



**HAL**  
open science

# Modélisation et Conception d'un Modulateur Auto-Oscillant Adapté à l'Emulation d'Organes de Puissance

Jean-Christophe Olivier

► **To cite this version:**

Jean-Christophe Olivier. Modélisation et Conception d'un Modulateur Auto-Oscillant Adapté à l'Emulation d'Organes de Puissance. Autre. Université de Nantes, 2006. Français. NNT: . tel-00134615

**HAL Id: tel-00134615**

**<https://theses.hal.science/tel-00134615>**

Submitted on 3 Mar 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITE DE NANTES

## ECOLE DOCTORALE

### SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET DES MATERIAUX

Année 2006

## Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes

Spécialité : Electronique & Génie Electrique

*Présentée et soutenue publiquement par*

**Jean-Christophe OLIVIER**

*Ingénieur Polytech' Nantes*

*Le 5 Décembre 2006*

*A l'Ecole polytechnique de l'Université de Nantes*

## MODELISATION ET CONCEPTION D'UN MODULATEUR AUTO-OSCILLANT ADAPTE A L'EMULATION D'ORGANES DE PUISSANCE

### Jury :

Président :	Mr VILAIN Jean-Paul	Professeur à l'UTC - Laboratoire d'Electromécanique, Compiègne
Rapporteurs :	Mr FADEL Maurice	Professeur à l'ENSEEIH, LEEI Toulouse
	Mr ORTEGA Roméo	Professeur à Supélec - L2S, Gif-sur-Yvette
Examineurs :	Mr LE CLAIRE Jean-Claude	Maître de Conférences à l'EPUN - IREENA, Saint-Nazaire
	Mr LORON Luc	Professeur des Universités à l'EPUN - IREENA, Saint-Nazaire
Invités :	Mr GINOT Nicolas	Ingénieur R&D - Electronavale, Saint-Herblain
	Mr DUPUY Philippe	Responsable UET Gestion de l'Energie Electrique - Renault, Guyancourt

### Directeur de thèse : Luc Loron

Laboratoire : IREENA – 37 Boulevard de l'Université – BP406 – 44602 SAINT NAZAIRE Cedex

Co-Encadrant : Jean-Claude Le Claire

Laboratoire : IREENA – 37 Boulevard de l'Université – BP406 – 44602 SAINT NAZAIRE Cedex

Composante de rattachement du directeur de thèse : Ecole polytechnique de l'Université de Nantes

N°ED 0366-288



“On ne fait jamais attention à ce qui est fait ;  
on ne voit que ce qui reste à faire”  
*M. CURIE*



# Avant-propos

Ce travail a été réalisé au sein de l'Institut de Recherche en Électrotechnique & Électronique de Nantes-Atlantique (IREENA) à Saint-Nazaire et en collaboration avec l'entreprise Electronavale à Saint-Herblain, dans le cadre d'un contrat CIFRE.

Puisque je ne pourrais dresser une liste exhaustive de toutes les personnes qui m'ont entouré, je ne parlerai donc que de celles qui ont vraiment été importantes à l'aboutissement de ce travail.

Je commencerai par remercier les membres de mon jury de thèse :

- Mr Maurice Fadel, rapporteur de ce travail, pour sa lecture attentive du manuscrit et pour la pertinence de ses différentes remarques formulées au cours de la soutenance,
- Mr Roméo Ortéga, rapporteur de ce travail, pour avoir lu et jugé ce travail, et qui, de par sa complémentarité scientifique, nous a ouvert de nouvelles portes,
- Mr Jean-Paul Vilain, président du jury, pour le temps et l'intérêt qu'il a pu porter à ce travail,
- Mr Philippe Dupuy, responsable UET Gestion de l'Énergie Électrique (renault), pour ses encouragements et pour la reconnaissance qu'il a pu formuler au cours de la soutenance,
- Mr Nicolas Ginot, ingénieur de recherche (Electronavale), pour son soutien tout au long de mon travail de thèse, pour les nombreux échanges scientifiques que nous avons eu et pour ses qualités humaines. Je lui souhaite très sincèrement de réussir dans ses projets.

Je tiens à remercier Luc Loron, directeur de cette thèse, pour son soutien, pour toute la confiance qu'il a pu me porter et pour avoir su être là dans les moments importants.

Je remercie également Jean-Claude Le Claire, co-encadrant de cette thèse, pour sa disponibilité et ses encouragements, tant scientifiques que moraux. De tempérament plutôt optimiste, il a su, lorsque c'était nécessaire, revaloriser et mettre en avant mon travail. Il a également su m'accorder beaucoup de libertés, sans jamais laisser transparaître ses doutes ou ses inquiétudes. Je tiens donc à le remercier pour tout cela.

Parmi l'ensemble du personnel administratif, je remercie Christine, secrétaire du laboratoire, pour sa patience et sa bonne humeur, Corinne, Josette, Laurette et Françoise pour leur disponibilité. Je tiens à remercier Franck, super technicien au service de la science, pour son humour, ses compétences, sa disponibilité, quoi d'autre... ses vaisseaux spatiaux,

ses e-mails amicaux...

Parmi l'ensemble du personnel enseignant, je tiens à remercier David Delfieu pour sa simplicité et la confiance qu'il a su me porter, François Auger pour son soutien et nos échanges scientifiques souvent fructueux, Mohamed Machmoum pour sa bonne humeur, sans oublier Gérard Berthiau, Didier Trichet, Mohammed El Hadi Zaim, Fouad Benkhoris, et tous les autres.

Parmi l'ensemble des doctorants, j'adresse tout particulièrement mes remerciements à Vincent Pauvert, force VIV du laboratoire, pour nos longues discussions en salle de pause et son fabuleux steak-haché patate de Saint-Marc. Vincent Doirat (Vince), pour sa bonne humeur permanente, ses organisations de barbecues géants, et qui a toujours été là pour les autres. Merci les gars !

Je souhaite bon courage à Rachid, Kadjo, Vinciane, Liu, Madani, Mehdi, Toufik, ainsi qu'aux plus jeunes, Jérôme, Mathieu, Nicolas, ...

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes parents, beaux parents et frangins qui m'ont toujours supporté, soutenu et encouragé. Leur fierté est ma fierté !

Un grand merci à Amélie Doirat pour sa participation à la relecture et à la correction de mes oribles fotes d'ortographe et de gramère !

Je finirais par le meilleur... Amélie, mon amie, qui a su m'accompagner tout au long de ce travail et que je ne remercierai jamais assez. "*Science, esprit, beauté, fortune, tout, ici-bas, est impuissant à donner le bonheur, sans l'amour*" [Saintine]. Je me dois donc de lui dédier ce travail.

à Amélie

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 Contexte – Etat de l’Art</b>	<b>15</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 La <i>Charge Active</i> – Émulation de systèmes de puissance . . . . .	15
1.2.1 Contexte et objectifs . . . . .	15
1.2.2 Performances attendues – Applications . . . . .	16
1.3 Les systèmes d’émulation – Etat de l’art . . . . .	18
1.3.1 Emulation à puissance réduite – Tests de l’unité de commande . . . . .	18
1.3.2 Emulation à puissance réelle – La <i>Machine Virtuelle</i> . . . . .	19
1.3.3 Bilan . . . . .	20
1.4 Le Modulateur et Régulateur de Courant . . . . .	21
1.4.1 Généralités sur les techniques de modulation . . . . .	21
1.4.2 Principe de fonctionnement du MRC . . . . .	24
1.4.3 Modélisation du MRC – Fréquence de commutation et modèle linéaire	26
1.4.4 Performances – Comparaison avec la MLI à hystérésis . . . . .	27
Performances – Choix de $\xi$ . . . . .	27
Comparaison du MRC avec la MLI à hystérésis . . . . .	31
1.4.5 Généralités concernant le MRT . . . . .	33
1.4.6 Bilan des performances . . . . .	34
1.5 Utilisation des MRC/MRT au sein des <i>Charges Actives</i> . . . . .	35
1.5.1 Configurations . . . . .	35
1.5.2 Limitations rencontrées . . . . .	36
1.6 Conclusion – Problèmes à résoudre . . . . .	40
<b>2 Aspects fondamentaux et modélisation des modulateurs</b>	<b>43</b>
2.1 État des connaissances . . . . .	43
2.1.1 Calcul de la fréquence de commutation des systèmes à relais . . . . .	43
2.1.2 Notion de gain équivalent . . . . .	47
2.2 Phénomène de synchronisation harmonique . . . . .	50
2.2.1 Courbe de synchronisation – Construction . . . . .	50
2.2.2 Courbe de synchronisation – Application au MRC . . . . .	52
2.2.3 Influence de la synchronisation harmonique sur le modèle linéaire équivalent . . . . .	54
2.2.4 Conclusions sur la synchronisation harmonique . . . . .	57



2.3	Phénomène de synchronisation indirecte . . . . .	59
2.3.1	Mise en évidence du problème . . . . .	59
2.3.2	Evolution de la FFT – Identification des raies harmoniques . . . . .	61
2.3.3	Phénomènes de synchronisation . . . . .	63
2.3.4	Validation expérimentale . . . . .	67
	Description du prototype et procédures de test . . . . .	67
	Résultats expérimentaux – Evolution de la FFT . . . . .	68
	Résultats expérimentaux – Diagramme de Bode . . . . .	70
2.3.5	Conclusions sur la synchronisation indirecte . . . . .	72
2.4	Stabilité des oscillations . . . . .	74
2.4.1	Situation du problème . . . . .	74
2.4.2	Critère de stabilité des oscillations . . . . .	76
	Mise en équation . . . . .	77
	Formulation du problème . . . . .	77
	Critère de stabilité . . . . .	79
2.4.3	Application de la méthode au MRC . . . . .	81
	Mise en équation . . . . .	81
	Stabilité des oscillations . . . . .	82
2.4.4	Résultats de simulation . . . . .	83
	Diagrammes de bifurcation . . . . .	83
	Domaine de stabilité de la mise en oscillation . . . . .	87
2.4.5	Conclusion sur la stabilité des oscillations . . . . .	88
2.5	Extension du principe de fonctionnement du MRC à un système quelconque	90
2.5.1	Présentation du problème . . . . .	90
2.5.2	Présentation de la théorie des modes glissants – Mise en équation . .	92
	Présentation générale . . . . .	92
	Synthèse du correcteur . . . . .	93
2.5.3	Extension du principe de fonctionnement du MRC . . . . .	94
2.5.4	Exemples d'applications de la méthode . . . . .	96
2.6	Conclusions . . . . .	101
<b>3</b>	<b>Mise en œuvre du nouveau Modulateur et Régulateur de tension</b>	<b>103</b>
3.1	Introduction . . . . .	103
3.2	Synthèse du régulateur . . . . .	104
3.2.1	Mise en équations . . . . .	104
3.2.2	Choix des variables d'état . . . . .	106
3.2.3	Intérêt de cette nouvelle structure . . . . .	107
3.3	Ondulations sur le courant de charge – Problème et solution . . . . .	108
3.3.1	Conditions de l'étude . . . . .	108
3.3.2	Amplitude de l'ondulation du courant de charge . . . . .	109
3.3.3	Courant de charge ramené en entrée du système . . . . .	110
3.3.4	Courbe de synchronisation . . . . .	111
3.3.5	Filtrage du courant de charge . . . . .	113
3.3.6	Courbe de synchronisation avec filtrage du courant de charge . . . .	115
3.4	Étude paramétrique du nouveau régulateur . . . . .	118

3.4.1	Présentation du problème . . . . .	118
3.4.2	Évolution du gain équivalent et de la fréquence de commutation . . . . .	118
	Equation du système linéarisé (Gain équivalent) . . . . .	118
	Etude sans compensation de la fréquence d'oscillation . . . . .	119
	Etude avec compensation de la fréquence d'oscillation . . . . .	122
3.4.3	Choix de $\omega_{np}$ et de $\xi$ pour la <i>Charge Active</i> . . . . .	125
3.4.4	Réponses harmoniques . . . . .	128
3.5	Générateur de Thevenin équivalent – Prise en compte du courant de charge . . . . .	130
3.5.1	Rappel des objectifs . . . . .	130
3.5.2	Mise en équation et premières interprétations . . . . .	130
3.5.3	Influence de la charge sur le modèle du $MRT_{v2}$ . . . . .	132
	Caractéristiques de l'impédance de sortie . . . . .	132
	Etude à module d'impédance de charge constante . . . . .	132
	Maximums et minimums du Module et de la phase de $H_s$ . . . . .	134
	Synthèse sur l'effet de l'impédance de sortie . . . . .	134
3.5.4	Confrontation du modèle linéaire équivalent avec la simulation . . . . .	137
	Conditions d'essai . . . . .	137
	Impédance équivalente . . . . .	138
3.5.5	Bilans sur la prise en compte de l'impédance équivalente de sortie . . . . .	138
3.6	Conclusion . . . . .	140
<b>4</b>	<b>Validation expérimentale</b> . . . . .	<b>141</b>
4.1	Introduction . . . . .	141
4.2	Présentation du système . . . . .	141
4.2.1	Présentation du dispositif expérimental . . . . .	141
4.2.2	Performances attendues – Contraintes . . . . .	145
4.3	Modélisation des principaux composants de la <i>Charge Active</i> . . . . .	146
4.3.1	Modélisation des capteurs . . . . .	146
	Capteur de courant . . . . .	146
	Capteur de tension . . . . .	147
4.3.2	Modélisation de l'onduleur . . . . .	148
4.3.3	Modélisation des chaînes de conditionnement . . . . .	148
4.3.4	Modélisation de la carte $MRT_{v2}$ . . . . .	148
4.3.5	Considérations sur les erreurs de modélisation . . . . .	150
4.4	Fréquence de commutation et gain équivalent . . . . .	152
4.5	Filtrage du courant de charge – Courbe de synchronisation . . . . .	154
4.6	Réponses temporelles – Validation du modèle de simulation . . . . .	157
4.6.1	Réponse du $MRT_{v2}$ à vide . . . . .	157
4.6.2	Réponse du $MRT_{v2}$ en charge . . . . .	159
4.7	Réponses harmoniques – Validation du modèle linéaire équivalent . . . . .	161
4.7.1	Fonction de transfert $H_0(p)$ à vide . . . . .	161
4.7.2	Impédance de sortie $Z_s(p)$ . . . . .	161
4.7.3	Validation expérimentale du modèle linéaire étendu à la perturbation . . . . .	163
	Résultats pour $ Z_{ch}  = 0.5 \Omega$ , avec filtre de Cauer sur $i_s$ . . . . .	163
	Résultats pour $ Z_{ch}  = 1 \Omega$ , sans filtre de Cauer . . . . .	165

Synthèse de l'influence de la charge sur le $MRT_{v2}$ . . . . .	165
4.7.4 Compensation de l'erreur d'asservissement . . . . .	168
4.8 Conclusion . . . . .	168
<b>Conclusion</b>	<b>171</b>
<b>A Courbe de synchronisation pour une entrée harmonique</b>	<b>175</b>
<b>B Influence de la synchronisation harmonique sur le modèle linéaire équivalent</b>	<b>177</b>
<b>C Construction des réponses fréquentielles du <math>MRT_{v2}</math></b>	<b>179</b>
<b>D Filtre de Cauer</b>	<b>181</b>
<b>E Maximums et minimums du Module et de la phase de <math>H_s</math></b>	<b>185</b>
<b>F Carte <math>MRT_{v2}</math> pour le prototype de la <i>Charge Active</i></b>	<b>187</b>
<b>Liste des principaux symboles</b>	<b>189</b>
<b>Table des figures</b>	<b>201</b>

# Introduction

Durant la première moitié du XX<sup>ème</sup> siècle, les premiers systèmes électriques de puissance font leur apparition. Les organes de commandes alors disponibles sont peu nombreux et se limitent essentiellement aux tubes électroniques et aux relais électro-mécaniques. N'ayant pas à leur disposition des puissances de calculs élevées, les ingénieurs devaient se contenter de régulations simples. L'idée était donc d'utiliser la caractéristique non linéaire du relais, fonctionnant en commutation, afin de mettre le système en oscillation. Ces types d'asservissement, appelés *asservissement par plus-ou-moins*, se distinguent des autres types de régulation par leur extrême simplicité et leurs très bonnes caractéristiques dynamiques. En revanche, ces structures d'asservissement pèchent par leurs difficultés d'analyse du fait de leur nature fortement *non-linéaire*. C'est dans ce contexte que de nombreux chercheurs et ingénieurs, notamment russes, présentèrent des méthodes et des outils permettant d'étudier ce type de structures<sup>1</sup> [Andronow, 1949, Cypkin, 1962], sous des appellations diverses et variées telles que *théorie des modes glissants, des régulateurs vibrants, des systèmes à structure variable* ou encore *des systèmes auto-oscillants*. Aujourd'hui, les capacités de calcul et les performances des composants de puissance (principalement de type semi-conducteur) tendent à faire disparaître ces anciennes générations de régulateurs pour lesquelles la fréquence de commutation de l'étage de puissance est mal contrôlée et dont le comportement dynamique reste complexe à étudier. Néanmoins, les procédés de régulation par *auto-oscillations*, lorsqu'ils sont bien maîtrisés, tendent à éliminer l'influence des paramètres du système commandé [Cypkin, 1962] et sont donc extrêmement robustes. C'est pour ces raisons que l'activité de recherche sur ce type de régulation reste abondante malgré les fortes évolutions technologiques de ces derniers temps.

Au cours de son travail de thèse à l'IREENA<sup>2</sup>, Jean-Claude Le Claire (aujourd'hui maître de conférence et encadrant de ce travail) a développé un tel régulateur *auto-oscillant*, appelé MRC (Modulateur et régulateur de Courant), pour l'asservissement des courants. Le grand intérêt de cette structure est qu'elle permet de maîtriser la fréquence maximale de commutation de l'étage de puissance (paramètre important lors du dimensionnement de cet étage) et est extrêmement robuste vis à vis des variations paramétriques de la charge commandée. De plus, ce procédé est extrêmement simple puisque le contrôle de cette fréquence de commutation est réalisé par un simple filtre du second ordre placé dans la boucle de contre réaction. Ainsi, à l'instar d'autres techniques telles que les MLI naturelles ou à hystérésis, il n'est pas nécessaire de connaître précisément les paramètres de la charge commandée ni de connaître la tension d'alimentation de l'étage de puissance. Les capacités

---

<sup>1</sup>L'ouvrage [Cypkin, 1962] est une version française traduite du Russe par J.C. Gille. Cet ouvrage existe également en anglais [Tsypkin, 1984].

<sup>2</sup>Ce laboratoire était alors appelé GE44.

d'asservissement sont également très bonnes et permettent d'obtenir une bande passante de l'ordre du 5ème de la fréquence de commutation<sup>3</sup>. Toutes ces performances cumulées ont permis à l'auteur d'inciter à faire breveter cette invention [Le Claire, 2002a]. Ce régulateur est aujourd'hui utilisé dans de nombreuses applications telles que la commande des machines à courants alternatifs [Le Claire, 1999], le filtrage actif [Abdelli, 2002] et la transmission de signaux [Le Claire, 2005]. Par la suite, cette structure de modulation de courant a été étendue à la régulation de tension [Le Claire, 2002b] au travers du dispositif appelé MRT (Modulateur et Régulateur de Tension), lorsque la cellule de filtrage est composée d'un filtre  $L - C$ .

Dans le but de mieux comprendre les caractéristiques fondamentales du MRC, Jean-François Yhuel, au cours de sa thèse, s'est intéressé à la modélisation et à l'étude théorique des caractéristiques principales de ce régulateur, à savoir les lois d'évolution de la fréquence de commutation et le comportement statique en régulation [Yhuel, 2001]. Le principal résultat de ses travaux est la linéarisation du MRC obtenue en remplaçant l'étage de puissance par un gain équivalent. Grâce à cette mise en forme, il est possible d'étudier à l'aide des outils standards de l'automatique linéaire le comportement statique et dynamique de ce régulateur.

Parallèlement à cela, dans de nombreux secteurs industriels tels que l'automobile, l'aéronautique ou encore l'industrie navale, de nombreuses innovations technologiques ont été introduites. Les puissances alors mises en jeu par ces nouveaux organes posent le délicat problème de l'optimisation et du dimensionnement du réseau électrique. De plus, la nature fortement concurrentielle de ces secteurs industriels pousse les constructeurs à chercher des outils leur permettant de mettre au point le plus rapidement possible ces réseaux électriques et les différents organes qui le composent (générateurs, actionneurs, convertisseurs statiques, accumulateurs, ...). L'idée est donc de créer des systèmes d'émulation de puissance, reproduisant le comportement électrique de ces différents organes. Dans cette approche, à un organe correspond un modèle électrique, implanté sous une forme numérique. La grande difficulté est alors de reproduire le plus fidèlement possible les signaux issus du modèle sous forme électrique. En effet, seul un étage de puissance fonctionnant en commutation est à même de répondre aux contraintes de puissance mise en jeu. Un filtrage de cette commande est donc nécessaire, entraînant inévitablement des problèmes de contrôle, de robustesse et de performance du système complet. Pour illustrer ces propos, il nous est demandé que ces systèmes puissent reproduire fidèlement, à quelques degrés près sur la phase et quelques pourcents sur l'amplitude, des forces électro-motrices de machines alternatives à des fréquences pouvant atteindre plusieurs kHz.

Puisque aucune technique de modulation usuelle n'était alors à même de répondre à ces exigences, il est apparu naturel de recourir aux procédés de modulation et de régulation développés au sein du laboratoire IREENA. Une première génération d'émulateurs, appelés *Charges Actives*, a donc été réalisée autour de cœurs à MRC pour les *Charges Actives* dites *courant* (émulation de charges de type courant) et à MRT pour les *Charges Actives* dites *tension* (émulation de charges de type tension).

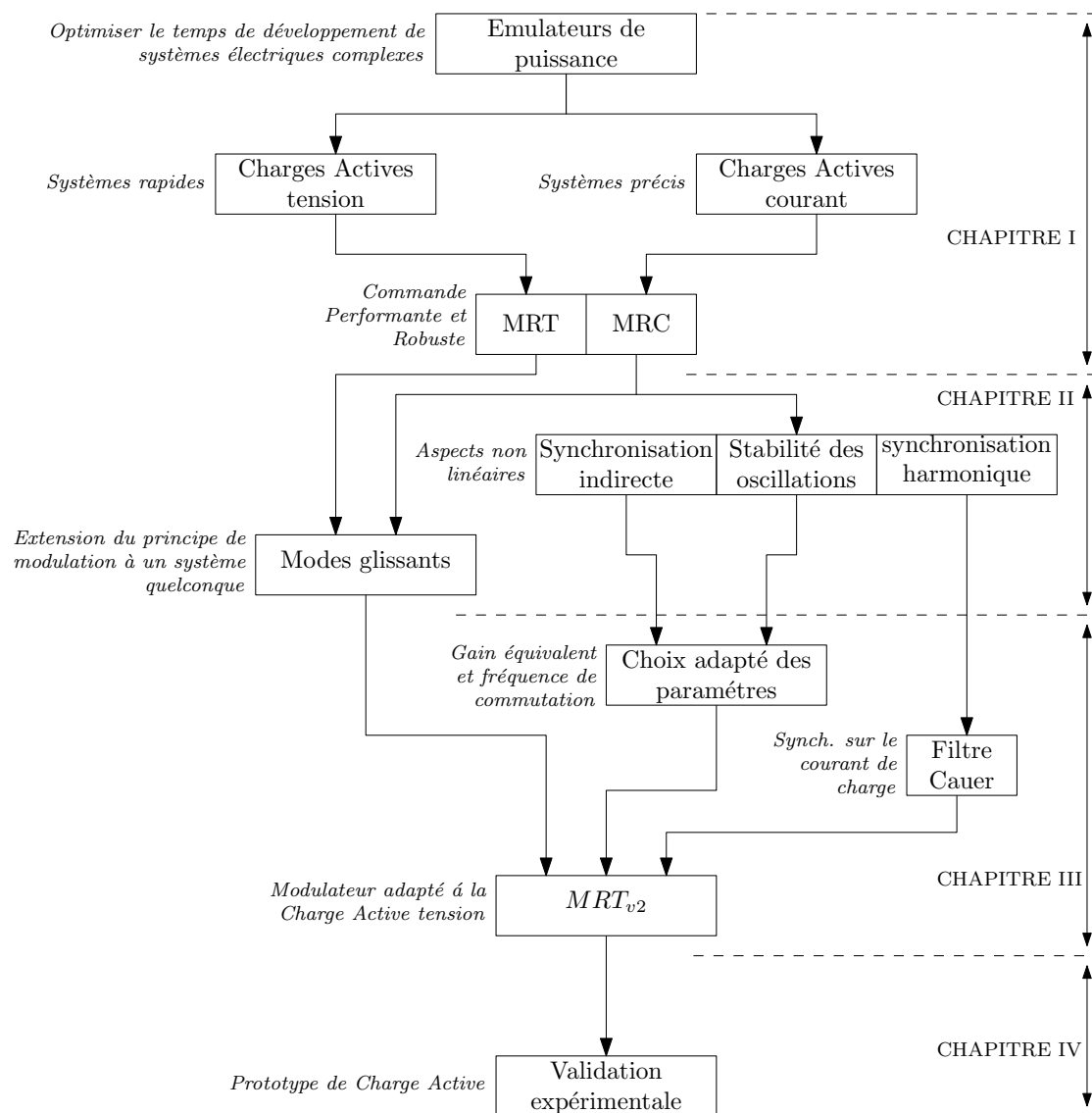
---

<sup>3</sup>Un asservissement numérique requiert en général un rapport d'au moins 10 entre la fréquence de découpage/d'échantillonnage et la bande passante d'asservissement.

Grâce aux différents travaux réalisés sur le MRC et le MRT, il est aujourd'hui possible de compenser assez efficacement leur comportement respectif, et notamment leur déphasage et leur atténuation en régime harmonique. Ces compensations permettent alors de suivre avec une bonne précision les différents signaux générés par les modèles numériques (l'étage de puissance apparaissant alors comme une fonction de transfert quasiment unitaire). Mais si les résultats obtenus pour de faibles charges sont corrects, des erreurs significatives dans la modélisation des MRC et MRT apparaissent lorsque les puissances mises en jeu deviennent importantes. La qualité d'émulation s'en trouve alors dégradée.

L'expérience a donc montré que le modèle linéaire développé ne reflétait pas la totalité des modes de fonctionnement de ces modulateurs. Malgré plusieurs tentatives de complexification du modèle linéaire (par exemple en étendant celui-ci à la prise en compte de la charge) il semble exister des cas de figures pour lesquels aucune linéarisation n'est possible et où le comportement du système est imprévisible.

Le travail qui est présenté dans ce mémoire s'inscrit donc dans cet état des faits, à savoir que les modulateurs, tels qu'ils sont réalisés aujourd'hui, ne répondent pas entièrement à toutes les exigences industrielles et que certains phénomènes, liés à leur non-linéarité, sont encore inexplicables. Ainsi, en première partie de ce mémoire, le contexte de cette étude est décrit en détail, rappelant l'historique de ce projet et les diverses évolutions amenant aux besoins actuels et futurs. En deuxième partie, les différents travaux réalisés jusqu'à présent sur ces procédés sont repris, analysés et approfondis, afin de présenter de nouvelles approches plus générales, permettant de répondre avec une meilleure efficacité aux problématiques posées. Tous ces résultats nous amènent alors à la mise au point d'une nouvelle structure de régulation de tension, destinée à remplacer la première génération de MRT. Cette nouvelle structure, à performances égales, présente un plus grand nombre de degrés de liberté, utilisés dans le but de rendre le modèle linéaire de ce régulateur le plus fidèle possible. Enfin, en quatrième partie, ce nouveau régulateur est appliqué à un prototype de *Charge Active* et validé expérimentalement.



tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007

# Chapitre 1

## Contexte – Etat de l’Art

### 1.1 Introduction

Puisque ce projet a une longue histoire derrière lui, il paraît important de lui consacrer toute une partie de ce mémoire. Entre l’invention et le dépôt de brevet du MRC [Le Claire, 2002a], son étude et sa modélisation par Jean-François Yhuel et son exploitation au sein des *Charges Actives*, de nombreuses étapes ont dû être franchies. Cette partie est donc organisée de la manière suivante. En première partie, une rétrospective du contexte et des motivations qui ont abouti à la réalisation de la *Charge Active* est présentée. Il y est également décrit les performances attendues, tenant compte des différentes contraintes technologiques rencontrées. En deuxième partie, les modulateurs MRC et MRT sont présentés. Leurs performances sont comparées à d’autres techniques de modulations et la méthode de linéarisation de ces structures et ses limitations sont présentées. En troisième partie, l’utilisation du MRC et du MRT au sein des *Charges Actives* est étudiée. Leur configuration y est décrite ainsi que les différents résultats pratiques obtenus jusqu’à présent, faisant alors apparaître certaines limitations notamment liées à leurs modélisations. Enfin, en quatrième et dernière partie, sont exposés les principaux problèmes à résoudre pour accéder à de meilleures performances en termes de modélisation, de dynamique et de robustesse.

### 1.2 La *Charge Active* – Émulation de systèmes de puissance

#### 1.2.1 Contexte et objectifs

Le premier objectif de l’émulation est de pouvoir diminuer significativement les coûts et temps de développement des réseaux électriques et des systèmes de commande destinés à intégrer des systèmes électriques complexes et fortement évolutifs. Les secteurs touchés par ces problématiques sont nombreux (l’aéronautique, l’automobile, l’industrie navale, ...). Mais l’automobile étant un domaine suscitant beaucoup d’intérêt de la part de la communauté scientifique et des industriels, il nous est donc apparu naturel de centrer cette étude autour de ce domaine. Les principaux problèmes rencontrés dans ce secteur sont liés à la multitude des organes potentiellement présents, dont les caractéristiques peuvent varier selon le modèle et la version d’un véhicule. Il devient alors extrêmement lourd et coûteux de mettre en place des bancs d’essais exhaustifs. De plus, les composants électrochimiques (batteries) et les machines tournantes, constituant en grande partie les éléments embarqués



à bord des véhicules, posent de nombreux problèmes de sécurité au niveau des laboratoires, contribuant également à augmenter les coûts de développement.

Face à ces différentes contraintes, une démarche classiquement rencontrée est l'utilisation des outils de simulation. Mais si la simulation numérique reste un bon outil de prédimensionnement, les organes considérés restent des systèmes dynamiques extrêmement complexes et faisant intervenir des phénomènes physiques de différentes natures (électromagnétisme, mécanique, thermique, ...).

Il apparaît donc nécessaire de disposer d'outils génériques et performants permettant de tester les réseaux électriques et les systèmes de commande en puissance réelle, sans pour autant avoir à disposition tous les éléments physiques le constituant. L'émulation permet donc de répondre en partie à ces attentes. En effet, cette approche rend possible la reproduction du comportement électrique de n'importe quel organe de puissance, tout en présentant une structure relativement unifiée<sup>1</sup>.

### 1.2.2 Performances attendues – Applications

A titre d'exemple, dans le cadre de leurs applications au secteur automobile, les émulateurs à concevoir doivent être capables de remplacer :

- des composants électrochimiques tels que les batteries,
- des machines tournantes tels que les démarreurs, alerno-démarreurs et moteurs électriques de propulsion (véhicules hybrides ou tout électriques),
- des charges auxiliaires quelconques telles que les éclairages, chauffages, climatisation, ...

La figure 1.1 montre un cas *simple* de banc de test, intégrant les principaux organes d'un véhicule. Dans cette configuration, c'est l'onduleur/redresseur MLI connecté à l'alternodémarreur qui est à tester.

Selon l'application, les caractéristiques de ces émulateurs, que nous appellerons dès à présent *Charges Actives*, peuvent varier dans une large mesure. L'émulation d'une batterie ne demande pas des caractéristiques dynamiques exceptionnelles mais nécessite la production de signaux de très bonne qualité et une commande extrêmement robuste (les charges alimentées étant diverses et pouvant varier dans le temps). De même, l'émulation d'un alerno-démarreur ne demande pas une qualité de signal exceptionnelle (l'ondulation de découpage peut être importante) mais nécessite une bonne précision et une très grande bande passante, le fondamental des signaux à émuler pouvant atteindre plusieurs kHz. De même, l'émulation d'un alerno-démarreur nécessite des transferts de puissance de quelques kW au plus. L'émulation d'un moteur électrique de propulsion dans le cas de véhicules hybrides ou tout électrique nécessite quant à elle le transfert de plusieurs dizaines de kW. Le dimensionnement de la *Charge Active* dépend donc du système à émuler.

Il est également possible qu'une seule *Charge Active* ait à regrouper plusieurs organes, comme par exemple l'alternodémarreur couplé au moteur thermique (c.f figure 1.1). Les modèles numériques peuvent donc être complexes et prendre en compte un grand nombre de phénomènes tels que les non linéarités de l'organe à émuler, les modèles thermiques, ...

---

<sup>1</sup>Il sera montré par la suite qu'avec deux types d'émulateur différents, il est possible d'émuler la plupart des systèmes électromécaniques et électrochimiques.

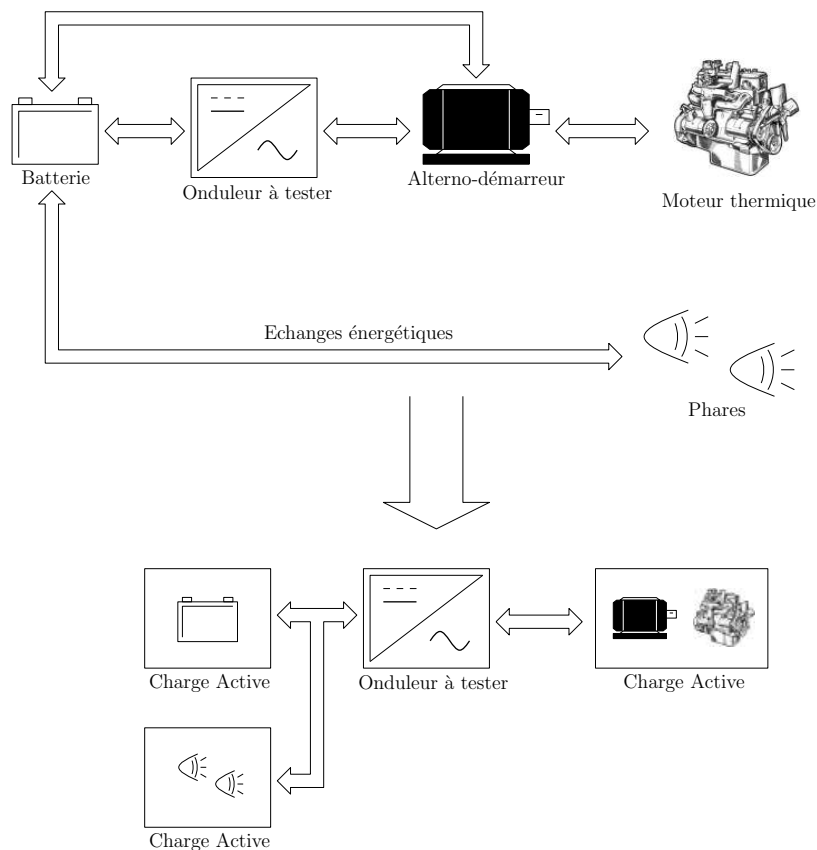


FIGURE 1.1 – Remplacement de différents systèmes physiques par des *Charges Actives*.

Enfin, sur un même banc de test, il est possible (et même certain) que plusieurs *Charges Actives* soit présentes et interconnectées les unes aux autres. Il est donc important que chacune d’entre elles soit totalement autonome et ne soit pas une source de perturbation indésirable<sup>2</sup> pour les autres émulateurs.

A ce stade de l’étude, il semble donc difficile de réaliser un seul type de *Charge Active* répondant à toutes ces exigences et susceptible de remplacer indifféremment chacun des organes potentiellement présents dans la chaîne de test. La solution alors choisie est de réaliser plusieurs types de *Charges Actives*, en fonction de la nature du système et de son niveau de puissance. Une synthèse de cette répartition est donnée par le tableau 1.1.

	<i>Charge Active</i> courant		<i>Charge Active</i> tension	
	Caractéristiques	Applications	Caractéristiques	Applications
Haute tension (>500 V)	≈ 100 kW B.P : >1 kHz	Batterie Charges diverses (éclairage, clim., ...)	≈ 100 kW B.P : >1 kHz	Machine synchrone (hybride)
Basse tension (>100 V)	≈ 5 kW B.P : >2 kHz	Batterie Charges diverses (éclairage, clim., ...)	≈ 5 kW B.P : >2 kHz	Alternateur

TABLE 1.1 – Type de *Charge Active* en fonction de l’application visée.

<sup>2</sup>Des phénomènes de circulation de mode commun et d’accrochages sont susceptibles de modifier le comportement du système d’émulation

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007

Les *Charges Actives* de type *tension* ont pour caractéristique principale de présenter une très forte dynamique de réponse avec une large bande passante. Pour ces dernières, l'ondulation de découpage présente en sortie est tolérée. Elles sont connectées à des récepteurs/générateurs de courant.

*Charge Active tension*  $\Leftrightarrow$  Systèmes rapides

Les *Charges Actives* de type *courant* ont pour objectif de présenter une ondulation de découpage très faible. Elles sont connectées à des récepteurs/générateurs de tension. La bande passante de ces dernières n'a pas besoin d'être élevée.

*Charge Active courant*  $\Leftrightarrow$  Systèmes lents et précis

Il reste donc à définir si tous ces émulateurs sont technologiquement réalisables et exploitables. Pour cela, un état de l'art va permettre de mettre en évidence les principales difficultés rencontrées lors de la mise en œuvre de tels systèmes.

## 1.3 Les systèmes d'émulation – Etat de l'art

L'idée d'émuler des systèmes de puissance n'est pas nouvelle et a fait l'objet, à la fin des années 90 et au début des années 2000, de nombreux travaux de recherche [Ben Saoud, 1996, Atkinson, 1998, Jack, 1998, Slater, 1998, Ben Saoud, 2002, Chou, 2003]. L'objectif initial est toujours le même, à savoir de se rapprocher autant que possible du système réel à tester et à valider, tout en conservant une certaine flexibilité de mise œuvre. Cette approche peut être vue comme une étape intermédiaire entre la simulation et la réalisation. Mais si l'émulation est un concept très attrayant, il présente néanmoins de grandes difficultés de mise en œuvre, comme vont le montrer ces différents travaux.

### 1.3.1 Emulation à puissance réduite – Tests de l'unité de commande

Dans [Ben Saoud, 1996, Ben Saoud, 2002], un émulateur électronique est proposé dans le but de tester un organe de commande. Cet émulateur regroupe le convertisseur statique (prise en compte du temps de commutation et des chutes de tension aux bornes des composants de puissance), le système commandé, sa charge et les différents signaux de capteurs utiles à la commande. Un schéma simplifié de ce système est donné par la figure 1.2.

Dans ces travaux, la principale difficulté mise en avant est le temps de calcul du modèle du système à reproduire (et de sa charge), dans le cas où ce dernier est calculé numériquement. Leur idée est donc de réaliser le modèle du système analogiquement mais paramétrable numériquement. Pour cela, la structure électronique est réalisée autour d'amplificateurs opérationnels montés en intégrateurs à gain commandable (forme d'état). Mais si cette solution permet de s'affranchir du problème du temps de calcul du modèle, elle reste peu flexible. De plus, cette structure ne permet que de tester l'algorithme de commande, ce qui est insuffisant dans notre cas de figure. Enfin, ce travail ayant débuté en 1996, les moyens numériques dont les auteurs disposaient à l'époque justifie cette volonté de soulager les processeurs de calculs relativement coûteux. Aujourd'hui, ces derniers sont à même de réaliser ce type de tâche rapidement, même pour des modèles de systèmes complexes.

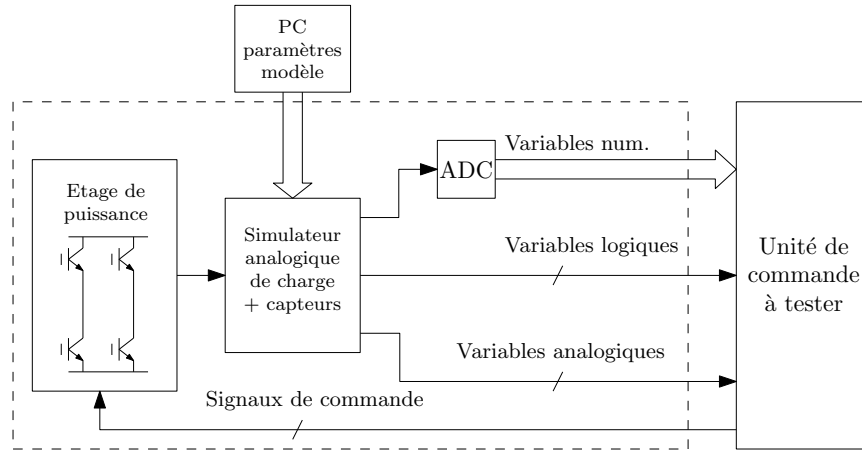


FIGURE 1.2 – Système d'émulation et commande à tester.

### 1.3.2 Emulation à puissance réelle – La *Machine Virtuelle*

Dans [Jack, 1998, Slater, 1998, Atkinson, 1998], les auteurs présentent la réalisation d'un émulateur de machine alternative, associée à une charge mécanique quelconque, dans le but de tester un onduleur de commande. Cet émulateur, appelé *Machine Virtuelle*, combine un étage de puissance de 5 kW et un système numérique (DSP TEXAS TMS320C40) accueillant les différents modèles électriques et mécaniques de la machine. Dans cette configuration, l'onduleur sous test est un simple pont de puissance triphasé. La fonction d'émulation est obtenue en mesurant les tensions fournies par l'onduleur sous test, les courants à absorber (ou à fournir) à ce dernier étant alors déduits du modèle numérisé de la machine. Le modèle choisi pour cette étude est une machine asynchrone à cage d'écureuil. Un synoptique de cette structure est donné par la figure 1.3.

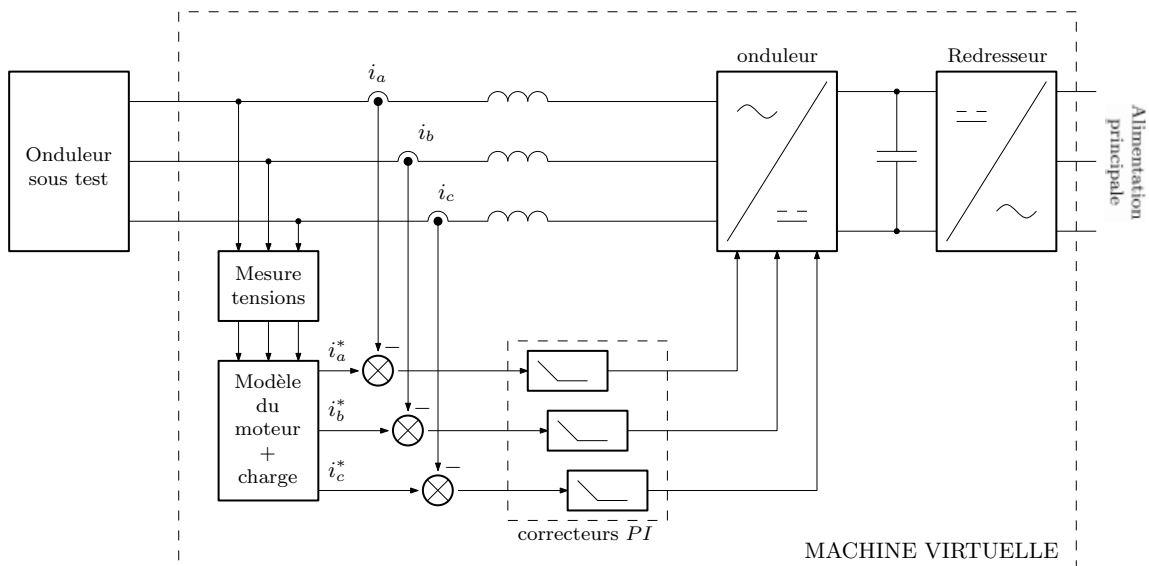


FIGURE 1.3 – Machine Virtuelle présentée dans [Jack, 1998, Slater, 1998].

Puisque l'élément sous test et l'étage de puissance de la Machine Virtuelle sont des onduleurs de tension, leur inter-connexion est réalisée grâce à des inductances de filtrage. De plus,

les deux onduleurs fonctionnant en commutation à des fréquences relativement voisines (9 kHz pour l'élément sous test et 13 kHz pour la *Machine Virtuelle*), ces inductances doivent être suffisamment importantes pour permettre d'atténuer au maximum les échanges d'harmoniques entre onduleurs, susceptibles de créer des dysfonctionnements (les inductances utilisées sont de l'ordre de 40 mH). De plus, les courants et tensions étant numérisés, des filtres passe bas sont ajoutés sur chacune de ces mesures. Ainsi, ces différents filtrages vont diminuer la bande passante d'émulation et donc sa qualité en dynamique. C'est ainsi que les auteurs présentent de très bons résultats pour des fréquences de quelques dizaines de Hz et pour des variations de fréquences étalées sur plusieurs secondes (passage de 50 à 0 Hz en 1 sec.). Ces performances sont compatibles avec de nombreuses applications industrielles classiques. Mais dans le cadre de l'application d'émulateurs à des milieux plus *durs* tels que l'automobile (émulation d'alternateur-démarrateurs), cette bande passante est loin d'être suffisante et une augmentation de cette dernière par un facteur de 100 est nécessaire<sup>3</sup>. En plus de ces limitations de filtrage (valeurs d'inductances importantes), la boucle de régulation des courants à émuler est implantée numériquement et réalisée autour de simples correcteurs PI. Mais si ce type de régulation présente un bon compromis performances/temps de calcul, leur comportement dynamique est relativement limité. Ainsi, des différences importantes peuvent apparaître entre le courant désiré (calculé à partir du modèle de la machine) et le courant réel, entraînant inévitablement des défauts d'émulation. En revanche, le système numérique ne semble pas être à l'origine des limitations du système d'émulation puisque le temps de calcul du modèle est de seulement 76  $\mu$ s, soit l'équivalent d'une période du signal MLI de la *Machine Virtuelle*. Ce temps peut être aujourd'hui sensiblement diminué compte tenu de l'évolution rapide des performances des processeurs de calculs. Seul les temps de conversion *analogique/numérique* peuvent être une source de limitations.

Pour résumer, il semble que cette réalisation soit essentiellement limitée par les performances de la régulation des courants, par le filtrage des différents signaux utiles à l'émulation et par la structure même de l'émulateur, nécessitant des inductances de liaison de plusieurs dizaines de mH. De telles performances pourraient être éventuellement compatibles avec l'émulation de batteries, ne nécessitant pas des dynamiques importantes. En revanche, l'émulation de machines telles que les alternateur-démarrateurs n'est pas envisageable avec la structure proposée dans ces travaux.

Ce travail est celui qui se rapproche le plus de notre problématique, à savoir la réalisation et l'optimisation de systèmes de test en puissance réelle. Les structures adoptées et les problèmes rencontrés seront donc forcément très similaires.

### 1.3.3 Bilan

Parmi les quelques travaux traitant de l'émulation de systèmes électriques, très peu entrent réellement dans notre cas de figure. Dans [Ben Saoud, 1996], présenté en section 1.3.1, seul l'algorithme de commande peut être testé. Dans [Slater, 1998], présenté en section 1.3.2, la structure proposée est dédiée à la seule émulation de machines électriques. Malgré tout, ce dernier travail reste le plus proche de nos propres problématiques d'*émulation en puissance réelle*. La principale difficulté soulevée réside dans la capacité de l'émulateur à

---

<sup>3</sup>Pour les *Charges Actives* basse tension, la bande passante désirée est supérieure à 2000 Hz. Dans [Slater, 1998], de bons résultats sont donnés pour des f.e.m. de seulement 30 Hz.

reproduire des phénomènes rapides. Cette limitation est essentiellement due aux boucles de régulation des grandeurs à émuler, aux temps de calcul des modèles et à la forte valeur des inductances de liaison. Aussi, la mise en place de correcteurs extrêmement rapides, précis et robustes permettrait de répondre en grande partie aux différents problèmes évoqués.

De tels régulateurs existent aujourd’hui et font donc l’objet de la section suivante.

## 1.4 Le Modulateur et Régulateur de Courant

### 1.4.1 Généralités sur les techniques de modulation

Dans le domaine du génie électrique, il est souvent nécessaire de recourir à des étages fonctionnant en commutation, dans le but de présenter des rendements élevés. Des étages de modulation ayant pour rôle d’adapter les signaux de commande à transmettre sont donc à réaliser. La figure 1.4 montre le synoptique général d’un asservissement utilisant un étage fonctionnant en commutation. Malgré la présence de cette fonction non linéaire dans la boucle, le recours aux outils standard de l’automatique est généralement possible. En effet, la *loi de commutation* associée à l’étage de puissance va permettre de linéariser ce dernier dans la mesure où certaines précautions sont respectées<sup>4</sup> [Séguier, 1998].

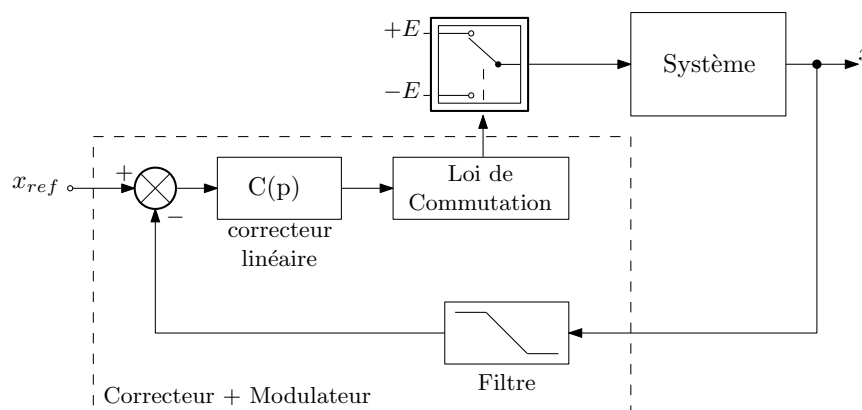


FIGURE 1.4 – Modulations classiques basées sur la “valeur moyenne” du signal de commande.

Globalement, les techniques de modulation peuvent être regroupées en deux catégories distinctes. La première regroupe les modulations basées sur la valeur moyenne du signal de commande, à l’échelle de la fréquence de commutation. A cette valeur moyenne, le modulateur va associer un (ou plusieurs) rapport(s) cyclique(s) selon une loi pré-établie. Pour ce type de modulation, la fréquence de commutation est indépendante de l’état du système. La figure 1.5 montre deux exemples de telles modulations, à savoir la MLI symétrique (figure 1.5(a)), échantillonnant et bloquant une seule fois par période le signal de commande, et la MLI asymétrique (figure 1.5(b)) utilisant deux échantillons du signal de commande par période.

La deuxième méthode est légèrement plus fidèle que la première lorsque les variations du signal de commande sont relativement rapides vis à vis de la période de découpage. L’intérêt de ce type de modulations est qu’elles vont permettre de linéariser l’étage de commutation,

<sup>4</sup>La dynamique de boucle de régulation doit être faible devant la fréquence de découpage et l’amplitude du signal de commande doit être bien adaptée pour ne pas provoquer de saturations.

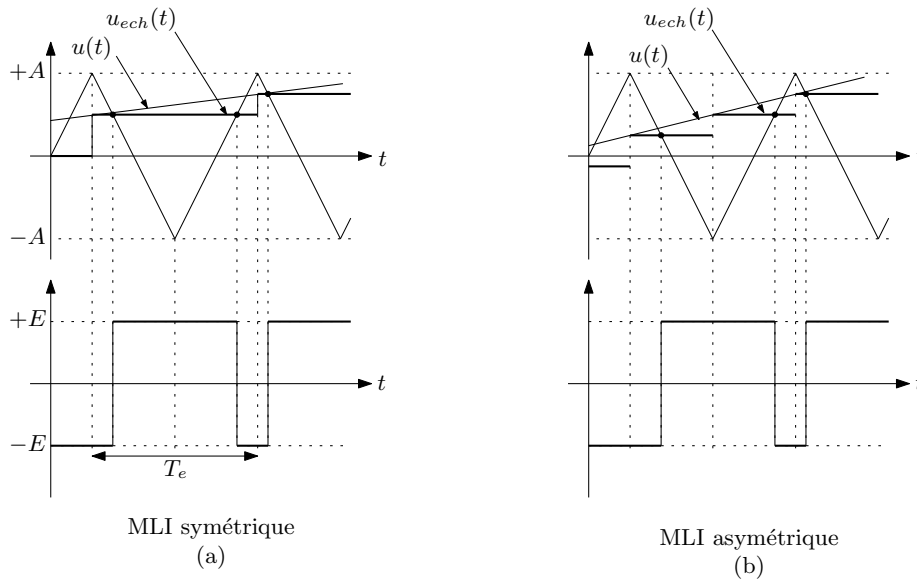


FIGURE 1.5 – Modulations classiques. (a) MLI symétrique. (b) MLI asymétrique.

en remplaçant ce dernier par un simple gain associé à un retard de l'ordre de la moitié de la période de commutation<sup>5</sup>. Soit :

$$G_{eq}(p) \simeq K e^{-T_e/2p} \quad , \quad K = \frac{E}{A} \quad (1.1)$$

Ce type de modulation est aujourd'hui intégré dans la plupart des processeurs de traitements de signaux destinés à la commande des systèmes électriques et permet une synchronisation aisée avec les autres fonctions du système (mesures, acquisition des références, ...). De plus, la fréquence de découpage étant constante, il est beaucoup plus aisé de dimensionner le pont de puissance et les différents filtres de dépollution éventuels. En revanche, du fait de l'intégration numérique de ces modulateurs, les problèmes du temps de conversion et de la quantification des signaux de mesure peuvent être à l'origine d'instabilités. De même, l'échantillonnage des différents signaux nécessite un rapport suffisant entre la fréquence d'échantillonnage et la fréquence maximale du signal à reproduire (un rapport d'au moins dix est souhaitable). Enfin, ce type de modulation est généralement associé à des correcteurs linéaires, sensibles aux variations paramétriques du système et non optimaux [Yhuel, 2001].

La deuxième catégorie de modulateur regroupe tous ceux qui utilisent l'ondulation de découpage des grandeurs à asservir. Ces techniques ont l'avantage d'être extrêmement simples à mettre en place, relativement fidèles au signal de référence à asservir et présentent des dynamiques de réponse importantes [Séguier, 1998, Bühler, 1986]. La *MLI à hystérésis* entre dans cette catégorie et son principe de fonctionnement est illustré par la figure 1.6. Généralement utilisée pour contrôler le courant dans une charge inductive, cette dernière a l'avantage de ne présenter ni d'erreur statique ni d'erreur de poursuite [Séguier, 1998].

En revanche, la fréquence de découpage évolue en fonction du point de fonctionnement<sup>6</sup> et des paramètres du système [Bühler, 1986] :

<sup>5</sup>Pour la MLI asymétrique, ce retard est de l'ordre du quart de la période de commutation.

<sup>6</sup>Dans [Bühler, 1986], il est montré que pour un jeu de paramètres donné du système, seul le rapport cyclique du signal MLI influence la fréquence.

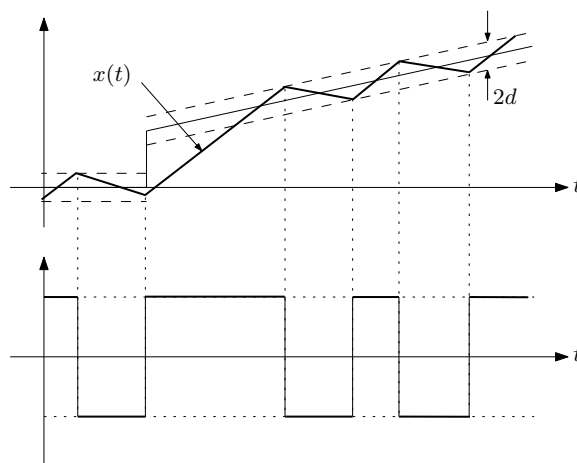


FIGURE 1.6 – Modulation à hystérésis de largeur de bande  $2d$ .

$$f_c = \frac{E}{Ld} \alpha(1 - \alpha) \tag{1.2}$$

Avec  $\alpha$  le rapport cyclique du signal MLI de commande,  $E$  la tension d’alimentation de l’étage de puissance,  $d$  la largeur d’hysteresis et  $L$  l’inductance de charge. La fréquence maximale de commutation est alors donnée pour  $\alpha = 1/2$ , soit :

$$f_c(\alpha = 1/2) = \frac{E}{4Ld} \tag{1.3}$$

Cette dernière expression révèle le point faible des modulateurs à hystérésis, à savoir que la fréquence maximale de commutation dépend fortement des paramètres du système et notamment de la valeur de l’inductance de charge. Or, si la variation de fréquence de découpage n’est pas en soi un véritable problème, la fréquence maximale en revanche en est un, puisque c’est cette fréquence maximale qui va conditionner le dimensionnement de l’étage de puissance et ses pertes par commutation.

Pour résumer (c.f. tableau 1.2), les structures à MLI classiques (de type symétrique ou asymétrique) fonctionnent à une fréquence de commutation fixe mais utilisent des correcteurs linéaires non optimaux. A l’inverse, les MLI à hystérésis présentent des temps de réponses optimaux mais la fréquence de commutation est difficilement maîtrisable puisqu’elle varie en fonction des paramètres du système et du point de fonctionnement.

Type de modulation	MLI classique (symétrique, asymétrique, ...)	MLI à hystérésis
Fréquence de commutation	-Fixe	-Variable -Dépend des paramètres du système
Comportement statique et dynamique	-Sous optimal -Dépend des paramètres du système	-Optimal -indépendant des paramètres du système

TABLE 1.2 – Résumé des principales performances des MLI classiques et à hysteresis.



C'est donc face à cette problématique que le MRC a été développé, à savoir de concevoir un modulateur présentant à la fois de très bonnes qualités en régulation et une fréquence maximale de commutation bien contrôlée.

### 1.4.2 Principe de fonctionnement du MRC

Le MRC (Modulateur et Régulateur de Courant) a été développé au sein de l'IREENA au cours de la thèse de Jean-Claude Le Claire [Le Claire, 1999]. Structurellement, le MRC est très proche d'un modulateur à hystérésis. Son but est d'asservir le courant circulant dans une charge de nature inductive et de réaliser la fonction de modulation de l'étage de puissance. Un schéma simplifié de ce modulateur est donné par la figure 1.7.

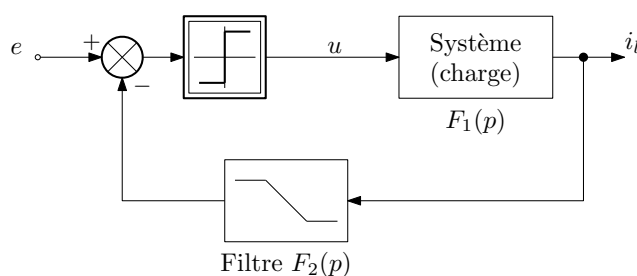


FIGURE 1.7 – Schéma de principe du MRC.

Dans cette structure, l'étage de puissance se comporte comme une *fonction signe*, i.e sans zone morte et sans hystérésis. La seule condition nécessaire au bon fonctionnement du MRC est que la charge, de nature inductive, se comporte essentiellement comme un système du premier ordre dont la bande passante est assez faible devant la fréquence de découpage (notée  $f_c$ ) désirée<sup>7</sup> :

$$F_1(p) \simeq \frac{1}{Lp + R} \quad , \quad \frac{R}{2\pi L} \ll f_c \quad (1.4)$$

Ainsi, à la fréquence de commutation désirée  $f_c$ , le système commandé et modélisé par  $F_1$  présente toujours un déphasage proche de  $-90^\circ$ . Or, une particularité des systèmes à relais *idéal*<sup>8</sup> est qu'en première approximation, ils se comportent comme un système linéaire en limite de stabilité, soit comme un oscillateur linéaire dans le cas d'une limite de stabilité oscillante [Gille, 1988, Cypkin, 1962, Le Claire, 1999]. Pour un oscillateur linéaire, deux conditions nécessaires sont à remplir, connues sous le nom de *conditions de Barkhausen* et s'énonçant ainsi pour un système de fonction de transfert  $H(p)$  (retour sur l'entrée négative du comparateur d'erreur) :

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\{H(j\omega_c)\} &= 0 \\ \operatorname{Re}\{H(j\omega_c)\} &= -1 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Ou encore :

<sup>7</sup>Un rapport d'au moins 5 est souhaitable.

<sup>8</sup>L'appellation de relais pour l'étage de puissance est empruntée à J.A. Cypkin et doit être prise au sens figuré.

$$|H(j\omega_c)| = 1 \quad (1.6)$$

$$\angle H(j\omega_c) = -180^\circ \quad (1.7)$$

Du jeu d’équations (1.6) et (1.7), le respect de la condition de phase permet d’imposer la fréquence d’oscillation  $f_c$ . La condition de gain (de module) permet l’auto-entretien de l’oscillation. Dans le cas d’un asservissement à *relais*, la condition de gain est naturellement respectée du fait de la caractéristique non linéaire de l’étage de puissance. Pour le calcul de la fréquence de commutation, cette dernière est, dans une démarche rigoureuse, beaucoup plus complexe à déterminer et fait même l’objet d’un livre consacré à ce problème [Cypkin, 1962]. En revanche, l’expérience a montré que, dans le cas où la partie linéaire du système présente un comportement intégrateur, i.e. que le système atténue les composantes de hautes fréquences, la fréquence d’oscillation peut être obtenue, comme pour un oscillateur linéaire, en respectant la condition (1.7). Cette approximation est dite du *premier harmonique* car cette dernière suppose que seul le fondamental du signal de commande MLI est retourné en entrée du comparateur d’erreur.

Revenons maintenant au fonctionnement du MRC. Sachant que la fréquence d’oscillation (en première approximation) est obtenue pour un déphasage de  $-180^\circ$  de la partie linéaire du système et que la charge  $F_1(p)$  présente en haute fréquence un déphasage proche de  $-90^\circ$ , il manque  $-90^\circ$  de déphasage dans la partie linéaire. Aussi, en ajoutant un filtre du second ordre (noté  $F_2(p)$ ) dans la boucle, ce dernier va apporter  $-90^\circ$  à sa fréquence propre. Soit le filtre de la forme suivante :

$$F_2(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1} \quad (1.8)$$

Dans [Le Claire, 1999], il est finalement montré que pour une charge de fonction de transfert du premier ordre et de constante de temps  $\tau = L/R$ , l’expression de la fréquence de commutation est de la forme :

$$f_c = \frac{\omega_0}{2\pi} \sqrt{1 + \frac{2\xi}{\omega_0\tau}} \quad (1.9)$$

Cette expression fait apparaître que la pulsation de découpage  $\omega_c$  est toujours supérieure à  $\omega_0$ . La figure 1.8 montre l’évolution de la pulsation de découpage  $\omega_c$ , normalisée par rapport à la pulsation propre du filtre  $F_2(p)$ , en fonction de la bande passante de la charge. Pour  $\omega_0\tau$  de l’ordre de 1, la fréquence de commutation est très sensible au coefficient d’amortissement et s’éloigne d’autant plus de la fréquence propre du filtre  $F_2(p)$  que  $\xi$  est de forte valeur.

Enfin, lorsque le coefficient d’amortissement  $\xi$  est inférieur à 0.707, un rapport de 7 entre la bande passante du système ( $1/\tau$ ) et la pulsation  $\omega_0$  permet de conserver une pulsation de découpage inférieure à  $1.1\omega_0$ .

Ainsi, en supposant que la bande passante de la charge est suffisamment faible devant  $\omega_0$ , la fréquence de découpage est toujours très proche de cette pulsation. De plus, dans l’expression (1.9), la tension d’alimentation de l’étage de puissance, notée  $E$ , n’apparaît pas. Ce phénomène est une particularité des systèmes à *relais idéaux*. Celui-ci est observé dans

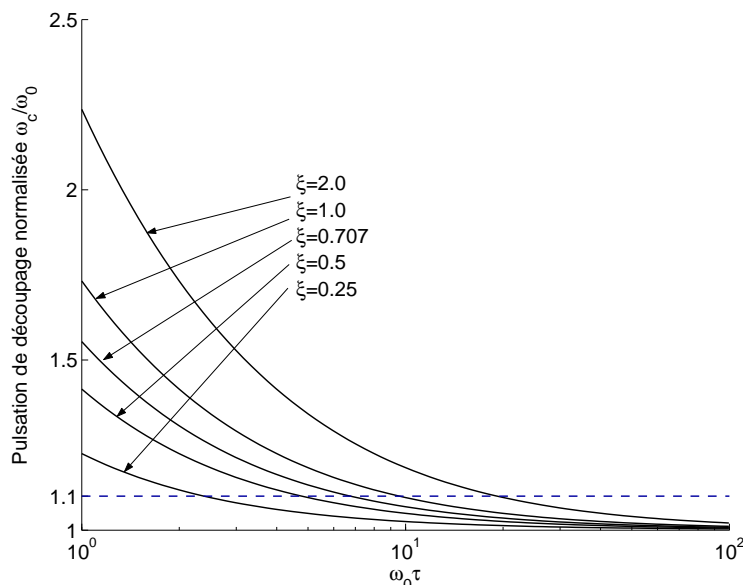


FIGURE 1.8 – Évolution de la fréquence de commutation  $f_c = \omega_c/2\pi$  en fonction de la bande passante  $1/\tau$  de la charge.

les commandes en mode de glissement [Bühler, 1986] pour lesquelles la fréquence de découpage doit être infinie. Ici, la fréquence de découpage est limitée par la présence du filtre  $F_2$ , indépendamment de la tension d'alimentation  $E$ .

Reste comme degré de liberté le coefficient d'amortissement  $\xi$  du filtre  $F_2(p)$  qui est généralement choisi proche de 0.707. C'est cette valeur qui permet au MRC de présenter les meilleures performances [Le Claire, 1999, Yhuel, 2001]. En effet, comme pour la MLI à hystérésis, la fréquence de découpage évolue en fonction du point de fonctionnement du système, même si l'approximation au premier harmonique ne permet pas de mettre en évidence ce phénomène. Plus la valeur de  $\xi$  est importante, meilleure est la qualité d'asservissement, mais plus importante est la variation de la fréquence en fonction du point de fonctionnement. Au cours de sa thèse, Jean-François Yhuel [Yhuel, 2001] a calculé de manière rigoureuse (méthode de Cypkin) la loi d'évolution de cette fréquence de commutation. Ce travail est présenté succinctement dans la section à suivre.

### 1.4.3 Modélisation du MRC – Fréquence de commutation et modèle linéaire

La méthode de Cypkin, développée dans les 50, permet d'étudier sous une forme assez générale les oscillations naturelles pouvant prendre naissance au sein d'un système à relais. Ces études concernent à la fois la fréquence des *auto-oscillations*<sup>9</sup> et leur stabilité (ce dernier point sera vu plus en détail dans la suite de ce mémoire). C'est donc en partant de cette méthode que J.F. Yhuel a étudié l'évolution de la fréquence de commutation du MRC, en fonction du point de fonctionnement, i.e. du rapport cyclique  $\alpha$  du signal de commande.

<sup>9</sup>Le terme d'*auto-oscillation*, ou *oscillation libre* a été introduit par A.A. Andronov [Andronov, 1949] et sont toujours appelées ainsi (*self-oscillations* pour les Anglo-Saxons).

**Remarque**

Dans cette partie, la méthode amenant au résultat général de l’expression de la fréquence d’oscillation en fonction des paramètres du système et du point de fonctionnement n’est pas détaillé. Seuls les résultats importants sont présentés, cette étude étant approfondie et étendue au chapitre suivant.

Malgré son aspect très mathématique, la méthode de Cypkin est assez simple à comprendre et à analyser. Elle est basée sur une représentation du système sous forme de fonction de transfert et utilise la décomposition en série de Fourier du signal de commande pour calculer les instants de commutation, i.e. la fréquence des oscillations. Le résultat de cette étude pour un système dont la fonction de transfert est notée  $H(p)$ , est l’obtention d’une fonction implicite relativement concise permettant de trouver la fréquence des commutations pour un rapport cyclique quelconque [Yhuel, 2001] :

$$f_{cr}(\alpha, \omega_c) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n \alpha)}{\pi n} \operatorname{Im} \{H(jn\omega_c)\} = 0 \quad (1.10)$$

Avec  $H(p)$  la partie linéaire du système, i.e.  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  dans le cas du MRC. A titre de simple remarque, en développant la somme (1.10) à l’ordre 1, la condition à remplir, quel que soit  $\alpha$ , est que la partie imaginaire de  $H(j\omega_c)$  soit nulle, c’est-à-dire la même condition que celle donnée par l’approximation au premier harmonique développée précédemment.

En plus de l’expression rigoureuse de la fréquence de commutation du MRC, Jean-François Yhuel a pu exprimer un modèle linéaire équivalent à ce dernier. En effet, partant de la méthode de Cypkin et ayant trouvé la fréquence des auto-oscillations pour un point de fonctionnement donné, il est possible d’exprimer, *au sens des valeurs moyennes* [Séguier, 1998], la tension de sortie  $u$  de l’étage de puissance en fonction de la valeur moyenne du signal d’erreur  $\varepsilon$ . Toujours pour un rapport cyclique  $\alpha$  donné, le rapport de ces deux grandeurs n’exprime finalement rien d’autre que le gain équivalent de l’étage de puissance, comme cela peut être fait dans le cas d’une MLI classique<sup>10</sup>. Ce gain ne dépend que de la partie linéaire du système et du rapport cyclique  $\alpha$  [Yhuel, 2001] :

$$G_{eq}(\alpha) = \frac{\langle u \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{\alpha - 1/2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n \alpha)}{\pi n} \operatorname{Re} \{H(jn\omega_c)\}} \quad (1.11)$$

Reste donc à étudier l’influence des paramètres du filtre  $F_2(p)$  et de la charge sur le comportement du MRC.

#### 1.4.4 Performances – Comparaison avec la MLI à hystérésis

##### Performances – Choix de $\xi$

Afin d’évaluer les performances du MRC, plusieurs paramètres sont à prendre en compte :

<sup>10</sup>L’équation (1.1) en section 1.4.1 donne un gain équivalent de l’étage de puissance en faisant le rapport de l’amplitude de la tension d’alimentation sur l’amplitude de la porteuse triangulaire. Pour le MRC, la porteuse n’est plus un signal triangle externe mais l’ondulation produite par le découpage, dont la forme est plus proche d’un signal sinusoïdal (triangle filtré).

- le taux de variation de la fréquence de commutation en fonction du point de fonctionnement,
- le taux de variation du gain équivalent (la linéarité) en fonction du point de fonctionnement,
- la capacité d'adaptation à de fortes variations des paramètres de la charge.

Tout d'abord, observons l'évolution de la fréquence de commutation  $\omega_c$  en fonction du rapport cyclique  $\alpha$  donné par la figure 1.9. Pour ce calcul et tous ceux de cette section<sup>11</sup>,  $R = 0 \Omega$  et  $\omega_0 = 2\pi 20000$  rad/s. Cette figure montre que la variation de la fréquence est d'autant plus faible que le coefficient d'amortissement  $\xi$  est petit. De plus, pour  $\alpha = 1/2$ , cette fréquence s'éloigne de la fréquence propre du filtre  $F_2(p)$  à mesure que  $\xi$  augmente. Aussi, sur ce seul critère, les valeurs faibles de  $\xi$  semblent amener aux meilleures performances.

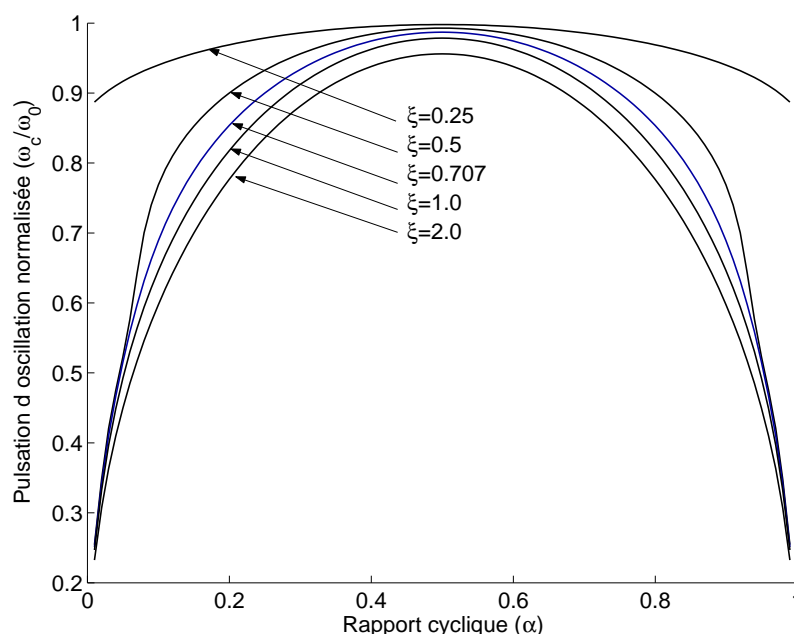


FIGURE 1.9 – Evolution de la fréquence de commutation de l'étage de puissance en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ .

Intéressons-nous à présent au gain équivalent. La figure 1.10 montre l'évolution de ce gain en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ , pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement.

Premièrement, il est possible de constater que le gain varie fortement en fonction de  $\alpha$ . Ce dernier prend des valeurs infinies<sup>12</sup> pour  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  ( $\langle u \rangle = \pm E$ ), et est minimisé pour  $\alpha = 1/2$  ( $\langle u \rangle = 0$ ). L'expression de ce gain minimum, déduit de (1.11) pour  $\alpha = 1/2$ , est de la forme suivante :

<sup>11</sup>Dans le cas où la résistance de charge est nulle, la valeur de l'inductance n'a aucune incidence sur la fréquence de commutation. Seul le rapport  $L/R$  a une importance.

<sup>12</sup>Ceci est vrai dans la mesure où  $H(p)$  ne présente pas de résonances. Il sera montré par la suite que, dans le cas du MRT, le filtre étant un circuit  $L-C$ , le gain de ce dernier est infini à la fréquence de résonances et le gain dit minimum pour le MRC ( $\alpha = 1/2$ ) peut devenir le maximum pour le MRT (inversion de la caractéristique  $G_{eq}(\alpha)$ ).

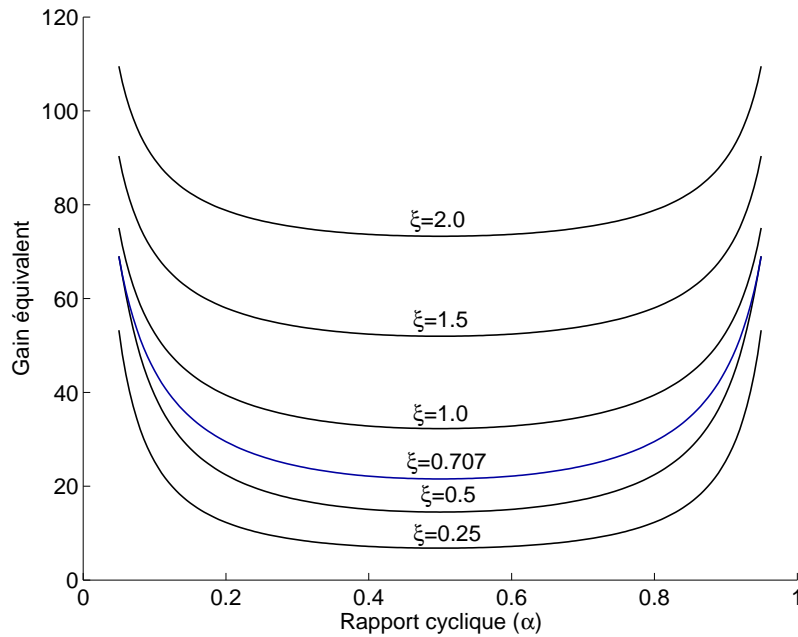


FIGURE 1.10 – Evolution du gain équivalent  $G_{eq}$  de l'étage de puissance en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ .

$$G_{eq\min} = \frac{1}{2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{Re} \{H(jn\omega_c)\}} \quad (1.12)$$

Deuxièmement, il apparaît clairement que le coefficient d'amortissement  $\xi$  a un impact direct sur l'amplitude du gain minimum, à savoir que plus  $\xi$  est grand, plus  $G_{eq\min}$  l'est aussi. Ce phénomène se vérifie très bien en remplaçant  $H(p)$  par son expression et en développant l'équation (1.12) à l'ordre 1 [Yhuel, 2001] :

$$G_{eq\min(n=1)} \simeq L\omega_0 \xi \quad (1.13)$$

Cette relation approchée<sup>13</sup> permet de conclure que :

- le gain équivalent est indépendant de la tension d'alimentation  $E$ ,
- la valeur de l'inductance  $L$  est automatiquement compensée (puisque cette dernière apparaît au numérateur de l'équation (1.13)),
- le gain équivalent est proportionnel à  $\omega_0$  (image de la fréquence de commutation) et à  $\xi$ .

Concernant ce dernier point, une valeur forte du coefficient d'amortissement  $\xi$  permettrait d'augmenter proportionnellement le gain équivalent de l'étage de puissance. Or, la figure 1.9 a montré que le coefficient d'amortissement  $\xi$  ne pouvait être choisi trop grand, sous peine de trop fortes variations de la fréquence d'oscillation en fonction du point de fonctionnement.

Aussi, selon que l'on veuille la plus grande constance possible de la fréquence de découpage, au détriment de la qualité d'asservissement, ou qu'à l'inverse on désire avoir la meilleure qualité de poursuite, au détriment d'une forte variation de la fréquence, le coefficient d'amortissement  $\xi$  choisi n'est pas le même.

<sup>13</sup>Cette expression est obtenue en supposant  $\omega_c = \omega_0$  et  $L\omega_0 \gg R$ .

Malgré tout, il est possible de chercher la valeur de  $\xi$  présentant un bon compromis entre variations de la fréquence de commutation, variations du gain équivalent et valeur minimum du gain équivalent. Pour cela, la variation relative du gain et de la fréquence, respectivement par rapport au gain minimum et à la fréquence maximum, est exprimé pour une certaine plage de valeurs de  $\alpha$  :

$$\left. \begin{aligned} \Delta G &= \frac{G_{eq}(\alpha_{min}) - G_{eq}(1/2)}{G_{eq}(1/2)} \\ \Delta \omega_c &= \frac{\omega_c(1/2) - \omega_c(\alpha_{min})}{\omega_c(1/2)} \end{aligned} \right\}, \quad \alpha \in [\alpha_{min}; 1 - \alpha_{min}] \quad (1.14)$$

Le critère à maximiser, en fonction de  $\xi$  peut donc être de la forme suivante<sup>14</sup> :

$$\max(\Delta G \times \Delta \omega_c \times G_{eq\ min}) \rightarrow \xi \quad (1.15)$$

La figure 1.11 montre l'évolution de la fonction critère pour deux fourchettes de valeurs de  $\alpha$  différentes et pour  $R = 0\Omega$  et  $R = 2\Omega$ . Il est possible de voir que l'amortissement  $\xi$  optimum évolue entre 0.6 et 1.1. C'est donc dans cette plage de valeurs que le meilleur compromis entre qualité d'asservissement et variation de la fréquence de commutation est obtenu.

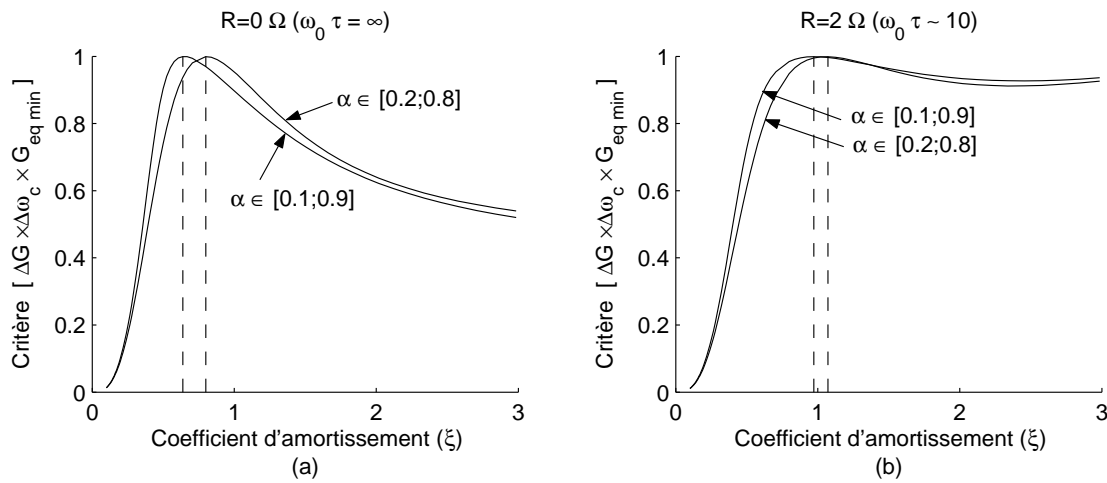


FIGURE 1.11 – Fonction critère pour différentes plages de variation de  $\alpha$ . (a)  $R = 0\Omega$ . (b)  $R = 2\Omega$ .

En ce qui concerne l'investigation d'un modèle linéaire équivalent du MRC, ce dernier nécessite le remplacement de l'étage non linéaire par un gain constant, indépendant du point de fonctionnement. Ceci n'est rendu possible (compte tenu de l'évolution réelle de  $G_{eq}$ ) qu'en supposant des variations relativement faibles du point de fonctionnement autour<sup>15</sup> de  $\alpha = 1/2$ . Ceci est justifiable par le fait que le gain équivalent, autour de cette valeur, subit peu de variations. Une simple application numérique donne, pour  $\xi = 0.707$  et  $\alpha \in [0.3; 0.7]$ , une variation relative par rapport à  $G_{eq\ min}$  de l'ordre de 12%. Aussi, dans la mesure où

<sup>14</sup>Cette approche assez naïve permet malgré tout de prendre en compte les principales caractéristiques du MRC. De nombreux autres critères sont possibles selon les performances attendues.

<sup>15</sup>Dans la plupart des applications utilisant le MRC, les signaux à reproduire sont sinusoïdaux et centrés autour de zéro, i.e. autour de  $\alpha = 1/2$ .

l’amplitude des signaux n’est pas trop forte, ce modèle semble fonctionner et ce, même pour des dynamiques assez fortes du signal de référence [Yhuel, 2001].

### Comparaison du MRC avec la MLI à hystérésis

L’étude portant sur l’évolution de la fréquence de découpage et sur la modélisation de l’étage de puissance par un simple gain va permettre de comparer objectivement les performances du MRC avec la MLI à hystérésis, structurellement très proches. La première comparaison porte sur la pulsation de découpage  $\omega_c$ . La figure 1.12 montre l’évolution de cette dernière pour les deux types de modulateurs. Il apparaît clairement de cette figure que la fréquence décroît beaucoup plus vite avec la MLI à hystérésis, et ce même pour des valeurs importantes de  $\xi$  du MRC. En revanche, la pulsation de découpage maximale donnée pour  $\alpha = 1/2$  est toujours légèrement inférieure à la pulsation désirée  $\omega_0$  dans le cas du MRC.

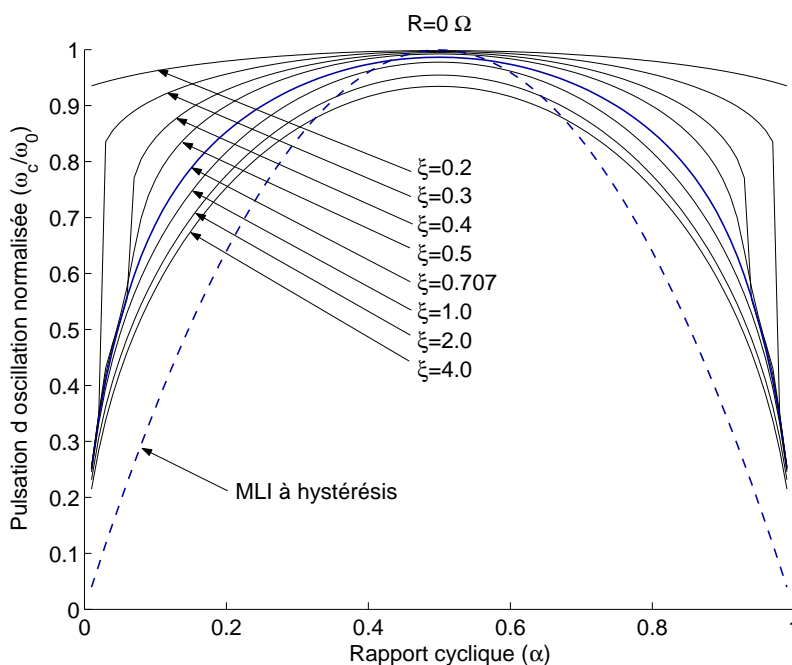


FIGURE 1.12 – Evolution de la pulsation de commutation  $\omega_c$  pour le MRC et la MLI à hystérésis, avec  $R = 0 \Omega$ ,  $\omega_0 = 2\pi 20000$  rad/s.

La deuxième comparaison porte sur la robustesse des deux régulateurs vis-à-vis de variations paramétriques, et notamment de la variation de l’inductance de charge  $L$ . La figure 1.13 montre l’évolution de la fréquence et de l’erreur pour une entrée sinusoïdale à 500 Hz, avec  $L$  passant de  $200 \mu\text{H}$  à  $400 \mu\text{H}$  à  $t = 2$  ms. Pour le MRC, cette variation de charge influence peu la fréquence de découpage, qui décroît globalement de seulement 1 kHz. Pour la MLI à hystérésis, cette variation de charge présente une plus grande influence puisque la fréquence maximum passe de 20 kHz à 10 kHz.

De plus, comme le prédisaient les courbes de la figure 1.12, la variation de fréquence en fonction du point de fonctionnement est plus grand avec la MLI à hystérésis qu’avec le MRC. En effet, lors de la variation brusque de l’inductance de charge, il est possible de constater une réduction naturelle et quasiment instantanée de l’enveloppe du signal d’erreur,



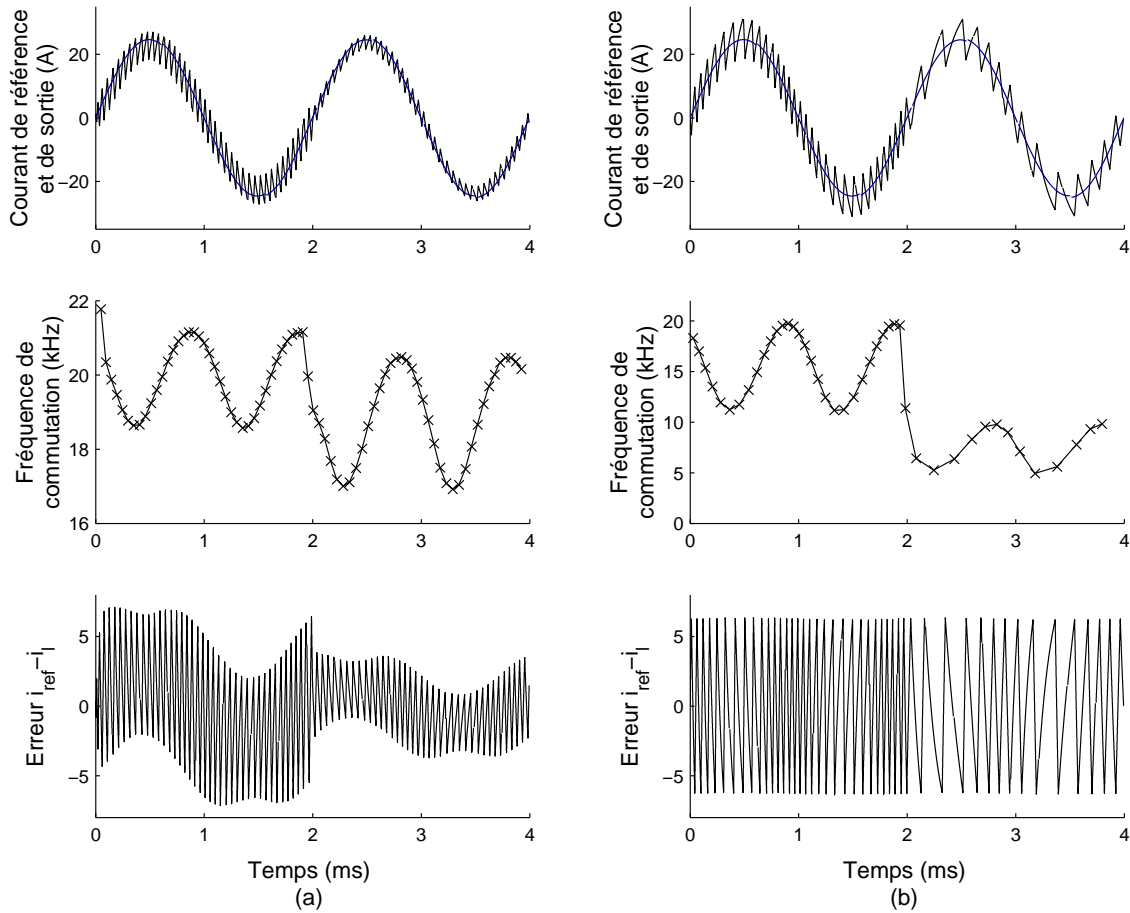


FIGURE 1.13 – Comparaison du MRC avec la MLI à hystérésis pour  $R = 2.5 \Omega$ ,  $E = 100 \text{ V}$  et  $L$  passant de  $200 \mu\text{H}$  à  $400 \mu\text{H}$ . (a) MRC. (b) Hystérésis.

permettant au MRC de conserver une fréquence de commutation à peu près constante. À l'inverse, la MLI à hystérésis n'a pas cette capacité de modulation automatique de ses seuils de basculement et l'ajout de boucles d'asservissement externe<sup>16</sup> de la fréquence est nécessaire [Zeng, 2004, Bose, 1990].

Enfin, concernant l'erreur au sens de *valeurs moyennes*, il est possible de constater que cette dernière est toujours nulle pour la MLI à hystérésis, alors que le MRC présente une erreur de l'ordre de 8% lorsque le signal de référence passe par ses maximums et minimums. Cette erreur est due au fait que l'étage de puissance se comporte comme un simple gain de valeur finie. Pour la MLI à hystérésis, du fait de la symétrie des bandes de commutation ( $\pm d$ ), l'étage de puissance se comporte comme un gain infini interdisant toute erreur *moyenne* à l'échelle d'une période de découpage<sup>17</sup> (sauf en cas de saturation).

<sup>16</sup>Dans [Le Claire, 1999], une boucle à verrouillage de phase a été introduite au sein du MRC afin de compenser les variations de la fréquence de commutation. Mais une telle structure nécessite de faibles variations des signaux à poursuivre pour être réellement efficace. De plus, le comportement même de la régulation de fréquence dépend des paramètres électriques du système. Aujourd'hui, cet asservissement de fréquence n'est plus mis en œuvre.

<sup>17</sup>C'est principalement pour cette raison que cette modulation est rencontrée dans les commandes en mode glissants pour lesquels la surface de glissement, i.e. le signal d'erreur pour un asservissement classique, est considérée nulle quel que soit l'état du système [Bühler, 1986].

### 1.4.5 Généralités concernant le MRT

Suite aux différents travaux effectués sur le MRC, une extension de ce procédé aux onduleurs de tension a donné naissance à un modulateur et régulateur de tension, appelé MRT [Le Claire, 2002b]. Pour ce dernier, la charge commandée est un filtre passe bas de type  $L - C$  connecté à une charge quelconque. La figure 1.14 montre le synoptique de ce modulateur pour lequel le courant de charge, noté  $i_s$ , est présenté comme une perturbation.

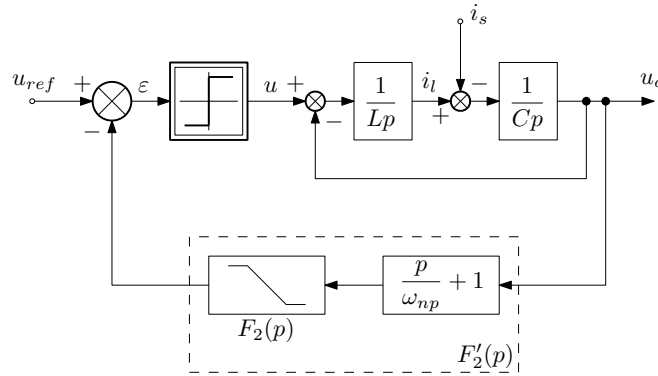


FIGURE 1.14 – Diagramme du MRT.

A la différence du MRC, dont la charge est assimilée à une simple constante de temps, le MRT doit commander la sortie d'un filtre du second ordre, présentant en haute fréquence un déphasage de  $-180^\circ$ . Aussi, dans le but de se ramener dans le même cas de figure que le MRC, i.e. un déphasage proche de  $-90^\circ$  autour de la fréquence de commutation désirée, un zéro est placé dans la chaîne de retour. Ce dernier, noté  $\omega_{np}$ , doit être relativement faible devant  $\omega_0$  et assez proche de  $\omega_{0lc}$  (pulsation propre du filtre  $L - C$ ) pour que la phase de la partie linéaire ne s'approche pas trop près des  $-180^\circ$  autour de ces fréquences (c.f. figure 1.15).

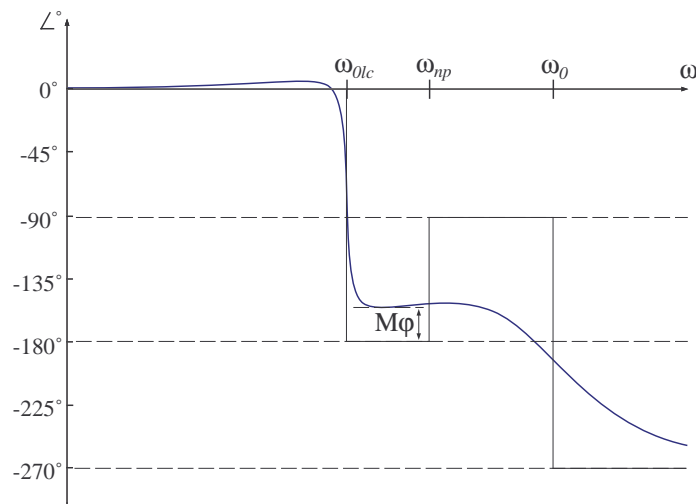


FIGURE 1.15 – Courbe de phase du MRT.

Aussi, si ces différentes conditions sont respectées, le passage par  $-180^\circ$  de la partie linéaire du système est toujours proche de  $\omega_0$  et ce dans une large plage de variation des paramètres de la charge et du système.

Pour le MRC, il n'existe qu'un seul degré de liberté (coefficient d'amortissement  $\xi$ ) pour agir sur les performances du système (la pulsation propre  $\omega_0$  étant déjà utilisée pour régler la fréquence de commutation désirée). Pour le MRT, il existe deux degrés de liberté, à savoir le coefficient d'amortissement  $\xi$  et ce que nous appellerons le pôle de réglage<sup>18</sup>  $\omega_{np}$ . Il sera montré plus loin dans ce mémoire que ces deux paramètres ont une influence non négligeable sur le comportement du système et que certains couples de valeurs  $\{\xi; \omega_{np}\}$  permettront d'obtenir une très grande linéarité, indispensable pour une bonne modélisation des *Charges Actives*.

#### 1.4.6 Bilan des performances

De cette étude, il ressort que le MRC, comme le MRT, présentent de très bonnes performances. La fréquence de commutation varie peu en fonction des paramètres du système et de la charge, comparé à la MLI à hystérésis. De même, le gain équivalent de l'étage de puissance est relativement important et s'adapte automatiquement aux paramètres de la charge commandée [Yhuel, 2001, Le Claire, 1999]. Il présente donc à la fois une très bonne robustesse et une très bonne qualité d'asservissement. Vis à vis des performances présentées par ce modulateur, ce dernier peut être globalement placé à mi-chemin entre la MLI dite classique et la MLI à hystérésis (c.f. tableau 1.3) :

- Les MLI classiques de type symétriques/asymétriques fonctionnent à fréquence de découpage fixe mais le réglage de leur commande dépend fortement de la tension d'alimentation du pont de puissance et des paramètres de la charge commandée,
- les MLI à hystérésis ne présentent pas d'erreur d'asservissement et répondent en un temps optimal, mais présentent une fréquence de découpage variable, très sensible aux variations paramétriques du système commandé et à la tension d'alimentation,
- le MRC présente une qualité d'asservissement très intéressante, quasiment indépendante des paramètres du système et de la tension d'alimentation. Sa fréquence de découpage est variable en fonction du point de fonctionnement, mais est peu sensible à la charge.

Type de modulation	MLI classique	MRC	MLI à hystérésis
Fréquence de commutation	-Fixe	-Faiblement variable -Faible influence des paramètres	-Variable -Dépend des paramètres du système
Comportement statique et dynamique	-Sous optimal -Dépend des paramètres du système	-Quasi optimal -Faible influence des paramètres	-Optimal -Indépendant des paramètres du système

TABLE 1.3 – Résumé des principales performances des MLI classiques, à hystérésis et du MRC.

<sup>18</sup>Bien que  $\omega_{np}$  apparaisse comme un zéro dans la partie linéaire système, il sera montré au chapitre 3 que ce dernier, lors de la synthèse en mode de glissement, définit directement le pôle du système en boucle fermée.

C'est donc grâce à ces performances que les MRC et MRT sont les modulateurs choisis pour être intégrés dans les *Charges Actives*.

## 1.5 Utilisation des MRC/MRT au sein des *Charges Actives*

### 1.5.1 Configurations

Comme expliqué en section 1.2, les *Charges Actives* se déclinent en deux catégories bien distinctes : Les *Charges Actives courant* qui sont donc construites autour du MRC, et les *Charges Actives tension* autour du MRT.

Pour le MRT, la charge est principalement un filtre passe bas de type  $L-C$ . La fréquence de coupure doit être relativement faible devant la fréquence de découpage désirée. Pour le MRC, la charge est principalement inductive et sera donc constituée d'une simple inductance de lissage. La figure 1.16 montre la structure employée pour chacune des *Charges Actives* ainsi que leur modèle électrique associé.

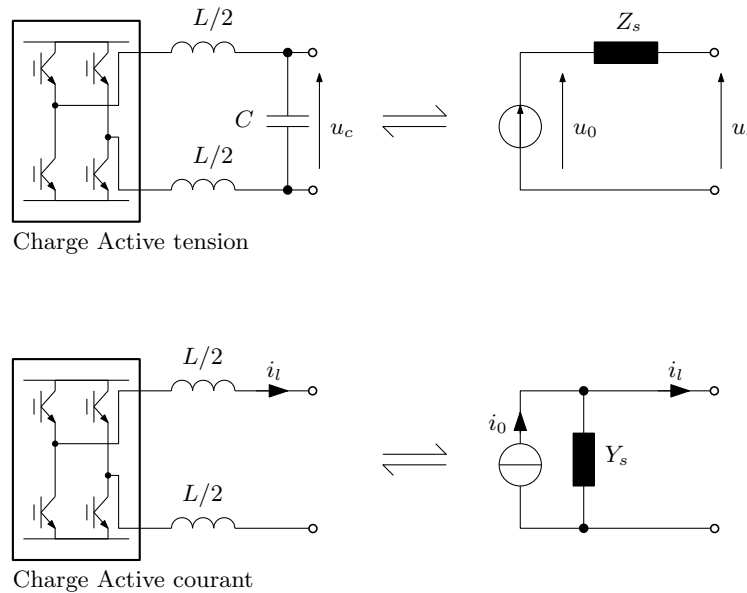
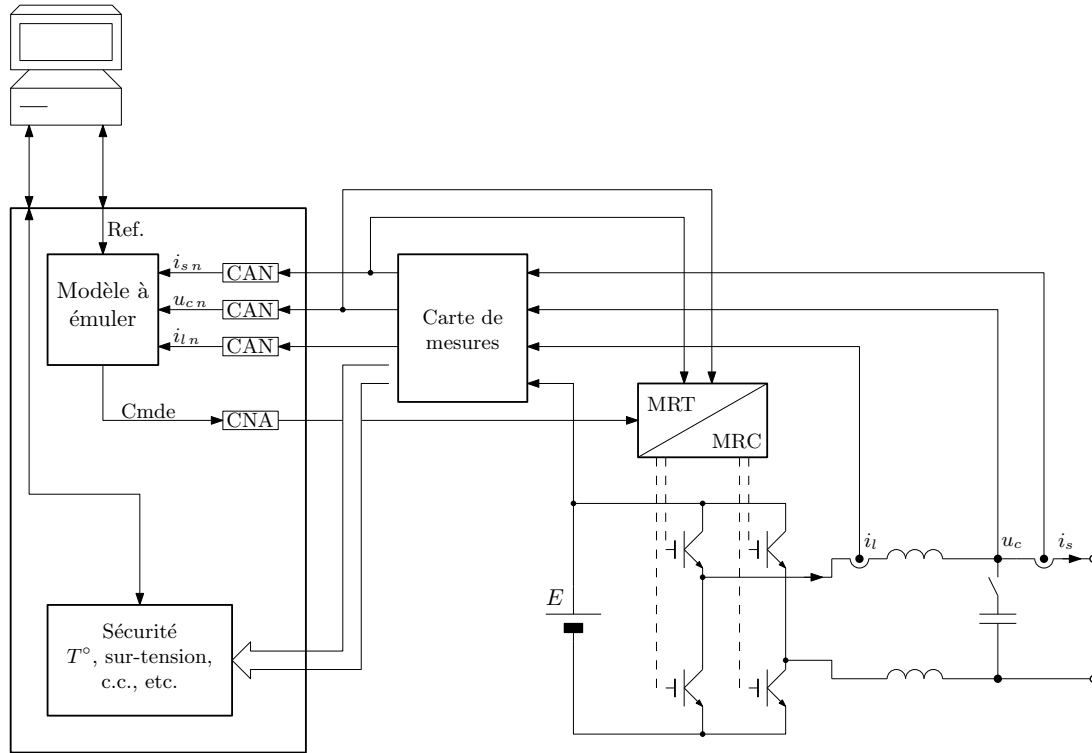


FIGURE 1.16 – Structure de l'étage de puissance des *Charges Actives courant* et *tension*.

Bien que ces modulateurs asservissent avec une grande précision les grandeurs d'entrée, il présentent malgré tout de légères imperfections, et notamment le MRT qui, dans sa première version, apporte des déphasages relativement importants sur la sortie du convertisseur, aux fréquences les plus dures mises en œuvre pour les *Charges Actives*. De plus, leur comportement est sensible à la charge connectée, modélisable par une impédance de sortie  $Z_s$ .

La figure 1.17 montre de manière simplifiée l'organisation des différentes fonctions nécessaires au fonctionnement des *Charges Actives*. Puisque les systèmes à émuler peuvent être de natures très diverses et parfois même extrêmement complexes, le modèle du système à émuler est implanté sous forme numérique. Les MRC et MRT étant analogiques, leurs références doivent l'être également, ce qui nécessite une conversion numérique/analogique de la commande issue du système de calcul. De même, les grandeurs asservies par les modulateurs (le courant de pont  $i_i$  pour le MRC et la tension de sortie  $u_c$  du MRT) comportent de fortes

FIGURE 1.17 – Structure complète des *Charges Actives courant et tension*.

ondulations et doivent donc être filtrées avant d'être converties en signaux numériques pour que ces derniers soient exploitables par les différents calculateurs. Cette fonction de conditionnement des signaux est réalisée par *la carte de mesures*. Cette carte réalise également différentes conversions telles que la reconstruction des valeurs efficaces du courant et de la tension, la détection de sur-tensions et de sur-intensités. Ces différents signaux (ainsi que de nombreux autres) sont alors exploités par *la carte de gestion des sécurités* qui protège l'électronique de puissance d'éventuels dysfonctionnements.

Au départ, les *Charges Actives* ont été pensées pour pouvoir contrôler indifféremment le courant de pont  $i_l$  (mode courant avec le MRC) ou la tension de sortie  $u_c$  (mode tension avec le MRT). Aussi, le condensateur de filtrage  $C$  pouvait être déconnecté pour l'asservissement de courants ou connecté pour l'asservissement de tensions. Chaque *Charge Active* intégrait donc les deux types de modulateurs. Cette configuration est celle du prototype sur lequel les différents essais présentés dans ce mémoire ont été réalisés. Mais cette configuration est trop restrictive puisque la valeur des inductances de lissage  $L$  doit être la même pour le MRC et le MRT. Aujourd'hui, les *Charges Actives* sont donc *physiquement* séparées et ne sont dédiées qu'à l'une ou l'autre des deux fonctions de régulation de *courant* ou de *tension*.

Le tableau 1.4 résume les différents paramètres du prototype utilisés pour nos expérimentations. Ainsi, tout au long de cette étude, ce sont ces paramètres qui seront pris comme référence.

### 1.5.2 Limitations rencontrées

Les sources de limitation des performances des *Charges Actives* sont liées à de nombreux facteurs. Le premier, et certainement le plus contraignant, est lié aux différentes

Symbole	Description	Valeur(s)
E	Tension d’alimentation	50-220 V
L	Inductance de lissage	200 $\mu$ H
C	Condensateur de filtrage	25 $\mu$ F
$f_c$	Fréquence de commutation de l’étage de puissance	15-20 kHz

TABLE 1.4 – Paramètres du prototype de la *Charge Active*.

limitations technologiques. En effet, l’étage de puissance doit pouvoir commuter des courants de plusieurs centaines d’ampères sous des tensions de plusieurs centaines de volts. Aussi, la fréquence de découpage de l’étage de puissance est limitée par les fortes pertes par commutation et ne peut donc pour cette application excéder 20 kHz. Les signaux à reproduire pouvant atteindre plusieurs kHz, il n’existe qu’un rapport d’environ 10 entre la fréquence de découpage et la bande passante utile d’émulation<sup>19</sup>. Or, contrôler avec exactitude le gain et le déphasage apportés par les modulateurs à de telles fréquences s’avère être une tâche extrêmement complexe. Mais si la mise en place de cette compensation aurait été facilitée par une très bonne linéarité (au sens de l’automaticien) des modulateurs, les MRC et MRT sont malheureusement de nature non linéaire, difficiles à modéliser et à compenser. Paradoxalement, cette non linéarité est nécessaire compte tenu des contraintes de robustesse et de rapidité exigées par cette application.

Toutes ces considérations nous amènent donc à considérer une deuxième source de limitation des performances des *Charges Actives*, à savoir les modulateurs eux-mêmes. Plusieurs rapports pour la plupart non publiés ont tenté d’identifier finement le comportement de ces derniers. Ainsi, différents relevés d’émulation, en mode MRC et MRT, ont permis de mettre en évidence la non stationnarité du modèle fréquentiel de ces modulateurs (c.f. figure 1.18). Un moyen de prendre en considération cette évolution des réponses fréquentielles est d’ajouter au modèle de ces régulateurs une impédance de sortie équivalente<sup>20</sup>, prenant alors en compte le courant de charge  $i_s$  [Grellier, 2004] :

$$u_c = H_0(p) u_{ref} - Z_s(p) i_s \quad (1.16)$$

Mais cette impédance de sortie étant relativement faible, il est apparu extrêmement complexe d’identifier cette dernière expérimentalement. De plus, les résultats de simulation ne semblaient pas non plus amener à une impédance équivalente de sortie unique, indépendante du point de fonctionnement. Même si cette dernière étude reste à être approfondie, son échec est certainement dû à la structure électronique relativement complexe du modulateur réel, faisant intervenir un grand nombre de filtres et de fonctions. De plus, pour une modélisation précise, tous les éléments de la chaîne de mesure doivent être pris en compte, ce qui amène à manipuler des fonctions de transfert extrêmement lourdes et sensibles à la moindre variation paramétrique<sup>21</sup>.

Pour illustrer ces propos, considérons la présence d’incertitudes sur les mesures de courant et de tension, étudié dans [Grellier, 2004]. Aussi, comme l’illustre la figure 1.19, il en

<sup>19</sup>Les modulateurs MRC et MRT voient leur fréquence de commutation diminuer lors de fortes sollicitations. Aussi, ce rapport de 10 est le cas le plus favorable.

<sup>20</sup>L’étude qui a été réalisée autour de cette modélisation visait exclusivement le MRT.

<sup>21</sup>Dans [Grellier, 2004], le modèle linéaire équivalent du MRT avec la charge était d’ordre 10.

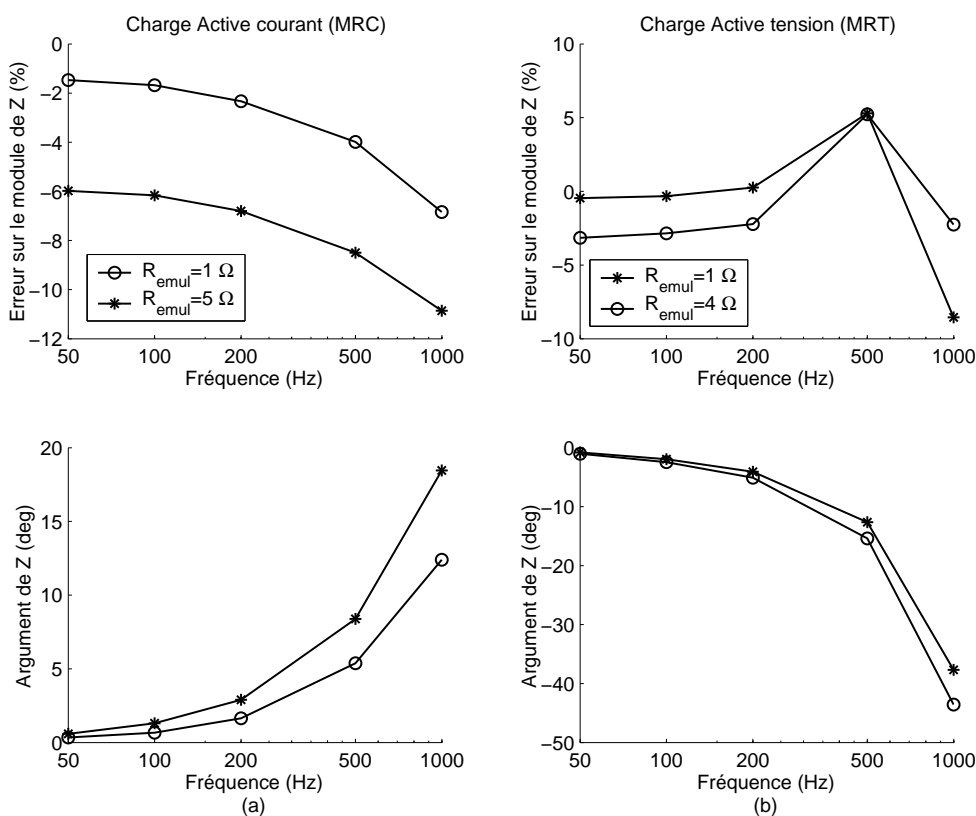


FIGURE 1.18 – Résultats de mesures en émulation de résistance. (a) En mode MRC. (b) En mode MRT. Ces relevés montrent que le comportement des modulateurs dépend de l'impédance à émuler.

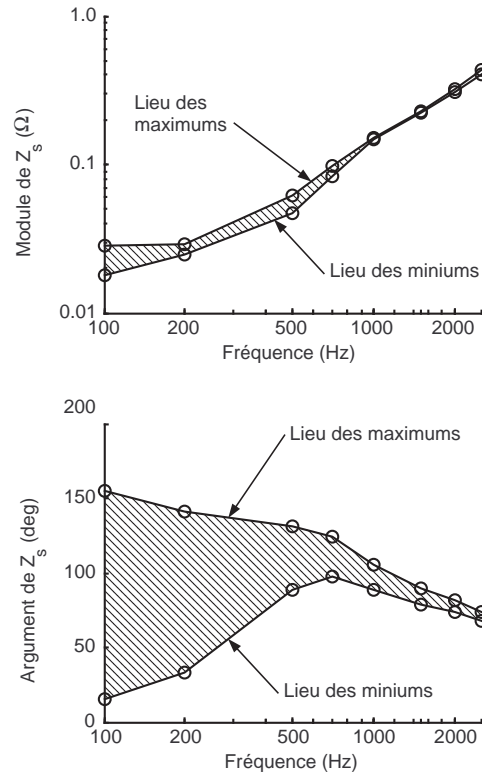


FIGURE 1.19 – Résultats de simulation de l'impédance de sortie  $Z_s$  du MRT en considérant une erreur de  $\pm 0.4\%$  sur les mesures de courant et de tension [Grellier, 2004].

ressort qu'une erreur de seulement  $\pm 0.4\%$  sur les mesures fait apparaître une imprécision énorme sur l'estimation de l'impédance de sortie  $Z_s$  du MRT. L'imprécision sur la phase et le module de  $Z_s$  est respectivement supérieure à  $140^\circ$  et  $36\%$  à 100 Hz. Cette imprécision diminue avec l'augmentation de la fréquence mais reste néanmoins relativement importante. Ainsi, sans une connaissance parfaite de tous les paramètres du système, il apparaît inutile de recourir à un modèle linéaire du MRT étendu à la perturbation, i.e. prenant en compte son impédance équivalente de sortie  $Z_s$ .

Une autre source de limitation de la modélisation du MRT est le gain équivalent de l'étage non linéaire qui, à la différence des MLI classiques à porteuse triangulaire, présente de fortes variations en fonction du point de fonctionnement. Cette non stationnarité du *modèle continu* équivalent tend donc à nous laisser penser qu'un modèle fréquentiel unique du MRT (et du MRC) n'est pas à même de reproduire toute la plage de fonctionnement de ce dernier et que certains phénomènes non encore identifiés sont susceptibles de perturber le fonctionnement du système.

Enfin, dans [Yhuel, 2001], il est mis en évidence que pour le MRC, de faibles valeurs du coefficient d'amortissement  $\xi$  (apparaissant dans le filtre  $F_2(p)$ ) rendent la mise en auto-oscillation du système *instable*. En effet, en fonctionnement normal et pour une référence d'entrée continue, l'étage de puissance présente un signal carré périodique avec un rapport cyclique  $\alpha$  et une fréquence de commutation unique et constante (c.f. figure 1.20(a)). Or, lorsque  $\xi$  est faible et que le rapport cyclique est éloigné de  $1/2$ , le MRC peut soit présenter un dédoublement de période (figure 1.20(b)) soit une apériodicité totale du signal de commande MLI (figure 1.20(c)). Aussi, dans ces deux cas de figure, il semble évident que



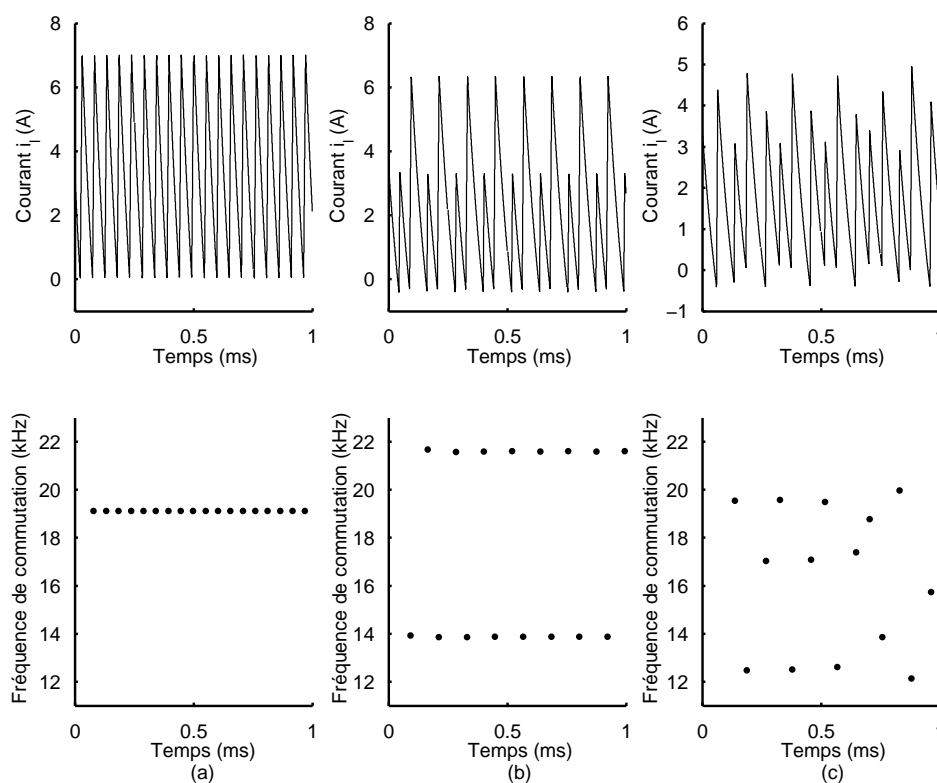


FIGURE 1.20 – Résultats de simulation du MRC pour une entrée constante et pour une valeur de  $\xi$  faible ( $\xi = 0.35$ ). (a)  $\alpha_{moy} = 0.85$ . (b)  $\alpha_{moy} = 0.92$ . (c)  $\alpha_{moy} = 0.95$ .

le modèle linéaire équivalent obtenu en section (1.4.3) ne soit plus valide. Puisque aucune étude approfondie n'a été menée sur ces phénomènes d'instabilité de la mise en oscillation, il est aujourd'hui difficile de conclure quant à leurs éventuelles apparitions et influences au sein de la *Charge Active*.

## 1.6 Conclusion – Problèmes à résoudre

Dans ce chapitre, de nombreux points ont été abordés. Nous avons tenté de montrer le plus clairement possible l'intérêt de l'émulation de systèmes de puissances qui se place en tant qu'outil intermédiaire entre la simulation numérique et la réalisation pratique. Il est alors apparu que la réalisation d'émulateurs performants, capables de s'adapter à une large gamme d'applications, n'était pas une chose aisée. Les modulateurs et régulateurs de courant (MRC) et de tension (MRT) développés au sein du laboratoire IREENA [Le Claire, 1999] permettent aux *Charges Actives* actuelles d'afficher de très grandes performances, jusqu'à aujourd'hui inégalées. Néanmoins, il a été montré à la section précédente qu'il existait encore certaines limitations réduisant les performances de ces émulateurs. Ces dernières sont liées à la fois aux contraintes technologiques (fréquence de découpage du pont de puissance, temps de calcul, ...) et aux modulateurs eux-mêmes qui, de par leur nature fortement non linéaire, présentent de grandes difficultés lors de leur modélisation. Or, les contraintes technologiques étant ce qu'elles sont, il apparaît difficile d'intervenir à ce niveau particulier. En revanche, les problématiques liées aux modulateurs sont essentiellement dues à une méconnaissance

de ces derniers, et notamment à leurs aspects non linéaires. Ce dernier point permet donc d'introduire les problématiques principales de cette étude, à savoir la modélisation et la mise au point de *nouveaux* outils d'étude et de synthèse des modulateurs MRC et MRT, dont le but principal est de caractériser le plus finement possible leurs comportements au sein des *Charges Actives*.



## Chapitre 2

# Aspects fondamentaux et modélisation des modulateurs

Au chapitre 1, il a été montré que les performances des *Charges Actives* actuelles étaient en partie limitées par les modulateurs MRC et MRT chargés d'asservir localement les grandeurs électriques de sortie. Aussi, connaître parfaitement le comportement de ces modulateurs revient à être capable de compenser leurs imperfections et à reproduire fidèlement le système physique émulé. Mais ces régulateurs étant de nature non-linéaire, leur modélisation pose de nombreux problèmes, comme va le montrer cette partie de l'étude traitant des *aspects fondamentaux et de la modélisation des modulateurs de courant et de tension*.

A titre de remarque, dans les sections traitant de la modélisation linéaire des modulateurs et des aspects non linéaires de ces derniers, seul le MRC est considéré. Le MRC est de par sa structure beaucoup plus simple que le MRT. Il comporte un faible nombre de paramètres et surtout très peu de degrés de liberté. Le MRT, sous certaines conditions largement vérifiées<sup>1</sup>, peut être ramené à un MRC autour duquel une boucle de tension a été ajoutée. Ainsi, tous les résultats de modélisation et les différents phénomènes non linéaires apparaissant au sein du MRC sont transposables au MRT.

## 2.1 État des connaissances

### 2.1.1 Calcul de la fréquence de commutation des systèmes à relais

Cette partie résume les travaux réalisés par Jean-François Yhuel [Yhuel, 2001] sur l'étude de la fréquence des auto-oscillations (ou oscillations libres), apparaissant au sein des régulateurs utilisant la caractéristique non linéaire de l'étage de puissance et sur la linéarisation de ce dernier. Pour mener à bien cette étude, la méthode de Cypkin [Cypkin, 1962] est utilisée. Bien qu'ancienne, cette dernière reste l'une des seules approches rigoureuses et relativement accessible<sup>2</sup>.

Pour pouvoir appliquer directement la méthode de Cypkin, le système doit être composé

---

<sup>1</sup>Si la bande passante du filtre  $L - C$  du MRT est très inférieure à la fréquence de commutation, la boucle de courant est quasiment indépendante de l'état de la tension de sortie  $u_c$ .

<sup>2</sup>Une autre méthode dite *topologique* permet d'arriver aux mêmes résultats que la méthode de Cypkin [Astrom, 1995]. Elle sera développée plus loin dans ce mémoire pour l'étude de la stabilité des auto-oscillations.

d'une fonction de commutation, symbolisant le comportement du pont de puissance, et d'un système linéaire mis sous forme d'une fonction de transfert, notée  $H(p)$ . Le diagramme associé à ce type de système est donné par la figure 2.1.

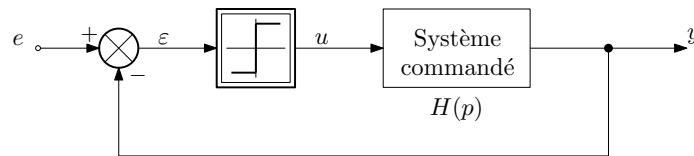


FIGURE 2.1 – Diagramme fonctionnel élémentaire d'un système à relais.

Pour les *Charges Actives*, qu'elles soient de type courant ou tension, l'étage de puissance est composé de deux bras fonctionnant en opposition et permettant d'appliquer à la charge une tension de  $\pm E$ , avec pour rappel  $E$  la tension d'alimentation continue de l'étage de puissance. La loi de commutation utilisée est de la forme suivante :

$$\begin{aligned} u(t) &= +E \quad , \quad \forall \varepsilon(t) \geq 0 \\ u(t) &= -E \quad , \quad \forall \varepsilon(t) < 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

En régime permanent, i.e. lorsque l'entrée  $e$  est un signal continu, l'auto-oscillation produite est supposée de fréquence constante (notée  $\omega_c$ ). Aussi, la tension de commande  $u$  est un signal carré de pulsation  $\omega_c$  et de rapport cyclique  $\alpha$ . Un tel signal est représenté par la figure 2.2.

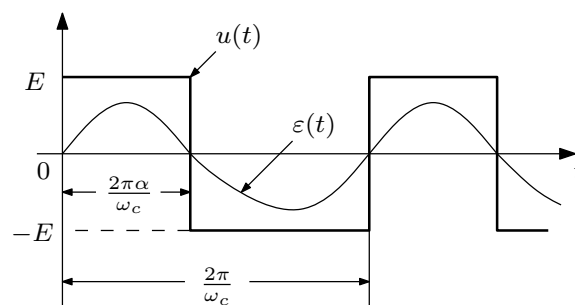


FIGURE 2.2 – Allure du signal de commande  $u(t)$ .

Ce signal étant périodique, il est possible de calculer sa transformée de Fourier. Soit :

$$u(t) = E(2\alpha - 1) + 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n \alpha)}{\pi n} \cos(n\omega_c t - \pi n \alpha) \quad (2.2)$$

Le tracé de l'amplitude de chacun des harmoniques de ce signal, pour  $\alpha = 1/2$  et  $\alpha = 0.05$ , est donné par la figure 2.3. Pour un rapport cyclique  $\alpha$  éloigné de  $1/2$ , la décroissance des harmoniques est relativement lente. En revanche, pour un rapport cyclique proche de  $1/2$ , la décroissance est beaucoup plus rapide. Cette dernière observation justifie la réduction généralement rencontrée dans la littérature consistant à ne conserver que le fondamental et la valeur moyenne du signal de commande  $u$  (dû à la faible contribution des harmoniques de rang élevé).

Cette approximation appelée *méthode du premier harmonique* permet de simplifier l'étude des systèmes non linéaires et de calculer approximativement la fréquence de commutation ainsi que la stabilité de la structure [Gille, 1988, Le Claire, 1999, Khalil, 2001,

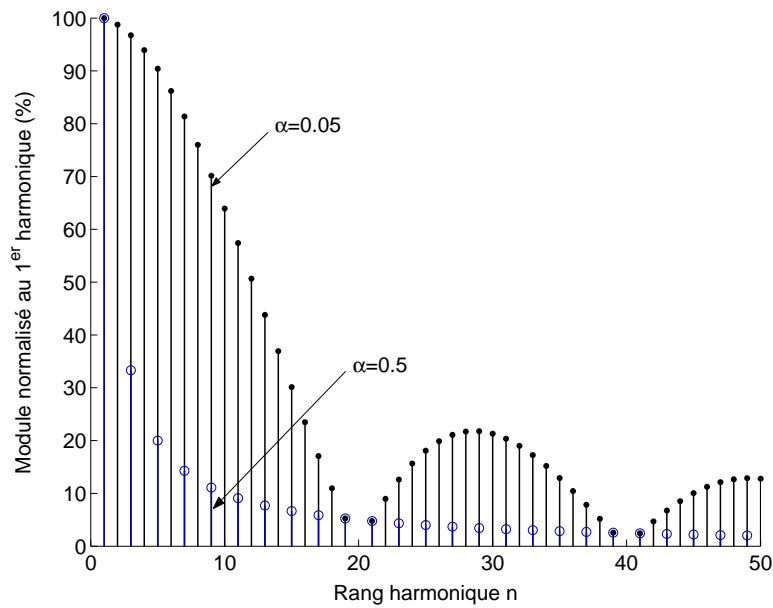


FIGURE 2.3 – Amplitude des raies harmoniques relatives à la décomposition en série de Fourier du signal de commande  $u$ .

Granjon, 2003, Le Claire, 2005]. Néanmoins, les résultats obtenus restent approximatifs et ne sont valables que lorsque la décroissance des harmoniques est rapide et que la partie linéaire commandée est de type passe-bas (contribuant également à accélérer la décroissance des harmoniques ramenés en entrée du relais). Aussi, lorsque le rapport cyclique est éloigné de  $1/2$ , cette hypothèse n'est plus suffisante et il est nécessaire d'utiliser une décomposition spectrale plus complète du signal de commande  $u$ , ce qui nous ramène alors vers la méthode de Cypkin. Puisque le système commandé est supposé linéaire, ce dernier va agir indépendamment sur chacun des harmoniques sous la forme d'un déphasage et d'une atténuation. Écrivons donc  $H(j\omega)$ , la réponse fréquentielle du système linéaire, sous la forme suivante :

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} \quad (2.3)$$

Compte tenu des relations (2.2) et (2.3), le signal en sortie du système, noté  $y$ , va pouvoir s'exprimer sous la forme suivante :

$$y(t) = H(0) E(2\alpha - 1) + 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_c) \cos(n\omega_c t - \pi n\alpha + \Phi(n\omega_c)) \quad (2.4)$$

Il est alors possible d'exprimer le signal d'erreur  $\varepsilon$  en fonction de la tension de commande  $u$  et du signal d'entrée<sup>3</sup>  $e$  :

$$\varepsilon(t) = e - H(0) E(2\alpha - 1) + 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_c) \cos(n\omega_c t - \pi n\alpha + \Phi(n\omega_c)) \quad (2.5)$$

<sup>3</sup>Pour rappel, la méthode de Cypkin n'est valide qu'en régime permanent et lorsque l'entrée du système est constante.

La forme particulière du signal de commande  $u(t)$  va permettre de rendre cette étude relativement simple. En effet, le jeu d'équations (2.1) montre que seuls les passages par zéros du signal d'erreur  $\varepsilon$  vont conditionner les instants de commutation. Ainsi, toute l'information est réduite à ces seuls instants qui, dans le cas d'une auto-oscillation simple, sont au nombre de deux sur une période (commutation en milieu et fin de période). En plus de l'instant du passage par zéro du signal d'erreur  $\varepsilon$ , le signe de ce dernier est à prendre en compte. Soit à vérifier, partant de la figure 2.2 :

$$\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_c) = 0, \quad \dot{\varepsilon}(2\pi\alpha/\omega_c) < 0 \quad (2.6)$$

$$\varepsilon(2\pi/\omega_c) = 0, \quad \dot{\varepsilon}(2\pi/\omega_c) > 0 \quad (2.7)$$

Ainsi, deux solutions sont à trouver (annulation de  $\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_c)$  et  $\varepsilon(2\pi/\omega_c)$ ) et deux conditions sont à remplir (signe de  $\dot{\varepsilon}(2\pi\alpha/\omega_c)$  et  $\dot{\varepsilon}(2\pi/\omega_c)$ ) pour trouver un couple de valeurs  $\{\omega_c; \alpha\}$ . Mais plutôt que de faire une recherche exhaustive de tous les couples potentiellement possibles, l'idée est d'imposer l'un des deux paramètres (par exemple  $\alpha$ ) et d'en déduire la fréquence de commutation associée. Mais dans l'expression de  $\varepsilon$  donnée par l'équation (2.5), l'entrée de référence  $e$  apparaît. Or, cette entrée n'est *a priori* pas connue et doit donc être considérée comme un degré de liberté supplémentaire. Pour résoudre ce problème, une solution est de considérer non pas la valeur de  $\varepsilon$  aux instants de commutation, mais la différence des valeurs prises par  $\varepsilon$  à ces mêmes instants. Pour illustrer ces propos, observons la figure 2.4 et écrivons l'équation (2.5) en séparant la partie continue (notée  $\langle\varepsilon\rangle$ ) de la partie alternative (notée  $\varepsilon_{ac}$ ) :

$$\varepsilon(t) = \langle\varepsilon\rangle + \varepsilon_{ac}(t) \quad (2.8)$$

Avec :

$$\langle\varepsilon\rangle = e - H(0)E(2\alpha - 1) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{ac}(t) = 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_c) \cos(n\omega_c t - \pi n\alpha + \Phi(n\omega_c)) \quad (2.10)$$

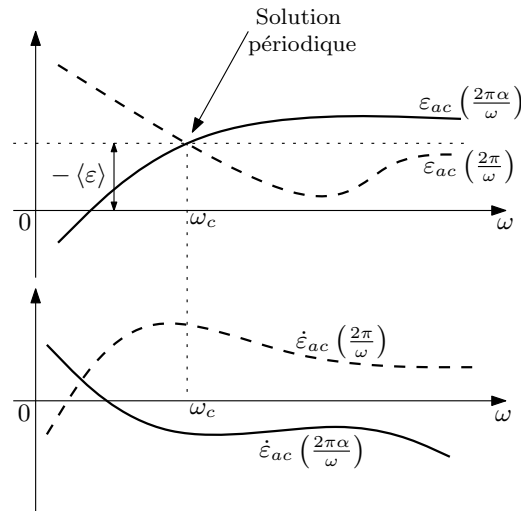
La recherche de solutions, pour un rapport cyclique ou une pulsation de découpage donnés, peut alors être ré-écrite de la manière suivante :

$$\varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c) = \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_c), \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c) < 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ac}(2\pi/\omega_c) > 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

En remplaçant donc  $\varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c)$  et  $\varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_c)$  par leurs expressions données par l'équation (2.10) et après plusieurs calculs intermédiaires, il vient la fonction implicite suivante à résoudre [Yhuel, 2001] :

$$f_{cr}(\alpha, \omega_c) = \varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c) - \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_c) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n\alpha)}{\pi n} \operatorname{Im}\{H(jn\omega_c)\} = 0 \quad (2.12)$$

En tenant compte des conditions relatives à la dérivée de  $\dot{\varepsilon}_{ac}$  aux instants de commutation, cette seule expression permet, pour un rapport cyclique donné, de trouver la fréquence de commutation qui lui est associée.

FIGURE 2.4 – Illustration de la recherche de solutions  $\{\omega_c; \alpha\}$ .

### Remarque

Physiquement, une solution trouvée grâce à la relation (2.12) n'est pas nécessairement possible et un critère de stabilité local doit être appliqué. Cette étude fait l'objet de la section 2.4 et montre que pour le MRC, certaines valeurs de  $\xi$  ne permettent l'apparition d'aucune auto-oscillation stable au sein du système, se traduisant physiquement par des oscillations complexes (plus de 2 commutations par période) ou aperiodiques (chaotiques).

Pour ce qui est de la valeur moyenne de  $\varepsilon$ , cette dernière est déduite directement de la solution trouvée grâce à la relation précédente (c.f. figure 2.4) :

$$\langle \varepsilon \rangle = -\varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c) = -\varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_c) \quad (2.13)$$

### 2.1.2 Notion de gain équivalent

La section précédente a permis d'aboutir à une expression implicite de la fréquence de commutation en fonction du rapport cyclique  $\alpha$  (équation (2.12)). De plus, grâce à cette méthode, la connaissance de la valeur moyenne du signal d'erreur  $\varepsilon$  en fonction de  $\alpha$  est déduite directement (équation (2.13)). Finalement, connaître la valeur moyenne de l'erreur en fonction du rapport cyclique revient à connaître la caractéristique entrée/sortie, au sens des valeurs moyennes, de l'étage de puissance. En effet, la sortie  $u$  de ce dernier s'exprime directement en fonction du rapport cyclique  $\alpha$  et de la tension continu  $E$  du bus d'alimentation :

$$\langle u \rangle = E(2\alpha - 1) \quad (2.14)$$

De même, la valeur moyenne de  $\varepsilon$ , donnée par l'équation (2.13), permet d'aboutir à l'expression suivante<sup>4</sup> :

<sup>4</sup>Pour arriver à ce résultat, il suffit de poser :  $\langle \varepsilon \rangle = -\frac{\varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_c) + \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_c)}{2}$



$$\langle \varepsilon \rangle = 2E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \operatorname{Re} \{H(jn\omega_c)\} \quad (2.15)$$

La caractéristique *moyenne* équivalente de l'étage de puissance est donc :

$$\langle u \rangle = G_{eq}(\alpha) \langle \varepsilon \rangle \quad (2.16)$$

Avec [Yhuel, 2001, Boiko, 1999] :

$$G_{eq}(\alpha) = \frac{\langle u \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{\alpha - 1/2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \operatorname{Re} \{H(jn\omega_c)\}} \quad (2.17)$$

A la section 1.4.4, les résultats obtenus grâce à cette modélisation ont été présentés pour le MRC (c.f. figures 1.9 et 1.10). Il est alors apparu que le gain équivalent n'était pas constant mais variait en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ . Cette caractéristique est relativement contraignante pour la modélisation du MRC, car il n'est pas possible de remplacer ce dernier par un système linéaire équivalent. Mais compte tenu de la simplicité apportée par cette approche *linéaire*, une approximation à néanmoins été tentée en remplaçant l'étage non linéaire par le gain minimum de la caractéristique  $G_{eq}(\alpha)$ . En effet, dans le cas du MRC, ce gain minimum est toujours obtenu pour un rapport cyclique  $\alpha$  de 1/2. Aussi, en considérant un fonctionnement en régime alternatif centré autour de 0 et d'amplitude relativement faible, la variation du gain reste faible et proche de  $G_{eq}(1/2)$ . Un tel cas de fonctionnement est donné par la figure 2.5.

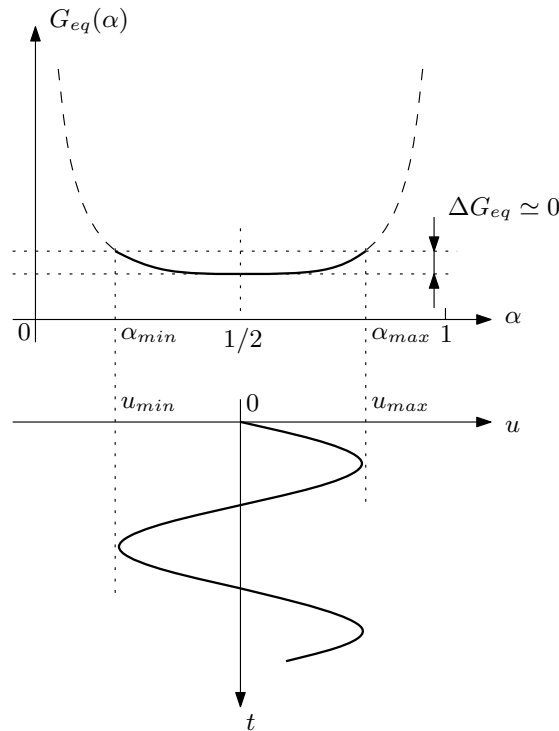


FIGURE 2.5 – Caractéristique  $G_{eq}(\alpha)$  : Approximation à sa valeur minimale.

La figure 2.6 présente la variation relative du gain, notée  $\Delta G_{eq}$ , en fonction de l'amplitude crête de la commande équivalente. Pour  $\xi = 0.707$ , la variation de gain reste inférieure

à 30% lorsque la commande équivalente ne dépasse pas les 55% de la tension d'alimentation. L'augmentation de  $\xi$  tend à diminuer la valeur relative de  $\Delta G_{eq}$ , mais présente alors un plus grand débattement de la fréquence de commutation (c.f. figure 1.9).

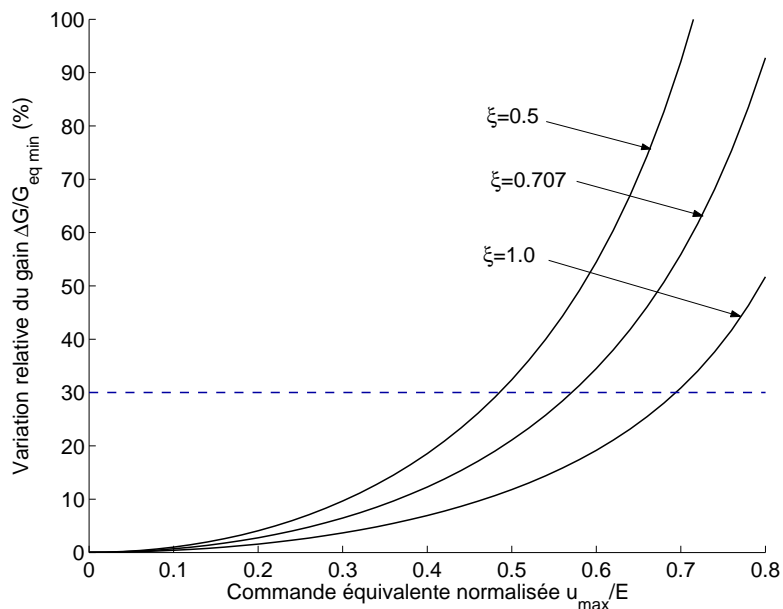


FIGURE 2.6 – Influence de l'amplitude de la commande équivalente sur la variation de gain  $\Delta G_{eq}$  pour  $L = 200 \mu\text{H}$  et  $R = 0 \Omega$ .

Mais 30% de variation du gain équivalent étant une valeur déjà élevée compte tenu des performances de modélisation attendues pour les *Charges Actives*, le modèle linéaire ne peut donc être valide que pour des signaux de faible amplitude par rapport à la tension d'alimentation  $E$ .

Un autre aspect de cette variation relativement importante du gain équivalent pour de forts signaux est que, en plus de rendre caduc le modèle linéaire équivalent *petits signaux*, il va engendrer des déformations et donc être générateur d'harmoniques. Bien que ces derniers soient de faibles amplitudes [Le Claire, 1999], ils sont à l'origine de phénomènes propres aux systèmes non linéaires : La *synchronisation harmonique et indirecte*.

## 2.2 Phénomène de synchronisation harmonique

### 2.2.1 Courbe de synchronisation – Construction

Une particularité des systèmes à relais est qu'ils peuvent être le siège d'oscillations dites *forcées*. Ce phénomène apparaît lorsqu'un signal périodique extérieur est appliqué au système et que ce dernier s'y accroche. Les auto-oscillations étudiées précédemment sont alors étouffées, laissant place à une fréquence de commutation égale à la fréquence fondamentale du signal d'excitation (c.f. figure 2.7). Pour un régulateur auto-oscillant tel que le MRC, la possibilité de synchronisation est d'autant plus forte que la fréquence et l'amplitude du signal externe sont importantes [Gille, 1988].

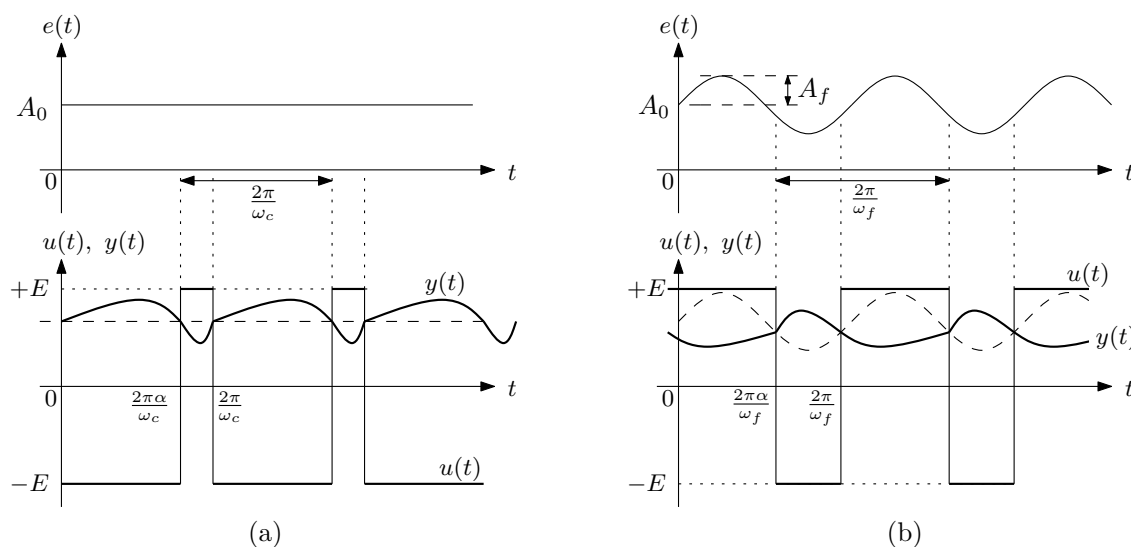


FIGURE 2.7 – Illustration de la naissance d'un phénomène de synchronisation. (a) Auto-oscillation de pulsation  $\omega_c$ . (b) Oscillation forcée de pulsation  $\omega_f$ .

Ainsi, afin d'étudier ce phénomène de synchronisation harmonique, un diagramme appelé courbe de synchronisation est tracé [Gille, 1988, Cypkin, 1962, Lim, 2005]. Ce dernier, représenté par la figure 2.8 permet d'évaluer l'amplitude minimale du signal externe (noté  $A_{1cr}$ ) à une pulsation  $\omega_f$  donnée, amenant à une synchronisation du système.

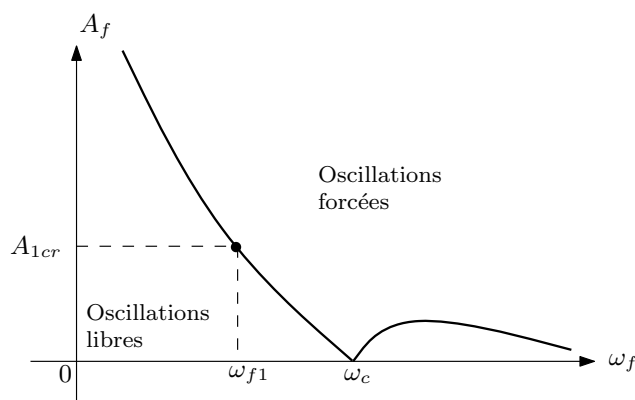


FIGURE 2.8 – Exemple de courbe de synchronisation.

Pour mener à bien cette étude, la structure du système considéré est la même que pour

l'étude des oscillations libres donnée par la figure 2.1. Alors que la fréquence de commutation était le paramètre à rechercher pour l'étude des auto-oscillations, pour l'étude des oscillations forcées, le système oscille à la fréquence du signal d'entrée<sup>5</sup>. Cette fréquence est donc parfaitement bien connue. Ce qui est donc recherché ici, c'est l'amplitude cette *perturbation* générant une mise en oscillation forcée. Pour simplifier cette étude<sup>6</sup>, le signal de synchronisation est supposé sinusoïdal d'amplitude quelconque  $A_f$  et de valeur moyenne  $A_0$  (c.f. figure 2.7) :

$$e(t) = A_0 + A_f \sin(\omega_f t + \phi_f) \quad (2.18)$$

Lorsque le système est synchronisé, la pulsation de découpage de l'étage de puissance est égale à la pulsation du signal auxiliaire  $\omega_f$ . Ainsi, partant de l'équation (2.5) et pour un rapport cyclique  $\alpha$  quelconque, il vient aux instants de commutation  $t = 2\pi\alpha/\omega_f$  et  $t = 2\pi/\omega_f$  :

$$\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) = A_f \sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_f) = 0 \quad (2.19)$$

$$\varepsilon(2\pi/\omega_f) = A_f \sin(\phi_f) - \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_f) = 0 \quad (2.20)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_f) &= 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) \cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) \\ \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_f) &= 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) \\ \langle \varepsilon \rangle &= A_0 - H(0) E(2\alpha - 1) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Comme pour l'étude des auto-oscillations, la valeur moyenne du signal d'erreur n'est pas connue *a priori*. Cette dernière est donc substituée en réalisant la soustraction de (2.19) par (2.20). Il vient alors à la suite de quelques manipulations trigonométriques l'expression suivante (voir annexe A) :

$$A_1(\alpha, \phi_f, \omega_f) = - \frac{8E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n\alpha)}{\pi n} \text{Im}\{H(jn\omega_f)\}}{\sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f)} \quad (2.22)$$

Avec  $A_1$  l'amplitude minimale de  $A_f$  amenant à une synchronisation harmonique. En d'autres termes, une oscillation de type forcée est possible si l'amplitude du signal d'entrée  $A_f$  est supérieure ou égal à  $A_1$ . Mais dans cette équation, la valeur de  $A_1$  dépend de la phase  $\phi_f$ , *a priori* inconnue. Il serait donc intéressant d'exprimer la valeur de ce déphasage, en fonction du seul paramètre  $\alpha$ , amenant à une minimisation de l'amplitude du signal de synchronisation, appelé seuil de synchronisation et noté  $A_{1cr}$ . Dans la mesure où le

<sup>5</sup>Des oscillations forcées dites *sous harmoniques* peuvent également apparaître. Le démarche à adopter est alors quasiment la même. En revanche, pour ce type d'oscillation, il est nécessaire de vérifier l'absence de commutations supplémentaires au cours d'une période, ce qui tend à complexifier l'étude [Gille, 1988].

<sup>6</sup>Le MRT appliqué à la *Charge Active*, présenté au chapitre 3, peut être synchronisé par le courant de charge, issu d'un onduleur de courant. Ce courant est très proche d'un signal triangulaire, lui même assez proche d'un signal sinusoïdal.

numérateur de l'équation (2.22) ne dépend pas de  $\phi_f$ , cette minimisation revient donc à maximiser le dénominateur de l'expression (2.22) :

$$Den(\alpha, \phi_f) = \sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f) \quad (2.23)$$

Le maximum de la fonction  $Den(\alpha, \phi_f)$  est donnée par :

$$\frac{\partial Den(\alpha, \phi_f)}{\partial \phi_f} = \cos(2\pi\alpha + \phi_f) - \cos(\phi_f) = 0 \quad (2.24)$$

Soit :

$$\cos(2\pi\alpha + \phi_f) = \cos(\phi_f) \quad (2.25)$$

La fonction *cosinus* étant paire, il est possible de remplacer  $\phi_f$  par  $-\phi_f$  dans le membre de droite :

$$\phi_f = -\pi\alpha \quad (2.26)$$

En remplaçant l'expression du déphasage donné à l'équation (2.26) dans (2.23), il est obtenu :

$$Den(\alpha) = 2 \sin(\pi\alpha) \quad (2.27)$$

Et finalement :

$$A_{1cr}(\alpha, \omega_f) = - \frac{4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n\alpha)}{\pi n} \text{Im}\{H(jn\omega_f)\}}{\sin(\pi\alpha)} \quad (2.28)$$

### 2.2.2 Courbe de synchronisation – Application au MRC

Dans le cas où le MRC est appliqué aux *Charges Actives*, ces oscillations forcées peuvent apparaître, et ce pour plusieurs raisons. La première est que le signal de référence injecté en entrée du modulateur est issu d'un convertisseur numérique/analogique. Ce signal est donc composé d'une succession de paliers d'amplitudes quelconques et de fréquence élevée (10 à 20 kHz). Aussi, ces hautes fréquences sont susceptibles de synchroniser le MRC et d'étouffer ses auto-oscillations<sup>7</sup>. Une autre source de la mise en oscillation forcée est liée à la nature non linéaire de la *charge*. En effet, une application classique pour la *Charge Active courant*, utilisant le MRC, est l'émulation de la batterie alimentant un onduleur à tester. Aussi, même si ce dernier est relativement bien découplé (condensateurs de filtrage), des fluctuations de hautes fréquences liées au découpage de cet organe peuvent circuler et par la même synchroniser le MRC<sup>8</sup>. Cet onduleur sous test sert à commander une machine électrique de type *alterno-démarreur* émulée par une *Charge Active tension*. Cette dernière peut donc elle aussi être le siège de synchronisations.

Intéressons nous donc à la courbe de synchronisation dans le cas du MRC, plus simple à étudier. Pour ce modulateur, la partie linéaire du système est composée d'un filtre passe bas du premier ordre et d'un filtre du second ordre placé dans la chaîne de retour. Son schéma de principe est rappelé à la figure 2.9.

<sup>7</sup>Ce phénomène a déjà été observé expérimentalement sur la *Charge Active*.

<sup>8</sup>La fréquence de découpage de l'onduleur sous test est comprise entre 10 et 30 kHz, soit une plage de fréquence proche de l'auto-oscillation du MRC.

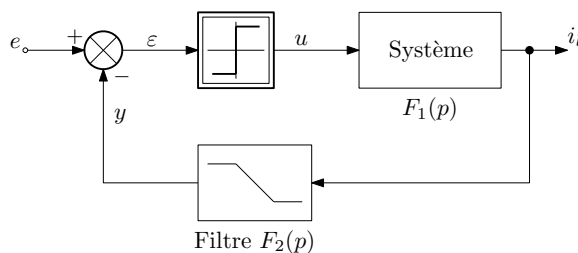


FIGURE 2.9 – Schéma de principe du MRC.

La fonction de transfert  $H(p)$  regroupant tous les éléments de la partie linéaire du système est donc de la forme suivante<sup>9</sup> :

$$H(p) = \frac{1}{Lp + R} \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1} \tag{2.29}$$

La courbe de synchronisation est donc obtenue en appliquant l'équation (2.28) au système précédent et est illustrée par les figure 2.10 et 2.11. Pour ces résultats,  $L = 200 \mu\text{H}$  et  $\omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$ .

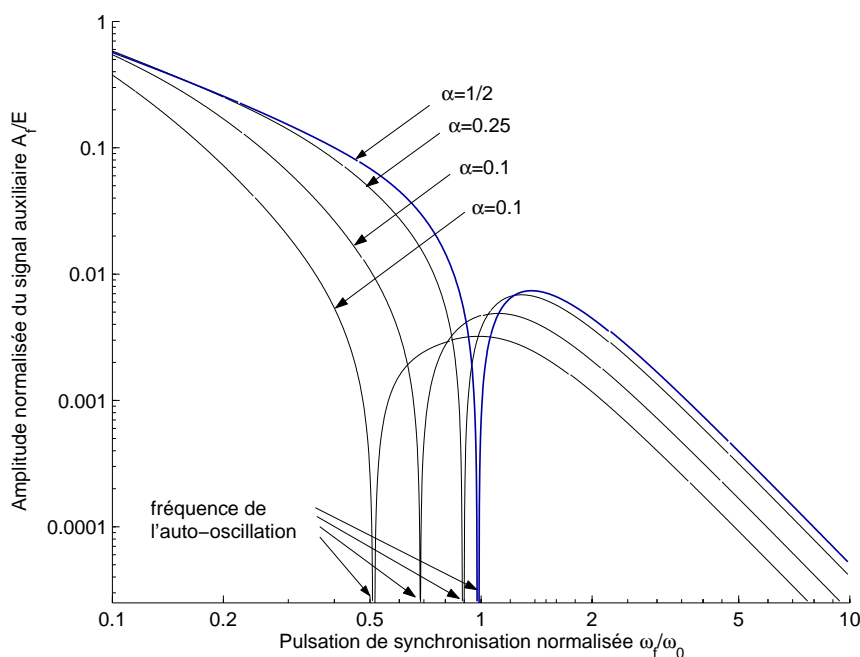


FIGURE 2.10 – Courbe de synchronisation pour le MRC en fonction du rapport cyclique  $\alpha$  pour  $\xi = 0.707$ .

Globalement, les courbes présentées décroissent avec l'augmentation de la fréquence et présentent un minimum dont la position dépend principalement du rapport cyclique  $\alpha$ . Ce minimum correspond en fait à la fréquence d'auto-oscillation du MRC, proche de  $\omega_0$  pour  $\alpha = 1/2$  et s'en éloignent pour de plus faibles (ou de plus fortes) valeurs de

<sup>9</sup>Dans [Le Claire, 1999], un gain  $R_T$  modélisant le capteur de courant est ajouté dans la chaîne de contre réaction. Ce gain est ici considéré unitaire, ce qui n'enlève rien à la généralité des résultats obtenus puisque ce gain est également présent sur l'entrée de référence.

ce dernier. Cette caractéristique se comprend assez facilement en comparant les équations (2.12) et (2.28). En effet, la fréquence d'auto-oscillation est obtenue lorsque l'équation (2.12) s'annule. Or cette dernière est identique à un facteur près à l'équation (2.28) donnant la courbe de synchronisation, ce qui a pour conséquence d'annuler le seuil de synchronisation à la fréquence des auto-oscillations. Ainsi, autour de cette fréquence particulière, le MRC est extrêmement sensible et la moindre composante harmonique est susceptible de synchroniser le système.

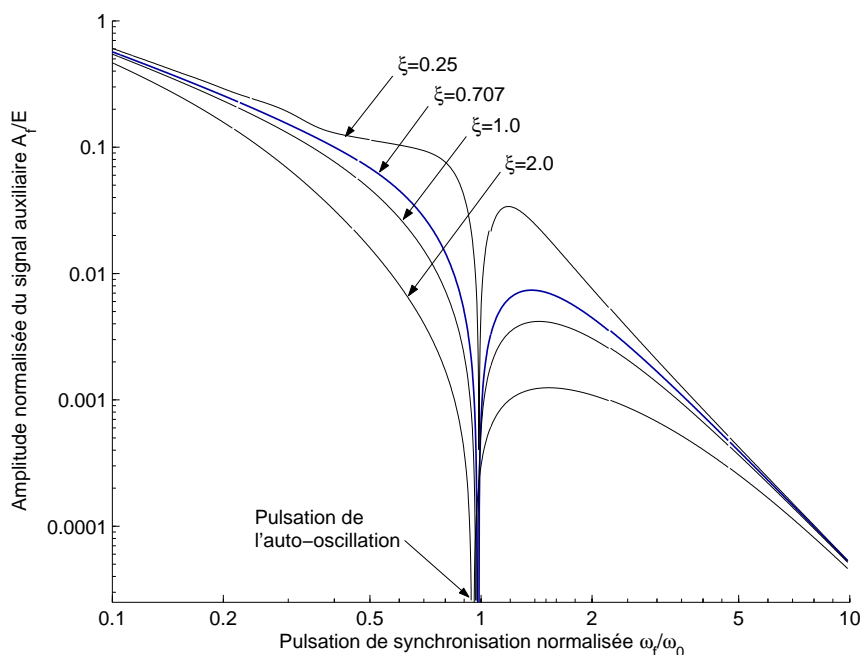


FIGURE 2.11 – Courbe de synchronisation pour le MRC en fonction du coefficient d'amortissement  $\xi$  pour  $\alpha = 1/2$ .

Alors que la variation du rapport cyclique tend à faire glisser la courbe de synchronisation selon l'axe des fréquences, le coefficient d'amortissement va quant à lui agir sur sa hauteur. Une faible valeur du coefficient d'amortissement permet d'obtenir un seuil de synchronisation relativement fort, ce qui permet de diminuer la sensibilité du MRC. Mais compte tenu des mauvaises performances obtenues pour de telles valeurs de  $\xi$ , ce dernier ne peut être choisi trop faible.

Pour résumer cette partie de l'étude, il est apparu que le MRC et le MRT pouvaient être synchronisés par un signal externe. La valeur minimum de l'amplitude du signal externe, ramené en entrée du système, définit une courbe de synchronisation qui a pu être déterminée analytiquement. Mais qu'en est-il du modèle linéaire équivalent lorsque le système se trouve synchronisé? Plusieurs éléments de réponse sont exposés dans la section qui suit.

### 2.2.3 Influence de la synchronisation harmonique sur le modèle linéaire équivalent

Il a été montré précédemment qu'un système à relais peut être synchronisé si l'amplitude du signal extérieur, de fréquence  $\omega_f$ , est supérieure à  $A_{1cr}$  donné par l'équation (2.28) [Cypkin, 1962, Gille, 1988]. Cette première condition permet donc de définir si une synchro-

nisation est possible. Dans [Cypkin, 1962], il est montré que dans la cas où l'amplitude  $A_f$  de l'excitation extérieure est supérieure à  $A_{1cr}$ , le déphasage  $\phi_f$  est déduit du rapport entre  $A_{1cr}$  et  $A_f$  :

$$\phi_f = \pm \arcsin \left| \frac{A_{1cr}}{A_f} \right| \quad (2.30)$$

Connaissant  $\phi_f$ , il est possible de déterminer le gain équivalent de l'étage de commutation. Pour cela, additionnons les équations (2.19) et (2.20). Après quelques développements et simplifications trigonométriques, il vient (c.f. annexe B) :

$$\langle \varepsilon \rangle = -2E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \operatorname{Re}(H(jn\omega_f)) - \frac{A_f}{2} (\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin \phi_f) \quad (2.31)$$

La valeur moyenne de la sortie de l'étage de commutation étant  $\langle u \rangle = E(2\alpha - 1)$ , le gain équivalent de l'étage de puissance devient alors :

$$G_{eq}(\alpha) = \frac{\langle u \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{E(2\alpha - 1)}{-\frac{2E}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{n} \operatorname{Re}(H(jn\omega_f)) - \frac{A_f}{2} (\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin \phi_f)} \quad (2.32)$$

Il peut être remarqué que cette expression est très proche de celle obtenue en l'absence de synchronisation, i.e. pour  $A_f = 0$ . Elle montre également que l'influence du signal extérieur  $e$  est d'autant plus importante que l'amplitude de  $A_f$  est grande.

Ainsi, pour une pulsation  $\omega_f$  donnée, si l'amplitude du signal extérieur est supérieure à la valeur critique  $A_{1cr}$ , alors un phénomène de synchronisation est possible et le gain équivalent de l'étage de commutation doit être recalculé selon l'équation (2.32). Comme à l'étude précédente (voir section 2.1.2), la linéarisation de l'étage de puissance est obtenue en supposant de petites variations du point de fonctionnement autour de  $u = 0$ . Ceci nous amène donc à considérer la valeur du gain équivalent pour  $\alpha = 1/2$ . Les résultats alors obtenus sont donnés par les figures 2.12 et 2.13 où le gain équivalent est tracé en fonction de la fréquence et de l'amplitude de l'excitation extérieure. Pour ces tracés,  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $R = 2 \Omega$ ,  $\xi = 0.707$  et  $\omega_c \simeq \omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$ .

Il est possible de voir que le phénomène de synchronisation apparaît brutalement en créant un saut du gain équivalent en fonction de l'amplitude de  $A_f$ . Lorsque la fréquence de synchronisation est inférieure à la fréquence des auto-oscillations, le gain équivalent chute brutalement. Réciproquement, lorsque la fréquence de synchronisation est supérieure à la fréquence des auto-oscillations, le gain équivalent remonte brutalement. Le décrochage observé est d'autant plus fort que la différence de ces deux fréquences est importante. En fait, le lieu des décrochages du gain équivalent est la courbe de synchronisation elle-même.

Pour valider cette démarche, un modèle de simulation utilisant la caractéristique non linéaire de l'étage de puissance est mis en place. La référence est composée d'un signal continu d'amplitude  $A_0$  et d'un signal sinusoïdal d'amplitude  $A_f$ . Le jeu de paramètres utilisé est :  $E = 200 \text{ V}$ ,  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $R = 2 \Omega$ ,  $\xi = 0.707$  et  $\omega_c \simeq \omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$ .

Les résultats obtenus sont donnés à la figure 2.14. Ils montrent l'évolution du gain équivalent  $G_{eq}$  en fonction de l'amplitude du signal de synchronisation  $A_f$ . L'allure des



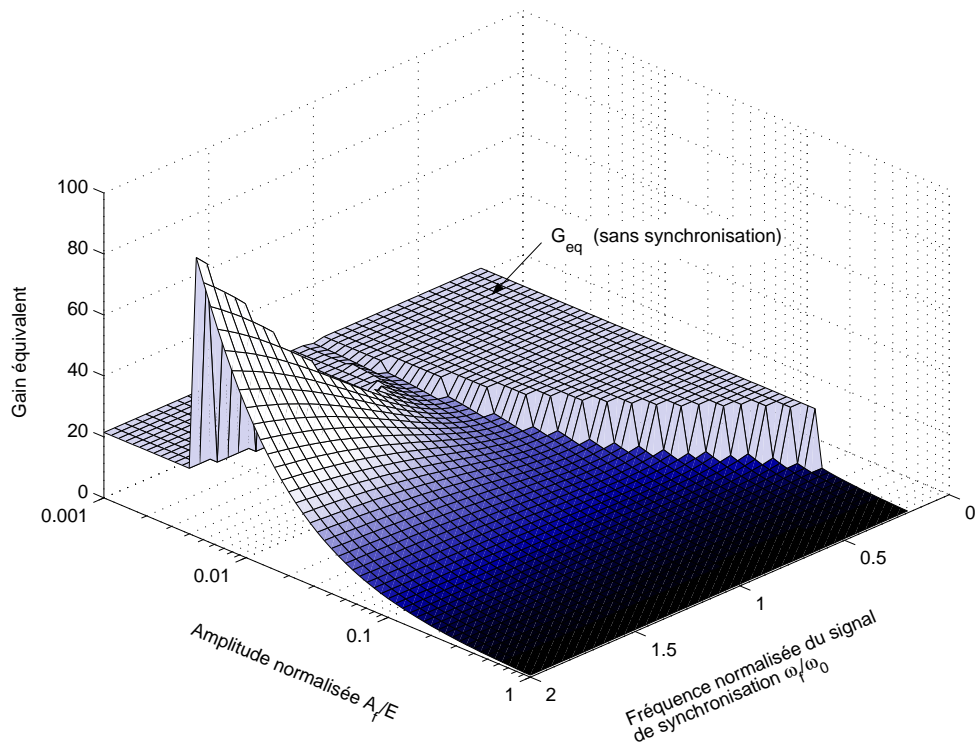


FIGURE 2.12 – Gain équivalent en fonction de l'amplitude du signal de synchronisation et de sa fréquence et pour un rapport cyclique  $\alpha = 1/2$ .

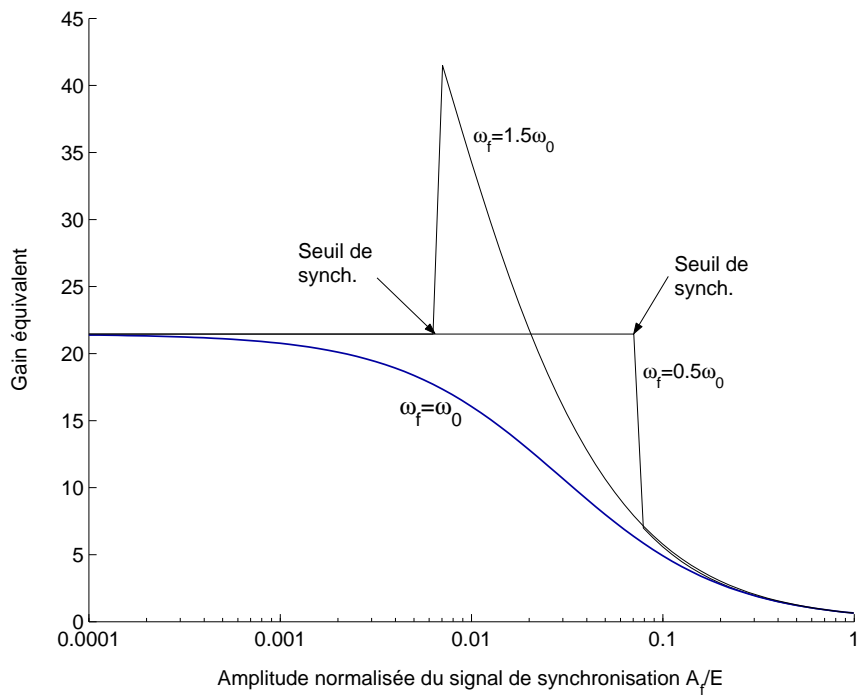


FIGURE 2.13 – Gain équivalent en fonction de l'amplitude du signal de synchronisation pour  $\omega_f = 0.5\omega_0$ ,  $\omega_f = \omega_0$  et  $\omega_f = 1.5\omega_0$ .

courbes observées en simulation est très proche celle obtenue analytiquement avec l'équation (2.32). A l'interface des deux types de fonctionnement, i.e. en mode synchronisé ou non synchronisé, la variation du gain équivalent est plus douce que ce que prédisent les résultats analytiques. Il semble donc exister un état transitoire entre le fonctionnement en mode auto-oscillant et forcé. Cet état est relativement complexe à analyser et ne présente pas un intérêt particulier pour cette étude.

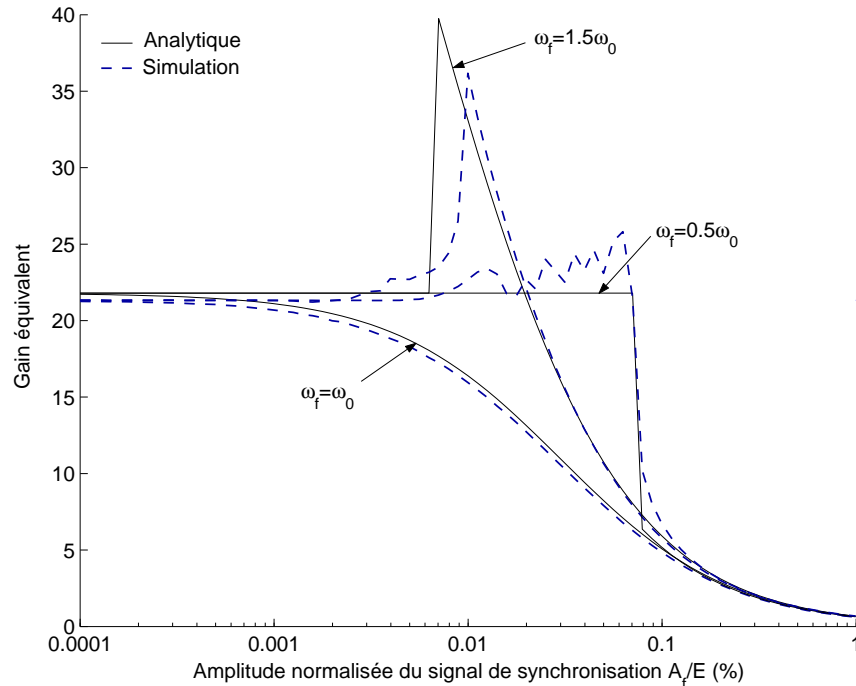


FIGURE 2.14 – Influence de la synchronisation sur le gain équivalent pour un rapport cyclique  $\alpha = 1/2$ . Comparaison des résultats analytiques avec la simulation.

## 2.2.4 Conclusions sur la synchronisation harmonique

De cette étude et des différentes figures présentées, émerge deux problématiques principales. La première est liée à la modélisation du MRC et du MRT. Si ces derniers sont le siège d'une synchronisation qui influence fortement la valeur du gain équivalent, alors le modèle linéaire obtenu sans prendre en compte ce phénomène peut être relativement éloigné de la réalité. De plus, l'amplitude et la fréquence de cette perturbation ne sont pas connues *a priori* et donc difficilement intégrables dans les modèles.

La deuxième problématique est liée à la fréquence de synchronisation. Lors du dimensionnement du pont de puissance, la fréquence maximale de commutation est un des paramètres important à prendre en compte puisque c'est cette dernière qui va conditionner les pertes par commutation. Un pont fonctionnant donc à une fréquence supérieure à celle qui a pu être prédéterminée risque la destruction. Or, la synchronisation du MRC à une fréquence supérieure à celle des auto-oscillations est relativement aisée, ce qui peut poser de graves problèmes de sécurité de fonctionnement.

Il apparaît donc nécessaire de trouver des solutions à ces différents problèmes. Pour les composantes haute fréquence du signal de référence, une solution est de filtrer ce dernier.

Ce filtre doit être pris en compte par la couche numérique afin de ne pas dégrader les performances globales du système<sup>10</sup>. Pour les ondulations liées à la charge, le problème est plus délicat. En effet, les MRC et MRT utilisent l'ondulation haute fréquence présente au niveau des grandeurs à asservir. Il n'est donc pas possible de recourir à un filtrage de ces signaux sous peine de perturber fortement la fonction de modulation. La résolution de ce problème est néanmoins rendue possible par le développement d'une nouvelle structure du MRT, présentées au chapitre 3.

---

<sup>10</sup>Par exemple, un filtre de 5 kHz du second ordre permet d'atténuer de plus de 10 dB les composantes supérieures à 10 kHz mais apporte un déphasage de  $16.5^\circ$  à 1 kHz, ce qui est loin d'être négligeable.

## 2.3 Phénomène de synchronisation indirecte

### 2.3.1 Mise en évidence du problème

Au cours des sections précédentes, il a été montré que l'étage de puissance du MRC (du MRT) pouvait être approximé à un simple gain. Tant que le système n'est pas trop fortement sollicité, cette approximation est relativement fiable et donne de très bons résultats [Le Claire, 1999, Yhuel, 2001]. Comme cela a été décrit et montré en section 2.1.2, le gain équivalent trouvé ne dépend que de la commande équivalente, i.e. du rapport cyclique pris par la sortie de l'étage *plus-ou-moins*. Lorsque ce dernier est proche de 1/2, le gain reste quasiment constant et égal à une valeur minimum (notée  $G_{eq\ min}$ ). Un éloignement du rapport cyclique du point 1/2 entraîne une augmentation du gain équivalent.

Mais lorsque le système est très fortement sollicité, le rapport cyclique va évoluer de manière importante jusqu'à des valeurs proches de 0 ou de 1 (soit respectivement une commande équivalente proche  $u_{min} = -E$  ou de  $u_{max} = +E$ ,  $E$  étant la valeur du bus continu d'alimentation). Dans ce cas, la modélisation du MRC par un simple gain ne semble plus possible. En effet, si le gain évolue significativement sur une période d'un signal de consigne sinusoïdal, le système ne peut plus être considéré comme stationnaire et peut alors présenter des comportements non prédictibles à l'aide des seuls outils de l'automatique linéaire.

Pour mettre en évidence ce problème, nous allons recourir à la simulation numérique. Puisque le MRC est sensé se comporter comme un système linéaire, la réponse fréquentielle de ce dernier doit être indépendante de l'amplitude des signaux mis en jeu (dans la mesure où l'étage de puissance n'entre pas en saturation) et ne doit pas non plus présenter de discontinuités.

Or, la figure 2.15 montre que la réponse fréquentielle pour deux amplitudes différentes<sup>11</sup> de la commande  $u$  présente des discontinuités.

#### Remarque

La réponse fréquentielle du MRC a été obtenue par l'application d'une FFT sur les réponses temporelles. Seule la composante dont la fréquence est égale à celle de l'entrée est conservée. Cette méthode a l'avantage d'être extrêmement rapide et elle ne nécessite que quelques périodes du signal de référence (une dizaine environ).

Ces discontinuités sont d'autant plus marquées que l'amplitude de la commande et la fréquence du signal de référence sont importantes, ce qui semble logique compte tenu des remarques formulées précédemment.

Mais si le diagramme fréquentiel au sens du fondamental<sup>12</sup> permet de mettre en évidence les aspects non linéaires du MRC, il ne permet pas d'en identifier l'origine.

<sup>11</sup>En supposant continue la commande équivalente de l'étage de puissance, cette dernière en régime sinusoïdal peut s'exprimer par :  $u = u_{max} \sin(\omega t + \phi)$ .

<sup>12</sup>Ce diagramme ne montre que le rapport des composantes harmoniques dont la fréquence est celle du signal d'entrée.

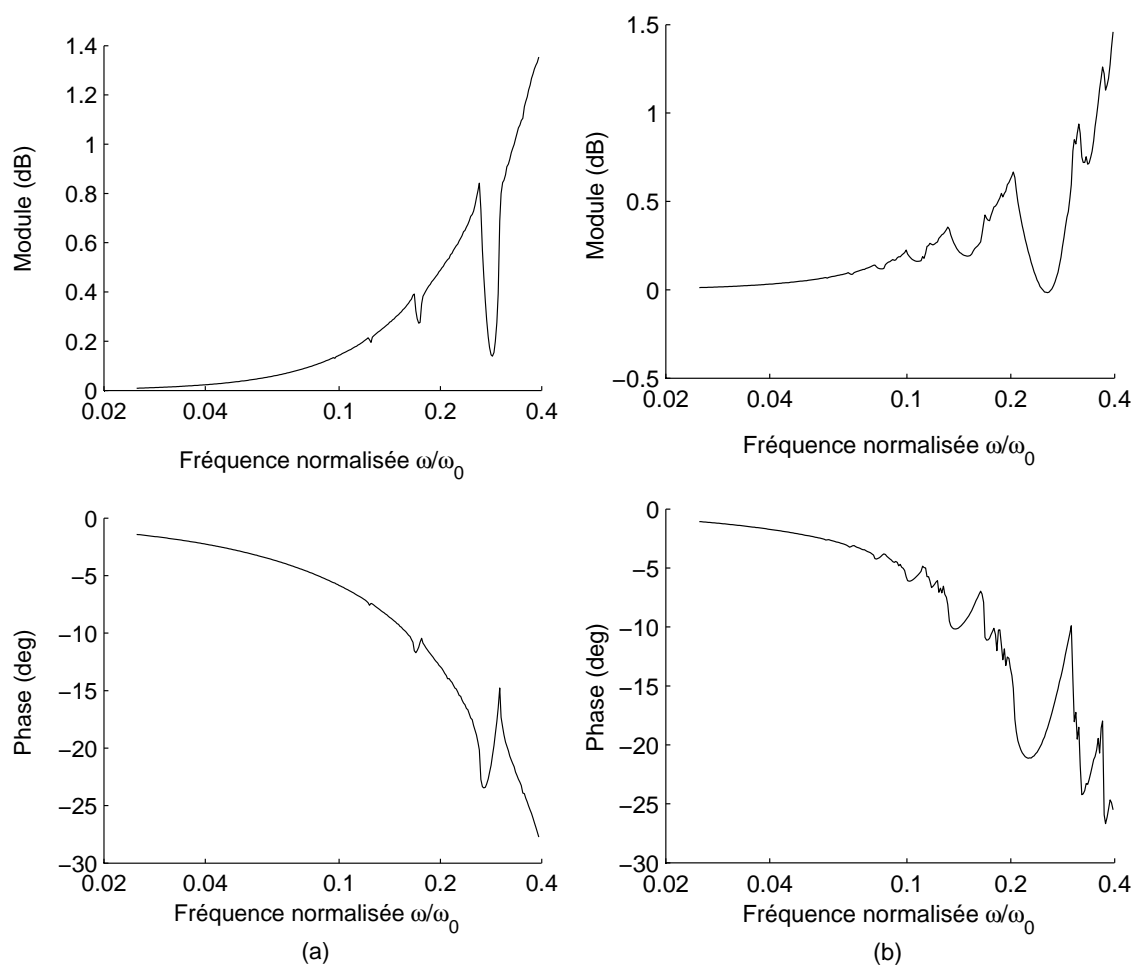


FIGURE 2.15 – Réponse fréquentielle du MRC.  $L = 200\mu\text{H}$ ,  $R = 0\Omega$ ,  $\omega_0 = 2\pi 20000$  rad/s et  $\xi = 0.707$ . (a) pour  $u_{max} = 0.7E$ . (b) pour  $u_{max} = 0.9E$ .

### 2.3.2 Evolution de la FFT – Identification des raies harmoniques

Du fait du fonctionnement par découpage du MRC, le spectre du signal de sortie ne se résume pas à une composante fondamentale, de même fréquence que celle du signal de référence. En effet, Le découpage va générer des composantes haute fréquence de pulsations proches de  $\omega_0$ . A ceci s'ajoute la variation du gain équivalent du MRC. L'entrée étant sinusoïdale, le gain équivalent va passer par des maximums et des minimums sur une période du signal d'entrée. Cette variation va entraîner une déformation du signal de sortie et va donc générer des harmoniques, multiples de la fréquence du signal fondamental (c.f. figure 2.16).

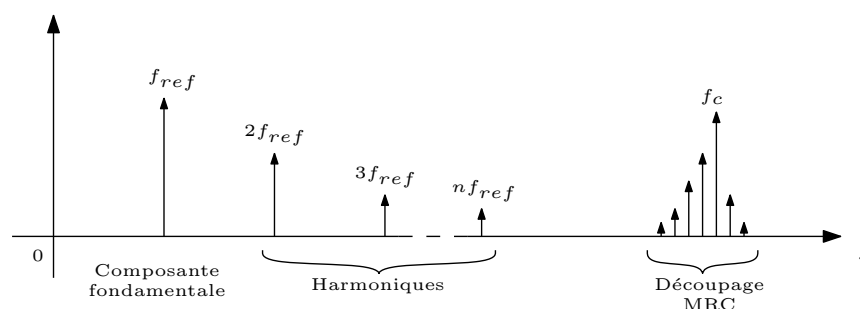


FIGURE 2.16 – Composantes harmoniques susceptibles d'être présentes dans le spectre du signal de sortie.

Aussi, l'idée est de tracer l'évolution de la décomposition spectrale en fonction de la fréquence  $f_{ref}$  du signal de référence. Un tel tracé est donné par les figures 2.17 et 2.18 pour une commande équivalente maximale de  $u_{max} = 0.7E$ . Ces résultats de simulation montrent un grand nombre de phénomènes. Tout d'abord, il est possible de voir :

- Le fondamental de la sortie, de même fréquence que le signal d'entrée (cette composante sera notée  $H_1$ ),
- Les divers harmoniques, les plus visibles étant de rang  $n = 3$  et  $5$  (notés  $H_3$ ,  $H_5$ ),
- La composante haute fréquence liée au découpage du MRC (notée  $H_c$ ).

Tant que la fréquence du signal de référence n'excède pas  $0.15\omega_0$ , tout se passe normalement. Toutes les composantes sont visibles et il ne semble pas y avoir d'interactions entre elles. Il est possible de voir également des composantes évoluant vers les fréquences plus basses du spectre (représentées en pointillés sur la figure 2.18). Ces composantes sont dues au phénomène de repliement spectral. Mais si la position de ces raies est parfaitement claire dans le cas d'un système échantillonné, il semble que les choses soient plus complexes dans le cas du MRC. En effet, sans que rien ne prouve ce résultat, l'axe de repliement ne semble pas placé à  $f_c/2$  ( $f_c$  étant la fréquence d'échantillonnage) mais à la moyenne arithmétique de la fréquence du fondamental et de la fréquence de commutation :

$$f_{rep} = \frac{f_c + f_{ref}}{2} \quad (2.33)$$

En partant de cette relation, il devient possible d'identifier très précisément la plupart des raies harmoniques présentes dans le spectre. De même, cette relation prédit que le signal de référence ne subit aucun repliement spectral. En effet, connaissant l'axe de repliement donné par l'équation 2.33, il est possible de déterminer l'image de n'importe quelle raie présente entre 0 et  $f_c$ , en appliquant la relation suivante :

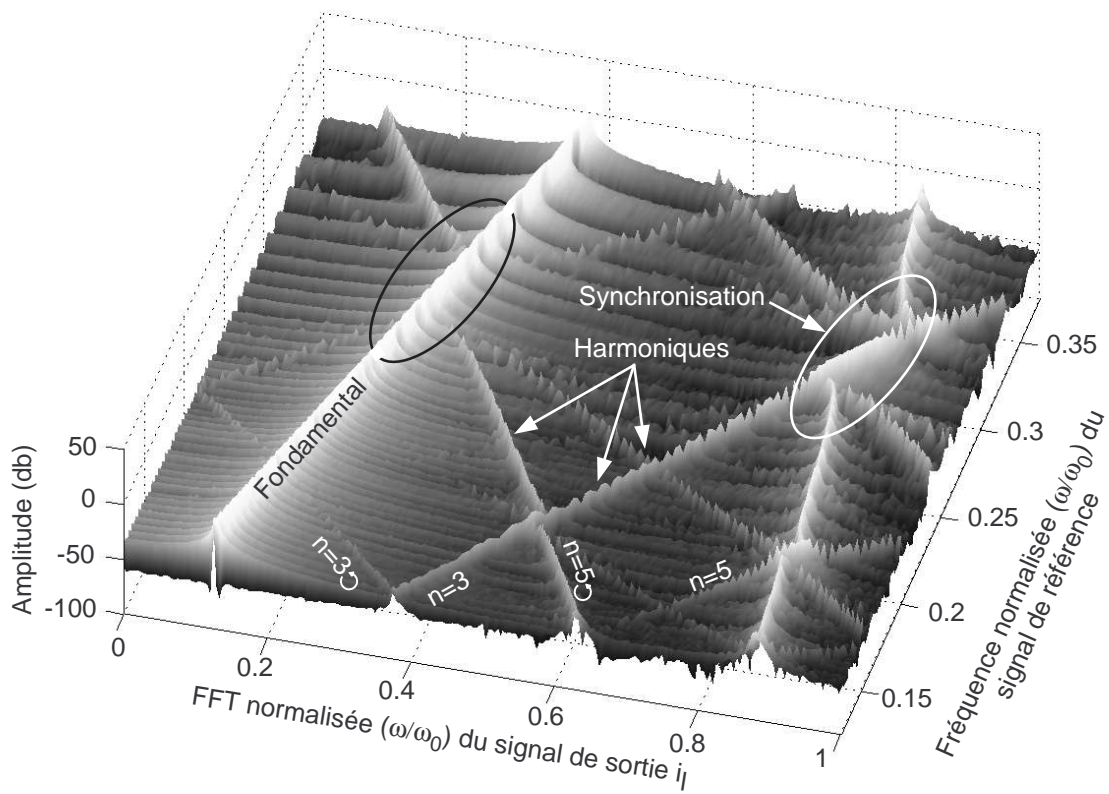


FIGURE 2.17 – Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie en fonction de la fréquence du signal d'entrée. La commande équivalente est fixée à  $u_{max} = 0.7E$ .

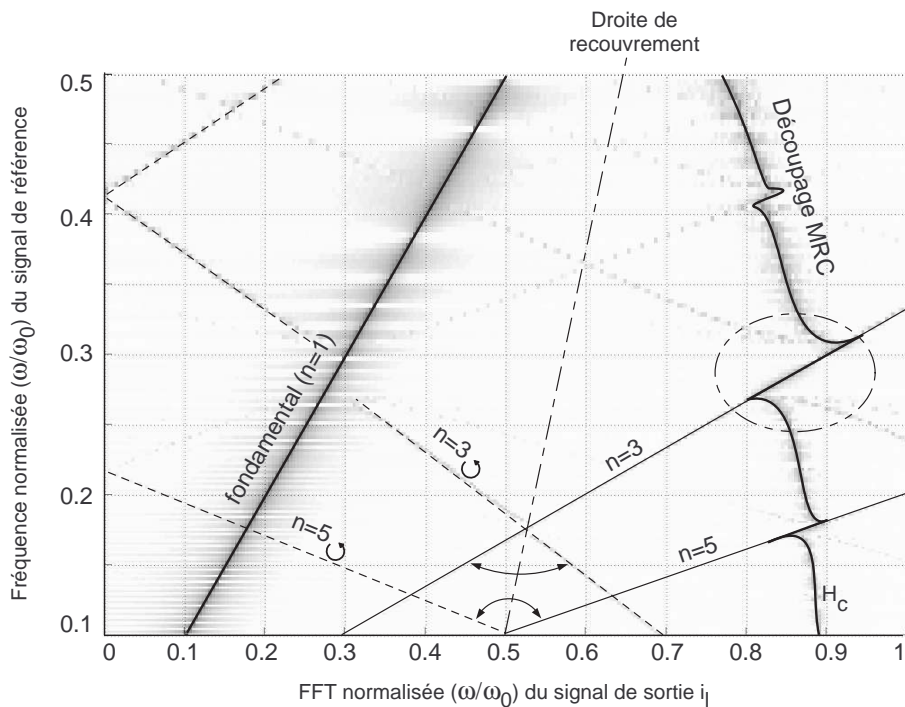


FIGURE 2.18 – Présentation 2D de la figure 2.17. Les traits continus montrent les différentes composantes harmoniques du signal basse fréquence. Les traits en pointillés montrent ces mêmes harmoniques issus d'un repliement spectral.

$$f_{n\odot} = f_{rep} + (f_{rep} - f_n) = \frac{f_1 + f_c}{2} + \left( \frac{f_1 + f_c}{2} - f_n \right) = f_1 - f_n + f_c, \quad n \in \mathbb{N}^* \quad (2.34)$$

Avec  $f_{n\odot}$  l'image de la fréquence  $f_n$  après repliement autour de  $f_{rep}$ . Ainsi, en remplaçant  $f_n$  par  $f_1$  dans l'équation (2.34), il vient :

$$f_{1\odot} = f_c$$

Pour illustrer cette loi de répartition des fréquences, observons la figure 2.19 présentant la décomposition spectrale du courant de sortie pour une fréquence du signal de référence de  $0.1\omega_0$ . La fréquence de commutation étant de  $0.888\omega_0$ , il vient en appliquant l'équation (2.34) :

$$\begin{aligned} f_{1\odot} &= f_c \\ f_{3\odot} &= 0.1 - 0.3 + 0.888 = 0.688 f_0 \\ f_{5\odot} &= 0.1 - 0.5 + 0.888 = 0.488 f_0 \\ f_{7\odot} &= 0.1 - 0.7 + 0.888 = 0.288 f_0 \end{aligned}$$

Avec  $f_0 = \omega_0/2\pi$ . Ces raies harmoniques sont bien retrouvées sur la figure 2.19, ce qui valide en partie cette loi de répartition des fréquences dans le spectre du courant de sortie. Nous arrêtons là cette étude, sachant qu'aucune considérations physiques ou théoriques n'ont été posées, permettant de comprendre le sens d'une telle répartition des fréquences. Il peut être néanmoins noté que cette forme de répartition du spectre est retrouvée lors de l'utilisation de modulateurs à hystérésis. Il semble donc possible d'étendre cette étude à la plupart des systèmes auto-oscillants, quelle que soit la forme de la partie linéaire commandée. Cette dernière considération doit toutefois être étudiée de manière plus approfondie.

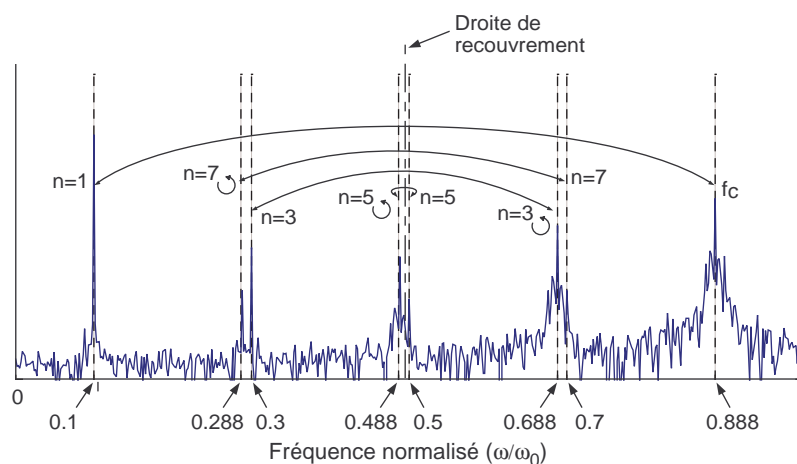


FIGURE 2.19 – Décomposition spectrale du courant de sortie  $i_l$ , pour un fondamental à  $0.1\omega_0$ .

### 2.3.3 Phénomènes de synchronisation

En section 2.2, il est montré que le MRC peut être le siège d'oscillations dites *forcées* [Cypkin, 1962, Gille, 1988]. Ces dernières sont de même fréquence que le signal de forçage, i.e. que le signal de référence.



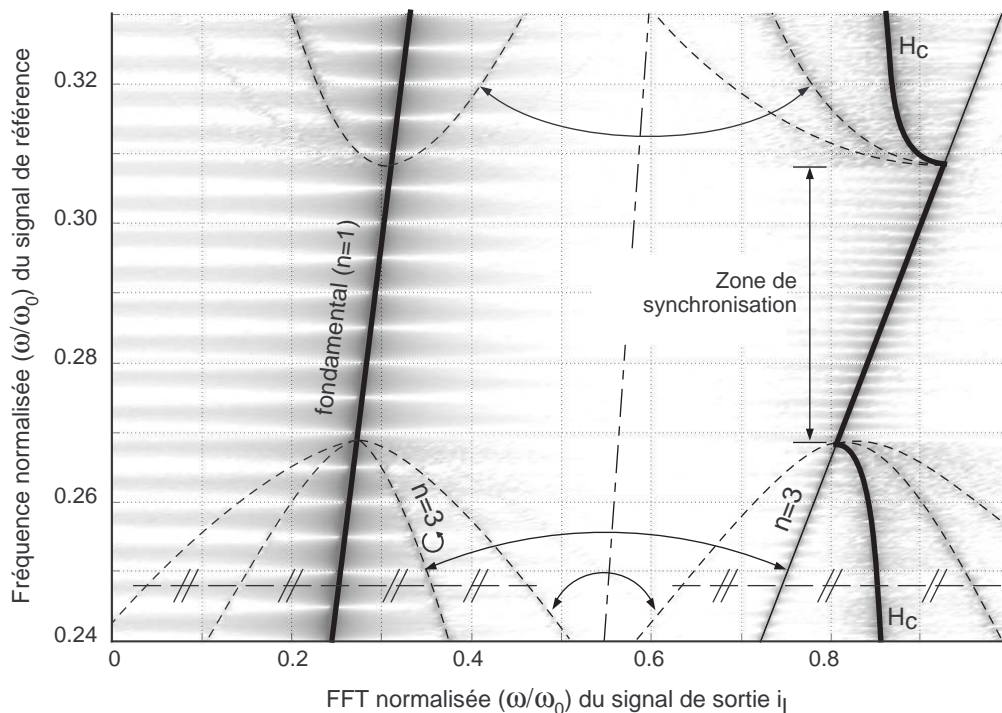


FIGURE 2.20 – Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie en fonction de la fréquence du signal d'entrée, autour d'une des zones de synchronisation. La commande équivalente est fixée à  $u_{max} = 0.7 E$ .

Les conditions d'apparition de telles oscillations vont dépendre :

- Des caractéristiques de la partie linéaire du système,
- Du rapport cyclique  $\alpha$  du signal de sortie de l'étage *plus-ou-moins*,
- De la tension continue d'alimentation  $E$ .

De plus, il a été mis en évidence que le système est d'autant plus facile à synchroniser que :

- La fréquence du signal de forçage est proche de la fréquence des auto-oscillations [Gille, 1988],
- Que la tension continue d'alimentation sera faible.

La figure 2.20 (agrandissement de la figure 2.18 autour de la zone de synchronisation) met en évidence le fait que le MRC peut être synchronisé non pas par le signal de référence lui-même mais par un de ses harmoniques ( $H_{1,3,\dots}$ ).

Avant la synchronisation (que nous qualifierons d'*indirecte*), il est possible de voir distinctement les composantes  $H_c$  (liée au découpage) et  $H_1$ , ainsi que la composante harmonique  $H_3$ . Cette dernière, à mesure que la fréquence du signal de référence augmente, se rapproche de  $H_c$  qui se trouve alors perturbée. Lorsque la fréquence de référence  $H_1$  atteint approximativement  $0.27\omega_0$ , la composante  $H_c$  est *absorbée* par  $H_3$ , et ce, jusqu'à ce que la fréquence de référence dépasse  $0.31\omega_0$  environ. Dans cette plage de synchronisation, il n'y a plus que la composante fondamentale  $H_1$  et l'harmonique  $H_3$  qui sont visibles.

Un autre phénomène intéressant à observer est l'apparition d'un grand nombre d'harmoniques à l'approche de la zone de synchronisation *indirecte*. Toutes ces composantes sont équidistantes et espacées de  $H_c - H_3$ . Elles semblent dues à un recouvrement spectral de

la composante  $H_c$  autour de  $H_3$ . Dans ce cas, la fréquence de découpage de référence n'est plus  $f_c$  mais  $f_3$ .

Ainsi, d'une manière générale, lorsque un harmonique  $H_n$  du signal de référence se trouve proche de la composante  $H_c$  liée à la mise en oscillation, cette dernière disparaît et il est obtenu :

$$f_c = f_n, \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Il peut être également noté que dans cette étude, le signal de référence est purement sinusoïdal. Si ce signal est de forme quelconque, présentant alors plusieurs harmoniques pouvant être de rangs élevés et de fortes amplitudes, ces derniers accentueraient inévitablement ces phénomènes de synchronisation *indirecte*. La figure 2.21 montre l'évolution de la décomposition spectrale du courant de sortie du MRC pour une entrée de type *triangle*. Les phénomènes de synchronisation sont bien plus nombreux et apparaissent pour des fréquences du signal de référence beaucoup plus faibles (synchronisation sur l'harmonique 11 à 1500 Hz pour  $\omega_0 = 2\pi 20000$  rad/s).

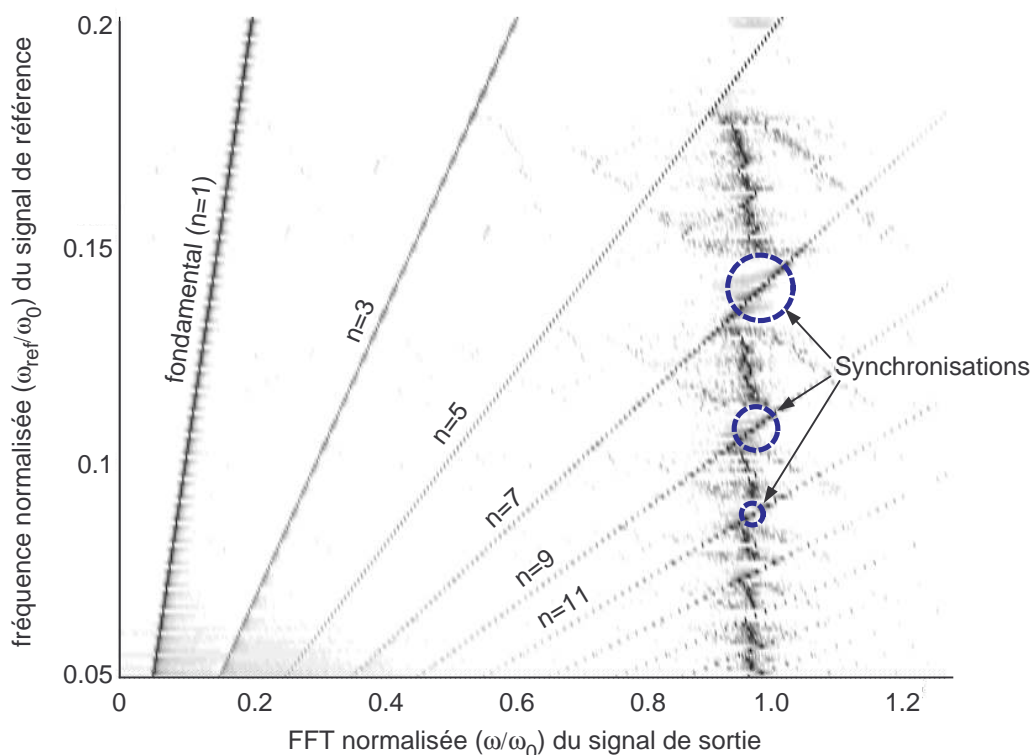


FIGURE 2.21 – Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie pour une entrée *triangle*. La commande équivalente est fixée à  $u_{max} = 0.5 E$ .

Cette dernière considération pourrait nous amener à la conclusion que les modulateurs MRC et MRT ne peuvent être approximés par un modèle linéaire équivalent que dans le cas où la fréquence du signal de référence est relativement faible et surtout lorsque ce dernier est dénué d'harmoniques de rangs élevés. Or, l'influence de ces synchronisations reste extrêmement faible comme le montre la figure 2.22. En effet, dans le cas d'une entrée triangulaire, il apparaît que le nombre important d'harmoniques présents dans le spectre synchronise le MRC de manière quasi-permanente. Mais de ce fait, la fréquence de commutation varie peu et reste centrée autour de sa valeur naturelle (celle de l'auto-oscillation). La valeur du

gain équivalent de l'étage non-linéaire étant fortement conditionnée par cette fréquence, et puisque cette dernière varie peu, il est donc normale que la réponse fréquentielle ne soit pas trop perturbée<sup>13</sup>.

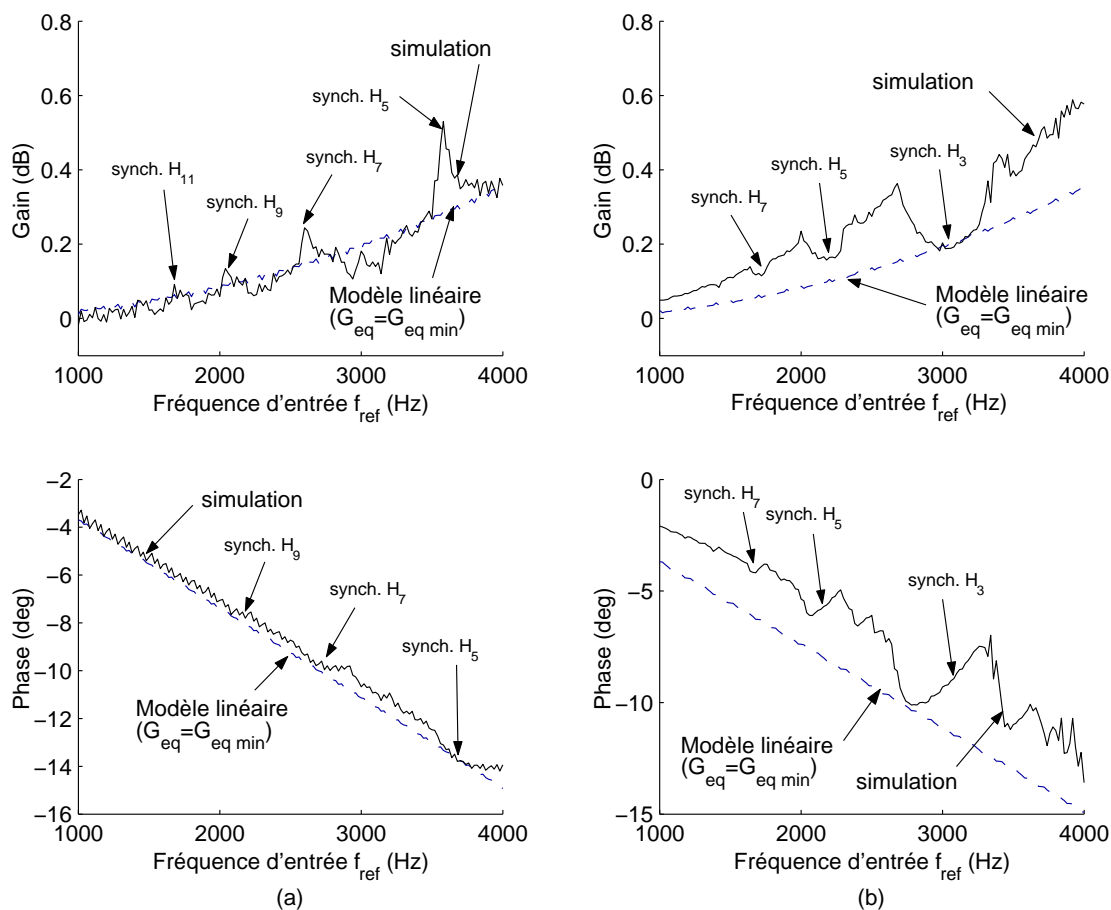


FIGURE 2.22 – Influence de la synchronisation sur la réponse fréquentielle du MRC :  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $\omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$ ,  $\xi = 0.707$ . (a) Pour une entrée triangulaire avec  $u_{max} = 0.5E$ . (b) Pour une entrée sinusoïdale avec  $u_{max} = 0.9E$

Lorsque le signal d'entrée est sinusoïdal, les harmoniques de synchronisation sont dus aux déformations liées à la variation du gain équivalent. Ces harmoniques sont d'amplitude relativement faible et n'ont une influence significative que pour des rangs assez bas (entre 3 et 7). Ainsi, les déformations des réponses fréquentielles n'ont lieu que pour des fréquences importantes du signal d'entrée. Pour l'application des MRC et MRT à la *Charge Active*, la bande passante désirée est de l'ordre de 2 kHz pour une fréquence de commutation de 20 kHz environ. La figure 2.22(b) montre que dans cette plage de fréquences, aucune déformation significative n'apparaît (la synchronisation sur l'harmonique 5 autour de 2200 Hz provoque une variation de 0.1 dB sur le gain et de  $1.5^\circ$  sur la phase). En revanche, l'allure globale des réponses est modifiée. A 2500 Hz, l'erreur est de 0.15 dB sur le gain ( $\simeq 1\%$ ) et de  $3.2^\circ$  sur la phase. Ces valeurs, bien que relativement faibles, montrent néanmoins l'influence du point de fonctionnement sur le modèle linéaire équivalent du MRC et du MRT.

<sup>13</sup>Une forte amplitude de l'harmonique synchronisant pourrait aller à l'encontre de ces conclusions. Mais dans le cas où le signal d'entrée est de faible fréquence, la synchronisation a lieu avec un harmonique de rang élevé, donc de faible amplitude.

### 2.3.4 Validation expérimentale

#### Description du prototype et procédures de test

Afin de valider les différentes observations décrites précédemment, un prototype a été réalisé. Ce dernier est réalisé autour d'un MRC simplifié dont la plupart des filtres et protections ont été enlevés. Le synoptique de cette carte est donné par la figure 2.23. La référence

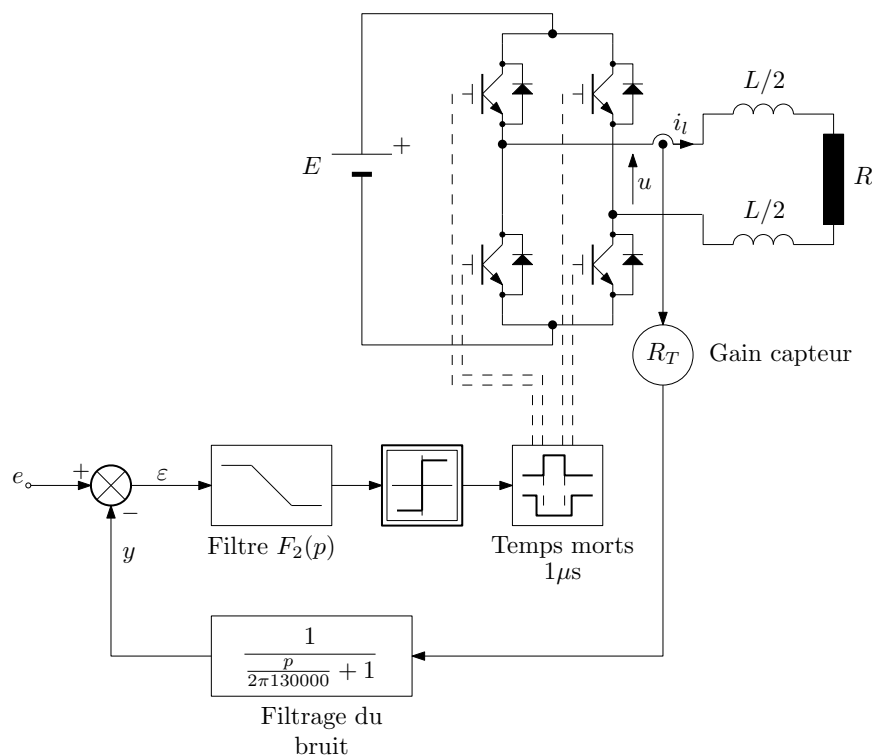


FIGURE 2.23 – Diagramme du MRC simplifié réalisé.

est issue d'un générateur de tension basse fréquence. Son amplitude est proportionnelle au courant de sortie désiré :

$$e = R_T \times i_{ref} \quad [A]$$

Le courant de sortie est mesuré par le biais d'un capteur à effet hall de gain  $R_T$ . Ce signal est filtré par un simple passe bas du premier ordre de bande passante de 130 kHz. L'écart entre le signal de référence et le signal mesuré est alors injecté en entrée du filtre  $F_2(p)$  (qui n'est autre qu'un filtre de Butterworth d'ordre 2) puis est passé dans un comparateur. Un circuit logique se charge enfin de générer les temps morts de protection des bras d'onduleur (temps mort de l'ordre de la  $\mu s$ ). Les paramètres du prototype mis en œuvre sont donnés<sup>14</sup> au tableau 2.1.

Les figures 2.17, 2.18 et 2.20 ont été obtenues pour une commande équivalente constante, i.e. en faisant varier l'amplitude de la référence en fonction de la fréquence de cette dernière. Or, d'un point de vue expérimental, effectuer une telle manipulation aurait rendu beaucoup plus complexes les procédures de mesure. C'est pour cela que les résultats expérimentaux

<sup>14</sup>Pour ces essais, l'inductance de charge  $L$  vaut 3 mH au lieu des 200  $\mu H$  de la *Charge Active*. Mais les résultats obtenus sont strictement les mêmes et seule l'amplitude des différents signaux se doit d'être plus faible.

Symbole	Description	Valeur
$E$	Bus continu d'alimentation	50 V
$I_{max}$	Courant maximum admissible	5 A
$L$	Inductance du filtre	3 mH
$R$	Résistance de l'inductance	10 m $\Omega$
$\omega_0$	Pulsation propre du filtre $F_2(p)$	2 $\pi$ 16000 rad/s
$\xi$	Coefficient d'amortissement de $F_2(p)$	0.707
$R_T$	Gain du capteur de courant	1.35 V/A

TABLE 2.1 – Paramètres du prototype réalisé pour la validation du phénomène de synchronisation.

ont été obtenus pour une amplitude constante du signal de référence. Néanmoins, tous les phénomènes liés à la non linéarité de la structure resteront présents et mesurables. L'amplitude du signal de référence utilisé pour la validation expérimentale a été fixée à 1.5A.

Afin de représenter au mieux l'évolution de la décomposition spectrale en fonction de la fréquence du signal d'entrée, chaque mesure temporelle des signaux d'entrée et de sortie a été effectuée sur une fenêtre de 15 ms avec un pas d'échantillonnage de 2  $\mu$ s (ce qui représente 8192 points/mesure). de plus, le pas entre deux valeurs de la fréquence d'entrée reste inférieur à 25Hz.

### Résultats expérimentaux – Evolution de la FFT

Les figure 2.24 (simulation) et 2.25 (pratique) montrent l'évolution de la FFT du signal de sortie, en fonction de la fréquence du signal de référence. Pour remarque, ce résultat de simulation a été obtenu en ajoutant un retard à la commutation de l'étage de puissance de 2  $\mu$  s. Cette valeur a l'avantage de rendre plus réaliste le modèle de simulation et d'obtenir une fréquence de commutation proche de celle observée expérimentalement. Néanmoins, cette valeur de retard reste arbitraire et englobe certainement un grand nombre de phénomènes physiques non pris en compte dans le modèle (temps de propagation des signaux vers l'onduleur, filtres divers, temps de blocage et d'amorçage des transistors de puissance, etc.). Une autre remarque est qu'il est possible de constater une légère différence entre les fréquences des zones d'accrochage. Ceci est également dû aux différentes erreurs de modélisation. Aussi, par la suite, toute référence aux figures sera relative aux réponses expérimentales.

Sur ces figures, un grand nombre de phénomènes apparaît. Tout d'abord, l'allure générale de l'évolution de la composante d'oscillation  $H_c$  est conforme à ce qui pouvait être attendu. En effet, à amplitude du courant donné, l'augmentation de la fréquence du signal de référence tend à augmenter l'amplitude de la commande équivalente maximum<sup>15</sup> et donc à diminuer la fréquence *moyenne* de commutation.

Dans un deuxième temps, une analyse relativement succincte de ces réponses permet d'identifier assez rapidement les composantes principales, à savoir :

- la composante fondamentale  $H_1$  de fréquence  $f_{ref}$ ,
- les composantes harmoniques relatives au fondamental  $H_{3,5,7,9}$ ,

<sup>15</sup>Pour rappel, l'amplitude de la commande équivalente est de la forme  $\hat{u}_{cmd} = L\omega\hat{i}_l$ , avec  $\omega$  la pulsation du signal de référence.



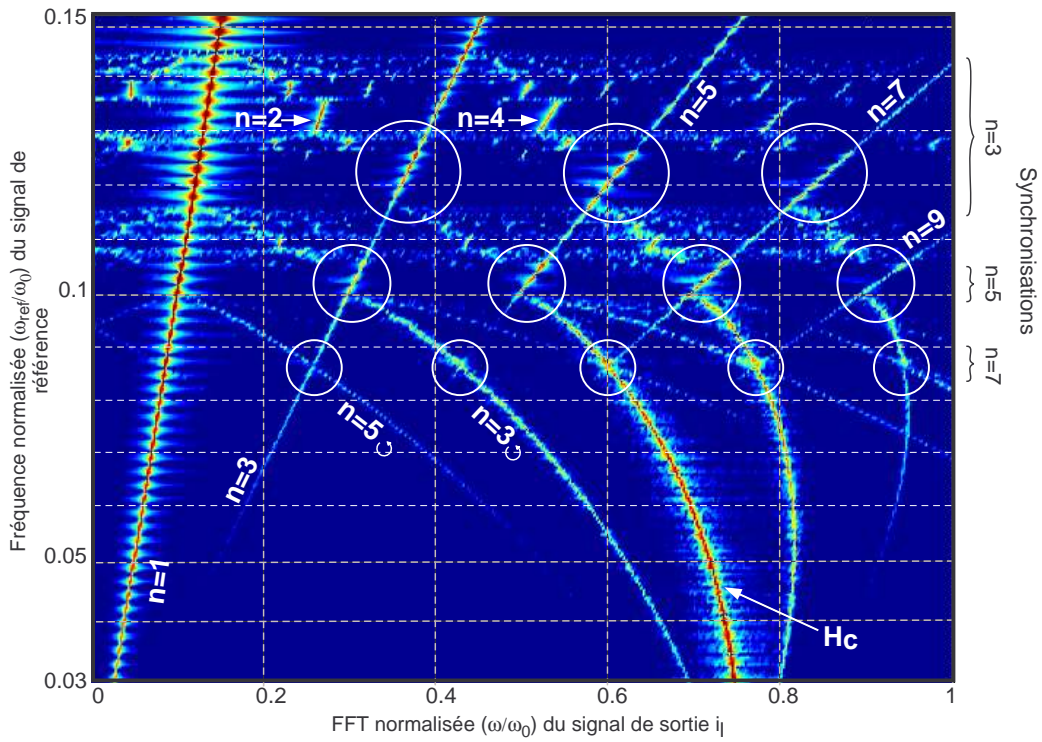


FIGURE 2.24 – Résultat de simulation – Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie en fonction de la fréquence du signal d’entrée. La référence de courant est maintenue constante et égale à 1.5A.

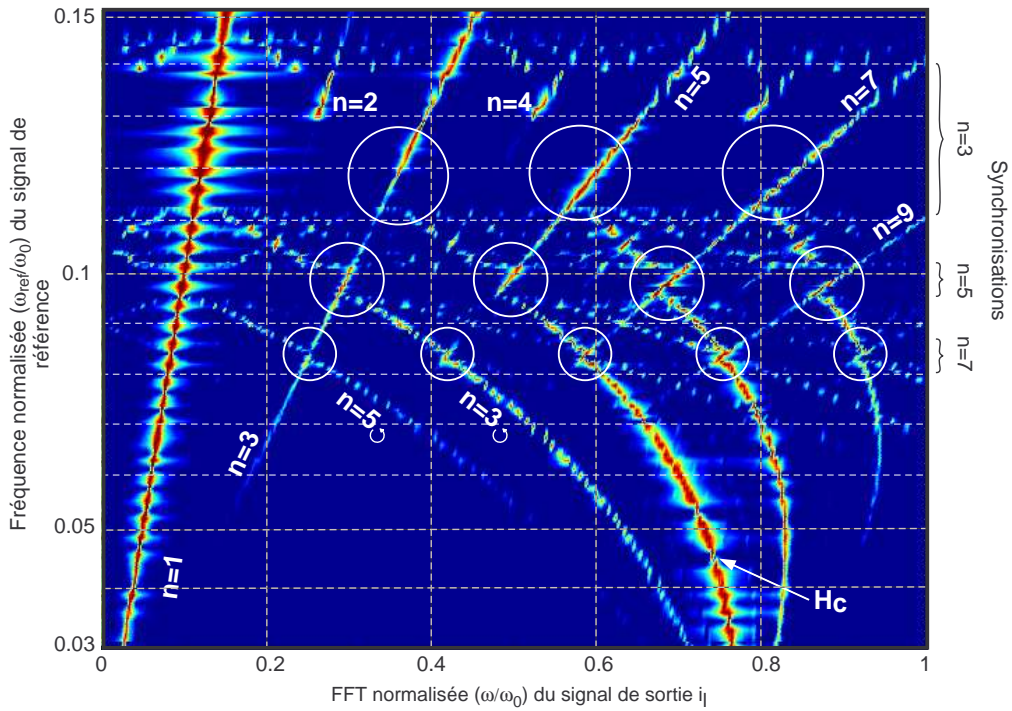


FIGURE 2.25 – Résultat expérimental.

- la composante d'oscillation  $H_c$ ,
- les composantes harmoniques issues d'un repliement spectral ( $n = 3_{\odot}, 5_{\odot}$ ).

Il est possible de constater que le schéma de répartition des fréquences suit bien celui exposé précédemment.

En ce qui concerne les phénomènes de synchronisation *indirecte*, ces derniers sont visibles à plusieurs reprises. En regardant dans le sens croissant des fréquences du signal d'entrée (de bas en haut), il est possible de voir apparaître une première zone de synchronisation correspondant au croisement de la raie d'oscillation  $H_c$  avec l'harmonique 7, autour de  $0.085\omega_0$  (soit  $1.4kHz$ ). L'amplitude de cet harmonique étant relativement faible, la plage d'accrochage reste réduite (inférieure à  $50Hz$  pour cette application). Une deuxième zone de synchronisation plus large (de l'ordre de  $100Hz$ ) apparaît au croisement de la composante d'oscillation  $H_c$  et de l'harmonique 5 autour de  $0.95\omega_0$  (soit  $1.6kHz$ ). Aux limites supérieures et inférieures de cette plage de synchronisation, il est possible d'observer un fort enrichissement du spectre. Ce phénomène est parfaitement bien représenté par la figure 2.20 qui montre une apparition de nombreuses raies harmoniques équidistantes les unes des autres. La dernière zone de synchronisation visible est, quant à elle, beaucoup plus large (de l'ordre de  $300Hz$ ) et se situe autour de  $0.12\omega_0$  (soit  $2kHz$ ). Un phénomène non encore rencontré jusqu'à présent est l'apparition de raies harmoniques d'ordre pair ( $n = 2, 4, \dots$ ) à la limite supérieure de cette dernière synchronisation, puis l'apparition d'harmoniques *fractionnaires* à mesure que la fréquence du signal d'entrée augmente. Ce phénomène est représenté en détail par la figure 2.26.

Observons les seules raies harmoniques situées entre le fondamental et l'harmonique 3 et augmentons progressivement la fréquence du signal d'entrée. Il est possible de voir qu'à la suite d'une synchronisation sur l'harmonique 3, apparaît une raie harmonique de rang 2. Cette raie disparaît et laisse la place à deux raies de rang  $n = 5/3$  et  $n = 7/3$ . A nouveau ces raies disparaissent pour obtenir trois harmoniques de rang  $n = 5/4$ ,  $n = 2$  et  $n = 3/2$ , et ainsi de suite jusqu'à la synchronisation du MRC sur l'harmonique de rang 1, i.e. lorsque le système fonctionne en régime forcé [Gille, 1988, Bergé, 1988]. Cette *cascade harmonique* est représentée schématiquement par la figure 2.27.

Ce phénomène est régulièrement rencontré dans les systèmes dits *chaotiques* en présence d'un signal externe de forçage [Bergé, 1988, Deane, 1990, Kawai, 1984]. Ces zones d'accrochages sont alors appelées *langues d'accrochage* et sont simplement définies par leurs rapport de fréquence  $\rho = p/q$  où  $p$  et  $q$  sont des entiers. Aussi, un mécanisme qui conduit au chaos est le passage d'une *langue* à une autre (directement supérieure ou inférieure) [Bergé, 1988]. Ces zones prédites par la théorie des systèmes chaotiques sont effectivement visibles. Par exemple, sur la figure 2.26(a) juste avant  $0.13\omega_0$ , une zone extrêmement riche en harmoniques révèle un mode de fonctionnement chaotique du système. Malheureusement, la prédiction théorique de ces zones reste relativement complexe à mettre en œuvre et sort du contexte de ce travail.

### Résultats expérimentaux – Diagramme de Bode

De l'étude qui vient d'être menée, il est possible de prédire des déformations de la réponse fréquentielle du MRC (au sens du fondamental). Ces zones liées à un fonctionnement synchronisé du MRC sur un harmonique du signal d'entrée sont placées :

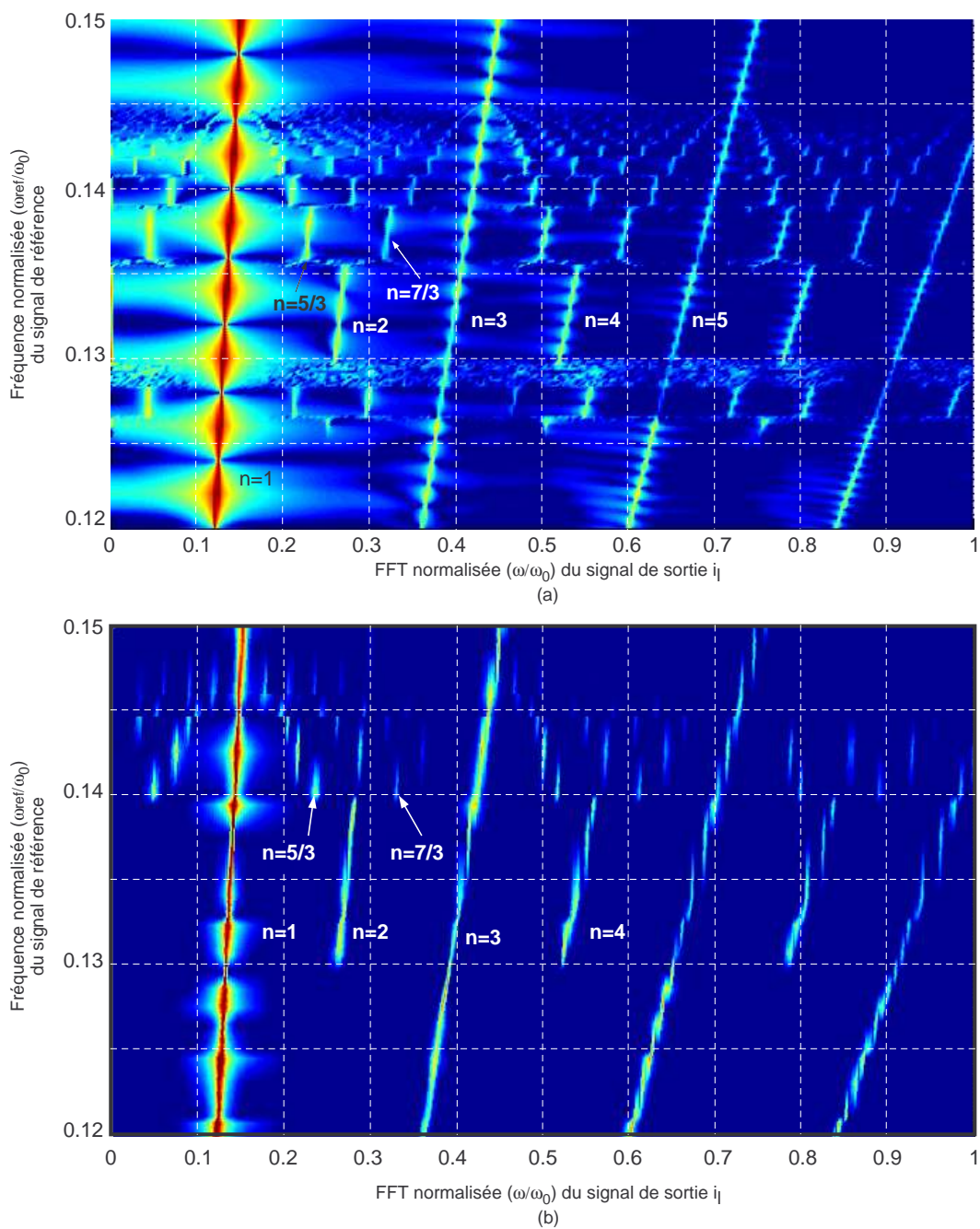


FIGURE 2.26 – Mise en évidence de l'apparition d'harmoniques *fractionnaires*. (a) Simulation. (b) Mesure.

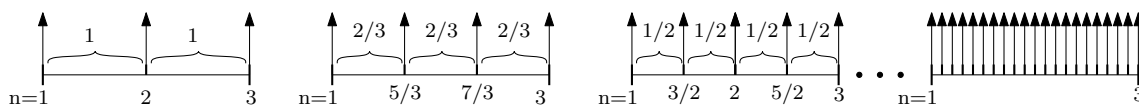


FIGURE 2.27 – Schéma d'évolution de la *cascade harmonique* vers la synchronisation harmonique du MRC.

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007



- autour de  $0.085\omega_0$  sur une plage de  $0.003\omega_0$  (soit une plage de  $50Hz$  environ),
- autour de  $0.95\omega_0$  sur une plage de  $0.006\omega_0$  (soit une plage de  $100Hz$  environ),
- a partir de  $0.12\omega_0$  sur une plage de  $0.019\omega_0$  (soit une plage de  $300Hz$  environ).

Le tracé de la réponse fréquentielle du MRC dans un diagramme de Bode est donné à la figure 2.28. Les lieux du gain et de la phase subissent peu de discontinuités jusqu'à  $0.09\omega_0$  (c'est à dire jusqu'à  $1500Hz$  pour cette application). Autour de  $0.095\omega_0$ , il est possible d'observer un décrochage du gain et de la phase dû à la synchronisation du MRC sur l'harmonique 5. Pour remarque, la synchronisation sur l'harmonique 7 étant très faible, elle n'est pas directement visible sur ce diagramme.

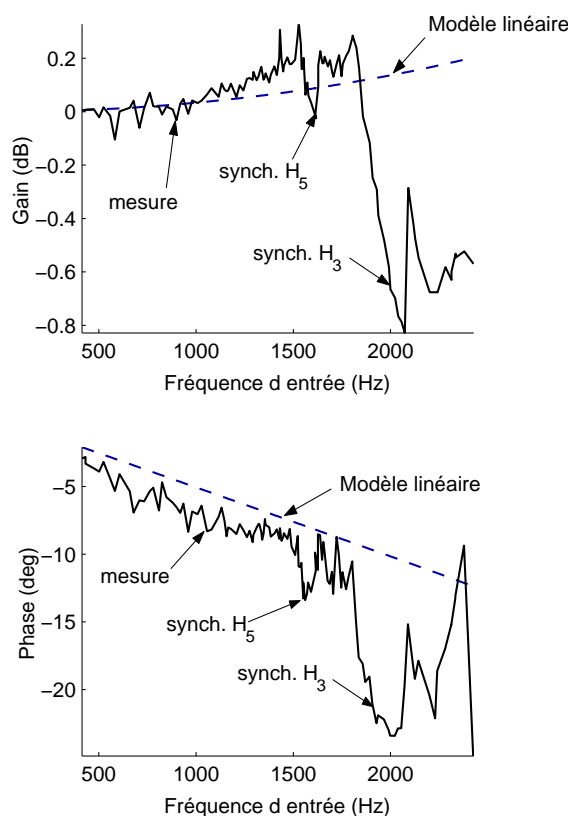


FIGURE 2.28 – Tracé de la réponse fréquentielle du MRC dans le diagramme de Bode.

### 2.3.5 Conclusions sur la synchronisation indirecte

Il a pu être montré au cours de cette étude que la décomposition spectrale du MRC apportait un grand nombre d'informations quant aux modes de fonctionnement de ce dernier. Les différentes déformations visibles sur les tracés de la réponse fréquentielle (au sens du fondamental) sont dues à des phénomènes d'accrochage sur des harmoniques du signal de sortie. Ces déformations n'apparaissant globalement qu'à des fréquences relativement élevées, elles ne seront *a priori* pas gênantes dans la plupart des cas, et notamment pour l'application du MRC et du MRT à la *Charge Active*. En revanche, il sera nécessaire de se définir une zone de validité de fonctionnement, faisant intervenir le couple *fréquence du signal d'entrée à reproduire/amplitude de la commande équivalente*, ces deux paramètres intervenant fortement sur l'allure des réponses fréquentielles.

Tous ces résultats ont pu être validés expérimentalement et révèlent donc bien des zones de fonctionnement totalement non linéaires (donc non linéarisables) et chaotiques.

Un dernier point important qui n'a pas encore été évoqué est que même en se fixant une amplitude de commande équivalente constante sur toute la plage des fréquences du signal de référence, il apparaît une dérive de la fréquence d'oscillation. Or, dans la modélisation linéaire du MRC [Yhuel, 2001], la fréquence de découpage du MRC ne dépend que de la commande équivalente, i.e. du rapport cyclique. Aussi, il ne semble plus évident que cette relation soit valide en régime harmonique pour des fréquences importantes du signal de référence.

Une des perspectives possibles à cette étude serait de détailler le comportement fréquentiel du MRC lors de l'ajout d'un signal haute fréquence de synchronisation. En effet, les déformations qui peuvent apparaître sur les réponses fréquentielles (au sens du seul fondamental) sont essentiellement dues au passage par des zones de synchronisation puis de désynchronisation. Pour supprimer le problème, deux choix s'offrent à nous :

- faire en sorte que le système subisse le moins de synchronisations possibles,
- faire en sorte que le système soit le plus possible synchronisé.

L'ajout d'une composante haute fréquence de forçage va dans le sens de la seconde possibilité, à savoir synchroniser le système dans la plus large plage des fréquences et des commandes possibles. En revanche, il en ressortirait une perte de performance globale liée à la diminution du gain équivalent<sup>16</sup>, pour une fréquence d'oscillation donnée, en présence d'un signal externe de synchronisation [Bühler, 1986].

---

<sup>16</sup>Il a été montré en section 2.2.3 que l'augmentation du signal de synchronisation, lorsque sa fréquence est égale à celle du MRC, tend à diminuer le gain équivalent. Une analogie avec la MLI naturelle est que l'augmentation de l'amplitude de la porteuse, pour une tension du bus continu donné, diminue proportionnellement le gain équivalent de l'étage de puissance.

## 2.4 Stabilité des oscillations

### 2.4.1 Situation du problème

Jusqu'à présent, les différentes études réalisées [Yhuel, 2001], [Le Claire, 1999] cherchaient à mettre en évidence l'éventuelle existence d'un modèle linéaire équivalent du MRC. Ce modèle devait au mieux être stationnaire, i.e. ne pas évoluer en fonction du temps et/ou du point de fonctionnement, au pire être non stationnaire et n'évoluer qu'en fonction du point de fonctionnement. En section 2.3, par une représentation harmonique complète du signal de sortie, il a pu être montré qu'il existait des zones de synchronisation du MRC (donc du MRT) sur des harmoniques du signal de référence. Bien qu'en elles mêmes ces synchronisations ne soient pas gênantes pour le fonctionnement du MRC, il s'avère qu'elles semblent avoir une influence sur la réponse fréquentielle au sens du fondamental<sup>17</sup>. De plus, ce phénomène est d'autant plus marqué que la commande équivalente est forte. Une première conclusion de cette étude est qu'un modèle linéaire existe, dans la mesure où :

- la fréquence du signal de référence reste suffisamment faible (de l'ordre de  $0.1\omega_c$ ) pour ne pas engendrer d'harmoniques proches de la pulsation de découpage,
- la commande équivalente reste limitée à environ  $\pm 0.8E$ , pour ne pas créer de trop fortes déformations du signal de sortie (donc ne pas créer d'harmoniques d'amplitudes trop importantes, générateurs de synchronisations).

Des travaux de J.F. Yhuel [Yhuel, 2001], il semble que le coefficient d'amortissement  $\xi$  du filtre de retour présente une forte influence sur la caractéristique du gain équivalent en fonction du rapport cyclique, i.e. en fonction du point de fonctionnement. Il est donc intéressant d'étudier les performances du MRC en fonction de ce degré de liberté.

Jusqu'à présent, nous avons pu entrevoir qu'une faible valeur du coefficient d'amortissement  $\xi$  permettait de conserver une fréquence de découpage quasiment constante et ce sur une large plage de fonctionnement. Un des intérêts d'obtenir une fréquence de découpage quasi-constante est de conserver une *distance* suffisante entre la bande de fréquences du signal à reproduire et la fréquence de découpage. En effet, les problèmes de *synchronisation indirecte* énoncés précédemment sont d'autant plus marqués que l'amplitude de l'harmonique provoquant la synchronisation est importante, soit globalement les harmoniques de rangs faibles ( $n = 1, 3$  et  $5$ ). Aussi, plus la distance entre le signal à reproduire et la fréquence de découpage sera grande, moins il y aura de chance d'être fortement synchronisé par un harmonique de rang faible. L'obtention de la fréquence de découpage du MRC passe par la résolution de la fonction implicite donnée par l'équation (2.12).

Or, cette fonction qui dans le cas d'amortissements supérieurs à  $\sqrt{2}/2$  ne présentait qu'une seule pulsation de commutation  $\omega_c$  possible pour un rapport cyclique  $\alpha$  donné, présente plusieurs solutions possibles lorsque l'amortissement devient faible ( $< 0.5$ ). Ce phénomène est illustré par la figure 2.29 pour trois valeurs de l'amortissement ( $\xi$ ).

Lorsque  $\xi = 0.707$ , une seule fréquence de commutation est possible et évolue continuellement, sans décrochage. En revanche, pour  $\xi = 0.4$ , bien qu'il n'y ait qu'une seule fréquence possible sur toute la plage des rapports cycliques, un décrochage apparaît autour de  $\alpha = 0.1$

<sup>17</sup>Pour un système linéaire en régime harmonique, la fonction de transfert ne traduit que l'atténuation et le déphasage de la composante fondamentale (il n'y a pas d'harmoniques). Pour le MRC et le MRT, seule la composante fondamentale est conservée pour tracer leurs réponses fréquentielles.

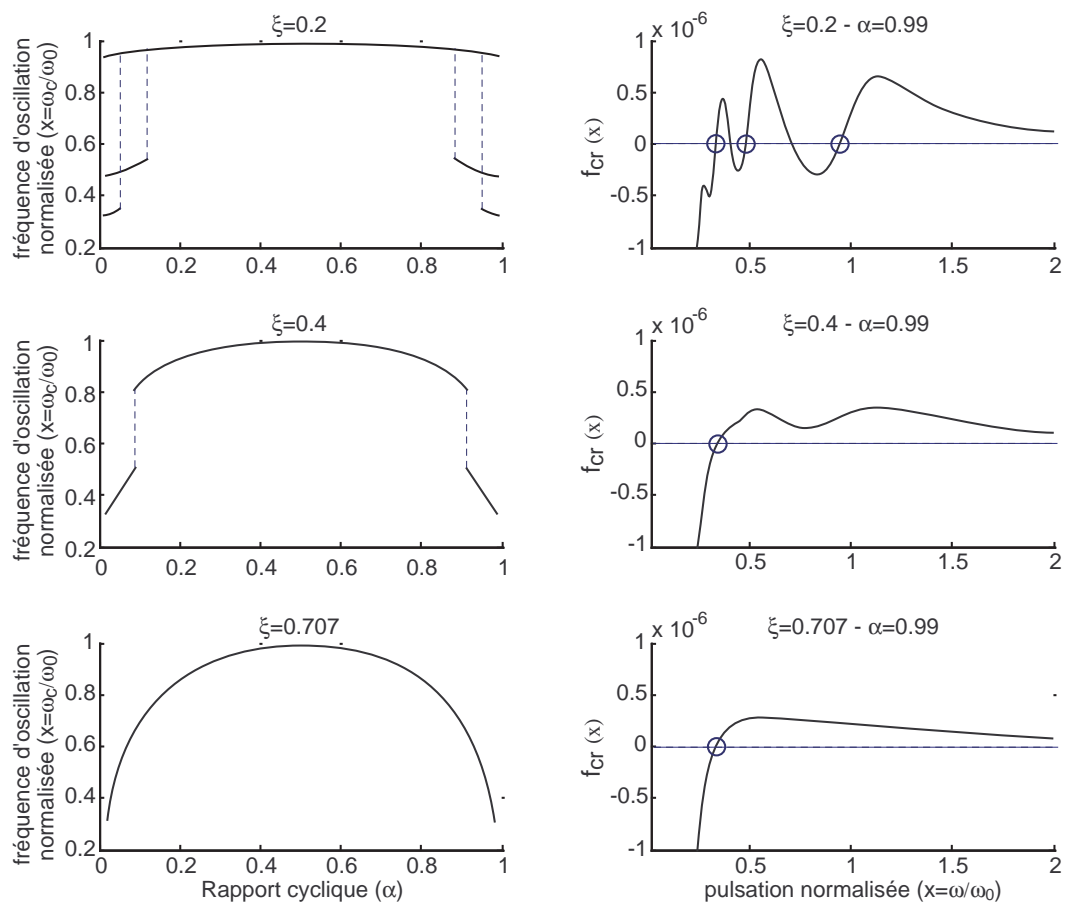


FIGURE 2.29 – Evolution de la caractéristique de la *pulsation d'oscillation* en fonction du facteur d'amortissement et de la fonction  $f_{cr}(\alpha, \omega_c)$  :  $R = 0 \Omega$ .

et la fréquence de commutation chute brutalement. Pour  $\xi = 0.2$ , plusieurs fréquences possibles apparaissent lorsque  $\alpha < 0.1$ .

Vis-à-vis de ces différents résultats, plusieurs questions peuvent se poser. Premièrement, est-ce qu'une oscillation répondant au seul critère d'annulation de la fonction  $f_{cr}$  est toujours physiquement possible? Deuxièmement, est-ce que dans le cas où plusieurs solutions sont trouvées, ces dernières sont toutes réalistes? Enfin, existe-il des zones de fonctionnement pour lesquelles aucune oscillation n'est possible? Ce dernier point semble trouver une réponse affirmative dans [Yhuel, 2001]. En effet, il y est montré que lorsque le coefficient d'amortissement est faible et pour certains rapports cycliques  $\alpha$ , la fréquence de commutation est irrégulière et prend au cours du temps plusieurs valeurs différentes. Ce phénomène est illustré par la figure 2.30 où le coefficient d'amortissement est égal à 0.35.

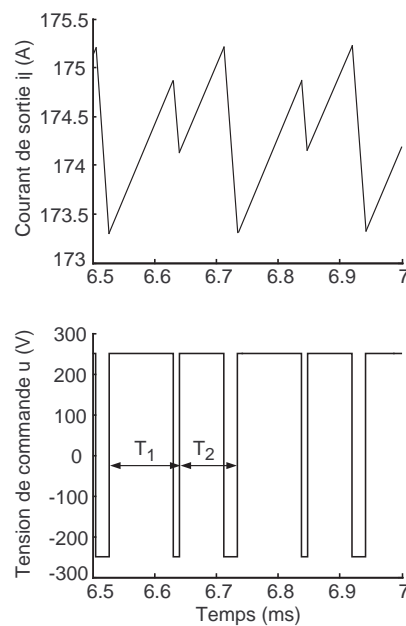


FIGURE 2.30 – Instabilité de la fréquence de commutation pour  $\xi = 0.35$  :  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $R = 0 \Omega$ .

Finalement l'obtention de la fréquence de commutation ne peut pas être déduite de la seule fonction  $f_{cr}$  et un critère de stabilité supplémentaire doit être formulé afin de définir si la ou les solutions trouvées à l'aide  $f_{cr}(\alpha, \omega_c)$  amènent à un comportement stable du modulateur.

### 2.4.2 Critère de stabilité des oscillations

Dans cette partie, la question de la stabilité des oscillations simples est traitée pour le MRC. Cette problématique n'est pas nouvelle et a déjà fait l'objet de nombreux travaux [Hamill, 1997, Astrom, 1995, di Bernardo, 1998, Cheng, 2003, Aroudi, 2006].

Ici, la méthode employée ne sera plus basée sur une représentation fréquentielle (comme pour la méthode de Cypkin), mais sur une représentation temporelle [di Bernardo, 1998, Goncalves, 2003], le système étant alors mis sous forme d'état. La première partie de cette étude consistera, comme pour la méthode fréquentielle, à chercher la ou les solutions périodiques simples. Une fois cette ou ces solutions trouvées, un critère de stabilité est appliqué. Si pour un point de fonctionnement donné, il existe au moins une solution stable, l'oscillation

sera considérée comme telle. Si en revanche il apparaît que, pour un point de fonctionnement donné, aucune solution stable n'existe, l'oscillation sera considérée complexe ou chaotique.

### Mise en équation

La première étape du développement de cette méthode temporelle, permettant de définir la stabilité d'un régime périodique simple, est la mise en équation du système. Cette dernière sera une simple forme d'état, avec comme jeu d'équation :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + bu \\ y &= cx \\ u &= \text{signe}(e - y) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Les deux premières relations du système d'équations (2.35) sont celles d'un système d'état linéaire classique, avec en entrée  $u$  et en sortie  $y$ . Seule la troisième relation est particulière aux systèmes à relais et fait apparaître un opérateur non linéaire :

- si  $e - y > 0$ ,  $u = +1$ ,
- si  $e - y < 0$ ,  $u = -1$

Cette structure est un cas particulier des systèmes dit à structure variable. En effet,  $u$  ne pouvant prendre que deux valeurs, à savoir  $\pm 1$ , le système d'équations (2.35) peut s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + b, & \forall (e - cx) > 0 \\ \dot{x} = Ax - b, & \forall (e - cx) < 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Avec finalement un système à deux structures dont le passage de l'une à l'autre est conditionné par le signe de  $e - y$ . Cette mise en forme du système est représentée par la figure 2.31.

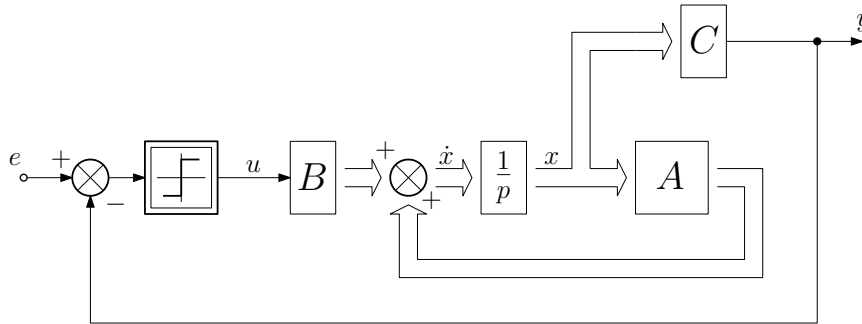


FIGURE 2.31 – Représentation d'état du système d'étude.

### Formulation du problème

L'idée de cette méthode est de chercher à déterminer les solutions périodiques simples à partir de la réponse temporelle du système. Dans le cas d'une oscillation simple, à  $t = 0s$  le système est considéré dans un certain état  $x_0$ . En supposant que le signe de  $e - y$  est nul et tend à devenir positif (choix arbitraire imposant  $u = +1$  et  $e - y = 0$ ), l'évolution temporelle du système est de la forme [di Bernardo, 1998] :

$$x = e^{At}x_0 + (e^{At} - \mathbb{I})A^{-1}b \quad (2.37)$$

Cette phase d'évolution du système est présentée par la partie inférieure du lieu  $\{y, \dot{y}\}$  donné à la figure 2.32.

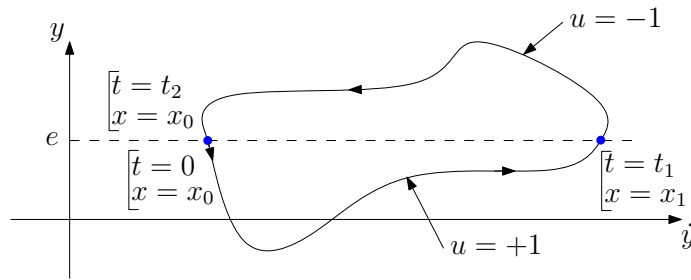


FIGURE 2.32 – Évolution de la sortie  $y(t)$  en fonction de  $\dot{y}(t)$  dans le plan de phase.

Aussi, le système va évoluer librement jusqu'à la prochaine intersection de la sortie avec le signal d'entrée  $e$ . A ce moment, noté  $t_1$ , le système est dans un état noté  $x_1$  :

$$\begin{cases} x_1 &= e^{At_1}x_0 + (e^{At_1} - \mathbb{I})A^{-1}b \\ y &= cx_1 \end{cases} \quad (2.38)$$

Le relais bascule de  $+1$  à  $-1$ . En ramenant l'origine des temps à  $t' = t - t_1$ , l'évolution temporelle du système devient :

$$x = e^{At'}x_1 - (e^{At'} - \mathbb{I})A^{-1}b \quad (2.39)$$

Comme précédemment, le système va évoluer librement jusqu'à la prochaine intersection entre le signal de référence  $e$  et la sortie  $y$ . Cette phase d'évolution du système est présentée par la partie supérieure du lieu  $\{y, \dot{y}\}$  donné à la figure 2.32.

A  $t = t_1 + t_2$ , i.e. à  $t' = t_2$ , le système est dans un état noté  $x_2$  :

$$\begin{cases} x_2 &= e^{At_2}x_1 - (e^{At_2} - \mathbb{I})A^{-1}b \\ y &= cx_2 \end{cases} \quad (2.40)$$

Dans le cas d'une oscillation simple, à  $t = t_1 + t_2$ , le système doit être dans l'état  $x_0$ . Soit finalement :

$$\begin{cases} x_0 &= e^{At_2}x_1 - (e^{At_2} - \mathbb{I})A^{-1}B \\ y &= Cx_0 \end{cases} \quad (2.41)$$

Ainsi, en injectant l'équation (2.41) dans (2.38) et inversement, il est obtenu :

$$\begin{aligned} x_1 &= [\mathbb{I} - e^{A(t_1+t_2)}]^{-1} [2e^{At_1} - e^{A(t_1+t_2)} - \mathbb{I}] A^{-1}b \\ x_0 (= x_2) &= [\mathbb{I} - e^{A(t_1+t_2)}]^{-1} [-2e^{At_2} + e^{A(t_1+t_2)} + \mathbb{I}] A^{-1}b \end{aligned} \quad (2.42)$$

Dans le système d'équation (2.42), les deux variables à définir sont  $t_1$  et  $t_2$ . Sachant qu'aux instants  $t_1$  et  $t_2$ , la sortie  $y$  doit être égale à l'entrée  $e$ , la formulation du problème, dans le cas où l'entrée imposée est connue, serait :

$$\begin{aligned} cx_1(t_1, t_2) - e &= 0 \\ cx_0(t_1, t_2) - e &= 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Cette formulation nécessite donc de résoudre deux équations de manière indépendante, et il devient alors nécessaire de recourir, même pour ce cas apparemment très simple, à des algorithmes de recherche de solutions relativement complexes. Il peut être remarqué que ce problème a déjà été formulé en section 2.1.1 lors de la recherche de solutions périodiques à partir de deux équations :

$$\varepsilon(2\pi/\omega_c) = 0 \quad (2.44)$$

$$\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_c) = 0 \quad (2.45)$$

Ici, la problématique est strictement la même. Seules les variables  $\omega_c$  et  $\alpha$  ont été remplacées par  $t_1$  et  $t_2$ , avec pour relations :

$$\alpha = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \quad (2.46)$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{t_1 + t_2}$$

L'idée est donc, comme en section 2.1.1, de simplifier ce problème en ne cherchant plus à imposer le signal d'entrée  $e$ , mais plutôt à imposer un rapport entre les temps  $t_1$  et  $t_2$ , soit à imposer le rapport cyclique  $\alpha$ . Du jeu d'équations (2.43), il est possible de déduire que pour une entrée quelconque, la différence des deux équations donne :

$$cx_1 - cx_0 = 0 \quad (2.47)$$

Ainsi, pour un rapport cyclique  $\alpha$  donné, il suffit de poser  $t_2 = t_1 \frac{1-\alpha}{\alpha}$  et il n'existe plus qu'une inconnue, la valeur du temps  $t_1$ . L'algorithme de recherche de solutions est simplifié à la seule condition précédente. L'amplitude du signal d'entrée correspondante est alors déduite graphiquement, comme illustré à la figure 2.33.

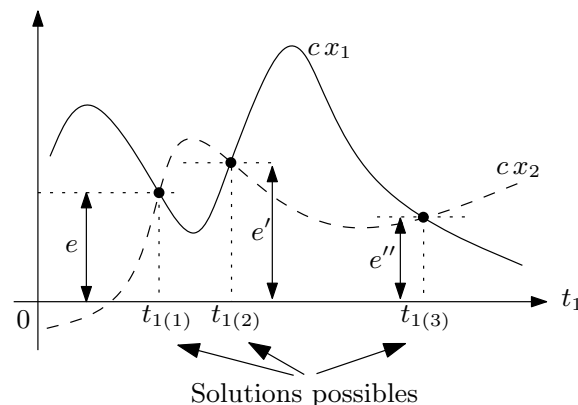


FIGURE 2.33 – Tracé de  $cx_1$  et de  $cx_2$  en fonction de  $t_1$ , pour un rapport cyclique  $\alpha$  donné.

### Critère de stabilité

Une fois les valeurs du temps  $t_1$  obtenues, reste à discuter de la stabilité des cycles limites correspondants. Le problème de la stabilité locale des oscillations propres a été résolu dans les domaines temporels [Astrom, 1995, Johansson, 1997]. La première étape au



développement de cette étude est de ramener le système continu dans le domaine discret, par l'application de la section de Poincaré. En effet, considérant une période d'oscillation obtenue par la résolution de l'équation (2.47), il est possible de ramener l'évolution du système à la seule connaissance de l'intersection de la sortie  $y$  avec le signal d'entrée  $e$ . Cette zone d'intersection, dans le cas où la sortie est une combinaison linéaire des variables d'état, sera une surface plane (notée  $\Pi$ ), lieu des solutions :

$$cx - e = 0$$

Dans le cas d'une oscillation simple périodique, cette surface sera croisée en seulement deux points,  $x_0$  et  $x_1$ , cas représenté par la figure 2.34. Si l'oscillation est plus complexe, voire chaotique, la surface  $\Pi$  fera apparaître un motif particulier [Robert, 2000, Gleick, 1991, Hamill, 1997].

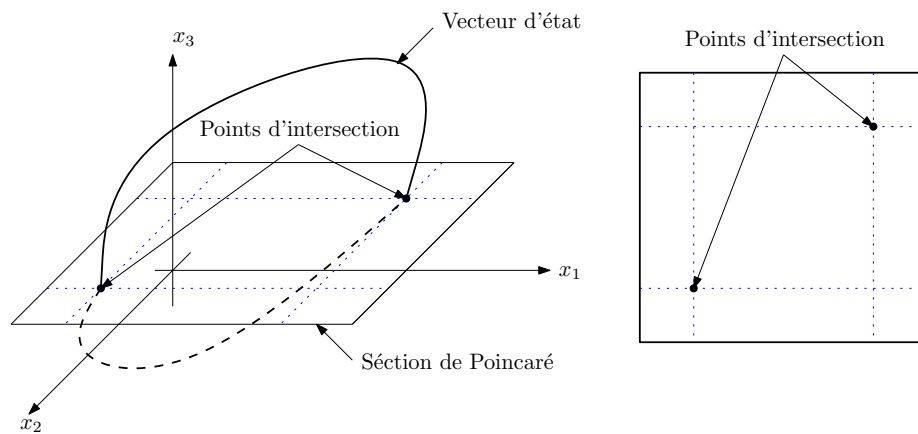


FIGURE 2.34 – Représentation d'une section de Poincaré dans le cas d'un système du troisième ordre et d'une oscillation simple.

Par cette supposition d'un régime de fonctionnement périodique simple, il est possible de faire abstraction de l'évolution du système entre deux intersections du vecteur d'état avec la surface. En effet, entre deux commutations, le système peut être considéré en *boucle ouverte*. La fonction *plus-ou-moins* a basculé et l'évolution du système n'est finalement que sa réponse à un échelon d'entrée. Cette dernière est donnée simplement par les jeux d'équations (2.37) et (2.39).

Supposons que le système est dans l'état  $x_0$ , et que le signal de commande passe de  $u = -1$  à  $u = +1$ . Le système évolue alors selon (2.37). La prochaine intersection avec la surface  $\Pi$  aura donc lieu à  $t = t_1$  et le système sera dans l'état  $x_1$ , obtenu par la relation suivante (eq. (2.37)) [M. di Bernardo, 1999, di Bernardo, 1998] :

$$x_1 = e^{At_1} x_0 + (e^{At_1} - \mathbb{I}) A^{-1} b \quad (2.48)$$

Le système change alors de topologie et le signal de commande passe de  $u = +1$  à  $u = -1$ . L'évolution du système est alors décrit par la relation (2.39). A  $t = t_1 + t_2$ , du fait du fonctionnement périodique simple, le système se retrouve dans l'état  $x_0$  de départ, soit :

$$x_2 = e^{At_2} x_0 - (e^{At_2} - \mathbb{I}) A^{-1} b = x_0 \quad (2.49)$$

A présent, en posant  $x_n = x_0$  l'état au début d'un cycle  $n$ , l'état au début du prochain cycle sera  $x_2$ , alors noté  $x_{n+1}$ . Il vient donc une expression de  $x_{n+1}$  en fonction de  $x_n$ , en remplaçant (2.48) dans (2.49) :

$$x_{n+1} = e^{A(t_1+t_2)} x_n + \left[ 2e^{At_2} - e^{A(t_1+t_2)} - \mathbb{I} \right] A^{-1}b \quad (2.50)$$

Soit en notant  $t_1 = \alpha T$  et  $t_2 = (1 - \alpha)T$ ,  $T$  étant la période de l'oscillation et  $\alpha$  le rapport cyclique, il vient l'expression de la *section de Poincaré* suivante :

$$x_{n+1} = e^{AT} x_n + \left[ 2e^{A(1-\alpha)T} - e^{AT} - \mathbb{I} \right] A^{-1}b = \Pi(x_n, [\alpha T]) \quad (2.51)$$

Le test de la stabilité locale d'une oscillation simple déterminée précédemment (section 2.4.2) passe par la résolution du Jacobien de la section de Poincaré, défini par l'équation (2.51). Soit [Astrom, 1995, di Bernardo, 1998, Goncalves, 2003] :

$$W = \frac{d\Pi}{dx_n} \quad (2.52)$$

Qui peut être mis dans le cas d'une oscillation simple périodique sous la forme :

$$W = \left[ \mathbb{I} - \frac{(Ax_1 - b)c}{c(Ax_1 - b)} \right] e^{A(1-\alpha)T} \left[ \mathbb{I} - \frac{(Ax_0 + b)c}{c(Ax_0 + b)} \right] e^{A\alpha T} \quad (2.53)$$

La formulation du critère est simple [Astrom, 1995, Johansson, 1997] :

- si toutes les valeurs propres de la matrice  $W$  sont inscrites dans le cercle unité, le régime périodique considéré est stable,
- si au moins une des valeurs propres de cette matrice est de module supérieur à 1, l'oscillation est instable.

Une oscillation instable est soit une oscillation périodique complexe (plus de deux commutations par période), soit une oscillation aperiodique ou chaotique (non périodique).

### 2.4.3 Application de la méthode au MRC

#### Mise en équation

Afin de bien comprendre l'application de la méthode décrite précédemment, cette dernière est appliquée au MRC. Pour cela, la partie linéaire du système, regroupant la charge (circuit  $R - L$ ) et le filtre ( $F_2(p)$ ) du second ordre, est mise sous forme compagne. Soit un système du troisième ordre de la forme :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{-R\omega_0^2}{L} & \frac{-\omega_0(2\xi R + L\omega_0)}{L} & \frac{2\xi L\omega_0 + R}{L} \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} \frac{\omega_0^2}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Afin de trouver les solutions possibles d'oscillation, le système d'équations (2.42) doit être résolu. Comme expliqué précédemment, il est possible de ramener le problème à une seule équation en imposant un certain rapport cyclique  $\alpha$ . En posant  $t_1 = \alpha T$  et  $t_2 = (1 - \alpha)T$ ,  $T$  étant la période d'oscillation, le système d'équations (2.42) devient :

$$\begin{aligned} x_1(\alpha, T) &= [\mathbb{I} - e^{AT}]^{-1} [2e^{A\alpha T} - e^{AT} - \mathbb{I}] A^{-1}b \\ x_0(\alpha, T) &= [\mathbb{I} - e^{AT}]^{-1} [-2e^{A(1-\alpha)T} + e^{AT} + \mathbb{I}] A^{-1}b \end{aligned} \quad (2.55)$$

Le rapport cyclique  $\alpha$  étant fixé, la résolution du système (2.55) passe par la recherche de toutes les solutions possibles de :

$$c x_1 = c x_0$$

Ces solutions sont trouvées numériquement en balayant sur une large plage un grand nombre de valeurs de la période  $T$ . Un exemple de réponse obtenue est donné par la figure 2.35 pour les paramètres suivant du système :

- $\xi = 0.25$ ,
- $R = 0.15 \Omega$ ,
- $L = 200 \mu\text{H}$ ,
- $\omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$

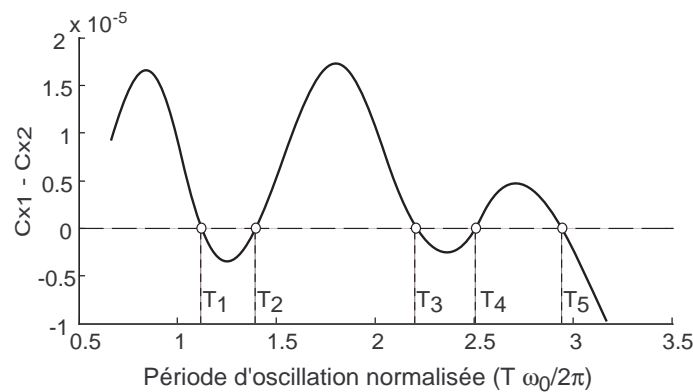


FIGURE 2.35 – Exemple de tracé du lieu  $c x_1 - c x_2$  obtenu numériquement pour  $\alpha = 0.98$ . Cette réponse fait apparaître 5 solutions candidates pour la période d'oscillation.

Reste alors à vérifier la stabilité de ces oscillations possibles.

### Stabilité des oscillations

A chaque annulation du lieu  $c x_1 - c x_2$  correspond :

- une période d'oscillation possible, notée  $T$ ,
- un rapport cyclique, noté  $\alpha$ ,
- un premier état initial, noté  $x_0$  et correspondant au début du cycle d'oscillation (état du système lors de la commutation du relais de  $-1$  à  $+1$ , soit à  $t = t_0$ ),
- un second état initial, noté  $x_1$  et correspondant au milieu du cycle d'oscillation (état du système lors de la commutation du relais de  $+1$  à  $-1$ , soit à  $t = t_1$ ).

De l'application directe de l'équation (2.53) avec les paramètres énumérés ci-dessus, il est possible de déduire la matrice  $W$  qui sera du même ordre que le système initial. Pour le MRC,  $W$  est une matrice  $3 \times 3$ . Si les valeurs propres de cette matrice sont toutes de module inférieur à 1, l'oscillation possible est stable [Astrom, 1995].

La réponse illustrée par la figure 2.35 fait apparaître 5 valeurs de  $T$  possibles pour un même rapport cyclique, soit 5 solutions à tester. Les modules des valeurs propres obtenues pour cet exemple sont donnés par le tableau 2.2.

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
valeurs	-0.8749	<b>3.5075</b>	<b>-3.4396</b>	<b>74.2684</b>	<b>-65.5793</b>
propres	-0.0001	0.0001	-0.0003	0.0000	-0.0004
de $W$	0	0	0	0.0002	0

TABLE 2.2 – Module des valeurs propres de  $W$  pour les 5 solutions de la figure 2.35.

Les résultats présentés montrent que seule la période  $T = T_1$  pour un rapport cyclique  $\alpha = 0.98$  est possible. Dans ce cas, le MRC fonctionnera correctement, avec une oscillation simple et périodique.

Pour les mêmes paramètres du système donnés précédemment, mais avec cette fois un rapport cyclique  $\alpha = 0.9$ , il n'existe plus qu'une seule période d'oscillation  $T$  possible et les modules valeurs propres de  $W$  sont donnés par le tableau 2.3.

	T
Valeurs	<b>-3.0696</b>
Propres	-0.0110
de $W$	0

TABLE 2.3 – Module des valeurs propres de  $W$  pour la solutions obtenue avec  $\alpha = 0.9$ .

Une des valeurs propres étant supérieure à l'unité, l'oscillation est donc considéré instable, i.e. multi-périodique ou chaotique.

#### 2.4.4 Résultats de simulation

##### Diagrammes de bifurcation

Afin de mettre en évidence les zones d'oscillations stables et instables, une représentation généralement utilisée est le *diagramme de bifurcation* [Deane, 1990, Hamill, 1997, Robert, 2000]. Ce diagramme fut inventé par Robert May dans les années 1970 lorsqu'il commença à se pencher sur la célèbre *fonction logistique*, modèle simplifié de croissance de populations [Gleick, 1991] :

$$x_{n+1} = x_n r (1 - x_n) \quad (2.56)$$

Cette équation non-linéaire discrète donne la population de l'année à venir  $n+1$  à partir de l'année en cours  $n$ . Le paramètre  $r$  représente le taux de croissance. Or, le comportement *statique*, i.e. la valeur de la densité de population  $x$  au bout d'un grand nombre d'itérations, dépend fortement de la valeur de  $r$  (c.f. figure 2.36). Si ce dernier est faible, la population se stabilise autour d'une unique valeur. Si  $r$  devient supérieur à 3, la population oscille régulièrement d'une itération à l'autre entre deux valeurs. Pour  $r$  supérieur à 3.6 environ, plus aucune périodicité n'est visible et la densité de population  $x$  ne parvient plus à se stabiliser.

L'application d'un tel diagramme au MRC n'est pas directe. En effet, puisque le MRC est un système continu, il est nécessaire de discrétiser les différents signaux en n'observant que les instants judicieux. Pour cela, seuls les états du système au moments des commutations sont conservés. De plus, afin de rendre la lecture du diagramme la plus claire possible, la

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007

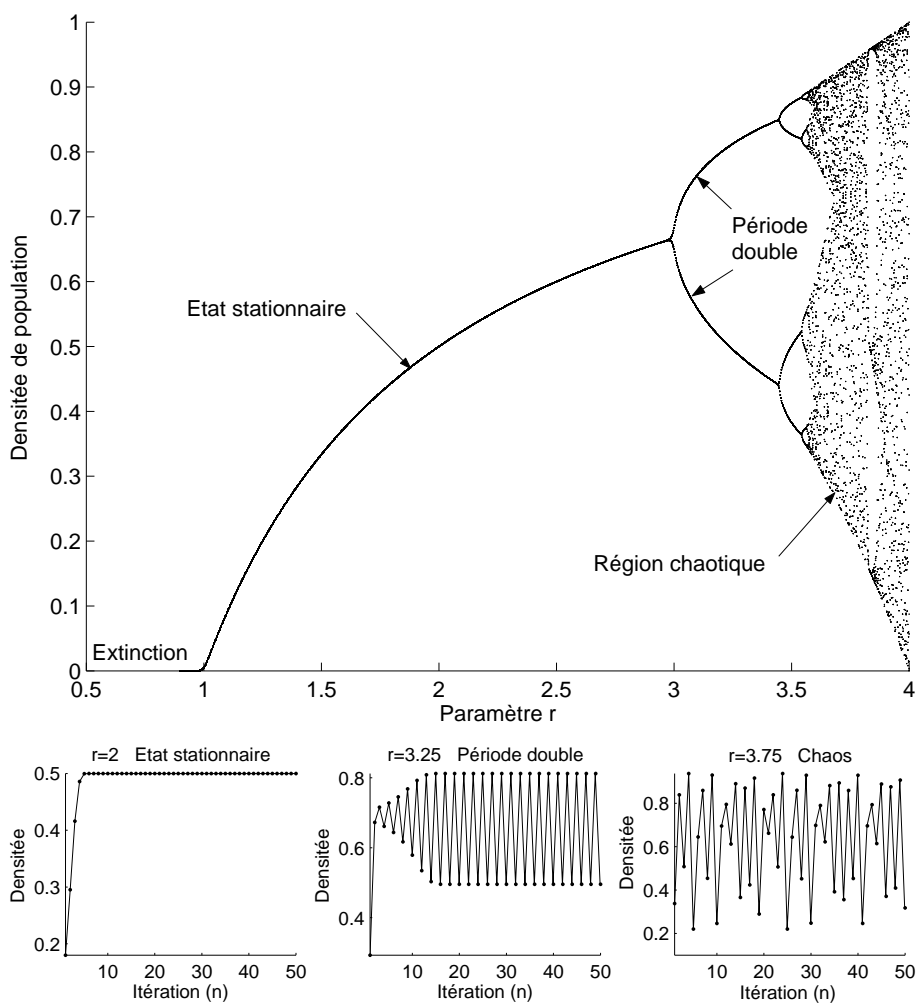


FIGURE 2.36 – Diagramme de bifurcation de la *fonction logictique* [Gleick, 1991] :  $x_{n+1} = x_n r (1 - x_n)$ .

variable observée n'est pas un des états du système (le courant de sortie  $i_l$  par exemple) mais la fréquence de commutation. Ainsi, pour une fréquence de commutation unique en régime permanent correspond un point unique sur le diagramme de bifurcation.

Afin de valider cette méthode d'étude de la stabilité locale des oscillations, quatre relevés à rapport cyclique variable et pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement sont donnés. Pour chaque relevé, sont superposés le résultat de simulation, donnant l'évolution de la ou des fréquences d'oscillations ainsi que le résultat analytique donnant les valeurs d'oscillations stables. Les résultats obtenus sont donnés aux figures 2.37 à 2.40, avec  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $R = 0.2 \Omega$  et  $\omega_0 = 2\pi 20000 \text{ rad/s}$ .

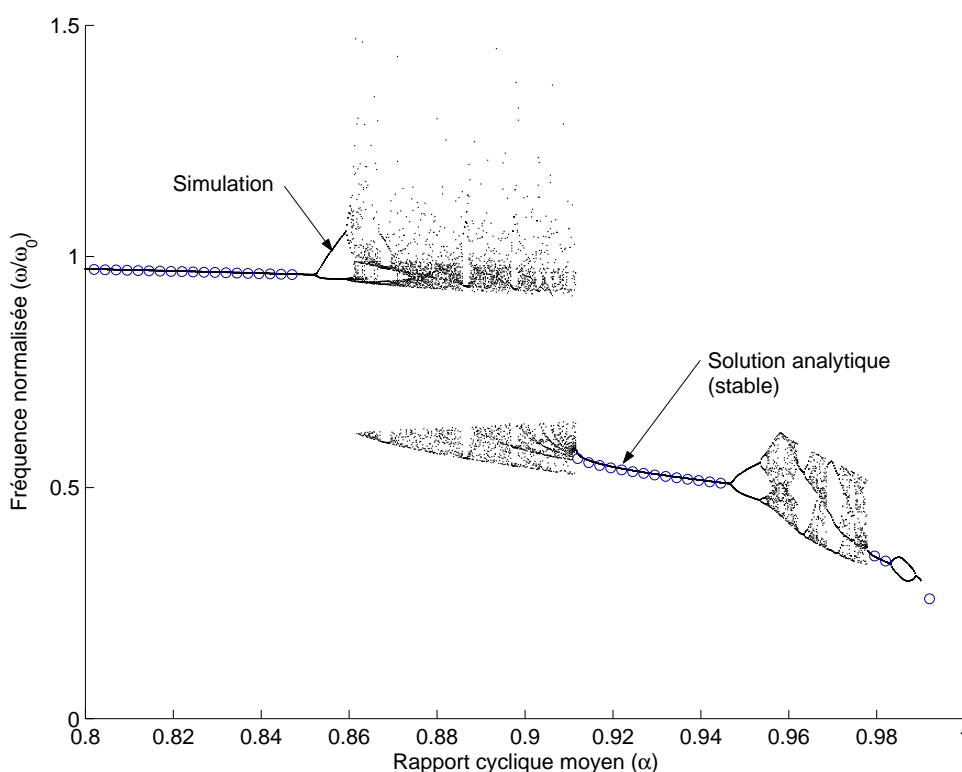
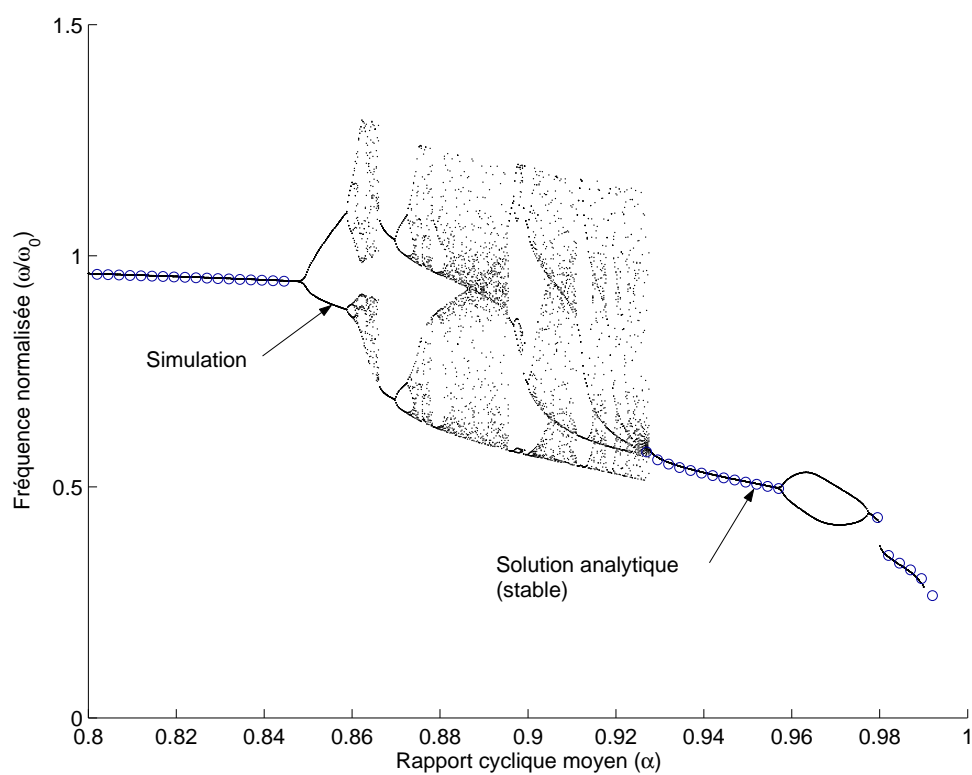
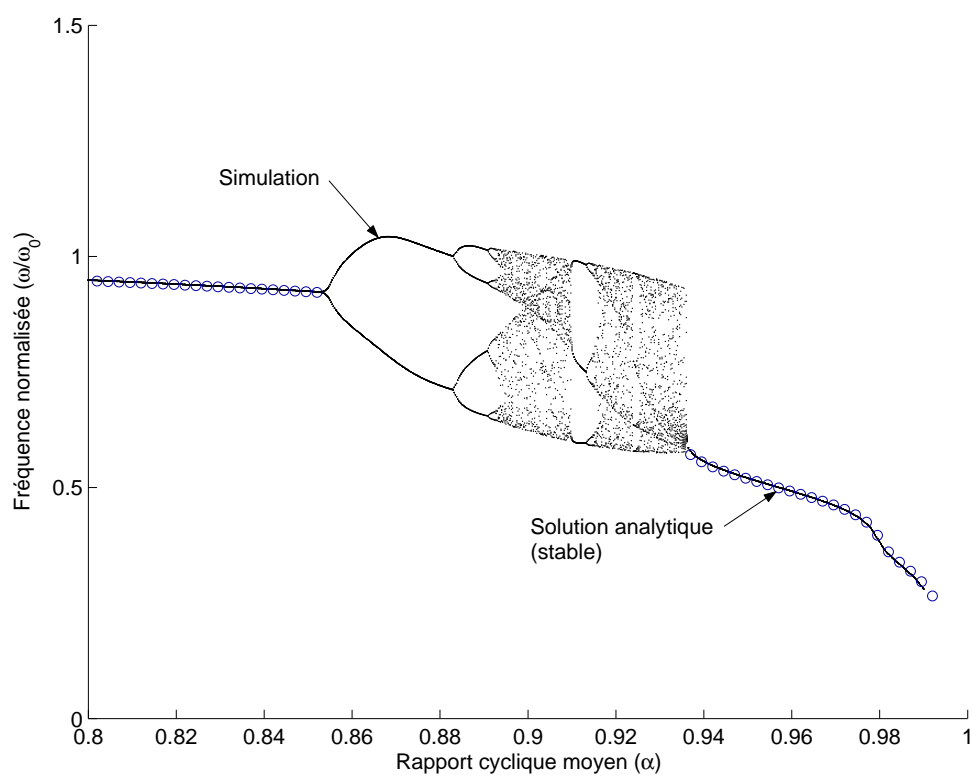
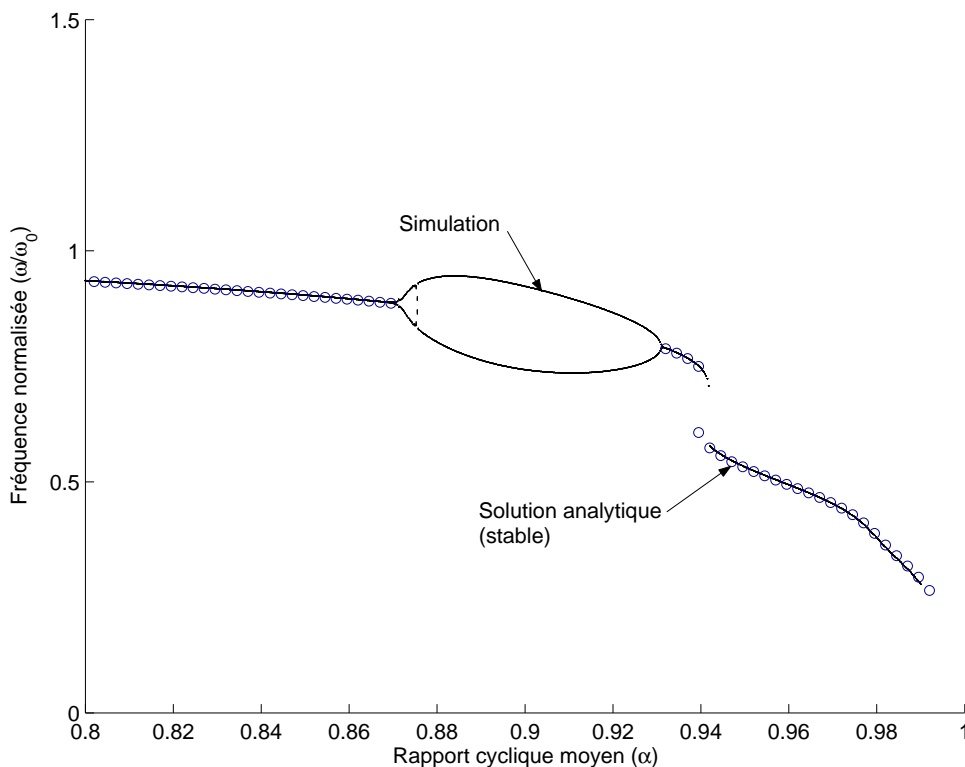


FIGURE 2.37 – Diagramme de bifurcations pour  $\xi = 0.25$ . (.) Simulation. (o) Modèle analytique.

Tout d'abord, il est possible de constater une bonne concordance entre les résultats de simulation et les résultats analytiques, obtenus par la méthode décrite précédemment. Les rapports cycliques donnant lieu à une oscillation stable présentent une unique fréquence d'oscillation. Dès lors que le diagramme de bifurcation fait apparaître plusieurs fréquences de découpage pour un rapport cyclique donné, la méthode analytique considère l'oscillation comme instable. Mais cette méthode ne permet pas de prédire, dans le cas d'une oscillation instable, quel sera le type de cette dernière, à savoir si elle sera multi-périodique ou chaotique.

Un autre résultat marquant est que chacune des figures fait apparaître des comportements assez différents. Les figures 2.37 et 2.38 présentent plusieurs alternances de zones stables et instables, avec des zones multi-périodiques et chaotiques. Les figures 2.39 et 2.40 quant à elles ne font apparaître qu'une zone instable, avec pour la figure 2.39 des oscillations multi-périodiques et chaotiques, et pour la figure 2.40, seulement un dédoublement de période (oscillation de période deux).

FIGURE 2.38 – Diagramme de bifurcations pour  $\xi = 0.3$ .FIGURE 2.39 – Diagramme de bifurcations pour  $\xi = 0.35$ .

FIGURE 2.40 – Diagramme de bifurcations pour  $\xi = 0.4$ .

### Domaine de stabilité de la mise en oscillation

Il a été montré que la MRC pouvait être le siège d'instabilités vis à vis de sa mise en oscillation, à savoir qu'une oscillation instable est soit multi-périodique, soit chaotique. Ces instabilités sont susceptibles d'être gênantes puisque dans ce cas, la fréquence de découpage n'est plus réellement contrôlée et cette dernière peut devenir supérieure à la valeur maximale désirée (c.f. figure 2.37). Il est donc nécessaire de synthétiser les résultats précédents et de définir les plages de paramètres amenant à la stabilité du système. Pour le MRC, ces paramètres sont globalement les suivants :

- Le rapport cyclique  $\alpha$  : Ce paramètre n'étant pas imposable dans l'application, il ne pourra pas subir de restrictions,
- L'amortissement  $\xi$  : Ce paramètre est imposable et pourra être borné,
- Le rapport entre la pulsation propre  $\omega_0$  et la bande passante de la charge  $R/L$ , soit la pulsation normalisée  $x_L = R/(L\omega_0)$ . La pulsation  $\omega_0$  et la charge  $R$  étant imposées par l'application, la restriction pourra s'effectuer uniquement sur l'inductance de lissage, dans le cas où celle-ci est externe au système.

Les figures 2.41 à 2.44 donnent les zones instables de l'oscillation de découpage, pour différentes valeurs de  $x_L$ . De ces résultats de simulation, ainsi que des nombreux autres non présentés ici, il est possible de constater que, quelle que soit la valeur de  $x_L$ , il n'existe pas d'instabilité dans la mise en oscillation pour  $\alpha$  compris entre 0.2 et 0.8 et pour  $\xi$  supérieur à 0.707. De plus, l'augmentation de  $x_L$  tend à reculer l'apparition d'instabilités vers les valeurs limites de  $\alpha$  (0 et 1) pour les valeurs fortes de  $\xi$  (entre 0.4 et 0.6). En revanche, cette augmentation fait apparaître de nouvelles zones d'instabilité pour les valeurs faibles



de  $\xi$  (c.f. figure 2.44).

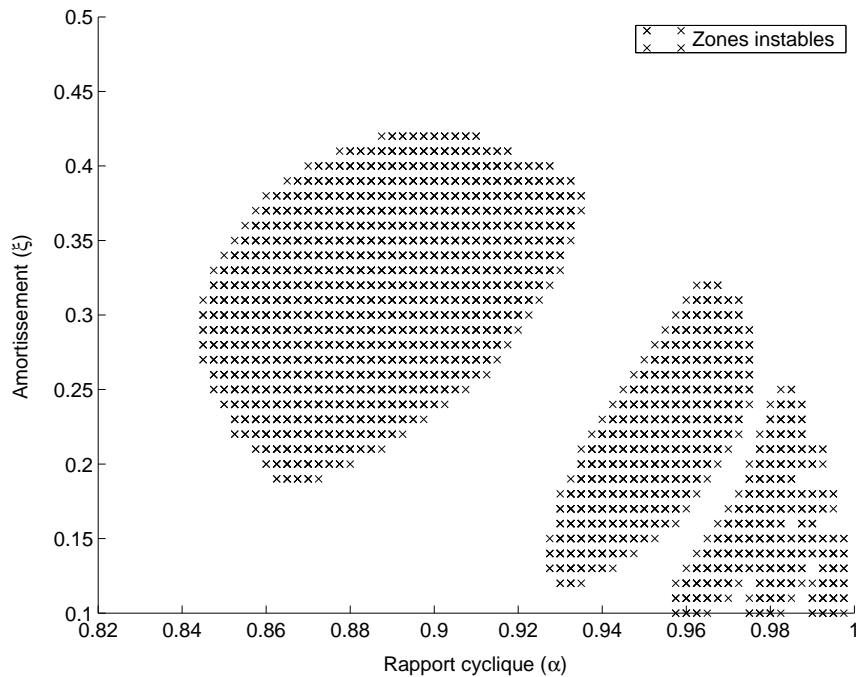


FIGURE 2.41 – Mise en évidence des zones d’instabilité de l’oscillation de découpage du MRC :  $x_L = R/(L\omega_0) = 0.01$ .

### 2.4.5 Conclusion sur la stabilité des oscillations

Cette étude a permis de mettre en évidence que les auto-oscillations prenant naissance au sein du MRC pouvaient être instables. Grâce aux outils théoriques développés ces dernières années, il a été possible d’étudier assez simplement les conditions d’apparition de telles instabilités. Pour résumer, ces dernières se manifestent pour de faibles valeurs du coefficient d’amortissement  $\xi < 0.6$  et pour des valeurs extrêmes du rapport cyclique ( $\alpha > 0.8$  et  $\alpha < 0.2$ ).

En choisissant donc un amortissement  $\xi$  relativement important, i.e. supérieur à 0.6, et dans le cas où la bande passante de la charge reste très inférieure à la fréquence de découpage, aucune instabilité ne doit apparaître. Néanmoins, certaines précautions restent à prendre puisque le système utilisé pour ces simulations est *idéal*. Aucun temps mort ni retard n’est pris en compte pour l’étage de puissance et les bandes passantes des capteurs sont supposées infinies.

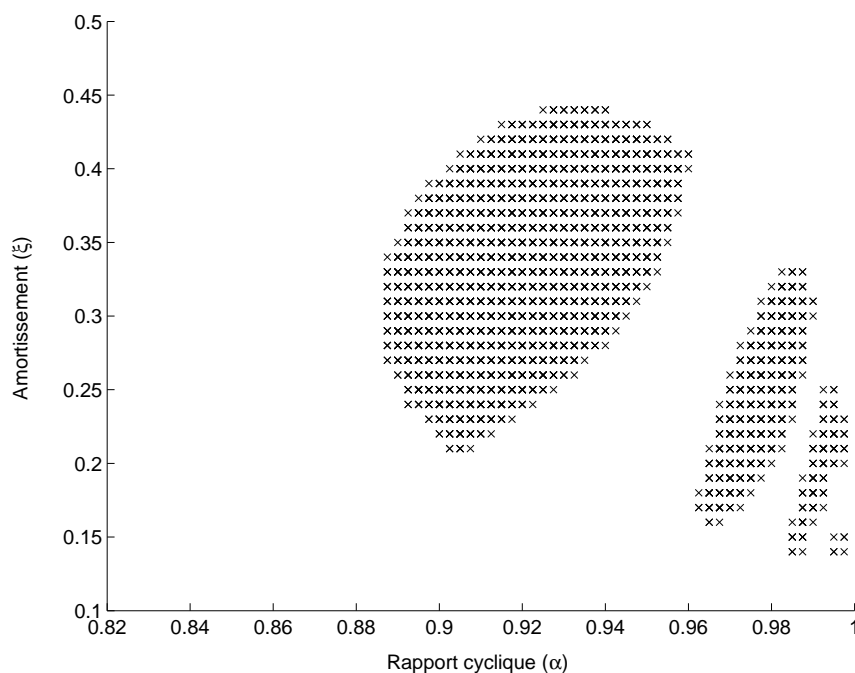


FIGURE 2.42 – Mise en évidence des zones d’instabilité de l’oscillation de découpage du MRC :  $x_L = R/(L\omega_0) = 0.1$ .

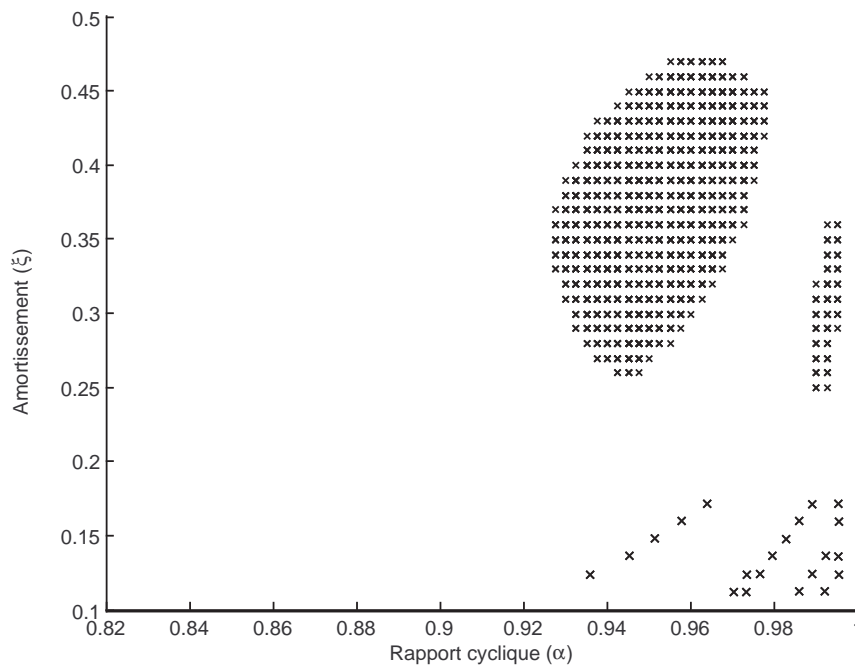


FIGURE 2.43 – Mise en évidence des zones d’instabilité de l’oscillation de découpage du MRC :  $x_L = R/(L\omega_0) = 0.2$ .

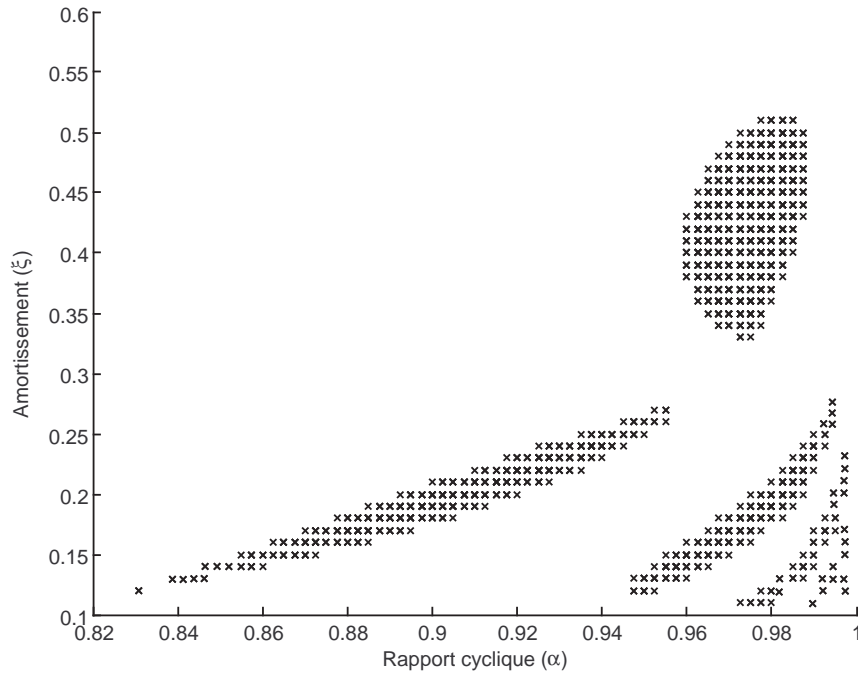


FIGURE 2.44 – Mise en évidence des zones d’instabilité de l’oscillation de découpage du MRC :  $x_L = R/(L\omega_0) = 0.3$ .

## 2.5 Extension du principe de fonctionnement du MRC à un système quelconque

### 2.5.1 Présentation du problème

A l’origine, le principe de mise en oscillation volontaire développé dans [Le Claire, 1999] a été imaginé pour la commande en courant des systèmes électriques et a abouti au MRC. Du fait des très bons résultats obtenus grâce à ce modulateur, il est apparu naturel d’étendre ce principe à d’autres applications. C’est dans ce contexte que le MRT<sup>18</sup> a été développé dans le but de contrôler la tension de sortie d’un onduleur [Le Claire, 2002b]. Le circuit de lissage est alors un filtre passe-bas de type  $L - C$  :

$$F_1(p) = \frac{u_c}{u} = \frac{1}{LCp^2 + 1} \quad (2.57)$$

Déjà évoqué à la section 1.4.5, le problème de la rotation de phase de  $-180^\circ$  en haute fréquence, au lieu des  $-90^\circ$  pour le MRC, nécessite de repenser la structure du filtre  $F_2(p)$  permettant le contrôle de la fréquence d’oscillation. L’idée a donc été d’ajouter un zéro, noté  $\omega_{np}$ , permettant de ramener le déphasage en haute fréquence à  $-90^\circ$  (c.f figure 2.45) :

$$F_2(p) = \frac{y}{u_c} = \frac{\frac{p}{\omega_{np}} + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1} \quad (2.58)$$

Se pose alors comme problématique le choix de  $\omega_{np}$ . La méthode de synthèse utilisée jusqu’à présent était basée sur la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte (c.f.

<sup>18</sup>Modulateur et Régulateur de Tension.

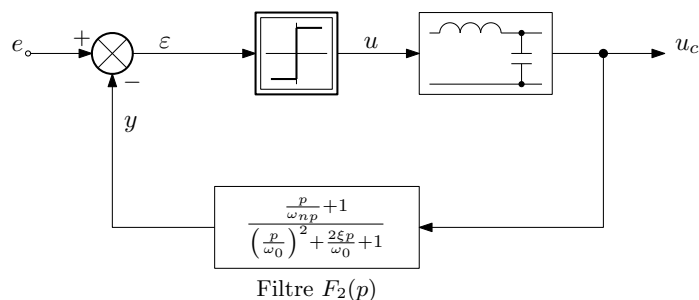
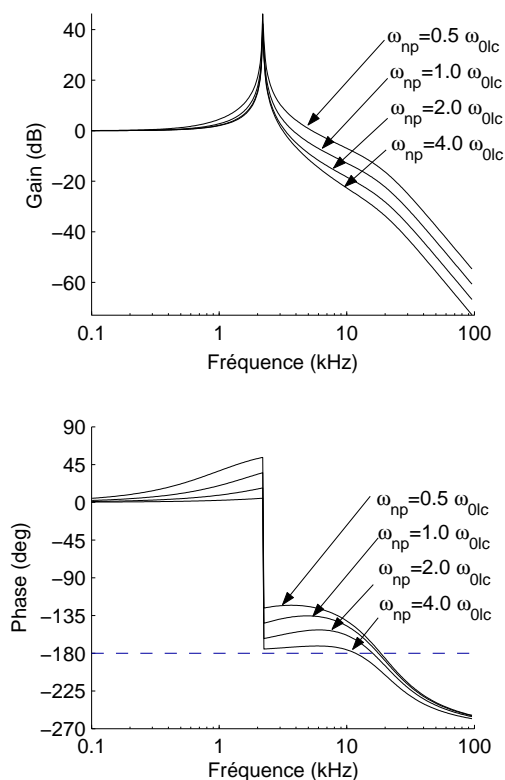


FIGURE 2.45 – Diagramme simplifié du MRT.

figure 2.46). Le passage du lieu par  $-180^\circ$  donne la fréquence de commutation et le lieu en basse fréquence permet de définir en première approximation les marges de gain et de phase [Le Claire, 1999, Le Claire, 2002b]. En effet, du fait que l'étage de puissance puisse être remplacé par un simple gain, le lieu de phase de la partie linéaire du MRT est inchangé. La méthode de synthèse utilisée en automatique linéaire est donc suffisante. Pour le lieu du module, les choses sont un peu plus complexes puisque le gain équivalent dépend de la réponse fréquentielle. Il faut donc pour un jeu de paramètres donnés calculer le gain équivalent, en déduire la marge de gain et réitérer l'opération si cette dernière est trop faible.

FIGURE 2.46 – Réponse de la partie linéaire du MRT :  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $C = 25 \mu\text{F}$ ,  $\omega_0 = 2\pi 20000$  rad/s et  $\xi = 0.707$ .

Cette approche fréquentielle est simple pour le MRC, faisable pour le MRT, mais devient extrêmement complexe pour des systèmes d'ordre plus élevé, possédant un grand nombre de degrés de liberté. Par exemple, supposons qu'un coefficient d'intégration de l'erreur soit

implanté pour supprimer l'erreur statique. Le système à synthétiser est alors d'ordre 5 (filtre  $L - C$  et filtre  $F_2$  d'ordres 2, intégrateur d'ordre 1), ce qui rend assez fastidieuse toute tentative de synthèse.

Un autre problème de l'approche fréquentielle est qu'elle *impose* de travailler avec des fonctions de transfert. Ainsi, pour le MRT, seule la mesure de la tension de sortie est accessible. Or, le MRT utilise l'ondulation de découpage présente sur ce signal. Puisque cette ondulation peut être extrêmement faible, ceci impose l'utilisation d'un capteur de très bonne qualité (faible bruit, bonne linéarité) et de très grande passante. De plus, dans le cas où le MRT est appliqué à la *Charge Active*, la charge connectée en sortie est un onduleur injectant des courants de fréquence proche de celle de l'auto-oscillation, pouvant alors provoquer des synchronisations indésirables.

En automatique linéaire, la problématique liée à la synthèse de systèmes complexes est strictement la même; on ne sait bien synthétiser par la notion de fonctions de transferts que les systèmes d'ordre réduit et ayant peu de degrés de liberté. Aussi, pour des systèmes linéaires relativement complexes, l'approche privilégiée est la commande par *retour d'état* [Granjon, 2003, Siarry, 1989]. Or, il existe un équivalent à la commande par retour d'état pour les systèmes à relais : *La commande en mode de glissement* [Slotine, 1991, Cypkin, 1962, Utkin, 1999, Johansson, 1997, Bühler, 1986].

## 2.5.2 Présentation de la théorie des modes glissants – Mise en équation

### Présentation générale

La commande par mode de glissement est apparue dans les années 60 et est un mode de fonctionnement particulier des systèmes de réglage à structure variable. Elle est relativement bien adaptée aux processus utilisant des organes de commande de type *tout ou rien* et est extrêmement robuste vis à vis de paramètres variables. Le principe de cette commande est illustré par la figure 2.47.

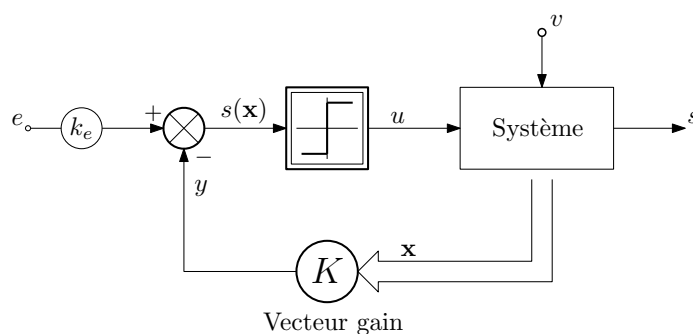


FIGURE 2.47 – Schéma de principe d'une commande par mode de glissement.

Le système asservi est mis sous la forme d'une commande par retour d'état. Le signal de commande  $s(x)$  passe par un opérateur *signe* qui prendra la valeur  $+1$  si  $s(x) > 0$  et  $-1$  si  $s(x) < 0$ . C'est alors ce signal qui va venir commander l'actionneur de puissance alimentant le processus. On considérera alors le système en mode de glissement lorsque [Bühler, 1986] :

$$s(x) = -Kx + k_e e = 0 \quad (2.59)$$

$x$  étant le vecteur d'état,  $e$  la grandeur de consigne,  $k_e$  le gain de consigne et  $K$  un vecteur ligne (de même dimension que le vecteur d'état) qui contient les coefficients de la contre-réaction. L'équation (2.59) traduit une variation de la sortie faisant un mouvement infiniment petit autour de la grandeur de consigne : la fréquence de commutation des interrupteurs est infinie. C'est ce dernier point qui fait la caractéristique des modes glissants. En ce qui concerne le système commandé, ce dernier est mis sous forme d'état. Il peut alors être exprimé sous la forme suivante :

$$\dot{x} = Ax + bu + b_v v \quad (2.60)$$

Dans le cas du MRC et du MRT, le système commandé est linéaire. Soit :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad b_v = \begin{bmatrix} b_{v1} \\ b_{v2} \\ \vdots \\ b_{vn} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Cette caractéristique de linéarité du système est très importante puisque comme nous allons le voir, la synthèse des gains de retour devient extrêmement simple.

### Synthèse du correcteur

Grâce à l'approche par mode de glissement et parce que le système étudié est linéaire (à la perturbation près qui n'est pas totalement définie), il est possible de recourir à une synthèse du correcteur par placement de pôles<sup>19</sup> [Bühler, 1986]. A cause de la condition (2.59), les grandeurs d'état présentent une dépendance linéaire, soit une singularité de la matrice de transfert en boucle fermée (valeur propre en  $p = 0$ , avec  $p$  l'opérateur de Laplace). Ceci a pour conséquence de diminuer d'un degré l'ordre du système de départ. Ainsi, si la partie linéaire à commander est d'ordre  $n$ , il y aura  $n - 1$  pôles à placer.

Le point départ de cette méthode est donc d'imposer la forme du dénominateur de la fonction de transfert désirée boucle fermée, i.e. en mode de glissement. Soit pour système quelconque d'ordre  $n$  un dénominateur de la forme :

$$P(p) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_{n-1}) \quad (2.62)$$

Avec  $p_1$  à  $p_{n-1}$  les pôles du système commandé. En développant l'équation (2.62) sous la forme de puissances croissantes de  $p$ , il vient :

$$P(p) = a_1 + a_2 p + a_3 p^2 \dots + a_{n-1} p^{n-2} + p^{n-1} \quad (2.63)$$

Ce polynôme peut être représenté par un vecteur ligne noté  $\lambda$  [Bühler, 1986] :

$$\lambda = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_{n-1} \quad 1] \quad (2.64)$$

Calculons maintenant la matrice de commandabilité  $Q_c$  :

<sup>19</sup>La démonstration complète de cette méthode de synthèse est présentée dans [Bühler, 1986]. Ici, seule la démarche menant au calcul des gains de contre réaction est présentée.

$$Q_c = [b \quad Ab \quad \dots \quad A^{n-1}b] \quad (2.65)$$

Déterminons la matrice de transformation permettant de s'affranchir de la forme canonique de réglage [Bühler, 1986]. Cette matrice est obtenue par la relation :

$$T = \begin{bmatrix} t^T \\ t^T A \\ \vdots \\ t^T A^{n-1} \end{bmatrix}, \quad t^T = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] Q_c^{-1} \quad (2.66)$$

Finalement, le vecteur de retour  $K$ , pour un système de forme quelconque, s'écrit [Bühler, 1986] :

$$K = k_0 \lambda T = k_0 [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \quad (2.67)$$

En mode de glissement, la dynamique du système n'est pas conditionnée par l'amplitude des gains de contre-réaction mais par leurs rapports. Ainsi, le facteur  $k_0$  va permettre d'imposer une échelle correcte des grandeurs mesurées. Si par exemple, la sortie à asservir est la première variable d'état et que l'on souhaite avoir un gain statique unitaire, alors le gain  $k_0$  sera choisi de telle sorte que le produit  $k_1 k_0$  soit égal à l'unité.

### 2.5.3 Extension du principe de fonctionnement du MRC

Comme cela a été exposé précédemment, la synthèse en mode de glissement impose que la fréquence de commutation de l'étage de puissance soit infinie pour que la surface  $s(x)$  puisse être nulle à tout instant. Si ce phénomène est possible en théorie, il n'en est rien en pratique et ce pour plusieurs raisons. La première est que pour que le mode de glissement puisse être possible, il faut que toutes les variables d'état du système soient mesurés (ou observés). Or, le système réel présente de nombreuses variables d'états non prises en compte, liées à la nature imparfaite des composants qui le compose. De plus, les chaînes de mesure n'ont pas une bande passante infinie, ce qui ajoute encore des variables d'état non prises en compte dans le modèle. Ainsi, même si elle peut être très grande, la fréquence de commutation est en pratique toujours finie et généralement sensible à ces différentes variables d'états non mesurées et non observées. La deuxième raison est qu'une fréquence de découpage très grande et non contrôlée est rarement souhaitable<sup>20</sup>.

Ainsi, si la synthèse par les modes glissants est attrayante du fait de sa simplicité de *mise en œuvre théorique*, elle ne peut être réalisée telle quelle en pratique. Dans les années 80, de nombreux travaux ont permis d'aboutir à différents moyens de limiter la fréquence des commutations. Ces techniques se regroupent en deux catégories principales :

- les méthodes utilisant un signal de synchronisation auxiliaire,
- les méthodes utilisant l'ondulation de découpage présente au niveau de la surface  $s(x)$ .

Pour la première catégorie, le signal de synchronisation généralement utilisé est un simple signal triangulaire, ce qui revient à implanter une MLI naturelle (c.f. figure 1.5). L'étage de puissance se comporte alors comme un simple gain qui doit être le plus grand possible

<sup>20</sup>L'étage de puissance est dimensionné pour une fréquence de commutation maximale donnée.

pour que la synthèse en mode de glissement reste valide<sup>21</sup>. Le problème est que si le gain est trop grand, des phénomènes d'instabilité de l'oscillation apparaissent, appelé phénomène de *chattering*, très analogue aux instabilités de la mise en oscillation évoquées précédemment.

Pour la catégorie des méthodes utilisant l'ondulation de la surface  $s(x)$ , la modulation généralement rencontrée et la MLI à hystérésis, déjà présentée en section 1.4.1 (c.f. figure 1.6). Mais cette technique est relativement sensible aux variations paramétriques du système commandé et à la tension d'alimentation.

Récemment, plusieurs travaux ont abouti à de nouvelles techniques de limitation de la fréquence de commutation [Jouanne, 1996, Ramos, 2003, Fadel, 2006]. Ces dernières sont implantées sous une forme numérique et permettent à la fois de contrôler la fréquence maximale de commutation et de conserver une valeur moyenne de la surface la plus faible possible. Ces techniques nécessitent néanmoins un sur-échantillonnage des signaux et la connaissance relativement précise des paramètres du système pour être performantes.

C'est dans ce contexte qu'est venue l'idée d'appliquer le principe de mise en oscillation du MRC à des systèmes quelconques synthétisés par les modes glissants. Pour cela, considérons le schéma donné par la figure 2.48. Le système associé aux gains de retour est une simple

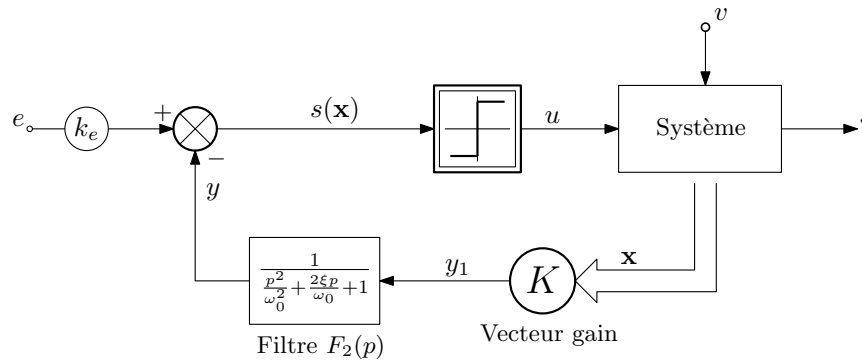


FIGURE 2.48 – Application du principe de fonctionnement du MRC à une structure quelconque.

fonction de transfert présentant une entrée  $u$  et une sortie  $y_1$  :

$$y_1 = K x \quad (2.68)$$

Afin d'étudier la partie linéaire du système avec le gain de retour  $K$  dans le domaine fréquentiel, il est nécessaire d'opérer une transformation de Laplace sur le système (2.60). Soit<sup>22</sup> :

$$p x = A x + b u \quad (2.69)$$

en remplaçant l'équation (2.68) dans (2.69), il vient :

$$H(p) = \frac{y_1}{u} = K(p\mathbb{I} - A)^{-1}b \quad (2.70)$$

Pour le MRC, l'ajout du filtre  $F_2(p)$  du second ordre dans la boucle permet de limiter la fréquence de commutation en forçant le passage du lieu de phase par  $-180^\circ$ . Mais pour cela,

<sup>21</sup>En mode de glissement, l'étage non linéaire peut être vu comme un gain infini puisque à une entrée nulle (la surface  $s(x) = 0$ ) peut correspondre une sortie non nulle.

<sup>22</sup>l'entrée  $v$  est une perturbation et n'est donc pas prise en compte à ce niveau de l'étude.



il faut qu'à la pulsation de découpage désirée, i.e. à la pulsation propre  $\omega_0$  du filtre  $F_2(p)$ , le déphasage apporté par la partie linéaire  $H(p)$  (Système + gains de retour) présente un déphasage de  $-90^\circ$  environ. Or, en remarquant que :

$$(p\mathbb{I} - A)^{-1} = \frac{\mathbb{I}}{p} + \frac{A}{p^2} + \frac{A^2}{p^3} + \dots + \frac{A^{n-1}}{p^n} \quad (2.71)$$

et en supposant que le produit  $Kb$  est différent de zéro, l'équation (2.70) lorsque  $p$  tend vers l'infini devient :

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow \infty} H(p) &= \frac{Kb}{p} + \frac{KAb}{p^2} + \dots + \frac{KA^{n-1}b}{p^n} \\ &= \frac{Kb}{p} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Puisque  $K$  est un vecteur ligne de dimension  $n$  et que  $b$  est un vecteur colonne de même dimension, leur produit est un simple scalaire de valeur :

$$Kb = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = k_1 b_1 + k_2 b_2 + \dots + k_n b_n = k_s$$

Soit finalement la fonction de transfert équivalente en haute fréquence :

$$\lim_{p \rightarrow \infty} H(p) = \frac{k_s}{p} \quad (2.73)$$

Puisque la fréquence de commutation n'est pas infinie, l'expression (2.73) reste une approximation. Mais dans la mesure où tous les pôles de la fonction de transfert  $H(p)$ , donnée par l'équation (2.70), sont suffisamment lents devant la pulsation de découpage considérée, alors la relation (2.73) est quasiment vérifiée. Aussi, en ajoutant le même filtre du second ordre que pour le MRC, le passage du lieu de la phase par  $-180^\circ$  est toujours proche de  $\omega_0$ , quelle que soit la structure du système commandé. Le principe de mise en oscillation est donc extensible à n'importe quel type de système.

#### 2.5.4 Exemples d'applications de la méthode

Pour valider cette extension du principe de mise en oscillation volontaire, un onduleur de tension du troisième ordre est considéré (c.f. figure 2.49). Le filtre de sortie est un circuit  $L - C$ , les variables d'état considérées étant le courant de pont  $i_l$  et la tension de sortie  $u_c$ . En plus de ces deux états, un troisième est ajouté sur l'erreur de sortie et est noté  $w$ . Ce facteur va permettre d'annuler l'erreur statique en cas d'application d'une perturbation  $i_s$  (qui n'est autre que le courant de charge).

La partie linéaire du système, mis sous forme matricielle, est de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_l \\ \dot{u}_c \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_l \\ u_c \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} e + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/C \\ 0 \end{bmatrix} i_s \quad (2.74)$$

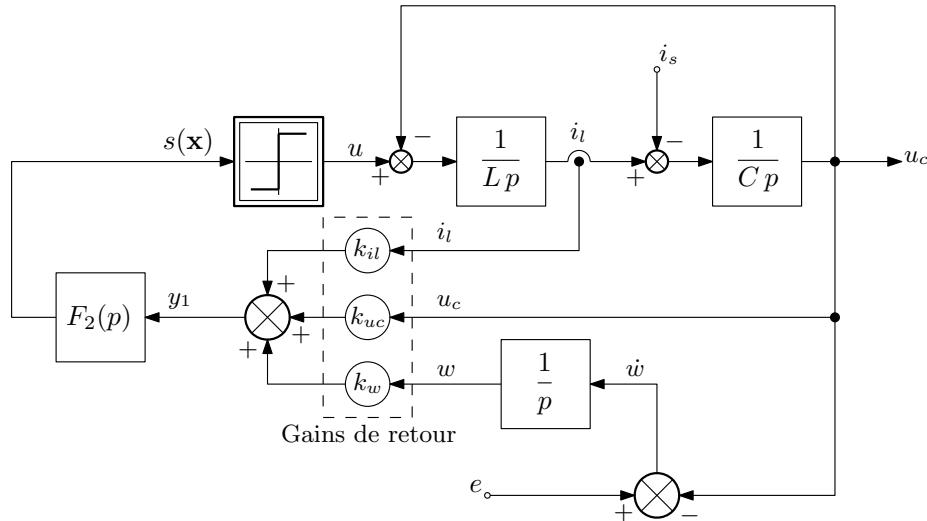


FIGURE 2.49 – Onduleur de tension avec facteur intégral sur l'écart de sortie.

Symbole	Description	Valeur(s)
$E$	Tension d'alimentation	100 V
$L$	Inductance de lissage	$200\mu\text{H}$
$C$	Condensateur de filtrage	$25\mu\text{F}$
$f_c$	Fréquence de commutation de l'étage de puissance	20 kHz

TABLE 2.4 – Paramètres du système.

Soit sous forme condensée :

$$\dot{x} = Ax + bu + b_e e + b_v i_s \quad (2.75)$$

Pour la synthèse en mode de glissement, seules les matrices  $A$  et  $b$  sont considérées. Puisque le système est du troisième ordre, deux pôles sont à imposer. Ces derniers peuvent être choisis réels ou complexes conjugués. Pour cette étude, ces deux cas de figure sont étudiés. En ce qui concerne les paramètres du système, ces derniers sont donnés par le tableau 2.4.

La pulsation propre du filtre  $L - C$ , notée  $\omega_{0lc}$  est donnée par la relation suivante :

$$\omega_{0lc} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.76)$$

C'est cette pulsation qui est prise comme référence pour le placement de pôle. Cette dernière, pour le jeu de paramètres donnés précédemment, vaut  $2\pi 2250$  rad/s. La pulsation de découpage désirée est de 20 kHz, soit un rapport d'environ 10 entre ces deux valeurs. Puisque la fréquence de découpage doit être relativement grande devant la bande passante du système, ce rapport de 10 est maintenu en choisissant les pôles en boucle fermée du même ordre de grandeur que  $\omega_{0lc}$ . La figure 2.50 montre les résultats de simulation alors obtenus pour des pôles complexes conjugués de module égal à  $\omega_{0lc}$  et pour un pôle réel double de même module.

Pour ces deux cas de figure, la réponse obtenue avec le procédé de limitation de la

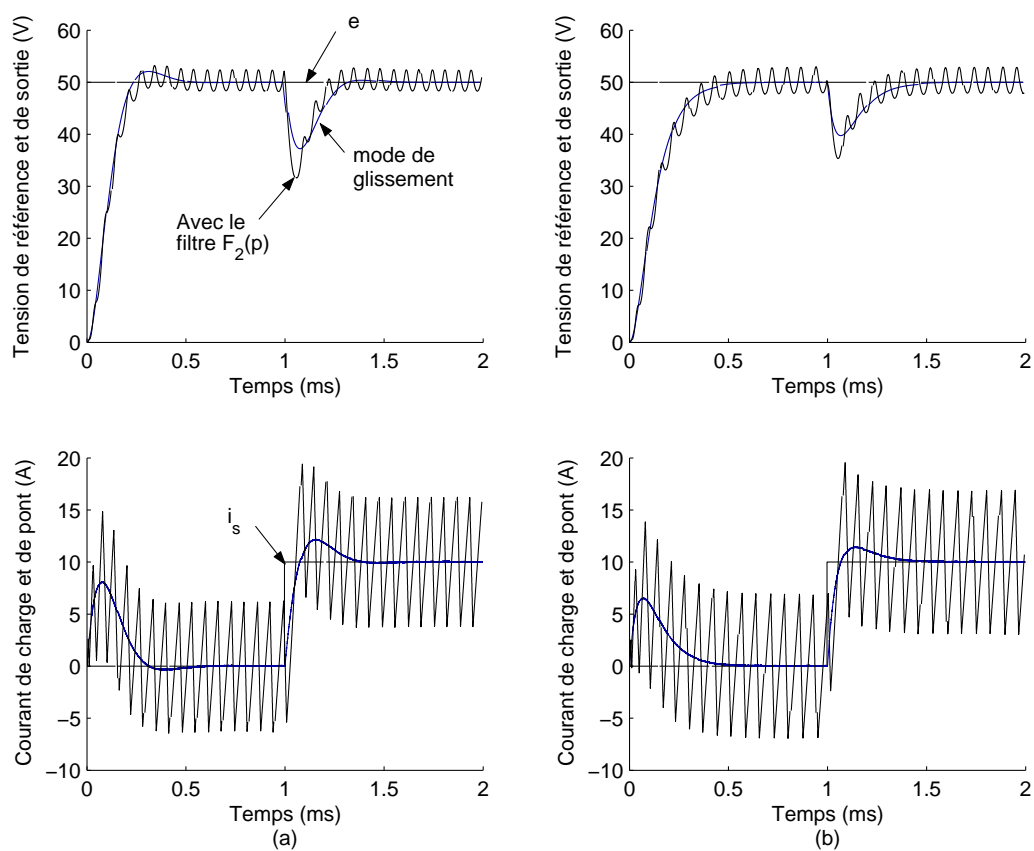


FIGURE 2.50 – Réponse du système en mode de glissement et avec l'ajout du filtre  $F_2(p)$ . Un échelon de courant de charge de 10 A est appliqué à  $t = 1$  ms. (a) Pôles complexes conjugués :  $p_1 = \bar{p}_2 = \omega_{0lc}/\sqrt{2}(1 + i)$ . (b) Pôle réel double :  $p_1 = p_2 = \omega_{0lc}$ .

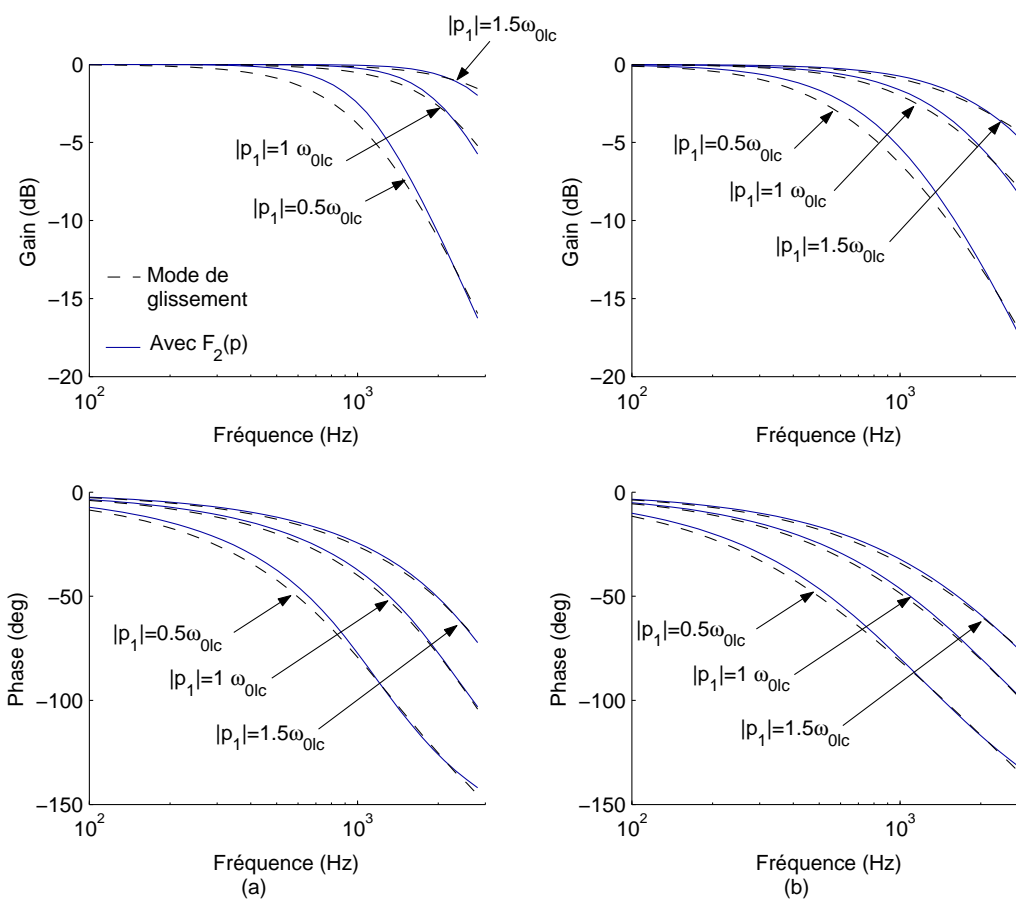


FIGURE 2.51 – Réponse fréquentielle du système en mode de glissement et avec l’ajout du filtre  $F_2(p)$ . (a) Pôles complexes conjugués. (b) Pôle réel double.

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007

fréquence est très proche de celle obtenue en mode de glissement que ce soit en régime transitoire, en rejet de perturbation et en régime statique. La figure 2.51 montre que la réponse fréquentielle jusqu'à 3 kHz, soit le sixième de la fréquence de commutation, concorde également. L'erreur sur le gain est au maximum de quelques pourcents et sur la phase de quelques degrés. Ces résultats valident donc en partie l'extension du principe de fonctionnement du MRC à un système quelconque, par la synthèse en mode de glissement.

## 2.6 Conclusions

Dans ce chapitre, divers problèmes ont pu être soulevés. Le premier est liée à la possibilité de synchronisations harmoniques en présence d'une excitation extérieure, de fréquence proche de celle de l'auto-oscillation du système. Dans ce cas, si l'amplitude de ce signal extérieur est suffisamment importante, le modèle linéaire du système peut être mis en défaut, ce qui ne va pas dans le sens d'une bonne maîtrise des caractéristiques entrée/sortie du modulateur. Le deuxième problème soulevé est liée à la stabilité de l'auto-oscillation. Il est apparu en effet que cette dernière pourrait présenter des cycles relativement complexes, voir apériodiques et chaotique. Dans la famille des *techniques de modulation aléatoire*, cet aspect irrégulier du signal de modulation est recherché dans le but d'étaler au maximum les composantes liées au découpage [Bech, 2000, Trzynadlowski, 2003]. Il pourrait donc être intéressant d'exploiter cette caractéristique particulière du modulateur MRC. Mais pour son application à la *Charge Active*, la fréquence de commutation doit être bien contrôlée puisque le modèle linéaire équivalent en dépend. Heureusement, il a pu être mis en évidence que ces modes de fonctionnement complexe de la mise en auto-oscillation n'apparaissent que pour des faibles valeurs du coefficient d'amortissement  $\xi$  ( $< 0.6$ ) et pour des rapports cycliques extrêmes ( $< 0.2$  et  $> 0.8$ ).

Pour finir ce chapitre, une nouvelle approche de synthèse des modulateurs auto oscillants, utilisant le principe du MRC, a été exposée. Cette synthèse est basée sur la supposition d'un fonctionnement en mode de glissement, permettant de considérer une forme et un ordre quelconque pour le système commandé. Le seul ajout d'un filtre du second ordre dans la boucle permet de borner la fréquence de commutation, tout en conservant les atouts de la commande en mode de glissement :

- très grande robustesse aux variations paramétriques du système,
- très grande dynamique d'asservissement et de rejet de perturbation,
- quasi-indépendance de la régulation à la tension d'alimentation.

De plus, la synthèse en mode de glissement utilise une forme d'état pour le système. Ainsi, contrairement à l'approche standard par fonctions de transferts, les états mesurés peuvent être choisis. Pour le MRT appliqué à la *Charge Active*, sa sortie est connectée à un onduleur de courant fonctionnant en commutation. Il existe donc dans le courant de charge une ondulation de fréquence proche de celle du MRT, susceptible de synchroniser ce dernier. Aussi, au chapitre qui suit, la synthèse en mode de glissement (par l'approche par retour d'état) appliquée au MRT permet de pallier en partie à ce problème de synchronisation sur le courant de charge.



## Chapitre 3

# Mise en œuvre du nouveau Modulateur et Régulateur de tension

### 3.1 Introduction

Au chapitre 1, la *Charge Active* et ses applications ont été présentées. Il est alors apparu que le principe d'émulation, compte tenu des performances exigées, est loin d'être simple à mettre en œuvre et que de nombreuses difficultés doivent être surmontées. Aujourd'hui, les *Charges Actives* faisant l'objet de cette étude intègrent pour les régulations locales de courant et de tension des MRC et MRT. Ces procédés bien qu'extrêmement rapides et robustes sont de nature non linéaire et donc difficiles à maîtriser et à modéliser. Au chapitre 2, ces non linéarités ont pu être identifiées ainsi que leur influence sur le modèle linéaire équivalent basse fréquence.

De plus, un outil de synthèse basé sur la commande en mode de glissement a été développé et permet lors de la synthèse des correcteurs d'accéder à des degrés de liberté supplémentaires par le choix des variables d'état. Si cette nouvelle mise en forme présente peu d'intérêt pour le MRC<sup>1</sup>, elle peut être un outil extrêmement intéressant dans le cas du MRT. En choisissant judicieusement les variables d'état, il est possible de s'affranchir d'un problème délicat : la synchronisation du MRT sur les ondulations hautes fréquences du courant de charge.

En première partie de ce chapitre, la structure et le choix des variables d'état du nouveau modulateur et régulateur de tension (que nous appellerons  $MRT_{v2}$ ) sont décrits.

En deuxième partie, il est mis en évidence la possibilité d'une synchronisation du  $MRT_{v2}$  sur le courant de charge. Une solution basée sur la mise en place d'un filtre particulier dans la boucle d'asservissement y est décrite et permet de pallier à ce problème d'accrochage.

Enfin, en troisième partie, une étude approfondie des paramètres de régulation est réalisée dans le but de rendre la structure la plus proche possible d'un système linéaire.

---

<sup>1</sup>La charge étant du premier ordre, une seule variable d'état est à choisir, ce qui n'offre pas de configurations plus intéressantes que par l'approche par fonctions de transfert.



## 3.2 Synthèse du régulateur

### 3.2.1 Mise en équations

Le MRT aujourd'hui présent au sein des *Charges Actives* offre de très bonnes performances en termes de robustesse, de dynamique et de rejet de perturbation. Aussi, plutôt que de refaire une synthèse complète du système par les modes glissants, il semble plus intéressant de partir de la structure initiale du MRT et d'en déduire son équivalent en retour d'état. Pour cela, considérons la figure 3.1 présentant la première version du MRT.

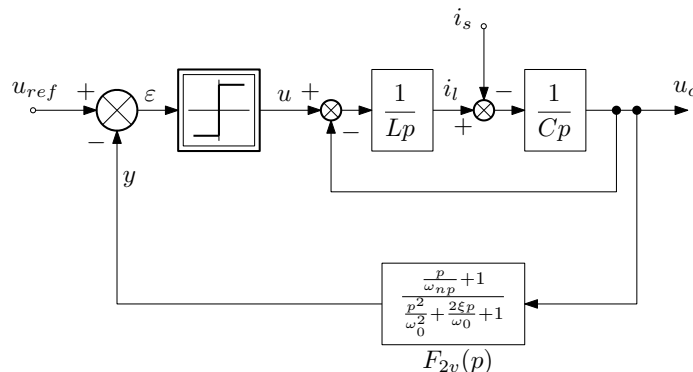


FIGURE 3.1 – Diagramme simplifié de la première version du MRT.

Dans cette structure, seule la tension de sortie  $u_c$  est mesurée. La fonction de transfert du système à vide, qui est un filtre de type  $L - C$ , est de la forme<sup>2</sup> :

$$F_{1v}(p) = \frac{u_c}{u} = \frac{1}{LCp^2 + 1} \quad (3.1)$$

Dans la chaîne de contre réaction, un filtre noté  $F_{2v}(p)$  est placé :

$$F_{2v}(p) = \frac{y}{u_c} = \frac{\frac{p}{\omega_{np}} + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1} \quad (3.2)$$

Ce filtre présente un zéro  $\omega_{np}$  au numérateur. Son dénominateur du second ordre est identique au filtre  $F_2(p)$  utilisé pour le MRC. Aussi, il est possible de scinder le filtre  $F_{2v}(p)$  en deux parties, pour faire apparaître explicitement le filtre  $F_2(p)$  du MRC. Cette nouvelle mise en forme est présentée par la figure 3.2.

Le signal  $y_1$  est donc la somme de la tension de sortie  $u_c$  et de sa dérivée à un facteur  $1/\omega_{np}$  prêt. Or, sur cette même figure, il apparaît clairement que :

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} (i_l - i_s) \quad (3.3)$$

Avec  $i_l$  le courant circulant dans l'inductance de filtrage  $L$  et  $i_s$  le courant de charge. En remplaçant donc la dérivée de  $u_c$  par son expression donnée à l'équation (3.3), il vient :

$$y_1(t) = \frac{1}{C\omega_{np}} (i_l - i_s) + u_c \quad (3.4)$$

<sup>2</sup>La charge étant *a priori* inconnue et pouvant être non linéaire, le courant de charge est considéré comme une simple perturbation.

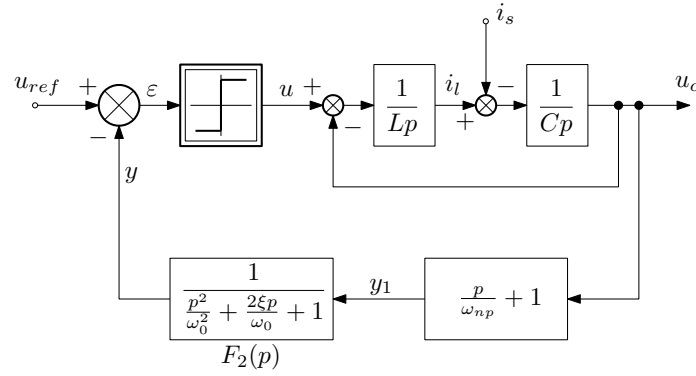


FIGURE 3.2 – Diagramme simplifié de la première version du MRT. Mise en forme du filtre  $F_{2v}(p)$  faisant apparaître le filtre  $F_2(p)$  du MRC.

Finalement, une structure par retour d'état se dessine naturellement en choisissant comme variables d'état la tension de sortie  $u_c$  et le courant circulant dans le condensateur  $C$ , noté  $i_c$  et donné par :

$$i_c = i_l - i_s$$

Le MRT mis sous une telle forme est donné par la figure 3.3.

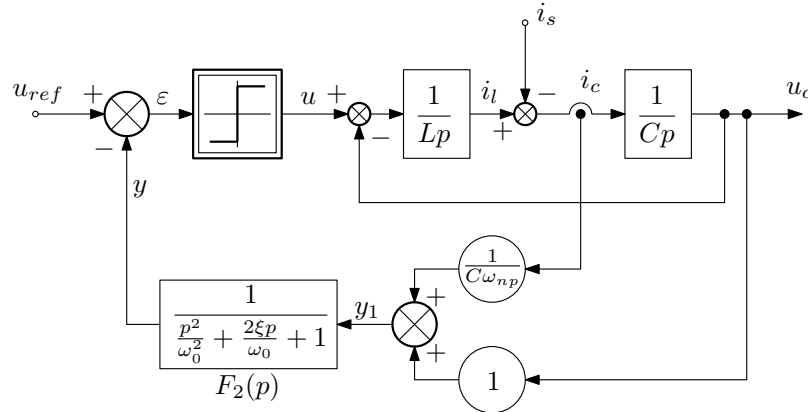


FIGURE 3.3 – Diagramme du MRT mise sous forme d'état.

A ce niveau de l'étude, il ne reste plus qu'à écrire le système sous forme d'état. Des considérations précédentes, il vient :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_c \\ \dot{u}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_c \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.5)$$

Soit sous forme condensée :

$$\dot{x} = Ax + bu \quad (3.6)$$

Les gains de commande appliqués au vecteur d'état peuvent aussi être exprimés sous la forme d'un vecteur  $K$ , donné par la relation suivante :

$$K = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{C\omega_{np}} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Or, cette structure, sans le filtre  $F_2(p)$ , est une commande en mode de glissement telle que décrite au chapitre précédent. Compte tenu des paramètres du système et du gain de retour  $K$ , le système en mode de glissement est une simple fonction de transfert de la forme [Bühler, 1986] :

$$H_c(p) = \frac{u_c}{u_{ref}} \Big|_{F_2(p)=1} = \frac{1}{\frac{p}{\omega_{np}} + 1} \quad (3.8)$$

L'ajout du filtre  $F_2(p)$  de fréquence propre  $\omega_0$  et d'amortissement  $\xi$  va alors permettre de limiter la fréquence de commutation, sans trop influencer le comportement basse fréquence du système. Ainsi, le choix du pôle de réglage  $\omega_{np}$ , donc le gain appliqué sur le retour de courant, permet d'imposer approximativement la bande passante du système.

### 3.2.2 Choix des variables d'état

Cette restructuration du MRT sous forme d'état fait à présent apparaître deux contre-réactions :

- une première sur la tension de sortie  $u_c$ , grandeur à asservir,
- une seconde sur le courant  $i_c$  circulant dans le condensateur  $C$ .

Sur les *Charges Actives* actuelles et futures, le courant de pont  $i_l$  et le courant de charge  $i_s$  sont mesurés. De plus, le courant de charge est susceptible de véhiculer des composantes de hautes fréquences liées au fonctionnement par découpage de l'onduleur sous test (c.f. figure 3.4), nuisibles à la bonne mise en oscillation du modulateur (problèmes de synchronisation). Aussi, cette partie haute fréquence du courant  $i_s$  ne doit pas être réinjectée en entrée de l'étage de commutation de la *Charge Active*.

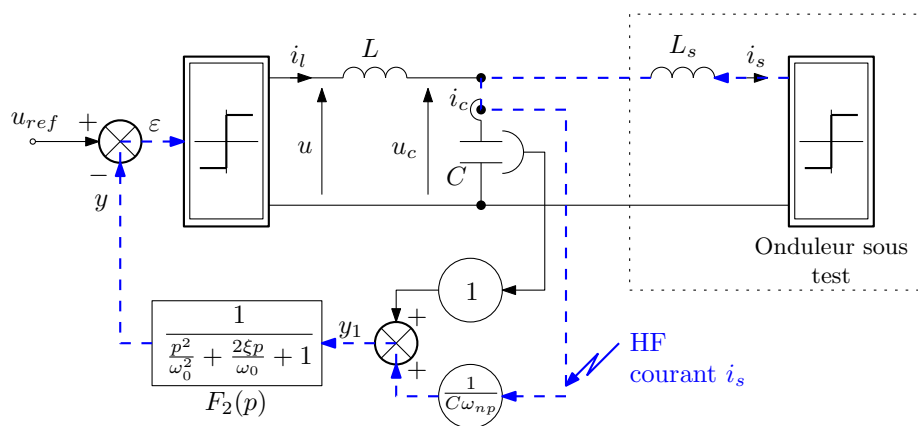


FIGURE 3.4 – Circulation des composantes de *haute fréquence* issues du courant charge  $i_s$ , liée à la contre réaction du courant  $i_c$ .

En prévision de ce problème éventuel, le courant  $i_c$  est donc reconstruit en mesurant séparément le courant de pont  $i_l$  et le courant de charge  $i_s$  :

$$i_c = i_l - i_s \quad (3.9)$$

Un traitement du courant de charge peut alors être réalisé séparément, sans que les variables d'état  $i_l$  et  $u_c$  soient modifiées. La figure 3.5 montre le diagramme associé à cette nouvelle structure. Les équations associées à ce système sont quasiment les mêmes. La variable d'état

$i_c$  est remplacée par  $i_l$  et le courant de charge  $i_s$  est présenté comme une perturbation mesurée. Le système d'équations correspondant, lorsque aucun traitement n'est appliqué à

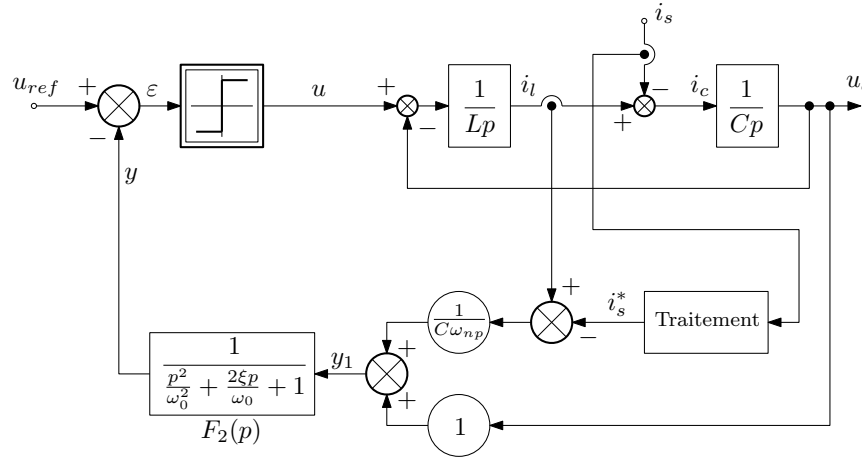


FIGURE 3.5 – MRT sous forme d'état avec reconstruction du courant  $i_c$  ( $i_c^* = i_l - i_s^*$ ).

$i_s$  ( $i_s^* = i_s$ ) est alors le suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_l \\ \dot{u}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_l \\ u_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/C \end{bmatrix} i_s \quad (3.10)$$

$$y_c = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} i_l \\ u_c \end{bmatrix}$$

Soit sous forme condensée :

$$\dot{x} = Ax + bu + b_s i_s \quad (3.11)$$

$$y_c = cx$$

Le vecteur gain  $K$  reste inchangé mais l'expression du signal de retour  $y_1$  doit prendre en compte la mesure de perturbation. Soit :

$$y_1 = Kx + K_s i_s \quad (3.12)$$

Avec :

$$K_s = -\frac{1}{C\omega_{np}} \quad (3.13)$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{C\omega_{np}} & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.2.3 Intérêt de cette nouvelle structure

A présent, intéressons-nous aux performances du nouveau régulateur, que nous nommons dès à présent  $MRT_{v2}$ . En l'absence de traitement du courant de charge  $i_s$  (filtrage, échantillonnage, ...), la structure de la figure 3.5 est strictement équivalente d'un point de vue théorique à celle de la figure 3.1. Leurs performances sont donc *a priori* comparables et la présence de deux capteurs de courant supplémentaires pour la nouvelle structure peut

nous amener à préférer la première version du modulateur de tension. Mais la nouvelle structure proposée présente néanmoins plusieurs intérêts indiscutables pour son application à la *Charge Active*.

Premièrement, dans la première version du MRT, le courant  $i_c$  était reconstruit à partir de la tension de sortie  $u_c$  par dérivation de cette dernière. Or, une telle opération nécessite certaines précautions et peut, dans le cas de signaux relativement bruités, amener à des dysfonctionnement de la mise en oscillation. C'est pour cette raison que le MRT ne pouvait être utilisé pour l'émulation d'organes électrochimiques (batteries), ces derniers présentant une ondulation sur la tension de sortie beaucoup trop faible pour être exploitable [Ginot, 2005]. Grâce à cette nouvelle structure, la dérivée de la tension de sortie n'est plus nécessaire et l'ondulation de découpage utile à la mise en oscillation est directement exploitée sur la mesure du courant de pont  $i_l$ .

Deuxièmement, il a été mis en évidence au chapitre précédent que le MRT pouvait être le siège d'oscillations dites forcées. Pour le MRT (et donc le  $MRT_{v2}$ ) ce signal peut être :

- La tension de référence  $u_{ref}$  : un accrochage est possible sur un des harmoniques de ce signal (voir section 2.3, synchronisation indirecte),
- le courant de charge  $i_s$  : la fréquence de commutation peut être celle du découpage de l'onduleur sous test (synchronisation harmonique).

Dans le cas d'une synchronisation sur un harmonique du signal de référence, seule une très bonne linéarité du modulateur peut tendre à limiter ce problème. Un filtrage des hautes fréquences de ce signal est également envisageable (qui peut être compensés facilement par la couche numérique). Dans le cas où le signal de synchronisation est le courant de charge  $i_s$ , aucune solution simple ne peut être réellement envisageable avec la première version du MRT. En effet, l'ondulation de découpage de l'onduleur sous test ne peut être supprimée que par un filtrage du signal retourné au modulateur, i.e. dans le cas du MRT un filtrage du courant  $i_c$  reconstruit. Or, dans ce même signal existe l'ondulation liée au découpage du MRT et indispensable à sa mise en oscillation. Un filtrage trop important a donc toutes les chances de perturber la fonction de modulation du MRT par un abaissement inacceptable de la fréquence de commutation<sup>3</sup>. Pour le  $MRT_{v2}$ , ce filtrage est possible puisque le courant  $i_s$  est mesuré séparément.

Il ne reste plus qu'à mettre en évidence ce problème de synchronisation du  $MRT_{v2}$  sur l'ondulation de découpage du courant de charge.

### 3.3 Ondulations sur le courant de charge – Problème et solution

Pour étudier l'influence de l'ondulation de découpage du courant de Charge sur la mise en oscillation du  $MRT_{v2}$ , la courbe de synchronisation de ce modulateur est étudiée.

#### 3.3.1 Conditions de l'étude

Pour cette étude, considérons le schéma donné par la figure 3.6. Sur cette figure, l'onduleur sous test est modélisé par une fonction de commutation de type *plus-ou-moins* en série avec une inductance de lissage  $L_s$ . Cet onduleur est alimenté sous une tension notée

<sup>3</sup>L'ondulation utilisée pour la mise en oscillation du  $MRT_{v2}$  est principalement présente dans le courant de pont  $i_l$ .

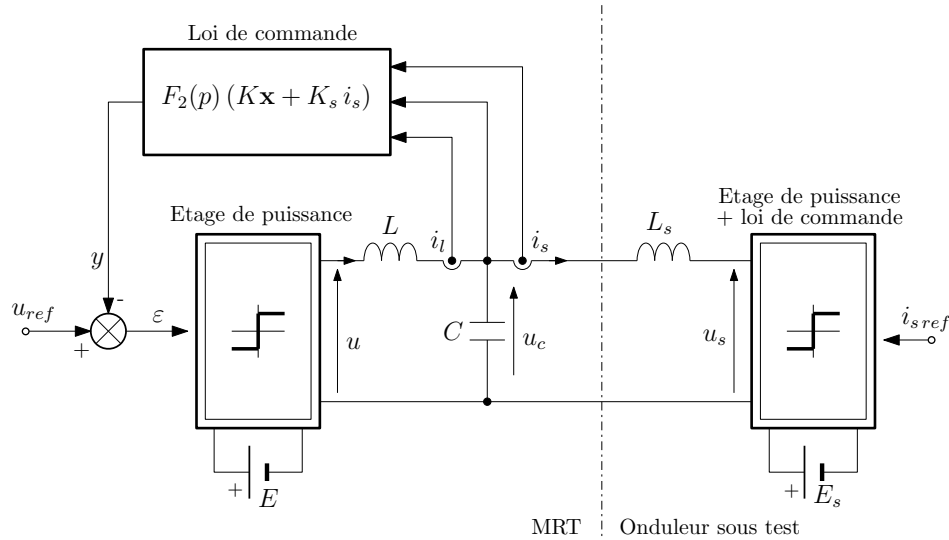


FIGURE 3.6 – Inter-connections de l'onduleur sous test (la charge) et du MRT.

$E_s$ . Pour cette étude, seule l'ondulation du courant de charge est considérée. La tension de commande  $u_s$  est donc un signal carré d'amplitude  $\pm E_s$  et de rapport cyclique constant noté  $\alpha_s$ . Dans le but de simplifier au maximum cette étude (compte tenu du grand nombre de paramètres mis en jeu) ce rapport cyclique est considéré égal<sup>4</sup> à  $1/2$ . Enfin, le signal de commande  $u$  du  $MRT_{v2}$  est supposé nul, i.e. que le rapport cyclique  $\alpha$  est égal à  $1/2$ .

Pour cette étude, les paramètres du systèmes sont ceux du prototype de la *Charge Active tension* rappelés par le tableau 3.1.

Symbole	Description	Valeur(s)
	Courant max. crête	250 A
	Tension max. crête	200 V
$E$	Tension d'alimentation	50 – 220 V
$L$	Inductance de lissage	$200\mu\text{H}$
$C$	Condensateur de filtrage	$25\mu\text{F}$
$R_T$	Gain des capteurs de courants	$10/300\text{ V/A}$
$K_v$	Gain des capteurs de tensions	$10/250\text{ V/V}$
$f_c$	Fréquence de commutation de l'étage de puissance	15 – 20 kHz

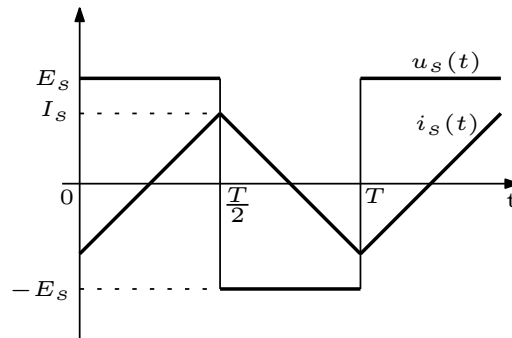
TABLE 3.1 – Paramètres du prototype de la *Charge Active*.

### 3.3.2 Amplitude de l'ondulation du courant de charge

Compte tenu des considérations précédentes, le courant de charge  $i_s$  n'est composé que de l'ondulation de découpage de forme triangulaire symétrique et d'amplitude (c.f. figure 3.7) :

<sup>4</sup>Ce qui constitue le cas le plus défavorable, puisque c'est dans ce cas que le fondamental de l'oscillation du courant  $i_s$  est maximum.

$$I_s = \frac{E_s 2\pi}{4\omega_f L_s} \quad (3.14)$$

FIGURE 3.7 – Evolution de l'ondulation du courant de charge  $i_s$ .

Afin d'étudier les conditions d'accrochages possibles entre le  $MRT_{v2}$  et cet onduleur de charge, une approximation au premier harmonique de l'ondulation du courant  $i_s$  est réalisée. Ainsi, développé sous la forme d'une série de Fourier, le courant de charge  $i_s$  est de la forme suivante :

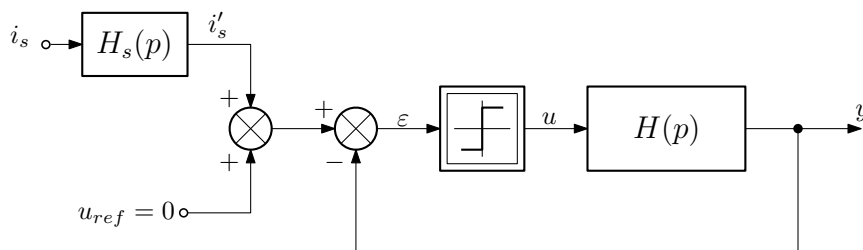
$$i_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{32 I_s}{(2\pi (2n - 1))^2} \cos((2n - 1) \omega_f t) \quad (3.15)$$

Avec  $\omega_f$  la fréquence de commutation de l'onduleur sous test. En ne conservant que le premier terme de l'équation (3.15), soit  $n = 1$ , l'approximation de l'ondulation du courant de charge devient :

$$i_s(t) \simeq \frac{8 I_s}{\pi^2} \cos(\omega_f t) = \frac{16 E_s}{4\omega_f L_s \pi} \cos(\omega_f t) \quad (3.16)$$

### 3.3.3 Courant de charge ramené en entrée du système

Afin d'étudier l'influence de l'ondulation *haute fréquence* présente au niveau du courant de charge  $i_s$ , cette dernière doit être ramenée en entrée du MRT. En effet, cette mise en forme permet de généraliser l'étude des oscillations dites *forcées* à un système quelconque. Pour cela, la structure recherchée est donnée par la figure 3.8.

FIGURE 3.8 – Diagramme équivalent du  $MRT_{v2}$  avec la perturbation  $i_s$  ramenée en entrée du système.

Le courant de charge  $i_s$  est ramené à l'entrée du système par le biais de la fonction de transfert  $H_s(p)$ . Pour l'étude de la synchronisation du  $MRT_{v2}$  sur l'ondulation du courant

de charge, il est nécessaire de mettre à zéro l'entrée de référence  $u_{ref}$ .

Cette mise en forme étant effectuée, reste à déterminer la fonction de transfert  $H_s(p)$ . Pour cela, la commande  $u$  est mise à zéro et les variables d'état  $i_l$  et  $u_c$  sont exprimées par rapport à  $i_s$ , qui devient l'entrée du système (c.f. figure 3.9). Soit :

$$\dot{x} = Ax + b_s i_s \quad (3.17)$$

avec  $A$ ,  $b_s$  et  $x$  définis à l'équation (3.10).

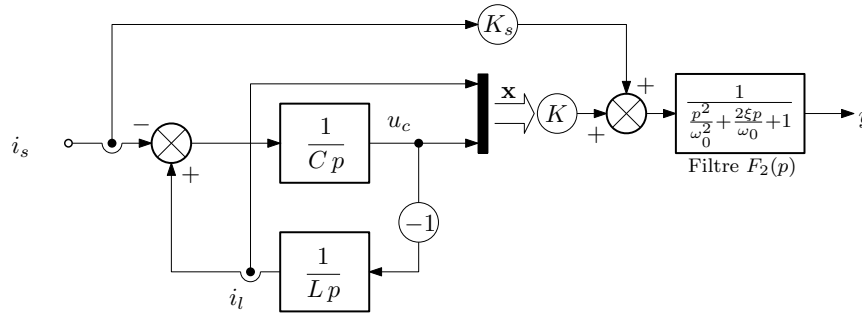


FIGURE 3.9 – Partie linéaire du système avec pour entrée  $i_s$ .

Le vecteur des gains de retour  $K$  est appliqué au vecteur d'état  $x$  et un gain  $K_s$ , identique à celui appliqué au courant de pont  $i_l$ , est appliqué à la perturbation  $i_s$ . Pour cette application, ces gains sont donnés par l'équation (3.13). Ainsi, le signal  $y$  ramené au niveau du détecteur d'erreur s'exprime sous la forme suivante :

$$y = (Kx + K_s i_s) F_2(p) = \left( \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ C \omega_{np} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_l \\ u_c \end{bmatrix} - \frac{1}{C \omega_{np}} i_s \right) F_2(p) \quad (3.18)$$

Le passage dans le domaine de Laplace du système d'équation (3.11) permet d'exprimer le vecteur d'état  $x$  en fonction de  $i_s$  :

$$x = [p\mathbb{I} - A]^{-1} b_s i_s \quad (3.19)$$

Et finalement, en remplaçant l'équation (3.19) dans (3.18), il est obtenu l'expression de  $y$  en fonction de  $i_s$  :

$$y = \left( K_s + K [p\mathbb{I} - A]^{-1} b_s \right) F_2(p) i_s \quad (3.20)$$

Puisque le signal  $y$  attaque le comparateur d'erreur sur une entrée négative, la fonction de transfert  $H_s(p)$  est de la forme :

$$H_s(p) = -\frac{y}{i_s} = - \left( K_s + K [p\mathbb{I} - A]^{-1} b_s \right) F_2(p) \quad (3.21)$$

### 3.3.4 Courbe de synchronisation

Pour cette étude, la courbe de synchronisation est tracé pour l'entrée  $i'_s$  visible sur la figure 3.8. L'amplitude du courant  $i_s$  correspondante (notée  $I_s$ ) est alors déduite de l'amplitude de  $i'_s$  (notée  $I'_s$ ) en multipliant cette dernière par l'inverse du module de  $H_s(j\omega_f)$ , soit :



$$I_s = I'_s |H_s(j\omega_f)|^{-1}$$

En section 2.2, il a été montré qu'un système à relais peut être synchronisé si l'amplitude du signal extérieur, de fréquence  $\omega_f$ , est d'amplitude supérieure à  $A_{1cr}(\alpha, \omega_f)$ , lieu obtenu par la relation (2.28) [Cypkin, 1962], [Gille, 1988]. Pour le jeu de paramètres du système donnés par le tableau 3.1, le tracé des courbes de synchronisation théoriques du  $MRT_{v2}$  sont données par la figure 3.10.

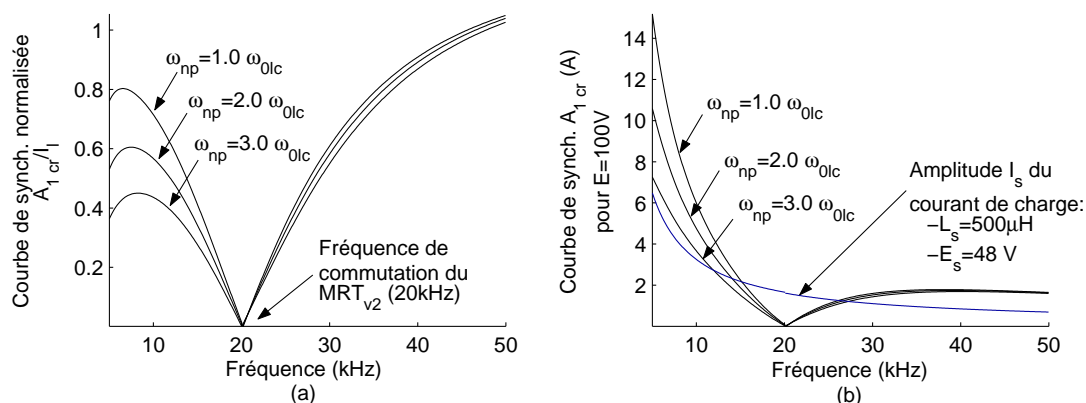


FIGURE 3.10 – Courbes de synchronisation du  $MRT_{v2}$  par le courant de charge  $i_s$ . (a) Courbe de synchronisation normalisée au courant de pont  $i_l$ . (b) Courbe de synchronisation pour  $E = 100V$ .

La figure 3.10(a) présente la courbe de synchronisation du  $MRT_{v2}$  par le courant de charge  $i_s$ , normalisées par rapport au courant de pont  $i_l$ . La figure 3.10(b) présente quant à elle la courbe de synchronisation du système par le courant de charge  $i_s$ , lorsque la tension d'alimentation  $E$  du  $MRT_{v2}$  est de 100 V.

Comme pour le MRC, ces courbes présentent toutes un minimum à la fréquence d'auto-oscillation du  $MRT_{v2}$ . Cette caractéristique a donc pour conséquence de rendre le modulateur extrêmement sensible au phénomène de synchronisation lorsque la fréquence de découpage de l'onduleur sous test est proche de sa propre fréquence de découpage, et ce, quelque soit la valeur de  $\omega_{np}$  et de  $\omega_0$ . Il apparaît également sur ces courbes que l'augmentation du pôle de réglage  $\omega_{np}$  tend à abaisser le seuil de synchronisation, rendant donc le système plus sensible. Pour illustrer ce propos, considérons la figure 3.10(a). Pour une ondulation du courant de charge de l'ordre de seulement 20% de celle du courant de pont, une synchronisation est possible entre 16.5 kHz et 23.5 kHz, soit une variation de  $\pm 17\%$  de la fréquence de commutation autour de sa valeur naturelle (de 20 kHz).

De même, une application potentielle de la *Charge Active* tension est l'émulation de f.e.m. d'alternateur-démarrateurs. L'onduleur sous test est typiquement alimenté par la batterie du véhicule qui peut atteindre 48 V. Pour une inductance de raccordement  $L_s$  de 500  $\mu H$ , l'amplitude de l'ondulation de découpage donnée par l'équation (3.16) est présentée sur les figures 3.10(b) et 3.10(d). Aussi, il apparaît que cette amplitude est telle qu'une synchronisation est possible entre 12 et 26 kHz, dans le cas où l'auto-oscillation du  $MRT_{v2}$  est de 20 kHz.

Or, cette variation de la fréquence de commutation peut engendrer une modification comportementale du système, i.e. une modification du modèle linéaire équivalent. Elle peut

également amener à la destruction du système dans le cas d'une augmentation trop importante de la fréquence de commutation. Pour la version basse tension de la *Charge Active*, la fréquence de commutation est de l'ordre de 18 kHz et ne doit pas dépasser 20 kHz. La fréquence de découpage de l'onduleur sous test peut quant à elle évoluer entre 10 et 30 kHz. Il est donc tout à fait probable que le  $MRT_{v2}$  s'accroche à des fréquences supérieures à 20 kHz, valeur maximale garantie par le constructeur du pont de puissance. Il apparaît donc nécessaire de prendre des mesures pour pallier à ce problème de synchronisation sur le courant de charge.

### 3.3.5 Filtrage du courant de charge

Comme il a été montré en section 3.2.2, l'ondulation de découpage de l'onduleur sous test se propage via le courant  $i_s$ , mesuré et exploité par le  $MRT_{v2}$ . Aussi, pour que le phénomène d'accrochage soit limité, plusieurs solutions sont possibles. La première et la plus intuitive est de ne plus mesurer ce courant de charge. Mais dans ce cas, le rejet de perturbation devient très mauvais. La deuxième solution consiste à ne conserver que les composantes de basses fréquences utiles à la régulation. Les hautes fréquences doivent alors être éliminées par filtrage.

Mais pour que la fonction de régulation du  $MRT_{v2}$  reste performante, la partie basse fréquence du courant de charge retourné au modulateur doit être extrêmement peu modifiée, i.e. très peu atténuée et déphasée. Cette partie utile du signal à ne pas modifier va de 0 à 2000 Hz environ.

Pour que le  $MRT_{v2}$  ne subisse pas de synchronisation gênante à son bon fonctionnement, l'ondulation de découpage de l'onduleur sous test doit être suffisamment atténuée. Cette fréquence est comprise entre 10 et 30 kHz.

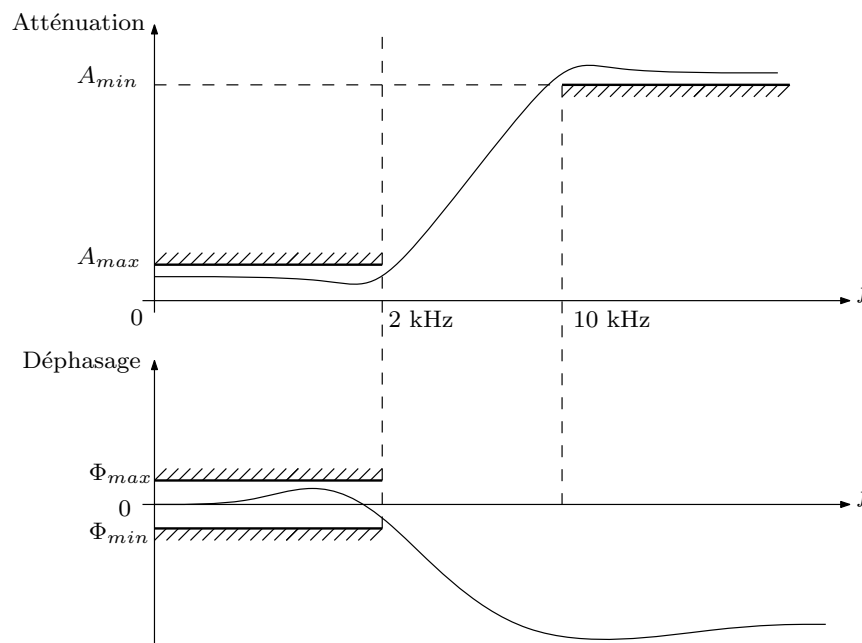


FIGURE 3.11 – Gabarit du filtre passe bas appliqué sur la mesure du courant de charge  $i_s$ .

Un filtre est alors nécessaire et son gabarit est donné par la figure 3.11. Ce filtre doit respecter des contraintes d'atténuations, mais doit également respecter une contrainte de

déphasage en basse fréquence. Le cahier des charges finalement imposé est :

- une atténuation inférieure à 1 dB jusqu'à 2 kHz,
- un déphasage de moins de  $-5^\circ$  jusqu'à 2 kHz,
- une atténuation d'au moins 15 dB à partir de 10kHz.

Les structures classiques de filtre tels que les filtres de Butterworth, de Chebyshev ou encore de Bessel ne permettent pas de respecter la condition de déphasage. Pour que cette dernière puisse être remplie, il est nécessaire de recourir à des structures plus complexes. Les filtres Elliptiques (ou filtres de Cauer) permettent de respecter de tels gabarits, à la condition d'accepter une résonance importante dans la bande de transition, i.e. pour cette application entre 2 et 10 kHz. Dans le cas d'un filtre de Cauer du second ordre, la fonction de transfert associée est, de manière générale, de la forme suivante :

$$H_{cau}(p) = \frac{\frac{p^2}{\omega_1^2} + \frac{2\xi_1 p}{\omega_1} + 1}{\frac{p^2}{\omega_2^2} + \frac{2\xi_2 p}{\omega_2} + 1} \quad (3.22)$$

Avec pour un passe bas  $\omega_1 > \omega_2$ . Le diagramme de Bode correspondant à ce filtre est donné par la figure 3.12.

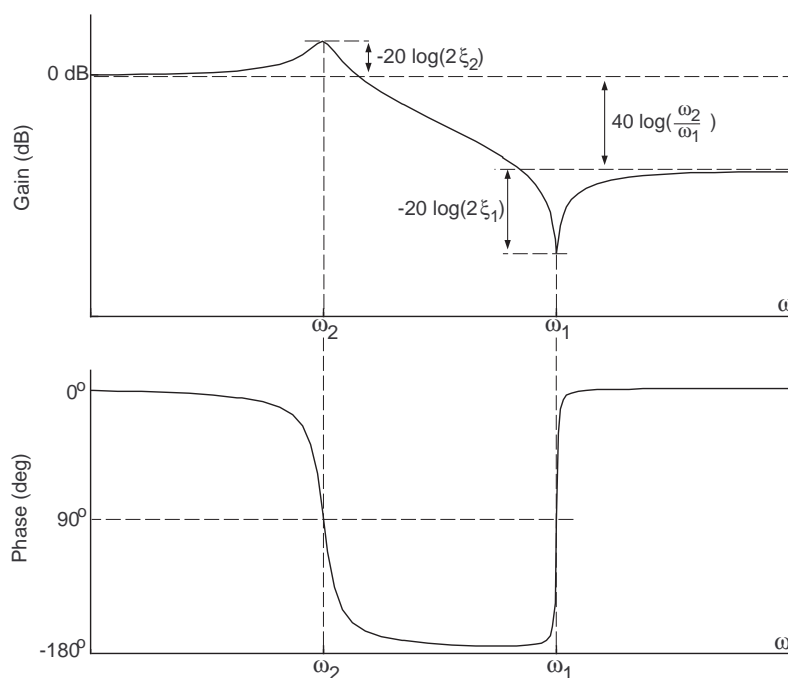


FIGURE 3.12 – Gabarit du filtre de Cauer passe-bas idéal.

Pour qu'en basse fréquence le déphasage reste proche de zéro, le coefficient d'amortissement  $\xi_2$  doit être petit. Dans ce cas, une résonance importante est visible pour des pulsations proches de  $\omega_2$ . Cette résonance ne doit pas être excitée par une composante quelconque du signal  $i_s$ , sous peine d'apparition d'oscillations importantes susceptibles de déstabiliser le système. Puisque la plage des fréquences comprises entre 2000 Hz (bande passante utile) et 10 kHz (fréquence minimum de découpage) est dénuée de composantes, elle peut donc accueillir cette résonance, sans risque de dysfonctionnement du système (c.f. figure 3.13).

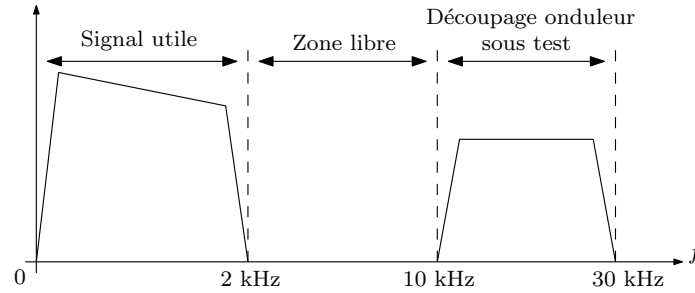


FIGURE 3.13 – Occupation fréquentielle des différentes composantes du courant de charge  $i_s$ .

Pour que l'atténuation soit maximum à 10 kHz, un *zéro de transmission* est placé à cette fréquence. Ce dernier est réalisé par le numérateur de  $H_{cau}(p)$  en prenant  $\omega_1 = 2\pi 10000$  rad/s et  $\xi_1$  proche de zéro. L'atténuation alors produite en haute fréquence n'est autre que le rapport au carré des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans notre cas,  $\omega_1$  est de l'ordre de  $2\pi 10000$  rad/s et  $\omega_2$  de l'ordre de  $2\pi 5000$  rad/s, soit une atténuation en haute fréquence de :

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} H_{cau}(p) = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \simeq \frac{1}{4}$$

Pratiquement, la fonction de transfert (3.22) est réalisée à l'aide d'amplificateurs opérationnels. Le synoptique du filtre et sa description électronique est donnée en annexe D. Les deux pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont choisies à l'aide d'une inductance simulée  $L_{Cauer}$ . Deux valeurs de cette inductance peuvent être choisies sur la carte réalisée :

$$\begin{aligned} L_{Cauer} = 2.2 \text{ mH} &\rightarrow \omega_1 = 2\pi 15000 \text{ rad/s}, \omega_2 = 2\pi 7700 \text{ rad/s} \\ L_{Cauer} = 3.9 \text{ mH} &\rightarrow \omega_1 = 2\pi 12000 \text{ rad/s}, \omega_2 = 2\pi 5800 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

### 3.3.6 Courbe de synchronisation avec filtrage du courant de charge

Afin de valider cette solution de filtrage de la mesure du courant de charge  $i_s$ , la courbe de synchronisation est de nouveau tracée en prenant cette fois en compte le filtre de Cauer présenté précédemment. La figure 3.14 est donnée pour  $L_{Cauer} = 2.2$  mH, soit  $\omega_1 = 2\pi 15000$  rad/s et  $\omega_2 = 2\pi 7700$  rad/s. La figure 3.15 est quant à elle donnée pour  $L_{Cauer} = 3.9$  mH, soit  $\omega_1 = 2\pi 12000$  rad/s et  $\omega_2 = 2\pi 5800$  rad/s. Alors que les courbes de synchronisation sans filtrage de  $i_s$  présentent une plage d'accrochage relativement élevée (c.f. figure 3.10), cette dernière est très nettement réduite par l'ajout du filtre de Cauer. La zone d'accrochage pour une fréquence d'auto-oscillation du  $MRT_{v2}$  de 20 kHz ne s'étend plus que de 18.5 à 21.5 kHz, contre 12 à 26 kHz sans filtrage et pour les mêmes conditions d'étude ( $E_s = 48$  V,  $L_s = 500 \mu\text{H}$ ).

En revanche, la présence d'une résonance à la pulsation  $\omega_2$  tend à abaisser la courbe de synchronisation à cet endroit. Malgré tout, dans la mesure où la fréquence de découpage de l'onduleur sous test reste comprise entre 10 et 30 kHz (valeurs prévues par le cahier des charges), aucune synchronisation dans la zone des 10 kHz n'est à craindre et notamment pour  $L_{Cauer} = 3.9$  mH ( $\omega_2 = 2\pi 5800$  rad/s).

Pour conclure, l'ajout du filtre de Cauer permet de réduire considérablement la zone d'accrochage du  $MRT_{v2}$  sur le courant de charge  $i_s$ . De plus, du fait de sa structure par-

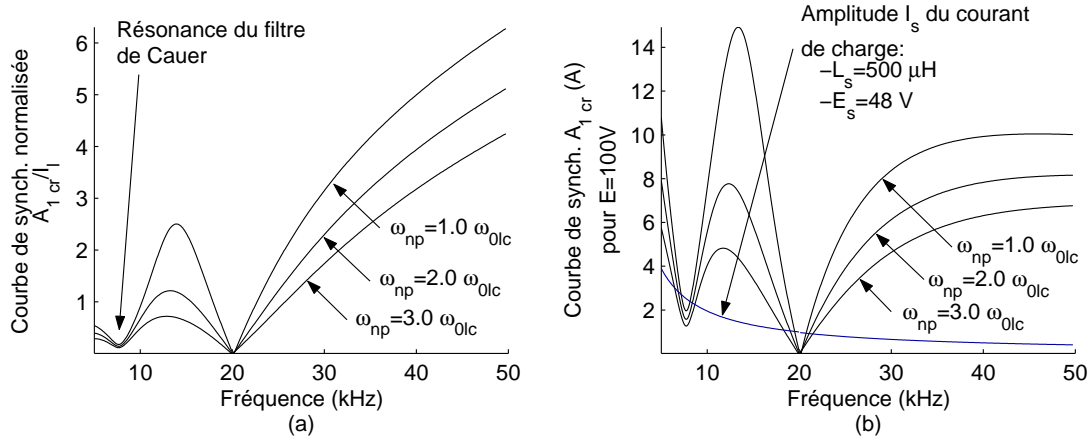


FIGURE 3.14 – Courbes de synchronisation du  $MRT_{v2}$  avec filtre de Cauer :  $L = 2.2$  mH. (a) Courbe de synchronisation normalisée au courant de pont  $i_l$ . (b) Courbe de synchronisation pour  $E = 100$  V.

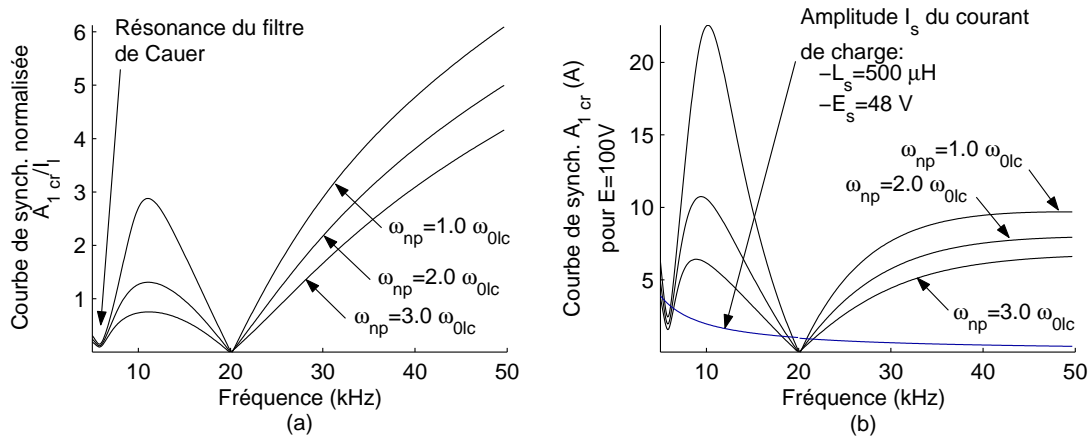


FIGURE 3.15 – Courbes de synchronisation du  $MRT_{v2}$  avec filtre de Cauer :  $L = 3.9$  mH. (a) Courbe de synchronisation normalisée au courant de pont  $i_l$ . (b) Courbe de synchronisation pour  $E = 100$  V.

ticulière, le filtre implanté perturbe peu la fonction de régulation puisque la partie basse fréquence de la mesure du signal  $i_s$  est très peu modifiée. Le gain du filtre est quasiment unitaire et le déphasage extrêmement faible.

## 3.4 Étude paramétrique du nouveau régulateur

### 3.4.1 Présentation du problème

Le problème de synchronisation ayant été traité et en partie résolu à la section précédente, l'étude des performances du  $MRT_{v2}$  reste à être étudiée. Pour cela, l'étude se portera essentiellement sur le gain équivalent de l'étage de puissance. Pour être performant, le  $MRT_{v2}$  doit présenter un gain équivalent le plus grand possible<sup>5</sup>, mais surtout présenter la plus grande constance possible de ce gain en fonction du point de fonctionnement, pour que le modèle macroscopique puisse être facilement identifiable à un simple système linéaire. Pour le MRC, il a été montré au chapitre 1 que le gain équivalent de l'étage de puissance dépend essentiellement :

- de la fréquence de commutation, imposée par la pulsation propre  $\omega_0$  du filtre  $F_2(p)$ ,
- du coefficient d'amortissement  $\xi$  de ce même filtre.

Pour le  $MRT_{v2}$ , les choses sont plus complexes. En effet, le nombre de paramètres conditionnant la valeur du gain équivalent est ici beaucoup plus élevé :

- inductance de filtrage  $L$ ,
- condensateur de filtrage  $C$ ,
- pôle de réglage  $\omega_{np}$ ,
- amortissement  $\xi$  du filtre  $F_2(p)$ ,
- pulsation propre  $\omega_0$  du filtre  $F_2(p)$ .

Il devient donc difficile d'obtenir un critère unique et simple permettant un choix judicieux de ces différents paramètres de réglage. C'est pourquoi cette partie du mémoire est exclusivement consacrée à l'étude du modèle linéaire du  $MRT_{v2}$ , obtenu à partir de la méthode de Cypkin [Yhuel, 2001]. Grâce à celle-ci, il est possible de montrer que pour certaines valeurs particulières du gain de correction  $K$  (appliqué au vecteur d'état), il est possible d'obtenir un gain équivalent à peu près constant sur une large plage de variation du point de fonctionnement, le modèle linéaire équivalent obtenu étant alors plus précis<sup>6</sup>.

A partir de ce modèle linéaire équivalent, le  $MRT_{v2}$  est présenté sous la forme d'un générateur de Thévenin, à savoir une source de tension en série avec une impédance, cette dernière modélisant l'influence du courant de charge sur la tension de sortie. Enfin, les résultats de simulation du  $MRT_{v2}$  réel seront comparés à ceux du modèle linéaire équivalent.

Dans toute cette étude, le courant de charge est supposé purement harmonique, i.e. dénué de toute composante de découpage. Cette hypothèse est justifiable du fait de la présence du filtre de Caer sur la mesure de ce courant, l'ondulation de découpage ayant alors peu d'influence sur le comportement du  $MRT_{v2}$ .

### 3.4.2 Évolution du gain équivalent et de la fréquence de commutation

#### Equation du système linéarisé (Gain équivalent)

Dans le cas du MRC, les travaux de J.F. Yhuel [Yhuel, 2001], eux-mêmes inspirés des travaux de Cypkin [Cypkin, 1962], ont montré que l'étage de commutation pouvait être

<sup>5</sup>Plus le gain équivalent sera important, plus les réponses obtenues seront proches de celles du fonctionnement en mode de glissement.

<sup>6</sup>Un gain quasiment constant sur toute la plage des points de fonctionnement engendrera moins de déformations, donc moins de phénomènes d'accrochage, et une quasi-stationnarité du modèle continu équivalent.

approché à un gain. Ce dernier est de valeur finie et ne dépend que de la partie linéaire du système et du point de fonctionnement, i.e. du rapport cyclique  $\alpha$  du signal de commande  $u$ . Ce gain équivalent dans sa forme générale est, pour rappel, de la forme suivante (c.f. chapitre 1, section 1.4.3) :

$$G_{eq}(\alpha) = \frac{\alpha - 1/2}{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \operatorname{Re}\{H(jn\omega_c)\}} \quad (3.23)$$

Avec  $\omega_c$  la pulsation de commutation et  $H(p)$  la fonction de transfert de la partie linéaire du système en boucle ouverte. En considérant le système décrit par l'équation (3.10), en ajoutant le filtre  $F_2(p)$  et en remplaçant le gain  $K$  par son expression (3.7), la fonction de transfert en boucle ouverte et à vide est de la forme suivante :

$$H(p) = \left. \frac{y(p)}{u(p)} \right|_{i_s=0} = \frac{\frac{p}{\omega_{np}} + 1}{(LCp^2 + 1) \left( \frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi p}{\omega_0} + 1 \right)} \quad (3.24)$$

Concernant la pulsation d'oscillation  $\omega_c$ , celle-ci est obtenue par la résolution de la fonction implicite  $f_{cr}(\alpha, \omega_c)$  donnée par l'équation (1.10). C'est donc à partir de ces différentes relations que le gain équivalent de l'étage de commutation va être étudié.

### Etude sans compensation de la fréquence d'oscillation

Dans cette partie, la valeur de  $\omega_0$  est prise égale à la pulsation de commutation désirée  $\omega_c$ . Pour l'application du  $MRT_{v2}$  à la *Charge Active*, l'inductance  $L$  et le condensateur  $C$  sont imposés. De même, la fréquence d'oscillation maximale supportée par le système d'émulation est de l'ordre de 20 kHz. Pour simplifier l'étude et la compréhension, la valeur choisie pour  $\omega_0$  est  $10\omega_{0lc}$ , soit 22500 Hz. Finalement, seuls le coefficient d'amortissement  $\xi$  et la valeur du pôle en boucle fermée  $\omega_{np}$  peuvent être modifiés. C'est donc l'influence de ces derniers sur le gain équivalent qui est présentée.

Pour cela, l'équation (1.10) donnant la fréquence de commutation est résolue numériquement par approximation successive. La fréquence alors obtenue est injectée dans l'équation (3.23), elle aussi résolue numériquement pour les 100 premiers termes de la somme ( $n = 1$  à 100). La figure 3.16 montre les résultats obtenus pour différentes valeurs de  $\xi$  et  $\omega_{np}$ .

Contrairement au MRC, le gain équivalent présente des évolutions assez différentes. Pour les faibles valeurs de  $\omega_{np}$  ( $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ ), le gain est minimum pour  $\alpha = 1/2$  et augmente continûment à mesure que l'on s'éloigne de ce point. De plus, comme pour le MRC, l'augmentation de  $\xi$  augmente quasi-proportionnellement la valeur minimum du gain équivalent. Pour des valeurs plus fortes de  $\omega_{np}$  ( $\omega_{np} \geq 2\omega_{0lc}$ ), le gain équivalent peut ne plus augmenter continûment mais passer par des maximums et minimums. Dans ce cas, le gain obtenu pour  $\alpha = 1/2$  n'est plus proportionnel à  $\xi$  (c.f. figure 3.17).

Pour ce qui est de la fréquence de commutation, cette dernière évolue de la même manière que pour le MRC lorsque  $\omega_{np}$  est faible. En revanche, avec l'augmentation de  $\omega_{np}$ , et pour de fortes valeurs de  $\xi$ , cette dernière peut être très inférieure à  $\omega_0$ . Il apparaît également (figure 3.17) que lorsque l'amortissement augmente, la fréquence maximale d'oscillation ne descend pas en dessous  $\omega_{0lc}$  (qui est égale à  $0.1\omega_0$ ). Ceci est dû à la très forte variation



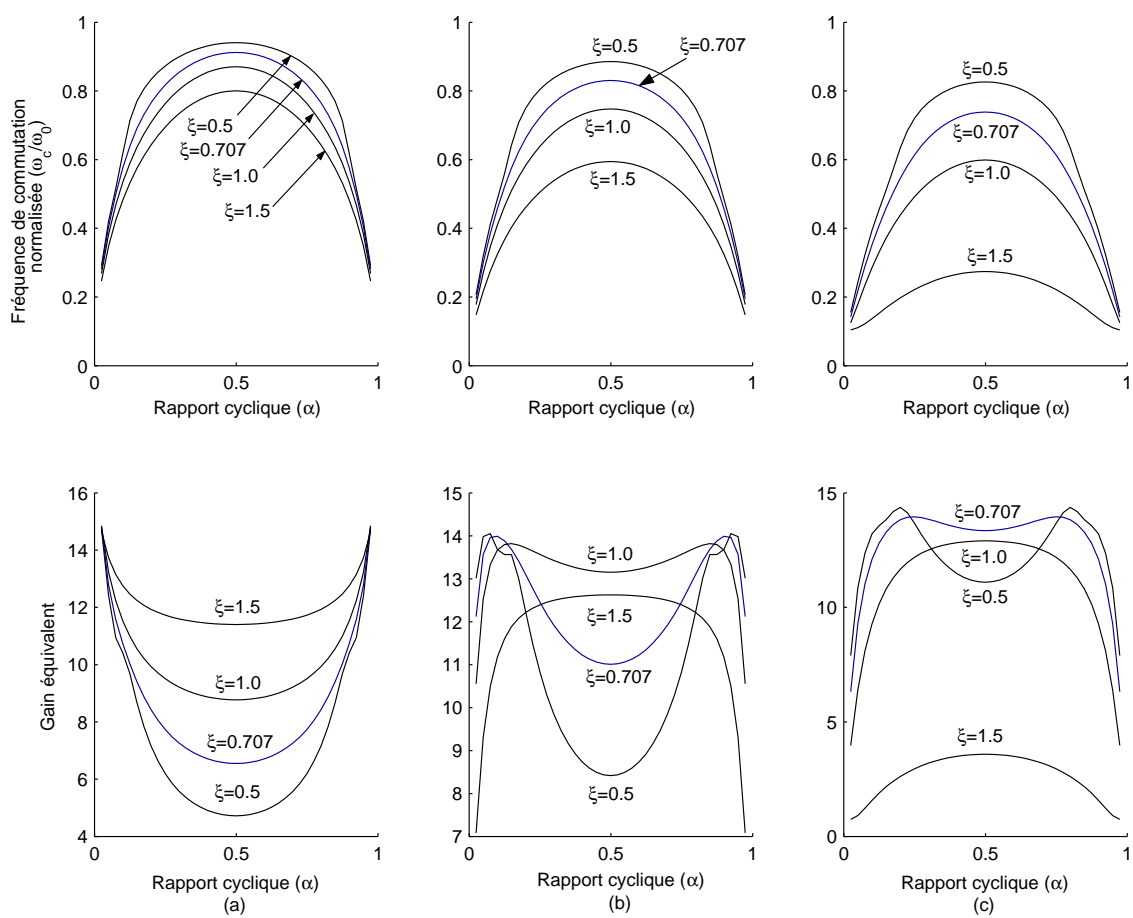


FIGURE 3.16 – Évolution de la fréquence de commutation et du gain équivalent en fonction de  $\xi$  et  $\omega_{np}$ , avec  $\omega_0 \simeq 10\omega_{0lc} \simeq 2\pi 22500$  rad/s. (a)  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b)  $\omega_{np} = 2\omega_{0lc}$ . (c)  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

de phase autour de cette pulsation, qui passe de 0 à -180 degrés. En dessous de  $\omega_{0lc}$ , le déphasage total ne peut pas être inférieur à -180 degrés et donc aucune oscillation libre ne peut prendre naissance<sup>7</sup>.

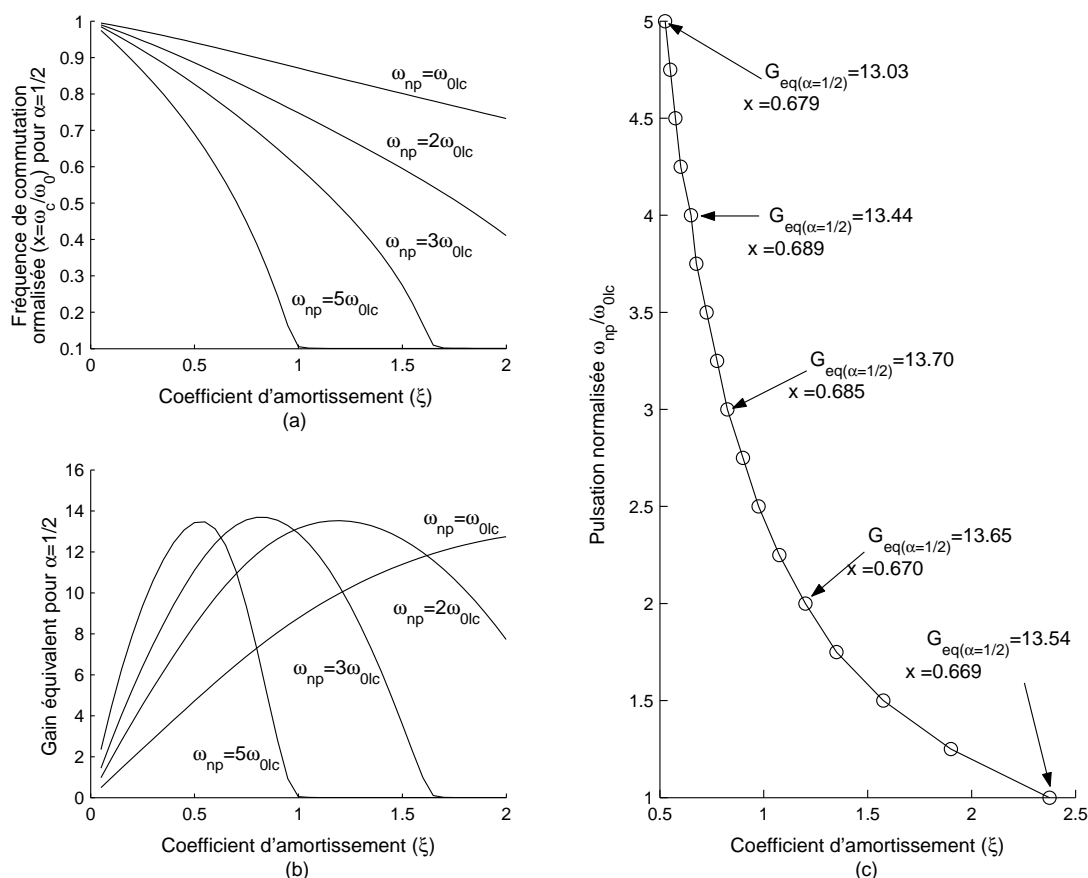


FIGURE 3.17 – (a) Évolution de la fréquence de commutation pour  $\alpha = 1/2$ . (b) Évolution du gain équivalent pour  $\alpha = 1/2$ . (c) Lieu des  $\{\xi, \omega_{np}\}$  amenant pour  $\alpha = 1/2$  au gain équivalent maximum.

Enfin, il apparaît clairement sur la figure 3.17(b) qu'il existe un couple unique  $\{\xi, \omega_{np}\}$ , pour une valeur de  $\omega_{np}$  donnée, amenant à un gain équivalent en  $\alpha = 1/2$  maximum. C'est ce lieu qui est tracé à la figure 3.17(c). Il est possible de constater que le gain maximum  $G_{eq(\alpha=1/2)}$  et la fréquence de commutation normalisée  $x = \omega_c/\omega_0$  évoluent très peu. Le gain équivalent est de l'ordre de 13.5, la fréquence de commutation de l'ordre de  $0.68\omega_0$ .

De l'étude des aspects non linéaires réalisée sur le MRC et des résultats présentés à la figure 3.16, le coefficient d'amortissement  $\xi$  doit être pris entre 0.5 et 1.0 afin de s'assurer du bon fonctionnement du système. Aussi, cela revient à choisir, pour un fonctionnement optimal, une valeur de  $\omega_{np}$  comprise entre 2 et 5 (c.f. figure 3.16(c)). En revanche, il est possible de constater que lorsque l'on choisit le couple  $\{\xi, \omega_{np}\}$  optimum pour un rapport cyclique de 1/2, la fréquence d'oscillation est de l'ordre de  $0.68\omega_0$ . Par exemple, en prenant  $\omega_0 = 2\pi 20\,000$  rad/s, la fréquence de commutation maximale obtenue est  $\omega_c \simeq 2\pi 13\,600$  rad/s, soit une valeur relativement éloignée de celle désirée. Une solution simple est de

<sup>7</sup>Ce résultat est encore plus évident lorsque l'on traite le problème des auto-oscillations (oscillations libres) par la méthode du premier harmonique. Cette dernière définit la fréquence de commutation comme le point pour lequel le déphasage apporté par la partie linéaire du système est de -180 degrés [Gille, 1988].

compenser la valeur de  $\omega_0$  en la choisissant plus grande, afin d'obtenir la valeur désirée de la fréquence de commutation. C'est ce qui est proposé à la section qui suit.

### Etude avec compensation de la fréquence d'oscillation

Déterminer la fréquence propre du filtre  $F_2(p)$  pour obtenir la fréquence de commutation désirée n'est pas une chose simple en utilisant la méthode de Cypkin. En effet, puisque l'équation (1.10) ne peut être résolue que numériquement, seule une méthode itérative permettrait d'obtenir la bonne valeur de  $\omega_0$  en imposant  $\omega_c$  (la pulsation de découpage).

Afin de s'affranchir de ce problème, une approximation au premier harmonique est effectuée. Cette approximation est justifiable puisque  $\omega_0$  est choisie de telle sorte que pour  $\alpha = 1/2$  la fréquence de commutation obtenue soit celle qui est désirée. Or, pour  $\alpha = 1/2$ , les composantes harmoniques, multiples de  $\omega_0$ , sont fortement atténuées par la partie linéaire du système. Ainsi, l'approximation au premier harmonique permet de trouver facilement la pulsation  $\omega_0$  adéquate, en cherchant simplement à annuler la partie imaginaire de  $H(j\omega_c)$ . Soit pour  $H(p)$  donné à l'équation (3.24), la condition suivante à remplir :

$$\text{Im} \{H(j\omega_c)\} = \omega_c \left[ \left( \frac{1}{\omega_{np}} - \frac{2\xi}{\omega_0} \right) - \frac{1}{\omega_{np}\omega_0^2} \omega_c^2 \right] = 0 \quad (3.25)$$

Après développement, il vient :

$$\omega_c = \sqrt{(\omega_0 - 2\xi\omega_{np})\omega_0} \quad (3.26)$$

Aussi, afin d'avoir la fréquence de commutation  $\omega_c$  désirée, notée  $\omega'_0$ , il est nécessaire de choisir  $\omega_0$  en conséquence. L'expression alors obtenue de  $\omega_0$  en fonction de  $\omega_{np}$ , de  $\omega'_0$  et de  $\xi$  est de la forme suivante :

$$\omega_0 = \xi\omega_{np} + \frac{1}{2}\sqrt{(2\xi\omega_{np})^2 + 4\omega_0'^2} \quad (3.27)$$

Le calcul de  $\omega_0$  est donc effectué à partir de cette relation. Les résultats alors obtenus sont donnés à la figure 3.18. Il est possible de constater cette fois que la fréquence d'oscillation  $\omega_c$ , donnée pour  $\alpha = 1/2$ , est proche de la pulsation désirée  $\omega'_0$ . Un autre résultat intéressant est que pour certains couples de valeurs  $\{\xi, \omega_{np}\}$ , le gain est quasiment constant sur une large plage de valeurs de  $\alpha$ . Par exemple, pour  $\omega_{np} = 2\omega_{0lc}$  et  $\xi = 1.5$ , le gain varie de moins de 10% pour  $\alpha \in [0.025, 0.975]$ .

Cette relative linéarité de l'étage de puissance, au sens *des valeurs moyennes*, est mise en évidence par la figure 3.19 qui montre une évolution quasi-proportionnelle de la tension de commande  $u$  en fonction de l'erreur  $\varepsilon$ . De plus, il est possible de remarquer que ces caractéristiques sont *biunivoques*, i.e. qu'à une valeur de l'erreur correspond une seule et unique valeur de la tension de commande. En revanche, pour le MRC et pour certains couples  $\{\omega_{np}, \xi\}$  du  $MRT_{v2}$  (figure 3.19(c)), la caractéristique équivalente peut présenter une valeur unique de l'erreur pour deux tensions de commande  $u$  différentes [Yhuel, 2001]. Le sens du gain équivalent obtenu dans ce cas devient alors moins évident. De plus, ces caractéristiques fortement non-linéaires vont tendre à engendrer des déformations relativement importantes et donc favoriser les phénomènes d'accrochage décrits précédemment (phénomène de synchronisation indirecte).

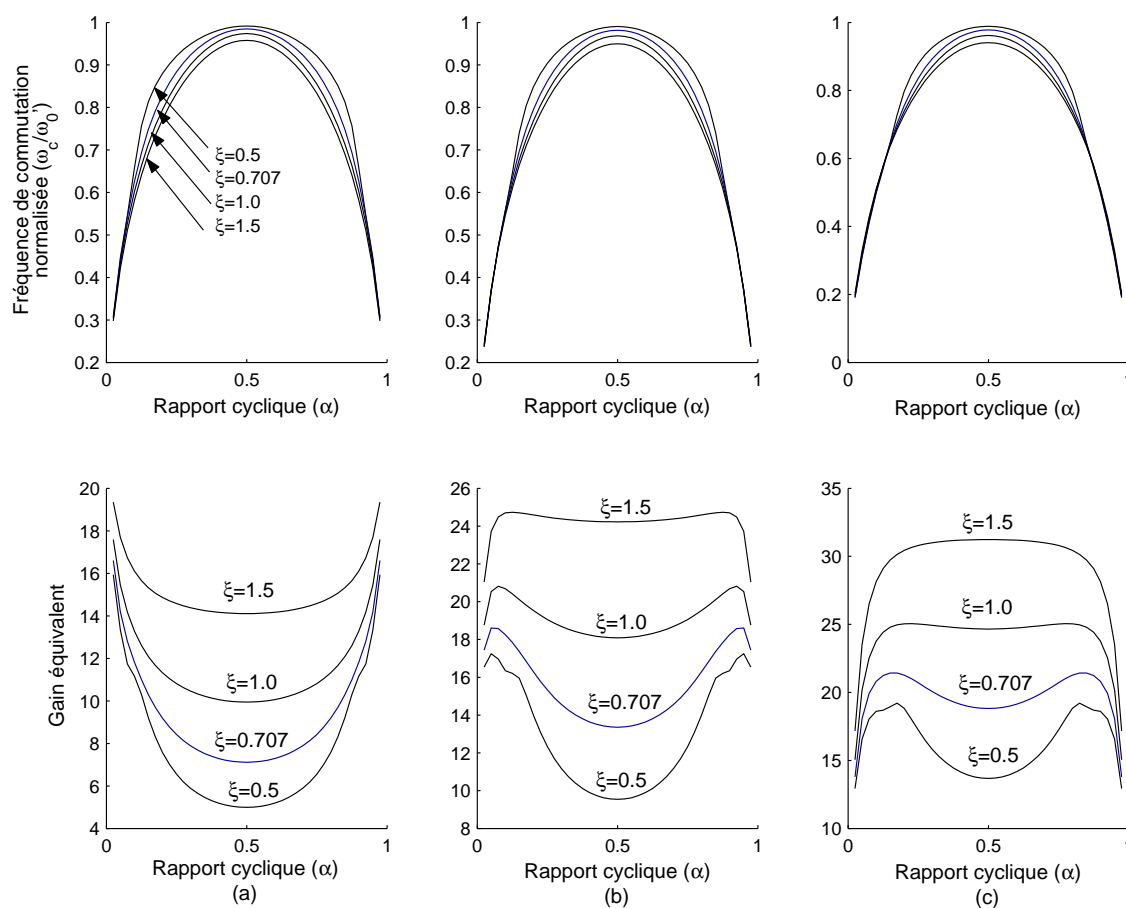


FIGURE 3.18 – Évolution de la fréquence de commutation et du gain équivalent en fonction de  $\xi$  et  $\omega_{np}$ , avec compensation de la pulsation propre  $\omega_0$  du filtre  $F_2(p)$ .  $\omega'_0 = 10\omega_{0lc} \simeq 2\pi 22\,500$  rad/s. (a)  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b)  $\omega_{np} = 2\omega_{0lc}$ . (c)  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007

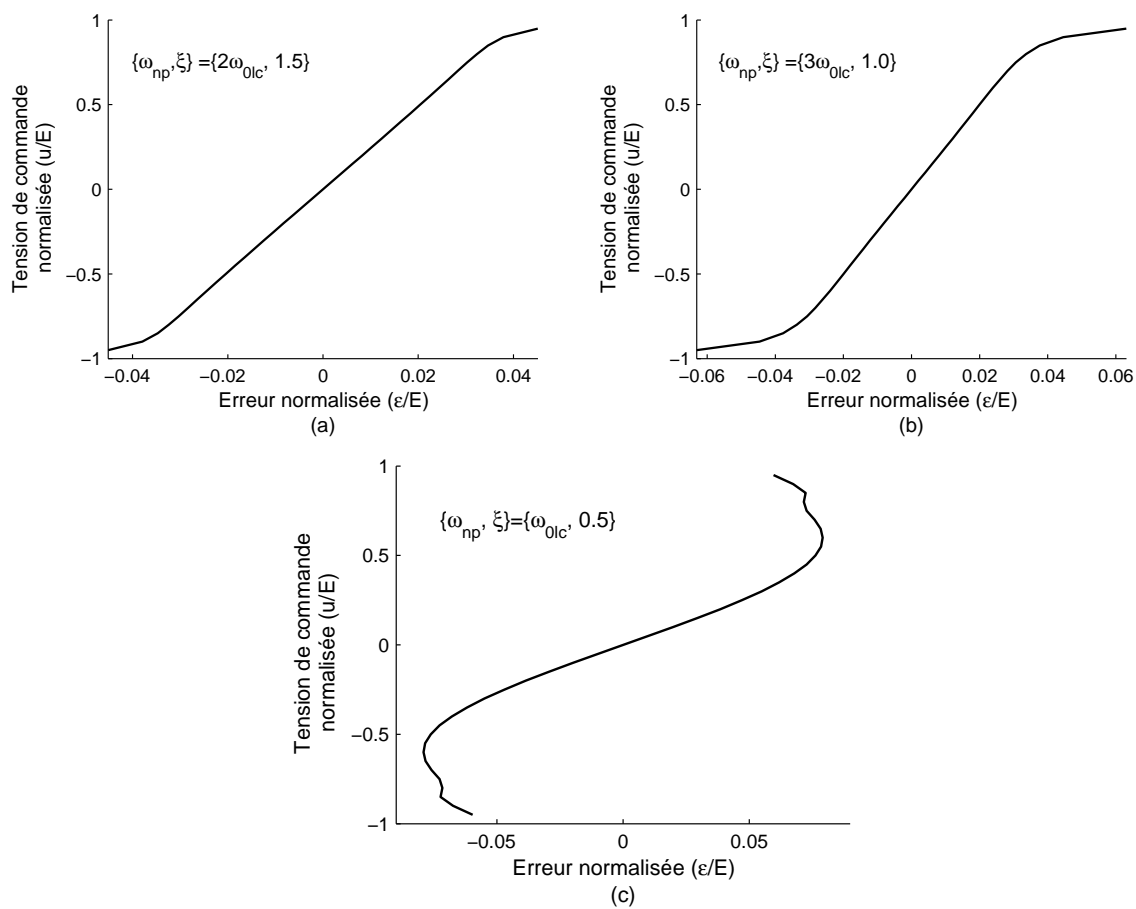


FIGURE 3.19 – Caractéristique linéarisée de l'étage de puissance. (a)  $\omega_{np} = 2\omega_{0lc}$ ,  $\xi = 1.5$ . (b)  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ ,  $\xi = 1.0$ . (c)  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ ,  $\xi = 0.707$ .

### 3.4.3 Choix de $\omega_{np}$ et de $\xi$ pour la *Charge Active*

La synthèse en mode de glissement du  $MRT_{v2}$  ne présente qu'un seul paramètre de réglage (la valeur de  $\omega_{np}$ ) permettant d'imposer le modèle du système en boucle fermée. Ce paramètre, en mode de glissement, peut *a priori* être aussi rapide que voulu<sup>8</sup>. Or, du fait que la fréquence de commutation du  $MRT_{v2}$  est limitée, le pôle  $\omega_{np}$  ne peut être choisi trop grand. La figure 3.20 présente les réponses indicielles du  $MRT_{v2}$  pour différentes valeurs de  $\omega_{np}$ . La fréquence de commutation maximale est réglée à 22.5 kHz ( $\omega_0 = 10\omega_{0lc}$ ) et le coefficient d'amortissement  $\xi$  fixé à 0.707.

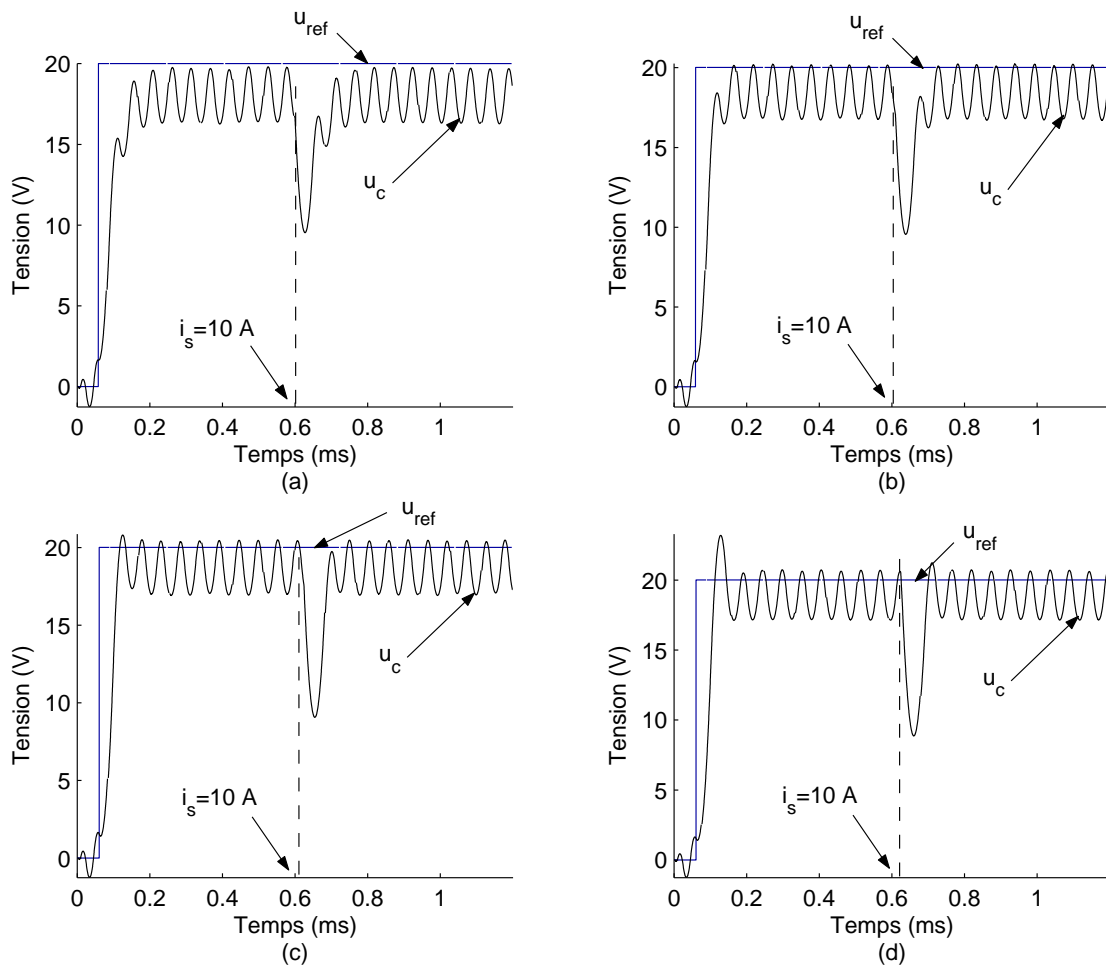


FIGURE 3.20 – Réponse indicielle à vide. Un échelon de charge de  $i_s = 10$  A est appliqué à  $t = 0.6$  ms. (a)  $\omega_{np} = 1.5\omega_{0lc}$ . (b)  $\omega_{np} = 2\omega_{0lc}$ . (c)  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . (d)  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

De cette figure, il apparaît clairement que la réponse la plus rapide, lorsque le système est à vide, est obtenue pour  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . En mode de glissement et compte tenu des paramètres du système donnés par le tableau 3.1, la fréquence de coupure en boucle fermée est alors de 5600 Hz environ. Le déphasage en régime harmonique à 1 kHz est de  $-10^\circ$  et l'atténuation de moins de 0.15 dB [Olivier, 2006a]. ces valeurs sont donc compatibles avec la *Charge Active* qui impose une bande passante de plusieurs kHz. Il est même possible que

<sup>8</sup>en prenant un pôle  $\omega_{np}$  très rapide, seul le domaine du mode de glissement est restreint. Des problèmes de saturation de la commande peuvent donc apparaître [Bühler, 1986].

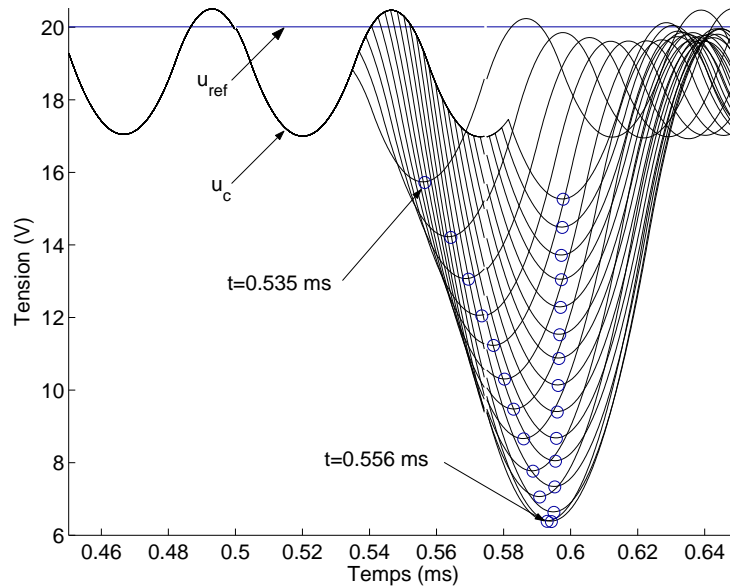


FIGURE 3.21 – Influence de l'instant d'apparition de la perturbation  $i_s = 10$  A (de  $t = 0.535$  à  $0.58$  ms),  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . Le minimum de chaque réponse est représenté par un cercle (o).

pour certaines applications, aucune compensation externe du gain et de la phase<sup>9</sup> ne soit nécessaire.

Pour ce qui est du rejet de perturbation, celui-ci semble peu influencé par la valeur de  $\omega_{np}$ . En revanche, l'instant d'apparition de cette perturbation conditionne fortement l'allure des réponses obtenues, comme le montre les figures 3.21 et 3.22. Ceci est dû au fait que pendant le temps de rejet, le  $MRT_{v2}$  est saturé, i.e. que les interrupteurs cessent de commuter et la commande est bloquée à  $\pm E$ . Aussi, la réponse du système est celle d'un circuit  $L - C$  en boucle ouverte et dépend donc de l'état initial du système ( $i_l$  et  $u_c$ ). Or, l'ondulation de courant  $i_l$  est telle que selon l'instant de commutation, la valeur initiale du vecteur d'état  $x$  peut varier dans une large mesure.

Intéressons-nous à présent à l'influence du coefficient d'amortissement  $\xi$  sur l'allure des réponses temporelles. Des résultats précédents (c.f. figure 3.19) et pour un pôle  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ , le coefficient d'amortissement amenant à une caractéristique *entrée/sortie* relativement linéaire de l'étage de puissance se situe entre 1.0 et 1.5. Or, la figure 3.23 montre que pour de telles valeurs de  $\xi$ , le régime transitoire n'est pas optimal et des oscillations de grande amplitude peuvent apparaître. En revanche, l'erreur statique tend à diminuer avec l'augmentation de  $\xi$ . Pour un amortissement faible (c.f. figure 3.23(a) avec  $\xi = 0.3$ ), le régime transitoire et le rejet de perturbation sont rapides, mais l'oscillation est instable, comme dans le cas du MRC (chapitre 2, section 2.4). Il apparaît donc qu'un amortissement de 0.707 est un bon compromis *temps de réponse/erreur statique*.

De plus, la caractéristique équivalente de l'étage de puissance donnée à la figure 3.24 est relativement linéaire, ce qui va dans le sens d'une bonne modélisation du  $MRT_{v2}$  pour un tel jeu de paramètres.

Il reste malgré tout une dernière faille éventuelle à cette approche qui suppose les résul-

<sup>9</sup>Seul le gain statique, du fait du principe de mise en oscillation, n'est pas unitaire. Un simple gain de consigne permet de compenser cette erreur.

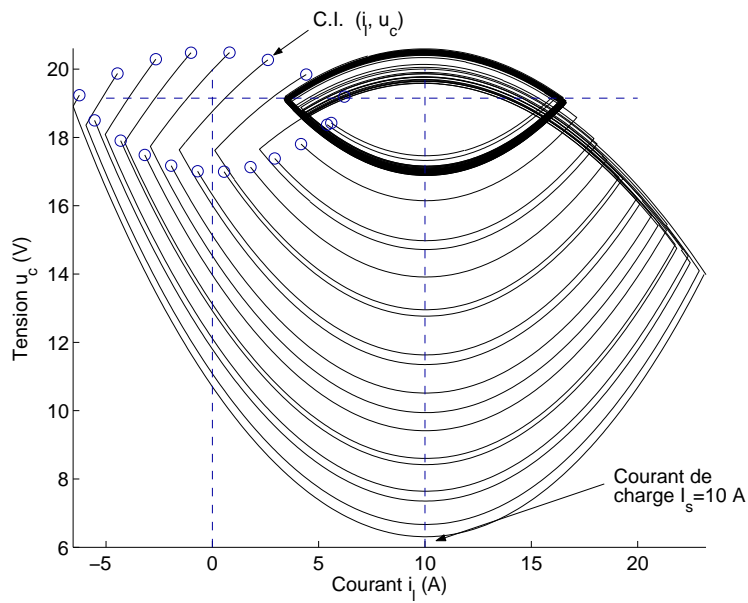


FIGURE 3.22 – Influence de l’instant d’apparition de la perturbation  $i_s = 10$  A dans le plan de phase  $(i_l, u_c)$  pour  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . La condition initiale de chaque réponse est représentée par un cercle (o).

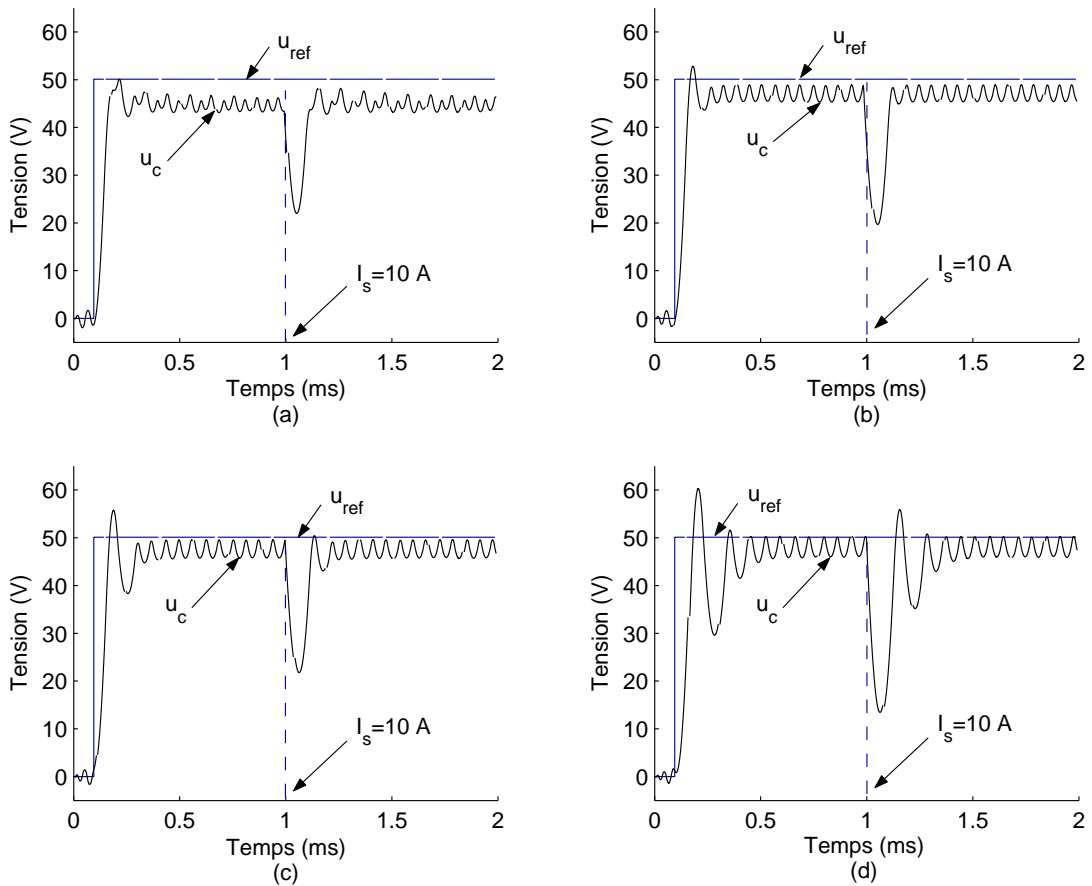


FIGURE 3.23 – Réponse indicielle à vide avec  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . Un échelon de charge de  $i_s = 10$  A est appliqué à  $t = 1$  ms. (a)  $\xi = 0.3$ . (b)  $\xi = \sqrt{2}/2 \approx 0.707$ . (c)  $\xi = 1.0$ . (d)  $\xi = 1.5$ .



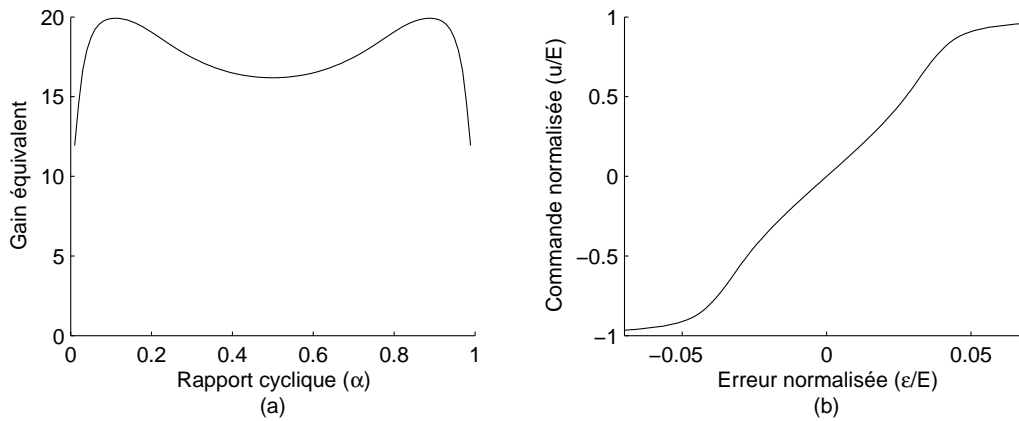


FIGURE 3.24 – Caractéristique linéarisée de l'étage de puissance pour  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$  et  $\xi = 0.707$ . (a) Gain équivalent. (b) Caractéristique entrée/sortie.

tats obtenus sur la modélisation équivalente *en régime continu* valides en basse fréquence (la fréquence d'entrée maximale est de l'ordre du 10<sup>ème</sup> de la fréquence de découpage). C'est donc cette dernière hypothèse qui va tenter d'être confirmée dans la section qui suit.

### 3.4.4 Réponses harmoniques

Pour valider la notion de gain équivalent de l'étage de puissance en régime sinusoïdal, le  $MRT_{v2}$  linéarisé donné par la figure 3.25 est comparé à la simulation.

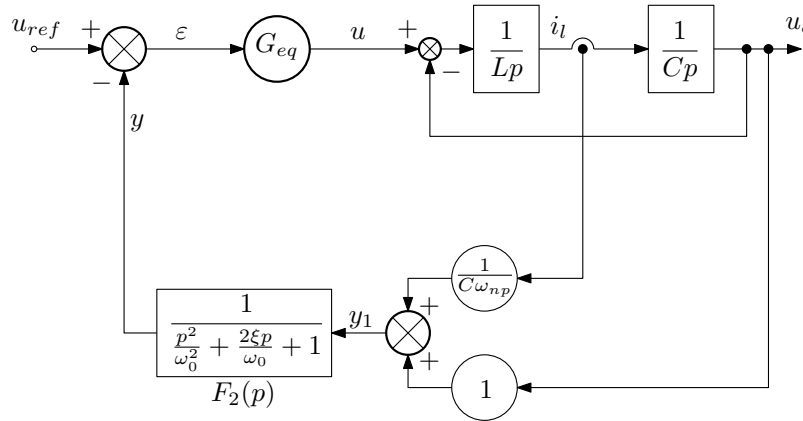


FIGURE 3.25 – Diagramme du modèle linéaire équivalent du  $MRT_{v2}$ .

Pour cette linéarisation, le gain équivalent  $G_{eq}$  donné par l'équation (3.23) est supposé égal à sa valeur en  $\alpha = 1/2$  :

$$G_{eq} \simeq G_{eq}(1/2) = \frac{1}{-2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{Re}\{H(jn\omega_c)\}}$$

De plus, pour cette étude, le système est supposé à vide ( $i_s = 0$  A). La figure 3.26 montre les résultats de simulation comparés au modèle linéaire équivalent pour différentes amplitudes de la commande équivalente  $u_{max}$ .

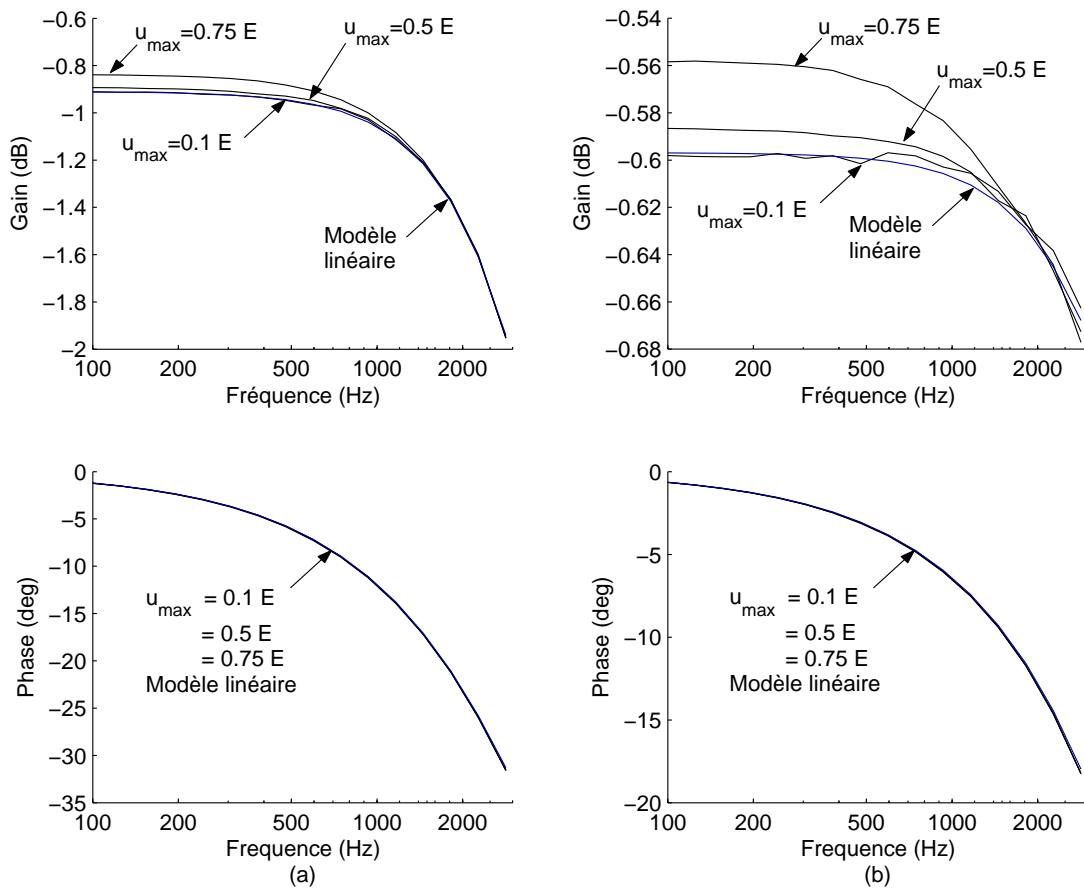


FIGURE 3.26 – Comparaison des résultats de simulation avec le modèle linéaire équivalent en régime fréquentiel. (a) Pour  $\omega_{np} = 1.5\omega_{0lc}$  et  $\xi = 0.707$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$  et  $\xi = 0.707$ .

Il est possible de constater une bonne concordance des résultats sur l'allure du gain et de la phase, et ce jusqu'à 3 kHz. Pour de faibles valeurs de la commande équivalente ( $u_{max} = 0.1 E$ ), les résultats obtenus en simulation sont extrêmement proches du modèle linéaire équivalent. A mesure que cette commande équivalente augmente, les lieux du gain s'écartent légèrement du modèle linéaire théorique. Néanmoins, ces derniers restent satisfaisants : pour une commande équivalente  $u_{max} = 0.75 E$ , l'erreur maximale sur le gain (obtenue pour  $\omega_{np} = 1.5\omega_{0lc}$  et pour une fréquence de 100 Hz) reste inférieure à 0.074 dB ( $\simeq 0.8\%$ ). De même, la phase est peu influencée par l'amplitude des signaux. Enfin, le fait que le gain équivalent soit quasiment constant sur une large plage de valeurs de la commande équivalente  $u$ , les déformations engendrées par le régulateur sont très faibles et les phénomènes d'accrochage observés pour le MRT ne le sont pas pour le  $MRT_{v2}$  avec ce jeu de paramètres (voir chapitre 2 section 2.3).

### 3.5 Générateur de Thevenin équivalent – Prise en compte du courant de charge

#### 3.5.1 Rappel des objectifs

Lors de la modélisation d'un système, un compromis est souvent à faire entre la précision du modèle et sa simplicité. Un modèle intégrant un grand nombre de paramètres sera nécessairement complexe à valider. Mais il sera également susceptible de bien rendre compte des différents phénomènes observés. Inversement, un modèle simple sera facile à étudier et à interpréter (influence de chacun des paramètres sur le comportement du système) mais ne sera pas forcément fidèle.

Pour cette application, le but est de connaître le plus précisément possible le modèle du  $MRT_{v2}$  lorsque ce dernier est en charge. Par la modélisation de ce régulateur sous la forme d'un générateur de Thévenin, composé d'une source de tension parfaite en série avec une impédance, il est possible d'évaluer l'influence de la charge sur les caractéristiques de la tension de sortie.

Si cette charge connectée en sortie a peu d'influence sur le modèle du MRT, alors il ne sera pas forcément nécessaire d'avoir recours à une modélisation d'un tel niveau. Si en revanche il s'avère que la charge a une grande influence sur les *caractéristiques externes* du  $MRT_{v2}$ , la notion d'impédance de sortie équivalente devra être conservée. Dans la section qui suit, il est mis en évidence l'influence importante de la charge sur les caractéristiques d'asservissement du  $MRT_{v2}$ , et donc, la nécessité de prendre en compte l'impédance de sortie équivalente de ce dernier.

#### 3.5.2 Mise en équation et premières interprétations

Afin de pouvoir étudier le comportement en charge du MRT, ce dernier est mis sous la forme d'un générateur équivalent de Thevenin. Cette structure fait intervenir (c.f. figure 3.27) :

- un générateur de tension parfait ne dépendant que du signal de référence  $u_{ref}$  et de la partie linéaire du système (modèle du système à vide).

- une impédance équivalente  $Z_s(p)$  en série avec ce générateur, ne dépendant que des paramètres de la *Charge Active*.

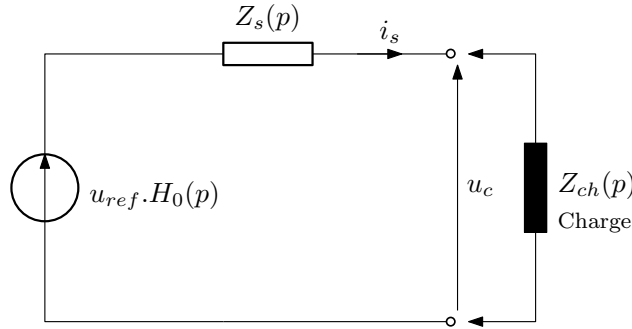


FIGURE 3.27 – Modèle équivalent linéaire du MRT sous la forme d'un générateur de tension équivalent de Thevenin.

Ainsi, de la figure 3.27, il est possible d'exprimer la tension de sortie  $u_c$  en fonction de la tension de référence  $u_{ref}$  et du courant de charge  $i_s$  :

$$u_c = H_0(p) u_{ref} - Z_s(p) i_s \quad (3.28)$$

Avec  $H_0(p)$  la fonction de transfert du système en boucle fermée et pour  $i_s = 0$  (étudiée à la section précédente). De même,  $Z_s(p)$  n'est autre que la fonction de transfert du système, reliant la tension de sortie  $u_c$  au courant de charge  $i_s$ , lorsque l'entrée  $u_{ref}$  est nulle. Soit :

$$H_0(p) = \left. \frac{u_c}{u_{ref}} \right|_{i_s=0} \quad Z_s(p) = - \left. \frac{u_c}{i_s} \right|_{u_{ref}=0} \quad (3.29)$$

Partant des équations (3.10), (3.11) et (3.13) et en se basant sur la figure 3.5, il vient après développement :

$$u_c = H_m(p) b G_{eq} u_{ref} + H_m(p) (b_s - b K_s G_{eq}) i_s \quad (3.30)$$

Avec :

$$H_m(p) = c [p\mathbb{I} - A + b F_2(p) K G_{eq}]^{-1} \quad (3.31)$$

En appliquant donc l'équation (3.30) au  $MRT_{v2}$ , il est obtenu les fonctions de transfert de  $H_0(p)$  et  $Z_s(p)$  suivantes :

$$\begin{cases} H_0(p) = \frac{G_{eq}}{1+G_{eq}} \frac{1}{F_2(p) D(p)} \\ Z_s(p) = \frac{Lp}{1+G_{eq}} \frac{1}{F_2(p) D(p)} \\ D(p) = \frac{p^4}{\omega_0^2 \omega_{0lc}^2 (1+G_{eq})} + \frac{p^3 2\xi}{\omega_0 \omega_{0lc}^2 (1+G_{eq})} + \frac{p^2 (\omega_0^2 + \omega_{0lc}^2)}{\omega_0^2 \omega_{0lc}^2 (1+G_{eq})} + \frac{p (2\xi \omega_{np} + G_{eq} \omega_0)}{\omega_0 \omega_{np} (1+G_{eq})} + 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

De ces équations, il est possible de faire plusieurs constatations. Concernant la fonction de transfert  $H_0(p)$ , cette dernière présente un gain statique qui ne dépend que du gain équivalent  $G_{eq}$ . Dans le cas où  $G_{eq}$  est relativement grand, le gain statique est proche de

l'unité. Le polynôme caractéristique  $D(p)$  est du 4ème ordre. Mais comme il a été décrit précédemment, lorsque le gain équivalent  $G_{eq}$  tend vers l'infini, le système doit se comporter comme un premier ordre de pulsation propre  $\omega_{np}$ ; le système fonctionne alors en mode de glissement. Ceci est bien vérifié :

$$H_0(p)|_{G_{eq} \rightarrow \infty} = \frac{1}{\frac{p}{\omega_{np}} + 1} \frac{1}{F_2(p)} \quad (3.33)$$

Seule la présence du filtre  $F_2(p)$  dans la chaîne de retour modifie légèrement le modèle du système en boucle fermée en ajoutant à ce dernier la fonction de transfert  $F_2(p)^{-1}$ . Il peut être noté qu'en mettant le filtre  $F_2(p)$  derrière le détecteur d'erreur, ce dernier n'aura plus d'influence sur le modèle basse fréquence en boucle fermée, lorsque  $G_{eq}$  est supposé infini.

Concernant l'impédance équivalente de sortie  $Z_s(p)$ , cette dernière va présenter aux basses fréquences un comportement essentiellement inductif, avec une *inductance équivalente* de valeur  $L/(1 + G_{eq})$ . Ainsi, plus le gain  $G_{eq}$  est de forte valeur, plus l'impédance de sortie  $Z_s(p)$  est faible. De même, cette impédance est quasiment proportionnelle à la fréquence (*inductance pure* en basse fréquence).

### 3.5.3 Influence de la charge sur le modèle du $MRT_{v2}$

#### Caractéristiques de l'impédance de sortie

La figure 3.28 donne les résultats de simulation des caractéristiques de l'impédance équivalente pour différents jeux de paramètres.

Tout d'abord, pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ , le module de l'impédance de sortie, au dixième de la fréquence propre  $\omega_0$ , varie entre  $0.1 \Omega$  et  $0.5 \Omega$  selon la valeur de  $\xi$ . L'argument de cette impédance varie quant à elle entre  $50^\circ$  et  $60^\circ$ . Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ , le module de l'impédance à cette même fréquence varie entre  $0.05 \Omega$  et  $0.2 \Omega$ , et son argument entre  $77^\circ$  et  $83^\circ$ . Ces dernières valeurs sont plus intéressantes que celles obtenues pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$  puisque le module de l'impédance est à peu près deux fois plus faible. La tension obtenue en sortie est donc moins sensible au courant de charge, ce qui va dans le sens d'une meilleure robustesse du régulateur.

#### Etude à module d'impédance de charge constante

Afin de vérifier l'influence de la charge sur le modèle du MRT, l'étude est réalisée en régime harmonique. La charge est modélisée par une impédance complexe de la forme suivante :

$$Z_{ch} = R_{ch} + j X_{ch} = |Z_{ch}| e^{j\Phi} \quad (3.34)$$

Cette charge est supposée indépendante de la fréquence et de module constant. Son argument peut varier de  $0$  à  $2\pi$ . Partant du jeu d'équations (3.32) et de la figure 3.27, il est possible de décrire en régime harmonique l'évolution de la tension de sortie  $u_c$  en fonction de la tension de référence  $u_{ref}$  :

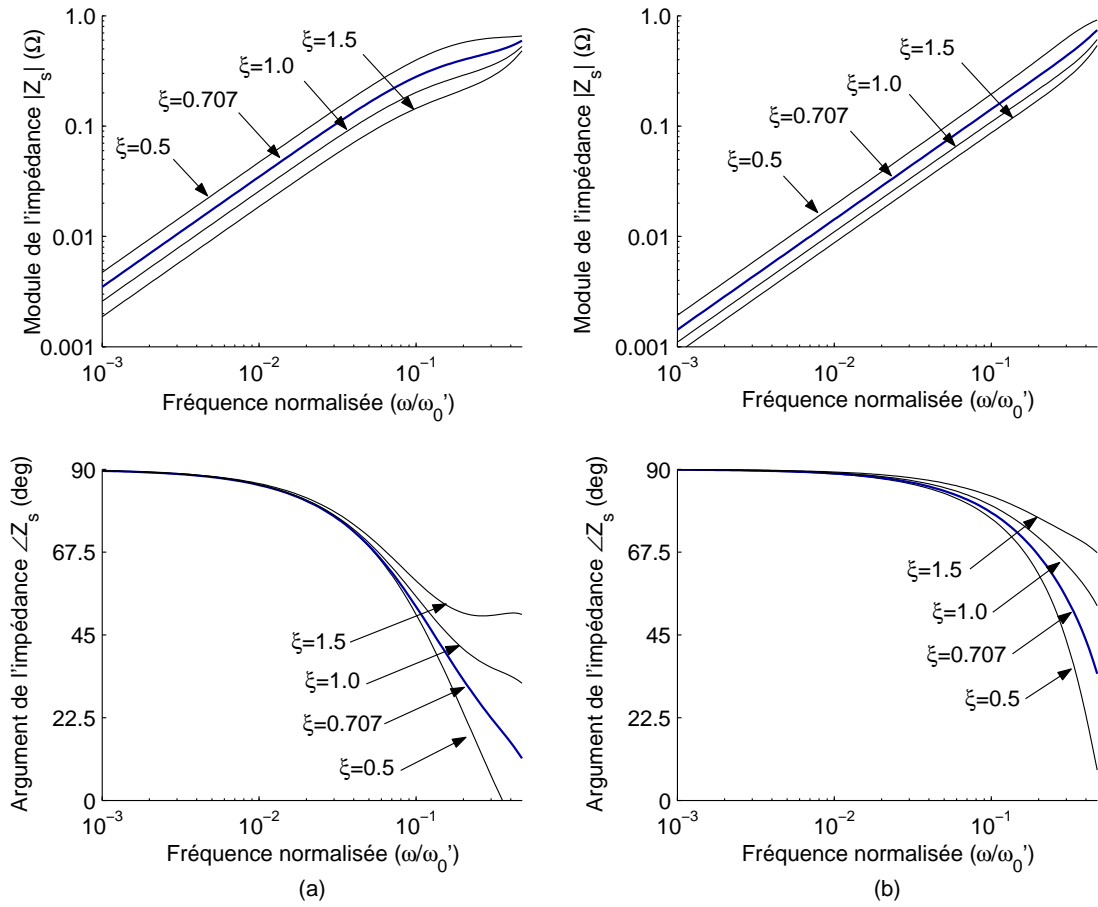


FIGURE 3.28 – Impédance de sortie équivalente du MRT. (a) Pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ . Pour ces deux essais, la fréquence de commutation maximale est fixée à  $\omega_0' = 10\omega_{0lc} \simeq 2\pi 22\,500$  rad/s et  $\xi = 0.707$ .

$$\frac{u_c(j\omega)}{u_{ref}(j\omega)} = \frac{Z_{ch}}{Z_s(j\omega) + Z_{ch}} H_0(j\omega) = H_s(j\omega) H_0(j\omega) \quad (3.35)$$

Avec pour rappel  $H_0$  la fonction de transfert du MRT à vide et  $Z_s$  l'impédance de sortie du MRT. Il est possible de voir que la fonction de transfert  $H_0$  intervient dans l'expression (3.35) comme un simple facteur. Ce dernier étant indépendant de la charge, il n'est pas utile de le prendre en considération pour cette étude. Aussi, seul le terme  $H_s$  est étudié. Il permet de traduire directement l'influence de la charge en terme d'atténuation (module de  $H_s(j\omega)$ ) et de déphasage (argument de  $H_s(j\omega)$ ) par rapport à la réponse à vide du système. En d'autres termes,  $H_s$  traduit la *dévi*ation de  $u_c$  par rapport au modèle à vide, en fonction de l'impédance de charge  $Z_{ch}$ . Soit à étudier :

$$H_s(j\omega) = \frac{u_c(j\omega)}{u_{ref} H_0(j\omega)} = \frac{Z_{ch}}{Z_s(j\omega) + Z_{ch}} \quad (3.36)$$

La figure 3.29 montre l'évolution du gain et du déphasage de  $H_s(j\omega)$  pour un module de l'impédance de charge de  $5\Omega$ , un argument de la charge variant de  $0$  à  $2\pi$  et pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . Tout d'abord, il est possible de constater un élargissement de la variation du gain et de la phase de  $H_s(j\omega)$  avec la fréquence. Ce résultat était attendu puisqu'en effet, l'impédance de

sortie  $Z_s$  du MRT augmente avec la fréquence. La charge, et notamment de son déphasage, devient donc de plus en plus influente.

### Maximums et minimums du Module et de la phase de $H_s$

Le déphasage  $\Phi$  du courant de charge  $i_s$  n'étant pas *a priori* connu, il apparaît nécessaire d'étudier les cas les plus critiques. Pour cela, l'enveloppe des lieux du module et de la phase de  $H_s(j\omega)$  est étudiée (c.f. figure 3.29).

L'étude théorique des valeurs de  $\Phi$  amenant aux minimums et maximums du module et de la phase de  $H_s$  est développée en annexe E. Cette étude est menée en considérant l'impédance équivalente de sortie du  $MRT_{v2}$  comme purement inductive.

Deux relevés de l'évolution de  $H_s(j\omega)$ , en fonction de l'angle de charge  $\Phi$ , sont donnés à la figure 3.30 pour  $\xi = 0.707$ ,  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $C = 25 \mu\text{F}$ ,  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ ,  $\omega_0 = 10\omega_{0lc}$ .

Il est possible de constater en très basse fréquence (figure 3.30(a)) une bonne concordance avec les formes analytiques simplifiées décrites en annexe E :

- aux maximums et minimums du module de  $H_s(j\omega)$ , le déphasage est proche de zéro ( $\Phi = \pi/2 + n\pi$ ),
- aux maximums et minimums de l'argument de  $H_s(j\omega)$ , le module est quasiment unitaire ( $\Phi = n\pi$ ).

L'augmentation de la pulsation  $\omega$  (figure 3.30(b)) tend à légèrement décaler les valeurs de  $\Phi$  *sensées* correspondre aux maximums et minimums de gain et de phase. Ceci est essentiellement dû au fait que l'impédance de sortie réelle n'est pas purement inductive. Néanmoins, les résultats présentés restent proches de ceux obtenus par l'expression analytique simplifiée, cette dernière pouvant donc être utilisée à des fins de pré-dimensionnement.

Pour résumer, ces résultats montrent globalement que tous les types de charges (pour un module donné) influencent dans la même mesure la caractéristique *entrée/sortie* du  $MRT_{v2}$ . Une charge purement *active* (partie imaginaire nulle) aura pour effet de ne pas agir sur l'amplitude de la tension de sortie mais sur sa phase. De manière duale, une charge purement *réactive* (partie réelle nulle) n'entraînera pas de déphasage supplémentaire de la sortie mais modifiera son amplitude. Pour les charges complexes, la modification de la sortie se fera à la fois sur l'amplitude et sur la phase.

### Synthèse sur l'effet de l'impédance de sortie

Afin de synthétiser l'importance de la prise en compte de l'impédance de sortie équivalente  $Z_s$ , seules les valeurs maximales et minimales du déphasage et du gain apportées par  $H_s(j\omega)$  sont considérées.

La figure 3.31 montre l'évolution de ces grandeurs pour différentes valeurs de  $|Z_{ch}|$ . Pour rappel,  $H_s(j\omega)$  traduit directement l'écart entre le résultat de la tension  $u_c$  obtenu à vide (le MRT est alors modélisé par la seule fonction de transfert  $H_0(p)$ ) et celui obtenu en charge :

$$\underbrace{u_c}_{\text{en charge}} = \underbrace{H_0(p) u_{ref}}_{\text{à vide}} H_s(p)$$

Comme pour la figure 3.29, il est possible de constater une augmentation de la plage de variation du gain et de la phase de  $H_s(j\omega)$  avec la fréquence. De plus, l'augmentation du

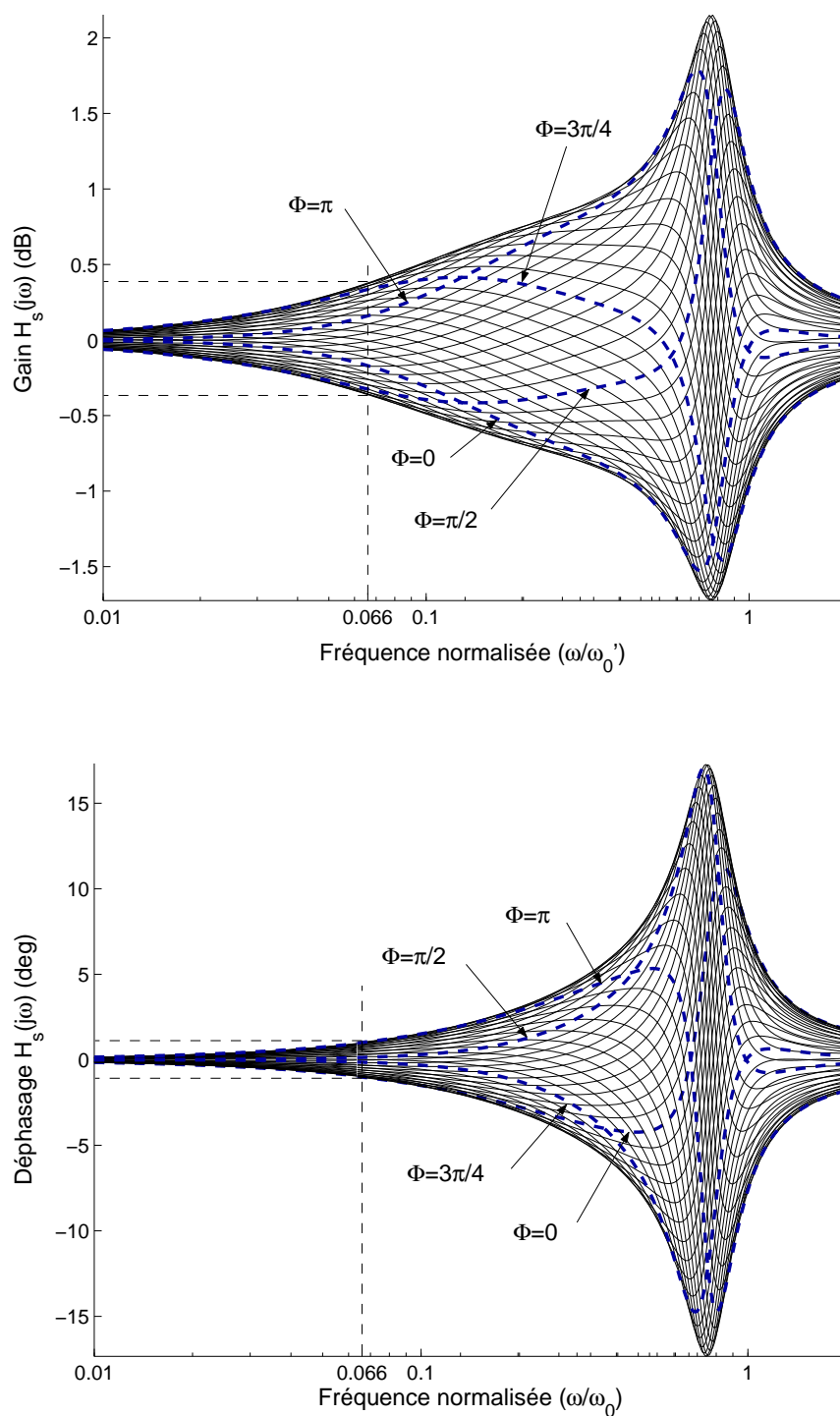


FIGURE 3.29 – Évolution du gain et de phase  $H_s(j\omega)$  en fonction de la pulsation d'entrée  $\omega$  et de l'argument  $\Phi$  de la charge.  $|Z_{ch}| = 5\Omega$ ,  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ ,  $\xi = 0.707$ ,  $L = 200\ \mu\text{H}$ ,  $C = 25\ \mu\text{F}$ ,  $\omega_0' = 10\omega_{0lc}$ .

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007



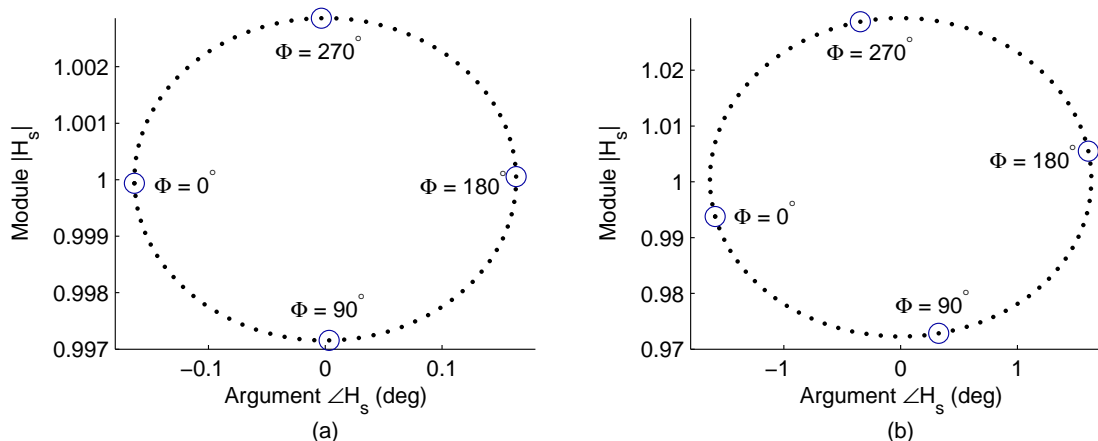


FIGURE 3.30 – Évolution du gain et de phase  $H_s(j\omega)$  en fonction de l'angle de charge  $\Phi$ .  $|Z_{ch}| = 5\Omega$ .  
 (a) Pour  $\omega = 0.01 \omega'_0 \approx 2\pi 225$  rad/s. (b) Pour  $\omega = 0.1 \omega_0 \approx 2\pi 2250$  rad/s.

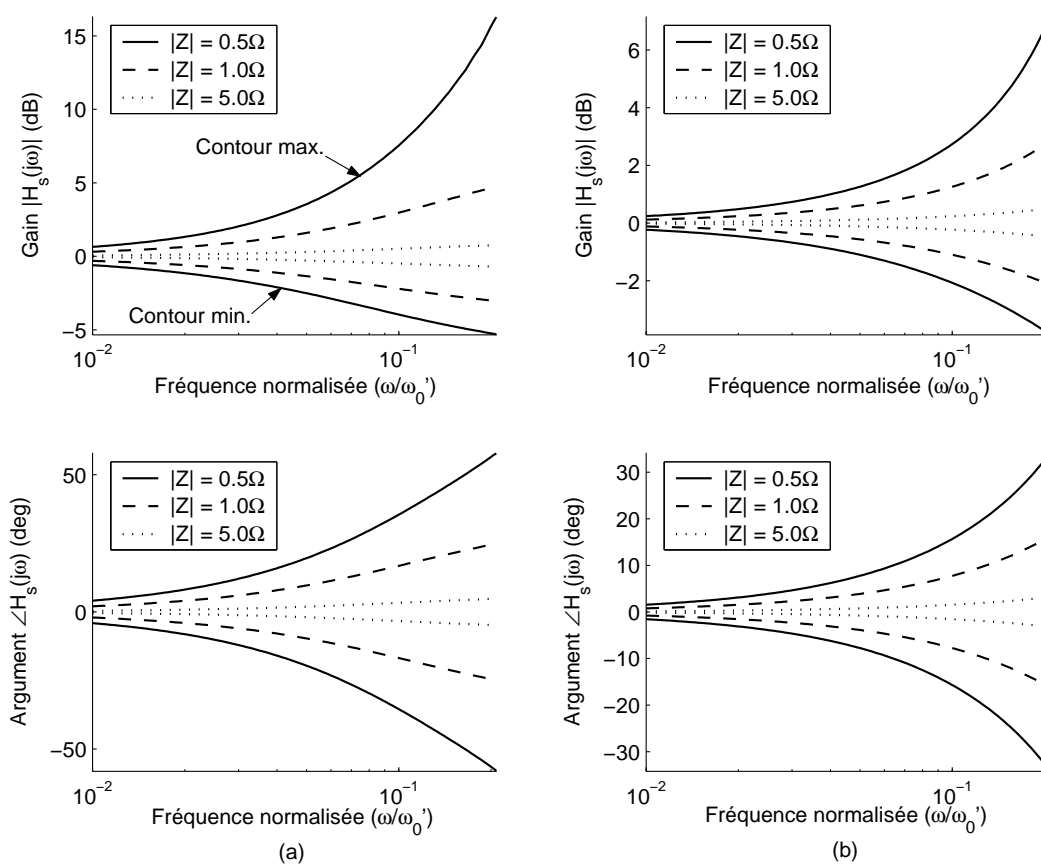


FIGURE 3.31 – Minimums et maximums de gain et de déphasage de  $H_s(j\omega)$  en fonction de la pulsation  $\omega$ .  $|Z_{ch}| = \{0.5\Omega, 1\Omega, 5\Omega\}$ ,  $\xi = 0.707$ ,  $L = 200 \mu\text{H}$ ,  $C = 25 \mu\text{F}$ ,  $\omega_0 = 10\omega_{0lc}$ . (a) Pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

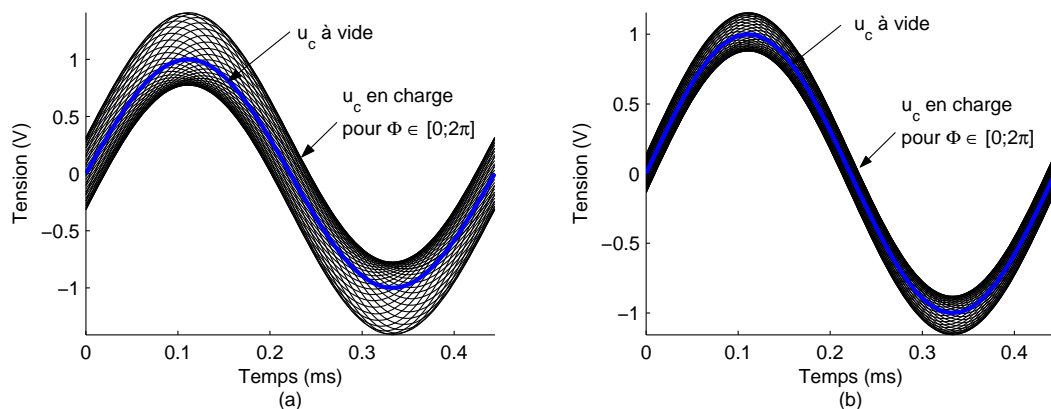


FIGURE 3.32 – Enveloppe des décalages possibles de la tension de sortie  $u_c$  en charge par rapport à celle obtenue à vide, avec  $|Z_{ch}| = 1\Omega$ . (a) Pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

module de la charge  $|Z_{ch}|$  et du pôle de réglage  $\omega_{np}$  tend à diminuer ces variations, ce qui va dans le bon sens.

Pour l'application du  $MRT_{v2}$  à la *Charge Active*, le module d'impédance minimum susceptible d'être appliqué est de l'ordre de  $1\Omega$ . Pour une telle valeur d'impédance, à  $\omega = 0.1\omega_0$  (cas critique), le déphasage supplémentaire obtenu par rapport aux résultats à vide peut varier de  $\pm 17^\circ$  lorsque  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$  et de  $\pm 8^\circ$  lorsque  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ . L'atténuation dans ces mêmes conditions peut quant à elle varier de  $-2.2$  dB à  $+3$  dB lorsque  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$  et de  $-1.1$  dB à  $1.2$  dB lorsque  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ . Les résultats donnés par la figure 3.32 montrent bien l'effet de la charge sur la déviation de la tension de sortie. Cette dernière évolue en effet dans une large zone autour de la tension obtenue à vide.

### 3.5.4 Confrontation du modèle linéaire équivalent avec la simulation

#### Conditions d'essai

Dans cette partie, nous nous proposons de tester le modèle linéaire équivalent du  $MRT_{v2}$ , intégrant l'impédance équivalente de sortie. Pour cela, les résultats de ce modèle sont confrontés aux résultats obtenus en simulant le  $MRT_{v2}$  réel, faisant intervenir l'étage non-linéaire de type *plus-ou-moins*. A la section 3.4.4, les réponses à vide du  $MRT_{v2}$  ont montré une très bonne concordance entre le modèle linéaire équivalent et la simulation. Nous supposons donc dans cette partie que le modèle à vide du  $MRT_{v2}$  est parfaitement connu. Seule l'impédance de sortie équivalente  $Z_s$  est alors à étudier. Pour cela, l'entrée de référence  $u_{ref}$  est maintenue à zéro et un courant de charge  $i_s$  purement sinusoïdal est injecté (c.f. figure 3.33) :

$$i_s(t) = I_s \sin(\omega t)$$

L'impédance équivalente de sortie  $Z_s$  est alors déduite directement en divisant la tension de sortie  $u_c$  par le courant de charge  $i_s$ , dans le plan fréquentiel (obtenu par FFT) :

$$Z_s(j\omega) = - \left. \frac{u_c(j\omega)}{i_s(j\omega)} \right|_{u_{ref}=0} \quad (3.37)$$

Une fois l'impédance  $Z_s$  évaluée, la fonction de transfert  $H_s(p)$  traduisant la déviation de la sortie par rapport au modèle à vide, est déduite en appliquant l'équation (3.36).

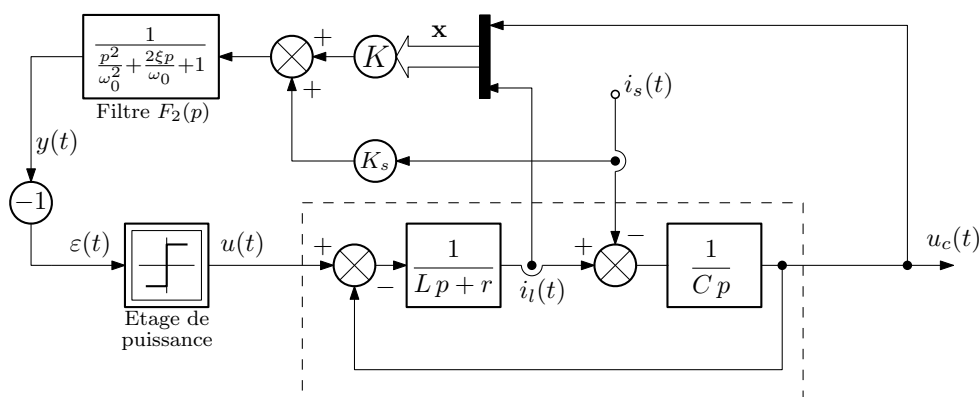


FIGURE 3.33 – Diagramme du  $MRT_{v2}$  simulé.

### Impédance équivalente

La figure 3.34 montre les résultats de simulation comparés au modèle analytique pour différentes valeurs de  $\omega_{np}$  et pour un courant de charge de 20 A d'amplitude. Il est possible de constater une bonne concordance des résultats avec une précision meilleure que 0.1% sur le module de l'impédance et meilleure que 0.5° sur la phase, jusqu'à 1 kHz environ. Au delà, une légère différence sur le module de  $Z_s$  apparaît, de l'ordre de 10% à 2 kHz. Pour les deux valeurs du pôle  $\omega_{np}$ , la précision du modèle linéaire équivalent permet donc de rendre compte assez fidèlement des caractéristiques de l'impédance de sortie équivalente  $Z_s$ . La figure 3.35 montre l'évolution de la fonction de transfert  $H_s(p)$  à 1 kHz pour différents modules de l'impédance de charge  $Z_{ch}$  avec un argument variant de 0 à  $2\pi$ . Il est également possible de constater une très bonne concordance entre les résultats de simulation et le modèle linéaire équivalent.

#### 3.5.5 Bilans sur la prise en compte de l'impédance équivalente de sortie

Pour résumer, la prise en compte de l'impédance équivalente de sortie du  $MRT_{v2}$  paraît inévitable pour une telle application, nécessitant un contrôle de la tension de sortie avec une précision de quelques degrés sur la phase et de quelques pourcents sur l'amplitude. De plus, il apparaît que l'augmentation de  $\omega_{np}$  tend à réduire les *déviations* de la sortie dues à la charge. Enfin, un phénomène qui n'a pas été détaillé jusqu'à présent est que la diminution de l'inductance  $L$  du filtre de sortie permet de diminuer quasiment proportionnellement l'impédance équivalente  $Z_s$ , donc l'influence de la charge ( $L$  étant en facteur dans l'équation (3.32)).

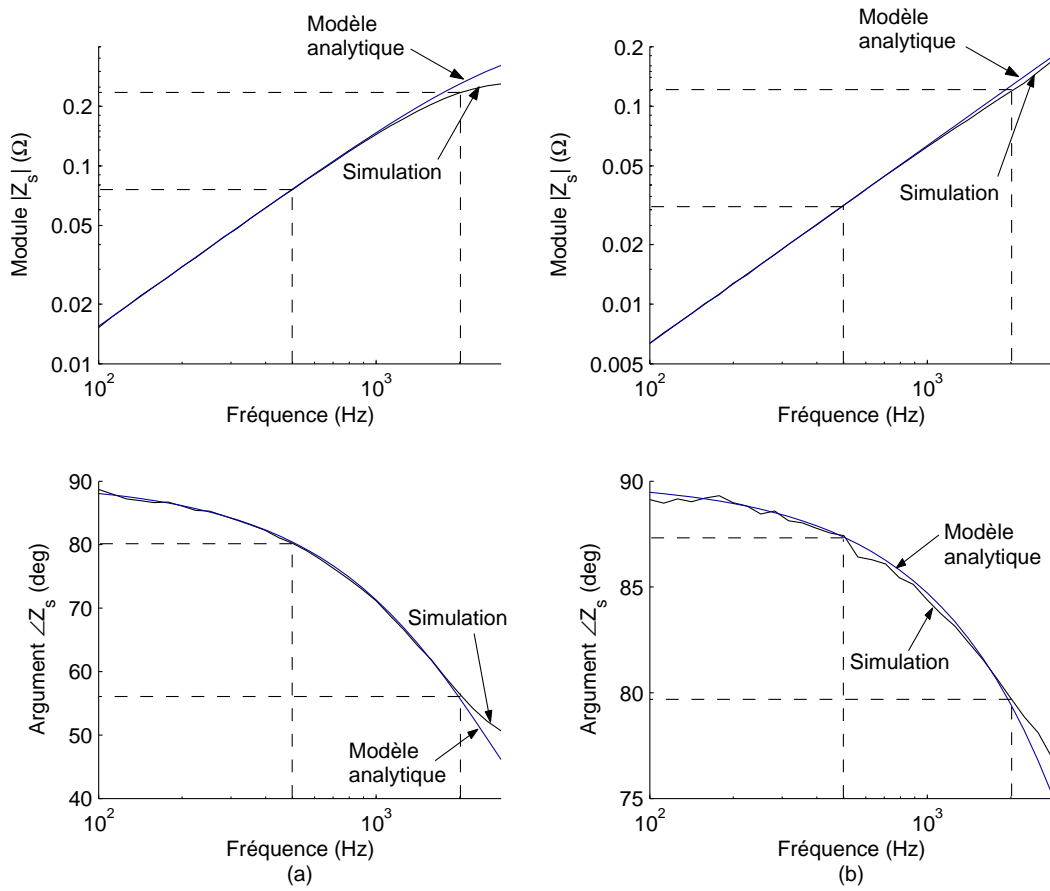


FIGURE 3.34 – Impédance de sortie  $Z_s$  : Comparaison des résultats de simulation avec le modèle linéaire équivalent (analytique). (a) Pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

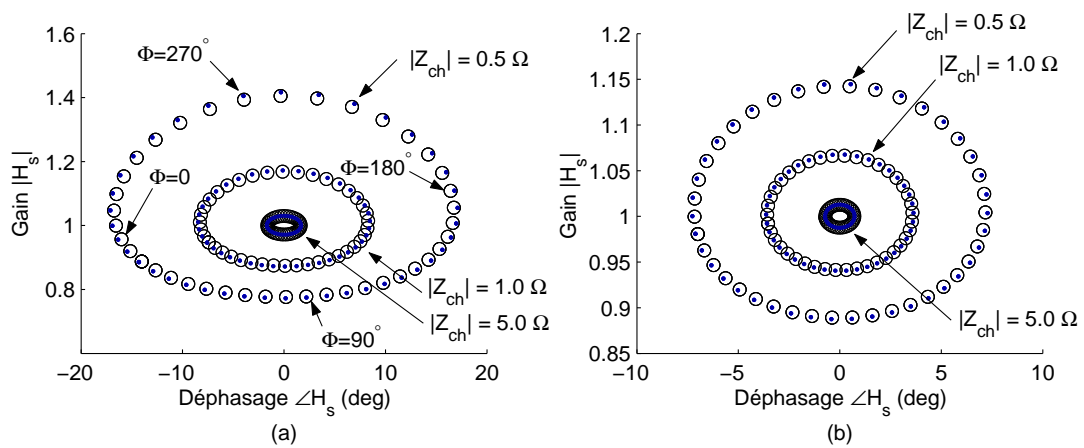


FIGURE 3.35 – Fonction de transfert  $H_s(p)$  à 1 kHz à  $|Z_{ch}|$  fixé : Comparaison des résultats de simulation (o) avec le modèle linéaire équivalent calculé analytiquement ( $\cdot$ ). (a) Pour  $\omega_{np} = \omega_{0lc}$ . (b) Pour  $\omega_{np} = 3\omega_{0lc}$ .

## 3.6 Conclusion

Dans cette partie, nous avons utilisé la méthode de synthèse par mode de glissement puis appliqué le procédé de limitation de la fréquence de commutation à la *Charge Active*. Le procédé de commande alors obtenu (appelé  $MRT_{v2}$ ) présente des caractéristiques extrêmement intéressantes :

- large bande passante,
- très bon rejet de perturbation,
- indépendance des caractéristiques de régulation vis à vis de la tension d'alimentation,
- fréquence maximum de commutation des interrupteurs de puissance bien contrôlée,
- très bonne linéarité du régulateur.

Par un choix judicieux des variables d'état (séparation de  $i_l$  et de  $i_s$ ), une solution au problème d'accrochage du  $MRT_{v2}$  sur l'ondulation du courant de charge a été trouvée. L'image du courant de charge ramenée en entrée du régulateur est filtrée à l'aide d'un filtre de Cauer présentant un faible déphasage et une faible atténuation dans la bande passante. Ainsi, la fonction de régulation est très peu perturbée et l'ondulation du courant de charge suffisamment atténuée.

Malgré l'aspect fortement non linéaire de la structure du  $MRT_{v2}$ , son comportement *macroscopique* est très proche d'un système linéaire. Il est donc modélisable par de simples fonctions de transfert et son étude se trouve grandement simplifiée. La prise en compte de l'impédance de sortie du  $MRT_{v2}$ , obtenue à partir du modèle linéaire équivalent, a permis de rendre compte de l'influence de la charge sur le comportement *entrée/sortie* du régulateur. Il est alors apparu que cette dernière pouvait avoir une forte influence sur le système, notamment lorsque son module est faible. Compte tenu des performances et de la précision exigée pour l'application du  $MRT_{v2}$  à *Charge Active*, il semble inévitable de prendre en compte cette impédance de sortie dans les modèles pour en corriger ses effets. En revanche, la manière dont sera implantée cette correction n'a pas été traitée et reste à être définie.

Pour finir, les résultats de simulation faisant intervenir la caractéristique non linéaire du  $MRT_{v2}$  (fonction *plus-ou-moins*) concordent relativement bien avec le modèle linéaire équivalent, déduit en remplaçant l'étage de commutation par un simple gain. Il semble donc que ce gain équivalent calculé en continu soit également valide en basse fréquence et ce, jusqu'au 10ème de la fréquence de commutation (pour une fréquence de commutation de 20 kHz, de bons résultats sont obtenus jusqu'à 2 kHz). Au delà, des divergences de résultats apparaissent, imputables aux phénomènes d'accrochages indirects décrits au chapitre 2 et à la linéarisation peut-être trop simpliste de l'étage de puissance<sup>10</sup>.

---

<sup>10</sup>Différents résultats de simulation non présentés ici tendent à laisser penser que le gain équivalent décroît avec l'augmentation de la fréquence. De plus, un léger déphasage entre la tension de commande  $u$  et le signal d'erreur  $\varepsilon$  apparaît en haute fréquence et peut atteindre  $5^\circ$  au 5ème de la fréquence de commutation. Ces phénomènes ne sont à l'heure actuelle pas encore expliqués.

## Chapitre 4

# Validation expérimentale

### 4.1 Introduction

Dans cette partie, nous nous proposons de valider expérimentalement le  $MRT_{v2}$  en l'appliquant à la *Charge Active tension*. Alors qu'un grand nombre d'applications se satisfont d'une bonne dynamique d'asservissement et d'un rejet de perturbation efficace, la *Charge Active* impose une parfaite connaissance du système global. Les imperfections du système doivent pouvoir être prédites avec une très grande précision et ce dans une large plage de fonctionnement. Pour le  $MRT_{v2}$ , il est apparu que la charge connectée pouvait avoir une forte incidence sur les caractéristiques externes de régulation. Cette incidence a pu être ramenée sous la forme d'une impédance équivalente de sortie. Le  $MRT_{v2}$  ainsi modélisé est totalement linéaire, donc facilement compensable. Reste donc à comparer et à valider ce modèle par différents résultats expérimentaux.

Ce chapitre est structuré de la manière suivante. Dans un premier temps, le système expérimental ayant servi pour les différents essais est présenté dans sa généralité. En seconde partie, une étude fine des principaux composants constituant la *Charge Active* est présentée dans le but de concevoir un modèle le plus fidèle possible au système réel. Ensuite, les caractéristiques principales du  $MRT_{v2}$ , à savoir la fréquence de commutation et le gain linéaire équivalent de l'étage de puissance, sont relevés et comparés au modèle. Enfin, les réponses temporelles et fréquentielles mesurées nous permettent de valider à la fois le modèle de simulation et le modèle linéaire équivalent décrit au chapitre précédent.

### 4.2 Présentation du système

#### 4.2.1 Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental peut être décomposé en trois principaux ensembles (c.f. figure 4.1) :

- la *Charge Active*. Elle intègre trois ponts de puissance monophasés indépendants avec leurs commandes rapprochées (un seul de ces ponts est représenté), une cellule de filtrage  $L - C$  (par pont), des capteurs de courant et de tension, une carte de conditionnement des signaux de mesure, la carte  $MRT_{v2}$  et une carte de gestion des sécurités (non représentée sur la figure 4.1).

- l'onduleur sous test (ARCEL). Il intègre un pont de puissance triphasé (dont seulement deux bras sont utilisés), les commandes rapprochées, trois capteurs de courant et une carte de conditionnement des signaux de mesure.
- un système DSpace 1103 réalisant la génération des références de la *Charge Active* et de l'onduleur sous test, ainsi que la régulation du courant de charge  $i'_s$ .

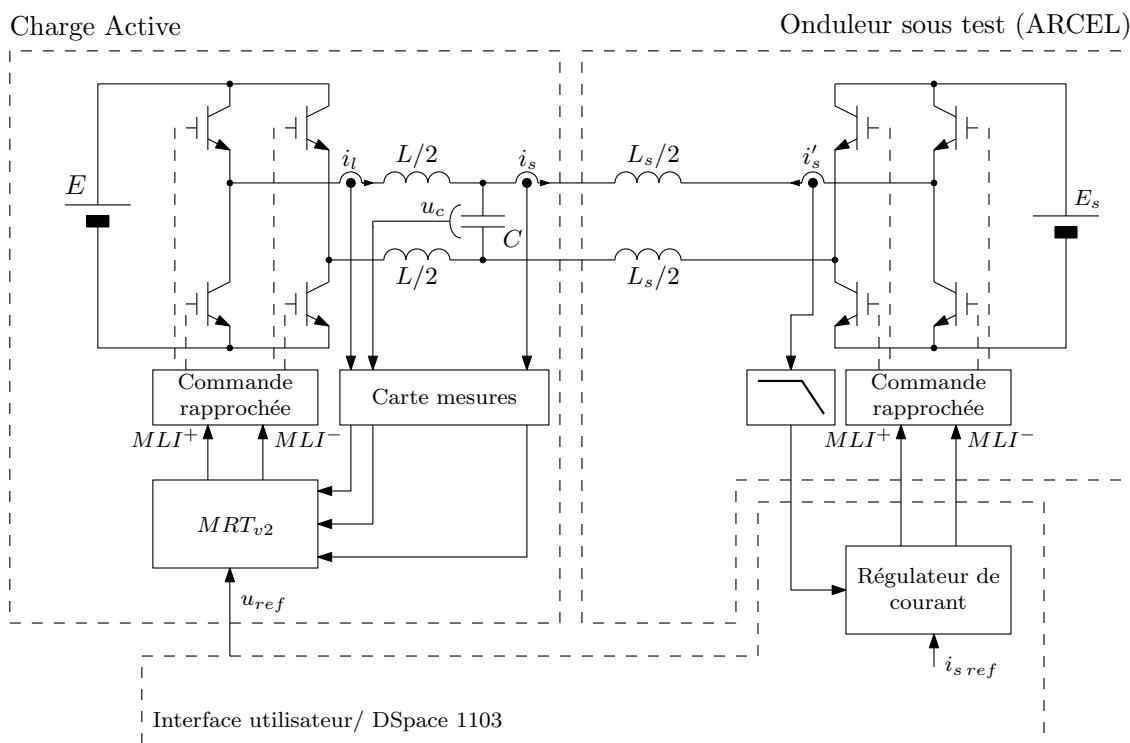


FIGURE 4.1 – Schéma simplifié du système d'étude expérimental.

Détaillons à présent chacun de ces trois ensembles. Pour la *Charge Active*, présentée à la figure 4.3, le pont de puissance utilisé a été développé par SEMIKRON et répond aux caractéristiques données au tableau 4.1. Ce pont alimente une cellule de filtrage  $L - C$  dont les éléments sont donnés par ce même tableau.

Caractéristique	Symbole	Valeur
Tension d'alimentation	$E$	250 V
Courant de pont	$i_l$	300 A
fréquence de commutation	$f_c$	20 kHz
Temps morts	$\tau_{pont}$	1.8 $\mu$ s
Temps de propagation des commandes rapprochées	$\tau_{on}/\tau_{off}$	1 $\mu$ s
Inductance de filtrage	$L$	200 $\mu$ H
Résistance série de $L$	$R_l$	0.2 $\Omega$
Condensateur de filtrage	$C$	25 $\mu$ F

TABLE 4.1 – Caractéristiques du pont de puissance SEMIKRON et du filtre  $L - C$  de la *Charge Active*.



FIGURE 4.2 – Système d'étude expérimental.

Le courant de pont  $i_l$  et le courant de charge  $i_s$  sont mesurés à l'aide de capteurs à effet hall de type boucle fermée (à flux nul) développés par la société LEM<sup>1</sup>. La bande passante de ces capteurs est de l'ordre de 100 kHz (à  $-3$  dB) avec un temps de retard inférieur à  $1 \mu\text{s}$  et une précision globale meilleure que 1 %. Le gain de ces capteurs après conditionnement est de  $\pm 10 \text{ V} / \pm 300 \text{ A}$ . La tension de sortie  $u_c$  est mesurée avec le même type de capteur à effet hall<sup>2</sup>. La bande passante est supérieure à 300 kHz (à  $-1$  dB), le temps de retard de l'ordre de  $0.3 \mu\text{s}$  et la précision globale meilleure que 0.2 %. Le gain de capteur après conditionnement est de  $\pm 10 \text{ V} / \pm 250 \text{ V}$ .

L'inductance  $L$  du filtre de sortie de la *Charge Active* est répartie entre les deux lignes de sortie afin de rendre la structure la plus symétrique possible. Cette inductance est réalisée autour d'un unique circuit magnétique dont les deux enroulements sont montés en flux additif.

Détaillons à présent l'onduleur sous test, présenté à la figure 4.4. Ce dernier est composé d'un pont de puissance triphasé à IGBT dont seulement deux bras sont utilisés pour cette application. La tension d'alimentation maximale est de 800 V et le courant de 50 A. Cet onduleur intègre la mesure des courants débités par chacune des phases. Ces mesures sont filtrées en interne à environ 4 kHz par un filtre du second ordre. Les gains de ces capteurs après conditionnement sont de  $\pm 10 \text{ V} / \pm 50 \text{ A}$ .

Enfin, le système DSpace 1103 est utilisé pour réaliser la fonction d'asservissement du courant de charge  $i_s$  par l'onduleur sous test. Le correcteur implanté est un simple PI calculé selon la méthode de l'optimum symétrique. Le système DSpace est également utilisé pour générer la référence du  $MRT_{v2}$  qui, dans le cas de l'émulation d'impédance, est à l'image du courant de charge mais atténué et déphasé.

<sup>1</sup>Capteur de courant LA 305-T/SP1.

<sup>2</sup>Capteur de tension CV 3-500.



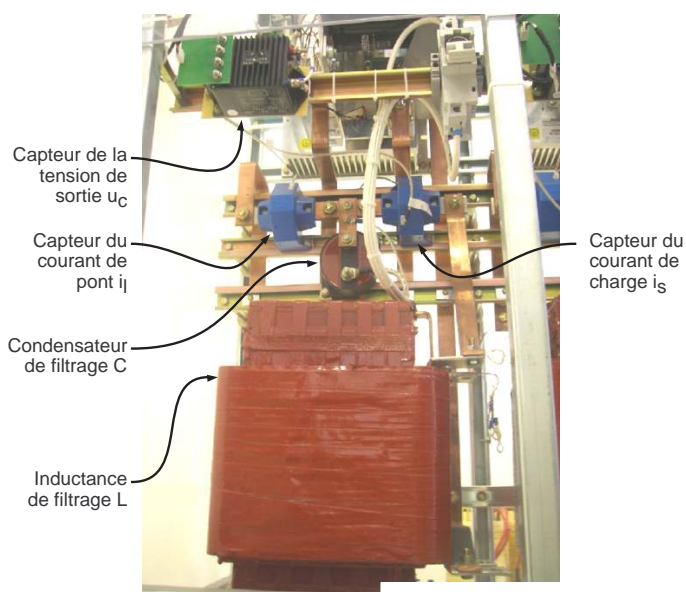
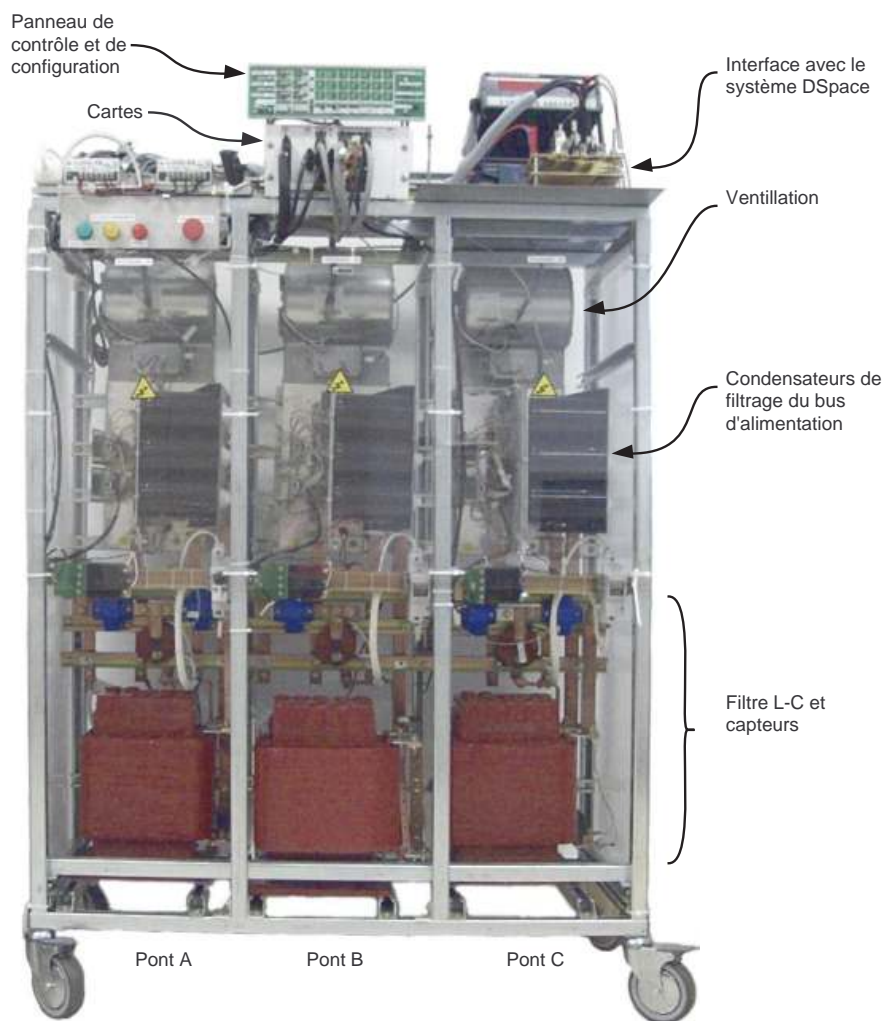


FIGURE 4.3 – La Charge Active.

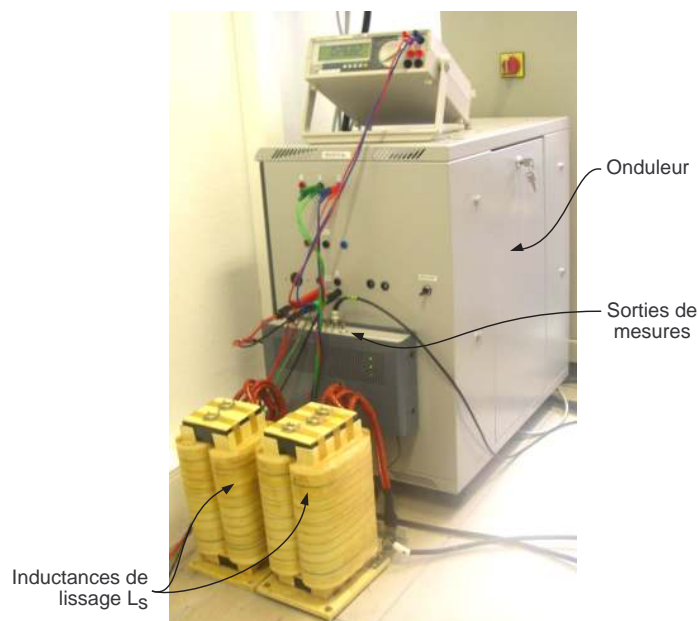


FIGURE 4.4 – Onduleur sous test.

#### 4.2.2 Performances attendues – Contraintes

Les performances attendues pour cette génération de *Charges Actives* sont :

- une précision sur le déphasage de la sortie  $u_c$  (avec compensation) meilleure que  $5^\circ$ ,
- une précision sur l'amplitude de la sortie  $u_c$  (avec compensation) meilleure que 5%.

Compte tenu des résultats présentés au chapitre 3, ces performances ne peuvent être atteintes facilement et la prise en compte de l'impédance de sortie équivalente du  $MRT_{v2}$  apparaît indispensable. Il est à noter qu'au départ, une contrainte sur la puissance active fournie ou absorbée par la *Charge Active* avait été formulée. La précision qui était alors demandé sur cette puissance était de l'ordre de 10%. Or, une étude simple montre que pour l'émulation d'impédances fortement réactives (déphasage proche de  $\pm\pi/2$ ), la précision requise sur le déphasage de  $u_c$  est extrêmement élevée. La figure 4.5 montre l'erreur maximale autorisée sur le déphasage de  $u_c$  pour obtenir une précision sur la puissance active meilleure que  $\pm 5\%$ . Avec une erreur de seulement  $3^\circ$ , il n'est possible de respecter cette condition que pour la moitié des cas de figure. Cette approche a donc été abandonnée mais elle a le mérite de montrer clairement la difficulté de mise en œuvre d'un tel système d'émulation à puissance réelle.

Les systèmes émuls par la *Charge Active tension* sont essentiellement des machines alternatives de type synchrone ou asynchrone, considérées en régime permanent. Les différents signaux évalués sont donc dans la plupart des cas sinusoïdaux. L'émulation d'une impédance quelconque consiste donc à présenter en sortie de la *Charge Active* un signal sinusoïdal atténué et déphasé par rapport au courant de charge  $i_s$ , lui même sinusoïdal.

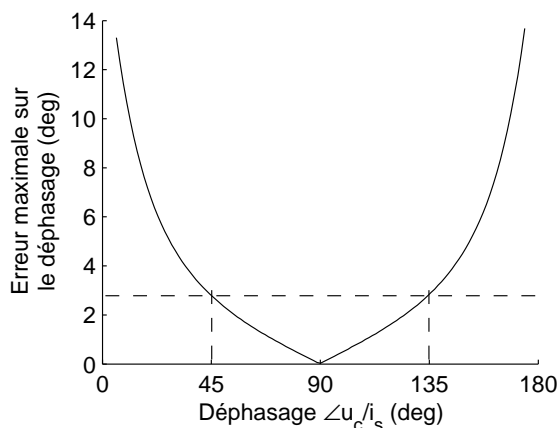


FIGURE 4.5 – Erreur de déphasage maximale pour une précision de  $\pm 5\%$  sur la puissance active.

### 4.3 Modélisation des principaux composants de la *Charge Active*

La fréquence de commutation du  $MRT_{v2}$  dépend principalement du passage par  $-180^\circ$  de la partie linéaire du système, i.e. l'ensemble des éléments constituant la *Charge Active* de la sortie de l'étage de puissance au signal d'erreur  $\varepsilon$  retourné à l'entrée de ce même étage. Mais si pour l'étude théorique nous ne considérons que les éléments principaux supposés idéaux, une bonne validation expérimentale nécessite la prise en compte de tous les éléments et de leurs éventuelles imperfections.

#### 4.3.1 Modélisation des capteurs

##### Capteur de courant

Les capteurs de courant utilisés pour le courant de pont  $i_l$  et le courant de charge  $i_s$  sont de bande passante limitée, donnée à 100 kHz (à -3 dB) par le constructeur. Ces capteurs vont présenter également un retard de  $1 \mu s$  environ. Pour connaître précisément la fréquence d'oscillation du  $MRT_{v2}$ , il est nécessaire de connaître l'évolution fréquentielle du déphasage autour de la fréquence d'oscillation (20 kHz). Aussi, pour mesurer la réponse fréquentielle du capteur, une sonde de courant de grande bande passante<sup>3</sup> est utilisée pour mesurer le courant  $i_l$  de manière précise et sert donc d'étalon pour l'identification du capteur de la *Charge Active*. Afin de balayer sur une seule acquisition un maximum de fréquences, le  $MRT_{v2}$  est attaqué par un signal d'entrée de fréquence proche de sa propre auto-oscillation. Ainsi, un phénomène de battement est obtenu. Le courant mesuré possède alors un spectre fréquentiel extrêmement riche autour de la fréquence de commutation. Par une transformation de Fourier des signaux d'entrée (courant mesuré par la pince Tektronix) et de sortie (courant mesuré par le capteur de la *Charge Active*), il est possible de relever, pour chacune des fréquences du spectre, le déphasage et l'atténuation apportée par le capteur de courant. Les résultats obtenus sont donnés à la figure 4.6.

Ces résultats montrent que la caractéristique de gain est quasiment plate sur toute la bande passante utile  $0 \rightarrow 100$  kHz. Le déphasage quant à lui est de l'ordre de  $-3^\circ$  à 10 kHz,

<sup>3</sup>Pince Tektronix A6303, DC  $\rightarrow$  15 Mhz, 100 A max. — Conditionneur AM503B.

correspondant à un retard de l'ordre de  $1\mu\text{s}$  (noté  $T_d$ ). Le capteur est donc modélisé par un simple retard, lui même approché par un filtre *pas-se-tout* du premier ordre :

$$H_{il}(p) = \frac{-T_d/2p + 1}{T_d/2p + 1} = \frac{-0.5 \cdot 10^{-6}p + 1}{0.5 \cdot 10^{-6}p + 1} \quad (4.1)$$

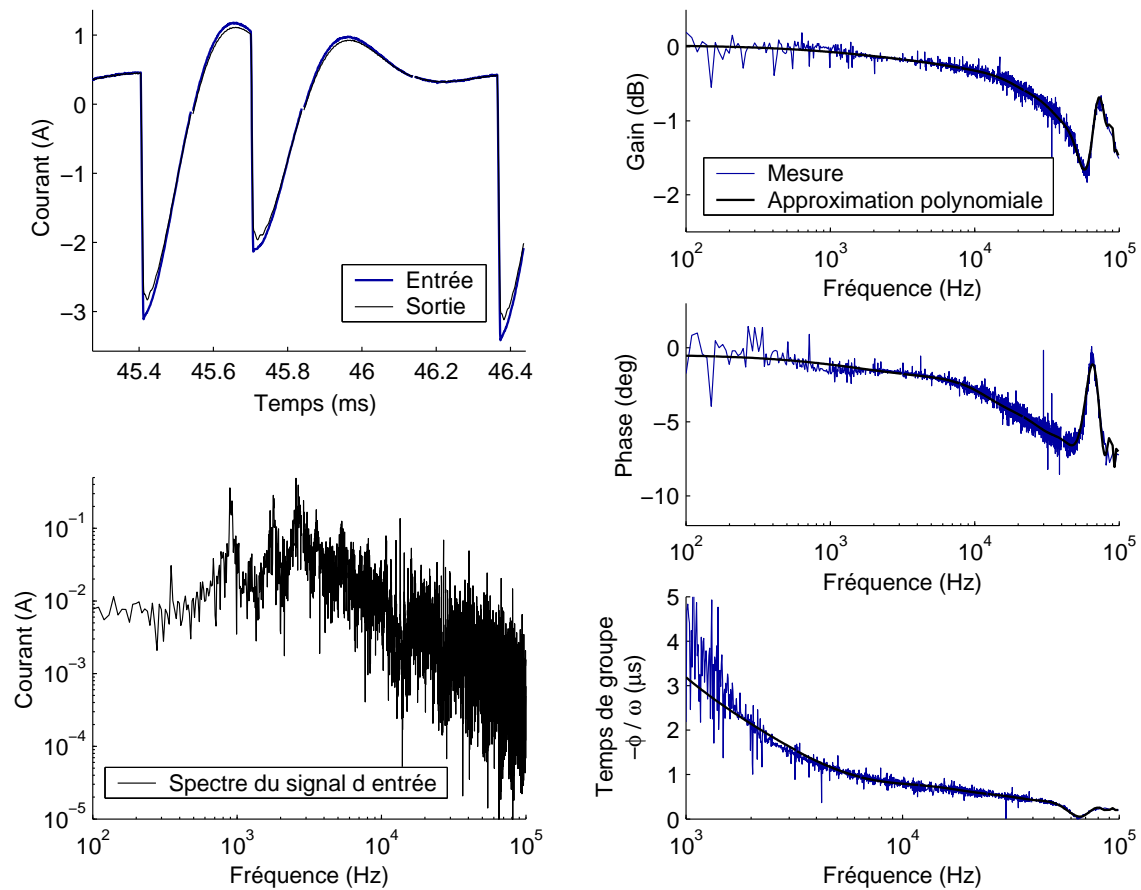


FIGURE 4.6 – Mesure des caractéristiques du capteur de courant de la *Charge Active*.

### Capteur de tension

Par simulation, il a pu être déterminé que le déphasage apporté par le capteur de tension, dans le mesure où ce dernier reste suffisamment faible ( $< 1 \mu\text{s}$ ), n'avait pas un impact significatif sur la fréquence d'oscillation. Pour ce capteur, les données constructeur donne un retard de  $0.3 \mu\text{s}$  et une bande passante à  $-3 \text{ dB}$  de  $300 \text{ kHz}$ . Ces très bonnes caractéristiques vont donc permettre de modéliser ce capteur comme un simple retard de  $300 \text{ ns}$ , soit une fonction de transfert équivalente de type *pas-se-tout* de la forme :

$$H_{uc}(p) = \frac{-T_d/2p + 1}{T_d/2p + 1} = \frac{-150 \cdot 10^{-9}p + 1}{150 \cdot 10^{-9}p + 1} \quad (4.2)$$

### 4.3.2 Modélisation de l'onduleur

Validé par la mesure, le temps de propagation du signal MLI à travers les drivers et les IGBT de puissance est estimé à  $1.8 \mu s$ . A ce temps doit s'ajouter un retard entraîné par le circuit de protection du  $MRT_{v2}$  qui a pour rôle d'interdire les commutations de trop courtes durées. Ce retard est de l'ordre de  $150 \text{ ns}$ . Soit un retard total d'environ  $2 \mu s$  qui comme pour les capteurs de tension et de courant, est approximé par une fonction de transfert de la forme :

$$H_{ond}(p) = \frac{-T_d/2p + 1}{T_d/2p + 1} = \frac{-1 \cdot 10^{-6}p + 1}{1 \cdot 10^{-6}p + 1} \quad (4.3)$$

### 4.3.3 Modélisation des chaînes de conditionnement

Les signaux issus des capteurs sont tous envoyés vers une même carte de conditionnement. Ces derniers sont filtrés par une cellule  $R - C$  de fréquence de coupure de  $100 \text{ kHz}$ . Une adaptation d'impédance est réalisée par un amplificateur opérationnel d'instrumentation OPA2277 monté en suiveur (c.f. figure 4.7). Or, ce type d'amplificateur présente une bande passante relativement faible et un retard<sup>4</sup> de l'ordre de  $700 \text{ ns}$ , soit un déphasage de  $3^\circ$  à  $20 \text{ kHz}$ .

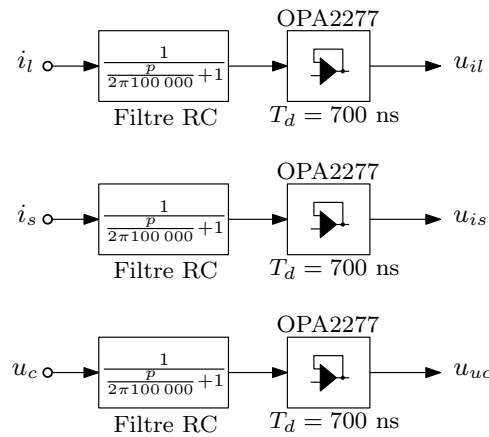


FIGURE 4.7 – Diagramme simplifié du conditionnement des signaux de mesure  $i_l$ ,  $i_s$  et  $u_c$ .

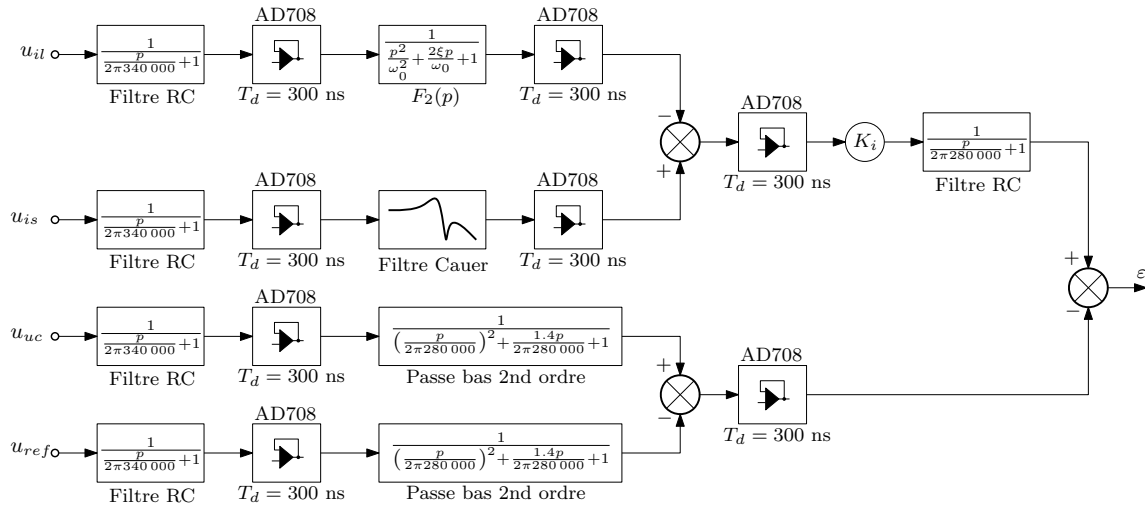
Ainsi, pour chacune des chaînes de conditionnement, le modèle utilisé est de la forme suivante :

$$H_{cond}(p) = \frac{1}{\frac{p}{2\pi 100\,000} + 1} \cdot \frac{-350 \cdot 10^{-9}p + 1}{350 \cdot 10^{-9}p + 1} \quad (4.4)$$

### 4.3.4 Modélisation de la carte $MRT_{v2}$

Cette carte fait intervenir un grand nombre d'étages de filtrage et d'opérations de comparaison, comme le montre la figure 4.8.

<sup>4</sup>Ce retard a été mesuré expérimentalement pour un amplificateur monté en suiveur. La caractéristique de gain est quasiment constante jusqu'à  $100 \text{ kHz}$ .


 FIGURE 4.8 – Diagramme simplifié de la carte  $MRT_{v2}$ .

Sur chacune des entrées est placée une cellule de filtrage  $R - C$ , de fréquence de coupure de 340 kHz. Une adaptation d'impédance est ensuite réalisée grâce à un amplificateur opérationnel AD708 monté en suiveur. Cet amplificateur présente un retard de 300 ns et est pris en compte dans le modèle sous la forme d'un passe tout du 1er ordre. Pour cette réalisation, le filtre  $F_2(p)$  n'est appliqué que sur la mesure du courant de pont, du fait du filtrage naturel des autres signaux<sup>5</sup>. Ce filtre est réalisé autour d'une structure de Sallen-Key. Le filtre de Causer ayant été présenté en section 3.3.5 et en annexe D, il n'est donc pas détaillé dans cette section. Il peut simplement être noté que le modèle utilisé pour ce filtre est un modèle fin prenant en compte tous les éléments le composant. Le gain  $K_i$  permet de régler la dynamique de régulation, i.e. le pôle de commande  $\omega_{np}$ . En notant  $K_v$  le gain du capteur de tension et  $R_T$  le gain des capteurs de courant<sup>6</sup>, il vient :

$$K_i = \frac{K_v}{R_T C \omega_{np}} \quad (4.5)$$

Au chapitre 3, il a été montré qu'une valeur intéressante pour  $\omega_{np}$  était  $2.5\omega_{0lc}$ , soit 2π 5700 rad/s. En appliquant la formule donnée à l'équation (4.5), le gain  $K_i$  implanté sur la carte est donc de 1.34.

Pour les tensions  $u_{uc}$  (image de la tension de sortie  $u_c$  après conditionnement) et  $u_{refo}$ , un filtre du second ordre de fréquence propre de 280 kHz est appliqué afin de limiter au maximum les composantes de hautes fréquences susceptibles de perturber la fonction de mise en oscillation.

Pour finir, chaque comparateur étant réalisé par un amplificateur opérationnel AD708, un retard de 300 ns y est donc associé.

<sup>5</sup>En simulation, cette structure montrait un meilleur contrôle de la fréquence de commutation et une plus grande stabilité.

<sup>6</sup>Pour cette application,  $K_v = 10/250$  V/V et  $R_T = 10/300$  V/A.

### 4.3.5 Considérations sur les erreurs de modélisation

Il a été rappelé à la fin du chapitre 1 que les travaux de Olivier Grellier [Grellier, 2004] concluaient à la très grande sensibilité de l'impédance de sortie  $Z_s$  en fonction des paramètres du système, et notamment en basse fréquence. Il nous est donc apparu important de refaire cette étude de sensibilité dans le cas du  $MRT_{v2}$ . Etant donné la finesse avec laquelle tous les éléments de la *Charge Active* ont été modélisés, une erreur de seulement  $\pm 2\%$  est considérée sur le gain des capteurs de courant et de tension. Les résultats alors obtenus pour une telle imprécision sont donnés à la figure 4.9.

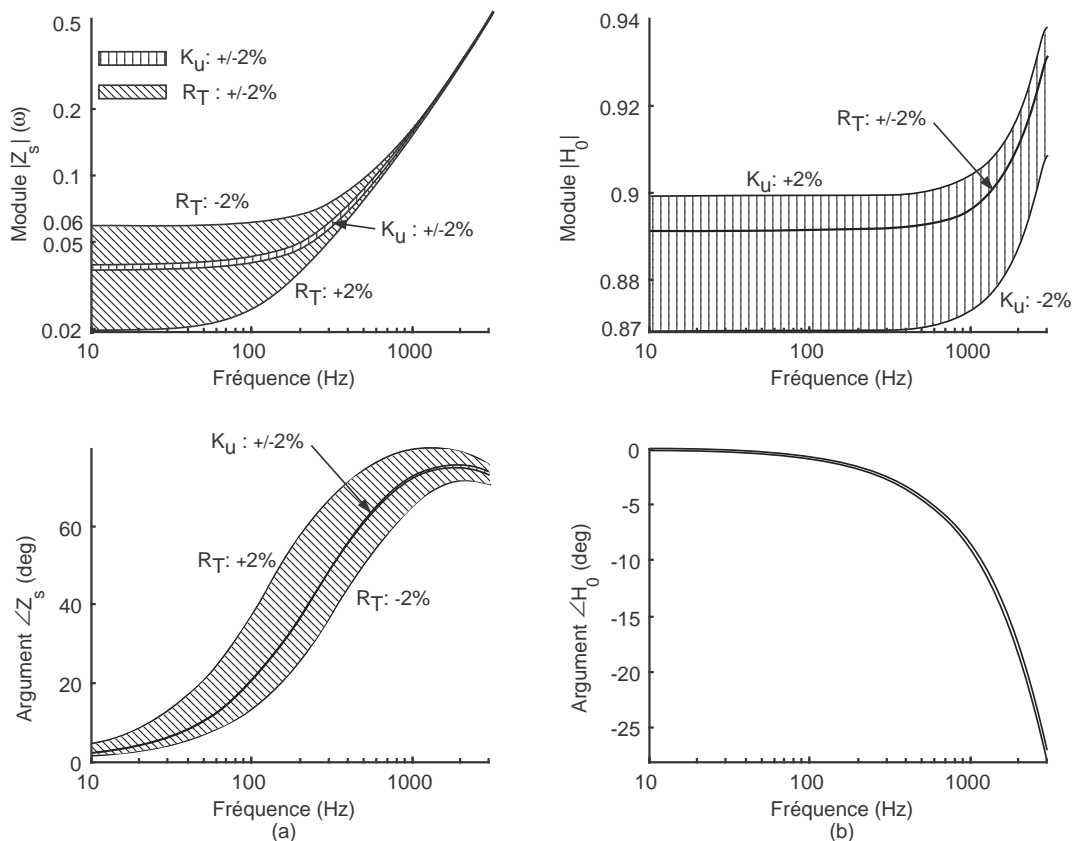


FIGURE 4.9 – Influence d'une erreur de modélisation du capteur de courant  $i_s$ , considérée à  $\pm 2\%$ . (a) Influence sur l'impédance de sortie  $Z_s$ . (b) Influence sur le modèle à vide  $H_0$ .

Il est possible de constater que l'imprécision sur le capteur de courant (noté  $R_T$ ) influence principalement le module et l'argument de l'impédance équivalente. Une erreur de seulement 2% engendre une dispersion du module de  $Z_s$  en basse fréquence de plus 50% ; la dispersion de l'argument de  $Z_s$  est maximale entre 100 Hz et 1 kHz, et est de l'ordre de  $30^\circ$ . De manière duale, l'imprécision sur le capteur de tension (noté  $K_u$ ) influence principalement le modèle à vide du  $MRT_{v2}$ . La dispersion obtenue sur le module de  $H_0$  en basse fréquence est de l'ordre de 3.5%. Le seul lieu à ne pas être sensible à ces erreurs de modélisation est l'argument de  $H_0$ , dont la dispersion est inférieure à  $0.5^\circ$ .

Considérons à présent l'erreur commise sur l'estimation du gain équivalent  $G_{eq}$ , supposée à  $\pm 30\%$  pour cette application<sup>7</sup> et présentée à la figure 4.10. Il est possible de constater que

<sup>7</sup>Le gain équivalent dépend de l'atténuation apportée par tous les étages, il est donc difficile de bien



l'influence d'une telle erreur est essentiellement répercutée sur les modules de  $Z_s$  et de  $H_0$ , leurs arguments respectifs étant peu influencés. La dispersion sur le module de  $H_0$  est de l'ordre de 7% en basse fréquence, celle sur le module de  $Z_s$  de 30%.

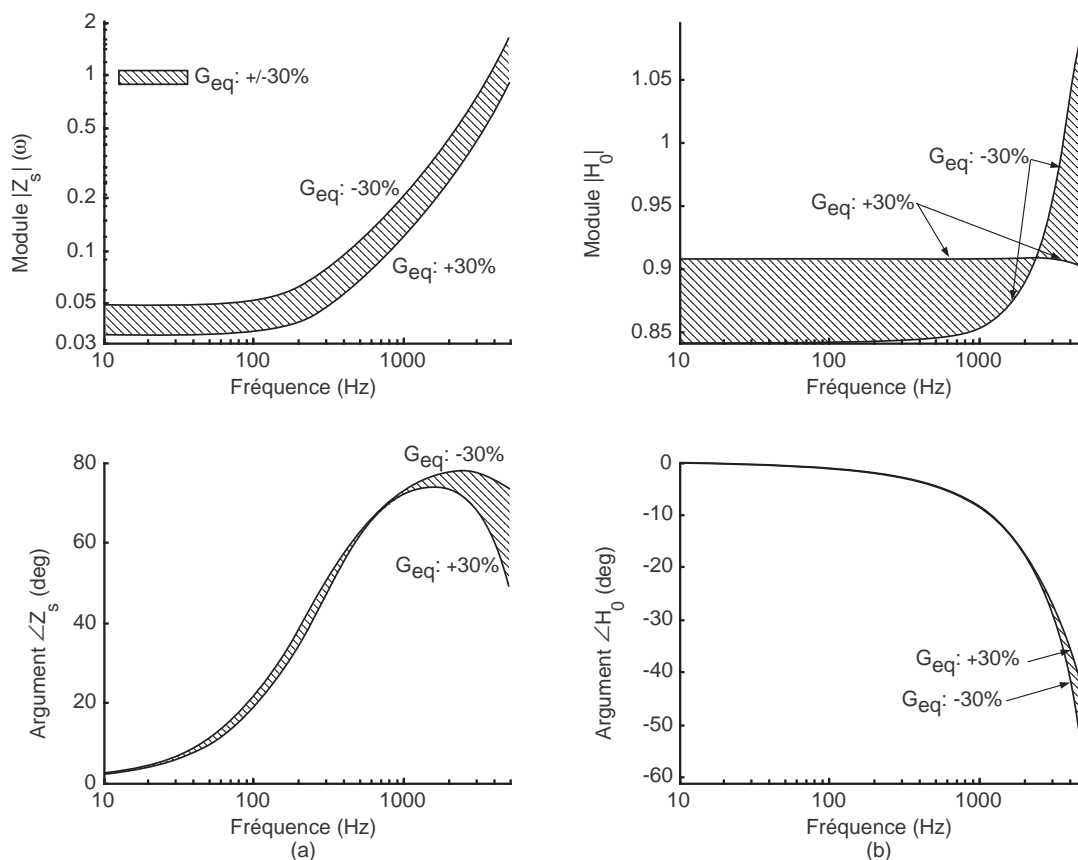


FIGURE 4.10 – Influence d'une erreur d'estimation du gain équivalent  $G_{eq}$ , considérée à  $\pm 30\%$ . (a) Influence sur l'impédance de sortie  $Z_s$ . (b) Influence sur le modèle à vide  $H_0$ .

Pour conclure, il ne semble pas évident d'obtenir un modèle linéaire équivalent fiable sans un étalonnage expérimental. La démarche alors adoptée à été de construire un premier modèle basé sur l'identification des différents éléments constitutifs. Ce modèle a alors été comparé à un nombre limité de mesures (à vide puis sur charge résistive) et modifié de sorte que ce dernier présente des résultats cohérents. Les modifications apportées au modèle sont donc :

- une diminution de 20% du gain équivalent calculé à partir du modèle,
- une diminution de 2% du gain théorique du capteur du courant de charge  $i_s$ ,
- une diminution de 1% du gain théorique du capteur de la tension  $u_c$ ,
- une augmentation de 1% du gain théorique du capteur du courant de pont  $i_l$ .

Il est à noter que la précision des résistances utilisées pour le  $MRT_{v2}$  est de 1%. Ces modifications sont donc justifiables et ne remettent aucunement en question la validité des résultats théoriques présentés au chapitre précédent.

---

maîtriser ce dernier. Les premiers résultats expérimentaux présentaient une erreur de l'ordre de 20% par rapport au modèle. Une plage de  $\pm 30\%$  est donc tout à fait réaliste.



## 4.4 Fréquence de commutation et gain équivalent

Le premier pas de la confrontation du modèle avec les mesures est la vérification de la fréquence de découpage pour différentes valeurs de  $\omega_0$ . En effet, cette fréquence est directement liée à la réponse harmonique du système et essentiellement à sa phase. Le modèle de référence de la *Charge Active*, prenant en compte les fonctions de transfert des différents étages (capteurs, étage de puissance, filtres, ...) est donné par la figure 4.11. Les paramètres du système pour ces essais sont :

- $\xi = \sqrt{2}/2$
- $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$  ( $K_i = 1.345$ )

Il doit être signalé que dans ce modèle les fonctions de transferts associés aux *amplificateurs opérationnels* n'apparaissent pas, dans le seul but de ne pas surcharger la figure.

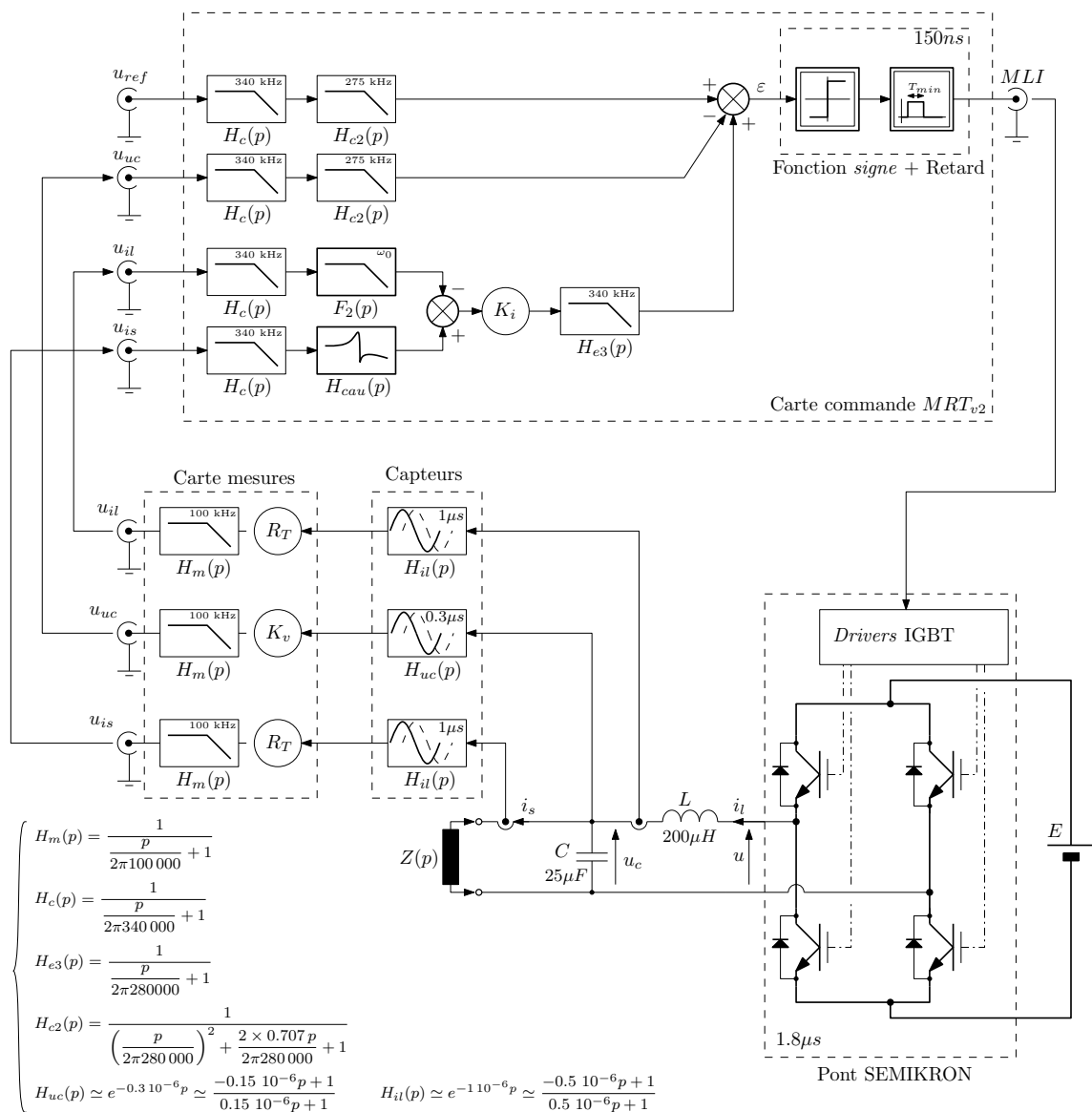


FIGURE 4.11 – Modèle simplifié de la *Charge Active*.

De ce modèle, il est possible de calculer analytiquement l'évolution de la fréquence d'oscillation et le gain équivalent de l'étage de puissance, en fonction du rapport cyclique  $\alpha$ . Ces résultats analytiques comparés aux résultats pratiques sont présentés à la figure 4.12. Les figures 4.12(a) et 4.12(b) montrent une bonne concordance des résultats. Il est possible de voir sur la figure 4.12(b) que le gain en pratique n'est pas symétrique par rapport à  $\alpha = 1/2$ . Ceci peut être expliqué par un léger *offset* présent sur l'erreur  $\varepsilon$ . Ce décalage a été mesuré et est de l'ordre de 2 mV.

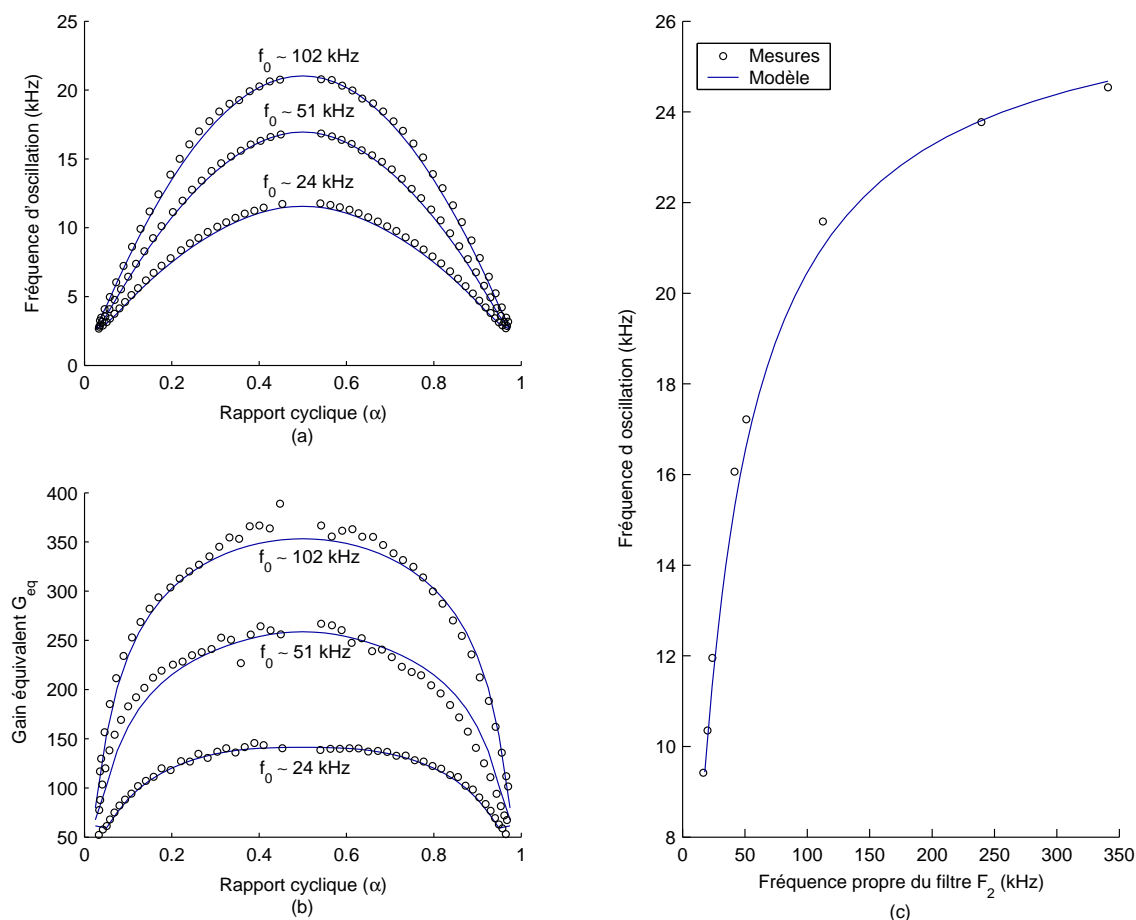


FIGURE 4.12 – Fréquence d'oscillation et gain équivalent. (a) Fréquence de commutation en fonction de  $\alpha$ . (b) Gain équivalent en fonction de  $\alpha$ . (c) Fréquence de commutation en fonction de  $\omega_0$ , pour  $\alpha = 1/2$ .

En ce qui concerne la fréquence d'oscillation, cette dernière est bornée à 26 kHz environ en l'absence du filtre  $F_2$  ( $\omega_0 \rightarrow \infty$ ). De plus, pour obtenir une fréquence d'oscillation de 20 kHz, la fréquence propre du filtre  $F_2$  doit être de 100 kHz environ, soit un rapport de 5 entre ces deux fréquences.

## 4.5 Filtrage du courant de charge – Courbe de synchronisation

Pour rappel, la nécessité de filtrage du courant de charge  $i_s$  est venue du fait que ce dernier pouvait présenter une ondulation importante, de fréquence proche de celle de l'auto-oscillation du  $MRT_{v2}$ . Il a été montré que cette ondulation pouvait étouffer les auto-oscillations du  $MRT_{v2}$  et par la même changer les caractéristiques de ce dernier (par changement du gain équivalent de l'étage de puissance). Ainsi, en filtrant cette ondulation au niveau de la mesure, son influence est susceptible d'être diminuée. Pour apprécier cette notion de sensibilité du  $MRT_{v2}$  à une synchronisation éventuelle sur l'ondulation du courant de charge  $i_s$ , sa courbe de synchronisation est présentée à la figure 4.13.

Les paramètres du système pour ces essais sont :

- $f_c \simeq 22$  kHz ( $\omega_0 = 2\pi 102\,000$  rad/s)
- $\xi = \sqrt{2}/2$
- $\omega_{np} = 2.5\omega_{0c}$

Ce diagramme présente en abscisse la fréquence de l'ondulation du courant de charge  $i_s$  et en ordonné le rapport entre les amplitudes des courants  $i_s$  et  $i_l$ . Le lieu alors tracé traduit la limite du rapport  $i_s/i_l$  amenant une synchronisation du  $MRT_{v2}$  sur le courant de charge :

- au dessus du lieu, aucune synchronisation n'est possible,
- en dessous du lieu, le  $MRT_{v2}$  est synchronisé.

La figure 4.13(a) donne la courbe de synchronisation sans le filtre de Cauer. Il est possible de voir qu'en basse et haute fréquence (respectivement  $< 10\text{kHz}$  et  $> 25\text{kHz}$ ), cette courbe est relativement haute. Une ondulation du courant de charge  $i_s$  d'amplitude deux fois plus faible que celle du courant de pont  $i_l$  peut entraîner une synchronisation. Cette même courbe de synchronisation est minimum autour de 22 kHz. Ceci s'explique parfaitement bien du fait que l'auto-oscillation du  $MRT_{v2}$  est située à cette fréquence particulière. Aussi, une perturbation proche de cette fréquence, aussi faible soit elle, tendra à étouffer les auto-oscillations du  $MRT_{v2}$  [Cypkin, 1962].

Les figures 4.13(b) et 4.13(c) donnent les courbes de synchronisation avec filtre de Cauer, pour deux valeurs différentes de l'inductance simulée. Il est possible de constater que pour ces deux courbes, dans la zone 10 – 30 kHz, le lieu de synchronisation est globalement plus élevé. Le système est dans ce cas plus difficile à synchroniser. Néanmoins, de meilleurs résultats auraient pu être attendus compte tenu du fait que le filtre de Cauer, pour ces valeurs d'inductance  $L_{cauer}$ , présente une atténuation de l'ordre de 10 à 15 dB (soit une atténuation de 3.1 à 5.6) dans la bande 10 – 30 kHz. Or, dans cette bande de fréquences, la courbe de synchronisation n'est remontée que de 6 dB à 10 kHz et de 10 dB à 30 kHz.

Ceci peut s'expliquer par le fait que l'ondulation du courant  $i_s$  se retrouve en partie dans la tension de sortie  $u_c$ . La figure 4.14 donne les réponses fréquentielles de chacune des voies de retour vers le détecteur d'erreur, avec en entrée le courant de charge  $i_s$ . Il est possible de voir que sans le filtre de Cauer et entre 10 et 30 kHz, le courant  $i_s$  est ramené jusqu'au détecteur d'erreur avec un gain presque unitaire sur la voie de mesure de  $i_s$ , de 0.2 à 0.6 sur la voie de mesure de  $u_c$  et de 0.005 à 0.05 sur la voie de mesure de  $i_l$ . Même si cette approche n'est pas rigoureuse, la sensibilité à la synchronisation du  $MRT_{v2}$  dépend fortement de ces gains, à savoir que plus le gain de retour est faible, plus le signal de perturbation doit être

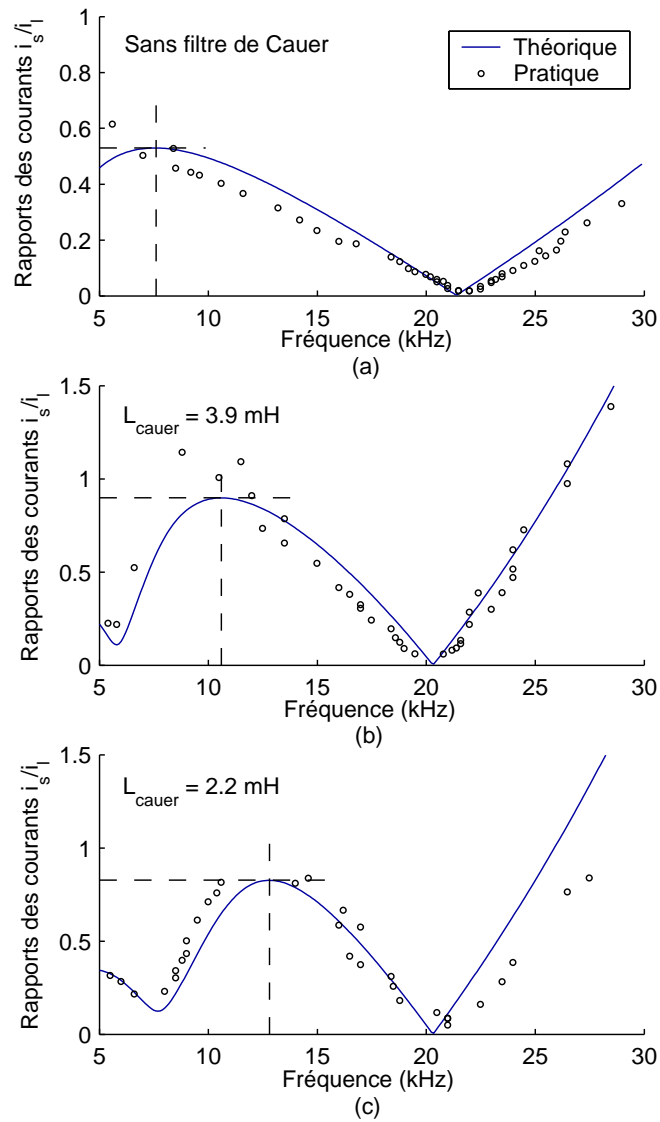


FIGURE 4.13 – Courbe de synchronisation du  $MRT_{v2}$ . (a) Sans filtre de Cauer. (b) Avec filtre de Cauer pour  $L_{cauer} = 3.9$  mH. (c) Avec filtre de Cauer pour  $L_{cauer} = 2.2$  mH.

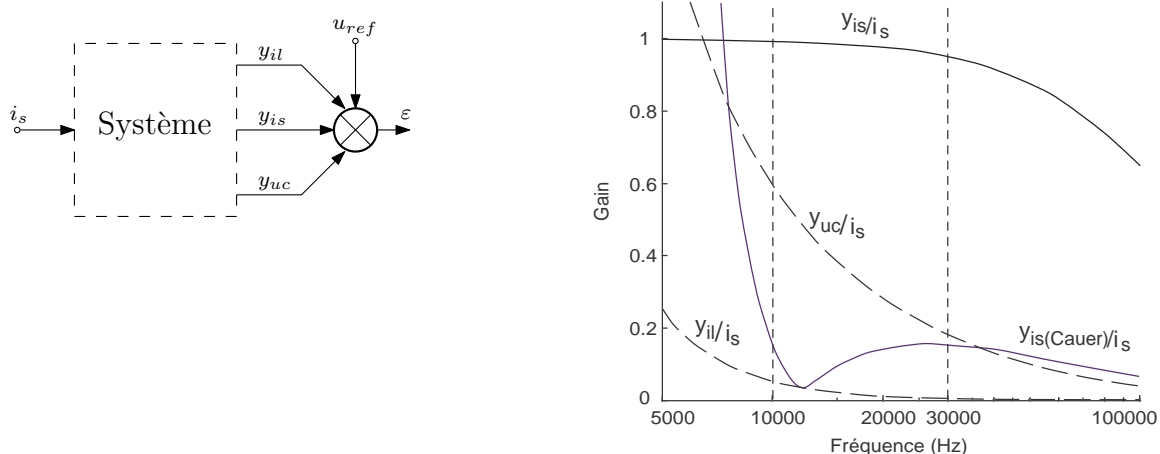


FIGURE 4.14 – Réponse fréquentielle des différents signaux retournés au détecteur d'erreur avec et sans filtre de Cauer.

grand pour synchroniser le système. Or, avec le filtre de Cauer, il est possible de constater que l'ondulation du courant  $i_s$  arrive malgré tout jusqu'au détecteur d'erreur en passant par la voie de mesure de  $u_c$ . Aussi, même en supposant le filtrage de  $i_s$  parfait, la hauteur de la courbe de synchronisation reste limitée par la seule mesure de  $u_c$ . Une idée a été de placer le même filtre de Cauer dans la chaîne de mesure de la tension de sortie. Mais différents essais ont montré une perte de stabilité importante de la structure et une nette diminution des performances dynamiques.

## 4.6 Réponses temporelles – Validation du modèle de simulation

Le modèle donnant la loi de variation de la fréquence de commutation et du gain équivalent ayant été validé expérimentalement, reste à valider ce dernier en régime dynamique<sup>8</sup>. Pour cela, plusieurs essais temporels sont présentés avec à chaque fois la réponse du modèle de simulation et la mesure correspondante. Les paramètres du système pour ces essais sont :

- $\xi = \sqrt{2}/2$
- $f_c \simeq 22$  kHz ( $\omega_0 = 2\pi 102\,000$  rad/s)
- $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$  ( $K_i = 1.345$ )
- $E = 150$  V

### 4.6.1 Réponse du $MRT_{v2}$ à vide

Le premier résultat, présenté à la figure 4.15, est la réponse à vide du  $MRT_{v2}$  pour une entrée sinusoïdale de 1 kHz.

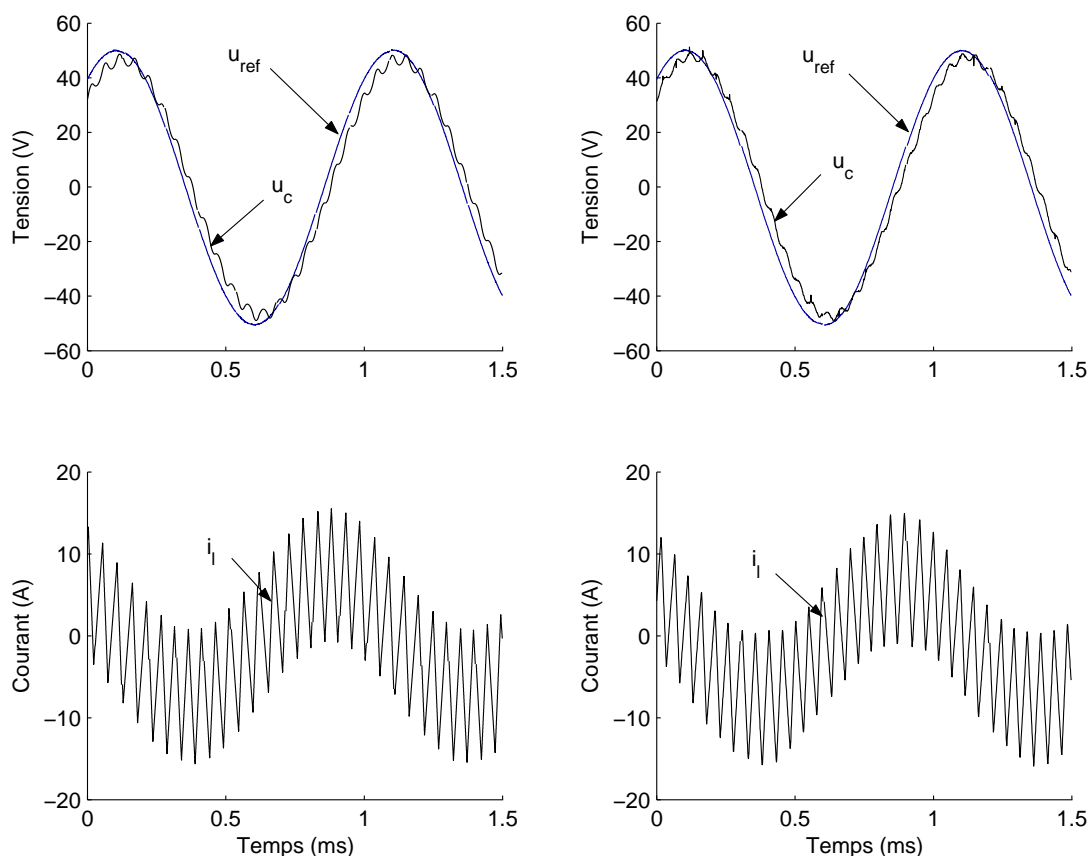


FIGURE 4.15 –  $MRT_{v2}$  à vide pour  $f_{ref} = 1$  kHz. (a) Simulation. (b) Mesure.

Cet essai montre une très bonne concordance entre la simulation et la mesure. Le déphasage entre la tension de sortie  $u_c$  et la tension de référence  $u_{ref}$  est faible ( $\simeq -9^\circ$ ) et le

<sup>8</sup>Le modèle de simulation utilisé pour cette étude prend en compte la non linéarité de l'étage de puissance, modélisé par une simple fonction de commutation.

gain quasiment unitaire ( $\simeq 0.94$ ). Le courant de pont  $i_l$ , qui n'est autre que la dérivée de la tension de sortie  $u_c$  à un facteur près, est d'allure sinusoïdale. Ceci nous permet donc de conclure quant à la bonne linéarité de la fonction de régulation. La figure 4.16 montre la réponse du  $MRT_{v2}$  pour une entrée de même fréquence que précédemment (1 kHz), mais cette fois pour un signal d'entrée carré de 40 V d'amplitude.

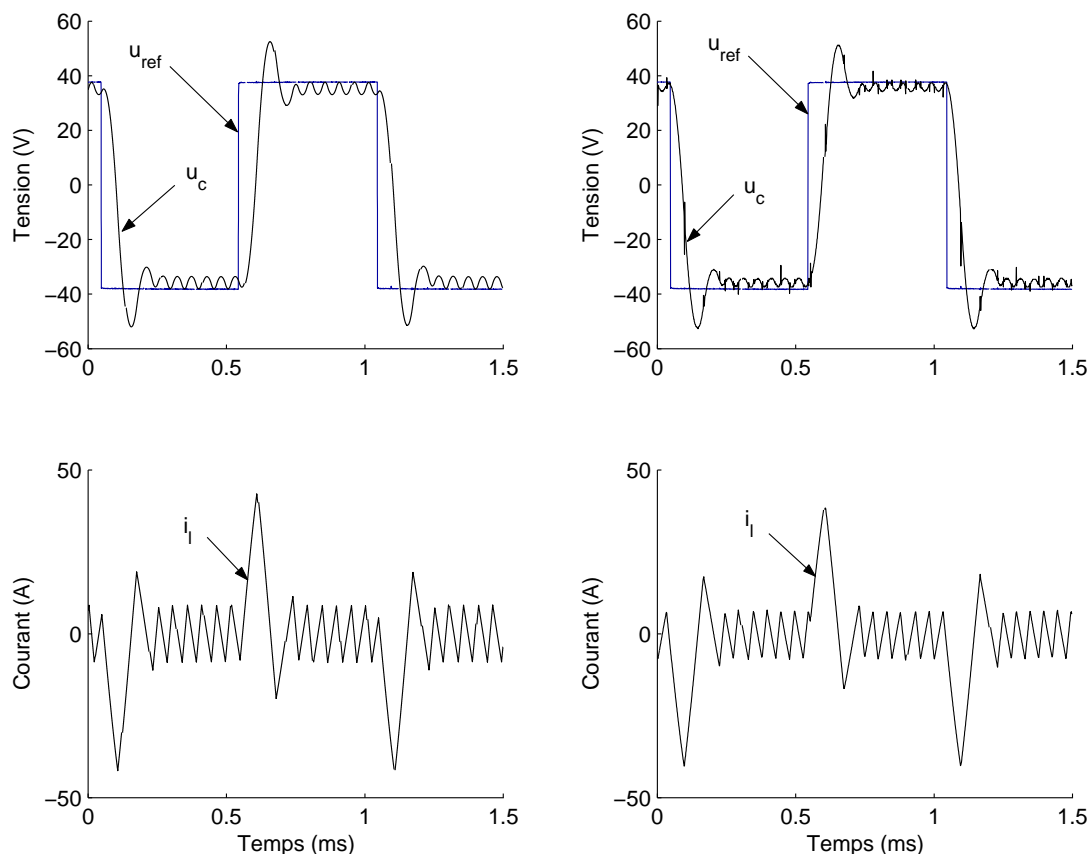


FIGURE 4.16 –  $MRT_{v2}$  à vide pour un signal d'entrée carré de fréquence  $f_{ref} = 1$  kHz. (a) Simulation. (b) Mesure.

Cet essai est relativement critique du fait que le signal d'entrée présente de fortes discontinuités ; pendant les régimes transitoire, le  $MRT_{v2}$  est en saturation, i.e. que les interrupteurs cessent de commuter pendant un temps relativement long, mettant le système en boucle ouverte. Des phénomènes d'instabilités peuvent alors apparaître et ce d'autant plus facilement que le filtre  $L - C$  de sortie est un filtre raisonnant d'amortissement très faible. Ici, la stabilité est largement vérifiée puisque le régime permanent est atteint en quatre commutations et en à peine  $200 \mu s$ . Il peut être noté que le système étant en saturation lors des transitoires du signal d'entrée, la linéarité du  $MRT_{v2}$  n'est plus vérifiée et la forme des réponses dépend fortement de l'amplitude des signaux. Concernant le gain statique, ce dernier est de l'ordre de 0.96, soit une valeur proche de celle obtenue précédemment à 1 kHz. Cette bande passante relativement plate peut donc être très facilement compensée par un simple gain de consigne implanté sur le  $MRT_{v2}$  ou gérée par la couche externe numérique.

#### 4.6.2 Réponse du $MRT_{v2}$ en charge

Dans cette partie, le  $MRT_{v2}$  est chargé par une résistance de  $1.1 \Omega$ . L'inductance simulée du filtre de Cauet est de  $L_{cauer} = 2.2 \text{ mH}$  (c.f. figure 4.13(c)). La figure 4.17 montre une comparaison des résultats de simulation et de mesure pour une entrée carré de  $25 \text{ V}$  d'amplitude. L'intérêt de cet essai est que le signal de référence est très riche en harmoniques et va donc permettre d'exciter le filtre de Cauet dans sa plage de résonance (entre  $5$  et  $8 \text{ kHz}$  pour  $L_{cauer} = 2.2 \text{ mH}$ ). Malgré cela, la tension de sortie présente un très faible dépassement et un faible temps de réponse ; le régime permanent est atteint en  $200 \mu\text{s}$ , et ce sans saturation (pas de blocage des interrupteurs sur les transitoires du signal de référence).

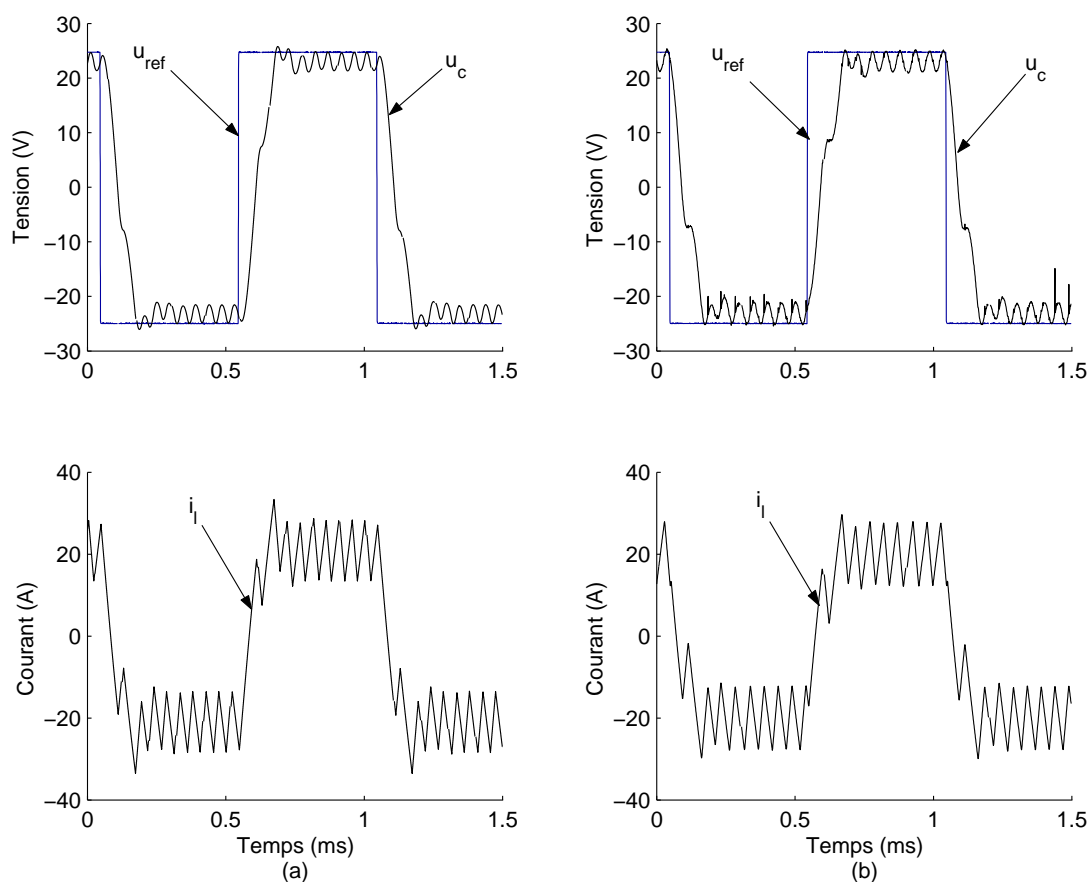


FIGURE 4.17 –  $MRT_{v2}$  chargé par une résistance de  $2 \Omega$ , pour un signal d'entrée carré de fréquence  $f_{ref} = 1 \text{ kHz}$ . (a) Simulation. (b) Mesure.

Concernant le gain statique, ce dernier est de l'ordre de  $0.92$  en pratique et de  $0.93$  en simulation, soit une erreur de seulement  $1\%$ . Compte tenu des considérations faites en section 4.3.5, cette erreur est extrêmement faible vis à vis de la sensibilité du modèle.

Enfin, la figure 4.18 donne la réponse du  $MRT_{v2}$  lors d'une connexion *en vol* d'une résistance de charge de  $1.1 \Omega$ . Pour cet essai, le filtre de Cauet est mis en place et est réglé avec  $L = 2.2 \text{ mH}$ .

A l'instant de l'application de la charge, un creux de tension de l'ordre de  $30 \text{ V}$  est observé. Ce dernier dépend du temps mis par le courant de pont  $i_l$  pour rattraper le courant de charge  $i_s$ . Pendant tout ce laps de temps, le modulateur est en saturation et la commande



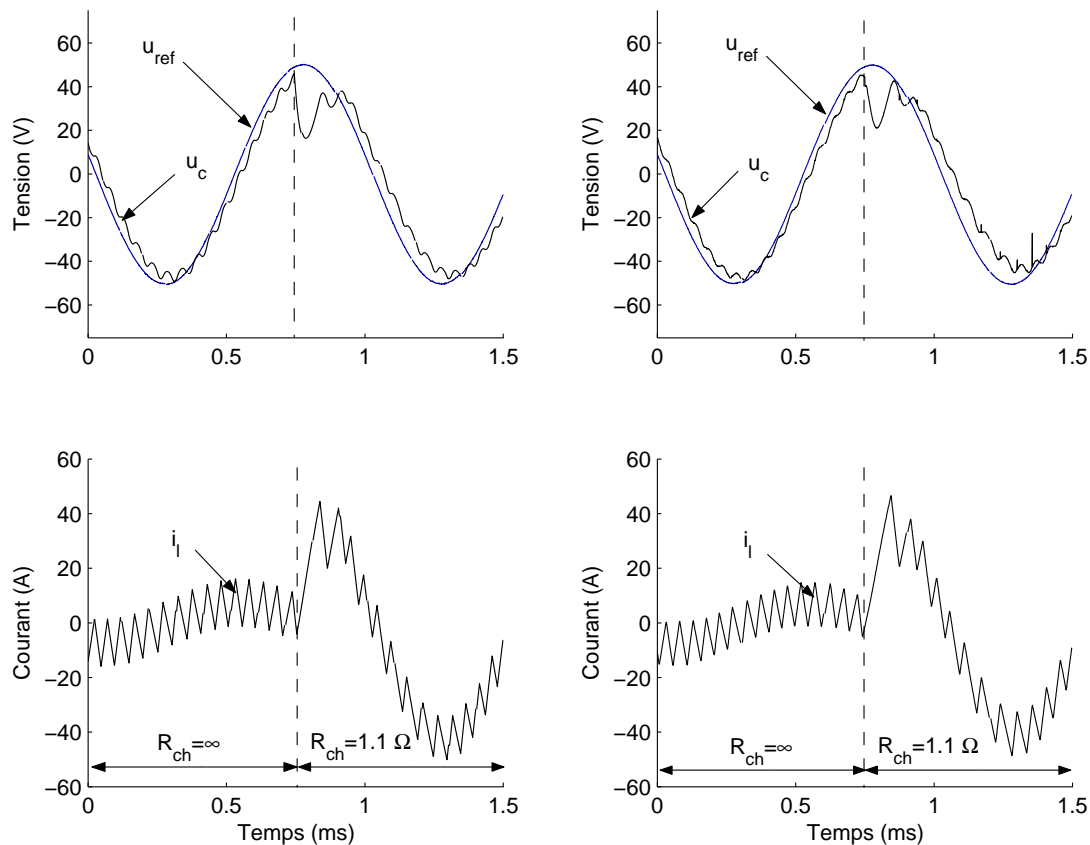


FIGURE 4.18 – Connexion *en vol* d'une résistance de charge de  $1.1 \Omega$  à  $t = 750 \mu\text{s}$ . (a) Simulation. (b) Mesure.

est bloqué à  $+E$ . Ce transitoire est très court ( $200 \mu\text{s}$  environ) ce qui nous permet de conclure qu'en au très bon rejet de perturbation. De même, les caractéristiques d'asservissement sont peu altérées par la valeur de la charge. Cet essai montre donc également la bonne robustesse de ce modulateur.

En conclusion, ces résultats valident le modèle de simulation et montrent les très bonnes performances du nouveau modulateur, aussi bien à vide qu'en charge.

## 4.7 Réponses harmoniques – Validation du modèle linéaire équivalent

Alors que les réponses temporelles ont permis de conclure quant à la pertinence du modèle de simulation fine (incluant la caractéristique non linéaire de l'étage de puissance), cette étude va permettre de valider la notion de modèle linéaire équivalent, consistant à remplacer l'étage de puissance par son gain équivalent.

### 4.7.1 Fonction de transfert $H_0(p)$ à vide

Pour rappel, en remplaçant l'étage de puissance par un simple gain équivalent  $G_{eq}$ , le  $MRT_{v2}$  peut être modélisé par un générateur de Thevenin équivalent de la forme suivante (courant de charge  $i_s$  sortant) :

$$u_c = H_0(p) u_{ref} - Z_s(p) i_s \quad (4.6)$$

Dans la bande passante (de 0 à 2 kHz environ), la fonction de transfert  $H_0$  présente un gain quasiment unitaire et est donc facilement identifiable et peu sensible aux bruits (grande amplitude des signaux). La figure 4.19 montre la réponse fréquentielle<sup>9</sup> du  $MRT_{v2}$  à vide pour différentes amplitudes du signal d'entrée  $u_{ref}$  (la démarche de construction de ces réponses est donnée en annexe C).

Ce lieu fréquentiel évolue peu en fonction de l'amplitude des signaux, ce qui montre la bonne linéarité du régulateur. De plus, le modèle linéaire équivalent montre une réponse très proche des résultats expérimentaux. L'erreur maximale sur le gain est de 2% environ et sur la phase de moins de 1°.

### 4.7.2 Impédance de sortie $Z_s(p)$

Si la fonction de transfert à vide du  $MRT_{v2}$  était relativement simple à mesurer, il n'en est rien de l'impédance de sortie  $Z_s(p)$ . En effet, pour évaluer cette dernière, l'idée la plus simple est de mettre le signal de référence  $u_{ref}$  à zéro, d'injecter un courant de charge  $i_s$  et de mesurer la tension de sortie  $u_c$  :

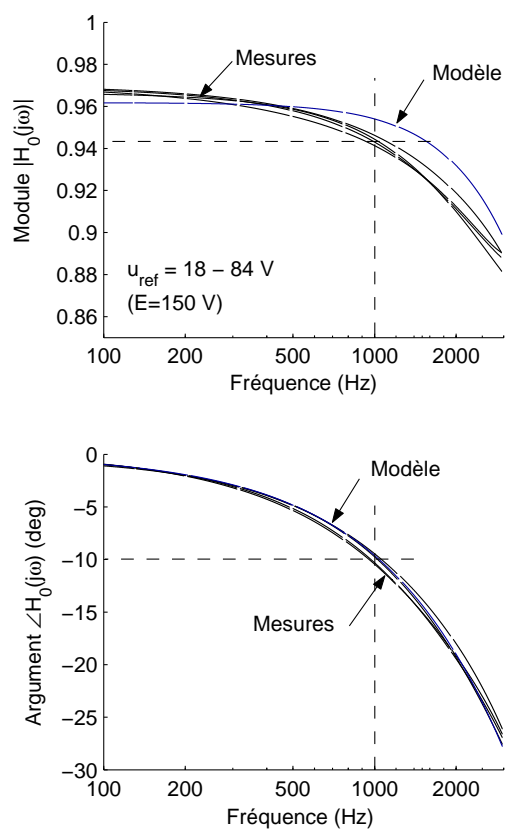
$$u_c = -Z_s(p) i_s$$

L'impédance de sortie se déduisant alors de :

$$Z_s(p) = -\frac{u_c}{i_s}$$

Or, cette impédance étant très faible, l'impact du courant de charge  $i_s$  sur la tension de sortie  $u_c$  l'est également. A titre d'exemple, supposons un courant de charge sinusoïdal d'amplitude 20 A et de fréquence 1 kHz. Par la simulation, le module de l'impédance équivalente de sortie à 1 kHz est évalué à environ  $0.1 \Omega$ . La tension de sortie alors récupérée est de 2 V, soit l'amplitude de l'ondulation de découpage pour tension d'alimentation  $E$  de

<sup>9</sup>Ces mesures ont été réalisées en excitant le  $MRT_{v2}$  avec un signal *vobulé* d'amplitude constante et dont la fréquence varie linéairement de 10 à 4000 Hz (la période de vobulation est de 5 s). Une transformée de Fourier rapide est alors appliquée ainsi qu'une fonction d'interpolation, permettant de lisser les caractéristiques obtenues.

FIGURE 4.19 – Réponse fréquentielle du  $MRT_{v2}$  à vide.

150 V. Dans ces conditions, il apparaît tout à fait illusoire d'obtenir des résultats précis et dignes de confiance. Aussi, cette impédance de sortie ne sera pas évaluée de manière directe mais déduite de mesures globales, présentée dans la section à suivre.

### 4.7.3 Validation expérimentale du modèle linéaire étendu à la perturbation

Pour valider le modèle linéaire en charge, la démarche adoptée est celle présentée par la figure 4.20. Le signal de référence de l'onduleur sous test est généré et asservi par le système DSpace à l'aide d'un simple correcteur PI. Le courant  $i_s$  est mesuré et renvoyé vers le système DSpace et filtré par un filtre passe bande très sélectif centré sur la fréquence du signal de référence  $\omega$ . Le signal en sortie de ce filtre, très proche d'un signal sinusoïdal, est alors retardé d'un temps  $T_\phi$ , image du déphasage de l'impédance à émuler (en considérant la régulation locale de la tension  $u_c$  parfaite, i.e.  $u_c = u_{ref}$ ) :

$$T_\phi = -\frac{\Phi}{2\pi f_{ref}}, \quad \Phi = \angle Z_{ch}$$

Un gain est alors appliqué à ce signal (noté  $i'_s$  sur la figure 4.20), permettant d'imposer la valeur du module de l'impédance à émuler :

$$u_{ref} = i'_s |Z_{ch}|$$

En mettant toutes ces opérations bout à bout, la tension de référence  $u_{ref}$  du  $MRT_{v2}$  s'exprime finalement en fonction de  $i_s$  (à la pulsation  $\omega$  de référence) sous la forme :

$$u_{ref} = i_s |Z_{ch}| e^{j\Phi}$$

A titre d'information, le pas d'échantillonnage du système numérique est de  $20 \mu s$ . Pour une fréquence de référence de 1.5 kHz, le pas entre deux valeurs de déphasage possible est de  $10.8^\circ$ , soient 32 valeurs possibles pour un déphasage  $\Phi$  variant de  $-2\pi$  à 0. La mesure des grandeurs  $i_s$ ,  $i_l$ ,  $u_c$  et  $u_{ref}$  est réalisée grâce à la centrale d'acquisition *Yokogawa DL 750*. Elle permet l'acquisition simultanée de 8 signaux analogiques avec une résolution de 12 bits et une fréquence de 10 Mech/s. Ces données sont ensuite traitées *hors ligne* sous Matlab et les entrées  $i_s$  et  $u_{ref}$  sont injectées dans le modèle linéaire. La tension de sortie du modèle (notée  $u'_c$ ) n'a plus qu'à être comparée à la tension de sortie mesurée.

#### Résultats pour $|Z_{ch}| = 0.5 \Omega$ , avec filtre de Cauer sur $i_s$

Pour cet essai, la fréquence de commutation de l'onduleur sous test est fixée à 30 kHz et l'amplitude de son bus d'alimentation à 100 V. Les paramètres de la *Charge Active* sont les suivants :

- $\xi = \sqrt{2}/2$
- $f_c \simeq 22 \text{ kHz}$  ( $\omega_0 = 2\pi 102\,000 \text{ rad/s}$ )
- $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$  ( $K_i = 1.345$ )
- $E = 150 \text{ V}$

La figure 4.21 présente les résultats obtenus pour une charge de module de  $0.5 \Omega$  et d'argument variant de  $-2\pi$  à 0, avec le filtre de Cauer sur la mesure du courant de charge.

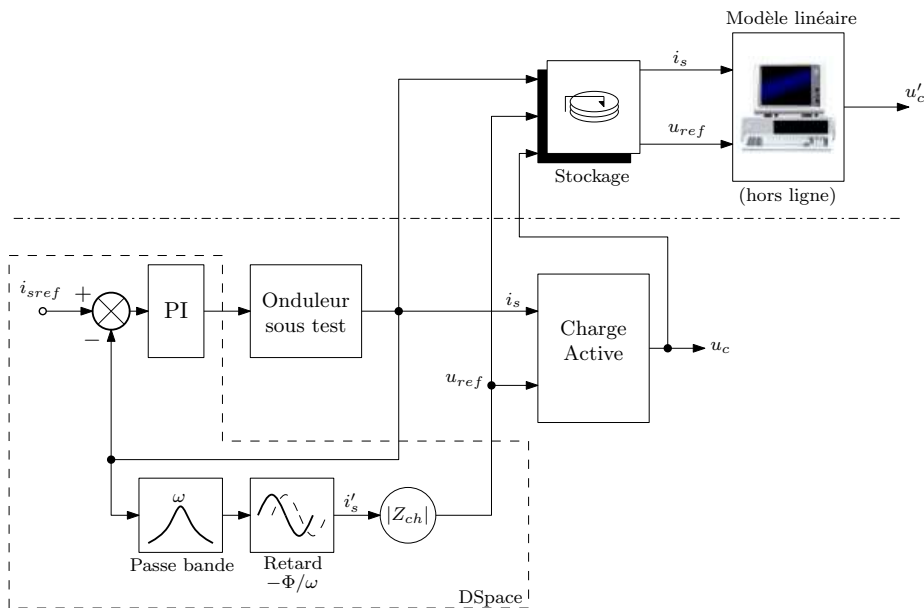
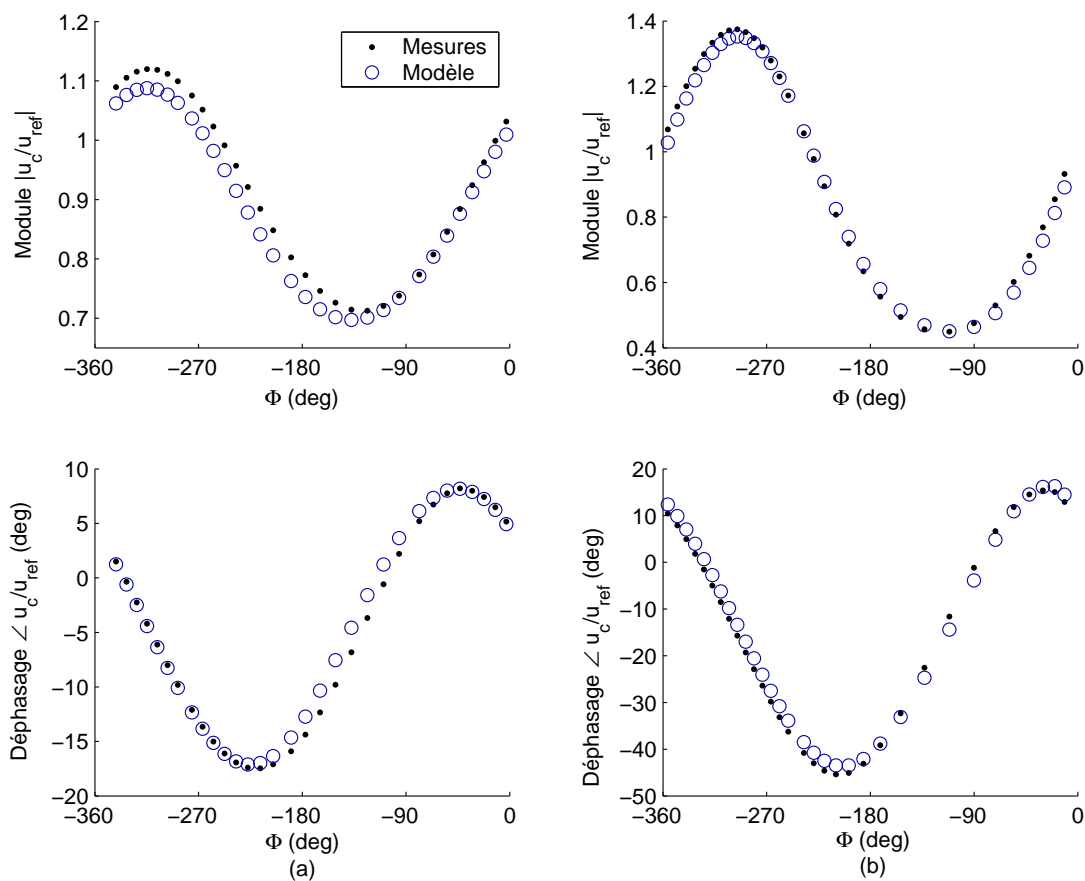


FIGURE 4.20 – Diagramme de la configuration expérimentale validant le modèle linéaire en charge.

FIGURE 4.21 – Comparaison du modèle linéaire aux mesures pour un module d'impédance  $|Z_{ch}|$  de  $0.5 \Omega$  et pour  $\Phi \in [-2\pi; 0]$ , avec le filtre de Causer ( $L_{causer} = 2.2$  mH). (a) Pour une fréquence de référence de 500 Hz. (b) Pour une fréquence de référence de 1500 Hz.

Il est possible de constater que pour ces deux fréquences de travail (500 et 1500 Hz) les résultats obtenus en pratique sont très proches de ceux fournis par le modèle linéaire. A 500 Hz (figure 4.21(a)), l'erreur maximale entre le modèle et les mesures de la fonction de transfert du  $MRT_{v2}$  est inférieure à 3% sur le module et inférieure à  $2.5^\circ$  sur l'argument. A 1500 Hz (figure 4.21(b)), ces erreurs sont du même ordre de grandeur. Ces figures montrent une fois de plus que la charge a une très forte influence sur l'allure des réponses du  $MRT_{v2}$  et que sa prise en compte dans les modèles est donc inévitable.

### Résultats pour $|Z_{ch}| = 1 \Omega$ , sans filtre de Caer

A présent, observons les résultats obtenus dans le cas où la mesure du courant de charge n'est pas filtrée (c.f. figure 4.22). La fréquence de commutation de l'élément sous test est de 30 kHz et est donc susceptible de synchroniser le  $MRT_{v2}$  et par là même d'en modifier les caractéristiques de régulation. C'est bien ce qui est observé indirectement sur la figure 4.22, où cette fois, les erreurs entre le modèle et la mesure sont nettement visibles. A 1500 Hz (c.f. figure 4.22(b)), l'erreur entre le modèle et la mesure atteint 13% sur le module et  $6^\circ$  sur le déphasage de la fonction de transfert du  $MRT_{v2}$ . Il peut être noté que l'impédance de charge est ici de  $1 \Omega$ , soit le double de celle utilisée à l'essai précédent. L'impédance de sortie  $Z_s$  du  $MRT_{v2}$  est donc censée avoir moins d'influence sur les réponses, et donc amener à une meilleure précision du modèle.

Même si ces valeurs restent raisonnables, elles traduisent néanmoins l'influence de l'ondulation de découpage du courant de charge sur le comportement basse fréquence du  $MRT_{v2}$ , par le biais de phénomènes de synchronisation évoqués au chapitre 2. Le filtre de Caer implanté prend donc ici toute son importance et va dans le sens d'une meilleure maîtrise des performances du régulateur.

### Synthèse de l'influence de la charge sur le $MRT_{v2}$

Afin de synthétiser l'influence de la charge sur la caractéristique *entrée/sortie* du  $MRT_{v2}$ , seuls les minimums et maximums du module et de la phase de ce dernier et pour une fréquence donnée sont conservés. Les résultats obtenus pour deux modules de charge différents sont donnés par la figure 4.23. Afin de bien comprendre la construction de ces résultats, prenons la figure 4.21(a) donnée pour une fréquence de 500 Hz. Le maximum par lequel passe le module de la fonction de transfert du  $MRT_{v2}$  en charge (mesuré) est de 1.12 à  $\Phi = -315^\circ$ ; le minimum est de 0.71 à  $\Phi = -123^\circ$ . A ces deux valeurs correspondent donc deux points, placés à 500 Hz et correspondant pour l'un au lieu des maximums et pour l'autre au lieu des minimums.

Les figures 4.21(a) et (b) montrent que les lieux du module et du déphasage sont à peu près en quadrature. Ceci veut dire que pour une fréquence du signal de référence donnée, la figure 4.23 valide quatre points de fonctionnement, i.e. quatre valeurs du déphasage  $\Phi$ , et synthétise donc bien l'influence de la charge. La comparaison des résultats expérimentaux avec le modèle montre également une très bonne concordance des résultats et valide donc pleinement notre approche de modélisation du  $MRT_{v2}$  et ce dans une bande passante de 2 kHz.

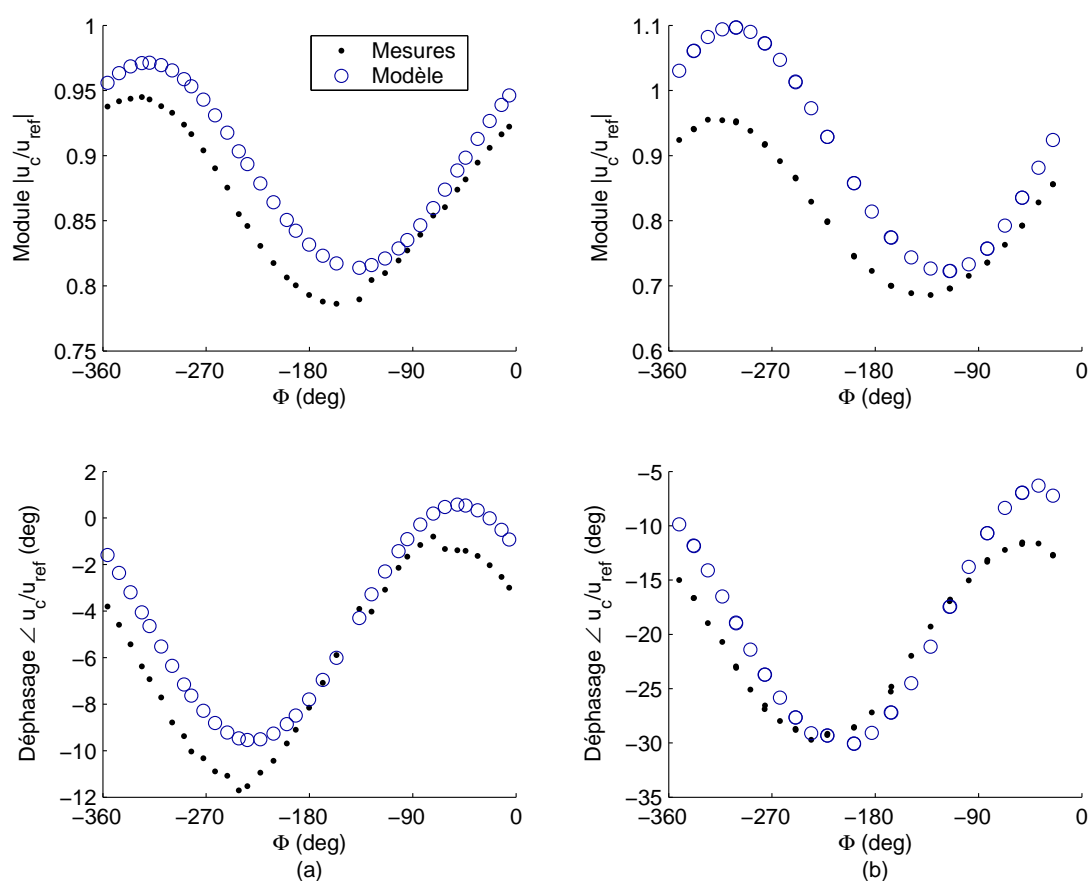


FIGURE 4.22 – Comparaison du modèle linéaire aux mesures pour un module d'impédance  $|Z_{ch}|$  de  $1.0\Omega$  et pour  $\Phi \in [-2\pi; 0]$ , sans le filtre de Cauer. (a) Pour une fréquence de référence de 500 Hz. (b) Pour une fréquence de référence de 1000 Hz.

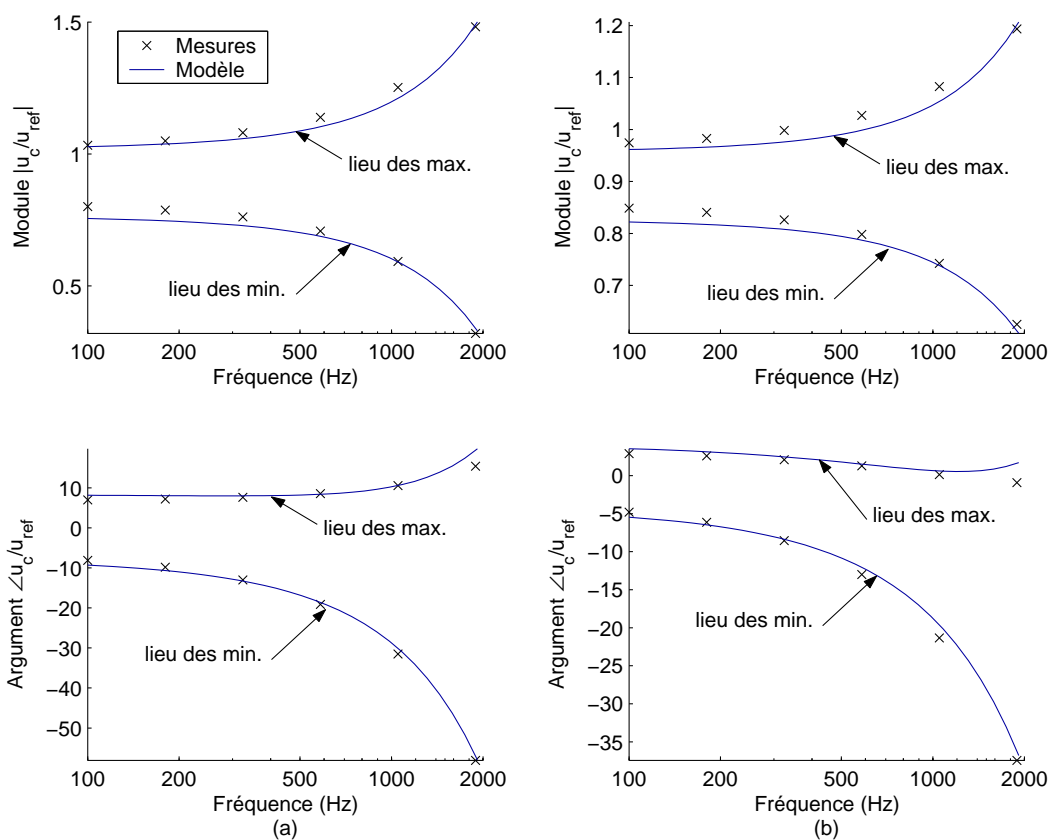


FIGURE 4.23 – Lieu des minimums et maximums du module et du déphasage du  $MRT_{v2}$  en charge. (a) Pour une charge de  $0.5 \Omega$ . (b) Pour une charge de  $1 \Omega$ .

tel-00134615, version 1 - 3 Mar 2007



#### 4.7.4 Compensation de l'erreur d'asservissement

Ayant mis en évidence la capacité du modèle linéaire à reproduire le comportement en charge du  $MRT_{v2}$ , il est donc possible d'appliquer ce dernier à des fins de compensation. Pour cela, écrivons dans un premier temps :

$$u'_{ref} = u_{ref} H_0(p)^{-1} (1 + Z_s(p) i_s) \quad (4.7)$$

En remplaçant  $u_{ref}$  par  $u'_{ref}$  dans l'équation (4.6), il vient :

$$u_c = u_{ref}$$

Expérimentalement, il est apparu assez difficile de réaliser cette compensation en temps réel en ne se basant que sur les mesures instantanées (temps de calcul trop important). Elle a donc été réalisée *hors ligne*, en compensant *virtuellement* le module et le déphasage de la sortie  $u_c$  à partir des données du modèle linéaire.

Les figures 4.24 et 4.25 montrent les résultats obtenus respectivement pour une charge de  $1\ \Omega$  à 500 Hz et une charge de  $0.5\ \Omega$  à 1500 Hz.

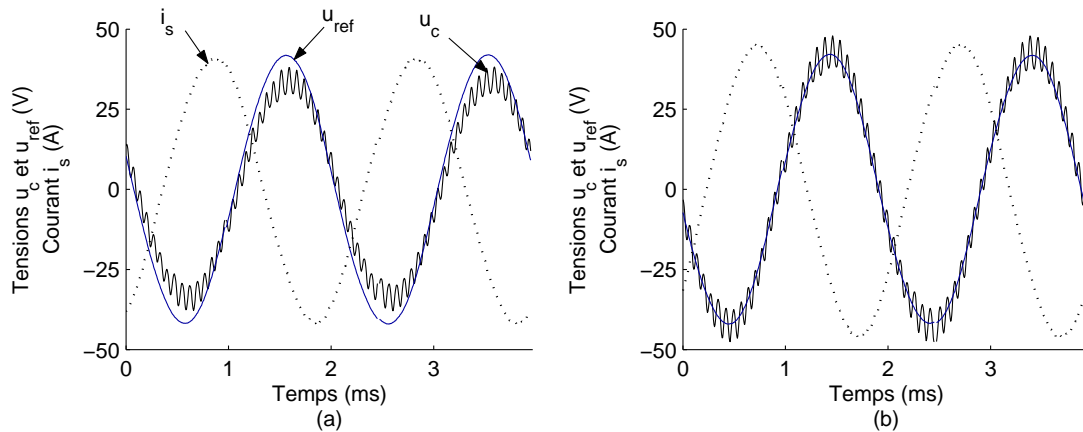


FIGURE 4.24 – Compensation du déphasage et de l'amplitude de la sortie  $u_c$  pour une charge de  $1\ \Omega$  à 500 Hz. (a) Sans compensation. (b) Avec compensation.

Ces résultats montrent bien que la compensation permet de diminuer très nettement les imperfections du  $MRT_{v2}$ . La sortie  $u_c$  est quasiment en phase avec le signal de référence  $u_{ref}$  et de même amplitude. Même si une validation expérimentale de cette compensation permettrait de valider complètement notre approche, ces derniers résultats ainsi que les précédents restent très encourageants.

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, le  $MRT_{v2}$  appliqué à la *Charge Active* a pu être validé expérimentalement. Les résultats obtenus montrent les très bonnes capacités d'asservissement de ce nouveau régulateur. Le temps de réponse est quasiment optimum et ce, même pour de fortes charges.

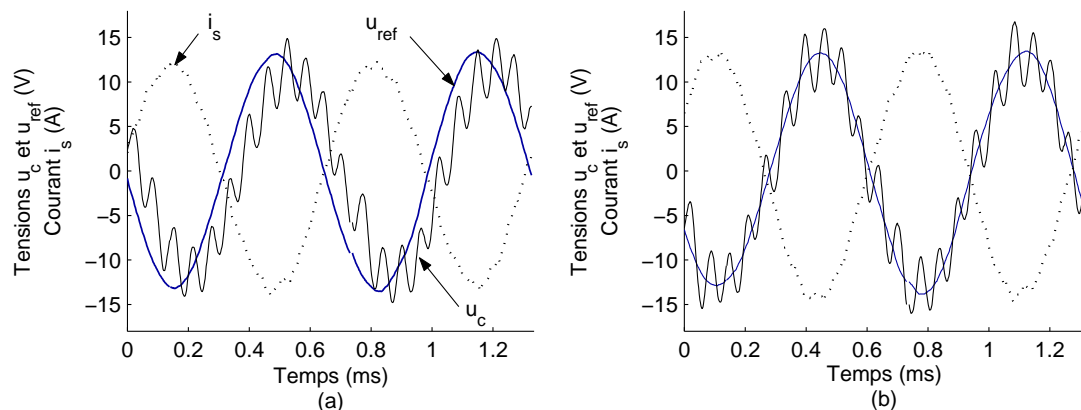


FIGURE 4.25 – Compensation du déphasage et de l’amplitude de la sortie  $u_c$  pour une charge de  $0.5\ \Omega$  à 1500 Hz. (a) Sans compensation. (b) Avec compensation.

Par une modélisation fine de tous les éléments du système, un modèle de simulation précis a été obtenu, capable de reproduire les principales caractéristiques du système réel (fréquence de commutation, régime permanent et dynamique, ...).

Il a également été comparé les résultats expérimentaux à un modèle linéaire équivalent, dans lequel l’étage de puissance est remplacé par un gain constant  $G_{eq}$  déduit analytiquement. Ce modèle a montré de très bons résultats en régime sinusoïdal, et ce jusqu’à 2 kHz.

En revanche, pour atteindre de telles performances, un travail de modélisation fine de chacun des éléments a été nécessaire. Il est apparu que l’impédance de sortie était extrêmement sensible vis à vis des paramètres du système et notamment au gain des capteurs de courant  $i_l$  et  $i_s$ . Aussi, même après avoir identifié expérimentalement les différents éléments de la *Charge Active*, un étalonnage empirique a du être réalisé pour obtenir un modèle digne de confiance<sup>10</sup>. Ce modèle est aujourd’hui opérationnel et peut être utilisé à des fins de compensation, comme l’a montré la dernière partie de ce chapitre.

<sup>10</sup>A titre d’information, cette identification fine nous a pris un peu plus d’une semaine.



# Conclusion

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre des études menées à l'IREENA sur l'amélioration des performances et des connaissances des modulateurs auto-oscillants développés par Jean-Claude Le Claire en 1999 au cours de sa thèse. Structurellement, ces modulateurs sont extrêmement simples. Ils ne font appel qu'à des éléments classiques, à savoir un système linéaire et une fonction de commutation de type *plus-ou-moins*. En première approche, ces modulateurs ne posent donc pas de problèmes particuliers vis à vis de leur étude et de leur modélisation. En 2001, Jean-François Yhuel met en évidence certains problèmes de modélisation, liés à la non linéarité de la structure de ces procédés. Il est en effet apparu que le gain équivalent de l'étage de puissance (au sens des valeurs moyennes) n'est pas constant mais évolue en fonction du point de fonctionnement, i.e. du rapport cyclique  $\alpha$ . De plus, il a pu observer des instabilités de la mise en commutation (dédoublage de période), non prédites par ses modèles analytiques. Malgré tous ces problèmes de modélisation, les MRC et MRT affichant de très bonnes performances en termes de dynamique et de robustesse, il est apparu naturel de les appliquer aux *Charges Actives*. Les mêmes problèmes liés au manque de connaissances de ces procédés de modulation sont donc apparus, ne permettant pas aux *Charges Actives* de répondre totalement aux exigences de départ. C'est pourquoi, dans le premier chapitre de ce mémoire de thèse, une étude approfondie des aspects non linéaires de ces modulateurs est menée, et notamment sur le MRC. Trois phénomènes principaux ont alors été identifiés.

Le premier est le phénomène de *synchronisation harmonique* sur un signal externe. Dans ce cas, les auto-oscillations du modulateur sont étouffées et la fréquence de commutation devient égale à celle du signal externe de forçage. Il apparaît que cette synchronisation est d'autant plus probable que l'amplitude du signal externe est grande et que sa fréquence est proche de celle des auto-oscillations. En plus de perturber la mise en oscillation du système, ce phénomène de synchronisation modifie le comportement du modulateur, en modifiant la caractéristique du gain équivalent de l'étage de puissance. Dans le cas de la *Charge Active tension*, l'onduleur de charge connecté à sa sortie présente une ondulation pouvant être d'amplitude importante et surtout de fréquence proche de sa propre fréquence de découpage. Une synchronisation peut donc être possible, ce qui pose de nombreux problèmes de modélisation (puisque le modèle change) et de sûreté de fonctionnement (puisque la fréquence de commutation n'est plus contrôlée).

Le deuxième phénomène mis en évidence est la *synchronisation* dite *indirecte*. Dans ce cas, la fréquence de commutation ne s'accroche pas sur la fréquence du signal externe, mais sur un multiple de cette fréquence. Ce phénomène est rendu possible du fait que l'étage de puissance ne se comporte pas comme un gain équivalent constant mais variant en

fonction du point de fonctionnement. Cette variation du gain entraîne donc des déformations génératrices d'harmoniques. Ce sont alors ces harmoniques qui, lorsqu'ils sont proches de la fréquence des auto-oscillations, produisent une synchronisation. Dans la mesure où le signal de référence est sinusoïdal, ces synchronisations ne se produisent que pour des fréquences de l'ordre du 5ème de la fréquence de commutation.

Enfin, le troisième phénomène étudié concerne la stabilité de la mise en oscillation. Il apparaît alors que pour des valeurs faibles du coefficient d'amortissement du filtre de retour (permettant le contrôle de la fréquence des commutations), la fréquence de commutation peut être complexe et irrégulière. Grâce aux méthodes topologiques récentes, les zones d'instabilité de la mise en oscillation sont bien identifiées. Il en ressort qu'en choisissant un coefficient d'amortissement supérieur à 0.6, aucune instabilité n'est possible.

Finalement, parmi les aspects non linéaires étudiés, seule la synchronisation harmonique peut poser problème pour l'application du MRT à la *Charge Active*, et ce par le biais du courant de charge. Ce problème est résolu en partie grâce à une restructuration et à une extension de ces modulateurs à un système quelconque. Pour cela, l'idée est d'appliquer la théorie des modes glissants, offrant une plus grande flexibilité de synthèse et étant beaucoup plus générale. Dans cette approche, le système est mis sous forme d'état et offre donc plus de degrés de liberté. Appliquée au MRT, cette mise en forme nous autorise à séparer la mesure du courant de charge de celles des variables d'état utilisées pour la mise en oscillation et le rejet de perturbation. Cette séparation faite, un filtrage particulier de la mesure de ce courant de charge permet de diminuer significativement la sensibilité à la synchronisation du  $MRT_{v2}$ .

Ce problème de synchronisation étant résolu, reste le problème de la variation du gain équivalent en fonction du point de fonctionnement. Pour tenter d'y répondre, une étude paramétrique est menée. Nous constatons alors que pour le  $MRT_{v2}$ , certaines valeurs des paramètres de réglage permettent de rendre la caractéristique équivalente de l'étage de puissance quasiment linéaire. Le système complet est alors modélisé sous la forme d'un générateur de Thevenin totalement linéaire, prenant en compte l'influence du courant de charge sur la sortie.

Au dernier chapitre, le modèle linéaire est comparé aux résultats pratiques, obtenus sur un prototype de *Charge Active*. Ce modèle est validé pour de nombreux cas de figure et montre sa capacité à reproduire fidèlement les résultats expérimentaux. De plus, les performances obtenues avec le nouveau modulateur sont extrêmement intéressantes puisque ce dernier présente à la fois une très large bande passante et une très bonne robustesse vis à vis de la nature de la charge connectée en sortie.

Ce travail de thèse répond donc en grande partie aux objectifs initialement posés, à savoir l'élargissement nos connaissances de ces modulateurs et de leur adaptation aux spécificités des *Charges Actives*.

Les perspectives directes de ce travail concernent à la fois les modulateurs et les futures applications des *Charges Actives*. Concernant les modulateurs, plusieurs phénomènes liés à leurs non linéarités ont pu être identifiés et étudiés. Néanmoins, si les études portant sur la synchronisation harmonique et la stabilité des oscillations sont assez claires, le phénomène de

synchronisation indirecte l'est moins. En effet, la forme et l'importance des déformations de la réponse fréquentielle du système n'est à l'heure actuelle expliquée que qualitativement. De plus, même si l'étude sur la décomposition spectrale du signal de sortie permet d'identifier facilement la fréquence d'un certain nombre de raies harmoniques, aucune considération physique n'est exposée. Enfin, l'apparition d'harmoniques fractionnaires, à l'approche de la synchronisation sur le fondamental du signal de référence (synchronisation harmonique) est encore une fois observée mais non expliquée.

Une autre perspective déjà ancienne pour ces modulateurs est de trouver un moyen simple de prévoir les instants de commutation de l'étage de puissance. En effet, les modulateurs présents au sein des Charges Actives ne sont pas seuls. La couche numérique a besoin de réaliser l'acquisition des courants et tensions pour la mise à jour des modèles d'émulation. Or, sans la connaissance des instants de commutation, l'acquisition de ces grandeurs s'avère être une tâche délicate, nécessitant la mise en place de filtres et dégradant donc les performances dynamiques d'émulation. L'intégration sous une forme numérique de ces modulateurs permettrait peut être de répondre en partie à cette problématique.

Concernant les *Charges Actives*, un point qui n'a pas été abordé mais qui reste un élément important est le développement des modèles à émuler. En effet, seule une intégration numérique de ces modèles permet de répondre à la fois aux problèmes de complexité et de diversité de ces derniers. De même, la *Charge Active* est un système complexe, comportant un grand nombre de composants plus ou moins bien connus (imperfections des capteurs, filtrages des mesures, temps de commutation du pont de puissance, ...). Or, compte tenu de la qualité d'émulation attendue, toutes ces imperfections doivent être prises en compte dans le modèle et être compensées. Pour donner un simple exemple, la boucle d'asservissement locale de la tension (réalisée par le  $MRT_{v2}$ ), en prenant en compte les différents filtres et le modèle de chacun des capteurs, la fonction de transfert à compenser<sup>11</sup>, i.e. à inverser, est d'ordre 10. A ce modèle doit être ajoutés celui des filtres anti-repliement placés sur chaque entrée de convertisseur *analogique/numérique*, celui de la reconstitution des sorties (blocage), le temps de conversion des signaux *analogique/numérique* et le temps de calcul du modèle. Le modèle numérique implanté étant alors extrêmement lourd, son temps de calcul est nécessairement important (100  $\mu$ s environ). Il semble donc difficile de réaliser à la fois l'acquisition des signaux et le calcul du modèle, compte tenu des fréquences de plusieurs kHz des signaux à reproduire. Aussi, cette période d'échantillonnage relativement importante nuit à la prise en compte des phénomènes transitoires rapides. C'est pourquoi aujourd'hui, dans le cas de l'émulation de machines synchrone, seules les constantes de temps mécaniques sont prises en compte par le modèle, les inductances de fuite de la machine étant matérialisées physiquement, et seuls les régimes permanents ou lentement variables sont émulsés.

Ces considérations nous permettent donc de conclure qu'un travail important doit encore être mené sur la manière d'implanter les modèles et compensations.

---

<sup>11</sup>Cette modélisation ne prend pas en compte le retard généré par les amplificateurs opérationnels d'instrumentation.



## Annexe A

# Courbe de synchronisation pour une entrée harmonique

Rappelons que lors d'une synchronisation harmonique, pour une pulsation  $\omega_f$  du signal de forçage, les instants de commutation sont donnés par le passage par zéro du signal d'erreur :

$$\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) = A_f \sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_f) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\varepsilon(2\pi/\omega_f) = A_f \sin(\phi_f) - \langle \varepsilon \rangle - \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_f) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ac}(2\pi\alpha/\omega_f) &= 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) \cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) \\ \varepsilon_{ac}(2\pi/\omega_f) &= 4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) \\ \langle \varepsilon \rangle &= A_0 - H(0) E(2\alpha - 1) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

En soustrayant l'équation (A.1) à l'équation (A.2), il vient :

$$\begin{aligned} \varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) - \varepsilon(2\pi/\omega_f) &= A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f)] - \dots \\ &4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) [\cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) - \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f))] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Cette dernière expression peut être simplifiée en remplaçant :

$$\cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) - \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) = 2 \sin(\pi n\alpha) \sin(\Phi(n\omega_f)) \quad (\text{A.5})$$

Soit :

$$\begin{aligned} \varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) - \varepsilon(2\pi/\omega_f) &= A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f)] - \dots \\ &8E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) [\sin(\pi n\alpha) \sin(\Phi(n\omega_f))] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

En observant que  $A(n\omega_f) \sin(\Phi(n\omega_f))$  n'est autre que la partie imaginaire de  $H(jn\omega_f)$ , il vient :



$$\varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) - \varepsilon(2\pi/\omega_f) = A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f)] - 8E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)^2}{\pi n} \text{Im}\{H(jn\omega_f)\} \quad (\text{A.7})$$

Enfin, la solution de (A.7) est obtenue lorsque cette expression est égale à zéro. Il en est donc déduit l'amplitude minimale de  $A_f$ , notée  $A_1$ , amenant à une synchronisation :

$$A_1(\alpha, \phi_f, \omega_f) = - \frac{8E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(\pi n\alpha)}{\pi n} \text{Im}\{H(jn\omega_f)\}}{\sin(2\pi\alpha + \phi_f) - \sin(\phi_f)} \quad (\text{A.8})$$

## Annexe B

# Influence de la synchronisation harmonique sur le modèle linéaire équivalent

Partons des équations (A.1) et (A.2) et faisons en l'addition :

$$\begin{aligned} \varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) + \varepsilon(2\pi/\omega_f) &= A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin(\phi_f)] - 2 \langle \varepsilon \rangle - \dots \\ &4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) [\cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) + \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f))] \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Cette dernière expression peut être simplifiée en remplaçant :

$$\cos(\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) + \cos(-\pi n\alpha + \Phi(n\omega_f)) = 2 \cos(\pi n\alpha) \cos(\Phi(n\omega_f)) \quad (\text{B.2})$$

Soit :

$$\begin{aligned} \varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) + \varepsilon(2\pi/\omega_f) &= A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin(\phi_f)] - 2 \langle \varepsilon \rangle - \dots \\ &8E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi n\alpha)}{\pi n} A(n\omega_f) [\cos(\pi n\alpha) \cos(\Phi(n\omega_f))] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

En remplaçant alors :

- $\sin(\pi n\alpha) \cos(\pi n\alpha)$  par  $\sin(2\pi n\alpha)/2$ ,
- $A(n\omega_f) \cos(\Phi(n\omega_f))$  par  $\text{Re}\{H(j n\omega_f)\}$ .

Il vient :

$$\begin{aligned} \varepsilon(2\pi\alpha/\omega_f) + \varepsilon(2\pi/\omega_f) &= A_f [\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin(\phi_f)] - 2 \langle \varepsilon \rangle - \dots \\ &4E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \text{Re}\{H(j n\omega_f)\} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

La solution de l'équation (B.3) étant obtenue lorsque cette dernière est égale à zéro, il en est déduit la valeur moyenne de l'erreur  $\langle \varepsilon \rangle$  :

$$\langle \varepsilon \rangle = -2E \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2\pi n\alpha)}{\pi n} \text{Re}\{H(j n\omega_f)\} - \frac{A_f}{2} (\sin(2\pi\alpha + \phi_f) + \sin \phi_f) \quad (\text{B.5})$$



## Annexe C

# Construction des réponses fréquentielles du $MRT_{v2}$

Pour mesurer expérimentalement la réponse fréquentielle du  $MRT_{v2}$ , un signal *vobulé* d'amplitude constante est injecté à son entrée (c.f. figure C.1(a)).

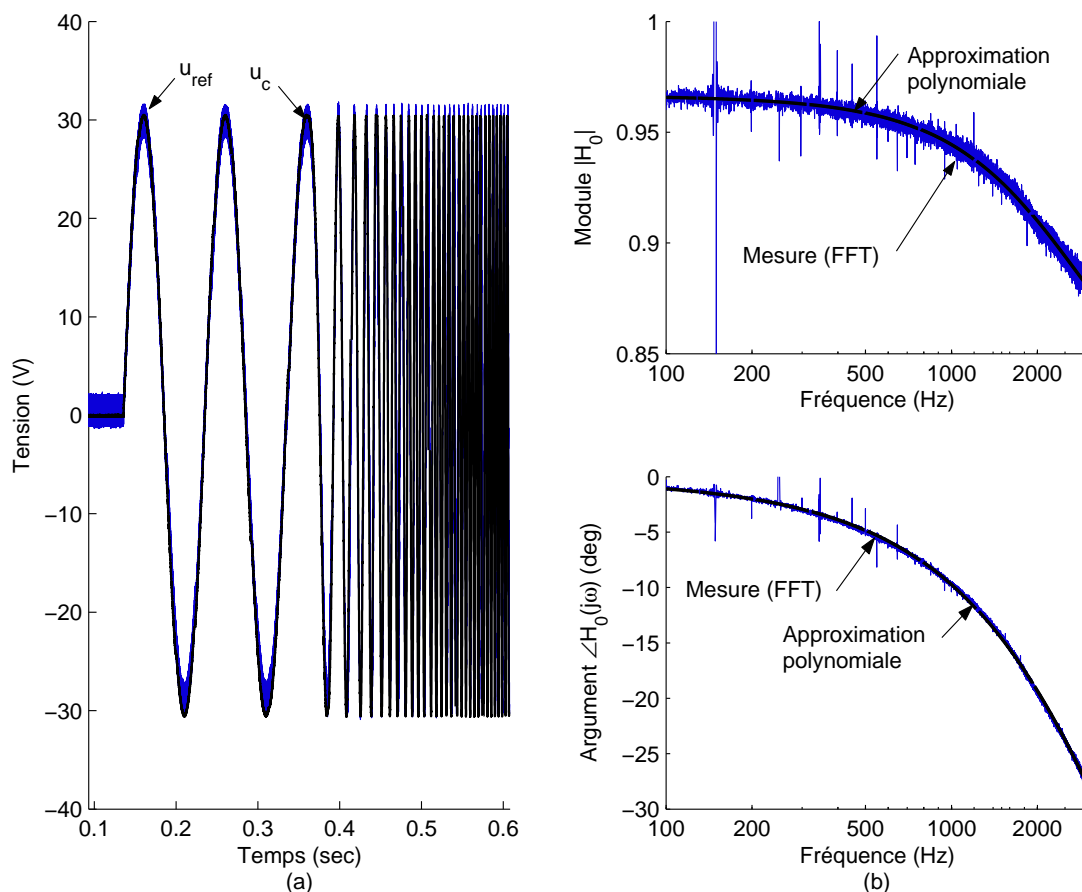


FIGURE C.1 – Procédure de mesure de la réponse fréquentielle du  $MRT_{v2}$ . (a) ESignal de référence de sortie entre 0.1 et 0.6 secondes.

Sa fréquence évolue linéairement de 10 à 4000 Hz en 5 secondes. En passant le signal d'entrée  $u_{ref}$  et de sortie  $u_c$  dans le plan fréquentiel (transformée de Fourier discrète), il est

obtenu directement la réponse harmonique du  $MRT_{v2}$  (c.f. figure C.1(b) et (c)) :

$$\begin{aligned} |H_0| &= \left| \frac{TF\{u_c\}}{TF\{u_{ref}\}} \right| \\ \angle H_0 &= \angle TF\{u_c\} - \angle TF\{u_{ref}\} \end{aligned} \tag{C.1}$$

Les résultats obtenus étant relativement bruités, une fonction d'interpolation est appliqué à ces signaux, permettant de lisser les caractéristiques.

## Annexe D

# Filtre de Cauer

Le schéma électronique du filtre de Cauer est donné par la figure D.1. Le principale intérêt de cette structure est qu'elle permet de diminuer les problèmes de saturation liés à la résonance du filtre autour de de la pulsation  $\omega_2$ .

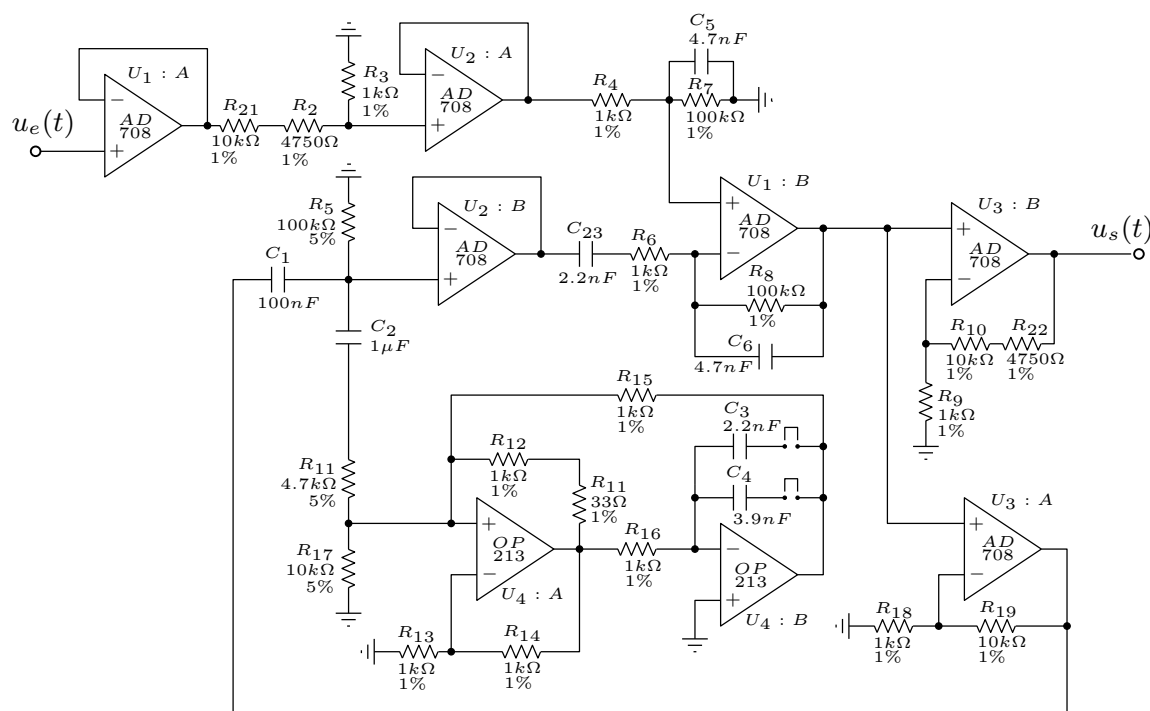


FIGURE D.1 – Filtre de Cauer pratique implanté.

Le cœur de ce montage est un filtre du second ordre composé de  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $R_{11}$ ,  $R_{17}$  et de l'*inductance simulée* (gyrateur) réalisée par les amplificateurs  $U_4 : A$  et  $U_4 : B$ . La pulsation  $\omega_1$  après développement est donnée par :

$$\omega_1 \simeq \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 L_{Cauer}}}, \quad L_{Cauer} = R_{16}^2 C_{3,4} \quad (D.1)$$

L'expression de  $\omega_2$  est beaucoup plus complexe et dépend de nombreux paramètres. Il est néanmoins possible d'exprimer cette dernière de manière approchée grâce à la relation suivante :

$$\omega_2 \simeq \frac{1.6}{\sqrt{C_2 L_{Cauer}}}, \quad L_{Cauer} = R_{16}^2 C_{3,4} \quad (D.2)$$

Sur la carte réalisée, il est possible de choisir deux valeurs différentes de l'inductance  $L_{Cauer}$ , et ce par le biais des deux condensateurs  $C_3$  et  $C_4$  :

$$C_3 = 2.2 \text{ nF} \quad (L_{Cauer} = 2.2 \text{ mH}) \quad \rightarrow \quad \omega_1 = 2\pi 15000 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 2\pi 7700 \text{ rad/s}$$

$$C_4 = 3.9 \text{ nF} \quad (L_{Cauer} = 3.9 \text{ mH}) \quad \rightarrow \quad \omega_1 = 2\pi 12000 \text{ rad/s}, \quad \omega_2 = 2\pi 5800 \text{ rad/s}$$

Les relevés expérimentaux, comparés à la simulation, sont donnés aux figures D.2 et D.3. Une bonne concordance des résultats est obtenue quant aux positions de  $\omega_1$  et de  $\omega_2$ . Dans la bande passante, le déphasage est légèrement plus important<sup>1</sup> en pratique mais reste inférieur à  $7^\circ$  jusqu'à 2 kHz.

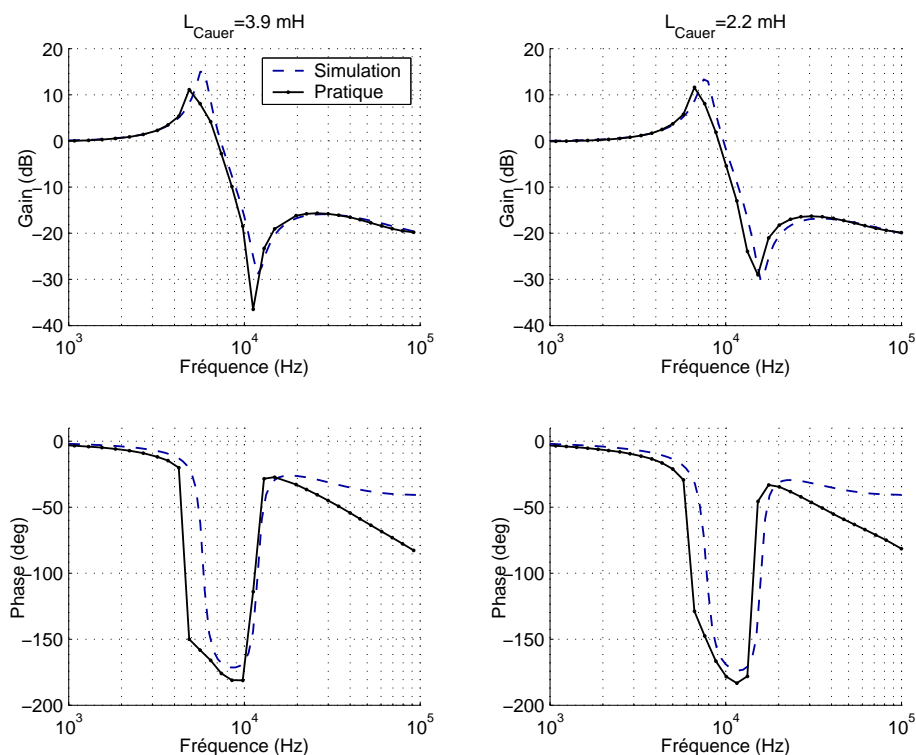


FIGURE D.2 – Filtre de Cauer – Réponse fréquentielle.

<sup>1</sup>Ce déphasage supplémentaire est dû en partie à la faible bande passante des amplificateurs opérationnels utilisés; un temps de groupe moyen de 380 ns a été mesuré pour les AD708 montés en suiveurs ( $T_g = -\Phi/\omega$ ), correspondant à un déphasage de  $-0.3^\circ$  à 2 kHz par Aop.

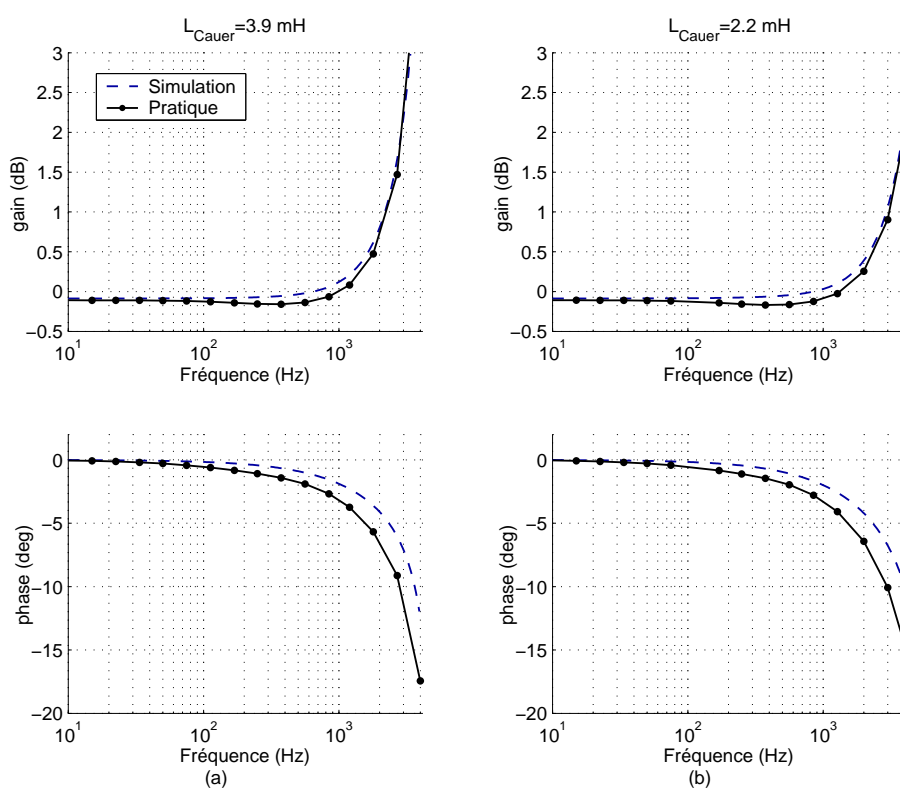


FIGURE D.3 – Filtre de Cauver – Réponse fréquentielle dans la bande passante 0–2000 Hz.





## Annexe E

# Maximums et minimums du Module et de la phase de $H_s$

Rappelons dans un premier temps les principales relations liant la tension de sortie  $u_c$  à la référence  $u_{ref}$ , lorsque le  $MRT_{v,2}$  est chargé par une impédance  $Z_{ch}$  :

$$\frac{u_c(j\omega)}{u_{ref}(j\omega)} = \frac{Z_{ch}}{Z_s(j\omega) + Z_{ch}} H_0(j\omega) = H_s(j\omega) H_0(j\omega) \quad (\text{E.1})$$

avec :

$$Z_{ch} = R_{ch} + j X_{ch} = |Z_{ch}| e^{j\Phi} \quad (\text{E.2})$$

L'impédance de sortie équivalente en basse fréquence est proche d'une inductance pure de la forme<sup>1</sup> :

$$L' = \frac{L}{1 + G_{eq}} \quad (\text{E.3})$$

La fonction de transfert  $H_s(j\omega)$  donnée par l'équation (E.1) devient alors :

$$H_s(j\omega) = \frac{R + jX}{R + j(X + L'\omega)} \quad (\text{E.4})$$

Soit le module de  $H_s(j\omega)$  :

$$|H_s(j\omega)| = \frac{|Z_{ch}|}{\sqrt{|Z_{ch}|^2 + 2XL'\omega + (L'\omega)^2}} \quad (\text{E.5})$$

Le module de l'impédance  $Z_{ch}$  étant fixé et le paramètre à déterminer étant la phase  $\Phi$  de  $Z_{ch}$ ,  $X$  est exprimé sous la forme :

$$X = |Z_{ch}| \sin(\Phi) \quad (\text{E.6})$$

Et l'équation (E.5) devient alors :

$$|H_s(j\omega)| = \frac{|Z_{ch}|}{\sqrt{|Z_{ch}|^2 + 2L'\omega |Z_{ch}| \sin(\Phi) + (L'\omega)^2}} \quad (\text{E.7})$$

<sup>1</sup>Ce résultat est obtenu en considérant l'équation (3.32) en basse fréquence.

Afin d'obtenir les valeurs minimales et maximales de  $H_s(j\omega)$ , en fonction de  $\Phi$ , l'expression (E.7) est dérivée par rapport à  $\Phi$ . Soit :

$$\frac{\partial |H_s(j\omega)|}{\partial \Phi} = - \frac{|Z_{ch}|^2 \cos(\Phi) L' \omega}{\left[ |Z_{ch}|^2 + 2 |Z_{ch}| \sin(\Phi) L' \omega + (L' \omega)^2 \right]^{3/2}} \quad (\text{E.8})$$

Il apparaît alors que cette dérivée s'annule lorsque le numérateur de l'équation (E.8) est égal à zéro. Soit :

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{E.9})$$

Pour cette valeur de déphasage, le module de  $H_s(j\omega)$  est de la forme suivante :

$$\begin{aligned} |H_s(j\omega)|_{min} &\simeq \frac{|Z_{ch}|}{\sqrt{|Z_{ch}|^2 + 2L'\omega |Z_{ch}| + (L'\omega)^2}} \\ |H_s(j\omega)|_{max} &\simeq \frac{|Z_{ch}|}{\sqrt{|Z_{ch}|^2 - 2L'\omega |Z_{ch}| + (L'\omega)^2}} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

Observons à présent l'évolution du déphasage apporté par  $H_s(j\omega)$ . En considérant comme précédemment une impédance équivalente  $Z_s$  purement inductive, et après développement, il vient :

$$\Phi_s = - \arctan \left( \frac{L'\omega \cos(\Phi)}{L'\omega \sin(\Phi) + |Z_{ch}|} \right) \quad (\text{E.11})$$

Dans la mesure où  $L'\omega$ , soit le module de l'impédance de sortie du MRT, est relativement faible devant  $|Z_{ch}|$  (ce qui peut être facilement vérifié par une application numérique), les minimums et maximums de  $\Phi_s$  sont donnés respectivement pour les valeurs maximums et minimum du numérateur de l'équation (E.11). Soit pour :

$$\Phi = n\pi, \quad n \in \mathbb{N} \quad (\text{E.12})$$

En remplaçant ces valeurs de  $\Phi$  dans l'expression du module de  $H_s(j\omega)$  donné par l'équation (E.7), cette dernière devient :

$$|H_s(j\omega)| = \frac{|Z_{ch}|}{\sqrt{|Z_{ch}|^2 + (L'\omega)^2}} \quad (\text{E.13})$$

Puisque dans la bande passante,  $L'\omega \ll |Z_{ch}|$ , le module de  $H_s(j\omega)$  est proche de l'unité. De même, en remplaçant  $\Phi$  par sa valeur amenant aux minimums et maximums de gain dans l'expression (E.11), il vient :

$$\Phi_s = 0 \quad (\text{E.14})$$

## Annexe F

# Carte $MRT_{v2}$ pour le prototype de la *Charge Active*

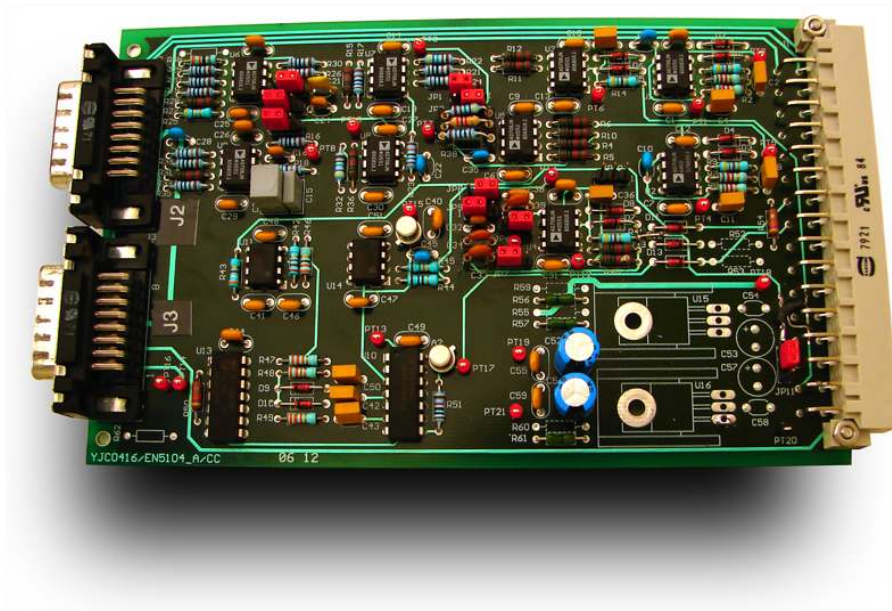


FIGURE F.1 – Carte  $MRT_{v2}$  réalisée pour le prototype de la *Charge Active*.



# Liste des principaux symboles

## Ch 1. Contexte – Etat de l’Art

---

$E$	Tension d’alimentation continue (MRC/MRT)	V
$E_s$	Tension d’alimentation continue (onduleur sous test)	V
$\alpha$	Rapport cyclique de la sortie de l’étage de puissance	
$f_c, \omega_c$	Fréquence/Pulsation de commutation de l’étage de puissance	Hz, rad/s
$F_1(p)$	Fonction de transfert de la charge (MRC/MRT)	
$F_2(p)$	Fonction de transfert du second ordre (MRC/MRT)	
$H(p)$	Partie linéaire du système (MRC/MRT)	
$\omega_0$	Pulsation propre du filtre $F_2(p)$	rad/s
$\xi$	Coefficient d’amortissement du filtre $F_2(p)$	
$R$	Résistance de charge	$\Omega$
$L$	Inductance de filtrage	H
$C$	Condensateur de filtrage	F
$\tau$	Constante de temps de la charge du MRC : $\tau = L/R$	s
$\omega_{0lc}$	Pulsation propre du filtre $L - C$ (MRT) : $\omega_{0lc} = 1/\sqrt{LC}$	rad/s
$u$	Tension de sortie de l’étage de puissance	V
$y$	Signal comparé à la référence pour construire $\varepsilon$	
$u_{ref}$	Tension de référence du MRT	V
$u_c$	Tension de sortie du MRT	V
$i_{ref}$	Courant de sortie du MRC	A
$i_l$	Courant en sortie du pont de puissance	A
$i_s$	Courant de charge du MRT	A
$\langle x \rangle$	Valeur moyenne de $x$	
$G_{eq}$	Gain équivalent de l’étage de puissance	

## Ch 2. Aspects fondamentaux et modélisation des modulateurs

---

$f_{cr}$	Fonction de détermination la fréquence des commutations	
$Im\{X(j\omega)\}$	Partie imaginaire de $X(j\omega)$	
$Re\{X(j\omega)\}$	Partie réelle de $X(j\omega)$	
$\varepsilon$	Erreur de commande	
$\omega_{np}$	Pulsation de réglage de la dynamique du MRT	rad/s
$Z_s(p)$	Impédance de sortie équivalente du MRT	$\Omega$

## Ch 2. Aspects fondamentaux et modélisation des modulateurs (suite)

$H_0(p)$	Fonction de transfert à vide du MRT	
$A_{1cr}$	Amplitude minimale du signal externe engendrant une synchronisation	
$A_f$	Amplitude du signal externe synchronisant	
$\omega_f$	Pulsation du signal externe de synchronisation	
$\phi_f$	Déphasage du signal externe de synchronisation	rad, °
$f_{ref}$	Fréquence fondamentale du signal de référence	Hz
$f_{rep}$	Axe de repliement spectral du MRC	Hz
$f_x \odot$	Fréquence $f_x$ obtenue après repliement sur l'axe $f_{rep}$	Hz
$R_T$	Gain du capteur de courant (MRC/MRT)	V/A
$H_n$	Composante harmonique de rang $n$	
$H_c$	Composante liée à la mise en oscillation	
$A, b, c$	Matrices et vecteurs d'un système d'état quelconque	
$\mathbb{I}$	Matrice identité	
$b_v$	Vecteur de commande associé à la perturbation	
$x$	Vecteur d'état	
$x_n$	Etat du vecteur $x$ à la $n$ ème commutation	
$W$	Jacobien de la section de Poincaré (stabilité des oscillations)	
$k_e$	Gain de consigne (mode de glissement)	
$K$	Vecteur des gains de contre réaction	
$p_x$	Pôle $x$ en boucle fermée et en mode de glissement	

Ch 3. Mise en œuvre du  $MRT_{v2}$ 

$L_s$	Inductance de filtrage de l'onduleur sous test	H
$K_s$	Gain de retour sur la mesure du courant de charge	
$K_v$	Capteur de tension	V/V
$u_s$	Tension de sortie de l'étage de puissance de l'onduleur sous test	V
$I_s$	Amplitude crête de l'ondulation du courant de charge	A
$H_{cau}$	Fonction de transfert du filtre de Cauet	
$L_{Cauer}$	Inductance simulée du filtre de Cauet	H
$Z_{ch}(p)$	Impédance de charge du $MRT_{v2}$	$\Omega$
$R$	Partie réelle de la charge $Z_{ch}$	$\Omega$
$X$	Partie imaginaire de la charge $Z_{ch}$	$\Omega$
$D(p)$	Polynôme caractéristique du $MRT_{v2}$ linéarisé	
$H_s(p)$	Déviations de la sortie par rapport à la fonction de transfert à vide	
$\Phi_s$	Argument de $H_s$	rad, °
$L'$	Inductance équivalente en boucle fermée	H

---

**Ch 4. Validation expérimentale**


---

$H_{il}(p)$	Fonction de transfert équivalente du capteur de courant	
$H_{uc}(p)$	Fonction de transfert équivalente du capteur de tension	
$H_{ond}(p)$	Fonction de transfert équivalente du pont de puissance	
$H_{cond}(p)$	Fonction de transfert équivalente de la chaîne de conditionnement des signaux de mesure	
$R_l$	Résistance série de l'inductance $L$	$\Omega$
$K_i$	Gain de retour des courants calculé pour le $MRT_{v2}$	
$T_\phi$	Retard de la commande pour créer le déphasage de $u_{ref}$	s
$u'_{ref}$	Référence compensée en module et en argument	V





# Bibliographie

- [Abdelli, 2002] Y. Abdelli, M. Machmoum, and P. Coulibaly. A three-phase PWM rectifier with active filtering function. In *IEEE Conf. on Power System Technology*, volume 1, 2002.
- [Andronow, 1949] A. A. Andronow and C. E. Chaikin. *Theory of Oscillations*. Princeton University Press, 1949.
- [Aroudi, 2006] A. E. Aroudi, B. Robert, and L. Martínez-Salamero. Bifurcation behavior of a three cell DC-DC buck converter. In *12th International Power electronics an Motion Control Conference*, France, 2006.
- [Astrom, 1995] K. J. Astrom. Oscillations in systems with relay feedback. *Adaptive Control, Filtering, and Signal Processing* Vol. 74 of IMA Volumes, pp. 1–25, 1995.
- [Atkinson, 1998] D. J. Atkinson, A. G. Jack, and H. J. Slater. The virtual machine [power electronic conversion equipment testing]. *IEE Colloquium on Vector Control Revisited* Vol. 1998/199, pp. 1–6, 1998.
- [Bech, 2000] M. M. Bech, F. Blaabjerg, and J. K. Pedersen. Random modulation techniques with fixed switching frequency for three-phase power converters. *IEEE Transactions on Power electronics* Vol. 15(4), pp. 753–761, 2000.
- [Ben Saoud, 1996] S. Ben Saoud. *Emulateur temps réel d'associations Convertisseurs statiques/Machines électrique/Capteurs. Étude, conception et réalisation*. PhD thesis, Institut national polytechnique de Toulouse, 1996.
- [Ben Saoud, 2002] S. Ben Saoud, D. D. Gajski, and A. Gerstlauer. Co-design of emulator and power profiling instrument. In *Proceedings of the 28th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Espagne, 2002.
- [Bergé, 1988] P. Bergé. *Collection CEA, LE CHAOS, Théorie et expérience*. Série synthèse, Eyrolles, 1988.
- [Boiko, 1999] I. Boiko. Input-output analysis of limit cycling relay feedback control systems. In *Proceedings of the American Control Conference*, 1999.
- [Bose, 1990] B. K. Bose. An adaptative hysteresis-band current control technique of voltage-fed PWM inverter for machine drive system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* Vol. 37(5), pp. 423–430, 1990.
- [Bühler, 1986] H. Bühler. *Réglage par mode de glissement*, volume 5. Presses Polytechnique Romandes, Suisse, 1986.
- [Cheng, 2003] K. W. E. Cheng, M. Liu, and J. Wu. Chaos study and parameter-space analysis of the dc-dc buck-boost converter. *IEE Proceedings of Electric Power Applications* Vol. 150(2), 2003.
- [Chou, 2003] P. H. Chou, J. Park, K. Pham, and J. Liu. B#: A battery emulator and power profiling instrument. In *Proceedings of the 2003 International Symposium on Low Power Electronics and Design*, Seoul, Korea, 2003.
- [Cypkin, 1962] J. Z. Cypkin. *Théorie des asservissements par plus-ou-moins*. Dunod, 1962.
- [Deane, 1990] J. H. B. Deane and D. C. Hamill. Instability, subharmonic, and chaos in power electronic systems. *IEEE Transaction on power Electronics* Vol. 5(3), pp. 260–268, 1990.

- [di Bernardo, 1998] M. di Bernardo, F. Garofalo, L. Glielmo, and F. Vasca. Switchings, bifurcations, and chaos in dc/dc converters. *IEEE Transaction on Circuits and Systems part I* Vol. 45(2), pp. 133–141, 1998.
- [Fadel, 2006] M. Fadel and A. M. Llor. Fixed frequency sliding mode control for boost converter. In *12th International Power Electronics and Motion Control Conference*, pages 957–960, Slovenia, 2006.
- [Gille, 1988] J. C. Gille, P. Decaulne, and M. Pélegrin. *Systèmes asservis non linéaires*. DUNOD, 1988.
- [Ginot, 2005] N. Ginot, J. C. Le Claire, and L. Loron. Active load for hardware in the loop emulation of electro-technical bodies. In *31st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, North Carolina, 2005.
- [Gleick, 1991] J. Gleick. *La Théorie du chaos*. Champ. Flammarion, 1991.
- [Goncalves, 2003] J. Goncalves. Regions of stability for limit cycles of piecewise linear systems. In *IEEE Conference on Decision and Control*, Hawaii, 2003.
- [Granjon, 2003] Y. Granjon. *Automatique Systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état*. Dunod, France, 2003.
- [Grellier, 2004] O. Grellier. *Commande d'une Charge Active pour l'émulation des machines triphasées*. PhD thesis, Université de Nantes, 2004.
- [Hamill, 1997] D. C. Hamill, J. H. Deane, and P. J. Aston. Some applications of chaos in power converters. *Update on New Power Electronic Techniques (Digest No : 1997/091)*, pp. 1–5, May 1997.
- [Jack, 1998] A. G. Jack, D. J. Atkinson, and H. J. Slater. Real-time emulation for power equipment development. Part 1 : Real-time simulation. *IEE proceedings of Electric Power Application* Vol. 145, no. 2, pp. 92–97, March 1998.
- [Johansson, 1997] K. H. Johansson. *Relay Feedback and Multivariable Control*. PhD thesis, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden, 1997.
- [Jouanne, 1996] A. V. Jouanne, P. N. Enjeti, and D. J. Lucas. Dsp control of high-power ups systems feeding nonlinear loads. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* Vol. 43(1), pp. 121–125, 1996.
- [Kawai, 1984] H. Kawai and S. H. H. Tye. Approach to chaos : Universal quantitative properties of one-dimensional maps. *Physical Review A* Vol. 30(4), pp. 2005–2023, 1984.
- [Khalil, 2001] H. K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Hardcover, 3 edition, 2001.
- [Le Claire, 2002a] J. Le Claire, J. Saillard, S. Siala, and R. Le Dœuff. Method and device for controlling switches in a control system with variable structure, with controllable frequency. U.S. patent number 6,376,935, 2002.
- [Le Claire, 1999] J. C. Le Claire. *Circuits spécifiques pour la commande de machines à courants alternatifs*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, France, 1999.
- [Le Claire, 2002b] J. C. Le Claire. A new resonant voltage controller for fast ac voltage regulation of a single phase dc/ac power converter. In *Power Conversion Conference*, Osaka, 2–5 April 2002.
- [Le Claire, 2005] J. C. Le Claire, L. Menager, J. C. Olivier, and N. Ginot. Isolation amplifier for high voltage measurement using a resonant control loop. In *Proc. European Power Electronics Conference*, Dresden, 2005.
- [Le Claire, 1999] J. C. Le Claire, S. Siala, J. Saillard, and R. Le Dœuff. An original pulse modulation method for current control. In *ELECTRIMACS*, volume 2, 1999.
- [Lim, 2005] L. H. Lim and A. P. Loh. Forced and subharmonic oscillations in relay feedback systems. *Journal of The Institution of Engineers* Vol. 45(5), pp. 88–100, May 2005.
- [M. di Bernardo, 1999] K. H. J. M. di Bernardo and F. Vasca. Sliding orbits and their bifurcations in relay feedback systems. 1999.

- [Olivier, 2006a] J. C. Olivier, J. C. Le Claire, and L. Loron. A powerfull switching frequency limitation in sliding mode control. In *12th International Power Electronics an Motion Control Conference*, pages 189–195, Slovenia, 2006.
- [Olivier, 2006b] J. C. Olivier, J. C. Le Claire, and L. Loron. A self oscillating voltage controller for applications with high bandwith. In *32nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Paris France, 2006.
- [Ramos, 2003] R. R. Ramos, D. Biel, E. Fossas, and F. Guinjoan. A fixed-frequency quasi-sliding control algorithm : Application to power inverters design by means of FPGA implementation. *IEEE Transaction on Industrial Electronics* Vol. 18(1), pp. 344–355, 2003.
- [Robert, 2000] B. Robert, M. C. Marion-Péra, and C. Goedel. Dynamiques apériodiques et chaotiques du moteur pas à pas. *Revue Internationale de Génie Electrique* Vol. 3(3), pp. 375–410, 2000.
- [Rodriguez, 1999] H. Rodriguez, R. Ortega, G. Escobar, and N. Barabanov. A robustly stable output feedback saturated controller for boost dc-to-dc converter. In *Conference on Decision and Control*, Arizona USA, dec 1999.
- [Séguier, 1998] G. Séguier, F. Labrique, H. Buyse, and R. Bausiere. *Les convertisseurs de l'électronique de puissance*, volume 1-5. Lavoisier Tec & Doc, Paris, 1991-1998.
- [Siarry, 1989] P. Siarry. *Automatique de base*, volume 1. Ellipses, Paris, 1989.
- [Slater, 1998] H. J. Slater, D. J. Atkinson, and A. G. Jack. Real-time emulation for power equipment development. Part 2 : The virtual machine. *IEE proceedings of Electric Power Application* Vol. 145, no. 3, pp. 153–158, May 1998.
- [Slotine, 1991] J. J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear control*. prentice Hall, 1 edition, 1991.
- [Trzynadlowski, 2003] A. M. Trzynadlowski, Z. Wang, J. M. Nagashima, C. Stancu, and M. H. Zelechowski. comparative investigation of PWM techniques for a new drive for electric vehicles. *IEEE Transactions on Industry Applications* Vol. 39(5), pp. 1396–1402, 2003.
- [Tsympkin, 1984] J. Z. Tsympkin. *Relay Control Systems*. Cambridge University Press, 1984.
- [Utkin, 1999] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi. *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*. CRC Press, May 1999.
- [Utkin, 2006] V. I. Utkin and H. Lee. The chattering analysis. In *12th International Power electronics an Motion Control Conference*, Slovenia, 2006.
- [Yhuel, 2001] J. F. Yhuel. *Commande en courant des machines à courant alternatif*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, France, 2001.
- [Zeng, 2004] J. Zeng, C. Yu, Q. Qi, Z. Yan, Y. Ni, B. Zhang, and S. Chen. A novel hysteresis current control for active power filter with constant frequency. *Electric Power Systems Research* Vol. 68(1), pp. 75–82, 2004.



# Table des figures

1.1	Remplacement de différents systèmes physiques par des <i>Charges Actives</i> . . . . .	17
1.2	Système d'émulation et commande à tester. . . . .	19
1.3	Machine Virtuelle présentée dans [Jack, 1998, Slater, 1998]. . . . .	19
1.4	Modulations classiques basées sur la "valeur moyenne" du signal de commande. . . . .	21
1.5	Modulations classiques. (a) MLI symétrique. (b) MLI asymétrique. . . . .	22
1.6	Modulation à hystérésis de largeur de bande $2d$ . . . . .	23
1.7	Schéma de principe du MRC. . . . .	24
1.8	Évolution de la fréquence de commutation $f_c = \omega_c/2\pi$ en fonction de la bande passante $1/\tau$ de la charge. . . . .	26
1.9	Evolution de la fréquence de commutation de l'étage de puissance en fonction du rapport cyclique $\alpha$ . . . . .	28
1.10	Evolution du gain équivalent $G_{eq}$ de l'étage de puissance en fonction du rapport cyclique $\alpha$ . . . . .	29
1.11	Fonction critère pour différentes plages de variation de $\alpha$ . (a) $R = 0 \Omega$ . (b) $R = 2 \Omega$ . . . . .	30
1.12	Evolution de la pulsation de commutation $\omega_c$ pour le MRC et la MLI à hystérésis, avec $R = 0 \Omega$ , $\omega_0 = 2\pi 20000$ rad/s. . . . .	31
1.13	Comparaison du MRC avec la MLI à hystérésis pour $R = 2.5 \Omega$ , $E = 100$ V et $L$ passant de $200 \mu\text{H}$ à $400 \mu\text{H}$ . (a) MRC. (b) Hystérésis. . . . .	32
1.14	Diagramme du MRT. . . . .	33
1.15	Courbe de phase du MRT. . . . .	33
1.16	Structure de l'étage de puissance des <i>Charges Actives courant et tension</i> . . . . .	35
1.17	Structure complète des <i>Charges Actives courant et tension</i> . . . . .	36
1.18	Résultats de mesures en émulation de résistance. (a) En mode MRC. (b) En mode MRT. Ces relevés montrent que le comportement des modulateurs dépend de l'impédance à émuler. . . . .	38
1.19	Résultats de simulation de l'impédance de sortie $Z_s$ du MRT en considérant une erreur de $\pm 0.4\%$ sur les mesures de courant et de tension [Grellier, 2004]. . . . .	39
1.20	Résultats de simulation du MRC pour une entrée constante et pour une valeur de $\xi$ faible ( $\xi = 0.35$ ). (a) $\alpha_{moy} = 0.85$ . (b) $\alpha_{moy} = 0.92$ . (c) $\alpha_{moy} = 0.95$ . . . . .	40
2.1	Diagramme fonctionnel élémentaire d'un système à relais. . . . .	44
2.2	Allure du signal de commande $u(t)$ . . . . .	44
2.3	Amplitude des raies harmoniques relatives à la décomposition en série de Fourier du signal de commande $u$ . . . . .	45
2.4	Illustration de la recherche de solutions $\{\omega_c; \alpha\}$ . . . . .	47
2.5	Caractéristique $G_{eq}(\alpha)$ : Approximation à sa valeur minimale. . . . .	48
2.6	Influence de l'amplitude de la commande équivalente sur la variation de gain. . . . .	49
2.7	Illustration de la naissance d'un phénomène de synchronisation. . . . .	50
2.8	Exemple de courbe de synchronisation. . . . .	50
2.9	Schéma de principe du MRC. . . . .	53

2.10	Courbe du synchronisation pour le MRC en fonction du rapport cyclique $\alpha$ .	53
2.11	Courbe du synchronisation pour le MRC en fonction du coefficient d'amortissement $\xi$ .	54
2.12	Gain équivalent en fonction de l'amplitude du signal de synchronisation.	56
2.13	Gain équivalent en fonction de l'amplitude du signal de synchronisation.	56
2.14	Influence de la synchronisation sur le gain équivalent pour un rapport cyclique $\alpha = 1/2$ .	57
2.15	Réponse fréquentielle du MRC.	60
2.16	Composantes harmoniques susceptibles d'être présentes dans le spectre du signal de sortie.	61
2.17	Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie.	62
2.18	Présentation 2D de la figure 2.17.	62
2.19	Décomposition spectrale du courant de sortie $i_l$ .	63
2.20	Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie.	64
2.21	Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie.	65
2.22	Influence de la synchronisation sur la réponse fréquentielle du MRC	66
2.23	Diagramme du MRC simplifié réalisé.	67
2.24	Résultat de simulation – Evolution de la décomposition spectrale du courant de sortie.	69
2.25	Résultat expérimental.	69
2.26	Mise en évidence de l'apparition d'harmoniques <i>fractionnaires</i> .	71
2.27	Schéma d'évolution de la <i>cascade harmonique</i> vers la synchronisation harmonique du MRC.	71
2.28	Tracé de la réponse fréquentielle du MRC dans le diagramme de Bode.	72
2.29	Evolution de la caractéristique de la <i>pulsation d'oscillation</i> .	75
2.30	Instabilité de la fréquence de commutation pour $\xi = 0.35$ .	76
2.31	Représentation d'état du système d'étude.	77
2.32	Évolution de la sortie $y(t)$ en fonction de $\dot{y}(t)$ dans le plan de phase.	78
2.33	Tracé de $cx_1$ et de $cx_2$ en fonction de $t_1$ , pour un rapport cyclique $\alpha$ donné.	79
2.34	Représentation d'une section de Poincaré dans le cas d'un système du troisième ordre et d'une oscillation simple.	80
2.35	Exemple de tracé du lieu $cx_1 - cx_2$ obtenu numériquement pour $\alpha = 0.98$ .	82
2.36	Diagramme de bifurcation de la <i>fonction logictique</i> [Gleick, 1991] : $x_{n+1} = x_n r (1 - x_n)$ .	84
2.37	Diagramme de bifurcations.	85
2.38	Diagramme de bifurcations.	86
2.39	Diagramme de bifurcations.	86
2.40	Diagramme de bifurcations.	87
2.41	Mise en évidence des zones d'instabilité de l'oscillation de découpage du MRC.	88
2.42	Mise en évidence des zones d'instabilité de l'oscillation de découpage du MRC.	89
2.43	Mise en évidence des zones d'instabilité de l'oscillation de découpage du MRC.	89
2.44	Mise en évidence des zones d'instabilité de l'oscillation de découpage du MRC.	90
2.45	Diagramme simplifié du MRT.	91
2.46	Réponse de la partie linéaire du MRT.	91
2.47	Schéma de principe d'une commande par mode de glissement.	92
2.48	Application du principe de fonctionnement du MRC à une structure quelconque.	95
2.49	Onduleur de tension avec facteur intégral sur l'écart de sortie.	97
2.50	Réponse du système en mode de glissement et avec l'ajout du filtre $F_2(p)$ .	98
2.51	Réponse fréquentielle du système en mode de glissement et avec l'ajout du filtre $F_2(p)$ .	99
3.1	Diagramme simplifié de la première version du MRT.	104
3.2	Diagramme simplifié de la première version du MRT	105
3.3	Diagramme du MRT mise sous forme d'état.	105
3.4	Circulation des composantes de <i>haute fréquence</i> issues du courant charge $i_s$ .	106
3.5	MRT sous forme d'état avec reconstruction du courant $i_c$ .	107

3.6	Inter-connections de l'onduleur sous test (la charge) et du MRT. . . . .	109
3.7	Evolution de l'ondulation du courant de charge $i_s$ . . . . .	110
3.8	Diagramme équivalent du $MRT_{v2}$ avec la perturbation $i_s$ ramenée en entrée du système. . . . .	110
3.9	Partie linéaire du système avec pour entrée $i_s$ . . . . .	111
3.10	Courbes de synchronisation du $MRT_{v2}$ . . . . .	112
3.11	Gabarit du filtre passe bas appliqué sur la mesure du courant de charge $i_s$ . . . . .	113
3.12	Gabarit du filtre de Cauer passe-bas idéal. . . . .	114
3.13	Occupation fréquentielle des différentes composantes du courant de charge $i_s$ . . . . .	115
3.14	Courbes de synchronisation du $MRT_{v2}$ avec le filtre de Cauer. . . . .	116
3.15	Courbes de synchronisation du $MRT_{v2}$ avec le filtre de Cauer. . . . .	116
3.16	Évolution de la fréquence de commutation et du gain équivalent. . . . .	120
3.17	Évolution de la fréquence de commutation. . . . .	121
3.18	Évolution de la fréquence de commutation et du gain équivalent. . . . .	123
3.19	Caractéristique linéarisée de l'étage de puissance. . . . .	124
3.20	Réponse indicielle à vide. . . . .	125
3.21	Influence de l'instant d'apparition de la perturbation $i_s = 10$ A. . . . .	126
3.22	Influence de l'instant d'apparition de la perturbation $i_s = 10$ A. . . . .	127
3.23	Réponse indicielle à vide avec $\omega_{np} = 2.5\omega_{0lc}$ . . . . .	127
3.24	Caractéristique linéarisée de l'étage de puissance. . . . .	128
3.25	Diagramme du modèle linéaire équivalent du $MRT_{v2}$ . . . . .	128
3.26	Comparaison des résultats de simulation avec le modèle linéaire équivalent. . . . .	129
3.27	Modèle équivalent linéaire du MRT sous la forme d'un générateur de tension de Thevenin. . . . .	131
3.28	Impédance de sortie équivalente du MRT. . . . .	133
3.29	Évolution du gain et de phase $H_s(j\omega)$ . . . . .	135
3.30	Évolution du gain et de phase $H_s(j\omega)$ . . . . .	136
3.31	Minimums et maximums de gain et de déphasage de $H_s(j\omega)$ . . . . .	136
3.32	Enveloppe des décalages possibles de la tension de sortie $u_c$ . . . . .	137
3.33	Diagramme du $MRT_{v2}$ simulé. . . . .	138
3.34	Impédance de sortie $Z_s$ . . . . .	139
3.35	Fonction de transfert $H_s(p)$ à 1 kHz. . . . .	139
4.1	Schéma simplifié du système d'étude expérimental. . . . .	142
4.2	Système d'étude expérimental. . . . .	143
4.3	La <i>Charge Active</i> . . . . .	144
4.4	Onduleur sous test. . . . .	145
4.5	Erreur de déphasage maximale. . . . .	146
4.6	Mesure des caractéristiques du capteur de courant de la <i>Charge Active</i> . . . . .	147
4.7	Diagramme simplifié du conditionnement des signaux de mesure. . . . .	148
4.8	Diagramme simplifié de la carte $MRT_{v2}$ . . . . .	149
4.9	Influence d'une erreur de modélisation du capteur de courant $i_s$ . . . . .	150
4.10	Influence d'une erreur d'estimation du gain équivalent $G_{eq}$ . . . . .	151
4.11	Modèle simplifié de la <i>Charge Active</i> . . . . .	152
4.12	Fréquence d'oscillation et gain équivalent. . . . .	153
4.13	Courbe de synchronisation du $MRT_{v2}$ . . . . .	155
4.14	Réponse fréquentielle des différents signaux retournés au détecteur d'erreur. . . . .	156
4.15	$MRT_{v2}$ à vide pour $f_{ref} = 1$ kHz. . . . .	157
4.16	$MRT_{v2}$ à vide pour un signal d'entrée carré. . . . .	158
4.17	$MRT_{v2}$ chargé par une résistance de 1.1 $\Omega$ . . . . .	159
4.18	Connexion <i>en vol</i> d'une résistance de charge de 1.1 $\Omega$ . . . . .	160
4.19	Réponse fréquentielle du $MRT_{v2}$ à vide. . . . .	162



---

4.20	Diagramme de la configuration expérimentale. . . . .	164
4.21	Comparaison du modèle linéaire aux mesures. . . . .	164
4.22	Comparaison du modèle linéaire aux mesures. . . . .	166
4.23	Lieu des minimums et maximums du module et du déphasage du $MRT_{v2}$ en charge. . . . .	167
4.24	Compensation du déphasage et de l'amplitude de la sortie $u_c$ . . . . .	168
4.25	Compensation du déphasage et de l'amplitude de la sortie $u_c$ . . . . .	169
C.1	Procédure de mesure de la réponse fréquentielle du $MRT_{v2}$ . (a) ESignal de référence de sortie entre 0.1 et 0.6 secondes. . . . .	179
D.1	Filtre de Cauer pratique implanté. . . . .	181
D.2	Filtre de Cauer – Réponse fréquentielle. . . . .	182
D.3	Filtre de Cauer – Réponse fréquentielle dans la bande passante 0–2000 Hz. . . . .	183
F.1	Carte $MRT_{v2}$ réalisée pour le prototype de la <i>Charge Active</i> . . . . .	187

# Liste des tableaux

1.1	Type de <i>Charge Active</i> en fonction de l'application visée. . . . .	17
1.2	Résumé des principales performances des MLI classiques et à hysteresis. . . . .	23
1.3	Résumé des principales performances des MLI classiques, à hystérésis et du MRC. . . . .	34
1.4	Paramètres du prototype de la <i>Charge Active</i> . . . . .	37
2.1	Paramètres du prototype réalisé pour la validation du phénomène de synchronisation. . . . .	68
2.2	Module des valeurs propres de $W$ pour les 5 solutions de la figure 2.35. . . . .	83
2.3	Module des valeurs propres de $W$ pour la solutions obtenue avec $\alpha = 0.9$ . . . . .	83
2.4	Paramètres du système. . . . .	97
3.1	Paramètres du prototype de la <i>Charge Active</i> . . . . .	109
4.1	Caractéristiques du pont de puissance SEMIKRON et du filtre $L - C$ . . . . .	142





## Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur l'optimisation de la structure et de la commande de systèmes d'émulation de puissance, appelés *Charges Actives*. Afin de présenter de très bonnes performances dynamiques ainsi qu'une très grande robustesse, ces *Charges Actives* utilisent des modulateurs et régulateurs de courant (MRC) et de tension (MRT). Ces procédés font partie de la classe des régulateurs auto-oscillants et sont donc par nature fortement non-linéaires. Aussi, pour que leur application à la *Charge Active* soit optimale, le premier point abordé dans ce mémoire traite de la modélisation de ces régulateurs et de l'identification des différents problèmes éventuels, inhérents à leurs non-linéarités. Il est alors apparu que des phénomènes de synchronisation et d'instabilité de la fréquence de commutation peuvent survenir si certaines conditions ne sont pas respectées. Le second point abordé est la généralisation de ces procédés de modulation à des systèmes quelconques, basée sur une méthode de synthèse en mode de glissement. De cette étude, une nouvelle structure de modulation et de régulation de tension est proposée, permettant de répondre plus efficacement aux problématiques posées par la *Charge Active*. Les résultats expérimentaux obtenus sur un prototype de *Charge Active* montrent les très grandes performances de ce nouveau procédé, contribuant ainsi à l'amélioration de la qualité et de la précision des anciennes et nouvelles générations de *Charges Actives*.

### Mots-clés :

- Emulateurs de puissance, *Charges Actives*
- Modulation d'impulsions
- Modélisation
- Phénomènes de synchronisation
- Systèmes auto-oscillants
- Stabilité des oscillations
- Association de convertisseurs statiques
- Systèmes chaotiques

## Abstract

The work presented in this thesis talk about the optimization of the structure and the control of power emulating systems, called *Active Loads*. In order to display very good dynamic performances as well as a very great robustness, these *Active Loads* use a Resonant Current Controller (RCC) and a Resonant Voltage Controller (RVC). These processes are self-oscillating regulators and are thus by nature strongly non-linear. Also, for an optimal application of these proceses to the *Active Loads*, the first point presented in this thesis is the modelization of these regulators and the identification of the possible problems, due to their non-linearities. It is then appeared that synchronization phenomena and switching frequency instability can appear if some conditions are not well respected. The second point of this work is the generalization of these modulation processes to any systems, based on a sliding mode control. So, a new structure of Resonant Voltage Controller is proposed, more efficient for the *Active Load* applications. The experimental results obtained on an experimental prototype show the very great performances of this new process, thus contributing to the improvement of the quality and the precision of old and new generations of *Active Loads*.

### Keys-words :

- Power emulation, *Active Loads*
- Pulse Width Modulation
- Modeling
- Synchronization phenomena
- Self-oscillating systems
- Oscillations stability
- Power converters association
- Chaotic systems

**Discipline :** SCIENCES DE L'INGENIEUR

N° :366-288