



**17 mai 2006**  
**Habilitation à diriger des recherches**



**Alice Sinatra**

**I**

**DE L'OPTIQUE QUANTIQUE AUX CONDENSATS  
DE BOSE-EINSTEIN**

**II**

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU POMPAGE OPTIQUE  
DE L'HELIUM 3 POUR DES APPLICATIONS MEDICALES**

# PARCOURS

---

## **Etudes à Milan**

**Thèse de Laurea en Physique en 1994.**

**Thèse de doctorat 1997, directeur : Luigi Lugiato**

## **Bourse Marie Curie a l'ENS 1997-1999**

**Groupe Atomes Froids, Laboratoire Kastler Brossel**

## **Maître de Conference au Collège de France 1999-2000**

**Chaire Physique Atomique de Claude Cohen-Tannouji**

## **Maître de conférence Université Paris VI 2000-présent**

**Groupe Fluides Quantiques, Laboratoire Kastler Brossel**

# ENCADREMENT DE LA RECHERCHE

---

**Tesi de Laurea : D. Zibetti, M. Guerzoni**

**Stages de Magistère : H. Nguyen, P. Diener**

**Stage de DEA : M. Abboud, G. Reinaudi**

**Thèse de Doctorat : M. Abboud**

**Stage durant le doctorat : E. Witkowska**

# TRAVAUX

---

## Optique quantique

Génération d'états comprimés du champ

Mesures Quantiques Non Destructives (QND) en optique

Compression de spins nucléaires

## Gaz dégénérés

Dynamique de phase dans les condensats de Bose-Einstein

Dynamique spatiale turbulente dans un mélange de condensats

Formalisme de Wigner pour un gaz dégénéré à  $T \neq 0$

Formation d'un réseau de vortex

Expériences de piégeage et refroidissement d'atomes ( ${}^6\text{Li}+{}^7\text{Li}$ ,  $\text{He}^*$ )

## Pompage de l'hélium pour des application médicales

Expériences et modélisation du pompage optique en champ fort

# PLAN DE L'EXPOSE

---

## Optique quantique

Génération d'états comprimés du champ

**Mesures QND réalisées à IOTA**

Corrélations de deux modes près des conditions EIT

**Compression de spins nucléaires**

**Projets**

## Gaz dégénérés

**Dynamique de phase dans les condensats de Bose-Einstein**

Dynamique spatiale turbulente dans un mélange de condensats

**Formalisme de Wigner pour un condensat à  $T \neq 0$**

Formation d'un réseau de vortex

Expériences de piégeage et refroidissement d'atomes

**Projets**

## Pompage de l'hélium pour des application médicales

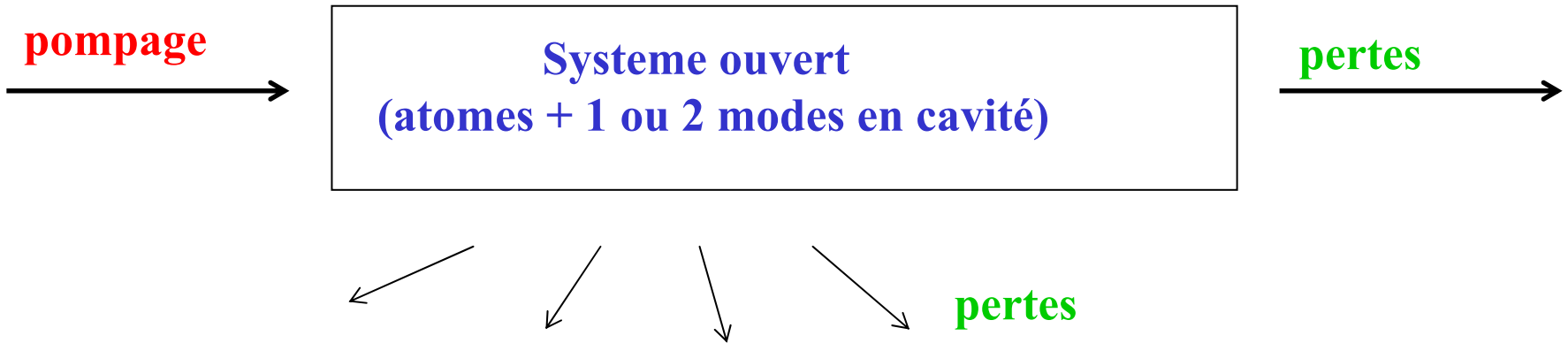
**Expériences en champ fort** et modélisation

**Projets**

**Ligne de recherche (1)**

**“Contrôle des fluctuations quantiques”**

# SYSTEMES ETUDIES ET DEMARCHE



• Le système évolue vers un état stationnaire “classique”  $\langle AB \rangle \longrightarrow \langle A \rangle \langle B \rangle$

Traitement *linéarisé* des fluctuations des variables autour de l'état stationnaire  $\delta A = (A - \langle A \rangle)$

• Les **propriétés quantiques** se manifestent dans les moments d'ordre  $>1$  des fluctuations : **les variances**  $\langle (\delta A)^2 \rangle$

• Les **covariances**  $\langle \delta A \delta B \rangle$  renseignent sur les corrélations quantiques entre différents modes du champ

## **Contrôle des fluctuations quantiques *de la lumière***

**Génération d'états comprimés du champ électromagnétique,**

**Corrélations quantiques entre 2 modes du champ EM**

**Mesures quantiques non destructives en optique**

**Préparation d'un état quantique**

...



**Atomes : milieu non linéaire**



**Génération de corrélations quantiques**

## **Contrôle des fluctuations quantiques *des atomes***

**Etats comprimés de spins**

**Transfert de corrélations quantiques champ --> atomes,**

**Mémoire quantique**

**Corrélations non locales entre échantillons atomiques**



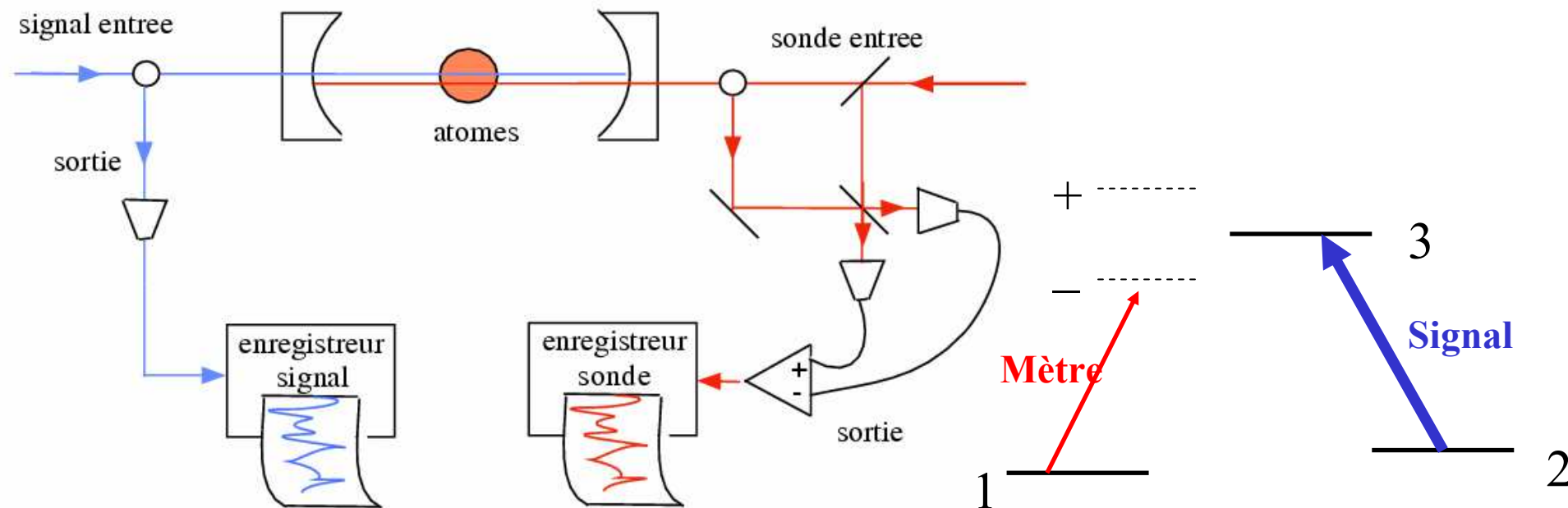
# Mesure QND des fluctuations d'intensité d'un faisceau cohérent

**Principe** : “Lire” les fluctuations d'intensité d'un faisceau (signal) par mesure directe des fluctuations de phase d'un deuxième faisceau (mètre)

Réalisation avec des atomes froids en cavité (IOTA) :

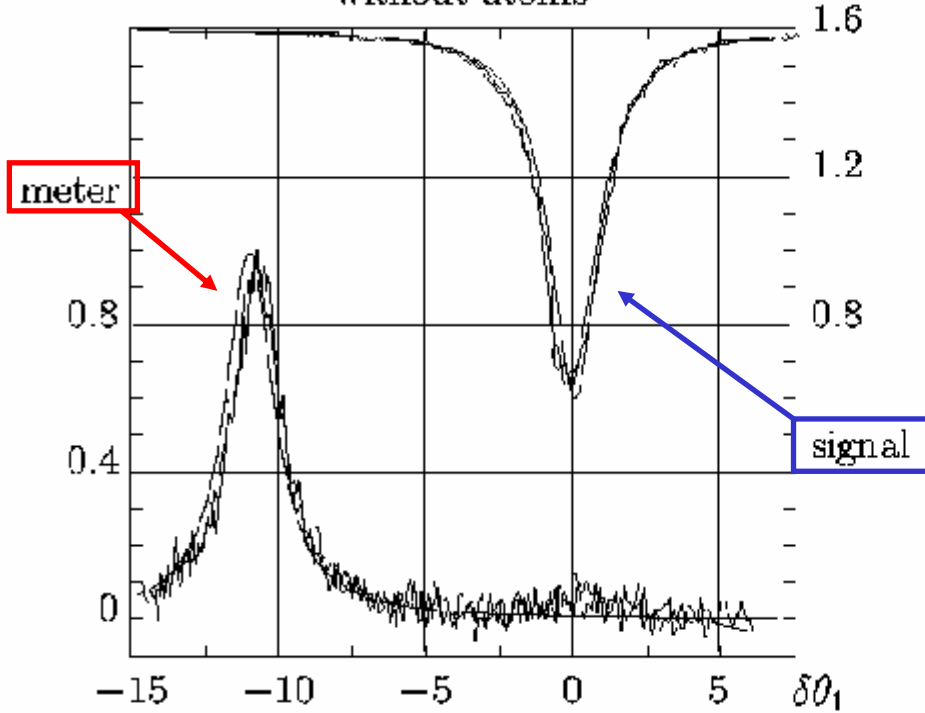
## Modélisation réaliste

- Identifier le meilleur point de fonctionnement dans l'espace des paramètres
- Résultats théoriques (semi-classiques et quantiques) directement comparables à l'expérience

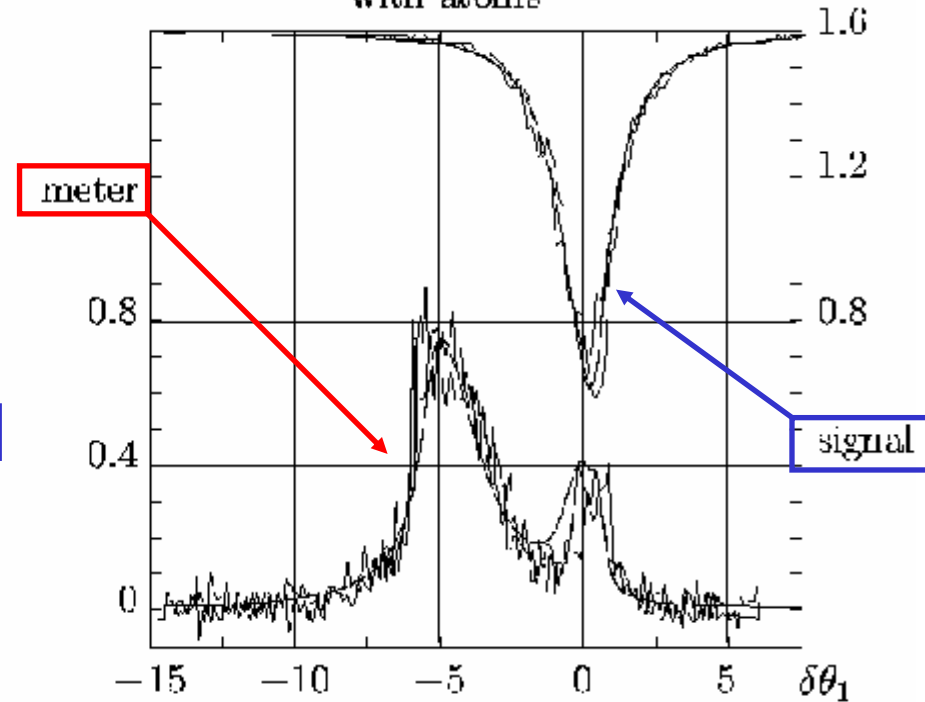


# THEORIE ET EXPERIENCE

without atoms



with atoms



**Théorie :**

$$V_{s|m} = 0.37$$

$$C_m = 0.67$$

$$C_s = 1$$

**Expérience :**

$$V_{s|m} = 0.36$$

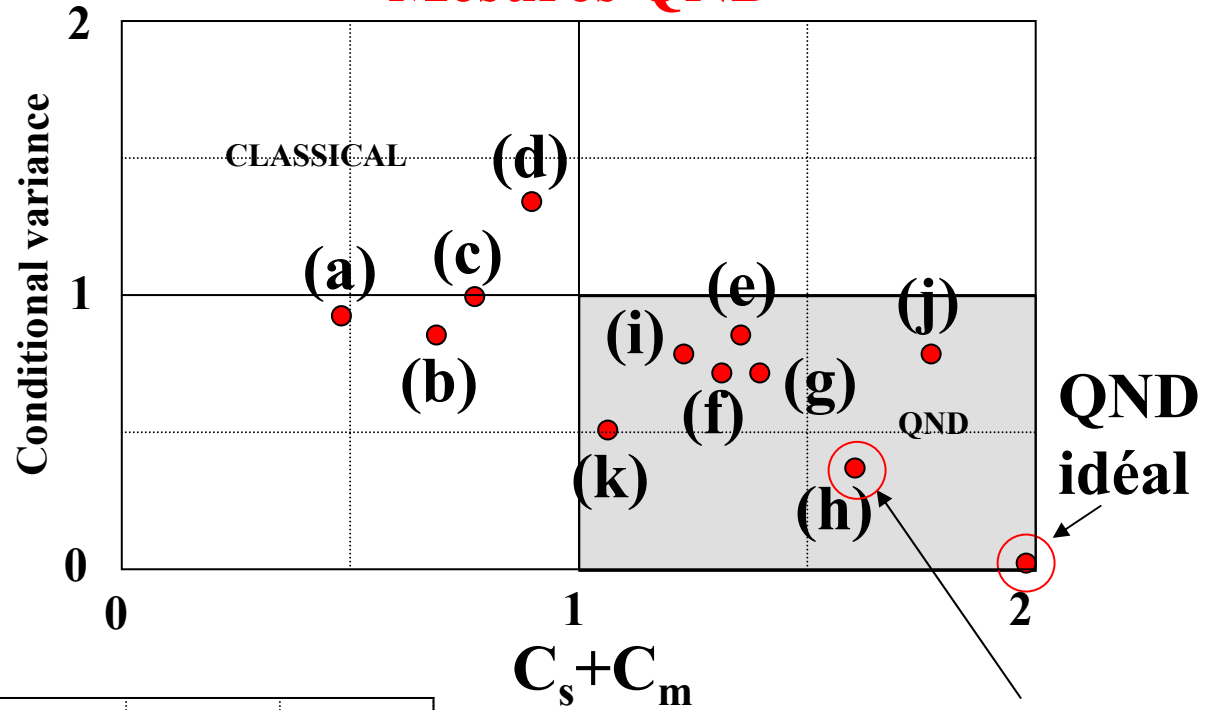
$$C_m = 0.60$$

$$C_s = 0.97$$

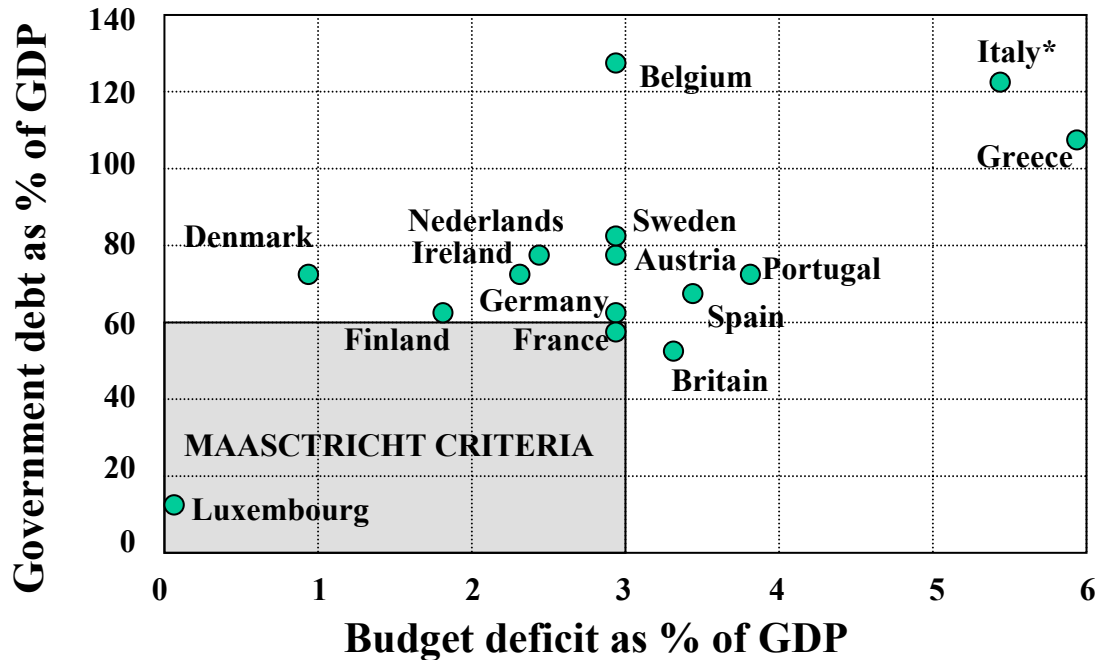


# ETAT DE L'ART EN 1997

## Mesures QND



## Europe



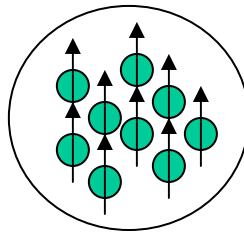
THE ECONOMIST  
OCTOBER 5TH 1996

# CONTRÔLE DES FLUCTUATIONS ATOMIQUES

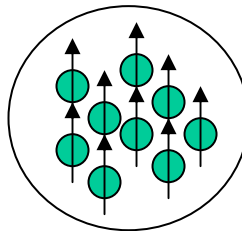
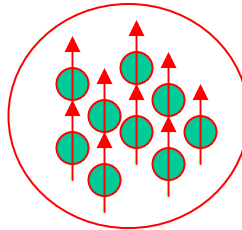
Peut-on utiliser les spins nucléaires de l'  $^3\text{He}$   
pour l'information quantique ?

Exploiter les très longs temps de cohérence des spins nucléaires  
 $T_1 > 300$  h mesuré

*Lumière comprimée*



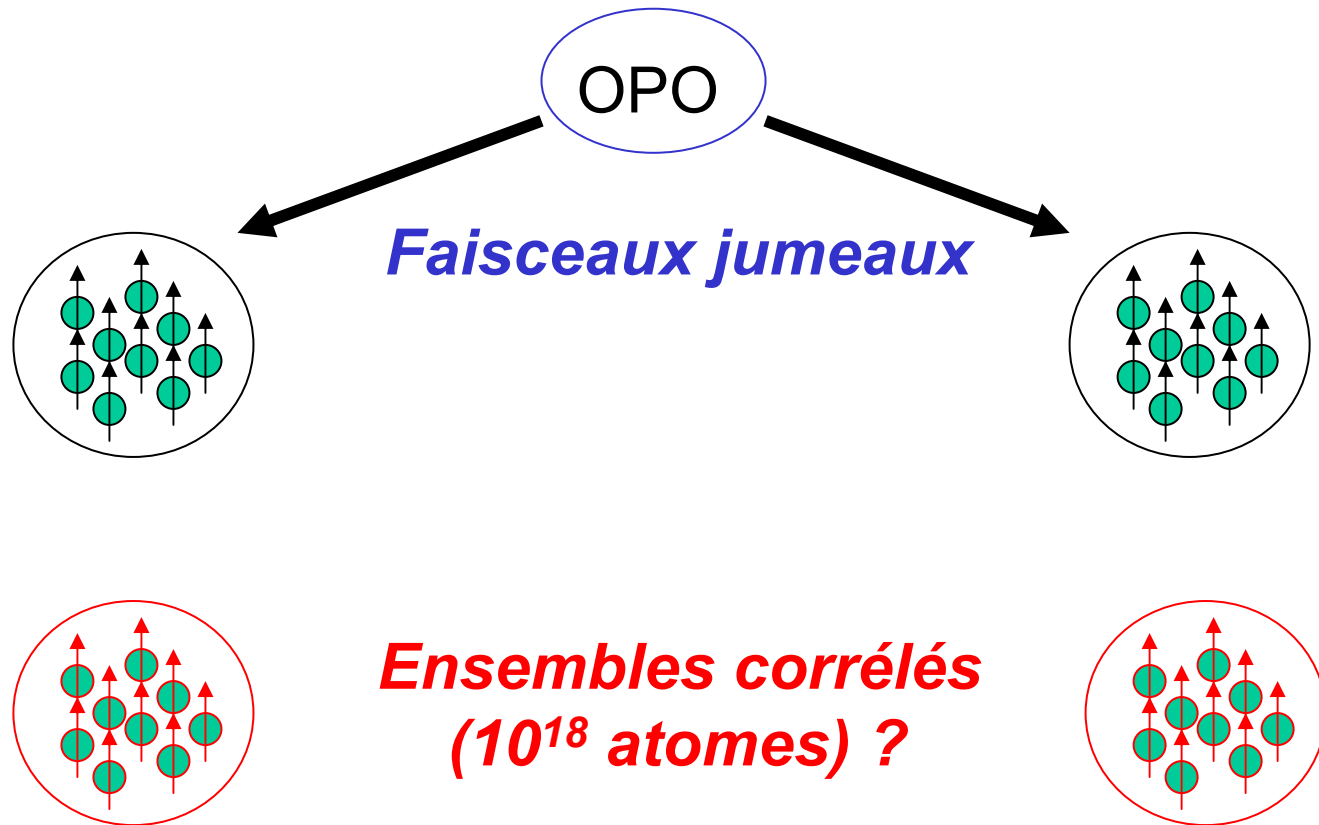
*Spins comprimés  
mémoire quantique*



*Lumière comprimée*



# Correlations non locales entre deux spins macroscopiques

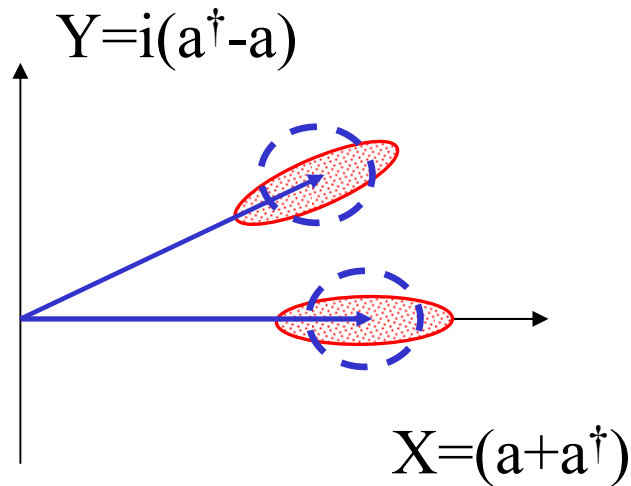


**Expérience d'intrication de spins sur les alcalins,**

*Polzik, Nature (2001) :  $10^{12}$  atoms  $\tau = 0.5$ ms*

# Etats comprimés du champ et états comprimés de spin

Un mode du champ EM



Etat coherent  $\Delta X = \Delta Y = 1$

Etat comprimé  $\Delta X > 1$   
 $\Delta Y < 1$

N spins 1/2

Etat cohérent de Spin

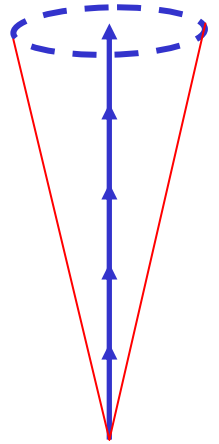
$$\Delta S_x = \Delta S_y = |\langle S_z \rangle|/2$$

Bruit

“de projection quantique”

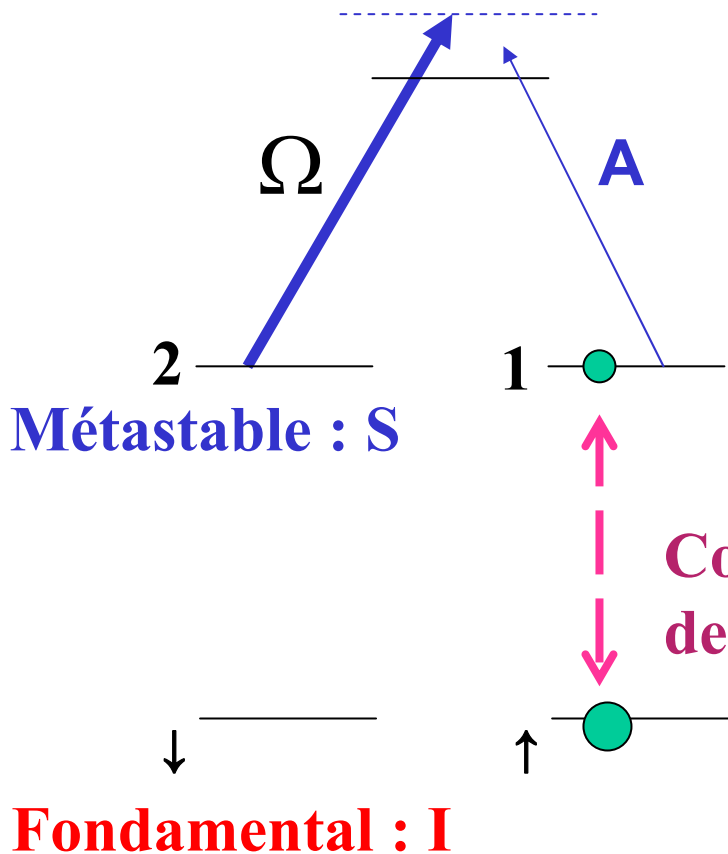
Etat comprimé

$$\Delta S_x^2 < N/4 \quad \Delta S_y^2 > N/4$$



# Transfert de corrélations quantiques au spin nucléaire

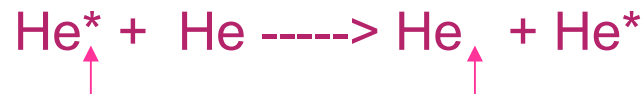
$\Omega$  : champ cohérent (contrôle),  $A$  : vide comprimé



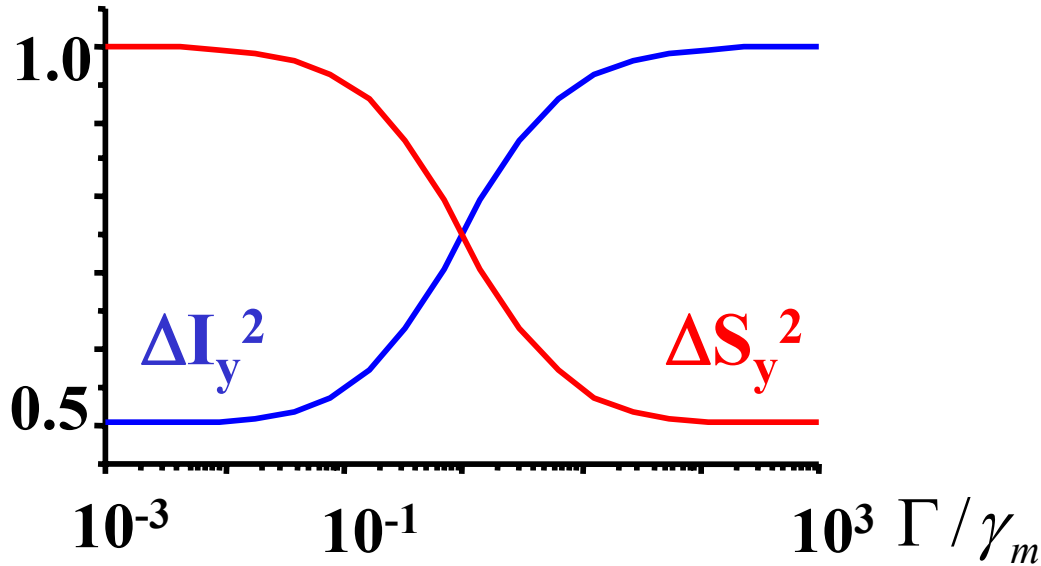
$$\frac{d}{dt} S_{21} = i \left( \delta + \frac{\Omega^2}{\Delta} \right) S_{21} + \frac{\Omega g n}{\Delta} A$$

**déplacement**      **couplage**

Collisions d'échange  
de métastabilité



# Transfert de compression de spin au métastable ou au fondamental



Paramètre de pompage

$$\Gamma = \frac{\gamma \Omega^2}{\Delta^2} (1 + C)$$

Coopérativité

$$C = \frac{g^2 n}{\kappa \gamma} \approx 100$$

L'échange tend à égaliser les fonctions de corrélations  $\langle \mathbf{s}_i \mathbf{s}_j \rangle = \langle \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j \rangle$

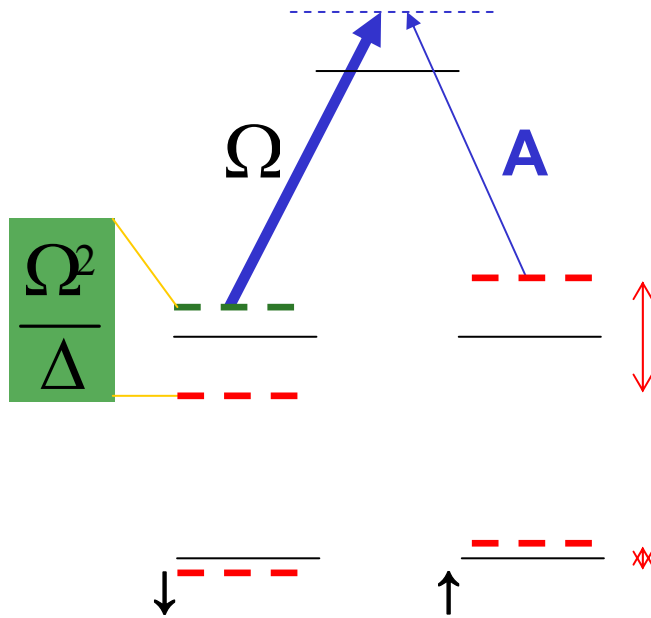
Quand l'échange est dominant  $(\gamma_m \gg \Gamma)$

$$\left( \frac{\Delta I^2}{N/4} - 1 \right) = \frac{N}{n} \left( \frac{\Delta S^2}{n/4} - 1 \right)$$

Une faible compression dans le métastable maintient une forte compression dans le fondamental



# Conditions de résonance dans un champ magnétique



## Effet Zeeman

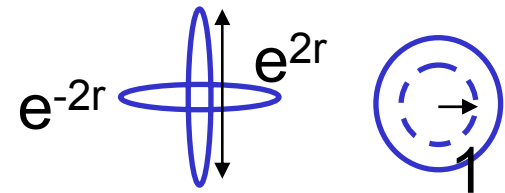
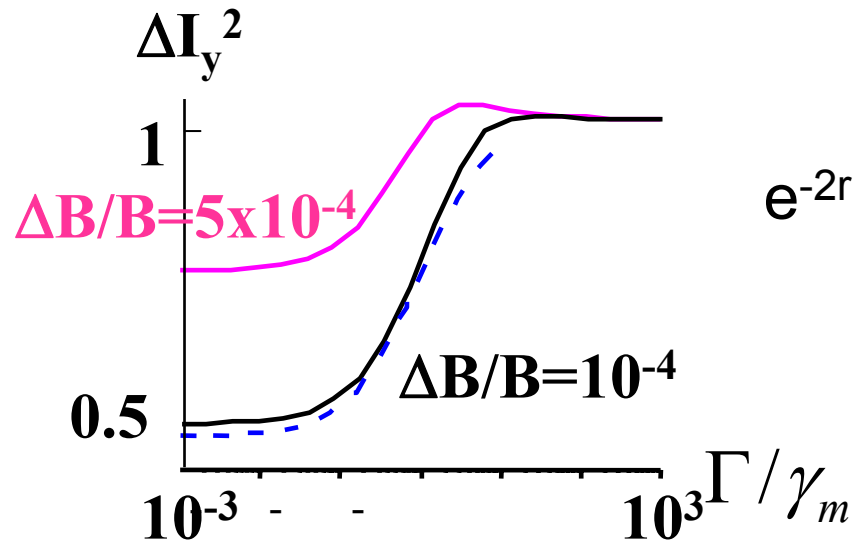
$$E_2 - E_1 = 1.8 \text{ MHz/G}$$

$$E_{\uparrow} - E_{\downarrow} = 3.2 \text{ kHz/G}$$

Homogénéité requise

$$\Delta B/B \sim 10^{-4}$$

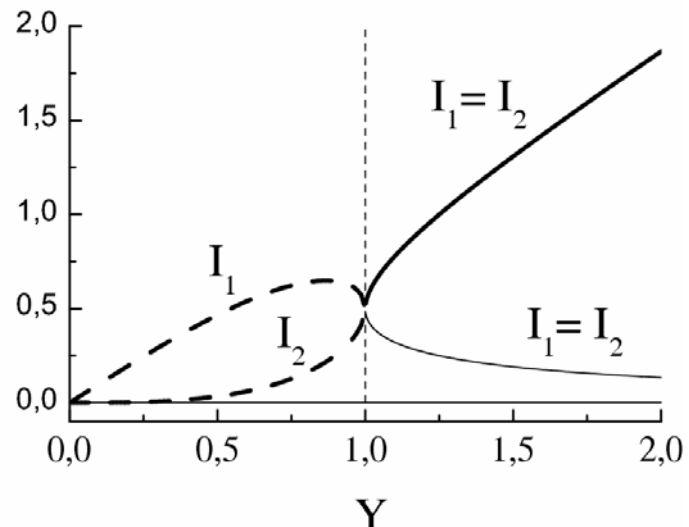
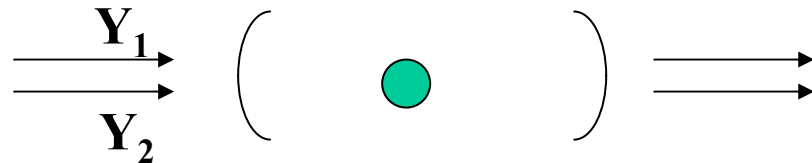
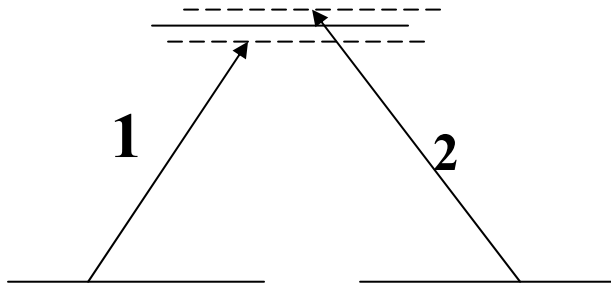
$$B \sim 57 \text{ mG}$$



## Etats comprimés de spin

- Revisiter les schémas de génération de corrélations quantiques, mesures QND

## Non-linéarité des atomes près des conditions de piégeage cohérent de population



# PROJETS

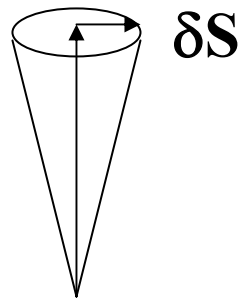
## Manipuler les spins nucléaires de l'hélium au niveau des fluctuations quantiques

- **En utilisant les collisions d'échange**

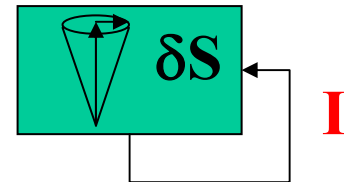
Vérification expérimentale : transfert de bruit dépendant de la quadrature,  
mesure de bruit atomique des métastables en absence/présence d'atomes dans l'état fondamental...

- **Sans utiliser les collisions d'échange**

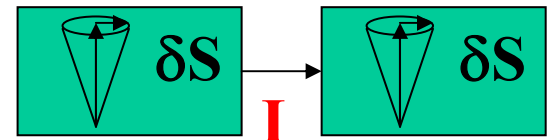
Peut-on mesurer les fluctuations quantiques du spin nucléaire par RMN ?



Rétroaction ?



Couplage ?



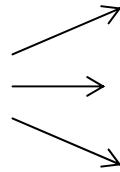
## **Ligne de recherche (2)**

**“Gaz dégénérés - Condensats de Bose-Einstein”**

# SYSTEMES ETUDIES ET DEMARCHE

---

Systèmes quantiques  
macroscopiques bien  
isolés de l'environnement



Physique statistique  
Matière condensée  
Optique non-linéaire  
Information quantique  
...

*le champ atomique contient  
déjà une non-linéarité !*

→ dynamique de phase des  
condensats de Bose-Einstein  
→ Turbulence : description  
multimode du champ

## Approches

**Condensat quasi pur** → description quantique à 1 ou 2 modes

Pertes : méthodes d'optique quantique (équation pilote)

Equation de Gross-Pitaevskii pour la fonction d'onde du condensat

**Fraction non condensée** (température initialement non nulle, turbulence) →

Méthodes perturbatives (Bogoliubov)

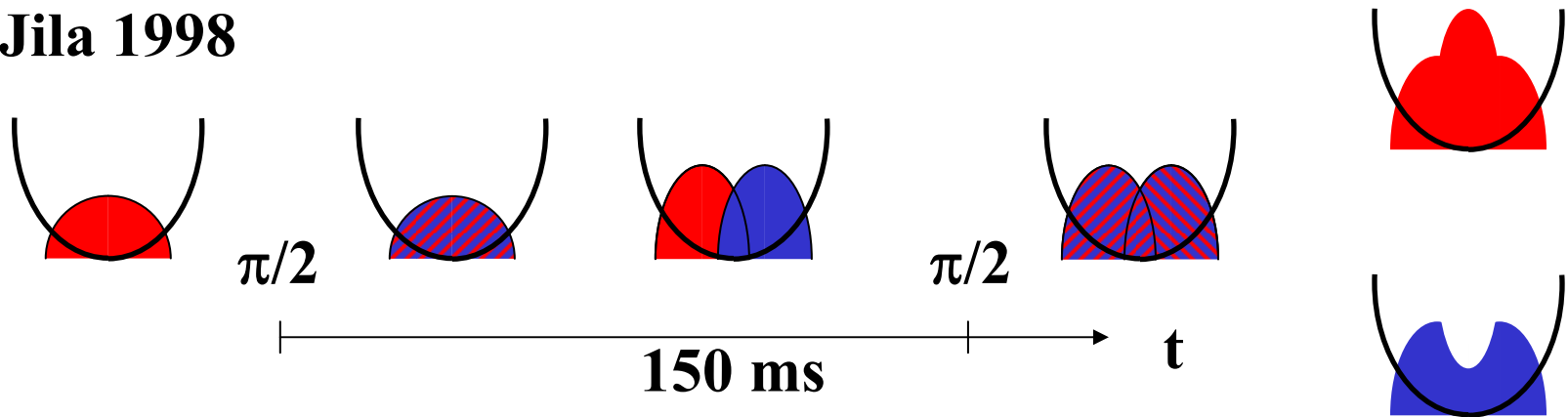
Méthodes d'optiques quantique (fluctuations thermiques + quantiques)

Méthode de champ classique

# ETAT DE PHASE : $\phi$

## Préparation et mesure de la phase relative entre deux condensats

Jila 1998



## Description d'un état de phase

$$|\phi\rangle_N = \frac{1}{\sqrt{N!}} \left( \frac{a^\dagger e^{i\phi} + b^\dagger e^{-i\phi}}{\sqrt{2}} \right)^N |0\rangle$$

$$n = N_b - N_a,$$

$$e^{-i\alpha n} |\phi\rangle_N = |\phi + \alpha\rangle_{N-1}$$

$n$  et  $\phi$  : variables conjuguées

# DYNAMIQUE DE LA PHASE RELATIVE $\phi$

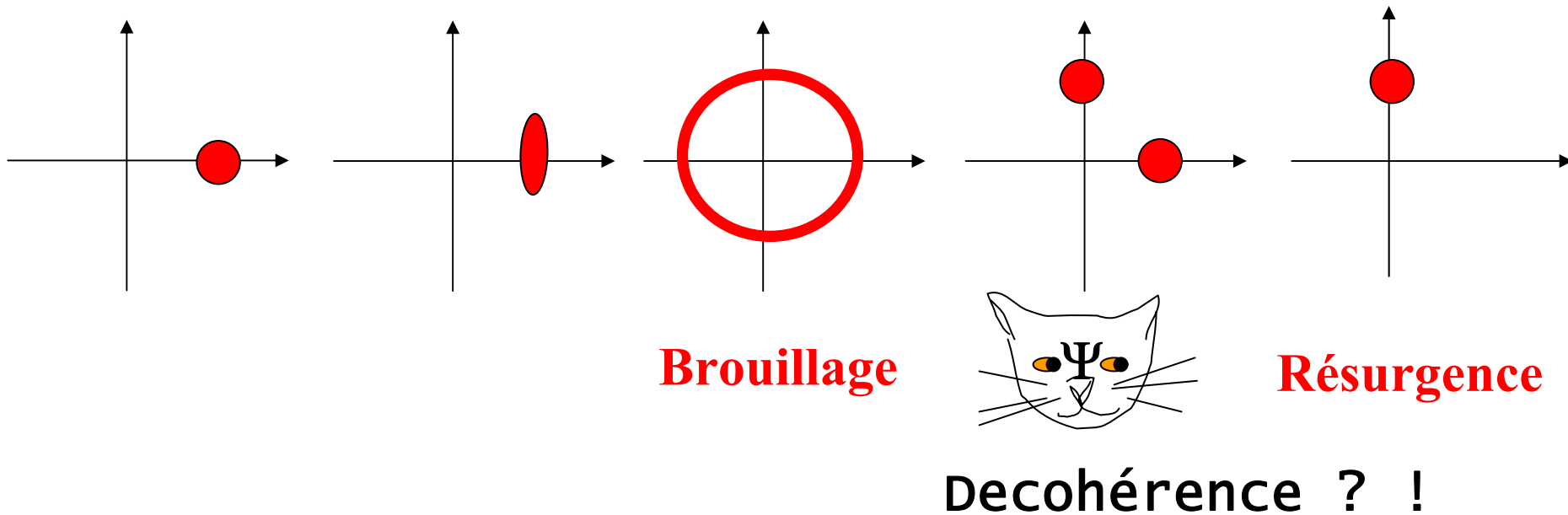
$$\bar{N}_a = \bar{N}_b = \frac{N}{2}$$

$$E(N_a, N_b) \simeq \bar{E} + \frac{1}{2}n(\mu_a - \mu_b) + \frac{\hbar}{4}n^2\chi$$

**Brouillage** :  $t_B = 2/(\chi N^{1/2})$

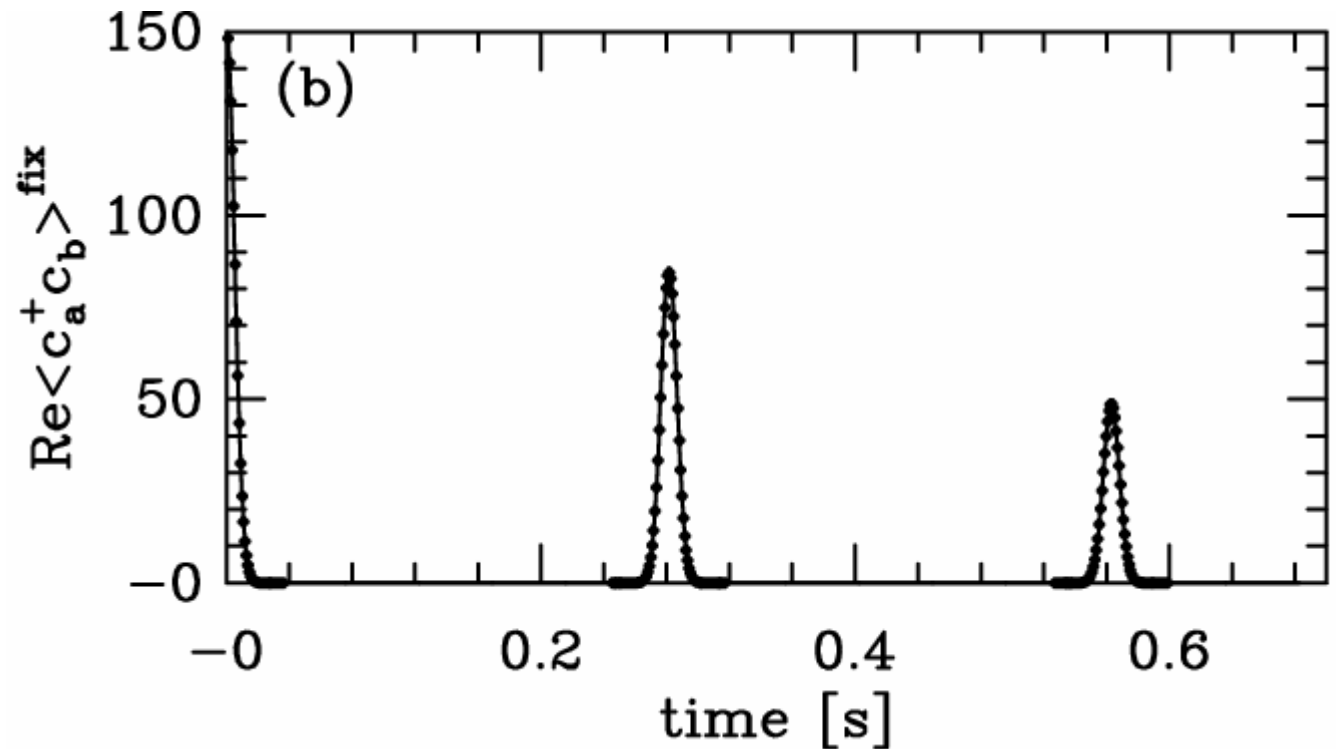
**Résurgence**:  $t_R = q\pi/\chi$      $q=1, 2, 3\dots$

Comme un état cohérent dans un milieu Kerr ...



# EFFET DES PERTES DE PARTICULES

$$\dot{N} = -m \lambda$$
$$\lambda_{a,b} \propto \bar{N}_{a,b}^m$$



Rb,  $N = 300$ ,  $\omega/2\pi = 500$  Hz

$$|\langle c_a^\dagger c_b \rangle|_{t=t_R} = |\langle c_a^\dagger c_b \rangle|_{t=0} e^{-\lambda t_R}$$

Observation des résurgences possible avec des petits condensats



# DYNAMIQUE DE PHASE DANS UN MELANGE

Extension de travaux précédents → condensats a et b interagissants et non stationnaires

$$g_{aa} \text{ ⌚ } g_{ab} \text{ ⌚ } g_{bb}$$

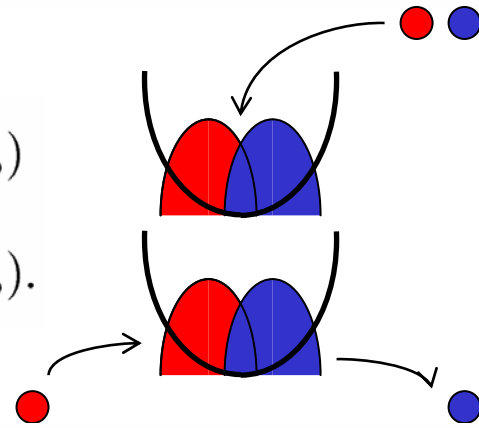
→ Fluctuations du nombre total N de particules

Formule générale pour  $\langle \hat{\psi}_b^\dagger \hat{\psi}_a \rangle$  :

$$t = t_B \quad |\langle \hat{\psi}_b^\dagger \hat{\psi}_a \rangle| \simeq \bar{N} |\bar{\phi}_a| |\bar{\phi}_b| \exp\left\{-\frac{1}{2}(\Delta N)^2 \chi_s^2\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2}\bar{N} \chi_d^2\right\}$$

$$\chi_s = \frac{1}{2} [(\partial_{N_a} + \partial_{N_b}) (\theta_a - \theta_b)] (\bar{N}_a, \bar{N}_b)$$

$$\chi_d = \frac{1}{2} [(\partial_{N_a} - \partial_{N_b}) (\theta_a - \theta_b)] (\bar{N}_a, \bar{N}_b).$$



$\epsilon = a, b$

$$i\hbar \partial_t \phi_\epsilon = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_\epsilon + N_\epsilon g_{\epsilon\epsilon} |\phi_\epsilon|^2 + N'_\epsilon g_{\epsilon\epsilon'} |\phi'_{\epsilon'}|^2 \right] \phi_\epsilon$$

# DYNAMIQUE DE PHASE DANS UN MELANGE

---

1) Application aux cas :  $g_{aa} \sim g_{ab} \sim g_{bb}$  (stable  $2 g_{ab} < g_{aa} + g_{bb}$ )

Longs temps de cohérence :  $\chi_d \propto \frac{g_{aa} + g_{bb} - 2g_{ab}}{g_{aa}}$        $\chi_s \propto \frac{g_{aa} - g_{bb}}{g_{aa}}$

2) Solution “respirante”  $\phi_a = \phi_b$  (stable  $g_{ab} < g_{aa}, g_{bb}$ )

$$\chi_s = 0 !$$

$$\overline{N}_a g_{aa} + \overline{N}_b g_{ab} = \overline{N}_b g_{bb} + \overline{N}_a g_{ab}$$

3) Expérience JILA 1997       $g_{aa} : g_{ab} : g_{bb} = 1,03 : 1 : 0,97$

$$\Delta N = 0$$

temps de cohérence  $t_c \gg 1s$

$$\Delta N/N = 8\%$$

$$t_c = 0,42 s$$

expérience :  $t_c \sim 0,15 s$

# DESCRIPTION D'UN GAZ DEGENERE A $T \neq 0$

## Fonction de Wigner

$$\hat{\sigma} \Leftrightarrow W \quad \hat{\psi} \Leftrightarrow \psi \quad \hat{a} \Leftrightarrow \alpha \quad \langle \alpha \alpha^* \rangle_W = \frac{1}{2} \langle \hat{a}^+ \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^+ \rangle$$

1) Echantillonner  $W$  de la fraction non condensée à l'équilibre dans l'approximation de Bogoliubov  $\psi(r) = a_\phi \phi(r) + \psi_\perp(r)$

## Diagonalisation + échantillonnage Gaussien

$$\begin{pmatrix} \psi_\perp \\ \psi_\perp^* \end{pmatrix} = \sum_k b_k \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} + b_k^* \begin{pmatrix} v_k^* \\ u_k^* \end{pmatrix} \quad P_k(b_k) \propto \exp\left(-2 |b_k|^2 \tanh\left(\frac{\varepsilon_k}{2k_B T}\right)\right)$$

Ou “mouvement Brownien” pour le champ non condensé : ne nécessite pas la diagonalisation de l'opérateur de Bogoliubov.

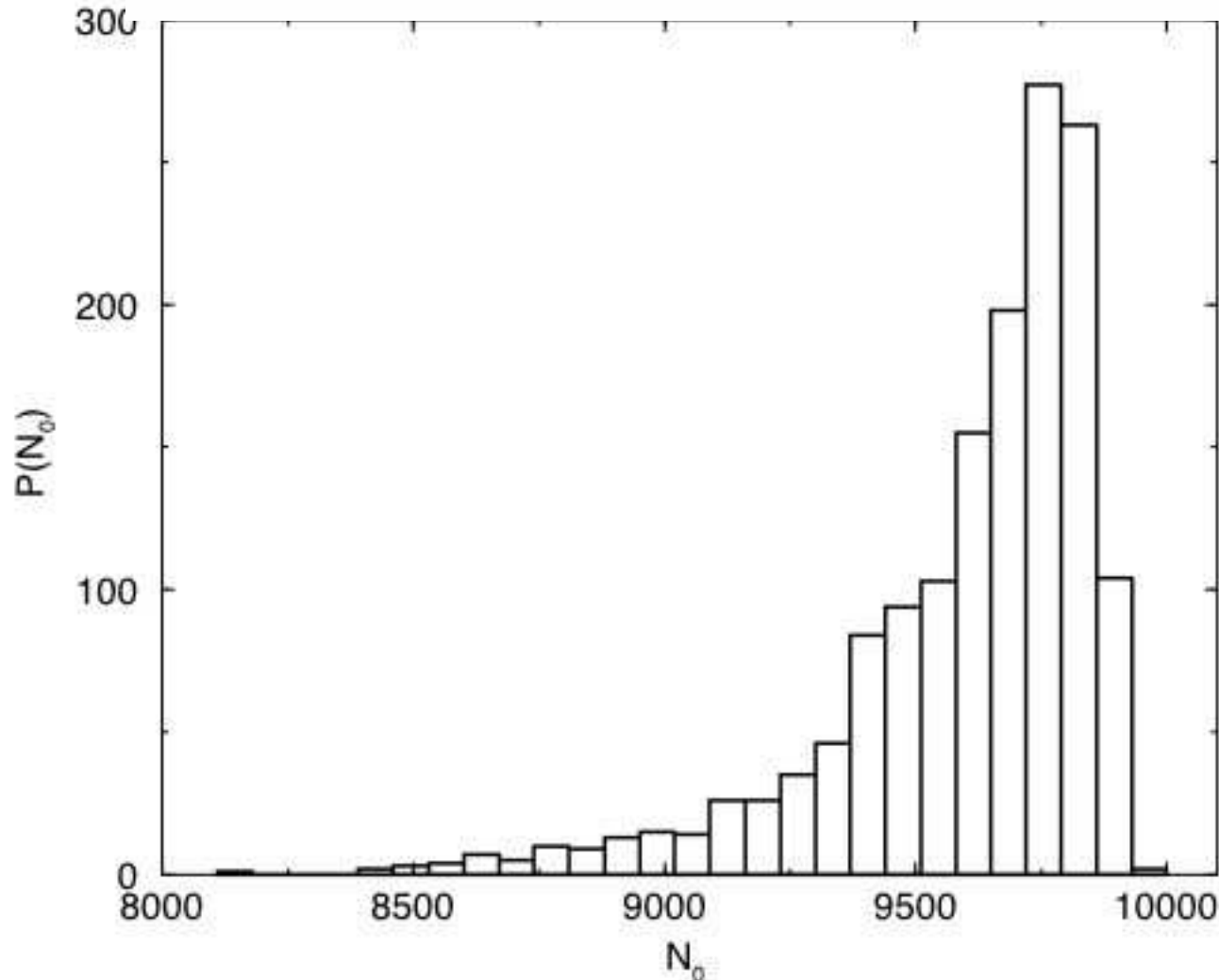
2) Echantillonner la distribution de probabilité conditionnelle

$$P[N_0 | \psi_\perp]$$

# Distribution de probabilité de $N_0$ : nombre d'atomes dans le condensat

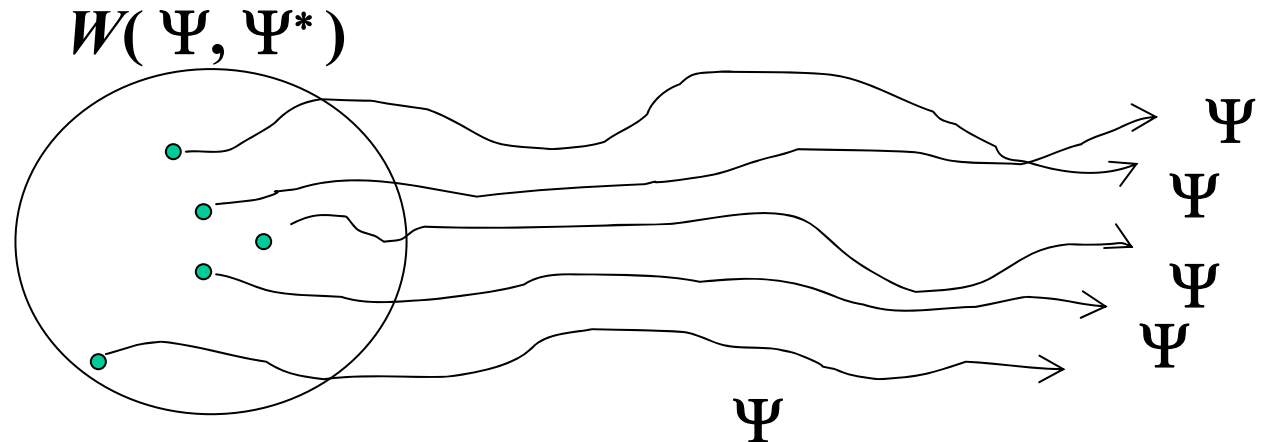
Interacting Bose gas 1D, 1500 realizations

$k_B T = 30\hbar\omega$ ,  $\mu = 14.1\hbar\omega$  and  $N = 10\,000$



# DESCRIPTION D'UN GAZ DEGENERE A $T \neq 0$

## 3) Evolution



**Evolution déterministe avec l'équation de Gross-Pitaevskii**

$$i\hbar\partial_t\psi = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(r,t) + g|\psi|^2 \right] \psi$$

**Bruit quantique et bruit thermique seulement dans l'état initial**

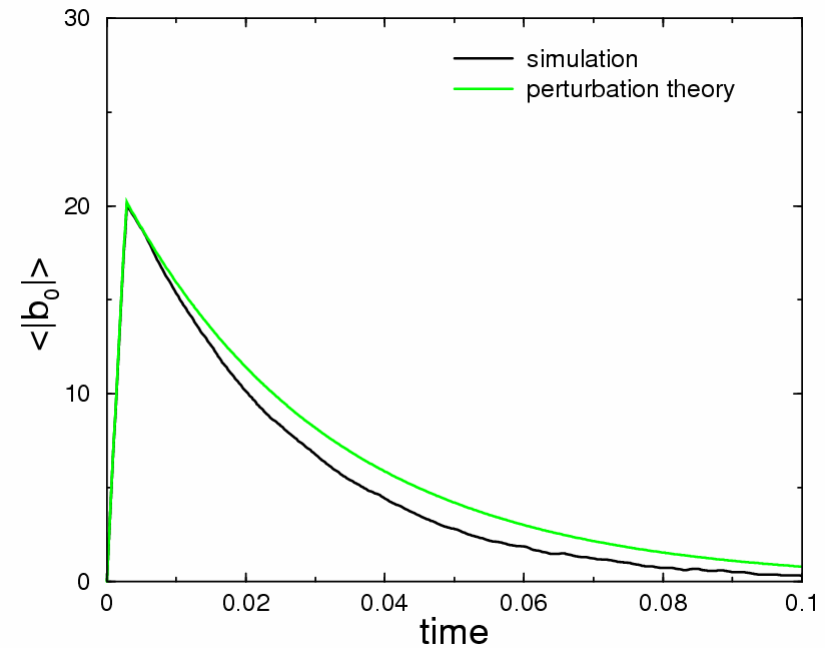
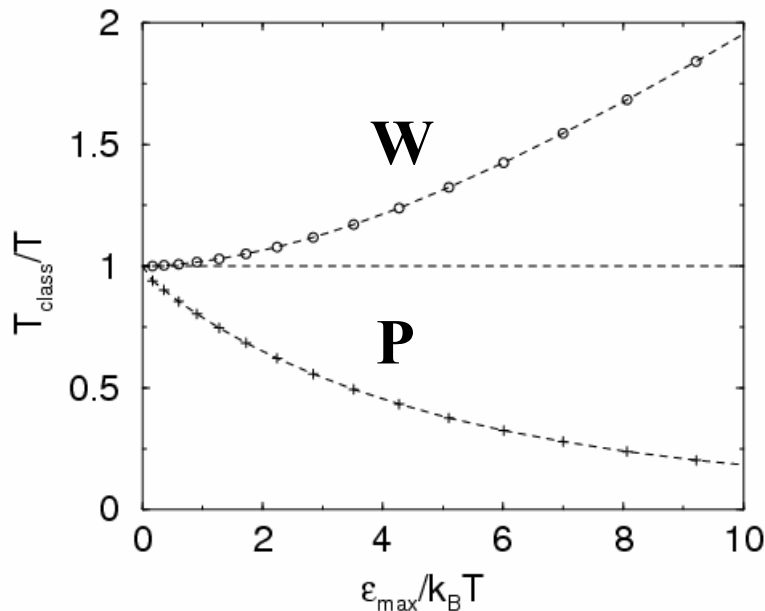
# WIGNER : RESULTATS "RASSURANTS"

Dans le régime de Bogoliubov : équivalence avec (Castin, Dum)

$$\langle r | \hat{\rho} | s \rangle_{TW} = \langle r | \hat{\rho} | s \rangle + O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right)$$

Amortissement de Beliaev-Landau

Artefact : thermalisation du champ



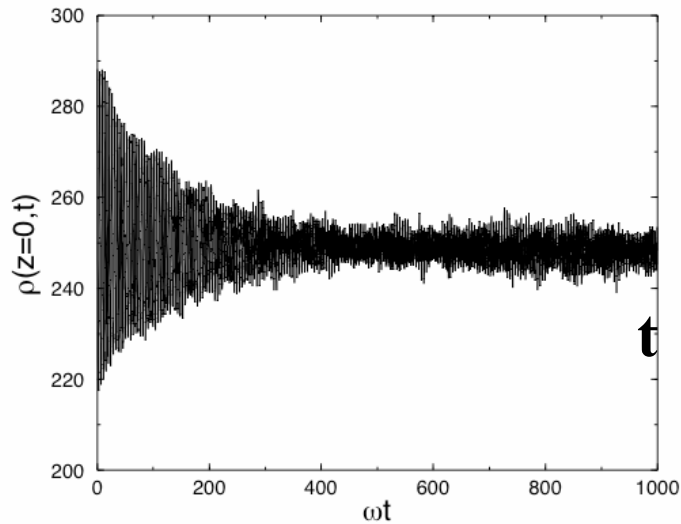
# WIGNER : AU DELA DU TRAITEMENT PERTURBATIF

## Brouillage des oscillations dans un piège 1D

$$\omega \rightarrow 0.8\omega$$

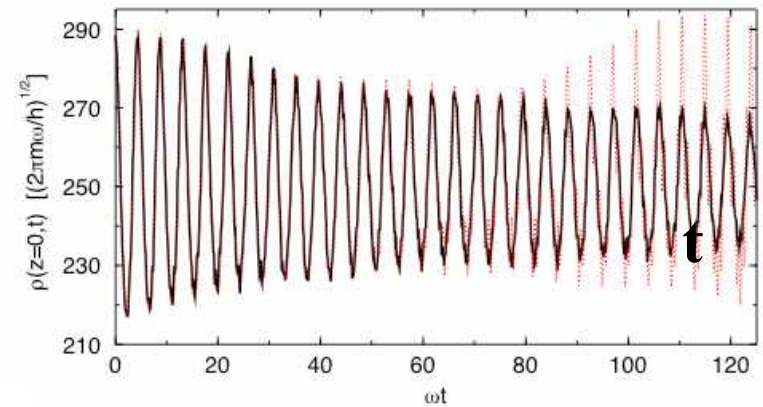
$$\mu = 3.1\hbar\omega, N = 10^3, k_B T = 30\hbar\omega$$

$\rho(0)$  Wigner



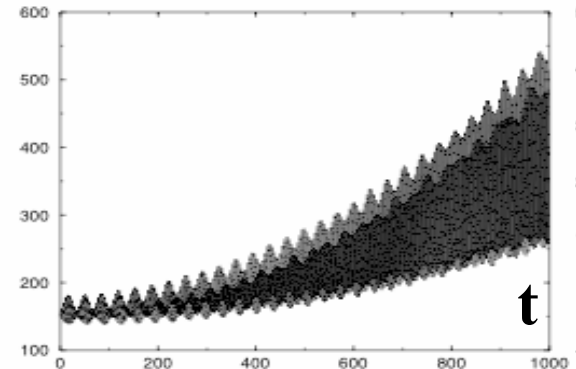
**GPE : oscillations non brouillées.**

$\rho(0)$  Wigner et Bogoliubov



**dN Bogoliubov**

dN N-conserving Bogoliubov



# PROJETS

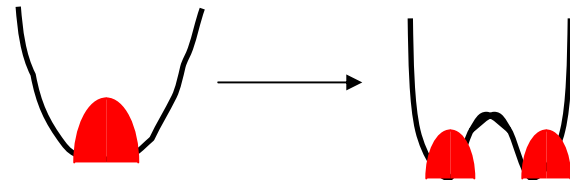
---

## Cohérence de phase à $T \neq 0$

- Temps de cohérence d'un condensat à l'équilibre dépendance en  $T/T_c$ , interactions, taille du système  $N$

Compréhension des processus physiques importants  
Validation d'une approche de champ classique

- Situation dynamique dans des cas relevant expérimentalement



**Pour les GROS condensats :** dépendance en température de  $t_B$

**Pour les petits :** limite sur  $T$  pour observer les résurgences de phase



# PROJETS

---

Plusieurs projets intéressants ... sur la puce ...  
(équipe de Jakob Reichel)

**Condensats dans des potentiels double/multi puits**

**Atomes ultra-froids + cavité optique de grande finesse**

**Création d'états intriqués *atomes-champ, atome-atome***

**et encore ...**

**Dynamique de phase**

**Compression de spin avec les condensats**

**Adapter le schéma de Sørensen (Nature 2001)  
pour un piégeage magnétique.**

**Peut-on utiliser Rb  $|F = 1, m_F = -1 \rangle$ ,  $|F = 2, m_F = 1 \rangle$  ?**

## **Ligne de recherche (3)**

**“Pompape optique de l’hélium 3 pour l’imagerie médicale”**

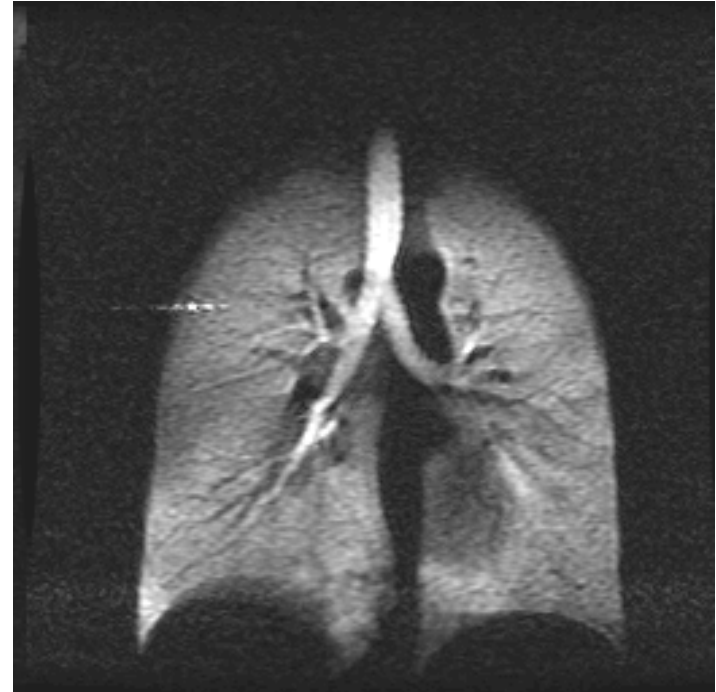
# L'IMAGERIE DES POUMONS AVEC L'HELIUM POLARISE

---

## IRM des poumons



Proton

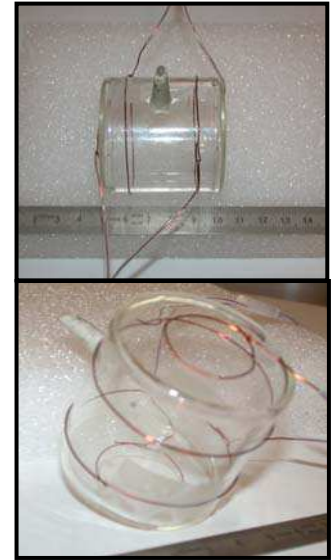
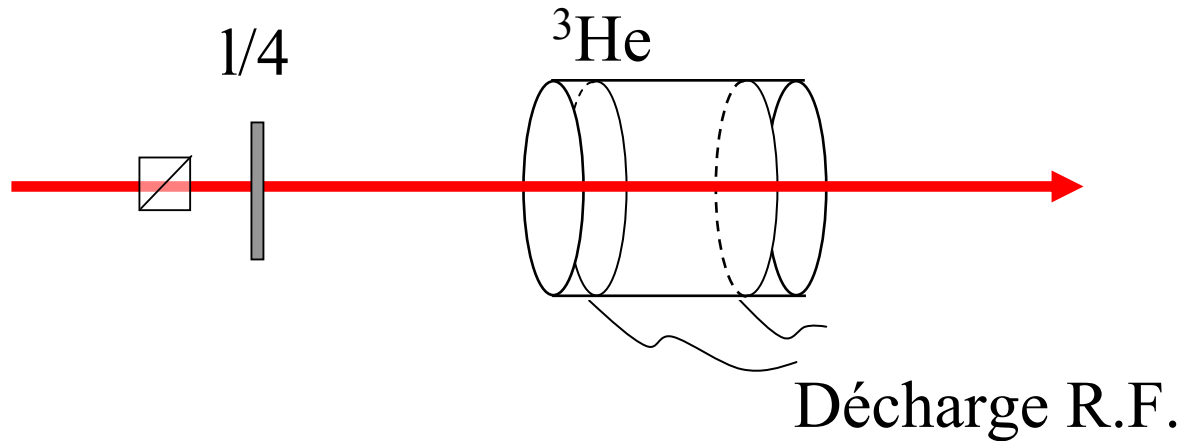


$^3\text{He}$  polarisé

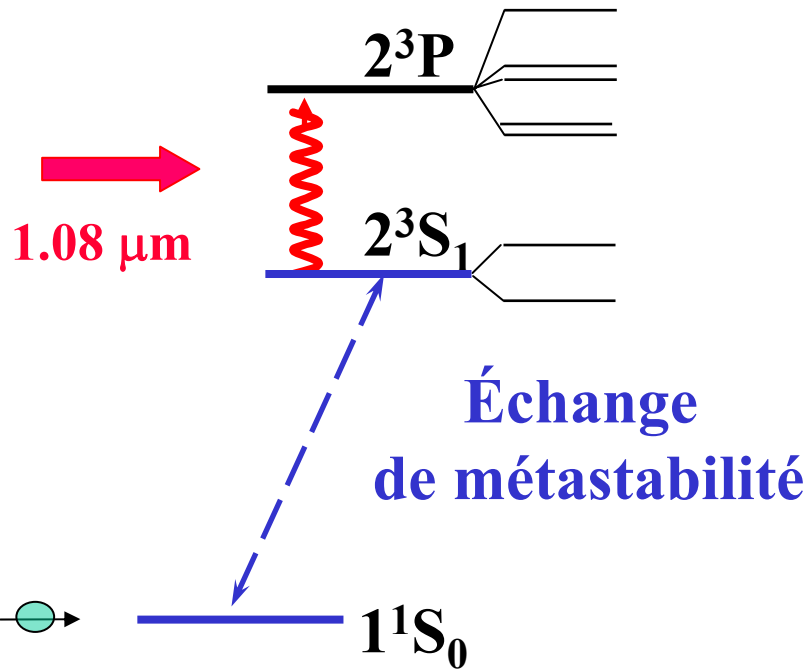
**Projet européen PHIL  
(2000-2004)**

**Valider l'IRM de l'He3 comme  
outil de diagnostic : emphysème  
et maladies obstructives chroniques**

# POMPAGE OPTIQUE PAR ECHANGE DE METASTABILITE



Décharge radiofréquence



**Métastables :**

$$n = 10^{10} - 10^{11} \text{ at/cm}^3$$

**Métastables / fondamental :**

$$n / N = 10^{-6}$$

**Puissances laser :**

$$P_L = 0.5 - 2 \text{ W}$$

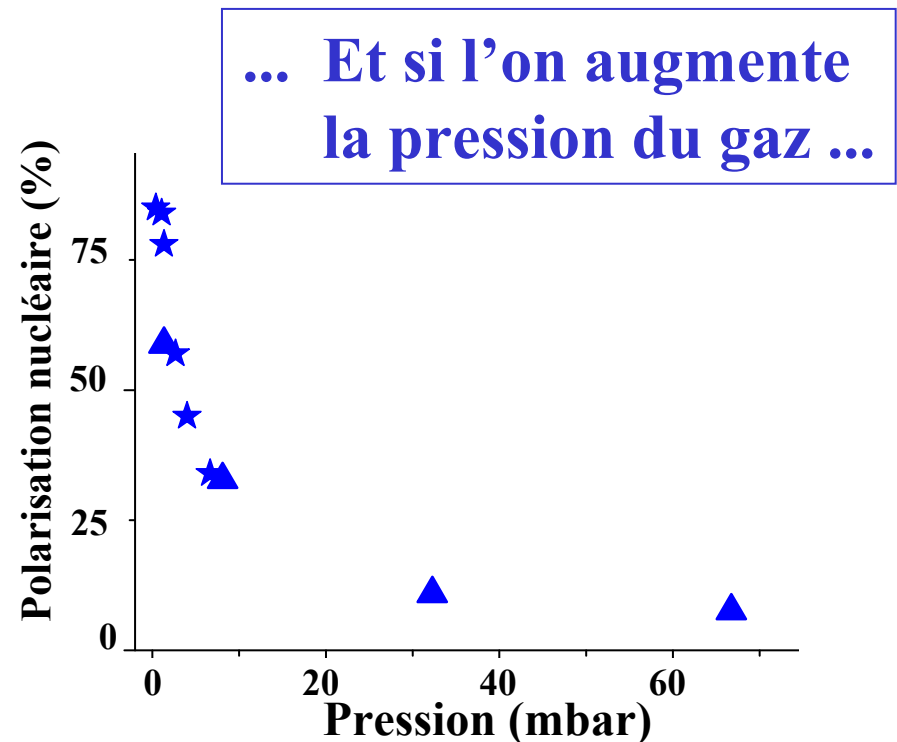
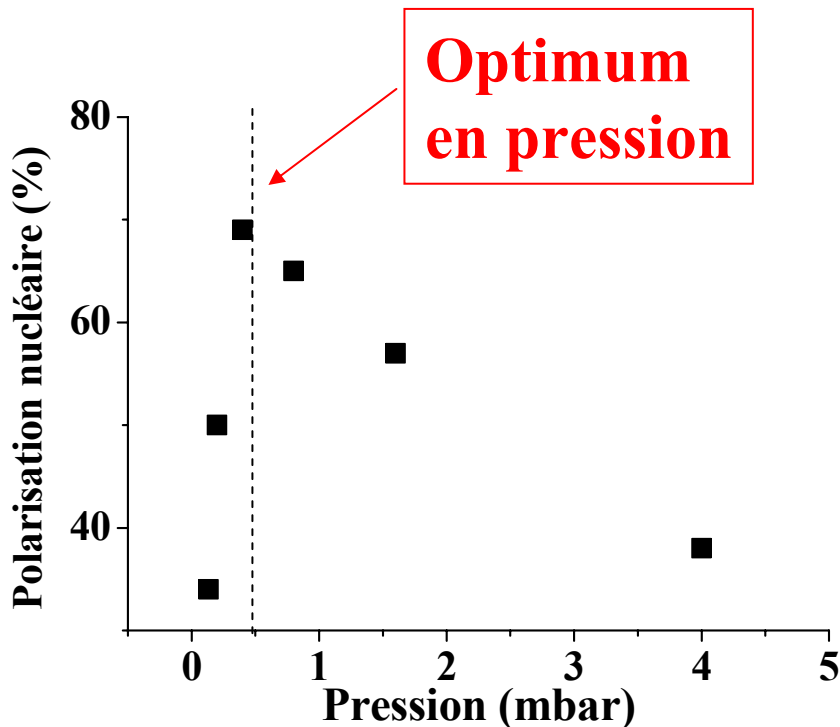
# CONDITIONS STANDARD DE POMPAGE

Gaz à faible pression < 1 mbar. Faible champ magnétique ~ mT

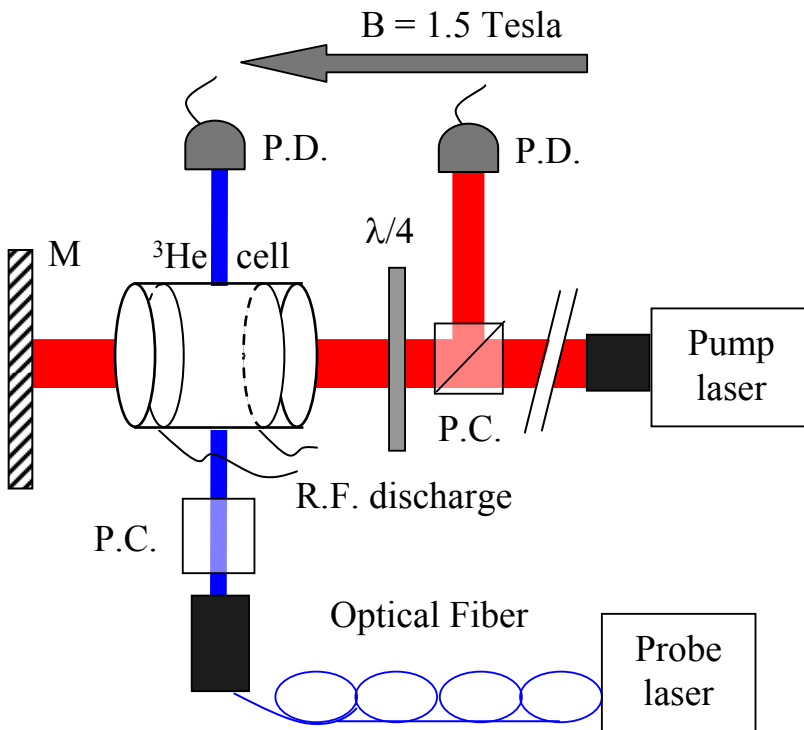
**=> Polarisation nucléaire ~ 80%.**

**Temps de construction ~ 20 s (5 W)**

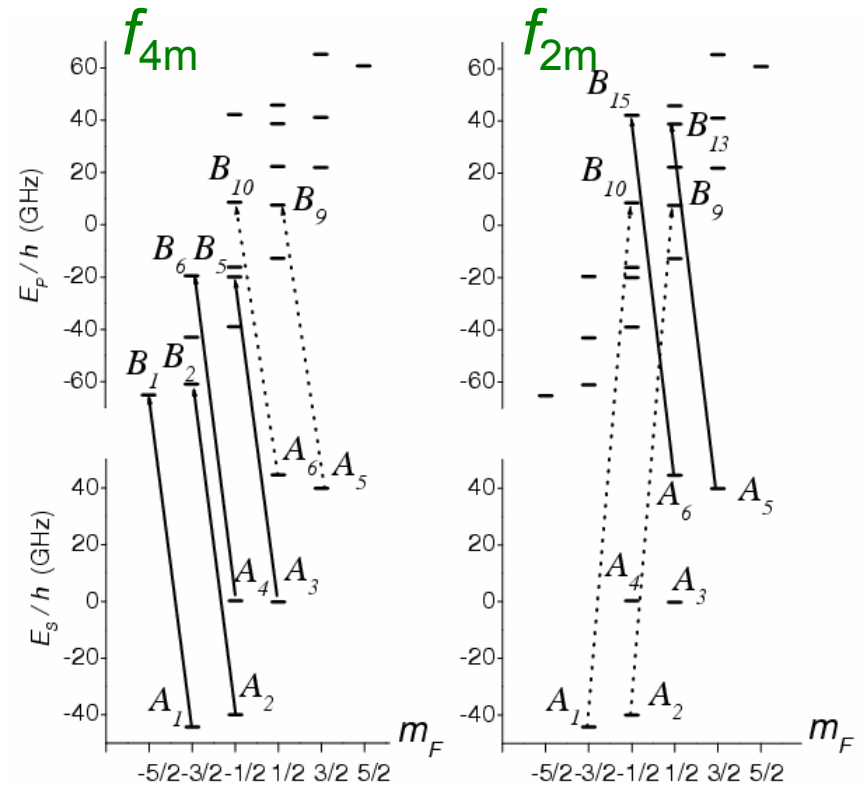
**+ COMPRESSION pour amener le gaz à 1 bar**



# POMPAGE EN CHAMP FORT



$^{23}\text{P}$



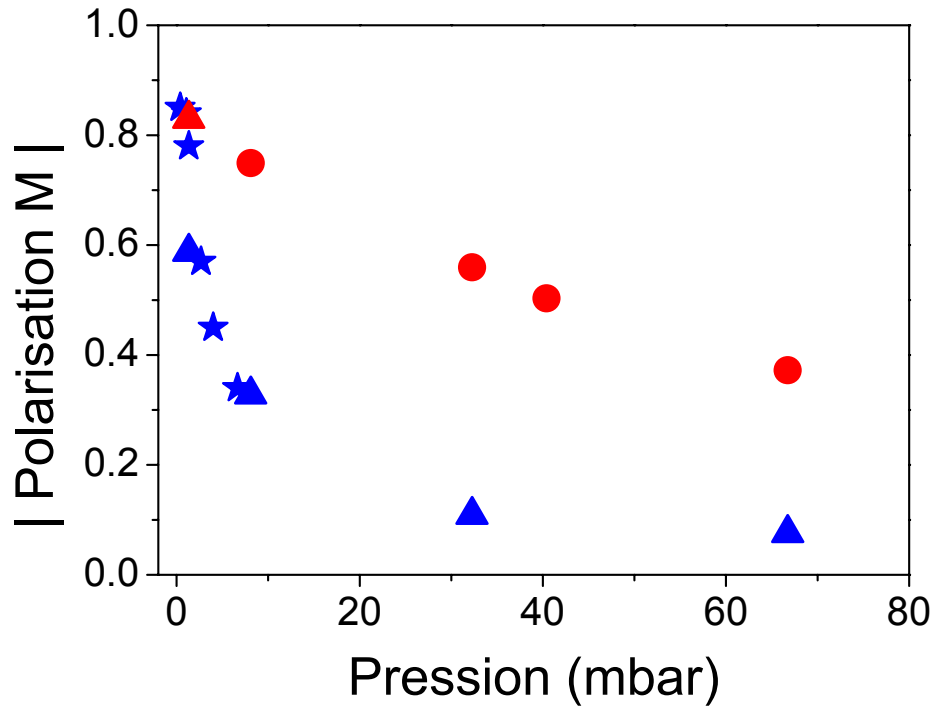
$^{23}\text{S}$

États propres peu mélangés  
dans la base  $|m_J, m_I\rangle$

- Ralentissement de la dynamique
- Faibles puissances laser requises

# RESULTATS MARQUANTS EN CHAMP FORT

1.5 T vs B~mTesla



- ★  $P_{\text{laser}} = 4.5 \text{ W}$
- ▲  $P_{\text{laser}} = 2.0 \text{ W}$
- $P_{\text{laser}} = 0.5 \text{ W}$

line	P mbar	$T_1$ s	$P_{\text{laser}}$ W	$M_{\text{stat}}$	$t_b$ s	$ R_a $ mbar/s
$f_{4m}$	8	2100	0.5	0.62	70	0.072
			0.25	0.59	85	0.056
$f_{4m}$	32	1490	0.5	0.40	96	0.134
			0.25	0.35	100	0.113
$f_{4m}$	67	1190	0.5	0.29	117	0.165
			0.25	0.26	203	0.085
$f_{2m}$	8	2100	0.5	-0.75	120	0.051
			0.25	-0.71	118	0.048
$f_{2m}$	32	1490	0.5	-0.56	138	0.131
			0.25	-0.49	214	0.074
$f_{2m}$	67	1190	0.5	-0.37	180	0.137
			0.25	-0.28	300	0.062
$C_9$ [8]	1	270	0.05	0.50	40	0.013
$C_9$ [16]	1.33	400	1.1	0.56	11	0.068
$C_9$ [9]	1.33	900	4.5	0.78	6.5	0.160

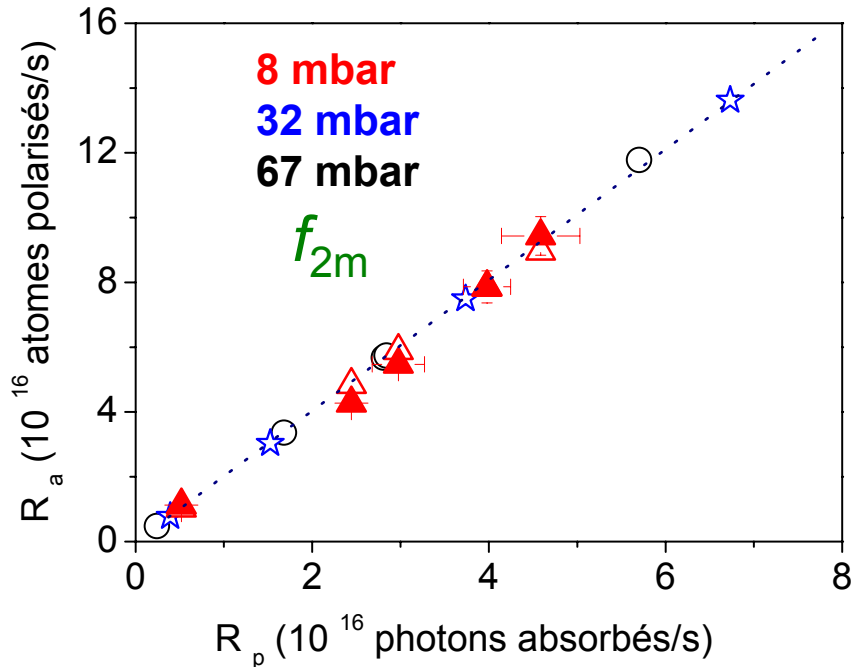
Taux de production d'aimantation  $|R_a|$  compétitif

# INTERPRETATION

## Modélisation du pompage en champ fort (équations de taux) redistribution collisionnelle dans le $2^3P$

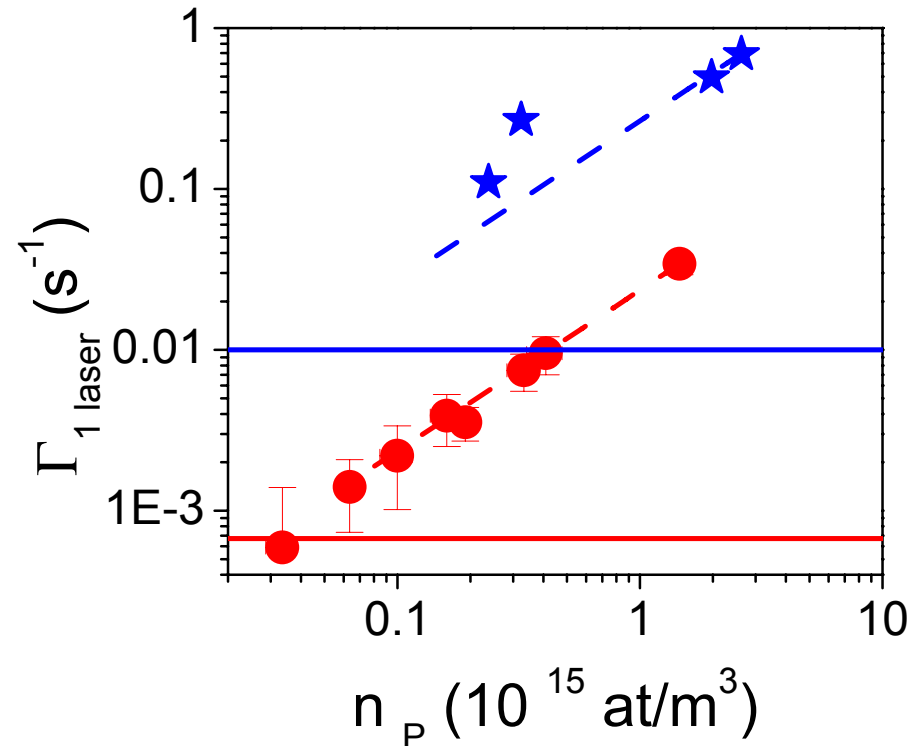
### Rendement quantique

(symboles creux : théorie, pleins = expérience)



### Taux de relaxation de M

1.5 T vs  $B \sim m$  Tesla





# PROJETS

---

## **Pour améliorer les résultats à 1.5 T**

- **Adapter la forme des cellules aux fortes pressions**  
(en cours à Cracovie)
- **Plus de puissance de pompe pour les très fortes pressions**

**Changer la valeur du champ** (en cours à Cracovie)

**Construction d'un prototype de polariseur à fort champ**  
(Xavier Maître)

# REMERCIEMENTS

---

**A Milan** : L. Lugiato, F. Castelli, D. Zibetti, M. Guerzoni,  
G. Strini K. Wang,

**A Palma** : M. Hoyuelos, M. San Miguel,

**A Orsay** : P. Grangier, J.-F. Roch, J.-Ph. Poizat, Ph. Grelu,  
K. Vigneron,

**A Paris** : Y. Castin, J. Dalibard, R. Dum, G. Shlyapnikov,  
P. Fedichev C. Salomon, F. Schreck, G. Ferrari, M.-O. Mewes,  
F. Gerbier, M. Leduc, F. Pereira Dos Santos, F. Perales,  
J. Wang, G. Leonard, C. Cohen-Tannouji, P.-J. Nacher,  
G. Tastevin, M. Abboud, X. Maître, M. Pinar, G. Reinaudi,  
A. Dantan, F. Laloë, E. Giacobino, Z. Dissi, X. Monnin,  
F. Hulin-Hubard, L. Krikorian, M. Bonnamy, V. Da Costa,  
T. Tardieux, A.-F. Seyer, E. Witkowska, N. Neveux

**A Urbana** : A. Leggett, C. Lobo

**A Cracovie** : T. Dohnalik, A. Nikiel, K. et M. Schukanek