du transport, de la géographie et de l'analyse spatiale. Les lignes qui suivent présentent un bref panorama de ces études et permettent *in fine* de situer notre propre approche de la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport.

Représentations de la vulnérabilité des réseaux d'un point de vue théorique

Avant d'être envisagé comme la représentation d'un réseau réel (réseau de transport, réseau de communication, réseau d'individus, etc.), le graphe constitue un objet d'étude en soi, décrit par sa topologie (cf B.1.1), et éventuellement par sa géométrie (cf B.1.2). Dans cette perspective, l'étude de la vulnérabilité d'un graphe est entrevue du point de vue de :

- sa connexité : le graphe est fragile car l'indisponibilité de certains groupes de composantes menacent la « connectabilité » de certaines paires de sommets,
- ses plus courts chemins : le graphe est fragile car l'indisponibilité de certains groupes de composantes imposent d'effectuer des détours importants pour relier certaines paires de sommets à défaut de les déconnecter.

La définition de la vulnérabilité d'un graphe à partir des questions de connexité est simpliste, car elle n'offre aucune nuance dans la description des relations (les paires de sommets sont soit connectées, soient déconnectées). Cette définition est néanmoins utile dans l'étude de réseaux de communication pour lesquels le point crucial est la réalisation de la relation et non son parcours effectif (par exemple un réseau informatique), ou encore dans l'étude de réseaux dont l'endommagement est tel que la question de la connexité se pose en priorité (par exemple les réseaux urbains de la ville de Kobé après le tremblement de terre de 1995).

Les outils associés gravitent autour des notions que nous avons vues en B.1.4, à savoir les sommets d'articulation, les ponts, les ensembles d'articulation et les coupes⁵³.

La deuxième approche formelle pour définir la vulnérabilité d'un graphe est plus voisine de nos préoccupations, car elle exploite l'information liée aux plus courts chemins. De fait, elle présente un intérêt pour l'étude des réseaux sur lesquels le détail des chemins empruntés a une signification physique ou un coût (par exemple un réseau de transport, un réseau d'énergie, etc.), ou encore pour l'étude des réseaux trop peu dégradés pour

⁵³ [Bulteau & Rubino, 1997] établissent en particulier un panorama des mesures de vulnérabilité construites sur ces notions. Au-delà des définitions fondées sur les coupes et les indices de connectivité par sommets et par arêtes, les principes de connexité et de connectivité peuvent être étendus, par exemple :

- en considérant non seulement le nombre minimum de sommets (ou d'arêtes) à supprimer pour déconnecter le graphe, mais également celui requis pour augmenter le diamètre du graphe ([Boesch *et al.*, 1981] *in* [Bulteau & Rubino, 1997]),
- en observant le ratio entre le nombre d'arêtes supprimées et le nombre de composantes connexes issues de cette suppression ([Gusfield, 1983] *in* [Bulteau & Rubino, 1997]).

[Bulteau & Rubino, 1997] proposent pour leur part d'élargir l'information sur la coupe minimale en considérant pour chaque entier i le nombre de coupes minimales composées exactement de i arêtes.

Mentionnons enfin le travail plus récent de [Holme *et al.*, 2002] dont une des approches retenues exploite la taille de la plus grande composante connexe observée après endommagement.

verser dans des considérations de connexité (par exemple un large réseau social d'individus).

Les outils associés exploitent la notion de plus courts chemin (cf B.1.3), tant en qualité (longueur de plus court chemin d'une relation) qu'en quantité (nombre de plus courts chemins pour une relation)⁵⁴.

Représentations de la vulnérabilité des réseaux dans le domaine du transport

Cette double approche – fondée d'une part sur la connexité et la connectivité, et d'autre part sur les plus courts chemins – prend tout son sens dans les études plus applicatives de l'endommagement des réseaux de transport. Ainsi, l'étude des plus courts chemins est relayée par des considérations sur la connexité et sur la connectivité dès lors que l'importance des endommagements menace – non plus d'occasionner des détours – mais de déconnecter certaines relations.

Dans le domaine précis de la recherche sur les transports, ces deux approches se complètent donc en offrant deux niveaux dans l'analyse de la vulnérabilité. De nombreuses références illustrent ce point, à quelques variations près quant à l'importance relative donnée à chacune des deux approches et aux indicateurs qui en découlent⁵⁵.

⁵⁴ Outre l'observation de l'indice d'éloignement moyen suggérée par [Holme *et al.*, 2002] et sur laquelle nous reviendrons dans nos propres développements, citons la pertinence contextuelle d'autres indicateurs, dérivés du diamètre ([Bollobás, 1968] *in* [Bulteau & Rubino, 1997]) ou encore du nombre de plus courts chemins (*ie* de la centralité intermédiaire – [Sengoku *et al.*, 1988] *in* [Bulteau & Rubino, 1997]).

⁵⁵ Citons entre autre :

- [Bell, 2000] : La « fiabilité » du réseau possède deux dimensions, à savoir la connectivité et la performance, cette dernière étant liée aux caractéristiques du réseau (coût des arcs, capacités, etc.) et aux temps ou coûts de parcours origine-destination. Dans un contexte de risques, l'auteur propose d'évaluer la performance du réseau en intégrant le comportement d'utilisateurs supposés ne pas connaître la probabilité de défaillance des arcs.
- [Bell & Schmöcker, 2002] : La fiabilité du réseau est ici aussi entrevue d'un point de vue probabiliste, puisqu'elle confronte à nouveau l'utilisateur avec la défaillance potentielle des composantes du réseau. Les dimensions de connectivité et de plus courts chemins interviennent ici au niveau de chaque relation à travers les notions d'« efficacité terminale » (probabilité que l'origine et la destination restent connectées) et d'« efficacité des temps de parcours » (probabilité que l'on puisse rejoindre la destination en un temps de parcours donné). Ces indicateurs de performance sont employés pour observer la vraisemblance avec laquelle un usager est confronté à la défaillance d'une composante et pour étudier *in fine* l'influence de l'information sur l'efficacité des réseaux.
- [Chen *et al.*, 2002] : Le propos de ce travail est de dépasser l'expression usuelle de la fiabilité et les notions de connectivité et de meilleur temps de parcours en intégrant le

Représentations de la vulnérabilité des réseaux de transport dans le domaine de la géographie et de l'aménagement

La conception de la vulnérabilité des réseaux de transport dans le domaine de la géographie et de l'aménagement est naturellement très proche de celles adoptées dans le domaine précis du transport.

Les points de différence des études associées demeurent dans les champs de recherche électifs de chacun de ces domaines :

- la recherche en transport privilégie l'étude du fonctionnement du réseau en tant que système circulatoire, et porte ses efforts sur les questions de congestion, de comportement des usagers et d'information ;
- la recherche en géographie et en aménagement s'intéresse en particulier aux relations qu'entretiennent les réseaux avec le territoire et concentre son attention sur les questions de cheminements, d'accessibilité et d'interactions spatiales.

Parmi les références que nous avons consultées dans le domaine de la géographie et de l'aménagement, nous avons relevé deux études récentes abordant la question de la vulnérabilité des réseaux de transport :

- La première de ces études est menée par [Appert & Chapelon, 2001] : elle décrit la vulnérabilité des réseaux comme une prédisposition morphologique et fonctionnelle de ceux-ci au blocage du trafic dans l'éventualité de phénomènes dommageables ou d'une demande en déplacement excessive. En d'autres termes, les réseaux sont conçus de telle manière qu'ils concentrent les trafics sur certains axes en fonction de critères sur la morphologie de la trame, la qualité des voies et la hiérarchisation technique de ses tronçons (les auteurs parlent de « hiérarchisation-polarisation » des réseaux). Dans cette lignée, [Chapelon, 2001] exploite la notion de vulnérabilité pour dégager des structures sur les réseaux de transport et comprendre l'organisation des espaces sous-jacents.

comportement des usagers et la congestion. Cette recherche conduit à développer un indice de performance, défini par la probabilité pour le réseau d'être en mesure de répondre à une demande en trafic donnée, à un niveau donné, et en tenant compte du comportement des usagers.

- [Chang *et al.*, 2002] : Le point de départ de cette étude effectue le distinguo entre la performance des réseaux d'énergie ou de télécommunications et celle des réseaux de transport. Tandis que les premiers affichent des objectifs en nombre de clients servis (notion de connectivité), les seconds exigent des temps de parcours acceptables (notion de plus court chemin) en raison de la mobilité des usagers. Dans ce contexte, la performance du réseau est entrevue au travers de la notion d'accessibilité et de ses multiples déclinaisons (cf [Morris, 1979], [Pirie, 1979], [Pooler, 1995], [Bruinsma & Rietveld, 1998], [Allen *et al.*, 1993]). Sur cette base, les indicateurs de performance proposés reposent sur la longueur totale du réseau disponible et sur les meilleurs temps de parcours observés sur le réseau (accessibilités totale et aérotaire) sous l'hypothèse simplificatrice d'absence d'effets de congestion.

- La seconde étude est plus récente et s'inscrit dans le cadre du [Projet européen ESPON, 2004]⁵⁶ : elle évalue ouvertement la vulnérabilité du réseau routier européen en mesurant l'impact de la rupture de chacune des composantes du réseau sur l'organisation du trafic.

Dans tous les cas, la vulnérabilité est exprimée au niveau de chacune des composantes du réseau d'étude comme la perte d'accessibilité globale sur le territoire (*ie* un déficit global d'éloignement moyen sur le territoire) constatée après la rupture de la composante considérée.

En aval des approches théoriques de la vulnérabilité combinant connexité, connectivité et plus courts chemins, les efforts de recherche sur les réseaux de transport dans le domaine de la géographie et de l'aménagement se concentrent finalement sur l'étude de l'évolution de l'accessibilité et l'impact de la rupture individuelle des composantes du réseau.

Regardons à présent comment la problématique de notre travail s'articule autour de ces acquis.

C.2.1.2 L'ÉVALUATION DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX

Le premier chapitre de cette partie avait pour objet d'évaluer le rôle médiateur d'un réseau de transport dans la perspective d'étudier son évolution au gré des modifications de la trame du réseau. Cette évaluation est réalisée quantitativement et qualitativement grâce aux notions respectives d'efficacité (indices d'éloignement) et de sollicitation (indice de centralité intermédiaire). Ce travail préliminaire rejoint de ce fait les fondements de l'étude géographique de la vulnérabilité des réseaux de transport, dont nous avons vu qu'ils comparent les configurations normale et endommagées des réseaux au travers d'indicateurs d'accessibilité.

Le contexte des différentes études géographiques exige néanmoins d'adopter des choix et des représentations de la vulnérabilité quelque peu divergentes de ce dénominateur commun :

⁵⁶ European Spatial Planning Observation Network (observatoire des réseaux pour l'aménagement de l'espace européen). La section du projet que nous évoquons ici (section 1.2.1) est issue de la collaboration de Ph. MATHIS, J.-B. BUGUELLOU, J. COQUIO et L. GUIMAS de l'Université de Tours (France), A. L'HOSTIS et S. BOZZANI de l'INRETS (Lille, France), M. FONT et A. ULIED de MCRIT (Barcelone, Espagne), Ch. REYNAUD et Ch. DECOUPIGNY de NESTEAR (Gentilly, France), F. MANFREDINI et P. PUCCI du Politecnico di Milano (Milan, Italie), K. SPIEKERMANN et M. WEGENER de S&W (Dortmund, Allemagne).

Les études menées par [Appert & Chapelon, 2001] et [Chapelon, 2001] s'inscrivent dans un contexte fonctionnel, car elles décrivent l'usage du réseau pour comprendre d'une part sa vulnérabilité, et d'autre part l'organisation spatiale résultante du territoire. Le [Projet européen ESPON, 2004] intègre quant à lui certains aspects fonctionnels du réseau routier européen en considérant les demandes en déplacement formulées par les usagers. Dans cette perspective, le réseau est entrevu sous ses aspects de réseau-service, et son étude nécessite la prise en compte des interactions spatiales et éventuellement de la congestion.

Le contexte de notre étude envisage le réseau de transport sous ses aspects structurels, aussi écartons-nous toute considération liée à l'usage et à la congestion. De ce fait, nous décrivons le réseau par les seules informations relatives à sa trame et à sa géométrie (cf A.3.2), et nous envisageons les relations sur le réseau selon le système de pondération contrebalançant l'hétérogénéité de l'implantation spatiale des sommets (cf B.2.2).

L'étude de la « hiérarchisation-polarisation » des réseaux entreprise par [Appert & Chapelon, 2001] et [Chapelon, 2001] a pour objet de mesurer l'importance que joue chacun des liens (arêtes) au sein du réseau : de fait, seules les valeurs de vulnérabilité associées aux ruptures individuelles de chacune des arêtes sont calculées. Nous retrouvons ce principe avec le [Projet européen ESPON, 2004] dans lequel la vulnérabilité du réseau routier européen n'est entrevue que pour les scénarios de rupture impliquant une seule composante ou un petit regroupement connexe de composantes.

Notre étude ambitionne d'aborder la vulnérabilité des réseaux de transport selon le sens défini en A.1.3, c'est-à-dire comme une variable associant à chaque phénomène dommageable une valeur (ou un ensemble de valeurs) de vulnérabilité. De ce fait, nous devons envisager théoriquement TOUTES les configurations endommagées possibles du réseau.

Ainsi, pour une configuration endommagée donnée du réseau d'étude, la vulnérabilité structurelle s'exprime comme la différence des efficacités⁵⁷ observées entre cette

⁵⁷ *ie* indifféremment : différence des efficacités relatives ou différence des efficacités absolues, ainsi que nous l'avons noté en conclusion de la section C.1.1

configuration et la configuration normale, et ce, à tous les niveaux, grâce au système de pondération surfacique adopté en B.2.2 (cf Figure 108) :

vulnérabilité de la relation $\{k : (O_k \rightarrow D_k)\}$ à l'endommagement d'un ensemble C de composantes :

$$= \text{efficacité}_{\text{réseau privé de } C}(\text{relation } k) - \text{efficacité}_{\text{réseau normal}}(\text{relation } k)$$

$$= d_{\text{réseau privé de } C}(O_k, D_k) - d_{\text{réseau normal}}(O_k, D_k)$$

vulnérabilité du sommet S_i à l'endommagement d'un ensemble C de composantes :

$$= \text{efficacité}_{\text{réseau privé de } C}(\text{sommet } i) - \text{efficacité}_{\text{réseau normal}}(\text{sommet } i)$$

$$= \frac{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau privé de } C}(S_i, S_j)}{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j}} - \frac{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau normal}}(S_i, S_j)}{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j}}$$

$$= \frac{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot (d_{\text{réseau privé de } C}(S_i, S_j) - d_{\text{réseau normal}}(S_i, S_j))}{\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j}}$$

= moyenne pondérée des vulnérabilités de toutes les relations au départ de S_i

vulnérabilité du réseau à l'endommagement d'un ensemble C de composantes :

$$= \text{efficacité}_{\text{réseau privé de } C} - \text{efficacité}_{\text{réseau normal}}$$

$$= \frac{\sum_{\substack{i, j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau privé de } C}(S_i, S_j)}{\sum_{\substack{i, j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j}} - \frac{\sum_{\substack{i, j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau normal}}(S_i, S_j)}{\sum_{\substack{i, j \\ j \neq i}} p_{i \rightarrow j}}$$

$$= \frac{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau privé de } C}(S_i, S_j) \right)}{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \right)} - \frac{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot d_{\text{réseau normal}}(S_i, S_j) \right)}{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \right)}$$

$$= \frac{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \cdot (d_{\text{réseau privé de } C}(S_i, S_j) - d_{\text{réseau normal}}(S_i, S_j)) \right)}{\sum_i \left(\sum_{j \neq i} p_{i \rightarrow j} \right)}$$

= moyenne pondérée des vulnérabilités de tous les sommets S_i

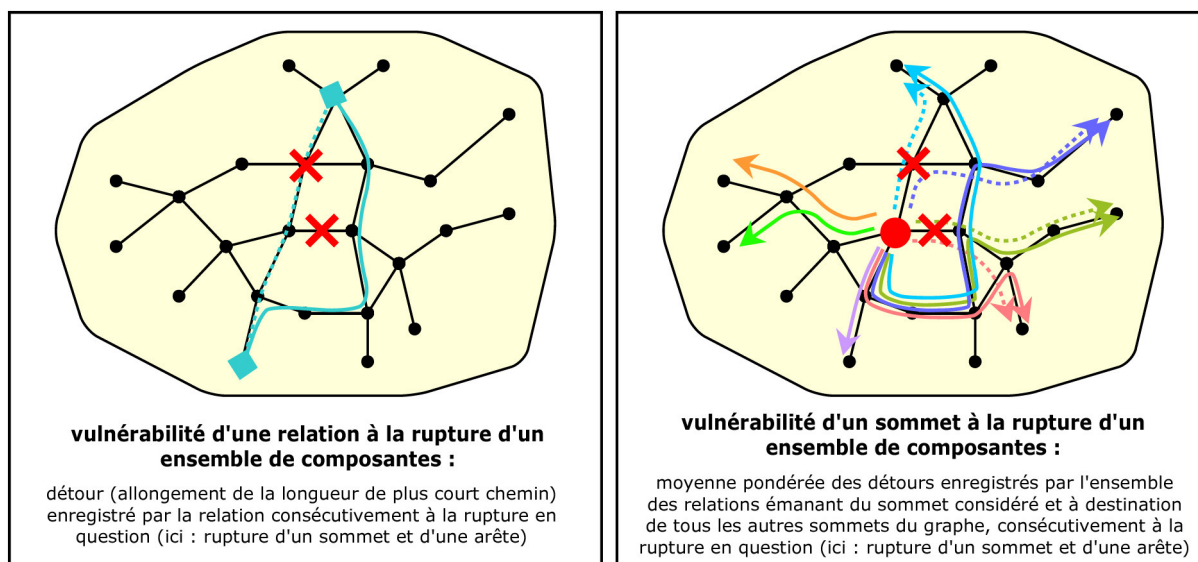


Figure 108 : principe de l'indice de vulnérabilité d'une relation et d'un sommet à l'endommagement d'un ensemble de composantes (ici : un sommet et une arête barrés d'une croix rouge)

Nota :

- la mesure de vulnérabilité est cohérente entre les différents niveaux d'étude du réseau : par construction, il apparaît en effet que la vulnérabilité du réseau est égale à la moyenne pondérée des vulnérabilités de l'ensemble des sommets, et que chacune d'elle est elle-même égale à la moyenne pondérée des vulnérabilités des relations associées ;
- la mesure de vulnérabilité proposée ici suppose implicitement que les relations observées ne sont pas déconnectées à la suite de l'endommagement considéré – de fait, l'approche géographique ne prend pas en considération les questions de connexité et de congestion sur les réseaux (ces points relèvent des approches propres au domaine des transports)⁵⁸ ;

⁵⁸ Cette hypothèse n'exclut cependant pas la mise en œuvre de modélisations plus élaborées pour tenir compte des éventuelles déconnexions du réseau ou des phénomènes de congestion susceptibles de se produire.

En ce qui concerne les problèmes de déconnexion, il s'agirait par exemple d'intégrer les réseaux de transport alternatifs (c'est-à-dire ceux qui viennent au secours du réseau déconnecté) en construisant les sommets et les arêtes appropriés sur le graphe d'étude. Dans le cas du réseau de métro parisien, cela consisterait à intégrer des liaisons par bus ou même des trajets pédestres. Cette procédure ne pose pas de problèmes techniques en soi, néanmoins, elle demande d'approfondir les hypothèses relatives à l'environnement et à l'usage du réseau – ce qui sort du cadre de notre étude : par conséquent, dans la suite de notre travail, nous ne développerons pas les questions de déconnexions et de réseaux alternatifs.

Pour ce qui est des questions de congestion, nous avons vu également qu'elles étaient hors de propos dans le contexte structurel de notre étude. Néanmoins, rien n'empêche – en première approximation – d'explorer les difficultés induites par la forte augmentation de la sollicitation de certaines composantes du réseau en rendant celles-ci indisponibles à leur tour. Dans le cas du réseau de métro parisien, il s'agirait par exemple de rendre

- la vulnérabilité n'a pas lieu d'être comparée avec le réseau de référence, car l'endommagement de ce dernier n'a pas de sens (étant donnée la structure du réseau de référence, les contournements des différentes composantes du graphe sont de même ordre et ne révèlent donc pas d'effets spatiaux),
- l'indice de centralité intermédiaire n'intervient pas dans la quantification du niveau de vulnérabilité, car il ne constitue qu'un facteur explicatif (et non descriptif) de l'efficacité – nous verrons néanmoins que l'observation de l'évolution de la centralité intermédiaire à la suite d'un endommagement participe à la compréhension de la vulnérabilité d'un réseau.

Bien que valables à tous les niveaux d'étude, ces formules sont insuffisantes pour décrire la vulnérabilité d'un réseau, car elles n'entrevoient celle-ci qu'au travers d'UNE configuration endommagée.

Afin d'être complet, il nous faut maintenant intégrer dans un même système d'évaluation l'ensemble des valeurs de vulnérabilité observées pour chacune des configurations endommagées possibles du réseau.

C.2.1.3 FORMALISATION DE L'ÉVOLUTION STRUCTURELLE D'UN RÉSEAU PARMIS L'ENSEMBLE DE TOUTES SES CONFIGURATIONS ENDOMMAGÉES POSSIBLES

La vulnérabilité structurelle d'un réseau ne se résume pas à un indicateur ou à un ensemble d'indicateurs sur la dégradation de ses potentialités relationnelles à la suite d'une catastrophe. Elle est au contraire une fonction associant à CHAQUE phénomène dommageable une valeur (ou un ensemble de valeurs) de vulnérabilité (cf A.1.3).

Dans ce contexte, la construction de cette fonction nécessite d'établir un système regroupant l'ensemble de toutes les configurations endommagées du réseau sur lesquelles seront organisées les différentes valeurs de vulnérabilité associées.

Par construction, ce système permet l'observation de toute autre caractéristique sur les différentes configurations endommagées d'un même réseau (éloignement, centralité intermédiaire, etc.) et offre par conséquent la possibilité d'analyser à terme la vulnérabilité d'un réseau à partir d'une batterie d'indicateurs.

indisponible l'intégralité d'une ligne dès qu'une seule de ses stations est endommagée (pour peu qu'elle ne se situe pas en bout de course), ou encore de propager l'indisponibilité d'une station à ses stations topologiquement voisines (en associant par exemple les endommagements de Châtelet et de Gare de Lyon, de Jaurès et de Stalingrad, de Concorde et de Madeleine, etc.).

Dans les lignes qui suivent, nous formalisons l'ensemble de toutes les configurations endommagées d'un réseau et nous décrivons leur organisation en système sur lequel pourra être observée l'évolution de la vulnérabilité et de n'importe quelle autre caractéristique de la structure d'un réseau au gré de ses endommagements.

Formalisation d'un réseau et de l'endommagement de ses composantes

Considérons un réseau connexe G constitué de n sommets et de m arêtes.

$$G = (\{s_1, s_2 \dots s_n\}, \{a_1, a_2 \dots a_m\})$$

Nous supposons que le réseau est menacé par une catastrophe dont l'éventualité se traduit par un risque de rupture sur chacune des $n+m$ composantes du réseau. Nous supposons par ailleurs que l'action effective de la catastrophe sur une composante du réseau endommage intégralement la composante en question. En d'autres termes, l'état de chacune de composantes du réseau est soit disponible, soit indisponible – il n'existe de fait aucun état intermédiaire dans lequel la composante pourrait fonctionner partiellement.

Nous formalisons l'état courant du réseau par un couplet E de vecteurs de booléens de tailles respectives n et m indiquant l'état des différents sommets (1^{er} vecteur) et des différentes arêtes (2^d vecteur) du réseau : 1 pour une composante disponible, 0 pour une composante indisponible.

$$\text{Indicateur d'état du réseau : } E = (\{e_1^S, e_2^S \dots e_n^S\}, \{e_1^A, e_2^A \dots e_m^A\})$$

$$\forall i \begin{cases} e_i^S = 1 \text{ si le sommet } i \text{ est disponible} \\ e_i^S = 0 \text{ si le sommet } i \text{ est indisponible} \end{cases}$$

$$\forall j \begin{cases} e_j^A = 1 \text{ si l'arête } j \text{ est disponible} \\ e_j^A = 0 \text{ si l'arête } j \text{ est indisponible} \end{cases}$$

Étant donné ces hypothèses, nous dénombrons 2^{n+m} configurations possibles pour le réseau. Nous distinguons notamment :

- une configuration non endommagée, dite « normale », pour laquelle $E = (\{1, 1 \dots 1\}, \{1, 1 \dots 1\})$,
- une configuration correspondant au réseau intégralement détruit, pour laquelle $E = (\{0, 0 \dots 0\}, \{0, 0 \dots 0\})$,
- $(2^{n+m} - 2)$ configurations correspondant à l'ensemble des états partiellement

endommagés du réseau et pour lesquels E est tel que : $0 < \sum_{i=1}^n e_i^S + \sum_{j=1}^m e_j^A < n + m$.

Equivalence relationnelle de configurations endommagées

Dans les lignes qui précèdent, nous avons défini un cadre dans lequel la totalité des 2^{n+m} configurations possibles du réseau sont envisagées. Cependant, dans le contexte précis d'une étude relationnelle des réseaux, certaines configurations peuvent aboutir à des réalités équivalentes. L'indisponibilité d'une ou de plusieurs composantes du réseau peut en effet rendre inutile l'existence d'une ou de plusieurs composantes disponibles. Il peut s'agir :

- d'une arête dont une extrémité devient indisponible,
 - d'un sommet qui devient isolé suite à l'indisponibilité de toutes ses arêtes adjacentes.
- Une composante inutile d'un réseau est donc une composante disponible ne pouvant participer à aucune relation sur le réseau, c'est-à-dire pour laquelle la configuration topologique locale n'autorise aucune relation à passer par la composante en question.

Les endommagements élémentaires⁵⁹ types produisant des composantes inutiles sont :

- la rupture d'un sommet → toutes les arêtes émanant ou aboutissant à ce sommet deviennent inutiles,
- la rupture d'une arête de type « feuille » (ie arête dont une extrémité est de degré 1) → l'extrémité qui devient isolée à la suite de cette rupture devient par là même inutile.

Dans une étude relationnelle, les composantes indisponibles et les composantes inutiles d'un réseau jouent des rôles identiques, car elles ne peuvent participer à aucune relation, soit qu'elles sont hors d'état de marche, soit que leur environnement topologique ne permet pas de les emprunter. Pour un endommagement donné, il devient alors pertinent de partitionner les composantes du réseau en deux ensembles, à savoir (cf Figure 109) :

- l'ensemble des composantes actives, correspondant aux composantes utiles du réseau,
- l'ensemble des composantes inactives, regroupant les composantes inutiles et les composantes indisponibles du réseau.

⁵⁹ Au sens littéral du terme : « réduit à l'essentiel, au minimum » (*Petit Robert, 2002*). Gageons que l'emploi du terme « élémentaire » ne prête pas à confusion avec la terminologie utilisée en B.2.4 pour distinguer les différents niveaux d'analyse (élémentaire ↔ niveau relationnel, local ↔ niveau de la composante, global ↔ niveau du graphe). Ici, l'endommagement est qualifié d'« élémentaire » (et il en sera de même plus loin pour la « vulnérabilité élémentaire ») car il concerne l'endommagement le plus basique qui puisse survenir sur le réseau (en configuration normale ou déjà partiellement endommagé), c'est-à-dire l'endommagement d'une seule composante.

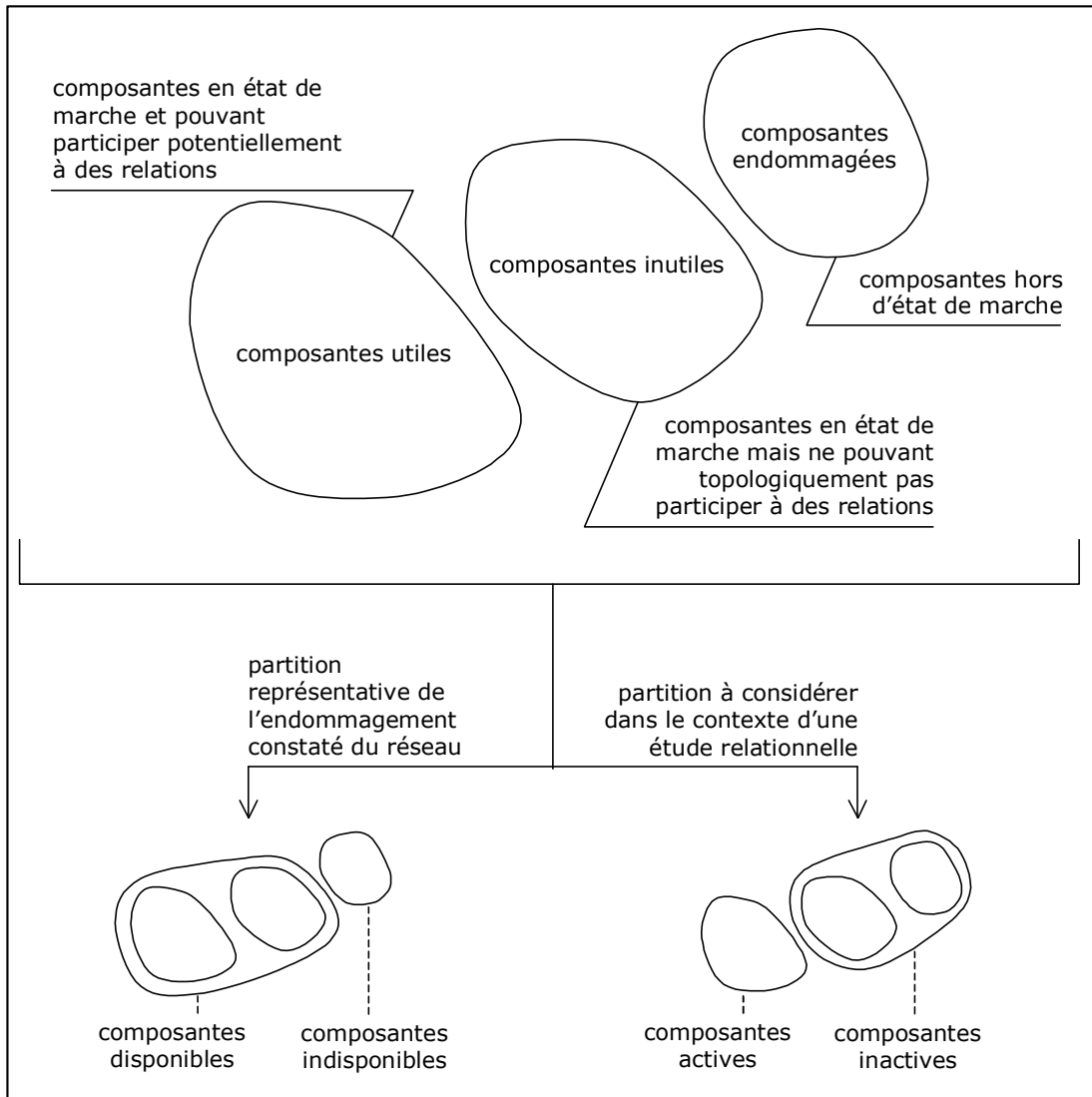


Figure 109 : différents partitionnements des composantes d'un réseau endommagé

Les potentialités relationnelles d'un réseau endommagé sont finalement entièrement définies par l'ensemble des composantes actives du réseau. Nous formalisons cet ensemble par un couplet A de vecteurs de booléens de tailles respectives n et m indiquant si les différents sommets (1^{er} vecteur) et les différentes arêtes (2^d vecteur) du réseau sont effectivement actifs : 1 pour une composante active, 0 pour une composante inactive.

Indicateur d'activité du réseau : $A = (\{ a_1^S, a_2^S \dots a_n^S \}, \{ a_1^A, a_2^A \dots a_m^A \})$

$$\forall i \begin{cases} a_i^S = 1 \text{ si le sommet } i \text{ est actif} \\ a_i^S = 0 \text{ si le sommet } i \text{ est inactif} \end{cases}$$

$$\forall j \begin{cases} a_j^A = 1 \text{ si l'arête } j \text{ est active} \\ a_j^A = 0 \text{ si l'arête } j \text{ est inactive} \end{cases}$$

Par construction,
$$\begin{cases} \forall i \in [1, n]: e_i^S = 0 \Rightarrow a_i^S = 0 \\ \forall j \in [1, m]: e_j^A = 0 \Rightarrow a_j^A = 0 \end{cases}$$

Il est important de noter que l'indicateur d'activité A dépend non seulement de l'indicateur d'état E (les composantes actives sont un sous-ensemble des composantes disponibles), mais également de la topologie du réseau (l'inactivité d'une composante résulte de son caractère inutile compte-tenu de la nouvelle topologie du réseau après endommagement).

D'après ce qui précède, deux configurations endommagées d'un même réseau seront relationnellement équivalentes dès lors qu'elles auront le même ensemble de composantes actives, c'est-à-dire le même indicateur d'activité A .

En termes logiques, l'identité des ensembles de composantes actives définit une relation d'équivalence sur l'ensemble des 2^{n+m} configurations endommagées d'un réseau :

E' et E'' sont les indicateurs d'état de deux configurations relationnellement équivalentes d'un même réseau \Leftrightarrow les indicateurs d'activité A' et A'' associés sont identiques

Cette relation d'équivalence définit autant de classes d'équivalence qu'il existe d'indicateurs d'activité A différents (le dénombrement des différents indicateurs d'activité A possibles pour un réseau est cependant difficile étant donné les contraintes topologiques dans la définition des composantes inactives).

On définit la configuration représentative d'une classe d'équivalence donnée comme étant la configuration pour laquelle il n'existe aucune composante inutile. Cette configuration existe et est unique : pour la classe de configurations admettant A comme indicateur d'activité, la configuration représentative associée est décrite par l'indicateur d'état $E = A$. Ainsi, nous associons de manière unique toute configuration endommagée à la configuration équivalente obtenue en dégradant toutes ses composantes inutiles. La Figure 110 illustre le principe des classes d'équivalence relationnelle dans le cas d'un réseau simple.

Il nous semble primordial de rappeler une fois de plus que l'état d'activité A d'un réseau endommagé dépend de son état d'endommagement E , mais également de sa topologie en configuration normale. À nombres de sommets et d'arêtes égaux, deux réseaux de trames différentes n'associeront donc pas forcément le même indicateur d'activité A à un indicateur d'état E donné. Pour cette raison, l'endommagement d'un réseau ne sera entrevu par la suite qu'à travers son indicateur d'état E .

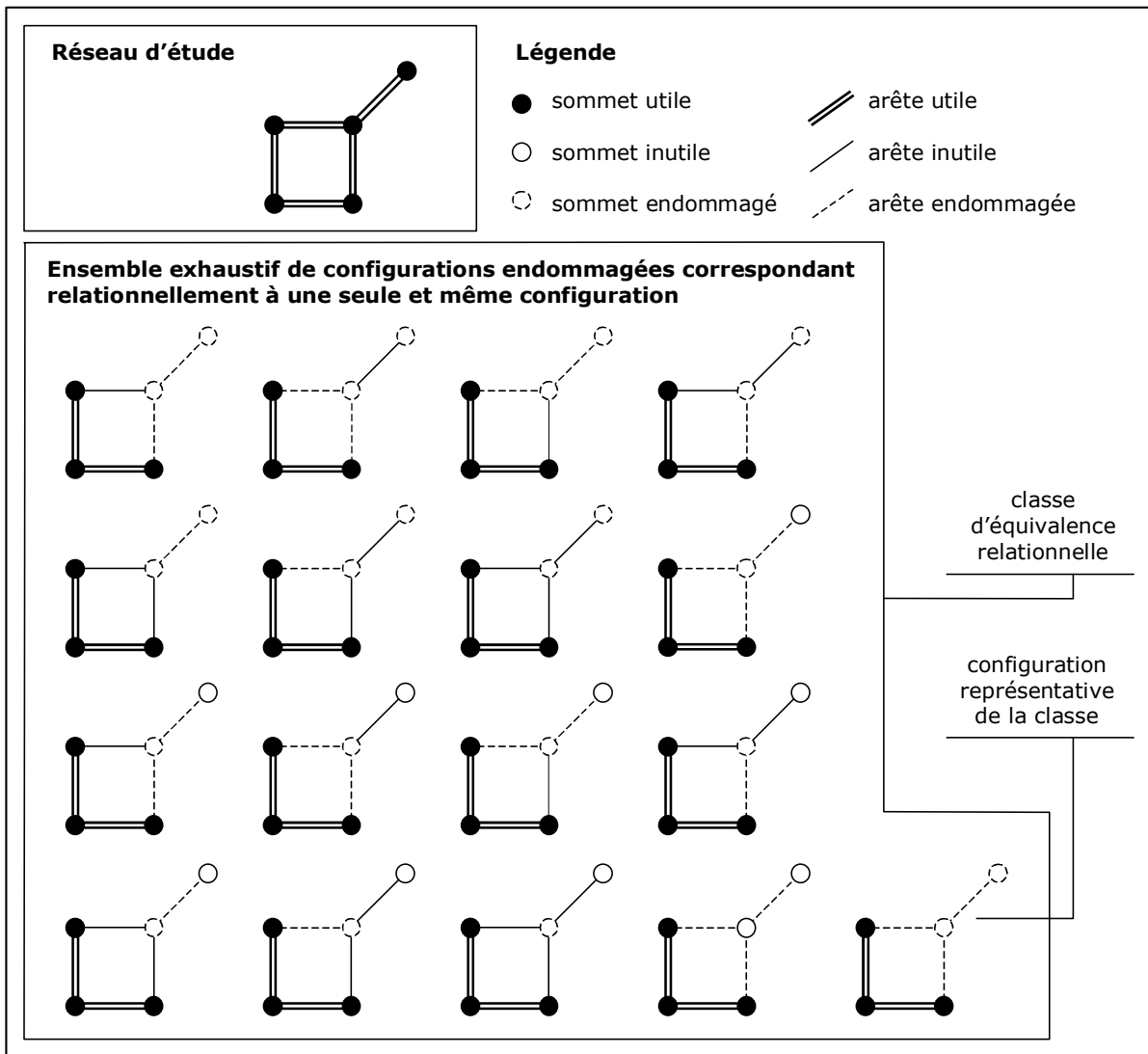


Figure 110 : exemple de classe d'équivalence relationnelle pour un réseau d'ordre 5

Le passage d'une configuration endommagée à une autre

Partant des choix de modélisation du réseau et de son endommagement présentés ci-dessus, nous proposons à présent d'étudier la dynamique de l'endommagement du réseau en caractérisant le passage d'une configuration endommagée à une autre.

Dans le souci d'alléger les notations, nous nous plaçons dans le cas où seuls les sommets sont menacés de rupture. Dans ce cas, le nombre de configurations envisageables du réseau est réduit à 2^n et l'indicateur d'état E du réseau s'exprime simplement comme un vecteur de taille n :

$$E = (\{e_1, e_2 \dots e_n\})$$

Ce choix ne compromet en rien le caractère général des résultats que nous développons dans la suite, ceux-ci étant immédiatement transposables pour les autres modalités d'endommagement (endommagement exclusif des arêtes, endommagement de toutes les composantes du réseau, etc.).

Le contexte de risques de notre étude nous amène à comparer différentes configurations du réseau au gré des endommagements subis. La différence entre deux configurations données du réseau se traduit par autant de différences existant entre les coefficients de l'indicateur d'état E et correspondant aux sommets pour lesquels l'état varie d'une configuration à l'autre.

De fait, le passage d'une configuration à une autre peut se décomposer en une succession d'évolutions élémentaires reliant de proche en proche des configurations intermédiaires *voisines* – c'est-à-dire pour lesquelles les états des sommets sont identiques à un sommet près :

E' et E'' sont les indicateurs d'état de deux configurations voisines du réseau G

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n |e'_i - e''_i| = 1$$

Ainsi, le passage d'une configuration à une autre se décompose en un nombre minimum d'évolutions élémentaires égal au nombre p de sommets pour lesquels l'état varie d'une configuration à l'autre, à savoir :

nombre de sommets dont l'état diffère entre les configurations d'indicateurs E' et E'' :

$$p = \sum_{i=1}^n |e'_i - e''_i|$$

De fait, il existe $p!$ manières différentes de décomposer le passage entre les configurations d'indicateurs E' et E'' en p évolutions élémentaires, selon l'ordre dans lequel on modifie les états des p sommets concernés.

Par construction, une évolution élémentaire consiste à modifier l'état d'un seul sommet du réseau. Lorsque cette modification consiste à faire basculer le sommet en question de l'état 1 (marche) à l'état 0 (indisponibilité), l'évolution élémentaire est une dégradation. Réciproquement, lorsque la modification consiste à faire basculer le sommet de l'état 0 (indisponibilité) à l'état 1 (marche), l'évolution élémentaire est une réparation. Toute évolution élémentaire entre deux configurations voisines d'un réseau est donc associée à la fois à une dégradation et à une réparation. Ces opérations sont inverses l'une de l'autre mais en pratique, elles ne prêtent à aucune confusion dès lors que les états initial et final considérés sont bien identifiés (ie le basculement $1 \rightarrow 0$ de l'état d'un sommet correspond à une dégradation tandis que le basculement $0 \rightarrow 1$ de l'état d'un sommet correspond à une réparation).

L'ensemble des 2^n configurations du réseau et des évolutions élémentaires possibles existant entre celles-ci peut être représenté sous forme d'un graphe où chacune des configurations est représentée par un sommet et chacune des évolutions élémentaires (envisagées dans leur double sens dégradation/réparation) par une arête reliant les sommets représentatifs des configurations concernées.

Sachant que les évolutions élémentaires n'interviennent qu'entre configurations identiques à l'état d'un sommet près, il est pertinent de considérer l'ensemble des 2^n configurations en les classant selon leur nombre k de sommets en état de marche :

nombre de sommets en état de marche dans la configuration d'indicateur d'état E :

$$k = \sum_{i=1}^n e_i$$

De simples calculs de dénombrement nous permettent de recenser :

- $C_n^n = 1$ configuration avec exactement n sommets en état de marche,
- $C_n^{n-1} = n$ configurations avec exactement $n-1$ sommets en état de marche,
- ...
- C_n^k configurations avec exactement k sommets en état de marche,
- ...
- $C_n^1 = n$ configurations avec exactement 1 sommet en état de marche,
- $C_n^0 = 1$ configuration sans sommet en état de marche.

En toute logique, il existe k dégradations possibles transformant une configuration avec exactement k sommets en état de marche en une configuration avec exactement $(k-1)$ sommets en état de marche. Chacune des ces évolutions consiste en la suppression de l'un des k sommets de la configuration initiale.

Réciproquement, il existe $n-k+1$ réparations possibles transformant une configuration avec exactement $k-1$ sommets en état de marche en une configuration avec exactement k sommets en état de marche. Chacune des ces évolutions consiste en la restauration de l'un des $n-k+1$ sommets absents de la configuration initiale⁶⁰.

La Figure 111 propose une représentation graphique des $2^4=16$ configurations possibles d'un réseau composé de 4 sommets. Les configurations sont identifiées par leur indicateur d'état E et reliées deux à deux lorsqu'il existe une évolution élémentaire permettant de passer d'une configuration à une autre.

⁶⁰ Au passage, on vérifie bien qu'il existe naturellement autant de dégradations que de réparations entre les configurations d'ordre k et $k-1$:

$$\begin{aligned} \# \{ \text{dégradations} \} &= \# \{ \text{configurations d'ordre } k \} \times k = C_n^k \times k \\ &= \frac{n!}{(n-k)! k!} \times k = \frac{n!}{(n-k)! (k-1)!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \# \{ \text{réparations} \} &= \# \{ \text{configurations d'ordre } k-1 \} \times (n-k+1) = C_n^{k-1} \times (n-k+1) \\ &= C_n^{n-(k-1)} \times (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k+1)! (k-1)!} \times (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)! (k-1)!} \end{aligned}$$

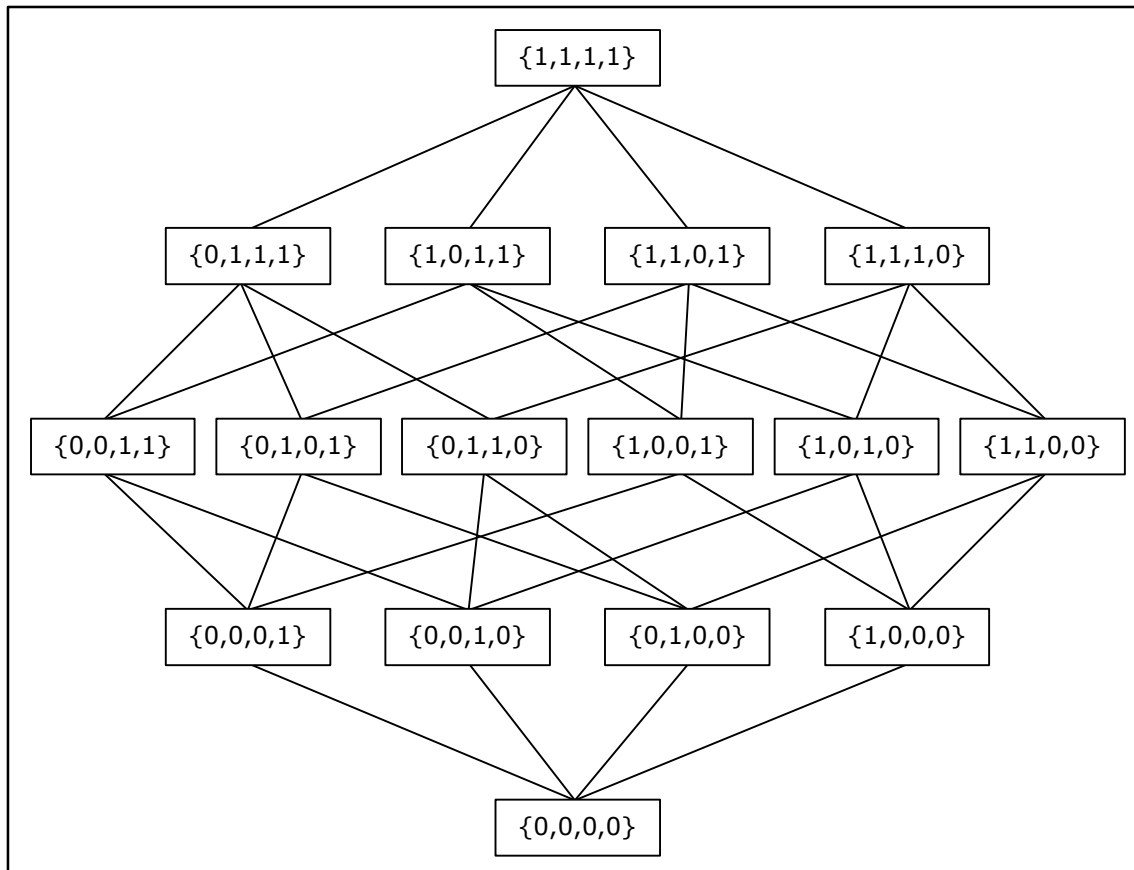


Figure 111 : graphe des 16 configurations possibles d'un réseau composé de 4 sommets endommageables - les quadruplets matérialisent les indicateurs d'état des différentes configurations tandis que les liens entre ceux-ci correspondent aux évolutions élémentaires entre configurations voisines

Le graphe de la Figure 111 peut être appliqué à n'importe quel réseau d'ordre 4. La Figure 112 présente à ce titre le graphe correspondant des 16 configurations possibles du réseau $G = (\{I, J, K, L\}, \{[IJ], [IK], [JK], [JL]\})$. Comme évoqué précédemment, plusieurs configurations endommagées peuvent correspondre à un même ensemble de composantes actives. Pour cette raison, le graphe en question peut être réduit en opérant des regroupements entre endommagements appartenant à une même classe d'équivalence relationnelle. Cet exemple montre une fois de plus que la prise en compte de l'agencement topologique des composantes contextualise l'étude de l'endommagement du réseau. Il n'en demeure pas moins que la réduction du graphe des configurations possibles est immédiat et justifie d'autant notre choix de formaliser l'endommagement du réseau en considérant l'ensemble de toutes les configurations possibles et des évolutions élémentaires associées.

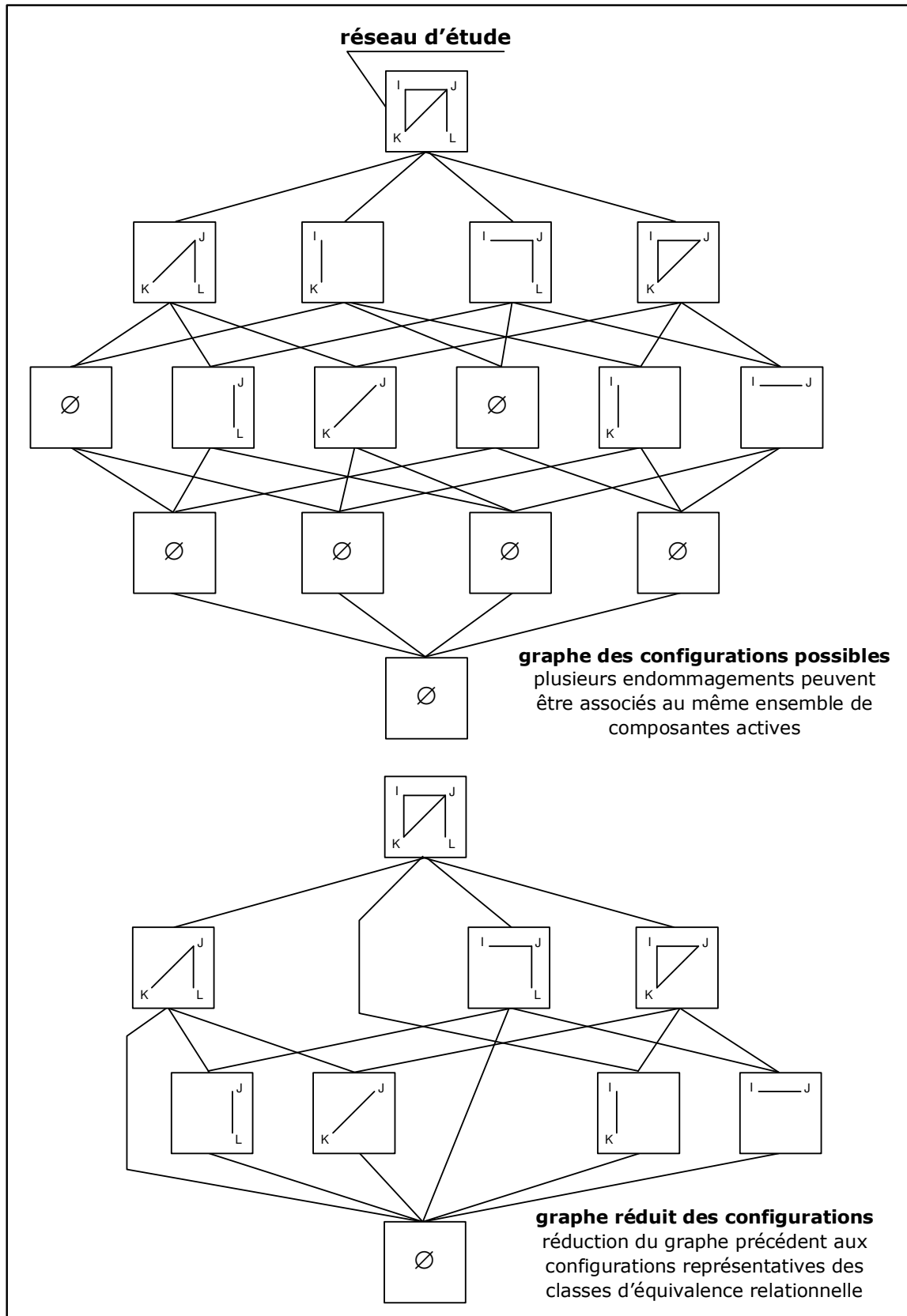


Figure 112 : recensement des configurations possibles pour un graphe donné d'ordre 4 : graphe des configurations (construit à partir du graphe général des 16 configurations possibles d'un réseau d'ordre 4 présenté en Figure 111) et version réduite de ce graphe obtenue par regroupement des configurations relationnellement équivalentes

Cette formalisation décrit finalement le système de toutes les configurations endommagées possibles d'un réseau :

- il existe autant de configurations endommagées qu'il y a d'indicateurs d'activité du réseau,
- chacun des ces indicateurs résume la classe d'équivalence relationnelle d'une ou plusieurs configurations endommagées théoriques (*ie* définies par l'ensemble des composantes endommagées sans considération quant à la topologie de la configuration et donc quant à l'activité ou à l'inactivité de ses composantes),
- ces configurations théoriques sont elles-mêmes organisées en une structure sous forme de graphe permettant de décrire l'évolution du réseau d'étude selon une (ou plusieurs) succession(s) d'évolutions élémentaires (dégradation ou réparation d'une composante),
- la vulnérabilité – comme toute caractéristique du réseau – peut alors être observée sur chacune des configurations et sur toute succession de configurations matérialisant une évolution du réseau d'étude.

Sur cette base, examinons à présent comment se développe l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau.

C.2.2 QUANTIFIER ET COMPRENDRE *IN EXTENSO* LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE D'UN RÉSEAU DE TRANSPORT

La vulnérabilité est une fonction permettant de quantifier l'impact de n'importe quel phénomène dommageable sur l'enjeu considéré. Dans le cadre particulier de notre étude, l'enjeu est circonscrit à la structure d'un réseau de transport, et les dommages que cette dernière subit sont évalués en regard des baisses de performance du réseau dans la mise en relation des lieux de l'espace – elles-mêmes traduites par la dégradation de l'efficacité du réseau.

Ainsi, la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport correspond aux déficits d'efficacité que celui-ci enregistre à tous les niveaux (relations, sommets, graphe) consécutivement à chacun des endommagements possibles.

Partant de cette définition :

- nous avons dans un premier temps défini et quantifié l'efficacité d'un réseau dans son rôle de médiateur pour une configuration donnée (cf C.1.1),
- nous avons ensuite éclairé la compréhension de l'efficacité en mettant en évidence l'organisation relationnelle sous-jacente grâce à l'indice de centralité intermédiaire (cf C.1.2),
- nous avons enfin construit un système permettant de recenser et de situer relativement les unes aux autres toutes les configurations endommagées d'un même réseau (cf C.2.1).

Ces acquis permettent d'établir de manière simple et immédiate le processus d'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport.

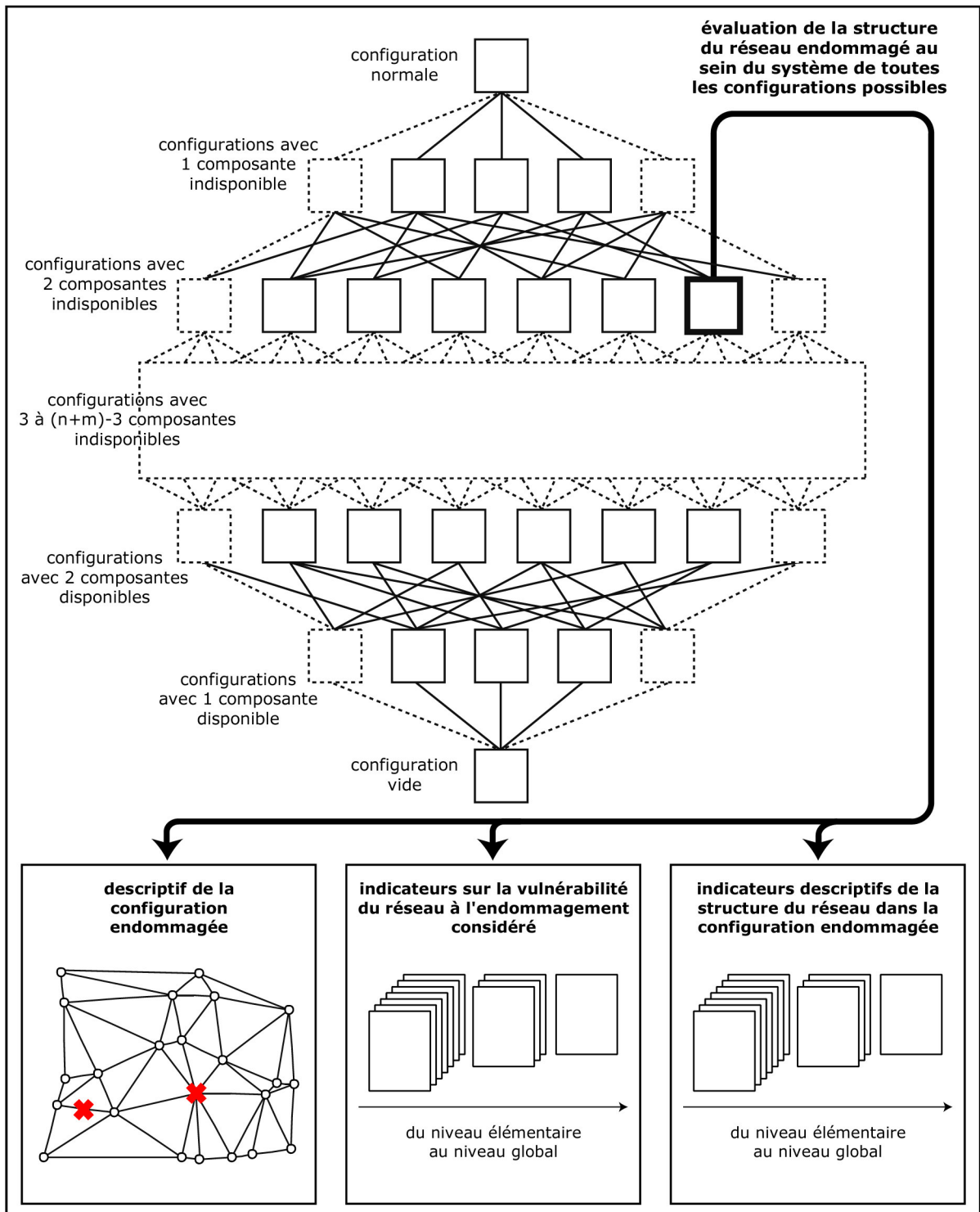


Figure 113 : l'analyse théorique de la vulnérabilité - chaque configuration endommagée du réseau est considérée, située au sein du système de toutes les configurations possibles (cf Figure 112), et évaluée structurellement

Il s'agit, en théorie :

- de considérer chacune des configurations endommagées repérées sur le système de toutes les configurations possibles,
- de décrire pour chacune d'elles les pertes d'efficacités enregistrées par le réseau à tous les niveaux – *ie* du niveau local au niveau global, en considérant successivement les relations, les groupes de relations, les composantes et enfin le réseau en entier,
- et de décrire en parallèle l'organisation des plus courts chemins sur le réseau grâce à la notion de centralité intermédiaire, afin de mettre en regard les performances du réseau (efficacité – question « combien ? ») et les mécanismes relationnels sous-jacents (sollicitation – question « comment ? »).

Les principes que nous venons d'énoncer sont schématisés en Figure 113. Nous retrouvons sur ce schéma le système de toutes les configurations possibles du réseau considéré. Parmi celles-ci, la configuration normale du réseau (située au faîte du système) constitue la référence par rapport à laquelle seront comparées chacune des configurations endommagées⁶¹. À titre d'exemple, le schéma singularise l'une de ces configurations et détaille quelles sont les informations utiles à l'analyse de vulnérabilité, à savoir : la description de la configuration endommagée, les déficits d'efficacité constatés à tous les niveaux entre cette configuration et la configuration normale, et enfin toutes les modifications structurelles utiles à la compréhension de l'endommagement et de son impact (pour l'heure, ces informations sont restreintes à la sollicitation des composantes du réseau et à la notion associée de centralité intermédiaire).

Conformément à ce schéma, nous allons à présent voir dans quelle mesure ce processus peut être appliqué à l'étude de la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport. Nous allons pour cela considérer notre réseau d'étude principal – *ie* le réseau de métro parisien – et distinguer les deux étapes suggérées dans l'analyse, à savoir d'une part l'évaluation des pertes d'efficacité déplorées après endommagement, et d'autre part l'observation des modifications relationnelles enregistrées en parallèle au travers de l'indice de centralité intermédiaire.

⁶¹ Il ne faut pas confondre le rôle de référence de la configuration normale dans l'évaluation de la vulnérabilité et le rôle de référence du réseau de Delaunay (cf B.2.1) dans la distinction des effets spatiaux et des effets-réseau d'un phénomène. En l'occurrence, la configuration normale constitue ici une référence en ce sens que c'est elle qui subit les endommagements et que c'est donc par rapport à elle que seront évaluées les dégradations structurelles.

C.2.2.1 QUANTIFIER : L'ÉVALUATION DE LA DÉGRADATION DE L'EFFICACITÉ D'UN RÉSEAU POUR CHACUNE DE SES CONFIGURATIONS ENDOMMAGÉES

Le premier volet de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau correspond à la quantification même de cette vulnérabilité. Il s'agit donc d'envisager chacune des configurations endommagées du réseau parmi l'ensemble de toutes les configurations envisageables de celui-ci, et d'évaluer pour chacune d'elles les pertes d'efficacité enregistrées à tous les niveaux. Sur la Figure 113, cette étape est repérée par la sélection d'une configuration endommagée (configuration indiquée en traits gras), la description de celle-ci (encadré inférieur gauche) et la collecte des informations relatives à la vulnérabilité du réseau à cet endommagement (encadré inférieur central).

À défaut de pouvoir considérer successivement TOUTES les configurations endommagées possibles sur le réseau de métro parisien, nous proposons, à l'instar de la Figure 113, de considérer une seule de ces configurations endommagées et d'évaluer les valeurs de vulnérabilité structurelle qui lui sont ponctuellement associées.

La configuration que nous avons choisie en pratique correspond à l'endommagement d'une station et d'une succession de tronçons ferrés, à savoir : la station Duroc à l'intersection des lignes 10 et 13, et la ligne 5 entre les stations Bastille et République.

Ainsi que nous l'annoncions plus haut, la quantification de la vulnérabilité exige avant tout de décrire la configuration endommagée. Celle-ci est schématisée sur l'encadré 1 de la Figure 114 résumant l'analyse de vulnérabilité restreinte à l'endommagement de Duroc et du tronçon Bastille-République de la ligne 5.

De manière formelle, l'endommagement considéré se traduit par des modifications structurelles que nous devons modéliser afin de pouvoir entreprendre la quantification de la vulnérabilité du réseau à cet endommagement.

- **Modélisation de la rupture de la station Duroc**

→ Effet sur les pondérations :

Cet endommagement provoque en premier lieu la fermeture des accès au niveau de la station.

En pratique, le poids de la station devient nul par redistribution de son poids initial parmi les stations voisines⁶², conformément au système de pondération adopté en B.2.2. Étant

⁶² Les effets de la suppression d'un sommet sur les pondérations des sommets voisins ne sont pas forcément négligeables. Dans l'exemple qui nous intéresse, les reports consécutifs à la suppression des stations Duroc, Bréguet-Sabin et Richard-Lenoir alourdissent les poids des stations bénéficiaires : Vaneau (+57% - ie poids multiplié par 1,57), Sèvres-Lecourbe (+25%), Ségur (+23%), St François-Xavier (+6%), Falguière

donné que le poids des stations correspond à la surface des cellules qui leur sont associées dans le diagramme de Voronoï, il s'agit ainsi de calculer comment sera partagée la cellule de Voronoï de la station à supprimer parmi les cellules des stations voisines au sens de la triangulation de Delaunay. Le lecteur trouvera en annexe VII une procédure que nous avons établie pour calculer simplement l'évolution des surfaces des cellules d'un diagramme de Voronoï au gré des suppressions ou des ajouts de sommets.

→ Effet sur la trame du réseau :

Cet endommagement empêche par ailleurs le transit *via* la station Duroc – en d'autres termes elle n'autorise aucun chemin passant par cette station.

En pratique, cette hypothèse entraîne la désertion des tronçons ferrés adjacents à cette station, aussi bloquons-nous le transit *via* cette station en valuant à l'« ∞ » (c'est-à-dire à une valeur algorithmiquement égale à l' ∞) ces tronçons ferrés.

- **Modélisation de la rupture de la ligne 5 entre les stations Bastille et République**

→ Effet sur les pondérations :

Cet endommagement déconnecte du réseau les stations Bréguet-Sabin et Richard-Lenoir, car celles-ci ne sont traversées par aucune autre ligne, aussi avons-nous procédé au report de leurs poids sur les stations voisines⁶², selon le même procédé que celui décrit pour la station Duroc.

→ Effet sur les tronçons ferrés :

L'endommagement des tronçons ferrés se traduit par l'impossibilité de parcourir les arêtes correspondantes sur le graphe du métro. À cet effet, nous avons valué à l'« ∞ » les quatre tronçons en question.

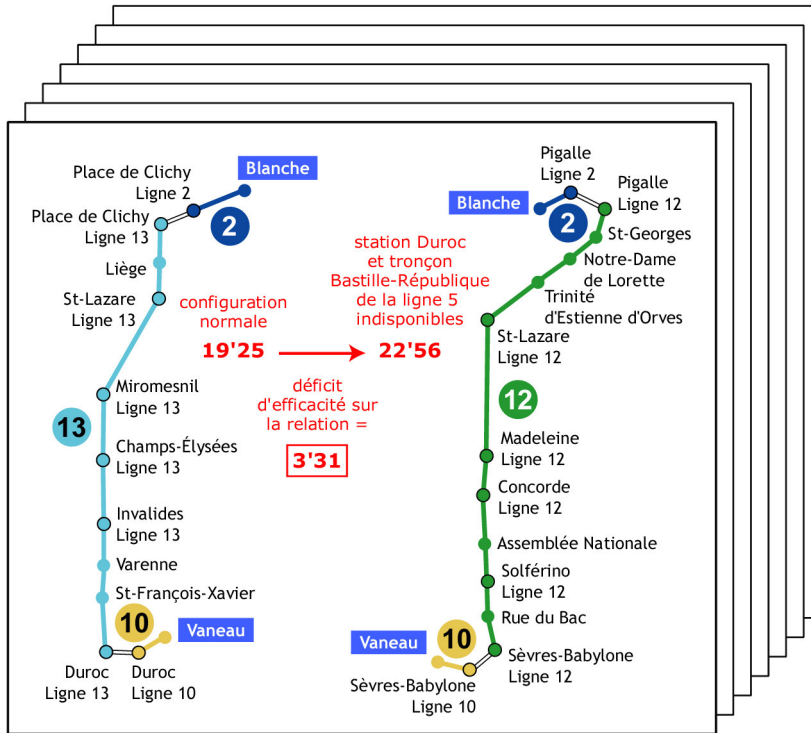
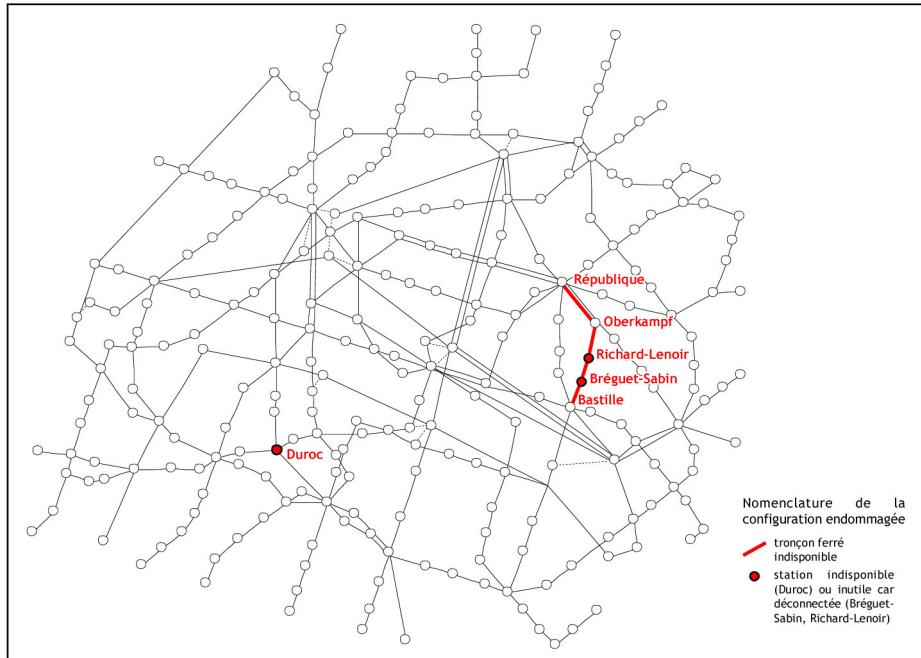
La configuration endommagée ayant ainsi été formalisée, il est possible d'en étudier les propriétés structurelles, et en premier lieu d'en évaluer l'efficacité afin, par comparaison avec la configuration normale, d'en déduire les valeurs de vulnérabilité associées.

Tout comme n'importe quelle caractéristique structurelle d'un réseau, la vulnérabilité doit être appréhendée à tous les niveaux (cf B.2.4) :

- depuis le niveau élémentaire décrit par chacune des relations envisageables sur le réseau,
- jusqu'au niveau global résumant le réseau dans sa totalité,
- en passant par les niveaux locaux, à l'échelle des composantes (sommets et arêtes), au gré des agrégations effectuées sur les relations.

Dans la lignée de notre étude de cas, nous avons appréhendé la vulnérabilité du réseau de métro parisien à la rupture de la station Duroc et de la ligne 5 entre Bastille et République en évaluant les baisses d'efficacité enregistrées ponctuellement aux différents niveaux évoqués.

(+1%), Chemin-Vert (+41%), St Ambroise (+38%), St Sébastien-Froissart (+32%), Ledru-Rollin (+22%), Bastille (+22%), Voltaire (+15%) et Oberkampf (+13%).



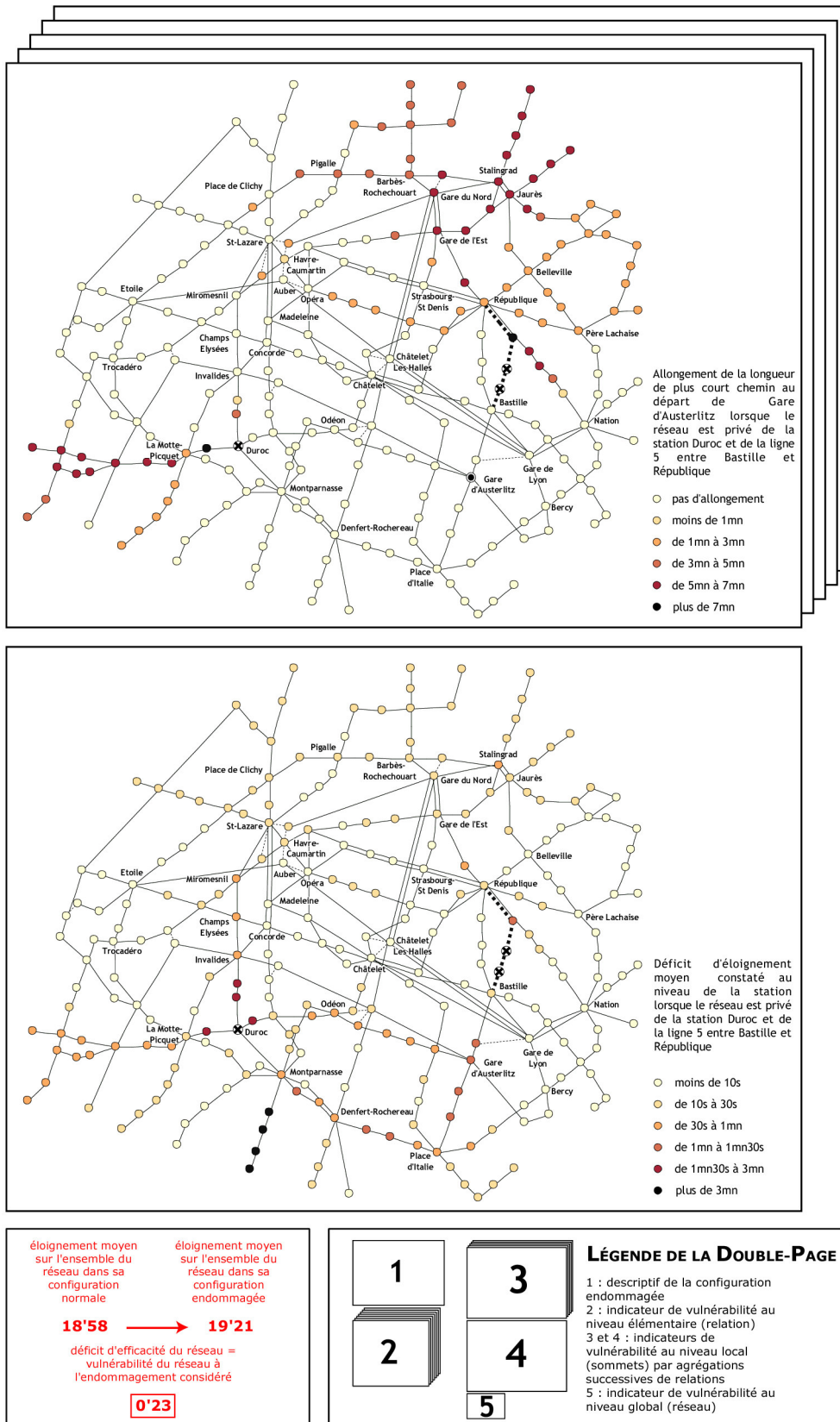


Figure 114 : extrait de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle du réseau de métro parisien - cette double-page présente une des configurations endommagées possibles ainsi qu'un aperçu des informations descriptives de la vulnérabilité du réseau à l'endommagement en question (conformément aux principes d'analyse résumés en Figure 113)

- **Au niveau élémentaire**, l'encadré 2 de la Figure 114 suggère la nécessité de considérer les 31626 relations envisageables sur le réseau et d'évaluer pour chacune d'elles sa perte d'efficacité, c'est-à-dire le détour qu'elle enregistre à la suite de l'endommagement considéré. Parmi ces relations, nous avons représenté la relation Blanche-Vaneau : il apparaît que celle-ci transite par la station Duroc dans la configuration normale – aussi enregistre-t-elle une perte d'efficacité conséquente (3mn31s) dans la configuration endommagée.
- **Au niveau local**, conformément aux encadrés 3 et 4 de la Figure 114, il s'agit de considérer chacune des 252 stations disponibles sur le réseau et d'évaluer pour chacune d'elles sa perte d'efficacité, ce qui se traduit :
 - par le détour enregistré par chacune des relations au départ de la station considérée,
 - par l'agrégation de ces détours, quantifié par le déficit d'éloignement moyen enregistré par la station considérée à la suite de l'endommagement.

Par exemple, nous avons cartographié sur l'encadré 3 la valeur des détours pour les relations au départ de la station Gare d'Austerlitz. Cette représentation est une agrégation des résultats obtenus au niveau élémentaire, puisque nous avons simplement extrait et cartographié les pertes d'efficacité enregistrées par 251 des 31626 relations évoquées plus haut.

En pratique, la carte obtenue nous permet d'apprécier l'impact de l'endommagement sur la situation relationnelle de la station Gare d'Austerlitz : l'indisponibilité de Duroc compromet les relations à destination des quartiers Auteuil, Grenelle et Commerce tandis que la rupture de la ligne 5 éloigne les stations d'un large pan nord-est de la ville, délimité par la ligne fictive Nation – Pigalle⁶³.

La moyenne pondérée des détours permet dans un second temps d'obtenir la perte d'efficacité de la station Gare d'Austerlitz pour cet endommagement, c'est-à-dire son déficit d'éloignement moyen à destination de toutes les autres stations. La valeur que nous obtenons est 1mn21s : en d'autres termes, la rupture de la station Duroc et de la ligne 5 entre Bastille et République occasionne en moyenne un détour de 1mn21s pour l'ensemble des relations au départ de Gare d'Austerlitz. Ce résumé est ainsi calculé pour chacune des stations du réseau, et l'ensemble des valeurs est cartographié sur l'encadré 4. En ce sens, nous avons à nouveau procédé à une agrégation des résultats obtenus à un niveau de granularité plus fin.

Ici, la carte obtenue montre comment la situation relationnelle de chacune des stations évolue avec l'endommagement considéré. Outre les pénalités encaissées par les stations concernées directement par la rupture de Duroc et de la ligne 5 Bastille-République (stations des lignes 10, 13 et 5), il est intéressant de noter d'une part la vulnérabilité non

⁶³ Comme suggéré en C.1.1.1 – et si le contexte de l'étude s'y prêtait – ces variations d'éloignement pourraient faire l'objet d'une étude plus approfondie, par exemple en comparant la distribution des éloignements à la station Gare d'Austerlitz, avant et après l'endommagement en question.

négligeable des stations du nord-est parisien à cet endommagement⁶⁴, et d'autre part la vulnérabilité autrement plus importante des stations de la ligne 6 (circulaire sud), révélant probablement un effet de dépendance entre cette ligne et la ligne 13 en correspondance à Montparnasse.

• **Au niveau global**, ainsi que nous le détaillons dans l'encadré 5 de la Figure 114, l'agrégation des pertes d'efficacité enregistrées par l'ensemble de toutes les relations envisageables correspond à la vulnérabilité du réseau tout entier à l'endommagement considéré. Pour la configuration développée en Figure 114, cette vulnérabilité se traduit par une perte d'efficacité moyenne de 23 secondes.

Si l'on reprend la démarche d'analyse de vulnérabilité effectuée ici, nous sommes finalement amenés, pour UNE configuration endommagée donnée :

- à considérer chacune des relations et à évaluer le détour enregistré par chacune d'elles consécutivement à l'endommagement considéré,
- à extraire les échantillons de relations qui s'appuient sur chacun des sommets disponibles et à évaluer pour chacun d'eux leur déficit d'éloignement moyen,
- à agréger enfin toutes les relations à l'échelle du réseau, afin d'évaluer la perte d'efficacité globale du réseau induite par l'endommagement.

Comme nous l'avons vu dans notre exemple d'étude, l'appréciation de la vulnérabilité est grandement facilitée par la cartographie des résultats, pour peu que le niveau de détail et la quantité résultante d'informations le permettent.

Il est cependant une notion structurelle qui peut certainement enrichir l'analyse de vulnérabilité : il s'agit bien entendu de la notion de centralité intermédiaire dont nous avons vu qu'elle mesure la sollicitation des composantes du réseau et qu'elle permet de comprendre en conséquence les ressorts de l'efficacité de la mise en relation des lieux par le réseau.

C.2.2.2 COMPRENDRE : L'OBSERVATION DES REPORTS DE CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE SUR UN RÉSEAU POUR CHACUNE DE SES CONFIGURATIONS ENDOMMAGÉES

Le second volet de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau explore les caractéristiques structurelles du réseau dans ses configurations normale et endommagées afin de comprendre comment est produite la vulnérabilité. Pour chacune des configurations endommagées du réseau, il s'agit d'observer l'évolution de ces

⁶⁴ On retrouve ici le phénomène isolé sur l'échantillon des relations au départ de Gare d'Austerlitz, à savoir la dépendance de ces stations à la liaison nord-sud offerte par la ligne 5.

caractéristiques structurelles – et en premier lieu l'évolution de l'indicateur de l'organisation relationnelle du réseau, c'est-à-dire l'indice de centralité intermédiaire⁶⁵.

De même que la centralité intermédiaire permet de voir comment les plus courts chemins réalisent les relations sur une configuration donnée d'un réseau et produisent en conséquence son efficacité, l'évolution de cette quantité à la suite d'endommagements promet d'éclairer la compréhension des pertes d'efficacité enregistrées par le réseau, et donc de sa vulnérabilité.

Sur la Figure 113, cette étape est repérée par la collecte des informations relatives aux modifications structurelles du réseau suite à chacun des endommagements possibles (encadré inférieur central). Sur la base des outils traditionnels dont nous disposons à ce stade de notre travail, cette étude structurelle est fondée sur l'observation de la centralité intermédiaire – nous verrons à l'issue de cette partie ainsi que dans la partie suivante que cette étude gagne à être étendue par l'observation d'autres indicateurs structurels.

De même que dans le premier volet de cette analyse, nous proposons d'illustrer notre démarche sur le réseau de métro parisien pour la configuration endommagée correspondant à la rupture de la station Duroc et de la ligne 5 entre Bastille et République.

En parallèle de la Figure 114, la Figure 115 présente les reports de centralité intermédiaire observés aux différents niveaux d'étude⁶⁶ pour la configuration endommagée considérée.

- **Au niveau élémentaire**, l'encadré 1 de la Figure 115 illustre le principe des reports à l'échelle de la relation en reprenant l'exemple de la relation Blanche-Vaneau. La représentation des différences de centralité intermédiaire permet simplement de repérer comment se réorganise(nt) le(s) plus court(s) chemin(s) pour réaliser la relation dans la configuration endommagée.

Dans notre exemple, le chemin est intégralement modifié, par conséquent les composantes de l'ancien parcours enregistrent une différence de -1 (déficit de la totalité des plus courts chemins) et les composantes du nouveau parcours sont créditées d'une différence de +1 (gain de la totalité des plus courts chemins) – à noter que la station St-

⁶⁵ Les partenaires de la section 1.2.1 du [Projet européen ESPON, 2004] cité plus haut effectuent ponctuellement cette opération dans le contexte fonctionnel de leur étude : l'indicateur qu'ils observent alors correspond aux transferts de flux (en millions de tonnes par an). Ceux-ci sont évalués et cartographiés sur l'ensemble des routes du réseau, pour différentes configurations endommagées ciblées (la rupture de la liaison Narbonne – Perpignan, la fermeture du tunnel du Fréjus, etc.). La sélection de ces configurations s'apparente au principe des scénarios ponctuels que nous verrons en C.3.2.1.

⁶⁶ Le niveau global n'est pas traité, car les reports de centralité intermédiaire n'ont pas de sens immédiat à l'échelle d'un réseau tout entier.

Lazare n'enregistre aucune différence car elle est traversée dans les deux cas. L'ensemble des autres composantes (non représentées ici) ne sont pas concernées et n'enregistrent donc pas de différence.

L'information complète ainsi le déficit d'efficacité relevé pour la relation (en l'occurrence : 3mn31s) en détaillant simplement les parcours associés.

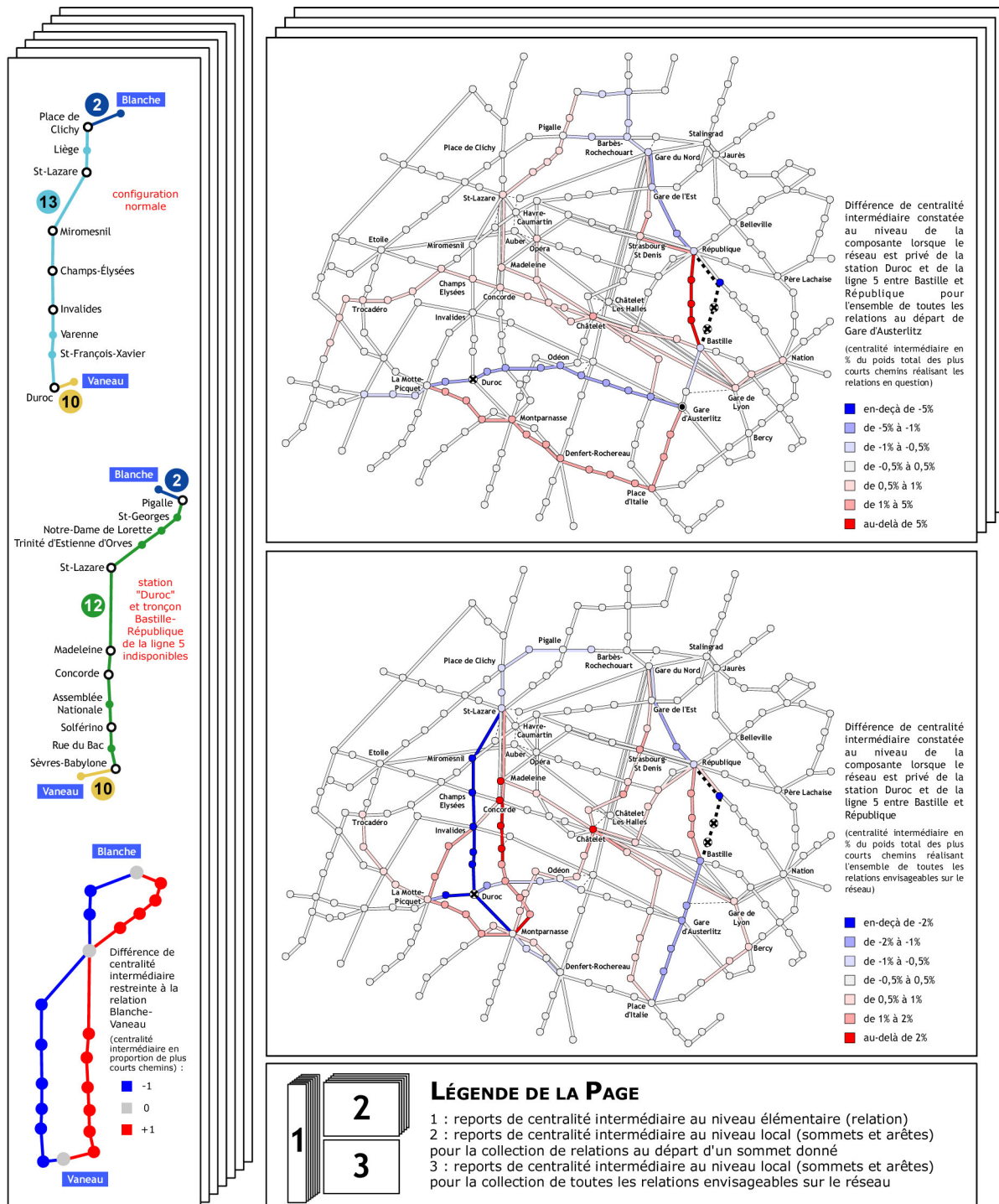


Figure 115 : second volet de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle du réseau de métro parisien amorcée en Figure 114 - les encadrés présentent un aperçu des modifications structurelles du réseau induites par l'endommagement de la Figure 114 au travers de l'indice de centralité intermédiaire

- **Au niveau local**, les reports de centralité intermédiaire sont envisagés au niveau de chacune des composantes (stations et tronçons ferrés) en agréant les relations en deux temps :
 - observation des reports pour le jeu de relations au départ de chacune des 252 stations disponibles (encadré 2),
 - observation des reports pour la totalité des relations envisageables sur le réseau (encadré 3).

Par exemple, l'encadré 2 fait écho à l'encadré 3 de la Figure 114 en présentant les reports de centralité intermédiaire produite par les relations au départ de la station Gare d'Austerlitz. Par construction, cette représentation est une agrégation des résultats obtenus au niveau élémentaire puisqu'elle reprend 251 des 31626 relations et cartographie pour celles-ci la redistribution des plus courts chemins induite par l'endommagement.

Comme l'étude préalable de cet indicateur le laissait entendre, la carte obtenue révèle la réorganisation relationnelle du réseau pour l'endommagement et la collection de relations considérés. Alors que les pertes d'efficacité relevées localement suggéraient la difficile accessibilité des quartiers sud-ouest (par rupture de la ligne 10 à Duroc) ainsi que celle des quartiers nord-est (par rupture de la ligne 5 au-delà de Bastille), la carte des reports de centralité intermédiaire identifie les parcours pénalisés (valeurs négatives) et les parcours de remplacement (valeurs positives). Ainsi, la rupture de Duroc est compensée par un détour par le sud (combinaison des lignes 5 et 6 en correspondance à Place d'Italie) et la rupture de la ligne 5 entre Bastille et République est compensée par le tronçon parallèle entre les mêmes stations sur la ligne 8.

L'observation locale des centralités intermédiaires est ensuite réalisée pour l'ensemble de toutes les relations. Pour notre exemple d'étude, l'encadré 3 répond à l'encadré 4 de la Figure 114 en présentant les reports de centralité intermédiaire produite par l'ensemble de toutes les relations envisageables sur le réseau. Ce niveau d'analyse revient à cumuler les reports observés pour chacune des collections de relations envisagées au niveau inférieur.

Ici, les vulnérabilités observées sur les stations en Figure 114 sont expliquées par la réorganisation globale des plus courts chemins et les détours que celle-ci induit. En l'occurrence, les alternatives aux chemins transitant par Duroc en temps normal s'articulent sur la ligne 12 et la combinaison des lignes 8 et 6 en correspondance à La Motte-Picquet (cela va dans le sens de la dépendance que nous évoquions entre les lignes 6 et 13 en correspondance à Montparnasse). Concernant la rupture de la ligne 5, les alternatives sont assurées d'une part par la ligne 8 (elle double la ligne 5 entre Bastille et République) et par la ligne 4 (elle double la ligne 5 entre Gare de l'Est et Place d'Italie).

Sans aller plus avant dans cette analyse (la finalité de notre travail n'étant pas de réaliser une étude sur le réseau de métro parisien), l'étude de la centralité intermédiaire et de son évolution induite par l'endommagement du réseau met en lumière la réorganisation relationnelle du réseau, et par conséquent les modifications structurelles produisant les pertes d'efficacité – c'est-à-dire la vulnérabilité.

Nous devons néanmoins reconnaître que l'étude de la configuration endommagée que nous avons érigée en exemple est relativement aisée, car les deux ruptures qui la caractérisent sont très éloignées l'une de l'autre et leurs impacts sont par conséquent facilement identifiables.

De fait, il est moins sûr que l'étude combinée des pertes d'efficacité et des reports de centralité intermédiaire soit aussi simple et tranchée pour des endommagements plus complexes. Il ne faut toutefois pas perdre de vue que l'analyse théorique que nous venons de présenter permet d'explorer des niveaux de granularité toujours plus fin, jusqu'au niveau élémentaire de la relation.

En résumé, l'analyse théorique de la vulnérabilité quantifie la fonction de vulnérabilité d'un réseau par les pertes d'efficacité et étaye celle-ci par les reports de centralité intermédiaire.

L'évolution de ces quantités est observée pour l'ensemble de toutes les configurations endommagées, organisées en un système sur lequel l'état du réseau peut lui-même être observé au gré des modifications élémentaires qu'il subit.

Le travail de comparaison entre chacune des configurations endommagées et la configuration normale du réseau est réalisé à tous les niveaux, depuis le niveau le plus élémentaire (la relation) jusqu'au niveau global (le réseau) en passant par le niveau local (les composantes) par agrégations successives des relations prises en compte. Cet emboîtement des niveaux d'analyse garantit la possibilité de pouvoir toujours obtenir l'information pertinente quels que soient les relations, composantes et endommagements que l'on étudie.

Ainsi décrite, l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle que nous venons de développer est très séduisante :

- elle envisage la vulnérabilité de manière exhaustive en intégrant la totalité des configurations possibles du réseau et la multiplicité des niveaux d'analyse,
- elle repose sur une méthode de quantification adaptée à l'approche structurelle grâce à la notion d'efficacité,
- et elle décrit enfin les mécanismes relationnels produisant la vulnérabilité grâce à la notion de centralité intermédiaire.

Néanmoins, la réalisation de ce processus est inconcevable tant la quantité d'informations à produire et à traiter est colossale. Pour le réseau de métro parisien ($n = 255$ stations et $m = 336$ tronçons ferrés), il s'agit de considérer $n.(n-1)/2 = 32385$

relations pour chacune des $2^{255+336} \approx 8,1.10^{177}$ (!) configurations endommagées (sans considération quant à l'équivalence relationnelle de certaines d'entre elles).

Dans ce contexte, l'étude pratique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau nécessite d'explorer avec pertinence la mine d'informations offerte par le processus que nous venons de décrire : le chapitre suivant entreprend cet examen en restreignant l'ensemble des configurations endommagées possibles à un jeu de *scénarios d'endommagement*.

CHAPITRE C.3

L'ANALYSE PRATIQUE DE LA VULNÉRABILITÉ D'UN RÉSEAU PAR L'ÉTUDE DE SCÉNARIOS D'ENDOMMAGEMENT

À défaut de pouvoir envisager l'intégralité des endommagements possibles d'un réseau de transport donné, nous devons, pour étudier la vulnérabilité structurelle de celui-ci, revoir nos ambitions à la baisse et élaborer un processus d'analyse pratique centré sur un ensemble réduit de configurations endommagées pertinentes.

L'objet de ce chapitre est de construire des ensembles de configurations endommagées – des *scénarios d'endommagements* – sur lesquels le processus d'analyse théorique décrit plus haut fournit une image représentative des potentialités relationnelles du réseau, de leur évolution, et donc de la vulnérabilité structurelle du réseau.

Dans cet ordre d'idées, la notion de scénarios d'endommagement a été abordée (parfois sans être nommée ainsi) dans un petit nombre d'études consacrées à l'étude structurelle des réseaux et de leur évolution dans l'éventualité de la rupture de leurs composantes :

- dans le domaine de la géographie et de l'aménagement, [Appert & Chapelon, 2001] et [Chapelon, 2001] évaluent l'importance de chacune des arêtes (« liens ») d'un réseau de transport en mesurant la perte d'accessibilité (« performance ») enregistrée par le réseau consécutivement à la rupture de l'arête considérée : les scénarios envisagés correspondent à ce que nous appelons des « scénarios élémentaires », c'est-à-dire des scénarios mettant en scène l'endommagement d'une seule composante (section C.3.1) ;
- toujours dans le domaine de la géographie, le travail que nous avons mené avec [Fouillet, 2002] avait pour objet d'élargir ces perspectives en construisant des scénarios « complexes », c'est-à-dire des scénarios mettant en scène l'endommagement de plusieurs composantes : ceux-ci ont été élaborés de manière

ponctuelle sur le réseau de métro parisien à partir de phénomènes réels ou redoutés (sous-section C.3.2.1) ;

- l'étude que nous venons d'évoquer ambitionnait par ailleurs de mettre sur pied d'autres scénarios complexes, non plus de manière ponctuelle et contextuelle, mais construits selon des critères formels pertinents afin de mettre à l'épreuve certaines caractéristiques du réseau d'étude et d'en tirer des conclusions quant à sa vulnérabilité : cette démarche s'appuie sur la recherche en théorie des graphes, et notamment sur les travaux de [Holme *et al.*, 2002] dont le propos est d'éprouver la vulnérabilité d'un réseau en l'« attaquant stratégiquement », c'est-à-dire en supprimant par exemple la composante dont l'indisponibilité dégrade au maximum l'accessibilité moyenne observée sur le réseau (sous-section C.3.2.2) ;
- sur cette base, [Fernique, 2003] reprend l'idée des scénarios d'endommagement issus de stratégies d'attaque en les enchaînant et en les organisant selon un critère donné (par exemple : supprimer les composantes une à une de manière à dégrader le moins possible l'accessibilité moyenne) : les valeurs de vulnérabilité observées pour la succession d'états considérée permettent alors d'établir des « profils de vulnérabilité » intégrées au système de vulnérabilité échafaudé en C.2.2 (section C.3.3).

Voyons maintenant comment ces différentes approches s'articulent et se complètent pour extraire les configurations pertinentes d'un réseau de transport, et permettre, en pratique, d'appréhender aussi fidèlement que possible la vulnérabilité structurelle de celui-ci.

C.3.1 LES SCÉNARIOS ÉLÉMENTAIRES

S'agissant de considérer un échantillon de configurations endommagées représentatives du réseau et de ses potentialités relationnelles dans un contexte de risques, la sélection la plus immédiate consiste à retenir dans un premier temps les configurations issues de la rupture d'une seule composante (sommet ou arête).

L'étude des *scénarios élémentaires* propose simplement d'observer l'impact de la suppression d'une seule composante (sommet ou arête) sur l'organisation relationnelle du réseau.

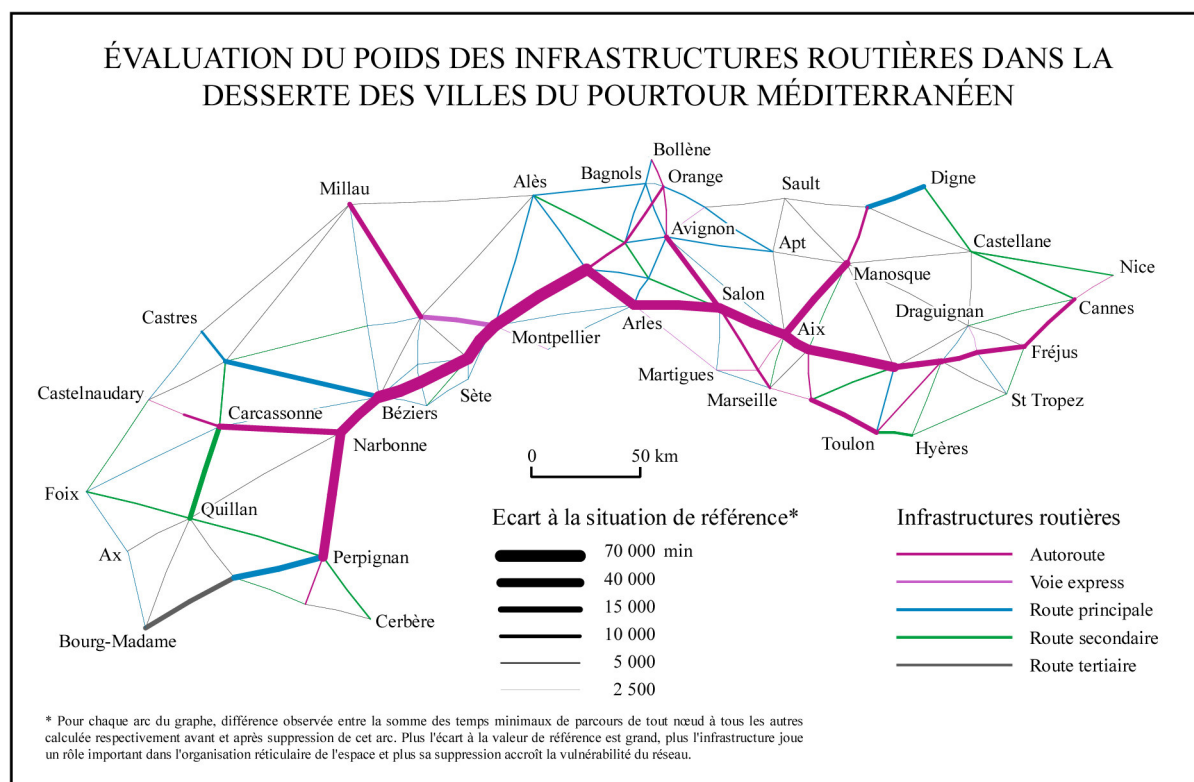


Figure 116 : caractérisation du « rôle fonctionnel » des arcs d'un réseau par destruction / hiérarchisation - les arcs sont ici classés selon l'impact de leur suppression individuelle en termes d'allongement total des temps de parcours minimaux mesurés sur l'ensemble des relations entre paires de sommets (*d'après* : [Chapelon, 2001])

Ainsi que nous le mentionnions en introduction de ce chapitre, cette démarche a déjà été réalisée dans le domaine de la géographie et de l'aménagement (voir [Appert & Chapelon, 2001] et [Chapelon, 2001]), non pas pour étudier la vulnérabilité à proprement parler des réseaux de transport, mais pour caractériser le « rôle fonctionnel⁶⁷ » que joue chacune des arêtes au sein de la trame. En dépit de ces divergences, [Chapelon, 2001] quantifie l'impact de la suppression individuelle des arêtes par le déficit d'éloignement moyen (aux pondérations et facteurs de normalisation près), et rejoint ainsi la définition de la vulnérabilité structurelle que nous avons élaborée dans cette partie.

Par conséquent, les résultats obtenus sur le réseau routier du pourtour méditerranéen (cf Figure 116) décrivent avant tout la vulnérabilité de ce réseau pour la famille de configurations comprenant exactement une arête endommagée.

Cet exemple met en valeur deux points importants :

- l'étude des scénarios élémentaires est simple à réaliser, car elle ne concerne qu'un nombre $n + m$ de configurations endommagées,
- par construction, elle débouche sur des résultats cartographiables dès lors que l'on restreint l'information sur la vulnérabilité à son résumé global, c'est-à-dire au déficit d'éloignement moyen observé sur l'ensemble de toutes les relations envisageables sur le réseau.

Ce procédé a été récemment exploité à l'occasion du [Projet européen ESPON, 2004] pour évaluer la vulnérabilité des réseaux routiers dans un contexte d'usage. Il s'agissait de mesurer l'impact de la suppression de chacune des composantes du réseau routier européen sur le transport de marchandises par poids lourds. Les auteurs proposent ainsi d'évaluer le détour total (en tonnes × kilomètres / an) occasionné par chacune des ruptures individuelles de composante.

En guise d'illustration, la Figure 117 présente les résultats obtenus pour les scénarios de rupture individuelle des sommets du réseau⁶⁸.

⁶⁷ selon les termes employés par les auteurs

⁶⁸ À cette occasion, nous laissons le soin au lecteur de comparer le réseau faisant l'objet de ce projet et celui que nous avons utilisé dans notre travail (cf Figure 92 page 242). Comme annoncé en B.3.2.3, le graphe que nous manipulons en guise de réseau routier européen est loin des réalités approchées par celui du projet ESPON (noter en particulier les différences concernant la densité des routes en Europe de l'est et les liaisons par ferry). Ce graphe reste néanmoins intéressant d'un point de vue théorique pour ses propriétés structurelles, ainsi que nous avons pu le voir jusqu'à présent (et ainsi que nous le vérifierons encore par la suite).

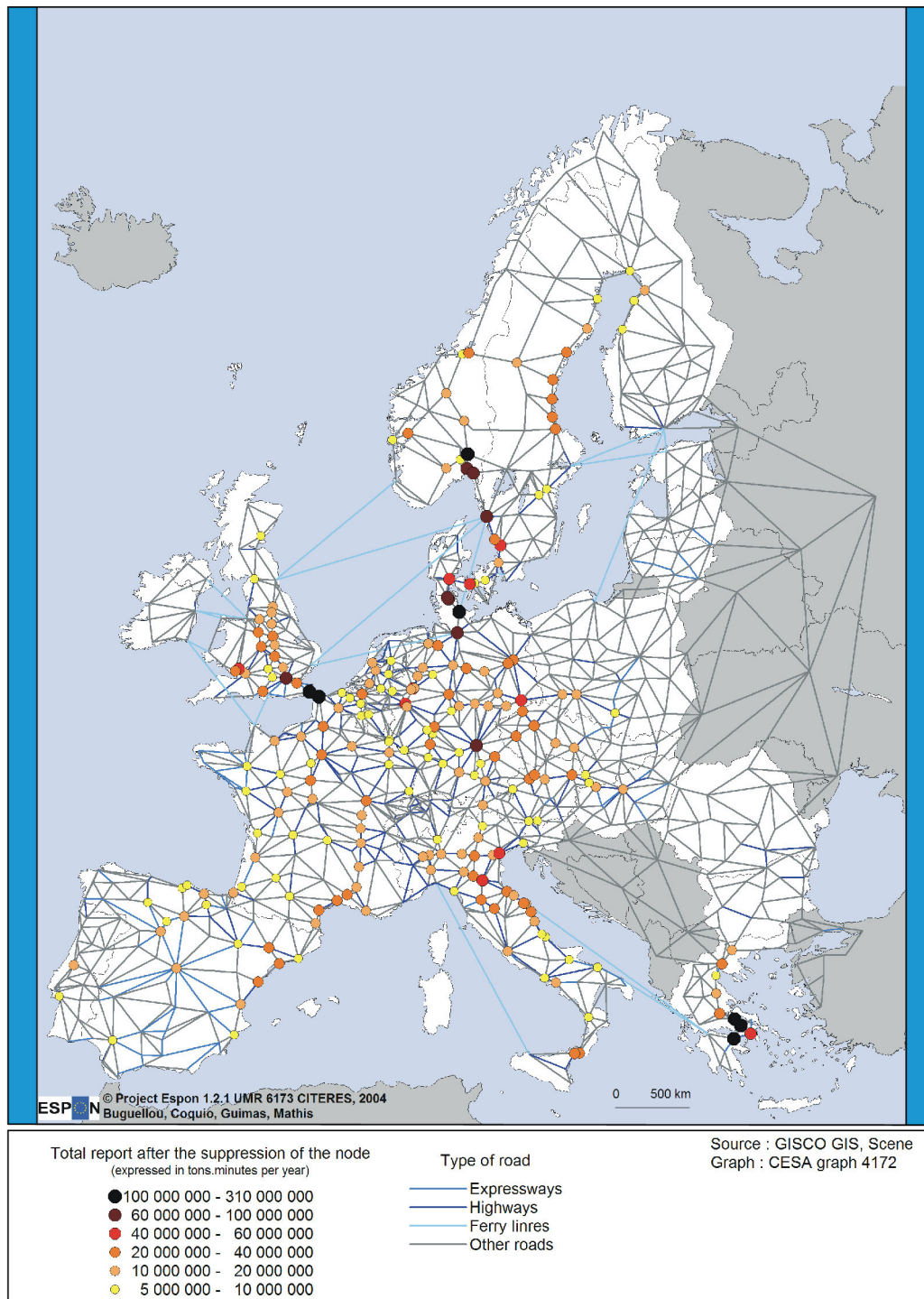


Figure 117 : vulnérabilité du transport de marchandises par poids lourds sur le réseau routier européen suite à la rupture individuelle de chacun de ses sommets (source : [Projet européen ESPON, 2004])

Si nous reprenons à présent les principes de l'analyse théorique de la vulnérabilité dans le contexte structural de notre étude (cf Figure 113 page 302), nous pouvons repérer les scénarios élémentaires d'un réseau dans son système de configurations endommagées, et prendre en conséquence la mesure de l'information qu'ils apportent en termes de vulnérabilité structurale (cf Figure 118).

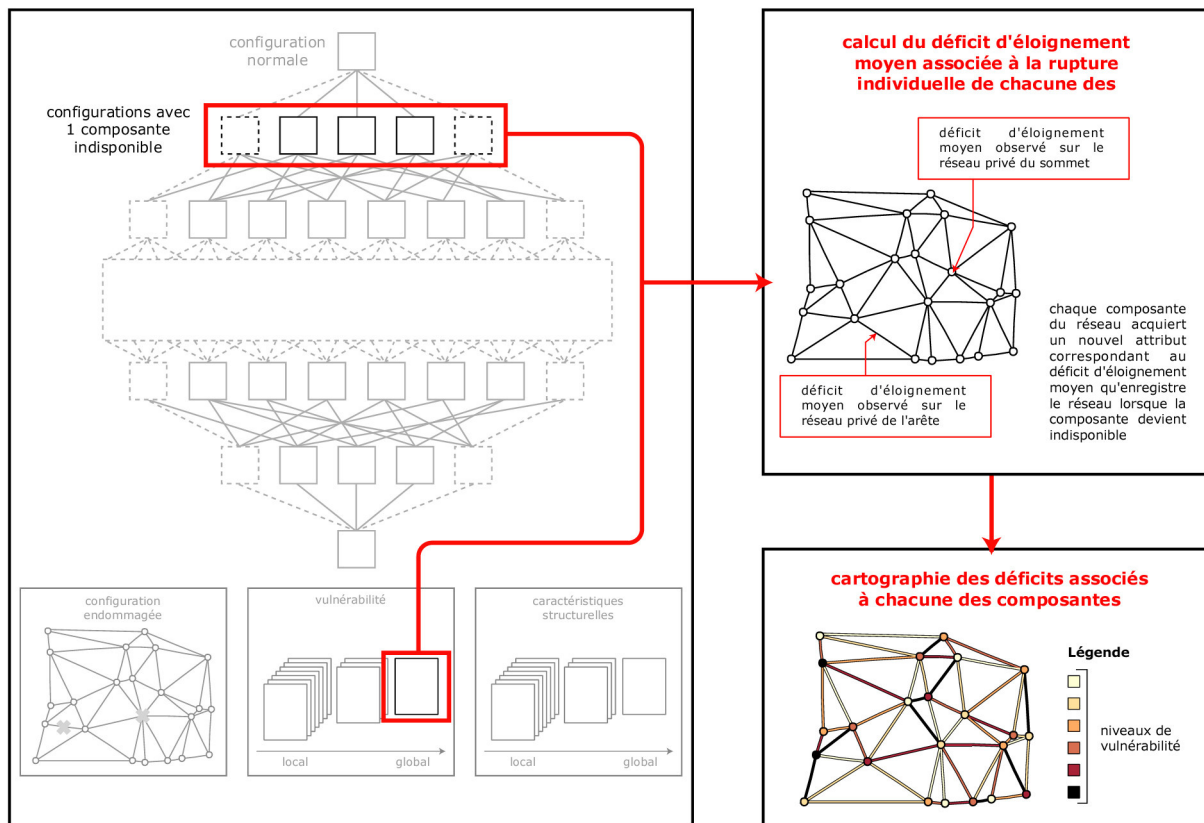


Figure 118 : situation et finalité des scénarios élémentaires au sein de l'analyse théorique de vulnérabilité (cf Figure 113 page 302)

Nous avons appliqué ce schéma à chacun des réseaux que nous avons entrepris d'étudier dans cette thèse. Avant de commenter les résultats obtenus sur le réseau de métro parisien, nous invitons le lecteur à consulter en annexe X les cartes de *vulnérabilité élémentaire* (nous employons ce raccourci pour désigner la vulnérabilité aux scénarios d'endommagement élémentaires) pour les trois réseaux routiers français, européen et orléanais :

→ sur le réseau routier français

L'étude préalable du réseau routier français révélait une trame dense et régulière, articulée sur un ensemble d'axes rapides (notamment les autoroutes convergeant sur Paris et les transversales Bordeaux-Lyon et Bordeaux-Toulouse-Marseille). La carte de vulnérabilité de ce réseau aux scénarios d'endommagement élémentaires confirme cette première analyse en soulignant l'impact des ruptures localisées sur ces axes rapides. Pour ce réseau, il y a donc adéquation entre le caractère vulnérable des composantes et leur caractère structurant, ainsi que le suggère [Chapelon, 2001] dans le cas du réseau routier méditerranéen en qualifiant le rôle « fonctionnel » des liens à partir d'une quantité correspondant à notre indice de vulnérabilité élémentaire.

→ sur le réseau routier européen

Les résultats obtenus sur le réseau routier européen sont beaucoup plus riches – ou pour le moins beaucoup plus nuancés – que ceux obtenus sur le réseau routier français. Le parallèle axe structurant – axe vulnérable est ici également visible (voir par exemple les liaisons bordant le Golfe du Lion ou la mer Baltique), mais de manière atténuée,

suggérant ainsi implicitement l'existence de chemins alternatifs peu pénalisants (pour mettre en évidence ces chemins alternatifs, il faudrait regarder dans le détail comment s'organisent les reports de centralité intermédiaire pour les scénarios d'endommagement en question). Au-delà de ce simple constat, la carte souligne certaines singularités structurelles que laissait déjà pressentir l'analyse de la centralité intermédiaire en C.1.2 :

- l'inhomogénéité de la trame se traduit naturellement en termes de vulnérabilité par une plus grande fragilité du réseau dans les zones moins denses – ici dans la partie est du continent ;
- la vulnérabilité des passages critiques est à la mesure des difficultés rencontrées pour contourner les axes empruntés en temps normal : notons entre autre la vulnérabilité modérée des autoroutes d'accès à la péninsule ibérique (le passage est suffisamment maillé pour offrir des alternatives locales), et la vulnérabilité autrement plus conséquente des deux seuls accès à la Scandinavie (*via* le pont Danemark-Suède et la ville de St-Petersbourg) en raison de leur grand éloignement.

Cette progression des valeurs de vulnérabilité élémentaire pour les passages critiques trouve sa limite avec les ponts et les sommets d'articulation (au sens de la théorie des graphes – cf B.1.4.3), dont le statut, par construction, exclut une évaluation quantitative de la vulnérabilité selon la méthodologie proposée. Dans le cadre de notre étude, nous suggérons de recenser ces composantes et de faire une analyse qualitative de leur vulnérabilité au cas par cas. Dans l'exemple du réseau routier européen, nous relevons de telles composantes :

- dans un contexte très local (l'accès au Péloponnèse, l'accès à l'Irlande) : la déconnexion du graphe engendrée par la rupture de ces composantes doit en conséquence être relativisée par la taille du territoire rendue ainsi inaccessible ;
- mais également dans un contexte impliquant des relations plus nombreuses et à plus grande portée (l'accès aux îles britanniques depuis la France) : la rupture de telles liaisons isole des composantes connexes de tailles non négligeables⁶⁹ et nécessite par conséquent d'envisager séparément les scénarios d'endommagement associés⁷⁰.

→ sur le réseau routier orléanais

La gamme des vulnérabilités observées sur les réseaux routiers français et européen se retrouve sur le réseau routier orléanais, avec les nuances induites par l'inhomogénéité de la trame (voyez par exemple la plus grande vulnérabilité du réseau sur la rive sud de la Loire). Ce réseau confirme et va même jusqu'à caricaturer nos propos sur la vulnérabilité des passages critiques : ceux-ci se concentrent en effet sur les trois ponts et manifestent sans surprise des valeurs de vulnérabilité très au-dessus de celles observées sur les rives. L'exemple est d'autant plus caricatural que l'indice de vulnérabilité élémentaire

⁶⁹ Nous rejoignons ici les questions de vulnérabilité liées aux déconnexions, dont nous avons vu en C.2.1.1 qu'elles pouvaient être caractérisées par le nombre et la taille des composantes connexes qu'elles engendrent (voir notamment [Bulteau & Rubino, 1997] et [Holme *et al.*, 2002]).

⁷⁰ Cela dépasse de fait le cadre d'étude que nous nous sommes fixés en C.2.1. À titre indicatif, l'éventualité de la rupture du tunnel France – Grande-Bretagne pourrait être abordée en étudiant les alternatives offertes par les autres modes de transport (ferry, avion) et en chiffrant les pénalités temporelles qu'elles imposent, ainsi que nous le suggérions déjà dans la note 58 (cf page 288).

discrimine les composantes du réseau de manière nettement plus tranchée que l'indice de centralité intermédiaire : parmi les composantes les plus sollicitées relationnellement (cf Figure 269 page 687) sont ainsi distinguées d'une part un grand nombre de composantes situées au sein des rives – et donc peu vulnérables en raison de la densité de la trame locale, et d'autre part un petit nombre de composantes articulant les ponts et leurs accès – et donc très vulnérables en raison de la fragilité topologique inhérente aux ponts locaux.

Voyons à présent ce qu'il en est pour le réseau de métro parisien (cf Figure 119).

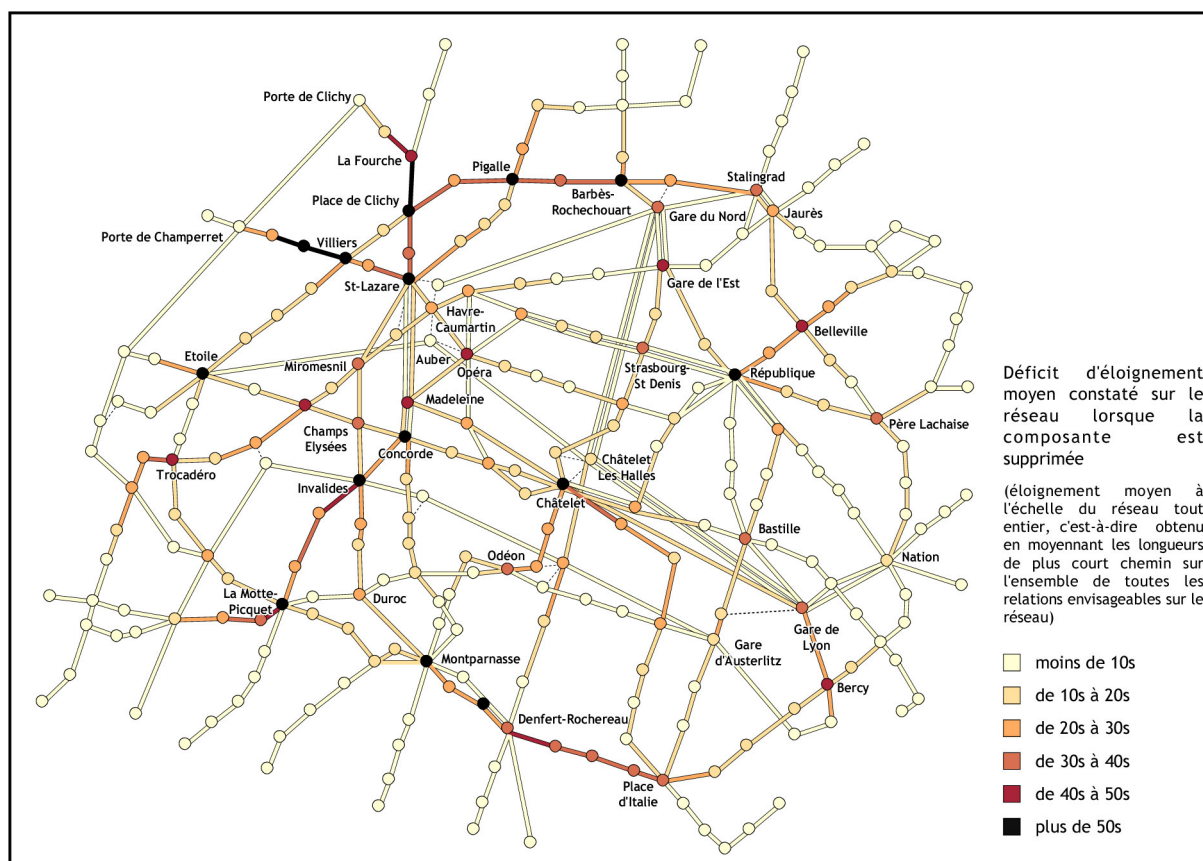


Figure 119 : vulnérabilité du réseau de métro parisien à la rupture individuelle de ses stations et de ses tronçons ferrés

À l'instar du réseau routier orléanais, la carte de vulnérabilité élémentaire obtenue pour le réseau de métro parisien fait valoir des niveaux de vulnérabilité très tranchés. Cette réalité n'est pas due à une trame elle-même contrastée comme c'est le cas pour Orléans, mais à la logique de correspondances intervenant à un niveau inférieur et induisant de fait une segmentation implicite de la structure (cf B.3.1.2). En pratique, les gradients importants observés en Figure 119 vont nous permettre d'établir des liens entre la vulnérabilité et les propriétés structurelles du réseau (nous nous consacrerons à cette tâche dans la partie D). Pour l'heure, ils révèlent en un coup d'œil des phénomènes déjà entrevus sur les trois réseaux routiers évoqués plus haut :

→ Les composantes les plus sollicitées sur le réseau (cf Figure 107 page 276) menacent souvent de perturber fortement le réseau en cas de rupture (c'est par exemple le cas des

stations principales du réseau : Châtelet, République, St-Lazare, Montparnasse, Concorde, etc.)

En première approximation, l'impact de la rupture d'une composante semble liée à la centralité intermédiaire de celle-ci⁷¹, conformément à l'idée intuitive selon laquelle « plus de chemins transitent par une composante, plus la rupture de celle-ci est préjudiciable ». Cette idée rejoint le parallèle effectué par [Chapelon, 2001] dans son évaluation du *rôle fonctionnel* des composantes d'un réseau à partir de l'impact de la suppression individuelle de chacune d'entre elles sur l'éloignement moyen à l'échelle du réseau.

→ Néanmoins, ce parallèle mérite d'être nuancé : par exemple, à niveaux de centralité intermédiaire comparables, le quartier Madeleine et le tronçon Denfert-Rochereau – Place d'Italie de la ligne 6 affichent des valeurs de vulnérabilités sensiblement différentes (cf Tableau 28).

Tableau 28 : comparaison des niveaux de centralité intermédiaire et de vulnérabilité élémentaire des tronçons ferrés adjacents à la station Madeleine et des tronçons ferrés de la section Denfert-Rochereau - Place d'Italie de la ligne 6 du réseau de métro parisien

tronçon ferré	centralité intermédiaire (en %)	vulnérabilité élémentaire (en s)
Madeleine (8) – Concorde (8)	6,21	15,49
Madeleine (8) – Opéra (8)	6,77	16,96
Madeleine (12) – Concorde (12)	4,80	9,11
Madeleine (12) – St-Lazare (12)	5,24	13,34
Madeleine (14) – Pyramides (14)	5,05	10,62
Madeleine (14) – St-Lazare (14)	2,67	3,87
Denfert-Rochereau (6) – St-Jacques	6,22	42,89
St-Jacques – Glacière	5,99	38,92
Glacière – Corvisart	5,91	37,90
Corvisart – Place d'Italie (6)	6,01	39,27
	moyenne = 5,12	moyenne = 11,57
	moyenne = 6,03	moyenne = 39,75

Ces observations procèdent en fait du même phénomène que celui observé sur les réseaux routiers lorsque nous mettons en regard la vulnérabilité des composantes et l'hétérogénéité de la trame : en l'occurrence, nous avons constaté que les sommets

⁷¹ Ainsi que nous le verrons dans le chapitre D.1, la corrélation entre l'indice de vulnérabilité élémentaire et l'indice de centralité intermédiaire vaut 0,847 pour les sommets et 0,621 pour les arêtes de ce réseau. La caractéristique structurelle que nous mettons en avant ici est bien la sollicitation des composantes du réseau (centralité intermédiaire) et non la richesse des options offertes localement par le réseau (degré). De fait, la corrélation entre l'indice de vulnérabilité élémentaire et le degré n'est pas très convaincante sur ce réseau : elle vaut 0,507 pour les sommets et -0,107 pour les arêtes (cf Tableau 29 page 371).

étaient d'autant plus prédisposés à la vulnérabilité que la trame était localement peu dense. Cette hypothèse est ici renforcée par l'écart important observé entre la faible densité du réseau sur la section Denfert-Rochereau – Place d'Italie de la ligne 6 et le fort enchevêtrement des lignes autour de la station Madeleine (cf plan du réseau en Figure 85 page 229).

La densité de la trame semble jouer un rôle non négligeable dans la vulnérabilité des réseaux aux endommagements élémentaires, selon la tendance générale : « plus la trame est dense, plus les niveaux de vulnérabilité observés localement sont réduits en regard des niveaux de centralité intermédiaire constatés dans la configuration normale ».

→ Le dernier point que nous soulevons dans cet exemple concerne les fameux passages critiques.

Ces passages concernent en premier lieu les composantes dont la suppression entraîne la déconnexion du réseau (il s'agit des sommets d'articulation et des ponts introduits en B.1.4.3). Sur le réseau de métro parisien, ceux-ci correspondent aux lignes qui se terminent en feuilles (au sens de la théorie des graphes) : la ligne 4 au sud de Denfert-Rochereau, la ligne 7 au nord de Stalingrad, etc. Sur celles-ci, la rupture d'une composante entraîne la déconnexion du réseau, mais dans un contexte très local, comparable à la déconnexion du Péloponnèse ou de l'Irlande sur le réseau routier européen. En pratique, il nous a semblé aberrant de ne pas calculer de vulnérabilité dans le cas de rupture de stations telles que Stalingrad ou Montparnasse pour la simple raison que celles-ci constituent les passages obligés vers certains bouts de lignes. Nous avons contourné cet obstacle en calculant les déficits d'éloignements moyens sur l'ensemble des relations qui étaient toujours assurées après la rupture (et donc en évinçant celles qui concernaient les fameuses stations en bouts de lignes)⁷².

Il existe d'autres passages critiques qui, à défaut de conduire à la déconnexion du réseau en cas de rupture, occasionnent des détours conséquents. Ainsi relève-t-on par exemple des valeurs de vulnérabilité élémentaire non négligeables au niveau des franchissements de la Seine. Plus spectaculaire est la vulnérabilité inattendue des quartiers Villiers et Place de Clichy : celle-ci s'explique par le détour très pénalisant imposé *via* le RER C⁷³ (en correspondance avec la ligne 3 et la ligne 13 aux Portes de Champerret et de Clichy)

⁷² Pour bien faire, il faudrait redistribuer les poids associés aux stations déconnectées parmi les stations voisines, attribuer des pénalités d'accès en fonction de la marche à pied supplémentaire et calculer les éloignements moyens sur le nouveau réseau (voir par exemple [Fernique, 2003] pour la formalisation de ce raisonnement). Nous avons mené ces calculs pour quelques ruptures individuelles de sommets d'articulation, mais les différences constatées sont tellement anecdotiques ici qu'il ne nous a pas semblé judicieux d'approfondir cette modélisation.

⁷³ La faible fréquence et la vitesse médiocre de ce RER demandent 22mn26s pour relier les stations Wagram (ligne 3) et Brochant (ligne 13) *via* les Portes de Champerret et de Clichy contre 13mn10s *via* Villiers et Place de Clichy.

pour atteindre l'extrême nord-ouest de la ville (cf Figure 137 page 386 et Figure 514 page 837).

La réalité des *passages critiques* – c'est-à-dire des composantes faisant partie d'ensembles d'articulation sur le réseau ou à un niveau local – est délicate à appréhender, car elle met parfois en scène des singularités structurelles ou des déconnexions du réseau.

Dans ce dernier cas, si la déconnexion en question est locale, il est néanmoins possible d'évaluer la vulnérabilité élémentaire de la composante endommagée en faisant abstraction des quelques sommets déconnectés.

Finalement, en considérant les scénarios d'endommagement élémentaires, nous sommes en mesure de fournir une première cartographie de certains des aspects de la vulnérabilité d'un réseau.

Combinée à la carte des centralités intermédiaires, la carte des vulnérabilités aux ruptures individuelles de composantes permet de voir dans quelle mesure la sollicitation des composantes, mais également certaines singularités de la densité de la trame, produisent la vulnérabilité.

Hormis pour le réseau de métro parisien et le réseau routier orléanais dont les trames sont très segmentées, les vulnérabilités aux endommagements élémentaires présentent néanmoins des gradients faibles, et il est d'autant plus difficile de dégager des tendances très marquées sur la carte des vulnérabilités élémentaires. Par ailleurs, les vulnérabilités en question restent cantonnées aux scénarios d'endommagement mettant en scène la rupture d'UNE seule composante, et ne donnent, par conséquent, qu'un aperçu très succinct de la vulnérabilité du réseau : les scénarios d'endommagement élémentaires ne constituent en effet qu'une fraction $\frac{n+m}{2^{n+m}}$ de tous les endommagements possibles, et ils

n'explorent la vulnérabilité que de manière très superficielle ainsi que le révèle leur positionnement au sein du système des configurations du réseau (cf Figure 118). Cet aperçu est d'autant plus succinct que l'impact de la suppression simultanée de plusieurs composantes n'est pas équivalent à la superposition des impacts de la suppression individuelle de chacune de ces composantes.

Par conséquent, la vision fournie par les scénarios d'endommagement élémentaires reste locale (par construction) et statique (elle ne permet aucun recoupement avec d'autres scénarios d'endommagement élémentaires pour explorer une dynamique d'endommagements combinés). Sur la base de ce constat, nous proposons à présent de voir comment l'analyse pratique de la vulnérabilité envisage de considérer des ruptures simultanées de plusieurs composantes.

C.3.2 LES SCÉNARIOS COMPLEXES

Malgré les apports indéniables de l'étude des scénarios d'endommagement élémentaires (repérage des fragilités les plus éloquentes de la trame, carte de vulnérabilité élémentaire, etc.), celle-ci montre ses insuffisances dès lors que l'on souhaite explorer la vulnérabilité du réseau en combinant simultanément plusieurs endommagements élémentaires, car, ainsi que nous le mentionnions plus haut :

l'impact de la suppression simultanée de plusieurs composantes n'est pas équivalent à la superposition des impacts de la suppression individuelle de chacune de ces composantes

De fait, il apparaît nécessaire d'étudier au cas par cas les *scénarios complexes* (ie les scénarios mettant justement en scène l'endommagement de plusieurs composantes) et, à défaut de pouvoir tous les envisager pour les raisons que nous savons, de sélectionner *a priori* un ensemble de scénarios représentatifs de la vulnérabilité du réseau.

Il existe à ce titre plusieurs manières d'extraire des configurations endommagées qui soient pertinentes en termes de vulnérabilité. Comme nous l'annoncions en introduction de ce chapitre, celles-ci conduisent respectivement à considérer :

- des scénarios ponctuels inspirés de phénomènes réels ou redoutés,
- des scénarios simulés selon une stratégie d'attaque,
- des scénarios mettant en scène des endommagements successifs selon des critères à définir.

Dans cette section, nous proposons de définir ces différents types de scénarios et de cerner les informations que nous apporte leur étude en regard de la formalisation de la vulnérabilité d'un réseau (cf C.2.2).

C.3.2.1 LES SCÉNARIOS PONCTUELS

L'étude des scénarios d'endommagement ponctuels s'inscrit dans la démarche naturelle d'analyse de vulnérabilité amorcée avec l'étude des scénarios d'endommagement élémentaires : lorsque l'on cherche à repérer les fragilités d'un réseau, quoi de plus logique en effet que de tester sa réaction à l'endommagement de chacune de ses

composantes d'une part, et à des endommagements ponctuels correspondant à des phénomènes vécus ou redoutés d'autre part ?

Dans cette perspective, l'étude des scénarios ponctuels reste très pratique, c'est-à-dire très ancrée dans la réalité du réseau, dans son histoire (catastrophes passées) et dans son devenir (aménagement prospectifs). Par ailleurs, elle est loin d'être anecdotique, car la réalité des phénomènes envisagés reflète l'importance de l'aléa qui leur est associé (soit que la réalisation des phénomènes passés prouve que ceux-ci étaient crédibles, soit que les experts accordent du crédit à la vraisemblance de phénomènes redoutés).

Il est important de souligner que la prise en compte de *phénomènes redoutés crédibles* dans la constitution de scénarios d'endommagement ponctuels étend notre recherche aux risques perçus. De fait, l'exploration de la vulnérabilité d'un réseau par l'étude de risques crédibles peut, par extension, intégrer des risques redoutés – non plus parce que ceux-ci présentent un réel danger – mais parce qu'ils sont peu ou mal connus, ou bien encore parce qu'ils compromettent des bénéfices importants en termes de potentialités relationnelles (pour plus de détail sur la perception du risque, nous renvoyons le lecteur à [Gleyze, 2002 (a)], [Bernier, 1999] et [Association des Chlorophiles, 1998]). Pour les scénarios de ce type, l'étude prospective de l'impact associé est instructive, car elle permet d'évaluer les conséquences de risques dits « sensibles ».

Il faut entrevoir l'étude des scénarios ponctuels comme une seconde étape dans l'analyse de la vulnérabilité d'un réseau. Après l'étude des scénarios d'endommagement élémentaires, elle porte l'attention sur des endommagements rendus crédibles par les événements passés et l'analyse de l'aléa, ainsi que sur des endommagements sensibles car perçus comme dangereux. De cette manière, elle fournit de nouveaux éclairages propres à la combinaison de plusieurs endommagements – éventuellement enrichis du retour d'expérience (pour les phénomènes passés) ou des études prospectives (pour les phénomènes redoutés).

Au sein du système des configurations possibles du réseau, cette démarche revient à sélectionner des scénarios en fonction des endommagements qu'ils mettent en scène. L'étude à proprement parler des scénarios ponctuels consiste alors à analyser les niveaux de vulnérabilité et les modifications structurelles associées (cf Figure 120), et à les mettre en relation avec les connaissances acquises, notamment grâce à l'étude des scénarios élémentaires.

Notons au passage que – par construction – un scénario ponctuel peut ne concerner que l'endommagement d'une seule composante, et correspondre ainsi à un scénario élémentaire. Il ne peut toutefois y avoir de confusion entre les deux démarches, car leurs finalités sont différentes : à la différence de l'étude des scénarios élémentaires dont l'objet est de fournir un premier cliché cartographiable de la vulnérabilité d'un réseau, l'étude des scénarios ponctuels envisage celle-ci sous l'angle des cas particuliers en considérant un ensemble d'endommagements dignes d'intérêts.

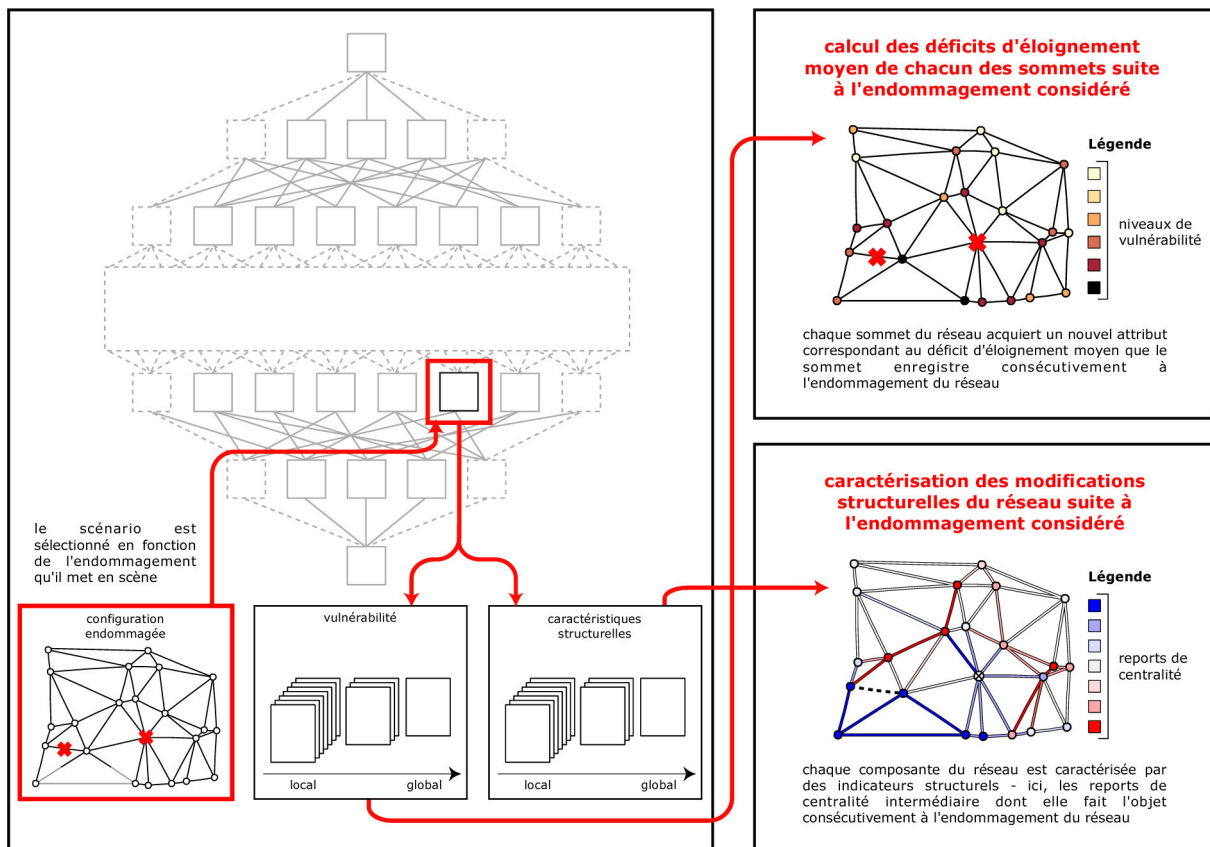


Figure 120 : situation et finalité d'un scénario ponctuel au sein de l'analyse théorique de vulnérabilité (cf Figure 113 page 302)

Pour illustrer les scénarios ponctuels et les informations que l'on peut en retirer sur la connaissance de la vulnérabilité des réseaux, nous avons envisagé plusieurs endommagements *crédibles* ou *sensibles* sur nos différents réseaux d'études (voir les cartes associées en annexe X). Conformément à la trame d'étude fournie en C.2 pour l'analyse théorique de la vulnérabilité d'un réseau, les cartes des déficits d'éloignement moyen et des différences de centralité intermédiaire permettent de quantifier et de comprendre la vulnérabilité aux ruptures considérées. Dans le cas particulier de scénarios ponctuels, ce sont les composantes menacées et les potentialités relationnelles associées sur le réseau qui sont mises en avant :

→ sur le réseau routier français

Nous avons envisagé deux scénarios d'endommagement ponctuels, mettant respectivement en scène l'indisponibilité des autoroutes Paris-Orange et Paris-Vierzon. De cette manière, nous comparons le rôle relationnel de deux axes de desserte, l'un pour le sud-est (vers Marseille), l'autre pour le sud (vers Toulouse et Montpellier). Les résultats obtenus montrent que les effets des endommagements sont à la mesure de l'importance et du nombre des sections coupées. Ici, les endommagements concernent des autoroutes affichant des niveaux comparables en termes de centralité intermédiaire et de vulnérabilité élémentaire. En revanche, l'ampleur spatiale des endommagements diffère fortement d'un scénario à l'autre : ainsi, la rupture Paris-Orange pénalise l'espace sur une large frange est et implique des chemins alternatifs de grande envergure, tandis que la rupture Paris-Vierzon n'a d'effets que localement. Un examen

plus approfondi du premier scénario fait par ailleurs apparaître des éléments intéressants sur la dynamique relationnelle du réseau : par exemple, la rupture de l'axe Paris-Orange entraîne avec elle des baisses de centralité bien au-delà de la zone de l'endommagement – jusqu'au Languedoc au sud, et jusqu'au Mans au nord, mettant ainsi en évidence des phénomènes de dépendance relationnelle entre les composantes endommagées et certaines des composantes encore disponibles du réseau⁷⁴.

→ sur le réseau routier européen

Les scénarios d'endommagement ponctuels que nous avons étudiés sur le réseau routier européen concernent la rupture du pont entre le Danemark et la Suède⁷⁵ et la rupture de l'autoroute Lyon-Barcelone. Nous laissons le soin au lecteur de dégager les tendances relationnelles générales sur chacun de ces deux scénarios afin de nous concentrer sur les particularités que nous révèle leur étude. En l'occurrence, nous attirons l'attention sur les phénomènes de *dépendance relationnelle* évoqués plus haut : ici, la rupture de la liaison Danemark-Suède réorganise les relations sur toute la partie est du continent, de même qu'à moindre échelle la rupture de la liaison Lyon-Barcelone provoque des reports jusqu'aux confins du Benelux, de l'Allemagne et de l'Italie.

→ sur le réseau routier orléanais

Les trois scénarios d'endommagement ponctuels proposés envisagent la rupture de chacun des trois ponts de la ville. Les résultats obtenus confirment la hiérarchie relationnelle des ponts entrevue dans nos analyses précédentes, selon l'ordre : pont central – pont est – pont ouest. L'étude détaillée des vulnérabilités et des reports de centralité associés à chacun des scénarios n'apporte cependant pas d'information percutante, tant la structure du réseau et les endommagements considérés sont caricaturaux.

Concernant le réseau de métro parisien, nous avons envisagé plusieurs scénarios d'endommagement ponctuels⁷⁶, à savoir :

⁷⁴ Nous introduisons le terme de « dépendance relationnelle » entre deux composantes pour décrire l'implication commune de ces deux composantes dans l'ensemble des relations envisagées sur le réseau. Par exemple, les villes de Vierzon et de Limoges sont fortement dépendantes relationnellement, car de nombreuses relations passent par chacune des deux villes. Cette notion est intéressante, car elle peut expliquer certains phénomènes relationnels : ici, la dépendance relationnelle des villes de Vierzon et de Limoges explique probablement les baisses de sollicitation constatées sur Limoges lorsque Vierzon est endommagée. Nous détaillerons sur cette notion en D.2.1.1.

⁷⁵ Ce scénario n'a d'intérêt que théorique, ce qui n'est pas embarrassant étant donné le contexte structurel de notre étude. Dans une approche fonctionnelle, il est évident qu'un tel scénario n'aurait pas de sens en l'état, car les automobilistes prendraient le ferry plutôt que d'effectuer un détour par St-Petersbourg et la Pologne !

⁷⁶ Ainsi que nous le soulignons en C.2.1.2 (cf note 58 page 288), ces endommagements ponctuels peuvent simplement résulter d'endommagements élémentaires par le phénomène de propagation des perturbations. Par exemple, l'indisponibilité d'une ligne peut être provoquée par la rupture d'une seule de ses stations. Dans ce cas, la mise en

- l'indisponibilité de la ligne 1 (Porte Maillot – Porte de Vincennes),
- l'indisponibilité de la ligne 4 (Porte de Clignancourt – Porte d'Orléans),
- l'indisponibilité de la ligne 14 (Bibliothèque – St-Lazare),
- l'indisponibilité partielle des circulaires (ligne 2 entre Place de Clichy et Stalingrad, et ligne 6 entre Montparnasse et Place d'Italie),
- l'indisponibilité des portions du réseau faisant l'objet de travaux pendant l'été 2004, c'est-à-dire la ligne 6 entre Raspail et Place d'Italie, la ligne 7 entre Palais-Royal et Place d'Italie, la ligne 9 entre Havre-Caumartin et Oberkampf et enfin les quais de la ligne 2 à Stalingrad.

Parmi ces scénarios, nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement à celui mettant en scène l'endommagement simultané des circulaires. La Figure 121 présente les vulnérabilités et les reports de centralité intermédiaire observés à cette occasion.

En ce qui concerne la vulnérabilité, la carte des déficits d'éloignement moyen dévoile sans surprise la pénalisation des stations situées à l'extérieur des circulaires. Moins évident est le déséquilibre nord-sud, manifesté ici par les déficits importants observés sur les stations situés sur la rive gauche à l'intérieur des circulaires. À rôles équivalents, il semble donc que l'impact de la rupture des circulaires diffère d'une rive à l'autre. L'observation des différences de centralité intermédiaire nous apporte des éclairages sur ce point : les possibilités de report sur la rive droite sont en effet bien plus nombreuses que sur la rive opposée, sur laquelle les chemins alternatifs s'articulent essentiellement sur la ligne 10. Cette carte nous apporte d'autres informations très utiles sur la dynamique relationnelle du réseau et les phénomènes de dépendance que nous évoquions en particulier dans le cas du réseau routier français. Ici, nous relevons de tels phénomènes de façon très marquée :

- les sections non endommagées des lignes circulaires enregistrent des baisses significatives de centralité intermédiaire, révélant ainsi la logique de lignes⁷⁷ propre aux déplacements en métro,
- bien que non endommagée, la ligne 13 du métro enregistre également des baisses de sollicitation sur la section comprise entre les deux circulaires (Place de Clichy – Montparnasse) : ce constat met en lumière l'importance des combinaisons relationnelles fournies par les lignes circulaires et la ligne 13.

De manière bien plus atténuée, on devine un phénomène de dépendance relationnelle entre la section endommagée de la ligne 6 et la ligne 5 au départ de Place d'Italie. Pour approfondir l'étude de ces mécanismes relationnels, il faudrait éventuellement envisager des scénarios restreints, par exemple ici un scénario ne mettant en scène que l'endommagement de la ligne 6.

œuvre de tels scénarios repose sur une analyse contextuelle des endommagements et de leurs impacts infrastructurels et fonctionnels.

⁷⁷ La pénalisation induite par les correspondances structure les chemins sur des parcours aussi directs que possible, c'est-à-dire effectuant le moins de correspondances possible, et donc empruntant les lignes sur des parcours relativement longs.

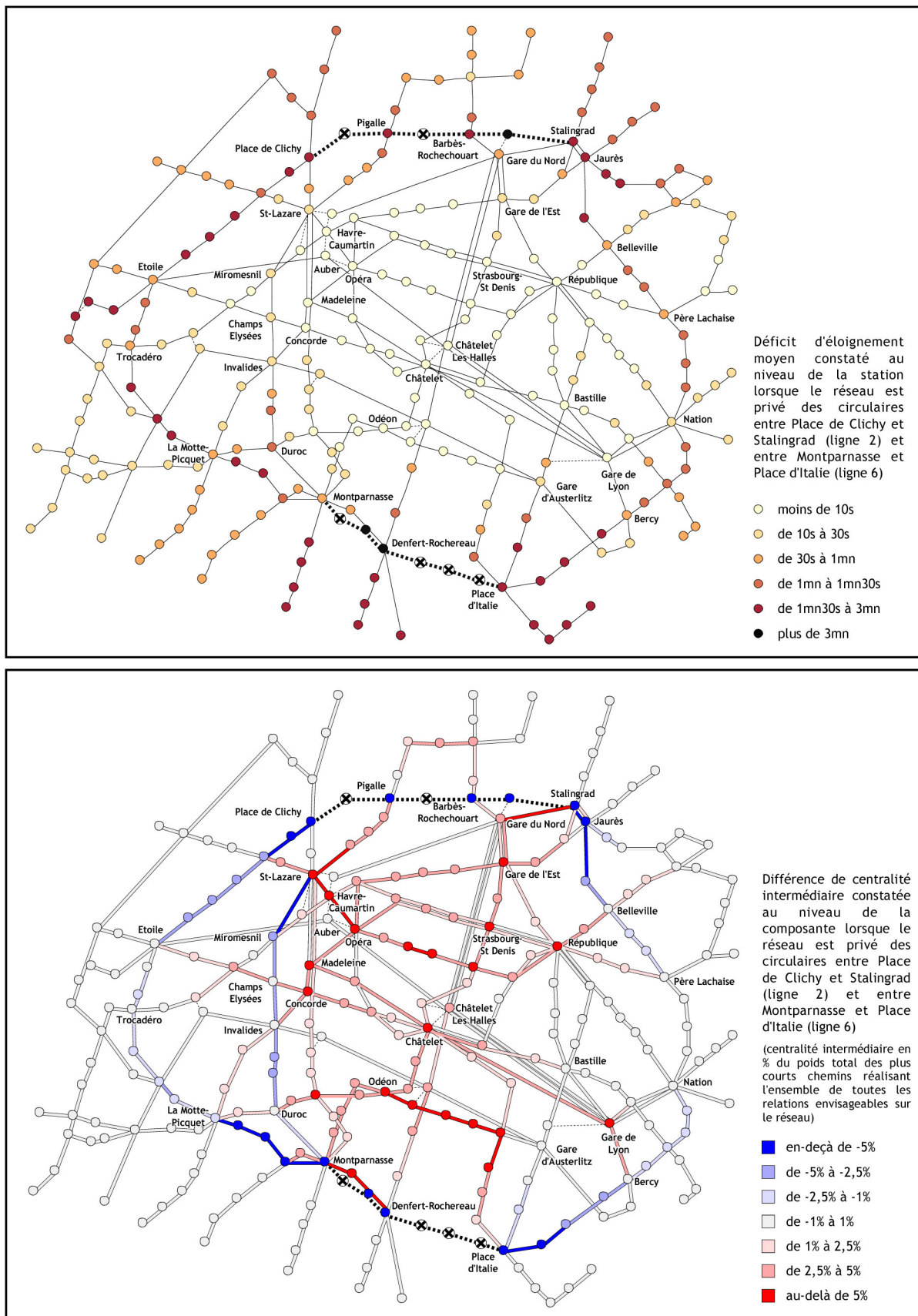


Figure 121 : impact de la rupture des lignes circulaires sur le réseau de métro parisien (ligne 2 entre Place de Clichy et Stalingrad, et ligne 6 entre Montparnasse et Place d'Italie) : vulnérabilité des stations (partie supérieure) et reports de centralité intermédiaire (partie inférieure)

Sans plus entrer dans les détails, l'étude d'un scénario ponctuel permet donc de mesurer l'impact des endommagements selon la grille fournie par l'analyse théorique de la vulnérabilité (cf C.2.2) :

- identification des zones de l'espace les plus lésées grâce aux déficits d'éloignement moyen,
- redistribution des plus courts chemins grâce aux reports de centralité intermédiaire.

Dans un contexte de risques, la connaissance de ces informations peut naturellement trouver une application dans la réorganisation en temps réel de l'exploitation du réseau : renforcement des lignes sollicitées plus que prévues, aménagement de moyens de transport alternatifs pour les zones les plus déficitaires en termes d'accessibilité, etc.

Derrière ce simple diagnostic, un tel scénario révèle certains mécanismes relationnels que ne révélait pas forcément l'étude fragmentée des ruptures individuelles de chacune des composantes endommagées. Ainsi l'étude des scénarios d'endommagement ponctuels permet de mettre en évidence des aspects saillants de la dynamique relationnelle du réseau pour peu que les configurations retenues soient pertinentes et que l'on explore celles-ci en restreignant les endommagements qu'elles mettent en scène.

L'exploration de la vulnérabilité du réseau au moyen de scénarios ponctuels a été en partie utilisée par [Fouillet, 2002] dans le cas du réseau de métro parisien. Nous avons également été amenés à étudier des scénarios de ce type dans l'étude du réseau routier orléanais soumis au risque d'inondations (cf [Gleyze & Rousseaux, 2003]) : les scénarios correspondaient alors aux ruptures attendues sur le réseau, consécutivement à une crue centennale, et pour différentes modélisations du relief.

Néanmoins, qu'il s'agisse de scénarios élémentaires ou de scénarios complexes ponctuels, la mise à l'épreuve du réseau, de sa structure et de ses potentialités relationnelles restent très contextuelles compte-tenu du positionnement de ces scénarios au sein du système des configurations endommagées du réseau.

Afin de dépasser ce schéma, nous allons à présent sélectionner des scénarios complexes d'endommagement, non pas en fonction de l'allure des configurations endommagées associées (*ie* en fonction du nombre et de la situation des composantes endommagées), mais en fonction des caractéristiques structurelles de celles-ci.

C.3.2.2 LES SCÉNARIOS ISSUS DE STRATÉGIES D'ATTAQUE

Plutôt que d'éprouver le réseau en supprimant individuellement chacune de ses composantes ou en observant l'impact de certains endommagements crédibles ou perçus comme sensibles, [Holme *et al.*, 2002] proposent de rationaliser l'étude de la vulnérabilité en supprimant les composantes susceptibles de provoquer les perturbations les plus importantes.

L'objectif des « stratégies d'attaque » (selon les termes de [Holme *et al.*, 2002]) est de déterminer à partir d'indicateurs structurels quelles sont les composantes dont la rupture serait *a priori* la plus préjudiciable pour la mise en relation des lieux afin de pouvoir les protéger dans une logique de prévention.

D'après cette formulation, il s'agit de sélectionner les scénarios dignes d'intérêt, non plus selon leur allure comme c'était le cas pour les scénarios élémentaires et les scénarios ponctuels, mais selon leurs caractéristiques structurelles. [Holme *et al.*, 2002] suggèrent ainsi de considérer des critères structurels dont on suppose qu'ils peuvent expliquer une part importante de la vulnérabilité, et de retenir en conséquence les scénarios mettant en scène l'endommagement des composantes mises en valeur par ces critères. Dans le contexte méthodologique de leur étude, [Holme *et al.*, 2002] valident en retour ce procédé en évaluant la vulnérabilité effective des scénarios ainsi construits.

En parallèle de l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle, l'ensemble de cette démarche trouve sa place dans le système des configurations possibles du réseau, ainsi que le présente la Figure 122. Ici, l'extraction du scénario est dictée par les caractéristiques structurelles de celui-ci, et l'étude à proprement parler du scénario est réalisée selon le schéma habituel.

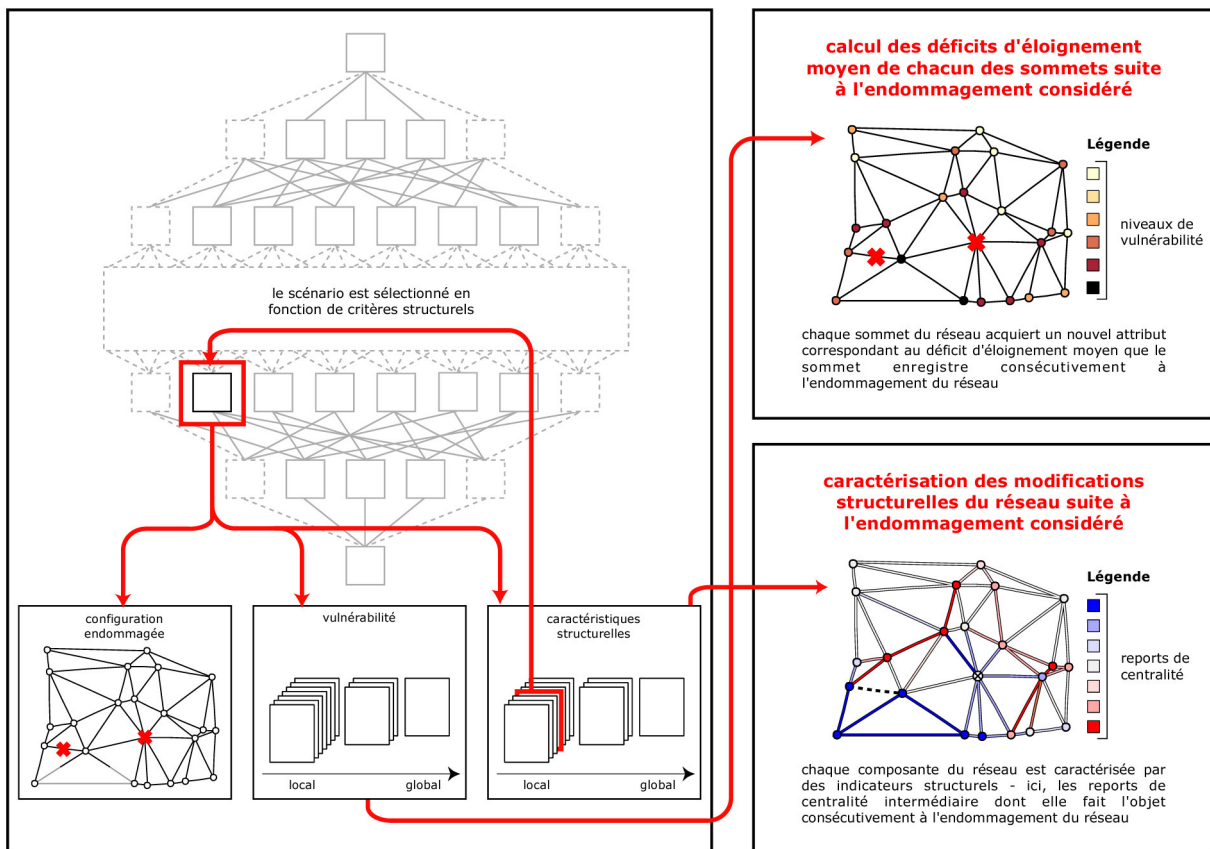


Figure 122 : situation et finalité d'un scénario issu d'une stratégie d'attaque au sein de l'analyse théorique de vulnérabilité (cf Figure 113 page 302)

De même que nous notions le caractère parfois ténu de la frontière entre scénarios élémentaires et scénarios ponctuels, les limites entre scénarios ponctuels et scénarios issus de stratégie d'attaque sont elles-mêmes floues. Les scénarios ponctuels sont en effet construits sur la réalité ou la perception du danger qu'ils représentent, aussi peuvent-ils également correspondre à des scénarios issus de stratégies d'attaque pour peu que les indicateurs structurels régissant leur élaboration soient en accord avec le crédit ou la sensibilité qui leur sont attribués.

En aval, la comparaison de ces deux familles de scénarios (cf Figure 120 et Figure 122) met en avant des finalités identiques : il s'agit en effet de quantifier et de comprendre la vulnérabilité du réseau à un jeu d'endommagements considérés selon les principes théoriques établis en C.2.2.

En définitive, l'extraction de scénarios selon des stratégies d'attaque vise les mêmes objectifs que celle entreprise avec les scénarios ponctuels. Chacune des deux approches ambitionne en effet de fournir une famille de configurations endommagées pour lesquelles l'analyse théorique de vulnérabilité est censée fournir une image représentative de la vulnérabilité du réseau dans son ensemble. La différence entre ces deux types de scénarios réside dans les processus d'extraction des scénarios : tandis que les scénarios ponctuels émanent de considérations empiriques liées au contexte (événements passés, étude de l'aléa, perception du risque), les scénarios issus de stratégies d'attaque répondent à des critères structurels formels jugés pertinents pour révéler la vulnérabilité du réseau.

Ces précisions étant faites, la question est maintenant de sélectionner des critères structurels révélateurs *a priori* de la vulnérabilité du réseau.

Le travail de [Holme *et al.*, 2002] sur lequel nous nous appuyons propose des éléments utiles pour notre recherche. Partant d'une définition de la vulnérabilité identique à celle que nous avons adoptée⁷⁸, [Holme *et al.*, 2002] attaquent le réseau en ciblant les composantes affichant les valeurs de degré et de centralité intermédiaire les plus élevées. En fonction du type topologique des structures ainsi testées, [Holme *et al.*, 2002] souhaitent ainsi voir dans quelle mesure il est correct de dire que « plus les composantes offrent des options nombreuses (degré) ou sont sollicitées (centralité intermédiaire), plus leur suppression est susceptible de perturber la mise en relation des lieux sur le réseau ».

⁷⁸ [Holme *et al.*, 2002] ne parlent pas de « vulnérabilité » mais de « baisse de performance du réseau » – la notion est néanmoins la même, puisqu'elle est quantifiée (au facteur de normalisation près) par les variations de l'indice d'éloignement moyen mesuré sur l'ensemble des relations entre paires de sommets du réseau.

Nota : [Holme *et al.*, 2002] suggèrent par ailleurs de considérer un indicateur relatif à la taille des composantes connexes résultant des endommagements, mais cela dépasse le cadre de notre travail (cf C.2.1.1).

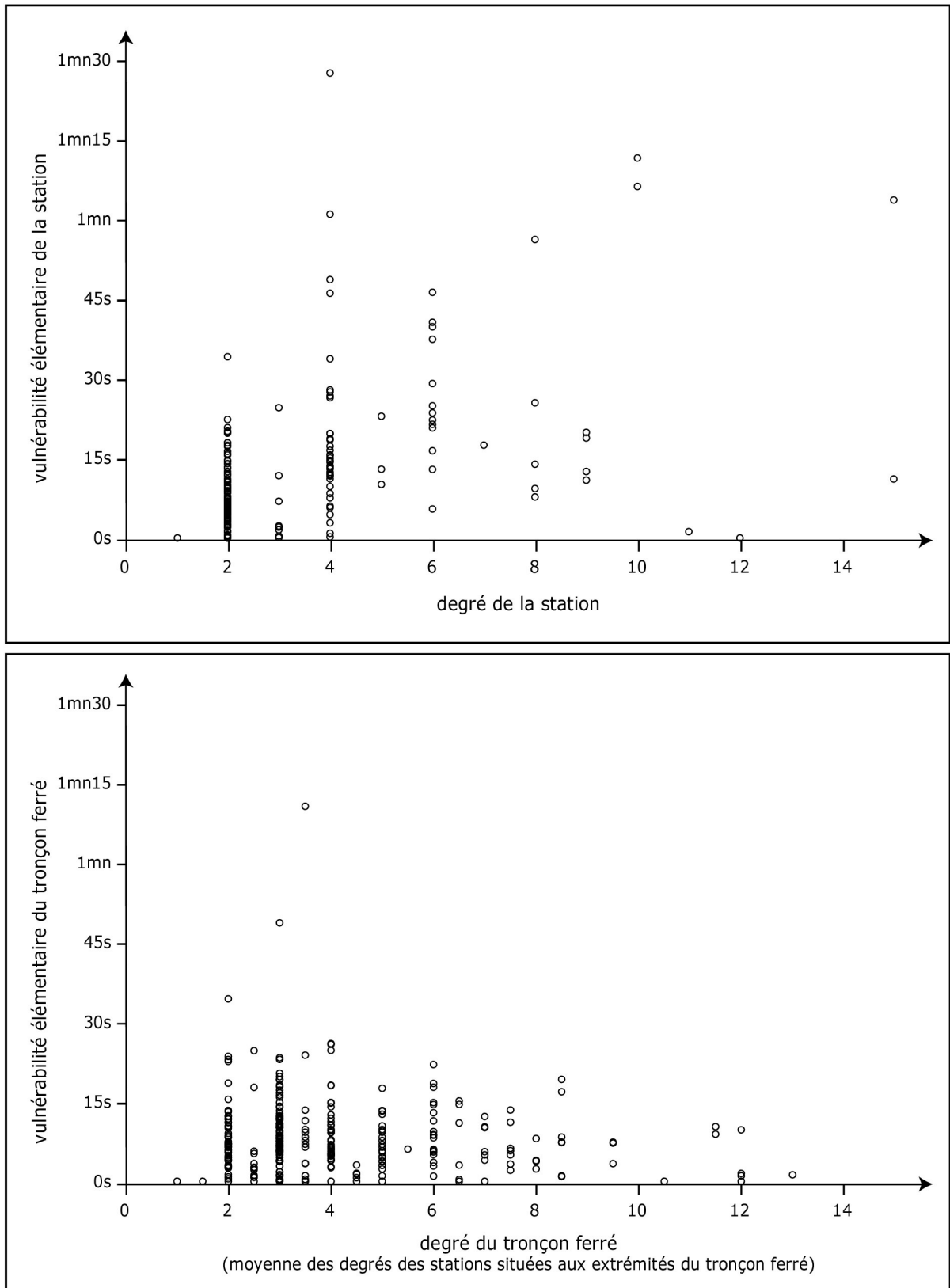


Figure 123 : distribution des valeurs de vulnérabilité élémentaire des composantes du réseau de métro parisien en fonction de leur degré (ces deux indices sont cartographiés en Figure 119 page 322 et en Figure 503 page 828)

Parmi ces deux indicateurs, le degré⁷⁹ présente la particularité d'être un indicateur topologique local. De ce fait, le degré ne fait pas appel aux aspects relationnels du réseau dont nous avons vu qu'ils sous-tendent l'efficacité et la vulnérabilité des réseaux : par conséquent, il est fort probable de trouver au sein d'un réseau des composantes de même degré affichant des vulnérabilités élémentaires très différentes. Par exemple, sur le réseau de métro parisien, les stations Daumesnil et Palais-Royal (toutes deux de degré 4) affichent des valeurs de vulnérabilité élémentaire respectivement égales à 6,0s et 16,5s. La mise en regard des valeurs de degré et de vulnérabilité élémentaire pour les composantes du réseau de métro parisien (cf Figure 123) confirme la faiblesse du lien existant entre ces deux indices (voir aussi la note 71 page 323).

Pour illustrer les stratégies d'attaque, nous choisissons donc d'écarter les critères fondés sur le degré et de nous focaliser sur la centralité intermédiaire pour laquelle les exemples abordés jusqu'à présent nous ont montré *a priori* une meilleure adéquation avec la vulnérabilité⁸⁰.

Les stratégies d'attaque que nous suggérons de mener sont fondées sur les valeurs de centralité intermédiaire observées sur les composantes du réseau. S'agissant de repérer les composantes dont la suppression est susceptible d'être la plus préjudiciable pour le réseau, la procédure décrite par [Holme *et al.*, 2002] propose d'endommager une à une les composantes du réseau dans l'ordre décroissant de leur indice de centralité intermédiaire.

Ainsi formulée, cette procédure pose un problème dans l'interprétation de « l'ordre décroissant de l'indice de centralité intermédiaire des composantes » : en l'occurrence, la stratégie et les résultats en termes de vulnérabilité diffèrent selon que l'on calcule ces valeurs sur le réseau initial ou bien qu'on les recalcule après chaque suppression. Nous aurons l'occasion de revenir sur cette question dans la section C.3.3 consacrée aux profils de vulnérabilité et plus généralement aux endommagements successifs d'un réseau.

⁷⁹ Le degré a été introduit en B.1.1.3 parmi les notions élémentaires de la théorie des graphes. Tel qu'il est présenté, le degré ne peut être calculé que pour les sommets (il correspond simplement aux nombres d'arêtes émanant du sommet). [Holme *et al.*, 2002] proposent d'élargir cette notion aux arêtes en résumant pour chacune d'elles les degrés des sommets qui en forment les extrémités (résumé par produit, somme, min ou max).

⁸⁰ Bien entendu, ce choix n'a rien de définitif et n'exclut en aucun cas l'utilisation d'autres critères plus ou moins pertinents. À ce titre, le choix du degré peut s'avérer judicieux pour certaines structures particulières (pour plus de détails sur la question, nous renvoyons le lecteur à l'étude théorique de [Holme *et al.*, 2002]).

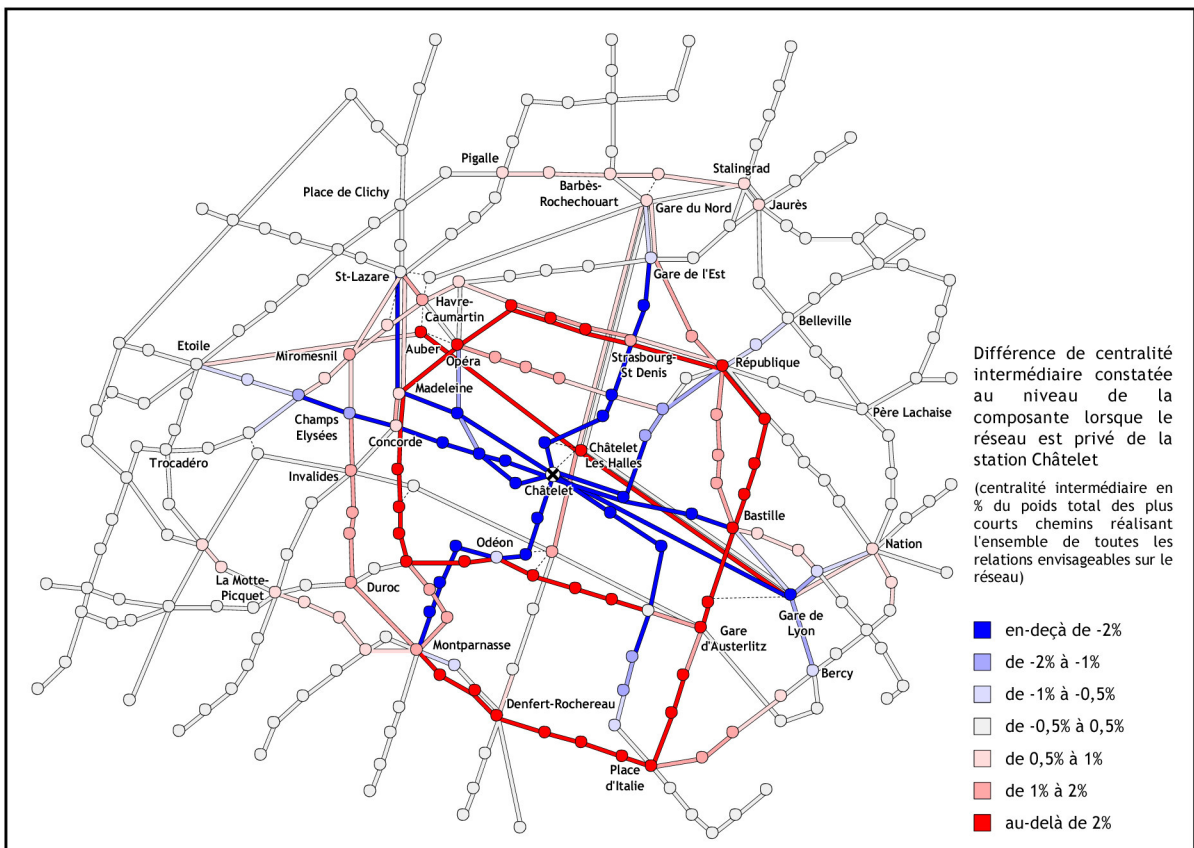
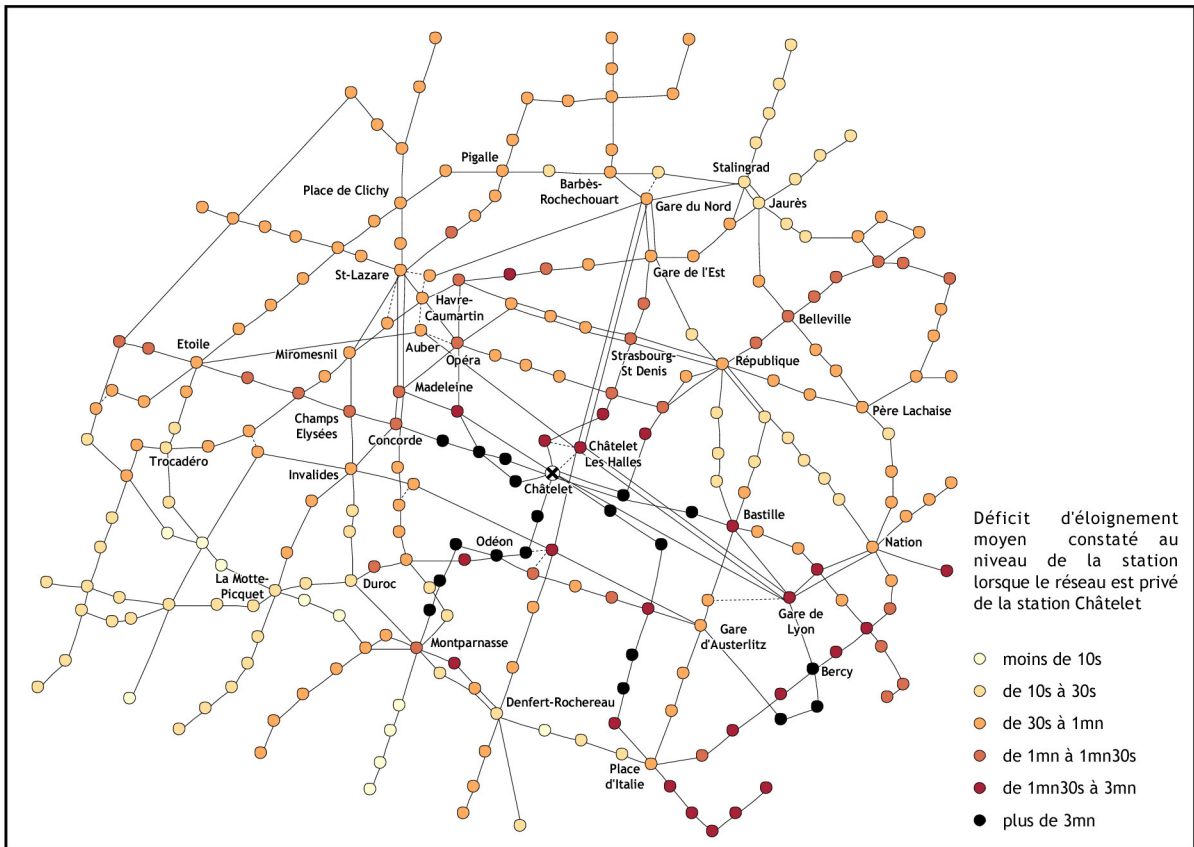


Figure 124 : impact de la rupture de la station Châtelet sur le réseau de métro parisien : vulnérabilité des stations (partie supérieure) et reports de centralité intermédiaire (partie inférieure)

En pratique, nous choisissons d'élaborer nos stratégies d'attaque en ciblant les composantes à fortes valeurs de centralité intermédiaire, observées simplement sur le réseau dans sa configuration normale. La mise en œuvre de tels endommagements fait souvent mouche : la plupart du temps, la rupture des composantes très sollicitées désorganise fortement les relations sur le réseau. L'étude de tels scénarios met spontanément en valeur de nombreux points pertinents sur l'organisation relationnelle du réseau et sa réaction face aux endommagements.

Par exemple, nous avons envisagé sur le réseau de métro parisien la rupture de la station Châtelet, correspondant à la composante enregistrant la plus forte valeur de centralité intermédiaire sur le réseau dans sa configuration normale (21,5% du poids total des relations). Les déficits d'éloignement moyen et les différences de centralité intermédiaire sont cartographiées en Figure 124. Il est frappant de constater pour ce scénario très simple l'ampleur spatiale des perturbations causées. Une analyse sommaire de ces résultats révèle des aspects structurels intéressants :

- il existe un déséquilibre entre rive droite et rive gauche⁸¹, manifesté ici par la plus grande fragilité des stations de la rive gauche à l'endommagement de Châtelet et par la plus grande extension des reports de centralité intermédiaire sur cette rive ;
- les lignes 8 et 9 fonctionnant en parallèle sur les grands boulevards jouent des rôles sensiblement différents en cas de rupture de la station Châtelet : en l'occurrence, la ligne 9 enregistre très peu de reports, contrairement à la ligne 8 dont on devine en conséquence le rôle d'alternative à la combinaison des lignes 4 et 1 sur la rive droite.

Les cartes révèlent bien d'autres phénomènes, représentatifs de propriétés structurelles du réseau pour lesquelles il pourrait être utile de considérer d'autres endommagements afin de mieux les cerner (par exemple, on pourrait imaginer la rupture individuelle de chacune des cinq lignes passant par Châtelet en endommageant chacune des sous-stations associées). Néanmoins, comme pour l'ensemble des scénarios érigés en exemples dans cette partie, le propos n'est pas d'analyser le réseau de métro parisien pour ce qu'il est, mais de voir en quoi les différents types de scénarios participent à l'exploration de la vulnérabilité d'un réseau.

Par conséquent, nous retiendrons ici que les scénarios issus de stratégies d'attaque remplissent le même rôle que les scénarios ponctuels, car ils permettent de cerner certains des aspects structurels pertinents des réseaux de transport en termes relationnels.

À la différence des scénarios ponctuels construits à partir du crédit que l'on accorde à l'aléa ou de la perception que l'on a du danger, les scénarios issus des stratégies d'attaque ciblent les composantes dont la rupture est susceptible d'être le plus préjudiciable compte-tenu de critères structurels pertinents (comme par exemple les fortes valeurs de centralité intermédiaire).

⁸¹ Nous avons déjà relevé cet aspect avec l'étude du scénario de rupture partielle des lignes circulaires.

De ce fait, l'étude de ces scénarios issus de stratégie d'attaque sont très riches, et nécessitent toujours d'isoler les nombreux phénomènes mis en évidence par des ruptures plus localisées.

La finalité des scénarios issus des stratégies d'attaque est identique à celle des scénarios ponctuels au sein de l'analyse de vulnérabilité, en conséquence nous ne attarderons pas sur les autres réseaux d'étude. Comme toujours, le lecteur trouvera en annexe X une batterie de scénarios d'endommagement – nous laissons au lecteur le soin d'établir les parallèles entre les niveaux de centralité intermédiaire des composantes supprimées et l'ampleur des perturbations constatées en conséquence sur les réseaux.

Un regard en arrière sur les scénarios que nous avons envisagés jusqu'à présent nous montre que l'analyse pratique de la vulnérabilité au moyen de scénarios ne fournit que des aperçus, des « instantanés » de la vulnérabilité au sein du système des configurations possibles d'un même réseau. Dans les lignes qui précèdent, nous notions à ce propos que les travaux de [Holme *et al.*, 2002] posaient implicitement la question de l'évolution du réseau dans l'étude de sa vulnérabilité. En proposant de dégrader le réseau par des stratégies d'attaque selon les valeurs décroissantes de l'indice de centralité intermédiaire, plusieurs problèmes surgissent en effet dans le contexte de notre étude : comment doit-on envisager l'endommagement successif de plusieurs composantes ? dans un contexte de stratégies d'attaque, l'ordre est-il figé par les valeurs observées sur le réseau initial ou bien doit-il être établi au fur et à mesure des dégradations ? comment ces dégradations successives s'intègrent-elles au sein du système de vulnérabilité d'un réseau ? quelles informations peut-on finalement attendre de cet enchaînement d'endommagements en termes de vulnérabilité ?

La section suivante clôt l'analyse pratique de la vulnérabilité d'un réseau en s'appropriant ces questions, et en proposant, pour y répondre, de construire des *profils de vulnérabilité*.

C.3.3 LES PROFILS DE VULNÉRABILITÉ

À défaut de pouvoir envisager toutes les configurations endommagées possibles d'un réseau, nous avons vu qu'il était possible d'obtenir des informations sur sa vulnérabilité en extrayant des scénarios d'endommagement pertinents (élémentaires, ponctuels ou ciblés par des stratégies d'attaque).

Cette exploration de la vulnérabilité du réseau reste cependant figée, car elle n'envisage ces scénarios que séparément les uns des autres. Pour pallier ce défaut, il est d'usage d'établir une courbe mettant en regard l'aléa et la vulnérabilité. Ainsi en est-il de la courbe de Farmer (cf Figure 2 page 34), reliant la gravité des phénomènes et leur fréquence afin d'établir des domaines de risque.

Dans le problème qui nous intéresse, il s'agirait ainsi de mettre en correspondance les différentes configurations endommagées (sans considération probabiliste conformément à la définition de la vulnérabilité) et les dégradations induites de l'efficacité du réseau. Il n'est cependant pas possible d'établir une telle courbe, car les configurations endommagées ne peuvent être ordonnées comme pourraient l'être des crues ou des tempêtes : cette impossibilité d'ordonner les configurations endommagées d'un réseau est inhérente à leur organisation en système (cf exemple de la Figure 111 page 297). Par exemple, si l'on choisit comme critère d'ordre le coût de reconstruction des configurations endommagées, la construction de la courbe de vulnérabilité se heurtera à l'existence de configurations occasionnant des coûts identiques mais ayant des impacts différents, c'est-à-dire à des valeurs d'aléa possédant plusieurs valeurs de vulnérabilité (cf [Fernique, 2003]).

Dans ce contexte, le propos de cette troisième et dernière section est de rendre compte de la manière dont les réseaux évoluent et réagissent face aux endommagements successifs en prenant en compte l'enchaînement des configurations endommagées et en les reliant selon des *profils de vulnérabilité*.

C.3.3.1 FORMALISATION DE LA NOTION DE PROFIL

La question que nous posons ici est en liaison directe avec notre approche théorique de la vulnérabilité dans le chapitre C.2. Il s'agit en effet de dépasser l'exploration de la vulnérabilité d'un réseau par consultations ponctuelles de scénarios jugés pertinents :

pour cela, nous proposons de « naviguer » au sein du système des configurations possibles du réseau au gré de ses dégradations et de ses réparations (cf C.2.1.3). Si nous reprenons le cadre formel au sein duquel nous avons élaboré ce système, nous relevons que le passage d'une configuration endommagée d'indicateur d'état E' à une configuration endommagée d'indicateur d'état E'' telles que $\sum_{i=1}^n |e'_i - e''_i| = p$ peut se décomposer en p évolutions élémentaires de $p!$ manières différentes selon l'ordre dans lequel on opère sur les p sommets dont l'état diffère de E' à E'' .

Chacune de ces $p!$ décompositions est définie par une succession d'états endommagés et d'évolutions élémentaires et peut être représentée par un parcours sur le système des configurations possibles du réseau.

De fait, ce graphe constitue un espace adapté pour étudier l'évolution de l'état du réseau considéré (cf Figure 125). Nous notons à ce sujet que :

- cet espace est discret : le nombre d'états (c'est-à-dire de configurations possibles) est en effet fini,
- les déplacements au sein de cet espace sont contraints par les arêtes reliant les états entre eux : le passage d'une configuration à une autre est en effet régi par les évolutions élémentaires entre configurations voisines.

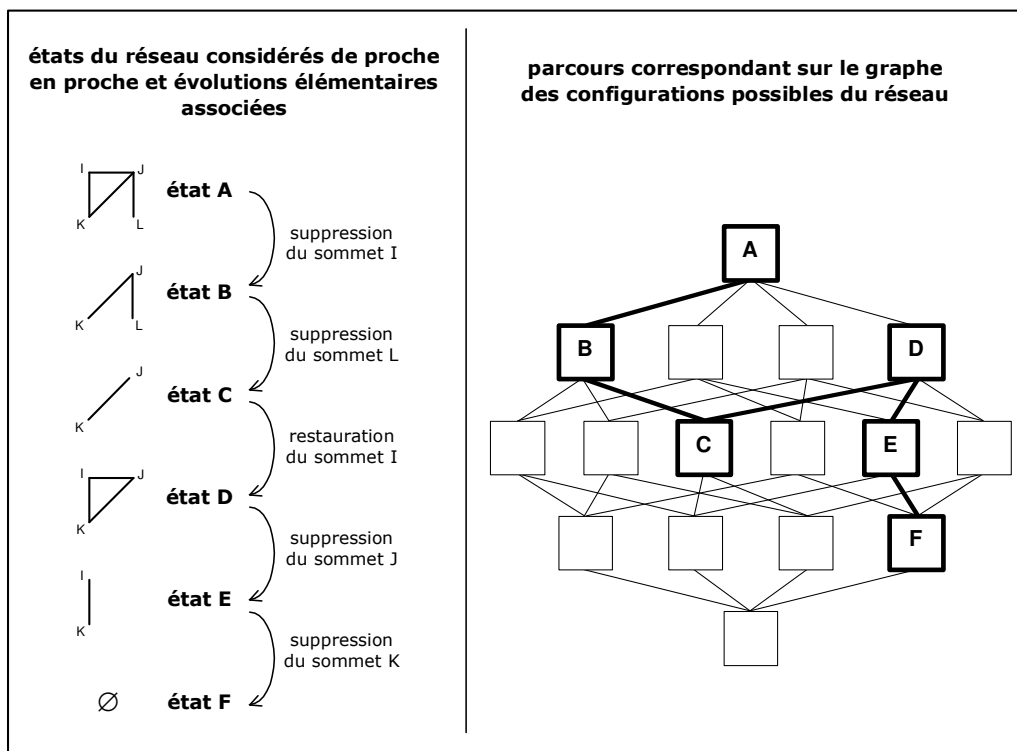


Figure 125 : exemple d'évolution de l'état d'un réseau et parcours associé sur le système des configurations possibles (cf Figure 112)

Tout comme on peut suivre l'altitude d'un randonneur évoluant sur une zone géographique, la structure décrite ici nous permet d'observer la vulnérabilité – ou toute autre caractéristique donnée du réseau (son efficacité, sa centralité intermédiaire, etc.) dont l'état évolue dans l'espace des configurations possibles. En poursuivant la

comparaison, le profil altimétrique du parcours effectué par le randonneur correspond au profil de la caractéristique considérée sur les états successifs du réseau (cf Figure 126).

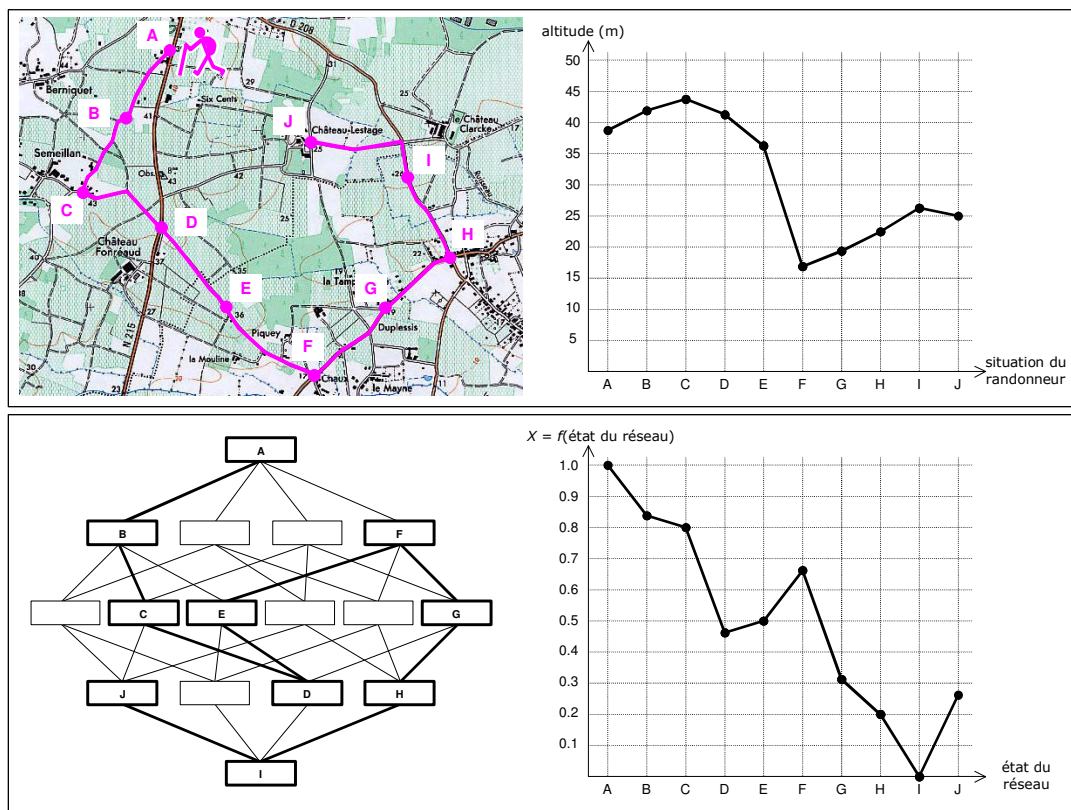


Figure 126 : analogies entre profil d'altimétrie d'un parcours sur une zone géographique et profil d'une grandeur X sur une succession d'états d'un réseau, matérialisée sur l'espace de ses configurations possibles

En définitive, la formalisation des états du graphe et des évolutions élémentaires par le système des configurations possibles permet de décrire les états successifs du réseau et de fournir un support pour l'étude de sa vulnérabilité, et de ses caractéristiques en général. Lorsque celles-ci sont quantifiables, il est possible de représenter l'évolution de chacune d'elles sous la forme d'un profil mettant en regard les états successifs du réseau (abscisse) et les valeurs prises par la caractéristique considérée (ordonnée).

Les profils peuvent naturellement être établis pour des réseaux dont on observe une évolution réelle (par exemple, un réseau endommagé à la suite d'inondations puis réparé par les services de l'équipement). Cela étant, la formalisation présentée ici offre une perspective plus large pour l'étude des réseaux, car elle permet également de simuler des scénarios d'évolution selon certains critères et d'en déduire des propriétés structurelles dans un contexte de risques⁸².

⁸² Nous retrouvons ici la distinction que nous avons effectuée entre scénarios ponctuels et scénarios issus de stratégies d'attaque.

Afin de mieux nous en rendre compte, nous proposons de reprendre la comparaison du randonneur évoquée ci-dessus.

→ L'intérêt premier du profil altimétrique est de fournir au randonneur une information sur les différentes pentes qu'il rencontrera au cours de son parcours. Cet avantage peut cependant être exploité plus avant dans une démarche anticipative consistant à déterminer a priori les parcours les plus avantageux selon un critère altimétrique donné : quel est le parcours le plus court passant par le point culminant de la zone ? quel est le parcours le moins pentu ? etc. Cette dernière question est bien connue des randonneurs souhaitant éviter au maximum les côtes : il s'agit du calcul de la ligne de moindre pente entre deux points d'une surface.

→ De la même manière, le système des configurations possibles d'un réseau et l'énumération potentielle des différentes évolutions élémentaires conduisant d'un état à un autre permettent d'établir des scénarios d'évolution répondant à des critères sur des grandeurs observables du réseau : quel scénario d'endommagement est le plus préjudiciable en termes de desserte ? quel scénario d'endommagement est le moins destructeur en termes d'efficacité ? etc. Cette dernière question pourrait être formulée en ces termes : « quelle est la ligne de moindre pente en termes d'efficacité entre deux états donnés d'un réseau ? ».

Les deux types de problèmes présentés ici sont donc semblables :

il s'agit en effet d'établir le scénario d'évolution :	→ soit, dans le problème du randonneur, d'établir le scénario d'évolution :	→ soit, dans le problème du réseau, d'établir le scénario d'évolution :
↓	↓	↓
<ul style="list-style-type: none"> • d'un système • au sein d'un espace d'états • conformément à un critère donné sur une grandeur observable du système 	<ul style="list-style-type: none"> ⇔ du randonneur ⇔ parmi l'ensemble des localisations 2D possibles sur le territoire ⇔ conformément à un critère portant sur l'altitude 	<ul style="list-style-type: none"> ⇔ du réseau ⇔ au sein du système des configurations possibles ⇔ conformément à un critère portant sur l'efficacité, la sollicitation, le degré d'endommagement, la vulnérabilité, etc.

L'identité entre les deux types de problèmes est évidente dès lors qu'on effectue le travail préalable de discrétisation du territoire pour le problème du randonneur, car les structures des espaces d'états associés deviennent alors identiques.

Dans le problème du randonneur, l'espace des états est théoriquement infini car les coordonnées du randonneur évoluent dans des intervalles de réels. Afin de résoudre simplement ce problème, il est nécessaire de discrétiser les localisations possibles du randonneur. La manière la plus naturelle de procéder consiste classiquement à calquer une grille sur le territoire considéré : dès lors, le randonneur évolue dans un espace fini d'états, matérialisés par les cellules de la grille et reliés deux à deux de proche en proche. Mathématiquement parlant, l'espace des états correspond au graphe dual (cf B.1.1.1) associé à la grille construite plus haut (cf Figure 127).

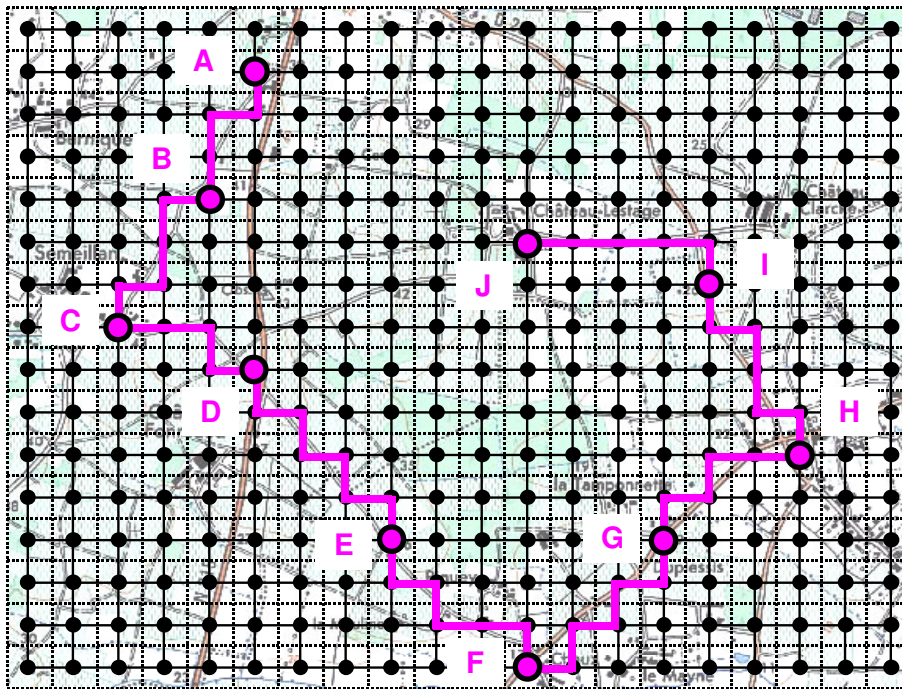


Figure 127 : discrétisation du territoire dans le problème du randonneur (les cellules de la grille sont en pointillés) et graphe dual associé - en guise d'illustration, le parcours du randonneur de la Figure 126 est reproduit sur ce nouvel espace

Le nouvel espace des états du problème du randonneur possède donc la même structure que celui du problème du réseau. Il s'agit en effet d'un graphe dans lequel :

- chaque état est représenté par un sommet,
- chaque évolution élémentaire entre deux états voisins est représentée par une arête entre les sommets associés,
- la grandeur observée sur le système d'étude correspond à un attribut des sommets.

Dans ce cadre d'étude formel, l'élaboration de scénarios d'évolution selon un critère donné relève alors de la théorie des graphes : conformément aux correspondances établies entre le problème du randonneur, le problème du réseau et la modélisation présentée ci-dessus, il s'agit en effet de déterminer le chemin d'un sommet à un autre en respectant des contraintes sur un ou plusieurs attributs des sommets – nous parlons à ce titre de « profil sous contrainte ». L'ensemble des méthodes associées s'échelonne depuis la recherche des plus courts chemins jusqu'à la résolution de problèmes d'optimisation sur graphes. Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter à l'ouvrage généraliste de [Bollobás, 1998] sur la théorie des graphes.

En résumé, si l'on considère un réseau de transport au sein du système de ses configurations possibles, il devient possible de construire des profils sur les caractéristiques structurelles de celui-ci dès lors que l'on envisage une évolution par dégradations ou réparations successives. Lorsque cette évolution est régie par un critère portant sur un attribut du réseau, le profil est dit « sous contrainte ».

Par exemple, lorsque l'on observe les dégradations du réseau selon les déficits maximums d'efficacité, la courbe de vulnérabilité obtenue sur le système des configurations possibles correspond au « profil de vulnérabilité selon la ligne de plus grande pente en termes d'efficacité ».

En pratique, les profils que nous étudierons suivent en effet les lignes de plus grande pente en termes d'efficacité. Ainsi que nous le verrons, d'autres profils apportent des informations pertinentes sur la structure du réseau – en particulier les profils construits *a contrario* selon les lignes de moindre pente en termes d'efficacité, conformément aux suggestions de [Fernique, 2003] dans son travail de recherche d'un « réseau durci » (c'est-à-dire d'un réseau simplifié d'efficacité maximale). Quel que soit le critère structurel retenu, l'établissement du profil procède du même principe de construction.

En reprenant les principes de l'analyse théorique de vulnérabilité et le système associé des configurations endommagées (cf Figure 113 page 302), nous pouvons maintenant apprécier l'information apportée par l'étude des profils de vulnérabilité (cf Figure 128).

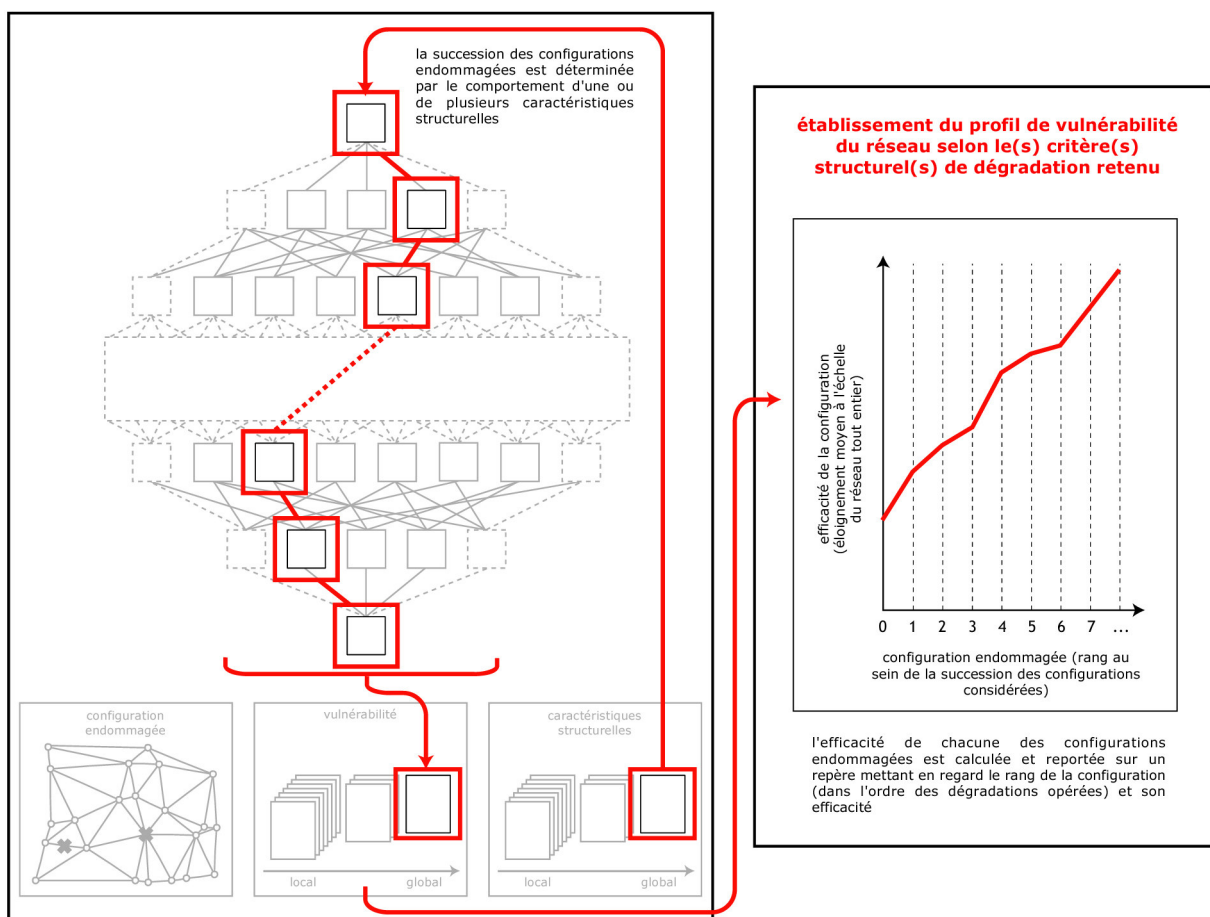


Figure 128 : situation et finalité des profils de vulnérabilité au sein de l'analyse théorique de vulnérabilité (cf Figure 113 page 302)

L'information donnée par les profils de vulnérabilité est *verticale* – elle promet de fournir des renseignements sur la dynamique de la structure du réseau, c'est-à-dire sur la réaction de sa trame à des endommagements en chaîne dont on maîtrise les caractéristiques structurelles.

Voyons à présent comment cette approche enrichit l'exploration de la vulnérabilité de nos réseaux d'étude.

C.3.3.2 APPLICATION PRATIQUE DES PROFILS DE VULNÉRABILITÉ

L'exploitation pratique des profils de vulnérabilité est très foisonnante, car elle il existe de nombreuses manières pertinentes de construire des successions de configurations endommagées. Celles-ci dépendent en effet :

- d'une part de la configuration initiale que l'on considère : il peut s'agir de la configuration normale, mais on peut tout à fait envisager de partir d'une configuration endommagée dont on veut explorer la dynamique,
- d'autre part du critère structurel régissant les dégradations successives : on peut ainsi observer l'évolution du réseau selon ses lignes de plus grande pente (ou inversement de moindre pente) en termes d'efficacité, mais il peut être tout aussi instructif de détruire les composantes les plus sollicitées comme nous le suggérons ponctuellement avec les scénarios d'attaque, ou encore les composantes de plus fort degré, etc. (voir à ce sujet l'ensemble des stratégies d'attaque étudiées par [Holme *et al.*, 2002]).

S'agissant de ne pas se perdre dans la masse des informations que l'on peut extraire potentiellement de ces profils, nous envisageons leur application pratique dans le cadre restreint des dégradations successives les plus pénalisantes en termes d'efficacité. Par ce choix, nous souhaitons voir où se situent – et éventuellement comment se « déplacent » – les points les plus sensibles du réseau au fil des attaques les plus préjudiciables.

L'établissement du profil de vulnérabilité d'un réseau à la suppression de ses composantes (sommets ou arêtes) selon la ligne de plus grande pente en termes d'efficacité consiste à observer la dégradation de l'efficacité de ce réseau lorsque l'on supprime successivement les composantes pénalisant le plus cette efficacité.

Cette approche est à distinguer des scénarios élémentaires, ponctuels ou simulés selon une stratégie d'attaque : contrairement à ces scénarios dont l'objet est d'évaluer localement la réaction du réseau à un scénario donné au sein du système de toutes les configurations possibles, il s'agit d'évaluer dynamiquement la réaction du réseau à une succession d'endommagements régis par un critère structurel (ici la baisse maximale d'efficacité).

En cela, les composantes sensibles ainsi mises en évidence ne correspondent pas forcément à celles occasionnant de fortes valeurs de vulnérabilité élémentaire – ces dernières n’offrent qu’une vision superficielle et *horizontale* de la vulnérabilité car les ruptures associées sont envisagées individuellement et indépendamment les unes des autres.

Notons toutefois que, telle qu’elle est décrite, la construction des profils de vulnérabilité envisage les endommagements successifs un par un, et aboutit donc à des optimums locaux et non globaux. Ainsi, pour atteindre les optimums globaux associés aux endommagements de k composantes, il faudrait considérer d’emblée tous les endommagements concernant simultanément k composantes, et non les successions de k endommagements individuels. Nous aurons l’occasion de revenir sur ce point avec l’application des profils de vulnérabilité au réseau routier orléanais.

En pratique, l’observation des résultats obtenus grâce à ce processus sur les trois grands réseaux routiers français, européen et orléanais (cf annexe X) nous permet ainsi de mieux comprendre la sensibilité des réseaux au-delà des premières observations apportées çà et là par les différents types de scénarios.

→ sur le réseau routier français

Les précédentes observations faites sur le réseau routier français faisaient valoir l’homogénéité de sa trame et la présence d’une arborescence régulière d’axes rapides construits autour de Paris et des directions principales à destination de Marseille, Montpellier, Toulouse et Bordeaux. Les profils de vulnérabilité selon les baisses maximales d’efficacité confirment cette structure :

- l’homogénéité et la densité de la trame sont révélées par la progression constante et modeste des profils,
- l’articulation du réseau sur un squelette d’axes rapides est réaffirmée par les villes et tronçons routiers effectivement supprimés.

Les composantes détruites ne correspondent cependant pas forcément aux composantes les plus sollicitées (indice de centralité intermédiaire) ou les plus sensibles dans le cadre d’un événement localisé (indice de vulnérabilité élémentaire). Par exemple, le blocage des axes au niveau des villes de Limoges et de Clermont-Ferrand dispense de procéder à des blocages supplémentaires au niveau des villes de Châteauroux ou de Vierzon – pourtant importantes structurellement – car l’intérêt des autoroutes visées (A20 et A75) est déjà fortement remis en question par les premières dégradations. Ainsi, les profils établis ciblent un à un les différents axes apparaissant comme structurellement importants au fil des endommagements.

→ sur le réseau routier européen

L’observation des profils de vulnérabilité sur le réseau routier français nous a laissé entrevoir l’évolution des propriétés structurelles des réseaux au fur et à mesure de leurs endommagements. Cela est particulièrement vérifiable sur le réseau routier européen sur lequel les ruptures opérées successivement ne suivent pas les hiérarchies dictées par l’indice de centralité intermédiaire et l’indice de vulnérabilité élémentaire, mais sont au contraire concentrées sur la partie est du réseau.

Partant d’un premier endommagement au niveau du pont Danemark-Suède, toutes les ruptures suivantes s’évertuent en effet à pénaliser au maximum le détour imposé par le continent *via* St-Petersbourg. De fait, l’indisponibilité de ce pont est tellement fragilisante

que la vulnérabilité du réseau se redistribue alors sur les composantes supportant les chemins alternatifs sur le continent. Cette fragilisation reflète le nombre important de relations impliquées par cette rupture et la forte pénalisation dont elle font l'objet : ceci est une conséquence de la structure hétérogène du réseau, particulièrement précaire à l'est avec une trame peu dense et plusieurs ponts locaux.

Par ces profils, nous sommes donc avertis de la gravité des endommagements susceptibles de survenir dans cette zone. *A contrario*, la rupture de l'arc méditerranéen Barcelone – Montpellier promet d'être autrement moins préjudiciable à terme – malgré des valeurs de centralité intermédiaire et de vulnérabilité élémentaire élevées – car le réseau est tellement dense alentour qu'il a peu de chances d'être fragilisé structurellement.

→ sur le réseau routier orléanais

Les résultats obtenus sur le réseau routier orléanais confirment de manière très caricaturée ces premières conclusions quant à l'usage et l'intérêt des profils de vulnérabilité.

Concernant le profil de vulnérabilité mettant en scène l'endommagement des arêtes, les deux premières ruptures pénalisent sans surprise deux des trois ponts, puis les ruptures suivantes s'attachent à rendre difficile la circulation dans les quartiers sud-est où la trame est peu dense.

Le profil de vulnérabilité mettant en scène l'endommagement des sommets est en revanche tout à fait inattendu. La rupture survenant après la mise hors-service du pont central concerne en effet non pas un des deux autres ponts mais un carrefour situé à l'extrême sud de la ville. À y regarder de plus près, il apparaît que les deux endommagements combinés imposent aux quartiers sud-est et sud-ouest de se relier par des chemins empruntant successivement les deux ponts restants.

Bien que probablement moins pénalisant qu'un endommagement combiné de deux ponts, ce profil montre que la dynamique de la réaction du réseau face aux endommagements est dévoilée de manière limitée par l'étude des ruptures successives de composantes. En pratique, si l'on cherche d'emblée quels sont les deux sommets dont la rupture simultanée est la plus pénalisante pour l'efficacité du réseau, l'endommagement résultant concerne bien deux des trois ponts (en l'occurrence : le pont central et le pont ouest) et non la combinaison obtenue ici par endommagements successifs.

Les réserves que nous venons d'émettre sont inhérentes à la construction de proche en proche de ces profils :

La recherche de *l'endommagement suivant* repose en effet sur une démarche prospective ne considérant que la rupture éventuelle d'UNE SEULE composante supplémentaire.

De fait, la rupture successive de deux sommets selon le critère de baisse d'efficacité maximale est moins – ou, tout au mieux, autant – préjudiciable que la rupture simultanée d'un couple de sommets selon ce même critère.

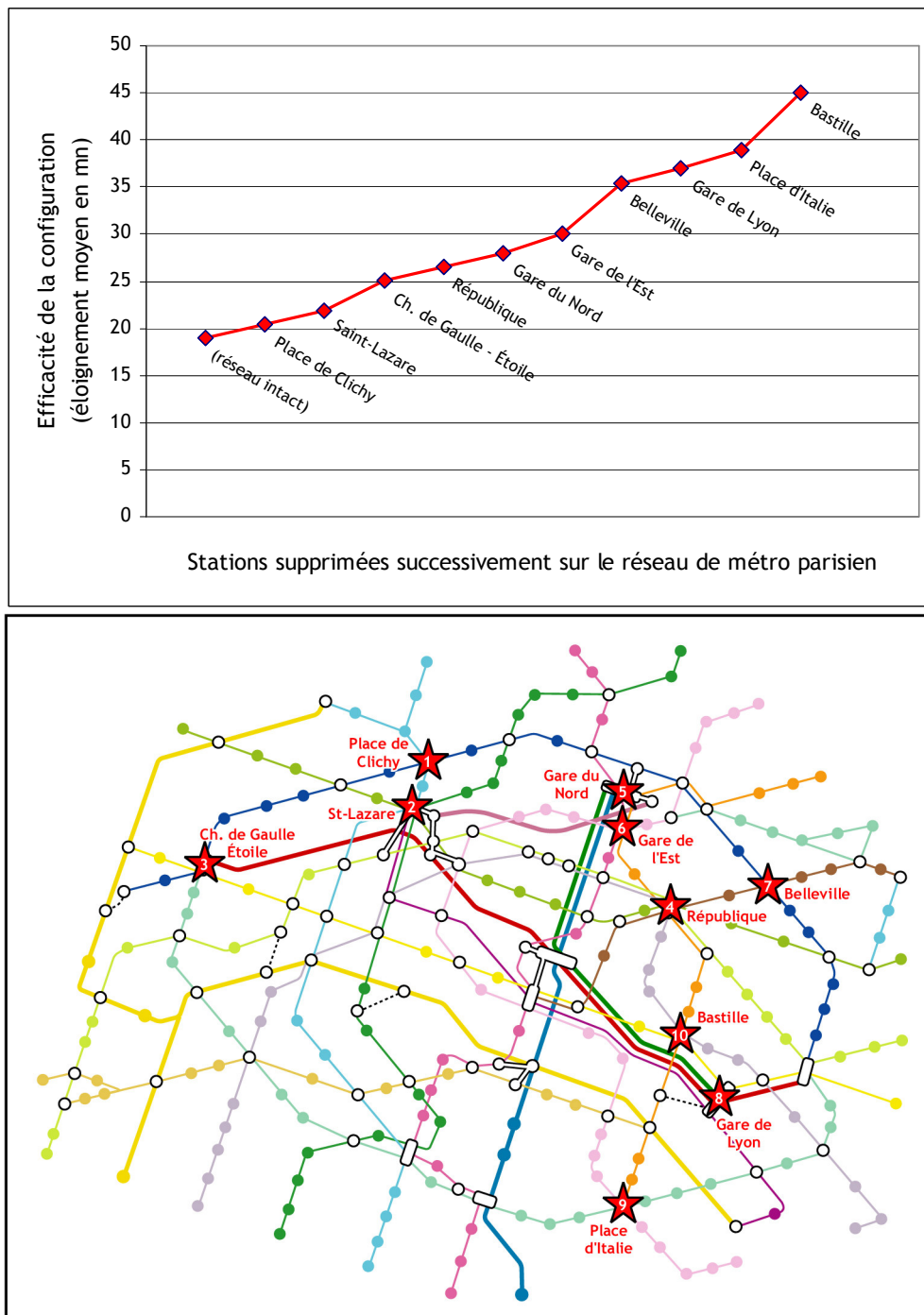


Figure 129 : profil de vulnérabilité du réseau de métro parisien à la rupture des dix stations occasionnant successivement les baisses d'efficacité les plus importantes

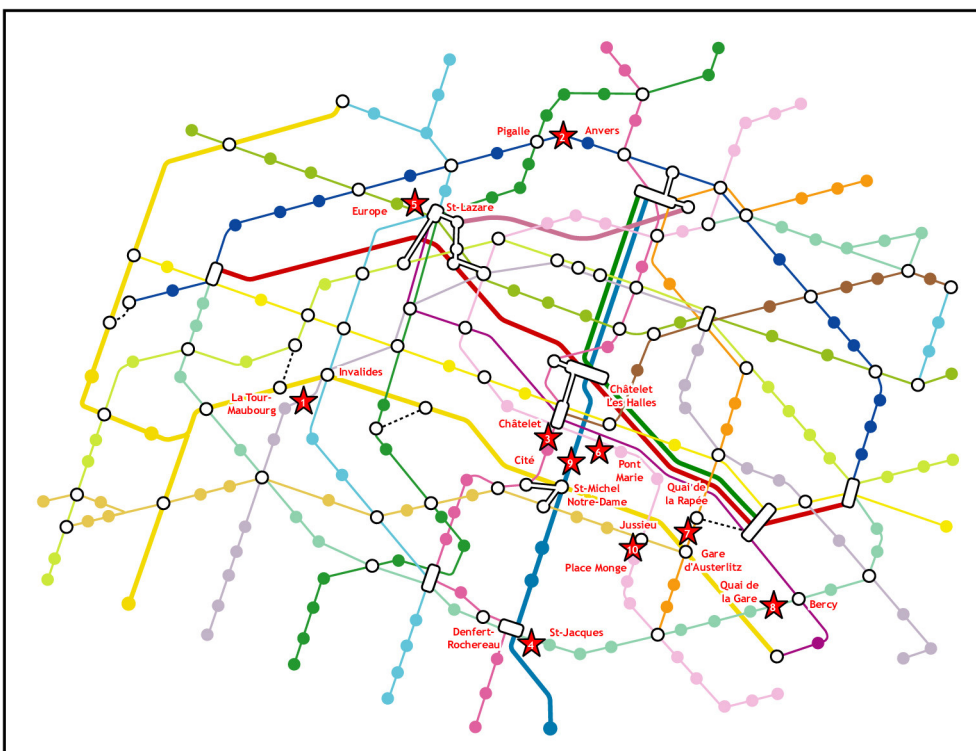
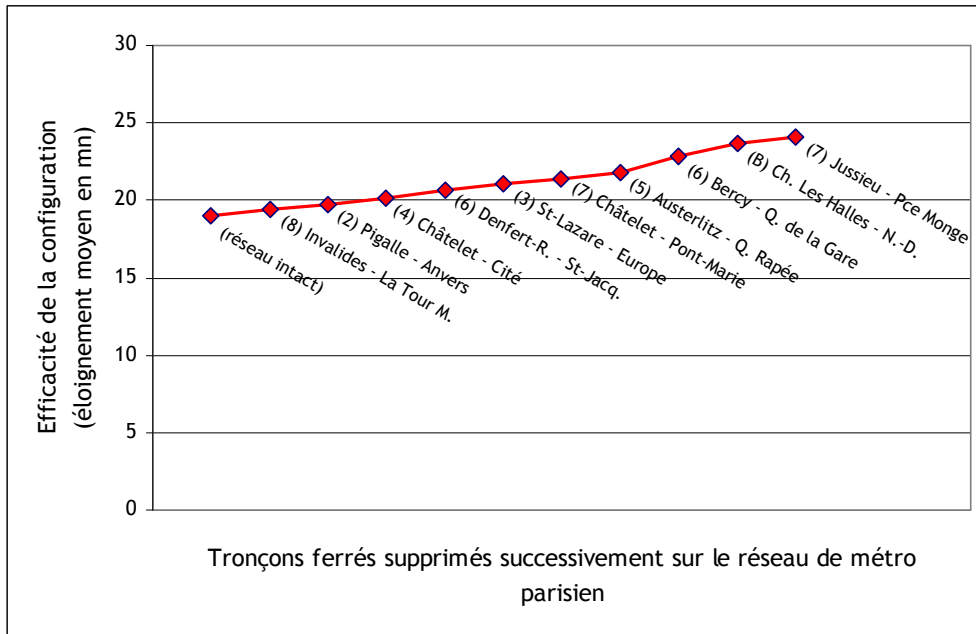


Figure 130 : profil de vulnérabilité du réseau de métro parisien à la rupture des dix tronçons ferrés occasionnant successivement les baisses d'efficacité les plus importantes

En théorie, le critère de construction du profil doit donc prendre en compte les questions relatives au caractère non superposable des endommagements (cf introduction de la section C.3.2) et préciser, par exemple, le nombre de composantes concernées par les ruptures successivement mises en scène, ou encore la baisse d'efficacité à produire en supprimant un nombre minimum de composantes.

En pratique, ces considérations relèvent de problèmes d'optimisation que nous avons choisi⁸³ de ne pas aborder compte-tenu de la lourdeur de leur mise en œuvre. De fait, le critère et la procédure que nous avons retenus ici sont suffisants pour illustrer le principe des profils de vulnérabilité et pour révéler les aspects les plus généraux de la dynamique de la réaction des réseaux face aux endommagements. Sur les seuls réseaux routiers français, européen et orléanais, nous avons ainsi pu cerner la portée de ce type de profils : c'est donc en terrain connu que nous allons à présent aborder les profils de vulnérabilité sur le réseau de métro parisien. À cet effet, nous avons établi en Figure 129 et en Figure 130 les profils concernant les ruptures de stations et de tronçons ferrés occasionnant successivement les baisses d'efficacité les plus pénalisantes.

De la même manière que pour le réseau routier français, le profil de vulnérabilité du réseau de métro parisien obtenu par ruptures successives des arêtes provoquant les baisses maximales d'efficacité est régulier et cible le réseau en différents points épars sur les axes les plus importants structurellement (cf Figure 130). Nous notons cependant qu'à partir du sixième endommagement, les ruptures se spécialisent et visent les connexions entre les deux rives de la ville. Déjà entamées avec l'indisponibilité de la ligne 8 à hauteur d'Invalides et de la ligne 4 au niveau de l'île de la Cité, les liaisons rive droite – rive gauche sont à nouveau sapées avec les ruptures des lignes 5, 6, 7 et B aux abords de la Seine. Ce profil montre ainsi la fragilité particulière du réseau au niveau des accès aux quartiers sud et sud-est de la ville. Ce point n'est pas mis en évidence par l'indice de vulnérabilité élémentaire – néanmoins, il est suggéré par certains éléments issus de notre étude préalable (nous avons notamment vu la mauvaise qualité du réseau pour atteindre les quartiers en question – cf l'indice d'efficacité absolue en C.1.1.2 et les résultats associés en Figure 103 page 269).

Le profil de vulnérabilité issu des ruptures successives des stations selon les baisses maximales d'efficacité présente une série de dégradations ciblées différemment et surtout plus pénalisantes (cf Figure 129). La rupture d'une station rend en effet inutiles tous les tronçons ferrés adjacents à cette station, et provoque donc l'interruption simultanée de toutes les lignes qui traversent cette station lorsque celle-ci autorise des correspondances. En pratique, la première station touchée est Place de Clichy en vertu des détours que cet endommagement impose pour atteindre l'extrémité nord-ouest de la ville (cf note 73 page 324). De manière identique au phénomène observé sur le réseau routier européen, les deux endommagements suivants aggravent cette organisation relationnelle locale en fermant les accès voisins offerts par Saint-Lazare et Étoile. Ainsi, l'accessibilité d'un large pan nord-ouest de la ville n'est plus assurée que par la boucle ouest du RER C. Ceci étant, les endommagements suivants changent de cible et se concentrent sur le quartier de la République et des gares de l'Est et du Nord, dont nous

⁸³ Bien entendu, ce choix n'exclut pas d'adopter d'autres critères ou d'autres règles de construction dans l'établissement de ces profils.

avons vu qu'il affichait de fortes valeurs de centralité intermédiaire et de vulnérabilité élémentaire. Ici aussi, les endommagements s'enchaînent à mesure que se fragilise l'organisation relationnelle sur la trame alentour. Ainsi la rupture de la station Belleville oblige aux relations entre quartiers nord et est de transiter par les deux lignes « bis ». Avec ce profil, nous prenons la mesure des fragilisations provoquées par les dégradations infligées et la modification des ordres de priorités dans les dégradations à venir. En l'occurrence, les attaques du réseau sont ciblées au niveau d'une zone et d'un jeu de relations associé jusqu'à ce que celles-ci soient suffisamment sapées pour qu'une autre zone du réseau, initialement moins sensible, apparaisse comme le nouveau talon d'Achille du réseau⁸⁴. Ainsi sont successivement attaquées les quartiers nord-ouest puis nord-est de la ville. Notons qu'à aucun moment la station Châtelet ne fait l'objet d'une attaque, preuve que les dégradations successives réorganisent à chaque étape les vulnérabilités structurelles du réseau.

En définitive, les profils de vulnérabilité selon les baisses maximales d'efficacité (et sans déconnexion) montrent où se situent successivement les sommets ou les arêtes les plus vulnérables du réseau. Cette exploration des zones les plus vulnérables du réseau est cependant à visibilité réduite, puisqu'elle n'envisage que les dégradations composante par composante, sans prise en compte d'éventuelles combinaisons d'endommagements multiples.

Néanmoins, l'information retirée de ces profils est intéressante, car elle dépasse les conclusions sommaires issues de l'étude de la vulnérabilité élémentaire. En l'occurrence, elle permet, selon les cas, de mettre en évidence des structures denses et régulières articulées autour de plusieurs axes privilégiés, ou, à l'inverse, des structures moins homogènes, présentant en plusieurs endroits des zones fragiles ou facilement fragilisables.

Comme nous le suggérons tout au long de cette sous-section, il existe autant de façons de construire un profil de vulnérabilité que le permettent les choix des configurations initiales et des critères structurels de dégradation. L'art de l'utilisation de cet outil réside en fait dans la pertinence de ces choix. Pour les raisons que nous avons énoncées plus haut, il nous a semblé judicieux d'observer les dégradations du réseau initial en suivant les lignes de plus grande pente en termes d'efficacité. D'autres choix ciblés enrichissent également la connaissance de l'organisation structurelle du réseau et de son évolution dynamique avec les modifications de la trame.

Ainsi [Fernique, 2003] propose de dégrader le réseau de manière à minimiser à chaque étape l'augmentation de la dilatation moyenne. La notion de dilatation est une variante de la notion d'efficacité absolue proposée par nous en C.1.1.2, par conséquent la

⁸⁴ Cette fragilisation de proche en proche du réseau est particulièrement renforcée par la contrainte du maintien de la connexité dictée par nos hypothèses de travail (cf C.2.1). Sans cette contrainte, les endommagements successifs les plus pénalisants auraient rapidement conduit à des déconnexions brutales, mais ils auraient également posé des problèmes d'évaluation de la vulnérabilité dans le contexte précis de notre étude (cf note 58 page 288)

démarche de [Fernique, 2003] conduit à peu de choses près à construire le profil de vulnérabilité selon les lignes de moindre pente en termes d'efficacité, autrement dit selon une logique inverse à la nôtre. Par construction, l'établissement de proche en proche d'un tel profil revient à simplifier la trame tout en minimisant les pénalisations induites pour mettre en relation les différents lieux de l'espace. Pour illustrer son travail, [Fernique, 2003] cartographie un des états du profil de vulnérabilité établi par suppression d'arêtes selon ces règles sur le réseau routier français (cf Figure 131) : à ce niveau de dégradation du réseau (24% du linéaire routier pour une dilatation aggravée de 11% seulement), les axes résultant s'articulent naturellement autour des autoroutes et des voies rapides.

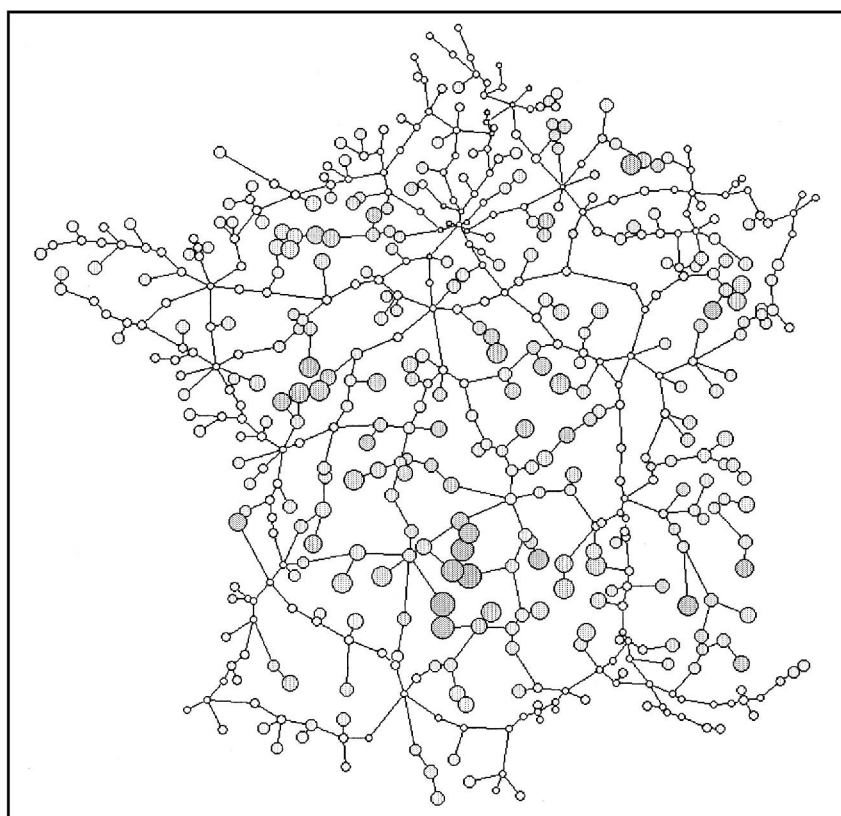


Figure 131 : sous-réseau extrait du réseau routier français - ce sous-réseau est composé de 24% du réseau initial (en termes de longueur totale des tronçons routiers) pour une augmentation de dilatation moyenne de 11% seulement (les cercles sont proportionnels à la dilatation relative des sommets) (source : [Fernique, 2003])

Les perspectives d'un tel outil résident bien évidemment dans la recherche du fameux *réseau de service minimum*, c'est-à-dire du réseau offrant le maximum d'efficacité pour une contrainte de coût donnée (par exemple une longueur totale de tronçons exploités, un nombre de lignes ou d'axes intacts, etc.). Ce type d'application pourrait par exemple être intéressant pour gérer les événements exceptionnels, à l'image du service *Grande Nuit* proposé occasionnellement par la RATP sur le réseau de métro et de RER parisien (cf en Figure 132 la carte du réseau ouvert pendant l'édition 2005 de la Fête de la Musique).

Nous ne connaissons malheureusement pas les critères ayant prévalu dans la constitution de ce réseau simplifié, néanmoins, nous notons qu'il s'appuie sur l'organisation circumradiale observée en C.1.1, avec les lignes 1 (est-ouest), 4 (nord-sud) et 2 & 6

(circulaires). Sans plus d'informations, nous supposons que la mise en service des lignes 9 et 14 et des RER répond à des critères fonctionnels :

- la ligne 9 offre une desserte des lieux festifs (le Trocadéro, les grands boulevards, le quartier Oberkampf),
- la ligne 14 est automatique,
- les RER assurent les relations Paris – banlieue,
- toutes ces lignes sont riches en correspondances.



Figure 132 : service exceptionnel assuré par la RATP la nuit du 21 juin 2005 sur le réseau de métro et de RER (source : www.ratp.fr)

La construction de réseaux de service minimum n'est pas la seule perspective des profils de vulnérabilité. Il peut être également intéressant d'explorer la vulnérabilité des réseaux de transport en partant, non pas de la configuration initiale, mais d'une configuration endommagée donnée. Cette démarche est pertinente lorsque l'on cherche à identifier les zones de la trame fragilisées par l'endommagement en question. Afin de disposer de quelques éléments de réflexion sur la question, nous avons construit des profils de vulnérabilité de ce type sur le réseau de métro parisien. Les profils en question enchaînent les endommagements selon ce schéma :

- le premier endommagement concerne un ensemble de composantes dont on veut étudier l'impact de la rupture sur la fragilisation du réseau,
- les endommagements suivants sont réalisés de proche en proche selon un critère structurel – classiquement selon les baisses maximales d'efficacité.

Les profils de vulnérabilité que nous avons ainsi établis prennent pour amorce les endommagements respectifs des stations Châtelet, Chaussée d'Antin, Arts-et-Métiers, Jussieu (cf annexe X) et Invalides (cf Figure 133).

Il est intéressant de noter que le profil de vulnérabilité construit sur l'endommagement initial de la station Invalides enchaîne les ruptures selon une logique tout à fait différente de celle ayant opéré sur le réseau dans sa configuration normale. Ici, les ruptures successives sont éparées et placent en première ligne des stations plus attendues, comme Châtelet ou République.

Les autres profils (*ie* les profils amorcés sur les stations Châtelet, Chaussée d'Antin, Arts-et-Métiers et Jussieu – cf annexe X) réactivent en revanche les points fragiles identifiés sur le réseau normal (en particulier la zone nord-ouest de la ville), preuve que la vulnérabilité du réseau évolue de manière différente selon les points initialement touchés.

En définitive, l'endommagement de la station Invalides remet fondamentalement en question l'organisation relationnelle du réseau de métro en « déplaçant » la vulnérabilité des quartiers nord-ouest vers des nœuds d'échange plus disséminés et aussi plus centraux. Ceci ne signifie pas que les quartiers nord-ouest deviennent moins vulnérables (de fait, toute dégradation du réseau ne peut qu'aggraver la vulnérabilité de ses différentes composantes), mais que l'endommagement survenu fragilise et place en premier plan d'autres points sensibles du réseau que ceux attendus initialement. Ainsi met-on évidence la fragilisation en chaîne des stations Châtelet et République consécutivement à l'endommagement de la station Invalides.

Avec la variété des profils de vulnérabilité que l'on peut construire autour d'un réseau, il est possible de stimuler les modes de réaction du réseau à différents types d'endommagements et de stratégies d'endommagement.

Un tel procédé présente néanmoins des limites inhérentes au mode d'exploration du système des configurations endommagées – nous avons vu par exemple que la dégradation une à une des composantes empêchait d'envisager des dégradations combinées de plusieurs composantes qui pouvaient s'avérer plus pertinentes.

Judicieusement construits, ces profils permettent néanmoins de voir quelles sont les zones potentiellement fragiles d'un réseau, comment celles-ci évoluent au gré des endommagements, et enfin quelles sont les organisations relationnelles sous-jacentes visées par ces endommagements.

Au-delà des différents scénarios échafaudés lors des sections précédentes, les profils de vulnérabilité offrent d'appréhender la vulnérabilité de manière dynamique en mettant en évidence, grâce aux enchaînements d'endommagements, des phénomènes de dépendance spatiale en termes de vulnérabilité entre les différentes zones du réseau.

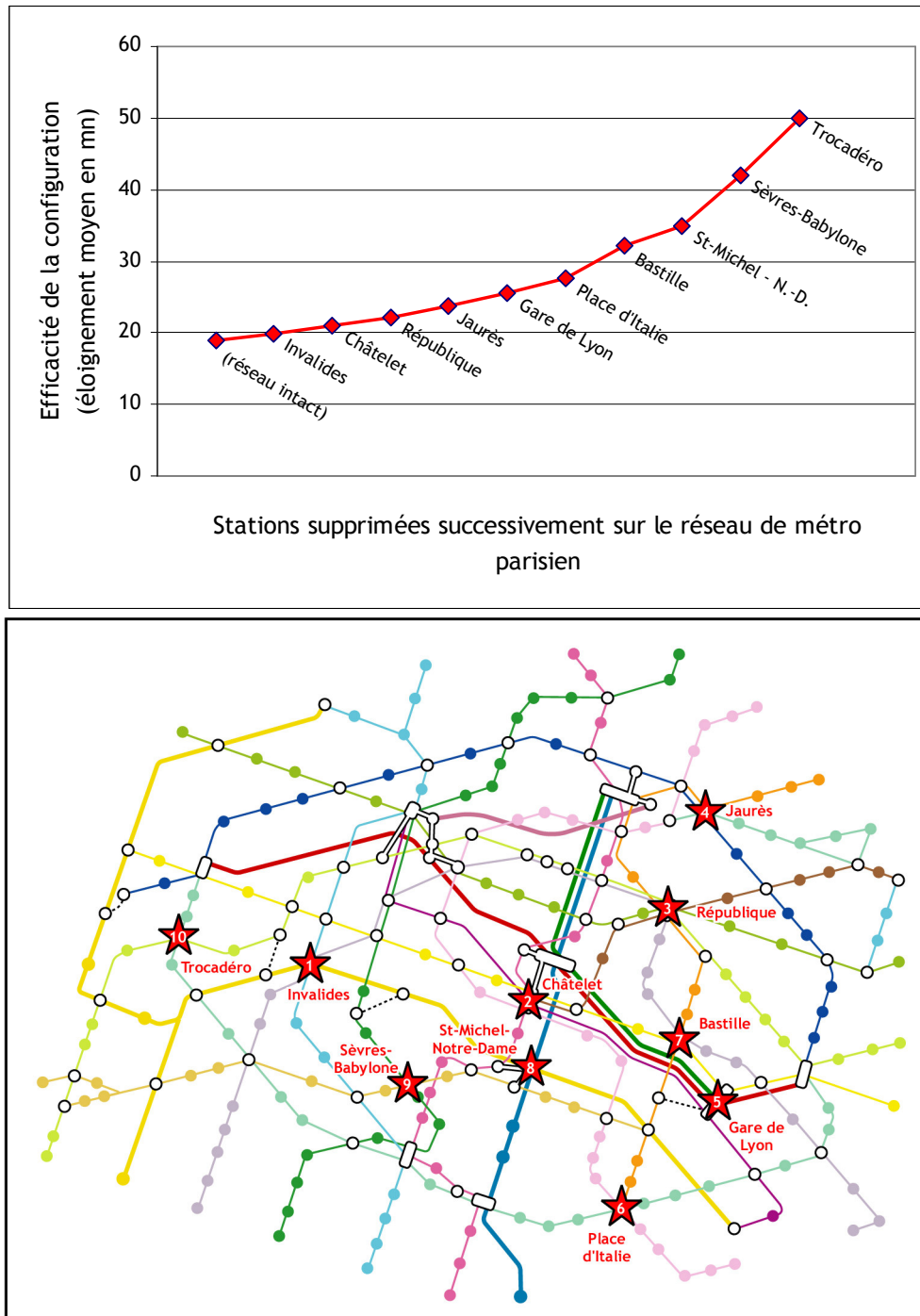


Figure 133 : profil de vulnérabilité du réseau de métro parisien à la rupture de la station Invalides puis des neuf stations occasionnant successivement les baisses d'efficacité les plus importantes

CHAPITRE C.4

SYNTHÈSE - APPORTS ET LIMITES DU PROCESSUS D'ANALYSE DE VULNÉRABILITÉ

L'analyse théorique de la vulnérabilité d'un réseau exige d'envisager l'ensemble des configurations possibles et d'étudier pour chacune d'elles l'organisation des relations comparativement à la configuration normale (dégradations de l'efficacité et différences de centralité intermédiaire, du niveau local au niveau global).

À défaut de pouvoir entreprendre un tel travail (le nombre de ces configurations est « infini »), nous proposons plusieurs techniques pratiques pour appréhender cette fonction de vulnérabilité. Ces différentes techniques reposent sur un principe commun : elles consistent à sélectionner au sein du *système des configurations possibles* (cf Figure 113 page 302) un ensemble de configurations a priori pertinentes pour comprendre certains modes de réaction du réseau face aux dégradations structurelles.

En premier lieu, l'étude des *scénarios élémentaires d'endommagement* propose d'aborder le système des configurations possibles en se focalisant sur celles mettant en scène la rupture d'une seule composante. Cette approche est satisfaisante au premier abord, car elle permet d'appréhender les fragilités les plus manifestes du réseau et – chose très précieuse – d'en établir une cartographie (la carte des *vulnérabilités élémentaires*). Elle révèle néanmoins ses insuffisances, car elle ne permet pas d'explorer la vulnérabilité du réseau, c'est-à-dire de voir comment la structure du réseau est susceptible de réagir à des ruptures simultanées de plusieurs composantes. De fait, la vulnérabilité n'est pas une variable scalaire mais bien une fonction, prenant autant de formes qu'il existe de configurations possibles du réseau. Par ailleurs, cette fonction n'est manifestement pas linéaire, car l'impact de l'endommagement simultané de plusieurs composantes n'est pas la résultante des impacts des endommagements individuels de chacune d'elles.

Cela étant, il devient impératif d'approfondir la connaissance de la fonction de vulnérabilité d'un réseau en envisageant des configurations possibles mettant en scène la rupture de plusieurs composantes au moyen de *scénarios complexes*. À ce titre, nous distinguons deux types de scénarios :

- les *scénarios ponctuels* : ceux-ci constituent certainement les scénarios complexes les plus naturels, puisqu'ils consistent à considérer les endommagements les plus sensibles au vu de leur aléa ou de la menace qu'ils représentent,
- les *scénarios issus de stratégies d'attaque* : ces scénarios sont construits selon des critères structurels dont on suppose *a priori* qu'ils sont susceptibles de révéler des *patterns* particulièrement instructifs sur les modes de réaction du réseau face aux endommagements – en particulier, la rupture de composantes à fortes valeurs de centralité intermédiaire mettent souvent en évidence des phénomènes relationnels complexes et tranchés.

Par construction, ces scénarios n'explorent le système des configurations possibles du réseau que de manière locale, c'est-à-dire en offrant des « instantanés » des modes de réaction du réseau par le filtre très limité des endommagements jugés pertinents.

Sur la base de ce constat, nous proposons enfin de compléter l'exploration du système de configurations possibles du réseau en envisageant les endommagements de manière dynamique. Pour ce faire, nous suggérons d'observer les évolutions du réseau et de sa vulnérabilité au gré d'endommagements successifs régis par un critère structurel (en particulier selon les baisses maximales d'efficacité). Mathématiquement parlant, cela revient à approfondir la connaissance de la fonction vulnérabilité en s'intéressant non plus seulement à ses valeurs (mesurées localement grâce aux scénarios élémentaires et aux scénarios complexes) mais également à sa dérivée. De manière imagée, cette démarche est comparable à l'exploration d'un relief par un randonneur dont les points de station successifs obéissent à des critères altimétriques donnés (par exemple les lignes de plus grande pente). En pratique, les *profils de vulnérabilité* issus de ce procédé permettent notamment de comprendre comment des endommagements donnés peuvent fragiliser certaines parties du réseau plutôt que d'autres. Cet outil ouvre en cela des perspectives sur la connaissance des dépendances structurelles au sein du réseau en termes de vulnérabilité.

Telle qu'elle est décrite, l'analyse théorique de la vulnérabilité et la mise en œuvre pratique que nous proposons présentent un intérêt opérationnel pour la gestion de crise lorsqu'un réseau de transport est endommagé. La connaissance des baisses d'efficacité, des reports de centralité, et plus généralement de l'évolution des caractéristiques structurelles du réseau est en effet susceptible de faciliter la gestion en temps réel du réseau, en attendant sa remise en état. Cette connaissance permet notamment :

- de renforcer le réseau au niveau des composantes susceptibles d'assumer les reports
 - par exemple en augmentant la fréquence des rames sur le métro, en fléchant les déviations et en modifiant les sens de circulation sur les réseaux routiers, etc.,
- de prévenir l'endommagement sur les zones fragilisées du réseau,
- et de hiérarchiser l'ordre de réparation des composantes endommagées.

De fait, l'ensemble des techniques présentées dans cette partie sont appropriées à la gestion de crise, car leur application est possible et pertinente dès qu'il s'agit d'étudier UNE configuration donnée du système des configurations possibles d'un réseau.

Du point de vue théorique qui est le nôtre, ces techniques n'offrent cependant qu'une vision très limitée de la vulnérabilité d'un réseau, car il s'agit alors d'étudier l'ensemble des configurations du système en question, dont nous avons vu qu'elles étaient en nombre « infini ». Par conséquent, l'extraction de scénarios pertinents et de profils ne peut donner qu'un aperçu très ténu des propriétés structurelles du réseau et de leur

évolution dans un contexte d'endommagement. Par ailleurs, la construction de profils telle que nous l'avons décrite n'envisage les endommagements du réseau que de proche en proche, et ne permet donc pas de considérer des endommagements simultanés, et donc de « naviguer » de manière moins contrainte au sein du système des configurations possibles.

Par cette synthèse, il apparaît manifeste que l'exploration de la fonction de vulnérabilité selon ce processus pratique reste très contextuelle, car très dépendante du choix des critères structurels, des endommagements et des profils associés.

Cela ne remet naturellement pas en cause l'ensemble des informations qu'une telle démarche est susceptible de fournir, notamment en temps de crise pour la gestion en temps réel de la réorganisation et des réparations du réseau.

Néanmoins, ces informations révèlent les modes de réaction du réseau face aux endommagements dans un nombre limité de situations données sans pour autant en livrer explicitement les clefs : de fait, dans les exemples que nous avons traités, nous avons dû donner des interprétations sur la base de raisonnements inductifs et de propriétés structurelles fournies préalablement dans le chapitre C.1 lors de l'évaluation du rôle de médiateur d'un réseau dans une configuration donnée.

En restant contextuelle, l'analyse pratique de la vulnérabilité présentée dans cette partie ne met donc pas en lumière les propriétés structurelles expliquant *a priori* la vulnérabilité, même si les stratégies d'attaque et l'élaboration successive de scénarios d'endommagement reposent sur des critères structurels et offrent à ce titre des éléments de réponse⁸⁵.

Sur cette base, il apparaît judicieux d'appréhender la vulnérabilité d'un réseau, non pas en explorant de manière forcément restreinte son système de configurations possibles, mais en exhibant les indicateurs structurels du réseau permettant de comprendre ses modes de réaction dans un contexte d'endommagement. Plutôt que de mesurer localement des altitudes et des pentes, quoi de mieux en effet que de découvrir un relief en identifiant les ensembles physiques qui le composent ?

⁸⁵ Ainsi la construction de scénarios d'endommagement à partir des valeurs observées de centralité intermédiaire laisse deviner qu'il existe une corrélation entre vulnérabilité et centralité intermédiaire. Néanmoins, si l'on reprend l'exemple du métro parisien et les résultats du Tableau 28 en page 323, il apparaît que les vulnérabilités élémentaires des tronçons ferrés adjacents à la station Madeleine d'une part et celles des tronçons ferrés jalonnant la ligne 6 entre Denfert-Rochereau et Place d'Italie d'autre part sont très éloignées les unes des autres en dépit de centralités intermédiaires tout à fait comparables. Cet exemple montre sans surprise qu'il existe d'autres facteurs structurels en jeu pour expliquer la vulnérabilité d'un réseau.

RÉSUMÉ DE LA PARTIE C

La vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport traduit les faiblesses de ce réseau en termes de potentialités relationnelles. Les propriétés du réseau éprouvées ici concernent son rôle de médiateur dans l'espace et son évolution dans un contexte de risques.

En préalable de l'analyse de vulnérabilité structurelle d'un réseau, il apparaît donc nécessaire d'évaluer son rôle de médiateur pour une configuration donnée. Ce travail d'évaluation s'organise autour des deux questions « combien ? » (mesure de l'efficacité du réseau par les notions d'accessibilité et de dilatation) et « comment ? » (mesure de la sollicitation du réseau par la notion de centralité intermédiaire).

Le réseau est d'autant plus vulnérable structurellement à l'endommagement de ses composantes que celui-ci compromet ses potentialités relationnelles. Par conséquent, la vulnérabilité du réseau est appréciée en comparant son rôle de médiateur entre sa configuration normale d'une part et ses différentes configurations endommagées d'autre part. Pour un endommagement donné, les outils d'évaluation présentés précédemment permettent à ce titre :

- de mesurer la vulnérabilité du réseau à cet endommagement par la dégradation de son efficacité aux niveaux local et global,
- de comprendre l'impact de cet endommagement en termes de redistribution des relations sur le réseau par l'observation des différences de centralité intermédiaire.

En comparant le réseau à l'ensemble de toutes ses configurations possibles en mode endommagé, ce processus d'analyse donne ainsi – en théorie – la possibilité de quantifier exhaustivement la vulnérabilité multiforme du réseau et de dégager en parallèle les mécanismes relationnels mis en jeu.

L'étude exhaustive de toutes les configurations endommagées du réseau n'est cependant pas réalisable concrètement, par conséquent l'analyse pratique de la vulnérabilité doit se concentrer sur un nombre limité de scénarios d'endommagement susceptibles de révéler au mieux les failles du réseau. L'étude des scénarios élémentaires – c'est-à-dire des scénarios mettant en scène l'endommagement d'une seule composante du réseau (sommet ou arête) – offrent un premier aperçu cartographiable de la vulnérabilité structurelle du réseau. Cette approche reste cependant sommaire, car elle n'intègre pas les endommagements multiples et ignore de fait le potentiel relationnel des combinaisons de composantes du réseau. Il s'agit donc de compléter l'étude en envisageant un ensemble de scénarios complexes. Outre les scénarios d'endommagement ponctuels inspirés de phénomènes réels ou redoutés – et dont la portée reste par conséquent contextuelle et peu instructive sur les logiques relationnelles du réseau – il apparaît judicieux de construire des scénarios impliquant des composantes dont l'endommagement est susceptible *a priori* de provoquer le plus de dommages au réseau. L'élaboration de tels scénarios est régie par des stratégies d'attaque dont l'objet consiste à localiser les composantes les plus importantes dans la mise en relation des lieux, notamment grâce à des indicateurs structurels comme la centralité intermédiaire. Ce mode d'extraction de scénarios pertinents peut être dans un second temps développé en considérant des successions d'endommagements construits selon ces mêmes critères, afin de révéler sous la forme de profils certains des aspects dynamiques de la vulnérabilité des réseaux.

PARTIE D

**AMÉLIORATION DE LA COMPRÉHENSION
DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE
D'UN RÉSEAU PAR L'EXAMEN DES
FORCES ET DES FAIBLESSES DE SA
TRAME**

CHAPITRE D.1

AMÉLIORER LA CARACTÉRISATION DE LA VULNÉRABILITÉ PAR L'EXAMEN DE LA CONFIGURATION LOCALE DU RÉSEAU

L'application pratique des différentes approches mises en œuvre dans la partie précédente est tout à fait probante pour appréhender la vulnérabilité d'un réseau, mais elle montre d'emblée ses limites au travers de son aspect contextuel. La sélection d'un jeu de configurations endommagées censées être représentatives de la vulnérabilité du réseau est en effet arbitraire et forcément imparfaite. Par ailleurs, les instantanés obtenus de cette vulnérabilité restent dans le domaine du descriptif et, hormis les informations fournies par l'analyse *a posteriori* des indicateurs structurels, ils ne permettent pas de comprendre quels sont justement les ressorts de la vulnérabilité.

Avec cette quatrième et dernière partie, nous allons à présent tenter d'aborder la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport de manière explicative, en mettant en évidence les facteurs structurels – c'est-à-dire les forces et les faiblesses de la trame du réseau – permettant de comprendre *a priori* les modes de réaction du réseau face aux endommagements et de dépasser ainsi l'analyse prospective décrite dans la partie C.

Le premier axe d'investigation que nous empruntons pour améliorer la compréhension de la vulnérabilité et de ses mécanismes s'intéresse à la configuration locale des réseaux. S'agissant de faire le lien entre la vulnérabilité d'un réseau et ses propriétés structurelles, l'angle d'approche le plus immédiat consiste à appréhender la vulnérabilité selon son mode d'expression le plus simple, c'est-à-dire la vulnérabilité élémentaire.

→

Dans ce contexte, l'objectif de ce chapitre est de :

1. Évaluer et analyser le parallèle existant entre la vulnérabilité élémentaire et les caractéristiques structurelles des réseaux décrites par les indices de degré, d'éloignement moyen et de centralité intermédiaire. En particulier, l'ajustement linéaire de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire fournit une tendance générale autour de laquelle les écarts observés révèlent en aval l'existence éventuelle d'autres facteurs structurels intervenant dans la production de la vulnérabilité élémentaire. En pratique, nous verrons que les résidus observés font état de sous-estimations d'autant plus importantes que la composante considérée fait partie d'une trame locale pauvre et peu redondante, et inversement de surestimations lorsque la composante est enchevêtrée dans une trame riche et fortement connectée.
2. Comprendre comment ces différences de trame s'expriment. Il s'agit ici d'identifier les facteurs structurels discriminant toute la gamme des structures locales, depuis l'ensemble d'articulation (le pont) jusqu'à l'enchevêtrement maximal (la clique topologique).
3. Discriminer ces différentes structures à l'aide d'un indicateur synthétique. À cet effet, la longueur moyenne des détours nécessaires pour contourner localement une composante s'avère être un critère pertinent. Nous verrons en outre que ce critère peut être avantageusement amélioré en modulant justement les limites de la zone considérée comme locale autour de la composante en tenant compte du rôle relationnel tenu par celle-ci. Nous verrons ainsi que le couplage de la centralité intermédiaire avec l'indicateur des détours proximaux ainsi établi fournit des informations pertinentes dans la compréhension des mécanismes structurels intervenant dans la production de la vulnérabilité élémentaire, en complément des tendances générales dégagées par la seule centralité intermédiaire.

D.1.1 LA CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE : LE FACTEUR EXPLICATIF PRINCIPAL DE LA VULNÉRABILITÉ

L'évaluation des niveaux de vulnérabilité d'un réseau est longue et coûteuse, même dans l'approche la plus élémentaire consistant à mettre en scène toutes les ruptures individuelles de composante. Dans ce contexte, le présent chapitre propose de mettre en évidence les caractéristiques structurelles du réseau susceptibles d'expliquer les niveaux de vulnérabilité élémentaire observés : à terme, il serait ainsi possible d'appréhender la vulnérabilité d'un réseau donné à partir de la seule observation de ces caractéristiques structurelles.

En pratique – et même en dehors de tout contexte fonctionnel – la complexité des objets réseaux exclut d'emblée toute relation formelle qui mettrait en regard les niveaux de vulnérabilité élémentaire avec un nombre restreint d'indicateurs structurels, aussi pertinents soient-ils.

En revanche, il est raisonnable de penser que certains indicateurs structurels puissent orienter les niveaux de vulnérabilité élémentaire, et que cette tendance générale puisse elle-même être nuancée par d'autres indicateurs structurels, révélateurs des singularités locales propres aux réseaux étudiés. Dans un contexte fonctionnel, cette approche théorique devrait ainsi faciliter la recherche appliquée et la pratique des aménageurs dans la mise en évidence des fragilités des réseaux.

Conformément à ce schéma, nous proposons dans un premier temps de dégager cette tendance générale sous forme d'une simple relation linéaire. Comme nous allons le voir, une analyse qualitative et quantitative permet de focaliser celle-ci autour de l'indice de centralité intermédiaire.

D.1.1.1 ANALYSE PRÉLIMINAIRE DES FACTEURS STRUCTURELS SUSCEPTIBLES D'EXPLIQUER LA VULNÉRABILITÉ ÉLÉMENTAIRE

Par construction, la vulnérabilité élémentaire d'une composante d'un réseau est élevée dès lors que sa rupture entraîne un allongement important des plus courts chemins entre les sommets du réseau.

De prime abord, il est légitime de penser qu'un réseau est d'autant plus sensible à la rupture de ses composantes que celles-ci :

- offrent une grande variété d'options (critère topologique),
- sont situées avantageusement au sein du réseau (critère situationnel)
- ou encore sont fortement sollicitées (critère relationnel).

Les trois critères évoqués ici peuvent être évalués grâce à des indices structurels que nous avons déjà rencontrés auparavant, à savoir : le degré (cf B.1.1), l'éloignement moyen (cf C.1.1) et la centralité intermédiaire⁸⁶ (cf C.1.2). Si nous reprenons à présent les trois critères en termes quantitatifs, nous attendons donc d'une composante qu'elle affiche une valeur de vulnérabilité élémentaire d'autant plus élevée que :

- son degré est élevé,
- son éloignement moyen est faible,
- sa centralité intermédiaire est élevée.

Afin de confirmer ou d'infirmer ces liens supposés, nous avons calculé pour chacun des réseaux d'étude les coefficients de corrélation entre chacun de ces indices et la vulnérabilité élémentaire sur l'ensemble des sommets d'une part, et sur l'ensemble des arêtes⁸⁷ d'autre part (cf Tableau 29). À chacun des coefficients de corrélation est associée une p -value correspondant à la probabilité d'observer la corrélation en question dans l'hypothèse où il n'existerait pas de liaison entre les deux variables d'étude⁸⁸. Étant donné que nous sommes intéressés par la présence effective de corrélations entre les variables (*ie* par des corrélations significativement non nulles), nous accordons d'autant plus de crédit aux corrélations mises en évidence que la p -value qui leur est associée est négligeable. À cet effet, nous traduisons les p -values par des scores de significativité, valant respectivement *, ** ou *** selon que les p -values sont en deçà des seuils 5%, 1% et 1‰.

⁸⁶ Il est intéressant de noter que ces trois indices sont parfois regroupés sous une appellation commune de « centralité », selon les dénominations respectives : « centralité de degré », « centralité de proximité » et « centralité intermédiaire » (notamment par [Freeman, 1979]). En ce sens, nous associons implicitement le rôle stratégique d'une composante à sa « centralité », au sens large du terme.

⁸⁷ Pour pouvoir procéder à l'analyse des données sur les ensembles d'arêtes, nous avons choisi de définir :

- l'éloignement moyen d'une arête par la moyenne des éloignements moyens de ses extrémités,
- le degré d'une arête par la somme des degrés de ses extrémités.

Par construction, les distributions des valeurs de degré et d'éloignement moyen seront donc plus lisses sur les familles d'arêtes que sur les familles de sommets.

⁸⁸ Sous l'hypothèse que le coefficient de corrélation ρ est nul, la quantité $\sqrt{n-2} \cdot \hat{\rho} / \sqrt{1-\hat{\rho}^2}$ suit une loi de Student de paramètre $n-2$ ($\hat{\rho}$ est le coefficient de corrélation estimé et n est le nombre de couples observés). La p -value en question est donc égale à la probabilité qu'une variable aléatoire issue d'une telle loi soit supérieure ou égale à la quantité ainsi calculée (en valeur absolue). Quand cette probabilité est très petite (en comparaison d'un seuil fixé), on rejette l'hypothèse de nullité du coefficient de corrélation.

Tableau 29 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et les indices de degré, d'éloignement moyen et de centralité intermédiaire sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude (les p-values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1%)

	Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le degré							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p-value	significativité	taille éch.	ρ	p-value	significativité
réseau de métro parisien	205	0,507	0	***	286	-0,107	0,068	
réseau routier orléanais	264	0,255	$< 10^{-4}$	***	393	0,163	$< 10^{-2}$	**
réseau routier français	522	0,378	0	***	1455	0,110	$< 10^{-4}$	***
réseau routier européen	419	-0,069	0,158		1069	-0,105	$< 10^{-3}$	***
trame triangulaire	18	0,952	0	***	38	0,244	0,129	
trame carrée	24	0,872	$< 10^{-13}$	***	38	0,193	0,237	
trame hexagonale	36	0,964	0	***	46	0,653	$< 10^{-8}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	0,485	$< 10^{-4}$	***	85	0,001	0,991	
réseau d'Indianapolis (65)	59	0,363	$< 10^{-2}$	**	105	-0,029	0,766	
réseau de Columbus (54)	43	0,512	$< 10^{-4}$	***	65	-0,048	0,706	
réseau de Columbus (65)	47	0,688	$< 10^{-10}$	***	80	-0,049	0,667	
réseau fluvial russe	38	0,559	$< 10^{-4}$	***	54	-0,021	0,879	
réseau français simplifié	55	0,615	$< 10^{-8}$	***	86	0,133	0,219	

	Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et l' éloignement moyen							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p-value	significativité	taille éch.	ρ	p-value	significativité
réseau de métro parisien	205	-0,485	$< 10^{-12}$	***	286	-0,176	$< 10^{-2}$	**
réseau routier orléanais	264	-0,221	$< 10^{-3}$	***	393	-0,161	$< 10^{-2}$	**
réseau routier français	522	-0,430	0	***	1455	-0,240	0	***
réseau routier européen	419	-0,092	0,059		1069	-0,040	0,187	
trame triangulaire	18	-0,887	$< 10^{-10}$	***	38	-0,265	0,097	
trame carrée	24	-0,987	0	***	38	-0,332	0,031	*
trame hexagonale	36	-0,837	0	***	46	-0,654	$< 10^{-8}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	-0,675	$< 10^{-10}$	***	85	-0,317	$< 10^{-2}$	**
réseau d'Indianapolis (65)	59	-0,678	$< 10^{-12}$	***	105	-0,511	$< 10^{-9}$	***
réseau de Columbus (54)	43	-0,416	$< 10^{-2}$	**	65	-0,068	0,591	
réseau de Columbus (65)	47	-0,456	$< 10^{-3}$	***	80	-0,111	0,326	
réseau fluvial russe	38	-0,431	$< 10^{-2}$	**	54	-0,025	0,858	
réseau français simplifié	55	-0,600	$< 10^{-8}$	***	86	-0,564	$< 10^{-10}$	***

	Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p-value	significativité	taille éch.	ρ	p-value	significativité
réseau de métro parisien	205	0,847	0	***	286	0,621	0	***
réseau routier orléanais	264	0,748	0	***	393	0,646	0	***
réseau routier français	522	0,921	0	***	1455	0,916	0	***
réseau routier européen	419	0,471	0	***	1069	0,405	0	***
trame triangulaire	18	0,937	$< 10^{-14}$	***	38	0,730	$< 10^{-10}$	***
trame carrée	24	0,937	0	***	38	0,714	$< 10^{-9}$	***
trame hexagonale	36	0,863	0	***	46	0,697	$< 10^{-10}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	0,807	0	***	85	0,661	0	***
réseau d'Indianapolis (65)	59	0,864	0	***	105	0,771	0	***
réseau de Columbus (54)	43	0,789	0	***	65	0,560	$< 10^{-7}$	***
réseau de Columbus (65)	47	0,747	$< 10^{-14}$	***	80	0,492	$< 10^{-6}$	***
réseau fluvial russe	38	0,789	$< 10^{-13}$	***	54	0,652	$< 10^{-10}$	***
réseau français simplifié	55	0,883	0	***	86	0,840	0	***

En pratique, les corrélations recensées dans le Tableau 29 vont dans le sens de ces premières analyses, notamment en ce qui concerne le lien vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire. Dès lors, il est difficile d'ériger un critère plutôt qu'un autre au rang de tendance générale pour expliquer la vulnérabilité élémentaire, d'autant plus que ces trois critères semblent intervenir dans des registres différents (topologique, situationnel ou relationnel, selon le cas).

Cela étant, la comparaison des valeurs de degré, d'éloignement moyen et de centralité intermédiaire sur les différents réseaux d'étude laissent penser que ces critères eux-mêmes ne sont pas sans relations. Il est d'ailleurs fréquent de rencontrer des composantes à la fois bien connectées (degré élevé), facilement accessibles (éloignement moyen faible) et traversées par de nombreux plus courts chemins (centralité intermédiaire élevée)... et inversement.

Afin de vérifier la réalité de ces liens, nous avons, de la même manière que précédemment, calculé les coefficients de corrélation entre les indices de degré, d'éloignement moyen et de centralité intermédiaire sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude (cf Tableau 30).

Les résultats obtenus à cette occasion confirment nos hypothèses, et laissent ainsi penser que les corrélations observées entre la vulnérabilité élémentaire et ces trois indices structurels ne reflètent pas toutes des causalités directes. Effectivement, il n'est pas besoin d'un lien de causalité directe entre un indice I et la vulnérabilité élémentaire pour observer un coefficient de corrélation significatif entre ces deux variables : il suffit en effet que I soit corrélé à un tiers indice I' , lui-même relié par un lien de causalité à la vulnérabilité élémentaire. Par conséquent, les tendances que nous essayons de dégager ici entre la vulnérabilité élémentaire et les caractéristiques structurelles des réseaux pourraient n'être tangibles que pour un seul des trois indices structurels envisagés.

Afin de mettre en évidence d'éventuels liens de causalité indirecte, nous avons à nouveau eu recours à des calculs de corrélations. Si la relation existant entre la vulnérabilité élémentaire et un indice I n'est pas une relation directe de cause à effet mais une relation indirecte *via* un tiers indice I' , alors les corrélations initialement observées entre la vulnérabilité élémentaire et cet indice I ne devraient pas être significatives sur des sous-populations homogènes au sens de I' . Dans cette perspective, nous avons recalculé :

- d'une part les corrélations entre la vulnérabilité élémentaire et les indices de degré et d'éloignement moyen en conditionnant les populations de sommets et d'arêtes⁸⁹ par les valeurs de centralité intermédiaire (cf Tableau 31 et Tableau 32),
- d'autre part les corrélations entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire en conditionnant les populations de sommets et d'arêtes⁸⁹ par les valeurs de degré et d'éloignement moyen (cf Tableau 33 et Tableau 34).

⁸⁹ Nous n'avons pas effectué de partitionnement sur les trames régulières, car les sous-populations de sommets et d'arêtes auraient été trop petites. Nous avons rencontré le même problème pour l'étude des corrélations avec le degré sur les petits réseaux présentés en annexe III, car les valeurs de degré observées sur ces réseaux se regroupent en des classes trop peu nombreuses.

Tableau 30 : coefficients de corrélation deux à deux entre les indices de degré, d'éloignement moyen et de centralité intermédiaire sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude (les p -values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

	Corrélation entre le degré et l' éloignement moyen							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p -value	significativité	taille éch.	ρ	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	-0,414	$< 10^{-9}$	***	286	-0,528	0	***
réseau routier orléanais	264	-0,234	$< 10^{-3}$	***	393	-0,226	$< 10^{-5}$	***
réseau routier français	522	-0,332	$< 10^{-14}$	***	1455	-0,372	0	***
réseau routier européen	419	-0,263	$< 10^{-7}$	***	1069	-0,335	0	***
trame triangulaire	18	-0,949	$< 10^{-8}$	***	38	-0,941	0	***
trame carrée	24	-0,930	$< 10^{-10}$	***	38	-0,920	$< 10^{-15}$	***
trame hexagonale	36	-0,810	$< 10^{-8}$	***	46	-0,905	0	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	-0,579	$< 10^{-5}$	***	85	-0,592	$< 10^{-8}$	***
réseau d'Indianapolis (65)	59	-0,391	$< 10^{-2}$	**	105	-0,486	$< 10^{-6}$	***
réseau de Columbus (54)	43	-0,485	$< 10^{-3}$	***	65	-0,623	$< 10^{-7}$	***
réseau de Columbus (65)	47	-0,566	$< 10^{-4}$	***	80	-0,645	$< 10^{-9}$	***
réseau fluvial russe	38	-0,519	$< 10^{-3}$	***	54	-0,665	$< 10^{-7}$	***
réseau français simplifié	55	-0,355	$< 10^{-2}$	**	86	-0,335	$< 10^{-2}$	**

	Corrélation entre le degré et la centralité intermédiaire							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p -value	significativité	taille éch.	ρ	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	0,608	0	***	286	0,127	0,031	*
réseau routier orléanais	264	0,232	$< 10^{-3}$	***	393	0,076	0,133	
réseau routier français	522	0,355	0	***	1455	0,127	$< 10^{-5}$	***
réseau routier européen	419	0,252	$< 10^{-6}$	***	1069	0,010	0,738	
trame triangulaire	18	0,961	$< 10^{-9}$	***	38	0,703	$< 10^{-6}$	***
trame carrée	24	0,937	$< 10^{-10}$	***	38	0,787	$< 10^{-8}$	***
trame hexagonale	36	0,868	$< 10^{-12}$	***	46	0,868	$< 10^{-14}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	0,572	$< 10^{-4}$	***	85	0,381	$< 10^{-3}$	***
réseau d'Indianapolis (65)	59	0,392	$< 10^{-2}$	**	105	0,230	0,018	*
réseau de Columbus (54)	43	0,729	$< 10^{-7}$	***	65	0,313	0,011	*
réseau de Columbus (65)	47	0,753	$< 10^{-8}$	***	80	0,286	0,010	*
réseau fluvial russe	38	0,716	$< 10^{-6}$	***	54	0,236	0,086	
réseau français simplifié	55	0,536	$< 10^{-4}$	***	86	0,259	0,016	*

	Corrélation entre l' éloignement moyen et la centralité intermédiaire							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p -value	significativité	taille éch.	ρ	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	-0,664	0	***	286	-0,593	0	***
réseau routier orléanais	264	-0,522	0	***	393	-0,423	0	***
réseau routier français	522	-0,529	0	***	1455	-0,309	0	***
réseau routier européen	419	-0,419	0	***	1069	-0,228	$< 10^{-13}$	***
trame triangulaire	18	-0,939	$< 10^{-8}$	***	38	-0,703	$< 10^{-6}$	***
trame carrée	24	-0,968	$< 10^{-14}$	***	38	-0,849	$< 10^{-10}$	***
trame hexagonale	36	-0,959	0	***	46	-0,953	0	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	-0,829	$< 10^{-13}$	***	85	-0,699	$< 10^{-12}$	***
réseau d'Indianapolis (65)	59	-0,827	$< 10^{-15}$	***	105	-0,747	0	***
réseau de Columbus (54)	43	-0,678	$< 10^{-6}$	***	65	-0,525	$< 10^{-5}$	***
réseau de Columbus (65)	47	-0,766	$< 10^{-9}$	***	80	-0,582	$< 10^{-7}$	***
réseau fluvial russe	38	-0,664	$< 10^{-5}$	***	54	-0,387	$< 10^{-2}$	**
réseau français simplifié	55	-0,779	$< 10^{-11}$	***	86	-0,722	$< 10^{-14}$	***

Tableau 31 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le degré conditionnellement aux valeurs de centralité intermédiaire sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude - à l'exception des trames régulières étant donné leur trop petite taille (les p -values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le degré sur l'ensemble restreint des sommets dont la centralité intermédiaire se situe entre les quantiles :																
$q_0\% - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	
réseau de métro parisien	51	-0,204	0,152		51	0,234	0,099		51	-0,096	0,505		52	0,493	$< 10^{-3}$	***
réseau routier orléanais	66	-0,042	0,739		66	-0,325	$< 10^{-2}$	**	66	-0,202	0,104		66	0,404	$< 10^{-3}$	***
réseau routier français	131	0,194	0,026	*	130	-0,069	0,438		130	0,214	0,015	*	131	0,362	$< 10^{-4}$	***
réseau routier européen	105	0,378	$< 10^{-4}$	***	104	0,045	0,653		105	0,137	0,163		105	-0,242	0,013	*
réseau d'Indianapolis (54)	13	0,539	0,057		12	-0,049	0,880		13	0,124	0,687		13	0,433	0,139	
réseau d'Indianapolis (65)	15	0,182	0,515		14	-0,056	0,850		15	0,108	0,701		15	0,385	0,156	
réseau de Columbus (54)	11	-0,091	0,790		10	0,060	0,868		11	-0,019	0,956		11	0,377	0,253	
réseau de Columbus (65)	12	0,449	0,143		11	-0,043	0,901		12	-0,389	0,212		12	0,686	0,014	*
réseau fluvial russe	10	0,503	0,138		9	0,060	0,878		9	0,198	0,610		10	-0,306	0,389	
réseau français simplifié	14	0,535	0,049	*	13	0,434	0,138		14	0,416	0,139		14	0,730	$< 10^{-2}$	**

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le degré sur l'ensemble restreint des arêtes dont la centralité intermédiaire se situe entre les quantiles :																
$q_0\% - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	taille éch.	ρ	p -value	signif	
réseau de métro parisien	72	-0,198	0,096		71	-0,228	0,056		71	-0,292	0,013	*	72	-0,278	0,018	*
réseau routier orléanais	98	-0,199	0,050	*	98	-0,311	$< 10^{-2}$	**	98	-0,299	$< 10^{-2}$	**	99	0,362	$< 10^{-3}$	***
réseau routier français	364	-0,132	0,012	*	363	-0,187	$< 10^{-3}$	***	364	-0,129	0,014	*	364	0,050	0,342	
réseau routier européen	267	-0,117	0,057		267	-0,149	0,015	*	267	-0,215	$< 10^{-3}$	***	268	-0,254	$< 10^{-3}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	21	0,067	0,773		21	-0,653	$< 10^{-2}$	**	21	-0,165	0,476		22	-0,600	$< 10^{-2}$	**
réseau d'Indianapolis (65)	26	-0,316	0,116		26	0,225	0,268		26	-0,292	0,148		27	-0,629	$< 10^{-3}$	***
réseau de Columbus (54)	16	-0,199	0,461		16	-0,499	0,049	*	16	-0,599	0,014	*	17	-0,379	0,133	
réseau de Columbus (65)	20	-0,041	0,862		20	-0,477	0,034	*	20	-0,369	0,109		20	-0,235	0,318	
réseau fluvial russe	14	0,188	0,521		13	-0,331	0,270		13	-0,721	$< 10^{-2}$	**	14	-0,202	0,489	
réseau français simplifié	22	-0,054	0,812		21	-0,283	0,215		21	-0,345	0,125		22	0,085	0,707	

Tableau 32 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et l'éloignement moyen conditionnellement aux valeurs de centralité intermédiaire sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude - à l'exception des trames régulières étant donné leur trop petite taille (les p-values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et l' éloignement moyen sur l'ensemble restreint des sommets dont la centralité intermédiaire se situe entre les quantiles :																
$q_0\% - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	
réseau de métro parisien	51	-0,348	0,012	*	51	0,114	0,424		51	0,297	0,034	*	52	-0,205	0,144	
réseau routier orléanais	66	0,129	0,301		66	0,385	$< 10^{-2}$	**	66	-0,012	0,924		66	-0,031	0,806	
réseau routier français	131	0,050	0,572		130	0,380	$< 10^{-2}$	***	130	0,288	$< 10^{-2}$	***	131	-0,302	$< 10^{-2}$	***
réseau routier européen	105	0,167	0,090		104	0,096	0,332		105	0,282	$< 10^{-2}$	**	105	-0,004	0,965	
réseau d'Indianapolis (54)	13	-0,844	$< 10^{-3}$	***	12	-0,059	0,855		13	0,082	0,791		13	-0,189	0,536	
réseau d'Indianapolis (65)	15	-0,298	0,281		14	0,225	0,439		15	0,164	0,560		15	-0,488	0,065	
réseau de Columbus (54)	11	0,083	0,809		10	0,438	0,205		11	0,410	0,211		11	-0,248	0,463	
réseau de Columbus (65)	12	0,244	0,444		11	0,396	0,229		12	-0,056	0,864		12	-0,405	0,192	
réseau fluvial russe	10	0,206	0,569		9	-0,072	0,853		9	0,342	0,368		10	0,235	0,514	
réseau français simplifié	14	-0,533	0,050	*	13	-0,120	0,696		14	0,351	0,219		14	-0,401	0,155	

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et l' éloignement moyen sur l'ensemble restreint des arêtes dont la centralité intermédiaire se situe entre les quantiles :																
$q_0\% - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	
réseau de métro parisien	72	-0,166	0,164		71	-0,162	0,178		71	-0,244	0,041	*	72	-0,091	0,448	
réseau routier orléanais	98	0,159	0,117		98	-0,157	0,122		98	0,156	0,125		99	0,130	0,201	
réseau routier français	364	-0,021	0,692		363	0,019	0,723		364	-0,039	0,464		364	-0,026	0,623	
réseau routier européen	267	0,069	0,262		267	-0,088	0,151		267	0,076	0,216		268	0,011	0,856	
réseau d'Indianapolis (54)	21	0,319	0,159		21	-0,155	0,502		21	-0,163	0,480		22	-0,489	0,021	*
réseau d'Indianapolis (65)	26	-0,054	0,793		26	-0,242	0,234		26	-0,140	0,494		27	-0,405	0,036	*
réseau de Columbus (54)	16	0,680	$< 10^{-2}$	**	16	-0,305	0,251		16	0,294	0,270		17	0,361	0,155	
réseau de Columbus (65)	20	0,350	0,131		20	-0,245	0,297		20	0,051	0,831		20	0,068	0,775	
réseau fluvial russe	14	-0,326	0,255		13	-0,430	0,142		13	0,453	0,120		14	-0,387	0,172	
réseau français simplifié	22	0,314	0,155		21	0,302	0,183		21	0,064	0,784		22	-0,068	0,763	

Tableau 33 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire conditionnellement aux valeurs de degré sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude - à l'exception des trames régulières étant donné leur trop petite taille (les p -values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1%)

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des sommets dont le degré se situe (inclusivement) entre I_1 et I_2 :												
ensemble 1							ensemble 2					
réseau	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.
réseau de métro parisien	174	2	4	0,771	0	***	16	5	6	0,708	$< 10^{-2}$	***
réseau routier orléanais	226	2	3	0,665	0	***	38	4	5	0,949	0	***
réseau routier français	153	2	4	0,934	0	***	225	5	6	0,916	0	***
réseau routier européen	168	2	4	0,621	0	***	216	5	7	0,519	$< 10^{-15}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	25	2	3	0,708	$< 10^{-4}$	***	26	4	5	0,813	$< 10^{-6}$	***
réseau d'Indianapolis (65)	29	2	3	0,914	$< 10^{-11}$	***	30	4	5	0,864	$< 10^{-9}$	***
réseau de Columbus (54)	30	2	3	0,724	$< 10^{-5}$	***	13	4	9	0,854	$< 10^{-3}$	***
réseau de Columbus (65)	43	2	4	0,671	$< 10^{-6}$	***	4	5	11	0,747	0,253	
réseau fluvial russe	28	2	3	0,735	$< 10^{-5}$	***	10	4	5	0,625	0,053	
réseau français simplifié	40	2	3	0,885	$< 10^{-13}$	***	15	4	6	0,856	$< 10^{-4}$	***

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des arêtes dont le degré se situe (inclusivement) entre I_1 et I_2 :												
ensemble 3							ensemble 4					
réseau	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.
réseau de métro parisien	10	7	9	0,870	$< 10^{-2}$	**	5	10	15	0,984	$< 10^{-2}$	**
réseau routier orléanais												
réseau routier français	116	7	8	0,926	0	***	28	9	11	0,910	$< 10^{-10}$	***
réseau routier européen	31	8	10	0,850	$< 10^{-8}$	***	4	11	13	0,830	0,170	

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des arêtes dont le degré se situe (inclusivement) entre I_1 et I_2 :												
ensemble 1							ensemble 2					
réseau	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.
réseau de métro parisien	198	4	8	0,622	0	***	49	9	12	0,821	$< 10^{-12}$	***
réseau routier orléanais	266	4	6	0,534	0	***	127	7	9	0,806	0	***
réseau routier français	89	5	8	0,832	0	***	475	9	11	0,938	0	***
réseau routier européen	261	5	9	0,529	0	***	604	10	13	0,708	0	***
réseau d'Indianapolis (54)	47	5	7	0,775	$< 10^{-9}$	***	38	8	10	0,594	$< 10^{-4}$	***
réseau d'Indianapolis (65)	60	5	7	0,873	0	***	45	8	10	0,642	$< 10^{-5}$	***
réseau de Columbus (54)	52	4	8	0,688	$< 10^{-7}$	***	13	9	14	0,470	0,105	
réseau de Columbus (65)	65	4	9	0,557	$< 10^{-5}$	***	15	10	17	0,367	0,179	
réseau fluvial russe	30	4	6	0,705	$< 10^{-4}$	***	24	7	10	0,608	$< 10^{-2}$	**
réseau français simplifié	38	4	6	0,928	0	***	48	7	10	0,797	$< 10^{-10}$	***

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des arêtes dont le degré se situe (inclusivement) entre I_1 et I_2 :												
ensemble 3							ensemble 4					
réseau	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.	taille éch.	I_1	I_2	coeff.	p -value	signif.
réseau de métro parisien	29	13	17	0,798	$< 10^{-6}$	***	10	19	26	0,850	$< 10^{-2}$	**
réseau routier orléanais												
réseau routier français	776	12	15	0,897	0	***	115	16	19	0,973	0	***
réseau routier européen	177	14	17	0,828	0	***	27	18	23	0,711	$< 10^{-4}$	***

Tableau 34 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire conditionnellement aux valeurs d'éloignement moyen sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude - à l'exception des trames régulières étant donné leur trop petite taille (les p-values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des sommets dont l'éloignement moyen se situe entre les quantiles :																
$q_{0\%} - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	
réseau de métro parisien	51	0,781	< 10 ⁻¹⁰	***	51	0,904	0	***	51	0,625	< 10 ⁻⁶	***	52	0,914	0	***
réseau routier orléanais	66	0,813	0	***	66	0,668	< 10 ⁻⁹	***	66	0,567	< 10 ⁻⁶	***	66	0,840	0	***
réseau routier français	131	0,906	0	***	130	0,922	0	***	130	0,887	0	***	131	0,884	0	***
réseau routier européen	105	0,773	0	***	104	0,630	< 10 ⁻¹²	***	105	0,482	< 10 ⁻⁵	***	105	0,862	0	***
réseau d'Indianapolis (54)	13	0,685	< 10 ⁻²	**	12	0,509	0,091		13	0,805	< 10 ⁻³	***	13	0,591	0,033	*
réseau d'Indianapolis (65)	15	0,779	< 10 ⁻³	***	14	0,567	0,034	*	15	0,605	0,017	*	15	0,884	< 10 ⁻⁴	***
réseau de Columbus (54)	11	0,842	< 10 ⁻²	**	10	0,932	< 10 ⁻⁴	***	11	0,957	< 10 ⁻⁵	***	11	0,758	< 10 ⁻²	**
réseau de Columbus (65)	12	0,728	< 10 ⁻²	**	11	0,654	0,029	*	12	0,797	< 10 ⁻²	**	12	0,988	< 10 ⁻⁸	***
réseau fluvial russe	10	0,721	0,019	*	9	0,787	0,012	*	9	0,524	0,148		10	0,879	< 10 ⁻³	***
réseau français simplifié	14	0,805	< 10 ⁻³	***	13	0,840	< 10 ⁻³	***	14	0,946	< 10 ⁻⁵	***	14	0,910	< 10 ⁻⁵	***

Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sur l'ensemble restreint des arêtes dont l'éloignement moyen se situe entre les quantiles :																
$q_{0\%} - q_{25\%}$				$q_{25\%} - q_{50\%}$				$q_{50\%} - q_{75\%}$				$q_{75\%} - q_{100\%}$				
taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	taille éch.	ρ	p-value	signif	
réseau de métro parisien	72	0,606	< 10 ⁻⁷	***	71	0,754	< 10 ⁻¹³	***	70	0,761	< 10 ⁻¹³	***	73	0,534	< 10 ⁻⁵	***
réseau routier orléanais	98	0,657	< 10 ⁻¹²	***	97	0,764	0	***	97	0,754	0	***	101	0,560	< 10 ⁻⁸	***
réseau routier français	364	0,945	0	***	361	0,923	0	***	363	0,942	0	***	367	0,876	0	***
réseau routier européen	266	0,737	0	***	268	0,438	< 10 ⁻¹³	***	267	0,494	0	***	268	0,713	0	***
réseau d'Indianapolis (54)	21	0,922	< 10 ⁻⁸	***	20	0,760	< 10 ⁻⁴	***	21	0,438	0,047	*	23	0,648	< 10 ⁻³	***
réseau d'Indianapolis (65)	23	0,903	< 10 ⁻⁸	***	29	0,838	< 10 ⁻⁷	***	25	0,592	< 10 ⁻²	**	28	0,887	< 10 ⁻⁹	***
réseau de Columbus (54)	16	0,669	< 10 ⁻³	**	14	0,352	0,217		18	0,679	< 10 ⁻²	**	17	0,712	< 10 ⁻²	**
réseau de Columbus (65)	20	0,631	< 10 ⁻²	**	19	0,430	0,066		21	0,628	< 10 ⁻²	**	20	0,842	< 10 ⁻⁵	***
réseau fluvial russe	13	0,811	< 10 ⁻³	***	13	0,478	0,098		14	0,781	< 10 ⁻³	***	14	0,854	< 10 ⁻³	***
réseau français simplifié	21	0,953	< 10 ⁻¹⁰	***	21	0,902	< 10 ⁻⁷	***	21	0,712	< 10 ⁻³	***	23	0,879	< 10 ⁻⁷	***

Les résultats obtenus ne confirment pas les corrélations observées sur les échantillons complets pour les indices d'éloignement moyen et de degré (au point même que les signes des coefficients de corrélation ne sont pas toujours conformes à ceux que l'on attendait pour certains sous-échantillons). En revanche, les résultats obtenus pour la centralité intermédiaire sont probants (tout du moins pour les quatre grands réseaux – les tailles des sous-populations traitées sur les autres réseaux est souvent trop petite pour pouvoir prendre en compte les résultats associés).

La confrontation de la vulnérabilité élémentaire avec les caractéristiques structurelles les plus élémentaires des réseaux fait ressortir sans ambiguïté un lien de causalité avec la centralité intermédiaire. Des critères qualitatifs énoncés au début de cette sous-section, nous ne retiendrons donc que celui associant la vulnérabilité élémentaire à la centralité intermédiaire.

Ce parallèle résulte du principe simple selon lequel plus l'indice de centralité intermédiaire d'une composante est élevé, plus les plus courts chemins empruntant la composante en question sont nombreux, plus la proportion de relations origine-destination remises en question par la suppression de cette composante est importante, et donc plus le détour cumulé provoqué par cette rupture a de chances d'être grand⁹⁰.

Un petit retour en arrière sur l'analyse de la vulnérabilité (cf partie C) permet de se rendre compte combien ce lien apparaît en filigrane dès lors que l'on traite de vulnérabilité.

À la base, l'indice de centralité intermédiaire vient en aide à l'indice d'éloignement moyen pour comprendre comment les relations s'organisent sur le réseau et donc en quoi le réseau est efficace (cf C.1.2). Dans un contexte d'endommagement, la dégradation potentielle de l'efficacité du réseau (ie sa vulnérabilité) peut ainsi être utilement éclairée par les reports de centralité intermédiaire pour chacune des configurations endommagées (cf C.2.2.2). De fait, l'évolution des valeurs de centralité intermédiaire observées sur un réseau endommagé met en évidence la réorganisation relationnelle du réseau et par conséquent les modifications structurelles produisant les pertes d'efficacité et donc la vulnérabilité.

Dans les approches pratiques de la vulnérabilité, la centralité intermédiaire est ainsi employée :

- pour définir l'importance structurelle des composantes d'un réseau : [Chapelon, 2001] caractérise de cette manière le « rôle fonctionnel » des arcs d'un réseau en

⁹⁰ De fait, les liens constatés entre la vulnérabilité élémentaire et les indices de degré et d'éloignement moyen sont indirectement dus à la centralité intermédiaire :

- plus le degré d'une composante est élevée, plus elle a de chances de participer à de nombreux plus courts chemins,
- plus l'éloignement moyen d'une composante est faible, plus elle est située à proximité des sommets du réseau, et plus les plus courts chemins reliant ceux-ci deux à deux ont des chances de transiter par cette composante.

Dans les deux cas, la forte sollicitation des plus courts chemins au niveau de la composante se traduit par une centralité intermédiaire élevée.

mesurant l'impact de leur suppression individuelle sur un indicateur d'accessibilité analogue à notre indicateur d'efficacité (cf C.3.1) ;

- pour cibler des scénarios d'endommagement pertinents : [Holme *et al.*, 2002] justifient ce point en énonçant le principe selon lequel « plus les composantes sont sollicitées (centralité intermédiaire), plus leur suppression est susceptible de perturber la mise en relation des lieux sur le réseau » (cf C.3.2.2).

Ce dernier point est particulièrement mis en valeur lorsque l'on compare simplement la carte des centralités intermédiaires et celle des vulnérabilités élémentaires (cf C.3.1).

Par conséquent il est raisonnable de formuler en première approximation l'hypothèse selon laquelle l'impact de la rupture individuelle d'une composante (c'est-à-dire sa vulnérabilité élémentaire) est d'autant plus dommageable que cette composante est sollicitée (c'est-à-dire que son indice de centralité intermédiaire est élevé).

Voyons à présent dans quelle mesure la centralité intermédiaire est susceptible de fournir une tendance générale pour expliquer la vulnérabilité élémentaire.

D.1.1.2 DESCRIPTION DES TENDANCES GÉNÉRALES DE LA VULNÉRABILITÉ ÉLÉMENTAIRE GRÂCE À L'AJUSTEMENT LINÉAIRE SUR LA CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE

Sur les réseaux que nous nous sommes proposés d'étudier, les corrélations observées entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire sont significatives et très majoritairement comprises entre 0,65 et 0,95. Néanmoins, si ce lien postulé est toujours hautement significatif, les mauvaises corrélations relevées ponctuellement sur quelques-uns de ces réseaux évoquent l'intervention d'autres facteurs structurels dans la production de la vulnérabilité. Ainsi que nous le suggérons en première analyse dans la section consacrée aux scénarios élémentaires (cf C.3.1), les niveaux de vulnérabilité élémentaire sont essentiellement orientés par les niveaux de centralité intermédiaire à certaines nuances près. Celles-ci concernent :

- d'une part la densité de la trame du réseau dont nous avons vu qu'elle produisait un effet modérateur sur la vulnérabilité élémentaire des composantes fortement enchevêtrées (et inversement),
- d'autre part les passages critiques dont nous avons vu qu'ils affichaient des valeurs de vulnérabilité élémentaire bien au-delà de ce que laissaient prévoir les niveaux de centralité intermédiaire observés.

Les premiers éléments dont nous disposons suggèrent donc une tendance générale liant la vulnérabilité élémentaire à la centralité intermédiaire – tendance autour de laquelle se dessinent des écarts, à la mesure des singularités locales affichées par les réseaux. Aussi proposons-nous dans cette section de formaliser cette tendance en ajustant la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire, puis, dans les sections suivantes, d’observer les écarts à cette tendance et d’identifier les singularités structurelles sous-jacentes.

Compte-tenu de la qualité des coefficients de corrélation relevés dans le Tableau 29, l’ajustement que nous proposons pour décrire les tendances générales de la vulnérabilité élémentaire consiste simplement à effectuer une régression linéaire entre cette variable et la centralité intermédiaire sur les familles de sommets $\{S_i\}_{1 \leq i \leq n}$ et d’arêtes $\{A_j\}_{1 \leq j \leq m}$ de chaque réseau d’étude. Celle-ci a pour but d’expliquer les variations de la vulnérabilité élémentaire (variable à expliquer) à partir des variations constatées de la centralité intermédiaire (variable explicative) grâce à des ajustements linéaires de la forme (voir par exemple [Tomassone, 1997]) :

$$\begin{cases} \text{vulnérabilité élémentaire } (S_i) = a_{\text{sommet}} \times \text{centralité intermédiaire } (S_i) + b_{\text{sommet}} + \varepsilon_i \\ \text{vulnérabilité élémentaire } (A_j) = a_{\text{arête}} \times \text{centralité intermédiaire } (A_j) + b_{\text{arête}} + \varepsilon_j \end{cases}$$

En pratique, sur chacune des familles de composantes (sommets / arêtes) du réseau considéré, la pente a et l’ordonnée à l’origine b sont calculées de manière à minimiser la somme des carrés des résidus ε^2 .

Pour les coefficients a et b optimaux, la somme des carrés des résidus ε^2 correspond aux variations de la variable à expliquer (*ie* la vulnérabilité élémentaire) qui n’est pas expliquée par les variations de la variable explicative (*ie* la centralité intermédiaire). Normalisée par la variance de la variable à expliquer, cette somme est égale à $1 - R^2$, où R^2 n’est rien d’autre que le carré du coefficient de corrélation entre la variable à expliquer et la variable explicative. Par construction, R^2 est compris entre 0 et 1, et se rapproche d’autant plus de 1 que l’ajustement linéaire permet de rendre compte des variations de la variable à expliquer à partir des variations de la variable explicative : pour cette raison, ce coefficient est souvent mentionné pour évaluer la qualité de l’ajustement linéaire ainsi réalisé

Les résultats des ajustements linéaires de la vulnérabilité élémentaire des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien sur la centralité intermédiaire sont donnés en Figure 134.

La qualité des ajustements est moyenne (71,7% pour les sommets, et seulement 38,6% pour les arcs), néanmoins l’allure générale des nuages de points confirme le lien évoqué entre centralité intermédiaire et vulnérabilité élémentaire au rang de *tendance générale*.

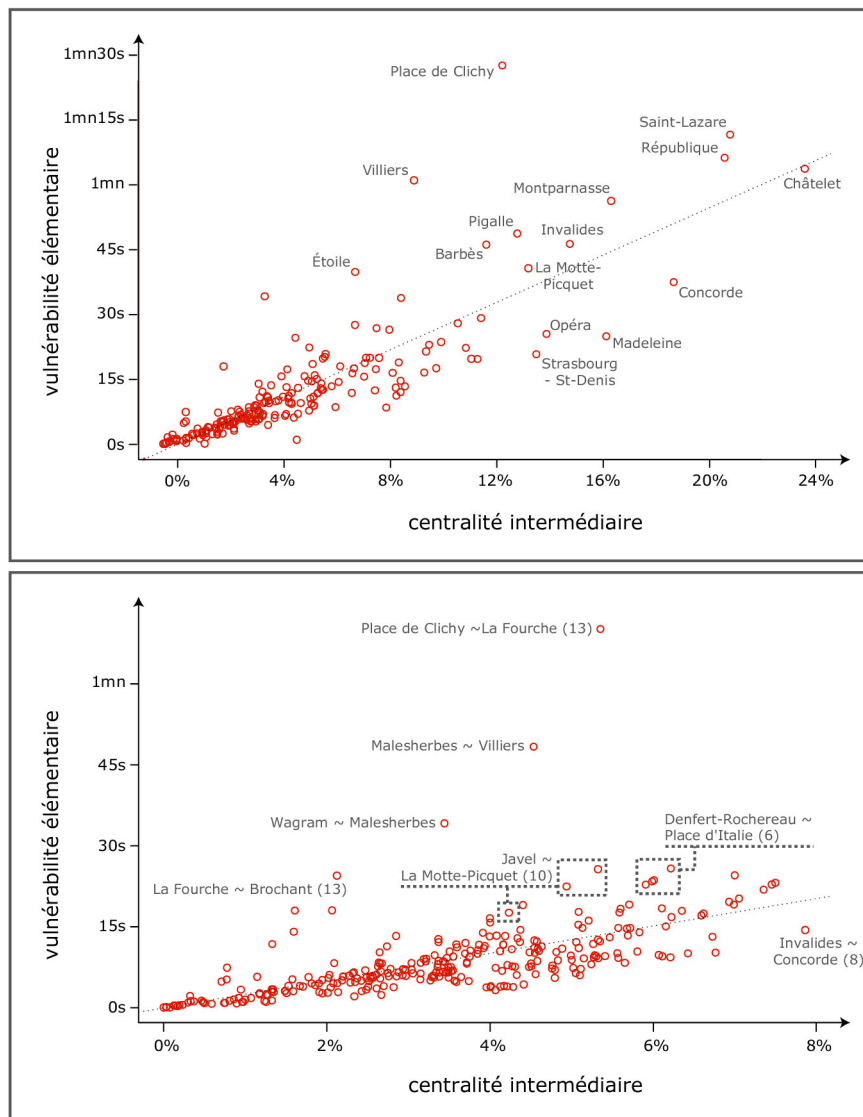


Figure 134 : ajustements linéaires de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire des stations (partie supérieure) et tronçons ferrés (partie inférieure) du réseau de métro parisien

Les ajustements obtenus sur les autres réseaux d'étude révèlent également ce lien (de fait, la qualité de ces ajustements correspond aux coefficients de corrélation élevés au carré, et évoluent pour la plupart entre 50% et 90%), selon des nuages de points de même allure – à savoir une tendance générale, autour de laquelle s'écartent ponctuellement quelques composantes.

Sur la base de cette analyse qualitative et quantitative, l'ajustement linéaire de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire décrit de manière acceptable les tendances générales de la vulnérabilité élémentaire des réseaux.

Le seul exemple du réseau de métro parisien montre néanmoins qu'il existe des défauts d'ajustement que l'on pourrait corriger en modifiant ou en enrichissant le modèle : il

serait par exemple opportun de nuancer l'ajustement linéaire en effectuant des régressions sur des sous-ensembles de composantes ou en encore en intégrant des puissances aux variables du modèle.

Cette démarche, bien que statistiquement correcte, n'est pas adaptée à nos objectifs. Il n'est en effet pas question de trouver un *modèle* permettant d'expliquer au mieux la vulnérabilité élémentaire à partir d'indicateurs structurels, car un tel modèle serait forcément contextuel. De fait, le meilleur ajustement que l'on pourrait obtenir sur le réseau de métro (par exemple en partitionnant judicieusement les couples de valeurs observées et en autorisant des changements de variable) ne conviendrait pas pour nos autres réseaux d'étude.

Aussi insistons-nous à nouveau sur le fait que le parallèle vulnérabilité \sim centralité mis en évidence ici a vocation à dégager les *tendances générales* de la vulnérabilité élémentaire sur n'importe quel réseau d'étude – c'est-à-dire de manière non contextuelle. Les écarts à cette tendance sont donnés par les résidus : par construction, ceux-ci sont la manifestation des singularités structurelles des réseaux et révèlent à ce titre les aspects contextuels de la vulnérabilité élémentaire des réseaux. Pour cette raison, l'étude que nous allons mener sur ces résidus va nous conduire à élaborer des indicateurs descriptifs des singularités sous-jacentes, mais ces indicateurs ne seront pas intégrés en tant que covariables à l'ajustement vulnérabilité \sim centralité, car leur rôle est de comprendre ce dont justement la tendance générale ne permet pas de rendre compte.

D.1.1.3 L'INSUFFISANCE DE LA CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE POUR EXPLIQUER LA VULNÉRABILITÉ ÉLÉMENTAIRE

Ainsi que nous le pressentions dans les lignes précédentes, le comportement des résidus de la régression linéaire permet de mettre en évidence l'intervention éventuelle d'autres facteurs dans la production de la vulnérabilité élémentaire. Pour s'en assurer, il s'agit de déterminer si la distribution des résidus est aléatoire ou s'ils présentent justement des singularités pouvant être expliquées par de nouvelles variables.

Quantitativement parlant, les résidus observés sur nos réseaux d'étude – et en particulier sur l'exemple du métro abordé ci-dessus – présentent des extrema très nets, écartant ainsi d'emblée l'éventualité de leur répartition aléatoire. À ce titre, les stations Place de Clichy et Villiers ainsi que les tronçons ferrés adjacents se distinguent notamment et font état d'une large sous-estimation de la vulnérabilité élémentaire.

En dehors de ces valeurs exceptionnelles, la répartition des points de part et d'autre des droites d'ajustement laisse entrevoir des erreurs d'estimation qui n'ont probablement rien d'aléatoire non plus : ainsi les composantes situées en marge du réseau ou sur les circulaires semblent faire l'objet de sous-estimations (et inversement : les vulnérabilités élémentaires estimées des stations et tronçons ferrés situés dans l'enchevêtrement central des lignes sont exagérées).

Afin de mettre en lumière les singularités de ces résidus, nous les avons représentés sur une même carte⁹¹ (cf Figure 135).

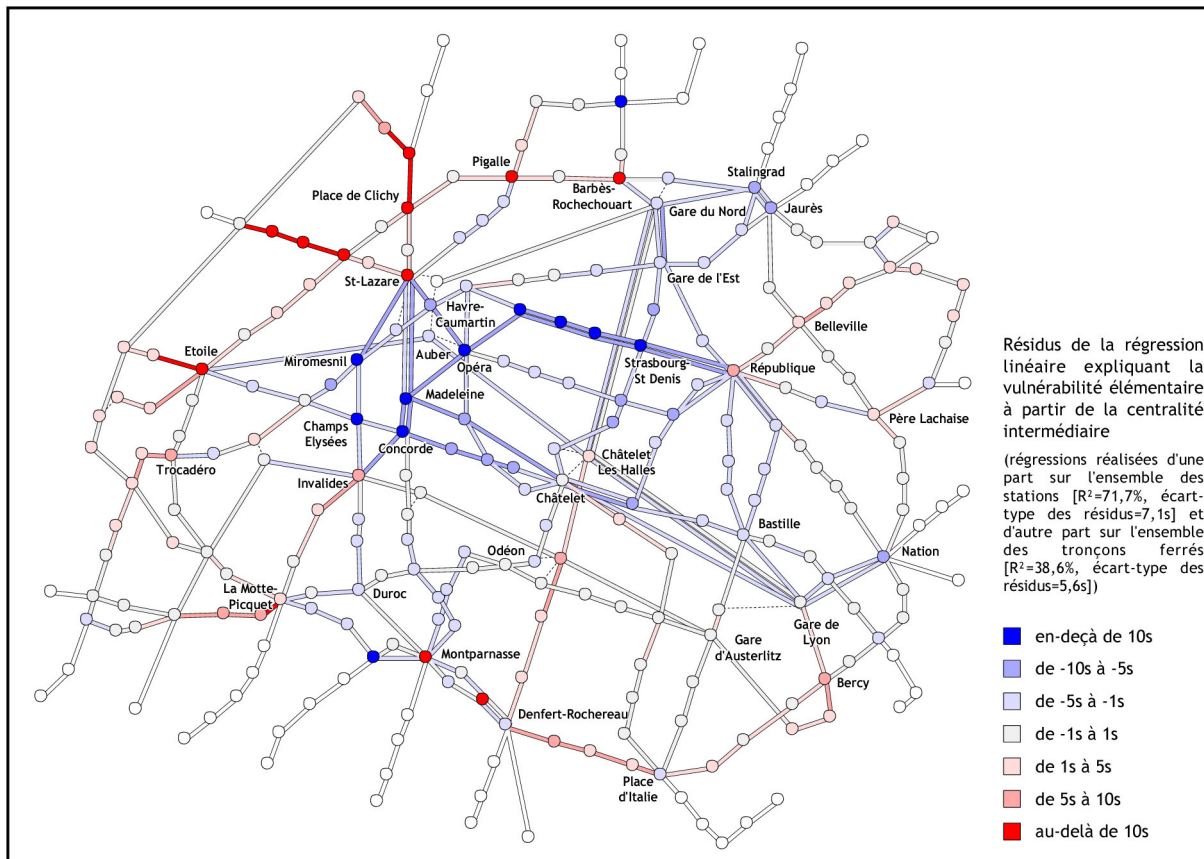


Figure 135 : résidus des ajustements linéaires de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

La cartographie des résidus est éloquent quant au biais « spatial » des résidus. Nous employons les guillemets pour parler de biais spatial, car les singularités de la répartition spatiale des résidus ne sont pas directement dues au positionnement spatial des composantes, mais aux propriétés structurelles locales de la trame (aussi serait-il plus correct de parler de biais structurel). Nous retrouvons en effet les nuances que nous avons apportées au parallèle vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire amorcé en C.3.1.

→ En premier lieu, la forte densité de la trame est un facteur atténuant la vulnérabilité élémentaire. L'exemple que nous avons mentionné à cette occasion mettait en regard la station Madeleine et le tronçon de la ligne 6 entre Denfert-Rochereau et Place d'Italie (cf Tableau 28 page 323). Plus généralement, la Figure 135 permet de faire la part :

⁹¹ Sur celle-ci – ainsi que sur toutes celles établies pour les autres réseaux (cf annexe X) – nous avons veillé à répartir les résidus dans des classes de valeurs homogènes à leurs écarts-types (par exemple, les bornes employées pour les résidus sur les vulnérabilités élémentaires des composantes du métro sont de 1, 5 et 10 secondes, contre des écarts-types de 7,1s pour les stations et 5,6s pour les tronçons ferrés).

- de composantes fortement enchevêtrées dans leur voisinage : notamment le sous-réseau situé sur le centre nord de la ville et au sein duquel se trouve la station Madeleine,
 - et de tronçons de lignes ou de stations plus ou moins isolés : le tronçon de la ligne 6 précédemment évoqué, mais également la ligne 10 entre Javel et La Motte-Picquet identifié sur la Figure 134, ainsi que plusieurs stations disséminées sur les circulaires.
- En cela, nous voyons bien que le facteur explicatif permettant de discriminer ces deux catégories de composantes est structurel, car il est lié à la densité et à la richesse des connexions locale de la trame⁹².

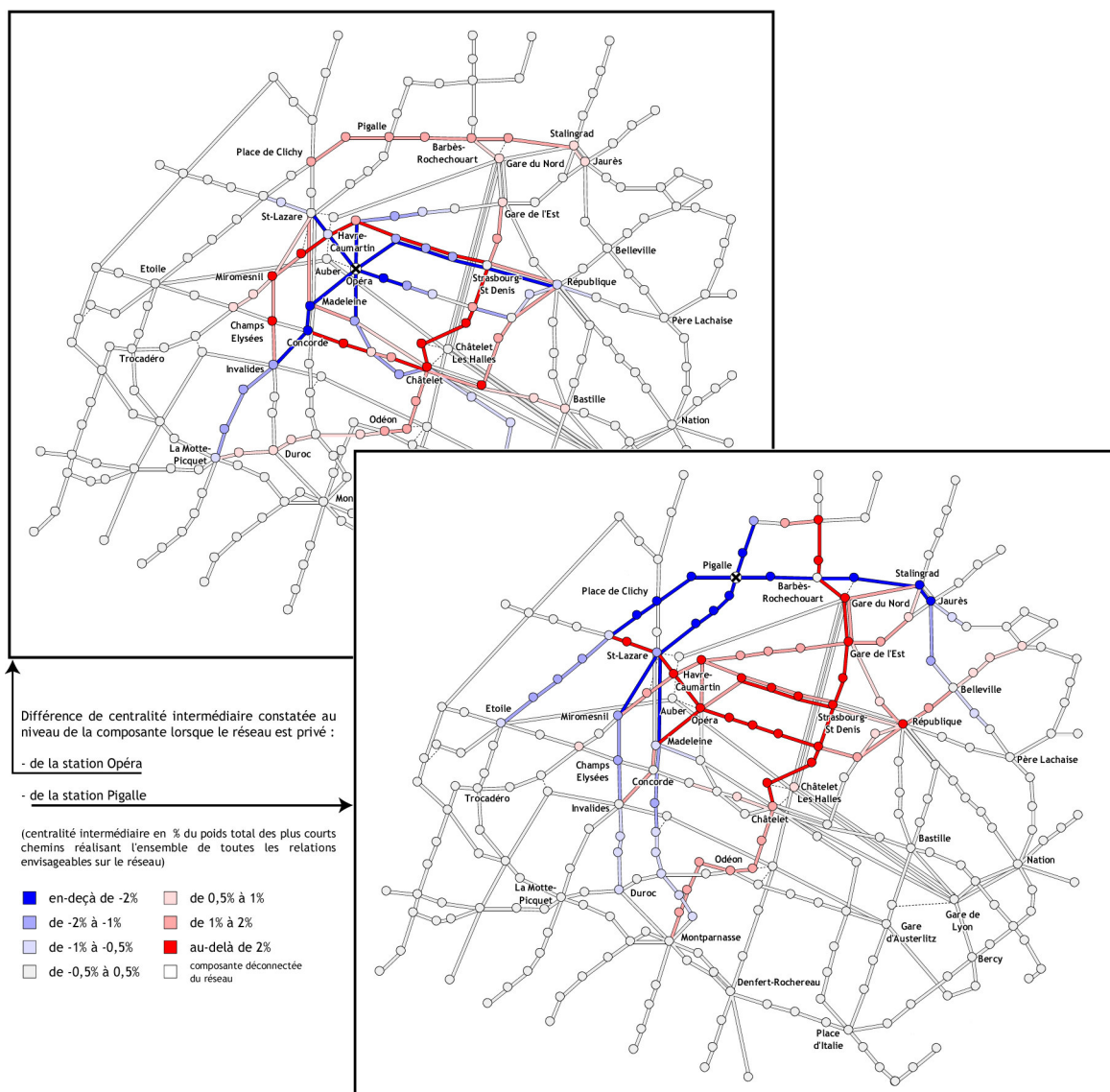


Figure 136 : comparaison des reports de centralité intermédiaire sur le réseau de métro parisien après la rupture de la station Opéra d'une part, et de la station Pigalle d'autre part

⁹² Dans le cas particulier du réseau de métro parisien, il se trouve que ces propriétés de la trame présentent des singularités selon un schéma opposant centre (trame riche) et périphérie (trame pauvre) : cela explique pourquoi les catégories de composantes ainsi identifiées peuvent être – à tort – isolées selon un critère spatial (biais apparemment « spatial »).

Pour illustrer ce point, nous proposons de considérer deux stations de centralités intermédiaires comparables mais de vulnérabilité élémentaires très différentes, à savoir Opéra (C.I. = 12,9%, V.E. = 25,4s) et Pigalle (C.I. = 11,9%, V.E. = 48,6s). En toute logique, les résidus de la régression linéaire effectuée plus haut sont aux antipodes, à savoir -12,5s pour Opéra contre +13,7s pour Pigalle. Les voisinages de ces deux stations sont eux-mêmes caricaturaux des différences de trame que l'on peut rencontrer sur le réseau de métro parisien.

La réorganisation des plus courts chemins dans l'éventualité de la rupture de chacune de ces deux stations (cf Figure 136) est éloquente : pour une quantité comparable de relations perturbées (centralité intermédiaire), les désagréments causés en termes de détour cumulé (vulnérabilité élémentaire) sont à la mesure des potentialités offertes par la trame pour contourner la composante indisponible : ainsi la qualité des reports est bien meilleure pour Opéra (trame riche et redondante) que pour Pigalle (trame rare et peu dense).

Le parallèle vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire doit être nuancé par la qualité de la trame locale, car de celles-ci dépendent les facilités de contournement des composantes en cas d'endommagement.

→ En second lieu, la qualité de passages critiques de certaines composantes constitue un facteur aggravant de la vulnérabilité élémentaire, au point de menacer très lourdement l'efficacité du réseau en cas d'endommagement. Concernant le réseau de métro parisien, nous avons évoqué le cas de Place de Clichy et de Villiers au titre des très longs détours imposés à certaines relations en cas d'endommagement de l'une ou l'autre de ces deux stations. Les endommagements survenant sur ces sections ont en effet pour conséquence de détourner⁹³ les chemins associés sur le RER C dont les coûts d'accès sont très élevés (cf modélisation en B.3.1.2).

La structure de passage critique dépasse ainsi la simple représentation symbolique du pont que nous avons utilisée à l'occasion des exemples sur la ville d'Orléans ou sur le réseau routier européen avec le pont Danemark-Suède : ici, la pénalisation des accès aux RER éloigne fortement les lignes de RER du reste du réseau (cf anamorphose en Figure 98 page 262), créant ainsi des passages critiques non détectables à première vue en raison d'un enchevêtrement spatial peu différent de celui observé sur l'ensemble du réseau. Ainsi localisons-nous ces passages critiques non seulement au niveau des deux stations en question, mais également le long des lignes les reliant au RER C (de Villiers à

⁹³ Nous avons déjà rencontré cet aspect de la fragilité des réseaux dans la section consacrée aux profils (cf C.3.3) : lorsque ceux-ci sont construits selon un critère très pénalisant (par exemple la baisse maximale d'efficacité comme nous le proposons alors), les endommagements successifs se spécialisent et dégradent, non pas plusieurs centres stratégiques épars, mais une organisation relationnelle localisée en orientant les chemins associés sur des sections de réseaux de plus en plus tortueuses et coûteuses (revoir par exemple nos commentaires sur le profil de vulnérabilité du métro par ruptures successives des stations – cf Figure 129 page 350).

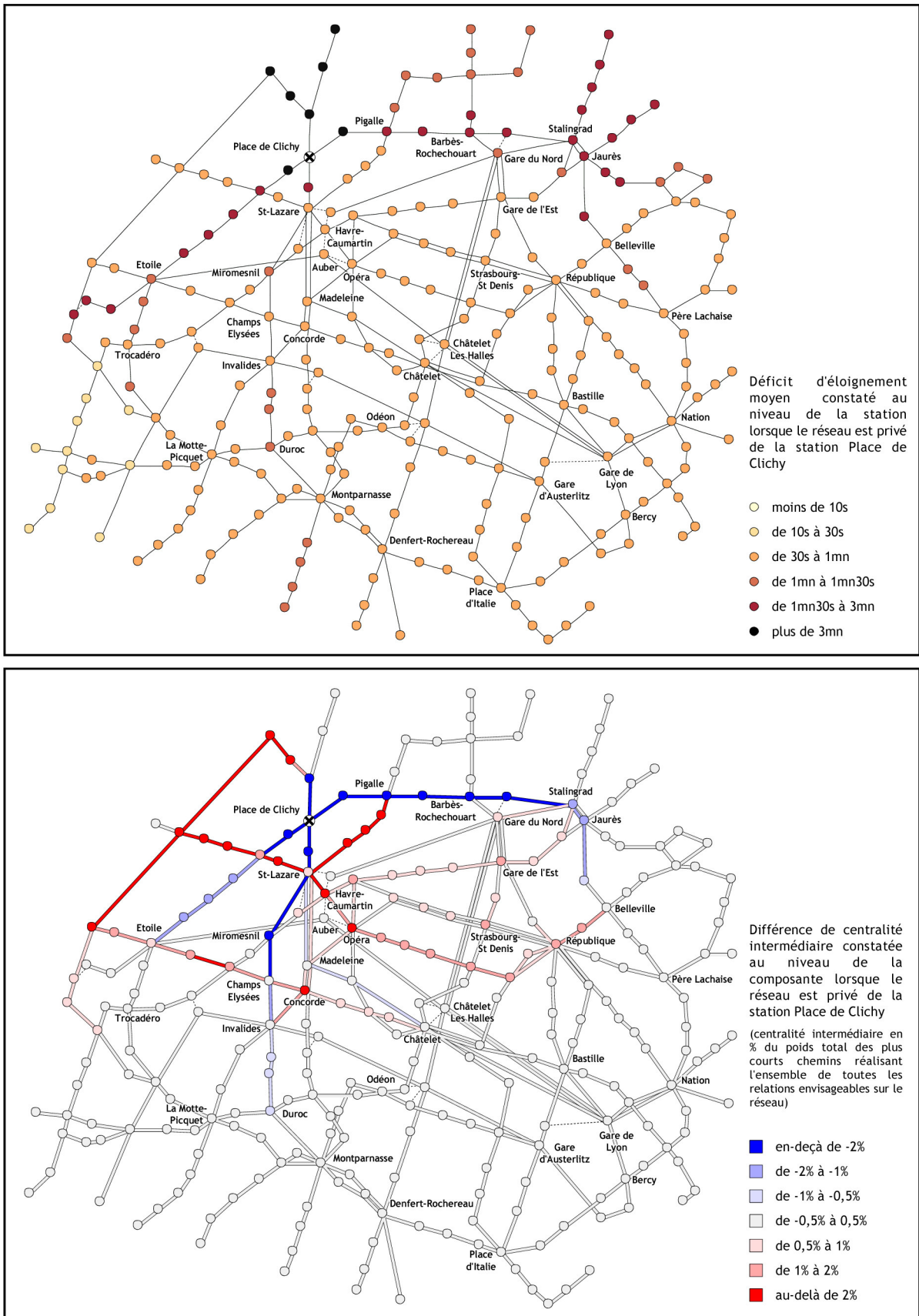


Figure 137 : impact de la rupture de la station Place de Clichy sur le réseau de métro parisien : vulnérabilité des stations (partie supérieure) et reports de centralité intermédiaire (partie inférieure)

Porte de Champerret et de Place de Clichy à Porte de Clichy), ainsi que sur la section jumelle de la ligne 1 entre l'Étoile et la Porte Maillot.

Sur les ajustements linéaires vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire, les passages critiques se singularisent concrètement par des positions très excentrées dans les nuages de points associés (cf Figure 134) : de telles composantes présentent en effet la particularité d'imposer à un plus ou moins grand nombre de relations⁹⁴ d'emprunter un détour très pénalisant – suffisamment en tout cas pour provoquer une dégradation hors-normes de l'efficacité à l'échelle du réseau. Nous pouvons nous en rendre compte sur le scénario d'endommagement de la station Place de Clichy présenté en Figure 137.

Sur cet exemple, nous notons en effet un décalage frappant entre :

- d'une part le nombre modéré des relations concernées par cet endommagement (la centralité intermédiaire de Place de Clichy s'élève à 11,4%) et la modeste emprise spatiale des détours qu'il impose (ceux-ci sont cantonnés dans le quart nord-ouest du réseau),
- et d'autre part la forte baisse d'efficacité moyenne enregistrée au départ de chacune des stations du réseau (pas moins de 30s pour la grande majorité d'entre elles).

Avec les passages critiques, les questions de vulnérabilité sont autrement plus sérieuses que sur les zones du réseau présentant des trames pauvres ou peu redondantes. La structure de ces passages compromet fortement l'accès à certaines parties du réseau, car les solutions de remplacement que le réseau propose en cas de rupture sont extrêmement coûteuses.

L'indisponibilité du passage critique usuel réorganise les relations sur un autre passage : celui-ci est de fait plus critique, et parfois même crucial s'il s'agit d'un ensemble d'articulation. Dans ce cas, les détours peuvent être aussi grands que l'exigent les valuations des arêtes de cet ensemble, quelles que soient le poids des relations impliquées par cet endommagement, et donc quel que soit le niveau de centralité intermédiaire de la composante endommagée.

« À petites causes, grands effets » : la réalité des passages critiques met à mal le parallèle vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire au-delà des simples divergences produites par les irrégularités de la trame. De fait, l'éventuelle rupture d'un passage critique ne se mesure pas tant à la quantité de relations qui en dépendent (centralité intermédiaire) qu'aux fortes pénalités de contournement qu'elle implique (réorganisation des relations autour d'un passage critique alternatif).

Avec l'examen des composantes singulières de l'ajustement linéaire vulnérabilité \sim centralité, il apparaît finalement que la vulnérabilité élémentaire d'une composante n'est pas simplement produite par sa centralité intermédiaire, en vertu du principe selon lequel

⁹⁴ Par construction, ce nombre correspond à la centralité intermédiaire de la composante, et il n'est manifestement pas nécessaire que celui-ci soit élevé pour générer de fortes valeurs de vulnérabilité élémentaire.

« le cumul des détours imposés par la rupture d'une composante est susceptible d'être d'autant plus important que le nombre de ces détours est lui-même élevé ».

Sur le réseau de métro parisien, nous avons en effet isolé des critères structurels locaux intervenant manifestement dans la détermination du niveau de vulnérabilité :

- l'enchevêtrement de la composante dans son voisinage immédiat est un facteur atténuant de la vulnérabilité compte-tenu de la valeur de centralité observée (et inversement),
- à l'extrême, la qualité de pont local d'une composante aggrave très fortement son niveau de vulnérabilité élémentaire, quel que soit par ailleurs son niveau de centralité élémentaire.

Bien qu'isolées en deux classes distinctes, les composantes décrites ici reflètent plus largement la gamme des relations de cause à effet pouvant exister entre structure locale de la trame et vulnérabilité élémentaire, au-delà du simple parallèle vulnérabilité ~ centralité mis en évidence en première analyse. De fait, les structures de ponts locaux et d'ensembles d'articulation correspondent de proche en proche à des appauvrissements de la trame, produisant en parallèle des aggravations croissantes des niveaux de vulnérabilité élémentaire. La Figure 138 reprend à ce titre le réseau présenté dans les perspectives d'application de la théorie des graphes à l'analyse de vulnérabilité (cf Figure 51 page 171) et souligne schématiquement sur celui-ci les différentes structures locales représentatives de ces variations couplées de trame et de vulnérabilité.

Si l'on reprend les différentes structures locales présentées en Figure 138, la tendance générale liant vulnérabilité élémentaire à centralité intermédiaire est nuancée par les caractéristiques locales de la trame, dans le sens :

- d'une atténuation du niveau de vulnérabilité lorsque la trame est particulièrement dense et redondante : par exemple le quartier Opéra sur le réseau de métro parisien, les voies sur berges sur le réseau routier orléanais, les sous-réseaux parisien et lyonnais sur le réseau routier français, ou encore les axes autoroutiers d'Europe du Nord et des Alpes sur le réseau routier européen (cf carte des résidus pour ces réseaux en annexe X),
- d'une aggravation du niveau de vulnérabilité lorsque la trame est pauvre ou n'offre pas de chemins de remplacement intéressants : par exemple certaines sections des lignes circulaires du métro parisien ou certains axes autoroutiers du sud-ouest sur le réseau routier français,
- d'une forte aggravation au-delà de toute considération de centralité lorsque la trame révèle des structures de pont local : par exemple les accès aux sections nord-ouest du RER C sur le réseau de métro parisien, les ponts enjambant la Loire sur le réseau routier orléanais, ou encore les accès à la Scandinavie sur le réseau routier européen.

Le niveau ultime de vulnérabilité correspond à la déconnexion du réseau. Bien qu'envisagé en Figure 138, il n'est pas pris en compte dans notre étude compte-tenu des hypothèses formulées en C.2.1.

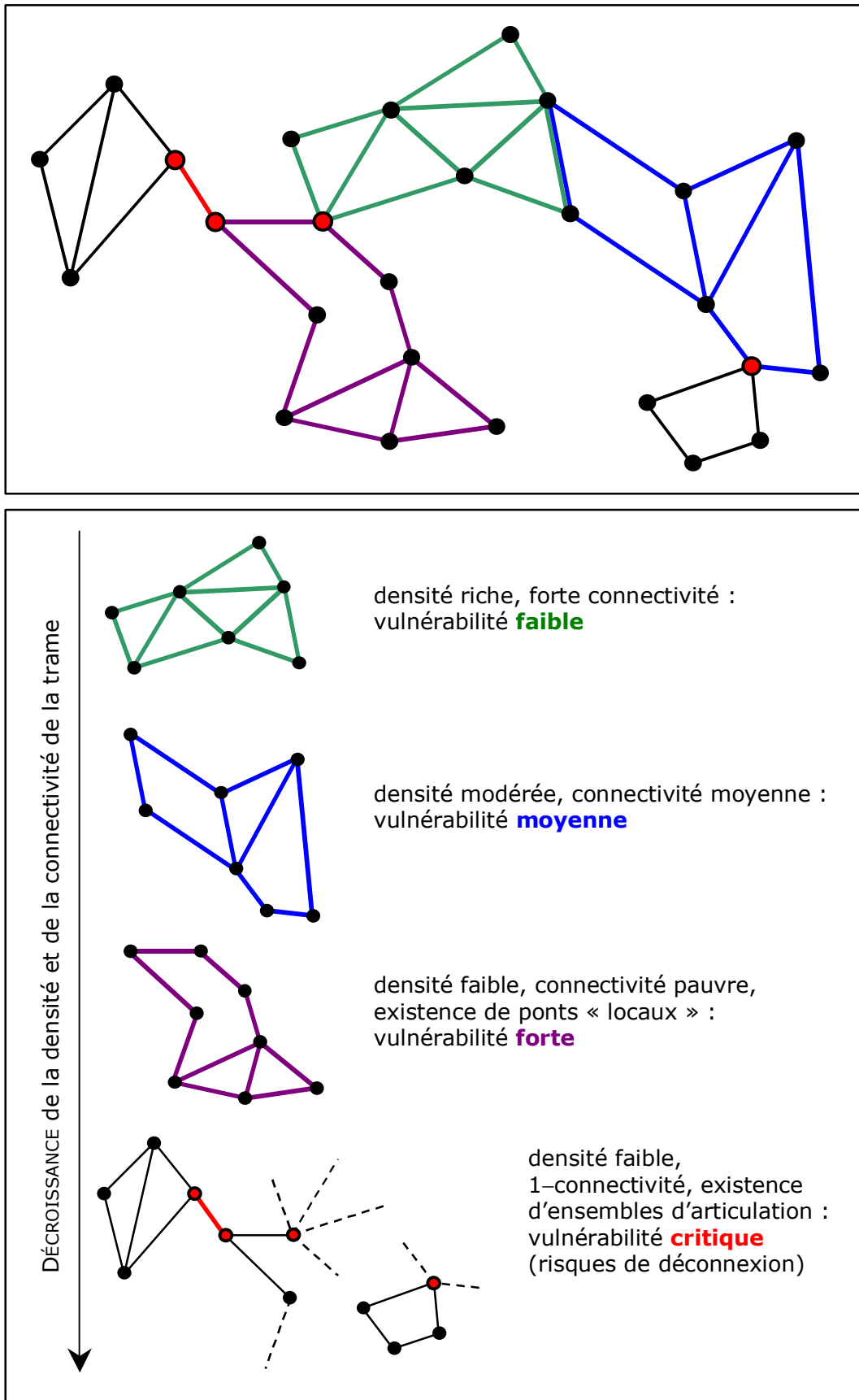


Figure 138 : effets supposés des caractéristiques locales de la trame sur la vulnérabilité élémentaire des composantes d'un réseau (voir également la Figure 51)

L'analyse couplée de la centralité intermédiaire et de la vulnérabilité élémentaire des composantes d'un réseau confirme l'existence d'un lien entre les deux indicateurs. Ainsi que nous l'avons vu au cours de cette section, ce lien peut être exploité pour décrire les tendances générales de la vulnérabilité élémentaire des réseaux. Néanmoins, ce parallèle est fondamentalement restreint, car le cumul des détours engendrés par la rupture d'une composante (vulnérabilité élémentaire) n'est pas seulement lié au nombre de ces détours (centralité intermédiaire) mais également à la valeur même de ces détours.

Dans cette perspective, l'objet des sections suivantes est de comprendre les ressorts de la vulnérabilité que la tendance générale fournie par la centralité intermédiaire ne permet pas de décrire : ceux-ci sont manifestement liés aux caractéristiques locales de la trame du réseau et en particulier à la qualité des détours que celle-ci offre dans l'éventualité d'endommagements.

Bien entendu, il ne s'agit pas ici de reproduire l'étude contextuelle réalisée prospectivement avec les scénarios d'endommagement élémentaires, mais au contraire de pouvoir s'en affranchir en améliorant la compréhension des mécanismes produisant la vulnérabilité par l'examen *a priori* des forces et des faiblesses de sa trame à la lumière de la qualité des détours qu'elle est susceptible d'offrir.

D.1.2 ANALYSE QUALITATIVE DE LA STRUCTURE LOCALE DES RÉSEAUX

Le parallèle vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire établi dans la section précédente a mis en évidence des effets secondaires apparemment liés à la structure locale de la trame. De manière caricaturale, les sous-estimations sont ainsi obtenues pour les composantes impliquées dans des trames pauvres – voire des ponts locaux – tandis qu'inversement, les surestimations concernent les composantes fortement connectées à leur voisinage.

Dans ce contexte, l'objet de cette section est de comprendre et de décrire ces deux structures antinomiques, afin de pouvoir, dans la section suivante, proposer un indicateur pertinent pour identifier la gamme de toutes les structures locales intermédiaires intervenant contextuellement dans la production de la vulnérabilité élémentaire. Nous allons procéder en établissant des rapprochements avec des travaux issus de sciences connexes, à savoir :

- la sociologie des réseaux et les travaux de [Granovetter, 1973] sur les « weak ties » (liens faibles) pour comprendre les structures locales fragiles,
- la recherche fondamentale sur les graphes et les travaux de [Watts & Strogatz, 1998] et [Holme *et al.*, 2002] sur le « clustering » (l'« agglomération ») pour comprendre les structures locales robustes.

D.1.2.1 LES STRUCTURES LOCALES FRAGILES - APPORTS DU PRINCIPE DE « LA FORCE DES LIENS FAIBLES » EN SOCIOLOGIE

Les structures locales faisant l'objet des sous-estimations les plus importantes dans la régression linéaire vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire correspondent aux structures peu denses, peu redondantes, et parfois topologiquement très fragiles (c'est-à-dire ce que nous appelons les « ponts locaux »).

Comme souvent en géographie des réseaux, les recherches dans le domaine de la sociologie sont riches d'enseignements. Sur le point qui nous intéresse, le travail de Granovetter offre une réflexion intéressante sur la force des liens au sein des réseaux d'individus et en particulier sur la réalité des fameux ponts locaux (les fondements de ce travail sont exposés dans [Granovetter, 1973] – pour des éclairages complémentaires plus récents, nous renvoyons le lecteur au cours en ligne de [Bonacich, 2005] ou encore aux travaux de [Perrin, 2004]).

Les réseaux considérés par Granovetter mettent en scène des liens (arêtes) entre les individus (sommets) d'un réseau social au gré des contacts qu'ils établissent entre eux (voir par exemple les réseaux sociologiques de la Figure 24 page 141).

La relation entre deux individus d'un tel réseau prend alors l'une des trois formes suivantes, selon que les individus en question ne se fréquentent pas, se fréquentent peu ou se fréquentent régulièrement :

- l'absence de lien, manifestée par l'absence d'arête entre les sommets correspondants ;
- un lien « faible » (« *weak tie* »), modélisé par une arête « faible », elle-même représentée par un trait en pointillés sur le graphe représentatif du réseau social ;
- un lien « fort » (« *strong tie* »), modélisé par une arête « forte » en trait plein.

En préalable de son travail, Granovetter discute des relations existant sur les triplets d'individus (appelées « triades » – voir par exemple [Wasserman & Faust, 1994]), et part du principe qu'il n'est pas possible d'observer de liens forts entre deux individus *A* et *B* d'une part, et *A* et *C* d'autre part, sans qu'il existe de lien entre *B* et *C* (cf Figure 139)⁹⁵.

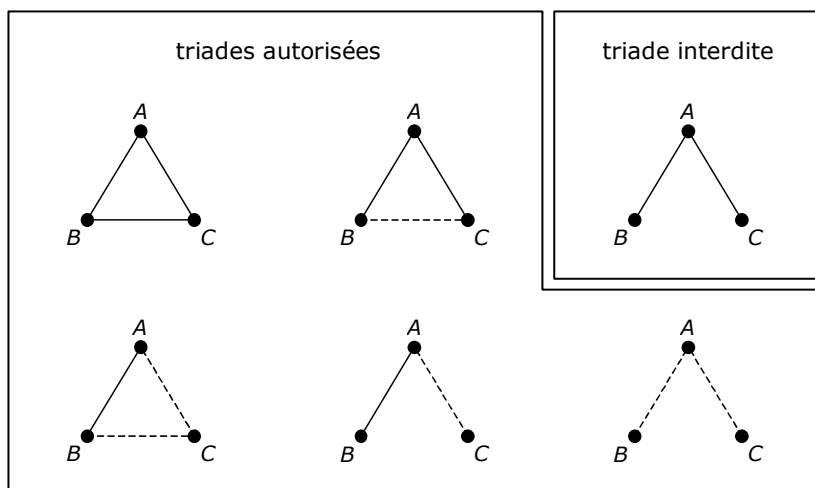


Figure 139 : triades *ABC* autorisées et triade *ABC* interdite dans un réseau social selon la qualité des liens (faibles, en pointillés, ou forts, en traits pleins) entretenus par les individus *A* et *B* d'une part, et *A* et *C* d'autre part (d'après : [Granovetter, 1973])

⁹⁵ En dépit du parallèle immédiat individus-carrefours (sommets) et liens-tronçons (arêtes) entre réseaux sociologiques et réseaux de transport, la transposition de ce postulat aux réseaux de transport n'a pas de réalité, sinon du point de vue métaphorique : la présence de deux tronçons routiers entre les villes *A* et *B* et entre les villes *A* et *C* renforce en effet les liaisons entre les villes *B* et *C*... à défaut de concrétiser un tronçon entre elles ! De fait, les liaisons au sein d'un réseau sociologique ne correspondent pas à des objets physiques, mais sont le résultat d'interactions entre les individus. Le postulat émane simplement du fait que si *A* et *B* d'une part et *A* et *C* d'autre part se fréquentent assidûment, il y a de fortes chances que ces rencontres deux à deux mettent simultanément *B* et *C* en présence, ce qui exclut l'absence de lien entre ces deux individus.

La distinction entre liens faibles et liens forts peut paraître superflue de prime abord hors du contexte des réseaux sociaux – elle est néanmoins très utile pour comprendre l'importance des ponts locaux. Nous avons déjà entrevu ces objets en B.1.4.3 à l'occasion des questions de connectivité et d'ensemble d'articulation : ainsi que nous l'annonçons alors, le terme de *pont local* nous servait à qualifier dans une large mesure toute arête « dont la rupture porte fortement préjudice à la mise en relation des sommets (et de leur voisinage) sur lesquels elle s'appuie ». Il est important de noter que cette définition constitue déjà en soi l'interprétation topologique d'une notion plus élémentaire, initialement développée par Granovetter dans le domaine de la sociologie. Selon celui-ci⁹⁶ :

« un pont local est le plus court chemin, autre qu'un lien fort, pour aller d'un individu à l'autre du réseau social »

La correspondance entre la définition sociologique et notre propre interprétation topologique de la notion de pont local découle en fait du postulat des triades autorisées et des triades interdites présenté plus haut. En appliquant ce postulat, il apparaît en effet que :

un pont local entre deux sommets A et B ne peut en aucun cas être un lien fort dès lors que les sommets A et B partagent par ailleurs des liens forts avec d'autres sommets

Ce point se vérifie aisément par l'absurde sur la Figure 140 : sur le réseau sociologique associé, il n'est en effet pas possible d'établir le pont local AB au rang de lien fort, car cela exigerait de relier A à B_1 en vertu du lien fort unissant ce dernier à B (et de la même façon de relier B à A_2 en vertu du lien fort unissant ce dernier à A).

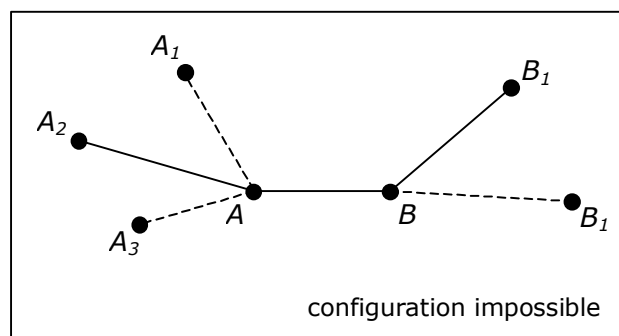


Figure 140 : d'après le postulat énoncé par Granovetter sur les triades, un pont local ne peut être un lien fort dès lors qu'une de ses deux extrémités partage un lien fort avec un autre sommet (ici A avec A_2 ou encore B avec B_1)

⁹⁶ Cette formulation en français du concept de « pont local » développé par Granovetter est extraite de [Perrin, 2004].

Dès lors, un lien faible n'est pas obligatoirement un pont local, mais un pont local ne peut être en aucun cas un lien fort.

Dans le contexte de notre étude, les liens faibles des réseaux sociaux sont importants, car ceux sont eux qui supportent les structures fragiles que nous qualifions topologiquement de « ponts locaux ».

S'agissant de comprendre la réalité de ces structures, l'exemple fondateur de Granovetter fournit des images très parlantes. À l'origine du travail de Granovetter, le thème des filières de recherche d'emploi, et des questions relatives à la diffusion de l'information dans un réseau social : comment les individus trouvent-ils du travail ? empruntent-ils les voies traditionnelles ou bénéficient-ils de contacts parmi leurs relations sociales (amis, connaissances) ?

Partant du principe que l'information relative aux offres d'emploi dépend de la position relative des individus (chercheur d'emploi / employeur) au sein du réseau de connaissances dont ils font partie, il est naturel de penser que celle-ci ne facilite pas l'embauche tant les relations entre les deux parties sont fortuites et peu fréquentes. Ce raisonnement milite par conséquent en faveur d'une recherche d'emploi *via* le cercle des amis, pour lesquelles les mises en relations avec d'éventuels employeurs sont plus fréquentes, plus proches, et donc susceptibles d'être plus utiles.

En réalité, l'enquête réalisée par Granovetter montre que les employeurs embauchent plus volontiers des personnes qu'ils rencontrent très occasionnellement (entre 1 fois par semaine et 1 fois par an), voire rarement (moins d'1 fois par an). Par ailleurs, les emplois obtenus par ce biais s'avèrent mieux payés et satisfont plus les employeurs que ceux obtenus par le biais d'intermédiaires plus proches ou plus assidus.

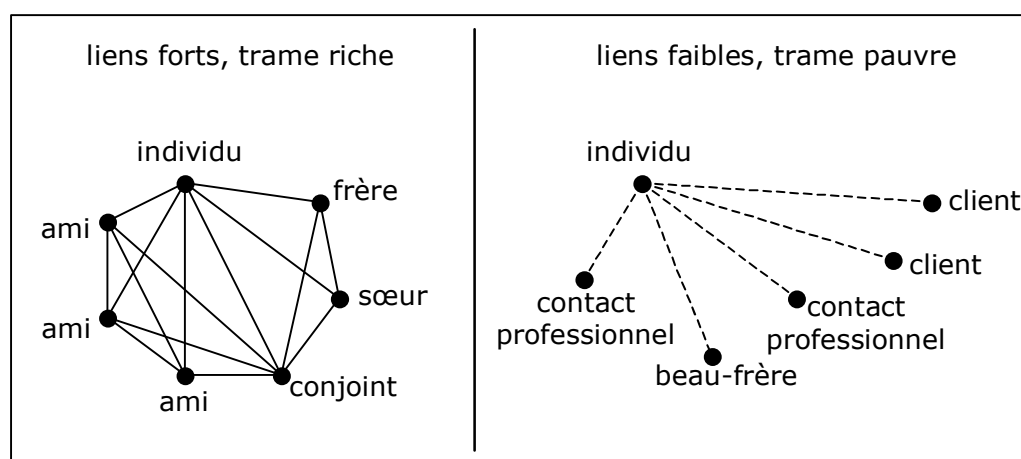


Figure 141 : différences entre relations redondantes et « *weak ties* » au sein d'un réseau social (d'après : [Bonacich, 2005])

La correspondance des mises en relation évoquées ici sont représentatives des différences de structure observables localement au sein d'un réseau. Ainsi que le présente la Figure 141 :

- les proches d'un chercheur d'emploi sont susceptibles de se connaître entre eux → les liens sont forts et la trame sociale est riche et redondante,
- les simples connaissances d'un chercheur d'emploi sont susceptibles d'être issus d'un autre cercle social → les liens sont faibles, la trame sociale est peu dense et s'apparente parfois à des structures de pont local.

Dans un réseau social tel que celui imaginé pour formaliser la diffusion de l'information dans la recherche d'un emploi, les « *weak ties* »⁹⁷ constituent ainsi les seuls liens à fournir une information impossible à obtenir par d'autres sources. Pour l'exemple qui nous intéresse :

- il existe beaucoup de recouvrements entre les individus de l'entourage proche du chercheur d'emploi, par conséquent l'information qu'ils détiennent est redondante et d'autant plus pauvre et peu intéressante en termes de recherche d'emploi,
- en revanche, les connaissances issues des liens faibles sont occasionnelles et ne se connaissent pas forcément entre elles, par conséquent l'information qu'elles détiennent est riche (car peu redondante) et neuve (car issue d'autres cercles sociaux).

La « force des liens faibles » (*the strength of weak ties*) est une conjecture applicable aux réseaux sociologiques mettant en scène la diffusion d'une information et aux réseaux apparentés. Elle stipule que les liens faibles, particulièrement présents dans les structures locales pauvres et peu redondantes, sont susceptibles d'être le vecteur d'une grande quantité d'information.

Le caractère riche et redondant (ou inversement pauvre et peu redondant) de la trame a beaucoup été évoqué dans notre analyse préliminaire de la vulnérabilité, puis maintenant à l'occasion de la référence que nous faisons à la « force des liens faibles » de Granovetter. Dans le contexte topologique qui caractérise son étude et plus généralement la majorité des recherches sur les réseaux sociologiques (cf [Wasserman & Faust, 1994]), Granovetter approfondit cette notion de redondance en s'appuyant sur la propriété mathématique de *transitivité*. Selon celle-ci, un graphe est dit :

- transitif si et seulement si \forall sommets A, B et C tels qu'il existe une arête de A à B et une arête de B à C , alors il existe une arête de A à C ,
- intransitif si et seulement si \forall sommets A, B et C tels qu'il existe une arête de A à B et une arête de B à C , alors il n'existe pas d'arête de A à C .

Ces définitions sont très strictes, par conséquent les graphes observés dans la pratique ne sont jamais complètement transitifs ou intransitifs, mais présentent une tendance (locale ou globale) plus ou moins marquée à la transitivité (cf Figure 142).

⁹⁷ et en particulier les ponts locaux car ceux-ci sont forcément des liens faibles en vertu de la propriété énoncée plus haut

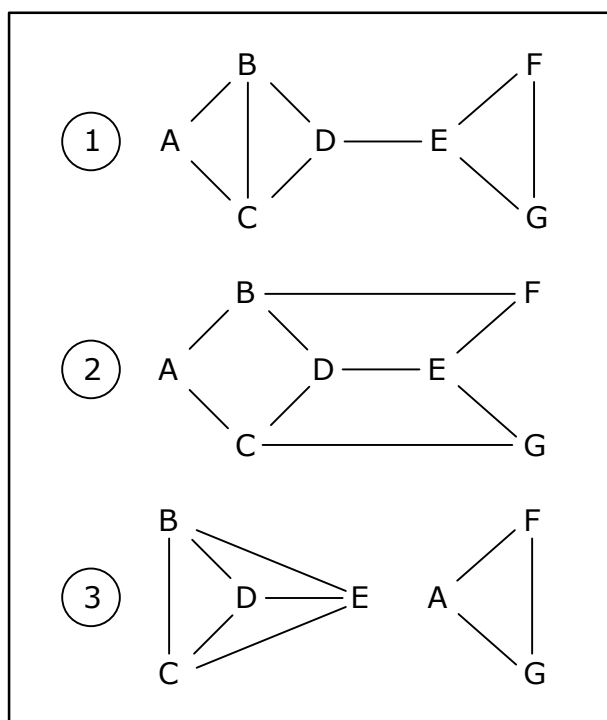


Figure 142 : illustration des notions de transitivité et d'intransitivité d'un graphe (les graphes ② et ③ sont respectivement intransitif et transitif tandis que le graphe ① est intermédiaire) (source : [Bonacich, 2005])

Avec la notion de transitivité, nous formalisons ainsi la notion de redondance et les notions connexes de liens forts (trames redondantes *ie* plutôt transitives) et de liens faibles (trames peu redondantes *ie* plutôt intransitives). Pour reprendre l'exemple de recherche d'un emploi au sein d'un réseau social, l'information se diffuse ainsi d'autant plus rapidement et largement sur le graphe représentatif de ce réseau que celui-ci présente des tendances à l'intransitivité. À ce titre, [Bonacich, 2005] relève simplement que la distance topologique maximum (*ie* le diamètre) observable entre deux sommets est égale à 2 sur le graphe ② (intransitif) de la Figure 142, contre 4 sur le graphe ① (hybride) et $l'∞$ sur le graphe ③ (transitif)⁹⁸.

En particulier, la notion de *pont* (au sens topologique du terme, *ie* : ensemble d'articulation) et la notion atténuée de *pont local* introduite par Granovetter lui-même (et reprise par nous en B.1.4.3) sont une illustration éloquentes des liens faibles et des structures localement intransitives.

Indépendamment des considérations de liens faibles et de liens forts, Granovetter souligne l'importance du rôle de ces arêtes au sein d'un graphe, car elles sont les seules à pouvoir véhiculer efficacement des informations entre les ensembles qu'elles relient localement.

⁹⁸ Il faut toutefois souligner que ces valeurs données à titre d'exemple sont aussi caricaturales que l'allure des graphes choisis par [Bonacich, 2005] pour illustrer son propos.

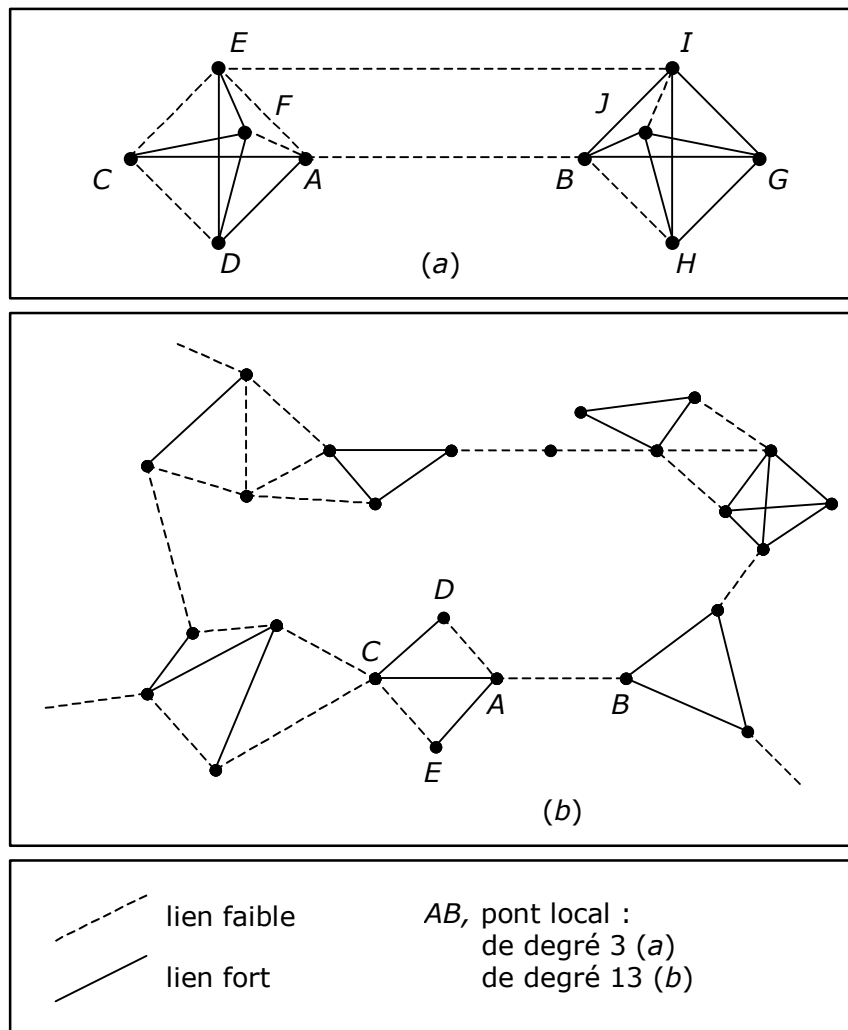


Figure 143 : notions de *pont local* dans un graphe, et notion associée de *degré* (d'après : [Granovetter, 1973])

Afin de définir l'importance d'un pont local AB , Granovetter compte le nombre minimal d'arêtes qu'il faudrait emprunter pour relier A à B dans l'éventualité où le lien AB serait rompu (par extension, ce nombre est ∞ pour un pont au sens propre du terme). Les exemples fournis en Figure 143 mettent ainsi en scène des ponts locaux AB de degrés respectifs 3 et 13.

L'importance que Granovetter donne ainsi aux ponts locaux rejoint celle que nous donnons à la vulnérabilité élémentaire de structures équivalentes sur les réseaux de transport : aux systèmes de valuation près, la qualité d'une composante est évaluée dans son rôle de pont local à la mesure de la longueur du plus court chemin alternatif entre ses deux extrémités lorsqu'elle vient à défaillir.

En travaillant sur les liens faibles et les liens forts d'un réseau sociologique, Granovetter développe ainsi un cadre conceptuel pour appréhender les facteurs structurels favorisant ou freinant la diffusion d'une information.

À un niveau local, le facteur déterminant correspond à la redondance des liens (celle-là même qui produit la qualité « faible » ou « forte » des liens), et se traduit algébriquement par le caractère (plus ou moins) transitif ou intransitif des liens impliqués. Lorsque le niveau local concerne un pont local – c'est-à-dire un lien faible séparant deux parties bien différenciées du graphe – le caractère intransitif local du réseau est quantifié par le degré du pont local, c'est-à-dire par la longueur du plus court chemin alternatif reliant ses extrémités.

La force des liens faibles, à l'image des ponts locaux, est évidente dès lors qu'ils sont supprimés : de nombreuses connexions disparaissent, de nombreux chemins sont rallongés.

En définitive, les liens faibles sont importants structurellement au sein d'un réseau, car ils procurent des facilités d'accès vers un grand nombre de sommets du réseau (diffusion large) et selon des chemins plus courts (diffusion rapide).

En transposant aux réseaux d'infrastructure les concepts proposés par la sociologie, nous pouvons à présent repérer les structures fragiles d'un réseau grâce aux notions de *liens faibles* et de *ponts locaux* et les relier au caractère plus ou moins intransitif de leurs composantes.

Ainsi que nous allons le voir maintenant avec l'étude qualitative des structures robustes, le caractère redondant et les propriétés de transitivité constituent un critère structurel pertinent pour appréhender l'ensemble de ces structures dans une analyse plus large des réseaux et de leurs prédispositions à diffuser largement et rapidement une information – ou, de manière équivalente pour les réseaux de transport, de leurs prédispositions à faciliter l'accès des lieux et la rapidité des mises en relation entre eux.

D.1.2.2 LES STRUCTURES LOCALES ROBUSTES - APPORTS DE LA NOTION DE CLUSTERING

À l'opposé des structures locales fragiles, les structures locales que nous avons qualifiées de « robustes » sont associées aux composantes de la trame fortement connectées à leur voisinage. De par le caractère antinomique de ces deux structures, les principes qui nous ont servi à identifier l'une vont immédiatement nous permettre d'identifier l'autre. Ainsi, au caractère intransitif des structures locales fragiles souligné par Granovetter s'oppose naturellement la propriété de transitivité, dont nous allons voir qu'elle sert de tremplin à la définition d'un critère structurel pour identifier les structures locales robustes.

Le parallèle robustesse – transitivité évoqué ici est abordé par [Holme *et al.*, 2002] dans leurs travaux de recherche formelle sur vulnérabilité des graphes. Nous avons déjà mentionné cette étude dans les paragraphes consacrés à l'élaboration de scénarios d'endommagement et de profils de vulnérabilité (cf C.3.2 et C.3.3), et nous avons vu à cette occasion l'importance de bien identifier *a priori* les facteurs de vulnérabilité dans le choix des stratégies d'attaque ou des critères structurels à formuler dans la construction

d'un profil de vulnérabilité. Les facteurs potentiels de vulnérabilité considérés à ce titre par [Holme *et al.*, 2002] sont le degré et la centralité intermédiaire (cf discussion en C.3.2.2), et n'apportent de fait aucune information supplémentaire à notre recherche de critères structurels locaux explicatifs de la vulnérabilité. Néanmoins, [Holme *et al.*, 2002] utilisent en aval des critères particuliers pour décrire et comparer les différents graphes et leur évolution au cours des attaques : outre les critères ayant servi à l'élaboration de ces attaques, [Holme *et al.*, 2002] proposent d'observer la transitivité locale des graphes et leur évolution au gré des endommagements. En définitive, la transitivité n'est pas perçue dans cette étude comme un facteur susceptible d'expliquer *a priori* la fragilité locale de la trame, mais comme un indicateur structurel pour observer son évolution *a posteriori*. Il n'en demeure pas moins que l'indice de *clustering* utilisé par [Holme *et al.*, 2002] s'avère pertinent dans nos recherches sur la description des structures locales robustes :

l'indice de clustering local d'un sommet mesure le degré de transitivité locale autour de ce sommet

Pour ce faire, le clustering identifie les triades complètes⁹⁹ dans lequel le sommet en question est impliqué. Nous faisons ici le lien avec notre analyse qualitative des structures locales faibles au cours de laquelle nous avons défini la propriété d'intransitivité en opposition à la propriété de transitivité et à la notion de triade. Nous avons vu en effet qu'un graphe est qualifié de « transitif » si et seulement si il n'existe aucune triade mettant en scène deux arêtes entre l'un des sommets et chacun des deux autres sans que ceux-ci ne soient reliés entre eux par une troisième arête. Ainsi que nous le notions alors, cette définition est très stricte et ne permet pas de nuancer des niveaux dégradés de transitivité. Dans ce contexte, l'indice de clustering local se focalise sur un sommet donné et comptabilise la proportion de 3-cliques articulées sur le sommet en question¹⁰⁰ :

l'indice de clustering local d'un sommet i correspond à la proportion de 3-cliques observées parmi les triplets de sommets impliquant i et ses voisins immédiats (topologiquement parlant) :

$$\gamma_i = \frac{|\Gamma_i|_\varepsilon}{C_{k_i}^2} \quad \text{où} \quad \begin{cases} i \text{ désigne le sommet courant,} \\ k_i \text{ est le degré de } i, \\ |\Gamma_i|_\varepsilon \text{ est le nombre d'arêtes reliant} \\ \text{les voisins immédiats de } i \text{ entre eux.} \end{cases}$$

⁹⁹ c'est-à-dire les triplets de sommets reliés deux à deux, ou encore, dans le jargon de la théorie des graphes, les cliques de 3 sommets (appelées aussi 3-cliques) – cf B.1.1.1

¹⁰⁰ la notation γ pour l'indice de clustering est empruntée à [Holme *et al.*, 2002] – elle n'a en aucun cas à voir avec l'indice global de densité d'arêtes évoqué en B.2.4

Nota : La formule présentée ici autorise la non-planarité du graphe. Dans l'éventualité où la planarité est exigée (ce qui est recevable dans le cas de graphes modélisant des réseaux infrastructurels), le facteur de normalisation doit être modifié en conséquence – néanmoins nous ne pouvons donner de formule générique, car le nombre maximal de relations planaires que l'on peut établir deux à deux entre un ensemble donné de sommets dépend de la localisation spatiale relative de ceux-ci.

Sur l'exemple de la Figure 144, on dénombre six sommets adjacents au sommet v et cinq arêtes entre ces différents sommets voisins (c'est-à-dire cinq 3-cliques entre v et ses voisins immédiats), par conséquent l'indice de clustering local de v vaut $\gamma_v = 5/C_6^2 = 1/3$.

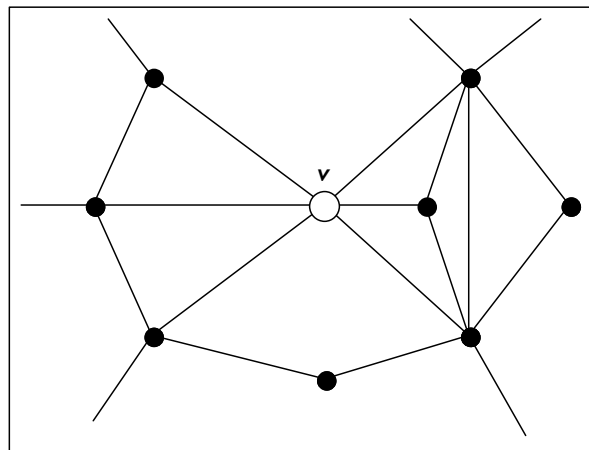


Figure 144 : illustration de la notion de clustering local : ici, le sommet considéré possède 6 voisins, et ceux-ci sont reliés deux à deux par 5 arêtes, d'où un indice égal à 1/3 (d'après : [Holme *et al.*, 2002])

De cette manière, la propriété de transitivité est nuancée par un indice évoluant entre 0 et 1 et pouvant être calculé à l'échelle locale du sommet. Naturellement, cet indice peut être agrégé à l'échelle du graphe en effectuant une moyenne des indices de clustering local observés sur l'ensemble des sommets :

$$\text{indice de clustering global : } \gamma = \frac{1}{N} \cdot \sum_{\text{sommet } i} \gamma_i$$

ou, en intégrant une éventuelle pondération des sommets :

$$\text{indice de clustering global pondéré : } \gamma = \frac{\sum_{\text{sommet } i} p_i \cdot \gamma_i}{\sum_{\text{sommet } i} p_i}$$

L'indice de clustering global ainsi obtenu permet non seulement de définir les structures transitives (indice égal à 1) et intransitives (indice égal à 0) introduites plus haut, mais également les structures intermédiaires.

Par construction, l'indice de clustering local établit donc le lien entre les structures locales fragiles identifiées dans la sous-section précédente, et les structures locales robustes pour lesquelles il a été introduit par [Holme *et al.*, 2002]. Il est toutefois important de

souligner quelques particularités à prendre en compte pour toute exploitation ultérieure de cet indicateur.

1. En premier lieu, l'indice de clustering local est bien local, non seulement parce qu'il est mesuré à l'échelle du sommet (et rejoint en ce sens notre définition du terme « local »), mais également parce qu'il ne fait intervenir que des propriétés locales (au sens littéral du terme) de la trame alentour. Alors que l'indice d'éloignement moyen ou l'indice de centralité intermédiaire condensent sur un sommet donné des informations relatives à un ensemble de relations à plus ou moins longue distance, l'indice de clustering local ne collecte d'informations que sur le voisinage immédiat du sommet considéré.
2. En deuxième lieu, l'indice de clustering local est exclusivement topologique. Il s'articule d'une part sur les sommets adjacents du sommet considéré, et comptabilise d'autre part le nombre d'arêtes existant entre les voisins en question. De fait, la géométrie n'est aucunement prise en compte dans cette définition (les sommets adjacents ont la même importance, quels que soit leur poids et leur distance au sommet considéré, de même que les arêtes entre les voisins n'ont de réalité que par le seul fait qu'elles existent, indépendamment de leur valuation).
3. En dernier lieu, l'indice de clustering local n'est défini que pour les sommets et n'est pas transposable en l'état aux arêtes. De fait, la définition des sommets adjacents d'une arête est loin d'être immédiate, car même si l'on considère la réunion des sommets adjacents de chacune des extrémités de l'arête en question, ceux-ci ne jouent pas des rôles identiques. Comment traiter en effet une paire de voisins dissociés (c'est-à-dire associés respectivement à chacune des deux extrémités) ? une paire de voisins communs à la même extrémité ? un voisin redondant (c'est-à-dire associé simultanément aux deux extrémités) ? etc.

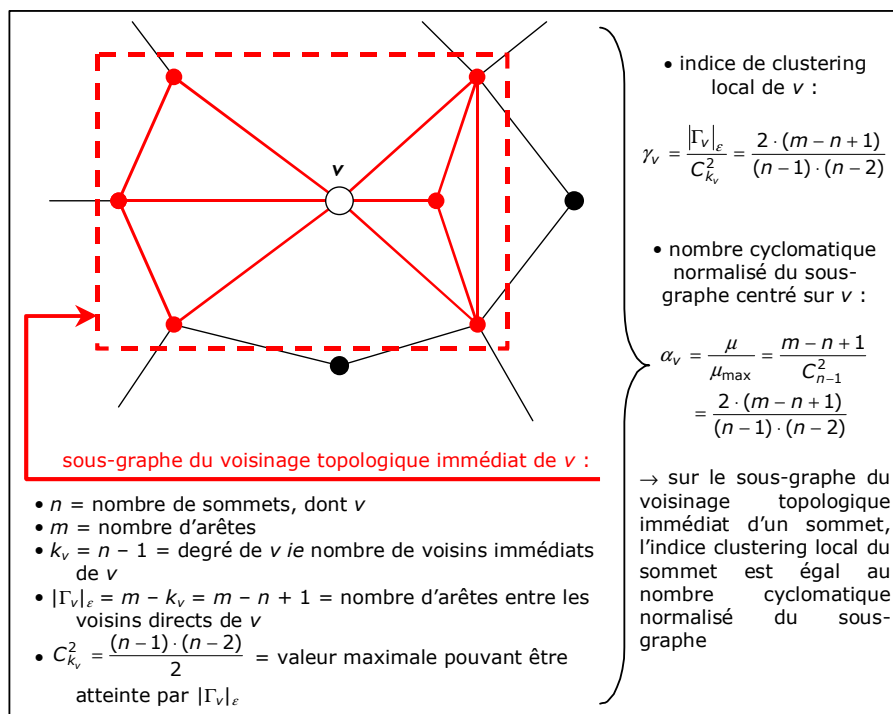


Figure 145 : parallèle entre l'indice de clustering local d'un sommet et le nombre cyclomatique normalisé du sous-graphe restreint au sommet et à son voisinage topologique immédiat

En ce sens, l'information contenue dans l'indice de clustering local est de même type que celle que fournit le degré – à savoir une information restreinte à la topologie du voisinage immédiat d'un sommet. Lorsque l'on cerne ce voisinage immédiat sous forme d'un sous-graphe, l'indice de clustering local prend néanmoins une nouvelle dimension (cf Figure 145) : il apparaît en effet que cet indice correspond au nombre cyclomatique normalisé du sommet au sein de ce sous-graphe (cf B.2.4) – autrement dit :

l'indice de clustering local est une mesure normalisée de la densité locale de 3-cycles impliquant le sommet au sein de son voisinage topologique immédiat

Un examen plus approfondi de cet indicateur montre par ailleurs que les structures locales fragiles ne sont pas systématiquement associées à des valeurs faibles de clustering local comme l'on pourrait s'y attendre. Dans le cas particulier des ponts locaux, les valeurs observées sur les extrémités du pont sont effectivement faibles si les structures locales sur les « rives » (c'est-à-dire de part et d'autre du pont) sont peu denses. En revanche, des rives fortement connectées ont tendance à compenser la fragilité partielle de la structure produite par le pont local. Ainsi, sur les exemples de la Figure 143, les sommets des deux ponts locaux représentés ont des indices de clustering local respectivement égaux à $3/5$ et à $1/3$. De fait, il ne faut pas perdre de vue que l'arête correspondant au pont local n'a pas plus d'importance au sein du voisinage local du sommet considéré que toutes les autres arêtes implantées sur la rive.

Bien que limitée dans sa définition et dans ses applications, la notion de clustering local renseigne sur la richesse locale de la trame topologique d'un sommet. Elle correspond formellement à la densité de 3-cycles impliquant d'une part le sommet considéré et d'autre part ses voisins topologiques immédiats. En ce sens, elle permet d'identifier les trames très enchevêtrées à l'échelle du sommet. Par construction, la vision offerte par l'indice de clustering local reste toutefois très restreinte et ne suggère strictement rien quant à l'éventuelle redondance d'arêtes au-delà du voisinage topologique immédiat, et donc quant à l'éventuelle implication du sommet dans une structure robuste plus large.

À défaut de disposer d'un indicateur unique permettant d'identifier et de mesurer les structures fragiles d'une part et les structures robustes d'autre part, les travaux de [Granovetter, 1973] et de [Holme *et al.*, 2002] nous ont permis de fédérer ces deux types extrêmes de structures autour de la notion de transitivité. Dans cette perspective, nous proposons à présent de réunir les mesures associées à chacune de ces structures au sein d'un même indicateur, traitant aussi bien des arêtes que des sommets, pertinent aussi bien pour les structures fragiles que pour les structures robustes, et naturellement appliqué au premier de nos objectifs énoncés pour ce chapitre, à savoir la compréhension et la quantification des différences locales de trame sur toute la gamme des structures observables, depuis les structures fragiles jusqu'aux structures robustes.

D.1.3 ANALYSE QUANTITATIVE DE LA STRUCTURE LOCALE DES RÉSEAUX

Les études abordées dans la section précédente nous ont permis de comprendre et d'évaluer les structures locales des réseaux pour lesquelles l'ajustement de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire présente des effets secondaires significatifs. Il s'agit :

- des *structures fragiles*, caricaturées à l'extrême par les ponts locaux et les ensembles d'articulation : les composantes associées du réseau sont très importantes structurellement, car elles constituent des lieux de passage privilégiés pour les mises en relation impliquant les parties du réseau situées de part et d'autre ;
- des *structures robustes*, caricaturés par les organisations de sommets en cliques topologiques : les composantes associées du réseau sont très fortement enchevêtrées dans des trames au sein desquelles il existe par conséquent de nombreuses alternatives pour assurer une relation locale.

Si l'appréciation qualitative des structures fragiles et des structures robustes est bien maîtrisée grâce aux résultats de la section précédente, il n'en demeure pas moins que ceux-ci ne fournissent pas une solution quantitative unique et cohérente pour les évaluer. Dans ce contexte, notre travail consiste maintenant à synthétiser les approches propres à ces deux types extrêmes de structure et à proposer en conséquence un indicateur unique permettant de les évaluer – et par là même permettant d'évaluer toutes les structures intermédiaires.

D.1.3.1 LA CARACTÉRISATION DES DIFFÉRENTES STRUCTURES LOCALES DU RÉSEAU GRÂCE À LA NOTION DE CONTOURNEMENT LOCAL

Compte-tenu des éléments dont nous disposons jusqu'à présent, l'élaboration d'un indicateur décrivant la gamme de toutes les structures locales sur un réseau doit s'appuyer sur le dénominateur commun des critères ayant prévalu à l'identification de chacune des structures extrêmes (*ie* fragiles d'une part, et robustes d'autre part).

→ D'un côté, l'évaluation d'un pont local est effectuée en regard du nombre minimum d'arêtes qu'il est nécessaire de parcourir lorsque le pont local considéré est indisponible.

→ De l'autre côté, l'évaluation du sous-graphe restreint à un sommet et à son voisinage topologique immédiat est réalisée par le nombre cyclomatique normalisé du sous-graphe en question, c'est-à-dire par la proportion de 3-cycles impliquant le sommet avec ses voisins topologiques immédiats.

De prime abord, ces deux modes d'évaluation sont bien distincts et n'affichent pas de dénominateur commun pour la mesure des structures locales. Néanmoins, un examen plus approfondi permet de fédérer d'une part l'alternative d'un pont local et d'autre part les arêtes redondantes entre voisins topologiques immédiats d'un même sommet sous le principe commun de *détour* :

→ La comparaison des coûts associés au parcours du pont local et au parcours de son meilleur chemin alternatif fournit une mesure du détour engendré localement par la rupture du pont en question.

→ De même, plus le nombre d'arêtes entre voisins topologiques immédiats d'un sommet est élevé, plus celles-ci offrent un jeu de combinaisons important pour contourner localement le sommet en question s'il advenait à défaillir.

Le type de structure environnant une composante peut être apprécié en mesurant le détour engendré par la rupture de celle-ci sur les plus courts chemins réalisant les relations locales.

Avec cette formulation, nous adaptons les deux modes d'évaluation évoqués afin d'en extraire une mesure unique appelée « contournement (ou détour) local ».

→ Ici, le terme de **relations locales** fédère implicitement les relations entre les extrémités d'un pont local et les relations entre voisins immédiats d'un sommet. Afin de proposer une mesure cohérente, nous proposons de qualifier de « relation locale d'une composante » toute relation impliquant un couple de sommets voisins de la composante en question. Ceux-ci correspondent donc aux voisins topologiques immédiats du sommet ou des extrémités de l'arête selon le type de composante considéré (cf Figure 146).

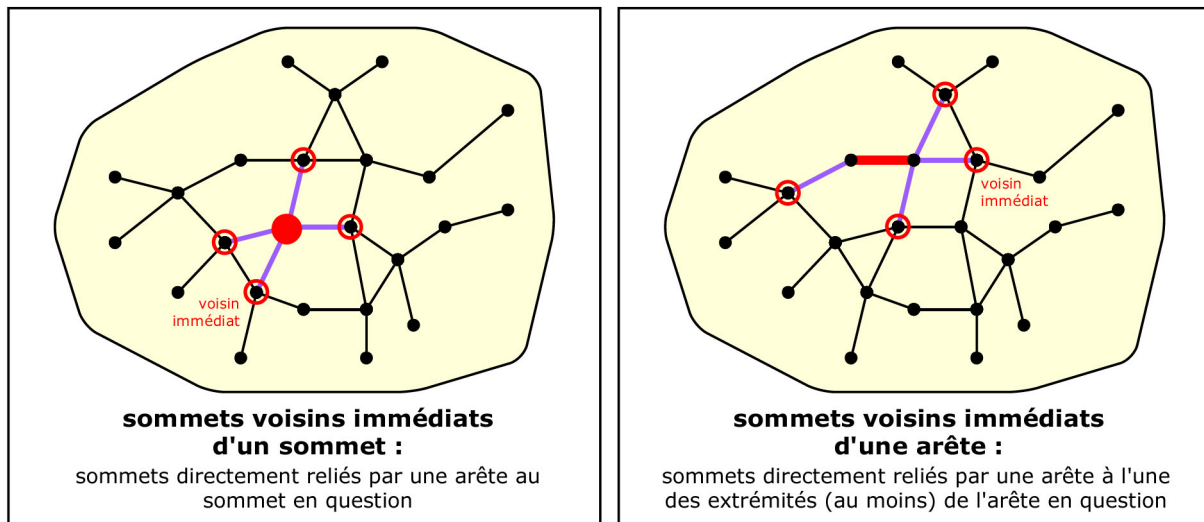


Figure 146 : définition des sommets voisins immédiats d'un sommet et d'une arête

→ Le terme même de **détour** doit naturellement prendre en compte la structure locale du réseau mais également l'ensemble du réseau, sans quoi il peut ne pas exister de chemins alternatifs pour certaines relations lorsque la composante considérée est endommagée. Comme nous l'avons implicitement suggéré, le détour d'une relation correspond à l'allongement du plus court chemin associé lorsque survient l'endommagement. Dans les mesures originelles, les solutions proposées considéraient les longueurs topologiques (nombre d'arêtes nécessaires pour contourner le pont local, présence ou absence d'arêtes entre voisins du sommet, etc.) : bien évidemment, les détours mesurés à présent sont traduits dans les unités propres aux réseaux (unité topologique pour les trames régulières, temps de parcours sur les réseaux métropolitains et routiers, distances sur les réseaux urbains, etc.).

Les précisions apportées ici ne sont cependant pas encore suffisantes pour élaborer une mesure de *contournement local*. Il demeure en effet deux questions en suspens pour lesquelles nous devons faire des choix, à savoir le système de pondération des relations prises en compte dans le calcul du détour et la gestion des relations déconnectées.

→ Comme nous l'avons fait jusqu'à présent, nous pourrions adopter un **système de pondération** des relations conforme aux pondérations surfaciques élaborées en B.2.2. Ce choix n'est pas judicieux ici, car l'indice de détour local correspondrait simplement à la fraction de l'indice de vulnérabilité élémentaire restreinte au sous-ensemble des relations considérées comme locales. Dans un souci d'expliquer au mieux les variations de la vulnérabilité élémentaire, il est plus judicieux d'entrevoir chacune de ces relations locales O_k-D_k comme la représentante de toutes les relations qui sont amenées à transiter à la fois par O_k et par D_k . Par exemple, la pondération que l'on attribuerait à une relation locale O_k-D_k reliant deux sommets situés de part et d'autre d'un pont local devrait tenir compte non seulement du poids de la relation O_k-D_k , mais également des poids de toutes les relations qui sont amenées à traverser ce pont en prenant appui successivement sur O_k et sur D_k (cf Figure 147). De fait, le poids attribué à la relation locale O_k-D_k doit être proportionnel au poids des centralités intermédiaires des arêtes reliant chacune des extrémités O_k et D_k à la composante dont on étudie le voisinage.

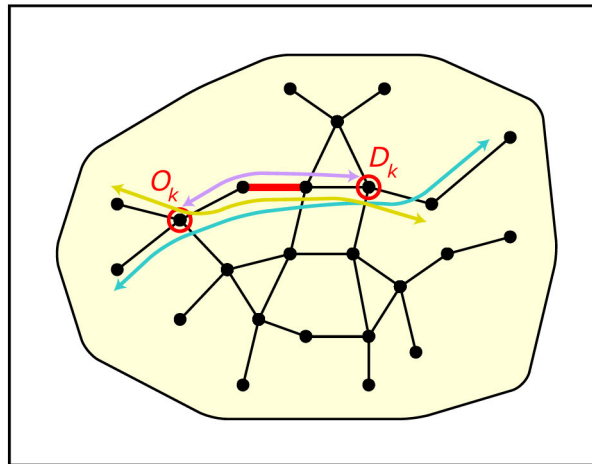


Figure 147 : les informations sur la relation locale O_k-D_k doivent refléter les propriétés de la trame locale autour de l'arête rouge, non seulement vis-à-vis de cette relation (chemin violet), mais également vis-à-vis des relations plus larges s'appuyant sur O_k et sur D_k (par exemple les chemins jaune et bleu)

→ Le deuxième point sur lequel nous devons apporter des précisions concerne les **déconnexions** qui peuvent survenir suite à l'endommagement de la composante étudiée. Comment quantifier en effet le détour enregistré par une relation O_k-D_k lorsque celle-ci ne peut plus être assurée après l'endommagement en question ? La réponse va en fait de soi dès lors que l'on reprend les termes dans lesquels nous avons défini la vulnérabilité élémentaire. Selon les fondements de l'analyse de vulnérabilité énoncés en C.2.1, nous avons en effet choisi de ne pas prendre en compte les relations déconnectées par les endommagements. Par conséquent, seules les relations pouvant toujours être assurées après l'endommagement de la composante seront intégrées au calcul du détour moyen.

Nous sommes à présent en mesure de définir qualitativement (cf Figure 148) et quantitativement l'indice de contournement local d'un sommet et d'une arête¹⁰¹ :

¹⁰¹ Nous n'avons pas isolé les effets réseau relatifs à cet indice, comme nous l'avons suggéré en B.2.1 par comparaison avec les valeurs observées sur le réseau de référence. En fait, cela n'apporterait rien de tangible, car le contournement local dépend essentiellement de la topologie locale et quasiment pas de l'implantation spatiale (au travers des valuations des arêtes). En pratique, les valeurs de contournement local observées sur le réseau de référence sont très voisines les unes des autres et n'apportent aucune information discriminante.

$$\begin{aligned}
 \text{contournement local du sommet } S_i &= \frac{\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets adjacents de } S_i}} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} C.I.(\text{arête } S_i - S_{j_1}) \\ \times C.I.(\text{arête } S_i - S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas d\'econnect\'ee} \\ \text{sur le r\'eseau priv\'e de } S_i} \\ \times \left[\begin{array}{l} d_{\text{r\'eseau priv\'e de } S_i}(S_{j_1}, S_{j_2}) \\ - d_{\text{r\'eseau normal}}(S_{j_1}, S_{j_2}) \end{array} \right] \end{array} \right\}}{\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets adjacents de } S_i}} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} C.I.(\text{arête } S_i - S_{j_1}) \\ \times C.I.(\text{arête } S_i - S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas d\'econnect\'ee} \\ \text{sur le r\'eseau priv\'e de } S_i} \end{array} \right\}} \\
 \text{contournement local de l'arête } A_i &= \frac{\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets adjacents de} \\ \text{l'une des extr\'emités de } A_i}} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} C.I.(\text{arête s\'eparant } A_i \text{ de } S_{j_1}) \\ \times C.I.(\text{arête s\'eparant } A_i \text{ de } S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas d\'econnect\'ee} \\ \text{sur le r\'eseau priv\'e de } A_i} \\ \times \left[\begin{array}{l} d_{\text{r\'eseau priv\'e de } A_i}(S_{j_1}, S_{j_2}) \\ - d_{\text{r\'eseau normal}}(S_{j_1}, S_{j_2}) \end{array} \right] \end{array} \right\}}{\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets adjacents de} \\ \text{l'une des extr\'emités de } A_i}} \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} C.I.(\text{arête s\'eparant } A_i \text{ de } S_{j_1}) \\ \times C.I.(\text{arête s\'eparant } A_i \text{ de } S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas d\'econnect\'ee} \\ \text{sur le r\'eseau priv\'e de } A_i} \end{array} \right\}}
 \end{aligned}$$

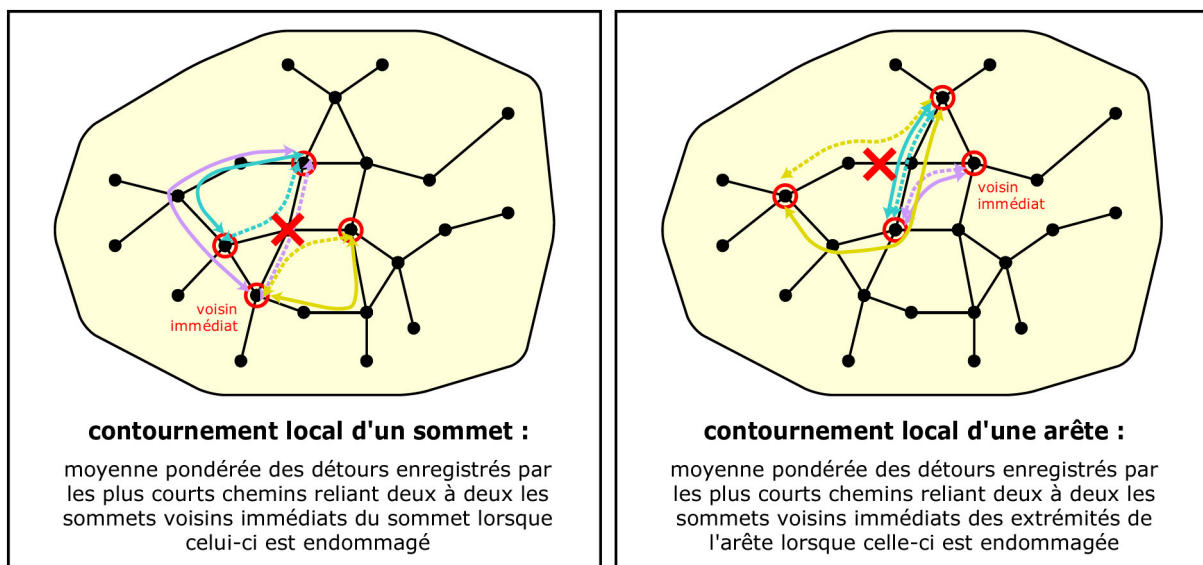


Figure 148 : principe de l'indice de contournement local d'un sommet et d'une arête

Les formules reprennent bien les points \u00e9voqu\'es plus haut, \u00e0 savoir :

- le contournement local concerne les sommets adjacents \u00e0 la composante i \u00e9tudi\'ee,
- il est d\'efini par l'allongement de plus court chemin provoqu\'e par la rupture de i sur les relations $j_1 - j_2$ en question,

- les relations déconnectées sont exclues du calcul de la moyenne,
- la moyenne est pondérée de telle sorte que chaque relation $j_1 - j_2$ a un poids proportionnel au produit des centralités intermédiaires des arêtes reliant i aux extrémités j_1 et j_2 .

Avec l'indice de contournement local d'une composante i , nous disposons finalement d'un indicateur représentatif de la structure locale de la trame autour de i , en ce sens qu'il renseigne sur la qualité des alternatives aux plus courts chemins reliant les voisins immédiats de i lorsque celle-ci défaille.

Cet indicateur est homogène à un détour (ie à un allongement de plus court chemin). Un indice faible (respectivement élevé) dénote une composante facile (respectivement difficile) à contourner localement, d'un voisin immédiat à un autre.

Comme il se doit, nous avons calculé et cartographié cet indice sur les composantes de chacun de nos réseaux d'étude (cf annexe X), et nous avons comparé visuellement les résultats obtenus avec les résidus de la régression linéaire vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire.

Il apparaît en premier lieu que l'indice de contournement local permet en effet de bien discriminer les structures fragiles des structures robustes. Les exemples les plus éloquentes à ce titre sont certainement les trois ponts du réseau routier orléanais et le pont Danemark-Suède du réseau routier européen pour lesquels les valeurs obtenues dépassent largement celles observées par ailleurs. Ainsi que nous l'attendions, les fortes valeurs de contournement sont associées aux résidus positifs des régressions vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire.

Un examen plus approfondi des cartes montre dans un second temps des nuances dans les structures locales des trames. Ainsi les réseaux routiers français et européen affichent des contrastes très localisés en termes de contournement local. Ces contrastes révèlent notamment la hiérarchisation des réseaux, au sein desquels les composantes offrant les options les plus rapides sont relativement difficiles à contourner, car encadrées de tronçons forcément moins avantageux. Inversement, le réseau routier orléanais n'étant pas hiérarchisé, le contournement local de l'ensemble des composantes situées sur les rives affichent des valeurs très homogènes, relativement faibles, et dénotant ainsi une bonne connectivité locale du réseau.

Les résultats obtenus en particulier sur le réseau de métro parisien sont présentés en Figure 149. Conformément à démarche mise en œuvre dans ce chapitre, ces résultats sont à confronter aux résidus de la régression vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire cartographiés en Figure 135 (cf page 383).

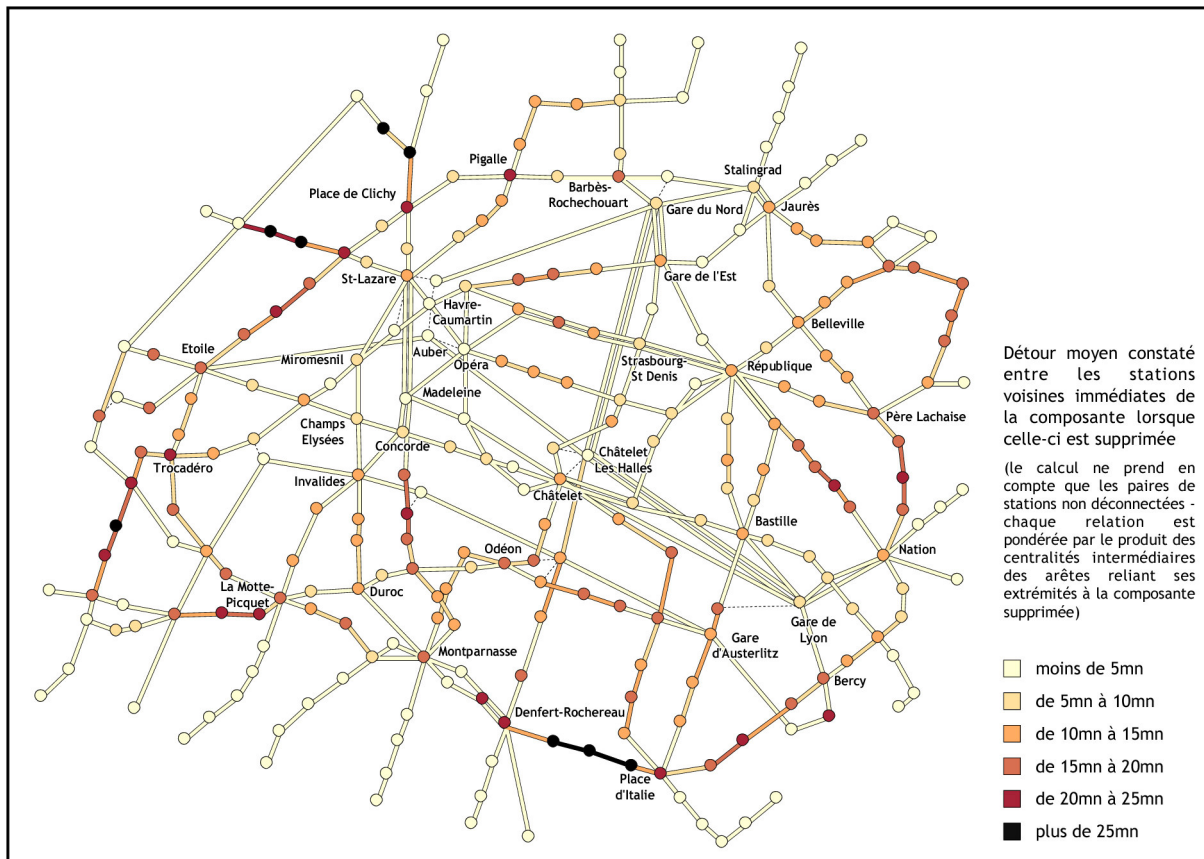


Figure 149 : contournement local induit par la rupture individuelle des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Les différents points que nous avons soulevés précédemment sont manifestes ici :

- les ponts locaux et les structures fragiles enregistrent des valeurs de contournement local très élevées : ainsi en est-il des fameux accès aux quartiers nord-ouest de la ville pour lesquels les alternatives aux lignes 3 et 13 du métro sont assurées par le très pénalisant RER C, et de la circulaire sud bénéficiant de peu de recoupements avec le reste du réseau ;
- l'endommagement des composantes fortement enchevêtrées occasionne des détours locaux faibles : le centre (en termes d'accessibilité) se distingue nettement sur ce point – prouvant par là même le parallèle entre accessibilité et concentration des lignes, de même qu'un large quartier limitrophe situé entre Châtelet et les gares du Nord et de l'Est, pour lequel les liaisons locales sont très redondantes (recoupement de trois lignes est-ouest : 3, 8 et 9, et de trois lignes nord-sud : 4, 5 et 11).

En termes de résidus, ces deux ensembles sont nettement repérables de par leurs fortes valeurs, respectivement positives et négatives.

Entre ces deux extrêmes, l'ensemble des valeurs observées révèlent toute la gamme des structures intermédiaires. On distingue entre autre :

- des structures sensiblement fragiles : il s'agit de sections de lignes topologiquement isolées ou mal connectées au reste du réseau, comme par exemple les extrémités des lignes 2 et 9, ou encore la ligne 12 entre Montparnasse et Concorde ;
- des structures médianes : il s'agit de sections de ligne présentant des aspects propres à la fois aux structures fragiles et aux structures robustes – par exemple, les

lignes 3, 8 et 9 au niveau des grands boulevards et la ligne 10 au niveau du quartier latin sont pénalisées en termes de connectivité en raison de leur caractère non radial, mais elles bénéficient néanmoins de la proximité topologique de parties plutôt denses du réseau ;

- des structures plutôt robustes : la ligne 1 se distingue à ce titre par des valeurs de contournement local peu élevées ; celles-ci sont essentiellement dues à la bonne connexion de la ligne avec le reste du réseau – de fait, une très grande majorité de ses stations sont également traversées par d'autres lignes.

Cependant, le parallèle entre ces différents types de structure et les résidus qu'ils affichent en Figure 135 n'est pas aussi immédiat que pour les structures dites « extrêmes ». Certes, les parallèles « structures fragiles – contournements élevés / structures robustes – contournements faibles » sont observables, mais les nuances ne sont pas toujours bien restituées : par exemple, à niveaux comparables de contournement local, l'extrémité ouest de la ligne 9 et la section de la ligne 12 entre Montparnasse et Concorde sont associées à des résidus de nature bien différente (positifs sur la ligne 9, et négatifs sur la ligne 12).

S'agissant de discriminer ces deux sections de lignes, un simple coup d'œil permet de noter que leur implication relationnelle au sein du réseau présente elle-même des différences notables. La situation de ces sections est, selon le cas, périphérique [partie ouest de la ligne 9 – résidu > 0] ou centrale [section Montparnasse-Concorde de la ligne 12 – résidu < 0]. De fait, on devine que les possibilités de contournement ne sont pas tant importantes dans le voisinage proche de la composante que dans un voisinage reflétant l'échelle¹⁰² réelle des relations qui transitent effectivement par la composante. Par sa situation au sein du réseau, la section en question de la ligne 12 est susceptible de participer à des relations à plus grande distance, et le contournement dont elles font l'objet en cas d'endommagement de la section risque d'être moins pénalisant (résidu < 0) que celui attendu pour des composantes plus marginales (par exemple la section ouest de la ligne 9), car susceptibles d'assurer des relations à plus petite distance.

À compter que les résidus sont principalement expliqués qualitativement par la structure locale du réseau et donc quantitativement par les facilités de contournement des composantes, la notion de contournement local constitue un bon outil pour appréhender les facteurs aggravants (structures fragiles) et les facteurs atténuants (structures robustes) de la vulnérabilité.

¹⁰² au sens figuré et non au sens géographique : ici, nous employons l'expression à l'« échelle de » pour signifier : « selon [l'] ordre de grandeur [de] » (*Petit Robert*, 2002)

Néanmoins, la manière d’appréhender ici les facilités de contournement est topologique, et ne prend donc pas en compte le contexte relationnel plus vaste dans lequel s’inscrivent les composantes. De fait, on ne contourne pas de la même façon une composante selon que celle-ci est traversée par des relations effectivement locales (auquel cas le contournement d’un sommet topologiquement voisin à un autre est pertinent), ou au contraire par des relations à grande distance (et pour lesquelles il est donc nécessaire de repenser la notion même de voisinage).

Dans ce contexte, nous proposons d’enrichir notre indicateur de contournement en tenant compte de l’échelle des relations qui transitent par les différentes composantes. Pour ce faire, nous proposons au préalable de redéfinir le *voisinage local* d’une composante en observant les caractéristiques métriques des relations qui lui sont associées dans une logique de plus court chemin.

D.1.3.2 LA DESCRIPTION DE L’ÉCHELLE DES RELATIONS TRANSITANT PAR UNE COMPOSANTE GRÂCE AUX NOTIONS D’EMPAN, DE RAYON PROXIMAL ET DE RAYON DISTAL

La notion de contournement local définit implicitement la notion de voisinage à partir de l’adjacence topologique : ainsi, les sommets voisins d’un sommet correspondent aux sommets directement reliés au sommet en question (et respectivement : les sommets voisins d’une arête correspondent aux sommets directement reliés aux extrémités de l’arête en question).

Par conséquent, l’indice de contournement local n’envisage les déviations autour d’une composante endommagée qu’à partir des alternatives existant entre paires de sommets voisins immédiats. Tout se passe donc comme si la redistribution des plus courts chemins n’anticipait pas l’endommagement, c’est-à-dire comme si les nouveaux chemins reprenait le tracé des anciens jusqu’à se trouver « au pied du mur », face à la composante endommagée. La solution suggérée par l’indice de contournement local est alors de rattraper le tracé initial en rejoignant au plus court le sommet situé de l’autre côté de celle-ci. Cette hypothèse de travail n’est pas acceptable, car elle rend d’autant moins bien compte des déviations effectivement empruntées que les sommets origine et destination des relations se situent loin de la composante endommagée (cf Figure 150).

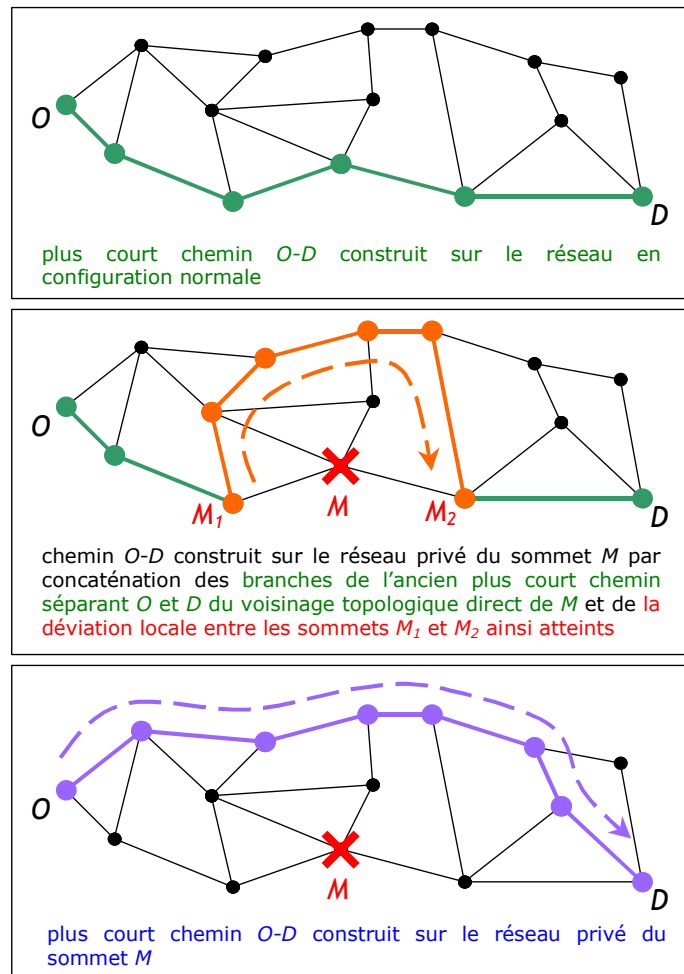


Figure 150 : la déviation effectivement empruntée par une relation $O-D$ est d'autant moins dictée par la configuration locale de la trame autour de la composante endommagée que celle-ci se situe loin des sommets O et D

Nous retrouvons cette vision restreinte des déviations dans le prospectus distribué par la RATP pour réorienter les voyageurs contrariés par l'indisponibilité provisoire de la ligne 9 entre les stations Havre-Caumartin et Oberkampf pendant l'été 2004 (cf Figure 151). Pour les relations au départ des stations situées sur la section en travaux, la RATP propose en effet de contourner l'endommagement au plus près en ralliant les stations Havre-Caumartin (parfois Franklin D. Roosevelt) et Oberkampf, puis en reprenant leur trajet sur la ligne 9 de la même manière que sur le réseau normal. Selon ce schéma, le trajet Havre-Caumartin – Nation, auparavant réalisé intégralement sur la ligne 9, doit ici emprunter successivement les lignes 3 puis 5 pour rejoindre la ligne 9 à Oberkampf, alors qu'il existe un autre trajet direct grâce au RER A !

La 9 rénove ses tunnels

Vous êtes à... Usted se encuentra en...
You are at... Usted va a

Havre – Caumartin

... vous allez vers ... You are going to ... Usted va a

→ **Pont de Sèvres**

Vous pouvez prendre la **9**.

→ **Mairie de Montreuil**

Prendre la **3** jusqu'à République
puis la **5** jusqu'à Oberkampf.

Chaussée d'Antin

Prendre la **7** jusqu'à Palais-Royal,
puis la **1** jusqu'à Franklin D. Roosevelt.

Prendre la **7** jusqu'à Palais-Royal,
la **1** jusqu'à Bastille,
puis la **5** jusqu'à Oberkampf.

Richelieu – Drouot

Grands Boulevards*

Bonne Nouvelle

Strasbourg – Saint-Denis

République

Prendre la **8** jusqu'à Concorde,
puis la **1** jusqu'à Franklin D. Roosevelt.

Prendre la **8** jusqu'à République,
puis la **5** jusqu'à Oberkampf.

Oberkampf

Prendre la **5** jusqu'à Bastille,
puis la **1** jusqu'à Franklin D. Roosevelt.

Vous pouvez prendre la **9**.

* La station ligne 8 est fermée à partir de 21h jusqu'au 30 juin 2004.

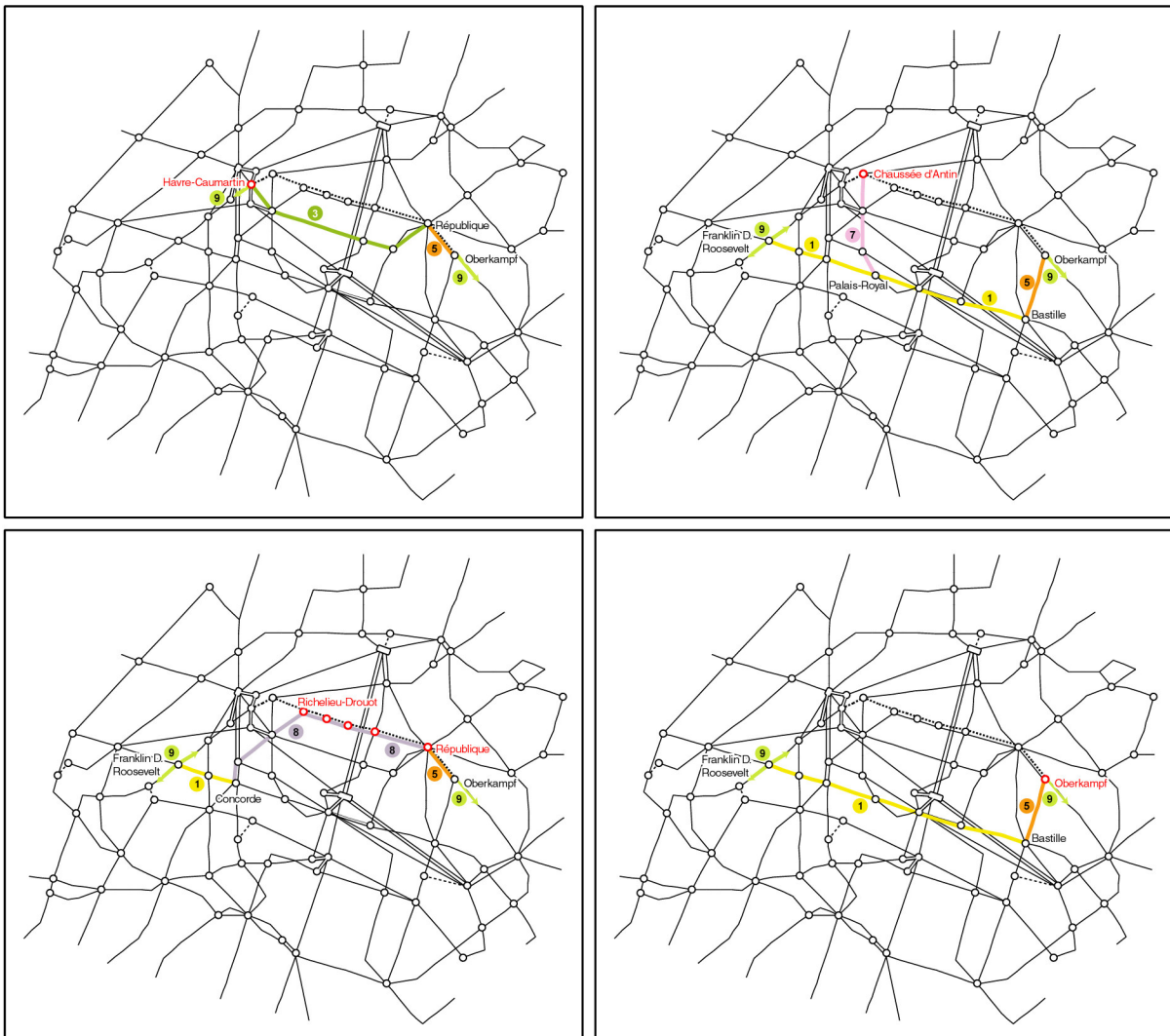


Figure 151 : itinéraires de remplacement suggérés par la RATP à l'occasion des travaux sur la ligne 9 entre Havre-Caumartin et Oberkampf pendant l'été 2004 (partie supérieure - source : prospectus RATP) et tracés correspondants (partie inférieure - les stations de départ sont indiquées en rouge)

Le *contournement local* d'une composante nécessite donc un ajustement en fonction du sens que prend justement le terme « local » pour cette composante. Le voisinage local d'une composante est déterminé par les propriétés métriques des relations qui y transitent dans une logique de plus court chemin.

Le principe sous-jacent est le suivant : plus les extrémités des relations en question sont éloignées de la composante endommagée, moins la trame locale située autour de celle-ci intervient dans la structure des chemins de remplacement. Les facilités de contournement de la composante sont alors d'autant meilleures par rapport à celles annoncées par l'indice de contournement local.

Dans ce contexte, nous proposons ici de déterminer le voisinage local des différentes composantes d'un réseau à partir des informations métriques sur les plus courts chemins qui y transitent.

L'empan

L'indicateur le plus immédiat que nous pouvons élaborer à cet effet mesure la longueur moyenne des relations qui empruntent la composante considérée.

À l'instar de la centralité intermédiaire, un tel indicateur se fonde sur les caractéristiques des plus courts chemins qui passent par la composante. Il existe cependant une nuance que nous avons traduite dans l'emploi des termes « transitant par » (dans la définition de la centralité) et « empruntant » (dans la définition de l'indicateur courant). Par le choix du verbe « transiter », nous avons voulu signifier que les plus courts chemins admettant la composante en question comme origine ou destination (pour peu que cette composante soit un sommet) n'étaient pas pris en compte dans le calcul de la centralité intermédiaire. Ici, le choix du verbe « emprunter » restaure ces chemins en les intégrant au calcul : de fait, il ne s'agit pas ici de mesurer le contrôle de la composante sur les relations qui lui sont extrinsèques (principe de la centralité intermédiaire), mais bien de quantifier l'échelle de toutes les relations dans lesquelles la composante est impliquée, aussi bien dans un rôle d'intermédiaire que d'origine ou de destination (principe de l'indicateur courant).

Nous n'avons pas eu connaissance d'étude ayant eu à utiliser un tel indicateur, aussi, nous proposons ici une formalisation qui nous est propre et qui s'inscrit dans un contexte d'analyse structurelle des réseaux.

Nous avons choisi d'appeler cet indicateur « empan ». L'empan correspondait anciennement la « mesure de longueur qui représentait l'intervalle compris entre l'extrémité du pouce et celle du petit doigt, lorsque la main est ouverte le plus possible » (*Petit Robert*, 2002). Ce terme est actuellement repris dans les techniques de lecture dite « rapide » ou « efficace » (cf [AFL, 2005]) pour désigner la largeur du champ visuel d'un lecteur. L'image du rayon développé de part et d'autre de la main (ou du champ de vision) nous a paru tout à fait à propos pour décrire l'ampleur des relations articulées de

part et d'autre d'une composante donnée d'un réseau selon la logique de plus court chemin.

L'empan d'une composante (sommet ou arête) d'un réseau correspond à la longueur moyenne des relations empruntant cette composante dans une logique de plus court chemin.

En notant L_k la longueur de plus court chemin de la relation k sur le réseau d'étude, nous définissons ainsi les quantités suivantes (cf Figure 152) :

empan du sommet $S_i =$

$$\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i) \cdot L_k}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i)}$$

empan de l'arête $A_i =$

$$\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i) \cdot L_k}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i)}$$

où :

- toutes les relations sont effectivement prises en compte (O_k et D_k peuvent être confondus avec S_i),
- le coefficient p_k correspond au poids de la relation $k = (O_k, D_k)$ conformément aux choix effectués en B.2.2 et en B.2.4,
- ce poids est lui-même ajusté par la fraction $\rho_{O_k D_k}(\cdot)$ des plus courts chemins $O_k - D_k$ empruntant effectivement la composante S_i ou A_i considérée (cf B.2.3).

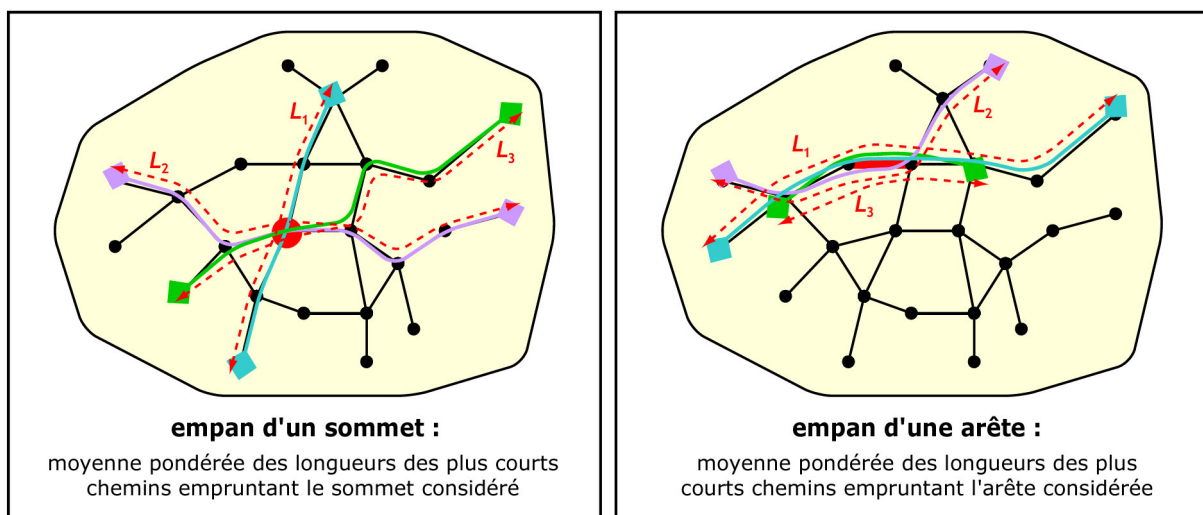


Figure 152 : principe de l'empan d'un sommet et d'une arête

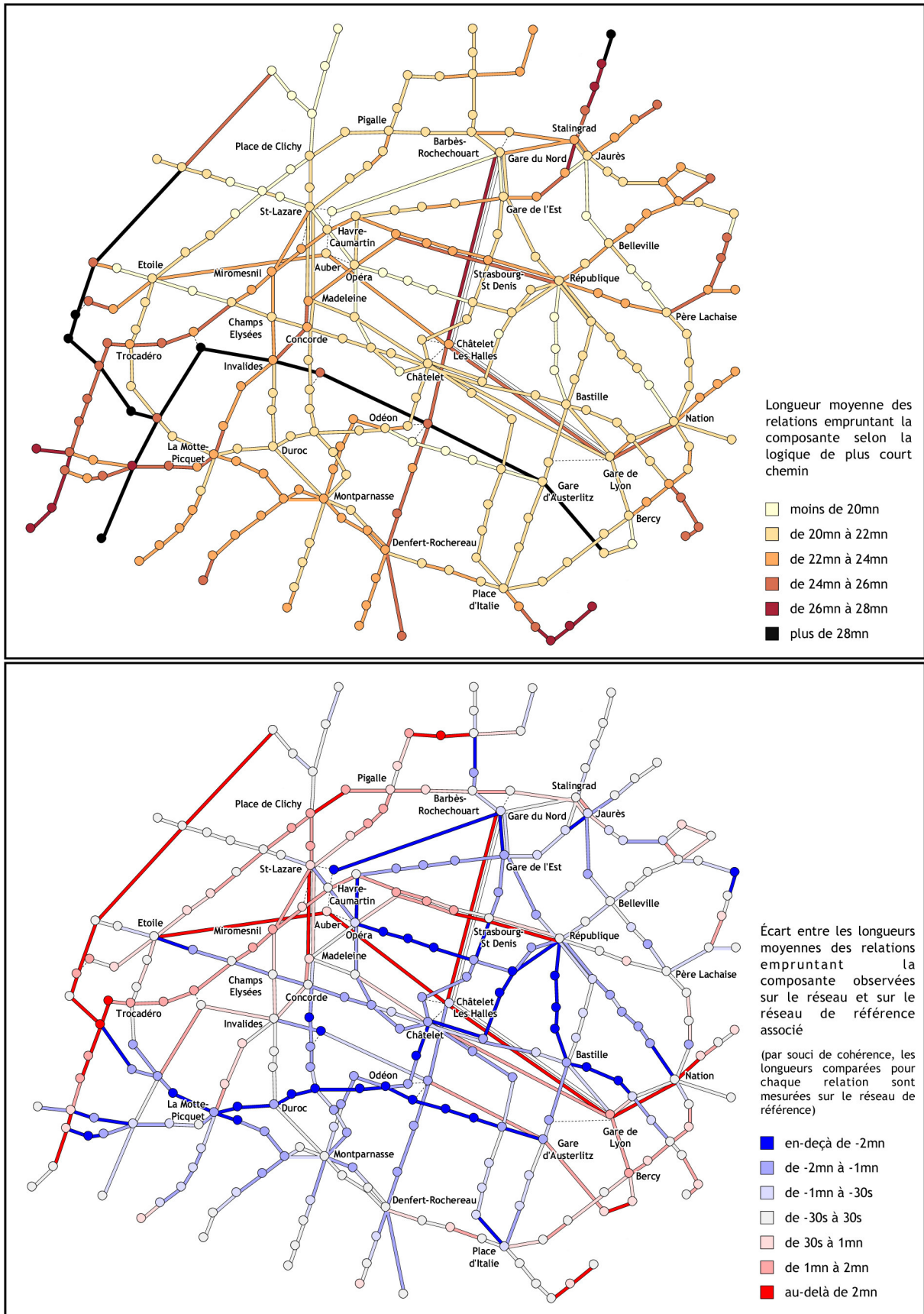


Figure 153 : empan des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien (partie supérieure) et différences d’empan relevées avec le réseau de référence associé (partie inférieure)

Comme de coutume, nous avons calculé et cartographié cet indice pour tous les réseaux d'étude (cf annexe X). Nous avons également isolé la part des effets réseau contribuant à cet indice en lui ôtant les valeurs observées sur chacun des réseaux de référence¹⁰³ – nous obtenons ainsi un indice que l'on pourrait appeler « empan absolu », par analogie avec les notions d'*efficacité relative* et d'*efficacité absolue* introduites en début de partie C : par construction, l'indice d'*empan absolu* vient ainsi en complément de l'indice d'empan pour éclairer les parties du réseau qui sont sollicitées par des relations particulièrement longues (valeurs positives), ou au contraire celles qui participent à des relations remarquablement courtes (valeurs négatives).

L'examen des cartes obtenues sur le métro parisien (cf Figure 153) montre que ces indices apportent de nouvelles informations très pertinentes sur la structure du réseau et sur son organisation relationnelle. Ainsi distingue-t-on nettement le rôle des RER en tant que vecteurs de relations à très grande distance et, dans des mesures comparables, le rôle de certaines lignes du métro – en particulier les lignes 8 et 9 dans leurs parties ouest. À l'inverse, d'autres lignes s'illustrent par leur implication dans des relations singulièrement courtes, comme par exemple les lignes transversales est-ouest 3 et 10 de part et d'autre de la Seine¹⁰⁴.

En ce sens, l'empan donne des premiers éléments de réponse aux objectifs que nous nous sommes fixés à l'issue de l'étude de l'indice de contournement local. S'agissant de discriminer les composantes à partir de l'observation métrique des relations qui les empruntent, nous connaissons à présent l'ampleur moyenne des relations associées à chacune d'elles dans une logique de plus court chemin.

Néanmoins, dans le contexte précis d'une explication des résidus de la régression vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire, les valeurs d'empan ne vont pas forcément dans le sens des conjectures que nous avons formulées *a priori*.

En particulier, les deux sections de ligne que nous avons mis en avant pour discuter des insuffisances de l'indice de contournement local (la partie ouest de la ligne 9 et la section

¹⁰³ Ainsi que le lecteur l'aura peut-être noté sur les légendes des cartes associées, cette comparaison des empan entre le réseau d'étude et le réseau de référence exige de manipuler des longueurs origine-destination *effectivement comparables*. À cet effet, les longueurs *O-D* prises en compte dans le calcul des empan correspond dans les deux cas à la longueur de plus court chemin observée entre *O* et *D* sur le réseau de référence.

¹⁰⁴ Ces indices apportent bien plus d'information que nécessaire dans le contexte de notre travail. Ils permettent entre autre de discriminer des sections au sein d'une même ligne, séparées par une station jouant le rôle de plateforme de part et d'autre de laquelle interviennent des mécanismes relationnels très distincts (à longue distance / à courte distance) : par exemple République sur la ligne 8, Montparnasse sur la ligne 6 ou encore Châtelet-Les Halles sur le RER B. À ce titre, ces indices – ainsi que d'autres indices élaborés pour l'étude de la vulnérabilité structurelle – mériteraient une analyse plus approfondie dans des contextes d'analyse plus larges.

Montparnasse-Concorde de la ligne 12) affichent des valeurs d’empan respectivement forte et faible (tendances confirmées par ailleurs par la comparaison avec le réseau de référence). À valeurs de contournement local comparables, ces sections font pourtant l’objet de biais respectivement positif et négatif dans l’ajustement linéaire V.E. \sim C.I. : par conséquent, le parallèle que nous avons échafaudé de prime abord entre la longueur des relations (empan) et les facilités de contournement (atténuation de la vulnérabilité) n’est pas aussi valable qu’il y paraît.

Les corrélations relevées à ce titre entre l’empan et les résidus de la régression linéaire V.E. \sim C.I. ne font pas état d’un lien particulier (cf Tableau 35) – sinon d’une très légère tendance allant dans le sens de nos conjectures, mais celle-ci est loin d’être significative.

Tableau 35 : coefficients de corrélation entre l’empan et les résidus de la régression linéaire vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire sur les différents réseaux d’étude (les p -values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

	Corrélation entre les résidus de la régression linéaire [V.E. \sim C.I.] et l’ empan							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p -value	significativité	taille éch.	ρ	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	-0,030	0,670		286	-0,066	0,267	
réseau routier orléanais	264	-0,178	$< 10^{-2}$	**	393	-0,160	$< 10^{-2}$	**
réseau routier français	522	0,048	0,272		1455	-0,090	$< 10^{-3}$	***
réseau routier européen	419	-0,017	0,723		1069	-0,095	$< 10^{-2}$	**
trame triangulaire	18	-0,185	0,463		38	0,243	0,142	
trame carrée	24	-0,508	0,011	*	38	0,436	$< 10^{-2}$	**
trame hexagonale	36	-0,573	$< 10^{-3}$	***	46	0,197	0,190	
réseau d’Indianapolis (54)	51	-0,141	0,324		85	0,015	0,889	
réseau d’Indianapolis (65)	59	-0,126	0,341		105	-0,083	0,399	
réseau de Columbus (54)	43	0,052	0,742		65	0,016	0,899	
réseau de Columbus (65)	47	0,058	0,700		80	-0,044	0,701	
réseau fluvial russe	38	-0,081	0,628		54	-0,042	0,762	
réseau français simplifié	55	0,048	0,726		86	-0,065	0,552	

Ces constats nous ont conduit à reformuler les caractéristiques métriques des relations intervenant dans la définition du voisinage local d’une composante. De fait, si nous revenons sur nos analyses préalables :

le *voisinage local* d’une composante n’est pas tant défini par la longueur des relations qui empruntent cette composante que par sa proximité aux sommets origine et destination de ces mêmes relations

Bien évidemment, la distance d’une composante aux sommets origine et destination d’une relation dans laquelle elle est impliquée a d’autant plus de chances d’être grande que la longueur de cette relation est elle-même élevée.

Néanmoins, une relation donnée réagira de manière différente à un endommagement élémentaire, selon que celui-ci intervienne à proximité de l’une des extrémités de la relation ou au contraire à égale distance de celles-ci.

Ce point est tout à fait visible sur la Figure 154. Pour une relation O - D fixée, l’exemple mis en scène montre très bien que :

l'articulation de la relation sur une composante est d'autant plus fragile (en termes d'efficacité) que cette composante se situe près de l'une des deux extrémités de la relation

Cette observation nous sert de tremplin pour enrichir la notion d'empan en la décomposant selon les notions complémentaires de rayon proximal et de rayon distal.

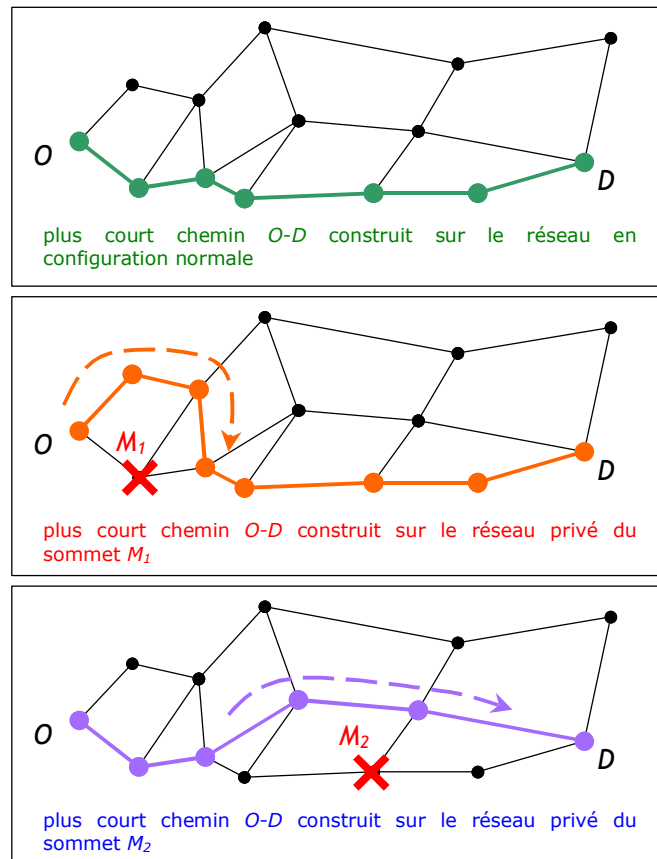


Figure 154 : le détour effectivement enregistré par une relation $O-D$ diffère selon le positionnement relatif de la composante endommagée et de l'extrémité de la relation qui lui est la plus proche

Le rayon proximal (et le rayon distal)

La mise en évidence de facteurs structurels locaux atténuant la vulnérabilité grâce à la notion d'empan n'est pas concluante, mais elle contient en germe un facteur dérivé très prometteur. Il s'agit non pas de mesurer la longueur des relations $O-D$ empruntant la composante, mais de mesurer pour chacune d'elles la distance qui sépare la composante en question de l'extrémité $O-D$ la plus proche.

Ainsi, lorsque l'on s'intéresse à une composante donnée du réseau, il s'agit naturellement de décomposer l'information contenue dans la longueur L_k des relations O_k - D_k empruntant cette composante selon :

- la distance δ_k séparant cette composante de l'extrémité O_k ou D_k qui lui est la plus proche,
- et la distance Δ_k séparant cette composante de l'extrémité O_k ou D_k qui lui est la plus éloignée.

Lorsque la composante en question est une arête, les distances manipulées correspondent en fait au *min* des couples de distances mesurées depuis chacune des extrémités de l'arête.

Aussi pouvons-nous établir les formules suivantes :

- pour une relation O_k - D_k empruntant un sommet S_i :

$$L_k = \delta_k(S_i) + \Delta_k(S_i)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \delta_k(S_i) = \min [d(S_i, O_k); d(S_i, D_k)] \\ \Delta_k(S_i) = \max [d(S_i, O_k); d(S_i, D_k)] \end{cases}$$

- pour une relation O_k - D_k empruntant une arête A_i délimitées par les sommets S_i^1 et S_i^2 :

$$L_k = \delta_k(A_i) + \Delta_k(A_i) + \text{val}(A_i)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \delta_k(A_i) = \min [\min [d(S_i^1, O_k); d(S_i^1, D_k)]; \min [d(S_i^2, O_k); d(S_i^2, D_k)]] \\ \Delta_k(A_i) = \min [\max [d(S_i^1, O_k); d(S_i^1, D_k)]; \max [d(S_i^2, O_k); d(S_i^2, D_k)]] \end{cases}$$

Les symboles δ / Δ se rapportent à l'extrémité la plus proche / la plus lointaine de la relation considérée. Aussi les associons-nous naturellement aux adjectifs proximal / distal, pour lesquels le *Petit Robert* (2002) nous donne les définitions suivantes :

→ PROXIMAL : DIDACT. Qui est le plus près du centre du corps, ou du point d'attache d'un membre. *Segment proximal d'un membre*. CONTR. Distal.

→ DISTAL : DIDACT. Qui est le plus éloigné d'un point de référence dans un organisme, une structure. *Partie distale d'un membre*. [...] CONTR. Proximal.

En moyennant non plus les longueurs L_k des relations empruntant une composante donnée, mais les distances proximale δ_k et distale Δ_k qui la composent, nous définissons les rayons proximal et distal de cette composante (cf Figure 155) :

<p>rayon proximal du sommet $S_i =$</p> $\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i) \cdot \delta_k(S_i)}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i)}$ <p>rayon proximal de l'arête $A_i =$</p> $\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i) \cdot \delta_k(A_i)}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i)}$	<p>rayon distal du sommet $S_i =$</p> $\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i) \cdot \Delta_k(S_i)}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(S_i)}$ <p>rayon distal de l'arête $A_i =$</p> $\frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i) \cdot \Delta_k(A_i)}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_{O_k D_k}(A_i)}$
--	--

avec les mêmes notations que celles utilisées pour définir l'empan, ainsi que les nouvelles notations relatives aux quantités $\delta_k(S_i)$, $\delta_k(A_i)$, $\Delta_k(S_i)$ et $\Delta_k(A_i)$ vues plus haut.

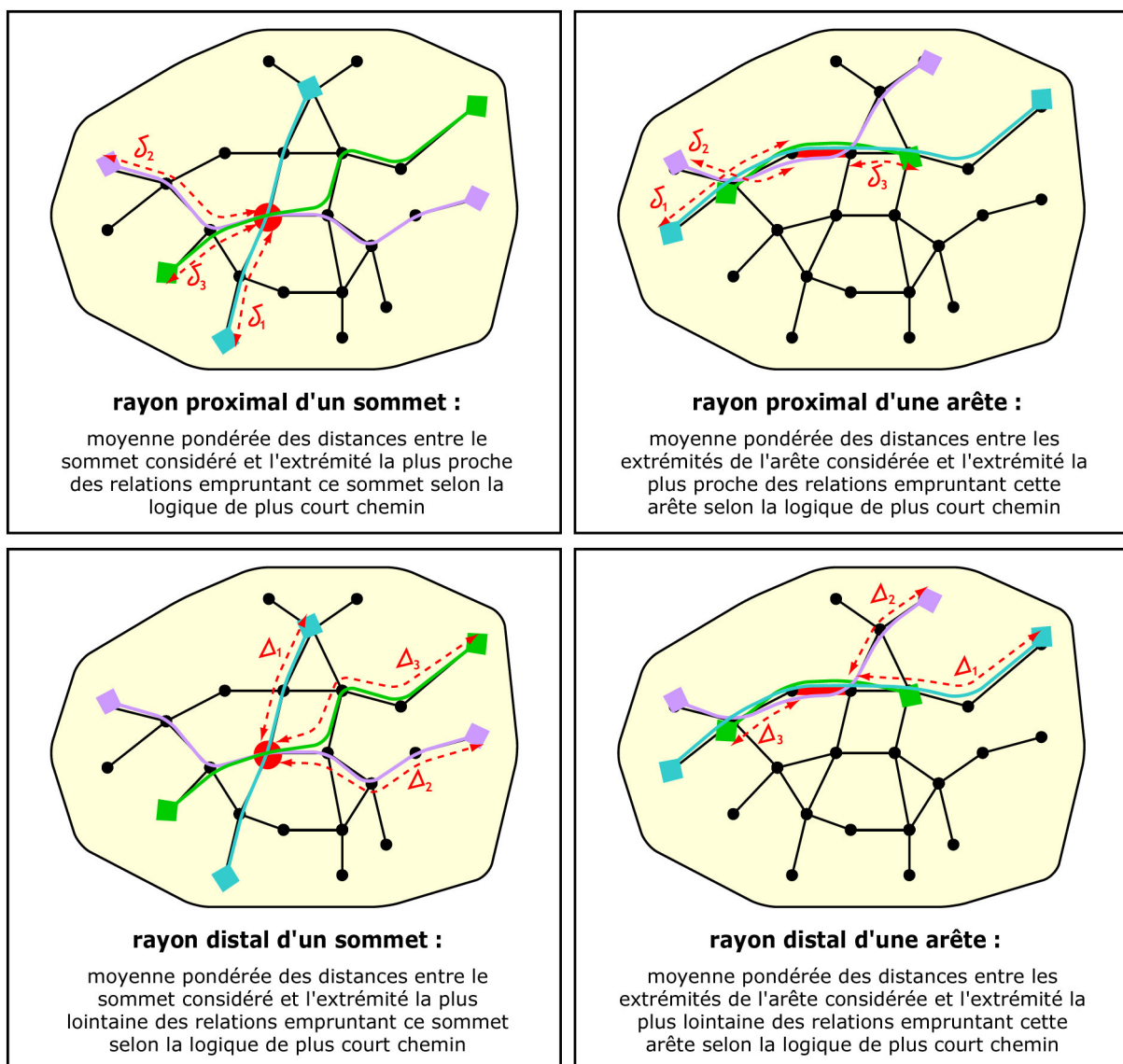


Figure 155 : principe des rayons proximal et distal d'un sommet et d'une arête

En pratique, la complémentarité des rayons proximal et distal rend inutile l'expression simultanée de ces deux informations. Compte-tenu du lien supposé entre rayon proximal et modalités de contournement des composantes, nous choisissons pour notre part de nous concentrer sur le rayon proximal. Les valeurs effectivement observées sur l'ensemble des réseaux d'étude (cf annexe X), et en particulier sur le métro parisien (cf Figure 156), confirment l'existence de ce lien.

En premier lieu, il est important de noter qu'empan et rayon proximal véhiculent des informations de même nature, mais néanmoins bien distinctes. Alors que l'empan nous permettrait de faire la part des composantes impliquées dans des relations à plus ou moins grande distance, le rayon proximal nous informe sur l'aboutissement de ces relations, c'est-à-dire sur la portée de la desserte spatiale¹⁰⁵ à laquelle participe la composante.

Sur le réseau de métro, les composantes affichant les rayons proximaux les plus élevés sont bien évidemment les stations et les lignes impliquées dans le centre structurel situé autour de Saint-Lazare et d'Opéra. Nous apprenons également que les RER et les circulaires articulent des relations prenant appui sur des origines et destinations sensiblement éloignées. Inversement, des branches de certaines lignes ne s'impliquent que très localement dans l'organisation relationnelle, comme par exemple les lignes 3 et 10 (déjà citées pour leurs valeurs faibles d'empan), mais également les lignes 8 et 9 à l'est de République (cf note 104 en page 417).

Concernant la mise en évidence de facteurs structurels atténuant la vulnérabilité, la comparaison visuelle des rayons proximaux (Figure 156) et des résidus de la régression opérée initialement (cf Figure 135) est très prometteuse. Ainsi nous parvenons à *formuler* les caractéristiques structurelles des sections du réseau qui nous posaient problème auparavant. Comme pressenti au début de notre analyse, la section Montparnasse-Concorde de la ligne 12 joue un rôle relationnel plus central que la partie ouest de la ligne 9 : le rayon proximal des composantes de la première est en effet bien supérieur à celui des composantes de la seconde. Avec cet argument et le raisonnement qui le précède, nous comprenons maintenant pourquoi, à contournements locaux comparables, la structure et l'organisation relationnelle du réseau atténuent la vulnérabilité de la section de la ligne 12 et aggravent au contraire celle de la section de la ligne 9.

Le rayon proximal correspond à la portée moyenne à laquelle une composante agit relationnellement. Ainsi, plus le rayon proximal d'une composante est élevé, plus les relations qui l'empruntent prennent appui sur des sommets origine et destination éloignés, moins les possibilités de contournement de la composante sont contraintes par la structure locale de la trame, et moins les détours ont des chances d'être coûteux.

¹⁰⁵ Nous proposons, faute de mieux, le terme « desserte » : celui-ci évoque en effet des aspects fonctionnels du réseau, mais nous n'avons hélas pas trouvé de terme équivalent pour décrire le concept équivalent d'un point de vue structurel.

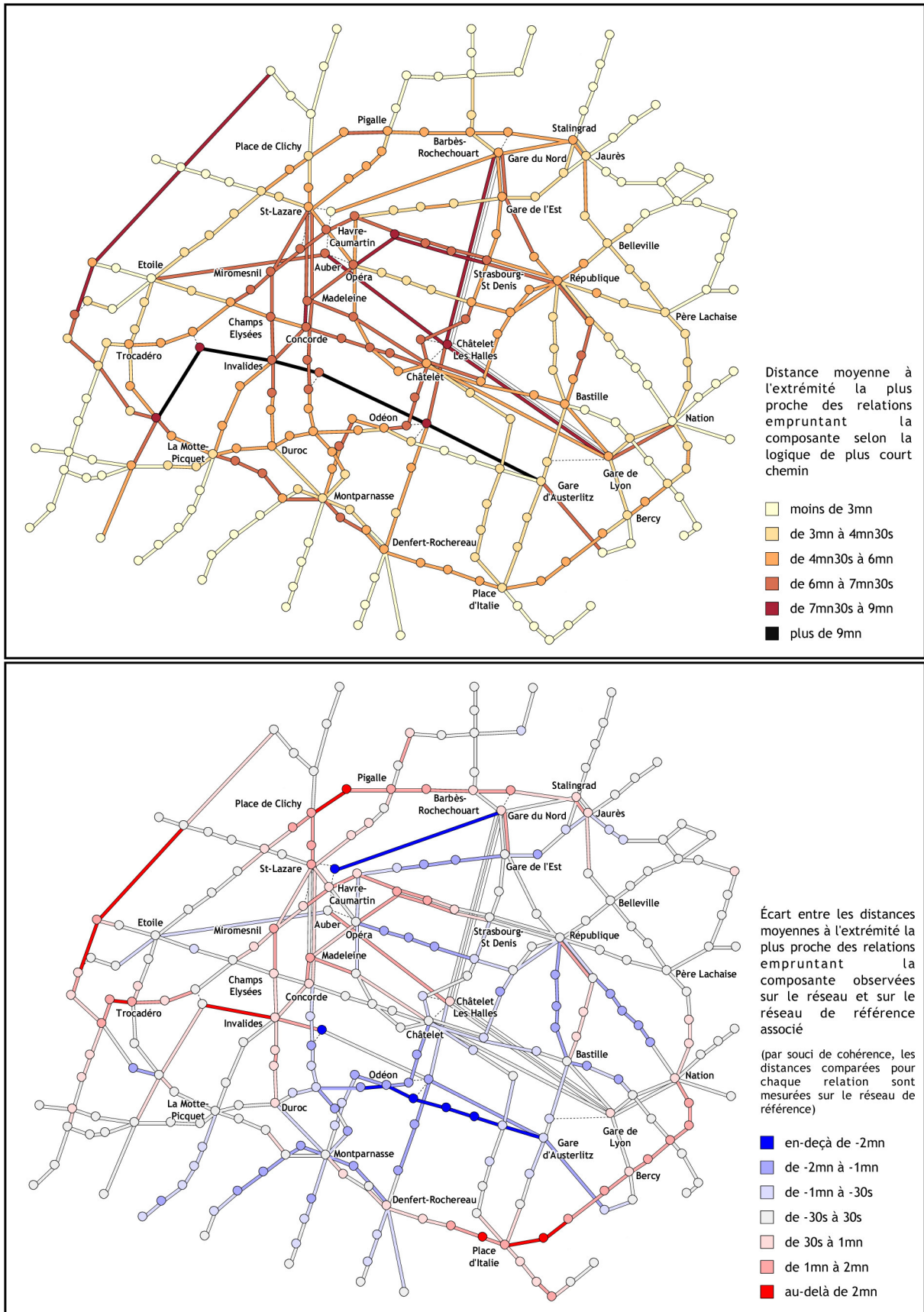


Figure 156 : rayon proximal des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien (partie supérieure) et différences de rayon proximal relevées avec le réseau de référence associé (partie inférieure)

Les corrélations relevées entre le rayon proximal et les résidus de la régression linéaire V.E. ~ C.I. vont dans le sens de notre raisonnement (cf Tableau 36). Les coefficients sont en effet significativement négatifs pour les réseaux de grande taille¹⁰⁶, et évoluent globalement autour de $-0,2 \sim -0,4$.

Tableau 36 : coefficients de corrélation entre le rayon proximal et les résidus de la régression linéaire vulnérabilité élémentaire ~ centralité intermédiaire sur les différents réseaux d'étude (les p-values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

	Corrélation entre les résidus de la régression linéaire [V.E. ~ C.I.] et le rayon proximal							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p-value	significativité	taille éch.	ρ	p-value	significativité
réseau de métro parisien	205	-0,279	$< 10^{-4}$	***	286	-0,386	$< 10^{-10}$	***
réseau routier orléanais	264	-0,318	$< 10^{-6}$	***	393	-0,260	$< 10^{-6}$	***
réseau routier français	522	-0,084	0,054		1455	-0,124	$< 10^{-5}$	***
réseau routier européen	419	-0,127	$< 10^{-2}$	**	1069	-0,132	$< 10^{-4}$	***
trame triangulaire	18	0,069	0,785		38	-0,150	0,370	
trame carrée	24	0,200	0,349		38	-0,208	0,211	
trame hexagonale	36	-0,006	0,971		46	-0,046	0,763	
réseau d'Indianapolis (54)	51	-0,020	0,887		85	-0,246	0,023	*
réseau d'Indianapolis (65)	59	-0,068	0,608		105	-0,133	0,175	
réseau de Columbus (54)	43	-0,143	0,361		65	-0,317	0,010	*
réseau de Columbus (65)	47	-0,183	0,217		80	-0,294	$< 10^{-2}$	**
réseau fluvial russe	38	-0,317	0,052		54	-0,443	$< 10^{-3}$	***
réseau français simplifié	55	-0,109	0,428		86	-0,070	0,520	

L'ensemble des résultats obtenus dans cette sous-section apportent finalement une double contribution à notre recherche :

- d'une part, ils fournissent un ensemble d'outils pour qualifier l'échelle relationnelle du rôle joué par les différentes composantes du réseau (notions complémentaires d'empan, de rayon proximal et de rayon distal),
- d'autre part, ils mettent en évidence la pertinence de l'indice de rayon proximal dans la description du voisinage effectivement impliqué dans les facilités de contournement d'une composante, et par suite dans les facteurs aggravant ou atténuant la vulnérabilité.

¹⁰⁶ Les corrélations ne sont pas très significatives pour les réseaux de petite taille, car ceux-ci sont fréquemment sujets à des effets de bord. Dans le cas qui nous intéresse, ces effets apparaissent d'autant plus que les relations perturbées par les endommagements empruntent usuellement les bordures du graphe : de fait, les détours sont particulièrement amplifiés lorsque les solutions de contournement sont articulées sur des parties tronquées de réseau. Par ailleurs, les résultats obtenus suggèrent que ces effets de bord interviennent plus facilement lors de l'endommagement d'un sommet que lors de celui d'une arête : de fait, le premier type d'endommagement a une extension spatiale plus conséquente, car il met en scène non seulement la rupture du sommet en question, mais également celle de ses arêtes adjacentes.

Nous accorderons finalement plus de crédit aux résultats obtenus sur les réseaux de très grandes tailles, car ceux-ci sont moins bruités par les effets de bord identifiés ci-dessus.

Afin de bénéficier des informations structurelles sur les possibilités de contournement des composantes et sur leur *rayon d'action relationnel*, nous proposons à présent de fusionner les notions de contournement local et de rayon proximal en créant l'indice de *contournement proximal*.

D.1.3.3 COMBINAISON DES INFORMATIONS SUR LES FACILITÉS DE CONTOURNEMENT ET SUR L'ÉCHELLE DES RELATIONS ASSOCIÉES À UNE COMPOSANTE : LA NOTION DE CONTOURNEMENT PROXIMAL

Puisque les résidus de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire sont liés aux facilités de contournement des composantes (cf D.1.2) et puisque ces facilités de contournement dépendent elles-mêmes du rayon proximal – *ie* de la portée des relations transitant effectivement par les composantes (cf D.1.3.2), créons à présent un indice de *contournement proximal*.

En toute logique, l'élaboration d'un tel indice s'apparente très fortement avec celle de l'indice de contournement local réalisée en D.1.3.1. De fait, les notions de *détour* entre sommets et les hypothèses de travail concernant les éventuelles déconnexions ne sont pas remises en question. Sur cette base, les points spécifiques que nous devons développer pour ce nouvel indice concernent les relations effectivement prises en compte dans le calcul des détours et les pondérations affectées à ces relations.

→ La définition d'un indice de *contournement proximal* se cale sur celle de l'indice de contournement local introduit en D.1.3.1, à ceci près que les **relations locales** pour lesquelles nous évaluons les détours ne concernent plus seulement les sommets adjacents à la composante endommagée, mais ceux éloignés de cette composante par une distance-seuil égale au rayon proximal. Les sommets en question correspondent aux *sommets voisins proximaux* de la composante (cf Figure 157, à comparer avec la notion de sommets voisins immédiats vue en Figure 146).

En un sens, l'extension de la notion de *sommets adjacents* vers la notion de *sommets proximaux* procède de l'extension de la notion de clustering (dont nous avons vu qu'elle servait de fondement à la définition de l'indice de contournement local) vers la notion de *k-clustering*¹⁰⁷ : celle-ci ne considère plus les sommets topologiquement voisins d'une composante donnée, mais les sommets séparés de cette composante par *k* arêtes au maximum. Le seuil *k* est ici un seuil topologique arbitraire, alors que le seuil que nous proposons avec le rayon proximal est un seuil géométrique, propre à la composante étudiée et aux possibilités relationnelles que lui confère la trame du réseau.

¹⁰⁷ Pour plus de renseignements sur la notion de *k-clustering* et son application directe dans le domaine des réseaux de transport, le lecteur pourra par exemple consulter les travaux de [Jiang, 2003].

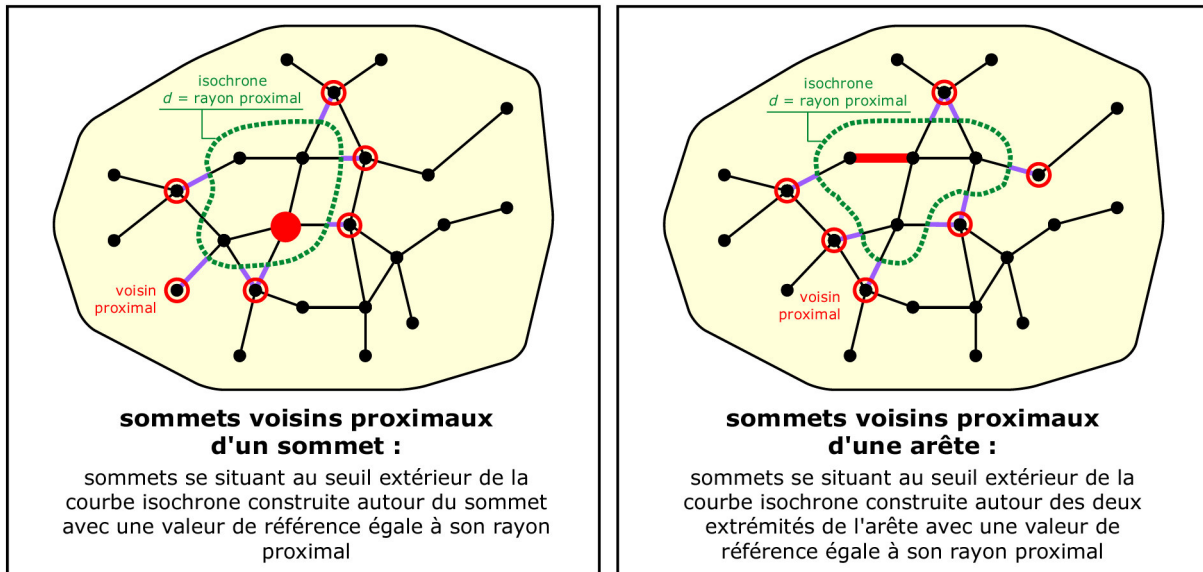


Figure 157 : définition des sommets voisins proximaux d'un sommet et d'une arête

→ La prise en compte des sommets proximaux doit par ailleurs s'accompagner d'un choix cohérent d'un **système de pondérations** pour toutes les relations que nous envisagerons entre eux. Dans la définition de l'indice de contournement local, nous avons pondéré chaque sommet voisin immédiat par la centralité intermédiaire de l'arête le reliant à la composante supprimée, afin de rendre compte de l'ensemble de toutes les relations empruntant à la fois ce sommet et cette composante. De la même manière, nous proposons ici de pondérer chaque sommet proximal par un coefficient représentatif du poids total des relations empruntant à la fois ce sommet et cette composante. La mise en œuvre d'une telle pondération exige de pouvoir comparer les listes des relations dans lesquelles sont impliqués les sommets proximaux et la composante considérée. Cette comparaison est rendue possible grâce aux matrices transit élaborées en B.2.3 : celles-ci décrivent en effet la *signature relationnelle* de chaque composante (en lignes) en recensant l'implication¹⁰⁸ de cette composante au sein de chacune des relations envisageables sur le réseau (en colonnes) dans la logique de plus court chemin implicitement retenue. La pondération que nous affectons aux sommets proximaux correspond alors à une mesure de la ressemblance de la signature relationnelle de la composante supprimée aux signatures relationnelles de ces sommets : il s'agit de la notion de *dépendance relationnelle* dont nous donnons les développements en D.2.1.1. Pour l'heure, le lecteur retiendra que la dépendance relationnelle d'une composante C_i à une autre composante C_j correspond au poids relatif des relations empruntant C_j parmi l'ensemble de toutes les relations empruntant C_i .

Ce système de pondération est recevable, car il est un prolongement cohérent de la pondération adoptée pour les sommets voisins immédiats. De fait, la proximité relationnelle de la composante C_i à ses sommets adjacents S_j est bien proportionnelle aux centralités intermédiaires des arêtes les reliant.

¹⁰⁸ Compte-tenu des hypothèses de travail que nous avons formulées autour de l'étude des contournements, les sommets origine et destination d'une relation sont considérés comme « impliqués » dans cette relation.

Ces précisions nous permettent à présent de définir qualitativement (cf Figure 158) et quantitativement l'indice de contournement proximal d'un sommet et d'une arête :

contournement proximal du sommet S_i =	$\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets proximaux de } S_i}}$	$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \text{proximité relationnelle}(S_i \rightarrow S_{j_1}) \\ \times \text{proximité relationnelle}(S_i \rightarrow S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas déconnectée sur le réseau privé de } S_i} \\ \times \left[\begin{array}{l} d_{\text{réseau privé de } S_i}(S_{j_1}, S_{j_2}) \\ - d_{\text{réseau normal}}(S_{j_1}, S_{j_2}) \end{array} \right] \end{array} \right\}$
contournement proximal de l'arête A_i =	$\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets proximaux de } A_i}}$	$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \text{proximité relationnelle}(A_i \rightarrow S_{j_1}) \\ \times \text{proximité relationnelle}(A_i \rightarrow S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas déconnectée sur le réseau privé de } A_i} \\ \times \left[\begin{array}{l} d_{\text{réseau privé de } A_i}(S_{j_1}, S_{j_2}) \\ - d_{\text{réseau normal}}(S_{j_1}, S_{j_2}) \end{array} \right] \end{array} \right\}$
	$\sum_{\substack{S_{j_1} \text{ et } S_{j_2} \neq S_{j_1} \\ \text{sommets proximaux de } A_i}}$	$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \text{proximité relationnelle}(A_i \rightarrow S_{j_1}) \\ \times \text{proximité relationnelle}(A_i \rightarrow S_{j_2}) \end{array} \right] \\ \times \mathbf{1}_{\text{la relation } S_{j_1} - S_{j_2} \text{ n'est pas déconnectée sur le réseau privé de } A_i} \end{array} \right\}$

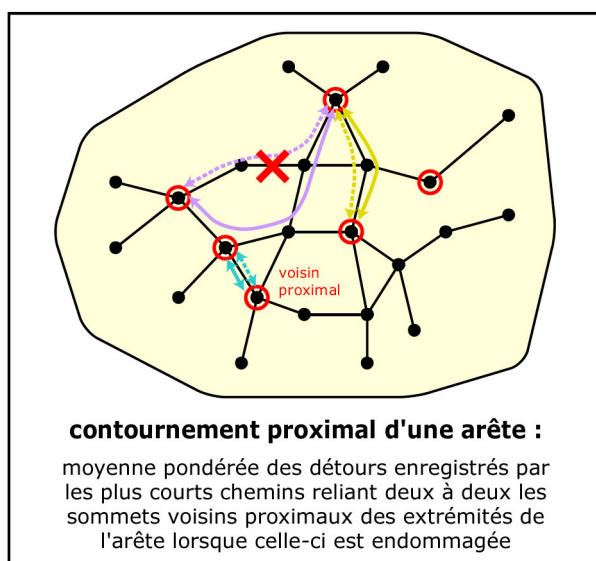
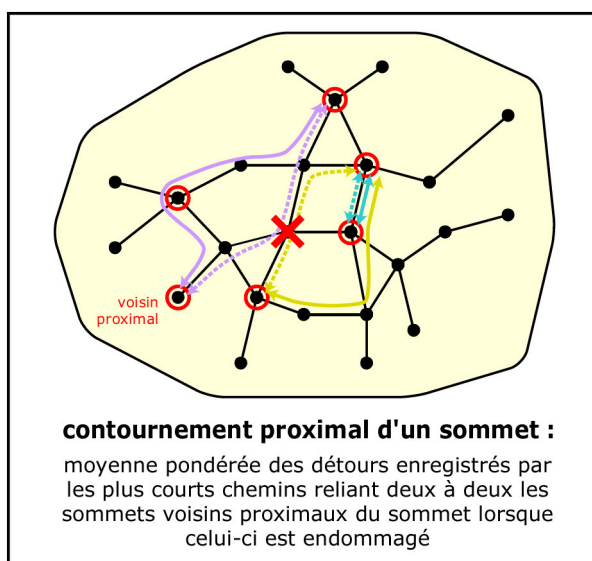


Figure 158 : principe de l'indice de contournement proximal d'un sommet et d'une arête

Avec l'indice de contournement proximal, les facilités de contournement des composantes d'un réseau ne sont plus entrevues d'un point de vue topologique local, mais d'un point de vue structurel intégrant le contexte relationnel dans lequel les composantes sont impliquées.

Les cartes de cet indice¹⁰⁹ obtenues pour les différents réseaux d'étude (cf annexe X) montrent de manière très nette un lissage des tendances relevées en première analyse avec l'indice de contournement local. Ce lissage est dû à la prise en compte des aspects relationnels, car celui-ci efface les effets très discriminants des structures topologiques locales et solidarise au contraire les composantes voisines dès lors qu'elles participent globalement aux mêmes relations et qu'elles disposent de solutions de remplacement comparables en cas de défaillance.

De fait, outre la distinction des structures fragiles et des structures robustes, l'indice de contournement proximal nous permet de mieux appréhender les structures intermédiaires. Dans le cas particulier du métro parisien (cf Figure 159), la différence structurelle des sections des lignes 9 et 12 évoquées plus haut apparaît maintenant clairement :

- bien que celles-ci soient de grande ampleur (empan élevé), les relations associées à la partie ouest de la ligne 9 concernent souvent des stations très proches de cette section (rayon proximal faible), par conséquent les détours occasionnés par son endommagement seront plutôt coûteux (contournement proximal élevé) ;
- inversement, la section Montparnasse-Concorde de la ligne 12 participe à des relations entre des stations qui lui sont sensiblement éloignées (rayon proximal élevé), par conséquent les détours qu'elle exigera en cas d'endommagement bénéficieront de la contribution d'une plus large partie du réseau et seront d'autant moins coûteux (contournement proximal faible).

L'exemple de ces sections mettrait l'accent sur les carences de la notion de contournement local pour expliquer les biais observés dans l'ajustement linéaire vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire. Ici, la notion dérivée de contournement proximal met en lumière les aspects structurels du réseau expliquant en quoi la première de ces sections est plus fragile que ce que l'on pourrait attendre en regard de sa sollicitation relationnelle – et inversement pour la seconde.

¹⁰⁹ Pour les mêmes raisons que celles évoquées lors de l'élaboration de l'indice de contournement local (cf note 101 page 406), nous n'avons pas isolé les effets réseau propres à l'indice de contournement proximal. Concernant la cartographie elle-même de cet indice, le lecteur notera par ailleurs que les classes des légendes ne sont pas toujours identiques à celles utilisées pour l'indice de contournement local. S'agissant de faire un choix entre la comparabilité des indices et la lisibilité des phénomènes qu'ils mettent en évidence, nous avons arbitrairement donné priorité au second critère.

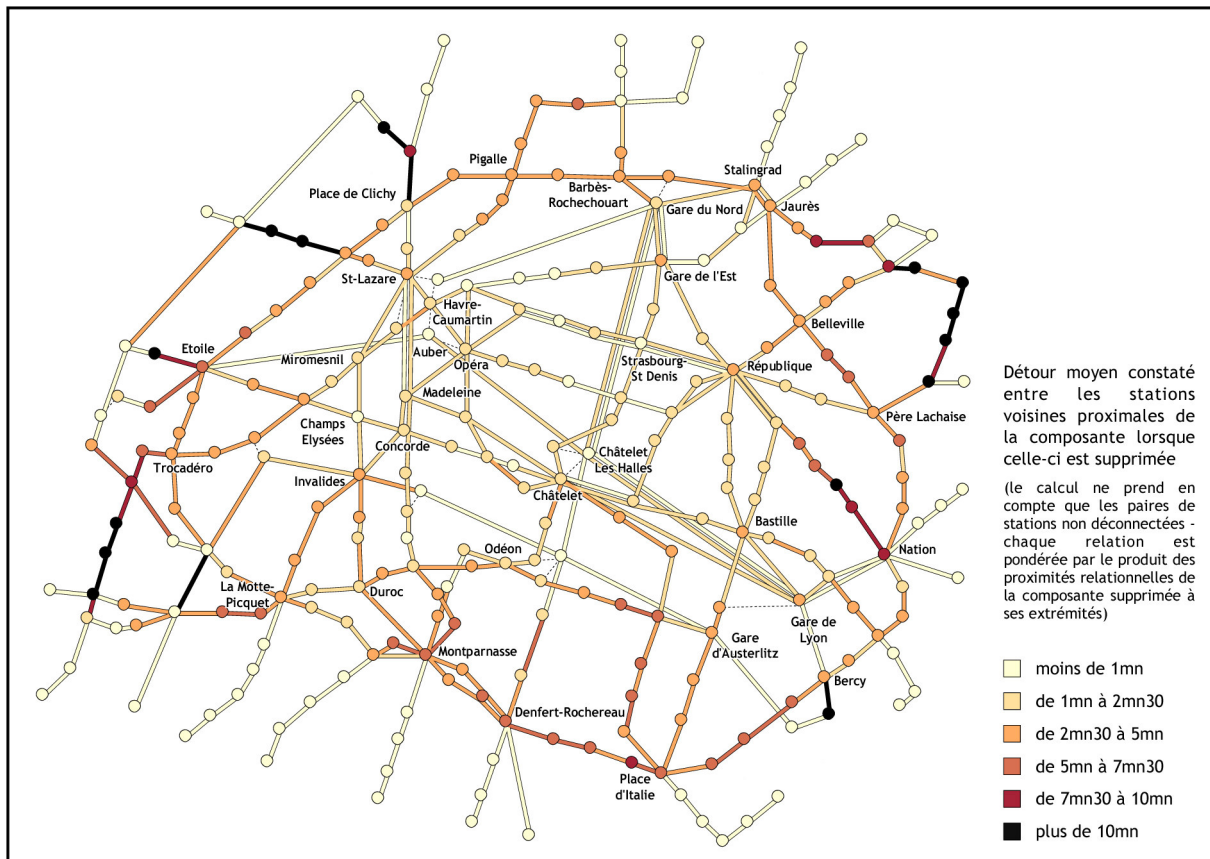


Figure 159 : contournement proximal induit par la rupture individuelle des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Partant du fait que les facteurs atténuant ou aggravant la vulnérabilité sont (outre les tendances générales fournies par la centralité intermédiaire) liés à la structure locale du réseau, la notion de contournement proximal constitue un facteur structurel pertinent, car :

- d'une part elle reprend les principes de la notion de contournement local et les qualités associées pour faire la part des structures fragiles et des structures robustes,
- d'autre part elle discrimine les structures intermédiaires en prenant en compte la portée des relations dans lesquelles les composantes sont impliquées.

Ce dernier point est capital, car le contournement d'une composante dépend non seulement des solutions de remplacement offertes *localement* par la trame, mais également de la distance séparant les extrémités des relations avec la composante endommagée.

Voyons à présent comment ces nouvelles données complètent les tendances générales fournies par l'ajustement établi en première approche entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire.

D.1.3.4 SYNTHÈSE

Le parallèle effectué entre les résidus de l'ajustement vulnérabilité élémentaire \sim centralité intermédiaire et les critères structurels relatifs aux facilités de contournement et à la portée relationnelle des composantes est probant. Celui-ci nous a conduit à élaborer la notion synthétique de contournement proximal, dont nous avons vu qu'elle apportait des informations dans la description des facteurs structurels aggravant ou atténuant la vulnérabilité. Ainsi :

- un indice élevé traduit la mauvaise qualité des détours offerts par la trame du réseau : elle peut être due à une mauvaise connectivité topologique, ainsi qu'à une éventuelle implication relationnelle de la composante sur une courte portée (aggravation de la vulnérabilité, tendance à un résidu positif),
- à l'opposé, un indice faible dénote une bonne qualité des détours offerts par la trame du réseau : celle-ci peut être produite par la richesse des connexions locales et par une implication relationnelle de la composante sur une longue portée (atténuation de la vulnérabilité, tendance à un résidu négatif).

Aux informations fournies par la centralité intermédiaire sur la *quantité des détours* (et constituant la tendance générale dégagée en D.1.1.2), l'indice de contournement proximal nous offre ainsi une information complémentaire sur la *qualité des détours*.

La vulnérabilité élémentaire étant homogène à un produit de type [nombre des détours (quantité) \times longueur des détours (qualité)], nous proposons en toute logique d'évaluer l'apport de la notion de contournement proximal en mesurant la corrélation de la vulnérabilité élémentaire avec le produit [centralité intermédiaire \times contournement proximal] (cf Tableau 37). Les coefficients de corrélation obtenus sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude sont alors comparés avec ceux observés entre la vulnérabilité élémentaire et la seule centralité intermédiaire (cf Tableau 29) grâce à un test unilatéral¹¹⁰ (cf Tableau 38).

¹¹⁰ La comparaison de coefficients de corrélation n'est possible que si ces coefficients suivent une distribution normale. À cet effet, les coefficients ρ_1 et ρ_2 que l'on cherche à comparer sont normalisés en z_1 et z_2 selon la transformation de Fisher :

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+r}{1-r}$$

Sous l'hypothèse que les coefficients de corrélation ρ_1 et ρ_2 sont égaux, la quantité

$(z_2 - z_1) / \sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}}$ suit une loi de Student de paramètre ∞ (n_1 et n_2 représentant

respectivement les tailles des échantillons associés aux calculs de ρ_1 et ρ_2). La p -value indiquée dans le tableau comparatif des coefficients de corrélation correspond à la probabilité qu'une variable aléatoire issue d'une telle loi soit supérieure ou égale à la quantité ainsi calculée. Ainsi, ρ_2 est considéré comme étant significativement supérieur à ρ_1 si la p -value associé au test est en deçà d'un seuil fixé.

Tableau 37 : coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le produit [centralité intermédiaire x contournement proximal] sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude (les p -values correspondent aux probabilités des tests de nullité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

	Corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le produit [centralité intermédiaire x contournement proximal]							
	sommets				arêtes			
	taille éch.	ρ	p -value	significativité	taille éch.	ρ	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	0,874	0	***	286	0,578	0	***
réseau routier orléanais	264	0,976	0	***	393	0,964	0	***
réseau routier français	522	0,945	0	***	1455	0,927	0	***
réseau routier européen	419	0,995	0	***	1069	0,707	0	***
trame triangulaire	18	0,979	0	***	38	0,697	$< 10^{-8}$	***
trame carrée	24	0,958	0	***	38	0,934	0	***
trame hexagonale	36	0,985	0	***	46	0,685	$< 10^{-10}$	***
réseau d'Indianapolis (54)	51	0,919	0	***	85	0,854	0	***
réseau d'Indianapolis (65)	59	0,955	0	***	105	0,857	0	***
réseau de Columbus (54)	43	0,955	0	***	65	0,861	0	***
réseau de Columbus (65)	47	0,955	0	***	80	0,450	$< 10^{-5}$	***
réseau fluvial russe	38	0,947	0	***	54	0,823	0	***
réseau français simplifié	55	0,925	0	***	86	0,862	0	***

Tableau 38 : comparaison des coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et la centralité intermédiaire (cf Tableau 29) et des coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et le produit [centralité intermédiaire x contournement proximal] (cf Tableau 37) sur les familles de sommets et d'arêtes des différents réseaux d'étude (les p -values correspondent aux probabilités des tests d'égalité des coefficients de corrélation - les trois niveaux de significativité sont associés aux seuils 5%, 1% et 1‰)

	Comparaison des coefficients de corrélation entre la vulnérabilité élémentaire et : d'une part la centralité intermédiaire (ρ_1), d'autre part le produit [centralité intermédiaire x contournement proximal] (ρ_2) Test unilatéral $\rho_2 > \rho_1$									
	sommets					arêtes				
	taille éch.	ρ_1	ρ_2	p -value	significativité	taille éch.	ρ_1	ρ_2	p -value	significativité
réseau de métro parisien	205	0,847	0,874	0,142		286	0,621	0,578	0,787	
réseau routier orléanais	264	0,748	0,976	0	***	393	0,646	0,964	0	***
réseau routier français	522	0,921	0,945	$< 10^{-2}$	**	1455	0,916	0,927	0,024	*
réseau routier européen	419	0,471	0,995	0	***	1069	0,405	0,707	0	***
trame triangulaire	18	0,937	0,979	0,065		38	0,730	0,697	0,612	
trame carrée	24	0,937	0,958	0,249		38	0,714	0,934	$< 10^{-3}$	***
trame hexagonale	36	0,863	0,985	$< 10^{-5}$	***	46	0,697	0,685	0,541	
réseau d'Indianapolis (54)	51	0,807	0,919	0,011	*	85	0,661	0,854	$< 10^{-2}$	**
réseau d'Indianapolis (65)	59	0,864	0,955	$< 10^{-2}$	**	105	0,771	0,857	0,032	*
réseau de Columbus (54)	43	0,789	0,955	$< 10^{-3}$	***	65	0,560	0,861	$< 10^{-3}$	***
réseau de Columbus (65)	47	0,747	0,955	$< 10^{-5}$	***	80	0,492	0,450	0,629	
réseau fluvial russe	38	0,789	0,947	$< 10^{-2}$	**	54	0,652	0,823	0,025	*
réseau français simplifié	55	0,883	0,925	0,116		86	0,840	0,862	0,305	

Les corrélations obtenues sont fortes, et globalement meilleures que celles relevées avec le seul indice de centralité intermédiaire (elles le sont notamment pour les réseaux de très grande taille, c'est-à-dire les réseaux routiers orléanais, français et européen).

Paradoxalement, les corrélations observées sur le réseau de métro parisien ne font état d'aucun apport significatif lors de l'intégration de l'indice de contournement proximal, alors que ce même réseau nous fournissait la matière permettant d'élaborer cet indice et d'expliquer qualitativement les facteurs structurels intervenant avec la centralité intermédiaire dans la production de la vulnérabilité élémentaire.

Nous devons déduire de ce constat que les hétérogénéités de trame ayant inspiré la construction de cet indice ne sont pas suffisamment flagrantes pour se répercuter significativement en termes de corrélation¹¹¹.

En revanche, ces hétérogénéités semblent jouer un rôle particulier dans la vulnérabilité des réseaux routiers orléanais et européen si l'on en croit les gains de corrélation observés tant sur les sommets que sur les arêtes. La comparaison des cartes de centralité intermédiaire et de contournement proximal, et leur confrontation avec les cartes de vulnérabilité élémentaire permettent en effet de mesurer l'importance conjointe des informations sur la *quantité des détours* et sur la *qualité des détours*.

Sur ces deux réseaux, l'indice de contournement proximal rend particulièrement bien compte de différences de niveaux de vulnérabilité élémentaire entre des composantes de niveaux comparables en termes de centralité intermédiaire, à savoir :

- sur le réseau routier européen : les autoroutes de l'Europe occidentale (faible contournement proximal) vs les routes d'Europe de l'Est (contournement proximal élevé en raison de la faible densité de trame) ;
- sur le réseau routier orléanais : les accès aux ponts (faible contournement proximal) vs les ponts eux-mêmes (contournement proximal élevé en raison de leur statut de ponts locaux).

Nous n'avons pas établi de modèle linéaire ajustant la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire, le contournement proximal et leurs effets combinés. Certes, la qualité des ajustements selon des modèles plus élaborés est (forcément) meilleure, car elle permet notamment de mieux approcher les points s'écartant fortement du nuage, c'est-à-dire les composantes du réseau impliquées dans des structures très fragiles, ou au contraire très robustes (d'autant plus que l'information ajoutée discrimine efficacement ces structures¹¹²). Néanmoins, nous insistons sur le fait que le propos n'est pas de faire la course au meilleur *modèle* – de fait, celui-ci n'aurait de sens que dans le contexte du réseau étudié et n'aurait probablement rien à voir avec les résultats obtenus sur un autre réseau – mais au contraire de mettre en évidence des *tendances* générales et particulières en exhibant les facteurs structurels qui participent à la production de la vulnérabilité.

¹¹¹ Elles ont néanmoins suffi pour que nous puissions identifier et quantifier les facteurs structurels expliquant en partie les résidus de l'ajustement linéaire de la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire !

¹¹² Bien que la modulation de la centralité intermédiaire par produit avec le contournement proximal n'améliore pas les corrélations observées avec la vulnérabilité élémentaire sur le réseau de métro parisien, un simple modèle linéaire ajustant cette dernière avec ces deux variables et leurs effets combinés améliore significativement la qualité de l'ajustement initial.

À ce titre, les résultats obtenus dans ce chapitre remplissent les objectifs que nous nous sommes fixés. Ils révèlent en effet la centralité intermédiaire et le contournement proximal comme des facteurs structurels acceptables pour comprendre et anticiper la vulnérabilité élémentaire, en décomposant celle-ci selon la *quantité* et la *qualité* des détours qu'elle met en scène lors des ruptures individuelles de composantes.

En regard du système des configurations possibles d'un réseau échafaudé en partie C (cf Figure 113 page 302), le travail mené ici apporte des éclairages sur l'impact des endommagements élémentaires du réseau et sur les mécanismes topologiques et géométriques mis en jeu. De la même manière que nous avons complété l'analyse de vulnérabilité en explorant les niveaux inférieurs de ce système – en l'occurrence par des scénarios d'endommagement et des profils de vulnérabilité, nous proposons à présent d'enrichir la compréhension de la vulnérabilité d'un réseau en anticipant les endommagements complexes par l'étude *a priori* de ses potentialités relationnelles.

CHAPITRE D.2

AMÉLIORER L'ANALYSE DE LA VULNÉRABILITÉ PAR L'EXAMEN DES RESSOURCES RELATIONNELLES DU RÉSEAU

Le second axe d'investigation que nous avons identifié pour améliorer la compréhension de la vulnérabilité et de ses mécanismes ambitionne de s'affranchir de l'étude des scénarios d'endommagement en décrivant les potentialités relationnelles du réseau dans sa configuration normale. Lors de l'étude d'endommagements complexes, nous avons vu en effet qu'il était nécessaire – en plus des informations traditionnelles sur les baisses d'efficacité – de disposer d'informations sur la réorganisation relationnelle du réseau afin de comprendre comment les baisses en question étaient produites. D'une configuration à une autre, les relations sont en effet réalisées par des plus courts chemins toujours fluctuants, dont les tours et les détours sont le reflet des dégradations structurelles et des pertes d'efficacité que subit le réseau. Cette façon d'appréhender la vulnérabilité du réseau est très coûteuse, car elle exige de sélectionner un ensemble de scénarios jugés pertinents et de réaliser pour chacun d'eux une batterie faramineuse de calculs et de cartes. S'agissant d'évaluer l'évolution des plus courts chemins sur le réseau au gré de ses endommagements, il apparaît ainsi judicieux d'enrichir le tableau en évaluant *a priori* l'offre du réseau dans sa configuration normale :

- non seulement dans une logique de plus court chemin, CAR les plus courts chemins réalisent les relations sur le réseau dans sa configuration normale ;
- mais également dans une logique de chemin de remplacement – ou, par abus de langage, de « chemin alternatif » – CAR les chemins alternatifs décrivent les plus courts chemins *potentiels* du réseau dans ses configurations endommagées.

→

Dans ce contexte, l'objectif de cette partie est de :

1. Identifier les apports et les limites des informations contenues dans les plus courts chemins. En dehors des résultats obtenus par le biais des scénarios d'endommagement, les plus courts chemins révèlent la *ressemblance relationnelle* des composantes du réseau, c'est-à-dire leur propension à participer aux mêmes relations, et donc leur propension à réagir de manière identique à un même endommagement. Il s'agit dans ce contexte d'évaluer les phénomènes de dépendance pouvant exister entre les composantes du réseau par comparaison des plus courts chemins auxquels elles participent. Ainsi formulée, cette approche révèle néanmoins ses propres limites : la caractérisation du rôle relationnel des composantes du réseau par la description des plus courts chemins est en effet incomplète, car ceux-ci concentrent intégralement les relations sur les options les meilleures, qu'il existe ou non des alternatives, et quel que soit par ailleurs le surcoût de ces alternatives.
2. Envisager en conséquence l'existence de chemins de remplacement par la prise en compte de nouvelles logiques relationnelles. Il s'agit ici de proposer des outils permettant non seulement de mettre en évidence les chemins de remplacement pour une relation donnée, mais également de les pondérer en fonction de l'intérêt qu'ils représentent par rapport au(x) plus court(s) chemin(s).
3. Exploiter les informations apportées conjointement par les plus courts chemins et par les chemins de remplacement pour mettre en évidence des caractéristiques structurelles éclairant le rôle relationnel des composantes dans un contexte de risques, en particulier les phénomènes de suppléance ou de défection dont elles font l'objet, selon qu'elles présentent des aptitudes à proposer des solutions de remplacement, ou au contraire des facilités à être elles-mêmes remplacées.

Les notions que nous aborderons tout au long de ce chapitre seront illustrées à l'échelle relationnel par des exemples concrets extraits du réseau de métro parisien, à savoir (cf Figure 160 page 437) :

- la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle (déjà entrevue en C.1.2 pour étayer la notion de centralité intermédiaire) car celle-ci présente la particularité d'être réalisée par deux plus courts chemins¹¹³ ;
- la relation Trocadéro – Nation car, ainsi que nous le verrons plus loin, celle-ci admet un grand nombre de chemins de remplacement jugés « acceptables ».

¹¹³ Il peut paraître saugrenu de considérer deux plus courts chemins, égaux à la seconde près, quand la modélisation adoptée admet implicitement des incertitudes sur les temps de parcours des tronçons, les temps de correspondance et les temps d'attente des rames. Néanmoins, ces considérations n'entrent pas en compte dans le calcul effectif des plus courts chemins, par conséquent, faute d'une modélisation intégrant ces marges d'erreur, les parcours issus de la logique de plus court chemin pour une relation donnée doivent être considérés comme équivalents. Nous reviendrons sur ce point en D.2.1.2.

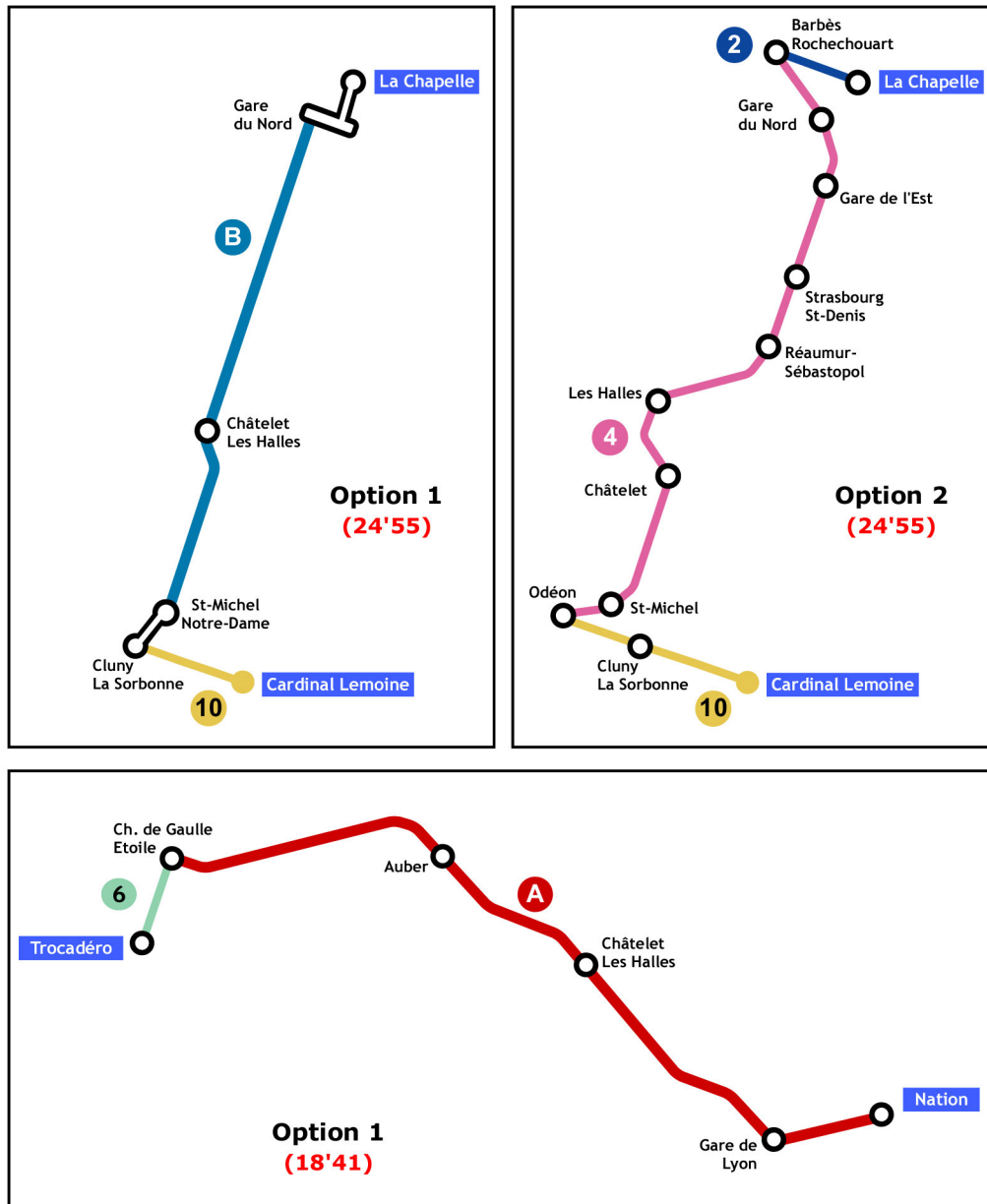


Figure 160 : réalisation des relations Cardinal Lemoine - La Chapelle (encadrés supérieurs) et Trocadéro - Nation (encadré inférieur) sur le réseau de métro parisien selon la logique de plus court chemin

D.2.1 LES PLUS COURTS CHEMINS : LE RÉVÉLATEUR PRINCIPAL DE L'ORGANISATION RELATIONNELLE DU RÉSEAU

Les indicateurs abordés tout au long de la partie C nous ont convaincus de la richesse des plus courts chemins dans l'appréciation de la structure d'un réseau. Nous avons vu en particulier que l'information qu'ils apportent se situe :

- d'une part au niveau de la performance du réseau grâce aux *longueurs* de plus court chemin (quantification de l'efficacité – question « combien ? »),
- d'autre part au niveau de la compréhension des mécanismes relationnels sous-jacents grâce à la description des *parcours* effectivement empruntés par les plus courts chemins (étude de la sollicitation des composantes – question « comment ? »).

Lorsqu'il s'agit d'analyser la vulnérabilité structurelle d'un réseau, ces informations sont exploitées par comparaisons entre la configuration normale du réseau et ses différentes configurations endommagées. Comme nous avons pu nous en rendre compte, la démarche associée est longue et ne révèle du réseau que les propriétés relationnelles soulevés par les endommagements mis en scène. Il est finalement regrettable de n'extraire des plus courts chemins qu'un reflet partiel et empirique des propriétés relationnelles du réseau en regard de l'information qu'ils détiennent en puissance.

Dans la première section de ce chapitre consacré à la compréhension de la vulnérabilité par l'étude relationnelle des réseaux, nous avons donc choisi d'approfondir la notion de plus court chemin en situant ses apports et ses limites. Nous verrons à cette occasion que les plus courts chemins délivrent des informations sur les propriétés relationnelles du réseau sans avoir à simuler des endommagements (notion de *dépendance relationnelle* abordée en D.2.1.1), mais également que ces informations sont limitées dans un contexte de risques en raison de l'absence de prise en compte des chemins alternatifs inhérente à la logique de plus court chemin (cf D.2.1.2). Ce constat préliminaire nous servira de tremplin pour amorcer les sections suivantes consacrées aux logiques de chemin de remplacement ainsi qu'à leurs apports dans la compréhension des mécanismes relationnels intervenant dans la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport.

D.2.1.1 RESSEMBLANCE RELATIONNELLE ET PHÉNOMÈNES DE DÉPENDANCE ENTRE LES COMPOSANTES D'UN RÉSEAU DANS UNE LOGIQUE DE PLUS COURT CHEMIN

Nous avons préconisé en C.2.2 d'aborder l'étude des scénarios d'endommagement en évaluant d'une part les baisses d'efficacité (valeurs effectives de vulnérabilité), et d'autre part les reports de centralité intermédiaire (manifestation de la vulnérabilité). Ces derniers sont le reflet de la réorganisation relationnelle du réseau, consécutivement à l'endommagement considéré. De fait, les reports de centralité intermédiaire révèlent certains des aspects relationnels du réseau en isolant contextuellement deux types de composantes :

- les *composantes solidaires* de l'endommagement, c'est-à-dire les composantes qui enregistrent des baisses de sollicitation parallèlement à la rupture des composantes endommagées,
- les *composantes complémentaires* de l'endommagement, c'est-à-dire les composantes qui viennent au secours des composantes endommagées en proposant de nouveaux plus courts chemins.

Ainsi que nous le relevions plus haut, ces informations sont difficiles à obtenir, car elles nécessitent d'élaborer des scénarios d'endommagement pertinents et d'observer la redistribution des plus courts chemins pour chacun d'eux. Dans ce contexte, nous souhaitons améliorer notre compréhension du réseau et de ses réactions aux endommagements en exploitant les informations relatives aux plus courts chemins sans avoir à effectuer la démarche empirique associée aux scénarios.

À ce titre, il nous est apparu judicieux d'approfondir la notion de *composantes solidaires* initialement révélée par les scénarios en formalisant *la dépendance relationnelle* d'une composante vis-à-vis d'une autre, selon les termes suivants :

dans un contexte d'analyse structurelle des risques sur les réseaux de transport, une composante C_2 d'un réseau est dépendante d'une composante C_1 dès lors que l'éventualité de l'endommagement de C_1 menace l'organisation relationnelle associée à C_2

Cette formulation établie sur le bon sens contient la réponse à la question qu'elle pose implicitement : comment quantifier en effet la dépendance relationnelle d'une composante vis-à-vis d'une autre, sinon en mesurant l'importance des relations qui impliquent à la fois l'une et l'autre ?

Par exemple, au niveau relationnel, la section du RER A depuis Étoile jusqu'à Nation est parcourue d'un bloc par le plus court chemin Trocadéro – Nation (cf Figure 160), par conséquent les cinq stations de cette section (*ie* Étoile, Nation et les stations intermédiaires Auber, Châtelet-Les Halles et Gare de Lyon) sont partiellement dépendantes les unes des autres, dans le sens où l'indisponibilité de l'une compromet par conséquent certaines des relations transitant par les quatre autres – en particulier la relation Trocadéro – Nation.

De fait, les plus courts chemins sont susceptibles de répondre à la question que nous avons posée, car :

- les *composantes solidaires* d'un endommagement sont susceptibles de faire partie de celles qui, *en configuration normale*, participent à de nombreux plus courts chemins, conjointement avec les composantes endommagées,
- inversement, les *composantes complémentaires* d'un endommagement sont susceptibles de faire partie de celles qui, *en configuration normale*, participent à des plus courts chemins majoritairement disjoints de ceux associés aux composantes endommagées.

En comparant les collections de plus courts chemins transitant par les différentes composantes du réseau, il devient finalement possible de cerner les rôles relationnels qu'elles jouent les unes par rapport aux autres, de manière systématique et non contextuelle, contrairement à la démarche imposée par les scénarios d'endommagement.

En pratique, l'outil algébrique permettant de mettre en regard l'activité relationnelle de plusieurs composantes du réseau est fourni par les matrices transit. Pour une composante donnée du réseau d'étude, le vecteur associé de la matrice transit¹¹⁴ (par sommets ou par arêtes, selon le cas) décrit en effet la *signature relationnelle* de la composante, c'est-à-dire l'implication relationnelle de la composante au sein de chacune des relations envisageables sur le réseau dans une logique de plus court chemin.

Le calcul de la dépendance relationnelle d'une composante vis-à-vis d'une autre s'effectue donc par comparaison de leurs signatures relationnelles. La question est donc de proposer une mesure pertinente de distance entre les deux vecteurs associés.

Nous avons illustré le problème associé sur l'exemple du métro parisien et des stations Auber et Châtelet-Les Halles (cf Figure 161). La comparaison des signatures relationnelles de ces deux stations met en lumière les ressemblances et les dissemblances des rôles relationnels qu'elles jouent au sein du réseau. Ainsi, la ressemblance relationnelle entre les stations Auber et Châtelet-Les Halles est renforcée par l'existence de relations impliquant les deux stations (ici la relation Trocadéro – Nation), et inversement atténuée par les relations n'impliquant que l'une d'elles (ici la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle).

L'exemple que nous présentons ici n'aborde cependant les signatures relationnelles que sous l'angle des ressemblances ou des dissemblances. De fait, le terme « ressemblance » possède une signification très ouverte¹¹⁵, à partir de laquelle nous allons pouvoir définir et formaliser la notion de *dépendance relationnelle*. Celle-ci exige en effet d'effectuer une comparaison plus approfondie que celles suggérées en première approche par les notions de *ressemblance* ou de *dissemblance*, car les composantes dont on étudie les

¹¹⁴ cf B.2.3 et annexe II

¹¹⁵ « Rapport entre des objets quelconques présentant des éléments identiques suffisamment nombreux et apparents [...] » selon le *Petit Robert* (2002)

dépendances relationnelles ne jouent pas des rôles symétriques¹¹⁶. De fait, la notion de dépendance restreint la notion de ressemblance en introduisant l'asymétrie existant implicitement entre les états endommagé et non endommagé que sont susceptibles de revêtir les composantes que l'on compare. Par conséquent, dans l'exemple de la Figure 161, la dissemblance partielle induite par la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle n'a pas le même effet selon que l'on observe Aubert relativement à Châtelet-Les Halles, ou réciproquement.

L'évaluation de la dépendance relationnelle d'une composante à une autre consiste donc à mesurer – non pas la distance *entre* deux signatures relationnelles – mais la « distance » d'une signature relationnelle à une autre. Cette formulation est fondamentalement incorrecte, car une distance doit par définition être symétrique. Néanmoins, nous choisissons de l'adopter par abus de langage, car elle nous semble bien appropriée pour exprimer les phénomènes que nous souhaitons mettre en évidence.

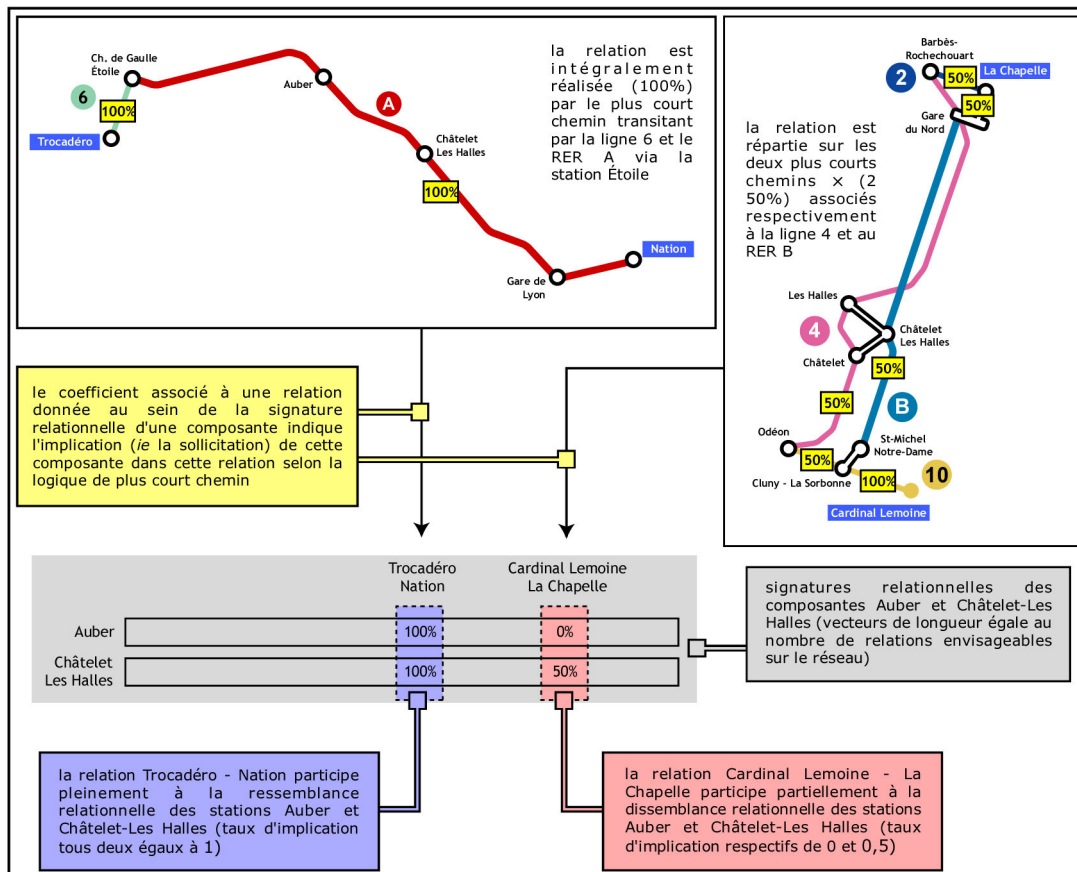


Figure 161 : exemple de comparaison des signatures relationnelles de deux composantes sur un réseau - contributions des relations en termes de ressemblance ou de dissemblance relationnelle

¹¹⁶ la ressemblance existe *entre* les composantes, tandis que la dépendance est entrevue d'une composante à une autre

En pratique, la littérature en statistiques nous donne plusieurs techniques permettant de mesurer avec pertinence la distance entre deux vecteurs, ou ici, de manière équivalente, entre deux signatures relationnelles (voir par exemple [Dervin, 1996]).

Il existe naturellement les distances classiques, de type euclidienne ou χ^2 – néanmoins, nous avons écarté d'emblée celles-ci, car elles sont associées à des vecteurs de variables continues, et elles ne représentent par conséquent aucune réalité physique pour le problème qui nous intéresse : que penser en effet de la distance entre deux composantes dans l'espace multidimensionnel des relations envisageables sur le réseau ?

Nous avons préféré, au contraire, nous intéresser à des distances initialement prévues pour comparer deux vecteurs de booléens, signalant la présence (codage 1 ou « true ») ou l'absence (codage 0 ou « false ») des différents attributs listés pour les deux individus statistiques associés. Ceci est pertinent pour notre étude, car il s'agit bien de comparer deux composantes d'un réseau en fonction des relations auxquelles elles participent toutes deux (« true ») ou non (« false »)¹¹⁷.

La distance classiquement utilisée à cet effet est la distance de Jaccard. Pour deux vecteurs A et B comptant respectivement a et b attributs égaux à 1 et en possédant un nombre n en commun¹¹⁸, cette distance normalisée vaut :

$$d_{AB}^{\text{Jaccard}} = 1 - \frac{n}{a + b - n}$$

Nous avons testé cette mesure pour comparer un vecteur A à différents vecteurs B (cf Figure 162). Le choix des vecteurs B est tel que nous décrivons la gamme des distances allant de 0 (vecteur A lui-même) à 1 (vecteur B_4 correspondant au négatif de A).

L'observation des résultats fait valoir deux défauts rédhibitoires :

- la mesure n'est pas capable de discriminer les deux vecteurs B_1 et B_2 , alors qu'ils ont été construits de manières radicalement différentes : le premier est inclus dans A , tandis que le second recouvre A de moitié et possède tous les attributs manquant à A ;
- la mesure est symétrique, mais elle ne peut pas être scindée en deux parties asymétriques : en d'autres termes, la distance entre A et B ne peut pas s'exprimer

¹¹⁷ Par construction, les signatures relationnelles ne sont pas forcément des vecteurs de booléens, car il peut arriver que certaines relations soient réalisées par plusieurs courts chemins, et que certains coefficients soient par conséquent égaux à des fractions. En pratique, ce point relève du détail, et nous apporterons en temps voulu les modifications nécessaires à la distance que nous aurons retenue.

¹¹⁸ Cette mesure – comme celle qui sera présentée ensuite – effectue la comparaison sur les attributs partagés (la présence de « 1 » aux mêmes endroits), mais pas sur l'absence partagée d'attributs (la présence de « 0 » aux mêmes endroits). De fait, la prise en compte de ces « dégoûts partagés » (pour reprendre l'expression de [Brunet, 2004]) bruyerait trop fortement la mesure dans notre application, car les densités d'attributs dans les vecteurs (*ie* : la proportion de relations au sein desquelles les composantes sont impliquées) est généralement très faible.

comme l'addition d'une distance de A à B et d'une distance de B à A , ce qui va à l'encontre de notre souhait initial de mesurer la dépendance relationnelle de C_2 à C_1 .

A	0	1	1	0	0	0	1	1	nombre d'attributs : $a = 4$	$\rightarrow d_{AA}^{\text{Jaccard}} = 0$
B_1	0	0	0	0	0	0	0	1	nombre d'attributs : $b = 1$, dont $n = 1$ communs avec A	$\rightarrow d_{AB_1}^{\text{Jaccard}} = 0,75$
B_2	1	0	1	1	1	1	0	1	$b = 6$, $n = 2$	$\rightarrow d_{AB_2}^{\text{Jaccard}} = 0,75$
B_3	1	0	0	1	1	1	0	1	$b = 5$, $n = 1$	$\rightarrow d_{AB_3}^{\text{Jaccard}} = 0,875$
B_4	1	0	0	1	1	1	0	0	$b = 4$, $n = 0$	$\rightarrow d_{AB_4}^{\text{Jaccard}} = 1$

Figure 162 : exemples de distances de Jaccard sur des vecteurs de longueur 8

Partant de ce constat, nous avons approfondi nos recherches, et la solution à notre problème nous vient contre toute attente de la lexicographie. Dans ce domaine de recherche, la comparaison des styles d'écrivains consiste en effet à confronter la présence ou l'absence des différents mots de la langue au sein de leurs champs lexicaux respectifs, et se ramène donc bien à un problème de distance entre deux vecteurs de booléens. Dans ses travaux consacrés aux auteurs français, [Brunet, 2004] propose de remplacer la distance de Jaccard par une distance plus intuitive (les notations sont les mêmes que celles utilisées pour la distance de Jaccard) :

$$d_{AB}^{\text{Brunet}} = \frac{a-n}{a} + \frac{b-n}{b}$$

Par construction, le premier terme représente la proportion d'attributs de A que l'on ne retrouve pas dans B . Symétriquement, le second terme représente la proportion d'attributs de B que l'on ne retrouve pas dans A .

Aussi proposons-nous de décomposer cette distance entre A et B selon une distance de A à B et une distance de B à A :

$$d_{AB}^{\text{Brunet}} = d_{A \rightarrow B} + d_{B \rightarrow A} \text{ avec } d_{A \rightarrow B} = \frac{a-n}{a} \text{ et } d_{B \rightarrow A} = \frac{b-n}{b}$$

En cela, la distance proposée par [Brunet, 2004] nous permet d'élaborer une mesure normalisée de « distance asymétrique », conformément à nos souhaits.

Si l'on reprend les exemples étudiés en Figure 162, nous nous apercevons à présent que les défauts précédemment relevés avec la distance de Jaccard sont ici palliés par la nouvelle mesure $d_{B \rightarrow A}$ dérivée de la distance proposée par [Brunet, 2004], à savoir (cf Figure 163) :

- les vecteurs B_1 et B_2 sont à présent correctement discriminés : B_1 est à distance nulle de A car $B_1 \subset A$, tandis que B_2 est à une distance $2/3$ de A car $2/3$ des attributs de B_2 ne sont pas présents dans A ,
- par construction, la mesure est asymétrique : en particulier, la distance de B_1 à A est nulle, alors que la distance « réciproque » de A à B_1 est élevée (= $3/4$) compte-tenu de l'existence de nombreux attributs de A non partagés par B_1 .

A	<table border="1"><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	0	1	1	0	0	0	1	1	$a = 4 \rightarrow d_{A \rightarrow A} = 0$
0	1	1	0	0	0	1	1			
B_1	<table border="1"><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	0	0	0	0	0	0	0	1	$b = 1, n = 1 \rightarrow d_{B_1 \rightarrow A} = 0$ et $d_{A \rightarrow B_1} = 0,75$
0	0	0	0	0	0	0	1			
B_2	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	1	1	1	1	0	1	$b = 6, n = 2 \rightarrow d_{B_2 \rightarrow A} = 0,667$ et $d_{A \rightarrow B_2} = 0,5$
1	0	1	1	1	1	0	1			
B_3	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	1	0	0	1	1	1	0	1	$b = 5, n = 1 \rightarrow d_{B_3 \rightarrow A} = 0,8$ et $d_{A \rightarrow B_3} = 0,75$
1	0	0	1	1	1	0	1			
B_4	<table border="1"><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	1	0	0	1	1	1	0	0	$b = 4, n = 0 \rightarrow d_{B_4 \rightarrow A} = 1$ et $d_{A \rightarrow B_4} = 1$
1	0	0	1	1	1	0	0			

Figure 163 : exemples de décomposition de la distance proposée par [Brunet, 2004] sur des vecteurs de longueur 8

Transposée aux signatures relationnelles, la quantité normalisée $1 - d_{B \rightarrow A}$ est une mesure pertinente de la dépendance relationnelle de la composante B à la composante A , car elle correspond à la proportion de plus courts chemins empruntant la composante A parmi l'ensemble de tous les plus courts chemins empruntant la composante B , c'est-à-dire, pour le problème qui nous intéresse, à la proportion de relations remises en question par l'endommagement éventuel de la composante A parmi l'ensemble de toutes les relations empruntant la composante B .

La transposition de cette mesure exige cependant d'éclaircir certains points propres au contexte de notre étude :

- étant donné que nous souhaitons quantifier l'impact de la rupture d'une composante A sur le rôle relationnel d'une composante B , la signature relationnelle de la composante A (resp. B) – sous réserve que cette composante soit un sommet – doit inclure les relations admettant A (resp. B) comme origine ou destination¹¹⁹ ;

¹¹⁹ Nous sommes dans le même cas de figure qu'en D.1.3.2, lorsque nous recommandions pour le calcul de l'empan d'un sommet de tenir compte des relations admettant ce sommet comme origine ou destination. Nous avons effectué à ce propos un distinguo entre les verbes « emprunter » et « transiter », selon que les origines et destinations faisaient partie intégrante des relations (type « empan » ou « dépendance relationnelle ») ou non (type « centralité intermédiaire »).

- les cellules de la signature relationnelle d'une composante ne sont pas remplies de 1 ou de 0, mais de fractions comprises entre 0 et 1, car elles correspondent aux proportions de plus courts chemins empruntant la composante pour réaliser les différentes relations : aussi proposons-nous de remplacer les quantités a et b par les marges des vecteurs associés, et la quantité n par la somme des différences POSITIVES relevées deux à deux entre les cellules du vecteur B et celles du vecteur A (cette transposition est naturelle et conduit aux mêmes résultats que ceux obtenus sur des vecteurs booléens lorsque les proportions manipulées sont réduites à des 0 et des 1) ;
- nous proposons enfin de prendre en compte l'importance relative des relations en pondérant leur contribution à cette mesure par les poids p_k qui leur sont attribués dans le contexte de cette étude.

À l'aide de ces précisions, nous sommes maintenant en mesure de définir qualitativement (cf Figure 164) et quantitativement la dépendance relationnelle d'une composante B à une composante A :

$$\text{dépendance relationnelle de } B \text{ à } A = 1 - \frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \max [(\rho_k(B) - \rho_k(A)) ; 0]}{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot \rho_k(B)}$$

où $\rho_k(A)$ (resp. $\rho_k(B)$) représente la proportion de plus courts chemins empruntant A (resp. B) au titre de la relation k (revoir au besoin les notations utilisées pour les matrices transit en B.2.3).

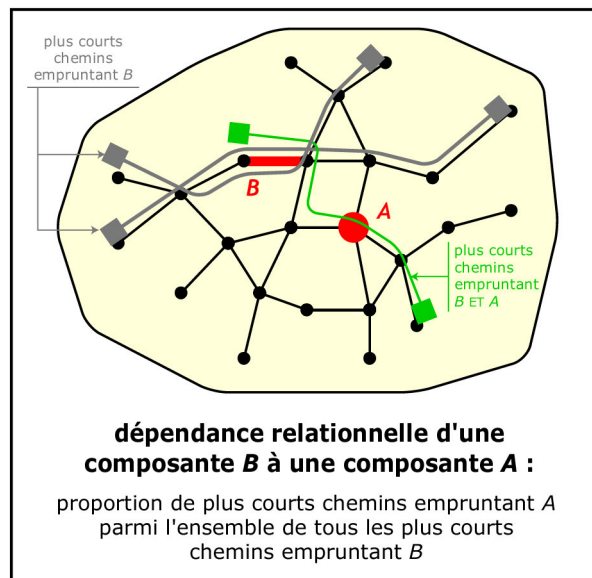


Figure 164 : principe de l'indice de dépendance relationnelle d'une composante à une autre

Il est important de noter que, par construction :

- cet indice est normalisé et peut donc s'exprimer comme un pourcentage (il n'est rien d'autre que le pourcentage de relations pondérées empruntant A et B parmi toutes celles qui empruntent B dans une logique de plus court chemin) ;
- cet indice est défini pour une composante du réseau vis-à-vis d'une autre, mais rien n'empêche de l'étendre à des familles de composantes pour peu que l'on redéfinisse ce que l'on entend par « emprunter une famille de composantes »¹²⁰ ;
- en effectuant la somme pondérée des dépendances relationnelles de toutes les composantes du réseau à la composante A , il est enfin possible d'obtenir un indice de dépendance relationnelle à A ¹²¹.

Pour l'heure, la cartographie de la dépendance relationnelle des différentes composantes d'un réseau à une seule d'entre elles apporte beaucoup d'informations. En particulier, nous avons cartographié certaines dépendances relationnelles (cf annexe X) sur les réseaux routiers français (pour Paris et pour Vierzon), européen (pour le pont Danemark – Suède et pour Hambourg) et orléanais (pour chacun des trois ponts), ainsi que sur le réseau de métro parisien (pour les stations Saint-Lazare, République et Invalides – cette dernière est présentée en Figure 165).

Les résultats obtenus font valoir des structures de dépendance sous forme arborescente autour de la composante considérée. Il ne faut cependant pas perdre de vue que cet indice ne représente pas la répartition des plus courts chemins empruntant la composante en question (comme c'était le cas en Figure 106 page 275 pour la station Voltaire), mais le poids relatif de celle-ci par rapport au poids des relations empruntant localement chacune des composantes du réseau¹²². Ce point est visible sur l'exemple de la station Invalides (cf Figure 165) au niveau du RER C et de la station Gare d'Austerlitz : le RER C est en effet fortement dépendant de la station Invalides (plus des trois-quarts des relations empruntant ce RER aux alentours d'Invalides sont tributaires de cette station) alors que la station Gare d'Austerlitz – bien que située sur ces sections du RER C – affiche une dépendance relationnelle très faible (car plus de 95% des relations empruntant cette station sont articulées sur des lignes n'impliquant pas la station Invalides – probablement les lignes 5 et 10 ainsi que les lignes en correspondance).

¹²⁰ Nous avons abordé cette question dans l'étude de la dépendance relationnelle vis-à-vis du motif central sur les trames régulières (cf Figure 384 page 756). Il nous a semblé logique de considérer qu'une relation empruntait un ensemble de composantes dès lors qu'elle empruntait au moins l'une d'entre elles.

¹²¹ En pratique, nous avons constaté sur nos différents réseaux d'étude que la dépendance relationnelle à une composante est extrêmement proche de sa centralité intermédiaire (bien qu'aucune relation mathématique ne relie explicitement ces indices), par conséquent nous n'avons pas entrepris d'approfondir l'indice agrégé de dépendance relationnelle à une composante.

¹²² Dans le calcul de la dépendance de B à A , la normalisation est effectuée par rapport au poids total des relations empruntant la composante comparée (B) et non par rapport au poids des relations qui empruntent la composante de référence (A).

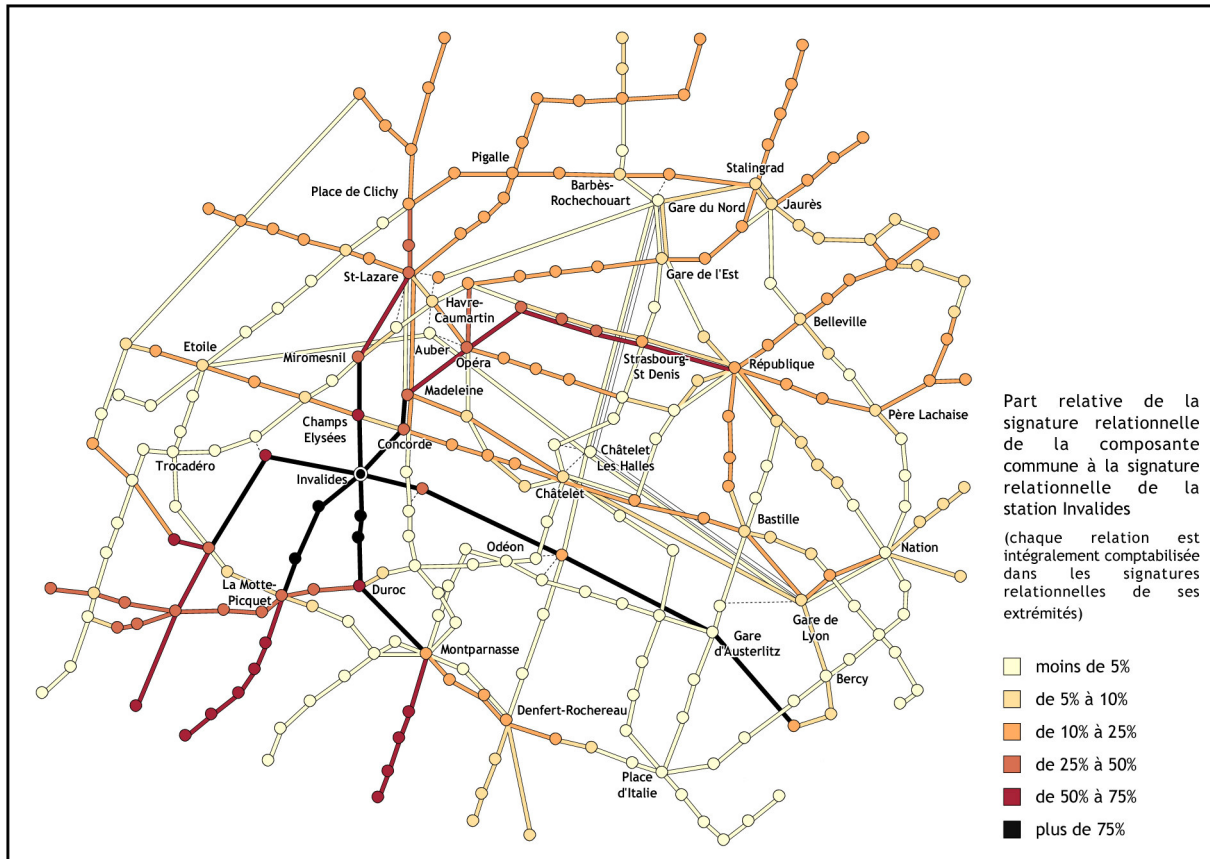


Figure 165 : dépendance relationnelle des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien à la station Invalides

Cela étant, les informations révélées par les arborescences de dépendance relationnelle sont du même acabit que celles promises par l'étude des scénarios d'endommagement – ce qui répond à l'objectif que nous nous sommes fixés initialement. De fait, une composante *B* aura d'autant plus de chances d'enregistrer une baisse de sollicitation suite à l'endommagement d'une composante *A* (déficit de centralité intermédiaire) que les plus courts chemins empruntant *B* empruntent également *A* (dépendance relationnelle).

Sur l'exemple de la station Invalides, nous mettons ainsi en évidence :

- les composantes solidaires d'Invalides, susceptibles d'enregistrer des baisses d'efficacité et de sollicitation en cas d'endommagement de cette station : il s'agit des lignes 8 et 13 et du RER C en correspondance à Invalides, mais également de portions de lignes qui en dépendent par le jeu des correspondances, notamment la ligne 10 à l'ouest de Duroc ;
- les composantes complémentaires d'Invalides, peu tributaires relationnellement de cette station et donc susceptibles d'offrir des alternatives aux relations empruntant usuellement Invalides : il s'agit ici des lignes parallèles aux lignes 8 et 13 et au RER C, à savoir les lignes 4 et 12 (proposant une alternative nord-sud à la ligne 13) et la ligne 9 (proposant une alternative est-ouest à la ligne 8).

En définitive, l'étude des dépendances relationnelles à une composante *C* donne la clef des mécanismes relationnels du réseau relatifs à *C*. Elle permet d'évaluer dans quelle mesure les différentes composantes du réseau sont tributaires relationnellement de *C*, et donc d'identifier d'une part celles qui pâtiront de l'endommagement éventuel de *C*, et d'autre part celles qui seront peu affectées et qui pourront donc proposer des alternatives à *C*. La cartographie des niveaux de dépendance relationnelle à *C* permet de visualiser ces deux types de composantes : par construction, les *composantes solidaires* (*ie* plutôt dépendantes) se situent en effet sur une arborescence articulée sur *C*, tandis que les composantes « complémentaires » (*ie* plutôt indépendantes) se situent logiquement entre les branches de cette arborescence. De manière caricaturée, on retrouve la structure radiale / circulaire révélée par les reports négatifs / positifs de centralité intermédiaire sur le scénario mettant en scène l'endommagement de *C*.

Avec les notions de ressemblance et de dépendance relationnelles ici développées, nous avons exploité la notion de plus court chemin en nous affranchissant de l'étude contextuelle des scénarios d'endommagement. Bien que situées en amont, les informations que nous en retirons permettent de comprendre l'organisation relationnelle du réseau autour d'une composante donnée, et donc d'anticiper les réorganisations qu'il serait susceptible de subir en cas de défaillance de cette composante.

À ce titre, l'indice de dépendance relationnelle pourrait nous sembler suffisant dans notre travail de compréhension de la vulnérabilité structurelle des réseaux. Comme nous l'avons suggéré en filigrane tout au long de ce mémoire, cette façon d'appréhender les potentialités relationnelles d'un réseau n'est pourtant pas pleinement satisfaisante, car elle fait abstraction de la possibilité – légitime, et même cruciale dans un contexte de risques ! – de s'écarter du plus court chemin. Sur la carte des dépendances relationnelles à la station Invalides (cf Figure 165), on peut par exemple être surpris de la forte dépendance de la ligne 8 et plus particulièrement des stations Madeleine et Concorde. Certes, ces composantes sont directement reliées à Invalides, mais elles disposent d'une très riche palette de solutions alternatives acceptables pour contourner Invalides en cas d'endommagement (la ligne 12 au sud, et toutes les lignes des quartiers Opéra et République au nord) : par conséquent, dans quelle mesure peut-on affirmer que ces composantes sont fortement tributaires de la station Invalides ? Afin de nuancer notre propos, nous proposons d'enrichir notre connaissance des potentialités relationnelles du réseau en discutant des limites de la logique de plus court chemin et en envisageant à terme l'intégration de nouvelles logiques fondées sur les chemins de remplacement.

D.2.1.2 L'INSUFFISANCE DE LA LOGIQUE DE PLUS COURT CHEMIN POUR DÉCRIRE LES RESSOURCES RELATIONNELLES DU RÉSEAU

L'ensemble des outils élaborés jusqu'à présent pour analyser la structure des réseaux de transport appréhendent implicitement les relations selon la logique de plus court chemin.

Les distances manipulées dans les indices d'éloignement et dans le calcul des détours correspondent en effet aux parcours les moins coûteux, de même que la sollicitation et l'implication relationnelle des composantes s'expriment systématiquement comme une fraction du poids total des plus courts chemins réalisant les relations sur le réseau.

En pratique, les plus courts chemins présentent plusieurs avantages immédiats :

- ils sont faciles à mettre en œuvre sur le réseau, grâce à l'algorithme de Moore-Dijkstra et à l'algorithme dérivé pour les calculs de centralité (cf annexes V et VI),
- ils constituent en première approche un outil acceptable pour comprendre l'organisation relationnelle du réseau.

Néanmoins, une telle logique de déplacement atteint très rapidement ses limites, tant dans les manipulations des distances que dans les calculs de sollicitation.

En termes de **distances**, le raisonnement en plus courts chemins impose le parcours le moins coûteux comme référence incontestable. Par conséquent, le fait qu'il existe un ou plusieurs plus courts chemins, et que celui-ci (ou ceux-ci) soi(en)t doublé(s) ou non par des chemins de remplacement n'a aucune importance.

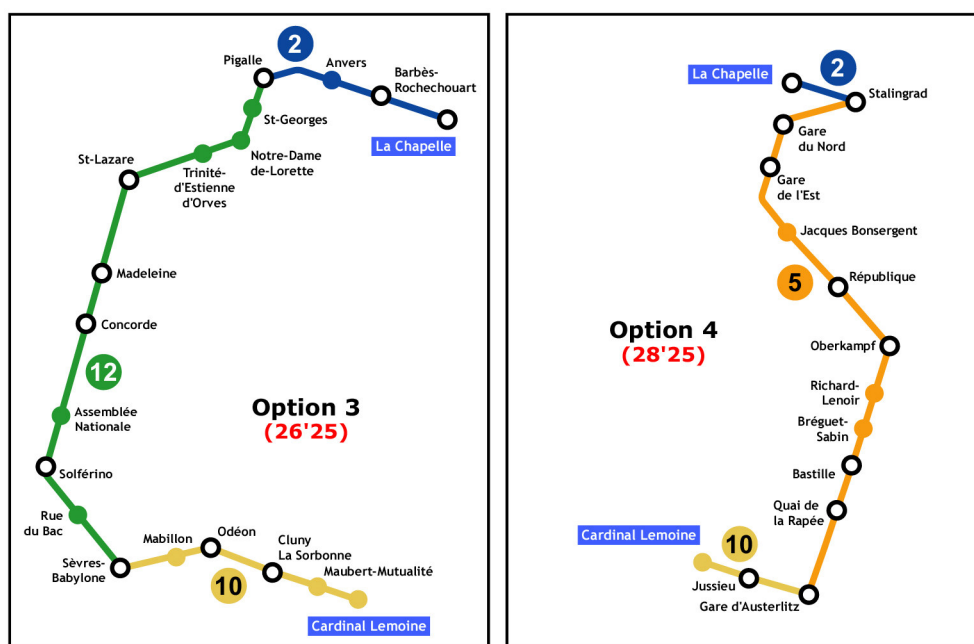


Figure 166 : options alternatives potentiellement « acceptables » pour effectuer la relation Cardinal Lemoine - La Chapelle sur le réseau de métro parisien (à comparer avec les plus courts chemins présentés en Figure 160)

Avec la modélisation retenue en B.3.1.2, la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle est une des rares relations à admettre deux plus courts chemins sur le réseau de métro (cf Figure 160). Mais que penser de deux chemins de longueur égale, quand la modélisation opère des choix réducteurs sur les fréquences des rames ou les longueurs des couloirs de correspondance (cf note 113 en page 436) ? De fait, à une seconde d'écart près, seul un de deux chemins en question aurait servi de référence. Inversement, pourquoi ne pas considérer d'autres chemins, légèrement plus longs, mais probablement acceptables compte-tenu des hypothèses simplificatrices de la modélisation ou du contexte de

l'étude ? Ainsi avons-nous dénombré quatre chemins acceptables pour cette relation (cf les plus courts chemins de la Figure 160 et les options alternatives acceptables de la Figure 166), dans le sens où :

- dans la réalité, les temps de parcours fluctuent et sont susceptibles de bouleverser l'ordre des quatre chemins proposés ici ;
- d'un point de vue fonctionnel, un usager peut avoir une mauvaise connaissance du réseau, et emprunter l'option 3 ou l'option 4 en pensant emprunter le plus court chemin (sans considération quant à l'intervention d'autres critères de type « aménités » dans le choix de l'utilisateur).

En termes de **sollicitation**, la prise en compte des plus courts chemins ignore le rôle potentiel que pourraient jouer des chemins de remplacement acceptables. [Newman, 2003] illustre ce point avec le graphe présenté en Figure 167.

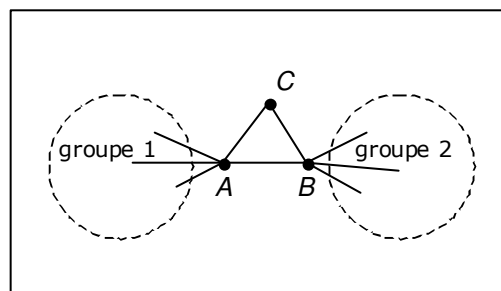


Figure 167 : les sommets A et B ont une forte centralité intermédiaire, contrairement à C (source : [Newman, 2003])

Sur cet exemple pour lequel les valuations des arêtes sont euclidiennes, tous les plus courts chemins reliant des sommets situés de part et d'autre du sous-graphe ABC passent exclusivement par l'arête AB. Tout se passe donc pour ces relations comme si le sommet C et ses arêtes adjacentes étaient inexistants. Dans un contexte de risques, ce mode de raisonnement est peu satisfaisant, car le chemin articulé sur le sommet C constitue un plus court chemin en puissance dans l'éventualité de la rupture de l'arête AB. De fait, si celle-ci survient, l'intégralité des plus courts chemins transitant par AB sont reportés sur l'axe A - C - B.

Ces désagréments n'ont pas posé de problèmes fondamentaux dans l'établissement du processus d'analyse de la vulnérabilité, car :

- d'une part, la longueur de plus court chemin reflète l'option la meilleure offerte par le réseau, et constitue à ce titre un indicateur pertinent pour répondre aux questions d'efficacité ;
- d'autre part, les parcours selon les plus courts chemins révèlent les options alternatives dès lors que l'on explore les potentialités relationnelles du réseau dans le cadre de scénarios d'endommagement.

S'agissant d'améliorer la compréhension de l'organisation relationnelle du réseau, les plus courts chemins révèlent également des phénomènes de dépendances existant entre les composantes du réseau sans avoir à simuler ces scénarios – encore que la notion de dépendance affiche rapidement ses limites dès lors que l'on est attentif aux alternatives offertes par le réseau.

Nous voyons bien ici l'intérêt que nous aurions à anticiper ces chemins de remplacement, car ils nous dispenseraient d'avoir à envisager des scénarios d'endommagement pour évaluer les baisses d'efficacité et comprendre le réaménagement des relations sur le réseau, au-delà des informations fournies *a priori* par l'étude des dépendances relationnelles entre les composants du réseau.

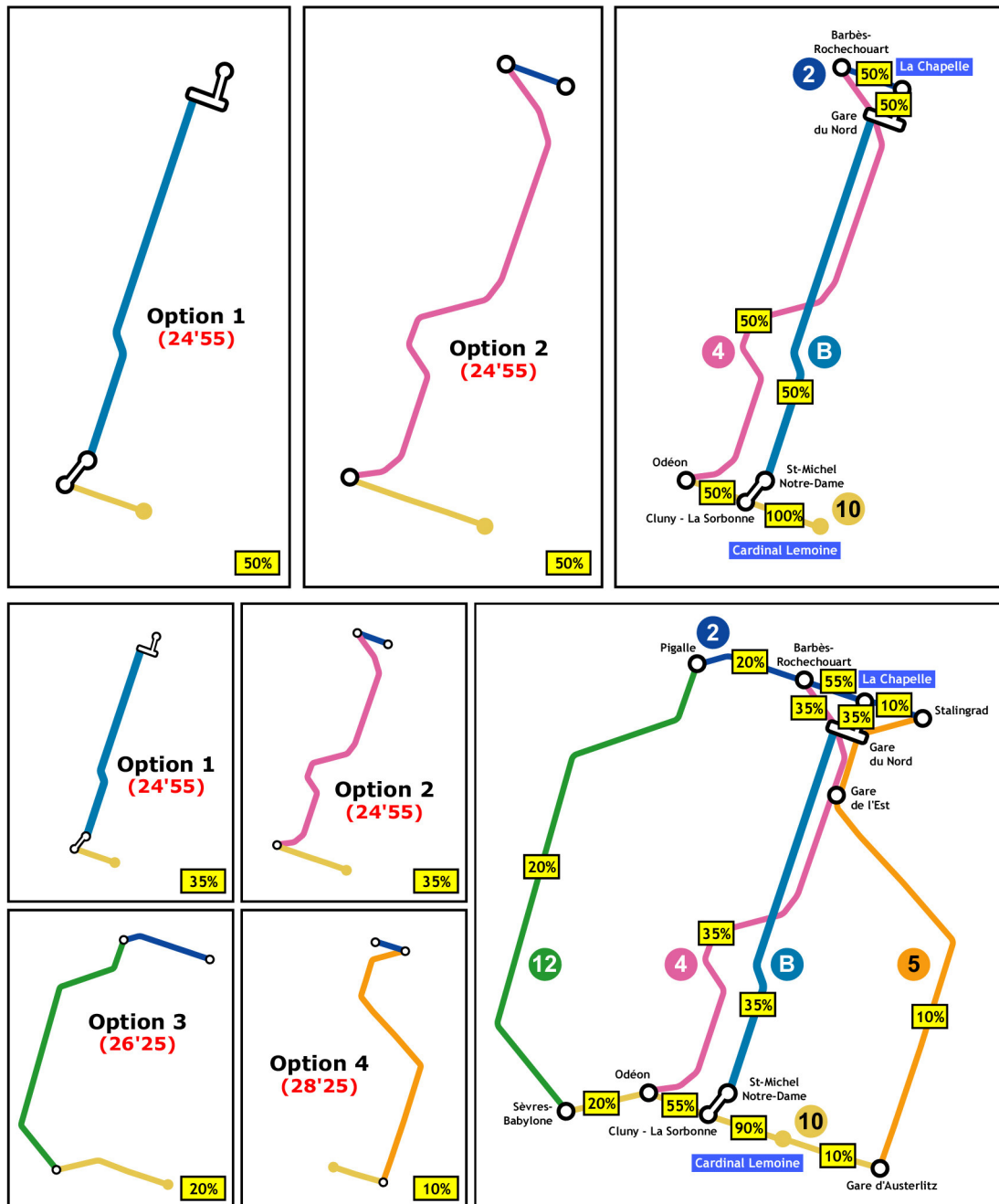


Figure 168 : informations relatives aux plus courts chemins (partie supérieure) et aux chemins alternatifs (partie inférieure) d'une relation : distances-réseau & importance relative de chacun des chemins et taux d'implication résultants sur les composants du réseau

En pratique, les notions de plus court chemin et de chemin alternatif relèvent des mêmes techniques d'analyse. Les matrices transit, que nous avons pris soin d'élaborer en B.2.3 (et également en annexe II), permettent en effet de décrire et de traiter identiquement les informations fournies par ces deux types de chemins. Pour la logique relationnelle retenue et pour chacune des relations origine-destination, les matrices transit (par sommets ou par arêtes) indiquent le degré d'implication des composantes du réseau dans la réalisation de la relation.

→ Dans la logique de plus court chemin, l'intégralité de la relation (100%) est affectée aux composantes jalonnant le plus court chemin – ou, pour le moins, elle est répartie de manière égale entre les composantes associées à chacun des plus courts chemins lorsqu'il en existe plusieurs. Ainsi, pour la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle, les informations sur les plus courts chemins sont répertoriées à travers : d'une part le meilleur temps de parcours de la relation, d'autre part la proportion de plus court chemin transitant par les différentes composantes du réseau dans le même esprit que celui ayant prévalu à la construction de l'indice de centralité intermédiaire (cf partie supérieure de la Figure 168).

→ Dans une logique de chemin alternatif, nous avons par exemple imaginé que la relation en question se répartissait selon des contingents 35% × 2 pour les deux plus courts chemins (options 1 et 2 de la Figure 168), et respectivement 20% et 10% pour les deux autres chemins acceptables en regard du détour qu'ils occasionnent (options 3 et 4, infligeant des temps de pénalité respectivement égaux à 1mn30s et 3mn30s). Les informations relatives à cette logique sont résumées par les temps de parcours associés et par la répartition résultante de la relation sur les différentes composantes du réseau (cf partie inférieure de la Figure 168).

Le point de vue dans lequel nous nous plaçons consiste à envisager les modalités de mise en relation sur le réseau au sein d'un vaste ensemble de logiques relationnelles possibles, depuis la plus stricte (décrite par les plus courts chemins) jusqu'à la plus permissive (décrite par tous les chemins possibles, indépendamment de leur coût). En ce sens, la logique de plus court chemin est une modalité de mise en relation sur le réseau au même titre que toute autre logique relationnelle.

Les outils élaborés dans la partie B – et en particulier les matrices transit – permettent de traiter identiquement toutes les logiques relationnelles possibles sur le réseau en fournissant en sortie les longueurs des chemins et leur répartition grâce aux taux d'implication des composantes.

S'agissant de cerner les potentialités relationnelles d'un réseau dans un contexte de risques, nos objectifs dans les sections suivantes sont :

- dans un premier temps de discuter des logiques de chemin alternatif et de dégager parmi elles une logique pertinente pour repérer et pondérer les chemins de remplacement acceptables dans la perspective où ceux-ci sont amenés à devenir de futurs plus courts chemins en cas d'endommagement partiel du réseau

→ sur l'exemple de la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle sur le métro parisien, il s'agit de disposer d'une logique relationnelle isolant les chemins considérés comme acceptables (cf Figure 166) et leur accordant d'autant plus d'importance que le détour qu'ils occasionnent est faible par rapport à la longueur de plus court chemin (cf partie inférieure de la Figure 168) ;

- dans un second temps d'exploiter et de confronter les informations relatives aux plus courts chemins et aux chemins alternatifs afin de mettre en évidence le rôle des composantes du réseau dans une logique de reports, selon qu'elles remplacent volontiers les plus courts chemins, ou au contraire qu'elles sont facilement démisées des plus courts chemins auxquelles elles participent usuellement
→ en reprenant la relation évoquée ci-dessus et en l'agrémentant des résultats obtenus sur d'autres relations, il s'agira par exemple de conclure au rôle supplétif des lignes 5 et 12 vis-à-vis de la ligne 4 et du RER B, et réciproquement à l'existence de solutions alternatives acceptables pour ces derniers.

D.2.2 LES LOGIQUES DE CHEMIN DE REEMPLACEMENT :

IDENTIFIER ET QUANTIFIER LES SOLUTIONS ALTERNATIVES AUX PLUS COURTS CHEMINS

Autant il est visuellement facile de repérer un chemin alternatif sur un réseau, autant il est techniquement difficile de modéliser cette opération et de coder les algorithmes associés sur son graphe représentatif.

Comment en effet recenser et stocker les informations relatives à l'ensemble des chemins pouvant exister entre deux sommets d'un réseau ? La variété des options offertes par un réseau de transport laisse en pratique une « infinité » de solutions possibles pour relier une origine et une destination, dont la difficulté n'est pas tant :

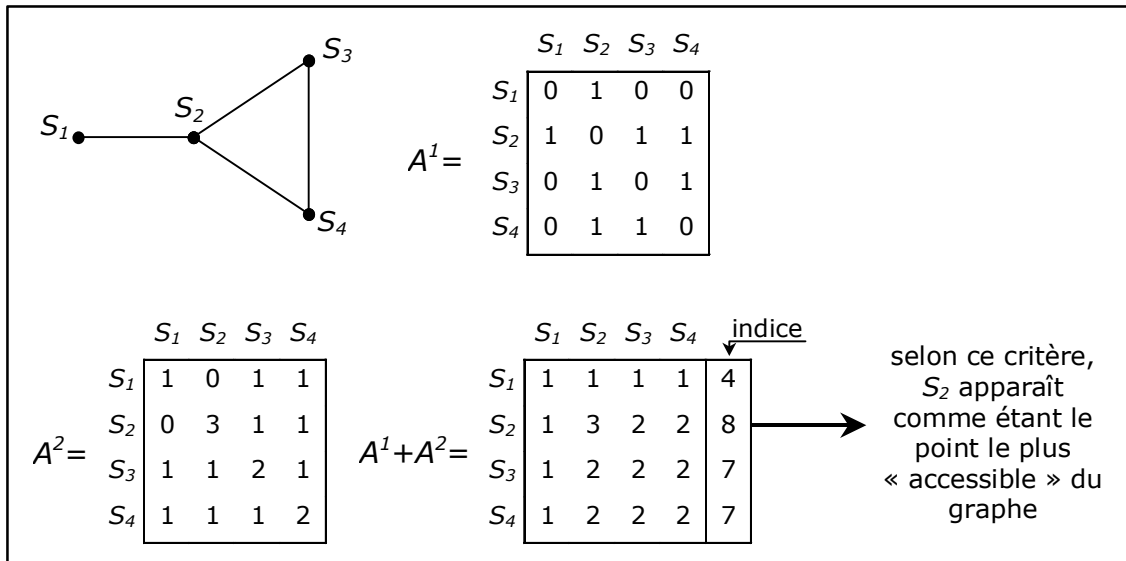
- de les mettre en évidence : les algorithmes parcourant les graphes en profondeur sont bien adaptés pour ce type de problème (cf [Cormen *et al.*, 1994])... encore que les temps de calcul risquent d'être une fois de plus un facteur limitant,
- que d'archiver leurs longueurs et les successions de sommets et d'arêtes qui les composent, ainsi que d'accéder facilement et rapidement aux informations dérivées.

L'étude du réseau fluvial des villes russes au Moyen-Âge par F. Pitts (cf [Pitts, 1965] et [Pitts, 1979], ainsi que l'annexe III) donne un bon aperçu des contraintes et des limites inhérentes à ce type de recherche. Dans cette étude, Pitts cherche en effet à évaluer le rayonnement de la ville de Moscou aux XII^{ème} et XIII^{ème} siècles, et propose à ce titre de mesurer l'*accessibilité* des différentes villes du réseau par le nombre total de chemins de longueur égale ou inférieure au diamètre reliant chacune des villes en question à l'ensemble de toutes les autres villes. Ce libellé appelle quelques remarques :

- le terme « accessibilité » est propre à l'auteur et ne rejoint en aucun cas les considérations que nous avons formulées autour de cette notion en C.1.1 ;
- le contexte de l'étude est topologique (la longueur des chemins correspond à leur nombre d'arêtes) et dépend de la taille du graphe (par le biais du diamètre) – néanmoins, ces points ne constituent pas un obstacle à la transposition aux graphes valués (la transposition est immédiate en vertu des principes de valuation énoncés en B.1.2.2).

Cela étant, pour une relation donnée du graphe, les chemins alternatifs au(x) plus court(s) chemin(s) correspondent à l'ensemble exhaustif de tous les chemins reliant l'origine et la destination associées, sans contrainte de cheminement (en l'occurrence,

rien n'interdit de passer plusieurs fois par le même sommet ou par la même arête) et dans la mesure où la longueur de ces chemins n'excède pas le diamètre du graphe.



Mathématiquement parlant, l'« indice d'accessibilité » pour un sommet donné du graphe vaut alors la somme des coefficients de la ligne qui lui est associée dans la « matrice d'accessibilité », c'est-à-dire la somme des puissances de la matrice d'adjacence jusqu'à la puissance égale au diamètre (cf Figure 169) :

- $A = [a_{ij}]$ matrice d'adjacence topologique du réseau, où : $a_{ij} = 1_{S_i \text{ et } S_j \text{ sont connectés}}$
- $A^k = A \times \dots \times A$ (k fois) = $[a_{ij}^{(k)}]$, où par construction :

$$a_{ij}^{(k)} = \text{card} \{ \text{chemins constitués de } k \text{ arêtes entre } S_i \text{ et } S_j \}$$

$$\rightarrow I_{\text{sommet } S_i}^{\text{"accessibilité"}} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{\text{diamètre}} a_{ij}^{(k)}$$

Selon ce principe, un sommet obtient un score d'autant plus élevé qu'il est impliqué dans un grand nombre de cycles et que ceux-ci sont courts [Gleyze, 2001 (c)]. Visuellement, l'indice met en évidence les sommets fortement enchevêtrés dans le réseau, ce qui correspond partiellement aux phénomènes que nous observons à travers l'idée de *chemin de remplacement*.

En pratique, Pitts choisit de se restreindre aux chemins de longueur exactement égale au diamètre et obtient les résultats que nous présentons en Figure 170.

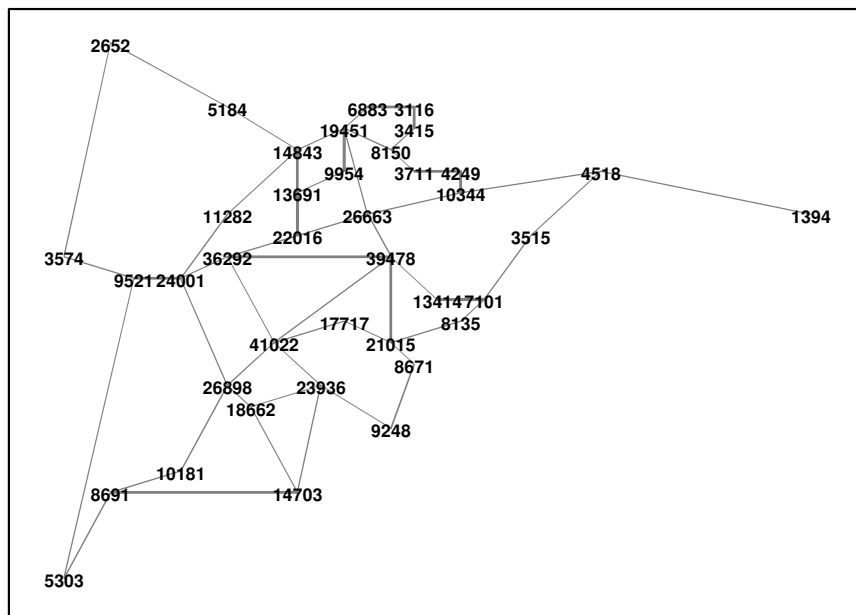


Figure 170 : nombres de chemins de longueur égale au diamètre au départ de chacune des villes du réseau fluvial russe (d'après : [Pitts, 1965])

Outre les défauts liés à la construction de cet indice (critères topologiques liés à la représentation du réseau, critères contextuels liés à la manipulation du diamètre, prise en compte de chemins bouclant sur eux-mêmes, etc.), les résultats obtenus sur le réseau fluvial des villes russes appellent à la plus grande prudence quant à la manipulation de la notion de chemins alternatifs : pour un ensemble de 39 sommets et de 55 arêtes inscrits dans un graphe de diamètre 8, le nombre de chemins de longueur égale au diamètre au départ d'un sommet du graphe est d'un ordre de grandeur variant de quelques milliers à quelques dizaines de milliers ! En aval, quel sens accorder aux scores relatifs enregistrés par les différentes villes du réseau ? Quelle est finalement la réalité des indices ainsi construits sur la « matrice d'accessibilité » d'un graphe ?

L'offre d'un réseau en termes de chemins de remplacement ne peut pas être évaluée en regard de la collection de tous les chemins envisageables sur le seul critère qu'ils relient effectivement les sommets origines et destinations entre eux. Pour une relation donnée, ces chemins sont en effet en nombre exponentiel et sont par conséquent impossibles à recenser et à appréhender. De fait, l'élaboration d'une logique de chemin de remplacement ne doit en aucun cas s'apparenter à une recherche de chemins possibles ignorant les règles élémentaires de bon sens prévalant dans le domaine des réseaux de transport, en l'occurrence : *a priori*, les chemins de remplacement ne doivent autoriser ni boucle, ni retour en arrière.

Sur cette base, la recherche de chemins alternatifs n'a pas d'avenir dès lors qu'elle se fonde sur l'exploration de proche en proche des composantes du graphe sans considération quant à la réalité de ces chemins.

A contrario, les modèles ancrés sur des contraintes relationnelles pragmatiques offrent de bonnes possibilités d'application pour le problème qui nous intéresse. De fait, nous avons cerné nos recherches autour de modèles pratiques fournissant une description des chemins et des flux résultants, dans des domaines aussi variés que la théorie des graphes, la physique, la sociologie ou encore les transports.

S'agissant de mettre en évidence des alternatives aux plus courts chemins, il nous est apparu judicieux de discriminer ces modèles selon le niveau d'information que l'on suppose détenir pour l'élaboration des chemins entre les couples de sommets origine – destination.

Lorsque cette information est parfaite (c'est-à-dire lorsque l'on connaît exhaustivement toutes les caractéristiques du réseau), l'algorithme de Moore-Dijkstra fournit les plus courts chemins selon la procédure décrite en B.1.3.2.

Dans le cas contraire (c'est-à-dire lorsqu'il existe des doutes sur certaines caractéristiques du réseau, par exemple sur la valuation de certaines arêtes), l'élaboration des chemins est entachée d'incertitudes et conduit à mettre en évidence des collections de chemins s'écartant plus ou moins des plus courts chemins.

Ce dernier point s'avère pertinent dans le contexte de notre étude, aussi proposons-nous d'aborder les chemins de remplacement en abandonnant le mode usuel de raisonnement en information parfaite :

- dans un premier temps, nous nous intéressons aux réseaux en l'absence complète d'information : par ce moyen, nous encourageons l'exploration exhaustive des potentialités relationnelles du réseau et la description de tous les chemins possibles entre une origine et une destination données ;
- dans un second temps, nous nuancions les résultats obtenus en utilisant une information partielle : ainsi que nous le verrons, ce positionnement intermédiaire s'inspire des modèles de déplacement issus du domaine des transports et permet de maîtriser la collection de chemins que l'on considère comme acceptables entre une origine et une destination données.

D.2.2.1 LA DESCRIPTION DES CHEMINS DE REMPLACEMENT PAR LE RAISONNEMENT EN L'ABSENCE COMPLÈTE D'INFORMATION

L'absence d'information sur les caractéristiques d'un réseau conduit à envisager les différentes options que celui-ci offre sans considération quant à leur longueur. Ce mode de raisonnement est pertinent dans le contexte de notre étude, car il situe sur un même plan tous les chemins susceptibles de relier une origine à une destination.

Bien qu'affichant des résultats encourageants, nous verrons que l'exploitation des modèles associés pour mettre en évidence et évaluer des solutions alternatives aux plus courts chemins sur un réseau n'est pas physiquement satisfaisante. De fait, ce point aurait dû nous conduire à reléguer la description de ces modèles en annexe – néanmoins, ils constituent le moyen le plus immédiat et le plus naturel pour comprendre les potentialités du réseau en termes de chemins de remplacement et pour appréhender les techniques d'analyse qui leur sont associées, aussi avons-nous pris le parti de les aborder dans les lignes qui suivent.

Le point de départ dans la construction de ces modèles nous est donné par [Newman, 2003] à l'occasion de ses recherches sur la diffusion de l'information au sein des réseaux sociaux. Newman part du constat selon lequel les relations entre les individus d'un réseau social ne sont pas régies par les plus courts chemins, mais par les opportunités offertes par les connaissances qu'ils entretiennent de proche en proche. Nous avons eu l'occasion d'avoir un aperçu de ce mode de cheminement avec le principe de la « force des liens faibles » de [Granovetter, 1973] (cf D.1.2.1). Ici, Newman nous en donne une illustration encore plus éloquente avec la fameuse théorie des « six degrés de séparation »¹²³ introduite par Milgram en 1967. Cette expérience (cf [Milgram, 1967] *in* [Newman, 2003], [Travers & Milgram, 1969] *in* [Newman, 2003]), ainsi que toutes les expériences qui furent menées dans la même lignée avec l'explosion d'Internet (cf [Dodds *et al.*, 2003] *in* [Newman, 2003]), montrent entre autre que les réseaux d'individus sont extrêmement bien connectés et offrent à ce titre une grande variété de chemins courts pour relier deux individus entre eux. En arrière-plan, il est important de noter le rôle joué par chacun des individus pour véhiculer l'information : ce rôle est en effet à la mesure de la mauvaise « visibilité » qu'ont les individus au sein du réseau et qui les conduit ainsi à communiquer de proche en proche, à défaut de pouvoir apprécier *a priori* le moyen le plus direct d'atteindre la cible.

Ce point est transposable aux réseaux de transport dès lors que l'on considère pas à pas les mises en relation de l'origine à la destination sans considération du réseau dans son ensemble, ce qui est particulièrement pertinent dans un contexte de risques où la connaissance *a priori* du réseau est mise à mal par les endommagements que celui-ci a subi.

¹²³ Selon les termes de l'expérience menée initialement par Milgram, plusieurs dizaines d'habitants d'Ohama (Nebraska) devaient expédier des colis à un habitant de Boston, identifié par ses seuls nom et profession (en l'occurrence : courtier) – en aucun cas par son adresse. Faute de mieux, les expéditeurs devaient envoyer le colis à une personne qu'ils connaissaient, et qui leur paraissait être la plus à même de faire progresser le colis vers Boston. Il avait fallu, chaque fois, entre six et sept étapes au colis pour atteindre sa destination, d'où l'expression des « six degrés de séparation ».

Sous certaines hypothèses (vérifiables en particulier dans le contexte de certains réseaux sociaux), les relations entre sommets origine et destination sont plus ou moins envisagées « en aveugle », c'est-à-dire par rapprochements successifs, sans appréhender le réseau et ses potentialités relationnelles dans leur globalité. Selon ce principe, les plus courts chemins cèdent le pas à des répartitions de chemins investissant le réseau de proche en proche, à l'image des réseaux d'énergie ou des réseaux d'eau. Ainsi, l'attention n'est plus portée uniquement sur la meilleure option offerte par le réseau, mais par toutes les options possibles (et plausibles), à la mesure des quantités qu'elles véhiculent.

Dans cette perspective, [Freeman *et al.*, 1991] proposent de nuancer la notion de centralité intermédiaire (dont nous avons vu qu'elle était exclusivement fondée sur les plus courts chemins) en introduisant la notion de *centralité de flux* (*flow betweenness*). Comme son nom l'indique, la centralité de flux ambitionne de refléter l'exhaustivité des potentialités d'un réseau en exploitant les informations relatives à la circulation de flux. Le principe est simple : pour une relation origine-destination donnée, la centralité de flux d'un sommet du graphe est incrémentée de la valeur du flot constatée au niveau de ce sommet lorsque le flot maximal unitaire est réalisé entre l'origine et la destination en question. S'il existe plusieurs manières de réaliser ce flot maximal, alors on retiendra le flot maximal irriguant le plus le sommet en question. La centralité de flux d'un sommet est finalement obtenue en considérant les flots maximaux unitaires de toutes les relations origine-destination et en normalisant le cumul de flots ainsi calculé.

En pratique, la centralité de flux peut être envisagée comme la centralité intermédiaire dans un réseau où un maximum d'informations est continuellement transmis entre origines et destinations. En ce sens, la centralité de flux quantifie la richesse des possibilités offertes par le réseau, au-delà des questions immédiates d'efficacité et de plus courts chemins.

Bien que les flots en question incluent les plus courts chemins, la centralité de flux manque cependant de réalisme, dans la mesure où il peut arriver que le flot maximum d'une relation origine-destination ne représente rien de particulier pour cette relation, c'est-à-dire qu'il ne mette en valeur aucun chemin « idéal » – notamment le plus court chemin. Par ailleurs, la centralité de flux peut donner des résultats allant à l'encontre de l'intuition que l'on en aurait de prime abord – ainsi, sur l'exemple de la Figure 171, le flot maximum reliant une origine et une destination piochées séparément dans les deux groupes s'élève à deux unités et n'emprunte que les branches passant par A et B (et jamais la branche passant par C, bien que celle-ci présente des avantages évidents en termes de chemins de remplacement).

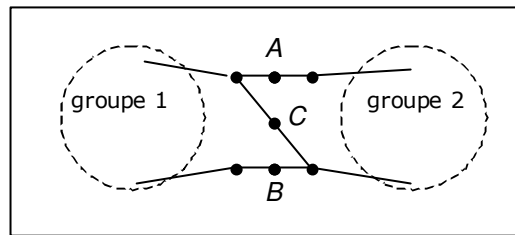


Figure 171 : les sommets A et B ont une forte centralité de flux, contrairement à C (source : [Newman, 2003])

Dans cette perspective, [Newman, 2003] propose une nouvelle mesure de centralité¹²⁴ fondée sur l'absence d'information grâce aux *chemins aléatoires* :

la centralité random walk d'un sommet (*random-walks betweenness*) est égale à la proportion de relations origine-destination transitant par ce sommet selon une logique de déplacement *aléatoire*

Ce type de mesure est pertinent pour tout cheminement s'opérant de manière aléatoire jusqu'à ce que la destination soit atteinte. Ainsi sont théoriquement pris en compte tous les chemins possibles pour une relation donnée, y compris les chemins exclus par la logique de flux prônée par Freeman.

Par construction, les chemins ainsi exhibés ont d'autant plus de chances d'être réalisés qu'ils sont courts. Finalement, la centralité intermédiaire et la centralité « random-walks » se situent aux antipodes, l'une décrivant des cheminements allant droit au but (information exhaustive) tandis que l'autre n'a aucune idée de la cible à atteindre (absence d'information).

¹²⁴ La mesure que propose Newman s'apparente à une mesure de type « centralité », car elle correspond à un cumul de chemins observés sur chacune des composantes du réseau. Elle est pertinente pour nous, car elle introduit une logique relationnelle faisant la place aux chemins alternatifs, et ce d'autant plus que les détours occasionnés sont faibles. À titre indicatif, Newman évoque d'autres études de centralité fondées sur les chemins aléatoires, mais ne reposant toutefois pas sur le principe fondamental de centralité intermédiaire :

- la centralité de puissance (*power centrality*) correspond à la probabilité pour un sommet d'être traversé par un chemin aléatoire émanant de tout autre sommet du graphe et ayant une probabilité β de s'éteindre à chaque pas ([Bonacich, 1987] in [Newman, 2003]) ;
- la centralité de proximité (ie l'indice d'éloignement moyen) selon les chemins aléatoires (*random walk centrality*) est l'équivalent de la centralité de proximité avec une logique de déplacement aléatoire ([Noh & Rieger, 2003] in [Newman, 2003]) ;
- la centralité d'information (*information centrality*) mesure la moyenne harmonique des longueurs des chemins (aléatoires) aboutissant au sommet considéré – ceci mettant particulièrement en valeur les sommets fortement reliés ([Stephenson & Zelen, 1989] in [Newman, 2003]).

En pratique, la mise en œuvre des chemins aléatoires et l'indice de centralité qui en découle s'apparentent au calcul macroscopique des courants au sein d'un réseau électrique. Ce point est très encourageant, car, comme le souligne Newman, les courants électriques sont d'autant plus importants que les chemins qu'ils empruntent sont courts (car offrant moins de résistance).

De fait, Newman propose de formaliser la centralité « random-walks » en deux temps, en énonçant successivement les principes algébriques du calcul des courants au sein d'un réseau électrique (cf Document 6) et ceux associés au calcul des fréquences des sommets d'un réseau selon le mode de cheminement aléatoire (cf Document 7).

Il apparaît ainsi que la répartition des chemins issus d'une logique de déplacement aléatoire est identique à celle que l'on obtiendrait en faisant circuler un courant entre les sommets origines et destinations associés sur le réseau électrique équivalent, obtenu en remplaçant toutes les arêtes par des fils de résistance unitaire.

Cette comparaison motive l'extension de la notion de *centralité électrique*¹²⁵ présentée par Newman en une notion plus large tenant compte de la valuation des arêtes. À cet effet, pour rendre compte de la variété des chemins offerts par un réseau valué entre une origine et une destination, il semble logique, en première approche, de faire circuler un courant entre les sommets du réseau électrique équivalent, obtenu ici en remplaçant les arêtes par des fils de résistance égale à la valuation de l'arête (la formalisation mathématique du calcul d'un courant électrique dans un réseau de résistances est détaillée en annexe IV).

Dès lors, on peut imaginer un parallèle entre l'étude structurelle des réseaux et l'étude de la répartition des courants sur le réseau électrique équivalent, sur la base des analogies suivantes :

- de même que le courant circule d'autant moins dans les branches du réseau que celles-ci offrent de fortes résistances et éloignent de la destination, les chemins emprunteront moins volontiers des tronçons longs ou qui contribuent peu à se rapprocher de la destination ;
- de même que la distribution des intensités en régime stationnaire reflète les directions privilégiées du courant entre les bornes + et - en fonction des résistances dans les branches, la répartition des chemins sur le réseau est caractéristique de la contribution des différents tronçons à la mise en relation des sommets de départ et d'arrivée compte-tenu de leur longueur.

¹²⁵Le terme de « centralité électrique » nous est propre

La « centralité électrique »

On définit la centralité électrique d'un sommet pour une relation origine-destination $s-t$ par le courant traversé par ce sommet lorsque l'on fait circuler un courant unitaire de s à t dans le graphe au sein duquel lequel les arêtes ont été remplacées par des résistances unitaires.

Ainsi, si l'on note A la matrice d'adjacence du graphe, le potentiel V_i au sommet i est donné par la loi de Kirchhoff des courants :

$$\sum_j A_{ij} \cdot (V_i - V_j) = \delta_{is} - \delta_{it}$$

où δ représente le symbole de Kronecker. Ici, si $i \neq s$ et $i \neq t$, l'équation signifie que la somme des courants algébriques parcourant les arêtes adjacentes de i valent 0. Cette somme vaut 1 en s (source) et -1 en t (puits), signifiant par là que le courant qui circule de l'origine à la destination est fixé unitairement.

En relevant que $\sum_j A_{ij} = \text{degré de } i = k_i$, si l'on note D la matrice diagonale $D_{ii} = k_i$ et

S le vecteur source des potentiels tq $S_i = +1$ pour $i = s$, -1 pour $i = t$ et 0 pour tout autre sommet, alors :

$$(D - A) \cdot V = S$$

Le vecteur $V = (1, 1, 1, \dots)$ est le vecteur propre de la matrice $(D-A)$ associé à la valeur propre 0 (il découle du fait que les équations sont invariantes par "translation" du potentiel – seules les ddp importent), par conséquent la matrice $(D-A)$ n'est pas inversible. Elle l'est en revanche lorsque l'on supprime une ligne et une colonne arbitraire. Ainsi, en ôtant la $v^{\text{ème}}$ ligne et la $v^{\text{ème}}$ colonne de $(D-A)$ (cela revient à choisir une référence $V_v = 0$ pour les potentiels), on obtient la matrice inversible $(D_v - A_v)$ et l'équation suivante pour V :

$$V = (D_v - A_v)^{-1} \cdot S$$

Restituons enfin la $v^{\text{ème}}$ ligne et la $v^{\text{ème}}$ colonne à la matrice inversée en insérant des zéros (V_v est nul) pour obtenir la matrice T . Alors, le potentiel du sommet i pour la relation $s-t$ est donné par :

$$V_i^{(st)} = T_{is} - T_{it}$$

Cela étant, le courant transitant par le sommet i pour la relation en question est donné par :

$$I_i^{(st)} = \frac{1}{2} \sum_j A_{ij} |V_i^{(st)} - V_j^{(st)}|$$

La contribution de la relation $s-t$ à la centralité électrique du sommet i correspond alors au courant normalisé traversant ce sommet.

Document 6 : calcul de la « centralité électrique » (ie des courants) au sein d'un réseau pour lequel les résistances des arêtes sont toutes unitaires (d'après : [Newman, 2003])

La centralité random-walks

Tout chemin partant d'une origine s et se rendant à une destination t en progressant de manière aléatoire à chaque carrefour est considéré comme étant un chemin aléatoire de s à t .

De manière naturelle, si l'on souhaite définir la centralité intermédiaire produite par les chemins aléatoires, la contribution de la relation $s-t$ à la centralité *random-walks* du sommet i correspond à la proportion de chemins aléatoires $s-t$ passant effectivement par le sommet i .

Cette définition exige de compter comme nulle toute contribution induite par un nombre pair de passages sur le sommet en question (ie lorsque ce sommet fait l'objet d'un aller-retour ou est à la base d'une boucle).

Voyons à présent comment de tels chemins se formalisent et quelle est en conséquence la définition mathématique de la centralité *random-walks*.

Au cours du cheminement aléatoire, la probabilité de passer du sommet j au sommet i vaut :

$$M_{ij} = \frac{A_{ij}}{k_j}, \text{ soit : } \boxed{M = A \cdot D^{-1}} \text{ avec les mêmes notations que celles introduites pour la centralité électrique}$$

...à ceci près que $M_{it} = 0$ pour tout i (car une fois arrivé à t , on n'en part plus).

De fait, on peut réécrire ce système d'équations en supprimant les $t^{\text{èmes}}$ ligne et colonne, c'est-à-dire, avec des notations évidentes :

$$\boxed{M_t = A_t \cdot D_t^{-1}}$$

Avec ces notations, la probabilité de se retrouver au sommet j au bout de r pas vaut $[M_t^r]_{js}$ et la probabilité de se retrouver à un des quelconques sommets voisins de j au pas suivant vaut $k_j^{-1} \cdot [M_t^r]_{js}$. En sommant sur toutes les puissances r de 0 à l^∞ (ie sur toutes les longueurs possibles de chemins aléatoires), il vient que le nombre total de fois que l'on passe de j à un des ses sommets voisins i vaut $V_{ij} = k_j^{-1} \cdot [(I - M_t)^{-1}]_{js}$, ce qui matriciellement s'écrit :

$$\boxed{V = D_t^{-1} \cdot (I - M_t)^{-1} \cdot S = (D_t - A_t)^{-1} \cdot S}$$

où S est identiquement nul, sauf à la cellule s où le coefficient vaut 1 (la cellule t est hors de propos puisque l'on a supprimé les $t^{\text{èmes}}$ ligne et colonne du calcul afin de pouvoir effectuer les inversions de matrices dont on a besoin).

Cette analogie et celles qui la précèdent permettent de se ramener intégralement aux développements effectués avec le courant électrique et la notion de centralité associée.

La méthode de calcul est donc simple :

1. calcul de la matrice $D-A$ où D est la matrice diagonale des degrés des sommets et A la matrice d'adjacence,
2. suppression d'une paire ligne-colonne quelconque (indicées au même rang v , choisi comme origine des potentiels),
3. inversion de la matrice obtenue et restitution des ligne et colonne manquante par insertion de zéros → obtention d'une matrice T par produit avec le vecteur S adéquat pour la relation origine-destination considérée,
4. calcul des contributions de la relation aux différents sommets par l'équation :

$$I_i^{(st)} = \frac{1}{2} \sum_j A_{ij} |V_i^{(st)} - V_j^{(st)}|.$$

Document 7 : calcul de la centralité *random-walks* au sein d'un réseau (d'après : [Newman, 2003])

Avant même les éléments de formalisation fournis par Newman, nous avons mis en pratique ce parallèle sur le réseau simple présenté en Figure 172 (cf [Gleyze, 2002 (b)]). Le réseau en question est simple, tant dans sa structure que dans la manière de l'appréhender :

- toutes les valuations (et donc les résistances du réseau électrique équivalent) sont unitaires,
- la présence de deux 3-cycles (BFG et BFC) focalise l'attention sur des chemins alternatifs évidents (entre autre : les chemins $B-G-F$ et $B-C-F$ en complément de l'arête $B-F$).

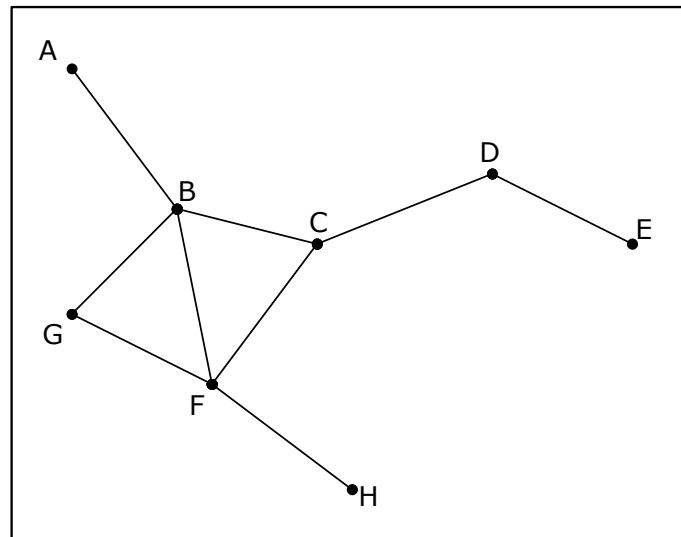


Figure 172 : réseau sur lequel nous éprouvons les mesures de centralité fondées sur l'électricité

Par exemple, la circulation d'un courant unitaire depuis le sommet A vers le sommet G fait état de chemins alternatifs dans les branches $B-F$ et $B-C-F$, dans des proportions de $1/4$ et de $1/8$ et pour des détours respectifs de 1 et 2 branches (cf Figure 173).

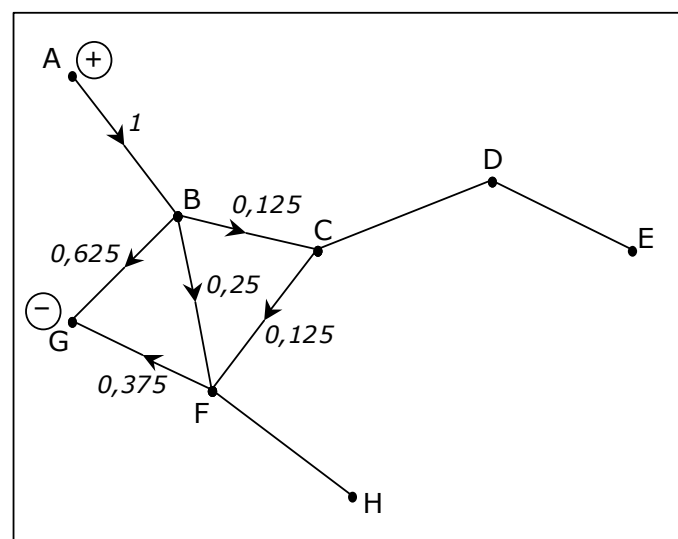


Figure 173 : répartition d'un courant électrique unitaire entre les sommets A et G du réseau de la Figure 172 (source : [Gleyze, 2002 (b)])

À compter que toutes les relations envisageables sur ce réseau aient le même poids, le cumul normalisé des courants ainsi construits pour chacune de ces relations correspond à l'indice de centralité électrique (cf Figure 174).

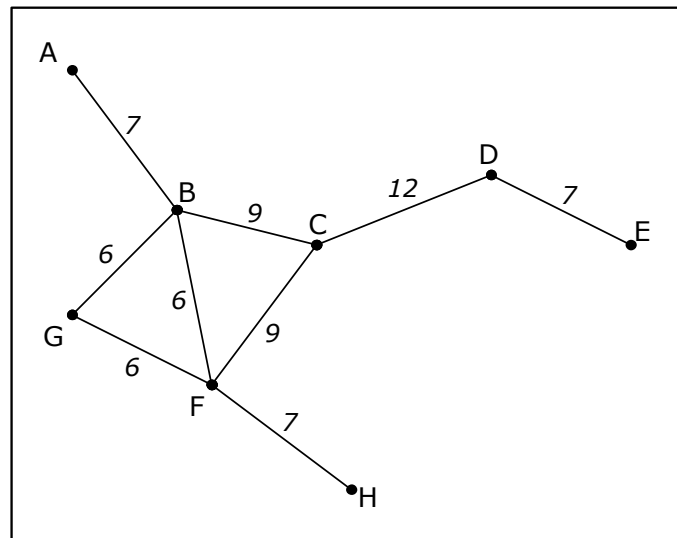


Figure 174 : centralité électrique (non normalisée) des arêtes du réseau de la Figure 172, obtenue par superposition des courants unitaires établis pour chacune des 28 relations possibles entre paires de sommets (source : [Gleyze, 2002 (b)])

De prime abord, la mise en évidence des chemins alternatifs grâce aux courants électriques et l'indice de centralité électrique associé fournissent des résultats conformes à nos attentes :

- la modélisation restitue bien le mode de répartition en l'absence d'information conformément aux analogies fournies par le Document 6 et le Document 7,
- cela étant, l'importance des arêtes participant aux plus courts chemins est relativisée par la présence d'arêtes offrant des solutions alternatives,
- par ailleurs, l'importance des arêtes jouant le rôle d'alternative est elle-même d'autant plus marquée que les détours occasionnés sont faibles.

Ces points sont significatifs à travers la répartition des courants observée au niveau élémentaire de la relation, et, par inférence, à travers les valeurs résultantes de centralité électrique.

Néanmoins, comme nous l'avons annoncé au début de cette sous-section, et en dépit de l'apparente adéquation du modèle électrique, les modalités du parallèle entre l'étude structurelle des réseaux et l'étude de la répartition des courants sur le réseau électrique équivalent ne sont pas acceptables.

En réalité, les valuations des tronçons d'un réseau de transport ne sont pas équivalentes aux résistances du réseau électrique associé – ainsi que l'on pourrait s'y attendre de prime abord – mais par les différences de potentiel entre les sommets des branches correspondantes (cf Tableau 39). De fait, les valeurs de résistance caractérisent la loi de ces valuations en fonction du débit : en d'autres termes, lorsque les valuations s'expriment en temps de parcours, les résistances traduisent la propension des tronçons

à être congestionnés quand le trafic augmente. Dans cette logique de congestion, l'affectation résultante du trafic répartit alors les charges selon plusieurs itinéraires de coûts identiques, en vertu de la correspondance temps de parcours \sim différence de potentiel, et de la loi des mailles entre les nœuds origine et destination (cf annexe IV).

Tableau 39 : parallèle entre réseau électrique et réseau routier (valué par le temps de parcours de ses tronçons) (source : [Gleyze, 2002 (b)])

Réseau électrique	Réseau routier
Courant i (débit de charges) dans une branche	Trafic (débit, volume) sur une voie
Résistance R d'une branche	Coefficient caractéristique de la relation linéaire entre le temps de parcours et le débit sur la voie (effet de congestion).
Différence de potentiel U dans une branche orientée	Temps de parcours du tronçon routier

Telle que nous l'avons présentée, l'analogie entre les deux modèles conduit ainsi, *dans le cas de l'étude fonctionnelle d'un réseau routier*, à affecter les usagers sur le réseau routier de manière à minimiser les effets de congestion agrégés à l'ensemble du graphe et non les temps de parcours cumulés des usagers (en électricité, cela revient à obéir au principe de Thomson selon lequel l'énergie totale du réseau doit être minimale).

En définitive, la transposition du réseau routier en un réseau électrique dont les résistances correspondraient aux valuations des tronçons associés est incorrecte. Fondamentalement, cette modélisation ne peut donc répondre à notre souhait de répartir les relations origine-destination sur plusieurs itinéraires dont le critère de comparaison serait la différence de leurs coûts respectifs.

Parce que la réalité physique sous-jacente au réseau électrique n'est pas en adéquation avec la réalité relationnelle des réseaux de transport, les modèles de répartition des chemins en l'absence complète d'information ne peuvent pas être appliqués au problème qui nous intéresse. À défaut, ils nous ont permis de comprendre les tenants et aboutissants d'une logique de chemin alternatif, c'est-à-dire la manière dont sont décrits ces chemins, l'importance des pondérations à leur accorder, et enfin le sens de l'indice de centralité résultant du cumul chemins ainsi construits pour toutes les relations sur le réseau.

Voyons sur cette base ce que nous proposent les recherches dans le domaine des transports.

D.2.2.2 LA DESCRIPTION DES CHEMINS DE REMPLACEMENT PAR LE RAISONNEMENT EN INFORMATION IMPARFAITE

L'idée de construire un modèle décrivant les chemins au hasard, avec des probabilités égales d'emprunter telle ou telle arête depuis un sommet donné, était très séduisante, puisqu'elle garantissait de n'oublier aucun chemin possible tout en offrant un système de pondération acceptable de prime abord. Un examen plus approfondi nous a cependant montré que l'exploitation des lois de l'électricité qui sous-tendent ce modèle n'est pas recommandable, car elle conduit à associer la valuation des arêtes non pas à un coût mais à une propension à être congestionné.

Les fondements de ce modèle sont néanmoins très pertinents dans leur approche des chemins alternatifs, aussi avons-nous approfondi nos recherches autour des domaines liés au transport et au trafic. De la même manière que le modèle développé par Newman, les modèles issus de ces domaines décrivent des cheminements un peu hasardeux, à la différence près que le caractère aléatoire des déplacements n'est pas dû à une volonté globale d'explorer tous les chemins possibles (absence d'information), mais à une mauvaise connaissance *a priori* du réseau de la part de chacun des usagers fictifs qui le pratiquent (information imparfaite).

Les modèles classiques de déplacement issus des recherches dans les domaines des transports et du trafic raisonnent dans un contexte fonctionnel. Ils partent du principe que l'utilisateur possède une information imparfaite sur la structure et les potentialités du réseau, et emprunte en conséquence des chemins pouvant s'écarter plus ou moins des plus courts chemins.

Bien que motivés par un objectif différent des nôtres, ces modèles sont potentiellement intéressants pour le problème qui nous intéresse, car ils aboutissent en pratique à l'énumération et à la pondération de chemins offrant une alternative aux plus courts chemins.

Dans ce contexte, nous proposons de faire le point sur quelques notions fondamentales de la théorie de *l'affectation du trafic*, puis de décrire les deux modèles principaux issus de cette théorie, et enfin de comparer leurs avantages et leurs inconvénients afin de fixer notre choix conformément aux objectifs que nous nous sommes fixés (l'ensemble des résultats que nous présentons à cette occasion sont issus des travaux de [Dial, 1971] et de [Sheffi, 1985], et repris sous forme synthétique par [Henn, 2001]).

Quelques éléments théoriques sur l'affectation du trafic

L'affectation du trafic est la répartition sur le réseau routier des flux de véhicules résultant des choix individuels des usagers.

Le problème d'affectation du trafic sur un réseau routier prend comme hypothèses :

- le graphe représentatif du réseau,

- les fonctions de performance des arcs,
- la matrice origine – destination.

Les flux sont régis par la loi de conservation des véhicules : en tout nœud du réseau, il doit y avoir égalité entre flux entrant et flux sortant.

Le coût (ou la longueur) du trajet correspond à la somme des impédances des arcs traversés. La composante principale des impédances est le temps de trajet, car :

- il constitue empiriquement un facteur dissuasif au déplacement,
- les mesures d'impédances sont fortement corrélées aux temps de trajet et présentent les mêmes comportements,
- il est facile à mesurer.

Par ailleurs, l'augmentation des flux provoque la congestion des arcs, et le temps de trajet devient une fonction croissante des flux¹²⁶. La prise en compte des effets de congestion exige alors de choisir des impédances dont les valeurs augmentent avec la charge (c'est-à-dire avec la valeur du flux). À capacité nulle, le temps de trajet doit correspondre au flux libre, c'est-à-dire être représentatif du parcours de l'arc considéré sans interaction extérieure.

La base de l'affectation du trafic possède des points communs avec nos hypothèses de travail au niveau de la description structurelle du réseau : représentation du réseau par un graphe, valuation des arêtes par leur coût, observation des relations origine-destination, raisonnement en chemins à travers la notion de flux – elle-même régie par l'équivalent de la loi des nœuds en électricité. Néanmoins, le contexte de l'affectation du trafic reste fonctionnel (elle raisonne en termes d'usagers), par conséquent nous aurons à nous démarquer sur certains points – notamment sur les questions de congestion, à cause desquelles nous avons déjà dû renoncer au modèle électrique.

Par définition, l'affectation du trafic est la résultante des chemins empruntés par les usagers, par conséquent les choix d'itinéraire formulés par ces derniers constituent le fondement de cette théorie. En pratique, les problèmes liés au trafic sont toujours liés à un critère à optimiser, qu'il s'agisse d'un temps de parcours ou d'un coût de déplacement à minimiser. Ce critère peut néanmoins prendre des formes différentes, selon que l'on se place du point de vue de l'individu ou bien de l'ensemble de tous les individus. Lorsqu'il n'y a pas de phénomènes de congestion, les deux équilibres conduisent aux mêmes solutions : le contexte structurel de notre étude nous place d'emblée dans cette situation, car les valuations des arêtes sont fixes dans la représentation que nous avons adoptée.

¹²⁶ L'affectation du trafic par la mise en situation dynamique des usagers modifie les valeurs de coûts et remet ainsi en question le choix des usagers. En particulier, le choix d'un conducteur va être gêné et réévalué à cause des choix des autres conducteurs. Ainsi, si l'on tient compte des effets de congestion, le coût de chaque option est fonction non seulement des attributs des arcs la composant, mais également du choix de tous les usagers sur le réseau.

Dès lors, nous pouvons assimiler la problématique de notre étude à une problématique de type « usager » : la manière d’appréhender une relation selon les termes de l’analyse structurale des réseaux peut en effet s’apparenter au point de vue d’un usager isolé qui souhaiterait optimiser son trajet en empruntant le plus court chemin (en cas d’information parfaite) ou, pour le moins, en empruntant les chemins qui lui *semblent* les plus courts (en cas d’information imparfaite).

S’agissant de modéliser la répartition des usagers sur des chemins qui ne correspondent plus forcément aux plus courts chemins, les modèles stochastiques d’affectation du trafic introduisent une composante aléatoire dans la perception des temps de trajet par les utilisateurs et reposent sur le critère d’optimisation d’une fonction d’utilité.

Le principe est le suivant : le choix de l'utilisateur de prendre telle ou telle option est traduit en termes probabilistes. La variable aléatoire étudiée à cet effet est l'utilité : on note $U = (U_1 \dots U_k)$ les utilités associées à chacune des options (*ie* des chemins possibles) $k = \{1 \dots K\}$. Elles sont décomposées en un terme déterministe V (utilité mesurée, fonction du coût réel de l’option) et un terme aléatoire ξ (utilité perçue, traduisant les effets de la mauvaise perception de l’option par l’usager). Celles-ci sont fonctions des caractéristiques et de la configuration a du réseau :

utilité $U_k(a)$ de l’option k dans la configuration a du réseau :

$$U_k(a) = \underbrace{V_k(a)}_{\text{utilité mesurée}} + \underbrace{\xi_k(a)}_{\text{utilité perçue}}, \text{ avec } E[\xi_k(a)] = 0, \text{ soit : } E[U_k(a)] = V_k(a)$$

probabilité $P_k(a)$ de choisir l'option k sachant la configuration a du réseau :

$$P_k(a) = \Pr \{ U_k(a) \geq U_l(a) \forall l \neq k \}$$

Ces fondements mathématiques vont à présent nous permettre de formaliser et de comprendre les tenants et aboutissants des deux principaux modèles d’affectation du trafic en information imparfaite.

Le modèle Logit

Le modèle Logit repose sur l’indépendance complète des options :

$$\forall k, k' (k \neq k') \text{ cov}(\xi_k, \xi_{k'}) = 0$$

L'utilité mesurée V_k de l'option k est inversement proportionnelle à son coût C_k . Le facteur de proportion θ mesure la rationalité de l'usager. L'utilité U_k de l'option k prend alors la forme suivante :

$$U_k(a) = -\theta \cdot C_k + \xi_k$$

Plus θ est élevé, plus l'utilité mesurée est importante dans l'expression de l'utilité totale et minimise l'effet de l'utilité perçue.

Dans le modèle le plus simple, les ξ_k sont des variables indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi de Gumbel. Dans ce cas¹²⁷ :

$$P_k = \frac{e^{-\theta \cdot C_k}}{\sum_{k'} e^{-\theta \cdot C_{k'}}$$

En pratique, le calcul de la répartition des chemins selon le modèle Logit et avec les utilités perçues distribuées suivant une loi de Gumbel est très facilement réalisable grâce à l'algorithme de Stoch. Étant donné que le modèle Logit exige implicitement de connaître à l'avance toutes les options possibles pour la relation considérée, l'algorithme de Stoch se restreint aux options jugées raisonnables, c'est-à-dire telles que :

- les parcours associés ne comportent ni boucle, ni retour en arrière,
- chaque arc parcouru éloigne du départ¹²⁸.

¹²⁷ La loi de Gumbel admet pour fonctions de répartition et de distribution :

$$F(x) = e^{-e^{-x}} \text{ et } f(x) = e^{-x} \cdot e^{-e^{-x}}$$

L'utilité de l'option k vaut : $U_k = V_k + \xi_k = -\theta \cdot C_k + \xi_k$ avec $\xi_k \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{Gumbel}$

Alors, dans le cas simple d'un réseau à 2 options :

$$\begin{aligned} P(U_1 \geq U_2) &= P(-\theta \cdot C_1 + \xi_1 \geq -\theta \cdot C_2 + \xi_2) = P(\xi_1 \geq \theta \cdot (C_1 - C_2) + \xi_2) \\ &= \int_{\mathbb{R}} P(\xi_1 \geq \theta \cdot (C_1 - C_2) + x | \xi_2 = x) \cdot P(\xi_2 = x) \cdot dx = \int_{\mathbb{R}} [1 - F(\theta \cdot (C_1 - C_2) + x)] \cdot f(x) \cdot dx \end{aligned}$$

$$\text{or } F[\theta \cdot (C_1 - C_2) + x] = e^{-e^{-[\theta \cdot (C_1 - C_2) + x]}} = e^{-e^{-x} \cdot e^{-\theta \cdot (C_1 - C_2)}} = \left[e^{-e^{-x}} \right]^{e^{-\theta \cdot (C_1 - C_2)}} = [F(x)]^{e^{-\theta \cdot (C_1 - C_2)}},$$

$$\text{donc : } P(U_1 \geq U_2) = 1 - \int_{\mathbb{R}} [F(x)]^{e^{-\theta \cdot (C_1 - C_2)}} \cdot f(x) \cdot dx = 1 - \frac{1}{1 + e^{-\theta \cdot (C_1 - C_2)}} = \frac{e^{-\theta \cdot C_1}}{e^{-\theta \cdot C_1} + e^{-\theta \cdot C_2}} \blacksquare$$

¹²⁸ Il existe une version de l'algorithme qui impose non seulement de s'éloigner du départ, mais également de se rapprocher de l'arrivée : cette version est encore plus restrictive que celle que nous proposons ici, par conséquent nous n'en avons pas détaillé les modalités. Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de référence de [Sheffi, 1985].

- *Initialisation*

Chacun des arcs (i, j) est envisagé, afin de déterminer s'il peut être emprunté ou non, compte-tenu de la condition énoncée à propos des chemins raisonnables. Au cours du trajet origine – destination, un arc (i, j) peut en effet être parcouru s'il permet de s'éloigner du départ. En notant r la fonction de distance séparant les sommets du départ de la relation considérée, cette condition s'écrit pour l'arc (i, j) :

$$r(i) \leq r(j)$$

- *Vraisemblance des arcs*

La vraisemblance de l'arc (i, j) quantifie le compromis entre la capacité $r(j) - r(i)$ à s'éloigner du départ et le coût $c(i, j)$ de l'arc. Étant donnée la forme des probabilités associées aux modèles Logit, on choisit de l'écrire :

$$L(i, j) = \mathbf{1}_{(i, j) \text{ est un arc raisonnable}} \cdot \exp \{ -\theta \cdot [r(j) - r(i) - c(i, j)] \}$$

- *Etape 1 : "Forward pass" – calcul du poids des arcs*

On visite successivement les sommets i du réseau selon l'ordre croissant d'éloignement $r(i)$ à l'origine, et, en cas d'ex-aequo, selon l'ordre décroissant d'éloignement $s(i)$ à la destination. Pour chaque sommet i , on calcule le poids de chacun des arcs sortants :

$$w(i, j) = \begin{cases} L(i, j) & \text{si } i = \text{origine} \\ L(i, j) \cdot \sum_{\text{arcs entrants}} w(m, i) & \text{sinon} \end{cases}$$

On arrête cette étape quand la destination est atteinte.

- *Etape 2 : "Backward pass" – calcul du flux sur les arcs*

On visite les sommets j du graphe en sens inverse, et on calcule les flux des arcs entrants selon :

$$\begin{cases} x(i, j) = y(j) \cdot \frac{w(i, j)}{\sum_{\text{arcs entrants}} w(m, j)} \\ \text{incrémentat} : y(i) \leftarrow y(i) + x(i, j) \end{cases}$$

Le champ $y(i)$ représente le flux transitant par le sommet i . Il doit être réactualisé à chaque fois qu'un arc émanant de i est traité. Par convention, $y(\text{destination}) = \text{flux total origine – destination}$.

On arrête cette étape quand l'origine est atteinte. y décrit les flux résultants de l'affectation du trafic sur les chemins "raisonnables", selon le modèle Logit, et avec des utilités perçues distribuées selon une loi de Gumbel.

Pour ce faire, l'algorithme associe à chaque arc une vraisemblance qui traduit le compromis entre sa faculté à éloigner du départ et le coût qu'il exige pour être parcouru. Cela étant, l'algorithme (cf Document 8) :

- visite le graphe une première fois en considérant les sommets par valeurs croissantes d'éloignement à l'origine pour calculer le poids des liens,
- visite le graphe une seconde fois en sens inverse pour calculer les flux sur les arcs (ces flux traduisent la répartition des chemins selon le modèle Logit pour le paramètre θ retenu) – à cette étape, l'algorithme doit notamment s'assurer de la conservation des flux aux sommets (équivalent de la loi des nœuds en électricité).

Avec un tel modèle, il devient ainsi possible de mettre en évidence et de pondérer les différentes options raisonnables offertes pour réaliser une relation sur un réseau. Ainsi sur la Figure 175, la relation étudiée se concentre non seulement sur le plus court chemin (dans des proportions à peu près égales à 2/3), mais également sur les chemins alternatifs. Les poids relatifs de tous ces chemins sont une fonction du paramètre θ reflétant la rationalité du conducteur – de fait, on pourrait favoriser les chemins alternatifs (ou réciproquement les plus courts chemins) en diminuant (resp. en augmentant) la valeur de θ .

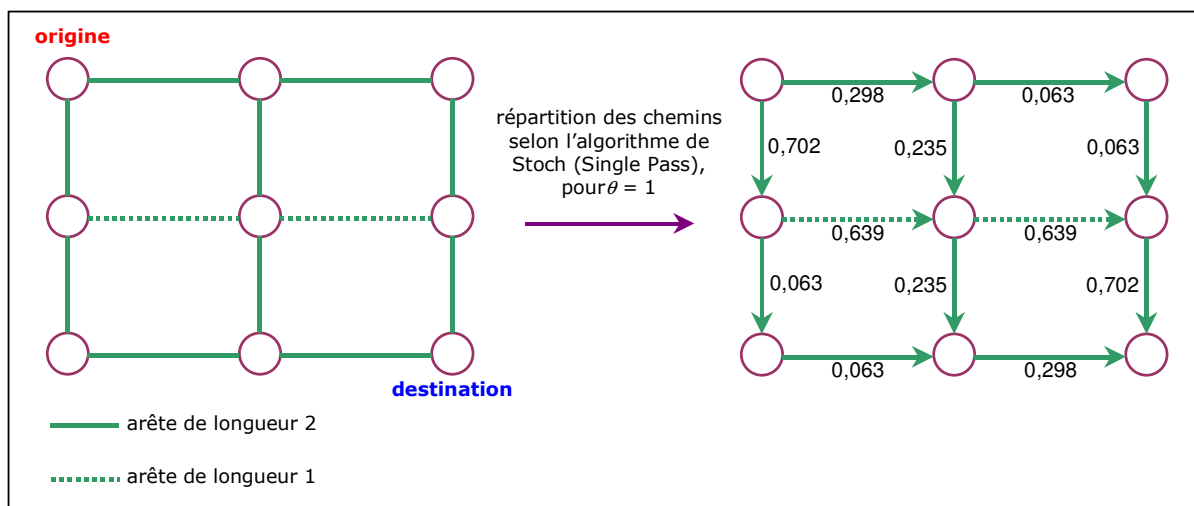


Figure 175 : exemple de répartition des chemins selon l'algorithme de Stoch (Single Pass) pour $\theta = 1$ (d'après : [Sheffi, 1985])

Le modèle Probit

À l'opposé du modèle Logit, le modèle Probit introduit des corrélations entre les options se recouvrant. À l'échelle de la relation origine – destination, le temps de trajet (ou coût) perçu est normalement distribué autour du temps de trajet réel. Pour un arc donné a , le temps de trajet T_a suit la loi $T_a \sim N(t_a, \beta \cdot t_a)$. Par construction, β est un paramètre modélisant l'irrationalité de l'utilisateur.

D'après cette modélisation, le coût de l'option k vaut naturellement :

$$C_k = \sum_{\text{arêtes } a} T_a \cdot \delta_{ak} \text{ où } \delta_{ak} = 1 \text{ l'arête } a \text{ fait partie du chemin } k$$

et la corrélation entre deux chemins k et k' partageant des arcs en commun vaut de fait :

$$\text{cor}(C_k, C_{k'}) = \sum_{\text{arêtes } a} \beta \cdot t_a \cdot \delta_{ak} \cdot \delta_{ak'} = \beta \cdot \sum_{\text{arêtes } a \text{ communes à } k \text{ et } k'} t_a$$

Plus β est faible, plus les usagers ont une perception correcte des temps de trajets. À la limite ($\beta = 0$), les usagers raisonnent en information parfaite et l'affectation se fait selon les plus courts chemins.

En pratique, le calcul de la répartition des chemins selon le modèle Probit s'effectue par des simulations de Monte-Carlo. À chaque itération, on simule les temps de trajet de tous les arcs du réseau selon les lois d'erreurs de perception, et on associe à chaque relation le plus court chemin observé sur la configuration bruitée ainsi obtenue. Le procédé est répété autant de fois que voulu (on peut par exemple fixer un critère d'arrêt tel que la variance des flux relevée sur chaque arc n'excède pas une valeur fixée).

Avec un tel modèle, les relations origine-destination sont réparties selon une grande variété de chemins, avec d'autant plus de chances que ceux-ci sont courts. Sur la Figure 176, nous avons représenté les résultats obtenus avec ce modèle sur le réseau déjà utilisé à titre d'exemple pour le modèle Logit en Figure 175. Ainsi que le lecteur l'aura noté, les résultats obtenus avec l'un et l'autre modèle se situent dans la même lignée.

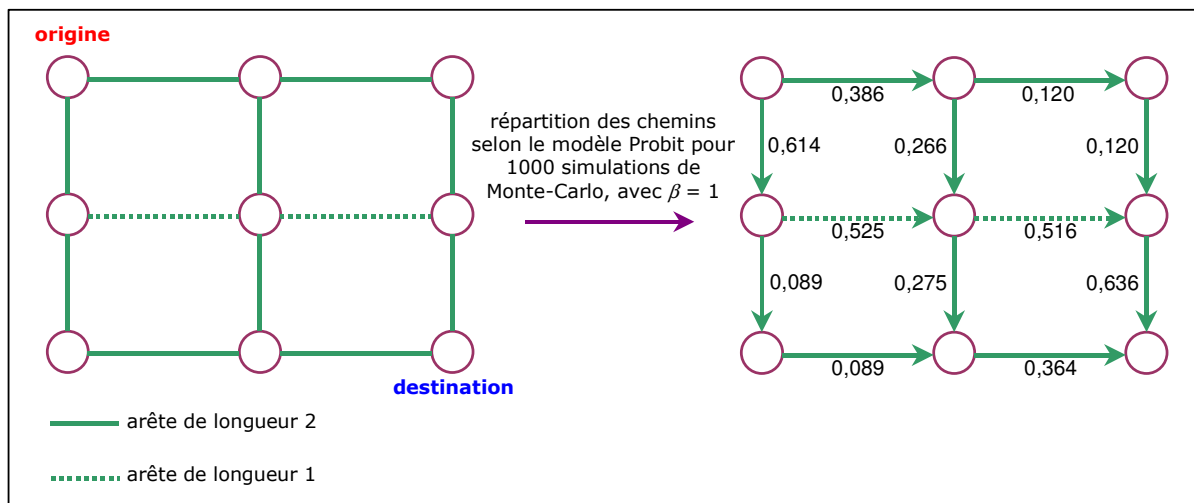


Figure 176 : exemple de répartition des chemins selon le modèle Probit (sur la base de 1000 simulations de Monte-Carlo) pour $\beta = 1$ (d'après : [Sheffi, 1985])

Comparaison des modèles Logit et Probit

Par construction, les modèles Logit et Probit apparaissent comme des modèles acceptables pour décrire la réalisation d'une relation sur un réseau selon une logique de chemin alternatif. Les valuations des tronçons sont en effet utilisées comme base pour mesurer la longueur des chemins, et les répartitions résultantes sont homogènes à des flux. En pratique, les chemins empruntés sont d'autant plus plébiscités qu'ils occasionnent un faible détour en regard du plus court chemin. Soulignons enfin que la mise en évidence des chemins alternatifs peut être plus ou moins accentuée grâce à des paramètres reflétant l'irrationalité des usagers fictifs sous-tendant les modèles.

Ce constat nous conduit à présent à comparer dans le détail ces deux modèles afin de déterminer celui qui est le mieux adapté à la mise en évidence et à la pondération des chemins alternatifs¹²⁹.

De prime abord, le modèle Logit présente des avantages calculatoires très avantageux, notamment grâce à la formulation exponentielle des probabilités associées aux options :

- le rapport des probabilités associées à 2 options est immédiat : $\frac{P_k}{P_{k'}} = e^{-\theta \cdot (C_k - C_{k'})}$,
- la probabilité d'emprunter un chemin de coût C plutôt que le chemin de coût minimum C^* est proportionnelle à $e^{\theta \cdot (C^* - C)}$,
- en décomposant l'option k en tronçons (\forall tronçon $T \in \{1 \dots L\}$: $\delta_k(T) = \mathbf{1}_{\text{tronçon } T \subset \text{option } k}$), la probabilité d'emprunter l'option k s'exprime comme le produit des poids des tronçons la composant :
 si on note c_T le coût pour emprunter le tronçon T , alors le poids du tronçon vaut $e^{-\theta \cdot c_T}$,
 et on vérifie : $e^{-\theta \cdot C_k} = \prod_{T=1}^L e^{-\delta_k(T) \cdot \theta \cdot c_T}$
- sous contrainte de définir un ensemble de chemins raisonnables pour la relation origine – destination envisagée, l'affectation du trafic selon le modèle Logit peut être calculée très simplement grâce à l'algorithme de Stoch.

Néanmoins, le modèle Logit présente en parallèle de nombreux défauts, dus d'une part à l'absence de corrélation entre les options, d'autre part à la restriction des chemins à un ensemble d'options raisonnables.

- Par définition même, le Logit considère tous les chemins comme étant indépendants. Cependant, le recouvrement plus ou moins important de certains chemins est susceptible de modifier les flux qui les empruntent.

¹²⁹ les comparaisons effectuées ici sont approfondies par l'étude pratique d'un réseau très simple à appréhender dans [Gleyze, 2001 (b)]

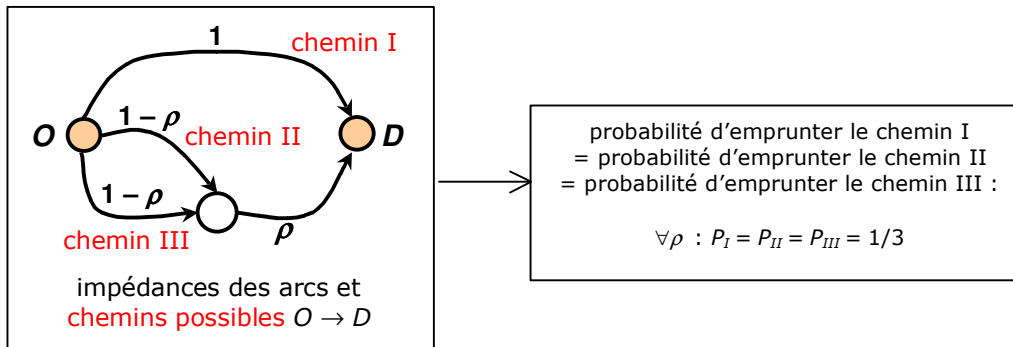


Figure 177 : illustration du défaut d'indépendance des chemins dans le modèle Logit (d'après : [Sheffi, 1985])

Dans l'exemple de la Figure 177, les chemins II et III ont un recouvrement de longueur ρ . Quel que soit $0 < \rho < 1$, l'affectation du trafic se répartira équitablement en trois tiers. Cela n'est pas conforme à l'intuition : quand ρ tend vers 1, le réseau n'offre quasiment que deux chemins et l'on devrait avoir une répartition se concentrant pour moitié sur le chemin I. Ce défaut est dû à l'indépendance des utilités aléatoires.

- La comparaison des alternatives par le modèle Logit se fait de manière relative. En l'occurrence, le Logit répartira selon les mêmes proportions une relation confrontée à 2 chemins de coûts respectifs 5 et 10 minutes et une relation confrontée à 2 chemins de coûts respectifs 120 et 125 minutes (cf Figure 178).

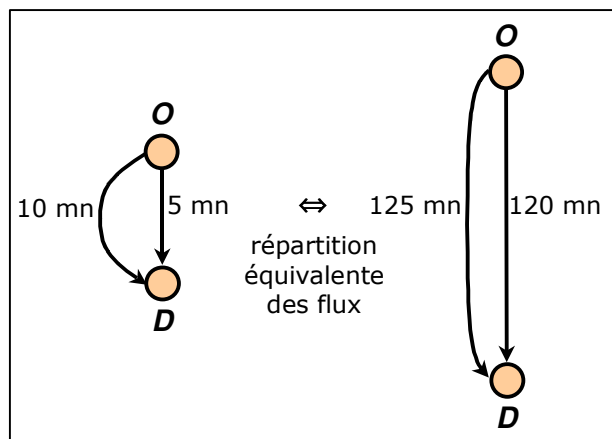


Figure 178 : illustration du défaut de répartition des flux par le modèle Logit (d'après : [Sheffi, 1985])

Ce défaut est dû au fait que dans le modèle Logit, les erreurs de perception sont indépendantes et identiquement distribuées, avec la même variance fixée.

- Enfin, la définition des chemins raisonnables est par ailleurs très sensible à la représentation du réseau, et en particulier à la disposition des sommets, ainsi que le présente la Figure 179.

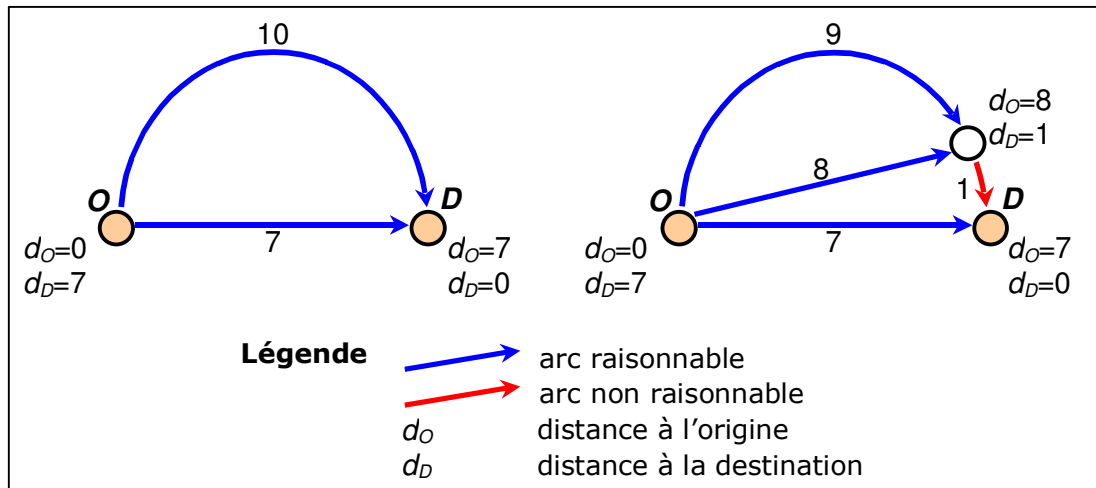


Figure 179 : illustration du défaut de sensibilité du modèle Logit au découpage du réseau et à la disposition des sommets (d'après : [Sheffi, 1985])

Dans l'exemple ci-dessus, l'ajout d'un arc a engendré l'apparition d'un sommet dont la distance au départ interdit d'emprunter le chemin en arc de cercle, alors que les caractéristiques de ce dernier n'ont pas changé.

Par construction, le modèle Probit vient au secours du modèle Logit en compensant point par point ses différents défauts.

- La répartition des flux entre deux options dépend de leurs longueurs respectives, mais également de leur taux de recouvrement. Ce qui donne pour l'exemple vu en Figure 177 les fonctions de probabilité présentées en Figure 180.

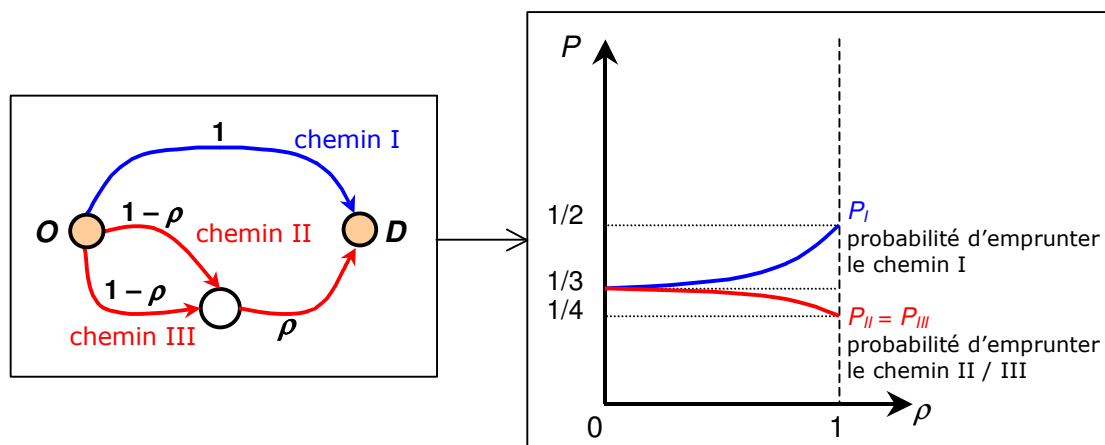


Figure 180 : prise en compte de la dépendance des chemins par le modèle Probit (à comparer avec la Figure 177 pour le modèle Logit) (d'après : [Sheffi, 1985])

- La variance de l'erreur de perception et le temps de trajet sont liés : une relation empruntera d'autant plus volontiers un chemin plus long que celui occasionne un détour faible *en proportion*. Pour l'exemple présenté en Figure 178 (avec $\beta = 1$), nous obtenons les résultats présentés en Figure 181.

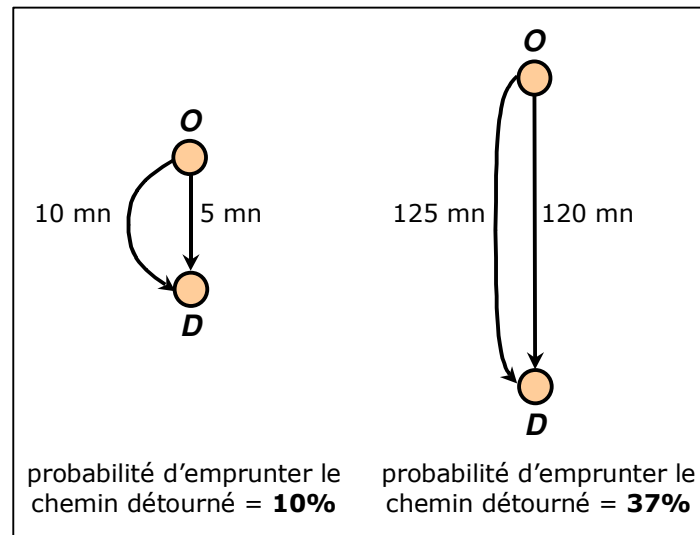


Figure 181 : prise en compte des différences relatives entre les options pour répartir les flux par dans le cadre du modèle Probit (à comparer avec la Figure 178 pour le modèle Logit) (d'après : [Sheffi, 1985])

- Enfin, par construction, le modèle Probit n'est pas contraint par les critères liés aux chemins raisonnables. Au contraire, tout chemin ne présentant aucune boucle ni retour en arrière est susceptible d'être retenu dans la répartition associée à la relation considérée, pour peu que l'une des simulations de Monte-Carlo réalisée à cet effet l'érige en plus court chemin. Notons à ce titre que ce principe des simulations de Monte-Carlo individualise – et donc énumère – les chemins, contrairement au modèle Logit pour lequel l'algorithme de Stoch ne fournit que la répartition qui en résulte.

Bien que tous deux acceptables sur la forme, les modèles Logit et Probit présentent de nettes différences sur le fond. De fait, la restriction des chemins candidats à un sous-ensemble de chemins raisonnables et l'absence de corrélation entre les différentes options confèrent au modèle Logit des inconvénients tant dans la recherche des chemins alternatifs que dans leur pondération. Pour ces raisons, et en dépit de sa très lourde mise en œuvre, nous choisissons le modèle Probit comme modèle de description et de quantification des chemins alternatifs.

Disposant d'un modèle acceptable pour décrire les chemins susceptibles d'offrir des alternatives aux plus courts chemins en cas d'endommagement, nous pouvons à présent confronter plus courts chemins et chemins de remplacement, afin d'évaluer *a priori* les potentialités des différentes composantes d'un réseau dans un contexte de risques.

D.2.3 LA COMPARAISON DES PLUS COURTS CHEMINS ET DES CHEMINS DE REMPLACEMENT - LES RESSOURCES RELATIONNELLES DU RÉSEAU DANS UN CONTEXTE DE RISQUES

Le modèle Probit a été initialement développé dans un contexte fonctionnel pour modéliser le déplacement d'usagers raisonnant en information imparfaite. En ce qui nous concerne, les hypothèses de ce modèle permettent de l'utiliser dans un contexte structurel pour décrire la variété de chemins susceptibles de réaliser une relation, non seulement les plus courts, mais également les chemins alternatifs avec des poids d'autant plus importants que ceux-ci s'écartent peu de l'option la meilleure.

Conformément aux objectifs que nous nous sommes fixés dans ce chapitre, il va maintenant s'agir pour nous d'exploiter et de confronter les informations fournies par les plus courts chemins et par les chemins alternatifs ainsi décrits. Cette comparaison va être l'occasion de comprendre le rôle relationnel des différentes composantes du réseau et les interactions qu'elles établissent entre elles dans un contexte de risques.

À cet effet, nous proposons de détailler ce travail de comparaison au niveau élémentaire de la relation. Comme indiqué en introduction de ce chapitre, nous avons choisi de travailler sur le métro parisien, d'une part avec la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle, et d'autre part avec la relation Trocadéro – Nation (cf Figure 160) car celle-ci présente la particularité d'être réalisée de nombreuses manières acceptables. Outre le plus court chemin articulé sur la combinaison de la ligne 6 et du RER A (via la station Étoile), le modèle Probit lancé sur 1000 simulations de Monte-Carlo avec le paramètre $\beta = 0,5$ identifie en effet cinq autres options acceptables, jouant sur les liaisons directes assurées par les lignes 6 et 9 et sur les transversales fournies par le RER A et la ligne 1.

Nota : À chaque fois que nous avons manipulé le modèle Probit, nous avons effectué un très grand nombre de simulations en regard des contraintes liés au temps de calcul et donc au dimensionnement des réseaux (par exemple, les résultats présentés en annexe X concernent 500 simulations pour les trames régulières, contre seulement 50 pour les réseaux routiers français et européen). Par ailleurs, nous avons choisi de fixer le paramètre du modèle à $\beta = 0,5$ de manière à discerner clairement les chemins alternatifs sans pour autant leur donner plus d'importance que les plus courts chemins. Ce choix est le résultat de plusieurs tests que nous avons effectués sur le métro parisien. Sur l'exemple proposé ici, 62% de la relation Trocadéro – Nation se concentre sur le plus

court chemin (18'41), tandis que seulement 14% se reporte sur la meilleure des options alternatives, c'est-à-dire celle occasionnant un détour de 2'33 (ie un détour de 13,6% en proportion). Notons au passage qu'en vertu du principe des corrélations sous-tendant le modèle Probit, une option moins coûteuse qu'une autre n'a pas forcément un poids plus important (cf options 4 et 5 sur la Figure 182).

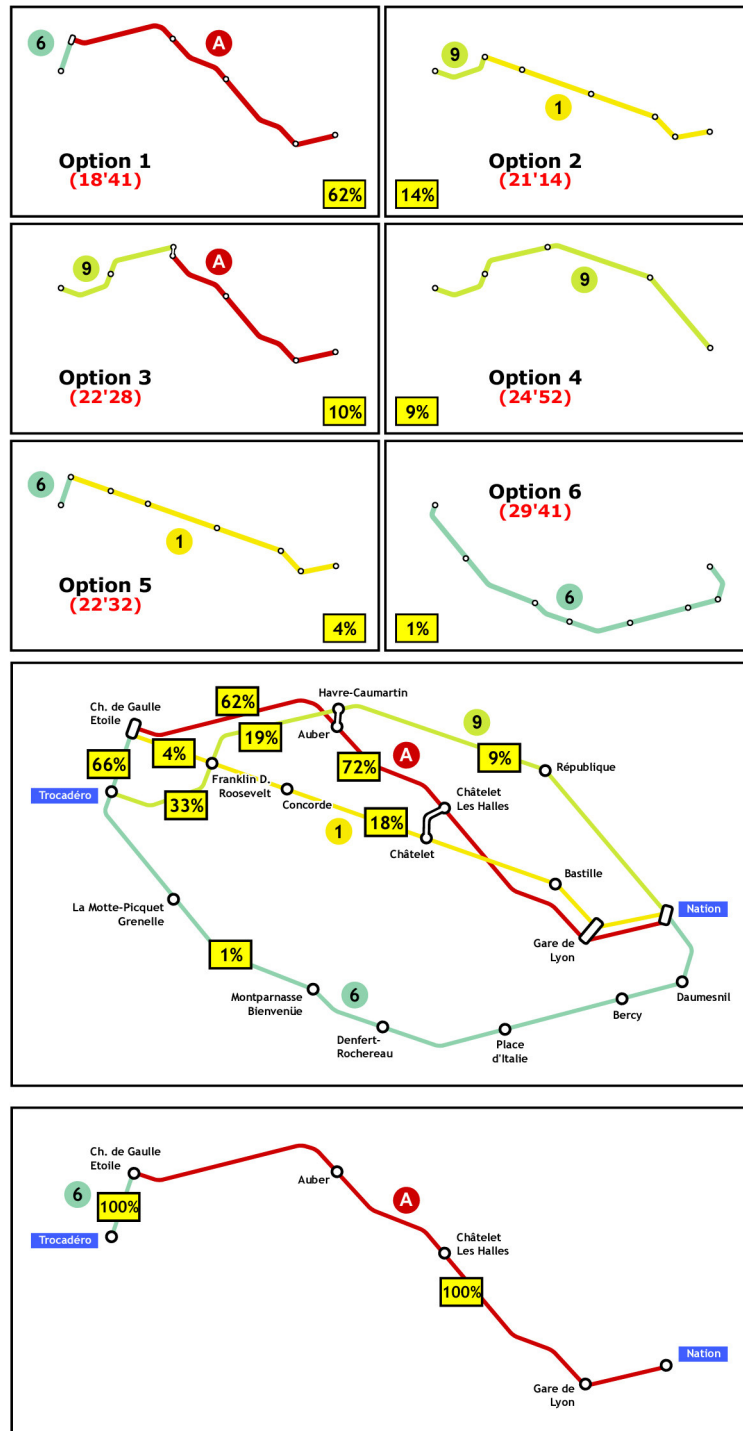


Figure 182 : identification et pondération des chemins associés à la relation Trocadéro - Nation sur le métro parisien par le modèle Probit (1000 simulations de Monte-Carlo, $\beta = 0,5$) (encadrés supérieurs) et répartition résultante de la relation sur le réseau (encadré central) - cette répartition est à comparer avec celle dictée par la logique de plus court chemin (encadré inférieur)

La mise en regard des deux répartitions ainsi obtenues à l'échelle de la relation fait état d'un abandon partiel du plus court chemin au profit de chemins alternatifs. Il est ainsi possible de mettre en valeur d'une part la propension des composantes du plus court chemin à être remplacées par d'autres composantes du réseau, et d'autre part la propension de ces dernières à offrir des chemins de remplacement.

Dans les lignes qui suivent, nous effectuons ces traitements de manière quantitative, dans un premier temps selon un mode opératoire simple permettant de dégager des tendances générales quant aux propriétés énoncées ci-dessus, puis dans un second temps selon un mode opératoire plus élaboré permettant de définir des niveaux de suppléance et de défection entre les différentes composantes du réseau.

D.2.3.1 LA COMPARAISON DE LA CENTRALITÉ INTERMÉDIAIRE ET DE LA CENTRALITÉ « PROBIT » - IDENTIFICATION DE COUPLES D'AXES PRINCIPAUX ET SECONDAIRES SUR LE RÉSEAU

La comparaison la plus simple que l'on peut établir entre les logiques de chemin de remplacement et de plus court chemin consiste simplement à mesurer pour chaque relation les différences entre les deux répartitions associées.

Pour la relation Trocadéro – Nation proposée en exemple, nous obtenons ainsi les résultats présentés en Figure 183.

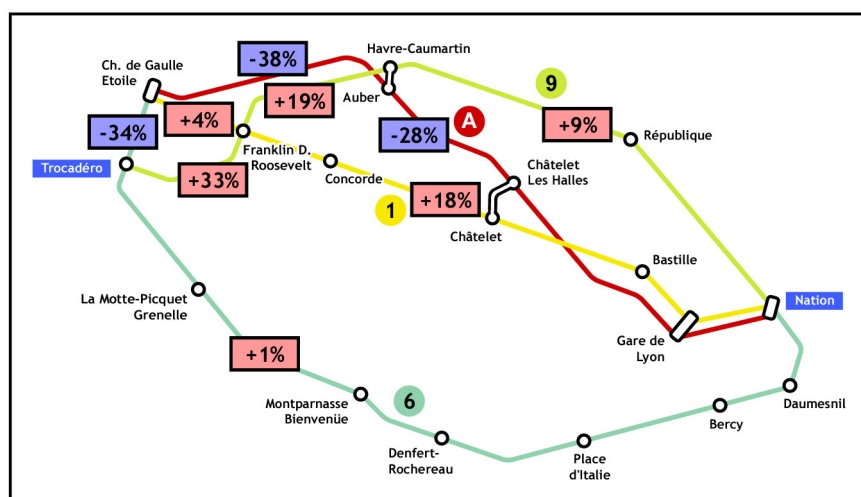


Figure 183 : différence de répartition pour la relation Trocadéro - Nation observée entre la logique de chemin alternatif (modèle Probit, 1000 simulations, $\beta = 0,5$) et la logique de plus court chemin (cf Figure 182)

Pour cette relation, nous identifions ainsi :

- les composantes articulant les plus courts chemins (scores généralement négatifs¹³⁰) avec des différences de répartition d'autant plus déficitaires qu'elles sont facilement abandonnées dans une logique de chemin alternatif,
- les composantes articulant les chemins de remplacement (scores généralement positifs¹³⁰) avec des différences de répartition d'autant plus excédentaires qu'elles sont susceptibles de proposer des alternatives aux plus courts chemins.

Avec ce mode de comparaison, nous confrontons implicitement deux notions de centralité :

- la centralité intermédiaire, dont nous avons vu qu'elle correspond à la somme pondérée des répartitions des relations selon les plus courts chemins,
- et une notion analogue de la centralité, construite cette fois à partir des répartitions observées selon la logique de chemin de remplacement issue du modèle Probit.

De même que la répartition des relations selon les plus courts chemins génère la centralité intermédiaire, la répartition des relations selon une logique de chemin alternatif génère un indice de centralité reflétant la sollicitation des composantes du réseau pour cette logique relationnelle.

Ainsi, en effectuant la somme pondérée des répartitions obtenues pour chacune des relations avec le modèle Probit, nous obtenons un indice de centralité intégrant l'éventualité des chemins alternatifs (cf Figure 184) :

centralité « probit » du sommet S_i pour un ensemble E de relations =

$$\frac{\sum_{\substack{\text{relation } k \in E \\ O_k, D_k \neq S_i}} p_k \cdot \rho_{O_k, D_k}^{\text{probit}}(S_i)}{\sum_{\substack{\text{relation } k \in E \\ O_k, D_k \neq S_i}} p_k}$$

centralité « probit » de l'arête A_i pour un ensemble E de relations =

$$\frac{\sum_{\text{relation } k \in E} p_k \cdot \rho_{O_k, D_k}^{\text{probit}}(A_i)}{\sum_{\text{relation } k \in E} p_k}$$

¹³⁰ Lorsqu'il n'existe qu'un seul plus court chemin, les composantes associées enregistrent systématiquement des scores négatifs ou nuls. En revanche, l'existence de plusieurs plus courts chemins peut conduire exceptionnellement à une différence positive (lorsque par exemple la composante est sollicitée pour 1/3 par des chemins alternatifs et pour 1/4 par les plus courts chemins). Inversement, il peut arriver que certaines composantes situées sur les chemins de remplacement enregistrent des scores négatifs, mais cela est également rarissime.

où O_k , D_k et p_k représentent respectivement l'origine, la destination et le poids de la relation k , tandis que $\rho_{O_k D_k}^{\text{probit}}(\cdot)$ désigne la proportion de chemins de remplacement (selon le modèle Probit) passant par la composante spécifiée parmi l'ensemble de tous ceux qui réalisent la relation $O_k - D_k$ (cf notations en B.2.3).

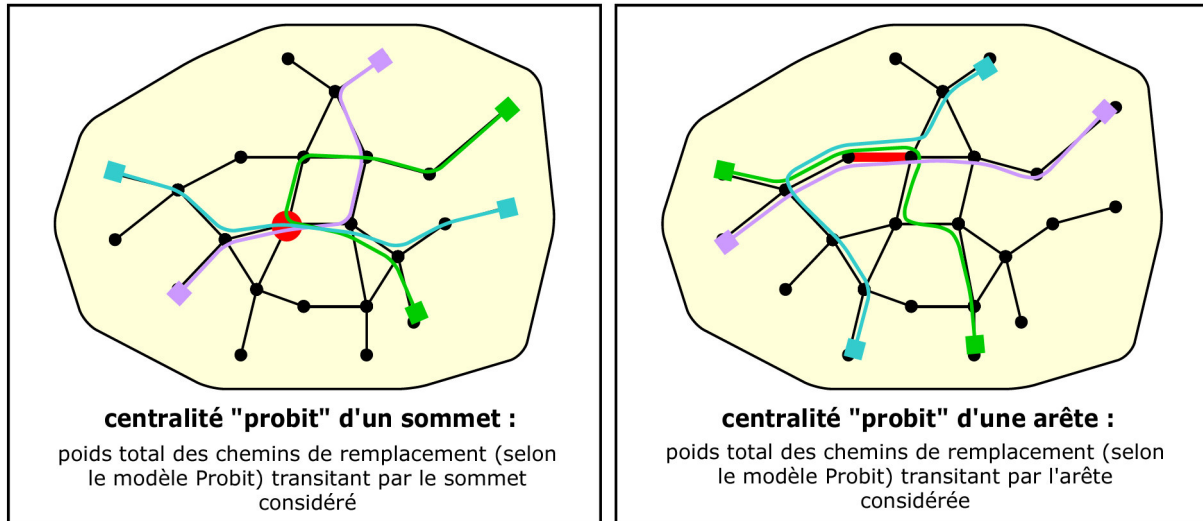


Figure 184 : principe de l'indice de centralité « probit » d'une composante

Au final, le cumul pondéré des différences observées au niveau des relations (cf Figure 183) revient à établir au niveau local la différence entre l'indice de centralité selon la logique de chemin de remplacement de type « probit » et l'indice de centralité intermédiaire. De fait, il est plus intéressant d'observer cette différence que l'indice de centralité « probit » de manière isolée, car celui-ci se comporte sensiblement comme l'indice de centralité intermédiaire et affiche par conséquent des résultats similaires en première approximation.

Cela étant, nous avons mis en œuvre le modèle Probit pour chacun de nos réseaux d'étude, avec un paramètre $\beta = 0,5$ et un nombre de simulations aussi grand que le permettait la dimension du réseau (cf note en introduction de cette section). Les différences de centralité observées pour ce modèle avec la centralité intermédiaire sont cartographiées en annexe X, et sur la Figure 185 dans le cas particulier du réseau de métro¹³¹.

Avant toute interprétation, nous tenons à souligner que les résultats obtenus sont à considérer avec beaucoup de précautions. Les indices obtenus sont en effet le résultat de sommes pondérées effectuées sur des valeurs pouvant être tantôt positives, tantôt négatives. En particulier, il n'est pas possible de savoir si un indice nul ou proche de 0

¹³¹ Nous aurions pu également cartographier ces différences de centralité à un niveau intermédiaire, par exemple pour un ensemble restreint de relations transitant par une composante ou émanant d'une autre composante (nous l'avons par exemple fait avec l'indice de centralité intermédiaire pour en décomposer les niveaux). Ici, nous ne sommes pas rentrés dans ce niveau de détail, car comme nous allons le voir, ces différences de centralité n'ont pour but que d'amorcer l'étude d'indices plus fiables.

est dû à un alignement des chemins alternatifs sur les plus courts chemins qui le traversent, ou au contraire à une compensation d'effets déficitaires et d'effets excédentaires à l'image de ceux observés au niveau relationnel (cf exemple de la Figure 183). Compte-tenu des significations de ces deux types d'effets, nous pouvons simplement avancer que :

la cartographie des différences de centralité entre les logiques relationnelles de chemin de remplacement et de plus court chemin permet de mettre en évidence *les tendances générales* des composantes du réseau à proposer des solutions de remplacement (valeurs excédentaires) ou au contraire à être facilement contournées (valeurs déficitaires)

Ces tendances générales se retrouvent sur les trois grands réseaux routiers que nous avons entrepris d'étudier (cf annexe X) :

→ sur le réseau routier français

Trois zones se démarquent sensiblement sur le réseau routier français, autour des villes de Paris, Lyon et Bordeaux. Il semble en effet que :

- d'une part, la densité autoroutière de la région parisienne favorise les reports des plus courts chemins vers les chemins alternatifs, comme par exemple entre Meaux et Créteil, de l'autoroute A4 vers la nationale N3 et l'autoroute A86 *via* Bobigny,
- d'autre part, à plus grande échelle, des axes secondaires doublant naturellement des axes principaux acceptent des reports du même type, comme la nationale N10 vis-à-vis de l'autoroute A10 (Bordeaux-Poitiers) ou encore la transversale Beaune-Clermont vis-à-vis de la combinaison des autoroutes A6 et A72 *via* Lyon et Saint-Étienne.

→ sur le réseau routier européen

Des tendances identiques se dégagent sur les zones denses du réseau routier européen :

- de manière ponctuelle, par exemple dans les Alpes ou sur les côtes scandinaves,
- de manière plus marquée, le long d'itinéraires de plus grande envergure, comme par exemple pour la liaison Lille-Hambourg (*via* Bruges, déficitaire, ou *via* Liège, excédentaire) ou encore pour la liaison Lyon-Hambourg (*via* Cologne, déficitaire, ou *via* Francfort, excédentaire).

→ sur le réseau routier orléanais

Les résultats affichés par le réseau routier de la ville d'Orléans sont particulièrement caricaturaux. Les liaisons empruntant successivement l'extrémité sud du pont central et l'extrémité nord du pont situé à l'ouest empruntent traditionnellement ce dernier, mais le pont central et la rive nord proposent une solution de remplacement visiblement attrayante (cf le basculement manifesté par les valeurs déficitaires d'une part et excédentaires d'autre part). Sur les rives, des structures parallèles se manifestent ponctuellement, notamment selon des sens de circulation transversaux.

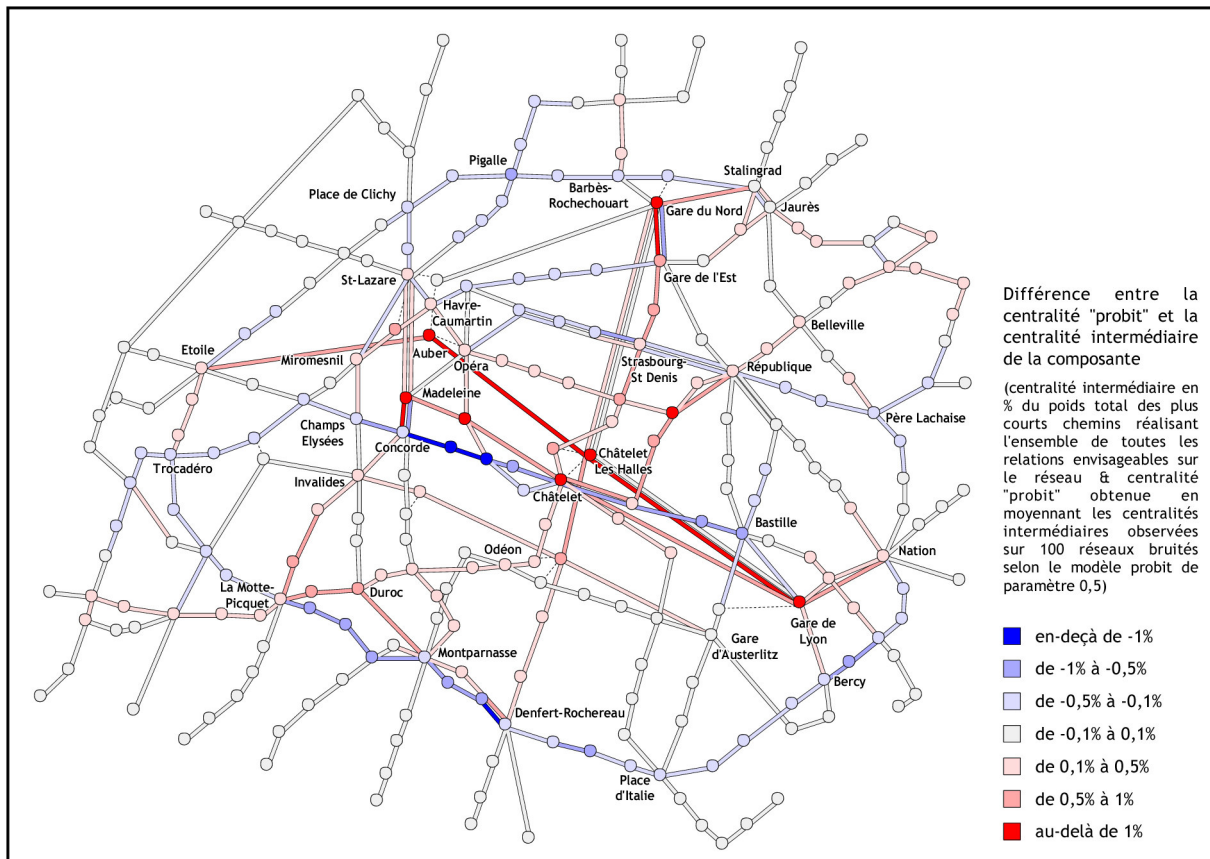


Figure 185 : centralité « probit » (relativement à la centralité intermédiaire) des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Les résultats obtenus sur le réseau de métro parisien mettent également en évidence le rôle que jouent certains axes secondaires vis-à-vis des axes empruntés massivement par les plus courts chemins.

Ce point est particulièrement net au niveau des liaisons est-ouest, traditionnellement assurées par la ligne 1, et ici épaulées par le RER A et la ligne 14 (de fait, les jonctions entre ces lignes sont facilitées par de nombreuses correspondances : Nation, Gare de Lyon, Châtelet, Auber – St-Lazare et Étoile). En pratique, l'usage confirme largement le fonctionnement parallèle de ces trois lignes, à la différence près que les fréquentations en nombre de voyageurs érigent le RER A en axe principal. Cela étant, la ligne 1 est effectivement connue pour absorber les reports du RER A en cas de dysfonctionnement, tout comme la ligne 14 dont la finalité est justement de délester le RER A !

Nous notons par ailleurs un phénomène identique, mais sensiblement moins marqué, entre les liaisons est-ouest de la rive droite, valorisant la ligne 3 entre République et les stations Havre-Caumartin et Opéra, au détriment des lignes 8 et 9 entre les mêmes stations.

Notons enfin les valeurs excédentaires affichées tout le long de la ligne 4, au profit desquelles les plus courts chemins délestés n'apparaissent pas très clairement. Le jeu des correspondances autorise à penser que les circulaires font localement les frais de cette préférence, néanmoins, la précision et la fiabilité des résultats fournis ici ne permettent pas de confirmer ces tendances, aussi reléguons-nous cette affirmation au rang des suppositions.

La comparaison la plus simple entre chemins alternatifs et plus courts chemins consiste à mesurer la différence entre les centralités associées. Les valeurs particulièrement déficitaires ou excédentaires issues de ce calcul mettent alors en évidence des structures couplées de type axes principaux – axes secondaires, les premiers étant associés à certains plus courts chemins et les seconds épaulant ceux-ci au titre de chemins de remplacement privilégiés.

Par construction, les informations fournies par cet indice comparatif ne sont que des tendances, et nécessitent à ce titre d'être approfondies par une analyse relationnelle et locale des phénomènes sous-jacents.

Si nous revenons en effet au niveau de détail adopté pour l'étude de la relation Trocadéro – Nation en Figure 183, nous sommes en mesure de visualiser et quantifier précisément le basculement des plus courts chemins vers les chemins alternatifs. Il apparaît ainsi que certaines sections des plus courts chemins sont plus ou moins abandonnées, tandis qu'en contrepartie, certaines sections du réseau bénéficient d'un intérêt plus ou moins marqué. Par exemple, pour cette relation :

- la section Étoile – Auber sur le RER A est la section du plus court chemin la plus facilement délaissée (-38%) dans une logique de chemin de remplacement,
- la section Trocadéro – Havre-Caumartin est l'alternative la plus volontiers empruntée en contrepartie (de +19% à +33%).

À l'échelle de la relation, la comparaison des plus courts chemins et des chemins alternatifs pose ainsi deux questions :

- dans quelle mesure une composante empruntée au titre de chemin de remplacement constitue-t-elle une solution alternative aux autres composantes du réseau ?
- par inférence, dans quelle mesure une composante donnée du réseau est-elle volontiers contournée dans une logique de chemin de remplacement ?

Les mécanismes relationnels sous-jacents relèvent des phénomènes complémentaires de *suppléance* et de *défection* – ils peuvent être déduits de la comparaison qualitative et quantitative des plus courts chemins et des chemins de remplacement.

Dans les lignes qui suivent, nous proposons de décomposer la comparaison des logiques de plus court chemin et de chemin de remplacement en mettant explicitement en évidence ces deux phénomènes.

D.2.3.2 LA REMISE EN QUESTION DES PLUS COURTS CHEMINS DANS UNE LOGIQUE DE CHEMIN DE REMPLACEMENT - SUPPLÉANCE ET DÉFECTION DES COMPOSANTES DU RÉSEAU

La simple soustraction des centralités issues des chemins alternatifs et des plus courts chemins révèle des tendances quant aux capacités des composantes à fournir des solutions de remplacement (valeurs excédentaires) ou inversement à être facilement remplacées (valeurs déficitaires). Néanmoins, nous avons vu que l'agrégation de ces informations sur plusieurs relations introduit des confusions, car elle cumule des soldes pouvant être tantôt positifs, tantôt négatifs, et produit en conséquence un indicateur dont il est difficile de démêler les différentes contributions.

À cet effet, nous proposons ici d'améliorer la comparaison des chemins alternatifs et des plus courts chemins en séparant, au niveau relationnel, d'une part les informations relatives à la *capacité à remplacer*, et d'autre part les informations relatives à la *capacité à être remplacé*.

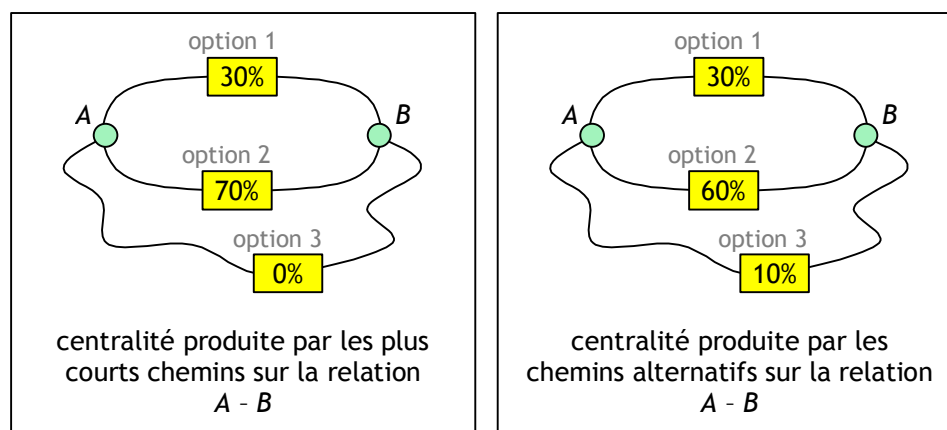


Figure 186 : distribution des plus courts chemins et des chemins alternatifs sur un exemple simple de relation

Avant même d'envisager des relations sur nos réseaux d'étude (par exemple les relations suggérées en Figure 160 au début de ce chapitre), nous allons approfondir notre travail de comparaison sur un graphe très simple à appréhender (cf Figure 186). La relation $A-B$ étudiée à cet effet peut être réalisée de trois manières :

- dans une logique de plus court chemin, les options les meilleures correspondent aux options 1 et 2, et nous supposons que les plus courts chemins se répartissent sur celles-ci selon des contingents respectifs de 0,3 et 0,7¹³²,

¹³² En théorie, les plus courts chemins devraient se répartir équitablement sur ces deux options – c'est-à-dire selon des taux égaux à 0,5 – mais nous avons choisi arbitrairement de déséquilibrer cette répartition afin que ces taux puissent être aisément distingués dans la suite des calculs.

- dans une logique de chemin de remplacement, nous supposons que les trois options participent avec des taux d'implication respectivement égaux à 0,3, 0,6 et 0,1.

Telle qu'elle est présentée, la différence des centralités ainsi établies au niveau relationnel (cf Figure 187) laisse penser que les plus courts chemins se reportent pour 10% depuis l'option 2 vers l'option 3. Par inférence, nous sommes amenés à penser que la deuxième option présente des facilités à être remplacée, tandis que la troisième option affiche une propension à proposer des solutions de remplacement. Selon ce schéma, ces tendances seraient elles-mêmes quantifiées pour cette relation par des taux de 0,1.

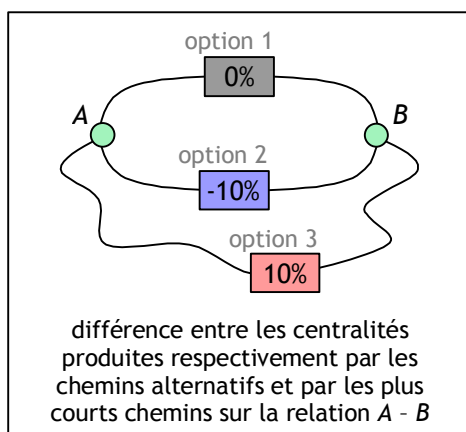


Figure 187 : comparaison des distributions établies selon les chemins alternatifs et selon les plus courts chemins sur l'exemple de la Figure 186

À la lecture des valeurs de centralité affichées par la première option, nous pensons toutefois que ce mode de raisonnement est incorrect. Bien que cette option affiche une différence de centralités égale à 0 et laisse penser en conséquence qu'elle n'apporte aucune alternative aux plus courts chemins, il n'en demeure pas moins qu'elle offre une alternative aux plus courts chemins empruntant la deuxième option.

À notre avis, il est plus correct de former le raisonnement suivant :

- la relation A-B est assurée conjointement par les options 1 et 2 dans une logique de plus court chemin,
- l'option 1 intervient partiellement en tant que solution alternative : en ce sens, elle est redondante avec les plus courts chemins puisque ceux-ci empruntent également cette option,
- néanmoins, les plus courts chemins sont également réalisés par la deuxième option, aussi peut-on penser plus exactement que l'option 1 est pour une part *redondante*, et pour une autre part *suppléante*¹³³.

Si l'on souhaite à présent quantifier ces différentes contributions, il est logique de considérer que la première option est redondante ou suppléante (selon les cas) avec les

¹³³ → SUPPLÉANCE : Fait de suppléer quelque chose / SUPPLÉER : Se mettre ou être mis à la place de... pour remplacer (ce qui manque) ou renforcer (ce qui est insuffisant).

→ REDONDANCE : LING. Caractère de ce qui apporte une information déjà donnée sous une autre forme. (*Petit Robert*, 2002)

plus courts chemins au prorata des poids de ces derniers. Étant impliquée dans les chemins alternatifs avec un taux de 0,3 :

- la contribution de l'option 1 en tant qu'option redondante est égale au produit : [taux d'implication dans les chemins alternatifs \times taux d'implication dans les plus courts chemins], soit : $0,3 \times 0,3 = 0,09$,
- et de la même manière, elle est égale, en tant qu'option suppléante, au produit : [taux d'implication dans les chemins alternatifs \times (1 – taux d'implication dans les plus courts chemins)], soit : $0,3 \times 0,7 = 0,21$.

Par construction, la redondance et la suppléance d'une composante sont des notions complémentaires (leur somme est égale à la centralité selon la logique de chemin de remplacement), aussi choisissons-nous de ne conserver qu'une seule de ces informations. Nous retenons la notion de suppléance, car celle-ci répond à notre souhait initial de décrire la capacité des composantes à remplacer.

La suppléance d'une composante correspond à la proportion de chemins alternatifs non redondants avec les plus courts chemins au niveau de cette composante (pour la relation et pour la logique de chemin de remplacement considérées).
Elle est égale au produit de la proportion des chemins alternatifs transitant par cette composante et de la proportion des plus courts chemins n'y transitant pas.

Nous avons reproduit ce schéma sur les autres composantes de ce graphe. Ainsi (cf Figure 188) :

- l'option 2 affiche un suppléance de 0,18 car elle offre avec un taux de 0,6 une alternative aux plus courts chemins qui ne transitent pas par elle, c'est-à-dire à une fraction 0,3 des plus courts chemins,
- la suppléance de l'option 3 vaut 0,1 car cette option offre avec un taux de 0,1 une alternative à la totalité des plus courts chemins, car aucun de ceux-ci n'emprunte cette option.

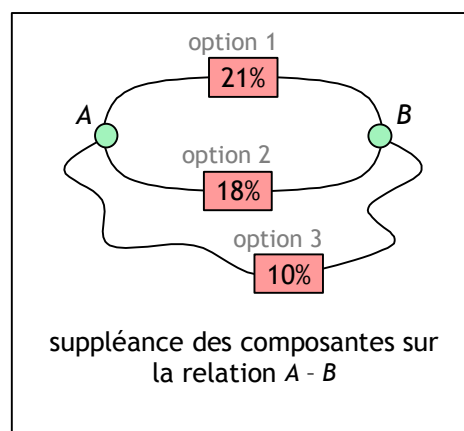


Figure 188 : suppléance des composantes du graphe présenté en Figure 186

De cette manière, la qualité des composantes à offrir des solutions de remplacement est ici correctement prise en compte et logiquement évaluée. Pour une logique L de chemin de remplacement donnée et pour une relation k donnée, l'indice de suppléance de la composante C_i peut être formalisé comme suit (cf Figure 189) :

$$\text{suppléance}_{\text{relation } k}^{\text{logique } L}(C_i) = \rho_k^{\text{logique } L}(C_i) \times (1 - \rho_k(C_i))$$

avec les notations usuelles décrites en B.2.3.

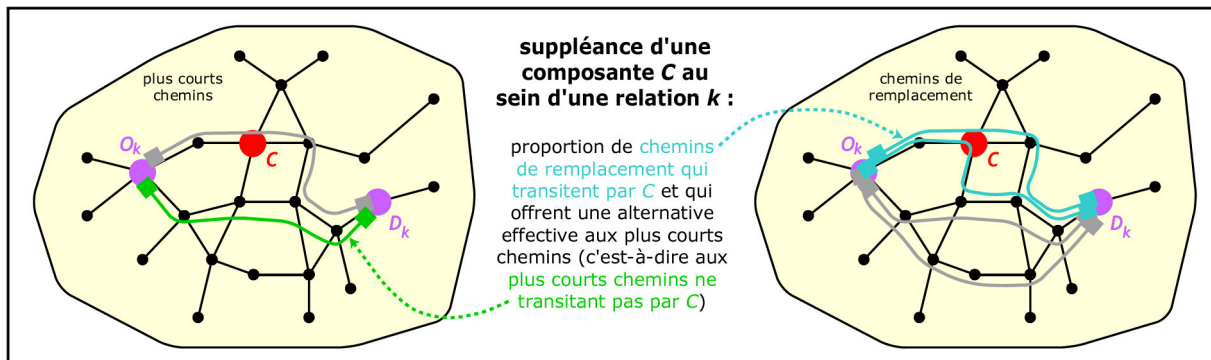


Figure 189 : principe de l'indice de suppléance d'une composante pour une logique de chemin de remplacement donnée

La cartographie de cet indicateur pour les deux relations que nous nous sommes proposés d'étudier dans ce chapitre permet de mieux cerner les informations qu'il renferme (cf Figure 190) :

- la relation Trocadéro – Nation n'admet qu'un seul plus court chemin, par conséquent les suppléances observées pour cette relation correspondent par construction aux différences positives de centralité relevées de prime abord en Figure 183,
- la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle admet deux plus courts chemins, par conséquent, les suppléances observées pour cette relation sont déduites de la répartition des chemins alternatifs (cf Figure 168) non seulement sur les composantes situées exclusivement sur les chemins alternatifs, mais également pour moitié sur les composantes situées sur chacun des deux plus courts chemins, l'un venant au secours de l'autre.

Il est important de noter que la distribution spatiale et les poids associés des composantes suppléantes ne sont pas régis par une logique de flux (et par les lois de conservation associées). Par exemple :

- la suppléance de la ligne 9 sur la relation Trocadéro – Nation n'est pas constante de part et d'autre de la station Havre-Caumartin, et ce malgré l'absence d'embranchement d'une autre composante suppléante au niveau de cette station,
- la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle admet de nombreuses composantes suppléantes à l'ouest du réseau de métro – néanmoins, celles-ci sont virtuellement déconnectées de la station Cardinal-Lemoine, car l'intégralité des plus courts chemins emprunte la section reliant cette station au nœud Cluny – St Michel et confère à celui-ci un indice de suppléance nul.

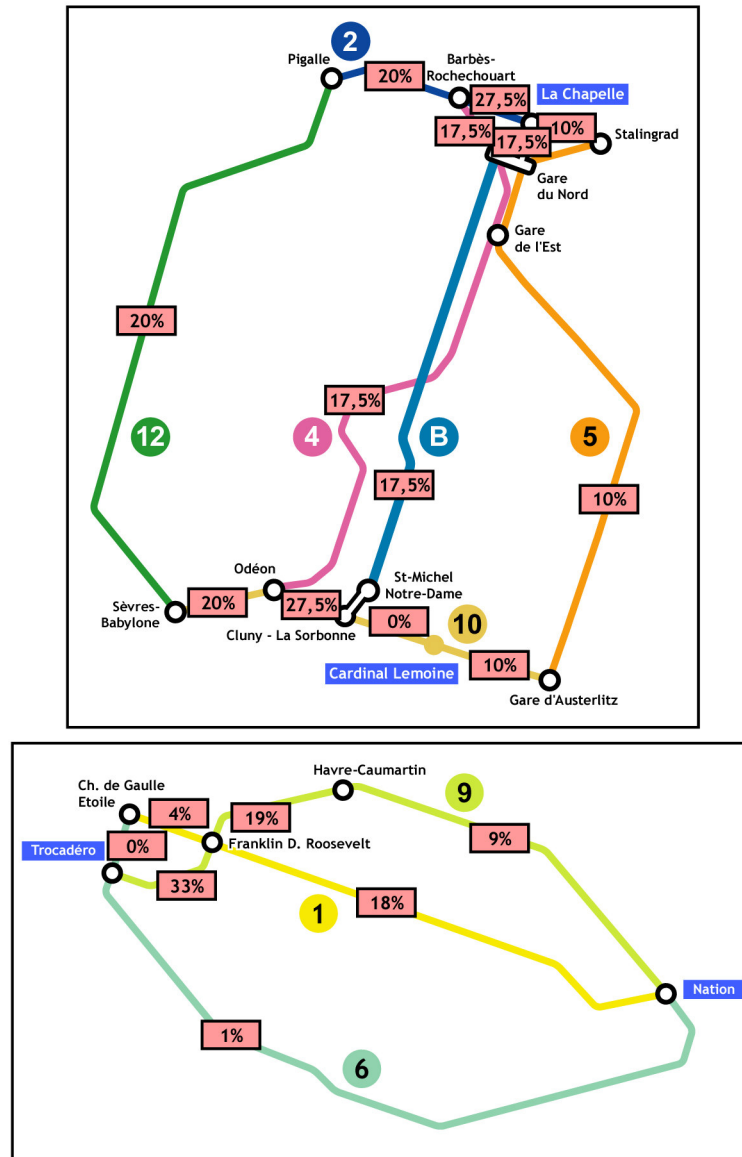


Figure 190 : suppléance des composantes du réseau métro parisien aux relations Cardinal Lemoine - La Chapelle (encadré supérieur) et Trocadéro - Nation (encadré inférieur) déduite des répartitions selon les plus courts chemins (cf Figure 160 p.437) et selon les chemins alternatifs (cf resp. Figure 168 p.452 et Figure 182 p.480)

Ces discontinuités reflètent en réalité la variété des rôles que sont amenées à jouer certaines sections du réseau dans le contexte de la relation considérée. Si l'on reprend les points soulevés plus haut, il apparaît en effet que :

- la section Havre-Caumartin – Nation de la ligne 9 remplace moins efficacement la section parallèle du RER A que la section Franklin-Roosevelt – Havre-Caumartin vis-à-vis (partiellement) de la section Étoile – Auber de ce même RER,
- les composantes suppléantes situées à l'ouest de la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle sont tributaires de la section « incontournable » Cardinal-Lemoine – Cluny la Sorbonne de la ligne 10 (en fait, le point mis en évidence ici ne relève pas tant des capacités à remplacer que de celles à être remplacées – nous y reviendrons plus bas avec la notion de *défection*).

Lorsque l'on agrège les informations relatives à l'indice de suppléance en prenant en compte non plus une seule relation mais un ensemble plus large de relations (cf B.2.4), ces discontinuités s'estompent ou persistent, selon les potentialités relationnelles effectives du réseau.

Dans un premier temps, il peut être intéressant d'effectuer des agrégations à l'échelle de la composante. Le propos étant d'évaluer la capacité des composantes à proposer des solutions alternatives, nous suggérons, pour une composante C donnée, de considérer l'ensemble des relations qui transitent usuellement par cette composante (*ie* selon la logique de déplacement par défaut, c'est-à-dire selon la logique de plus court chemin) :

$$\text{suppléance}_{\text{composante } C}^{\text{logique } L}(C_i) = \frac{\sum_{\text{relation } k} [\rho_k \cdot \rho_k(C)] \cdot [\rho_k^{\text{logique } L}(C_i) \times (1 - \rho_k(C_i))]}{\sum_{\text{relation } k} [\rho_k \cdot \rho_k(C)]}$$

De cette manière, nous décrivons la capacité des composantes C_i du réseau à épauler les plus courts chemins transitant par la composante C considérée. Par construction, ces chemins sollicitent systématiquement la composante C , par conséquent les suppléances mises en évidence sont susceptibles de révéler les mécanismes relationnels de contournement associés à C .

Afin de nous en rendre compte, nous avons calculé et cartographié l'indice local de suppléance sur nos différents réseaux d'étude (cf annexe X). Ainsi que nous l'attendions, les résultats obtenus mettent en évidence les possibilités relationnelles de contourner les composantes.

→ En pratique, le contournement d'une composante C s'organise souvent de manière circulaire autour de C . Rien n'empêche cependant qu'il existe des composantes suppléantes articulées sur des chemins radiaux : de fait, nous ne mettons pas en scène l'endommagement de la composante C , et dans ce contexte, les composantes adjacentes à C sont bien placées pour s'épauler mutuellement dans une logique de chemin de remplacement.

→ Par ailleurs, il faut bien être attentif aux valeurs de cette suppléance (compte-tenu de la permissivité des chemins alternatifs, et en particulier du paramètre β lorsque l'on utilise à cet effet le modèle Probit). De fait, le réseau dispose parfois de peu de ressources pour proposer des alternatives aux relations transitant par une composante donnée.

L'examen des exemples abordés sur nos réseaux d'étude confirme ces grandes lignes, et révèle ponctuellement certaines singularités. À cette occasion, nous attirons l'attention sur les suppléances associées :

- à Paris et à Vierzon sur le réseau routier français : la propension des composantes à proposer des solutions de remplacement est bien plus élevée pour Paris que pour Vierzon, et ce en raison des différences de densité du réseau autour de ces deux villes ;

- au pont Danemark – Suède et à Hambourg sur le réseau routier européen : les composantes en question constituent plus ou moins des passages critiques, par conséquent les suppléances aux relations qui y transitent se situent en amont ou en aval de celles-ci (sans surprise, la liaison continentale *via* St-Petersbourg ne joue pas le rôle de suppléante entre la Scandinavie et l'Europe du Nord !) ;
- à chacun des trois ponts sur le réseau routier orléanais : ici aussi, les ponts constituent des passages critiques d'une rive à l'autre, et les suppléances mutuelles sont quasi-inexistantes compte-tenu de la faible permisivité du modèle Probit de paramètre 0,5 – néanmoins, nous retrouvons ici le basculement susceptible d'opérer facilement entre le pont situé à l'ouest et le pont central (ce basculement était déjà suggéré par la simple comparaison des centralités intermédiaire et « probit » en D.2.3.1).

Sur le réseau de métro parisien, nous avons évalué les suppléances relatives aux stations Saint-Lazare et République (cf annexe X) et à la station Invalides (cf Figure 191).

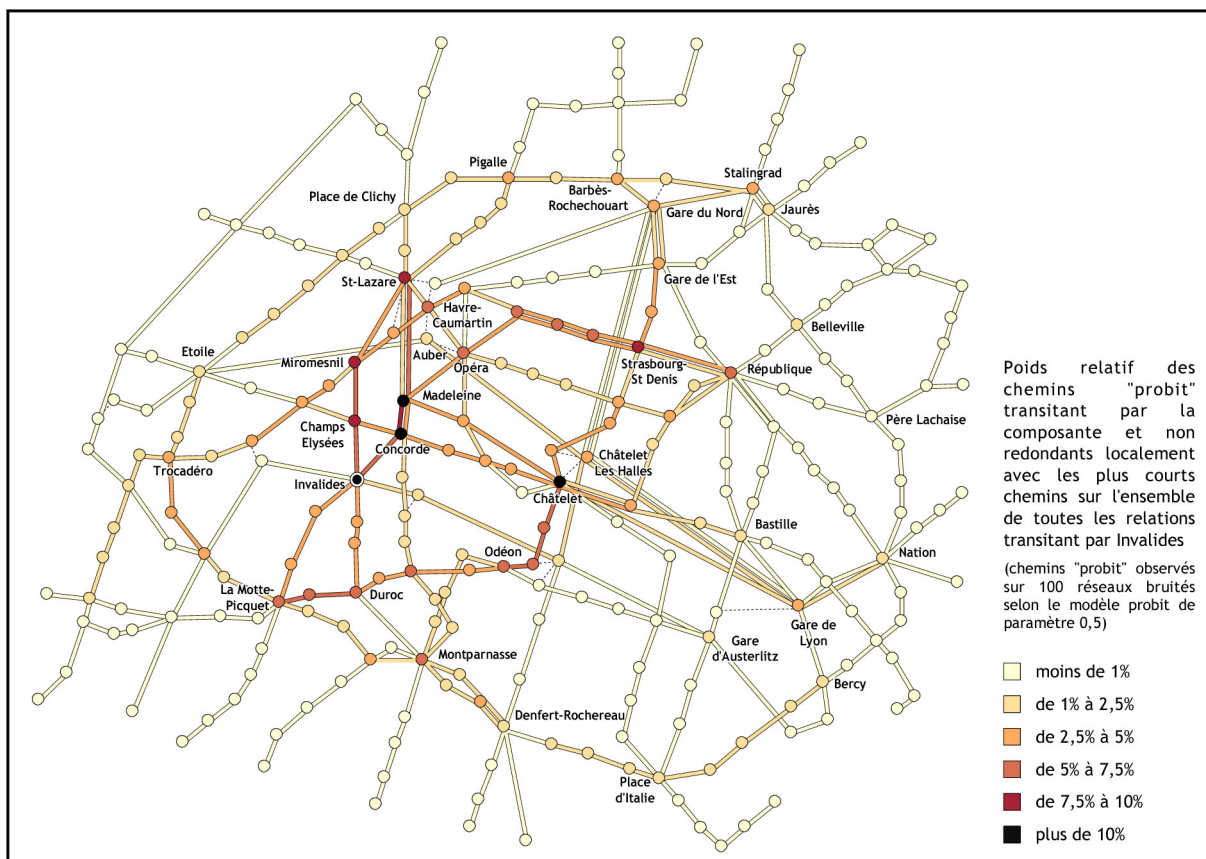


Figure 191 : suppléance des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux transitant par la station Invalides

Les résultats obtenus sur le métro révèlent très nettement les structures circulaires et radiales évoquées plus haut, car ce réseau est organisé selon des lignes qui articulent fortement les relations et autorisent d'autant moins les correspondances.

Ainsi, sur l'exemple de la station Invalides (cf Figure 191), nous notons :

- d'une part les possibilités de contournement de type « circulaires », grâce aux combinaisons offertes dans le sud-ouest de la ville par les lignes 4, 6 et 10 (et les correspondances associées à Montparnasse, Odéon et La Motte-Picquet),
- d'autre part les possibilités de contournement de type « radiales », grâce à l'interchangeabilité des lignes 8 et 13 qui transitent par Invalides et aux passerelles offertes entre ces deux lignes par le jeu des correspondances dans le quartier Concorde – Madeleine – Saint-Lazare.

Au-delà de ces informations extraites pour l'ensemble des relations transitant par une composante C donnée, la suppléance peut être enfin observée à un niveau global en considérant l'ensemble de toutes les relations envisageables sur le réseau.

$$\text{suppléance}_{\text{logique } L(C_i)} = \frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot [\rho_k^{\text{logique } L(C_i)} \times (1 - \rho_k(C_i))]}{\sum_{\text{relation } k} p_k}$$

L'information extraite ici correspond aux contributions des chemins de remplacement non redondantes avec celles des plus courts chemins usuels : en ce sens, cet indicateur décrit la capacité globale des composantes C_i du réseau à épauler les plus courts chemins sur le réseau. Les résultats obtenus nous permettent de préciser les analyses issues de la simple comparaison des centralités intermédiaire et « probit » (voir notamment les résultats sur les réseaux routiers français, européen et orléanais en annexe X).

Sur le réseau de métro parisien (cf Figure 192), les résultats obtenus mettent l'accent sur l'importance relationnelle des stations et des lignes du quartier Auber – Saint-Lazare. Manifestement, ces composantes affichent une forte propension à s'épauler mutuellement – détail que nous ne pouvions relever sur la carte des différences de centralité (cf Figure 185) pour les raisons que nous connaissons.

Autour de cet aspect majeur, nous notons néanmoins la moindre importance de certaines sections de ligne attenantes : par exemple la ligne 7 au nord-est d'Opéra ou encore la ligne 12 au sud de Concorde : ce point est important, car il révèle les limites des potentialités relationnelles du réseau dans ce quartier.

Relevons enfin, dans un cadre plus large, la suppléance des axes radiaux nord-sud et est-ouest déjà identifiés en première analyse, à savoir : la ligne 4 d'une part, et les lignes 1, 14 et le RER A d'autre part.

Concernant ces dernières, l'analyse issue de la différence des centralités en Figure 185 laissait supposer un report global probable de la ligne 1 vers la ligne 14 et le RER A. Ici, les valeurs de suppléances n'excluent pas cette interprétation (elles vont dans le sens d'un soutien mutuel de ces trois lignes), mais elles ne confirment pas pour autant ce phénomène de report.

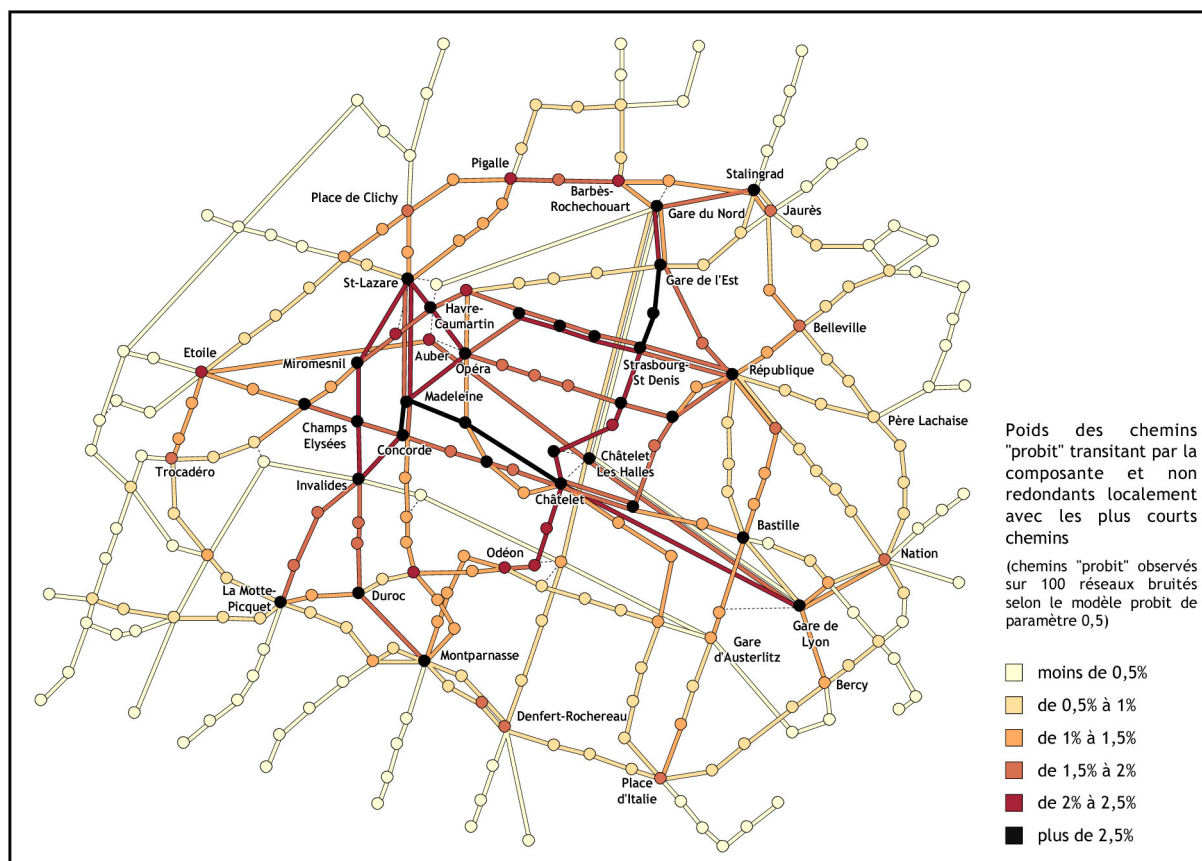


Figure 192 : suppléance des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Au final, la notion de suppléance ne restitue pas l'ensemble des informations que l'on pouvait espérer extraire de la comparaison des plus courts chemins et des chemins de remplacement. Et pour cause : la suppléance est par construction une fraction de cette comparaison, élaborée dans le but d'isoler les contributions de chemins de remplacement qui ne sont pas redondants avec les plus courts chemins. Afin de parachever cette construction, il nous faut donc à présent élaborer l'indice qui lui est complémentaire, en ce sens qu'il renseigne sur la tendance des plus courts chemins à ne pas être re-parcourus au titre des chemins de remplacement. Il s'agit de la notion de *défection*¹³⁴ :

Par symétrie avec la notion de suppléance, nous définissons la défection d'une composante comme la proportion de plus courts chemins non redondants avec les chemins de remplacement au niveau de cette composante (pour la relation et pour la logique de chemin de remplacement considérées).

Elle est égale au produit de la proportion des plus courts chemins transitant par cette composante et de la proportion des chemins alternatifs associés n'y transitant pas.

En d'autres termes, nous mesurons la propension des plus courts chemins à être abandonnés (ou à ne pas être reconduits) dans une logique de chemin de remplacement.

¹³⁴ → DÉFECTION : Fait de ne pas venir là où l'on était attendu. (*Petit Robert*, 2002)

Si nous reprenons le graphe très simple que nous avons échafaudé pour expliciter la notion de suppléance (cf Figure 186), nous obtenons les valeurs de défection représentées en Figure 193. Avec cet indice, il apparaît que l’option 2 n’est pas la seule lésée par le basculement des plus courts chemins vers les chemins alternatifs : l’option 2 ET l’option 1 sont en effet concernées conjointement selon des taux respectifs de 0,28 et 0,21.

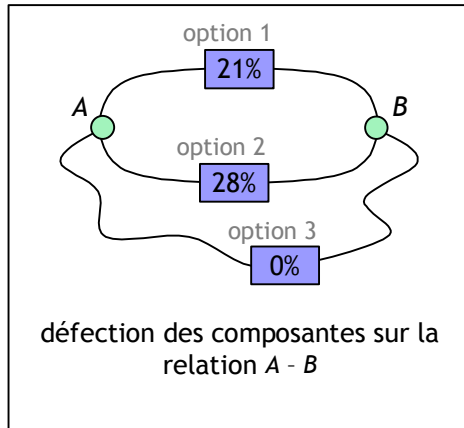


Figure 193 : défection des composantes du graphe présenté en Figure 186

De cette manière, nous prenons en considération la capacité des composantes à être facilement remplacées par des solutions de remplacement. Avec les mêmes notations que celles employées pour définir la suppléance, l’indice de défection de la composante C_i peut être formalisée comme suit pour une logique L de chemin de remplacement donnée et pour la relation k donnée (cf Figure 194) :

$$\text{défection}_{\text{relation } k}^{\text{logique } L}(C_i) = \rho_k(C_i) \times (1 - \rho_k^{\text{logique } L}(C_i))$$

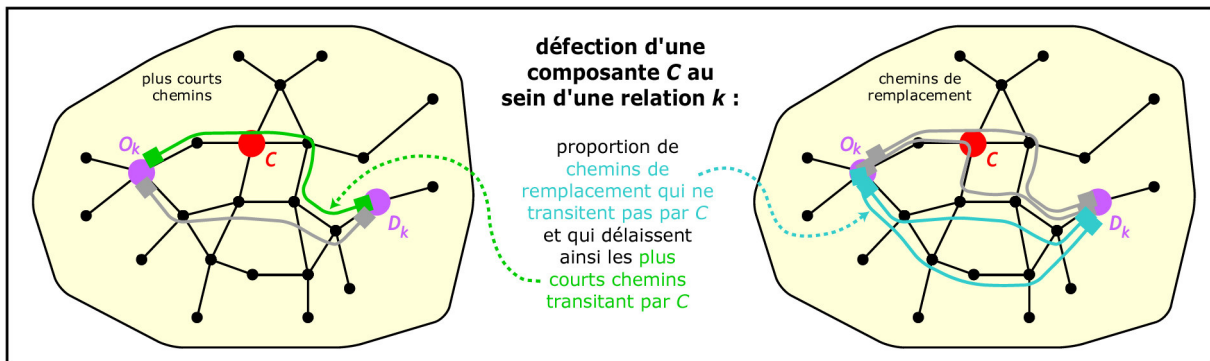


Figure 194 : principe de l’indice de défection d’une composante pour une logique de chemin de remplacement donnée

De la même manière que pour l’indice de suppléance, nous allons commenter et développer cet indice en considérant les différents niveaux d’analyse, depuis le niveau relationnel jusqu’au niveau global.

Au niveau relationnel, les informations sur la défection des composantes complètent bien celle fournie par la suppléance dans la perspective initiale de comparaison entre logique de plus court chemin et logique de chemin de remplacement. Ainsi, sur les deux relations du réseau de métro que nous soumettons à l'étude (cf Figure 195) :

- l'unique plus court chemin de la relation Trocadéro – Nation offre le pendant aux alternatives mises en évidence en Figure 190, selon des taux égaux aux différences négatives de centralité relevées de prime abord en Figure 183 (cette équivalence est valable car il n'existe qu'un seul plus court chemin pour cette relation) ;
- en revanche, l'existence de plusieurs plus courts chemins pour la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle met en évidence ici la possibilité pour les composantes associées d'afficher des qualités conjointes de défection et de suppléance (ce qui posait initialement problème dans l'interprétation des différences entre les centralités intermédiaire et « probit »).

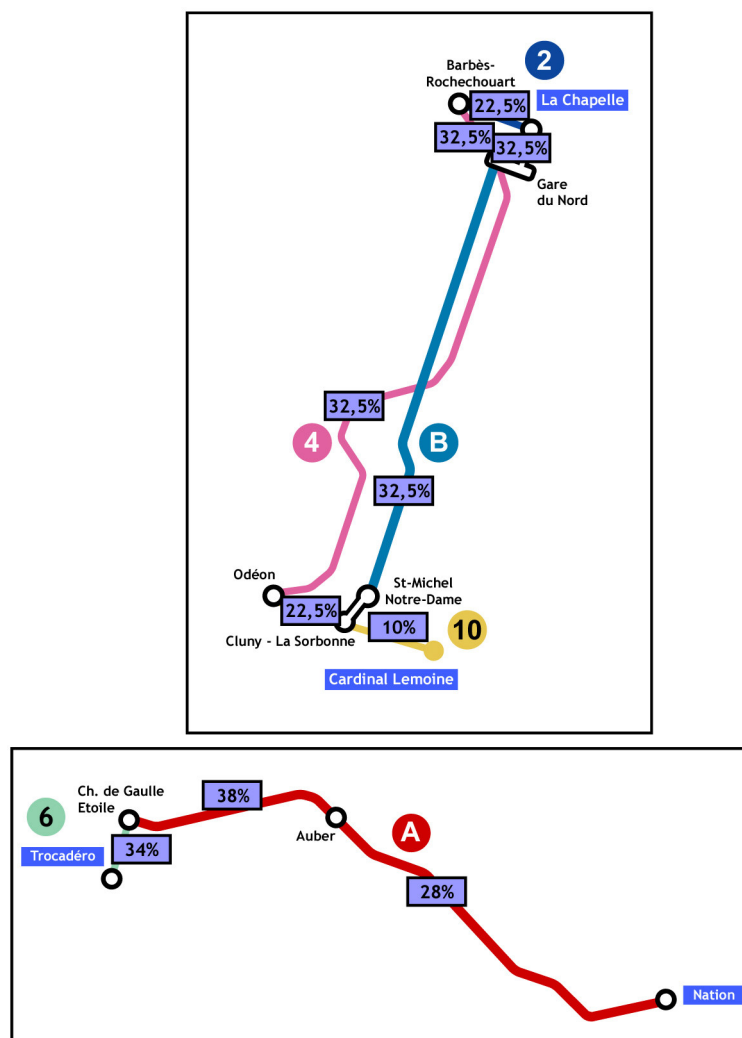


Figure 195 : défection des composantes du réseau métro parisien aux relations Cardinal Lemoine - La Chapelle (encadré supérieur) et Trocadéro - Nation (encadré inférieur) déduite des répartitions selon les plus courts chemins (cf Figure 160 p.437) et selon les chemins alternatifs (cf resp. Figure 168 p.452 et Figure 182 p.480)

En termes de poids, les valeurs affichées font état de la capacité des composantes à être remplacées. Les valeurs observées sur la relation Trocadéro – Nation font ainsi écho aux valeurs de suppléance calculées pour cette même relation (voir les commentaires de la Figure 190). Sur la relation Cardinal Lemoine – La Chapelle, nous soulignerons seulement les difficultés d'évitement de la section Cardinal Lemoine – Cluny La Sorbonne sur la ligne 10 (taux de 0,1) dont nous avons pressenti les effets en termes de suppléance par l'absence de solutions alternatives entre ces mêmes stations.

Au niveau de la composante, l'agrégation des relations transitant par une composante C donnée fournit l'indice de défection relativement à cette même composante :

$$\text{défection}_{\text{composante } C}^{\text{logique } L}(C_i) = \frac{\sum_{\text{relation } k} [\rho_k \cdot \rho_k^{\text{logique } L}(C)] \cdot [\rho_k(C_i) \times (1 - \rho_k^{\text{logique } L}(C_i))]}{\sum_{\text{relation } k} [\rho_k \cdot \rho_k^{\text{logique } L}(C)]}$$

Ici, nous nous focalisons sur les composantes C_i du réseau impliquées dans les plus courts chemins transitant par une composante C donnée : avec cet indice, nous mesurons la propension des composantes C_i à être démisées de ces plus courts chemins au profit de chemins de remplacement.

Pour établir le pendant à l'indice de suppléance, nous avons cartographié cet indice local de défection pour les mêmes composantes de nos différents réseaux d'étude (cf annexe X). Comme prévu, les résultats obtenus font état de la facilité avec laquelle les plus courts chemins transitant par la composante considérée sont abandonnés au profit de chemins alternatifs.

→ À l'inverse des structures circulaires mises en évidence par l'indice de suppléance, les plus courts chemins délaissés dans une logique de chemin de remplacement s'organisent essentiellement selon des structures radiales.

→ Quantitativement parlant, la valeur même des indices de défection est importante, car elle révèle la portée des plus courts chemins qui sont effectivement remis en question par l'existence de chemins alternatifs.

Outre les exemples sur les réseaux routiers français, européen et orléanais (sur lesquels nous laissons le soin au lecteur de consulter les résultats en annexe X conformément à la grille de lecture établie ci-dessus), nous avons repris sur le réseau de métro parisien le cas de la station Invalides (cf indice de suppléance en Figure 191) et cartographié en Figure 196 l'indice de défection associé.

La structure radiale évoquée plus haut apparaît ici de manière très nette, autour des lignes 8 et 13 transitant par la station. En ce sens, l'indice de défection présente de fortes similitudes avec l'indice de dépendance relationnelle introduit en D.2.1.1 (cf Figure 165 page 448) – néanmoins, il ne s'agit pas ici d'évaluer dans quelle mesure la sollicitation des composantes est susceptible d'être remise en cause par l'endommagement d'Invalides, mais de voir concrètement si cette sollicitation est effectivement reportée vers des composantes offrant des solutions alternatives. En

pratique, il apparaît que les plus courts chemins transitant par Invalides sont remis en question sur une large étendue, encadrée par les stations La Motte-Picquet et République (ligne 8) et les stations Montparnasse et Saint-Lazare (ligne 13), et concernant également des lignes en correspondance (la ligne 10 à l'ouest de Duroc, la ligne 1 à l'est de Concorde et les lignes circulaires à l'est de Montparnasse et de Place de Clichy).

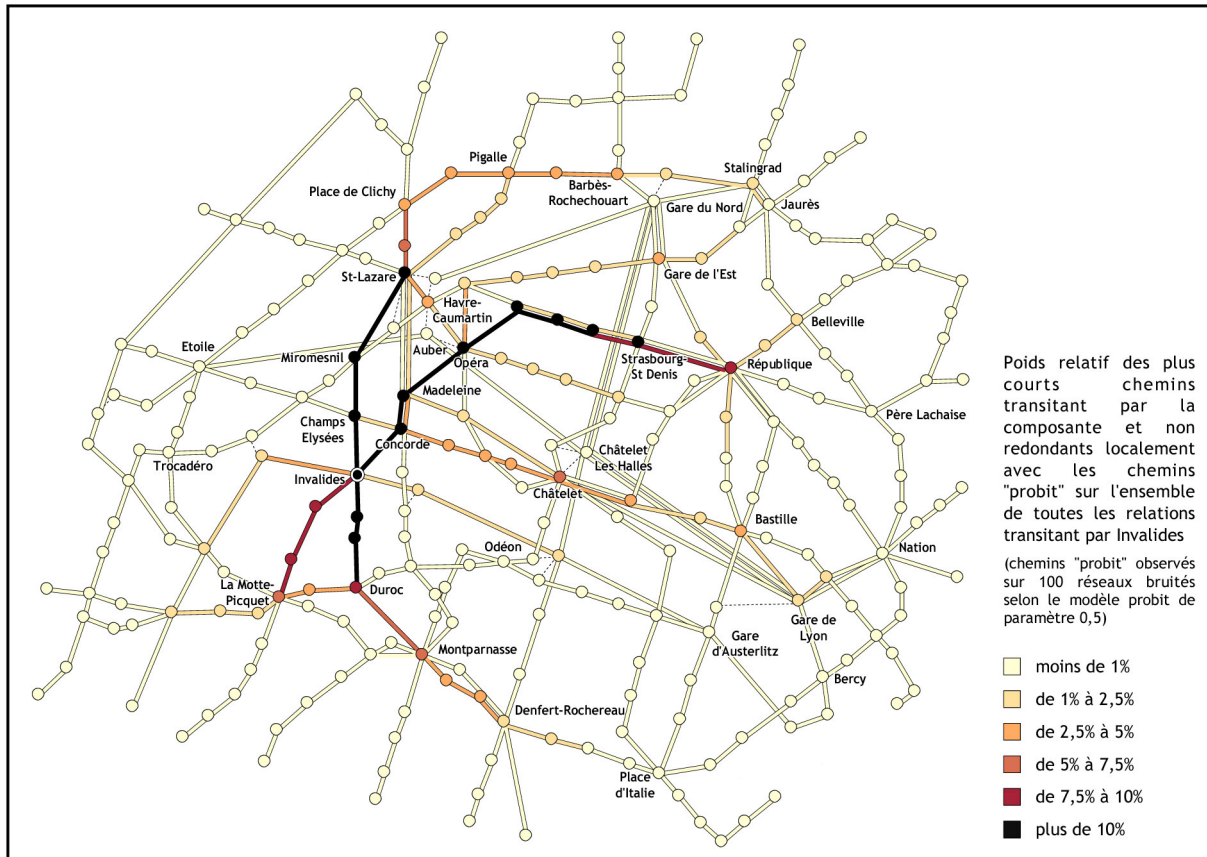


Figure 196 : défection des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien dans la mise en relation des lieux transitant par la station Invalides

Au niveau global, l'agrégation des informations relatives à l'ensemble de toutes les relations envisageables permet d'établir un indice de défection global pour chacune des composantes :

$$\text{défection}_{\text{logique } L(C_i)} = \frac{\sum_{\text{relation } k} p_k \cdot [\rho_k(C_i) \times (1 - \rho_k^{\text{logique } L(C_i)})]}{\sum_{\text{relation } k} p_k}$$

Ainsi formulé, cet indice calcule pour une composante donnée la part des plus courts chemins qui y transitent usuellement et qui sont abandonnés au profit de composantes offrant des solutions alternatives lorsque celles-ci sont autorisées : en ce sens, la défection décrit la capacité globale des composantes du réseau à être démisées des plus courts chemins auxquelles elles participent usuellement.

Par construction, cet indice doit être appréhendé en parallèle de l'indice de suppléance afin de préciser les différences observées préalablement entre l'indice de centralité intermédiaire et l'indice de centralité « probit ». De fait, cette mise en regard permet de faire correctement la part des composantes *aptées à remplacer* de celles *aptées à être remplacées* (nous laissons le soin au lecteur de consulter les résultats associés sur les réseaux routiers français, européen et orléanais en annexe X).

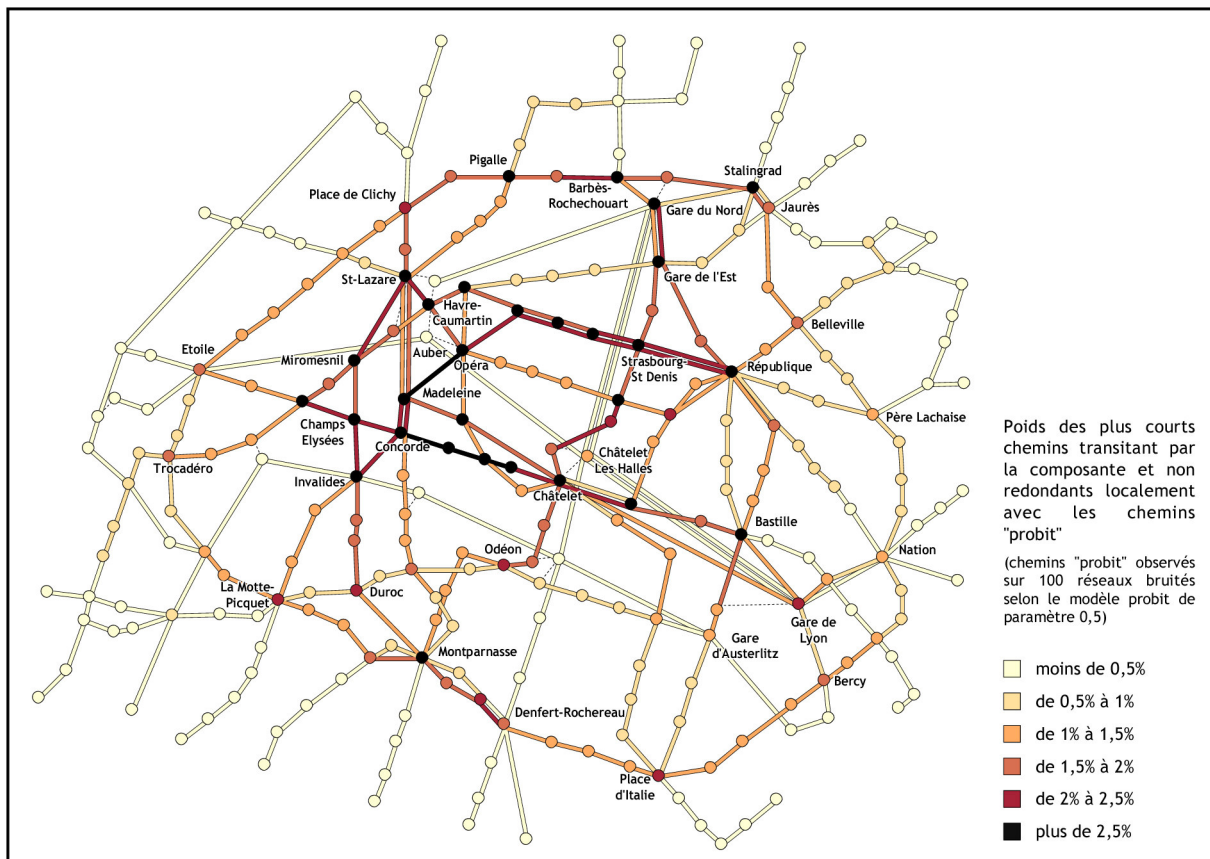


Figure 197 : défection des stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

Sur le réseau de métro parisien (cf Figure 197), la structure est telle que de nombreuses composantes présentent simultanément ces deux caractéristiques. En particulier, nous notons les fortes valeurs de défection du quartier Auber – Saint-Lazare, celui-là même qui affichait de fortes valeurs de suppléance : ce point démontre que les stations de cet ensemble sont facilement interchangeables (détail que nous ne pouvons relever sur la carte des différences de centralité en Figure 185, car les différences en question étaient proches de zéro – et pour cause...).

La mise en regard des indices de suppléance et de défection fait également apparaître trois autres grands types de composantes (cf Figure 198) :

- les composantes à forte défection et à faible suppléance, comme par exemple les lignes circulaires : de telles composantes sont empruntées par les plus courts chemins, ceux-ci sont eux-mêmes souples (ils peuvent facilement être abandonnés au profit de chemins de remplacement), mais la structure du réseau est telle que ces composantes offrent peu d'alternatives aux autres plus courts chemins sur le réseau

(de fait, les lignes circulaires sont volontiers épaulées par les lignes centrales, mais l'inverse est plus délicat) ;

- les composantes à faible défection et à forte suppléance, comme par exemple le RER A : par ce profil, il apparaît maintenant clairement que le RER A constitue une solution alternative intéressante aux lignes 1 et 14, mais que les reports ne fonctionnent pas pour autant dans l'autre sens ;
- les composantes à faible défection et à faible suppléance, comme par exemple, au centre géographique de la ville, la ligne 7 entre Gare de l'Est et Opéra, la ligne 10 entre Gare d'Austerlitz et Opéra, la ligne 9 entre République et Nation ou encore la ligne 8 entre République et Daumesnil : ces composantes ont des modes relationnels très peu souples, car elles se départissent difficilement des plus courts chemins qui les sollicitent et n'offrent par ailleurs aucune alternative aux autres plus courts chemins sur le réseau (de fait, ces sections de ligne opèrent de manière isolée).

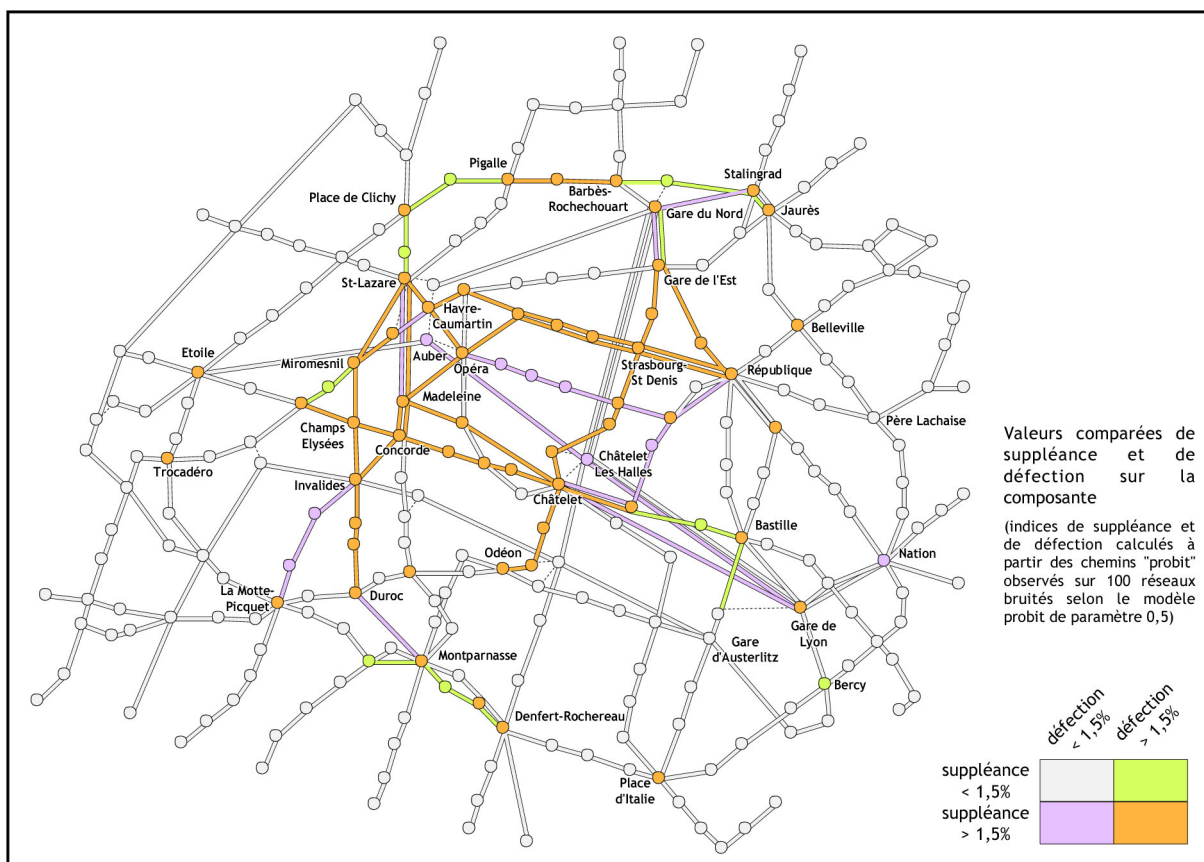


Figure 198 : comparaison des indices de suppléance et de défection sur les stations et tronçons ferrés du réseau de métro parisien

D.2.3.3 SYNTHÈSE

Avec l'indice de défection, nous complétons ainsi la description du rôle relationnel des composantes d'un réseau dans une logique de déplacement autorisant les chemins de remplacement. La décomposition de la différence entre les centralités intermédiaire et

« probit » selon les indices de suppléance et de défection trouve ainsi un support d'étude formel simple à appréhender et à mettre en œuvre.

En outre, il est important de noter que les formules développées à cet effet ne sont pas simplement reliées par des considérations d'ordre qualitatif. Certes, elles ont été construites rationnellement afin d'extraire les *capacités à remplacer* et à *être remplacées* que les différences de centralité suggéraient (à ce titre, l'exemple développé en Figure 186 est éloquent), mais elles présentent également *a posteriori* la particularité d'être liées quantitativement à ces différences de centralité qui les ont inspirées.

Pour une relation k et pour une logique L de chemin de remplacement données, la différence des indices de suppléance et de défection d'une composante C_i est en effet égale à la différence de la centralité issue de la logique L et de la centralité intermédiaire, observées au niveau de C_i pour cette relation k :

$$\begin{aligned} & \text{suppléance}_{\text{relation } k}^{\text{logique } L}(C_i) - \text{défection}_{\text{relation } k}^{\text{logique } L}(C_i) \\ &= \rho_k^{\text{logique } L}(C_i) \times (1 - \rho_k(C_i)) - \rho_k(C_i) \times (1 - \rho_k^{\text{logique } L}(C_i)) \\ &= \rho_k^{\text{logique } L}(C_i) - \rho_k(C_i) \\ &= \text{sollicitation}_{\text{relation } k}^{\text{logique } L}(C_i) - \text{sollicitation}_{\text{relation } k}^{\text{logique de pcc}}(C_i) \end{aligned}$$

(par agrégations successives, cette relation reste valable à tous les niveaux d'étude)

Nous sommes ainsi parvenus à proposer une méthode quantitative simple de comparaison des logiques de déplacement selon des chemins de remplacement d'une part et selon les plus courts chemins d'autre part.

En pratique, les informations extraites de cette comparaison renseignent sur les potentialités relationnelles du réseau au-delà des simples modalités propres aux plus courts chemins : en envisageant une catégorie donnée de chemins de remplacement, nous sommes ainsi en mesure d'évaluer la propension des composantes du réseau à offrir des alternatives aux plus courts chemins (suppléance) et inversement la propension des composantes situées sur ces plus courts chemins à être abandonnées au profit de composantes alternatives (défection). La comparaison des deux indices revient par construction à distinguer les contributions positives et les contributions négatives produisant les différences entre centralité intermédiaire et centralité issue des chemins de remplacement.

Au final, les indices élaborés dans ce chapitre permettent de comprendre les ressources relationnelles du réseau dans un contexte de risques, c'est-à-dire dans un contexte exigeant des plus courts chemins d'être malléables et de pouvoir être faire appel à des chemins de remplacement.

À ce titre, les résultats obtenus dans ce chapitre répondent aux objectifs que nous nous sommes fixés initialement. Ils permettent en effet d'envisager les relations sur les réseaux autrement que par la logique stricte de plus courts chemins en intégrant l'existence de chemins de remplacement. Sur la simple observation du réseau dans sa configuration normale, la connaissance du rôle relationnel des composantes est enrichie par l'évaluation de leur capacité à *remplacer* et à *être remplacées*.

En regard du système des configurations possibles du réseau échafaudé dans la partie C (cf Figure 113 page 302), le travail effectué dans ce chapitre permet de comprendre et donc de mieux anticiper les mécanismes relationnels intervenant aux niveaux inférieurs du système, c'est-à-dire dans le cadre de scénarios d'endommagements.

Avec les résultats obtenus dans un premier temps sur la description locale de la trame et de son impact sur la fragilité du réseau, nous disposons à présent d'une batterie d'outils apportant un éclairage complémentaire global à la compréhension du système de vulnérabilité d'un réseau.

Voyons à présent comment l'ensemble des indices mis en œuvre dans cette partie s'intègre au processus d'analyse de vulnérabilité présenté dans la partie C et permet finalement de mieux appréhender la vulnérabilité structurelle des réseaux de transport.

CHAPITRE D.3

SYNTHÈSE : PROCESSUS ÉTENDU DE L'ANALYSE DE LA VULNÉRABILITÉ STRUCTURELLE DES RÉSEAUX DE TRANSPORT

À l'issue de cette partie, nous sommes maintenant en mesure de proposer une démarche globale d'analyse de la vulnérabilité structurelle telle que nous l'avons définie dans les parties A et B (cf Figure 18 page 122 et Tableau 13 page 107). Ainsi que nous le présentons en Figure 199, cette démarche s'appuie sur quatre grands volets développés dans les parties C et D. Ceux-ci concernent :

- **l'évaluation du réseau en tant que médiateur spatial**

Avant même d'envisager l'endommagement potentiel du réseau et son impact sur les potentialités relationnelles offertes par la trame, il est nécessaire d'évaluer au préalable le réseau dans son rôle de médiateur spatial. Cette évaluation s'articule sur les questions « combien ? » et « comment ? », associées respectivement à l'efficacité du réseau (notions d'éloignement) et à la sollicitation de ses composantes (notion de centralité intermédiaire). En combinant les niveaux d'approche depuis le niveau relationnel jusqu'au niveau global, il est ainsi possible de comprendre dans quelle mesure le réseau facilite la mise en relation des lieux sur l'espace et comment il y contribue.

→ *Sur l'exemple du métro parisien, nous avons notamment identifié un centre principal (en termes d'accessibilité) autour du regroupement de stations St-Lazare – Auber et des centres isolés au niveau des stations Châtelet et République. Les résultats sur l'efficacité du réseau démontrent les facilités de mise en relation offertes par lignes radiales nord-sud (ligne 4) et est-ouest (lignes 1 et 14, RER A). À l'opposé, les stations isolées sur les RER sont particulièrement mal reliées au reste du réseau. Enfin, en termes de sollicitation, il apparaît que les lignes traversant le centre principal identifié plus haut participent également à de nombreux plus courts chemins. De manière générale, l'organisation relationnelle du réseau suit une logique circumradiale, articulée sur les lignes radiales identifiées ci-dessus et les lignes circulaires 2 et 6.*

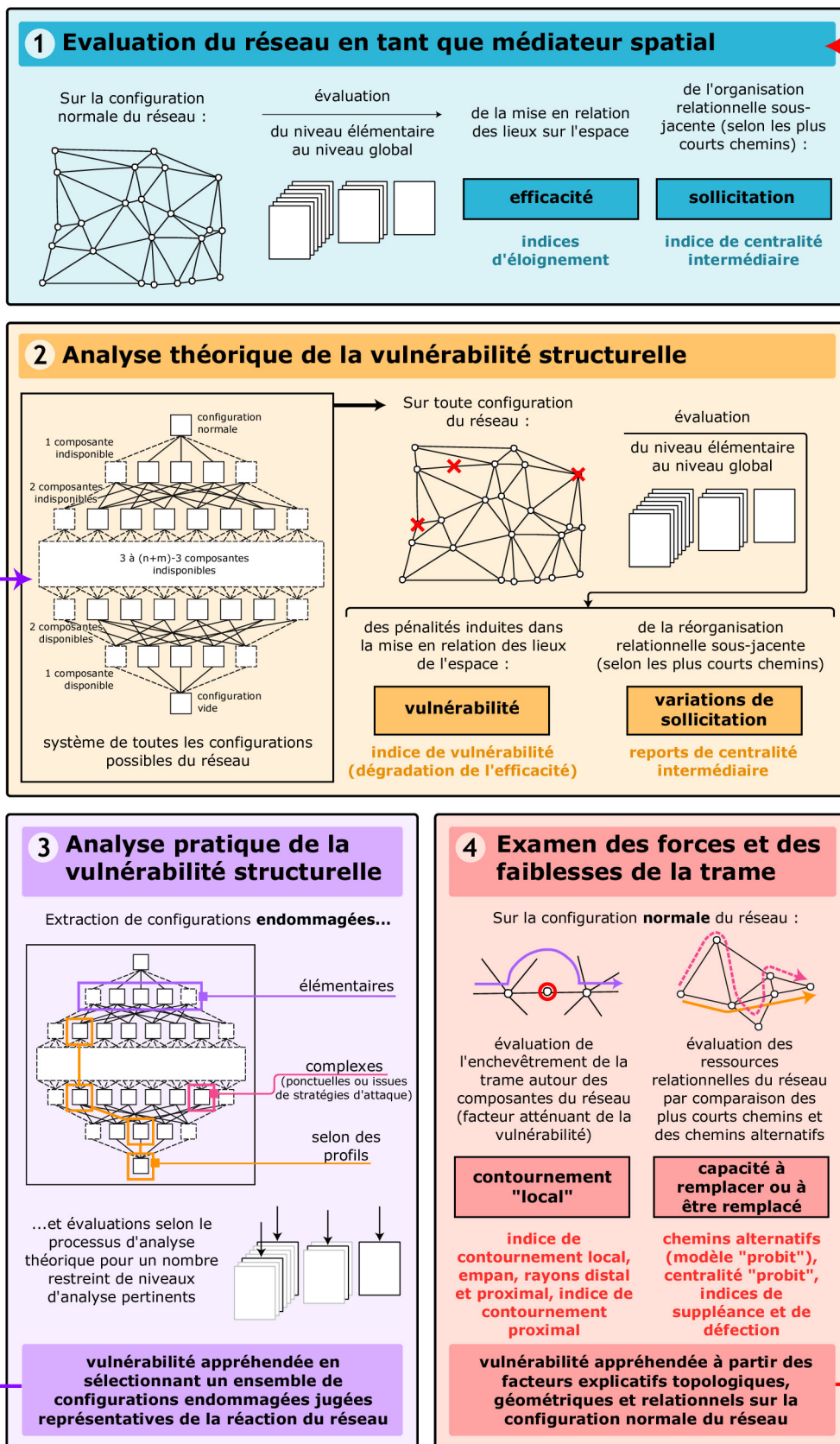


Figure 199 : l'analyse de vulnérabilité : synthèse des approches théoriques et pratiques, et apports de l'analyse *a priori* de la configuration locale de la trame et des ressources relationnelles du réseau

- **l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle**

Dans la définition du risque, la vulnérabilité est dissociée de l'aléa en ce sens qu'elle est une fonction renseignant sur les réactions de l'enjeu considéré pour chacune des différentes situations dommageables. De fait, l'analyse théorique de la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport exige de considérer l'ensemble de toutes ses configurations endommagées. Pour chacune d'elles, il s'agit alors d'évaluer les modifications structurelles induites par l'indisponibilité des composantes endommagées. Par comparaison avec les caractéristiques structurelles du réseau dans sa configuration normale, cette évaluation consiste à quantifier la vulnérabilité du réseau à chacun des endommagements considérés (dégradation de l'efficacité) et à la relier en amont aux variations de sollicitation enregistrées par les composantes (reports de centralité intermédiaire).

→ *En pratique, cette analyse n'est pas réalisable en regard de l'« infinité » de configurations à étudier. Par conséquent, sur l'exemple du métro parisien, nous avons proposé de nous focaliser sur un endommagement quelconque (la rupture de la station Duroc et de la ligne 5 entre Bastille et République) afin de prendre la mesure du travail que cette opération demandait et des résultats que l'on pouvait en attendre. Sur cette simple configuration endommagée, les phénomènes mis en évidence sont nombreux et très instructifs : nous apprenons entre autre que la ligne 10 au niveau de Duroc offre l'accès à un large pan sud-ouest de la ville, que la ligne 5 compromet symétriquement la desserte de tous les quartiers du nord-est, que les lignes 5, 10 et 13 concernées par l'endommagement sont respectivement épaulées par les lignes 8, 6 et 12, etc.*

- **l'analyse pratique de la vulnérabilité structurelle**

À défaut de pouvoir envisager l'ensemble de toutes les configurations endommagées du réseau, il semble naturel de restreindre l'analyse à un sous-ensemble de configurations jugées pertinentes et à des niveaux d'analyse bien ciblés. Les configurations les plus simples à appréhender sont celles mettent en scène l'endommagement d'une seule composante (il s'agit des *configurations élémentaires*). Les vulnérabilités associées peuvent être cartographiées simplement en attribuant à chaque composante le déficit global d'efficacité qu'elle induit en cas de rupture. Par construction, cette approche reste superficielle, car elle n'envisage le système des configurations possibles du réseau que de manière horizontale. S'agissant d'explorer ce système en profondeur, il peut être alors intéressant de sélectionner des configurations mettant en scène l'endommagement de plusieurs composantes (*configurations complexes*), choisies à partir de critères extérieurs (*scénarios ponctuels*) ou bien de critères structurels (*scénarios issus de stratégie d'attaque*) : de cette manière, il est possible de combiner les endommagements élémentaires et de voir comment leur interaction agit sur l'organisation du réseau. Il est enfin possible d'organiser ces endommagements dans une perspective dynamique en les enchaînant par ruptures successives de composantes. Les profils de vulnérabilité ainsi obtenus renseignent sur les zones fragiles du réseau et l'évolution de leur répartition spatiale au gré des modifications structurelles de celui-ci.

→ *Sur le réseau de métro parisien, les niveaux de vulnérabilité élémentaire font état d'une structure très tranchée, fidèle à la logique de lignes propre au métro. Par conséquent, la vulnérabilité élémentaire est principalement localisée sur les*

stations majeures, c'est-à-dire sur les stations traversées par de nombreuses lignes : il s'agit des stations centrales, mais également de pôles de correspondance plus excentrés, telles certaines stations situées sur les circulaires (Montparnasse, Place d'Italie, Stalingrad, Place de Clichy, etc.). La carte des vulnérabilités élémentaires met également l'accent sur les passages critiques du réseau, situés ici au niveau des accès du RER C dans le nord-ouest de la ville, et dans une moindre mesure au niveau de la section Place d'Italie – Denfert-Rochereau de la ligne 6. Les scénarios complexes permettent de préciser les modes de réaction du réseau en situation de risque. Ainsi le scénario d'endommagement ponctuel des circulaires met-il en évidence la forte dépendance des quartiers périphériques à ces lignes ainsi que des combinaisons relationnelles privilégiées entre les circulaires et les lignes nord-sud 5 et 13 de part et d'autre de la ville. Par ailleurs, l'étude de l'endommagement de Châtelet (suggéré par l'attaque des stations à forte centralité) met en lumière le déséquilibre structurel du réseau sur les deux rives ainsi que les rôles distincts que peuvent tenir contextuellement les lignes jumelles 8 et 9. En termes de profils, nous avons enfin noté que les fragilités du métro se situaient différemment selon les composantes que l'on choisissait d'endommager initialement : sur les quelques profils testés, nous avons identifié une chaîne de points sensibles autour des accès au nord-ouest de la ville (stations Place de Clichy, St-Lazare et Étoile), ainsi qu'une autre chaîne plus évidente autour de pôles majeurs (stations Châtelet, République, Gare de Lyon, etc.).

- **l'examen des forces et des faiblesses de la trame**

Dans un quatrième et dernier temps, l'analyse de vulnérabilité peut être enrichie en évaluant *a priori* les caractéristiques structurelles de la trame qui régissent les réactions du réseau dans un contexte de risques. Cette approche présente l'avantage d'être fondée sur la seule observation du réseau dans sa configuration normale, et permet donc de se dispenser d'une analyse contextuelle de scénarios d'endommagement. L'ensemble des méthodes que nous proposons à ce titre ont été détaillées dans cette partie :

- Elles reposent d'une part sur la caractérisation topologique et géométrique de la trame locale du réseau. Ce point découle de l'insuffisance avérée de l'indice de centralité intermédiaire pour expliquer la vulnérabilité élémentaire des composantes du réseau. De fait, la vulnérabilité des composantes dépend non seulement de la sollicitation dont elle font l'objet (quantité des relations remises en question), mais également des possibilités de contournement offertes localement par la trame (qualité des détours effectifs). Celles-ci peuvent être appréciées grâce au détour moyen induit par la rupture d'une composante dans un voisinage représentatif de l'échelle des relations qui y transitent (notion de contournement proximal).
- Elles reposent d'autre part sur l'offre relationnelle de la trame du réseau. Il apparaît en effet que la logique de plus court chemin ne suffit pas pour décrire l'organisation relationnelle du réseau (notions de centralité intermédiaire et de dépendance relationnelle), et nécessite en conséquence de considérer des logiques intégrant d'éventuels chemins de remplacement. Pour une logique donnée (le modèle probit en ce qui nous concerne), la comparaison des plus courts chemins et des chemins de remplacement permet d'anticiper l'évolution de l'offre relationnelle du réseau en mettant en évidence les composantes aptes à proposer des alternatives (notion de

suppléance) et, en parallèle, les composantes aptes à se démettre des plus courts chemins auxquelles elles participent usuellement (notion de défection).

La combinaison de ces informations (étape 4) et de la connaissance du réseau dans son rôle de médiateur spatial (étape 1) offre au final un aperçu satisfaisant de la structure du réseau, de ses potentialités et des directions probables de son évolution dans un contexte de risques.

→ Sur le réseau de métro parisien, l'indice de contournement proximal permet de repérer a priori les passages critiques du réseau. Avec les indices associés d'empan et de rayon proximal, il nuance l'information apportée par l'indice de centralité intermédiaire en discriminant les sections du réseau selon qu'elles sont impliquées dans des relations à longue distance – et donc moins vulnérables aux ruptures ponctuelles – ou au contraire dans des relations très localisées et par conséquent très fragiles. À titre d'exemple, nous avons pu distinguer selon ce schéma deux sections de centralités comparables, à savoir la partie ouest de la ligne 9 (vulnérabilité élevée) et la partie Montparnasse – Concorde de la ligne 12 (vulnérabilité moindre).

En termes de ressources relationnelles, nous avons mis en œuvre dans un premier temps l'indice de dépendance relationnelle : bien que fondamentalement limité, celui-ci a conduit, dans le cas particulier de la station Invalides, à l'identification des parties du réseau susceptibles de pâtir de l'endommagement de cette station (les lignes 8 et 13 mais aussi la ligne 10 en correspondance à Duroc) ainsi que des parties susceptibles au contraire de subvenir à cet endommagement (notamment les lignes 4, 9 et 12). Dans un second temps, la prise en compte des chemins alternatifs selon le modèle probit a conduit à l'établissement des valeurs de suppléance et de défection. La combinaison de ces valeurs permet d'identifier les sections volontiers abandonnées par les plus courts chemins et capables d'offrir en parallèle des alternatives (notamment les lignes traversant le centre), les sections facilement abandonnées mais peu secourables (les lignes circulaires), inversement les sections difficilement abandonnées mais secourables (par exemple le RER A), et enfin les sections très peu souples car rarement démisées de leurs plus courts chemins et très peu impliquées dans les chemins alternatifs (par exemple les sections ouest des lignes 8, 9 et 10 et la section nord de la ligne 7).

En conclusion, l'analyse de la vulnérabilité structurelle d'un réseau de transport gagne à être appréhendée en mettant en évidence et en décortiquant au mieux sa trame et ses mécanismes relationnels dans sa configuration normale, car ceux-ci préfigurent ses réactions dans ses différentes configurations endommagées. L'étude associée s'articule :

- d'une part sur l'efficacité de la mise en relation des lieux et l'anticipation de sa dégradation grâce aux possibilités de contournement des composantes,
- d'autre part sur l'organisation relationnelle sous-jacente et l'anticipation des reports de sollicitation grâce aux potentialités des composantes dans une logique de chemin de remplacement.

Sur cette base, l'analyse théorique et pratique de la vulnérabilité reste non seulement pertinente, mais gagne en clarté, puisqu'elle peut désormais s'appuyer sur une connaissance précise de la structure du réseau, et ce à tous les niveaux.

RÉSUMÉ DE LA PARTIE D

Le processus d'analyse de la vulnérabilité structurelle développé dans la partie précédente fournit un cadre pratique pour l'évaluation de la vulnérabilité et la description des logiques relationnelles impliquées. Cependant, l'aspect multiforme de la vulnérabilité empêche de réaliser une analyse exhaustive et restreint de fait l'étude à un ensemble de scénarios élaborés à tâtons. En ce sens, ce processus appréhende la vulnérabilité d'un réseau en dégageant au mieux les situations où celle-ci révèle ses aspects les plus saillants.

Une telle approche reste très prospective et n'offre pas la possibilité de comprendre les mécanismes fondamentaux expliquant la vulnérabilité, sinon dans le contexte très précis de scénarios d'endommagement. Dans cette perspective, nous proposons dans cette dernière partie d'approfondir l'analyse de la vulnérabilité des réseaux en mettant en évidence les propriétés structurelles explicatives de l'organisation relationnelle sous-jacente.

Le premier point que nous abordons concerne la sollicitation des composantes et l'indice associé de centralité intermédiaire. Cet indice est en effet susceptible d'être un facteur explicatif majeur de la vulnérabilité si l'on en croit l'impact des stratégies d'attaque construites à partir de cet indice dans la partie précédente. La comparaison des deux indices révèle en pratique une corrélation importante, mais celle-ci laisse de nombreuses singularités inexplicables. De fait, la vulnérabilité d'un réseau est d'autant plus grande que les détours occasionnés par les endommagements sont coûteux, et elle est par conséquent sensible non seulement au nombre de ces détours (quantité liée à l'indice de centralité intermédiaire), mais également à leur longueur. Dans ce contexte, il devient opportun d'améliorer la compréhension de la vulnérabilité structurelle autour des caractéristiques locales du réseau susceptibles d'expliquer la longueur des détours occasionnés par les endommagements. Au préalable, l'évocation même d'une *trame locale* exige de définir la zone du réseau considérée comme étant *locale* pour une composante donnée. Sur cette base, il s'agit alors d'élaborer pour chaque composante du réseau des indicateurs représentatifs de l'échelle des relations sollicitant la composante considérée, puis d'en déduire la famille des sommets se situant dans le *voisinage local* de cette composante, et enfin de quantifier les détours occasionnés par la rupture de cette composante sur les relations mettant en scène ces voisins particuliers. Comme attendu, les détours ainsi calculés expliquent en partie les écarts à la tendance générale ajustant la vulnérabilité élémentaire sur la centralité intermédiaire.

Le second point que nous proposons d'approfondir concerne les ressources relationnelles du réseau et la logique de plus court chemin utilisée jusqu'à présent. Grâce à la comparaison de la configuration normale du réseau et de certaines de ses configurations endommagées, la logique de plus court chemin permet de mettre en évidence la réaction du réseau à la rupture de ses composantes. La partie précédente montre que l'étude des scénarios associés est instructive, mais la démarche prospective qu'elle nécessite reste laborieuse et peu souple. Une manière simple d'anticiper la répercussion d'éventuels endommagements consiste alors à étudier les phénomènes de dépendance relationnelle pouvant exister entre les composantes du réseau grâce à la simple comparaison des collections de plus courts chemins auxquels elles participent sur la configuration normale du réseau. Bien que prometteuses, ces informations restent sujettes à caution, car dans un contexte de risques, les plus courts chemins en question sont potentiellement concurrencés par les chemins de remplacement offerts par la trame du réseau. Dans ce contexte, il est judicieux d'élargir le mode usuel de raisonnement restreint aux plus courts chemins en intégrant d'emblée l'existence de chemins de remplacement. Sur la seule observation de la configuration normale du réseau, la prise en compte combinée des informations relationnelles relatives aux plus courts chemins et aux chemins de remplacement permet finalement de mettre en évidence des propriétés relationnelles pertinentes dans l'éventualité d'endommagements, à savoir : l'aptitude des composantes à remplacer les plus courts chemins, ou réciproquement la facilité de celles-ci à être démisées des plus courts chemins auxquels elles participent.

L'ensemble des résultats obtenus dans cette partie donnent l'occasion de dépasser l'analyse prospective de la partie précédente en mettant en évidence des facteurs structurels explicatifs de la vulnérabilité.

CONCLUSION

« [...] Un pays incapable de faire sauter ses « ponts » pour empêcher l'ennemi de passer est un pays foutu, ma chère ! »

Françoise CHANDERNAGOR : « L'archange de Vienne »
(« Leçons de Ténèbres », tome II, 1989)

Ce mot de Charles de Fervacques, Ministre imaginaire des Affaires Étrangères des gouvernements de Giscard dans la trilogie de Françoise Chandernagor, nous a paru fort à propos pour conclure ce mémoire. Il condense implicitement les différents enjeux que l'on peut identifier à l'examen de la vulnérabilité d'un réseau de transport. Dans tous les cas, il s'agit d'enjeux :

- majeurs : ils mettent en cause de grands systèmes, relevant de logiques économiques, mais aussi politiques et militaires comme ici,
- localisés : ils se situent essentiellement sur des points névralgiques – des *ponts* – pas toujours simples à repérer,
- contextuels : ils sont révélés par la menace dont ils font l'objet (« [...] faire sauter ses « ponts » pour [...] »), montrant par là même qu'un réseau n'est pas vulnérable *dans l'absolu*, mais vulnérable à *quelque chose*,
- polymorphes : ils sont une cible à détruire ou au contraire à protéger, selon des critères variant très largement d'un protagoniste à un autre.

Dans une stratégie de défense, ce ministre souligne ainsi la nécessité d'identifier les points fragiles des réseaux pour pouvoir les désactiver et empêcher les progressions de l'ennemi.

Dans une perspective plus conventionnelle d'aménagement du territoire et de gestion des réseaux, le propos est de fournir des éléments de réponse aux questions posées par la vulnérabilité des réseaux de transports dans un contexte de risques.

Contributions

S'agissant de faire la part des connaissances existantes et de nos propres apports, les éléments de réponse que nous amenons dans cette thèse se répartissent sur plusieurs niveaux :

- Outre le travail de synthèse inhérent à tout état de l'art, notre apport **au niveau conceptuel** (partie A) se situe dans la mise en évidence des aspects matériels, structurels et fonctionnels des réseaux, dans la définition des vulnérabilités associées et dans la formulation d'une problématique originale autour de la vulnérabilité structurelle et du lien qu'elle établit entre les vulnérabilités matérielles et fonctionnelles.
- Sur la base de la théorie des graphes indispensable à toute étude de réseaux, notre apport **au niveau formel** (partie B) réside dans l'élaboration du cadre d'étude propre à l'approche structurelle, par la formalisation des aspects pertinents (topologiques, géométriques et relationnels) et par l'exploitation de leurs modes d'expression (distinction des effets spatiaux et des effets réseau, établissement d'une pondération

robuste, mise au point d'outils génériques – les matrices-transit – pour l'étude des aspects relationnels pour toute logique de déplacement, prise en compte des différents niveaux d'étude).

- L'analyse à proprement parler de la vulnérabilité des réseaux de transport étant peu abordée dans la littérature, notre apport **au niveau théorique** (première moitié de la partie C) consiste à créer le lien entre le concept de vulnérabilité structurelle et les enjeux relatifs aux réseaux de transport : de ce rapprochement résulte la construction que nous proposons au travers du système des configurations possibles et du processus d'analyse théorique de la vulnérabilité qui lui est associé (cf Figure 113 page 302). Dans ce système, les indices d'accessibilités et de centralité intermédiaire sont revisités par nous afin de pouvoir évaluer n'importe quelle configuration du réseau, de manière aussi bien quantitative (efficacité) que qualitative (sollicitation).
- Enfin, notre apport **au niveau pratique** (seconde moitié de la partie C et partie D) s'articule selon les deux approches successives dictées par la nécessité théorique d'envisager toutes les configurations endommagées d'un réseau pour en appréhender la vulnérabilité. Dans un premier temps, nous proposons d'aborder ce système en considérant un nombre restreint de configurations pertinentes. À cet effet, nous adaptons et nous regroupons des méthodes existantes (concernant les vulnérabilités élémentaires, les scénarios issus de stratégies d'attaque ou encore les profils) au sein d'un processus construit et cohérent. Devant les limites affichées par ce processus, nous proposons dans un second temps d'aborder la vulnérabilité du réseau – non pas en explorant ses différentes configurations endommagées – mais en mettant en évidence les potentialités de sa trame en configuration normale. Ici aussi, les indices élaborés sont inspirés de travaux existants (entre autre sur le clustering et les logiques de déplacement), néanmoins, leur mise en forme est un apport scientifique que nous estimons original sur le plan théorique, et utile d'un point de vue pragmatique.

Nous avons nous-mêmes élaboré *ex nihilo* le sujet de cette thèse, par conséquent les éléments que nous apportons se situent non seulement en aval dans la résolution de la problématique et dans la réorganisation de connaissances existantes, mais également en amont dans la constitution de cette problématique et dans la mise en évidence d'une approche originale de la vulnérabilité des réseaux de transport du point de vue du géographe et de l'aménageur. De cette manière, nous souhaitons ouvrir des perspectives dans des domaines aussi variés que les risques, la modélisation en géographie, l'évaluation des réseaux – non seulement de transport – mais pourquoi pas également d'énergie, de communication ou encore d'individus.

Limites

Bien évidemment, les éléments de réponse fournis dans cette thèse ne constituent qu'une étape, et les limites que nous avons rencontrées offrent autant de domaines à explorer dans l'avenir :

→ En termes de **moyens informatiques**, ces limites résident évidemment dans les difficultés inhérentes aux calculs sur les graphes. Bien que ce point ait peu été abordé dans la description des algorithmes dont nous avons eu besoin tout au long de notre travail, les temps de calcul sont souvent non polynômiaux et les informations à stocker « en dur » sont rapidement colossales. À titre indicatif, le traitement du réseau routier français exige plus de 3 heures sous le logiciel S+ pour calculer tous les plus courts chemins et les sollicitations associées, tandis que le stockage des informations ainsi obtenues ne nécessite pas moins de 2 Go ! Sur ce point, nous sommes néanmoins confiants – et à double-titre – car d’une part l’exportation des programmes vers des langages plus adaptés garantit très certainement des temps de calculs beaucoup moins longs, et d’autre part l’évolution technique des parcs informatiques promet de reléguer très rapidement les plus gros réseaux que nous avons abordés dans notre thèse au rang des petites structures ne dépassant pas la centaine de composantes !

→ En termes de **modélisation**, les réseaux étudiés tout au long de la thèse ont simplement été formalisés en remplaçant les carrefours par des sommets et les tronçons par des arêtes, passant ainsi sous silence les questions d’échelle et de généralisation entre les différentes échelles. Par exemple, un carrefour n’a pas la même valeur sur le réseau d’une ville que sur celui d’un continent, de même qu’un réseau routier obtenu par extraction des autoroutes et des nationales ne présente pas les mêmes potentialités qu’à un niveau de détail plus précis pour lequel on aurait également conservé les départementales (grâce au principe des zooms nodaux, par exemple). Ce point mériterait aussi d’être approfondi en associant à la modélisation des réseaux par des graphes une réflexion sur le sens des réseaux généralisés et leur impact en termes de vulnérabilité. Il serait notamment intéressant de voir dans quelle mesure les niveaux non représentés d’un réseau généralisé peuvent venir en aide aux niveaux apparents lorsque ceux-ci viennent à défaillir.

La modélisation des réseaux par des graphes démontre également ses limites dans la définition de l’emprise spatiale qui sera effectivement prise en compte pour l’étude structurelle du réseau. De fait, les effets de bord sont très souvent visibles (et interprétables) sur les différents indices abordés dans nos travaux, aussi sommes-nous parfois tenté d’imaginer ce qu’aurait pu révéler telle ou telle partie frontalière du réseau si elle avait été immergée dans une emprise plus large. À ce défaut, le remède consisterait spontanément à élargir l’emprise spatiale du réseau pour reporter les effets de bord sur des zones qui ne sont pas dignes d’intérêt, ou encore à jouer sur les pondérations spatiales des relations envisagées sur le réseau afin de se focaliser sur les environnements situés en marge des réseaux et de cerner les phénomènes associés.

→ En termes d’**effets réseau / effets spatiaux**, la création d’un *réseau de référence* démontre fondamentalement ses limites lorsqu’on le confronte à un *réseau idéal* qu’il est censé représenter. En dépit de nos efforts pour disposer de réseaux de référence acceptables et de leur capacité à distinguer les effets réseau des effets spatiaux, les questions associées au réseau de référence et à ses enjeux sont loin d’être closes. Un examen approfondi des résultats issus des réseaux de référence montre ainsi certains effets en bordure des graphes ou sur des zones de densité irrégulière, c’est-à-dire aux endroits où réseau de référence et réseau idéal présentent le plus de divergences. La présence d’un très grand nombre d’arêtes au sein du réseau de référence distribue par

ailleurs les relations sur des cheminements n'ayant pas forcément d'équivalents sur le réseau d'étude, par conséquent la comparaison des sollicitations entre les deux réseaux conduit à constater de manière anormalement fréquente des déficits de centralité sur les arêtes du réseau d'étude. Sans plus entrer dans les détails, les différents points exposés ici gagneraient à être approfondis en modulant le réseau de référence (c'est-à-dire le réseau de Delaunay) par densification de certaines zones, extension de l'emprise spatiale, introduction de contraintes dans la triangulation de Delaunay, etc.

→ Du point de vue de **l'analyse théorique de la vulnérabilité**, le processus que nous présentons dans le chapitre C.2 laisse en suspens certaines questions qui sont loin d'être anodines. Ces questions découlent bien entendu de l'aspect multiforme de la vulnérabilité, donnant autant de facettes à celles-ci qu'il existe de configurations possibles pour le réseau soumis à l'étude. En l'occurrence, malgré les possibilités d'appréhender le système des configurations possibles (scénarios élémentaires, scénarios complexes, profils), il est difficile d'établir des liens entre les différentes configurations et de raisonner en termes de *combinaisons d'endommagement*. De fait, la vulnérabilité, loin d'être linéaire¹³⁵, opère à l'image des guirlandes de Noël pour lesquelles le bon fonctionnement d'une ampoule est tributaire du bon fonctionnement de ses voisines : ainsi que le suggèrent les profils de vulnérabilité, il serait pertinent de pouvoir prendre en compte et évaluer les phénomènes de *reports de vulnérabilité* existant entre certaines composantes jouant des rôles relationnels voisins.

Pour l'heure, la simple manipulation des profils de vulnérabilité pose la question des seuils ou des paliers de vulnérabilité : comment les endommagements successifs aboutissent-ils à un niveau de vulnérabilité donné ? à quel moment s'opère-t-il une rupture dégradant sensiblement les potentialités du réseau ? la réhabilitation d'une partie endommagée du réseau conduit-elle forcément à une réduction de la vulnérabilité ? etc.

Perspectives

Les différentes limitations que nous venons d'énoncer ici portent en germe de nouvelles pistes de recherche dont nous avons fait sommairement état. Au-delà de ces quelques pistes, nous avons identifié plusieurs perspectives de recherche concrètes, dont voici un aperçu :

→ La première perspective de recherche qui nous semble pertinente concerne l'exploitation des **matrices-transit**. Il apparaît que ces outils, élaborés en B.2.3, sont suffisants pour aborder toute l'étude structurelle des réseaux de transport, pour peu que l'on ait pris le soin de les calculer initialement pour chacune des logiques relationnelles considérées et de les stocker sous forme de tables. En pratique, l'exploitation que nous en avons faite est loin d'être exhaustive : la connaissance des sollicitations des

¹³⁵ les baisses d'efficacité et les reports de sollicitation consécutifs à l'endommagement des composantes *A* et *B* ne correspondent pas à la superposition des quantités équivalentes respectivement associées à l'endommagement de *A* et à l'endommagement de *B*

différentes composantes pour chacune des relations et pour chacune des logiques relationnelles prises en compte autorise de nombreuses autres applications.

Nous en avons fait implicitement l'expérience en calculant les informations relatives aux emfans et aux rayons distaux et proximaux, de même qu'en comparant différentes logiques relationnelles (en l'occurrence les plus courts chemins et les chemins « probit »). Dans cette optique, rien n'empêche de résumer les relations transitant par une composante non pas en considérant leur contribution en termes de poids ou de longueurs, mais en termes d'orientation. Ce point ne pose manifestement guère plus de problèmes calculatoires que le calcul d'une moyenne de longueurs (cf développements en annexe IX.6). Nous l'avons mis en œuvre sur le réseau de métro parisien (hors RER) et cartographié en Figure 200.

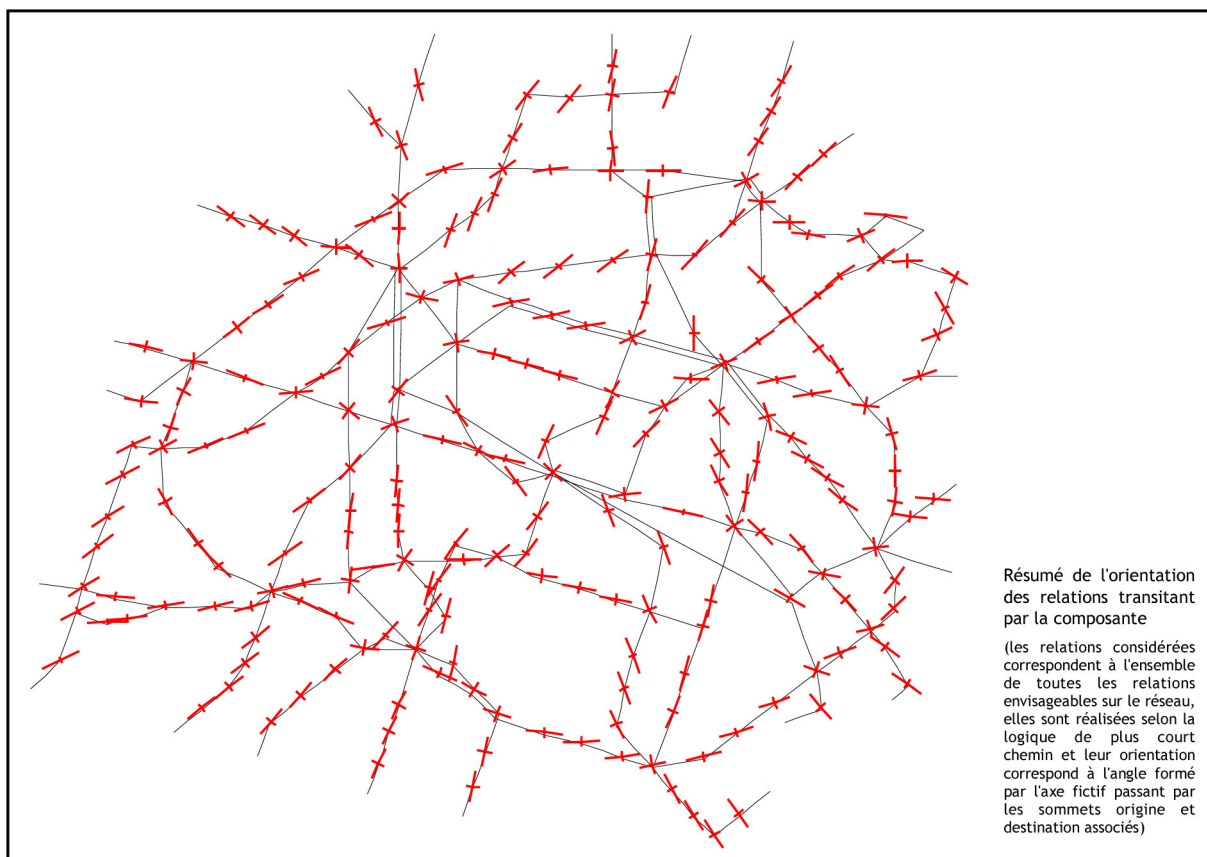


Figure 200 : orientation moyenne des relations transitant par les différentes stations du réseau de métro parisien - le grand axe (resp. le petit axe) résume, en direction et en taille, les orientations les plus (resp. les moins) représentées en moyenne

Une telle information est susceptible d'enrichir considérablement la connaissance du réseau. Il apparaît ici que certaines lignes sont cohérentes avec les directions qu'elles empruntent (par exemple la ligne 10), alors que d'autres opèrent un peu à contre-courant, faute de mieux (par exemple la ligne 7).

De manière générale, il serait très instructif de généraliser ce procédé d'extraction des informations des matrices-transit en considérant non seulement le poids, la longueur ou l'orientation des relations, mais pourquoi pas des singularités propres aux réseaux

étudiés. Dans le cas du réseau de métro parisien et de la logique de lignes associée, il est par exemple possible de savoir si certaines lignes ont plus de chances d'être empruntées que d'autres au départ d'une station à correspondance (cf Tableau 40) ou si certaines lignes sont parcourues selon un très grand nombre de tronçons ou non (cf Tableau 41).

Tableau 40 : tendance à emprunter les différentes lignes de métro (hors RER) au départ des stations à correspondance du réseau de métro parisien par rapport à la situation où ces mêmes lignes seraient choisies aléatoirement (source : [Gleyze, 2002 (c)])

n° ligne	1	2	3	4	5	6	7	8
tendance	1,36	0,89	0,96	1,36	0,98	0,87	0,74	1,05
n°ligne	9	10	11	12	13	14	3bis	7bis
tendance	0,99	0,53	0,75	0,76	1,19	1,05	0,07	0,21

Tableau 41 : nombre moyen de tronçons ferrés parcourus sur les différentes lignes du réseau de métro parisien lorsque celles-ci sont effectivement empruntées (source : [Gleyze, 2002 (c)])

n° ligne	1	2	3	4	5	6	7	8
nombre moyen de tronçons parcourus	6,21	5,60	4,79	5,48	5,68	5,90	5,60	6,30
n°ligne	9	10	11	12	13	14	3bis	7bis
nombre moyen de tronçons parcourus	6,92	4,30	4,42	5,12	5,89	2,53	1,91	2,42

De la même manière, il devient possible d'étudier le rôle relationnel joué par les composantes des réseaux routiers en distinguant les tronçons routiers selon qu'il s'agit d'autoroutes, de nationales ou de départementales, et en regardant par exemple pour chacun des axes associés la propension à être emprunté au départ de telle ou telle ville, ou encore la longueur moyenne des parcours auxquels il participe.

→ La deuxième perspective de recherche que nous avons identifiée concerne les **logiques de chemins de remplacement**. Ce point est un élément crucial de l'étude de la vulnérabilité des réseaux, car il décide du sens et de l'importance que l'on donne aux déviations dans les études par anticipation des potentialités d'un réseau dans un contexte de risques. En ce qui nous concerne, nous avons choisi de réaliser ces études en confrontant la logique de plus court chemin et la logique de chemin alternatif selon le modèle Probit de paramètre 0,5. Néanmoins, l'ensemble des méthodes et des indices que nous avons élaborés ici autorisent tout à fait de considérer d'autres logiques relationnelles, comme par exemple de comparer deux logiques issues du modèle Probit et de permisivités différentes.

Ainsi, plutôt que de limiter les modalités relationnelles des réseaux en configuration normale à la logique peu souple des plus courts chemins, il peut être intéressant d'introduire une part de subjectivité en prenant en compte dans ce contexte l'existence de chemins de remplacement peu détournés. Dans l'exemple des relations Cardinal Lemoine – La Chapelle et Trocadéro – Nation étudiées dans la partie D (cf Figure 160 page 437), pourquoi en effet accorder deux options à la première relation alors que la seconde relation possède, en plus de la seule option qui lui est reconnue, une option

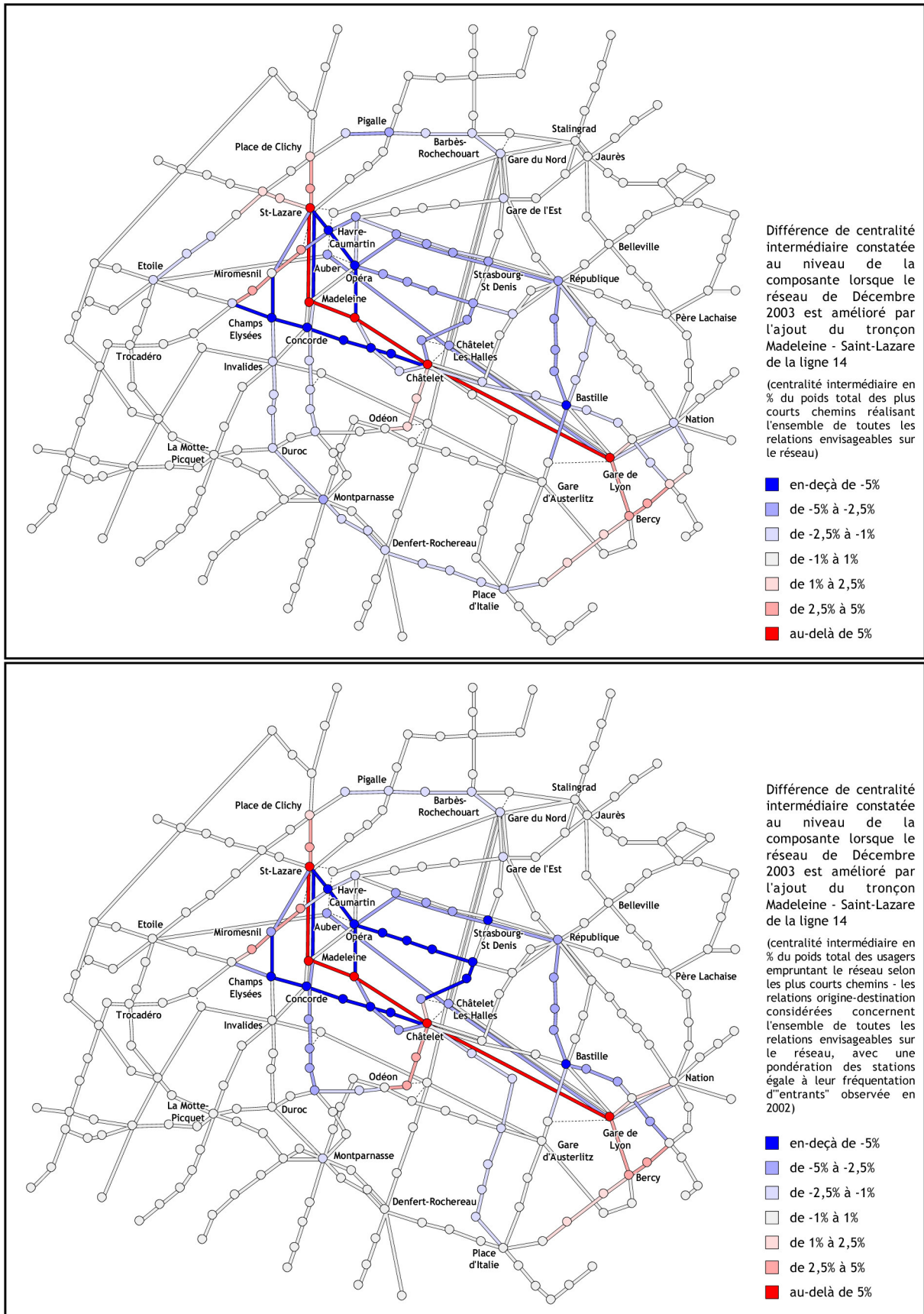


Figure 202 : impacts structurel (encadré supérieur) et fonctionnel (encadré inférieur) de l'extension de la ligne 14 sur la portion Madeleine - Saint-Lazare en termes de reports de centralité intermédiaire

→ Au-delà de ces perspectives de recherche cantonnées aux domaines déjà bien explorés dans cette thèse, nous souhaitons souligner les ouvertures existant en termes d'**approche fonctionnelle** des réseaux de transport, conformément au souhait exprimé dans la partie A. Ainsi que nous le notions alors (cf A.2.3 et Tableau 13 page 107), l'approche structurelle constitue un tremplin pour appréhender le fonctionnement des réseaux de transport dans un contexte d'usage et la vulnérabilité qui en résulte. Pour reprendre l'image utilisée en introduction de cette thèse, la question associée est de savoir si la vulnérabilité d'un réseau de métro à la rupture d'une station est due à la configuration de la trame (facteurs structurels) ou à la fréquentation de la station elle-même (facteurs fonctionnels).

Forts des résultats obtenus dans cette thèse, nous pouvons reconsidérer cette question et voir en quels termes elle se pose à présent. Pour ce faire, nous avons choisi l'exemple de l'extension¹³⁶ de la ligne 14 du métro en décembre 2003.

Nous avons évalué l'impact de cette extension en termes de reports de centralité intermédiaire, d'une part d'un point de vue structurel conformément à nos hypothèses de travail habituelles, d'autre part d'un point de vue fonctionnel en pondérant les stations, non pas par leur emprise spatiale, mais par leur fréquentation en nombre d'usagers¹³⁷.

Les résultats obtenus (cf Figure 202) montrent en effet que l'impact structurel de cette extension dégage les tendances affichées par l'impact fonctionnel. Pour les hypothèses et choix formulés, et pour cet exemple précis, il semble ainsi que l'étude structurelle constitue un préalable pertinent à l'étude fonctionnelle. Les différences que l'on relève entre les deux cartes dénotent les singularités propres à l'usage du réseau : nous devinons en particulier des reports plus conséquents sur la ligne 3 vers la ligne 14 (en correspondance à Saint-Lazare) et de la ligne 12 vers la ligne 4 et sa connexion à la ligne 14 à Châtelet (les lignes 12 et 4 se partagent la desserte de certains quartiers du sud de Paris).

En ce sens, ces résultats sont très encourageants, car ils répondent aux conjectures que nous avons formulées au tout début de notre travail. Pour l'étude d'un réseau, il s'agirait à présent de disposer de données contextuelles et de réaliser la comparaison de ses propriétés structurelles et fonctionnelles dans un contexte de risques afin de pouvoir, à terme, proposer une méthodologie permettant de cerner précisément les phénomènes induits par la structure du réseau d'une part, et par son usage d'autre part.

→ La dernière perspective que nous souhaitons mentionner ici est méthodologique, et n'en pas secondaire pour autant ! À l'issue de ce travail de thèse, il apparaît que les domaines étudiés, les méthodes mises en œuvre et les moyens déployés à cet effet sont

¹³⁶ Il ne s'agit pas d'une dégradation du réseau, mais d'une amélioration – néanmoins, les phénomènes associés sont équivalents (il suffit d'inverser l'axe temporel pour intervertir dégradation et amélioration).

¹³⁷ Cette application a pu être possible grâce à un travail de collaboration avec Claire Cunty, alors doctorante à la RATP (cf [Gleyze, 2002 (c)] et [Cunty, 2004]). L'intégration de notre modèle à son contexte d'étude et aux données dont elle disposait lui a permis de nous fournir en retour les résultats que nous exposons ici – qu'elle en soit remerciée.

extrêmement variés, et nécessiteraient pour le moins d'être fédérés au sein d'un **outil d'analyse structurelle** unifié.

Outre les problèmes inhérents à l'étude des graphes (en particulier la NP-complétude des algorithmes associés), nous avons pu nous rendre compte que la difficulté de l'analyse structurelle résidait dans la synthèse des méthodes et des résultats. En pratique, nous avons réalisé celle-ci selon un mode exploratoire, consistant successivement à visualiser et à interpréter des indicateurs semblant pertinents compte-tenu des stades précédents de l'analyse. Ce procédé nous a permis de révéler de proche en proche des phénomènes structurels sur les réseaux et d'élaborer en conséquence des indicateurs pertinents.

Dans la perspective de poursuivre ce travail, il est impératif de disposer à présent d'outils permettant de manière souple et rapide de calculer, d'analyser et de visualiser les indicateurs ainsi mis en avant. La direction qui nous semble finalement la plus pertinente à l'issue de nos recherches s'inscrit dans cette logique :

En développant un outil d'analyse permettant librement d'explorer les réseaux, de révéler leurs propriétés, de cerner des zones ou des relations particulières sur réseau, l'analyse structurelle devient une aide effective au géographe et à l'aménageur. Elle promet ainsi d'établir le lien entre l'infrastructure et ses propriétés relationnelles d'une part, et l'usage et les propriétés fonctionnelles *in situ* d'autre part, non seulement dans le contexte des risques et des vulnérabilités matérielle et fonctionnelle associées, mais également dans toute application mettant en balance l'infrastructure et l'usage du réseau.

BIBLIOGRAPHIE

- [Académie de Rouen, 1999]** : MISSION SÉCURITÉ DE L'ACADÉMIE DE ROUEN : *Risques majeurs et environnement en Haute-Normandie*, 1999, Site Internet : <www.ac-rouen.fr/rectorat/profession_rme/une.htm>
- [AFL, 2005]** : ASSOCIATION FRANÇAISE POUR LA LECTURE, 2005, Site Internet : <www.lecture.org>
- [Agence de l'Eau Seine-Normandie, 1995]** : AGENCE DE L'EAU SEINE-NORMANDIE : *Étude de l'écosystème Seine-Amont*, Sociétés AREA, EPTAU et STRATEGIS, 1995, 11 p.
- [Alecú, 1999]** : ALECU E.-C. : *Projet d'intégration des données cartographiques et d'observation de la Terre dans un SIG pour la gestion des inondations – application au bassin versant d'Arges (Roumanie)*, Mémoire d'Études Supérieures Spécialisées de Télédétection, 1999, 59 p.
- [Allen et al., 1993]** : ALLEN W.B., LIU D., SINGER S. : Accessibility measures of US metropolitan areas, *Transportation Research B*, 25B (6), 1993, pp. 439-449
- [Appert & Chapelon, 2001]** : APPERT M., CHAPELON L. : La vulnérabilité de l'appareil circulatoire urbain : définition et mesures, *Cybergéo*, 2001, Site Internet : <www.cybergeo.presse.fr/actualit/colloq/Ectqabst/appert-chapelon.htm>
- [Association des Chlorophiles, 1998]** : CHLOROPHILES (Association des) : *Chlore et risques*, 1998, Site Internet : <www.ping.be/chlorophiles/Fr/ChloreRisk.html>
- [Auray et al., 1994]** : AURAY J.-P., BAILLY A., DERYCKE P.-H., HURIOT J.-M. : *Encyclopédie d'économie spatiale – Concepts – Comportements – Organisations*, Economica, Paris, 1994, 427 p.
- [Bacelli et al., 1998]** : BACCELLI F., TCHOUMATCHENKO K., ZUYEV S. : *Markov-paths on the Poisson-Delaunay graph with applications to routing in mobile networks*, Rapport de recherche INRIA n°3420, mai 1998, 22 p.
- [Barabási et al., 1999]** : BARABÁSI A.-L., ALBERT R., *Science* 286, 509, 1999 ; BARABÁSI A.-L., ALBERT R., JEONG H., *Physica A*, 272, 173, 1999
- [Barthélémy et al., 1998]** : BARTHÉLÉMY J.-R., BLANCHER Ph., MARRIS C. : Aménagement de l'espace et gestion des risques aux Pays-Bas, 2001 Plus : « Aménagement de l'espace et gestion des risques aux Pays-Bas », Centre de Prospective et de Veille Scientifique, Direction de la recherche et des affaires scientifiques et techniques, Ministère de l'Équipement, des Transports et du Logement, n°46, Octobre 1998, pp. 3-7
- [Beauquier et al., 1992]** : BEAUQUIER D., BERSTEL J., CHRÉTIENNE P. : *Éléments d'algorithmique*, Masson, 1992
- [Bell & Schmöcker, 2002]** : BELL M.G.H., SCHMÖCKER J.-D. : Network reliability : topological effects and the importance of information, *ICTTS2002*, Guilin, China, 2002, 8 p.

- [Bell, 2000]** : BELL M.G.H. : A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks, *Transportation Research*, 34B, 2000, pp. 533-545
- [Berge, 1973]** : BERGE C. : *Graphes*, Éditions Gauthier-Villars, Paris, 1973, 400 p.
- [Berger & Liévois, 1998]** : BERGER F., LIÉVOIS J. : Détermination de zones d'interventions forestières prioritaires et création des zones vertes dans les P.P.R. ; un exemple de transfert chercheur-praticien, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires* – n° spécial 1998 « *risques naturels* » du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 97-104
- [Bernier, 1999]** : BERNIER J. : Les conditions du dialogue entre l'homme d'étude et le décideur en situation de risque, *Modélisation mathématique pour l'évaluation et la gestion des risques* – cours de 1^{ère} année de l'ENGREF sous la direction d'Éric PARENT, 15 décembre 1999
- [Berton & Ossadzow, 1998]** : BERTON C., OSSADZOW A. : *Fulgence Bienvenüe et la construction du métropolitain de Paris*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1998, 224 p.
- [Blancher & Marris, 1998]** : BLANCHER Ph., MARRIS C. : Maîtrise de l'urbanisme et des risques industriels majeurs, *2001 Plus* : « *Aménagement de l'espace et gestion des risques aux Pays-Bas* », Centre de Prospective et de Veille Scientifique, Direction de la recherche et des affaires scientifiques et techniques, Ministère de l'Équipement, des Transports et du Logement, n°46, Octobre 1998, pp. 31-50
- [Blancher, 1998]** : BLANCHER Ph. : Risques, ville et réseaux techniques urbains, in *Risques et réseaux techniques urbains*, sous la direction de BLANCHER Ph., Collections du Certu – volume 18, 1998, pp. 13-24
- [Boesch et al., 1981]** : BOESCH F.T., HARARY F., KABELL J.A. : Graphs as models of communication network vulnerability : connectivity and persistence, *Networks*, 11, 1981, pp. 57-63
- [Bollobás, 1968]** : BOLLOBÁS B. : A problem of the theory of communication networks, in G. Katona and P. Erdős editors, *Theory of Graphs*, Akad. Kiadó Budapest, 1968, pp. 29-36
- [Bollobás, 1998]** : BOLLOBÁS B. : *Modern graph theory*, Springer Verlag, New York, 1998, 394 p.
- [Bonacich, 1987]** : BONACICH P. : Power and centrality – A family of measures, *Am. J. Sociol.*, n°92, 1987, pp. 1170-1182
- [Bonacich, 2005]** : BONACICH P. : *The strength of weak ties*, support de cours relatif à [Granovetter, 1973], Département de Sociologie de l'Université de Californie, Los Angeles, 2005, 13 p., Site Internet : <www.sscnet.ucla.edu/soc/faculty/bonacich/chapt3.pdf>

- [Bonnet & Bourcier, 2000]** : BONNET E., BOURCIER J.-C. : Effet du relief sur les impacts du risque industriel – Application à l'estuaire de la Seine, *Revue Internationale de Géomatique*, Vol. 10, n°2/2000, 2000, pp. 193-211
- [Borgatti, 1995]** : BORGATTI S. : Centrality and AIDS, *Connections*, n°18(1), 1995, pp. 112-115, Site Internet : <www.analytictech.com/networks/centaids.htm>
- [Boursier-Mougenot & Ollivier-Trigalo, 1993]** : BOURSIER-MOUGENOT I., OLLIVIER-TRIGALO M. : La territorialité du réseau SNCF, *Flux* n°12, 1993, pp. 19-28
- [Brandes, 2000]** : BRANDES U. : Faster evaluation of shortest-path based centrality indices, *Konstanzer Schriften in Mathematik und Informatik*, n° 120, 2000, 11 p., Site Internet : <citeseer.nj.nec.com/brandes00faster.html>
- [Bruinsma & Rietveld, 1998]** : BRUINSMA P., RIETVELD P. : The accessibility of European cities : theoretical framework and comparison of approaches, *Environment and Planning*, 30(1), 1998, pp. 499-521
- [Brunet et al., 1993]** : BRUNET R., FERRAS R., THÉRY H. : *Les mots de la Géographie – Dictionnaire critique*, Reclus, 1993
- [Brunet, 2004]** : BRUNET É. : Où l'on mesure la distance entre les distances, *Revue en ligne Texto !*, Rubrique « Dits et inédits », 2004, 17 p., Site Internet : <www.revue-texto.net/Inedits/Brunet/Brunet_Distance.html>
- [Bulteau & Rubino, 1997]** : BULTEAU S., RUBINO G. : *Evaluating network vulnerability with the mincuts frequency vector*, Rapport de recherche INRIA, n°3125, mars 1997, 30 p.
- [Cattan & Grasland, 1997]** : CATTAN N., GRASLAND C. : *Les différentiels d'accessibilité des villes moyennes en France*, Rapport de recherche pour le METL, 1997
- [Cauvin, 1997]** : CAUVIN C. : Au sujet des transformations cartographiques de position, *Cybergéo*, 1997, Site Internet : <www.cybergeopresse.fr/cartogrf/texte1/transcar.htm>
- [CEA, 1998]** : COMMISSARIAT À L'ÉNERGIE ATOMIQUE (CEA) : Les normes internationales de radioprotection, 1998, Site Internet : <www.cea.fr/Fiches/Rayonne/Norm.htm>
- [CESA, 2001]** : CENTRE D'ÉTUDES SUPÉRIEURES D'AMÉNAGEMENT : *Séminaire de Simulation Spatiale – Quelques exemples de recherches menées au CESA*, Université François Rabelais de Tours, Centre de Recherche Ville-Société-Territoire, Laboratoire du CESA, CD-rom, octobre 1999 – mis à jour en septembre 2001
- [Chaline & Dubois-Maury, 1994]** : CHALINE C., DUBOIS-MAURY J. : *La ville et ses dangers – Prévention et gestion des risques naturels sociaux et technologiques*, Collection « Pratiques de la Géographie », Éditions Masson, Paris, 1994, 256 p.

- [Chalumeau, 2000]** : CHALUMEAU E. : Analyse spatiale de la délinquance dans les diagnostics locaux de sécurité, *Représentation et gestion des risques urbains – Modèles organisationnels et outils d’information géographique* – séminaire de la fondation MAIF, IDEES, IRESCO – Centre de formation de Marseille-Luminy, 31 janvier 2000
- [Chang et al., 2002]** : CHANG S. E. et al. : Measuring post-disaster transportation system performance : the 1995 Kobe earthquake in comparison perspective, *Transportation Research*, 35A, 2002, pp. 475-494
- [Chapelon, 1996]** : CHAPELON L. : Modélisation multi-échelles des réseaux de transport : vers une plus grande précision de l’accessibilité, *Mappemonde*, 3/96, pp. 28-36
- [Chapelon, 1997]** : CHAPELON L. : *Offre de transport et aménagement du territoire – Evaluation spatio-temporelle des projets de modification de l’offre par modélisation multi-échelles des systèmes de transport*, Thèse de doctorat en Aménagement, Université François Rabelais de Tours, 1997, 558 p.
- [Chapelon, 2001]** : CHAPELON L. : Analyse de réseau par destruction / hiérarchisation des liens, *Groupe de travail : « Dynamiques spatiales méditerranéennes et systèmes territoriaux émergents, application à l’arc méditerranéen »*, 2001, Site Internet : <www.umrespace.org/pages/ArcMed.html#ancre208612>
- [Chen et al., 2002]** : CHEN A. et al. : Capacity reliability of a road network : an assessment methodology and numerical results, *Transportation Research*, 36B, 2002, pp. 225-252
- [Chesneau, 2004]** : CHESNEAU E. : Propositions pour une cartographie du risque, *Bulletin du Comité Français de Cartographie*, 2004, 13 p.
- [Chew, 1986]** : CHEW L.P. : There is a planar graph almost as good as the complete graph, *Proc. 2nd ACM Symp. Comp. Geom.*, 1986, pp 169-177
- [Christian, 2000]** : CHRISTIAN B. : CONCERTO, concepts et applications à l’échelon intra-urbain, *Représentation et gestion des risques urbains – Modèles organisationnels et outils d’information géographique* – séminaire de la fondation MAIF, IDEES, IRESCO – Centre de formation de Marseille-Luminy, 31 janvier 2000
- [Combe, 1998]** : COMBE P.-M. : L’économétrie de la prévention dans la méthode Inondabilité (MI), *Ingénieries – eau, agriculture, territoires* – n° spécial 1998 « risques naturels » du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 51-55
- [Consolini, 1987]** : CONSOLINI L. : Réseaux fiables, réseaux vulnérables : prise en compte des réseaux dans la gestion des risques, in *Réseaux fiables, réseaux vulnérables* – Groupe Réseaux – Compte-rendu de la réunion du 24 juin 1987, Cahier n°9, septembre 1987, pp. 45-83
- [Cormen et al., 1994]** : CORMEN T., LEISERSON C., RIVEST R. : *Introduction à l’algorithmique*, Dunod, 1994, 1176 p.

- [Coroller, 2002]** : COROLLER P. : *Étude des stations du métro parisien*, Dossier transversal du DESS Cartographie et SIG, Université Paris I – ENSG, année 2001-2002, 35 p.
- [Cunty, 2004]** : CUNTY C. : *Système d'Information Géographique et sécurité : une application pour la RATP*, Thèse de doctorat de Géographie, Université de Paris I, 2004
- [d'Ercole & Thouret, 1995]** : d'ERCOLE R., THOURET J.-C. : Croissance urbaine et risques naturels : présentation introductive – Thème : les vulnérabilités des sociétés et des espaces urbanisés : concepts, typologie et modes d'analyse, in *Bulletin de l'Association de Géographes Français – Croissance urbaine et risques naturels*, Vol. 4, 72^{ème} année (septembre), 1995, pp. 311-338
- [Dauphiné, 2001]** : DAUPHINÉ A. : *Risques et catastrophes : observer – spatialiser – comprendre – gérer*, Éditions Armand Colin, 2001, 288 p.
- [DDE Tarn-et-Garonne, 1982, 1996]** : DIRECTION DÉPARTEMENTALE DE L'ÉQUIPEMENT DU TARN-ET-GARONNE : 1- *Inondation du Tarn de 1996 à Montauban*, Cellule hydraulique de l'annonce des crues, 1996, 7 pp., 2- *Inondation du Tarn de 1982 à Montauban*, Service d'annonce des crues du Bassin Moyen de la Garonne, 1982, 2 pp., 3- *Domages occasionnés par les perturbations atmosphériques des 7 et 8 novembre 1982*, 1982
- [Decrop, 1998]** : DECROP G. : Les acteurs de la négociation du risque, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires* – n° spécial 1998 « risques naturels » du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 69-78
- [Dervin, 1996]** : DERVIN C. : *Classification automatique – Comment interpréter les résultats ?*, Collection STAT-ITCF, 1996, 74 p.
- [Dial, 1971]** : DIAL R. : A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration, *Transportation Research*, Vol. 5, Pergamon Press, 1971, pp. 83-111
- [Dodds et al., 2003]** : DODDS P.S., MUHAMAD R., WATTS D.J. : An experimental study of search in global social networks, *Science*, n°301, 2003, pp. 827-829
- [Donnay, 1998]** : DONNAY J.-P. : *Cours d'analyse spatiale – Chapitre « Objets géographiques discrets en implantation linéaire »*, Université de Liège, 1998, 18 p.
- [Dubost, 2003]** : DUBOST P. : *Temps effectifs et cognitifs dans le métro*, Rapport de maîtrise de géographie, Université Paris I, 2003, 123 p.
- [Dupuy, 1991]** : DUPUY G. : *L'urbanisme des réseaux : théories et méthodes*, Éditions Armand Colin, Paris, 1991, 200 p.
- [Dupuy, 1993]** : DUPUY G. : Les stations nodales du métro de Paris : le réseau métropolitain et la revanche de l'histoire, *Annales de géographie*, n°569, janvier-février 1993, pp. 17-31

- [Éditions CBHM, 2001]** : CBHM (Éditions) : *L'Antisèche du Métro – Quais, sorties, plans des rues et numéros, couloirs de correspondance*, Paris, 2001, 54 p.
- [Erdős & Rényi, 1960]** : ERDÖS P., RÉNYI A., *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci.* 5, 17, 1960
- [Everett & Borgatti, 1999]** : EVERETT M., BORGATTI S. : The centrality of groups and classes, *Journal of Mathematics Sociology*, n°23, 1999, pp. 181-201, Site Internet : <www.analytictech.com/borgatti/group_centrality.htm>
- [Eynard, 1999]** : EYNARD P. : Le risque dans la filière agro-alimentaire – diagnostic des maillons faibles et perspectives, *Modélisation mathématique pour l'évaluation et la gestion des risques* – cours de 1^{ère} année de l'ENGREF sous la direction d'Éric PARENT, 7 décembre 1999
- [Fernique, 2003]** : FERNIQUE T. : *Évaluer et aménager les réseaux de transport*, Stage de MIM 2, Ecole Normale Supérieure de Lyon, réalisé au sein du laboratoire COGIT de l'IGN et encadré par Jean-François GLEYZE, 2003, 30 p.
- [Fouillet, 2002]** : FOUILLET M. : *Étude de l'efficacité d'un réseau de transport – application au réseau métropolitain parisien*, Stage de fin d'études IUP Génie Mathématique et Informatique, Université Paris IX Dauphine, réalisé au sein du laboratoire COGIT de l'IGN et encadré par Jean-François GLEYZE, 2002, 94 p. + annexes
- [Freeman et al., 1991]** : FREEMAN L., BORGATTI S., WHITE D.R. : Centrality in valued graphs : a measure of betweenness based on network flow, *Social Networks*, n°13, 1991, pp. 141-154
- [Freeman, 1979]** : FREEMAN L. : Centrality in social networks – Conceptual clarification, *Social Networks*, n°1, 1978/79, pp. 215-239
- [Garçon, 1999]** : GARÇON R. : Prévention des risques de dysfonctionnement des barrages hydro-électriques des Alpes – Stratégie EDF et applications, *Modélisation mathématique pour l'évaluation et la gestion des risques* – cours de 1^{ère} année de l'ENGREF sous la direction d'Éric PARENT, 1^{er} décembre 1999
- [Gendreau & Oberlin, 1998]** : GENDREAU N., OBERLIN G. : Modélisation de synthèse des crues : modèles hydrologiques en débit-durée-fréquence et modèles hydrauliques, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires* – n° spécial 1998 « risques naturels » du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 79-85
- [Genet et al., 1974]** : GENET J., PUPION G., REPUSSARD M. : *Probabilités, statistiques et sondages*, Éd. Vuibert, 1974
- [George, 1970]** : GEORGE P. : *Dictionnaire de Géographie*, Presses Universitaires de France, Paris, 1970
- [Gilard, 1995]** : GILARD O. : Connaître les inondations : l'exemple de la Bourbre (Isère), *Ingénieries – eau, agriculture, territoires*, numéro spécial 1995 « risques naturels » du CEMAGREF, 1995, pp. 7-16

- [Glatron, 1997]** : GLATRON S. : *L'évaluation des risques technologiques majeurs en milieu urbain : approche géographique ; le cas de la distribution des carburants dans la région Ile-de-France*, Thèse de doctorat de Géographie – Université de Paris I Panthéon-Sorbonne – UFR de Géographie, 1997, 393 p.
- [Gleyze & Rousseaux, 2003]** : GLEYZE J.-F., ROUSSEAU F. : Impact of relief accuracy on flood simulations and road network vulnerability analysis, Actes de la 13^{ème} édition de la Conférence Européenne de Géographie Théorique et Quantitative – ECQTG, Lucca, Italy, 2003, 14 p.
- [Gleyze, 2001 (a)]** : GLEYZE J.-F. : Apport de l'information géographique dans l'analyse des risques – Application à l'étude des perturbations du réseau routier à la suite de catastrophes, *Bulletin d'Information de l'IGN* n°72, 2001, 17 p.
- [Gleyze, 2001 (b)]** : GLEYZE J.-F. : Les dommages induits par les coupures du réseau routier – Eléments de recherche pour l'évaluation de la fiabilité d'un réseau routier, Actes du colloque « *Géographie des risques des transports* », Besançon, éditions Paradigme, octobre 2001, pp. 17-41
- [Gleyze, 2001 (c)]** : GLEYZE J.-F. : Étude topologique de la fonctionnalité des réseaux, Actes de la conférence « *Géomatique et espace rural* », Journées Cassini, Montpellier, 2001, 18 p.
- [Gleyze, 2002 (a)]** : GLEYZE J.-F. : *Le risque*, Synthèse bibliographique, Rapport interne au laboratoire COGIT, IGN, Saint-Mandé, version 2, 2002, 256 p.
- [Gleyze, 2002 (b)]** : GLEYZE J.-F. : *Risques, Territoires et Accessibilité*, Synthèse bibliographique, Rapport interne au laboratoire COGIT, IGN, Saint-Mandé, version 2, 2002, 136 p.
- [Gleyze, 2002 (c)]** : GLEYZE J.-F. : *Structure et usage du réseau de métro parisien*, Notice interne au laboratoire COGIT, IGN, Saint-Mandé, 2002, 19 p.
- [Gleyze, 2003 (a)]** : GLEYZE J.-F. : Fonctionnalité et vulnérabilité du métro parisien, *Bulletin d'Information de l'IGN*, n°74, Paris, 2003, 13 p.
- [Gleyze, 2003 (b)]** : GLEYZE J.-F. : Fonctionnalité et vulnérabilité des réseaux de transport – Le cas du métro parisien, Actes des 6^{èmes} rencontres ThéoQuant – *géographie théorique et quantitative*, Besançon, 2003, 14 p.
- [Granovetter, 1973]** : GRANOVETTER M. : The strength of weak ties, *American Journal of Sociology*, volume 78, n°6, mai 1973, pp. 1360-1380
- [Grasland, 2004]** : GRASLAND C. : *Cours de licence de géographie : Organisation de l'espace – Analyse spatiale et modélisation des phénomènes géographiques*, Université Paris VII, 2004, Site Internet : <www.grasland.cicrp.jussieu.fr/grasland/go303/cours.html>
- [Grosrichard, 2001]** : GROSRICHARD F. : Les villes ont du mal à se priver des ressources liées au risque industriel, *Le Monde interactif*, Édition du 20 novembre 2001, Site Internet : <www.lemonde.fr>

- [Groupe Réseaux, 1987]** : GROUPE RÉSEAUX : Demande de création d'un Greco « Réseaux » – Complément au dossier de 1986 transmis au CNRS, juin 1987, in *Réseaux fiables, réseaux vulnérables* – Groupe Réseaux – Compte-rendu de la réunion du 24 juin 1987, Cahier n°9, septembre 1987, pp. 15-29
- [Gusfield, 1983]** : GUSFIELD D. : Connectivity and edge-disjoint spanning trees, *Information Processing Letters*, 16, 1983, pp. 87-89
- [Henn, 2001]** : HENN V. : *Information routière et affectation du trafic : vers une modélisation floue*, Thèse de doctorat en Image, Université de Saint-Etienne – Jean Monnet, 2001, 242 p.
- [Herce Vallejo, 1983]** : HERCE VALLEJO M. : *La utilización de indicadores topológicos en el análisis de redes de comunicaciones – Ensayo sobre la red de carreteras de Cataluña*, documents d'Análisi Geografica, Universitat Autònoma de Catalunya, Bellaterra, 1983
- [Holme et al., 2002]** : HOLME P. et al. : Attack vulnerability of complex networks, 2002, 13 p., Site Internet « *Trafficforum* » : <www.trafficforum.org/index.html>
- [Huriot & Perreur, 1994]** : HURIOT J.-M., PERREUR J. : La centralité / L'accessibilité, in AURAY J.-P. et al. : *Encyclopédie d'économie spatiale – Concepts – Comportements – Organisations*, Economica, Paris, 1994, pp. 47-58
- [Hydratec et al., 1998 (a)]** : HYDRATEC, SIEE, TERRITOIRES CONSEIL ASSOCIÉS : *Élaboration de l'outil d'évaluation de l'impact des ouvrages existants et futurs de l'institution sur les dommages liés aux crues en région Ile-de-France – Volet socio économique, 2. Dommages associés aux transports routiers*, Les Grands Lacs de Seine & Institution Interdépartementale des Barrages Réservoirs du Bassin de Seine, juin 1998, 14 p., annexes
- [Hydratec et al., 1998 (b)]** : HYDRATEC, SIEE, TERRITOIRES CONSEIL ASSOCIÉS : *Évaluation des dommages liés aux crues en région Ile-de-France*, Rapport de synthèse, août 1998, 107 p., annexes.
- [IGN, 2001]** : INSTITUT GÉOGRAPHIQUE NATIONAL : *Spécifications de contenu de la BD Topo Pays*, version 1.1, Saint-Mandé, 2001
- [Ingram, 1971]** : INGRAM D.R. : The concept of accessibility : a search for an operational form, *Regional Studies*, 5, 1971, pp. 101-107
- [Izraelwicz, 1999]** : ISRAELWICZ E. : Après les tempêtes, les risques de « Réseapolis », *Quotidien Le Monde*, Édition du 31 décembre 1999
- [Jappiot, 1998]** : JAPPIOT M. : Évaluation et cartographie du risque d'incendie de forêt ; vers une application sur le massif des Maures (sud-est de la France), à l'échelle des PPR, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires* – n° spécial 1998 « *risques naturels* » du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 105-114

- [Jiang, 2003]** : JIANG B. : Analysing and visualizing topological structure of a urban street network, *Proceedings of the 21st International Cartographic Conference (ICC)*, Durban, South Africa, 10-16 august 2003, pp. 2246-2251
- [Kansky, 1989]** : KANSKY K. : Measures of network structure, *Flux*, n°spécial, 1989, pp. 93-121
- [Keil & Gutwin, 1989]** : KEIL J.M., GUTWIN C.A. : The Delaunay triangulation closely approximates the complete Euclidian graph, *Proceedings of the 1st Workshop Algorithms and Data Structures*, Springer LNC 382, 1989, pp. 47-56
- [Kerven & Pateyron, 1995]** : KERVEN G.-Y., PATEYRON E. : Quelques outils de cyndinique urbaine, in *Bulletin de l'Association des Géographes Français – « Risques naturels, risques urbains »*, Vol. 2, 72^{ème} année, 1995, pp. 183-192
- [La Vie du Rail et des Transports, 2000]** : LA VIE DU RAIL ET DES TRANSPORTS : 19 juillet 1900 – 19 juillet 2000 : cent ans de métro, n°141, 19 juillet 2000
- [Laboratoire Leibniz, 2004]** : LEIBNIZ (Laboratoire) : Un aperçu de la théorie des graphes, 2004, Site Internet : <www-leibniz.imag.fr/GRAPH/francais/apercu.html>
- [Lamming, 2001]** : LAMMING C. : *Métro insolite*, Éditions Parigramme, 2001, 178 p.
- [Leone et al., 1995]** : LEONE F., ASTE J.-P., VELASQUEZ E. : Contribution des constats d'endommagement au développement d'une méthodologie d'évaluation de la vulnérabilité appliquée aux phénomènes de mouvements de terrain, in *Bulletin de l'Association de Géographes Français – « Croissance urbaine et risques naturels »*, Vol. 4, 72^{ème} année (septembre), 1995, pp. 350-371
- [Leone, 1996]** : LEONE F. : *Concept de vulnérabilité appliqué à l'évaluation des risques générés par les phénomènes de mouvement de terrain*, Thèse de doctorat de Géographie, Université de Grenoble 1, 1996
- [Leroy & Signoret, 1992]** : LEROY A., SIGNORET J.-P. : *Le risque technologique*, Que Sais-Je ? n°2669, Éditions PUF, 1992, 128 p.
- [Leurent, 1998]** : LEURENT F. : *Représentation des déplacements routiers dans l'agglomération rennaise*, rapport INRETS sur convention DTT, tâche du projet ETUI « Économie et Transport Urbain Intermodal », Arcueil, 1998, 60 p.
- [Manche, 1998]** : MANCHE Y. : Cartographie multi-risques : une méthode semi-automatique, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires – n° spécial 1998 « risques naturels »* du CEMAGREF : *Risques naturels : avalanches, crues, inondations, laves torrentielles, incendies de forêt*, 1998, pp. 115-119
- [Martinelli et al., 2000]** : MARTINELLI A., PINI G., TORRICELLI G.-P., WIDMER G. : *Indicateurs d'accès pour une mobilité durable*, Rapports du PNR 41 « Transport et environnement », Berne, 2000

- [MATE, 2000 (a)]** : MINISTÈRE DE L'AMÉNAGEMENT DU TERRITOIRE ET DE L'ENVIRONNEMENT : Portail de la prévention des risques majeurs, 2000 – Les Risques majeurs, 2000, Sites Internet : <www.prim.net/home.htm> & <www.environnement.gouv.fr/>
- [MATE, 2000 (b)]** : MINISTÈRE DE L'AMÉNAGEMENT DU TERRITOIRE ET DE L'ENVIRONNEMENT : *Plaquette de présentation des PPR (Plan de Prévention des Risques)*, 2000
- [Mathis et al., 2003]** : MATHIS Ph. et al. : *Graphes et réseaux – modélisation multiniveau*, Ouvrage collectif sous la direction de Philippe MATHIS, Éditions Hermès, Traité IGAT : « Information Géographique et Aménagement du Territoire », 2003, 362 p.
- [MECV, 1980]** : MINISTÈRE DE L'ENVIRONNEMENT ET DU CADRE DE VIE : *Lutte contre les inondations – Méthode sommaire d'évaluation des critères économiques*, Direction de la Prévention des Pollutions – Service de l'Eau – Sous-Direction des Eaux Continentales, 1980, 75 p. annexes
- [Mérenne, 1995]** : MÉRENNE É. : *Géographie des transports*, Éditions Nathan, Collection dirigée par Jean-Robert PITTE, 1995, 192 p.
- [Merlin, 1991]** : MERLIN P. : *Géographie, économie et planification des transports*, PUF, Paris, 1991
- [Milgram, 1967]** : MILGRAM S. : The small-world problem, *Psychology today*, n°2, 1967, pp. 60-67
- [Moody & White, 2000]** : MOODY J., WHITE D. : Social cohesion and embeddedness : a hierarchical conception of social groups, *American Journal of Sociology*, 2000, 50 p., Site Internet : <eclectic.ss.uci.edu/~drwhite/soc_con17.pdf>
- [Moretti, 1990]** : MORETTI A. : Un nouveau réseau de transport fondé sur le métro : effets généraux sur le développement urbain et effets locaux sur l'occupation du sol, *Flux*, n°2, automne 1990
- [Morris, 1979]** : MORRIS J.M. et al. : Accessibility indicators for transport planning, *Transportation Research*, 13A (2), 1979, pp. 91-109
- [Munier, 1999]** : MUNIER B. : Perspective historique de l'évolution des modèles de décision, *Modélisation mathématique pour l'évaluation et la gestion des risques* – cours de 1^{ère} année de l'ENGREF sous la direction d'Éric PARENT, 23 novembre 1999
- [Muraco, 1972]** : MURACO W A. : Intraurban accessibility, *Economic Geography*, 48, 1972, pp. 388-405
- [Newman, 2003]** : NEWMAN M.E.J. : A measure of betweenness centrality based on random walks, 2003, 15 p., Site Internet : <arxiv.org/PS_cache/cond-mat/pdf/0309/0309045.pdf>

- [NHRC, 2000]** : NATURAL HAZARDS RESEARCH CENTER (NHRC) : NHQ – Natural Hazards Quarterly, Australia, 2000, Site Internet : <www.es.mq.edu.au/NHRC/nhq1.html>
- [Noh & Rieger, 2003]** : NOH J.D., RIEGER H. : Random walks on complex networks, Preprint cond-mat/0307719, 2003
- [November, 2000]** : NOVEMBER V. : Comment concilier logiques du territoire et logiques du risque ?, *Représentation et gestion des risques urbains – Modèles organisationnels et outils d'information géographique* – séminaire de la fondation MAIF, IDEES, IRESCO – Centre de formation de Marseille-Luminy, 31 janvier 2000
- [Oberlin, 1995]** : OBERLIN G. : Les outils disponibles de la prévention des inondations dommageables, *Ingénieries – eau, agriculture, territoires*, numéro spécial 1995 « risques naturels » du CEMAGREF, 1995, pp. 35-50
- [Okabe et al., 1992]** : OKABE A., BOOTS B., SUGIHARA K. : *Spatial tessellations – Concepts and applications of Voronoï diagrams*, Wiley, 1992
- [Perrin, 2004]** : PERRIN P. : Proximité cognitive et répartition dynamique des liens forts et faibles – Le cas de la diffusion d'une convention sociale, *Quatrièmes Journées de la proximité*, 2004, 21 p., Site Internet : <139.124.177.94/proxim/viewpaper.php?id=27&print=1>
- [Pirie, 1979]** : PIRIE G.H. : Measuring accessibility : a review and proposal, *Environment and Planning*, A 11, 1979, pp. 299-312
- [Pitts, 1965]** : PITTS F. : A graph theoretic approach to historical geography, *The Professional Geographer*, n°17, 1965, pp. 15-20
- [Pitts, 1979]** : PITTS F. : The medieval river trade network of Russia revisited, *Social Networks*, n°1, 1978/79, pp. 285-292
- [Pooler, 1995]** : POOLER J.A. : The use of spatial separation in the measurement of transportation accessibility, *Transportation Research A*, 29A (6), 1995, pp. 421-427
- [Projet européen ESPON, 2004]** : Projet européen ESPON – European Spatial Planning Observation Network : *Network vulnerability*, section 1.2.1, part 7, 2004, pp. 337-356
- [Pumain & Saint-Julien, 1997]** : PUMAIN D., SAINT-JULIEN Th. : *L'analyse spatiale (1) : Localisations dans l'espace*, Cursus-géographie, Éditions Armand-Colin, Paris, 1997, 167 p.
- [Reinhardt & Soeder, 1997]** : REINHARDT F., SOEDER H. : *Atlas des Mathématiques*, La Pochothèque, Collection « Encyclopédies d'aujourd'hui » chez le Livre de Poche, 1997, 502 p.
- [Robert, 2000]** : ROBERT D. : *Le réseau routier français dans la dynamique des échanges de marchandises de la France avec ses partenaires d'Europe occidentale*, Thèse de doctorat de Géographie, Université Paris I, 2000

- [Rocher, 1987]** : ROCHER O. : Les risques engendrés par une concentration de réseaux urbains, in *Réseaux fiables, réseaux vulnérables* – Groupe Réseaux – Compte-rendu de la réunion du 24 juin 1987, Cahier n°9, septembre 1987, pp. 61-70
- [Rousseaux, 2003]** : ROUSSEAU F. : Étude de la représentation du relief sur des applications, *Revue Internationale de Géomatique*, Éditions Lavoisier, Paris, n°4, 2003, 17 p.
- [Sengoku et al., 1988]** : SENGOKU M., SHINODA S., YATSUBOSHI R. : On a function for the vulnerability of a directed flow network, *Networks*, 18, pp. 73-83, 1988
- [Sheffi, 1985]** : SHEFFI Y. : *Urban Transportation Networks – Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice Hall, 1985, 400 pp.
- [Sites sur la RATP, 2004]** : LE SITE OFFICIEL DE LA RATP : <www.ratp.fr>
 LE SITE NON OFFICIEL DE LA RATP : L'histoire du métro et du RER <www.ratpinfo.net>
 LE SITE NON OFFICIEL DU MÉTRO PARISIEN : Le métro en histoire(s) <membres.lycos.fr/metro>
 LE SITE DES TRANSPORTS PUBLICS DE L'AGGLOMÉRATION PARISIENNE : <www.metro-pole.net>
- [Stephenson & Zelen, 1989]** : STEPHENSON K.A., ZELEN M. : Rethinking centrality – Methods and examples, *Social Networks*, n°11, 1989, pp. 1-37
- [Stoyan et al., 1995]** : STOYAN D., KENDALL W., MECKE J. : *Stochastic geometry and its applications*, Wiley, 1995, 456 p.
- [Tobler, 1994]** : TOBLER W. : Bidimensional regression, *Geographical Analysis*, n°26, 1994, pp. 186-212
- [Tomassone, 1997]** : TOMASSONE R. : *Régression linéaire – Comment interpréter les résultats ?*, Collection STAT-ITCF, INA-PG, Paris, 1997, 56 p.
- [Torterotot, 1993]** : TORTEROTOT J.-Ph. : *Le coût des dommages dus aux inondations – Estimation & analyse des incertitudes*, Thèse ENPC en Sciences et Techniques de l'Environnement, 1993, 288 p. annexes
- [Travers & Milgram, 1969]** : TRAVERS J., MILGRAM S. : An experimental study of the small world problem, *Sociometry*, n°32, 1969, pp. 425-443
- [Ville de Paris, 2004]** : SITE INTERNET DE LA VILLE DE PARIS – Pages Environnement : « Si la Seine était en crue à Paris, que faire ? », 2004, Site Internet : <www.paris.fr/fr/environnement/actualites/crue_seine/default.asp#>
- [Vindimian, 1999]** : VINDIMIAN E. : Analyse du risque lié aux substances chimiques au sein des écosystèmes, *Modélisation mathématique pour l'évaluation et la gestion des risques* – cours de 1^{ère} année de l'ENGREF sous la direction d'Éric PARENT, 1^{er} décembre 1999

[Wasserman & Faust, 1994] : WASSERMAN S., FAUST K. : *Social Network Analysis – Methods and applications*, Cambridge University Press, 1994, 857 p.

[Watts & Strogatz, 1998] : WATTS D. J., STROGATZ S. H., *Nature* 393, 440, 1998

[Zimmermann, 1994] : ZIMMERMANN É. : *Risque technologique majeur : conditions de production et rôle des documents cartographiques dans le processus d'identification et de gestion*, Thèse de doctorat de Géographie, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 1994

