



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation, l'identification et à la commande d'une interface haptique à un degré de liberté entraînée par une machine synchrone à aimants permanents

Flavia Khatounian

## ► To cite this version:

Flavia Khatounian. Contribution à la modélisation, l'identification et à la commande d'une interface haptique à un degré de liberté entraînée par une machine synchrone à aimants permanents. Automatique / Robotique. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2006. Français. NNT : . tel-00136089

**HAL Id: tel-00136089**

**<https://theses.hal.science/tel-00136089>**

Submitted on 12 Mar 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2006 n° 22

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

**Flavia KHATOUNIAN**

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :  
**Génie électrique**

**Sujet de la thèse :**

**CONTRIBUTION A LA MODELISATION, L'IDENTIFICATION ET A LA COMMANDE  
D'UNE INTERFACE HAPTIQUE A UN DEGRE DE LIBERTE ENTRAINEE PAR UNE  
MACHINE SYNCHRONNE A AIMANTS PERMANENTS**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 4 décembre 2006 devant le jury compose de :

Maurice FADEL  
Betty SEMAIL  
Eric MONMASSON  
Sandrine MOREAU  
Jean-Paul LOUIS  
Ragi GHOSN  
Francois LOUVEAU  
Jean-Marc ALEXANDRE

Professeur des universités  
Professeur des universités  
Professeur des universités  
Maître de conférence  
Professeur des universités  
Professeur associé

Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Co-directrice de thèse  
Examineur  
Examineur  
Membre invité  
Membre invité

Nom du laboratoire : SATIE  
ENS CACHAN/CNRS/UMR 8029  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)



*À ma mère, mon père, mon frère, ma sœur et Rabih*

*Le savoir sans patience est comme une bougie sans lumière...*

(Proverbe persan)



---

## Remerciements

---

Les travaux de recherche exposés dans ce mémoire ont été menés au sein du laboratoire SATIE de l'ENS de Cachan, dans le cadre d'une bourse CIFRE avec la société Haption, et au sein des locaux du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA) et de l'Université de Cergy-Pontoise.

Je remercie M. Eric Monmasson, mon directeur de thèse, pour m'avoir donné la possibilité de réaliser cette thèse. Sa confiance et son dynamisme ont été des moteurs dans la bonne conduite de mes travaux.

Je remercie Mme Sandrine Moreau pour avoir co-encadré cette thèse, pour sa disponibilité, en particulier lors des nombreuses relectures du mémoire, ainsi que pour son écoute et son amitié.

Je remercie M. Jean-Paul Louis pour ses remarques pertinentes, son co-encadrement et pour avoir suivi de près les travaux réalisés tout au long de la thèse.

Je remercie M. François Louveau, PDG de la société Haption, pour m'avoir fait confiance et permis de mener cette thèse jusqu'à la fin, et aussi pour m'avoir fait découvrir le monde des interfaces haptiques.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Mme Betty Semail et M. Maurice Fadel pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire, pour leurs remarques et commentaires pertinents sur mon manuscrit et lors de la soutenance. Je remercie également Mme Betty Semail qui m'a fait l'honneur d'être présidente de mon jury de thèse. Je remercie aussi M. Ragi Ghosn et M. Jean-Marc Alexandre d'avoir accepté de participer au jury.

Je remercie enfin tous les membres du Jury de thèse pour toute l'attention qu'ils ont portée à la lecture de mon travail.

Tous les chercheurs, ingénieurs et techniciens de la société Haption et du laboratoire LTC du CEA méritent mes remerciements pour la bonne humeur et le cadre agréable de travail qu'ils m'ont fait partager. Je remercie plus particulièrement Yvan Measson, le chef du laboratoire LTC, ainsi que, Anne Cailliau, Didier Houche, Philippe Pottier, Gérard Chalubert, Nicolas Guénard, Laurent Eck, Serge Outin, Jérôme Perret,... pour les nombreuses et sympathiques discussions que nous avons eues ensemble.

Je n'oublie pas tous les membres de la salle 017, Alexandre Janot, Gregory Dubus et Mathieu Grossard, avec qui j'ai partagé le bureau. Ils m'ont apporté à un moment ou un autre leurs compétences et ont partagé au jour le jour la progression de mes travaux.

Je tiens enfin à remercier tout particulièrement mes parents qui m'ont encouragée tout au long de mes études et permis d'en arriver là, et Rabih, pour son soutien et ses encouragements quotidiens. Je remercie également du fond du cœur ma tante Maha, son mari, Salim, et mes petits cousins, Maxime et Nivine, qui m'ont apporté tout l'amour dont j'avais besoin loin de ma famille.

J'inclus enfin une liste d'amis qui ont beaucoup compté pour moi et qui m'ont soutenu à un moment ou un autre, durant ces dernières années : Serge, Krystel, Ricardo, Jinane, Elsy, Bassam, Etienne, Rita, Chadi, Isabelle, Yves, Viviane, Philippe, Caroline,...



---

# Table des matières

---

<b>Remerciements .....</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>vii</b>
<b>Table des figures.....</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction Générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Présentation et Modélisation de l'Interface Haptique Prototype .....</b>	<b>7</b>
I.1. Introduction.....	8
I.2. Présentation de l'interface haptique.....	9
I.2.1. Principe du retour haptique.....	9
I.2.2. Interface haptique prototype .....	10
I.2.3. Définition et implantation d'une butée virtuelle numérique.....	12
I.3. Modélisation des éléments de l'interface haptique prototype.....	16
I.3.1. Modélisation de la MSAP.....	16
I.3.1.1. Equations des flux et des tensions.....	16
I.3.1.2. Transformation de Clarke.....	18
I.3.1.3. Transformation de Park .....	19
I.3.1.4. Expression du couple électromagnétique .....	21
I.3.1.5. Equation mécanique de la MSAP.....	21
I.3.2. Onduleur de tension – Modulation vectorielle de la largeur d'impulsion .....	22
I.3.2.1. Modélisation de l'onduleur de tension .....	22
I.3.2.2. Modulation vectorielle de l'onduleur de tension.....	23
I.3.3. Modélisation des capteurs.....	29
I.3.3.1. Principe d'acquisition des courants de phase .....	29
I.3.3.2. Mesure de la position rotorique du moteur.....	31
I.3.4. Modélisation du système à câbles.....	32
I.3.4.1. Rapport de réduction .....	32
I.3.4.2. Centre de gravité .....	33
I.3.4.3. Frottements.....	33
I.3.4.4. Modèle mécanique global du système vu du côté moteur de l'interface.....	35
I.3.5. Modélisation de l'opérateur.....	35
I.3.6. Schéma-bloc modélisant le système global .....	37
I.4. Stratégie de commande initialement implantée dans le DSP.....	38
I.4.1. Architecture de commande globale .....	39
I.4.2. Algorithme implanté dans le DSP .....	41
I.5. Conclusion .....	43



**Chapitre II : Identification de l'interface haptique..... 45**

II.1. Introduction..... 46

II.2. Principe d'identification par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée ..... 47

    II.2.1. Introduction ..... 47

    II.2.2. Moindres carrés d'erreur d'entrée avec modèle inverse..... 48

    II.2.3. Filtrage des mesures de l'observation et estimation des dérivées..... 51

II.3. Principe d'identification par algorithme de Marquardt et erreur de sortie..... 52

    II.3.1. Introduction ..... 52

    II.3.2. Algorithmes de PNL..... 53

        II.3.2.1. Algorithme du gradient ..... 53

        II.3.2.2. Algorithme de Gauss-Newton ..... 54

        II.3.2.3. Algorithme de Marquardt..... 54

        II.3.2.4. Calcul des fonctions de sensibilité ..... 55

II.4. Identification expérimentale des paramètres électriques de la MSAP – Prise en compte d'un angle de calage initial..... 57

    II.4.1. Acquisitions des données et trajectoires des consigne de courant..... 57

    II.4.2. Identification des paramètres électriques par moindres carrés et modèle inverse ..... 59

    II.4.3. Identification par algorithme de Marquardt et erreur de sortie..... 61

    II.4.4. Identification des paramètres électriques et de l'angle de calage ..... 64

        II.4.4.1. Etat de l'art sur l'estimation de l'angle de calage ..... 65

        II.4.4.2. Modèle de Park intégrant l'erreur de calage codeur/moteur ..... 65

        II.4.4.3. Identification simultanée des paramètres électriques et de l'angle de calage par moindres carrés et modèle inverse..... 66

        II.4.4.4. Validation par moindres carrés et modèle inverse après calage du moteur..... 69

        II.4.4.5. Validation par algorithme de Marquardt après calage du moteur ..... 71

II.5. Identification des paramètres mécaniques du système par moindres carrés ..... 73

    II.5.1. Acquisitions des données et trajectoires de consigne de vitesse..... 73

    II.5.2. Identification par moindres carrés et modèle inverse ..... 75

II.6. Conclusion ..... 76

**Chapitre III : Stratégie de commande de l'interface haptique ..... 79**

III.1. Introduction ..... 80

III.2. Commande vectorielle de la MSAP ..... 81

    III.2.1. Système électrique à réguler..... 82

    III.2.2. Boucle de courant..... 84

        III.2.2.1. Régulation analogique sans retard dû à l'onduleur ..... 84

        III.2.2.2. Régulation analogique tenant compte du retard dû à l'onduleur ..... 87

        III.2.2.3. Transformation en correcteur PI numérique ..... 89

        III.2.2.4. Résultats expérimentaux ..... 91

        III.2.2.5. Autres types de régulation proposés – Correcteur RST ..... 94

    III.2.3. Synthèse de la boucle de vitesse dans un contexte haptique ..... 95

III.3. Modélisation sous forme de système dynamique hybride..... 102

    III.3.1. Introduction ..... 102

    III.3.2. Diagramme des temps ..... 103

    III.3.3. Modèle dynamique hybride..... 104

        III.3.3.1. Algorithme de Runge-Kutta..... 106

        III.3.3.2. Application au modèle électrique de la MSAP ..... 107

    III.3.4. Résultats de simulation..... 108

III.4. Boucle haptique - Implantation d'un environnement virtuel..... 111

III.4.1. Décomposition du ressenti de l'opérateur.....	111
III.4.2. Passivité du mur virtuel.....	112
III.4.3. Résultats expérimentaux .....	114
III.5. Variables d'onde .....	115
III.5.1. Introduction.....	115
III.5.2. Exploitation de la dynamique de la MSAP .....	116
III.5.3. Introduction des variables d'ondes dans le système .....	119
III.5.4. Interaction haptique par les variables d'ondes.....	122
III.5.4.1. Définition de l'environnement virtuel par variables d'ondes .....	122
III.5.4.2. Résultats de simulation .....	124
III.5.5. Amélioration de la commande par variables d'onde - Bouclage par la position absolue .....	128
III.5.5.1. Mise en place d'une boucle de position.....	128
III.5.5.2. Résultats de simulation .....	129
III.5.6. Implantation et résultats expérimentaux .....	131
III.6. Conclusion.....	133

## **Chapitre IV : Amélioration du Calcul de Vitesse Après Diminution de la Résolution du Codeur**

.....	<b>135</b>
IV.1. Introduction.....	136
IV.2. Etat de l'art sur le calcul numérique de la vitesse.....	136
IV.2.1. Méthode par comptage direct de pulsations - DPCM.....	137
IV.2.1.1. Calcul de la vitesse .....	137
IV.2.1.2. Filtrage de la mesure de vitesse.....	140
IV.2.1.3. Erreur relative de la DPCM.....	142
IV.2.2. Méthode par comptage du temps - SPTMM.....	143
IV.2.2.1. Calcul de la vitesse .....	143
IV.2.2.2. Temps de calcul.....	144
IV.2.2.3. Erreur relative de la SPTMM .....	145
IV.2.3. Méthode par temps de calcul constant – CETM.....	146
IV.2.3.1. Acquisition de la vitesse par mesure du temps entre les pulsations .....	146
IV.3. Implémentation de la DPCM – Effet de la diminution de la résolution codeur.....	148
IV.3.1. Implémentation de la DPCM - Résultats expérimentaux .....	148
IV.3.2. Effet de la diminution de la résolution codeur.....	151
IV.3.2.1. Effet sur l'erreur relative .....	151
IV.4. Présentation de la nouvelle méthode de calcul de vitesse.....	153
IV.4.1. Augmentation de la période d'échantillonnage .....	153
IV.4.2. Résultats expérimentaux.....	156
IV.5. Conclusion .....	159

## **Conclusion Générale .....161**

## **Références .....165**

## **Annexe A : Caractéristiques de l'interface haptique .....173**

## **Annexe B : Caractéristiques de l'interface haptique .....175**



---

## Table des figures

---

<b>Figure 1.</b>	A gauche, Virtuose 6D35-45 et à droite, Virtuose 6D40-40, développés par la société HAPTION. ....	2
<b>Figure 2.</b>	Systèmes à retour d'effort d'Haption, intégrés dans CATIA V5 pour la simulation interactive des opérations d'assemblage et de maintenance. ....	3
<b>Figure 3.</b>	Photo du banc d'essai expérimental comprenant principalement : la source de tension continue, carte de commande électronique (onduleur et DSP) et l'interface haptique. ....	5
<b>Figure I.1.</b>	Exemple d'interface haptique : opérateur, structure mécanique articulée, électronique embarquée et réalité virtuelle. ....	8
<b>Figure I.2.</b>	Schéma global de l'interaction homme/machine [Cas04]. ....	10
<b>Figure I.3.</b>	Interface haptique prototype à un degré de liberté. ....	11
<b>Figure I.4.</b>	Photo de la carte de commande électronique contenant le DSP et l'onduleur de tension... .....	11
<b>Figure I.5.</b>	Schéma-bloc du banc d'essai. ....	12
<b>Figure I.6.</b>	Principe de la butée virtuelle implantée dans le DSP. ....	13
<b>Figure I.7.</b>	Consigne de couple, consigne de vitesse et courbe couple/vitesse de consigne dans les modes de fonctionnement transparent (MT) et butée. ....	15
<b>Figure I.8.</b>	Caractéristique d'un mur virtuel modélisé par un ressort en parallèle avec un amortisseur. ....	15
<b>Figure I.9.</b>	Schéma-bloc de l'implantation du mur virtuel dans le DSP. ....	15
<b>Figure I.10.</b>	Machine synchrone : représentation symbolique. ....	16
<b>Figure I.11.</b>	Machine équivalente au sens de Clarke. ....	18
<b>Figure I.12.</b>	Machine équivalente au sens de Park. ....	20
<b>Figure I.13.</b>	Schéma-bloc du modèle électrique et mécanique de la MSAP. ....	21
<b>Figure I.14.</b>	Onduleur de tension triphasé alimentant la MSAP. ....	22
<b>Figure I.15.</b>	Représentation dans le repère $(\alpha, \beta)$ des tensions générées par l'onduleur de tension. ....	24
<b>Figure I.16.</b>	Temps d'application par projection du vecteur tension désiré. ....	26
<b>Figure I.17.</b>	Tensions générées par l'onduleur dans le repère $(\alpha, \beta)$ et limite de la modulation .....	28
<b>Figure I.18.</b>	Modulation vectorielle au sein du DSP et différentes combinaisons de commande $(c_1, c_2, c_3)$ . ....	29
<b>Figure I.19.</b>	Acquisition des courants de phase et transformation en composantes de Park. ....	30
<b>Figure I.20.</b>	Echelle de transformation des courants de phase. ....	30
<b>Figure I.21.</b>	Principe de mesure de la position. ....	31
<b>Figure I.22.</b>	Interface haptique prototype comportant principalement : une MSAP, un codeur incrémental, le système à câbles permettant l'interaction homme-machine et une poignée déplacée par l'opérateur. ....	32
<b>Figure I.23.</b>	Modèle simplifié du bras côté articulaire selon la convention Denavit-Hartenberg modifiée. ....	33

<b>Figure I.24.</b>	Différents modèles statiques de frottement. ....	34
<b>Figure I.25.</b>	Couple de frottements mesuré par paliers de vitesse et sans bras de levier. ....	34
<b>Figure I.26.</b>	Schéma-bloc de l'interaction opérateur/environnement virtuel à travers une interface haptique. ....	36
<b>Figure I.27.</b>	Modèle du bras humain du 2 <sup>nd</sup> ordre à trois paramètres : masse, amortisseur et raideur. ..	37
<b>Figure I.28.</b>	Schéma-bloc modélisant le système global. ....	38
<b>Figure I.29.</b>	Schéma-bloc simplifié de la régulation réalisée dans le DSP. ....	39
<b>Figure I.30.</b>	Schéma-bloc complet des différentes fonctions implantées dans le DSP. ....	40
<b>Figure I.31.</b>	Algorithme de démarrage. ....	41
<b>Figure I.32.</b>	Algorithme du module d'interruption. ....	42
<b>Figure II.1.</b>	Méthode d'identification par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée. ....	48
<b>Figure II.2.</b>	Principe de la méthode du modèle. ....	52
<b>Figure II.3.</b>	Acquisitions des données permettant l'identification des paramètres électriques de la MSAP. ....	59
<b>Figure II.4.</b>	Tensions $(v_d^*, v_q^*)$ , courants $(i_d, i_q)$ et vitesse électrique $\omega$ . ....	60
<b>Figure II.5.</b>	Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe $d$ et $q$ . ....	61
<b>Figure II.6.</b>	Identification par algorithme de Marquardt : Courants d'axe $d$ et $q$ - Erreurs d'estimation. ....	63
<b>Figure II.7.</b>	Paramètres estimés à chaque itération. ....	63
<b>Figure II.8.</b>	Interface haptique à un degré de liberté – Angle de calage codeur/moteur électrique $\theta_0$ ..	64
<b>Figure II.9.</b>	Paramètres estimés en fonction de la fréquence des créneaux de la trajectoire excitante et écart-type relatif. ....	67
<b>Figure II.10.</b>	Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe $d$ et $q$ après identification des paramètres pour des trajectoires d'excitation de fréquence 10Hz. ....	68
<b>Figure II.11.</b>	Tensions $(v_d^*, v_q^*)$ , courants $(i_d, i_q)$ et vitesse électrique $\omega$ après calage de la MSAP. ..	69
<b>Figure II.12.</b>	Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe $d$ et $q$ après calage de la MSAP. ....	70
<b>Figure II.13.</b>	Paramètres estimés après calage du moteur en fonction de la fréquence des créneaux de la trajectoire excitante et écart-type relatif. ....	71
<b>Figure II.14.</b>	Identification par algorithme de Marquardt après calage du moteur : Courants d'axe $d$ et $q$ - Erreurs d'estimation. ....	71
<b>Figure II.15.</b>	Paramètres estimés après calage du moteur par algorithme de Marquardt et erreur de sortie – Initialisation des valeurs à 50% des valeurs données par le constructeur. ....	72
<b>Figure II.16.</b>	Couple électromagnétique, vitesse filtrée, position articulaire et accélération. ....	74
<b>Figure II.17.</b>	Erreur d'estimation sur le couple électromagnétique fourni par la MSAP. ....	76
<b>Figure III.1.</b>	Schéma-bloc du système électrique global à réguler. ....	83
<b>Figure III.2.</b>	Schéma bloc simplifié de la régulation de courant. ....	84
<b>Figure III.3.</b>	Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique sans retard dû à l'onduleur de tension. ....	86
<b>Figure III.4.</b>	Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique avec retard dû à l'onduleur de tension. ....	87
<b>Figure III.5.</b>	Réponse en courant du système pour les différents choix de régulation. ....	88
<b>Figure III.6.</b>	Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique avec un amortissement choisi égal à 1, et prenant en compte le retard dû à l'onduleur de tension. ....	89
<b>Figure III.7.</b>	Schéma bloc du régulateur numérique PI. ....	90

<b>Figure III.8.</b> Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation numérique prenant en compte le retard dû à l'onduleur de tension.....	91
<b>Figure III.9.</b> Résultats expérimentaux – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées.....	92
<b>Figure III.10.</b> Résultats expérimentaux en contexte haptique – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées par le mouvement de l'opérateur entre les deux butées définies, sans forcer les butées. ....	93
<b>Figure III.11.</b> Résultats expérimentaux en contexte haptique – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées par le mouvement de l'opérateur entre les deux butées définies, en forçant les butées.....	93
<b>Figure III.12.</b> Schéma bloc simplifié de la régulation du courant d'axe $q$ par correcteur RST. ....	95
<b>Figure III.13.</b> Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation numérique de type RST. ....	96
<b>Figure III.14.</b> Schéma bloc simplifié de la boucle de vitesse. ....	97
<b>Figure III.15.</b> Vitesses, courants et tensions obtenus dans le cas de la régulation de vitesse.....	98
<b>Figure III.16.</b> Vitesses, courants et tensions obtenus dans le cas de la régulation de vitesse après saturation de la consigne de courant. ....	99
<b>Figure III.17.</b> Résultats expérimentaux – Vitesses de consigne et filtrée, courants de consigne et mesurés, et tensions de consigne obtenus dans le cas de la régulation de vitesse. ....	100
<b>Figure III.18.</b> Résultats expérimentaux en contexte haptique – Vitesses de consigne et filtrée, courants de consigne et mesurés, et tensions de consigne obtenus dans le cas de la régulation de vitesse....	101
<b>Figure III.19.</b> Interface haptique vue sous forme de système dynamique hybride.....	103
<b>Figure III.20.</b> Instants de commutation définis par la modulation vectorielle de l'onduleur de tension... ..	104
<b>Figure III.21.</b> Diagramme des temps relatif au système de régulation et à la modulation vectorielle.....	105
<b>Figure III.22.</b> Comparaison des courants d'axe $q$ dans les deux cas de simulation : hybride (rouge) et Simulink (bleu). A gauche, les données sont échantillonnées au pas de calcul de chaque cas. A droite, ce sont les mêmes données, mais interpolées afin de comparer l'allure générale des courbes.....	109
<b>Figure III.23.</b> Ondulations de courant en mode transparent. ....	110
<b>Figure III.24.</b> Principe de la butée virtuelle implantée dans le DSP.....	111
<b>Figure III.25.</b> Caractéristiques d'un ressort réel et d'un ressort simulé avec des données échantillonnées.....	113
<b>Figure III.26.</b> Raideur statique de l'environnement virtuel : couple électromagnétique en fonction de l'angle de pénétration dans la butée.....	115
<b>Figure III.27.</b> Couplage électrique et mécanique de la dynamique de la MSAP.....	117
<b>Figure III.28.</b> Schéma-bloc représentant la dynamique globale de la MSAP. ....	118
<b>Figure III.29.</b> Transformation des éléments électriques en éléments mécaniques. ....	118
<b>Figure III.30.</b> Schéma-bloc des dynamiques électrique et mécanique en vue de la commande.....	120
<b>Figure III.31.</b> Transformation d'ondes reliant l'environnement virtuel VE au domaine électrique....	121
<b>Figure III.32.</b> Dans le cas idéal, le ressort agit comme un couplage physique avec l'environnement virtuel. ....	122
<b>Figure III.33.</b> Exemples de configuration simulant l'environnement virtuel. ....	124
<b>Figure III.34.</b> Schéma de simulation global de la régulation par variables d'ondes dans un contexte haptique.....	125
<b>Figure III.35.</b> Configuration définie pour la simulation de l'opérateur.....	126
<b>Figure III.36.</b> Raideur obtenue et décalage de la position de butée.....	126
<b>Figure III.37.</b> Tensions, courants, vitesse et couple électromagnétique obtenus par une régulation en variables d'ondes. ....	127
<b>Figure III.38.</b> Schéma de simulation global de la régulation par variables d'ondes dans un contexte haptique.....	129
<b>Figure III.39.</b> Couple opérateur et positions après ajout de la boucle de position, $K_p = 0.75 N.m / rad$ ....	130

<b>Figure III.40.</b>	Raideur obtenue en compression et restitution du ressort .....	130
<b>Figure III.41.</b>	Résultats expérimentaux – Raideur statique obtenue pour une commande par variables d’ondes sans boucle de position. ....	131
<b>Figure III.42.</b>	Résultats expérimentaux – Raideur statique obtenue pour une commande par variables d’ondes après l’ajout d’une boucle de position externe.....	132
<b>Figure IV.1.</b>	Principe de mesure de la position.....	138
<b>Figure IV.2.</b>	Principe de calcul de la vitesse par DPCM. ....	138
<b>Figure IV.3.</b>	Exemples de calcul pour différentes vitesses par la DPCM.....	139
<b>Figure IV.4.</b>	DPCM – Effet du filtrage de la mesure. ....	141
<b>Figure IV.5.</b>	Erreurs relatives maximales, avant filtrage et après filtrage de la vitesse mesurée avec la DPCM. ....	143
<b>Figure IV.6.</b>	Principe de calcul de la vitesse par SPTMM.....	143
<b>Figure IV.7.</b>	SPTMM – Temps de calcul en fonction de la vitesse. ....	145
<b>Figure IV.8.</b>	SPTMM - Erreur relative maximale en fonction de la vitesse réelle. ....	147
<b>Figure IV.9.</b>	Calcul de la vitesse par mesure de la durée écoulée $T_K$ entre $K$ pulsations - CETM. ....	147
<b>Figure IV.10.</b>	Erreur relative et durée du calcul de la vitesse en fonction du nombre de pulsations mesurées $K$ .....	149
<b>Figure IV.11.</b>	Erreur relative maximale et temps de calcul de la vitesse par la CETM.....	149
<b>Figure IV.12.</b>	Schéma bloc de la régulation de vitesse et des différentes acquisitions réalisées. ....	150
<b>Figure IV.13.</b>	Résultats expérimentaux – Calcul de vitesse pour une consigne de 0.5 tr/s avant et après filtrage (50 Hz) de la mesure.....	150
<b>Figure IV.14.</b>	Raideur statique expérimentale de l’environnement virtuel : couple électromagnétique en fonction de l’angle de pénétration dans la butée. ....	151
<b>Figure IV.15.</b>	Erreurs relatives maximales par DPCM et erreurs après filtrage, en fonction de la vitesse et pour différentes résolutions codeur. ....	152
<b>Figure IV.16.</b>	Résultats expérimentaux – Comparaison des raideurs haptiques obtenues avec un codeur de résolution 625 pts/tr et un codeur de résolution 5000 pts/tr.....	153
<b>Figure IV.17.</b>	Calcul de vitesse pour une diminution de la résolution codeur d’un facteur $r$ . ....	154
<b>Figure IV.18.</b>	Résultats de simulation – Calcul de vitesse, avant filtrage $\omega_{mes}$ et après filtrage $\omega_{filt}$ , pour les trois valeurs $\omega_r$ suivantes : 0.08 (1 <sup>ère</sup> ligne), 0.8 (2 <sup>ème</sup> ligne) et 8 trs/s (3 <sup>ème</sup> ligne). Trois méthodes de calcul pour chaque valeur : méthode initiale avec $R_c = 5000 \text{ pts/tr}$ (à gauche), méthode initiale avec $R'_c = 625 \text{ pts/tr}$ , nouvelle méthode avec $R'_c = 625 \text{ pts/tr}$ .....	155
<b>Figure IV.19.</b>	Comparaison des vitesses mesurées et filtrées dans les trois cas de figure suivants : calcul par DPCM avec une résolution codeur de 5000 pts/tr (bleu, $\omega_{mes\ 5000}, \omega_{filt\ 5000}$ ) puis 625 pts/tr (rouge, $\omega_{mes\ 625}, \omega_{filt\ 625}$ ), et avec la méthode proposée pour une résolution de 625 pts/tr (vert, $\omega'_{mes\ 625}, \omega'_{filt\ 625}$ ). ....	157
<b>Figure IV.20.</b>	Comparaison des vitesses de consigne, mesurée et filtrée dans un contexte haptique avec la méthode de calcul de vitesse proposée.....	157
<b>Figure IV.21.</b>	Comparaison des raideurs obtenues dans les trois cas de figure suivants : calcul par DPCM avec une résolution codeur de 5000 pts/tr (bleu) puis 625 pts/tr (rouge), et avec la méthode proposée pour une résolution de 625 pts/tr (vert).....	158

---

## Liste des tableaux

---

<b>Tableau I.1.</b>	Tensions triphasées $(v_1, v_2, v_3)$ et diphasées $(v_\alpha, v_\beta)$ générées par l'onduleur de tension. ....	23
<b>Tableau I.2.</b>	Temps d'application des vecteurs adjacents au secteur calculé .....	27
<b>Tableau I.3.</b>	Assignment des temps de commutation aux registres de comparaison $CMPR_x$ du DSP. ....	28
<b>Tableau I.4.</b>	Différentes valeurs des trois paramètres {masse, amortisseur, raideur} du bras de l'opérateur. ....	37
<b>Tableau II.1.</b>	Valeurs nominales des paramètres électriques à identifier – Données constructeur. ....	59
<b>Tableau II.2.</b>	Paramètres électriques estimés par moindres carrés et modèle inverse – écart-type relatif. ....	60
<b>Tableau II.3.</b>	Paramètres électriques estimés par algorithme de Marquardt et erreur de sortie. ....	62
<b>Tableau II.4.</b>	Paramètres électriques estimés .....	67
<b>Tableau II.5.</b>	Comparaison de valeurs entre les données constructeur et les paramètres électriques estimés par moindres carrés et algorithme de Marquardt. ....	73
<b>Tableau II.6.</b>	Paramètres mécaniques estimés et écart-types relatifs. ....	75
<b>Tableau III.1.</b>	Bande passante, temps de montée et périodes de régulation des boucles du système à réguler. ....	80





# Introduction Générale

De nos jours, les périphériques informatiques d'entrée et/ou de sortie sont communément utilisés et se retrouvent dans la majorité des foyers. Souris, clavier, écran et enceintes, font partie intégrante des accessoires d'ordinateurs et permettent les échanges homme-machine. Les deux premiers, souris et clavier, sont des exemples de périphériques d'entrée : la souris permet la manipulation d'objets graphiques, et le clavier permet la saisie de caractères. Ce type d'interfaces permet une interaction dans le sens {homme → machine}. Ils modifient, par introduction de nouvelles données, l'état de la machine, et chaque périphérique est ainsi dédié à une tâche bien précise. Quant aux écran et enceintes, ce sont des périphériques de sortie : l'écran envoie à l'utilisateur une sortie visuelle de ses données, alors que les enceintes envoient une sortie auditive. Ce type d'interfaces permet une interaction dans le sens {machine → homme}. Ils transforment calculs et données de l'ordinateur en une information compréhensible par l'utilisateur à travers ses sens.

La vue et l'ouïe peuvent donc recevoir des informations par l'intermédiaire des périphériques de sortie. A ces deux sens s'ajoute le toucher, également apte à recevoir des informations de nature physique. Néanmoins, ce sens se distingue par son caractère bidirectionnel : il est possible de recevoir ET de transmettre des données par le toucher. L'interaction qui passe par ce sens est donc difficile à mettre en œuvre et nécessite un nouveau type de périphériques : les périphériques d'entrée-sortie. Ces interfaces permettent de créer une relation bidirectionnelle entre l'utilisateur et la machine par la simulation du sens du toucher, ce retour d'information étant appelé *retour haptique* [Cas04].

Actuellement, il existe deux types de retour haptique : le *retour d'effort* – également appelé *retour kinesthésique* –, et le *retour tactile*. Le premier est relatif à la perception des forces de contact, de dureté, de poids et d'inertie d'un objet. Ce type de retour qui contraint les mouvements, sollicite les muscles, tendons et articulations. Le *retour tactile*, quant à lui, concerne la perception des états de surface (rugosité, texture), des glissements et de détection des arêtes.

Le retour haptique le plus employé est le *retour haptique actif*, également appelé *retour d'effort*, qui est utilisé pour renvoyer à l'utilisateur des informations de type retour tactile ou retour kinesthésique, calculées par simulation informatique. Il existe deux grandes familles de périphériques à retour d'effort : les périphériques à base non-fixe qui regroupent les périphériques attachés à l'utilisateur de type gants et exosquelettes, et les périphériques à base fixe qui regroupent les interfaces

à retour d'effort de type bras maîtres, stylos, manches ou souris à retour d'effort et systèmes à câbles. Les bras maîtres sont principalement utilisés dans les applications de téléopération. Ces systèmes placés soit sur une table soit sur le sol, sont capables de fournir des forces puissantes à l'utilisateur. Ils sont également utilisés dans les applications de réalité virtuelle comme dans le cadre de cette étude. Ces périphériques ont six degrés de liberté (ddl) en entrée permettant de connaître la position de la main de l'utilisateur dans l'espace et la génération d'efforts dans toutes les directions de mobilité. Pour des applications simples, une motorisation des trois ddl de translation est souvent jugée suffisante. La figure 1 présente en exemple le Virtuose 6D35-45 et le Virtuose 6D40-40 commercialisés par la société Haption [Haption].



**Figure 1.** A gauche, Virtuose 6D35-45 et à droite, Virtuose 6D40-40, développés par la société HAPTION.

Le retour haptique peut être utilisé dans des applications où l'on cherche à renvoyer des informations haptiques (de type contact, mouvement,...) à l'utilisateur : médecine, jeux, industrie, art, etc... En ce qui concerne les applications basées sur la réalité virtuelle, il s'agit d'un nouvel outil de productivité pour l'industrie, au même titre que la CAO<sup>1</sup> et le PLM<sup>2</sup>. A l'aide du retour d'effort, il est

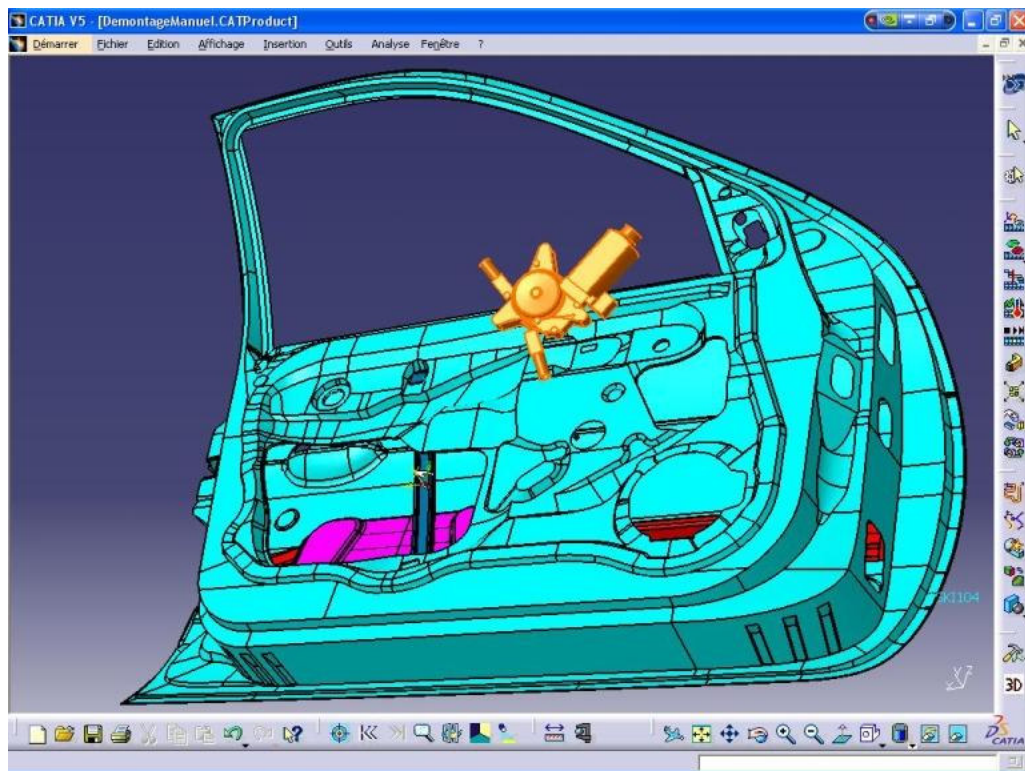
---

<sup>1</sup> Conception assistée par ordinateur

<sup>2</sup> Product Lifecycle Management (Gestion du cycle de vie d'un produit)

possible d'interagir directement sur la maquette numérique, et dès la phase de conception, toutes les opérations à réaliser sur un nouveau produit, sans faire appel à des prototypes physiques. Ainsi, différentes tâches peuvent être testées et répétées sur le prototype virtuel :

- analyse ergonomique,
- essais fonctionnels,
- assemblage/désassemblage, maintenance, utilisation quotidienne,
- simulation du poste de travail (figure 2),
- formation des opérateurs,
- etc...



**Figure 2.** Systèmes à retour d'effort d'Haption, intégrés dans CATIA V5 pour la simulation interactive des opérations d'assemblage et de maintenance.

HAPTION fabrique également des produits génériques pour une gamme très large d'applications et de simulateurs professionnels, comme par exemple :

- la formation médicale,
- la rééducation fonctionnelle,
- la téléopération en environnement hostile,
- la télé-chirurgie,
- la réalité virtuelle.

Différentes technologies d'actionneurs existent aujourd'hui pour réaliser le retour haptique actif ou retour de force. Les plus utilisées sont les moteurs à courant continu car ils sont bon marché et faciles à commander (le couple de sortie du moteur est proportionnel au courant). Les moteurs piézoélectriques semblent prometteurs pour les applications à retour d'effort car leur couple massique est important. Cependant leur commande en est encore au stade de la recherche [Gir01] [Gir04][Hag95]. En ce qui concerne les actionneurs de type machines synchrones à aimants permanents (ou Brushless), les recherches bibliographiques effectuées ont montré qu'il existe peu ou pas de publications à ce sujet.

Dans ce contexte, la société Haption en collaboration avec le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique) a souhaité tester un nouveau type d'actionneurs : les Machines Synchrones à Aimants Permanents (MSAP), qui offrent les avantages d'une faible inertie rotorique, d'une dissipation de chaleur efficace et d'un couple massique important. De plus, l'élimination des balais réduit les bruits et supprime la nécessité de maintenance de ces derniers. Les recherches réalisées ont donc eu pour but de remplacer les Machines à Courant Continu (MCC) par des moteurs 'brushless' (MSAP), tout en essayant de garder une configuration la plus proche possible du Hardware et du Software initialement utilisés pour la commande des MCC, ceci afin de comparer les deux types d'actionneurs sous une configuration donnée.

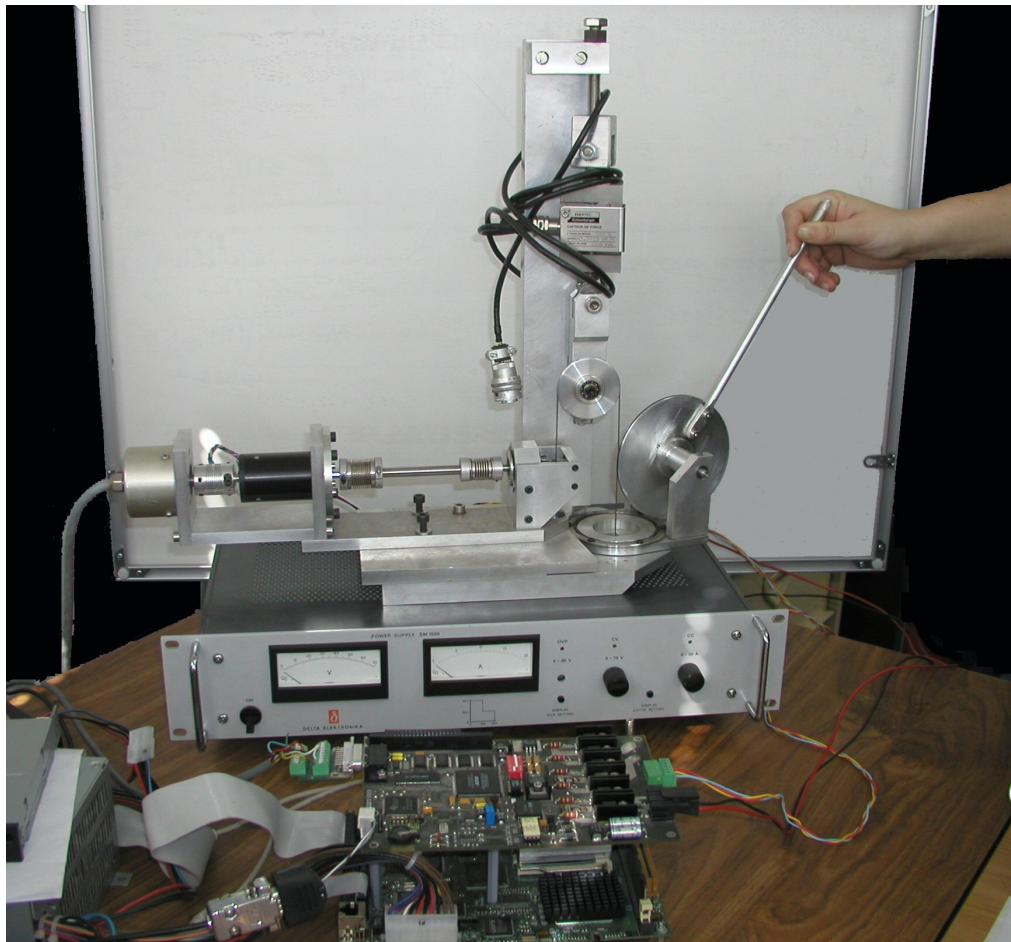
Les objectifs de la thèse consistent donc à réaliser une chaîne d'actionnement haptique à faible coût et à hautes performances, sachant que les performances visées sont :

- Une dynamique en effort la plus importante possible,
- Le meilleur ressenti possible du retour d'effort en régime permanent (ondulations de couple minimales),
- La raideur d'asservissement la plus importante possible,
- La diminution du coût du système par réduction de la résolution du codeur incrémental.

Un banc d'essai haptique prototype à un degré de liberté a donc été mis au point (figure 3). Il comprend :

- Une interface haptique réalisée à partir d'un système à câbles permettant le retour d'effort,
- Une machine synchrone à aimants permanents,
- Un codeur incrémental de résolution initiale 5000 pts/tr permettant de mesurer la position de la machine,

- Une carte de commande électronique comprenant dans sa partie puissance, l'onduleur de tension alimentant la machine, et dans sa partie commande, le DSP où est implanté l'algorithme de commande du système,
- Finalement, une source de tension continue permettant l'alimentation de l'onduleur de tension.



**Figure 3.** Photo du banc d'essai expérimental comprenant principalement : la source de tension continue, carte de commande électronique (onduleur et DSP) et l'interface haptique.

Dans un premier chapitre, nous présentons le banc d'essai haptique. Le principe du retour haptique est défini et l'implantation numérique d'une butée virtuelle permettant l'interaction homme-machine est présentée. Les différents éléments constitutifs du système sont ensuite modélisés séparément : la MSAP, l'onduleur de tension avec sa modulation vectorielle de la largeur d'impulsions, les capteurs, le système à câbles et l'opérateur. Nous présentons ensuite la stratégie de commande du système haptique ainsi que son architecture d'implantation dans le DSP (Digital Signal Processor).

Dans un second chapitre, en vue d'obtenir une meilleure connaissance des paramètres dynamiques du système afin d'en optimiser la commande, nous présentons deux méthodes d'identification paramétrique testées sur le banc d'essai : l'identification par moindres carrés et modèle inverse, et l'identification par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt. La technique des moindres carrés et modèle inverse, a été utilisée pour l'identification de l'ensemble du système : paramètres électriques, mécaniques [KhaF06a] et angle de calage initial obtenu lors de l'assemblage codeur/moteur [KhaF06b]. La littérature montre que cette technique a surtout été appliquée à l'identification des paramètres mécaniques d'un système robotique [Gau02]. Afin d'étendre et de valider la méthode à l'estimation des paramètres électriques, une identification par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt, réputée non-biaisée en présence de bruits de mesure [Ric71][Mor99], a été développée à titre comparatif [KhaF06c].

Dans un troisième chapitre, nous détaillons la régulation par commande vectorielle de la MSAP. Cette stratégie repose sur des régulateurs PI (Proportionnel Intégral). Afin de valider les résultats obtenus, et plus spécialement quantifier les ondulations de couple, un modèle dynamique hybride de simulation de l'ensemble machine-convertisseur est développé [KhaF06]. Ensuite, une nouvelle méthode basée sur les variables d'onde est présentée en simulation. La littérature montre que cette stratégie de contrôle n'a été à ce jour appliquée qu'aux moteurs à courant continu (MCC) [Nie05].

Dans un dernier chapitre, une première étape d'optimisation du coût du système est réalisée par réduction de la résolution du codeur. Le calcul numérique de vitesse s'en trouve grandement détérioré, ce qui nous amène à présenter une méthode originale de calcul de la vitesse à partir des mesures de position provenant du codeur incrémental, et permettant l'amélioration des mesures et de la raideur du système [KhaF06d].

---

# Présentation et Modélisation de l'Interface Haptique Prototype

---

Ce chapitre définit le principe du retour haptique et présente le banc d'essai prototype réalisé par l'industriel. Les différents éléments constitutifs du banc sont ensuite modélisés : MSAP, onduleur de tension, capteurs, système à câbles et opérateur. La stratégie de commande du système global est introduite et montre les différentes fonctions de l'algorithme implanté dans le DSP.

### *Sommaire :*

I.1. Introduction.....	8
I.2. Présentation de l'interface haptique.....	9
I.3. Modélisation des éléments de l'interface haptique prototype.....	16
I.4. Stratégie de commande initialement implantée dans le DSP.....	38
I.5. Conclusion .....	43



## I.1. Introduction

Une interface haptique à retour d'effort est un périphérique informatique qui permet à l'utilisateur d'interagir avec un logiciel ou avec un modèle numérique par l'intermédiaire du sens du toucher. L'opérateur ressent une sensation de toucher et de mouvement grâce à la communication homme/machine, qui intensifie l'immersion de l'homme dans un monde virtuel. Ces systèmes sont de plus en plus demandés dans les applications telles que la robotique mobile, la téléopération en milieux extrêmes (nucléaire, spatial) et la formation médicale (dentaire, chirurgie) [Col93][Mil93]. Il s'agit d'une structure mécanique articulée, dotée de moteurs et de capteurs de position, ainsi que d'une électronique embarquée. L'utilisateur tient l'extrémité de la structure dans la main, et peut la déplacer dans l'espace réel comme dans l'espace virtuel de l'écran de l'ordinateur (figure I.1). Lorsque sa main virtuelle entre en contact avec un objet numérique, une valeur d'effort est renvoyée aux moteurs qui simulent alors un contact réel.



**Figure I.1.** Exemple d'interface haptique : opérateur, structure mécanique articulée, électronique embarquée et réalité virtuelle.

Dans le cadre de cette thèse, une interface haptique prototype à un degré de liberté a été conçue. Le banc d'essai proposé est entraîné par une Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP) à pôles lisses, alimentée par un onduleur de tension, et entraînant un système mécanique articulé permettant l'interaction homme/machine. Le choix d'une MSAP offre les avantages suivants : faible inertie rotorique, dissipation de chaleur efficace et couple massique important. De plus, l'élimination des balais (dans le cas d'un moteur à courant continu) réduit les bruits et supprime la nécessité de maintenance des balais [Pil89][Kim03].

Ce chapitre définit le principe du retour haptique et présente le banc d'essai prototype réalisé par l'industriel (Haption, en collaboration avec le CEA). Les différents éléments constitutifs du banc sont ensuite modélisés : MSAP, onduleur de tension, capteurs, système à câbles et opérateur. La stratégie de commande du système global est introduite et montre les différentes fonctions de l'algorithme implanté dans le DSP (Digital Signal Processor).

## I.2. Présentation de l'interface haptique

Les interfaces à retour d'effort (ou périphériques d'entrée-sortie) permettent de créer une relation bidirectionnelle entre l'utilisateur et la machine, par stimulation du sens du toucher. L'intégration du retour haptique comprend ainsi deux étapes principales :

- La création d'un modèle numérique permettant l'immersion de l'opérateur dans un environnement où il serait en contact avec des objets virtuels. Un retour d'effort est ainsi calculé et envoyé vers le DSP après transformation en vitesse de consigne.
- Le développement d'une stratégie de commande, dont l'algorithme est implanté dans le DSP, et permettant de renvoyer cet effort à l'utilisateur.

### I.2.1. Principe du retour haptique

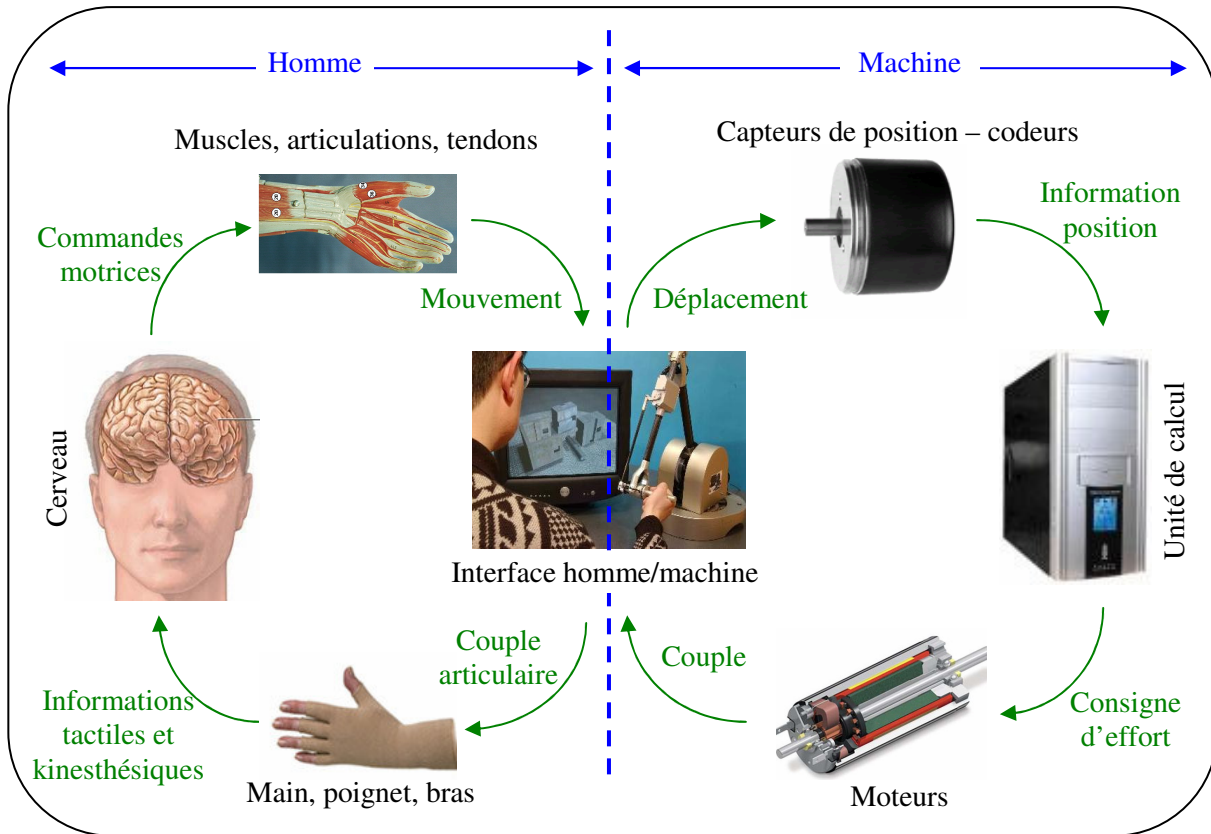
La figure I.2 présente le schéma global de l'interaction homme/machine obtenu lors de la manipulation d'un périphérique d'entrée-sortie.

L'opérateur peut bouger la poignée en fonction du nombre de degrés de liberté<sup>1</sup> (ddl) supportés par l'interface. Le déplacement effectué est mesuré à l'aide d'un capteur de position (généralement un codeur incrémental). L'information position est ensuite relevée par l'unité de calcul qui la transforme en déplacement dans l'environnement. Un module de détection d'obstacles (collision avec un objet virtuel) est implanté, permettant le calcul du retour d'effort selon les deux cas suivants :

- Dans le cas d'une collision, une force de réaction, dépendant de la nature de l'objet heurté, est calculée,
- Dans le cas contraire, une force de réaction nulle est renvoyée, correspondant à un mouvement libre dans l'espace de travail.

---

<sup>1</sup> Un degré de liberté définit la possibilité de déplacement d'un objet dans l'espace en translation ou rotation selon les axes du repère associé à l'espace. Il y a six degrés de liberté possibles : trois en translation et trois en rotation [Cas04].



**Figure I.2.** Schéma global de l'interaction homme/machine [Cas04].

La force de réaction est donc calculée en fonction de la position mesurée. Il s'agit du *contrôle en impédance*, simple à mettre en œuvre et utilisé dans la plupart des interfaces à retour d'effort. La force de réaction calculée est ensuite convertie en une consigne de vitesse allant dans le DSP, où une stratégie de commande constituée de deux boucles de régulation imbriquées est mise en place afin de commander les moteurs (ou actionneurs) : une boucle interne de régulation de courant, et une boucle externe de régulation de vitesse. Le moteur fournit ainsi un couple électromagnétique qui sera ressenti par l'opérateur à travers sa peau, sa main et son bras. Les informations tactiles et kinesthésiques sont acheminées vers le cerveau qui envoie alors une commande motrice aux muscles, tendons et articulations du bras. L'opérateur va donc de nouveau déplacer la poignée, et ainsi de suite...

## I.2.2. Interface haptique prototype

La figure I.3 présente l'interface haptique prototype développée. Celle-ci est basée sur un système à câbles à un degré de liberté, permettant une rotation selon un seul axe. L'opérateur manipule le système à l'aide d'une poignée, reliée à la MSAP par un système à câbles de rapport de réduction 10 développé au sein du CEA [Chal03]. La position rotorique est mesurée à l'aide d'un codeur incrémental de résolution 5000pts/tr et l'ensemble est piloté par une carte de commande électronique basée sur un DSP de type TMS320LF2407a (figure I.4).

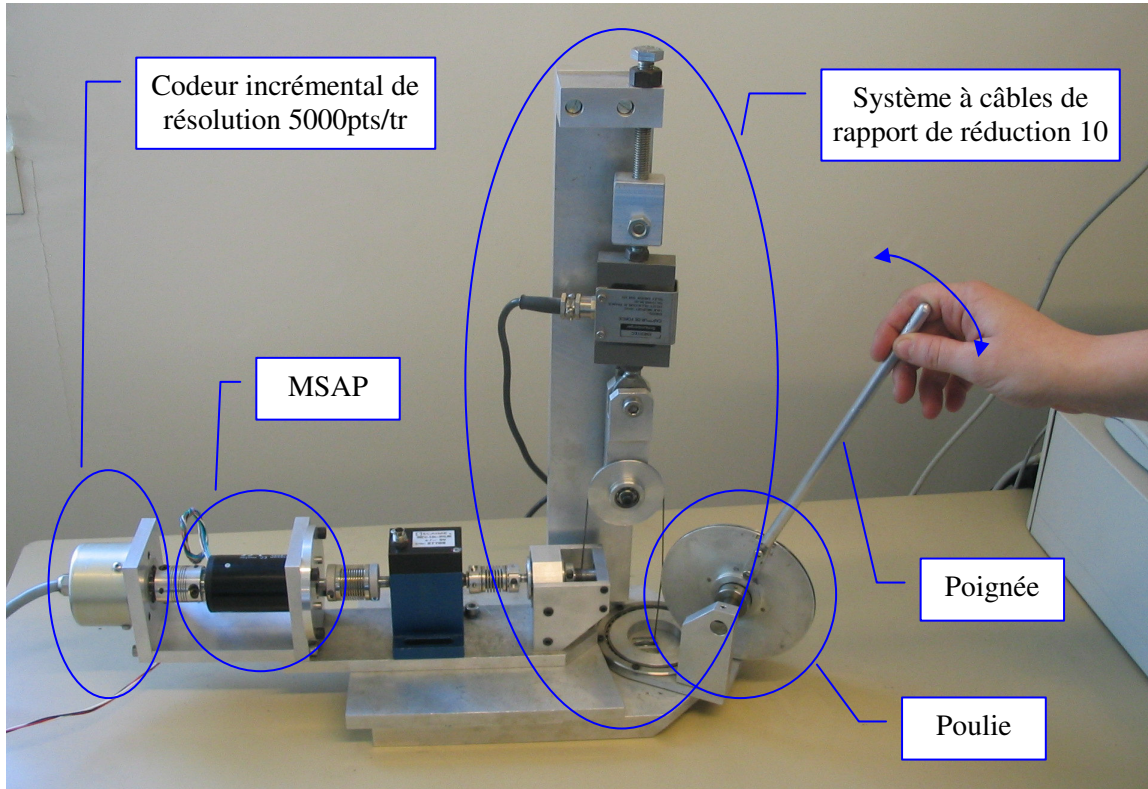


Figure I.3. Interface haptique prototype à un degré de liberté.

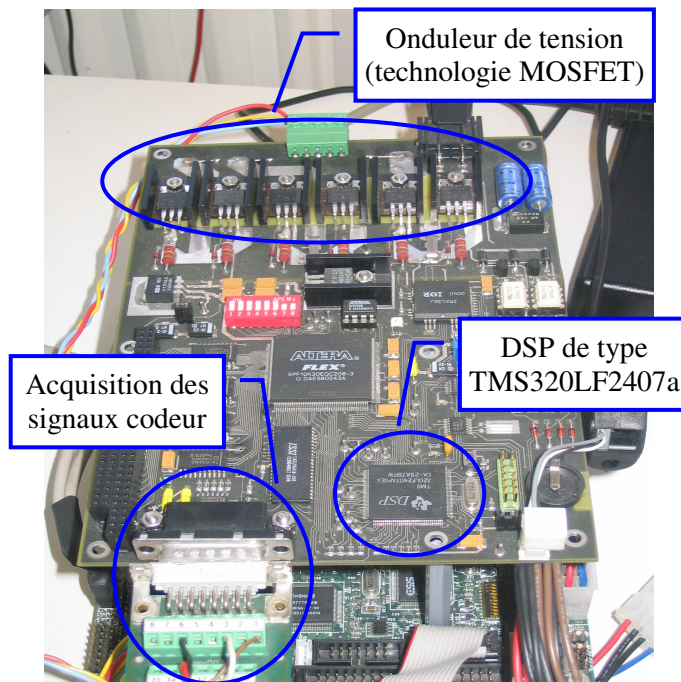


Figure I.4. Photo de la carte de commande électronique contenant le DSP et l'onduleur de tension.

Les principaux éléments de ce banc d'essai peuvent être représentés suivant le schéma-bloc de la figure I.5, où  $I_1$  et  $I_2$  sont deux des trois courants de phase de la MSAP,  $(c_1, c'_1, c_2, c'_2, c_3, c'_3)$  les signaux de commande des interrupteurs de l'onduleur de tension,  $\theta$  la position mesurée par

l'intermédiaire du codeur incrémental et  $\omega^*$  la vitesse de consigne fournie habituellement par l'environnement numérique simulant une réalité virtuelle.

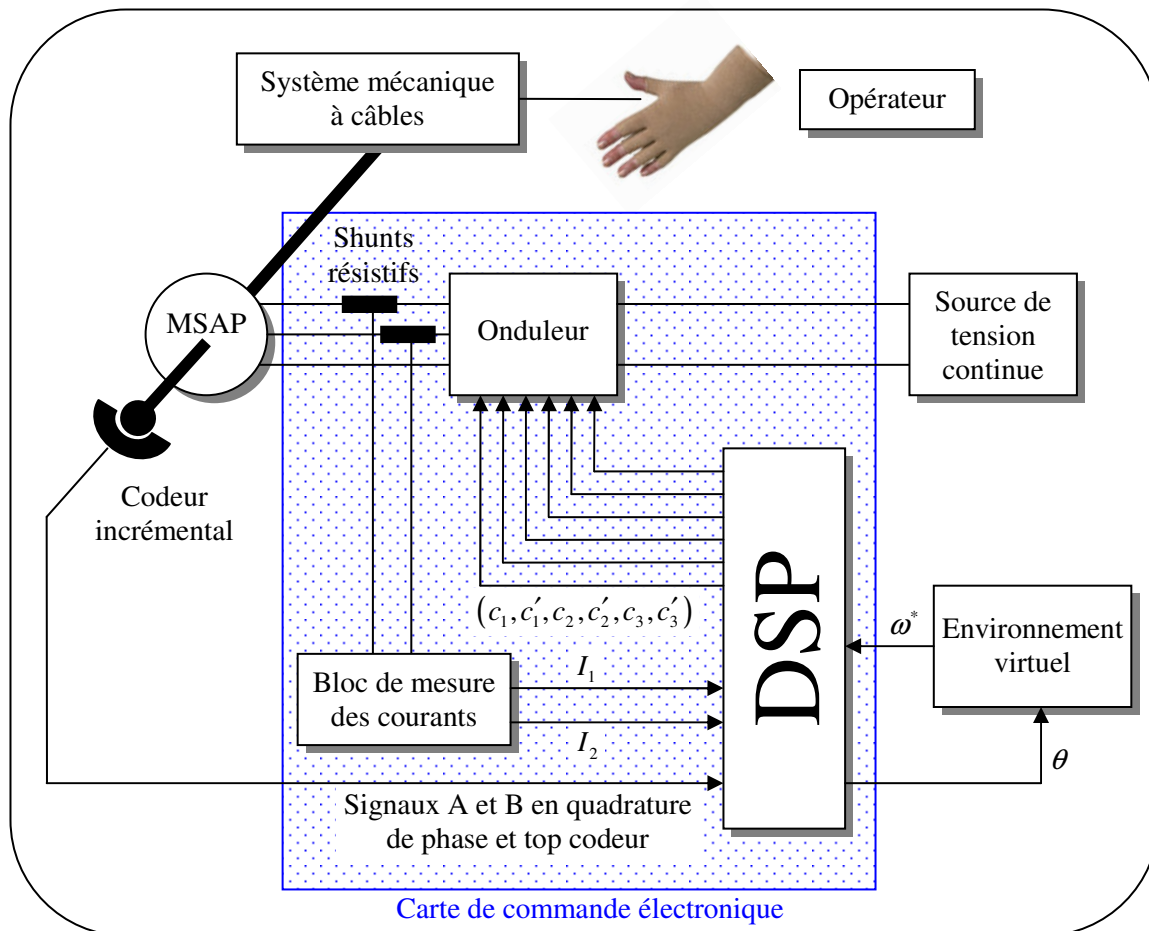


Figure I.5. Schéma-bloc du banc d'essai.

### I.2.3. Définition et implantation d'une butée virtuelle numérique

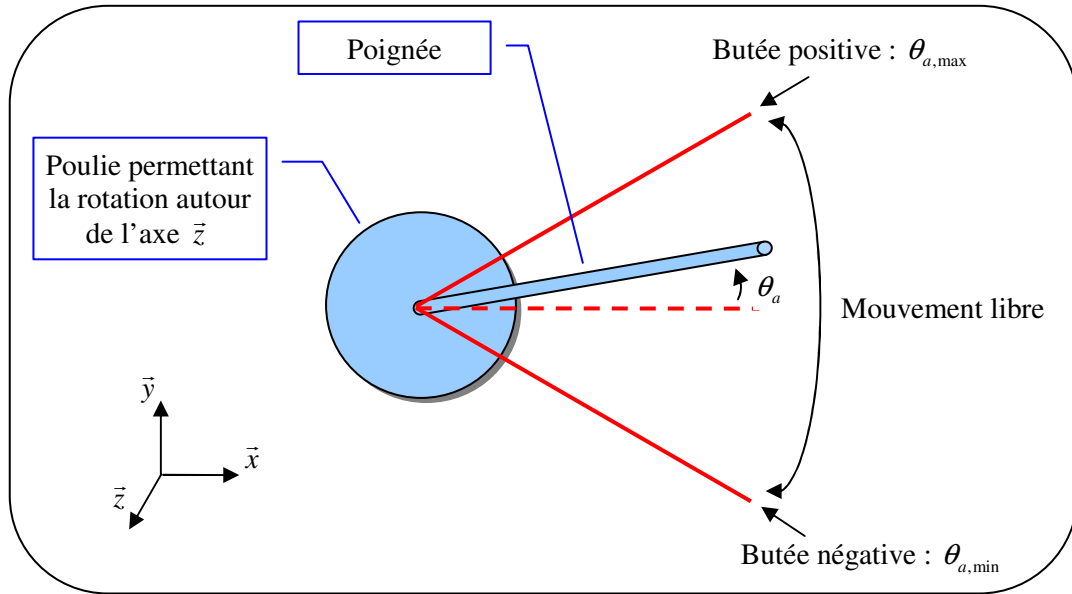
Pour des raisons de simplicité, le prototype réalisé n'est pas encore relié à un environnement numérique, coûteux et long à mettre en œuvre. La consigne de vitesse  $\omega^*$ , dans le cadre de cette étude, sera calculée dans le DSP de manière à réaliser des butées virtuelles rigides bloquant le mouvement de la poignée dans les deux sens autour d'un espace libre (figure I.6).

L'interface permet ainsi la rotation de la poignée autour d'un axe  $\vec{z}$  perpendiculaire au plan défini par la poulie. Deux positions de butée  $\theta_{a,\min}$  et  $\theta_{a,\max}$  sont imposées lors de la mise en marche du système. Il s'agit donc de calculer la force réactive de consigne, et dans le cas du prototype, le couple de consigne  $C_r^*$ , correspondant aux deux cas de figure qui se présentent :



- A l'intérieur de l'espace libre, le couple de consigne renvoyé est nul, quelle que soit la vitesse de rotation de la poignée. Ce cas simule un mouvement libre sans aucun frottement et aussi transparent que possible.

- A partir d'une position prédéfinie comme la butée, le couple de consigne renvoyé est idéalement infini, de manière à simuler une butée, et donc à annuler instantanément la vitesse de rotation de la poignée.



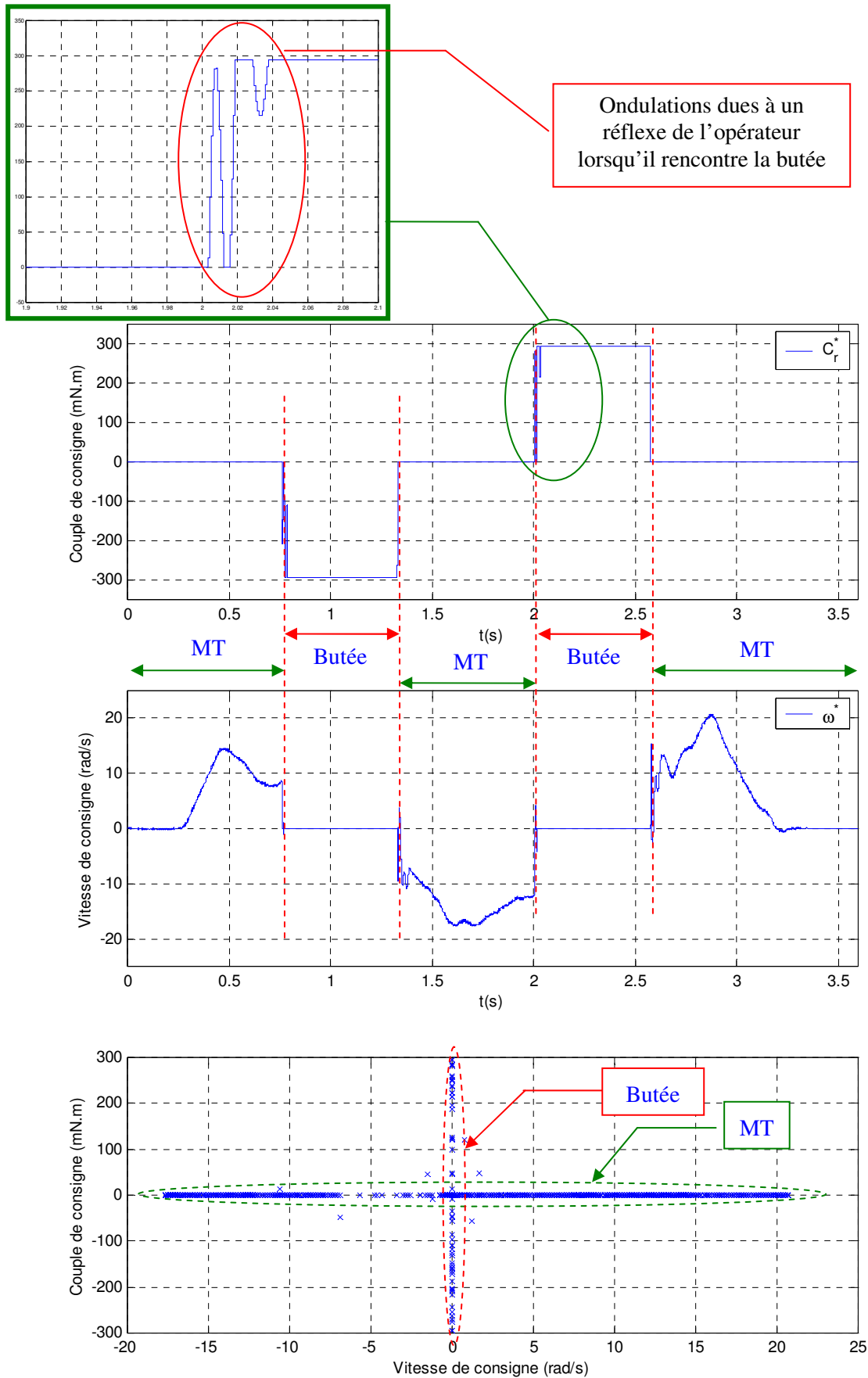
**Figure I.6.** Principe de la butée virtuelle implantée dans le DSP.

Le système de collision obtenu peut donc se résumer, dans le cas idéal, au principe suivant :

$$\begin{cases} \theta_{a,\min} < \theta_a < \theta_{a,\max} & \rightarrow C_r^* = 0, \quad \forall \omega \\ (\theta_a < \theta_{a,\min}) \text{ ou } (\theta_a > \theta_{a,\max}) & \rightarrow |C_r^*| = \infty, \quad \omega = 0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

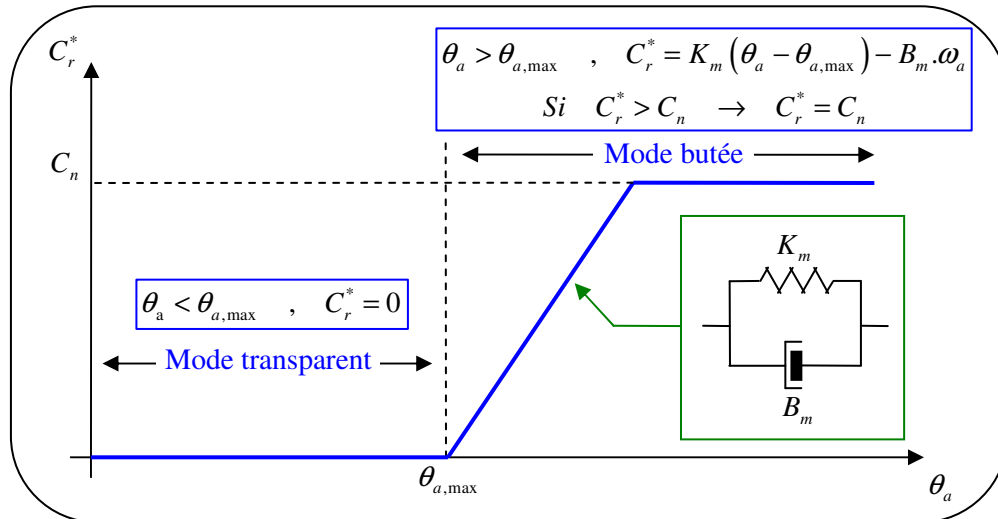
En réalité, un couple infini ne peut pas être fourni par la machine et dans le cadre de cette étude, le couple est limité au couple nominal. Un test expérimental permet de tracer la courbe couple/vitesse (figure I.7) dans les deux cas de fonctionnement qui seront appelés par la suite : *mode transparent* et *mode butée*.

Le contact simulé correspond à un mur virtuel modélisé par un ressort, possédant une caractéristique d'effort saturée, et de raideur  $K_m$  en parallèle avec un amortisseur  $B_m$ . Le réglage de ces deux paramètres est très important. En effet, une raideur trop importante risque de rendre l'interface instable, et l'amortisseur permet d'éviter les rebonds lors du contact de l'opérateur avec l'obstacle simulé.



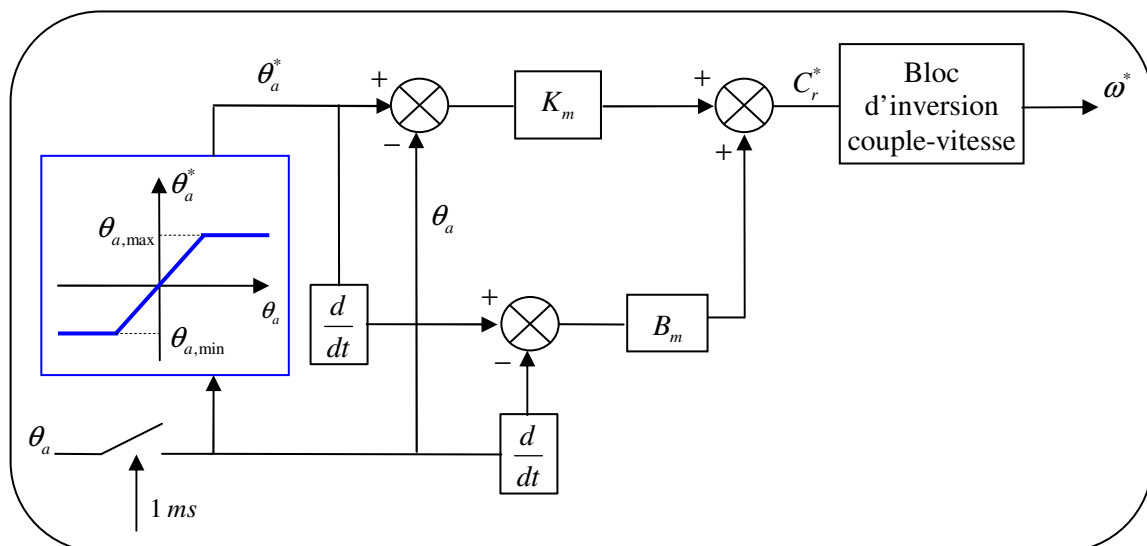
**Figure I.7.** Consigne de couple, consigne de vitesse et courbe couple/vitesse de consigne dans les modes de fonctionnement transparent (MT) et butée.

La figure I.8 montre la caractéristique du mur virtuel dans le cas de la butée positive (la butée négative a une caractéristique symétrique par rapport à la position d'origine). La raideur correspond donc au couple réactif de consigne en fonction de l'angle de pénétration de la poignée dans la butée. Ce couple est limité au couple nominal de la machine.



**Figure I.8.** Caractéristique d'un mur virtuel modélisé par un ressort en parallèle avec un amortisseur.

De nombreuses études présentant des méthodes de réglage des paramètres  $K_m$  et  $B_m$  [Col93][Col94][Mil93][Chal03] sont présentées au chapitre III lors de l'étude de la régulation et du réglage du système haptique.



**Figure I.9.** Schéma-bloc de l'implantation du mur virtuel dans le DSP.

L'implantation du mur virtuel dans le DSP est décrite à la figure I.9. L'échantillonnage est réalisé à la période  $T_{hapt} = 1ms$ . Le couple de consigne  $C_r^*$  est transformé dans un bloc d'inversion en



une consigne de vitesse  $\omega^*$ . Ce bloc ne sera pas présenté pour des raisons de confidentialité avec l'entreprise [Chal03][Chal03a][MarN02].

### I.3. Modélisation des éléments de l'interface haptique prototype

#### I.3.1. Modélisation de la MSAP

Considérons le cas général d'une machine synchrone à  $2p_1$  pôles saillants sans amortisseurs (figure I.10). Les tensions, flux et courants statoriques triphasés, sont écrits avec les notations vectorielles suivantes :  $(v_3)$ ,  $(i_3)$  et  $(\varphi_3)$ . Quand on voudra écrire un quelconque de ces trois vecteurs, on le notera  $(x_3)$ . Respectivement, les mêmes grandeurs du côté rotorique (excitation monophasée), sont notées :  $v_f$ ,  $i_f$  et  $\varphi_f$ . Les relations qui existent entre ces différentes grandeurs sont brièvement rappelées ci-après.

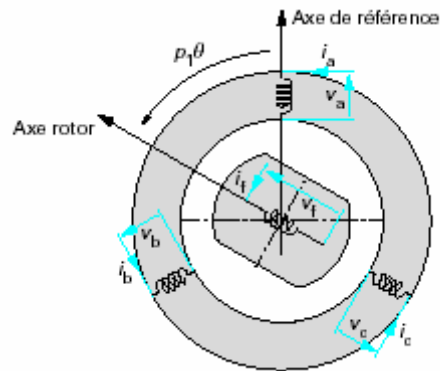


Figure I.10. Machine synchrone : représentation symbolique.

##### I.3.1.1. Equations des flux et des tensions

Les flux statoriques et rotoriques ont pour expression [Lou99][Les81] :

$$(\varphi_3) = [L_s](i_3) + [M_{sf}]i_f \quad (\text{I.2})$$

$$\varphi_f = [M_{fs}](i_3) + L_f i_f \quad (\text{I.3})$$

$[L_s]$  étant la matrice des inductances statoriques,  $[M_{sf}]$  et  $[M_{fs}]$  les matrices de couplage entre stator et rotor, et  $L_f$  l'inductance propre de l'enroulement d'excitation.

Les équations des tensions s'écrivent :

$$(v_3) = R_s (i_3) + \frac{d(\varphi_3)}{dt} \quad (\text{I.4})$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\varphi_f}{dt} \quad (\text{I.5})$$

$R_s$  et  $R_f$  étant respectivement les résistances des enroulements statoriques et de l'enroulement d'excitation.

Dans les machines à pôles saillants (sans amortisseurs), la matrice des inductances propres statoriques  $[L_s]$  est fonction de la position. Celle-ci, au sens de la théorie du premier harmonique, contient deux termes:  $[L_0]$  qui est constant, et  $[L_2(\theta)]$  qui est fonction de l'angle  $2p_1\theta$ ,  $\theta$  étant la position mécanique du rotor (figure I.5) :

$$[L_s] = [L_0] + [L_2(\theta)] \quad (\text{I.6})$$

Le terme  $[L_0]$  a pour expression :

$$[L_0] = \begin{bmatrix} L_{s0} & M_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & L_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & M_{s0} & L_{s0} \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

Le terme variable s'écrit, dans le cadre de la théorie du premier harmonique :

$$[L_2(\theta)] = L_{s2} \begin{bmatrix} \cos(2p_1\theta) & \cos(2p_1\theta - 2\pi/3) & \cos(2p_1\theta + 2\pi/3) \\ \cos(2p_1\theta - 2\pi/3) & \cos(2p_1\theta + 2\pi/3) & \cos(2p_1\theta) \\ \cos(2p_1\theta + 2\pi/3) & \cos(2p_1\theta) & \cos(2p_1\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{I.8})$$

Les inductances propres et mutuelles  $L_{s0}$ ,  $M_{s0}$  et  $L_{s2}$  sont des constantes.

La matrice de couplage entre stator et rotor a pour expression :

$$[M_{sf}] = M_0 \begin{bmatrix} \cos(p_1\theta) \\ \cos(p_1\theta - 2\pi/3) \\ \cos(p_1\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

$$[M_{fs}] = [M_{sf}]^t \quad (\text{I.10})$$

La machine étudiée dans le cadre de cette étude est à aimants permanents. L'excitation est donc constante et les équations relatives aux flux d'excitation (I.2) et à la tension d'excitation (I.4) sont inutiles et il suffit de poser  $\varphi_f = cte$  ou bien  $i_f = cte$ .

### I.3.1.2. Transformation de Clarke

Par la suite, les composantes homopolaires sont supposées nulles et donc, les grandeurs triphasées équilibrées. La matrice de transformation de Clarke  $[C_{32}]$  triphasée/diphasée choisie [Tex96] est définie ci-après :

$$[C_{32}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.11})$$

La matrice de transformation inverse  $[C_{23}]$  s'écrit :

$$[C_{23}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

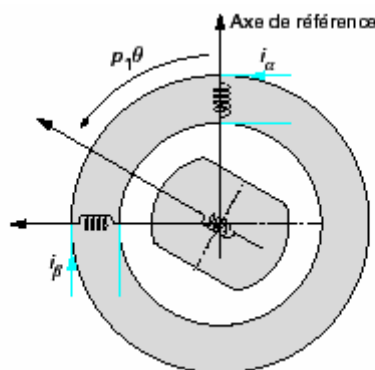
Ces matrices de transformation conservent les amplitudes et vérifient la relation suivante, où  $I_2$  est la matrice identité d'ordre 2 :

$$[C_{23}][C_{32}] = [I_2] \quad (\text{I.13})$$

Les composantes diphassées de Clarke  $(x_\alpha, x_\beta)$ , également notées  $(x_2)$ , vérifient :

$$(x_3) = [C_{32}](x_2) \quad (\text{I.14})$$

Cela signifie géométriquement que l'on remplace l'enroulement triphasé  $(a, b, c)$  de la figure I.10 par l'enroulement diphassé équivalent au sens de Clarke  $(\alpha, \beta)$  de la figure I.11.



**Figure I.11.** Machine équivalente au sens de Clarke.

En remplaçant les termes triphasés des équations aux flux (I.2) et des tensions (I.4), par la relation (I.14), on obtient :

$$(v_2) = R_s (i_2) + \frac{d}{dt}(\varphi_2) \quad (\text{I.15})$$

$$(\varphi_2) = L_{cs} (i_2) + [L_{22}(\theta)](i_2) + [M_{sf2}] i_f \quad (\text{I.16})$$

avec :

$$L_{cs} = L_{s0} - M_{s0} \quad , \quad [L_{22}(\theta)] = \frac{3}{2} L_{s2} \begin{bmatrix} \cos(2p_1\theta) & \sin(2p_1\theta) \\ \sin(2p_1\theta) & -\cos(2p_1\theta) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [M_{sf2}] = M_0 \begin{bmatrix} \cos(p_1\theta) \\ \sin(p_1\theta) \end{bmatrix}$$

### I.3.1.3. Transformation de Park

La matrice de transformation de Park  $[P(\xi)]$  diphasée/diphasée est définie ci-après :

$$[P(\xi)] = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

La matrice de transformation inverse s'écrit  $[P(-\xi)]$  et vérifie la relation suivante :

$$[P(-\xi)] = \begin{bmatrix} \cos \xi & \sin \xi \\ -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

$$[P(-\xi)][P(\xi)] = [I_2] \quad (\text{I.19})$$

Les composantes diphasées de Park sont notées  $(x_{dq})$  et vérifient :

$$(x_2) = [P(\xi)](x_{dq}) \quad (\text{I.20})$$

L'examen des équations aux flux (I.16) montre que les relations se simplifient fortement si l'on choisit la valeur particulière :

$$\xi = p_1\theta \quad (\text{I.21})$$

Cela signifie, géométriquement, que l'on remplace l'enroulement diphasé équivalent au sens de Clarke  $(\alpha, \beta)$  de la figure I.11, par l'enroulement diphasé au sens de Park  $(d, q)$  de la figure I.12. Les enroulements  $(d, q)$  sont fictifs et tournent en phase avec le rotor.

En remplaçant les termes diphasés des équations aux tensions (I.15) et aux flux (I.16) par la relation (I.20) et avec la valeur définie en (I.21), on obtient :

$$(v_{dq}) = R_s (i_{dq}) + \frac{d}{dt}(\varphi_{dq}) + p_1\Omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} (\varphi_{dq}) \quad (\text{I.22})$$

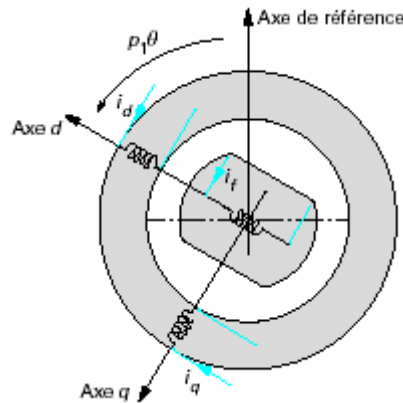


Figure I.12. Machine équivalente au sens de Park.

$$\begin{pmatrix} \varphi_{dq} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + M_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} i_f \quad (\text{I.23})$$

où les inductances statoriques directe et en quadrature  $L_d$  et  $L_q$ , et la vitesse électrique  $\omega$  du rotor, sont définies telles que :

$$\begin{cases} L_d = L_{cs} + 3/2L_{s2} \\ L_q = L_{cs} - 3/2L_{s2} \end{cases} \quad (\text{I.24})$$

$$\omega = p_1 \Omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{I.25})$$

L'effet de la rotation a disparu des équations aux flux, mais réapparaît dans les équations aux tensions dans les termes de couplage.

Finalement, le modèle de Park s'écrit :

$$\begin{pmatrix} v_{dq} \end{pmatrix} = R_s \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + p_1 \Omega \begin{bmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + p_1 \Omega \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_f \end{bmatrix} \quad (\text{I.26})$$

où  $\varphi_f = M_0 i_f$  est le flux permanent de la machine.

Dans le cadre de cette étude, la machine est à pôles lisses, les inductances statoriques d'axe  $d$  et  $q$  sont donc égales. Le système (I.26) devient :

$$\begin{pmatrix} v_{dq} \end{pmatrix} = R_s \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + p_1 \Omega \begin{bmatrix} 0 & -L \\ L & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i_{dq} \end{pmatrix} + p_1 \Omega \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_f \end{bmatrix} \quad (\text{I.27})$$

### I.3.1.4. Expression du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique développé par la MSAP s'écrit dans le repère  $(d, q)$  de Park précédemment défini selon :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p_1 (\varphi_f - (L_q - L_d) i_d) i_q \quad (\text{I.28})$$

La machine étant à pôles lisses, cette équation devient :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p_1 \varphi_f I_q \quad (\text{I.29})$$

### I.3.1.5. Equation mécanique de la MSAP

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique dans les machines synchrones est régie par la relation suivante :

$$J_m \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r - f_{v_m} \Omega \quad (\text{I.30})$$

où  $C_r$  est le couple de charge,  $J_m$  le moment d'inertie, et  $f_{v_m}$  le coefficient de frottements visqueux de la machine. Le schéma-bloc du modèle électrique et mécanique est présenté à la figure I.13.

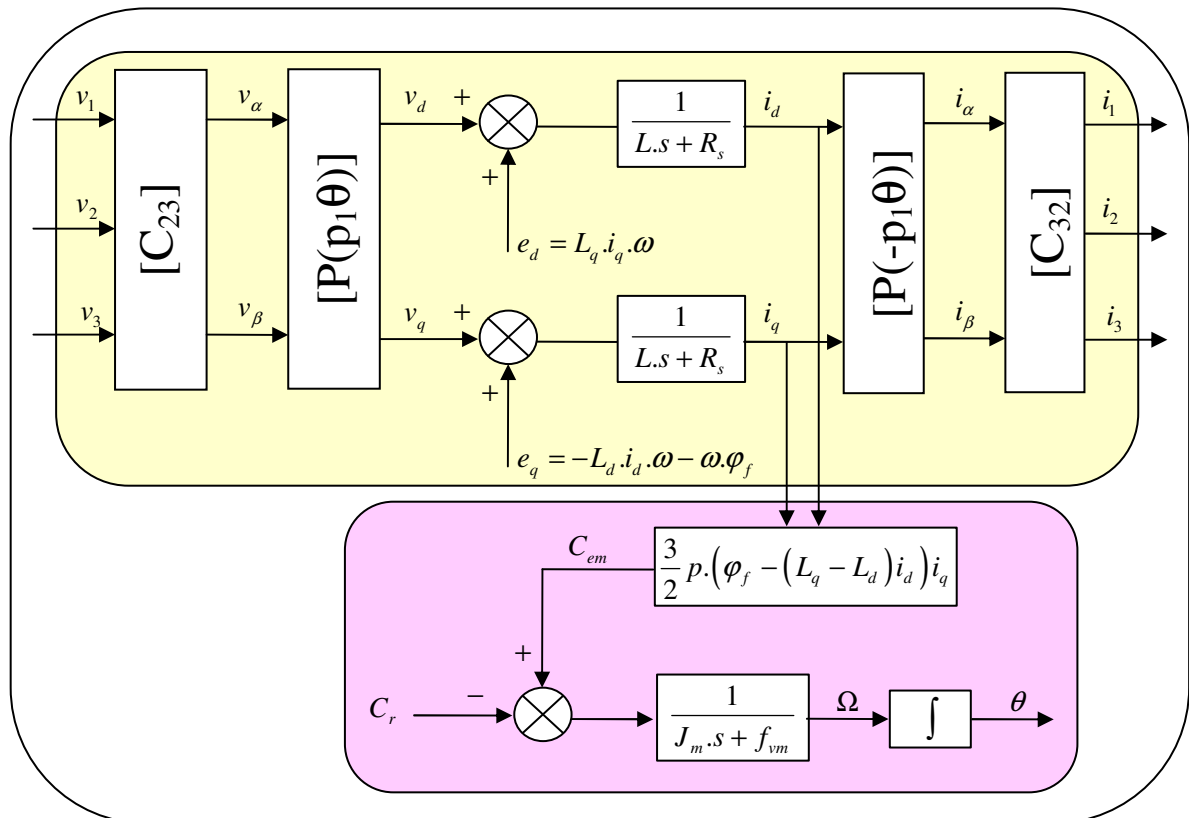


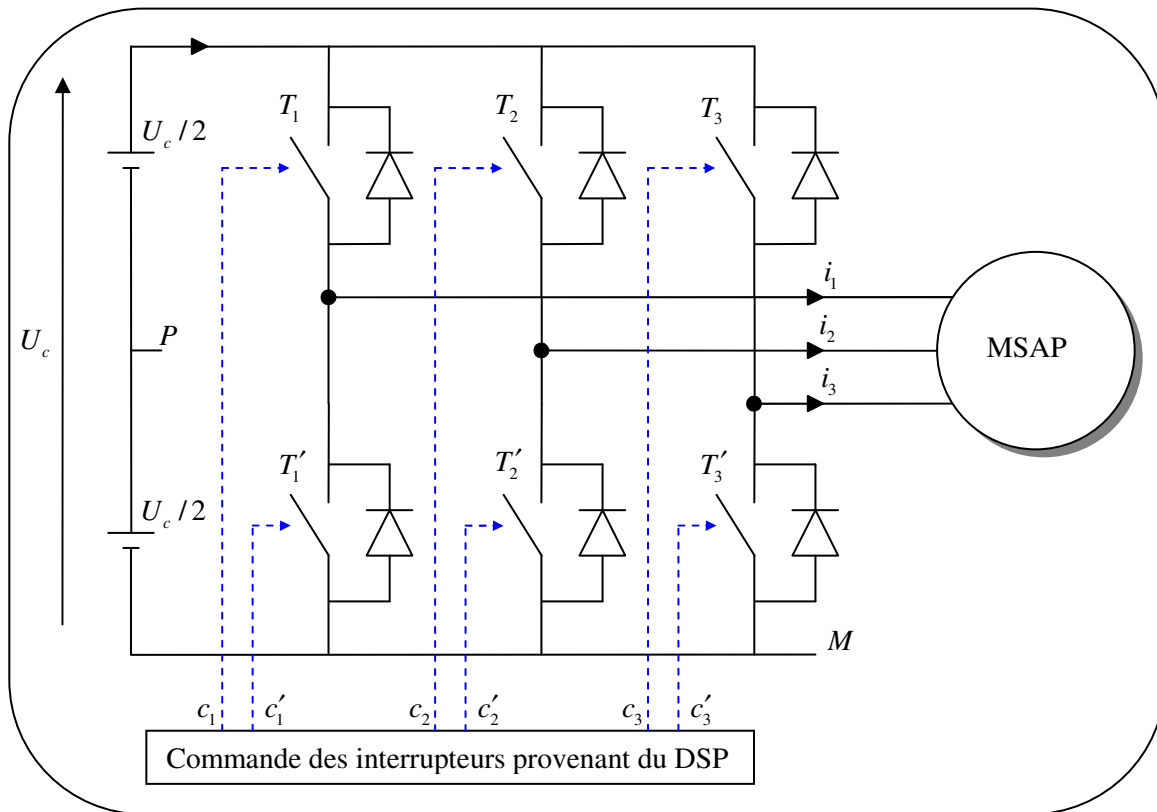
Figure I.13. Schéma-bloc du modèle électrique et mécanique de la MSAP.

### I.3.2. Onduleur de tension – Modulation vectorielle de la largeur d’impulsion

#### I.3.2.1. Modélisation de l’onduleur de tension

L’onduleur de tension alimentant la MSAP peut être idéalement représenté selon la figure I.14, où  $T_i$  et  $T'_i$  ( $i=1,2,3$ ) sont des transistors MOSFET, et  $(c_i, c'_i)$  les commandes logiques qui leur sont associées telles que :

- si  $c_i = 1$ , l’interrupteur  $T_i$  est passant et  $T'_i$  est ouvert,
- et si  $c_i = 0$ , l’interrupteur  $T_i$  est ouvert et  $T'_i$  est passant.



**Figure I.14.** Onduleur de tension triphasé alimentant la MSAP.

La machine synchrone est connectée en étoile.  $U_c$  est la tension continue alimentant l’onduleur de tension. Les tensions référencées par rapport aux points  $M$  (point bas de la source) et  $P$  (point milieu de la source  $U_c$ ) sont directement connues :

$$\begin{bmatrix} v_{1M} \\ v_{2M} \\ v_{3M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \cdot U_c \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} v_{1P} \\ v_{2P} \\ v_{3P} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right) \cdot U_c \quad (\text{I.31})$$

La MSAP étant une charge équilibrée, les grandeurs homopolaires sont nulles, ce qui permet d'écrire le résultat classique suivant [Lou96] :

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \cdot U_c \quad (\text{I.32})$$

Le tableau I.1 donne les valeurs des tensions simples de la charge ainsi que les valeurs effectivement atteintes par les tensions diphasées équivalentes [Tex99].

**Tableau I.1.** Tensions triphasées  $(v_1, v_2, v_3)$  et diphasées  $(v_\alpha, v_\beta)$  générées par l'onduleur de tension.

$c_1$	$c_2$	$c_3$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_\alpha$	$v_\beta$	$\vec{V}_i$
0	0	0	0	0	0	0	0	$\vec{V}_0$
0	0	1	$-U_c/3$	$-U_c/3$	$2U_c/3$	$-U_c/3$	$-U_c/\sqrt{3}$	$\vec{V}_1$
0	1	0	$-U_c/3$	$2U_c/3$	$-U_c/3$	$-U_c/3$	$U_c/\sqrt{3}$	$\vec{V}_2$
0	1	1	$-2U_c/3$	$U_c/3$	$U_c/3$	$-2U_c/3$	0	$\vec{V}_3$
1	0	0	$2U_c/3$	$-U_c/3$	$-U_c/3$	$2U_c/3$	0	$\vec{V}_4$
1	0	1	$U_c/3$	$-2U_c/3$	$U_c/3$	$U_c/3$	$-U_c/\sqrt{3}$	$\vec{V}_5$
1	1	0	$U_c/3$	$U_c/3$	$-2U_c/3$	$U_c/3$	$U_c/\sqrt{3}$	$\vec{V}_6$
1	1	1	0	0	0	0	0	$\vec{V}_7$

Les vecteurs  $\vec{V}_i$  de composantes  $(v_\alpha, v_\beta)$  sont de module  $2U_c/3$  et se situent sur un hexagone régulier (figure I.15). Ils définissent les secteurs (I,II,III,IV,V,VI) utilisés par la suite dans la modulation vectorielle de cet onduleur de tension. La convention de numérotation des secteurs et vecteurs choisie, est celle définie par Texas Instruments [Tex99], et permet une plus simple implantation de l'algorithme dans le DSP.

### I.3.2.2. Modulation vectorielle de l'onduleur de tension

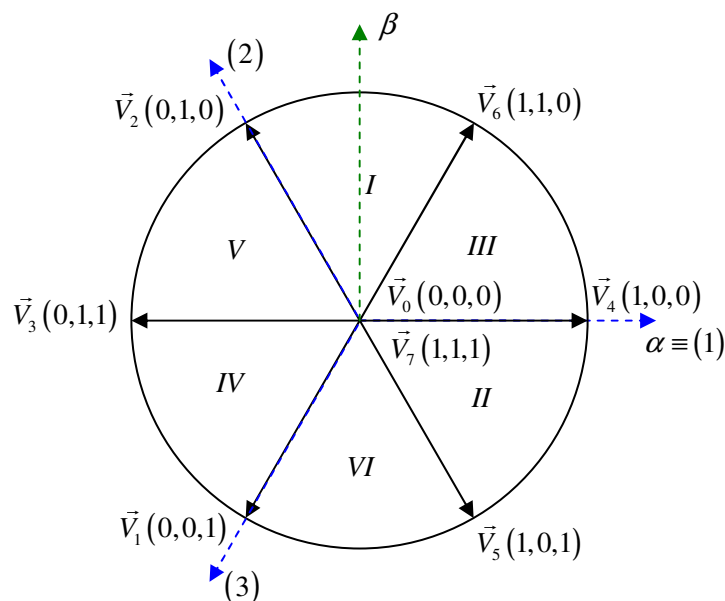
Plusieurs stratégies de commande peuvent être considérées dans le cas d'un onduleur de tension alimentant une machine dans le cadre d'une application industrielle : les commandes en régime permanent et les commandes en régime transitoire. Dans le cas des commandes en régime permanent, les critères d'optimisation électrotechnique dominant : élimination d'harmoniques pour éviter les ondulations de couples dans les machines, minimisation des pertes dans les interrupteurs des



onduleurs. Et dans le cas des commandes en régime transitoire, les critères de type automatiques dominant : rapidité, temps de réponse. Toutefois, il est souvent très difficile de répondre parfaitement et simultanément aux deux types de critères [Lou96].

Les méthodes de pilotage en modulation de la largeur d'impulsion (MLI) avec porteuse ont différentes variantes et peuvent être appliquées aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire. Elles sont habituellement conçues directement sur les grandeurs triphasées et leur transposition en numérique conduit à diverses solutions qui ont des caractéristiques (souvent définies en termes d'harmoniques) différentes. Le principe est le suivant : les différents motifs de MLI sont mis en mémoire sous forme de tables élémentaires et à chaque impulsion d'horloge, une configuration des états logiques des interrupteurs de l'onduleur est transférée à un port de sortie. L'inconvénient majeur de cette MLI vient de la nécessité de calculer au préalable et d'enregistrer en mémoire les différentes configurations possibles de l'onduleur. Cette stratégie vise clairement des applications où l'on se contente de performances limitées, afin de garder un coût limité [Lou97].

Il est de plus en plus fréquent de concevoir directement des modulations à partir des transformées de Clarke des tensions désirées: il s'agit alors de la modulation vectorielle, couramment appelée 'Space Vector Pulse Width Modulation' (SVPWM), qui s'affranchit de la notion de porteuse et donne naissance à une méthode de conception très puissante. Dans le cadre de notre étude, c'est cette stratégie qui est adoptée, puisque c'est une commande numérique permettant d'obtenir les résultats souhaités en régimes permanent et transitoire [Tex98].



**Figure I.15.** Représentation dans le repère  $(\alpha, \beta)$  des tensions générées par l'onduleur de tension.

### I.3.2.2.i. Principe de la modulation vectorielle

L'usage des technologies numériques permet le recours à des stratégies de commande de modulation triphasée spécifiques, non déduites des techniques analogiques initialement conçues en monophasé. La modulation vectorielle traite les signaux directement dans le plan diphasé de la transformée de Clarke. Elle suppose que l'on travaille dans le cadre d'une commande numérique et qu'un algorithme de régulation a déjà déterminé les composantes souhaitées  $v_\alpha$  et  $v_\beta$ .

La modélisation de l'onduleur de tension a montré que pour les différentes combinaisons de commande  $(c_1, c_2, c_3)$ , l'onduleur peut générer seulement huit vecteurs de tension  $\vec{V}_i$  ( $i=0, \dots, 7$ ) dans le plan de la transformée de Clarke  $(\alpha, \beta)$ , dont deux sont nuls et six ont un module  $2.U_c/3$  et une direction donnée. L'onduleur ne peut donc fournir de façon exacte et instantanée que des tensions de type  $V_i$ . On ne peut réaliser une tension quelconque  $(v_\alpha, v_\beta)$  qu'en valeur moyenne et sur une période de hachage  $T_h$ . Il faut donc appliquer des vecteurs de tension réalisables  $\vec{V}_i$  pendant des durées adéquates sur cet intervalle  $T_h$ . Afin de minimiser les ondulations de tensions, et par voie de conséquence les harmoniques, on admet qu'il faut réaliser  $(v_\alpha, v_\beta)$  avec les deux vecteurs de tension  $\vec{V}_i$  les plus proches [Lou97].

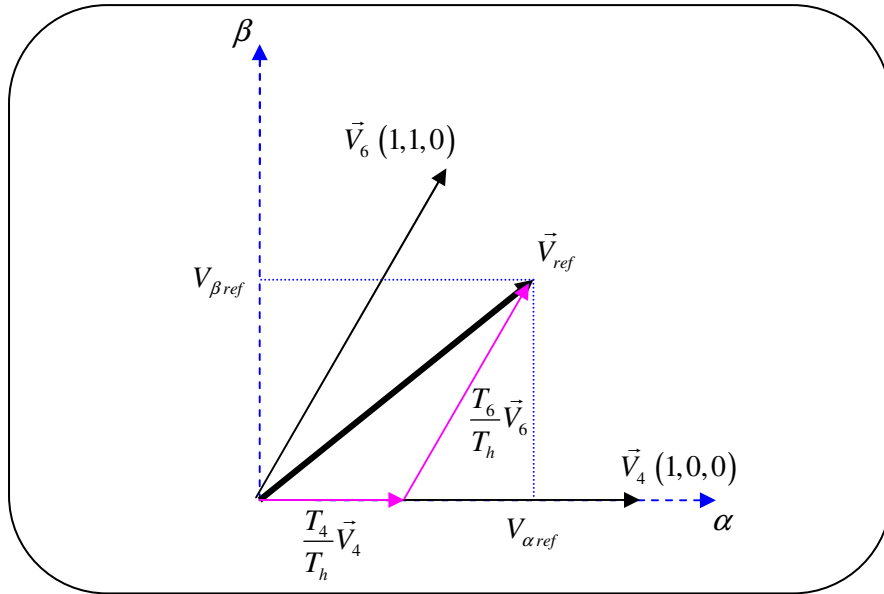
La figure I.16 montre un exemple d'application de cette méthode [SPRA588]. Supposons que le vecteur de référence  $V_{ref}$  se trouve dans le secteur III (cf. §I.3.1).  $T_4$  et  $T_6$  étant les temps d'application des vecteurs adjacents  $\vec{V}_4$  et  $\vec{V}_6$ , et  $T_0$  le temps d'application des vecteurs nuls  $\vec{V}_0$  et/ou  $\vec{V}_7$ , on obtient :

$$\begin{cases} T_h = T_4 + T_6 + T_0 \\ \vec{V}_{ref} = \frac{T_4}{T_h} \vec{V}_4 + \frac{T_6}{T_h} \vec{V}_6 \end{cases} \quad (\text{I.33})$$

### I.3.2.2.ii. Calcul des temps d'application

Ayant les composantes du vecteur de référence dans le référentiel  $(\alpha, \beta)$ ,  $T_4$  et  $T_6$  sont calculés par simple projection du vecteur de référence sur les vecteurs adjacents, suivant :

$$\begin{cases} T_4 = \frac{T_h}{2.U_c} (3.v_\alpha - \sqrt{3}.v_\beta) \\ T_6 = \sqrt{3} \frac{T_h}{U_c} v_\beta \end{cases} \quad (\text{I.34})$$



**Figure I.16.** Temps d'application par projection du vecteur tension désiré.

Le vecteur nul est appliqué pendant le reste de la période de modulation. Un calcul identique réalisé pour les différents secteurs, montre que les temps d'application des différents vecteurs de référence sont proportionnels aux variables  $(X, Y, Z)$  suivantes :

$$\begin{cases} X = \sqrt{3} \frac{T_h}{U_c} v_\beta \\ Y = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{T_h}{U_c} (v_\beta + \sqrt{3}v_\alpha) \\ Z = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{T_h}{U_c} (v_\beta - \sqrt{3}v_\alpha) \end{cases} \quad (\text{I.35})$$

Afin de calculer les temps d'application des différents vecteurs, il est nécessaire de connaître le secteur dans lequel se trouve le vecteur référence donné. A cette fin, les projections  $(v_{ai}, v_{bi}, v_{ci})$  suivantes sont comparées à zéro :

$$\begin{cases} v_{ai} = v_\beta \\ v_{bi} = \frac{1}{2} (\sqrt{3}v_\alpha - v_\beta) \\ v_{ci} = \frac{1}{2} (-\sqrt{3}v_\alpha - v_\beta) \end{cases} \quad (\text{I.36})$$

### *1.3.2.2.iii. Algorithme de la modulation vectorielle*

L'algorithme pour l'implémentation de la modulation vectorielle dans le DSP comprend les étapes suivantes :

- Première étape : détermination du secteur où se trouve le vecteur tension de référence défini par ses composantes  $v_\alpha$  et  $v_\beta$ .

$$\begin{aligned} \text{Si } v_{ai} > 0, & \quad \text{alors } A=1, & \quad \text{sinon } A=0. \\ \text{Si } v_{bi} > 0, & \quad \text{alors } B=1, & \quad \text{sinon } B=0. \\ \text{Si } v_{ci} > 0, & \quad \text{alors } C=1, & \quad \text{sinon } C=0. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Secteur} = A + 2B + 4C$$

Cette méthode permet de déterminer les secteurs  $I$  à  $VI$  d'après les variables  $(v_{ai}, v_{bi}, v_{ci})$ , ce qui explique le choix de la numérotation de chaque secteur.

- Deuxième étape : Calcul et saturation des temps d'application  $t_1$  et  $t_2$ , de chaque vecteur adjacent au secteur calculé, en partant du vecteur ayant l'indice le plus petit (tableau I.2).

**Tableau I.2.** Temps d'application des vecteurs adjacents au secteur calculé

Secteur	$I$	$II$	$III$	$IV$	$V$	$VI$
$t_1$	$Z$	$Y$	$-Z$	$-X$	$X$	$-Y$
$t_2$	$Y$	$-X$	$X$	$Z$	$-Y$	$-Z$

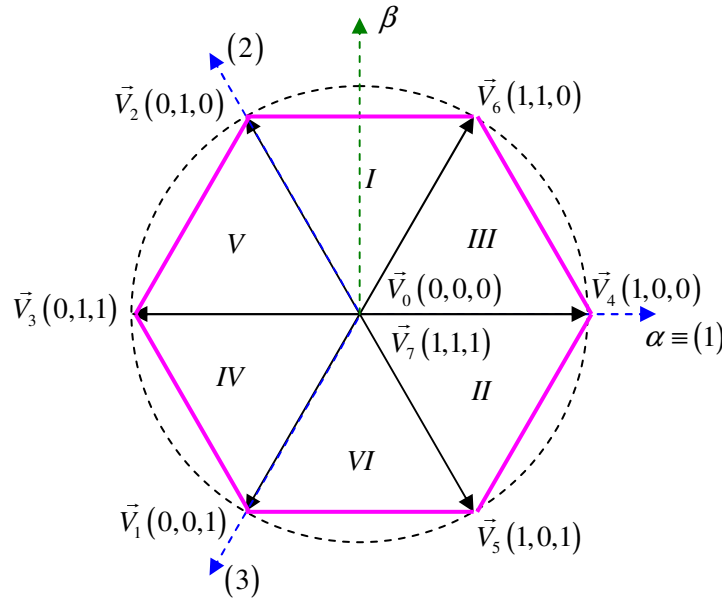
Les durées  $T_0$  et  $T_7$  devant être positives ou nulles (et évidemment jamais négatives), la zone accessible dans le plan diphasé  $(\alpha, \beta)$  est limitée par l'hexagone des tensions de la figure I.17. Si la référence sort de cet hexagone, c'est-à-dire au cas où  $t_1 + t_2 > T_h$ , la commande est irréalisable et il est nécessaire de saturer ces temps de commutation selon :

$$\begin{cases} t_{1sat} = t_1 \frac{T_h}{t_1 + t_2} \\ t_{2sat} = t_2 \frac{T_h}{t_1 + t_2} \end{cases} \quad (I.37)$$

- Troisième étape : Calcul des rapports cycliques conformes à la programmation du DSP utilisé.

En pratique, les durées d'application des deux vecteurs nuls sont souvent choisies égales, telles qu'au final :

$$\begin{cases} t_x = \frac{T - t_1 - t_2}{2} \\ t_y = t_x + t_1 \\ t_z = t_y + t_2 \end{cases} \quad (I.38)$$



**Figure I.17.** Tensions générées par l'onduleur dans le repère  $(\alpha, \beta)$  et limite de la modulation

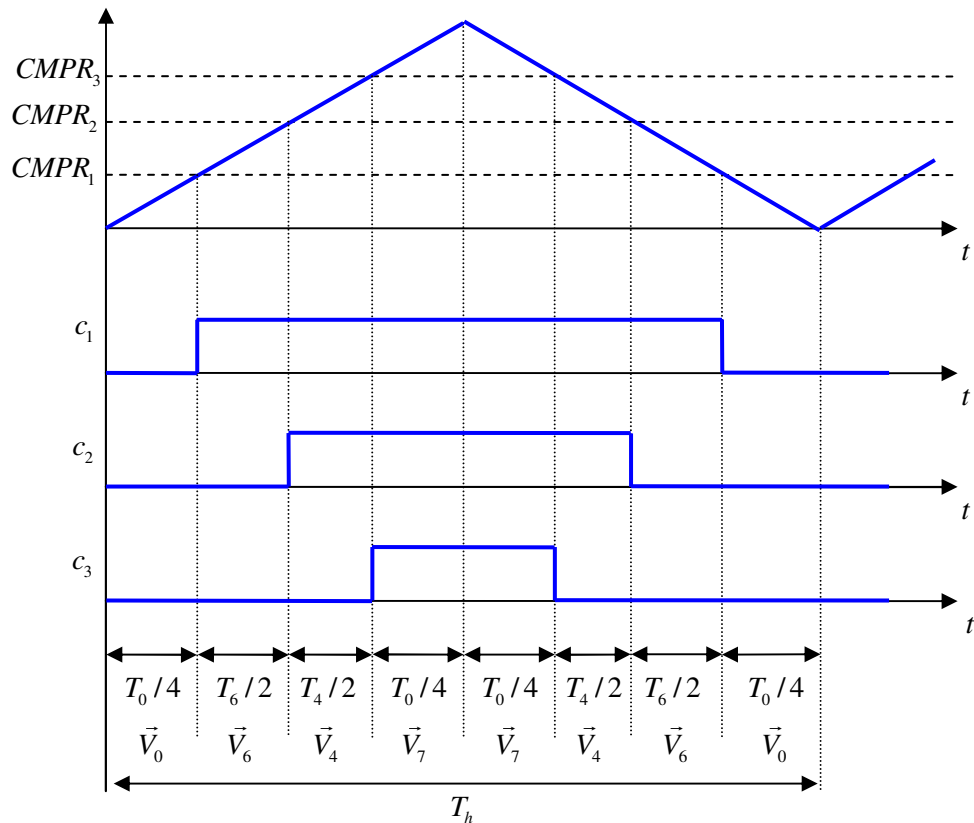
Le tableau I.3 permet d'assigner chaque rapport cyclique précédemment calculé au bon registre de comparaison  $CMPR_x$  du DSP.

**Tableau I.3.** Assignation des temps de commutation aux registres de comparaison  $CMPR_x$  du DSP.

Secteur Registre	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>
$CMPR_1$	$t_y$	$t_x$	$t_x$	$t_z$	$t_z$	$t_y$
$CMPR_2$	$t_x$	$t_z$	$t_y$	$t_y$	$t_x$	$t_z$
$CMPR_3$	$t_z$	$t_y$	$t_z$	$t_x$	$t_y$	$t_x$

La figure I.18 montre le principe de la modulation vectorielle réalisée dans le DSP. Les temps de commutation introduits dans les registres sont comparés à une porteuse symétrique de période  $T_h$  et permettent de déterminer les combinaisons de commande  $(c_1, c_2, c_3)$  des différents bras de l'onduleur. Un temps mort de 300ns est introduit afin de ne pas court-circuiter le circuit lors des commutations des transistors. Ce temps mort indispensable pratiquement, est cependant très petit comparé à la période de hachage  $T_h$ , et sera négligé par la suite.

Par la suite, la période de hachage  $T_h$  de l'onduleur sera synchronisée avec la période des acquisitions et de la régulation en courant  $T_e$ , et de la vitesse  $T_v$  du système.



**Figure I.18.** Modulation vectorielle au sein du DSP et différentes combinaisons de commande  $(c_1, c_2, c_3)$ .

### I.3.3. Modélisation des capteurs

#### I.3.3.1. Principe d'acquisition des courants de phase

La figure I.19 montre le principe d'acquisition du courant de phase  $i_1$ , l'acquisition du courant  $i_2$  se faisant de manière identique. Deux shunts résistifs permettent l'obtention de deux tensions images des courants de phase. La tension est comprise dans l'intervalle  $\pm 200\text{mV}$ . Un opto-coupleur permet ensuite l'amplification de cette tension par huit et surtout la dissociation de la partie puissance de la partie commande de la carte électronique. Deux étages à amplificateurs opérationnels permettent ensuite l'adaptation de la tension dans l'intervalle  $[0; 3.3\text{V}]$  qui correspond aux caractéristiques du CAN du DSP.

Le CAN (convertisseur 10 bits) permet ensuite l'échantillonnage avec une période  $T_e = 100\mu\text{s}$ , et la conversion analogique numérique de cette image du courant. La valeur en sortie est ensuite transformée dans le DSP afin d'obtenir une valeur en pu (per unit) format numérique Q15 du courant

de phase. L'échelle de transformation des courants est présentée à la figure I.20, l'acquisition pouvant se résumer au final à un échantillonnage de période  $T_e$  et un gain  $K_{CAN}$  [Tex98a].

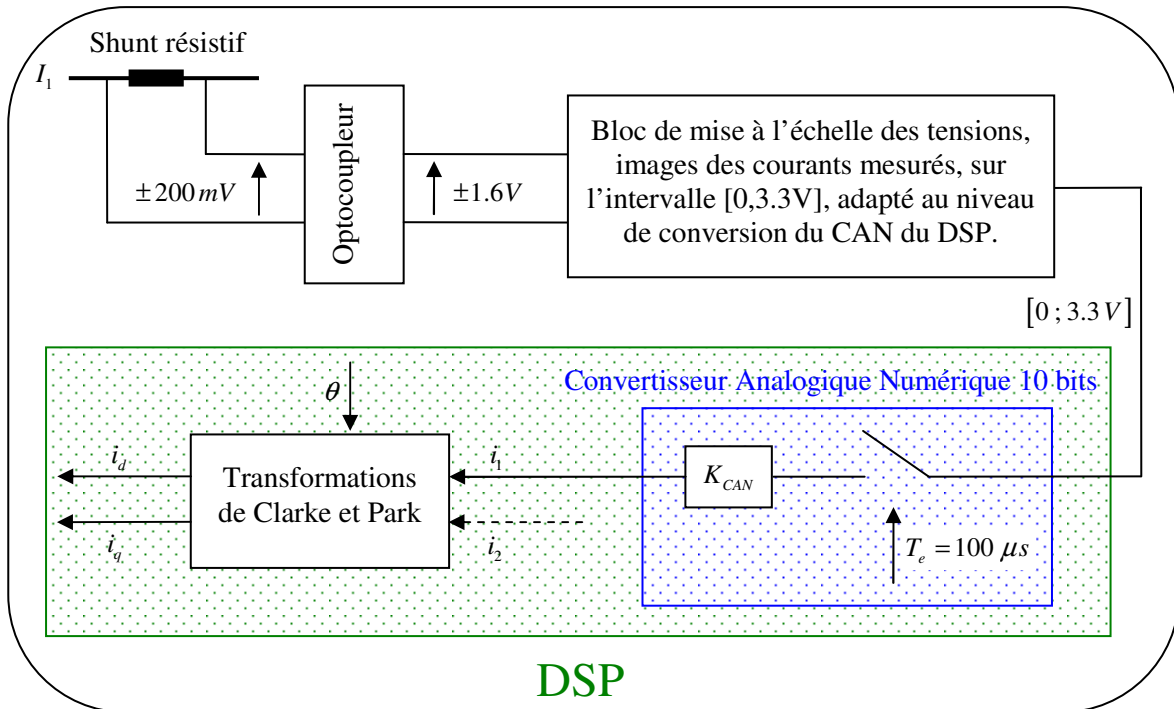


Figure I.19. Acquisition des courants de phase et transformation en composantes de Park.

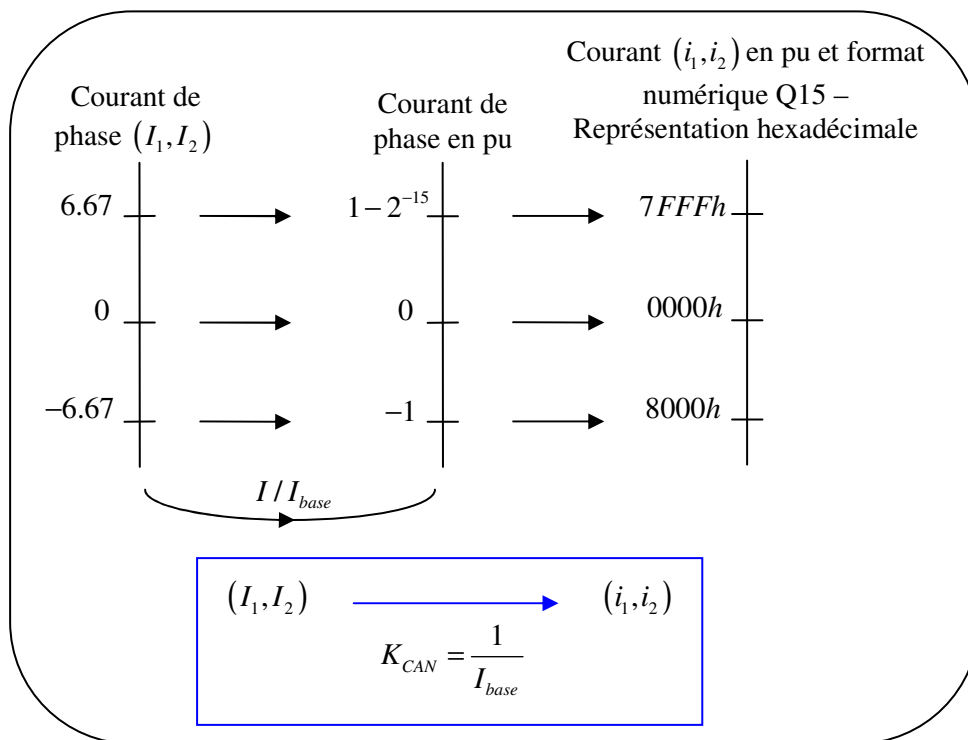


Figure I.20. Echelle de transformation des courants de phase.

La discrétisation des courants de phase ( $I_1, I_2$ ) et la transformation par  $K_{CAN}$  en ( $i_1, i_2$ ) sont la première étape d'acquisition des courants. Le modèle de Park de la MSAP a montré la nécessité de mesurer la position de la machine afin de transformer ces courants en courants de Park ( $i_d, i_q$ ).

### I.3.3.2. Mesure de la position rotorique du moteur

La mesure de la position de la MSAP est réalisée par l'intermédiaire d'un codeur incrémental de résolution  $R_c = 5000 \text{ pts/tr}$ . Celui-ci envoie deux signaux binaires  $A$  et  $B$  en quadrature de phase vers un compteur du DSP (T2CNT). Celui-ci par comptage des fronts montants et descendants des signaux reçus permettra la connaissance de la position rotorique de la MSAP et du sens de rotation. Le compteur est réinitialisé à chaque top codeur reçu par le troisième signal  $Z$  du codeur. La mesure de position  $X$  est ensuite transformée en pu dans la base Q15 comme présenté à la figure I.21 [Tex98].

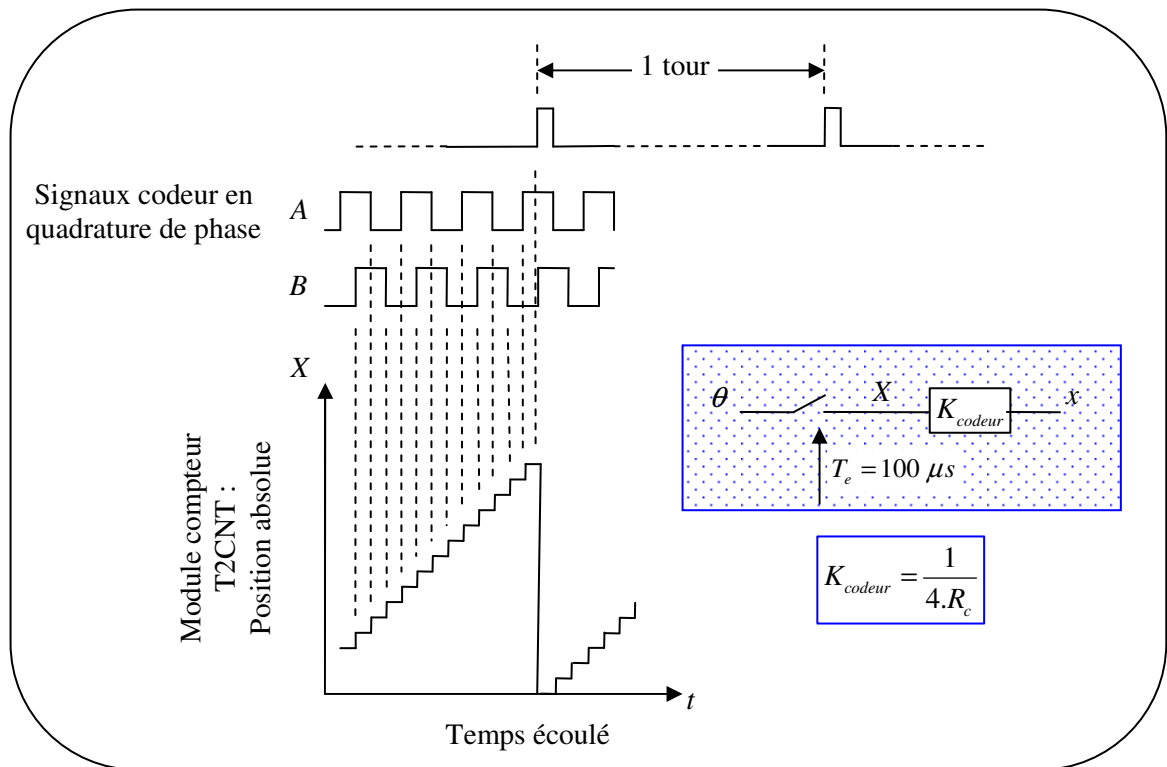


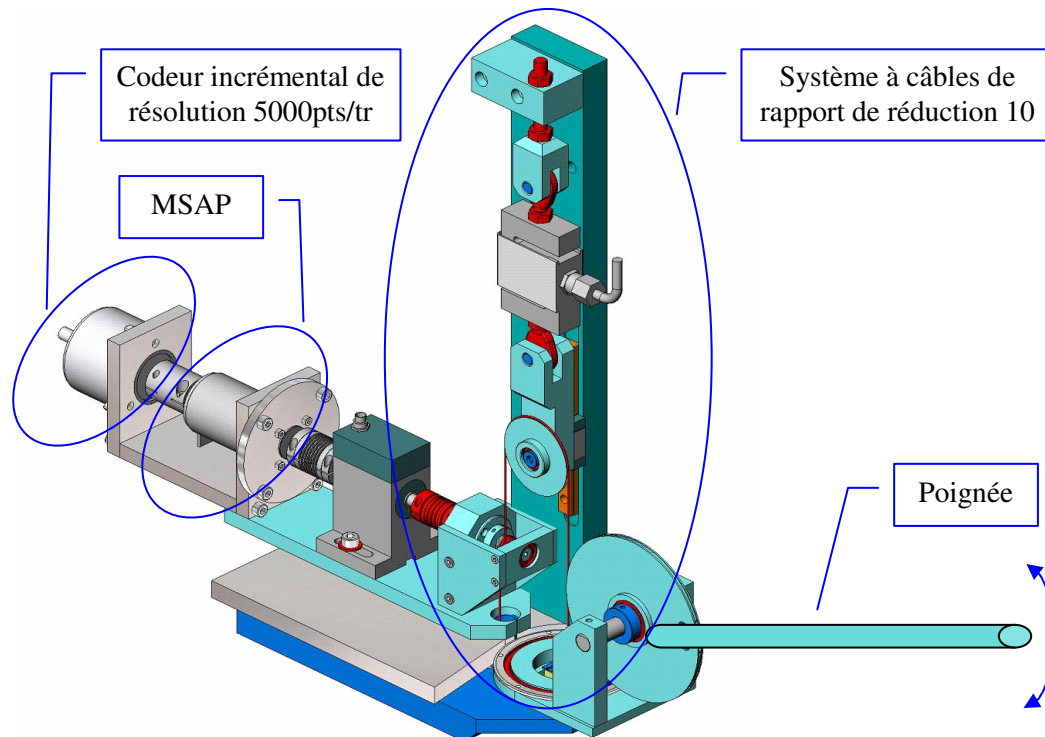
Figure I.21. Principe de mesure de la position.

La mesure de position est donc équivalente à un échantillonnage suivi d'un gain  $K_{codeur}$ . Cette mesure permet également le calcul de la vitesse de rotation de l'arbre moteur, calcul qui sera détaillé au chapitre IV.



### I.3.4. Modélisation du système à câbles

Le banc d'essai comprend un système mécanique à câbles, permettant l'interaction homme-machine. D'un côté, ce système est couplé à la machine synchrone par un accouplement supposé rigide et parfait, et de l'autre, il permet à l'opérateur un mouvement de rotation autour de l'axe  $\vec{z}$ , précédemment défini, par l'intermédiaire d'une poignée reliée à une poulie (figure I.22).



**Figure I.22.** Interface haptique prototype comportant principalement : une MSAP, un codeur incrémental, le système à câbles permettant l'interaction homme-machine et une poignée déplacée par l'opérateur.

#### I.3.4.1. Rapport de réduction

Le système électrique comportant principalement la partie électrique de la MSAP et l'onduleur ayant déjà été modélisé, il est nécessaire encore d'ajouter le modèle mécanique du système à celui précédemment défini de la MSAP.

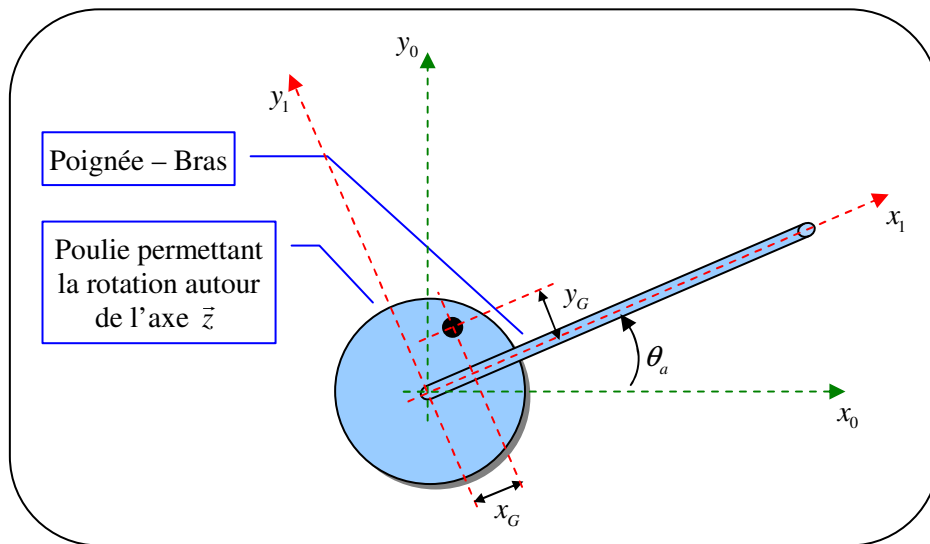
Le câble de transmission du système est en acier et permet une transmission fluide du mouvement du côté articulaire (opérateur) au côté moteur. Sa longueur est supposée invariante, et le câble suffisamment prétendu afin d'éviter tout glissement au niveau des poulies [Gos00][Jan05]. Les différentes poulies du système permettent de réaliser un réducteur de rapport de transmission  $r$  égal à 10, d'où :

$$\theta_a = \theta / r \quad , \quad \Omega_a = \Omega / r \quad , \quad C_a = r.C_{em} \quad (I.39)$$

où,  $\theta_a$ ,  $\Omega_a$  et  $C_a$  sont respectivement les position, vitesse et couple articulaires du système.

### I.3.4.2. Centre de gravité

Du coté articulaire, le bras est modélisé suivant la convention Dennaït Hartenberg modifiée [KhaW86][KhaW02], illustrée figure I.23.  $G$  est le centre de gravité de l'ensemble {poulie, bras} et  $(x_G, y_G)$  ses composantes dans le repère lié à la poignée  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ . Dans ce cas, du fait de la symétrie du système, le terme  $y_G$  est nul.



**Figure I.23.** Modèle simplifié du bras côté articulaire selon la convention Dennaït-Hartenberg modifiée.

### I.3.4.3. Frottements

La littérature définit plusieurs types de modèles statiques de frottements [Arm93] présentés à la figure I.24 : frottement sec, frottement sec auquel s'ajoute du frottement visqueux, phénomène de collage (stiction) et modèle de Stribeck.

La trajectoire couple/vitesse est mesurée expérimentalement en régime permanent et par paliers de vitesse constante [Bid04][Art04], après avoir retiré le bras de levier de l'interface prototype afin d'éliminer les termes de gravité que celui-ci introduit dans le modèle. Le couple est calculé à l'aide de la relation (I.29) en mesurant le courant  $I_q$ . La figure I.25 montre que les frottements  $C_f$  se composent d'un terme de frottements visqueux proportionnel à la vitesse et d'un terme de frottements secs :

$$C_f = f_{v,t} \cdot \Omega + f_s \cdot \text{sign}(\Omega) \quad (I.40)$$

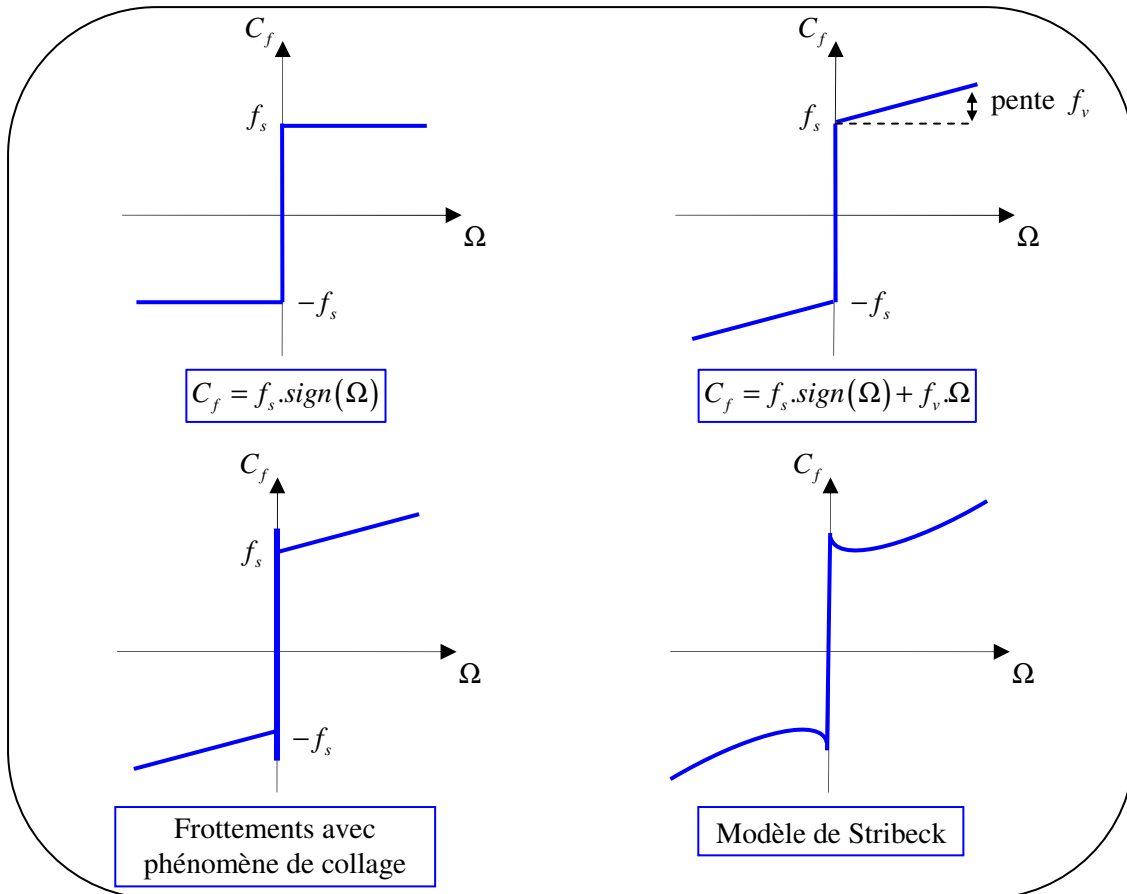


Figure I.24. Différents modèles statiques de frottement.

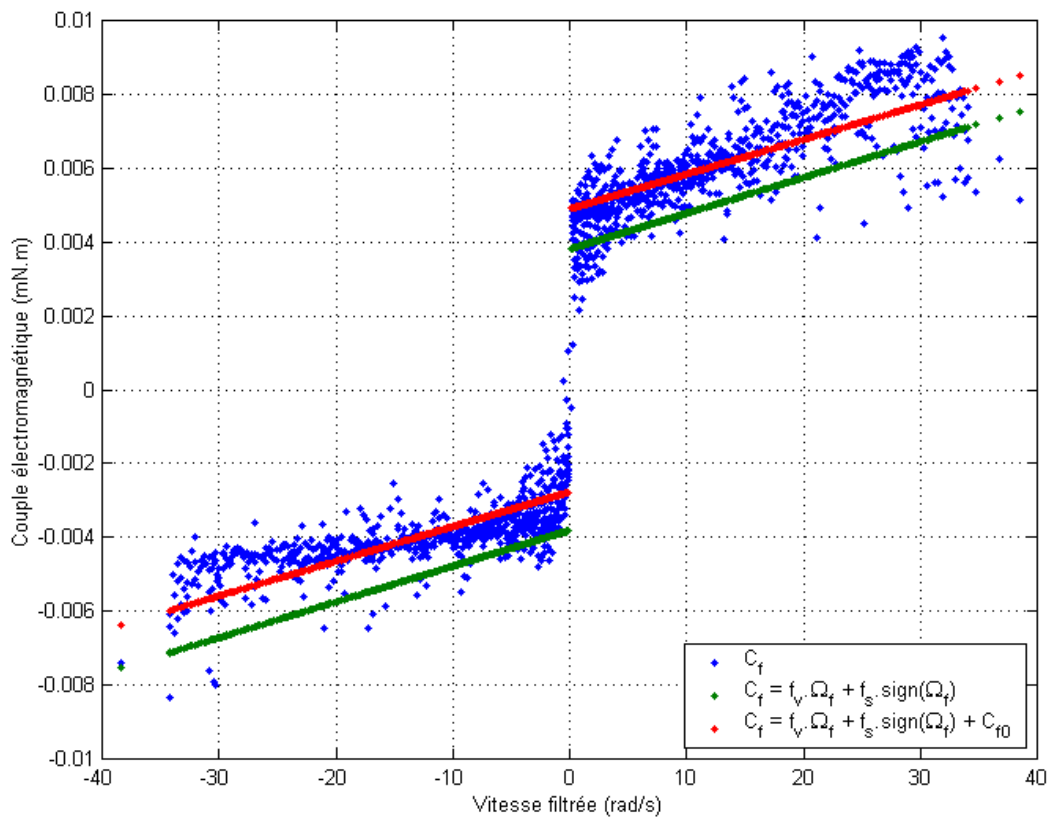


Figure I.25. Couple de frottements mesuré par paliers de vitesse et sans bras de levier.

où  $f_{v,s}$  est le coefficient de frottements visqueux du système {machine-interface}, et  $f_s$  le coefficient de frottements secs.

Le tracé obtenu montre expérimentalement qu'il est nécessaire de rajouter un offset de couple afin de modéliser ces frottements. Cet offset est dû à la configuration du système à câbles, qui comporte une légère dissymétrie.

#### I.3.4.4. Modèle mécanique global du système vu du côté moteur de l'interface

Finalement, l'équation fondamentale de la dynamique ramenée au côté moteur du système permet d'écrire [KhaW02][Jan05] :

$$C_{em} - C_{op} - C_f = J_t \cdot \dot{\Omega} - g \cdot M_c \cdot x_G \cdot \cos\left(\frac{\theta}{r} - \theta_{a,0}\right) \quad (\text{I.41})$$

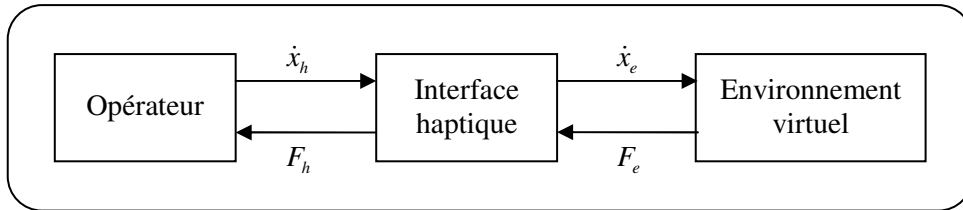
où  $C_{em}$  est le couple électromagnétique de la MSAP,  $C_{op}$  le couple exercé par l'opérateur sur le bras et ramené au côté moteur et  $C_f$  le couple de frottements du système.  $J_t$  est l'inertie totale du système {machine-interface}, et  $g$ , l'accélération de la pesanteur appliquée au bras de masse  $M_c$  vu du côté moteur.  $x_G$  est la position du centre de gravité du bras sur l'axe  $\bar{x}_1$  et  $\theta_{a,0}$  l'angle initial de la poignée correspondant à la position zéro de la MSAP. Par souci de simplification, le produit  $M_c \cdot x_G$  sera noté par la suite  $M_{x_G}$ .

Le couple de frottements étant égal à la somme de frottements secs et visqueux, le modèle mécanique global du système vu du côté moteur devient :

$$C_{em} - C_{op} - C_{f0} = J_t \cdot \dot{\Omega} - g \cdot M_c \cdot x_G \cdot \cos\left(\frac{\theta}{r} - \theta_{a,0}\right) + f_{v,t} \cdot \Omega + f_s \cdot \text{sign}(\Omega) \quad (\text{I.42})$$

#### I.3.5. Modélisation de l'opérateur

L'interaction d'un opérateur humain avec un environnement virtuel, par l'intermédiaire d'une interface haptique ou un système de télémanipulation de type maître/esclave, peut être décrite selon la figure I.26, où  $\dot{x}_h$  et  $F_h$  sont respectivement la vitesse de déplacement et la force associées à l'opérateur humain, et correspondant à l'interaction homme/interface haptique, et  $\dot{x}_e$ ,  $F_e$  la vitesse et la force associées à l'interaction environnement virtuel/interface haptique.



**Figure I.26.** Schéma-bloc de l'interaction opérateur/environnement virtuel à travers une interface haptique.

L'opérateur est ainsi modélisé par une admittance : il commande un mouvement qui est imposé à l'environnement virtuel. Ce dernier répond par une force de réaction envoyée à l'interface haptique qui la transforme en une force perçue par l'opérateur. L'environnement est donc, quant à lui, modélisé par une impédance.

La main, le bras et les doigts de l'homme, constituent un système composé de muscles, d'os, de nerfs et de tissus, extrêmement complexe, permettant à l'opérateur de tenir et manipuler des objets avec une grande dextérité. La littérature montre que ce système est très difficile à modéliser, et l'opérateur est souvent considéré comme un élément perturbateur. Les conclusions des différentes études réalisées sont les suivantes :

- Le comportement neuromusculaire du bras peut être modélisé comme un ressort [Mus85],
- La raideur de la main dépend fortement de la posture du bras [Fla90],
- La valeur de cette raideur varie fortement entre les sujets, les tâches effectuées, les perturbations, etc... [Gom92].

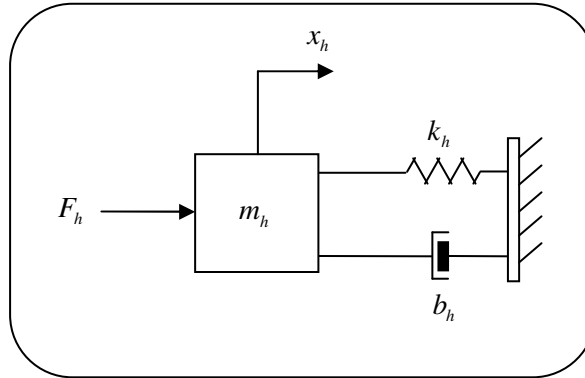
En pratique l'opérateur peut faire varier le comportement de sa main d'une inertie quasiment nulle à une inertie importante selon la manière dont il tient la poignée du système (main, poignet et/ou bras plus ou moins relâchés, tendus ou bloqués). Les différents modèles d'opérateur n'apportent donc pas d'informations pertinentes pour la synthèse des lois de commande, si ce n'est que l'utilisateur est un élément passif du système (qui ne crée pas d'énergie) et plus précisément qu'il ne risque pas de déstabiliser.

Il n'est pas impossible de trouver des modélisations du bras de l'homme comme par exemple des modèles à cinq paramètres [Spe05], cependant, typiquement, celui-ci est plutôt modélisé par un système du 2<sup>nd</sup> ordre à trois paramètres : masse, ressort, amortisseur [Law93][Koz92] :

$$\frac{x_h}{F_h} = \frac{1}{m_h s^2 + b_h s + k_h} \quad (\text{I.43})$$

où,  $m_h$ ,  $b_h$  et  $k_h$  sont respectivement, la masse, l'amortissement et la raideur du bras de l'opérateur.

Afin d'obtenir ce modèle, il a été supposé que l'opérateur a une prise en main rigide de la poignée manipulée, et donc la main de l'opérateur correspond à la position de la poignée de l'interface haptique (figure I.27).



**Figure I.27.** Modèle du bras humain du 2<sup>nd</sup> ordre à trois paramètres : masse, amortisseur et raideur.

Finalement, le couple opérateur vu du côté moteur s'écrit :

$$C_{op} = \frac{l \cdot (m_h \ddot{\theta} + b_h \dot{\theta} + k_h \theta)}{r^2} \quad (I.44)$$

où  $l$  est la longueur de la poignée, et  $r$  le rapport de réduction du système à câbles.

Le tableau I.4 présente les valeurs obtenues expérimentalement dans différents études, pour les trois paramètres du modèle du bras de l'opérateur.

**Tableau I.4.** Différentes valeurs des trois paramètres {masse, amortisseur, raideur} du bras de l'opérateur.

Références Paramètres	[Kos92]	[Law93]	[Tsu94]
$m_h$ (kg)	11.6	17.5	3.25
$b_h$ (N.s/m)	17	175	20
$k_h$ (N/m)	243	175	300

Ces valeurs sont très disparates et montrent la difficulté de modélisation de l'opérateur. Ce dernier sera donc par la suite considéré comme une perturbation. Les valeurs du tableau permettent malgré tout d'avoir un ordre de grandeur de l'influence de l'opérateur sur le système.

### I.3.6. Schéma-bloc modélisant le système global

Finalement, le modèle global du système peut être représenté à la figure I.28 sous forme de schéma-bloc regroupant les différentes parties de l'interface haptique étudiée.

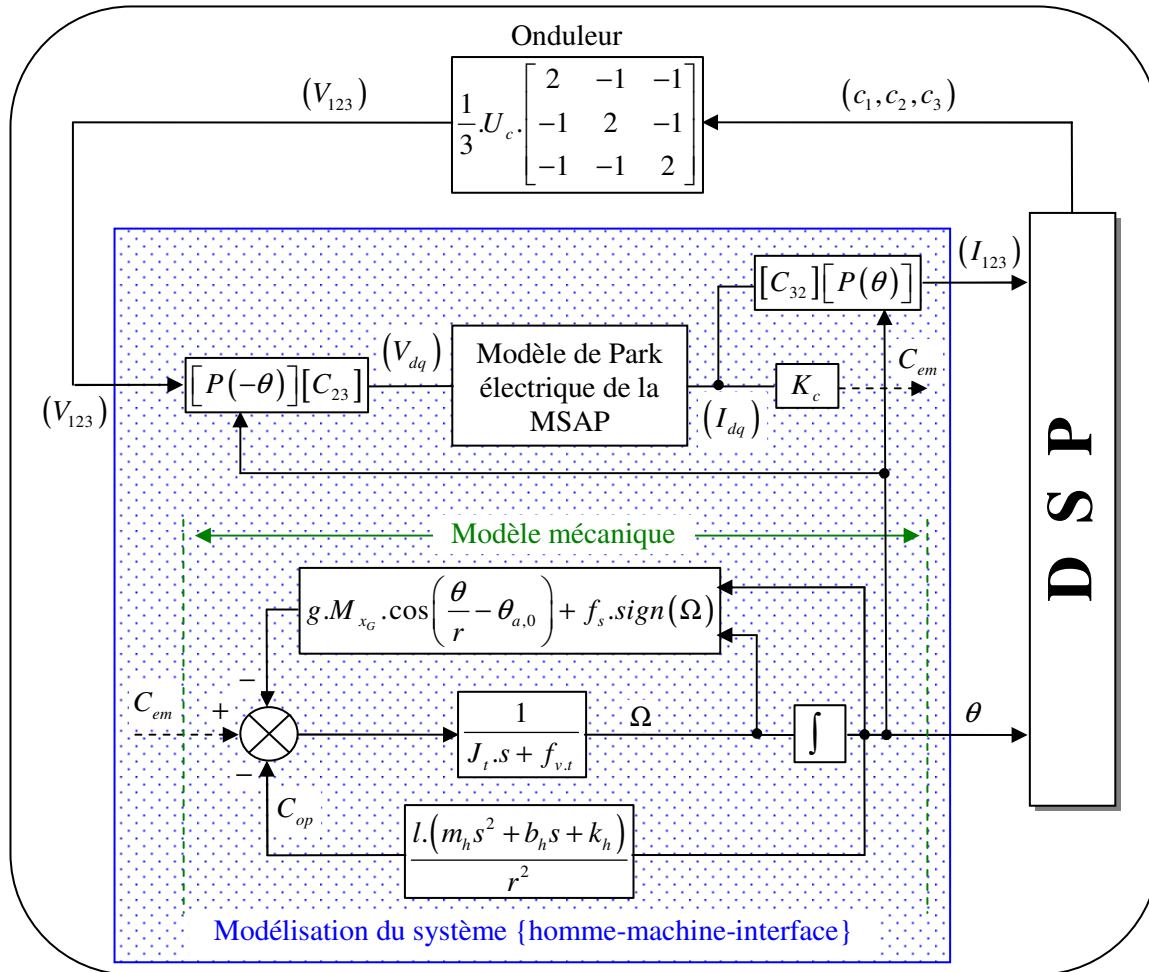


Figure I.28. Schéma-bloc modélisant le système global.

Ce modèle global montre les différents paramètres électriques et mécaniques du système. L'identification de ce modèle réalisée au chapitre II, permettra, par une meilleure connaissance des valeurs des paramètres, l'optimisation de la structure de commande réalisée dans le DSP, et présentée ci-après.

#### I.4. Stratégie de commande initialement implantée dans le DSP

L'algorithme initial implanté dans le DSP correspond à la commande vectorielle classique d'une MSAP (figure I.29). De manière simplifiée, la stratégie de commande réalisée repose sur deux boucles imbriquées : une boucle interne de régulation du courant de période  $T_e = 100 \mu s$ , et une boucle externe de régulation de la vitesse de période  $T_v = 300 \mu s$  qui permet l'introduction d'un amortissement naturel vu de l'opérateur et donc l'augmentation de la stabilité du système. A ces deux boucles, s'ajoute une boucle haptique permettant la mise en place de butées virtuelle, asynchrone et de période  $T_{hapt} = 1 ms$ . Elle se décompose en deux blocs principaux : un bloc d'inversion couple-vitesse

permettant de compenser la boucle de vitesse et un bloc permettant l'implantation d'un butée virtuelle de type ressort rigide. Cette stratégie a été choisie afin de permettre la comparaison des résultats obtenus avec ceux précédemment validés avec les moteurs à courant continu actuellement installés dans les interfaces haptiques sur le marché et chez Haption plus spécialement.

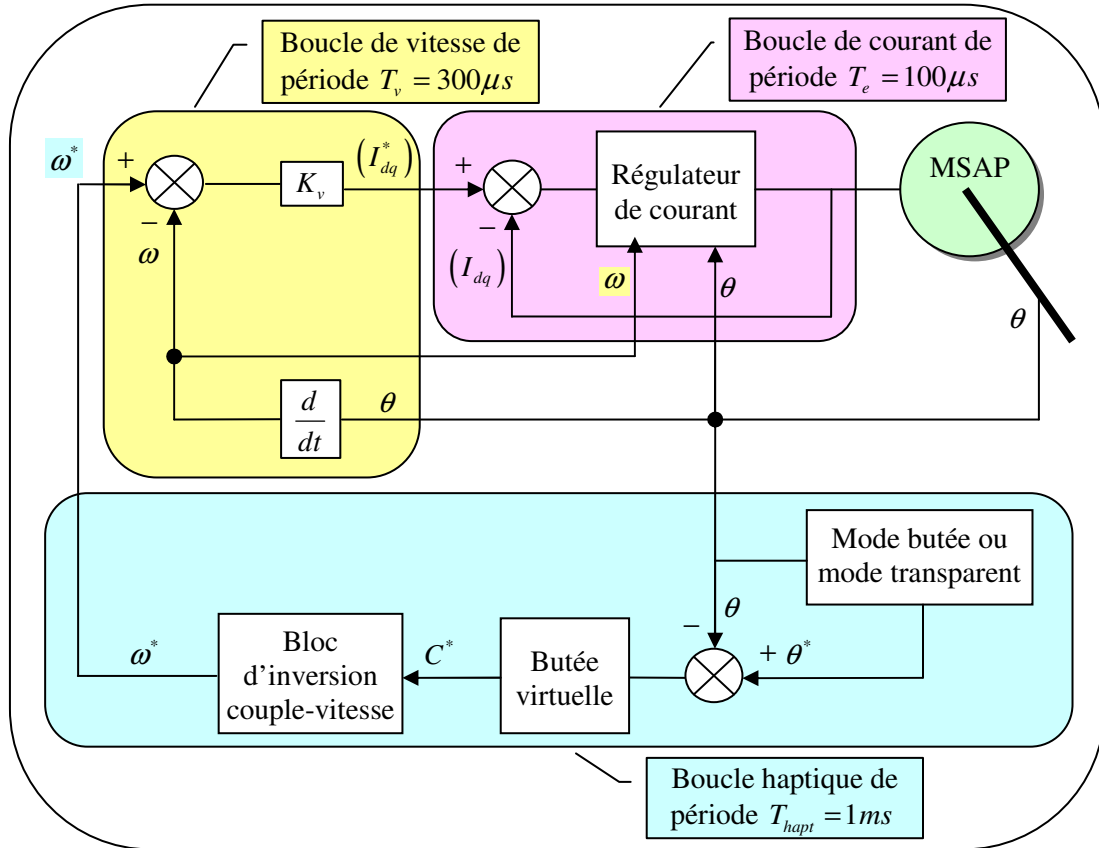


Figure I.29. Schéma-bloc simplifié de la régulation réalisée dans le DSP.

### I.4.1. Architecture de commande globale

La figure I.30 présente le schéma-bloc complet de la régulation, où :

- $I_1, I_2$  sont les courants mesurés grâce aux shunts résistifs,  $i_1, i_2$  les courants échantillonnés en pu et en base Q15, et,  $i_d, i_q$  les composantes de Park des courants transformés.
- $\theta$  est la position réelle de l'arbre de la MSAP,  $X$  la position en sortie du compteur T2CNT du DSP, et  $x$  la position en pu et en base Q15.
- $\omega^*$  est la vitesse de consigne fournie par l'environnement numérique virtuel, échantillonnée à  $T_{hapt} = 1\text{ ms}$ , et  $\omega$  la vitesse calculée à partir des mesures de position et échantillonnée à  $T_v = 300\mu\text{s}$ .
- $i_d^*, i_q^*$  sont les consignes en courant de la boucle de régulation,  $v_d^*, v_q^*$  les consignes en tension en sortie de la boucle de courant et  $v_\alpha^*, v_\beta^*$  les consignes en tension biphasées allant vers le périphérique MLI du DSP.



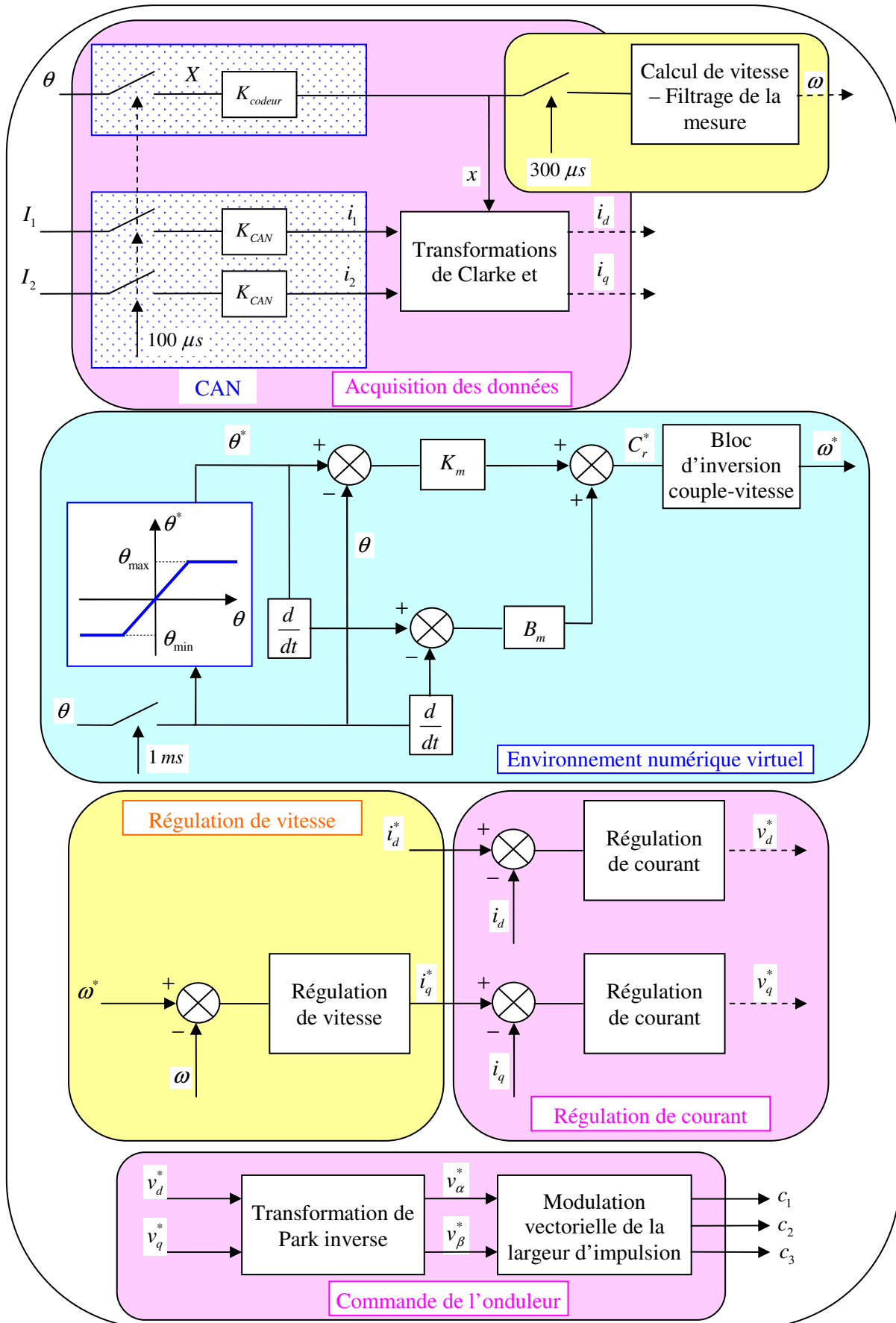


Figure I.30. Schéma-bloc complet des différentes fonctions implantées dans le DSP.

- Finalement,  $(c_1, c_2, c_3)$  sont les commandes logiques des interrupteurs de l'onduleur.

Ce schéma montre les quatre principales fonctions réalisées dans le DSP :

- Premièrement, l'acquisition des données, courants et position (afin de simplifier le schéma, les capteurs ont été regroupés dans l'algorithme du DSP, même si en réalité, ce sont des corps externes),
- Deuxièmement, la régulation en deux boucles imbriquées de la vitesse et du courant respectivement aux périodes  $T_v = 300 \mu s$  et  $T_e = 100 \mu s$ . Cette partie sera présentée au chapitre III,
- Troisièmement, la mise en place d'un environnement virtuel permettant de réaliser des butées autour d'une position initiale (partie présentée en I.2.3),
- Finalement, le calcul des commandes logiques des interrupteurs de l'onduleur de tension, présenté dans la section I.3.2.2.

### I.4.2. Algorithme implanté dans le DSP

L'algorithme implanté dans le DSP comporte deux étapes : une étape d'initialisation (démarrage), suivie d'une boucle infinie permettant la réalisation des différentes fonctions décrites avec une interruption de période  $T_e$

L'initialisation comprend surtout l'initialisation des variables du système. Une boucle infinie est ensuite mise en place, interrompue par la boucle de régulation de période  $T_e$ , et permettant la mise en place de la butée virtuelle à la période  $T_{hapt}$ . L'algorithme de démarrage est présenté à la figure I.31.

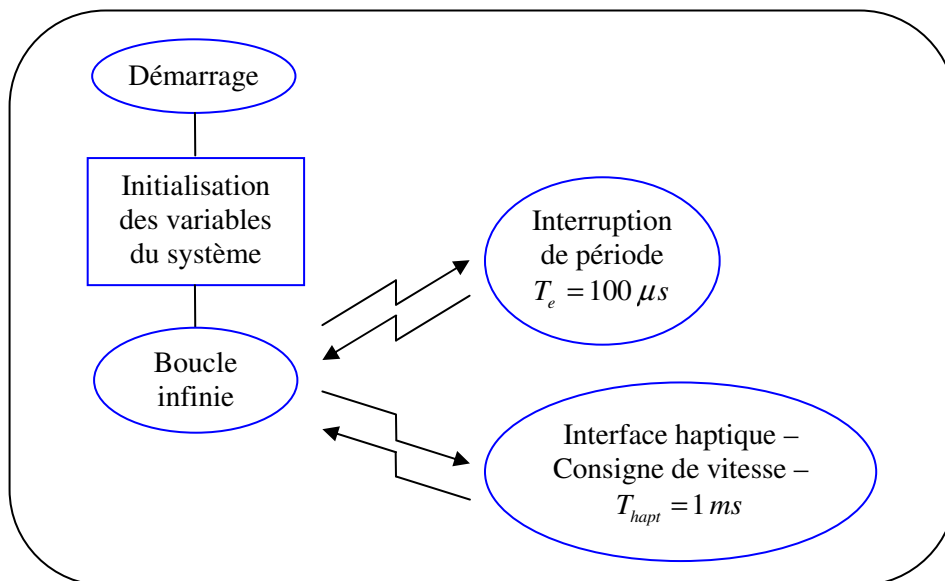


Figure I.31. Algorithme de démarrage.

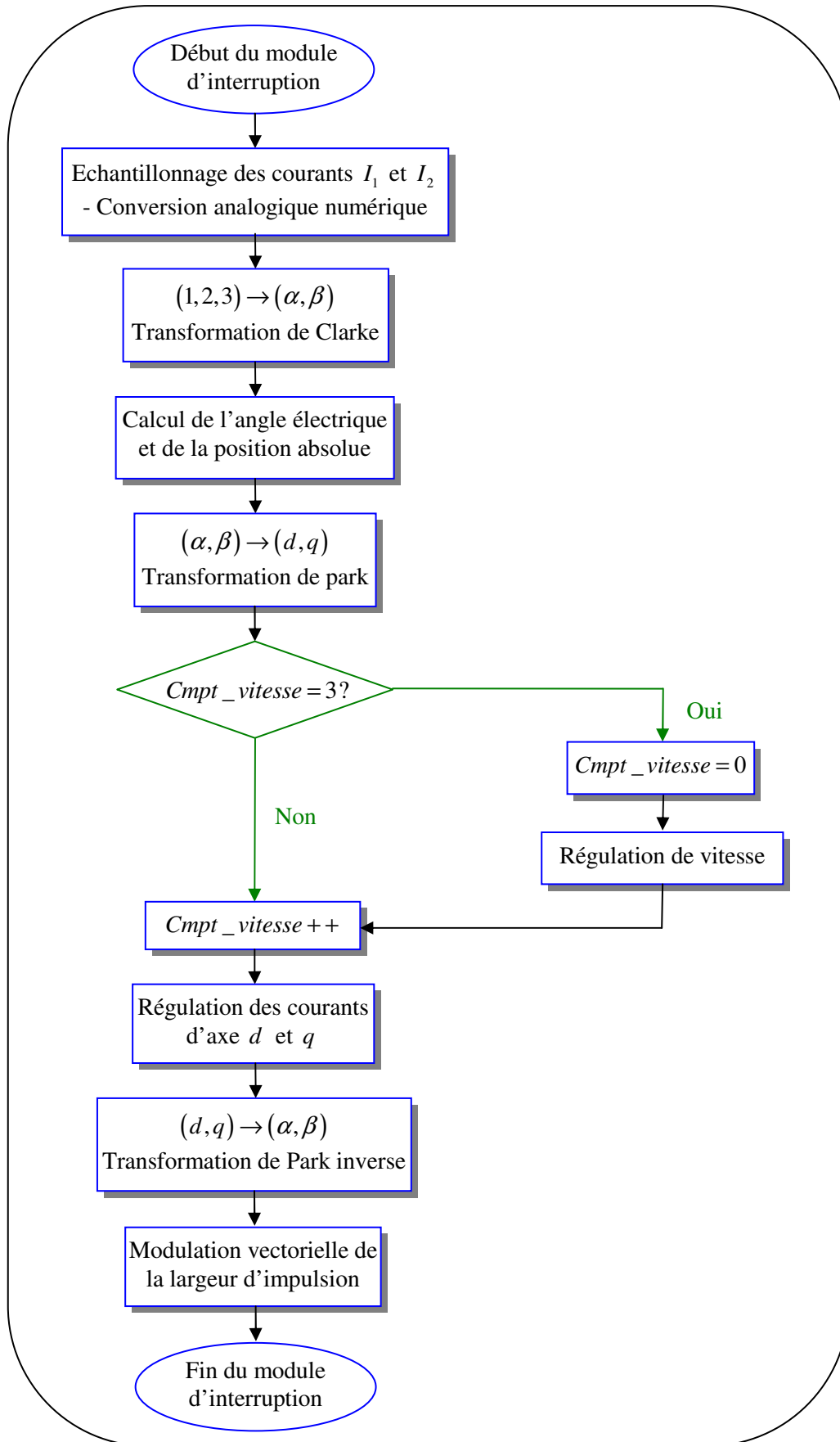


Figure I.32. Algorithme du module d'interruption.

La régulation de période  $T_e = 100\mu s$  comprend les principales fonctions nécessaires à la régulation du système selon l'organigramme présenté à la figure I.32.

## I.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter le banc d'essai haptique prototype développé dans le cadre de cette thèse. Le principe du retour haptique d'effort a été défini et une butée virtuelle numérique a été introduite, permettant une interaction homme-machine.

Les différents éléments du système ont ensuite été modélisés : la MSAP selon le modèle de Park, l'onduleur, les capteurs, le système à câbles et l'opérateur. La MSAP et le système à câble sont mécaniquement couplés et sont régis par un système d'équations électriques et mécanique contenant différents paramètres dynamiques identifiés au chapitre II afin d'optimiser la commande de l'actionneur (MSAP).

La stratégie de commande de l'interface haptique, implantée dans le DSP, a été succinctement présentée. La synthèse des différents correcteurs sera plus amplement approfondie au chapitre III. La régulation repose sur différentes boucles : une boucle interne de régulation du courant de période  $T_e = 100\mu s$ , imbriquée dans une boucle de vitesse de période  $T_v = 300\mu s$ , la consigne de vitesse étant fournie par la butée virtuelle avec une période  $T_{hapt} = 1ms$ . Ces différentes périodes sont ajoutées aux différents instants de commutation de l'onduleur de tension. De plus, l'association d'un système continu (MSAP-système à câbles), d'un système fonctionnant en régime de commutation (onduleur) et d'une régulation numérique, montre la nécessité de développer un modèle dynamique hybride de simulation qui sera également présenté au chapitre III.



---

# Identification de l'Interface Haptique

---

Ce chapitre présente deux méthodes d'estimation paramétrique : l'identification par moindres carrés et modèle inverse, et l'identification par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt. La technique des moindres carrés et modèle inverse a été utilisée pour l'identification de l'ensemble du système : paramètres électriques, mécaniques et angle de calage initial obtenu lors de l'assemblage codeur/moteur. Les résultats d'estimation des paramètres électriques de la MSAP obtenus par moindres carrés et modèle inverse, ont ensuite été comparés aux valeurs identifiées par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt.

### *Sommaire :*

II.1. Introduction .....	46
II.2. Principe d'identification par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée.....	47
II.3. Principe d'identification par algorithme de Marquardt et erreur de sortie .....	52
II.4. Identification expérimentale des paramètres électriques de la MSAP – Prise en compte d'un angle de calage initial .....	57
II.5. Identification des paramètres mécaniques du système par moindres carrés.....	73
II.6. Conclusion.....	76

## II.1. Introduction

Classiquement, le système à identifier est représenté par un modèle direct sous forme d'équations d'état ou de fonctions de transfert continues. Le modèle dynamique direct est l'équation d'état composée d'un système d'équations d'évolution traduisant les dynamiques du système, et d'une équation d'observation :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Lorsque ce modèle d'état est multivariable, non linéaire par rapport à l'état  $x$ , à l'entrée  $u$  et au vecteur de paramètres à identifier  $\zeta$ , les méthodes habituelles d'identification linéaire, de type erreur d'équations et moindres carrés, ne sont pas adaptées. Les méthodes possibles pour identifier les systèmes non linéaires sont :

- les moindres carrés et modèle inverse [Gau90][KhaW02],
- la méthode à erreur de sortie du type méthode du modèle [Ric71][Ric91],
- et le Filtre de Kalman Étendu (FKE) [Kal60].

Dans le domaine de la robotique, la démarche généralement adoptée consiste à utiliser le modèle dynamique inverse du robot qui s'exprime sous une forme linéaire par rapport aux paramètres dynamiques à estimer [Gau01]. Cette méthode a été essentiellement validée pour l'identification des paramètres dynamiques mécaniques de systèmes robotiques. Dans le cadre de cette thèse, cette méthode a été étendue à l'estimation des paramètres électriques de la machine synchrone à aimants permanents.

La méthode du modèle, quant à elle, ne fait aucune hypothèse sur la linéarité du modèle par rapport aux paramètres à identifier. Et, comme elle présente l'avantage de fournir une estimation non-biaisée par rapport aux bruits de mesure et erreurs de modélisation [Mor99], elle a été utilisée, à titre comparatif, afin de valider les résultats d'estimation des paramètres électriques obtenus avec la méthode des moindres carrés et modèle inverse.

Il est aussi possible d'utiliser un filtre de Kalman étendu pour estimer directement le vecteur d'état augmenté des paramètres à identifier. Or, dans la pratique, l'initialisation du filtre de Kalman est délicate et peut compromettre la convergence de l'estimateur. Face à ces difficultés de réglage et d'initialisation du FKE, ce dernier n'a pas été utilisé [Mor99].

Dans le cadre de cette thèse, le système à identifier est l'interface haptique prototype, dont la géométrie permet un pré-calcul approximatif des paramètres mécaniques de la structure. De plus, elle est entraînée par une MSAP dont les paramètres électriques sont donnés par le constructeur. Afin de pouvoir identifier à l'avenir les paramètres d'une interface à plusieurs degrés de liberté, entraînée par plusieurs moteurs de paramètres inconnus, une procédure d'identification paramétrique en régime dynamique a été développée et validée sur la présente interface.

Ce chapitre présente donc les deux méthodes précédemment citées : l'identification par moindres carrés et modèle inverse, et l'identification par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt. La technique des moindres carrés et modèle inverse a été utilisée pour l'identification de l'ensemble du système : paramètres électriques, mécaniques [KhaF06a] et angle de calage initial obtenu lors de l'assemblage codeur/moteur [KhaF06b]. Les résultats d'estimation des paramètres électriques de la MSAP obtenus par moindres carrés et modèle inverse, ont ensuite été comparés aux valeurs identifiées par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt [KhaF06c].

## II.2. Principe d'identification par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée

### II.2.1. Introduction

Le modèle inverse exprime les entrées  $u$  (couples moteurs des systèmes mécaniques, tensions de commande des machines électriques) en fonction de l'état et de sa dérivée  $\psi(z, \dot{z})$  et se met généralement sous une forme linéaire par rapport aux paramètres physiques  $\zeta$  [Gau90] :

$$u = \psi(z, \dot{z}, \ddot{z}) \cdot \zeta \quad (\text{II.2})$$

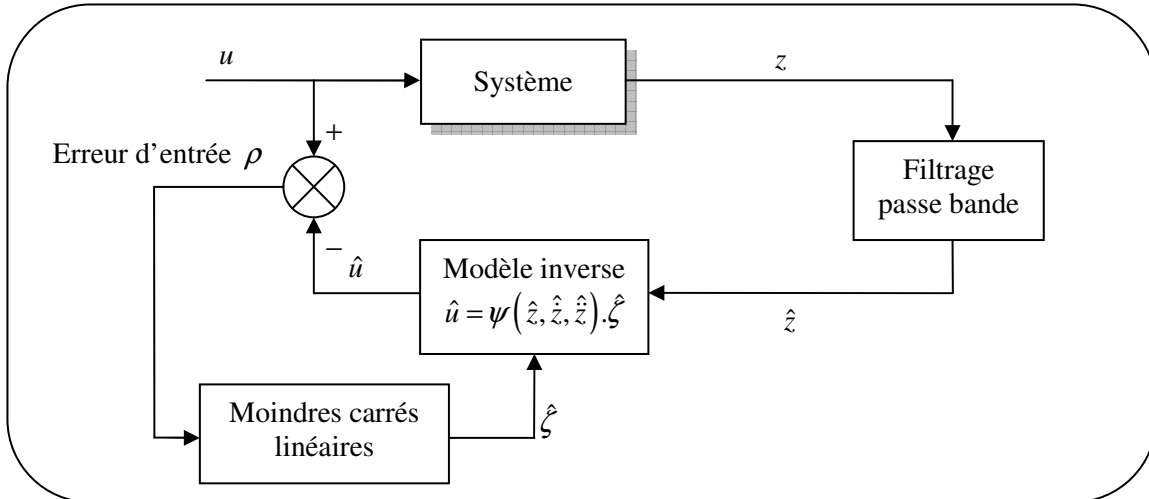
Il est alors possible d'estimer ces paramètres par une méthode de moindres carrés linéaires (figure II.1), en poursuite de mouvements excitants [Gau01][KhaW02]. L'estimation  $\hat{\zeta}$  du vecteur des paramètres inconnus  $\zeta$ , est obtenu par minimisation d'un critère quadratique  $J(\rho)$  tel que :

$$J(\rho) = \sum_{i=1}^{n_{\text{ech}}} \rho_i^2 = \sum_{i=1}^{n_{\text{ech}}} (u_i - \hat{u}_i)^2 \quad (\text{II.3})$$

$$\hat{\zeta} = \underset{\zeta}{\text{Arg min}} J(\rho) \quad (\text{II.4})$$

Les avantages de cette démarche sont multiples [Gau02]:





**Figure II.1.** Méthode d'identification par modèle inverse et moindres carrés d'erreur d'entrée.

- Le calcul de l'équation de prédiction  $\hat{u}$  est donnée par le modèle dynamique inverse, qui est obtenu naturellement à partir des équations de la physique (Lagrange ou Newton Euler pour la mécanique, Ohm généralisé pour les machines électriques,...), sous une forme algébrique par rapport à l'état et de sa dérivée.

- Ce modèle est plus facile et plus immédiat à calculer que le modèle d'état direct.
- Il ne nécessite pas d'intégration d'équations différentielles.
- Le problème des conditions initiales sur l'état et les paramètres n'existe pas.

La contrepartie réside dans l'estimation de l'état et de sa dérivée, nécessaires au calcul du régresseur. Les dérivées sont calculées par filtrage passe-bande, avec une bande passante résultant d'un compromis entre le respect de la dynamique du système et le rapport signal sur bruit des dérivées. Un deuxième filtre (Chebyshev réalisé sous Matlab) permet de diminuer les perturbations dans la matrice d'observation et le vecteur des mesures de façon à réduire fortement le biais éventuel.

## II.2.2. Moindres carrés d'erreur d'entrée avec modèle inverse

Le principe de l'identification [Pha02] consiste à échantillonner le modèle dynamique inverse d'un système, le long de mouvements excitants, à différents instants  $t_i$  ( $i=1, \dots, n_{ech}$ ), de façon à obtenir un système linéaire surdéterminé de  $n_{ech} N_e$  équations à  $N_s$  inconnues, où  $N_e$  est le nombre d'équations du système, c'est-à-dire la dimension du vecteur  $u$ . Le système peut être partitionné de la manière suivante :

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_{N_e} \end{pmatrix} = \psi \cdot \zeta = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{N_e} \end{pmatrix} \cdot \zeta \quad (\text{II.5})$$

où  $\zeta$  est le vecteur de paramètres standard, et  $\psi$  est une matrice ( $N_e \times N_s$ ) appelée régresseur du modèle.

Après échantillonnage, la concaténation des différentes mesures conduit à l'équation :

$$U = \Psi(\hat{z}, \hat{z}, \hat{z})\zeta + \rho \quad (\text{II.6})$$

avec :

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_{N_e} \end{pmatrix} \text{ (vecteur de mesures)} \quad (\text{II.7})$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_{N_e} \end{pmatrix} \text{ (matrice d'observation)} \quad (\text{II.8})$$

où :

-  $U_j$  est un vecteur de dimension ( $n_{ech} \times 1$ ) correspondant à l'échantillonnage du vecteur  $u_j$  du modèle,

$$U_j = \begin{pmatrix} u_j(1) \\ \vdots \\ u_j(n_{ech}) \end{pmatrix} \quad (\text{II.9})$$

-  $\Psi_j$  est une matrice de dimension ( $n_{ech} \times N_s$ ) correspondant à l'échantillonnage du régresseur  $\psi_j$  du modèle,

$$\Psi_j = \begin{pmatrix} \psi_j(1) \\ \vdots \\ \psi_j(n_{ech}) \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

-  $\rho$  est le vecteur des résidus dus aux bruits de mesure et aux erreurs de modèle.

A partir de l'équation (II.6), il est possible d'obtenir une estimation au sens des moindres carrés, notée  $\hat{\zeta}$ , du vecteur inconnu  $\zeta$  :

$$\hat{\zeta} = \underset{\zeta}{\text{Arg min}} \|\rho\|^2 = \Psi^+ U \quad (\text{II.11})$$

où  $\Psi^+$  est la matrice pseudo-inverse de  $\Psi$  :

$$\Psi^+ = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \quad (\text{II.12})$$

L'unicité de la solution (II.11) dépend du rang de la matrice d'observation. Une perte de rang structurelle de  $\Psi$  peut apparaître lorsque le modèle d'identification a été paramétré de façon surabondante. Ce problème d'identifiabilité est résolu en utilisant les paramètres de base qui fournissent une représentation minimale du modèle [Gau90a] [Gau90b].

$$u_m = \begin{pmatrix} u_{m_1} \\ \vdots \\ u_{m_{N_e}} \end{pmatrix} = \Psi_m \zeta_m = \begin{pmatrix} \psi_{m_1} \\ \vdots \\ \psi_{m_{N_e}} \end{pmatrix} \zeta_m \quad (\text{II.13})$$

L'échantillonnage du modèle minimal (II.13) permet d'obtenir un système linéaire surdéterminé de plein rang structurel :

$$U_m = \Psi_m (\hat{z}, \hat{z}, \hat{z}) \zeta_m + \rho_m \quad (\text{II.14})$$

où  $\Psi_m$  est la matrice d'observation ( $n_{ech} \cdot N_e \times N_m$ ) de plein rang structurel, où  $N_m$  est le nombre de paramètres minimaux inconnus. On estime les paramètres comme la solution des moindres carrés ordinaires de (II.14) :

$$\hat{\zeta}_m = \underset{\zeta_m}{\text{Arg min}} \|\rho_m\|^2 = \Psi_m^+ U_m \quad (\text{II.15})$$

On utilise des résultats classiques de statistique établis en supposant que  $\Psi$  est déterministe et que  $\rho$  est un bruit additif indépendant à moyenne nulle, de matrice de variance-covariance :

$$C_{\rho\rho} = E(\rho\rho^T) = \sigma_\rho^2 I_{N_e} \quad (\text{II.16})$$

où  $I_{N_e}$  est la matrice identité ( $N_e \times N_e$ ) et  $E$  désigne l'espérance mathématique [Viv04].

La matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation des paramètres est donnée par :

$$C_{\hat{\zeta}\hat{\zeta}} = E\left[(\zeta - \hat{\zeta})(\zeta - \hat{\zeta})^T\right] = \sigma_\rho^2 (\Psi^T \Psi)^{-1} \quad (\text{II.17})$$

La variance de l'erreur de prédiction du modèle, également appelée résidu, est estimée a posteriori par la relation :

$$\hat{\sigma}_\rho^2 = \frac{\|U - \Psi \hat{\zeta}\|^2}{N_e - N_s} \quad (\text{II.18})$$

$\sigma_{\xi_j}^2 = C_{\xi_{jj}}$  est le  $j^{\text{ème}}$  coefficient de la diagonale de  $C_{\xi\xi}$ . L'écart-type relatif  $\% \sigma_{\xi_{N_e j}}$  est défini par la relation :

$$\% \sigma_{\xi_{N_e j}} = 100 \frac{\sigma_{\xi_j}}{\xi_j} \quad (\text{II.19})$$

Les mesures expérimentales ou les estimations de l'état sont bruitées. Il en résulte que les matrices  $\Psi$  et  $U$  sont perturbées et que l'estimation au sens des moindres carrés peut présenter un biais si ces matrices aléatoires ne sont pas indépendantes. Une stratégie, qui vise à minimiser l'effet des perturbations est mise en œuvre :

- D'une part, le filtrage des données pour calculer un système équivalent à (II.14), mais peu perturbé,

$$U_f = \Psi(\hat{z}_f, \hat{\dot{z}}_f, \hat{\ddot{z}}_f) \zeta + \rho \quad (\text{II.20})$$

- D'autre part, l'identification en boucle fermée, pour suivre un mouvement riche en informations et qui excite au mieux les paramètres dynamiques.

### II.2.3. Filtrage des mesures de l'observation et estimation des dérivées

L'objectif est d'obtenir  $\hat{z}$  et  $\hat{\dot{z}}$  à partir de la seule mesure de  $z$  aux instants d'échantillonnage. Les estimations sont obtenues par filtrage hors ligne de la position  $(\hat{\theta}, \hat{\dot{\theta}}, \hat{\ddot{\theta}})$  ou des courants  $(\hat{i}, \hat{di}/dt)$  à travers un filtre dérivateur à bande passante limitée constituant un filtre passe-bande. Ce filtre est obtenu par le produit d'un filtre dérivateur et d'un filtre passe-bas non causal à phase nulle du type Butterworth aller-retour. Le filtre est implanté sous forme discrète hors ligne (fonction '*filtfilt*' et '*butter*' de Matlab), avec une période d'échantillonnage  $T_e$ , et sans distorsion de phase grâce à une dérivation numérique par différence centrée.

$$\hat{\dot{z}}_n = \frac{\hat{z}_{n+1} - \hat{z}_{n-1}}{2.T_e} \quad (\text{II.21})$$

Il faut prendre en compte le fait que les capteurs de position sont généralement des codeurs incrémentaux ou des résolveurs qui fournissent une mesure discrète et quantifiée de la position articulaire  $\theta$ . La fréquence d'échantillonnage  $f_e$  des mesures doit donc recouvrir le spectre du bruit pour éviter son repliement.

Les courants et donc les couples moteurs sont en général perturbés par des bruits hautes fréquences dus aux défauts de la chaîne d'actionnement. C'est pourquoi, le vecteur de mesures et

chaque colonne de la matrice d'observation  $\Psi$  sont filtrés par le même filtre passe-bas de pulsation de coupure  $\omega_p$ , de façon à obtenir un nouveau système linéaire filtré (fonction 'decimate' de Matlab). Cette opération, appelée filtrage parallèle, possède la propriété de ne pas affecter la solution des moindres carrés car la distorsion introduite est la même dans chaque membre du système linéaire. Il faut toutefois conserver l'information sur la dynamique du système en choisissant la pulsation de coupure  $\omega_p$  autour de cinq fois la bande passante  $\omega_{dyn}$  de la boucle fermée. Les aspects pratiques de la mise en œuvre de l'estimation de la dérivée et du filtrage des données sont détaillés dans [Pha01].

## II.3. Principe d'identification par algorithme de Marquardt et erreur de sortie

### II.3.1. Introduction

La méthode du modèle [Ric71][Wal97] repose sur la définition d'un modèle mathématique, fonction d'un certain nombre de paramètres auxquels on peut attribuer une signification plus ou moins physique, que l'on compare au système réel (objet).

Le principe de la méthode du modèle est rappelé par le synoptique suivant (figure II.2), où  $u$  est le vecteur d'entrée du système,  $z$  le vecteur de sortie égal au vecteur d'état  $x$ ,  $\hat{\xi}$  est le vecteur de paramètres estimés par un algorithme de Programmation Non Linéaire (PNL), et  $\varepsilon$  est le vecteur d'erreur de sortie entre la mesure  $z$  et l'estimée  $\hat{z}$  du modèle :

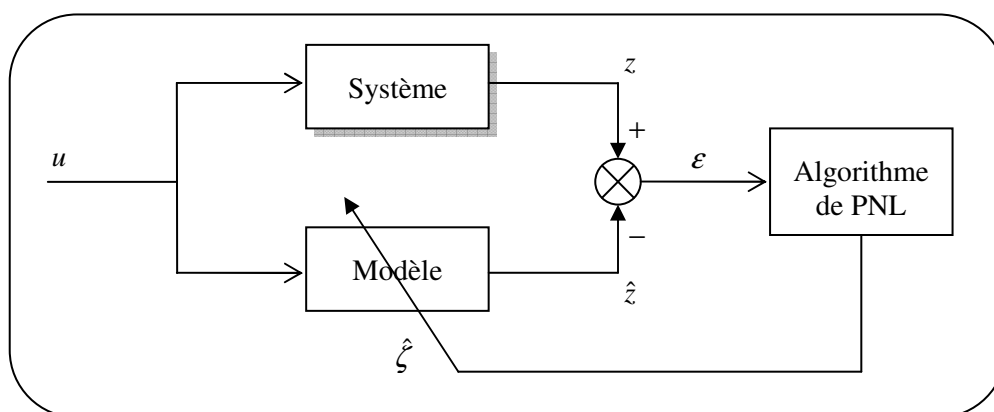


Figure II.2. Principe de la méthode du modèle.

La valeur optimale de  $\hat{\xi}$ , ( $\hat{\xi}_{opt}$ ), est obtenue itérativement grâce à des techniques de programmation non linéaire, telles que :

- l'algorithme du gradient,
- l'algorithme de Gauss-Newton,
- ou l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

qui minimisent le critère quadratique suivant  $J$  :

$$J = \sum_{i=1}^{n_{ech}} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n_{ech}} \left( z_i - \hat{z}(u_i, \hat{\zeta}) \right)^2 \quad (\text{II.22})$$

Ces techniques n'émettent au départ aucune hypothèse restrictive sur la structure du modèle et elles se positionnent dans un contexte déterministe contrairement au Filtre de Kalman qui évolue dans un contexte stochastique bien précis. Elles présentent un certain nombre d'avantages :

- le modèle peut être linéaire ou non linéaire,
- aucune hypothèse n'est formulée concernant la nature des bruits,
- il s'agit de méthodes à erreur de sortie, donc non biaisées en présence de bruits de mesure en boucle ouverte,
- et, il n'y a pas de calcul des dérivés de l'état, et donc le filtrage n'est pas nécessaire.

Par contre, la recherche de l'optimum s'effectue par des méthodes analytiques qui sont :

- itératives,
- consommatrices en temps de calcul,
- et, nécessitent la connaissance des dérivées premières ou secondes par rapport aux paramètres du critère à minimiser.

## II.3.2. Algorithmes de PNL

### II.3.2.1. Algorithme du gradient

La méthode du gradient ou méthode « de la plus grande pente » est une technique qui consiste à se déplacer selon la ligne de la plus grande pente, c'est-à-dire dans la direction opposée au gradient.

$$\hat{\zeta}_{k+1} = \hat{\zeta}_k - \lambda \left( J'_{\hat{\zeta}} \right) \Big|_{\hat{\zeta}_k} \quad (\text{II.23})$$

où  $\lambda$  est un coefficient positif qui règle la vitesse de convergence de l'algorithme et où  $\left( J'_{\hat{\zeta}} \right)$  représente le gradient :

$$\left( J'_{\hat{\zeta}} \right) \Big|_{\hat{\zeta}_k} = \frac{\partial J(\hat{\zeta}_k)}{\partial \hat{\zeta}} = -2 \sum_{i=1}^{n_{ech}} \varepsilon_i \cdot \sigma_{i, \hat{\zeta}_k} \quad (\text{II.24})$$

où  $\sigma_{i,\hat{\zeta}_i} = \frac{\partial \hat{z}_i}{\partial \hat{\zeta}_i}$  est le vecteur des fonctions de sensibilité calculées par rapport à la sortie sur tout l'horizon d'observation.

L'algorithme du gradient présente la particularité de garantir la convergence paramétrique pour les faibles valeurs de  $\lambda$ , mais cette convergence est alors lente au voisinage de l'optimum.

### II.3.2.2. Algorithme de Gauss-Newton

La méthode de Gauss Newton peut être interprétée comme la technique consistant à remplacer le coefficient  $\lambda$  de la méthode du gradient par l'inverse du hessien, c'est-à-dire la dérivée seconde du critère quadratique  $J$  par rapport au vecteur paramètre  $\hat{\zeta}$ .

$$\hat{\zeta}_{k+1} = \hat{\zeta}_k - \left( J''_{\hat{\zeta}\hat{\zeta}} \right)^{-1} \Big|_{\hat{\zeta}_i} \left( J'_{\hat{\zeta}} \right) \Big|_{\hat{\zeta}_i} \quad (\text{II.25})$$

où

$$\left( J''_{\hat{\zeta}\hat{\zeta}} \right) \Big|_{\hat{\zeta}_i} = \frac{\partial^2 J(\hat{\zeta}_i)}{\partial \hat{\zeta}^2} \approx 2 \sum_{i=1}^{n_{ech}} \sigma_{i,\hat{\zeta}_i} \sigma_{i,\hat{\zeta}_i}^T \quad (\text{II.26})$$

Le calcul du hessien est effectué dans le cadre de l'approximation de Gauss Newton. Celle-ci consiste à négliger le terme  $-2 \sum_{i=1}^{n_{ech}} \varepsilon_i \frac{\partial^2 \hat{z}_i}{\partial \hat{\zeta}^2}$ . Cette approximation permet d'obtenir un pseudo-hessien défini positif.

Dans le cas où le critère est une fonction parabolique, l'algorithme de Newton converge en une seule itération vers l'optimum. Pour les systèmes non linéaires par rapport aux paramètres, l'approximation parabolique n'est vraie qu'au voisinage de l'optimum. L'algorithme de Newton est donc très sensible à son initialisation et présente des risques élevés de divergence.

### II.3.2.3. Algorithme de Marquardt

L'algorithme de Marquardt [Mar63] est un algorithme d'optimisation qui allie la robustesse du gradient loin de l'optimum à la rapidité de convergence de la méthode de Gauss Newton à son voisinage.

$$\hat{\zeta}_{i+1} = \hat{\zeta}_i - \left\{ \left[ J''_{\hat{\zeta}\hat{\zeta}} + \lambda.I \right]^{-1} J'_{\hat{\zeta}} \right\} \Big|_{\hat{\zeta}_i} \quad (\text{II.27})$$

où  $I$  est la matrice identité et  $\lambda$  un coefficient qui permet d'adapter la direction de recherche à chaque itération :

- si  $\lambda \rightarrow 0$ , on retrouve l'algorithme de Gauss-Newton.
- si  $\lambda \rightarrow \infty$ , on retrouve l'algorithme du Gradient.

### II.3.2.4. Calcul des fonctions de sensibilité

Les fonctions (ou coefficients) de sensibilité [Ric71][Tri96] sont des fonctions qui traduisent l'effet d'une variation d'un paramètre sur la sortie du système. Elles interviennent dans le calcul de la dérivée première (gradient) et seconde (hessien) du critère par rapport aux paramètres. De ce fait, elles constituent le point névralgique de la procédure d'identification basée sur la résolution du problème d'optimisation par des techniques de programmation non linéaire. En effet, elles dépendent directement de l'entrée, c'est-à-dire du protocole d'essai et sont donc les indicateurs essentiels du conditionnement de l'identification.

La méthode de calcul des fonctions de sensibilité est fondamentale. Ce calcul peut être effectué soit par approximation numérique, soit de manière analytique à partir de l'expression mathématique du modèle de sortie du système.

Rappelons pour mémoire la définition de la dérivée d'un modèle de sortie  $z$  par rapport à un paramètre donné  $\zeta_i$  :

$$\frac{\partial z}{\partial \zeta_i} = \lim_{\Delta \zeta_i \rightarrow 0} \left\{ \frac{z(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i + \Delta \zeta_i, \dots, \zeta_n) - z(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n)}{\Delta \zeta_i} \right\} \quad (\text{II.28})$$

En pratique, cette expression est approximée par :

$$\frac{\partial z}{\partial \zeta_i} \approx \frac{z(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i + \Delta \zeta_i, \dots, \zeta_n) - z(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_i, \dots, \zeta_n)}{\Delta \zeta_i} \quad (\text{II.29})$$

où  $\Delta \zeta_i$  est un incrément suffisamment faible et adapté au cas de chaque paramètre (et où  $(\zeta_i, \zeta_i + \Delta \zeta_i)$  est maintenu constant sur l'horizon de simulation).

Cette méthode de calcul des fonctions de sensibilité repose donc essentiellement sur la simulation du modèle de sortie. Cependant elle présente deux inconvénients majeurs :

- elle est consommatrice en temps de calcul, excluant pour cette raison toute approche temps réel de la procédure d'estimation,



- et elle introduit une erreur systématique sur le calcul du gradient et de manière plus importante encore sur le calcul du hessien.

Devant ces défauts rédhibitoires et les observations amont, l'alternative consiste à résoudre un système différentiel de sensibilité défini par rapport aux paramètres physiques et déduit de la représentation différentielle du système.

Considérons donc le cas général d'un système différentiel non linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x, \zeta, u) \\ z = f(x, \zeta, u) \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \dim(x) = N \\ \dim(\zeta) = N_s \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Le système non linéaire est choisi mono-entrée / mono-sortie pour simplifier l'écriture des équations, mais il n'y a aucune hypothèse restrictive sur les dimensions respectives de  $u$  et  $z$ . Par contre, le système doit être identifiable [Wal97].

D'après la formulation précédente, il convient de définir deux sortes de fonctions de sensibilité :

-  $\sigma_{z,\zeta} = \frac{\partial z}{\partial \zeta}$  : le  $[N_s]$  vecteur des fonctions de sensibilité calculées par rapport à la sortie et

utilisé dans les algorithmes de programmation non linéaire.

-  $\sigma_{x,\zeta} = \frac{\partial x}{\partial \zeta}$  : la  $[N \times N_s]$  matrice des fonctions de sensibilité calculées par rapport à l'état, telle

que :

$$\sigma_{x,\zeta} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,\zeta_1} & \cdots & \sigma_{x,\zeta_i} & \cdots & \sigma_{x,\zeta_{N_s}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

Pour chaque paramètre  $\zeta_i$ , il est nécessaire de déterminer  $\sigma_{x,\zeta_i}$  à partir de l'équation d'état  $\dot{x} = g(x, \zeta, u)$ , par intégration du système différentiel suivant :

$$\frac{\partial \dot{x}}{\partial \zeta_i} = \dot{\sigma}_{x,\zeta_i} = \frac{\partial g(x, \zeta, u)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta_i} + \frac{\partial g(x, \zeta, u)}{\partial \zeta_i} \quad (\text{II.32})$$

Ainsi,  $\sigma_{x,\zeta_i}$  est solution du système différentiel non linéaire :

$$\dot{\sigma}_{x,\zeta_i} = \frac{\partial g(x, \zeta, u)}{\partial x} \sigma_{x,\zeta_i} + \frac{\partial g(x, \zeta, u)}{\partial \zeta_i} \quad (\text{II.33})$$

On détermine également  $\sigma_{z,\zeta_i}$  grâce à la relation (II.31), telle que :

$$\sigma_{z,\zeta_i} = \frac{\partial z}{\partial \zeta_i} = \left( \frac{\partial f(x, \zeta, u)}{\partial x} \right) \sigma_{x,\zeta_i} + \frac{\partial f(x, \zeta, u)}{\partial \zeta_i} \quad (\text{II.34})$$

Le raisonnement précédent se particularise à une sous classe importante de systèmes constituée par les systèmes linéaires dans l'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\zeta)x + B(\zeta)u \\ z = C(\zeta)x + D(\zeta)u \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

On obtient alors :

$$\dot{\sigma}_{x,\zeta_i} = A(\zeta)\sigma_{x,\zeta_i} + \left[ \frac{\partial A(\zeta)}{\partial \zeta_i} \right] x + \frac{\partial B(\zeta)}{\partial \zeta_i} u \quad (\text{II.36})$$

$$\sigma_{z,\zeta_i} = C(\zeta)\sigma_{x,\zeta_i} + \left[ \frac{\partial C(\zeta)}{\partial \zeta_i} \right] x + \frac{\partial D(\zeta)}{\partial \zeta_i} u \quad (\text{II.37})$$

Remarque :

Les expressions  $\frac{\partial g}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial x}$  correspondent respectivement à la linéarisation du modèle d'état non linéaire d'une part et de l'équation d'observation d'autre part.

$$\frac{\partial g}{\partial x} \equiv A(\zeta) \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial x} \equiv C(\zeta) \quad (\text{II.38})$$

## II.4. Identification expérimentale des paramètres électriques de la MSAP – Prise en compte d'un angle de calage initial

### II.4.1. Acquisitions des données et trajectoires des consignes de courant

Le modèle dynamique inverse de Park de la MSAP, précédemment défini en I.3.1, en vue de l'identification des paramètres électriques, s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d & \frac{di_d}{dt} & -\omega i_q & 0 \\ i_q & \omega i_d & \frac{di_q}{dt} & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \\ L_d \\ L_q \\ \varphi_f \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

L'identification par moindres carrés permet d'estimer le vecteur de paramètres  $\zeta = [R_s \quad L_d \quad L_q \quad \varphi_f]^T$ . Dans le cadre de cette étude, le moteur utilisé est à pôles lisses. Les

inductances  $L_d$  et  $L_q$  sont égales et sont remplacées par l'inductance  $L = L_d = L_q$ . Les paramètres à identifier ne sont donc pas minimaux dans le système (II.39), ce qui entraîne une perte de rang du régresseur  $\Psi$  et peut conduire à des valeurs estimées de paramètres aberrantes (par ex : inductance négative). Afin de palier ce problème, le système est simplifié et s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d & \frac{di_d}{dt} - \omega i_q & 0 \\ i_q & \frac{di_q}{dt} + \omega i_d & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \\ L \\ \varphi_f \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

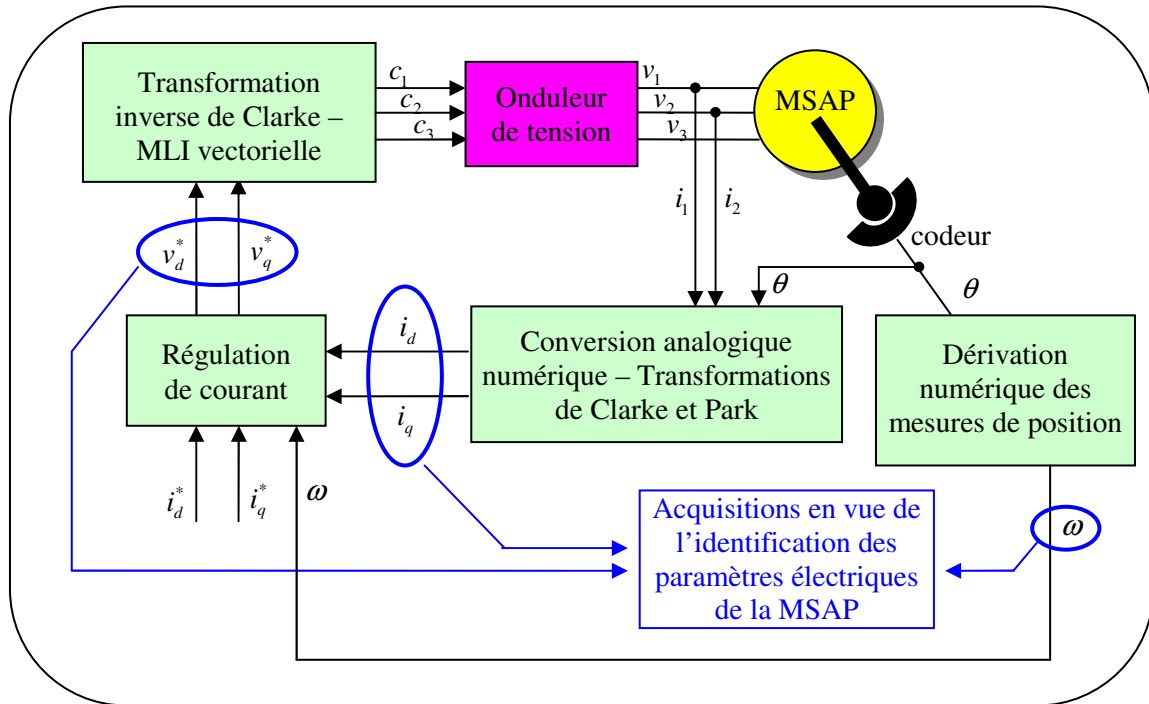
où :

- $\zeta = [R_s \quad L \quad \varphi_f]^T$  est le nouveau vecteur de paramètres à identifier,
- $[v_d, v_q]^T$  est le vecteur des tensions statoriques d'axe  $d$  et  $q$ . Le banc prototype réalisé ne comportant pas de capteurs de tension, ce vecteur est remplacé par les consignes de tension calculées lors de la régulation des courants, et est noté par la suite  $[v_d^*, v_q^*]^T$ . L'onduleur est supposé parfait, tel que les consignes  $[v_d^*, v_q^*]^T$  de tension désirées sont égales aux tensions  $[v_d, v_q]^T$  aux bornes de la MSAP.
- $i_d$  et  $i_q$  sont les courants statoriques d'axe  $d$  et  $q$ . Ces données sont calculées après transformation de Clarke et Park des mesures des courants de phase  $i_1$  et  $i_2$ ,
- enfin,  $\omega$  est la vitesse électrique calculée par dérivation numérique des mesures de position provenant du codeur incrémental.

Les mesures des consignes de tension  $(v_d^*, v_q^*)$ , des courants statoriques  $(i_d, i_q)$  et de la vitesse électrique  $\omega$  sont échantillonnées à la période  $T_e = 100 \mu s$ , correspondant à la période de régulation de la boucle interne de courant (figure II.3).

L'identification des paramètres électriques est réalisée selon des trajectoires de consigne de courant  $(i_d^*, i_q^*)$  :

- en créneau à amplitude et fréquence variable, afin de reproduire de la manière la plus proche les consignes de courant obtenues lors du fonctionnement de l'interface,
- et à amplitude variable afin d'obtenir une bonne identification des coefficients de frottements.



**Figure II.3.** Acquisitions des données permettant l'identification des paramètres électriques de la MSAP.

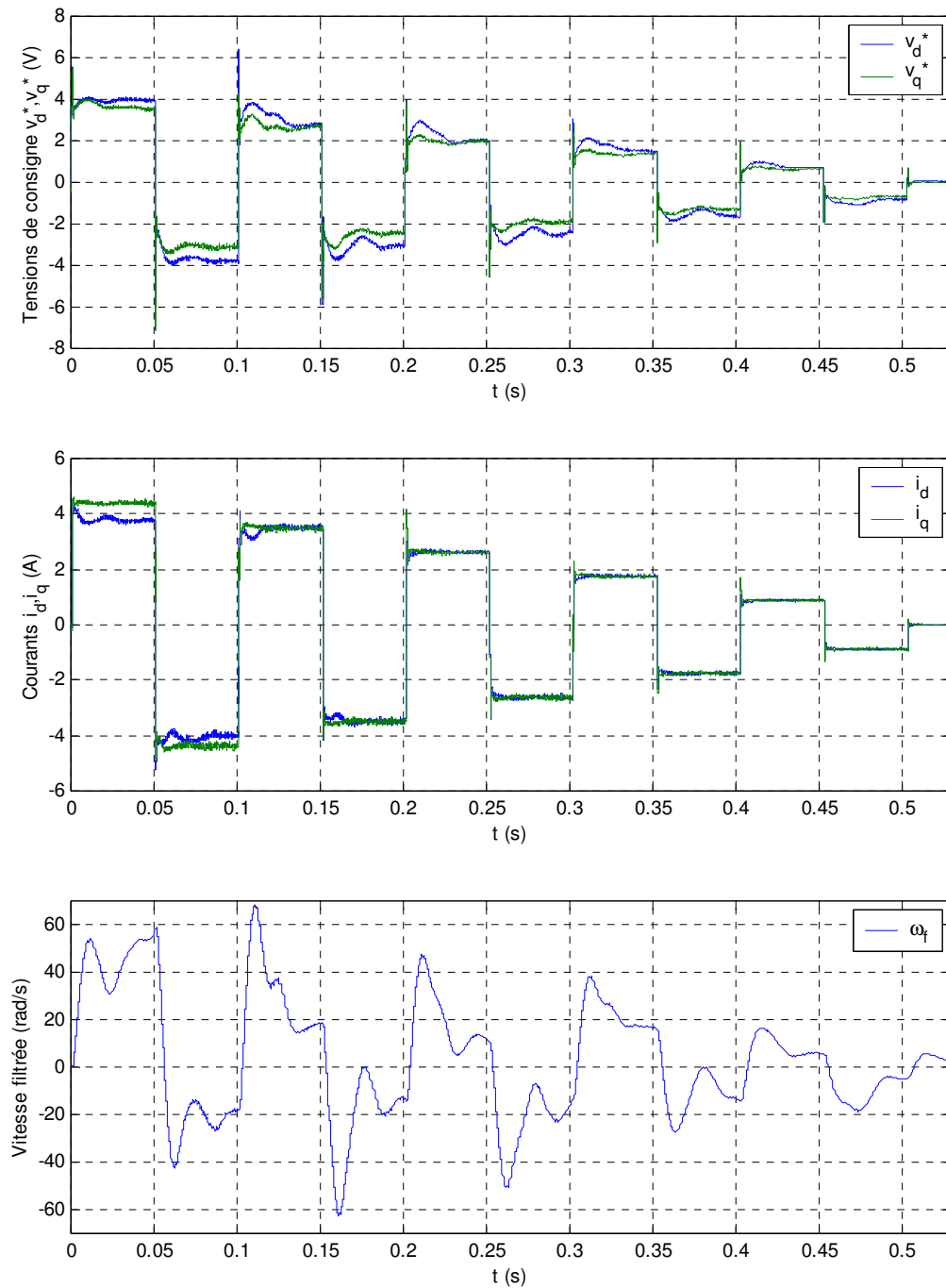
Finalement, la validation des résultats d'identification des paramètres électriques de la MSAP, obtenus par moindres carrés ou algorithme de Marquardt, est réalisée en comparaison avec les données constructeur de la MSAP, présentées dans le tableau II.1 ci-dessous :

**Tableau II.1.** Valeurs nominales des paramètres électriques à identifier – Données constructeur.

Paramètres	Valeurs nominales
$R_s$ ( $\Omega$ )	0.65
$L$ (mH)	0.34
$\varphi_f$ (Wb)	0.025

## II.4.2. Identification des paramètres électriques par moindres carrés et modèle inverse

La figure II.4 montre les tensions de consigne ( $v_d^*, v_q^*$ ) qui sont appliquées à la MSAP par l'intermédiaire de l'onduleur de tension, les courants ( $i_d, i_q$ ) aux bornes de la MSAP ainsi que la vitesse électrique  $\omega$  calculée à partir des mesures de position du codeur incrémental. La figure II.5 montre les erreurs d'estimation entre les tensions de consigne mesurées et les tensions estimées après identification des paramètres électriques de la MSAP.

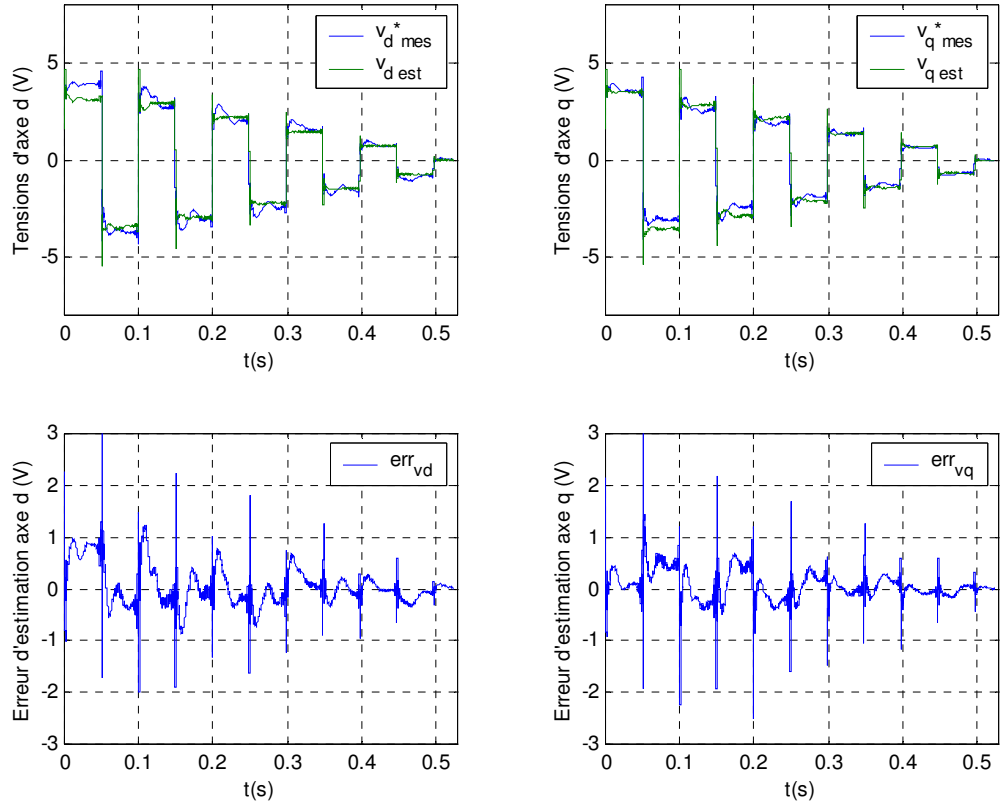


**Figure II.4.** Tensions  $(v_d^*, v_q^*)$ , courants  $(i_d, i_q)$  et vitesse électrique  $\omega$ .

Le tableau II.2 présente les paramètres nominaux comparés aux paramètres estimés ainsi que l'écart-type correspondant à chaque paramètre estimé.

**Tableau II.2.** Paramètres électriques estimés par moindres carrés et modèle inverse – écart-type relatif.

	Valeurs optimales	Valeurs estimées	Ecart-type relatif (%)
$R_s$ ( $\Omega$ )	0.65	0.851	0.475
$L$ (mH)	0.34	0.333	3.12
$\varphi_f$ (Wb)	0.025	-0.00529	2.62



**Figure II.5.** Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe  $d$  et  $q$ .

Le flux permanent obtenu est négatif. De plus, l'erreur d'estimation obtenue sur l'axe  $d$  est importante et supérieure à 10% de la tension mesurée. Les figures II.4 et II.5 montrent que cette erreur est proportionnelle à la vitesse du moteur. Cela est dû à une erreur de modélisation qui engendre un biais sur les paramètres estimés. Cette erreur provient d'un mauvais calage du moteur qui entraîne l'apparition d'un terme supplémentaire sur l'axe  $d$ , fonction de la vitesse et du flux qui, une fois introduit dans un nouveau modèle, permettra une meilleure identification du système électrique.

### II.4.3. Identification par algorithme de Marquardt et erreur de sortie

Le modèle dynamique inverse de Park de la MSAP, précédemment défini, s'exprime sous forme de système d'état selon :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q - \omega \phi_f \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

L'application de l'algorithme de Levenberg-Marquardt à erreur de sortie pour l'identification des paramètres électriques du modèle de Park de la machine synchrone consiste à minimiser le critère quadratique multivariable suivant :

$$J = \sum_{i=1}^{n_{ech}} (i_{d,i} - \hat{i}_{d,i})^2 + \sum_{i=1}^{n_{ech}} (i_{q,i} - \hat{i}_{q,i})^2 \quad (\text{II.42})$$

où  $(i_{d,i}, i_{q,i})$  et  $(\hat{i}_{d,i}, \hat{i}_{q,i})$  sont respectivement les courants d'axe  $d$  et  $q$  mesurés et estimés après identification.

L'intérêt du critère multivariable est qu'il fournit à l'estimateur une information plus riche que dans le cas d'un critère basé sur la minimisation d'une seule grandeur de sortie. La minimisation de ce critère est réalisée par une technique de programmation non-linéaire de type Marquardt.

Le calcul des fonctions de sensibilité se déduit directement de la représentation d'état de la machine synchrone (II.41) et la résolution du système différentiel ainsi obtenu s'effectue par la méthode de l'exponentielle de matrice (cf. Annexe B), et après linéarisation des signaux d'entrée entre deux échantillons consécutifs. Ainsi, on procède à l'estimation itérative du vecteur paramètres  $\zeta = [R_s \quad L_d \quad L_q \quad \varphi_f]$ . Il faut noter que contrairement aux moindres carrés, il est possible dans ce cas d'identifier les inductances  $L_d$  et  $L_q$  séparément sans se soucier d'une éventuelle sur-paramétrisation du système à identifier.

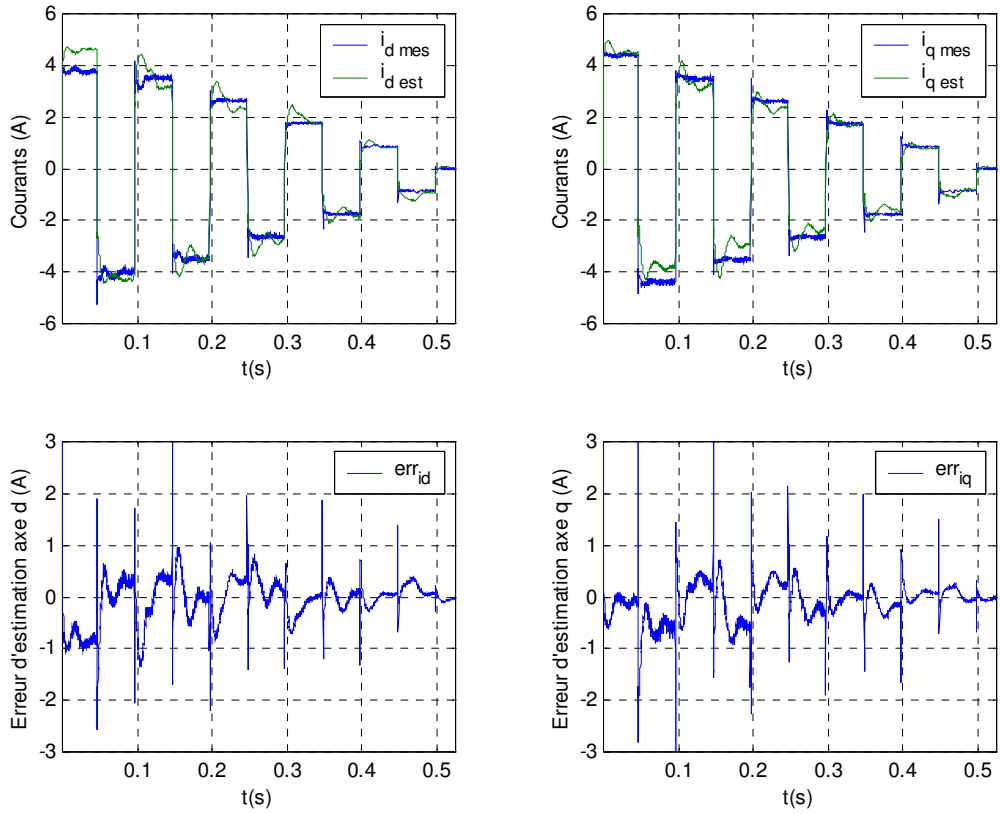
L'initialisation de cette technique repose uniquement sur celle du vecteur paramètre initial  $\zeta_0$  et du coefficient d'ajustement  $\lambda$ . Un inconvénient de cette technique est que des risques de divergence de l'algorithme peuvent survenir si  $\zeta_0$  est trop éloigné de l'optimum.

Le système est échantillonné avec une période d'échantillonnage  $T_e = 100 \mu s$ . Les trajectoires de consigne sont celles précédemment définies pour les moindres carrés. L'initialisation des paramètres à estimer a été prise égale à 50% des paramètres constructeur.

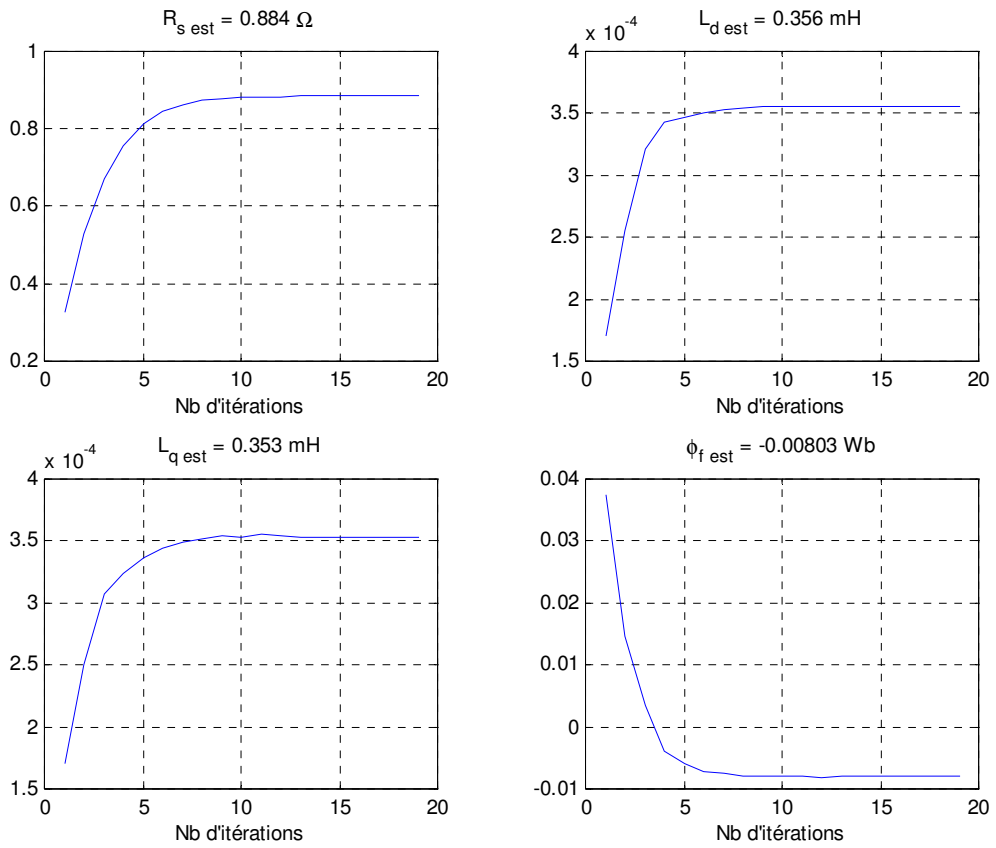
Le tableau II.3 présente les paramètres nominaux comparés aux paramètres estimés par algorithme de Marquardt ainsi que les écart-types respectifs.

**Tableau II.3.** Paramètres électriques estimés par algorithme de Marquardt et erreur de sortie.

	Valeurs optimales	Valeurs estimées	Ecart-type relatif (%)
$R_s$ ( $\Omega$ )	0.65	0.884	0.314
$L_d$ (mH)	0.34	0.356	3.44
$L_q$ (mH)	0.34	0.353	3.92
$\varphi_f$ (Wb)	0.025	-0.00817	16.5



**Figure II.6.** Identification par algorithme de Marquardt : Courants d'axe  $d$  et  $q$  - Erreurs d'estimation.



**Figure II.7.** Paramètres estimés à chaque itération.



La figure II.6 présente les courants d'axe  $d$  et  $q$  ainsi que les erreurs d'estimation respectives, et la figure II.7 les paramètres identifiés à chaque itération.

Les erreurs d'estimation sont assez importantes, souvent plus grandes que 10% de la valeur maximale de la tension à estimer, et proportionnelles à la vitesse de la MSAP. De même que pour les moindres carrés, l'identification n'est pas satisfaisante et montre la possibilité d'une erreur de modèle, ce qui confirme les résultats précédemment obtenus et la nécessité d'ajouter un angle de calage dans le modèle électrique du système.

#### II.4.4. Identification des paramètres électriques et de l'angle de calage

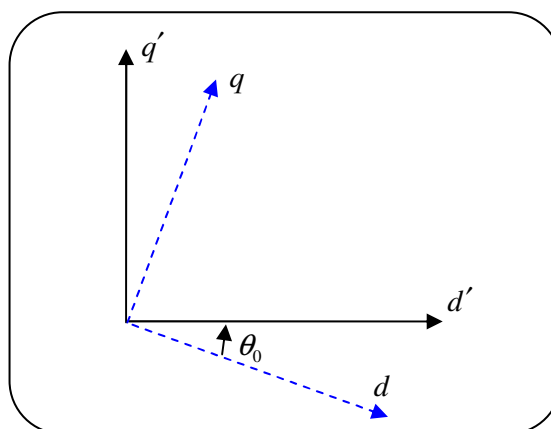
La section I.3.1.3 du chapitre I a montré l'importance de la connaissance de la position du rotor pour la modélisation de la machine. Les systèmes industriels actuels utilisent des codeurs afin de mesurer cette position. Cela implique plusieurs inconvénients dont principalement :

- les erreurs de quantification selon la résolution du codeur,
- et, les erreurs de calage moteur/codeur.

Le codeur utilisé est un codeur incrémental, de résolution 5000 pts/tr. En utilisant les fronts montants et descendants des signaux codeur, les erreurs de quantification sont de  $0.018^\circ$ , et donc supposées négligeables. Le montage mécanique du codeur sur l'arbre du moteur utilisé se fait sans connaissance de la position initiale de l'arbre du moteur, ce qui ne permet pas le réglage du 'zéro' codeur à la position 'zéro' de la machine, ce qui entraîne la présence d'un angle de calage  $\theta_0$ , constant et non nul tout au long des mesures de position (figure II.8) :

$$\theta_c = \theta + \theta_0 \quad (\text{II.43})$$

où  $\theta_c$  est l'angle électrique mesuré par le codeur et  $\theta$  l'angle électrique de l'arbre de la MSAP.



**Figure II.8.** Interface haptique à un degré de liberté – Angle de calage codeur/moteur électrique  $\theta_0$ .

#### II.4.4.1. Etat de l'art sur l'estimation de l'angle de calage

De nombreuses contributions permettent de déterminer la position initiale du rotor (par rapport au champ magnétique) à partir des mesures de courant [Mal06]. Principalement, deux méthodes se distinguent :

- la première consiste à estimer la force contre-électromotrice induite dans le moteur à l'aide d'un observateur [Dha91][Lim93],
- la seconde, à évaluer la valeur de l'inductance des phases électriques du moteur en envoyant des signaux spécifiques [Ost96][Sch97][Nog98], ou aucun signal [Kul92][Oga96].

A l'aide de ces méthodes, il suffirait alors d'attendre le signal 'zéro' du codeur incrémental, afin de connaître l'angle de calage moteur/codeur du système.

Des méthodes expérimentales permettent également la détermination de l'angle de calage. La principale consiste à alimenter une phase de la MSAP avec une tension continue et à court-circuiter les deux autres phases. La MSAP se cale alors sur une position fixe qui correspond au 'zéro' moteur. La position mesurée à partir du codeur correspond ainsi à l'angle de calage. Cette méthode a permis de mesurer un angle de calage codeur/moteur  $\theta_0 = 115^\circ$  sur le banc d'essai.

Par la suite, un modèle de Park intégrant l'angle de calage est développé, permettant ainsi l'estimation de cet angle, par la technique des moindres carrés, simultanément avec les paramètres électriques de la MSAP.

#### II.4.4.2. Modèle de Park intégrant l'erreur de calage codeur/moteur

Un nouveau modèle de Park tenant compte de l'erreur de calage [Jem97] doit être établi afin de permettre par la suite l'identification de cet angle et des différents paramètres du moteur. A cette fin, l'angle de calage  $\theta_0$  est directement introduit dans le modèle de Park précédent (II.39). Considérons donc le repère  $(d, q)$  de Park défini précédemment et un repère  $(d', q')$  solide du rotor mais décalé d'un angle  $\theta_0$  (figure II.9).

L'effet de cette erreur de calage sur les composantes de Park  $(x_{dq})$  peut être traduit par la relation suivante :

$$(x_{dq}) = [P(\theta_0)](x_{d'q'}) \quad (\text{II.44})$$

où  $[P(\theta_0)]$  est la rotation d'angle  $(\theta_0)$  et  $(x_{d',q'})$  sont les nouvelles composantes de Park dans le repère  $(d',q')$ .

En substituant les composantes de Park, à celles du nouveau repère dans le système d'équations (II.39), celui-ci devient :

$$\begin{bmatrix} v_{d'} \\ v_{q'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d'} & \frac{di_{d'}}{dt} & \left( \frac{di_{q'}}{dt} - \omega i_{d'} \right) & -\omega i_{q'} & \omega & 0 \\ i_{q'} & \omega i_{d'} & \left( \frac{di_{d'}}{dt} + \omega i_{q'} \right) & \frac{di_{q'}}{dt} & 0 & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \\ A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \\ E_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.45})$$

avec :

$$\begin{cases} A_1 = L_d \cos^2 \theta_0 + L_q \sin^2 \theta_0 \\ B_1 = (L_q - L_d) \sin \theta_0 \cos \theta_0 \\ C_1 = L_d \sin^2 \theta_0 + L_q \cos^2 \theta_0 \\ D_1 = \varphi_f \sin \theta_0 \\ E_1 = \varphi_f \cos \theta_0 \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

#### II.4.4.3. Identification simultanée des paramètres électriques et de l'angle de calage par moindres carrés et modèle inverse

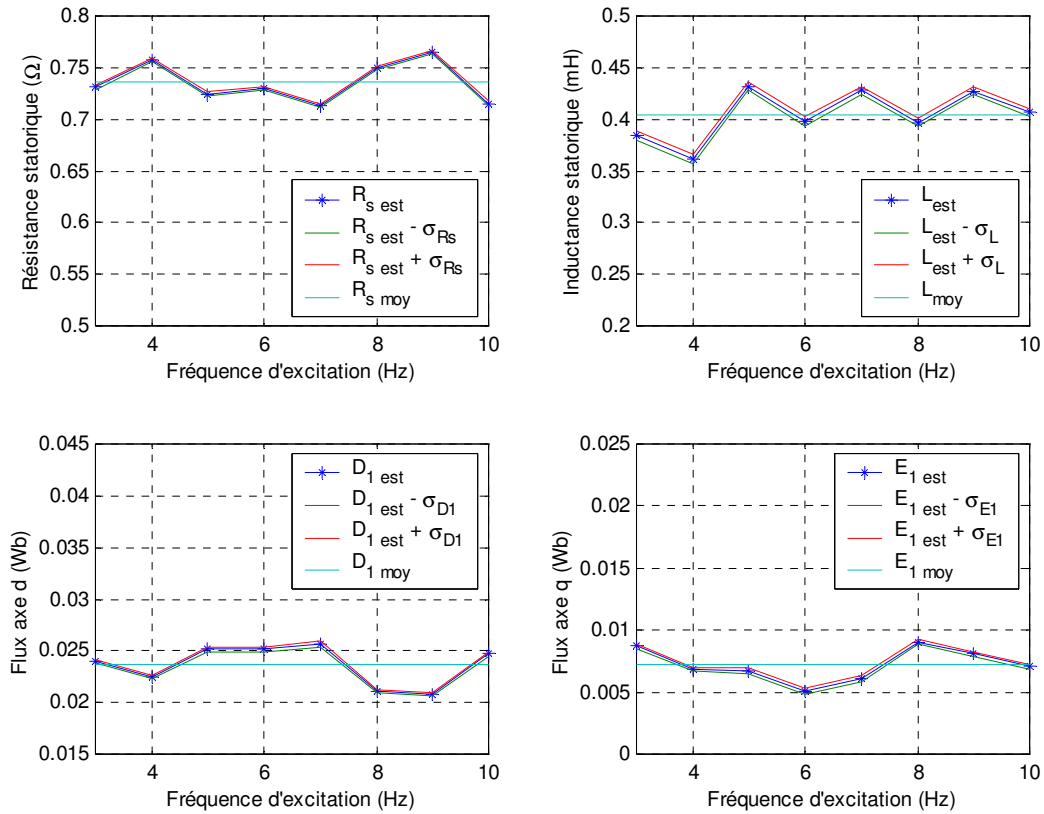
L'identification par moindres carrés permettra d'estimer le vecteur de paramètres  $\zeta = [R_s \ A_1 \ B_1 \ C_1 \ D_1 \ E_1]^T$ . Les paramètres électriques de la machine et l'erreur de calage initial du rotor seront alors déduits du système (II.46) tels que :

$$\begin{cases} \theta_0 = \text{Arc tan}(D_1 / E_1) \\ \varphi_f = D_1 / \sin \theta_0 \\ L_q = \frac{1}{2} \left( A_1 + C_1 + \frac{B_1}{\sin \theta_0 \cos \theta_0} \right) \\ L_d = A_1 + C_1 - L_q \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

Afin de passer au système minimal, et sachant que le moteur est à pôles lisses, les inductances sont de nouveau définies telles que  $L = L_d = L_q$ . Le système est simplifié et s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} v_{d'} \\ v_{q'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{d'} & (di_{d'}/dt - p_1 \Omega i_{q'}) & p_1 \Omega & 0 \\ i_{q'} & (p_1 \Omega i_{d'} + di_{q'}/dt) & 0 & p_1 \Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s \\ L \\ D_1 \\ E_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.48})$$

Les paramètres du nouveau système peuvent alors être identifiés. Les consignes de courant sont choisies afin d'exciter les axes  $d$  et  $q$  du système par des créneaux de fréquence allant de 3 à 10Hz. La figure II.9 présente les paramètres estimés en fonction de la fréquence d'excitation définie, ainsi que la bande de confiance correspondant à l'écart-type relatif à chaque paramètre.



**Figure II.9.** Paramètres estimés en fonction de la fréquence des créneaux de la trajectoire excitante et écart-type relatif.

Les paramètres estimés sont très proches pour les différents essais réalisés, et les valeurs retenues correspondent aux moyennes des estimations. Celles-ci sont présentées dans le tableau II.4 ci-dessous :

**Tableau II.4.** Paramètres électriques estimés

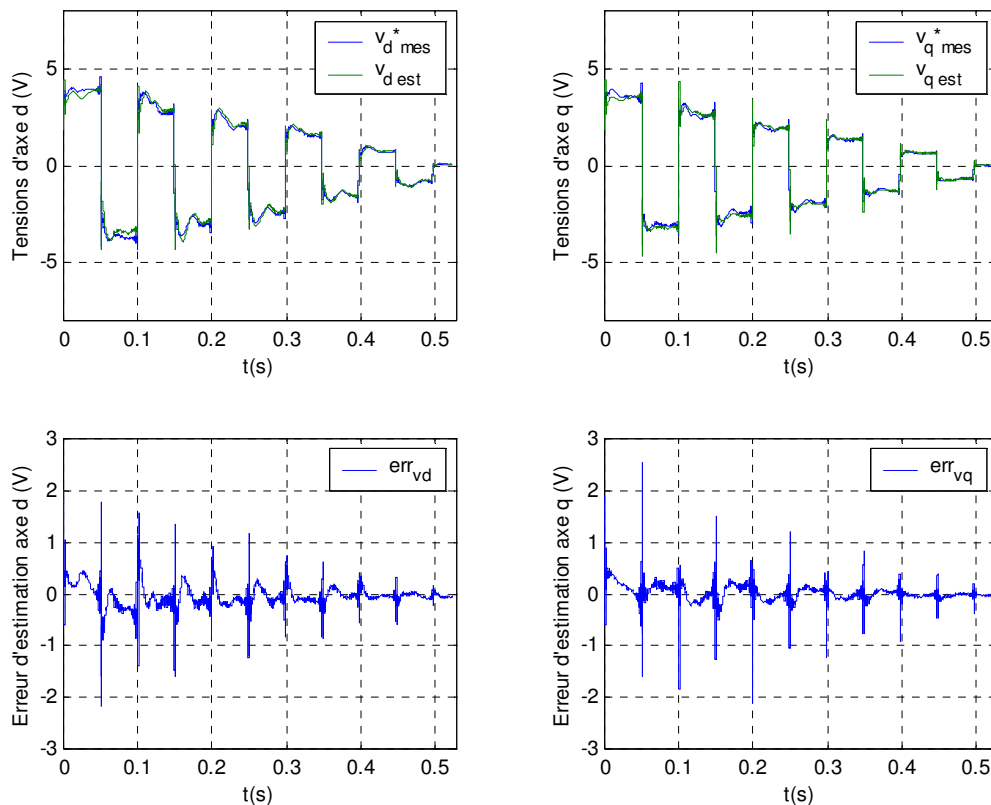
	Valeurs optimales	Valeurs estimées
$R_s$ ( $\Omega$ )	0.65	0.733
$L$ (mH)	0.34	0.430
$\varphi_f$ (Wb)	0.025	0.0251
$\theta_0$	$115^\circ$	$117.6^\circ$

Le tableau II.5 montre que les estimations paramétriques obtenues sont très proches des valeurs optimales. Les différences peuvent être dues au fait que :

- ce sont les tensions de référence à la sortie du régulateur qui sont utilisées et non les tensions réelles en sortie de l'onduleur,
- et, les conditions d'utilisation pour l'identification des paramètres de la MSAP sont différentes de celles définies par le constructeur.

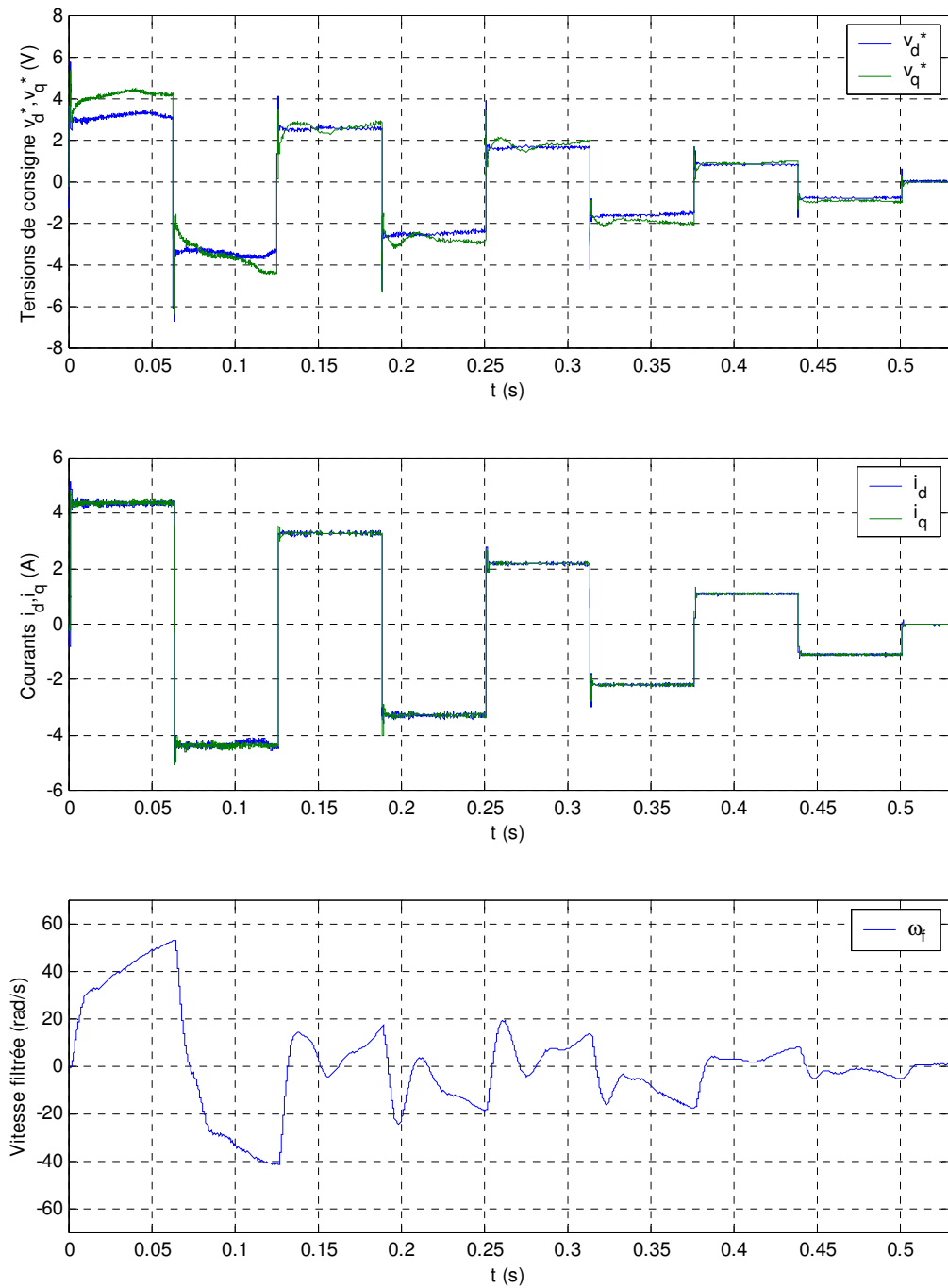
La figure II.10 montre les erreurs d'estimation entre les tensions de consigne mesurées et les tensions estimées après identification des paramètres électriques de la MSAP avec le modèle intégrant l'angle de calage.

En comparaison avec la figure II.5, cette figure montre que l'erreur d'estimation des tensions d'axe  $d$  et  $q$  est assez faible même dans le cas de consignes proches du courant nominal et restent inférieures à 10% de la valeur maximale de tension. Les pics sont dus à la dérivation des courants et ne se retrouvent qu'aux fronts montants et descendants des consignes de courant. Une fois la MSAP calée, de nouveaux tests sont réalisés afin de valider les paramètres obtenus par une identification avec le modèle de Park classique.



**Figure II.10.** Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe  $d$  et  $q$  après identification des paramètres pour des trajectoires d'excitation de fréquence 10Hz.

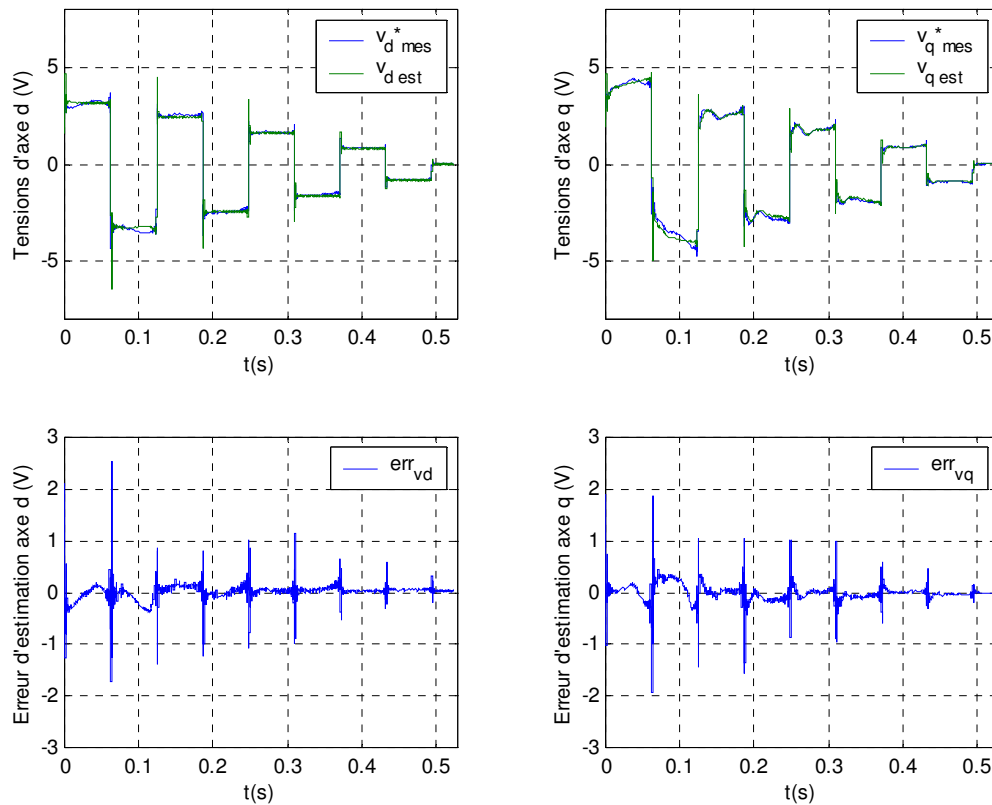
### II.4.4.4. Validation par moindres carrés et modèle inverse après calage du moteur



**Figure II.11.** Tensions  $(v_d^*, v_q^*)$ , courants  $(i_d, i_q)$  et vitesse électrique  $\omega$  après calage de la MSAP.

La figure II.11 montre un des essais en exemple, réalisé avec des consignes en créneaux de fréquence 8 Hz. Les différentes courbes présentent les tensions de consigne  $(v_d^*, v_q^*)$ , les courants  $(i_d, i_q)$  aux bornes de la MSAP ainsi que la vitesse électrique  $\omega$  calculée à partir des mesures de

position du codeur incrémental. La figure II.12 montre les erreurs d'estimation entre les tensions de consigne mesurées et les tensions estimées après calage numérique du moteur et identification des paramètres électriques de la MSAP avec le modèle de Park classique.

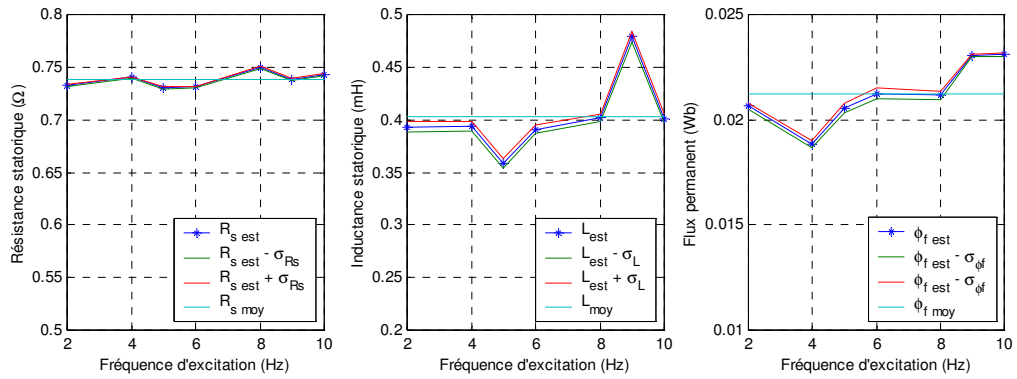


**Figure II.12.** Erreurs d'estimation sur les tensions d'axe  $d$  et  $q$  après calage de la MSAP.

Les figures II.11 et II.12 montrent que les erreurs d'estimation sur les tensions sont bien plus faibles que celles obtenues avant le calage du moteur. Elles sont inférieures à 10% des valeurs maximales des tensions malgré un léger résidu proportionnel à la vitesse. Ce résidu est dû à un calage non parfait malgré l'identification précédemment réalisée, cependant les résultats obtenus sont suffisants en terme de précision.

La figure II.13 présente les valeurs d'estimation obtenues pour différentes fréquences des créneaux de consigne. En comparaison avec les valeurs obtenues lors de l'identification paramétrique avec angle de calage, ces résultats valident la méthode proposée et le calage du moteur.

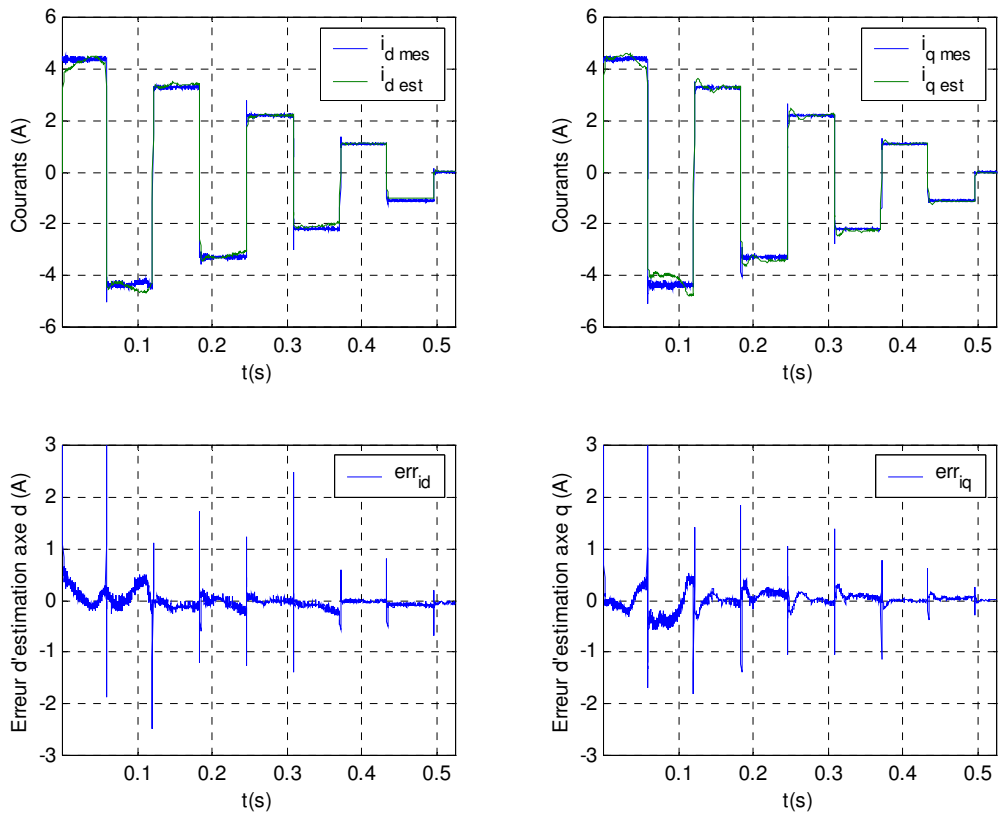
L'identification permet un suivi dynamique des variations de courant et de tension assez précis et permettra dans le chapitre suivant de mettre en place une stratégie de commande de la MSAP à partir des paramètres estimés.



**Figure II.13.** Paramètres estimés après calage du moteur en fonction de la fréquence des créneaux de la trajectoire excitante et écart-type relatif.

### II.4.4.5. Validation par algorithme de Marquardt après calage du moteur

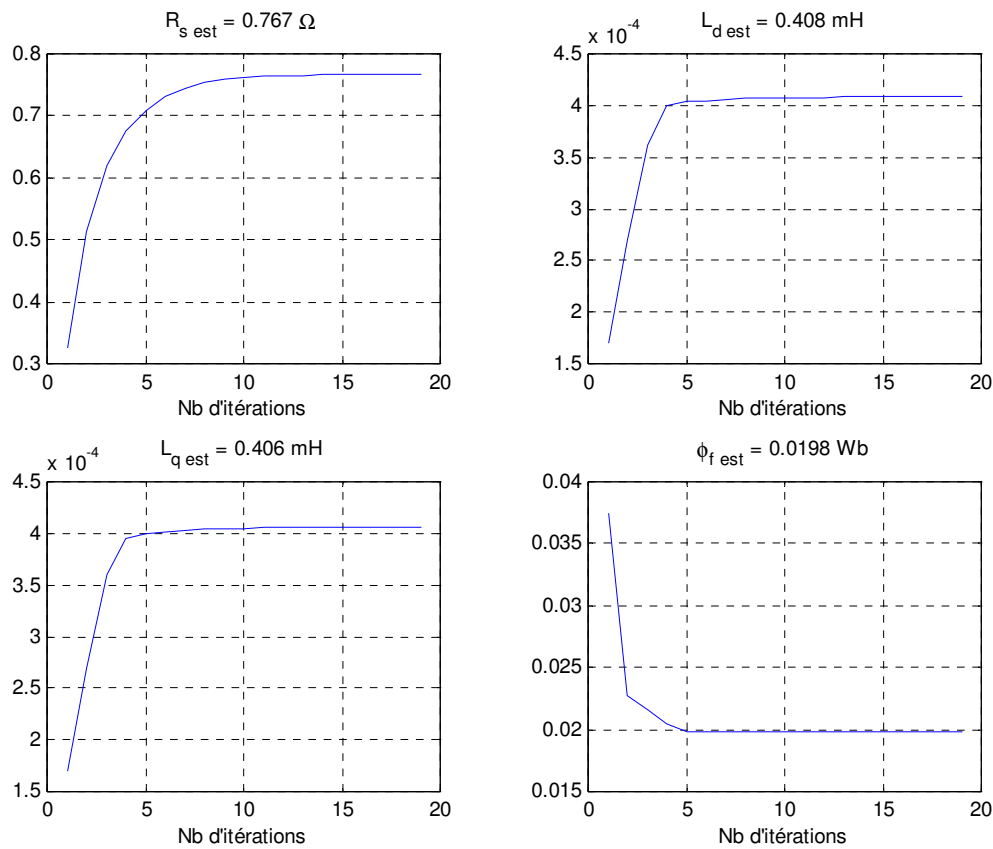
Afin de valider les résultats obtenus par moindres carrés, le système est de nouveau identifié par l'algorithme de Marquardt. La figure II.14 présente les courants d'axe  $d$  et  $q$  ainsi que les erreurs d'estimation respectives après calage du moteur. De même que par la technique des moindres carrés, les erreurs obtenues sont faibles et restent inférieures à 10% de la valeur maximale du courant.



**Figure II.14.** Identification par algorithme de Marquardt après calage du moteur : Courants d'axe  $d$  et  $q$  - Erreurs d'estimation.



La figure II.15 présente les paramètres identifiés à chaque itération avec une initialisation des paramètres à 50% des données constructeur.



**Figure II.15.** Paramètres estimés après calage du moteur par algorithme de Marquardt et erreur de sortie – Initialisation des valeurs à 50% des valeurs données par le constructeur.

Les paramètres estimés convergent même avec une mauvaise initialisation des paramètres à identifier. Le nombre d'itérations pour des valeurs initialisées à 50% des données constructeur est plus grand, cependant les valeurs finales sont égales ce qui confirme la robustesse de l'algorithme. Les inductances d'axe  $d$  et  $q$  sont très proches et seront considérées égales dans la suite de l'étude. Les erreurs de sortie sont faibles et acceptables.

Le tableau II.5 présente les paramètres estimés par moindres carrés avant et après calage, et par algorithme de Marquardt comparés aux valeurs optimales.

Les valeurs de paramètres obtenues par moindres carrés et Marquardt sont très proches, ce qui confirme la validité des deux méthodes et les paramètres estimés. Les valeurs utilisées par la suite sont celles obtenues par la technique des moindres carrés après calage du moteur.

**Tableau II.5.** Comparaison de valeurs entre les données constructeur et les paramètres électriques estimés par moindres carrés et algorithme de Marquardt.

	Données constructeur	Valeurs estimées par moindres carrés avant calage du moteur	Valeurs estimées par moindres carrés après calage du moteur	Valeurs estimées par algorithme de Marquardt
$R_s$ ( $\Omega$ )	0.65	0.733	0.738	0.767
$L_d$ (mH)	0.34	0.430	0.403	0.408
$L_q$ (mH)	0.34	0.430	0.403	0.406
$\varphi_f$ (Wb)	0.025	0.0251	0.0212	0.0198
$\theta_0$	115°	117.6°	-	-

## II.5. Identification des paramètres mécaniques du système par moindres carrés

### II.5.1. Acquisitions des données et trajectoires de consigne de vitesse

Le modèle mécanique inverse à identifier est défini selon le système (cf. I.3.4) :

$$C_{em} - C_{op} = J_t \cdot \dot{\Omega} - g \cdot M_{x_G} \cdot \cos(\theta_a) + f_{v,t} \cdot \Omega + f_s \cdot \text{sign}(\Omega) \quad (\text{II.49})$$

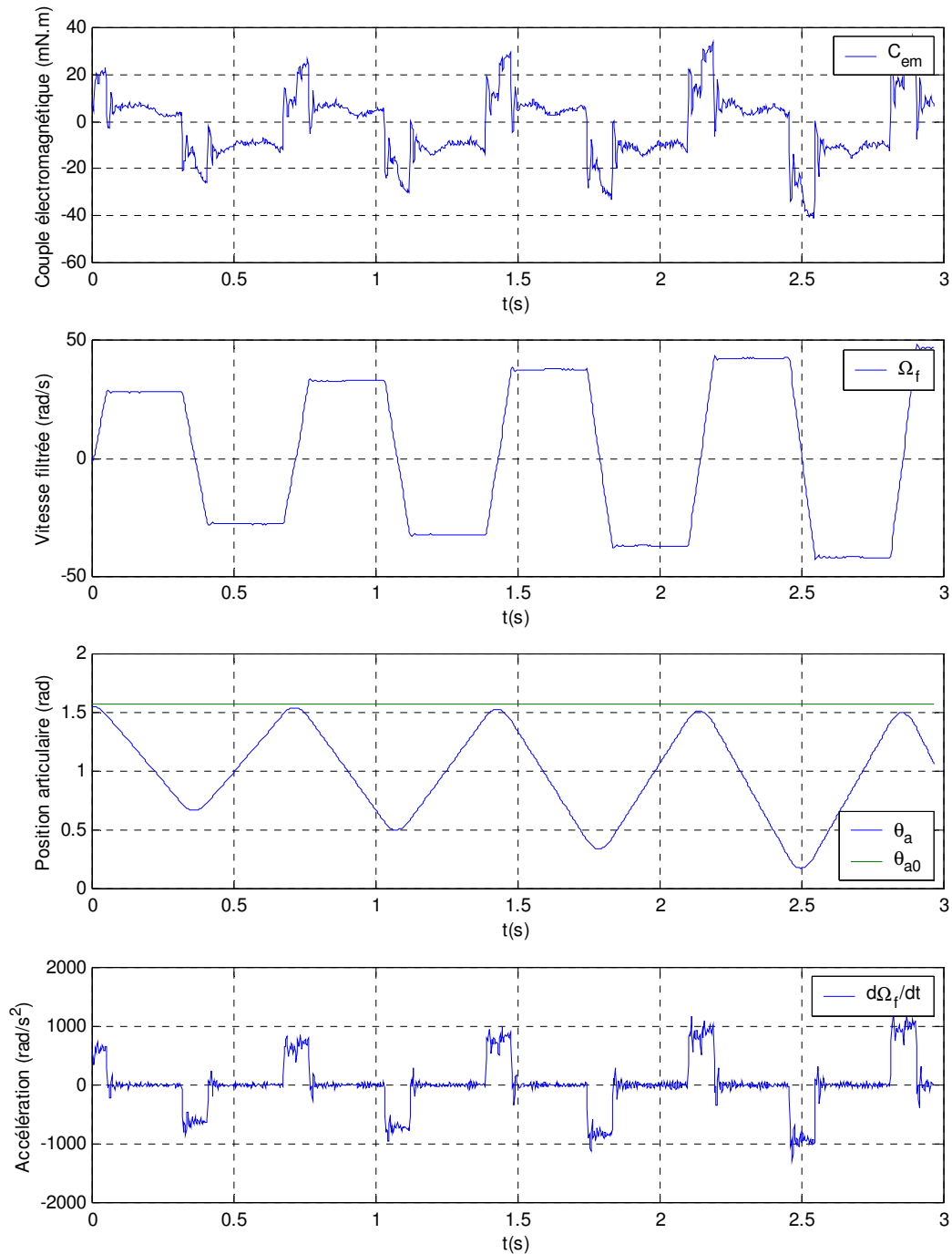
où :

- $C_{op}$  est le couple fourni par l'opérateur. Ce dernier est considéré comme une perturbation, étant donné la difficulté de modélisation du bras de l'homme,
- $C_{em}$  est le couple électromagnétique de la MSAP. Ce couple est calculé à partir de la mesure du courant d'axe  $q$ , selon :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p_1 \cdot \varphi_f \cdot I_q \quad (\text{II.50})$$

-  $\Omega$  est la vitesse de rotation de l'axe du moteur. Celle-ci est calculée par dérivation numérique de la mesure de position, puis filtrée par un filtre pass-bas de fréquence de coupure 50 Hz. Par la suite, elle sera notée  $\Omega_f$ .

- $\theta_a$  est la position articulaire (en bout de levier), telle que :  $\theta_a = \frac{\theta}{r} - \theta_{a,0}$ , où  $\theta_{a,0}$  est la position articulaire de démarrage par rapport à l'horizontale.



**Figure II.16.** Couple électromagnétique, vitesse filtrée, position articulaire et accélération.

- Finalement,  $J_t$ ,  $f_{v,t}$ ,  $f_s$  et  $M_{x_G}$  sont les paramètres à identifier. Ce sont respectivement : l'inertie totale du système, les coefficients de frottements visqueux et secs, ainsi que le centre de masse représentant l'effet de la gravité sur le système (cf. I.3.4.2).

Les mesures du couple  $C_{em}$  par l'intermédiaire du courant  $I_q$ , de la vitesse filtrée  $\Omega_f$  et de la position articulaire  $\theta_a$  par l'intermédiaire de la position de l'arbre moteur  $\theta$  sont échantillonnées à la

période de régulation de la vitesse  $T_v = 300 \mu s$ . L'accélération  $\dot{\Omega}$  est calculée par différence centrée à la suite d'un filtrage de type Butterworth afin de ne pas introduire de déphasage.

L'identification des paramètres mécaniques est réalisée selon des trajectoires de consigne de vitesse :

- trapézoïdales, afin de bien exciter le paramètre d'inertie du système  $J_t$ ,
- à basses fréquences afin de se rapprocher au plus d'un fonctionnement haptique,
- et à amplitudes variables afin d'obtenir une bonne identification des coefficients de frottements.

La figure II. 16 présente le couple électromagnétique mesuré  $C_{em}$ , la vitesse filtrée  $\Omega_f$ , la position absolue articulaire  $\theta_a$ , ainsi que l'accélération calculée hors-ligne  $d\Omega/dt$ . L'effet de la gravité est mis en avant par la courbe de la position articulaire obtenue : en effet, pour une vitesse à allure symétrique, la position articulaire se décale petit à petit vers le bas par rapport à la position de départ.

## II.5.2. Identification par moindres carrés et modèle inverse

La figure II.17 montre l'erreur d'estimation entre le couple électromagnétique calculé à partir des mesures de courants et le couple estimé à partir des paramètres mécaniques identifiés.

Le tableau II.6 présente les valeurs des paramètres estimés ainsi que les écart-types respectifs.

**Tableau II.6.** Paramètres mécaniques estimés et écart-types relatifs.

Paramètres à identifier	Paramètres estimés	Ecart-types relatifs (%)
$J_t \text{ (} mN.m.rad^{-1}.s^{-2} \text{)}$	0.0242	0.51
$f_{v,t} \text{ (} mN.m.rad^{-1}.s^{-1} \text{)}$	0.0758	5.98
$f_s \text{ (} mN.m \text{)}$	4.843	3.04
$M_{x_G}.g \text{ (} N.m \text{)}$	4.789	1.82

L'erreur d'estimation finale obtenue ainsi que les différents écarts-types permettent de valider le modèle défini ainsi que l'identification réalisée.

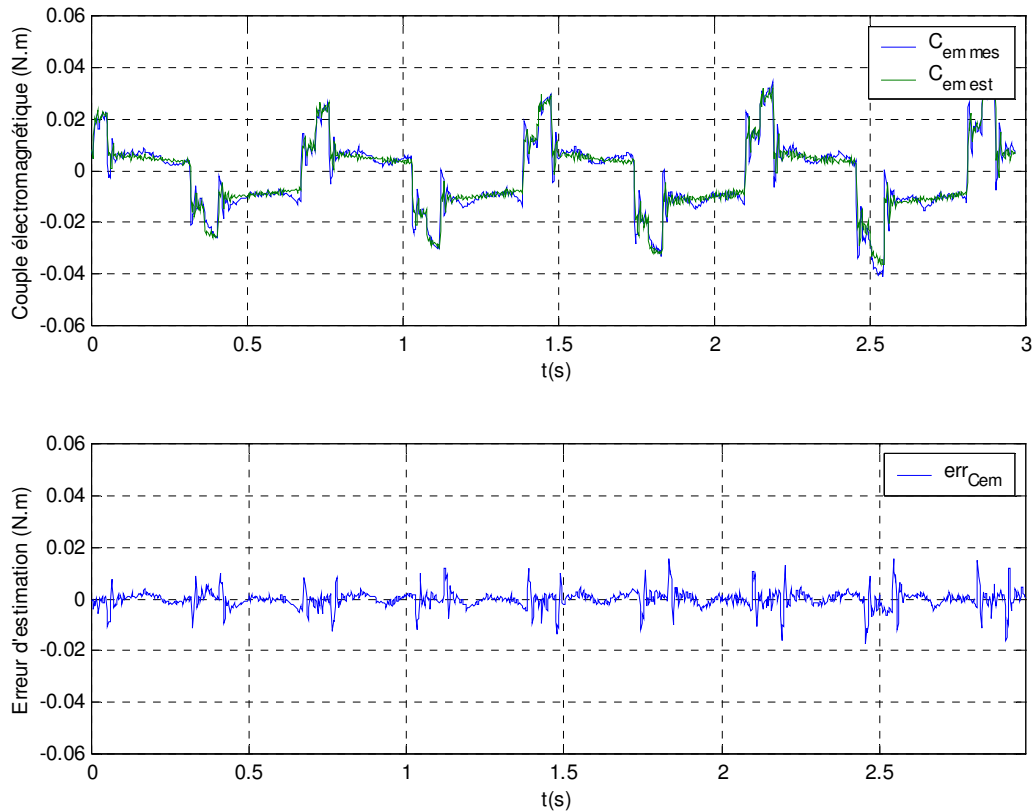


Figure II.17. Erreur d'estimation sur le couple électromagnétique fourni par la MSAP.

## II.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter deux techniques d'identification différentes : l'estimation par moindres carrés et modèle inverse, et la méthode du modèle et algorithme de Marquardt. La première, déjà validée pour l'identification des paramètres mécaniques des interfaces robotiques, ne nécessite pas d'intégration d'équations différentielles et le problème de l'initialisation des paramètres ne se pose. Par contre, il est nécessaire de calculer des dérivées de l'état, et l'estimation peut être biaisée dans le cas de bruits importants et non filtrés.

La méthode du modèle, quant à elle, n'émet au départ aucune hypothèse restrictive sur la structure du modèle. Celui-ci peut être linéaire ou non linéaire. De plus, aucune hypothèse n'est formulée concernant la nature des bruits. Par contre, les estimations sont réalisées par des méthodes analytiques itératives, consommatrices en temps de calcul, et nécessitant la connaissance des dérivés premières ou secondes par rapport aux paramètres du critère à minimiser.

En premier lieu, les paramètres électriques de la MSAP sont identifiés, à partir du modèle classique de Park de celle-ci, par les deux méthodes présentées. Dans les deux cas, les erreurs d'estimation sont proportionnelles à la vitesse électrique, et sont dues à une erreur de modélisation.

Celle-ci correspond à l'angle de calage initial, obtenue lors du montage du banc, entre le 'zéro' des mesures du codeur et la position 'zéro' électrique de la MSAP. L'ajout de cet angle de calage dans le modèle de Park permet une nouvelle estimation réalisée avec la méthode des moindres carrés et modèle inverse. L'erreur d'estimation devient alors très faible. Une dernière estimation est réalisée après calage du moteur afin de valider les paramètres obtenus. La technique des moindres carrés et modèle inverse a ainsi été validée pour l'identification des paramètres électriques de la MSAP, les résultats obtenus par cette méthode étant vérifiés par la méthode du modèle et l'algorithme de Marquardt et par comparaison avec les paramètres donnés par le constructeur.

Finalement, les paramètres mécaniques du système sont identifiés par moindres carrés et modèle inverse. Les résultats obtenus montrent la présence de frottements secs et d'un couple de détente proportionnel au sinus de l'angle électrique de la machine.



---

# Stratégie de Commande de l'Interface Haptique

---

Ce chapitre présente le contrôle par commande vectorielle de la MSAP dans un contexte haptique. La boucle de courant est régulée à l'aide de correcteurs de type PI et la boucle de vitesse par un simple gain. Des résultats de simulation et expérimentaux sont présentés permettant de valider la régulation proposée. Afin de quantifier les ondulations de couple à l'intérieur même d'une période de hachage, un modèle dynamique hybride de simulation de l'ensemble machine-convertisseur est développé. L'environnement virtuel est ensuite implanté par l'intermédiaire d'une boucle 'haptique' simulant un ressort rigide. Les limites de stabilité sont présentées afin au final d'obtenir un retour d'effort aussi raide que possible en butée. Finalement, une nouvelle méthode, bien adaptée au contexte haptique et basée sur les variables d'onde est présentée en simulation. Quelques résultats expérimentaux sont très prometteurs et montrent de nombreuses perspectives.

### *Sommaire :*

III.1. Introduction .....	80
III.2. Commande vectorielle de la MSAP .....	81
III.3. Modélisation sous forme de système dynamique hybride.....	102
III.4. Boucle haptique - Implantation d'un environnement virtuel .....	111
III.5. Commande par variables d'ondes .....	115
III.6. Conclusion.....	133



### III.1. Introduction

En supposant que la commande de l'onduleur de tension est quasi-parfaite –absence de retard, de chute de tension, pertes en commutation quasi-nulles–, celui-ci peut être modélisé par un simple gain et la commande du système se déduit alors largement du modèle le représentant. L'étape de modélisation en vue de la commande est donc cruciale, puisqu'en fait les commandes sont des 'modèles inverses' déduits des 'modèles directs'. Une bonne modélisation suivie d'une bonne identification, permet d'améliorer la commande vectorielle basée sur une régulation classique de type Proportionnel-Intégral (PI), avec des termes de compensation qui permettent de découpler les axes  $d$  et  $q$  : l'axe  $d$  est dédié au réglage du flux, et l'axe  $q$  au réglage du couple [Lou99]. Une fois les paramètres dynamiques du modèle identifiés, il s'agit alors de mettre en place une stratégie de commande permettant de répondre aux critères imposés par l'industriel. Dans le cas d'une application haptique, le cahier des charges se résume au tableau III.1 présenté ci-dessous [MarN02], et à l'obtention de la meilleure raideur  $K_m$  de butée virtuelle possible.

**Tableau III.1.** Bande passante, temps de montée et périodes de régulation des boucles du système à réguler.

	Bande passante de la boucle fermée et temps de montée	Période de régulation
Boucle de position	10 Hz – 48 ms	1 ms
Boucle de vitesse	100 Hz – 4.8 ms	300 $\mu$ s
Boucle de courant	1 kHz – 0.48 ms	100 $\mu$ s

Toutefois, l'onduleur de tension est un système fonctionnant en régime de commutations. Il est relié d'un côté à un système continu (MSAP), et à un système discret de l'autre : DSP fournissant la commande numérique à l'onduleur. Afin de connaître l'état du système à chaque instant, il s'avère nécessaire de développer un modèle dynamique hybride de simulation de l'ensemble MSAP-convertisseur statique-commande numérique, tenant compte des différentes périodes de régulation du système, ainsi que des différents instants de commutation de l'onduleur définis par la stratégie de modulation vectorielle de ce dernier. Grâce à ce modèle, il sera alors possible de déterminer l'amplitude des ondulations de couple (courant) à l'intérieur même d'une période d'échantillonnage, et ainsi, de valider la méthode de régulation proposée.

Ainsi, pour les MCC, le retour haptique est communément réalisé par implantation d'une boucle de position simulant un ressort virtuel de raideur  $K_m$  la plus importante possible. La régulation réalisée comprend des quantifications, discrétisations et des retards qui imposent des limites aux performances du système. De plus, la boucle de courant réalisée tend à annuler la dynamique

électrique interne du moteur, alors qu'en fait, elle pourrait être utile au retour haptique. Dans ce chapitre, nous proposons une alternative reposant sur les variables d'ondes, qui utilise complètement toutes les dynamiques électriques selon les deux concepts suivants :

- premièrement, l'inductance électrique statorique  $L_q$  peut être assimilée à une raideur, fournissant un couplage naturel et sans capteur entre l'environnement virtuel et l'opérateur,
- deuxièmement, la résistance statorique  $R_s$  contribue à la mise en place d'une transformation en variable d'onde.

L'implantation d'objets virtuels dans le domaine des variables d'onde permet l'obtention d'une robustesse complète par rapport aux retards et à la discrétisation induits par la régulation du système [Nie05][Nie06]. Le système final ne nécessite alors qu'une modulation vectorielle de la largeur d'impulsions des consignes de tension calculées afin de commander les interrupteurs de l'onduleur de tension alimentant la MSAP.

Ce chapitre présente le contrôle par commande vectorielle de la MSAP. La boucle de courant est régulée à l'aide de correcteurs de type PI et la boucle de vitesse par un simple gain. Des résultats de simulation et expérimentaux sont présentés permettant de valider la régulation proposée. Afin de quantifier les ondulations de couple à l'intérieur même d'une période de hachage, un modèle dynamique hybride de simulation de l'ensemble machine-convertisseur est développé [KhaF06]. L'environnement virtuel est ensuite implantée par l'intermédiaire d'une boucle 'haptique' simulant un ressort rigide. Les limites de stabilité sont présentées afin au final d'obtenir un retour d'effort aussi raide que possible en butée. Finalement, une nouvelle méthode basée sur les variables d'onde est présentée en simulation. La littérature montre que cette stratégie de contrôle n'a été à ce jour appliquée qu'aux moteurs à courant continu (MCC) [Nie05]. Quelques résultats expérimentaux sont présentés après implantation de la méthode proposée. Ceux-ci semblent très prometteurs et montrent de nombreuses perspectives à venir.

## III.2. Commande vectorielle de la MSAP

La commande vectorielle des moteurs à courant alternatif alimentés par onduleur MLI de tension permet de réaliser des systèmes d'actionnement électriques ayant les performances exigées par les domaines d'application tels que l'haptique, la robotique, l'usinage de précision ou le spatial [Gus03].

Cette commande consiste à réaliser un contrôle en temps réel, à l'image du contrôle réalisé dans le cas des machines à courant continu, répondant aux consignes en couple, et donc en courant, définies

par un fonctionnement haptique du système. Les courants statoriques sont régulés de manière à avoir la dynamique souhaitée, tout en évitant les ondulations de couple et les dépassements trop importants lors du régime transitoire. A cette fin, les équations électriques de la MSAP sont projetées dans un repère biphasé lié au rotor en deux étapes (cf. I.3.1) : transformation de Clarke permettant le passage d'un système triphasé à un système biphasé, puis rotation de Park, permettant d'obtenir des grandeurs biphasées continues.

### III.2.1. Système électrique à réguler

La figure III.1 montre le schéma-bloc global du système électrique à réguler, où les composantes notées  $x'$  représentent les composantes  $x$ , en pu, ramenées à une valeur de base  $x_{base}$ , telles que :

$$x' = \frac{x}{X_{base}} \quad (\text{III.1})$$

La MSAP est représentée par le système d'équations électriques suivant (cf. I.3.1), où  $(e_d, e_q)$  sont les forces électromotrices (f.e.m.) des axes  $d$  et  $q$ . Ces équations sont obtenues après transformation de Clarke et Park des composantes triphasées de tension, ainsi que leurs transformations inverses appliquées aux courants :

$$\begin{cases} v_d = R_s \cdot i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - e_d \\ v_q = R_s \cdot i_q + L_q \frac{di_q}{dt} - e_q \end{cases}, \quad \begin{cases} e_d = \omega \cdot L_q \cdot i_q \\ e_q = -\omega \cdot L_d \cdot i_d - \omega \cdot \varphi_f \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

L'acquisition des courants de phase,  $i_1$  et  $i_2$ , est réalisée à l'aide de deux shunts résistifs. La conversion analogique-numérique est effectuée dans le DSP, suivie de la transformation de Park telle qu'au final, idéalement, les courants  $(i'_d, i'_q)$  à réguler s'écrivent :

$$i'_{dq} = K_{CAN} \cdot i_{dq} = \frac{i_{dq}}{I_{base}} \quad (\text{III.3})$$

Dans un premier temps, la régulation des courants est réalisée par des correcteurs de type PI (Proportionnel-Intégral), dont le calcul des gains est décrit dans le paragraphe suivant. Les tensions de commande  $(v'_d, v'_q)$  sont ensuite transformées en composantes biphasées  $(v^*_\alpha, v^*_\beta)$ , qui permettent par la suite le calcul, par MLI vectorielle, des signaux logiques de commande des interrupteurs de l'onduleur de tension  $(c_1, c_2, c_3)$ . L'algorithme interne du DSP ne renvoie ces signaux à l'onduleur

qu'après une période de retard  $T_e$ . Au final et idéalement, les tensions peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$v_{dq} = z^{-1} \cdot V_{base} \cdot v_{dq}^{*} \quad (III.4)$$

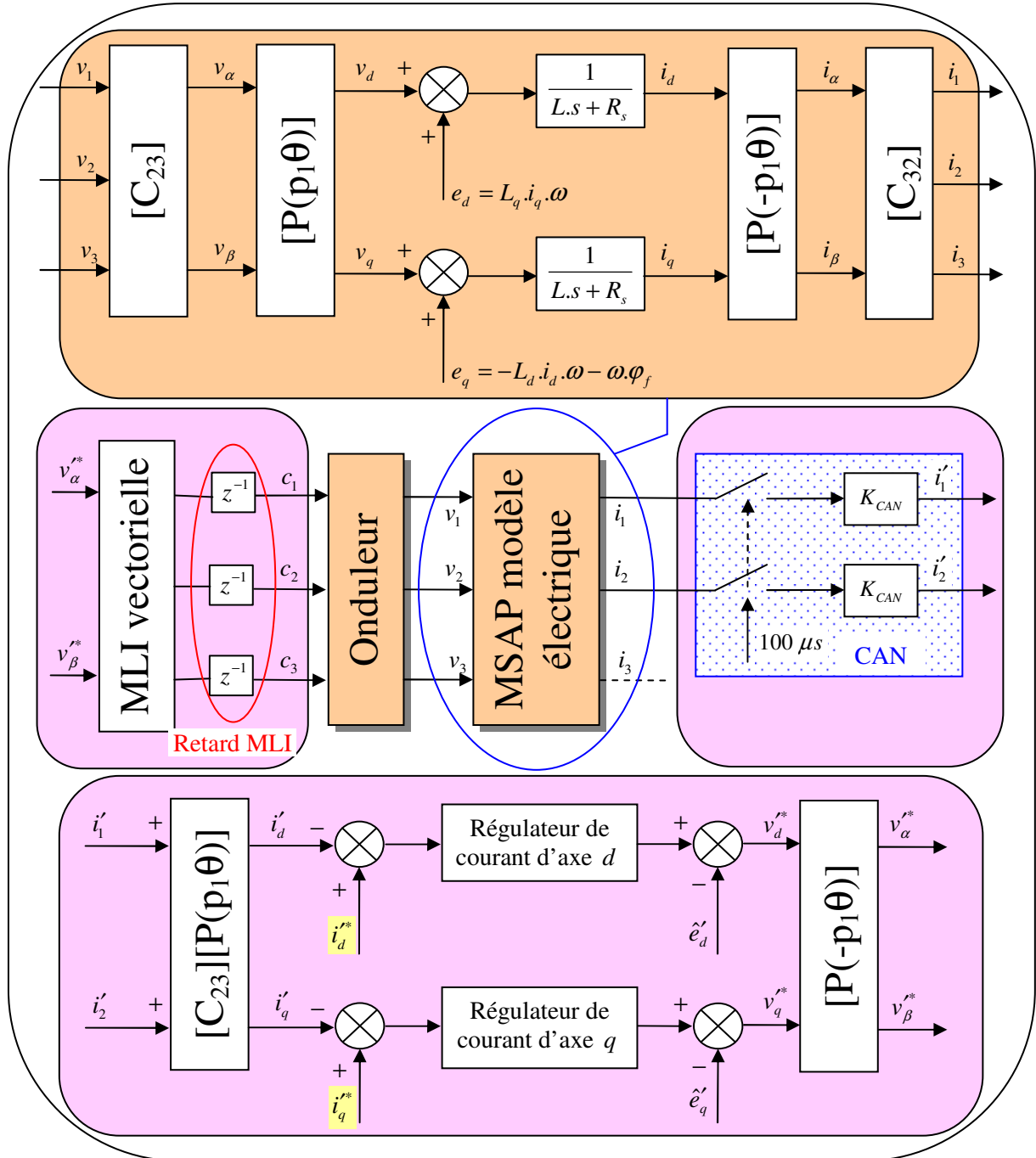


Figure III.1. Schéma-bloc du système électrique global à réguler.

La mesure de la position permet le calcul de la vitesse par dérivation numérique suivie d'un filtrage passe-bas. Cette partie sera décrite au chapitre IV. La vitesse mesurée dans le DSP sera notée  $\omega'$ , telle que :

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_{base}} \quad (III.5)$$

La figure III.2 présente un schéma simplifié de la boucle de courant. L'introduction des capteurs de courant, de position ainsi que de l'onduleur dans le système d'équations électriques, permet au final, de réguler les courants  $(i'_d, i'_q)$ , par le vecteur de commande  $(v_d^*, v_q^*)$ , tel que :

$$\begin{cases} v'_d = r_s \cdot i'_d + l_d \frac{di'_d}{dt} - e'_d \\ v'_q = r_s \cdot i'_q + l_q \frac{di'_q}{dt} - e'_q \end{cases}, \quad \begin{cases} e'_d = \omega' \cdot l'_q \cdot i'_q \\ e'_q = -\omega' \cdot l'_d \cdot i'_d - \omega' \cdot \phi'_f \end{cases} \quad (III.6)$$

où :

$$Z_{base} = \frac{V_{base}}{I_{base}}, \quad r_s = \frac{R_s}{Z_{base}}, \quad l_d = \frac{L_d}{Z_{base}}, \quad l_q = \frac{L_q}{Z_{base}} \quad (III.7)$$

$$l'_d = l_d \cdot \omega_{base}, \quad l'_q = l_q \cdot \omega_{base}, \quad \phi'_f = \frac{\phi_f}{\Phi_{base}}, \quad \Phi_{base} = \frac{V_{base}}{\omega_{base}}$$

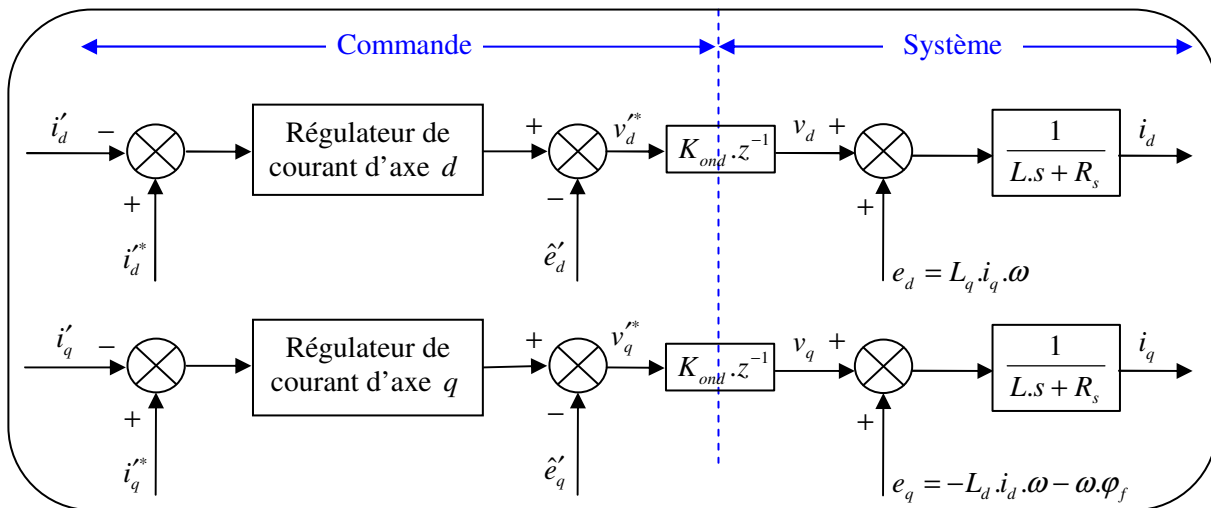


Figure III.2. Schéma bloc simplifié de la régulation de courant.

## III.2.2. Boucle de courant

### III.2.2.1. Régulation analogique sans retard dû à l'onduleur

Dans un premier temps, le retard introduit par la modulation vectorielle de l'onduleur de tension est négligé. Les termes de couplage estimés  $(\tilde{e}'_d, \tilde{e}'_q)$  sont supposés égaux, au gain près, aux termes de couplage  $(e_d, e_q)$  du système réel, permettant ainsi de les compenser parfaitement.

Les systèmes à réguler sur les deux axes sont semblables et s'écrivent comme un système du premier ordre, tel que :

$$H_d(s) = \frac{1}{r_s + l_d \cdot s} \quad , \quad H_q(s) = \frac{1}{r_s + l_q \cdot s} \quad (\text{III.8})$$

La régulation sera décrite sur un seul axe, l'axe  $q$ , sachant que pour l'axe  $d$ , le principe de calcul du correcteur est identique. Soit donc le système du premier ordre  $H_q(s)$  à réguler. La commande doit permettre l'obtention d'un système du premier ordre, tel que la bande passante au final soit égale à  $f_e = 1kHz$  :

$$H_f(s) = \frac{1}{1 + \tau_e \cdot s} \quad , \quad \tau_e = \frac{1}{2\pi f_e} \quad (\text{III.9})$$

Le correcteur  $C(s)$  mis en place est un correcteur PI, tel que :

$$C(s) = K_p \left( \frac{1 + \tau_i \cdot s}{\tau_i \cdot s} \right) \quad (\text{III.10})$$

Le zéro du correcteur est pris égal au pôle du système à réguler, tel que  $\tau_i = l_q / r_s$ . Une fois le correcteur introduit dans le système, les fonctions de transfert en boucle ouverte  $BO(s)$ , et en boucle fermée  $BF(s)$ , deviennent égales à :

$$BO(s) = \frac{K_p / r_s}{\tau_i \cdot s} \quad , \quad BF(s) = \frac{1}{1 + \frac{\tau_i \cdot s}{K_p / r_s}} \quad (\text{III.11})$$

Par analogie avec le système (III.9), le calcul du gain du correcteur conduit à  $K_p = 2\pi \cdot f_e \cdot l_q$ .

Afin d'optimiser le couple fourni par la MSAP pour un courant donné, et donc de minimiser les pertes du système électrique, une bonne stratégie de commande consiste à prendre  $i_d^* = 0$ , et donc  $i_d^{**} = 0$ . Dans ce cas, le couple électromagnétique obtenu est proportionnel au courant  $i_q$  :

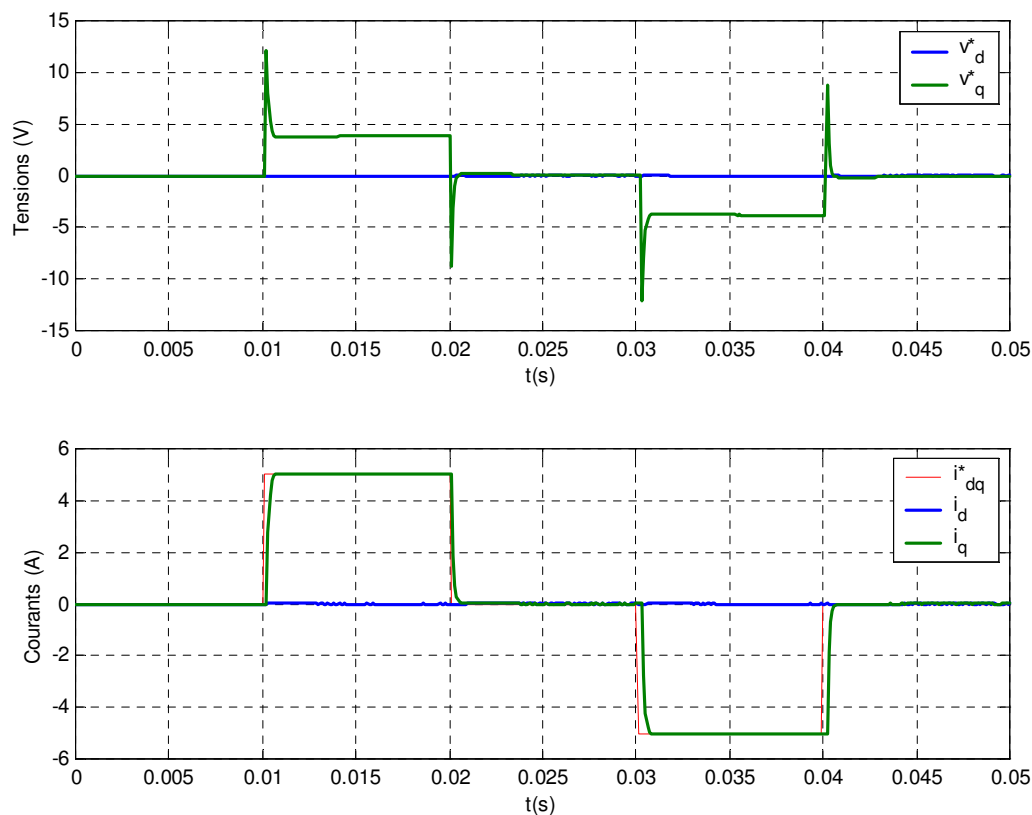
$$C_{em} = \frac{3}{2} p_1 \cdot \Phi_f \cdot i_q \quad (\text{III.12})$$

Dans le cas où des fonctionnements en survitesse sont nécessaires, une stratégie de défluxage au stator peut être appliquée. Dans ce cas, la consigne de courant  $i_d^*$  n'est plus égale à zéro. La plage de vitesse est plus grande, cependant le couple est limité de manière à toujours respecter la relation suivante, où  $i_{\max}$  est le courant maximal de la MSAP :

$$\sqrt{i_d^{*2} + i_q^{*2}} \leq i_{\max} \quad (\text{III.13})$$

Dans le cadre de cette thèse, les vitesses sont faibles, loin de la vitesse nominale de la MSAP, et souvent proches de zéro. Ce cas de figure ne sera donc pas traité par la suite.

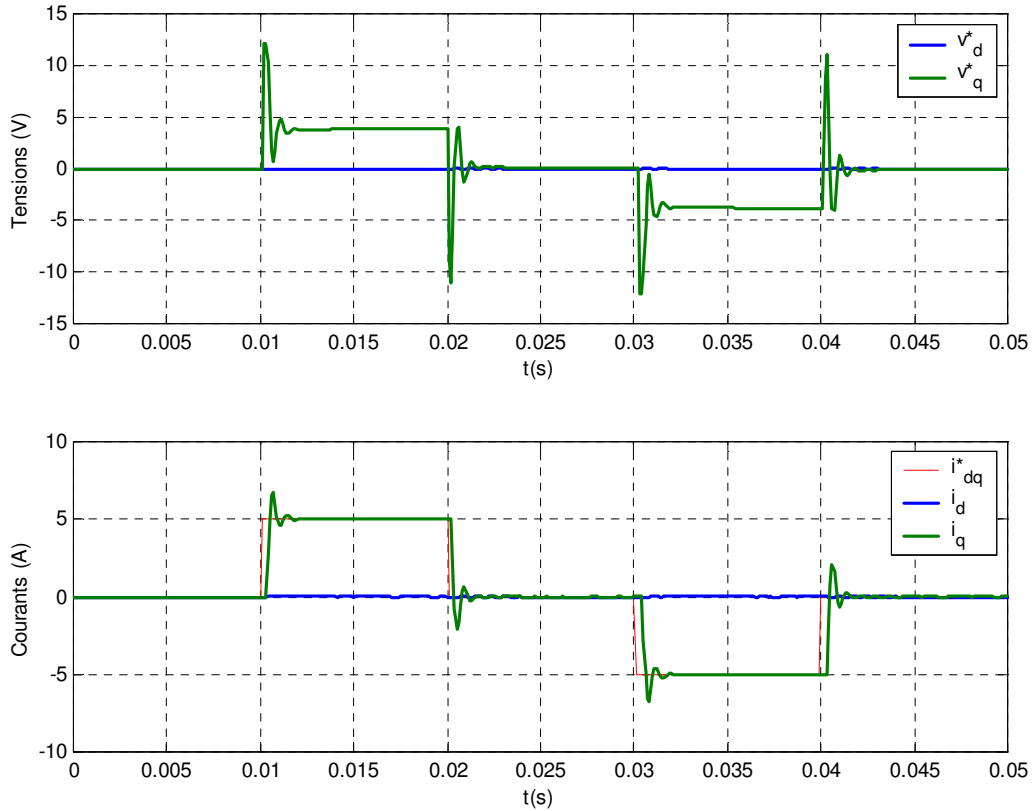
Afin de valider le correcteur et les gains calculés, le système est simulé sous Matlab-Simulink, en prenant un simple gain comme modèle de l'onduleur. La consigne de courant d'axe  $q$  est prise égale au courant nominal de la MSAP. La figure III.3 présente les tensions de consigne ( $v_d^*, v_q^*$ ), les courants ( $i_d, i_q$ ) et les consignes de courant ( $i_d^*, i_q^*$ ). Le système présente un temps de montée correspondant à la bande passante spécifiée  $f_e$  :  $t_m = 0.48 \text{ ms}$ .



**Figure III.3.** Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique sans retard dû à l'onduleur de tension.

Dans une deuxième étape, un retard de période  $T_e = 100 \mu\text{s}$ , entre les tensions de consigne et les tensions réelles, correspondant à la période de régulation de la boucle de courant, est ajouté au système simulé. La figure III.4 présente, dans ce cas, les mêmes variables que précédemment.

La réponse du système présente alors une allure de système du 2<sup>nd</sup> ordre présentant un dépassement important de l'ordre de 30%, et quelques ondulations avant le régime permanent, ce qui n'est pas acceptable dans le cadre de l'interface haptique à contrôler.



**Figure III.4.** Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique avec retard dû à l'onduleur de tension.

### III.2.2.2. Régulation analogique tenant compte du retard dû à l'onduleur

Le système électrique, auquel s'ajoute un retard de période  $T_e$  entre les tensions de consigne et les tensions réelles, s'écrit :

$$H_{d,r}(s) = \frac{e^{-T_e \cdot s}}{r_s + l_d \cdot s} \quad , \quad H_{q,r}(s) = \frac{e^{-T_e \cdot s}}{r_s + l_q \cdot s} \quad (\text{III.14})$$

De même que précédemment, l'étude se fera selon l'axe  $q$ , sachant que pour l'axe  $d$ , le principe de calcul du correcteur est identique. Le retard de période  $T_e$  décrit par  $e^{-T_e \cdot s}$  peut être approximé par un pôle dans le système, tel que le nouveau système à réguler  $H_{q,r}(s)$  s'écrit :

$$H_{q,r}(s) \approx \frac{1}{(r_s + l_q \cdot s)(1 + T_e \cdot s)} \quad (\text{III.15})$$

Reprenons un correcteur de type PI afin de contrôler le courant :

$$C_r(s) = K_{p,r} \left( \frac{1 + \tau_{i,r} \cdot s}{\tau_{i,r} \cdot s} \right) \quad (\text{III.16})$$



Le zéro de celui-ci est pris égal au pôle le plus lent du système, tel que  $\tau_{i,r} = l_q / r_s$ . Les fonctions de transfert en boucle ouverte  $BO_r(s)$ , et en boucle fermée  $BF_r(s)$ , deviennent égales à :

$$BO_r(s) = \frac{K_{p,r} / r_s}{\tau_{i,r} \cdot s (1 + T_e \cdot s)} \quad , \quad BF_r(s) = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot s + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2} \quad (\text{III.17})$$

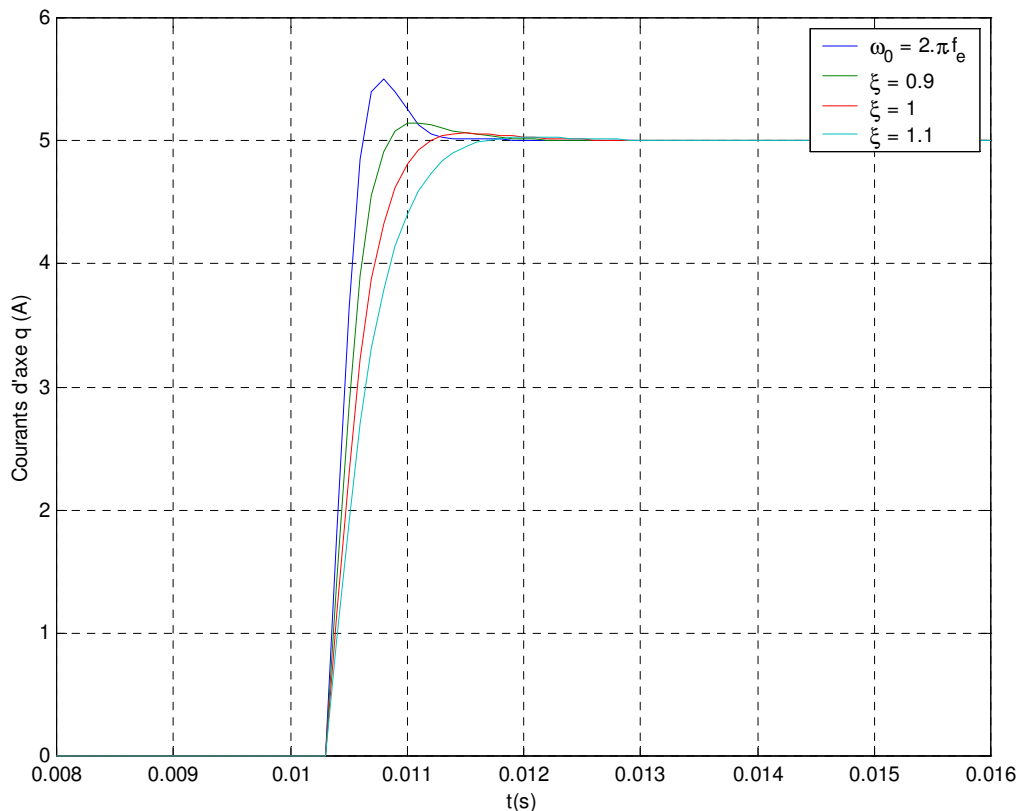
où  $\xi = \frac{l_q}{K_{p,r}} \cdot \frac{\omega_0}{2}$  est l'amortissement de la boucle et  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{p,r}}{l_q \cdot T_e}}$  la pulsation de coupure.

Le système souhaité au final devant avoir une bande passante égale à  $f_e$ , deux possibilités de régulation se présentent :

- Fixer la pulsation de coupure à la valeur désirée  $\omega_0 = 2\pi \cdot f_e$ . Le gain du correcteur s'écrit

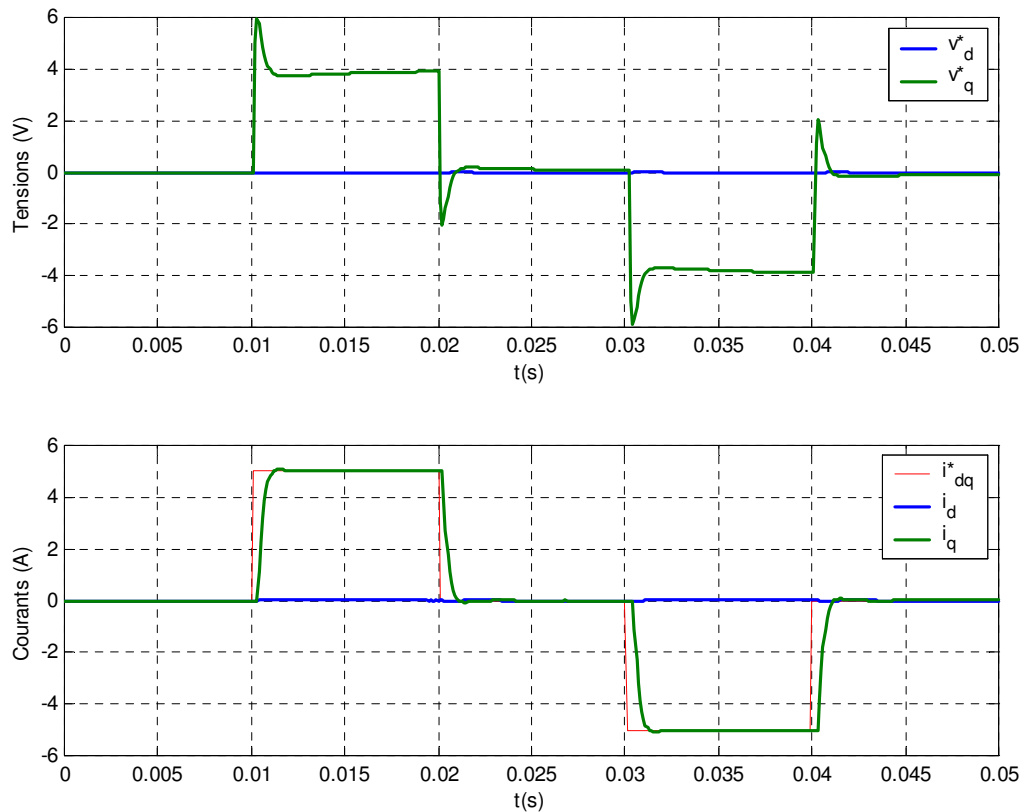
alors  $K_{p,r} = \omega_0^2 \cdot l_q \cdot T_e$  et l'amortissement du système devient égal à :  $\xi = \frac{l_q}{K_{p,r}} \cdot \pi \cdot f_e \approx 0.8$ .

- Fixer l'amortissement à une valeur proche de l'unité ( $\xi \approx 1$ ), de manière à obtenir une réponse apériodique, et donc sans dépassement du courant par rapport à la consigne.



**Figure III.5.** Réponse en courant du système pour les différents choix de régulation.

La figure III.5 présente la réponse en courant du système pour les différents cas de figure précités. Le meilleur compromis en terme de dépassement et rapidité de réponse se retrouve pour un amortissement  $\xi=1$ . La figure III.6 présente dans ce cas, les tensions de consigne  $(v_d^*, v_q^*)$ , les courants  $(i_d, i_q)$  obtenus comparés aux consignes de courant  $(i_d^*, i_q^*)$ .



**Figure III.6.** Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation analogique avec un amortissement choisi égal à 1, et prenant en compte le retard dû à l'onduleur de tension.

Pour un amortissement  $\xi=1$ , le dépassement obtenu est inférieur à 1.2%. Le temps de montée est d'environ 0.65 ms, ce qui est légèrement supérieur au cahier des charges souhaité. Ces résultats sont tout à fait acceptables par rapport à l'interface haptique étudiée et valident le correcteur choisi.

Une fois le régulateur PI analogique calculé et validé par simulation, il est nécessaire de le discrétiser afin de l'implanter expérimentalement dans l'algorithme du DSP.

### III.2.2.3. Transformation en correcteur PI numérique

En utilisant la transformée bilinéaire suivante :

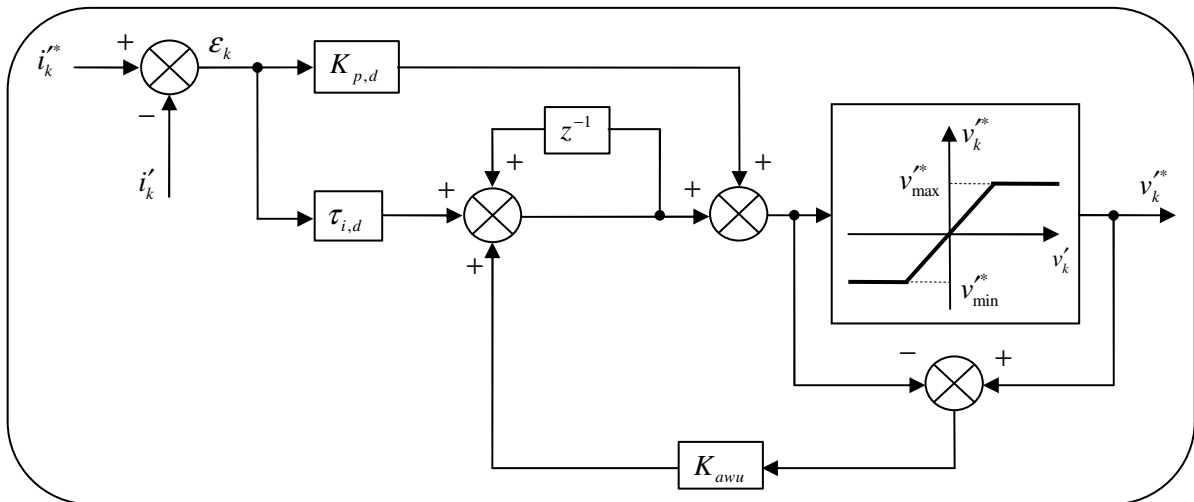
$$s \equiv \frac{2}{T_e} \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) \quad (\text{III.18})$$

le régulateur PI numérique s'écrit : 
$$C_r(z^{-1}) = \frac{r_0 + r_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (\text{III.19})$$

où : 
$$\begin{cases} r_0 = K_{p,r} \left( 1 + \frac{T_e}{2 \cdot \tau_{i,r}} \right) \\ r_1 = K_{p,r} \left( \frac{T_e}{2 \cdot \tau_{i,r}} - 1 \right) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Le schéma-bloc du correcteur est représenté à la figure III.7, où les variables  $x_k$  correspondent à  $x_k = x(t_k) = x(k \cdot T_e)$ . Le gain  $K_{p,d} = r_0$  représente le gain proportionnel du correcteur discret et  $\tau_{i,d} = r_0 + r_1$  le gain intégral. Un gain  $K_{awu}$  est rajouté, après la saturation de la tension de consigne, afin d'éviter que le système ne diverge. Ce gain, appelé anti wind-up, est défini tel que :

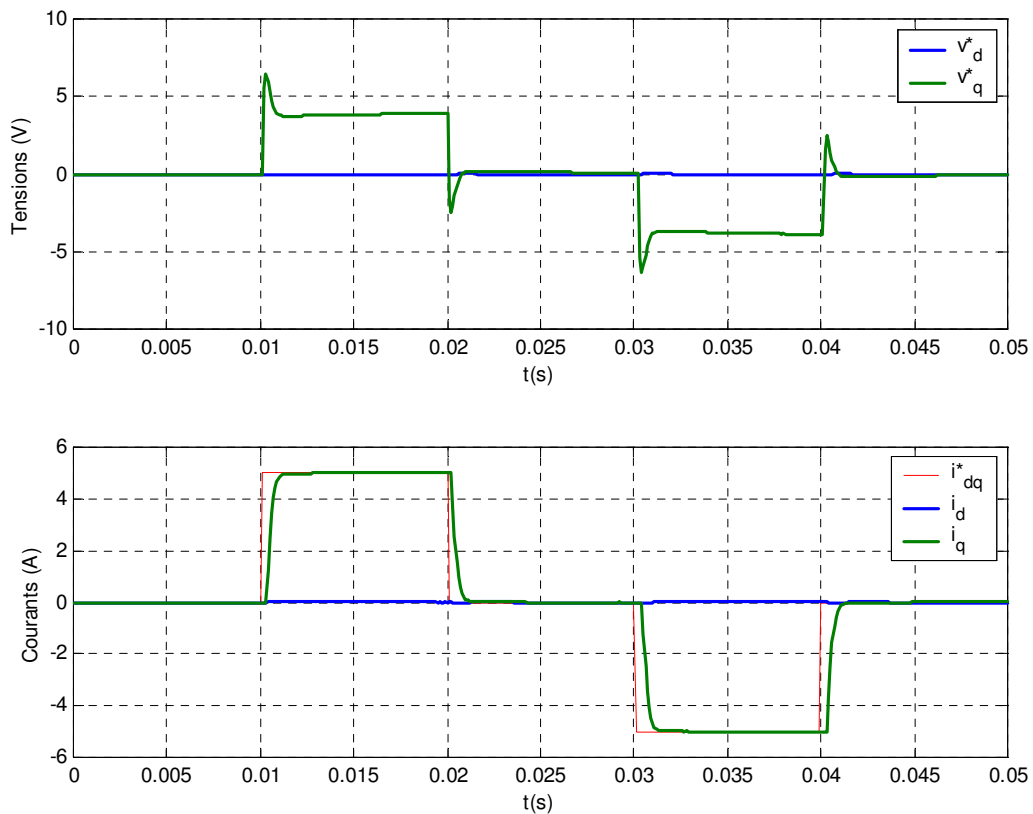
$$K_{awu} = \frac{T_e / \tau_{i,d}}{1 + T_e / \tau_{i,d}} \quad (\text{III.21})$$



**Figure III.7.** Schéma bloc du régulateur numérique PI.

La figure III.8 présente les tensions de consigne  $(v_d^*, v_q^*)$ , les courants  $(i_d, i_q)$  obtenus comparés aux consignes de courant  $(i_d^*, i_q^*)$ , dans le cas où le régulateur PI est discrétisé avec une période d'échantillonnage  $T_e = 100 \mu s$ .

Les résultats obtenus avec le régulateur PI discrétisé valident la commande proposée pour la boucle de courant. Le temps de montée du système électrique obtenu en simulation est de 0.65 ms et le dépassement est nul.



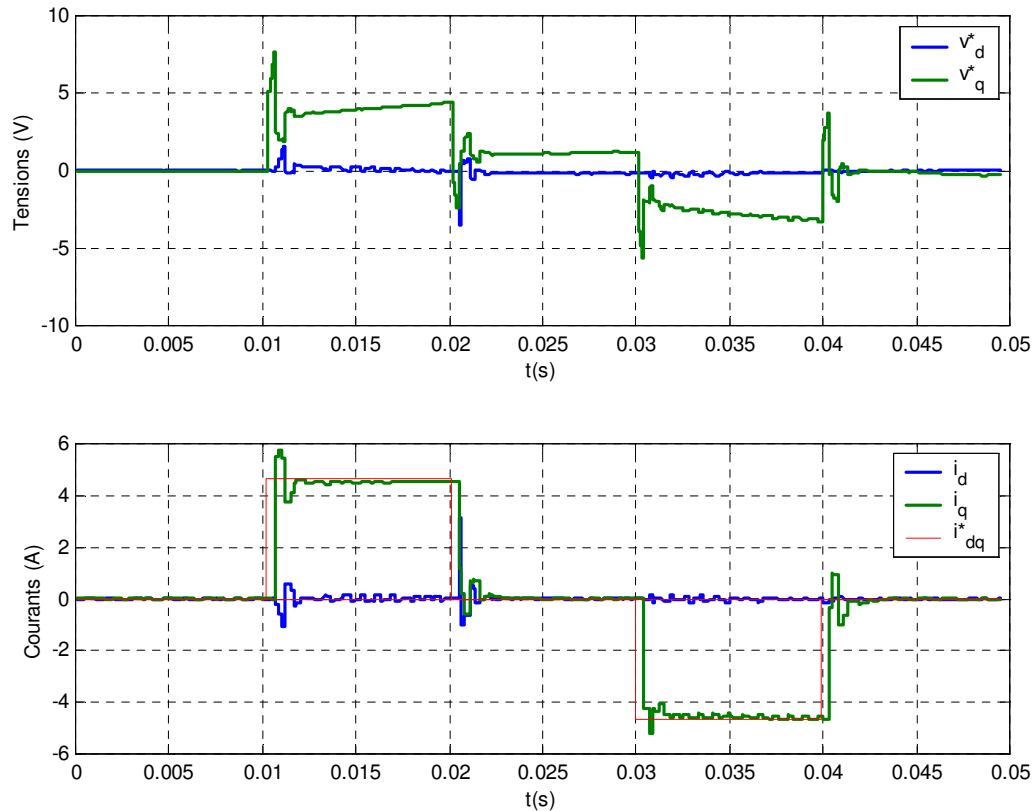
**Figure III.8.** Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation numérique prenant en compte le retard dû à l'onduleur de tension.

### III.2.2.4. Résultats expérimentaux

Le système validé en simulation est donc un correcteur PI discrétisé. Le système régulé a les caractéristiques suivantes : la bande passante obtenue avec un facteur d'amortissement unitaire est d'environ 750 Hz, le temps de montée est égal à 0.65 ms et le dépassement est nul. La commande ainsi définie est implantée dans l'algorithme de régulation du DSP.

Un essai expérimental est réalisé, correspondant aux essais de simulation précédemment présentés, et avec les gains de correcteur égaux à ceux calculés théoriquement. La figure III.9 présente les tensions de consigne mesurées  $(v_d^*, v_q^*)$ , et les courants mesurés  $(i_d, i_q)$  comparés aux consignes de courant  $(i_d^*, i_q^*)$  imposées.

Les mesures obtenues sont satisfaisantes : le temps de montée du système est d'environ 0.6 ms, cependant on note une dynamique avec un dépassement d'environ 13%, et une très faible ondulation autour de la consigne en régime établi.

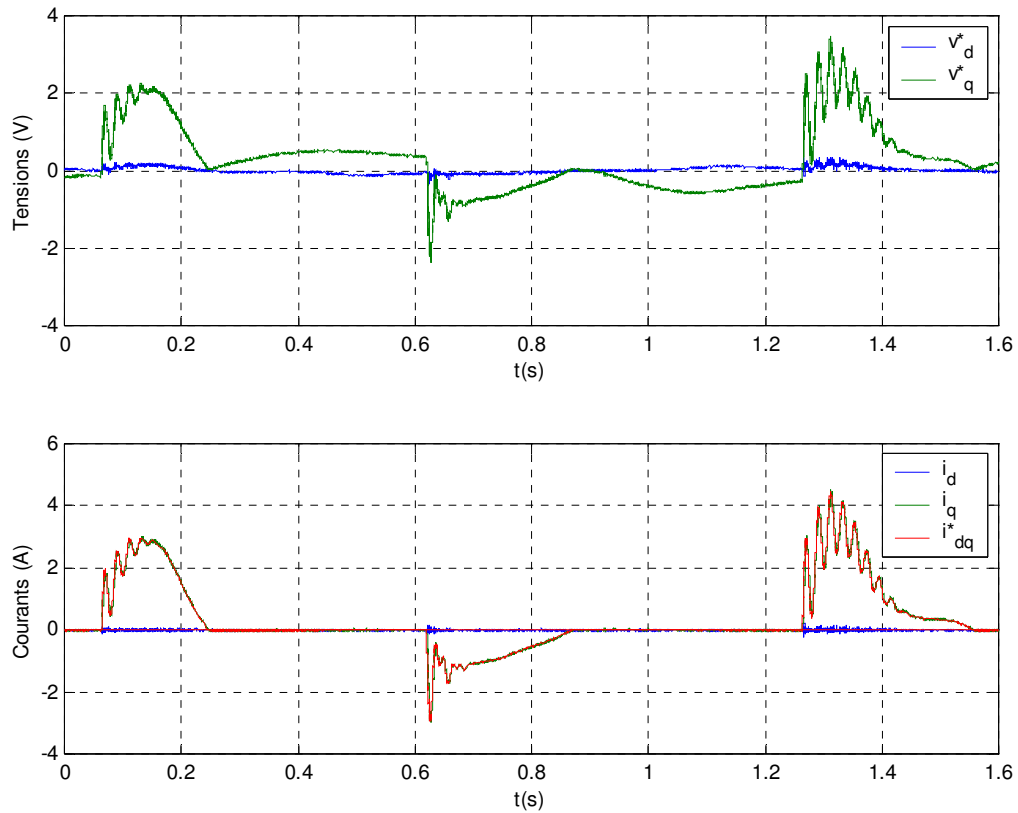


**Figure III.9.** Résultats expérimentaux – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées.

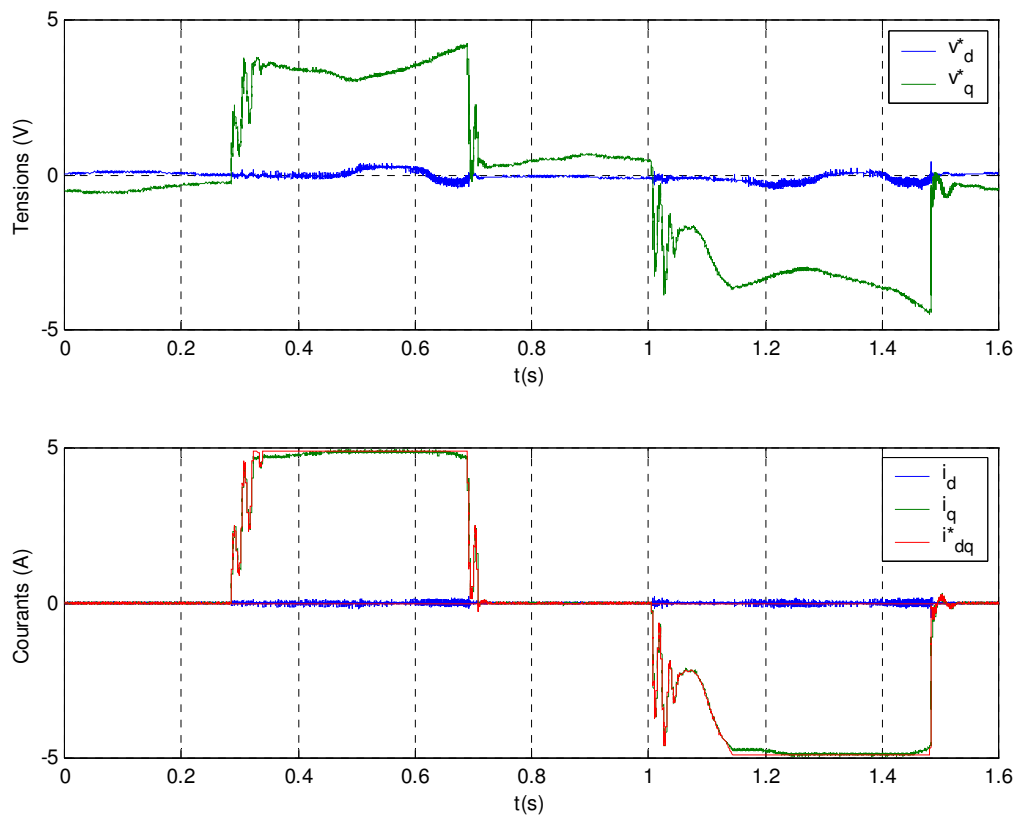
Cependant, les consignes choisies sont des créneaux, qui ne sont pas représentatifs des consignes de courant qui aurait pu être obtenues lors d'un fonctionnement haptique, où un opérateur bougerait, par exemple, la poignée d'une butée à l'autre. Afin de valider la régulation, deux nouveaux essais avec un fonctionnement en mode transparent et en mode butée sont réalisés, permettant de valider la régulation par rapport au ressenti de l'opérateur :

- un premier essai est réalisé sans que l'opérateur ne force les butées (figure III.10),
- et un deuxième, où le couple exercé par l'opérateur sera supérieur à celui fourni par la MSAP, permettant ainsi de rentrer virtuellement dans la butée (figure III.11).

Les mesures obtenues montrent les réponses en courant selon les deux axes  $d$  et  $q$  régulés. On obtient un très bon suivi des consignes de courant lors d'un fonctionnement haptique et lorsque les butées sont forcées, la MSAP est alimentée au courant nominal. De plus, en régime permanent, les ondulations de courant sont quasi-inexistantes. Ces résultats expérimentaux valident donc le protocole de régulation des boucles de courant. Les mesures étant réalisées avec une période d'échantillonnage égale à la période de régulation  $T_c$ , il n'est pas possible d'observer les performances du système à l'intérieur même de la période de hachage de l'onduleur. A cette fin, un modèle dynamique hybride permettant en simulation de connaître l'état du système à chaque instant est mis en place et présenté par la suite.



**Figure III.10.** Résultats expérimentaux en contexte haptique – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées par le mouvement de l'opérateur entre les deux butées définies, sans forcer les butées.



**Figure III.11.** Résultats expérimentaux en contexte haptique – Tensions et courants mesurés et consignes de courant imposées par le mouvement de l'opérateur entre les deux butées définies, en forçant les butées.

### III.2.2.5. Autres types de régulation proposés – Correcteur RST

Afin de mieux légitimer la régulation choisie et implantée avec des correcteurs PI, un autre type de régulation basé sur des correcteurs RST, habituellement considérés comme très performants, est présenté. L'intérêt principal de la structure RST est qu'elle permet un bon rejet des perturbations dues aux bruits de mesure, et qu'elle consiste en un calcul simple de polynômes  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$ , qui résultent d'un placement de pôles [Lar96].

Rappelons la fonction de transfert caractérisant le système électrique à réguler sur l'axe  $q$  :

$$H_{q,r}(s) \approx \frac{1}{(r_s + l_q \cdot s)(1 + T_e \cdot s)} \quad (\text{III.22})$$

Ce système est équivalent à :

$$H_{q,r}(s) \approx \frac{1/(l_q T_e)}{\left(\frac{r_s}{l_q} + s\right)\left(\frac{1}{T_e} + s\right)} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (\text{III.23})$$

où  $A(s)$  est un polynôme d'ordre 2 et  $B(s)$  un polynôme d'ordre 0 (simple gain).

La fonction de transfert en boucle fermée désirée entre la consigne de courant  $i_q^*$  et le courant mesuré  $i_q'$  s'écrit :

$$BF(s) = \frac{i_q'}{i_q^*} = K \cdot \frac{B(s)}{A'(s)} \quad (\text{III.24})$$

où  $K$  est un gain permettant d'assurer au final un gain de la boucle fermée égal à l'unité, et où  $A'(s)$  est un polynôme du même ordre que  $A(s)$ , tel que :  $A'(s) = (\omega_e + s)(100 \cdot \omega_e + s)$ , où  $\omega_e$  correspond à la pulsation de coupure de la réponse désirée et où  $100 \cdot \omega_e$  est un pôle éloigné ajouté afin que  $A'(s)$  soit un polynôme d'ordre 2.

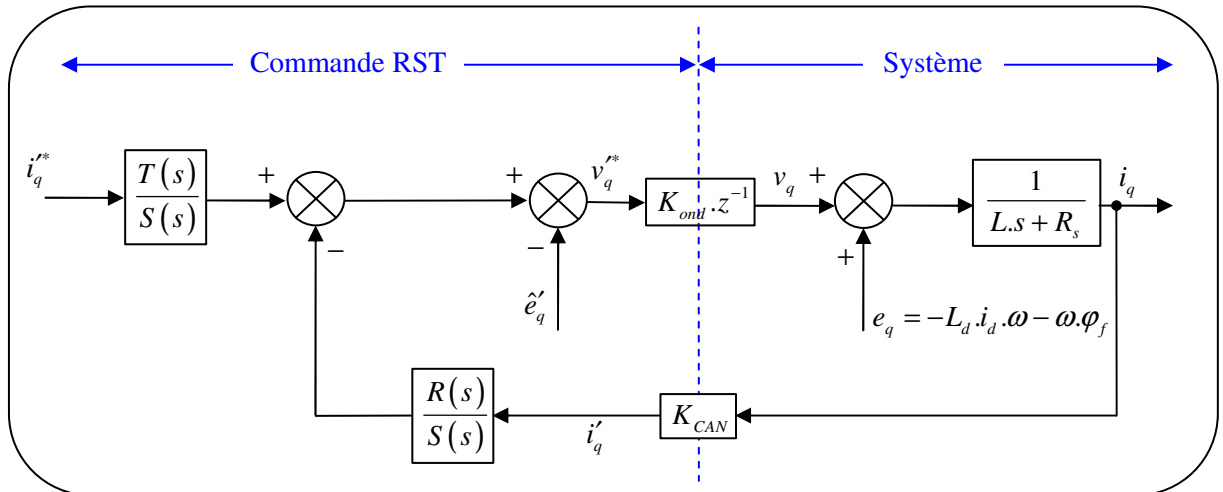
Le correcteur est caractérisé par trois polynômes  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$ , présentés à la figure III.12. La résolution de ces polynômes est décrite en [Lar96],[Cham95] et [Gar06] :

$$A(s) \cdot F(s) + B(s) \cdot R(s) = F(s) \cdot A'(s) \quad (\text{III.25})$$

$$T(s) = K \cdot F(s) \quad (\text{III.26})$$

où

$$F(s) = (s + 20) \left( \frac{r_s}{l_q} + s \right) \left( \frac{1}{T_e} + s \right) = s \cdot A(s) \quad (\text{III.27})$$



**Figure III.12.** Schéma bloc simplifié de la régulation du courant d'axe  $q$  par correcteur RST.

$F(s)$  est donc un polynôme d'ordre 3, ainsi que  $S(s)$  qui doit contenir un intégrateur afin de rejeter les perturbations et  $R(s)$  est un polynôme d'ordre 2. Les polynômes  $F(s)$ ,  $A'(s)$ ,  $A(s)$  et  $B(s)$  étant connus, il est alors possible de calculer  $R(s)$ ,  $S(s)$  et  $T(s)$ , tels que :

$$\begin{cases} R(s) = r_2 \cdot s^2 + r_1 \cdot s + r_0 \\ S(s) = s_3 \cdot s^3 + s_2 \cdot s^2 + s_1 \cdot s + s_0 \\ T(s) = t_3 \cdot s^3 + t_2 \cdot s^2 + t_1 \cdot s + s_0 \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Le système est simulé sous Matlab Simulink. La figure III.13 présente les tensions de consigne  $(v_d^*, v_q^*)$ , et les courants  $(i_d, i_q)$  comparés aux consignes de courant  $(i_d^*, i_q^*)$ . Les résultats de simulation obtenus montrent une dynamique sans dépassement du système régulé, avec un temps de montée d'environ 0.8 ms.

Comparé au régulateur PI classique, le régulateur RST nécessite des tensions de consigne plus importantes. De plus, pour l'implanter dans le DSP, il faudrait mettre en place des filtres discrets d'ordre 3. Etant donné qu'au final, dans le contexte haptique, les résultats obtenus sont les mêmes, cette solution a donc été rejetée.

### III.2.3. Synthèse de la boucle de vitesse dans un contexte haptique

Une fois la régulation de la boucle de courant validée, il est alors possible de mettre en place, en cascade, la boucle de vitesse souhaitée. Dans le cadre de la robotique, cette boucle est une étape intermédiaire afin d'améliorer la stabilité du système et de rafraîchir les données avec une boucle de régulation de période  $T_v$  comprise entre la période de régulation haptique  $T_{hapt}$  et la période de

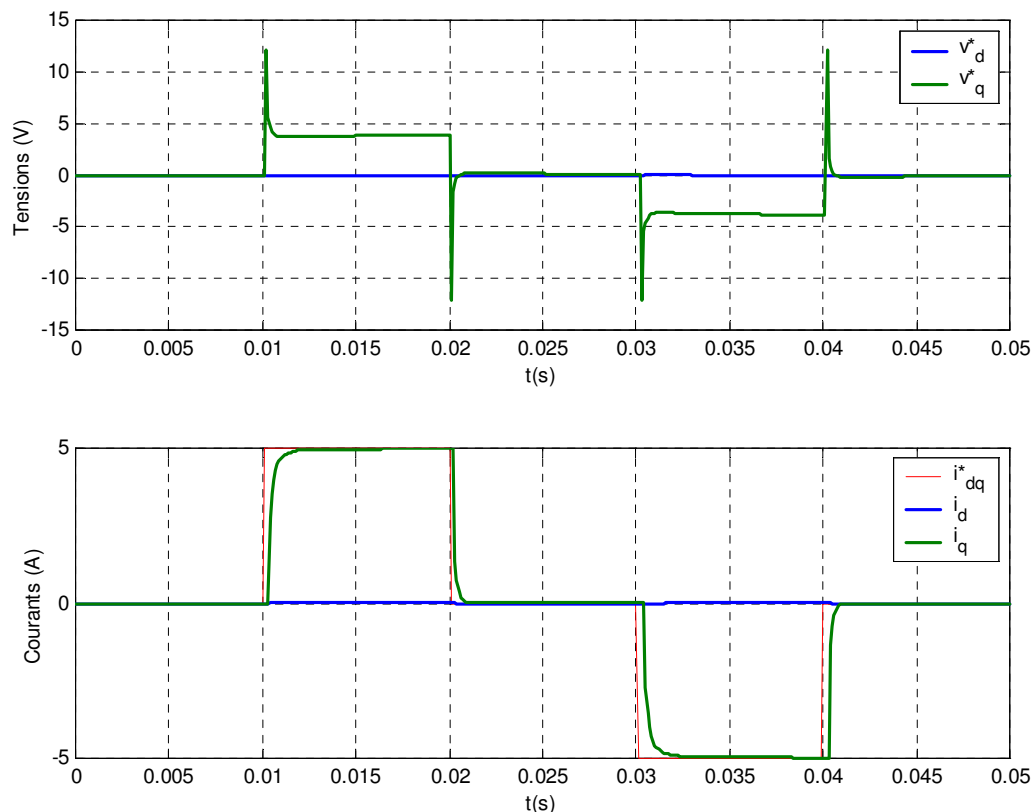


réglage du courant  $T_e$  ( $T_{hapt} > T_v > T_e$ ) [MarN02][Chal03]. Les performances souhaitées sont une bande passante de fréquence  $f_v \approx 100 \text{ Hz}$ . Une erreur statique en régime permanent et les dépassements inférieurs à 15% en régime transitoire sont acceptés. En effet, *l'opérateur est un élément passif qui permettra de compenser cet effet* [Cas04]. Le correcteur retenu est un simple gain noté  $K_v$ .

Etant donné que la bande passante de la boucle de vitesse désirée est dix fois plus grande que celle de la boucle de courant, cette dernière est approximée par un gain unitaire. Le courant statorique d'axe  $d$  est supposé nul, le courant  $i_q$ , quant à lui sera supposé égal à  $I_{base} i_q^*$ , où  $i_q^*$  est la consigne de courant obtenue en sortie de la boucle de vitesse. Le modèle du système mécanique s'écrit :

$$C_{em} - C_r = J_r \dot{\Omega} + f_{v,r} \Omega \quad (\text{III.29})$$

où  $C_{em}$  est le couple électromagnétique fourni par la MSAP,  $C_r$  est le couple de charge du système comprenant les frottements secs, la gravité, le couple opérateur, etc..., et  $\Omega$  est la vitesse du rotor de la MSAP.



**Figure III.13.** Tensions, courants et consignes de courant pour une régulation numérique de type RST.

La figure III.14 présente alors un diagramme simplifié des différents éléments de la boucle de vitesse, où :

- $\Omega^{*s}$  est la consigne en pu de vitesse, rafraîchie de manière asynchrone avec la boucle de vitesse, à la période  $T_{hapt} = 1\text{ ms}$ ,
- $\hat{C}_{comp}$  est la partie du couple de charge qu'il serait possible d'estimer afin de la compenser (par exemple : les frottements secs),
- finalement,  $\Omega'$  est la vitesse calculée à partir des mesures de position provenant du codeur incrémental, telle que :

$$\Omega' = \frac{\Omega}{\Omega_{base}} \quad (\text{III.30})$$

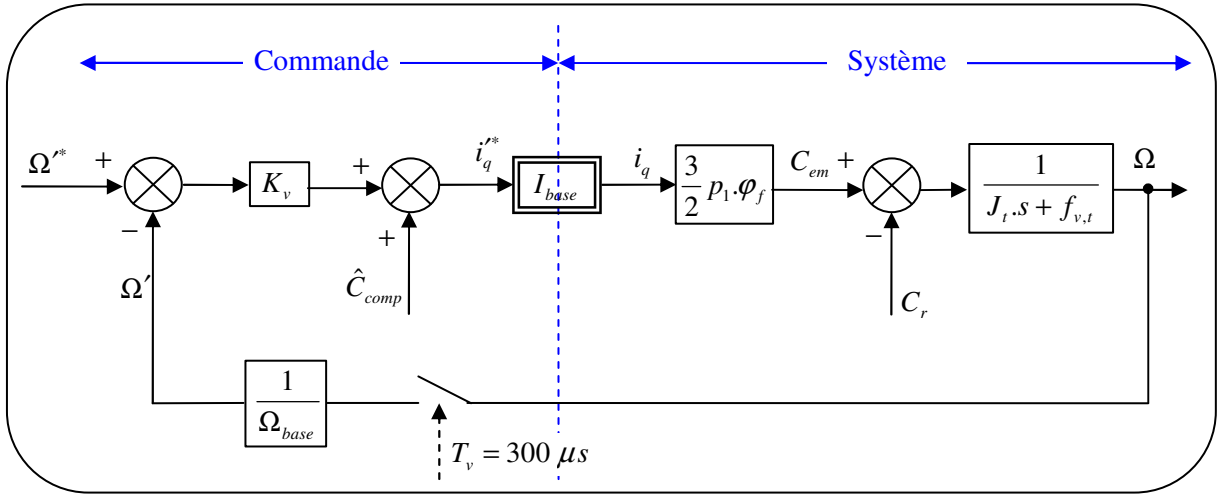


Figure III.14. Schéma bloc simplifié de la boucle de vitesse.

Le système à réguler est alors défini par :

$$F_v(s) = \frac{\Omega'}{i_q^{*s}} = \frac{I_{base} \cdot 3 \cdot p_1 \cdot \phi_f}{\Omega_{base} \cdot 2 \cdot f_{v,t}} = \frac{Num_v}{\frac{J_t}{f_{v,t}} \cdot s + 1} \quad (\text{III.31})$$

Après introduction du gain  $K_v$ , les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée du système s'écrivent :

$$BO_v(s) = \frac{K_v \cdot Num_v}{\frac{J_t}{f_{v,t}} \cdot s + 1}, \quad BF_v(s) = \frac{K_v \cdot Num_v / (1 + K_v \cdot Num_v)}{\frac{J_t}{f_{v,t}} \cdot s + 1} \quad (\text{III.32})$$

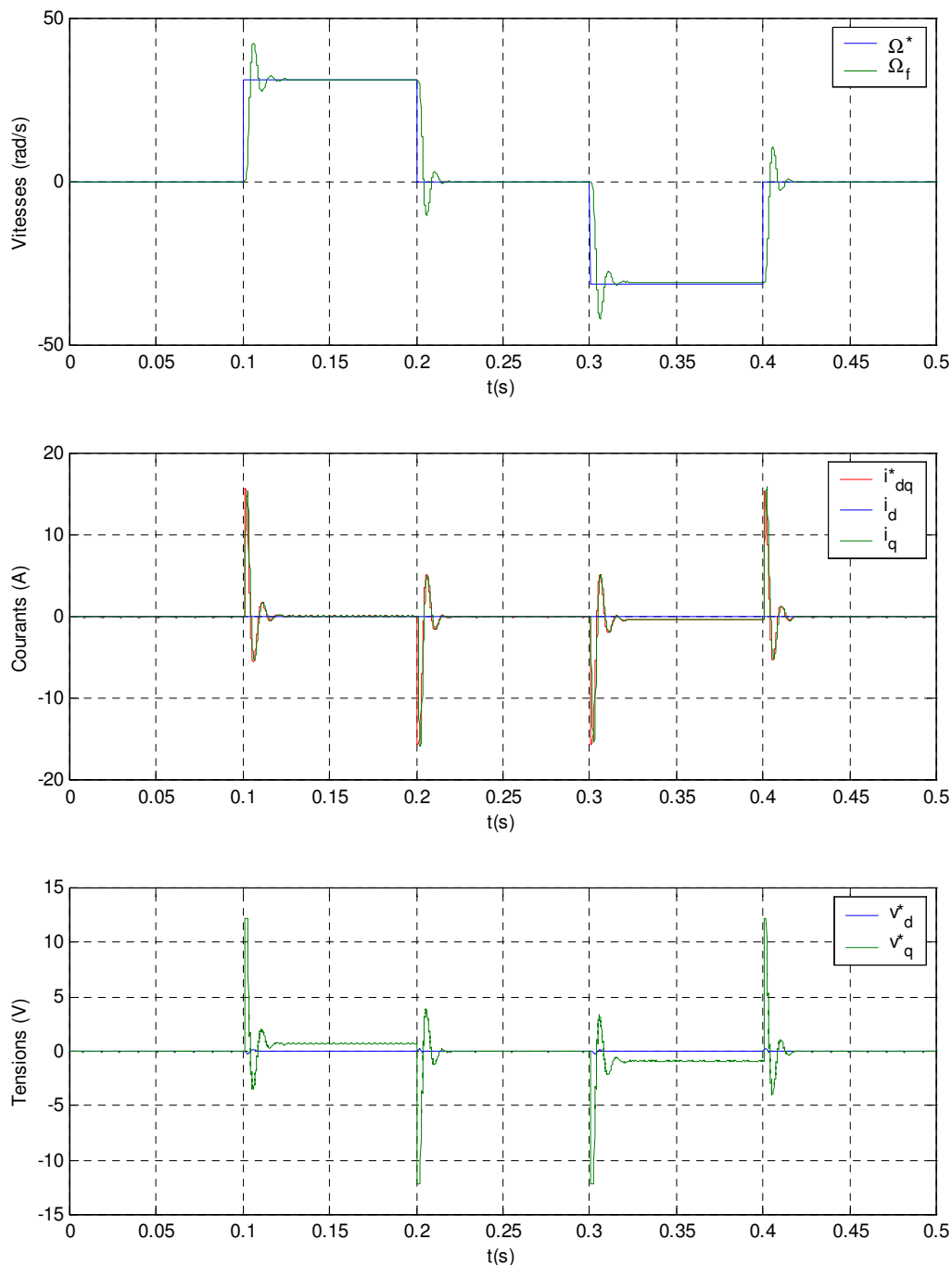
Etant donné que la vitesse est en fait imposée par les mouvements de l'opérateur, le gain  $K_v$  est calculé de manière à obtenir une dynamique en vitesse ayant une bande passante de fréquence  $f_v$ , telle que :

$$H_v(s) \approx \frac{1}{1 + \tau_v \cdot s}, \quad \tau_v = \frac{1}{2\pi \cdot f_v} \quad (\text{III.33})$$

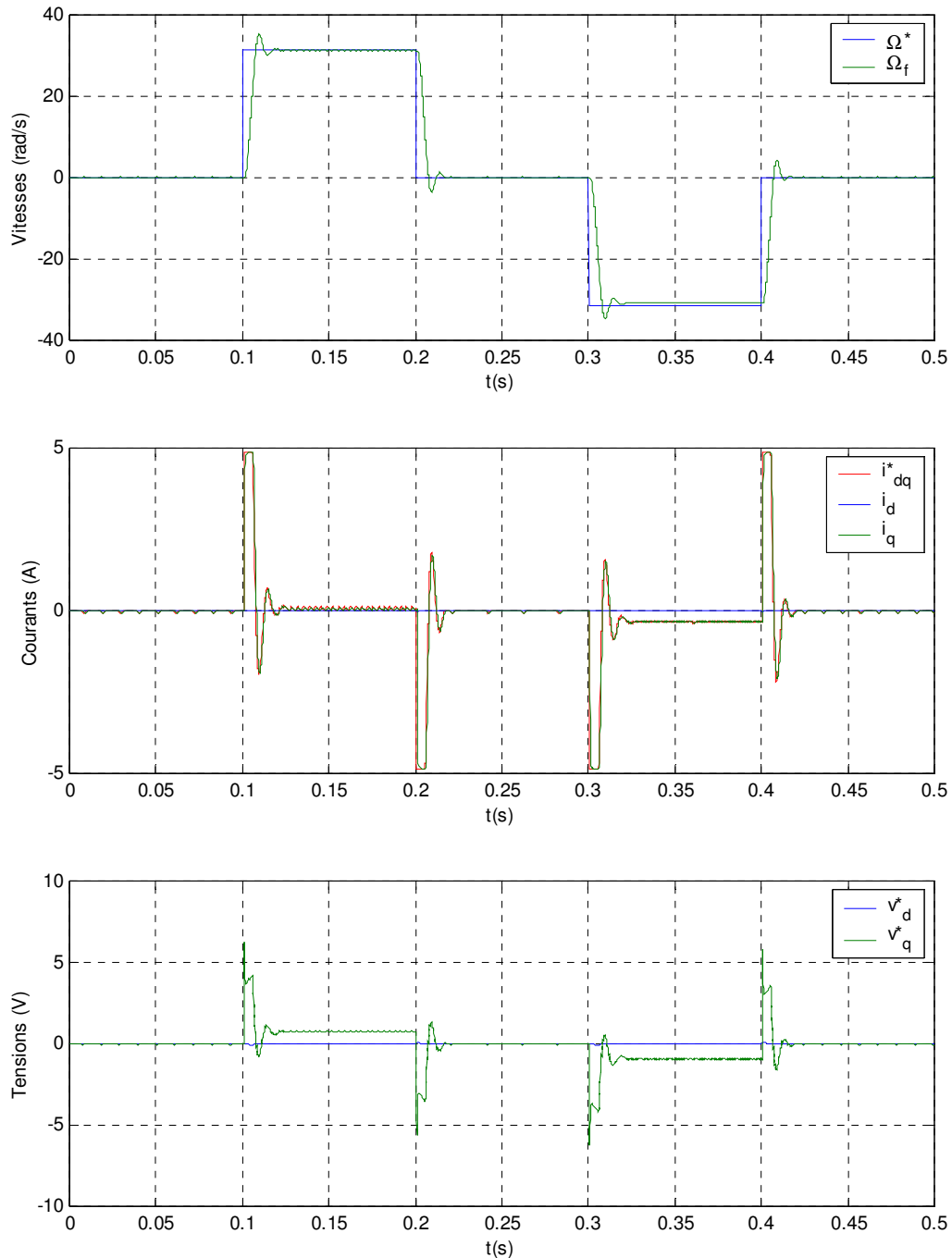
et dans ce cas, on obtient :

$$K_v = \frac{J_t - \tau_v \cdot f_{v,t}}{\tau_v \cdot f_{v,t} \cdot Num_v} \quad (\text{III.34})$$

Afin de valider le gain calculé, le système est simulé sous Matlab-Simulink. La figure III.15 présente la vitesse de consigne  $\Omega^*$ , la vitesse filtrée  $\Omega_f$  obtenue, les courants de consigne  $(i_d^*, i_q^*)$  en sortie de la boucle de vitesse, les courants  $(i_d, i_q)$  ainsi que les tensions de consigne  $(v_d^*, v_q^*)$ .



**Figure III.15.** Vitesses, courants et tensions obtenus dans le cas de la régulation de vitesse.

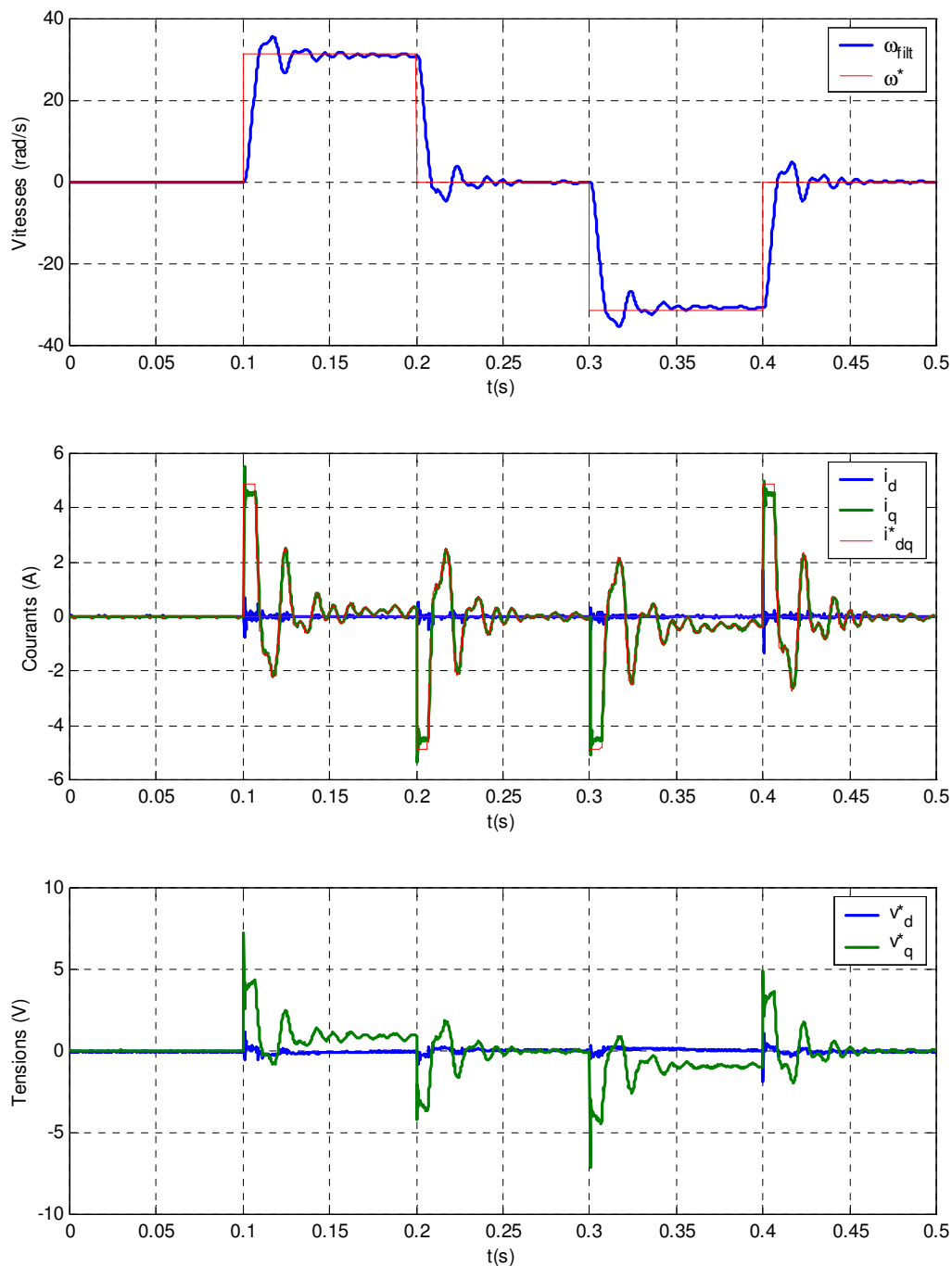


**Figure III.16.** Vitesses, courants et tensions obtenus dans le cas de la régulation de vitesse après saturation de la consigne de courant.

Les résultats obtenus en simulation montrent une dynamique en vitesse ayant un dépassement de 38% et un temps de montée d'environ 4 ms. De plus, la consigne de courant  $i_q^*$  en sortie de la boucle de vitesse dépasse le courant nominal de la MSAP. Il est donc nécessaire de la saturer. La figure III.16 présente après saturation de la consigne de courant les mêmes variables que précédemment.

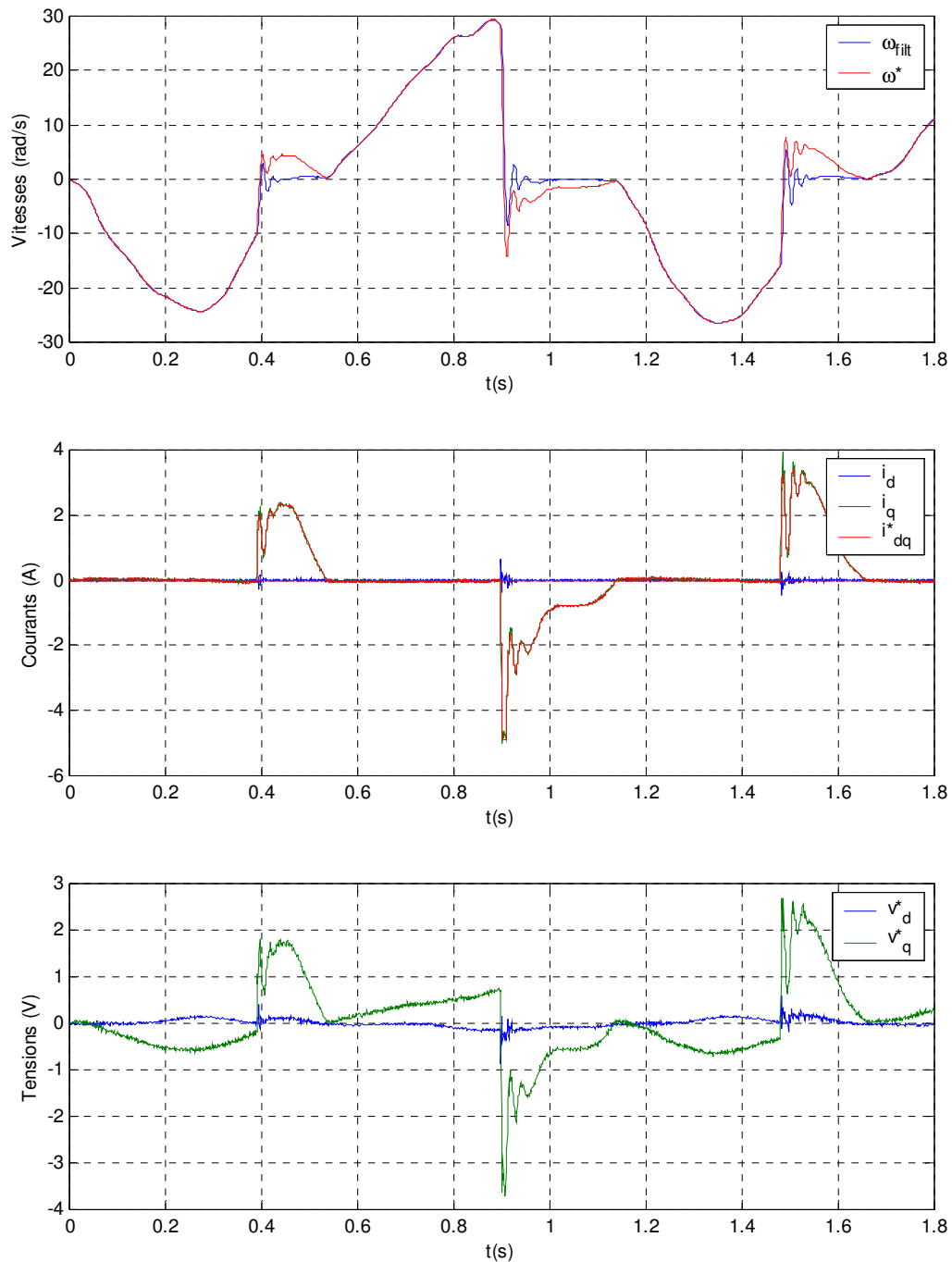
Le dépassement diminue jusqu'à environ 12% et devient acceptable étant donné qu'il est naturellement compensé par l'opérateur. Le temps de montée, à cause de la saturation de courant,

dépend de l'amplitude de la consigne de vitesse. Pour une vitesse correspondant à la vitesse maximale généralement obtenue lors d'un fonctionnement haptique ( $\Omega_{\max}^* = 10 \times 2\pi \text{ rad/s}$ ), le temps de montée est de l'ordre de 6 ms, et donc 20% plus important que souhaité par le cahier de charge. La boucle de vitesse est alors implantée dans l'algorithme du DSP. La figure III.17 présente la vitesse de consigne  $\Omega^*$ , la vitesse filtrée  $\Omega_f$  obtenue, les courants de consigne ( $i_d^*, i_q^*$ ) en sortie de la boucle de vitesse, les courants ( $i_d, i_q$ ) ainsi que les tensions de consigne ( $v_d^*, v_q^*$ ).



**Figure III.17.** Résultats expérimentaux – Vitesses de consigne et filtrée, courants de consigne et mesurés, et tensions de consigne obtenus dans le cas de la régulation de vitesse.

Le temps de montée expérimental est de l'ordre de 7 ms, et le dépassement de 16%. Cependant, cette consigne choisie initialement afin de valider par simulation le système, n'est pas représentative des consignes obtenues lors d'un fonctionnement haptique (déplacement de la poignée du système d'une butée à l'autre). Un nouvel essai est alors réalisé dans un contexte haptique permettant la validation de la régulation de vitesse implantée (figure III.18).



**Figure III.18.** Résultats expérimentaux en contexte haptique – Vitesses de consigne et filtrée, courants de consigne et mesurés, et tensions de consigne obtenus dans le cas de la régulation de vitesse.

Les résultats obtenus montrent un très bon suivi de la consigne de vitesse et de courant en mode transparent où l'opérateur doit se déplacer dans l'espace sans aucune contrainte. En mode butée, la vitesse de consigne est différente de la vitesse filtrée calculée. En effet, c'est à partir de la vitesse de consigne que la consigne de courant est calculée. Ainsi, en mode butée cette consigne  $i_q^*$  doit être aussi grande que possible afin de permettre à partir de la régulation de courant réalisée, de simuler un obstacle rigide. La vitesse de consigne est donc non nulle, alors que la vitesse filtrée, correspondant au déplacement de l'opérateur, tend vers zéro dès que celui-ci atteint la butée.

### III.3. Modélisation sous forme de système dynamique hybride

#### III.3.1. Introduction

Le système a jusque-là été simulé sans tenir compte de la dynamique de l'onduleur. Il est donc intéressant de réaliser un modèle dynamique hybride qui tiendrait compte des commutations des interrupteurs de l'onduleur, permettant la connaissance de l'état du système à tout moment. Il est alors possible d'évaluer à l'intérieur même d'une période de hachage, l'amplitude des ondulations de courant obtenues à cause de la MLI vectorielle.

En effet, un système dynamique hybride contient des sous-systèmes aux dynamiques continues et des sous-systèmes aux dynamiques discrètes qui interagissent entre eux [Ant98][Zay01]. Typiquement, ces systèmes contiennent des variables ou signaux ayant des valeurs dans un intervalle continu, ainsi que des variables discrètes appartenant à un ensemble bien défini avec des périodes d'échantillonnage synchrones ou asynchrones l'une par rapport à l'autre.

La figure III.19 montre que l'interface haptique étudiée est un système dynamique hybride. En effet, ce système contient :

- un sous-système aux dynamiques continues (MSAP),
- un sous-système en commutation (onduleur de tension),
- un sous-système aux dynamiques discrètes (commande du système implantée numériquement dans le DSP),
- enfin, un système discret asynchrone au reste (l'environnement virtuel).

La simulation du système a, jusque-là, été réalisée sans tenir compte des caractéristiques hautes fréquences de l'onduleur de tension, modélisé par un simple gain. En effet, les tensions de référence calculées lors de la régulation sont supposées égales à celles alimentant le moteur. Pour modéliser de

la manière la plus précise possible l'ensemble du système sous Matlab-Simulink, il est nécessaire de prendre un pas de calcul de 25 ns, correspondant à la période de l'horloge interne du DSP. Dans ce cas, les temps de simulation deviennent très importants, et la capacité de mémoire ne permet la simulation que pour de très courts intervalles de temps. Ainsi, afin de visualiser en simulation les effets de l'onduleur, un modèle dynamique hybride est développé, permettant un calcul plus précis et plus rapide, tout en prenant en compte les différents instants les plus importants, qui sont les instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur *et* les périodes de régulation.

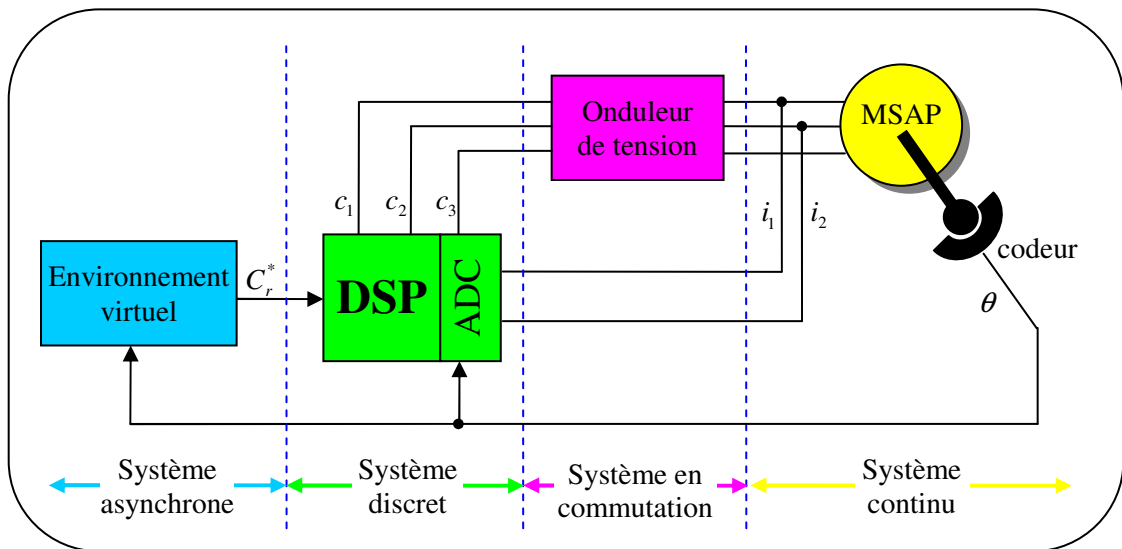


Figure III.19. Interface haptique vue sous forme de système dynamique hybride.

### III.3.2. Diagramme des temps

Le système de régulation comprend trois boucles :

- une boucle de régulation du courant de période  $T_e = 100 \mu s$ ,
- une boucle de régulation de la vitesse de période  $T_v = 300 \mu s$ ,
- une boucle haptique permettant de simuler numériquement une butée virtuelle, de période

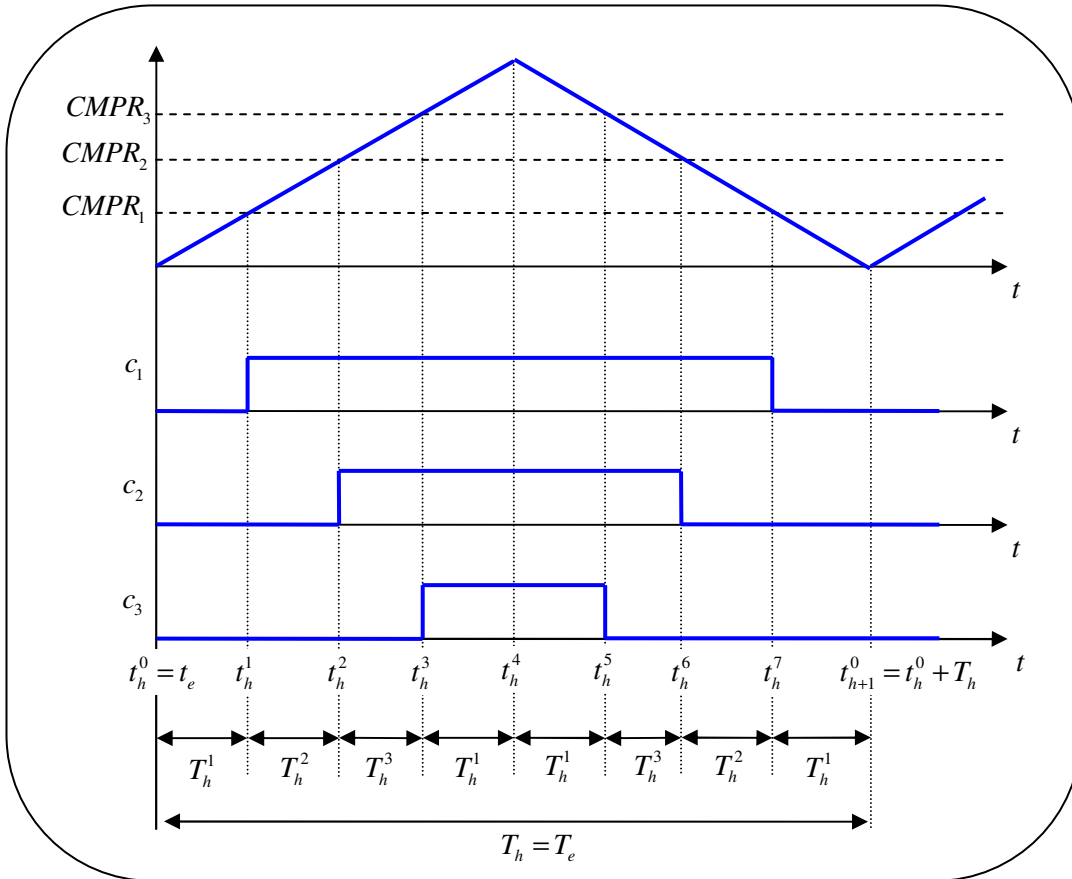
$T_{hapt} = 1 ms$ , asynchrone aux deux autres boucles.

A ces trois périodes, s'ajoutent les différents rapports cycliques  $T_h^1$ ,  $T_h^2$  et  $T_h^3$  de la modulation vectorielle de période  $T_h = T_e$ , qui définissent les instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur de tension  $t_h^0$ ,  $t_h^1$ ,  $t_h^2$ ,  $t_h^3$  et  $t_h^4$  (cf. I.3.2), selon la figure III.20 :

- $t_h^0 = h.T_h$ ,
- $t_h^1 = t_h^0 + T_h^1$ ,
- $t_h^2 = t_h^1 + T_h^2$ ,



- $t_h^3 = t_h^2 + T_h^3$ ,                      -  $t_h^4 = t_h^3 + T_h^1 = t_h^0 + \frac{T_h}{2} = t_{h+1}^0 - \frac{T_h}{2}$ ,                      -  $t_h^5 = t_h^4 + T_h^1$ ,
- $t_h^6 = t_h^5 + T_h^3$ ,                      -  $t_h^7 = t_h^6 + T_h^2$ ,                      -  $t_h^8 = t_{h+1}^0 = t_h^7 + T_h^1 = t_h^0 + T_h$ .



**Figure III.20.** Instants de commutation définis par la modulation vectorielle de l'onduleur de tension.

La figure III.21 présente un diagramme des temps regroupant les différents instants spécifiques à la régulation et à la modulation vectorielle de l'onduleur. Afin de prendre en compte tous les intervalles ainsi définis dans la simulation du système, un modèle dynamique hybride permettant la connaissance du modèle à chaque instant est présenté.

### III.3.3. Modèle dynamique hybride

Les composantes du système échantillonnées à la période  $T_e$ , sont notées par la suite,  $X_n = X(t_n) = X(n.T_e)$ . Le modèle de la MSAP s'écrit sous forme de système d'état, selon :

$$dX / dt = A_4.X + B_4.U_n \tag{III.35}$$

où  $X$  est le vecteur d'état du système, et  $U_n$  est l'entrée échantillonnée à la période  $T_e$ , telles que :

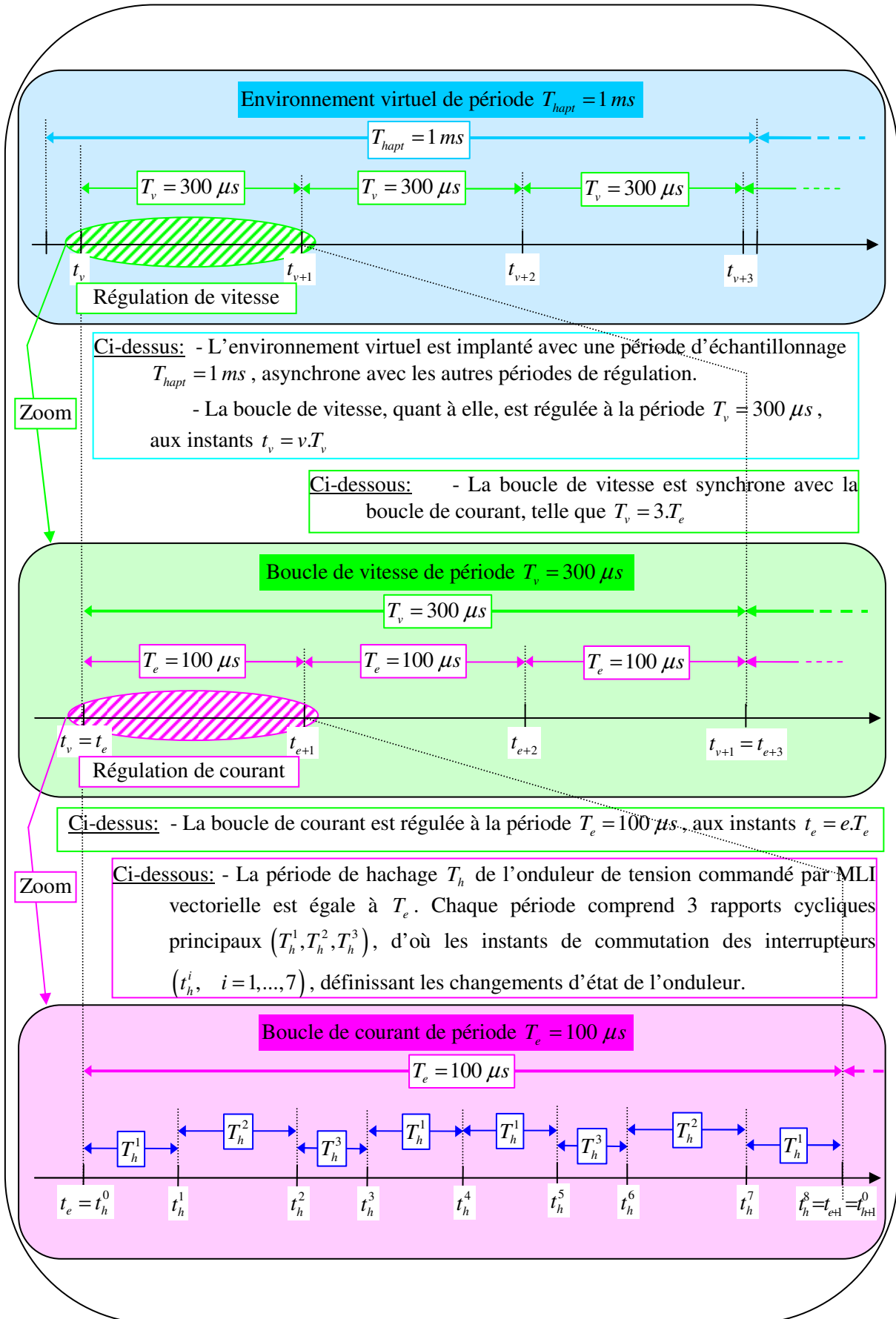


Figure III.21. Diagramme des temps relatif au système de régulation et à la modulation vectorielle.

$$X = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega \frac{L_q}{L_d} & 0 & 0 \\ -\omega \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & -\frac{\varphi_f}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{p_1 \cdot \varphi_f}{J} & -\frac{f_v}{J} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ L_d \\ 1 \\ L_q \\ -1 \\ J \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U_n = \begin{bmatrix} v_{dn} \\ v_{qn} \\ C_{r,n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

Afin de résoudre ce système à chaque instant, un algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2 est mis en place.

### III.3.3.1. Algorithme de Runge-Kutta

L'algorithme de Runge-Kutta permet une résolution numérique suffisamment précise des équations différentielles, comme celles représentant le système électrique de la MSAP. Le principe de la modélisation est inspiré de la méthode présentée dans [Fli98]. De plus, le problème d'une commande en cascade avec différentes périodes de régulation a été décrit dans le cas d'un moteur à courant continu dans [Lou95].

Soit en premier lieu, le système mono-variable suivant ayant pour condition initiale  $x(0) = 0$  :

$$dx/dt = x' = f(x,t) \quad (\text{III.37})$$

Soit  $x_n$  la valeur de  $x$  à l'instant  $t_n$ . L'algorithme de Runge-Kutta permet d'estimer  $x_{n+1}$ , à l'instant  $t_{n+1} = t_n + h$ , où  $h$  est très petit, à partir de  $x_n$  et  $t_n$ . Ce calcul se fait par une moyenne pondérée des valeurs de  $f(x,t)$  à différents instants de l'intervalle  $(t_n, t_n + h)$ . L'algorithme peut être décrit par les équations suffisantes :

$$x_{n+1} = x_n + h.k_2 \quad (\text{III.38})$$

où:

$$\begin{cases} k_1 = f(x_n, t_n) \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}.k_1, t_n + \frac{h}{2}\right) \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

A partir de  $x_0$ , il suffit alors de calculer  $x_1$ , puis à partir de  $x_1$  on calcule  $x_2$ , et ainsi de suite.

Pour des systèmes multi-variables, l'algorithme de Runge-Kutta est similaire, sauf que les variables sont remplacées par des vecteurs. Afin de donner une meilleure idée de l'algorithme, supposons un vecteur à deux variables  $(x, y)$ , tel que :

$$\begin{cases} dx/dt = x' = f(x, y, t) \\ dy/dt = y' = g(x, y, t) \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

L'algorithme de Runge-Kutta s'écrit alors:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + h.k_2 \\ y_{n+1} = y_n + h.j_2 \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

où:

$$\begin{cases} k_1 = f(x_n, y_n, t_n) \\ j_1 = g(x_n, y_n, t_n) \\ k_2 = f(x_n + h/2.k_1, y_n + h/2.j_1, t_n + h/2) \\ j_2 = g(x_n + h/2.k_1, y_n + h/2.j_1, t_n + h/2) \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Pour des systèmes multivariables comme celui étudié, il suffira d'écrire les équations sous la forme suivante:

$$\begin{cases} dx/dt = x' = f(x, y, t) \\ dy/dt = y' = g(x, y, t) \\ dz/dt = y' = h(x, y, t) \\ \dots \end{cases} \quad (\text{III.43})$$

et de développer l'algorithme de manière similaire au cas bi-variable.

### III.3.3.2. Application au modèle électrique de la MSAP

Le modèle électrique de la MSAP présenté en (III.35), est un système à quatre variables. Les rapports cycliques, calculés par MLI vectorielle à partir des consignes de tension, sont inférieurs à la moitié de la période de hachage ( $T_h^i < T_h / 2, \forall i = 1, 2, 3$ ). Il est alors possible d'appliquer l'algorithme de Runge-Kutta à chaque pas élémentaire ( $h = T_h^i$ ) afin de calculer l'état du système à chaque instant de commutation  $t_h^i$ .

On peut alors écrire un modèle d'état sous la forme :

$$X_{n+1} = \Phi(X_n, \Gamma_n) \quad (\text{III.44})$$

où  $\Phi$  est une fonction de transition et  $\Gamma_n = (t_n^0, t_n^1, t_n^2, t_n^3)$  regroupe les différents instants de commutation de l'onduleur calculés à la période  $T_e$ , tel que :

$$\Gamma_n = G_n(V_{123}^*(t_n)) \quad (\text{III.45})$$

où  $(V_{123}^*(t_n))$  sont les tensions de phase consigne à l'instant  $t_n = n.T_e$ .

En pratique, une période de retard est introduite par le DSP : les instants de commutation calculés par MLI vectorielle, à partir des tensions de consigne de la boucle de courant, ne sont pas instantanément appliqués à l'onduleur. Un retard de période  $T_e$  est donc introduit dans le modèle décrivant la boucle de régulation du courant :

$$(V_{123}^*(t_e)) = \text{Alg}_{\text{cour}}(X_{e-1}, i_v^*) \quad (\text{III.46})$$

La référence de courant est calculée lors de la régulation de vitesse de période  $T_v = 3.T_e$ . Cette boucle introduit également un retard  $T_e$ , tel que :

$$i_v^* = \text{Alg}_{\text{vit}}(X_{v-T_e}, \omega_{\text{hapt}}^*) \quad (\text{III.47})$$

où  $\omega_{\text{hapt}}^*$  est la vitesse de consigne obtenue avec une période  $T_{\text{hapt}}$ . A partir des équations (III.45-47), il est possible alors d'écrire un système global au niveau de la boucle de vitesse, selon :

$$X_{v+1} = \Psi(X_v, \Gamma_v) \quad (\text{III.48})$$

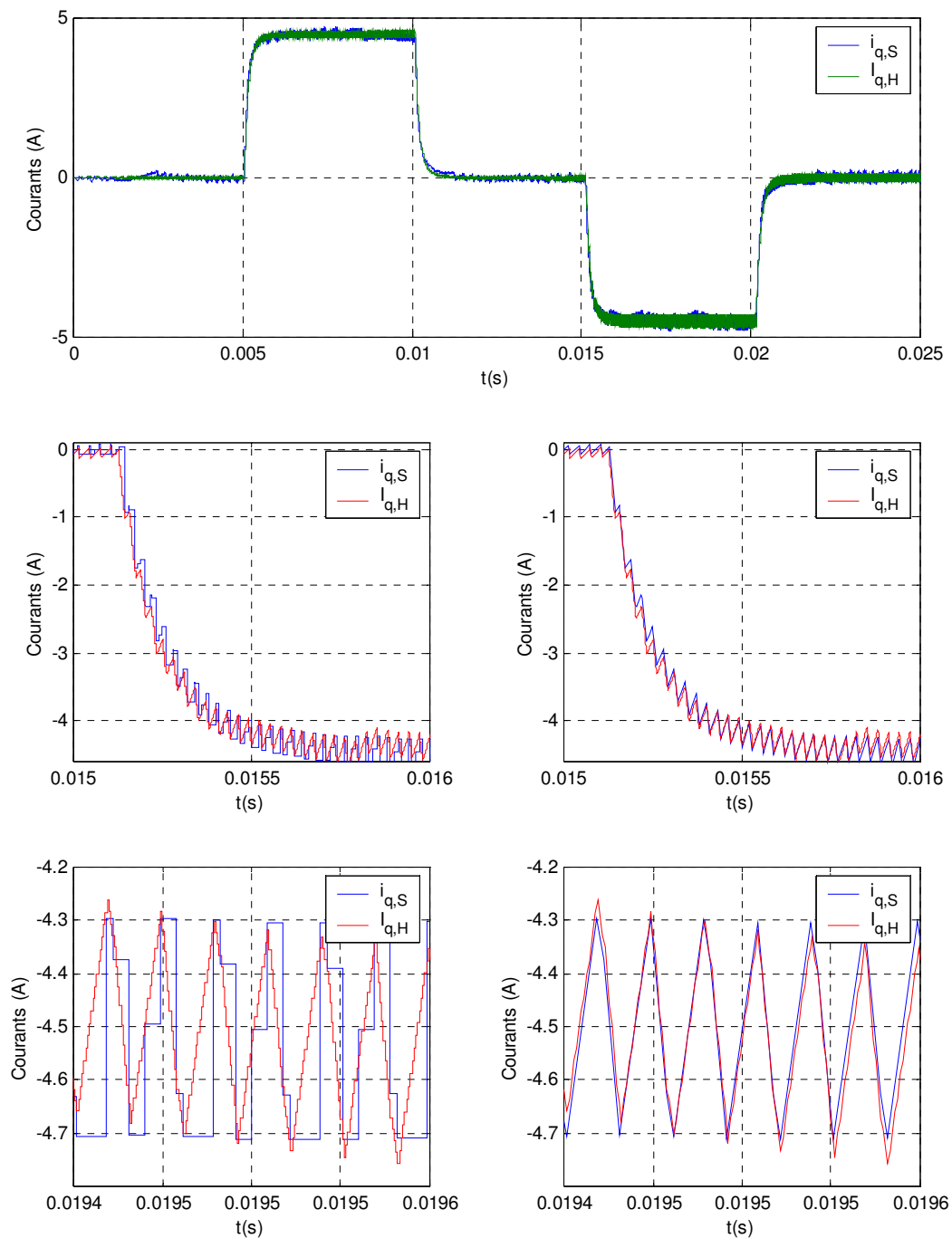
où  $\Gamma_v = (\Gamma_e, \Gamma_{e+1}, \Gamma_{e+2})$  contient tous les instants de commutation dans l'intervalle  $[t_v, t_{v+1}]$ , et  $X_v = X(t_v)$ .

Le modèle dynamique hybride tient donc compte de chaque instant de commutation et de toutes les périodes de régulation, à l'exception de  $T_{\text{hapt}}$  correspondant à l'environnement virtuel et qui n'a pas été intégrée au système simulé.

### III.3.4. Résultats de simulation

La première étape étant la validation du modèle développé sous Matlab-Editor, le système est d'abord simulé sur une courte durée sous Matlab-Simulink (indice S) avec intégration de l'onduleur de tension. Le pas de simulation est pris égal à 250ns et l'algorithme utilisé correspond à l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 2 (ode 2). Le même système est ensuite simulé, dans les mêmes conditions, à l'aide de l'algorithme hybride implanté sous Matlab-Editor (indice E), l'état étant calculé à chaque instant de commutation de l'onduleur.

La figure III.22 présente le courant statorique d'axe  $q$  dans les deux types de simulation, pendant le régime transitoire et pendant le régime permanent. De plus, les mesures sont présentées sous forme échantillonnée (à gauche), et sous forme continue (à droite). Les différences obtenues entre la simulation sous Matlab-Simulink et sous Matlab-Editor sont négligeables. Les résultats ainsi obtenus montrent la validité de l'algorithme implanté.



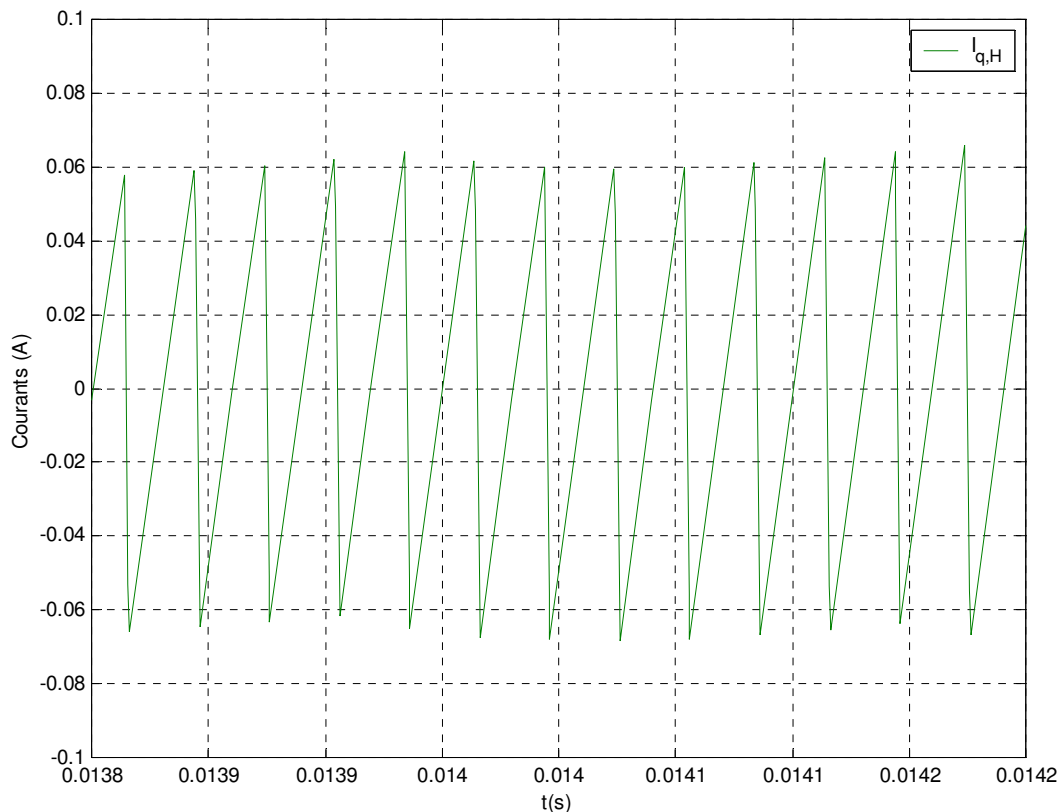
**Figure III.22.** Comparaison des courants d'axe  $q$  dans les deux cas de simulation : hybride (rouge) et Simulink (bleu). A gauche, les données sont échantillonnées au pas de calcul de chaque cas. A droite, ce sont les mêmes données, mais interpolées afin de comparer l'allure générale des courbes.

Les courbes obtenues montrent que la simulation hybride donne des résultats très satisfaisants avec seulement six points de calcul par période  $T_e$  de régulation du courant, correspondant aux instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur. Par contre, l'augmentation du pas de calcul sous Matlab-Simulink détériore la précision du système de manière notable [KhaF06].

La comparaison des temps de calcul entre les deux simulations montre un gain de temps important, fonction du pas de simulation choisi sous Matlab-Simulink, pouvant aller de 4 à 15 fois le temps de simulation hybride, pour respectivement  $T_{Simulink} = 1 \mu s$  et 250 ns.

Contexte haptique : une fois le modèle validé, celui-ci permettra de vérifier, pour différents cas de figure, l'amplitude des ondulations en mode 'transparent' ( $i_q^* = 0$ ) qui pourrait influencer le ressenti de l'opérateur (figure III.23), dont la perception est d'environ 0.04N [Sri97].

La figure montre que les ondulations de courant sont d'une amplitude environ égale à 0.12A, ce qui correspond à 3.8 mN, et ne sont pas perçues par l'opérateur, ce qui est d'ailleurs vérifié expérimentalement.



**Figure III.23.** Ondulations de courant en mode transparent.

Le rapport 10, entre la valeur théorique minimale des ondulations de couple ressenties par l'opérateur et les ondulations obtenues par simulation, valide le choix de modélisation de l'onduleur par un simple gain. Ce modèle peut être reproduit pour d'autres dispositifs, afin de valider la simplification.

### III.4. Boucle haptique - Implantation d'un environnement virtuel

Dans le cadre d'un environnement virtuel à retour d'effort, les surfaces haptiques générées par l'ordinateur doivent définir les frontières des objets simulés et ainsi délimiter l'endroit où l'interaction de l'opérateur avec l'environnement virtuel change de manière abrupte [Ros93].

L'interface haptique étudiée étant à un degré de liberté, et le prototype n'étant pas relié à un ordinateur permettant de simuler un environnement virtuel complet, deux positions autour d'une position initiale sont définies afin de générer un espace libre entre deux butées virtuelles telles que présentées à la figure III.24.

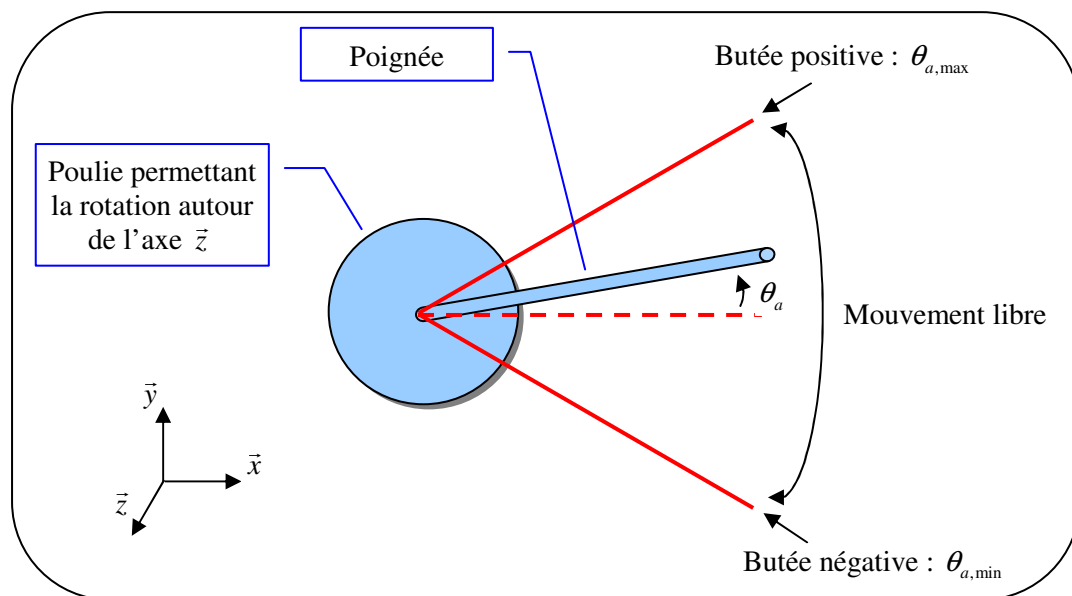


Figure III.24. Principe de la butée virtuelle implantée dans le DSP.

#### III.4.1. Décomposition du ressenti de l'opérateur

De nombreuses études [Ros93][Law00] ont montré qu'une décomposition simple du ressenti de l'opérateur, lors d'un contact avec une surface rigide, peut être décrite en trois étapes fondamentales : le contact dynamique initial avec la surface, l'interaction quasi-statique avec la surface dure, et le relâchement dynamique final de la surface. Ces trois étapes ont des caractères (qualités) perceptuels très différents, qui sont simplement décrits comme la *netteté* du contact initial, la *dureté* de la surface rigide, et la *pureté* du relâchement final.

Par exemple, le modèle virtuel d'un ressort rigide linéaire, fournit une représentation adéquate en terme de retour d'effort, d'un mur rigide 'dur' lors d'un contact statique avec la surface. Cependant, pour une interaction dynamique avec ce modèle, le contact initial présente un ressenti dérangentant de



‘rebond’, qui déforme l’illusion générale de rigidité. D’un autre côté, un modèle virtuel, d’un amortisseur linéaire pur, produit une force nette et abrupte lors du contact initial, qui pourrait être décrite plus comme un ‘rejet’ que comme un ‘rebond’. L’interaction avec ce modèle produit une sensation très réaliste d’une surface rigide au premier instant de contact. Bien sûr, après ce premier instant, l’amortisseur pur ne peut maintenir l’illusion étant donné qu’il ne possède pas de rigidité statique et permet donc ensuite une lente progression à l’intérieur du modèle du mur. Lors de la sortie du mur virtuel modélisé comme un amortisseur pur, la perception a un effet ‘gluant’, comme si l’opérateur retirait sa main d’un liquide visqueux. Ce ressenti peut être éliminé par une modélisation directionnelle de l’amortisseur, qui ne réagit que lorsque l’opérateur cherche à franchir le mur virtuel, et non pas lorsqu’il en ressort.

Un mur virtuel peut donc être modélisé par un ressort de raideur  $K_m$  et un amortisseur  $B_m$ , aussi grands que possible :

$$C_{mur}^* = \left[ K_m (\theta_{hapt} - \theta_{butee}) - B_m \cdot \Omega_{hapt} \right] \cdot \xi(\theta_{hapt}) \quad , \quad \begin{cases} \xi(\theta_{hapt}) = 0, & \theta_{hapt} < \theta_{butee} \\ \xi(\theta_{hapt}) = 1, & \theta_{hapt} > \theta_{butee} \end{cases} \quad (\text{III.49})$$

où  $C_{mur}^*$  est le couple de sortie du mur virtuel, fonction de la position mesurée  $\theta_{hapt}$  et de la vitesse calculée par dérivation numérique  $\Omega_{hapt}$ , échantillonnées à la période  $T_{hapt}$ .

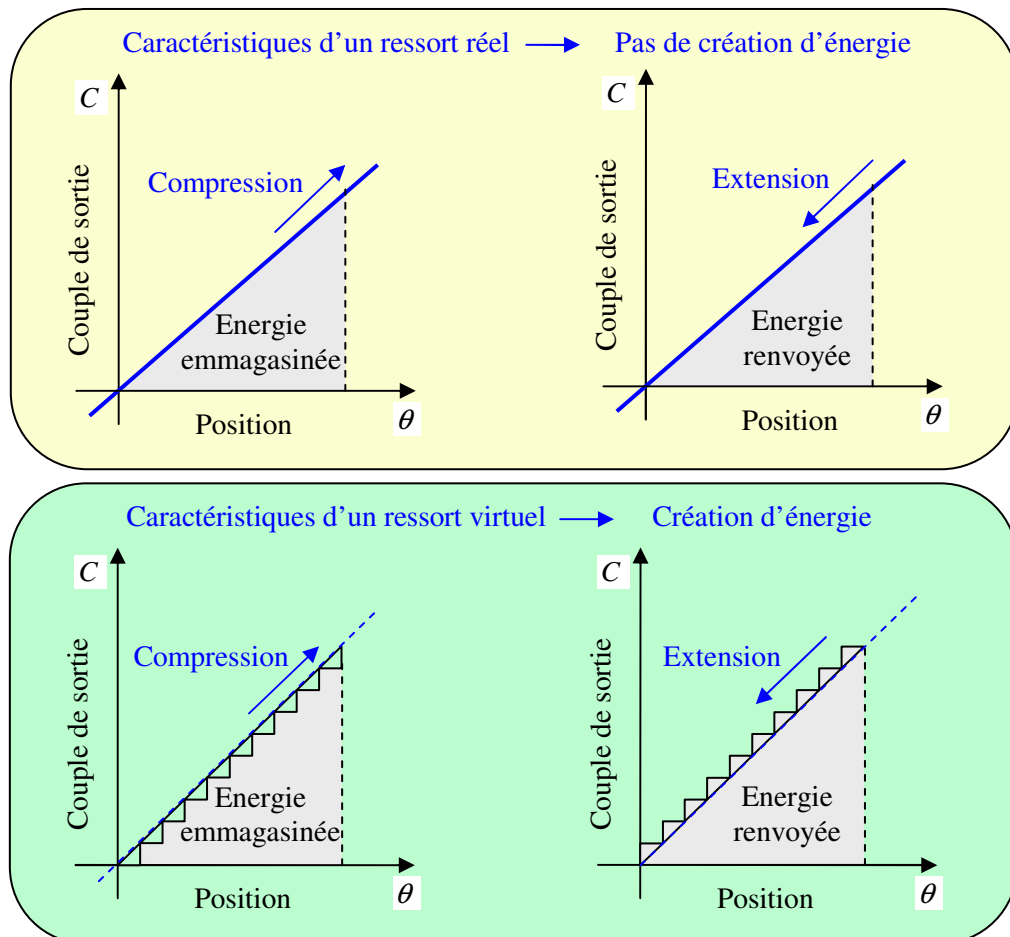
Il est cependant important de noter qu’un opérateur ne peut faire la différence entre une raideur infinie et une raideur de 10000 N/m [Law94][Bro95]. De plus, une raideur de 5000 N/m produit une sensation de mur rigide aussi convaincante qu’une raideur plus importante. Pour le prototype étudié, cette raideur correspond à une raideur en rotation de 2 N.m/rad, qui sera par la suite l’objectif minimal à atteindre.

### III.4.2. Passivité du mur virtuel

Avant de définir mathématiquement la notion de passivité, un exemple simple illustrera comment un environnement virtuel apparemment passif peut devenir ‘non-passif’. Dans ce cas, les sources de non-passivité sont les données échantillonnées. D’autres sources peuvent également être citées : les inexactitudes des capteurs, les retards, les erreurs de conversion analogique/numérique et vice versa, ainsi que la quantification des codeurs de position.

Considérons la simulation d’un simple ressort, définie par la relation  $C = K_m \cdot \theta$  et supposons que la position et le couple de sortie sont échantillonnés. La figure III.25 montre la différence au niveau des caractéristiques statiques d’un ressort réel et un ressort simulé avec des données échantillonnées.

Dans le premier cas, la caractéristique est linéaire et montre la proportionnalité  $K_m$  entre le couple de sortie et la position. Dans le cas échantillonné, le couple de sortie est mis à jour à chaque nouvel échantillon de la position, ce qui entraîne une caractéristique en escalier. Cela entraîne une création d'énergie par le ressort virtuel, contrairement au cas du ressort réel, qui ne peut pas renvoyer plus d'énergie qu'il n'en a emmagasinée.



**Figure III.25.** Caractéristiques d'un ressort réel et d'un ressort simulé avec des données échantillonnées.

Malheureusement, cette génération d'énergie pour des environnements normalement passifs ouvre des possibilités d'instabilité dans le cadre des interfaces haptiques étudiées.

De nombreuses études réalisées dans le domaine fréquentiel [Col93][Col94a] et dans le domaine temporel [Abb04] montrent qu'une condition assurant la passivité de l'interface haptique définit la raideur maximale telle que :

$$K_m < \min\left(\frac{2.b}{T_{hapt}}, \frac{f_s}{\Delta}\right) \quad (III.50)$$

où  $b$  est l'amortissement physique du système,  $f_s$  le coefficient de frottements secs,  $\Delta$  la résolution du codeur incrémental assurant les mesures de position, et  $T_{hapt}$  la période d'échantillonnage de la boucle haptique.

En réalité, l'amortissement  $b$  est principalement dû à l'opérateur, qui est très difficile à modéliser, et varie selon le type de prise en main de la poignée du système (bras tendu, bout des doigts, etc...). Une valeur moyenne du gain  $K_m$  est donc définie par des essais répétés, et implantée dans l'algorithme du DSP. Il est ensuite possible à chaque utilisateur de modifier ce gain à sa guise, si nécessaire.

Le coefficient d'amortissement  $B_m$  peut alors être déduit de la relation suivante, où  $c$  est une constante approximativement égale à 0.5 [Col93][Col94] :

$$\frac{B_m}{K_m \cdot T_{hapt}} > c \quad (\text{III.51})$$

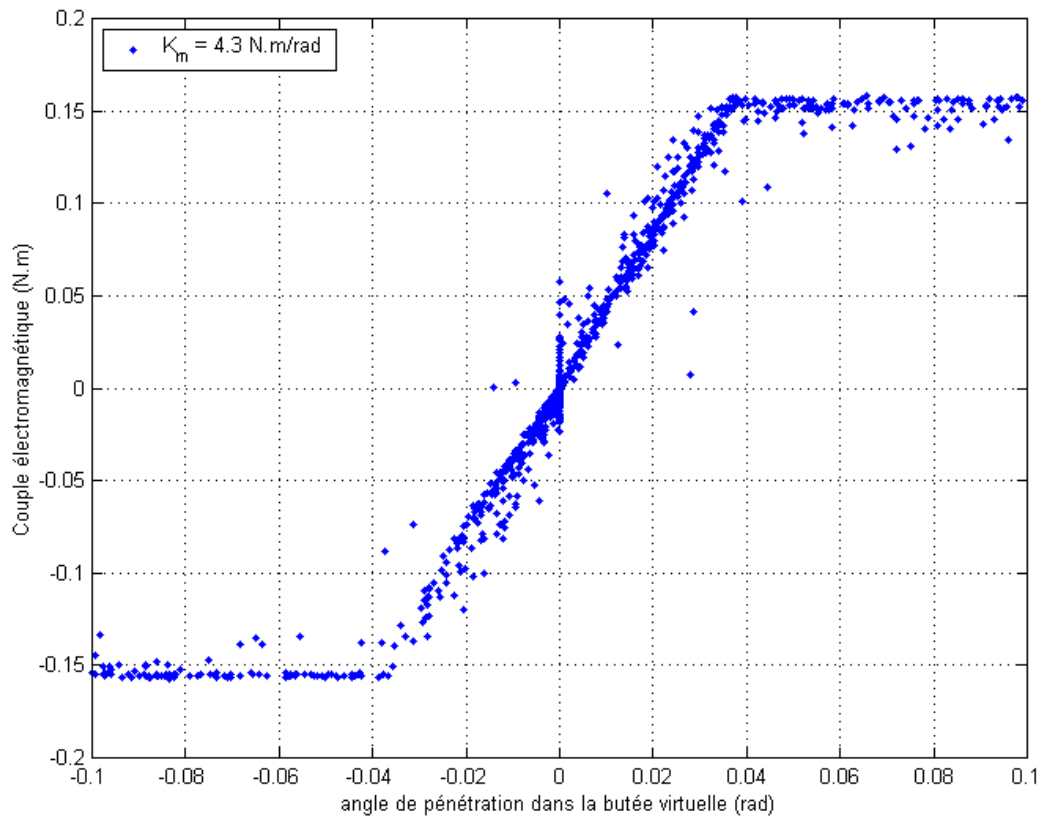
### III.4.3. Résultats expérimentaux

La raideur maximale qu'il a été possible d'atteindre, dans le cas du prototype étudié, est égale à 4.3 N.m/rad. Celle-ci est supérieure à la valeur minimale égale à 2 N.m/rad, précédemment définie, ce qui permet de valider la butée virtuelle rigide implantée. L'opérateur ressent clairement l'obstacle lorsqu'il atteint dans son déplacement l'une ou l'autre des butées.

La figure III.26 présente dans ce cas la raideur statique obtenue expérimentalement, définie par le rapport du couple fourni par la MSAP en fonction de l'angle de pénétration dans les butées virtuelles. A partir d'un certain angle ( $\theta_a = 0.2^\circ$ ), le couple électromagnétique est saturé à sa valeur nominale.

Les résultats obtenus respectivement pour les boucles de courant, de vitesse et pour la boucle 'haptique' répondent au cahier de charges de l'industriel. Les essais réalisés dans un *contexte haptique* permettent de valider la commande établie, à partir du ressenti de l'opérateur. Celui-ci distingue parfaitement les deux modes définis :

- le *mode transparent*, entre les deux butées, où son mouvement est très fluide et sans contraintes ( $C_{em} = 0, \forall \Omega$ ),
- et le *mode butée*, lorsque l'obstacle virtuel est atteint.



**Figure III.26.** Raideur statique de l'environnement virtuel : couple électromagnétique en fonction de l'angle de pénétration dans la butée.

## III.5. Commande par variables d'ondes

### III.5.1. Introduction

Dans un contexte haptique, l'implantation stable d'un environnement virtuel raide reste un défi pour les interfaces à retour d'effort kinesthésique. L'approche traditionnelle, précédemment décrite, consiste en résumé, à réaliser des boucles de régulation à partir de mesures de position quantifiées et discrétisées et des mesures de courant par l'intermédiaire de shunts résistifs. Des études ont montré que la raideur maximale obtenue par cette approche est limitée par le manque d'informations reçues par le contrôleur à cause de la discrétisation des données [Col94a][Gil96], de la quantification de la position liée à l'utilisation de codeurs incrémentaux [Abb04][Dio05], et des retards de calcul principalement introduits par l'environnement virtuel.

Le frottement intrinsèque à l'interface, ainsi que l'amortissement introduit par la poignée de l'opérateur, deviennent donc essentiels à la stabilisation du retour haptique. En fait, l'environnement virtuel ne peut être simulé que dans une bande de fréquence limitée. Des études sur les MCC ont donc été réalisées afin d'adopter une nouvelle approche de commande permettant le retour haptique

[Nie05][Dio06]. Ces méthodes spéciales développées initialement dans un contexte de télérobotique, ont été adaptées à l'haptique et reposent sur des bases mécaniques.

La résistance électrique et la force contre-électromotrice (f.c.e.m) de la machine sont utilisées implicitement afin d'obtenir des informations sur la vitesse, et ainsi mettre en place l'amortissement visqueux approprié. L'inductance électrique est quant à elle utilisée afin de créer une raideur. Basés sur des dynamiques naturelles de la machine, ces effets sont disponibles aux hautes ainsi qu'aux basses fréquences de fonctionnement, permettant ainsi des performances au-delà des approches traditionnelles. De plus, la transformation des données en variables d'ondes, généralement utilisée dans la télérobotique, rend l'implantation insensible aux différents retards de la régulation.

Cette approche sera reprise dans cette section et appliquée à la machine synchrone à aimants permanents étudiée dans le cadre de cette thèse. Elle introduit une bonne robustesse vis-à-vis des problèmes de retard, de quantification, etc... Cependant nous verrons qu'elle a malgré tout certaines limites qui nécessitent la mise en place d'une boucle de position absolue.

### III.5.2. Exploitation de la dynamique de la MSAP

Rappelons les équations électriques représentant la MSAP :

$$\begin{cases} v_d = R_s \cdot i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - e_d \\ v_q = R_s \cdot i_q + L_q \frac{di_q}{dt} - e_q \end{cases}, \quad \begin{cases} e_d = \omega \cdot L_q \cdot i_q \\ e_q = -\omega \cdot L_d \cdot i_d - \omega \cdot \varphi_f \end{cases} \quad (\text{III.52})$$

Par la suite, et afin de se ramener à une configuration la plus proche possible d'une MCC, nous supposons le courant statorique  $I_d$  parfaitement régulé et nul à tout moment. Le système d'équations électriques devient :

$$\begin{cases} v_q = R_s \cdot i_q + L_q \frac{di_q}{dt} - e_q \\ e_q = -p_1 \cdot \Omega \cdot \varphi_f \end{cases} \quad (\text{III.53})$$

où  $v_q$ ,  $i_q$  et  $e_q$  sont respectivement les tension, courant et fcem statoriques d'axe  $q$ .

Le modèle mécanique de la MSAP haptique s'écrit :

$$\begin{cases} C_{op} = f_{v,t} \cdot \Omega + J_t \frac{d\Omega}{dt} - C_{em} \\ C_{em} = \frac{3}{2} p_1 \cdot \varphi_f \cdot i_q \end{cases} \quad (\text{III.54})$$

où  $C_{em}$  et  $C_{op}$  sont respectivement le couple électromagnétique de la MSAP et le couple produit par l'opérateur sur l'interface.

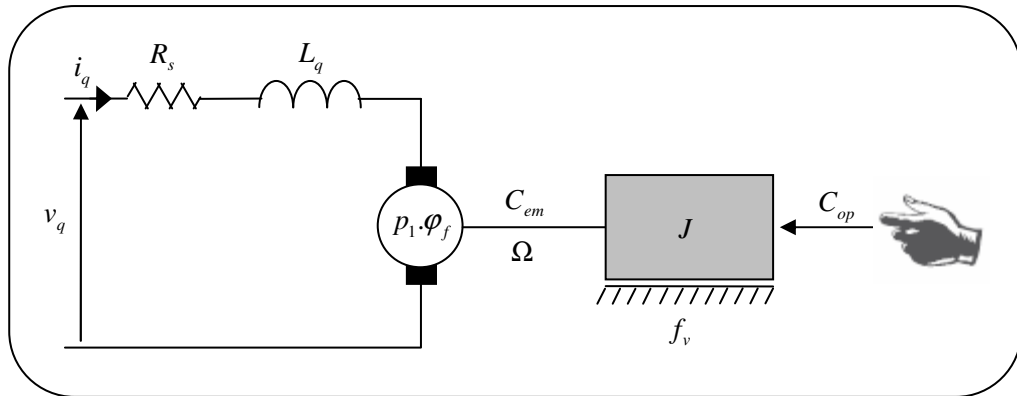
Afin de retrouver le même coefficient  $p_1 \cdot \varphi_f$  reliant la tension à la vitesse, dans le système mécanique, le système III.54 est multiplié par  $2/3$ , ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} C_{op} = f_v \cdot \Omega + J \frac{d\Omega}{dt} - C_{em} \\ C_{em} = p_1 \cdot \varphi_f \cdot i_q \end{cases} \quad (III.55)$$

où les couples sont en fait multipliés par  $2/3$ , et les nouveaux paramètres sont :

$$f_v = \frac{2}{3} f_{v,t} \quad \text{et} \quad J = \frac{2}{3} J_t \quad (III.56)$$

Ces équations sont illustrées à la figure III.27, et représentées sous forme de schéma-bloc à la figure III.28.

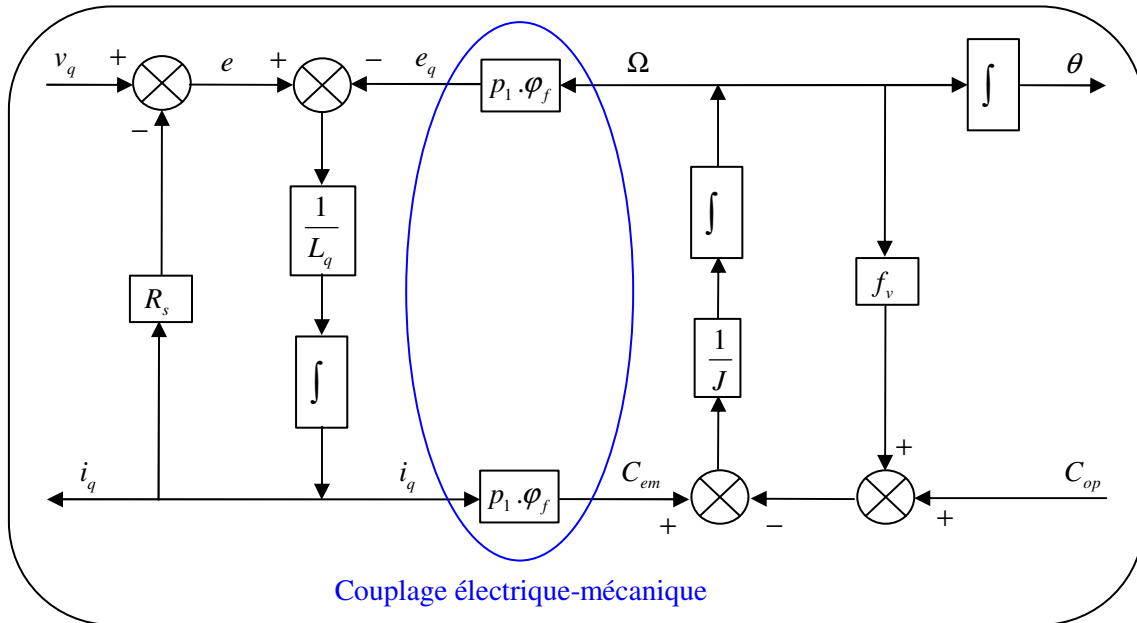


**Figure III.27.** Couplage électrique et mécanique de la dynamique de la MSAP.

La machine convertit l'énergie électrique en énergie mécanique, les éléments électriques  $R_s$  et  $L_q$  peuvent donc facilement être convertis dans le domaine mécanique [Nie05]. Par exemple, il est bien connu que la fcem ainsi que la résistance peuvent être utilisées afin d'augmenter le frottement visqueux apparent [Meh05] ou afin d'obtenir une mesure précise de la vitesse. La résistance  $R_s$  est ainsi transformée en un amortisseur mécanique visqueux  $B_R$ , tel que :

$$B_R = \frac{(p_1 \cdot \varphi_f)^2}{R_s} \quad (III.57)$$

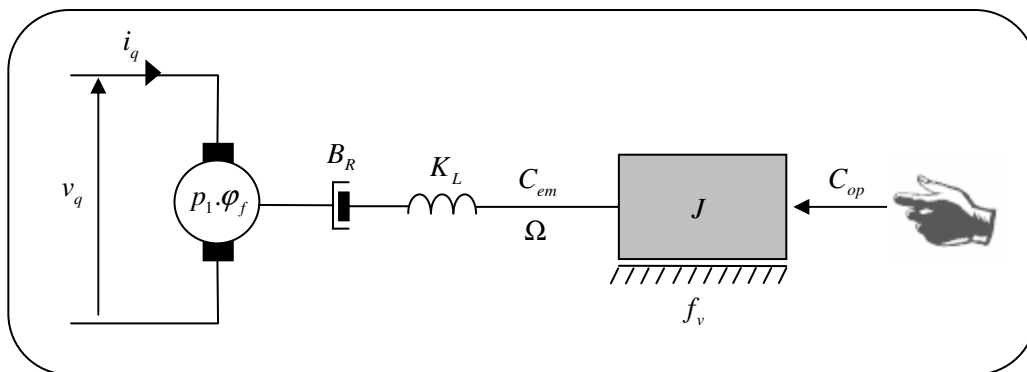
Par analogie avec les topologies de type gyrateur, l'inductance  $L_q$  se rapporte à une capacité qui permet le stockage d'énergie et peut être interprétée comme un ressort de raideur  $K_L$ , telle que :



**Figure III.28.** Schéma-bloc représentant la dynamique globale de la MSAP.

$$K_L = \frac{(p_1 \cdot \varphi_f)^2}{L_q} \quad \text{(III.58)}$$

Le ressort équivalent de raideur  $K_L$  et l'amortisseur  $B_R$  sont connectés en série entre l'inertie du rotor et l'élément de conversion de l'énergie (figure III.29). Du fait de la liaison série, l'amortisseur est prédominant aux basses fréquences et la raideur négligée.



**Figure III.29.** Transformation des éléments électriques en éléments mécaniques.

L'inductance des moteurs généralement utilisés dans le cadre des interfaces haptiques étant très faible, il est alors possible de créer une raideur  $K_L$  assez grande. Le moteur étudié avec l'interface prototype permettrait ainsi théoriquement, d'après les données constructeur, d'atteindre une raideur  $K_{L_{th}} = 1.11 \text{ N.m/rad}$ . Avec un réducteur de rapport  $r = 10$ , et une poignée manipulée par l'opérateur correspondant à un levier de rayon  $r' = 20 \text{ cm}$ , la raideur  $K_a$  au bout du bras atteint  $2775 \text{ N/m}$  :

$$K_a = \frac{r^2}{r'^2} K_L \quad (\text{III.59})$$

Pour comparaison, la raideur obtenue par une commande classique, basée sur une régulation en cascade, est de 4.3 N.m/rad. Pour le prototype étudié, cette raideur est donc quatre fois plus grande que  $K_{L_{th}}$ . Cependant, une fois la méthode validée, un choix judicieux de la machine entraînant le système pourrait être fait afin d'augmenter  $K_{L_{th}}$ , principalement par la recherche de MSAP ayant des inductances statoriques les plus faibles possibles et un flux permanent le plus grand possible.

La raideur théorique  $K_{L_{th}}$ , calculée avec la méthode des variables d'ondes, est faible et vaut environ la moitié de la valeur minimale définie dans le cahier de charges, c'est-à-dire 2N.m/rad. Il est cependant intéressant de développer cette stratégie de commande mettant en valeur le ressort 'naturel' présent dans chaque moteur, et permettant l'obtention d'une butée virtuelle de raideur  $K_L$ , sans qu'il ne soit nécessaire de mettre en place, ni boucles de régulation, ni calcul de vitesse. En effet, les étapes principales consistent en un bloc de transformation en variables d'ondes, et un bloc très simple de simulation de l'environnement virtuel. De plus, étant donné que l'inductance est un élément physique inhérent au moteur, celle-ci n'est pas affectée par les inconvénients qu'introduirait une boucle numérique, et qui pourraient entraîner une instabilité du système.

### III.5.3. Introduction des variables d'ondes dans le système

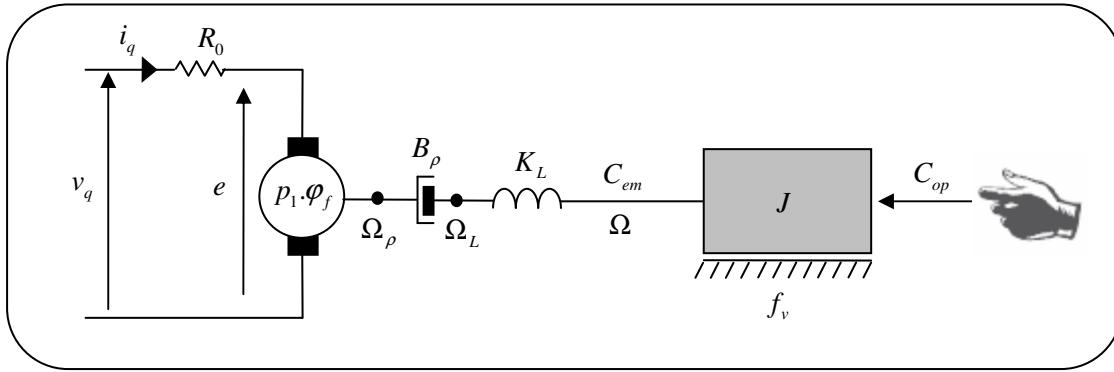
Idéalement, avec une résistance statorique nulle ( $R_s = 0$ ), la raideur fournie par  $K_L$  serait disponible, quelle que soit la fréquence, sans amortissement visqueux additionnel. Afin d'approximer cette condition idéale, un circuit analogique peut être mis en œuvre, permettant de remplacer le bouclage traditionnel, et de compenser la résistance statorique  $R_s$  du moteur. La raideur obtenue est ainsi accessible même aux basses fréquences.

Soit  $R_0$  la partie compensée de la résistance  $R_s$ , et  $\rho$  le résidu positif tel que  $\rho = R_s - R_0 > 0$ . Ce résidu est interprété comme un amortissement visqueux  $B_\rho$ , tel que :

$$B_\rho = \frac{(p_1 \cdot \varphi_f)^2}{\rho} > 0 \quad (\text{III.60})$$

et  $R_0$  est conservée dans le domaine électrique selon la figure III.30. Dans ce cas, le circuit obtenu permet le contrôle de la tension  $e$  par l'entrée  $v_q$ . Cela se traduit par le contrôle de la vitesse  $\Omega_\rho$  au bout de l'amortisseur  $B_\rho$  :





**Figure III.30.** Schéma-bloc des dynamiques électrique et mécanique en vue de la commande.

$$\Omega_\rho = \frac{1}{p_1 \cdot \varphi_f} \cdot e \quad (\text{III.61})$$

La régulation se fait donc par l'intermédiaire de la tension  $v_q$ , et le courant  $i_q$  est une image du couple électromagnétique. Il est alors possible de considérer l'élément dissipatif  $R_0$  comme un élément naturel d'une transformation en variables d'ondes [Nie97][Nie04]. Ce type de transformation permet de coder, sans pertes d'informations, les variables de puissance habituelles de vitesse  $\Omega$  et de couple  $C_{em}$ , en variables d'ondes  $u(t)$  et  $v(t)$ . Cette approche a l'avantage de définir une puissance, entre le moteur et l'environnement virtuel, ne dépendant que de l'amplitude de quantités d'ondes, et ainsi n'est pas affectée par les retards ou déphasages du système. Les variables d'onde sont définies par :

$$\begin{cases} v(t) = \frac{e - R_0 \cdot i_q}{\sqrt{2 \cdot R_0}} = \frac{B_0 \cdot \Omega_\rho - C_{em}}{\sqrt{2 \cdot B_0}} \\ u(t) = \frac{e + R_0 \cdot i_q}{\sqrt{2 \cdot R_0}} = \frac{B_0 \cdot \Omega_\rho + C_{em}}{\sqrt{2 \cdot B_0}} \end{cases} \quad (\text{III.62})$$

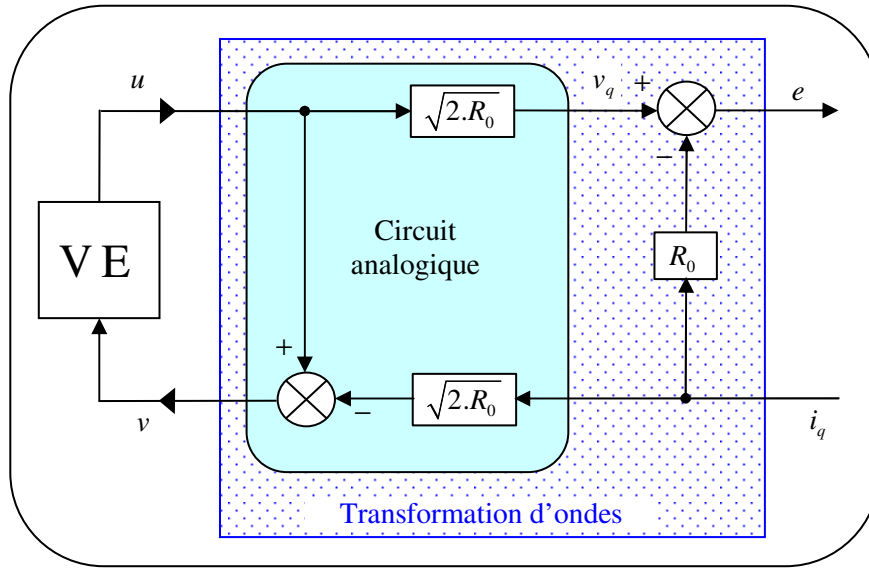
où les équations de droite expriment les relations entre les variables d'ondes et les composantes mécaniques équivalentes, où  $\Omega_\rho$  est le mouvement désiré, et  $C_{em}$  la force commune à l'amortisseur  $B_\rho$  et le ressort  $K_L$ . L'amortisseur visqueux équivalent à la résistance  $R_0$ , tel que  $B_0 = (p_1 \cdot \varphi_f)^2 / R_0$ , est défini comme impédance d'ondes. La puissance instantanée globale  $P$  allant de l'environnement virtuel au moteur est donnée ci-dessous, ce qui définit l'unité d'une variable d'ondes comme une racine de watt ( $\sqrt{W}$ ) :

$$P = C_{em} \cdot \Omega = e \cdot i_q = \frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} v^2 \quad (\text{III.63})$$

Afin de compléter la transformation en variables d'ondes, la figure III.31 montre le circuit analogique réalisé. En particulier, la tension en sortie  $v_q$  est dérivée de la mesure de courant telle que :

$$\begin{cases} v_q = \sqrt{2.R_0}.u \\ v = u - \sqrt{2.R_0}.i \end{cases} \quad (\text{III.64})$$

où  $R_0$  est un gain variable.



**Figure III.31.** Transformation d'ondes reliant l'environnement virtuel VE au domaine électrique.

Les variables d'ondes  $v(t)$  et  $u(t)$  codent respectivement la puissance allant du moteur au monde virtuel simulé et réciproquement. Vu que chaque variable d'ondes transporte sa propre puissance, la passivité de l'environnement virtuel s'exprime telle que :

$$\int_0^t u^2(\tau).d\tau \leq \int_0^t v^2(\tau).d\tau \quad \forall t > 0 \quad (\text{III.65})$$

Dans le cas de systèmes linéaires simples de fonction de transfert  $D(s)$ , cette condition devient [Nie97] :

$$|D(s)| = \left| \frac{U(s)}{V(s)} \right| \leq 1 \quad (\text{III.66})$$

Comme les variables d'ondes  $v(t)$  et  $u(t)$  sont des signaux électriques dans le circuit analogique, une implantation passive de l'environnement virtuel peut être réalisée de différentes façons.

- Les fonctions de transfert simples peuvent être réalisées analogiquement [Nie97], de manière à ce que le comportement soit stable même aux hautes fréquences, habituellement au-delà des capacités d'un contrôle numérique.

- Sinon,  $u(t)$  et  $v(t)$  peuvent être discrétisées et l'environnement virtuel implanté soit en variables d'ondes, soit avec les composantes traditionnelles de puissance. Dans ce cas, l'homogénéité de l'énergie est conservée si la valeur échantillonnée  $v_h$ , utilisée dans l'environnement virtuel discret, vérifie :

$$v_h^2 \leq \frac{1}{T} \int_{hT}^{(h+1)T} v^2(\tau) . d\tau \quad h \in \mathbb{N} \quad (\text{III.67})$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage.

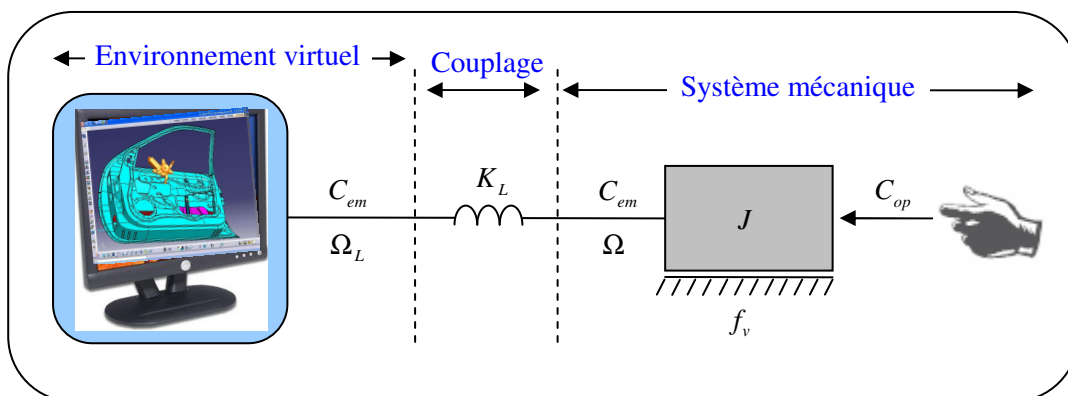
- Finalement, les deux approches peuvent être mixées afin de conserver les avantages de flexibilité du contrôle discret, tout en retenant la haute bande de fréquence fournie par le circuit analogique.

Dans tous les cas, les retards ou déphasages quelconques introduits par la discrétisation du système ne vont pas affecter la stabilité du système global. De plus, il est important de souligner que  $v(t)$  n'est pas affecté par une résolution limitée de la position comme dans le cas de la commande vectorielle classique.

### III.5.4. Interaction haptique par les variables d'ondes

#### III.5.4.1. Définition de l'environnement virtuel par variables d'ondes

Idéalement, le circuit d'ondes réalisé compense parfaitement la résistance  $R_s$  du moteur (c.-à-d.,  $\rho \rightarrow 0$  et  $R_0 \rightarrow R_s$ ), et permet le contrôle direct de la vitesse  $\Omega_L$  au bout du ressort  $K_L$  selon la figure III.32.



**Figure III.32.** Dans le cas idéal, le ressort agit comme un couplage physique avec l'environnement virtuel.

Cela permet l'interaction de l'opérateur avec l'environnement virtuel, implanté en variables d'ondes, à travers les dynamiques naturelles du système mécanique et du ressort équivalent  $K_L$ . Ce dernier, peut ainsi être considéré comme un élément de couplage [MilB00]. Ce couplage est en fait un élément physique, il n'est donc pas affecté par les problèmes de stabilité de l'implantation numérique.

Les deux environnements passifs les plus exigeants, sont les modes précédemment définis comme le mode transparent et le mode butée. Ces deux cas impliquent une réponse de fréquence infinie, puisque pour l'un, un déplacement s'effectue immédiatement quelque soit le couple appliqué, et pour l'autre, un maximum de couple est créé quelque soit le mouvement réalisé. L'implantation de *l'environnement virtuel* se fera selon les deux principes suivants :

- Un mouvement dans le *mode transparent* tend à éviter toute génération de couple ( $C_{em} = 0$ ), et reflète toute la puissance transportée par l'onde reçue  $v(t)$  par retour de l'onde  $u(t)$  :

$$u(t) = v(t) \quad \Leftrightarrow \quad i_q = 0 \quad \forall e \quad \Leftrightarrow \quad C_{em} = 0 \quad (\text{III.68})$$

où la relation (III.61) permet de convertir les variables d'onde et de puissance.

- De même, *un contact rigide* renvoie toute la puissance afin d'annuler tout mouvement ( $\Omega_L = 0$ ) :

$$u(t) = -v(t) \quad \Leftrightarrow \quad e = 0 \quad \forall i_q \quad \Leftrightarrow \quad \Omega_L = 0 \quad (\text{III.69})$$

Ce cas de figure ne fixe pas la tension appliquée  $v_q$  à zéro, mais annule seulement la tension dans l'inductance et la fcem. la tension d'axe  $q$  appliquée est donc égale à  $v_q = R_s \cdot i_q$ . Dans ce cas,  $K_L$  est la raideur maximale que l'opérateur peut ressentir.

Finalement, un algorithme de détection d'obstacle, basé sur une mesure directe de la position, génère un signal logique  $\delta_{Free} \in \{0,1\}$  permettant la commutation entre les deux environnements :

$$u(t) = \eta \cdot v(t) \quad \text{où} \quad \eta = -1 + 2 \cdot \delta_{Free} \quad (\text{III.70})$$

Un codeur est donc nécessaire afin de détecter une collision, mais n'est pas utilisé pour le retour d'effort vers l'opérateur.

En incorporant et en utilisant les dynamiques électriques du moteur dans le contrôle du système,  $K_L$  est la raideur maximale qu'il est possible de renvoyer dans une approche haptique passive par

variables d'ondes. Certaines perturbations peuvent provenir des dynamiques à hautes fréquences des interrupteurs de l'onduleur de tension alimentant le moteur, ainsi que d'autres sources de bruits dans la boucle de régulation. Ces phénomènes n'arrivent qu'aux hautes fréquences (centaines de kilohertz), qui sont bien supérieures à la bande de fréquence de la perception de l'opérateur (environ 1 kilohertz). Afin de compenser ces limitations, un filtre passe-bas de haute fréquence est mise en place en série avec l'environnement virtuel sans perturber de manière significative les dynamiques perçues [Tan04] :

$$H(s) = \frac{\lambda}{s + \lambda} \quad (\text{III.71})$$

La fonction de transfert  $D(s)$  du contrôle global réalisé dans le domaine des variables d'ondes devient:

$$D(s) = \eta \frac{\lambda}{s + \lambda} W(s) \quad (\text{III.72})$$

où l'amplitude de  $\eta$  peut être plus amplement réglée dans l'intervalle  $-1 \leq \eta \leq 1$  afin de moduler raideur et amortissement de l'environnement virtuel. Finalement  $W(s)$  peut contenir d'autres dynamiques de l'environnement simulé (figure III.33).

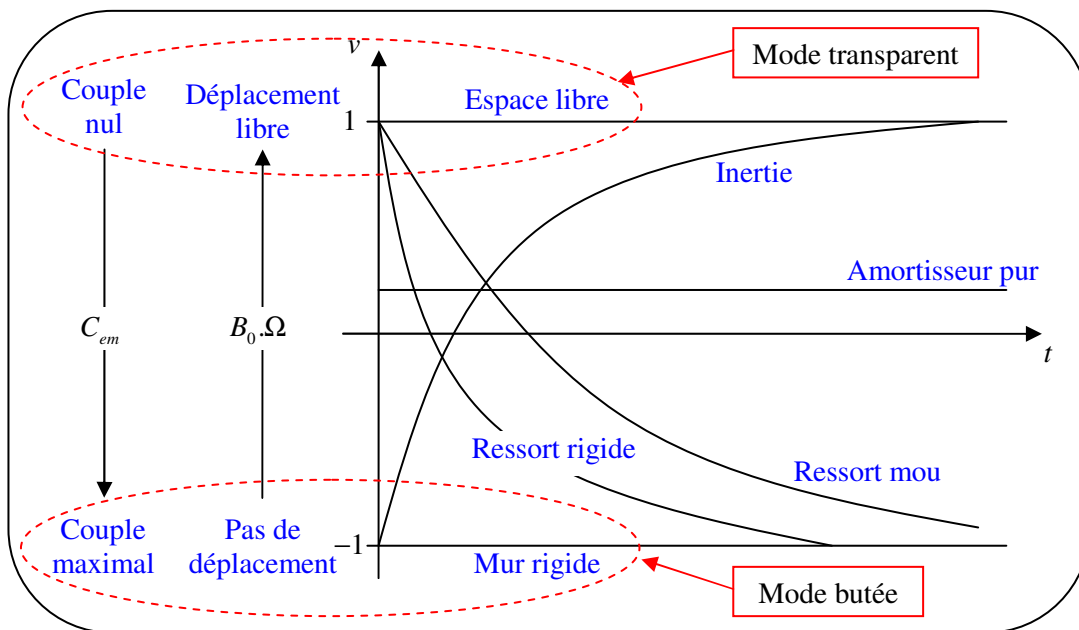
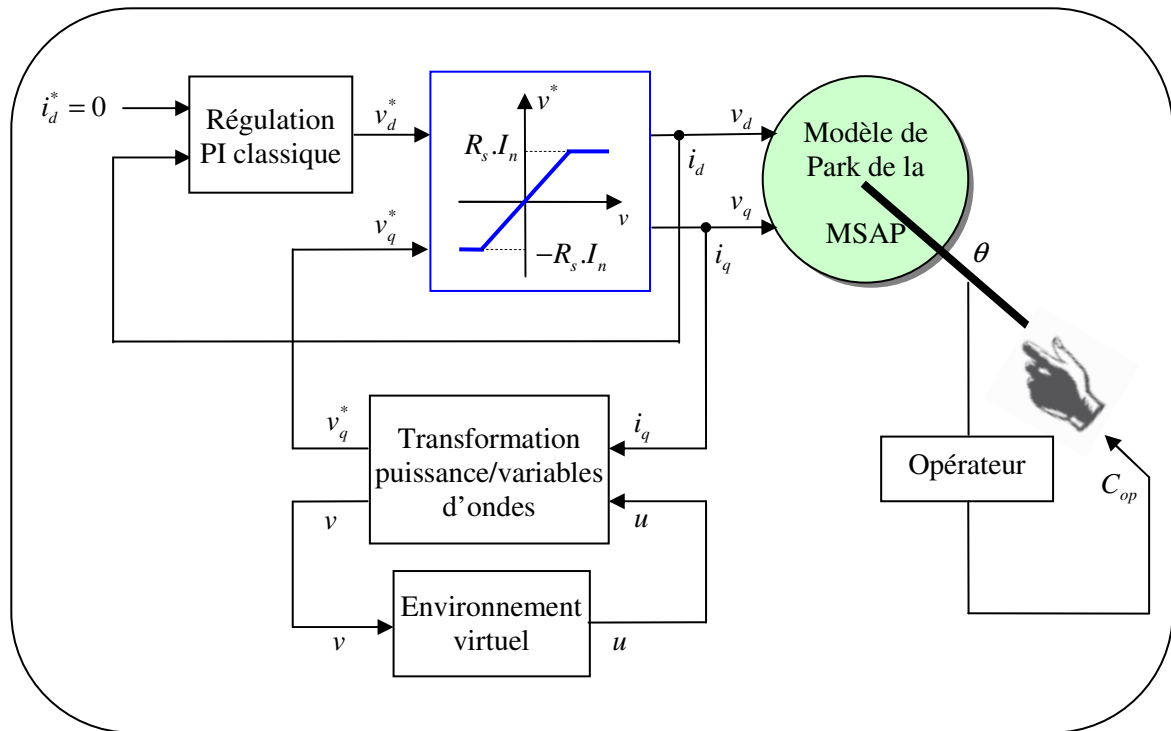


Figure III.33. Exemples de configuration simulant l'environnement virtuel.

### III.5.4.2. Résultats de simulation

Le système présenté à la figure III.34 est simulé sous Matlab-Simulink d'après les relations (III.61), (III.70) et (III.72), avec  $R_0 = R_s$ ,  $\lambda = 10000 \text{ rad/s}$ ,  $\eta = \pm 1$ , et  $W(s) = 1$ . Le moteur simulé

permet théoriquement l'obtention d'une raideur d'asservissement  $K_L = 1.1 N.m/rad$ . Le courant  $I_d$  est régulé à zéro par une commande en PI classique. Les tensions d'alimentation  $v_d$  en sortie du régulateur PI, et  $v_q$  en sortie de la régulation par variables d'ondes, sont saturées aux valeurs maximales  $\pm R_s \cdot I_n$ , afin de ne pas dépasser le courant nominal de la MSAP en régime permanent.



**Figure III.34.** Schéma de simulation global de la régulation par variables d'ondes dans un contexte haptique.

L'opérateur est simulé par un couple  $C_H$  selon la configuration suivante : un couple constant légèrement supérieur au couple nominal de la MSAP est appliqué. Ce couple est maintenu pendant  $0.2 s$  une fois qu'une butée est atteinte, puis mis à zéro pendant  $0.5 s$ . Le processus est ensuite inversé afin de visualiser le fonctionnement pour deux butées autour d'une position centrale. La figure III.35 présente cette configuration réalisée par simulation sous Matlab-Simulink.

Cet essai montre un des inconvénients majeurs de cette méthode de régulation. En effet, en butée, les variables d'ondes sont définies de manière à annuler la vitesse  $\Omega_L$ , ce qui explique ce décalage de la butée qui correspond à la dernière position atteinte avant l'annulation de la vitesse.

La figure III.36 montre de nouveau ce décalage de la butée ainsi que la raideur obtenue  $K_{Lsim} = 1.1 N.m/rad$ , égale à la valeur théorique  $K_{Lth}$ .

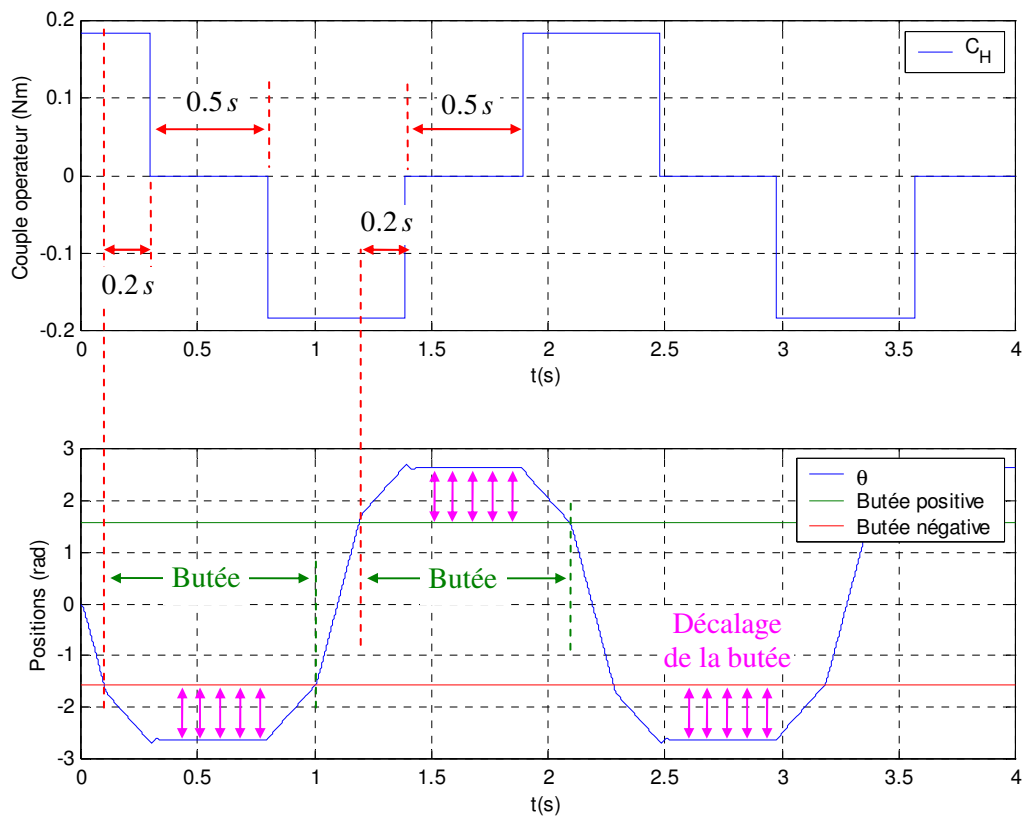


Figure III.35. Configuration définie pour la simulation de l'opérateur.

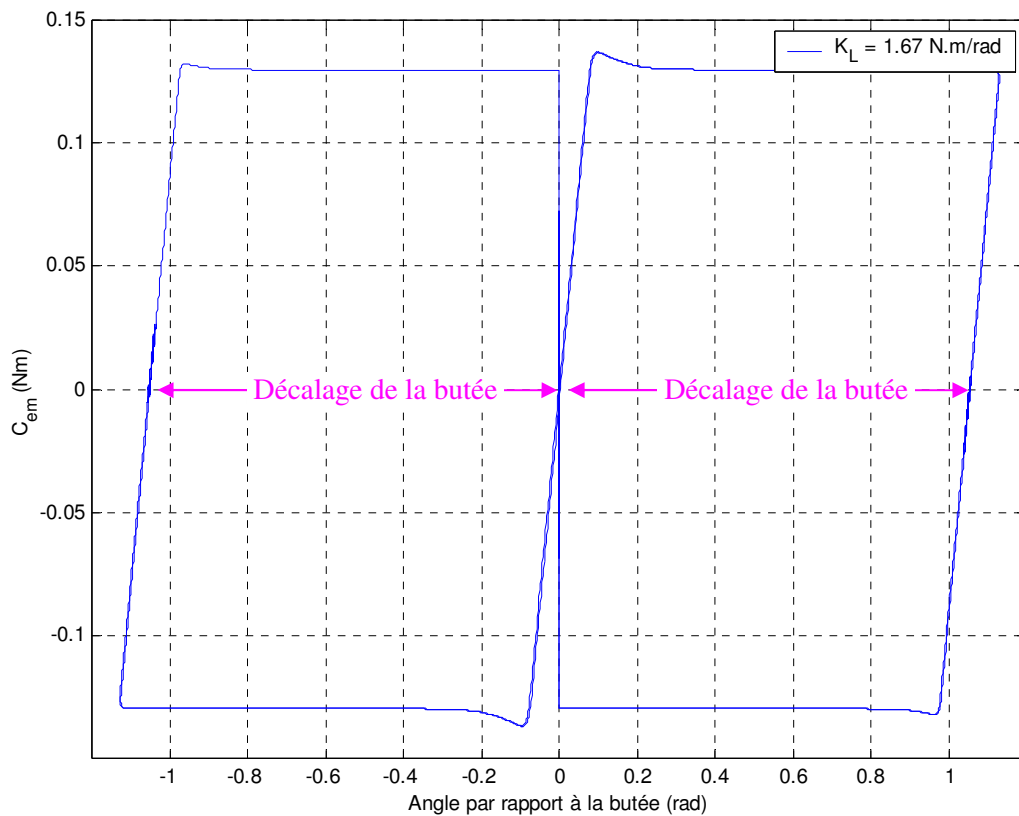
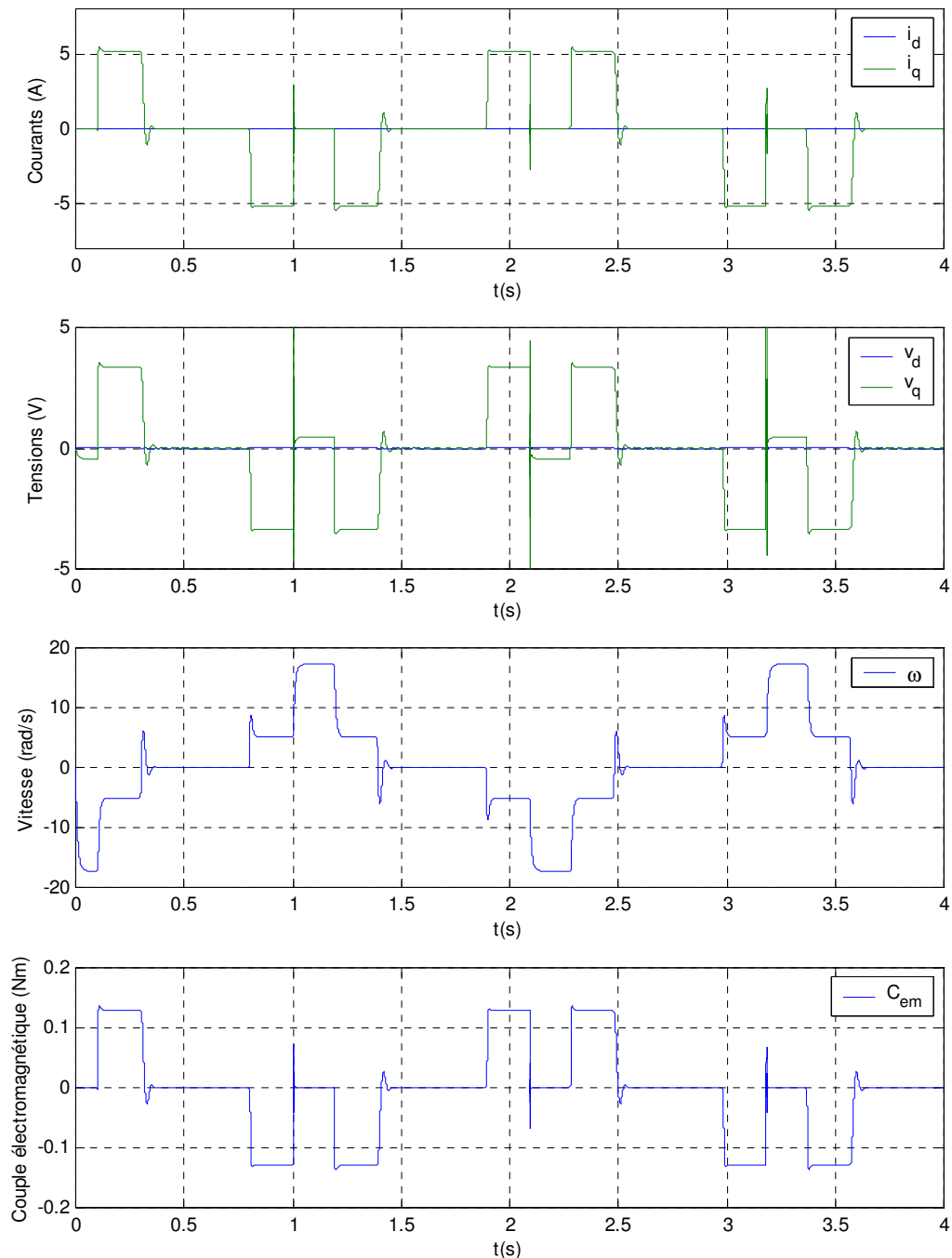


Figure III.36. Raideur obtenue et décalage de la position de butée.

La figure III.37 présente les tensions et courants d'axe  $d$  et  $q$ , ainsi que la vitesse et le couple électromagnétique de la MSAP. En comparaison avec la figure III.35, où les différents modes de fonctionnement ont été définis, on voit que : la vitesse s'annule en butée dès que le couple opérateur est nul, et le courant d'axe  $q$ , image du couple électromagnétique, est maximal lorsque la butée est atteinte. Ces résultats confirment le fonctionnement du système, défini par la commande en variables d'ondes, selon le mode actuel : *transparent* ou *butée*.



**Figure III.37.** Tensions, courants, vitesse et couple électromagnétique obtenus par une régulation en variables d'ondes.



### III.5.5. Amélioration de la commande par variables d'onde - Bouclage par la position absolue

#### III.5.5.1. Mise en place d'une boucle de position

Les incertitudes paramétriques rendent très difficile, en pratique, la compensation parfaite de la résistance  $R_s$ . Du fait des variations de température lors du fonctionnement du moteur,  $R_s$  peut augmenter jusqu'à environ 20-50% de sa valeur nominale.

En se reportant à la figure III.30, le circuit analogique ne contrôle pas directement  $\Omega_L$ , mais plutôt  $\Omega_p$ , imposant  $\Omega_p = 0$  lors d'une butée. Cependant, l'amortisseur résiduel  $B_p$  introduit un comportement visqueux dominant la raideur aux basses fréquences, et en conséquence, la position  $\theta_L$  au bout du ressort pourrait lentement s'éloigner de la position désirée.

Afin de compenser ce phénomène, ainsi que le décalage vu précédemment, dû à une *régulation à vitesse nulle plutôt qu'en position*, une boucle numérique externe est mise en place, permettant un retour d'information sur la position absolue du système. Etant donné que l'inductance statorique  $L_q$  et le flux permanent  $\varphi_f$  sont plus stables par rapport à la température que la résistance  $R_s$ , la position du système ainsi que le courant sont échantillonnés à la période  $T$  afin de permettre l'estimation de la position en bout de ressort  $\theta_L$  à l'instant  $t_k = k.T$  :

$$\hat{\theta}_L(kT) = \frac{L_q}{p_1 \cdot \varphi_f} i_q(kT) + \theta(kT) \quad (\text{III.73})$$

Une onde de compensation  $u_p(kT)$  est mise en place, basée sur un gain proportionnel  $K_p$  :

$$u_p(kT) = K_p \left( \theta^*(kT) - \hat{\theta}_L(kT) \right) \quad (\text{III.74})$$

et finalement, dans le cas de contact rigide (butée), l'onde sortante  $u(t)$  devient:

$$u(t) = -v(t) + u_p(t) \quad (\text{III.75})$$

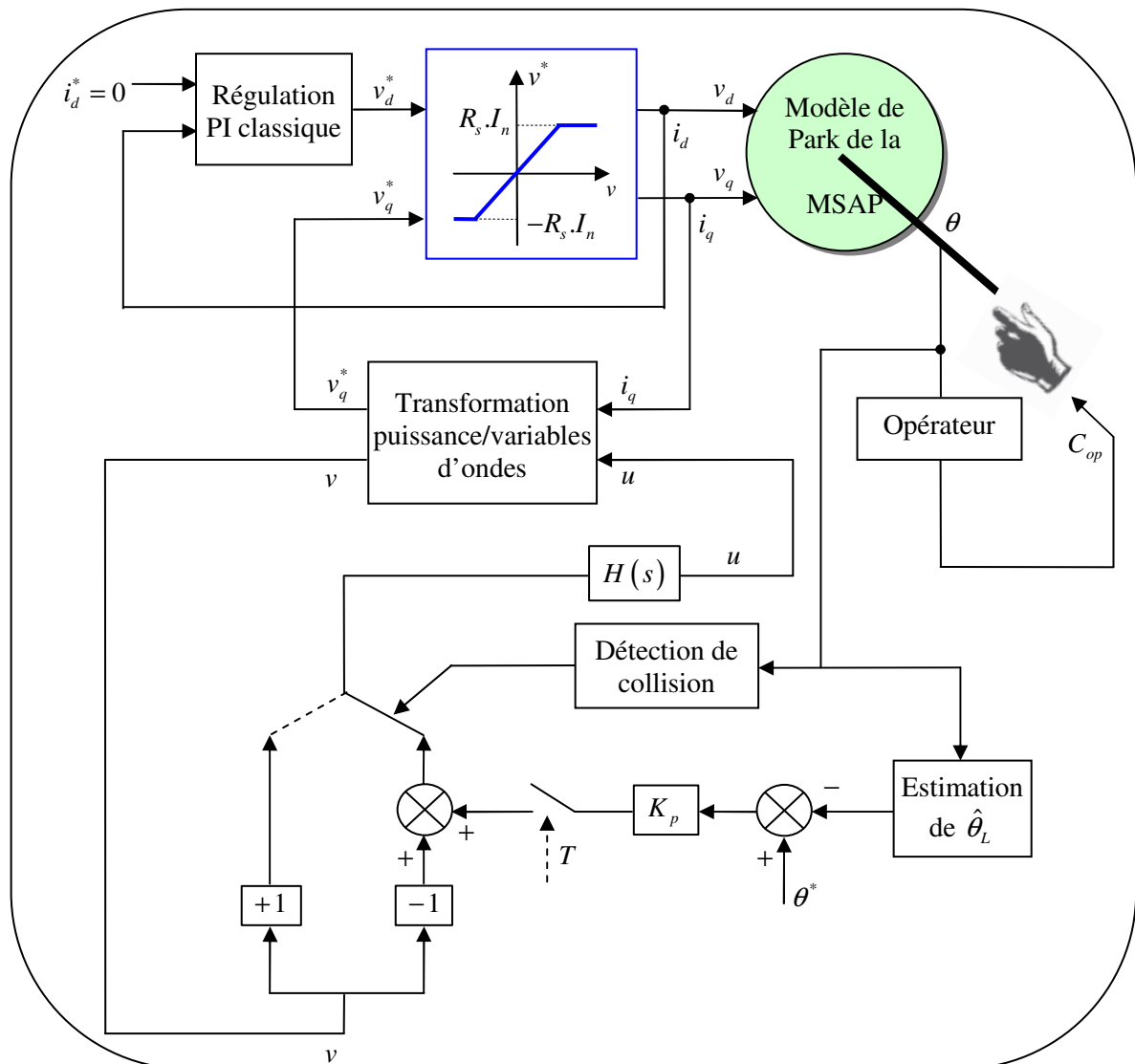
avec  $u_p(t_k) = u_p(kT) \quad \forall t \in [kT, (k+1)T[$ . Le but de ce contrôle est d'établir un couplage élastique, de raideur  $K_p$ , entre la position au bout du ressort  $\theta_L$  et la position désirée  $\theta^*$ .

Avec ce schéma de contrôle,  $K_p$  est la raideur perçue par l'opérateur en régime permanent. Notons que de nombreuses études [Law00] ont montré que, du fait de la faible perception de l'homme en termes de position absolue, la dureté d'un obstacle virtuel est surtout perçue à travers ses

caractéristiques hautes fréquences. De plus, une estimation paramétrique en ligne pourrait être implantée afin de continuellement régler la valeur de  $R_0$ , et améliorer la précision de  $\hat{\theta}_L$ .

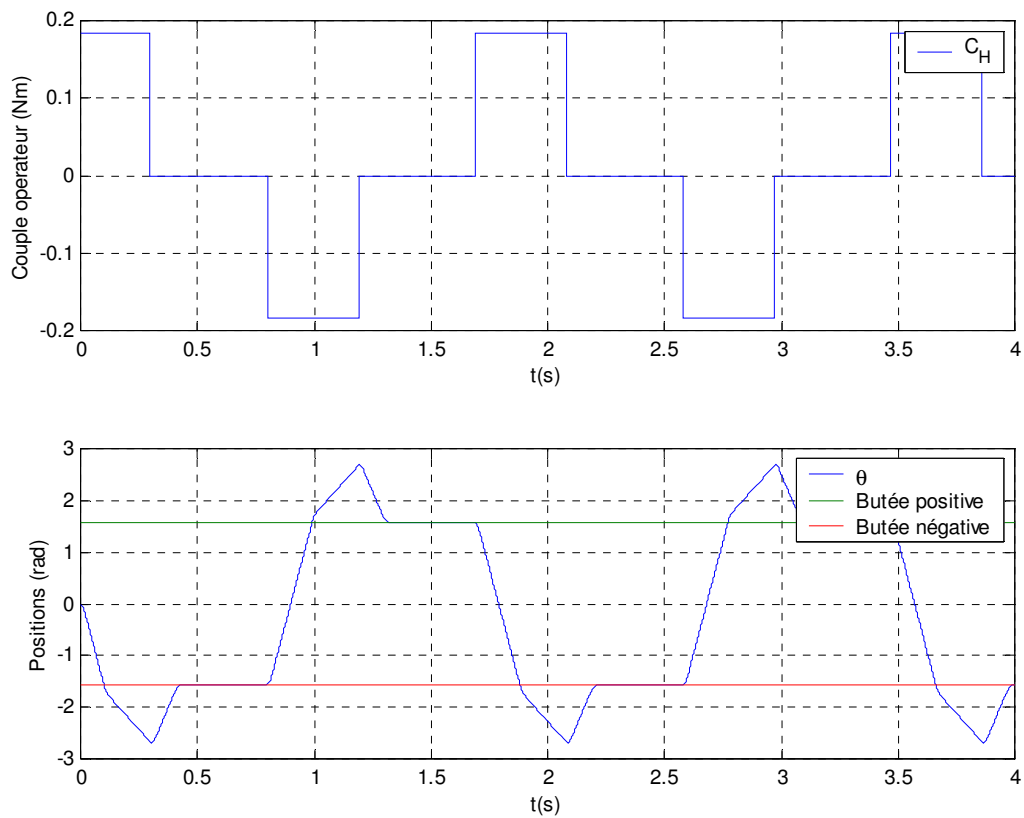
### III.5.5.2. Résultats de simulation

Le schéma-bloc de régulation du système est présenté à la figure III.38. Le principe de la simulation est identique au cas précédemment décrite.

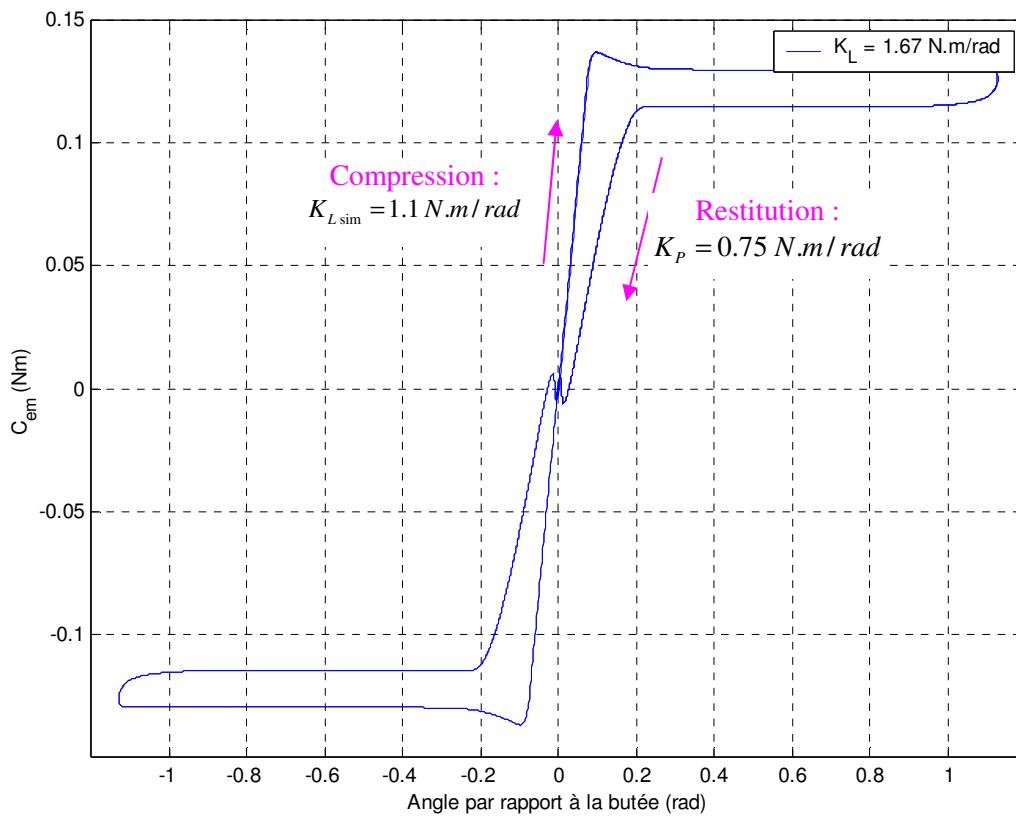


**Figure III.38.** Schéma de simulation global de la régulation par variables d'ondes dans un contexte haptique.

La figure III.39 montre le couple opérateur, ainsi que la position du moteur comparée aux deux butées simulées. Le décalage de la butée n'existe plus. Une fois que l'opérateur cesse tout effort de charge sur le moteur, celui-ci retrouve la position de butée. Il s'agit d'un des principaux avantages de cet ajout (boucle de position absolue), dans la commande par variables d'ondes, qui permet d'annuler le décalage précédemment obtenu.



**Figure III.39.** Couple opérateur et positions après ajout de la boucle de position,  $K_p = 0.75 \text{ N.m/rad}$ .

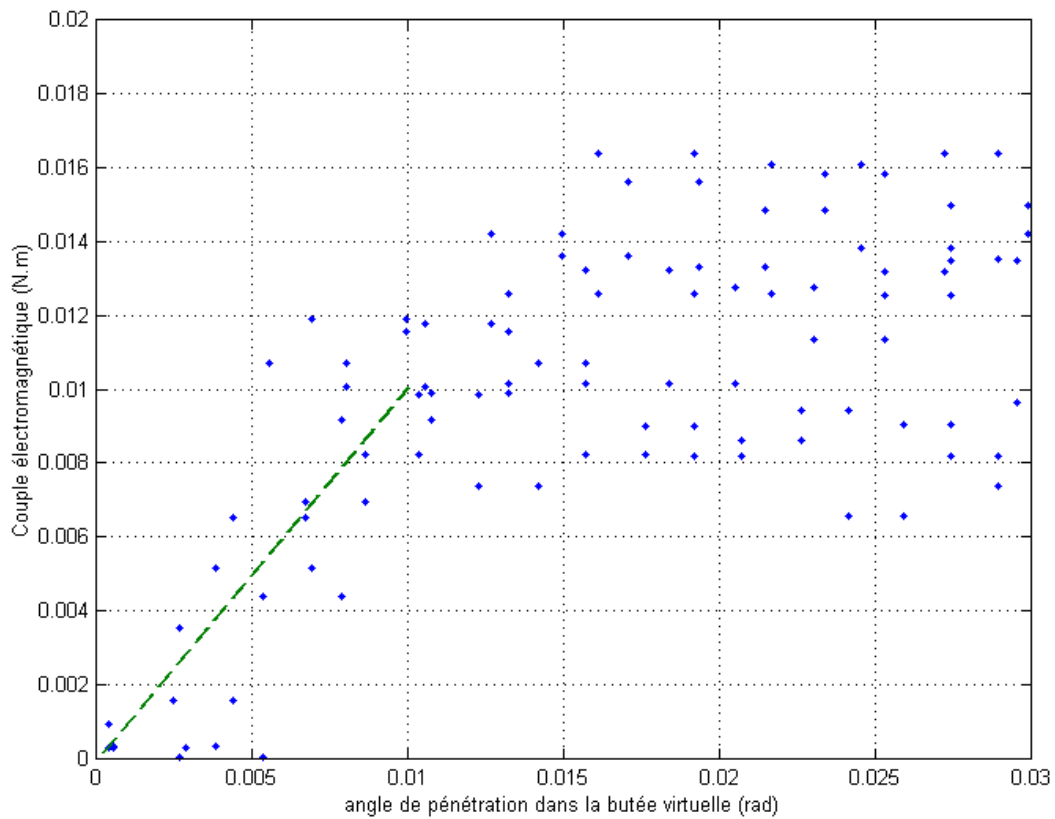


**Figure III.40.** Raideur obtenue en compression et restitution du ressort.

La figure III.40 montre la raideur obtenue dans ce cas. En compression, la raideur correspond à  $K_{L_{sim}} = 1.1 N.m/rad$ , et en restitution et afin d'éliminer tout décalage par rapport à la butée, on obtient  $K_p = 0.75 N.m/rad$ .

### III.5.6. Implantation et résultats expérimentaux

La commande par variables d'ondes a été implantée dans l'algorithme du DSP. Dans un premier cas, la boucle de position n'est pas prise en compte. La figure III.41 présente, dans un contexte haptique, la raideur obtenue dans ce cas.



**Figure III.41.** Résultats expérimentaux – Raideur statique obtenue pour une commande par variables d'ondes sans boucle de position.

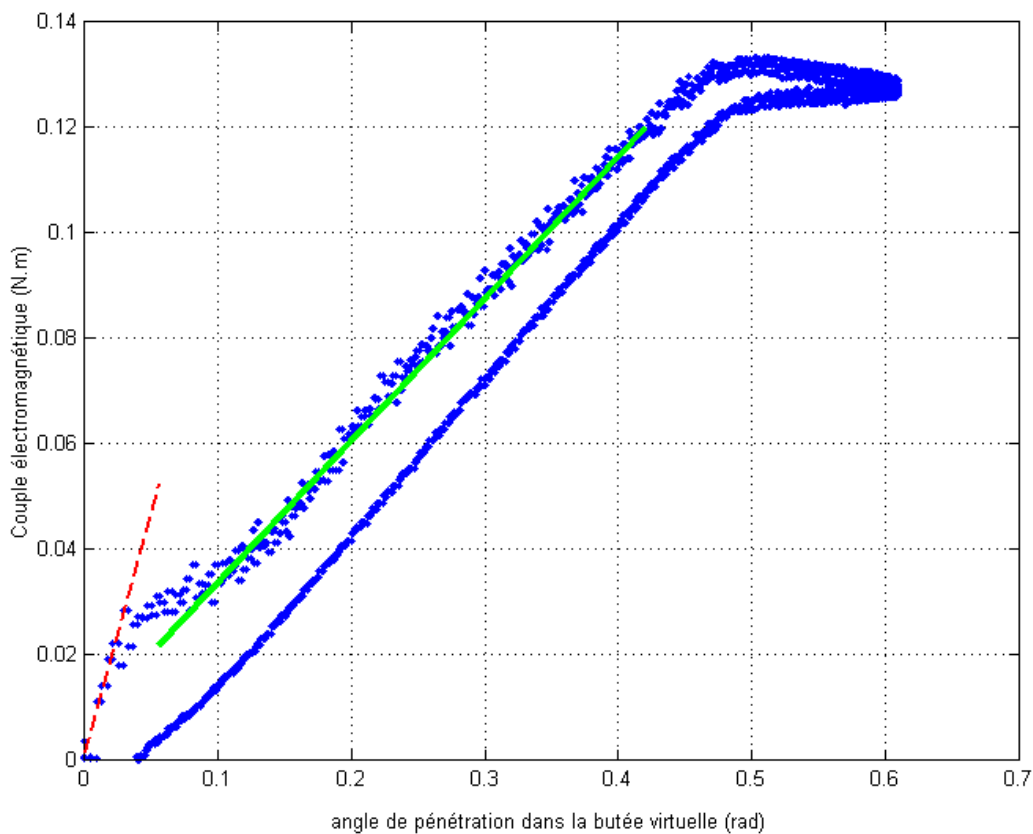
La raideur statique obtenue expérimentalement, avant l'ajout de la boucle de position, est d'environ 1 N.m/rad, ce qui correspond aux résultats prévus théoriquement ( $K_{L_{th}} = 1.1 N.m/rad$ ). La butée n'est cependant pas très franche :

- l'opérateur sent la butée, mais celle-ci manque de dureté, et donne une sensation de viscosité très nette,
- de plus, les niveaux de couple atteints, sont dix fois plus faibles que pour la régulation en cascade, ce qui explique le manque de netteté de la butée virtuelle.

L'amélioration apportée à la commande par variables d'ondes, par l'ajout d'une boucle de position externe est ensuite implantée dans l'algorithme du DSP. La figure III.42 présente la raideur obtenue dans ce cas. On distingue deux raideurs différentes :

- une raideur de 1 N.m/rad, correspondant à la raideur précédemment obtenue expérimentalement, et obtenue en fonctionnement à hautes fréquences du système (premiers instants de butée),
- et une deuxième raideur, inférieure à la première, environ égale à 0.3 N.m/rad, obtenue en fonctionnement basses fréquences.

L'opérateur sent une butée beaucoup plus nette ; cela est dû aux niveaux de couple obtenus, qui sont bien supérieures que précédemment, et quasi-équivalents à ceux de la commande vectorielle. Cependant, la butée n'est pas très dure, étant donné que la raideur initiale de 1 N.m/rad reste très faible.



**Figure III.42.** Résultats expérimentaux – Raideur statique obtenue pour une commande par variables d'ondes après l'ajout d'une boucle de position externe.

Les résultats obtenus confirment l'étude réalisée théoriquement. La raideur initiale (hautes fréquences) est quasi égale à la raideur théorique  $K_{L_{th}}$ . La commande par variables d'ondes montre ainsi de nombreuses perspectives ; en effet, un choix plus judicieux du moteur, pourrait améliorer la

raideur maximale *naturelle* du système. Il n'a au final été nécessaire d'implanter qu'un bloc de transformation en variables d'ondes, et un environnement virtuel simple comportant une boucle externe de position. De plus, la connaissance de la vitesse n'est pas nécessaire, ce qui permet d'éviter la dérivation numérique suivie d'un filtrage passe-bas effectués lors du calcul de vitesse réalisé avec la commande vectorielle.

### III.6. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter la commande vectorielle appliquée à la MSAP entraînant l'interface haptique prototype à un degré de liberté étudiée. La boucle de courant de période  $T_e = 100 \mu s$  a été régulée avec des correcteurs de type proportionnel intégral, en tenant compte du retard introduit par l'algorithme implanté dans le DSP. Les résultats obtenus ont une dynamique avec un temps de montée de 0.6 ms, légèrement supérieur au cahier de charges de l'industriel. Cependant, les essais réalisés dans un contexte haptique, ont permis, malgré cela, de valider la commande proposée d'après le suivi quasi-instantané observé des courants de consigne. La boucle de vitesse est, quant à elle régulée avec un simple gain à la période  $T_v = 100 \mu s$ . Les résultats expérimentaux réalisés ont permis de valider la régulation proposée dans le contexte haptique de l'étude.

Les mesures de courant et donc, par reconstruction, de couple électromagnétique, sont réalisées à la période de régulation de la boucle de courant. Il n'est donc pas possible expérimentalement, de connaître l'état du système pendant la période de hachage de l'onduleur ( $T_h = T_e$ ). A cette fin, un modèle dynamique hybride, permettant de calculer l'état du système à chaque instant, en particulier, aux différents instants de commutation des interrupteurs de l'onduleur, tout en prenant compte des différentes périodes de régulation, est développé. Ce modèle hybride permet ainsi de définir l'amplitude des ondulations de couple à l'intérieur même d'une période de hachage, et donc de valider : la régulation proposée, et le modèle simplifié (gain) de l'onduleur utilisé théoriquement.

Une fois les boucles de courant et vitesse validés, un environnement virtuel est implanté à l'aide d'une boucle haptique, asynchrone aux deux autres, et de période  $T_{hapt} = 1 ms$ . Les butées rigides sont modélisées sous forme de ressort de raideur  $K_m$  et d'amortissement  $B_m$ . La raideur obtenue expérimentalement est de 4.3 N.m/rad. Le système est stable pour tout fonctionnement. En *mode transparent*, l'opérateur se déplace de manière fluide et sans contrainte dans l'espace libre autorisé, et en *mode butée*, l'opérateur ressent un contact dur et net, lorsqu'il atteint l'obstacle dans son déplacement, ce qui en plus du fait que la raideur minimale à obtenir ( $2 N.m/rad$ ), définie dans la littérature pour ce type de contact, valide l'environnement virtuel implanté.

---

Enfin, un nouveau type de commande, basé sur les variables d'ondes, et de plus en plus étudié dans le cas des moteurs à courant continu, est proposé. Cette commande exploite les paramètres électriques *naturels* de la MSAP, afin de réaliser un *couplage dynamique* de raideur  $K_L$ , fonction de l'inductance statorique et du flux permanent, entre les systèmes électrique et mécanique du prototype étudié. La méthode est étudiée théoriquement, et validée par simulation. La commande est ensuite implantée dans l'algorithme du DSP, et validée expérimentalement. Les résultats obtenus sont très proches des données théoriques, cependant, pour la MSAP entraînant l'interface haptique, la raideur maximale étant très faible, les contacts ressentis par l'opérateur ne sont pas très rigides. Dans un premier cas, le contact est également très visqueux, alors qu'après l'ajout de la boucle de position externe, le contact devient net, même s'il lui manque tout de même un peu de raideur afin de satisfaire l'opérateur.

Le principe de la commande par variables d'ondes est cependant très prometteur. En effet, un choix plus judicieux de la MSAP, pourrait augmenter de manière significative la raideur obtenue *naturellement*.

---

# Amélioration du Calcul de Vitesse Après Diminution de la Résolution du Codeur

---

Ce chapitre présente un état de l'art des méthodes numériques de calcul de la vitesse, à partir des mesures de position obtenues par comptage des pulsations correspondant aux fronts montants et descendants des signaux codeur. Afin de réduire le coût du codeur, la résolution de ce dernier est diminuée de manière significative, entraînant une augmentation de l'erreur relative du calcul de vitesse, et une diminution de la raideur maximale obtenue expérimentalement. Une nouvelle méthode permettant de réduire l'impact de ces inconvénients est présentée et validée expérimentalement dans le contexte haptique de l'étude.

### *Sommaire :*

IV.1. Introduction.....	136
IV.2. Etat de l'art sur le calcul numérique de la vitesse.....	136
IV.3. Implémentation de la DPCM – Effet de la diminution de la résolution codeur.....	148
IV.4. Présentation de la nouvelle méthode de calcul de vitesse.....	153
IV.5. Conclusion .....	159



## IV.1. Introduction

Afin de réguler le système par la commande vectorielle précédemment développée, il est nécessaire de connaître la vitesse à la période d'échantillonnage  $T_v$ , correspondant à la période de la boucle de vitesse. Le calcul de la vitesse est réalisé dans le cadre de cette étude par dérivation numérique des mesures de position obtenues par l'intermédiaire d'un codeur incrémental de résolution 5000 pts/tr, et suivie par un filtrage passe-bas, de fréquence de coupure 50 Hz, afin de lisser les ondulations autour de la valeur réelle, dues à l'erreur relative introduite par le calcul.

Les codeurs de haute résolution, comme celui utilisé sur le banc d'essai prototype coûtent très cher. Il est donc nécessaire d'essayer d'en réduire la résolution autant que possible, tout en respectant le *cahier des charges haptique*. Par exemple, un codeur d'une résolution de 5000 pts/tr coûte environ 250 euros, alors qu'un codeur de résolution 512 pts/tr coûte environ 25 euros. Le rapport du prix entre ces deux codeurs est donc très important.

Afin d'optimiser l'interface en terme de prix, une première solution consisterait donc à réduire la résolution du codeur incrémental. Cependant, l'erreur de calcul augmente proportionnellement au rapport de réduction de la résolution, de plus la raideur maximale obtenue diminue de manière significative. Les méthodes avancées de calcul de la vitesse, proposées dans la littérature, sont nombreuses [Gal97][Bha97][Lyg98], cependant, une nouvelle méthode de calcul plus adaptée au contexte haptique est développée. Elle permet la réduction des erreurs de calcul de la vitesse et l'augmentation de la raideur maximale jusque quasiment sa valeur initiale.

Ce chapitre présente un état de l'art des méthodes numériques de calcul de la vitesse, à partir des mesures de position obtenues par comptage des pulsations correspondant aux fronts montants et descendants des signaux du codeur. La résolution de ce dernier est diminuée de manière significative (de 5000 à 625 pts/tr), entraînant une augmentation de l'erreur relative de calcul, et une diminution de la raideur maximale obtenue expérimentalement. Une nouvelle méthode de calcul de la vitesse, permettant de réduire les détériorations citées, est présentée et validée expérimentalement dans le contexte haptique de l'étude.

## IV.2. Etat de l'art sur le calcul numérique de la vitesse

La littérature montre que trois méthodes principales sont utilisées dans le calcul numérique de la vitesse d'un moteur à partir de mesures de la position réalisées avec un codeur incrémental [Gal96][Bha97] :

- méthode par comptage de pulsations (DPCM) : ‘*Direct Pulse Counting Method*’,
- méthode par comptage du temps (SPTMM) : ‘*Single-Pulse Time Measurement Method*’,
- méthode par temps de calcul constant (CETM) : ‘*Constant Elapsed Time Method*’.

Les deux premières méthodes sont basées sur le même principe. La DPCM est la méthode actuellement implantée pour le calcul de vitesse. Son principe, et ses avantages et inconvénients, sont présentés en première partie de cette section. Le principe de la SPTMM, très proche de celui de la DPCM, est ensuite décrit. La CETM, qui est une combinaison de ces deux premières méthodes, est présentée en troisième partie [Gal94][Pro91]. La comparaison de ces différentes méthodes est réalisée par simulation sous Matlab-Simulink.

Dans tous les cas, le calcul de la vitesse angulaire du rotor de la MSAP est réalisé par simple dérivation de la mesure de position :

$$\omega_n = \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{T} \quad (\text{IV.1})$$

où  $\omega_n$  est la vitesse calculée à l’instant  $t_n$ ,  $\theta_n$  la position réelle mesurée par le codeur et finalement,  $T$  le temps écoulé entre les deux mesures de position  $\theta_n$  et  $\theta_{n-1}$ .

Le codeur utilisé pour la mesure de la position est un codeur incrémental ayant une résolution de 5000pts/tr. En utilisant les fronts montants et descendants des signaux du codeur, la résolution peut être augmentée jusqu’à 20000pts/tr. Ces signaux sont envoyés vers un module compteur du DSP (T2CNT), de période  $T_h = 25 \text{ ns}$ , qui convertit ces créneaux et permet la connaissance de la position absolue du rotor de la MSAP (figure IV.1).

A partir de la mesure de la position et/ou du temps écoulé, le calcul de la vitesse peut être réalisé selon les différentes méthodes introduites ci-dessus.

## IV.2.1. Méthode par comptage direct de pulsations - DPCM

### IV.2.1.1. Calcul de la vitesse

La DPCM (‘*Direct Pulse Counting Method*’) consiste à compter le nombre de pulsations codeur entre deux instants échantillonnés à la période  $T_v$ , correspondant à la période de la boucle de régulation de la vitesse (figure IV.2). La vitesse est calculée de la manière suivante :

$$\omega_n (\text{tr/s}) = \frac{X_n - X_{n-1}}{4.R_c.T_v} = \frac{N_x}{4.R_c.T_v} \quad (\text{IV.2})$$

où  $X_n$  est la position absolue renvoyée par le module compteur du DSP à l'instant  $t_n$  ( $t_n = n.T_v$ ),  $N_x$  le nombre d'incrément correspondant au déplacement entre deux instants d'échantillonnage, et  $R_c$  la résolution du codeur.

Cette équation montre que la vitesse calculée dépend principalement de la résolution codeur et de la période d'échantillonnage choisie. La vitesse minimale  $\omega_{\min}$  qu'il est possible de calculer sur une période correspond à un incrément des pulsations codeur ( $N_x = 1$ ) pendant la période  $T_v$ . Pour une résolution codeur de 5000pts/tr, et une période d'échantillonnage  $T_v$  de  $300\mu s$ , celle-ci devient :

$$\omega_{\min} = \frac{1}{4.R_c.T_v} = 0.208 trs / s \quad (IV.3)$$

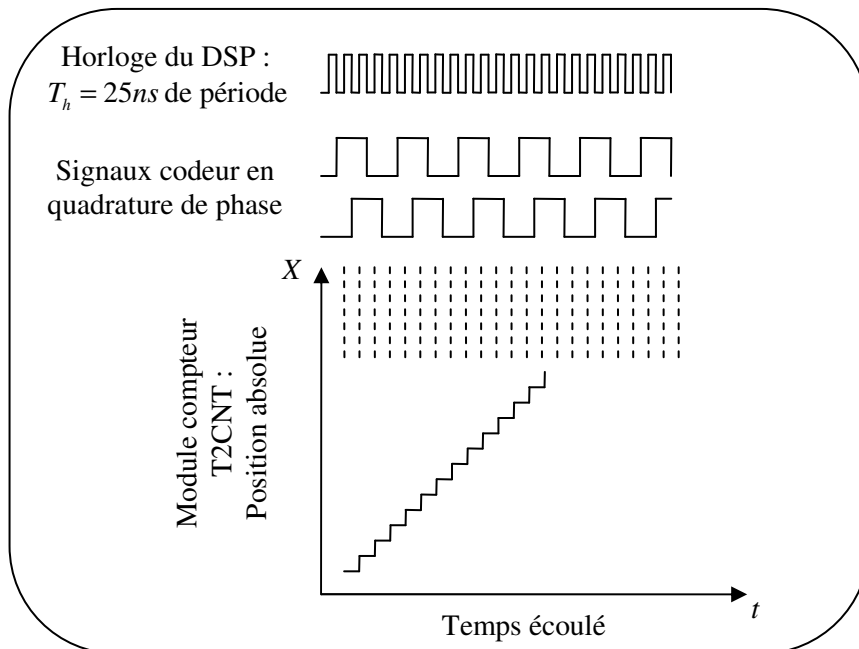


Figure IV.1. Principe de mesure de la position.

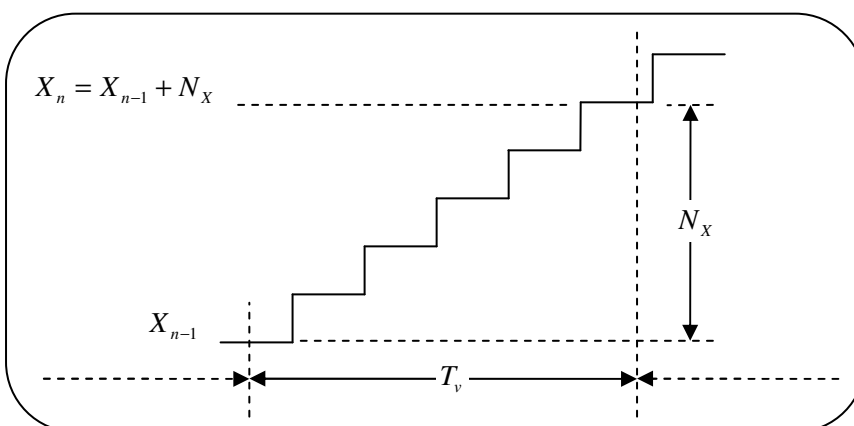
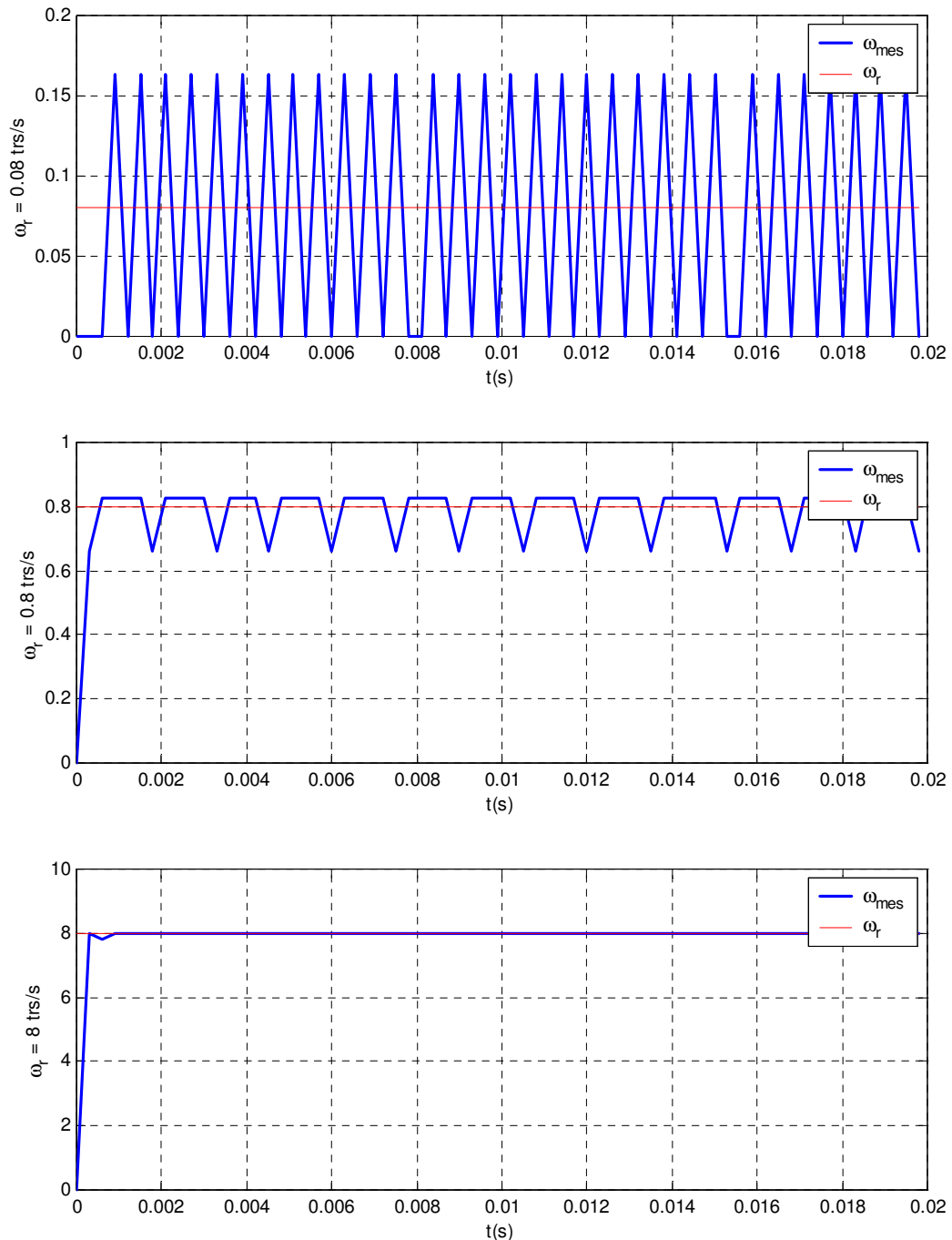


Figure IV.2. Principe de calcul de la vitesse par DPCM.



**Figure IV.3.** Exemples de calcul pour différentes vitesses par la DPCM.

La figure IV.3 présente quelques exemples de calcul pour des vitesses de différents ordres de grandeur. La vitesse réelle  $\omega_r$  est comparée à la vitesse mesurée  $\omega_{mes}$  calculée par la DPCM. La figure montre que plus la vitesse est faible, plus les ondulations de la mesure sont importantes, et donc plus l'erreur relative de la mesure par rapport à la vitesse réelle est importante. De plus, pour des vitesses inférieures à la vitesse minimale  $\omega_{min}$  précédemment calculée, certaines mesures de la vitesse deviennent nulles. Plus la résolution codeur sera diminuée, plus cette vitesse minimale sera grande, ce qui risque donc de détériorer la précision des calculs et de ce fait, la régulation réalisée sur le système.

### IV.2.1.2. Filtrage de la mesure de vitesse

Afin de lisser la vitesse mesurée et éliminer une partie des oscillations dues à la dérivation numérique et à la résolution non infinie du codeur, un filtre passe-bas est placé à la suite du calcul de vitesse. Ce filtre a une fréquence de coupure  $f_c$  et une période d'échantillonnage  $T_v$ .

L'inconvénient majeur de ce filtre est qu'il introduit un retard dans la mesure de la vitesse et donc dans la boucle de vitesse elle-même. Cependant ce retard peut être assimilé à un frottement visqueux ajouté qui va améliorer la raideur de l'interface [Bro95]. La fréquence de coupure de ce filtre est donc choisie en faisant un compromis entre le retard introduit et le gain en raideur apporté.

La fonction de transfert du filtre passe-bas 1<sup>er</sup> ordre analogique est la suivante :

$$H(p) = \frac{1}{1 + \tau_c p} \quad (\text{IV.4})$$

où  $\omega_c = 1/\tau_c = 2\pi f_c$  est la pulsation de coupure du filtre.

La discrétisation du filtre est réalisée par transformation bilinéaire, ce qui donne la meilleure réponse fréquentielle pour le filtre numérique :

$$p = \frac{2}{T_v} \frac{(z-1)}{(z+1)} = \frac{2}{T_v} \frac{(1-z^{-1})}{(1+z^{-1})} \quad (\text{IV.5})$$

La fonction de transfert du filtre en  $z^{-1}$  s'écrit :

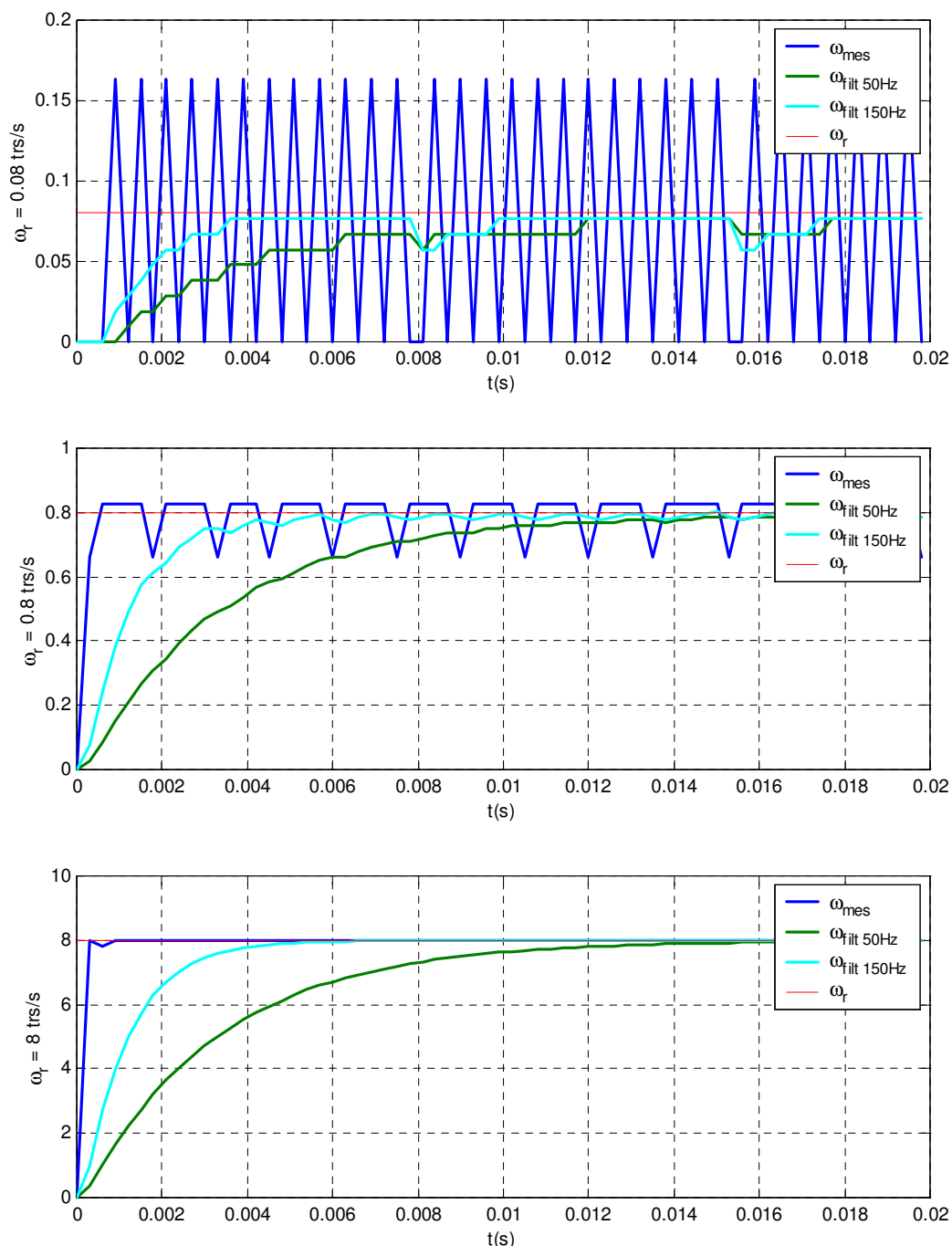
$$H(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{a_0 + a_1 z^{-1}} = \frac{s(z^{-1})}{e(z^{-1})} \quad (\text{IV.6})$$

d'où l'équation de récurrence temporelle qu'il faut implanter dans le DSP :

$$s(n) = \frac{b_0 e(n) + b_1 e(n-1) - a_1 s(n-1)}{a_0} \quad (\text{IV.7})$$

En normalisant le filtre, on obtient :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\pi f_c T_v - 1}{\pi f_c T_v + 1} \\ a_0 = 1 \\ b_0 = b_1 = \frac{\pi f_c T_v}{\pi f_c T_v + 1} \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$



**Figure IV.4.** DPCM – Effet du filtrage de la mesure.

La figure IV.4 présente les mêmes exemples de calcul que précédemment. La vitesse réelle  $\omega_r$  est comparée à la vitesse mesurée  $\omega_{mes}$  calculée par la DPCM et avec les vitesses filtrées  $\omega_{filt\ 50Hz}$  et  $\omega_{filt\ 150Hz}$  correspondant respectivement à un filtrage de la vitesse mesurée par un filtre de fréquence de coupure 50 et 150Hz choisi pour comparaison. Les ondulations de la mesure sont considérablement réduites grâce au filtrage. Plus la fréquence de coupure du filtre est faible, plus les ondulations de la mesure sont réduites, mais plus le retard introduit par le filtre est grand. Dans le contexte haptique, les variations de la vitesse ne sont pas importantes. Le retard dans le calcul de vitesse,  $t_d = 9.6\ ms$ , obtenu

avec un filtre de fréquence 50 Hz, reste acceptable, ce qui est confirmé par les résultats expérimentaux réalisés. Ce filtre permet l'obtention d'une meilleure raideur au niveau du système haptique et est conservé dans la suite de l'étude.

### IV.2.1.3. Erreur relative de la DPCM

Du fait du non-synchronisme entre les instants d'échantillonnage et l'incrémentation de la mesure de la position  $X_n$  (figure IV.2), la vitesse mesurée n'est pas exacte. L'erreur de calcul relative  $E_r$  introduite s'écrit alors :

$$E_r(\omega_r) = \left| \frac{\Delta\omega}{\omega_r} \right| = \frac{\omega_{mes} - \omega_r}{\omega_r} \quad (IV.9)$$

où  $\omega_r$  est la vitesse réelle et  $\omega_{mes}$  la vitesse mesurée.  $\Delta N_x$  étant l'erreur sur le nombre d'incréments mesurés ( $\Delta N_x \leq 1$ ), l'erreur relative s'écrit telle que :

$$E_r(\omega_r) = \left( \frac{N_x}{4.R_c.T_v} - \frac{N_x - \Delta N_x}{4.R_c.T_v} \right) \frac{1}{\omega_r} = \frac{\Delta N_x}{4.R_c.T_v.\omega_r} \quad (IV.10)$$

Cette erreur est inversement proportionnelle à la résolution codeur  $R_c$ , à la période d'échantillonnage  $T_v$  et à la vitesse réelle  $\omega_r$ . Elle est maximale pour  $\Delta N_x = 1$  (erreur égale à un incrément) et donc :

$$E_{r,max} = \frac{1}{4.R_c.T_v.\omega_r} \quad (IV.11)$$

En reprenant la simulation du paragraphe IV.2.1.2 précédent, la figure IV.5 présente l'erreur relative maximale  $E_{r,max}$ , ainsi que les erreurs relatives  $E_{r,mes}$ ,  $E_{r,fil\ 50Hz}$  et  $E_{r,fil\ 150Hz}$  obtenues en considérant les vitesses mesurées par rapport à la vitesse réelle puis avec filtrage de la mesure de vitesse par un filtre de fréquence de coupure 50 et 150 Hz. La vitesse nominale de la MSAP est de 100 tr/s, cependant le banc prototype réalisé montre que la plage la plus utilisée en fonctionnement haptique est inférieure à 10 tr/s, d'où la limitation des résultats montrés par la suite à 10 tr/s.

La figure IV.5 montre l'effet du filtrage sur la vitesse mesurée. En effet, l'erreur relative est considérablement réduite, surtout pour les faibles vitesses. La différence entre un filtre de fréquence de coupure 50 ou 150 Hz est négligeable, ce qui confirme le choix par la suite d'un filtre de fréquence de coupure 50 Hz, qui apporte au système un plus grand terme de frottements visqueux, et qui permet d'améliorer la raideur de l'interface haptique. Le filtre de fréquence 150Hz ne sera plus utilisé.

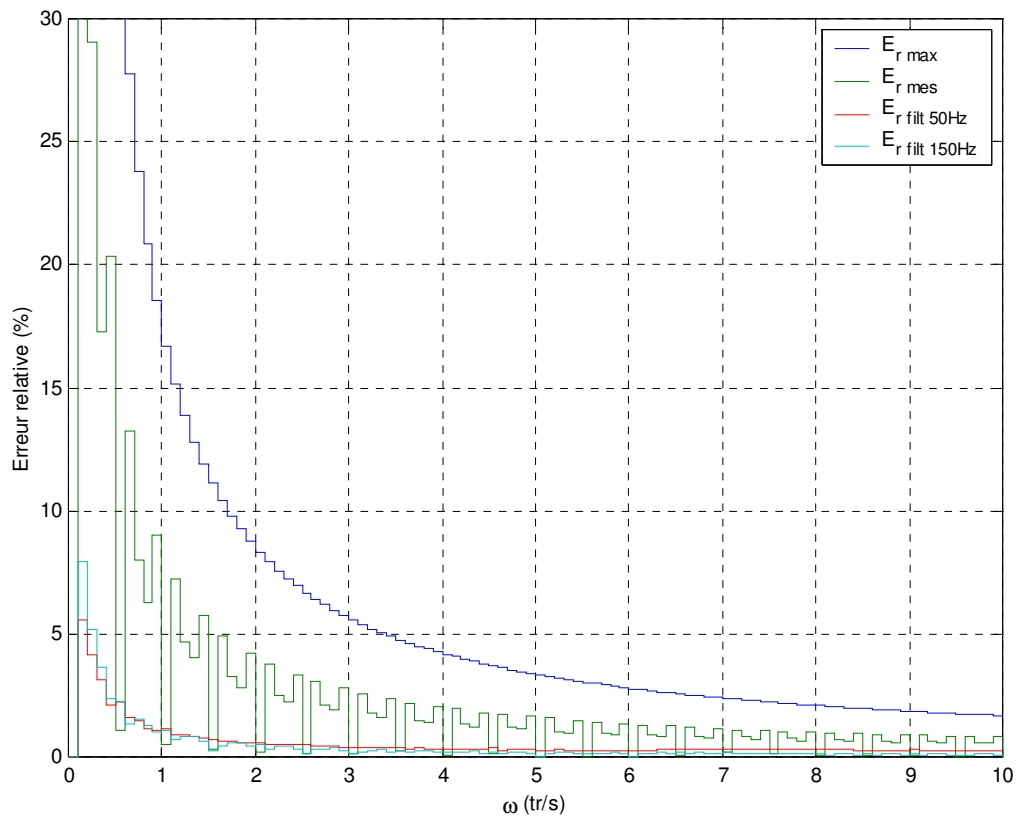


Figure IV.5. Erreurs relatives maximales, avant filtrage et après filtrage de la vitesse mesurée avec la DPCM.

## IV.2.2. Méthode par comptage du temps - SPTMM

### IV.2.2.1. Calcul de la vitesse

La SPTMM (*'Single-Pulse Time Measurement Method'*) consiste à compter le nombre de coups de l'horloge interne du DSP entre deux incréments du codeur, c'est-à-dire calculer la durée  $T$  écoulee pour un incrément ( $N_x = 1$ ) de la position  $X$  (figure IV.6).

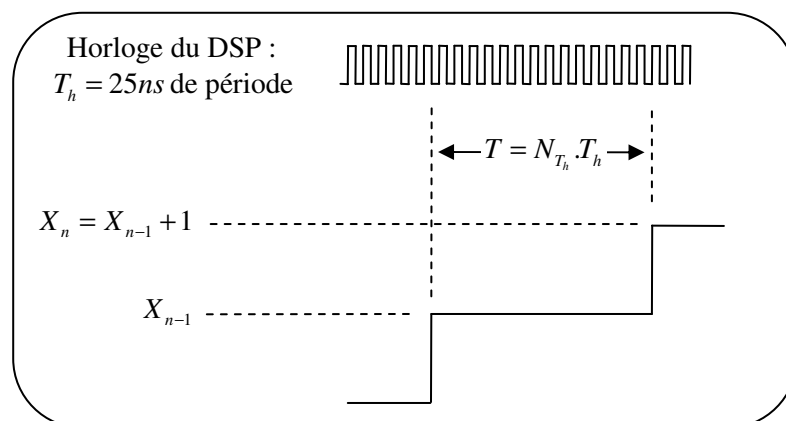


Figure IV.6. Principe de calcul de la vitesse par SPTMM.



La vitesse est calculée de la manière suivante :

$$\omega_n (tr/s) = \frac{1}{4.R_c.N_{T_h}.T_h} \quad (IV.12)$$

où  $T_h = 25ns$  est la période de l'horloge interne du DSP, et  $N_{T_h}$  le nombre de coups d'horloge entre deux incréments de la position et  $R_c$  la résolution du codeur.

Cette équation montre que la vitesse calculée ne dépend que de la résolution codeur. La vitesse minimale  $\omega_{min}$ , qu'il est possible de calculer, dépend de la valeur maximale  $N_{T_h,max}$ . Le DSP utilisé est un microprocesseur 16 bits, on définit alors  $N_{T_h,max} = 2^{15}$ . Dans ce cas, la vitesse minimale est égale à :

$$\omega_{min} = \frac{1}{4.R_c.2^{15}.T_h} = 0.061 trs/s \quad (IV.13)$$

La vitesse maximale  $\omega_{max}$  qu'il est possible de calculer correspond au cas où un seul coup d'horloge est compté pour un incrément de la position. Celle-ci est égale à 2000 trs/s et sort du cadre des vitesses atteintes par le système :

$$\omega_{max} = \frac{1}{4.R_c.T_h} = 2000 trs/s \quad (IV.14)$$

#### IV.2.2.2. Temps de calcul

L'inconvénient principal de cette méthode vient du fait que la durée de calcul  $T$  de la vitesse entre deux incréments dépend de la vitesse et s'écrit :

$$T(\omega_r) = \frac{1}{4.R_c.\omega_r} \quad (IV.15)$$

Le calcul de la vitesse n'est donc plus synchrone avec la boucle de vitesse précédemment établie pour la régulation du système et nécessite la mise en place d'une interruption spécifique au calcul de la vitesse qui serait déclenchée à chaque incrément de la position codeur.

De plus, en définissant un temps de calcul maximal égal à la période de la boucle de régulation de la vitesse  $T_v$ , la vitesse minimale  $\omega_{min}$  devient égale à celle précédemment définie avec la DPCM :

$$\omega_{min} = \frac{1}{4.R_c.T_v} = 0.208 trs/s \quad (IV.16)$$

La figure IV.7 montre la variation du temps de calcul en fonction de la vitesse réelle. Plus la vitesse sera importante et plus le temps de calcul de la vitesse sera faible et donc plus le nombre d'interruptions déclenchées par l'incréméntation de la position codeur sera important, ce qui pourrait engendrer une instabilité du système.

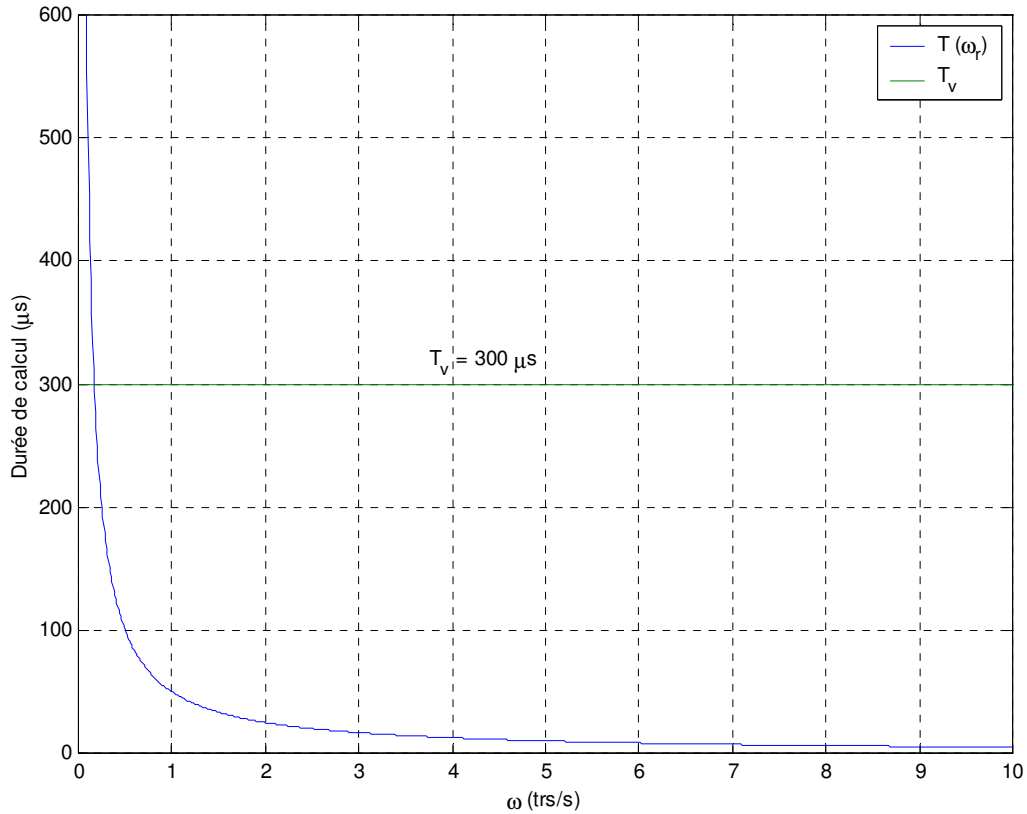


Figure IV.7. SPTMM – Temps de calcul en fonction de la vitesse.

### IV.2.2.3. Erreur relative de la SPTMM

Du fait du non-synchronisme entre les coups d'horloge et l'incréméntation de la mesure de la position, la vitesse mesurée n'est pas exacte. L'erreur de calcul relative  $E_r$  introduite s'écrit alors :

$$E_r(\omega_r) = \left( \frac{1}{4.R_c.N_{T_h}.T_h} - \frac{1}{4.R_c.(N_{T_h} + \Delta N_{T_h}).T_h} \right) \frac{1}{\omega_r} = \frac{\Delta N_{T_h}}{N_{T_h} + \Delta N_{T_h}} \quad (\text{IV.17})$$

En supposant  $\Delta N_{T_h}$  négligeable devant  $N_{T_h}$ , l'erreur relative s'écrit telle que :

$$E_r(\omega_r) = \frac{\Delta N_{T_h}}{N_{T_h}} = 4.R_c.T_h.\Delta N_{T_h}.\omega_r \quad (\text{IV.18})$$

Cette erreur est proportionnelle à la résolution codeur  $R_c$  et à la vitesse réelle  $\omega_r$ . Elle est maximale pour  $\Delta N_{T_h} = 1$  (erreur égale à un coup d'horloge) et donc :

$$E_{r\max}(\omega_r) = 4.R_c.T_h.\omega_r \quad (\text{IV.19})$$

La figure IV.8 présente l'erreur relative maximale  $E_{r\max}$  par rapport à la vitesse réelle. Cette erreur est négligeable dans la plage de variation de la vitesse définie pour le système haptique étudié. Il n'est donc pas nécessaire de réaliser un quelconque filtrage de la mesure.

Malgré la précision du calcul de vitesse par la SPTMM, celle-ci présente deux inconvénients essentiels :

- la durée de calcul est variable et donc asynchrone avec la régulation du système,
- et, pour des vitesses importantes mais toujours dans le domaine de l'application, le temps de calcul est trop faible et nécessite des interruptions répétitives pour le calcul de la vitesse.

Afin de réduire ce dernier problème, la littérature montre qu'une méthode de calcul de vitesse combinant les deux autres précédemment présentées est mise en œuvre. Celle-ci permet un temps de calcul quasi-constant et proche de la période de la boucle de vitesse.

### IV.2.3. Méthode par temps de calcul constant – CETM

La CETM (*'Constant Elapsed Time Method'*) est une combinaison de la DPCM et de la SPTMM permettant de limiter la trop grande fréquence d'interruptions nécessaire au calcul de la vitesse lorsque celle-ci est plus ou moins importante.

#### IV.2.3.1. Acquisition de la vitesse par mesure du temps entre les pulsations

Le principe de la CETM consiste à mesurer le temps écoulé  $T_K$  entre  $K$  pulsations. Le nombre de pulsations  $K$  est défini de manière à ce que la durée du calcul de la vitesse soit la plus constante possible et au maximum égale à la période de la boucle de régulation de la vitesse (figure IV.9). La vitesse est calculée selon l'expression suivante :

$$\omega_n(\text{trs/s}) = \frac{K}{4.R_c.T_K} = \frac{K}{4.R_c.N_{T_h}.T_h} \quad (\text{IV.20})$$

L'erreur relative par rapport à la vitesse réelle s'écrit en fonction de  $K$  telle que :

$$E_r(\omega_r, K) = \frac{\Delta N_{T_h}}{N_{T_h} + \Delta N_{T_h}} = \frac{4.R_c.T_h.\Delta N_{T_h}.\omega_r}{K} \quad (\text{IV.21})$$

L'erreur est maximale pour  $\Delta N_{T_h} = 1$ , et s'écrit :

$$E_{r\max} = \frac{4.R_c.T_h.\omega_r}{K} \quad (\text{IV.22})$$

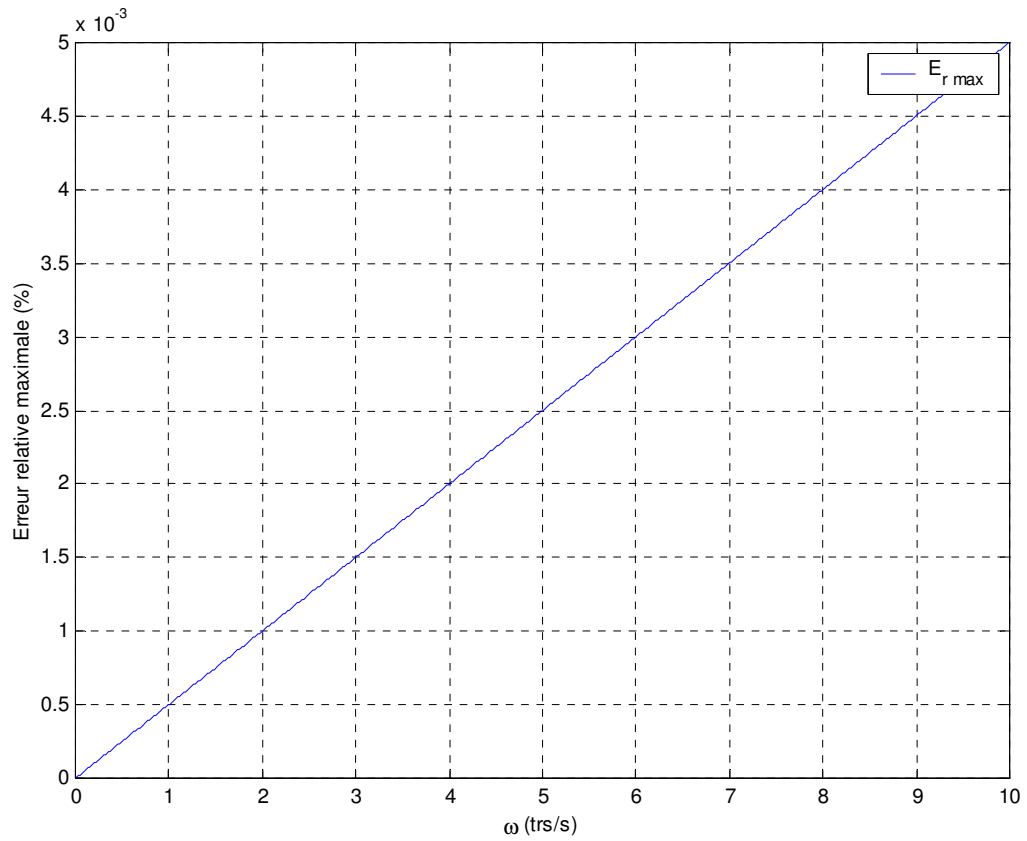


Figure IV.8. SPTMM - Erreur relative maximale en fonction de la vitesse réelle.

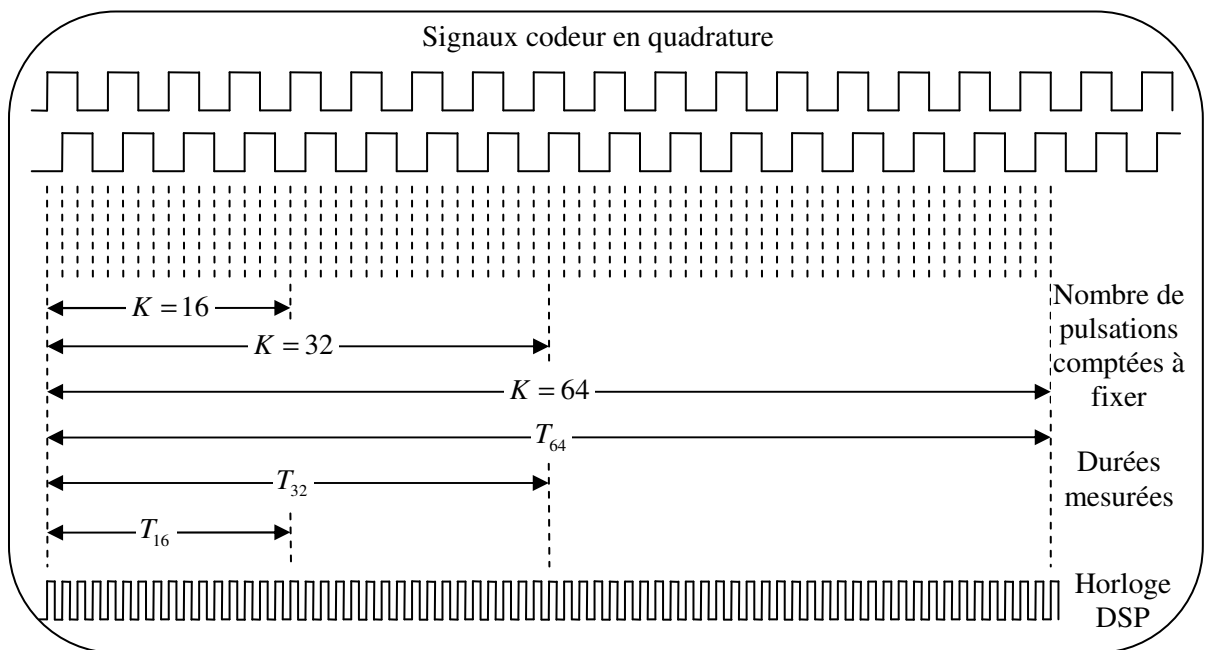


Figure IV.9. Calcul de la vitesse par mesure de la durée écoulée  $T_K$  entre  $K$  pulsations - CETM

Le temps de calcul de la vitesse en fonction de celle-ci est égale à :

$$T_K = \frac{K}{4.R_c.\omega_r} \quad (IV.23)$$

La figure IV.10 montre l'erreur relative maximale obtenue avec un codeur de résolution 5000 pts/tr ainsi que la durée entre chaque mesure de vitesse en fonction du nombre de pulsations  $K$ . Plus  $K$  augmente, plus le temps de calcul  $T_K$  devient important et dépasse rapidement la période de régulation de la vitesse  $T_v$ .

La CETM consiste donc à prédéterminer le nombre de pulsations  $K$  en fonction de la vitesse précédemment calculée de manière à obtenir un temps de calcul le plus constant possible [Lya98]. Généralement  $K$  est pris égal à une puissance de 2 pour des raisons de facilité d'implantation algorithmique. La figure IV.11 montre l'erreur relative et les temps de calcul de cette méthode après adaptation du nombre de pulsations  $K$  comptées pour la mesure de la vitesse.

Les erreurs relatives sont très faibles, cependant, le temps de calcul pour les faibles vitesses ( $\omega_r < \omega_{\min}$ ) dépasse rapidement  $T_v$ . De plus, le problème de l'asynchronisme entre les boucles de régulation et les mesures de vitesse et donc des interruptions nécessaires à cet effet, reste présent.

### **IV.3. Implémentation de la DPCM – Effet de la diminution de la résolution codeur**

#### **IV.3.1. Implémentation de la DPCM - Résultats expérimentaux**

La méthode de calcul de la vitesse implémentée dans l'algorithme du DSP est celle du comptage de pulsations durant une période  $T_v$  suivie par un filtrage des mesures de vitesse avec un filtre de fréquence de coupure 50 Hz. Cette méthode a l'avantage de permettre la synchronisation de la mesure avec les périodes de régulation des différentes boucles du système.

De plus, les essais expérimentaux montrent que la DPCM permet l'obtention de valeurs tout à fait acceptables en termes de raideur et de dynamique du système. Par la suite, les essais et mesures se feront d'après le schéma bloc présenté à la figure IV.12, où  $\omega^*$  représente la vitesse de consigne qui est supposée égale à la vitesse réelle  $\omega_r$  et  $\omega_{fil}$  la vitesse filtrée.

La figure IV.13 présente la vitesse de consigne, la vitesse mesurée avec le codeur de résolution 5000 pts/tr, ainsi que la vitesse obtenue après un filtrage de fréquence de coupure 50 Hz. Les essais expérimentaux sont réalisés pour trois valeurs différentes de la vitesse de consigne : 0.08, 0.8 et 8 trs/s, afin de les comparer avec les simulations de la figure IV.4.

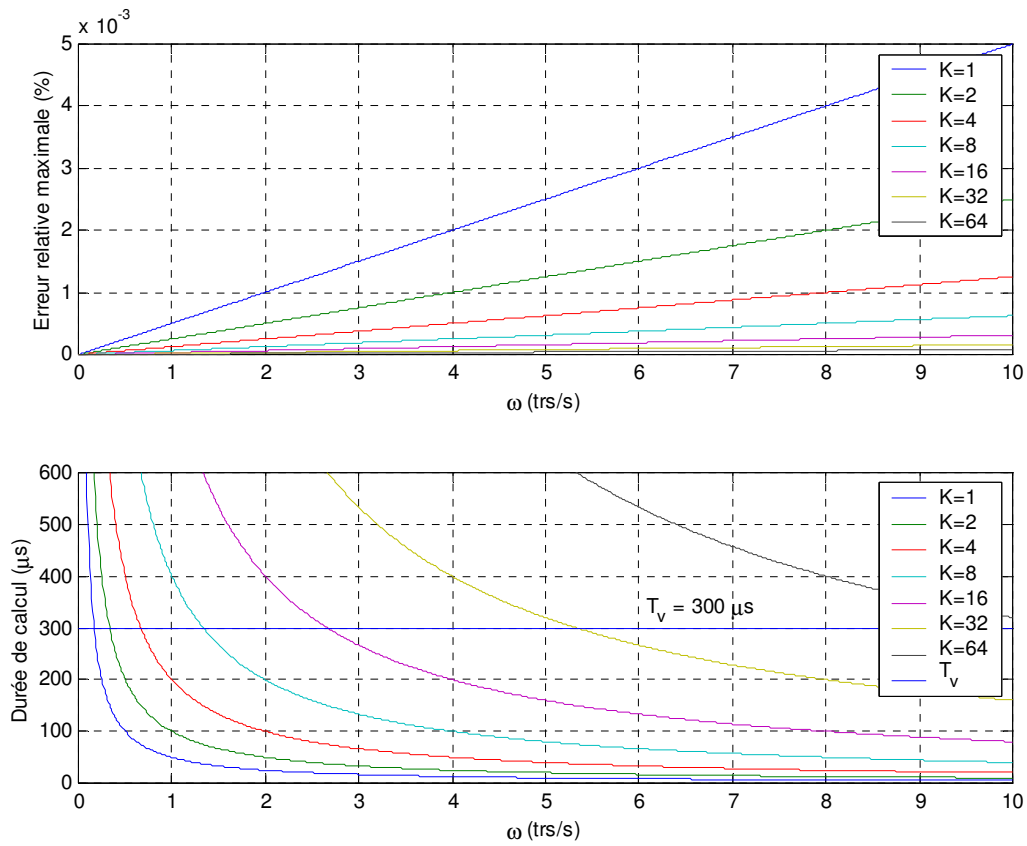


Figure IV.10. Erreur relative et durée du calcul de la vitesse en fonction du nombre de pulsations mesurées K

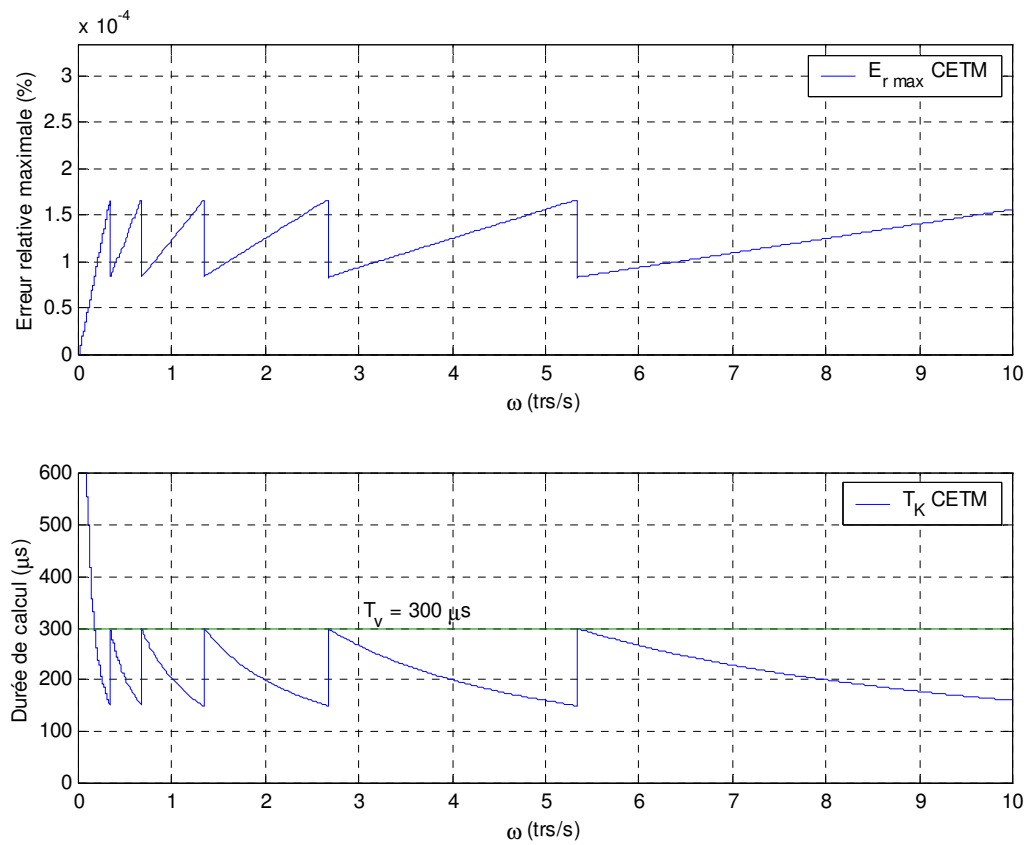


Figure IV.11. Erreur relative maximale et temps de calcul de la vitesse par la CETM.

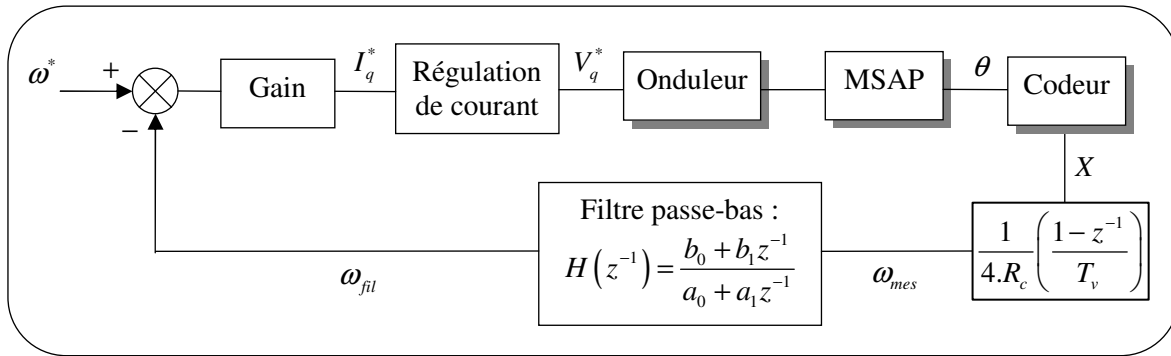


Figure IV.12. Schéma bloc de la régulation de vitesse et des différentes acquisitions réalisées.

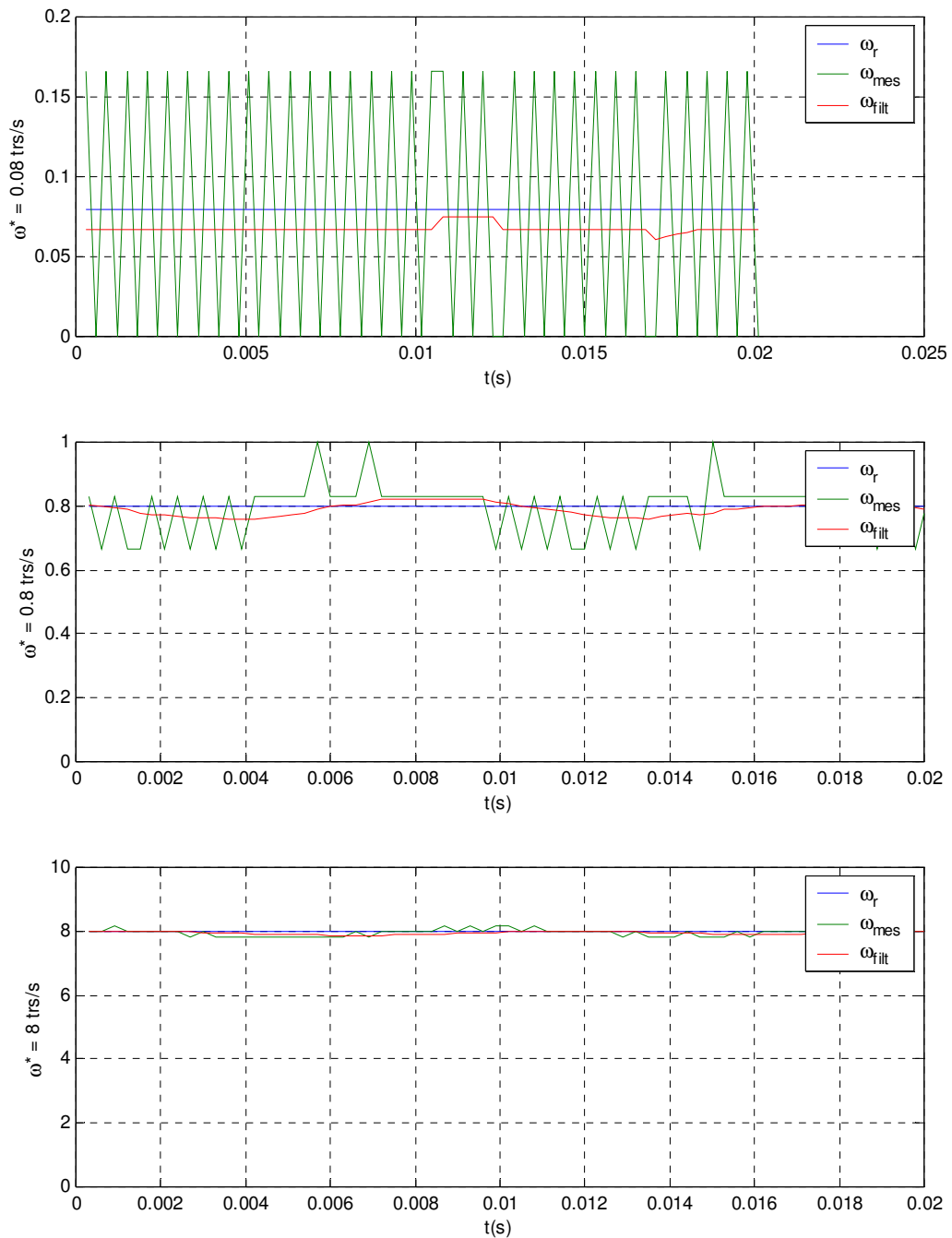
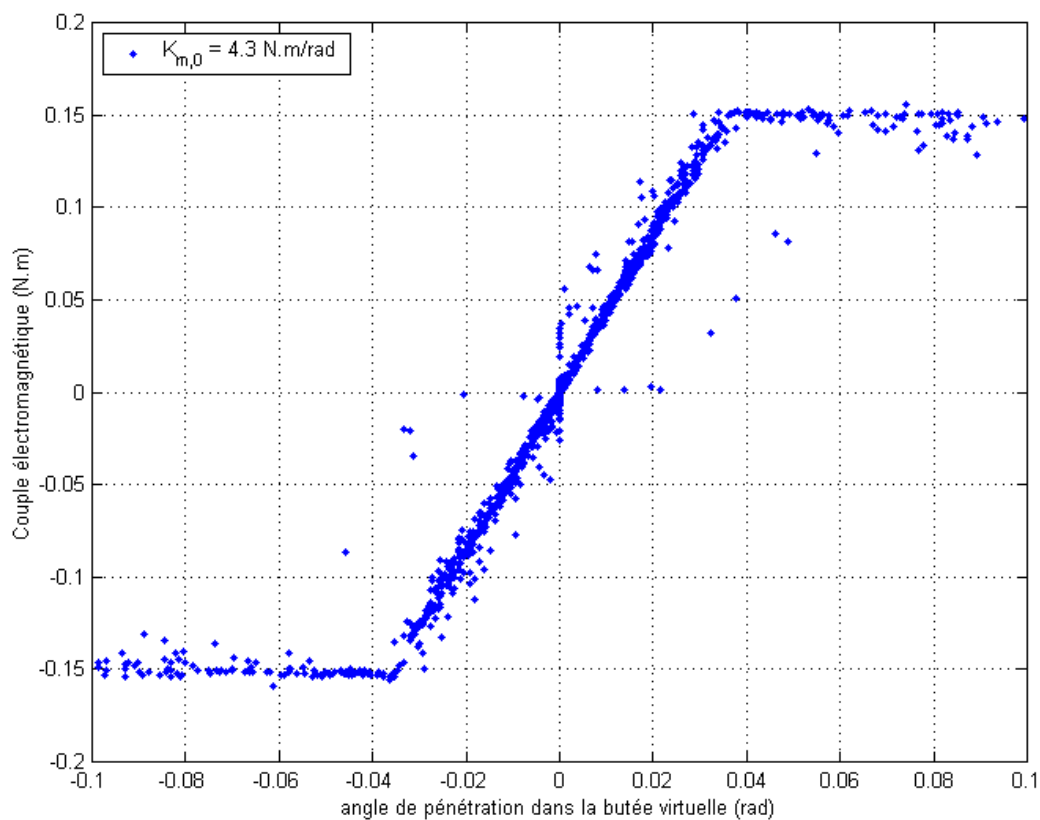


Figure IV.13. Résultats expérimentaux – Calcul de vitesse pour une consigne de 0.5 tr/s avant et après filtrage (50 Hz) de la mesure.

Les résultats obtenus valident les propriétés de la méthode DPCM précédemment présentées dans l'état de l'art. L'erreur entre la vitesse de consigne et la vitesse filtrée est due à la régulation de la boucle de vitesse, qui consiste en un simple gain proportionnel. Les erreurs relatives obtenues sur ces trois exemples permettent de constater que plus la vitesse est faible, plus cette erreur est importante et vice versa.

Rappelons que la raideur statique initiale, notée par la suite  $K_{m,0}$ , est égale à 4.3 N.m/rad. Elle a été obtenue avec une régulation en cascade, un calcul de vitesse par DPCM et avec un codeur de résolution 5000 pts/tr (figure IV.14).



**Figure IV.14.** Raideur statique expérimentale de l'environnement virtuel : couple électromagnétique en fonction de l'angle de pénétration dans la butée.

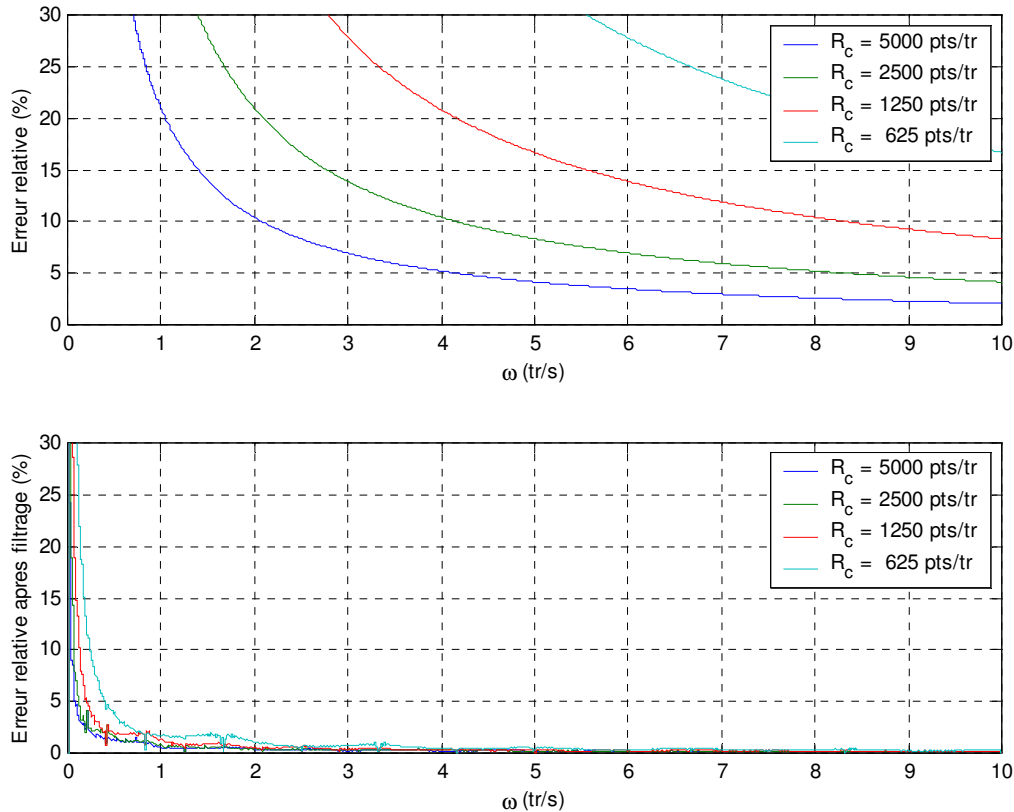
## IV.3.2. Effet de la diminution de la résolution codeur

### IV.3.2.1. Effet sur l'erreur relative

Afin d'homogénéiser le reste de l'étude, les résultats suivants sont présentés pour l'erreur relative maximale précédemment calculée (IV.11). L'équation (IV.10) a montré que l'erreur relative augmente proportionnellement à la diminution de la résolution codeur, ce qui entraîne donc une augmentation de l'erreur de mesure. La figure IV.15 présente théoriquement les erreurs relatives



maximales  $E_{r_{\max}}$  en fonction de la vitesse et pour différentes résolutions codeur, ainsi que les erreurs relatives après filtrage de la vitesse mesurée.



**Figure IV.15.** Erreurs relatives maximales par DPCM et erreurs après filtrage, en fonction de la vitesse et pour différentes résolutions codeur.

La figure IV.15 montre l'augmentation, proportionnelle par rapport à la réduction de la résolution codeur, de l'erreur relative. Elle confirme également l'importance de la présence du filtre passe-bas de fréquence de coupure 50Hz après calcul de la vitesse par DPCM. Cependant, même après filtrage, l'erreur relative dépasse les 5% pour des vitesses jusqu'à quatre fois plus grandes que celle obtenue initialement avec un codeur de résolution 5000 pts/tr, ce qui entraîne la diminution de la raideur haptique obtenue.

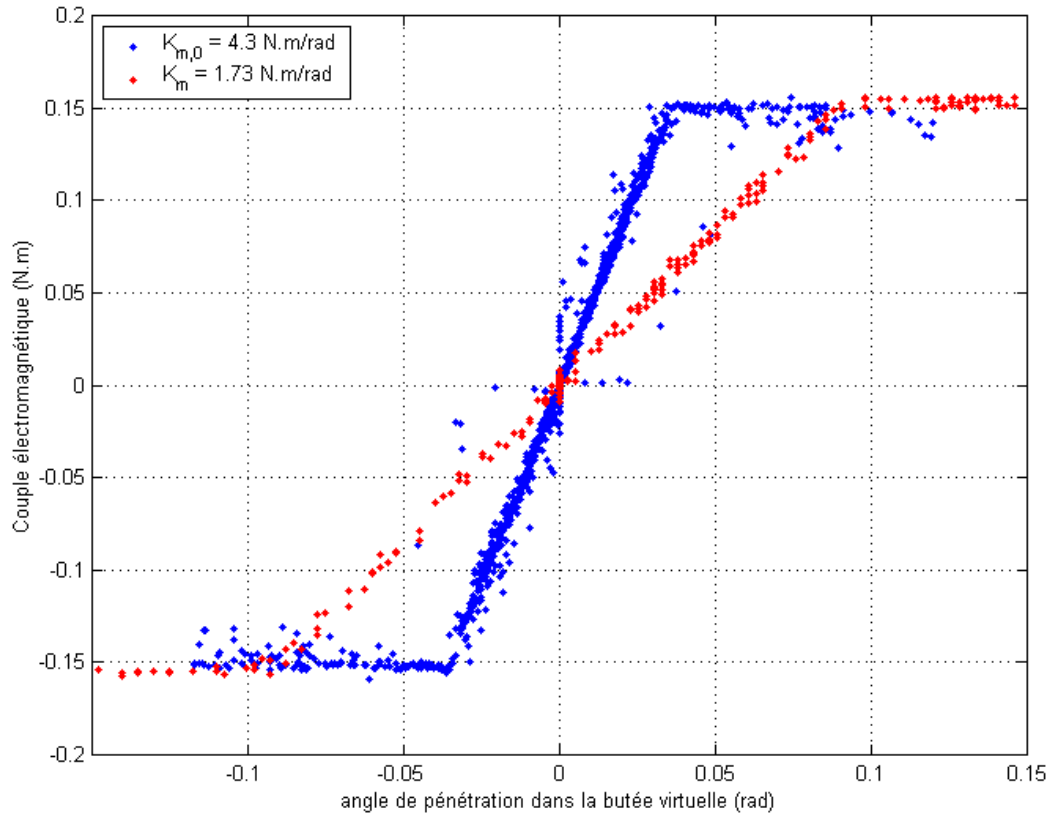
Rappelons l'expression de la raideur maximale qu'il est possible d'obtenir dans le cas d'une régulation en cascade :

$$K_m < \min\left(\frac{2 \cdot b}{T_{hapt}}, \frac{f_s}{\Delta}\right) \quad (\text{IV.24})$$

Les frottements secs du système ont été identifiés au chapitre II. Il est alors possible de calculer le terme  $f_s / \Delta$ , qui est indépendant de l'opérateur. Pour une résolution de 625 pts/tr, ce terme devient inférieur à la raideur initiale  $K_{m,0}$ , et donc prépondérant par rapport au terme  $2 \cdot f_v / T_{hapt}$ , qui était

initialement le facteur limitant de la raideur maximale. La raideur correspondant à  $f_s / \Delta$  est égal à 1.9 N.m/rad. Cette nouvelle valeur est la raideur maximale pour un calcul de vitesse avec un codeur de résolution 625 pts/tr.

Les essais réalisés montrent que la raideur expérimentale obtenue est de 1.73 N.m/rad. Cette valeur correspond à la valeur théorique. La raideur obtenue expérimentalement est présentée à la figure IV.16 en comparaison avec la raideur initiale.



**Figure IV.16.** Résultats expérimentaux – Comparaison des raideurs haptiques obtenues avec un codeur de résolution 625 pts/tr et un codeur de résolution 5000 pts/tr.

## IV.4. Présentation de la nouvelle méthode de calcul de vitesse

### IV.4.1. Augmentation de la période d'échantillonnage

L'erreur relative maximale pour la DPCM est rappelée ci-dessous :

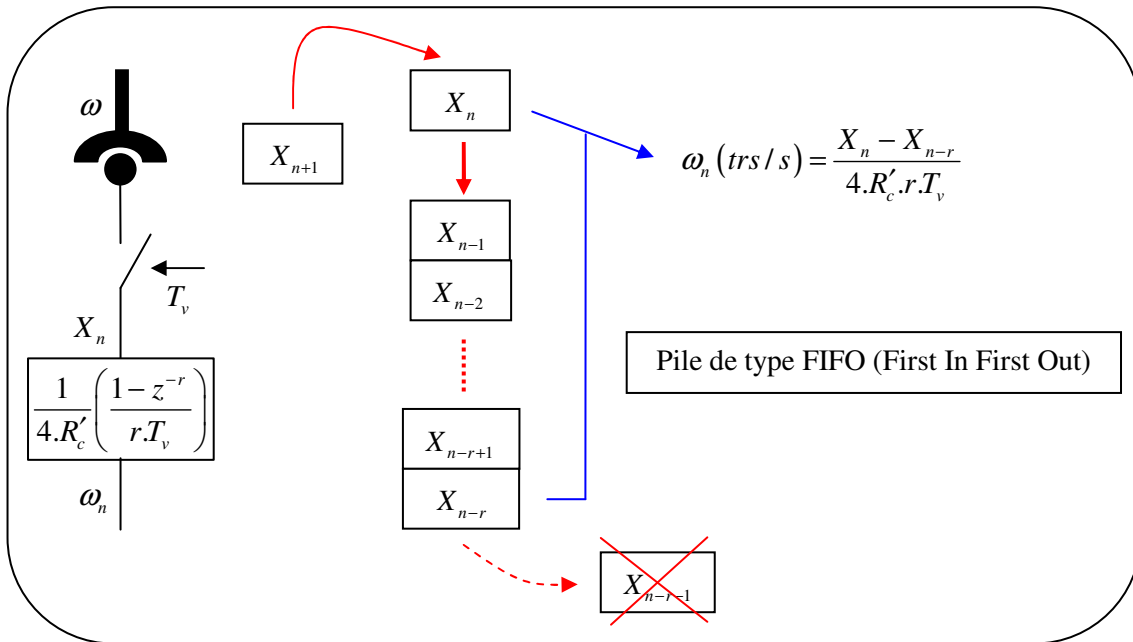
$$E_{r\max} = \frac{1}{4.R_c.T_v.\omega_r} \quad (\text{IV.25})$$

Soit  $R'_c$  la nouvelle résolution codeur telle que  $R'_c = R_c / r$ . La nouvelle erreur relative  $E'_{r\max}$  augmente d'un facteur  $r$  telle que :

$$E'_{r \max} = \frac{r}{4.R_c.T_v.\omega_r} = r.E_{r \max} \quad (\text{IV.26})$$

Afin de retrouver l'erreur relative initiale qui a précédemment été validée expérimentalement, la période d'échantillonnage est augmentée d'un facteur  $r$  égal à la diminution de la résolution codeur. De plus, afin de conserver un calcul de vitesse synchrone avec la période de régulation de la boucle de vitesse, et réalisé à chaque période  $T_v$ , les positions mesurées et échantillonnées à la période  $T_v$  sont conservées dans une pile de type FIFO (figure IV.17) et le calcul de vitesse est réalisé par comptage des pulsations par période  $r.T_v$ , tel que :

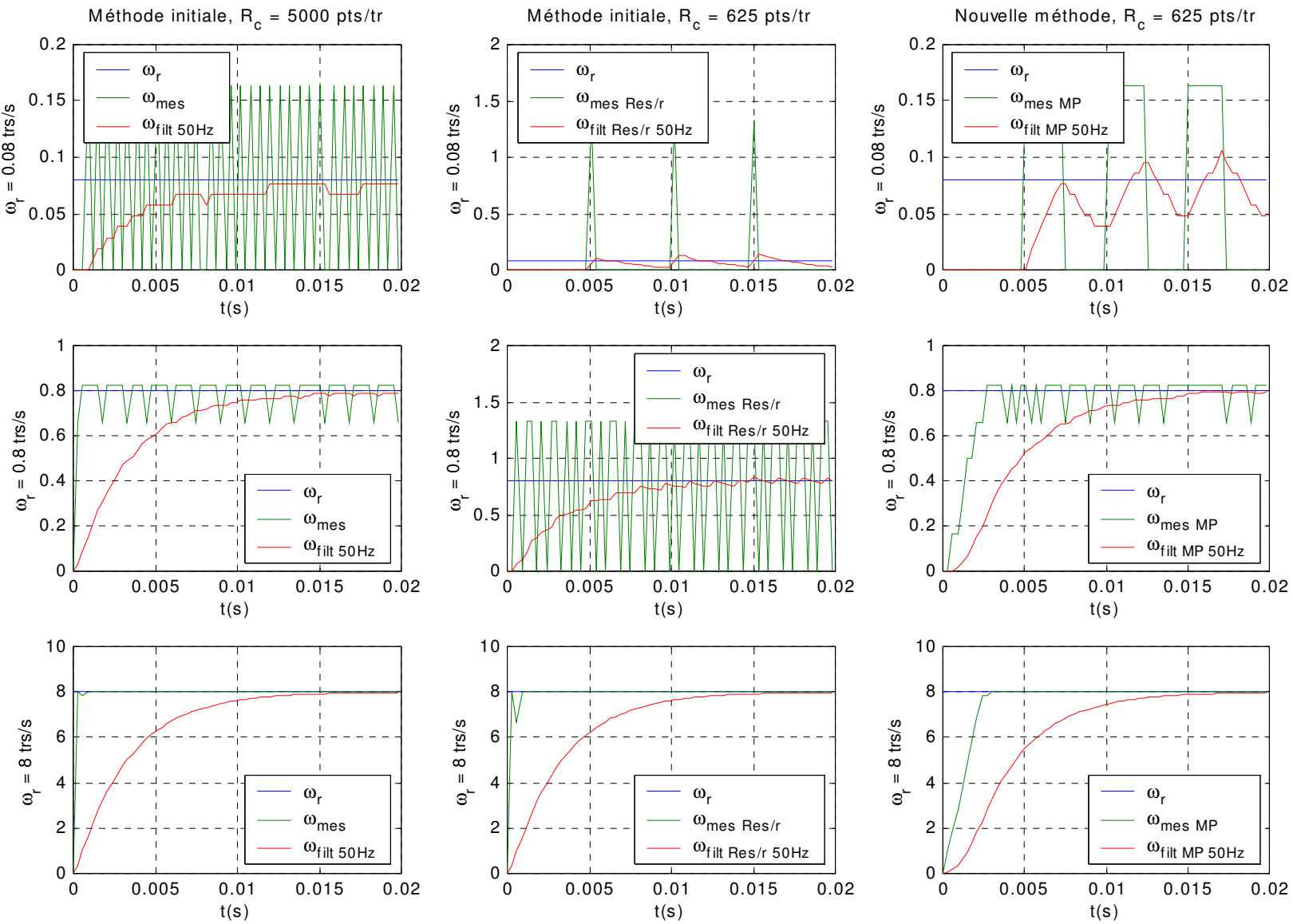
$$\omega_n (\text{trs/s}) = \frac{X_n - X_{n-r}}{4.R'_c.r.T_v} \quad (\text{IV.27})$$



**Figure IV.17.** Calcul de vitesse pour une diminution de la résolution codeur d'un facteur  $r$ .

Le calcul peut être alors réalisé à chaque période de régulation de la boucle de vitesse mais avec une période d'échantillonnage plus importante, afin de retrouver l'erreur relative initiale obtenue pour un codeur de résolution  $R_c$ .

Cette dérivation d'ordre  $z^{-r}$  peut être comparée à un filtre d'ordre  $r$ . Son inconvénient vient donc du retard introduit dans le calcul de vitesse, qui intervient avec le retard du filtre passe-bas et qui pourrait si le facteur  $r$  est trop important déstabiliser ou détériorer la régulation du système.



**Figure IV.18.** Résultats de simulation – Calcul de vitesse, avant filtrage  $\omega_{mes}$  et après filtrage  $\omega_{filt}$ , pour les trois valeurs  $\omega_r$  suivantes : 0.08 (1<sup>ère</sup> ligne), 0.8 (2<sup>ème</sup> ligne) et 8 trs/s (3<sup>ème</sup> ligne). Trois méthodes de calcul pour chaque valeur : méthode initiale avec  $R_c = 5000$  pts/tr (à gauche), méthode initiale avec  $R_c = 625$  pts/tr, nouvelle méthode avec  $R_c = 625$  pts/tr.

La figure IV.18 présente par simulation le calcul de vitesse, avant filtrage ( $\omega_{mes}$ ) et après filtrage ( $\omega_{filt}$ ), pour trois valeurs ( $\omega_r$ ) différentes : 0.08, 0.8 et 8 trs/s. Pour chaque valeur, le calcul est réalisé avec les trois méthodes suivantes : la méthode initiale (DPCM) avec un codeur de résolution 5000 pts/tr et un codeur de résolution 625 pts/tr, et la nouvelle méthode dans le cas du codeur de résolution 625 pts/tr.

On voit que, par rapport à la méthode initiale, et après réduction de la résolution du codeur, la nouvelle méthode permet de réduire fortement les oscillations autour de la valeur réelle de la vitesse mesurée, spécialement à basse vitesse. De plus, malgré le pseudo-filtrage d'ordre  $r$  réalisé, il est important de conserver le filtre passe-bas de fréquence de coupure 50 Hz, afin de lisser la valeur de la vitesse mesurée avant filtrage. Les résultats obtenus permettent ainsi, par simulation, de valider la méthode proposée.

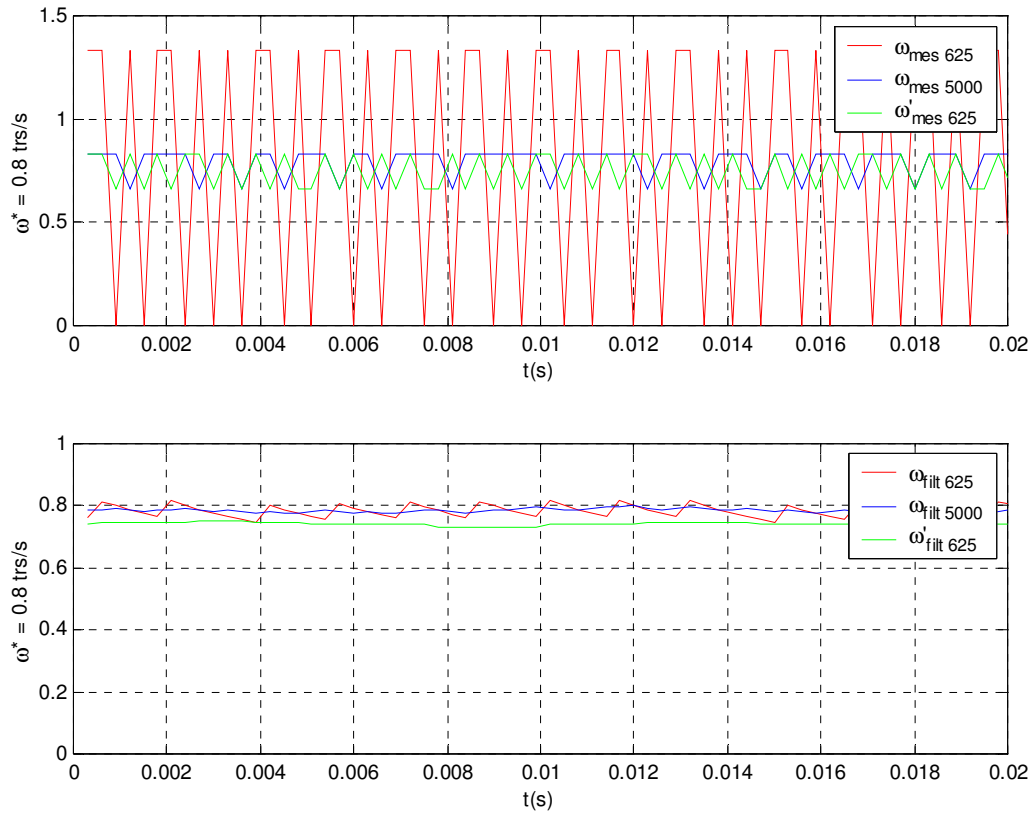
## IV.4.2. Résultats expérimentaux

La méthode proposée pour le calcul de vitesse est implantée dans l'algorithme du DSP. La figure IV.19 présente un exemple de calcul de la vitesse pour une vitesse de consigne égale à 0.8 trs/s. Les vitesses calculées sans filtrage ( $\omega_{mes}$ ) puis avec filtrage ( $\omega_{filt}$ ) de la mesure sont comparées dans les trois cas de figure suivants :

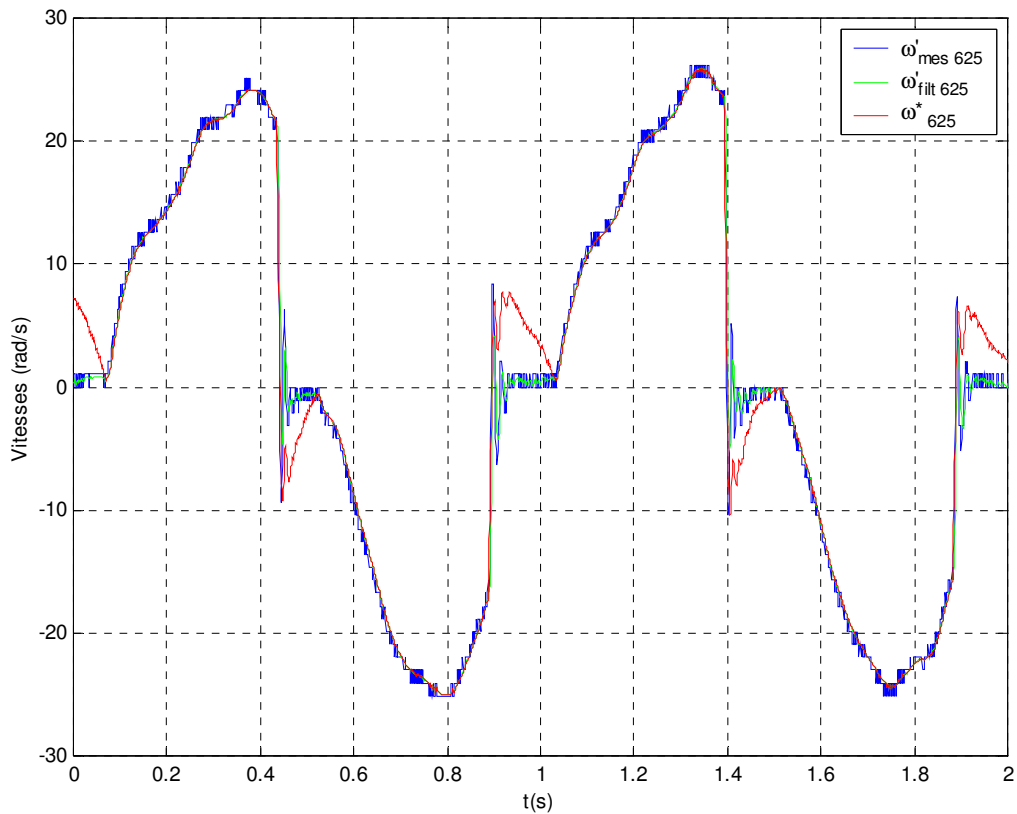
- calcul de la vitesse avec la DPCM et un codeur de résolution 5000 pts/tr,
- calcul de la vitesse avec la DPCM et un codeur de résolution 625 pts/tr,
- calcul de la vitesse avec la méthode proposée et un codeur de résolution 625 pts/tr.

La méthode proposée a donc permis la réduction de l'erreur de calcul de la vitesse à la valeur correspondant à la valeur initiale obtenue avec la méthode DPCM et un codeur de résolution 5000 pts/tr. Par contre, les vitesses filtrées montrent que cette méthode augmente, en régime permanent, pour la même configuration de régulation, l'erreur statique entre la vitesse de consigne  $\omega^* = 0.08 \text{ trs/s}$  et la vitesse filtrée calculée avec la méthode proposée.

Afin de vérifier que cette erreur, ainsi que le retard introduit par le filtre d'ordre 8, ne perturbent pas le système, celui-ci est testé dans un contexte haptique. La figure IV.20 présente la vitesse de consigne  $\omega^*$ , la vitesse mesurée  $\omega'_{mes}$  et la vitesse filtrée  $\omega'_{filt}$ , obtenues avec la méthode proposée et une résolution codeur de 625 pts/tr, lorsque l'opérateur déplace la poignée de l'interface d'une butée à l'autre.



**Figure IV.19.** Comparaison des vitesses mesurées et filtrées dans les trois cas de figure suivants : calcul par DPCM avec une résolution codeur de 5000 pts/tr (bleu,  $\omega_{\text{mes } 5000}$ ,  $\omega_{\text{filt } 5000}$ ) puis 625 pts/tr (rouge,  $\omega_{\text{mes } 625}$ ,  $\omega_{\text{filt } 625}$ ), et avec la méthode proposée pour une résolution de 625 pts/tr (vert,  $\omega'_{\text{mes } 625}$ ,  $\omega'_{\text{filt } 625}$ ).



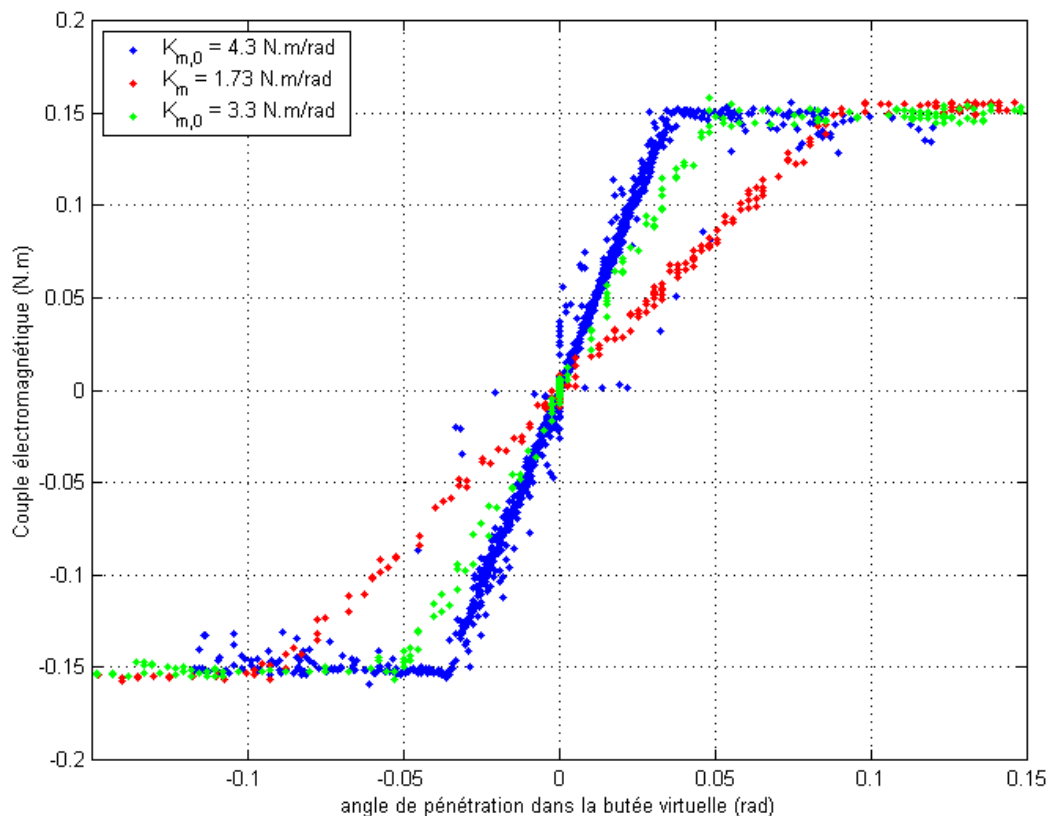
**Figure IV.20.** Comparaison des vitesses de consigne, mesurée et filtrée dans un contexte haptique avec la méthode de calcul de vitesse proposée.

Les résultats obtenus montrent que le suivi de consigne de la boucle de vitesse est toujours bien assuré. Rappelons, que l'erreur entre la consigne et la vitesse, obtenue en certains points, correspond aux moments où l'opérateur est en *butée*, et la consigne de vitesse est dans ce cas, l'image de la consigne de courant alors que la vitesse réelle est nulle.

Afin de valider la méthode proposée, la figure IV.21 compare les raideurs obtenues pour les cas de figure suivants :

- calcul de la vitesse avec la DPCM et un codeur de résolution 5000 pts/tr :  $K_{m,0}$ ,
- calcul de la vitesse avec la DPCM et un codeur de résolution 625 pts/tr :  $K_{m,625}$ ,
- calcul de la vitesse avec la méthode proposée et un codeur de résolution 625 pts/tr :  $K'_{m,625}$ .

Les résultats expérimentaux obtenus montrent que la méthode proposée a permis de ramener la raideur maximale du système,  $K'_{m,625} = 3.3 \text{ N.m/rad}$ , à une valeur plus importante que celle obtenue avec la méthode DPCM et un codeur de résolution 625 pts/tr,  $K_{m,625} = 1.73 \text{ N.m/rad}$ . La raideur obtenue est proche de la valeur initiale  $K_{m,0}$  et répond bien au cahier des charges du système. L'opérateur retrouve une sensation de *dureté*, rappelant un contact rigide avec un obstacle.



**Figure IV.21.** Comparaison des raideurs obtenues dans les trois cas de figure suivants : calcul par DPCM avec une résolution codeur de 5000 pts/tr (bleu) puis 625 pts/tr (rouge), et avec la méthode proposée pour une résolution de 625 pts/tr (vert).

## IV.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter un état de l'art des différentes méthodes de calcul numérique de la vitesse : calcul par comptage des pulsations pendant une période fixe (DPCM), calcul par mesure du temps écoulé entre deux pulsations (SPTMM), calcul par mesure du temps écoulé entre  $K$  pulsations,  $K$  étant défini de manière à avoir un temps de calcul aussi constant que possible (CETM). Les méthodes par mesure du temps (SPTMM, CETM) sont très précises, cependant, elles présentent un inconvénient principal : le calcul de la vitesse est asynchrone avec les boucles de régulation de courant et de vitesse implantées, le temps de calcul est variable et nécessite la mise en place d'une nouvelle interruption, dédiée au calcul de vitesse, dans l'algorithme du DSP. C'est pourquoi ces méthodes ont été rejetées.

Dans le cadre de cette étude, le calcul de la vitesse du rotor de la MSAP a été réalisé par la DPCM, qui repose sur une dérivation numérique des mesures de position obtenues par un codeur incrémental. La vitesse calculée est ensuite filtrée par un filtre passe-bas de fréquence 50 Hz. Pour une résolution codeur de 5000pts/tr, les performances du système sont satisfaisantes et permettent d'obtenir des estimations de la vitesse suffisamment précises à basses ou à hautes vitesses dans le contexte haptique. De plus, la raideur obtenue expérimentalement est deux fois plus grande que le minimum souhaité, ce qui permet une très bonne simulation d'un contact rigide.

La diminution de la résolution du codeur a entraîné une importante augmentation de l'erreur dans le calcul de la vitesse, ainsi qu'une réduction de la raideur de la butée rigide, ce qui a nécessité la mise en place d'une nouvelle méthode de calcul permettant d'améliorer cette raideur. En effet, afin de réduire l'erreur relative, la période d'échantillonnage définie pour le calcul de la vitesse a été augmentée d'un facteur  $r$ , égal au rapport de réduction de la résolution codeur. La méthode proposée a permis de réduire les erreurs relatives du calcul de vitesse, et d'atteindre quasiment la raideur initiale du système obtenue par la DPCM et un codeur de résolution 5000 pts/tr. La méthode proposée a ensuite été validée expérimentalement.

Une perspective s'ouvre par rapport à la méthode proposée : en effet, pour les grandes vitesses, cette méthode risque de saturer les compteurs de pulsations du DSP. De plus, pour un facteur de réduction  $r$  trop important, le retard introduit par le filtre pourrait détériorer les performances du système. Il est donc envisagé de réaliser un calcul de vitesse adaptatif, qui permettrait de varier le facteur  $r$  d'augmentation de la période d'échantillonnage selon la vitesse du moteur, de manière à garder une erreur relative toujours inférieure à une valeur maximale prédéfinie.





# Conclusion Générale

L'étude présentée dans ce rapport a été proposée par la société Haption, en collaboration avec le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique), qui développent jusqu'à présent des interfaces haptiques entraînées par des Machines à Courant Continu (MCC). Les Machines Synchrones à Aimants Permanents (MSAP), qui présentent un couple massique important, ont été proposées dans le cadre de cette thèse, en remplacement des MCC habituelles, afin d'en évaluer les performances.

Ce travail a ainsi contribué à la modélisation, l'identification et à la commande d'une *interface haptique* à un degré de liberté entraînée par une *Machine Synchrone à Aimants Permanents* (MSAP). Afin d'évaluer les performances de ce nouveau type d'actionneurs dans un contexte haptique, le cahier des charges à respecter était identique, voire meilleur, que celui imposé pour les MCC.

Le banc d'essai prototype, de l'interface haptique étudiée, comporte principalement une MSAP, reliée d'un côté, à un codeur incrémental initialement de résolution 5000 pts/tr, et de l'autre, à un système à câbles permettant l'interaction homme-machine. A l'extrémité de ce système, une poignée autorisant un déplacement à un degré de liberté (rotation) à l'utilisateur, permet de tester l'interface dans un contexte haptique.

L'opérateur doit au final, pouvoir déplacer cette poignée dans un espace libre, correspondant au *mode transparent*, où son mouvement est souhaité être aussi fluide et sans contraintes que possible. Cet espace est délimité par deux butées virtuelles, simulées par des ressorts de raideur  $K_m$  et d'amortissement  $B_m$ , qui établissent un contact dur correspondant au *mode butée*, lorsque l'opérateur cherche à traverser cet obstacle virtuel. L'objectif final à atteindre, se traduit par un retour d'effort qui suit fidèlement, et avec le moins d'ondulations possible, les consignes de couple calculées.

Dans un premier temps, le principe du retour haptique a été défini et l'environnement virtuel, basé sur des butées aussi rigides que possible autour d'une position initiale, a été introduit. Les différents éléments du système ont ensuite été modélisés : la MSAP, l'onduleur de tension et le système à câbles. L'opérateur, quant à lui, a été considéré comme un élément passif, perturbateur du système.

Le fonctionnement de l'interface haptique est régie par des équations différentielles, qui dépendent de paramètres électriques et mécaniques, plus ou moins connus. Une estimation précise de

ces paramètres, permet d'affiner le modèle du système, et de développer une stratégie de commande, adaptée au contexte haptique, dont les correcteurs sont optimisés.

Deux techniques d'identification ont été présentées : l'estimation par moindres carrés et modèle inverse, très utilisée pour l'identification des paramètres mécaniques des interfaces robotiques, ainsi que la méthode du modèle et algorithme de Marquardt, qui a permis la validation des estimations par moindres carrés et modèle inverse, des paramètres électriques.

Un modèle de Park amélioré, tenant compte d'une erreur de calage initiale de la MSAP, a été développé. Une procédure d'identification a permis l'estimation simultanée de cet angle et des paramètres électriques du moteur. Ces derniers ont ensuite été validés par une nouvelle identification avec le modèle classique de Park, par les deux méthodes d'estimation présentées. Les paramètres mécaniques, quant à eux, ont été identifiés par la méthode des moindres carrés et modèle inverse.

Une fois les paramètres du système identifiés, une commande vectorielle adaptée au contexte haptique a été développée. Celle-ci consiste en plusieurs boucles imbriquées de période d'échantillonnage différentes.

Les boucles internes de courant sont régulées à la période d'échantillonnage  $T_e$ , par des correcteurs Proportionnels Intégraux, de manière à obtenir un système en boucle fermée ayant une bande passante de 1 kHz. Les résultats expérimentaux obtenus ont permis de valider le cahier des charges imposé.

La boucle de vitesse est, quant à elle, régulée à la période d'échantillonnage  $T_v$ , par un simple gain proportionnel, de manière à obtenir un système en boucle fermée de bande passante aussi proche que possible de 100 Hz.

Finalement, l'environnement virtuel a été implanté dans une boucle *haptique*, asynchrone par rapport aux deux autres, et de période d'échantillonnage  $T_{hapt}$ . En *mode butée*, les raideurs expérimentales obtenues sont de l'ordre de 4.3 N.m/rad, c'est-à-dire, environ deux fois plus grandes que le minimum souhaité.

Afin de connaître l'état du système à chaque instant, et de valider son fonctionnement en *mode transparent*, de manière analytique, et non seulement par le simple ressenti de l'opérateur, un modèle dynamique hybride tenant compte des instants de commutation de l'onduleur *et* des périodes d'échantillonnage des différentes boucles, a été développé. Ce modèle hybride a permis de déterminer l'amplitude des ondulations à l'intérieur même de la période de hachage de l'onduleur de tension. Celles-ci sont dix fois plus faibles que le minimum perçu par l'opérateur, ce qui permet premièrement, de valider la *transparence* du système ressentie par l'opérateur, et deuxièmement, de valider le

---

modèle, considéré comme un simple gain, de l'onduleur de tension, pour le calcul de paramètres des correcteurs.

Finalement, une méthode actuellement développée pour les moteurs à courant continu, et basée sur les variables d'ondes, a été appliquée au cas de la MSAP. Cette méthode définit un couplage *physique naturel* entre les systèmes mécanique et électrique de l'interface, à partir de l'inductance statorique de la MSAP.

La commande consiste en une transformation en variables d'ondes, des variables de puissance, couple et vitesse du système, par l'intermédiaire de la résistance statorique de la machine, et en un environnement virtuel, défini à partir de ces nouvelles variables, selon le mode de fonctionnement, *butée* ou *transparent*.

Les raideurs obtenues avec cette méthode de commande par variables d'ondes sont faibles et légèrement supérieures à la moitié des raideurs souhaitées. Cependant, du fait de leur nature physique (liée aux paramètres électriques de la MSAP), elles sont disponibles aux hautes comme aux basses fréquences de fonctionnement du système, contrairement au cas de la commande vectorielle, qui limite les raideurs à hautes fréquences.

Le calcul de la vitesse de rotation de la MSAP, nécessaire à la commande vectorielle du système, est basé sur une dérivation numérique des positions, mesurées par un codeur incrémental de résolution initiale 5000 pts/tr.

Afin de diminuer le coût de ces codeurs, il est nécessaire d'en réduire la résolution. Ceci entraîne une augmentation de l'erreur de calcul de la vitesse, proportionnelle au facteur de réduction de la résolution du codeur, ainsi que la détérioration de la raideur de l'environnement virtuel implanté, qui devient égale à 1.7 N.m/rad, et est inférieure au minimum souhaité.

Les méthodes classiques d'optimisation du calcul de vitesse numérique, proposées par la littérature, n'étant pas appropriées au contexte haptique, à cause du non-synchronisme des calculs avec la période de la boucle de vitesse, une nouvelle méthode a été proposée. Cette méthode a permis, après réduction de la résolution codeur d'un facteur 8, et donc du coût du codeur d'un facteur 10, de ramener l'erreur relative du calcul de la vitesse, à sa valeur initiale, tout en gardant un calcul synchrone avec la période  $T_v$ .

De plus, la raideur obtenue expérimentalement, a été doublée par rapport à la raideur obtenue initialement après réduction de la résolution du codeur. Elle est égale à 3.3 N.m/rad, proche de la raideur obtenue par la méthode DPCM et un codeur de résolution 5000 pts/tr, et supérieure à la raideur minimale définie par le cahier des charges.

Cette thèse a donc permis de réaliser une première étude, sur la faisabilité du développement des interfaces haptiques entraînées par des machines synchrones à aimants permanents. Le prototype étudié a été modélisé, identifié, et commandé dans un contexte haptique, et une première optimisation a été apportée permettant la réduction du prix du codeur incrémental. Les objectifs de raideur ont été atteints, et sont équivalents voire meilleurs, que ceux obtenus avec les MCC. De nombreuses perspectives peuvent alors être envisagées.

Premièrement, il serait intéressant de réaliser une nouvelle carte électronique avec un microprocesseur plus évolué, qui permettrait la réduction des différentes périodes d'échantillonnage des boucles de régulation du système, qui ont jusque là été limitées par les temps d'exécution de l'algorithme. De plus, il serait alors possible d'envisager des méthodes de régulation plus complexes de type adaptatif, hybride, etc... qui pourraient encore améliorer les raideurs obtenues.

Deuxièmement, le protocole d'estimation paramétrique défini permettrait l'identification de n'importe quelle interface. Une nouvelle machine synchrone, dont les paramètres constructeur seraient tout à fait inconnus, pourrait être alors étudiée en remplacement de l'actuelle. Le système à câbles pourrait être étendu à une interface plus développée, plus complexe, et à plusieurs degrés de liberté.

Une identification en ligne des paramètres électriques du système, spécialement de la résistance statorique, permettrait l'adaptation des correcteurs en fonction des variations de ces paramètres, et donc l'amélioration de la régulation. De plus, en ce qui concerne la commande par variables d'ondes, cette estimation permettrait une meilleure connaissance de la résistance, et donc la minimisation de l'amortissement résiduel obtenu après la transformation en variables d'ondes.

Le modèle dynamique hybride pourrait être utilisé afin de mettre en place une loi de commande hybride, permettant en premier lieu, le calcul prédictif de l'état du système selon les huit configurations en tension de l'onduleur, et par la suite, le choix de la meilleure configuration pour atteindre le plus rapidement les consignes désirées.

Une autre perspective s'ouvre sur un choix plus judicieux du moteur, caractérisé par une faible inductance statorique et un grand flux permanent, qui permettrait d'envisager de meilleures performances du système par la commande en variables d'ondes.

Finalement, il est également nécessaire d'envisager un calcul adaptatif de la vitesse de rotation de la MSAP par la nouvelle méthode présentée, adaptée au contexte haptique. Le rapport d'augmentation de la période d'échantillonnage entre deux mesures de la position, serait variable et en fonction de la vitesse et de l'erreur relative maximale définie par le cahier des charges haptique.

# Références

[Abb04]

J. J. Abbott, A. M. Okamura, “A sufficient condition for passive virtual walls with quantization effects”, Proceedings of the ASME Dynamic Systems and Control Division: International Mechanical Engineering Congress and Exposition, pp. 1065-1073, 2004.

[Ant98]

P.J. Antsaklis, A. Nerode, “Hybrid Control Systems: An Introductory Discussion to the Special Issue”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 43, pp. 457-460, avril 1998.

[Arm93]

B. Armstrong-Helouvry, “Stick slip and control in low-speed motion”, IEEE Transactions on automatic control, vol. 38, no. 10, pp. 1483-1496, octobre 1993.

[Art04]

D. Arthur, rapport interne du CEA DTISI/SCRI/LPR/04RT.069, “Couplage bras industriel TAO2000 – Identification dynamique du bras RX90”, 2004.

[Bid04]

C. Bidard, rapport interne du CEA DTISI/SCRI/LPR/04RT.037, “Couplage bras industriel TAO2000 – Spécification des données d’entrée pour le calcul du modèle dynamique du bras Dextre”, 2004.

[Bha97]

P. Bhatti, B. Hannaford, “Single-chip velocity measurement system for incremental optical encoders”, IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol. 5, Issue 6, pp. 654-661, novembre 1997.

[Bro95]

J.M. Brown, “A theoretical and experimental investigation into the factors affecting the Z-Width of a haptic display”, Northern University, mars 1995.

[Cas04]

G. Casiez, “Contribution à l’étude des interfaces haptiques – Le DigiHaptic : un périphérique haptique de bureau à degrés de liberté séparés”, thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille I, octobre 2004.

[Cham95]

G. Champenois, A. Martinez, J.P. Rognon, “Implementation of RST controllers for a flexible servo, considering practical limitations”, IEEE Industrial Automation and Control, 1995.

[Chal03]

G. Chalubert, rapport interne du CEA DTISI/SRSI/LEMS/02RT.090, “Carte variateur 3 axes CC – Recette, réglages et modélisation technique moteur”, janvier 2003.

[Chal03a]

G. Chalubert, D. Houche, rapport interne du CEA DTISI/SRSI/LEMS/02RT.083, “Carte variateur PC104 3 axes – Optimisation de la raideur d’asservissement d’une interface haptique”, janvier 2003.

## Références

---

[Col93]

J.E. Colgate, P.E. Grafing, M.C. Stanley, G. Schenkel, “*Implementation of stiff virtual walls in force-reflecting interfaces*”, in Proceedings IEEE-VRAIS, pp. 202-208, 1993.

[Col94]

J.E. Colgate, J.M. Brown, “*Factors affecting the Z-Width of a haptic display*”, IEEE International conference on robotics and automation, vol. 4, pp. 3205-3210, mai 1994.

[Col94a]

J. Colgate, G. Schenkel, “*Passivity of a class of sampled-data systems: Application to haptic interfaces*”, American control conference, Baltimore, Maryland, pp. 3236-3240, juin 1994.

[Dha91]

R. Dhaouadi, N. Mohan, L. Norum, “*Design and implementation of an extended kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor*”, IEEE, Transactions on Power Electronics, pp. 491-497, 1991.

[Dio05]

N. Diolaiti, G. Niemeyer, F. Barbagli, J. K. Salisbury, C. Melchiorri, “*The effect of quantization and coulomb friction on the stability of haptic rendering*”, Proceedings of the First Joint Eurohaptics Conference and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems (WHC'05), IEEE Computer Society, Italy, pp. 237–246, Mars 2005.

[Dio06]

N. Diolaiti, G. Niemeyer, “*Wave haptics: Providing stiff coupling to virtual environnements*”, Symposium on haptic interfaces for virtual environment and teleoperator systems 2006, Virginie, USA, pp. 185-192, mars 2006.

[Fla90]

T. Flash, F. Mussa-Ivaldi, “*Human arm stiffness characteristics during the maintenance of posture*”, Experimental Brain Research 82 (2), pp. 315-326, 1990.

[Fli98]

D. Flieller, J.P. Louis, J. Barrenscheen, “*General sampled data modeling of power systems supplied by static converter with digital and analog controller*”, Mathematics and Computer in Simulation, vol. 46, pp. 373-385, 1998.

[Gal94]

E. Galvan, A. Torralba, L.G. Franquelo, “*A Simple Digital Tachometer with High Precision in a Wide Speed Range*”, Industrial Electronics, Control and Instrumentation, IECON'94, pp. 920-923, vol. 2, septembre 1994.

[Gal96]

E. Galvan, A. Torralba, L.G. Franquelo, “*ASIC implementation of a digital tachometer with high precision in a wide speed range*”, IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 43, Issue 6, pp. 655-660, décembre 1996.

[Gar06]

I. Garcia Burrel, S. Le Ballois, E. Monmasson, “*Robust pole placement for a Stirling co-generator*”, CAO 2006, Cachan, 2006.

[Gau90]

M. Gautier, “*Contribution à la modélisation et à l’identification des robots*”, thèse d’état, Université de Nantes, ENSM Nantes, 1990.

[Gau90a]

M. Gautier, W. Khalil, “*Direct calculation of Minimum Set of Inertial Parameters of Serial Robots*”, IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol. 6, n° 3, pp. 368-373, 1990.

[Gau90b]

M. Gautier, “*Numerical calculation of the base inertial parameters*”, IEEE Proceedings on Robotics and Automation, Vol. 2, pp. 1020-1025, 1990.

[Gau01]

M. Gautier, P. Poignet, “*Identification non linéaire continue en boucle fermée des paramètres physiques de systèmes mécatroniques par modèle inverse et moindres carrés d’erreur d’entrée*”, Journées d’identification et modélisation expérimentale, JIME’2001, pp. 28-44, Nancy, 2001.

[Gau02]

M. Gautier, P. Poignet, “*Identification en boucle fermée par modèle inverse et erreur d’entrée des paramètres physiques de systèmes mécatroniques*”, APII-JESA 2002, Vol. 36, n° 3, pp. 465-480, 2002.

[Gil96]

B. Gillespie, M. Cutkosky, “*Stable user-specific rendering of the virtual wall*”, Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Conference and Exposition, DSC-vol. 58, Atlanta, GA, pp. 397-406, novembre 1996.

[Gir01]

F. Giraud, B. Lemaire-Semail, J.P. Hautier, “*Model and control of a traveling wave ultrasonic motor*”, 9<sup>th</sup> European conference on power electronics and applications, EPE2001, Autriche, août 2001.

[Gir04]

F. Giraud, B. Lemaire-Semail, “*Position control of a small traveling wave ultrasonic motor*”, ACTUATOR 2004, Bremen-Germany, juin 2004.

[Gom92]

H. Gomi, Y. Koike, M. Kawato, “*Human hand stiffness during discrete point-to-point multi-joint movement*”, Proceedings of the IEEE international conference on engineering in medicine and biology society, pp. 1628-1629, octobre 1992.

[Gos00]

F. Gosselin, “*Développement d’outils d’aide à la conception d’organes de commande pour la téléopération à retour d’effort*”, thèse de doctorat, Université de Poitiers, juin 2000.

[Gus03]

S. Gusia, F. Labrique, D. Grenier, H. Buyse, P. Sente, “*Réflexions sur l’implantation numérique et l’analyse en temps discret de la commande vectorielle des machines à courant alternatif: une synthèse*”, Electronique du Futur, EF’2003, Paris, décembre 2003.



[Haption]

<http://www.haption.com>, site Internet de la société Haption Virtual Touch.

[Hag95]

W. Hagood IV, A.J. McFarland, “*Modeling of a piezoelectric rotary ultra-sonic motor*”, IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics and frequency control, vol. 42, no. 2, pp. 210-224, mars 1995.

[Jan05]

A. Janot, rapport interne du CEA DTSI/SCRI/LPR/05RT.086, “*Thèse sur la modélisation, identification et caractérisation des interfaces haptiques – Identification d’une interface haptique : Premiers résultats*”, 2005.

[Jem97]

A. Jemni, “*Estimation paramétrique des systèmes à représentation continue – Application au Génie Electrique*”, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 1997.

[Kal60]

R.E. Kalman, “*A new approach to linear filtering and prediction problems*”, ASME Journal of Basic Engineering, série D, vol. 82, pp. 34-45, 1960.

[KhaF06]

F. Khatounian, S. Moreau, J. P. Louis, E. Monmasson, F. Louveau, J. M. Alexandre, “*Modeling and simulation of a hybrid dynamic system used in haptic interfaces*”, Mathematics and Computers in Simulations, vol. 71, no. 4, pp. 270-281, 2006.

[KhaF06a]

F. Khatounian, A. Janot, S. Moreau, C. Bidard, E. Monmasson, M. Gautier, “*Parameter Identification of a single degree of freedom haptic interface*”, 14th IFAC Symposium on System Identification, SYSID-2006, Newcastle, Australia, mars 2006.

[KhaF06b]

F. Khatounian, S. Moreau, E. Monmasson, A. Janot, F. Louveau, “*Simultaneous Identification of the Initial Rotor Position and Electrical Parameters of a PMSM for a Haptic Interface*”, EPE-Power Electronics and Motion Control, Portoroz, Slovenia, 2006.

[KhaF06c]

F. Khatounian, S. Moreau, E. Monmasson, A. Janot, F. Louveau, “*Parameters Estimation of the Actuator used in Haptic Interfaces: Comparison of two Identification Methods*”, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Montreal, Canada, 2006.

[KhaF06d]

F. Khatounian, S. Moreau, E. Monmasson, F. Louveau, “*Speed Estimation Improvement After Decreasing the Encoder Resolution for a Haptic Interface*”, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Montreal, Canada, 2006.

[KhaW86]

W. Khalil, J.F. Kleinfinger, “*A new geometric notation for open and closed loop robots*”, IEEE International Conference On Robotics And Automation, pp. 1147-1180, avril 1986

[KhaW02]

W. Khalil, E. Dombre, “*Modeling, identification and control of robots*”, Hermès Penton, London-Paris, 2002.

[Kim03]

K.H. Kim, H.S. Kim, M.J. Youn, “*An improved stationary-frame-based current control scheme for a permanent-magnet synchronous motor*”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 50, no. 5, pp. 1065-1068, octobre 2003.

[Kos92]

K. Kosuge, Y. Fujisawa, T. Fukuda, “*Control of mechanical system with man-machine interaction*”, Proceedings of the IEEE International conference on intelligent robots and systems, vol. 1, pp. 87-92, juillet 1992.

[Kul92]

A.B. Kulkarni, M. Ehsani, “*A novel position sensor elimination technique for the interior permanent magnet synchronous motor drive*”, IEEE, Transactions on Industry Applications, pp. 144-150, 1992.

[Lar96]

P. de Larminat, “*Automatique : commande des systèmes linéaires*”, chap. 14, 2<sup>e</sup> éd., Paris : Hermès Science Publications, Paris, 1996.

[Law93]

D.A. Lawrence, “*Stability and transparency in bilateral teleoperation*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 9, no. 5, pp. 624-637, octobre 1993.

[Law94]

D.A. Lawrence, J.D. Chapel, “*Performance trade-offs for hand controller design*”, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Canada, pp. 295-302, 1994.

[Law00]

D. Lawrence, L. Pao, A. Dougherty, M. Salada, Y. Pavlou, “*Rate hardness: A new performance metric for haptic interfaces*”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 16, no. 4, pp. 357-371, août 2000.

[Les81]

J. Lesenne, F. Notelet, G. Segurier, “*Introduction à l'électrotechnique approfondie*”, Lavoisier TEC & DOC, 1981.

[Lim93]

K.W. Lim, K.S. Low, M.F. Rahman, “*Observers for sensorless control of permanent magnet synchronous motor drive*”, Proceedings of the IFAC World Congress, pp.431-434, Australie, 1993.

[Lou95]

J.P. Louis, C. Bergmann, “*Commande numérique, Convertisseur-moteur à courant continu*”, Technique de l'Ingénieur, traité Génie électrique (Paris), pp. 1-30, no. D 3641, 1995.

[Lou96]

J.P. Louis, C. Bergmann, “*Commande numérique, systèmes triphasés : régime permanent*”, Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique (Paris), no. D 3 642, novembre 1996.

## Références

---

[Lou97]

J.P. Louis, C. Bergmann, “*Commande numérique, régimes intermédiaires et transitoires*”, Techniques de l’ingénieur, traité Génie électrique (Paris), no. D 3 643, février 1997.

[Lou99]

J.P. Louis, C. Bergmann, “*Commande numérique des machines synchrones*”, Techniques de l’Ingénieur, traité Génie électrique, no. D3644, 1999.

[Lya98]

J.N. Lygouras, K.A. Lalakos, P.G. Tsalides, “*High-Performance Position Detection and Velocity Adaptive Measurement for Closed-Loop Position Control*”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, pp. 978-985, vol. 47, no. 4, août 1998.

[Mal06]

J. Malaizé, J. Lévine, R. Desailly, “*Estimation active de la phase initiale des moteurs synchrones*”, CIFA 2006, mai 2006.

[Mar63]

D. W. Marquardt, “*An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters*”, Journal of the society for industrial and applied mathematics, Vol. 11, no. 2, pp. 431-441, 1963.

[MarN02]

N. Marx, J.M. Alexandre, P. Pottier, rapport interne du CEA DTISI/SRSI/LEMS/02RT.037, “*Recherche et développement Haption – Métrologie et mise en œuvre d’un variateur pour moteur à courant continu*”, août 2002.

[Mil93]

P.A. Millman, M. Stanley, J.E. Colgate, “*Design of a high performance haptic interface to virtual environments*”, Virtual reality annual international symposium, pp. 216-222, septembre 1993.

[MilB00]

B. Miller, J. Colgate, R. Freeman, “*Environment delay in haptic systems*”, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, CA, pp. 2434-2439, avril 2000.

[Mor99]

S. Moreau, “*Contribution à la modélisation et à l’estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : application au diagnostic*”, thèse de doctorat, Université de Poitiers, 1999.

[Mus85]

F. Mussa-Ivaldi, N. Hogan, E. Bizzi, “*Neural, mechanical, and geometric factors subserving arm posture in humans*”, Journal of Neuroscience, vol. 5, no. 10, pp. 2732-2743, octobre 1985.

[Nie97]

G. Niemeyer, J. Slotine, “*Using wave variables for system analysis and robot control*”, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, Albuquerque, New Mexico, pp. 1619-1625, avril 1997.

[Nie04]

G. Niemeyer, J. Slotine, “*Telemanipulation with time delays*”, International Journal of Robotics Research, vol. 23, no. 9, pp. 873-890, septembre 2004.

[Nie05]

G. Niemeyer, N. Diolaiti, N. Tanner, “*Wave haptics: Encoderless virtual stiffnesses*”, International symposium of robotics research, octobre 2005.

[Nog98]

T. Noguchi, K. Yamada, S. Kondo, I. Takahashi, “*Initial rotor position estimation method of sensorless PM motor with no sensitivity to armature resistance*”, IEEE, Transactions on Industrial Electronics, vol. 45, pp. 118-125, 1998.

[Oga96]

S. Ogasawara, H. Agaki, “*An approach to real time position estimation at zero and low speed for a PM motor based on saliency*”, IEEE, Proceedings of the Industry Applications Society Annual Meeting, pp. 29-35, 1996.

[Ost96]

S. Ostlund, M. Brokemper, “*Sensorless rotor-position detection from zero to rated speed for an integrated PM synchronous motor drive*”, IEEE, Transactions on Industry Applications, vol. 32, pp. 1158-1165, 1996.

[Pha01]

M.T. Pham, M. Gautier, P. Poignet, “*Identification of joint stiffness with bandpass filtering*”, IEEE Proceedings on Robotics and Automation, ICRA 2001, Vol. 3, pp. 2867-2872, 2001.

[Pha02]

M.T. Pham, “*Contribution à la modélisation, l’identification et la commande de systèmes mécaniques à flexibilités localisées – Application à des axes de machines-outils rapides*”, thèse de doctorat, Université de Nantes, 2002.

[Pil89]

P. Pillay, R. Krishnan, “*Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, Part I: The permanent-magnet synchronous motor drive*”, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 25, no. 2, pp. 265-273, avril 1989.

[Pro91]

M. Prokin, “*Double buffered wide-range frequency measurement method for digital tachometers*”, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol. 40, pp. 606-610, juin 1991.

[Ric71]

J. Richalet, A. Rault, R. Poulighen, “*Identification des processus pour la méthode du modèle*”, Gordon and Breach, 1971.

[Ric91]

J. Richalet, “*Pratique de l’identification*”, Hermès-Paris, 1991.

[Ros93]

L.B. Rosenberg, B.D. Adelstein, “*Perceptual decomposition of virtual haptic surfaces*”, IEEE Proceedings, Symposium on research frontiers, pp. 46-53, octobre 1993.

[Sch97]

P.B. Schmidt, M.L. Gasperi, G. Ray, A.H. Wijenayake, “*Initial rotor angle detection of a non-salient pole permanent magnet synchronous machine*”, IEEE, Proceedings of the Industry Applications Society Annual Meeting, pp. 459-463, 1997.

## Références

---

[Spe05]

J.E. Speich, L. Shao, M. Goldfarb, “*Modeling the human hand as it interacts with a telemanipulation system*”, Mechatronics, Elsevier, v. 15, no. 9, pp. 1127-1142, 2005.

[Sri97]

M.A. Srinivasan, C. Basdogan, “*Haptics in Virtual Environments : Taxonomy, Research Status, and Challenges*”, Computer and Graphics, vol. 31 no. 4, pp. 393-404, 1997.

[Tan04]

N. Tanner, G. Niemeyer, “*Practical limitations of wave variable controllers in teleoperation*”, IEEE Conference on Robotics, Automation, and Mechatronics, Singapore, 1-3 décembre 2004.

[Tex96]

Texas Instruments, application report Bpra048, “*Clarke & Park Transforms on the TMS320C2xx*”, novembre 1996.

[Tex98]

Texas Instruments, application report Bpra073, “*Field Orientated Control of 3-Phase AC-Motors*”, février 1998.

[Tex98a]

Texas Instruments, application report Bpra077, “*3-phase Current Measurements using a Single Line Resistor on the TMS320F240 DSP*”, mai 1998.

[Tex99]

E. Simon, “*Implementation of a speed field orientation control of 3-phase PMSM Motor using TMS320F240*”, Texas Instruments application report SPRA588, septembre 1999.

[Tri96]

J.C. Trigeassou, “*Estimation paramétrique de modèles continus*”, Ecole d’été d’Automatique de Grenoble, tome 1, septembre 1996.

[Tsu94]

T. Tsuji, K. Goto, M. Moritani, M. Kaneko, P. Morasso, “*Spatial characteristics of human hand impedance in multi-joint arm movements*”, Proceedings of the IEEE international conference on intelligent robots and systems, vol. 1, pp. 423-430, septembre 1994.

[Viv04]

O.A. Vivas, “*Contribution à l’identification et à la commande des robots parallèles*”, thèse de doctorat, Université de Montpellier II, 2004.

[Wal97]

E. Walter, L. Pronzato, “*Identification of parametric models from experimental data*”, Communications and Control Engineering Series, Springer, 1997.

[Zay01]

J. Zaytoon, “*Les Systèmes Dynamiques Hybrides*”, Traité I2C, Hermès, 2001.

## Annexe A :

# Caractéristiques de l'Interface Haptique

La MSAP utilisée dans le cadre de cette application (figure A.1) est à pôles lisses. Il s'agit d'un moteur Maxon EC40.



**Figure A.1.** Moteur Maxon EC40.

Ses principales caractéristiques sont les suivantes:

- Nombre de paires de pôles : 1
- Inductance statorique d'axe  $d$  et/ou  $q$  : 0.34 mH
- Résistance statorique : 0.65  $\Omega$
- Moment d'inertie : 85 g/cm<sup>2</sup>
- Tension nominale : 24 V
- Courant nominal : 3.2 A
- Couple nominal : 109 mN.m
- Vitesse nominale : 6000 trs/s
- Puissance nominale : 120 W
- Constante de temps mécanique : 8 ms
- Constante de couple : 38.2 mN.m/A
- Constante de vitesse : 250 trs/min/V

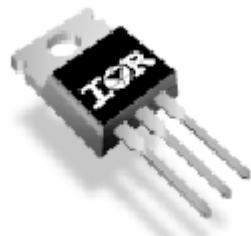
La figure A.2 montre le codeur incrémental de résolution 5000pts/tr qui est fixé à une extrémité de l'arbre du moteur alors que la deuxième extrémité est reliée au système mécanique permettant l'interaction homme/machine.



**Figure A.2.** Codeur incrémental de résolution 5000 pts/tr.

L'onduleur de tension alimentant la machine synchrone à aimants permanents est commandé à partir des signaux logiques provenant du DSP, et calculés par MLI vectorielle, après mise à l'échelle des tensions de commande. Il comporte 6 interrupteurs de type MOSFET : IRF2807 (figure A.3), dont les caractéristiques d'utilisation sont les suivantes :

- Tension d'alimentation continue : 24 V
- Période de hachage : 100  $\mu$ s



**Figure A.3.** Interrupteurs MOSFET de type IRF2807.

Finalement, la commande du système est réalisé dans un DSP de Texas Instruments, de type TMS320LF2407a (figure A.4). Il comporte plusieurs périphériques, dont ceux utilisés dans l'application : un convertisseur analogique numérique 10 bits de tension d'entrée (0,3.3V), un périphérique MLI, ainsi que plusieurs compteurs permettant l'implantation d'interruptions échantillonnées à périodes fixes, et un module permettant le comptage des fronts montants et descendants des signaux provenant du codeur incrémental.



**Figure A.4.** DSP de type TMS320LF2407 de Texas Instruments.

## Annexe B :

# Intégration d'un Système Différentiel par la Méthode de l'Exponentielle de Matrice

Soit le système différentiel à intégrer suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A.X(t) + B.u(t) \\ Y = C.X(t) = f(\xi, u) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

On suppose que l'entrée  $u(t)$  varie de manière continue. Par souci de simplification, on admet que  $u(t)$  est un scalaire et donc B est un vecteur.

On approxime l'entrée  $u(t)$  par un polynôme basé sur la connaissance des valeurs  $(u_{k+1}, u_k, u_{k-1})$ . Entre  $t_k = k.T_e$  et  $t_{k+1} = (k+1).T_e$ , on écrit :

$$u(t) = \sum_{n=0}^N a_n.v^n \quad \text{avec} \quad v = t - t_k \quad (\text{B.2})$$

Considérons que  $N = 1$ , alors  $u(t) = a_0 + a_1.v$ , tel que :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\Delta u}{\Delta v} = \frac{u_{k+1} - u_k}{T_e} \\ a_0 = u_k \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

On peut écrire :

$$\begin{aligned} X(T_e) &= \Phi.X(0) + \int_0^{T_e} e^{A(T_e-\tau)}.B.u(\tau).d\tau \\ &= \Phi.X(0) + \int_0^{T_e} e^{A(T_e-\tau)}.B.(a_0 + a_1.\tau).d\tau \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$



Il faut donc calculer  $I_0$  et  $I_1$ , tels que :

$$I_0 = a_0 \cdot \int_0^{T_e} e^{A(T_e - \tau)} \cdot B \cdot d\tau \quad (\text{B.5})$$

$$I_1 = a_1 \cdot \int_0^{T_e} e^{A(T_e - \tau)} \cdot B \cdot \tau \cdot d\tau \quad (\text{B.6})$$

Posons  $v = T_e - \tau$ , alors  $\tau = T_e - v$  et  $dv = -d\tau$ . D'où :

$$I_0 = a_0 \cdot \int_{T_e}^0 e^{Av} \cdot (-dv) \cdot B = a_0 \cdot \underbrace{\int_0^{T_e} e^{Av} \cdot dv}_{\psi_0} \cdot B = a_0 \cdot \psi_0 \cdot B \quad (\text{B.7})$$

$$I_1 = a_1 \cdot \int_{T_e}^0 e^{Av} \cdot (T_e - v) \cdot (-dv) \cdot B = a_1 \cdot \left[ \underbrace{T_e \int_0^{T_e} e^{Av} \cdot dv}_{\psi_0} - \underbrace{\int_0^{T_e} e^{Av} \cdot v \cdot dv}_{\psi_1} \right] B = a_1 \cdot [T_e \cdot \psi_0 - \psi_1] \cdot B \quad (\text{B.8})$$

Soit finalement :

$$X(T_e) = \Phi \cdot X(0) + I_0 + I_1 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} I_0 = a_0 \cdot \psi_0 \cdot B \\ I_1 = a_1 \cdot [T_e \cdot \psi_0 - \psi_1] \cdot B \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Les termes à calculer sont donc  $\Phi$ ,  $\psi_0$  et  $\psi_1$  :

$$\blacktriangleright \quad \Phi = e^{AT_e} = I + A \frac{T_e}{1!} + A^2 \frac{T_e^2}{2!} + \dots + \underbrace{A^i \frac{T_e^i}{i!}}_{F_i} + \dots \quad (\text{B.10})$$

Définissons  $F_i = A \cdot \frac{T_e}{i} \cdot F_{i-1}$  avec  $F_0 = I$ , alors :

$$\begin{cases} F_1 = T_e \cdot A \cdot I = AT_e \\ F_2 = \frac{T_e}{2} \cdot A \cdot F_1 = \frac{T_e}{2} \cdot A \cdot AT_e = A^2 \cdot \frac{T_e^2}{2!} \\ F_3 = \frac{T_e}{3} \cdot A \cdot F_2 = \frac{T_e}{3} \cdot A \cdot A^2 \cdot \frac{T_e^2}{2} = A^3 \cdot \frac{T_e^3}{3!} \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

et donc :

$$\Phi = F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \dots \quad \rightarrow \quad \Phi = \sum_{i=0}^N F_i \quad \text{avec} \quad N \gg 1 \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned}
 \psi_0 &= \int_0^{T_e} e^{Av} dv = \int_0^{T_e} \left( I + Av + \dots + A^n \frac{v^n}{n!} + \dots \right) dv \\
 &= I.T_e + \frac{A.T_e^2}{2} + \frac{A^2.T_e^3}{3*2!} + \dots + \frac{A^n.T_e^{n+1}}{(n+1)n!} + \dots
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\rightarrow \psi_0 = \sum_{i=0}^N F_i \cdot \frac{T_e}{i+1} \tag{B.14}$$

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= \int_0^{T_e} e^{Av} \cdot v \cdot dv = \int_0^{T_e} \left( I + Av + \dots + A^n \frac{v^n}{n!} + \dots \right) v \cdot dv \\
 &= I \cdot \frac{T_e^2}{2} + \frac{A.T_e^3}{3} + \frac{A^2.T_e^4}{4*2!} + \dots + \frac{A^n.T_e^{n+2}}{(n+2)n!} + \dots
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\rightarrow \psi_1 = \sum_{i=0}^N F_i \cdot \frac{T_e^2}{i+2} \tag{B.16}$$

