



**HAL**  
open science

# Effets relativistes sur l'émission haute énergie des trous noirs

Thitiwat Suebsuwong

► **To cite this version:**

Thitiwat Suebsuwong. Effets relativistes sur l'émission haute énergie des trous noirs. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2006. Français. NNT: . tel-00115726

**HAL Id: tel-00115726**

**<https://theses.hal.science/tel-00115726>**

Submitted on 22 Nov 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ TOULOUSE III - PAUL SABATIER  
U.F.R P.C.A

# THÈSE

présentée par

Thitiwat SUEBSUWONG

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER - TOULOUSE III

Spécialité : ASTROPHYSIQUE DES HAUTES ÉNERGIES

---

## Effets relativistes sur l'émission haute énergie des trous noirs

---

Soutenue le 7 Novembre 2006

### COMPOSITION DU JURY:

M. Gilles HENRI	Rapporteur, Président
M. Michel TAGGER	Rapporteur
Mme Elisabeth JOURDAIN	Directeur de Thèse
M. Alexandre MARCOWITH	Directeur de Thèse
M. Giovanni MINIUTTI	Examineur
M. Jean-François OLIVE	Examineur

Centre d'Étude Spatiale des Rayonnements (UPS/ CNRS)  
9, avenue du Colonel Roche, 31028, Toulouse, CEDEX 4, France



# REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont à Elisabeth Jourdain et Alexandre Marcowith, mes directeurs de thèse, sans qui ce travail n'est pas réalisé. Je vous remercie pour la confiance et la liberté que j'ai pu prendre le temps de réfléchir et résoudre des problèmes. Merci à vous, à votre amitié, à votre temps, à votre patience de corriger le français et pour tout le reste.

Je remercie les membres du jury d'avoir bien voulu examiner cette thèse. En particulier, je suis reconnaissant envers Michel Tagger et Gilles Henri d'avoir accepté la tâche ingrate de rapporteur.

Bien sûr, un immense merci à Julien Malzac pour transmettre son savoir-faire de développer le code du calcul numérique, surtout les méthodes Monte-Carlo, son temps, sa prudence, et ses conseils pratiques. Je te remercie encore pour beaucoup de chose que j'ai pu apprendre de lui. Je tiens à remercier Andrea Martochia et Giovanni Miniutti pour les discussions utiles et les suggestions importantes. Je remercie Pierre-Olivier Petrucci pour l'aide de la vérification des résultats.

Je remercie vivement Prof. Bénédicte Escudier et Prof. Peter Von Ballmoos pour me donner l'occasion de entrer dans le domaine astrophysique et de faire cette aventure.

Merci également à tous ceux qui ont facilité ma tâche ou l'ont rendue plus agréable: Philippe Miroux pour son accueil, sa gentillesse et sa patience pendant la communication, David Roman pour l'aide informatique sous le système UNIX, Dorin pour son sourire et un beau voyage, et tous les thésards du labo.

Un très grand merci à toi Jee pour m'apporter son soutien moral et s'occuper de moi même si elle devait éloigner sa famille. Merci enfin à ma famille surtout ma mère et mon frère de leur soutien matériel et moral. Sans eux, toutes mes proches, je n'arrive jamais au bout de cette aventure.



# RÉSUMÉ

Plusieurs observations récentes semblent montrer l'existence d'effets relativistes dans l'émission des trous noirs (raie de fluorescence du Fer large, variabilité). Je présente des outils numériques pour calculer les effets relativistes (le décalage gravitationnel, la courbure de l'espace-temps) de manière cohérente dans les processus de rayonnement X et gamma autour des trous noirs. Ces codes basés sur des méthodes Monte-Carlo permettent de prendre en compte la dépendance angulaire de l'émission de la source. Les méthodes d'optimisation des codes sont aussi présentées car les temps de calcul peuvent devenir considérablement élevés. Ces outils sont appliqués pour étudier le comportement des photons et des leptons en métrique de Kerr, l'influence de la position de la source par rapport au trou noir et de l'angle d'émission, ainsi que les effets observables sur l'émission d'un disque localisé dans le plan équatorial.

Le modèle axisymétrique utilisé comprend une source X en forme d'anneau située au-dessus d'un disque d'accrétion autour d'un trou noir en rotation. Les spectres observés sont la superposition de la composante primaire, observée directement de la source, et de la composante réfléchie par le disque. La forme, la normalisation et la dépendance angulaire des deux composantes sont étudiées en faisant varier le rayon de l'anneau et la distance entre la source et le disque. Les effets de la relativité générale sont mis en évidence par comparaison avec les résultats obtenus en métrique Newtonienne et en relativité restreinte. Les réflexions multiples sont prises en compte, pour les photons réfléchis qui retournent vers le disque d'accrétion en raison de la courbure de l'espace, et leur influence quantifiée.

Finalement, afin de confronter nos calculs aux observations, nous avons regardé la relation prédite par notre modèle, entre la composante directe et la composante réfléchie, quand la position de la source varie. Les résultats obtenus reproduisent bien les données reportées pour la source NGC4051, et donnent alors des informations sur la variation de la position de la source.

J'ai donc démontré que les effets relativistes sont très importants dans la région proche du trou noir et ne peuvent être négligés dans les spectres d'émission à haute énergie. Je montre également comment les outils numériques correspondants (incluant des méthodes d'optimisation) peuvent être incorporés dans les codes de transfert de rayonnement.



# ABSTRACT

Many recent observations show the existence of the relativistic effects in the black hole radiation (broad iron line, variability). I present the numerical tools for consistent calculations of the relativistic effects (gravitational shift, light bending effect) in the X and gamma rays radiation process around the black holes. These calculations based on Monte-Carlo methods allow to take the angular dependence of the source emission into account. Optimization methods are also presented because the calculation time can become considerably important. These numerical tools are applied to study the behavior of photons and leptons in the Kerr geometry, the influence of the source's position relative to the black hole centre and of the emission angle, as well as the observational effects on the emission of the disc located in the equatorial plane.

The study uses an axisymmetric model consisting of a ring-like X-rays source above an accretion disc around a rotating black hole. The observed spectra are the superposition of the primary component directly from the source and the reflection component from the disc. The shape, the normalization, and the angular dependence of both components are investigated by varying the source radius and the distance between the source and the disc. The general relativistic effects are illustrated by a comparison with Newtonian and Special Relativity calculations. The multiple reflections are taken into account for the reflected photons returning to the disc by the light bending effects and their influence quantified.

Finally, in order to compare our results with the observations, we investigated the relation between the primary component and the reflection component predicted by the model when the source position varies. The obtained results can reproduce the relation established from the observed data from NGC 4051, and give information on the variation of the source position.

I have demonstrated that the relativistic effects are very important in the regions close to black holes and can not be neglected in the high energy emission spectra. I show as well how the relevant numerical tools (including optimization methods) can be integrated in numerical radiative transfer calculations.





# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Résumé</b>	<b>5</b>
<b>Abstract</b>	<b>7</b>
<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>I Relativité et Émission de haute énergie autour des trous noirs</b>	<b>23</b>
<b>1 Introduction de la théorie de la relativité</b>	<b>25</b>
1.1 Histoire . . . . .	25
1.2 Effets relativistes . . . . .	26
1.3 Invariants . . . . .	27
1.4 Trou noir en géométrie de Kerr . . . . .	29
<b>2 Processus d'émission de haute énergie</b>	<b>33</b>
2.1 Diffusion Compton . . . . .	33
2.1.1 Cinématique de la diffusion . . . . .	34
2.1.2 Section efficace . . . . .	35
2.2 Réflexion . . . . .	38
2.2.1 Photo-absorption et diffusion Compton sur des électrons liés . . . . .	39
2.2.2 Fluorescence de la raie du fer . . . . .	40
2.2.3 Production de paires électron-positron . . . . .	40
<b>3 Le Modèle de "light bending"</b>	<b>43</b>
<b>II Méthode numérique</b>	<b>47</b>
<b>1 Éléments de calcul</b>	<b>49</b>
1.1 Principe du calcul . . . . .	49
1.2 Transformations entre le référentiel lié à la métrique et les coordonnées de Boyer-Linquist . . . . .	51

1.3	changement de référentiels entre le repère local lié à la métrique et le repère local en co-mouvement . . . . .	52
1.4	Constantes du mouvement . . . . .	54
1.5	Équations du mouvement en coordonnées de Boyer-Linquist . . . . .	56
<b>2</b>	<b>Optimisation &amp; Validations</b>	<b>59</b>
2.1	Géodésiques entre la source et le disque . . . . .	59
2.2	Géodésiques entre la source et l'infini . . . . .	60
2.3	Géodésiques entre le disque et l'infini . . . . .	61
2.4	Méthode de pondération . . . . .	62
2.5	Validation des géodésiques . . . . .	62
2.6	Profil de la raie du Fer . . . . .	65
<b>III</b>	<b>Résultats</b>	<b>67</b>
<b>1</b>	<b>Étude des géodésiques</b>	<b>69</b>
1.1	Géodésiques dans le plan équatorial . . . . .	69
1.2	Géodésiques hors plan équatorial . . . . .	72
1.3	Relation entre les paramètres initiaux et les observables . . . . .	75
1.3.1	Source sur l'axe . . . . .	75
1.3.2	Source hors axe . . . . .	76
1.3.3	Émission isotrope du disque . . . . .	78
<b>2</b>	<b>Modèle avec la source ponctuelle</b>	<b>81</b>
2.1	Description du modèle . . . . .	81
2.2	Résultats . . . . .	84
2.2.1	Source sur l'axe . . . . .	84
2.2.2	Source hors axe . . . . .	88
2.2.3	Réflexion multiple . . . . .	93
2.3	Comparaisons avec les observations . . . . .	95
2.3.1	Ajustements avec un modèle newtonien . . . . .	95
2.3.2	Relation entre la composante réfléchie et primaire . . . . .	98
2.3.3	Diagramme flux-flux . . . . .	99
2.4	Conclusion . . . . .	103
	<b>Publication</b>	<b>105</b>
	<b>Annexes</b>	<b>125</b>
<b>A</b>	<b>Condition d'échappement</b>	<b>125</b>
A.1	Cas du photon . . . . .	126
A.2	Cas d'une particule . . . . .	126

---

<b>B</b>	<b>Techniques Monte-Carlo</b>	<b>129</b>
B.1	Distribution en loi de puissance avec coupure exponentielle . . . . .	129
B.2	Distribution de Planck . . . . .	130
B.3	Distribution Maxwellienne . . . . .	130
B.4	Direction isotrope . . . . .	131
B.5	Diffusion Compton . . . . .	131
	<b>Bibliographies</b>	<b>134</b>



---

# Introduction

## Un petit historique de la théorie des trous noirs

L'existence des trous noirs a été envisagée dès la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle par l'anglais John Michell (1784) puis, plus tard, par le français Pierre Simon Laplace (1796) à partir des théories Newtoniennes. Ces deux savants ont imaginé que si la lumière est composée de particules, un corps céleste suffisamment compact peut avoir une gravité assez intense à sa surface pour que les particules de lumière (photons) ne puissent s'en échapper, ce qui produit une étoile invisible ou noire. Il suffit que la vitesse nécessaire à un objet pour s'échapper d'un tel corps très massif soit supérieure à la vitesse de la lumière.

Malheureusement pour eux, pour que cette théorie puisse fonctionner il faut supposer un comportement corpusculaire de la lumière. Or, à cette époque, la lumière n'est pensée que comme une onde. Une onde n'étant pas sensible à la gravité, l'idée du trou noir est alors abandonnée. Ce n'est que grâce à la théorie de la relativité d'Albert Einstein (1916), théorie décrivant la courbure de l'espace-temps par la matière, que le modèle de trou noir sera réintroduit en physique. Mais cela reste limité dans la mesure où un trou noir ne peut être envisagé qu'à partir des notions de la relativité générale. Un trou noir sera alors plutôt considéré comme une région de l'univers où une courbure extrême révèle des propriétés de l'espace-temps spéciales. En fait, le terme "trou noir" fut proposé par le physicien John Wheeler en 1968, à une époque où l'on commence à croire en leur existence.

En 1916, Karl Schwarzschild reprend les équations d'Einstein et trouve une solution élégante pour une étoile sphérique et statique. En considérant des perturbations du système, plusieurs types de solutions sont développées: pour un système sans charge électrique en rotation (Kerr, 1963), pour un système avec une charge électrique sans rotation (Reissner, 1916; Nordström, 1918) et en rotation (Newman et al. 1965). Cependant les trous noirs chargés électriquement ne sont pas directement étudiés par les astrophysiciens, puisque si un trou noir a un plasma ou un nuage de gaz alentour ionisé ou partiellement ionisé, les charges excédentaires seront neutralisées rapidement par l'accrétion. Werner Israel (1967) émet l'hypothèse qu'une fois formé, un trou noir peut être décrit par un très petit nombre de paramètres: la masse totale, la charge électrique et le moment angulaire de toute la matière qui est entrée dans sa composition. Essentiellement, donc, toute information sur la structure détaillée des matériaux tombés dans un trou noir est perdue. Cependant, il existe une possibilité d'extraction de l'énergie de la rotation d'un trou noir par le processus de Penrose (Penrose & Floyd 1971) ou par le processus de Blandford-Znajek lorsque le trou noir est dans un champ électromagnétique (Blandford & Znajek 1977). Les trous noirs pourraient également émettre un rayonnement corps noir intrinsèque et s'évaporer ainsi peu à peu (Hawking 1975a).

## Un petit historique de l'astrophysique des trous noirs

Pour l'astrophysique, un trou noir peut être considéré comme le stade ultime d'un effondrement gravitationnel. Les deux stades de la matière qui, d'une certaine manière, précèdent l'état de trou noir, sont ceux atteints par exemple par les naines blanches et les étoiles à neutrons. Si la masse de l'étoile est inférieure à la limite de Chandrasekar ( $\sim 1.44$  masses solaires), l'étoile mourante deviendra une naine blanche (Chandrasekar 1931). Tandis que pour une étoile avec une masse supérieure, mais néanmoins plus petite que la limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff ( $\sim 3.2$  masses solaires), c'est une étoile à neutrons qui sera le produit final (Tolman 1934; Oppenheimer & Volkoff 1939). Au-delà de cette limite, la gravité n'est plus contrebalancée par la pression de dégénérescence des électrons (comme pour la naine blanche), ni par celle des protons (pour l'étoile à neutrons). Dans ce cas, l'effondrement est inéluctable, et l'objet se transforme en trou noir.

Un trou noir stellaire résulte de l'effondrement d'une étoile massive sur elle même. Cet effondrement se manifeste directement par l'apparition d'une supernova, possiblement associée à un sursaut gamma (Isaelian et al. 1999; Brown et al. 2000; Orosz et al. 2001). Un tel trou noir a une masse d'environ trois masses solaires au minimum, ce qui correspond à la limite de stabilité pour les étoiles à neutrons (e.g. Kalogera & Baym 1996), le plus massif connu ayant une masse d'environ 14 masses solaires (GRS 1915+105; voir Orosz 2002). Les trous noirs dans des systèmes binaires sont observables indirectement par le transfert de matière qui s'effectue depuis leurs compagnons stellaires. Certains systèmes binaires sources de rayons X sont aussi appelés microquasars, par allusion aux quasars qui sont eux des galaxies avec un trou noir supermassif au centre. Le nombre de trous noirs stellaires dans des systèmes binaires dans notre galaxie est estimé à environ 300 millions (van den Heuvel 1992; Brown & Bethe 1994; Agol et al. 2002.). Des études particulièrement complètes sur les trous noirs dans des systèmes binaires ont été publiées par Tanaka & Lewin (1995), Tanaka & Shibasaki (1996) et McClintock & Remillard (2006).

Un trou noir supermassif d'environ un million à un milliard de masses solaires est situé au centre de la plupart des galaxies. Les observations du mouvement des étoiles (e.g., Eckart & Genzel 1996; Ghez et al. 1998; Ghez et al. 2000; Eckart et al. 2002; Schödel et al. 2002) et des nuages (e.g., Lacy et al. 1980; Genzel et al. 1985) autour du centre de notre Galaxie ne peuvent s'expliquer que par une telle concentration de masse. D'autres observations au centre des galaxies montrent que les très fortes activités de rayonnements constatées ne peuvent s'expliquer que par la présence d'un trou noir supermassif (Salpeter 1964; Zeldovich & Novikov 1964; Lynden-Bell 1969). Les trous noirs supermassifs peuvent se situer dans les Noyaux Actifs de Galaxie (NAGs) (par exemple: M87: Ford et al. 1994, Harms et al. 1994; NGC 4258: Miyoshi et al. 1995; Greenhill et al. 1995), ou au centre des galaxies inactives, car un trou noir supermassif reste en sommeil jusqu'à ce que des événements de grande ampleur le réveillent, en lui apportant d'énormes quantités de matière: ainsi, le centre de notre Galaxie est suspecté d'accueillir un trou noir, bien que le rayonnement de cette région de l'espace ne soit pas particulièrement important.

Les trous noirs supermassifs ne se sont donc pas formés à la suite d'un effondrement stellaire simple comme les trous noirs stellaires. Plusieurs hypothèses sont proposées pour expliquer la formation de tels trous noirs: Ils pourraient résulter de l'effondrement d'une étoile massive, dont le résidu s'agrandit ensuite sur des milliards d'années, en se nourrissant no-

tamment d'autres étoiles par accréation. Cependant, il est possible aussi que son origine soit l'effondrement d'un immense nuage de gaz sur lui-même ou des processus dynamiques dans les systèmes stellaires denses comme les amas stellaires. Il est très probable que toutes les hypothèses soient pertinentes (e.g., Begelman & Rees 1978; Rees 1984; Begelman, Blandford, & Rees 1984). Plusieurs études montrent que la masse du trou noir supermassif est bien corrélée avec la vitesse de dispersion des étoiles dans la galaxie hôte bien que ces étoiles soient au-delà du rayon de l'influence gravitationnelle du trou noir central (e.g., Ferrarese & Merritt 2000; Gebhardt et al. 2000; Merritt & Ferrarese 2001a, b; Tremaine et al. 2002). Cela pourrait impliquer une relation entre la formation des galaxies et la formation des trous noirs supermassifs (e.g. Haiman & Quataert 2004, Miller & Colbert 2004).

Dans les années soixante-dix, l'existence de trous noirs de masse intermédiaire, avec une masse comprise entre 100 et 10 000 masses solaires, a été proposée par exemple dans les amas stellaires denses (e.g., Wyller 1970; Bahcall & Ostriker 1975; Frank & Rees 1976; Lightman & Shapiro 1977; Marchant & Shapiro 1980; Quinlan & Shapiro 1987; Portegies Zwart et al. 1999; Ebisuzaki et al. 2001). Grâce aux observations dans le domaine X et optique, les premières indications en faveur de leur existence furent l'observation de sources de rayons X très brillantes (bien plus que ce que pourrait produire un trou noir stellaire atteignant la luminosité maximale appelée luminosité d'Eddington), mais ne se situant pas au centre des galaxies, comme on s'y attendrait pour un trou noir supermassif. Ces sources furent appelées "Ultra-luminous X-ray sources" (ULX) en anglais. Pour plus des détails sur de tels trous noirs, voir par exemple Miller & Colbert (2004).

Dans les années soixante, on ne connaissait qu'un seul moyen pour produire une quantité d'énergie aussi importante que celle émise au centre de certaines galaxies notamment les NAGs: la conversion d'énergie gravitationnelle par un trou noir massif accrétant (Salpeter 1964; Zeldovich & Novikov 1964).

A partir de là, les astrophysiciens imaginèrent à quoi pourrait ressembler un trou noir. L'attraction du trou noir happe de la matière. Du fait de la force centrifuge, cette matière ne va pas s'engouffrer directement dans le trou noir, mais former un disque d'accréation autour de celui-ci avec une vitesse angulaire différente selon le rayon du disque (Pringle et al., 1973). Le disque est très fortement accéléré et comprimé, le moment angulaire évacué vers l'extérieur s'opposant à la force gravitationnelle. Il s'échauffera donc davantage - jusqu'à atteindre plusieurs millions de degrés (e.g. Shakura & Sunyaev, 1973) - et sera en mesure d'émettre un rayonnement de très haute énergie, jusqu'aux rayons X, dans les régions les plus centrales. C'est cette émission qui pourra servir de signature radiative des trous noirs.

Il existe plusieurs travaux sur l'accréation dans les systèmes contenant un objet compact. Par exemple, une accréation à symétrie sphérique est proposée par Bondi & Hoyle (1944). Le disque d'accréation mince, plat et stable, présenté dans la figure 0.1(a), sa structure et les aspects observationnels sont décrits dans un article très connu de Shakura & Sunyaev (1973). Ce modèle a été élargi en prenant en compte les effets relativistes dans la métrique de Kerr (Novikov & Thorne, 1973; Page & Thorne, 1974; Thorne 1974). En incluant une couronne chaude autour du disque, ce modèle permet d'expliquer les données obtenues pour Cygnus X-1 (Bisnovaty-Kogan & Blinnikov 1976, Haardt & Maraschi 1993). Il existe aussi plusieurs travaux qui proposent un disque d'accréation épais, comme présenté dans la figure 0.1(b) (e.g. Sapiro et al, 1976; Narayan & Yi, 1994; Narayan, Igumenshchev, & Abramowicz, 2000; Blandford & Begelman, 1999).



Plusieurs observations montrent un écoulement parallèle de matière à une vitesse très élevée ou un jet relativiste dans plusieurs sources (e.g. Mirabel & Rodriguez, 1999; Kadler et al., 2004; Lopez et al., 2003; Schwartz et al., 2006). Un modèle pour expliquer la formation de jets relativistes est proposé par Blandford & Znajek (1977). Il prend en compte le couplage du champ magnétique entre le disque et le trou noir en rotation.

Comme nous l'avons compris, on peut détecter un trou noir grâce à l'intense courbure spatio-temporelle qu'il engendre à sa périphérie et se traduit par l'accrétion d'un disque de matière autour de l'horizon des événements. L'observation est plus aisée lorsque le trou noir fait partie d'un système binaire, avec un compagnon qui lui fournit continuellement de la matière à ingurgiter. Lorsque le trou noir se trouve au centre d'une galaxie, le même phénomène d'accrétion se produit, mais à une échelle bien plus importante : l'accrétion de matière est alors le moteur des processus de rayonnements qui convertissent la matière en énergie, rendant ces trous noirs gigantesques responsables de l'intense activité observée au centre de certaines galaxies.

On pense que chaque galaxie possède un trou noir supermassif, de l'ordre de plusieurs millions de masses solaires, en son centre, y compris la Voie Lactée (Schödel et al., 2002). Son observation n'est pas aisée, et est notamment rendue difficile à cause des importants nuages de gaz qui se trouvent dans les bras de la galaxie et qui nous cachent le Centre Galactique. Étant donné que les rayonnements en X et gamma ne peuvent pas ou très peu traverser l'atmosphère terrestre, seul un instrument placé à bord d'un satellite est en mesure de détecter un tel objet.

Le satellite baptisé Uhuru, lancé en 1971 avec des instruments travaillant dans la gamme d'énergie 2-20 keV, découvre par hasard, moins d'un an après sa mise en orbite, une intense source de rayons X, éclipisée et donc appartenant à un système binaire, provenant de l'étoile HDE 226 868, dans la constellation du Cygne (Stevens, Garmire, & Riegler, 1972). Grâce aux lois de gravitation, connaissant la période de révolution et la masse d'une des étoiles, on peut déterminer la plus petite masse possible de l'autre objet du système. Le satellite Uhuru permit ainsi de déterminer avec précision cette période de révolution : 5,6 jours. Ainsi fut déterminée la valeur de 6 masses solaires comme masse minimale pour le corps invisible. Cette valeur est au-dessus de la masse maximale pour une étoile à neutrons, et est donc considérée comme la "preuve" que l'objet compact de Cygnus X-1 est un trou noir (Webster & Murdin 1972; Bolton 1972).

## Travaux récents sur les signatures de la relativité générale

Les spectres des trous noirs observés au-delà de 0.1 keV sont décomposés en quatre composantes spectrales, comme le présente la figure 0.2 pour les trous noirs supermassifs et la figure 0.3 pour un trou noir stellaire. Ce sont: une composante en loi de puissance avec coupure exponentielle, la composante de réflexion, la raie du Fer autour de 6.4 keV et une émission supplémentaire au dessus de la loi de puissance à basse énergie (en dessous de 1 keV, appelé aussi X mou).

Un modèle simple qui reproduit bien les données d'observation, basé sur un disque d'accrétion et un plasma chaud, a été développé par Guilbert & Rees (1988) et Lightman & White (1988):

Dans ce modèle, l'émission autour de 1 keV est une émission thermique (corps noir) prove-

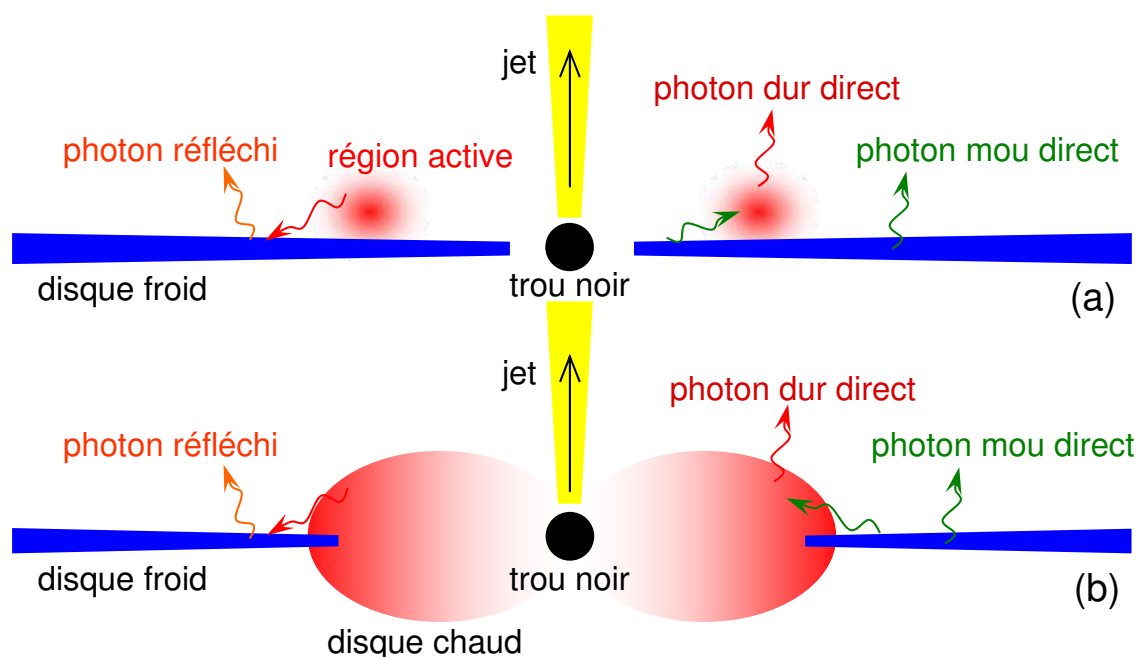


FIG. 1 – Schéma des modèles de disques d'accrétion autour d'un trou noir. (a) disque relativement froid géométriquement fin, optiquement épais. La région active représente la couronne de plasma chaud. (b) disque avec la partie interne chaude géométriquement épaisse, optiquement fine.

nant du disque d'accrétion près du centre du trou noir (source de photons mous dans la figure 0.1). Ces photons sont comptonisés par les électrons du plasma présents alentour et forment la composante primaire, en loi de puissance avec coupure exponentielle, qui s'étend jusqu'aux photons durs dans la figure 0.1. Une partie du spectre primaire, émis en direction du disque, va y être réfléchi, par diffusion Compton, ou absorbé, et être observée sous la forme d'une "bosse Compton" de réflexion et une raie du Fer (George & Fabian, 1991). Le phénomène de réflexion peut également se produire sur de la matière plus éloignée.

Malheureusement, ce modèle ne peut pas toujours bien expliquer ou ajuster les données observées. Pour avoir une image plus complète, il est indispensable d'y introduire les effets de la relativité générale, d'une part, car nous nous trouvons dans des régions très proches du trou noir où la courbure de l'espace n'est plus négligeable. Et d'autre part, les phénomènes suivants doivent être expliqués :

## La raie large de fluorescence du Fer

Le profil de la raie de fluorescence du Fer observé dans certains trous noirs est extrêmement large. Cet élargissement n'est pas expliqué par la comptonisation ou l'agitation thermique, sans les effets relativistes. Cette raie du Fer large est observée dans plusieurs sources : Cyg X-1 avec EXOSTAT (Barr, White, & Page, 1985), V404 Cyg avec Ginga (Zycki, Done, & Smith, 1999a, b), la galaxie de Seyfert-1 MCG 6-15-30 avec ASCA (Tanaka et al. 1995),

V4641 Sgr avec BeppoSAX (Miller et al. 2002b), et XTE J1650-500 avec XMM-Newton (Miller et al. 2002a). Plusieurs travaux théoriques expliquent cet élargissement avec différents modèles basés sur un disque plat, mince et stable, avec des simplifications hydrodynamiques (e.g. Laor, 1991; Karas, Vokrouhlicky, & Polnarev, 1992; Reynolds & Belgeman, 1997; Martocchia, Karas, & Matt 2000; Dabrowski & Lasenby 2001; Dovciak, Karas, & Yaqoob, 2004).

Actuellement, l'ajustement de ces raies larges du Fer, obtenues avec une bonne résolution spectrale, montre dans plusieurs cas la nécessité d'un trou noir en rotation, e.g. celle de MGC-6-30-15 (Fabian et al. 2002), présentée dans la figure 0.4.

## Excès en X-mou

Gierlinski & Done (2004) ont montré que si l'émission de corps noir est à l'origine de l'excès X-mou, la température déduite est la même pour des systèmes qui ont des taux d'accrétion et/ou des masses différentes de plusieurs ordres de grandeur. Cela n'est pas ce qu'on attend des disques d'accrétion car l'émission corps noir dépend du taux d'accrétion et de la masse du trou noir (Shakura & Sunyaev, 1973; Page & Thorne, 1974). Une nouvelle interprétation de l'excès en X-mou développée par Czerny et al. (2003) et Ross & Fabian (2005) propose que cet excès X-mou est en fait une partie de la composante réfléchie, ionisée et subissant les effets relativistes, comme la raie du Fer. Cette idée a été testée dans plusieurs sources par Crummy et al. (2006), qui ont trouvé que, globalement, les ajustements prenant en compte les effets relativistes sont très comparables à ceux obtenus avec une émission de corps noir du disque. Mais par contre, ce modèle ne dépend pas du taux d'accrétion ni de la masse du trou noir.

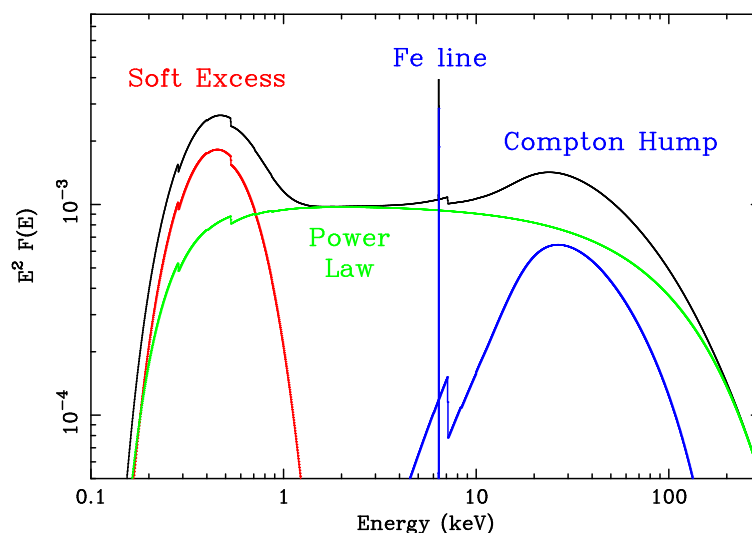


FIG. 2 – Spectre d'un modèle récent de Noyaux Actifs de Galaxie (NAG), avec les différentes composantes (Fabian 2005). L'absorption galactique explique la coupure du flux au dessous de 0.3 keV.

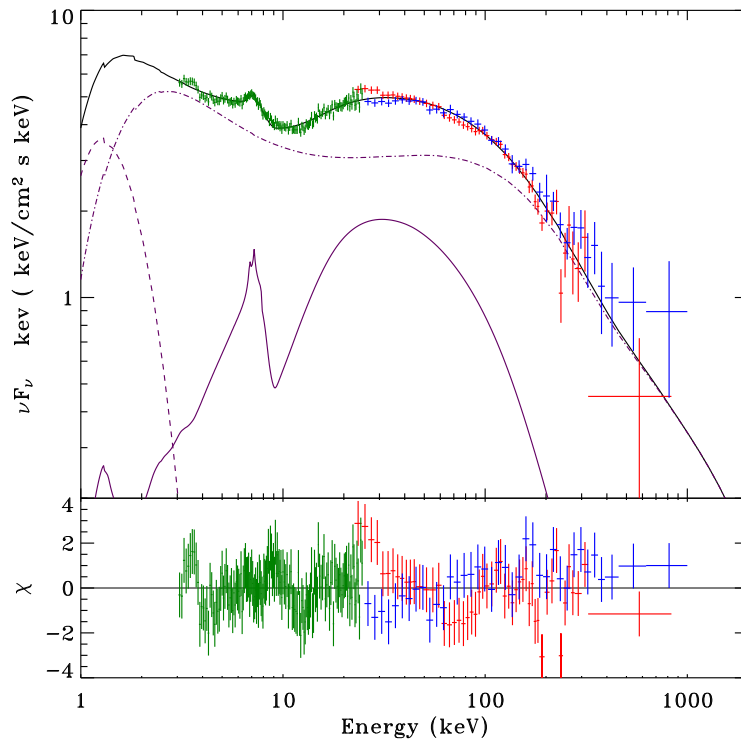


FIG. 3 – Spectre de Cygnus X-1, trou noir stellaire, observé par JEM-X, IBIS/ISGRI et SPI (Malzac et al. 2006), avec les différentes composantes. Les données ont été ajustées par un modèle de Comptonisation hybride thermique/non-thermique.

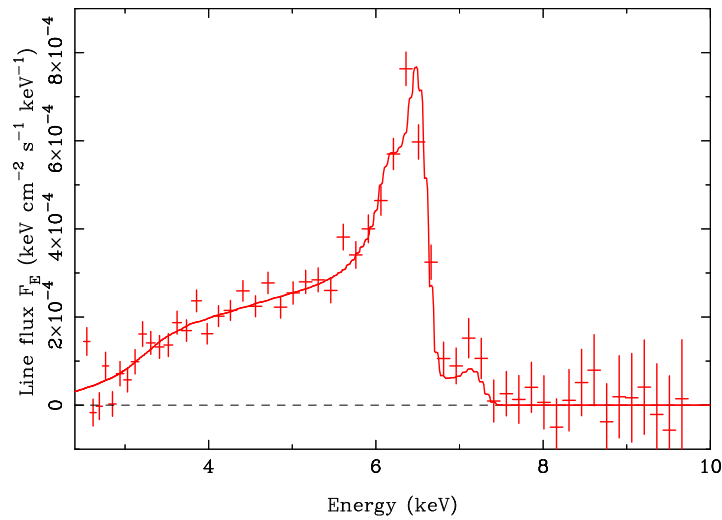


FIG. 4 – La raie large de fluorescence du Fer observée dans le spectre de MGC-6-30-15 par XMM-Newton (Fabian et al. 2002). Ces données sont bien ajustées avec un modèle de trou noir en rotation (trait continu).

## Variabilité

Comme la raie du Fer est bien observée et correspond à la composante réfléchie, on s'attend à ce que la variabilité de son intensité suive celle de la composante primaire. Mais ce fait n'est pas observé (Iwasawa et al. 1996, 1999; Matsumoto et al. 2003; Fabian et al. 2002). Fabian & Vaughan (2003) proposent que ce phénomène trouve son explication dans les effets d'un espace-temps courbé dans un champ gravitationnel fort. Miniutti & Fabian (2003, 2004) ont créé un modèle prenant en compte ces effets, dans lequel ils expliquent les observations de la variabilité de la raie et montrent l'existence et l'importance des effets de courbure de l'espace-temps. Ce modèle a été par la suite appliqué à plusieurs sources : MCG-6-30-15 (Fabian & Vaughan 2003), NGC 4051 (Ponti et al. 2006), 1H0707 (Fabian et al. 2004), 1H0439 (Fabian et al. 2005), et GROJ1650 (Rossi et al. 2005).

Il existe une autre forme de variabilité: les oscillations quasi-périodiques (OQP) qui sont observées couramment dans les courbes de lumière X de plusieurs sources, par exemple GRO J1655-40, 4U 1543-47, XTE J1858+226 et XTE J1550-564 (Remillard & Morgan, 1998; Markwardt, Swank, & Taam, 1999; Remillard et al. 1999; Homan et al. 2001). Auparavant, les OQP ont été expliquées par le mouvement d'une source X, liée au disque d'accrétion. Plusieurs études expliquent les OQP comme une signature des effets relativistes (Cui et al. 1998a,b; Markovic & Lamb, 1998; Miller & Homan, 2005).

## Cette thèse

Ce travail est une étude des processus d'émission à travers la structure des trous noirs (e.g. le disque d'accrétion, le jet, la région active des hautes énergies). Il nous permet de mieux comprendre la physique liée à chaque élément du système du trou noir (les processus de rayonnement, l'accrétion) dans un champ gravitationnel fort. Pour la physique fondamentale, ce travail est une des méthodes permettant de tester la théorie de la relativité générale dans un champ gravitationnel intense.

Les observations sur quelques dizaines d'années, avec plusieurs générations d'instruments embarqués sur des satellites, et leur comparaison avec les prédictions des modèles théoriques ont bien montré l'importance des effets de la relativité générale, qui semblent inévitables pour des phénomènes se produisant dans des champs gravitationnels si intenses.

Du fait de la complexité et de notre mauvaise connaissance de la physique de ces objets, une modélisation globale prenant en compte simultanément tous les aspects des processus d'accrétion est quasi-impossible. Actuellement, plusieurs modèles magnétohydrodynamiques entièrement relativistes sont développés et testés (Gammie, McKinney, & Toth, 2003; De Villiers & Hawley, 2003; De Villiers, Hawley, & Krolik, 2003). Cependant, même avec la puissance du calcul parallélisé, ils n'intègrent pas les effets du transfert radiatif dans la physique du disque d'accrétion. Il n'y a aucune méthode pour prédire des spectres ou des courbes de lumière qui pourraient être comparés avec les données d'observation.

Il semble qu'une approche phénoménologique basée sur la comparaison entre des calculs de transfert radiatif, détaillés de manière cohérente et incluant les effets de la relativité générale, et des observations de plus en plus fines pourrait amener une meilleure connaissance de la physique de ces milieux extrêmes. Mon travail de thèse se situe dans ce cadre. Il ne s'agit donc

---

pas de modéliser la formation des structures (disque d'accrétion, couronne, jet), ni d'étudier leur stabilité, mais de décrire l'émission qui doit en résulter. Pour faciliter l'étude des effets relativistes, j'ai choisi une géométrie avec un disque mince, plat et stable.

Pour mener ce genre d'études, il est nécessaire de se doter d'outils numériques spécifiques lourds. La plus grande partie de mon activité a été consacrée au développement, à la validation et à l'optimisation de tels outils. Ces codes sont basés sur des techniques Monte-Carlo. Utilisant les méthodes statistiques, basées sur des tirages aléatoires, elles permettent de traiter de façon exacte statistiquement le transport des particules, ainsi que les effets quantiques, dans la mécanique des processus de rayonnement.

Dans une première partie, je propose quelques rappels sur la relativité restreinte et générale, et la structure des trous noirs en géométrie de Kerr. Je présente également la diffusion Compton qui est le principal processus de transfert de rayonnement à haute énergie dans les plasmas chauds et le disque d'accrétion, ainsi que les effets de relativité restreinte qui peuvent les affecter.

Dans la deuxième partie, le principe du calcul, ses principaux éléments et quelques méthodes d'optimisations sont présentés et validés. Je commence par le principe du calcul prenant en compte les effets relativistes dans un modèle de rayonnement de haute énergie autour des trous noirs. Puis je reviens sur les grandes étapes, en commençant par le calcul analytique des transformations de repères d'un référentiel à un autre dans l'espace-temps courbe, qui permet de travailler dans les repères appropriés. Ensuite, je présente les équations de mouvement pour calculer numériquement les géodésiques des particules, photons et leptons. Dans le deuxième chapitre, je décris les méthodes d'optimisation qui permettent de diminuer considérablement le temps de calcul dans les applications et je valide le calcul numérique des géodésiques et l'ensemble des méthodes d'optimisation que j'ai développées.

La troisième partie est consacrée aux principaux résultats et aux applications astrophysiques. Le calcul des géodésiques m'a permis d'étudier le comportement des particules, photons et leptons, en mouvement dans le plan équatorial d'un trou noir sans charge électrique en rotation, et dans le cas plus général, hors plan équatorial.

J'étudie ensuite un modèle géométriquement simple, avec une source ponctuelle de photons  $X$  et  $\gamma$  au dessus d'un disque d'accrétion. Je ne prends pas en compte les processus de transfert radiatif à l'intérieur de la source. Les photons sont suivis jusqu'à l'infini, l'horizon des événements ou le disque d'accrétion. Si les photons atteignent le disque, je calcule la composante réfléchie avec un code existant (Malzac, 1999). Je construis ainsi les spectres prédits pour tous les angles d'observation avec les photons suivant ces trajectoires dans l'espace-temps courbé jusqu'à l'infini. Les effets de la relativité générale sont présentés en comparaison avec les résultats calculés dans le cadre du modèle newtonien et du modèle de la relativité restreinte, pour différentes positions de la source par rapport au centre du trou noir. Par ailleurs, les résultats obtenus avec les effets de la relativité générale sont confrontés aux données observées pour la source NGC 4051. Ceci permet d'en déduire des informations sur la position de la source primaire.

La conclusion générale comporte les applications possibles avec les outils développés, les résultats importants obtenus par l'application astrophysique, et les perspectives.

Cette thèse est inspirée particulièrement par la thèse de Julien Malzac (1999), un ouvrage très connu de Rybicki & Lightman (1979) et celui de Chandrasekhar (1983).



## **Première partie**

# **Relativité et Émission de haute énergie autour des trous noirs**





# Chapitre 1

## Introduction de la théorie de la relativité

### 1.1 Histoire

La théorie de la relativité permet initialement de concilier les lois de l'électromagnétisme avec celles du mouvement (Einstein, 1905). La physique moderne connaît en fait deux concepts très différents, la relativité restreinte et la relativité générale, tous deux développés par Albert Einstein. La théorie de la relativité fait aujourd'hui partie des concepts fondamentaux de la physique.

La mécanique newtonienne et la mécanique relativiste diffèrent dans leurs hypothèses fondamentales. Si l'on regarde le comportement de deux boules qui viennent s'entrechoquer, la mécanique classique et la mécanique relativiste donnent des résultats quasiment identiques. Ainsi, pour les phénomènes terrestres courants (mécanique du solide, balistique), les corrections relativistes peuvent être négligées. Par contre, lorsque la vitesse des corps, ou particules, est proche de la vitesse de la lumière, les deux théories prédisent des comportements très différents. Ainsi, dans certains phénomènes astronomiques, les corrections relativistes sont significatives. De même, lorsque les distances considérées sont très grandes, ou lorsque l'on étudie les objets qui ont des masses importantes, l'utilisation des principes relativistes est indispensable.

En 1905, Einstein incorpora le temps à l'espace en imposant un nouvel espace-temps révélé par la lumière avec la théorie de la relativité restreinte. Les postulats de la relativité restreinte sont :

- le principe de relativité: les mêmes lois de la physique se traduisent par des relations ayant la même structure dans les différents référentiels galiléens.
- l'invariance de la vitesse de lumière: la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels.

Il y a des limites aux applications de la relativité restreinte. Elle ne s'applique qu'aux référentiels galiléens, c'est-à-dire aux référentiels non accélérés. La mécanique relativiste bâtie à partir de la relativité restreinte ne constitue donc qu'une approximation valable dans le cas où les champs gravitationnels ou les accélérations sont suffisamment faibles. Dans la nature, toute masse crée un champ gravitationnel dont la portée est infinie. Pour pouvoir trouver un vrai référentiel galiléen, il est donc nécessaire de se situer infiniment loin de toute masse.

En appliquant le principe de relativité aux référentiels accélérés, en 1915, Einstein intro-

duisit la théorie de la relativité générale dans laquelle il considère des corps accélérés les uns par rapport aux autres. Son but initial était d'expliquer les divergences apparentes entre les lois relativistes et la loi de la gravitation. Il adopta alors une nouvelle approche du concept de gravité, fondée sur le principe d'équivalence. D'après ce principe, les forces de gravitation sont en tout point équivalentes à une accélération. Ainsi, dans une expérience, il est théoriquement impossible de différencier l'une de l'autre.

Quand un objet est au repos sur Terre, il est attiré vers le centre de la Terre. Einstein affirme que ce phénomène d'attraction est dû à une accélération de cet objet. La loi de la gravitation d'Einstein affirme alors simplement que la ligne d'univers de chaque corps est une géodésique (un extremum<sup>1</sup> du temps propre), dans un espace-temps à quatre dimensions. La courbure de l'espace à proximité de la Terre implique une courbure de la ligne d'univers des objets, ce qui explique son mouvement relativiste. Les géodésiques ne sont pas nécessairement des droites. Ainsi, les géodésiques autour de la Terre sont courbes.

## 1.2 Effets relativistes

Je rappelle ici les effets principaux de la relativité restreinte dans l'espace-temps plat, et de la relativité générale dans l'espace-temps courbe. Dans l'espace-temps plat, si une source et un observateur se déplacent avec une vitesse relative proche de celle de la lumière, les données observées ne peuvent plus être expliquées par la physique newtonienne. Considérons un repère au repos  $K$  ( $Oxyz$ ) et un repère en mouvement  $K'$  ( $O'x'y'z'$ ), avec une vitesse uniforme  $v$  dans la direction  $x$ . On peut transformer un quadrivecteur entre les deux repères en utilisant la transformation de Lorentz

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \quad (1.1)$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \quad (1.2)$$

$$y' = y \quad (1.3)$$

$$z' = z \quad (1.4)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière,

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Considérons un photon se propageant dans le plan  $Oxy$ , on peut écrire le quadrivecteur énergie-impulsion ( $\epsilon/c, \vec{p}$ ) comme

$$p_t = \epsilon/c \quad (1.5)$$

$$p_x = p_t \cos \theta \quad (1.6)$$

$$p_y = p_t \sin \theta \quad (1.7)$$

$$p_z = 0 \quad (1.8)$$

où  $\epsilon$  est l'énergie du photon et  $\theta$ , l'angle de sa trajectoire avec l'axe  $Ox$ .

1. En fait un maximum, puisque l'action est  $-mcd\tau$ . Pour un photon, ce sera une ligne de 4-intervalle nul

En appliquant la transformation de Lorentz, on trouve dans le repère en mouvement  $K'$  :

$$p'_t = \epsilon'/c = \gamma p_t (1 - \beta \cos \theta) \quad (1.9)$$

$$p'_x = p'_t \cos \theta' = \gamma p_t (\cos \theta - \beta) \quad (1.10)$$

$$p'_y = p'_t \sin \theta' = p_t \sin \theta \quad (1.11)$$

$$p'_z = 0. \quad (1.12)$$

La relation entre les angles de propagation du photon dans les deux repères est:

$$\sin \theta = \frac{\sin \theta'}{\gamma (1 + \beta \cos \theta')} \quad (1.13)$$

Cette relation représente "l'aberration de la lumière". Si un photon est émis dans la direction normale au mouvement de la source,  $\theta' = \pi/2$ , on a

$$\sin \theta = 1/\gamma \quad (1.14)$$

Pour une vitesse relativiste de la source,  $\gamma \gg 1$ ,  $\theta$  devient petit,  $\theta \sim 1/\gamma$ . Cela montre que les photons émis par une source mobile sont observés préférentiellement dans la direction du mouvement par un observateur au repos, avec la moitié des photons observés dans un cône ayant un angle de  $2/\gamma$ .

En remplaçant l'Eq. 1.13 dans l'Eq. 1.11, on trouve

$$\frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta'} = \frac{1}{\gamma (1 + \beta \cos \theta')}. \quad (1.15)$$

Cette équation représente "l'effet doppler" ou le décalage fréquentiel des photons émis par une source en mouvement par rapport à un observateur. Cet effet est établi en considérant la dilation du temps et le temps parcouru par le photon entre la source et l'observateur (Rybicki & Lightman, 1979).

Les effets relativistes dans l'espace-temps courbe ne dépendent que de la métrique qui décrit l'espace-temps. Ces effets principaux sont le décalage gravitationnel et la courbure de l'espace-temps. Le décalage gravitationnel peut être décrit par l'image simple suivante : si un photon s'éloigne du trou noir contre le potentiel gravitationnel, il perd son énergie mesurée dans un repère local. Au contraire, si un photon s'approche du trou noir, son énergie mesurée localement est plus grande que son énergie initiale. Le décalage gravitationnel est calculé lors de la transformation de référentiels entre le repère local de la métrique et celui des observateurs à l'infini (voir § II.1.2). L'effet de la courbure de l'espace-temps fait que la trajectoire du photon n'est plus en ligne droite. Les géodésiques des photons dans l'espace-temps courbe sont calculées à partir des équations du mouvement des particules dans la métrique et sont présentées dans le § II.1.5.

## 1.3 Invariants

Certaines quantités physiques ont leurs valeurs indépendantes du repère dans lequel elles sont mesurées. Ces invariants nous permettent de vérifier les calculs de la relativité obtenus

dans différents repères. Ci-dessous, je décris une approche permettant de définir certains invariants par transformation de Lorentz (Rybicki & Lightman, 1979).

Considérons un petit volume de particules dans l'espace des phases  $dV' = d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{p}$  en mouvement dans la direction- $x$  dans le repère  $K$  avec la vitesse  $\beta = v_x/c$ . Dans le repère en mouvement  $K'$ , le volume propre est  $dV' = d^3\mathbf{x}' d^3\mathbf{p}'$ . En raison de la contraction des longueurs le long de la direction- $x$ ,  $dy = dy'$ ,  $dz = dz'$ , et  $dx = dx'/\gamma$ , on a donc:

$$d^3\mathbf{x} = \gamma^{-1} d^3\mathbf{x}'. \quad (1.16)$$

En transformant les composantes du quadrivecteur d'impulsion-énergie, on obtient

$$dP_y dP_z = dP'_y dP'_z \quad (1.17)$$

$$dP_x = \gamma(dP'_x + \beta dP'_t) \quad (1.18)$$

Mais comme les particules ont la même énergie que dans le repère en co-mouvement,  $dP'_t = 0$ , on a

$$d^3\mathbf{P} = \gamma d^3\mathbf{P}' \quad (1.19)$$

Donc le volume d'espace-phase est un invariant de Lorentz,

$$dV' = dV \quad (1.20)$$

De même pour la densité d'espace-phase  $f = dN/dV$ : Comme  $dN$  est simplement le nombre des particules, il est invariant. La densité d'énergie par angle solide par fréquence  $U_\nu(\Omega) = I_\nu/c$  peut être exprimée en terme de densité d'espace-phase  $f$ :

$$U_\nu(\Omega) d\Omega d\nu = h\nu f d^3\mathbf{p} = h\nu f p^2 dp d\Omega \quad (1.21)$$

où  $p = h\nu/c$ , donc

$$U_\nu(\Omega)c = h^2\nu f p^2 \quad (1.22)$$

Comme  $U_\nu(\Omega) = I_\nu/c$ , on trouve

$$\frac{h^4}{c^2} f = \frac{I_\nu}{\nu^3} = \text{invariant de Lorentz.} \quad (1.23)$$

L'équation de transfert de rayonnement s'écrit de façon générale

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu, \quad (1.24)$$

où  $\tau_\nu$  est l'épaisseur optique, et  $S_\nu$  la fonction de la source. Dans cette équation,  $S_\nu$  se comporte comme  $I_\nu$ ,  $S_\nu$  a la même transformation que  $I_\nu$ , et donc

$$\frac{S_\nu}{\nu^3} = \text{invariant de Lorentz.} \quad (1.25)$$

Considérons maintenant un petit volume de matière entre deux plans parallèles distants de  $l$  dans le repère  $K$ , la matière se déplace dans la direction- $x$  parallèle aux deux plans. Le repère de la matière au repos est  $K'$ . L'angle entre la trajectoire du photon et le plan parallèle est  $\theta$ .

Puisque la probabilité du photon de traverser la matière sans interaction est  $e^{-\tau}$ , l'épaisseur optique  $\tau$  le long des trajectoires de photon doit être un invariant. Ainsi on a

$$\tau = \frac{l\alpha_\nu}{\sin\theta} = \frac{l}{\nu \sin\theta} \nu\alpha_\nu = \text{invariant de Lorentz.} \quad (1.26)$$

où  $\alpha_\nu$  est le coefficient d'absorption.

Comme  $\nu \sin\theta$  est proportionnel à la composante  $p_y$  du quadrivecteur-impulsion du photon, perpendiculaire à la direction du mouvement, il doit être le même dans les deux repères. Donc

$$\nu\alpha_\nu = \text{invariant de Lorentz.} \quad (1.27)$$

Par la définition du coefficient d'émission  $j_\nu = \alpha_\nu S_\nu$ , on peut combiner l'Eq. 1.25 et l'Eq. 1.27 pour trouver

$$\frac{j_\nu}{\nu^2} = \text{invariant de Lorentz.} \quad (1.28)$$

## 1.4 Trou noir en géométrie de Kerr

En 1963, Roy Kerr trouve une solution aux équations d'Einstein pour un trou noir en rotation, plus proche de la réalité puisque toutes les étoiles sont en rotation sur elles-mêmes. Le trou noir de Kerr tourne avec un moment angulaire constant. Il est caractérisé par sa masse,  $M$  et son moment angulaire,  $J$ . Si sa rotation est nulle, le trou noir est parfaitement sphérique et la solution est identique à celle de Schwarzschild. Si sa rotation n'est pas nulle, le trou noir est bombé aux alentours de son plan équatorial. La géométrie de Kerr qui représente l'espace courbe en rotation est décrite par :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) d\hat{t}^2 - \frac{4Mar \sin^2\theta d\hat{t}d\phi}{\Sigma} + \frac{A \sin^2\theta d\phi^2}{\Sigma} + \frac{\Sigma dr^2}{\Delta} + \Sigma d\theta^2 \quad (1.29)$$

où

$$\begin{aligned} \Delta &= r^2 + a^2 - 2Mr \\ A &= (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2\theta \\ \Sigma &= r^2 + a^2 \cos^2\theta. \end{aligned}$$

Cette métrique est présentée dans les coordonnées de Boyer-Linquist  $(\hat{t}, r, \theta, \phi)$ , qui permet de séparer les variables dans les équations du mouvement (cf. Boyer & Lindquist, 1967). Par la suite, Brandon Carter (1968) montra que les équations du mouvement étaient totalement intégrables dans ce repère.

Pour simplifier le calcul, on travaille dans ce repère avec les paramètres sans dimension, définis par

$$r = \frac{r}{r_g}, \quad \hat{t} = \frac{ct}{r_g}, \quad a = \frac{J}{cMr_g} \quad (1.30)$$

où  $r_g$  est le rayon gravitationnel,  $r_g = GM/c^2$ .

La rotation du trou noir est dans le sens de  $\phi$  et l'axe de rotation s'oriente selon  $\theta = 0$  et  $\pi$ . Les coefficients de la métrique dans les coordonnées de Boyer-Lindquist sont indépendants

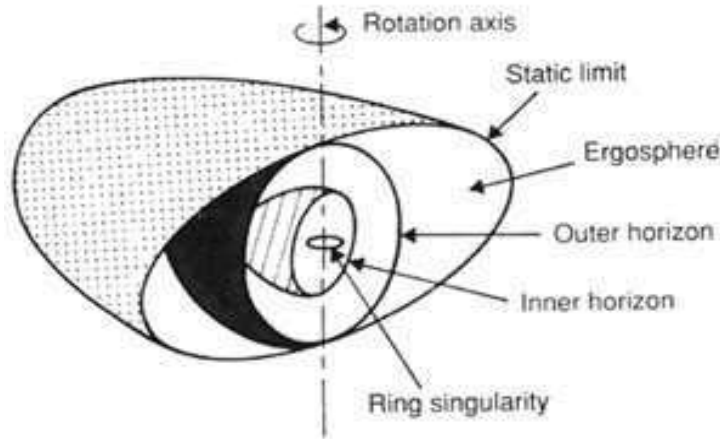


FIG. 1.1 – Structure du trou noir de Kerr

de  $\hat{t}$  et  $\phi$ . Donc, il existe un trajet qui ne dépend pas du temps dans la géométrie espace-temps "stationnaire", en rotation avec une vitesse constante dans le temps. Sous l'effet de la rotation du trou noir, le système ne présente plus de symétrie sphérique, mais une axisymétrie.

La vitesse angulaire du trou noir est

$$\omega = \frac{2 a M r}{A}. \quad (1.31)$$

La structure interne d'un trou noir en rotation est bien plus complexe que celle d'un trou noir statique. La différence notable est que la singularité centrale, où la courbure devient infinie, n'est plus un point mais un anneau couché dans le plan équatorial. Une autre différence est qu'il y a deux horizons, le premier est l'horizon des événements et le deuxième est l'horizon de Cauchy. La surface de l'horizon de Cauchy, en forme de sphère, enveloppe l'anneau, extension de la singularité ponctuelle pour un trou noir de Schwarzschild, et protège des effets singuliers (un signal émis par la singularité ne peut sortir de cette surface).

L'horizon des événements du trou noir est au rayon

$$r_h = M + \sqrt{M^2 - a^2} \quad (1.32)$$

qui est une des solutions de l'équation  $\Delta = 0$  (Eq. 1.27).

L'autre racine est le rayon de l'horizon de Cauchy :  $r_{ch} = M - \sqrt{M^2 - a^2}$ .

Les valeurs limites sont  $r_h = 2$  pour  $a = 0$  et  $r_h = 1$  pour  $a = 1$ , (voir la figure I.1.2).

De plus, le trou noir en rotation a une surface limite statique ( $g_{tt} = 0$ ) qui est la frontière de la région dans laquelle aucun repère ne peut rester au repos.

L'"ergosphère", définie comme la région de l'espace-temps entre l'horizon des événements et la limite statique, joue un rôle fondamental dans la physique des trous noirs. Le rayon de l'ergosphère est

$$r_{erg} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2(\theta)}. \quad (1.33)$$

La limite statique et l'horizon des événements se touchent aux points où ceux-ci sont coupés par l'axe de rotation du trou noir ( $\theta = 0$  et  $\pi$ ); Ils sont bien séparés ailleurs avec la limite statique hors de l'horizon, à moins que  $a = 0$  (sans rotation). Dans le cas des trous noirs

statiques, la limite statique et l'horizon des événements coïncident : il n'y a pas d'entraînement des référentiels inertiels; il n'y a pas d'ergosphere.

Le plan équatorial de la métrique ( $\theta = \pi/2$ ) est normalement utilisé pour représenter le disque d'accrétion dans le système du trou noir. En supposant la matière dans le disque d'accrétion en mouvement circulaire, on peut trouver la vitesse angulaire de l'orbite de la particule dans le plan équatorial,

$$\Omega = \frac{1}{a + r^{3/2}}. \quad (1.34)$$

En général, le rayon interne du disque d'accrétion est supposé égal au rayon de la dernière orbite marginalement stable de la particule dans le plan équatorial, (pour plus de détails voir annexe A.2). C'est l'orbite d'une particule dans le plan équatorial qui reste circulaire par la courbure d'espace seule, sans les forces externes comme la force électromagnétique ou la force de pression. Une particule ne peut pas rester sur une orbite circulaire plus petite que la dernière orbite stable, à cause de la courbure d'espace-temps. Elle va soit s'échapper, soit être capturée par le trou noir.

Le rayon de l'orbite marginalement stable est exprimé en fonction de la rotation du trou noir comme:

$$r_{ms} = M (3 + z_2 + \varepsilon \sqrt{(3 - z_1)(3 + z_1 + 2z_2)}) \quad (1.35)$$

où

$$z_1 = 1 + \left(1 - \frac{a^2}{M^2}\right)^{1/3} \left( \left(1 + \frac{a}{M}\right)^{1/3} + \left(1 - \frac{a}{M}\right)^{1/3} \right) \quad (1.36)$$

$$z_2 = \sqrt{\frac{3a^2}{M^2} + z_1^2} \quad (1.37)$$

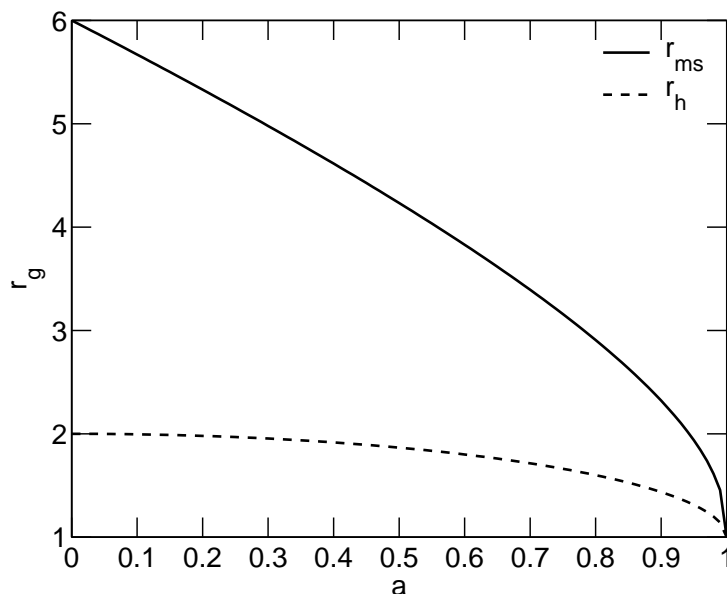


FIG. 1.2 – Rayon de l'horizon des événements et rayon de la dernière orbite stable en fonction de la rotation du trou noir,  $a$ .



La valeur de  $\varepsilon$  est égale à  $+1$  et  $-1$ , pour l'orbite directe et l'orbite rétrograde (en direction inverse de la rotation du trou noir), respectivement. Pour l'orbite rétrograde et  $a = 0$ ,  $r_{ms} = 6$  et pour  $a = 0.998$ ,  $r_{ms} = 1.237$ .

Le rayon de l'horizon des événements et le rayon de la dernière orbite marginalement stable en fonction de  $a$  sont illustrés dans la figure I.1.2. L'espace entre les deux rayons diminue lorsque le trou noir tourne plus vite. Les deux rayons se rejoignent à  $1 r_g$  quand la rotation de trou noir est maximale,  $a = 1$ .

La figure I.1.3 montre la vitesse angulaire de la métrique de Kerr  $\omega$  et celle du disque  $\Omega$  en fonction du rayon du disque. Les rayons des dernières orbites marginalement stables pour différents moments angulaires du trou noir sont indiqués. Les deux vitesses angulaires sont plus grandes quand le rayon du disque est plus petit et augmentent très rapidement pour les rayons de quelque  $r_g$ . Pour  $a = 0$ , la vitesse angulaire du disque s'approche de la vitesse de lumière quand le rayon du disque tend vers 1. Mais le rayon de l'horizon des événements dans ce cas est 2 et celui de dernière orbite stable est 6, voir la figure I.1.2.

Enfin, on s'aperçoit que la vitesse angulaire du disque est toujours plus grande que celle de la métrique, pour toutes les vitesses angulaires du trou noir.

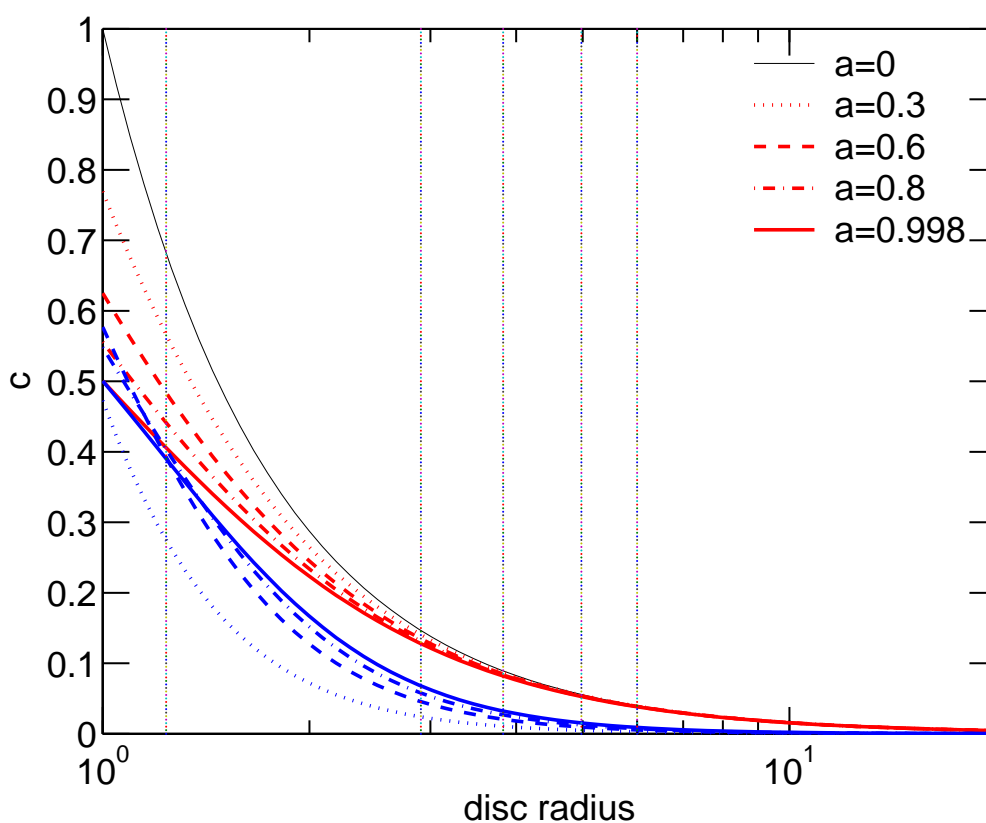


FIG. 1.3 – Vitesse angulaire de la métrique de Kerr (en bleu) et celle du disque (en rouge) en fonction du rayon du disque pour différents moments angulaires du trou noir ( $a$ ). Les rayons de la dernière orbite stable sont représentés par les lignes verticales pour  $a = 0, 0.3, 0.6, 0.8$ , et  $0.998$ , de la droite vers la gauche, respectivement. Dans le cas du trou noir sans rotation ( $a=0$ ), la vitesse angulaire du disque est représentée par le trait fin continu (en noir).

## Chapitre 2

# Processus d'émission de haute énergie

Il existe plusieurs processus pour créer un rayonnement de haute énergie autour des trous noirs. Le processus majeur est la Comptonisation de photons mous par une population d'électrons présents sous forme d'un plasma chaud. Les autres processus, par exemple la production de paires électron-positon, l'annihilation de paires libres, la diffusion Coulomb, le processus de Bremsstrahlung et le rayonnement synchrotron, ont un effet sur la température et la densité des particules dans le plasma (c.f. Stern et al., 1995a,b; Poutanen & Svensson 1996; Malzac 1999), mais ne sont pas inclus dans mon travail. De même, le calcul de l'équilibre (thermique et/ou densité des particules) dans le plasma fera partie d'une étape ultérieure.

### 2.1 Diffusion Compton

La diffusion Compton résulte d'une collision entre un photon et un électron :

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-.$$

Cette diffusion joue un rôle très important dans la formation du spectre haute énergie autour des trous noirs. Classiquement, durant une diffusion Compton, la direction et l'énergie d'un photon incident sont modifiées par un électron cible au repos. Pour l'astrophysique des hautes énergies, l'électron possède généralement une énergie importante (voire relativiste). Ce processus conduit à un transfert d'énergie (en moyenne) de l'électron vers le photon. On parle alors de diffusion Compton inverse, mais il s'agit du même processus.

Lorsque l'énergie du photon est faible,  $h\nu \ll mc^2$ , dans le repère du laboratoire ou du centre des moments, la diffusion Compton peut être considérée dans l'approximation de la diffusion Thomson. Les photons incidents, dans la diffusion Thomson, se conduisent approximativement comme une onde électromagnétique. Ils changent simplement de direction, sans changement d'énergie. Si l'énergie du photon ou l'électron devient grande, les effets quantiques apparaissent dans la cinématique de la diffusion<sup>1</sup> et la section efficace.

---

1. un photon agit comme une particule avec l'impulsion  $h\nu/c$  puisque la diffusion n'est plus élastique.

### 2.1.1 Cinématique de la diffusion

Supposons qu'un photon d'énergie  $h\nu$  se déplaçant dans une direction définie par le vecteur normalisé  $\vec{\Omega}$  soit diffusé par un électron (ou un positon) d'énergie  $\gamma m_e c^2$  et de moment cinétique  $\vec{p} = \gamma m_e \beta c \vec{u}$ .

Soient  $h\nu'$  et  $\vec{\Omega}'$ , l'énergie et la direction de déplacement du photon après la diffusion et  $\gamma' m_e c^2$  et  $\vec{p}' = \gamma' m_e \beta' c \vec{u}$ , l'énergie et le moment de l'électron après diffusion.

On introduit les quadrivecteurs-impulsions de l'électron et du photon  $P = (\gamma m_e c, \vec{p})$ ,  $K = (h\nu/c, h\nu\vec{\Omega}/c)$  avant diffusion et  $P' = (\gamma' m_e c, \vec{p}')$ ,  $K' = (h\nu'/c, h\nu'\vec{\Omega}'/c)$  après diffusion. On peut alors aisément déterminer le changement d'énergie que subit le photon au cours de la collision.

D'après la conservation de l'impulsion totale du système :

$$P + K = P' + K' \quad (2.1)$$

En élevant au carré cette expression et en notant que  $P^2 = P'^2 = m_e^2 c^2$ , on obtient :

$$PK = P'K' \quad (2.2)$$

D'autre part, en multipliant l'Eq. 2.1, par  $K'$ , on trouve :

$$P'K' = PK' + KK' \quad (2.3)$$

En posant  $\mu = \vec{\Omega} \cdot \vec{u}$ ,  $\mu' = \vec{\Omega}' \cdot \vec{u}$  et l'angle de diffusion  $\alpha = \cos^{-1}(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')$ , Eq. 2.3 peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1 - \mu\beta}{1 - \mu'\beta + (h\nu/\gamma m_e c^2)(1 - \cos \alpha)} \quad (2.4)$$

Si le photon est diffusé par un électron au repos ( $\beta = 0$ ), on retrouve la formule classique de l'échange d'énergie Compton :

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{1}{1 + (h\nu/\gamma m_e c^2)(1 - \cos \alpha)} \quad (2.5)$$

Le photon perd de l'énergie par effet de recul. Si l'énergie initiale du photon est faible ( $h\nu \ll m_e c^2$ ), on a:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos \alpha) \quad (2.6)$$

On retrouve cette modification d'énergie en raisonnant en terme de transformations de Lorentz (Rybicki & Lightman, 1979)

- Avant la diffusion, on transforme l'énergie du photon du repère laboratoire (RL) dans le repère au repos de l'électron (RR).

$$\frac{\nu_{RR}}{\nu_{RL}} = \gamma(1 - \beta\mu) \quad (2.7)$$

- Le processus de la diffusion donne l'énergie du photon diffusé ( $\nu'_{RR}$ ), cf. l'équation 2.5.

- Après la diffusion, on effectue un nouveau changement de repère, du repère au repos de l'électron (RR) vers le repère laboratoire (RL).

$$\frac{\nu'_{RL}}{\nu'_{RR}} = \gamma(1 + \beta\mu') \quad (2.8)$$

Si  $\mu \sim \mu' \sim 0$  et  $\nu'_{RR}/\nu_{RR} \sim 1$ ,

$$\frac{\nu'_{RL}}{\nu_{RL}} \sim \gamma^2 \quad (2.9)$$

Si l'énergie des électrons est très élevée, les effets quantiques réduisent l'efficacité de ce processus en diminuant la probabilité de la diffusion. Et l'effet cinématique limite l'énergie accessible, par conservation de l'énergie,  $h\nu' < \gamma m_e c^2 + h\nu$ . En fixant  $h\nu$  et laissant  $\gamma$  devenir important, on voit que  $h\nu'$  ne peut pas être plus grande que  $\gamma m_e c^2$ .

### 2.1.2 Section efficace

La section efficace différentielle ou distribution angulaire des directions du photon après diffusion est donnée par (Gorecki & Wilczewski 1984):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{r_e^2}{2\gamma^2} \frac{X}{(1 - \mu\beta)^2} \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2 \quad (2.10)$$

avec:

$$X = \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right) + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right)^2 \quad (2.11)$$

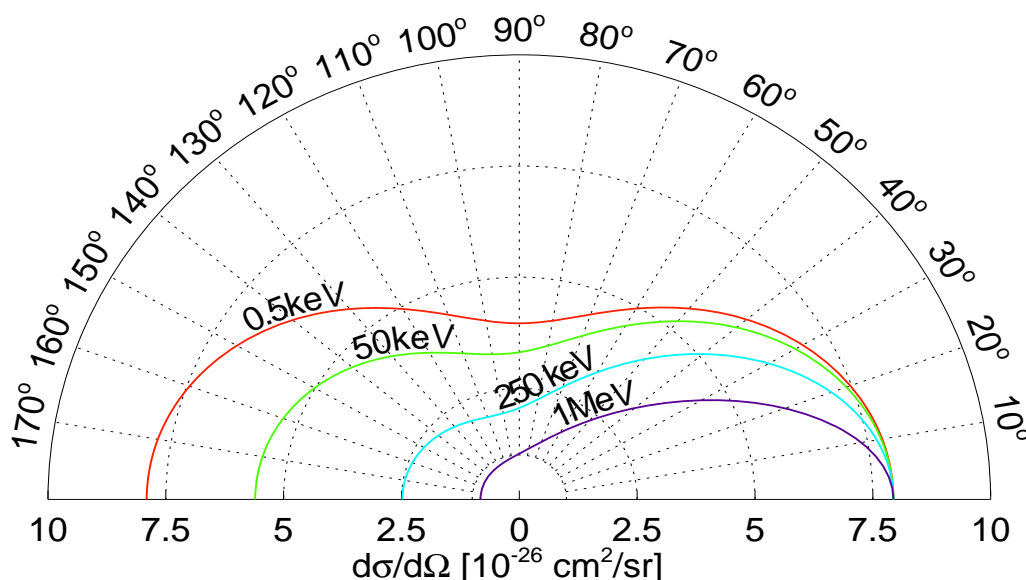


FIG. 2.1 – Distribution angulaire du rayonnement diffusé par effet Compton, pour plusieurs valeurs de l'énergie des photons avec l'électron au repos.

$$x = \frac{2h\nu}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu\beta), \quad x' = \frac{2h\nu'}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu'\beta) \quad (2.12)$$

où:  $r_e = e^2/m_e c^2$  est le rayon classique de l'électron.

Dans la limite non relativiste ( $h\nu \ll m_e c^2$ ,  $\beta \ll 1$ ), on retrouve la section efficace différentielle de diffusion Thomson :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \alpha) \quad (2.13)$$

La dépendance angulaire de la section efficace lorsque l'énergie du photon augmente est montrée dans la figure I.2.1. On voit bien que les photons sont diffusés préférentiellement avec un angle de diffusion  $\alpha$  voisin de  $\pi$  ou 0. Lorsque l'énergie du photon devient plus importante, l'angle de diffusion devient faible.

La section efficace totale (intégrée sur tout l'espace) est donnée par la formule de Klein-Nishina :

$$\sigma = \frac{2\pi r_e^2}{x} \left[ \left(1 - \frac{4}{x} - \frac{8}{x^2}\right) \ln(1+x) + \frac{8}{x} - \frac{1}{2(1+x)^2} + \frac{1}{2} \right] \quad (2.14)$$

où  $x$  est défini comme précédemment.

En particulier dans la limite non-relativiste ( $x \ll 1$ ):  $\sigma = \sigma_T(1-x)$ , où  $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3$  est la section efficace de diffusion Thomson. Cette section efficace totale en fonction de l'énergie des photons incidents est comparée à celles des autres processus sur la figure I.2.2.

On peut remarquer que la section efficace Compton est inversement proportionnelle à  $m_e^2$ . Les sections efficaces de diffusion sur des particules chargées autre que l'électron sont donc plus faibles, d'un facteur  $(m_e/m_p)^2 \sim 10^{-7}$  par exemple pour un proton. En général, ces processus sont donc tout à fait négligeables.

La section efficace généralement est définie dans le repère au repos d'une particule ou du centre des moments. Si ce repère se déplace avec une vitesse importante dans le référentiel du laboratoire, la probabilité d'interaction qui est liée à la section efficace peut être modifiée par le changement des référentiels.

Supposons que la particule de type 1 ait parcouru une distance  $l'$  sans interagir dans un milieu homogène de particules de type 2 ayant la densité  $n'_2$ , l'élément de probabilité pour que la particule 1 traverse une section efficace entre  $l'$  et  $l' + dl'$  est :

$$dp = n'_2 \sigma dl' \quad (2.15)$$

La densité de particules de type 2 est, dans le référentiel en mouvement :

$$n_2 = dN/dV = \gamma_2 dN/dV' = \gamma_2 n'_2, \quad (2.16)$$

du fait de la contraction des longueurs selon la direction  $\vec{\Omega}_2$ .

La longueur  $dl'$  s'écrit, d'après la transformation de Lorentz :

$$dl' = \gamma_2 (cdt - \beta_2 \mu dl) \quad (2.17)$$

On a donc les résultats suivants :

$$\frac{dp}{dl} = n_2 \sigma (1 - \beta_2 \mu) \quad (2.18)$$

le facteur  $F = (1 - \beta_2\mu)$  est appelé facteur de flux, car il permet de rendre compte des modifications du flux "apparent" du fait du mouvement des particules cibles. De sorte que l'on peut définir la section efficace effective:

$$\sigma_{eff} = \sigma(1 - \mu\beta_2) \quad (2.19)$$

On peut aussi considérer que le facteur de flux provient d'un effet géométrique : un photon a plus de chance d'être diffusé par un électron qui a une vitesse dirigée vers lui que par un électron qui s'éloigne de lui.

Donc, si les électrons possèdent une énergie importante, les collisions frontales seront favorisées. Comme la direction finale du photon est préférentiellement selon la direction de la vitesse de l'électron, on obtiendra un grand nombre de rétro-diffusions. Par conséquent, même si la distribution des électrons est isotrope, une anisotropie du champ de rayonnement incident peut induire une anisotropie forte du rayonnement diffusé. C'est le cas, par exemple, lorsque les photons incidents sont émis à l'extérieur du plasma et y pénètrent avec une direction privilégiée. Il faut également noter que la prépondérance des collisions frontales avec rétro-diffusion augmente l'efficacité du transfert d'énergie.

### Approximation de l'échange d'énergie dans un milieu thermique

Pour les électrons non-relativistes, dans le repère au repos de l'électron

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{m_e c^2} \quad (2.20)$$

Dans le repère du laboratoire, pour une distribution Maxwellienne d'électrons:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{h\nu}{m_e c^2} + \frac{\alpha kT_e}{m_e c^2} \quad (2.21)$$

où  $\alpha$  est inconnu.

On considère que les photons et les électrons sont en équilibre et que la seule interaction possible est la diffusion Compton (les photons ne peuvent pas être créés ou détruits). On utilise donc la distribution Bose-Einstein pour les photons :

$$N(\nu) \sim \nu^2 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_e}\right) \quad (2.22)$$

On a

$$h\langle\nu\rangle = \int h\nu \frac{dN}{d\nu} d\nu / \int \frac{dN}{d\nu} d\nu = 3kT_e \quad (2.23)$$

$$\langle(h\nu)^2\rangle = 12(kT_e)^2 \quad (2.24)$$

Dans un équilibre, le transfert d'énergie total est nul, donc

$$\langle\Delta\nu\rangle = 0 = \frac{\alpha kT_e}{m_e c^2} h\langle\nu\rangle - \frac{\langle(h\nu)^2\rangle}{m_e c^2} \quad (2.25)$$

Cela donne  $\alpha = 4$ .

Donc pour des électrons non-relativistes en équilibre thermique, l'échange d'énergie moyen d'un photon au cours d'une diffusion est

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{NR} = \frac{(4kT_e - h\nu)}{m_e c^2} \quad (2.26)$$

Pour les électrons relativistes dans l'approximation Thomson, en négligeant le changement d'énergie dans le repère au repos de l'électron, l'échange d'énergie au cours d'une diffusion est (cf. Rybicki et Lightman 1979):

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_R \sim \frac{4}{3}\gamma^2 \quad (2.27)$$

Pour une distribution thermique d'électrons relativistes, en appliquant l'équation 2.24, on obtient :

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_R \sim \frac{4}{3}\gamma^2 = \frac{4}{3} \left( \frac{\langle (h\nu)^2 \rangle}{(m_e c^2)^2} \right) = 16 \left( \frac{kT_e}{m_e c^2} \right)^2 \quad (2.28)$$

L'échange d'énergie entre un photon et un électron dans un état d'équilibre peut donc être approximé par :

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right) \sim \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_{NR} + \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)_R \quad (2.29)$$

Cette approximation ne peut être une bonne estimation si l'énergie des photons est inférieure à 0.1 keV ou le facteur de Lorentz,  $\gamma$ , des électrons inférieur à 10. En effet, cette approximation ne prend pas en compte l'effet de recul qui augmente lorsque le photon est énergétique, et néglige l'effet Klein-Nishina, ce qui entraîne des erreurs importantes pour les températures d'électron plus élevées (Malzac 1999).

Le calcul exact de l'échange d'énergie moyen, entre un photon d'énergie  $h\nu$  et une population isotrope d'électrons, de facteur de Lorentz  $\gamma$ , peut s'écrire formellement:

$$\frac{\langle \Delta\nu \rangle}{\nu} = \left( \frac{\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{d\Omega'}(\gamma, \nu, \mu, \Omega') \nu' d\Omega' (1 - \beta\mu) d\mu}{\int_{-1}^1 \sigma_{KN}(\gamma, \nu, \mu) (1 - \beta\mu) d\mu} - 1 \right) \quad (2.30)$$

## 2.2 Réflexion

Si le plasma chaud dans lequel se produisent les effets dont nous venons de parler dans la section précédente se trouve à proximité de matière (relativement) froide<sup>2</sup>, on peut observer les effets de l'irradiation de cette matière sous la forme d'une composante dite "de réflexion". Pour traiter ces effets, il est nécessaire d'étudier les processus d'interaction du rayonnement avec la matière.

2. Avec  $T \lesssim 10^7 K$  ( $\lesssim 1 keV$ ), sinon les couches K et L du fer, qui contribuent le plus à absorption à haute énergie, sont ionisées.

### 2.2.1 Photo-absorption et diffusion Compton sur des électrons liés

Pour des énergies inférieures à 15 keV, les photons sont majoritairement absorbés. La figure I.2.2 montre la section efficace de photoionisation dans de la matière neutre ayant les abondances cosmiques ainsi que les sections efficaces Compton. D'un autre côté, les photons incidents d'énergie supérieure à 15 keV seront diffusés par effet Compton sur les électrons froids. Le fait que les électrons soient dans le champ du noyau atomique modifie la section efficace à basse énergie. Nous prenons en compte ces corrections, cependant, leur effet sur le spectre réfléchi est minime puisque la photoabsorption domine dans ce domaine.

La diffusion sur un électron froid provoquant une perte d'énergie pour le photon, les photons injectés à haute énergie sont diffusés vers des énergies de plus en plus basses jusqu'à ce qu'ils s'échappent du milieu froid ou qu'ils soient absorbés. Ces effets combinés conduisent à un spectre de réflexion formant une bosse entre 10 et 100 keV qui vient se superposer au spectre primaire (cf. la figure 0.3). Une étude de cette composante dans le cadre du modèle de réflexion est présentée au § III.2.

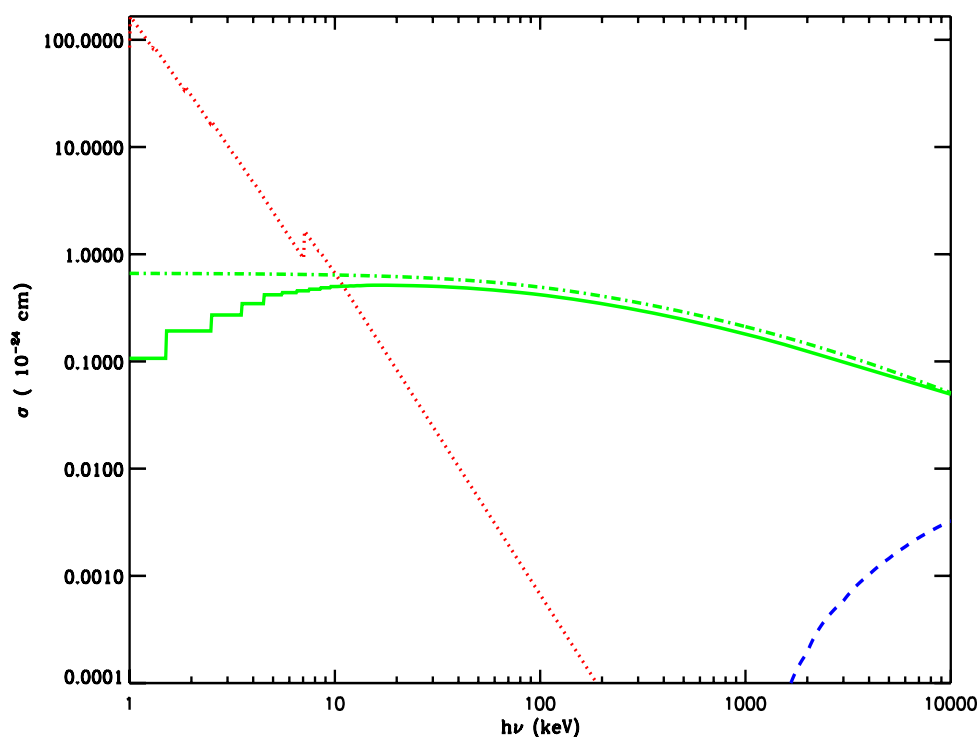


FIG. 2.2 – Section efficace de photoionisation (pointillés, Morisson & Mc Cammon 1983), de diffusion Compton sur des électrons liés (trait continu, Storm & Israel 1967), de Klein-Nishina (trait-point), et de production de paire dans la matière (tirets, Storm & Israel 1967) tracées par Malzac (1999). Ces sections efficaces sont données en barn pour un atome d'hydrogène avec des abondances cosmiques



### 2.2.2 Fluorescence de la raie du fer

Un effet secondaire de cette absorption à basse énergie est l'émission de raies de fluorescence suite à l'éjection d'un électron d'une couche  $K$ . Le fer est relativement abondant et la probabilité pour un photon absorbé par cet élément de conduire à l'émission d'un photon de fluorescence est élevée. La probabilité dépend du degré d'ionisation: une augmentation lente entre 0.34 (Fe I) et 0.49 (Fe XXII) (Bambynek et al., 1972) puis une variation plus dramatique entre 0.11 et 0.75 pour les quatre derniers états d'ionisation (Krolik & Kallman, 1987; et les références à l'intérieur). Le seuil d'absorption d'une couche  $K$  du fer est à une énergie comprise entre 7.1 et 7.8 keV (e.g. Morita & Fujita 1983). La section d'absorption photoélectrique du fer diminue légèrement quand l'ionisation augmente, environ  $3.8 - 3.3 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$  par atome. La raie  $K_\alpha$  (correspondant à la transition d'électron de  $2p \rightarrow 1s$ ) du fer qui pique à 6.4 keV est donc particulièrement intense. La raie  $K_\beta$  (correspondant à la transition d'électron de  $3p \rightarrow 1s$ ) du fer, qui pique à 7.06 keV, est négligeable en comparaison avec la probabilité d'émission de la raie  $K_\alpha$ . Celle de  $K_\beta$  est environ 10 fois plus faible (Kikoïn 1976). Généralement, l'émission de la fluorescence d'une couche  $L$  est tout aussi négligeable (George & Fabian, 1991).

### 2.2.3 Production de paires électron-positron

Les photons peuvent produire des paires électrons-positrons sur les noyaux des atomes. Le seuil de production est  $h\nu = 2m_e c^2$  ce qui est plus faible que pour l'annihilation de deux photons ( $h\nu > 4m_e c^2$ ). Cet effet contribue à atténuer le flux réfléchi à haute énergie. Dans nos calculs nous tenons compte de cet effet en utilisant les sections efficaces tabulées données par Storm & Israel (1967). Il conduit également à la formation d'une paire électron-positron qui se refroidit et s'annihile quasi-instantanément formant une raie fine autour de 511 keV. Toutefois cet effet est faible et la sensibilité des instruments actuels ne permet pas de détecter une telle raie.

Pour la cinématique de diffusion, dans le référentiel du centre des moments, les deux photons ont la même énergie  $h\nu$  et les leptons sont créés avec un facteur de Lorentz :

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2} = \sqrt{\frac{\nu_1}{m_e c^2} \frac{\nu_2}{m_e c^2} \frac{(1 - \mu)}{2}} \quad (2.31)$$

où  $h\nu_1, h\nu_2$  sont les énergies respectives des deux photons et  $\mu = \vec{\Omega}_1 \cdot \vec{\Omega}_2$  est le cosinus de l'angle formé par leurs directions dans le référentiel du laboratoire.

Pour des raisons évidentes, la réaction ne peut se produire que si l'énergie  $h\nu$  des photons dans le référentiel du centre de masse est supérieure à l'énergie de masse d'un électron  $m_e c^2$  ou  $\gamma > 1$ . Cette condition s'écrit :

$$\frac{\nu_1}{m_e c^2} \frac{\nu_2}{m_e c^2} (1 - \mu) > 2 \quad (2.32)$$

Le cas le plus favorable est une collision frontale; dans ce cas, la condition de seuil devient :

$$h\nu_1 h\nu_2 > (m_e c^2)^2. \quad (2.33)$$

On peut calculer la direction des leptons en utilisant la loi de la conservation des moments du système.

La section efficace différentielle de cette réaction, dans le centre des moments du système, peut s'écrire en fonction de la vitesse des leptons créés:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{4} \beta(1 - \beta^2) \frac{1 - \beta^4 \mu^4 + 2\beta^2(1 - \beta^2)(1 - \mu^2)}{1 - \beta^2 \mu^2} \quad (2.34)$$

La section efficace totale est:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{r_e^2}{2} \pi(1 - \beta^2) \left[ (3 - \beta^4) \ln \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - 2\beta(2 - \beta^2) \right] \quad (2.35)$$

Cette fonction est présentée sur la figure 2.3. Elle atteint un maximum pour  $\beta \sim 0.7$  puis décroît. Cette section efficace totale en fonction de l'énergie des photons incidents est comparée à celles des autres processus sur la figure 2.2.

Bien que la section efficace photon-photon soit du même ordre de grandeur que la section efficace Compton, ce processus est très difficile à observer en laboratoire. Pour obtenir une interaction, il faut pouvoir créer une densité importante de photons  $\gamma$ . En effet, il faut disposer d'une densité de colonne de photons de l'ordre de  $10^{26} \text{ cm}^{-2}$  (Malzac 1999).

De telles densités de colonne sont par contre produites naturellement dans le champ radiatif intense de l'environnement des objets compacts. Comme tout processus d'absorption, il est très gênant pour les astronomes car il peut masquer une fraction importante (voire la totalité) de la luminosité  $\gamma$  de ces sources.

Si la production de paires est intense, cela peut conduire à la formation d'un plasma dominé par les paires  $e^- - e^+$ . Ces paires réémettent dans le domaine X, par Comptonisation, l'énergie absorbée en  $\gamma$ .

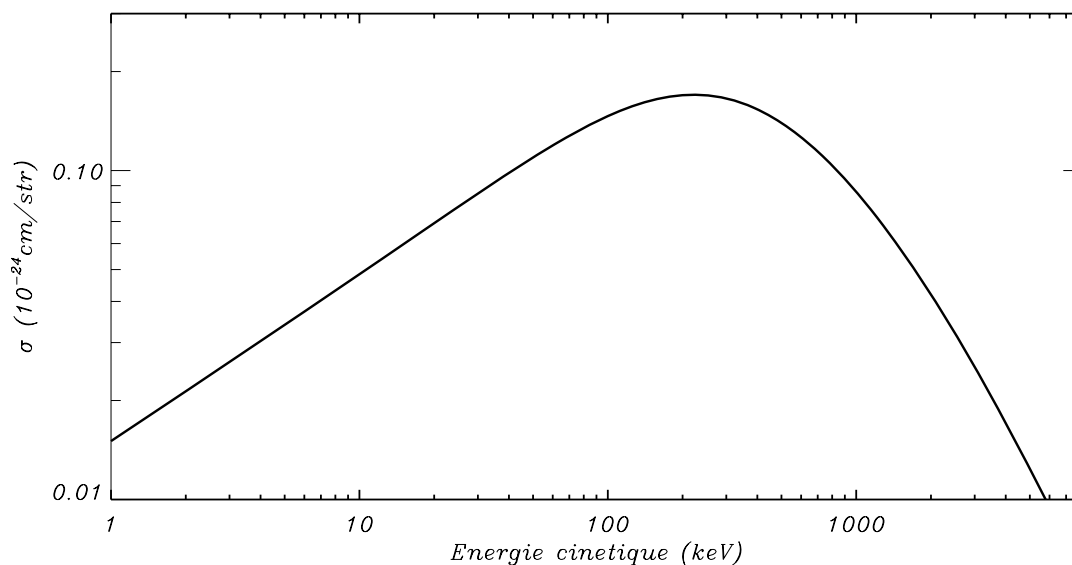


FIG. 2.3 – Section efficace de production de paires en fonction de l'énergie cinétique des paires produites dans le repère du centre des moments.

En principe des paires peuvent être formées également par interactions  $\gamma - e^-$ ,  $e^- - e^+$ , ou  $e^- - p$ . Les sections efficaces de ces processus sont données par Svensson (1982). Le taux de production de paires par interaction  $\gamma - e^-$  est plus d'un ordre de grandeur plus faible, que le taux de production par photon-photon. Les taux de réactions des deux autres processus sont plus de trois ordres de grandeurs plus faibles.

## Chapitre 3

# Le Modèle de "light bending"

Plusieurs observations montrent que la variabilité de la composante réfléchie, et plus particulièrement de la raie du Fer, n'est pas corrélée de manière simple avec la composante directe. Dans certain cas, on observe une anti-corrélation entre la raie du Fer et la composante primaire, parfois la raie du Fer est presque constante alors que la composante primaire varie de façon importante (eg. Markowitz, Edelson & Vaughan, 2003). De plus, une raie extrêmement large du Fer est parfois observée, ce qui suggère une origine proche de la région centrale du trou noir (e.g. Fabian et al., 2000; Reynolds & Nowak 2003). Fabian & Vaughan (2003) ont proposé que le changement de la position de la région de l'émission primaire dans le champ gravitationnel fort pourrait être à l'origine de cette variabilité.

Miniutti et al.(2003) ont proposé un modèle de "light bending" qui prend en compte les effets de la courbure d'espace-temps. Le disque d'accrétion dans ce modèle est en rotation dans le plan équatorial en métrique de Kerr. Une source X en forme d'anneau, de rayon fixé à  $2 r_g$ , autour de l'axe de rotation est en co-rotation avec le disque d'accrétion (voir le schéma présenté dans la figure I.3.1).

Elle pourrait être liée à la dissipation magnétique et/ou à des chocs dans la matière en rotation (Blandford & Znajek, 1977; Agol & Krolik, 2000; Li 2003). La dissipation est probablement concentrée dans les régions les plus interne du flot d'accrétion (de Villers, Hawley, & Krolik, 2003; Hirose et al.,2003). La source pourrait aussi être associée à un jet relativiste de particules (Malzac et al., 1998; Ghisellini, Haardt, & Matt, 2003) et/ou d'autres mécanismes. Raisonnablement, un lien entre la source et le disque d'accrétion est très probable, ce qui permet de supposer que la source est en co-rotation avec le disque.

Une telle région sera plus ou moins ponctuelle, mais la résolution temporelle des observations actuelles (au moins quelques ks pour extraire des spectres exploitables scientifiquement) est plus longue que l'échelle de temps du mouvement orbital proche du centre d'un trou noir supermassif (Miniutti & Fabian, 2004). Les informations de la position azimutale de la source sont donc perdues dans les données observées. De plus, si les mécanismes associés à la source (e.g. la reconnexion magnétique, l'extraction d'énergie de la matière en rotation, le lien avec la structure du jet, ... ) ont une symétrie sphérique, l'hypothèse d'une source en forme d'anneau et axisymétrique est raisonnable.

Dans le modèle proposé, les photons sont émis avec une distribution en loi de puissance dans le repère au repos de la source. L'émissivité du disque est calculée à partir des photons interceptés par le disque. La raie du Fer, qui représente la composante réfléchie, est calculée

avec l'approximation d'une émission isotrope dans le repère du disque au repos, en accord avec l'émissivité calculée précédemment. Le flux et le profil de la raie du Fer sont calculés par la méthode de "ray-tracing", en reconstruisant les trajectoires des photons d'un observateur à l'infini vers le trou noir.

La variabilité est alors étudiée en termes de variation de la distance de la source primaire à l'axe de rotation (ie le rayon de l'anneau) ou de la distance entre la source et le disque d'accrétion (figure I.3.2).

En fait, la luminosité de la composante directe observée est faible lorsque la source est proche du trou noir et augmente lorsque la source est loin. Par ailleurs, les photons réfléchis dans la région externe du disque ont une probabilité d'être observés à l'infini plus grande que ceux dans la région interne du disque.

Considérons que la hauteur de la source (à émission constante) diminue de  $20$  à  $1 r_g$ . Les observateurs à l'infini verraient que le flux de la composante primaire diminue dramatiquement et que celui de la composante réfléchie, représentée par la raie du Fer, augmente légèrement (les photons réfléchis dans la région externe augmentent) ou reste presque constante (les photons réfléchis dans la région externe diminuent et ceux dans la région interne augmentent d'une quantité comparable) jusqu'à environ  $4 r_g$ , pour un angle d'observation de  $30^\circ$ . A partir de cette hauteur, le flux des deux composantes diminuent ensemble à cause de la courbure de l'espace qui dévie les photons vers le trou noir. Les photons réfléchis, concentrés dans la région centrale du disque, ont de grandes difficultés à s'échapper et sont déviés vers des angles d'observation plus grands.

Ce modèle, dit de "light bending", montre les conséquences d'un champ gravitationnel fort, aux alentours des trous noirs et prédit des effets importants qu'il faut prendre en considération.

Dans ce travail, j'ai adopté la géométrie de ce modèle pour étudier les effets relativistes dans le cas général (§III.1.3) et dans le contexte du modèle de réflexion. Dans ce cas, j'ai calculé le continuum du spectre de la composante réfléchie incluant la raie du Fer, de manière cohérente (§III.2).

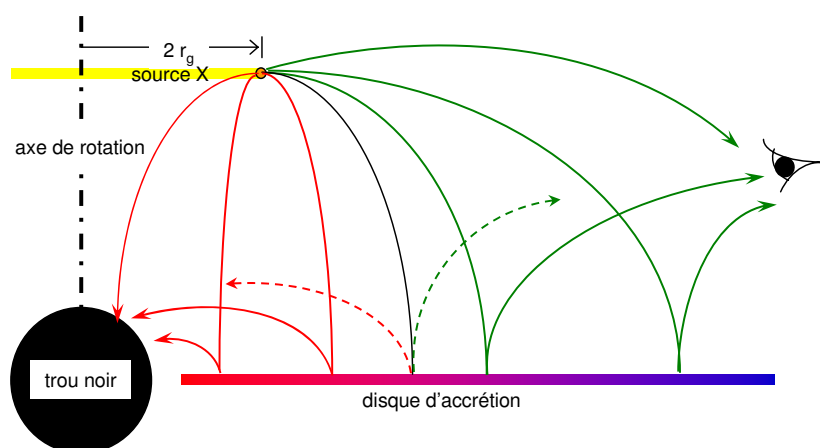


FIG. 3.1 – Schéma du modèle de "light bending" avec les trajectoires des photons . Les photons réfléchis dans la région externe du disque ont une probabilité d'être observés à l'infini plus grande que ceux réfléchis dans la région interne du disque.

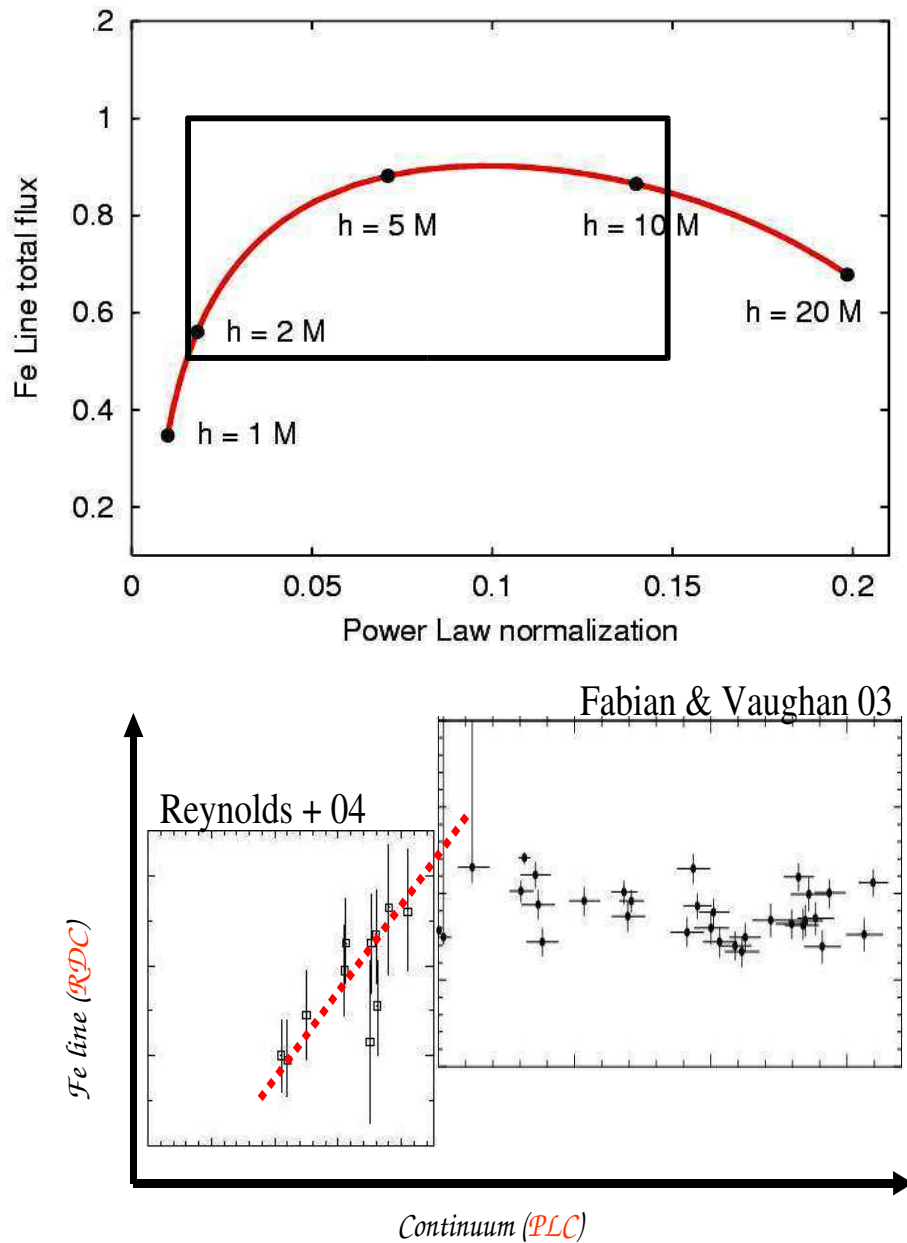


FIG. 3.2 – En haut, la relation entre le flux de la raie du fer et le flux de la composante primaire prédit par le modèle de "light bending" pour un angle d'observation de  $30^\circ$  (Miniutti & Fabian, 2004). En bas, la relation entre le flux de la raie du fer et le flux de la composante primaire des données XMM -Newton de MGC-6-30-15 par Reynolds et al. (2004) et Fabian & Vaughan (2003). Cette relation correspond bien avec celle prédite par le modèle de "light bending" en faisant varier la hauteur de la source entre 2 et  $10 r_g$ .



**Deuxième partie**

**Méthode numérique**





# Chapitre 1

## Éléments de calcul

### 1.1 Principe du calcul

Un des buts de cette thèse est de développer les outils informatiques pour introduire les effets relativistes dans le calcul du transfert radiatif simulant l'émission haute énergie autour des objets compacts. La méthode Monte-Carlo est une méthode efficace pour calculer aisément ces effets de manière cohérente. Il y a quatre effets relativistes principaux qui interviennent dans le processus de rayonnement: l'effet Doppler et l'aberration de la lumière, le décalage gravitationnel, et la courbure de l'espace-temps. Les premiers apparaissent lors des transformations de Lorentz, qui sont valables dans l'espace-temps plat, ou quand on considère un même point dans l'espace-temps courbe. Le décalage gravitationnel est calculé par un changement de référentiels entre un repère local sans mouvement par rapport à la métrique, ou sans rotation dans la métrique de Kerr, et le repère d'un observateur à l'infini. L'effet de la courbure de l'espace-temps est représenté par les géodésiques des particules dans la métrique.

Dans le modèle considéré, les photons observés proviennent du disque et de la source X. La région de l'émission des photons X, qui peut être un choc supersonique dans le jet ou la couronne au dessus du disque d'accrétion, est en mouvement par rapport aux observateurs à l'infini, de même que le disque d'accrétion.

Les principales étapes du calcul développé sont présentées dans la figure II.1.1 et s'enchaînent comme suit:

Pour chaque photon émis, son impulsion initiale est donnée dans le repère de la source au repos (présenté dans le §II.1.3); on la transforme pour l'obtenir dans le repère local de la métrique (§II.1.2), puis dans le repère des observateurs.

Cette étape nous permet aussi obtenir les constantes du mouvement (§II.1.4), paramètres que l'on utilise dans les équations de mouvement dans la métrique (§II.1.5), pour calculer la trajectoire ou géodésique du photon. On suit cette géodésique jusqu'à ce que le photon intercepte le disque ou l'horizon ou s'échappe à l'infini.

Si le photon atteint l'infini, il est pris en compte dans le spectre émis pour l'angle d'observation correspondant à sa géodésique. Puis on recommence avec un nouveau photon et une impulsion choisie.

Si le photon intercepte le disque (ou une région définie dans le cas d'une géométrie plus complexe), on recalcule l'impulsion dans le repère au repos du disque ou de la région, par les

deux étapes de changement de repères précédentes, afin de traiter le processus d'interaction (absorption ou diffusion Compton).

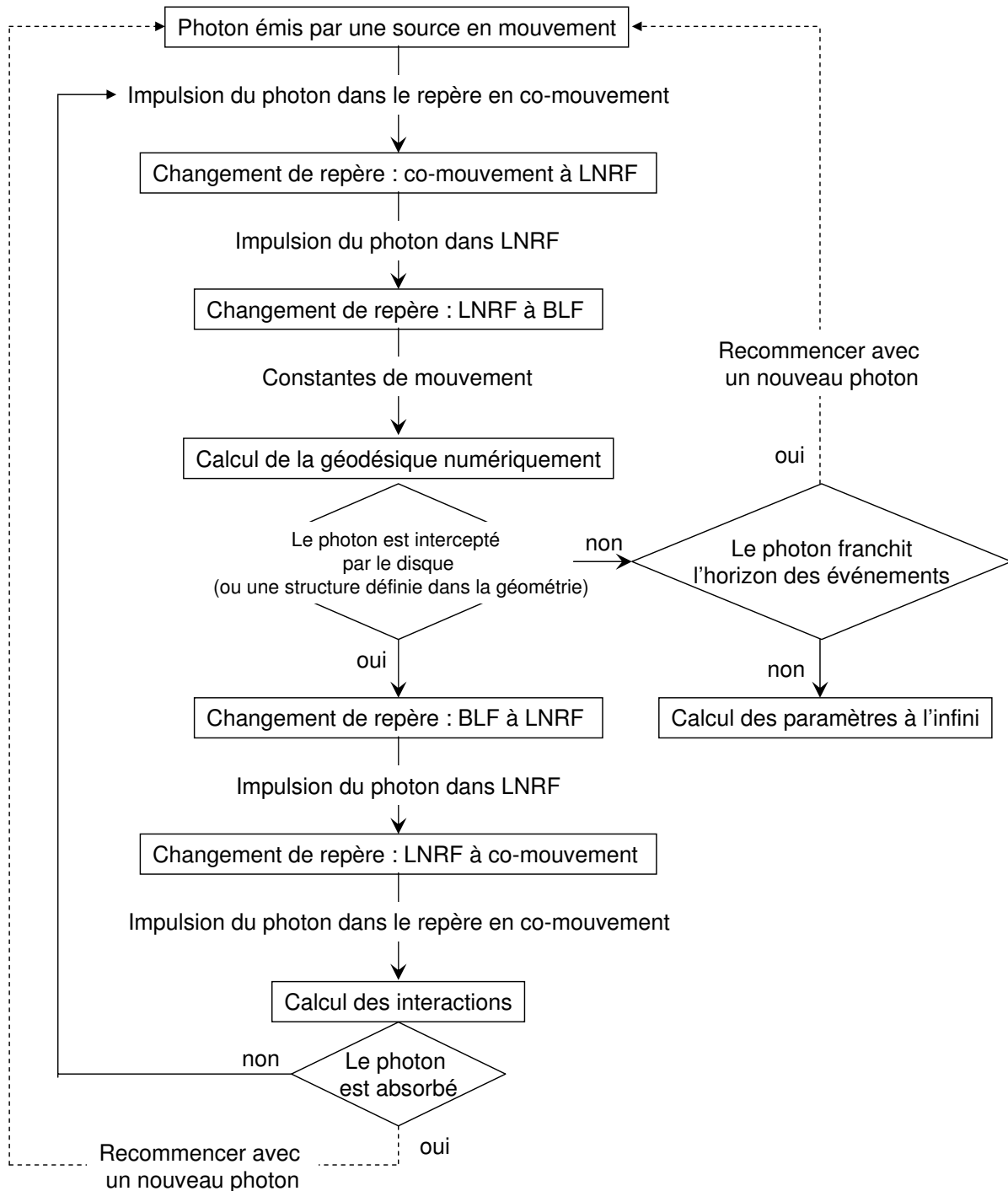


FIG. 1.1 – Schéma du principe de calcul des effets relativistes par méthodes Monte-Carlo. Les paramètres à l'infini sont  $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$ , et  $\hat{t}_{obs}$ .

## 1.2 Transformations entre le référentiel lié à la métrique et les coordonnées de Boyer-Linquist

Souvent les effets physiques sont difficiles à décrire dans les coordonnées de Boyer-Linquist(BLF), pour deux raisons principales:

1. Pour un observateur à l'intérieur de l'ergosphère, l'entraînement des repères inertiels devient trop important (Bardeen et al. 1972). Un déplacement en sens inverse du sens de rotation du trou noir est strictement impossible.
2. La métrique de Kerr n'est pas diagonale, donc les calculs sont rapidement complexes.

En 1970, un repère local lié à la particule a été introduit pour étudier les étoiles en rotation (repère "cartésien" localement). Puisque dans ce repère, l'effet de la rotation est annulé, on l'appela le "Locally NonRotating Frame (LNRF)" (Bardeen et al. 1970), voir la figure II.1.2. Par la suite, ce repère est utilisé pour l'étude des trous noirs en rotation (Bardeen, Press, et Teukolsky 1972). Par la suite, Hartle (1967) a démontré que la vitesse angulaire de ce repère autour du trou noir est la même que celle du trou noir. Le but du LNRF est de supprimer cette rotation pour tourner avec la géométrie.

Dans ce repère, il est maintenant plus facile de calculer des interactions ou de définir des conditions initiales. Cependant pour tracer les géodésiques, nous utiliserons les constantes du mouvement exprimées dans le BLF, alors que nous disposons de conditions initiales exprimées dans le LNRF. D'où la nécessité de connaître les transformations qui permettent le passage d'un repère à l'autre. Dans ce repère, on peut traiter la physique comme dans l'espace plat. Cette transformation est utilisée pour calculer les constantes de mouvement dont nous avons besoin dans le calcul des géodésiques.

On peut écrire la métrique de Kerr (Eq.1.27) sous une autre forme,

$$ds^2 = -e^{2\nu} dt^2 + e^{2\psi}(d\phi - \omega dt)^2 + e^{2\mu_1} dr^2 + e^{2\mu_2} d\theta^2 \quad (1.1)$$

avec :

$$e^{2\mu_1} = \frac{\Sigma}{\Delta}, \quad e^{2\mu_2} = \Sigma, \quad e^{2\psi} = \frac{A \sin^2(\theta)}{\Sigma}, \quad e^{2\nu} = \frac{\Sigma \Delta}{A}. \quad (1.2)$$

En prenant la métrique de Kerr sous cette forme, les vecteurs de base covariants du LNRF sont:

$$\begin{aligned} e_i^{(0)} &= (e^\nu, 0, 0, 0) \\ e_i^{(1)} &= (0, e^{\mu_1}, 0, 0) \\ e_i^{(2)} &= (0, 0, e^{\mu_2}, 0) \\ e_i^{(3)} &= (-e^\psi \omega, 0, 0, e^\psi) \end{aligned} \quad (1.3)$$

où  $\omega$  est la vitesse angulaire du repère local et celle de la métrique.

Les vecteurs de base contravariants du repère sont:

$$\begin{aligned} e_{(0)}^i &= (e^{-\nu}, 0, 0, \omega e^{-\nu}) \\ e_{(1)}^i &= (0, e^{-\mu_1}, 0, 0) \\ e_{(2)}^i &= (0, 0, e^{-\mu_2}, 0) \\ e_{(3)}^i &= (0, 0, 0, e^{-\psi}) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Le changement de repères s'effectue par :

$$V_i = e_i^{(a)} V_{(a)} \quad , \quad \text{et} \quad V^i = e_{(a)}^i V^{(a)} \quad (1.5)$$

$$V_{(a)} = e_{(a)}^i V_i \quad , \quad \text{et} \quad V^{(a)} = e_i^{(a)} V^i \quad (1.6)$$

où  $V_i$  et  $V^i$  sont respectivement des quadri-vecteurs contravariants et covariants dans le BLF, et  $V_{(a)}$  et  $V^{(a)}$  sont ceux dans le LNRF.

### 1.3 changement de référentiels entre le repère local lié à la métrique et le repère local en co-mouvement

Cette transformation nous permet de prendre aisément les effets du mouvement de la source de photons en considération. Grâce à la forme de la métrique dans l'Eq. II.1.1, le

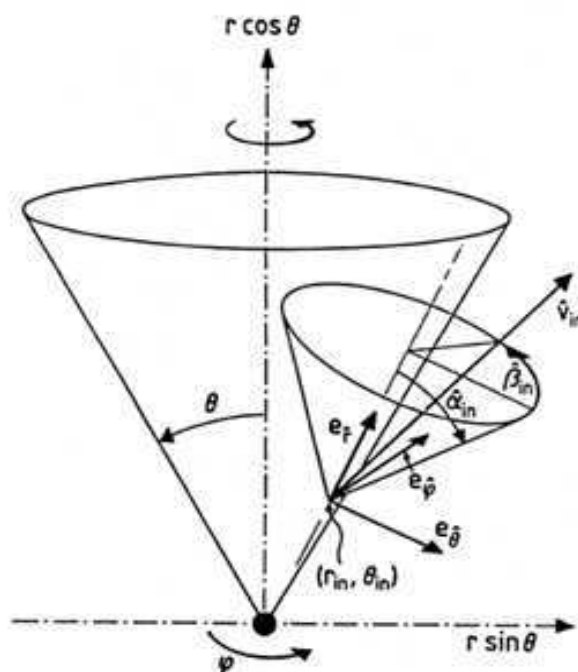


FIG. 1.2 – Représentation du LNRF. Soit une particule émise à  $(r_{in}, \theta_{in})$ , l'angle azimutal  $\phi_{in}$  étant supprimé grâce à l'axisymétrie. Son vecteur initial  $v_{in}$  est représenté grâce aux angles locaux  $\alpha_{in}$  et  $\beta_{in}$ , mesurés dans la base orthonormale  $(e_r, e_\theta, e_\phi)$  du LNRF à  $(r_{in}, \theta_{in})$ .

quadrivecteur-vitesse dans le BLF peut être écrit sous une forme simple :

$$\begin{aligned} u^t &= \frac{dt}{ds} = \frac{e^{-\nu}}{\sqrt{1-V^2}}, \\ u^r &= \frac{dr}{ds} = v^r u^t, \\ u^\theta &= \frac{d\theta}{ds} = v^\theta u^t, \\ u^\phi &= \frac{d\phi}{ds} = \Omega u^t \end{aligned} \quad (1.7)$$

où

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt}, \quad v^r = \frac{dr}{dt}, \quad v^\theta = \frac{d\theta}{dt}, \quad \text{et} \quad V^2 = e^{2\psi-2\nu}(\Omega - \omega)^2 + e^{2\mu_1-2\nu}(v^r)^2 + e^{2\mu_2-2\nu}(v^\theta)^2. \quad (1.8)$$

On exprime les composantes du quadrivecteur-vitesse précédentes dans le LNRF avec les vecteurs de base de l'Eq. II.1.3 et on trouve :

$$\begin{aligned} u^{(t)} &= \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-V^2}}, \\ u^{(r)} &= \gamma\beta_r = \frac{e^{\mu_1-\nu}v^r}{\sqrt{1-V^2}}, \\ u^{(\theta)} &= \gamma\beta_\theta = \frac{e^{\mu_2-\nu}v^\theta}{\sqrt{1-V^2}}, \\ u^{(\phi)} &= \gamma\beta_\phi = \frac{e^{\psi-\nu}(\Omega - \omega)}{\sqrt{1-V^2}} \end{aligned} \quad (1.9)$$

On peut alors écrire :  $V^2 = \beta_r^2 + \beta_\theta^2 + \beta_\phi^2$ .

On utilise la transformation de Lorentz (e.g. Niedz'wiecki 2005) pour décrire un quadrivecteur du LNRF dans le repère en co-mouvement avec la vitesse donnée par l'Eq. II.1.9. J'ai calculé alors les formules du changement du LNRF vers le repère en co-mouvement, qui sont présentées explicitement sous la forme des vecteurs de base contravariants par:

$$\begin{aligned} e_a^{(0)} &= (\gamma, \gamma\beta_r, \gamma\beta_\theta, \gamma\beta_\phi) \\ e_a^{(1)} &= (\gamma_1\gamma_2\beta_r, \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, 0, \gamma_1\gamma_2\beta_r\beta_\phi) \\ e_a^{(2)} &= (\gamma\gamma_1\beta_\theta, \gamma\gamma_1\beta_r\beta_\theta, \frac{\gamma}{\gamma_1}, \gamma\gamma_1\beta_\theta\beta_\phi) \\ e_a^{(3)} &= (\gamma_2\beta_\phi, 0, 0, \gamma_2) \end{aligned} \quad (1.10)$$

où

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\beta_r^2 + \beta_\phi^2)}}, \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_\phi^2}} \quad (1.11)$$

Et les vecteurs de base contravariants du repère en co-mouvement sont:

$$\begin{aligned}
 e_{(0)}^a &= \left( \frac{-1}{\gamma A B C}, \quad \frac{-\beta_r \gamma_2^2}{\gamma A B}, \quad \frac{\beta_\theta \gamma_1^2}{\gamma A}, \quad \frac{\beta_\phi}{\gamma A B C} \right) \\
 e_{(1)}^a &= \left( \frac{-\beta_r \gamma_2}{\gamma_1 B C}, \quad \frac{-\gamma_2}{\gamma_1 B}, \quad 0, \quad \frac{\beta_r \gamma_2 \beta_\phi}{\gamma_1 B C} \right) \\
 e_{(2)}^a &= \left( \frac{\beta_\theta \gamma_1}{\gamma A B C}, \quad \frac{\beta_\theta \gamma_1 \beta_r \gamma_2^2}{\gamma A B}, \quad \frac{-\gamma_1}{\gamma A}, \quad \frac{-\beta_\theta \gamma_1 \beta_\phi}{\gamma A B C} \right) \\
 e_{(3)}^a &= \left( \frac{\beta_\phi}{\gamma_2 C}, \quad 0, \quad 0, \quad \frac{-1}{\gamma_2 C} \right) \quad (1.12)
 \end{aligned}$$

où

$$A = \beta_\theta^2 \gamma_1^2 - 1, \quad B = \beta_r^2 \gamma_2^2 - 1, \quad C = \beta_\phi^2 - 1 \quad (1.13)$$

Pour passer d'un repère à un autre, on choisit les vecteurs de base qui correspondent au quadri-vecteur initial avec les relations de l'Eq. II.1.5.

En pratique, j'ai tout d'abord calculé la transformation de référentiels entre le BLF et le repère local du disque en une seule étape, qui correspond à celle de Fanton et al. (1997). Je l'ai utilisée pour reproduire le profil de la raie du Fer et j'obtiens un résultat comparable à celui de Miniutti & Fabian (2004). Par la suite, j'ai calculé la transformation de référentiels entre LNRF et un repère en mouvement quelconque. J'ai testé mon calcul en l'introduisant dans le code, toujours pour reproduire le profil de la raie du Fer.

Comme le résultat obtenu était légèrement différent du premier, j'ai cherché un test permettant de valider la meilleure méthode. J'ai alors recalculé les constantes du mouvement du photon, présentées dans le §II.1.4, après les changements de référentiels dans le repère en co-mouvement, pour plusieurs positions le long de la géodésique des photons, et pour les deux méthodes de calculs. Je trouve que la transformation en une seule étape ne redonne pas les mêmes valeurs des constantes du mouvement dans certains cas, alors qu'avec la transformation en deux étapes, j'ai toujours retrouvé les mêmes valeurs des constantes du mouvement. Ceci est dû au sens du mouvement du photons, (le signe + ou - dans les équations 1.21 et 1.22), qui est pris en considération pour calculer la transformation de référentiel, et aussi pour calculer les valeurs des constantes du mouvement. Il peut être différent dans le repère LNRF et dans le repère du disque, et dans ce cas, le calcul des constantes n'est plus valable.

## 1.4 Constantes du mouvement

Les constantes du mouvement sont des paramètres qui gardent une valeur constante le long de la géodésique (Carter 1968). Généralement, on utilise les constantes de mouvement pour calculer les géodésiques avec des équations de mouvement relativement simples. On peut définir des conditions initiales dans le repère local (Bicák et al. 1993), en introduisant le vecteur d'impulsion, de même direction que la vitesse  $v_{in}$  (cf. la figure II.1.2).

Les vecteurs de base sont  $e_r, e_\theta, e_\phi$  et  $e_t$ . De plus,  $e_r$  et  $e_\theta$  forment un plan contenant l'axe de rotation du trou noir.  $e_r$  est la direction radiale et  $e_\phi$  est orienté selon la direction de rotation du trou noir.

On définit l'angle  $\alpha_{in}$  par l'écart à cette direction et l'angle  $\beta_{in}$  comme la rotation autour de cette même direction ( $0 \leq \beta_{in} \leq 2\pi$ ).

Dans un repère local, le vecteur d'impulsion a la forme suivante :

$$\begin{aligned} p_{(r)} &= \varepsilon^0 \cos(\alpha) \\ p_{(\theta)} &= \varepsilon^0 \sin(\alpha) \cos(\beta) \\ p_{(\phi)} &= \varepsilon^0 \sin(\alpha) \sin(\beta) \end{aligned} \quad (1.14)$$

où  $\varepsilon^0$  est la grandeur d'impulsion.

Pour calculer les constantes du mouvement, on calcule d'abord le vecteur d'impulsion dans le LNRF,  $(\varepsilon, p_r, p_\theta, p_\phi)$ , par les vecteurs de base de l'Eq. II.1.10. En appliquant les vecteurs de base de l'Eq. II.1.4 sur ces vecteurs dans le LNRF, nous obtenons les équations exprimant les grandeurs mesurées dans le BLF en fonction des grandeurs mesurées dans le LNRF comme suit:

$$\begin{aligned} P_r &= e^{\mu_1} p_r \\ P_\theta &= e^{\mu_2} p_\theta \\ P_\phi &= L = e^\psi p_\phi \\ -P_t &= E = e^\nu \varepsilon + \omega e^\psi p_\phi \end{aligned} \quad (1.15)$$

et réciproquement,

$$\begin{aligned} p_r &= e^{-\mu_1} P_r \\ p_\theta &= e^{-\mu_2} P_\theta \\ p_\phi &= e^{-\psi} L \\ \varepsilon &= e^{-\nu} (E - \omega L) \end{aligned} \quad (1.16)$$

$E$  et  $L$  sont les constantes du mouvement en  $t$ , énergie totale, et  $\phi$ , respectivement. En quadri-dimension, Carter (1968) définit une pseudo-constante du mouvement en  $\theta$  par:

$$K = P_\theta^2 + \cos^2(\theta) \left[ a^2 (\delta^2 - E^2) + \left( \frac{L}{\sin^2(\theta)} \right) \right] \quad (1.17)$$

où  $\delta$  est la masse de la particule (troisième constante du mouvement). Pour simplifier le calcul, on pose  $\delta = 0$  dans le cas du photon, et égal à 1 sinon. On peut remarquer que si la constante du mouvement dans une direction est nulle, la particule ou le photon ne se déplace pas selon cette direction.

$E$  est aussi l'énergie observée à l'infini. Pour calculer le décalage gravitationnel, on divise simplement la valeur de  $E$  par l'énergie initiale dans le repère local. Les directions dans le repère local sont calculées par la transformation inverse. Pour commencer, l'Eq. II.1.16 est utilisée pour calculer les directions dans le LNRF. Ensuite si l'on a besoin de la transformer dans un autre repère local, on emploie les vecteurs de base dans le repère en mouvement, cf. § II.1.3.



## 1.5 Équations du mouvement en coordonnées de Boyer-Linquist

Les géodésiques dans la métrique de Kerr sont décrites dans le BLF en fonction des constantes du mouvement par (Carter, 1968):

$$\int^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{V_{\theta}}} = \int^r \frac{dr}{\sqrt{V_r}} \quad (1.18)$$

$$\phi = \int^{\theta} \frac{-(aE \sin^2 \theta - L)}{\sin^2 \theta \sqrt{V_{\theta}}} d\theta + \int^r \frac{aPP}{\Delta \sqrt{V_r}} dr \quad (1.19)$$

$$\hat{t} = \int^{\theta} \frac{-a(aE \sin^2 \theta - L)}{\sqrt{V_{\theta}}} d\theta + \int^r \frac{(r^2 + a^2)PP}{\Delta \sqrt{V_r}} dr \quad (1.20)$$

$r$  est la distance de la particule par rapport au centre du trou noir.  $\theta$  est l'angle entre la direction de la particule et l'axe de rotation du trou noir ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ),  $\phi$  représente la rotation autour de l'axe du trou noir ( $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ) et  $t$  est le temps mesuré par un observateur à l'infini.

Ces équations nous permettent de trouver les coordonnées finales des géodésiques des particules sans connaître leurs parcours. Ces équations peuvent être résolues par méthode analytique (Chandrasekhar 1983). Malheureusement, cette méthode ne permet pas de connaître le parcours des particules.

Donc pour étudier les trajectoires des particules dans la métrique de Kerr, on utilise les équations du mouvement dans le BLF qui sont totalement séparables et intégrables (Carter 1968). Ces équations permettent de tracer numériquement les trajectoires des particules.

Les quatre équations se mettent sous la forme:

$$\Sigma \frac{dr}{d\lambda} = \pm \sqrt{V_r} \quad (1.21)$$

$$\Sigma \frac{d\theta}{d\lambda} = \pm \sqrt{V_{\theta}} \quad (1.22)$$

$$\Sigma \frac{d\phi}{d\lambda} = \frac{aPP}{\Delta} - \frac{T}{\sin\theta} \quad (1.23)$$

$$\Sigma \frac{d\hat{t}}{d\lambda} = \frac{(r^2 + a^2)PP}{\Delta} - aT \sin\theta \quad (1.24)$$

où

$$V_r = PP^2 - (r^2 - 2Mr + a^2) \left[ (\delta r)^2 + (L - aE)^2 + K \right] \quad (1.25)$$

$$V_{\theta} = K - \cos^2 \theta \left[ a^2 (\delta^2 - E^2) + \frac{L^2}{\sin^2 \theta} \right] \quad (1.26)$$

$$PP = (r^2 + a^2)E - aL \quad (1.27)$$

$$T = aE \sin\theta - \frac{L}{\sin\theta} \quad (1.28)$$

$\lambda$  est un paramètre lié au temps propre de la particule. En l'absence de champ électromagnétique (les impulsions sont égales aux quantités de mouvement),  $\lambda$  joue le même rôle pour

les photons et les particules .  $V_r$  et  $V_\theta$  sont des potentiels effectifs qui gouvernent le mouvement de la particule selon  $r$  et selon  $\theta$ , respectivement.  $V_r$  ne dépend que la variation de  $r$  et  $V_\theta$  ne dépend que la variation de  $\theta$ . Le signe de  $\sqrt{V_r}$  et celui de  $\sqrt{V_\theta}$  peuvent être choisis indépendamment, mais une fois choisis, ils doivent être utilisés jusqu'à la fin du calcul et être définis dans le repère LNRF, voir le §II.1.3.



## Chapitre 2

# Optimisation & Validations

Un des problèmes importants pour prendre en compte les effets de courbure de l'espace dans un code de transfert radiatif est le temps de calcul. Les trajectoires des photons dans la métrique de Kerr ne sont plus décrites par des équations simples comme dans la métrique Newtonienne. Il est donc obligatoire de calculer numériquement la trajectoire de chaque photon. Le nombre de photons dans le modèle devant être suffisamment grand pour avoir une bonne statistique, le temps de calcul devient considérablement élevé.

Pour un modèle avec la source ponctuelle (§III.2), le temps de calcul sans optimisation était d'environ 72-96 heures<sup>1</sup>. Les résultats obtenus n'étaient de plus statistiquement pas encore satisfaisants. J'ai donc recherché des méthodes d'optimisation et le temps de calcul actuel du modèle pour un cas donné est d'environ 14 heures avec une bonne statistique.

Les méthodes d'optimisation que j'ai appliquées sont présentées ci-après.

### 2.1 Géodésiques entre la source et le disque

On commence par choisir la direction initiale par la méthode Monte-Carlo (cf. annexe B) dans le repère local puis on calcule les constantes du mouvement. J'ai choisi une méthode Monte-Carlo pour éviter des valeurs spécifiques et toujours identiques pour la direction des photons. La géodésique du photon est alors calculée à partir des constantes du mouvement et de la position initiale dans les coordonnées de Boyer-Linquist. Quand la trajectoire est interceptée par le disque,  $\theta = \pi/2$ , on calcule la direction du photon dans le repère local du disque et puis on stocke les valeurs de la position interceptée  $(r, \phi)$ , la direction locale et le décalage d'énergie, le rapport entre l'énergie du photon dans le repère local du disque et l'énergie du photon émis dans le repère local de la source ( $E_{disque}/E_{emis}$ ). Ces données sont réutilisables pour la même position et la même distribution angulaire de l'émission de la source.

Grâce à cette méthode, on peut éviter de recalculer les géodésiques quand on modifie simplement la loi de distribution des photons.

Pour obtenir une bonne précision dans le calcul de l'énergie et de la direction incidente des photons dans le repère local du disque, le pas du calcul numérique (lié au  $\lambda$  dans les équations

---

1. Le temps du calcul mentionné correspond à un système UNIX - 900 MHz.

1.21-1.24) des géodésiques ne doit pas être trop grand. Si le pas est trop petit, le temps de calcul devient très important.

J'ai gardé le pas d'intégration constant pour tracer les géodésiques. Les géodésiques ne sont alors pas bien tracées autour des points de rebroussement en  $r$ ,  $\theta$ , et  $\phi$ . J'ai donc diminué le pas d'intégration lorsque les termes du côté droit dans les équations 1.21-1.24 s'approchent de zéro pour augmenter la précision des géodésiques.

Lorsque les photons atteignent le disque, je calcule les impulsions dans le repère local. Des problèmes de calculs arithmétiques apparaissent lors du changement de repères, surtout dans la région centrale du disque. Ces problèmes disparaissent lorsque je diminue le pas d'intégration.

J'ai utilisé une méthode d'adaptation du pas en fonction de la position du photon. Si les photons sont proches du trou noir, le pas devient petit car les effets de la courbure de l'espace sont plus importants. De même si les photons sont proches du disque,  $\theta = \pi/2$ , je diminue le pas pour augmenter la précision du calcul de l'impulsion des photons dans le repère local du disque.

J'ai essayé d'agrandir le pas d'intégration du calcul des géodésiques et l'ai testé en reproduisant le profil de la raie du Fer. J'ai gardé la taille du pas d'intégration qui n'affecte pas les résultats. Je trouve que la diminution du temps de calcul par cette augmentation du pas est considérable.

Le nombre de trajectoires utilisées pour toutes les positions de la source est  $510^5$ . Il permet d'avoir une statistique suffisante pour valider les résultats. J'ai essayé également  $10^6$  trajectoires. Les résultats calculés avec cette quantité des trajectoires ne sont pas significativement meilleurs, mais le temps du calcul des géodésiques et la taille des fichiers stockés et des mémoires sont augmentée par un facteur 2.

## 2.2 Géodésiques entre la source et l'infini

A partir d'une grille uniforme en angle polaire  $\alpha$  et en angle azimutal  $\beta$  de l'émission dans le repère local de la source, on calcule numériquement un ensemble de géodésiques et on stocke dans un tableau les angles d'observation pour les observateurs à l'infini, les temps et les décalages gravitationnels correspondants. Par la suite, pour un photon émis, on utilise cette grille en interpolant l'angle d'observation, le décalage gravitationnel et le temps à partir de ses paramètres initiaux.

La cellule de la grille ne doit être ni trop grande pour la précision ni trop petite pour l'optimisation du temps de calcul et la mémoire nécessaire. j'ai estimé qu'un bon compromis entre la précision et le temps de calcul était obtenu pour une taille de cellule dans la grille de  $1^\circ$  avec la méthode expliquée dans le §II.2.3.

La méthode du pré-calcul est la suivante:

- On calcule numériquement la géodésique du photon pour une direction initiale donnée dans le LNRF de la grille dans la zone intéressée.
- Si le photon atteint le rayon externe de la zone considérée, on calcule  $\theta_{obs}$  par l'Eq. II.1.18 et puis  $\phi_{obs}$  par l'Eq. II.1.19.
- On calcule le temps du parcours du photon jusqu'à l'infini,  $\hat{t}_{obs}$ , par l'Eq. II.1.20<sup>2</sup> que

---

2. Comme  $\hat{t}$  augmente avec  $r$ , pour intégrer l'Eq. III.20 jusqu'à l'infini, on doit définir la valeur de  $r$  repré-

l'on stocke dans une liste. On s'intéresse plus exactement à la différence de temps observée entre les photons émis. On cherche donc la valeur minimale dans la liste et on la soustrait à toutes les valeurs calculées de  $\hat{t}_{obs}$ .

- On stocke les valeurs calculées de  $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$  et  $\hat{t}_{obs}$  en fonction de l'angle polaire  $\alpha$  et de l'angle azimutal  $\beta$ .
- puis on recommence avec l'angle initial suivant dans la grille.

Les trajectoires des photons sont obligatoirement calculées par la méthode numérique jusqu'au rayon externe du disque d'accrétion, car la méthode analytique ne permet pas de savoir si les photons sont interceptés par le disque ou une autre région pré-définie.

J'ai pu vérifier le calcul analytique des paramètres observables en le comparant pour plusieurs directions initiales du photon avec le résultat calculé par la méthode numérique jusqu'au rayon de  $10^7 r_g$ . J'ai trouvé que les résultats calculés numériquement et analytiquement sont comparables, mais l'accord s'améliore, logiquement, lorsque les photons sont plus loin du trou noir.

## 2.3 Géodésiques entre le disque et l'infini

On utilise la méthode du pré-calcul des géodésiques aussi pour les photons réfléchis par le disque.

Le disque est localisé en  $\theta = \pi/2$  dans le BLF. En définissant la position de l'émission sur le disque, on peut fixer  $\phi = 0$  grâce à l'axisymétrie de la métrique de Kerr. Par contre, les effets gravitationnels sont très sensibles à la distance entre le trou noir et la position considérée. J'ai donc utilisé une grille logarithmique de rayons sur le disque pour créer un tableau pré-calculé. On suppose que le rayon interne du disque est égal au rayon de l'orbite marginalement stable et le rayon externe est égal à 100. Un nombre de 50 rayons dans la grille est suffisant pour que la région centrale du disque soit bien décrite. La précision de la grille pour l'angle polaire et l'angle azimutal est ici de  $1^\circ$ . Dans ce cas, l'angle solide pour le pré-calcul est la moitié de celui nécessaire pour la source. Le tableau est donc 25 fois plus grand que celui de la source.

Pratiquement, pour trouver la maille de la grille appropriée, j'ai reproduit le profil de la raie du Fer, et l'ai comparé avec les résultats existants de Miniutti & Fabian (2004) qui utilisent la méthode de "ray-tracing" de l'infini vers le disque.

J'ai commencé par une maille de  $5^\circ$  mais cela ne permet pas de reproduire le profil de la raie du Fer surtout dans les basses énergies (la zone du décalage vers le rouge). En diminuant cette valeur, j'ai trouvé qu'une maille de  $1^\circ$  est suffisante pour retrouver le profil de la raie large du Fer existant. De même j'ai essayé avec une maille de  $0.5^\circ$  et je trouve que le résultat de la comparaison du profil de la raie du fer est légèrement mieux par rapport à une maille de  $1^\circ$  mais la taille des fichiers stockés et la mémoire utilisée augmentent d'un facteur 2. J'ai donc utilisé une taille de cellule dans la grille de  $1^\circ$  et appliqué aussi cette taille pour le pré-calcul des géodésiques entre la source et l'infini.

## 2.4 Méthode de pondération

Pour le calcul de la réflexion, on traite les interactions Compton sur des électrons liés, les effets de photoabsorption (sections efficaces de Morrison & Mc Cammon, 1983), d'émission de photons de fluorescence du fer ainsi que la production de paires  $e^+e^-$  dans la matière. Les sections efficaces d'interaction Compton et de production de paires proviennent de Storm & Israël (1967).

Le flux dans une bande d'énergie donnée est constitué par le nombre des photons ressortant du milieu. Cela conduit alors à des erreurs statistiques beaucoup trop importantes. Dans le cas du calcul de la composante réfléchie, les photons qui ont une énergie inférieure à 10 keV ont une probabilité d'absorption très importante. De sorte que peu de ces photons ressortent du disque. Les canaux spectraux correspondant aux basses énergies contiennent donc peu de photons. Pour avoir une bonne statistique à basse énergie, il faudra tirer beaucoup plus de photons. Ceci pose de sérieux problèmes de temps de calcul. Il faut alors utiliser des techniques de pondération.

Le principe de ces méthodes consiste à tirer plus de photons dans les gammes d'énergie où la statistique est mauvaise et idéalement sans augmenter le nombre total de photons simulés. Une méthode générale de pondération avec le tirage aléatoire pour modéliser des distributions complexes est la suivante:

- Si l'on souhaite pouvoir calculer la composante réfléchie pour des spectres incidents ayant des formes très différentes, il suffit de discrétiser la distribution des photons incidents. On calcule le flux incident dans chaque canal en énergie. Soit  $n_i$  le nombre de photons incidents réels à simuler dans le canal  $i$ .
- On traite les photons issus de chaque canal successivement. Pour chaque canal  $i$ , on va tirer  $N_i$  photons auxquels on affecte le poids  $\omega_i = n_i/N_i$ . Lorsque ces photons s'échappent, on n'incrémente plus la valeur du canal correspondant d'une unité mais de la valeur  $\omega_i$ .
- En jouant sur les nombres  $N_i$  on peut contrôler la statistique dans chaque gamme d'énergie, et ainsi trouver un bon compromis pour le temps de calcul.

De plus, puisque qu'une géodésique ne dépend pas de l'énergie, on considère qu'elle représente un paquet de photons ayant les énergies correspondant à la distribution associée avec la pondération.

## 2.5 Validation des géodésiques

Pour valider mon calcul de géodésiques, j'ai effectué la comparaison entre les géodésiques calculées numériquement par mes codes avec celles calculées analytiquement par Chandrasekhar (1983). S.Chandrasekhar donne de nombreux exemples de géodésiques, mais les seuls paramètres mentionnés sont  $N = K/E^2$  ( $K$  et  $E$ , les constantes de mouvement déjà définies) et le rayon de l'orbite marginalement stable  $r_{ms}$  ou orbite critique  $r_{cr}$ .

Comme montré dans les figures suivantes, les particules font, à un moment donné de leur trajectoire, plusieurs tours avec  $r$  quasiment constant ( $=r_{cr}$ ), avant de tomber dans le trou noir ou de s'échapper. Le calcul de l'orbite critique  $r_{cr}$  est expliqué dans les conditions d'échappement, l'annexe A. Mais il y a en fait plusieurs combinaisons de paramètres initiaux pouvant

donner une même valeur de  $r_{cr}$ . Puisque chaque ensemble de valeurs des paramètres initiaux donne sa propre géodésique, j'ai fait varier ceux-ci et tracé plusieurs géodésiques pour les  $r_{cr}$  donnés par Chandrasekhar, afin de retrouver certains des exemples calculés par lui analytiquement.

La figure II.2.1 montre un exemple de géodésique d'un photon qui correspond bien à la figure 35(b), p.354 de Chandrasekhar (1983). Cette trajectoire est la projection de la géodésique sur un plan contenant l'axe de rotation (l'axe est matérialisé par la verticale ayant pour abscisse 0). Ce plan tourne autour de l'axe de rotation en même temps que la variable  $\phi$ . Cette courbe nous permet de voir si la géodésique tombe en direction du trou noir ou s'en éloigne.

En utilisant la même méthode pour tracer la géodésique critique du photon dans la figure II.2.1, j'ai calculé numériquement les géodésiques pour des particules qui correspondent cette fois à celles calculées par Chandrasekhar (1983, p.365, les figures 40(a) et 40(b)), par méthode analytique, pour un trou noir  $a = 0.8$ ; Elles sont présentées dans les figures II.2.2 et II.2.3.

Ces comparaisons valident le code du calcul numérique des géodésiques des photons et des particules.

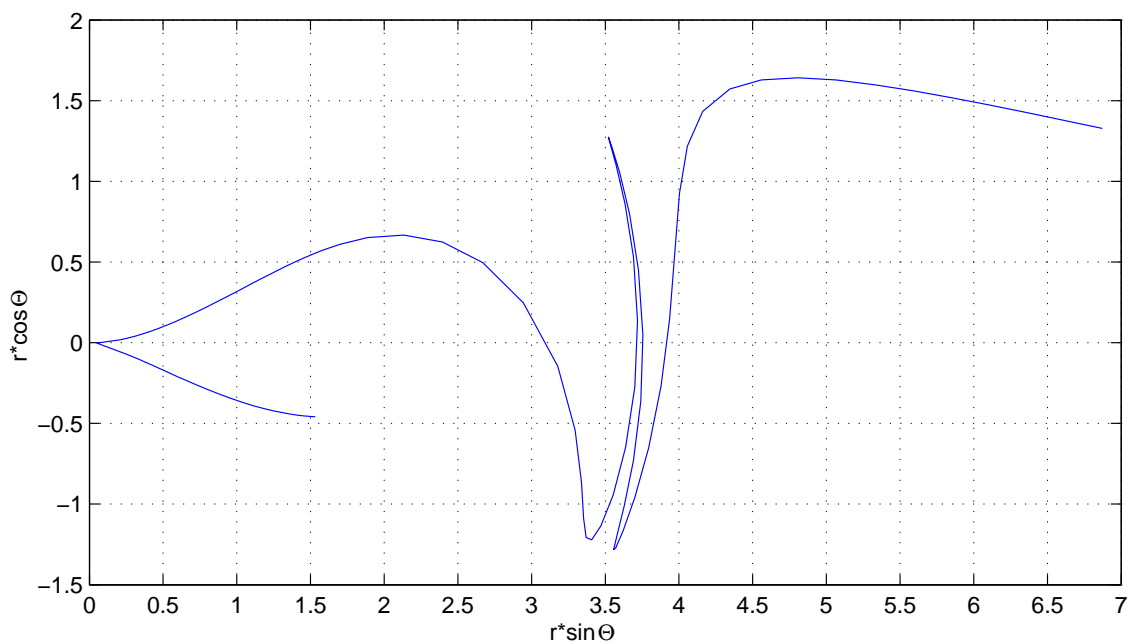


FIG. 2.1 – Géodésique du photon ayant les paramètres initiaux qui donnent  $r_{cr} = 3.749$ , pour  $N = 4.925$ .



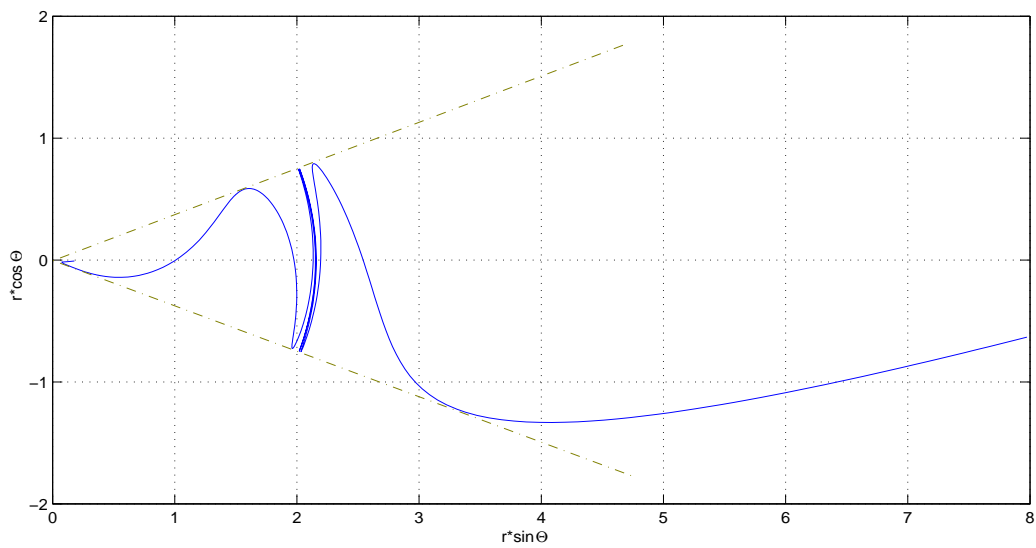


FIG. 2.2 – Géodésique d'une particule ayant des paramètres initiaux qui donnent  $r_{cr} = 2.154$

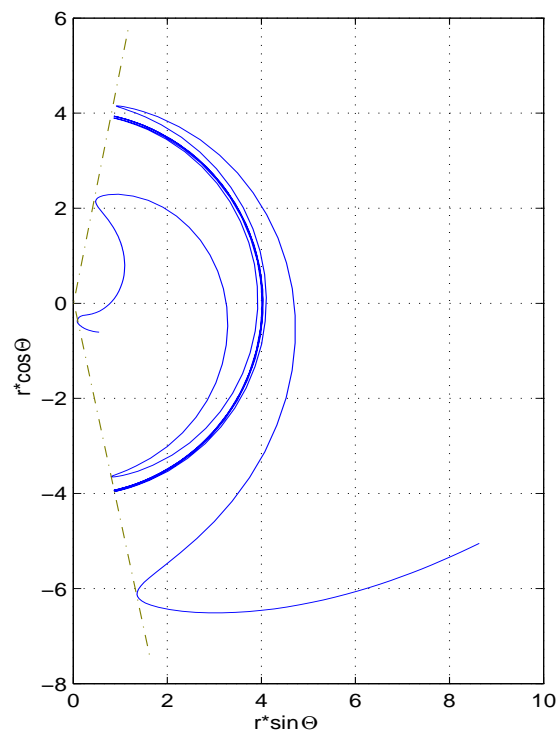


FIG. 2.3 – Géodésique d'une particule ayant des paramètres initiaux qui donnent  $r_{cr} = 4$

## 2.6 Profil de la raie du Fer

Afin de vérifier de manière plus complète toute notre procédure de calcul en métrique relativiste, nous avons reproduit le profil de la raie du Fer obtenu avec le modèle proposé par Miniutti & Fabian (2004). Il s'agit d'une source en forme d'anneau autour de l'axe de rotation avec un rayon de 2 et une hauteur  $h$  au-dessus du disque dans la métrique de Kerr. La source est en co-rotation avec le disque et tourne avec la vitesse angulaire  $\Omega$ . L'émission est isotrope dans le repère local de la source.

Pour calculer la forme de la raie, ils utilisent la méthode de "ray tracing": Les géodésiques des photons sont calculées "en marche arrière" d'un angle d'observation à l'infini au trou noir. Chaque photon a une énergie de 6.4 keV dans le repère local du disque, ce qui donne son énergie à l'infini. Le flux total émis au rayon, et donc à l'énergie, ainsi déterminés, est égal à l'émissivité du disque, calculée par son illumination par la source X.

La méthode directe que l'on utilise est inverse de la méthode précédente. On commence par calculer les constantes du mouvement pour une émission isotrope dans le repère en co-mouvement avec la source. Les trajectoires des photons sont alors calculées avec ces constantes du mouvement. Si les photons atteignent le disque, on calcule l'émissivité dans le repère local du disque en fonction de son rayon avec la transformation des repères. Pour les photons partant du disque, on utilise la grille du pré-calcul (§ II.2.3) pour calculer l'angle d'observation et le décalage gravitationnel.

Les résultats calculés par la méthode directe sont présentés sur la figure II.2.4, pour une source placée à une hauteur de 2, 6, et  $18 r_g$  au-dessus du disque, à droite, comparés avec ceux de Miniutti & Fabian (2004) à gauche. On trouve que les résultats des deux méthodes sont remarquablement similaires, pour des approches totalement différentes. Ces tests valident à la fois le calcul des géodésiques, des changements de repères, du flux dans le repère local et aussi la méthode d'interpolation dans des grilles pré-calculées.

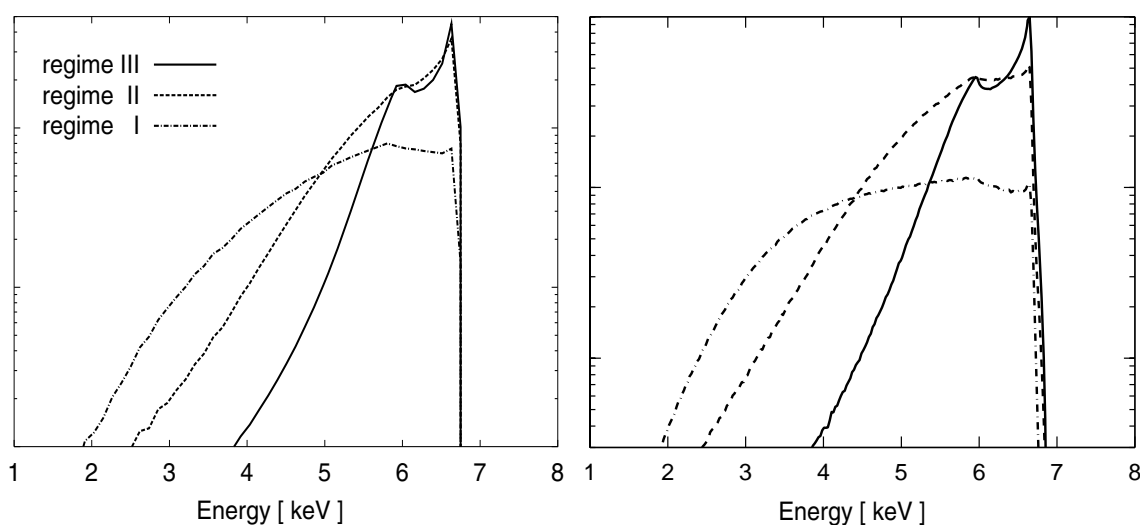


FIG. 2.4 – Profil de la raie du Fer pour un angle d'observation de  $30^\circ$ , pour une émission isotrope dans le repère local du disque tournant avec la vitesse angulaire  $\Omega$ , calculé par la méthode de "ray tracing" de Miniutti & Fabian (2004) (à gauche) et par la méthode directe du disque vers l'observateur à l'infini (à droite). La source est en forme d'anneau de rayon  $2 r_g$  et à une hauteur au-dessus du disque de 2, 6, et  $18 r_g$ , ce qui correspond aux paramètres de Miniutti & Fabian (2004) en régime I, II, et III, respectivement.

## **Troisième partie**

### **Résultats**



# Chapitre 1

## Étude des géodésiques

### 1.1 Géodésiques dans le plan équatorial

Je présente ici quelques exemples de comportements des photons et des particules dans le plan équatorial en traçant les géodésiques d'orbites directes et d'orbites rétrogrades.

Pour tracer les géodésiques dans le plan équatorial, il faut imposer deux conditions aux valeurs initiales définies dans le LNRF: Pour que le vecteur vitesse soit dans le plan, il faut absolument que  $\beta$  soit égal à  $\pi/2$  (sens direct) ou  $3\pi/2$  (sens rétrograde) et que  $\theta$  soit égal à  $\pi/2$ .

Tout d'abord, intéressons nous à l'effet de l'énergie sur le calcul des géodésiques. Pour les photons, en prenant des valeurs différentes de l'énergie dans le LNRF, on trouve les mêmes géodésiques. Ces résultats sont conformes au sens physique que tous les photons se déplacent avec la même vitesse. En analysant les équations du mouvement, on voit bien qu'elles ne dépendent que des paramètres d'impacts: Les géodésiques des photons sont indépendantes de leur énergie.

Dans les graphiques présentés, nous remarquons très vite que le franchissement de l'horizon semble se manifester par un changement violent du sens de rotation. En fait, le repère de l'observateur à l'infini est le BLF or, dans ce repère à l'approche de l'horizon,  $\phi$  et  $t$  deviennent infinis, et c'est le pas de calcul de dimension finie qui explique l'effet de discontinuité dans cette région. Donc, la direction du moment angulaire est inversée, comme on le voit dans la figure III.1.1. Alors qu'un photon (plus généralement une particule), évoluant dans le LNRF avec son temps propre, traverse cette limite "sans s'en apercevoir". Le passage de l'horizon est possible car il n'y a pas de discontinuité dans l'équation de mouvement de  $r$  en  $r_h$  quand le paramètre  $r$  est exprimé en fonction de  $\lambda$ , qui est relié au temps propre.

Les orbites rétrogrades sont les orbites qui tournent en sens inverse du trou noir. Ces orbites, dans la figure III.1.1, nous permettent de voir clairement l'ergosphère. Si le photon part de l'intérieur de l'ergosphère, c'est à dire d'une distance comprise entre l'ergosphère et l'horizon des événements, il tourne dans le sens de rotation du trou noir comme montré dans la figure III.1.1. S'il est émis hors de l'ergosphère, il peut tourner dans le sens rétrograde puisque son vecteur d'impulsion est orienté dans ce sens. Mais s'il part trop près du trou noir avec des paramètres ne satisfaisant pas les conditions d'échappement (présentées dans annexe A), il est irrémédiablement capturé par le trou noir.

Globalement, les géodésiques des particules (la figures III.1.2 et III.1.3) ressemblent à celles des photons, sauf que la géodésique d'une particule dépend de son énergie. De plus, il existe des orbites finies qui sont déterminées par l'énergie de la particule. Dans ces orbites, les particule ne peuvent ni s'échapper ni être capturées, (cf. § III.1.2).

On peut comparer plus précisément les géodésiques des photons et des particules. Cependant, pour que les géodésiques des particules soient effectivement comparables à celles des photons, il faut considérer des particules relativistes, qui ont une vitesse supérieure à 0.7 fois celle de la lumière.

La figure III.1.3 montre des trajectoires directes et rétrogrades pour un photon et une particule partant de la même position et dans la même direction initialement. On voit bien que si la vitesse de la particule s'approche de celle du photon, la géodésique de la particule tend aussi vers celle du photon. On remarque aussi que seules les particules ayant une énergie importante (une vitesse élevée) sont capables de contrer la rotation de la métrique. De plus, il est évident que la différence entre les géodésiques du photon et de la particule pour une orbite rétrograde est plus grande que dans une orbite directe pour la même vitesse initiale, comme on le voit dans la figure III.1.3.

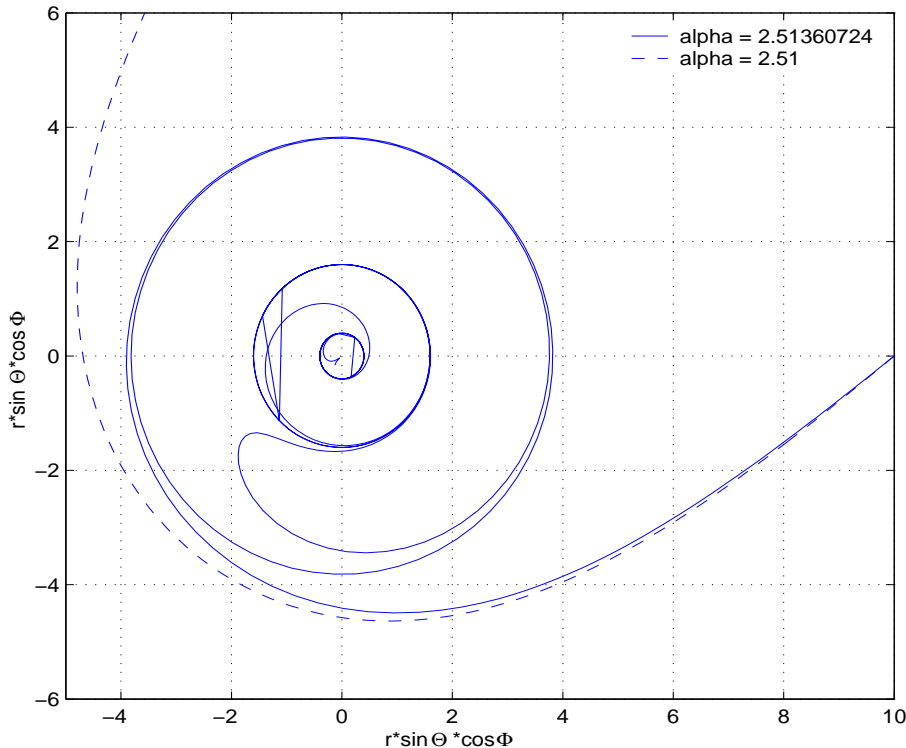


FIG. 1.1 – Orbites rétrogrades d'un photon sur le plan équatorial d'un trou noir  $a = 0.8$  ayant un rayon de l'ergosphère de 2, pour différentes directions initiales des photons dans le LNRF. Les trois orbites circulaires représentent le rayon de l'horizon de Cauchy, l'horizon des événements, et l'orbite marginalement stable, de l'intérieur à l'extérieur, respectivement. Les angles sont exprimés en radian.

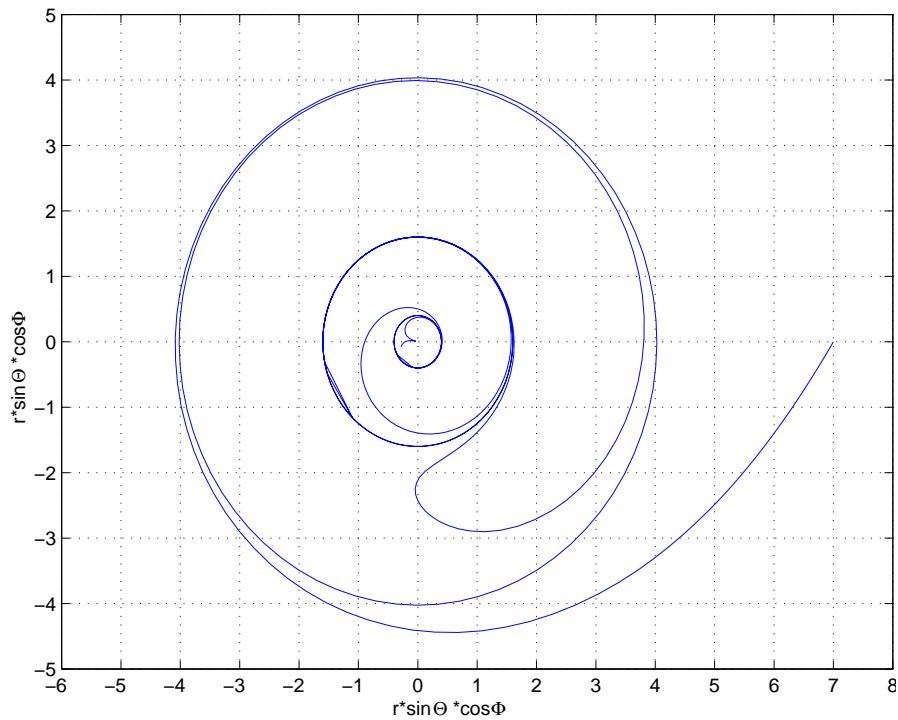


FIG. 1.2 – *Orbite rétrograde d’une particule de vitesse (L NRF) = 0.9c, dans le plan équatorial d’un trou noir  $a = 0.8$ .*

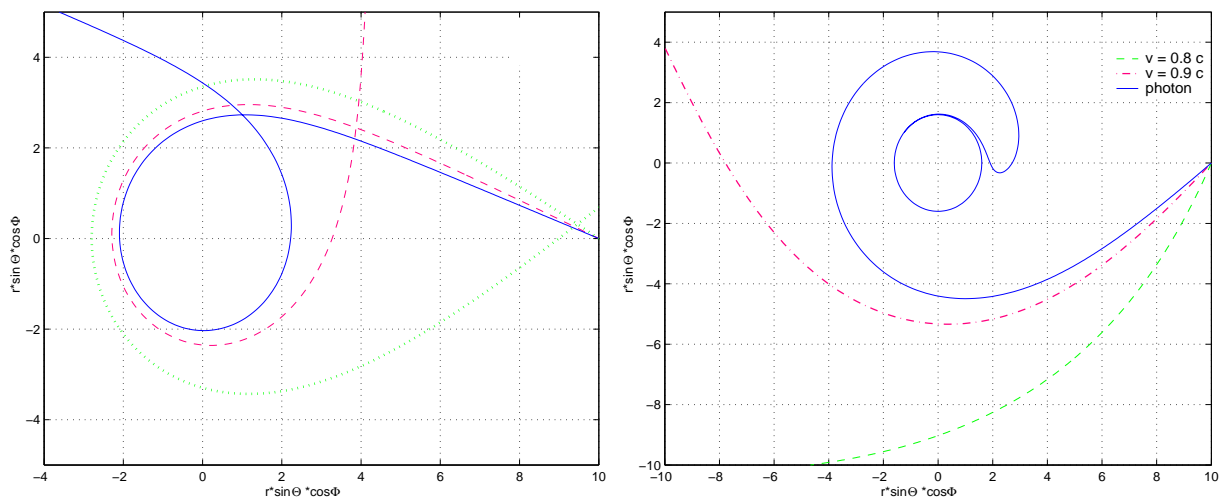


FIG. 1.3 – *Orbites directes (à gauche) et orbites rétrogrades (à droite) d’un photon et d’une particule sur le plan équatorial avec la même direction initiale pour différentes valeurs de la vitesse initiale.*



## 1.2 Géodésiques hors plan équatorial

Les géodésiques dans le plan équatorial correspondent au cas particulier où les particules se déplacent dans un espace à deux dimensions avec absence de mouvement en  $\theta$  ( $N = 0$ ).

Je présente ici les géodésiques hors plan équatorial, dans le cas le plus général. Je commence par l'étude de l'effet de la rotation du trou noir sur la trajectoire des particules. Puis je montre un type de géodésiques particulières pour les particules et enfin une comparaison entre des géodésiques de particules et de photons.

### Effet de la rotation du trou noir

Précisons d'abord que le paramètre de rotation  $a$  doit être compris entre 0 et 1. On peut montrer qu'il y a une valeur limite proche de 1 où les deux horizons se disloquent et il n'y a plus de trou noir mais seulement une singularité nue. Je n'aborderai pas ce problème dans mon étude mais on peut trouver des informations complémentaires à ce sujet dans la publication de Bicak J., Semerák O. et Hadreva P. (1993).

Dans la figure III.1.4, j'ai repris les valeurs des paramètres initiaux qui donnent la géodésique critique de la figure II.2.1 pour un trou noir avec  $a = 0.8$ . J'ai tracé les géodésiques, de la position initiale jusqu'à l'horizon, pour différentes valeurs de  $a$ , en diminuant sa valeur pour retrouver le cas de Schwarzschild ( $a = 0$ ). En fait, nous nous sommes arrêtés à  $a = 0.01$  pour éviter la singularité mathématique.

La figure peut s'expliquer par le fait que la rotation du trou noir fait dévier la trajectoire du photon par rapport à sa direction initiale et cet effet augmente avec le paramètre de rotation  $a$ .

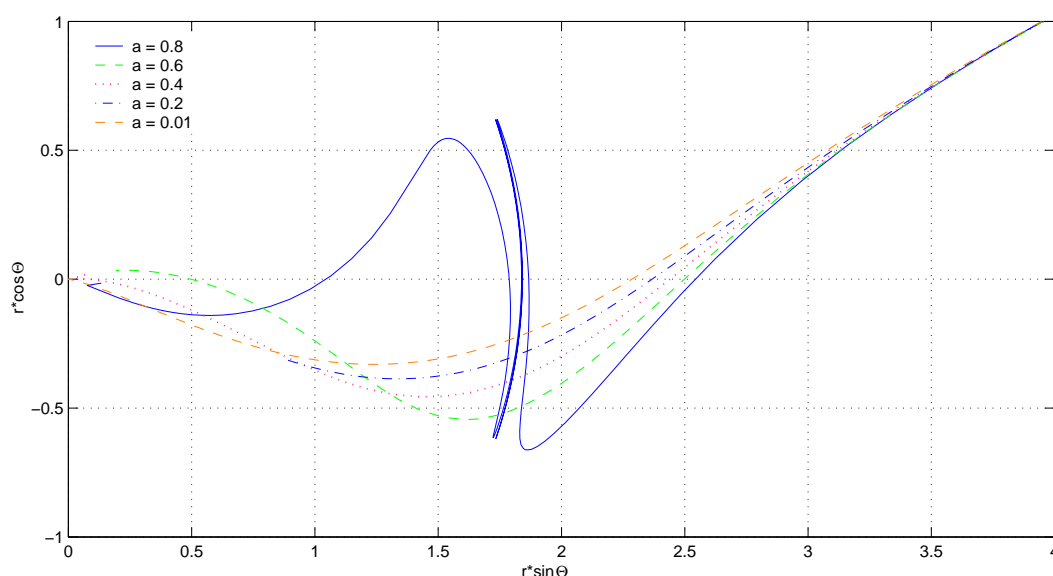


FIG. 1.4 – Géodésiques d'un photon avec la même direction initiale pour différentes valeur du moment angulaire du trou noir,  $a$ .

### Orbite finie des particules

Généralement, les géodésiques des particules ressemblent à celles des photons, comme montré dans le plan équatorial, excepté que les géodésiques des particules dépendent de leur énergie. De plus, il apparaît une orbite finie, lorsque l'énergie est faible.

Lorsque l'énergie d'une particule n'est pas assez grande, la valeur absolue de la constante du mouvement  $E$ , l'énergie totale, est inférieure à 1. Selon les équations du mouvement, la particule ne peut ni s'échapper à l'infini ni franchir l'horizon. Elle reste sur une "orbite finie" (Wilkins, 1972). Il y a deux grandes catégories d'orbites finies: les orbites finies sphériques et non-sphériques. La valeur absolue de  $E$  des orbites finies non-sphériques est supérieure à celle des orbites finies sphériques.

En faisant varier l'énergie de la particule avec la même direction initiale, on va parfois avoir des trajectoires se terminant sur une orbite finie non-sphérique. Dans d'autres cas, on passe directement des orbites infinies à des orbites finies sphériques.

La figure III.1.5 présente une orbite finie non-sphérique pour une particule de vitesse  $0.727c$  autour d'un trou noir ayant  $a = 0.8$ . Cette orbite est bordée approximativement entre les rayons 3.2 et 8.5 dans le plan équatorial.

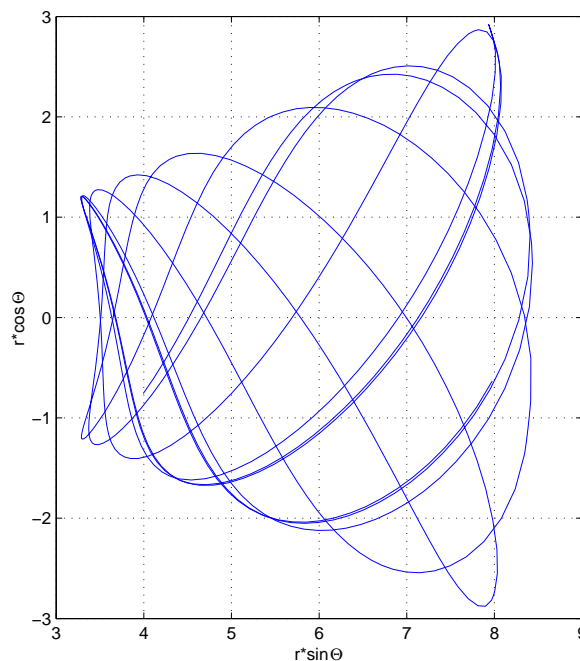


FIG. 1.5 – Démonstration de l'existence d'orbite finie non-sphérique.

### Photons et particules

Je compare maintenant le comportement des photons et des particules ayant différentes vitesses, hors du plan équatorial. La figure III.1.6 reprend les conditions de la figure II.2.2 où le rayon de l'orbite critique  $r_{cr} = 2.154$  quand la particule a la vitesse  $v = 0.754c$ . Elle présente de plus les géodésiques pour la même direction initiale mais des vitesses plus élevées.

La figure III.1.7 montre également la trajectoire d'une particule ayant  $v = 0.9c$  et les paramètres correspondant à la géodésique critique et celle du photon ayant la même direction initiale. On notera qu'une particule partant avec la direction initiale, qui donne l'orbite critique pour une particule ayant une énergie supérieure, ne peut pas franchir le rayon de l'orbite critique.

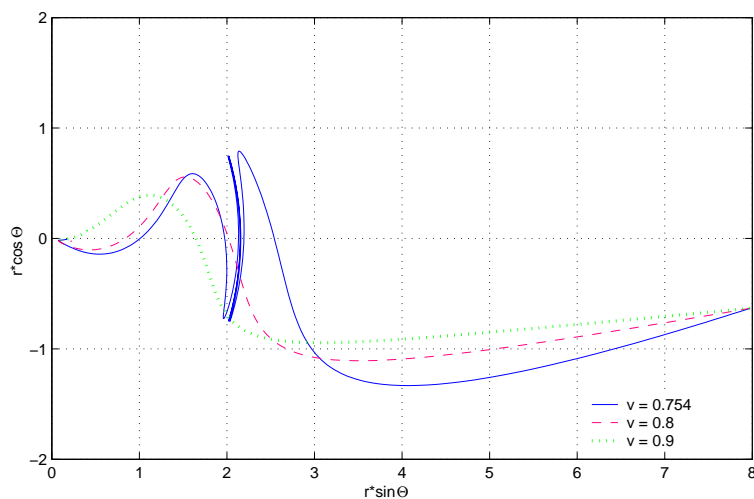


FIG. 1.6 – Particules avec différentes vitesses et une même direction initiale. Pour la particule ayant la vitesse  $0.754c$ , le rayon de l'orbite critique est  $2.154$ .

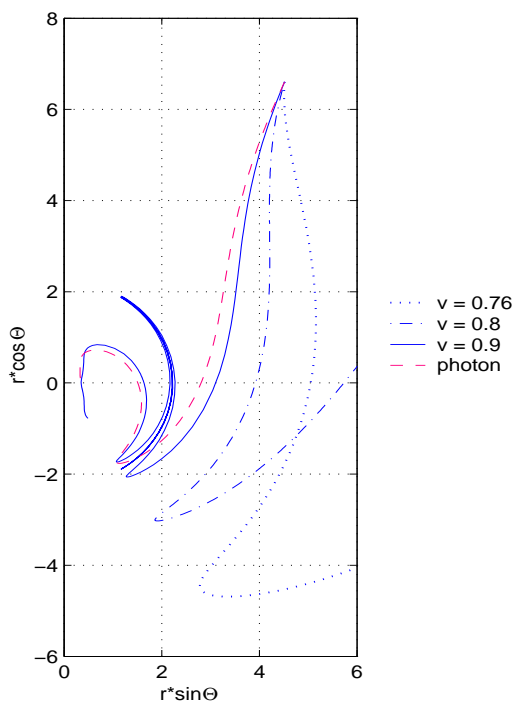


FIG. 1.7 – Photon et particules avec différentes vitesses, mais la même direction initiale et un point de départ au dessus du plan équatorial.

## 1.3 Relation entre les paramètres initiaux et les observables

Je présente ici quelques résultats illustrant la relation entre les paramètres initiaux ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $r_{mis}$ , et  $\theta_{mis}$ ) et les résultats à l'infini ( $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$ , et  $\hat{t}_{obs}$ ) dans la métrique de Kerr avec  $a = 0.998$  pour une source ponctuelle sur l'axe de rotation et une source ponctuelle hors axe. Je me place ensuite dans le cas d'une émission isotrope du disque d'accrétion.

### 1.3.1 Source sur l'axe

La source sur l'axe de rotation, ( $\theta = 0$ ), n'est pas soumise aux effets de rotation de la métrique. Cette source est statique ce qui donne une valeur du décalage gravitationnel  $g_{obs}$  constante pour toutes les directions du photon. Les résultats à l'infini ne dépendent pas de l'angle initial azimutal  $\beta$ , comme présenté dans la figure III.1.8. Ils ne dépendent que de l'angle polaire initial  $\alpha$ . Pour  $r_{mis} = 5$ , les photons émis avec  $\alpha \gtrsim 70$  sont interceptés par le disque. Ceux émis avec  $\alpha \gtrsim 160$  entrent directement dans l'horizon des événements.

La figure III.1.9 montre que la relation entre l'angle polaire et l'angle d'observation est proche d'une relation linéaire. Cependant, les photons émis avec un angle polaire  $\alpha$  arriveront à l'infini avec  $\theta_{obs} > \alpha$ , car le champ gravitationnel attire les photons vers le disque. Nous avons pu noter que la pente de cette relation est plus raide lorsque la source est plus proche du trou noir, le champ gravitationnel étant plus fort.

Au niveau temporel, on note que les photons émis dans la direction de l'axe de rotation, ( $\alpha$  petit), sont observés après ceux émis en direction du disque, ( $\alpha$  grand). Par ailleurs, l'effet de la rotation de la métrique est plus fort pour les photons émis dans la direction du disque que pour ceux émis dans la direction de l'axe de rotation. Certains photons font plusieurs tours autour du trou noir avant d'être observés et prennent donc plus de temps pour atteindre l'infini.

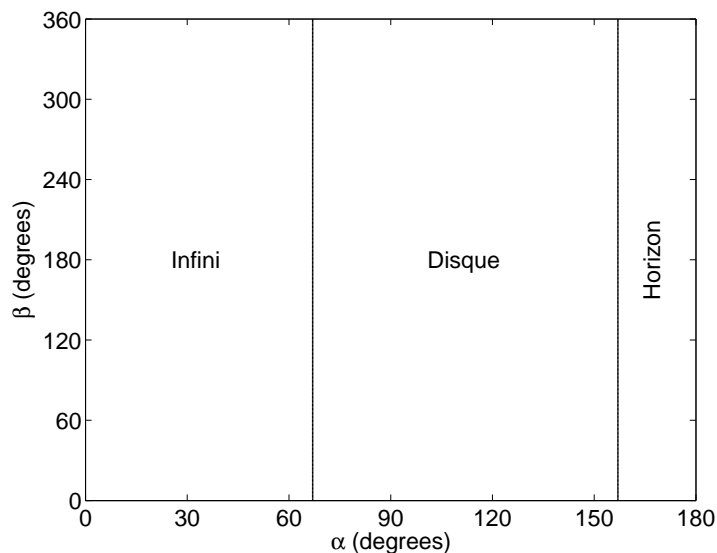


FIG. 1.8 – zones de destination des photons pour une source localisée à  $r = 5$  et  $\theta = 0$  en fonction de l'angle polaire ( $\alpha$ ) et de l'angle azimutal ( $\beta$ ) dans le repère local à l'émission. Pour les photons atteignant l'infini, le décalage gravitationnel  $g_{obs}$  est constant et égal à 0.7844.

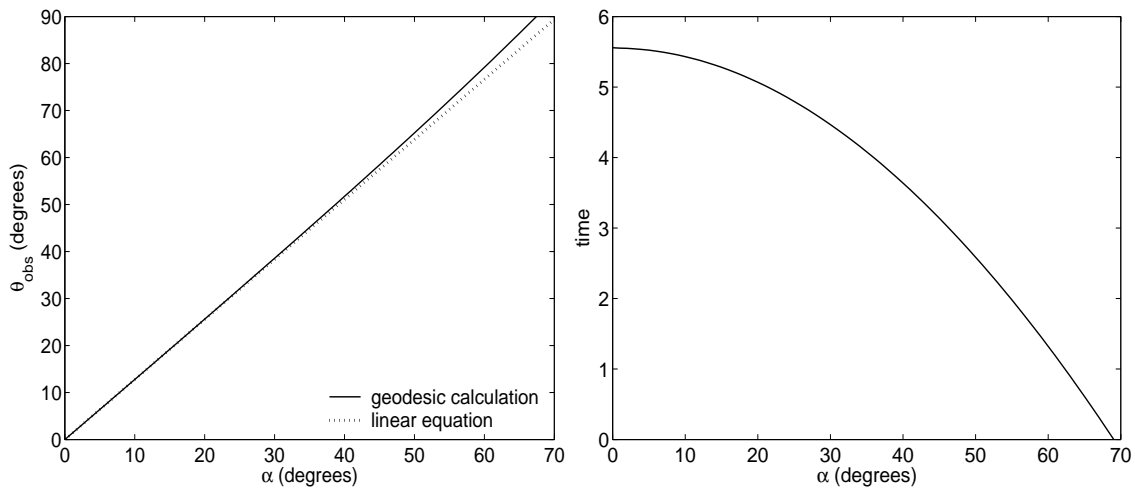


FIG. 1.9 – Angle d’observation,  $\theta_{obs}$ , (à gauche) et temps relatif du photon observé,  $\hat{t}_{obs}$ , (à droite) en fonction de l’angle polaire ( $\alpha$ ) pour une source localisée à  $r = 5$  et sur l’axe ( $\theta = 0$ ). La relation entre l’angle d’observation et l’angle polaire est comparée à une relation linéaire.

### 1.3.2 Source hors axe

Pour la source hors axe, les effets de rotation de la métrique deviennent importants. La figure III.1.10 montre les effets de la rotation de la source en comparant les résultats calculés avec les mêmes paramètres initiaux dans le LNRF et dans le repère en co-mouvement avec le disque. Les effets gravitationnels dépendent des deux angles initiaux, polaire et azimutal, du photon émis. Les photons émis dans la direction rétrograde,  $\beta > 180^\circ$ , sont soumis à un décalage gravitationnel vers le rouge plus important que ceux émis dans la direction de rotation.

Comme la vitesse de rotation du disque est plus grande que celle de la métrique, (voir la figure I.1.3 dans le §I.1.4), dans le repère en co-rotation avec le disque, les photons émis dans la direction rétrograde ont une probabilité d’être observés plus grande que ceux émis dans la direction de la rotation. Pour des émissions uniformes, les photons franchissant l’horizon dans le repère en co-mouvement sont moins nombreux que dans le LNRF, comme on le voit dans la figure III.1.10 ( $g_{obs}$ ). Ils doivent être émis dans la direction rétrograde dans le repère en co-mouvement pour compenser l’effet d’aberration de la lumière. L’effet Doppler dû au mouvement de ce repère fait apparaître un décalage vers le bleu. On remarque également que la valeur de  $g_{obs}$ , dans la figure III.1.10, est supérieure à un. Pour un angle d’observation inférieur à  $\sim 40^\circ$ , les photons émis dans le repère en co-mouvement l’ont été obligatoirement dans une direction rétrograde. Inversement, si ces photons sont émis dans la direction de rotation, ils arriveront à l’infini avec un angle d’observation plus grand,  $\gtrsim 45^\circ$ , à cause de l’effet d’aberration de la lumière.

L’angle d’observation azimutal est généralement très proche de la valeur de l’angle azimutal initial du photon dans le LNRF et dépend légèrement de l’angle polaire initial. Les photons émis dans la direction  $\alpha = 0^\circ$  ou  $\beta = 180^\circ$  dans le LNRF atteignent l’infini avec le même angle azimutal que celui de départ. Dans le repère en co-rotation, en raison de l’effet d’aberra-

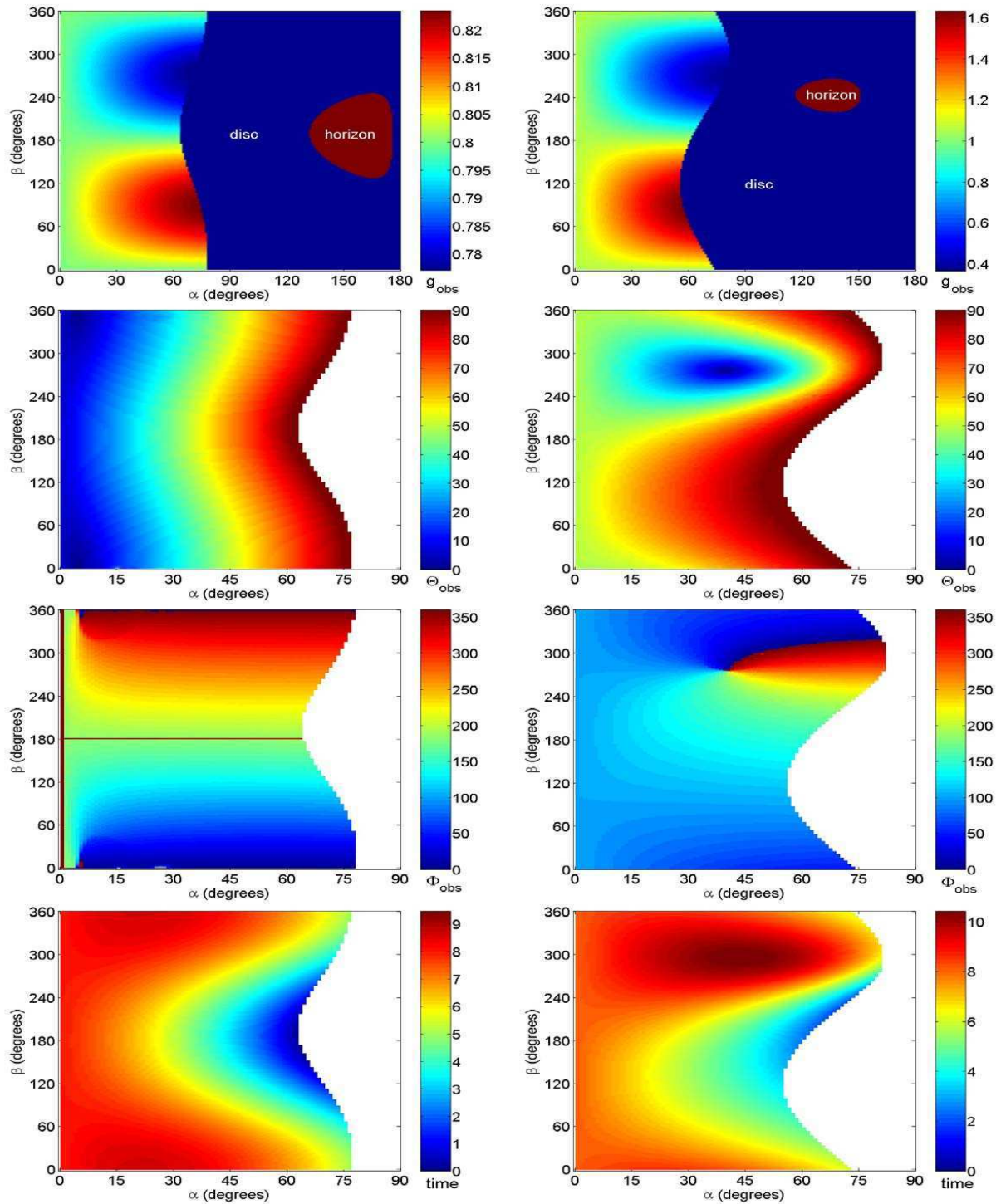


FIG. 1.10 – Résultats pour une source localisée à  $r \cos \theta = 5$  et  $r \sin \theta = 2$  pour une émission uniforme dans le LRF (à gauche) et dans le repère en co-mouvement avec le disque (à droite). Les valeurs de  $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$ , et  $\hat{t}_{obs}$  sont présentées en couleur en fonction de l'angle polaire et l'angle azimutal, dans les panneaux de haut en bas, respectivement.

tion (par le biais de la transformation de Lorentz), le résultat, présenté dans la troisième ligne de la figure III.1.10, montre que l'angle azimutal observé dépend fortement de l'angle polaire de l'émission. Les photons émis avec un angle polaire petit  $\alpha \lesssim 40^\circ$  arrivent à l'infini dans le sens de rotation,  $0^\circ < \phi_{obs} < 180^\circ$ . Il n'y a que les photons émis dans les directions rétrogrades qui peuvent être observés avec  $\phi_{obs}$  entre  $180^\circ$  et  $360^\circ$ .

La distribution temporelle des photons dans le LNRF est plutôt uniforme, comme la distribution des couleurs sur la figure III.1.10. Pour une émission uniforme dans le LNRF, le nombre de photons observés à l'infini pour chaque  $\hat{t}$  n'est pas si différent. Par contre, dans le repère en co-rotation, le nombre des photons observés aux temps élevés est plus grand que celui aux temps petits.

Généralement, les photons émis dans le LNRF avec un angle polaire plus grand arrivent à l'infini avant ceux ayant un angle polaire plus petit. Dans le LNRF, Les photons émis dans la direction vers l'extérieur du trou noir,  $\beta \sim 0^\circ$  prennent plus le temps pour atteindre l'infini. Dans le repère en rotation, les photons qui prennent plus le temps sont émis dans la direction rétrograde,  $\beta$  autour de  $300^\circ$ . Par contre, les photons qui prennent le moins de temps pour atteindre l'infini sont ceux émis en direction du centre du trou noir,  $\beta \sim 180^\circ$  pour les deux repères.

### 1.3.3 Émission isotrope du disque

Je présente ici les résultats pour des émissions isotropes, dans le repère local du disque avec la vitesse angulaire  $\Omega$ , et dans le repère en rotation avec la métrique, dans la figure III.1.11. La distribution des photons observés à l'infini pour toutes les positions (rayons) initiales sur le disque est montrée en fonction des valeurs de  $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$  et  $\hat{t}_{obs}$ . Chaque rayon a le même nombre de photons émis mais n'a pas le même nombre des photons atteignant l'infini. Les photons "perdus" sont retournés vers le disque ou ont franchi l'horizon. Ils sont plus nombreux dans la région centrale du disque (couleur plus bleue dans la figure III.1.11).

Pour les calculs à partir du LNRF, les photons émis ne subissent que le décalage vers le rouge, car il domine l'effet Doppler dû à la vitesse de rotation du repère. Si la direction de départ s'éloigne du trou noir, le décalage gravitationnel reste proche de 1. La valeur minimale de  $g_{obs}$ , (décalage gravitationnel maximal vers le rouge), apparaît pour le rayon de la dernière orbite stable (rayon interne du disque) et elle est proche de zéro.

Quand on considère les paramètres des photons émis dans le repère en co-mouvement, l'effet Doppler fait apparaître un décalage vers le bleu et augmente la valeur du décalage gravitationnel. Le décalage maximal vers le bleu apparaît à l'intérieur de l'ergosphère avec une valeur d'environ 1.65 correspondant bien à celle de Cunningham (1975).

Les photons émis dans la zone externe du disque sont observés selon des angles plus petits que ceux émis dans la zone centrale. Ils sont représentés par les points rouges sur la deuxième ligne de la figure III.1.11, ( $\theta_{obs}$ ). Dans la région centrale, l'effet d'aberration de la lumière dû à la rotation du disque achemine les photons à l'infini avec des angles plus grands. On a perdu moins de photons émis dans la région centrale par rapport à ce que l'on observe dans le LNRF.

L'effet de rotation de la métrique est plus important pour la zone interne que pour la zone externe du disque. La troisième ligne de la figure III.1.11 montre que la plupart des photons émis à des rayons du disque plus grands que 20 ont une valeur de  $\phi_{obs}$  un peu supérieur à zéro. Dans le LNRF, la distribution de  $\phi_{obs}$  pour les photons émis dans la région centrale est presque

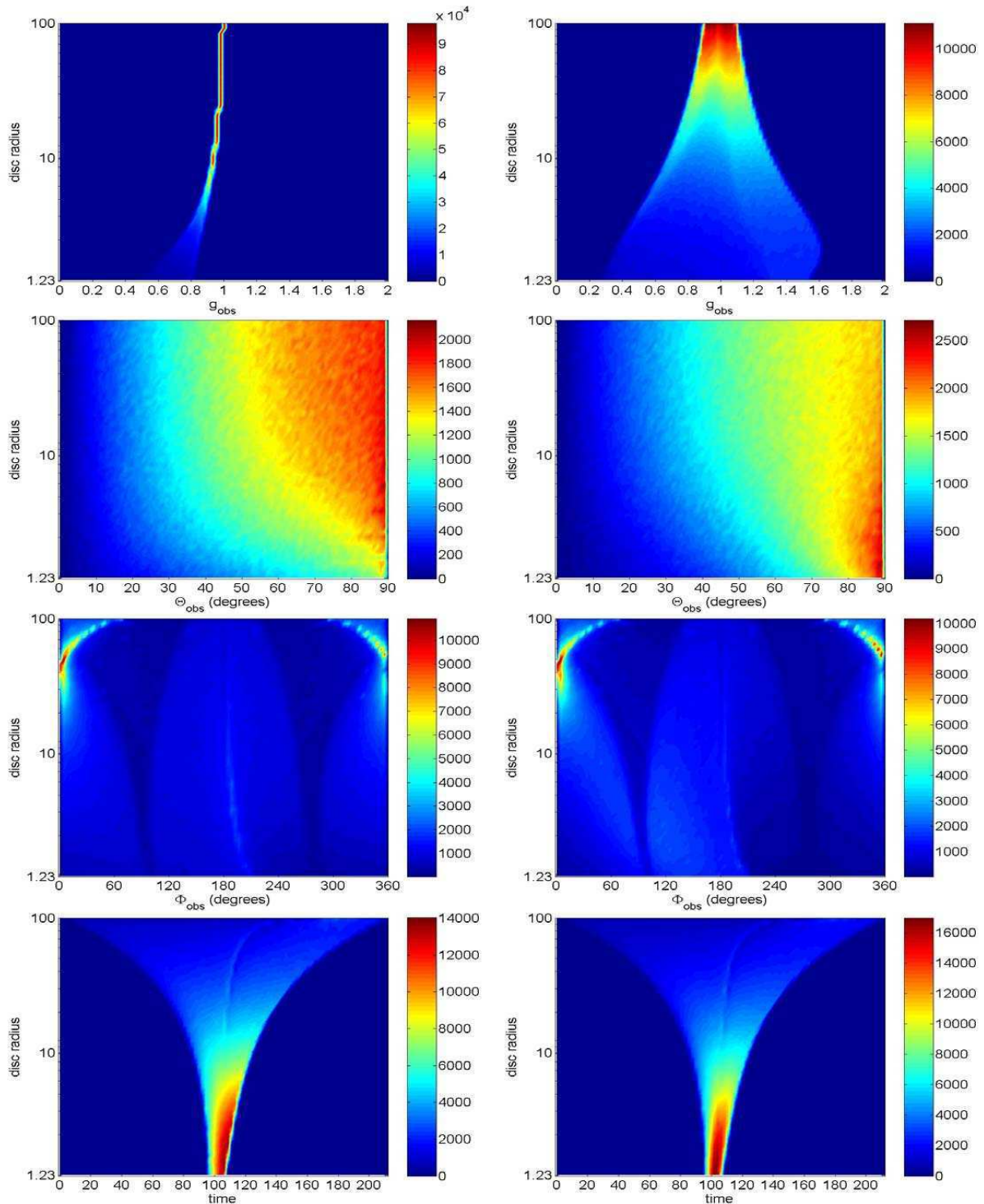


FIG. 1.11 – Résultats des géodésiques du disque pour une émission isotrope dans le repère local en rotation avec la métrique (à gauche) et avec la vitesse angulaire  $\Omega$  (à droite). Le nombre des photons observés à l'infini est présenté en couleur en fonction de rayon du disque et de la valeur de  $g_{obs}$ ,  $\theta_{obs}$ ,  $\phi_{obs}$ , et  $\hat{t}$  dans les panneaux de haut en bas, respectivement.



uniforme. Au contraire, dans le repère en co-rotation, ces photons arrivent à l'infini avec  $\phi_{obs}$  préférentiellement entre  $\sim 60^\circ$  et  $\sim 200^\circ$ .  $\phi_{obs}$  diminue rapidement de  $180^\circ$  à environ  $120^\circ$  quand le rayon augmente jusqu'à 2, la frontière de l'ergosphère. Pour un rayon de départ entre 2 et 10, la plupart des photons sont observés avec  $\phi_{obs}$  autour de  $120^\circ$ .

La valeur de  $\hat{t}$  présentée dans la figure III.1.11 est une valeur relative. On considère que le temps du premier photon émis par le disque qui atteint l'infini est égal zéro. On voit que ce photon ( $t=0$ ) est émis par le rayon externe du disque, mais le photon observé en dernier est aussi émis à ce rayon.

Si l'on se place à un même rayon, on voit que le décalage entre le premier et le dernier photon émis (zone en couleur dans la figure III.1.11) augmente avec le rayon du disque. Pour les régions internes, il est d'environ 10, et on remarque que les photons émis dans la région la plus centrale arrivent à l'infini presque en même temps.

En comparant les résultats entre les deux repères, on voit que cet intervalle est légèrement élargi par l'effet de la rotation du disque. Par exemple, la différence extrême des temps d'arrivée pour un rayon de 10 est de 25 dans LNRF et il est de 30 dans le repère en co-rotation avec le disque.

## Chapitre 2

# Modèle avec la source ponctuelle

Dans ce chapitre, je m'intéresse aux effets de la relativité générale sur un spectre émis en  $X/\gamma$  par un objet compact. Le modèle consiste en un trou noir qui courbe l'espace-temps, avec un disque d'accrétion et au-dessus de ce disque, une source de rayonnement  $X/\gamma$ . Ce modèle simple permet de quantifier les effets relativistes, sur la composante primaire et la composante réfléchie. Je commence par la description du modèle. Toutes les longueurs sont exprimées en unité de  $r_g$ .

Ensuite, je présente les résultats calculés avec une source sur l'axe de rotation et une source hors axe. Puis les comparaisons entre les résultats calculés et les observations sont présentées, notamment avec les données observées de NGC 4051. Les résultats de ce modèle sont publiés dans *Astronomy & Astrophysics* (article reproduit à la suite de ce chapitre).

### 2.1 Description du modèle

Dans ce modèle, on étudie les effets relativistes sur le spectre moyenné sur le temps. Le modèle a la même géométrie que celle du modèle de Miniutti & Fabian (2003) avec une source primaire :

- en forme d'anneau.<sup>1</sup>
- en co-rotation avec le disque à une hauteur,  $h$ , au dessus du disque et à un rayon,  $\rho$ , par rapport à l'axe de rotation.
- optiquement fine pour que la probabilité qu'un photon subisse une diffusion Compton en la traversant soit négligeable.
- émettant dans son repère une distribution de photons en loi de puissance avec coupure exponentielle, isotrope et stationnaire.

---

1. L'échelle de temps de rotation près du trou noir est beaucoup plus courte que le temps d'intégration dans les observations, une source ponctuelle en rotation est donc équivalente à un anneau (Miniutti 2003).

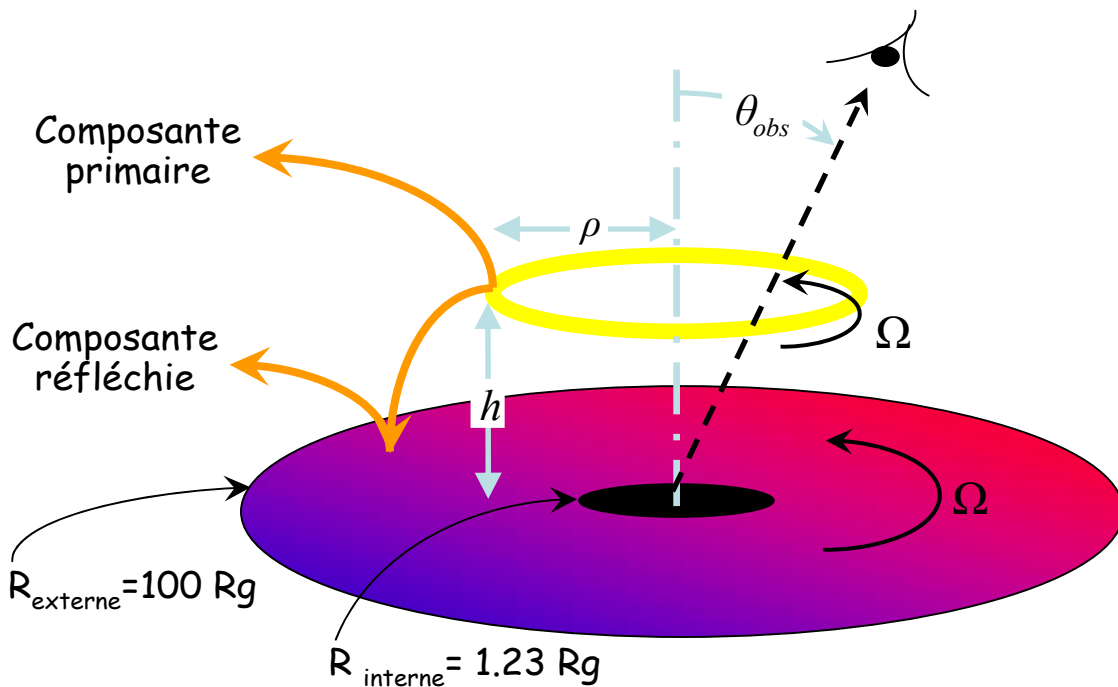


FIG. 2.1 – Schéma du modèle de l'objet étudié. La source  $X$  en forme d'anneau fin de rayon  $\rho$  est localisée à une hauteur  $h$  au-dessus du disque. Le rayon interne du disque est celui de la dernière orbite stable,  $R_{int} = 1.23$  pour  $a = 0.998$ . Le rayon externe du disque égale 100. La source est en co-rotation avec le disque tournant avec la vitesse angulaire  $\Omega$ . L'inclinaison de la ligne de visée est  $\theta_{obs}$ . Les deux composantes observées sont la composante primaire venant directement de la source, et la composante réfléchie par le disque d'accrétion.

et un disque d'accrétion :

- qui tourne dans le plan équatorial en géométrie de Kerr avec  $a = 0.998^2$ , et une vitesse angulaire,

$$\Omega = \frac{1}{a + (r \sin \theta)^{3/2}}. \quad (2.1)$$

- de rayon interne égal au rayon de l'orbite marginalement stable, soit  $r_{ms} \approx 1.23$  pour  $a = 0.998$ , et un rayon externe égal à 100.
- optiquement épais et géométriquement fin.
- composé matière neutre.

2. C'est la valeur maximale du paramètre de la rotation après l'évolution du disque d'accrétion autour du trou noir en considérant le rayonnement du disque et l'accrétion de matières qui fait augmenter le paramètre  $a$  (Thorne 1974).

Nous avons introduit, au-delà des calculs de Miniutti et Fabian (2003, 2004),:

- La prise en compte du décalage spectral dans le calcul du spectre primaire
- Le calcul du continuum de la réflexion et de la raie de Fer de manière cohérente (diffusion Compton et photo-absorption par méthode Monte-Carlo (Malzac, 1999)<sup>3</sup>
- "La réflexion multiple", pour des photons ayant déjà été réfléchis mais qui retournent sur le disque en raison de la courbure de l'espace.

De plus, nous avons exploré tous les paramètres spatiaux de la source en faisant varier sa hauteur mais aussi son rayon et nous présenterons une étude de la dépendance angulaire des deux composantes spectrales (primaire et réfléchie) pour tous les angles d'observation à l'infini, noté  $\theta_{obs}$ , avec  $\mu_{obs} = \cos \theta_{obs}$ .

Pour bien comprendre les effets relativistes, j'ai systématiquement comparé les résultats des calculs obtenus en relativité générale avec deux autres modèles théoriques, soit les trois modèles suivants:

Modèle newtonien (NN) : disque d'accrétion statique en métrique Newtonienne

Modèle relativité restreinte (SR) : disque d'accrétion tournant en métrique Newtonienne

Modèle relativité générale (GR) : disque d'accrétion tournant en métrique de Kerr

L'émission primaire de la source X est générée isotrope par la technique Monte-Carlo explicitée dans l'annexe B.4, selon une distribution d'énergies en loi de puissance avec coupure exponentielle (annexe B.1). On utilise les grilles pré-calculées pour les géodésiques entre la source X et le disque ou l'infini. La composante de réflexion est calculée par un code Monte-carlo existant (Malzac, 1999), et les géodésiques jusqu'à l'infini interpolées dans la grille pré-calculée correspondante, pour les paramètres angulaires des photons réfléchis.

Pour les photons réfléchis qui n'atteignent pas l'infini et ne traversent pas l'horizon mais retournent vers le disque (réflexions multiples), on calcule leur trajectoire par la méthode numérique puisqu'aucune grille n'est disponible. Une fois les trajectoires calculées, il faut déterminer le flux X reçu sur le disque ou observé à l'infini.

En calculant une moyenne sur le temps, la puissance locale peut s'exprimer en fonction de la puissance émise par:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{local} = g^2 \left(\frac{dE}{dt}\right)_{emis} \quad (2.2)$$

où  $E_{local}$  est l'énergie mesurée localement,  $E_{emis}$  est l'énergie émise, et<sup>4</sup>

$$g = \frac{E_{local}}{E_{emis}} = \frac{dt_{emis}}{dt_{local}}. \quad (2.3)$$

Pour calculer numériquement le flux dans le repère local, à l'infini ou sur disque en appliquant l'invariant  $I_\nu/\nu^3$ , il suffit d'appliquer la relation ci-dessus à chaque photon.

3. Comme le parcours moyen des photons dans le disque est beaucoup plus court que tous les rayons de la courbure de l'espace, l'approximation de la métrique euclidienne est applicable (George & Fabian 1991).

4. La période de l'onde électromagnétique du photon  $dt$  est en proportion inverse l'énergie du photon  $h\nu$ . Puisque la période  $dt$  peut être considérée comme l'intervalle du temps mesuré par l'horloge dans le repère que l'énergie est mesurée (Longair 1992).

## 2.2 Résultats

Les résultats sont présentés en deux parties. Je commence par le cas le plus simple avec une source sur l'axe de rotation (donc statique),  $\rho = 0$ , dans le §III. 2.2.1 et puis le cas plus général, avec la source en forme d'anneau,  $\rho > 0$ , dans le §III. 2.2.2. Les effets sur chaque composante, la composante primaire et réfléchie, sont montrés par comparaison entre les résultats des trois modèles.

### 2.2.1 Source sur l'axe

Dans ce cas, la source est donc un point sur l'axe de rotation. C'est le cas le plus étudié que l'on connaît comme le modèle du réverbère ou "lamppost model" (voir Martocchia et al. 2000; Beckwith & Done 2004, et les références citées à l'intérieur).

#### Composante primaire

La figure III.2.2(a) représente le spectre émis par la source tel qu'il est observé à l'infini pour les trois modèles. Les spectres primaires pour les modèles NN (Newtonien) et SR (relativité restreinte) sont identiques puisque la source est statique. Les effets de la courbure de l'espace-temps (modèle GR) se manifestent par le décalage spectral et la perte d'intensité de la composante primaire. Pour une hauteur de la source plus basse, il y a plus de photons déviés vers le disque ou l'horizon et la source primaire apparaît plus faible à l'observateur. De plus, le décalage gravitationnel vers le rouge diminue l'énergie du flux primaire observé.

Il est évident que les effets sont plus forts pour une hauteur plus basse: entre  $h = 20$  et  $h = 2$ , la différence de luminosité est proche d'un facteur 20. De plus, le décalage vers le rouge

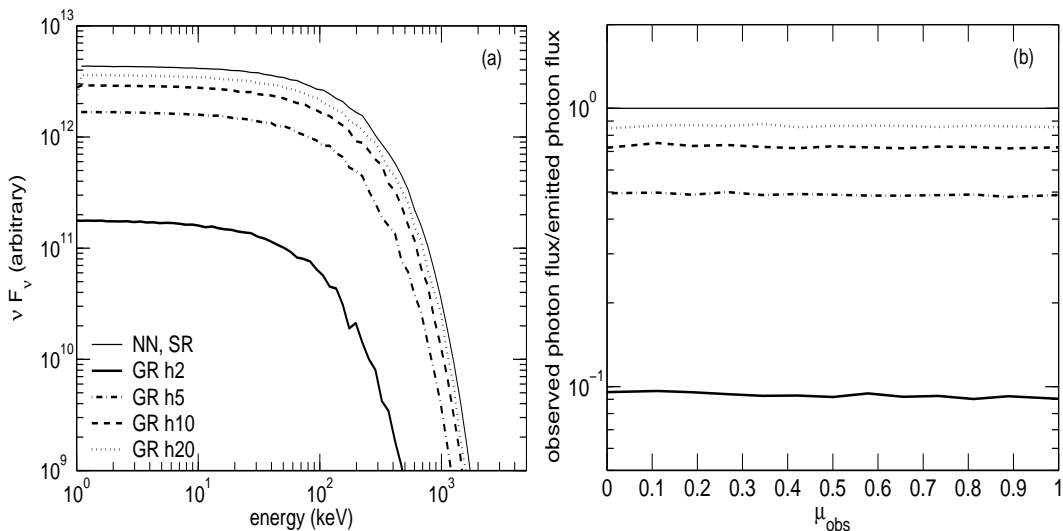


FIG. 2.2 – Les spectres (a) et la dépendance angulaire (b) de la composante primaire avec la source sur l'axe. NN correspond au modèle Newtonien, SR au cas de la relativité restreinte et GR hxx, au modèle de relativité générale pour une source à la hauteur  $h=xx$  au-dessus du disque.

pour  $h = 2$  est  $\sim 0.45$ . En conséquence, la coupure du spectre se produit à une énergie deux fois plus faible par rapport au cas newtonien. On remarque également, sur la figure III.2.2(b), que bien que les photons traversent l'espace-temps courbe en rotation, la distribution angulaire de la composante primaire à l'infini est presque isotrope quelle que soit la hauteur de la source.

### Composante réfléchie

Puisque la forme de la composante réfléchie dépend du spectre et de la distribution angulaire des photons incidents sur le disque, il est intéressant d'étudier les effets de la relativité restreinte et générale sur l'illumination du disque dans son repère local.

La figure III.2.3 illustre le décalage gravitationnel entre le repère de la source et celui du disque en fonction du rayon du disque. Dans la région interne du disque, approximativement pour  $\rho < h$ , les photons incidents sont tombés dans une zone de potentiel plus profonde et ont gagné de l'énergie. Dans cette région, la matière du disque voit un spectre plus dur. Le facteur d'amplification peut être presque de 10 à la dernière orbite stable. Cet effet gravitationnel est beaucoup plus fort que l'effet doppler dû à la rotation du disque (modèle SR), qui aboutit au plus à 20 % d'augmentation de l'énergie.

Dans la zone externe, les photons incidents se sont déplacés contre le potentiel gravitationnel et la radiation a subi un décalage vers le rouge, c'est-à-dire une perte d'énergie.

La rotation du disque et de l'espace-temps courbe ont également un effet sur l'angle incident des photons, particulièrement dans la région centrale. La figure III.2.4 compare l'angle incident des photons en fonction du rayon du disque, calculé pour les trois modèles, NN, SR et GR. Dans le cas newtonien, l'angle incident  $\theta_i$  est simplement donné par  $\theta_i = \arctan r/h$ . L'aberration de la lumière due à la rotation de la source dans SR se traduit par une inclinaison plus élevée que pour le disque statique de NN. Cet effet est plus fort dans les zones plus internes du disque où la vitesse angulaire est plus grande. Les photons arrivent alors presque

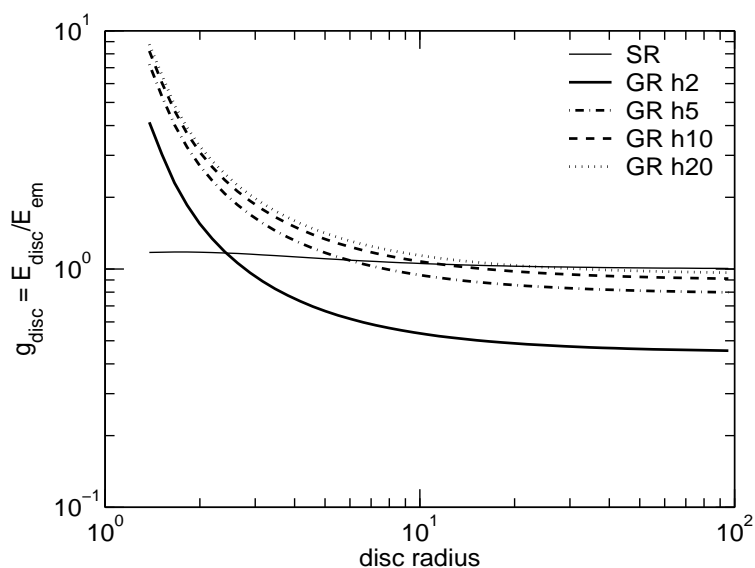


FIG. 2.3 – Rapport entre l'énergie des photons incidents dans le repère local du disque et l'énergie émise dans le repère local de la source en fonction du rayon du disque.

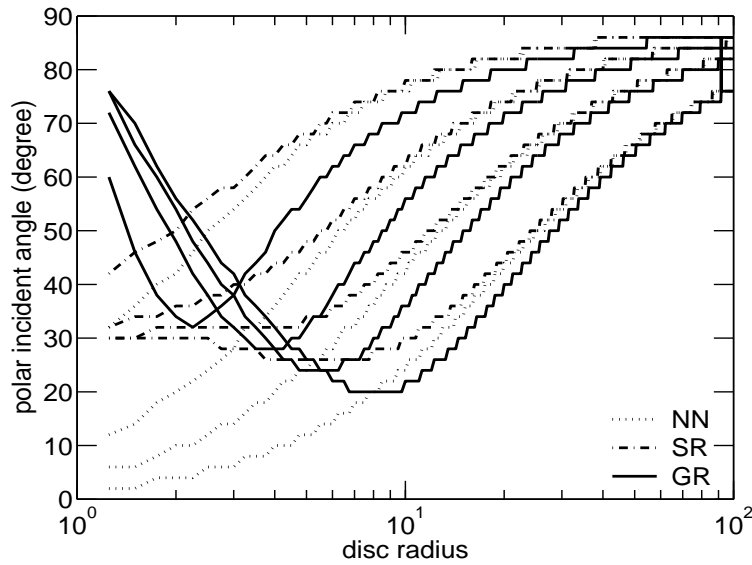


FIG. 2.4 – Angle incident des photon dans le repère local du disque en fonction de rayon du disque. Le zéro degré est la normale du disque pour différentes hauteurs de la source.

parallèlement à la surface du disque.

Dans la métrique de Kerr, la courbure de l'espace diminue légèrement l'angle incident par rapport au cas newtonien à grand rayon. Par contre, les photons émis vers la partie la plus interne du disque ( $r < h$ ) sont "tirés" par la rotation de la métrique et commencent à tourner rapidement autour de l'axe du trou noir. Ces photons atteignent la zone interne du disque avec une incidence presque rasante, de sorte que l'angle incident des photons à petit rayon est plus grand que dans SR et NN.

La figure III.2.5(a) montre des exemples de spectres de réflexion calculés d'après nos trois modèles pour deux angles d'observation. A faible inclinaison, les effets de la relativité restreinte sont faibles et les spectres NN et SR sont très proches. Le spectre en métrique de Kerr (GR) a une amplitude plus faible et manque de photons à haute énergie à cause du décalage gravitationnel vers le rouge. Par contre, à plus forte inclinaison, les différences spectrales sont plus importantes, et le modèle newtonien présente cette fois l'intensité la plus faible. Le plus remarquable est que les spectres relativistes sont, cette fois, décalés vers le bleu. En fait, la forme du spectre GR ressemble à celle du modèle SR parce que l'effet doppler domine le décalage gravitationnel vers le rouge. De plus, la raie du Fer est fortement modifiée jusqu'à être presque complètement noyée dans le cas SR.

On note également que le spectre réfléchi du GR a plus de photons à haute d'énergie pour un angle d'observation plus grand. En effet les énergies des photons incidents, dans le repère local du disque, dans la région centrale sont amplifiées par le décalage gravitationnel. La plupart des photons réfléchis sont observés avec un grand angle d'observation. En comparaison avec le modèle NN, les spectres du GR sont décalés vers le rouge pour une faible inclinaison et vers le bleu pour une forte inclinaison. L'importance du décalage spectral augmente quand la hauteur de la source diminue, car le champ gravitationnel est plus intense (cet effet n'est pas présenté dans la figure III.2.5.).

Examinons maintenant la dépendance angulaire du flux de la composante réfléchie pour les

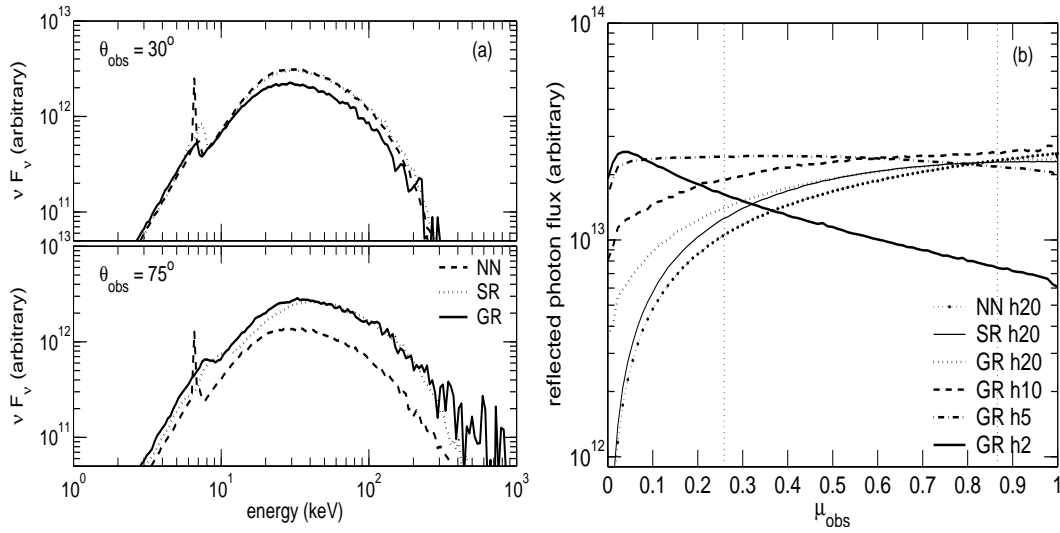


FIG. 2.5 – (a) spectres de la composante réfléchie pour les trois modèles pour  $h=2$ . (b) distribution angulaire à l’infini. Les deux verticales correspondent à  $30^\circ$  et  $75^\circ$ .

trois modèles (la figure III.2.5(b)). Elle n’est plus du tout isotrope comme l’était la composante primaire.

Dans le cas du SR, les effets de l’aberration de lumière augmente la luminosité de la réflexion pour la plupart des angles. Dans le modèle GR, la distribution angulaire de la réflexion dépend fortement de la hauteur de la source. Pour  $h = 5$  ou moins, la distribution angulaire atteint son maximum au dessus de  $75^\circ$ , comme montré dans la figure III.2.5(b). Ce comportement est qualitativement très différent du cas newtonien où le flux observé est plus important aux faibles inclinaisons ( $\mu_{obs} = \cos\theta_{obs}$  plus petits). Par ailleurs, quand la hauteur diminue, l’illumination du disque augmente et le flux de la réflexion aussi (avec un facteur environ 2 quand la hauteur varie de 20 et 5). Cependant lorsque la source primaire est très proche du trou noir, une grande partie de la radiation traverse l’horizon et la luminosité de la réflexion diminue ( $\sim 40\%$  entre  $h = 5$  et  $h = 2$ ). De plus, celle-ci est majoritairement émise vers les angles élevés, puisque la métrique courbe les géodésiques vers le disque. Comme l’illumination de la région centrale du disque est plus forte pour la source à faible hauteur, et que les photons sont alors réfléchis vers les grands angles d’observation par la courbure de l’espace, l’émission y est considérablement augmentée.

En résumé, les effets de la courbure d’espace et le décalage gravitationnel ont deux conséquences majeures: Premièrement, le nombre de photons illuminant le disque est plus grand et leur énergie plus élevée, donc le flux total de la réflexion est plus grand. Deuxièmement, les trajectoires des photons réfléchis sont déviées vers les angles d’observation plus grands et l’amplitude de la réflexion augmente à grand angle, de manière totalement opposée à ce que l’on obtient dans la géométrie Newtonienne.



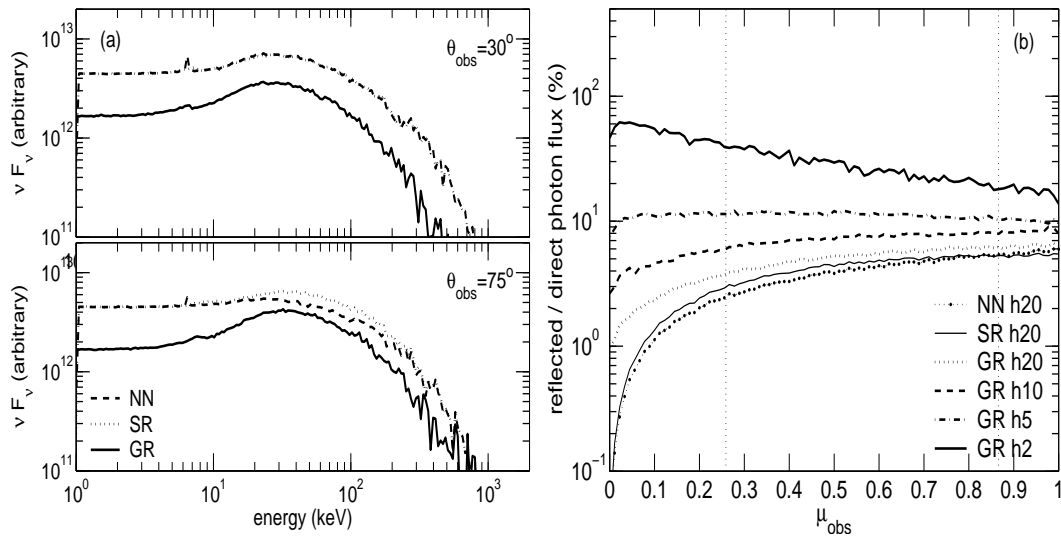


FIG. 2.6 – La même que la figure III.2.5 mais pour le spectre total observé.

### Spectre total observé

Dans cette section, on combine les résultats des composantes primaire et réfléchie pour étudier la dépendance du spectre total en fonction des paramètres du modèle. La figure III.2.6(a) montre le spectre total obtenu pour les trois modèles pour les inclinaisons de  $30^\circ$  et  $75^\circ$ . Comme les spectres du NN et SR sont dominés par la composante primaire, ils ne dépendent que légèrement de l'angle d'observation. La différence entre SR et NN n'apparaît que pour une forte inclinaison, lorsque la composante réfléchie est fortement affectée. L'intensité des spectres du modèle relativiste (GR) est réduite à cause de la déviation des photons vers le disque et du décalage gravitationnel. Contrairement aux cas NN et SR, la bosse de la réflexion est beaucoup plus forte aux grandes inclinaisons. C'est la conséquence de la courbure d'espace, qui affecte la composante réfléchie alors que la composante primaire reste presque isotrope.

La figure III.2.6(b) montre la distribution angulaire de la RPF, fraction du flux réfléchi sur le flux primaire. Pour toutes les hauteurs de la source du modèle GR, la RPF est plus grande que celles des modèles NN ou SR. L'amplitude relative de la réflexion s'accroît fortement pour les hauteurs faibles, particulièrement pour les grandes inclinaisons.

On voit donc clairement que les effets de relativité générale doivent être pris en compte dans l'estimation du facteur de réflexion dans les données observées.

### 2.2.2 Source hors axe

On s'intéresse maintenant à une source en co-rotation avec le disque, avec différentes hauteurs  $h$  et distances à l'axe  $\rho$ , dans la métrique newtonienne et la métrique de Kerr. Même s'il s'agit d'une source ponctuelle, son mouvement de rotation est si rapide qu'elle est équivalente à un anneau de rayon  $\rho$ .

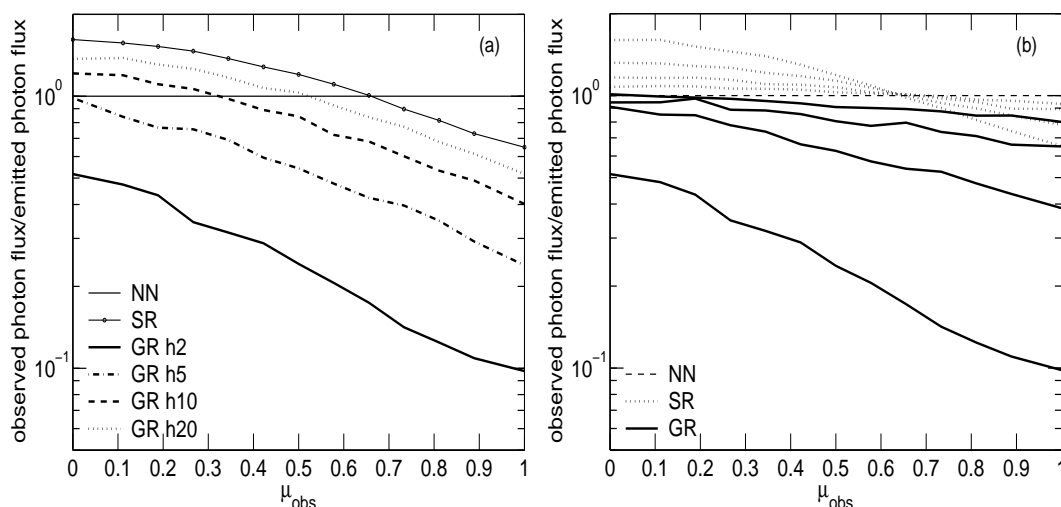


FIG. 2.7 – *Dépendance angulaire de la composante primaire pour la source en forme d’anneau. (a) Son est rayon fixé à 2 et sa hauteur à 2, 5, 10 et 20 (NN et SR restent les mêmes pour les différents  $h$ ). (b) Sa hauteur est fixée à 2 et son rayon à 2, 5, 10 et 20, de bas en haut pour  $\mu_{obs} = 1$ , respectivement.*

### Composante primaire

Contrairement à la source statique sur l’axe de rotation (où la distribution à l’infini était isotrope, voir la figure III.2.2), la rotation de la source hors axe affecte la composante primaire, par effet doppler et d’aberration de la lumière. En particulier, on attend des changements significatifs dans la distribution angulaire de la composante primaire observée à l’infini. C’est ce que représente la figure III.2.7.

Le calcul dans le modèle SR montre que l’effet de la rotation consiste à focaliser l’émission vers les grands angles d’observation ( $\mu_{obs}$  petits). Cet effet est plus fort pour les rayons plus petits, où la vitesse angulaire du disque (donc de la source) est plus grande (la figure III.2.7(b)). Les résultats sont identiques pour la géométrie de Kerr (modèle GR), sauf que le nombre total de photons atteignant l’infini est plus faible à cause de la courbure de l’espace.

La hauteur de la source n’intervient que dans l’intensité de l’émission observée pour le modèle GR (la figure III.2.7(a)), et, comme dans le cas de la source sur l’axe, la réduction de la composante primaire est plus importante quand la source se rapproche du disque.

### Composante réfléchie

La position de la source a également une grande influence sur la composante réfléchie, dans la métrique de Kerr. La figure III.2.8 montre l’émissivité du disque dans le modèle GR et SR (ou NN) pour différents rayons et hauteurs de la source. Car dans le modèle NN et SR, les trajectoires des photons sont en ligne droite, l’émissivité du disque est concentrée autour de la position de la source comme présenté dans la figure III.2.8(b) par les courbes fines. Si la hauteur de la source est petite, la concentration est plus importante. Au contraire, pour les grandes hauteurs, les photons émis peuvent illuminer le disque dans des zones plus éloignées,

la concentration est donc plus faible, comme présenté dans la figure III.2.8 (a).

Dans le modèle GR, l'émissivité du disque dans la région centrale est significativement importante par rapport à celle du SR (ou NN) pour toute les positions de la source. L'attraction des photons vers le centre du trou noir n'est pas la seule origine de ce phénomène. L'amplification d'énergie des photons est aussi une cause de la concentration de l'émissivité dans la zone centrale. Pour le rayon (et/ou la hauteur) plus petit, la courbure de l'espace tend de plus

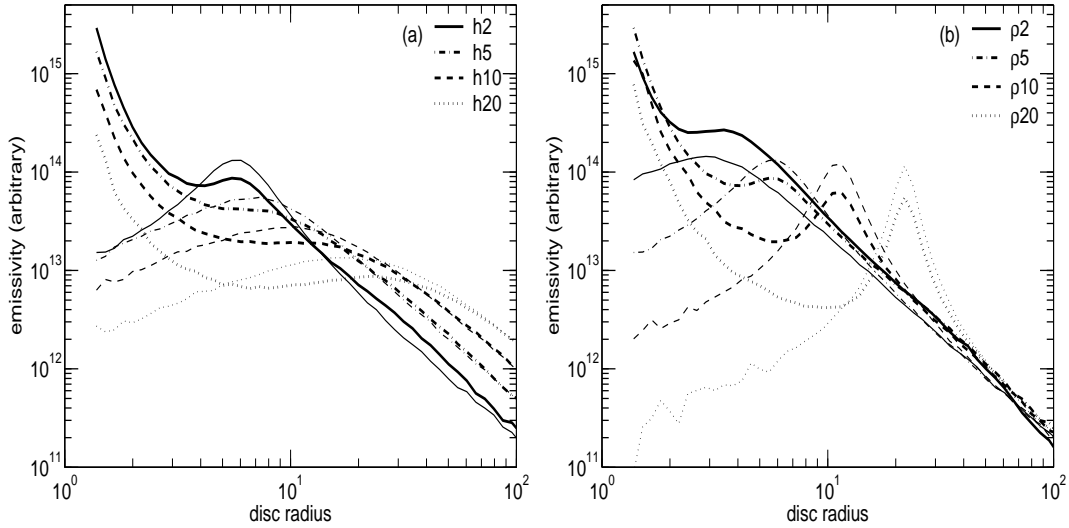


FIG. 2.8 – Émission de la réflexion (émissivité du disque) en fonction de rayon du disque pour  $\rho$  fixé à 5 avec différentes  $h$  (a), et pour  $h$  fixée à 2 avec différents  $\rho$  (b). Celles du modèle GR sont présentées par les courbes épaisses. Celles du modèle SR sont présentées par les courbes fines. Celles du modèle NN n'étant que légèrement différentes de celles du modèles SR, elles ne sont pas présentées dans la figure.

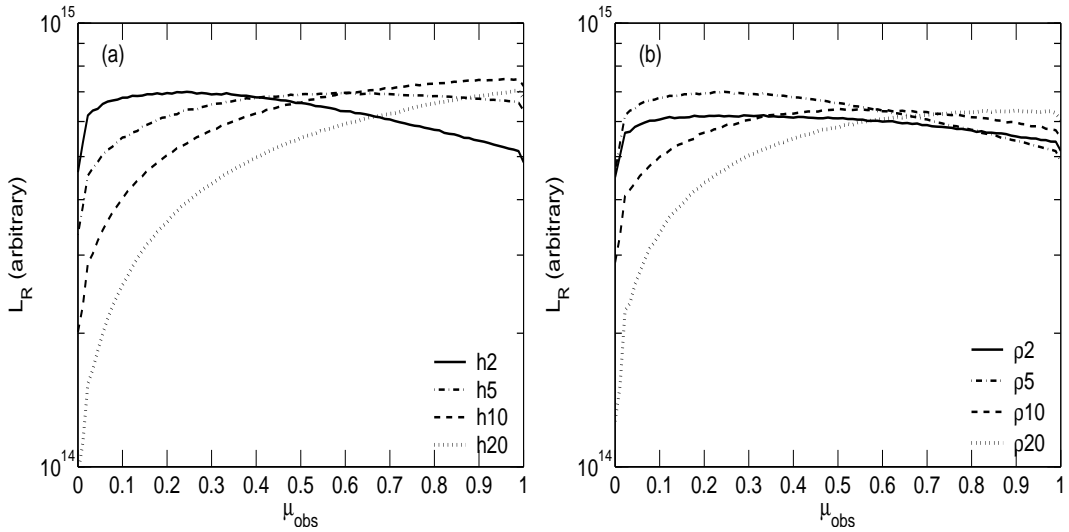


FIG. 2.9 – Luminosité de la composante réfléchie du modèle GR en fonction de  $\mu_{obs}$  avec les mêmes paramètres que la figure III.2.8.

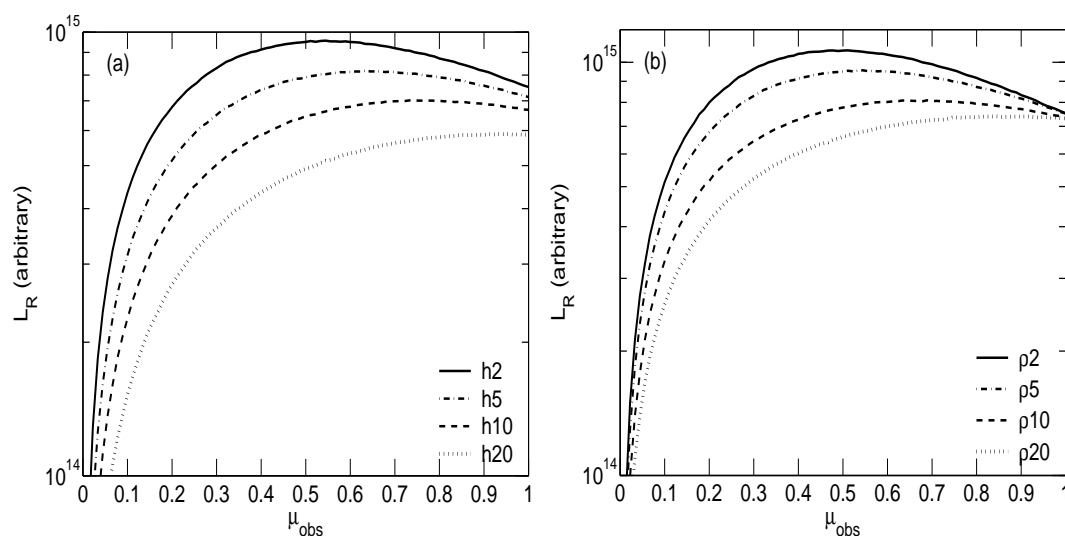


FIG. 2.10 – Les mêmes que celles dans la figure III.2.9 mais pour celles du modèle SR.

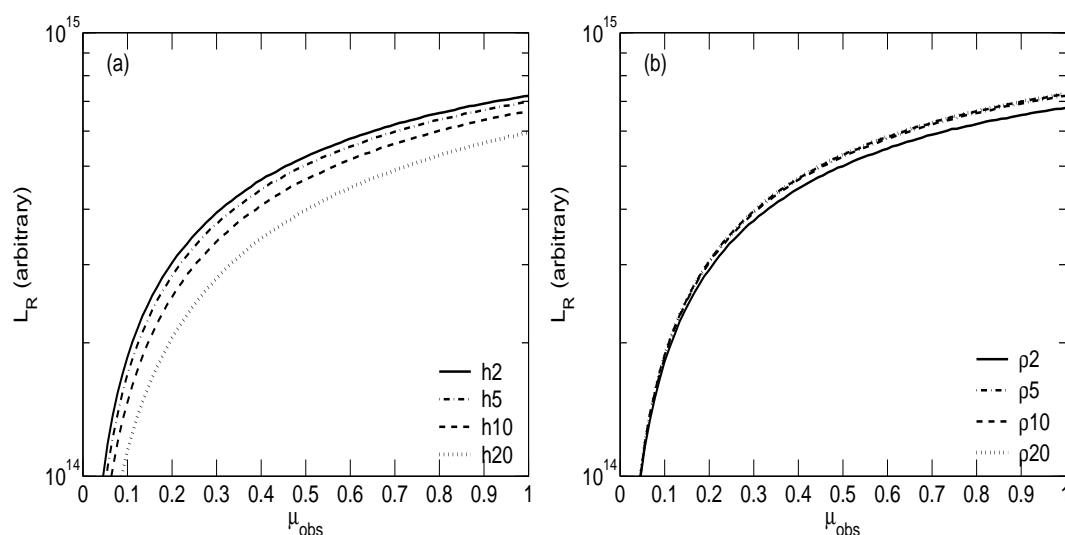


FIG. 2.11 – Les mêmes que celles dans la figure III.2.9 mais pour celles du modèle NN.

en plus à dévier l'émission de la source vers le disque. Par conséquent, l'illumination et le flux de la réflexion sont plus grands. Plus précisément, c'est l'émission des régions centrales du disque qui devient de plus en plus importante. C'est à dire que la plupart de la réflexion est produite proche du trou noir et observée, par la courbure de l'espace, aux angles d'observation les plus grands.

La figure III.2.9 montre la distribution angulaire de la réflexion du modèle GR pour une source hors axe, pour différentes hauteurs et rayons de l'anneau. La dépendance qualitative de la distribution angulaire de la réflexion en fonction du rayon et de la hauteur de la source est similaire à celle discutée pour la source sur l'axe: les petites valeurs mènent à des flux réfléchis plus importants et fortement déviés vers les grands angles d'observation, en comparaison à celles des modèles SR et NN, présentées dans la figure III.2.10 et III.2.11 respectivement. La

différence entre les distributions angulaires des modèles SR et NN est due au seul effet de l'aberration de la lumière, liée à la rotation du disque. L'importance de la réflexion pour les grands angles dépend de l'émission de la région centrale du disque. Dans le modèle NN, le disque est statique, la distribution dépend légèrement de la zone du disque illuminée. Il est évident que la distribution angulaire de la réflexion ne change pas beaucoup en fonction des différentes positions de la source. La luminosité de la réflexion, elle, varie avec la hauteur de la source, qui change significativement le nombre de photons total illuminant le disque.

### Spectre total observé

L'évolution de la luminosité totale observée, dans la bande d'énergie 1-30 keV, en fonction du rayon de la source est illustrée dans la figure III.2.12. Les variations du flux observé sont en fait fortement dépendantes de l'angle d'observation. On note par exemple que le flux augmente quand  $\rho$  diminue si  $h > 10$  pour  $\theta_{obs} = 60^\circ$ , tandis qu'il reste constant ou décroît pour  $\theta_{obs} = 30^\circ$ . Ou encore pour une hauteur fixée  $h = 2$ , la luminosité diminue d'environ 45% lorsque le rayon de la source est réduit de 20 à 5, dans le cas d'une inclinaison de  $30^\circ$  et seulement de 25% pour une inclinaison de  $60^\circ$ . Et l'on peut voir un effet similaire quand la hauteur de la source diminue pour un rayon fixé.

Quand on compare maintenant les spectres totaux calculés dans les trois modèles (la figure III.2.13(a)), pour la source hors axe, avec ceux de la source sur l'axe, (la figure III.2.6(a)), la différence principale est, qu'aux fortes inclinaisons, le flux primaire observé augmente du fait de la rotation de la source. Ces effets compensent la perte de luminosité due à la courbure de l'espace, et pour l'angle d'observation de  $75^\circ$ , l'intensité des modèles NN et GR sont maintenant comparables.

L'évolution de la RPF, fraction du flux réfléchi sur le flux primaire, est également fortement modifiée (la figure III.2.13(b)). La RPF de SR augmente à petit angle par rapport à celle

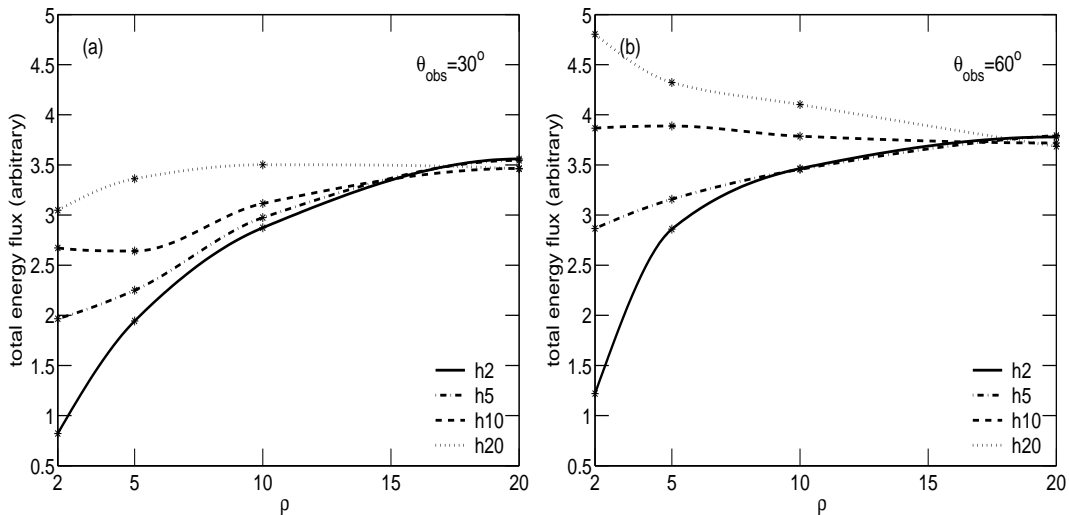


FIG. 2.12 – Flux total en énergie du modèle GR entre 1 et 30 keV, en fonction de  $\rho$ , pour différents  $h$  et un angle d'observation de  $30^\circ$  (a) et  $60^\circ$  (b).

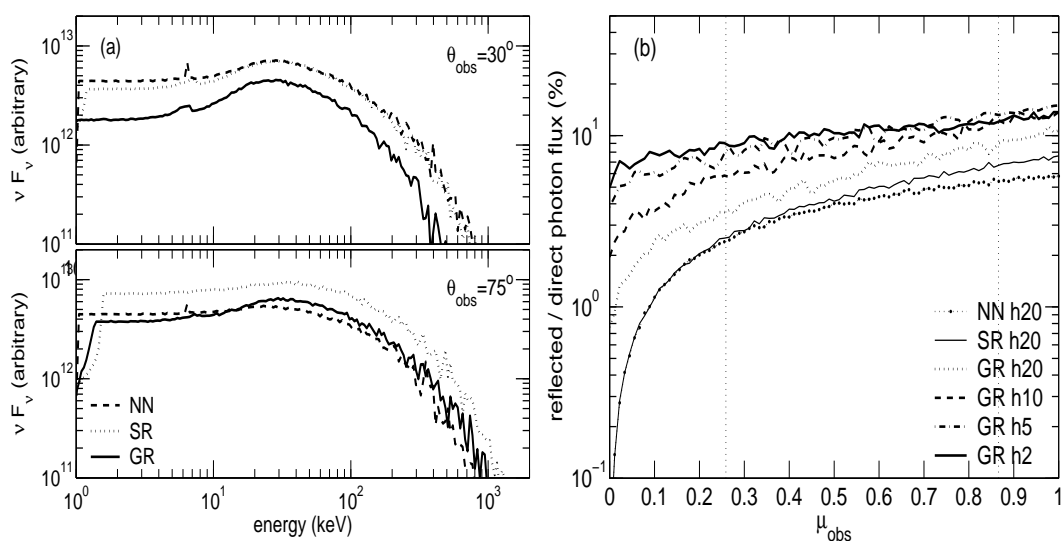


FIG. 2.13 – La même que la figure III.2.6 mais pour la source hors axe avec  $\rho = 5$  et  $h = 5$ . La coupure artificielle entre l'énergie de 1 et 2 keV est à cause due à l'énergie minimale choisie dans le repère de la source et soumis à l'effet du décalage gravitationnel vers le bleu.

du modèle NN. L'effet Doppler et l'aberration de la lumière sur l'émission primaire sont à l'origine de la réduction de la RPF à forte inclinaison pour tout  $h$ . Cela fait une différence qualitative importante avec le modèle de la source sur l'axe, où les spectres devenaient de plus en plus dominés par la réflexion à forte inclinaison, pour  $h < 5$ , voir la figure III.2.6. Cependant la fraction relative de flux réfléchi reste dans tous les cas supérieure à celle calculée dans le cas newtonien.

### 2.2.3 Réflexion multiple

La réflexion multiple se produit lorsque les photons réfléchis sont à nouveau déviés vers le disque. Ce phénomène peut être pris en compte simplement dans mon schéma du calcul numérique, ce qui nous permet d'évaluer son influence pour la première fois. Je compare donc ici les spectres avec et sans cet effet pris en considération.

Bien que la fraction de photons concernés a toujours un effet négligeable sur le flux total des photons réfléchis (moins de 1%), elle peut avoir un effet modeste mais significatif sur le flux en énergie de la réflexion, qui est augmenté jusqu'à 30% dans le cas extrême où  $\rho = 1.23$  et  $h = 1$ . En effet, les photons de la réflexion multiple ont une énergie moyenne plus élevée, car au dessous 10 keV la plupart des photons est absorbée tandis que pour les énergies plus élevées, de plus en plus de photons sont réfléchis. La figure III.2.14, à gauche, compare les spectres de la réflexion calculés avec et sans la réflexion multiple. Au dessous 10 keV, il n'y a pas de différence significative et la réflexion multiple peut être négligée sans incidence. Au delà par contre, les deux spectres diffèrent significativement, et l'on voit que le spectre réfléchi deux fois est plus dur que celui réfléchi une seule fois.

Ce phénomène est plus fort lorsque la source est plus proche du trou noir. En fait, lorsque l'illumination est concentrée près du trou noir, le nombre des photons réfléchis qui retournent sur le disque est plus important. Par exemple, pour  $h = 1$  et  $\rho = 1.23$ , il y a environ 16% des

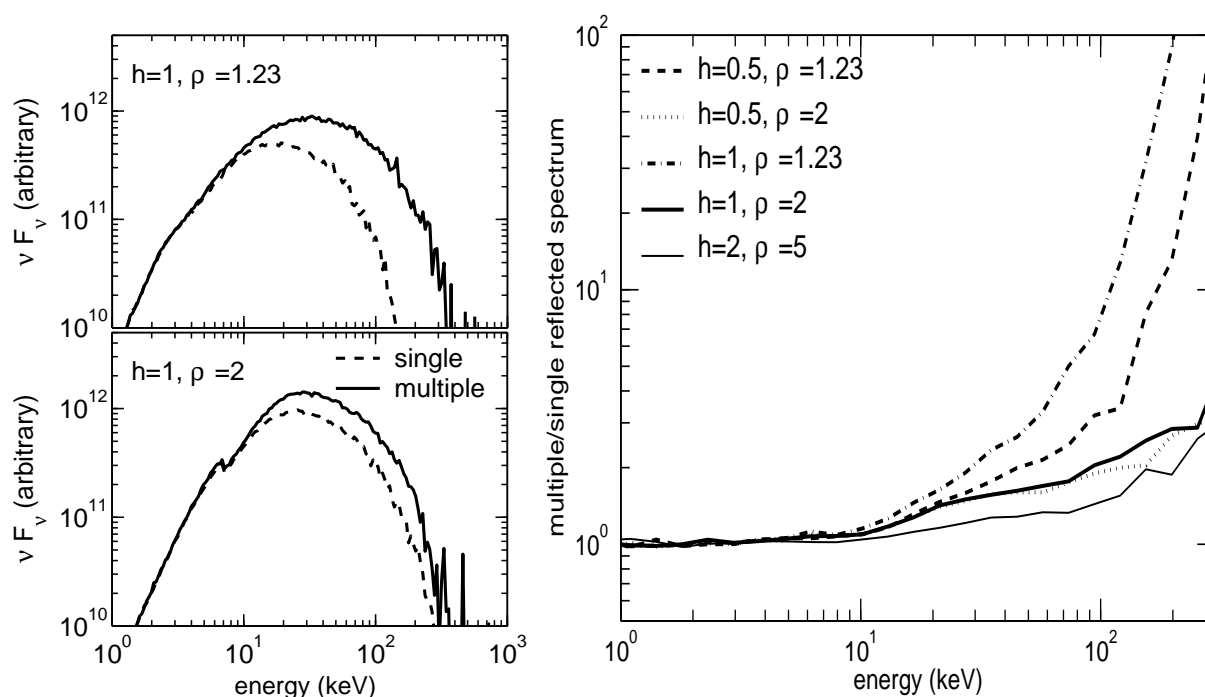


FIG. 2.14 – *Effets de la réflexion multiple sur les spectres réfléchis. A droite: Les spectres réfléchis pour un angle d'observation de  $30^\circ$  avec la réflexion multiple, en trait continu, et avec la réflexion simple, en tirets. A gauche: rapports entre les deux spectres pour différents paramètres de la source.*

photons réfléchis qui retournent sur le disque mais seulement 5% pour  $h = 5$  et  $\rho = 5$ .

La figure III.2.14, à droite, montre le rapport des spectres (en énergie) calculés avec et sans la réflexion multiple pour différentes hauteurs et rayons de la source. L'écart entre les deux spectres augmente fortement avec l'énergie. Dans les cas les plus extrêmes, l'émission de retour sur le disque peut augmenter le flux de la réflexion par plus d'un ordre de grandeur, au-dessus de 100 keV.

Étonnamment, pour  $\rho = 1.23$ , l'effet est plus important pour  $h = 1$  que pour  $h = 0.5$ . Comme l'illumination est plus concentrée autour du trou noir, on peut s'attendre à des effets de réflexion multiple plus forts. Mais lorsque la source est très proche du trou noir, plus de photons franchissent l'horizon au lieu d'intercepter le disque ou atteindre l'infini. En conséquence, la réflexion simple ou multiple est réduite.

Pour  $\rho$  plus grand, les effets de la réflexion multiple sont moins dramatiques et commencent à être négligeables pour  $h > 2$  ou/et  $\rho > 5$  (moins de 30% au dessus 100 keV).

En conclusion, les effets de la réflexion multiple sont relativement faibles sauf au dessus de 10 keV lorsque l'illumination est concentrée dans quelques rayons gravitationnels. Ces effets devraient être pris en considération pour ajuster les spectres des sources extrêmes, comme MGC 6-30-15, avec les missions "haute énergie" telles que BeppoSax, INTEGRAL ou Suzaku.

## 2.3 Comparaisons avec les observations

Dans cette section, nous avons cherché à replacer nos résultats dans le contexte des observations récentes de Noyaux Actifs de Galaxies (NAG) et de systèmes binaires, sources de rayonnements X et  $\gamma$ . Dans le § III.2.3.1, nous quantifions les conséquences de la non prise en compte des effets relativistes dans les résultats des paramètres d'ajustement des spectres observés avec un modèle newtonien. Dans le § III.2.3.2, nous confrontons les prédictions du modèle relativiste avec des observations récentes de plusieurs sources montrant une corrélation non linéaire entre la réflexion (le flux de la raie de Fer) et l'émission primaire. Finalement, dans le § III.2.3.3, nous montrons que le modèle GR prédit une relation non-linéaire entre les flux mesurés dans différentes bandes d'énergie que l'on peut comparer à la relation flux-flux observée dans la galaxie Seyfert NGC4051.

### 2.3.1 Ajustements avec un modèle newtonien

Comparer directement les résultats simulés avec les données observées n'est pour l'instant pas envisageable. Une procédure d'ajustement avec des calculs numériques est inutilisable et il faut mettre au point une méthode d'interpolation basée sur un ensemble de spectres pré-calculés dans un vaste espace de paramètres. Pour une première étape, nous avons ici cherché à montrer qu'un modèle Newtonien pouvait ajuster le spectre d'une source en géométrie de Kerr, mais qu'il obtenait alors des paramètres qui n'avaient rien à voir avec la réalité. Nous avons pour cela ajusté directement des spectres simulés, dont les paramètres sont donc connus, et nous avons comparé ceux-ci avec les paramètres obtenus par un ajustement habituellement utilisé dans les analyses de données. Il est nécessaire de transformer nos résultats dans les termes habituels, en particulier le coefficient de réflexion. Le coefficient de la réflexion  $R$  est utilisé pour quantifier la fraction relative de la réflexion dans les spectres observés. Par définition  $R$  est égal à 1 pour une source isotrope au dessus d'un réflecteur infini. On peut dire autrement que le rapport entre les photons émis par une source qui constituent la composante directe et ceux qui constituent la composante réfléchie égale 1. Par exemple, si  $R > 1$ , dans la métrique newtonienne, les photons émis par une source atteignant le disque sont plus nombreux que ceux atteignant l'infini directement. Cette situation est approchée dans le modèle NN avec une source placée loin du disque. On peut donc estimer  $R$  pour nos spectres du modèle GR simplement en calculant le rapport entre sa RPF à celle du modèle NN. Précisément, on calcule  $R_{GR}$  par

$$R_{GR} = \frac{\left( \frac{\text{flux d'énergie de la composante réfléchie}}{\text{flux d'énergie de la composante primaire}} \right)_{GR \text{ pour } \rho, h}}{\left( \frac{\text{flux d'énergie de la composante réfléchie}}{\text{flux d'énergie de la composante primaire}} \right)_{NN \text{ pour } \rho=0, h=20}} \quad (2.4)$$

Les résultats sont montrés dans la figure III.2.15, où l'on voit que, dans le modèle GR,  $R$  est toujours plus grand que l'unité. Il augmente pour les grandes inclinaisons et les hauteurs de la source plus faibles, jusqu'à des valeurs très grandes, (10-1000) dans les cas extrêmes.

Actuellement, dans l'analyse des données observées, l'amplitude de la réflexion  $R$  est généralement mesurée par un ajustement spectral utilisant un modèle de réflexion newtonien, ce qui correspond à notre modèle NN avec la source sur l'axe de rotation. Donc j'ai ajusté les spectres simulés avec le modèle PEXRAV (Magdziarz & Zdziarski 1995) dans XSPEC.



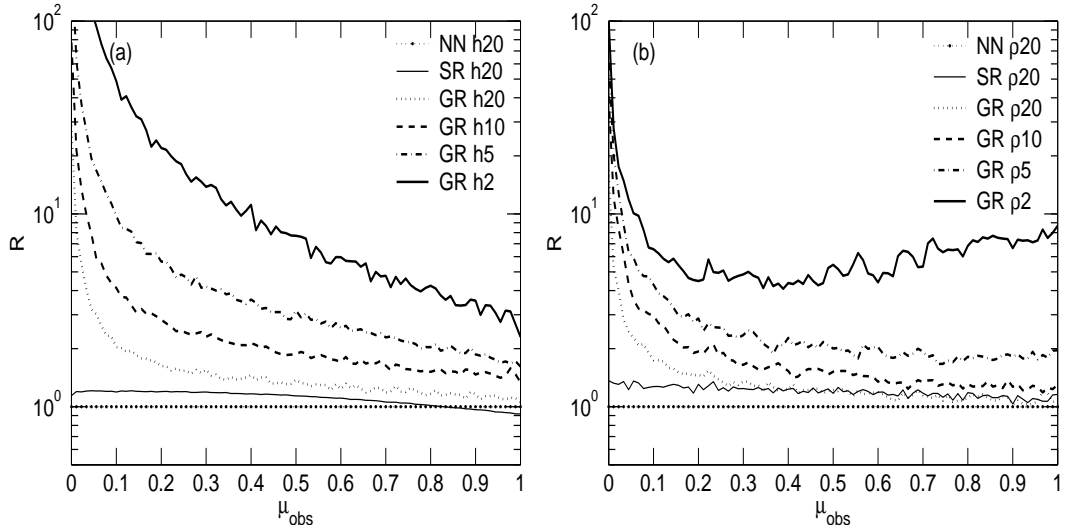


FIG. 2.15 –  $R$  calculé pour le modèle GR en fonction de  $\mu_{obs}$ . (a) pour la source sur l'axe avec différentes hauteurs  $h$ , (b) pour la source en forme d'anneau pour différents rayons  $\rho$  et une hauteur fixée à 2.

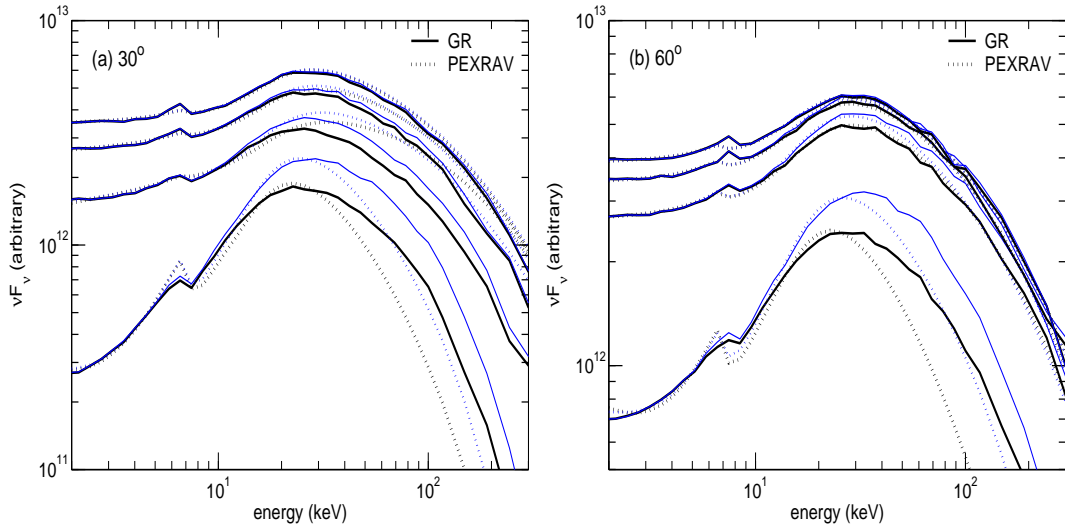


FIG. 2.16 – Spectres simulés en métrique de Kerr (GR, en trait continu) et résultats des ajustements avec le modèle PEXRAV entre 2 et 30 keV (en pointillés), pour un angle d'observation de  $30^\circ$  (a) et  $60^\circ$  (b). Les courbes en trait épais correspondent à la réflexion simple et les courbes en trait fin à la réflexion multiple.  $\rho = 2, 5, 10$  et  $20$ , de bas en haut respectivement

Ce modèle consiste en un spectre primaire (loi de puissance + coupure exponentielle) et une composante en réflexion d'amplitude  $R$ , pour un angle d'observation (en général fixé). Il est donc parfaitement comparable au nôtre.

Cette procédure nous fournit la valeur de  $R$  qui serait obtenue si les spectres simulés en géométrie de Kerr étaient réellement observés et ajustés avec le modèle standard de la réflexion (PEXRAV).

$\rho_s$	$R_{GR} (30^\circ)$	$\Gamma (30^\circ)$	$R (30^\circ)$	$\chi^2/dof (30^\circ)$	$R_{GR} (60^\circ)$	$\Gamma (60^\circ)$	$R (60^\circ)$	$\chi^2/dof (60^\circ)$
2 s	6.9290	2.5484	52.293	358/ 60	5.0553	2.4555	20.260	167/ 60
2 m	8.3042	2.3500	35.850	210/ 60	6.0765	2.1809	11.562	83/ 60
5 s	1.7605	1.8170	0.6400	81/ 60	2.0264	1.96093	1.4027	11/ 60
5 m	1.9595	1.8732	1.1093	63/ 60	2.2319	1.9761	1.7323	13/ 60
10 s	1.3532	1.9163	0.7715	39/ 60	1.6105	1.9710	1.1996	10/ 60
10 m	1.4258	1.9347	0.9354	32/ 60	1.6918	1.9796	1.3394	13/60
20 s	1.1641	1.9700	0.8956	26/ 60	1.3458	1.9754	0.9947	7/ 60
20 m	1.1876	1.9636	0.8905	26/ 60	1.3628	1.9787	1.0368	7/ 60

TABLE. 2.1 – Valeurs des paramètres obtenus par ajustement des spectres du modèle GR sans la réflexion multiple (s) et avec la réflexion multiple (m), pour une hauteur fixée à 2 et différents rayons. La bande d'énergie utilisée est entre 2 et 30 keV. L'énergie de coupure et l'angle d'observation ont été gelés dans PEXRAV à leurs vraies valeurs. Les estimations de  $R$  pour un angle d'observation de  $30^\circ$  (4e colonne) et de  $60^\circ$  (8e colonne) sont à comparer aux valeurs de  $R_{GR}$  théoriques (2e et 5e colonnes, respectivement). Les valeurs de  $\chi^2$  ne donnent qu'une idée relative de la qualité de l'approximation du PEXRAV aux spectres GR (voir texte).

Pour rester proche des conditions d'analyse réelles, j'ai ajusté les spectres dans la gamme d'énergie de 2 à 30 keV, gamme instrumentale standard. Comme la raie de Fer est incluse dans notre code Monte-Carlo mais pas dans PEXRAV, les points entre 6.8 et 8 keV ont été ignorés. Les résultats pour  $h = 2$  et différentes valeur de  $\rho$  sont présentés dans Table. 2.1, pour deux angles d'observation.

Les paramètres ajustés sont uniquement l'indice de la loi de puissance (valeur théorique = 2) et le facteur de réflexion (valeurs théoriques calculées selon la méthode exposée ci-dessus et données colonne 2 et 5, pour  $30^\circ$  et  $60^\circ$  respectivement). Les autres paramètres du modèle, en particulier l'énergie de coupure et l'angle d'observation, ont été fixés à leurs valeurs théoriques.

Les valeurs de  $\chi^2$  ne sont pas statistiquement significatives car elles dépendent des incertitudes arbitraires que nous avons appliquées aux spectres théoriques. Cependant, elles permettent d'estimer la qualité relative de l'approximation newtonienne (PEXRAV) pour les spectres en métrique de Kerr (GR), dans les différentes configurations.

La comparaison des valeurs de  $\chi^2$  obtenues pour les différents ajustements montre que le modèle PEXRAV donne une meilleure représentation des spectres simulés pour un rayon de la source plus grand, à forte inclinaison.

Bien que, dans la plupart des cas, les spectres en énergies entre 2-30 keV soient bien décrits par le modèle PEXRAV (voir la figure III.2.16), il y a des différences importantes entre les valeurs de  $R$  estimées par l'ajustement spectral et celles déterminées théoriquement par les rapports des RPF. Ces différences sont dues aux distorsions relativistes du spectre réfléchi et illustrent les limitations des ajustements obtenus par le modèle non-relativiste.

Globalement, l'ajustement avec PEXRAV sous-estime le coefficient de réflexion. Pour une source de petit rayon, comme les distorsions relativistes des spectres sont importantes, la dif-

férence entre les deux estimations est grande. Et c'est également là que les ajustements sont les moins bons.

On remarque aussi qu'il est souvent impossible de trouver une approximation raisonnablement bonne des spectres relativistes avec PEXRAV sur une gamme d'énergie plus grande, parce que les spectres réfléchis en métrique de Kerr sont beaucoup plus larges que ceux de la métrique Newtonienne (voir la figure III.2.16).

### 2.3.2 Relation entre la composante réfléchie et primaire

Des observations ont montré récemment que, contrairement à ce que l'on attend (en géométrie Newtonienne), le flux réfléchi n'est pas linéairement corrélé au flux primaire. La courbure de l'espace dans la région d'émission pourrait expliquer cela (Fabian & Vaughan, 2003), et nous nous y sommes donc intéressés.

La figure III.2.17 montre l'évolution du flux de la réflexion par rapport à celui de l'émission primaire quand on fait varier  $h$  et  $\rho$ . Lorsque la hauteur de la source change pour un rayon de la source fixé et à condition que  $\rho \lesssim 5$ , les traces dans ce plan peuvent être décrites selon trois régimes :

- i.) à faible flux (ou à hauteur de la source faible), les flux primaire et réfléchi sont approximativement linéairement corrélés.
- ii.) à plus fort flux, la réflexion sature à une valeur presque constante pendant que l'émission primaire change par un facteur plus grand que 2.
- iii.) à flux encore plus fort, la réflexion est légèrement anti-corrélée avec l'émission primaire.

Ce comportement est décrit en détails par Miniutti & Fabian (2004). Ils montrent qu'un grand nombre des propriétés de variabilité des galaxies de Seyfert et de systèmes binaires contenant un trou noir peuvent être compris en termes de fluctuations de la hauteur de la source dans ce modèle. En particulier, des observations de galaxies de Seyfert indiquent que le flux réfléchi peut être légèrement variable alors que l'émission primaire change dramatiquement (Papadakis et al. 2002; Markowitz et al. 2003). De plus, dans au moins deux NAGs, MGC 6-30-15 (Miniutti 2003; Reynolds et al. 2004) et NGC4051 (Ponti et al. 2006) et un système binaire galactique, XTE J1650-500 (Rossi et al. 2004), le flux réfléchi est corrélé à l'émission primaire à faible flux et sature à flux plus fort, en bon accord avec les prédictions de ce modèle.

La figure III.2.17 nous permet d'étudier plus encore l'influence des paramètres  $\rho$  et  $h$  de la source. Elle montre que si le rayon est plus grand que  $\sim 5$ , la variabilité entraînée par un changement de hauteur est beaucoup trop faible ( $\lesssim 2$ ) pour expliquer celles observées dans la plupart des trous noirs. Donc si le changement de la hauteur de la source, dans le contexte du modèle relativiste, est responsable des propriétés de variabilité de MGC 6-30-15, NGC 4051 et XTE J1650-500, l'émission doit être concentrée dans quelques rayons gravitationnels pour ces sources.

Si l'on regarde les effets d'un changement de rayon de la source à hauteur constante, la tendance générale à faible hauteur ( $h \lesssim 5$ ) est que la réflexion et l'émission primaire ne sont que légèrement corrélées. Le flux réfléchi croît d'au plus 50% lorsque le flux primaire augmente de plus d'un ordre de magnitude. Cela serait qualitativement en accord avec certaines observations mais incompatible avec la forte corrélation non-linéaire observée par exemple dans l'état mou de NGC4051.

A hauteur de la source plus élevée ( $h \gtrsim 5$ ), le flux réfléchi et primaire deviennent anti-corrélés, ce qui n'est pas observé. La pente de l'anti-corrélation augmente avec  $h$ . Pour  $h \sim 10$ , on attend de grandes variations du flux de la réflexion avec un flux de la composante primaire presque constant. A hauteur encore forte ( $h \gtrsim 10$ ), pour les inclinaisons élevées, les deux composantes redeviennent corrélées mais la variabilité sera de petite amplitude à cause de la diminution des effets de la courbure de l'espace.

Ces résultats montrent que si la courbure de l'espace est l'interprétation correcte, l'origine de la variabilité observée serait une variation de la hauteur de la source pendant que son rayon reste presque constant et raisonnablement petit ( $\lesssim 5$ ).

### 2.3.3 Diagramme flux-flux

Une comparaison directe et quantitative des calculs avec les données est difficile. En plus de la réflexion et de l'émission primaire que l'on simule ici, les spectres des trous noirs accrétant peuvent être affectés par plusieurs facteurs, comme une absorption, l'émission de la raie du Fer éventuellement ionisée ou des réflecteurs à distance. Utiliser les estimations publiées de l'émission réfléchie et primaire des sources observées pour les comparaisons avec les flux réflexion / primaire simulés serait inexact parce que ces estimations sont dépendantes des modèles.

Par exemple, Ponti et al. (2006) ont fait l'analyse spectro-temporelle de deux observations XMM-Newton de la Galaxie de Seyfert 1 NGC4051, et ils ont obtenu un diagramme flux réfléchi en fonction du flux primaire, montrant une corrélation à faibles flux et une saturation

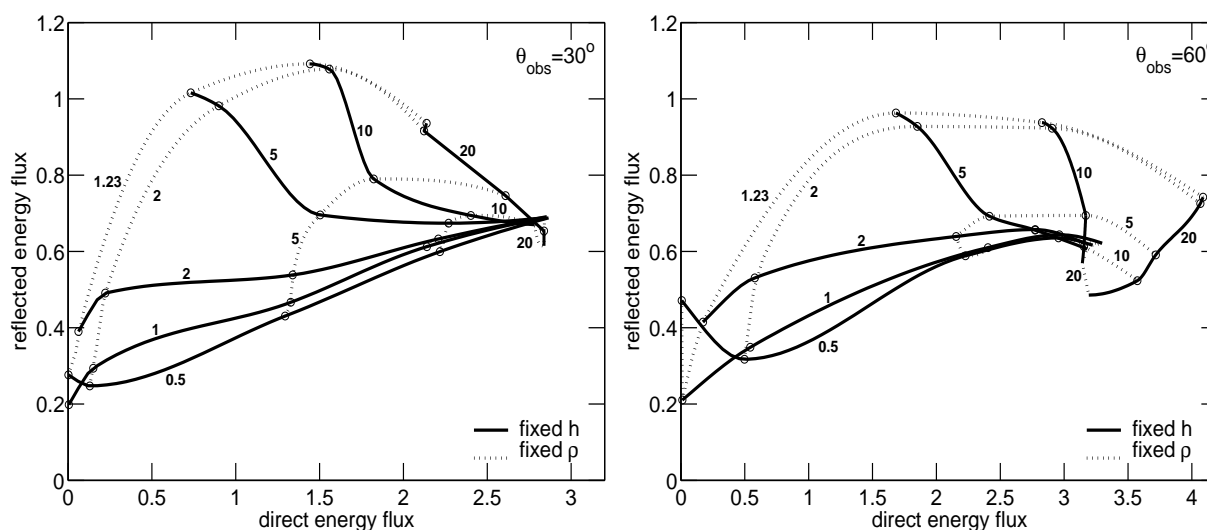


FIG. 2.17 – Relation entre le flux total en énergie entre 1 et 30 keV de la composante réfléchie et de la composante primaire pour un angle d'observation de  $30^\circ$  et  $60^\circ$  pour différents rayons et hauteurs de la source. La courbe fine représente l'évolution des flux lorsque la hauteur de la source varie, pour un rayon  $p$  de la source fixé et la courbe épaisse lorsque  $p$  varie pour une même hauteur de source. Ces courbes sont interpolées à partir des résultats simulés (petits ronds).

du flux réfléchi pour les plus fortes luminosités, qualitativement en accord avec ce que l'on a obtenu avec notre modèle GR quand  $h$  varie et  $\rho$  reste constant. Cependant dans ces analyses spectrales, les auteurs ont trouvé que les données nécessitent que la matière du disque soit ionisée et ils ont employé un modèle de réflexion ionisée. Dans de telles conditions, l'albedo du disque est beaucoup plus grande que dans le cas du disque neutre (voir Malzac, Dumont et Mouchet 2005) et la réflexion ionisée produit un excès d'émission en dessous de 1 keV, qui n'est pas présent si le disque est neutre. Donc les valeurs numériques du flux réfléchi obtenues avec l'ajustement spectral ne sont pas comparables avec les résultats du modèle neutre.

Pour comparer nos résultats avec les données d'une manière qui est moins sensible à l'ionisation et aux autres complications spectrales, nous avons utilisé des diagrammes flux-flux.

Ces diagrammes décrivent comment les flux dans deux bandes d'énergie différentes évoluent l'un par rapport à l'autre. Ils sont souvent utilisés pour étudier la variabilité des NAGs et systèmes binaires X indépendamment de tout modèle.

Par exemple, Taylor, Uttley & McHardy (2003) utilisent ces méthodes pour étudier la variabilité des galaxies MGC-6-30-15, NGC 3516, NGC 5506, et NGC 4051. A partir du modèle à deux composantes, (McHardy et al., 1998; Shih et al., 2002), ils identifient une composante basse énergie variable (SVC pour Soft Varying Component) et une composante dur quasi-constante (HCC pour Hard Constant Component). Selon Fabian & Vaughan (2003), la SVC correspond à l'émission primaire et la HCC à l'émission réfléchie. Ils expliquent ensuite la variabilité totale comme la superposition de deux modes de variabilité: Le premier se traduit par une relation linéaire simple entre les deux composantes où la SVC varie en amplitude par rapport à la HCC mais sans changement de forme spectrale. Le deuxième conduit à une relation non-linéaire en raison d'un pivotement du spectre de la SVC superposée à la HCC toujours présente. Le premier mode reproduit bien les diagrammes flux-flux de MGC-6-30-15 et NGC 3516. Pour NGC 4051, les données sont mieux ajustées par le deuxième mode que par le premier. Les données de NGC 5506 ne permettent pas de déterminer le mode de variabilité, car les ajustements avec les deux modes sont de qualité comparable.

Uttley et al. (2004) construisent, eux, les diagrammes flux-flux de NGC 4051 dans les bandes en énergie 2-10 keV et 0.1-0.5 keV et trouvent un bon ajustement avec la relation non linéaire, ce qui est interprété comme la présence d'un point-pivot dans le spectre de la SVC. Ponti et al.(2006) étudient également cette variabilité en utilisant les diagrammes entre les bandes en énergie 4-10 keV et 1-1.4 keV. Le choix de ces bandes d'énergie est fait pour éviter les autres composantes indésirables comme l'excès X-mou ( $< \sim 1$  keV), l'absorption ou la réflexion. Selon les études précédentes de NGC 4051, la bande d'énergie 1-1.4 est dominée par la composante primaire en loi de puissance. Ponti et al.(2006) retrouvent la relation non linéaire mais l'ajustement avec la méthode de Taylor, Uttley & McHardy (2003) n'est pas satisfaisant. Ils suggèrent que le résultat de l'ajustement ne permet pas d'exclure le pivotement spectral de la SVC et que des explications alternatives sont nécessaires.

Dans la figure III.2.17, on compare la relation flux-flux prédite par le modèle GR (en supposant l'absence de fluctuations intrinsèques de la source) aux données publiées par Ponti et al. (2006). Pour tracer cette figure, j'ai simulé, dans la géométrie de Kerr, des spectres avec un index spectral de l'émission primaire égal à celui observé dans NGC4051 ( $\Gamma = 2.3$ ) et différentes valeurs de hauteurs et de rayons de la source. J'ai calculé le flux de photons dans les deux bandes d'énergie (1-1.4 et 4-10 keV) utilisées par Ponti et al. (2006). Dans ces deux bandes, les effets de l'ionisation de la réflexion sur le flux total sont faibles.

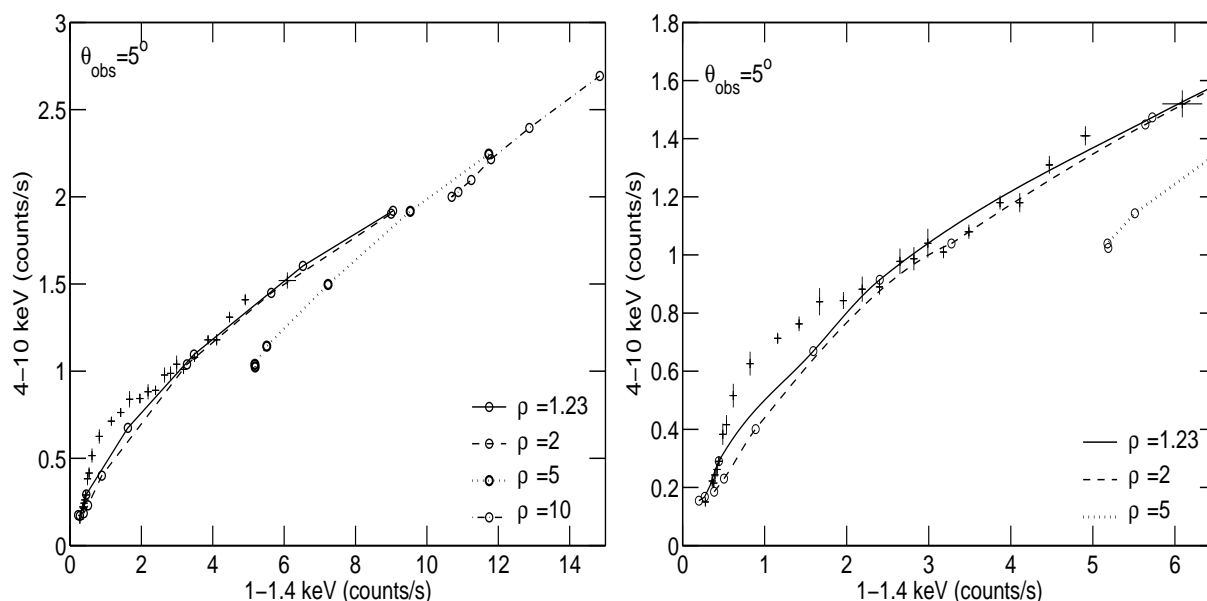


FIG. 2.18 – Corrélations flux-flux obtenues en faisant varier  $h$  de 0.5 à 20 avec  $\rho$  constant. Les courbes représentent une interpolation entre les données simulées (petit rond) pour un angle d’observation de  $5^\circ$  et différents  $\rho$ . Les croix sont les données de NGC4051 fournies par Ponti et al. (2006). Le panneau droit est un agrandissement de celui de gauche sur la région où il y a des données.

Comme les données de Ponti et al. (2006) sont en coups, elles ne peuvent pas être comparées directement avec les flux de photons. Le rapport entre les coups et les photons dépend de l’efficacité de détection de XMM-Newton dans ces deux bandes. Nous avons estimé ce rapport en convoluant des spectres en loi de puissance simples avec la matrice de réponse d’EPIC pn, instrument utilisé par Ponti et al. (2006). Nous avons vérifié que ce rapport n’est pas sensible à la forme du spectre. Il varie de moins de 10% pour des indices de la loi de puissance compris entre 1.3-2.5, ce qui est plus large que les variations observées pour l’indice spectral de NGC4051 dans la bande 2-10 keV. Donc on peut utiliser sa valeur moyenne pour transformer les flux de photons du modèle en coups.

Ensuite, il faut fixer la luminosité intrinsèque de la source qui contrôle simultanément les flux maximal et minimal obtenus dans les deux bandes d’énergie. Il apparaît que ce paramètre est très contraint par les observations. Si la luminosité est trop forte, le flux minimal mesuré ne peut pas être reproduit par le modèle. Au contraire, si elle est trop faible, les points du modèle se trouvent bien en dessous de la corrélation observée pour n’importe quel  $h$  et  $\rho$ . La seule solution est de fixer la luminosité intrinsèque de la source à celle qui permet d’obtenir le point le plus bas dans le cas extrême  $\rho = 1.23$  et  $h = 0.5$ .

Il apparaît alors que la forme globale et l’amplitude de la corrélation sont qualitativement bien reproduites par le modèle en faisant varier  $h$  approximativement entre 0.5 et 10 avec  $\rho \leq 2$ , comme le montre la figure III.2.18. Le profil détaillé de la corrélation n’est pas parfaitement expliqué par le modèle, néanmoins, si on considère la simplicité du modèle, par rapport aux complications qui peuvent affecter la forme et la normalisation de la corrélation flux-flux (la fluctuation de la pente spectrale de l’émission primaire ou de la luminosité intrinsèque de la

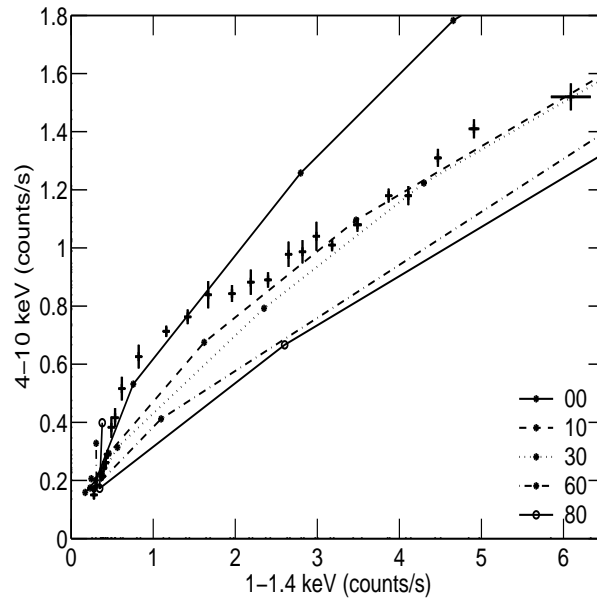


FIG. 2.19 – Correlations flux-flux obtenues en faisant varier  $h$  de 0.5 à 20 avec  $\rho = 1.23$  pour plusieurs angles d'observation. Les courbes représentent une interpolation entre les données simulées (petits ronds). Les croix sont les données de NGC4051 fournies par Ponti et al. (2006).

source, effets de l'ionisation du disque, ...), l'accord qu'on obtient est remarquable.

Naturellement la corrélation prédite par le modèle dépend de l'angle d'observation. Pour NGC4051, la correspondance avec les données observées est meilleure pour une faible inclinaison (voir la figure III.2.19), en accord avec le schéma d'unification des Seyferts (Antonucci 1993). En effet à forte inclinaison, la corrélation théorique est plus linéaire et la courbure de la corrélation observée aux flux faibles n'est pas bien reproduite.

Si la source est observée exactement au pôle le flux minimal obtenu dans la bande 4-10 keV est réduit par un facteur d'environ 2 (par rapport au flux précédent en faisant varier  $h$ ), ce qui permet à la corrélation obtenue pour  $\rho = 1.23$  de se rapprocher des données aux faibles flux et de passer largement au-dessus pour les flux forts, en laissant de l'espace pour des valeurs de  $\rho$  un peu plus grandes (jusqu'à  $\sim 4$ ). Dans ce cas,  $h$  et  $\rho$  devraient varier simultanément le long de la corrélation flux-flux observée.

Pour les paramètres extrêmes, on a vu que la raie large du Fer est très élargie et même difficile à détecter (voir la figure III.2.14). Plusieurs études mettent en évidence une raie du Fer large dans NGC4051 (Guainazzi et al. 1996; Uttley et al. 2003). Un ajustement des spectres de XMM-Newton avec le modèle de la réflexion relativiste demande une illumination extrêmement concentrée dans la région la plus interne du disque d'accrétion (Ponti et al. 2006 trouve un index de l'émissivité du disque  $q \sim 5$ ) en accord avec les études précédentes.

## 2.4 Conclusion

En considérant un disque d'accrétion illuminé par une source d'émission X en forme d'anneau, j'ai étudié la dépendance de l'émission primaire et de la réflexion en fonction du rayon de la source, de sa hauteur au-dessus du disque et de l'angle observation.

J'ai retrouvé les résultats de Miniutti et al. (2004) montrant que les effets de relativité générale peuvent conduire à un spectre fortement dominé par la réflexion lorsque la source primaire est très proche du trou noir.

Par ailleurs, j'ai montré qu'ajuster les spectres produits en métrique de Kerr avec un modèle newtonien PEXRAV amène à sous-estimer le coefficient de la réflexion. De plus en faisant varier la hauteur et le rayon de la source, il est possible de produire une variation importante de la luminosité primaire avec de faibles variations du flux réfléchi, pour un observateur à l'infini. Donc les fluctuations de la hauteur et du rayon de la source peuvent expliquer les modes de variabilité dans lesquelles les composantes primaire et réfléchie sont apparemment découplées, comme observé dans plusieurs sources (Papadakis et al. 2004; Markowitz et al. 2003; Miniutti 2003; Reynolds et al. 2004; Ponti et al. 2006; Rossi et al. 2004).

Nous avons de plus montré que le modèle prenant en compte la courbure de l'espace peut reproduire une relation flux-flux non-linéaire similaire à celle que l'on a observée dans plusieurs sources. En particulier, nous avons comparé les résultats de nos simulations avec les données de NGC4051 et trouvé un accord acceptable. Ces comparaisons, bien que peu précises, suggèrent que cet objet est vu à faible inclinaison ( $< 20^\circ$ ), que le rayon de la source X est  $\lesssim 3$  et que sa hauteur varie de presque zéro jusqu'à environ 10 rayons gravitationnels.

La distribution angulaire de l'émission présente également quelques différences qualitatives importantes par rapport au cas Newtonien. En particulier, le flux réfléchi à forte inclinaison est significativement plus important que dans le modèle Newtonien. Si le rayon de la source est égal à zéro (la source sur l'axe), le flux total réfléchi et le coefficient de réflexion  $R$  augmentent à forte inclinaison. Pour une source hors axe, le flux total réfléchi diminue à forte inclinaison mais moins brusquement que dans le modèle Newtonien, et en conséquence  $R$  sera plus grand pour les fortes inclinaisons.

On trouve aussi que les effets de réflexion multiple sur la forme et l'amplitude de la composante réfléchie peuvent être négligés sans incidence au-dessous de 10 keV, mais à plus hautes énergies, le flux réfléchi peut être augmenté par plus d'un ordre de magnitude. On a vu que la plupart de cette émission supplémentaire provient des régions très proches du trou noir.

Ces distorsions spectrales sont à prendre en considération quand on ajuste les spectres des trous noirs accrétants sur une bande en énergie s'étendant au-delà de quelques dizaines de keV.





## **Publication**

A&A 453, 773–783 (2006)  
 DOI: 10.1051/0004-6361:20064973  
 © ESO 2006

**Astronomy  
&  
Astrophysics**

## Gravitational effects on the high energy emission of accreting black holes

T. Suebsuwong, J. Malzac, E. Jourdain, and A. Marcowith

Centre d'Étude Spatiale des Rayonnements, CNRS-UPS, 9 avenue du Colonel Roche, 31028 Toulouse Cedex 4, France  
 e-mail: suebsuwo@cesr.fr

Received 6 February 2006 / Accepted 15 March 2006

### ABSTRACT

**Context.** We extend the investigation of general relativistic effects on the observed X-ray continuum of Kerr black holes in the context of the light bending model (Miniutti & Fabian 2004).

**Aims.** Assuming a ring-like illuminating source, co-rotating with the underlying accretion disk, we study the shape and normalisation of the primary and disc reflected continuum as well as the dependence of the observed spectrum on the line of sight for various source heights and radii.

**Methods.** These calculations are performed using Monte-Carlo methods to compute the angle dependent reflection spectrum from the disc. The effects of general relativity are illustrated by a comparison with Newtonian and Special Relativity calculations.

**Results.** Relativistic distortions can strongly affect the shape of the reflected spectrum. Light bending can dramatically increase the observable reflected flux and reduce the primary emission. In addition, multiple reflections due to the reflected photons deflected toward the disc can alter significantly the shape of the spectrum above 10 keV. We explore the predicted variations of the observed reflected and primary fluxes with the height and radius of the source. Large variations of the ring radius at constant height can lead to an (unobserved) anti-correlation between primary and reflected flux. In another side, the variability behaviour of several sources can be reproduced if the ring source radius is small ( $<5 r_g$ ), and its height varies by a large factor. In particular, a non-linear flux-flux relation, similar to that observed in several sources, can be produced. We compare our model with the flux-flux plot of NGC 4051, and find an agreement for low inclination angles ( $<20^\circ$ ), ring source radius  $\lesssim 3 r_g$  and a height varying between 0.5 to  $10 r_g$ . Regarding the angular distribution of the radiation, we find some important qualitative differences with respect to the Newtonian case. The reflected flux at larger inclination is relatively stronger than in the Newtonian model, the reflection fraction increasing with inclination.

**Key words.** accretion, accretion discs – black hole physics – gravitation – methods: numerical – relativity – X-rays: galaxies

### 1. Introduction

The power-law X-ray spectra of Seyfert galaxies and black hole binaries are generally believed to originate from the central parts of the accretion flow through inverse Compton process in a relativistic plasma. This hot plasma could be either the innermost part of a hot geometrically thick optically thin accretion disc (Shapiro et al. 1976; Narayan & Yi 1994) or a hot magnetic corona atop a cold standard geometrically thin optically thick accretion disc (Bisnovatyi-Kogan & Blinnikov 1976; Haardt & Maraschi 1993). In addition, the high energy spectra often show the presence of reprocessing features such as a Fe K $\alpha$  line at (or close to) 6.4 keV and a Compton reflection bump peaking around 30 keV. Such features are expected from reprocessing and reflection of the hard X-ray continuum by cold and dense gas in the accretion disc (George & Fabian 1991; Matt et al. 1991) and/or by more distant material (Malzac & Petrucci 2002), such as the torus of the unified model for AGN (Antonucci 1993). In many instances, there is strong evidence that these reflection features are formed in the accretion disc in the direct vicinity of the black hole. Indeed during the last decade, many studies have shown that this radiation exhibits the imprints of strong gravitational field and rapid orbital motion of matter near a black hole (Fabian et al. 1989; Laor 1991; Matt et al. 1996; Reynolds & Begelman 1997; Martocchia et al. 2000). The spectacular relativistic profile of the iron line observed by ASCA in the Seyfert galaxy

MGC6-30-15 (Tanaka et al. 1995) confirmed by BeppoSAX (Guainazzi et al. 1999), and XMM-Newton (Wilms et al. 2001) and Chandra (Lee et al. 2002) is the most impressive example. Although recent Chandra and XMM results have shown that the presence of relativistic lines in Seyfert 1s is far from being the rule, broad and asymmetric profiles appear to be quite common (Fabian 2004). Gravitational effects affect not only the line profile but also the shape and strength of the reflected continuum. Actually, the spectra of many several luminous Seyfert galaxies are very well described by photoionized and strongly relativistically blurred reflection models (Fabian et al. 2004; Crummy et al. 2005; Fabian et al. 2005; Porquet 2006). In these sources the primary continuum often appears to be strongly suppressed which could represent further evidence for light bending effects. In a number of Narrow Line Seyfert 1 (NLS1) galaxies and galactic black holes in the very high state, the variabilities of the continuum and of the iron line are decoupled, in apparent contradiction with the predictions of simple disc reflection models (see, e.g. Miniutti et al. 2003; Miniutti et al. 2004; Fabian et al. 2004; Rossi et al. 2005).

Miniutti & Fabian (2004) interpret these otherwise puzzling variability properties in terms of light bending effects (previously suggested by Fabian & Vaughan 2003). In their model, the active coronal region(s) illuminating the disc are idealised as a ring source at some height above, and corotating with the accretion disc. When the source is close enough to the black hole, the

primary component is strongly suppressed leading to reflection dominated spectra. Moreover, as shown by these authors, fluctuations in the height of the source can lead to strong variability in the primary component with little variability in the reflected flux, as observed.

In this work we investigate further the light bending model of Miniutti and Fabian. We use detailed Monte-Carlo simulations to compute not only the iron line profile (as done by these authors) but also the shape of the reflection continuum. Previous calculations of the relativistically blurred reflection spectra are based on a simple convolution of a Newtonian reflection with a relativistic kernel assuming a given emissivity law in the accretion disc (e.g. Dovčiak et al. 2004; Ross & Fabian 2005). In these latter works the authors focus only on the shape of the reflected spectrum while very little attention is paid to the effects on the primary emission and how they affect the ratio between primary and reflected fluxes. Moreover in all the previous studies of the GR effects on the iron line and reflection continuum, the possible multiple disc reflections, due to the reflected photons being gravitationally deflected again toward the disc, were neglected. Here, we will compute consistently the reflection and iron line expected from the ring source model including the contribution from multiple reflections and taking into account the exact angular dependence of the illuminating radiation in Kerr geometry. We will present a detailed investigation of the effects of general relativity on both the shape and normalisation of the primary and reflected components, with a particular emphasis on their dependence on the inclination of the line of sight.

We also extend the work of Miniutti & Fabian by showing the effects of varying the radius of the ring source in addition to its height. For reference, we also compare all our general relativistic simulations with the results obtained for the Newtonian geometry with both a static and a rotating disc. This enables us to disentangle the effects of general relativity from Newtonian and disc rotation effects. In particular, we show that due to light bending, the changes in the appearance of a source according to the viewing angle are very different from what is expected from the Newtonian calculations. Finally our self-consistent computations of the reflected continuum enable us to estimate the relative variations of the flux in two different energy bands when the geometry of the ring source changes. Comparing the results with data, we show that the predictions of the light bending model would be compatible with the non-linear flux-flux relation observed in the Seyfert galaxy NGC 4051.

The structure of the paper is the following: Sect. 2 is devoted to the description of our calculations. Section 3 presents the results for the limiting case in which the ring source radius is zero i.e. a on-axis point source (the so-called lamp-post model) and studies the effect of the height of the source. The more general ring source model is studied in Sect. 4 and spectra for various source radii are presented and discussed. In Sect. 5 we discuss the relation between our results and the observations. We conclude in Sect. 6 with a short summary of our results.

## 2. Model description

### 2.1. Model assumptions

We use the Kerr metric to represent space-time curved by an uncharged rotating black hole. In Kerr geometry, the black hole is characterised by its mass,  $M$  and its angular momentum,  $J$  or a dimensionless spin parameter  $a = Jc/GM^2$ . We consider an extremely rotating black hole with  $a = 0.998$  (Thorne 1974). The unit of length in this study is the gravitational radius,

$r_g = GM/c^2$ . The inclination of the line of sight to the black hole rotation axis is given by  $\theta_{\text{obs}}$ , we note  $\mu_{\text{obs}} = \cos(\theta_{\text{obs}})$ . The hard X-ray primary source has a ring-like axisymmetric geometry and is located above the disc with a radius,  $\rho_s$  and a height  $h$ . As we consider that the primary source represents a corona close to the disc or flares associated with magnetic activity of the disc, we can assume that the ring is in co-rotation with the underlying accretion disc. Since the orbital time-scale in the vicinity of black hole is usually much shorter than the integration time needed in observations, the choice of an axisymmetric geometry is then relevant even if the actual shape of the corona is more complex. It emits isotropically in its rest frame with an e-folded power law spectrum. We assume that the accretion disc lies on the equatorial plane of the Kerr geometry,  $\theta = \pi/2$ . The disc is geometrically thin, optically thick and its innermost radius is the marginally stable orbit,  $r_{\text{in}} = r_{\text{ms}}$  extending to an outer radius of  $r_{\text{out}} = 100$ . For  $a = 0.998$ ,  $r_{\text{ms}} = 1.23$  (Bardeen et al. 1972). The disc rotates with an angular velocity (Bardeen et al. 1972),

$$\Omega(r) = 1/(a + r^{3/2}). \quad (1)$$

The accretion disc material is assumed to be neutral and cold,  $T \leq 10^6$  K (George & Fabian 1991).

The intrinsic spectra emitted by the disc and the ring source are altered by Doppler effects due to the rotation, and the gravitational shift and light bending. In order to understand and disentangle these different effects, it is interesting to compare the results of the full general relativistic calculations with simplified approaches. Namely, we will compare the three following models:

- Newtonian Model (hereafter NN): a static accretion disc and ring source in Newtonian geometry. The direction and the energy of the photons in the observer frame are identical to the emitted ones.
- Special Relativistic Model (hereafter SR): a rotating accretion disc (and primary source) in Newtonian geometry. The direction and the energy of the photons are affected by beaming and Doppler effects<sup>1</sup>.
- General Relativistic Model (hereafter GR): a rotating accretion disc in Kerr geometry. Each photon trajectory in this model follows a geodesic in Kerr geometry. Its energy is different in the observer and the emitter rest frame due to the gravitational shift.

### 2.2. Calculation

We use the Boyer-Lindquist coordinates  $(t, r, \theta, \phi)$ ; the black hole rotates in the  $\phi$  direction) as coordinate system of observers at infinity in Kerr geometry. The static limit is a surface described by  $r_{\text{erg}} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2(\theta)}$ . The region of space-time between the horizon and the static limit is called “ergosphere”. In this region, all observers must orbit the black hole in the same direction. We calculate photon trajectories using Carter’s equations of motion (Carter 1968). The constants of motion are derived from the emitted angle and energy in the source rest frame as detailed in Appendix A.

To compute the overall spectrum we use a Monte-Carlo method consisting in tracking the path and interactions of individual photons. First, we draw the direction and energy of the primary photons. Their directions are drawn from an isotropic

<sup>1</sup> In this model the radial dependence of the disc velocity is taken to be that of a general relativistic accretion disc (Eq. (1)). We consider Newtonian geometry for light propagation only.

distribution in the ring source rest frame. Their energies are generated from the following energy distribution:

$$N(E) = N_0 E^{-\Gamma} \exp\left(-\frac{E}{E_c}\right) \quad (2)$$

where  $\Gamma$  is photon index and  $E_c$  is cut-off energy. In most of our simulations and unless specified otherwise, we set  $\Gamma = 2$  and  $E_c = 200$  keV.

From these quantities we compute the constants of motion and solve the equations of motion. A photon geodesic can either intercept the disc or reach infinity directly. In both cases, we calculate the local power (i.e. either at infinity or on the disc), by

$$\frac{dE_{\text{obs}}}{dt_{\text{obs}}} = g_{\text{obs}}^2 \frac{dE_{\text{em}}}{dt_{\text{em}}} \quad (3)$$

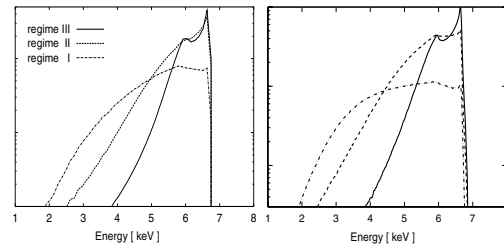
where  $g_{\text{obs}} = E_{\text{obs}}/E_{\text{em}}$ ,  $E_{\text{obs}}$  is the energy locally measured by observers and  $E_{\text{em}}$  is the emitted energy. The direction of propagation in the local frame can then be derived by inverting Eqs. (A5)–(A7).

If a photon does not intercept the disc, its energy and direction at infinity are stored and used to build up the observed spectrum. Otherwise, we use the Monte-Carlo code of Malzac et al. (1998) to track its interactions inside the accretion disc. This reflection code takes into account Compton diffusions in cold neutral matter, photoabsorption and iron fluorescence. The column density of the disc is fixed at  $10^{26} \text{ cm}^{-2}$ . We use the photo-absorption opacities from Morrisson & McCammon (1983) which assume neutral matter with standard abundances. We found the results calculated from this code in good agreement with those of Magdziarz & Zdziarski (1995). As the mean free path of the X-ray photons in the disc is much shorter than any radius of curvature, the Euclidean metric approximation is generally applicable (George & Fabian 1991), and we neglect GR effects on radiative transfer in the disc. Using the incident energy and direction as input, the photon is followed until it is absorbed or escapes from the disc. When a photon escapes, the new constants of motion are computed from its outgoing energy and direction. Its trajectory toward the observer is solved and its energy and direction at infinity are stored to build up the observed spectrum, unless the photon intercepts the disc again, in which case the Monte-Carlo reflection routine is used again, until it finally escapes to infinity or is absorbed in the disc. This calculation method allows us to study the effects of returning radiation and multiple-reflections that can not be considered by ray tracing methods. These effects are therefore fully taken into account and will be discussed on the basis of a few examples in Sect. 4.4.

We tested our gravitational shift calculation by computing and comparing the Iron  $K_{\alpha}$  line profile with the results of Miniutti & Fabian (2004), that are calculated by means of the ray tracing method. We obtained a good agreement, see Fig. 1. In this simulation, the line emission was assumed to be locally isotropic to follow Miniutti & Fabian (2004). We stress however that our method can handle the (non-isotropic) angle dependence of the reflection component which, in the rest of the paper, is computed self consistently.

### 3. Results for an on-axis source

For the presentation of the results of the simulations we distinguish two different cases. In this section we will consider the limiting case of a point source on the rotation axis of the black hole (i.e.  $\rho_s = 0$ ). This simple situation often referred to as



**Fig. 1.** The iron  $K_{\alpha}$  line profiles for an isotropic emitting disc in its rest frame calculated by a ray tracing method of Miniutti & Fabian (2004) (left) and calculated by a direct method, from disc to observers at infinity, in GR for the ring-like primary source  $\rho_s = 2$  and  $h = 2, 6$  and  $18$  (right) that correspond to those of Miniutti & Fabian (2004) in the regime I, II and III, respectively.

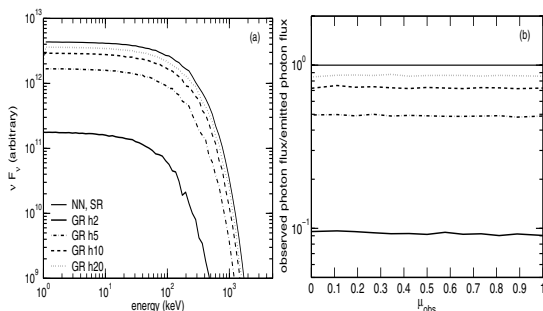
the “lampost model” was considered by numerous authors in the context of disc illumination and reflection/line studies (see Petrucci & Henri 1997; Martocchia et al. 2000; Beckwith & Done 2004, and references cited therein). It will enable us to illustrate the effects of the height of the source on the shape and relative amplitude of the reflection continuum. The more general case where the radius of the source ring is non zero will be treated in Sect. 4 allowing us to study the effect of the radial distance of the source. In the on-axis case we assume that the source is static. The differences between the NN and the SR are attributable only to the rotation of the disc. The on-axis case is therefore simpler than the off-axis case, where the primary emission is beamed due to the ring rotation, affecting strongly the angular distribution of radiation observed at infinity and impinging on the disc which in turn alters the reflected emission. For both cases, we will compare the spectra obtained for the purely Newtonian, Special Relativistic and fully general relativistic calculations, considering successively the effects on the primary emission (i.e. the observed luminosity originating directly from the hard X-ray source) and the reflected component.

#### 3.1. Primary component

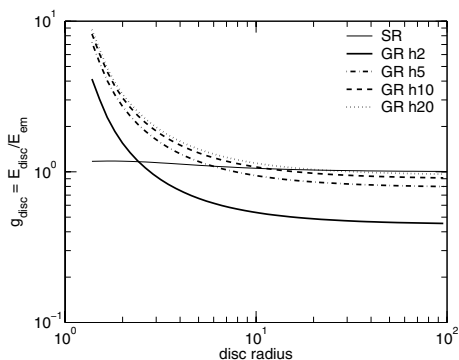
Since the point source is static, the primary spectra of NN and SR are identical as shown in Fig. 2. The effects of space-time curvature manifest themselves through spectral shift and the loss of primary component intensity. For lower source heights, more photons are deflected toward the accretion disc or to the horizon and the primary source appears fainter to an observer at infinity. In addition, the gravitational redshift decreases the energy of the observed primary flux. Obviously, these effects are more important for lower source heights. In the GR models, the higher ( $h = 20$ ) and the lower ( $h = 2$ ) source heights considered in Fig. 2 have an apparent luminosity differing by a factor of about 20. The gravitational redshift for ( $h = 2$ ) is of order of  $g = 0.45$ , as a consequence the cut-off energy is reduced by a factor of about two with respect to the Newtonian case. Quite surprisingly, although the photons travel across the rotating curved space-time, the angular distribution of the primary component at infinity is very close to isotropic whatever  $h$ , as shown in the left panel of Fig. 2.

#### 3.2. Reflection component

Since the shape of the reflected component depends on the spectrum and angular distribution of the impinging radiation, it is



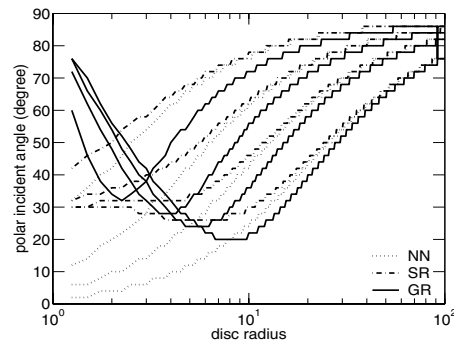
**Fig. 2.** a) The primary spectra and b) the primary total photon flux as a function of  $\mu_{\text{obs}}$  of on-axis source models. The spectra and the primary total photon flux of GR with different source heights, 2, 5, 10 and 20, are shown from bottom to second line from top, respectively. The spectra and the primary total photon flux of NN and SR are equivalent and independent of the source height as shown by the top line.



**Fig. 3.** Ratio of the energy locally measured in the disc frame to the emitted energy from the primary source,  $g_{\text{disc}}$ , as a function of disc radius with different source heights, 2, 5, 10 and 20, (in the outer region) from bottom to second line from top, respectively. This ratio in the SR case, thin solid line, is independent of the source height.

interesting to study the effects of special and general relativity on the irradiation as seen in the disc rest frame. Figure 3 shows the gravitational photon energy shift between the source and disc frame,  $g_{\text{disc}} = E_{\text{disc}}/E_{\text{em}}$  as a function of disc radius. In the inner disc region (approximately for  $r < h$ ) the impinging photons have been falling deeper into the potential well and have therefore gained energy. In this region the material in the disc sees a harder spectrum. The amplification factor can be of almost 10 at the inner stable orbit. This gravitational effect is much stronger than the simple Doppler boosting due to disc rotation which leads at most to a 20% gain in energy as can be seen in Fig. 3. On the other hand, in the outer part of the disc the impinging photons have travelled against the gravitational potential and the radiation is redshifted.

The disc rotation and the rotating curved space-time have also an effect on the photon incident angle in the inner region. Figure 4 compares the incident angle of the photons as a function of radius obtained for the NN, SR and GR cases. In the Newtonian static case, the incident angle  $\theta_i$  (with respect to the disc normal) is simply given by  $\theta_i = \arctan r/h$ . The aberration of light caused by the disc rotation in SR leads to a higher inclination than in the static disc NN. The effect is stronger in the inner part of the disc where the rotation velocity is larger. In the Kerr metric, light bending causes the incidence angle to



**Fig. 4.** Photon incident angle of three models as a function of disc radius with different source heights, 2, 5, 10 and 20, from left to right, respectively. Normal incidence is  $0^\circ$ , grazing incidence is  $90^\circ$ .

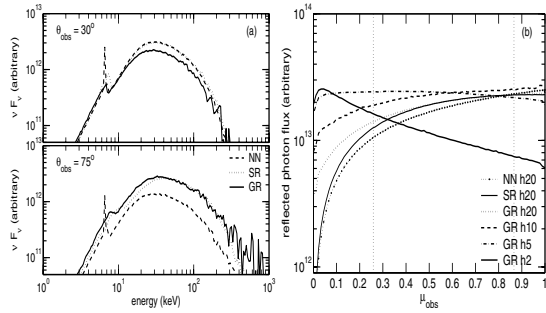
be smaller than in the Newtonian case at large radii. On the other hand, the photons emitted toward the inner parts of the disc ( $r < h$ ) are dragged by the rotation of the metric and start spiraling fast around the axis of the black hole. Those photons impinge the innermost parts of the disc with an almost grazing incidence, so that at short radii the incident inclination of photons is higher than both in the SR and NN.

Figure 5a shows examples of reflection spectra computed according to our three fiducial models and two different inclinations of the line of sight. At low inclination, the SR effects are weak and the NN and SR spectra are very similar. The GR spectrum has a lower amplitude and lacks high energy photons due to gravitational redshift. On the other hand, for large inclinations, the spectral shifts are more important. The iron line in the SR spectrum is significantly blurred, and the overall spectrum is blueshifted. The GR spectrum shape is then similar to the SR spectrum, the Doppler effects dominate over gravitational redshift. Their normalisations however differ due to the effects of light bending.

We notice also that the reflected spectra of GR have more photons at high energy for high inclination, as shown in Fig. 5a. Indeed, the incident photon energies, in the disc frame, in these reflected photons are observed at large inclinations. By means of the reflected spectra of NN as a reference, the spectra of GR shift to the red side for low inclinations and to the blue side for high inclinations. The importance of spectral shifts increases with the lowness of the source location.

Figure 5b shows the angular distribution of the reflected energy flux for different models. The intrinsic angle dependence of the Compton reflected component already differs significantly from isotropy with more photons reflected toward highly inclined lines of sight. In the SR case, the beaming effects due to the rotation of the disc lead to an overall larger reflected luminosity. Those beaming effects also affect the shape of the angular distribution by enhancing the reflected flux at higher inclination (i.e. in the directions close to the direction of motion of the material in the disc). This trend (larger reflection component at larger inclination) is further enhanced by the GR effects. The effects of light bending and gravitational shift are two-fold: First, the number and average energy of the illuminating photons are larger, as a result the total reflected flux is larger. Second, the path of the reflected photons is deflected toward higher inclinations.

Contrary to the NN and SR cases, in the GR model the angular distribution of the reflected component strongly depends on the source height. For lower source heights, the stronger



**Fig. 5. a)** Predicted reflected spectra of NN (dashed line), SR (dashed-dotted line) and GR (solid line) for  $\theta_{\text{obs}} = 30^\circ$  (top) and  $\theta_{\text{obs}} = 75^\circ$  (bottom) for  $h = 5$ . **b)** The reflected photon flux as a function of  $\mu_{\text{obs}}$ . For GR with different source heights, 2, 5, 10 and 20, from top to third line from bottom, respectively. For  $h = 20$ , we show those of NN and SR, bottom line and the next for high inclinations, respectively.

illumination increases the reflected flux (by a factor of about two between  $h = 20$  and  $h = 5$ ). However when the X-ray source is very close to the black hole most of the radiation is lost in the hole and the reflected luminosity is decreased (by almost 40% between  $h = 5$  and  $h = 2$ ). Because the illumination of the central parts of the disc is stronger at low source heights, the light bending of reflected photons toward large inclination angles is then dramatically enhanced. So that, for  $h = 5$  or lower, the angular distribution peaks above  $75^\circ$ , as shown in Fig. 5b. This behaviour is qualitatively very different from the Newtonian case where the observed flux is stronger at low inclination.

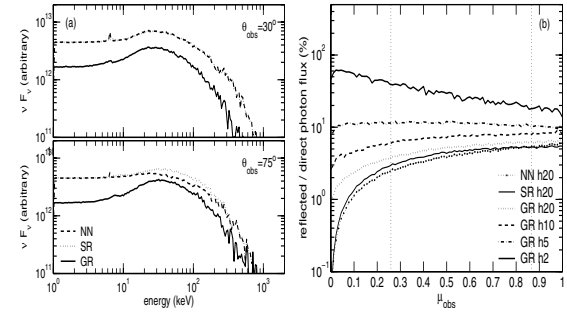
### 3.3. Both components

In this section, we combine the results from the Sects. 3.1 and 3.2 to study the dependence of the total (primary+reflected) spectrum on the parameters of the model. Figure 6a shows the total spectra obtained for our three fiducial models at inclinations of  $30^\circ$  and  $75^\circ$ . Since the NN and SR spectra are dominated by the primary component they depend only weakly on the inclination angle. We can note however that the reflected features appear weaker at large inclination. The difference between SR and NN models appears only at high inclination when the reflection component is more strongly smeared.

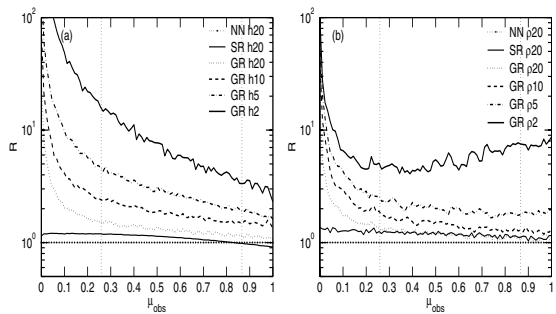
On the other hand the GR spectra have a reduced normalisation due to deflection of photons towards the disc and gravitational redshift. Moreover contrary to the NN and SR models the reflection bump appears much stronger at high inclination. This is a consequence of the light bending effects on the reflection component (see Sect. 3.2), while, as mentioned in Sect. 3.1 the primary emission remains almost isotropic.

Let us consider further the angular dependence of the relative strength of the reflection. Figure 6b shows the angular distribution of the fraction of the reflected flux to the primary flux, hereafter RPF. This figure shows that in all GR models the RPF is higher than in the simple NN or SR models. The relative amplitude of the reflection component strongly increases for lower source heights, specially at large inclinations, as discussed above.

For the purpose of the comparison with data it is useful to transpose our results in terms of the usual reflection coefficient  $R$  commonly used to quantify the relative fraction of reflection in observed spectra. By definition  $R$  is unity for an isotropic source above an infinite reflector. This situation is closely approached



**Fig. 6. a)** Predicted spectra, shown as the same of Fig. 5a. **b)** The fraction of reflected total photon flux to primary total photon flux expressed as a percentage as a function of  $\mu_{\text{obs}}$ , shown as the same of Fig. 5b.



**Fig. 7. R** as a function of inclination, **a)** for the on-axis model with different source heights, **b)** for off-axis model with different source radii for a fixed source height at 2.

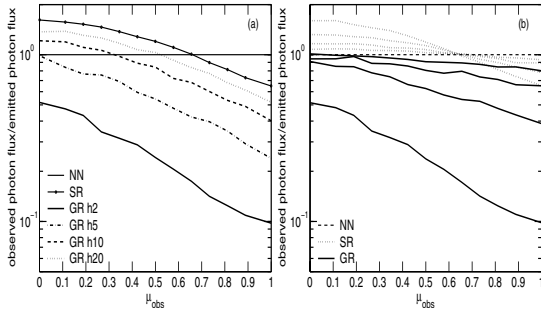
for our NN model at large source height. Therefore we can estimate  $R$  for our different models by simply computing the ratio of their RPF to that of the NN model. The result is shown in Fig. 7. In GR models  $R$  is always larger than unity. It increases with both higher inclinations and lower source heights up to huge values (10–1000) in the most extreme cases.

## 4. Results for a ring-like source

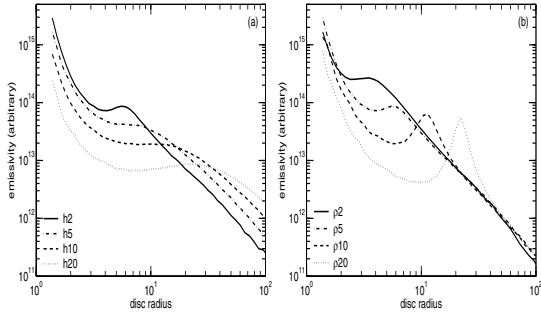
In this section, we study the effects of the co-rotating source in flat space-time and in rotating curved space time with different heights,  $h$ , and different radii,  $\rho_s$ .

### 4.1. Primary component

Contrary to the static on-axis case, in the off-axis source model, the rotation of the ring source affects the primary component through Doppler and beaming effects. In particular significant changes are expected in the angular distribution of the observed primary radiation, as can be seen in Fig. 8. The SR calculation shows that the effect of rotation is to beam the emission toward large inclination angles, as expected. This effect is stronger at lower distances to the axis  $\rho_s$  i.e. at larger disc/ring velocities (see Fig. 8b). We obtain almost identical results for the GR model except that the total number of photons reaching infinity is lower due to light bending. As in the on-axis model, in GR, the reduction of the primary component is stronger for lower source heights, but contrary to the on-axis model the observed angular distribution of radiation is no longer isotropic (see Fig. 8a).



**Fig. 8. a)** The primary total photon flux as a function of  $\mu_{\text{obs}}$  with fixed  $\rho_s = 2$  and different source heights, 2, 5, 10 and 20, are shown from bottom to second line from top, respectively. The spectra and the primary component of SR are independent of the source height as shown by the top line. For NN, the observed primary component is isotropic. **b)** The same as **a)** but with fixed source height at 2 and different  $\rho_s$ , 2, 5, 10 and 20 from bottom to top, respectively.



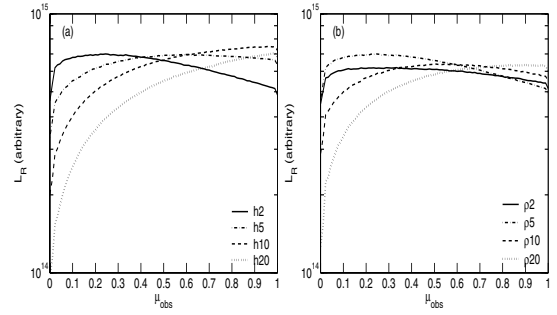
**Fig. 9.** The reflected emission (disc emissivity) of GR as function of disc radius **a)** for a fixed  $\rho_s = 5$  with different  $h$  and **b)** for a fixed  $h = 2$  with different  $\rho_s$ .

#### 4.2. Reflection component

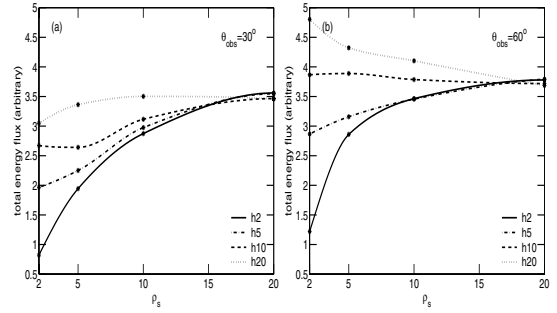
What is the effect of varying ring inner radius on the reflected component? Figure 9 shows the disc emissivity for various values of the radius and height of the ring. For shorter  $\rho_s$  (and/or  $h$ ) the emission of the source is more sensitive to GR effects that tend to deflect its emission toward the disc. As a consequence, the overall illumination and reflected flux are larger. In addition, at short  $\rho_s$  (and/or  $h$ ) the emissivity of the central parts of the disc is larger. This means that most of the reflection is produced close to the black hole, leading to strong light bending toward the highly inclined lines of sight. Figure 10 shows the angular distribution of the reflected radiation in the off-axis model for different source heights and ring radii. As discussed above, the qualitative dependences of the angular distribution of the reflected radiation on the ring radius  $\rho_s$  and height of the source  $h$  are very similar: smaller values lead to larger reflection fluxes strongly deflected toward large inclination observers.

#### 4.3. Both components

The dependence of total observed luminosity, in energy range 1–30 keV, on the ring source radius are shown in Fig. 11. As can be seen on this figure, the variations of the observed flux with  $\rho_s$  are strongly angle dependent. For an inclination of  $30^\circ$  at  $h = 2$ , the luminosity drops by about 45% when the ring source radius decreases from 20 to 5 and only about 25%



**Fig. 10.** The reflected total energy flux as a function of  $\mu_{\text{obs}}$  **a)** for a fixed  $\rho_s = 5$  with different  $h$  and **b)** for a fixed  $h = 2$  with different  $\rho_s$ .



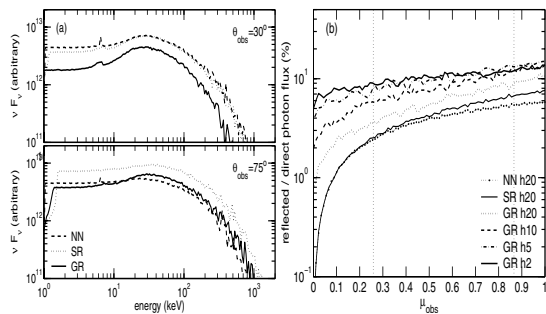
**Fig. 11.** The predicted total energy flux, which of primary components plus reflected components, in energy range 1–30 keV with different  $h$ , presented by different lines, as function of  $\rho_s$  for an inclination of  $30^\circ$  **(a)** and  $60^\circ$  **(b)** (see text for details).

for  $60^\circ$ . For  $h = 20$ , the luminosity even increases when  $\rho_s$  is reduced from 20 to 2 for  $60^\circ$ . There are similar effects when the source height diminishes for the fixed radius source. Figure 12a compares total spectra obtained for the NN, SR, and GR models. The main difference with the results obtained for the on-axis model (Fig. 6) is that, at high inclinations the observed primary flux is boosted by the rotation of the ring (as discussed in Sect. 4.1). This beaming effect compensates the drop in luminosity due to light bending and at  $75^\circ$  the normalisation of the NN and GR models are comparable. This strong Doppler beaming of the primary emission leads to a reduction of the RPF at large inclination at all  $h$  and  $\rho_s$  as shown in Fig. 12b. This is an important qualitative difference with the on-axis model where the overall spectra can become increasingly reflection dominated at large inclination. However the decline in the relative fraction of the reflected flux at large inclinations is less pronounced than in the NN model, and therefore the reflection coefficient  $R$  (defined as the GR to NN RPF ratio, see Sect. 3.3) can still increase at large inclinations (see Fig. 7b).

#### 4.4. Effects of returning radiation

The first investigation on this effect is done by Cunningham (1976). Multiple reflections occur when reflected photons are deflected again toward the disc. Ross et al. (2002) study multiple reflection spectra from ionized slabs in Newtonian geometry. These effects can be simply implemented into our numerical scheme, enabling us for the first time to evaluate accurately their influence. We now compare our results with what is obtained when they are neglected. The result is that although the



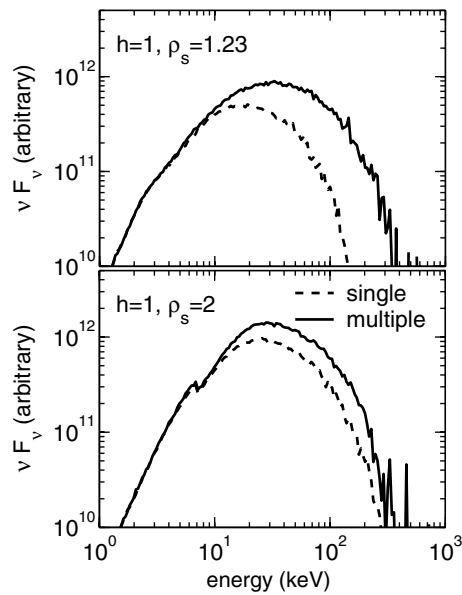


**Fig. 12.** Shown as the same of Fig. 6 but for the off axis source cases with  $\rho_s = 5$  and  $h = 5$ . The artificial cut-off in energy range 1–2 keV results from our minimum energy in the rest frame of the primary photons under the effects of the gravitational blue-shift.

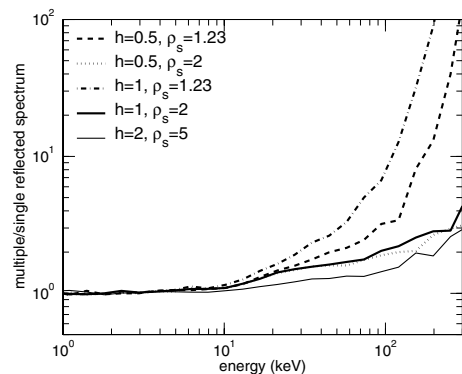
returning radiation has always a negligible effect on the total reflected photon flux (less than 1%), it can have a modest but significant impact on the total reflected energy flux, which is increased by up to 30% in the extreme case  $\rho_s = 1.23$ ,  $h \sim 1$  (the effect is stronger when the source is closer to the black hole). Indeed, multiple reflection photons have on average a higher energy. In fact, when the irradiation is concentrated close to the black hole a significant fraction of the reflected photons returns to the disc. Such as for  $h = 1$  and  $\rho_s = 1.23$ , there are about 16% of reflected photons returning to the disc but there are only 5%, for  $h = 5$  and  $\rho_s = 5$ . Below 10 keV most of them are absorbed while, at higher energy, more and more photons are reflected. The twice reflected is therefore harder than the single reflected spectrum. Figure 13 compares reflected spectra calculated with and without returning radiation. Below 10 keV there is no significant difference and the returning radiation can safely be neglected. On the other hand, at higher energies, the two spectra differ significantly. Figure 14 shows the ratio of spectra computed with and without returning radiation for different values of  $h$  and  $\rho_s$ . The difference between the two spectra increases strongly with energy. In the most extreme cases, the returning radiation can enhance the reflected flux by more than one order of magnitude, above 100 keV. We note that surprisingly, in our extreme limit  $\rho_s = 1.23$  the effect is more important for  $h = 1$  than for  $h = 0.5$  for which the illumination is concentrated closer to the black hole and the effects of returning radiation could be expected to be stronger. This is because when the source gets so close to the black hole, more photons are trapped into the hole instead of intercepting the disc or reaching infinity. Consequently both single and multiple reflections are reduced (it can be seen in Fig. 16 that the reflected flux is larger at  $h = 1$  than at  $h = 0.5$  by a factor of  $\sim 2$ ). At larger  $\rho_s$  the effects of returning radiation are less dramatic and start being negligible for  $h > 2$  or/and  $\rho_s > 5$  (less than 10% below 100 keV). In conclusion, the effects of returning radiation are relatively weak except above 10 keV when the illumination is concentrated within a few gravitational radii. These effects should be taken into account when fitting the spectra of extreme sources such as MGC 6-30-15 with broad band missions such as BeppoSAX, INTEGRAL or the recently launched Suzaku.

## 5. Connections with observations

In this section, we discuss our results in the context of current observations of AGN and black hole binaries. In Sect. 5.1, we check the consequences of neglecting the GR effects on the



**Fig. 13.** Effects of returning radiation on the reflected spectrum for the inclination of  $30^\circ$ , solid curves: total multiple reflection spectrum, dashed curves: single reflection only.



**Fig. 14.** Effects of returning radiation on the reflected spectrum. Ratio of reflected spectra calculated including multiple reflections to single reflection only for the parameters shown on the figure. The inclination is  $30^\circ$ .

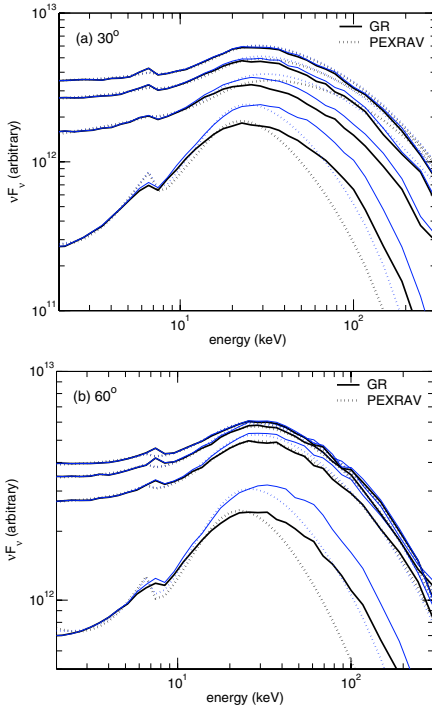
resulting best fit parameters when fitting observed spectra with a Newtonian reflection model. In Sect. 5.2 we discuss the predictions of the light bending model in the context of recent monitoring campaigns showing, in several sources, the absence of a linear correlation between reflection (or iron line flux) and primary emission. Finally, in Sect. 5.3 we show that the light bending model produces a non-linear relation between fluxes measured in different energy bands that we compare to the flux-flux relation observed in the narrow line Seyfert galaxy NGC 4051.

### 5.1. Fits with a Newtonian model

Actually, when dealing with real data, the amplitude of reflection  $R$  is usually measured by spectral fits using a Newtonian reflection model. We therefore fitted our simulated GR spectra with the PEXRAV model (Magdziarz & Zdziarski 1995) under XSPEC. This procedure provides us with the estimate of  $R$  that

**Table 1.** Results from the spectral fits to the single(s), which do not take the returning radiation in consideration, and multiple(m) GR spectra for fixed source height,  $h = 2$ , and different  $\rho_s$  in energy range 2–30 keV for an inclination of  $30^\circ$  and  $60^\circ$  comparing to the  $R$  calculated from GR as shown in second and sixth column, respectively. The energy cutoff and the observation inclination of PEXRAV model are frozen at the same values of GR. The  $\chi^2$  values are not statistically meaningful but based on error bars fixed to 3% of the number of photons in each energy bin.

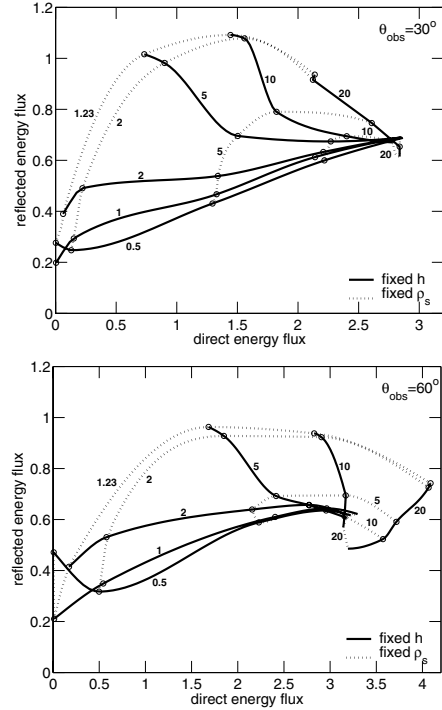
$\rho_s$	$R_{GR} (30^\circ)$	$\Gamma (30^\circ)$	$R (30^\circ)$	$\chi^2/\text{d.o.f.} (30^\circ)$	$R_{GR} (60^\circ)$	$\Gamma (60^\circ)$	$R (60^\circ)$	$\chi^2/\text{d.o.f.} (60^\circ)$
2 s	6.9290	2.5484	52.293	358/60	5.0553	2.4555	20.260	167/60
2 m	8.3042	2.3500	35.850	210/60	6.0765	2.1809	11.562	83/60
5 s	1.7605	1.8170	0.6400	81/60	2.0264	1.96093	1.4027	11/60
5 m	1.9595	1.8732	1.1093	63/60	2.2319	1.9761	1.7323	13/60
10 s	1.3532	1.9163	0.7715	39/60	1.6105	1.9710	1.1996	10/60
10 m	1.4258	1.9347	0.9354	32/60	1.6918	1.9796	1.3394	13/60
20 s	1.1641	1.9700	0.8956	26/60	1.3458	1.9754	0.9947	7/60
20 m	1.1876	1.9636	0.8905	26/60	1.3628	1.9787	1.0368	7/60



**Fig. 15.** The spectra of GR (solid line) and the 2–30 keV fits with PEXRAV model (dotted line), thick line for single reflection and thin line for multiple reflection, with  $\rho_s = 2, 5, 10$  and  $20$ , from bottom to top respectively, for an inclination of  $30^\circ$  (a) and  $60^\circ$  (b).

would be obtained if these GR spectra were observed and fit with this standard reflection model. The spectra calculated from PEXRAV correspond the NN with on-axis source. We fit the spectra in the energy range from 2 to 30 keV. Since the formation of the iron line is included in our Monte-Carlo simulations and not in the PEXRAV model, the 6.8–8 keV energy band was ignored. The results for  $h = 2$  with different  $\rho_s$  are presented in Table 1

Although in most cases the 2–30 keV relativistic spectra are well described by the PEXRAV model (see Fig. 15), there are important differences between the values of  $R$  estimated from spectral fits and those determined theoretically from the RPF ratios. These differences are due to the relativistic distortions of the reflected spectrum and illustrate their effects on the best-fit parameters obtained with a non-relativistic reflection model. Overall, fitting with PEXRAV tends to underestimate the reflection fraction. The discrepancies between the two estimates



**Fig. 16.** The total reflected energy flux as a function of the total direct energy flux, both are in the energy range 1–30 keV, for an observation inclination  $30^\circ$  (top panel) and  $60^\circ$  (bottom panel) with different source height and radius. The thin lines represent the fixed source radius and the thick lines indicate the same source height. These lines are interpolated from the results calculated from the model GR as shown at the intersection points.

tend to be larger at small ring radii and inclination angles, since the GR spectral distortions are then more important. The  $\chi^2$  values are not statistically meaningful since they depend on the arbitrary uncertainties that we had applied to the theoretical spectra, they are nonetheless interesting to compare the relative “goodness” of the PEXRAV approximation to the different GR models. A comparison of the  $\chi^2$  values obtained for the different fits also shows that the PEXRAV model gives a better representation of the simulated spectra at both large  $\rho_s$  and large inclinations.

We also note that it is often impossible to find a reasonably good approximation of the GR spectra with PEXRAV over a broader energy range because the GR reflected spectra are broader than the PEXRAV ones (see Fig. 15).

### 5.2. Reflection vs. primary flux diagrams

Figure 16 shows the dependence of the reflected flux on the primary emission when both  $h$  and  $\rho_s$  are varied. When the source height changes at constant radius and as long as  $\rho_s \lesssim 5$ , its track in this plane can be described according to three regimes: i) at low fluxes (or low source height) the reflected and primary flux are correlated; ii) at higher fluxes the reflection saturates at an almost constant value while the primary can change by a factor larger than 2; iii) at even higher fluxes the reflection component is weakly anti-correlated with the primary emission. This behaviour is described in great details by Miniutti & Fabian (2004). As shown by these authors many properties of the variability of Seyfert galaxies and black hole binaries can be understood in terms of fluctuations of the source height. In particular, the monitoring of Seyfert galaxies indicates that the reflection flux can be weakly variable when the primary emission changes dramatically (Papadakis et al. 2002; Markowitz et al. 2003). Moreover in at least two AGN, MGC 6-30-15 (Miniutti 2003; Reynolds et al. 2004) and NGC 4051 (Ponti et al. 2006) and one X-ray binary (XTE J1650-500, Rossi et al. 2004) the reflection flux is correlated to the primary emission at low fluxes and saturates at higher fluxes, in qualitative agreement with the predictions of this model.

Figure 16 enables us to investigate further the model parameter space. It shows that if the radius is larger than  $\sim 5$  the variability induced by change in the height is much too weak ( $< 2$ ) to account for the variability observed in most accreting black holes. Therefore, if change in the source height, in the context of the light bending model, is to be responsible for the variability properties of MGC 6-30-15, NGC 4051 and XTE J1650-500, the illumination has to be concentrated within a few gravitational radii in these sources.

Let now consider the effects of changes in the source radius at constant height. At small source heights ( $h \lesssim 5$ ), the overall trend is that the reflection and primary emission are weakly correlated: the reflected flux changes by at most 50% when the primary flux increases by more than one order of magnitude which might be in qualitative agreement with some observations but is inconsistent with the strong non-linear correlation observed for instance in the low state of NGC 4051.

At higher source heights, the reflected and primary flux become anti-correlated, which is not observed. The slope of the anti-correlation increases with  $h$ . At  $h \sim 10$  we could observe large variations of the reflection component at constant primary flux. At even larger  $h$  ( $\gtrsim 10$ ) the two components become correlated again but with a small amplitude of variability because of the vanishing light bending effects.

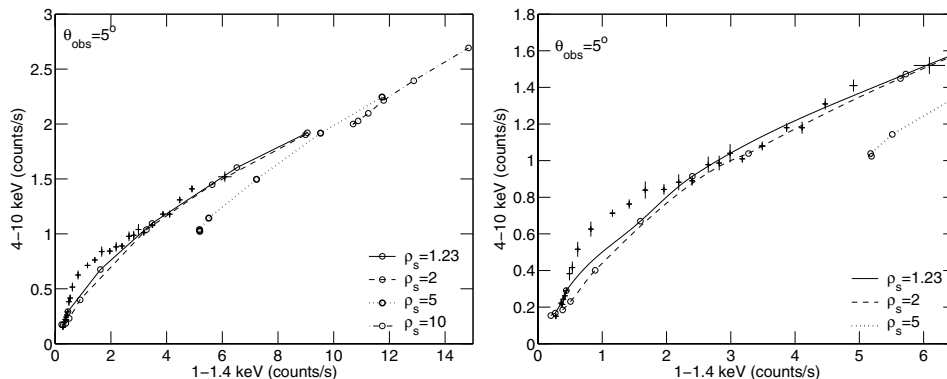
These results show that if the light bending model is to be the correct interpretation of the observations, the driver of the variability should be  $h$  while the source radius has to be nearly constant and reasonably small ( $\lesssim 5$ ).

### 5.3. Flux-flux diagrams: application to NGC 4051

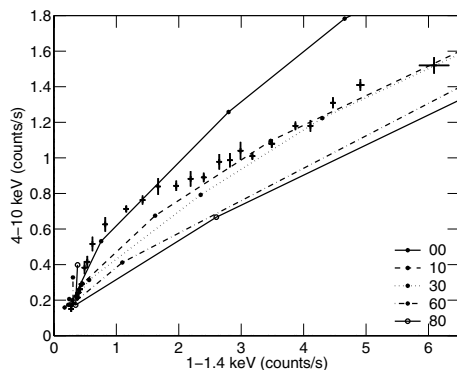
A direct and quantitative comparison of our calculations with data is difficult. Besides the nuclear reflection and primary emission that we are attempting to model here, the observed spectra of accreting black holes can be affected by a number of features, such as absorption, emission lines from distant photo-ionised plasma or distant reflection. Fitting observational data using our model is therefore deferred to further work. On the other hand, using the published estimates of the reflected and primary emissions of observed sources for comparisons with

our simulated reflection-primary flux diagrams, might be inaccurate because these estimates are model dependent. For instance Ponti et al. (2006) performed a spectro-temporal analysis of two XMM-Newton observations of the Narrow Line Seyfert 1, NGC 4051. They produced a reflected versus primary flux diagram showing a correlation at low fluxes and a saturation of the reflected flux at higher luminosities, in qualitative agreement with what is obtained in the light bending model when varying  $h$  at constant  $\rho_s$ . However in their spectral analysis they used a ionised reflection model and found that the data require the disc to be mildly ionised. In such conditions, the disc albedo is much larger than in the neutral case (see e.g. Malzac et al. 2005) and ionised reflection produces a strong soft excess below 1 keV which is not present if the disc is neutral. Therefore the exact numerical values of the integrated reflected flux obtained from their spectral fitting are not comparable with the results of our neutral model. To compare our results with data in a way that is less sensitive to ionisation and other spectral complications we will use flux-flux diagrams. These flux-flux plots reveal how the fluxes in two different energy bands relate to each other. They are often used to study the variability of AGNs and X-ray binaries independently of any model (see Taylor et al. 2003; Uttley et al. 2004). In Fig. 17 we compare the flux-flux relation predicted by the light bending model (assuming no intrinsic source fluctuations) to the data reported by Ponti et al. (2006). To produce this figure, we simulated light bending model spectra for the spectral index of primary emission observed in NGC 4051 ( $\Gamma = 2.3$ ) and various source heights and radii. We computed the predicted photon flux in the two energy bands (1–1.4 and 4–10 keV) used by Ponti et al. (2006). In these two bands, the effects of ionisation of the reflection component on the total flux are weak.

As the data of Ponti et al. (2006) are given in counts, they cannot be compared directly with the photon fluxes. The overall slope of the count-rate correlation also depends on the ratio of the detection efficiencies of XMM-Newton in these two bands. We estimated this ratio by convoluting simple power-law spectra with the EPIC pn response matrix used by Ponti et al. (2006). We found that this efficiency ratio is not sensitive to the shape of the model spectrum. It varies by less than 10% for power-law indices  $\Gamma$  in the range 1.3–2.5. This range of  $\Gamma$  is broader than the observed variations of the 2–10 keV spectral index in NGC 4051. We therefore neglected the fluctuations of the efficiency ratio and used its average value to correct the model photon fluxes. Then, we had to fix the intrinsic ring source luminosity, which controls simultaneously the minimum and maximum achievable fluxes in both energy bands. It turns out that this parameter is very constrained by the observations. If it is too high, the minimum measured flux cannot be reproduced by the model. If, on the other hand, it is too low, the model points fall well below the observed correlation whatever  $h$  and  $\rho_s$ . The only solution is to set the intrinsic ring source luminosity so that the point obtained for the extreme case  $\rho_s = 1.23$  and  $h = 0.5$ , matches that of the minimum observed fluxes. Then it appears that the overall shape and amplitude of the correlation is qualitatively reproduced by the model for  $h$  varying approximately between 0.5 and 10 and  $\rho_s \lesssim 2$  as shown in Fig. 17. Of course, the detailed shape of the observed correlation is not perfectly reproduced by the model. Nonetheless, if one considers the simplicity of the model, as well as the many complications that could affect the shape and normalisation of the flux-flux correlation (fluctuation of primary spectral slope or the intrinsic source luminosity, effects of ionisation of the disc...) the agreement we obtain is remarkable.



**Fig. 17.** Flux-flux correlations obtained when varying  $h$  from 0.5 to 20 at constant  $\rho_s$ . The lines represent an interpolation between the simulated results (shown by the circles) for an inclination of  $5^\circ$  and various value of  $\rho_s$ . The crosses are the NGC 4051 data from Ponti et al. (2006). The right panel is an enlarged version of the left one showing the region where model and data overlap. In all simulations the inclination is of  $5^\circ$ .



**Fig. 18.** Flux-flux correlations obtained when varying  $h$  from 0.5 to 20 at  $\rho_s = 1.23$  and various inclination angles. The lines represent an interpolation between the simulated results (shown by the circles). The crosses are the NGC 4051 data from Ponti et al. (2006).

Naturally, the correlation predicted by the model depends on the inclination angle. Regarding NGC 4051, we find a better agreement with the observed correlation for smaller inclinations (see Fig. 18), in agreement with the Seyfert unification scheme (Antonucci 1993). Indeed, at large inclination the model correlation is more linear and the bending at low fluxes of the observed correlation is not well reproduced. On the other hand, if the source is seen exactly pole-on the minimum attainable flux in the 4–10 keV band is reduced by a factor of about 2, which allows the correlation obtained for  $\rho_s = 1.23$  to be closer to the data at low fluxes and largely above at higher fluxes, leaving room for a somewhat broader range in  $\rho_s$  (up to  $\rho_s \sim 4$ ). In this case,  $h$  and  $\rho_s$  would have to vary simultaneously along the observed flux-flux correlation track. The emitting region is therefore confined within a few gravitational radii.

We note that for the quite extreme parameters that we infer the broad iron line is so smeared that it is difficult to detect (see Fig. 13). Pounds et al. (2004) fit the spectra produced from the same XMM-Newton data that we used and found that the curvature of the spectrum around the line energy can be explained by a partial covering model without any broad iron line (but see Ponti et al. 2006). In contrast, other studies present evidences for a broad Fe  $K_\alpha$  line in NGC 4051 (Guainazzi et al. 1996; Uttley et al. 2003). Fitting the XMM-Newton spectra with a relativistically blurred reflection model requires the illumination to be extremely concentrated in the innermost parts of the accretion

disc (Ponti et al. 2006 derive a disc emissivity index  $q \sim 5$ ) in agreement with the numbers inferred here.

## 6. Conclusion

Considering an accretion disc illuminated by a ring source of hard X-rays, we have studied the dependence of the observed primary emission and reflection component on the radius of the ring source, its height above the disc and the inclination of the observer's line of sight. We confirm the results of Miniutti et al. (2004) showing that the general relativistic effects can lead to strongly reflection dominated spectra when the primary source is very close to the black hole. Fitting these GR models with the Newtonian reflection model PEXRAV leads to underestimate the reflection fraction  $R$ . Moreover varying the height or radius of the ring source can produce important variations of the observed primary luminosity with little variations of the reflected flux. Therefore fluctuations of the height or radius of the ring source can lead to variability modes in which the primary and reflected components are apparently decoupled, as observed in several sources (Papadakis et al. 2002; Markowitz et al. 2003; Miniutti 2003; Reynolds et al. 2004; Ponti et al. 2006; Rossi et al. 2004). We have shown that the light bending model can produce a non-linear flux-flux relation that is similar to that observed in several sources. In particular we compared our model with the data of NGC 4051, and found an acceptable agreement. This rough comparison suggests a low inclination angle ( $<20^\circ$ ), an illuminating source at a radius  $\leq 3$  and a height varying from almost 0 up to about 10 gravitational radii.

Regarding the angular distribution of the radiation, we have found some important qualitative differences with respect to the Newtonian case. In particular, the reflected flux at larger inclination is relatively stronger than in the Newtonian model. If the ring source radius is zero (on-axis model), the total reflected flux as well as the reflection coefficient  $R$  is larger at large inclination. In the off-axis model the total reflected flux decreases at larger inclinations but less sharply than in the Newtonian model, as a consequence  $R$  can be larger at large inclinations.

We also found that the effects of returning radiation on the amplitude and shape of the reflection component can be safely neglected below 10 keV, but at higher energies the reflected flux can be enhanced by several orders of magnitude. This spectral distortion should be taken into account when fitting broadband spectra of accreting black holes which emission comes from regions very close from a black hole.

*Acknowledgements.* We thank P.O. Petrucci for help in checking the results of our numerical scheme, Andrea Martocchia and Giovanni Miniutti for useful discussions and important suggestions, Gabriele Ponti for providing us with the NGC 4051 data before publication. JM acknowledges support from the National Science Foundation under Grant No. PHY99-07949.

## Appendix A: Constants of motion

The Kerr black hole metric is described in the Boyer-Lindquist spherical coordinates (BLC) as,

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4Mar \sin^2 \theta dt d\phi}{\Sigma} + \frac{A \sin^2 \theta d\phi^2}{\Sigma} + \frac{\Sigma dr^2}{\Delta} + \Sigma d\theta^2 \quad (\text{A1})$$

where, ( $G = c = 1$ ),

$$\Delta = r^2 + a^2 - 2Mr, \quad A = (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta,$$

$$\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \omega = \frac{2Mar}{A},$$

we can write the metric appropriate to a stationary axisymmetric space-time in the form (Chandrasekhar 1983)

$$ds^2 = -e^{2\nu} dt^2 + e^{2\psi} (d\phi - \omega dt)^2 + e^{2\mu_1} dr^2 + e^{2\mu_2} d\theta^2 \quad (\text{A2})$$

where

$$e^{2\mu_1} = \frac{\Sigma}{\Delta}, \quad e^{2\mu_2} = \Sigma, \quad e^{2\psi} = \frac{A \sin^2 \theta}{\Sigma}, \quad e^{2\nu} = \frac{\Sigma \Delta}{A}.$$

In this form, we can define a tetrad frame comoving with emitter,  $dr/dt = 0$ ,  $d\theta/dt = 0$  and  $d\phi/dt = \Omega$ , by the contravariant basis vector,  $e_{(a)}^i$ :

$$e_{(t)}^i = \left( \frac{e^{-\nu}}{\sqrt{1 - e^{2\psi}(\Omega - \omega)^2/e^{2\nu}}}, \frac{e^{-\nu}\Omega}{\sqrt{1 - e^{2\psi}(\Omega - \omega)^2/e^{2\nu}}}, 0, 0 \right),$$

$$e_{(\phi)}^i = \left( \frac{e^{\psi-\nu}(\Omega - \omega)}{\sqrt{e^{2\nu} - e^{2\psi}\Omega^2 + 2e^{2\psi}\Omega\omega - \omega^2 e^{2\psi}}}, \frac{e^{-\nu-\psi}(e^{2\nu} - \omega^2 e^{2\psi} + e^{2\psi}\Omega\omega)}{\sqrt{e^{2\nu} - e^{2\psi}\Omega^2 + 2e^{2\psi}\Omega\omega - \omega^2 e^{2\psi}}}, 0, 0 \right),$$

$$e_{(r)}^i = (0, 0, e^{-\mu_1}, 0),$$

$$e_{(\theta)}^i = (0, 0, 0, e^{-\mu_2}). \quad (\text{A3})$$

We use the tetrad frame's basis vector to express the relation between local photon's direction and the constants of motion as

$$(E_0, E_0 \sin \alpha \cos \beta, E_0 \cos \alpha, E_0 s \in \alpha \sin \beta) = e_{(a)}^i (E, L, P_r, P_\theta) \quad (\text{A4})$$

where  $E_0$  is the magnitude of photon momentum at local rest frame when  $c = 1$ .  $\alpha$  is polar angle direction and  $\beta$  is azimuthal angle direction in the spherical local emitter's rest frame using radial direction as axis. For the radial direction toward the centre of black hole,  $\alpha = \pi$ . For directions paralleling accretion disc,  $\alpha = \pi/2$ , and countering or following black hole rotation,  $\beta = 0$  or  $\beta = \pi$ , respectively.  $P_r$  and  $P_\theta$  are the potential momentums in BLC in  $r$  and  $\theta$  direction, respectively. We obtain the constants of motion:

$$L = \frac{-E_0((\Omega - \omega)e^{2\psi} + \sin \alpha \sin \beta e^{\psi+\nu})}{U_0(-e^{2\nu} + \omega^2 e^{2\psi} - 2\Omega\omega e^{2\psi} + \Omega^2 e^{2\psi})} \quad (\text{A5})$$

$$E = \frac{E_0((-e^{2\nu} + \omega^2 e^{2\psi} - \Omega\omega e^{2\psi}) - \Omega \sin \alpha \sin \beta e^{\psi+\nu})}{U_0(-e^{2\nu} + \omega^2 e^{2\psi} - 2\Omega\omega e^{2\psi} + \Omega^2 e^{2\psi})} \quad (\text{A6})$$

$$K = (E_0 \sin \alpha \cos \beta e^{\mu_2})^2 - \cos^2 \theta ((aE)^2 - (L/\sin \theta)^2) \quad (\text{A7})$$

where

$$U_0 = \frac{dt}{ds} = \frac{1}{e^\nu \sqrt{1 - V^2}} \quad \text{and} \quad V^2 = e^{2\psi-2\nu}(\Omega - \omega)^2.$$

## References

- Antonucci, R. 1993, *ARA&A*, 31, 473  
 Bardeen, J. M., Press, W. H., & Teukolsky, S. A. 1972, *ApJ*, 178, 347  
 Beckwith, K., & Done, C. 2004, *MNRAS*, 352, 353  
 Bisnovaty-Kogan, G. S., & Blinnikov, S. I. 1976, *SvAL*, 2, 191  
 Carter, B. 1968, *Phys. Rev.*, 174, 1559  
 Chandrasekhar, S. 1983, *The mathematical theory of black holes* (Oxford/New York: Clarendon Press/Oxford University Press)  
 Crummy, J., Fabian, A. C., Brandt, W. N., & Boller, Th. 2005, *MNRAS*, 361, 1197  
 Cunningham, C. T. 1976, *ApJ*, 208, 534  
 Dovčiak, M., Karas, V., & Yaqoob, T. 2004, *ApJS*, 153, 205  
 Fabian, A. C. 2004, *Frontiers of X-ray astronomy* (Cambridge University Press), 165  
 Fabian, A. C., & Vaughan, S. 2003, *MNRAS*, 340, 28  
 Fabian, A. C., Rees, M. J., Stella, L., & White, N. E. 1989, *MNRAS*, 238, 729  
 Fabian, A. C., Miniutti, G., Gallo, L., et al. 2004, *MNRAS*, 353, 1071  
 Fabian, A. C., Miniutti, G., Iwasawa, K., & Ross, R. R. 2005, *MNRAS*, 361, 795  
 George, I. M., & Fabian, A. C. 1991, *MNRAS*, 249, 352  
 Guainazzi, M., Mihara, T., Otani, C., & Matsuoka, M. 1996, *PASJ*, 48, 781  
 Guainazzi, M., Matt, G., Antonelli, L. A., & Piro, L. 1999, *MNRAS*, 310, 10  
 Haardt, F., & Maraschi, L. 1993, *ApJ*, 413, 507  
 Henri, G., & Petrucci, P. O. 1997, *A&A*, 326, 87  
 Laor, A. 1991, *ApJ*, 376, 90  
 Lee, J. C., Iwasawa, K., Houck, J., et al. 2002, *ApJ*, 570, 47  
 Magdziarz, P., & Zdziarski, A. A. 1995, *MNRAS*, 273, 837  
 Malzac, J., & Petrucci, P. O. 2002, *MNRAS*, 336, 1209  
 Malzac, J., Jourdain, E., Petrucci, P. O., & Henri, G. 1998, *A&A*, 336, 807  
 Malzac, J., Dumont, A. M., & Mouchet, M. 2005, *A&A*, 430, 761  
 Markowitz, A., Edelson, R., & Vaughan, S. 2003, *ApJ*, 598, 935  
 Martocchia, A., Karas, V., & Matt, G. 2000, *MNRAS*, 312, 817  
 Martocchia, A., Matt, G., & Karas, V. 2002, *A&A*, 383, 23  
 Matt, G., Perola, G. C., & Piro, L. 1991, *A&A*, 247, 25  
 Matt, G., Fabian, A. C., & Ross, R. R. 1996, *MNRAS*, 278, 1111  
 Miniutti, G., & Fabian, A. C. 2004, *MNRAS*, 349, 1435  
 Miniutti, G., Fabian, A. C., Goyder, R., & Lasenby, A. N. 2003, *MNRAS*, 344, L22  
 Miniutti, G., Fabian, A. C., & Miller, J. M. 2004, *MNRAS*, 351, 466  
 Morrisson, R., & McCammon, D. 1983, *ApJ*, 270, 119  
 Narayan, R., & Yi, I. 1994, *ApJ*, 428, 13  
 Papadakis, I. E., Petrucci, P. O., Maraschi, L., et al. 2002, *ApJ*, 573, 92  
 Pounds, K. A., Reeves, J. N., King, A. R., & Page, K. L. 2004, *MNRAS*, 350, 10  
 Ponti, G., Miniutti, G., Cappi, M., Maraschi, L., Fabian, A. C., & Iwasawa, K. 2006, *MNRAS*, 368, 903  
 Porquet, D. 2006, *A&A*, 445, 5  
 Reynolds, C. S., & Begelman, M. C. 1997, *ApJ*, 488, 109  
 Reynolds, C. S., Wilms, J., Begelman, M. C., Staubert, R., & Kendziorra, E. 2004, *MNRAS*, 349, 1153  
 Ross, R. R., & Fabian, A. C. 2005, *MNRAS*, 358, 211  
 Ross, R. R., Fabian, A. C., & Ballantyne, D. R. 2002, *MNRAS*, 336, 315  
 Rossi, S., Miller, J. M., Homan, J., & Belloni, T. 2004, *MSAIS*, 5, 184  
 Rossi, S., Homan, J., Miller, J. M., & Belloni, T. 2005, *MNRAS*, 360, 763  
 Shapiro, S. L., Lightman, A. P., & Eardley, D. M. 1976, *ApJ*, 204, 187  
 Tanaka, Y., Nandra, K., Fabian, A. C., et al. 1995, *Nature*, 375, 659  
 Taylor, R. D., Uttley, P., & McHardy, I. M. 2003, *MNRAS*, 342, 31  
 Thorne, K. S. 1974, *ApJ*, 191, 507  
 Uttley, P., Frusciione, A., McHardy, I., & Lamer, G. 2003, *ApJ*, 595, 656  
 Uttley, P., Taylor, R. D., McHardy, I. M., et al. 2004, *MNRAS*, 347, 1345  
 Wilms, J., Begelman, M. C., Reeves, J., et al. 2001, *MNRAS*, 328, 27

## **Conclusion générale & Perspectives**



Dans cette thèse, j'ai présenté les outils informatiques, que j'ai développés pour prendre en compte la relativité générale dans l'émission haute énergie des objets compacts. Le code pour calculer les géodésique est utilisé pour étudier les effets de la courbure de l'espace-temps. Avec le principe des méthodes d'optimisation du §II.2.4, il peut être appliqué simplement pour différentes géométries du modèle, e.g. sphérique ou plan parallèle, grâce au pré-calcul de grilles réutilisables. Notamment, on l'utilise aisément (§II.2.3) pour prendre en compte les effets relativistes sur l'émission du disque (l'émission thermique ou/et la réflexion).

En combinant de manière simple les calculs de changement de repères, on pourra également prendre en considération une vitesse de rotation différente et/ou le mouvement radial de la matière du disque.

Le temps à l'infini est également calculé et tabulé pour chaque géodésique. Il est ainsi possible d'utiliser ces outils pour calculer les courbes de lumière observées à l'infini, par exemple pour une source orbitant autour d'un trou noir, dont on présuppose l'émission propre.

Le modèle d'une source ponctuelle avec une loi de rayonnement relativement simple nous permet de quantifier les effets relativistes en fonction de la position de la source par rapport au centre du trou noir. Les résultats, comparés à ceux des autres modèles (newtonien et relativité restreinte), montrent que les effets relativistes sont particulièrement importants lorsque la source est dans la région proche du trou noir. A partir des résultats calculés, nous avons réussi à reproduire les données observées pour la galaxie NGC 4051 en prenant une source très proche de l'axe de rotation et se déplaçant le long de l'axe, entre  $h = 0.5$  et  $10$ .

Grâce aux méthodes Monte-Carlo qui facilitent les calculs relativistes autocohérents, j'ai mis en évidence les effets de la réflexion multiple pour la première fois dans les spectres prédits à l'infini. Ces effets élargissent la composante de la réflexion vers les plus hautes énergies. Le coefficient de la réflexion plus grande et les photons des hautes énergies plus élevés pourraient aussi avoir l'origine des effets de la relativité générale. On peut espérer observer cette différence en forme avec les nouvelles générations d'instruments, comme SUZAKU (0.2-700 keV.), SIMBOL-X ( $\sim 0.5$ -80 keV.), et Xeus ( $\sim 0.1$ -40 keV.), qui auront une résolution en énergie plus fine et une meilleure sensibilité.

Ce travail est basé sur des hypothèses sur la structure des trous noirs (le disque d'accrétion, la région active, le jet) et la physique concernée (les processus de rayonnement, l'accrétion, la relativité). La comparaison entre les résultats calculés de notre modèle et les données observées permet de vérifier les hypothèses et d'étudier les lois physiques introduites, en particulier dans un champ gravitationnel intense.

L'interprétation de nos résultats indique, par exemple, que dans NGC 4051 la source X se déplace plutôt verticalement au-dessus du disque, et près de l'axe de rotation. La source ou la région active dans cet objet pourrait donc être liée au jet, autour de l'axe rotation, par divers processus; par exemple: la Comptonisation, la connexion entre le disque et le jet par le champ magnétique, des chocs dans la matière formant le jet... Pour le savoir plus précisément, il est nécessaire de faire des calculs plus sophistiqués, en prenant en compte par exemple les photons réfléchis par le disque, les photons X mous de l'émission de corps noir du disque, la couronne de plasma chaud, le champ magnétique, pour reproduire le spectre émis. Ce travail offrirait une probabilité permettant de tester la relativité générale, si les résultats prédits expliquent les données observées mieux que les autres modèles, comme c'est le cas pour le profil de la raie large du Fer.

Pour tester notre modèle, il est important de comparer les résultats avec les observations de



plusieurs objets. Pour cela, il serait utile de développer des méthodes d'ajustement des données, basées sur l'interpolation de grilles pré-calculées, car les algorithmes de convergence ne sont pas applicables aux calculs Monte-Carlo. A partir d'un ensemble de spectres calculés pour un espace de paramètres recouvrant les valeurs attendues, il est alors possible d'ajuster des données observées. On peut également ajuster directement la relation analytique des diagrammes flux-flux en fonction de la position de la source et de l'angle d'observation, selon le même principe d'interpolation. L'index de la distribution des photons en loi de puissance peut aussi être ajouté aux paramètres d'ajustement, à travers une série de simulations.

Les résultats obtenus par notre modèle sont actuellement appliqués aux données observées pour le fond diffus X. Le spectre du fond diffus X présente une forme similaire à celle de la composante réfléchie, avec un maximum autour de 30 keV (e.g. Fabian et al., 1990; Wilman & Fabian, 1999). Mais cette interprétation a besoin d'un coefficient de réflexion très important, qui peut être produit par notre modèle pour une source X très proche du trou noir. Les observations sont actuellement raisonnablement reproduites par nos calculs, avec la hauteur de la source fixée à  $2 r_g$ , mais cette étude est encore préliminaire. Pour obtenir un spectre comparable avec les données du fond diffus X, la distribution des photons de la source et l'abondance du Fer du disque devront être modifiées. Ce travail est mené par Poshak Gandhi et Andrew Fabian.

Il est intéressant aussi d'étudier les effets relativistes dans le domaine temporel, en construisant les courbes de lumière. Le décalage temporel observé dépend essentiellement de la position du photon émis au niveau du disque (pour les photons réfléchis) et de l'angle d'observation. De plus, il serait intéressant de reconstruire les spectres en fonction du temps. En effet, le décalage gravitationnel est plus élevé dans la région centrale, mais le décalage en temps est plus petit, ce qui modifie les spectres observés à l'infini. De même, les photons réfléchis retournant sur le disque pourraient modifier les spectres observés en fonction du temps.

Dans un futur proche, je souhaite créer un modèle avec une source étendue, en supposant un plasma chaud au-dessus du disque. L'intérêt de ce modèle est de prendre en compte les effets relativistes dans l'émission primaire, lors de la Comptonisation des photons de l'émission thermique du disque par un plasma chaud, ainsi que sa réflexion par la matière froide du disque. De plus, les processus de transfert radiatif à l'intérieur de la source seront inclus et traités avec la courbure de l'espace-temps, pour les photons qui la traverseront, par exemple, après avoir été réfléchis. Il faut en fait remplacer la source ponctuelle par une source étendue et traiter les processus internes qui sont à l'origine du spectre de la composante primaire. En faisant varier la hauteur de la source le long de l'axe de rotation, le spectre de la composante primaire sera modifié par les effets de la courbure de l'espace (plus de photons retournant à la source). Cela pourrait produire le pivotement spectral de la composante primaire, et aboutir à un meilleur ajustement dans la relation non linéaire à bas flux des diagrammes flux-flux de NGC 4051 (e.g. Taylor, Uttley, & McHardy 2003).

Il sera également possible d'introduire l'ionisation du disque pour un calcul de la réflexion plus réaliste. Quand la source X est très proche du disque d'accrétion, la matière du disque doit être plus ionisée (Begelman & de Kool, 1992). Cette étape, avec un calcul plus cohérent, pourra nous permettre de donner une réponse plus claire quant à l'origine de l'excès X-mou. Un des problèmes majeurs que je vois, c'est que les calculs actuels de spectres émis par un disque ionisé (Done et al. 1992; Ross & Fabian, 2005) ne donnent pas l'impulsion exacte des photons réfléchis. Or celle-ci est importante pour traiter les effets relativistes.

À plus long terme, j'envisage d'introduire les effets relativistes dans un modèle plus complet pour étudier les caractéristiques temporelles du rayonnement d'un trou noir, à partir du modèle développé par J. Malzac, dans le cas Newtonien (Malzac, 1997; Malzac & Jourdain, 2000). Ce modèle, non-linéaire, basé sur les méthodes Monte-Carlo, prend en compte les divers processus de transfert radiatif, et calcule de manière consistante, les caractéristiques des différentes populations de particules. Cela permettra d'étudier les effets de la relativité générale sur l'évolution des paramètres physiques dont dépendent les formes spectrales, ainsi que les courbes de lumière associées dans différentes bandes d'énergie.



## **Annexes**



## Annexe A

### Condition d'échappement

En développant l'expression de  $V_r$  dans l'équation §I.1.25, on arrive à un polynôme en  $r$  de degré 4. Pour minimaliser le nombre de paramètres dans les équations du mouvement, on utilise  $Dz = L/E$  et  $N = K/E^2$ , les paramètres d'impact. L'équation §II.1.25 devient :

$$V_r = r^4 + (a^2 - N - Dz^2) r^2 + 2M (Dz^2 - 2Dz a + a^2 + N) r - a^2 N - \frac{r^2 \delta \Delta}{E^2}. \quad (\text{A.1})$$

Donc il y a quatre racines de  $V_r$ . Seules les racines réelles sont importantes car elles délimitent les régions de l'espace où le potentiel est positif et donc où le photon a le " droit " de se déplacer. Les valeurs de  $r$  vérifiant que le potentiel est égal à zéro définissent des points de rebroussement radial. De même, des valeurs de  $\theta$  délimitent les régions où la particule peut exister.

Il existe une orbite particulière qui donne les conditions pour qu'une particule soit capturée ou s'échappe, en comparant les constantes du mouvement de cette orbite et celles de la particule. On la nomme " l'orbite marginalement stable ".

L'orbite marginalement stable est une orbite circulaire, de rayon  $r_{ms}$ , qui vérifie

$$V_r = 0 \text{ et } \frac{\partial V_r}{\partial r} = 0.$$

Il y a deux conditions principales qui permettent aux particule de s'échapper à l'infini.

La première concerne les particules qui se déplacent vers l'extérieur avec  $P_r > 0$  au point d'émission. Le moment angulaire  $L$  doit être inférieur à  $L_{ms}$  ou  $E_{ms}$  ne doit pas exister (le suffixe ms réfère à la valeur correspondant à l'orbite marginalement stable). Cela confirme que la particule n'a pas de point de rebroussement radial à l'extérieur de l'horizon et, donc, elle peut s'échapper à l'infini (Piran T. et Shaham J., 1977). Cet ensemble d'inégalités,

$$P_r > 0 \text{ et } Dz < Dz_{cr}$$

est appelé "condition d'échappement du moment radial".

Notons que le comportement des trajectoires de particules qui n'ont pas de point de rebroussement est le même quel que soit le rayon : les particules entrantes sont capturées, les particules sortantes s'échappent.

Par contre, les trajectoires de particules qui ont un point de rebroussement ont un comportement qui varie selon le rayon d'émission : les particules, entrantes et sortantes, s'échapperont

si  $r_{in} > r_{ms}$ ; en revanche, elles seront capturées si  $r_{in} < r_{ms}$ .

La seconde condition d'échappement est vérifiée si, au point d'émission ( $r > r_{ms}$ ), la particule se déplace avec  $P_r \leq 0$  ou si,  $P_r > 0$ , alors son moment angulaire  $L > L_{ms}$ . Cela signifie que la particule a un point de rebroussement radial à l'extérieur de l'horizon. Cet ensemble d'inégalités,

$$P_r \leq 0 \text{ ou } P_r > 0 \text{ et } Dz > Dz_{cr} \text{ en } r > r_{ms}$$

est appelé "condition d'échappement du moment angulaire".

## A.1 Cas du photon

La masse du photon est nulle. Donc,  $V_r$ , pour un photon, est une fonction de  $M$ ,  $a$ ,  $r$ ,  $N$  et  $Dz$ . Les paramètres d'impact de l'orbite marginalement stable sont :

$$N_{cr} = -\frac{(9 r M^2 - 6 r^2 M - 4 M a^2 + r^3) r^3}{a^2 (M - r)^2} \quad (\text{A.2})$$

$$Dz_{cr} = \frac{r a^2 + M a^2 - 3 r^2 M + r^3}{a (M - r)} \quad (\text{A.3})$$

où  $r$  est le rayon de l'orbite marginalement stable,  $r_{ms}$ .

Pour trouver  $r_{ms}$ , il faut résoudre l'équation  $N_{photon} = N_{cr}$  et on prend les deux plus grandes racines réelles: la plus grande donnera le rayon de l'orbite rétrograde et la plus petite celui de l'orbite directe. Lorsque  $N_{photon}$  est supérieur à  $N_{crMAX}$ , l'orbite marginalement stable de ce photon n'existe pas. Dans ce cas, le photon n'est jamais capturé.  $N_{crMAX}$  est obtenu par la fonction de  $N_{cr}$ , ci-dessus, pour  $r = 3M$ , dans le cas du photon ( $\frac{\partial N_{cr}}{\partial r} = 0$ ).

Pour une trajectoire confinée dans le plan équatorial,  $N = 0$ . Le rayon de l'orbite marginalement stable du photon est

$$r_{cr} = 2M \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2}{3} \arccos \left( \frac{\mp a}{M} \right) \right] \right\}. \quad (\text{A.4})$$

Le signe "-" correspond à l'orbite directe, "+" à l'orbite rétrograde.

## A.2 Cas d'une particule

La masse de particule n'est pas nulle. Donc, il y a un terme supplémentaire dans  $V_r$ , qui dépend maintenant également de  $E$ . On trouve les paramètres d'impact de l'orbite marginalement stable d'une particule par :

$$N_{cr} = \frac{1}{a^2(r-M)} \left( \frac{r^3(4a^2M - r(r-3M)^2)}{r-M} + \frac{r^2(r(r-2M)^2 - a^2M)}{E^2} - \frac{2r^3M\Delta(1 - \sqrt{1 - (1-M/r)/E^2})}{r-M} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$Dz_{cr} = \frac{1}{a(r-M)} \left( M(r^2 - a^2) - r\Delta \sqrt{1 - \frac{1-M/r}{E^2}} \right) \quad (\text{A.6})$$

où  $r$  est le rayon de l'orbite marginalement stable,  $r_{ms}$ .

On peut trouver  $r_{ms}$  de la même façon que pour un photon quand  $E^2_{particule} \geq 1$ .  $N_{crMAX}$  est alors fonction de  $E$ .

Lorsque  $E^2 < 1$ , la trajectoire de la particule se présente comme une orbite finie. Il existe deux types d'orbites finies : l'orbite sphérique, de rayon constant, et l'orbite non-sphérique. L'orbite sphérique apparaît quand toutes les valeurs de  $V_r$  sont négatives. La limite radiale de l'orbite finie est donnée par la racine de  $V_r = 0$ .

L'orbite qui vérifie  $E^2 = 1$  est appelée " l'orbite marginalement finie ". La valeur de  $N_{crMAX}$  est minimale pour cette orbite, ce qui correspond au rayon orbital,  $r = 4M$ . Pour n'importe quelle valeur de  $N$  et les deux sortes d'orbites, directe et rétrograde, l'orbite marginalement finie donne la valeur de  $r_{ms}$  minimum.

Quand la trajectoire de la particule est confinée dans le plan équatorial, les fonctions  $N_{cr}$  et  $Dz_{cr}$  ne dépendent plus de  $E$ . Le rayon de l'orbite marginalement stable d'une particule dans le plan équatorial est donné par l' Eq. I.1.35.

Lorsque la valeur de  $N$  est supérieure à la valeur de  $N_{crMAX}$ , l'orbite marginalement stable n'existe pas. Donc on ne peut pas utiliser les conditions d'échappement.

En fait, le paramètre d'impact  $N$  représente la quantité du mouvement en  $\theta$ , et  $N_{crMAX}$  représente la valeur maximale de celui-ci, qui permet à la géodésique d'entrer à l'intérieur de l'horizon. C'est à dire que si  $N$  est supérieur à  $N_{crMAX}$ , le changement de trajectoire en  $\theta$  est plus fort que l'évolution en  $\phi$  et  $r$  qui peut amener les géodésiques vers l'horizon.





## Annexe B

### Techniques Monte-Carlo

Pour plus des détails voir la thèse de J. Malzac (1999)

#### B.1 Distribution en loi de puissance avec coupure exponentielle

Supposons que l'on ait à simuler une distribution de particules dont la distribution des facteurs de Lorentz possède la forme suivante:

$$N(\gamma) \propto \gamma^{-s} \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{\gamma_c} \right)^\beta \right] \quad (\text{B.1})$$

pour  $\gamma > \gamma_{min}$ ,  $s > 1$  et  $\beta > 0$ .

La densité de probabilité associée à cette distribution peut s'écrire ainsi:

$$p(\gamma) = k p_{lp}(\gamma) g(\gamma) \quad (\text{B.2})$$

où  $p_{lp}$  correspond à une distribution en loi de puissance:

$$p_{lp} = \frac{s-1}{\gamma_{min}} \left( \frac{\gamma}{\gamma_{min}} \right)^{-s} \quad (\text{B.3})$$

La fonction de répartition associée à  $p_{lp}$  est:

$$F(\gamma) = \left( \frac{\gamma}{\gamma_{min}} \right)^{1-s} \quad (\text{B.4})$$

$k$  est une constante et  $g(\gamma)$  est une fonction bornée:

$$g(\gamma) \propto \exp \left[ - \left( \frac{\gamma}{\gamma_c} \right)^{-s} \right], \quad (\text{B.5})$$

qui possède un maximum en  $\gamma = \gamma_{min}$ . On va donc utiliser une méthode de réjection:

- On tire deux nombres aléatoires  $\zeta$  et  $\zeta'$
- On détermine  $\gamma'$  par l'inversion de la fonction de répartition :

$$\gamma' = \gamma_{min} \zeta^{1/(1-s)} \quad (\text{B.6})$$

- Si  $g(\gamma') > \zeta' g(\gamma_{min})$  on pose  $\gamma = \gamma'$ , sinon on recommence.

## B.2 Distribution de Planck

On considère un photon issu d'un rayonnement thermique (le corps noir) de température  $T_{bb}$ , son énergie  $\epsilon$  suit une densité de probabilité qui est donnée par :

$$P(\epsilon) = \frac{1}{2\zeta(3)} \frac{b^3 \epsilon^2}{\exp b\epsilon - 1} \quad (\text{B.7})$$

où  $b = 1/kT_{bb}$  et

$$\zeta(3) = \sum_{m=1}^{\infty} m^{-3} \sim 1.202 \quad (\text{B.8})$$

est la fonction zeta de Riemann.

Pour simuler cette distribution, on applique une méthode décrite dans Pozdnyakov et al. (1983).

Le terme  $(e^{b\epsilon} - 1)^{-1}$  se développe en puissances de  $e^{-b\epsilon}$ . En introduisant les densités de probabilité normalisées  $p_m(\epsilon)$ :

$$p_m(\epsilon) = \frac{1}{2} m^3 b^3 \epsilon^2 e^{-mb\epsilon}, \quad (\text{B.9})$$

nous pouvons écrire ce développement sous la forme :

$$p(\epsilon) = \frac{1}{1.202} \sum_{m=1}^{\infty} m^{-3} p_m(\epsilon). \quad (\text{B.10})$$

Cette expression montre que  $p(\epsilon)$  peut être facilement modélisée par la méthode de superposition : chacune des densités de probabilité  $p_m(\epsilon)$  représente une fonction gamma.

Pour tirer une valeur de l'énergie  $\epsilon = h\nu$ , on tire quatre nombres aléatoires  $\xi_1, \dots, \xi_4$ . A partir de  $\xi_1$ , nous définissons un nombre aléatoire  $\alpha$  tel que :

$$\alpha = 1 \quad \text{si} \quad \xi_1/1.202 < 1$$

$$\alpha = m \quad \text{si} \quad \sum_{j=1}^{m-1} j^{-3} \leq 1.202\xi_1 \leq \sum_{j=1}^m j^{-3}$$

où  $m = 2, 3, \dots$ , on a alors :

$$h\nu = -\frac{kT_{bb}}{\alpha} \ln(\xi_2 \xi_3 \xi_4). \quad (\text{B.11})$$

## B.3 Distribution Maxwellienne

La probabilité de trouver un électron thermique avec un moment cinétique compris entre  $\vec{p}$  et  $\vec{p} + d\vec{p}$ , est donnée par la distribution de Maxwell relativiste :

$$N(\vec{p})d\vec{p} \propto \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{kT_e}\right) d\vec{p} \quad (\text{B.12})$$

Pour modéliser cette distribution, nous allons, ici encore, utiliser les méthodes de Pozdnyakov et al.(1983). Ces techniques utilisent des méthodes de réjection.

La procédure que nous allons décrire ici est valable pour des températures inférieures à  $kT_e = 150$  keV ( $n < 0.29$ ). La variable aléatoire utilisée dans ce cas est l'énergie cinétique réduite:

$$\zeta = \frac{\sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} - mc^2}{kT_e} \quad (\text{B.13})$$

La densité de probabilité peut alors s'écrire sous la forme suivante:

$$p_\zeta(z) = kp_{\zeta'}(z)g(z), \quad (\text{B.14})$$

où

$$k = \frac{9\sqrt{2n}}{2e^{1/2}} B_2 n e^{-1/n} \quad (\text{B.15})$$

$$p_{\zeta'}(z) = \frac{2}{3} e^{-2z/3} \quad (\text{B.16})$$

$$g(z) = \frac{e^{1/2}}{3\sqrt{2n}} \sqrt{2nz + n^2z^2(1+nz)} e^{-z/3} \quad (\text{B.17})$$

Ceci permet d'appliquer la réjection de Von Neumann. En effet, on peut montrer que pour  $n \leq 2/7$ , le facteur  $g(z)$  vérifie  $0 \leq g(z) \leq 1$ .

On tire alors deux nombres aléatoires  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ , on calcule la quantité auxiliaire  $\zeta' = -3/2 \ln \zeta_1$ . Puis, si  $\zeta_2 < g(\zeta')$ , on pose  $\zeta = \zeta'$ , sinon on recommence. L'efficacité de la méthode est de 0.52 pour  $n = 0.29$  et décroît avec  $n$ . En  $n = 0$ , elle est de 0.33.

## B.4 Direction isotrope

Le problème consiste à tirer l'angle polaire,  $\alpha$  et l'angle azimutal,  $\beta$ , pour définir la direction initiale du photon dans le repère local de la source. On définit un paramètre  $\mu = \cos(\alpha)$ ,  $\alpha$  est compris entre 0 et  $\pi$ ,  $\beta$  entre 0 et  $2\pi$ . Pour la distribution isotrope, les variables indépendantes  $\mu$  et  $\beta$  ont une distribution uniforme. Il suffit donc de tirer deux nombres aléatoires  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ :

$$\alpha = \arccos(2\zeta_1 - 1) \quad (\text{B.18})$$

$$\beta = 2\pi\zeta_2 \quad (\text{B.19})$$

## B.5 Diffusion Compton

Je rappelle ici la méthode proposée par Pozdnyakov et al.(1983) pour simuler une interaction Compton.

Considérons un photon d'énergie  $h\nu$  se déplaçant dans une direction  $\vec{\Omega}$  qui subit une diffusion Compton par un électron d'énergie  $\epsilon$  se déplaçant dans une direction  $\vec{u}$ . Il s'agit de simuler la distribution de probabilités de direction (et d'énergie) de sortie du photon. Les

paramètres de sortie de l'électron sont ensuite aisément déduits par la conservation du quadri-vecteur énergie-impulsion du système photon-électron au cours de la diffusion. La distribution à simuler est donc la section efficace différentielle de diffusion Compton donnée par

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{r_e^2}{2\gamma^2} \frac{X}{(1 - \mu\beta)^2} \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2, \quad (\text{B.20})$$

où

$$X = \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right) + 4\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'}\right)^2, \quad (\text{B.21})$$

$$x = \frac{2h\nu}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu\beta), \quad x' = \frac{2h\nu'}{m_e c^2} \gamma(1 - \mu'\beta) \quad (\text{B.22})$$

où  $r_e = e^2/m_e c^2$  est le rayon classique de l'électron. Les angles de diffusion sont relatifs à la direction  $\vec{u}$  de l'électron. Il est donc pratique de se placer dans une base orthonormée  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$  relative à la vitesse de l'électron. Par exemple si  $\vec{u}$  se décompose dans la base fixe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  sous la forme :

$$\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}, \quad \text{avec} \quad r^2 = a^2 + b^2 > 0, \quad (\text{B.23})$$

on peut choisir  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  tels que:

$$\vec{v} = (b\vec{i} + a\vec{j})/r, \quad \vec{w} = (ac\vec{i} - bc\vec{j} - r^2\vec{k})/r, \quad (\text{B.24})$$

La direction  $\vec{\Omega}'$  du photon diffusé s'écrit dans cette base:

$$\vec{\Omega}' = \mu'\vec{u} + \sqrt{1 - \mu'^2}(\cos\phi'\vec{v} + \sin\phi'\vec{w}) \quad (\text{B.25})$$

où  $\phi'$  est l'angle azimuthal après diffusion mesuré à partir de la direction  $\vec{v}$  dans un plan perpendiculaire à  $\vec{u}$ . En substituant  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$  dans l'équation précédente, on peut obtenir les coordonnées du vecteur  $\vec{\Omega}'$  dans la base fixe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . La densité de probabilité des variables aléatoires  $\mu'$  et  $\phi'$  est donnée par  $p(\mu', \phi') = \sigma^{-1} d\sigma/d\vec{\Omega}'$ . On peut montrer que cette densité de probabilité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$p(\mu', \phi') = k p_1(\mu', \phi') Y \quad (\text{B.26})$$

avec

$$p_1(\mu', \phi') = \left[4\pi\gamma^2(1 - \mu'\beta)^2\right]^{-1} \quad (\text{B.27})$$

$$Y = \left(\frac{x'}{x}\right)^2 \frac{X}{2} \leq 1 \quad (\text{B.28})$$

et  $k = 4\pi r_e^2/\sigma(x)$  est indépendant de  $\mu'$  et  $\phi'$ .

On peut donc appliquer la méthode du rejet:

1. La méthode de la fonction inverse permet de simuler la densité de probabilité  $p_1(\mu', \phi')$ .

On tire deux nombres aléatoires  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$  et on calcule les quantités auxiliaires  $\mu'_1$  et  $\phi'_1$ :

$$\mu'_1 = \frac{\beta + 2\zeta_1 - 1}{1 + \beta(2\zeta_1 - 1)}, \quad \phi'_1 = 2\pi\zeta_2 \quad (\text{B.29})$$

2. On calcule ensuite les composantes de  $\vec{\Omega}'$ , l'angle de diffusion  $\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$  ainsi que le rapport :

$$\frac{x}{x'} = \left[ 1 + \frac{h\nu(1 - \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}')}{\gamma mc^2(1 - \mu'\beta)} \right] \quad (\text{B.30})$$

et enfin  $Y$ .

3. On tire ensuite un troisième nombre aléatoire  $\zeta_3$  et on teste la condition de sélection  $\zeta_3 < Y$ .

4. Si elle est satisfaite, on pose  $\mu' = \mu'_1$ ,  $\phi' = \phi'_1$ . L'énergie du photon diffusé est alors donnée par :

$$h\nu' = \frac{x'}{2\gamma(1 - \mu'\beta)} mc^2 \quad (\text{B.31})$$

5. Si la condition n'est pas vérifiée on recommence à la première étape.



## Bibliographie

- [1] Agol, E., Kamionkowski, M., Koopmans, L.V.E., & Blandford, R.D.: 2002, *ApJ*, 576, L131
- [2] Agol, E., & Krolik J.H., 2000, *ApJ*, 528, 161
- [3] Antonucci, R.: 1993, *ARA&A*, 31, 473
- [4] Bahcall, J.N., & Ostriker, J.P.: 1975, *Nature*, 256, 23
- [5] Bambynek, W., Crasemann, B., Fink, R.W., Freund, H.-U., Mark, H., Swift, C.D., Price, R.E., & Rao, P.V.: 1972, *Rev.Mod.Phys.*, 44, 716
- [6] Bardeen, J.M.: 1970, *ApJ*, 162, 71
- [7] Bardeen, J.M., Press, W.H., & Teukolsky, Saul A. 1972, *ApJ*, 178, 347
- [8] Barr, P., White, N. E., & Page, C. G.: 1985, *MNRAS*, 312, 65
- [9] Beckwith, K., & Done, C.: 2004, *MNRAS*, 352, 353
- [10] Begelman, M.C., Blandford, R.D., & Rees, M.J.: 1984, *Rev. Mod. Phys.*, 56, 255
- [11] Begelman, M.C., & de Kool, M.: 1992, "Proc. of the Conference on Variability of Active Galactic Nuclei", ed. H. Miller & P. Wiita (Berlin, Springer)
- [12] Begelman, M.C., & Rees, M.J.: 1978, *MNRAS*, 185, 847
- [13] Bicák J., Semerák O., & Hadrava P.: 1993, *MNRAS*, 263, 545
- [14] Bisnovatyi-Kogan, G. S., & Blinnikov, S. I.: 1976, *SvAL*, 2, 191
- [15] Blandford R.D., & Znajek R. L.: 1977, *MNRAS*, 179, 433
- [16] Blandford, R. D., & Begelman, M.C.: 1999, *MNRAS*, 303, L1
- [17] Bolton, C. T.: 1972, *Nature*, 235, 271
- [18] Bondi, H., & Hoyle, F. 1944, *MNRAS*, 104, 273
- [19] Boyer, R.H., & Lindquist, R.W.: 1967, *J. Math. Physics*, 8, 265
- [20] Brown, G.E. & Bethe, H.A.: 1994, *ApJ*, 423, 659
- [21] Brown, G.E., Lee, C.-H., Wijers, R.A.M., Lee, H.K., Israelian, G., & Bethe, H.A.: 2000, *NewA*, 5, 191
- [22] Carter, B.: 1968, *Phys. Rev.*, 174, 1559
- [23] Chandrasekhar, S.: *ApJ*, 74, 81 (1931).
- [24] Chandrasekhar, S.: 1983, "The mathematical theory of black holes", Clarendon Press/Oxford University Press (Oxford/New York)
- [25] Crummy, J., Fabian, A. C., Brandt, W. N., & Boller, Th.: 2005, *MNRAS*, 361, 1197
- [26] Crummy, J., Fabian, A. C., Gallo, L., & Ross, R. R.: 2006, *MNRAS*, 365, 1067
- [27] Cui, W., Zhang, S. N., Chen, W., & Swank, J. H.: 1998, *AAS*, 193, 2902



- [28] Cui, W., Zhang, S. N., & Chen, W.: 1998a, *ApJ*, 492, L53
- [29] Cui, W., Chen, W., & Zhang, S. N.: 1998b, *Proc. Third William Fairbank Meeting on The Lense-Thirring Effect*, Eds. L. - Z. Fang, & R. Ruffini (Rome, Italy)
- [30] Cunningham, C.T.: 1975, *ApJ*, 202, 788
- [31] Cunningham, C.T.: 1976, *ApJ*, 208, 534
- [32] Czerny B., Nikolajuk M., Rózańska A., & Dumont A.M.: 2003, *A&A*, 412, 317
- [33] Dabrowski, Y., & Lasenby, A. N.: 2001, *MNRAS*, 321, 605
- [34] De Villiers, J.P., & Hawley, J.F.: 2003, *ApJ*, 592, 1060
- [35] De Villiers, J.P., Hawley, J. F., & Krolik, J. H.: 2003, *ApJ*, 599, 1238
- [36] Done, C., Mulchaey, J.S., Mushotzky, R.F., Arnaud, K.A.: 1992, *ApJ*, 395, 275.
- [37] Dovčiak, M., Karas, V., & Yaqoob T.: 2004, *ApJS*, 153, 205
- [38] Ebisuzaki, T., Makino, J., Tsuru, T.G., Funato, Y., Portegies Z.S., Hut, P., McMillan, S., Matsushita, S., Matsumoto, H., Kawabe, R.: 2001, *ApJ*, 562, L19
- [39] Eckart, A., & Genzel, R.: 1996, *Nature*, 383, 415
- [40] Eckart, A., Genzel, R., Ott, T., & Schödel, R.: 2002, *MNRAS*, 331, 917
- [41] Einstein, A.: 1905, *Ann. Phys.*, 17, 891
- [42] Einstein, A.: 1916, *Ann. Phys.*, 49, 769
- [43] Fabian, A.C., George, I.M., Miyoshi, S., & Rees, M.J.: 1990, *MNRAS*, 242, 14P
- [44] Fabian, A.C., Rees, M.J., Stella, L., & White, N.E.: 1989, *MNRAS*, 238, 729
- [45] Fabian, A.C., Vaughan, S., Nandra, K., Iwasawa, K., Ballantyne, D.R., Lee, J.C., De Rosa, A., Turner, A., & Young, A.J.: 2002, *MNRAS*, 335, 1
- [46] Fabian, A.C. & Vaughan, S.: 2003, *MNRAS*, 340, 28
- [47] Fabian, A.C.: 2004, *Frontiers of X-ray astronomy*, Cambridge University Press, 165
- [48] Fabian, A.C., Miniutti, G., Gallo, L., Boller, Th., Tanaka, Y., Vaughan, S., & Ross, R. R.: 2004, *MNRAS*, 353, 1071
- [49] Fabian, A.C., Miniutti, G., Iwasawa, K., & Ross, R.R.: 2005, *MNRAS*, 361, 795
- [50] Fabian, A.C.: 2005, dans "The X-ray Universe 2005", San Lorenzo de El Escorial, Spain
- [51] Fanton, C., Calvani, M., de Felice, & Čadež A.: 1997, *PASJ*, 49, 159
- [52] Ferrarese, L., & Merritt, D.: 2000, *ApJ*, 539, L9
- [53] Ford, H.C. Harms, R.J., Tsvetanov, Z.I., Hartig, G.F., Dressel, L.L., Kriss, G.A., Bohlin, R.C., Davidsen, A.F., Margon, B., & Kochhar, A.K.: 1994, *ApJ*, 435, L27
- [54] Frank, J., & Rees, M.J.: 1976, *MNRAS*, 176, 633
- [55] Gammie, C.F., McKinney, J.C., & Toth, G.: 2003, *ApJ*, 589, 444
- [56] Gebhardt, K., Bender, R., Bower, G., Dressler, A., Faber, S.M., Filippenko, A.V., Green, R., Grillmair, C., Ho, L.C., Kormendy, J., Lauer, T.R., Magorrian, J., Pinkney, J., Richstone, D., Tremaine, S.: 2000, *ApJ*, 539, L13
- [57] Genzel, R., Crawford, M.K., Townes, C.H., & Watson, D.M.: 1985, *ApJ*, 297, 766
- [58] George, I. M., & Fabian, A. C.: 1991, *MNRAS*, 249, 352
- [59] Ghez, A.M., Klein, B.L., Morris, M., & Becklin, E.E.: 1998, *ApJ*, 509, 678
- [60] Ghez, A.M., Morris, M., Becklin, E.E., Tanner, A., & Kremenek, T.: 2000, *Nature*, 407, 349

- [61] Gierliński, M., & Done, C.: 2004, 349, L7
- [62] Gorecki, A., & Wilczewski, W.: 1984, *Acta Astronomica*, 34, 141
- [63] Greenhill, L., Henkel, C., Becker, R., Wilson, T.L., & Wouterloot, J.G.A.: 1995, *A&A*, 304, 21
- [64] Guainazzi, M., Mihara, T., Otani, C., & Matsuoka, M.: 1996, *PASJ*, 48, 781
- [65] Guainazzi, M., Matt, G., Antonelli, L. A., Bassani, L., Fabian, A. C., Maiolino, R., Marconi, A., Fiore, F., Iwasawa, K., & Piro, L.: 1999, *MNRAS*, 310, 10
- [66] Guilbert, P.W., & Rees, M.J.: 1988, *MNRAS*, 233, 475
- [67] Haardt, F., & Maraschi, L.: 1993, *ApJ*, 413, 507
- [68] Haiman, Z., & Quataert, E.: 2004, dans "Supermassive Black Holes in the Distant Universe", (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands)
- [69] Harms, R.J., Ford, H.C., Tsvetanov, Z.I., Hartig, G.F., Dressel, L.L., Kriss, G.A.; Bohlin, R.C., Davidsen, A.F.; Margon, B., & Kochhar, A.K.: 1994, *ApJ*, 435, L35
- [70] Hartle, J.B.: 1967, *ApJ*, 150, 1005
- [71] Hawking, S. W.: 1975, *Commun. Math. Phys.*, 43, 199
- [72] Henri, G., & Petrucci, P. O.: 1997, *A&A*, 326, 87
- [73] Hirose, S., Krolik, J.H., De Villiers, J.-P., Hawley, J.F., 2004, *ApJ*, 606, 1083
- [74] Homan, J., Wijnands, R., van der Klis, M., Belloni, T., van Paradijs, J., Klein-Wolt, M., Fender, R., & Méndez, M.: 2001, *ApJS*, 132, 377
- [75] Israel, W.: 1967, *Phys. Rev.*, 164, 1776
- [76] Israelian, G., Rebolo, R., & Basri, G.: 1999, *Nature*, 401, 142
- [77] Iwasawa K., Fabian A.C., Mushotzky R.F., Brandt W.N., Awaki K., & Kunieda H.: 1996, *MNRAS*, 279, 837
- [78] Iwasawa K., Fabian A.C., Young A.J., Inoue H., & Matsumoto C.: 1999, *MNRAS*, 307, 611
- [79] Kadler, M., Ros, E., Lobanov, A. P., Falcke, H., & Zensus, J. A.: 2004, *A&A*, 426, 481
- [80] Kalogera, V. & Baym, G.: 1996, *ApJ* 470, L61
- [81] Karas, V., Vokrouhlicky, D., & Polnarev, A.G.: 1992, *MNRAS*, 259, 569
- [82] Kerr, R.P.: 1963, *Phys. Rev. Letters*, 11, 237
- [83] Kikoin, I.K. (ed.): 1976, "Tables of Physical Quantities", (Atomizdat, Moscow)
- [84] Krolik, J.H., & Kallman, T.R.: 1987, *ApJ*, 320, 5
- [85] Lacy, J.H., Townes, C.H., Geballe, T.R., & Hollenbach, D.J.: 1980, *ApJ*, 241, 132
- [86] Laor, A.: 1991, *ApJ*, 376, 90
- [87] Laplace P. S.: 1796, *Le Syst'eme du Monde Vol. II. Des Mouvements Réels des Corps Célestes*, Paris: Duprat
- [88] Lee, J.C., Iwasawa, K., Houck, J., Fabian, A.C., Marshall, H. L., & Canizares, C.R.: 2002, *ApJ*, 570, 47
- [89] Li L., 2003, *PhRvD*, 67, 044077
- [90] Lightman, A.P., & Shapiro, S.L.: 1977, *ApJ*, 211, 244
- [91] Lightman, A.P., & White, T.R.: 1988, *ApJ*, 335, 57

- [92] Longair, M.S.: 1992, "High Energy Astrophysics Vol.1: Particles, photons and their detection", Cambridge, UK, Cambridge University Press
- [93] Lopez, L. A., Marshall, H. L., Kane, J. F., Schulz, N. S., & Canizares, C. R.: 2003, AAS, 203, 3106
- [94] Lynden-Bell, D.: 1969, Nature, 223, 690
- [95] Magdziarz, P., & Zdziarski, A. A.: 1995, MNRAS, 273, 837
- [96] Malzac, J., Jourdain, E., Petrucci, P. O., & Henri, G.: 1998, A&A, 336, 807
- [97] Malzac, J.: 1999, Ph.D. thesis, Université Paul Sabatier- Toulouse III
- [98] Malzac, J., & Jourdain, E.: 2000, A&A, 359, 843
- [99] Malzac, J., & Petrucci, P. O.: 2002, MNRAS, 336, 1209
- [100] Malzac, J., Dumont, A.M., & Mouchet, M.: 2005, A&A, 430, 761
- [101] Malzac, J., Petrucci, P.O., Jourdain, E., Cadolle Bel, M., Sizun, P., Pooley, G., Cabanac, C., Chaty, S., Belloni, T., Rodriguez, J., Roques, J.P., Durouchoux, P., Goldwurm, A., & Laurent, P.: 2006, A&A, 448, 1125
- [102] Marchant, A. B., & Shapiro, S. L.: 1980, ApJ, 239, 685
- [103] Markovic, D., & Lamb, F.K.: 1998, ApJ, 507, 316
- [104] Markowitz, A., Edelson, R., & Vaughan, S.: 2003, ApJ, 598, 935
- [105] Markwardt, C.B., Swank, J.H., & Taam, R.E.: 1999, ApJ, 513, L37
- [106] Martocchia, A., Karas, V., & Matt, G.: 2000, MNRAS, 312, 817
- [107] Martocchia, A., Matt, G., & Karas, V.: 2002, A&A, 383, 23
- [108] Matsumoto C., Inoue H., Fabian A.C., & Iwasawa K.: 2003, PASJ, 55, 615
- [109] Matt, G., Perola, G. C., & Piro, L.: 1991, A&A, 247, 25
- [110] Matt, G., Fabian, A. C., & Ross, R. R.: 1996, MNRAS, 278, 1111
- [111] McClintock, J.E., & Remillard R.A.: 2006, in "Compact Stellar X-ray Sources", eds. W.H.G. Lewin & M. van der Klis, (Cambridge U. Press, Cambridge), p157 astro-ph/0306213
- [112] McHardy I.M., Papadakis I.E., & Uttley P., 1998, Nucl.Phys.B, 69, 509
- [113] Merritt, D., & Ferrarese, L.: 2001a, MNRAS, 320, L30
- [114] Merritt, D., & Ferrarese, L.: 2001b, ApJ, 547, 140
- [115] Michell, J.: 1784, Phil. Trans. Royal Soc. of London, 74, 35
- [116] Miller, M.C., & Colbert, E.J.M.: 2004, IJMPD, 13, 1M
- [117] Miller, J.M., Fabian, A.C., Wijnands, R., Reynolds, C.S., Ehle, M., Freyberg, M.J., van der Klis, M., Lewin, W.H.G., Sanchez-Fernandez, C., & Castro-Tirado, A.J.: 2002a, 570, L69
- [118] Miller, J.M., Fabian, A.C., in't Zand, J.J.M., Reynolds, C. S., Wijnands, R., Nowak, M.A., & Lewin, W.H.G.: 2002b, ApJ, 577, L15
- [119] Miller, J. M., & Homan, J.: 2005, ApJ, 618, L107
- [120] Miniutti, G., Fabian, A. C., Goyder, R., & Lasenby, A. N.: 2003, MNRAS, 344, L22
- [121] Miniutti, G., & Fabian, A.C.: 2004, MNRAS, 349, 1435
- [122] Miniutti, G., Fabian, A. C., & Miller, J. M.: 2004, MNRAS, 351, 466
- [123] Mirabel, I.F., & Rodríguez, L. F.: 1999, ARA&A, 37, 409

- [124] Morita, S., & Fujita, J.: 1983, *ApPhL*, 43, 443
- [125] Morrisson, R., & McCammon, D.: 1983, *ApJ*, 270, 119
- [126] Myoshi, M., Moran, J., Herrnstein, J., Greenhill, L., Nakai, N., Diamond, P., & Inoue, M.: 1995, *Nature*, 373, 127
- [127] Narayan, R., & Yi I.: 1994, *ApJ*, 428, 13
- [128] Narayan, R., Igumenshchev, I.V., & Abramowicz, M.A.: 2000, *ApJ*, 539, 798
- [129] Newman, E.T., Couch, R., Chinnapared, K., Exton, A., Prakash, A., & Torrence, R.: 1965, *J. Math. Phys.*, 6, 918
- [130] Niedźwiecki, A.: 2005, *MNRAS*, 356, 913
- [131] Nordström, G.: 1918, *Proc. Kon. Ned. Akad. Wet.*, 20, 1238.
- [132] Novikov, I. D., & Thorne, K. S.: 1973, dans "Black Holes", ed. C. DeWitt & B. S. DeWitt (New York: Gordon and Breach)
- [133] Oppenheimer, J. R. & Volkoff, G. M.: 1939, *Physical Review*, 55, 374
- [134] Orosz, J.A.: 2002, to appear in *IAU Symp. 212*, "A Massive Star Odyssey, from Main Sequence to Supernova", (San Francisco: ASP), astro-ph/0209041
- [135] Orosz, J.A., Kuulkers, E., van der Klis, M., McClintock, J.E., Garcia, M.R., Callanan, P.J., Bailyn, Ch.D., Jain, R.K., & Remillard, R.A.: 2001, *ApJ*, 555, 489
- [136] Paczynski, B.: 1978, *Acta Astronomica*, 28, 241
- [137] Page, D.N., & Thorne, K.S.: 1974, *ApJ*, 191, 499
- [138] Papadakis, I.E., Petrucci, P.O., Maraschi, L., McHardy, I.M., Uttley, P., & Haardt, F.: 2002, *ApJ*, 573, 92
- [139] Penrose R., & Floyd G. R.: 1971, *Nature*, 229, 177.
- [140] Piran T., & Shaham J.: 1977, *Phys. Rev.*, D16, 1615
- [141] Ponti, G., Miniutti, G., Cappi, M., Maraschi, L., Fabian, A.C., & Iwasawa, K.: 2006, *MNRAS*, 368, 903
- [142] Porquet, D.: 2006, *A&A*, 445, 5
- [143] Portegies Zwart, S. F., Makino, J., McMillan, S. L. W., & Hut, P. 1999, *A&A*, 348, L17
- [144] Pounds, K.A., Reeves, J.N., King, A.R., & Page, K. L.: 2004, *MNRAS*, 350, 10
- [145] Poutanen, J., & Svenson R., 1996, *ApJ*, 470, 249
- [146] Pozdniakov, L.A., Sobol, I.M., & Siuniaev, R.A.: 1983, *Soviet Scientific Reviews Section E Astrophysics and Space Physics Reviews*, 2, 189
- [147] Pringle, J.E., Rees, M.J., & Pacholczyk, A.G., 1973, *A&A*, 29, 179
- [148] Quinlan, G. D., & Shapiro, S. L.: 1987, *ApJ*, 321, 199
- [149] Rees, M. J.: 1984, *ARA&A*, 22, 471
- [150] Reissner H.: 1916, *Ann. Phys.*, 59, 106
- [151] Remillard, R. A., & Morgan, E. H.: 1998, dans "The Active X-Ray Sky", ed. L. Scarsi, H. Bradt, P. Giommi, & F. Fiore (Amsterdam: Elsevier)
- [152] Remillard, R.A., Morgan, E.H., McClintock, J.E., Bailyn, C.D., & Orosz, J.A.: 1999, *ApJ*, 522, 397
- [153] Reynolds, C.S., & Begelman, M.C.: 1997, *ApJ*, 488, 109

- [154] Reynolds, C.S., Wilms, J., Begelman, M.C., Staubert, R., & Kendziorra E.: 2004, MNRAS, 349, 1153
- [155] Rybicki, G.B., & Lightman, A. P.: 1979, "Radiative Processes in Astrophysics" (New York: Wiley-Interscience)
- [156] Rossi, S., Miller, J.M., Homan, J., & Belloni, T.: 2004, MSAIS, 5, 184
- [157] Rossi, S., Homan, J., Miller, J. M., & Belloni, T.: 2005, MNRAS, 360, 763
- [158] Ross, R.R., Fabian, A.C., & Ballantyne, D.R.: 2002, MNRAS, 336, 315
- [159] Ross, R.R., & Fabian, A.C.: 2005, MNRAS, 358, 211
- [160] Salpeter E.E.: 1964, ApJ, 140, 796
- [161] Schödel, R., Ott, T., Genzel, R., Hofmann, R., Lehnert, M., Eckart, A., Mouawad, N., Alexander, T., Reid, M. J., Lenzen, R., Hartung, M., Lacombe, F., Rouan, D., Gendron, E., Rousset, G., Lagrange, A.-M., Brandner, W., Ageorges, N., Lidman, C., Moorwood, A. F. M., Spyromilio, J., Hubin, N., & Menten, K. M.: 2002, Nature, 419, 694
- [162] Schwartz, D. A., Marshall, H. L., Lovell, J. E. J., Murphy, D. W., Bicknell, G. V., Birkinshaw, M., Gelbord, J., Georganopoulos, M., Godfrey, L., Jauncey, D. L., Perlman, E. S., & Worrall, D. M.: 2006, ApJ, 640, 592
- [163] Schwarzschild, K.: 1916a, Proc. Prussian Acad. Sciences, 1916, 189
- [164] Shakura, N.I., & Sunyaev, R.A.: 1973, A&A, 24, 337
- [165] Shapiro, S. L., Lightman, A.P., & Eardley, D.M.: 1976, ApJ, 204, 187
- [166] Shih D.C., Iwasawa K., & Fabian A.C., 2002, MNRAS, 333, 687
- [167] Stern, B.E., Begelman, M. C., Sikora, M., & Svensson, R. 1995a, MNRAS, 272, 291
- [168] Stern, B.E., Poutanen, J., Svensson, R., Sikora, M., & Begelman, M. C. 1995b, ApJ, 449, L13
- [169] Stevens, J.C., Garmire, G.P., & Riegler, G.R., 1972, ApJ, 175, 73
- [170] Storm, E., & Israel, H.: 1967, "Photon Cross Sections from 0.001 to 100 MeV for Elements 1 to 100", Technical Report LA-3753, Los Alamos Scientific Laboratory
- [171] Svensson, R.: 1982, ApJ, 258, 321
- [172] Tanaka, Y., & Lewin, W.H.G.: 1995, dans "X-Ray Binaries", eds. W.H.G. Lewin, J. van Paradijs & E.P.J. van den Heuvel, (Cambridge U. Press, Cambridge)
- [173] Tanaka, Y., Nandra, K., Fabian, A.C., Inoue, H., Otani, C., Dotani, T., Hayashida, K., Iwasawa, K., Kii, T., Kunieda, H., Makino, F., & Matsuoka, M.: 1995, Nature, 375, 659
- [174] Tanaka, Y., & Shibazaki, N.: 1996, ARA&A 34, 607, TS96
- [175] Taylor, R.D., Uttley, P., & McHardy, I.M.: 2003, MNRAS, 342, 31
- [176] Thorne, Kip S.: 1974, ApJ, 191, 507
- [177] Tolman, R.C.: 1934, Relativity, Thermodynamics and Cosmology, (Oxford, Oxford)
- [178] Tremaine, S.D., Gebhardt, K., Bender, R., Bower, G., Dressler, A., Faber, S.M., Filippenko, A.V., Green, R., Grillmair, C., Ho, L.C., Kormendy, J., Lauer, T.R., Magorrian, J., Pinkney, J., & Richstone, D.: 2002, ApJ, 574, 740
- [179] Uttley, P., Fruscione, A., McHardy, I., & Lamer, G.: 2003, ApJ, 595, 656
- [180] Uttley, P., Taylor, R.D., McHardy, I.M., Page, M.J., Mason, K.O., Lamer, G., & Fruscione, A.: 2004, MNRAS, 347, 1345

- 
- [181] van den Heuvel, E.P.J. (1992), in "ESA, Environment Observation and Climate Modeling Through International Space Projects"
- [182] Webster, B.L., & Murdin, P.: 1972, *Nature*, 235, 37
- [183] Wilkins, D.C.: 1972, *Phys. Rev.*, D5, 814
- [184] Wilman, R.J., & Fabian, A.C.: 1999, *MNRAS*, 309, 862
- [185] Wilms, J., Begelman, M.C., Reeves, J, Molendi, S., Staubert, R., & Kendziorra, E.: 2001, *MNRAS*, 328,27
- [186] Wheeler, J.A.: 1968, *American Scientist*, 56, 1
- [187] Wyller, A.A.: 1970, *ApJ*, 160, 443
- [188] Zeldovich Y.B., & Novikov I. D.: 1964, *Dokl. Acad. Nauk. SSSR*, 158, 811
- [189] Zycki, P.T., Done, C., & Smith, D.A. 1999a, *MNRAS*, 305, 231
- [190] Zycki, P.T., Done, C., & Smith, D.A. 1999b, *MNRAS*, 309, 561



Title : Relativistic effects on the high energy emission from black holes

---

**ABSTRACT :**

Many recent observations show the existence of the relativistic effects in the black hole radiation (broad iron line, variability). I present the numerical tools for consistent calculations of the relativistic effects (gravitational shift, light bending effect) in the X and gamma rays radiation process around the black holes. These calculations based on Monte-Carlo methods allow to take the angular dependence of the source emission into account. Optimization methods are also presented because the calculation time can become considerably important. These numerical tools are applied to study the behavior of photons and leptons in the Kerr geometry, the influence of the source's position relative to the black hole centre and of the emission angle, as well as the observational effects on the emission of the disc located in the equatorial plane. The study uses an axisymmetric model consisting of a ring-like X-rays source above an accretion disc around a rotating black hole. The observed spectra are the superposition of the primary component directly from the source and the reflection component from the disc. The shape, the normalization, and the angular dependence of both components are investigated by varying the source radius and the distance between the source and the disc. The general relativistic effects are illustrated by a comparison with Newtonian and Special Relativity calculations. The multiple reflections are taken into account for the reflected photons returning to the disc by the light bending effects and their influence quantified. Finally, in order to compare our results with the observations, we investigated the relation between the primary component and the reflection component predicted by the model when the source position varies. The obtained results can reproduce the relation established from the observed data from NGC 4051, and give information on the variation of the source position. I have demonstrated that the relativistic effects are very important in the regions close to black holes and can not be neglected in the high energy emission spectra. I show as well how the relevant numerical tools (including optimization methods) can be integrated in numerical radiative transfer calculations.





Auteur : Thitiwat SUEBSUWONG

Titre : Effets relativistes sur l'émission haute énergie des trous noirs

Directeurs de Thèse : Elisabeth JOURDAIN, Alexandre MARCOWITH

Lieu et date de soutenance :

7 Novembre 2006 au Centre d'Étude Spatiale des Rayonnements (CESR), Toulouse

---

Résumé :

Plusieurs observations récentes semblent montrer l'existence d'effets relativistes dans l'émission des trous noirs (raie de fluorescence du Fer large, variabilité). Je présente des outils numériques pour calculer les effets relativistes (le décalage gravitationnel, la courbure de l'espace-temps) de manière cohérente dans les processus de rayonnement X et gamma autour des trous noirs. Ces codes basés sur des méthodes Monte-Carlo permettent de prendre en compte la dépendance angulaire de l'émission de la source. Les méthodes d'optimisation des codes sont aussi présentées car les temps de calcul peuvent devenir considérablement élevés. Ces outils sont appliqués pour étudier le comportement des photons et des leptons en métrique de Kerr, l'influence de la position de la source par rapport au trou noir et de l'angle d'émission, ainsi que les effets observables sur l'émission d'un disque localisé dans le plan équatorial. Le modèle axisymétrique utilisé comprend une source X en forme d'anneau située au dessus d'un disque d'accrétion autour d'un trou noir en rotation. Les spectres observés sont la superposition de la composante primaire, observée directement de la source, et de la composante réfléchie par le disque. La forme, la normalisation et la dépendance angulaire des deux composantes sont étudiées en faisant varier le rayon de l'anneau et la distance entre la source et le disque. Les effets de la relativité générale sont mis en évidence par comparaison avec les résultats obtenus en métrique Newtonienne et en relativité restreinte. Les réflexions multiples sont prises en compte, pour les photons réfléchis qui retournent vers le disque d'accrétion en raison de la courbure de l'espace, et leur influence quantifiée. Finalement, afin de confronter nos calculs aux observations, nous avons regardé la relation prédite par notre modèle, entre la composante directe et la composante réfléchie, quand la position de la source varie. Les résultats obtenus reproduisent bien les données reportées pour la source NGC4051, et donnent alors des informations sur la variation de la position de la source. J'ai donc démontré que les effets relativistes sont très importants dans la région proche du trou noir et ne peuvent être négligés dans les spectres d'émission à haute énergie. Je montre également comment les outils numériques correspondants (incluant des méthodes d'optimisation) peuvent être incorporés dans les codes de transfert de rayonnement.

---

Mots-clés : relativité, gravitation, méthode numérique, physique des trous noirs, physique des hautes énergies,

---

Discipline administrative : Astrophysique des hautes énergies

---

Laboratoire : Centre d'Étude Spatiale des Rayonnements (CESR)