



HAL
open science

Contribution à l'étude numérique de l'hydrodynamique radiative : des expériences de chocs radiatifs aux jets astrophysiques

Matthias Gonzalez

► **To cite this version:**

Matthias Gonzalez. Contribution à l'étude numérique de l'hydrodynamique radiative : des expériences de chocs radiatifs aux jets astrophysiques. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2006. Français. NNT : . tel-00110290

HAL Id: tel-00110290

<https://theses.hal.science/tel-00110290>

Submitted on 27 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS-SUD
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

présentée
pour obtenir le grade de

Docteur ès sciences de l'Université Paris-Sud XI

Spécialité : *Astrophysique*

par

MATTHIAS GONZÁLEZ

Sujet :

**Contribution à l'étude numérique
de l'hydrodynamique radiative :
des expériences de chocs radiatifs aux jets astrophysiques**

Soutenue le 26 octobre 2006 devant la commission d'examen :

Messieurs	Edouard AUDIT	Responsable
	Jean-Pierre CHIÈZE	Directeur
	Guillaume PINEAU DES FORÊTS	Président
	Philippe STEE	Rapporteur
	Pedro VELARDE MAYOL	Rapporteur

Remerciements

Ces trois années furent pour moi une réelle croisière (de jour comme de nuit !) avec ses imprévus et ses souvenirs impérissables... Certaines personnes furent là pour remplacer mon compas, ma règle de Cras, les phares, les amers, m'aider à prendre des ris ou au contraire à augmenter la voilure en fonction des conditions météo de ma navigation. J'aimerais ici toutes les remercier. Peut-être en oublierai-je, que ces personnes m'excusent d'avance...

Ces quelques lignes ne suffiront pas à traduire l'infinie reconnaissance que j'ai envers toi, Edouard, pour m'avoir suivi au quotidien et m'avoir enseigné tant de choses. Je te remercie d'avoir pris le temps, malgré ta surcharge régulière de travail, de me décoincer dans mes nombreux bugs et de m'avoir éclairé de tes lumières à chacune de mes interrogations, tant numériques que physiques. J'espère que tu garderas un souvenir aussi bon que le mien de tout ce temps passé à travailler ensemble et que notre collaboration continuera dans les années à venir.

J'aimerais remercier en second lieu Jean-Pierre. Ton accompagnement n'a pas eu le caractère quotidien de celui d'Edouard mais tu as toujours suivi mes avancées. Merci de ton aide et de tes précieux éclaircissements sur les jets d'étoiles jeunes au moment critique de ma fin de thèse. Je voudrais aussi t'assurer de toute ma gratitude pour ton aide dans la suite des événements.

Je remercie aussi les autres membres de mon jury, Guillaume d'avoir accepté de le présider, ainsi que Philippe et Pedro d'avoir accepté la tâche ingrate de lecture minutieuse de ce manuscrit et d'avoir formulé des commentaires, des critiques et des compliments à la fois constructifs et encourageants.

Quisiera añadir unas palabras en castellano para Pedro. Muchas gracias por haber leído mi tesis en francés y haber aceptado ser uno de mis dos examinadores. Pero sobre todo, le agradezco mucho ofrecerme la oportunidad de trabajar en Madrid (ciudad de donde es originaria mi familia paterna). Estoy encantado con esa perspectiva y espero que disfrutaré de ese tiempo para mejorar mi español y aumentar mi cultura científica.

Merci à toutes les personnes avec lesquelles j'ai eu la chance de travailler : Chantal, Frédéric et Michel pour m'avoir fait découvrir le monde expérimental de l'astrophysique, Philippe pour l'implémentation de GMRES et Thibaut pour la thématique des jets.

Merci aux membres du Laboratoire Théorie et Modélisation pour les discussions scientifiques (ou non) que nous avons eues : Romain, Thierry, Roland, Frédéric... Merci Jean-Pierre de m'avoir intégré si chaleureusement dans ton groupe durant ces trois années et lors de mes stages antérieurs. Plus largement je tiens à remercier le SAP et son chef de service Pierre-Olivier pour son accueil.

Merci aux thésards et assimilés qui ont partagé mes repas et/ou mon bureau pendant ces années. J'espère qu'ils excuseront mon pointillisme (à la limite du TOC), mon intransigeance orthographique et ma phobie du froid : Yann, Renaud, Nicolas, Pascal G., Samuel C., Sandrine P., Cédric, Delphine, Florian, Pascal L., Savita, Ana, Samuel R., Sandrine L., Joël, Pierrick, Alain, Clément, Yohan, Laurène, Fabio, Lilia, Julien, Baptiste, Benoît...

Merci aux nombreux relecteurs de ce manuscrit qui m'ont aidé à améliorer son contenu scientifique ou à le rendre plus lisible et à corriger les (quelques ?) fautes d'orthographe. Merci donc à Edouard, Jean-Pierre, Frédéric, Chantal, Thibaut, Amélie, Ana, Antonio, Pascal et Yann.

Merci à mes parents pour avoir été d'une aide infiniment précieuse, en particulier pendant le dernier mois de thèse pour régler tous les à-côtés administratifs et les aspects logistiques...

Enfin, les meilleurs pour la fin, merci à Amélie et Miguel pour avoir été les rayons de soleil de cette traversée. Amélie, je te remercie d'avoir accepté de partager ma vie, de m'avoir supporté pendant les périodes difficiles (j'espère pouvoir te rendre la pareille si tu en as un jour besoin) et d'avoir fait une petite croix (que j'espère temporaire) sur ta carrière d'infirmière en France pour te joindre à mon aventure madrilène. Miguel, si tu lis un jour ces lignes, sache que tes avancées psychomotrices ont ponctué mon parcours et que tu nous as offert tes premiers pas lors de la période intensive de rédaction de ce manuscrit. Ta maman et moi n'étions sans doute pas tout à fait disponibles pendant les mois précédant notre déménagement, mais nous espérons que la démonstration de notre amour n'en a pas été trop affectée.

Chers lecteurs, je vous remercie d'avoir déjà passé la première étape qui était d'ouvrir le manuscrit après avoir lu sa page de garde voire son résumé en quatrième de couverture, et d'avoir lu les remerciements. Je sais que l'écrasante majorité d'entre vous s'arrêtera après avoir lu ces quelques lignes... Pour les autres qui sont intéressés à continuer, je leur souhaite une bonne lecture !

Résumé

L'hydrodynamique radiative est le domaine dans lequel gaz et rayonnement interagissent dynamiquement. Ses champs d'application sont très vastes, de l'astrophysique à la fusion par confinement inertiel.

Au cours de cette thèse, un code numérique parallèle tridimensionnel d'hydrodynamique radiative baptisé HERACLES a été développé. Il s'appuie sur le modèle M_1 développé à l'université de Bordeaux I qui permet de prendre en compte de fortes anisotropies du champ de rayonnement. Il a de plus été parallélisé avec la bibliothèque MPI afin de pouvoir être utilisé sur de très grands ordinateurs parallèles à mémoire distribuée. De nombreux tests ont permis de montrer qu'HERACLES peut décrire une grande variété de conditions physiques, y compris le régime semi-transparent et la diffusion physique des photons, et qu'il donne des résultats comparables à ceux des codes Monte-Carlo résolvant exactement l'équation du transfert. HERACLES a ensuite été utilisé dans deux thématiques particulières.

Une première application de ce code a concerné les chocs radiatifs. Ce sont des phénomènes astrophysiques ayant lieu dans des domaines variés comme la formation d'étoiles, l'explosion des supernovæ... Afin de mieux comprendre ces observations, des études expérimentales sont menées grâce aux lasers de puissance pour reproduire des chocs radiatifs sur Terre. HERACLES a permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur l'évolution du front de choc et du précurseur radiatif : le rapport de la largeur du canal dans lequel se propage le choc sur le libre parcours moyen de photons, l'albédo des parois... Après cette étude numérique, nous avons utilisé le code comme un outil de diagnostic d'une expérience réalisée avec le laser PALS de Prague. HERACLES a permis de reproduire la courbe de décélération du précurseur observée dans l'expérience ainsi que le rapport de transmission du diagnostic transverse.

Nous avons ensuite appliqué ce code à une deuxième thématique : les jets moléculaires d'étoiles jeunes. Lors de leur formation, les étoiles génèrent de puissants jets qui interagissent avec le nuage moléculaire environnant. Les modèles utilisés jusqu'à présent dans les simulations numériques tenaient compte des effets hydrodynamiques, chimiques et magnétiques mais pas d'hydrodynamique radiative. Or, les opacités des poussières interstellaires de ces milieux montrent qu'une partie significative du rayonnement est ab-

sorbée. Nous avons fait les premières simulations d'un jet tenant compte du transfert radiatif. Des simulations unidimensionnelles ont permis de montrer la différence entre notre méthode où le rayonnement est une composante dynamique et les méthodes habituelles où le rayonnement n'est qu'un terme de refroidissement dans l'hydrodynamique. Des simulations bidimensionnelles ont ensuite montré que la prise en compte du transfert radiatif tend à compresser le jet de telle manière qu'un second jet est formé, beaucoup plus fin et plus dense que le jet initial. Le transfert radiatif semble donc pouvoir jouer un rôle important dans la propagation des jets.

Table des matières

Introduction	1
1 Le transfert radiatif	9
1.1 L'équation du transfert	10
1.2 Les équations aux moments	12
1.3 Les opacités	14
1.3.1 Moyenne de Rosseland	14
1.3.2 Moyenne de Planck	15
1.4 Les différents modèles aux moments	15
1.4.1 Le modèle de diffusion isotrope à flux limité	15
1.4.2 Le modèle P_1	17
1.4.3 Le modèle M_1	17
1.4.4 Relation entre tenseur d'Eddington et limiteur de flux	19
1.5 Couplage avec l'hydrodynamique	20
1.5.1 Choix du repère	21
1.5.2 Les équations de l'hydrodynamique radiative	22
1.5.3 Termes supplémentaires en $\mathcal{O}(u/c)$	23
2 Le code HERACLES	25
2.1 Les différentes étapes de résolution	26
2.1.1 La première étape, explicite	26
2.1.2 La seconde étape, implicite	27
2.2 Le solveur de Riemann	28
2.2.1 Les valeurs propres analytiques	29
2.2.2 Le solveur HLLE	32
2.2.3 La limite asymptotique	33
2.3 Les méthodes itératives	34
2.3.1 Gauss-Seidel ou S.O.R.	37
2.3.2 GMRES	38
2.3.3 Convergence des deux méthodes	39
2.4 Quelques aspects techniques	40
2.4.1 Les conditions aux limites	40
2.4.2 La géométrie	40
2.4.3 La parallélisation en MPI	40

2.4.4	Les performances de scalabilité	42
3	La validation de HERACLES	45
3.1	Tests purement radiatifs	46
3.1.1	L'ombre	46
3.1.2	Le faisceau	49
3.1.3	Les deux faisceaux convergents	49
3.1.4	Régime semi-transparent	52
3.1.5	Diffusion et albédo	53
3.1.6	Le "tophat"	55
3.2	Tests d'hydrodynamique radiative	59
3.2.1	Diffusion dans un fluide	59
3.2.2	Chocs radiatifs	60
3.3	Les développements futurs de HERACLES	64
3.3.1	Un maillage AMR	64
3.3.2	Un modèle multigroupe	65
4	Les chocs radiatifs	67
4.1	L'astrophysique de laboratoire	68
4.2	Qu'est-ce qu'un choc radiatif?	72
4.3	Effets bidimensionnels	75
4.3.1	Largeur du canal vs libre parcours moyen	75
4.3.2	Albédo des parois	77
4.3.3	Largeur du canal variable	81
4.3.4	Vers un choc stationnaire	82
4.4	L'expérience PALS	84
4.4.1	Le laser à disposition	85
4.4.2	Le protocole expérimental	85
4.4.3	Les résultats	86
4.4.4	La comparaison expérience-simulation	88
4.5	Le futur : la LIL et le LMJ	94
5	Les jets moléculaires d'étoiles jeunes	97
5.1	Présentation	98
5.2	La configuration envisagée	100
5.2.1	Exemple de jet purement hydrodynamique	101
5.2.2	Prise en compte du transfert	102
5.2.3	Mise en équation	106
5.3	Résultats	110
5.3.1	Simulations unidimensionnelles	110
5.3.2	Simulations bidimensionnelles	113
5.4	Perspectives	118
5.4.1	Conditions physiques du jet	118
5.4.2	Modèle de couplage avec les grains?	119

5.4.3	Vers un jet magnéto-radiatif?	121
	Conclusion	123
A	Les géométries non cartésiennes	127
A.1	La divergence d'un vecteur	128
A.2	La divergence du tenseur des pressions	128
A.2.1	Écriture la plus simple	128
A.2.2	Analogie avec l'hydrodynamique	129
A.2.3	La bonne discrétisation	130
A.3	Le terme comobile $(\mathbf{F}_r \cdot \nabla) \mathbf{u}$	130
A.4	Le terme comobile $\mathbb{P}_r : \nabla \mathbf{u}$	131
A.4.1	Et tout d'abord un peu de métrique	131
A.4.2	Calcul du terme $P^{ij} u_{i,j}$	131
A.4.3	Géométrie cylindrique	132
A.4.4	Géométrie sphérique	132
B	Liste des contributions	133
B.1	Contributions orales	133
B.2	Contributions écrites	133
	Bibliographie	135

Table des figures

2.1	Valeurs propres analytiques en fonction de θ et f	32
2.2	Valeurs propres analytiques en fonction de θ , f et ϵ	35
2.3	Convergence des méthodes	41
2.4	Temps CPU normalisé en fonction du nombre de processeurs	43
3.1	Température radiative dans le test de l'ombre	47
3.2	Profil radial de la température matière dans le test de l'ombre	48
3.3	Énergie radiative dans le test du faisceau	50
3.4	Coupe horizontale dans la figure 3.3	50
3.5	Énergie radiative dans le test des deux faisceaux convergents	51
3.6	Température dans le test du régime semi-transparent	53
3.7	Énergie radiative dans le premier test avec albédo	55
3.8	Énergie radiative dans le second test avec albédo	56
3.9	Résultats de Crosbie et Schrenker (1984)	56
3.10	Schéma de la géométrie du test du "tophat"	57
3.11	Température matière dans le test du "tophat"	58
3.12	Cartes 2D de l'énergie radiative dans le test de diffusion	59
3.13	Coupe de l'énergie radiative pour l'advection pure	60
3.14	Coupe de l'énergie radiative pour la diffusion	61
3.15	Températures dans un choc sous-critique	63
3.16	Températures et flux réduit dans un choc super-critique	64
4.1	Schéma de principe d'une expérience de choc radiatif	70
4.2	Profils caractéristiques d'un choc radiatif	73
4.3	Taux de compression d'un choc radiatif	76
4.4	Cartes 2D en fonction de la largeur du canal	78
4.5	Influence de l'albédo des parois	79
4.6	Positions du précurseur analytique et numérique	80
4.7	Cartes 2D dans le cas d'un évasement du canal	82
4.8	Influence de la variation de la largeur du canal	83
4.9	Influence de la durée d'impulsion	85
4.10	Le protocole expérimental de l'expérience PALS	87
4.11	Résultats de l'expérience PALS	88
4.12	Diagramme de marche de la simulation MULTI	89

4.13	Comparaison 3D cartésien - 2D axisymétrique	90
4.14	Cartes 2D de la simulation HERACLES pour PALS	92
4.15	Coupes suivant l'axe de symétrie dans la figure 4.14	93
4.16	Ajustement du coefficient de transmission des parois	93
4.17	Emplacement sur l'interférogramme des zones moyennées	95
4.18	Diagnostic simulé	95
5.1	Exemples d'observations de jets	100
5.2	Cartes 2D d'un jet purement hydrodynamique	103
5.3	Opacités spectrales de la poussière	104
5.4	Répartition de l'énergie entre les deux groupes	106
5.5	Opacités de Planck de la poussière	107
5.6	Opacités de Planck totales	108
5.7	Effets 1D du refroidissement et du transfert	111
5.8	Effets 1D du refroidissement et du transfert - jet pulsé	112
5.9	Cartes 2D de la densité d'un jet hydrodynamique	114
5.10	Cartes 2D de la densité d'un jet refroidissant	115
5.11	Cartes 2D de la densité d'un jet complet	116
5.12	Cartes 2D de la température d'un jet complet	117
5.13	Schéma du modèle avec grains	119

Introduction

L'essentiel de l'information nous parvenant des objets astrophysiques est accessible par le biais des photons qu'ils émettent. En l'absence quasi-totale de mesures *in situ*, notre compréhension de l'Univers repose ainsi entièrement sur des modèles décrivant ces rayonnements. Une compréhension fine du transfert radiatif, qui décrit le transport du rayonnement à travers la matière en tenant compte des interactions (émission, absorption, diffusion), s'avère donc être une condition nécessaire à l'astrophysicien. Elle repose sur trois outils de recherche : les observations, l'expérimentation et la simulation. La collecte et l'analyse des données observationnelles reposent sur le transfert radiatif. Leur diagnostic est cependant rendu difficile du fait de l'unicité, de la non reproductibilité temporelle et de la complexité des processus liés à un événement astrophysique. Afin de mieux comprendre les phénomènes sous-jacents aux observations, on utilise l'expérimentation terrestre pour reproduire, par le biais de facteurs d'échelle, les conditions astrophysiques. L'astrophysique de laboratoire a vu le jour il y a quelques années grâce aux installations de lasers de puissance. Ces expériences sont reproductibles et permettent d'explorer tout un domaine de l'espace des phases des paramètres. Elles sont de plus conçues pour mettre l'accent sur un phénomène physique particulier bien identifié. Des expériences ont déjà eu lieu pour produire des chocs radiatifs, des jets magnétisés et pour calculer des opacités. La compréhension du transfert radiatif passe enfin par les simulations numériques qui reposent sur des modèles physiques simplifiés. Elles doivent pour cela être validées par des calculs analytiques et des résultats expérimentaux avant d'être utilisées pour essayer d'analyser les observations. Ces trois outils de recherche sont donc intimement liés et, par des validations croisées, aident à approfondir nos connaissances de l'Univers.

Lorsque l'on veut prendre en compte le transfert radiatif dans les modèles, on peut adopter deux optiques bien différentes : considérer le transfert comme un outil de diagnostic et d'interprétation, ou comme un élément dynamique de la situation. Dans le premier cas, aucune rétroaction n'existe entre la structure hydrodynamique et le rayonnement : les variables hydrodynamiques sont constantes temporellement mais pas nécessairement spatialement. Lors de l'interaction des photons avec le gaz, l'énergie et l'impulsion perdues ou gagnées ne sont pas prises en compte dans l'hydrodynamique.

Cette approche permet d'appréhender le transfert radiatif dans toute sa complexité spectrale et directionnelle (Kurucz 1996, Hauschildt *et al.* 1997). C'est l'approche choisie dans les atmosphères stellaires lorsque l'on souhaite déterminer le spectre émergent, couplant le transfert radiatif à d'autres phénomènes (populations des différents niveaux d'excitation, réseau de chimie...). Il est toutefois des situations où le rayonnement joue un rôle prépondérant et structure la dynamique du flot. Dans cette optique, il convient réellement de considérer la dynamique entre matière et rayonnement : énergie et impulsion sont échangées entre les photons et le gaz par le biais de leurs interactions. Étant donné la puissance actuelle des ordinateurs, un tel choix ne permet pas de traiter le transfert radiatif dans toute sa complexité. Il est nécessaire de faire des hypothèses simplificatrices : moyennes en directions, en fréquences... En se limitant aux bilans globaux d'échange d'énergie et d'impulsion, on peut alors traiter des problèmes multidimensionnels dynamiques. L'hydrodynamique radiative relève de ce second choix et c'est dans ce cadre que cette thèse se place.

Les champs d'application de l'hydrodynamique radiative sont très vastes. En astrophysique, elle concerne des objets couvrant une large gamme d'échelles temporelles et spatiales. Elle intervient dans toutes les phases de l'évolution stellaire : chocs radiatifs d'accrétion lors de la formation des proto-étoiles, jets moléculaires radiatifs des étoiles jeunes, concurrence dans les atmosphères entre transports convectif et radiatif pendant la phase de séquence principale, et enfin chocs radiatifs lors de l'explosion des supernovæ. On la trouve aussi à l'œuvre dans les disques protoplanétaires.

Cette thèse s'est attachée à étudier deux de ces applications : les chocs radiatifs produits en laboratoire par les lasers de puissance et les jets moléculaires d'étoiles jeunes. Nous allons montrer ici que dans ces deux cas, la prise en compte du rayonnement est primordiale.

Pour quelles valeurs de paramètres physiques, l'hydrodynamique radiative est-elle nécessaire pour étudier un phénomène? Il est assez difficile de tracer une limite entre un régime radiatif et un régime non radiatif. Quelle grandeur comparer : l'énergie, le flux, la pression? Une fois cette grandeur choisie, à partir de quelle valeur du rapport grandeur radiative sur grandeur hydrodynamique peut-on dire que l'on se trouve dans le régime radiatif? Les avis sur ces points sont partagés. Le but ici n'est pas de dessiner une limite stricte mais plutôt de donner quelques clés pour mieux cerner le régime radiatif. Comparons dans un premier temps, l'énergie interne à l'énergie radiative d'un gaz parfait monoatomique à l'équilibre radiatif (rapport qui est égal au double du rapport des pressions) :

$$\frac{E_r}{e} = \frac{a_r T^4}{3/2 N k T} \simeq 36 \frac{T^3}{N} \quad (1)$$

avec la température exprimée en Kelvins et la densité en nombre de particules par centimètre cube.

Cette relation simple indique que le transfert radiatif est d'autant plus important que la température est élevée et/ou la densité faible. À titre d'exemple, pour des valeurs de densité proche de celles des nuages moléculaires en effondrement lors de la formation d'étoiles, $N \simeq 10^4 - 10^8 \text{ cm}^{-3}$, l'égalité entre les deux énergies se fait à des températures $T \simeq 6 - 150 \text{ K}$, comparables aux températures de ces nuages. Sur Terre, il est bien plus difficile d'obtenir les conditions expérimentales d'équivalence entre énergie radiative et énergie interne. En effet, les vides expérimentaux les plus poussés permettent au mieux d'obtenir des densités égales aux densités les plus élevées du milieu interstellaire, de l'ordre de 10^8 cm^{-3} . Dans des conditions de pression habituelles, la température doit donc être extrêmement élevée pour obtenir des effets radiatifs, ce qui nécessite l'utilisation des lasers de puissance. Dans le cas des expériences de chocs radiatifs, les densités sont de l'ordre de $\rho \simeq 10^{-3} \text{ g cm}^{-3}$, ce qui donne des températures d'équivalence pour le xénon de plusieurs dizaines d'électron-volts, températures encore supérieures à celles obtenues jusqu'à présent. Toutefois, les installations laser les plus récentes (la Ligne d'Intégration Laser par exemple) devraient permettre d'atteindre ces températures d'équivalence.

Considérons maintenant non plus le rapport des énergies, mais celui des flux. Toujours dans le cas d'un gaz parfait monoatomique, le rapport des flux peut s'exprimer sous la forme :

$$\frac{F_r}{F} = \frac{ca_r/4T^4}{ve} = \frac{a_r}{6k} \frac{c}{v} \frac{T^3}{N} \simeq 9 \frac{c}{v} \frac{T^3}{N} = \frac{1}{4} \frac{c}{v} \frac{E_r}{e} \quad (2)$$

Dans les applications envisagées ici, le rapport typique entre vitesse de la lumière et vitesse du gaz est de 1 000. Les effets de transport radiatif seront donc importants bien avant les effets énergétiques. En particulier, pour les expériences de chocs radiatifs, le flux radiatif domine sur le flux hydrodynamique tandis que c'est l'inverse pour les énergies.

Une fois persuadés de la pertinence de traiter le transfert radiatif dans nos applications, il reste tout de même à savoir comment le traiter. Nous avons déjà souligné que le traitement du transfert radiatif en hydrodynamique radiative implique de faire des simplifications. Toute la difficulté résidera dans le choix de ces simplifications pour que les calculs puissent être menés en un temps raisonnable, et que les hypothèses ne soient pas trop restrictives. En particulier, nous voulons un modèle qui préserve et reproduise de larges anisotropies angulaires du champ radiatif, qui traite correctement sa dépendance temporelle, et qui se couple de façon naturelle aux schémas numériques à haute résolution utilisés pour l'hydrodynamique.

Différentes approximations physiques ont été développées pour modéliser le transfert radiatif dans des cas particuliers. L'approximation de la diffusion est adaptée dans la limite de milieux optiquement épais (Mihalas et Mihalas 1984, Dai et Woodward 1998, Turner et Stone 2001). À l'inverse, dans les

régions optiquement minces, la limite de transport est atteinte et d'autres méthodes y sont utilisées (Dai et Woodward 2000).

Toutefois, dans la plupart des problèmes physiques, les régions optiquement minces et épaisses coexistent. Coupler différentes méthodes sur plusieurs zones d'une simulation présente de grands inconvénients dus à la partition en domaines et à une perte de précision dans les zones de transition. De plus, les zones semi-transparentes ne sont décrites correctement par aucune de ces deux limites. Les codes statistiques, dits Monte-Carlo, qui résolvent directement l'équation du transfert (Mihalas et Mihalas 1984, Pascucci *et al.* 2004 et références à l'intérieur) peuvent décrire tous les régimes. Ils considèrent des paquets de photons émis de manière stochastique : leur direction et leur fréquence sont aléatoires. L'opacité du milieu détermine la distance qu'ils parcourent avant d'être absorbés ou diffusés, toujours de manière aléatoire. Parmi les codes Monte-Carlo, on peut citer MC3D (Wolf 2003), RADMC (Pascucci *et al.* 2004) ou encore RADICAL (Dullemond et Natta 2003), tous trois utilisés dans le domaine des disques protoplanétaires, les travaux de Gonçalves *et al.* (2004) sur les cœurs denses des nuages moléculaires ou bien le code CRASH (Maselli *et al.* 2003) pour la photoionisation en cosmologie. Les principaux inconvénients de telles méthodes sont leur difficile couplage aux codes d'hydrodynamique, et leur coût excessif en temps de calcul dans le régime de diffusion. En effet, dans ce régime, la distance que les photons parcourent avant d'être réabsorbés est très courte, et il leur faut beaucoup de temps pour aller d'un point à un autre très éloigné dans l'espace puisqu'ils progressent suivant une marche aléatoire.

D'autres techniques fondées sur une discrétisation spatio-angulaire ont donc vu le jour. L'une d'entre elles consiste à choisir un ensemble discret de directions et à transformer les intégrales sur les angles solides en des sommes pondérées sur ces directions. Cette technique, dite des ordonnées discrètes, résout le transfert à coût modéré avec une relativement bonne précision. Malgré de grandes extensions depuis les premiers travaux de Chandrasekhar (Chandrasekhar 1950), cette méthode conserve deux inconvénients majeurs : les effets de rayon et la diffusion numérique ("ray effects" et "false scattering" en anglais, Coelho 2002). Cette dernière, équivalente à celle des schémas hydrodynamiques, est due à la discrétisation spatiale et peut être réduite en raffinant la grille de simulation. L'effet de rayon est, quant à lui, dû à la discrétisation angulaire. Il apparaît dans les régions de transport et provoque des variations anormales de l'intensité radiative. La méthode des ordonnées discrètes ne permet pas non plus de reproduire fidèlement la réflexion spéculaire des rayons lumineux à cause du choix discret des directions.

Pour pallier cette difficulté, les méthodes des caractéristiques courtes ou longues privilégient comme directions les trajectoires des photons (Vladimirov 1958, Rukolaine *et al.* 2002). Dans ces méthodes, l'équation du transfert est intégrée le long du chemin de propagation des rayons lumineux. Dans l'algorithme des caractéristiques longues, le rayon est projeté depuis

chaque point de grille jusqu'aux limites du domaine de calcul où l'intensité spécifique est connue grâce aux conditions aux limites. Cette méthode est très gourmande en temps de calcul et n'est donc pas très adaptée aux problèmes tridimensionnels pour lesquels la méthode des caractéristiques courtes est préférée. Les rayons n'y sont projetés que jusqu'aux cellules voisines (van Noort *et al.* 2002), ce qui demande beaucoup moins de temps de calcul. Cependant, les interpolations nécessaires le long du maillage rendent la méthode plus diffuse que celle des caractéristiques longues. Les codes FLASH (Rijkhorst *et al.* 2006), principalement dédié aux phénomènes de transport dans les supernovæ, et PENCIL (Heinemann *et al.* 2006), dédié à la turbulence interstellaire et aux jets dans les disques d'accrétion, ainsi que les travaux de Juvela et Padoan (2005) sur le transfert radiatif dans des simulations magnéto-hydrodynamiques de nuages interstellaires utilisent ces méthodes.

Une autre classe de méthodes est quant à elle spécifiquement dédiée à la modélisation de situations où le transfert radiatif est fortement couplé avec un autre phénomène (hydrodynamique, réactions chimiques...) comme dans les cas qui nous intéressent. Ces méthodes sont fondées sur les moments de l'équation du transfert et impliquent le choix d'une relation de fermeture pour clore le système obtenu. La plus connue d'entre elles est la méthode de diffusion à flux limité. Elle résout l'évolution du premier moment (l'énergie radiative), et utilise une relation de fermeture valide dans la limite diffuse, à savoir un tenseur des pressions radiatives diagonal isotrope. Dans ce cas, le flux radiatif est toujours colinéaire et proportionnel au gradient de l'énergie radiative. Pour que ce flux reste dans un domaine de valeurs physiquement acceptables, l'équation est modifiée avec une fonction *ad-hoc* : le limiteur de flux. Parmi les codes utilisant cette méthode de diffusion à flux limité, citons ZEUS2D-FLD (Turner et Stone 2001), COSMOS (Anninos *et al.* 2003) utilisé pour simuler la réionisation cosmologique, ainsi que les travaux de Whitehouse *et al.* (2005) sur l'effondrement des nuages moléculaires. Cette méthode est particulièrement efficace dans les régions diffusives car elle donne de très bons résultats à un coût de calcul faible. Par construction, elle n'est toutefois pas adaptée au régime de transport. Une autre méthode pour clore le système est le formalisme du tenseur d'Eddington variable (VTEF en anglais). Cette méthode consiste à résoudre dans une première étape les équations d'évolution des deux premiers moments avec un tenseur d'Eddington fixe, puis, à calculer un nouveau tenseur en résolvant localement l'équation du transfert avec une fonction source fixée. L'itération de cette procédure jusqu'à ce que la fonction source converge permet ainsi de résoudre exactement l'équation du transfert. Parmi les codes utilisant cette méthode, citons ZEUS-2D (Stone *et al.* 1992), ZEUS-MP (Hayes et Norman 2003), TITAN (Gehmeyr et Mihalas 1993), les travaux de Gnedin et Abel (2001) concernant la cosmologie et ceux de Zhang et Sutherland (1994) sur les courbes de lumière des supernovæ de type Ia. Cette méthode donne de

meilleurs résultats que la méthode de diffusion à flux limité, mais la mise en œuvre est beaucoup plus complexe puisqu'elle nécessite la résolution locale de l'équation du transfert à chaque pas de temps.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés au couplage dynamique entre l'hydrodynamique et le rayonnement. La puissance actuelle des ordinateurs ne nous permet pas de résoudre l'équation du transfert dans toute sa complexité comme le font les méthodes Monte-Carlo, des ordonnées discrètes ou des caractéristiques. Nous devons faire des hypothèses simplificatrices et ne considérer que les équations aux moments de l'équation du transfert. Pour clore le système obtenu, nous avons choisi d'utiliser le modèle M_1 . C'est un modèle aux moments qui résout les équations d'évolution des deux premiers moments, contrairement au modèle de diffusion à flux limité qui ne considère que celle de l'énergie radiative. Cela permet en particulier de s'affranchir du limiteur de flux tout en gardant un flux radiatif physiquement acceptable. De plus, la relation de fermeture associée au modèle M_1 est plus générale, tout en restant analytique. Ce modèle permet de traiter le transfert radiatif dans tous les régimes, de la diffusion au transport, avec un coût relativement faible et une bonne précision. Il permet en outre de tenir compte correctement de la diffusion des photons sans surcoût, ce qui n'est pas le cas des méthodes décrites ci-dessus.

Cette thèse s'articule comme suit. Dans le premier chapitre, nous dérivons toutes les équations qui constituent le contexte mathématique et physique dans lequel nous nous placerons. En particulier, nous redérivons l'équation du transfert, les différents modèles aux moments et le couplage aux équations de l'hydrodynamique.

Les deux chapitres suivants s'attachent au code HERACLES développé lors de cette thèse. Le chapitre 2 décrit le code en lui-même avec les différentes techniques numériques utilisées, en particulier les points critiques du solveur de Riemann et des méthodes d'inversion itératives. Quant au chapitre 3, il rassemble tous les tests, purement radiatifs et d'hydrodynamique radiative, que nous avons faits pour valider HERACLES. Il montre à la fois les très bons résultats obtenus dans la plupart des cas, mais aussi ses limitations, puis une ouverture sur les développements futurs à envisager.

La suite de ce manuscrit concerne les applications physiques que nous avons étudiées. Le chapitre 4 décrit la problématique des chocs radiatifs en laboratoire. Après un rappel sur les chocs stationnaires unidimensionnels et le contexte de l'astrophysique de laboratoire, nous analysons l'influence de différents paramètres sur la structure bidimensionnelle de ces chocs. L'expérience réalisée avec le laser de Prague (PALS) est décrite, et une comparaison est faite entre simulation et expérience. Les avancées attendues grâce aux nouvelles installations lasers, tel la Ligne d'Intégration Laser, sont présentées.

Enfin, le chapitre 5 s'attache aux jets moléculaires d'étoiles jeunes. Après une présentation de la problématique associée à cette thématique, la confi-

guration envisagée est décrite. Nous verrons qu'afin de prendre en compte le transfert radiatif dans cette configuration, il est nécessaire de modifier quelque peu le modèle jusqu'ici utilisé et de se rapprocher d'un modèle multigroupe. Les résultats ainsi obtenus sont ensuite présentés à travers des simulations uni et bidimensionnelles. Enfin, nous terminons par les différentes améliorations envisageables pour notre modèle.

Dans la suite de ce manuscrit, nous adopterons les notations suivantes : les tenseurs seront notés \mathbb{P} , les vecteurs en caractère gras \mathbf{F} et leurs normes en caractère normal F .

CHAPITRE 1

Le transfert radiatif

Sommaire

1.1	L'équation du transfert	10
1.2	Les équations aux moments	12
1.3	Les opacités	14
1.3.1	Moyenne de Rosseland	14
1.3.2	Moyenne de Planck	15
1.4	Les différents modèles aux moments	15
1.4.1	Le modèle de diffusion isotrope à flux limité	15
1.4.2	Le modèle P_1	17
1.4.3	Le modèle M_1	17
1.4.4	Relation entre tenseur d'Eddington et limiteur de flux	19
1.5	Couplage avec l'hydrodynamique	20
1.5.1	Choix du repère	21
1.5.2	Les équations de l'hydrodynamique radiative	22
1.5.3	Termes supplémentaires en $\mathcal{O}(u/c)$	23

Ce chapitre s'attache à décrire le cadre physique et mathématique dans lequel nous nous placerons tout au long de cette thèse. Nous détaillons dans un premier temps l'équation du transfert qui régit à elle seule tout le transfert radiatif. À partir de cette équation, nous déduisons ensuite les équations aux moments, équations résolues par notre code HERACLES. Ces équations faisant intervenir différentes opacités, nous rappelons brièvement la définition des moyennes de Rosseland et de Planck. Afin de résoudre les équations aux moments, il convient de choisir une relation de fermeture. Plusieurs modèles sont présentés dont le modèle M_1 qui permet de traiter des distributions de photons à forte anisotropie et que nous utilisons tout au long de cette thèse. Enfin, la dernière partie décrit le couplage des équations radiatives obtenues au préalable avec les équations hydrodynamiques.

1.1 L'équation du transfert

Les vecteurs du transfert radiatif sont les photons. À chaque photon on associe sa position, sa fréquence et sa direction. Les fonctions dépendent donc *a priori* de sept variables : trois d'espace, une de fréquence, deux de direction et une de temps.

On définit :

- l'intensité spécifique I telle que

$$\delta E = I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) dS \cos \alpha d\Omega d\nu dt \quad (1.1)$$

soit l'énergie radiative dans la gamme de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$ traversant l'élément de surface dS , dans un angle solide $d\Omega$ autour de la direction \mathbf{n} faisant un angle α avec la normale à dS , pendant un temps dt

- le coefficient d'extinction χ tel qu'un élément de matière de longueur dl et de section dS , perpendiculaire à un rayon se propageant dans la direction \mathbf{n} et dans un angle solide $d\Omega$, absorbe pendant un temps dt une quantité d'énergie dans la gamme de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$

$$\delta E = \chi(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) dl dS d\Omega d\nu dt \quad (1.2)$$

- le coefficient d'émission η tel qu'un élément de matière de longueur dl et de section dS émette, pendant un temps dt et dans un angle solide $d\Omega$ autour de la direction \mathbf{n} , une énergie dans la gamme de fréquence $[\nu, \nu + d\nu]$

$$\delta E = \eta(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) dl dS d\Omega d\nu dt \quad (1.3)$$

Notons que le libre parcours moyen des photons est donné par l'inverse du coefficient d'extinction.

Dans le cas de l'équilibre thermodynamique, la fonction I est donnée par la planckienne définie par :

$$B(\mathbf{n}, \nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} [\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1]^{-1} \quad (1.4)$$

où T désigne la température de la matière, h la constante de Planck, k la constante de Boltzmann et c la vitesse de la lumière dans le vide. B étant isotrope, $\oint B(\nu) \mathbf{n} d\Omega = 0$ et de plus,

$$\int_0^\infty B(\nu) d\nu = \frac{c}{4\pi} \int_0^\infty \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} [\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1]^{-1} d\nu = \frac{c}{4\pi} a_r T^4 = \frac{\sigma_r}{\pi} T^4 \quad (1.5)$$

où $\sigma_r = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$ est la constante de Stefan-Boltzmann.

Dans le cas général, l'équation du transfert de l'intensité spécifique est obtenue en considérant un bilan d'énergie sur un élément de matière de longueur curviligne dl : la différence entre l'énergie entrant par un côté, en

(\mathbf{x}, t) , et celle sortant par l'autre, dans la direction \mathbf{n} , en $(\mathbf{x} + d\mathbf{l}, t + dt)$, est due aux absorptions et aux émissions dans cet élément. Ainsi, en coordonnées cartésiennes :

$$[I(\mathbf{x} + d\mathbf{l}, t + dt; \mathbf{n}, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)] dS d\Omega d\nu dt = [\eta(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) - \chi(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)] dl dS d\Omega d\nu dt \quad (1.6)$$

En effectuant un développement en série de Taylor de I , et en remarquant que $dt = dl/c$, on obtient

$$I(\mathbf{x} + d\mathbf{l}, t + dt; \mathbf{n}, \nu) \simeq I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) + \left(\frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial l}\right) dl \quad (1.7)$$

Notons de plus que :

$$\frac{\partial}{\partial l} = \mathbf{n} \cdot \nabla \quad (1.8)$$

En utilisant (1.7) et (1.8) dans (1.6), on obtient finalement l'équation du transfert :

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) = \eta(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) - \chi(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) \quad (1.9)$$

En introduisant le coefficient d'absorption σ_a et celui de diffusion σ_s , l'extinction χ et l'émission η sont scindées en deux composantes, l'une thermique et l'autre diffusive (cf. Mihalas et Mihalas 1984) :

$$\chi^\nu = \sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu \quad \text{et} \quad \eta^\nu = \eta_{\text{therm}}^\nu + \eta_{\text{diff}}^\nu \quad (1.10)$$

En faisant l'hypothèse d'être à l'équilibre thermodynamique local (ETL), nous pouvons de plus écrire que :

$$\eta_{\text{therm}}^\nu = \sigma_a^\nu B(\nu) \quad \text{et} \quad \eta_{\text{diff}}^\nu = \sigma_s^\nu \oint p^\nu(\Omega' \rightarrow \Omega) I(\Omega') d\Omega' \quad (1.11)$$

Le terme $p^\nu(\Omega' \rightarrow \Omega)$ est la fonction de redistribution angulaire de la diffusion, normalisée par $\oint p^\nu(\Omega' \rightarrow \Omega) d\Omega' = 1$. On suppose que $p^\nu(\Omega' \rightarrow \Omega) = p^\nu(\Omega' \cdot \Omega)$, c'est-à-dire que la diffusion ne dépend que de l'angle entre la direction principale de propagation et la direction considérée. Notons au passage que dans le cas d'une diffusion isotrope, $p^\nu(\Omega' \cdot \Omega)$ est une constante qui vaut $1/4\pi$ du fait de la normalisation.

À l'ETL, l'équation du transfert s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) &= \sigma_a^\nu (B(\mathbf{x}, t, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)) - \sigma_s^\nu I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) \\ &\quad + \sigma_s^\nu \int_{4\pi} p^\nu(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}', \nu) d\mathbf{n}' \end{aligned} \quad (1.12)$$

Les deux limites de l'équation du transfert

L'équation du transfert comporte intrinsèquement deux régimes limites qui ont des caractéristiques totalement différentes.

- La limite diffusive

Lorsque les opacités sont très importantes, la matière et le rayonnement sont très fortement couplés. Le libre parcours moyen des photons est très petit devant les longueurs caractéristiques du système et les fonctions ne dépendent que de variables locales. Dans cette limite, l'intensité spécifique tend à devenir une planckienne.

- La limite de transport

À l'inverse, lorsque les opacités sont faibles, les photons traversent la matière sans subir d'interaction. Une région peut donc être influencée par des zones très éloignées et les fonctions perdent leur caractère local. Le libre parcours moyen est très grand devant toutes les longueurs caractéristiques du système.

1.2 Les équations aux moments

L'intensité spécifique dépendant de sept variables, la résolution de l'équation (1.12) est souvent trop coûteuse. Or, la fine connaissance des grandeurs fréquentielles et directionnelles n'est pas toujours nécessaire dans le champ d'applications envisagé. Cela dépend de l'aspect auquel on s'intéresse. Si l'on étudie le spectre que l'on reçoit d'une étoile et que l'on cherche à analyser les raies observées dans ce spectre afin d'en déduire des propriétés sur le milieu traversé, le rayonnement doit être traité de façon très précise fréquentiellement. De même, si l'on étudie l'anisotropie de l'intensité spécifique pour étudier la distribution des sources environnantes, il convient de traiter précisément la dépendance angulaire. En revanche, si l'on ne s'intéresse qu'à un aspect plus global d'échange thermodynamique entre matière et rayonnement, la simple connaissance de certaines moyennes directionnelles et/ou fréquentielles, est souvent suffisante. Nous nous plaçons dans ce dernier cas.

Nous utilisons un modèle hiérarchique aux moments pour pallier cette difficulté de résolution. Cette méthode peut être rapprochée de celle utilisée pour démontrer les équations de l'hydrodynamique. L'équation de Boltzmann, issue de la physique statistique, permet de décrire l'évolution de la fonction de distribution d'un système. Cette équation étant elle aussi trop difficile à résoudre, seules sont considérées les équations d'évolution des trois premiers moments (masse, impulsion et énergie), auxquelles on ajoute une relation de fermeture pour clore le système (équation d'état du gaz).

Pour le transfert radiatif, nous ne considérons que les trois premiers moments de l'intensité spécifique, à savoir l'énergie radiative, le vecteur flux

radiatif et le tenseur des pressions radiatives :

$$\begin{cases} E_r^\nu &= \frac{1}{c} \oint I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) d\Omega \\ \mathbf{F}_r^\nu &= \oint I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) \mathbf{n} d\Omega \\ \mathbb{P}_r^\nu &= \frac{1}{c} \oint I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} d\Omega \end{cases} \quad (1.13)$$

Afin d'obtenir les équations d'évolution des moments de l'intensité spécifique, il convient de moyennner sur les angles solides l'équation (1.12) et celle résultant de son produit avec \mathbf{n} :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_r^\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^\nu &= \oint (\eta - \chi I) d\Omega \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^\nu}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbb{P}_r^\nu &= \oint (\eta - \chi I) \mathbf{n} d\Omega \end{cases} \quad (1.14)$$

Calculons à présent les seconds membres du système (1.14) en nous rappelant que B est isotrope :

$$\begin{aligned} \oint \chi I d\Omega &= (\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu) \oint I d\Omega \\ &= (\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu) c E_r^\nu \\ \oint \eta d\Omega &= \sigma_a^\nu \oint B(\nu) d\Omega + \sigma_s^\nu \oint \oint p^\nu(\Omega' \cdot \Omega) I(\Omega') d\Omega' d\Omega \\ &= \sigma_a^\nu 4\pi B(\nu) + \sigma_s^\nu c E_r^\nu \\ \oint \chi I \mathbf{n} d\Omega &= (\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu) \oint I \mathbf{n} d\Omega \\ &= (\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu) \mathbf{F}_r^\nu \\ \oint \eta \mathbf{n} d\Omega &= \sigma_a^\nu \oint B(\nu) \mathbf{n} d\Omega + \sigma_s^\nu \oint \oint p^\nu(\Omega' \cdot \Omega) I(\Omega') d\Omega' \mathbf{n} d\Omega \\ &= \mathbf{0} + \sigma_s^\nu g^\nu \mathbf{F}_r^\nu \end{aligned} \quad (1.15)$$

avec $g^\nu = \oint p^\nu(\Omega' \cdot \Omega) \mathbf{n}' \cdot \mathbf{n} d\Omega'$ le moment d'ordre un de la fonction de redistribution angulaire de la diffusion.

Le système (1.14) s'écrit alors

$$\begin{cases} \frac{\partial E_r^\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^\nu &= \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - c E_r^\nu) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^\nu}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbb{P}_r^\nu &= -(\sigma_a^\nu + (1 - g^\nu) \sigma_s^\nu) \mathbf{F}_r^\nu \end{cases} \quad (1.16)$$

On ne peut résoudre ces équations pour une infinité de fréquences. On spécifie des groupes de fréquences dans lesquels les grandeurs sont considérées constantes, et on résout le système ci-dessus pour chacun de ces groupes. C'est l'approche dite multigroupe. Elle est particulièrement adaptée lorsque dans le phénomène étudié, les photons ont une interaction avec la matière très différente suivant leur fréquence : rayonnement ultraviolet des étoiles absorbé par les poussières interstellaires qui réémettent dans l'infrarouge par exemple. Dans cette thèse, nous avons commencé par une première étape en nous restreignant à l'étude d'un modèle gris, c'est-à-dire qui ne tient pas compte des déséquilibres fréquentiels. Toutes les grandeurs considérées sont

bolométriques. Cela revient à prendre un seul groupe de fréquences de zéro à l'infini.

Il convient donc de moyenner les équations ci-dessus. Les seconds membres s'écrivent :

$$\begin{cases} \int_0^\infty \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - cE_r^\nu) d\nu & = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \int_0^\infty -(\sigma_a^\nu + (1 - g^\nu)\sigma_s^\nu) \mathbf{F}_r^\nu d\nu & = -(\sigma_F + (1 - g)\sigma_s) \mathbf{F}_r \end{cases} \quad (1.17)$$

où σ_P , σ_E et σ_F représentent les moyennes sur les fréquences du coefficient d'absorption σ_a^ν pondérées respectivement par l'émissivité, l'énergie radiative et le flux radiatif, g est le paramètre d'asymétrie de la diffusion $g = \int_0^\infty g^\nu d\nu$, σ_s la moyenne du coefficient de diffusion pondérée par le flux radiatif et g^ν , $E_r = \int_0^\infty E_r^\nu d\nu$ l'énergie radiative grise et $\mathbf{F}_r = \int_0^\infty \mathbf{F}_r^\nu d\nu$ le flux radiatif gris.

Notons que dans le cas d'une diffusion isotrope, ce que nous considérerons toujours dans cette étude, nous avons la relation $g^\nu = 0$ donc $g = 0$.

De plus, par convention et par homogénéité du terme source sur l'équation d'évolution de l'énergie radiative, on définit une température radiative telle que :

$$T_r = \left(\frac{E_r}{a_r} \right)^{1/4} \quad (1.18)$$

1.3 Les opacités

Nos équations font donc intervenir différentes moyennes pondérées des coefficients d'absorption et de diffusion. Dans cette section, nous mettons en lumière le lien entre ces moyennes et les moyennes classiques de Rosseland et de Planck.

1.3.1 Moyenne de Rosseland

Cette moyenne permet de traiter de façon correcte le transport de l'énergie radiative dans la limite diffusive, et elle est donc très largement utilisée dans les problèmes liés à des régions optiquement épaisses, comme par exemple les intérieurs stellaires. En effet, dans ce cas, l'énergie radiative est égale à une planckienne de température T , et on a (cf. équation 1.26) :

$$\mathbf{F}_r^\nu = -\frac{c}{3\sigma_{tot}^\nu} \nabla E_r^\nu \quad (1.19)$$

où $\sigma_{tot}^\nu = \sigma_a^\nu + (1 - g^\nu)\sigma_s^\nu$.

En intégrant cette équation sur les fréquences, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_r &= \int_0^\infty \mathbf{F}_r^\nu d\nu \\ &= \int_0^\infty -\frac{c}{3\sigma_{tot}^\nu} \nabla B(\nu, T) d\nu \\ &\equiv -\frac{c}{3\sigma_R} \int_0^\infty \nabla B(\nu, T) d\nu \end{aligned} \quad (1.20)$$

L'opacité de Rosseland est donc définie par :

$$\sigma_R = \frac{\int_0^\infty \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu}{\int_0^\infty \frac{1}{\sigma_{tot}^\nu} \frac{\partial B(\nu, T)}{\partial T} d\nu} \quad (1.21)$$

Dans le cadre de la limite diffusive, le second terme dans l'équation d'évolution du flux radiatif (cf. équation 1.17) peut donc se réécrire $-\sigma_R \mathbf{F}_r$.

Notons que cette opacité est une moyenne harmonique. Elle est donc déterminée par les parties du spectre pour lesquelles l'opacité σ_{tot}^ν est la plus faible.

1.3.2 Moyenne de Planck

L'opacité de Planck est définie par :

$$\sigma_P = \frac{\int_0^\infty \sigma_a^\nu B(\nu, T) d\nu}{\int_0^\infty B(\nu, T) d\nu} \quad (1.22)$$

Notons qu'à l'inverse de l'opacité de Rosseland, l'opacité de Planck est une moyenne linéaire ce qui donne une plus grande importance aux régions du spectre où σ_a^ν est important.

On peut montrer (Mihalas et Mihalas 1984) que, dans la limite de transport, cette moyenne est une bonne estimation pour l'absorption totale, et peut donc être utilisée comme approximation du coefficient σ_E dans l'équation d'évolution de l'énergie radiative.

1.4 Les différents modèles aux moments

Réécrivons le système aux moments obtenu dans le cas gris (cf. équations 1.16-1.17) :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_r}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbb{P}_r = -(\sigma_F + (1-g)\sigma_s) \mathbf{F}_r \end{cases} \quad (1.23)$$

Pour clore ce système, il existe une infinité de relations de fermeture possibles et le choix de cette fermeture est capital, puisque c'est lui qui conditionne les bonnes ou mauvaises propriétés du modèle considéré. Nous présentons ici les trois principaux modèles utilisés.

1.4.1 Le modèle de diffusion isotrope à flux limité

Dans ce modèle, on ne considère que l'équation d'évolution de l'énergie radiative. Pour la résoudre, il faut exprimer le flux radiatif en fonction de l'énergie radiative. Pour cela, on fait l'hypothèse de stationnarité dans

l'équation d'évolution du flux radiatif (cf. système 1.16). On obtient ainsi la relation :

$$c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^\nu = -\sigma_{tot}^\nu \mathbf{F}_r^\nu \quad (1.24)$$

Il convient ensuite de préciser la relation de fermeture. Dans le régime diffusif, la pression est isotrope donc le tenseur des pressions radiatives est diagonal isotrope. De plus, la trace de ce tenseur est un invariant : d'après sa définition, et en se souvenant que \mathbf{n} est un vecteur unitaire, on a toujours la relation $Tr(\mathbb{P}_r^\nu) = E_r^\nu$. Dans la limite diffusive isotrope, on a donc

$$\mathbb{P}_r^\nu = 1/3 E_r^\nu \mathbb{I} \quad (1.25)$$

où \mathbb{I} est la matrice identité.

Cela revient à dire que le rayonnement (dans la limite diffusive et à l'ETL avec le gaz !) est un gaz parfait de photons dont le coefficient adiabatique est $\gamma = 4/3$.

Pour revenir à notre modèle de diffusion, on peut donc remplacer la valeur de \mathbb{P}_r dans l'équation stationnaire (1.24) et on obtient la relation liant le flux à l'énergie radiative :

$$\mathbf{F}_r^\nu = -\frac{c}{3\sigma_{tot}^\nu} \nabla E_r^\nu \quad (1.26)$$

En remplaçant cette expression dans l'équation d'évolution de l'énergie radiative, on obtient une équation de diffusion :

$$\frac{\partial E_r^\nu}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\frac{c}{3\sigma_{tot}^\nu} \nabla E_r^\nu \right) = \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - cE_r^\nu) \quad (1.27)$$

L'avantage de cette méthode réside évidemment dans son coût relativement faible (numériquement), ce qui en fait une méthode très utilisée dès que le transfert est couplé à un autre phénomène physique étudié (hydrodynamique, chimie...). Toutefois, il faut garder à l'esprit les hypothèses faites pour arriver jusqu'à cette équation. En particulier, elle repose sur une hypothèse d'isotropie du tenseur des pressions uniquement dans la limite diffusive, ce qui en fait *a priori* une méthode impropre à traiter le régime de transport.

De plus, d'après l'équation (1.26), le flux radiatif est toujours proportionnel et colinéaire au gradient d'énergie radiative. Ainsi, le flux n'a pas de limite supérieure. Cela est en totale contradiction avec la définition du flux radiatif qui contient une limitation intrinsèque, à savoir qu'un front ne peut pas se propager plus vite que la lumière :

$$\|\mathbf{F}_r\| \leq cE_r \quad \text{ou encore} \quad \|\mathbf{f}\| \equiv \frac{\|\mathbf{F}_r\|}{cE_r} \leq 1 \quad (1.28)$$

en introduisant le flux réduit \mathbf{f} .

Pour pallier ce problème identifié depuis déjà de nombreuses années, on rajoute un facteur multiplicatif *ad hoc* dans l'équation (1.26), appelé limiteur de flux (cf. § 1.4.4). De nombreuses possibilités nous sont offertes dans le choix de ce limiteur de flux λ (Levermore 1984) mais aucun n'est totalement satisfaisant dans la modélisation du régime de transport.

1.4.2 Le modèle P_1

Au vu des limitations des modèles de diffusion à flux limité, un autre modèle a été développé. Sa principale différence consiste à conserver l'équation d'évolution du flux radiatif, tout en utilisant encore un tenseur des pressions isotrope, donc scalaire diagonal (cf. équation 1.25).

Le fait de prendre en compte les deux équations d'évolution permet de s'affranchir de la contrainte sur la limitation du flux. La solution obtenue est naturellement physiquement admissible. De plus, le flux n'est plus nécessairement colinéaire avec le gradient d'énergie. Toutefois, puisque la relation de fermeture choisie repose sur une approximation de la diffusion, ce modèle doit lui aussi être utilisé avec parcimonie dans le régime de transport.

1.4.3 Le modèle M_1

Ce modèle (Dubroca et Feugeas 1999) franchit un pas de plus vers le cas général. Il considère comme le modèle P_1 les équations d'évolution de l'énergie et du flux radiatifs, mais la relation de fermeture utilisée pour clore le système est plus générale.

La forme du tenseur des pressions radiatives utilisée dans le modèle à flux limité et le modèle P_1 repose sur une hypothèse d'isotropie de la fonction de distribution sous-jacente des photons. Le modèle M_1 considère quant à lui une fonction de distribution avec une direction de propagation privilégiée \mathbf{n} , alignée avec le flux radiatif. Si l'on suppose, de plus, que la distribution est à symétrie de révolution autour de cet axe, Levermore (1984) a montré que le tenseur des pressions pouvait s'écrire sous la forme :

$$\mathbb{P}_r = \mathbb{D}E_r \quad (1.29)$$

où le tenseur d'Eddington \mathbb{D} est défini par

$$\mathbb{D} = \frac{1 - \chi}{2} \mathbb{I} + \frac{3\chi - 1}{2} \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (1.30)$$

avec χ le facteur d'Eddington, et $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{f}}{f}$ un vecteur unitaire aligné avec le flux radiatif.

Il faut donc maintenant spécifier la fonction χ . La forme associée au modèle M_1 peut être obtenue de deux manières distinctes. Soit en appliquant une transformation de Lorentz à une distribution isotrope de photons, soit

en minimisant l'entropie radiative. Dans les deux cas, on obtient comme facteur d'Eddington :

$$\chi = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}} \quad (1.31)$$

Étudions les limites de cette relation. Quand $f = 0$, $\chi = 1/3$ donc $\mathbb{P}_r = 1/3E_r\mathbb{I}$, et lorsque $f = 1$, $\chi = 1$ et $\mathbb{P}_r = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$. On voit donc ici apparaître tout l'avantage du modèle M_1 . Au prix d'une légère complexification de la relation de fermeture, le modèle est cohérent avec les limites diffusive et de transport. Qui plus est, entre ces deux limites, cette relation de fermeture nous assure de la positivité de l'énergie et du respect de la limitation de flux.

On peut démontrer que la fonction de distribution des photons associée au modèle M_1 peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbb{B}_1(\nu, f, T^*) = \frac{2h\nu^3}{c^2} [\exp(\frac{h\nu}{kT^*}(1 - \frac{2 - \sqrt{4 - 3f^2}}{f^2}\mathbf{f}\cdot\boldsymbol{\Omega})) - 1]^{-1} \quad (1.32)$$

avec T^* une fonction de $T_R = (E_r/a_r)^{1/4}$ et de f :

$$T^* = \frac{2}{f} \left(-1 + \sqrt{4 - 3f^2}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{f^2 - 2 + \sqrt{4 - 3f^2}} T_R \quad (1.33)$$

Une fois encore, on retrouve les bonnes limites diffusive et de transport. Lorsque $f = 0$, on a $T^* = T_r = T$ et cette distribution devient une planckienne à la température matière, tandis que quand f tend vers l'unité, elle dégénère en un Dirac dans la direction de \mathbf{f} .

Limitations du modèle M_1

Nous avons donc une hiérarchie de modèles aux moments. Le premier, le modèle de diffusion, consiste à n'étudier que l'évolution de l'énergie radiative avec une relation de fermeture liée à l'isotropie de la fonction de distribution des photons. Ce modèle pose problème car le flux, ici toujours colinéaire au gradient d'énergie radiative, peut prendre des valeurs trop grandes, non physiquement admissibles. L'introduction d'un coefficient *ad hoc* dans l'équation permet d'obtenir un modèle de diffusion à flux limité. Une autre méthode pour limiter le flux consiste à conserver l'équation d'évolution du flux radiatif. Si l'on fait l'hypothèse d'isotropie de la fonction de distribution des photons, on obtient le modèle P_1 pour lequel le flux n'est plus colinéaire au gradient d'énergie radiative, mais qui n'est toujours pas très adapté à la limite de transport. Enfin, on peut faire l'hypothèse que la fonction de distribution des photons est à symétrie de révolution autour d'une direction privilégiée. C'est le modèle M_1 qui permet d'avoir un flux radiatif admissible et pour lequel on retrouve les bonnes limites à la fois diffusive et de transport. Remarquons tout de même que sa relation de fermeture est isotrope

dans les directions orthogonales au flux radiatif. En pratique, cela permet de traiter des problèmes avec de très fortes anisotropies unidirectionnelles, mais cela n'est pas adapté au cas où plusieurs directions de propagation co-existent. En particulier, la superposition de deux rayons lumineux de même direction mais de sens opposés ne peut pas être bien traitée. Nous reverrons cette limitation lors de nos tests de validation (cf. § 3.1.3).

1.4.4 Relation entre tenseur d'Eddington et limiteur de flux

Bien que formellement différentes dans leur approche, les méthodes à tenseur d'Eddington de la forme (1.30) et celles à limiteurs de flux peuvent être liées. À chaque facteur d'Eddington correspond un limiteur de flux associé (Levermore 1984).

Réécrivons le système (1.23) :

$$\begin{cases} \partial_t E_r^\nu + c \nabla \cdot \mathbf{f} E_r^\nu = \sigma_a^\nu (4\pi B(\nu) - c E_r^\nu) \\ \partial_t \mathbf{f} E_r^\nu + c \nabla \cdot \mathbb{D} E_r^\nu = -\sigma_{tot}^\nu \mathbf{f} c E_r^\nu \end{cases} \quad (1.34)$$

En réinjectant la première équation dans la seconde pour faire disparaître le terme en $\partial_t E_r^\nu$, on obtient :

$$[1/c \partial_t \mathbf{f} + \mathbf{f} \cdot \nabla \mathbf{f}] E_r^\nu + \nabla \cdot [(\mathbb{D} - \mathbf{f} \otimes \mathbf{f}) E_r^\nu] = -\omega \sigma_{tot}^\nu \mathbf{f} E_r^\nu \quad (1.35)$$

où on définit ω par :

$$\omega = \frac{\sigma_a^\nu 4\pi B(\nu) + (1 - g^\nu) \sigma_s^\nu c E_r^\nu}{c \sigma_{tot}^\nu E_r^\nu} \quad (1.36)$$

La théorie de la diffusion repose sur la constatation que les variations temporelles et spatiales de \mathbf{f} et \mathbb{D} sont petites, aussi bien dans le régime de transport que dans le régime diffusif. En les négligeant dans l'équation (1.35) et en notant \mathbf{R} le gradient sans dimension

$$\mathbf{R} = -(1/\omega \sigma_{tot}^\nu) (\nabla E_r^\nu / E_r^\nu) \quad (1.37)$$

on obtient donc la relation algébrique :

$$(\mathbb{D} - \mathbf{f} \otimes \mathbf{f}) \mathbf{R} = \mathbf{f} \quad (1.38)$$

Si l'on suppose de plus que le tenseur \mathbb{D} peut s'écrire sous la forme (1.30), on peut montrer que \mathbf{R} et \mathbf{f} sont proportionnels, et on définit le limiteur de flux $\lambda(R)$ comme étant ce facteur de proportionnalité :

$$\mathbf{f} = \lambda(R) \mathbf{R} \quad (1.39)$$

ou encore,

$$\mathbf{F}_r^\nu = -\frac{c}{\omega \sigma_{tot}^\nu} \lambda(R) \nabla E_r^\nu \quad (1.40)$$

On peut donc choisir $\lambda(R)$ tel que le flux garde toujours des valeurs physiquement admissibles.

Cette proportionnalité entre \mathbf{f} et \mathbf{R} implique, via l'équation (1.38), que

$$R = \|\mathbf{R}\| = \frac{f}{\chi(f) - f^2} \quad (1.41)$$

On voit donc que le limiteur de flux et le facteur d'Eddington sont implicitement reliés par les relations :

$$\lambda(R) = \chi(f) - f^2 \quad (1.42)$$

$$\chi(f) = \lambda(R) + \lambda(R)^2 R^2 \quad (1.43)$$

Les propriétés voulues pour l'un peuvent donc être mises en relation avec les propriétés de l'autre. En particulier, quand $f = 0$, on retombe dans la limite diffusive donc $\mathbb{P}'_r = 1/3E'_r\mathbb{I}$ et $\chi(0) = 1/3$. En remplaçant ces valeurs dans les équations ci-dessus, on obtient $R = 0$, $\omega = 1$ et $\lambda(0) = 1/3$. On retrouve donc bien, pour l'équation (1.40), la valeur du flux radiatif obtenue dans la section 1.4.1.

Pour ce qui est du modèle M_1 , le limiteur de flux associé est :

$$\begin{aligned} \lambda(R) &= 3(1 - \beta^2)^2 / (3 + \beta^2)^2 \\ \text{avec } R &= 4\beta(3 + \beta^2) / 3(1 - \beta^2)^2 \end{aligned} \quad (1.44)$$

où βc est la vitesse du référentiel de Lorentz dans lequel la densité est isotrope.

1.5 Couplage avec l'hydrodynamique

Maintenant que nous disposons des équations radiatives à résoudre, il convient de les coupler avec celles régissant l'hydrodynamique. Il faut faire ici face à une subtilité dans le choix du repère. En effet, lorsque le fluide est en mouvement, il faut tenir compte du décalage Doppler et de l'aberration que subissent les photons. Dans les équations décrites précédemment (cf. système 1.23), les termes sources d'interaction avec la matière sont écrits dans le repère comobile lié au déplacement du fluide, mais les grandeurs radiatives sont évaluées dans le repère du laboratoire. On a donc le choix entre ces deux repères pour écrire les équations couplées à l'hydrodynamique, chacun ayant ses avantages et ses inconvénients.

Dans le repère du laboratoire (Mihalas et Auer 2001), les membres de gauche du système (1.23) sont inchangés mais les termes sources d'interaction avec la matière deviennent complexes puisqu'il convient de prendre en compte les termes de décalage Doppler et d'aberration dus au mouvement du fluide. En revanche, si l'on se place dans le repère comobile pour évaluer les variables radiatives (Lowrie *et al.* 2001), les termes sources restent

inchangés mais des termes supplémentaires apparaissent dans les membres de gauche.

C'est cette seconde approche que nous avons choisie. Nous allons donc dans un premier temps expliciter ces nouveaux termes en détaillant l'influence de la transformation de Lorentz pour changer de référentiel.

1.5.1 Choix du repère

Les photons étant par essence des particules relativistes, il convient de se placer dans le cadre de la relativité restreinte et non de la mécanique newtonnienne. On considère les 4-vecteurs position (t, \mathbf{x}) associés à tout point de l'espace-temps ainsi que la métrique minkowskienne

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (1.45)$$

Nous avons le choix entre deux repères : le repère comobile associé à la particule fluide (dans lequel le fluide est par définition au repos), et celui du laboratoire. Dans la suite, toute quantité évaluée dans le repère comobile sera indicée d'un (0).

Les changements de coordonnées entre ces deux repères en mouvement relatif à la vitesse \mathbf{u} du fluide se font grâce aux transformations de Lorentz :

$$x^\alpha = A^\alpha_\beta x^\beta_{(0)} \quad (1.46)$$

où

$$(A^\alpha_\beta) = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \mathbf{u}^T / c^2 \\ \gamma \mathbf{u} & \mathbb{I} + (\gamma - 1) \mathbf{u} \mathbf{u}^T / u^2 \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

avec $\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$. Notons au passage que la matrice inférieure droite laisse invariant tout vecteur perpendiculaire à \mathbf{u} et multiplie par γ tout vecteur parallèle.

La transformation de Lorentz laisse invariant l'élément de temps propre ds et les 4-vecteurs énergie-impulsion vérifient donc la même relation de transformation que les 4-vecteurs position :

$$p^\alpha = A^\alpha_\beta p^\beta_{(0)} \quad (1.48)$$

Pour un photon, le 4-vecteur énergie-impulsion vaut $p^\alpha = h\nu/c^2(1, \mathbf{n}c)$ où \mathbf{n} est la direction de propagation. On a donc immédiatement les relations de Doppler et d'aberration

$$\nu = \nu_0 \gamma \left(1 + \frac{\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{u}}{c} \right) \quad (1.49)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nu_0}{\nu} (\mathbf{n}_0 + \gamma \mathbf{u}/c + (\gamma - 1)(\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{u}) \mathbf{u}/u^2) \quad (1.50)$$

On définit le tenseur d'ordre deux énergie-impulsion d'un fluide à partir des 4-vecteurs énergie-impulsion des particules qui le composent, par la formule :

$$\mathbb{T}^{\alpha\beta} = \int p^\alpha p^\beta n^{\text{occ}} d^3p/E \quad (1.51)$$

où $d^3p = \frac{h^3 v^2}{c^3} d\nu d\Omega$ et $n^{\text{occ}} = \frac{I_\nu}{2h\nu^3/c^2}$ est le nombre d'occupation. Le nombre d'occupation ainsi que d^3p/E sont des invariants de Lorentz.

Après calculs, on obtient

$$\mathbb{T}^{\alpha\beta} = \frac{h^3}{2c^4} \begin{pmatrix} E & \mathbf{F}^T \\ \mathbf{F} & c^2 \mathbb{P} \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

Lors d'un changement de repère, un tel tenseur obéit à la formule suivante :

$$\mathbb{T}^{\alpha\beta} = A_\lambda^\alpha \mathbb{T}^{\lambda\mu} A_\mu^\beta \quad (1.53)$$

On peut alors relier entre eux les moments de l'intensité spécifique calculés dans le repère comobile, et ceux calculés dans le repère du laboratoire. Au premier ordre en u/c , on obtient ($\gamma = 1$) :

$$E = E_0 + 2/c^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{F}_0 \quad (1.54)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{u} E_0 + \mathbf{u} \cdot \mathbb{P}_0 \quad (1.55)$$

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}_0 + 1/c^2 (\mathbf{u} \cdot \mathbf{F}_0^T + \mathbf{F}_0 \cdot \mathbf{u}^T) \quad (1.56)$$

En remplaçant ces expressions dans les équations calculées dans le repère du laboratoire et en gardant les termes dominants, on obtient finalement (Mihalas et Mihalas 1984) :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \nabla \cdot [\mathbf{u} E_r] + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbf{P}_r : \nabla u = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \partial_t \mathbf{F}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u} \mathbf{F}_r] + c^2 \nabla \cdot \mathbb{P}_r + (\mathbf{F}_r \cdot \nabla) u = -(\sigma_F \rho + \sigma_s) c \mathbf{F}_r \end{cases} \quad (1.57)$$

Les deux termes $\nabla \cdot [\mathbf{u} E_r]$ et $\nabla \cdot [\mathbf{u} \mathbf{F}_r]$ de ces équations correspondent à l'advection de l'énergie et du flux radiatifs à la vitesse du fluide. Le terme $\mathbf{P}_r : \nabla u$ correspond quant à lui à un terme de travail des pressions radiatives.

1.5.2 Les équations de l'hydrodynamique radiative

Nous rappelons ici le système global d'équations à résoudre. L'hydrodynamique est traitée par un fluide parfait (viscosité nulle) donc avec un tenseur des pressions isotrope. Les équations hydrodynamiques de Navier-Stokes se simplifient et deviennent les équations d'Euler :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \nabla \cdot [\rho \mathbf{u}] = 0 \\ \partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot [\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + P \mathbb{I}] = \frac{\sigma_F \rho + \sigma_s}{c} \mathbf{F}_r + \mathbf{F} \\ \partial_t E + \nabla \cdot [\mathbf{u} (E + P)] = -c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) + (\frac{\sigma_F + \sigma_s}{c} \mathbf{F}_r + \mathbf{F}) \cdot \mathbf{u} \end{cases} \quad (1.58)$$

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}E_r] + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbb{P}_r : \nabla u = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \partial_t \mathbf{F}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}\mathbf{F}_r] + c^2 \nabla \cdot \mathbb{P}_r + (\mathbf{F}_r \cdot \nabla)u = -(\sigma_F + \sigma_s)c\mathbf{F}_r \end{cases} (1.59)$$

où ρ est la densité de matière, \mathbf{u} la vitesse, E l'énergie volumique totale de la matière (interne plus cinétique : $E = e + 1/2\rho u^2$), P et T la pression et la température matière, et \mathbf{F} les forces volumiques extérieures s'exerçant sur le fluide, comme par exemple la gravité.

On retrouve le couplage hydrodynamique - rayonnement à travers les termes sources. L'énergie du gaz perdue par émission de photons est cédée au rayonnement et l'énergie radiative perdue par absorption de la matière est cédée au gaz. De même, pour les équations sur les moments, ce qui est cédé par l'un est gagné par l'autre. Dans l'équation sur l'énergie du gaz, apparaît aussi un terme de puissance de la force volumique associé au couplage avec le rayonnement.

Pour clore ce système, en plus des relations (1.29-1.31), il faut aussi spécifier une relation de fermeture pour l'hydrodynamique. C'est le rôle de l'équation d'état. Dans HERACLES, nous nous sommes laissés la possibilité d'utiliser des tables d'équations d'état comme pour le xénon (cf. chapitre 4) ou bien tout simplement une loi de type gaz parfait :

$$P = (\gamma - 1)e \quad \text{et} \quad P = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \quad (1.60)$$

1.5.3 Termes supplémentaires en $\mathcal{O}(u/c)$

Certains auteurs (Mihalas et Mihalas 1984, Castor 2000, Lowrie *et al.* 2001) ont noté que le système (1.59) n'était en fait pas correct à $\mathcal{O}(u/c)$ sur des échelles de temps radiatives. Il convient de garder des termes supplémentaires, habituellement négligés si l'on considère l'échelle de temps hydrodynamique. Cette modification des équations consiste à rajouter deux termes de dérivée temporelle :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \frac{\mathbf{u}}{c^2} \cdot \partial_t \mathbf{F}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}E_r] + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbb{P}_r : \nabla u = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \partial_t \mathbf{F}_r + \mathbf{u} \partial_t \mathbb{P}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}\mathbf{F}_r] + c^2 \nabla \cdot \mathbb{P}_r + (\mathbf{F}_r \cdot \nabla)u = -(\sigma_F + \sigma_s)c\mathbf{F}_r \end{cases} (1.61)$$

Il est important de garder ces termes principalement dans le cas des régions optiquement minces avec de forts gradients. Toutefois, Audit *et al.* (2002) ont montré que dans le cadre du modèle M_1 , la correction due à ces termes restait totalement négligeable dès lors que $u/c < 0.5$, ce qui est toujours le cas puisque nous n'avons considéré jusqu'à présent que des fluides non relativistes.

CHAPITRE 2

Le code HERACLES

Sommaire

2.1	Les différentes étapes de résolution	26
2.1.1	La première étape, explicite	26
2.1.2	La seconde étape, implicite	27
2.2	Le solveur de Riemann	28
2.2.1	Les valeurs propres analytiques	29
2.2.2	Le solveur HLLE	32
2.2.3	La limite asymptotique	33
2.3	Les méthodes itératives	34
2.3.1	Gauss-Seidel ou S.O.R.	37
2.3.2	GMRES	38
2.3.3	Convergence des deux méthodes	39
2.4	Quelques aspects techniques	40
2.4.1	Les conditions aux limites	40
2.4.2	La géométrie	40
2.4.3	La parallélisation en MPI	40
2.4.4	Les performances de scalabilité	42

Ce chapitre est consacré à la description du code HERACLES, dont le module radiatif a été développé durant une très large partie de cette thèse. Dans la première partie, nous commençons par réécrire les équations obtenues dans le chapitre précédent et nous explicitons les différentes étapes nécessaires à leur résolution. L'hydrodynamique, et plus particulièrement l'équation d'état du gaz utilisée, est brièvement décrite. Le module radiatif est résolu avec une méthode de type Godunov, pour laquelle on a besoin de calculer les flux aux interfaces du maillage grâce à un solveur de Riemann. Le solveur utilisé est décrit dans la deuxième partie, et nous insistons sur le calcul des valeurs propres du système qui est primordial pour s'assurer de la bonne précision du schéma. Une fois le solveur choisi, nous pouvons écrire les équations discrétisées qu'il faut résoudre. Pour des raisons de stabilité et de taille du problème, nous devons avoir recours aux méthodes d'inversion

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}E_r] = 0 \\ \partial_t \mathbf{F}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}\mathbf{F}_r] = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Cette thèse n'a pas été consacrée au développement de la partie hydrodynamique de HERACLES. Nous mentionnerons donc uniquement le fait que les équations sont résolues avec un schéma à volumes finis reposant sur un algorithme de type MUSCL-Hancock d'ordre deux en espace et temps. Le solveur de Riemann utilisé pour calculer les flux aux interfaces du maillage, est soit un solveur exact dans le cas d'un gaz parfait, soit un solveur acoustique dans le cas d'une équation d'état plus réaliste, comme celle du xénon utilisée dans le chapitre 4.

L'équation d'état du gaz

Elle intervient pour déterminer l'énergie interne du gaz dont on a besoin à la fois pour l'hydrodynamique (système 2.2) et pour le transfert radiatif (système 2.5).

Le cas le plus simple consiste à prendre une équation d'état de gaz parfait :

$$e = \frac{P}{\gamma - 1} \quad P = \frac{\rho k T}{\mu} \quad (2.4)$$

où k est la constante de Boltzmann, μ le poids moléculaire moyen et γ le rapport des capacités calorifiques.

L'avantage d'une telle formulation analytique est un gain évident de temps de calcul. Mais si l'approximation gaz parfait est justifiée dans le milieu interstellaire pour étudier les jets moléculaires d'étoiles jeunes, elle ne l'est plus dans le cas des chocs radiatifs dans le xénon. Ce gaz étant fortement ionisé, il faut avoir recours à des modèles de physique atomique pour déterminer son équation d'état. La pression, la température et la vitesse du son sont alors tabulées en fonction de la densité et de l'énergie interne. Leurs valeurs sont ensuite déterminées à chaque instant dans la simulation par des interpolations bilinéaires dans cette table.

2.1.2 La seconde étape, implicite

La seconde étape, implicite, résout les termes radiatifs restant, en particulier ceux de couplage :

$$\begin{cases} \partial_t e + \partial_t E_r + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbb{P}_r : \nabla u = 0 \\ \partial_t E_r + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbb{P}_r : \nabla u = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \partial_t \mathbf{F}_r + c^2 \nabla \cdot \mathbb{P}_r + (\mathbf{F}_r \cdot \nabla) u = -(\sigma_F + \sigma_s) c \mathbf{F}_r \end{cases} \quad (2.5)$$

La première équation correspond à la conservation de l'énergie totale du gaz et du rayonnement, somme des équations 3 et 4 dans le système 2.1. La vitesse ayant déjà été actualisée pendant l'étape explicite, seule la partie interne de l'énergie du gaz doit être actualisée.

C'est sur la résolution de ce système que le travail de développement numérique de cette thèse a porté. Par analogie et pour faciliter l'interface avec le module hydrodynamique, nous avons choisi de le résoudre par une méthode de type Godunov. Nous avons donc besoin d'un solveur de Riemann pour calculer les flux aux interfaces (pour des détails sur les solveurs de Riemann, on pourra se reporter à Toro 1997).

2.2 Le solveur de Riemann

Pour simplifier le problème, nous analysons ici le cas d'un fluide au repos (on dit que l'hydrodynamique est "gelée") et sans termes de couplage.

$$\partial_t \begin{pmatrix} E \\ F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} + \partial_x \begin{pmatrix} F_x \\ c^2 D_{xx} E \\ c^2 D_{xy} E \\ c^2 D_{xz} E \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} F_y \\ c^2 D_{xy} E \\ c^2 D_{yy} E \\ c^2 D_{yz} E \end{pmatrix} + \partial_z \begin{pmatrix} F_z \\ c^2 D_{xz} E \\ c^2 D_{yz} E \\ c^2 D_{zz} E \end{pmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

Nous rappelons que le tenseur d'Eddington \mathbb{D} est défini par le modèle M_1 (cf. chapitre précédent) :

$$\mathbb{D} = \frac{1 - \chi}{2} \mathbb{I} + \frac{3\chi - 1}{2} \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (2.7)$$

$$\chi = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}} \quad (2.8)$$

\mathbb{I} est la matrice identité, χ le facteur d'Eddington, $\mathbf{f} = \frac{\mathbf{F}_r}{cE_r}$ le flux réduit et $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{f}}{f}$ un vecteur unitaire aligné avec le flux radiatif.

Le but d'un solveur de Riemann est de déterminer la valeur des flux aux interfaces. Pour connaître l'évolution d'une configuration pendant un certain laps de temps, il faut savoir comment l'information se propage. En hydrodynamique par exemple, les vitesses de propagation ou vitesses d'onde sont u et $u \pm c_s$ (avec c_s la vitesse du son). Ces vitesses correspondent mathématiquement aux valeurs propres de la matrice jacobienne du système. Plaçons-nous par exemple à une interface perpendiculaire à la direction x . Le système à résoudre à cette interface s'écrit $\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U}) = \mathcal{S}(\mathcal{U})$ et la matrice jacobienne est définie par $J = \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{U})}{\partial \mathcal{U}}$. Pour mieux comprendre le système à résoudre et connaître ses vitesses d'onde, calculons analytiquement les valeurs propres de la matrice jacobienne.

2.2.1 Les valeurs propres analytiques

On adopte les notations suivantes :

$$g(f) = \frac{1 - \chi(f)}{2} \quad h(f) = \frac{3\chi(f) - 1}{2}$$

de telle manière que $\mathbb{D} = g\mathbb{I} + h\mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$.

Par définition, dans les calculs qui vont suivre, les fonctions primées ' sont des dérivées par rapport à f . On a, par exemple, $\chi' = \frac{2f}{\sqrt{4-3f^2}}$.

Un rapide calcul montre que

$$\partial_E f = -\frac{f}{E} \quad (2.9)$$

$$\partial_{F_i} f = \frac{n_i}{cE f} \quad (2.10)$$

$$\partial_E (n_i n_j) = 0 \quad (2.11)$$

$$\partial_{F_k} (n_i n_j) = -\frac{2n_i n_j n_k + \delta_{ik} n_j + \delta_{jk} n_i}{cE f} \quad (2.12)$$

En se souvenant que la matrice jacobienne vaut par définition,

$$J_x = \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{U})}{\partial \mathcal{U}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial E} & \frac{\partial F_x}{\partial F_x} & \frac{\partial F_x}{\partial F_y} & \frac{\partial F_x}{\partial F_z} \\ \frac{\partial(c^2 D_{xx} E)}{\partial E} & \frac{\partial(c^2 D_{xx} E)}{\partial F_x} & \frac{\partial(c^2 D_{xx} E)}{\partial F_y} & \frac{\partial(c^2 D_{xx} E)}{\partial F_z} \\ \frac{\partial(c^2 D_{xy} E)}{\partial E} & \frac{\partial(c^2 D_{xy} E)}{\partial F_x} & \frac{\partial(c^2 D_{xy} E)}{\partial F_y} & \frac{\partial(c^2 D_{xy} E)}{\partial F_z} \\ \frac{\partial(c^2 D_{xz} E)}{\partial E} & \frac{\partial(c^2 D_{xz} E)}{\partial F_x} & \frac{\partial(c^2 D_{xz} E)}{\partial F_y} & \frac{\partial(c^2 D_{xz} E)}{\partial F_z} \end{pmatrix}$$

et après calculs, on trouve (en notant J_n le énième vecteur colonne composant la matrice J_x) :

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ c^2(g + h n_x^2) - c^2 f(g' + h' n_x^2) \\ c^2(h n_x n_y) - c^2 f(h' n_x n_y) \\ c^2(h n_x n_z) - c^2 f(h' n_x n_z) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ c[g' n_x + h' n_x n_x^2 + h \frac{-2n_x n_x^2 + 2n_x}{f}] \\ c[h' n_x n_x n_y + h \frac{-2n_y n_x^2 + n_y}{f}] \\ c[h' n_x n_x n_z + h \frac{-2n_z n_x^2 + n_z}{f}] \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$J_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ c[g' n_y + h' n_y n_x^2 + h \frac{-2n_y n_x^2}{f}] \\ c[h' n_y n_x n_y + h \frac{-2n_y n_x n_y + n_x}{f}] \\ c[h' n_y n_x n_z + h \frac{-2n_y n_x n_z}{f}] \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$J_4 = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ c[g'n_z + & h'n_z n_x^2 & +h\frac{-2n_z n_x^2}{f}] & \\ c[& h'n_z n_x n_y & +h\frac{-2n_z n_x n_y}{f}] & \\ c[& h'n_z n_x n_z & +h\frac{-2n_z n_x n_z + n_x}{f}] & \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Étant donné la complexité de cette matrice, le calcul analytique des valeurs propres ne peut être mené plus avant qu'avec le recours à des logiciels comme Mathematica. Pour un jeu de paramètres fixés, on peut toutefois se contenter de les calculer numériquement grâce à des routines d'algèbre bilinéaire. Il est intéressant de s'arrêter tout de même un instant sur deux cas particuliers où le calcul peut être mené analytiquement jusqu'à son terme.

Flux perpendiculaire à l'interface

Dans le cas d'un flux perpendiculaire à l'interface, nous devons retrouver la limite unidimensionnelle. Le flux s'écrit $\mathbf{F} = (F_x, 0, 0)$ donc $\mathbf{n} = (\text{signe}(F_x), 0, 0)$. En remplaçant dans les formules (2.13-2.16), on obtient

$$J_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ c^2(\chi - f\chi') & cn_x\chi' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ch\frac{n_x}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ch\frac{n_x}{f} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Cette matrice est facilement trigonalisable et on obtient après calcul les valeurs propres suivantes :

$$\lambda_{i=1,4} = \left\{ c \frac{n_x\chi' + \sqrt{\chi'^2 + 4\chi - 4\chi'f}}{2}, c \frac{n_x\chi' - \sqrt{\chi'^2 + 4\chi - 4\chi'f}}{2}, ch\frac{n_x}{f}, ch\frac{n_x}{f} \right\}$$

avec des vecteurs propres (à gauche!) correspondants :

$$\begin{pmatrix} c^2(\chi - f\chi') \\ \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c^2(\chi - f\chi') \\ \lambda_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On retrouve les valeurs de Audit *et al.* (2002) en prenant garde au changement de notations. Ils notent en effet f le flux réduit, qui peut donc être positif ou négatif, tandis qu'ici, f désigne sa norme. On a donc $f = n_x f_{\text{Audit}}$ et $\chi' = \chi'_{\text{Audit}}/n_x$.

Considérons le cas particulier où le flux réduit est unitaire : $f = 1$. Dans ce cas, les quatre valeurs propres sont égales à c , et la limite de transport est

donc correctement décrite. À l'inverse, lorsque le flux est nul, deux valeurs propres sont nulles (ce sont celles associées aux flux F_y et F_z) et les deux autres valent $\pm c/\sqrt{3}$ ce qui correspond aux bonnes vitesses de propagation dans la limite diffusive.

Flux parallèle à l'interface

Dans le cas d'un flux parallèle à l'interface, celui-ci s'écrit $\mathbf{F} = (0, F_y, 0)$ donc $\mathbf{n} = (0, \text{sign}(F_y), 0)$ et

$$J_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ c^2(g - fg') & 0 & cg'n_y & 0 \\ 0 & ch\frac{n_y}{f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Les valeurs propres de cette matrice sont :

$$\lambda_{i=1,4} = \left\{ c\sqrt{g + g'(\frac{h}{f} - f)}, -c\sqrt{g + g'(\frac{h}{f} - f)}, 0, 0 \right\}$$

et des vecteurs propres (à gauche !) correspondants sont :

$$\begin{pmatrix} c^2(g - fg') \\ \lambda_1 \\ cg'n_y \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c^2(g - fg') \\ \lambda_2 \\ cg'n_y \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -ch\frac{n_y}{f} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas, deux des valeurs propres sont toujours nulles et les deux autres sont égales en norme mais de signe opposé. Lorsque le flux est nul, on retrouve les mêmes valeurs propres que dans le cas précédent $\{c/\sqrt{3}, -c/\sqrt{3}, 0, 0\}$, correspondant aux bonnes vitesses d'onde de la limite diffusive. En revanche, lorsque le flux est unitaire, la situation change complètement : les quatre valeurs propres sont nulles. Ce cas est particulièrement intéressant car cela signifie que le transport perpendiculaire au flux radiatif est nul dans ce cas (cf. test de l'ombre, § 3.1.1).

Cas général

Il est intéressant de noter que dans le cas général, les valeurs propres ne dépendent que de deux paramètres : la norme f du flux réduit et son angle θ par rapport à l'interface considérée. La figure 2.1 illustre le comportement de ces valeurs propres normalisées par c pour quelques valeurs caractéristiques de θ et f .

Le graphique de gauche correspond à un flux perpendiculaire à l'interface ($\theta = 0$) ce qui équivaut au cas unidimensionnel (cf. Fig. 1 de Audit *et al.*

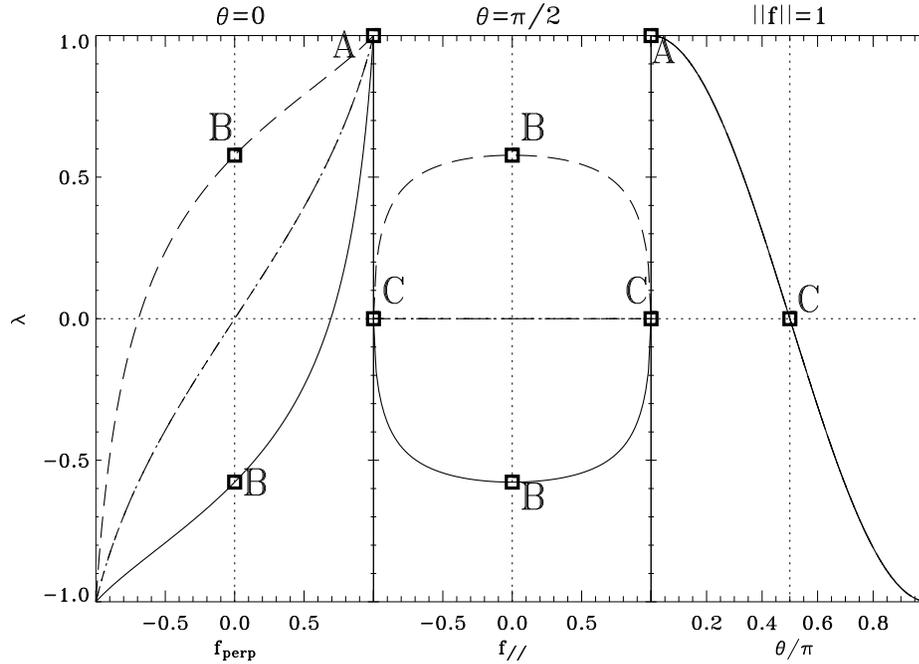


FIG. 2.1 – Valeurs propres analytiques de la matrice jacobienne normalisées par c en fonction de θ et f .

2002). Celui du milieu représente le cas où le flux est parallèle à l'interface et celui de droite correspond à un flux unitaire dont l'angle par rapport à l'interface varie entre 0 et π . Les points A, B et C correspondent aux valeurs particulières discutées précédemment.

Le calcul exact de ces valeurs propres étant trop coûteux au cours d'une simulation, elles sont calculées et stockées une fois pour toutes en début de simulation pour un espace de paramètres échantillonné sur une grille 100×100 . Au cours d'une simulation, HERACLES fait alors une interpolation dans cette grille. La différence entre les valeurs propres ainsi obtenues et les valeurs propres analytiques n'est que de l'ordre du pourcent.

2.2.2 Le solveur HLLC

Pour qu'un solveur de Riemann puisse calculer les flux aux interfaces, il faut lui spécifier des valeurs propres. S'il prend en compte toutes les valeurs propres exactes du système, on dit que le solveur est exact. Dans le cas du rayonnement, étant donné la complexité des équations, cela n'est pas possible. Il convient donc de choisir un solveur de Riemann approché. Notre choix s'est porté sur le solveur HLLC (Einfeldt *et al.* 1991). Ce solveur utilise deux vitesses d'onde. Il est donc bien adapté pour des problèmes radiatifs unidimensionnels qui ont effectivement deux vitesses d'onde. Dans les cas

multidimensionnels, cette simplification permet de contrôler le coût en temps de calcul tout en donnant de bons résultats, comme nous le verrons par la suite.

Si l'on considère un problème unidimensionnel, $\partial_t \mathcal{U} + \partial_x \mathcal{F}(\mathcal{U}) = \mathcal{S}(\mathcal{U})$, le flux HLLC à l'interface $i + 1/2$ entre les cellules i et $i + 1$ est donné par

$$\mathcal{F}_{i+1/2} = \frac{\lambda_{i+1/2}^+ \mathcal{F}_i - \lambda_{i+1/2}^- \mathcal{F}_{i+1}}{\lambda_{i+1/2}^+ - \lambda_{i+1/2}^-} + \frac{\lambda_{i+1/2}^+ \lambda_{i+1/2}^-}{\lambda_{i+1/2}^+ - \lambda_{i+1/2}^-} (\mathcal{U}_{i+1} - \mathcal{U}_i) \quad (2.19)$$

avec $\lambda^+ = \max(0, \lambda_{max})$ et $\lambda^- = \min(0, \lambda_{min})$ où λ_{min} , λ_{max} sont les valeurs propres analytiques minimales et maximales. Le premier terme correspond à un terme de flux physique et le second est un terme de diffusion numérique.

Toute la difficulté du solveur approché réside dans le choix des valeurs propres à utiliser. Plus elles encadrent de manière large les valeurs propres exactes, plus le schéma est robuste mais diffusif. Inversement, plus elles les encadrent étroitement, plus le schéma est précis, et celui-ci devient instable dès qu'elles sont inférieures en norme aux valeurs propres exactes. L'originalité du modèle M_1 étant une plus grande précision dans les régimes intermédiaires (cf. chapitre 3), il est important que notre solveur conserve cette propriété. Il doit donc utiliser des valeurs propres les plus proches possible des valeurs propres analytiques tout en minimisant le temps de calcul.

Un choix de robustesse a été fait dans un premier temps en fixant les valeurs propres égales à $\pm c$. Des tests, comme celui de l'ombre (cf. § 3.1.1), permettent toutefois de montrer que ce choix n'est pas adéquat dans certains cas, car la diffusion d'origine purement numérique est prépondérante. Dans de tels cas, l'utilisation des valeurs propres analytiques permet de réduire de façon drastique cette diffusion numérique.

2.2.3 La limite asymptotique

Audit *et al.* (2002) ont montré que discrétiser le schéma comme nous venons de le décrire pouvait conduire à une prédominance dans les équations de termes purement numériques dans le régime diffusif si le libre parcours moyen des photons n'est pas bien échantillonné. Pour s'assurer de conserver une bonne limite asymptotique du schéma, il est nécessaire de le modifier quelque peu. En notant l une longueur caractéristique et σ l'opacité, on introduit les quantités adimensionnées :

$$\epsilon = \frac{1}{\sigma l} \quad \tilde{t} = \frac{ct}{\sigma l^2} \quad \tilde{x} = \frac{x}{l} \quad \tilde{\mathbf{F}}_r = \frac{\mathbf{F}_r}{c\epsilon} \quad (2.20)$$

Le système (2.6) s'écrit alors (en rajoutant les termes sources) :

$$\begin{cases} \partial_{\tilde{t}} E_r + \nabla_{\tilde{x}} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_r = \frac{a_r T^4 - E_r}{\epsilon^2} \\ \partial_{\tilde{t}} \tilde{\mathbf{F}}_r + \frac{1}{\epsilon^2} \nabla_{\tilde{x}} \cdot \mathbb{P}_r = -\frac{\tilde{\mathbf{F}}_r}{\epsilon^2} \end{cases} \quad (2.21)$$

Écrit sous cette forme, il apparaît clairement que dans la limite diffusive (c'est-à-dire lorsque ϵ tend vers zéro), le système devient raide (ou "stiff" en anglais). Les termes de diffusion numérique du flux HLLE (cf. équation 2.19) deviennent prépondérants à cause du terme en ϵ^2 devant la divergence du tenseur des pressions. Un moyen de s'affranchir de cette difficulté est de réécrire le système sous la forme :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \nabla_{\tilde{x}} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_r = \frac{a_r T^4 - E_r}{\epsilon^2} \\ \partial_t \tilde{\mathbf{F}}_r + \nabla_{\tilde{x}} \cdot \mathbb{P}_r = -\frac{\tilde{\mathbf{F}} + (1 - \epsilon^2) \nabla_{\tilde{x}} \cdot \mathbb{P}_r}{\epsilon^2} \end{cases} \quad (2.22)$$

Le solveur HLLE est donc appliqué à ce système qui ne souffre plus de problème dans la limite diffusive. Le paramètre ϵ caractérise l'échantillonnage du libre parcours moyen. S'il est sur-échantillonné, ce paramètre est forcé égal à l'unité et on retrouve le système non modifié dont le cas a déjà été discuté précédemment. En revanche, lorsque le sous-échantillonnage devient critique, ϵ tend vers zéro et cette réécriture du système prend toute son importance. Le terme de divergence dans le membre de gauche est discrétisé suivant la formule du flux HLLE, tandis que celui du membre de droite, prépondérant lorsque ϵ tend vers zéro, est discrétisé avec un schéma centré classiquement utilisé dans les équations de diffusion. Cette différence de traitement permet au schéma de conserver la bonne limite asymptotique dans le régime diffusif.

Les valeurs propres dépendent donc à présent d'un troisième paramètre qui est ϵ . La figure 2.2 illustre la dépendance à ce troisième paramètre, chaque colonne correspondant à une valeur différente de ϵ . La colonne de gauche ($\epsilon = 1$) correspond exactement au cas déjà traité précédemment et résumé dans la figure 2.1.

2.3 Les méthodes itératives

Maintenant que nous avons explicité le calcul des flux aux interfaces, précisons la méthode de résolution du système discrétisé. À titre d'exemple, le voici en coordonnées cartésiennes à une dimension :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{e_i^{n+1} - e_i^n}{\Delta t} \Delta V_i + \frac{E_i^{n+1} - E_i^n}{\Delta t} \Delta V_i + F_{i+1/2}^{n+1} S_{i+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1} S_{i-1/2} \\ \hspace{15em} = 0 \\ \frac{E_i^{n+1} - E_i^n}{\Delta t} \Delta V_i + F_{i+1/2}^{n+1} S_{i+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1} S_{i-1/2} \\ \hspace{15em} = c(\sigma P_i^n a_r T_i^{n+14} - \sigma E_i^n E_i^{n+1}) \Delta V_i \\ \frac{F_i^{n+1} - F_i^n}{\Delta t} \Delta V_i + c^2 P_{i+1/2}^{n+1} S_{i+1/2} - c^2 P_{i-1/2}^{n+1} S_{i-1/2} \\ \hspace{15em} = -(\sigma F_i^n + \sigma s_i^n) c F_i^{n+1} \Delta V_i \end{array} \right. \quad (2.23)$$

où i est l'indice spatial de la cellule de volume ΔV_i considérée, dont les frontières (de surfaces respectives $S_{i-1/2}$ et $S_{i+1/2}$) sont en $i - 1/2$ et $i + 1/2$,

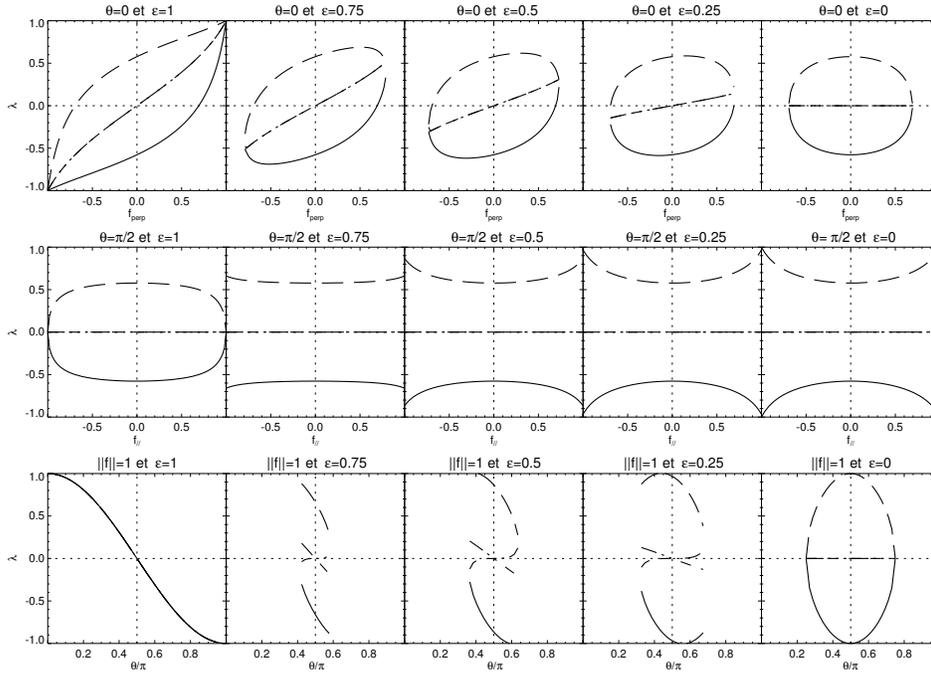


FIG. 2.2 – Valeurs propres analytiques de la matrice jacobienne normalisées par c en fonction de θ , f et ϵ .

n et $n + 1$ sont les indices temporels, et Δt est le pas de temps (c'est-à-dire $t^{n+1} = t^n + \Delta t$).

Le système précédent est délicat à résoudre car il est à la fois non-linéaire et implicite. Les non-linéarités proviennent de l'équation d'état du gaz qui relie l'énergie interne à la température et qui n'est linéaire que pour les gaz parfaits, du terme en T^4 , des valeurs propres contenues dans les flux HLLE, et enfin de la relation de fermeture du modèle M_1 qui sert pour obtenir la pression.

Pour résoudre ce système, il faut faire un certain nombre de choix techniques. Nous ne voulons pas rentrer dans le détail ici de toutes les subtilités, mais nous mentionnons les différentes possibilités ainsi que les choix faits dans HERACLES.

Une première possibilité consiste à linéariser le système précédent. Si l'on note $\mathcal{F}(X^{n+1}) = 0$ le système (2.23) avec $X = (\dots, T_i, E_i, F_i, \dots)$, le

système linéarisé s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(X^{n+1}) = 0 &\iff \mathcal{F}(X^n + \Delta X^n) \simeq \mathcal{F}(X^n) + A^n \Delta X^n = 0 \\ &\iff A^n \begin{pmatrix} \vdots \\ T_i^{n+1} - T_i^n \\ E_i^{n+1} - E_i^n \\ F_i^{n+1} - F_i^n \\ \vdots \end{pmatrix} = -\mathcal{F}(X^n) \end{aligned} \quad (2.24)$$

où la matrice A^n est la matrice jacobienne $\partial\mathcal{F}/\partial X^n$ du système au temps t^n et ΔX^n est l'incrément des variables au cours du pas de temps. Avec ce premier choix, on est donc ramené à la résolution d'un système linéaire.

Cependant, il peut être nécessaire pour des raisons physiques ou numériques (notamment pour faire des pas de temps suffisamment grands) de résoudre le système non-linéaire. Pour cela, on peut choisir une seconde méthode, celle de Newton-Raphson. Elle correspond à itérer le processus linéaire précédent :

$$\begin{cases} \Delta X^k &= -\left(\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial X^{k-1}}\right)^{-1} \mathcal{F}(X^{k-1}) \\ X^k &= X^{k-1} + \Delta X^k \end{cases} \quad (2.25)$$

À la première itération on prend $X^0 = X^n$, ce qui correspond exactement à la résolution linéaire décrite précédemment. Ce processus est itéré jusqu'à obtenir un incrément ΔX^k plus petit qu'un certain critère de convergence. Avec cette méthode, on est amené à résoudre une suite de systèmes linéaires.

Nous verrons plus loin que pour résoudre efficacement les systèmes linéaires précédents, il est nécessaire d'utiliser des méthodes itératives. Ceci ouvre la voie à une troisième possibilité qui consiste à modifier la matrice pendant la résolution du système linéaire. Ainsi, au lieu de résoudre complètement le système linéaire puis de modifier la matrice comme dans la méthode de Newton-Raphson, il est possible de modifier la matrice pendant son inversion itérative. On essaye donc de converger en même temps sur la matrice et sur la résolution du système linéaire. Dans la pratique, la méthode de résolution linéaire est la plus robuste et souvent la plus appropriée aux problèmes complexes.

La matrice A^k doit, d'après sa définition, contenir *a priori* toutes les dérivées par rapport aux variables. Pour améliorer la convergence de la méthode, il est d'usage de supprimer de la matrice certains termes de dérivées. Nous avons testé cette technique sur deux points particuliers. Le premier concerne les dérivées du tenseur d'Eddington \mathbb{D} intervenant dans l'expression de la pression radiative. La relation de fermeture du modèle M_1 est telle que le tenseur d'Eddington dépend à la fois des variables E et F . Nous nous sommes rendus compte lors de nos tests que ces termes de dérivées du

tenseur d'Eddington étaient primordiaux. Si on n'en tient pas compte dans la matrice A^k , la méthode converge mal voire pas du tout. Ils sont donc mis dans la matrice dans HERACLES. Le second point particulier a trait aux valeurs propres du solveur HLLE. Celles-ci dépendent du flux réduit (cf. section précédente), donc à la fois de l'énergie et du flux radiatifs. Cependant, contrairement au cas du tenseur d'Eddington discuté précédemment, nous nous sommes aperçus lors de nos différents tests, que ces dérivées n'étaient pas nécessaires. Nous avons donc décidé de ne pas les inclure dans HERACLES. Enfin, nous avons aussi implémenté l'ordre deux du schéma pour augmenter sa précision. Cela consiste à reconstruire une variation linéaire des variables dans chacune des cellules du maillage, de sorte que les valeurs aux interfaces d'une cellule soient différentes. Cette méthode, dite de Van Leer, permet d'obtenir un schéma précis à l'ordre deux en espace. Toutefois, dans notre cas, ce second ordre peut ne pas être satisfaisant. En effet, lors de la reconstruction des variations, rien n'empêche les flux réduits calculés aux interfaces d'être plus grands que un. Il faut donc utiliser des limiteurs de pente pour ne pas que l'algorithme s'arrête en raison de valeurs non physiquement admissibles. Cette amélioration dans l'ordre de la méthode peut donc être utilisée dans HERACLES mais le schéma pouvant être instable, il est des cas où la stabilité doit être préférée à la précision.

Comment à présent résoudre le système (2.24) ? La matrice A^k ne peut pas être inversée par des méthodes directes. En effet, en notant N le nombre de cellules de la simulation (de l'ordre de 128^3 au bas mot), la matrice aura une taille de $5N \times 5N$ à trois dimensions. Son inversion directe à chaque pas de temps est totalement prohibitive en termes de coût mémoire et de temps de calcul. Il fallait donc nous tourner vers les méthodes d'inversion itératives pour lesquelles un vaste choix existe. Appliquée au transfert radiatif, chacune de ces méthodes a des avantages et des inconvénients, et aucune ne peut être considérée comme adéquate de manière générale (Baldwin *et al.* 1999). Nous avons donc choisi d'en implémenter deux : la méthode de Gauss-Seidel et la méthode GMRES.

2.3.1 Gauss-Seidel ou S.O.R.

Si on décompose la matrice A du système $Ax = b$ à résoudre en trois sous-matrices (L strictement triangulaire inférieure, D diagonale et U strictement diagonale supérieure), l'algorithme de Gauss-Seidel peut s'écrire (cf. Press *et al.* 1986) :

$$(L + D)x_{G.S.}^{k+1} = -Ux_{G.S.}^k + b$$

où k est l'indice de l'itération.

Cette méthode est profondément différente de la méthode plus classique de Jacobi qui n'inverse que la partie diagonale de A . Dans cette dernière, l'actualisation du nouvel itéré peut se faire simultanément pour toutes les composantes. Or, dans notre cas, chacune de ces composantes dépend de

toutes les composantes déjà calculées. De plus, le nouvel itéré dépend de l'ordre dans lequel les cellules sont parcourues. Si cet ordre est changé, les composantes du nouvel itéré (et non pas seulement leur ordre) changent aussi. Cela revient à dire que l'ordre a une grande influence sur le taux de convergence. En particulier, si l'information se propage dans un sens unique et si on fait en sorte de ranger les cellules de manière à les parcourir dans ce sens, l'algorithme converge théoriquement en une seule itération. À une dimension, dans la limite de transport et si on connaît *a priori* le sens de propagation, cet ordonnancement sera facile à mettre en place et cette méthode donnera d'excellents résultats.

Dans le but d'améliorer encore le taux de convergence, une autre méthode a été développée qui consiste en une extrapolation de la méthode de Gauss-Seidel. C'est la méthode de surrelaxation successive (ou SOR en anglais). L'extrapolation prend la forme d'une moyenne pondérée entre l'itéré précédent et l'itéré Gauss-Seidel pour chaque composante :

$$x^{k+1} = x^k + \omega(x_{G.S.} - x^k)$$

Si $\omega = 1$, la méthode SOR dégénère en la méthode de Gauss-Seidel. Un théorème montre que SOR ne converge pas si ω est en dehors de l'intervalle $[0,2]$. En général, il n'est pas possible de connaître à l'avance la valeur de ω qui maximisera le taux de convergence de SOR. Il faut donc l'ajuster au cas par cas.

Notons que SOR peut ne pas être très bien adapté à la résolution de problèmes radiatifs avec le modèle M_1 . Une trop grande extrapolation peut mener à un itéré non physique qui ne respecterait pas la condition $f \leq 1$ et qui stopperait l'algorithme en raison de la relation de fermeture de M_1 .

2.3.2 GMRES

L'utilisation d'une autre méthode, appartenant à une classe différente, a aussi été testée. Nous avons considéré les méthodes fondées sur une orthogonalisation de sous-espace dit de Krylov. Au cours des itérations, ces méthodes construisent une base orthogonale sur laquelle la norme du résidu $\|b - Ax^{(i)}\|$ est minimisée. Dans cette classe, existent par exemple la méthode des gradients conjugués applicable aux matrices symétriques définies positives, la méthode MINRES applicable aux systèmes symétriques et son extension GMRES applicable aux systèmes non symétriques.

Étant donné la matrice A à inverser, notre choix s'est naturellement porté sur la méthode GMRES (Saad et Schultz 1986). Dans cette méthode, la base $\{v^{(i)}\}$ calculée au cours des itérations doit être entièrement stockée (contrairement à la méthode MINRES) pour pouvoir calculer le vecteur de base $v^{(i+1)}$. Pour utiliser cette méthode, on a besoin de spécifier le produit matrice vecteur Av^i et un produit scalaire, connue explicitement, ce qui explique son intérêt dans le cas de matrices pleines. Les itérés GMRES sont

construits par $x^{(i)} = x^{(0)} + y_1 v^{(1)} + \dots + y_i v^{(i)}$, où les coefficients y_k sont choisis tels qu'ils minimisent la norme du résidu $\|b - Ax^{(i)}\|$. L'une des propriétés de l'algorithme GMRES est que la norme du résidu peut être calculée sans que les itérés soient formés.

En supposant l'arithmétique exacte, cette méthode converge en moins de n itérations, où n est la taille du problème à résoudre. Mais cela n'est d'aucune utilité pratique si n est grand ; de plus, le coût en stockage et calcul croît linéairement avec le nombre d'itérations. Ainsi, à moins d'obtenir une convergence extrêmement rapide, le coût devient rapidement prohibitif. La façon habituelle de pallier cet inconvénient est de faire des "reprises" dans les itérations. Après un nombre choisi d'itérations m , les données accumulées sont effacées et le résultat final est utilisé comme donnée initiale pour les m prochaines itérations. Cette procédure est répétée jusqu'à convergence. La difficulté réside dans le choix d'une valeur appropriée de m . Si m est trop petit, GMRES(m) peut être long à converger ou bien ne pas converger du tout. À l'inverse, une valeur de m plus grande que nécessaire demande un travail et un stockage excessif. Le choix du nombre d'itérations m varie d'un problème à l'autre et doit donc être fait au cas par cas pour chaque test numérique.

Cette méthode a néanmoins montré de très bons résultats, en particulier dans la limite diffusive. Elle constitue donc une alternative tout à fait intéressante à la méthode précédente de Gauss-Seidel, qui elle est efficace dans la limite de transport.

2.3.3 Convergence des deux méthodes

Étudions maintenant les taux de convergence de ces deux méthodes. Pour cela, nous avons utilisé un test d'onde de Marshak (c'est-à-dire une onde thermique) avec deux jeux d'opacités différentes. Dans un cas, nous nous sommes placés dans la limite de transport en prenant des opacités faibles, et à l'inverse dans le second, nous nous sommes placés dans un régime de diffusion en considérant des opacités fortes.

Nous pouvons voir sur la figure 2.3 que, conformément à ce que nous avons dit précédemment, la méthode de Gauss-Seidel est plus performante dans la limite de transport et la méthode GMRES dans la limite diffusive. Toutefois, nous avons découvert empiriquement un résultat original : le couplage de ces deux méthodes donne des résultats encore meilleurs. On commence par faire quelques itérations avec l'une des deux méthodes et on donne son résultat comme donnée initiale à la seconde. Au moment du passage d'une méthode à l'autre, on observe que le résidu chute d'un ordre de grandeur environ. Cela est dû au fait que pour ces deux méthodes, le taux de convergence est bien meilleur lors des premières itérations que lors des suivantes. Poussant cette idée plus loin, nous avons testé une méthode de "YOYO" qui consiste à basculer d'une méthode à l'autre toutes les dix ité-

rations. Nous voyons très bien sur la figure que, quel que soit le régime dans lequel on se place, cette méthode est la meilleure. Notons tout de même que le nombre d'itérations à faire avant de basculer d'une méthode à l'autre dépend du test effectué.

2.4 Quelques aspects techniques

2.4.1 Les conditions aux limites

Afin de pouvoir modéliser un grand nombre de situations physiques, nous avons mis en place une gestion particulière des conditions aux limites. Ainsi, HERACLES peut fonctionner, au gré de l'utilisateur, avec des conditions aux limites périodiques, réflexives, à gradient nul ou encore imposer des valeurs dans des cellules fictives bordant notre grille de simulation.

Qu'appelle-t-on les cellules fictives ? La résolution des problèmes de Riemann sur les interfaces du bord du maillage nécessite la connaissance des deux états de part et d'autre de cette interface. L'un des deux se trouvant à l'extérieur du domaine de calcul considéré, nous avons besoin d'une cellule fantôme ou fictive. De plus, dans le cas d'une méthode d'ordre deux en espace, nous avons besoin de la pente dans cette cellule fictive et pour cela il nous faut une seconde cellule fictive. Ainsi, la grille de simulation se voit prolongée de deux cellules fictives au niveau de chacune de ses frontières.

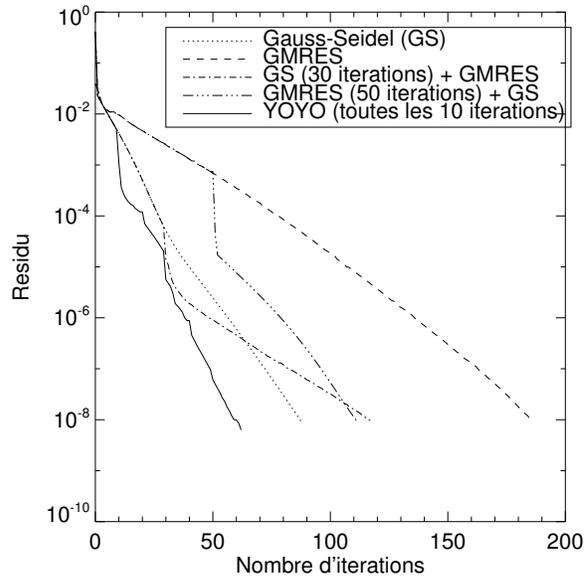
2.4.2 La géométrie

HERACLES peut travailler en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. Dans les géométries non cartésiennes, les termes comobiles et de divergence doivent être discrétisés avec précision. L'annexe A décrit en détail toutes ces subtilités de calcul.

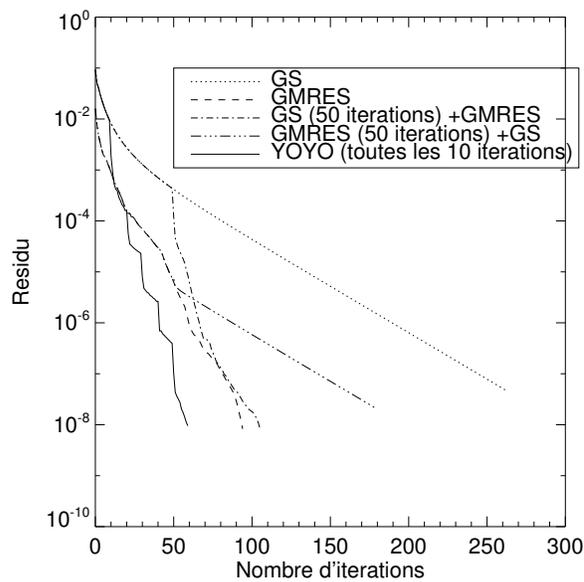
2.4.3 La parallélisation en MPI

HERACLES a été parallélisé en utilisant la bibliothèque MPI afin de pouvoir être utilisé sur de très grands ordinateurs parallèles à mémoire distribuée. Le schéma de parallélisation utilise une décomposition en domaines qui permet d'assurer une bonne répartition de charge entre tous les processeurs. Les communications entre les processeurs affectés à des domaines voisins prennent toujours un temps négligeable, de l'ordre de quelques pourcents du temps global mis par la simulation, dans toutes les simulations faites jusqu'à présent.

L'hydrodynamique étant résolue explicitement, la parallélisation n'a pas beaucoup d'impact sur la structure même du code. Il suffit que chaque processeur, à la fin du pas de temps, communique ses résultats à ses processeurs voisins. En revanche, la parallélisation est plus difficile à mettre en œuvre pour le transfert radiatif. Les communications ne se font pas qu'une fois par



(a) Limite de transport



(b) Limite diffusive

FIG. 2.3 – Convergence des méthodes en fonction du régime.

pas de temps mais à chaque itération dans le pas de temps. Dans la méthode de Gauss-Seidel, à chaque itération, chacun des processeurs parcourt sa grille locale puis communique ses résultats. On calcule ensuite la norme du résidu sur la grille globale et s'il ne vérifie pas la condition de convergence, on passe à l'itération suivante. Pour ce qui est de la méthode GMRES, sa parallélisation a été faite par Philippe Huynh (CEA). Dans cet algorithme, les points critiques viennent de la parallélisation du produit matrice-vecteur et du produit scalaire.

2.4.4 Les performances de scalabilité

Nous présentons ici les performances de la parallélisation d'HERACLES en termes de temps CPU. Ayant deux méthodes itératives à notre disposition, il convenait d'en caractériser les propriétés. Nous avons voulu voir si leur parallélisation était efficace ou non. Pour cela, nous avons fait plusieurs simulations bidimensionnelles sur 1^2 , 4^2 , 6^2 , 8^2 et 11^2 processeurs en faisant en sorte que dans tous les cas chacun des processeurs ait toujours en charge un domaine de calcul de 150×525 cellules. La figure 2.4 reproduit le temps CPU par processeur et par cellules normalisé par le temps CPU mis par Gauss-Seidel sur un processeur. Il apparaît clairement que la méthode de Gauss-Seidel a une scalabilité presque parfaite tandis que GMRES a un comportement plus complexe avec une perte de performance pouvant atteindre 20%. Cela est sans doute dû au fait que l'algorithme GMRES a un schéma de communication plus complexe et est par conséquent plus sensible à de petits déséquilibres. Nous remarquons aussi qu'une itération GMRES requiert approximativement trois fois plus de temps CPU qu'une itération Gauss-Seidel. Un autre inconvénient de la méthode GMRES est son coût important en espace mémoire. Par conséquent, elle n'est efficace que si la mémoire n'est pas un point critique et qu'elle améliore significativement le taux de convergence (d'au moins un facteur trois), ce qui est le cas dans la limite diffusive.

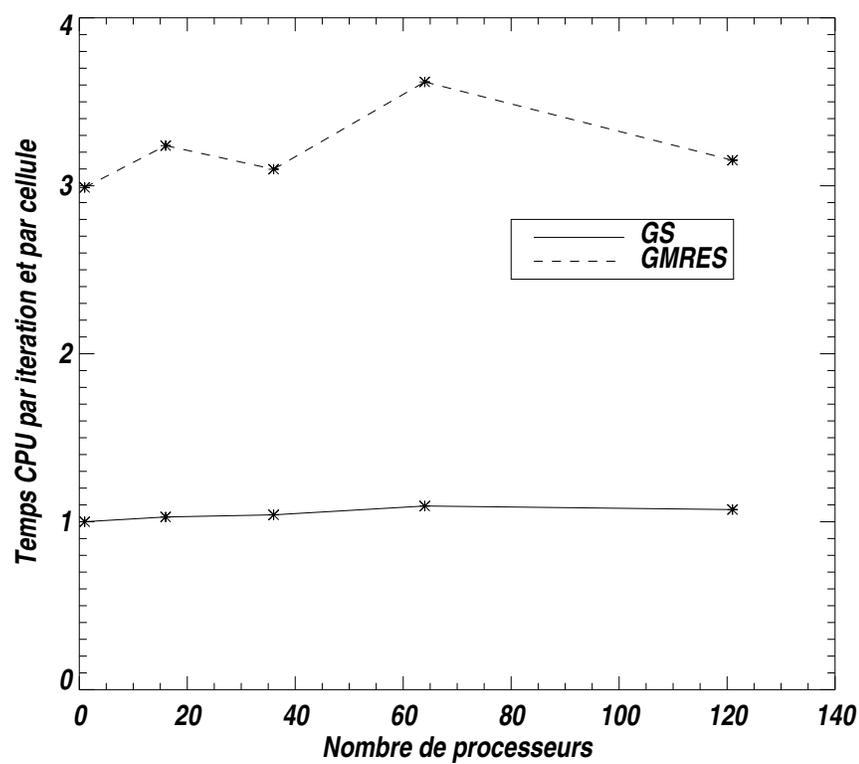


FIG. 2.4 – Temps CPU normalisé en fonction du nombre de processeurs pour différentes simulations ayant un nombre de cellules fixes par processeur.

CHAPITRE 3

La validation de HERACLES

Sommaire

3.1	Tests purement radiatifs	46
3.1.1	L'ombre	46
3.1.2	Le faisceau	49
3.1.3	Les deux faisceaux convergents	49
3.1.4	Régime semi-transparent	52
3.1.5	Diffusion et albédo	53
3.1.6	Le "tophat"	55
3.2	Tests d'hydrodynamique radiative	59
3.2.1	Diffusion dans un fluide	59
3.2.2	Chocs radiatifs	60
3.3	Les développements futurs de HERACLES	64
3.3.1	Un maillage AMR	64
3.3.2	Un modèle multigroupe	65

Nous présentons dans ce chapitre les tests qui ont permis d'estimer la qualité physique du modèle utilisé, et de valider notre implémentation numérique d'HERACLES. Nous commençons tout d'abord par des tests purement radiatifs dans lesquels l'hydrodynamique est gelée. Tous ces tests montrent la capacité d'HERACLES à bien décrire des situations dans tous les régimes : diffusion, transport et semi-transparent. De plus, il se compare bien à des codes Monte-Carlo résolvant exactement l'équation de transfert et permet de traiter la diffusion physique des photons sans surcoût. Dans la seconde partie, nous mettons en mouvement le fluide. Les tests montrent qu'HERACLES résout bien le couplage matière - rayonnement ainsi que les termes comobiles. Enfin, la troisième partie met l'accent sur les développements futurs envisagés.

3.1 Tests purement radiatifs

3.1.1 L'ombre

Nous avons tout d'abord voulu mesurer la capacité du code à préserver l'anisotropie du rayonnement, propriété caractéristique des phénomènes d'ombre entre autres. Nous avons donc considéré un test bidimensionnel dans lequel un obstacle est éclairé, une ombre se développant derrière lui. Afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux de Hayes et Norman (2003), nous avons repris leur configuration. D'autres simulations avec un obstacle carré ont donné des résultats similaires.

Le test consiste à éclairer un nuage surdense ellipsoïdal dans un cylindre de longueur $L = 1$ cm et de rayon $R = 0.12$ cm. Ce nuage est situé sur l'axe de symétrie et au centre de la longueur : $(z_c, r_c) = (0.5, 0)$. Ses dimensions sont $(z_0, r_0) = (0.1, 0.06)$.

Initialement, le milieu est à l'équilibre $T_0 = T_r = 290$ K avec une densité homogène $\rho_0 = 1$ g cm⁻³ sauf dans le nuage qui est plus dense : $\rho_1 = 100\rho_0$. Le bord du nuage est lissé de telle manière que $\rho(z, r) = \rho_0 + \frac{\rho_1 - \rho_0}{1 + \exp \Delta}$ avec $\Delta = 10 \left[\left(\frac{z - z_c}{z_0} \right)^2 + \left(\frac{r - r_c}{r_0} \right)^2 - 1 \right]$.

L'opacité du milieu est une fonction de la densité et de la température : $\sigma = \sigma_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-3.5} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2$ avec $\sigma_0 = 0.1$ cm⁻¹. Ainsi, le libre parcours moyen du photon est initialement de 10 cm dans le cylindre et de 10⁻⁵ cm dans le nuage.

À l'instant $t = 0$, une source uniforme de température $T_r = 1740$ K est allumée à gauche du cylindre. Le libre parcours moyen du photon étant beaucoup plus faible dans le nuage (de six ordres de grandeur), une ombre se développe derrière lui. Tant que la lumière n'a pas traversé le nuage, cette ombre doit rester stable.

Cartes de température

La figure 3.1 représente la température radiative pour trois simulations faites sur une grille 280x80. La première (graphique du haut) résolvait l'équation de diffusion qui, on le rappelle, est isotrope. Le temps de sortie est $t = 0.1$ s, ce qui correspond à 3 10⁹ temps de traversée de la boîte de simulation à la vitesse de la lumière. On peut voir que l'ombre a complètement disparu. Cela est dû à la fermeture isotrope du modèle. Le flux radiatif est toujours colinéaire au gradient d'énergie radiative. Deux régions de même opacité à des énergies radiatives différentes ne peuvent jamais coexister. L'ombre ne peut donc pas être préservée. Les deux autres simulations résolvent les équations du modèle M₁ et ne se différencient que par le calcul des valeurs propres. Dans le premier cas (graphique du milieu), les valeurs propres ne sont pas calculées et sont prises de façon arbitraire égales à $\pm c$, tandis que pour le second cas (graphique du bas), elles sont exactes.

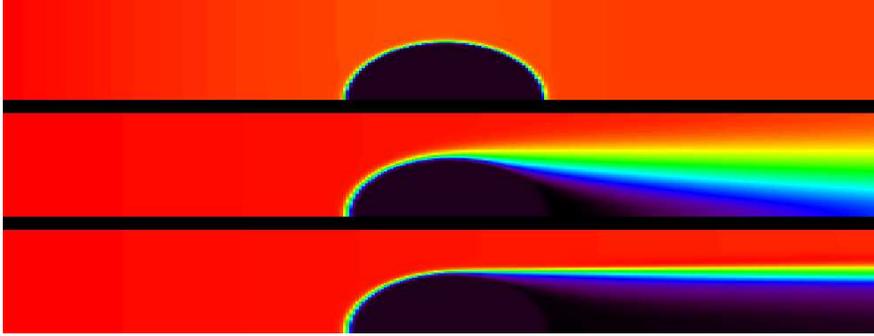


FIG. 3.1 – Température radiative dans le test de l’ombre avec l’approximation de la diffusion (graphique du haut), le modèle M_1 avec les valeurs propres fixées (graphique du milieu) et le modèle M_1 avec les valeurs propres calculées (graphique du bas).

Il convient de noter que l’approximation classique de diffusion est beaucoup plus diffusive que le premier schéma avec M_1 . Dans ce cas, l’ombre, bien que largement entamée, est en effet préservée. Comme attendu, la première méthode avec M_1 est tout de même plus diffusive que la seconde. L’amélioration obtenue dans ce dernier cas est facile à comprendre lorsqu’on regarde les valeurs propres exactes du système (cf. § 2.2.1 et figure 2.1). En effet, dans le cas d’un flux parallèle à l’interface, les deux valeurs propres extrêmes du système sont égales en norme, mais de signe opposé. Le flux HLLE à l’interface (cf. équation 2.19) s’écrit alors :

$$\mathcal{F}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\mathcal{F}_i - \mathcal{F}_{i+1}}{2} - \frac{\lambda_{i+\frac{1}{2}}^+}{2}(\mathcal{U}_{i+1} - \mathcal{U}_i) \quad (3.1)$$

De plus, si le flux réduit est unitaire, on a vu que les quatre valeurs propres sont nulles. Le second terme dans le flux HLLE, correspondant à un terme de diffusion numérique, disparaît dans ce cas. Le traitement adéquat des vitesses de propagation dans le schéma HLLE permet de garder sous contrôle la diffusion numérique entre les régions éclairées et l’ombre.

Pour comparer ces résultats avec ceux présentés dans la figure 10 de Hayes et Norman (2003), nous avons tracé un profil radial de la température radiative (cf. figure 3.2). On peut voir que notre ombre est mieux préservée que la leur. Derrière leur nuage, la température atteint des valeurs proches de 800 K tandis que dans notre test, elle reste à la valeur initiale de 290 K.

Temps de propagation

Il peut aussi être intéressant de comparer les vitesses de propagation du front radiatif entre le modèle de diffusion et le modèle M_1 . Pour la diffusion, la longueur caractéristique varie comme la racine carrée du temps : $L \propto \sqrt{2\alpha t}$

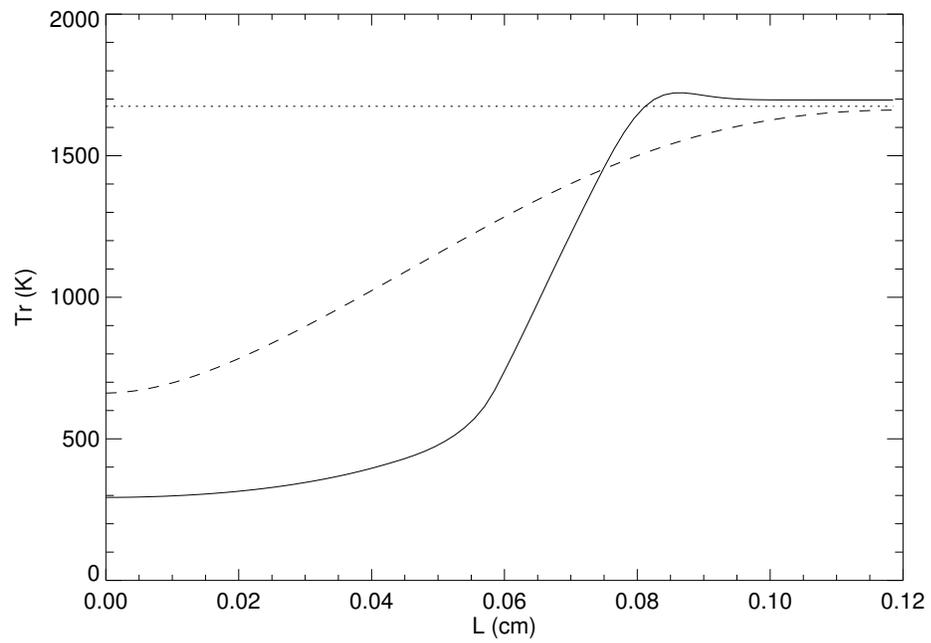


FIG. 3.2 – Profil radial de la température matière dans le test de l'ombre avec l'approximation de la diffusion (pointillés), le modèle M_1 avec valeurs propres fixées (tirets) et le modèle M_1 avec valeurs propres calculées (trait plein).

où α est le coefficient de diffusion. Dans notre exemple, cela signifie que la lumière traverse la boîte en quelques 10^{-9} s, tandis qu'en réalité, elle ne met que $3.33 \cdot 10^{-11}$ s, puisqu'elle se propage dans un milieu transparent. Cette valeur est bien celle obtenue dans les deux simulations utilisant le modèle M_1 .

3.1.2 Le faisceau

Dans le test précédent, la diffusion numérique est limitée parce que le faisceau lumineux est aligné avec un axe de la grille de simulation, et que notre méthode de discrétisation en volumes finis s'appuie aussi sur cet axe. Nous avons donc fait un autre test où le faisceau se propage avec un angle incident non nul (Richling *et al.* 2001).

Dans ce test, le maillage comporte 128x128 cellules et couvre le domaine $x = [-1, 1]$ et $y = [-1, 1]$. Le faisceau entre à $x = -1$ dans l'intervalle $y = [-0.875, -0.750]$ avec un angle de 45° et avec un flux réduit unitaire. Initialement, la température est à $T = T_r = 300$ K, tandis que le faisceau est à $T = T_r = 1000$ K. La diffusion (physique) est négligée tout comme l'absorption et l'émission : $\sigma = 0$. Le faisceau doit donc normalement traverser le milieu sans subir aucune dispersion.

Nous avons fait deux simulations, l'une avec des valeurs propres fixes et l'autre avec les valeurs propres exactes. La figure 3.3 montre les résultats obtenus. Si l'on trace un profil de l'énergie radiative, le rayon est à l'origine une marche échantillonnée sur huit cellules. À l'état stationnaire, on constate que dans le cas des valeurs propres fixes, la largeur à mi-hauteur correspond à environ 30 cellules (cf. figure 3.4). Lorsque les valeurs propres sont calculées, cette largeur à mi-hauteur tombe à 24 cellules. La diffusion numérique a donc été réduite de 20%. Ce test montre que le calcul des valeurs propres permet de garder sous contrôle la diffusion numérique, y compris dans une direction non alignée avec le maillage. Dans ce cas, nos résultats se comparent bien avec ceux de Richling *et al.* (2001) lorsqu'ils utilisent une grille fixe. Lorsqu'ils ont recours à des techniques de raffinement de maillage, leur résultat devient meilleur que le nôtre.

3.1.3 Les deux faisceaux convergents

Après avoir montré les bonnes propriétés de M_1 dans le cas d'un faisceau lumineux, il faut tout de même évoquer ses limitations. Elles proviennent principalement de la moyenne sur les angles solides pour passer de l'équation du transfert aux équations aux moments. On perd ainsi la superposition de tous les photons ayant des directions de propagation différentes pour ne conserver qu'une seule composante résultante.

Il est intéressant de s'attarder un moment sur ce que donne le modèle lorsqu'on fait converger deux faisceaux lumineux. Dans le cas de l'hydro-

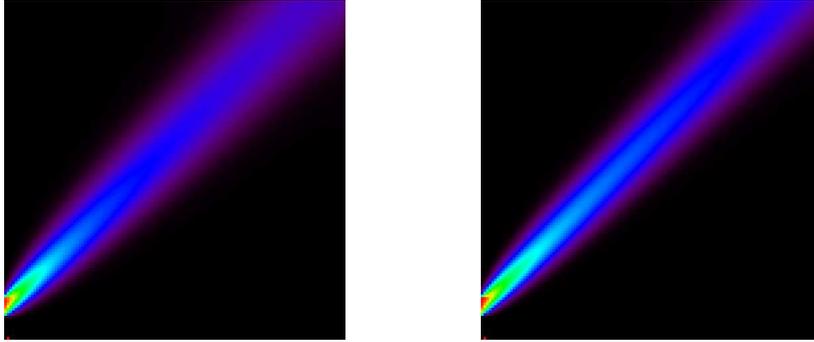


FIG. 3.3 – Énergie radiative dans le test du faisceau : valeurs propres égales à $\pm c$ (gauche) ou calculées (droite).

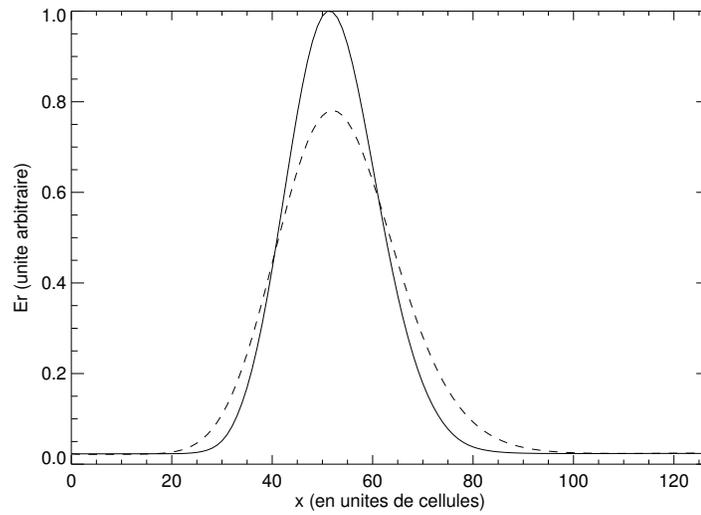


FIG. 3.4 – Coupe horizontale dans la figure 3.3 à mi-hauteur. Le trait plein correspond aux valeurs propres calculées et les tirets aux valeurs propres fixes.

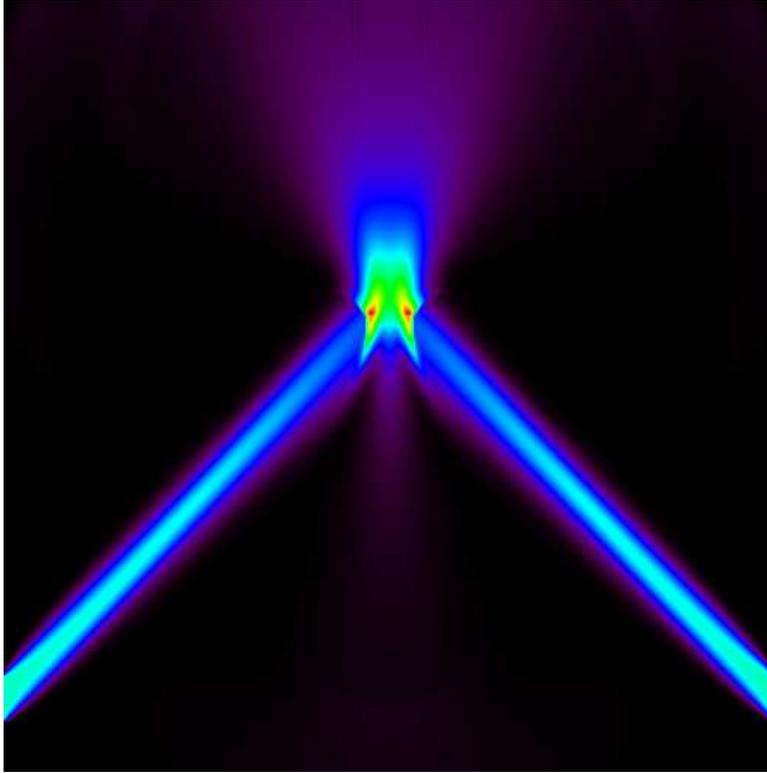


FIG. 3.5 – Énergie radiative dans le test des deux faisceaux convergents.

dynamique, les deux faisceaux se mêlent complètement pour n'en former plus qu'un ayant comme direction la somme vectorielle des deux directions incidentes. Pour ce qui est du rayonnement, la probabilité d'interaction physique des photons étant nulle, les deux faisceaux se croisent sans interagir. La figure 3.5 montre qu'HERACLES a un caractère plus proche de l'hydrodynamique que de la réalité. Les deux faisceaux entrent dans la boîte avec le même angle par rapport au maillage donc le faisceau convergent émergent est vertical. On peut toutefois noter une différence sensible par rapport à l'hydrodynamique : un léger faisceau apparaît aussi dans la direction verticale mais dirigé vers le bas. Cela peut être expliqué facilement : même avec un flux radiatif nul, l'émission d'énergie n'est pas nulle. La fonction de distribution des photons étant une planckienne, d'émission isotrope, il est logique d'avoir une émission plus ou moins isotrope au point de rencontre des deux faisceaux.

Une autre façon d'aborder cette limitation est de considérer une réflexion sur un mur. Si on prend comme conditions aux limites sur le mur des conditions réflexives, cela équivaut à considérer la moitié de la simulation précédente. On obtient exactement le même résultat, et non la réflexion spéculaire attendue.

L'impossibilité pour HERACLES de traiter des directions superposées est une limitation qui peut être en partie résolue par la mise en place de demi-flux et non de flux aux interfaces (Turpault *et al.* 2004). On conserve alors une information à chaque interface de l'intensité qui rentre et de celle qui sort de la cellule. Cette éventuelle amélioration serait un investissement numérique lourd et n'est nécessaire pour obtenir de meilleurs résultats que dans peu de situations, comme le montrent les bons résultats obtenus dans tous les tests qui vont suivre. De plus, le modèle des demi-flux permet de bien prendre en compte une situation avec deux directions privilégiées, mais il est impropre à décrire un problème en ayant plus de deux. Nous pouvons envisager d'introduire cette amélioration, mais ce n'est pas une priorité immédiate. Nous préférons privilégier des développements plus urgents (cf. § 3.3).

Nous avons jusqu'ici considéré des situations proches de la limite du transport, pour laquelle le modèle physique M_1 est exact. Les tests précédents sont donc une validation de l'implémentation numérique du code. À présent, nous allons présenter des tests validant la physique du modèle M_1 .

3.1.4 Régime semi-transparent

Nous avons vu dans le chapitre 1 que le modèle M_1 était exact dans les limites de diffusion et de transport, et qu'il reposait sur une minimisation de l'entropie radiative entre ces deux limites. Nous présentons ici un exemple de régime semi-transparent, pour lequel la validité du modèle M_1 doit être prouvée.

Étant intéressés par le régime semi-transparent, nous avons pris une largeur de boîte égale à sept libres parcours moyens de photon, et échantillonnée sur cinquante cellules. Le coefficient d'absorption étant $\sigma = 10^{-12} \text{ cm}^{-1}$, les dimensions de notre boîte de simulation sont $L_x = 7.5 \cdot 10^{12} \text{ cm}$ et $L_y = 3.7 \cdot 10^{12} \text{ cm}$. Elle est remplie de gaz à l'équilibre matière-rayonnement, à une densité de $10^{-15} \text{ g cm}^{-3}$ et entourée de vide. Un flux radiatif horizontal de $5.4 \cdot 10^4 \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$ est initialisé et nous nous intéressons au régime stationnaire. Ce test peut être vu comme une étoile d'une luminosité solaire éclairant son disque de gaz environnant à une distance approximative de cinq unités astronomiques (correspondant à la distance Soleil-Jupiter).

La figure 3.6 montre les isothermes obtenus à l'équilibre par HERACLES et par un code Monte-Carlo (Dullemond et Turolla 2000, Dullemond et Natta 2003). Les deux résultats s'accordent avec une bonne précision. On peut voir sur les isothermes le bruit inhérent à la méthode Monte-Carlo. Du fait de la nature statistique de cette méthode, les isothermes obtenus présentent de légères oscillations dues au bruit de photon. Les différences entre les deux méthodes peuvent être dues au modèle M_1 lui-même ou bien à la gestion légèrement différente des conditions aux limites.

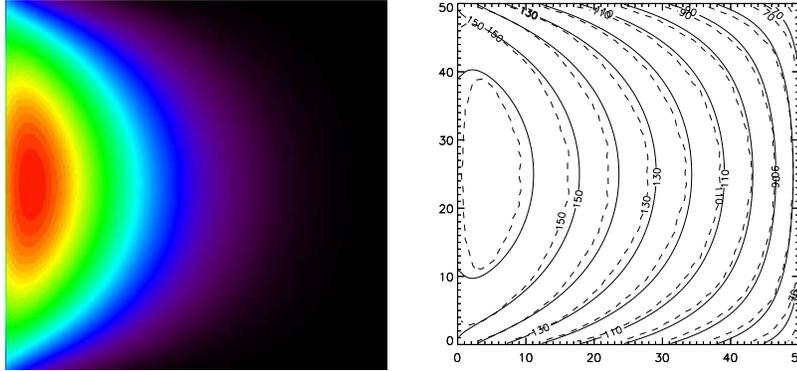


FIG. 3.6 – À gauche : carte 2D de température obtenue avec HERACLES dans le test du régime semi-transparent. À droite : isothermes associés (trait plein) et obtenus avec un code Monte-Carlo (tirets).

Il est important de noter que la géométrie de ce test est complexe : le rayonnement fuit par tous les côtés, ce qui rend l'écoulement très anisotrope. De plus, le code Monte-Carlo résout exactement l'équation de transfert. Ainsi, le bon accord entre les deux méthodes valide notre modèle, à la fois physiquement et numériquement.

3.1.5 Diffusion et albédo

Encouragés par les résultats précédents, nous avons voulu tester la pertinence du modèle M_1 dans la description de la diffusion physique des photons. En effet, la diffusion est un phénomène très important en astrophysique. Nous nous sommes pour l'instant restreints à une diffusion isotrope, mais le modèle peut être étendu à une diffusion anisotrope. Nous allons montrer qu'il permet de traiter cette diffusion sans surcoût et avec une bonne précision.

Il nous faut d'abord introduire quelques nouvelles notations utilisées dans le domaine de la diffusion. Tout d'abord, il convient de réécrire l'équation du transfert (cf. équation 1.12) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla\right) I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) &= \sigma_a^\nu (B(\mathbf{x}, t, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)) - \sigma_s^\nu I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) \\ &\quad + \sigma_s^\nu \int_{4\pi} p^\nu(\mathbf{n}, \mathbf{n}') I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}', \nu) d\mathbf{n}' \quad (3.2) \\ &= \sigma_t^\nu (S^\nu(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu) - I(\mathbf{x}, t; \mathbf{n}, \nu)) \quad (3.3) \end{aligned}$$

en notant $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s$ l'absorption totale et S la fonction source. Dans le cas sans diffusion, la fonction source est tout simplement égale à la planckienne.

Lorsqu'on résout directement l'équation de transfert, le traitement de la diffusion demande de calculer une nouvelle intégrale sur les angles solides de

l'intensité spécifique (cf. équation 3.2), ce qui est très coûteux. À l'inverse, rajouter cette diffusion dans le modèle M_1 ne constitue pas un gros travail (mathématiquement et numériquement), puisqu'elle n'apparaît qu'à travers le terme source de l'équation d'évolution du flux et non de l'énergie (cf. système 1.16). Cela vient du fait que la diffusion élastique redistribue les photons en directions sans changer leur fréquence (donc leur énergie).

On définit l'albédo comme étant l'importance de la diffusion par rapport à l'extinction :

$$\omega = \frac{\sigma_s^\nu}{\sigma_a^\nu + \sigma_s^\nu} \quad (3.4)$$

Lorsque $\omega = 0$, le milieu est purement absorbant tandis que lorsque $\omega = 1$, il est purement diffusif.

Dans le cas d'une diffusion isotrope, l'équation (3.3) conduit à une fonction source égale à

$$S^\nu = (1 - \omega)B(\mathbf{x}, t, \nu) + \frac{\omega}{4\pi}cE_r^\nu \quad (3.5)$$

et dans le cas d'un modèle gris, en intégrant cette équation sur les fréquences, on obtient :

$$S = \frac{a_r c}{4\pi} ((1 - \omega)T^4 + \omega T_r^4) \quad (3.6)$$

Nous voulions refaire le test de la section précédente, mais en y ajoutant la diffusion. Toutefois, afin de pouvoir comparer nos résultats avec d'autres, nous avons changé l'échelle du problème et nous avons emprunté les conditions initiales aux travaux de thermique de Crosbie et Schrenker (1984), qui proposent une méthode semi-analytique pour résoudre ce problème. On considère une boîte dont les dimensions sont $L_x = \tau_{x0}$ et $L_y = 2\tau_{y0}$ où $\tau_x = (\sigma_F + \sigma_s)x$ et $\tau_y = (\sigma_F + \sigma_s)y$ sont les coordonnées optiques. Cette boîte est éclairée par la gauche par une source à la température T_s et on s'intéresse à l'état stationnaire.

Dans un premier temps, nous avons pris $\tau_{x0} = 1$, $\tau_{y0} = 5$ et avons échantillonné chaque direction sur cent cellules. Nous avons choisi ces conditions particulières car elles reproduisent un milieu rectangulaire pour lequel l'effet de l'albédo est important. La figure 3.7 représente les isocontours de l'énergie radiative normalisée $(T_r/T_s)^4$ à cinq valeurs (0.3, 0.4, 0.5, 0.6 et 0.7) pour $\omega = 1$ en trait plein, et $\omega = 0.9$ en tirets. Cette figure est très semblable à la figure 12c de Crosbie et Schrenker (1984), reproduite en figure 3.9. Comme prévu, les isocontours pénètrent plus loin dans le domaine quand il n'y a pas d'absorption. Dans le cas contraire, l'énergie radiative est plus importante.

La différence relative en termes de distance parcourue entre nos résultats et les leurs reste en deçà de 5%. Mais pour HERACLES, contrairement aux autres méthodes, le traitement de la diffusion est presque gratuit en termes

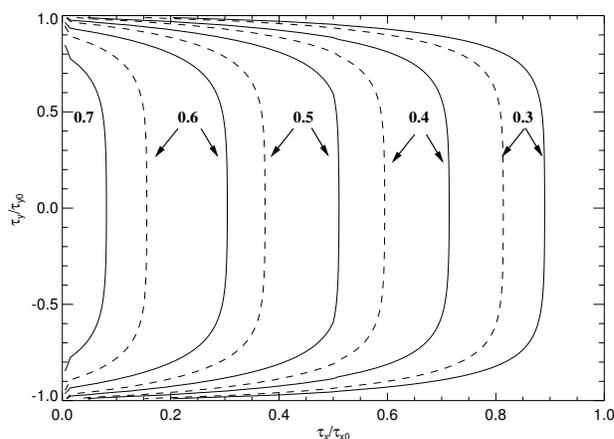


FIG. 3.7 – Isocontours de l’énergie radiative normalisée pour $\omega = 1$ (trait plein) et $\omega = 0.9$ (tirets) dans le cas où $\tau_{x0} = 1$ et $\tau_{y0} = 5$.

de coût numérique. En effet, dans notre cas, prendre en compte la diffusion revient à modifier légèrement le terme source de l’équation d’évolution du flux radiatif, sans changer le nombre d’opérations par itération dans le solveur implicite.

Il est intéressant d’étudier ensuite l’influence de l’albédo dans une autre géométrie. Dans le cas ci-dessus, la profondeur optique est plus grande dans la direction verticale que dans la direction horizontale. Considérons maintenant le cas inverse en prenant : $\tau_{x0} = 1$ et $\tau_{y0} = 0.25$. La figure 3.8 montre les résultats obtenus, en très bon accord avec la figure 12d de Crosbie et Schrenker (1984) reproduite en figure 3.9. On constate une fois encore le même comportement : la pénétration des isocontours croît avec l’albédo. Toutefois dans cette géométrie, on remarque que l’influence de l’albédo est beaucoup plus limitée que dans le cas précédent. La profondeur optique latérale étant faible, le rayonnement diffuse très facilement latéralement en dehors de la boîte, avant même que l’absorption ne joue un rôle.

3.1.6 Le “tophat”

Notre dernier test purement radiatif est connu sous le nom de test du “tophat” (Gentile 2001). Ce test a l’avantage de regrouper toute la physique sous-jacente aux problèmes de transfert radiatif. Il est très contraignant puisqu’il fait intervenir à la fois des régions de transport, de diffusion, des ombres et que les résultats dépendent fortement de la bonne description du chauffage et de la réémission par la matière.

Dans ce problème, un tuyau cylindrique coudé est éclairé par une de ses extrémités. Le rayonnement doit contourner un obstacle se situant à l’intérieur du tuyau pour sortir par l’autre extrémité. La géométrie est représentée

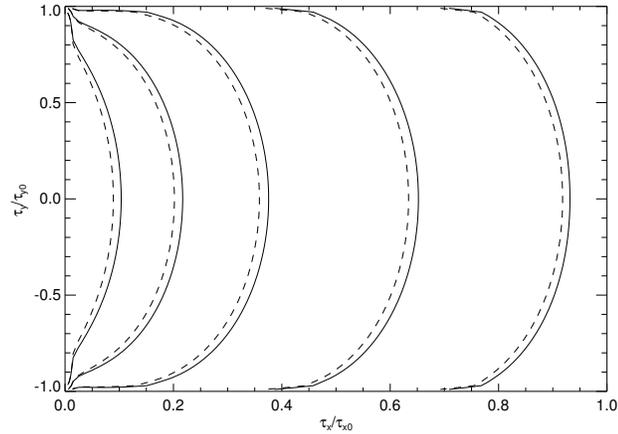


FIG. 3.8 – Isocontours de l'énergie radiative normalisée pour $\omega = 1$ (trait plein) et $\omega = 0.9$ (tirets) dans le cas où $\tau_{x0} = 1$ et $\tau_{y0} = 0.25$. Les niveaux correspondent aux valeurs 0.05, 0.1, 0.2, 0.3 et 0.4. .

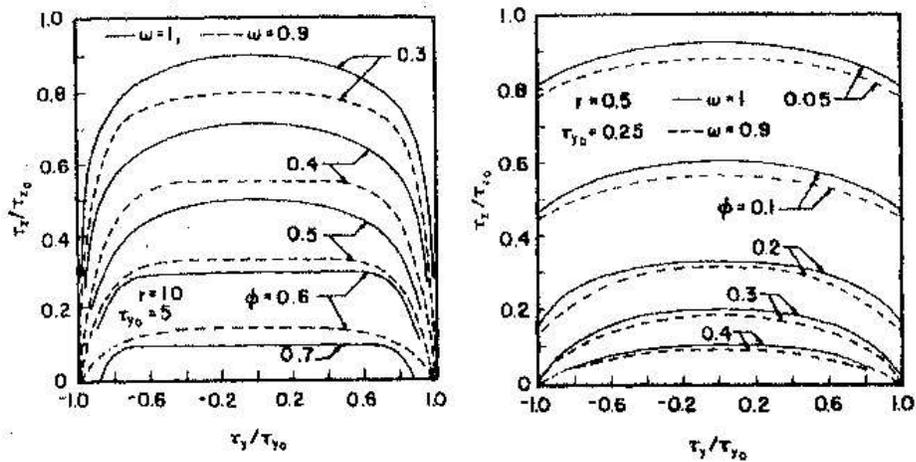


FIG. 3.9 – Résultats de Crosbie et Schrenker (1984). À gauche, leur figure 12c est à comparer à notre figure 3.7. À droite, leur figure 12d est à comparer à notre figure 3.8.

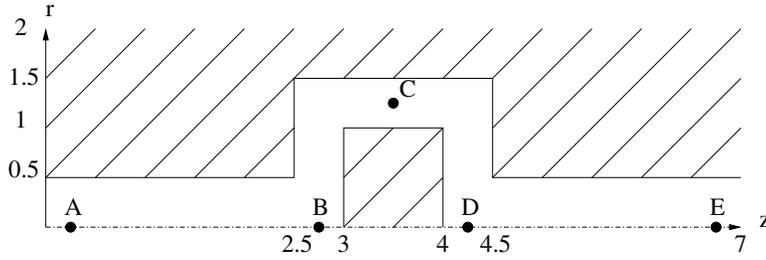


FIG. 3.10 – Schéma de la géométrie du test du “tophat”. L’unité de distance est le centimètre. La boîte de simulation est un cylindre $(r, z) = [0, 2] \times [0, 7]$. Le tuyau peut être divisé en trois régions. La première est un cylindre de rayon 0.5 qui s’étend de $z = 0$ à $z = 2.5$ et de $z = 4.5$ à $z = 7$. La deuxième est un cylindre de rayon 1.5 qui s’étend de $z = 2.5$ à $z = 3$ et de $z = 4$ à $z = 4.5$. Enfin, la troisième est une coquille cylindrique de rayon intérieur 1 et rayon extérieur 1.5 qui s’étend de $z = 3$ à $z = 4$. Les cinq points caractéristiques sont $A(r=0 ; z=0.25)$, $B(0 ; 2.75)$, $C(1.25 ; 3.5)$, $D(0 ; 4.25)$, $E(0 ; 6.75)$.

dans la figure 3.10.

Les deux matériaux ont une capacité calorifique $c_v = 10^{15} \text{ erg g}^{-1} \text{ keV}^{-1}$ identique, mais leur densité et leur opacité diffèrent :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho = 10 \text{ g cm}^{-3} & \text{et } \sigma = 2000 \text{ cm}^{-1} \text{ dans la région hachurée} \\ & \text{de la figure 3.10} \\ \rho = 0.01 \text{ g cm}^{-3} & \text{et } \sigma = 0.2 \text{ cm}^{-1} \text{ dans le tuyau} \end{array} \right.$$

L’unité temporelle \tilde{s} est telle que $c = 300 \text{ cm } \tilde{s}^{-1}$. On étudie la simulation jusqu’à ce que le rayonnement chauffe l’extrémité du tuyau, au temps $t_{final} = 100 \tilde{s}$. La boîte de simulation est échantillonnée par 400×1400 cellules.

À l’origine, le milieu est à l’équilibre avec $T = T_r = 0.05 \text{ keV}$ en tout point. À $t = 0$, une source uniforme à $T_s = 0.5 \text{ keV}$ est allumée à l’extrémité gauche du tuyau.

On s’intéresse à l’évolution temporelle de la température matière aux cinq points caractéristiques A, B, C, D et E. La figure 3.11 montre les résultats obtenus. Les points A et B sont situés dans le tuyau avant l’obstacle. Leur température dépend donc de la bonne capacité du code à retrouver la limite de transport. Les courbes associées à ces deux points montrent un bon accord avec les résultats de Gentile (2001). Les trois courbes suivantes dépendent de façon cruciale des équations physiques résolues. En effet, dans un modèle de diffusion, les photons contournent l’obstacle très facilement puisque la fonction de distribution des photons est isotrope. Mais, en réalité, les photons sont absorbés par l’obstacle, qui est chauffé, puis sont réémis par les murs chauffés. Cela permet aux photons arrivant horizontalement

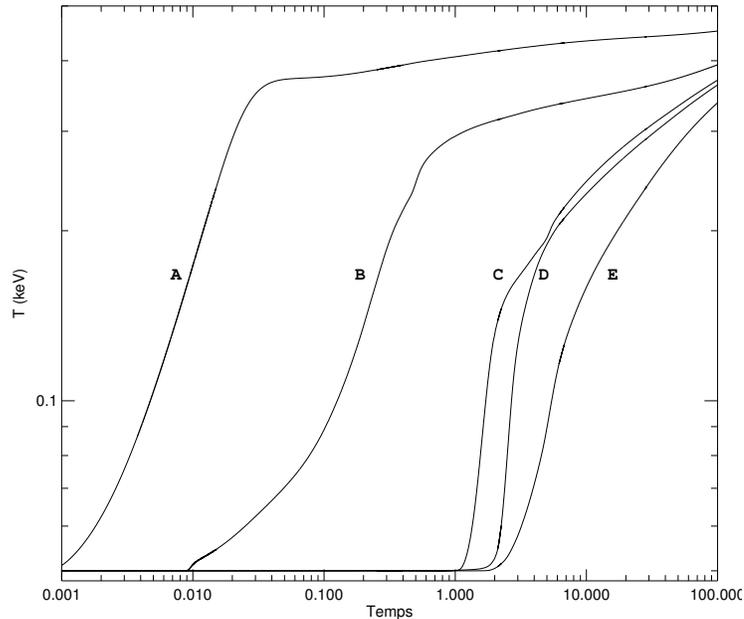


FIG. 3.11 – Température matière aux cinq points caractéristiques du test du “tophat”.

sur l’obstacle d’être réemis avec une composante verticale non nulle, et ainsi de suite, jusqu’à contourner l’obstacle. Pour ces trois dernières courbes, nos résultats se comparent qualitativement bien avec ceux de Gentile (2001), bien que des différences existent : le point E est chauffé plus vite, le point C est chauffé un peu plus tard... La géométrie de ce test étant particulièrement complexe, il est considéré comme une figure de mérite pour les codes radiatifs. Il n’est pas beaucoup utilisé et le petit nombre de résultats publiés ne permet pas de multiplier les comparaisons. Toutefois, on peut voir que notre modèle, bien que simple, se compare bien avec des codes fondés sur les techniques Monte-Carlo qui résolvent exactement l’équation du transfert.

Nous avons présenté dans cette section des tests purement radiatifs. Les premiers, se plaçant dans le régime de transport dans lequel le modèle physique M_1 est exact, ont permis de valider l’implémentation numérique d’HERACLES. Ils ont montré en particulier qu’HERACLES conserve bien la structure d’écoulements à forte anisotropie. Nous avons ensuite fait d’autres tests pour caractériser la validité physique du modèle M_1 dans le régime semi-transparent, dans le traitement de la diffusion physique des photons, ainsi que dans une configuration très complexe comme le “tophat”. Dans tous les cas, HERACLES a montré qu’il se comparait bien aux méthodes Monte-Carlo qui résolvent exactement l’équation du transfert. Notre but étant de

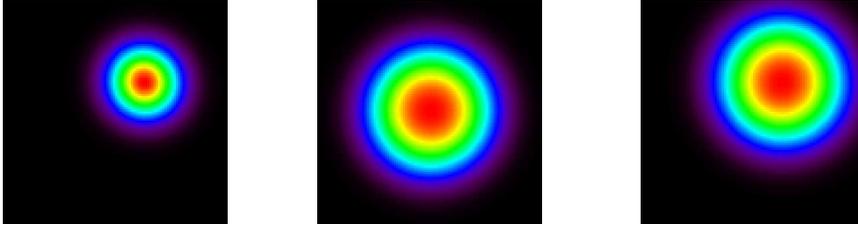


FIG. 3.12 – Énergie radiative dans le test de diffusion : advection pure, diffusion statique, diffusion dans un fluide en mouvement.

développer un code d'hydrodynamique radiative, nous allons maintenant considérer des tests où l'hydrodynamique évolue.

3.2 Tests d'hydrodynamique radiative

L'hydrodynamique radiative est l'étude du couplage dynamique entre matière et rayonnement. Étant donné que la résolution des équations dans HERACLES est divisée en plusieurs étapes, nous devons nous assurer que cette division n'altère pas le couplage. Nous considérons dans un premier temps un test où le couplage est faible, puis nous étudions le cas d'un couplage dynamique plus fort.

3.2.1 Diffusion dans un fluide

Nous commençons par un test très simple qui compare la diffusion dans un fluide en mouvement et un fluide au repos. Nous considérons une impulsion gaussienne et comparons deux effets : l'advection par le fluide et la diffusion par le rayonnement.

Nous utilisons une grille cartésienne de 100x100 cellules. À $t = 0$, une impulsion gaussienne en énergie radiative est initialisée au centre de la boîte de simulation. Nous calculons un premier cas sans aucun terme de couplage. Le fluide étant en mouvement dans la direction d'une diagonale de la simulation, l'énergie est advectée comme un scalaire passif le long de cette diagonale. Dans un deuxième temps, on s'intéresse à la diffusion statique par le biais d'une simulation d'hydrodynamique radiative mais en considérant le fluide au repos. Enfin, ces deux tests sont combinés pour étudier la diffusion dynamique : une impulsion gaussienne est initialisée dans un fluide en mouvement le long d'une diagonale et le rayonnement est pris en compte.

La figure 3.12 représente l'énergie radiative dans ces trois cas, tandis que les figures 3.13 et 3.14 représentent des coupes où l'impulsion est toujours recentrée d'un facteur $\mathbf{u}\Delta t$, avec \mathbf{u} la vitesse du fluide.

Dans le premier cas, l'impulsion gaussienne devrait être advectée sans en être affectée. On peut vérifier que la vitesse d'advection est correcte puisque

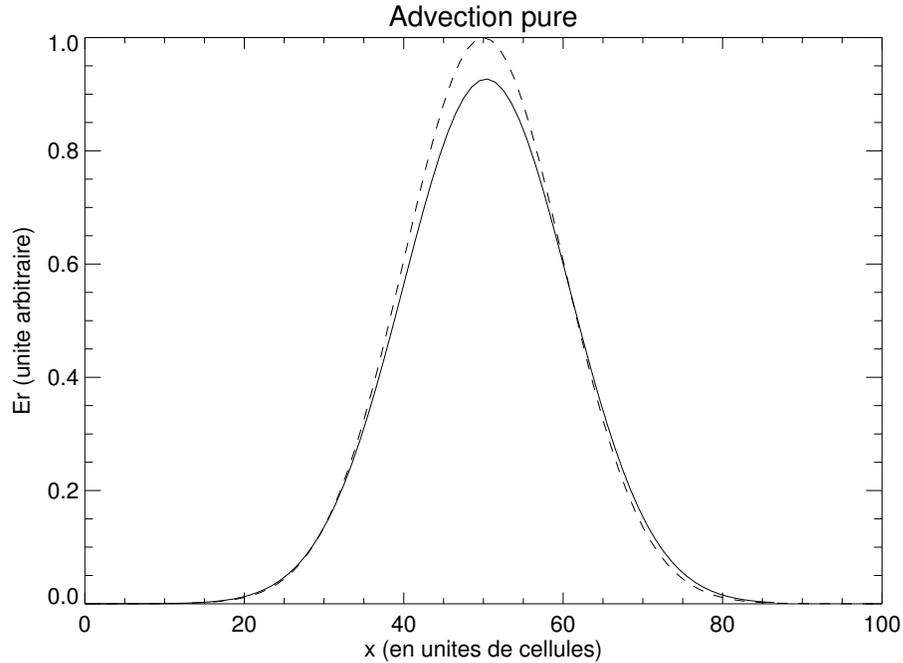


FIG. 3.13 – Énergie radiative pour l’advection pure : impulsion initiale (tirets) et après avoir traversé un huitième de la boîte (trait plein).

les deux gaussiennes sont centrées. L’impulsion n’est que très peu diffusée, puisque le maximum n’a décré que de 8% après avoir traversé douze cellules.

Quand on inclut le module d’hydrodynamique, toutes les impulsions sont encore une fois centrées, ce qui confirme le fait que l’advection se fait toujours à la bonne vitesse. De plus, la diffusion de l’impulsion dans les fluides en mouvement et au repos est très similaire (la différence maximum n’excède pas 2%). Notre traitement des termes comobiles préserve donc la bonne précision du schéma d’advection, et il n’y a pas de problème lors du couplage entre l’advection et les termes de diffusion. Ce test permet de valider notre résolution des équations en plusieurs étapes dans le cas d’un couplage faible entre matière et rayonnement. Considérons à présent le cas d’un couplage fort.

3.2.2 Chocs radiatifs

Nous nous intéressons ici aux chocs radiatifs, phénomènes dans lesquels le gaz et le rayonnement échangent de l’énergie. Nous nous attacherons à la physique des chocs radiatifs et à l’importance de cette thématique de façon plus étendue dans le chapitre 4. Cependant, nous faisons ici deux premiers tests pour montrer la capacité d’HERACLES à traiter ce type de phénomène. Il convient donc de détailler quelque peu ce qu’est un choc radiatif.

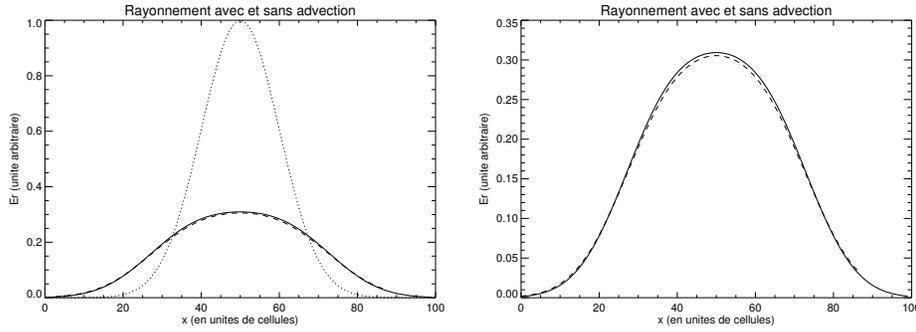


FIG. 3.14 – Énergie radiative pour la diffusion : impulsion initiale (pointillés) et à la fin de la simulation avec advection (tirets) ou sans (trait plein). La figure de droite est un zoom.

Au travers d'un choc hydrodynamique, la matière est comprimée et chauffée. Lorsque la température est suffisamment élevée, le gaz émet une partie conséquente de son énergie sous forme de photons. Si le milieu non perturbé est opaque à ce rayonnement, les photons sont réabsorbés et la matière est chauffée en amont du choc. Dans ce cas, un précurseur radiatif se développe et on qualifie l'ensemble choc hydrodynamique - précurseur radiatif de choc radiatif. Suivant que le choc radiatif est fort ou non, on en distingue deux types : les chocs sous-critiques et les chocs super-critiques (Mihalas et Mihalas 1984). Le paramètre qui permet de classer un choc radiatif dans l'une ou l'autre de ces catégories est la vitesse du fluide incident.

Lorsque la vitesse du fluide est faible, la température matière est beaucoup plus faible avant le choc qu'après, et la transition est rapide. C'est un choc sous-critique. À l'inverse, lorsque la vitesse du fluide augmente, les températures (radiative et matière) de chaque côté du choc sont égales. La transition est plus lente avec un gradient plus faible, le précurseur radiatif est plus long et un pic en température matière, d'une taille de quelques libres parcours moyens de photons, apparaît derrière le choc. C'est ce qu'on appelle un choc super-critique. Les profils spécifiques et les caractéristiques de ces chocs résultent du fort couplage entre matière et rayonnement. Nous allons étudier à présent les résultats donnés par HERACLES pour un choc radiatif appartenant à chacune de ces deux catégories.

Nous considérons un milieu homogène unidimensionnel dans lequel un fluide se déplace avec une vitesse uniforme de la droite vers la gauche, et considérons une condition aux limites à gauche réflexive. Un choc est donc généré à cette interface et remonte le flot de la gauche vers la droite. Les conditions initiales sont telles que $L_x = 7 \cdot 10^{10}$ cm (échantillonné sur 300 cellules) et $\rho = 7.78 \cdot 10^{-10}$ g cm⁻³. Le gaz est parfait avec un coefficient adiabatique de 7/5 et une température de 10 K en équilibre avec le rayonnement. Le milieu a un coefficient d'extinction constant : $\sigma = 3.1 \cdot 10^{-10}$ cm⁻¹.

On fait varier la vitesse du fluide pour passer d'un choc sous-critique à un choc super-critique.

Afin de pouvoir comparer nos résultats avec ceux obtenus dans Ensman (1994) et Hayes et Norman (2003), nous tracerons toujours dans les figures suivantes, les températures comme des fonctions de $x_i = x - ut$.

Choc sous-critique

Le premier test correspond à une vitesse initiale $u = -6 \text{ km s}^{-1}$, ce qui permet d'obtenir un choc sous-critique (cf. figure 3.15). Comme prévu, matière et rayonnement ne sont pas à l'équilibre : les températures diffèrent entre amont et aval. Nous avons fait deux séries de tests : une avec le modèle M_1 et une avec le modèle P_1 (tenseur d'Eddington diagonal isotrope). On constate que dans les deux cas, la position du choc est la même, et que les températures post-choc sont très similaires. Toutefois, des différences apparaissent dans le précurseur. Elles sont surtout importantes pour la température radiative. Le précurseur est étendu sur une plus large zone dans le modèle M_1 . Cela est dû à la capacité du modèle à prendre en compte des flux réduits importants et des fonctions de distribution des photons anisotropes. Dans le précurseur, le flux réduit est grand puisque sa valeur est proche de 0.9. Mais dans le modèle P_1 , le flux réduit est limité par $1/\sqrt{3}$. Le modèle M_1 , dans lequel le flux réduit peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 1, est donc mieux adapté pour décrire cette région.

Choc super-critique

En prenant comme vitesse initiale $u = -20 \text{ km s}^{-1}$, on obtient un choc super-critique (cf. figure 3.16). Dans ce cas, le précurseur radiatif est plus grand que dans le cas sous-critique. Les températures radiative et du gaz sont égales de part et d'autre du choc, ce qui montre que matière et rayonnement sont à l'équilibre sur une plus grande zone. Le pic en température matière situé derrière le choc est échantillonné sur 4-5 cellules, ce qui correspond à trois dixièmes de libre parcours moyen de photon. Dans le précurseur, matière et rayonnement sont à l'équilibre sur une zone étendue, impliquant un flux réduit faible. Ce n'est qu'au pied du précurseur que le flux réduit augmente significativement et que les températures matière et radiative diffèrent.

La capacité d'HERACLES à bien traiter les chocs radiatifs montre que notre méthode de résolution divisée en trois étapes (équations 2.2-2.5) n'altère pas le couplage entre matière et rayonnement.

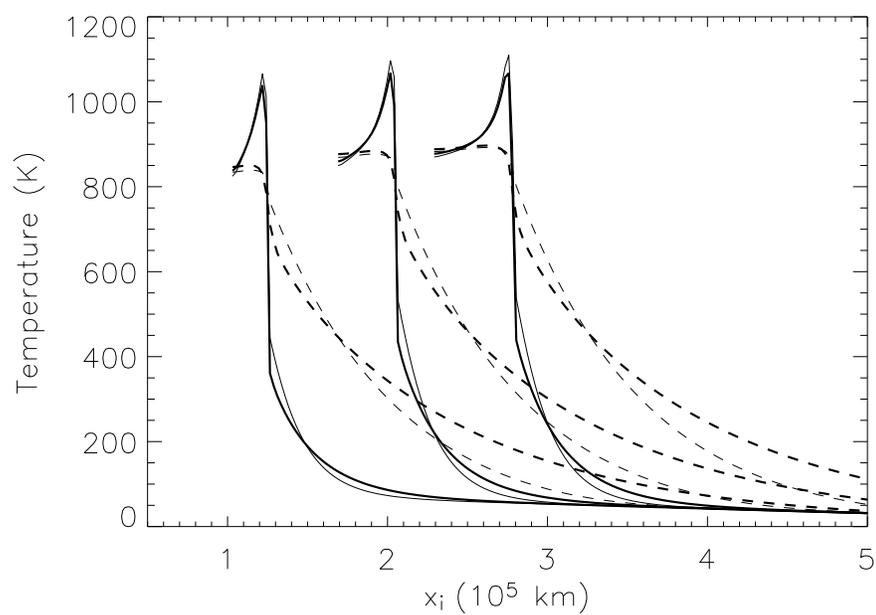


FIG. 3.15 – Choc sous-critique : températures du gaz (trait plein) et radiative (tirets) à $1.7e4$, $2.8e4$ et $3.8e4$ s obtenues avec le modèle M_1 (trait fort) ou avec le modèle P_1 (trait fin).

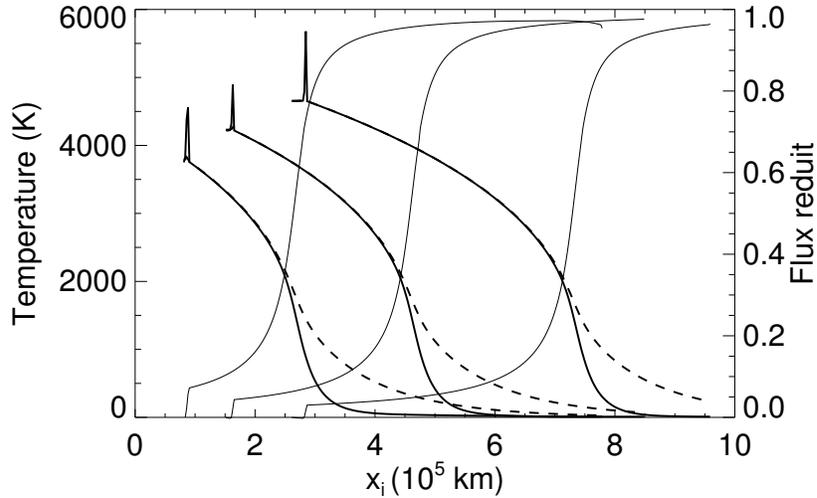


FIG. 3.16 – Choc super-critique : températures (trait fort) du gaz (trait plein) et radiative (tirets) à $4.0e3$, $7.5e3$ et $1.3e4$ s, et flux réduits correspondants (trait fin).

3.3 Les développements futurs de HERACLES

Nous avons décrit dans ce chapitre un ensemble de tests de validation physique et numérique du code HERACLES. En considérant l'hydrodynamique gelée et en se plaçant dans la limite de transport décrite de façon exacte par le modèle M1, nous avons dans un premier temps validé l'implémentation numérique du module de transfert radiatif. Les résultats obtenus montrent que le calcul des valeurs propres exactes permet de garder sous contrôle la diffusion numérique du schéma. Nous avons ensuite fait des tests pour valider la physique du modèle. Des comparaisons avec des codes Monte-Carlo ont montré qu'HERACLES est approprié pour modéliser les régimes semi-transparents ainsi que la diffusion physique des photons. Nous avons enfin testé le couplage matière - rayonnement par le biais de simulations d'hydrodynamique radiative. Elles ont prouvé que notre résolution des équations en plusieurs étapes n'altère pas ce fort couplage. Décrivons à présent deux développements futurs envisagés pour améliorer les performances d'HERACLES et étendre son champ d'applications.

3.3.1 Un maillage AMR

Pour des simulations tridimensionnelles à très haute résolution, le coût numérique du transfert radiatif risque d'être prohibitif. Une nette amélioration

ration pourrait ainsi être envisagée en passant à un maillage à raffinement adaptatif (AMR en anglais).

Cette méthode a été développée il y a une vingtaine d'années dans le cadre des systèmes hyperboliques (Berger et Olinger 1984). Elle a ensuite été largement utilisée pour l'hydrodynamique depuis les travaux de Berger et Colella (1989) mais a encore un faible impact sur l'hydrodynamique radiative. Ce n'est que depuis quelques années que cette méthode est appliquée dans ce domaine. HERACLES a sur ce plan un avantage certain. Les équations aux moments résolues ont exactement la même structure formelle que les équations hydrodynamiques. L'extension à un maillage AMR pour le module radiatif sera donc naturelle une fois l'hydrodynamique faite.

3.3.2 Un modèle multigroupe

L'une des principales limitations d'HERACLES réside dans l'utilisation d'un modèle gris, c'est-à-dire moyenné en fréquences. Il ne peut prendre en compte aucun déséquilibre fréquentiel. Pourtant, ce phénomène est très important et se retrouve souvent dans les applications physiques : un milieu peut être optiquement épais dans un domaine de longueur d'onde et transparent dans un autre. Ainsi, dans le milieu interstellaire, le rayonnement ionisant UV des étoiles est absorbé et réémis dans le domaine infrarouge. Dans la fusion par confinement inertiel avec attaque indirecte, c'est le laser qui est absorbé et la cavité réémet l'énergie dans le domaine X.

Lors de l'établissement du système à résoudre, on a vu que le système fréquentiel 1.16 était complètement similaire à celui intégré en fréquences (cf. système 1.23). On peut donc étendre très facilement les équations du cas gris au cas multigroupe. On aura à résoudre autant de systèmes que de groupes de fréquences choisis. La subtilité va encore une fois provenir de la fermeture à adopter. Le modèle M_1 a l'avantage d'avoir déjà été étendu au cas multigroupe (Turpault 2005). Le tenseur d'Eddington a dans ce cas toujours la même forme, mais la relation donnant le facteur d'Eddington est différente. Dans cet article, le calcul du facteur d'Eddington repose sur la minimisation de l'entropie radiative totale (au sens intégré sur tous les groupes de fréquences). Sous cette condition, cette relation de fermeture n'est plus analytique et fait intervenir des intégrales qu'il convient de tabuler. On pourrait toutefois imaginer dans un premier temps une relation de fermeture de la même forme que dans le cas gris pour chaque groupe de fréquences. Cette méthode n'aurait alors plus toute la rigueur mathématique sur laquelle pouvait s'appuyer le cas gris, mais la valeur de ce facteur d'Eddington ne varierait sans doute pas énormément, et cela permettrait de conserver l'avantage de M_1 : un faible surcoût numérique par rapport à la diffusion à flux limité.

CHAPITRE 4

Les chocs radiatifs

Sommaire

4.1	L’astrophysique de laboratoire	68
4.2	Qu’est-ce qu’un choc radiatif?	72
4.3	Effets bidimensionnels	75
4.3.1	Largeur du canal vs libre parcours moyen	75
4.3.2	Albédo des parois	77
4.3.3	Largeur du canal variable	81
4.3.4	Vers un choc stationnaire	82
4.4	L’expérience PALS	84
4.4.1	Le laser à disposition	85
4.4.2	Le protocole expérimental	85
4.4.3	Les résultats	86
4.4.4	La comparaison expérience-simulation	88
4.5	Le futur : la LIL et le LMJ	94

Ce chapitre est consacré à une première application d’HERACLES : la simulation des chocs radiatifs. Nous commençons tout d’abord par situer cette étude dans le cadre d’une nouvelle branche émergente de l’astrophysique, l’astrophysique de laboratoire, qui essaye de reproduire sur Terre les conditions plus ou moins extrêmes observées dans le ciel. Puis, nous caractérisons la différence entre choc hydrodynamique et choc radiatif en considérant le cas particulier d’un choc unidimensionnel stationnaire. La troisième partie est consacrée à l’étude numérique des effets bidimensionnels sur la structure et la dynamique des chocs radiatifs : pertes latérales, largeur du canal... La partie suivante décrit l’expérience menée à PALS (Prague) en novembre 2005 et à laquelle HERACLES a contribué pour le dimensionnement et pour l’exploitation des résultats. Enfin, nous terminons par une très brève description de la toute nouvelle installation LIL, Ligne d’Intégration Laser, (CEA, Bordeaux) et de son successeur le laser Mégajoule (LMJ) ainsi que des avancées qu’ils permettront d’atteindre.

4.1 L'astrophysique de laboratoire

Depuis une dizaine d'années, la puissance croissante des installations laser a contribué de manière primordiale à l'émergence de l'astrophysique de laboratoire. Cette discipline explore des domaines variés qui peuvent être classés en deux grandes catégories. La première a pour but de recréer sur Terre les conditions régnant dans les objets astrophysiques afin de mesurer les propriétés de la matière. Elle s'attache tout particulièrement aux domaines des opacités et des équations d'état. Quant à la seconde, elle reproduit, à des facteurs d'échelle très soigneusement définis, des situations dynamiques astrophysiques afin de mieux comprendre les observations. C'est le domaine des instabilités hydrodynamiques, des jets et de l'hydrodynamique radiative. Les données fournies par les expériences permettent également de valider les codes numériques. Cette étape est fondamentale et doit être réalisée avant d'utiliser ces mêmes codes pour modéliser les phénomènes observés en astrophysique. Nous détaillons ici quelques-uns des enjeux liés aux domaines de l'astrophysique de laboratoire.

Le calcul des opacités prend toute son importance lorsqu'on s'attache, par exemple, à décrire la structure interne et l'évolution d'une étoile. En effet, dans les intérieurs stellaires, des éléments lourds (carbone, oxygène, azote, néon, silicium, fer...) bien qu'en très faible quantité contribuent à eux seuls à l'essentiel de l'opacité de l'étoile. Cela est dû à la présence de couches électroniques non saturées et au grand nombre d'électrons des atomes lourds qui augmentent considérablement le nombre de transitions possibles, donc le nombre de raies gouvernant l'opacité. Le calcul d'opacités est le but du groupe international Opacity Project (Seaton *et al.* 1994) ou du code américain OPAL (Rogers et Iglesias 1994). Ces opacités sont par exemple utilisées pour étudier les pulsations des Céphéides. Ce sont des étoiles dont l'atmosphère se contracte et se dilate alternativement, du fait d'un déséquilibre auto-entretenu entre pression du gaz et gravité. Cette pulsation induit des changements de température et d'opacité qui sont responsables de la pulsation de la luminosité. L'amélioration des opacités de Rosseland et leur vérification expérimentale (da Silva *et al.* 1992) ont ainsi permis de mieux comprendre le déclenchement de ces oscillations (Moskalik *et al.* 1992). De même, une raie du fer observée en laboratoire et jusqu'alors inexploitée (transition VII-XII) a pu être identifiée dans un spectre du quasar IRAS 13349+2438 (Sako *et al.* 2001).

En ce qui concerne les équations d'état, elles concernent plus particulièrement le domaine des (exo-)planètes géantes et des naines brunes. L'équation d'état de l'hydrogène est, encore à l'heure actuelle, très mal connue pour des pressions très importantes (de l'ordre de la centaine de GPa) et les modèles théoriques ne s'accordent pas entre eux. On parle notamment de la possibilité pour l'hydrogène de se trouver dans un état métallique (Loubeyre 2005). Il s'agit d'un état dans lequel les atomes sont tellement condensés

que la matière est dégénérée, les électrons ne sont pas liés et se comportent donc comme les électrons d'un métal conducteur. Les expériences avec laser (Cauble *et al.* 2000) pourront discriminer les modèles et préciser les conditions pour lesquelles la transition métallique de l'hydrogène a lieu. Dans le cas de Jupiter ou Saturne par exemple, nous pourrions connaître plus précisément leur structure interne et donc leur processus de formation : coagulation de solides réfractaires ou bien sous l'effet d'instabilités dans le disque protoplanétaire gazeux.

Présentons à présent les enjeux liés à l'étude des processus dynamiques. Des phénomènes purement hydrodynamiques peuvent être étudiés de façon exacte en utilisant des lois d'échelle, afin de garder constants les nombres adimensionnés caractéristiques de la situation. Cette invariance par changement d'échelle cesse d'être rigoureuse en présence de processus faisant intervenir d'autres échelles qui leur sont propres, comme le transfert radiatif. Toutefois, les expériences reproduisent bien la dynamique et la structure des phénomènes observés.

Les courbes de lumière des supernovæ de type II ne peuvent s'expliquer que si l'on suppose que des éléments lourds comme le ^{56}CO et le ^{56}Ni issus des couches internes du progéniteur se mélangent aux éléments plus légers issus des couches externes. Le mécanisme habituellement invoqué pour expliquer ce mélange est l'instabilité de Rayleigh-Taylor se développant entre les différentes couches du progéniteur au moment de l'explosion. Cette instabilité est aussi à l'œuvre plus tard dans la vie de la supernova, sur l'onde de choc séparant le reste de supernova du milieu interstellaire environnant. Des expériences menées aux États-Unis (Kane *et al.* 1997) et en France (Baclet *et al.* 1999) ont montré la similitude entre expériences et observations.

D'autres expériences étudient la physique associée aux jets, phénomène récurrent en astrophysique (cf. chapitre suivant). Des jets hydrodynamiques (Stone *et al.* 2000, Rosen *et al.* 2006) ou magnéto-hydrodynamiques (Lebedev *et al.* 2005) sont créés. Dans cette thématique, on s'intéresse à l'interaction du jet avec le milieu interstellaire, qui peut être modélisé dans l'expérience par de la mousse.

Quant aux chocs radiatifs, ce sont des phénomènes ayant lieu dans beaucoup d'objets astrophysiques à des échelles spatiales et temporelles très différentes. On peut les rencontrer par exemple lors des tout premiers stades d'évolution d'une étoile. Le nuage moléculaire s'effondre sur lui-même sous l'effet de l'auto-gravité, créant à la fois une surdensité chaude en son centre (la proto-étoile) et un choc qui remonte le flot accréant. C'est un choc de flot d'accrétion (Stehlé et Chièze 2002). Ensuite, dans les atmosphères de certaines étoiles, on retrouve des chocs au cours de leur vie. Ce sont les étoiles variables telles que les Mira ou les RV Tauri (Gillet 1992, Lafon *et al.* 1992). Des chocs radiatifs ionisent sur leur passage les éléments de l'atmosphère et font varier la luminosité de l'étoile. Enfin, les étoiles les plus massives (masse supérieure à $8 M_{\odot}$) finissent leur vie en supernovæ. Lors de l'explosion, une

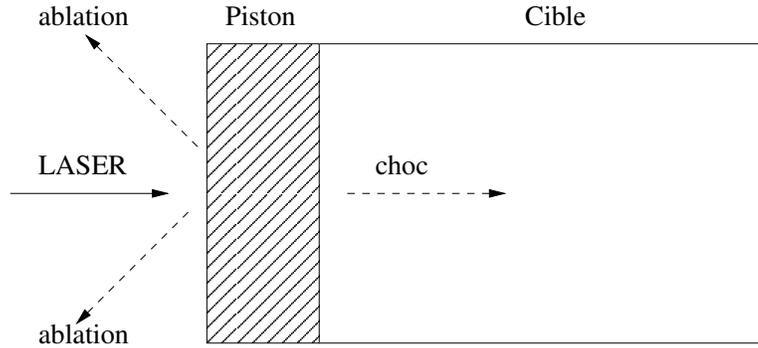


FIG. 4.1 – Schéma de principe d’une expérience de choc radiatif créé par laser.

onde de choc radiative est émise et se propage à travers le milieu interstellaire environnant en subissant des instabilités de type Rayleigh-Taylor (Baclet *et al.* 1999).

Les lasers disponibles auprès de la communauté se déclinent en deux grandes classes. La première regroupe les lasers “ultra-brefs” aux impulsions ultra-courtes, de quelques dizaines de femtosecondes, de faible énergie, autour du Joule voire moins, mais à ultra haute intensité, de l’ordre de $10^{18-20} \text{ W cm}^{-2}$. Ces lasers peuvent être utilisés pour accélérer des particules (jusqu’à des énergies de quelques dizaines de mégaélectron-volts pour des protons), créer de très forts champs électriques et magnétiques (de l’ordre du téravolt par mètre et du mégagauss respectivement) et seront à terme intéressants pour étudier la physique associée à l’astronomie de haute énergie. Quant à la seconde classe, elle regroupe les lasers de puissance qui sont à l’heure actuelle utilisés pour l’astrophysique de laboratoire telle que décrite précédemment. Ces lasers ont des impulsions dites “longues”, de l’ordre de la nanoseconde. Ils délivrent une forte énergie (de quelques kilojoules actuellement jusqu’au mégajoule dans un proche avenir). Ces lasers travaillent à plus faible cadence, quelques tirs par jour. Nous en mentionnons ici quelques-uns, notre liste étant principalement liée à la thématique des chocs radiatifs. La figure 4.1 représente le schéma général d’une expérience de choc radiatif créé par laser. Ce dernier est focalisé sur une cible dont la première partie est constituée d’un matériau solide opaque. Celui-ci absorbe l’énergie fournie par l’impulsion laser, la matière le constituant est ablatée. Par effet fusée, un choc est généré dans la cible remplie de gaz.

Le premier laser utilisé dans le domaine des chocs radiatifs fut le laser HELIOTROPE du CEA de Limeil (huit faisceaux de 40 J, longueur d’onde de $0.35 \mu\text{m}$), en fonctionnement de 1982 à 1998. Il fut utilisé pour mener la première expérience de chocs radiatifs (Bozier *et al.* 1986). Sur le laser PHEBUS (1986-1999), également du CEA de Limeil, et disposant de deux faisceaux de 2 500 J, eut lieu juste avant sa fermeture la première expérience

d'astrophysique de laboratoire (Baclet *et al.* 1999, Benuzzi-Mounaix *et al.* 2001). Cette expérience était dédiée à l'étude de l'instabilité de Rayleigh-Taylor et a mis en lumière le lien entre les résultats expérimentaux et les observations de supernovæ. Un autre laser à la disposition de la communauté civile se situe à l'Ecole Polytechnique. Jusqu'en 2003, il s'agissait du laser LULI 6F (six faisceaux de 35 J) et depuis, il a été remplacé par le LULI 2000 (deux faisceaux de 0.6 kJ à 0.54 μm). Des chocs forts dans du xénon à 0.2 bar ont été obtenus lors de diverses campagnes d'expériences sur ces lasers. Les vitesses de chocs atteignent des valeurs de 60-75 km/s pour des températures de 15 à 20 eV. Dans le précurseur, la densité électronique est de l'ordre de $4 \cdot 10^{19} \text{cm}^{-3}$ (Bouquet *et al.* 2004, Vinci *et al.* 2006). Aux États-Unis, l'installation OMEGA située à l'Université de Rochester (10 faisceaux de 4 kJ, longueur d'onde de 0.35 μm , impulsion de 1 ns) a déjà permis d'atteindre dans du xénon à 1 bar des chocs allant entre 110 et 150 km/s (Reighard *et al.* 2004). La communauté française peut elle aussi produire de tels chocs, grâce à la toute nouvelle installation LIL du CEA de Bordeaux, sur laquelle la première expérience civile à été menée en décembre 2005.

Citons à présent quelques-uns des codes d'hydrodynamique radiative utilisés pour analyser ces expériences laser. Parmi les codes unidimensionnels se trouvent MULTI (Ramis *et al.* 1988) et HYADES (Larsen et Lane 1994). Ce sont tous les deux des codes lagrangiens, contenant la physique requise pour traiter l'ablation laser, et utilisant l'approximation de la diffusion à flux limité multigroupe pour le transfert radiatif. Ils sont donc particulièrement bien adaptés pour prendre en charge l'interaction entre le laser et la cible, mais souffrent de leur dimensionalité limitée. En particulier, ils ont tendance à surestimer la pression d'ablation due au laser ainsi que les vitesses de chocs produits, puisqu'ils ne tiennent pas compte des pertes dues aux extensions latérales hydrodynamiques et radiatives. Un certain nombre de codes bidimensionnels existent aussi pour essayer de mieux simuler ces aspects. C'est en particulier le cas de FCI2 (Schurtz 1994), ZEUS2D (Leibbrandt *et al.* 2005), DUED (Atzeni 1986, Atzeni *et al.* 2005) et ARWEN (Ogando et Velarde 2001). FCI2 est un code développé par la Direction des Applications Militaires du CEA, et par conséquent, la physique qu'il contient n'est pas dévoilée. En ce qui concerne ZEUS2D et DUED, ce sont deux codes utilisant la diffusion à flux limité. Toutefois, DUED est multigroupe tandis que ZEUS2D n'est que gris. Quant à ARWEN, il est fondé sur une méthode aux ordonnées discrètes multigroupe, et de plus, il bénéficie d'une structure de grille en AMR. Notre code HERACLES est donc complémentaire de ces codes déjà existants. L'aspect multigroupe lui fait défaut, mais il est adapté à la modélisation des effets multidimensionnels, et le modèle M_1 sur lequel il s'appuie est plus approprié pour décrire tous les régimes (de la diffusion au transport) que le modèle de diffusion à flux limité. C'est en particulier intéressant pour la modélisation du précurseur radiatif, pour lequel le flux réduit passe d'une valeur proche de zéro à une valeur proche de l'unité.

4.2 Qu'est-ce qu'un choc radiatif ?

Tout ce chapitre est consacré à l'étude des chocs radiatifs, mais quelle différence profonde existe-t-il entre un choc hydrodynamique et un choc radiatif ?

Rappelons ce qu'est un choc hydrodynamique. Toute perturbation dans un fluide crée des ondes sonores, se propageant par définition à la vitesse du son, et véhiculant l'information de cette perturbation. Dans un fluide se déplaçant à une vitesse subsonique, l'information se propage plus vite que la perturbation, et le milieu s'y adapte de manière continue. Si le fluide se déplace à une vitesse supersonique, la perturbation se déplace plus vite que son information, et le milieu n'a pas le temps de s'adapter. Une discontinuité (de la taille de quelques libres parcours moyens des particules fluides), appelée choc, apparaît dans le flot.

Étudions à présent les équations régissant les conditions de saut au passage d'un choc hydrodynamique unidimensionnel stationnaire. Ce sont les équations de Rankine-Hugoniot (Mihalas et Mihalas 1984) qui correspondent aux équations, dans le repère du choc, de la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie totale du gaz :

$$\begin{cases} \rho_1 u_1 &= \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^2 + P_1 &= \rho_2 u_2^2 + P_2 \\ u_1(E_1 + P_1) &= u_2(E_2 + P_2) \end{cases} \quad (4.1)$$

où l'indice 1 correspond au fluide amont et l'indice 2 au fluide aval du choc.

En considérant un gaz parfait d'indice polytropique γ et en notant M_1 le nombre de Mach amont, donc supersonique, le système se résout de façon explicite :

$$\begin{cases} \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2+2} \\ \frac{u_2}{u_1} &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \\ \frac{P_2}{P_1} &= \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \end{cases} \quad (4.2)$$

On peut voir que dans le cas d'un nombre de Mach égal à un, on retrouve bien un milieu continu (absence de choc) et qu'à l'inverse, pour des chocs forts (nombre de Mach tendant vers l'infini), le taux de compression tend vers $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$. Dans le cas particulier d'un gaz monoatomique, l'indice polytropique est égal à $5/3$, donc le taux de compression maximum admissible vaut 4. Pour des gaz non monoatomiques, le taux de compression maximum est plus élevé puisque leur indice polytropique est plus faible.

Qu'en est-il lorsque le rayonnement joue un rôle ? Nous venons de voir qu'au travers d'un choc hydrodynamique, la matière est comprimée, chauffée et son énergie augmente. Lorsque la température est suffisamment élevée, une partie conséquente de l'énergie du gaz est évacuée sous forme de photons.

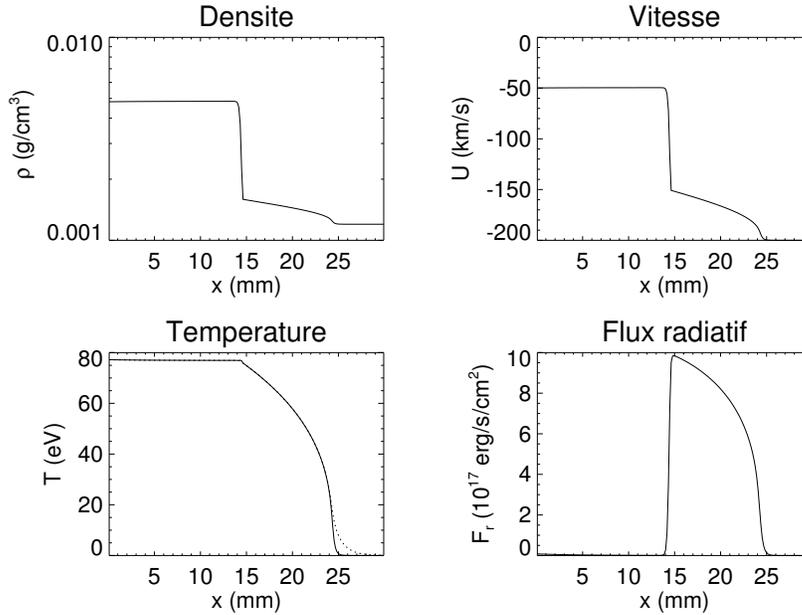


FIG. 4.2 – Profils caractéristiques d'un choc radiatif.

Ce gaz aval perdant une partie de son énergie, il peut être comprimé plus fortement. De plus, si le milieu amont non perturbé est opaque à ce rayonnement, les photons sont réabsorbés et la matière est chauffée en amont du choc. Dans ce cas, un précurseur radiatif se développe et on qualifie l'ensemble choc hydrodynamique - précurseur radiatif de choc radiatif. La longueur du précurseur est directement liée au libre parcours moyen des photons dans le fluide amont. Cette distance étant largement supérieure au libre parcours moyen des particules fluides, le choc hydrodynamique sera une discontinuité tandis que le précurseur aura une extension spatiale. On parle de structure interne d'un choc radiatif (Mihalas et Mihalas 1984, Bouquet *et al.* 2000). La figure 4.2 illustre cette structure. Le choc hydrodynamique se situe à la distance de 15 mm. Lorsque le fluide le traverse, sa densité augmente d'un facteur 4, sa vitesse diminuant du même facteur (conservation du flux de densité). Le profil du flux radiatif met bien en évidence la propagation de photons du fluide aval vers le fluide amont jusqu'à une distance de 25 mm. Ces photons sont réabsorbés sur cette distance et préchauffent la matière, comme le montre le profil en température. Ce préchauffage a tendance à modifier également les densités et les vitesses dans cette zone. Il existe deux grandes catégories de chocs radiatifs pour lesquelles la structure interne du précurseur diffère. Ce sont les chocs sous-critiques et super-critiques qui ont déjà été décrits dans la section 3.2.2.

Étudions à présent les équations régissant les conditions de saut au passage d'un choc radiatif unidimensionnel stationnaire. Ce sont les mêmes

équations de Rankine-Hugoniot que ci-dessus (cf. système 4.1), mais dans lesquelles on considère cette fois-ci le couple gaz - rayonnement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^2 + P_1 + P_{r1} = \rho_2 u_2^2 + P_2 + P_{r2} \\ u_1(E_1 + P_1) + F_{r1} + u_1(E_{r1} + P_{r1}) = u_2(E_2 + P_2) + F_{r2} + u_2(E_{r2} + P_{r2}) \end{array} \right. \quad (4.3)$$

Pour simplifier le système, on se place assez loin de part et d'autre du choc afin que matière et rayonnement soient à l'équilibre, et que le rayonnement soit absorbé sur une plus courte distance que celle à laquelle on se place. On a donc :

$$E_{ri} = a_r T_i^4 \quad F_{ri} = 0 \quad P_{ri} = E_{ri}/3 \quad (4.4)$$

Contrairement au cas hydrodynamique, la résolution du système 4.3 n'est plus explicite. Adimensionnons le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} r = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} \\ \gamma M_1^2 (r-1)/r = (\Pi - 1) + \alpha_1 [(\Pi/r) - 1] \\ 1/2 \gamma M_1^2 (r^2 - 1)/r^2 = [\gamma/(\gamma - 1)][(\Pi/r) - 1] + 4\alpha_1 [(\Pi^4/r^5) - 1] \end{array} \right. \quad (4.5)$$

où $\Pi = p_2/p_1$ et $\alpha_1 = 1/3 a_r T_1^4/p_1$ est le rapport pression radiative sur pression du gaz dans le fluide amont.

En éliminant M_1 dans les deux dernières équations ci-dessous, on obtient une équation d'ordre quatre :

$$\alpha_1 (7 - r) (\Pi/r)^4 = (r - r_0) \Pi + \alpha_1 (7r - 1) + (r_0 r - 1) \quad (4.6)$$

avec $r_0 = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$.

Cette équation n'ayant pas de solution analytique, elle doit être résolue numériquement.

La figure 4.3 montre l'influence du rayonnement sur le taux de compression pour un gaz d'indice polytropique $\gamma = 5/3$. En abscisse sont portés les nombres de Mach hydrodynamique et radiatif définis par le rapport de la vitesse du fluide à la vitesse du son purement hydrodynamique c_{shyd} et à la vitesse du son hydroradiative $c_{shydrad}$ (pour plus de détails voir Mihalas et Mihalas 1984) :

$$\begin{aligned} c_{shyd} &= \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}} \\ c_{shydrad} &= \sqrt{\Gamma \frac{P_{tot}}{\rho}} \\ &= \sqrt{\Gamma \frac{(1+\alpha)P}{\rho}} \\ &= \sqrt{\frac{\gamma/(\gamma-1)+20\alpha+16\alpha^2}{1/(\gamma-1)+12\alpha} \frac{P}{\rho}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dans cette figure, on retrouve bien le fait que l'introduction des grandeurs radiatives implique un taux de compression plus important. De plus,

on constate que le taux de compression d'un choc fort a pour limite non plus 4 mais 7. On peut montrer que cette valeur ne dépend pas de la nature du gaz (c'est-à-dire de son coefficient polytropique). Cette valeur correspond à la limite de compression r_0 d'un choc fort purement hydrodynamique avec $\gamma = 4/3$. Cela revient à dire que dans un choc radiatif, lorsque le choc est suffisamment fort, le rayonnement peut être assimilé à un fluide de photons dont l'énergie est prépondérante par rapport à celle du fluide hydrodynamique. Cela se comprend aisément puisque l'énergie du gaz est proportionnelle à la température, tandis que celle du rayonnement est proportionnelle à la puissance quatrième de la température. Ainsi plus la température augmente, plus le choc devient radiatif.

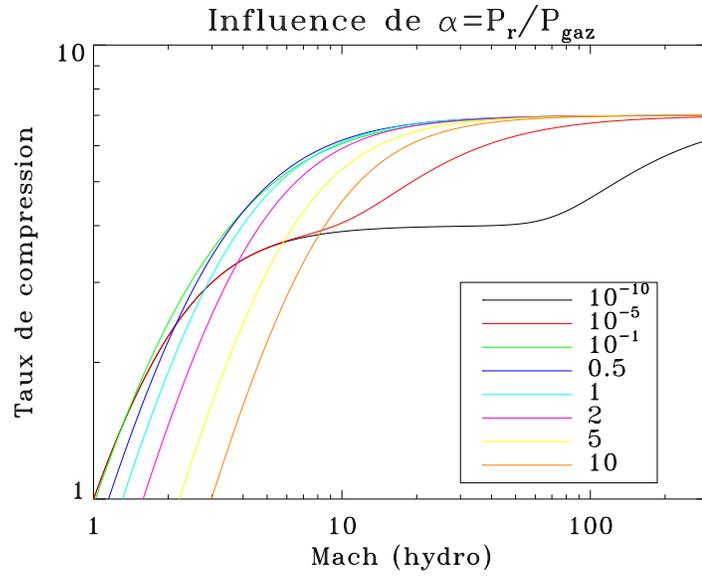
4.3 Effets bidimensionnels

Nous venons de voir analytiquement les propriétés d'un choc radiatif unidimensionnel stationnaire. Des études numériques ont été menées pour caractériser l'évolution et la propagation de chocs non stationnaires, mais elles se placent presque exclusivement dans le cas unidimensionnel (Stehlé et Chièze 2002, Drake et Reighard 2006). Les conditions astrophysiques et expérimentales étant par essence multidimensionnelles, il est important de pouvoir caractériser l'influence de ces aspects multidimensionnels sur la structure et la dynamique des chocs.

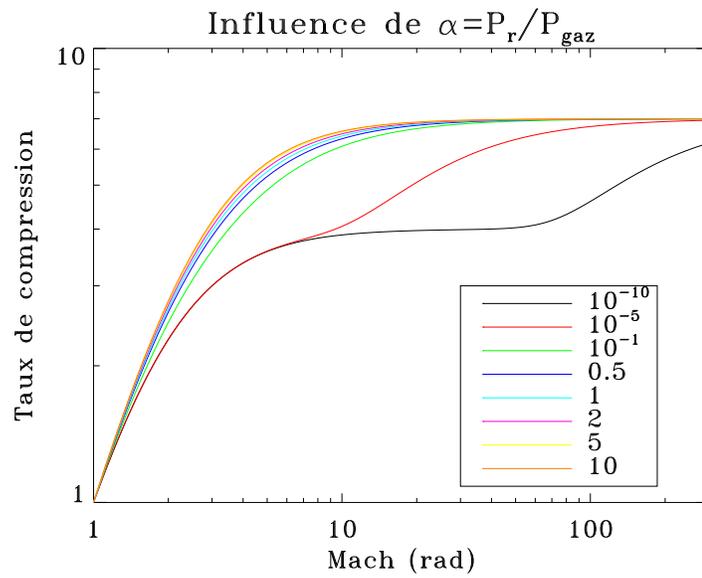
Dans cette partie, nous montrons l'importance des aspects bidimensionnels des chocs radiatifs à travers l'influence de certains paramètres sur les vitesses de propagation notamment. Nous avons pour cela fait des simulations bidimensionnelles axisymétriques que nous avons analysées soit grâce aux cartes bidimensionnelles des variables physiques (densité, vitesse, température, flux radiatif...), soit grâce aux positions du choc et du précurseur radiatif sur l'axe.

4.3.1 Influence de la largeur du canal par rapport au libre parcours moyen

Le premier paramètre qui nous a paru important d'étudier était le rapport entre la largeur du canal dans lequel le choc se propage et le libre parcours moyen du photon. Dans nos simulations bidimensionnelles axisymétriques, du gaz est constamment injecté à vitesse constante par le bas et la condition aux limites en haut de la boîte est celle d'un mur, purement réflexive. Un choc se propage donc de haut en bas. Si l'on ne considère que les équations de l'hydrodynamique, le gaz étant injecté sur toute la largeur de la boîte et les conditions aux limites latérales étant elles aussi réflexives, le choc est parfaitement plan. En revanche, si l'on prend en compte le rayonnement avec des conditions aux limites libres, des effets bidimensionnels vont apparaître et, dans certaines conditions, vont courber le choc. L'influence



(a) Mach hydrodynamique



(b) Mach radiatif

FIG. 4.3 – Taux de compression d'un choc radiatif en fonction du nombre de Mach pour différents rapports de pression.

du rayonnement sur la structure du choc est directement liée à la capacité ou non des photons émis par le choc à pouvoir s'échapper du système. Autrement dit, le paramètre adimensionné que nous avons choisi d'étudier est le rapport l/λ entre la largeur de la cellule et le libre parcours moyen du photon dans le fluide amont.

La figure 4.4 montre les cartes bidimensionnelles au même instant pour trois rapports différents. La position du choc est matérialisée par le saut en densité et vitesse ainsi que par le pic en température. Quant au précurseur, il se trouve en amont du choc donc en dessous du choc sur la figure. Son extension est particulièrement visible sur les cartes de température et de flux radiatif.

Si le rapport l/λ est petit (cf. figure 4.4(a)), les photons n'interagissent presque pas avec le gaz et s'échappent librement du système. Le rayonnement fuit par les côtés donc le choc perd de son énergie et de sa vitesse. Il s'essouffle rapidement et le précurseur est très mince. Les photons émis en tout point du milieu aval s'échappant librement, le choc est plan. A l'inverse, si le rapport est grand (cf. figure 4.4(c)), les photons n'ont pratiquement pas la possibilité de s'échapper puisqu'ils sont réabsorbés sur une très courte distance. Le choc va donc plus vite que dans le premier cas. Dans la limite où le rapport tend vers l'infini, on retrouve le cas unidimensionnel avec un choc plan sauf sur une très courte distance au bord du canal que l'on peut comparer à une couche limite. Enfin, dans le cas intermédiaire (cf. figure 4.4(b)), le choc obtenu est courbe. Les photons émis par le milieu aval près des parois peuvent s'échapper, mais non ceux émis sur l'axe de symétrie. Le choc s'essouffle et ralentit donc plus rapidement près des parois que sur l'axe, ce qui a tendance à lui donner un aspect bombé. Une telle courbure a déjà été observée expérimentalement (Vinci *et al.* 2006).

4.3.2 Albédo des parois

Dans la section précédente, les fuites étaient conditionnées par la largeur d'un canal dont les parois étaient purement transparentes. Ici, nous considérons un canal de largeur fixe mais dont le coefficient d'absorption des parois varie. On fait varier la proportion du rayonnement qui est réfléchi par la paroi (réflexion supposée géométrique pour simplifier), le reste du rayonnement la traversant représente donc un terme de fuites.

La figure 4.5 montre la dynamique du choc obtenu avec un pourcentage de fuites de 0%, 20%, 30%, 50%, 80% et 100%. On peut voir que l'albédo des parois a une influence quasi nulle sur la vitesse du choc, du moins sur les temps d'évolution que nous considérons ici. En revanche, le précurseur est très fortement affecté par l'albédo. Plus les fuites sont importantes, plus le précurseur s'essouffle rapidement. Cette dépendance n'est pas linéaire. Dans le cas d'une onde de Marshak (c'est-à-dire une onde thermique sans couplage à l'hydrodynamique) avec une géométrie cartésienne, un modèle de diffusion

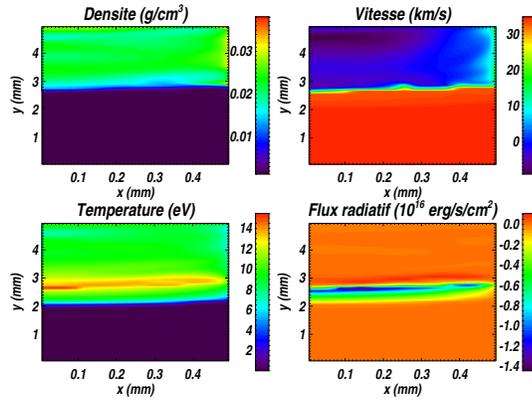
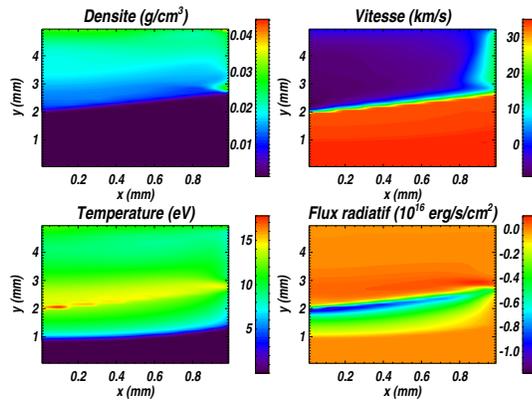
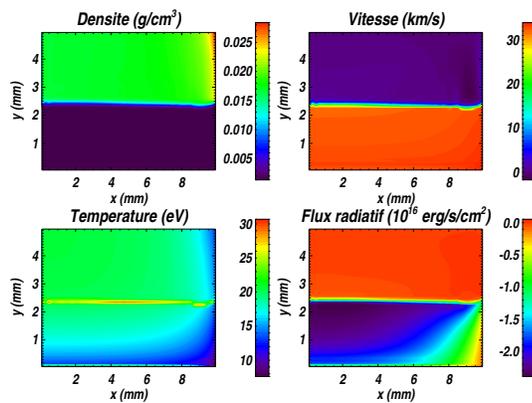
(a) $l=0.5\lambda$ (b) $l=\lambda$ (c) $l=10\lambda$

FIG. 4.4 – À un même instant, cartes de densité, vitesse, température et flux radiatif montrant l'influence de la largeur du canal comparée au libre parcours moyen des photons.

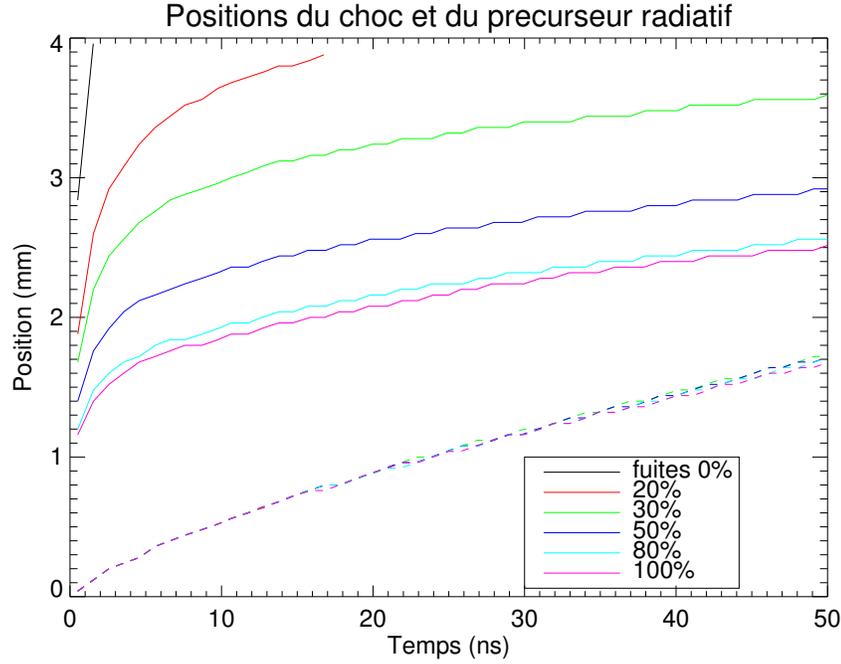


FIG. 4.5 – Influence de l'albédo des parois sur la position du choc (tirets) et du précurseur (trait plein).

et dans la limite des faibles fuites, Hurricane (2005) a montré que la distance du front de rayonnement sur l'axe de symétrie pouvait s'écrire au premier ordre sous la forme :

$$x_{\text{front}} \simeq \frac{A}{\epsilon} \cosh^{-1} \left(1 + B\epsilon \left(1 + \frac{\epsilon}{3} \right) t \right) \quad (4.8)$$

où ϵ est le pourcentage de fuites des parois et A et B sont des constantes du problème liées à la température de la source, la largeur du canal, l'opacité, l'énergie interne du gaz...

Nous avons voulu comparer nos résultats de simulations avec leurs calculs analytiques. Il convient de garder à l'esprit toutes les différences entre nos conditions et leurs hypothèses : géométrie cylindrique et non cartésienne, onde de choc et non onde de Marshak, modèle M_1 et non de diffusion, coefficient de fuites quelconque et non seule limite des faibles fuites. Cette comparaison ne peut donc être que qualitative. La figure 4.6 montre que malgré toutes ces différences, les deux méthodes sont bien convergentes. Pour un pourcentage de fuites important, le calcul analytique n'est plus justifié et l'écart est plus important. En revanche, pour de faibles pourcentages de fuites, les courbes numériques sont bien ajustées par le modèle analytique, bien que les valeurs des paramètres A et B utilisées pour ajuster les courbes ne soient pas égales d'une courbe à l'autre.

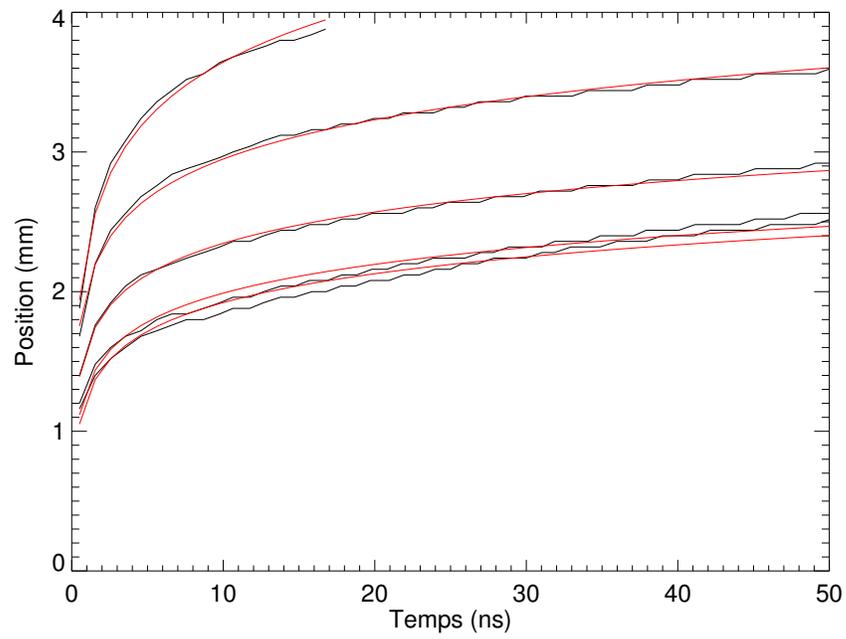


FIG. 4.6 – Influence de l'albédo sur la position du précurseur. Comparaison entre un modèle analytique simplifié (rouge) et notre code HERACLES (noir) pour un pourcentage de fuites de 20%, 30%, 50%, 80% et 100% (du plus haut au plus bas).

4.3.3 Largeur du canal variable

La section 4.3.1 a montré l'importance de la taille du canal en considérant celle-ci constante pour chacune des simulations. Étudions à présent l'influence qu'aurait une brusque augmentation de la largeur du canal. Cette étude était au départ motivée par la préparation d'une expérience de laboratoire. En effet, combien de temps le choc met-il pour s'essouffler une fois qu'il a parcouru toute la cible et atteint la face arrière ? À quelle distance peut-on placer un diagnostic sans risque qu'il soit perturbé ni par le précurseur, ni par le choc ?

Nous considérons un canal aux parois réfléchives formé de deux parties distinctes. Sur une longueur de 2 mm, sa largeur est de 0.7 mm, puis cette largeur est brusquement doublée. La figure 4.3.3 montre le résultat obtenu après 13 ns. On constate sur les deux graphiques du haut que le choc a parcouru une distance de 0.5 mm. Le précurseur, lui, a dépassé l'évasement du canal puisqu'il a parcouru une distance de 3.7 mm sur l'axe. Une fois l'évasement franchi, les photons du précurseur peuvent fuir vers la droite dans le milieu non perturbé opaque. Celui-ci est donc chauffé sur une plus petite distance que sur l'axe. Du fait de cette fuite latérale, le flux radiatif a une composante horizontale non nulle à partir de l'évasement. Une ombre est créée juste après le coin, et la différence de température entre cette zone et le précurseur explique la présence d'un flux radiatif descendant.

La figure 4.8 compare la dynamique du choc radiatif dans cette géométrie avec celui obtenu dans un canal de largeur constante. On remarque que même après 50 ns, le choc, qui se déplace à une vitesse de 50 km/s, ne subit pas beaucoup l'influence de l'évasement. Cela s'explique par le fait qu'à la fin de la simulation le choc atteint tout juste la zone d'élargissement. L'influence qu'il ressent n'est donc qu'un effet ricochet de l'influence subie par le précurseur. Ce dernier est en effet très fortement influencé par l'évasement. Étant donné sa grande inertie initiale, sa vitesse ne change brusquement que 0.5 mm après l'évasement, vers 9 ns. Elle chute alors de 120 km/s à 30 km/s. Avant cet instant, on constate qu'il y a une légère différence entre la simulation avec évasement et celle sans. Cela est dû au fait qu'il est difficile de définir le début du précurseur. Dans toutes les courbes présentées ici, nous avons choisi de considérer la position du précurseur comme étant celle du point dans le précurseur ayant une température de 5 eV. Cette valeur est suffisamment élevée par rapport à la température initiale (~ 0.03 eV) pour minimiser les fluctuations numériques lors du calcul de cette position (le pied du précurseur est très raide), tout en restant bien inférieure à la température du choc. La position du choc est, elle, la position du point dont la densité est égale à la moitié de la densité post-choc. Le choc hydrodynamique étant échantillonné sur quelques cellules, l'erreur sur la position du choc est aussi de cet ordre.

Ainsi, la courbe de la figure 4.8 représente le point pour lequel la tempé-

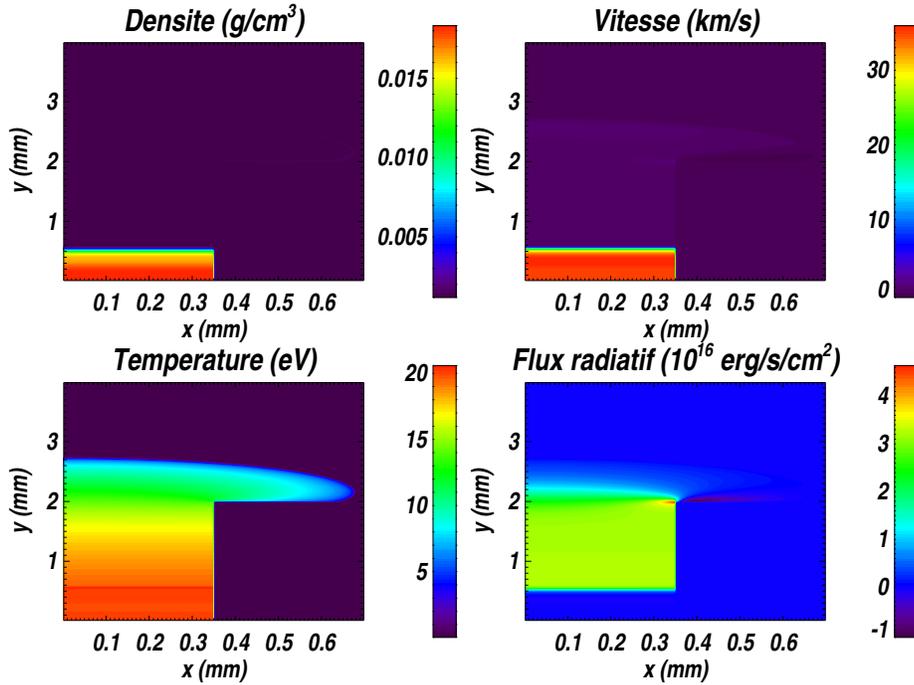


FIG. 4.7 – Cartes bidimensionnelles dans le cas d'un évasement du canal.

rature atteint 5 eV et non le pied du précurseur. Ce dernier est plus avancé et il atteint l'évasement situé à 2 mm bien avant. Dès qu'il l'a atteint, les photons fuient sur les côtés, ce qui ralentit sa progression. Ce ralentissement est transmis le long du précurseur, jusqu'au point à 5 eV qui ralentit avant même d'atteindre lui-même l'évasement.

Nous venons de montrer qu'à la suite d'un doublement de la largeur du canal, le précurseur radiatif ralentit de façon conséquente. Du fait de sa grande inertie initiale, il ne ralentit qu'après avoir parcouru 0.5 mm, sa vitesse chutant alors d'un facteur quatre.

4.3.4 Vers un choc stationnaire

Les astrophysiciens sont intéressés par la limite stationnaire des chocs radiatifs. En effet, le précurseur radiatif se développe rapidement par rapport aux temps d'évolution hydrodynamiques mis en jeu dans les situations astrophysiques. Lors d'une première phase, la taille du précurseur augmente au cours du temps. Puis, le choc est stationnaire vis-à-vis du rayonnement lorsque le précurseur atteint son extension maximale. Cela signifie que l'hydrodynamique n'est pas nécessairement stationnaire, mais que le temps caractéristique de son évolution est grand devant le temps mis par le précurseur radiatif pour s'y adapter. De plus, pour essayer d'interpréter les observations, les modèles utilisent souvent des relations valides uniquement dans l'hypo-

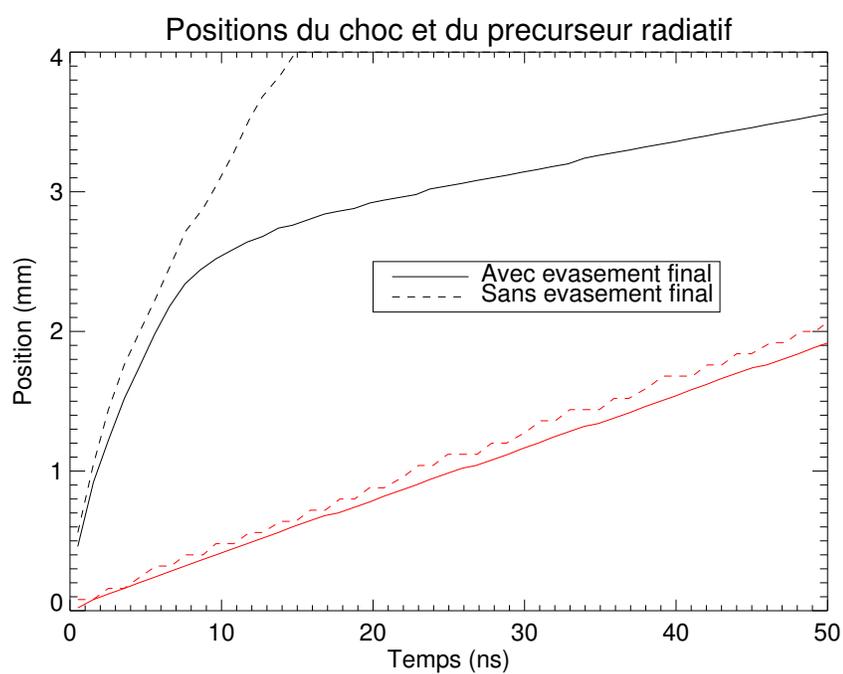


FIG. 4.8 – Influence de la variation de la largeur du canal sur la position du choc (rouge) et du précurseur (noir). Voir le corps du texte pour plus de précisions sur les dimensions.

thèse de stationnarité (Fadeyev et Gillet 2004). Jusqu'à présent, les durées d'enregistrement des diagnostics d'expériences en laboratoire ne permettent pas d'atteindre cette limite, bien que on s'en soit récemment sensiblement rapproché (cf. § 4.4) en allongeant la durée d'acquisition de quelques nanosecondes jusqu'à 50 ns.

Afin d'atteindre le régime stationnaire, on peut jouer sur plusieurs paramètres : les fuites latérales, la durée d'acquisition mais aussi la durée d'impulsion. C'est à cette dernière possibilité que cette section s'attache.

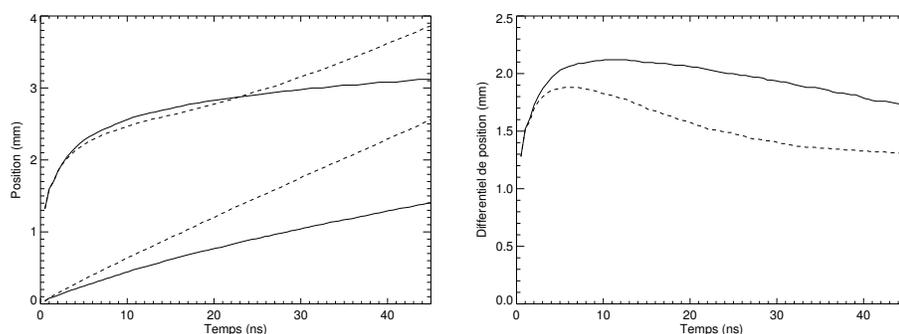
La figure 4.9(a) illustre la différence entre un choc où la durée d'impulsion est de 0.3 ns et un autre où elle est continue, dans le cas d'un pourcentage latéral de fuites de 30%. Lorsque l'impulsion est continue, le choc se propage de manière constante à la vitesse d'entrée, c'est-à-dire 60 km/s. Tandis que lors d'une impulsion plus courte, le choc ralentit dès la fin de l'impulsion. Quant à la dynamique du précurseur, quelle que soit la durée d'impulsion, on observe trois phases distinctes. Au début, le précurseur va plus vite que le choc. Les photons émis par le choc se propagent dans le fluide amont, optiquement épais, dans lequel ils sont réabsorbés. Le milieu est chauffé et ionisé, créant ainsi le précurseur, région plus transparente. Au fur et à mesure que sa taille augmente, le précurseur ralentit. Il arrive à un instant où il va même moins vite que le choc. Il est rattrapé par ce dernier qui le fait de nouveau accélérer pour atteindre la même vitesse que le choc.

Ces trois phases sont particulièrement visibles sur la figure 4.9(b) qui reproduit la distance séparant le choc du précurseur en fonction du temps. Tant que le précurseur va plus vite que le choc, cette distance augmente jusqu'à atteindre un maximum. Puis, le précurseur ralentissant, cette distance diminue jusqu'à atteindre une valeur limite constante lorsque précurseur et choc vont à la même vitesse. Dans le cas d'une impulsion continue, le choc est stationnaire après environ 30 ns.

Lors d'une expérience en laboratoire, la durée d'impulsion du laser n'est pas un paramètre sur lequel on a une grande liberté d'action. Mais on peut aussi jouer sur un autre paramètre pour atteindre la limite stationnaire : l'albédo des parois. Ce paramètre a l'avantage d'être plus facile à faire varier. On peut changer le matériau utilisé pour faire les cibles, ou bien coller des couches de matériaux plus ou moins transparentes (or, aluminium...) sur leurs parois. Nous avons vu (cf. § 4.3.2) que plus les fuites latérales augmentent, plus le précurseur ralentit, la vitesse du choc restant inchangée. Cela signifie que plus les fuites augmentent, plus la limite stationnaire est atteinte rapidement.

4.4 L'expérience PALS

Dans cette partie, nous présentons la première expérience de chocs radiatifs menée sur le laser Prague Asterix Laser System (PALS) en novembre 2005 (González *et al.* 2006). HERACLES a participé au dimensionnement



(a) Positions absolues du choc et du pré-curseur

(b) Distance séparant le choc du pré-curseur

FIG. 4.9 – Influence de la durée d'impulsion : simulations avec une impulsion de 0.3 ns (trait plein) et avec une impulsion continue (tirets).

des cibles de cette expérience grâce à ses résultats de simulations concernant l'influence de l'albédo des parois (cf. § 4.3.2) et celle de l'évasement du canal (cf. § 4.3.3). HERACLES a ensuite été utilisé pour analyser les résultats.

4.4.1 Le laser à disposition

Le laser de Prague (Jungwirth *et al.* 2001) délivre un faisceau principal de 1 kJ sur un diamètre de 290 mm à la longueur d'onde fondamentale de 1 315 nm. Il a également la possibilité de délivrer dans le même temps deux faisceaux secondaires de 100 J. La durée de l'impulsion laser est comprise entre 300 et 400 ps. Pour maximiser la fraction d'énergie du laser qui contribuera par bremsstrahlung inverse à la création du choc, la fréquence peut être triplée, ce qui donne une longueur d'onde de 438 nm. Grâce à l'usage d'amplificateurs à gaz, les tirs peuvent être effectués à une cadence relativement élevée, un tir toutes les 25 minutes environ.

4.4.2 Le protocole expérimental

Le laser crée dans une cible de gaz un choc radiatif qui est ensuite analysé par le biais de diagnostics. Pour créer un choc radiatif, l'expérience doit allier un laser de très haute énergie et un gaz de grand numéro atomique. En effet, les effets du rayonnement sont en puissance quatrième de la température, et la température post-choc est proportionnelle à la masse moléculaire du gaz. Ainsi, pour des conditions hydrodynamiques données (fixées par la puissance du laser), les effets radiatifs seront d'autant plus importants que le gaz considéré sera lourd. C'est pourquoi les expériences de chocs radiatifs se font dans du xénon et non dans des gaz plus proches des mélanges

à base d'hydrogène comme ceux observés en astrophysique. Le xénon est emprisonné dans des cibles rectangulaires de dimensions millimétriques. Le laser est focalisé sur l'une des faces de la cible où est situé un piston multicouche. Ce piston est un sandwich constitué de deux couches d'épaisseur micrométrique. La première, de plastique, permet après ablation sous l'éclairement laser, de créer par effet fusée le choc qui va se propager dans le xénon. La seconde couche, d'or, permet de protéger l'intérieur de la cible d'une éventuelle pollution lumineuse par le plasma d'ablation.

Les cellules utilisées pour cette expérience sont des parallélépipèdes rectangles de verre de 4 mm de long et à base carrée d'arête 0.7 mm (cf. figure 4.10(a)). Elles sont remplies de xénon à une pression nominale de 0.2 bar ce qui correspond (pour une température de 300 K) à une densité de l'ordre de 1.05 g cm^{-3} . Le sandwich est constitué d'une couche de plastique de $10 \text{ }\mu\text{m}$ et d'une couche d'or de $0.5 \text{ }\mu\text{m}$. Les cellules ont été réalisées au Pôle Instrumental de l'Observatoire de Paris.

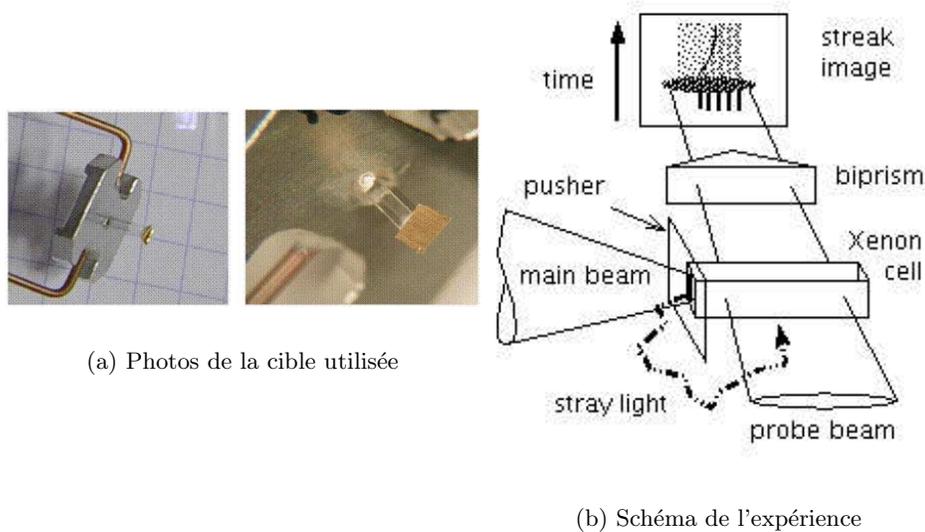
L'énergie du laser est de l'ordre de quelques centaines de joules pour une impulsion de 0.3 ns. Son faisceau est focalisé à l'aide de lentilles pour obtenir une tâche focale comparable à la taille de la surface carrée de la cible. Les inhomogénéités du faisceau laser sont lissées à l'aide d'une lame de phase.

Pour les diagnostics, un biprisme de Fresnel est utilisé pour créer des interférences à 538 nm entre un laser sonde et un laser "perturbé" passant par la cible. Ces interférences sont ensuite enregistrées par une caméra à balayage de fente ce qui permet de construire un interférogramme spatio-temporel (pour un schéma du montage cf. figure 4.10(b)). La grande longueur de la cible a permis de suivre le choc sur des temps très longs (de l'ordre de 40 ns) et de mettre ainsi en évidence des aspects multidimensionnels.

4.4.3 Les résultats

Décrivons tout d'abord la structure attendue de l'interférogramme spatio-temporel enregistré par la caméra à balayage de fente. Le précurseur radiatif ionise le milieu sur son passage, augmentant la densité électronique. L'indice de réfraction du gaz étant fonction de cette dernière, il varie au passage du précurseur, ce qui change le chemin optique du bras interférentiel traversant la cible. Les franges d'interférence sont donc décalées. Dans le choc, les densités électroniques sont tellement élevées que le signal parvenant à la caméra est trop faible et les franges d'interférence disparaissent. On peut donc directement mesurer sur un tel interférogramme la vitesse du précurseur (instant où les franges commencent à s'incliner) et celle du choc (instant où les franges disparaissent).

La figure 4.11 montre l'interférogramme obtenu en noir et blanc ainsi qu'en fausse couleur après un lissage. Sur cette figure, le temps augmente de bas en haut sur 50 ns et la distance de gauche à droite sur 4 mm. La structure la plus visible sur l'image est la zone horizontale très brillante



(a) Photos de la cible utilisée

(b) Schéma de l'expérience

FIG. 4.10 – Le protocole expérimental de l'expérience PALS.

correspondant à l'impulsion laser qui a lieu environ 10 ns après le début de l'enregistrement par la caméra. La propagation du choc radiatif a donc pu être suivie sur 40 ns, ce qui était une première dans les expériences de chocs radiatifs, jusqu'alors cantonnées aux premières nanosecondes.

Avant l'allumage du laser, donc en dessous de la zone brillante horizontale sur l'interférogramme, les franges d'interférences sont visibles. En revanche, après l'allumage, elles ont complètement disparu. Cela montre que la lumière enregistrée par la caméra ne provient pas majoritairement de notre laser sonde mais qu'il y a eu une autre source lumineuse qui est venue polluer notre diagnostic. Cette autre source provient vraisemblablement du plasma d'ablation du piston. Lors de son ablation, le plastique chauffé rayonne. Son émission, par diffusion, a contourné la cible et l'a ensuite traversée en même temps que notre laser diagnostic. Pour s'affranchir de cette lumière parasite, il aurait fallu rajouter devant la caméra un filtre très étroit ne laissant passer que la longueur d'onde du laser sonde, ce qui n'a pas été réalisé sur cet enregistrement. Toutefois, on constate sur l'interférogramme qu'il existe deux zones de brillance distinctes : une partie sombre du côté de l'éclairement laser (à gauche sur la figure) et une partie brillante à l'opposé (au milieu sur la figure). Ces deux zones sont délimitées par une courbe qui marque une discontinuité dans l'écoulement en constante décélération au cours du temps. Les simulations vont nous montrer que cette courbe est en fait la position du précurseur radiatif.

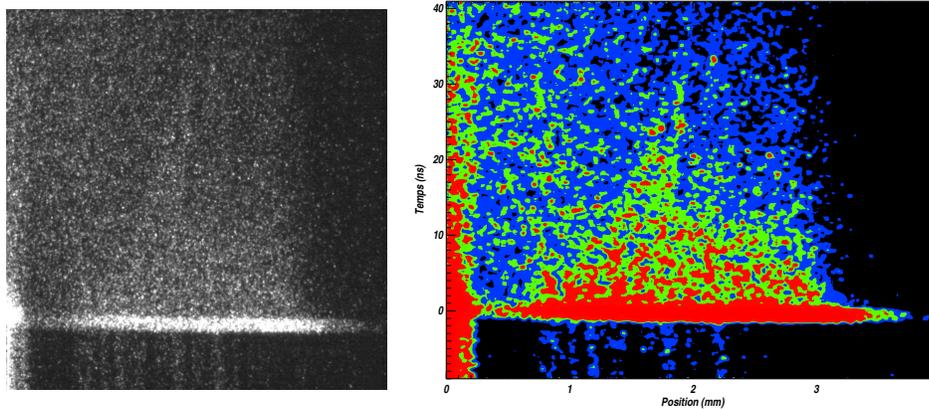


FIG. 4.11 – Résultats de l’expérience PALS en noir et blanc, et en fausse couleur. Le temps augmente de bas en haut sur 50 ns et la distance de gauche à droite sur 4 mm. Le laser arrive du côté gauche.

4.4.4 La comparaison expérience-simulation

Le code HERACLES n’étant pas multi-matériaux et ne tenant pas compte de l’interaction laser-matière, il ne peut décrire la phase d’ablation du sandwich avec la création du choc radiatif. Il convenait donc de faire une simulation avec un autre code pour bien décrire cette phase et de considérer le résultat de ce code comme paramètre d’entrée pour HERACLES.

Simulation 1D MULTI

Nous avons utilisé le code MULTI (Ramis *et al.* 1988). Il s’agit d’un code lagrangien unidimensionnel multigruppe et multi-matériaux. Le résultat de la simulation est résumé sur le diagramme de marche de la figure 4.12. Le code étant lagrangien, l’espacement entre les différentes couches est un traceur direct de la densité du milieu. Lorsque l’espacement augmente, la densité diminue et inversement. Du côté de l’éclairement laser (à gauche du diagramme), on observe très bien la détente dans le plastique. À l’inverse, on observe une surdensité (le choc) correspondant à la zone bleue unie : le gaz est tellement comprimé que les différentes couches sont indiscernables à l’œil. Ce choc se propage vers la droite. Le choc ne se décolle presque pas du piston d’or représenté en rouge. Cette simulation a permis de déterminer que le piston se déplace au cours des 50 ns à une vitesse constante de 65 km/s. En revanche, ce code ne peut, par essence, simuler les effets multidimensionnels du choc radiatif. Nous avons donc utilisé ces résultats comme paramètres d’entrée d’une simulation avec HERACLES.

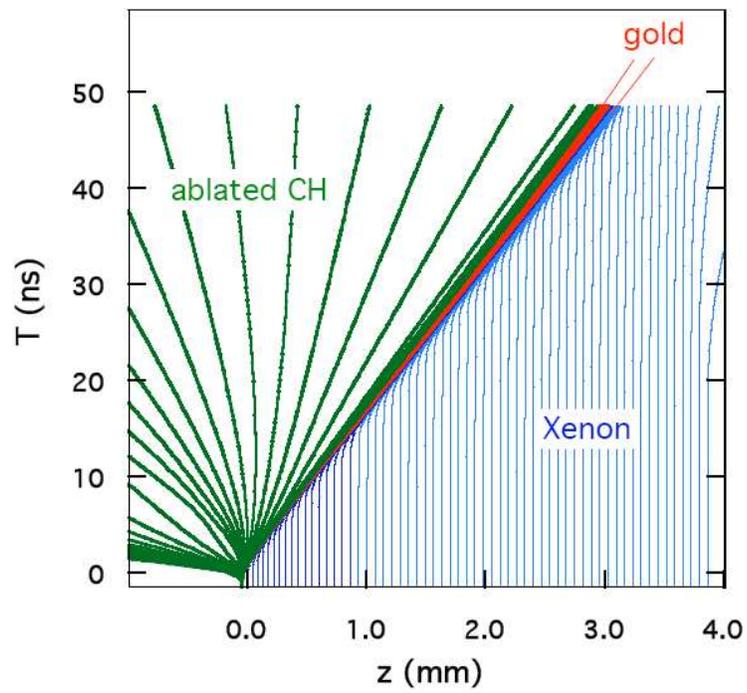


FIG. 4.12 – Diagramme de marche de la simulation MULTI.

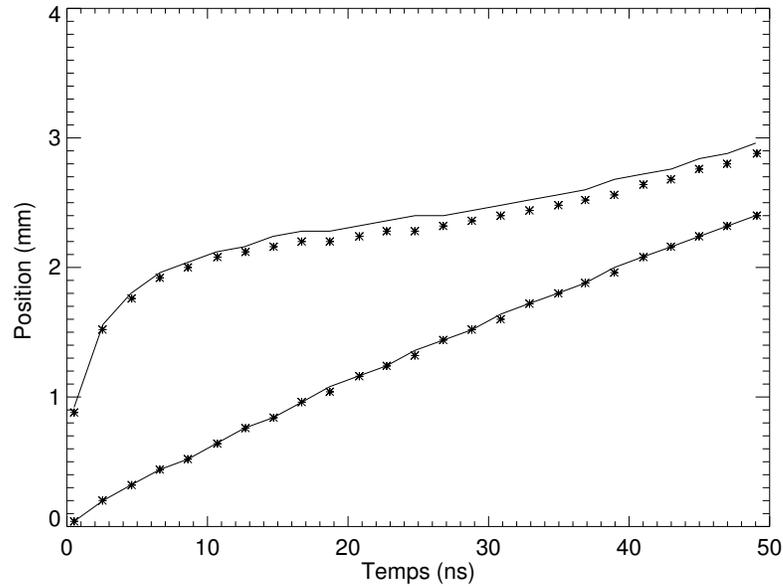


FIG. 4.13 – Positions du choc et du précurseur pour une simulation 3D cartésienne (trait plein) et une simulation 2D axisymétrique (étoiles) en conservant le rapport surface sur volume.

Simulation 2D-3D HERACLES

Nous avons comparé dans un premier temps des résultats de simulations tridimensionnelles avec ceux de simulations axisymétriques, en conservant les rapports surface sur volume. Ce rapport pour un parallélépipède rectangle à base carrée est égal à celui d'un cylindre de même longueur et de diamètre égal à l'arête du carré. La dynamique du choc radiatif est directement liée aux fuites latérales, elles-mêmes gouvernées par le rapport surface sur volume. Nous avons donc vérifié que les résultats étaient semblables dans ces deux géométries (cf. figure 4.13). Les positions sont inchangées à 5% près à la fois pour le précurseur et pour le choc. Voulant mener une étude paramétrique, nous nous sommes donc cantonnés à des calculs bidimensionnels, ce qui nous a permis d'économiser du temps de calcul et de couvrir l'espace des paramètres de façon plus complète.

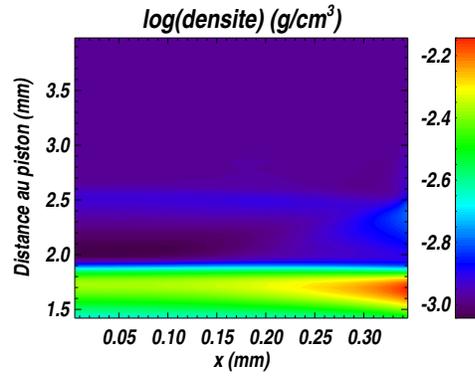
Notre boîte de simulation étant bidimensionnelle, il faut spécifier quatre conditions aux limites. Le bord gauche correspond à l'axe de symétrie, nous imposons donc des conditions aux limites réflexives. Quant au bord droit, purement réflexif pour l'hydrodynamique, il doit tenir compte des éventuelles pertes latérales radiatives. Nous avons quantifié ces dernières par le biais d'un pourcentage de fuites. Il correspond à la fraction du flux radiatif à l'interface qui est transmis à l'extérieur de la cible, le reste étant réfléchi (cf.

§ 4.3.2). La condition aux limites du bord supérieur est de type gradient nul. Cela n'a pas d'importance puisque même au bout de 50 ns, le précurseur radiatif n'atteint pas cette distance. Enfin, le bord inférieur correspond à l'entrée du choc après formation dans le sandwich. D'après les résultats de la simulation MULTI, nous avons choisi d'imposer un flot entrant à 65 km/s.

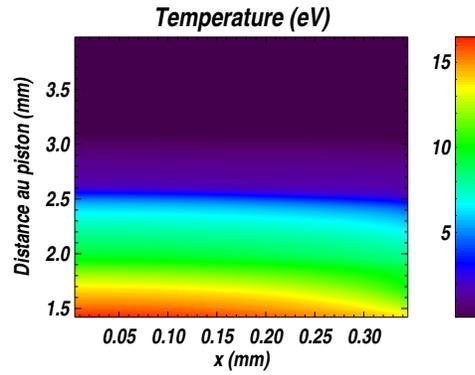
L'équation d'état du xénon utilisée nous a été fournie par Chantal Stehlé (Observatoire de Meudon). Quant aux opacités, Michel Busquet (Observatoire de Meudon) nous a fourni les moyennes de Planck du code STA (Bar-Shalom *et al.* 1989) dans la gamme 1 - 100 eV. Pour le xénon froid (de 10^{-2} à 1 eV), nous avons pris l'opacité de STA correspondant à 1 eV, et nous avons extrapolé cette valeur avec une dépendance en température de type Bozier (Bozier *et al.* 1986). Ce choix n'est pas tout à fait satisfaisant mais aucune donnée publiée ne fait état des opacités à si basse température.

La figure 4.14 montre un résultat de simulation après 50 ns. Nous pouvons voir que les pertes radiatives latérales permettent d'obtenir un facteur de compression plus important le long de la paroi, de l'ordre de 7 à comparer à un facteur 4-5 sur l'axe de symétrie. Elles tendent aussi à courber très légèrement le précurseur. Les valeurs typiques de températures obtenues sont de 5-10 eV dans le précurseur et de 15 eV dans le front de choc. La carte du libre parcours moyen est, quant à elle, peu intuitive. On se serait attendu à avoir un milieu post-choc très opaque, un précurseur transparent et un milieu pré-choc opaque. Or, on voit apparaître clairement deux zones transparentes distinctes. Pour essayer de mieux comprendre ce résultat, nous avons tracé les profils de ces trois variables le long de l'axe de symétrie (cf. figure 4.15). On voit sur la coupe en densité qu'il existe une sous-densité juste devant le choc. Cette sous-densité implique une augmentation brutale du libre parcours moyen de photon. Le deuxième pic du profil de libre parcours moyen est quant à lui dû à la baisse conjointe de la densité et de la température au pied du précurseur.

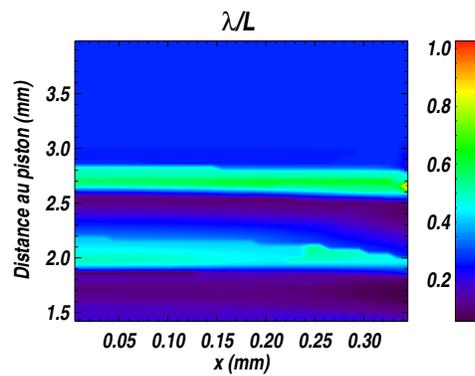
Nous allons à présent utiliser HERACLES pour interpréter l'interférogramme obtenu dans l'expérience. Ayant fixé la vitesse d'entrée du front de choc comme étant le résultat de la simulation MULTI, le seul paramètre libre dans nos simulations était le pourcentage de fuites radiatives latérales. Il fallait donc l'ajuster pour reproduire au mieux la courbe expérimentale observée. Conformément aux résultats de la section 4.3.2, la vitesse du choc n'est pas affectée par la variation de ce paramètre (cf. figure 4.16(a)). Le choc, une fois initialisé dans le piston, a un comportement quasi-balistique. En revanche, la vitesse du précurseur peut énormément diminuer. Étant donné la décélération observée lors de l'expérience, il est naturel de conclure que la courbe observée n'est pas le traceur du choc mais plutôt celui du précurseur radiatif. Un paramètre de fuites fixé à 60% permet d'ailleurs de reproduire avec une très bonne précision la mesure (cf. figure 4.16(b)). Les vitesses obtenues sont de 65 km/s pour le choc et plusieurs centaines de km/s pour le précurseur avec une baisse progressive jusque vers 40 km/s



(a) Logarithme de la densité



(b) Température



(c) Libre parcours moyen de photon normalisé par la largeur de la cible

FIG. 4.14 – Cartes bidimensionnelles de la simulation HERACLES après 50 ns.

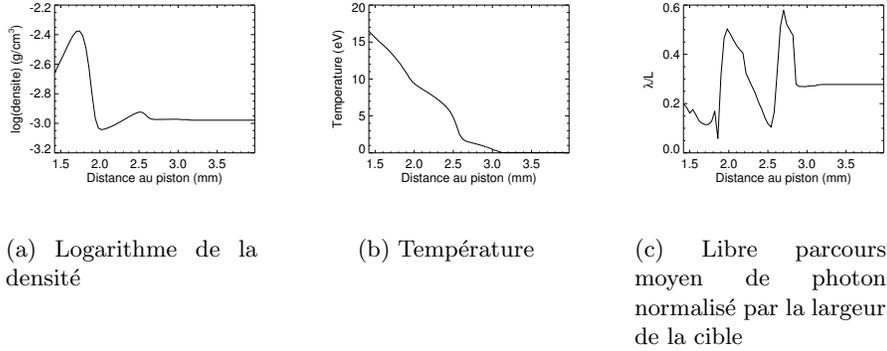


FIG. 4.15 – Coupes suivant l'axe de symétrie dans la figure 4.14.

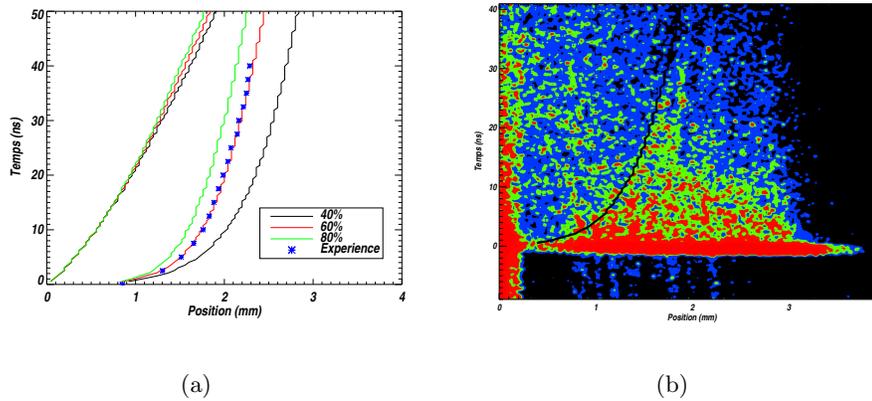


FIG. 4.16 – Influence du coefficient de transmission et confrontation à l'expérience.

au bout de 50 ns pour le choc et vers 50 km/s pour le précurseur. En voulant comparer notre courbe de précurseur à l'image expérimentale, on met en évidence un décalage de l'ordre de 0.45 mm car la fenêtre d'observation n'est pas précisément alignée sur le bord de la cellule.

Ayant réussi à reproduire l'allure de la courbe expérimentale, nous avons voulu réaliser un deuxième test indépendant sur la même simulation pour confirmer notre analyse. Nous avons donc comparé le contraste obtenu dans l'expérience entre le milieu non perturbé et le précurseur, à celui de la simulation. Pour ce qui est de l'expérience, nous avons considéré une moyenne, à trois temps différents, de la brillance de part et d'autre de la position du précurseur obtenue précédemment (cf. figure 4.17). Le rapport de ces brillances de part et d'autre du précurseur est d'environ 70%. En ce qui concerne la simulation, nous avons simulé l'image obtenue avec une caméra à balayage

de fente sur le résultat fourni par HERACLES. Toutes les 0.5 ns, les cartes bidimensionnelles de densité et de température permettent de déduire une carte bidimensionnelle de l'opacité dans le domaine visible (gamme de fréquences observées par la caméra). Pour ce calcul, nous n'avons utilisé que la contribution libre-libre de l'opacité qui domine à ces fréquences :

$$\sigma_\nu = 2.42 \cdot 10^{-37} \left(1 - \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right) \right) \frac{\langle Z^2 \rangle N_e}{(h\nu)^3 \langle Z \rangle \sqrt{kT}} \text{ cm}^{-1} \quad (4.9)$$

avec $\langle Z \rangle$ le degré d'ionisation et $N_e = N \langle Z \rangle = \frac{\rho k}{\mu} \langle Z \rangle$ la densité électronique (en cm^{-3}). Le degré d'ionisation pour une densité et une température données nous était fourni par les tables de STA. Ces opacités étaient ensuite intégrées le long de la largeur de la cible afin de calculer le coefficient de transmission :

$$I/I_0 = \exp\left(-\int \sigma_\nu dl\right) \quad (4.10)$$

Enfin, en mettant les uns au-dessus des autres les profils obtenus à chaque pas de temps, nous obtenons une image de diagnostic simulé (cf. figure 4.18). On constate que le rapport de transmission entre le milieu non perturbé et le précurseur est de 60%. Ce rapport est à comparer aux 70% mesurés dans l'image expérimentale. L'accord est très convenable étant donné les imprécisions des mesures du contraste sur le diagnostic. On a donc un deuxième argument en faveur de notre analyse de l'expérience : la courbe mesurée trace la position du précurseur. En revanche, il reste une zone d'ombre à notre interprétation. En effet, sur le diagnostic simulé, il apparaît clairement que le choc est totalement opaque à l'observation. Cette bande sombre devrait normalement se voir sur l'image de l'expérience, ce qui n'est pas le cas. Cette différence peut avoir plusieurs causes. La première vient du fait qu'HERACLES ne traite pas bien la détente dans le piston. Ainsi, la partie post-choc n'est pas du tout fidèle à la réalité. D'autant plus que le piston n'est pas simulé alors qu'il joue un rôle : le plastique chauffé émet et contribue à augmenter le coefficient de transmission. Enfin, on peut voir sur le résultat de l'expérience que cette zone est polluée pendant une grande partie du temps par une source lumineuse auxiliaire (bande latérale gauche sur la figure 4.11). La colle utilisée pour fixer le piston à la cible a peut-être joué un rôle dans cette contamination...

4.5 Le futur : la LIL et le LMJ

Nous avons décrit dans ce chapitre les premières simulations de chocs radiatifs bidimensionnels obtenues avec HERACLES. Nous avons montré l'influence de différents paramètres sur la structure et la dynamique des chocs. Le rapport sans dimension de la largeur du canal sur le libre parcours

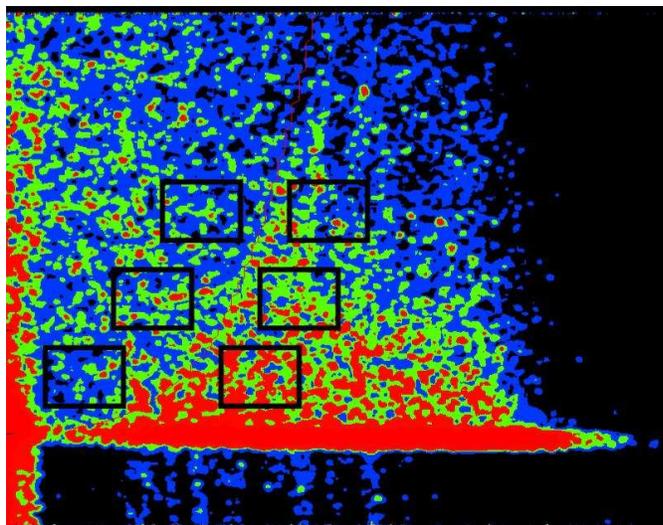


FIG. 4.17 – Emplacement sur l'interférogramme expérimental des six zones choisies pour les moyennes de brillance servant à la comparaison avec la simulation HERACLES.

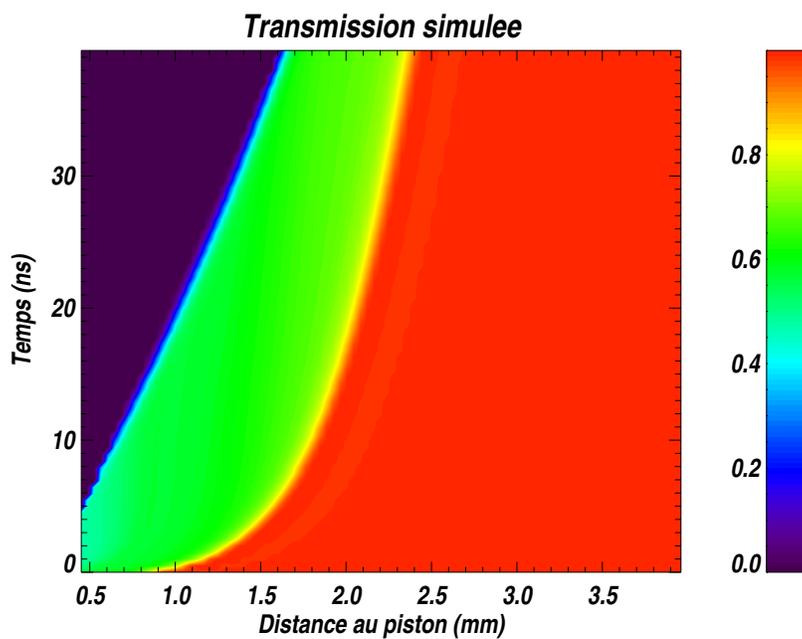


FIG. 4.18 – Diagnostic simulé : coefficient de transmission dans la cible.

moyen des photons est un paramètre clé pour la structure du choc. Pour des valeurs très petites, le choc plan avance lentement et le précurseur est très fin, tandis que pour de grandes valeurs, la limite unidimensionnelle est retrouvée. La courbure du choc est maximale lorsque ce rapport est de l'ordre de l'unité. L'albédo des parois, qui quantifie les fuites radiatives latérales, est un second paramètre agissant sur la dynamique. Plus les fuites sont importantes, plus le précurseur ralentit. Le choc n'est, quant à lui, quasiment pas influencé par ce paramètre. Nous avons ensuite montré que la limite stationnaire pouvait être atteinte en quelques dizaines de nanosecondes. Pour cela, on peut jouer à la fois sur l'albédo des parois et sur la durée de l'impulsion laser. Enfin, nous avons utilisé HERACLES pour dimensionner et analyser une expérience. Nous avons montré par deux tests indépendants que la courbe observée dans l'interférogramme expérimental était le traceur du précurseur radiatif.

Ayant prouvé notre capacité à analyser une expérience de choc radiatif par le biais de simulations numériques avec HERACLES, nous sommes impliqués dans une future expérience qui aura lieu courant 2008 sur la Ligne d'Intégration Laser (LIL). Ce nouvel instrument est le précurseur de ce que sera le Laser Mégajoule (LMJ) à l'horizon 2010. Ce dernier pourra délivrer une énergie de 1,8 MJ, similaire à celle du projet américain de National Ignition Facility (NIF). La LIL, quant à elle, correspond à l'heure actuelle à un soixantième de l'installation du LMJ : ce sont quatre faisceaux lasers capables de délivrer une énergie de 30 kJ à $0.35 \mu\text{m}$. Il est envisagé à terme de doubler cette installation en construisant un deuxième quadruplet de faisceaux.

Dans le cadre de la thématique des chocs radiatifs, l'intérêt d'utiliser un tel instrument est de pouvoir générer des chocs très forts (vitesse accrue donc température et effets radiatifs plus importants) et ce, sur des temps très longs. L'impulsion pourra en effet atteindre jusqu'à 15 ns, à comparer aux 0.3 ns de PALS. Le régime où l'énergie radiative domine sur l'énergie du gaz pourrait ainsi être atteint. Une étude de la propagation du choc dans un milieu hétérogène est aussi envisagée en remplissant une partie du tube avec un aérogel à très basse densité moyenne. Enfin, cette installation nous rapprochera un peu plus du régime stationnaire (cf. § 4.3.4), et donc un peu plus du contexte astrophysique.

Pour fixer des ordres de grandeur, des simulations ont montré que la LIL permettra d'obtenir des chocs radiatifs à la vitesse de 150-200 km/s et des températures de l'ordre de 100 eV dans le précurseur et de 300 eV dans le choc. Les pertes radiatives latérales joueront toujours un rôle prépondérant dans la dynamique du précurseur et HERACLES sera donc un bon outil pour l'étalonnage et l'analyse de ces expériences.

CHAPITRE 5

Les jets moléculaires d'étoiles jeunes

Sommaire

5.1	Présentation	98
5.2	La configuration envisagée	100
5.2.1	Exemple de jet purement hydrodynamique	101
5.2.2	Prise en compte du transfert	102
5.2.3	Mise en équation	106
5.3	Résultats	110
5.3.1	Simulations unidimensionnelles	110
5.3.2	Simulations bidimensionnelles	113
5.4	Perspectives	118
5.4.1	Conditions physiques du jet	118
5.4.2	Modèle de couplage avec les grains?	119
5.4.3	Vers un jet magnéto-radiatif?	121

Ce chapitre est dédié à une seconde application physique de HERACLES : les jets astrophysiques. La première partie présente brièvement la problématique des jets observés lors de la formation d'étoiles. En regard de ces observations, nous nous sommes fixés une configuration de base explicitée dans la partie suivante. Tout d'abord, une simulation purement hydrodynamique nous a permis de mieux appréhender les phénomènes de base mis en jeu. Ensuite, nous montrons pourquoi et comment tenir compte du transfert radiatif dans ce cas. Les opacités caractéristiques de ces milieux mettent en lumière les limitations du modèle gris considéré jusqu'à présent et nous forcent à nous approcher d'un modèle multigroupe en considérant deux groupes de photons. La partie suivante présente les résultats obtenus. Des simulations unidimensionnelles nous ont permis de mieux comprendre les effets respectifs de chaque mécanisme envisagé. Des simulations bidimensionnelles ont, quant à elle, permis de montrer l'importance des effets radiatifs dans les phénomènes de propagation du jet. Elles ont montré les

effets très différents sur la structure hydrodynamique de la prise en compte de l'émission de photons avec, dans un cas, un terme de refroidissement et, dans un autre, le traitement du transfert radiatif. Enfin, la dernière partie décrit un certain nombre d'extensions physiques possibles applicables à notre modèle.

5.1 Présentation

Les observations ont montré que les jets étaient un phénomène récurrent en astrophysique pour tous les objets qui accrétaient rapidement de la masse. Ils apparaissent à toutes les échelles : des noyaux actifs de galaxies à la formation d'étoiles. Suivant l'objet ainsi observé, les jets ont des paramètres physiques bien différents. La distance sur laquelle ils évoluent varie de l'unité astronomique ($1 \text{ UA} = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}$) au parsec ($1 \text{ pc} = 3 \cdot 10^{18} \text{ cm}$), leur vitesse de quelques centaines de kilomètres par seconde à une fraction de la vitesse de la lumière... Pourtant, ils partagent tous une physique commune, celle d'un objet massif créant un puits de potentiel local fort, ce qui met en mouvement la matière environnante et crée un disque d'accrétion par conservation du moment cinétique. Ensuite, à cause de l'excès de quantité de mouvement provenant du transfert de l'énergie gravitationnelle en énergie cinétique, une partie de la matière accrétée est éjectée de l'objet central dans la région de moindre résistance, précisément la zone axiale. Les effets thermiques et magnétiques se combinent pour éjecter cette matière sous forme de jets collimatés perpendiculairement au disque d'accrétion. Ces jets interagissent ensuite avec le milieu environnant par des mécanismes complexes magnétiques, radiatifs, de chocs... Intéressons-nous plus précisément au cas des jets d'étoiles jeunes.

L'évolution du nuage moléculaire qui va former une étoile est divisée en plusieurs grandes étapes (Lada 1987, André *et al.* 2000). On observe d'abord une phase pré-stellaire où le nuage moléculaire est à des températures de l'ordre de 10 K et aucune étoile n'est encore formée. Ensuite, à partir de la formation de l'étoile par auto-gravité, commence la phase proto-stellaire. On y distingue deux sous-étapes. Tout d'abord, l'objet de classe 0, à des températures de 20-30 K et pour lequel la masse de l'étoile est inférieure à la masse de son enveloppe. Ensuite l'objet de classe I où les températures atteignent quelques centaines de kelvins et pour lequel la masse de l'étoile dépasse celle de son enveloppe. Cette phase proto-stellaire est caractérisée par un mécanisme d'accrétion-éjection avec la présence d'un disque d'accrétion et de jets bipolaires perpendiculaires à ce disque. Le temps de vie de tels objets est de 10^4 ans pour l'objet de classe 0 et de 10^5 ans pour l'objet de classe I. Puis ce mécanisme d'accrétion-éjection s'arrête, l'étoile étant alors entourée d'un disque fin dans lequel se formeront les planétésimaux. C'est la phase pré-séquence principale. Enfin, les températures au centre de l'étoile ne cessent d'augmenter par contraction gravitationnelle. Lorsqu'elles

atteignent environ 10^7 K, l'hydrogène commence à brûler et débute ainsi la phase de séquence principale. Puisque nous nous intéressons aux jets, notre étude a trait aux objets proto-stellaires dans les premières centaines de milliers d'années de vie de l'étoile. Mais qu'en est-il des propriétés des jets eux-mêmes ?

Nous ne faisons ici qu'un bref résumé des caractéristiques de ces jets déduites des observations. Pour plus de détails, on pourra se reporter aux revues de Cabrit (2002), de Gouveia dal Pino (2005) ou aux revues très complètes sur les objets Herbig-Haro de Reipurth et Raga (1999) et Reipurth et Bally (2001). Ces observations atteignent à présent des résolutions spatiales de l'ordre de la dizaine d'unités astronomiques pour les sources les plus proches. La figure 5.1 montre des exemples d'observations de tels objets dans le visible par le télescope spatial Hubble. La première image, celle de HH30, montre le jet perpendiculaire à un disque d'accrétion opaque constitué de poussières dans lequel est enfouie l'étoile source. L'observation de HH34 met en évidence la structure en chapelet d'un jet avec des nodules apparaissant à intervalles réguliers. Quant à l'image de HH47, elle montre une structure complexe avec des chocs d'étrave de part et d'autre d'un jet d'une très grande extension. Les tailles caractéristiques des jets d'étoiles jeunes observés varient de 0.01 parsec à quelques parsecs. Ces jets sont très collimatés, leur angle d'ouverture étant inférieur à 10° . Il est communément admis dans les modèles que les nodules observés s'expliquent par des pulsations dans l'impulsion de départ du jet. Ces pulsations génèrent un chapelet de surdensités régulièrement espacées, leur intervalle étant directement lié à la période de pulsation et à la vitesse du jet. Ces surdensités portent le nom d'objets de Herbig-Haro car ce sont les deux premiers astronomes à les avoir découverts observationnellement sans toutefois les relier à la formation d'étoiles. Ces objets de Herbig-Haro sont visibles jusqu'à 0.1 pc de la source et sont espacés de 500 à 1 000 UA, leur rayon étant d'environ 200 UA. En observant les jets par spectroscopie, on peut aussi en déduire des valeurs de température et vitesse. La température du jet trouvée est de l'ordre de 10^4 K et le décalage des raies par effet Doppler montre que les vitesses mises en jeu varient de 100 à 500 km/s.

Pour essayer de mieux comprendre ces observations, des modèles théoriques et numériques ont été construits. Ces modèles, hydrodynamiques pour la plupart et magnéto-hydrodynamiques pour certains, ont permis d'étudier de manière approfondie l'influence de différents paramètres sur la structure et la propagation du jet. Ont ainsi été étudiées l'influence du rapport de densité entre le jet et le nuage (Rosen et Smith 2004b), la précession du jet (Rosen et Smith 2004a, Smith et Rosen 2005) ou encore l'interaction avec un milieu inhomogène (de Gouveia Dal Pino 1999, O'Sullivan et Lery 2002). Pour pouvoir comparer aux observations, certaines de ces études ont aussi pris en compte la chimie, ce qui permet de calculer des cartes d'émission dans différentes raies, moléculaires ou atomiques (Smith et Rosen 2005). Toute-

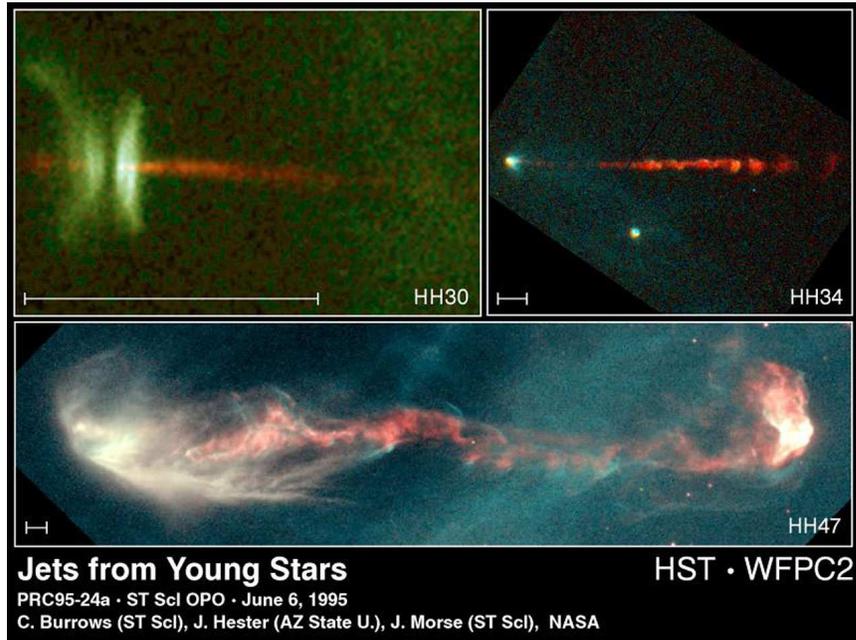


FIG. 5.1 – Exemples d’observations de jets par le télescope spatial Hubble (HST). Le trait blanc sur chaque image représente une distance de 1 000 UA ou 0.005 pc. Ces images sont tirées du site internet du HST.

fois, jusqu’à présent, l’émission de photons par la matière chauffée n’était prise en compte que par un terme de refroidissement dans l’hydrodynamique, ce qui n’était valable que dans les régions optiquement minces. Or, les opacités mises en jeu montrent que le milieu peut être opaque dans un certain domaine de longueur d’onde (cf. § 5.2.2). Nous avons donc voulu montrer l’importance des effets radiatifs en insistant sur la différence importante au niveau de la structure de l’écoulement entre un terme de refroidissement et du transfert radiatif. Nos simulations ont été faites sans tenir compte du champ magnétique. Celui-ci joue un rôle prépondérant lors de la formation du jet, mais on peut penser que son influence est moindre pendant la propagation du jet, lorsque celui-ci atteint un régime balistique dominé par l’énergie cinétique, et lors de son interaction avec le nuage moléculaire environnant.

5.2 La configuration envisagée

Les jets se formant dans une grande variété d’objets astrophysiques, nous nous sommes restreints à l’étude de ceux créés lors des premiers stades d’évolution d’une étoile en formation. Les observations montrent que leurs conditions physiques peuvent être très variables. Nous avons donc fait un choix de

configuration. Nous considérons le cas d'un jet sous-dense (par rapport au milieu dans lequel il se propage), sans angle d'ouverture et avec une éventuelle pulsation en impulsion. Notre but est de savoir si un tel jet peut, de par son extension latérale et sa forte impulsion initiale, mettre en mouvement la matière du nuage qu'il traverse et créer un jet plus dense ou un flot moléculaire.

Les nuages moléculaires en effondrement gravitationnel ont des profils de densité en $r^{-1.5}$ approximativement (Ciolek et Mouschovias 1994, André *et al.* 2000). Dans un premier temps, nous avons décidé de considérer le cas d'un milieu homogène et au repos. La densité retenue de 10^6 cm^{-3} est celle observée à une distance approximative de 1 000 UA du centre du nuage.

Quant au jet, de quelques 10^{15} cm de rayon, nous avons fixé sa densité égale à 10^2 cm^{-3} , sa température à 100 K et sa vitesse entre 100 et 500 km/s. S'il est pulsé, son impulsion varie avec une période de 60 ans et une amplitude de 25% (Cabrit 2002, Smith et Rosen 2005).

5.2.1 Exemple de jet purement hydrodynamique

Nous avons tout d'abord fait une simulation purement hydrodynamique pour mieux illustrer la complexité d'un jet. C'est une simulation bidimensionnelle axisymétrique. Le fait de ne considérer que l'hydrodynamique permet de prendre une très bonne résolution. Dans notre cas, nous avons pris 1 000 x 4 000 cellules pour échantillonner un domaine de $2.5 \cdot 10^{16} \text{ cm} \times 10^{17} \text{ cm}$. La simulation a évolué sur 624 ans.

Les caractéristiques du jet sont : une largeur de $1.5 \cdot 10^{15} \text{ cm}$, une densité de 500 cm^{-3} , une vitesse de 200 km/s, une température de 100 K et une pulsation de 25% sur 60 ans. La densité du milieu ambiant est de $5 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-3}$ et sa température de 100 K.

La figure 5.2 montre les résultats de cette simulation pour le logarithme de la densité à quatre temps différents. Dans ces images, étant donné la symétrie axiale, nous avons dupliqué les résultats d'HERACLES pour que le jet apparaisse dans sa globalité. Le code de couleurs trace des densités de 10 cm^{-3} pour le noir à $2.6 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ pour le rouge. Dans la première image, nous voyons clairement apparaître la largeur initiale du jet puisque celui-ci a une forme de doigt allongé. Cette largeur est aussi visible sur les images suivantes où l'on observe les différentes pulsations de densité. En pénétrant dans le milieu, le jet crée un choc, en rouge sur les figures, dans lequel la densité atteint quelques 10^6 cm^{-3} et la température $2 \cdot 10^6 \text{ K}$. Bien qu'au départ ce choc ait la forme d'un doigt allongé, au cours du temps, son rayon de courbure s'élargit et il devient un choc d'étrave (bow shock en anglais) arrondi. Ces images montrent aussi toute la complexité de la structure interne du jet. Le jet percutant un milieu plus dense que lui, il est ralenti au niveau de son choc d'étrave. Ainsi, les pulsations suivantes sont plus rapides

que lui et finissent par le rattraper. L'axe du jet est donc parsemé de petites surdensités correspondant aux différentes pulsations qui vont s'écraser au fur et à mesure sur le front de choc. En plus de ces structures sur l'axe du jet, on peut voir de grands tourbillons se développer au niveau du choc. L'apparition et le développement de ces structures sont principalement liés à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz à l'interface entre le jet en mouvement et le milieu au repos.

5.2.2 Prise en compte du transfert

Si les photons émis ne sont pas réabsorbés par le système, il suffit de les traiter par un terme de refroidissement. Dans le cas contraire, il faut les traiter avec du transfert radiatif pour tenir compte de leur interaction dynamique avec l'hydrodynamique. Nous montrons ici que nous sommes dans le second cas de figure.

Les opacités

Dans les sites de formation d'étoiles, la lumière des étoiles, émise dans les domaines visible et ultraviolet principalement, est totalement absorbée par les poussières qui ne constituent pourtant qu'un pourcent de la masse totale. Les grains de poussière sont ainsi chauffés et réémettent des photons dans le domaine infrarouge. Étant donné que nous ne cherchons pas encore à étudier de manière fine l'influence de l'opacité des grains pour comparer nos simulations aux observations, mais plutôt à déterminer des comportements globaux, nous nous sommes cantonnés à un seul jeu d'opacités tiré de Weingartner et Draine (2001) et Draine (2003) (pour plus de détails voir <http://www.astro.princeton.edu/~draine/dust/dustmix.html>). Ces opacités spectrales sont reproduites dans la figure 5.3. Pour de faibles températures, l'essentiel de l'opacité totale est dû à cette composante de poussières, mais cela n'est plus vrai aux très hautes températures. Pour des températures au-delà de 2 000 K, les poussières sont sublimées et l'opacité n'est due qu'à la seule présence de gaz. Pour cette composante de gaz, Jean-Marc Huré nous a généreusement mis à disposition ses tables d'opacités (Huré 2000), cohérentes avec celles de Semenov *et al.* (2003), ainsi qu'une partie de ses programmes.

Importance du transfert

Une fois les opacités fixées, il convient de vérifier si les effets radiatifs sont importants dans notre configurations. Pour qu'ils le soient, il faut que l'opacité soit suffisamment grande afin que les photons émis soient absorbés avant qu'ils ne s'échappent du domaine de calcul. Regardons pour quelle valeur de densité il y a égalité entre la taille de la boîte et le libre parcours

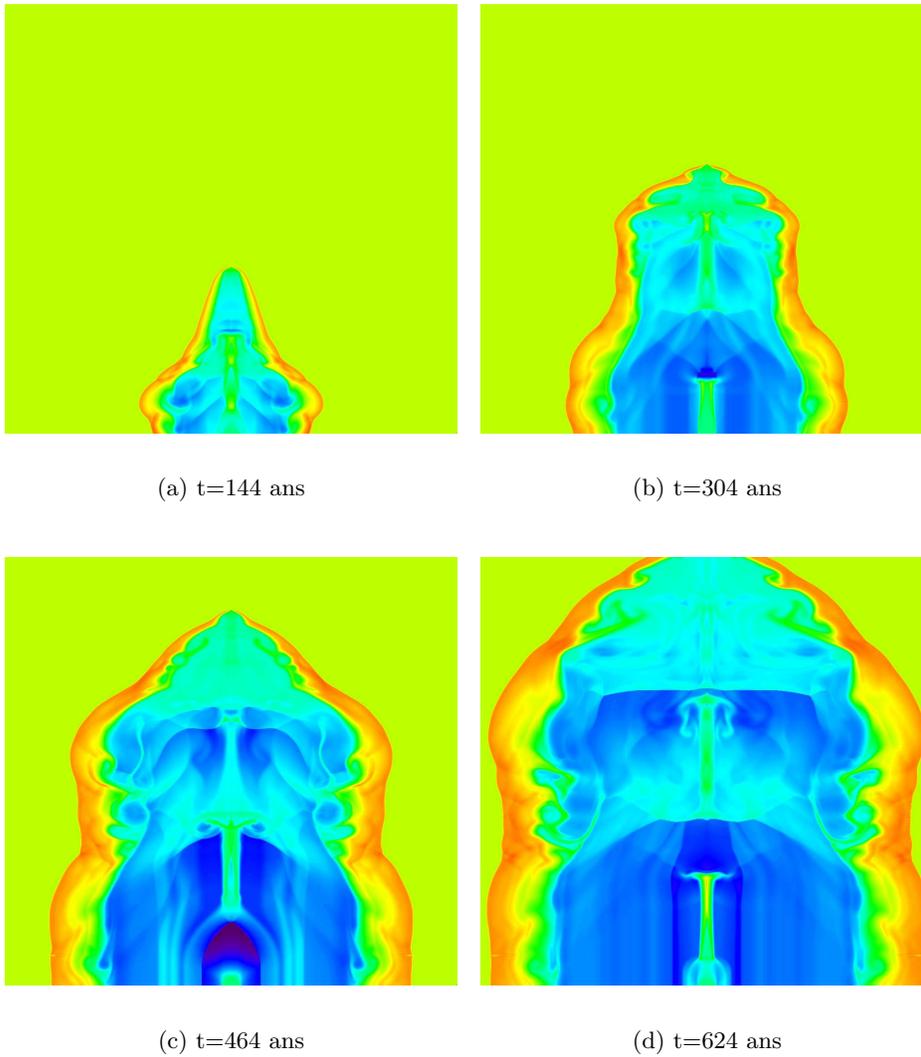


FIG. 5.2 – Cartes bidimensionnelles du logarithme de la densité dans une simulation de jet pulsé purement hydrodynamique à quatre instants différents.

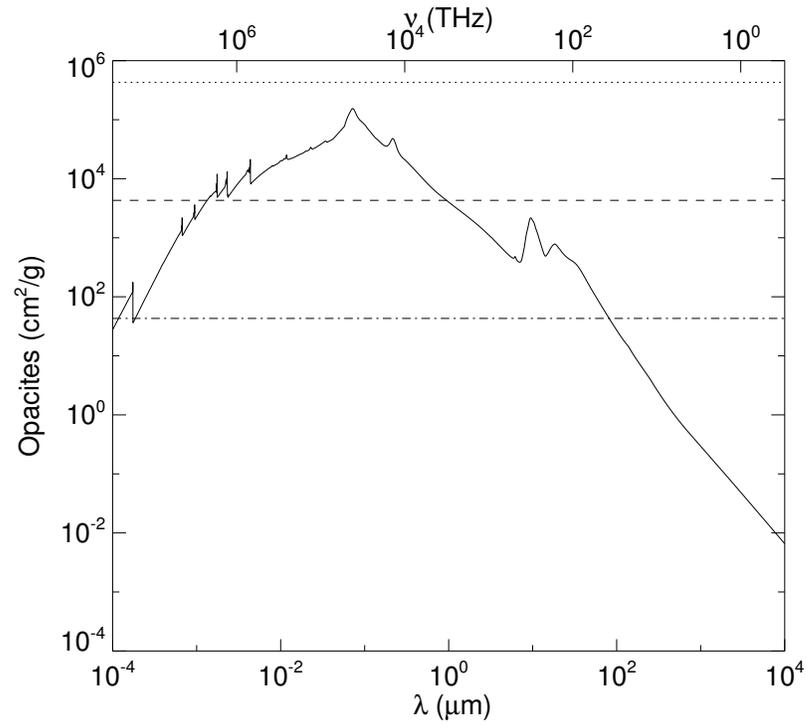


FIG. 5.3 – Opacités spectrales de la poussière. Les lignes horizontales correspondent à l'opacité telle que le libre parcours moyen associé soit égal à la longueur de notre boîte de simulation (10^{16} cm) pour une densité de 10^2 cm⁻³ (pointillés), 10^4 cm⁻³ (tirets) et 10^6 cm⁻³ (trait mixte).

moyen des photons :

$$\kappa_{\lambda=L} = 4.3 \cdot 10^4 \left(\frac{10^3 \text{ cm}^{-3}}{n} \right) \left(\frac{10^{16} \text{ cm}}{L} \right) \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \quad (5.1)$$

Pour une taille de boîte et une densité fixées, les photons pour lesquels l'opacité est plus grande que cette valeur sont réabsorbés et les autres s'échappent librement. D'après la figure 5.3, à des densités de l'ordre de 10^2 cm^{-3} et pour une taille de boîte de 10^{16} cm , tous les photons s'échappent. Pour une densité de 10^4 cm^{-3} , les photons dont la longueur d'onde est comprise entre $10^{-3} \mu\text{m}$ et $1 \mu\text{m}$ sont réabsorbés. Plus la densité augmente, plus le domaine de fréquences des photons réabsorbés s'élargit. Par exemple, pour une densité de 10^6 cm^{-3} , le domaine va de $10^{-4} \mu\text{m}$ à $10^2 \mu\text{m}$.

Les photons de longueur d'onde $0.1 \mu\text{m}$ sont toujours réabsorbés dans le nuage. Il faut maintenant savoir si leur réabsorption a une influence significative. Pour cela, il faut que ces photons transportent une fraction non négligeable de l'énergie bolométrique. La figure 5.4 montre la fraction d'énergie dans la bande de fréquence $[0.08 \mu\text{m}, 0.18 \mu\text{m}]$ en fonction de la température. On constate qu'à des températures de l'ordre de celles observées dans les jets, c'est-à-dire quelques 10^4 K , ce groupe transporte jusqu'à 54% de l'énergie bolométrique. Une part non négligeable de l'énergie des photons émis doit être traitée par le transfert radiatif et non par un terme de refroidissement. De plus, on sait que l'effet du refroidissement est important sur la dynamique des jets. La rétroaction par le transfert radiatif mérite donc d'être étudiée.

Les limitations du modèle gris

Utiliser un modèle gris, comme décrit dans les chapitres précédents, pour traiter le transfert n'est pas adapté à l'étude des jets. En effet, un modèle gris utilise les opacités de Planck bolométriques (cf. figure 5.5). L'absorption est donc fonction de la température uniquement, et l'opacité en un point correspond peu ou prou à l'opacité spectrale pour des photons à cette température. Nous appelons "température" des photons la température correspondant au pic d'émission d'un corps noir. Elle vérifie la relation

$$\lambda_{\text{max}} T = 2 \, 898 \mu\text{m K} \quad (5.2)$$

Ainsi, l'opacité grise du nuage à 100 K correspond à l'opacité spectrale à une longueur d'onde de $29 \mu\text{m}$. Or, à cette longueur d'onde, l'opacité est si faible que le libre parcours moyen est plus grand que la taille de notre simulation : les photons émis par le choc ne sont pas réabsorbés dans un modèle gris. Il convient donc d'utiliser un autre modèle.

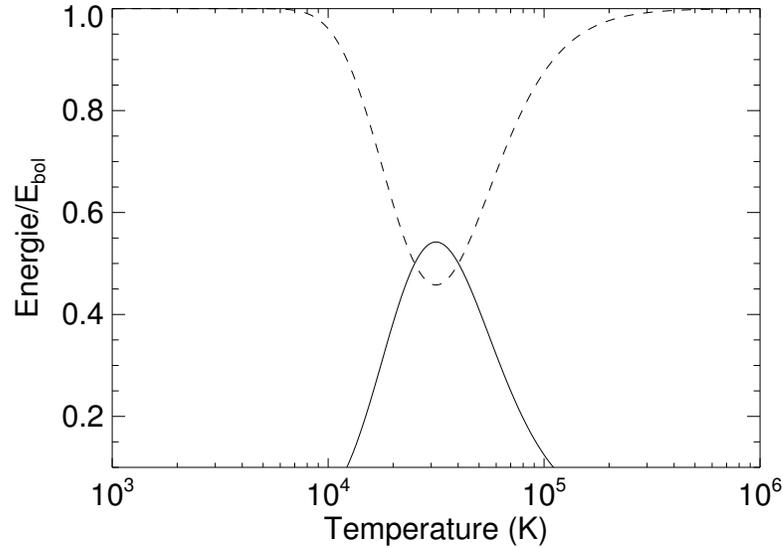


FIG. 5.4 – Fraction d'énergie dans la bande de fréquence $[0.08 \mu\text{m}, 0.18 \mu\text{m}]$ (trait plein) et en dehors (tirets) en fonction de la température.

Un modèle pseudo-multigroupe

Ne pouvant nous contenter d'un modèle gris, il nous faut nous rapprocher d'un modèle multigroupe en réservant aux photons un traitement différent suivant leur fréquence.

Schématiquement, on voit sur la figure 5.3 se former deux groupes de photons. Le premier groupe G_1 , que l'on pourra qualifier d'ultraviolet, est constitué de photons principalement émis autour de $0.1 \mu\text{m}$. Le milieu est opaque à ces photons qui sont donc réabsorbés. Leur traitement nécessite une prise en compte fine du transfert. Le second groupe, que l'on qualifiera d'infrarouge, représente des photons ayant des longueurs d'onde plus grandes que $1 \mu\text{m}$. Dans ce domaine de fréquences, le milieu est optiquement mince, les photons s'échappent librement, et il suffit de les modéliser par un terme de refroidissement dans l'équation sur l'énergie du gaz. Le modèle utilisé est donc à mi-chemin entre un modèle gris et un modèle multigroupe. Il constitue une première étape très intéressante pour une future extension de HERACLES au multigroupe.

5.2.3 Mise en équation

Quelles sont les équations à résoudre dans le cas de notre modèle à deux groupes ? On reprend le système M_1 fréquentiel (1.16) et on l'intègre sur les deux groupes de fréquences :

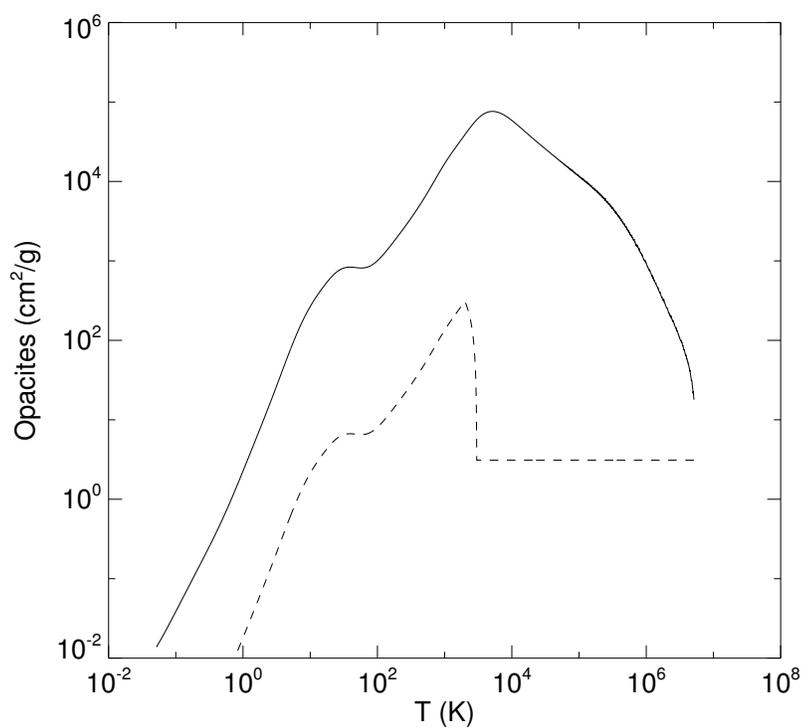


FIG. 5.5 – Opacités de Planck de la poussière. Moyenne de Planck des opacités spectrales de la figure 5.3 (trait plein) puis corrigées du rapport de masse des poussières (1%) et de leur sublimation (tirets).

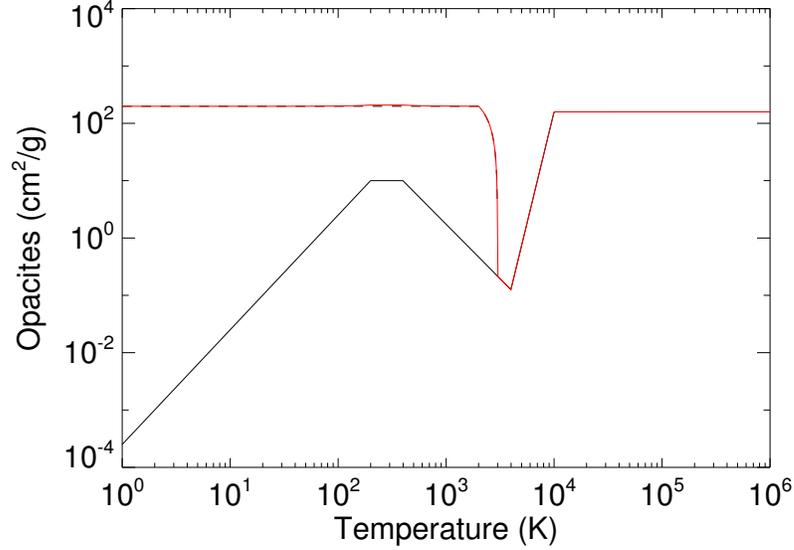


FIG. 5.6 – Opacités du gaz (noir, trait plein), de la poussière (noir, tirets) et totale (rouge) dans le groupe ultraviolet G_1 .

$$\begin{cases} \frac{\partial E_r^i}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^i = c(\sigma_P^i \int_{G_i} 4\pi/cB(\nu)d\nu - \sigma_E^i E_r^i) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^i}{\partial t} + c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^i = -\sigma_{tot}^i \mathbf{F}_r^i \end{cases} \quad (5.3)$$

où i est l'indice du groupe, $\sigma_P^i = \frac{\int_{G_i} 4\pi/cB(\nu)\sigma_a^\nu d\nu}{\int_{G_i} 4\pi/cB(\nu)d\nu}$, $\sigma_E^i = \frac{\int_{G_i} E_r^\nu \sigma_a^\nu d\nu}{\int_{G_i} E_r^\nu d\nu}$ et $\sigma_{tot}^i = \frac{\int_{G_i} F_r^\nu \sigma_{tot}^\nu d\nu}{\int_{G_i} F_r^\nu d\nu}$.

On fait de plus l'hypothèse simplificatrice, comme dans le cas gris, de dire que tous les σ^i sont égaux à σ_P^i . La figure 5.6 illustre les opacités dans le groupe ultraviolet G_1 dues aux différentes composantes : gaz et poussières.

Une fois l'hydrodynamique déjà résolue et en posant $S^i = \int_{G_i} 4\pi/cB(\nu)d\nu$ pour alléger les équations, le système complet est donc :

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial t} = -c\sigma^1(S^1 - E_r^1) \\ \quad \quad \quad -c\sigma^2(S^2 - E_r^2) \\ \frac{\partial E_r^1}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^1 = c\sigma^1(S^1 - E_r^1) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^1}{\partial t} + c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^1 = -\sigma^1 \mathbf{F}_r^1 \\ \frac{\partial E_r^2}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^2 = c\sigma^2(S^2 - E_r^2) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^2}{\partial t} + c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^2 = -\sigma^2 \mathbf{F}_r^2 \end{cases} \quad (5.4)$$

On a vu dans le paragraphe précédent que la prise en compte du second groupe ne nécessitait pas de transfert radiatif et pouvait se contenter d'un

traitement par un terme de refroidissement. Le système précédent se simplifie donc :

$$\begin{cases} \frac{\partial e}{\partial t} & = -c\sigma^1(S^1 - E_r^1) + \Gamma_2 - \Lambda_2 \\ \frac{\partial E_r^1}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^1 & = c\sigma^1(S^1 - E_r^1) \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^1}{\partial t} + c\nabla \cdot \mathbb{P}_r^1 & = -\sigma^1 \mathbf{F}_r^1 \end{cases} \quad (5.5)$$

où Γ_2 et Λ_2 correspondent aux termes de chauffage et refroidissement du gaz en dehors du groupe ultraviolet.

Termes de chauffage et refroidissement

Il convient à présent de spécifier les termes de chauffage et de refroidissement du milieu interstellaire qui interviendront dans l'équation d'évolution de l'énergie du gaz (Lequeux 2002).

Le chauffage a lieu par excitations radiatives et désexcitations collisionnelles. Une particule ou un photon très énergétique entre en collision avec une particule du milieu faisant passer un électron à un niveau supérieur d'excitation (il peut même être arraché si l'énergie apportée est suffisante). Cet électron suprathermique rend alors au milieu son surplus d'énergie en se thermalisant par le biais de collisions élastiques. Quant au refroidissement, c'est le phénomène inverse : excitations collisionnelles et désexcitations radiatives. Lorsqu'une particule légère entre en collision inélastique avec une particule lourde du milieu, la particule légère perd de l'énergie cinétique et le gaz se refroidit par thermalisation avec elle. Quant à la particule lourde, elle réémet son surplus d'énergie par rayonnement infrarouge qui, on l'a déjà vu, n'est pas réabsorbé.

Nous avons considéré deux termes de chauffage principaux : les rayons cosmiques et l'effet photoélectrique sur les grains. Quant au refroidissement, nous avons considéré les termes dus aux raies de structure fine de l'oxygène neutre, du carbone neutre et de l'ion C^+ ainsi que le refroidissement collisionnel des molécules H_2 , H_2O et ^{13}CO , autant de molécules présentes dans les jets et flots moléculaires. Enfin, nous avons aussi considéré un terme de refroidissement libre-libre dit de freinage (ou bremsstrahlung). Pour calculer avec précision ces termes de refroidissement, nous avons besoin de connaître les densités respectives de chacune des espèces considérées. Cela suppose donc de résoudre la chimie associée à un réseau d'espèces. La chimie interstellaire étant un sujet à part entière, nous avons fait le choix de ne pas nous investir dans cette problématique. Nous avons ainsi considéré que les abondances des éléments par rapport à la densité totale étaient constantes au cours de la simulation. Les fonctions de chauffage et de refroidissement utilisées ne dépendent donc plus que de la température et de la densité globale.

5.3 Résultats

5.3.1 Simulations unidimensionnelles

Afin de quantifier les effets dus à chaque mécanisme physique étudié (hydrodynamique, transfert, refroidissement), nous avons, dans un premier temps, fait des simulations unidimensionnelles. Le domaine de calcul est échantillonné sur 1 000 cellules et représente une longueur de $2.5 \cdot 10^{16}$ cm. Le milieu est au repos, à une température initiale de 100 K et une densité de 10^6 cm^{-3} . Le jet va à 500 km/s, avec une température de 100 K et une densité de 100 cm^{-3} .

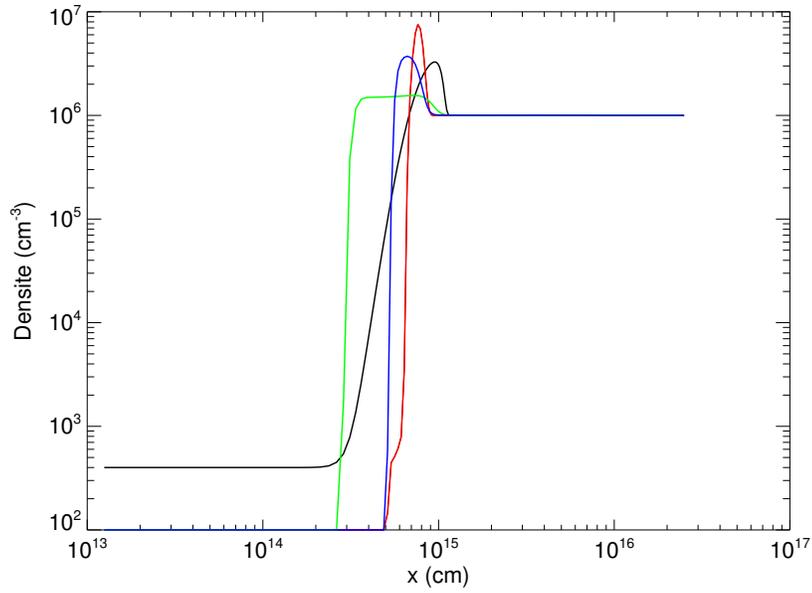
“Jet” uniforme

La figure 5.7 montre les effets des différents mécanismes dans notre configuration pour quatre simulations. Lorsqu'on ne considère que l'hydrodynamique (courbe noire), un choc se propage à une vitesse très largement inférieure à la vitesse d'injection, de l'ordre de quelques kilomètres par seconde. Le milieu post-choc est chauffé à une température proche de 10^7 K. De plus, une onde de raréfaction se crée en arrière du choc. En effet, la densité d'injection est plus faible que celle régnant dans le milieu initialement.

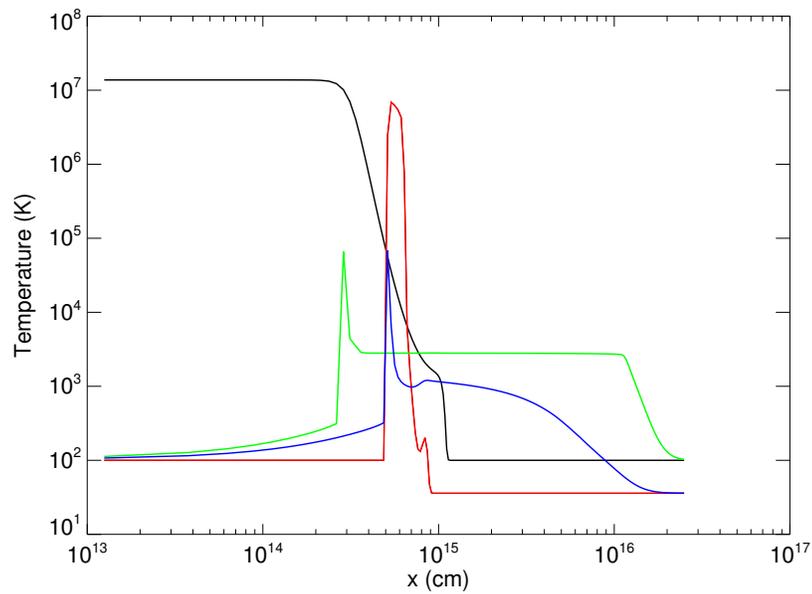
Lorsqu'on considère en plus le refroidissement (courbe rouge), le gaz post-choc se refroidit jusqu'à atteindre la température d'équilibre à la densité donnée. Ainsi, dans le jet à 10^2 cm^{-3} , la température s'équilibre à 100 K tandis que dans le milieu initial, la densité est de 10^6 cm^{-3} et la température d'équilibre de 15 K. La zone de compression est, de plus, beaucoup plus étroite et plus forte, la densité atteignant des valeurs de $8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Cela est dû au fait que, le gaz se refroidissant, son énergie interne diminue et il peut être comprimé plus fortement (cf. chapitre 4).

Étudions maintenant le cas couplé hydrodynamique et transfert, sans refroidissement : la courbe verte. Cette fois-ci, le choc, caractérisé par un pic en température, va développer un précurseur radiatif. Le rayonnement issu du choc se propage des deux côtés. Ce rayonnement chauffe alors la matière avec un temps de couplage inversement proportionnel à la densité. Ainsi, du côté du jet, le temps est long : on voit le précurseur radiatif à contre-courant du jet tel qu'on l'a déjà vu dans le chapitre 4 sur les chocs radiatifs. Comme l'injection de gaz froid est continue, le précurseur ne peut pas chauffer le jet de façon conséquente. En revanche, du côté du nuage moléculaire, la densité est grande donc le temps de couplage est court et la matière est très vite chauffée. Un plateau isotherme apparaît à une température proche de 3 000 K, ce qui correspond à peu près à la valeur de température pour laquelle l'opacité est la plus faible (cf. figure 5.6).

Enfin, si on fait une simulation complète avec hydrodynamique, refroidissement et transfert (courbe bleue), on retrouve toutes les caractéristiques précédentes. Un pic en température situe le choc, un précurseur radiatif se



(a) Densité



(b) Température

FIG. 5.7 – Effets du refroidissement et du transfert sur les profils de densité et de température dans une simulation de jet unidimensionnel après 48 ans de propagation. Noir : simulation purement hydrodynamique. Rouge : hydrodynamique + refroidissement. Vert : hydrodynamique + transfert. Bleu : hydrodynamique + refroidissement + transfert.

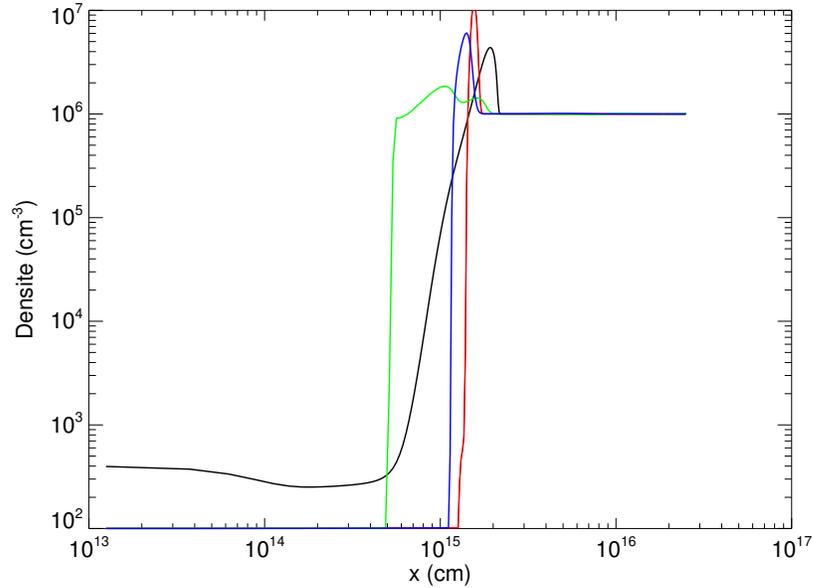


FIG. 5.8 – Effets du refroidissement et du transfert sur les profils de densité dans une simulation de jet pulsé unidimensionnel après 96 ans de propagation. Le code de couleur est identique à la figure 5.7.

propage à contre-courant, les températures d'équilibre sont de 100 K dans le jet et de 15 K dans le milieu, la zone de compression est étroite, et un plateau isotherme aux alentours de 3 000 K se développe dans le sens du jet.

“Jet” pulsé

Nous avons ensuite étudié l'influence de la pulsation du jet. La figure 5.8 représente le logarithme de la densité dans une simulation de jet pulsé avec le même code de couleur que la figure 5.7. Nous avons choisi un temps de sortie tel que les modulations soient visibles. En particulier, on en voit une dans le jet sur la courbe noire et une autre dans la région du choc sur la courbe verte. L'ajout de pulsations au jet ne change en rien les caractéristiques discutées dans le paragraphe précédent. Les profils en température sont d'ailleurs les mêmes. Seuls sont modifiés les profils d'impulsion. L'impulsion d'injection minimale étant de toute façon très supérieure à la vitesse de propagation du choc, les modulations rattrapent toujours le choc. Une succession de surdensités apparaît donc dans le jet et vient alimenter le choc.

Ces simulations nous ont donc permis de comprendre l'influence des différents mécanismes sur la propagation d'un jet unidimensionnel. L'hydrodynamique crée un choc se propageant à quelques kilomètres par seconde.

Le refroidissement comprime encore plus ce choc et diminue son extension radiale. Il change aussi les températures d'équilibre dans le nuage et dans le jet. Enfin, caractéristique du transfert, un pic en température situe le choc et un plateau isotherme créant une région surdense se développe en avant du choc.

5.3.2 Simulations bidimensionnelles

Après avoir identifié l'influence des différents mécanismes, nous avons fait des simulations bidimensionnelles. Le maillage considéré était de 100×200 cellules pour échantillonner un domaine de $2.5 \cdot 10^{16}$ cm x $5 \cdot 10^{16}$ cm. Nous avons fait une simulation purement hydrodynamique, une autre avec du refroidissement en plus et une troisième complète, c'est-à-dire en rajoutant le transfert. Elles ont toutes les trois évolué sur 2 800 ans, et la simulation avec rayonnement a mis environ cent fois plus de temps à finir.

Les caractéristiques du jet sont : une largeur de $5 \cdot 10^{15}$ cm, une densité de 500 cm^{-3} , une vitesse de 500 km/s, une température de 100 K et une pulsation de 25% sur 60 ans. La densité du milieu ambiant est de 10^6 cm^{-3} et sa température de 15 K.

Les figures 5.9-5.11 montrent le logarithme de la densité pour les six mêmes pas de temps au cours des trois simulations. La figure 5.12 montre quant à elle la température obtenue avec la simulation complète.

Les différences entre les simulations purement hydrodynamiques des figures 5.2 et 5.9 sont dues au changement des conditions initiales (la densité des nuages n'est pas du tout la même) mais aussi au changement de résolution. La résolution des trois simulations présentées ici est dégradée d'un ordre de grandeur par rapport à la simulation de la figure 5.2. Le choc prend ici très rapidement, au bout d'environ 1 000 ans, l'aspect d'un choc d'étrave courbé et son extension latérale grandit beaucoup plus vite. On constate également qu'une région sous-dense se crée le long de la largeur initiale du jet et que la surpression devant cette zone tend à écraser le jet sur lui-même. Ainsi, une structure en cône apparaît au bout de 2 500 ans environ qui tend à donner une direction privilégiée au choc d'étrave.

Lorsque l'on rajoute le refroidissement, la structure en densité change complètement. L'extension latérale est quasi nulle : le jet garde le même rayon tout au long de sa propagation. De plus, l'extrémité du jet impactant le nuage moléculaire semble être instable. Dans cette simulation, le jet n'a pour effet que de creuser une sorte de canal dans le nuage qu'il traverse.

Enfin, lorsque le rayonnement est pris en compte, le jet perd complètement son profil carré d'injection. Ce très fort rétrécissement est un effet caractéristique du transfert radiatif puisqu'il n'apparaît pas sur les deux simulations précédentes. La principale différence, lorsqu'on tient compte du transfert, réside dans le développement d'un plateau isotherme en amont du choc (cf. section précédente). Dans cette zone préchauffée, la pression

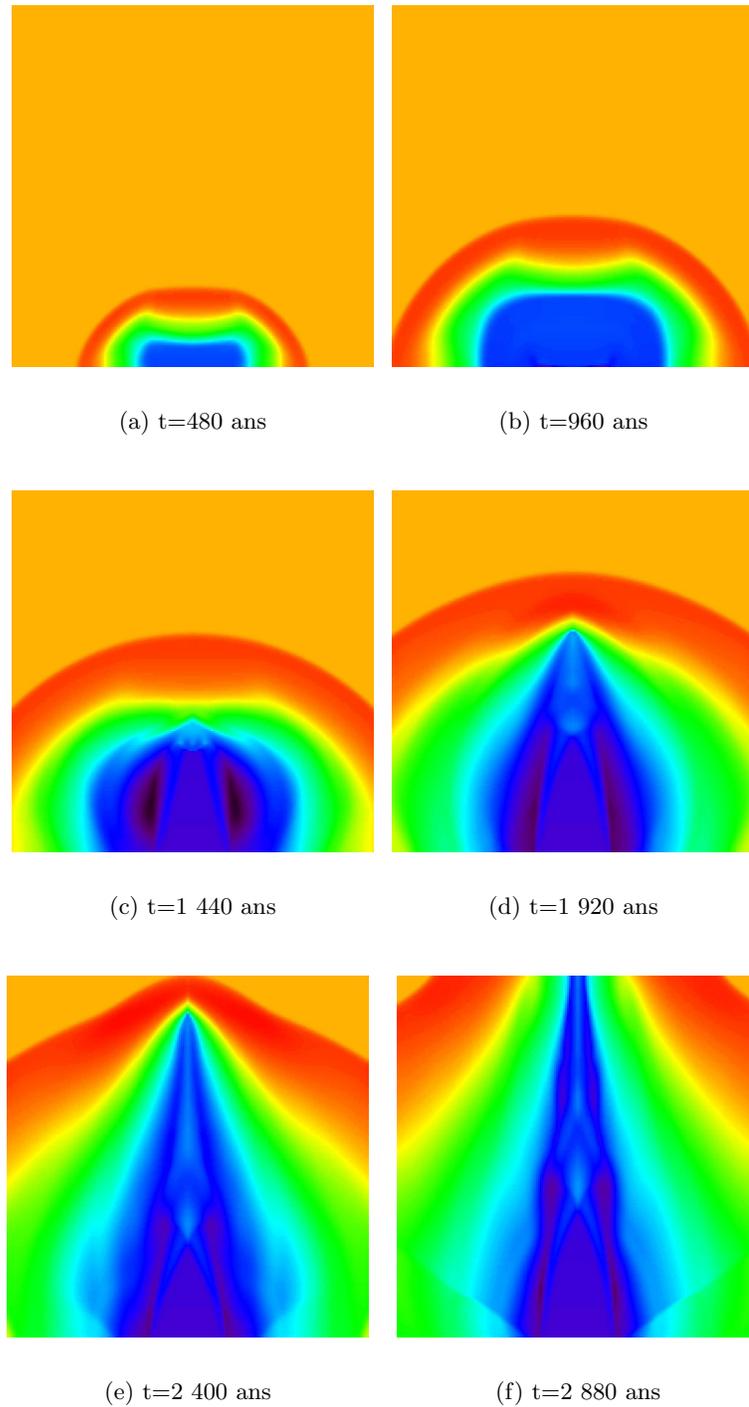


FIG. 5.9 – Cartes bidimensionnelles du logarithme de la densité dans une simulation purement hydrodynamique de jet pulsé à six instants différents. Les densités vont de 13 cm^{-3} (noir) à $5.6 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (rouge).

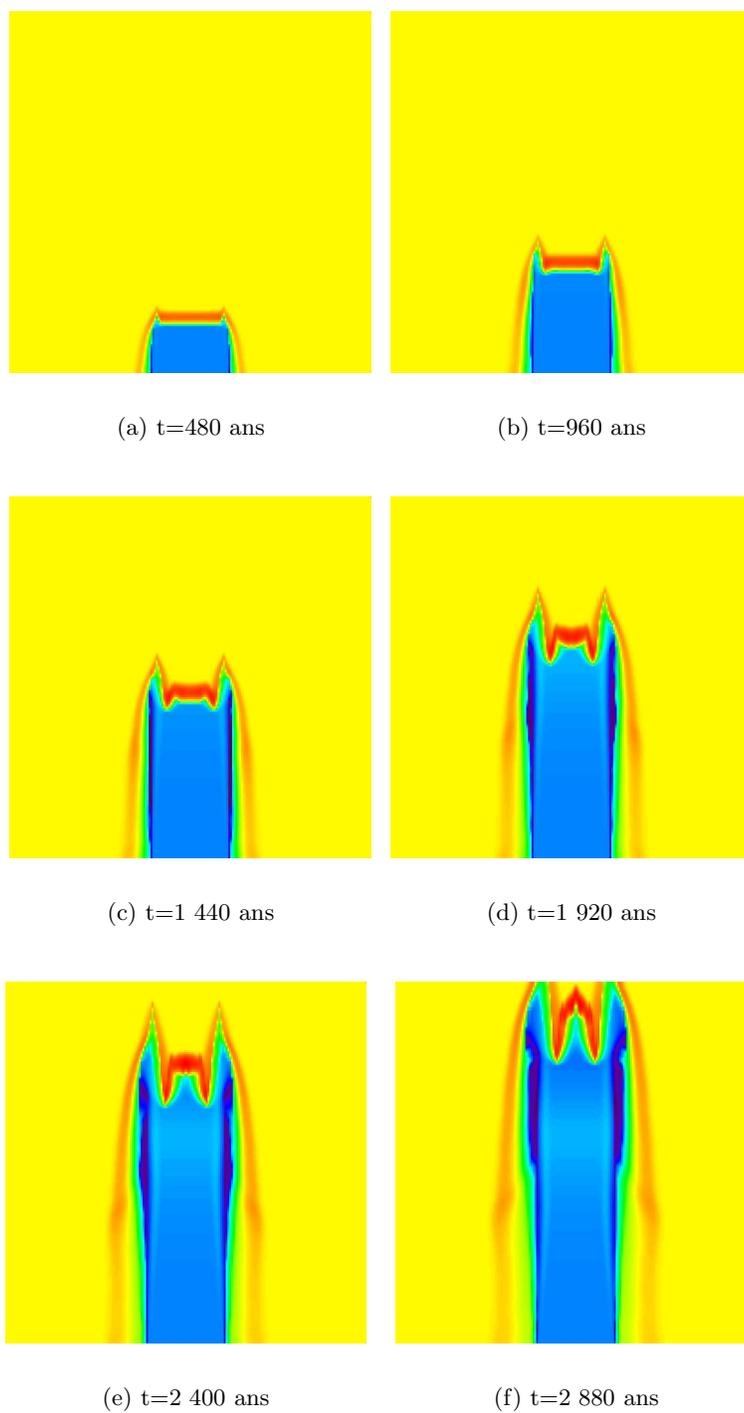


FIG. 5.10 – Cartes bidimensionnelles du logarithme de la densité dans la même simulation que pour la figure 5.9 avec du refroidissement en plus. Les densités vont de 1 cm^{-3} (noir) à $3\ 10^6\text{ cm}^{-3}$ (rouge).

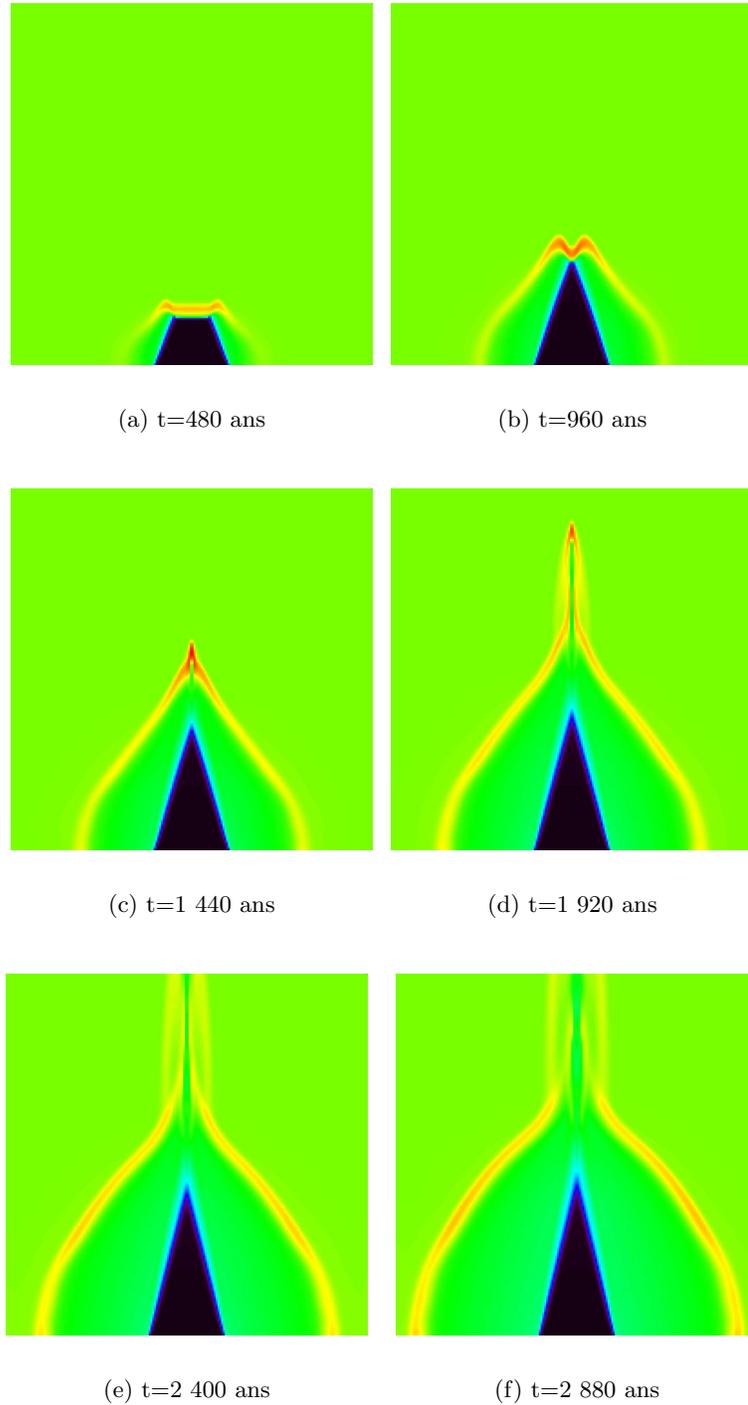


FIG. 5.11 – Cartes bidimensionnelles du logarithme de la densité dans la même simulation que pour la figure 5.10, refroidissement et transfert radiatif étant inclus. Les densités vont de 100 cm^{-3} (noir) à $4.3\ 10^7\text{ cm}^{-3}$ (rouge).

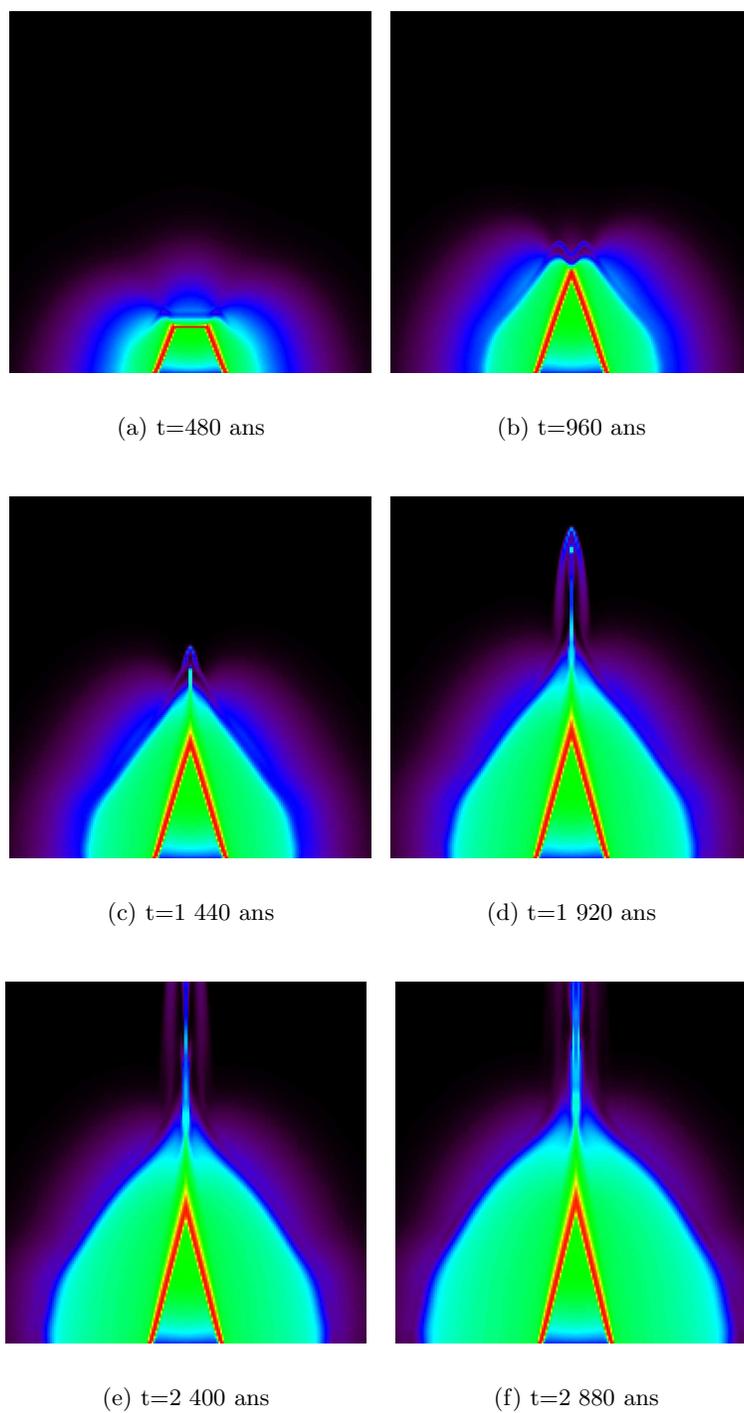


FIG. 5.12 – Cartes bidimensionnelles du logarithme de la température pour la même simulation et aux mêmes temps que dans la figure 5.11. Les températures vont de 13 K (noir) à 6.8×10^4 K (rouge).

augmente de façon considérable et elle comprime le jet qui a donc tendance à se rétrécir. Ce phénomène apparaissait déjà dans la simulation hydrodynamique mais de façon beaucoup moins prononcée puisque la structure en densité interne du jet variait continûment.

Conformément à ce que nous avons trouvé dans le cas unidimensionnel, le choc se propage initialement, quelle que soit la simulation, à des vitesses de l'ordre du kilomètre par seconde. En revanche, il y a un phénomène qui n'apparaît que dans le cas de la simulation avec du transfert radiatif. En effet, le rétrécissement du jet a tendance à rapprocher de l'axe les deux zones surdenses en avant du choc. Vers 1 500 ans, elles se rejoignent sur l'axe et accélèrent pour atteindre des vitesses de l'ordre de la dizaine de kilomètres par seconde. Un second jet se forme dont le rayon vaut quelques 10^{14} cm et la densité quelques 10^7 cm $^{-3}$. Les valeurs caractéristiques de ce second jet doivent être prises avec prudence car la simulation manque cruellement de résolution à cet endroit. Il est toutefois clair que le jet initial a réussi à initier un second jet plus dense et plus fin. De plus, les pulsations du jet initial sont transmises au jet secondaire. Le transfert radiatif semble donc être un mécanisme pouvant jouer un rôle important dans la propagation des jets.

5.4 Perspectives

Nous avons montré dans ce chapitre que les opacités des milieux considérés permettent de penser que le transfert radiatif joue un rôle dans la propagation d'un jet d'étoile jeune. Par le biais d'un modèle académique, nous avons ensuite fait avec HERACLES les premières simulations de jets radiatifs. Elles ont permis de montrer la très grande différence sur la structure de l'écoulement entre un terme de refroidissement et du transfert radiatif. Ce travail ouvre donc des perspectives intéressantes pour une étude plus approfondie de la physique des jets. Nous détaillons ici quelques pistes d'investigation future.

5.4.1 Conditions physiques du jet

Dans un premier temps, nous pourrions faire varier les conditions physiques initiales du jet. Une étude en fonction de sa vitesse et du rapport de sa densité initiale sur la densité du nuage pourrait être envisagée. Enfin, quelques raffinements sur notre configuration de base seraient les bienvenus :

- un angle d'ouverture du jet de quelques degrés,
- une atmosphère stratifiée due à l'effondrement gravitationnel du nuage avec un profil en densité en $r^{-1.5}$ (Ciolek et Mouschovias 1994, André *et al.* 2000),
- une précession du jet d'une dizaine de degrés en quelques centaines d'années (pour des indices observationnels, voir Gueth et Guilloteau

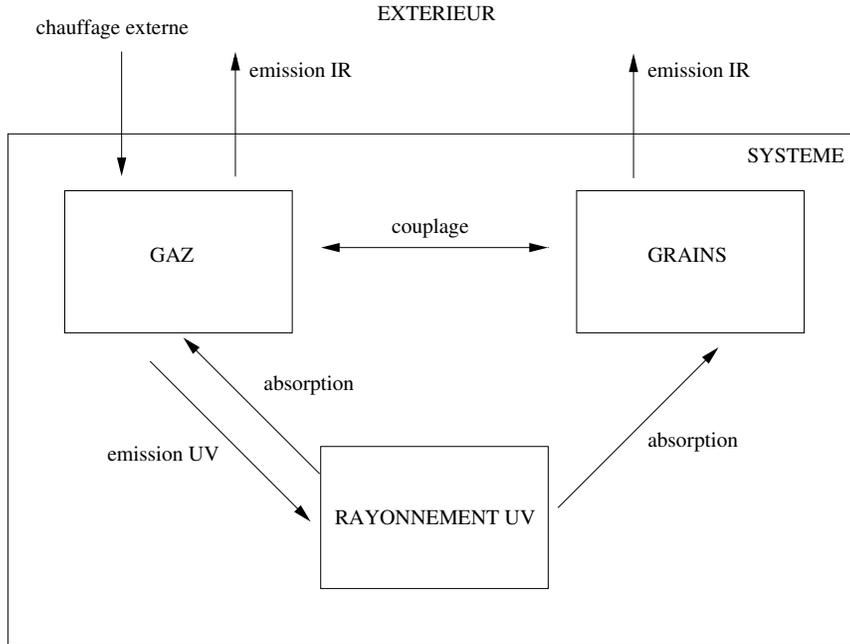


FIG. 5.13 – Schéma du modèle à trois composantes : gaz - grains - rayonnement.

1999, Shepherd *et al.* 2000, Ybarra *et al.* 2006 et pour des simulations voir Smith et Rosen 2005).

5.4.2 Modèle de couplage avec les grains ?

En plus de faire varier les paramètres du jet, nous pouvons aussi améliorer notre modèle de jet. Jusqu'à présent, nous avons considéré un modèle à deux composantes principales : le gaz et le rayonnement. Les grains interstellaires jouaient un rôle passif puisqu'ils intervenaient uniquement à travers l'opacité du milieu. Une possible amélioration consisterait à prendre en compte la dynamique thermique de ces grains. Ce serait alors un modèle à trois composantes : gaz, rayonnement et grains. Le rayonnement ultraviolet est principalement absorbé par les grains qui chauffent avec une certaine inertie thermique. Le gaz absorbe aussi une partie de ce rayonnement, mais cette fraction est faible car l'opacité du gaz est très inférieure à celle des poussières. Le gaz est ensuite chauffé par le biais d'une interaction collisionnelle gaz-grains. Un tel modèle nous rapprocherait un peu plus des mécanismes physiques régnant dans ces milieux.

La figure 5.13 représente schématiquement les échanges énergétiques de ce modèle. Explicitons un à un les différents termes de couplage. Le gaz se refroidit en émettant du rayonnement ultraviolet ($c\sigma S^1$) traité par le transfert et du rayonnement infrarouge (Λ_2) perdu par le système. De même, il

est chauffé par l'absorption de rayonnement ultraviolet ($c\sigma_{\text{gaz}}^1 E_r^1$) et infrarouge (Γ_2). Enfin, il est couplé aux grains par l'intermédiaire d'un terme de couplage thermique. Considérons à présent les grains. Ils se refroidissent par émission thermique dans l'infrarouge ($c < 4\pi a^2 n > \sigma_{\text{Stefan}} T_{\text{grains}}^4$), sont chauffés par l'absorption du rayonnement ultraviolet ($c\sigma_{\text{grains}}^1 E_r^1$) et sont couplés au gaz par le terme de couplage thermique. Quant au rayonnement ultraviolet du groupe G_1 , il est chauffé par l'émission du gaz ($c\sigma^1 S^1$) et refroidit par l'absorption due au gaz et aux grains ($c\sigma^1 E_r^1$). La mise en équation de ce modèle est donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial e}{\partial t} \\ \frac{\partial e_{\text{grains}}}{\partial t} \\ \frac{\partial E_r^1}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}_r^1 \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^1}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbb{P}_r^1 \end{array} \right. = \begin{array}{l} - c\sigma^1 S^1 - \Lambda_2 \\ + c\sigma_{\text{gaz}}^1 E_r^1 + \Gamma_2 \\ + \Sigma \sqrt{T_{\text{gaz}}} (T_{\text{grains}} - T_{\text{gaz}}) n^2 \\ - c < 4\pi a^2 n > \sigma_{\text{Stefan}} T_{\text{grains}}^4 \\ + c\sigma_{\text{grains}}^1 E_r^1 \\ - \Sigma \sqrt{T_{\text{gaz}}} (T_{\text{grains}} - T_{\text{gaz}}) n^2 \\ c\sigma^1 (S^1 - E_r^1) \\ - \sigma^1 \mathbf{F}_r^1 \end{array} \quad (5.6)$$

où Σ est une constante d'efficacité, a la taille des grains et n leur densité (on suppose que le rapport de la densité des grains sur celle du gaz est constant).

La résolution de ce système couplé global est très complexe puisqu'il comporte une équation supplémentaire par rapport au modèle développé jusqu'à présent. On divise donc la résolution en deux sous-étapes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial t} \\ \frac{\partial E_r^1}{\partial t} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_r^1}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbb{P}_r^1 \end{array} \right. = \begin{array}{l} - c\sigma^1 (S^1 - E_r^1) \\ c\sigma^1 (S^1 - E_r^1) \\ - \sigma^1 \mathbf{F}_r^1 \end{array} \quad (5.7)$$

où $\tilde{e} = e + e_{\text{grains}}$, puis

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial e}{\partial t} \\ \frac{\partial e_{\text{grains}}}{\partial t} \end{array} \right. = \begin{array}{l} \Gamma_2 - \Lambda_2 \\ + \Sigma \sqrt{T_{\text{gaz}}} (T_{\text{grains}} - T_{\text{gaz}}) n^2 \\ + c\sigma_{\text{gaz}}^1 E_r^1 \\ - \Sigma \sqrt{T_{\text{gaz}}} (T_{\text{grains}} - T_{\text{gaz}}) n^2 \\ + c\sigma_{\text{grains}}^1 E_r^1 \\ - c < 4\pi a^2 n > \sigma_{\text{Stefan}} T_{\text{grains}}^4 \end{array} \quad (5.8)$$

La première sous-étape correspond exactement au modèle M_1 appliqué non pas à l'énergie du gaz mais à l'énergie du gaz plus celle des grains. Le seul changement réside donc dans l'ajout de l'équation sur l'énergie des grains dans la seconde sous-étape.

5.4.3 Vers un jet magnéto-radiatif ?

Enfin, à plus long terme, il serait intéressant de coupler notre modèle radiatif avec un modèle magnétique. HERACLES sera un outil spécialement adapté puisqu'un module magnétique (Fromang *et al.* 2006) vient de lui être ajouté par Édouard Audit et Patrick Hennebelle (ENS). On pourra alors quantifier l'impact des différents mécanismes sur la collimation et la propagation du jet.

Conclusion

Le transfert radiatif décrit le transport du rayonnement à travers la matière en tenant compte des interactions : émission, absorption et diffusion. Si l'on considère le transfert comme un outil de diagnostic et d'interprétation, le rayonnement n'a pas de rétroaction dynamique sur la structure hydrodynamique, qui est considérée fixe. Il existe néanmoins des situations où gaz et rayonnement interagissent dynamiquement, en échangeant une partie significative de leur énergie et/ou de leur impulsion. C'est le domaine de l'hydrodynamique radiative. Ses champs d'application sont très vastes, de l'astrophysique à la fusion par confinement inertiel. Elle est motivée à l'heure actuelle par l'avènement des lasers de puissance qui reproduisent sur Terre les conditions observées dans le ciel. Ces expériences permettent également de valider les codes numériques. La puissance actuelle des ordinateurs oblige les codes d'hydrodynamique radiative à faire des simplifications dans les modèles physiques qu'ils considèrent.

Au cours de cette thèse, un code numérique d'hydrodynamique radiative baptisé HERACLES a été développé. Il s'appuie sur le modèle M_1 développé à l'université de Bordeaux I qui permet de prendre en compte de fortes anisotropies du champ de rayonnement. Ce modèle est exact dans les limites de transport et de diffusion, et repose sur une minimisation de l'entropie radiative dans les régimes intermédiaires. HERACLES est un code tridimensionnel qui peut travailler dans une géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. Il repose sur une discrétisation en volumes finis de type Godunov à la fois pour l'hydrodynamique et pour le transfert. Le solveur de Riemann utilisé pour calculer les flux aux interfaces dans le module radiatif est un solveur HLLE. Afin de limiter la diffusion numérique apparaissant notamment avec des flux radiatifs tangents aux interfaces, les valeurs propres du système ont été calculées numériquement. Pour résoudre le système radiatif, compte tenu des critères de stabilité explicites et de la taille du système, il est impératif d'utiliser des méthodes d'inversion itératives implicites. Nous avons utilisé l'algorithme de Gauss-Seidel, particulièrement efficace dans la limite de transport et l'algorithme GMRES efficace, lui, dans la limite diffusive. Lors de tests de convergence de ces deux méthodes, nous avons développé une nouvelle méthode originale. Constatant que le résidu chute brutalement d'un ordre de grandeur lorsque l'on change de méthode au cours des itéra-

tions, nous avons testé le couplage de ces deux méthodes. Cette technique consistant à alterner les deux méthodes de façon régulière, converge le plus rapidement. Nous avons de plus parallélisé HERACLES, en particulier les deux algorithmes d'inversion itérative, avec la bibliothèque MPI afin de pouvoir l'utiliser sur de très grands ordinateurs parallèles à mémoire distribuée.

Nous avons ensuite mené plusieurs tests de validation de notre code. Les résultats ont montré tout l'avantage du modèle M_1 lorsque coexistent des régions diffusives et de transport. Le traitement adéquat des valeurs propres permet de garder sous contrôle la diffusion numérique du schéma. De plus, des comparaisons avec des codes Monte-Carlo ont montré qu'HERACLES est approprié pour modéliser les régimes semi-transparents. Le domaine d'application d'HERACLES couvre donc une gamme très large de conditions physiques. Nous avons ensuite montré sa bonne capacité à traiter la diffusion physique des photons, en comparant ses résultats à ceux des codes Monte-Carlo. Ce point est particulièrement intéressant puisque les codes résolvant directement l'équation de transfert doivent calculer une intégrale supplémentaire sur l'intensité spécifique, opération particulièrement coûteuse. HERACLES quant à lui peut traiter la diffusion sans surcoût car seul un coefficient dans l'équation d'évolution du flux radiatif est modifié, la forme des équations restant inchangée. Enfin, les tests d'hydrodynamique radiative ont permis de montrer que notre méthode de résolution en plusieurs étapes n'affectait pas le couplage entre matière et rayonnement.

Ainsi, HERACLES, un code numérique tridimensionnel d'hydrodynamique radiative, a été développé pendant cette thèse. Il résout les équations aux moments issus du modèle M_1 , qui est exact dans les limites diffusive et de transport. De nombreux tests ont permis de montrer qu'HERACLES peut décrire une grande variété de conditions physiques, y compris le régime semi-transparent et la diffusion physique des photons, et qu'il donne des résultats comparables à ceux des codes Monte-Carlo résolvant exactement l'équation du transfert. HERACLES a ensuite été utilisé dans deux thématiques particulières.

Une première application de ce code a concerné les chocs radiatifs. Ce sont des phénomènes astrophysiques ayant lieu dans des domaines aussi variés que la rentrée de corps dans une atmosphère planétaire, la formation d'étoiles, les atmosphères d'étoiles sur la séquence principale, l'explosion des étoiles les plus massives en supernovæ... Afin de mieux comprendre ces observations, des études expérimentales sont menées depuis une dizaine d'années afin de reproduire des chocs radiatifs sur Terre. Cela est devenu possible grâce à l'avènement des lasers de puissance. HERACLES a permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur l'évolution du front de choc et du précurseur radiatif. Le rapport de la largeur du canal dans lequel se propage le choc sur le libre parcours moyen de photons est un paramètre qui influe sur la structure bidimensionnelle du choc. La courbure du choc est

maximale lorsque ce paramètre est de l'ordre de l'unité. L'influence de l'albédo des parois a aussi été étudiée : plus les parois sont transparentes, plus le précurseur s'essouffle rapidement car les photons qu'il émet s'échappent du canal. Dans la limite de faibles fuites latérales, un bon accord a été trouvé avec un modèle analytique. Après cette étude numérique, nous avons utilisé le code comme un outil de diagnostic d'une expérience réalisée avec le laser de Prague. HERACLES a permis de reproduire la courbe de décélération du précurseur observée dans l'expérience ainsi que le rapport de transmission du diagnostic transverse.

Nous avons ensuite appliqué ce code à une deuxième thématique : les jets moléculaires d'étoiles jeunes. Lors de leur formation, les étoiles génèrent de puissants jets qui interagissent avec le nuage moléculaire environnant. Les modèles utilisés jusqu'à présent dans les simulations numériques tenaient compte des effets hydrodynamiques, chimiques et magnétiques mais pas d'hydrodynamique radiative. Or, les opacités des poussières interstellaires de ces milieux montrent qu'une partie significative du rayonnement est absorbée. Il est donc important de prendre en compte les effets radiatifs. Nous avons fait les premières simulations d'un jet qui tiennent compte du transfert radiatif. Des simulations unidimensionnelles ont permis de montrer la différence entre notre méthode où le rayonnement est une composante dynamique et les méthodes habituelles où le rayonnement n'est qu'un terme de refroidissement dans l'hydrodynamique. En particulier, une grande différence provient de la présence dans le cas du transfert radiatif d'un plateau isotherme chaud se développant en avant du choc. Cela a pour conséquence de créer une zone surdense. Cette zone a une grande influence puisque nous avons montré, grâce à des simulations bidimensionnelles, qu'elle comprime le jet de telle manière qu'un second jet est formé, beaucoup plus fin et plus dense que le jet initial. Le transfert radiatif semble donc pouvoir jouer un rôle important dans la propagation des jets.

Dans un futur proche, nous prévoyons de poursuivre les travaux commencés lors de cette thèse. En ce qui concerne les chocs radiatifs, l'approche de validation croisée expérience-simulation sera approfondie. Pour cela, de nouvelles expériences de chocs radiatifs seront conduites sur le laser PALS (début 2007), le laser ALISÉ (mi-2007) et sur la LIL (courant 2008). En augmentant le nombre de diagnostics sur chaque expérience et en diversifiant les protocoles (milieu hétérogène, cibles de xénon ou d'argon, courtes et longues impulsions laser, mesure de la structure transverse), nous pourrions étudier de manière plus approfondie la dynamique des chocs radiatifs.

Quant aux jets, une étude systématique est envisagée en couvrant de manière plus complète l'espace des phases des paramètres physiques du jet. De plus, le modèle physique pourra lui aussi être amélioré d'un côté en considérant les grains interstellaires comme une composante thermique à part entière, et de l'autre en incluant les effets magnétiques grâce au nouveau

module magnéto-hydrodynamique de HERACLES.

A plus long terme, nous envisageons d'étendre la physique contenue dans HERACLES. Nous sommes particulièrement intéressés par l'approche multigroupe. Jusqu'à présent les équations résolues ne tiennent pas compte d'un possible déséquilibre fréquentiel. C'est un modèle gris, dans lequel les équations sont moyennées sur tout le spectre. Or, dans nombre d'applications, le rayonnement est absorbé dans un domaine de fréquences et réémis dans un autre. Une première extension du code consisterait donc à passer à un modèle M_1 multigroupe. Cela permettrait en particulier de compléter notre étude de la propagation des jets d'étoiles dans le milieu interstellaire. Nous envisageons aussi d'inclure des effets relatifs à des phénomènes hors équilibre thermodynamique local. Ces effets sont pertinents dans l'étude des chocs radiatifs, en particulier dans le cadre de l'astrophysique de laboratoire.

Enfin, d'un point de vue purement numérique, il est envisagé d'améliorer le rapport coût sur précision de nos simulations. Pour ce faire, HERACLES pourra s'inspirer des techniques de maillage à raffinement adaptatif ou de grilles emboîtées.

ANNEXE A

Les géométries non cartésiennes

Sommaire

A.1 La divergence d'un vecteur	128
A.2 La divergence du tenseur des pressions	128
A.2.1 Écriture la plus simple	128
A.2.2 Analogie avec l'hydrodynamique	129
A.2.3 La bonne discrétisation	130
A.3 Le terme comobile $(\mathbf{F}_r \cdot \nabla)\mathbf{u}$	130
A.4 Le terme comobile $\mathbb{P}_r : \nabla\mathbf{u}$	131
A.4.1 Et tout d'abord un peu de métrique	131
A.4.2 Calcul du terme $P^{ij}u_{i;j}$	131
A.4.3 Géométrie cylindrique	132
A.4.4 Géométrie sphérique	132

Dans le repère comobile, les équations de l'hydrodynamique radiative du modèle M₁ gris avec diffusion isotrope s'écrivent :

$$\begin{cases} \partial_t E_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}E_r] + \nabla \cdot \mathbf{F}_r + \mathbb{P}_r : \nabla\mathbf{u} = c(\sigma_P a_r T^4 - \sigma_E E_r) \\ \partial_t \mathbf{F}_r + \nabla \cdot [\mathbf{u}\mathbf{F}_r] + c^2 \nabla \cdot \mathbb{P}_r + (\mathbf{F}_r \cdot \nabla)\mathbf{u} = -(\sigma_F + \sigma_s)c\mathbf{F}_r \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Cette annexe s'attache à décrire la discrétisation de chacun des termes faisant intervenir des dérivées spatiales dans une géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. HERACLES étant fondé sur une méthode de volumes finis de type Godunov, il nous faut calculer les intégrales volumiques de ces différents termes.

A.1 La divergence d'un vecteur

D'après le théorème de la divergence, quelle que soit la géométrie, on a

$$\begin{aligned} \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} \, dV &= \int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{S}_2 - \mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{S}_1 + \mathbf{F}_4 \cdot \mathbf{S}_4 - \mathbf{F}_3 \cdot \mathbf{S}_3 + \mathbf{F}_6 \cdot \mathbf{S}_6 - \mathbf{F}_5 \cdot \mathbf{S}_5 \end{aligned}$$

où les indices 1 et 2 correspondent aux interfaces suivant le premier axe (x ou r), 3 et 4 suivant le deuxième (y ou θ) et 5 et 6 suivant le dernier (z ou ϕ).

Ce terme ne posant pas de problème de discrétisation suivant la géométrie choisie, étudions à présent les autres termes.

A.2 La divergence du tenseur des pressions

A.2.1 Écriture la plus simple

A priori, en utilisant tout simplement les formulaires, on trouve en géométrie cylindrique,

$$\int_V \nabla \cdot \mathbb{P} \, dV = \begin{cases} P_{rr2}S_2 - P_{rr1}S_1 + P_{r\theta4}S_4 - P_{r\theta3}S_3 + P_{rz6}S_6 - P_{rz5}S_5 \\ \quad - \left(\frac{P_{\theta\theta}}{r}\right)\Delta V \\ P_{\theta r2}S_2 - P_{\theta r1}S_1 + P_{\theta\theta4}S_4 - P_{\theta\theta3}S_3 + P_{\theta z6}S_6 - P_{\theta z5}S_5 \\ \quad + \left(\frac{P_{\theta r}}{r}\right)\Delta V \\ P_{zr2}S_2 - P_{zr1}S_1 + P_{z\theta4}S_4 - P_{z\theta3}S_3 + P_{zz6}S_6 - P_{zz5}S_5 \end{cases}$$

et en géométrie sphérique,

$$\int_V \nabla \cdot \mathbb{P} \, dV = \begin{cases} P_{rr2}S_2 - P_{rr1}S_1 + P_{r\theta4}S_4 - P_{r\theta3}S_3 + P_{r\phi6}S_6 - P_{r\phi5}S_5 \\ \quad - \left(\frac{P_{\theta\theta} + P_{\phi\phi}}{r}\right)\Delta V \\ P_{\theta r2}S_2 - P_{\theta r1}S_1 + P_{\theta\theta4}S_4 - P_{\theta\theta3}S_3 + P_{\theta\phi6}S_6 - P_{\theta\phi5}S_5 \\ \quad + \left(\frac{P_{r\theta} - \cot\theta P_{\phi\phi}}{r}\right)\Delta V \\ P_{\phi r2}S_2 - P_{\phi r1}S_1 + P_{\phi\theta4}S_4 - P_{\phi\theta3}S_3 + P_{\phi\phi6}S_6 - P_{\phi\phi5}S_5 \\ \quad + \left(\frac{P_{r\phi} + \cot\theta P_{\theta\phi}}{r}\right)\Delta V \end{cases}$$

où les termes \overline{X} correspondent à la moyenne sur la cellule de la quantité X .

Toutefois, écrit sous ces formes, la discrétisation ne sera pas bonne numériquement car elle ne vérifiera pas les trois conditions *sine qua non* :

- si \mathbb{P} est diagonal isotrope constant alors $\nabla \cdot \mathbb{P} = 0$
- pour $r \rightarrow \infty$, on doit retrouver la divergence cartésienne car les effets de géométrie tendent à disparaître
- pour $dr \rightarrow 0$, la discrétisation ne doit pas diverger

En effet, plaçons-nous en géométrie sphérique et considérons \mathbb{P} un tenseur diagonal isotrope constant. En remarquant que $S_1 = r_1^2 \Delta(\cos \theta) \Delta \phi$, $S_2 = r_2^2 \Delta(\cos \theta) \Delta \phi$, $S_3 = S_4$, $S_5 = S_6$ et $\Delta V = \frac{r_2^3 - r_1^3}{3} \Delta(\cos \theta) \Delta \phi$, on obtient

$$\int_V \nabla \cdot \mathbb{P} \, dV = \begin{cases} P \Delta(\cos \theta) \Delta \phi (r_2^2 - r_1^2 - 4 \frac{r_2^3 - r_1^3}{r_1 + r_2}) \\ -P (\frac{\cot \theta}{r}) \Delta V \\ 0 \end{cases}$$

On remarque que cette discrétisation ne permet pas d'obtenir une divergence nulle dans ce cas. Il faut donc trouver une autre discrétisation et pour ce faire, on va s'inspirer de ce qui est fait pour l'hydrodynamique.

A.2.2 Analogie avec l'hydrodynamique

Dans les équations de l'hydrodynamique, on considère :

$$\nabla \cdot P\mathbb{I} = \nabla P = \begin{cases} \text{Cartésien} & \text{Cylindrique} & \text{Sphérique} \\ \hline \partial_x P & \partial_r P & \partial_r P \\ \partial_y P & \frac{1}{r} \partial_\theta P & \frac{1}{r} \partial_\theta P \\ \partial_z P & \partial_z P & \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\phi P \end{cases}$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) =$$

$$\begin{cases} \text{Cartésien} & \text{Cylindrique} & \text{Sphérique} \\ \hline \nabla \cdot (\rho u_x \mathbf{u}) & \nabla \cdot (\rho u_r \mathbf{u}) - \frac{\rho u_\theta^2}{r} & \nabla \cdot (\rho u_r \mathbf{u}) - \frac{\rho u_\theta^2 + \rho u_\phi^2}{r} \\ \nabla \cdot (\rho u_y \mathbf{u}) & \frac{1}{r} \nabla \cdot (r \rho u_\theta \mathbf{u}) & \frac{1}{r} \nabla \cdot (r \rho u_\theta \mathbf{u}) - \cot \theta \frac{\rho u_\phi^2}{r} \\ \nabla \cdot (\rho u_z \mathbf{u}) & \nabla \cdot (\rho u_z \mathbf{u}) & \frac{1}{r \sin \theta} \nabla \cdot (r \sin \theta \rho u_\phi \mathbf{u}) \end{cases}$$

D'où la discrétisation suivante :

$$\nabla \cdot (P\mathbb{I} + \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u})_{discretise} =$$

$$\begin{cases} \text{Cartésien} & \text{Cylindrique} & \text{Sphérique} \\ \hline \dots & \frac{\Delta P_{1D}}{\Delta r} dV + \dots - \rho u_\theta^2 \Delta S_{1D} & \frac{\Delta P_{1D}}{\Delta r} dV + \dots - \frac{\rho u_\theta^2 + \rho u_\phi^2}{2} \Delta S_{1D} \\ \dots & \dots & \frac{\Delta P_{2D}}{r_c \Delta \theta} dV + \dots - \cot \theta_c \frac{\rho u_\phi^2}{2} \Delta S_{1D} \\ \dots & \dots & \dots \end{cases}$$

où les indices c indiquent des variables centrées, ΔS_{1D} est la différence des surfaces suivant la première direction (c'est-à-dire $S_2 - S_1$), et ... correspond aux flux $\frac{1}{r_c} \sum \pm S_i \tilde{r}_i F_i$ avec $\tilde{r} = (1, 1, 1)$ en géométrie cartésienne, $(1, r, 1)$ en géométrie cylindrique et $(1, r, r \sin \theta)$ en géométrie sphérique (uniquement pour le terme $\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}$ et pas pour $P\mathbb{I}$).

A.2.3 La bonne discrétisation

Pour ce qui est du rayonnement, on utilise la même technique que pour l'hydrodynamique, en se ramenant à un gradient pour les termes diagonaux :

$$\nabla \cdot \mathbb{P} =$$

Cartésien	Cylindrique	Sphérique
$\nabla \cdot \mathbb{P}_{.x}$	$\partial_r P_{rr} + \nabla_{\theta,z} \cdot \mathbb{P}_{.r} + \frac{P_{rr} - P_{\theta\theta}}{r}$	$\partial_r P_{rr} + \nabla_{\theta,\phi} \cdot \mathbb{P}_{.r} + \frac{2P_{rr} - P_{\theta\theta} - P_{\phi\phi}}{r}$
$\nabla \cdot \mathbb{P}_{.y}$	$\frac{1}{r} \nabla \cdot (r \mathbb{P}_{.\theta})$	$\frac{1}{r} \partial_\theta P_{\theta\theta} + \frac{1}{r} \nabla_{r,\phi} \cdot (r \mathbb{P}_{.\theta}) + \cot \theta \frac{P_{\theta\theta} - P_{\phi\phi}}{r}$
$\nabla \cdot \mathbb{P}_{.z}$	$\nabla \cdot \mathbb{P}_{.z}$	$\frac{1}{r \sin \theta} \nabla \cdot (r \sin \theta \mathbb{P}_{.\phi})$

où nous avons utilisé comme notations $\mathbb{P}_{.x}$, $\mathbb{P}_{.y}$ et $\mathbb{P}_{.z}$ pour désigner les différents vecteurs lignes du tenseur des pressions en géométrie cartésienne (de même avec $\mathbb{P}_{.r}$, $\mathbb{P}_{.\theta}$, $\mathbb{P}_{.z}$ en géométrie cylindrique et $\mathbb{P}_{.r}$, $\mathbb{P}_{.\theta}$, $\mathbb{P}_{.\phi}$ en géométrie sphérique) et $\nabla_{a,b}$ pour la divergence suivant les composantes a et b uniquement.

$$\nabla \cdot \mathbb{P}_{discrétise} =$$

Cartésien	Cylindrique	Sphérique
...	$\frac{\Delta P_{rr1D}}{\Delta r} dV + \dots + (P_{rr} - P_{\theta\theta}) \Delta S_{1D}$	$\frac{\Delta P_{rr1D}}{\Delta r} dV + \dots + \frac{2P_{rr} - P_{\theta\theta} - P_{\phi\phi}}{2} \Delta S_{1D}$
...	...	$\frac{\Delta P_{\theta\theta 2D}}{r_c \Delta \theta} dV + \dots + \cot \theta_c \frac{P_{\theta\theta} - P_{\phi\phi}}{2} \Delta S_{1D}$
...

où $\Delta P_{rr1D} = P_{rr2} - P_{rr1}$ et $\Delta P_{\theta\theta 2D} = P_{\theta\theta 4} - P_{\theta\theta 3}$.

A.3 Le terme comobile $(\mathbf{F}_r \cdot \nabla) \mathbf{u}$

En géométrie cylindrique,

$$(\mathbf{F} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \begin{cases} F_r \partial_r u_r + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_r + F_z \partial_z u_r - \frac{F_\theta u_\theta}{r} \\ F_r \partial_r u_\theta + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_\theta + F_z \partial_z u_\theta + \frac{F_\theta u_r}{r} \\ F_r \partial_r u_z + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_z + F_z \partial_z u_z \end{cases}$$

En géométrie sphérique,

$$(\mathbf{F} \cdot \nabla) \mathbf{u} = \begin{cases} F_r \partial_r u_r + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_r + \frac{F_\phi}{r \sin \theta} \partial_\phi u_r - \frac{F_\theta u_\theta + F_\phi u_\phi}{r} \\ F_r \partial_r u_\theta + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_\theta + \frac{F_\phi}{r \sin \theta} \partial_\phi u_\theta + \frac{F_\theta u_r - \cot \theta F_\phi u_\phi}{r} \\ F_r \partial_r u_\phi + \frac{F_\theta}{r} \partial_\theta u_\phi + \frac{F_\phi}{r \sin \theta} \partial_\phi u_\phi + \frac{F_\phi u_r + \cot \theta F_\theta u_\theta}{r} \end{cases}$$

A.4 Le terme comobile $\mathbb{P}_r : \nabla \mathbf{u}$

Par définition (Mihalas et Mihalas 1984), on a :

$$\mathbb{P} : \nabla \mathbf{u} = P^{ij} u_{i;j}$$

Il faut donc calculer des dérivées covariantes dans une géométrie quelconque. Pour cela, il convient de calculer la métrique et les symboles de Christoffel associés.

A.4.1 Et tout d'abord un peu de métrique

Quand on change de coordonnées, la métrique associée est donnée par :

$$g_{\mu\nu} = G_{\rho\sigma} \frac{\partial X^\rho}{\partial x^\mu} \frac{\partial X^\sigma}{\partial x^\nu}$$

Pour une variété riemannienne, on a $G_{\rho\sigma} = \delta_\sigma^\rho$. De plus, les métriques étant supposées “lisses”, toutes les dérivées secondes existent et d’après le théorème de Schwarz, le tenseur g est symétrique.

Une fois calculé $g_{\mu\nu}$, on peut calculer $g^{\mu\nu}$ puisque d’après la relation $g_{\mu\nu} g^{\rho\sigma} = \delta_\mu^\rho \delta_\nu^\sigma$, $g^{\mu\nu}$ est le tenseur inverse de $g_{\mu\nu}$.

Puis les symboles de Christoffel de seconde espèce sont déterminés par :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda \equiv \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} (\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\mu\rho} - \partial_\rho g_{\mu\nu})$$

Ils sont symétriques par rapport à $\mu\nu$:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\nu\mu}^\lambda$$

A.4.2 Calcul du terme $P^{ij} u_{i;j}$

On peut maintenant calculer :

$$u_{i;j} = u_{i,j} - \Gamma_{ij}^k u_k$$

avec $u_{i,j} \equiv \frac{\partial u_i}{\partial x^j} = \sum_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial x^j} = \frac{1}{g^{jk}} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ puisque $x^j = g^{jk} x_k$

Il faut ensuite bien faire la différence entre composantes physiques, covariantes et contravariantes. Si la base n’est pas orthonormée, ces composantes ne sont pas équivalentes (Mihalas et Mihalas 1984).

Intéressons-nous à une métrique diagonale (ce qui est le cas dans les trois géométries envisagées ici). Notons $h_i = \sqrt{g_{(i)(i)}}$. Un vecteur \mathbf{a} aura des composantes physiques $a^{(i)}$, des composantes covariantes $a_{(i)}$ et des composantes contravariantes $a^{(i)}$. Ces trois types de composantes sont reliées par :

$$a^{(i)} = h_i a_{(i)} = a_{(i)} / h_i$$

De même, pour un tenseur :

$$T(i, j) = h_i h_j T^{(i)(j)} = T_{(i)(j)} / (h_i h_j)$$

Ainsi, on a la formule générale :

$$P^{ij} u_{i;j} = \sum_{i,j} \frac{P(i,j)}{h_i h_j} \left(h_i \partial_j u(i) - \sum_k \Gamma_{ij}^k h_k u(k) \right)$$

A.4.3 Géométrie cylindrique

On a

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z = z \end{cases} \quad \text{donc } g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et } g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D'où les symboles de Christoffel suivants :

$$\Gamma^r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \Gamma^\theta = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \Gamma^z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbb{P} : \nabla \mathbf{u} &= P(r, r) \partial_r u(r) + \frac{P(r, \theta)}{r} (\partial_\theta u(r) - u(\theta)) + P(r, z) \partial_z u(r) \\ &+ P(\theta, r) (\partial_r u(\theta) - \frac{u(\theta)}{r}) + \frac{P(\theta, \theta)}{r} (\partial_\theta u(\theta) + u(r)) + P(\theta, z) \partial_z u(\theta) \\ &+ P(z, r) \partial_r u(z) + \frac{P(z, \theta)}{r} \partial_\theta u(z) + P(z, z) \partial_z u(z) \end{aligned}$$

A.4.4 Géométrie sphérique

On a

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \text{donc } g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad \text{et } g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \end{pmatrix}$$

D'où les symboles de Christoffel suivants :

$$\Gamma^r = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad \Gamma^\theta = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \theta \cos \theta \end{pmatrix} \quad \Gamma^\phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & 0 & \cot \theta \\ \frac{1}{r} & \cot \theta & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$\begin{aligned} \mathbb{P} : \nabla \mathbf{u} &= P(r, r) \partial_r u(r) + \frac{P(r, \theta)}{r} (\partial_\theta u(r) - u(\theta)) + P(r, \phi) \left(\frac{\partial_\phi u(r)}{r \sin \theta} - \frac{u(\phi)}{r} \right) \\ &+ P(\theta, r) (\partial_r u(\theta) - \frac{u(\theta)}{r}) + \frac{P(\theta, \theta)}{r} (\partial_\theta u(\theta) + u(r)) + P(\theta, \phi) \left(\frac{\partial_\phi u(\theta)}{r \sin \theta} - \frac{\cot \theta}{r} u(\phi) \right) \\ &+ P(\phi, r) (\partial_r u(\phi) - \frac{u(\phi)}{r}) + \frac{P(\phi, \theta)}{r} (\partial_\theta u(\phi) - \cot \theta u(\phi)) + P(\phi, \phi) \left(\frac{\partial_\phi u(\phi)}{r \sin \theta} + \frac{u(r)}{r} + \frac{\cot \theta u(\theta)}{r} \right) \end{aligned}$$

ANNEXE B

Liste des contributions

B.1 Contributions orales

Journées de la SF2A 2006, session PNPS, 26 - 30 juin 2006, Paris

Journées de la SF2A 2006, session PCMI, 26 - 30 juin 2006, Paris

Présentation invitée, 29th European Conference on Laser Interaction with Matter, 11-16 juin 2006, Madrid, Espagne

Journées de la SF2A 2005, session ASSNA, 27 juin - 1er juillet 2005, Strasbourg

Horizon Kick-Off Meeting, Paris, 13 septembre 2004

B.2 Contributions écrites

M. González, E. Audit and T. Lery, Radiative effects in molecular jets, en préparation

M. González, E. Audit and P. Huynh, HERACLES : a three dimensional radiation hydrodynamics code, soumis à A&A

M. González, C. Stehlé, E. Audit, M. Busquet, B. Rus, F. Thais, O. Acef, P. Barroso, A. Bar-Shalom, D. Bauduin, M. Kozlovà, T. Lery, A. Madouri, T. Mocek and J. Polan, Astrophysical Radiative Shocks : from modelling to laboratory experiments, LPB, 2006, accepté

E. Audit and M. González, HERACLES : a three dimensional radiation hydrodynamics code, *EAS Publications Series*, 115-128, 2006

M. González and E. Audit, HERACLES : a new, parallelized, multi-geometry, three dimensional radiation hydrodynamics code, *SF2A-2005 : Semaine de l'Astrophysique Francaise*, 751-+, 2005

M. González and E. Audit, Numerical treatment of radiative transfer, *ApES*, 298 :357-362, Juin 2005

Bibliographie

- P. ANDRÉ, D. WARD-THOMPSON et M. BARSONY : From Prestellar Cores to Protostars : the Initial Conditions of Star Formation. *Protostars and Planets IV*, pages 59–+, mai 2000.
- P. ANNINOS, P. C. FRAGILE et S. D. MURRAY : Cosmos : A Radiation-Chemo-Hydrodynamics Code for Astrophysical Problems. *ApJS*, 147:177–186, juillet 2003.
- S. ATZENI : 2-D Lagrangian studies of symmetry and stability of laser fusion targets. *Computer Physics Communications*, 43:107–124, décembre 1986.
- S. ATZENI, A. SCHIAVI, F. CALIFANO, F. CATTANI, F. CORNOLTI, D. DEL SARTEO, T. V. LISEYKINA, A. MACCHI et F. PEGORARO : Fluid and kinetic simulation of inertial confinement fusion plasmas. *Computer Physics Communications*, 169:153–159, juillet 2005.
- E. AUDIT, P. CHARRIER, J. P. CHIÈZE et B. DUBROCA : A radiation-hydrodynamics scheme valid from the transport limit to the diffusion limit. *A&A*, 2002. Soumis.
- Ph. BACLET, A. BENUZZI-MOUNAIX, S. BOUQUET, C. CHERFILS, J. P. CHIÈZE, F. MUCCHIELLI, P. MUNSCH, L. POLÈS, Ch. REVERDIN, R. TEYSSIER, F. THAIS, J. P. THÉBAULT et Ph. TROUSSET : The ASTROLABE I Experiment : Rayleigh-Taylor Instabilities in Supernova. In C. LABAUNE, W. J. HOGAN et K. A. TANAKA, éditeurs : *Inertial Fusion Sciences and Applications*, pages 1083–+, 1999.
- C. BALDWIN, P. N. BROWN, R. FALGOUT, F. GRAZIANI et J. JONES : Iterative Linear Solvers in a 2D Radiation-Hydrodynamics Code : Methods and Performance. *Journal of Computational Physics*, 154:1–40, septembre 1999.
- A. BAR-SHALOM, D. SHVARTS, J. OREG, W. H. GOLDSTEIN et A. ZIGLER : Super-transition-arrays - A model for the spectral analysis of hot, dense plasma. *Phys. Rev. A*, 40:3183–3193, septembre 1989.

- A. BENUZZI-MOUNAIX, S. BOUQUET, J.-P. CHIÈZE, F. MUCCHIELLI, R. TEYSSIER et F. THAIS : Supernovae Rayleigh-Taylor Instability Experiments on the CEA-Phébus Laser Facility. *Ap&SS*, 277:143–146, 2001.
- M. J. BERGER et P. COLELLA : Local Adaptive Mesh Refinement for shock hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 82:64–84, 1989.
- M. J. BERGER et J. OLIGER : Adaptive Mesh Refinement for hyperbolic partial-differential equations. *Journal of Computational Physics*, 53:484–512, 1984.
- S. BOUQUET, C. STÉHLÉ, M. KOENIG, J.-P. CHIÈZE, A. BENUZZI-MOUNAIX, D. BATANI, S. LEYGNAC, X. FLEURY, H. MERDJI, C. MICHAUT, F. THAIS, N. GRANDJOUAN, T. HALL, E. HENRY, V. MALKA et J.-P. J. LAFON : Observation of Laser Driven Supercritical Radiative Shock Precursors. *Physical Review Letters*, 92(22):225001–+, juin 2004.
- S. BOUQUET, R. TEYSSIER et J. P. CHIÈZE : Analytical Study and Structure of a Stationary Radiative Shock. *ApJ*, 127:245–252, avril 2000.
- J. C. BOZIER, G. THIELL, J. P. LE BRETON, S. AZRA et M. DECROISSETT : Experimental observation of a radiative wave generated in xenon by a laser-driven supercritical shock. *Physical Review Letters*, 57:1304–1307, septembre 1986.
- S. CABRIT : Constraints on accretion-ejection structures in young stars. In J. BOUVIER et J.-P. ZAHN, éditeurs : *EAS Publications Series*, pages 147–182, 2002.
- J. I. CASTOR : Lectures on radiation hydrodynamics, 8 février 2000.
- R. CAUBLE, P. M. CELLIERS, G. W. COLLINS, L. B. DA SILVA, D. M. GOLD, M. E. FOORD, K. S. BUDIL, R. J. WALLACE et A. NG : Equation of State and Material Property Measurements of Hydrogen Isotopes at the High-Pressure, High-Temperature, Insulator-Metal Transition. *ApJS*, 127:267–273, avril 2000.
- S. CHANDRASEKHAR : *Radiative Transfer*. Oxford University Press, 1950.
- G. E. CIOLEK et T. C. MOUSCHOVIAS : Ambipolar diffusion, interstellar dust, and the formation of cloud cores and protostars. 3 : Typical axisymmetric solutions. *ApJ*, 425:142–160, avril 1994.
- P. J. COELHO : The role of ray effects and false scattering on the accuracy of the standard and modified discrete ordinates methods. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73:231–238, avril 2002.

- A. L. CROSBIE et R. G. SCHRENKER : Radiative transfer in a two-dimensional rectangular medium exposed to diffuse radiation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 31:339–372, avril 1984.
- L. B. DA SILVA, B. J. MACGOWAN, D. R. KANIA, B. A. HAMMEL, C. A. BACK, E. HSIEH, R. DOYAS, C. A. IGLESIAS, F. J. ROGERS et R. W. LEE : Absorption measurements demonstrating the importance of $\Delta n = 0$ transitions in the opacity of iron. *Physical Review Letters*, 69:438–441, juillet 1992.
- W. DAI et P. R. WOODWARD : Numerical Simulations for Radiation Hydrodynamics. I. Diffusion Limit. *Journal of Computational Physics*, 142:182–207, 1998.
- W. DAI et P. R. WOODWARD : Numerical Simulations for Radiation Hydrodynamics. II. Transport Limit. *Journal of Computational Physics*, 157:199–233, 2000.
- E. M. DE GOUVEIA DAL PINO : Three-dimensional Simulations of Jet/Cloud Interactions : Structure and Kinematics of the Deflected Jets. *ApJ*, 526:862–873, décembre 1999.
- E. M. DE GOUVEIA DAL PINO : Astrophysical jets and outflows. *Advances in Space Research*, 35:908–924, 2005.
- B. T. DRAINE : Interstellar Dust Grains. *ARA&A*, 41:241–289, 2003.
- R. P. DRAKE et A. B. REIGHARD : Context and Theory for Planar Radiative Shock Experiments in Xenon. In M. D. FURNISH, M. ELERT, T. P. RUSSELL et C. T. WHITE, éditeurs : *American Institute of Physics Conference Series*, pages 1417–1420, juillet 2006.
- B. DUBROCA et J. L. FEUGEAS : Etude théorique et numérique d’une hiérarchie de modèles aux moments pour le transfert radiatif. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 329:915–920, 1999.
- C. P. DULLEMOND et A. NATTA : The effect of scattering on the structure and SED of protoplanetary disks. *A&A*, 408:161–169, septembre 2003.
- C. P. DULLEMOND et R. TUROLLO : An efficient algorithm for two-dimensional radiative transfer in axisymmetric circumstellar envelopes and disks. *A&A*, 360:1187–1202, août 2000.
- B. EINFELDT, C. D. MUNZ, P. L. ROE et B. SJÖGREEN : On Godunov-type methods near low-densities. *Journal of Computational Physics*, 92:273–295, 1991.
- L. ENSMAN : Test problems for radiation and radiation-hydrodynamics codes. *ApJ*, 424:275–291, mars 1994.

- Y. A. FADEYEV et D. GILLET : The structure of radiative shock waves. V. Hydrogen emission lines. *A&A*, 420:423–435, juin 2004.
- S. FROMANG, P. HENNEBELLE et R. TEYSSIER : A High Order Godunov Scheme with Constrained Transport and Adaptive Mesh Refinement for Astrophysical MHD. *A&A*, 2006. Accepté.
- M. GEHMEYR et D. MIHALAS : Adaptive Grid Radiation Hydrodynamics with TITAN. *Bulletin of the American Astronomical Society*, 25:1366–+, décembre 1993.
- N. A. GENTILE : Implicit Monte Carlo Diffusion-An Acceleration Method for Monte Carlo Time-Dependent Radiative Transfer Simulations. *Journal of Computational Physics*, 172:543–571, septembre 2001.
- D. GILLET : On the origin of the alternating deep and shallow light minima in RV Tauri stars - R Scuti and AC Herculis. *A&A*, 259:215–226, juin 1992.
- N. Y. GNEDIN et T. ABEL : Multi-dimensional cosmological radiative transfer with a Variable Eddington Tensor formalism. *New Astronomy*, 6:437–455, octobre 2001.
- J. GONÇALVES, D. GALLI et M. WALMSLEY : Monte Carlo radiative transfer in molecular cloud cores. *A&A*, 415:617–625, février 2004.
- M. GONZÁLEZ, C. STEHLÉ, E. AUDIT, M. BUSQUET, B. RUS, F. THAIS, O. ACEF, P. BARROSO, A. BAR-SHALOM, D. BAUDUIN, M. KOZLOVÀ et T. LERY : Astrophysical radiative shocks : from modelling to laboratory experiments. *Laser and Particle Beams*, 2006. Accepté.
- F. GUETH et S. GUILLOTEAU : The jet-driven molecular outflow of HH 211. *A&A*, 343:571–584, mars 1999.
- P. H. HAUSCHILDT, E. BARON et F. ALLARD : Parallel Implementation of the PHOENIX Generalized Stellar Atmosphere Program. *ApJ*, 483:390–+, juillet 1997.
- J. C. HAYES et M. L. NORMAN : Beyond Flux-limited Diffusion : Parallel Algorithms for Multidimensional Radiation Hydrodynamics. *ApJS*, 147:197–220, juillet 2003.
- T. HEINEMANN, W. DOBLER, Å. NORDLUND et A. BRANDENBURG : Radiative transfer in decomposed domains. *A&A*, 448:731–737, mars 2006.
- J.-M. HURÉ : On the transition to self-gravity in low mass AGN and YSO accretion discs. *A&A*, 358:378–394, juin 2000.

- O. HURRICANE : Bent Marshak Waves. *APS Meeting Abstracts*, pages 1082P+, octobre 2005.
- K. JUNGWIRTH, A. CEJNAROVA, L. JUHA, B. KRALIKOVA, J. KRASA, E. KROUSKY, P. KRUPICKOVA, L. LASKA, K. MASEK, T. MOCEK, M. PFEIFER, A. PRÄG, O. RENNER, K. ROHLENA, B. RUS et ET AL. : The Prague Asterix Laser System. *Physics of Plasmas*, 8:2495–2501, mai 2001.
- M. JUVELA et P. PADOAN : Multiresolution Radiative Transfer for Line Emission. *ApJ*, 618:744–756, janvier 2005.
- J. KANE, D. ARNETT, B. A. REMINGTON, S. G. GLENDINNING, J. CASTOR, R. WALLACE, A. RUBENCHIK et B. A. FRYXELL : Supernova-relevant Hydrodynamic Instability Experiments on the Nova Laser. *ApJ*, 478: L75+, avril 1997.
- R. L. KURUCZ : Status of the ATLAS 12 Opacity Sampling Program and of New Programs for Rosseland and for Distribution Function Opacity. In S. J. ADELMAN, F. KUPKA et W. W. WEISS, éditeurs : *ASP Conf. Ser. 108 : M.A.S.S., Model Atmospheres and Spectrum Synthesis*, pages 160+, 1996.
- C. J. LADA : Star formation - From OB associations to protostars. In M. PEIMBERT et J. JUGAKU, éditeurs : *IAU Symp. 115 : Star Forming Regions*, pages 1–17, 1987.
- J. P. J. LAFON, E. HUGUET et D. GILLET : Radiative shocks in atomic and molecular stellar atmospheres. In C. DE JAGER et H. NIEUWENHUIJZEN, éditeurs : *Instabilities in Evolved Super- and Hypergiants*, pages 131–+, 1992.
- J. T. LARSEN et S. M. LANE : Hyades–A plasma hydrodynamics code for dense plasma studies. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 51:179–186, février 1994.
- S. V. LEBEDEV, A. CIARDI, D. J. AMPLEFORD, S. N. BLAND, S. C. BOTT, J. P. CHITTENDEN, G. N. HALL, J. RAPLEY, C. A. JENNINGS, A. FRANK, E. G. BLACKMAN et T. LERY : Magnetic tower outflows from a radial wire array Z-pinch. *MNRAS*, 361:97–108, juillet 2005.
- D. R. LEIBRANDT, R. P. DRAKE et J. M. STONE : Zeus-2D Simulations of Laser-Driven Radiative Shock Experiments. *Ap&SS*, 298:273–276, juillet 2005.
- J. LEQUEUX : *Le milieu interstellaire*. EDP Sciences, 2002.

- C. D. LEVERMORE : Relating Eddington factors to flux limiters. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 31:149–160, février 1984.
- P. LOUBEYRE : Towards the determination of the equation of state of hydrogen and helium at extreme densities : Laser induced shocks on pre-compressed samples. *APS Meeting Abstracts*, pages 4005–+, mars 2005.
- R. B. LOWRIE, D. MIHALAS et J. E. MOREL : Comoving-frame radiation transport for nonrelativistic fluid velocities. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 69:291–304, 2001.
- A. MASELLI, A. FERRARA et B. CIARDI : CRASH : a radiative transfer scheme. *MNRAS*, 345:379–394, octobre 2003.
- D. MIHALAS et L. H. AUER : On laboratory-frame radiation hydrodynamics. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 71:61–97, 2001.
- D. MIHALAS et B. D. MIHALAS : *Foundation of Radiation Hydrodynamics*. Oxford University Press, 1984.
- P. MOSKALIK, J. R. BUCHLER et A. MAROM : Toward a resolution of the bump and beat Cepheid mass discrepancies. *ApJ*, 385:685–693, février 1992.
- F. OGANDO et P. VELARDE : Development of a radiation transport fluid dynamic code under AMR scheme. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 71:541–550, octobre 2001.
- S. O’SULLIVAN et T. LERY : MHD Jets in Inhomogeneous Media. In W. J. HENNEY, W. STEFFEN, L. BINETTE et A. RAGA, éditeurs : *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, pages 98–102, juin 2002.
- I. PASCUCCI, S. WOLF, J. STEINACKER, C. P. DULLEMOND, T. HENNING, G. NICCOLINI, P. WOITKE et B. LOPEZ : The 2D continuum radiative transfer problem. Benchmark results for disk configurations. *A&A*, 417:793–805, avril 2004.
- W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING et B. P. FLANNERY : *Numerical recipes*. Oxford University Press, 1986.
- R. RAMIS, R. SCHMALZ et J. MEYER-TER-VEHN : MULTI - A computer code for one-dimensional multigroup radiation hydrodynamics. *Computer Physics Communications*, 49:475–505, juin 1988.

- A. B. REIGHARD, R. P. DRAKE, K. K. DANNENBERG, D. J. KREMER, P. SUSALLA, M. GROSSKOPF, D. LEIBRANDT, T. DONAJKOWSKI, C. MUSCATELLO, N. MEYER, S. G. GLENDINNING, T. S. PERRY, B. A. REMINGTON, R. J. WALLACE, D. D. RYUTOV, J. GREENOUGH, J. KNAUER, T. BOEHLEY, S. BOUQUET, L. BOIREAU, M. KOENIG et T. VINCI : Collapsing Radiative Shocks in Xenon Gas on the Omega Laser. *APS Meeting Abstracts*, pages 1013P–+, novembre 2004.
- B. REIPURTH et J. BALLY : Herbig-Haro Flows : Probes of Early Stellar Evolution. *ARA&A*, 39:403–455, 2001.
- B. REIPURTH et A. C. RAGA : Herbig-Haro Flows. In C. J. LADA et N. D. KYLAFIS, éditeurs : *NATO ASIC Proc. 540 : The Origin of Stars and Planetary Systems*, pages 267–+, 1999.
- S. RICHLING, E. MEINKÖHN, N. KRZYHEVOI et G. KANSCHAT : Radiative transfer with finite elements. I. Basic method and tests. *A&A*, 380:776–788, décembre 2001.
- E.-J. RIJKHORST, T. PLEWA, A. DUBEY et G. MELLEMA : Hybrid characteristics : 3D radiative transfer for parallel adaptive mesh refinement hydrodynamics. *A&A*, 452:907–920, juin 2006.
- F. J. ROGERS et C. A. IGLESIAS : Astrophysical Opacity. *Science*, 263:50–55, janvier 1994.
- A. ROSEN et M. D. SMITH : Hydrodynamic simulations of molecular outflows driven by fast-precussing protostellar jets. *MNRAS*, 347:1097–1112, février 2004a.
- A. ROSEN et M. D. SMITH : Numerical simulations of highly collimated protostellar outflows. The effects of relative density. *A&A*, 413:593–607, janvier 2004b.
- P. A. ROSEN, J. M. FOSTER, R. J. R. WILLIAMS, B. H. WILDE, R. F. COKER, B. BLUE, T. S. PERRY, P. HARTIGAN, R. P. DRAKE, K. DANNENBERG, A. M. KHOKHLOV, A. FRANK et J. P. KNAUER : Laboratory-astronomy jet experiments at the omega laser facility. *Journal de Physique IV*, 133: 1019–1023, juin 2006.
- S. A. RUKOLAINEN, M. G. VASILYEV, V. S. YUFEREV et A. O. GALYUKOV : Numerical solution of axisymmetric radiative transfer problems in arbitrary domains using the characteristic method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 73:205–217, avril 2002.
- Y. SAAD et M. H. SCHULTZ : GMRES : A generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear solvers. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 7:856–869, 1986.

- M. SAKO, S. M. KAHN, E. BEHAR, J. S. KAASTRA, A. C. BRINKMAN, T. BOLLER, E. M. PUCHNAREWICZ, R. STARLING, D. A. LIEDAHL, J. CLAVEL et M. SANTOS-LLEO : Complex resonance absorption structure in the X-ray spectrum of IRAS 13349+2438. *A&A*, 365:L168–L173, janvier 2001.
- G. SCHURTZ : *La Fusion Thermonucléaire Inertielle par Laser*. Eyrolles, 1994.
- M. J. SEATON, Y. YAN, D. MIHALAS et A. K. PRADHAN : Opacities for Stellar Envelopes. *MNRAS*, 266:805–+, février 1994.
- D. SEMENOV, T. HENNING, C. HELLING, M. ILGNER et E. SEDLMAYR : Rosseland and Planck mean opacities for protoplanetary discs. *A&A*, 410:611–621, novembre 2003.
- D. S. SHEPHERD, K. C. YU, J. BALLY et L. TESTI : The Molecular Outflow and Possible Precessing Jet from the Massive Young Stellar Object IRAS 20126+4104. *ApJ*, 535:833–846, juin 2000.
- M. D. SMITH et A. ROSEN : Hydrodynamic simulations of molecular outflows driven by slow-precessing protostellar jets. *MNRAS*, 357:579–589, février 2005.
- C. STEHLÉ et J.-P. CHIÈZE : Radiative Shocks in Astrophysics : from the experiment to the modelisation. In F. COMBES et D. BARRET, éditeurs : *SF2A-2002 : Semaine de l’Astrophysique Française*, pages 493–+, juin 2002.
- J. M. STONE, D. MIHALAS et M. L. NORMAN : ZEUS-2D : A radiation magnetohydrodynamics code for astrophysical flows in two space dimensions. III - The radiation hydrodynamic algorithms and tests. *ApJS*, 80:819–845, juin 1992.
- J. M. STONE, N. TURNER, K. ESTABROOK, B. REMINGTON, D. FARLEY, S. G. GLENDINNING et S. GLENZER : Testing Astrophysical Radiation Hydrodynamics Codes with Hypervelocity Jet Experiments on the Nova Laser. *ApJS*, 127:497–502, avril 2000.
- E. F. TORO : *Riemann Solvers and Numerical methods for Fluid Dynamics : A Practical Introduction*. Berlin : Springer, 1997.
- N. J. TURNER et J. M. STONE : A Module for Radiation Hydrodynamic Calculations with ZEUS-2D Using Flux-limited Diffusion. *ApJS*, 135:95–107, juillet 2001.
- R. TURPAULT : A consistent multigroup model for radiative transfer and its underlying mean opacities. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 94:357–371, septembre 2005.

- R. TURPAULT, M. FRANK, B. DUBROCA et A. KLAR : Multigroup half space moment approximations to the radiative heat transfer equations. *Journal of Computational Physics*, 198:363–371, juillet 2004.
- M. VAN NOORT, I. HUBENY et T. LANZ : Multidimensional Non-LTE Radiative Transfer. I. A Universal Two-dimensional Short-Characteristics Scheme for Cartesian, Spherical, and Cylindrical Coordinate Systems. *ApJ*, 568:1066–1094, avril 2002.
- T. VINCI, M. KOENIG, A. BENUZZI-MOUNAIX, N. OZAKI, A. RAVASIO, L. BOIREAU, C. MICHAUT, S. BOUQUET, S. ATZENI, A. SCHIAVI et O. PEYRUSSE : Radiative shocks : New results for laboratory astrophysics. *Journal de Physique IV*, 133:1039–1041, juin 2006.
- V. S. VLADIMIROV : *Vychislitel'naya Math (Comput Math)*, 31, 1958.
- J. C. WEINGARTNER et B. T. DRAINE : Dust Grain-Size Distributions and Extinction in the Milky Way, Large Magellanic Cloud, and Small Magellanic Cloud. *ApJ*, 548:296–309, février 2001.
- S. C. WHITEHOUSE, M. R. BATE et J. J. MONAGHAN : A faster algorithm for smoothed particle hydrodynamics with radiative transfer in the flux-limited diffusion approximation. *MNRAS*, 364:1367–1377, décembre 2005.
- S. WOLF : MC3D-3D continuum radiative transfer, Version 2. *Computer Physics Communications*, 150:99–115, 2003.
- J. E. YBARRA, M. BARSONY, K. E. HAISCH, Jr., T. H. JARRETT, R. SAHAI et A. J. WEINBERGER : First Evidence of a Precessing Jet Excavating a Protostellar Envelope. *ApJ*, 647:L159–L162, août 2006.
- X.-H. ZHANG et P. SUTHERLAND : A new radiation hydrodynamics code and application to the calculation of type IA supernovae light curves and continuum spectra. *ApJ*, 422:719–728, février 1994.

Résumé

L'hydrodynamique radiative est le domaine dans lequel gaz et rayonnement interagissent dynamiquement. Ses champs d'application sont très vastes, de l'astrophysique à la fusion par confinement inertiel.

Au cours de cette thèse, un code numérique parallèle tridimensionnel d'hydrodynamique radiative baptisé HERACLES a été développé. Il s'appuie sur le modèle M_1 développé à l'université de Bordeaux I qui permet de prendre en compte de fortes anisotropies du champ de rayonnement. Il a de plus été parallélisé avec la bibliothèque MPI afin de pouvoir être utilisé sur de très grands ordinateurs parallèles à mémoire distribuée. De nombreux tests ont permis de montrer qu'HERACLES peut décrire une grande variété de conditions physiques, y compris le régime semi-transparent et la diffusion physique des photons, et qu'il donne des résultats comparables à ceux des codes Monte-Carlo résolvant exactement l'équation du transfert. HERACLES a ensuite été utilisé dans deux thématiques particulières.

Une première application de ce code a concerné les chocs radiatifs. Ce sont des phénomènes astrophysiques ayant lieu dans des domaines variés comme la formation d'étoiles, l'explosion des supernovæ... Afin de mieux comprendre ces observations, des études expérimentales sont menées grâce aux lasers de puissance pour reproduire des chocs radiatifs sur Terre. HERACLES a permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur l'évolution du front de choc et du précurseur radiatif : le rapport de la largeur du canal dans lequel se propage le choc sur le libre parcours moyen de photons, l'albédo des parois... Après cette étude numérique, nous avons utilisé le code comme un outil de diagnostic d'une expérience réalisée avec le laser PALS de Prague. HERACLES a permis de reproduire la courbe de décélération du précurseur observée dans l'expérience ainsi que le rapport de transmission du diagnostic transverse.

Nous avons ensuite appliqué ce code à une deuxième thématique : les jets moléculaires d'étoiles jeunes. Lors de leur formation, les étoiles génèrent de puissants jets qui interagissent avec le nuage moléculaire environnant. Les modèles utilisés jusqu'à présent dans les simulations numériques tenaient compte des effets hydrodynamiques, chimiques et magnétiques mais pas d'hydrodynamique radiative. Or, les opacités des poussières interstellaires de ces milieux montrent qu'une partie significative du rayonnement est absorbée. Nous avons fait les premières simulations d'un jet tenant compte du transfert radiatif. Des simulations unidimensionnelles ont permis de montrer la différence entre notre méthode où le rayonnement est une composante dynamique et les méthodes habituelles où le rayonnement n'est qu'un terme de refroidissement dans l'hydrodynamique. Des simulations bidimensionnelles ont ensuite montré que la prise en compte du transfert radiatif tend à comprimer le jet de telle manière qu'un second jet est formé, beaucoup plus fin et plus dense que le jet initial. Le transfert radiatif semble donc pouvoir jouer un rôle important dans la propagation des jets.

Mots-clés

- simulation numérique
- transfert radiatif
- hydrodynamique radiative
- astrophysique de laboratoire
- lasers de puissance
- chocs radiatifs
- jets d'étoiles