



HAL
open science

Etude, modélisation et réalisation de composants diffractants: Contribution à l'étude de matériaux accordables et application à l'enregistrement holographique de filtres résonants.

Sébastien Massenot

► **To cite this version:**

Sébastien Massenot. Etude, modélisation et réalisation de composants diffractants: Contribution à l'étude de matériaux accordables et application à l'enregistrement holographique de filtres résonants.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne - ENSTB, 2006. Français. NNT: . tel-00092017

HAL Id: tel-00092017

<https://theses.hal.science/tel-00092017>

Submitted on 7 Sep 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2006telb0007

THÈSE

Présentée à

l'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE

en habilitation conjointe avec l'Université de Bretagne Sud

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'ENST Bretagne

Mention « **Sciences pour l'Ingénieur** »

par

Sébastien MASSENOT

**« ETUDE , MODELISATION ET REALISATION DE COMPOSANTS
DIFFRACTANTS : CONTRIBUTION A L'ETUDE DE MATERIAUX
ACCORDABLES ET APPLICATION A L'ENREGISTREMENT
HOLOGRAPHIQUE DE FILTRES RESONANTS »**

Soutenue le 03 février 2006 devant la Commission d'Examen :

Composition du Jury

- *Rapporteurs* : Tigran GALSTIAN, Professeur, Université LAVAL (Québec)
Isabelle ZAQUINE, Maître de Conférence, ENST

- *Examineurs* : Yves GROHENS, Professeur, Université de Bretagne Sud
Olivier PARRIAUX, Professeur, Université de Saint-Etienne
Jean-Louis DE BOUGRENET DE LA TOCNAYE, Professeur /Directeur de Thèse, ENST Bretagne
Raymond CHEVALLIER , Maître de Conférence / Encadrant de Thèse, ENST Bretagne

Remerciements

Je voudrais d'abord remercier Monsieur Jean-Louis de Bougrenet de la Tocnaye, mon directeur de thèse pour m'avoir accueilli au sein du département d'optique de l'ENST Bretagne et permis d'y réaliser ce travail.

Je tiens ensuite à adresser de profonds remerciements à Raymond Chevallier pour avoir encadré mes recherches pendant la durée de cette thèse, pour sa grande disponibilité malgré son emploi du temps très chargé, pour la confiance qu'il m'a accordé et l'autonomie dont j'ai disposé pour accomplir ces travaux.

Je remercie Tigran Galstian, Professeur à l'Université Laval pour avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse et pour avoir effectué le déplacement depuis le Québec pour assister à ma soutenance.

Je remercie également Isabelle Zaquine, Maître de Conférences à l'ENST pour avoir également accepté d'être rapporteur de ce travail, ainsi que les membres de l'équipe "optique non-linéaire et signal" de l'ENST, notamment Robert Frey et Qiong He, pour les nombreuses discussions qui ont eu lieu ainsi que les excellents résultats de caractérisation effectués sur les échantillons.

Je tiens à remercier également Olivier Parriaux, Professeur à l'université de Saint-Etienne pour m'avoir fait l'honneur d'être membre et président de mon jury de thèse, ainsi que pour les orientations de recherches et conseils qu'il m'a indiqués lors de fructueuses discussions.

Je remercie également Yves Grohens, Professeur à l'université de Bretagne Sud d'avoir participé à ce jury.

Je suis profondément reconnaissant envers Jean-Luc Kaiser avec qui j'ai pu travailler pendant un an et demi. C'est à son contact que j'ai appris quasiment toutes les techniques expérimentales de fabrication et de caractérisation. Ce fût un très grand plaisir de travailler avec lui.

Je suis reconnaissant envers les divers membres du département d'optique de l'ENST Bretagne qui ont pris de près de ou de loin une part à l'accomplissement de ce travail.

Je tiens également à remercier particulièrement Séverine Haesaert et Michel Gadonna du CCLO pour avoir réalisé les observations aux microscopes électronique et à force atomique.

Je n'oublie pas non plus les différents stagiaires que j'ai pu encadrer et qui ont contribué à l'aboutissement de ce travail, notamment Maria Camacho, Magali Ducreux, Damien

Malardé, Kevin Skiban et Michel Ridoux. Leurs diverses contributions m'ont été d'une grande aide.

Je tiens à remercier également toute l'équipe d'Optogone, Catherine, Yves, Michel et Pascal pour les très bons moments passés en leur compagnie soit au laboratoire, soit lors de séances dégustations autour de quelques vins de Bourgogne.

Pour terminer, je souhaite remercier les doctorants (actuels et anciens) ou les stagiaires du département d'optique avec qui je garderai de très bons souvenirs de ces trois années, notamment Tatiana, Mélanie, Gaizka, Antoine, Carlos, Joaquin, Alexandre le grand Russe, Jean-Luc et Hary.

Table des matières

Remerciements	i
Introduction	1
1 Diffraction par un réseau : introduction aux théories vectorielles	5
1.1 Introduction	5
1.2 Revue des théories existantes	6
1.3 La théorie rigoureuse des ondes couplées	10
1.3.1 Géométrie du problème	10
1.3.2 Expression des champs à l'intérieur de chaque région	11
1.3.3 Equations de propagation à l'intérieur du réseau	13
1.3.4 Écriture des équations dans l'espace de Fourier	15
1.3.5 Écriture des conditions aux limites	16
1.3.6 Généralisation de la méthode à L couches	17
1.3.7 Cas de la polarisation TM	18
1.3.8 Calcul des efficacités de diffraction	20
1.4 Amélioration de la stabilité de la méthode	20
1.4.1 Algorithme de la matrice S	20
1.4.2 Reformulation des équations de propagation dans l'espace de Fourier .	25
1.5 Cas de la méthode différentielle classique	27
1.6 Conclusion et discussion	27
2 Etude de matériaux holographiques photopolymérisables	29
2.1 Introduction	29
2.2 Réseau épais en volume	29
2.2.1 Diffraction par un hologramme épais	31
2.2.2 Enregistrement holographique de réseaux épais	31
2.2.3 Applications des composants holographiques en volume	34
2.3 Les photopolymères DuPont	35

2.3.1	Description du matériau	35
2.3.2	Processus de formation des hologrammes dans les photopolymères - Modèle de diffusion	36
2.3.3	Résolution des équations de diffusion	39
2.3.4	Détermination expérimentale des paramètres du modèle	40
2.3.5	Discussion du modèle	47
2.4	Le matériau composite polymère-cristal liquide	48
2.4.1	Description du matériau holographique	49
2.4.2	Diffraction par un réseau en transmission enregistré en H-PDLC . . .	52
2.4.3	Etude expérimentale de la formation de réseaux en transmission H-PDLC	53
2.5	Conclusion	63
3	Multiplexage d'hologrammes dans les matériaux composites polymères cristal liquide	65
3.1	Introduction	65
3.2	Multiplexage d'hologrammes dans les matériaux H-PDLC	66
3.2.1	Etat de l'art	66
3.2.2	Aspects phénoménologiques de l'enregistrement d'hologrammes multi- plexés	67
3.3	Modélisation de réseaux de diffraction multiplexés	67
3.3.1	Diffraction par un réseau multiplexé	68
3.3.2	Exemples de simulations	68
3.3.3	Comportement en fonction de la variation de la modulation d'indice .	69
3.4	Paramètres expérimentaux	70
3.5	Multiplexage simultané	71
3.5.1	Introduction	71
3.5.2	Enregistrements séparés des deux réseaux	72
3.5.3	Optimisation des paramètres d'enregistrement	72
3.6	Multiplexage séquentiel	74
3.6.1	Introduction	74
3.6.2	Optimisation des paramètres d'enregistrement	75
3.7	Propriétés électro-optiques	75
3.7.1	Cas où les réponses angulaires ne se recouvrent pas	75
3.7.2	Cas où les réponses angulaires se recouvrent	76
3.8	Conclusion	77

4	Etude d'un filtre basé sur une structure à cristaux photoniques 2D	79
4.1	Introduction	79
4.1.1	Notions sur les cristaux photoniques	79
4.1.2	Le miroir de Bragg : un cristal photonique à une dimension	80
4.1.3	But de l'étude et contexte	81
4.2	Principe de fonctionnement du composant	82
4.3	Calcul de la structure	83
4.3.1	Principe de la méthode	83
4.3.2	Simulations et dimensionnement	84
4.4	Réalisation de la structure 2D	86
4.4.1	Configuration du montage d'enregistrement	86
4.5	Etude expérimentale du miroir holographique seul	91
4.6	Résultats pour la structure 2D	93
4.7	Conclusion et perspectives	93
5	Etude d'un filtre accordable à base de résonance de plasmon de surface	95
5.1	Introduction	95
5.1.1	Historique et description des anomalies de diffraction	95
5.1.2	But de l'étude	97
5.2	Introduction aux résonances de plasmon de surface	97
5.2.1	Définition	97
5.2.2	Condition d'excitation d'un plasmon de surface	99
5.2.3	Excitation des plasmons de surface à l'aide d'un réseau de diffraction .	100
5.3	Calcul de la réponse du réseau de diffraction	101
5.3.1	Théories utilisées	101
5.3.2	Comparaison des deux méthodes	102
5.4	Réalisation des réseaux de diffraction	102
5.4.1	Le matériau d'enregistrement : la photorésine Shipley S-1805	103
5.4.2	Le montage d'enregistrement	104
5.4.3	Influence des conditions d'enregistrement et de développement	105
5.5	Caractérisation des réseaux réalisés	108
5.5.1	Caractérisation au laser He-Ne	108
5.5.2	Caractérisation dans le proche infrarouge	110
5.6	Etude de fonctions accordables à base de résonance de plasmon de surface . .	112
5.6.1	Principe	112
5.6.2	Utilisation de la variation de l'indice du milieu incident	113
5.7	Réalisation d'un atténuateur optique à base de résonance de plasmon de surface utilisant le milieu nano-PDLC	114

5.7.1	Etude du théorique du comportement de la cellule	114
5.7.2	Résultats expérimentaux	115
5.8	Dimensionnement optimal du composant	117
5.9	Excitation de résonances dans des réseaux croisés	118
5.10	Conclusion	120
Conclusion		121
Liste des figures		125
Liste des tableaux		131
A Théorie des ondes couplées de Kogelnik		133
B Exemple de comparaison entre la théorie de Kogelnik et la méthode RCW		135
C Rappels sur les cristaux liquides		137
C.1	Description	137
C.2	La phase nématique	139
D Théorie rigoureuse des ondes couplées pour un réseau à deux dimensions		141
D.1	Introduction	141
D.2	Établissement du problème	141
D.2.1	Géométrie du problème	141
D.2.2	Coordonnées des différents vecteurs	143
D.2.3	Expression des champs dans chaque région	143
D.2.4	Milieux homogènes I et III	143
D.3	Calcul des champs dans le réseau	144
D.3.1	Système d'équations différentielles à résoudre	145
D.3.2	Ecriture dans la base des harmoniques spatiales	145
D.3.3	Forme des solutions	147
D.4	Expression des conditions aux limites	147
D.4.1	Calcul à l'interface $z = 0$	148
D.4.2	Calcul à l'interface $z = d$	148
D.4.3	Expression matricielle	149
D.4.4	Application au cas du réseau 2D	150
D.5	Calcul des efficacités de diffraction	150
E Description et étude du matériau nano-PDLC		151
Bibliographie		155

Introduction

Ce travail doctoral s'inscrit dans la continuité des études menées sur les enregistrements holographiques au sein du département d'optique de l'ENST Bretagne [1, 2]. A partir de ces précédentes études, mon travail a notamment contribué à développer des outils de simulation numérique, à faire évoluer nos moyens d'enregistrement et à mettre en place une méthode et des outils de caractérisation de composants diffractifs holographiques. Ces différents apports nous ont permis d'étudier, de dimensionner et de réaliser de nouvelles fonctions diffractives accordables utilisant des effets de résonance. Les principaux domaines d'applications ciblés étant le traitement optique de l'information et les télécommunications optiques.

Actuellement, il est de plus en plus utile de disposer de fonctions présentant des aspects dynamiques ou reconfigurables. En holographie, de tels comportements peuvent être obtenus en utilisant des matériaux d'enregistrement accordables. Nous obtenons cette accordabilité par l'emploi de matériaux composites polymère / cristal liquide (PDLC pour "polymer-dispersed liquid crystals") structurés en domaines de cristal liquide dispersés dans une matrice de polymère. L'application d'un champ électrique sur le matériau provoque à l'échelle microscopique un alignement des molécules de cristal liquide. Ceci modifie les propriétés optiques de ce matériau. Dans le cas d'un hologramme, cela se traduit par une variation de l'indice de réfraction des domaines de cristal liquide, ce qui modifie la profondeur de modulation de l'hologramme et donc son efficacité de diffraction.

Les activités d'enregistrements holographiques dans les matériaux composites polymère / cristal liquide ont débuté en 2003 au département d'optique de l'ENST Bretagne au cours de la thèse de J-L. Kaiser [2, 3] dans le cadre d'une collaboration avec le laboratoire de G.P. Crawford de l'université de Brown aux Etats-Unis. Ces travaux ont notamment abouti à l'optimisation de la composition d'un mélange PDLC permettant l'enregistrement d'hologrammes ayant de bonnes efficacités de diffraction.

Nous avons prolongé cette étude en étudiant et réalisant des structures diffractives périodiques présentant des effets de résonance. Le terme de résonance recouvre plusieurs phénomènes pouvant survenir dans les réseaux de diffraction. Deux types de résonances ont retenu notre attention :

- ✓ La résonance de Bragg régissant le comportement des hologrammes en volume. Il est connu que des valeurs d'efficacités de diffraction théoriques de l'ordre de 100% peuvent être obtenues avec de telles structures.
- ✓ Les résonances provenant des "anomalies de diffraction" résultant de l'interaction entre une onde et un des modes propres du réseau de diffraction. Nous nous intéresserons aux résonances dites de plasmon de surface survenant pour les réseaux de diffraction en relief métalliques.

L'observation expérimentale de ces effets de résonance n'est pas aisée. Il est nécessaire de dimensionner précisément l'échantillon en utilisant des outils de modélisation. Les moyens technologiques et le matériau d'enregistrement doivent être bien maîtrisés, ce qui nécessite des études préalables et une optimisation des processus de fabrication s'appuyant sur une utilisation conjointe des moyens de caractérisation et de modélisation.

En plus de la connaissance du matériau holographique, des moyens d'enregistrements et de caractérisation associés, l'observation expérimentale de ces effets de résonances ne peut être réalisée qu'avec des outils de modélisation permettant d'effectuer des dimensionnements et de déterminer les paramètres des hologrammes désirés. Ces mêmes outils pouvant permettre l'optimisation des processus de fabrication grâce aux mesures de caractérisation effectuées.

C'est autour de ces trois aspects que s'articule notre travail doctoral : la modélisation, l'étude des matériaux holographiques accordables et la réalisation de fonctions optiques originales basées sur des effets de résonance.

L'objectif du premier chapitre est de présenter les outils de simulations numériques que j'ai développés et utilisés pour prévoir le comportement des réseaux de diffraction réalisés. Après un descriptif des principales méthodes existantes, les bases de la propagation de la lumière dans les milieux périodiques seront détaillées. Cette étude a mené au développement de deux outils adaptés aux réseaux de diffraction holographiques basés sur la théorie rigoureuse des ondes couplées et la méthode différentielle. Ces programmes informatiques ont permis le dimensionnement et la caractérisation des différents composants réalisés au cours de ce travail.

L'étude des matériaux holographiques destinés à l'enregistrement de nos réseaux de diffraction sera abordée au second chapitre. En guise de prélude aux matériaux PDLC, nous avons effectué une première étude sur la formation des hologrammes dans les photopolymères DuPont. Il s'agit d'un matériau commercial dont l'utilisation nous a été rendue possible grâce au docteur Yvon Renotte de l'université de Liège. Cette étude a mené à la compréhension des processus mis en jeu ainsi qu'à l'établissement d'un modèle phénoménologique décrivant la formation spatiale et temporelle des hologrammes. Ceci dans le but d'aider à la compréhension des mécanismes mis en jeux dans les matériaux PDLC.

La seconde partie de ce chapitre traite du matériau holographique PDLC. Les processus d'enregistrement et de caractérisation ayant été mis au point lors de l'étude des photopolymères DuPont, nous nous sommes particulièrement intéressés à l'influence des paramètres d'enregistrement sur la cinétique de formation, les valeurs d'efficacité de diffraction et la dépendance en polarisation des hologrammes réalisés. Ce dernier aspect étant primordial pour certaines applications.

La possibilité d'enregistrer plusieurs hologrammes dans le milieu PDLC (multiplexage) a également été étudiée. Ce dernier aspect a donné lieu à de nombreuses expérimentations et fait l'objet d'un chapitre à part : le chapitre trois.

Les travaux de modélisation, sur les enregistrements holographiques et sur les matériaux photopolymérisables présentés lors des trois premiers chapitres ont rendu possible la réalisation de deux filtres optiques bande étroite reposant sur des concepts originaux exposés dans les chapitres quatre et cinq :

✓ Le principe du premier filtre repose sur l'amplification de la diffraction de Bragg dans une

structure à cristal photonique à deux dimensions. Une propriété spécifique des cristaux photoniques sera mise à profit pour réaliser un filtre optique bande étroite.

La structure étudiée sera constituée de deux réseaux de diffractions en volume réalisés holographiquement. Les périodes de ces réseaux étant orthogonales.

Cette étude a été menée en collaboration avec l'équipe optique non-linéaire et signal de Télécom Paris (notamment avec le professeur Robert Frey de l'institut d'optique, le Docteur Isabelle Zaquine et Qiong He).

- ✓ Le second filtre utilise la résonance de plasmon de surface. Ce phénomène se traduit par l'absorption totale d'une onde par un réseau de diffraction en relief de surface métallique. Les paramètres de ce filtre seront fixés pour opérer dans le domaine des télécommunications optiques. Nous étudierons en particulier la possibilité d'obtenir un composant accordable par l'emploi du matériau composite polymère / cristal liquide.

L'idée et un premier dimensionnement de ce composant ont fait l'objet d'une collaboration avec le professeur Olivier Parriaux de l'université Jean-Monnet de Saint-Etienne.

Diffraction par un réseau : introduction aux théories vectorielles

1.1 Introduction

La structure diffractive de base utilisée dans ce travail est le réseau de diffraction dont la période sera de l'ordre de ou plus petite que la longueur d'onde de travail. Il est bien connu que dans ce cas, nous sommes au-delà du domaine de validité de la théorie scalaire qui fournit habituellement les champs diffractés grâce à une simple transformée de Fourier (en champ lointain) ou une transformée de Fresnel (pour le champ proche) [4].

Lors de l'étude de la conception d'un composant optique, la phase de modélisation présente un double intérêt :

- ✓ Avant la réalisation, un dimensionnement pertinent peut être effectué de façon à ce que les effets escomptés soient bien mis en évidence. Cette étape permet à moindre coût de faire un premier ajustement du processus de fabrication.
- ✓ Ensuite lors de la phase de caractérisation des composants réalisés, les mesures effectuées couplées aux outils de modélisation permettent de remonter à des estimations des paramètres principaux de ces derniers. Ceci permet d'avoir une meilleure compréhension des processus mis en jeu ainsi qu'une meilleure maîtrise technologique.

C'est pour ces raisons que nous nous attacherons dans cette première partie à l'étude des outils de modélisation disponibles destinés aux réseaux de diffraction.

Nous pouvons prendre un exemple qui est celui des applications visant le domaine des télécommunications où il est nécessaire de pouvoir estimer à l'avance la dépendance en polarisation introduite par le composant.¹ Cette dépendance se traduit par des pertes dépendant de la polarisation qui doivent être les plus faibles possibles (une valeur typique requise est de 0.3 dB pour un système complet). Pour un réseau de diffraction, elle reflète la différence d'efficacité de diffraction pour les états principaux de polarisation TE et TM (qui seront définis par la suite). Cette information ne peut être obtenue par simulation qu'en utilisant des théories prenant en compte la nature vectorielle de la lumière.

Nous allons au cours de ce chapitre effectuer une introduction aux principales méthodes disponibles à ce jour nous permettant de résoudre le problème de diffraction par un réseau. Les bases de la propagation de la lumière dans un milieu périodique seront décrites. Le détail du principe d'une des théories les plus utilisées aujourd'hui et probablement la plus abordable

¹L'état de polarisation à la sortie d'une fibre optique standard étant en général inconnu.

du point de vue théorique et numérique sera présenté. Nous discuterons également du domaine d'application ainsi que des améliorations de cette méthode.

1.2 Revue des théories existantes

La première théorie électromagnétique permettant de calculer les efficacités de diffraction d'un réseau a été établie par Lord Rayleigh [5] au début du siècle dernier dans le but d'expliquer les anomalies de Wood² [6]. Du fait que de tels effets dépendent fortement de la polarisation de l'onde incidente, le développement d'une théorie vectorielle de la diffraction était nécessaire. Cette méthode repose sur le fait qu'à l'intérieur et à l'extérieur du réseau, le champ électromagnétique est exprimé par une série d'ondes planes montantes et descendantes (ces ondes pouvant être soit propagatives ou évanescentes). On parle alors de développement de Rayleigh. S'il paraît évident que ce type de développement est valide dans le substrat et le superstrat (régions homogènes entourant le réseau), cela l'est moins lorsque l'on se trouve à l'intérieur de la région modulée contenant le réseau. Des questions concernant la validité d'une telle hypothèse se sont posées vers la moitié du XX^{ème} siècle. De nombreux débats menèrent à la conclusion qu'en général, le développement de Rayleigh n'est pas valide à l'intérieur du réseau à l'exception des structures en relief faiblement modulées (cette théorie donne de très bons résultats pour les réseaux sinusoidaux parfaitement conducteurs lorsque le rapport $h/\Lambda < 0.1$ [7], h étant l'épaisseur et Λ la période du réseau). Comme d'autres théories approchées, il est nécessaire de connaître son domaine de validité.

Les premières théories rigoureuses sont apparues au cours des années 1960. Ces méthodes sont rigoureuses dans le sens où les équations de Maxwell ne subissent aucune approximation sur le plan théorique. Les seules que nous pouvons rencontrer appartiennent au domaine numérique (troncation du nombre d'équations, limitation du nombre d'harmoniques calculés, erreurs d'arrondis...). Le principe général repose sur le fait que les équations de Maxwell sont écrites sous leur forme intégrale ou différentielle, puis elles sont projetées sur une base de fonctions. Des algorithmes sont utilisés pour rendre ces équations stables numériquement et finalement la résolution d'un système linéaire permet de déterminer les champs des différentes ondes diffractées.

Voici un descriptif de ces différentes méthodes :

- ✓ **La méthode intégrale** : elle est la première méthode rigoureuse développée pour le calcul des réseaux de diffraction [8,9]. Elle a été grandement utilisée et est probablement la méthode permettant de résoudre le plus de problèmes de diffraction par un réseau (notamment les réseaux métalliques ou parfaitement conducteurs). Son principal "inconvenient" est qu'elle présente une formulation mathématique et une implémentation numérique complexes.

La solution des équations de Maxwell est donnée par la résolution d'un système d'équations intégrales établi avec la méthode de la fonction de Green. Le champ diffracté est obtenu grâce à la propagation d'un courant de surface qui dépend lui-même du champ incident et de la valeur du champ diffracté en d'autres points de la surface du réseau. En discrétisant le profil du réseau, le problème est ramené à un système linéaire d'équations

²Ces anomalies peuvent se traduire par des pics d'absorption indésirables très fins dans le domaine spectral, la nature de ces anomalies sera expliquée plus tard.

algébriques.

- ✓ **La méthode modale** : la solution du problème est donnée sous la forme de modes de propagation de la structure [10, 11]. Chacun de ces modes est solution des équations de Maxwell et le champ global est donné par une combinaison linéaire de chacun d'eux. Les amplitudes de ces modes sont déterminées par l'écriture des relations de continuité et par la résolution d'un système linéaire.

Le mode ne devant pas être perturbé, le profil du réseau ne doit pas changer sur sa coordonnée verticale. Cette méthode est donc restreinte aux réseaux binaires (lamellaires), ou aux profils pouvant être représentés par l'empilement de tels réseaux (en marche d'escalier, voir figure 1.1).

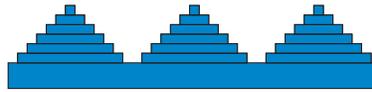


Figure 1.1 — Découpage du profil d'un réseau en relief de surface.

Il a été montré que cette approche était strictement identique à celle de la théorie rigoureuse des ondes couplées qui sera présentée par la suite [12]. Ceci est vrai seulement du point de vue des résultats fournis pour les efficacités de diffraction car du point de vue physique, la méthode modale utilise de vrais modes de propagation alors que la théorie rigoureuse des ondes couplées utilise des harmoniques de Fourier (qui sont une description mathématique correcte mais qui ne permettent pas une approche phénoménologique).

- ✓ **La méthode différentielle classique** : comme son nom l'indique, les équations de Maxwell sont écrites sous leur forme différentielle. Le domaine où sont résolues ces équations est séparé en trois parties, deux espaces semi-infinis homogènes entourant une section modulée (soit en relief ou en volume) correspondant au réseau de diffraction (voir figure 1.2).

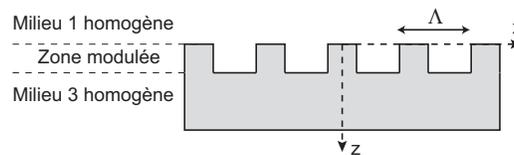


Figure 1.2 — Illustration des différentes régions.

Dans les deux zones homogènes, le champ est exprimé par un développement de Rayleigh qui est tout à fait valide. A l'intérieur de la zone modulée, il est possible de montrer que le champ est pseudopériodique avec la périodicité du réseau Λ , il peut être alors décomposé en série de Fourier.

Le principe de cette méthode est le suivant :

1. Injection de l'expression du champ à l'intérieur de la région modulée dans les équations de Maxwell et obtention d'un système d'équations différentielles couplées écrites dans un espace de Fourier.
2. Résolution du système différentiel à l'aide d'une méthode classique (type Runge-Kutta ou prédictor-correcteur) en intégrant sur la hauteur du réseau.
3. Ecriture des conditions de continuité des champs aux interfaces. Un système linéaire d'équations est alors établi.

4. Résolution du système linéaire et calcul des efficacités de diffraction ou de la valeur du champ diffracté.

La théorie différentielle a été développée peu après la méthode intégrale [13]. Son détail peut être trouvé dans les ouvrages [14, 15]. La première version de cette méthode était plutôt destinée aux réseaux diélectriques et à conductivité finie (métal réel).

Des problèmes de stabilité de cette méthode ont été mis en évidence, notamment dus à la présence de fonctions exponentielles réelles et lorsque l'état de polarisation de l'onde incidente est TM (champ électrique orthogonal aux traits du réseau). De nombreux travaux parus au cours des dernières années dont la nature sera présentée ultérieurement ont permis de rendre cette méthode stable.

Comme pour la méthode modale, il faut tronquer le nombre d'équations et ne retenir seulement qu'un nombre fini d'harmoniques. La différence entre les deux méthodes réside dans le fait que pour la méthode modale, chacun des modes calculés est solution des équations de Maxwell alors que cela n'est pas le cas pour les harmoniques spatiales utilisées pour la méthode différentielle qui ne sont que des harmoniques de Fourier. Seule une somme infinie de tous ces harmoniques correspond à la solution réelle du problème.

Pour les réseaux en relief de surface, il existe des variantes de la méthode différentielle où une transformation de coordonnées est effectuée : il peut soit s'agir d'une transformation conforme [16], soit d'un changement de coordonnées plus simples $Y = y - f(x)$ où $f(x)$ est la fonction représentant le profil du réseau [17, 18] (méthode de Chandezon encore appelée méthode C). Dans le nouveau système de coordonnées le profil du réseau devient plan et les instabilités dues à l'état de polarisation disparaissent. Par contre, la formulation mathématique devient plus complexe.

- ✓ **La théorie rigoureuse des ondes couplées ou méthode RCW (Rigorous Coupled-Wave)** (appelée encore la méthode de Moharam et Gaylord qui en ont été les auteurs au début des années 1980) : le principe est le même que la méthode différentielle mais dans ce cas, le profil du réseau ne change pas sur sa coordonnée verticale. Le système différentiel est alors à coefficients constants et l'intégration peut s'effectuer par la détermination des vecteurs et valeurs propres d'une matrice caractéristique, ce qui simplifie grandement le processus d'intégration numérique.

La première version de cette méthode est parue en 1981 [19] et une théorie vectorielle complète à trois dimensions a été publiée en 1983 [20]. De nombreuses améliorations ont été apportées au cours des années 1980 et 1990. Elle est très bien adaptée aux profils binaires (lamellaires) ou aux réseaux holographiques en volume (avec une orientation quelconque des franges). Elle peut être utilisée pour les réseaux en relief de surface en effectuant un découpage du profil en une superposition de réseaux lamellaires comme pour la méthode modale. Etant un cas particulier de la méthode différentielle, elle est pourvue des mêmes instabilités numériques. Les premières versions stables ont été publiées au cours des années 1990 [21, 22].

Un récapitulatif de ces différentes méthodes ainsi que de leurs domaines d'applications est indiqué dans le tableau 1.1.

Type de Réseau	Méthode Différentielle	Méthode RCW	Méthode Modale	Méthode intégrale
Réseau holographique en volume	++	+++	+++	+
Réseau diélectrique en relief	+++	++	++	++
Réseau binaire (lamellaire)	++	+++	+++	+
Réseau métallique en relief	++	+	+	+++
Réseau parfaitement conducteur	+		++	+++

Tableau 1.1 — Tableau récapitulatif des principales méthodes rigoureuses permettant de résoudre le problème de diffraction par un réseau ainsi que leurs domaines d'application.

Ce tableau est loin d'être complet, il ne fait état que des domaines d'application des méthodes les plus couramment rencontrées. Une description plus exhaustive des performances de chacune de ces méthodes peut être trouvée dans les ouvrages [15, 23].

En dehors de ces méthodes dites classiques et qui sont bien connues, de nombreuses méthodes utilisant des traitements électromagnétiques rigoureux ont été développées. Parmi elles nous pouvons notamment citer *la méthode des sources généralisée* développée par A. Tishchenko [24, 25] qui permet de fournir la solution exacte du problème de diffraction par un réseau quelle que soit sa nature en ne se souciant pas des problèmes de convergence que l'on peut rencontrer habituellement (et qui seront mises en évidence dans la suite de ce chapitre). Le principe réside en un schéma itératif sur la distribution de l'indice de réfraction de la structure. A chacune de ces itérations le champ électromagnétique subit une correction et converge vers la solution exacte. Le schéma itératif peut être mis sous un formalisme intégral qui est résolu numériquement.

Lors de la résolution du problème de diffraction par un réseau, il faut choisir judicieusement la méthode à employer. Dans certains cas, les théories vectorielles rigoureuses citées ci-dessus peuvent être remplacées par une théorie approchée utilisant une implémentation numérique moins complexe voire une simple formule analytique.

Le domaine de validité de telles méthodes est à connaître précisément, sinon des erreurs importantes dues à la modélisation peuvent être observées. Par exemple, la théorie de l'onde couplée élaborée par Kogelnik en 1969 [26] fait encore référence lorsqu'il s'agit d'étudier des réseaux holographiques en volume épais. Les résultats fournis par cette théorie sont en excellent accord avec la théorie rigoureuse des ondes couplées, à condition de rester dans son domaine de validité.

Par contre, si nous sommes obligés d'utiliser une théorie rigoureuse, il n'existe pas de méthode universelle pour calculer le champ diffracté par un réseau. Il faut alors choisir la méthode la plus adaptée au problème donné. Par exemple, il est peu recommandé d'utiliser la théorie rigoureuse des ondes couplées pour traiter le cas d'un réseau métallique (surtout pour l'état de polarisation TM).

Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter l'une de ces méthodes, qui est probablement la plus abordable du point de vue mathématique : la théorie rigoureuse des ondes couplées.

1.3 La théorie rigoureuse des ondes couplées

Nous allons présenter le détail de la théorie rigoureuse des ondes couplées introduite précédemment. Cette méthode sera la plus largement utilisée pour étudier les réseaux de diffraction réalisés dans le cadre de ce travail. Sa simplicité permet également de présenter les principes de base des théories vectorielles utilisées dans l'étude des réseaux de diffraction.

Pour éviter toute confusion, nous avons conservé les notations et conventions des articles de Moharam et Gaylord.

1.3.1 Géométrie du problème

1.3.1.1 Schéma

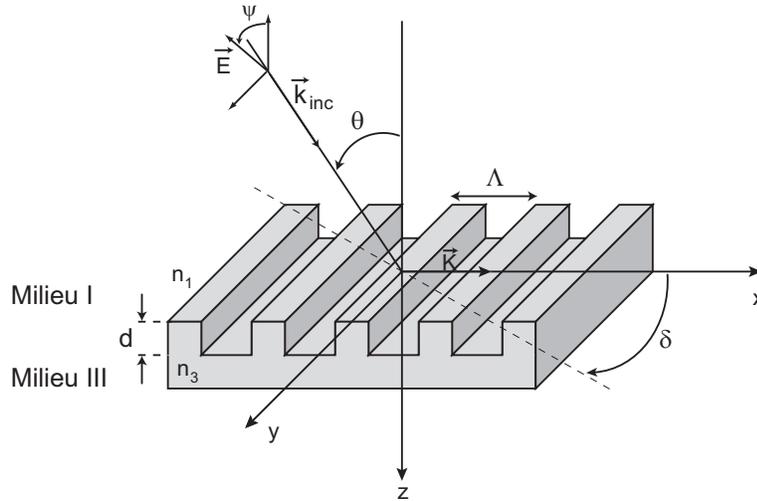


Figure 1.3 — Géométrie du problème de diffraction par un réseau.

Notations utilisées :

- Λ : période du réseau
- n_1 et n_3 : indices respectifs des milieux externes au réseau (encore appelés superstrat et substrat).
- \mathbf{k}_{inc} : vecteur d'onde incident
- k_1 et k_3 : normes des vecteurs d'ondes dans les milieux I et III. $k_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i = k_0 n_i$
- \mathbf{K} : vecteur réseau $\mathbf{K} = 2\pi/\Lambda \mathbf{x}$
- δ : angle d'azimuth.
- ψ : angle correspondant à la polarisation du champ.
- θ : angle d'incidence par rapport à la normale au réseau.
- d : épaisseur du réseau.

Les vecteurs unitaires du repère cartésien seront notés \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} .

L'angle δ est encore appelé angle de diffraction conique. En effet, lorsque $\delta = 0$, nous sommes dans le cas classique de diffraction par un réseau où les ondes incidentes et diffractées sont tous contenues dans le plan d'incidence qui est orthogonal aux sillons du réseau. Cette configuration est classiquement appelée *diffraction planeaire*. Lorsque $\delta \neq 0$, les ordres diffractés

ne sont plus contenus dans le même plan mais sont situés sur un cône : on parle alors de *diffraction conique*.

1.3.1.2 Profil du réseau

Le réseau de diffraction est représenté par sa permittivité $\varepsilon(x)$ qui est une fonction périodique :

$$\varepsilon(x) = \sum_n \epsilon_n \exp(jnKx) = \sum_n \epsilon_n \exp\left(j\frac{2\pi nx}{\Lambda}\right) \quad (1.1)$$

Selon le profil, les coefficients de Fourier ϵ_n sont calculés de manière analytique ou numérique. Par exemple, pour un réseau holographique en volume, le profil de permittivité du réseau est donné par $\varepsilon(x) = \varepsilon_m + \Delta\epsilon \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right)$, sa décomposition en série de Fourier ne comporte que trois termes, $\epsilon_{-1} = \Delta\epsilon/2$, $\epsilon_0 = \varepsilon_m$ et $\epsilon_{+1} = \Delta\epsilon/2$.

Pour un profil quelconque, le coefficient de Fourier n est donné par la formule :

$$\epsilon_n = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda \varepsilon(x) \exp\left(j\frac{2\pi nx}{\Lambda}\right) dx \quad (1.2)$$

Du point de vue de l'implantation numérique, il nous faudra retenir seulement un certain nombre d'harmoniques dans le profil du réseau. Au lieu d'être infinie, la somme va être tronquée de $-m$ à $+m$ ce qui correspond à un nombre total d'harmoniques égal à $N = 2m + 1$.

1.3.1.3 Coordonnées des différents vecteurs

Vecteur unitaire du champ incident \mathbf{u} ($\mathbf{u} = \mathbf{E}/\|\mathbf{E}\|$) :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta \cos\delta - \sin\psi \sin\delta \\ \cos\psi \cos\theta \sin\delta - \sin\psi \cos\delta \\ -\cos\psi \sin\theta \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Vecteur d'onde du champ incident \mathbf{k}_{inc} :

$$\mathbf{k}_{inc} = \begin{pmatrix} k_{inc,x} \\ k_{inc,y} \\ k_{inc,z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \sin\theta \cos\delta \\ k_1 \sin\theta \sin\delta \\ k_1 \cos\theta \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

avec $k_1 = k_0 n_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_1$

1.3.2 Expression des champs à l'intérieur de chaque région

L'étude d'un réseau de diffraction peut se ramener au calcul du champ électromagnétique dans trois régions bien distinctes : le superstrat et le substrat qui sont supposés être semi-infinis (numérotées I et III) et la région contenant le réseau de diffraction lui-même.

1.3.2.1 Champ à l'intérieur du réseau

A l'intérieur du réseau, il est possible de montrer que le champ est pseudopériodique et possède la périodicité du réseau (se reporter à la page 20 de [15] par exemple pour la démonstration). Il peut alors être décomposé en série de Fourier sur une base de fonctions appelées harmoniques spatiales de type $\exp[-jk_{x,n}x]$.

$k_{x,n}$ est donné par l'expression :

$$k_{x,n} = k_{inc,x} - nK = k_1 \sin \theta - n \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (1.5)$$

Cette expression porte encore le nom de condition ou théorème de Floquet. K est la norme du vecteur réseau et est égale à $2\pi/\Lambda$.

Le champ électromagnétique est alors de la forme :

$$\mathbf{E}_g = \sum_n \mathbf{S}_n(z) \exp[-jk_{x,n}x] \quad (1.6)$$

$$\mathbf{H}_g = -j \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \sum_n \mathbf{U}_n(z) \exp[-jk_{x,n}x] \quad (1.7)$$

où $\mathbf{S}_n(z)$ et $\mathbf{U}_n(z)$ sont les amplitudes complexes des champs électrique et magnétique et ceci pour chacun des ordres définis par l'entier n . Nous avons :

$$\mathbf{S}_n(z) = S_{x,n}(z) \mathbf{x} + S_{y,n}(z) \mathbf{y} + S_{z,n}(z) \mathbf{z} \quad (1.8a)$$

$$\mathbf{U}_n(z) = U_{x,n}(z) \mathbf{x} + U_{y,n}(z) \mathbf{y} + U_{z,n}(z) \mathbf{z} \quad (1.8b)$$

1.3.2.2 Milieux homogènes I et III

A l'extérieur du réseau, les milieux I et III sont homogènes, les équations de propagation se ramènent à l'équation de Helmholtz et en y injectant la décomposition en série de Fourier du champ, on peut montrer que celui-ci peut se mettre sous la forme de développement de Rayleigh :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_I &= \mathbf{E}_{inc} + \sum_n \mathbf{R}_n \exp[-j(k_{x,n}x + k_{y,n}y - k_{1,z,n}z)] \\ \mathbf{E}_{III} &= \sum_n \mathbf{T}_n \exp[-j(k_{x,n}x + k_{y,n}y + k_{3,z,n}(z-d))] \end{aligned} \quad (1.9)$$

Le champ incident est donné par $\mathbf{E}_{inc} = \mathbf{u} \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r})$.

Les vecteurs \mathbf{R}_n et \mathbf{T}_n correspondent aux amplitudes complexes des ordres diffractés réfléchis et transmis. Ils sont donnés par :

$$\mathbf{R}_n = R_{x,n} \mathbf{x} + R_{y,n} \mathbf{y} + R_{z,n} \mathbf{z} \quad (1.10a)$$

$$\mathbf{T}_n = T_{x,n} \mathbf{x} + T_{y,n} \mathbf{y} + T_{z,n} \mathbf{z} \quad (1.10b)$$

Les champs magnétiques sont obtenus grâce aux équations de Maxwell :

$$\mathbf{H}_{inc} = -\frac{1}{\omega\mu_0} \mathbf{k}_{inc} \times \mathbf{u} \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.11)$$

$$\mathbf{H}_R = -\frac{1}{\omega\mu_0} \sum_n \mathbf{k}_{1,n} \times \mathbf{R}_n \exp(-j\mathbf{k}_{1,n} \cdot \mathbf{r}) \quad (1.12)$$

$$\mathbf{H}_T = -\frac{1}{\omega\mu_0} \sum_n \mathbf{k}_{3,n} \times \mathbf{T}_n \exp(-j\mathbf{k}_{3,n} \cdot (\mathbf{r} - d\mathbf{z})) \quad (1.13)$$

Les vecteurs d'ondes des ordres diffractés dans les milieux homogènes sont donnés par :

$$\mathbf{k}_{1,n} = k_{x,n} \mathbf{x} + k_{inc,y} \mathbf{y} - k_{1,z,n} \mathbf{z} \quad (1.14a)$$

$$\mathbf{k}_{3,n} = k_{x,n} \mathbf{x} + k_{inc,y} \mathbf{y} + k_{3,z,n} \mathbf{z} \quad (1.14b)$$

avec :

$$k_{x,n} = k_{inc,x} - nK \quad (1.15)$$

et :

$$k_{1,z,n} = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - k_{x,n}^2 - k_{inc,y}^2} & k_1^2 - k_{x,n}^2 - k_{inc,y}^2 \geq 0 \\ j\sqrt{k_{x,n}^2 - k_1^2 - k_{inc,y}^2} & k_1^2 - k_{x,n}^2 - k_{inc,y}^2 < 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

$$k_{3,z,n} = \sqrt{k_3^2 - k_{x,n}^2 - k_{inc,y}^2} \quad \text{avec la condition } \Im(k_{3,z,n}) > 0 \quad (1.17)$$

$$(k_i = k_0 n_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i)$$

Si la composante $k_{i,z,m}$ est réelle, l'onde diffractée sera propagative ; si elle est imaginaire, l'onde diffractée sera évanescence.

1.3.3 Equations de propagation à l'intérieur du réseau

Nous allons partir de l'expression des équations de Maxwell dans le système de coordonnées cartésiennes et en régime harmonique.

$$\nabla \times \mathbf{E}_g = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_g \quad (1.18)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_g = j\omega\epsilon_0 \epsilon(x) \mathbf{E}_g \quad (1.19)$$

Si nous développons les équations ci-dessus, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x & \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 \epsilon(x) E_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon_0 \epsilon(x) E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z & \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon_0 \epsilon(x) E_z \end{cases} \quad (1.20)$$

Nous notons bien que le terme $\varepsilon(x)$ est la permittivité périodique du réseau de diffraction. Nous éliminons les composantes selon z , nous obtenons ainsi un système de quatre équations différentielles couplées :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu_0 H_x - \frac{j}{\omega\varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_y - \frac{j}{\omega\varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x)E_x + \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x)E_y + \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y \partial x} \right) \end{cases} \quad (1.21)$$

Nous allons simplifier ce système en nous intéressant uniquement au régime de diffraction planaire (les ondes incidentes et diffractées sont toutes contenues dans le plan d'incidence). Dans ce cas, la diffraction par un réseau est étudiée en résolvant le problème pour deux états de polarisation indépendants (ou états fondamentaux) notés TE et TM.

La polarisation TE (transverse électrique) est définie par un vecteur champ électrique orthogonal au plan d'incidence (angle $\psi = 0^\circ$), il est alors parallèle aux sillons (ou franges) du réseau. Pour la polarisation TM, le champ électrique est compris dans le plan d'incidence et est orthogonal aux sillons du réseau (angle $\psi = 90^\circ$).³

Ainsi, pour chacun des états TE et TM, plusieurs composantes des champs vont s'annuler et le système 1.21 va s'en retrouver grandement simplifié. Nous obtenons :

- **Polarisation TE** : seules les composantes E_y et H_x sont non-nulles. Le système se réduit alors à :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu_0 H_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x)E_y + \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \end{cases} \quad (1.22)$$

Ces deux équations peuvent être regroupées en une seule du second ordre :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2\varepsilon(x)E_y = 0 \quad (1.23)$$

- **Polarisation TM** : seules les composantes E_x et H_y sont non-nulles. Le nouveau système est alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_y - \frac{j}{\omega\varepsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right] \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} = -j\omega\varepsilon_0\varepsilon(x)E_x \end{cases} \quad (1.24)$$

Ces deux équations peuvent être regroupées en une seule du second ordre :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \varepsilon(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{\partial H_y}{\partial x} \right] + k_0^2\varepsilon(x)H_y = 0 \quad (1.25)$$

Par la suite, nous allons expliciter la résolution pour la seule polarisation TE, le principe étant le même pour l'état TM. Un paragraphe indiquera les expressions des diverses matrices utilisées pour cet état de polarisation.

³Au lieu des états TE et TM, on rencontre également souvent les termes polarisation S et polarisation P. S correspond à la polarisation TE (S est l'initiale de "Senkrecht" qui signifie perpendiculaire en allemand) et P (pour "Parallel") à la polarisation TM.

1.3.4 Écriture des équations dans l'espace de Fourier

1.3.4.1 Règle de Laurent

Nous rappelons le calcul des coefficients de Fourier d'une fonction égale au produit de deux fonctions périodiques.

Soient $f(x)$ et $g(x)$, deux fonctions périodiques de même période Λ , le produit de ces deux fonctions $h(x) = f(x)g(x)$ peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} fg &= \left(\sum_l f_l \exp \left[j \frac{2\pi l x}{\Lambda} \right] \right) \left(\sum_m g_m \exp \left[j \frac{2\pi m x}{\Lambda} \right] \right) \\ &= \sum_n \left(\sum_m f_{n-m} g_m \right) \exp \left[j \frac{2\pi n x}{\Lambda} \right] \end{aligned} \quad (1.26)$$

Le coefficient de Fourier d'un produit de fonctions périodiques est alors donné par la règle de Laurent :

$$h_n = \sum_m f_{n-m} g_m = \sum_m g_{n-m} f_m \quad (1.27)$$

1.3.4.2 Écriture des équations dans l'espace de Fourier

En utilisant la règle de Laurent, nous réécrivons le système d'équations différentielles en injectant dans l'équation de propagation 1.23 les développements en série de Fourier du champ électrique et de la permittivité. Nous obtenons l'équation suivante pour l'harmonique n du champ :

$$\frac{\partial^2 S_{y,n}}{\partial z^2} = k_{x,n}^2 S_{y,n} - k_0^2 \sum_p \epsilon_{n-p} S_{y,p} \quad (1.28)$$

Nous sommes en présence d'un système différentiel à $N = 2m + 1$ équations ($-m < n < m$, m est le nombre d'harmoniques retenus pour effectuer le calcul). Ce système peut être écrit sous forme matricielle et simplifié en effectuant le changement de variable $z' = k_0 z$:

$$\left[\frac{\partial^2 S_Y}{\partial z'^2} \right] = [\mathbf{K}_X^2 - \mathbf{E}] S_Y \quad (1.29)$$

- S_Y : vecteur colonne de dimension N contenant les composantes $S_{y,n}$
- \mathbf{K}_X : matrice diagonale dont l'élément (n, n) est égal à $k_{x,n}/k_0$
- \mathbf{E} : matrice de Toeplitz de dimension $N \times N$ définie telle que l'élément (n, m) de cette matrice est égal à l'harmonique ϵ_{n-m} de la permittivité (équation 1.1)

$$E = \begin{bmatrix} \epsilon_0 & \epsilon_{-1} & & & \epsilon_{-N} \\ \epsilon_1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \epsilon_0 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \epsilon_{-1} \\ \epsilon_N & & & \epsilon_1 & \epsilon_0 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

1.3.4.3 Forme des solutions

L'équation matricielle 1.29 obtenue ci-dessus est un système d'équations différentielles couplées à coefficients constants. La solution peut être obtenue par une combinaison linéaire des solutions particulières de ce système, obtenues grâce à la détermination des vecteurs et valeurs propres de sa matrice caractéristique.

$$S_{y,n}(z) = \sum_{p=1}^N w_{n,p} (c_p^+ \exp(-k_0 q_p z) + c_p^- \exp[k_0 q_p (z - d)]) \quad (1.31)$$

$w_{n,p}$ est l'élément n du vecteur propre associé à la valeur propre q_p , qui est en fait la racine carrée positive de la valeur propre λ_p de la matrice caractéristique $\mathbf{M} = \mathbf{K}_\mathbf{X}^2 - \mathbf{E}$. c_p^+ et c_p^- sont des coefficients constants inconnus qui seront déterminés à l'aide des conditions aux limites.

1.3.5 Écriture des conditions aux limites

Puisque nous connaissons l'expression finale du champ dans les trois régions, il reste à déterminer les coefficients de Rayleigh \mathbf{R}_n et \mathbf{T}_n ainsi que les coefficients c_p^+ et c_p^- de l'équation 1.31. Nous écrirons pour ce faire les relations de continuité du champ aux différentes interfaces.

En $z = 0$ et $z = d$, la composante tangentielle du champ S_y ainsi que sa dérivée première sont continues. D'après l'équation 1.22, la dérivée du champ électrique est reliée directement à la composante H_x du champ magnétique. Ainsi :

$$U_{x,n}(z) = \sum_{p=1}^N v_{n,p} \{-c_p^+ \exp(-k_0 q_p z) + c_p^- \exp[k_0 q_p (z - d)]\} \quad (1.32)$$

$v_{n,p}$ est égal à $w_{n,p} q_p$.

Nous pouvons écrire les relations de continuité aux deux interfaces :

✓ Continuité à l'interface $z = 0$

$$\delta_{i0} + R_i = \sum_{m=1}^N w_{i,m} [c_m^+ + c_m^- \exp(-k_0 q_m d)] \quad (1.33)$$

$$j [n_1 \cos \theta \delta_{i0} - (k_{1,zi}/k_0) R_i] = \sum_{m=1}^N v_{i,m} [c_m^+ - c_m^- \exp(-k_0 q_m d)] \quad (1.34)$$

✓ Continuité à l'interface $z = d$

$$\sum_{m=1}^N w_{i,m} [c_m^+ \exp(-k_0 q_m d) + c_m^-] = T_i \quad (1.35)$$

$$\sum_{m=1}^N v_{i,m} [c_m^+ \exp(-k_0 q_m d) - c_m^-] = j(k_{3,zi}/k_0) T_i \quad (1.36)$$

Le terme δ_{i0} est le symbole de Kronecker ($\delta_{i0} = 1$ si $i = 0$, il est nul dans les autres cas).

Comme précédemment, ce système d'équations peut être mis sous forme matricielle :

✓ Interface $z = 0$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_v \\ jn_1 \cos \theta \mathbf{I}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Y}_1 \end{bmatrix} [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{WX} \\ \mathbf{V} & -\mathbf{VX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

✓ Interface $z = d$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{WX} & \mathbf{W} \\ \mathbf{VX} & -\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Y}_3 \end{bmatrix} [\mathbf{T}] \quad (1.38)$$

- \mathbf{I} : matrice identité de dimension $N \times N$
- \mathbf{W} : matrice contenant les vecteurs propres associés à la matrice caractéristique
- \mathbf{X} : matrice diagonale dont l'élément (i, i) est égal à $\exp(-k_0 q_i d)$
- \mathbf{I}_v : vecteur colonne de dimension N dont toutes les composantes sont nulles excepté l'élément $m + 1$ qui est égal à 1
- \mathbf{V} : égale à \mathbf{WQ}
- \mathbf{Q} : matrice diagonale contenant les racines carrées q_n des valeurs propres de la matrice caractéristique
- \mathbf{Y}_1 et \mathbf{Y}_3 : matrices diagonales dont les éléments sont respectivement égaux à $k_{1,z,i}/k_0$ et $k_{3,z,i}/k_0$

Nous pouvons regrouper ces deux systèmes d'équations et obtenir :

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{W} & \mathbf{WX} & \mathbf{0} \\ j\mathbf{Y}_1 & \mathbf{V} & -\mathbf{VX} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{WX} & -\mathbf{W} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{VX} & \mathbf{V} & j\mathbf{Y}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_v \\ jn_1 \cos \theta \mathbf{I}_v \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1.39)$$

Les amplitudes complexes \mathbf{R} et \mathbf{T} des champs diffractés en réflexion et en transmission sont obtenues grâce à l'inversion de la matrice du système 1.39. La connaissance des coefficients \mathbf{c}^+ et \mathbf{c}^- permet de calculer la distribution du champ à l'intérieur du réseau.

1.3.6 Généralisation de la méthode à L couches

Nous avons vu dans l'introduction que la théorie rigoureuse des ondes couplées pouvait être utilisée pour calculer des réseaux en relief de surface en effectuant un processus de découpage en L couches de la structure. Nous obtenons un empilement de L réseaux lamellaires d'épaisseurs d_l ($1 < l < L$). Les équations de propagation peuvent être résolues dans chacune de ces couches et les amplitudes des ondes diffractées sont déterminées par la résolution d'un système linéaire établi grâce aux relations de continuité. Il faut alors prendre en compte la continuité des composantes tangentielles des champs aux interfaces entre les couches l et $l + 1$.

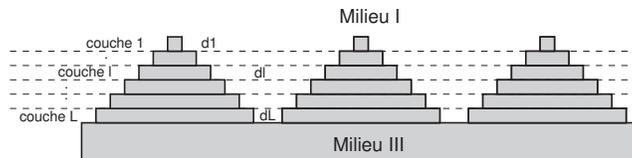


Figure 1.4 — Structure multicouches.

Ainsi, à chaque sous-couche de la structure vont être associées des matrices \mathbf{W}_1 , \mathbf{V}_1 et \mathbf{X}_1 .

Les conditions aux limites à l'interface couche l /couche $l + 1$ s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}_1\mathbf{X}_1 & \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{V}_1\mathbf{X}_1 & -\mathbf{V}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1^+ \\ \mathbf{c}_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{l+1} & \mathbf{W}_{l+1}\mathbf{X}_{l+1} \\ \mathbf{V}_{l+1} & -\mathbf{V}_{l+1}\mathbf{X}_{l+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{l+1}^+ \\ \mathbf{c}_{l+1}^- \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

Le système général à résoudre se met alors sous la forme :

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_1\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{jY}_1 & \mathbf{V}_1 & -\mathbf{V}_1\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & & \\ \mathbf{0} & -\mathbf{W}_1\mathbf{X}_1 & -\mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_2 & \mathbf{W}_2\mathbf{X}_2 & \\ \mathbf{0} & -\mathbf{V}_1\mathbf{X}_1 & \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 & -\mathbf{V}_2\mathbf{X}_2 & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & & \dots & & \mathbf{W}_L & \mathbf{W}_L\mathbf{X}_L & \mathbf{0} \\ \vdots & & \dots & & \mathbf{V}_L & -\mathbf{V}_L\mathbf{X}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & & \dots & \mathbf{0} & -\mathbf{W}_L\mathbf{X}_L & -\mathbf{W}_L & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & & \dots & \mathbf{0} & -\mathbf{V}_L\mathbf{X}_L & \mathbf{V}_L & \mathbf{jY}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{c}_1^+ \\ \mathbf{c}_1^- \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{c}_L^+ \\ \mathbf{c}_L^- \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Le vecteur résultats (membre de droite) est donné par :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_v & \mathbf{j}n_1 \cos \theta \mathbf{I}_v & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \quad (1.42)$$

Comme précédemment, l'inversion de la matrice du système permet de déterminer les champs diffractés. Par contre, une telle méthode va limiter soit le nombre d'ordres diffractés, soit le nombre de couches de la structure de façon à ce que la taille de la matrice ne dépasse pas la capacité de calcul du système informatique sur lequel elle est exécutée.

1.3.7 Cas de la polarisation TM

1.3.7.1 Formulation du problème

La méthode est strictement la même mais la matrice caractéristique à diagonaliser ainsi que les conditions aux limites ont des expressions différentes.

L'équation de propagation 1.25 dans l'espace de Fourier se met sous la forme :

$$\frac{\partial^2 U_{y,n}}{\partial z^2} = \sum_p \epsilon_{n-p} \left(k_{x,n} \sum_o a_{n-o} k_{x,o} U_{y,o} - k_0^2 U_{y,n} \right) \quad (1.43)$$

a_{n-o} est le coefficient de Fourier ($n - o$) de la fonction $1/\varepsilon(x)$.

Sous forme matricielle, cette équation devient (en effectuant le même changement de variable que précédemment $z' = k_0 z$) :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{U}_Y}{\partial z'^2} = \mathbf{E} (\mathbf{K}_X \mathbf{A} \mathbf{K}_X - \mathbf{I}) \mathbf{U}_Y \quad (1.44)$$

- \mathbf{E} et \mathbf{A} : matrices de Toeplitz dont l'élément (n, p) est respectivement égal à ϵ_{n-p} et a_{n-p}
- \mathbf{I} : matrice identité de dimension $N \times N$
- \mathbf{U}_Y : vecteur colonne contenant les N harmoniques $U_{y,n}$

Les solutions sont de la forme :

$$\begin{aligned} U_{y,n}(z) &= \sum_{p=1}^N w_{n,p} (c_p^+ \exp(-k_0 q_p z) + c_p^- \exp[k_0 q_p (z - d)]) \\ S_{x,n}(z) &= \sum_{p=1}^N v_{n,p} \{-c_p^+ \exp(-k_0 q_p z) + c_p^- \exp[k_0 q_p (z - d)]\} \end{aligned} \quad (1.45)$$

La matrice \mathbf{V} est définie quant à elle par $\mathbf{V} = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{Q}$.

1.3.7.2 Conditions aux limites

✓ Continuité à l'interface $z = 0$

$$\delta_{i0} + R_i = \sum_{m=1}^N w_{i,m} [c_m^+ + c_m^- \exp(-k_0 q_m d)] \quad (1.46)$$

$$j \left[\cos \theta / n_1 \delta_{i0} - \frac{k_{1,z,i}}{k_0 n_1^2} R_i \right] = \sum_{m=1}^N v_{i,m} [c_m^+ - c_m^- \exp(-k_0 q_m d)] \quad (1.47)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_v \\ j n_1 \cos \theta \mathbf{I}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{Z}_1 \end{bmatrix} [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{W} \mathbf{X} \\ \mathbf{V} & -\mathbf{V} \mathbf{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

✓ Continuité à l'interface $z = d$

$$\sum_{m=1}^N w_{i,m} [c_m^+ \exp(-k_0 q_m d) + c_m^-] = T_i \quad (1.49)$$

$$\sum_{m=1}^N v_{i,m} [c_m^+ \exp(-k_0 q_m d) - c_m^-] = j \frac{k_{3,z,i}}{k_0 n_3^2} T_i \quad (1.50)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} \mathbf{X} & \mathbf{W} \\ \mathbf{V} \mathbf{X} & -\mathbf{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^+ \\ \mathbf{c}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ j \mathbf{Z}_3 \end{bmatrix} [\mathbf{T}] \quad (1.51)$$

\mathbf{Z}_1 et \mathbf{Z}_3 sont des matrices diagonales dont les éléments (i, i) sont respectivement égaux à $k_{1,z,i}/k_0 n_1^2$ et $k_{3,z,i}/k_0 n_3^2$. Comme pour la polarisation TE, les deux équations matricielles peuvent être regroupées sous la forme d'un système linéaire similaire à 1.39.

1.3.8 Calcul des efficacités de diffraction

Lorsqu'un réseau de diffraction est utilisé dans un système, il est nécessaire de connaître la distribution de l'énergie dans les différents ordres diffractés.

Pour un ordre diffracté donné (qu'il soit réfléchi ou transmis), l'efficacité de diffraction est définie par le rapport entre le flux du vecteur de Poynting de cet ordre et le flux du vecteur de Poynting de l'onde incidente. Nous avons ainsi :

$$\eta_{Rn} = \Re \left(\frac{k_{1,z,n}}{k_{z,inc}} \right) |\mathbf{R}_n|^2 \quad (1.52)$$

$$\eta_{Tn} = \Re \left(C \frac{k_{3,z,n}}{k_{z,inc}} \right) |\mathbf{T}_n|^2 \quad (1.53)$$

C est une constante dépendant de l'état de polarisation, $C = 1$ pour la polarisation TE et $C = n_1^2/n_3^2$ pour la polarisation TM.

Dans le cas d'un réseau purement diélectrique (sans pertes), il faut vérifier qu'il y a bien conservation de l'énergie quel que soit le nombre d'ordres de diffraction calculés.

$$\sum_n (\eta_{Rn} + \eta_{Tn}) = 1 \quad (1.54)$$

Ceci est un des critères de vérification de la bonne implémentation de la méthode.

1.4 Amélioration de la stabilité de la méthode

Les deux paragraphes qui vont suivre sont valables pour toutes les méthodes utilisant une décomposition en série de Fourier du champ électromagnétique (méthodes RCW, Différentielle).

1.4.1 Algorithme de la matrice \mathbf{S}

1.4.1.1 Introduction

La méthode RCW classique présentée précédemment pour calculer les réseaux de diffraction est une version stabilisée numériquement, les formes des solutions utilisées permettent de ne travailler qu'avec des termes non-divergents. Cette méthode possède tout de même un défaut : celui d'utiliser des matrices de taille considérable si nous devons découper le profil du réseau en couches. Une solution pour y remédier est de réécrire le système 1.41 sous la forme :

$$\left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_v \\ jn_1 \cos \theta \mathbf{I}_v \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ -j\mathbf{Y}_1 \end{array} \right] [\mathbf{R}] = \prod_{l=1}^L \left[\begin{array}{cc} \mathbf{W}_l & \mathbf{W}_l \mathbf{X}_l \\ \mathbf{V}_l & -\mathbf{V}_l \mathbf{X}_l \end{array} \right] \left[\begin{array}{cc} \mathbf{W}_l \mathbf{X}_l & \mathbf{W}_l \\ \mathbf{V}_l \mathbf{X}_l & -\mathbf{V}_l \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} \mathbf{I} \\ j\mathbf{Y}_3 \end{array} \right] [\mathbf{T}] \quad (1.55)$$

Ainsi, les matrices de grandes dimensions sont évitées au prix d'une inversion matricielle par sous-couche de la structure. D'un autre côté, cette réécriture peut apporter des instabilités numériques au système. En effet, la matrice \mathbf{X} contient des éléments de type $\exp(-k_0 q_m d)$,

ces éléments vont donc tendre vers zéro si l'épaisseur ou les parties réelles des valeurs propres sont grandes. Ceci n'est plus le cas lorsque la matrice va être inversée où des termes de type $\exp(k_0 q_m d)$ vont apparaître. Ces termes sont alors divergents pour des valeurs $\exp(k_0 q_m d) > 10^{15}$ (précision de la machine)⁴. Ce critère est une limitation au nombre d'ordres diffractés calculés et à l'épaisseur du réseau. Une solution pour y remédier est de découper la structure en fines couches de façon à ce que les exponentielles réelles positives ne divergent pas, mais sans garantie que le calcul final reste stable numériquement (notamment à cause du produit d'exponentielles croissantes lorsque nous sommes en présence de plusieurs couches).

La technique de résolution illustrée par l'équation 1.55 est encore connue sous le nom d'algorithme de la matrice T ("T" pour "Transfert"). Les amplitudes des ondes diffractées sont obtenues par le produit des matrices de transfert (matrice reliant les ondes avant et après la couche) de chaque sous-couche.

De nombreuses solutions sont apparues au cours des années 1990 pour calculer de telles structures multi-couches et s'affranchir des limitations relatives à l'épaisseur de la structure. Après un essai utilisant une décomposition en série d'ondes réfléchies et transmises [27] (uniquement pour la polarisation TE), une autre solution a été de reformuler le problème des conditions aux limites de façon à éviter toutes les fonctions exponentielles réelles positives. Deux algorithmes ont été étudiés et appliqués au calcul de réseaux de diffraction ces dernières années : ce sont les algorithmes de la matrice R et de la matrice S.

L'algorithme de la matrice R [28–30] relie les amplitudes diffractées du champ électrique à celles du champ magnétique aux mêmes coordonnées. Pour un système multicouches, des formules récursives permettent de passer de l'expression de la matrice R d'une couche à la suivante.

L'algorithme de la matrice S [31] (S correspond à "Scattering") est toujours récursif mais pour une couche donnée de la structure ; il relie les ondes sortantes aux ondes entrantes.

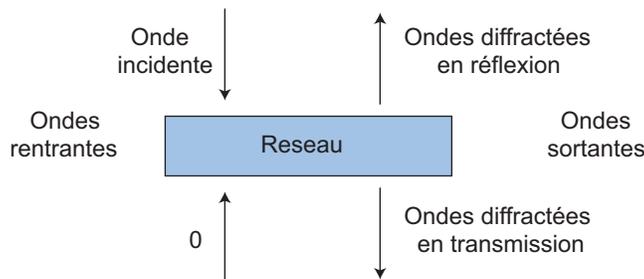


Figure 1.5 — Principe de l'algorithme de la matrice S pour un réseau de diffraction.

L'algorithme qui semble s'être imposé aujourd'hui est celui de la matrice S. Chacun de ses éléments possède un sens physique et sa structure rend le calcul d'une structure multicouches inconditionnellement stable. Nous allons le détailler et l'appliquer au cas d'un réseau de diffraction dans les prochains paragraphes.

⁴ou alors $k_0 q_m d > 34.5$.

1.4.1.2 Définition de la matrice S

Nous allons expliciter l'algorithme dans sa forme la plus générale pour une structure à L couches. Les différentes sous-couches peuvent être soit modulées (toutes avec la même période) ou homogènes.

Comme cela a été indiqué, la matrice de diffusion (matrice S) d'un système permet de relier les ondes rentrantes aux ondes sortantes de la structure. A l'aide de formules récursives, l'algorithme permet d'étudier des structures comportant plusieurs couches (périodiques ou non) et ceci en évitant les instabilités numériques.

La structure étudiée comporte L couches, comme schématisé sur la figure 1.6. Les ondes montantes sont notées par la lettre u et les ondes descendantes par la lettre d . L'épaisseur totale de la structure est notée d , et l'épaisseur d'une couche est égale à $z_{p+1} - z_p$. \mathbf{u} et \mathbf{d} sont des vecteurs dont la dimension est égale au nombre d'ordres diffractés requis pour le calcul.

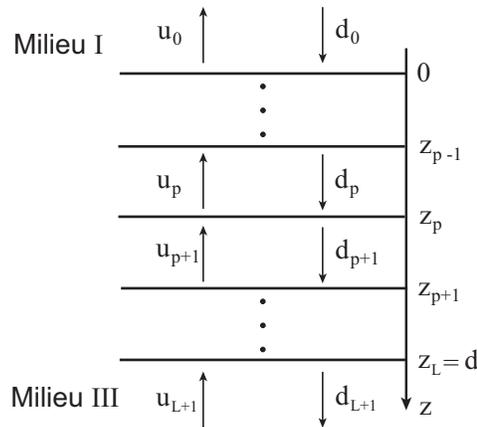


Figure 1.6 — Structure multicouches et les notations utilisées.

Ainsi, la matrice S du système est définie de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{L+1}(z_L) \\ \mathbf{u}_0(0) \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0(0) \\ \mathbf{u}_{L+1}(z_L) \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Pour une couche quelconque p , nous pouvons définir une matrice $S^{(p)}$ telle que :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{p+1}(z_p) \\ \mathbf{u}_0(0) \end{bmatrix} = S^{(p)} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0(0) \\ \mathbf{u}_{p+1}(z_p) \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

La définition de la matrice S fait que chacun de ses blocs possède un sens physique. Nous pouvons la représenter comme suit :

$$S^{(p)} = \begin{bmatrix} T_{dd}^p & R_{du}^p \\ R_{ud}^p & T_{uu}^p \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

Les sous-matrices T_{dd}^p et R_{ud}^p correspondent aux matrices de transmission et de réflexion. C'est ici que nous voyons la puissance de cet algorithme, les coefficients de la matrice S sont bornés puisqu'ils correspondent à des coefficients de réflexion et de transmission dont le module est toujours inférieur à l'unité. Les divergences rencontrées précédemment sont évitées.

Les amplitudes des ondes transmises dans la couche $p + 1$ et des ondes réfléchies sur les p premières couches de la structure peuvent ainsi être obtenues.

1.4.1.3 Construction de la matrice S

La propagation des ondes montantes et descendantes lors de la propagation entre deux couches adjacentes va être étudiée. Ces différentes ondes sont illustrées sur la figure 1.7.

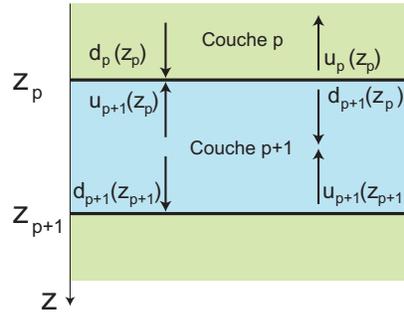


Figure 1.7 — Ondes mises en jeu pour deux couches successives de la structure.

Les ondes se propageant dans deux couches adjacentes peuvent être reliées par deux types de matrices : une matrice d'interface obtenue lors de l'écriture des conditions aux limites et une matrice de couche qui permet de se propager d'une interface à l'autre.

Les conditions de continuité à l'interface $z = z_p$ peuvent s'écrire :

$$\mathbf{\Gamma}_{p+1} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{p+1}(z_p) \\ \mathbf{u}_{p+1}(z_p) \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma}_p \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p(z_p) \\ \mathbf{u}_p(z_p) \end{bmatrix} \quad \text{soit} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{p+1}(z_p) \\ \mathbf{u}_{p+1}(z_p) \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma}_{p+1}^{-1} \mathbf{\Gamma}_p \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p(z_p) \\ \mathbf{u}_p(z_p) \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

La matrice de transfert de l'interface entre les couches p et $p + 1$ est alors donnée par $\mathbf{\Gamma}_{p+1}^{-1} \mathbf{\Gamma}_p$. Les matrices $\mathbf{\Gamma}$ proviennent seulement de l'écriture des conditions aux limites.

La propagation de l'interface $z = z_p$ à $z = z_{p+1}$ se réalise à l'aide d'une matrice de transfert de couches (notée $\mathbf{\Omega}$) :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{p+1}(z_{p+1}) \\ \mathbf{u}_{p+1}(z_{p+1}) \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}_{p+1} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p(z_p) \\ \mathbf{u}_p(z_p) \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

Ces matrices de transfert d'interfaces et de couches sont alors converties en matrices de diffusion donnant les ondes rentrantes en fonction des ondes sortantes.

Si nous notons :

$$t^{(p)} = \mathbf{\Gamma}_{p+1}^{-1} \mathbf{\Gamma}_p = \begin{bmatrix} t_{11}^{(p)} & t_{12}^{(p)} \\ t_{21}^{(p)} & t_{22}^{(p)} \end{bmatrix} \quad (1.61)$$

Sa matrice S d'interface correspondante $s^{(p)}$ est définie telle que :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_{p+1}(z_p) \\ \mathbf{u}_p(z_p) \end{bmatrix} = s^{(p)} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p(z_p) \\ \mathbf{u}_{p+1}(z_p) \end{bmatrix} \quad (1.62)$$

avec :

$$s^{(p)} = \begin{bmatrix} t_{11}^{(p)} - t_{12}^{(p)} \left(t_{22}^{(p)} \right)^{-1} t_{21}^{(p)} & t_{12}^{(p)} \left(t_{22}^{(p)} \right)^{-1} \\ - \left(t_{22}^{(p)} \right)^{-1} t_{21}^{(p)} & \left(t_{22}^{(p)} \right)^{-1} \end{bmatrix} \quad (1.63)$$

De même, il est possible de montrer que la matrice de diffusion correspondant à la propagation dans la couche peut s'écrire en fonction de $s^{(p)}$:

$$\hat{s}^{(p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X} \end{bmatrix} s^{(p)} \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{t}_{dd}^{(p)} & \hat{r}_{du}^{(p)} \\ \hat{r}_{ud}^{(p)} & \hat{t}_{uu}^{(p)} \end{bmatrix} \quad (1.64)$$

où \mathbf{X} est une matrice diagonale dont l'élément (i, i) est égal à $\exp \left[-k_0 q_i^{(p)} (z_{p+1} - z_p) \right]$ si la couche est un réseau ou $\exp \left[j k_{z,i}^{(p+1)} (z_{p+1} - z_p) \right]$ si la couche est homogène.

La matrice \mathbf{S} du système à p couches peut alors être établie à l'aide des formules de récursion suivantes :

$$T_{dd}^{(p)} = \hat{t}_{dd}^{(p)} \left[I - R_{du}^{(p-1)} \hat{r}_{ud}^{(p)} \right]^{-1} T_{dd}^{(p-1)} \quad (1.65)$$

$$R_{du}^{(p)} = \hat{r}_{du}^{(p)} + \hat{t}_{dd}^{(p)} R_{du}^{(p-1)} \left[I - \hat{r}_{ud}^{(p)} R_{du}^{(p-1)} \right]^{-1} \hat{t}_{uu}^{(p)} \quad (1.66)$$

$$R_{ud}^{(p)} = R_{ud}^{(p-1)} + T_{uu}^{(p-1)} \hat{r}_{ud}^{(p)} \left[I - R_{du}^{(p-1)} \hat{r}_{ud}^{(p)} \right]^{-1} T_{dd}^{(p-1)} \quad (1.67)$$

$$T_{uu}^{(p)} = T_{uu}^{(p-1)} \left[I - \hat{r}_{ud}^{(p)} R_{du}^{(p-1)} \right]^{-1} \hat{t}_{uu}^{(p)} \quad (1.68)$$

L'algorithme peut être initialisé de deux façons : soit par la matrice identité et il faut traiter toutes les couches, soit directement par la matrice $\mathbf{\Gamma}_2^{-1} \mathbf{\Gamma}_1$ et la récursion peut commencer directement à la couche 2.⁵

1.4.1.4 Application au cas du réseau de diffraction

Nous allons expliciter les différentes matrices mises en jeu dans l'algorithme de la matrice \mathbf{S} , et ceci pour les deux états de polarisation TE et TM.

Voici les expressions des matrices $\mathbf{\Gamma}$:

✓ *Régions homogènes :*

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{D} & -\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (1.69)$$

- \mathbf{I} : matrice identité
- \mathbf{D} : matrice diagonale dont l'élément (i, i) est égal à $j k_{z,i} / k_0$ pour la polarisation TE et $j k_{z,i} / (k_0 n^2)$ pour la polarisation TM (n est l'indice de réfraction de la couche homogène)

⁵Pour plus de détails, voir [31].

- \mathbf{X} : matrice diagonale dont chaque élément (i, i) est égal à $\exp(-jk_{z,i}d)$, où d est l'épaisseur de la couche considérée

- *Régions modulées* :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{W} \\ \mathbf{V} & -\mathbf{V} \end{bmatrix} \quad (1.70)$$

- \mathbf{W} : contient les vecteurs propres de la matrice caractéristique
- \mathbf{V} : matrice dont l'expression dépend de l'état de polarisation incident (voir paragraphes 1.3.5 et 1.3.7)
- \mathbf{X} : matrice diagonale dont chaque élément (i, i) est égal à $\exp(-k_0 q_i d)$ (les termes q_i sont les racines carrées positives des valeurs propres de la matrice caractéristique)

A la fin des itérations, nous obtenons l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} T \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dd} & R_{du} \\ R_{ud} & T_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_v \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

Les amplitudes des ondes diffractées T et R sont aisément obtenues en effectuant les produits $T = T_{dd}\mathbf{I}_v$ et $R = R_{ud}\mathbf{I}_v$.

1.4.2 Reformulation des équations de propagation dans l'espace de Fourier

Lorsqu'il a fallu adapter la méthode RCW ou la méthode différentielle aux réseaux métalliques avec une polarisation incidente de type TM, les chercheurs ont été confrontés à de fortes instabilités numériques et à une convergence très faible de la méthode (besoin d'un nombre très important d'harmoniques lors du calcul pour obtenir la solution du problème). Ces instabilités n'avaient aucun lien avec les fonctions exponentielles divergentes rencontrées précédemment.

C'est au milieu des années 1990 qu'une solution à ce problème est apparue. La faible convergence des efficacités de diffraction est due à la mauvaise représentation des séries de Fourier d'un produit de fonctions discontinues (ce qui est le cas d'après l'équation de propagation). Cela survient lorsque nous devons tronquer le nombre d'harmoniques de Fourier pour des raisons numériques. Une première reformulation heuristique sans justification mathématique des équations de propagation améliorant la convergence de la méthode à été publiée par deux équipes différentes [32, 33]. Ce sont les travaux de Lifeng Li [34] qui ont posé une base mathématique rigoureuse à la reformulation des coefficients de Fourier du produit de deux fonctions périodiques. La règle de Laurent 1.26 exposée précédemment n'est pas applicable dans tous les cas. Ces travaux ont mené à l'établissement de trois règles de factorisation à appliquer lors de la formulation du problème dans l'espace de Fourier :

Règle 1 (Règle de Laurent) *Le produit $h(x)$ de deux fonctions $f(x)$ et $g(x)$ périodiques, continues par morceaux, bornées n'ayant aucune discontinuités concurrentes peut être factorisé par la règle de Laurent.*

$$h_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{m=-N}^N f_{n-m} g_m \quad (1.72)$$

Le terme "aucune discontinuités concurrentes" signifie que les fonctions f et g ne sont pas discontinues à la même abscisse x . Cette règle s'applique évidemment lorsque l'une des deux fonctions est continue.

Règle 2 (Règle inverse) *Le produit de deux fonctions périodiques continues par morceaux, bornées ayant seulement des discontinuités complémentaires allant par paires ne peut pas être factorisé par la règle de Laurent mais dans la plupart des cas par la règle inverse.*

$$h_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{m=-N}^N \left(\frac{1}{f}\right)_{n-m}^{-1} g_m \quad (1.73)$$

$\left(\frac{1}{f}\right)_{n-m}$ est le $(n - m)$ ième coefficient de Fourier de la fonction $1/f(x)$.

Le terme "discontinuités complémentaires allant par paires" signifie que les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ sont discontinues à la même abscisse x et que les valeurs de leurs sauts de discontinuités sont telles que le produit $h(x) = f(x)g(x)$ est continu.

Règle 3 *Le produit de deux fonctions périodiques, continues par morceaux, bornées ayant des discontinuités concurrentes mais non complémentaires, ne peut être factorisé dans l'espace de Fourier ni par la règle de Laurent, ni par la règle inverse.*

Nous allons appliquer ces règles à un réseau binaire et montrer l'amélioration de la convergence pour le cas de la polarisation TM. Les règles de factorisation nous fournissent une nouvelle formulation de la matrice caractéristique :

$$\begin{aligned} \text{Ancienne formulation : } \mathbf{M} &= \mathbf{E} (\mathbf{K}_X \mathbf{A} \mathbf{K}_X - \mathbf{I}) \\ \text{Nouvelle formulation : } \mathbf{M} &= \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{K}_X \mathbf{E}^{-1} \mathbf{K}_X - \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (1.74)$$

Les matrices \mathbf{E} et \mathbf{A} ont été respectivement remplacées par \mathbf{A}^{-1} et \mathbf{E}^{-1} par application de la règle inverse.

Un exemple fréquent dans la littérature : un réseau lamellaire en or ($n=0.22+6.71j$) d'une période de $1 \mu m$, d'une épaisseur de $1 \mu m$, une longueur d'onde incidente de $1 \mu m$ et un angle d'incidence de 30° [35]. La méthode qui a été utilisée ici est la méthode différentielle. Les résultats fournis par les deux formulations sont indiqués sur la figure 1.8.

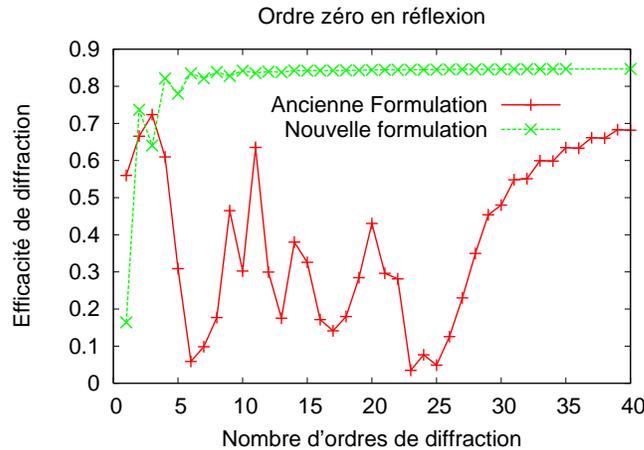


Figure 1.8 — Exemple d'amélioration de convergence en utilisant la nouvelle reformulation des équations de Maxwell dans l'espace de Fourier.

Contrairement à l'ancienne formulation où seulement une tendance de convergence commence à apparaître à partir de 25 ordres, l'efficacité de diffraction est stable à partir d'une quinzaine d'ordres avec la reformulation.

Pour un profil arbitraire du réseau, les deux premières règles ne sont pas toujours applicables et nous nous retrouvons dans la troisième configuration où aucune factorisation n'est possible. De nouvelles équations pour la polarisation TM ont été établies de façon à se ramener au cas où les règles 1 et 2 sont toujours applicables [36]. Cette méthode est connue à présent sous le nom de FFF ("Fast Fourier Factorization"). La justification et la démonstration complète de cette nouvelle reformulation des équations de Maxwell dans l'espace de Fourier peuvent être trouvées dans l'ouvrage [15].

1.5 Cas de la méthode différentielle classique

Dans ce cas, la matrice caractéristique \mathbf{M} n'est plus constante mais dépendante de la coordonnée verticale z ; le système différentiel obtenu après reformulation du problème dans l'espace de Fourier n'est plus à coefficients constants et on ne peut plus obtenir la solution en calculant les valeurs et les vecteurs propres. Il faut alors utiliser les méthodes numériques classiques destinées à résoudre les systèmes d'équations différentielles telles que les méthodes de Runge-Kutta ou prédicteur-correcteur. Equipée de l'algorithme de la matrice \mathbf{S} et de la nouvelle reformulation des équations de Maxwell dans l'espace de Fourier (méthode FFF), la méthode différentielle est extrêmement performante et permet de calculer aisément les réseaux en relief métalliques pour la polarisation TM. Une adaptation aux réseaux parfaitement conducteurs a été récemment publiée [37] ce qui permettrait de s'affranchir d'implémenter la méthode intégrale.

1.6 Conclusion et discussion

Nous avons dans ce chapitre décrit les outils de modélisation de base que nous allons utiliser pour dimensionner ou retrouver une estimation des paramètres des réseaux de diffraction étudiés au cours de ce travail : la théorie rigoureuse des ondes couplées qui sera utilisée pour l'étude des réseaux en volume et la méthode différentielle pour les réseaux en relief. Des variantes de ces outils seront employées lorsque nous étudierons des structures possédant deux périodicités, ou lorsque le réseau étudié sera métallique. Elles ont été développées en employant les langages de programmation Matlab (méthode RCW) et C/C++ (méthode différentielle).

Bien que ces deux méthodes décomposent le champ en harmoniques spatiales de Fourier (ce qui ne correspond pas à la description physique du problème de diffraction par un réseau), elles sont assez aisées à implémenter et à utiliser ; leur efficacité pour calculer les divers types de réseaux que nous allons étudier a été prouvée. Il faut rester vigilant notamment quant au nombre d'harmoniques utilisés pour le calcul. Des tests de convergence sont à effectuer avant l'application de ces méthodes, de façon à obtenir des résultats fiables du point de vue numérique.

Un autre aspect important : ces méthodes n'utilisent que des ondes planes qui ne correspondent pas à des faisceaux réels. Elles vont surtout nous être utiles pour mettre en évidence

les effets que nous souhaitons observer du point de vue de la simulation. Une optimisation complète du composant final nécessiterait la prise en compte de la nature des faisceaux utilisés. Les faisceaux gaussiens notamment, qu'ils soient collimatés ou focalisés sur la structure diffractive. Il est possible d'utiliser les codes développés pour les ondes planes en considérant que le faisceau réel peut être décomposé en une série d'ondes planes (formalisme du spectre angulaire, voir [4] par exemple). Cet aspect étant important lorsque la réponse angulaire du phénomène étudié est très fine.

Etude de matériaux holographiques photopolymérisables

2.1 Introduction

Nous allons étudier dans ce chapitre deux types de matériaux holographiques permettant d'enregistrer des réseaux épais en volume. Nous verrons que de tels hologrammes trouvent de plus en plus d'applications et ceci dans des domaines assez variés (astronomie, télécommunications, traitement de l'information, spectroscopie,...). Le matériau holographique doit être choisi selon la fonction souhaitée, la plage spectrale ciblée (les pertes du matériau doivent être les plus faibles possibles dans cette gamme de longueurs d'ondes). L'éventualité d'une industrialisation doit également être prise en compte ce qui implique une bonne reproductibilité du processus de fabrication ainsi qu'une bonne stabilité dans le temps des hologrammes réalisés.

Avant de nous intéresser à ces matériaux d'enregistrement proprement dits, un rappel sur les hologrammes en volume et la diffraction de Bragg sera effectué. Nous passerons ensuite à l'étude de deux matériaux holographiques basés sur le processus de photopolymérisation. Le premier est un matériau disponible commercialement, il s'agit du photopolymère OmnidexTM de chez DuPont. Le matériau étant déjà optimisé pour la réalisation d'hologrammes en volume, nous nous intéresserons plus précisément au processus de formation des hologrammes à l'aide d'un modèle numérique.

Nous nous intéresserons dans un second temps à l'étude du matériau holographique composite polymère / cristal liquide. Nous verrons que ce matériau permet d'obtenir des hologrammes commutables électriquement, ce qui étend la gamme des applications des réseaux épais à des fonctions dynamiques. Le matériau n'étant pas disponible commercialement, il est réalisé directement au sein du laboratoire et nous présentons une optimisation expérimentale des paramètres d'enregistrement ainsi qu'une étude sur sa dépendance en polarisation, la présence de cristaux liquides rendant le matériau anisotrope.

2.2 Réseau épais en volume

L'holographie en volume consiste en l'enregistrement dans un matériau photosensible d'une figure d'interférence résultant de l'interaction de deux faisceaux cohérents. L'éclairement reçu induit dans le matériau soit une variation d'absorption (hologramme d'amplitude), soit une variation d'indice de réfraction (hologramme de phase). Ceci les différencie des hologrammes

en relief de surface définis par une variation d'épaisseur du matériau. Lorsque la figure d'interférence est celle de deux ondes planes, nous enregistrons un éclaircissement sinusoïdal et nous obtenons un réseau de diffraction (voir figure 2.1).

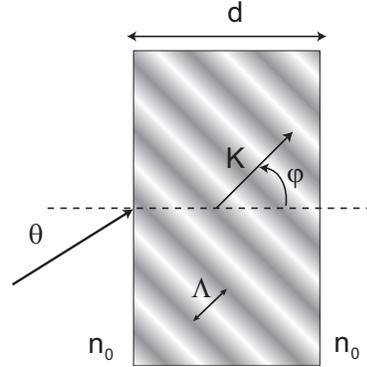


Figure 2.1 — Géométrie et paramètres d'un réseau en volume.

- Λ : période du réseau
- n_0 : indice moyen du matériau
- θ : angle d'incidence donné dans le milieu d'indice n_0
- d : épaisseur de la couche photosensible
- \mathbf{K} : vecteur réseau, il est orthogonal aux franges, sa norme est égale à $2\pi/\Lambda$

L'orientation des franges du réseau (définie par l'angle φ) dépend uniquement de la position du matériau par rapport aux faisceaux d'enregistrement. Deux cas particuliers nous intéresseront au cours de ce travail : si les deux faisceaux qui interfèrent sont incidents du même côté du matériau et symétriquement par rapport à la normale à sa surface, nous obtenons alors un réseau en **transmission** symétrique ($\varphi=90^\circ$), s'ils interfèrent de chaque côté du matériau, nous obtenons un réseau en **réflexion** ($\varphi=0^\circ$). Dans tous les autres cas, on dit que le réseau est à franges obliques.

Si l'enregistrement est linéaire, le profil d'indice est donné par $n(x, y, z) = n_0 + \Delta n \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$. Δn est la modulation d'indice du réseau, elle correspond à la plus grande variation d'indice du matériau par rapport à l'indice moyen. Pour un réseau en transmission qui sera la configuration étudiée dans cette partie, nous avons $n(x) = n_0 + \Delta n \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right)$.

Le comportement d'un réseau de phase épais est régi par la condition dite de Bragg :

$$2n_0\Lambda \sin \theta = m\lambda \quad (2.1)$$

λ est la longueur d'onde de travail et m est l'ordre de diffraction considéré. Cette relation traduit un accord de phase entre les ondes diffractées dans l'ordre m et ceci sur toute l'épaisseur du réseau.

Lorsque la condition d'épaisseur est remplie (si le facteur de Klein $Q = 2\pi\lambda d/n_0\Lambda^2$ est supérieur à 10 [26]), l'efficacité de diffraction est maximale sous incidence de Bragg (pour l'ordre considéré) et peut atteindre théoriquement 100% si le matériau est sans pertes (hologramme de phase pur). Lorsque $1 < Q < 10$, on parle de réseau intermédiaire et si $Q < 1$, le réseau est considéré comme mince.

2.2.1 Diffraction par un hologramme épais

Lorsque le réseau est épais, le problème de diffraction par un réseau holographique en volume peut être résolu par la théorie des ondes couplées de Kogelnik [26]. Les efficacités de diffraction pour les ordres 0 et 1 sont données par des formules analytiques, ce qui permet d'effectuer des dimensionnements rapides (se reporter à l'annexe A pour plus de détails). Si la condition d'épaisseur n'est pas satisfaite, les résultats fournis par la théorie de Kogelnik commencent à être inexacts et il faut alors utiliser la méthode RCW qui est tout à fait adaptée à l'étude des réseaux épais.

Le choix d'une mauvaise méthode de modélisation peut être particulièrement gênant lorsque les valeurs des efficacités de diffraction ou la dépendance en polarisation sont des critères très pertinents. Un exemple de comparaison entre la théorie de Kogelnik et la méthode RCW pour des réseaux utilisés dans le domaine des télécommunications est fournie dans l'annexe B.

2.2.2 Enregistrement holographique de réseaux épais

2.2.2.1 Géométrie d'enregistrement

✓ Enregistrement d'un réseau en transmission :

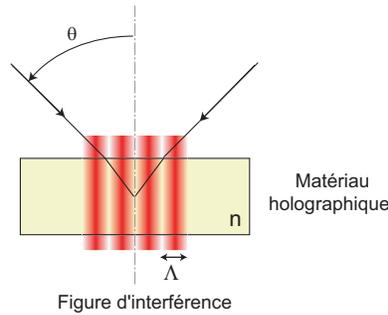


Figure 2.2 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission.

Dans l'air, la période de la figure d'interférence est donnée par $\Lambda = \lambda/2 \sin \theta$. Dans le matériau holographique d'indice n , elle s'exprime par $\Lambda' = \lambda'/2 \sin \theta'$ avec $\lambda' = \lambda/n$ et $n \sin \theta' = \sin \theta$. La période du réseau de diffraction enregistré est donc :

$$\Lambda' = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \Lambda \quad (2.2)$$

La période est la même que l'on soit dans l'air ou dans le matériau.

✓ Enregistrement d'un réseau en réflexion :

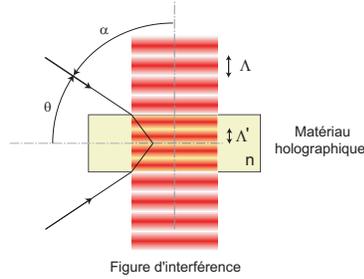


Figure 2.3 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion.

Dans l'air, l'interférence de deux ondes planes faisant un angle 2θ entre elles est donnée par la relation $2\Lambda \sin \theta = \lambda$, où Λ correspond à l'interfrange. En holographie, il est d'usage de se référer par rapport à la normale à la surface du matériau, on utilise alors l'angle complémentaire α . La relation d'interférence devient alors :

$$2\Lambda \cos \alpha = \lambda \quad (2.3)$$

Dans le matériau d'indice n , cette relation s'exprime : $2\Lambda' \cos \alpha' = \lambda'$ avec $\lambda' = \lambda/n$ et $\sin \alpha' = \sin \alpha/n$. Nous pouvons alors obtenir la période du réseau enregistré Λ' dans le matériau :

$$\Lambda' = \frac{\lambda}{2n \cos [\arcsin (\sin \alpha/n)]} \neq \Lambda \quad (2.4)$$

Ainsi, la période dans le matériau n'est pas égale à celle dans l'air (α peut être remplacé par $\pi/2 - \theta$ si l'on préfère travailler avec cet angle). Ceci est à prendre en compte pour enregistrer un réseau réflexion.

Si nous regardons le comportement de ces deux réseaux en fonction de la valeur de la modulation d'indice, nous obtenons les courbes suivantes :

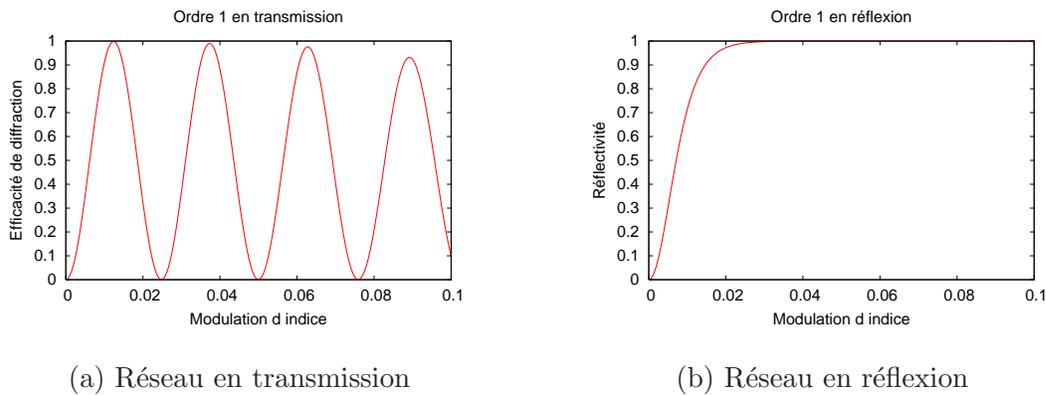


Figure 2.4 — Exemple de variation de l'efficacité de diffraction pour deux réseaux épais.

Ainsi pour le réseau en transmission, le paramètre d'exposition (Eclairement (mW/cm^2) \times temps d'exposition (s)) est critique si nous voulons obtenir une efficacité de diffraction

maximale dans l'ordre 1 sous incidence de Bragg. Une trop forte exposition peut entraîner une surmodulation (la modulation d'indice de réfraction du réseau est au delà de la modulation d'indice optimale pour obtenir un maximum d'efficacité) du réseau et réduire l'efficacité de diffraction. Pour le réseau en réflexion, ceci est moins un problème : plus la modulation d'indice est grande, plus la réflectivité est importante. A partir d'un moment, la réflectivité arrive à saturation et c'est la largeur spectrale de la réponse du réseau en réflexion qui va augmenter.

2.2.2.2 Matériaux d'enregistrements

Plusieurs matériaux d'enregistrement sont à notre disposition pour la réalisation d'hologrammes en volume, parmi eux nous trouvons :

✓ *L'émulsion argentique* a été le premier matériau utilisé pour réaliser des enregistrements holographiques. Il se présente sous une fine couche de gélatine (déposée soit sur un film, soit sur une plaque de verre) contenant une dispersion de grains d'halogénures d'argent ($AgBr$ en général). C'est un matériau dit à image latente : après l'enregistrement, seulement un germe de l'image finale est inscrit dans le matériau. Des ions Ag^+ apparaissent dans les zones exposées et leur concentration dépend de l'éclairement reçu par le matériau. Un traitement chimique est nécessaire, il s'agit du même procédé que celui utilisé en photographie : Développeur - Bain d'arrêt - Fixateur. Les ions Ag^+ se transforment en argent métallique et les halogénures d'argent non exposés sont éliminés de l'émulsion. A ce stade, nous obtenons un hologramme d'amplitude qui peut être transformé en un hologramme de phase par un processus de blanchiment afin d'augmenter les efficacités de diffraction. Les émulsions argentiques ont en général une sensibilité de l'ordre du mJ/cm^2 et une résolution supérieure à 3000 lignes/mm. Le matériau est disponible commercialement.

En plus du traitement chimique, un principal désavantage de ce matériau est sa faible modulation d'indice (ce qui limite les efficacités de diffraction). Certains auteurs préconisent des post-traitements afin d'augmenter la modulation d'indice [38] (ce qui complexifie le développement et compromet la reproductibilité du processus). La résolution est limitée par la taille des grains d'argent.

✓ *La gélatine bichromatée* est considérée actuellement comme le matériau holographique par excellence pour réaliser des hologrammes de phase. C'est un matériau à image latente mais dans ce cas, la formation de l'hologramme se passe au niveau moléculaire ce qui permet d'atteindre une très haute résolution (supérieure à 5000 l/mm). La modulation d'indice pouvant être obtenue approche la valeur de 0.1, ce qui permet d'obtenir 100% d'efficacité de diffraction pour une large gamme de fréquences spatiales (pour un hologramme en transmission). Sa sensibilité s'étend de l'ultraviolet jusqu'au vert (environ 540 nm). Des expositions de l'ordre de 20 à 200 mJ/cm^2 pour la raie à 488 nm d'un laser à argon et de 100 à 1000 mJ/cm^2 pour la raie à 514.5 nm de ce même laser sont nécessaires pour la réalisation d'hologrammes, ce qui est supérieur aux expositions requises par les émulsions argentiques. Il est également possible d'enregistrer plusieurs hologrammes dans le même matériau (multiplexage).

Pour ce matériau, l'image latente se traduit par une modulation de la dureté entre les zones exposées et non-exposées. La phase de développement est quant à elle délicate puisqu'elle est constituée en général de six bains différents, ce qui est le principal désavantage de ce matériau malgré ses performances exceptionnelles. Lors du développement, la modulation

de dureté va se traduire par une modulation d'indice de réfraction.

Comme autres inconvénients, nous pouvons noter une forte sensibilité aux conditions de l'environnement telles que l'humidité, la température et un gonflement de l'émulsion lors du processus de développement. Ceci peut être gênant lorsque le réseau enregistré n'est pas en transmission symétrique, car la période du réseau va varier et la condition de Bragg désirée va être déplacée.

- ✓ **Les photopolymères** constituent une autre gamme de matériaux, étudiés afin d'approcher les performances de la gélatine bichromatée (notamment en termes de modulation d'indice, de résolution et de faibles pertes par diffusion) tout en s'affranchissant de ses principaux désavantages. Etant donné qu'il existe une très grande variété de photopolymères, nous allons nous limiter dans ce paragraphe à décrire leurs propriétés générales. Des modulations d'indice de l'ordre de 0.06 et une résolution de l'ordre de 5000 l/mm ont été atteintes pour des expositions de l'ordre de quelques dizaines de mJ/cm².

Contrairement aux matériaux à image latente, les photopolymères sont auto-développant, l'hologramme se forme en temps réel pendant l'exposition. Durant l'enregistrement, il va y avoir polymérisation des monomères initiaux dans les zones claires (qui correspondent aux maxima de la figure d'interférence). L'appauvrissement des monomères dans ces zones se traduit par un gradient de concentration de monomères ¹ qui va engendrer un phénomène de diffusion des monomères des zones sombres vers les zones claires. A la fin de l'enregistrement, la figure d'interférence a induit dans le matériau une modulation de la densité de polymère, qui se traduit par une modulation de l'indice de réfraction. Il est possible d'enregistrer plusieurs hologrammes dans le matériau, mais cela demande beaucoup de précautions puisque le monomère consommé n'est plus réutilisable pour une exposition ultérieure.

Contrairement à la gélatine bichromatée, un rétrécissement (rétreint) de la couche de photopolymère est généralement observé lors de l'enregistrement.

Cette description n'est pas exhaustive, de plus amples renseignements concernant ces matériaux peuvent être trouvés dans les références [39, 40]

2.2.3 Applications des composants holographiques en volume

La fonction première des réseaux en transmission est en général de disperser un spectre incident dans l'ordre 1 et ceci avec le maximum d'efficacité de diffraction. Du point de vue applicatif, ils se retrouvent en "concurrence" directe avec les réseaux en relief de surface blazés. Si nous effectuons une comparaison, les principaux avantages des réseaux épais en volume par rapport aux réseaux en relief sont les suivants :

- Il est facile de déplacer le maximum d'efficacité de diffraction sur une autre longueur d'onde (condition de Bragg).
- Les réseaux épais peuvent être produits avec une fréquence spatiale arbitraire.
- Le matériau est encapsulé entre deux substrats ce qui le rend facilement manipulable, stable dans le temps. Des traitements anti-reflets peuvent permettre d'améliorer les efficacités de diffraction.
- Il n'y a pas d'erreur de réplification lors de la fabrication de l'hologramme, chaque réseau est un original, ce qui peut être gênant si nous sommes dans une logique de production de masse.

¹Concentration maximale dans les zones d'interférence destructives.

Le fait de pouvoir déplacer la condition de Bragg les rend très performants en astronomie et en spectroscopie [41, 42] où les réseaux utilisés sont en général assez dispersifs.

Dans le domaine des télécommunications optiques, en plus de la valeur de l'efficacité de diffraction (annexe B), la dépendance en polarisation est un paramètre crucial. Pour un composant optique en général, les pertes dépendant de la polarisation (correspondant à la variation maximale des pertes d'insertion pour tous les états de polarisation possibles) doivent être inférieures à 0.3 dB. Il est alors nécessaire de disposer de réseaux quasiment indépendants de la polarisation lorsqu'ils sont employés dans une fonction optique. Les réseaux assez dispersifs peuvent être utilisés dans les fonctions de multiplexage/démultiplexage ou d'analyse de spectre [42]. Nous pouvons trouver des réseaux de dispersion moindre pour certaines fonctions de traitement spectral (égalisation de spectre par exemple [1, 43]).

Les réseaux en réflexion, quant à eux sont en général utilisés en tant que filtres optiques. Ajusté à l'angle de Bragg, le miroir holographique, se comporte comme un filtre pour l'ordre en transmission. On parle également de "Notch Filter".

2.3 Les photopolymères DuPont

L'accès à l'utilisation de ce matériau nous a été permis grâce au Dr. Yvon Renotte du laboratoire "Hololab" de l'université de Liège.

2.3.1 Description du matériau

Le photopolymère OmnidexTM se présente sous la forme d'un film à trois couches (voir figure 2.5), la couche photopolymérisable est prise en "sandwich" entre deux feuilles de Mylar[®]. L'une de ces feuilles sert de substrat tandis que l'autre sert de film de protection. Pour la préparation, il faut découper la surface nécessaire dans le film, retirer délicatement le film de protection, puis déposer par lamination à l'aide d'un rouleau le photopolymère sur un substrat de verre préalablement nettoyé et dégraissé. Cette étape est assez délicate du fait de l'apparition fréquente de bulles d'air lors du dépôt. Ensuite, il faut laisser reposer le matériau pendant environ deux heures de sorte que les contraintes subies lors de la lamination aient disparu.

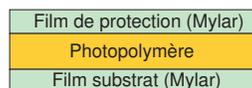


Figure 2.5 — Présentation du photopolymère Omnidex.

Une fois l'enregistrement terminé, une phase de développement permet de fixer définitivement et d'augmenter la modulation d'indice de l'hologramme, elle consiste en :

- une post-exposition aux UV pour consommer le colorant et les monomères restants. La valeur d'exposition recommandée par le fabricant est de 100 mJ/cm². Une exposition prolongée va seulement réduire l'absorption résiduelle sans dégrader le matériau. La seconde couche de Mylar peut être alors enlevée.
- un traitement thermique dans un four à une température de 120° pendant deux heures. Cette phase permet d'augmenter la modulation d'indice de l'hologramme. L'efficacité de diffraction notamment pour les réseaux en réflexion va être augmentée.

- l'hologramme est scellé à l'aide d'une seconde plaque de verre collée par de la résine de type résine époxy. Le matériau est ainsi protégé et ses propriétés ne peuvent plus être modifiées.

La sensibilité spectrale des ces photopolymères s'étend de l'UV (350 nm) à environ 550 nm avec un maximum autour de 500 nm. Le colorant sensibilisateur est optimisé pour travailler avec la raie verte d'un laser Ar⁺ (514.5 nm), la raie bleu-vert (488 nm) ou un laser Nd-Yag doublé (532 nm) peuvent également être utilisés.

De tels hologrammes sont très stables dans le temps, ils peuvent être conservés plusieurs années dans des conditions standards de température et d'humidité.

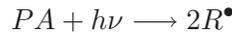
2.3.2 Processus de formation des hologrammes dans les photopolymères - Modèle de diffusion

Nous allons nous intéresser plus finement à la formation d'hologrammes dans les matériaux photopolymérisables. D'un point de vue phénoménologique, le processus de photopolymérisation peut être séparé en trois étapes :

✓ **Amorçage** : nous avons le début de la formation de la chaîne de polymère. Des radicaux libres R^\bullet (entité chimique qui possède un électron non-apparié) ouvrent une double liaison d'une molécule de monomère M :



Les radicaux libres, quant à eux sont générés par la réaction entre un photo-amorceur (PA) et un photon.

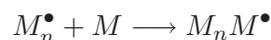
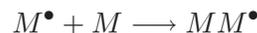


Ce type de réaction met en jeu un photo-amorceur de type I. Dans certains cas, le photo-amorceur seul n'est pas suffisant pour générer les radicaux et nous avons besoin alors d'un co-amorceur (CA) :



Ceci est un photo-amorceur de type II (la notation * correspond seulement à un état excité transitoire).

✓ **Propagation** : le monomère activé lors de l'amorçage va réagir avec les autres monomères pour produire une chaîne plus longue :



✓ **Terminaison** : la réaction en chaîne mise en jeu s'achève par la combinaison de deux chaînes de radicaux pour former une molécule de polymère complète (P) :



La structure finale du polymère est déterminée par la *fonctionnalité* du monomère. Ce paramètre désigne le nombre de sites réactifs par monomère. Chacun de ces sites pouvant établir une liaison avec un autre monomère. La fonctionnalité est un paramètre important pour l'obtention d'hologrammes de bonne qualité : si celle-ci est trop grande, nous aurons de courtes chaînes de polymère mais très denses à cause de la forte réticulation, ce qui va gêner la diffusion des monomères ; si elle est trop faible il y aura alors une faible densité de polymère.

Nous étudierons par la suite la formation d'hologrammes dans ce matériau et ceci par la mise en regard de résultats expérimentaux et de modèles simples décrivant la formation des réseaux de diffraction. Deux modèles seront utilisés, prenant en compte ou non l'aspect local de la polymérisation.

2.3.2.1 Modèle local

Notre analyse utilise un modèle de diffusion qui a été appliqué précédemment aux photopolymères [44]. Nous allons supposer que le matériau n'est constitué que d'un seul monomère.

L'équation de diffusion gouvernant la diffusion locale des monomères est la suivante :

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right] - F(x, t) \phi(x, t) \quad \text{avec } \phi(x, 0) = \phi_0 \quad (2.5)$$

où $\phi(x, t)$ est la concentration en monomères, $D(x, t)$ est le coefficient de diffusion et $F(x, t)$ est le taux de polymérisation. Le premier terme du membre de droite correspond à la diffusion des monomères libres alors que le second représente le processus de photopolymérisation.

L'expression du coefficient de diffusion est donnée par :

$$D(x, t) = D_0 \exp[-\alpha F(x, t)t] \quad (2.6)$$

où α est le coefficient de décroissance du coefficient de diffusion.

Quant au taux de polymérisation, son expression est la suivante :

$$F(x, t) = \kappa [I_0 (1 + V \cos(Kx))]^{1/2} \quad (2.7)$$

où $I_0 = I_1 + I_2$ est l'éclairement (I_1 et I_2 correspondent aux deux faisceaux d'enregistrement), $V = 2\sqrt{I_1 I_2} / (I_1 + I_2)$ est la visibilité des franges, $K = 2\pi/\Lambda$ (Λ est la période du réseau enregistré) est le module du vecteur réseau et κ est la constante de polymérisation.

Nous pouvons également écrire l'équation d'évolution pour la concentration du polymère :

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = F(x, t) \phi(x, t) \quad \text{avec } \Psi(x, 0) = 0 \quad (2.8)$$

où $\Psi(x, t)$ est la concentration en polymère.

Pour les photopolymères, l'indice de réfraction est lié à la densité de polymère. Concernant le profil d'indice, nous pouvons supposer que $n(x, t) = c_n (\phi(x, t) + \Psi(x, t))$, où c_n est une constante de proportionnalité reliant la concentration de monomère (ou de polymère) à sa valeur d'indice. Nous pouvons ainsi écrire une équation différentielle pour l'indice de réfraction :

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = c_n \frac{\partial}{\partial x} \left[D(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right] \quad \text{avec } n(x, 0) = n_0 \quad (2.9)$$

A la fin du processus d'enregistrement, le profil d'indice de réfraction n'est pas parfaitement sinusoïdal à cause de la non-linéarité de l'enregistrement et peut être mis sous la forme d'un développement de Fourier :

$$n(x) = n_0 + \sum_{i=1}^{+\infty} \Delta n_i \cos \left(\frac{2i\pi x}{\Lambda} \right) \quad (2.10)$$

Ceci peut être représenté par la réponse d'une superposition de réseaux de diffraction holographiques de périodes Λ/i avec comme modulations d'indices respectives Δn_i . Δn_1 correspond au réseau principal (purement sinusoïdal) et Δn_2 au réseau secondaire. Ce réseau secondaire peut être assez important dans certains cas (voir figure 2.6 pour un exemple).

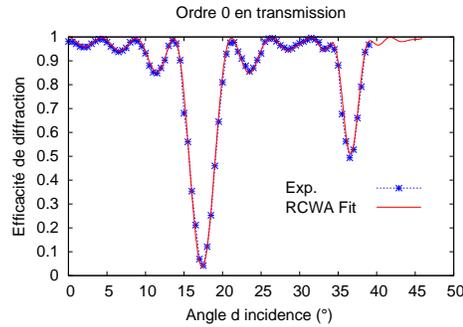


Figure 2.6 — Caractérisation angulaire d'un réseau d'une période de $1 \mu\text{m}$ mettant en évidence la présence du réseau secondaire.

Le réseau étant épais, nous nous sommes affranchis des pertes liées au matériau en considérant que la puissance totale est égale à la somme des puissances diffractées dans les ordres 0, 1 et 2. Le premier minimum correspond à l'incidence de Bragg pour le réseau principal, tandis que le second correspond au réseau secondaire. L'ajustement avec la théorie RCW nous fournit les valeurs suivantes : $\Delta n_1 = 0.016$ et $\Delta n_2 = 0.008$. Le réseau étudié étant assez dispersif (il n'y a pas de recouvrement entre les réponses angulaires des réseaux principal et secondaire), le réseau secondaire ne va pas perturber la diffraction de Bragg au premier ordre mais peut nous renseigner sur le profil d'indice du polymère ainsi que sur la formation du réseau [45].

2.3.2.2 Modèle non-local

Dans le modèle précédent, le processus de polymérisation est supposé local, on ne prend en compte que ce qui se passe à la coordonnée x . Des désaccords entre les prédictions données par ce modèle et des résultats expérimentaux pour des réseaux de hautes fréquences spatiales ont été montrés [46]. Cela a été interprété par le fait que les chaînes de polymères croissaient de part et d'autre de leurs points d'initiation, ce qui mène à un étalement du polymère et à un profil plus sinusoïdal [47].

Les équations de diffusion sont alors réécrites de la manière suivante :

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right] - \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, x') F(x', t) \phi(x', t) dx' \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x, x') F(x', t) \phi(x', t) dx' \quad (2.12)$$

$G(x, x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[\frac{-(x-x')^2}{2\sigma} \right]$ étant la fonction de réponse non-locale où σ est la variance de la longueur des chaînes de polymère croissant à partir de leur point d'initiation. Cette distribution va avoir comme effet de traduire l'étalement des chaînes de polymères.

2.3.3 Résolution des équations de diffusion

Notre problème est la résolution d'équations aux dérivées partielles paraboliques avec des conditions aux limites périodiques. La méthode des différences finies est la plus adaptée pour résoudre ce type d'équations. La méthode numérique retenue est celle de Crank-Nicholson, connue pour être automatiquement stable quel que soit le pas de discrétisation temporel et plus précise que les méthodes explicite et implicite (voir par exemple [48]).

La méthode de Crank-Nicholson évalue les dérivées partielles à l'instant $t + \frac{1}{2}$ en calculant la moyenne des méthodes explicite et implicite. En attribuant les indices i, j aux variables x et t sur la grille de résolution (voir figure 2.7), le schéma aux différences finies pour l'équation gouvernant la concentration en monomères est donnée par l'équation 2.13.

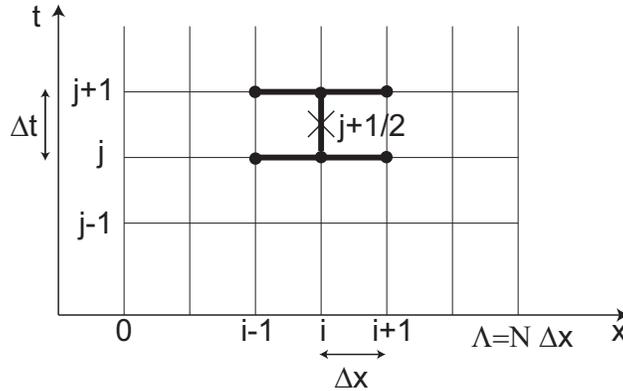


Figure 2.7 — Grille de résolution pour l'équation aux dérivées partielles.

$$\begin{aligned} \frac{\phi_i^{j+1} - \phi_i^j}{\Delta t} &= \frac{1}{2} \left[\frac{D_{i+1}^{j+1} - D_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} \frac{\phi_{i+1}^{j+1} - \phi_{i-1}^{j+1}}{2\Delta x} + D_i^{j+1} \frac{\phi_{i+1}^{j+1} - 2\phi_i^{j+1} + \phi_{i-1}^{j+1}}{\Delta x^2} - F_i^{j+1} \phi_i^{j+1} \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{D_{i+1}^j - D_{i-1}^j}{2\Delta x} \frac{\phi_{i+1}^j - \phi_{i-1}^j}{2\Delta x} + D_i^j \frac{\phi_{i+1}^j - 2\phi_i^j + \phi_{i-1}^j}{\Delta x^2} - F_i^j \phi_i^j \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec les conditions aux limites périodiques $\phi_0^j = \phi_N^j$ et $\phi_{-1}^j = \phi_{N-1}^j$.

Cette équation peut être mise sous forme matricielle. L'implantation numérique n'en est que plus aisée et le temps de calcul s'en trouve réduit puisque l'on évite un traitement itératif :

$$(\mathbf{I} - \mathbf{M}^{j+1}) \phi^{j+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}^j) \phi^j \quad (2.14)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité, \mathbf{M} est une matrice de dimension $N \times N$ de la forme :

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta t}{2} [[\partial x] \mathbf{D} [\partial x] + \mathbf{D} [\partial x^2] - \mathbf{F}] \quad (2.15)$$

Les matrices $[\partial x]$ et $[\partial x^2]$ correspondent aux opérateurs de dérivation première et seconde lors de l'utilisation d'un schéma aux différences finies. \mathbf{D} et \mathbf{F} sont des matrices diagonales contenant les éléments D_i et F_i , \mathbf{D} est un vecteur colonne contenant les éléments D_i .

Prenant en compte les conditions aux limites périodiques, les opérateurs de dérivation sont de la forme :

$$[\partial x] = \frac{1}{2\Delta x} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & -1 \\ -1 & 0 & 1 & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & -1 & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad [\partial x^2] = \frac{1}{\Delta x^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & -2 & 1 & & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 1 & -2 & 1 \\ 1 & \dots & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

ϕ^{j+1} peut être facilement obtenu en inversant la matrice $\mathbf{I} - \mathbf{M}^{j+1}$. Pour le profil d'indice de réfraction, nous appliquons la même méthode. Puis, en effectuant une FFT sur le profil d'indice de réfraction, nous obtenons l'évolution temporelle des différents harmoniques (nous nous intéresserons principalement au fondamental ainsi qu'au second harmonique).

Pour le modèle non-local, l'intégrale est calculée à l'aide de la méthode des trapèzes.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(x, x') F(x', t) \phi(x', t) dx' \simeq \frac{dx}{2} \left[v(1, j) + 2 \sum_{k=2}^{N-1} v(k, j) + v(N, j) \right] \quad (2.17)$$

avec $v(k, j) = G(x_i, x_k) F(x_k) \phi(x_k, j)$. (L'expression 2.17 remplace la matrice \mathbf{F} dans l'équation 2.15).

Nous allons appliquer ces deux modèles à l'étude de la formation d'hologrammes dans les photopolymères, puis nous déterminerons lequel des deux est le plus approprié à la description de l'enregistrement. Le principe de la détermination de leurs paramètres est explicité ci-après.

2.3.4 Détermination expérimentale des paramètres du modèle

2.3.4.1 Montage d'enregistrement

Le montage utilisé est schématisé sur la figure 2.8. Deux faisceaux provenant d'un laser à argon ionisé (Spectra-Physics série 2000) viennent interférer symétriquement sur l'échantillon. La période du réseau enregistré est donnée par $\Lambda = \lambda/2 \sin \theta$.

L'hologramme se formant en temps réel, il est possible d'étudier sa formation durant l'enregistrement à l'aide d'un laser Hélium-Néon atténué arrivant sur le matériau et placé sous incidence de Bragg. Le photopolymère n'étant pas sensible à la longueur d'onde de 632.8 nm,

ce faisceau va être diffracté en temps réel par le réseau en formation lors de l'enregistrement. Travaillant en régime de Bragg, nous nous intéresserons seulement aux ordres 0 et 1.

Durant l'exposition, nous allons mesurer les puissances diffractées dans ces deux ordres à l'aide de deux photodétecteurs reliés à un ordinateur. Un programme réalisé sous le logiciel LabviewTM permet de visualiser en temps réel et de stocker les puissances diffractées.

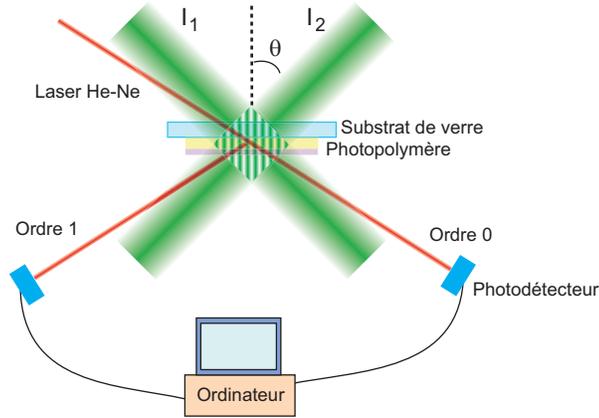


Figure 2.8 — Principe d'enregistrement et de contrôle en temps réel de la formation du réseau.

Le film protecteur de Mylar[®] étant légèrement biréfringent, les faisceaux d'enregistrement arrivent du côté du substrat de verre afin de garder le même état de polarisation pour les deux faisceaux (pour obtenir un contraste maximum des franges).²

2.3.4.2 Principe

Connaissant l'évolution de l'efficacité de diffraction dans l'ordre 1 grâce au montage de la figure 2.8, il est possible, en utilisant la théorie rigoureuse des ondes couplées, de remonter à l'évolution temporelle de la modulation d'indice (liée au premier harmonique du profil de la concentration en polymère). Nous obtenons alors une fonction $\Delta n_1^{exp}(t)$.

Ensuite, nous inspirant de la référence [47], nous utilisons une méthode d'optimisation qui va minimiser l'erreur entre la modulation d'indice mesurée pendant l'enregistrement et celle prédite par le modèle. Le programme utilisé est une méthode dite de quasi-Newton nécessitant les valeurs limites (inférieures et supérieures) des paramètres inconnus à déterminer.

De plus, le processus d'optimisation se fait avec une contrainte déterminée par le second harmonique du profil du réseau : la valeur de la modulation d'indice du second harmonique du profil prédite par le modèle doit être égale à la valeur mesurée.

L'équation de diffusion est résolue et nous obtenons l'évolution théorique du premier harmonique $\Delta n_1(D_0, \kappa, \alpha, c_n, t)$ (avec les deux modèles). L'erreur de calcul entre les données expérimentales et celles fournies par le modèle est donnée par :

$$Erreur(t) = \frac{|\Delta n_1(D_0, \kappa, \alpha, c_n, t) - \Delta n_1^{exp}(t)|}{\Delta n_1^{exp}(t)} \quad (2.18)$$

²Il est possible d'exposer du côté du Mylar[®] mais il faut préalablement déterminer ses axes neutres puis orienter correctement l'échantillon.

Au début du processus d'optimisation, il est préférable de commencer avec des valeurs initiales réalistes (issues de la littérature) afin d'éviter les minima locaux étant donné que nous sommes en présence d'une fonction de plusieurs variables. La validité des paramètres d'ajustement est vérifiée par l'accord entre les résultats numériques et les courbes d'évolution en temps réel des modulations d'indices.

2.3.4.3 Résultats expérimentaux

Nous enregistrons quatre réseaux en transmission d'une période de 882 nm avec des éclairagements différents, les efficacités ainsi que les modulations d'indices correspondantes mesurées en temps réel sont données sur la figure 2.9.

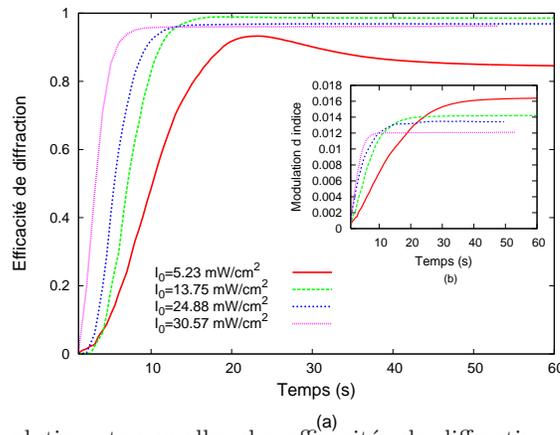


Figure 2.9 — Evolutions temporelles des efficacités de diffraction pour quatre réseaux enregistrés dans le photopolymère DuPont(a) ainsi que leurs modulations d'indices correspondantes déterminées (b).

Ces réseaux ont été caractérisés angulairement, un ajustement des courbes expérimentales par la théorie RCW a été effectué et une estimation des principaux paramètres des réseaux (modulation d'indice, épaisseur) a été déterminée (voir tableau 2.1).

Reseau	Eclairage I_0 (mW/cm^2)	T (μm)	Δn_1	Δn_2
1	5.23	22.5	0.0172	0.0035
2	13.75	22.5	0.0155	0.0039
3	24.75	22.5	0.0145	0.0032
4	30.57	23	0.0138	0.0031

Tableau 2.1 — Paramètres des réseaux déterminés avec la méthode RCW, T est l'épaisseur du photopolymère, Δn_1 et Δn_2 sont les modulations d'indices associées aux réseaux fondamental et secondaire.

Sur la figure 2.9, nous remarquons pour le plus faible éclairage, que l'efficacité de diffraction passe par un maximum puis décroît pour finir sur un pallier. Ceci signifie simplement que le réseau est surmodulé, la valeur de modulation d'indice optimale a été dépassée. Les effets de cette surmodulation sont indiqués sur la figure 2.10 où l'on voit que les lobes secondaires deviennent de plus en plus importants.

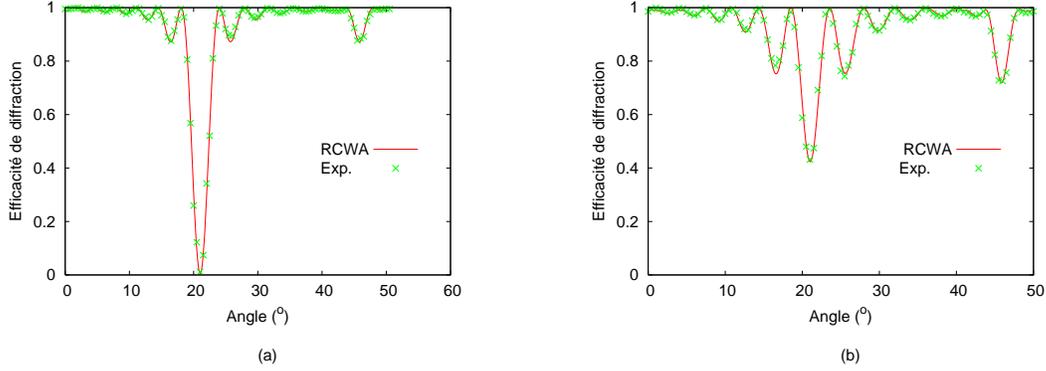


Figure 2.10 — Caractérisations angulaires pour deux réseaux enregistrés avec des éclairagements de 30 mW/cm^2 (Réseau non surmodulé) (a) et de 3.7 mW/cm^2 (Réseau surmodulé)(b).

2.3.4.4 Résultats du processus d'optimisation

Nous allons effectuer quelques simplifications en supposant que le coefficient de diffusion reste constant au cours du temps ($\alpha = 0$). Nous prenons $\phi_0 = 100 \text{ mol/cm}^3$ comme concentration initiale du monomère (valeur arbitraire afin de pouvoir réaliser les calculs avec de bons ordres de grandeur). Le paramètre κ peut être approximé directement à partir des résultats expérimentaux : il a été montré que l'état stationnaire (qui arrive à partir d'un certain temps noté t_{sta} est atteint lorsque la valeur du temps normalisé $t_D = \kappa\sqrt{I_0}t_{sta} = 10$. Ceci nous conduit alors à un problème d'optimisation à deux ou trois paramètres (pour le modèle non-local). Connaissant la valeur de κ nous n'allons pas utiliser directement le coefficient de diffusion D_0 , mais un paramètre sans dimension R_D qui nous évite de manipuler des nombres très petits lors de l'optimisation (D_0 est de l'ordre de 10^{-11}). L'expression de R_D est donnée par [47] :

$$R_D = \frac{D_0 4\pi^2}{\kappa\sqrt{I_0}\Lambda^2} \quad (2.19)$$

Du point de vue physique, R_D est un estimateur de la compétition entre les deux phénomènes mis en jeu lors de la formation de l'hologramme que sont la diffusion des monomères et la photopolymérisation. Si $R \sim 1$, les deux phénomènes sont de "force" comparable. Si $R \ll 1$, c'est la photopolymérisation qui prédomine, les monomères sont polymérisés sans avoir le temps de diffuser, ce qui conduit à une distribution uniforme de polymère. Si $R \gg 1$, la diffusion des monomères est le phénomène le plus important. Ceci peut être un inconvénient car le temps d'exposition requis sera assez important. Un montage d'enregistrement très stable est nécessaire.

Nous avons essayé deux algorithmes (noté Alg.), l'un utilisant la contrainte sur le second harmonique (con.) et l'autre non-contraint (unc.). Les résultats donnés par les routines d'optimisation sont indiqués dans le tableau 2.2.

Nous pouvons d'abord remarquer que pour l'algorithme sans contrainte, les modulations d'indice de réfraction Δn_2 sont sur-évaluées d'où l'utilité d'avoir une contrainte.

Nous n'avons conservé que l'algorithme contraint pour le modèle non-local, les valeurs obtenues sont consignées dans le tableau 2.3.

Reseau	Alg.	R_D	D_0 ($10^{-11} \text{ cm}^2/\text{s}$)	c_n ($10^{-4} \text{ cm}^3/\text{mol}$)	$\frac{\kappa}{\sqrt{mW}}$ ($\text{cm}/\sqrt{\text{mW}}/\text{s}$)	Δn_1	Δn_2
1	unc.	2.9018	8.2251	2.6653	0.0629	0.0164	0.00507
	con.	10.5848	30.1239	2.3299		0.0164	0.00354
2	unc.	1.7821	9.6207	2.8659	0.0739	0.0142	0.00609
	con.	6.2578	45.6572	2.3526		0.0142	0.00385
3	unc.	1.2152	12.9134	2.9984	0.1084	0.0134	0.00693
	con.	11.9133	97.5631	2.1186		0.0134	0.00318
4	unc.	1.64014	29.3753	2.4933	0.1644	0.0121	0.00539
	con.	8.0652	144.4498	1.9643		0.0121	0.00309

Tableau 2.2 — Résultats d'ajustement obtenus avec le modèle local.

Réseau	R_D	D_0 ($10^{-11} \text{ cm}^2/\text{s}$)	c_n ($10^{-4} \text{ cm}^3/\text{mol}$)	$\frac{\kappa}{\sqrt{mW}}$ ($\text{cm}/\sqrt{\text{mW}}/\text{s}$)	$\sqrt{\sigma}$ (nm)	Δn_1	Δn_2
1	0.9106	2.6288	5.1025	0.0629	111.93	0.01644	0.003549
2	0.8501	4.5896	4.3257	0.0739	100.98	0.01488	0.003861
3	0.8710	9.4477	4.1627	0.1084	108.46	0.01341	0.003184
4	0.8591	15.39	3.7021	0.1644	103.79	0.01205	0.003093

Tableau 2.3 — Résultats d'ajustement obtenus avec le modèle non-local.

Nous pouvons d'abord voir que les contraintes d'optimisation sont respectées pour les deux modèles (notamment pour les valeurs de modulation d'indices Δn_1 et Δn_2) mais les résultats obtenus pour le coefficient de diffusion sont différents d'un facteur 10 voire plus.

Concernant le modèle non-local, si nous traçons le coefficient de diffusion en fonction de l'éclairement, nous obtenons une courbe de type exponentielle (voir figure 2.11.a). Nous pouvons donc écrire D_0 de la forme $D(I_0) = D_0 \exp(\beta I_0)$. En utilisant une routine standard d'ajustement de courbes, nous obtenons :

$$D(I_0) = 1.80 \times 10^{-11} \exp(0.0689 I_0) \quad (2.20)$$

Nous appliquons le même procédé pour c_n (c_n le coefficient de proportionnalité entre l'indice de réfraction et la concentration de polymère défini au paragraphe 2.3.2.1). la courbe 2.11(b) est proche d'une droite et nous obtenons :

$$c_n(I_0) = -4.92 \times 10^{-6} I_0 + 5.24 \times 10^{-4} \quad (2.21)$$

(voir figure 2.11.b).

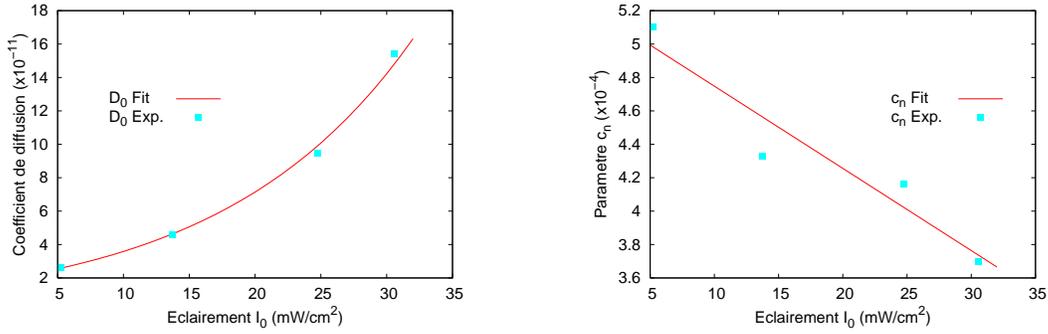


Figure 2.11 — Evolution du coefficient de diffusion (a) et du coefficient c_n (b) en fonction de l'éclairement reçu par le photopolymère.

Concernant la distance non-locale σ , la dépendance par rapport à l'éclairement n'est pas évidente : nous gardons la valeur moyenne, donnant $\sqrt{\sigma} = 106.29 \text{ nm}$.

Quant au coefficient de polymérisation κ , si nous traçons les valeurs obtenues en fonction de l'éclairement, nous obtenons la courbe suivante :

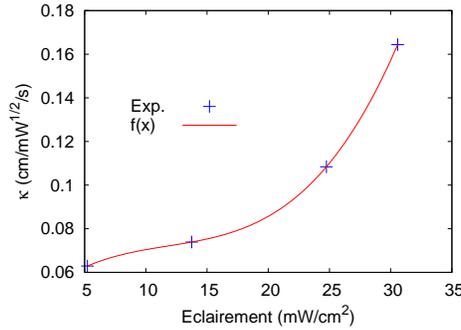


Figure 2.12 — Ajustement du paramètre κ en fonction de l'éclairement.

La fonction d'ajustement est un polynôme du troisième ordre dont l'équation est :

$$\kappa(I_0) = 1.49 \times 10^{-5} I_0^3 - 4.08 \times 10^{-4} I_0^2 + 5.72 \times 10^{-3} I_0 + 4.25 \times 10^{-2} \quad (2.22)$$

Selon la littérature [47, 49, 50], l'ordre de grandeur du coefficient de diffusion D_0 est de 10^{-11} , ce qui correspond mieux aux résultats obtenus avec le modèle non-local.

2.3.4.5 Prédictions fournies par le modèle

Nous avons vérifié que le modèle utilisé ainsi que ses paramètres déterminés par les ajustements ci-dessus nous permettent de prédire l'évolution de la modulation d'indice d'un réseau.

Deux réseaux ont été enregistrés avec des éclaircissements de $I_0^1 = 13.6 \text{ mW/cm}^2$ et $I_0^2 = 21.81 \text{ mW/cm}^2$. L'évolution expérimentale de la modulation d'indice est déterminée à l'aide de la méthode RCW. Les paramètres d'enregistrement sont entrés dans le modèle et la comparaison avec les données expérimentales est illustrée sur la figure 2.13.

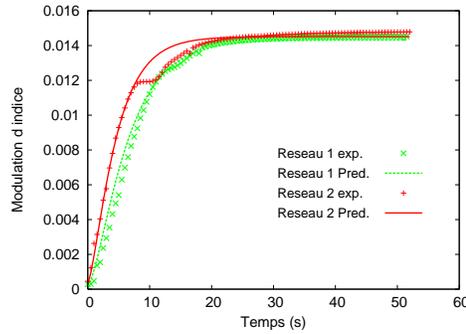


Figure 2.13 — Comparaison entre les valeurs expérimentales et prédites pour l'évolution temporelle de la modulation d'indice de réfraction pour deux réseaux.

Pour le réseau n°2, nous observons un décrochement dans la courbe d'évolution, un léger palier suivi d'une augmentation de la modulation d'indice. La composition du photopolymère Omnidex n'étant pas disponible, nous pouvons supposer qu'il est constitué de plusieurs espèces de monomères voire d'oligomères (molécule constituée uniquement de la répétition d'un petit nombre de monomères). Le décrochement observé pourrait alors être expliqué par une différence de cinétique de réaction des divers constituants du matériau (la diffusion de certaines espèces de monomères s'effectuant plus rapidement que d'autres). Ce décrochement n'étant pas systématique, il peut être aussi attribué à des défauts ou à une détérioration du film photopolymère lors de la phase de préparation.

Une comparaison entre les valeurs prédites et expérimentales pour les valeurs des premier et second harmoniques du profil d'indice est donnée dans le tableau 2.4.

Eclairement I_0 (mW/cm^2)	$\Delta n_1^{exp.}$	$\Delta n_1^{pred.}$	$\Delta n_2^{exp.}$	$\Delta n_2^{pred.}$
13.6	0.01451	0.01490	0.00335	0.00358
21.81	0.01479	0.01451	0.00295	0.00309

Tableau 2.4 — Comparaisons entre les valeurs expérimentales et prédites par le modèle des modulations d'indice de réfraction pour deux réseaux.

Nous pouvons remarquer que les valeurs prédites sont en assez bon accord avec les valeurs expérimentales de Δn_1 et Δn_2 . Les estimations des paramètres du modèle sont valables dans la plage d'éclaircissements étudiée.

L'injection des paramètres du modèle nous permet de tracer l'évolution du profil d'indice au cours de l'enregistrement (voir figure 2.14) et à l'instant final (figure 2.15 où nous pouvons nous apercevoir que le profil d'indice n'est pas sinusoïdal.

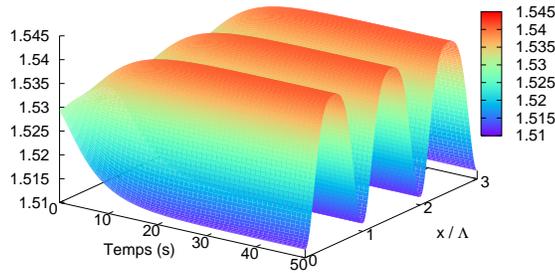


Figure 2.14 — Evolution 3D du profil d'indice en temps réel pour le réseau n°1.

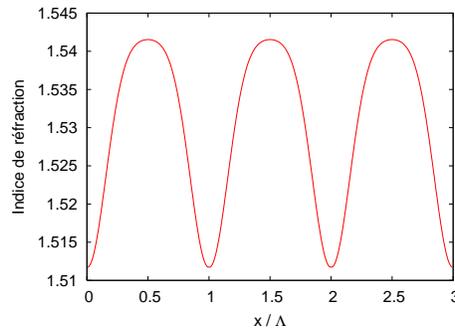


Figure 2.15 — Profil d'indice à la fin de l'enregistrement pour le réseau n°1.

2.3.5 Discussion du modèle

Il va de soi que ce modèle est loin d'être parfait et qu'il nous permet néanmoins d'être prédictif en disposant d'un petit nombre de paramètres. L'aspect non-local de la polymérisation a été illustré et permet de mieux rendre compte du profil d'indice réel de l'hologramme. Nous avons validé le principe de l'emploi d'une méthode d'optimisation pour ajuster les résultats fournis par le modèle aux données expérimentales.

Concernant le modèle en lui-même, il faudrait prendre en compte les paramètres suivants afin de le rendre plus complet :

- α , le paramètre de décroissance du coefficient de diffusion. Il va de soi qu'au cours de l'enregistrement, la formation de la matrice de polymère va gêner la diffusion des monomères restants. Au lieu d'être constant, le coefficient de diffusion va décroître dans le temps.
- Il faudrait prendre en compte le fait que l'indice de réfraction dépend à la fois de la concentration en monomère et en polymère au cours de l'enregistrement. Nous avons supposé que le coefficient de proportionnalité était le même afin de simplifier le calcul.
- Comme cela a été remarqué lors de l'interprétation du décrochement observé sur la figure 2.13, le photopolymère Omnidex est sûrement constitué de différents monomères et oligomères, la formation d'un hologramme dans ce matériau est bien plus complexe que ce qui est décrit par le modèle à un seul monomère.

Notons cependant que plus un modèle contient de paramètres, plus nous devons disposer de données expérimentales pour les déterminer. Il y a des risques de ne pas pouvoir obtenir de comportement prédictif.

2.4 Le matériau composite polymère-cristal liquide

Les matériaux composites polymère-cristal liquide (PDLC pour "Polymer Dispersed Liquid Crystal") sont formés par des domaines de cristal liquide (nommés gouttelettes) dispersés dans une matrice de polymère (voir figures 2.16 et 2.17 pour avoir un exemple).

Plusieurs méthodes sont utilisables pour réaliser la structure PDLC. Dans notre cas c'est la méthode PIPS ('Polymer-Induced Phase Separation') qui est mise en oeuvre [51]. Elle consiste en la polymérisation d'un mélange homogène monomère / cristal liquide. Dans notre cas, la polymérisation s'effectue grâce à une exposition à une lumière actinique permettant la formation de la matrice de polymère (en général, les longueurs d'ondes UV 350 nm - 380 nm sont utilisées). Une séparation de phase va s'effectuer entre le cristal liquide et le polymère et nous allons voir la formation de domaines de cristal liquide. Cette séparation de phase est due à la croissance des chaînes de polymères et à une ségrégation entre petites et grosses molécules. La formation de ces gouttelettes dépend notamment des vitesses de polymérisation et de séparation de phase ainsi que de la concentration en cristal liquide.

L'application d'un champ électrique sur la structure permet de réorienter les molécules de cristal liquide et ainsi obtenir des effets électro-optiques. A la différence des effets utilisés pour les afficheurs à cristaux liquides, il est possible de moduler la lumière (en phase ou en amplitude) sans utiliser de polariseurs, tout en apportant une stabilité à la phase cristal liquide grâce à la matrice de polymère.

En général, le matériau final est inséré dans une cellule entre deux substrats recouverts d'ITO (Indium Tin Oxyde qui est un conducteur transparent) séparés par des micro-billes calibrées nommées espaceurs.

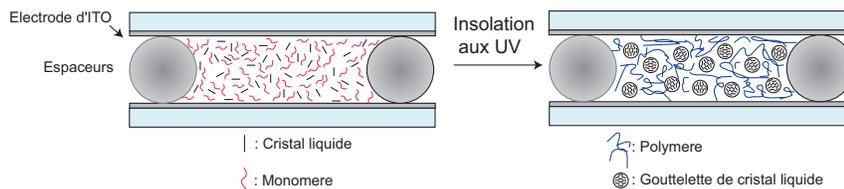


Figure 2.16 — Structure d'une cellule à PDLC avant et après exposition.

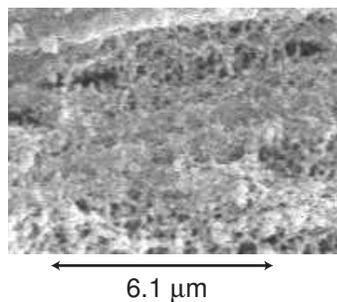


Figure 2.17 — Image au microscope électronique à balayage (MEB) de la matrice de polymère d'une structure PDLC (grandissement $\times 4900$), les gouttelettes ont une taille de l'ordre de quelques centaines de nm, cette observation a pu être réalisée grâce à la mise à disposition du MEB du Centre Commun Lannionais d'optique (CCLO).

Selon les conditions de fabrication (composition et valeur de l'éclairement UV), la structure PDLC peut présenter différentes tailles de gouttelettes de cristal liquide. Ceci peut donner lieu à des effets électro-optiques prédominants selon la valeur du rapport taille des gouttelettes / longueur d'onde.

Lorsque la taille des gouttelettes de cristal liquide est de l'ordre de ou supérieure à la longueur d'onde, la structure PDLC est principalement diffusante. L'application d'un champ électrique va permettre de moduler ce caractère diffusant. Comme applications de la fonction de diffuseur variable, outre les afficheurs, nous pouvons citer quelques réalisations du département d'optique de l'ENST Bretagne : un atténuateur optique variable [52], modulateurs spatiaux de lumière destinés au traitement optique de l'information [53].

Lorsque la taille des gouttelettes de cristal liquide est bien plus petite que la longueur d'onde, le milieu PDLC travaille principalement dans un régime déphasant (les gouttelettes ayant des diamètres de l'ordre de quelques centaines de nm, on parle alors de milieu nano-PDLC [54]). C'est l'indice de réfraction du milieu qui est modulé lors de l'application d'un champ électrique. Le milieu nano-PDLC peut par exemple être trouvé comme élément accordable d'une cavité VCSEL [55] ou encore former une lentille à focale variable lorsque la taille des gouttelettes est contrôlée à l'aide d'un masque ou d'un filtre à densité variable lors de l'insolation [56].

Dans le cadre de ce travail, nous allons utiliser la structure PDLC dans un régime diffractant : le matériau est déphasant mais il possède en plus une structuration de la matrice de polymère par technique holographique.

Concernant les cristaux liquides utilisés pour la réalisation de la structure PDLC, une courte description est fournie dans l'annexe C. Pour de plus amples renseignements sur les cristaux liquides ou les matériaux composites polymère / cristal liquide, nous renvoyons le lecteur aux ouvrages de référence [57–59] ainsi qu'à la thèse de J-L. Kaiser [2].

2.4.1 Description du matériau holographique

Le matériau H-PDLC ("Holographic Polymer Dispersed Liquid Crystals") bénéficie des nombreux travaux concernant l'holographie dans les photopolymères et ceux sur la structure PDLC [60, 61]. Dans ce cas, la matrice de polymère est structurée lorsque le matériau est exposé à une figure d'interférence.

Le processus de formation dans le matériau H-PDLC est schématisé sur la figure 2.18. Une figure d'interférence vient illuminer un mélange homogène monomères / cristal liquide (dont la composition sera détaillée plus loin), les franges d'interférences constructives vont induire une forte polymérisation. Le gradient de concentration en monomères résultant va engendrer un processus de diffusion de ces derniers des zones sombres vers les zones claires ainsi qu'une migration du cristal liquide des zones de fort éclairement vers les zones de faible éclairement (le cristal liquide va venir se loger là où il va lui rester de la place). Une séparation de phase va également avoir lieu entre le polymère et le cristal liquide d'où la formation de gouttelettes de cristal liquide. La figure d'interférence est alors reproduite dans le matériau sous forme d'une alternance de "strates" riches en polymère et riches en cristal liquide.

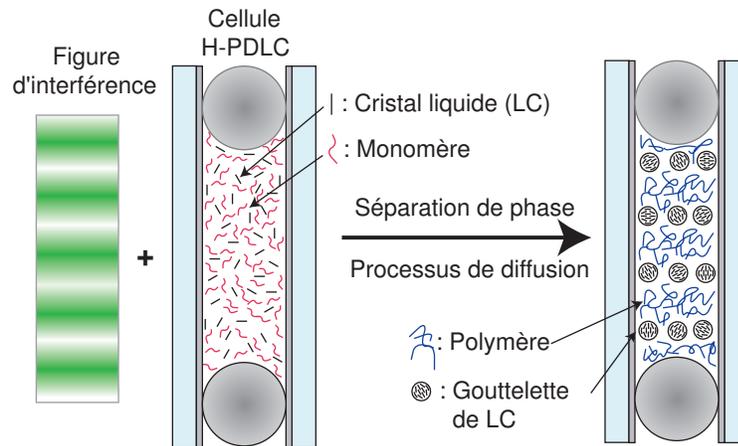


Figure 2.18 — Principe de formation d'un hologramme dans le matériau H-PDLC.

Un exemple de cellules H-PDLC réalisées est montré sur la figure 2.19.

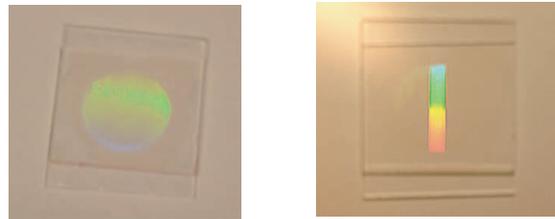


Figure 2.19 — Exemple de cellules H-PDLC.

Comme pour les photopolymères, il n'y a pas besoin de développement ultérieur. Une post-exposition UV permet de consommer les monomères et le colorant restant (photo-amorceur) et d'accroître la modulation d'indice. Du point de vue de la structure, nous pouvons voir le profil de la matrice de polymère observé au microscope à force atomique (AFM) sur les figures 2.20 et 2.21 (l'un des substrats de la cellule de la figure 2.18 a été retiré, la surface de polymère a été nettoyée à l'aide d'éthanol puis mise sous vide afin d'évacuer le maximum de cristal liquide).

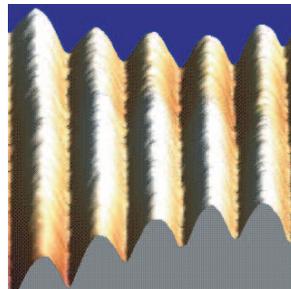


Figure 2.20 — Surface de la matrice de polymère d'un réseau H-PDLC observée au microscope à force atomique (AFM) (dimensions $5\ \mu\text{m} \times 5\ \mu\text{m}$), l'observation AFM a été également réalisée au sein du CCLO.

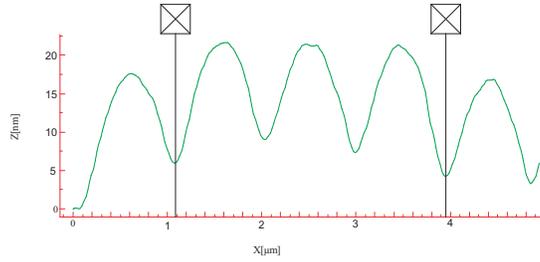


Figure 2.21 — Profil de la surface de la matrice de polymère d'un réseau H-PDLC observée à l'AFM.

Vus les ordres de grandeur (une modulation de 10 nm), le profil observé correspond vraisemblablement à un rétreint de la matrice de polymère (rétrécissement de la couche de polymère durant l'enregistrement), il ne faut pas chercher sur la figure 2.20 à voir une structure de gouttelettes.

L'enregistrement d'hologrammes dans un tel matériau nous fournit des composants diffractifs (aussi bien transmissifs que réfléchifs) commutables électriquement (voir figure 2.22) ce qui étend la gamme d'application des réseaux épais en volume. Par un choix judicieux des indices de réfraction du polymère et du cristal liquide (indice du polymère n_p égal à l'indice ordinaire du cristal liquide n_o), il est possible "d'effacer" complètement l'hologramme. Sans champ électrique appliqué (état off), l'hologramme va diffracter la lumière. En présence d'un champ (état on), les molécules de cristal liquide s'orientent suivant leur axe ordinaire et l'onde incidente ne voit plus de différence d'indice entre le polymère et le cristal liquide, l'hologramme est alors "effacé".

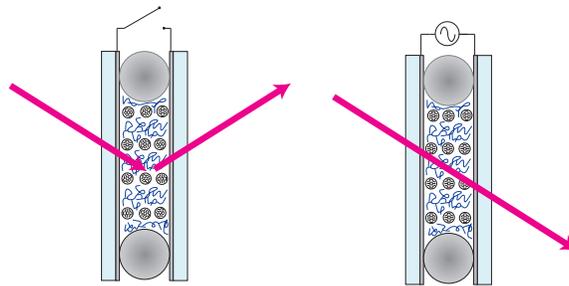


Figure 2.22 — Fonctionnement d'un réseau en transmission H-PDLC sans et avec application d'un champ électrique.

En utilisant des configurations d'enregistrement avec trois ou quatre faisceaux, des structures de type cristaux photoniques ont été reportées [62, 63].

Les réseaux de Bragg commutables H-PDLC sont utilisés en télécommunications [64] ou encore en tant qu'éléments actifs dans les dispositifs de traitement spectral [3, 65] (égalisation de spectre par exemple).

Toutes ces applications ont fait que de nombreux laboratoires ont étudié les mécanismes de formation ainsi que la structure de tels hologrammes.

2.4.2 Diffraction par un réseau en transmission enregistré en H-PDLC

L'emploi d'un matériau anisotrope tel que les cristaux liquides dans un matériau holographique laisse présager que la réponse finale du réseau enregistré sera anisotrope. A la dépendance en polarisation du réseau (prédite par les théories vectorielles de la diffraction) s'ajoute la dépendance du matériau lui-même. La théorie de Kogelnik à deux ondes couplées [26] a été modifiée pour être adaptée aux réseaux anisotropes [66]. Sans la détailler, nous allons en exposer les principes et l'appliquer aux réseaux en transmission. Cette théorie reste valide en premier lieu si l'on suppose que les gouttelettes de cristal liquide ne sont pas diffusantes (nano-gouttelettes).

Comme pour la théorie de Kogelnik, nous considérons qu'il n'y a que deux ondes planes se propageant dans la structure : le faisceau incident et le faisceau diffracté. Le milieu de propagation constituant le réseau est supposé uniaxe. La permittivité relative de la structure est alors un tenseur d'ordre 2 :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon}_1 \cos(Kx) \quad (2.23)$$

Ces deux tenseurs sont donnés par :

$$\bar{\varepsilon}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy}^0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon}_1 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy}^1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}^1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

$\bar{\varepsilon}_0$ est le tenseur de permittivité moyenne et $\bar{\varepsilon}_1$ est le tenseur de modulation de permittivité. Nous pouvons le supposer diagonal étant donné que les gouttelettes de cristal liquide sont considérées comme étant des milieux uniaxes avec $\varepsilon_{yy}^1 = \varepsilon_{zz}^1$ (cette hypothèse prend en compte une orientation moyenne des molécules de cristal liquide dans la structure).

Si nous notons c la concentration de cristal liquide, les coefficients du tenseur de permittivité moyenne peuvent être écrits de la manière suivante :

$$\varepsilon_{xx}^0 = \varepsilon_{\parallel}^0 = \varepsilon_{\parallel}^{LC} c + \varepsilon_{pol}(1 - c) \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{yy}^0 = \varepsilon_{zz}^0 = \varepsilon_{\perp}^0 = \varepsilon_{\perp}^{LC} c + \varepsilon_{pol}(1 - c) \quad (2.26)$$

ε_{pol} est la permittivité du polymère, $\varepsilon_{\parallel}^{LC}$ et ε_{\perp}^{LC} sont les permittivités du cristal liquide (voir annexe C).

Les composantes du tenseur de modulation d'indice vont traduire quant à elles une orientation moyenne des molécules de cristal liquide dans l'hologramme final et sont ainsi reliées aux modulations d'indices globales que verront les deux états de polarisation TE et TM. Les formules qui vont suivre nous permettent d'obtenir une estimation de ces composantes par la mesure des efficacités de diffraction.

Sous incidence de Bragg, l'efficacité de diffraction pour un réseau anisotrope sans absorption est donnée par la formule suivante :

$$\eta = \sin^2 \frac{\pi A d}{2 n_m g \lambda_B \cos \theta_B} \quad (2.27)$$

n_m est l'indice moyen du matériau vu par l'état de polarisation incident, g correspond au cosinus de l'angle entre le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting.

Pour la polarisation TE, nous avons :

$$n_m^2 = \varepsilon_{\perp}^0 \quad (2.28)$$

$$g = 1 \quad (2.29)$$

Pour la polarisation TM, nous avons :

$$n_m^2 = \frac{\varepsilon_{\perp}^0 \varepsilon_{\parallel}^0}{\varepsilon_{\perp}^0 \sin^2 \theta + \varepsilon_{\parallel}^0 \cos^2 \theta} \quad (2.30)$$

$$g = \frac{\varepsilon_{\perp}^0 \cos^2 \theta + \varepsilon_{\parallel}^0 \sin^2 \theta}{\sqrt{(\varepsilon_{\perp}^0)^2 \cos^2 \theta + (\varepsilon_{\parallel}^0)^2 \sin^2 \theta}} \quad (2.31)$$

A est une grandeur directement reliée au tenseur de modulation d'indice et est dépendante de la polarisation.

$A = \varepsilon_{zz}^1$ pour la polarisation TE et $A = \varepsilon_{xx}^1 \cos^2 \theta_B - \varepsilon_{zz}^1 \sin^2 \theta_B$ pour la polarisation TM.

Par analogie avec la formule de Kogelnik, nous pouvons définir une modulation d'indice $\Delta n = A/2n_m g$. Ainsi, à partir de la valeur de l'efficacité de diffraction mesurée sous incidence de Bragg (les diverses pertes ayant été prises en compte), il est possible d'obtenir une estimation des diverses composantes du tenseur de modulation d'indice ainsi que de la modulation d'indice globale.

(Il est aisé de vérifier que dans le cas isotrope, nous retrouvons bien la formule classique de Kogelnik et ceci pour les deux états de polarisation).

2.4.3 Etude expérimentale de la formation de réseaux en transmission H-PDLC

2.4.3.1 Composition du mélange et processus de fabrication

Le mélange initial utilisé a été élaboré au sein du département d'optique de l'ENST Bretagne dans le cadre d'une thèse précédente [2]. Il est constitué de plusieurs monomères, d'un cristal liquide nématique et d'une solution de photo-amorceur. Les divers constituants ainsi que leurs proportions sont indiqués ci-dessous :

- **Ebecryl 1290** est le monomère principal du mélange, c'est un acrylate hexafonctionnel. Il est très visqueux à la base, d'autres monomères plus fluides sont alors nécessaires (afin de faciliter la formation du réseau).
- **VN** pour vinyl néonaoate, il permet d'abord de rendre le mélange plus fluide, il a été montré que sa présence réduisait le champ électrique nécessaire pour faire commuter le réseau.
- **HexF** pour 1,1,1,3,3,3-hexafluoroisopropyl acrylate. C'est un second comonomère fluoré, il a été montré que les substances fluorées avaient pour effet de rendre la forme des gouttelettes plus sphérique et d'améliorer la séparation de phase [67].

Dans le cadre des expériences menées sur les matériaux H-PDLC, le cristal liquide utilisé est le BL036, c'est un cristal liquide nématique commercialisé par Merck Ltd. Les valeurs de ses indices de réfraction ordinaire et extraordinaire sont $n_o = 1.527$ et $n_e = 1.794$ (valeurs données pour $\lambda = 589 \text{ nm}$ et une température de 20°C).

La composition de la solution de photo-amorceur est la suivante :

- **RB** Rose Bengal, c'est un colorant utilisé comme photo-amorceur dans les systèmes photopolymérisables à la lumière visible. Sa plage spectrale d'absorption est comprise entre 500 nm et 600 nm avec un maximum situé autour de 550 nm. Il s'agit d'un photo-amorceur de type II, un co-amorceur est alors nécessaire.
- **NPG** N-phenylglycine, joue le rôle de co-amorceur.
- **NVP** N-vinyl pyrrolidinone, c'est un diluent réactif favorisant la dissolution des divers constituants du mélange.
- **TMPTMP** triméthylolpropane tris(3-mercaptopropionate), c'est un autre diluent réactif.

Ceci est une composition classique de solution de photo-amorceur destinée au laser argon ionisé ou Nd-Yag doublé, d'autres préparations ont été reportées dans la littérature permettant notamment d'effectuer l'enregistrement avec un laser He-Ne [68] ou dans le proche infrarouge [69, 70].

Les proportions utilisées sont les suivantes :

- **Photo-amorceur (PA)** : RB : 2%, NPG : 6%, VP : 46%, TMPTMP : 46%
- **Mélange H-PDLC** : Ebecryl 1290 : 30%, VN : 15%, HexF : 15%, BL036 : 30%, PA : 10% (les pourcentages indiqués correspondent à une fraction de la masse totale).

Le processus de fabrication des cellules se déroule comme suit :

1. Nettoyage des substrats : 10 s de trempage dans une solution d'acide sulfochromique, rinçage à l'eau filtrée, nettoyage à l'alcool, séchage à l'aide d'air comprimé.
2. Dépôt des espaceurs par pulvérisation sur l'un des substrats.
3. Dépôt de points colles (résine epoxy) aux extrémités du substrat.
4. Dépôt d'une goutte de mélange au centre du substrat.
5. La cellule est assemblée, placée dans un sachet qui est mis sous vide de façon à assurer l'homogénéité en épaisseur (la pression atmosphérique, uniforme sur toute la surface, garanti l'épaisseur définie par les diamètre des espaceurs).

Une autre méthode consiste à pré-assembler la cellule à l'avance puis de la remplir par capillarité. Cette méthode a l'avantage de rendre possible la mesure de l'épaisseur de la cellule mais n'est valable que pour des cellules de petites dimensions. Des non-uniformités spatiales peuvent apparaître lors du remplissage, probablement dues à un début de séparation de phase (effet de chromatographie).

Dans la suite de cette section, toutes les valeurs d'efficacité de diffraction seront des efficacités absolues incluant les pertes par absorption et par diffusion (dues aux gouttelettes de cristal liquide), seules les pertes de Fresnel dues aux réflexions sur les substrats des cellules ont été corrigées.

Pour l'étude de la formation des réseaux en temps réel, des substrats de verre ont été utilisés pour réaliser les cellules. Des cellules avec des électrodes d'ITO ont été réalisées pour l'étude en fonction de l'application d'un champ électrique. Un désavantage de la présence de la couche d'ITO lors de l'enregistrement est la création d'une cavité due aux désadaptations d'indice entre le mélange, l'ITO et le substrat de verre. Ceci crée en général des franges parasites et perturbe l'enregistrement.

2.4.3.2 Enregistrements pour de faibles éclaircissements

Une série de cellules d'épaisseur $18 \mu\text{m}$ a été réalisée avec deux mélanges différents, il n'y a que la proportion de rose bengal dans la solution de photo-amorceur qui soit modifiée. Le premier mélange (noté M_1) a la composition indiquée au paragraphe précédent (2% de RB), le second mélange (M_2) a une concentration de 5% de RB dans le photo-amorceur. Les évolutions en temps réel sont indiquées sur la figure 2.23. La période du réseau enregistré est approximativement $1.15 \mu\text{m}$.

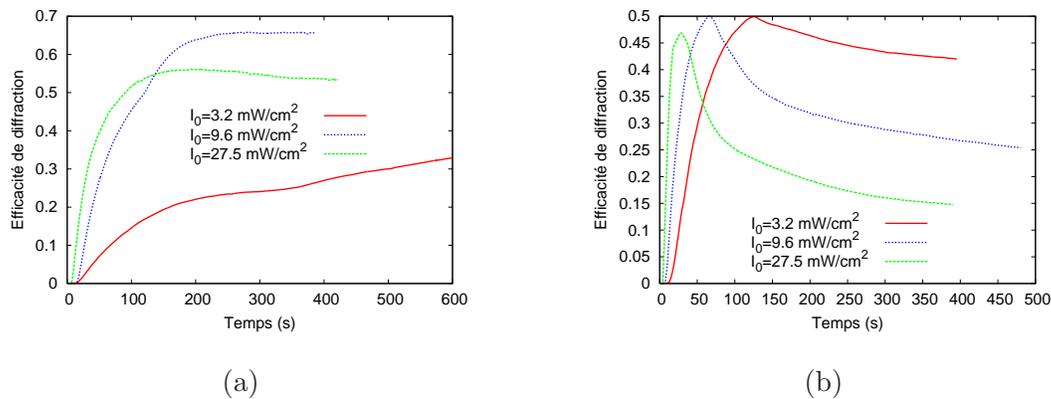


Figure 2.23 — Evolution temporelle de l'efficacité de diffraction de réseaux H-PDLC pour deux concentrations de photo-amorceur 2% (a) et 5% (b).

Pour le mélange avec une concentration de 5% de RB dans la solution de photo-amorceur, nous remarquons un pic d'efficacité de diffraction puis une décroissance assez nette. Ceci peut avoir deux significations : soit le réseau est surmodulé et nous allons obtenir une modulation d'indice élevée, soit les monomères sont consommés trop rapidement et ne peuvent pas diffuser, ce qui nous conduirait à une modulation d'indice faible. Les mesures des réponses angulaires et spectrales sont nécessaires pour lever cette indétermination.

✓ Caractérisations angulaires :

Celles-ci sont réalisées à l'aide d'un laser He-Ne. Les résultats sont indiqués sur la figure 2.24.

Nous observons un comportement anisotrope pour les réseaux H-PDLC, cette dépendance en polarisation provient d'une orientation préférentielle des molécules de cristal liquide dans les gouttelettes. La théorie de Kogelnik ou la méthode RCW prédisent un comportement dépendant de la polarisation mais pas de l'ampleur observée pour les réseaux H-PDLC.

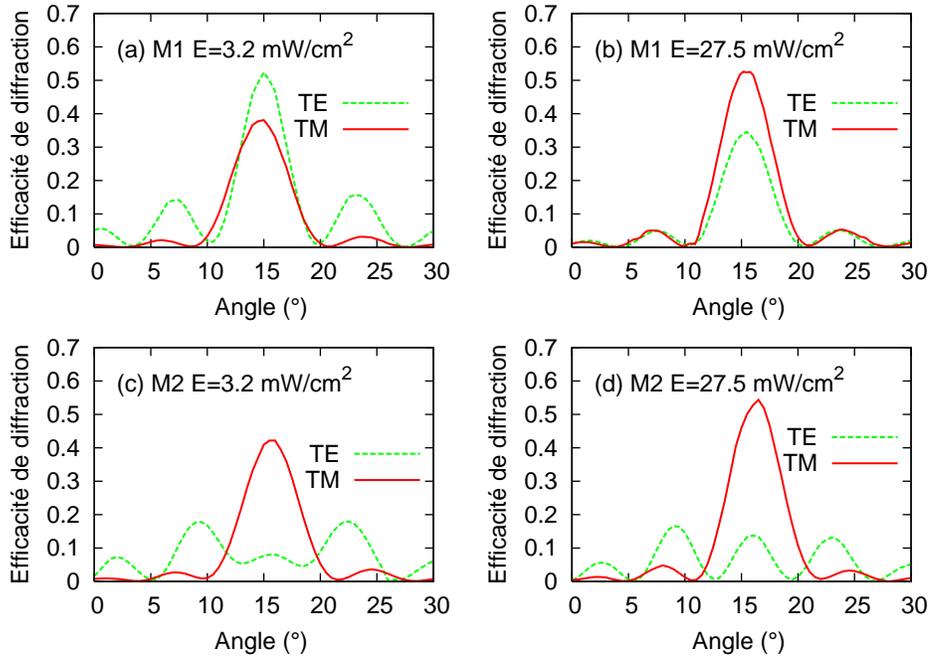


Figure 2.24 — Caractérisations angulaires des réseaux enregistrés avec deux concentrations de photo-amorceur 0.2% (a) et (b), 0.5% (c) et (d).

Cette orientation préférentielle semble être due à la forme des cavités occupées par le cristal liquide. Les gouttelettes doivent présenter des morphologies plutôt elliptiques.

Pour le mélange n°2, la hauteur des lobes secondaires indique que nous avons bien une surmodulation pour la polarisation TE (donc des modulations d'indices élevées). Par contre, les valeurs maximales des efficacités pour le mélange n°2 sont inférieures à celles du mélange n°1 (figure 2.23), ceci est probablement dû au fait que le mélange n°2 est plus absorbant à cause de la grande concentration de photo-amorceur.

Concernant la polarisation TM, la concentration du photo-amorceur n'a pas d'influence sur la réponse angulaire quel que soit le mélange, cet état de polarisation voit a priori le même indice de réfraction. Nous pouvons en déduire que les directeurs des gouttelettes (direction de l'ellipticité) seraient parallèles aux strates du réseau mais avec une orientation dans ce plan, ce qui expliquerait les différences de comportement pour la polarisation TE. L'orientation supposée des gouttelettes de cristal liquide est illustrée sur la figure 2.25.

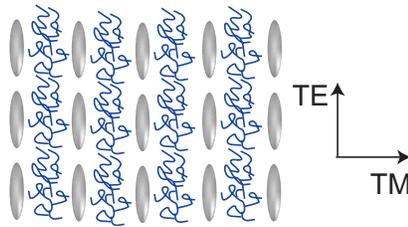


Figure 2.25 — Illustration de l'orientation des directeurs des gouttelettes de cristal liquide.

Un autre aspect intéressant : la dépendance en polarisation semble être moins affirmée pour le mélange n°1 contenant moins de photo-amorceur. Nous pouvons émettre l'hypothèse que

la morphologie des gouttelettes de cristal liquide est fortement liée au processus de diffusion qui s'opère dans une direction privilégiée.

Pour le mélange n°1, la cinétique de formation est plus lente, ce qui a tendance à favoriser des formes de gouttelettes un peu plus sphériques. Dans le cas du mélange n°2, la quantité de photo-amorceur fait que la polymérisation s'opère à un niveau plus local. Le cristal liquide contre-diffuse rapidement et est piégé dans la matrice de polymère en subissant plus de contraintes ce qui amplifierait le caractère anisotrope des gouttelettes.

L'analyse des courbes de caractérisation angulaire pour le mélange n°1 suggère qu'une valeur d'éclairage intermédiaire (entre 3.2 mW/cm^2 et 27.5 mW/cm^2) permettrait d'observer un comportement indépendant de la polarisation et ceci uniquement en utilisant des paramètres d'enregistrement appropriés.

✓ Réponse à un champ électrique

Nous utilisons pour les mesures un signal créneau d'une fréquence de 1 kHz.

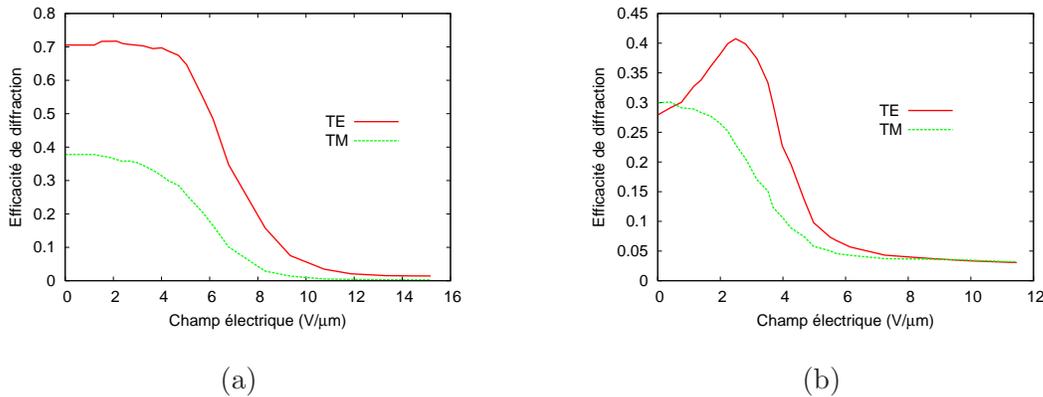


Figure 2.26 — Effet de l'application d'un champ électrique sous incidence de Bragg pour les mélanges M_1 (a) et M_2 (b).

Mises à part les valeurs d'efficacité de diffraction, nous pouvons remarquer que les réseaux enregistrés avec le mélange M_1 sont quasiment effacés lors de l'application d'un champ électrique, ce qui n'est pas le cas du mélange M_2 . Ceci peut être interprété par une meilleure séparation de phase et une différence de morphologies entre les gouttelettes de cristal liquide. Des gouttelettes plus sphériques ont tendance à requérir un champ électrique moins importante que pour des formes elliptiques, ce qui facilite la réorientation des molécules de cristal liquide.

Nous avons bien la confirmation d'une surmodulation pour le mélange M_2 puisque l'efficacité croît d'abord au lieu de descendre immédiatement. Le fait que l'efficacité atteinte ne soit pas maximale est dû aux pertes importantes dans le visible de telles structures, les gouttelettes de cristal liquide ont un rôle diffusant assez important.

2.4.3.3 Enregistrements avec de plus forts éclairagements

Les enregistrements présentés précédemment ont été réalisés pour des éclairagements inférieurs à 30 mW/cm^2 , ceci est un avantage du fait que nous n'avons pas besoin d'un laser de très forte puissance pour réaliser l'enregistrement. Par contre, nous voyons qu'une dizaine de minutes est nécessaire pour que les réseaux soient formés. En holographie, ceci nécessite une table d'enregistrement très stable pouvant absorber le maximum de vibrations. Afin de réduire le temps d'exposition, nous allons augmenter les puissances des faisceaux d'enregistrement.

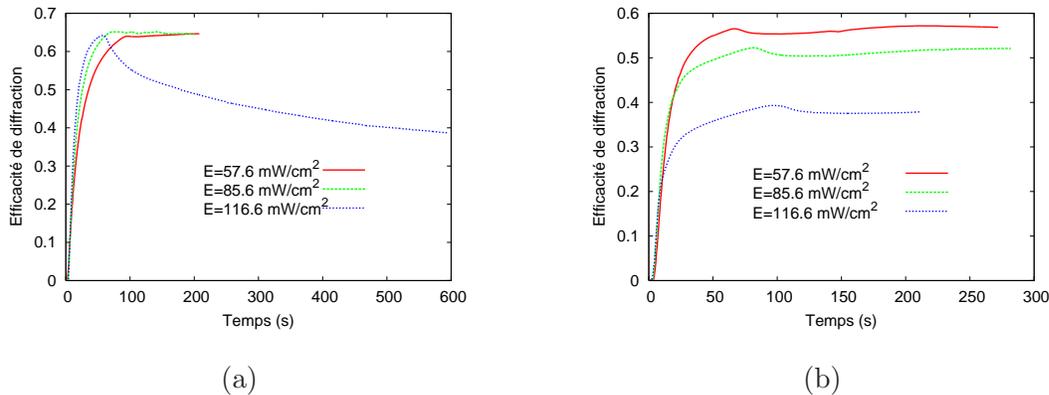


Figure 2.27 — Evolutions temporelles de l'efficacité de diffraction pour les mélanges 1 (a) et 2 (b) et pour des éclairagements plus forts.

Pour le mélange M_1 , nous observons une surmodulation pour l'éclairage de 116.6 mW/cm^2 . Il adopte un comportement similaire à M_2 lorsque nous étions à de faibles éclairagements. Pour le mélange M_2 , le fait que l'efficacité de diffraction diminue avec l'éclairage est dû au fait que la polymérisation est trop forte par rapport à la diffusion, le cristal liquide n'a pas le temps de contre-diffuser d'où une plus faible modulation d'indice.

Les différents enregistrements réalisés ont pu nous montrer l'influence des paramètres d'enregistrement et de la composition du mélange sur les modulations d'indices atteintes ainsi que la dépendance en polarisation. Une photopolymérisation trop rapide gêne la contre-diffusion du cristal liquide d'où une faible modulation d'indice. La croissance des chaînes de polymère ainsi que la cinétique de formation semblent avoir une influence sur les forces existant entre la matrice de polymère et le cristal liquide et par conséquent sur la dépendance en polarisation de l'hologramme.

2.4.3.4 Caractérisations dans le proche infrarouge

Par proche infrarouge, nous désignons la bande spectrale conventionnelle des télécommunications optiques (bande C) où $1530 \text{ nm} < \lambda < 1565 \text{ nm}$. Il s'agit de voir ici le potentiel d'applications du matériau H-PDLC dans le domaine des télécommunications.

Une mesure sous incidence de Bragg des efficacités de diffraction ainsi que des pertes pour les polarisations TE et TM est consignée dans le tableau 2.5. La longueur d'onde de Bragg est $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$.

	η_{TE}	η_{TM}	Pertes TE (dB)	Pertes TM (dB)
$M_1 (E = 3.2mW/cm^2)$	0.440	0.008	0.61	0.06
$M_1 (E = 27.5mW/cm^2)$	0.545	0.094	0.53	0.32
$M_2 (E = 3.2mW/cm^2)$	0.611	0.008	0.88	0.24
$M_2 (E = 27.5mW/cm^2)$	0.632	0.023	0.84	0.23

Tableau 2.5 — Mesures des efficacités de diffraction sous incidence de Bragg ainsi que des pertes par diffusion.

Nous remarquons une plus grande disparité pour les deux états de polarisation, l'état TM n'est quasiment pas diffracté. Dans le domaine des télécommunications, la dépendance en polarisation étant un critère majeur, il faudrait un système à diversité de polarisation (ne permettant de travailler qu'avec la polarisation TE) si nous voulons l'utiliser comme système dispersif. Dans le cas mono-longueur d'onde, un tel composant pourrait faire office de séparateur d'états de polarisation.

Comme c'est le cas pour les structures PDLC classiques, nous pouvons voir que les pertes dues à la diffusion par les gouttelettes sont diminuées (<1 dB) par rapport à la lumière visible. Ceci est dû au rapport taille des gouttelettes / longueur d'onde.

La théorie des ondes couplées anisotrope présentée dans le paragraphe 2.4.2 nous permet de remonter à une estimation des modulations d'indices :

	M_1	M_1	M_2	M_2
Δn_{TE}	0.01919	0.0219	0.02492	0.02547
Δn_{TM}	0.00227	0.00789	0.00219	0.00385

Tableau 2.6 — Estimation des modulations d'indices dans le proche infrarouge.

Si nous faisons l'étude sur toute la bande C, la réponse spectrale pour le mélange n°2 (polarisation TE) est indiquée sur la figure 2.28.

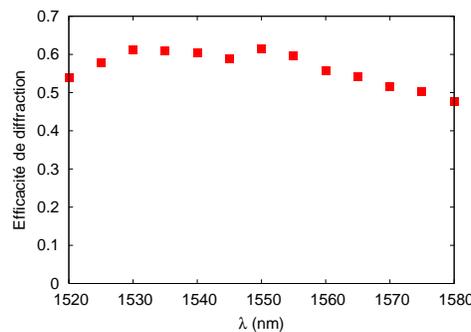


Figure 2.28 — Caractérisation spectrale pour le mélange n°2 sous incidence de Bragg pour $\lambda = 1.55 \mu m$.

Nous avons ainsi réalisé un réseau ayant 60% d'efficacité de diffraction sous incidence de Bragg pour $\lambda = 1.55 \mu m$ (et restant au dessus de 50 % pour la bande C). Deux méthodes pourraient être utilisées afin d'augmenter ces valeurs :

- soit utiliser des espaceurs de plus grand diamètre (pour une même modulation d'indice 0.025, des espaceurs de $25 \mu m$ donnent une valeur d'efficacité de diffraction théorique égale à 98% pour un matériau sans pertes). Une telle solution serait au détriment de la

formation de l'hologramme : pendant l'enregistrement, les faisceaux d'écriture sont atténués et diffractés par l'hologramme en formation, ceci va affecter l'homogénéité de la structure finale ainsi que ses propriétés. Un compromis est à trouver entre l'épaisseur et la qualité de l'hologramme. Un autre inconvénient est la valeur des tensions électriques qu'il faudrait appliquer pour faire commuter l'hologramme.

- soit retravailler le matériau afin d'améliorer la séparation de phase permettant d'obtenir des modulations d'indices plus élevées.

2.4.3.5 Influence d'une pré-exposition du mélange

Une technique classique utilisée en holographie consiste à exposer préalablement le matériau avec un faisceau uniforme afin de présensibiliser le matériau.³

Selon les mesures effectuées en présence des faibles éclairagements, la vitesse de formation des hologrammes influe fortement sur la dépendance en polarisation de l'hologramme. Dans le cas des matériaux photopolymérisables, une pré-exposition enclenche un amorçage de chaînes de polymères dans tout le matériau. Ceci accroît la viscosité initiale avant l'exposition holographique. Il y aura des conséquences sur la formation de l'hologramme, la morphologie des gouttelettes de cristal liquide ainsi que sur son comportement macroscopique. Cette étude est réalisée avec le mélange n°1 contenant 0.2% de photo-amorceur.

Nous pouvons d'abord remarquer que si l'exposition initiale est trop faible, la réaction de photopolymérisation ne va pas démarrer et le fait de pré-exposer est inutile. Dans le cas contraire, si l'exposition est trop forte, la plupart des monomères seront consommés par la pré-exposition et cela empêchera la formation de l'hologramme.

Nous avons utilisé un éclairage total de 2.7 mW/cm^2 . La pré-exposition est réalisée en obturant l'un des deux faisceaux d'enregistrement pendant un certain temps juste avant l'exposition holographique. L'éclairage associé au faisceau de pré-exposition est égal à 1.24 mW/cm^2 . Nous effectuons cinq enregistrements pour différents temps de pré-exposition t_{PI} , la figure 2.29 montre les évolutions temporelles de ces réseaux.

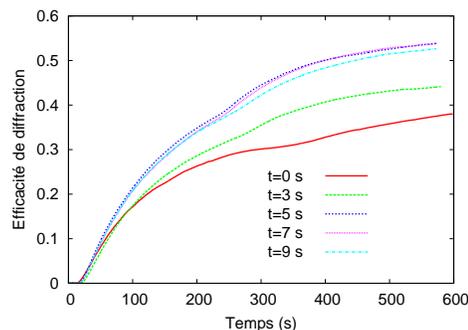


Figure 2.29 — Evolution en temps réel de l'ordre 1 diffracté sans et avec pré-exposition de la cellule.

Nous pouvons d'abord constater que la pré-exposition a pour effet d'augmenter l'efficacité de diffraction et qu'à partir d'une certaine valeur ($t_{PI} = 5 \text{ s}$), elle ne les améliore plus. Il est d'usage d'observer pour ces courbes d'évolutions une période d'inhibition (la formation du

³Cette méthode est beaucoup appliquée lors de l'enregistrement de réseaux en relief en photorésine, cette opération ayant pour but de linéariser l'enregistrement afin d'obtenir le profil le plus sinusoidal possible.

réseau ne démarre pas au temps $t=0$), ne pouvant la mesurer directement, nous avons préféré ramener toutes les courbes au même point d'origine.

✓ **Caractérisations angulaires :**

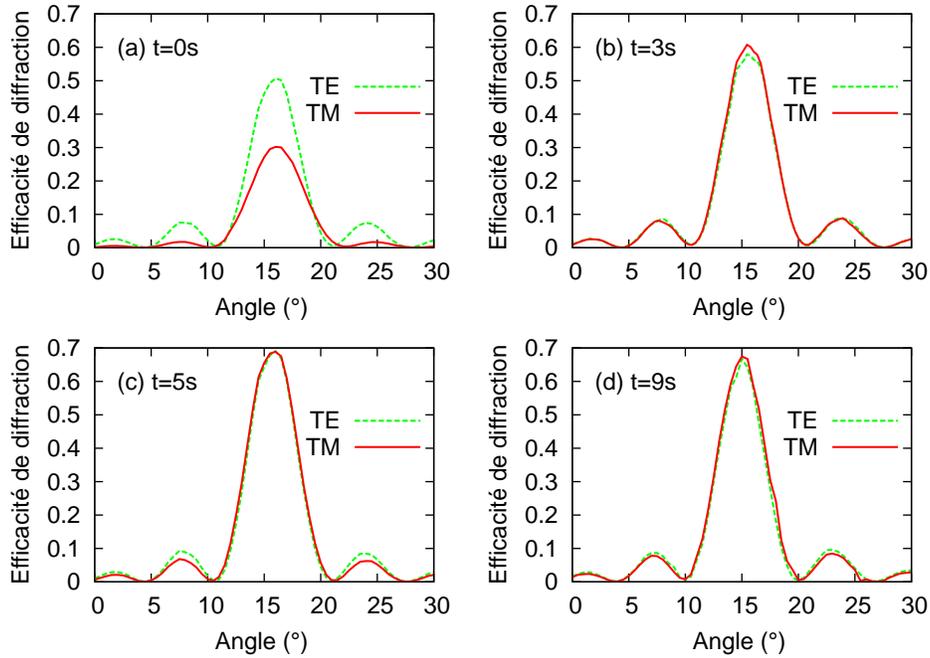


Figure 2.30 — Caractérisations angulaires des réseaux ayant subi différents temps de pré-exposition.

Sous incidence de Bragg, nous avons les valeurs d'efficacités suivantes :

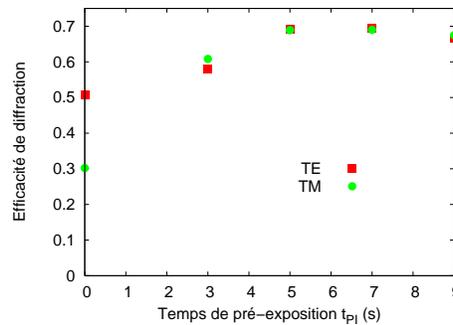


Figure 2.31 — Efficacités de diffraction sous incidence de Bragg pour des réseaux ayant subi différents temps de pré-exposition.

En plus d'améliorer l'efficacité de diffraction (presque 70%), nous pouvons voir que la pré-exposition du matériau a tendance à rendre l'hologramme indépendant en polarisation à partir d'un certain temps de pré-exposition (5 s dans notre cas, il reste une dépendance résiduelle pour un temps de 3s). Ceci qui est particulièrement intéressant si nous désirons utiliser de telles structures dans le domaine des télécommunications où la dépendance en polarisation est un paramètre crucial. D'autres cas de réseaux H-PDLC ayant des comportements isotropes ont été publiés [71] mais alors, c'est la composition du mélange qui était modifiée. Dans notre cas, le matériau est rendu isotrope en ajustant correctement les

paramètres d'enregistrement, le mélange reste inchangé.

Après la pré-exposition, le matériau est constitué de chaînes de polymères amorcées. Il possède une viscosité initiale qui va modifier la séparation de phase ainsi que la morphologie des gouttelettes lors de la formation de l'hologramme. Les gouttelettes obtenues auront des formes beaucoup plus sphériques. Dans ce cas, l'orientation du cristal liquide dans et entre les gouttelettes semble avoir un caractère aléatoire. Du point de vue macroscopique, cela se traduit par un effet de moyennage sur l'indice de réfraction vu par les états TE et TM.

Le réseau se comportant de façon isotrope, nous pouvons alors utiliser la méthode RCW pour remonter aux paramètres du réseau comme ceci est illustré sur la figure 2.32. La modulation d'indice donnée par l'ajustement est $\Delta n = 0.0152$, l'indice du matériau est de $n = 1.52 + 0.00085j$, la partie imaginaire prenant en compte les pertes de celui-ci.

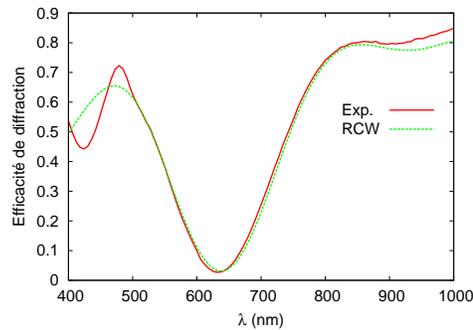


Figure 2.32 — Caractérisation spectrale de l'ordre 0 en transmission pour un réseau avec pré-exposition.

Nous voyons qu'il y a une certaine difficulté à réaliser l'ajustement correctement pour les longueurs d'ondes inférieures à 500 nm et supérieures à 900 nm. Il faudrait sûrement prendre en compte une dépendance spectrale de l'atténuation du matériau (en particulier celle due à la diffusion).

✓ **Influence du champ électrique appliqué :**

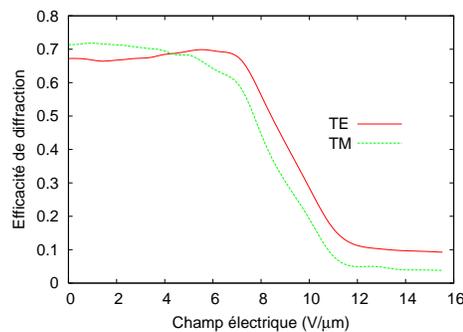


Figure 2.33 — Effet de l'application d'un champ électrique sous incidence de Bragg avec une pré-exposition de 10 s.

Nous pouvons ainsi voir l'effet de la pré-exposition en fonction du champ électrique appliqué sur la dépendance en polarisation de l'hologramme. Par rapport à un réseau qui n'a pas

subi de pré-exposition (figure 2.26.a), nous remarquons que le champ nécessaire pour faire commuter le réseau est supérieur dans le cas de la pré-exposition. Ceci est en général attribué au fait que les gouttelettes de cristal liquide sont plus petites. Une telle interprétation va dans le sens de ce qui a été dit précédemment puisque pour une même concentration de cristal liquide, cela augmente le nombre de gouttelettes dans la structure et par conséquent améliore les effets de moyennage sur l'état de polarisation. De plus, les pertes par diffusion du réseau sont plus faibles ce qui peut expliquer le fait que les efficacités de diffraction soient meilleures avec la pré-exposition.

Nous remarquons un désavantage qui est que le réseau n'est pas effacé correctement (la valeur de l'efficacité est aux alentours de 10%) alors que ce n'est pas du tout le cas sans pré-exposition (valeurs de l'ordre de 1% sur la figure 2.26). Ceci peut être notamment dû au fait que des nano-gouttelettes de cristal liquide restent piégées dans la matrice de polymère dans les zones d'interférences constructives. Les champs appliqués sont insuffisants pour réorienter ces molécules piégées. Il en résulte une différence d'indices entre les strates du réseau.

2.5 Conclusion

Nous avons au cours de ce chapitre étudié deux types de matériaux holographiques permettant de réaliser des hologrammes épais en volume, ceci nous permettant de les faire travailler en régime de Bragg.

Le premier matériau étudié est le photopolymère Omnidex de chez DuPont, disponible commercialement et déjà optimisé pour l'enregistrement d'éléments diffractifs en volume. Les performances du matériau étant reproductibles, nous avons pu étudier la formation de réseaux en transmission du point de vue expérimental et du point de vue mathématique grâce à un modèle de diffusion non-local, qui s'est avéré le plus approprié pour décrire le processus. Le modèle mathématique reste simple mais a permis d'être prédictif quant au comportement du matériau à partir de peu de paramètres. L'influence des divers harmoniques (notamment la caractérisation expérimentale du réseau secondaire) nous ont permis d'affiner le modèle et d'accorder plus de confiance aux résultats fournis par ce dernier. Cette étude nous a permis de prendre en main et de comprendre les principaux phénomènes mis en jeu lors d'un enregistrement holographique dans des photopolymères de façon à mieux aborder l'étude du matériau H-PDLC dont le comportement est plus complexe étant donné la présence du cristal liquide.

Concernant le matériau composite polymère cristal liquide H-PDLC, ces recherches se sont inscrites dans la continuité des travaux de J-L. Kaiser [2]. La composition du mélange original étant définie, nous avons étudié l'optimisation des paramètres d'enregistrement (puissance des faisceaux d'enregistrement, temps d'exposition, concentration de photo-amorceur) pour obtenir des efficacités de diffraction de l'ordre de 60 % dans le proche infrarouge pour une modulation d'indice de l'ordre de 0.025 (obtenues pour des éclaircissements de l'ordre de 30 mW/cm^2). La principale limitation d'un tel matériau réside dans l'épaisseur des cellules. Elle ne peut être augmentée indéfiniment afin d'obtenir de bonnes efficacités de diffraction. Une forte épaisseur limite l'homogénéité de l'hologramme, notamment à cause de l'atténuation et de la diffraction des faisceaux d'enregistrement.

Comme cela est couramment constaté pour les réseaux H-PDLC, de fortes anisotropies dues à des orientations préférentielles des directeurs des gouttelettes de cristal liquide ont été observées. La comparaison des mesures des efficacités de diffraction notamment pour les différentes concentrations de photo-amorceur nous a permis d'émettre des hypothèses quant

à l'origine de cette dépendance. La vitesse de formation semble avoir une influence sur la morphologie des gouttelettes de cristal liquide, elles sont de plus en plus sphériques avec une formation lente de l'hologramme.

Si nous voulons cibler des applications dans le secteur des télécommunications, il est impératif de réduire la dépendance en polarisation. Ceci a pu être réalisé grâce à une pré-exposition du matériau qui a fourni une viscosité supplémentaire avant l'enregistrement. Nous avons ainsi observé des comportements isotropes des hologrammes réalisés avec cette technique. L'effet de moyennage de l'indice de réfraction lié à l'orientation aléatoire du cristal liquide se traduit par l'égalité des indices vus par les différents états de polarisation.

Multiplexage d'hologrammes dans les matériaux composites polymères cristal liquide

3.1 Introduction

Après avoir introduit dans le chapitre 2 le matériau holographique H-PDLC et l'optimisation de l'enregistrement d'un simple réseau en transmission, nous avons entrepris d'étudier la possibilité et l'intérêt du multiplexage, technique qui consiste à inscrire dans le même milieu plusieurs hologrammes (dans notre cas, de simples réseaux de diffraction).

Contrairement aux matériaux holographiques conventionnels tels que la gélatine bichromatée, l'enregistrement de plusieurs hologrammes dans des matériaux auto-développant photopolymérisables demande quelques précautions. Une fois qu'un hologramme est enregistré dans ce type de matériau, les monomères déjà consommés ne sont plus réutilisables et le polymère déjà fixé va perturber la diffusion des monomères restants.

Si nous voulons multiplexer des hologrammes dans le matériau H-PDLC, il est nécessaire de connaître quels paramètres pertinents doivent être contrôlés afin d'obtenir les fonctions escomptées.

C'est pourquoi nous nous proposons d'étudier dans ce chapitre la dynamique de formation de deux réseaux de diffraction en transmission multiplexés de périodes différentes (voir figure 3.1).

L'une des conséquences de cet enregistrement est que le matériau va présenter des concentrations et des tailles de gouttelettes de cristal liquide différentes. Celles associées au réseau de plus courte période seront normalement plus petites et demanderont un champ électrique plus important pour réorienter les molécules de cristal liquide. Le comportement électro-optique global de l'hologramme va ainsi en être modifié par rapport à un réseau seul.

Nous nous intéresserons surtout à l'optimisation des paramètres d'enregistrement qui nous mèneront à l'obtention de deux réseaux de Bragg ayant les efficacités de diffraction dans leurs ordres 1 les plus hautes possibles. Deux techniques de multiplexage seront étudiées : le multiplexage simultané et le multiplexage séquentiel. Les avantages et les inconvénients de ces deux méthodes seront ainsi évalués.

Une première caractérisation des hologrammes ainsi enregistrés nous permettra d'effectuer une estimation des modulations d'indices des deux réseaux grâce à une adaptation à deux dimensions de la théorie rigoureuse des ondes couplées. Nous nous intéresserons ensuite à la réponse de ces hologrammes lorsqu'un champ électrique est appliqué.

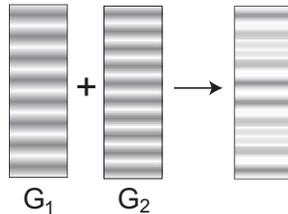


Figure 3.1 — Multiplexage de deux réseaux de Bragg en transmission.

3.2 Multiplexage d'hologrammes dans les matériaux H-PDLC

Les processus mis en jeu lors de la formation d'un hologramme dans les matériaux composites polymère-cristal liquide ont été présentés dans le chapitre 2. Le matériau ayant un comportement similaire à celui des photopolymères classiques, nous pouvons lui appliquer les techniques de multiplexage d'hologrammes utilisées pour ces derniers.

3.2.1 Etat de l'art

De précédents travaux ont déjà reporté l'enregistrement de deux réseaux de diffraction dans les photopolymères, mais dans ces cas, les réseaux sont obliques et avec la même période [72, 73] (les franges sont inclinées de manière symétrique par rapport à la normale à la surface). Dans cette configuration, la cinétique de formation des deux réseaux est supposée être la même. Plusieurs réseaux obliques (une dizaine) avec une optimisation du processus d'enregistrement ont été réalisés en photopolymères avec des efficacités de diffraction similaires pour chacun d'entre eux [74].

Des études concernant l'inscription de réseaux croisés ont également été reportées [75] montrant ainsi la dépendance spatiale des processus de photopolymérisation et de diffusion des monomères. La formation du second réseau est faiblement perturbée par le premier (les monomères diffusant dans des directions orthogonales).

Dans notre cas, les deux réseaux ont des périodes différentes, chacun d'entre eux possède sa propre cinétique de formation et il y aura une forte compétition entre eux pendant l'enregistrement.

Concernant le matériau H-PDLC, plusieurs études de multiplexage ont été réalisées [76–78] beaucoup plus axées sur les composants réfléchissants. Le multiplexage de réseaux en transmission et en réflexion a conduit à la réalisation de structures de types cristaux photoniques [62, 63] (avec des configurations d'enregistrement holographique à 3 ou 4 faisceaux).

3.2.2 Aspects phénoménologiques de l'enregistrement d'hologrammes multiplexés

L'équation de diffusion concernant la concentration en monomères en présence d'une figure d'interférence comprenant deux systèmes de franges parallèles de périodes Λ_1 et Λ_2 est de la forme (selon [44]) :

$$\frac{\partial \phi(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[D(x, t) \frac{\partial \phi(x, t)}{\partial x} \right] - \left\{ F_0^{(1)} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda_1} x \right) \right]^{1/2} + F_0^{(2)} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\Lambda_2} x \right) \right]^{1/2} \right\} \phi(x, t) \quad (3.1)$$

Pour rappel, nous avons :

- $\phi(x, t)$: concentration en monomères
- $D(x, t)$: coefficient de diffusion
- $F_0^{(1)}, F_0^{(2)}$: taux de polymérisation associés aux deux réseaux ($F_0 = \kappa \sqrt{I_0}$, κ étant le coefficient de polymérisation)
- I_0 : éclaircissement associé aux faisceaux d'enregistrement

Une telle équation est assez difficile à résoudre (aux vues de ce qui a été réalisé lors du chapitre 2). La forme des solutions pour la concentration en monomères est un développement en séries de Fourier à deux dimensions prenant compte des contributions des deux périodicités.

A ceci se rajoute la difficulté de connaître précisément les paramètres constitutifs des matériaux. C'est pour cela que nous avons réalisé une étude purement expérimentale de l'enregistrement de tels hologrammes. La phase d'optimisation des paramètres d'enregistrement sera réalisée en étudiant la formation en temps réel de l'hologramme comme cela a été fait précédemment [79] et expliqué dans le chapitre 2.

Les critères que nous allons utiliser pour optimiser les enregistrements sont les suivants :

- Efficacités de diffraction similaires (les deux réseaux se forment à la même vitesse).
- Obtention d'un maximum d'efficacité pour chacun des deux réseaux.

3.3 Modélisation de réseaux de diffraction multiplexés

Nous utilisons une extension de la théorie rigoureuse des ondes couplées pour les réseaux à deux dimensions inspirée des références [15, 80–82]. Les détails de cette méthode ainsi que son implémentation sont présentés dans l'annexe D. Cette méthode permet de calculer les efficacités de diffraction de deux réseaux dont les périodicités peuvent être orientées indépendamment l'une de l'autre et est tout à fait adéquate pour calculer la réponse de deux réseaux en transmission multiplexés (les vecteurs réseaux \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 sont colinéaires).

Le grand désavantage d'une telle méthode est la grande consommation en ressources de calcul. Les matrices manipulées ayant des dimensions $4(2N + 1)^2$ (N étant le nombre d'ordres de diffraction retenu pour le calcul), les opérations matricielles sont assez coûteuses en temps de calcul et en occupation mémoire. Travaillant avec des réseaux holographiques épais ayant peu d'harmoniques dans leur profil, nous pouvons nous permettre d'effectuer les simulations numériques avec peu d'ordres (3 ordres seront considérés pour ce travail) sans altérer la précision des résultats.

3.3.1 Diffraction par un réseau multiplexé

Comme cela est indiqué dans l'annexe D, le vecteur d'onde de l'ordre diffracté est défini par un couple d'entier (m, n) . D'après la condition de Floquet donnant l'expression du vecteur d'onde selon \mathbf{x} , une loi du réseau (similaire aux réseaux 1D) peut être établie :

$$\sin \theta_{mn} = \sin \theta_{inc} + m \frac{\lambda}{\Lambda_1} + n \frac{\lambda}{\Lambda_2} \quad (3.2)$$

La réponse de l'hologramme multiplexé n'est pas la simple superposition des réponses des deux réseaux mais une combinaison des deux (voir figure 3.2).

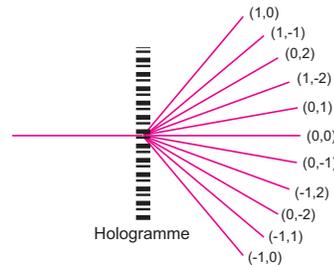


Figure 3.2 — Diffraction par deux réseaux en transmission multiplexés.

3.3.2 Exemples de simulations

Voici quelques résultats de simulation pour illustrer la différence entre deux réseaux multiplexés et deux réseaux simples.

Dans le premier cas (figure 3.3), nous considérons deux réseaux dont les périodes sont rapprochées ($\Lambda_1 = 1.3 \mu m$ and $\Lambda_2 = 2.1 \mu m$) de telle façon que leurs réponses angulaires se recouvrent. L'épaisseur est fixée à $18 \mu m$ (diamètre des espaceurs utilisés pour la réalisation des cellules H-PDLC) et ils ont la même modulation d'indice fixée à $\Delta n = 0.015$.

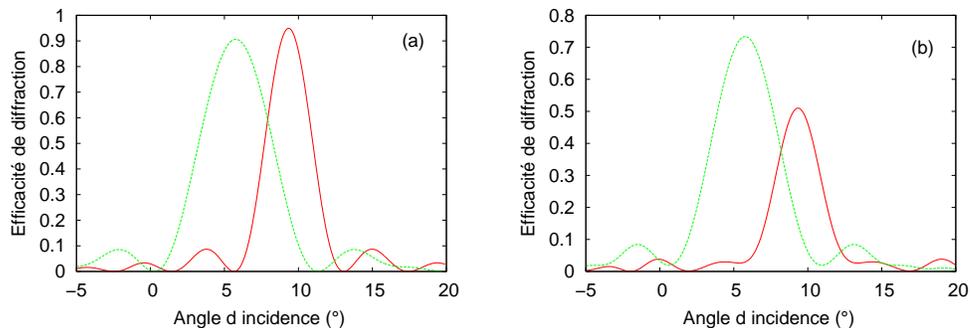


Figure 3.3 — Comparaison des sélectivités angulaires de deux réseaux holographiques en transmission avec des périodes assez proches, séparés (a) et multiplexés (b).

Dans cette configuration, des effets de couplages ont lieu entre les deux réseaux et leurs efficacités de diffraction respectives diminuent.

Dans le second cas où les périodes sont assez éloignées (avec des angles de Bragg assez différents (figure 3.4), les perturbations et effets de couplages entre les réseaux sont négligeables. Les paramètres de simulation sont les mêmes que précédemment excepté la période du premier réseau qui est égale à $0.7 \mu m$.

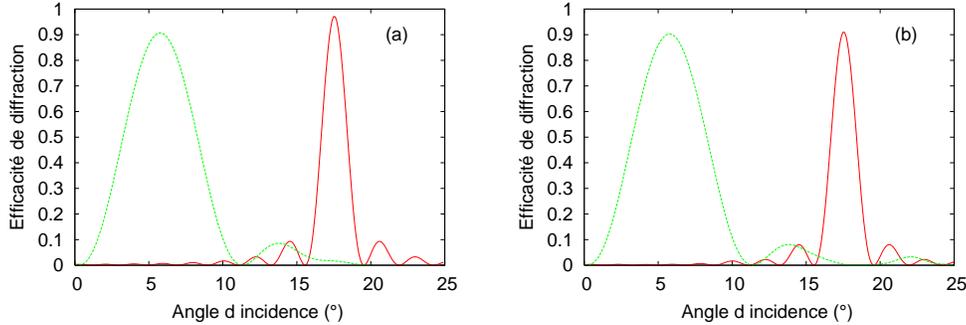


Figure 3.4 — Comparaison des sélectivités angulaires de deux réseaux holographiques en transmission avec des périodes assez éloignées, séparés (a) et multiplexés (b).

3.3.3 Comportement en fonction de la variation de la modulation d'indice

L'intérêt d'utiliser le matériau H-PDLC est d'avoir à notre disposition un hologramme ayant une modulation d'indice commandable électriquement. Les simulations numériques précédentes nous ont permis d'observer des effets de couplage entre les deux réseaux. Par intuition, il semble possible de modifier ce couplage et espérer pouvoir observer une commutation d'un réseau vers l'autre.

La structure que nous considérons est la suivante : $\Lambda_1 = 1.37 \mu m$, $\Lambda_2 = 2 \mu m$, une épaisseur de $20 \mu m$ et un angle d'incidence (valeur donnée dans le matériau) de 7.45° (intermédiaire entre les angles de Bragg des deux réseaux en transmission). L'évolution des ordres +1 des deux réseaux en fonction de la modulation d'indice (associée à la variation du champ électrique appliqué) est représentée sur la figure 3.5.

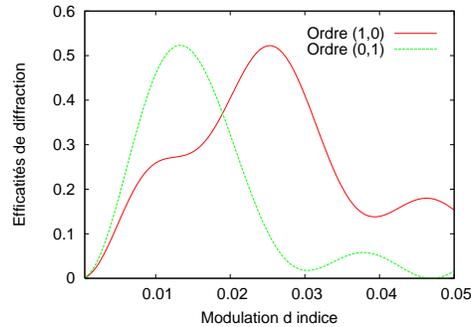


Figure 3.5 — Diffraction par deux réseaux en transmission multiplexés.

Nous pouvons ainsi remarquer que l'énergie de l'onde incidente est transférée d'un réseau vers l'autre, chacun passant par un maximum. La commutation entre les deux réseaux est possible théoriquement.

pouvoir négliger la petite perte de contraste due au fait que les deux polarisations ne sont plus colinéaires.

Cette lame demi-onde est évidemment inutile lors d'un multiplexage séquentiel.

De plus, deux faisceaux provenant d'un laser He-Ne atténué sont utilisés pour illuminer la cellule H-PDLC sous incidence de Bragg afin de visualiser en temps réel la formation de chacun des deux réseaux. Nous allons pouvoir observer les vitesses de formation des deux réseaux.

Le mélange H-PDLC est constitué comme précédemment d'un monomère principal, Ebecryl 1290 (30%), deux conomonomères, Vinyl neononanoate (15%) et Hexafluoropropyl acrylate (15%) qui fait office de surfactant, le cristal liquide, BL036 (30%) et une solution de photo-amorceur (10%) elle même composée d'un colorant Rose Bengal (3%), un coinitiateur N-phenylglycine (7%) et deux diluants réactifs, 1-vinyl-2-pyrrolidinone (45%) et triméthylolpropane tris(3-mercaptopropionate) (45%).

Les processus de fabrication et d'enregistrement sont les mêmes que ceux présentés dans le chapitre 2.

3.5 Multiplexage simultané

3.5.1 Introduction

Dans cette configuration, la diffusion des monomères associés à l'un des deux réseaux sera fortement perturbée par la formation du second. De plus, localement, le contraste des franges d'interférence ne sera pas optimum puisqu'il y aura des zones où l'éclairement aura des maxima et des minima intermédiaires. Si nous enregistrons simultanément deux réseaux dont les périodes sont $\Lambda_1 = 0.73 \mu m$ et $\Lambda_2 = 2.1 \mu m$ (en supposant que les quatre faisceaux utilisés pour l'enregistrement ont la même puissance et que le contraste des franges d'interférence générées par chaque paire de faisceaux est maximal), la figure d'interférence qui va être enregistrée dans le matériau aura l'allure indiquée par la figure 3.7.

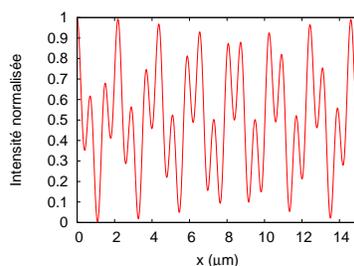


Figure 3.7 — Exemple de figure d'interférence illuminant le matériau dans le cas du multiplexage simultané (correspond au battement entre deux éclaircissements sinusoïdaux de périodes différentes).

Du point de vue microscopique, la formation locale de l'hologramme ne sera pas la même à cause des variations d'éclairement et du contraste des franges. Cela va évidemment affecter la distribution des gouttelettes de cristal liquide.

Pour chacun des deux réseaux, la compétition entre les deux phénomènes participant au processus d'enregistrement (diffusion des monomères et polymérisation) n'est pas la même, ce

qui produit un déséquilibre entre les formations des deux réseaux (l'un va croître plus rapidement que l'autre). Afin d'obtenir des efficacités de diffraction similaires, il devient nécessaire d'ajuster les puissances des faisceaux d'enregistrement afin de limiter la prédominance du réseau se formant le plus rapidement.

3.5.2 Enregistrements séparés des deux réseaux

Afin de savoir comment ajuster les puissances des faisceaux d'enregistrement, nous avons effectué au préalable les enregistrements des deux réseaux séparément. Ceci afin de voir comment chacun des deux hologrammes va se former indépendamment de l'autre. Nous avons représenté sur les figures 3.8a et 3.8b les évolutions temporelles des ordres 1 diffractés de réseaux dont les périodes sont $0.73 \mu m$ et $2.1 \mu m$.

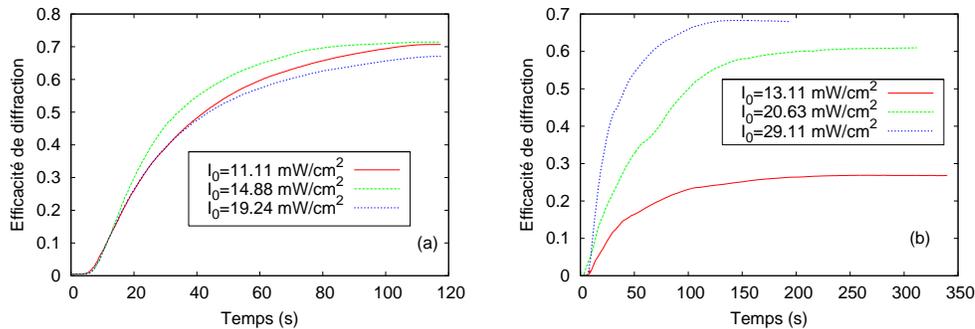


Figure 3.8 — Evolutions temporelles des ordres 1 diffractés avec des valeurs d'éclairement différentes pour des réseaux de périodes $2.1 \mu m$ (a) et $0.73 \mu m$.

Nous pouvons noter que pour des valeurs d'éclairement similaires, le réseau de $2.1 \mu m$ croît plus rapidement que celui de $0.73 \mu m$. Nous devons ainsi ralentir la cinétique de formation de ce réseau en lui attribuant un éclairement plus faible afin que les deux hologrammes se forment à la même vitesse.

3.5.3 Optimisation des paramètres d'enregistrement

Un exemple d'optimisation des paramètres d'enregistrement dans le cadre du multiplexage simultané est illustré sur la figure 3.9. L'éclairement relatif au réseau de $0.73 \mu m$ a été gardé constant à une valeur de 51.5 mW/cm^2 et nous avons fait varier l'éclairement associé au réseau de $2.1 \mu m$.

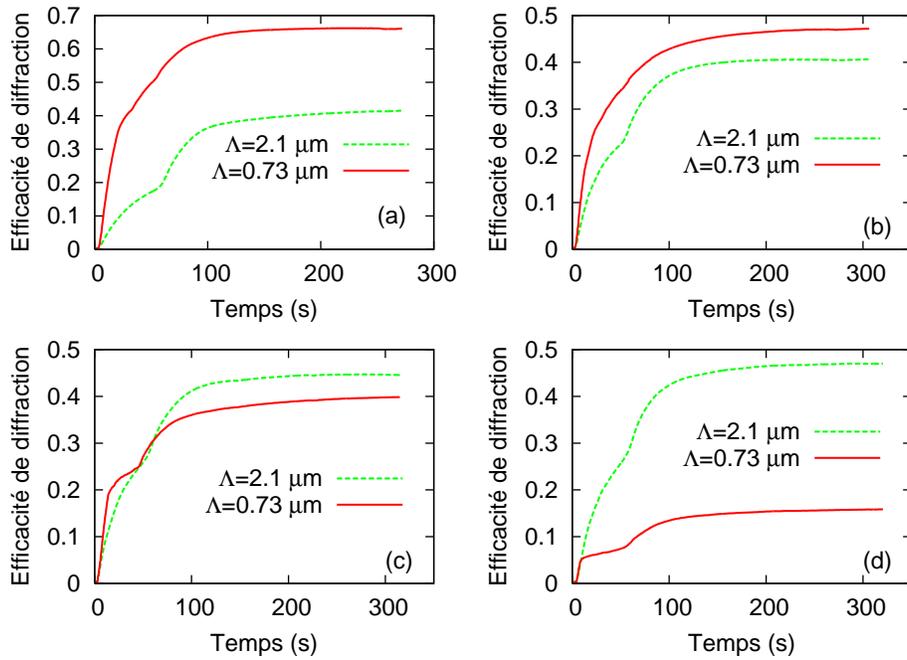


Figure 3.9 — Optimisation des paramètres d'enregistrement pour le cas du multiplexage simultané, le paramètre variable est l'éclairement associé au réseau de $2.1 \mu\text{m}$, $I_0 = 17.1 \text{ mW}/\text{cm}^2$ (a), $I_0 = 24.5 \text{ mW}/\text{cm}^2$ (b), $I_0 = 25.7 \text{ mW}/\text{cm}^2$ (c) et $I_0 = 26.8 \text{ mW}/\text{cm}^2$ (d).

Comme nous pouvons le voir, les éclairements optimaux ont besoin d'être fortement déséquilibrés (environ un rapport 1 :2) si nous voulons que les deux réseaux croissent à la même vitesse et aient des efficacités de diffraction maximales. Le matériau holographique est assez sensible aux variations d'énergies, un réseau peut rapidement prendre le pas sur l'autre, voire même empêcher sa formation.

De plus, un décrochement survient aux alentours de 50 s et ceci pour chaque enregistrement. Comme pour les photopolymères DuPont (voir chapitre 2), cela peut être attribué au fait qu'une espèce de monomères est consommée plus rapidement lors de l'enregistrement.

Sur la 3.10 nous pouvons voir le résultat d'un enregistrement où les deux réseaux sont assez bien équilibrés, les éclairements sont de $16.66 \text{ mW}/\text{cm}^2$ pour le réseau de $2.1 \mu\text{m}$ et de $36.38 \text{ mW}/\text{cm}^2$ pour le réseau de $0.73 \mu\text{m}$.

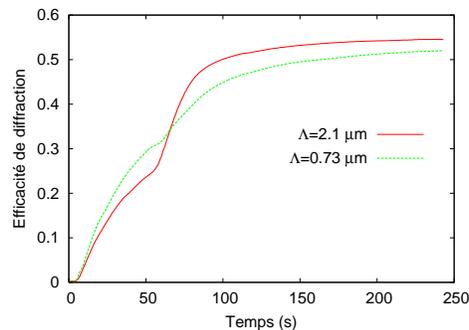


Figure 3.10 — Exemple de réseaux multiplexés équilibrés, ayant la même efficacité de diffraction sous incidence de Bragg.

Pour une même épaisseur de matériau, l'efficacité de diffraction obtenue est limitée par la modulation d'indice maximale Δn_{max} que nous pouvons obtenir avec le matériau. Si nous enregistrons N réseaux, Δn_{max} va être répartie entre ces N réseaux telle que $\sum_{i=1}^N \Delta n_i = \Delta n_{max}$ [72].

Cet hologramme a été caractérisé angulairement avec un laser He-Ne polarisé TE. La théorie rigoureuse des ondes couplées à deux dimensions nous permet d'estimer les valeurs de modulation d'indice associées à chaque réseau en ajustant les paramètres de simulation afin d'ajuster au mieux les résultats expérimentaux. Ceci est illustré sur la figure 3.11.

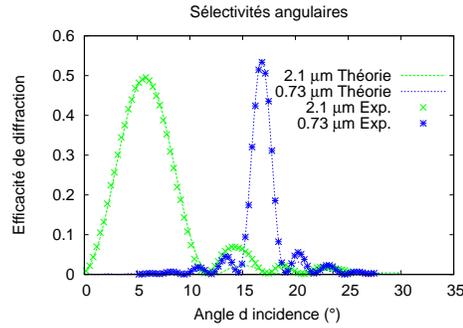


Figure 3.11 — Caractérisation angulaire de deux réseaux multiplexés avec un laser He-Ne
- Comparaison entre les résultats expérimentaux (courbes en pointillés) et les prédictions théoriques (courbes continues).

Nous obtenons les valeurs suivantes pour les modulations d'indice : $\Delta n_{\Lambda=2.1\mu m} = 0.0088$ et $\Delta n_{\Lambda=0.73\mu m} = 0.0091$, ainsi, nous avons un Δn_{max} au moins égal à 0.0179 (des valeurs similaires ont été obtenues précédemment pour des réseaux simples [79]). Ces valeurs ont été obtenues grâce à une théorie destinée à calculer des réseaux de diffraction isotropes. Comme ce n'est pas notre cas, nous allons plutôt parler d'une modulation effective pour la polarisation TE.

3.6 Multiplexage séquentiel

3.6.1 Introduction

Du point de vue de la diffusion des monomères et plus généralement de la formation de l'hologramme, le multiplexage séquentiel fournit un plus grand gradient d'énergie puisque le contraste des franges est maximum pour chacun des deux enregistrements.

D'un autre côté, l'enregistrement du premier réseau va fortement perturber la formation du second. En effet, si le premier est correctement enregistré et fixé dans le matériau, il sera difficile pour les monomères restants de diffuser correctement sous l'action de la seconde figure d'interférences. Contrairement au cas précédent, les puissances des faisceaux d'enregistrement sont fixées à l'avance et c'est le temps d'exposition du premier réseau qui va être le paramètre crucial à déterminer. Il semble assez évident que le réseau de plus longue période (2.1 μm dans notre cas) doit être enregistré en premier afin de faciliter la diffusion des monomères lors du second enregistrement.

3.6.2 Optimisation des paramètres d'enregistrement

Nous avons maintenu les éclairagements des faisceaux d'enregistrement associés aux deux réseaux constants (16.13 mW/cm^2 ($2.1 \mu\text{m}$) et 32 mW/cm^2 ($0.73 \mu\text{m}$)) et nous avons fait varier le temps d'exposition du premier réseau. Nous avons tracé l'évolution temporelle des deux ordres 1 diffractés sur la figure 3.12.

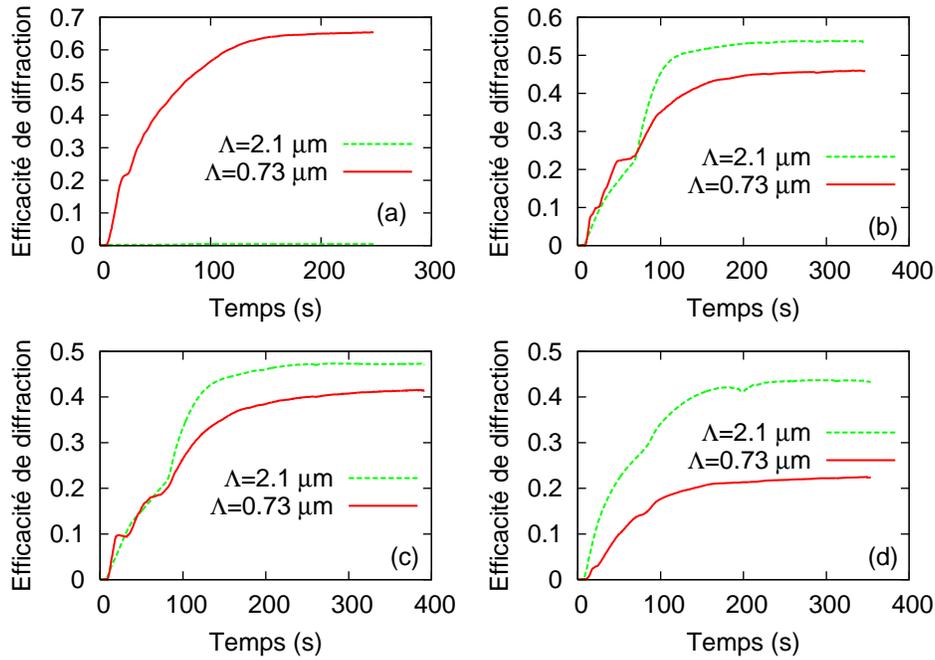


Figure 3.12 — Evolutions temporelles des ordres 1 diffractés pour deux réseaux multiplexés séquentiellement avec différents temps d'exposition pour le premier réseau, 3 s (a), 4.3 s (b), 4.5 s (c) and 5 s (d).

Les quatre différentes figures 3.12a, b, c et d correspondent à un temps d'exposition de 3 s, 4.3 s, 4.5 s et 5 s pour le réseau de $2.1 \mu\text{m}$.

Dans les conditions de notre expérience, nous pouvons remarquer que le temps d'exposition optimal du premier réseau est assez court (autour de 4.3 s / 4.5 s) et qu'il semble être un paramètre très critique. Dans notre cas, 3 secondes ne sont pas suffisantes pour démarrer la formation du réseau (figure 3.12a), un temps d'exposition de 5 secondes est par contre trop long puisque le second réseau n'arrive pas à croître correctement (figure 3.12d). Cet ajustement est assez délicat à réaliser.

3.7 Propriétés électro-optiques

3.7.1 Cas où les réponses angulaires ne se recouvrent pas

Nous avons caractérisé dynamiquement la réponse des hologrammes en mesurant la variation des efficacités de diffraction en fonction du champ électrique appliqué sous incidence de Bragg pour chaque réseau. Afin de simplifier les comparaisons, nous ne représenterons que les efficacités de diffraction normalisées (voir figure 3.13).

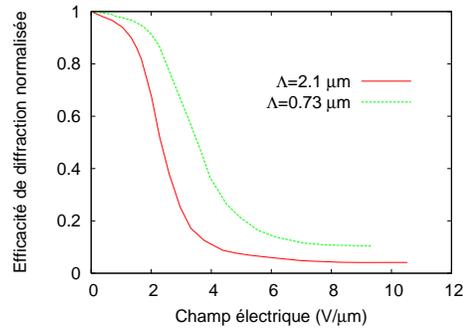


Figure 3.13 — Efficacité de diffraction normalisée pour les ordres 1 des deux réseaux sous incidence de Bragg en fonction du champ électrique appliqué.

Nous pouvons remarquer que le réseau de $2.1 \mu m$ commute (s’efface) avec un champ moindre que le second. Cela est dû au fait que les gouttelettes de cristal liquide mises en jeu pour le réseau de $2.1 \mu m$ sont plus grandes que celles associées au réseau de $0.73 \mu m$. La résistance mécanique à l’alignement sous champ des molécules de cristal liquide est moindre.

Il semble possible de pouvoir effacer un réseau tout en gardant l’autre à une efficacité de diffraction maximale. Un désavantage est que nous avons besoin de deux faisceaux de reconstruction afin d’observer de tels effets (les angles de Bragg ne sont pas les mêmes).

3.7.2 Cas où les réponses angulaires se recouvrent

Nous avons vu dans la section 3.3.2 (figure 3.3b) que, lorsque les réponses angulaires des deux réseaux se recouvrent (périodes assez proches), il y a des couplages d’énergie entre ces deux réseaux. Si nous ne travaillons qu’avec un seul faisceau de lecture, avec une incidence intermédiaire (entre les deux angles de Bragg) là où les courbes d’efficacités se croisent, (voir figure 3.3b), nous pouvons nous attendre à observer une modification du couplage entre les ordres diffractés lors de l’application d’un champ électrique et éventuellement une commutation d’un réseau vers l’autre. Avec une telle configuration, nous ne pouvons pas obtenir des efficacités de diffraction maximales étant donné que nous ne travaillons pas sous incidence de Bragg. Nous avons choisi les périodes suivantes pour les deux réseaux : $\Lambda_1 = 1.3 \mu m$ et $\Lambda_2 = 2.1 \mu m$.

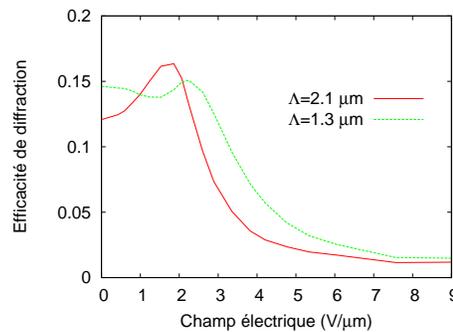


Figure 3.14 — Efficacités de diffraction pour les ordres 1 des deux réseaux en fonction du champ électrique appliqué pour un angle d’incidence intermédiaire entre les deux angles de Bragg.

Sur la figure 3.14 ci-dessus, nous pouvons observer des effets de couplages entre les efficacités

des deux réseaux comme si l'énergie était transférée de l'un vers l'autre. Par contre l'effet observé n'est pas très efficace, la modulation d'indice globale du matériau doit être améliorée. Un élément bien plus positif est la faible valeur des champs électriques nécessaires pour faire commuter les deux réseaux $3 \text{ V}/\mu\text{m}$.

Comme précédemment, au-delà de l'application d'un certain champ électrique, les deux réseaux sont effacés et celui dont la période est la plus courte commute pour de plus fortes tensions.

3.8 Conclusion

Nous avons au cours de ce chapitre étudié le multiplexage de deux réseaux en transmission dans les matériaux composites polymère / cristal liquide. Nous avons comparé les deux techniques classiques que sont le multiplexage simultané et le multiplexage séquentiel. Le but était d'obtenir deux réseaux de Bragg en transmission croissant à la même vitesse par ces deux techniques. Nous avons pu remarquer que chacune d'entre elles nécessite l'optimisation de paramètres spécifiques.

Dans le cas du multiplexage simultané, les paramètres critiques sont les éclaircissements associés à chacun des faisceaux d'enregistrement. Ils doivent être ajustés afin d'obtenir une compétition équilibrée entre la diffusion des monomères et la polymérisation, et ceci pour les deux réseaux.

Pour le multiplexage séquentiel, c'est le temps d'exposition du premier réseau qui est le paramètre critique. Si celui ci est trop grand, la polymérisation associée au premier réseau va empêcher la diffusion des monomères restants pour le second. Les paramètres étant optimisés, des résultats similaires ont été obtenus pour les deux types de multiplexage. Nous pouvons retrouver dans le tableau 3.1 les avantages et les inconvénients de ces deux techniques :

	Avantages	Inconvénients
Multiplexage simultané	- Aucune vibration parasite supplémentaire	- Cohérence des paires de faisceaux d'enregistrement - Ajustement des puissances des différents faisceaux
Multiplexage séquentiel	- Aucun problème de cohérence des faisceaux	- Temps d'exposition critique - Vibrations parasites lors de l'obturation des faisceaux associés au premier réseau

Tableau 3.1 — Avantages et inconvénients des deux types de multiplexage.

Concernant la caractérisation angulaire des hologrammes, nous avons pu remonter à une estimation des modulations d'indices associées aux deux réseaux (pour la polarisation TE) grâce à la théorie rigoureuse des ondes couplées à deux dimensions. La modulation d'indice globale que le matériau peut atteindre est ainsi répartie entre les différents hologrammes qui y sont inscrits. Cet effet ainsi que la complexité de la structure des gouttelettes dans le volume du matériau limite fortement le nombre d'hologrammes que nous pouvons enregistrer dans le matériau.

Du point de vue dynamique, nous avons pu montrer expérimentalement l'existence d'effets de couplage entre les deux réseaux en présence d'un champ électrique comme cela était prévu théoriquement. Un travail sur le matériau permettant d'obtenir de plus grandes modulations d'indices est nécessaire afin d'amplifier cet effet. Avec un couplage assez conséquent entre les deux réseaux, nous pourrions nous attendre à commuter d'un réseau vers l'autre. Une amplification de cet effet de commutation entre les deux réseaux pourrait conduire à des applications intéressantes : sélection de bandes spectrales, commutateurs optiques par exemple.

Le processus d'enregistrement lui-même pourrait être modifié afin d'améliorer les efficacités de diffraction des deux réseaux. Une solution serait de changer la configuration (orientation des franges) de l'un des deux réseaux. Le premier réseau serait toujours en transmission (franges orthogonales aux substrats) alors que le second réseau aurait des franges obliques de façon à ce que les deux réseaux travaillent sous la même incidence de Bragg (au lieu d'une incidence intermédiaire). Les efficacités seraient ainsi plus élevées mais cela compliquerait grandement le montage d'enregistrement notamment à cause des effets de rétreint des polymères. Le rétrécissement de la couche de polymère pendant l'enregistrement modifierait l'orientation des franges. Une étude préalable de cet effet et sa quantification seraient alors nécessaires.

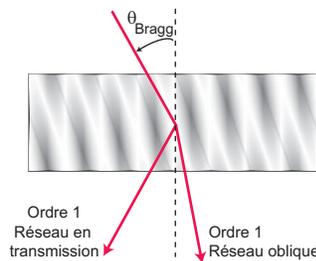


Figure 3.15 — Diffraction de Bragg par une structure 2D comprenant un réseau en transmission ainsi qu'un réseau dont les franges sont obliques.

Etude d'un filtre basé sur une structure à cristaux photoniques 2D

4.1 Introduction

4.1.1 Notions sur les cristaux photoniques

Un cristal photonique est une structure périodique mono, bi ou tridimensionnelle dont la période est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de travail. Par analogie avec la physique du solide, de telles structures peuvent présenter des bandes interdites photoniques : la lumière ne peut s'y propager quels que soient la direction de propagation dans le cristal ou l'état de polarisation de la lumière (on parle alors de bande interdite photonique complète). Le concept en a été introduit par Yablonovitch en 1987 [83] et la première structure à bande interdite complète a été reportée en 1991 [84]. Le concept de miroir de Bragg a été généralisé en s'appuyant notamment sur les acquis de la physique du solide, la permittivité diélectrique périodique étant analogue au potentiel périodique présent dans l'équation de Schrödinger en mécanique quantique.

Ainsi, un réseau en volume en réflexion (miroir de Bragg) peut être interprété comme un cristal photonique à une dimension dont la bande interdite est limitée angulairement.

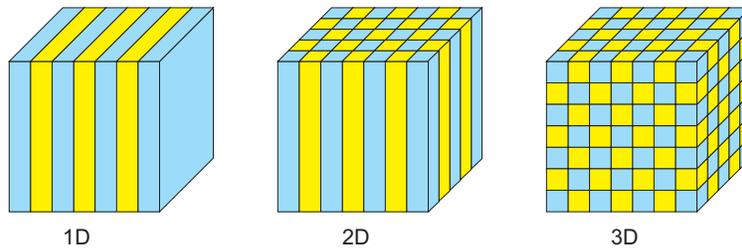


Figure 4.1 — Représentations schématiques de cristaux photoniques 1D, 2D et 3D.

Les nombreuses recherches menées depuis une quinzaine d'années ont permis d'accomplir d'énormes progrès concernant la modélisation, les méthodes de fabrication et de caractérisation des cristaux photoniques. L'utilisation de la bande interdite permet la réalisation de guides voire de circuits photoniques [85]. Aujourd'hui, de telles structures ne sont plus seulement étudiées pour la propriété de bande interdite photonique mais également pour

d'autres effets spectaculaires tels que l'effet superprisme (dispersion géante) [86] ou la réfraction négative [87] qui ont été mis en évidence.

La description présentée ci-dessus est très loin d'être exhaustive, d'autres applications et renseignements concernant les cristaux photoniques peuvent être trouvés dans les ouvrages de référence [88, 89].

4.1.2 Le miroir de Bragg : un cristal photonique à une dimension

Le composant de base qui sera utilisé pour cette étude est un miroir de Bragg (illustré sur la figure 4.2).

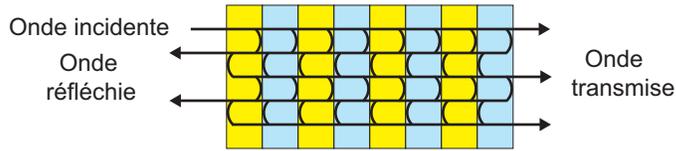


Figure 4.2 — Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg.

Son principe repose sur le phénomène d'interférences multiples, une onde se propageant dans la structure va subir une réflexion sur chaque face. Lorsque l'épaisseur optique de ces couches est de $\lambda/4$, les réflexions sur les différentes couches interfèrent constructivement. Un bon dimensionnement (épaisseur suffisante, différence d'indice entre les deux couches) peut mener à une réflectivité de 100% (correspondant à la bande interdite) sur une plage spectrale conséquente.

En holographie, un réseau en volume en réflexion est un miroir de Bragg. Son indice de réfraction est sinusoïdal et est donné par $n(z) = n_0 + \Delta n \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda}\right)$. La réponse spectrale d'un tel réseau en réflexion est illustrée sur la figure 4.3 ci-dessous. L'épaisseur du réseau est de $20 \mu m$, la période de 208 nm et la modulation d'indice de 0.05.

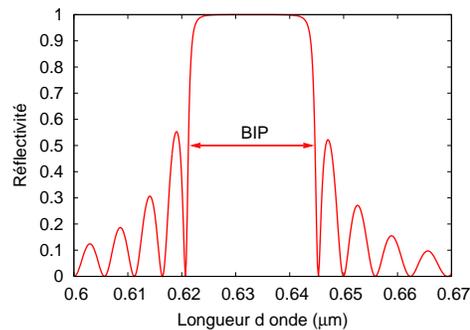


Figure 4.3 — Réponse spectrale d'un réseau holographique en réflexion et illustration de la bande interdite photonique (BIP).

Une telle structure présente une bande interdite d'environ 25 nm. Il est possible de montrer que la largeur relative de la bande interdite est proportionnelle à la modulation d'indice [88], $\Delta\lambda \approx \lambda_0 \Delta n / n_0$ (ce qui donne dans notre cas $\Delta\lambda \approx 21 \text{ nm}$).

Nous remarquons qu'en bord de bande interdite, la réflectivité est nulle et la structure est transparente. Ceci est toujours dû à un phénomène d'interférences constructives pour les

ondes transmises. La distance de propagation de l'onde transmise dans la structure se retrouve ainsi rallongée à cause des multiples aller-retours.

Dans le domaine des cristaux photoniques, ce phénomène est connu sous le nom d'anomalie de vitesse de groupe. Nous pouvons l'illustrer grâce au diagramme de bandes (ou de dispersion) d'un cristal photonique à une dimension (voir figure 4.4). Nous nous sommes restreints à la première zone de Brillouin (maille élémentaire du réseau réciproque).

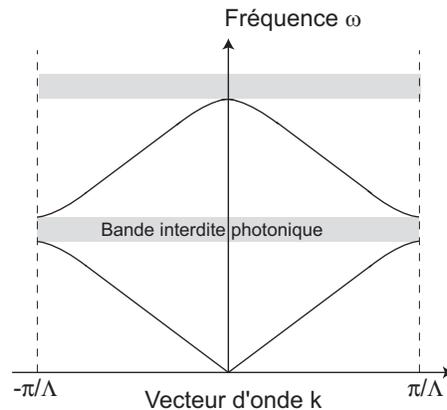


Figure 4.4 — Exemple d'un diagramme de bandes $\omega = f(k)$ d'un cristal photonique à une dimension.

La vitesse de groupe correspond à la vitesse de propagation de l'énergie et est définie par la pente du diagramme de dispersion, $v_g = \partial\omega/\partial k$. En bord de diagramme de bande, la vitesse de groupe est très faible (pente quasi horizontale), ce qui signifie que la longueur effective de propagation dans la structure est considérablement allongée. L'interaction entre l'onde incidente et le milieu de propagation est ainsi accrue. Un tel effet peut servir à amplifier des effets non-linéaires ou alors servir de milieu amplificateur dans un laser [90, 91] si le milieu est actif. Ce principe est comparable à celui utilisé dans les lasers DFB (Distributed Feedback Lasers) où le temps d'interaction des photons avec le milieu amplificateur est allongé grâce à réseau de Bragg inscrit au dessus de la structure.

4.1.3 But de l'étude et contexte

Cette étude a fait l'objet d'une collaboration entre le département TSI de Télécom Paris (équipe du professeur Robert Frey) et le département d'optique de l'ENST Bretagne. La fabrication des composants étant réalisée à Brest et la caractérisation à Paris au moyen d'un laser Titane:Saphir.

Le but de ce travail est de mettre en évidence la propriété spécifique des cristaux photoniques d'allongement de la longueur effective de propagation en bord de bande interdite introduite au paragraphe précédent, dans l'optique de réaliser un filtre en longueur d'onde. Dans le cadre de cette étude, c'est la diffraction par un réseau inscrit perpendiculairement à un miroir de Bragg qui va profiter de cet effet d'accroissement de la longueur de propagation.

La structure que nous allons étudier est constituée de deux réseaux de diffraction, l'un en réflexion faisant office de miroir de Bragg et l'autre en transmission dont la réponse va être

amplifiée en bord de bande interdite. Nous disposons donc d'un cristal photonique à deux dimensions.

Nous allons la réaliser de manière holographique (technique couramment utilisée pour la fabrication de cristaux photoniques parfaitement périodiques [92–94]). Comme dans le chapitre 3, il s'agit d'un multiplexage de deux réseaux de diffraction. La structure sera enregistrée dans le photopolymère DuPont présenté au chapitre 2, ce matériau nous permettant d'obtenir des modulations d'indices nécessaires à la réalisation du miroir de Bragg. Nous nous intéresserons notamment à la modélisation ainsi qu'à la manière d'enregistrer la structure.

4.2 Principe de fonctionnement du composant

La structure que nous allons modéliser et réaliser est illustrée sur la figure 4.5.

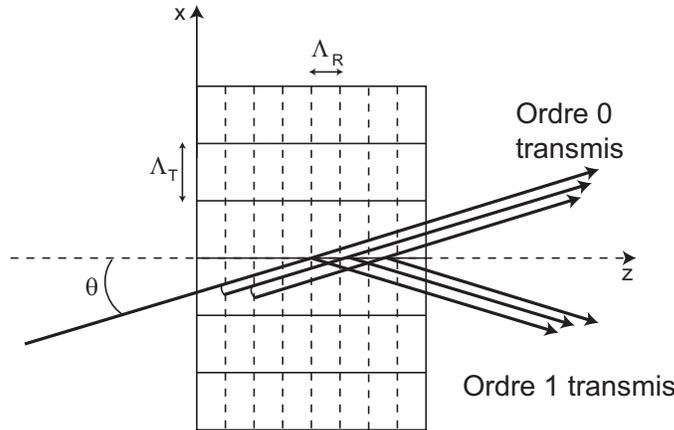


Figure 4.5 — Principe de fonctionnement du composant à base de cristaux photoniques 2D.

Comme indiqué précédemment, elle est constituée d'un réseau en réflexion associé à un réseau en transmission dont les périodes respectives sont Λ_R et Λ_T .

Les paramètres de l'onde incidente (longueur d'onde, angle d'incidence) sont choisis de telle façon que nous nous situons en limite de bande interdite du réseau en réflexion là où la structure est transparente. Nous avons indiqué précédemment qu'il était ainsi possible d'amplifier les interactions entre l'onde incidente et la structure : c'est la diffraction par le réseau en transmission qui va profiter de cet accroissement dans notre cas (l'ordre 1 transmis diffracté va subir les réflexions multiples). La période du réseau en transmission étant choisie de façon à ce que nous soyons en incidence de Bragg pour ce réseau, nous pouvons alors nous attendre à une exaltation de la diffraction par le réseau en transmission.

Les périodes des deux réseaux sont à déterminer en fonction des paramètres de l'onde incidente : la période ainsi que la modulation d'indice du miroir de Bragg détermineront la position du bord de la bande interdite et la période du réseau en transmission est ajustée de façon à obtenir la condition de Bragg pour ce dernier.

Concernant la modulation du réseau en réflexion, celle-ci doit être suffisamment importante afin d'obtenir une réflectivité proche de 100% pour la bande interdite et ainsi favoriser les réflexions multiples .

Quant au réseau en transmission, sa période sera choisie de façon à ce qu'il travaille en régime de réseau mince (paramètre de Klein Q proche de 1¹.) de façon à mettre en évidence l'effet d'amplification. La longueur de propagation étant allongée, l'ordre diffracté va avoir un paramètre de Klein effectif qui va croître et nous allons alors nous rapprocher du régime de Bragg. La modulation d'indice du réseau en transmission sera choisie assez faible (de l'ordre de 0.0001) afin de mieux visualiser l'effet escompté.

4.3 Calcul de la structure

Après les premiers travaux publiés dans le domaine des cristaux photoniques, la nécessité de prévoir avec précision le comportement de telles structures s'est imposée. Il faut passer par la résolution numérique des équations de Maxwell dans la structure. Dans le cas des structures considérées infinies, la méthode la plus générale est la méthode des ondes planes (dont le principe peut être trouvé dans [88]).

Dans notre cas, la structure étudiée étant parfaitement périodique (sans défauts), le cristal photonique n'est rien d'autre qu'un réseau de diffraction pouvant avoir plusieurs dimensions. La théorie différentielle ou la théorie rigoureuse des ondes couplées implémentées dans le cadre de ce travail peuvent alors être utilisées pour calculer la réponse électromagnétique de notre structure.

4.3.1 Principe de la méthode

La structure 2D enregistrée de manière holographique est schématisée sur la figure 4.6.

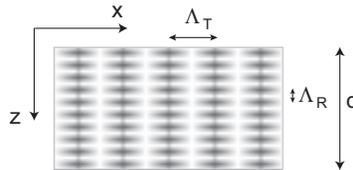


Figure 4.6 — Structure holographique 2D.

Λ_T et Λ_R correspondent respectivement aux périodes des réseaux en transmission et en réflexion, d est l'épaisseur de la structure.

Le profil d'indice est donné par la fonction suivante :

$$n(x, z) = n_0 + \Delta n_T \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda_T}\right) + \Delta n_R \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda_R}\right) \quad (4.1)$$

n_0 est l'indice moyen du matériau, Δn_T et Δn_R sont les modulations d'indices correspondant aux deux réseaux en transmission et en réflexion.

Nous allons montrer que cette structure 2D peut être calculée en utilisant les théories relatives aux réseaux de diffraction 1D. Il suffit pour cela de donner une autre interprétation à la

¹Pour rappel, $Q = \frac{2\pi\lambda d}{n_0\Lambda^2}$

fonction du profil d'indice du réseau en réécrivant la relation 4.1 sous la forme :

$$n(x, z) = \underbrace{n_0 + \Delta n_R \cos\left(\frac{2\pi z}{\Lambda_R}\right)}_{\text{Indice moyen}} + \underbrace{\Delta n_T \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda_T}\right)}_{\text{Terme de périodicité}} \quad (4.2)$$

Ainsi, le réseau en réflexion peut être interprété comme une modulation de l'indice moyen d'un réseau en volume en transmission classique. Au lieu de développer une version 2D des théories existantes, nous pouvons soit utiliser la méthode différentielle, soit la théorie rigoureuse des ondes couplées pour effectuer le calcul.

Le profil d'indice de la structure est dépendant de la coordonnée verticale (comme cela est le cas pour un réseau en relief), la méthode différentielle peut alors être utilisée. Les coefficients de Fourier de la structure ne sont plus constants et sont recalculés à chaque étape de l'intégration numérique. C'est cette méthode que nous allons retenir pour la modélisation puisqu'elle nécessite très peu de modifications des programmes informatiques réalisés (il faut seulement insérer la fonction profil du réseau).²

4.3.2 Simulations et dimensionnement

Il est possible de montrer que la position du bord de la bande interdite (premier minimum du coefficient de réflexion du miroir de Bragg) est donnée par la formule suivante [95, 96] :

$$\lambda_0 = \lambda_B \frac{K_R^2/4 - \alpha^2}{K_R^2/4 - \sqrt{K_R^2/4 (\alpha^2 + \pi^2/d^2) - \alpha^2 \pi^2/d^2}} \quad (4.3)$$

avec $K_R = 2\pi/\Lambda_R$ et $\alpha = \frac{\pi \Delta n_R}{\lambda_B \cos \theta}$. λ_B est la longueur d'onde pour laquelle le miroir de Bragg est optimisé en incidence normale ($\lambda_B = 2n\Lambda_R$), θ est l'angle d'incidence de l'onde de lecture donné dans le milieu d'indice n .

Ainsi, pour $\lambda_B = 741.3 \text{ nm}^3$ ($\Lambda_R = 243.8 \text{ nm}$ pour $n = 1.52$), un angle d'incidence de 3.45° (dans le matériau) et une épaisseur de la structure de $20 \mu\text{m}$ (épaisseur de la couche de photopolymère), nous pouvons dimensionner la structure 2D à l'aide de la formule 4.3. Un exemple est indiqué dans le tableau 4.1.

Δn_R	λ_0 (nm)	Λ_T (μm)
0.04	754.74	4.124
0.045	755.66	4.129
0.05	756.63	4.135
0.055	757.63	4.140
0.06	758.66	4.146

Tableau 4.1 — Dimensionnement de la structure pour diverses modulations d'indices du miroir de Bragg.

²Il est également possible d'utiliser la méthode RCW mais dans ce cas, il est nécessaire de découper toute la structure en fines couches où les coefficients de Fourier mis en jeu peuvent être considérés comme constants et ainsi permettre l'intégration des équations de propagation par diagonalisation de la matrice caractéristique. L'algorithme de la matrice S étant utilisé pour effectuer la propagation entre chaque fine couche de la structure.

³Longueur d'onde choisie en raison du laser Titane:Saphir utilisé pour la caractérisation des échantillons.

Les paramètres ainsi calculés peuvent être utilisés pour effectuer les simulations numériques. La figure 4.7 illustre l'effet d'exaltation de la diffraction que l'on désire mettre en évidence, l'ordre 1 en transmission pour un réseau en transmission seul ainsi que pour la structure 2D y sont représentés. Nous pouvons remarquer l'accroissement de la sélectivité spectrale, nous disposons bien d'un filtre bande étroite.

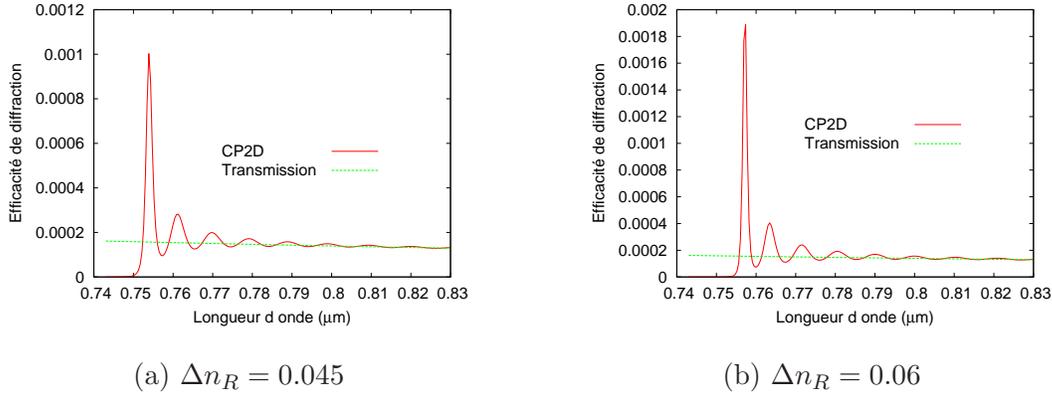


Figure 4.7 — Illustration de l'amplification de la lumière diffractée par la structure 2D.

L'influence de la modulation d'indice du réseau en réflexion est également montrée : plus elle est importante, plus les réflexions multiples dans la structure amplifient la diffraction du réseau en transmission. L'efficacité de diffraction est multipliée par un facteur 6 pour $\Delta n = 0.045$ et par un facteur 12 pour $\Delta n = 0.06$. La possible utilisation d'un miroir de Bragg réalisé par dépôt de couches semi-conductrices (permettant d'obtenir des Δn entre deux couches successives supérieurs à 0.2) suggère un phénomène beaucoup plus efficace que celui illustré ici.

La structure peut également travailler en réflexion, si l'un des substrats est remplacé par un miroir (un miroir métallique en or pour notre exemple).

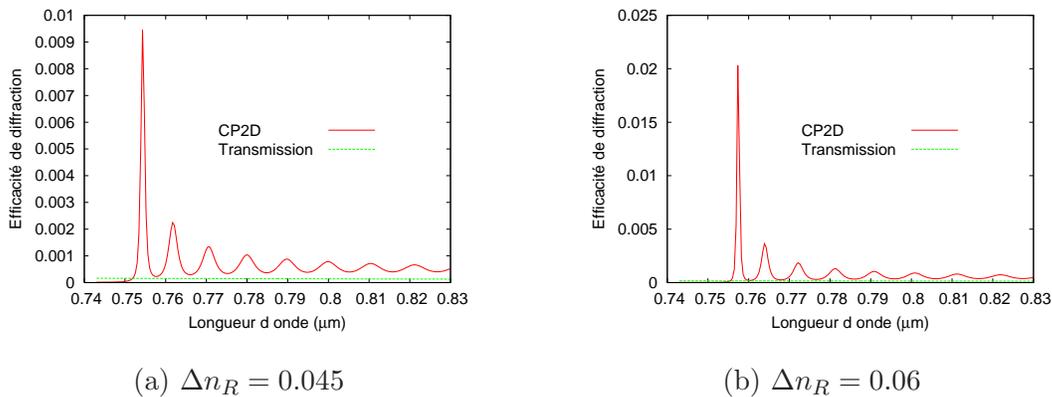


Figure 4.8 — Illustration de l'amplification de la lumière diffractée par la structure 2D avec la présence d'un miroir en or.

Nous observons alors un plus grand accroissement de l'effet désiré avec des facteurs d'amplification respectivement de 60 et de 130.

Afin d'observer l'amplification de la diffraction de Bragg par la structure 2D, il est nécessaire de disposer d'une source accordable pour effectuer les caractérisations (cela permet d'ajuster au mieux la longueur d'onde de résonance du filtre).

Comme cela l'a été mentionné, la source utilisée est un laser Titane:Saphir présent au laboratoire d'optique du département TSI de Télécom Paris. Les périodes des réseaux en réflexion et en transmission sont à choisir dans la bande spectrale de ce laser qui est d'environ 730 nm - 850 nm. Les périodes que nous allons enregistrer sont $\Lambda_R = 250 \text{ nm}$ et $\Lambda_T = 4.1 \mu\text{m}$ (ce qui correspond à $Q \simeq 3.6$). La modulation d'indice du réseau en réflexion devant être la plus haute possible (> 0.04) afin d'avoir un effet d'amplification optimal et la modulation d'indice du réseau en transmission devant être assez faible (de l'ordre de 0.0001) afin de bien mettre en évidence le phénomène.

Le paragraphe suivant va décrire le choix du meilleur montage d'enregistrement permettant d'enregistrer simultanément les deux structures.

4.4 Réalisation de la structure 2D

4.4.1 Configuration du montage d'enregistrement

Les périodes des deux réseaux étant choisies, il faut à présent déterminer la configuration d'enregistrement de la structure holographique.

Il a été choisi d'utiliser deux paires de faisceaux mutuellement incohérentes, chacune étant destinée à l'enregistrement d'un des deux réseaux, quatre faisceaux participent ainsi à l'enregistrement.

Les différents schémas d'enregistrement qui ont été étudiés sont indiqués dans la section ci-dessous.

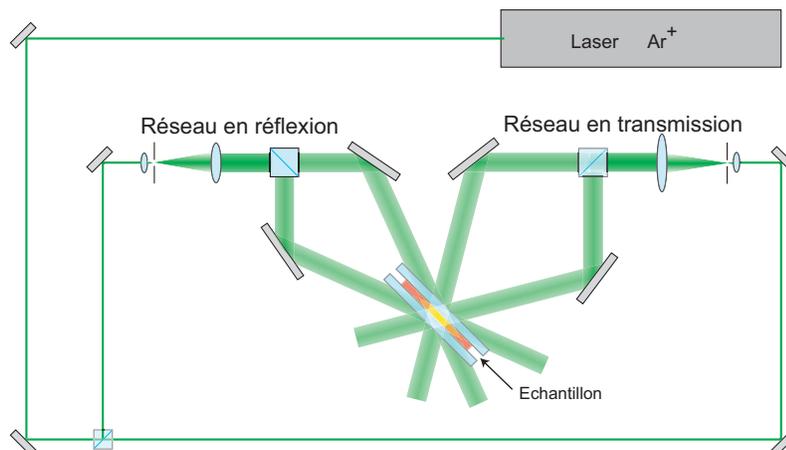


Figure 4.9 — Schéma du montage d'enregistrement pour la structure 2D.

Le trajet supplémentaire parcouru par le faisceau associé au montage du réseau en transmission permet de s'affranchir des problèmes de cohérence entre les deux paires de faisceaux.

4.4.1.1 Enregistrements possibles

Les périodes des deux réseaux que nous désirons inscrire dans le photopolymère ont été fixées précédemment, une étude préalable de la configuration des faisceaux d'enregistrement est à réaliser de façon à s'assurer que la structure est réalisable.

1. Enregistrement classique.

Les quatre faisceaux viennent interférer directement sur le matériau. Nous rappelons ci-dessous l'expression des périodes des réseaux en fonction de l'angle entre les faisceaux (se reporter au chapitre 2, paragraphe 2.2.2 pour plus de détails).

Enregistrement du réseau en réflexion

Nous avons :

$$\Lambda_R = \frac{\lambda}{2n \cos [\arcsin (\sin \alpha/n)]} \quad (4.4)$$

Enregistrement du réseau en transmission

Nous avons :

$$\Lambda_T = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad (4.5)$$

Dans une telle configuration, les périodes extrêmes que nous pouvons enregistrer dans le matériau sont :

$$0.168 \mu m < \Lambda_R < 0.222 \mu m \quad (4.6)$$

$$0.257 \mu m < \Lambda_T < +\infty \quad (4.7)$$

Ces limitations sont dues aux valeurs des angles d'incidences des faisceaux d'enregistrement imposées par la réfraction.

La structure que nous désirons enregistrer ($\Lambda_R = 250 \text{ nm}$ et $\Lambda_T = 4.1 \mu m$) n'est pas réalisable classiquement. Il nous faut étudier d'autres configurations notamment en utilisant des prismes pour coupler les faisceaux d'enregistrement.

2. Enregistrement utilisant deux prismes à angle droit avec des angles de 45° .

L'indice de réfraction du prisme utilisé est noté n_p , le contact optique entre le prisme et l'échantillon est assuré par du liquide d'indice.

Enregistrement du réseau en réflexion

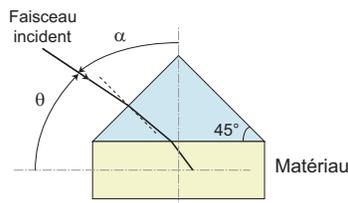


Figure 4.10 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence de deux prismes à 45° .

Le prisme inférieur est omis sur le schéma puisque la structure d'enregistrement est symétrique (il en sera de même pour tous les schémas ultérieurs). Si l'on note n_p l'indice du prisme, la période du réseau enregistré en fonction de l'angle θ avec cette configuration est donnée par :

$$\Lambda_R = \frac{\lambda}{2n \cos \left[\arcsin \left(\frac{n_p}{n} \sin \beta \right) \right]} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\pi}{4} + \arcsin [\sin(\pi/4 - \theta)/n_p] \quad (4.8)$$

Enregistrement du réseau en transmission

Dans ce cas, un seul prisme est utilisé pour l'enregistrement.

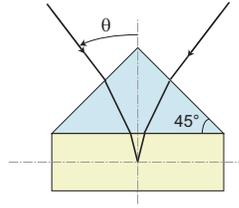


Figure 4.11 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme à 45°.

Dans ce cas, la période du réseau enregistré est donnée par :

$$\Lambda_T = \frac{\lambda}{2n_p \sin \left[\pi/4 - \arcsin \left(\frac{\sin(\pi/4 - \theta)}{n_p} \right) \right]} \quad (4.9)$$

3. Enregistrement utilisant deux prismes à angle droit avec des angles de 30° et 60°.

Enregistrement du réseau en réflexion

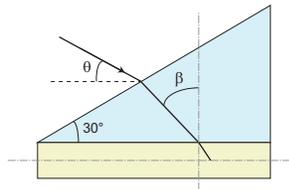


Figure 4.12 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence d'un prisme 60° / 30°.

La période du réseau en réflexion enregistré est donnée par :

$$\Lambda_R = \frac{\lambda}{2n \cos \left[\arcsin \left(\frac{n_p}{n} \sin \beta \right) \right]} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\pi}{6} + \arcsin [\sin(\pi/3 - \theta)/n_p] \quad (4.10)$$

Enregistrement du réseau en transmission

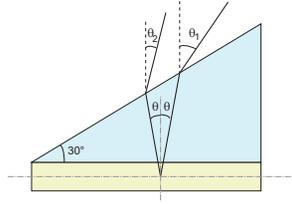


Figure 4.13 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme $60^\circ / 30^\circ$.

Nous pouvons montrer que :

$$\theta_1 = \arcsin \left[n_p \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \right] - \frac{\pi}{6} \quad (4.11)$$

$$\theta_2 = \arcsin \left[n_p \sin \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) \right] - \frac{\pi}{6} \quad (4.12)$$

avec $\theta = \arcsin (\lambda / 2n_p \Lambda_T)$.

4. Enregistrement utilisant deux prismes semi-circulaires.

Dans ce cas, l'angle d'incidence dans le prisme est égal à l'angle d'incidence dans l'air.

Enregistrement du réseau en réflexion

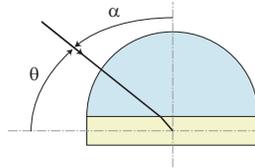


Figure 4.14 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence de prismes semi-circulaires.

Dans ce cas, la période du réseau enregistré est égale à :

$$\Lambda_R = \frac{\lambda}{2n \cos \left[\arcsin \left(\frac{n_p}{n} \sin \alpha \right) \right]} \simeq \frac{\lambda}{2n \cos \alpha} \text{ si } n_p \simeq n \quad (4.13)$$

Enregistrement du réseau en transmission

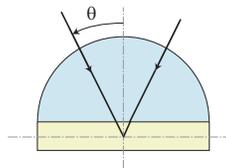


Figure 4.15 — Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme semi-circulaire.

Dans ce cas, la période du réseau enregistré est égale à $\Lambda_T = \frac{\lambda}{2n_p \sin \theta}$.

4.4.1.2 Comparaison des quatre solutions

L'indice du matériau holographique est pris égal à 1.53 et les prismes sont constitués en BK7 ($n \simeq 1.52$ à $\lambda = 514.5$ nm). En utilisant les formules déterminées précédemment pour chaque type de prisme. Les valeurs limites des périodes des réseaux sont calculées pour des angles d'incidence compris entre 0° et 90° .

Configuration	Λ_R min (μm)	Λ_R max (μm)	Λ_T min (μm)	Λ_T max (μm)
Classique	0.168	0.222	0.257	∞
Prismes à 45°	0.176	0.531	0.177	0.569
Prismes semi-circulaires	0.169	1.473	0.495	∞
Prismes $30^\circ / 60^\circ$	0.171	0.382	0.876	∞

Tableau 4.2 — Valeurs minimum et maximum pouvant être obtenues.

Les valeurs limites indiquées dans le tableau ci-dessus nous permettent ainsi de choisir la configuration optimale pour réaliser l'enregistrement de la structure 2D. La solution la plus attrayante semble être celle des prismes semi-circulaires mais leur coût nous a incité à employer des prismes $30^\circ / 60^\circ$ malgré les difficultés de réglages du montage d'enregistrement (dues à l'asymétrie des prismes).

Nous pouvons voir sur la figure 4.16 une photographie du montage final.



Figure 4.16 — Photographie du montage d'enregistrement.

La configuration des faisceaux d'enregistrement autour des prismes est indiquée sur la figure 4.17.

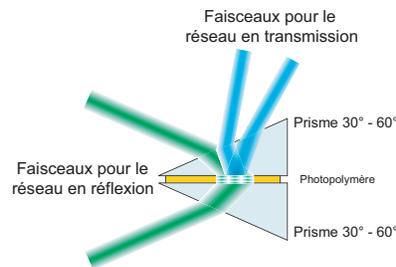


Figure 4.17 — Configuration des faisceaux d'enregistrement avec les prismes 30°/60°.

4.5 Etude expérimentale du miroir holographique seul

Pour mettre en évidence l'effet d'exaltation de la diffraction par la structure 2D, nous avons besoin de réaliser un miroir de Bragg présentant une bande interdite efficace.

Nous pouvons voir la variation théorique de la réflectivité pour un miroir holographique de période 250 nm en fonction de la modulation d'indice sur la figure 4.18. Pour une épaisseur de matériau de 20 μm (qui est celle du photopolymère), une modulation d'indice égale à 0.04 est nécessaire pour obtenir un maximum de réflectivité.

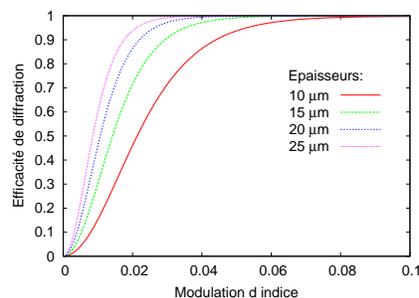


Figure 4.18 — Variation de la réflectivité pour un réseau en réflexion de période 250 nm et pour différentes épaisseurs de matériau.

La période du réseau est donnée par $\Lambda = \lambda_{\text{centrale}}/2n_m$.

Un exemple de caractérisation spectrale pour un miroir holographique optimisé pour le laser He-Ne est montré sur la figure 4.20. Cette mesure est effectuée à l'aide d'un spectromètre comprenant un monochromateur Jobin-Yvon HR640 avec une source blanche en entrée (voir figure 4.19).

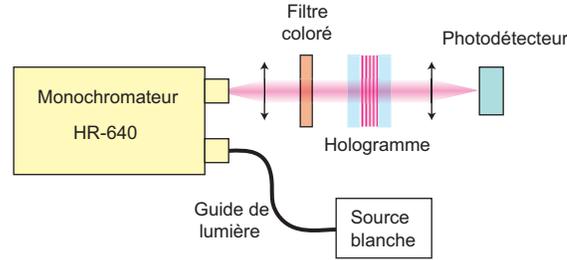


Figure 4.19 — Montage de caractérisation spectrale.

Le spectre de transmission de l'hologramme est mesuré en incidence normale et corrigé avec le spectre mesuré de la source blanche à travers le montage de caractérisation. Les différents appareils (monochromateur et photodétecteur) sont pilotés par ordinateur via le logiciel LabviewTM afin d'avoir un montage entièrement automatisé. Le filtre coloré nous permet d'éviter le recouvrement entre l'ordre 1 et l'ordre 2 du réseau de diffraction du monochromateur.

La configuration utilisant les prismes à 45° pour effectuer l'enregistrement a été utilisée. La préparation des échantillons est la même que celle décrite dans le chapitre 2. Nous pouvons noter que pour un réseau en réflexion, le traitement thermique est primordial puisqu'il permet d'augmenter considérablement la modulation d'indice.

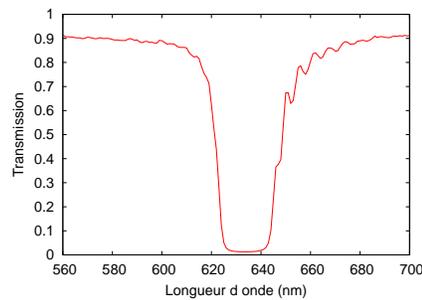


Figure 4.20 — Mesure spectrale du coefficient de transmission d'un miroir holographique centré sur la longueur d'onde du laser He-Ne.

Le miroir réalisé n'est pas homogène, la réponse spectrale est dissymétrique. Cela peut être attribué au fait que la modulation d'indice n'est pas constante sur l'épaisseur du matériau. Les faisceaux d'enregistrement sont atténués lors du passage dans le photopolymère. Le rétreint du photopolymère peut également être non uniforme ce qui peut induire une variation de la période sur l'épaisseur du réseau. De plus le faisceau de lecture émergent du monochromateur possède une certaine surface (afin d'avoir un niveau de puissance minimal pour s'affranchir des bruits de mesure), cela a pour effet de moyennner la réponse de l'hologramme sur la surface de mesure.

Par contre, nous avons un maximum de réflectivité (presque 100%) sur une plage spectrale de 15 nm, ce qui devrait être suffisant pour observer l'exaltation de la diffraction du second réseau.

4.6 Résultats pour la structure 2D

Comme indiqué précédemment, les caractérisations ont été effectuées par le département TSI de Télécom Paris à l'aide d'un laser Titane:Saphir. Les résultats de caractérisation pour un réseau en réflexion ainsi qu'une structure 2D sont montrés sur les figures 4.21 et 4.22.

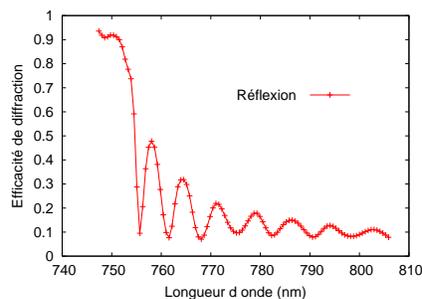


Figure 4.21 — Mesure de l'ordre zéro en réflexion.

L'angle d'incidence est de 5.25° dans l'air et la longueur d'onde en bord de bande interdite pour laquelle la structure est transparente est égale à 755.7 nm. Le spot du faisceau de lecture étant beaucoup plus petit, les lobes latéraux du miroir de Bragg sont bien visibles par rapport à la mesure effectuée avec le monochromateur.

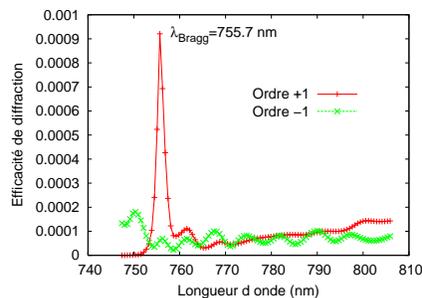


Figure 4.22 — Ordres ± 1 en transmission sous incidence de Bragg pour le réseau en transmission.

Ces résultats illustrent bien le phénomène d'exaltation de la diffraction de Bragg par la structure 2D. La courbe mesurée est assez similaire aux courbes théoriques (voir figure 4.7) pour une modulation d'indice du réseau en réflexion égale à 0.045. L'efficacité de diffraction mesurée est de 0.093%. La largeur du pic de résonance à mi-hauteur est d'environ 2.3 nm ce qui confère l'appellation bande étroite au filtre. La mesure de l'ordre -1 permet de dire que le réseau en transmission est passé d'un régime de réseau mince à un régime de Bragg.

4.7 Conclusion et perspectives

Nous avons pu mettre en évidence expérimentalement le phénomène d'amplification de la diffraction de Bragg par une structure holographique 2D. Les travaux de modélisation, d'étude des matériaux et de multiplexage d'hologrammes, présentés lors des trois premiers chapitres nous ont permis d'optimiser l'enregistrement de la structure.

Le photopolymère DuPont a été notamment retenu pour ses performances lors de l'enregistrement de réseaux en réflexion et malgré cela, les efficacités de diffraction mesurées sont de l'ordre de 0.1%. Cela signifie qu'il faudrait un réflecteur de Bragg ayant un plus fort contraste (de type miroir en semi-conducteurs) si nous voulons observer un effet de filtrage vraiment efficace. Les résultats de simulations en utilisant un miroir en face arrière du composant prévoient une plus grande amplification de la diffraction.

Le fonctionnement d'une telle structure est fortement dépendant de l'homogénéité du miroir de Bragg. Celle-ci dépend notamment de l'uniformité des faisceaux d'enregistrement et de l'atténuation de ces derniers dans le matériau lors de l'inscription.

Il aurait pu être intéressant de voir ce qu'il serait advenu si la structure avait été enregistrée dans le matériau H-PDLC. Nous avons rappelé au début de ce chapitre que la largeur de la bande interdite (associée directement à la position de la longueur d'onde du filtre) dépendait directement de la modulation d'indice du miroir du Bragg.

Avec un réseau en réflexion H-PDLC, nous aurions pu faire varier la position du bord de bande interdite par application d'un champ électrique et ainsi obtenir un filtre accordable. Ceci n'a pas pu être réalisé notamment parce que la modulation d'indice maximale que nous avons pu atteindre avec le matériau dont nous disposons est de l'ordre de 0.025 ce qui est trop faible pour obtenir un effet efficace.

Un exemple de courbe de transmission spectrale d'un réseau H-PDLC est illustré sur la figure 4.23 (l'éclairement utilisé pour l'enregistrement étant de 220 mW/cm^2).

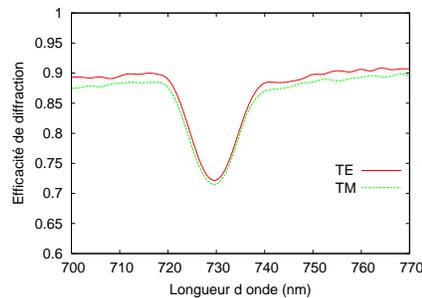


Figure 4.23 — Coefficient de transmission pour un réseau en réflexion H-PDLC.

Des réflectivités supérieures 60 % ont été publiées (voir [97] par exemple) mais en utilisant un mélange H-PDLC initial différent. Un travail fondamental sur le matériau serait à effectuer dans une perspective de son utilisation avec la structure 2D étudiée dans ce chapitre.

Etude d'un filtre accordable à base de résonance de plasmon de surface

5.1 Introduction

5.1.1 Historique et description des anomalies de diffraction

C'est en 1902 [6] que R.W. Wood met en évidence les "anomalies" présentées par les réseaux de diffraction. Il remarqua qu'une très faible variation de longueur d'onde pouvait faire varier brusquement l'intensité diffractée par un réseau. Sans explication théorique, il nomma alors les effets observés sous le terme d'anomalies de diffraction (variation brutale des efficacités de diffraction avec un faible changement des paramètres de l'onde incidente). Ce phénomène étant dépendant de l'état de polarisation de l'onde incidente, il a fallu développer les premières théories vectorielles de la diffraction. La première explication permettant de localiser ces anomalies a été fournie par Lord Rayleigh [5] en 1907 notamment lorsque les ordres diffractés sont rasants par rapport à la surface du réseau (ils passent de l'état d'onde propagative à celui d'onde évanescente). Cette théorie ne pouvait pas prédire la forme ou la largeur spectrale de ces anomalies.

L'idée que ces anomalies pouvaient être provoquées par l'excitation d'ondes de surfaces a été avancée par Fano en 1938 [98]. Cette piste a été développée et généralisée par Hessel et Oliner en 1965 [99] qui interprètent ces anomalies par des effets de résonance provenant du couplage entre l'onde incidente et les modes propres du réseau. Ce fut au cours des années 1970 que Nevière montra qu'il était possible de déterminer la position ainsi que l'allure de ces anomalies par la résolution du problème homogène (en l'absence de champ incident) par la détermination des pôles et des zéros de la matrice de diffusion [14].

Le nom d'anomalies attribué à ces phénomènes s'est alors avéré inapproprié puisque prédits par la résolution rigoureuse des équations de Maxwell.

Les anomalies de diffraction peuvent être classées en deux catégories :

- ✓ *Les anomalies dites de Rayleigh* lorsque les ordres diffractés sont en émergence rasante. L'énergie diffractée est redistribuée entre tous les ordres propagatifs lorsque l'un des ordres devient évanescent, ce qui entraîne une brusque variation d'efficacité de

diffraction.

✓ **Les anomalies dites de résonance** dues à un couplage entre un ordre diffracté et un mode propre du réseau. Elles se classent elles mêmes en deux catégories :

- **Les résonances de mode guidé** surviennent dans les réseaux diélectriques où les paramètres de l'onde incidente sont tels que l'un des ordres évanescents est couplé à l'un des modes guidés de la structure. Le champ accumulé dans le mode guidé est rayonné en dehors de la structure guidante de façon à interférer destructivement avec le faisceau direct transmis (ordre 0 en transmission). Dans des conditions d'excitation optimales, le faisceau incident peut être totalement réfléchi. On parle alors de réflexion anormale (voir figure 5.1).

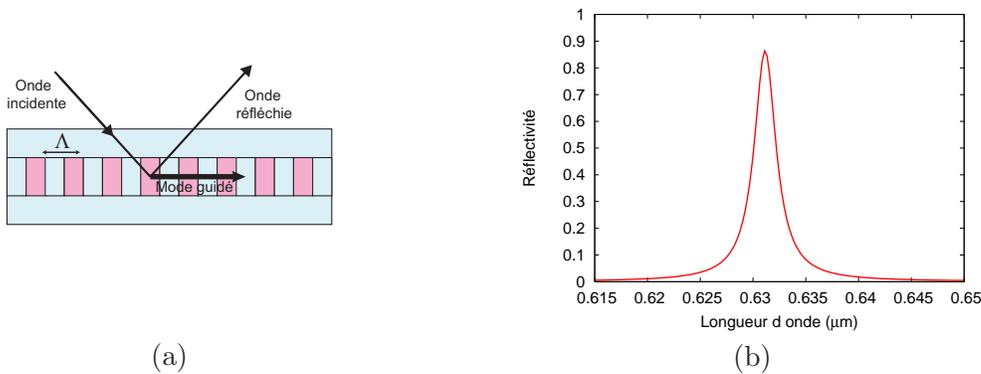


Figure 5.1 — Illustration de la résonance de mode guidé, le réseau fait office de guide d'onde (a) et l'on peut observer le coefficient de réflexion associé (b).

L'idée d'utiliser la résonance de modes guidés à des fins de filtrage optique bande étroite est apparue au cours des années 1980 notamment grâce aux travaux théoriques et expérimentaux d'équipes russes [100–102]. Plus récemment, de nombreux travaux ont été menés pour étudier la possibilité d'utiliser cet effet en tant que filtre pour les télécommunications optiques. Les aspects dépendance en polarisation et tolérance angulaire des filtres ont particulièrement été regardés [103–105].

- **Les résonances de plasmons de surface** : Par analogie avec le mode guidé pour les structures diélectriques, le plasmon de surface correspond à un mode propre d'une structure comportant une interface diélectrique / métal. Cette résonance se traduit par une brusque variation de la réflectivité de la couche métallique. Une onde incidente peut être totalement absorbée par le plasmon de surface dans des conditions optimales d'excitation (qui seront évoquées par la suite).

La position du minimum de réflectivité lors de l'excitation d'un plasmon de surface est très dépendante des paramètres de l'onde et du milieu incidents (angle d'incidence, longueur d'onde, indice du milieu diélectrique). Ainsi, pour une incidence fixe, une faible variation de l'indice du milieu diélectrique va entraîner un déplacement du minimum de réflectivité. Cet effet étant très sensible, la résonance de plasmon de surface a donc de nombreuses applications dans le domaine des capteurs. Le domaine utilisant le plus cette technique est le bio-médical où la résonance de plasmon de

surface est utilisée pour étudier des réactions de type gènes-anticorps (ou mettant en jeu de l'ADN, des protéines...) s'opérant à la surface métallique [106, 107]. La variation de la réflectivité va alors permettre de remonter à une modification d'indice ou à une variation d'épaisseur à l'interface. La résonance de plasmon de surface trouve ses applications également en physico-chimie, le déplacement de la résonance traduit une variation de l'indice de réfraction du matériau à étudier, cette méthode a été utilisée pour l'étude de la formation de matrices de certains matériaux photosensibles [108].

5.1.2 But de l'étude

Nous allons étudier le moyen d'ajouter un degré d'accordabilité à ces effets de résonance, dans le but d'obtenir des filtres accordables pour les télécommunications optiques (domaine spectral du proche infrarouge, le filtre sera centré sur $\lambda = 1.55 \mu m$). Nous nous attarderons plus particulièrement à la résonance de plasmon de surface dont l'aspect filtrage pour les télécommunications a été peu exploré contrairement à la résonance de mode guidé. Les fonctions ainsi réalisables sont celles de bloqueur de longueur d'onde ou d'atténuateur variable optique. La résonance de plasmon de surface étant un phénomène absorbant, il n'est pas possible d'extraire la longueur d'onde filtrée. L'accordabilité sera fournie par le milieu PDLC qui sera utilisé en régime déphasant (nano-PDLC).

Un dispositif utilisant des cristaux liquides afin de rendre la résonance accordable a déjà été reporté [109] mais dans ce cas, il était question d'une couche métallique non modulée et de cristaux liquides purs pour des applications d'écrans couleurs. Le fait d'utiliser les matériaux composites polymère / cristal liquide nous permet de s'affranchir des filtres d'alignement nécessaires à l'emploi de cristaux liquides.

Les différentes étapes de la fabrication du composant seront détaillées :

- Fabrication du réseau de diffraction.
- Etude du matériau électro-optique.
- Réalisation du composant.

L'idée et un premier dimensionnement de ce composant ont fait l'objet d'une collaboration avec le professeur Olivier Parriaux du laboratoire TSI de l'université de Saint-Etienne.

5.2 Introduction aux résonances de plasmon de surface

Les résonances de plasmon de surface introduites précédemment vont être présentées plus en détails afin d'avoir une bonne description des phénomènes mis en jeu.

5.2.1 Définition

Lorsque nous sommes en présence d'un métal contenant de nombreux électrons libres, son comportement peut être assimilé à un gaz d'électrons. Pour une certaine fréquence dite de plasma ω_p , le métal est le siège d'une oscillation collective des électrons et une onde longitudinale dite de plasmon prend naissance. Dans le cas d'une interface métal / diélectrique, c'est le gaz d'électrons présent à cette interface qui peut être mis en oscillation et on parle alors

de plasmon de surface. L'onde résultante se propage le long de la surface et est décroissante de part et d'autre de l'interface (figure 5.2).

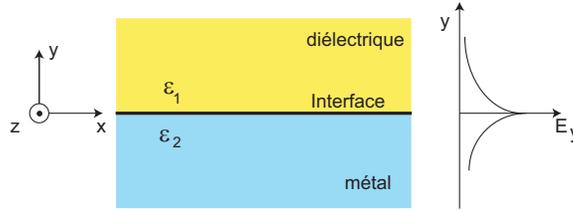


Figure 5.2 — Illustration de la décroissance du champ de part et d'autre d'une interface métal-diélectrique.

(ε_1 et ε_2 sont les permittivités des milieux diélectrique et métallique.)

L'onde plasmon peut être excitée par le biais d'un faisceau lumineux, on parle alors de résonance de plasmon de surface.

De telles ondes ne peuvent être excitées qu'avec une onde polarisée TM. En effet, dans le cas de la polarisation TE, le champ électrique ne possède qu'une composante continue selon l'axe Oy, les charges à la surface ne peuvent être mises en oscillation que dans la direction longitudinale. Par analogie, la résonance de plasmon de surface peut être mise en regard avec l'incidence de Brewster pour les interfaces diélectriques.

Le champ magnétique ne possédant qu'une composante H_z , il peut être écrit sous la forme :

$$H_z^j = H_0 \exp(ik_x x + ik_{yj}|y|) \quad \text{avec } j = 1 \text{ ou } 2 \quad (5.1)$$

k_x est la constante de propagation de l'onde plasmon selon l'axe Ox. Afin d'obtenir une décroissance du champ de part et d'autre de l'interface, les composantes des vecteurs d'ondes k_{y1} et k_{y2} doivent être imaginaires. Nous avons :

$$k_x^2 - k_{yj}^2 = k_0^2 \varepsilon_j \quad (5.2)$$

k_0 est la norme du vecteur d'onde dans le vide ($k_0 = \frac{\omega}{c}$).

L'écriture de la continuité de la composante tangentielle du champ électrique nous mène à la relation :

$$\frac{k_{y1}}{\varepsilon_1} + \frac{k_{y2}}{\varepsilon_2} = 0 \quad (5.3)$$

Cette égalité (par conséquent l'existence de l'onde plasmon) ne peut être vérifiée que si la partie réelle de la permittivité du métal est négative.

Nous pouvons ainsi écrire l'expression de la constante de propagation de l'onde plasmon selon l'axe Ox :

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \quad (5.4)$$

ε_2 est complexe et s'écrit sous la forme $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' + i\varepsilon_2''$. Si la pulsation ω et ε_1 sont réelles et que $|\varepsilon_2''| < |\varepsilon_2'|$ (métal très conducteur), nous obtenons un vecteur d'onde complexe $k_{\text{plasmon}} =$

$k'_x + ik''_x$ avec :

$$\begin{cases} k'_x = k_0 \left[\frac{\varepsilon_1 \varepsilon'_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right]^{1/2} \\ k''_x = k_0 \left[\frac{\varepsilon_1 \varepsilon'_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right]^{3/2} \frac{\varepsilon_2''}{\varepsilon_2'} \end{cases} \quad (5.5)$$

La partie imaginaire k''_x correspond à l'atténuation de l'onde plasmon et détermine ainsi sa distance de propagation le long de la surface (se reporter à [110] pour plus de détails).

5.2.2 Condition d'excitation d'un plasmon de surface

Dans le domaine de fréquences optiques, la permittivité du métal peut être approximée par le modèle de Drude [111] :

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \quad (5.6)$$

En injectant cette expression dans l'équation 5.4 et en supposant que le milieu diélectrique est l'air, nous obtenons l'expression de la constante de propagation de l'onde plasmon :

$$k_x = k_0 \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - 2\omega^2}} \quad (5.7)$$

Nous en déduisons la relation de dispersion $\omega = f(k_x)$:

$$\omega = \left[\frac{1}{2} \left(2k_x^2 c^2 + \omega_p^2 - \sqrt{4k_x^4 c^4 + \omega_p^4} \right) \right]^{1/2} \quad (5.8)$$

Si nous traçons cette relation pour l'interface air / or, nous obtenons la courbe suivante :

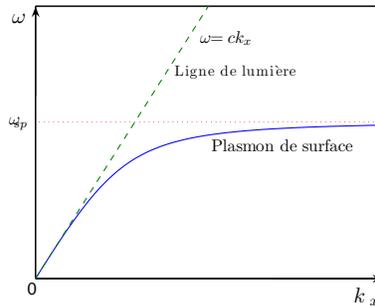


Figure 5.3 — Courbe de dispersion du plasmon de surface.

Nous pouvons remarquer que la courbe de dispersion du plasmon de surface reste en dessous de la ligne de lumière (diagramme de dispersion du photon). Cela signifie qu'il n'y a pas de couplage possible entre les photons et le plasmon de surface et l'onde ne peut pas être excitée, le plasmon est alors non-radiatif. Pour qu'il puisse y avoir couplage, il faut "augmenter" la composante du vecteur d'onde du photon d'une quantité Δk_x de façon à ce que les courbes

se croisent et ainsi rendre possible l'excitation.

Deux techniques peuvent être utilisées pour exciter l'onde plasmon :

- le couplage à l'aide d'un réseau de diffraction, c'est cette configuration qui nous préoccupe et elle sera détaillée par la suite.
- la seconde technique est la méthode ATR ("attenuated total reflection") où une couche métallique est comprise entre deux milieux diélectriques. Les configurations les plus connues sont celles de Otto et de Kretschmann-Raether (voir illustration sur la figure 5.4).

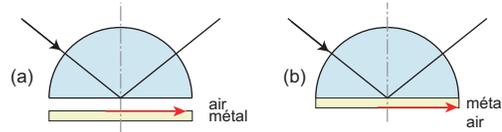


Figure 5.4 — Configurations de Otto (a) et de Kretschmann-Raether (b).

Dans les deux cas, l'angle d'incidence est tel que la réflexion sur le prisme est totale, c'est le plasmon de l'interface air / métal qui est excité par l'intermédiaire de l'onde évanescente due à la réflexion totale.

Si nous regardons la réponse angulaire d'un système à trois couches : prisme ($n=1.5$) / métal (couche d'or de 52 nm) / air, nous obtenons la courbe de réflectivité suivante :

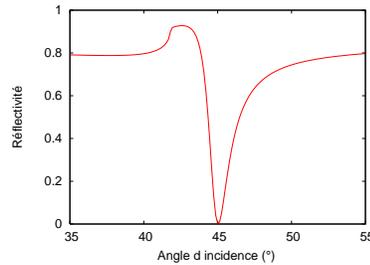


Figure 5.5 — Courbe de réflectivité pour une configuration d'excitation de type Kretschmann-Raether pour une longueur d'onde de 632.8 nm.

Nous pouvons voir que pour un certain angle d'incidence, l'onde est totalement absorbée par l'onde plasmon. La valeur du minimum de réflectivité est fortement liée à l'épaisseur de la couche métallique.

5.2.3 Excitation des plasmons de surface à l'aide d'un réseau de diffraction

La composante du vecteur d'onde de la lumière est modifiée par l'intermédiaire d'un réseau de diffraction. En effet, la composante k_{xm} d'un ordre diffracté m est donnée par :

$$k_{xm} = k_0 \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta + m \frac{2\pi}{\Lambda} \quad \text{avec } m \text{ entier relatif} \quad (5.9)$$

Le plasmon de surface peut être excité par l'intermédiaire d'un des ordres diffractés lorsque nous avons la relation d'accord de phase suivante :

$$k'_x = k_0 \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta + m \frac{2\pi}{\Lambda} = k_0 \left[\frac{\varepsilon_1 \varepsilon'_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon'_2} \right]^{1/2} \quad (5.10)$$

La composante du vecteur d'onde selon x (axe de périodicité du réseau) donnée par le théorème de Floquet doit être égale à la partie réelle du vecteur d'onde de l'onde plasmon. La période du réseau permettant d'exciter l'onde plasmon peut être déterminée pour un angle d'incidence et une longueur d'onde donnés.¹ Le paramètre critique dont dépend l'absorption totale de l'onde incidente est la profondeur de gravure du réseau (comme l'est l'épaisseur de la couche métallique pour les configurations d'excitation ATR).

5.3 Calcul de la réponse du réseau de diffraction

5.3.1 Théories utilisées

La résonance de plasmon de surface ne pouvant être excitée qu'avec une polarisation TM, il faut pouvoir résoudre le problème de la diffraction par un réseau métallique pour cet état de polarisation. La méthode RCW utilisée jusqu'à présent ne permet pas de résoudre correctement de tels problèmes (besoin d'un nombre d'harmoniques élevé pour pouvoir représenter le profil du réseau métallique et problèmes de stabilité lorsque l'on travaille avec des composantes discontinues du champ électromagnétique comme cela a été indiqué au chapitre 1).

Deux méthodes sont à notre disposition :

- la méthode différentielle équipée de la "Fast Fourier Factorization" [15]. Cette reformulation nous permet de travailler uniquement avec des composantes continues du champ.
- la méthode de Chandezon (encore appelée méthode C) [17] dont le principe est expliqué ci-dessous.

La méthode C utilise une transformation de coordonnées : $X = x$ et $Y = y - g(x)$.

$g(x)$ est la fonction représentant le profil du réseau. Dans le cas d'un réseau à profil sinusoïdal, $g(x) = \frac{ep}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda}x\right)$ (avec ep l'épaisseur du réseau).

Nous travaillons alors avec une surface du réseau plane dans le nouveau système de coordonnées (voir figure 5.6). De plus, il n'y a plus qu'une seule interface à considérer au lieu de deux (interfaces superstrat (M1)/réseau (M2) et réseau (M2)/substrat (M3)).

Le principe de la méthode est d'abord de résoudre deux équations aux valeurs propres (une dans chaque milieu) et ensuite déterminer les amplitudes des champs en écrivant les conditions aux limites.

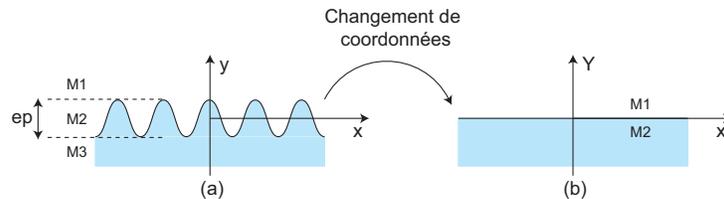


Figure 5.6 — Illustration du principe de la méthode C.

¹La formule 5.10 va seulement nous permettre d'obtenir une valeur approchée de la période du réseau puisque l'onde plasmon est perturbée par la corrugation du réseau. Pour obtenir la valeur exacte, il faut alors procéder à la recherche des pôles et des zéros du coefficient de réflexion [112].

La version originale de cette méthode était destinée aux réseaux dont le profil était continu. Elle a été adaptée aux profils présentant des discontinuités [113] et pour les réseaux multicouches [114]. Une implémentation détaillée et simplifiée de cette méthode est indiquée dans la référence [18].

5.3.2 Comparaison des deux méthodes

Nous allons illustrer la convergence des deux méthodes (méthodes C et différentielle) pour un réseau sinusoïdal en relief de surface métallique. Le métal utilisé est l'or puisque nous disposons des moyens de dépôt au laboratoire.

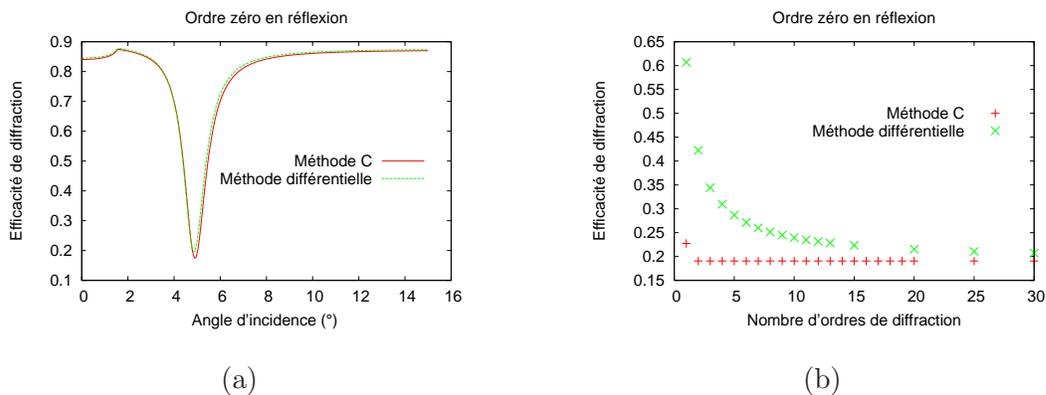


Figure 5.7 — Comparaison de la convergence des deux méthodes de calcul pour un réseau sinusoïdal en or de période $\Lambda=650$ nm, d'épaisseur 36 nm, la longueur d'onde est $\lambda=632.8$ nm et le milieu incident est l'air. (a) Comparaison des réponses angulaires avec 12 ordres de diffraction retenus ; (b) Comparaison de la convergence des deux méthodes en fonction du nombre d'ordres de diffraction (l'angle d'incidence est fixé à 5°).

Pour 12 ordres de diffraction, les deux méthodes fournissent sensiblement le même résultat excepté au voisinage du minimum de réflectivité. La figure 5.7 (b) montre que dans cette zone la méthode différentielle nécessite plusieurs dizaines d'ordres pour converger alors que la méthode C n'a besoin que de peu d'ordres, ce qui encourage à l'utiliser pour traiter ce type de problème.

5.4 Réalisation des réseaux de diffraction

L'élément de base du composant que nous désirons réaliser est le réseau de diffraction métallique en relief de surface. Nous allons nous intéresser dans ce paragraphe au processus et à l'optimisation de sa fabrication.

Ce réseau est réalisé en deux temps :

1. inscription d'un réseau holographique en relief dans une couche de photorésine.
2. métallisation du réseau, un dépôt d'or est réalisé par la méthode de "sputtering".²

²Technique de pulvérisation cathodique : une cible en or est bombardée par un plasma, les particules d'or arrachées à la cible viennent se déposer sur l'élément à métalliser. (la couche déposée est suffisamment épaisse de façon à obtenir une réflectivité maximale pour un simple miroir en or.)

Il existe d'autres moyens de réaliser un réseau métallique notamment par gravure d'un substrat par un faisceau d'ions, nous utilisons la méthode décrite ci-dessus en raison des moyens technologiques disponibles au laboratoire.

Afin d'obtenir les bonnes profondeurs de gravure permettant l'absorption totale de l'onde incidente, deux solutions s'offrent à nous pour la fabrication du réseau :

- travailler avec une couche de résine "épaisse" (dont l'épaisseur est supérieure à la profondeur de gravure souhaitée) qui va être gravée partiellement (figure 5.8(a)).
- travailler avec une fine couche de résine totalement gravée, une dilution de la résine de départ est alors nécessaire (figure 5.8(b)).

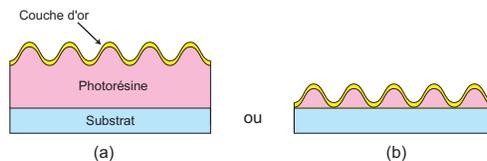


Figure 5.8 — Deux méthodes pour inscrire le réseau de diffraction dans la photorésine.

Nous étudierons ces deux méthodes d'enregistrement et effectuerons une comparaison.

5.4.1 Le matériau d'enregistrement : la photorésine Shipley S-1805

La photorésine Shipley S-1805 est de type positive (les zones éclairées sont éliminées lors de la phase de développement), l'exposition de ce matériau à une figure d'interférence se traduit par une modulation du relief de la surface. La technique de dépôt utilisée est le spin-coating. Elle est peu visqueuse et permet d'obtenir des épaisseurs inférieures à 500 nm (voir figure 5.9). Nous pouvons y enregistrer des fréquences spatiales allant jusqu'à 2000 lignes/mm.

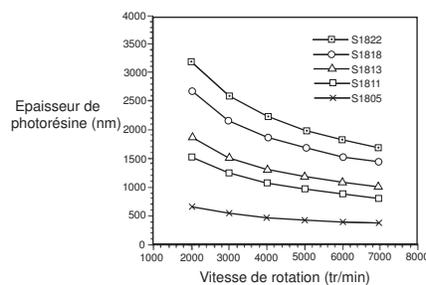


Figure 5.9 — Variation de l'épaisseur de résine S1805 (courbe \times) en fonction de la vitesse de rotation de la tournette. (Courbe provenant des données fournisseur).

Avant tout enregistrement, le matériau est préparé de la manière suivante :

1. Nettoyage des substrats de verre puis séchage au four à 200° (il ne doit plus rester d'humidité sur les substrats sous peine d'avoir des décollements de la couche de résine).
2. Dépôt de la résine à la tournette (spin-coating).
3. Séchage de la résine sur une plaque chauffante (110° pendant deux minutes) afin de faire évaporer les solvants.

Le développeur utilisé est le Microposit MF-303. La concentration classique est de 1:10 (un volume de développeur pour 10 volumes d'eau désionisée) mais est susceptible d'être modifiée selon les hologrammes que l'on souhaite réaliser (notamment si l'on désire travailler avec de fines couches de résine).

N'ayant besoin de profondeurs de gravure que de quelques dizaines de nanomètres (voir paragraphe 5.3.2), les paramètres d'enregistrement et de développement doivent être extrêmement contrôlés. Pour cela, nous allons fixer le temps de développement de la résine à 1 minute et ce seront les paramètres d'enregistrement (éclairage et temps d'exposition) qui seront ajustés.

5.4.2 Le montage d'enregistrement

Nous utilisons un montage de type miroir de Lloyd pour la réalisation du réseau (figure 5.10). Le laser d'enregistrement est un laser à argon ionisé réglé sur sa raie à 457.8 nm qui est en limite de la zone de sensibilité de la photorésine.

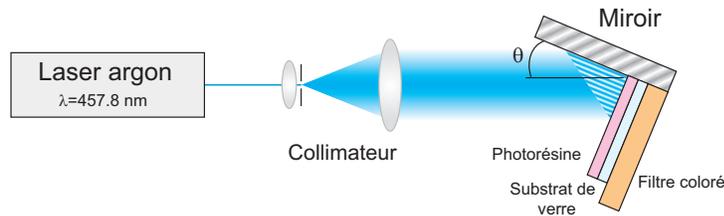


Figure 5.10 — Montage du miroir de Lloyd pour l'enregistrement de réseaux en relief.

Parmi les avantages de ce montage, nous pouvons noter sa facilité de mise en oeuvre (peu de composants utilisés) et le fait que les franges d'interférences sont automatiquement symétriques (orthogonales au substrat d'enregistrement). Le montage est fixé sur une platine de rotation, il est ainsi facile de déterminer la période du réseau enregistré ($\Lambda = \lambda/2 \sin \theta$). Afin d'éviter les réflexions parasites sur la face arrière du substrat, un filtre coloré (longueur d'onde de coupure à 550 nm) y est accolé avec du liquide d'indice afin d'absorber la longueur d'onde du laser d'enregistrement.

La qualité du réseau enregistré va surtout dépendre de la qualité du collimateur (ensemble : objectif de microscope, filtre spatial et doublet de collimation). Le faisceau d'enregistrement étant gaussien, l'éclairement reçu par la photorésine peut être non-uniforme si nous n'utilisons pas le centre du faisceau où la quasi-totalité de l'énergie est répartie. Ceci peut se répercuter sur l'enregistrement par des disparités de profondeur de gravure entre le centre et les bords du réseau inscrit si le faisceau n'est pas assez étendu.

Le système objectif de microscope / doublet est un montage afocal dont le facteur de grossissement est égal à f_2/f_1 (f_1 et f_2 étant les focales respectives de l'objectif et du doublet). C'est par ce facteur qu'est multiplié le waist ω_1 du faisceau laser, $\omega_2 = (f_2/f_1) \omega_1$.

Le diamètre du réseau enregistré étant de 20 mm, nous pouvons définir l'uniformité du faisceau laser agrandi sur cette surface par l'expression suivante :

$$\text{Uniformité} = \frac{1}{2} \left[1 - \exp \left(-\frac{2x^2}{\omega_2^2} \right) \right] \quad (5.11)$$

Plus ce terme est faible, plus le faisceau est uniforme. Avec $x = 10 \text{ mm}$ dans notre cas (le faisceau d'enregistrement étant circulaire), le waist du faisceau laser est égal à 0.59 mm

(donnée constructeur) et pour une focale de l'objectif de microscope de 2 mm, les uniformités pouvant être obtenues sont consignées dans le tableau 5.1 ci-après (pour diverses focales f_2).

f_2 (mm)	Uniformité (%)
150	4.85
200	2.79
250	1.81
300	1.26

Tableau 5.1 — Uniformité du faisceau d'enregistrement pour différentes focales de la lentille de collimation.

Nous verrons par la suite l'influence de l'uniformité du faisceau sur la résonance de plasmon de surface.

5.4.3 Influence des conditions d'enregistrement et de développement

Nous allons d'abord optimiser un réseau pour la longueur d'onde d'un laser He-Ne.

La réponse de la résine étant non-linéaire, le profil du réseau que nous allons obtenir après développement de la résine ne sera pas parfaitement sinusoïdal, le résultat sera intermédiaire entre un profil sinusoïdal et un profil lamellaire contenant beaucoup plus d'harmoniques. De plus, la concentration de développeur va influencer sur la résine éliminée et le rapport cyclique du réseau ne sera pas égal à 0.5. Ainsi, un fort éclaircissement et une faible concentration de développeur mènent à un rapport cyclique > 0.5 alors qu'un faible éclaircissement associé à une plus forte concentration de développeur mènent à un rapport cyclique < 0.5 [115].

Des simulations à l'aide de la méthode différentielle vont pouvoir nous renseigner quant à l'influence du changement de profil et de la valeur du rapport cyclique du réseau sur la réponse de la résonance.

5.4.3.1 Influence du profil du réseau

La photorésine étant plutôt destinée à réaliser des éléments binaires de phase par photolithographie, sa réponse est assez non-linéaire. Le profil d'indice enregistré n'est pas parfaitement sinusoïdal, nous allons obtenir un résultat intermédiaire entre le profil sinusoïdal et le profil binaire (voir figure 5.11). Nous allons à travers quelques exemples illustrer l'effet de la différence de profil sur l'aspect des résonances.

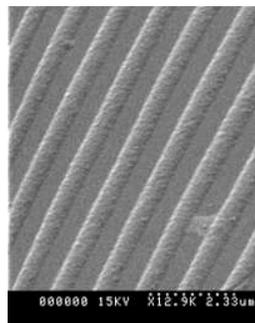


Figure 5.11 — Photographie au microscope électronique à balayage (MEB) (grandissement $\times 12900$) de la surface d'un réseau 1D inscrit dans de la photorésine diluée, la période du réseau est d'environ $1 \mu\text{m}$.

Un exemple avec le laser He-Ne est illustré sur la figure 5.12.

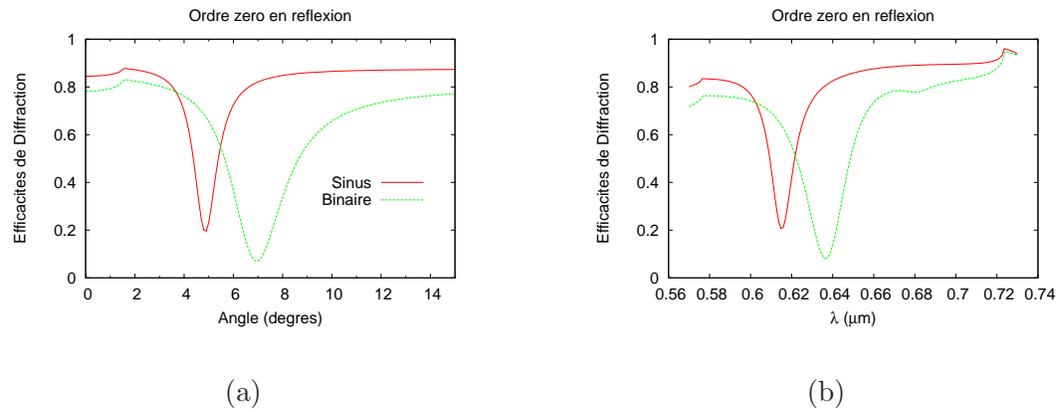


Figure 5.12 — Comparaison de résultats de simulation pour deux réseaux de diffractions binaire et sinusoidal en or de période 650 nm et d'épaisseur 36 nm, (a) réponse angulaire, $\lambda=632.8$ nm, (b) réponse spectrale, $\alpha=6.5^\circ$, le milieu incident est l'air.

Nous pouvons voir que la résonance a tendance à s'élargir aussi bien angulairement que spectralement, cela est dû à la présence d'harmoniques supplémentaires dans le profil. De plus la réflectivité en dehors de la résonance est plus faible pour le réseau binaire, le profil purement sinusoidal est préférable. Une autre conséquence est le déplacement du minimum de réflectivité d'où l'intérêt de bien contrôler le profil du réseau lors de la phase de réalisation.

Nous étudions un réseau d'une période de 1 μm mais dans la plage spectrale des télécommunications, la résonance étant placée pour $\lambda = 1550$ nm (le réseau étant sub-longueur d'onde, seul l'ordre zéro est propagatif). Le milieu incident est toujours l'air, nous obtenons les courbes suivantes pour les réponses angulaires et spectrales :

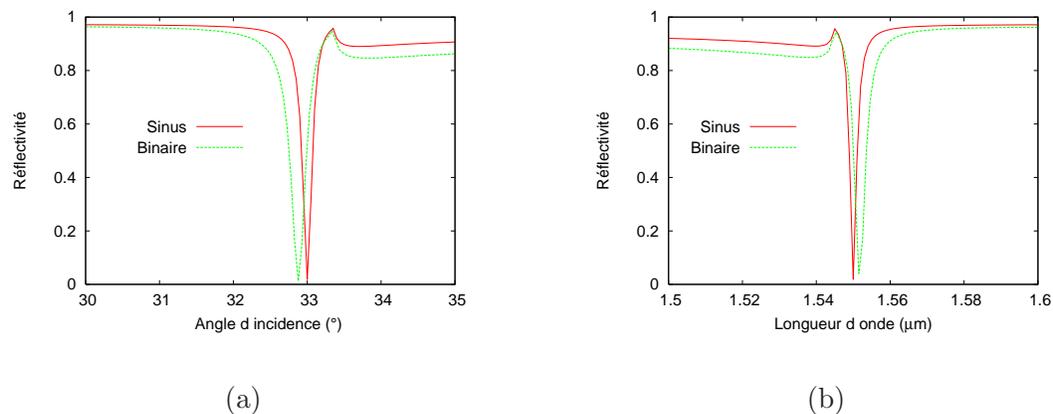


Figure 5.13 — Comparaison de résultats de simulation pour deux réseaux de diffractions binaire et sinusoidal en or de période 1 μm et d'épaisseur 39 nm, (a) réponse angulaire, $\lambda=1550$ nm, (b) réponse spectrale, $\alpha=33^\circ$.

Il est donc préférable lorsque l'on veut réduire l'effet des défauts de fabrication sur la réponse de la structure finale de faire travailler le réseau dans des conditions où seul l'ordre zéro en réflexion existe (lorsque la période Λ est de l'ordre de ou inférieure à la longueur d'onde λ).

5.4.3.2 Influence du rapport cyclique

Nous nous intéressons uniquement au profil binaire mais avec différents rapports cycliques, ce qui va traduire l'effet de l'exposition et du développement sur le profil. Nous pouvons d'abord visualiser sur la figure 5.14, l'effet du temps d'exposition sur un réseau d'une période de $1 \mu\text{m}$ inscrit dans une couche de résine diluée (environ 50 nm). La mesure des rapports cycliques nous a fourni des valeurs de 0.25 pour la figure 5.14a et de 0.5 pour la figure 5.14b.



Figure 5.14 — Illustration de l'influence du temps d'exposition sur le rapport cyclique d'un réseau de $1 \mu\text{m}$ (grandissement $\times 10000$), 210 s (a) et 180 s (b).

L'influence du rapport cyclique sur la réponse spectrale de la résonance lorsque la période est de l'ordre ou plus faible que la longueur d'onde incidente est illustrée sur la figure 5.15.

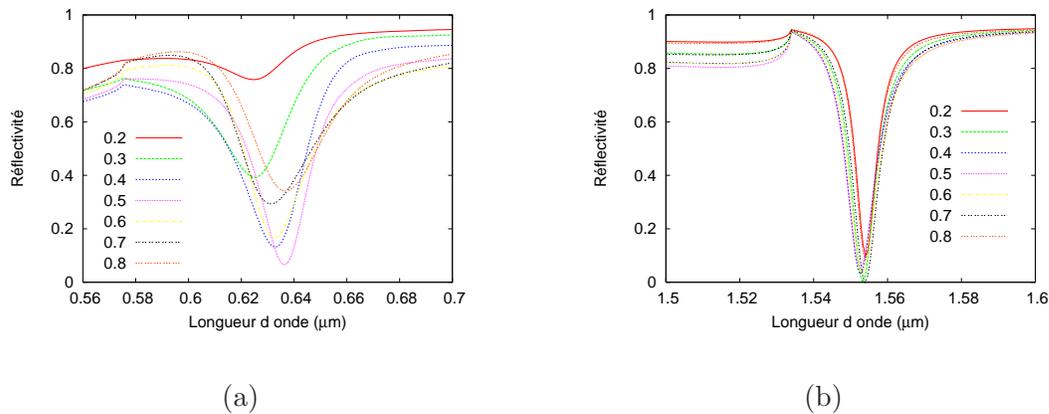


Figure 5.15 — Réflectivités pour un réseau d'une période de 650 nm , plongé dans l'air (a) et dans un milieu d'indice $n=1.55$ (b), les angles d'incidences sont déterminés de façon à observer les résonances pour $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ et $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ pour un rapport cyclique égal à 0.5.

Nous pouvons en tirer la même conclusion que précédemment, la réponse du réseau est beaucoup moins sensible aux conditions de fabrication lorsque les divers ordres diffractés (mis à part l'ordre spéculaire) sont évanescents ou ont des efficacités très faibles.

5.5 Caractérisation des réseaux réalisés

5.5.1 Caractérisation au laser He-Ne

Résine sous-gravée :

Voici les résultats pour un réseau en photorésine recouvert d'or. L'éclairage utilisé pour les enregistrements était de 8.375 mW/cm^2 et la durée d'exposition était de 25 s. L'uniformité du faisceau est de 4.85% (focale de 150 mm). La caractérisation est réalisée avec un laser He-Ne polarisé TM, l'efficacité de diffraction de l'ordre zéro en réflexion a été mesurée en fonction de l'angle d'incidence.

Les résultats de caractérisation sont indiqués sur la figure 5.16. Le réseau ainsi fabriqué présente des non-uniformités de profondeur de gravure, la réponse angulaire est différente selon la position du faisceau de lecture sur la surface du réseau.

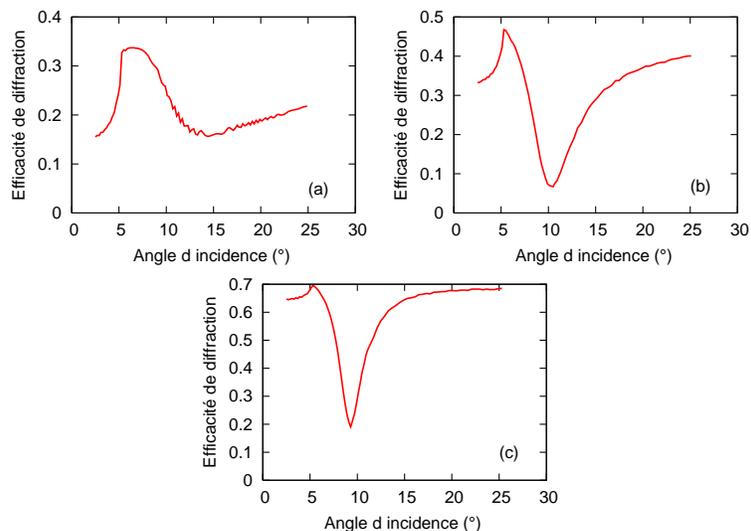


Figure 5.16 — Illustration des disparités de gravure sur la surface du réseau à cause de la non-uniformité du faisceau d'enregistrement, la mesure a été effectuée en trois points de la surface (a), (b) et (c).

Afin de remédier à ce problème, un doublet de plus grande focale (300 mm) qui est sensé fournir une uniformité de 1.26% a été utilisé pour collimater le faisceau, les mesures de réflectivités sont indiquées sur la figure 5.17.

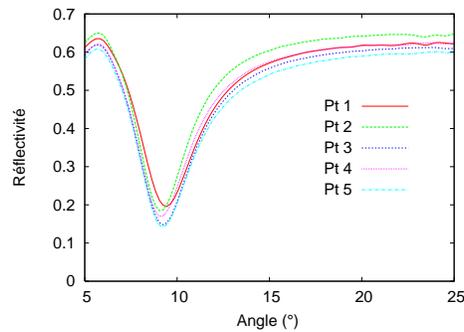


Figure 5.17 — Réflectivité d'un réseau enregistré dans une couche de résine sous-gravée et ceci en plusieurs points de sa surface.

Les résultats sont bien meilleurs mais il reste quelques disparités notamment au niveau du minimum de réflectivité.

Utilisation de photorésine diluée :

Nous avons étudié un autre procédé qui consiste à diluer la photorésine à l'aide d'un solvant de façon à obtenir des couches déposées plus fines, couches qui seront totalement gravées lors de l'exposition.

Il faut alors déterminer le bon temps d'exposition associé à la bonne quantité de développeur. Si celui-ci est trop concentré, il sera trop agressif et éliminera la totalité de la fine couche de résine au lieu d'éliminer les parties exposées. Cette optimisation devient d'autant plus critique que l'épaisseur de la couche déposée est petite.

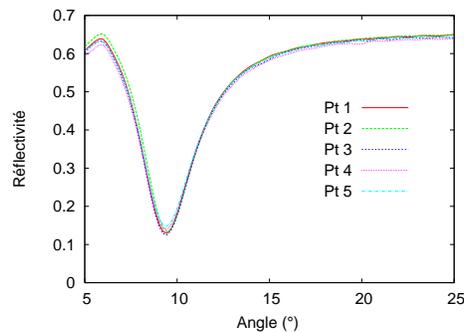


Figure 5.18 — Réflectivité d'un réseau enregistré dans une couche de résine diluée et ceci en plusieurs points de sa surface.

Les paramètres d'enregistrement de ce réseau sont les suivants :

- Dilution de la résine 3:10 (3 volumes de résine pour 10 volumes de solvant)
- Vitesse de la tournette 4000 tr/min
- Temps d'exposition de 300 s pour un éclairage de 5.63 mW/cm^2
- Développeur 1:14 (1 volume de développeur MF-303 pour 14 volumes d'eau désionisée), durée 1 minute.

Le réseau ainsi enregistré est beaucoup plus uniforme, c'est cette méthode (malgré la difficulté du contrôle précis de la fabrication) qui va être retenue par la suite.

Les principaux avantages et inconvénients des deux méthodes d'enregistrement sont :

	Avantages	Inconvénients
Résine sous-gravée	<ul style="list-style-type: none"> - Utilisation directe de la résine (pas besoin de dilution) - Peu de risques d'éliminer complètement la résine 	<ul style="list-style-type: none"> - Profondeur de gravure peu contrôlable (processus peu reproductible) - Développement délicat
Résine diluée	<ul style="list-style-type: none"> - Résine totalement gravée - Bonne reproductibilité 	<ul style="list-style-type: none"> - Développement délicat - Précision de la tournette (uniformité de l'épaisseur de résine déposée)

Tableau 5.2 — Avantages et inconvénients des deux types de d'enregistrements.

5.5.2 Caractérisation dans le proche infrarouge

Nous étudions à présent la réalisation d'un réseau d'une période de $1 \mu m$ avec une couche de résine diluée, ce qui peut nous permettre d'observer une résonance de plasmon de surface pour $\lambda = 1.55 \mu m$. Une couche de photorésine diluée a été utilisée et un exemple de profil des réseaux réalisés est montré sur la figure 5.19.



Figure 5.19 — Image AFM d'un réseau d'une période de $1 \mu m$, le champ observé est de $10 \mu m \times 10 \mu m$ (a) et de $4 \mu m \times 4 \mu m$ (b). La profondeur de gravure est d'environ 20 nm.

La réponse spectrale théorique d'un tel réseau est illustrée sur la figure 5.20.

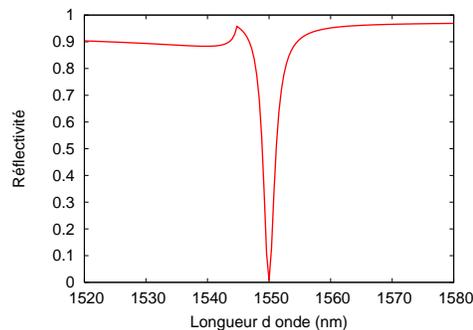


Figure 5.20 — Réponse spectrale théorique d'un réseau métallique optimisé pour le domaine des télécommunications optiques.

Une caractérisation spectrale des réseaux ainsi fabriqués a été réalisée avec le montage illustré sur les figures 5.21 et 5.22, l'angle d'incidence étant ajusté de façon à obtenir la résonance pour $\lambda = 1550 \text{ nm}$.

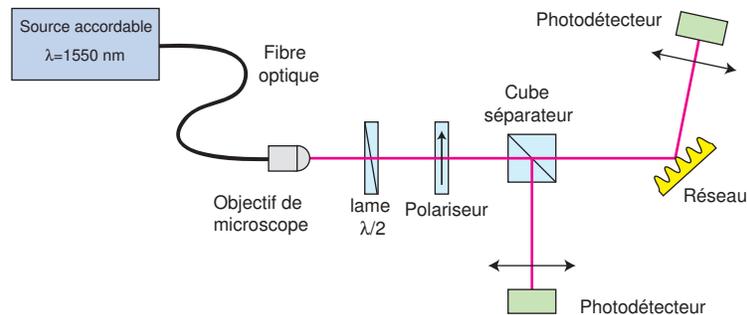


Figure 5.21 — Montage de caractérisation dans le proche infrarouge.



(a)



(b)

Figure 5.22 — Photographies du montage de caractérisation des réseaux en réflexion.

Le photodétecteur qui mesure la réflexion provenant du cube séparateur fait office de référence afin de corriger les fluctuations de puissance de la source fibrée. Les deux photodétecteurs (Newport 1830-C) ainsi que la source accordable (Tunics BT) sont reliés à un ordinateur via un bus GPIB et un programme Labview permet de calculer directement le spectre mesuré.

Les résultats de caractérisation pour quatre réseaux sont indiqués sur la figure 5.23. La réflectivité globale est bien meilleure par rapport au laser He-Ne en raison de la meilleure réflectivité de l'or dans le proche infrarouge et nous pouvons voir l'effet d'absorption. Les paramètres des réseaux font que nous avons quatre profondeurs de gravure différentes, la gravure est trop faible pour les cas (a) et (b) et trop importante pour les cas (c) et (d).

Le montage de caractérisation n'est pas parfait. La source accordable utilisée étant fibrée, le faisceau de lecture est gaussien et possède une faible divergence (le collimateur n'est pas parfait). Ce faisceau est une superposition d'ondes planes, seules certaines composantes de son spectre angulaire peuvent être complètement atténuées. Cela se traduit par une difficulté à mesurer un bon minimum de réflectivité.

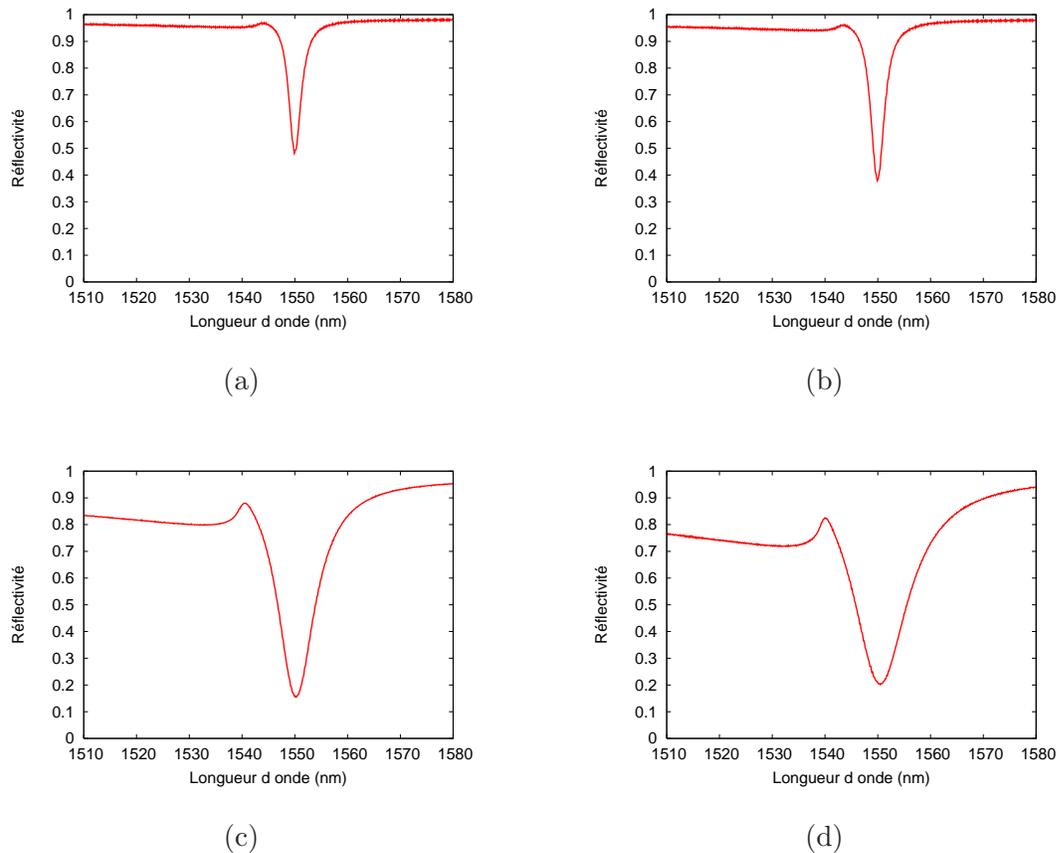


Figure 5.23 — Réflectivité de réseaux de $1 \mu\text{m}$ sur la bande C pour différentes profondeurs de gravure.

5.6 Etude de fonctions accordables à base de résonance de plasmon de surface

5.6.1 Principe

Les résultats précédents ont montré qu'il était possible de réaliser un filtre bande étroite pour le domaine spectral des télécommunications à base d'un réseau de diffraction métallique. Un inconvénient de ce type de filtre est qu'il est statique, ses caractéristiques ne peuvent pas être modifiées (sauf en changeant l'angle d'incidence).

L'onde incidente pouvant être totalement absorbée par l'onde plasmon, il serait possible de réaliser un atténuateur optique variable ou un bloqueur de longueurs d'ondes pour les réseaux de télécommunications multiplexés en longueur d'onde en rajoutant un paramètre accordable au filtre.

Pour modifier le minimum de réflectivité et obtenir ainsi une fonction d'atténuation variable, nous pouvons modifier la condition d'accord de phase et ainsi déplacer la position de la résonance. Ceci peut être réalisé par l'emploi d'un matériau d'indice variable placé au-dessus du réseau.

Comme cela a été dit précédemment, il est indispensable de travailler avec une polarisation

incidente TM, un système à diversité de polarisation³ serait donc nécessaire si cet effet était utilisé en télécommunications.

5.6.2 Utilisation de la variation de l'indice du milieu incident

Le milieu incident situé au-dessus du réseau est un diélectrique considéré comme semi-infini. Les paramètres du réseau sont choisis tels que le minimum de réflectivité soit pour la longueur d'onde centrale des télécommunications $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$.

Le déplacement de la résonance pour deux réseaux sinusoidaux en or de périodes $1.08 \mu\text{m}$ et $0.65 \mu\text{m}$ avec comme profondeurs de gravure respectivement 65 nm et 36 nm est illustré sur la figure 5.24. Le milieu incident a un indice variant entre 1.55 et 1.53⁴, les angles d'incidence sont respectivement égaux à 5° et 31.7° .

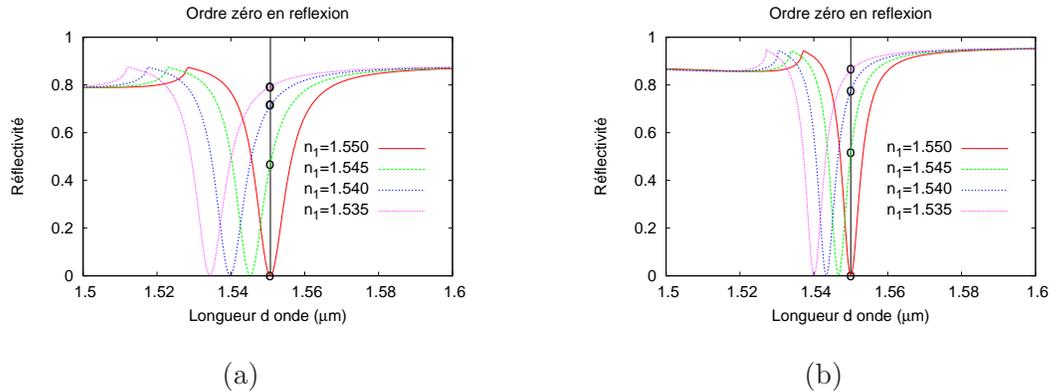


Figure 5.24 — Réponse spectrale de deux réseaux de diffraction de périodes $1.08 \mu\text{m}$ (a) et $0.65 \mu\text{m}$ (b) pour différentes valeurs de l'indice du milieu incident.

Pour une même longueur d'onde, la réflectivité varie en fonction de l'indice de réfraction du milieu incident (voir trait vertical sur la figure 5.24). Si nous traçons uniquement la réflectivité de la longueur d'onde pour laquelle l'atténuateur a été calculé, nous obtenons pour les deux réseaux :

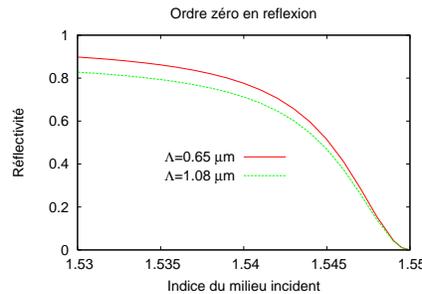


Figure 5.25 — Variation de la réflectivité (par conséquent de l'atténuation) pour la longueur d'onde $1.55 \mu\text{m}$ pour les deux réseaux.

³Ce système consiste en la séparation des deux états TE et TM à l'aide d'une lame de calcite et rotation d'une des deux polarisations avec une lame demi-onde.

⁴Ces valeurs sont celles typiquement rencontrées pour le matériau que nous allons utiliser.

La figure 5.25 nous montre bien le potentiel d'application en tant qu'atténuateur optique variable de la résonance de plasmon de surface.

Nous allons nous intéresser à la réalisation expérimentale de ce composant par la suite. Le matériau électro-optique qui va nous permettre de disposer d'un indice de réfraction variable sera le matériau nano-PDLC.

5.7 Réalisation d'un atténuateur optique à base de résonance de plasmon de surface utilisant le milieu nano-PDLC

Le composant que nous désirons réaliser est illustré sur la figure 5.26. L'un des substrats de la cellule est un réseau de diffraction métallique en or, le second est un substrat de verre avec une couche d'ITO. La cellule contient un milieu nano-PDLC.

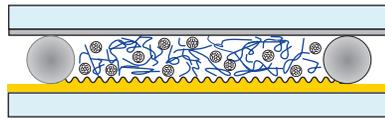


Figure 5.26 — Cellule nano-PDLC dont l'une des électrodes est constituée par un réseau métallique.

Pour la phase de fabrication, la cellule sera réalisée avec des joints de colle où les espaceurs seront directement mélangés à la colle. Nous ne pouvons pas pulvériser les espaceurs sur l'un des substrats sous peine de dégrader la surface du réseau lorsque la cellule va être assemblée. Une fois assemblée, la cellule sera remplie par capillarité.

Concernant le matériau nano-PDLC, nous nous sommes inspirés de précédents travaux réalisés au département d'optique de l'ENST-Bretagne [2, 55]. Le principe de fonctionnement ainsi que les mesures de modulations d'indices pour différents mélanges nano-PDLC sont consignés dans l'annexe E. Il est ainsi possible d'obtenir des variations d'indices de l'ordre de 0.02, valeur suffisante pour observer un déplacement de la résonance.

5.7.1 Etude du théorique du comportement de la cellule

Pour étudier la structure cellule, nous allons utiliser la méthode différentielle puisque l'utilisation de l'algorithme de la matrice S permet de rajouter aisément des couches homogènes de part et d'autre du réseau. Le réseau lamellaire a été retenu pour des raisons de temps de calcul. Mis à part la forme et la position de la résonance, le comportement global ne va pas être modifié.

Le substrat supérieur de la cellule sera considéré comme semi-infini et nous allons étudier deux structures : la cellule sans et avec couche d'ITO pour voir l'influence de la présence de cette dernière (voir figure 5.27).

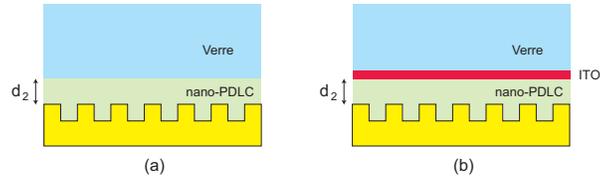


Figure 5.27 — Interprétation de la structure cellule sans (a) et avec couche d'ITO (b).

Les paramètres de simulation que nous utilisons sont les suivants : période du réseau $\Lambda = 650 \text{ nm}$, indice du milieu PDLC $n_{PDLC} = 1.55$, épaisseur d'ITO $ep_{ITO} = 20 \text{ nm}$, indice de l'ITO $n_{ITO} = 2$, indice du verre $n_{Verre} = 1.519$.

Nous allons observer l'effet de l'épaisseur d_2 de la couche de nano-PDLC sur la réponse de la structure. Nous obtenons les résultats de la figure 5.28 pour les deux structures. Les épaisseurs utilisées pour les simulations sont choisies en fonction du diamètre des espaceurs disponibles au laboratoire.

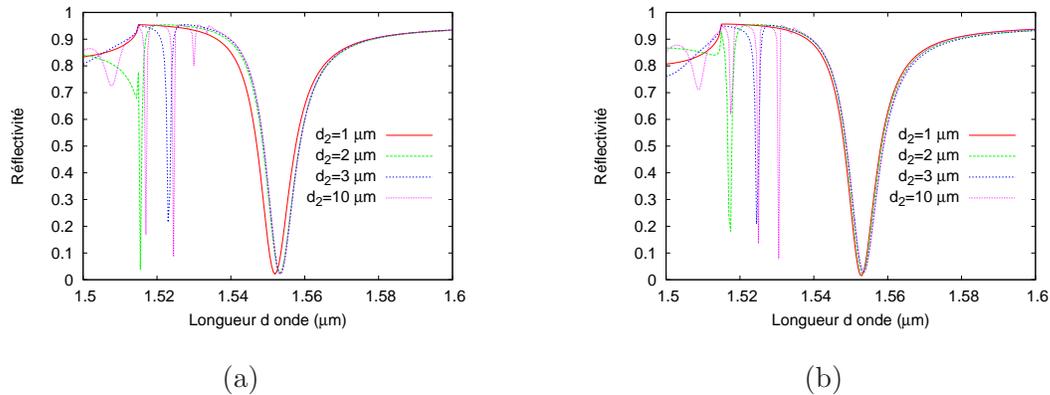


Figure 5.28 — Réponse spectrale de la structure cellule en fonction de la couche de nano-PDLC avec substrat de verre (a) et en présence de la couche d'ITO (b).

Pour une épaisseur de cellule supérieure à 2 microns, la position de la résonance est fixe, ce qui est rassurant quant aux éventuels défauts de fabrication. La présence de la couche d'ITO ne semble pas non plus perturber le comportement du composant.

Par contre nous observons des pics de résonance pour des longueurs d'ondes inférieures à la longueur d'onde de plasmon, le nombre de ces pics augmentant avec l'épaisseur de la cellule. Ces anomalies dues à la présence d'une couche diélectrique au dessus du réseau métallique sont reliées à l'existence de modes à pertes de la structure. Leur condition d'excitation est remplie à partir d'une certaine épaisseur de cellule. De tels effets ont été déjà reportés dans la littérature [116–118]. L'idéal serait alors de travailler avec une structure monomode où les modes à fuites ne pourraient être excités.

5.7.2 Résultats expérimentaux

Le même montage de caractérisation que précédemment a été utilisé, à cette différence qu'un prisme à angle droit $30^\circ/60^\circ$ a été mis en contact avec du liquide d'indice sur la face avant de

la cellule afin de s'affranchir des effets de cavité de celle-ci. Les oscillations parasites ("ripple") que l'on pourrait observer sur les spectres sont réduites. Les premières cellules réalisées l'ont été avec un substrat de verre sans ITO. Les résultats de mesure sont indiqués sur la figure 5.29, toutes les cellules sont remplies de matériau nano-PDLC excepté la première qui est uniquement remplie de monomère.

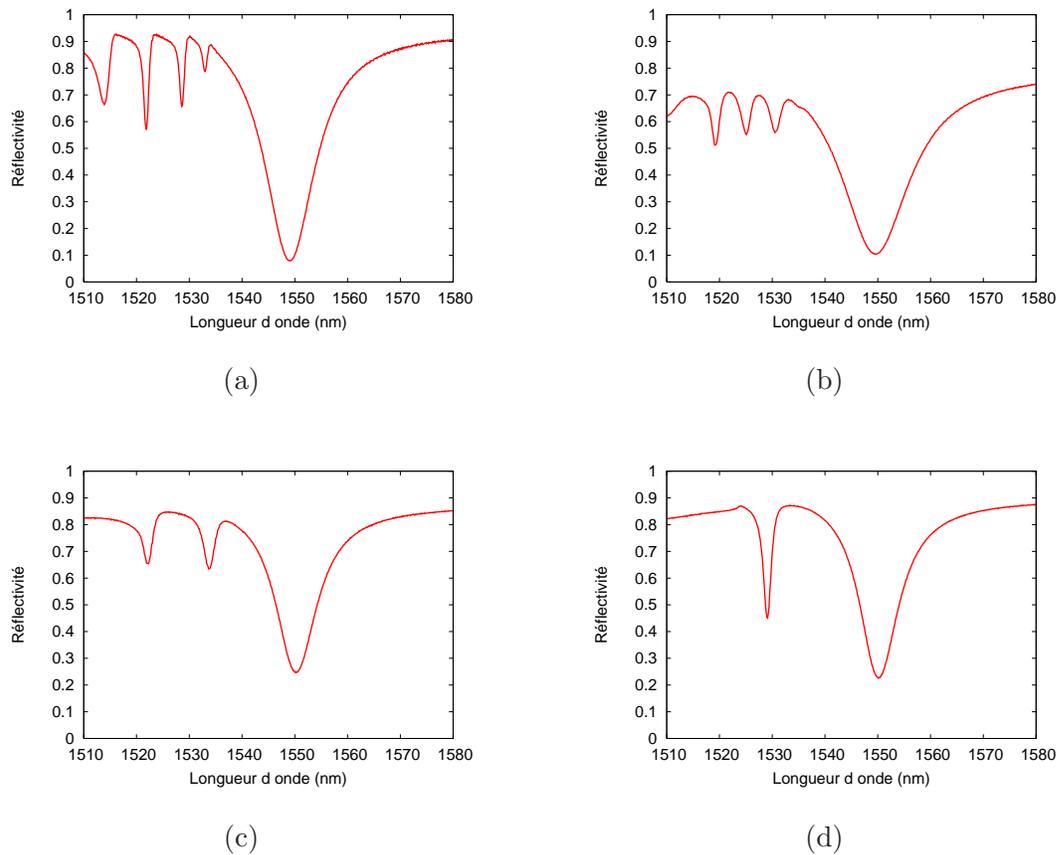


Figure 5.29 — Mesures des réflectivités de 4 cellules, cellule de $10\ \mu\text{m}$ remplie de monomère seul (a), cellule nano-PDLC de $10\ \mu\text{m}$ (b), $5\ \mu\text{m}$ (c) et de $3.5\ \mu\text{m}$ (d).

Comme cela était prévu par les simulations, nous observons des pics d'absorption dus à l'excitation de modes à fuite. Le nombre de ces modes diminue bien avec l'épaisseur de la cellule. En comparant avec une cellule remplie uniquement de monomère (figure 5.29(a)), le matériau nano-PDLC présente encore des pertes qui sont notamment non négligeables pour la cellule de $10\ \mu\text{m}$ (la cellule travaillant en réflexion, les faisceaux effectuent un double passage dans le matériau nano-PDLC, ce qui augmente les pertes dues à la diffusion).

Des cellules similaires ont été réalisées mais avec un substrat de verre recouvert d'une couche d'ITO. La couche d'or déposée sur le réseau étant assez fragile, des précautions sont à prendre quant à l'assemblage de la cellule sous peine d'obtenir une cellule conductrice et inutilisable. Un fil électrique est fixé sur l'électrode en or à l'aide de colle conductrice (voir figure 5.30).

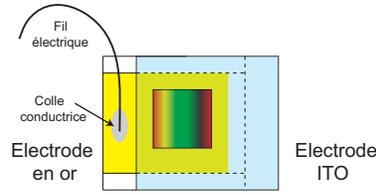


Figure 5.30 — Cellule finale nano-PDLC comportant un réseau de diffraction en or en tant qu'électrode.

Les résultats de caractérisation sont indiqués sur la figure 5.31.

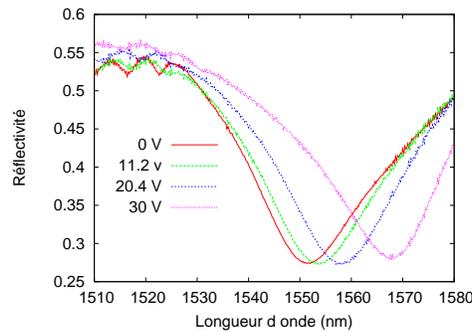


Figure 5.31 — Illustration du déplacement de la résonance de plasmon de surface avec l'application d'un champ électrique.

Les paramètres de la cellule sont loin d'être optimisés mais nous observons bien un déplacement de la résonance en fonction du champ appliqué. Un déplacement de la résonance sur une plage 20 nm est observé pour une tension de 30 V. Nous avons bien une variation de la valeur de l'atténuation pour $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$. Le principe du composant est ainsi validé. Le fait que la largeur de la résonance observée soit large peut être dû au fait que la profondeur de gravure du réseau n'est pas optimale ou alors au fait que l'indice de l'or déposé par sputtering n'est pas égal à l'indice de l'or massif, ce qui a tendance à augmenter les pertes et élargir la résonance.

5.8 Dimensionnement optimal du composant

Les différentes étapes de la modélisation et de fabrication du composant nous ont permis de mettre en évidence les contraintes physiques et technologiques en vue d'obtenir un comportement optimal.

Ainsi, du point de vue du principe même de fonctionnement du composant, les paramètres pertinents sont les suivants :

- besoin d'une profondeur de gravure optimale afin d'obtenir une bonne dynamique d'atténuation (au moins 30 dB).
- le milieu incident ne peut pas être considéré comme semi-infini ce qui entraîne l'excitation de modes à pertes si l'épaisseur de la cellule est trop importante.

Du point de vue technologique, les paramètres critiques sont les suivants :

- contrôle de l'épaisseur de résine et de la profondeur de gravure.
- obtention d'un profil de réseau le plus sinusoïdal possible.

- ne pas métalliser sur les bords du substrat afin d'éviter que des éclats de verre viennent faire contact avec l'électrode d'ITO. Ce problème pourrait être réduit en déposant une couche de passivation sur la couche d'ITO.
- les pertes dues à l'absorption de la couche d'ITO ainsi qu'au double passage dans la couche nano-PDLC doivent être contrôlées.
- l'épaisseur de la cellule doit être inférieure à l'épaisseur de coupure des modes à pertes de la structure globale afin d'éviter les pics d'absorption indésirables. Avec une épaisseur requise de l'ordre du micron, la technique d'assemblage de la cellule est à redéfinir. Au lieu d'utiliser des espaceurs pour assurer l'homogénéité en épaisseur de la cellule, une cuvette avec la profondeur désirée peut être gravée dans une couche diélectrique. Une goutte de matériau monomère / cristal liquide est alors prise en sandwich entre les deux substrats.

Nous donnons ci-dessous les résultats de simulation du filtre avec une structure cellule optimisée avec une épaisseur de matériau électro-optique de $0.5 \mu m$. Le matériau nano-PDLC est supposé sans pertes.

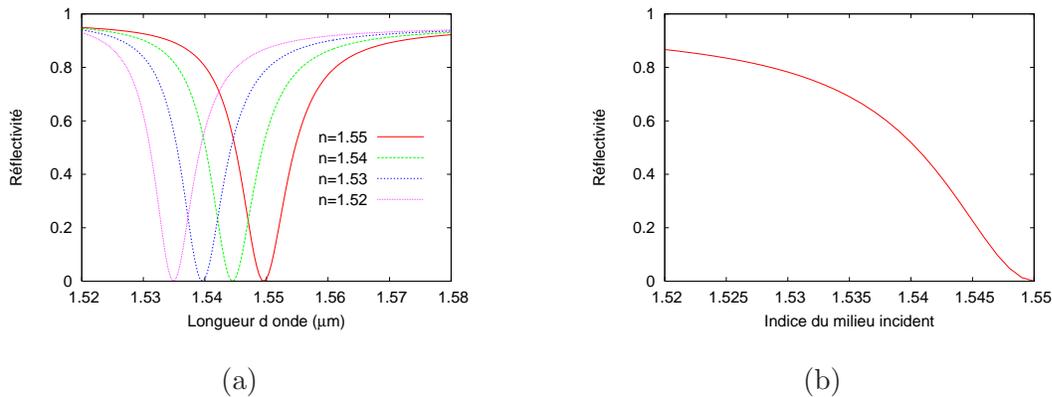


Figure 5.32 — Illustration du déplacement de la résonance (a) et la variation de la réflectivité pour $\lambda = 1.55 \mu m$ (b) pour une structure cellule.

5.9 Excitation de résonances dans des réseaux croisés

Comme nous l'avons vu précédemment, en régime de diffraction planaire, la résonance de plasmon de surface ne peut être excitée qu'avec une onde polarisée TM ce qui nécessite l'emploi d'un polariseur ou alors d'un système à diversité de polarisation (si l'on veut travailler en lumière non-polarisée). Nous avons étudié l'excitation de résonances de plasmons de surface dans des réseaux croisés et observé leur réponse en polarisation.

Le principe repose sur l'utilisation d'un réseau croisé ayant les mêmes périodicités mais orienté à 45° par rapport à l'onde incidente (nous travaillons alors en régime de diffraction conique). De cette façon, avec une orientation de 45° , l'état de polarisation incident va se projeter sur les deux axes de périodicité et exciter des ondes plasmons dans les deux directions orthogonales (figure 5.33).

L'enregistrement du réseau croisé est réalisé avec deux expositions successives de la photorésine, le substrat est tournée de 90° entre les deux expositions. Nous gardons les deux

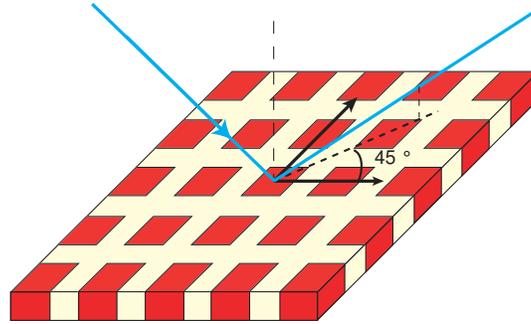


Figure 5.33 — Excitation des plasmons de surface pour le réseau croisé.

mêmes temps d'exposition afin que la profondeur de gravure soit la même dans les deux directions. Des observations au microscope à force atomique des réseaux ainsi réalisés sont montrées sur la figure 5.34.

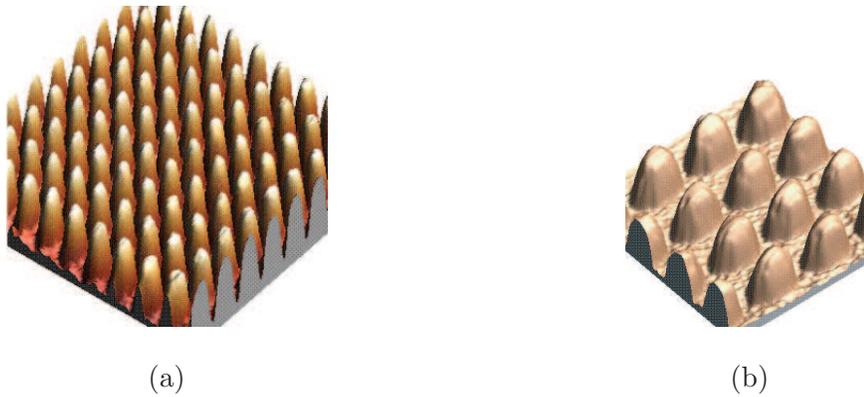


Figure 5.34 — Observations AFM de réseaux croisés en photorésine, les dimensions sont de $10\ \mu\text{m} \times 10\ \mu\text{m}$ (a) et de $4\ \mu\text{m} \times 4\ \mu\text{m}$ (b), la période est d'environ $1\ \mu\text{m}$ et l'épaisseur de $55\ \text{nm}$.

Sur la figure 5.34b, nous pouvons remarquer que le profil n'est pas tout à fait le même dans les deux directions, les temps d'exposition des deux réseaux sont à optimiser. Nous pouvons également remarquer que l'angle entre les deux périodicités n'est pas tout à fait de 90° (voir figure 5.35) ce qui nécessite d'améliorer le montage d'enregistrement.

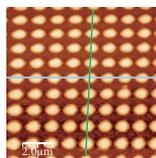


Figure 5.35 — Topographie de la surface du réseau croisé réalisé.

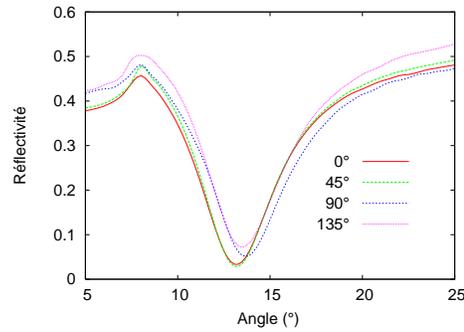


Figure 5.36 — Caractérisation angulaire au laser He-Ne d'un réseau croisé avec quatre états de polarisation rectilignes.

Les erreurs de fabrication observées à l'AFM peuvent sans doute expliquer le fait que les quatre courbes ne se superposent pas parfaitement, des différences peuvent également survenir du fait que le réseau n'est pas exactement tourné à 45° lors de la caractérisation.

5.10 Conclusion

Nous avons démontré expérimentalement dans ce chapitre le déplacement d'une résonance de plasmon de surface en utilisant le matériau nano-PDLC. Ceci a été possible grâce au développement d'outils théoriques permettant de résoudre le problème de diffraction par un réseau métallique en mode TM. Nous avons également dû mettre en place et optimiser un montage d'enregistrement de réseaux holographiques en photorésine.

Le principe du composant est validé mais la réalisation expérimentale n'est pas encore optimisée aux vues du grand nombre de paramètres technologiques à prendre en compte. La plus grande difficulté résidant dans l'assemblage de la cellule à cause de la fragilité de la couche d'or.

Cette étude étant préliminaire, nous ne connaissons pas la structure du matériau à l'intérieur du réseau. Il est probable qu'il n'y ait que du polymère ou que du cristal liquide. Des études plus poussées seraient à mener afin de déterminer ceci (par exemple en ne remplissant la cellule qu'avec du cristal liquide pur).

Cette étude nous a également permis de mettre l'accent sur les paramètres critiques nécessaires à l'observation d'un comportement optimal dans l'optique de recherches ultérieures sur ce composant original.

Conclusion

Les travaux de recherche exposés dans ce document consistent en l'étude et la réalisation de fonctions optiques diffractives utilisant des effets de résonance. Ces composants étant réalisés par une technique holographique.

Les différentes étapes menant à la synthèse de telles fonctions ont été abordées au cours de ce travail. Il s'agit tout d'abord de la modélisation qui permet à moindre coût de dimensionner et de visualiser le comportement des fonctions souhaitées. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'étude de matériaux holographiques photopolymérisables dont l'un présente une propriété d'accordabilité. J'ai pu acquérir un certain savoir-faire grâce à ces travaux et cela m'a permis de mener à bien la réalisation des deux filtres résonants présentés dans les deux derniers chapitres de ce document.

Concernant la modélisation, j'ai été amené à développer divers outils de simulations numériques permettant d'étudier le comportement de réseaux de diffraction. Ces outils étaient inexistantes au département d'optique de l'ENST Bretagne lorsque j'ai débuté ce travail. Les méthodes de base que nous avons utilisées sont la théorie rigoureuse des ondes couplées et la théorie différentielle.

Ces deux outils ont été adaptés aux différentes études présentées dans ce document. La méthode RCW a pu être utilisée pour prendre en compte l'évolution des différents harmoniques du profil de réseaux en volumes en photopolymères et retrouver une estimation des modulations d'indices de ces mêmes réseaux. Son adaptation à deux dimensions a rendu possible les études sur le multiplexage d'hologrammes. La méthode différentielle quant à elle a permis d'étudier le comportement des deux composants que sont le cristal photonique bidimensionnel et le filtre à base de résonance de plasmon de surface soit en modifiant le profil du réseau, soit en rajoutant des couches homogènes au-dessus du réseau.

Dans la continuité des travaux antérieurs sur les matériaux composites polymère cristal liquide réalisés au département d'optique, j'ai pu apporter ma contribution à l'emploi de ces derniers pour la réalisation d'enregistrements holographiques. L'utilisation de la technologie H-PDLC commençait juste au laboratoire, nos efforts ont particulièrement porté sur la compréhension des mécanismes de formation des hologrammes d'un point de vue phénoménologique. Une phase préliminaire a consisté en l'étude et la validation d'un modèle de formation des hologrammes dans le photopolymère DuPont en utilisant notamment la valeur du second harmonique du profil pour en déterminer les paramètres, ce qui est une démarche originale.

L'étude des enregistrements dans le matériau H-PDLC en utilisant plusieurs éclairagements et différentes concentrations de photo-amorceur ont permis de proposer une interprétation de l'origine de la forte anisotropie observée pour les réseaux en transmission. Un comportement

isotrope des réseaux enregistrés a ainsi pu être observé sans aucune modification du mélange H-PDLC par une pré-exposition du matériau. A notre connaissance, ceci n'a pas encore été publié à ce jour.

Cette maîtrise de la technologie H-PDLC a permis de mener une étude sur le multiplexage d'hologrammes dans ces matériaux. Les simulations numériques à l'aide de la théorie rigoureuse des ondes couplées à deux dimensions ayant exhibé une possibilité de pouvoir commuter d'un hologramme vers l'autre, nous avons tenté de vérifier expérimentalement cet effet. Deux techniques ont été étudiées pour l'enregistrement : le multiplexage séquentiel et le multiplexage temporel. Avec une optimisation spécifique à chaque technique, deux réseaux multiplexés ayant des efficacités de l'ordre de 50% sous incidence de Bragg ont été obtenus. Le principe de transfert de l'énergie incidente d'un réseau vers l'autre avec l'application d'un champ électrique a ainsi pu être validé.

Ces phases de modélisation et d'études des matériaux ont contribué par le biais de deux collaborations académiques à la réalisation de deux filtres optiques résonants, chacun reposant sur un concept original.

Nous avons d'abord pu mettre en évidence expérimentalement une exaltation de la diffraction d'un réseau mince par l'intermédiaire d'une structure de type cristal photonique bidimensionnel. Je me suis occupé de la préparation et de l'enregistrement holographique de ces structures de façon à ce qu'ils puissent être caractérisés par les moyens dont dispose Télécom Paris avec qui cette collaboration était menée (projet GET CPTOI). L'amplification de la diffraction observée, bien que faible, permet de valider un effet qui serait plus efficace par l'emploi de miroirs de Bragg ayant un plus grand contraste (miroirs en semi-conducteurs par exemple).

Le principe du second filtre à base de résonance de plasmon de surface issu d'une proposition du professeur Olivier Parriaux de l'université de Saint-Etienne a également pu être validé. Nous avons effectué une première démonstration d'une résonance de plasmon de surface accordable excitée par un réseau de diffraction, l'accordabilité venant de l'utilisation du matériau nano-PDLC. Le dispositif peut encore progresser quant à sa réalisation (emploi d'une couche de passivation déposée sur l'ITO pour éviter les problèmes de conductivités de la cellule, emploi de réseaux croisés pour s'affranchir de la dépendance en polarisation). Ce dispositif a une potentialité de filtre accordable pour les télécommunications. Ce domaine requiert des largeurs spectrales inférieures au nanomètre, de nombreuses optimisations sont encore nécessaires.

Ce travail doctoral a permis au département d'optique de se doter d'outils de simulation performants. En complément, il pourrait être judicieux d'adapter les outils de modélisation pour pouvoir les utiliser directement avec des faisceaux gaussiens et des structures de tailles finies afin de se rapprocher du comportement réel des composants étudiés. Ceci est en particulier crucial pour la résonance de plasmon de surface qui possède une très faible réponse angulaire.

J'ai aussi mis en place des moyens d'enregistrements holographiques dans divers matériaux (photopolymères, H-PDLC et photorésine) avec les moyens de caractérisation associés. De nombreux aspects scientifiques aussi bien théoriques qu'expérimentaux ont été abordés, ce qui a permis l'acquisition d'un savoir-faire complet qui a été mis à profit grâce aux deux collaborations académiques et ouvre de nombreuses perspectives.

J'ai en particulier pu aborder le domaine des cristaux photoniques par le biais de la diffraction, sujet qui donne lieu à de nombreuses études actuellement. La nanostructuration de matériaux par enregistrement holographique m'a permis de réaliser de telles structures. La principale limitation vient de la faible différence d'indice accessible, ce qui m'incite à penser qu'un travail sur le matériau (composition du mélange et formation de la structure dans le volume) est sans doute nécessaire. Concernant les H-PDLCs, une séparation de phase plus complète et un contrôle des orientations possibles des molécules de cristal liquide conduiraient à une augmentation de la différence d'indice. Ceci permettrait non seulement de réaliser des miroirs de Bragg efficaces et des cristaux photoniques avec un certain degré d'accordabilité, mais aussi donnerait de nouvelles perspectives au multiplexage.

La nouvelle activité concernant l'étude des anomalies de diffraction dans une structure incluant un matériau accordable a mis en évidence le potentiel applicatif de la résonance de plasmon de surface. Cette étude pourrait être déclinée avec d'autres résonances comme l'utilisation conjointe du matériau nano-PDLC et de structures à résonance de mode guidé dans les réseaux diélectriques, afin d'obtenir des réflexions résonantes accordables. Un tel composant n'étant pas absorbant, il pourrait faire office de multiplexeur à insertion/extraction de longueurs d'ondes pour les réseaux de télécommunications. De plus, un autre aspect limitant les applications potentielles des nano-PDLC est la forte tension qu'il faut appliquer pour obtenir un effet mesurable. La recherche de résonances peut permettre d'obtenir des effets importants pour de faibles variations de tensions.

Liste des figures

1.1	Découpage du profil d'un réseau en relief de surface.	7
1.2	Illustration des différentes régions.	7
1.3	Géométrie du problème de diffraction par un réseau.	10
1.4	Structure multicouches.	17
1.5	Principe de l'algorithme de la matrice S pour un réseau de diffraction.	21
1.6	Structure multicouches et les notations utilisées.	22
1.7	Ondes mises en jeu pour deux couches successives de la structure.	23
1.8	Exemple d'amélioration de convergence en utilisant la nouvelle reformulation des équations de Maxwell dans l'espace de Fourier.	26
2.1	Géométrie et paramètres d'un réseau en volume.	30
2.2	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission.	31
2.3	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion.	32
2.4	Exemple de variation de l'efficacité de diffraction pour deux réseaux épais.	32
2.5	Présentation du photopolymère Omnidex.	35
2.6	Caractérisation angulaire d'un réseau d'une période de $1 \mu m$ mettant en évidence la présence du réseau secondaire.	38
2.7	Grille de résolution pour l'équation aux dérivées partielles.	39
2.8	Principe d'enregistrement et de contrôle en temps réel de la formation du réseau.	41
2.9	Evolutions temporelles des efficacités de diffraction pour quatre réseaux enregistrés dans le photopolymère DuPont(a) ainsi que leurs modulations d'indices correspondantes déterminées (b).	42
2.10	Caractérisations angulaires pour deux réseaux enregistrés avec des éclairagements de 30 mW/cm^2 (Réseau non surmodulé) (a) et de 3.7 mW/cm^2 (Réseau surmodulé)(b).	43
2.11	Evolution du coefficient de diffusion (a) et du coefficient c_n (b) en fonction de l'éclairement reçu par le photopolymère.	45
2.12	Ajustement du paramètre κ en fonction de l'éclairement.	45
2.13	Comparaison entre les valeurs expérimentales et prédites pour l'évolution temporelle de la modulation d'indice de réfraction pour deux réseaux.	46

2.14	Evolution 3D du profil d'indice en temps réel pour le réseau n°1.	47
2.15	Profil d'indice à la fin de l'enregistrement pour le réseau °1.	47
2.16	Structure d'une cellule à PDLC avant et après exposition.	48
2.17	Image au microscope électronique à balayage (MEB) de la matrice de polymère d'une structure PDLC (grandissement $\times 4900$), les gouttelettes ont une taille de l'ordre de quelques centaines de nm, cette observation a pu être réalisée grâce à la mise à disposition du MEB du Centre Commun Lannionais d'optique (CCLO).	48
2.18	Principe de formation d'un hologramme dans le matériau H-PDLC.	50
2.19	Exemple de cellules H-PDLC.	50
2.20	Surface de la matrice de polymère d'un réseau H-PDLC observée au microscope à force atomique (AFM) (dimensions $5 \mu m \times 5 \mu m$), l'observation AFM a été également réalisée au sein du CCLO.	50
2.21	Profil de la surface de la matrice de polymère d'un réseau H-PDLC observée à l'AFM.	51
2.22	Fonctionnement d'un réseau en transmission H-PDLC sans et avec application d'un champ électrique.	51
2.23	Evolution temporelle de l'efficacité de diffraction de réseaux H-PDLC pour deux concentrations de photo-amorceur 2% (a) et 5% (b).	55
2.24	Caractérisations angulaires des réseaux enregistrés avec deux concentrations de photo-amorceur 0.2% (a) et (b), 0.5% (c) et (d).	56
2.25	Illustration de l'orientation des directeurs des gouttelettes de cristal liquide.	56
2.26	Effet de l'application d'un champ électrique sous incidence de Bragg pour les mélanges M_1 (a) et M_2 (b).	57
2.27	Evolutions temporelles de l'efficacité de diffraction pour les mélanges 1 (a) et 2 (b) et pour des éclaircissements plus forts.	58
2.28	Caractérisation spectrale pour le mélange n°2 sous incidence de Bragg pour $\lambda = 1.55 \mu m$	59
2.29	Evolution en temps réel de l'ordre 1 diffracté sans et avec pré-exposition de la cellule.	60
2.30	Caractérisations angulaires des réseaux ayant subit différents temps de pré-exposition.	61
2.31	Efficacités de diffraction sous incidence de Bragg pour des réseaux ayant subit différents temps de pré-exposition.	61
2.32	Caractérisation spectrale de l'ordre 0 en transmission pour un réseau avec pré-exposition.	62
2.33	Effet de l'application d'un champ électrique sous incidence de Bragg avec une pré-exposition de 10 s.	62
3.1	Multiplexage de deux réseaux de Bragg en transmission.	66
3.2	Diffraction par deux réseaux en transmission multiplexés.	68
3.3	Comparaison des sélectivités angulaires de deux réseaux holographiques en transmission avec des périodes assez proches, séparés (a) et multiplexés (b).	68

3.4	Comparaison des sélectivités angulaires de deux réseaux holographiques en transmission avec des périodes assez éloignées, séparés (a) et multiplexés (b).	69
3.5	Diffraction par deux réseaux en transmission multiplexés.	69
3.6	Schéma du montage expérimental utilisé pour réaliser l'enregistrement des réseaux multiplexés.	70
3.7	Exemple de figure d'interférence illuminant le matériau dans le cas du multiplexage simultané (correspond au battement entre deux éclairagements sinusoïdaux de périodes différentes).	71
3.8	Evolutions temporelles des ordres 1 diffractés avec des valeurs d'éclairement différentes pour des réseaux de périodes $2.1 \mu m$ (a) et $0.73 \mu m$	72
3.9	Optimisation des paramètres d'enregistrement pour le cas du multiplexage simultané, le paramètre variable est l'éclairement associé au réseau de $2.1 \mu m$, $I_0 = 17.1 mW/cm^2$ (a), $I_0 = 24.5 mW/cm^2$ (b), $I_0 = 25.7 mW/cm^2$ (c) et $I_0 = 26.8 mW/cm^2$ (d).	73
3.10	Exemple de réseaux multiplexés équilibrés, ayant la même efficacité de diffraction sous incidence de Bragg.	73
3.11	Caractérisation angulaire de deux réseaux multiplexés avec un laser He-Ne - Comparaison entre les résultats expérimentaux (courbes en pointillés) et les prédictions théoriques (courbes continues).	74
3.12	Evolutions temporelles des ordres 1 diffractés pour deux réseaux multiplexés séquentiellement avec différents temps d'exposition pour le premier réseau, 3 s (a), 4.3 s (b), 4.5 s (c) and 5 s (d).	75
3.13	Efficacité de diffraction normalisée pour les ordres 1 des deux réseaux sous incidence de Bragg en fonction du champ électrique appliqué.	76
3.14	Efficacités de diffraction pour les ordres 1 des deux réseaux en fonction du champ électrique appliqué pour un angle d'incidence intermédiaire entre les deux angles de Bragg.	76
3.15	Diffraction de Bragg par une structure 2D comprenant un réseau en transmission ainsi qu'un réseau dont les franges sont obliques.	78
4.1	Représentations schématiques de cristaux photoniques 1D, 2D et 3D.	79
4.2	Principe de fonctionnement d'un miroir de Bragg.	80
4.3	Réponse spectrale d'un réseau holographique en réflexion et illustration de la bande interdite photonique (BIP).	80
4.4	Exemple d'un diagramme de bandes $\omega = f(k)$ d'un cristal photonique à une dimension.	81
4.5	Principe de fonctionnement du composant à base de cristaux photoniques 2D.	82
4.6	Structure holographique 2D.	83
4.7	Illustration de l'amplification de la lumière diffractée par la structure 2D.	85
4.8	Illustration de l'amplification de la lumière diffractée par la structure 2D avec la présence d'un miroir en or.	85
4.9	Schéma du montage d'enregistrement pour la structure 2D.	86

4.10	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence de deux prismes à 45°	87
4.11	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme à 45°	88
4.12	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence d'un prisme $60^\circ / 30^\circ$	88
4.13	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme $60^\circ / 30^\circ$	89
4.14	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en réflexion avec la présence de prismes semi-circulaires.	89
4.15	Géométrie d'enregistrement pour un réseau en transmission avec la présence d'un prisme semi-circulaire.	89
4.16	Photographie du montage d'enregistrement.	90
4.17	Configuration des faisceaux d'enregistrement avec les prismes $30^\circ/60^\circ$	91
4.18	Variation de la réflectivité pour un réseau en réflexion de période 250 nm et pour différentes épaisseurs de matériau.	91
4.19	Montage de caractérisation spectrale.	92
4.20	Mesure spectrale du coefficient de transmission d'un miroir holographique centré sur la longueur d'onde du laser He-Ne.	92
4.21	Mesure de l'ordre zéro en réflexion.	93
4.22	Ordres ± 1 en transmission sous incidence de Bragg pour le réseau en transmission.	93
4.23	Coefficient de transmission pour un réseau en réflexion H-PDLC.	94
5.1	Illustration de la résonance de mode guidé, le réseau fait office de guide d'onde (a) et l'on peut observer le coefficient de réflexion associé (b).	96
5.2	Illustration de la décroissance du champ de part et d'autre d'une interface métal-diélectrique.	98
5.3	Courbe de dispersion du plasmon de surface.	99
5.4	Configurations de Otto (a) et de Kretschmann-Raether (b).	100
5.5	Courbe de réflectivité pour une configuration d'excitation de type Kretschmann-Raether pour une longueur d'onde de 632.8 nm.	100
5.6	Illustration du principe de la méthode C.	101
5.7	Comparaison de la convergence des deux méthodes de calcul pour un réseau sinusoïdal en or de période $\Lambda=650$ nm, d'épaisseur 36 nm, la longueur d'onde est $\lambda=632.8$ nm et le milieu incident est l'air. (a) Comparaison des réponses angulaires avec 12 ordres de diffraction retenus ; (b) Comparaison de la convergence des deux méthodes en fonction du nombre d'ordres de diffraction (l'angle d'incidence est fixé à 5°).	102
5.8	Deux méthodes pour inscrire le réseau de diffraction dans la photorésine.	103
5.9	Variation de l'épaisseur de résine S1805 (courbe \times) en fonction de la vitesse de rotation de la tournette. (Courbe provenant des données fournisseur).	103

5.10	Montage du miroir de Lloyd pour l'enregistrement de réseaux en relief.	104
5.11	Photographie au microscope électronique à balayage (MEB) (grandissement $\times 12900$) de la surface d'un réseau 1D inscrit dans de la photorésine diluée, la période du réseau est d'environ $1 \mu m$	105
5.12	Comparaison de résultats de simulation pour deux réseaux de diffractions binaire et sinusoïdal en or de période 650 nm et d'épaisseur 36 nm , (a) réponse angulaire, $\lambda=632.8 \text{ nm}$, (b) réponse spectrale, $\alpha=6.5^\circ$, le milieu incident est l'air. 106	106
5.13	Comparaison de résultats de simulation pour deux réseaux de diffractions binaire et sinusoïdal en or de période $1 \mu m$ et d'épaisseur 39 nm , (a) réponse angulaire, $\lambda=1550 \text{ nm}$, (b) réponse spectrale, $\alpha=33^\circ$	106
5.14	Illustration de l'influence du temps d'exposition sur le rapport cyclique d'un réseau de $1 \mu m$ (grandissement $\times 10000$), 210 s (a) et 180 s (b).	107
5.15	Réflexivités pour un réseau d'une période de 650 nm , plongé dans l'air (a) et dans un milieu d'indice $n=1.55$ (b), les angles d'incidences sont déterminés de façon à observer les résonances pour $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ et $\lambda = 1.55 \mu m$ pour un rapport cyclique égal à 0.5	107
5.16	Illustration des disparités de gravure sur la surface du réseau à cause de la non-uniformité du faisceau d'enregistrement, la mesure a été effectuée en trois points de la surface (a), (b) et (c).	108
5.17	Réflexivité d'un réseau enregistré dans une couche de résine sous-gravée et ceci en plusieurs points de sa surface.	109
5.18	Réflexivité d'un réseau enregistré dans une couche de résine diluée et ceci en plusieurs points de sa surface.	109
5.19	Image AFM d'un réseau d'une période de $1 \mu m$, le champ observé est de $10 \mu m \times 10 \mu m$ (a) et de $4 \mu m \times 4 \mu m$ (b). La profondeur de gravure est d'environ 20 nm	110
5.20	Réponse spectrale théorique d'un réseau métallique optimisé pour le domaine des télécommunications optiques.	110
5.21	Montage de caractérisation dans le proche infrarouge.	111
5.22	Photographies du montage de caractérisation des réseaux en réflexion.	111
5.23	Réflexivité de réseaux de $1 \mu m$ sur la bande C pour différentes profondeurs de gravure.	112
5.24	Réponse spectrale de deux réseaux de diffraction de périodes $1.08 \mu m$ (a) et $0.65 \mu m$ (b) pour différentes valeurs de l'indice du milieu incident.	113
5.25	Variation de la réflexivité (par conséquent de l'atténuation) pour la longueur d'onde $1.55 \mu m$ pour les deux réseaux.	113
5.26	Cellule nano-PDLC dont l'une des électrodes est constituée par un réseau métallique.	114
5.27	Interprétation de la structure cellule sans (a) et avec couche d'ITO (b).	115
5.28	Réponse spectrale de la structure cellule en fonction de la couche de nano-PDLC avec substrat de verre (a) et en présence de la couche d'ITO (b).	115
5.29	Mesures des réflexivités de 4 cellules, cellule de $10 \mu m$ remplie de monomère seul (a), cellule nano-PDLC de $10 \mu m$ (b), $5 \mu m$ (c) et de $3.5 \mu m$ (d).	116

5.30	Cellule finale nano-PDLC comportant un réseau de diffraction en or en tant qu'électrode.	117
5.31	Illustration du déplacement de la résonance de plasmon de surface avec l'application d'un champ électrique.	117
5.32	Illustration du déplacement de la résonance (a) et la variation de la réflectivité pour $\lambda = 1.55 \mu m$ (b) pour une structure cellule.	118
5.33	Excitation des plasmons de surface pour le réseau croisé.	119
5.34	Observations AFM de réseaux croisés en photorésine, les dimensions sont de $10 \mu m \times 10 \mu m$ (a) et de $4 \mu m \times 4 \mu m$ (b), la période est d'environ $1 \mu m$ et l'épaisseur de 55 nm	119
5.35	Topographie de la surface du réseau croisé réalisé.	119
5.36	Caractérisation angulaire au laser He-Ne d'un réseau croisé avec quatre états de polarisation rectilignes.	120
A.1	Géométrie et paramètres d'un réseau en volume.	133
B.1	Comparaison des théories de Kogelnik et RCW pour deux réseaux épais en volume (Polarisation TE et l'épaisseur est de $25 \mu m$).	136
C.1	Illustration de la phase nématique.	137
C.2	Illustration de la phase cholestérique.	138
C.3	Illustration de la phase smectique.	138
D.1	Géométrie du problème 2D.	142
E.1	Principe de fonctionnement du matériau nano-PDLC.	151
E.2	Modulations d'indice obtenues avec les trois mélanges étudiés.	153

Liste des tableaux

1.1	Tableau récapitulatif des principales méthodes rigoureuses permettant de résoudre le problème de diffraction par un réseau ainsi que leurs domaines d'application.	9
2.1	Paramètres des réseaux déterminés avec la méthode RCW, T est l'épaisseur du photopolymère, Δn_1 et Δn_2 sont les modulations d'indices associées aux réseaux fondamental et secondaire.	42
2.2	Résultats d'ajustement obtenus avec le modèle local.	44
2.3	Résultats d'ajustement obtenus avec le modèle non-local.	44
2.4	Comparaisons entre les valeurs expérimentales et prédites par le modèle des modulations d'indice de réfraction pour deux réseaux.	46
2.5	Mesures des efficacités de diffraction sous incidence de Bragg ainsi que des pertes par diffusion.	59
2.6	Estimation des modulations d'indices dans le proche infrarouge.	59
3.1	Avantages et inconvénients des deux types de multiplexage.	77
4.1	Dimensionnement de la structure pour diverses modulations d'indices du miroir de Bragg.	84
4.2	Valeurs minimum et maximum pouvant être obtenues.	90
5.1	Uniformité du faisceau d'enregistrement pour différentes focales de la lentille de collimation.	105
5.2	Avantages et inconvénients des deux types de d'enregistrements.	110
E.1	Paramètres des cellules nano-PDLC réalisées	153

A

Théorie des ondes
couplées de Kogelnik

Nous rappelons dans cette annexe les principes et les formules issues de la théorie à deux ondes couplées de la théorie de Kogelnik pour les réseaux en volume.

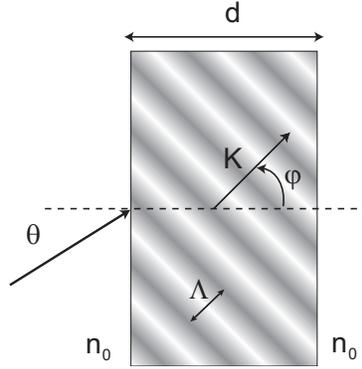


Figure A.1 — Géométrie et paramètres d'un réseau en volume.

L'indice de réfraction d'un réseau épais en volume illustré sur la figure A.1 est donné par la fonction suivante :

$$n(x, y, z) = n_0 + \Delta n \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{A.1})$$

n_0 est l'indice moyen du réseau, Δn est la modulation d'indice du réseau, elle correspond à la plus grande variation d'indice par rapport à l'indice moyen. \mathbf{K} est le vecteur réseau, il est orthogonal aux franges du réseau, son module est donné par $K = 2\pi/\Lambda$ (Λ étant la période du réseau).

Contrairement à la théorie rigoureuse des ondes couplées qui prend en compte un couplage entre toutes les ondes diffractées, la théorie de Kogelnik [26] considère que le couplage a seulement lieu entre l'onde incidente et le premier ordre de diffraction. Cette hypothèse est valide notamment lorsque nous sommes proches de la condition de Bragg :

$$\cos(\varphi - \theta) = \frac{\lambda}{2n_0\Lambda} \quad (\text{A.2})$$

et que la condition d'épaisseur est remplie :

$$Q = \frac{2\pi\lambda d}{n_0\Lambda^2} > 10 \quad (\text{A.3})$$

Ainsi, lorsque nous sommes dans le domaine de validité de cette théorie, les efficacités de diffraction dans le premier ordre diffracté peuvent être données par des formules analytiques. Nous allons les donner pour les cas particulier des réseaux en transmission ($\varphi=90^\circ$) ou en réflexion ($\varphi=0^\circ$). Les formules générales prenant en compte l'écart par rapport à la condition de Bragg sont les suivantes :

- **Réseau en transmission :**

$$\eta = \frac{\sin^2 \sqrt{\nu^2 + \xi^2}}{1 + \xi^2/\nu^2} \quad (\text{A.4})$$

avec

$$\nu = \frac{\pi \Delta n d}{\lambda \cos \theta} \quad (\text{A.5})$$

$$\xi = \frac{Kd}{2} \Delta\theta - \frac{K^2 d}{8\pi n_0 \cos \theta} \Delta\lambda \quad (\text{A.6})$$

où $\Delta\theta = \theta_{Bragg} - \theta$ et $\Delta\lambda = \lambda_{Bragg} - \lambda$.

- **Réseau en réflexion :**

$$\eta = \frac{\sinh^2 \sqrt{\nu^2 - \xi^2}}{\cosh^2 \sqrt{\nu^2 - \xi^2} - \xi^2/\nu^2} \quad (\text{A.7})$$

avec

$$\nu = \frac{j\pi \Delta n d}{\lambda \cos \theta} \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = \frac{\pi d}{\Lambda c_s} \left(-\cos \theta \Delta\theta + \frac{\Delta\lambda}{2n_0 \Lambda} \right) \quad (\text{A.9})$$

où $c_s = \cos \theta - \frac{\lambda}{n_0 \Lambda}$.

Dans les deux cas, le paramètre ξ représente le désaccord par rapport à la condition de Bragg. Il est donc nul pour l'incidence de Bragg et nous obtenons alors les formules suivantes :

$$\eta_{Transmission} = \sin^2 \nu \quad (\text{A.10})$$

$$\eta_{Reflection} = \tanh^2 \nu \quad (\text{A.11})$$

Les formules ci-dessus sont données pour la polarisation TE, pour la polarisation TM, il faut multiplier le terme ν par $\cos(2\theta)$.

B

Exemple de comparaison entre la théorie de Kogelnik et la méthode RCW

Voici un exemple de calcul utilisant la théorie de Kogelnik illustrant le domaine de validité de cette méthode. Nous avons pris un exemple pratique considérant deux réseaux de diffraction travaillant sous incidence de Bragg dans la plage spectrale conventionnelle des télécommunications (1520 nm - 1580 nm).

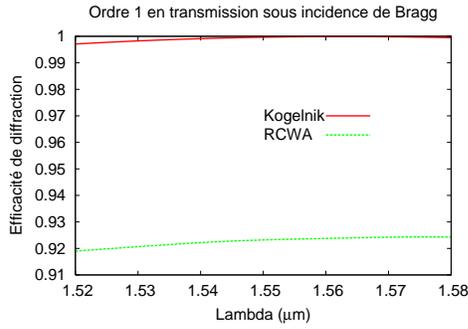
Dans le domaine des télécommunications optiques, les divers composants insérés dans une liaison doivent présenter les plus faibles pertes d'insertion (afin de ne pas dégrader le taux d'erreur binaire et la qualité de la liaison [119]) et une dépendance en polarisation quasi-nulle. Les fibres utilisées étant monomodes (normes ITU-T G-652 ou G-655), l'état de polarisation en sortie de fibre est en général inconnu.

Le dimensionnement d'un réseau de diffraction destiné à de telles applications est très important. Pour un réseau, c'est la valeur de l'efficacité de diffraction (DE) qui est directement reliée aux pertes d'insertion (IL) :

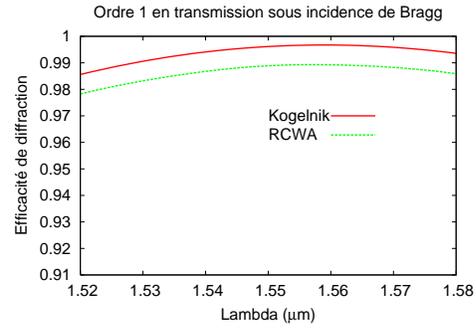
$$IL(dB) = -10 \log DE \tag{B.1}$$

Nous considérons deux réseaux en volume dont les fréquences spatiales sont 200 l/mm et 380 l/mm. Leurs modulations d'indices sont choisies pour fournir un maximum d'efficacité de diffraction et nous sommes en incidence de Bragg pour $\lambda = 1.55 \mu m$.

Nous avons représenté sur la figure B.1 les résultats fournis par la théorie de Kogelnik et la théorie rigoureuse des ondes couplées.



(a) Réseau en transmission de 200 l/mm
($Q=6.5$)



(b) Réseau en transmission de 380 l/mm
($Q=23.4$)

Figure B.1 — Comparaison des théories de Kogelnik et RCW pour deux réseaux épais en volume (Polarisation TE et l'épaisseur est de $25 \mu m$).

Lorsque le facteur Q du réseau est inférieur à 10 (hors du critère de réseau épais), les résultats fournis par les deux théories sont assez différents. Cela nous donne un écart de pertes d'insertion d'environ 0.35 dB pour le réseau à 200 l/mm et seulement de 0.03 dB pour le réseau à 380 l/mm.

C

Rappels sur les cristaux liquides

L'objet de cette annexe est d'introduire et de présenter les propriétés générales des cristaux liquides sans être exhaustif, uniquement dans le but d'aider à la compréhension du fonctionnement du matériau PDLC.

C.1 Description

Les phases cristal liquides tiennent leur nom du fait qu'elles présentent des propriétés mécaniques et de symétrie intermédiaires entre les phases solide cristallin et liquide isotrope (on parle alors de mésophase). Il y a ainsi des ordres d'orientation et/ou de positionnement entre les molécules constituant le cristal liquide, ces ordres étant dus aux interactions et aux affinités entre les différentes molécules composant la phase. Ces interactions sont dues notamment au fait que les molécules ont une géométrie anisotrope (ce sont souvent des molécules allongées).

La nature des molécules de cristal liquide fait que ces dernières peuvent être assimilées à des dipôles électriques permanents (le barycentre des charges positives n'étant pas confondu avec celui des charges négatives). Il est possible de réorienter le dipôle par application d'un champ électrique externe.

Les principales phases cristal liquide existantes sont les suivantes :

- ✓ **La phase nématique** où les forces intermoléculaires font que les molécules tendent à rester alignées suivant un axe privilégié appelé directeur \vec{n} (voir figure C.1). Cette phase ne possède ainsi qu'un ordre d'orientation. Le directeur a une orientation arbitraire dans l'espace qui peut être modifiée par l'application d'un champ électrique.

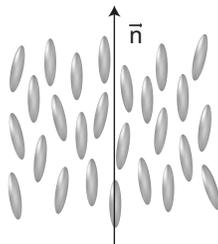


Figure C.1 — Illustration de la phase nématique.

- ✓ **La phase cholestérique** est encore appelée phase nématique chirale (les molécules constituant le cristal liquide sont chirales). Localement, les molécules tendent à s'aligner selon un directeur \vec{n} mais ce directeur varie dans l'espace de manière hélicoïdale (voir figure C.2).

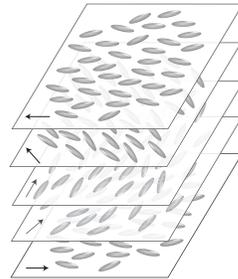


Figure C.2 — Illustration de la phase cholestérique.

Les plans contenant les molécules n'ont aucune réalité physique et sont seulement destinés à aider la représentation.

- ✓ **La phase smectique** quant à elle présente un ordre de position en plus d'un ordre d'orientation. Ces phases adoptent une structure en couches comme indiqué sur la figure C.3 (phase smectique A).

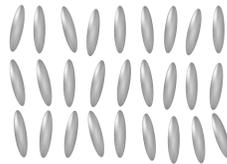


Figure C.3 — Illustration de la phase smectique.

Il existe plusieurs autres phases smectiques permettant d'obtenir d'autres configurations des molécules de la phase cristal liquide, nous renvoyons le lecteur aux références [57, 58] pour plus de détails à ce sujet.

Les différentes phases cristal présentées ci-dessus sont stables mais pour une plage de température donnée. De nombreuses espèces n'ont qu'une seule phase cristal liquide, mais il n'est pas rare qu'une même substance présente plusieurs phases dépendantes de la température. Un exemple des différentes transitions de phase pour le cristal liquide 8CB est donné ci-dessous :



Dans le cadre de ce travail, nous n'avons utilisé que des cristaux liquides nématiques, nous nous restreindrons à l'étude de cette phase.

C.2 La phase nématique

Comme indiqué précédemment, la phase nématique ne possède qu'un ordre d'alignement, l'orientation des molécules variant légèrement autour d'une direction moyenne, définissant ainsi le directeur \vec{n} . La déviation moyenne des molécules de cristal liquide par rapport au directeur \vec{n} est quantifiée par le paramètre d'ordre S :

$$S = \frac{1}{2} \langle 3 \cos^2 \theta - 1 \rangle \quad (\text{C.1})$$

les crochets $\langle \rangle$ désignent une moyenne sur toutes les valeurs possibles de θ , déviation entre le directeur d'une molécule de cristal liquide et le directeur \vec{n} de la phase nématique. S peut varier entre 0 (liquide isotrope) et 1 (alignement parfait des molécules).

La géométrie des molécules de cristal liquide est telle que le comportement macroscopique d'une phase cristal liquide sera anisotrope. La phase nématique n'étant définie que par un ordre d'alignement, elle peut être considérée du point de vue optique comme un milieu uniaxe. Elle est ainsi définie par son tenseur de permittivité relative :

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\perp} \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

La différence $\Delta\epsilon = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$ est notée anisotropie diélectrique. Deux cas de figure sont à considérer selon le signe de $\Delta\epsilon$:

- $\Delta\epsilon > 0$: l'anisotropie est dite positive, le directeur \vec{n} va s'aligner parallèlement aux lignes du champ appliqué.
- $\Delta\epsilon < 0$: l'anisotropie est dite négative, le directeur \vec{n} va s'aligner perpendiculairement aux lignes du champ appliqué.

Dans le domaine des fréquences optiques, cette anisotropie diélectrique se traduit par une biréfringence $\Delta n = \sqrt{\epsilon_{\parallel}} - \sqrt{\epsilon_{\perp}} = n_o - n_e$, avec n_o l'indice de réfraction ordinaire et n_e l'indice de réfraction extraordinaire.

D

Théorie rigoureuse des ondes couplées pour un réseau à deux dimensions

D.1 Introduction

La modélisation d'un réseau de diffraction à 2 dimensions est présentée. Il s'agit d'une généralisation de la classique théorie rigoureuse des ondes couplées de Moharam et Gaylord associée à l'algorithme de la matrice S pour un milieu périodique à deux dimensions. Les calculs théoriques ainsi que la mise en oeuvre informatique sont présentés.

D.2 Établissement du problème

D.2.1 Géométrie du problème

Nous nous intéresserons uniquement à une structure constituée d'une seule couche contenant le réseau. Les milieux extrêmes seront notés par les indices I et III.

D.2.1.1 Schéma

Notations utilisées :

- n_1 et n_3 : indices respectifs des milieux externes au réseau (ou superstrat et substrat si le réseau est encapsulé).
- k_1 et k_3 : normes des vecteurs d'ondes dans les milieux I et III. ($k_i = \frac{2\pi}{\lambda} n_i = k_0 n_i$)
- δ : angle d'azimuth.
- Ψ : angle correspondant à la polarisation du champ.
- θ : angle par rapport à la normale au réseau.
- ζ : angle d'orientation de la seconde périodicité par rapport à l'axe \mathbf{x} .
- d : épaisseur du réseau.

Les vecteurs unitaires du repaire cartésien seront notés \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} .

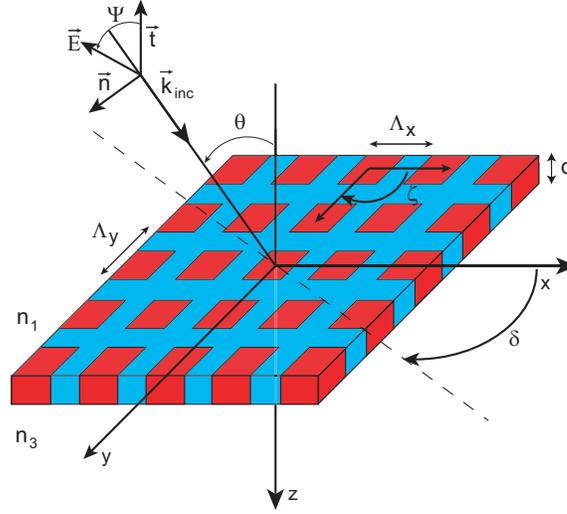


Figure D.1 — Géométrie du problème 2D.

D.2.1.2 Base d'harmoniques spatiales utilisée

Nous notons Λ_x et Λ_y les périodicités des deux réseaux (La deuxième périodicité peut être orientée arbitrairement ce qui nous permet d'étudier les réseaux multiplexés ainsi que les réseaux croisés). Si nous notons $K_x = \frac{2\pi}{\Lambda_x}$ et $K_y = \frac{2\pi}{\Lambda_y}$. La permittivité du réseau, peut être décomposée en séries de Fourier à deux dimensions :

$$\epsilon(x, y) = \sum_{m, n} \epsilon_{mn} \exp [j \mathbf{K}_{mn} \cdot \mathbf{r}] \quad (\text{D.1})$$

où ϵ_{mn} est le (m, n) ième coefficient de Fourier de la fonction réseau. Le vecteur réseau \mathbf{K}_{mn} est défini par :

$$\mathbf{K}_{mn} = (mK_x + nK_y \cos \zeta) \mathbf{x} + nK_y \sin \zeta \mathbf{y} \quad (\text{D.2})$$

où ζ correspond à l'orientation de la deuxième périodicité (nous avons un réseau croisé si $\zeta = \pi/2$ et un réseau multiplexé si $\zeta = 0$). C'est sur cette base que sera développé le champ à l'intérieur du réseau.

Concernant les calculs numériques, nous allons considérer le même nombre d'ordre de diffraction pour les deux périodicités, ce nombre sera noté N (nous étudierons les ordres allant de $-N$ à $+N$). L'indice m se rapportera à Λ_x et l'indice n à Λ_y . Ainsi, le nombre d'ordres qui sera calculé sera égal à $N_o = (2N + 1)^2$.

Les ordres diffractés seront classés les uns à la suite des autres selon la règle suivante : soit r le numéro de l'ordre ($1 \leq r \leq (2N + 1)^2$); pour un couple m, n , nous avons $r = 1 + (m + N) + (2N + 1)(n + N)$. Cette bijection nous permettra d'exprimer le problème sous forme matricielle. Inversement, à partir de r , il est possible de retrouver m et n .

$$\begin{cases} n = -N + \text{int} \left(\frac{r-1}{N+1} \right) \\ m = r - 1 - (2N + 1)(n + N) - N \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

(*int* représente ici la fonction partie entière)

D.2.2 Coordonnées des différents vecteurs

Vecteur unitaire du champ incident \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \theta \cos \delta - \sin \Psi \sin \delta \\ \cos \Psi \cos \theta \sin \delta - \sin \Psi \cos \delta \\ -\cos \Psi \sin \theta \end{pmatrix} \quad (\text{D.4})$$

Vecteur d'onde du champ incident \mathbf{k}_1 :

$$\mathbf{k}_{\text{inc}} = \begin{pmatrix} k_{\text{inc},x} \\ k_{\text{inc},y} \\ k_{\text{inc},z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 \sin \theta \cos \delta \\ k_1 \sin \theta \sin \delta \\ k_1 \cos \theta \end{pmatrix} \quad (\text{D.5})$$

Vecteurs d'ondes des ordres diffractés dans les milieux homogènes :

Ils sont calculés à l'aide du théorème de Floquet qui nous indique que les vecteurs d'ondes des ordres diffractés dans les milieux homogènes sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{1,mn} &= k_{\text{inc},x} \mathbf{x} + k_{\text{inc},y} \mathbf{y} - \mathbf{K}_{mn} - k_{1,z,mn} \mathbf{z} \\ &= k_{x,mn} \mathbf{x} + k_{y,mn} \mathbf{y} - k_{1,z,mn} \mathbf{z} \end{aligned} \quad (\text{D.6a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{3,mn} &= k_{\text{inc},x} \mathbf{x} + k_{\text{inc},y} \mathbf{y} - \mathbf{K}_{mn} - k_{3,z,mn} \mathbf{z} \\ &= k_{x,mn} \mathbf{x} + k_{y,mn} \mathbf{y} - k_{3,z,mn} \mathbf{z} \end{aligned} \quad (\text{D.6b})$$

avec :

$$k_{x,mn} = k_{\text{inc},x} - mK_x - nK_y \cos \zeta \quad (\text{D.7a})$$

$$k_{y,mn} = k_{\text{inc},y} - nK_y \sin \zeta \quad (\text{D.7b})$$

et :

$$k_{i,z,mn} = \begin{cases} [k_i^2 - k_{x,mn}^2 - k_{y,mn}^2]^{1/2} & k_i > (k_{x,mn}^2 + k_{y,mn}^2)^{1/2} \\ -j [k_{x,mn}^2 + k_{y,mn}^2 - k_i^2]^{1/2} & k_i < (k_{x,mn}^2 + k_{y,mn}^2)^{1/2} \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

avec la condition $\Im(k_{i,z,mn}) > 0$.

D.2.3 Expression des champs dans chaque région

D.2.4 Milieux homogènes I et III

En utilisant le théorème de Floquet, les champs dans les milieux I et III peuvent être exprimés en développements de Rayleigh :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_I &= \mathbf{E}_{\text{inc}} + \sum_m \sum_n \mathbf{R}_{mn} \exp[-j(k_{x,mn}x + k_{y,mn}y - k_{1,z,mn}z)] \\ \mathbf{E}_{\text{III}} &= \sum_m \sum_n \mathbf{T}_{mn} \exp[-j(k_{x,mn}x + k_{y,mn}y + k_{3,z,mn}(z-d))] \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

Le champ incident est donné par $\mathbf{E}_{inc} = \mathbf{u} \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r})$.

Les vecteurs \mathbf{R}_{mn} et \mathbf{T}_{mn} correspondent aux amplitudes complexes des ordres diffractés réfléchis et transmis. Ils sont donnés par :

$$\mathbf{R}_{mn} = R_{x,mn} \mathbf{x} + R_{y,mn} \mathbf{y} + R_{z,mn} \mathbf{z} \quad (\text{D.10a})$$

$$\mathbf{T}_{mn} = T_{x,mn} \mathbf{x} + T_{y,mn} \mathbf{y} + T_{z,mn} \mathbf{z} \quad (\text{D.10b})$$

Les champs magnétiques sont obtenus grâce aux équations de Maxwell.

$$\mathbf{H}_{inc} = -\frac{1}{\omega\mu_0} \mathbf{k}_{inc} \times \mathbf{u} \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{D.11})$$

$$\mathbf{H}_R = -\frac{1}{\omega\mu_0} \sum_m \sum_n \mathbf{k}_{1,mn} \times \mathbf{R}_{mn} \exp(-j\mathbf{k}_{1,mn} \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{D.12})$$

$$\mathbf{H}_T = -\frac{1}{\omega\mu_0} \sum_m \sum_n \mathbf{k}_{3,mn} \times \mathbf{T}_{mn} \exp(-j\mathbf{k}_{3,mn} \cdot \mathbf{r}) \quad (\text{D.13})$$

D.2.4.1 Champ à l'intérieur du réseau

Le champ est exprimé dans la base des harmoniques spatiales, nous obtenons ainsi :

$$\mathbf{E}_g = \sum_m \sum_n \mathbf{S}_{mn}(z) \exp[-j(k_{x,mn}x + k_{y,mn}y)] \quad (\text{D.14})$$

$$\mathbf{H}_g = -j \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{1/2} \sum_m \sum_n \mathbf{U}_{mn}(z) \exp[-j(k_{x,mn}x + k_{y,mn}y)] \quad (\text{D.15})$$

où $\mathbf{S}_{mn}(z)$ et $\mathbf{U}_{mn}(z)$ sont les amplitudes complexes des champs électrique et magnétique et ceci pour chacun des ordres définis par le couple m, n . Nous avons :

$$\mathbf{S}_{mn}(z) = S_{x,mn}(z) \mathbf{x} + S_{y,mn}(z) \mathbf{y} + S_{z,mn}(z) \mathbf{z} \quad (\text{D.16a})$$

$$\mathbf{U}_{mn}(z) = U_{x,mn}(z) \mathbf{x} + U_{y,mn}(z) \mathbf{y} + U_{z,mn}(z) \mathbf{z} \quad (\text{D.16b})$$

D.3 Calcul des champs dans le réseau

Nous allons ci-dessous résoudre les équations de Maxwell dans le réseau :

$$\nabla \times \mathbf{E}_g = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_g \quad (\text{D.17})$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_g = j\omega\epsilon_0 \epsilon(x, y) \mathbf{E}_g \quad (\text{D.18})$$

D.3.1 Système d'équations différentielles à résoudre

Si nous développons les équations ci-dessus dans le système de coordonnées cartésien, nous obtenons :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x \quad (\text{D.19a})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y \quad (\text{D.19b})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z \quad (\text{D.19c})$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\epsilon(x, y)E_x \quad (\text{D.19d})$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon_0\epsilon(x, y)E_y \quad (\text{D.19e})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\epsilon_0\epsilon(x, y)E_z \quad (\text{D.19f})$$

Nous éliminons les composantes selon z , nous obtenons ainsi un système de quatre équations différentielles couplées :

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu_0 H_x - \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\epsilon(x, y)} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{D.20a})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_y - \frac{j}{\omega\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\epsilon(x, y)} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{D.20b})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -j\omega\epsilon_0\epsilon(x, y)E_x + \frac{j}{\omega\epsilon_0} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \right) \quad (\text{D.20c})$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\epsilon(x, y)E_y + \frac{j}{\omega\epsilon_0} \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial y \partial x} \right) \quad (\text{D.20d})$$

D.3.2 Ecriture dans la base des harmoniques spatiales

Le système d'équations ci-dessus est réécrit dans une base de Fourier. Il faut pour cela exprimer les coefficients de Fourier d'un produit de fonctions périodiques.

D.3.2.1 Matrice du système

En utilisant la règle de Laurent adaptée aux fonctions à deux dimensions, nous réécrivons le système d'équations différentielles.

$$\frac{\partial S_{y,mn}}{\partial z} = k_0 U_{x,mn} - \frac{k_{y,mn}}{k_0} \sum_o \sum_p (\epsilon)_{(m-o)(n-p)}^{-1} (-k_{x,op} U_{y,op} + k_{y,op} U_{x,op}) \quad (\text{D.21a})$$

$$\frac{\partial S_{x,mn}}{\partial z} = -k_0 U_{y,mn} - \frac{k_{x,mn}}{k_0} \sum_o \sum_p (\epsilon)_{(m-o)(n-p)}^{-1} (-k_{x,op} U_{y,op} + k_{y,op} U_{x,op}) \quad (\text{D.21b})$$

$$\frac{\partial U_{y,mn}}{\partial z} = -k_0 \sum_o \sum_p \epsilon_{(m-o)(n-p)} S_{x,op} - \frac{k_{y,mn}}{k_0} (-k_{x,mn} S_{y,mn} + k_{y,mn} S_{x,mn}) \quad (\text{D.21c})$$

$$\frac{\partial U_{x,mn}}{\partial z} = k_0 \sum_o \sum_p \epsilon_{(m-o)(n-p)} S_{y,op} - \frac{k_{x,mn}}{k_0} (-k_{x,mn} S_{y,mn} + k_{y,mn} S_{x,mn}) \quad (\text{D.21d})$$

Nous obtenons ainsi un système de $4(2N + 1)^2$ équations. $\epsilon_{(m-o)(n-p)}$ est le $(m - o, n - p)$ ième harmonique de la décomposition de Fourier de la fonction permittivité. $\epsilon_{(m-o)(n-p)}^{-1}$ est le $(m - o, n - p)$ ième harmonique de la décomposition de Fourier de la fonction permittivité inverse.

En remplaçant la variable z par $z' = k_0 z$, nous pouvons réécrire ce système sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} \partial S_Y / \partial z' \\ \partial S_X / \partial z' \\ \partial U_Y / \partial z' \\ \partial U_X / \partial z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_Y A K_X & I - K_Y A K_Y \\ 0 & 0 & K_X A K_X - I & -K_X A K_Y \\ K_Y K_X & E - K_Y^2 & 0 & 0 \\ K_X^2 - E & -K_X K_Y & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_Y \\ S_X \\ U_Y \\ U_X \end{bmatrix} \quad (\text{D.22})$$

S_Y , S_X , U_Y et U_X sont des vecteurs de taille $(2N + 1)^2$ contenant les amplitudes des ondes diffractées à l'intérieur du réseau. E et A sont des matrices de Toeplitz contenant respectivement les harmoniques des fonctions permittivité et permittivité inverse. Chacun des éléments (mn, op) de cette matrice contient l'harmonique $\epsilon_{(m-o)(n-p)}$ (ou $\epsilon_{(m-o)(n-p)}^{-1}$). K_X et K_Y sont des matrices diagonales dont l'élément (mn, mn) est égal à $k_{x,mn}/k_0$ (respectivement $k_{y,mn}/k_0$).

Afin d'avoir une meilleure convergence et une stabilité numérique, le problème peut être reformulé en remplaçant la matrice A par E^{-1} .

Il est possible de réduire la taille de la matrice (et ainsi améliorer le temps de calcul) en s'intéressant seulement à l'un des champs. Nous posons :

$$F = \begin{bmatrix} K_Y E^{-1} K_X & I - K_Y E^{-1} K_Y \\ K_X E^{-1} K_X - I & -K_X E^{-1} K_Y \end{bmatrix} \quad (\text{D.23})$$

$$G = \begin{bmatrix} K_Y K_X & E - K_Y^2 \\ K_X^2 - E & -K_X K_Y \end{bmatrix} \quad (\text{D.24})$$

De plus, nous notons : $S = \begin{bmatrix} S_Y \\ S_X \end{bmatrix}$ et $U = \begin{bmatrix} U_Y \\ U_X \end{bmatrix}$.

Le système D.22 peut être réduit à :

$$\frac{\partial^2 S}{\partial z'^2} = FGS \quad (\text{D.25})$$

D.3.3 Forme des solutions

La solution est obtenue en déterminant les valeurs et vecteurs propres de la matrice FG . Chaque élément du vecteur S sera donné par :

$$S_i(z) = \sum_{m=1}^{(2N+1)^2} w_{i,m} \left(c_m^+ e^{-k_0 \lambda_m z} + c_m^- e^{k_0 \lambda_m (z-d)} \right) \quad (\text{D.26})$$

Le vecteur U sera obtenu grâce à la relation $U = F^{-1} \frac{\partial S}{\partial z}$. L'expression de la dérivée de $S_i(z)$ est :

$$\frac{\partial S_i(z)}{\partial z'} = \sum_{m=1}^{(2N+1)^2} w_{i,m} \lambda_m \left(-c_m^+ e^{-k_0 \lambda_m z} + c_m^- e^{k_0 \lambda_m (z-d)} \right) \quad (\text{D.27})$$

Par la suite, nous noterons W la matrice contenant les vecteurs propres de la matrice FG et Q la matrice dont la diagonale contient les racines carrées des valeurs propres de FG (nous retenons la racine dont la partie réelle est positive). La matrice W peut être scindée en deux parties, chacune étant relative aux coordonnées selon \mathbf{x} et \mathbf{y} , $W = [W_Y, W_X]^T$.

D.4 Expression des conditions aux limites

Afin de déterminer les amplitudes champs diffractés, nous allons écrire les équations de continuité des composantes tangentielles des champs aux interfaces $z = 0$ et $z = d$. Nous ne nous intéressons pour l'instant seulement aux composantes selon \mathbf{x} et \mathbf{y} , nous éliminerons les composantes selon \mathbf{z} grâce à l'orthogonalité entre les vecteurs d'ondes \mathbf{k} et le champ électrique \mathbf{E} (grâce au fait que la divergence du champ est nulle). Ainsi :

$$\mathbf{k}_{1,mn} \cdot \mathbf{R}_{mn} = 0 \quad (\text{D.28a})$$

$$\mathbf{k}_{3,mn} \cdot \mathbf{T}_{mn} = 0 \quad (\text{D.28b})$$

Les expressions de $R_{z,mn}$ et de $T_{z,mn}$ sont donc données par :

$$R_{z,mn} = \frac{k_{x,mn} R_{x,mn} + k_{y,mn} R_{y,mn}}{k_{1,z,mn}} \quad (\text{D.29})$$

$$T_{z,mn} = -\frac{k_{x,mn} T_{x,mn} + k_{y,mn} T_{y,mn}}{k_{3,z,mn}} \quad (\text{D.30})$$

D.4.1 Calcul à l'interface $z = 0$

Continuité du champ électrique :

$$u_y \delta_{m0} \delta_{n0} + R_{y,mn} = \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} w_{y,mn,p} \left(c_p^+ + c_p^- e^{-k_0 \lambda_p d} \right) \quad (\text{D.31})$$

$$u_x \delta_{m0} \delta_{n0} + R_{x,mn} = \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} w_{x,mn,p} \left(c_p^+ + c_p^- e^{-k_0 \lambda_p d} \right) \quad (\text{D.32})$$

Continuité du champ magnétique :

$$\begin{aligned} j \left(\frac{k_{inc,x} k_{inc,y}}{k_0 k_{inc,z}} u_y + \frac{k_1^2 - k_{inc,y}^2}{k_0 k_{inc,z}} u_x \right) \delta_{m0} \delta_{n0} - j \left(\frac{k_{x,mn} k_{y,mn}}{k_0 k_{1,z,mn}} R_{y,mn} + \frac{k_1^2 - k_{y,mn}^2}{k_0 k_{1,z,mn}} R_{x,mn} \right) \\ = - \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} v_{y,mn,p} \left(-c_p^+ + c_p^- e^{-k_0 \lambda_p d} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.33})$$

$$\begin{aligned} -j \left(\frac{k_1^2 - k_{inc,y}^2}{k_0 k_{inc,z}} u_y + \frac{k_{inc,x} k_{inc,y}}{k_0 k_{inc,z}} u_x \right) \delta_{m0} \delta_{n0} + j \left(\frac{k_1^2 - k_{y,mn}^2}{k_0 k_{1,z,mn}} R_{y,mn} + \frac{k_{x,mn} k_{y,mn}}{k_0 k_{1,z,mn}} R_{x,mn} \right) \\ = - \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} v_{x,mn,p} \left(-c_p^+ + c_p^- e^{-k_0 \lambda_p d} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.34})$$

où $v_{y,mn,p}$ et $v_{x,mn,p}$ sont des éléments de la matrice $V = F^{-1}WQ$. Comme précédemment, V peut être scindée en deux parties : $V = [V_Y, V_X]^T$.

D.4.2 Calcul à l'interface $z = d$

Continuité du champ électrique :

$$\sum_{p=1}^{(2N+1)^2} w_{y,mn,p} \left(c_p^+ e^{-k_0 \lambda_p d} + c_p^- \right) = T_{y,mn} \quad (\text{D.35})$$

$$\sum_{p=1}^{(2N+1)^2} w_{x,mn,p} \left(c_p^+ e^{-k_0 \lambda_p d} + c_p^- \right) = T_{x,mn} \quad (\text{D.36})$$

Continuité du champ magnétique :

$$- \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} v_{y,mn,p} \left(-c_p^+ e^{-k_0 \lambda_p d} + c_p^- \right) = j \left(\frac{k_{x,mn} k_{y,mn}}{k_0 k_{3,z,mn}} T_{y,mn} + \frac{k_3^2 - k_{y,mn}^2}{k_0 k_{3,z,mn}} T_{x,mn} \right) \quad (\text{D.37})$$

$$- \sum_{p=1}^{(2N+1)^2} v_{x,mn,p} \left(-c_p^+ e^{-k_0 \lambda_p d} + c_p^- \right) = -j \left(\frac{k_3^2 - k_{y,mn}^2}{k_0 k_{3,z,mn}} T_{y,mn} + \frac{k_{x,mn} k_{y,mn}}{k_0 k_{3,z,mn}} T_{x,mn} \right) \quad (\text{D.38})$$

D.4.3 Expression matricielle

Les conditions de continuités à l'interface $z=0$ peuvent s'écrire :

$$\Gamma_1 \begin{bmatrix} I_v \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & WX \\ V & -VX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^+ \\ C^- \end{bmatrix} \quad (\text{D.39})$$

En $z=d$, nous avons :

$$\begin{bmatrix} WX & W \\ VX & -V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C^+ \\ C^- \end{bmatrix} = \Gamma_3 \begin{bmatrix} T \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.40})$$

La matrice V est égale à $F^{-1}WQ$ et la matrice X est une matrice diagonale dont chaque élément (i, i) est égal à $\exp(-k_0\lambda_i d)$.

I_v est un vecteur dont les seules composantes non-nulles sont :

$$I_v \left(\frac{N_o + 1}{2} \right) = u_y \quad (\text{D.41})$$

$$I_v \left(N_o + \frac{N_o + 1}{2} \right) = u_x \quad (\text{D.42})$$

Z_0 est un vecteur de taille $2(2N + 1)^2$ dont toutes les composantes sont nulles.

Les vecteurs R et T contiennent les amplitudes des ondes réfléchies et transmises selon \mathbf{x} et \mathbf{y} .

Les matrices Γ_1 et Γ_3 sont données par :

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} I & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & I \\ j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z1}} & j \frac{k_1^2 I - K_Y^2}{k_0 K_{Z1}} & -j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z1}} & -j \frac{k_1^2 I - K_Y^2}{k_0 K_{Z1}} \\ -j \frac{k_1^2 I - K_X^2}{k_0 K_{Z1}} & -j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z1}} & j \frac{k_1^2 I - K_X^2}{k_0 K_{Z1}} & j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z1}} \end{bmatrix} \quad (\text{D.43})$$

$$\Gamma_3 = \begin{bmatrix} I & 0 & I & 0 \\ 0 & I & 0 & I \\ j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z3}} & j \frac{k_3^2 I - K_Y^2}{k_0 K_{Z3}} & -j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z3}} & -j \frac{k_3^2 I - K_Y^2}{k_0 K_{Z3}} \\ -j \frac{k_3^2 I - K_X^2}{k_0 K_{Z3}} & -j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z3}} & j \frac{k_3^2 I - K_X^2}{k_0 K_{Z3}} & j \frac{K_X K_Y}{k_0 K_{Z3}} \end{bmatrix} \quad (\text{D.44})$$

Les matrices K_X , K_Y et K_{Zi} sont des matrices diagonales dont chaque terme (mn, mn) est respectivement égal $k_{x,mn}$, $k_{y,mn}$ et $k_{i,z,mn}$.

Le problème peut ainsi être posé de la manière suivante :

$$\Gamma_1 \begin{bmatrix} I_v \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W & WX \\ V & -VX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} WX & W \\ VX & -V \end{bmatrix}^{-1} \Gamma_3 \begin{bmatrix} T \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.45})$$

Nous retrouvons alors l'expression des conditions aux limites dans le cadre l'algorithme de la matrice T exposé au premier chapitre. L'algorithme de la matrice S qui a été exposé précédemment peut être utilisé.

D.4.4 Application au cas du réseau 2D

Le système se composant de trois couches, nous aurons besoin au préalable de déterminer trois matrices Γ . Γ_1 et Γ_3 sont données par les équations D.43 et D.44. La matrice Γ_2 quant à elle est donnée par :

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} W & W \\ V & -V \end{bmatrix} \quad (\text{D.46})$$

Ainsi, à la fin des itérations sur chaque couche, nous obtenons l'équation matricielle suivante (appliqué à notre problème) :

$$\begin{bmatrix} T \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{dd} & R_{du} \\ R_{ud} & T_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_v \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.47})$$

Les amplitudes des ondes diffractées T et R seront aisément obtenues en effectuant les produits $T = T_{dd}I_v$ et $R = R_{ud}I_v$. Les composantes selon \mathbf{z} seront déterminées à l'aide des relations D.29.

D.5 Calcul des efficacités de diffraction

Les efficacités sont calculées comme suit :

$$\eta_{Rmn} = \Re \left(\frac{k_{1,z,mn}}{k_{z,inc}} \right) |\mathbf{R}_{mn}|^2 \quad (\text{D.48})$$

$$\eta_{Tmn} = \Re \left(\frac{k_{3,z,mn}}{k_{z,inc}} \right) |\mathbf{T}_{mn}|^2 \quad (\text{D.49})$$

E

Description et étude du matériau nano-PDLC

Nous avons vu au chapitre 2 que lorsque que la taille des gouttelettes de cristal liquide était petite devant la longueur d'onde, le comportement prédominant de la structure PDLC étant déphasant (les pertes par la diffusion des gouttelettes étant négligeables) et que nous disposions alors d'un matériau d'indice variable. Nous allons décrire le principe de fonctionnement de ce matériau dans ce régime.

Sans champ appliqué, les directeurs des gouttelettes de cristal liquide sont orientés de façon aléatoire, l'indice de réfraction moyen est le même dans toutes les directions de l'espace. En présence d'un champ, il y a réorientation des molécules de cristal liquide ce qui va modifier la biréfringence globale du matériau. Nous pouvons distinguer deux cas d'applications selon la direction du faisceau incident par rapport à celle du champ appliqué. Ceci est illustré sur la figure E.1.

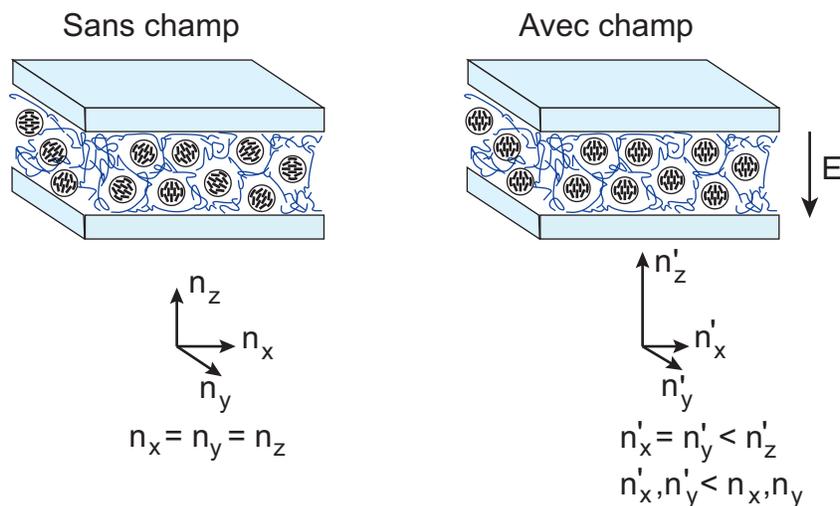


Figure E.1 — Principe de fonctionnement du matériau nano-PDLC.

- Si le faisceau est perpendiculaire au champ appliqué, l'onde voit alors un matériau devenu biréfringent dont les indices sont n'_z et n'_x .
- Si le faisceau est parallèle au champ appliqué, l'onde ne voit pas de biréfringence mais seulement une variation d'indice de réfraction due à la modification des indices n_x et n_y .

Nous nous sommes intéressés au second cas puisqu'il nous fournit un matériau d'indice de

réfraction variable, nous allons expliciter son fonctionnement ci-dessous.

Nous notons n_o , n_e et n_p respectivement les indices ordinaire et extraordinaire du cristal liquide et l'indice du polymère, l'indice $\bar{n}(E)$ du matériau nano-PDLC en fonction du champ appliqué est donné par [120] :

$$\bar{n}(E) = \chi_{LC}\chi_{al}(E)n_o + \chi_{LC}(1 - \chi_{al}(E))\bar{n}_{LC} + \chi_p n_p \quad (\text{E.1})$$

- χ_{LC} et χ_p sont les concentrations en cristal liquide et polymère.
- $\chi_{al}(E)$ est la proportion de molécules de cristal liquide alignées avec le champ E .
- \bar{n}_{LC} est l'indice moyen du cristal liquide en l'absence de champ et est donné par $\bar{n}_{LC} = \sqrt{\frac{2n_o^2 + n_e^2}{3}}$.

En prenant $n_p = n_o = 1.527$ et $n_e = 1.794$ et avec une proportion de cristal liquide égale à 30% (valeurs correspondant aux monomères et cristaux liquides nématiques couramment utilisés), nous obtenons une variation d'indice du matériau de 0.028 (en supposant un taux d'alignement de 100%).

Les principaux critères qui vont nous intéresser pour un tel matériau sont la modulation d'indice maximale pouvant être obtenue et les pertes par diffusion (dues à la taille des gouttelettes de cristal liquide). Les pertes sont d'autant plus importantes que le faisceau va subir un aller-retour dans la cellule et qu'il voit deux fois l'atténuation. Le mélange utilisé sera plus simple à élaborer que celui rencontré pour les H-PDLCs, il n'y aura qu'un seul monomère (qui sera dans notre cas l'adhésif NOA65 polymérisable aux ultraviolets). L'insolation s'effectuera avec une lampe UV.

Habituellement, la modulation d'indice (ou la variation de phase) associée à cellule nano-PDLC est mesurée par interférométrie. L'échantillon est inséré dans le bras d'un interféromètre Mach-Zender et l'on observe le déplacement des franges d'interférence en fonction de la tension appliquée. Or dans le proche infrarouge, la réalisation d'un tel interféromètre est délicate et les outils nécessaires à l'acquisition ainsi qu'au traitement des photos des franges d'interférences n'étant pas disponible, nous avons dû utiliser une méthode plus simple. Il a été montré que cette méthode sous-évaluait la modulation d'indice réelle mais en donnait une bonne estimation [2]. Il s'agit de placer la cellule entre deux polariseurs croisés et de l'orienter à 45° par rapport à l'axe optique du système. La mesure de l'intensité transmise associée au formalisme des matrices de Jones nous permet de remonter à une estimation de la modulation d'indice [2]. Les résultats de mesures sont indiqués sur la figure E.2.

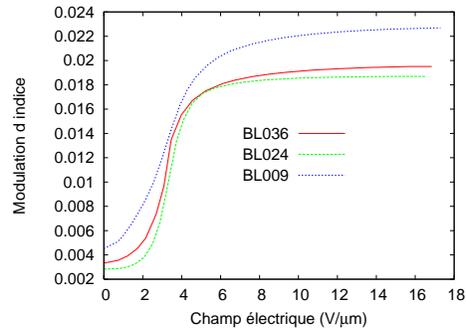


Figure E.2 — Modulations d'indice obtenues avec les trois mélanges étudiés.

Les paramètres des trois cellules sont consignés dans le tableau E.1.

CL	% de CL	Eclairement UV (mW/cm^2)	Pertes (dB)	Epaisseur (μm)
BL009	50	170	1.75	11.9
BL024	50	170	1	12.4
BL036	50	170	1.21	11.9

Tableau E.1 — Paramètres des cellules nano-PDLC réalisées

Les pertes d'insertions indiquées sont absolues, elles prennent en compte les pertes de Fresnel ainsi que l'absorption de la couche d'ITO.

Pour des raisons de compromis entre la modulation d'indice et les pertes du matériau, nous utiliserons le mélange NOA65/BL036 dans les proportions 50/50.

Bibliographie

- [1] T. Loukina. *Etude théorique et expérimentale de réseaux de diffraction pour les télécommunications optiques ; Application à la réalisation d'un égaliseur de spectre*. PhD thesis, Université de Bretagne occidentale, 2003.
- [2] J.L. Kaiser. *Etude de matériaux composites polymère-crystal liquide : Applications à des dispositifs de télécommunications optiques et à l'holographie commutable*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2004.
- [3] J.L. Kaiser, R. Chevallier, J.L. de Bougrenet de la Tocnaye, H. Xianyu, and G.P. Crawford. Chirped switchable reflection grating in holographic polymer-dispersed liquid crystal for spectral flattening in free-space optical communication systems. *Applied Optics*, 43(32) :pp 5996–6000, November 2004.
- [4] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York, second edition, 1996.
- [5] Lord Rayleigh. On the dynamical theory of gratings. *Proc. Roy. Soc.*, A79 :pp 399–416, 1907.
- [6] R.W. Wood. On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum. *Philos. Mag.*, 4 :pp 396–402, 1902.
- [7] E.G. Loewen, M. Nevière, and D. Maystre. On an asymptotic theory of diffraction gratings used in the scalar domain. *J. Opt Soc. Am. A*, 68(4) :pp 496–502, April 1978.
- [8] R. Petit. Contribution à l'étude de la diffraction par un réseau métallique. *Rev. Opt.*, 45 :pp 249–276, 1966.
- [9] D. Maystre. Sur la diffraction d'une onde plane par un réseau métallique de conductivité finie. *Opt. Commun.*, 6 :pp 50–54, 1972.
- [10] C. Botten, M.S. Craig, R.C. McPhedran, J.L. Adams, and J.R. Andrewartha. The dielectric lamellar diffraction grating. *Opt. Acta*, 28 :pp 413–428, 1981.
- [11] P. Sheng, R.S. Stepleman, and P.N. Sanda. Exact eigenfunctions for square-wave gratings : Application to diffraction and surface-plasmon calculations. *Phys. Rev. B*, 26(6) :pp 2907–2916, September 1982.
- [12] R. Magnusson and T.K. Gaylord. Equivalence of multiwave coupled-wave theory and modal theory for periodic-media diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, 68(12) :pp 1777–1779, December 1978.
- [13] G. Cerruti-Maori, R. Petit, and M. Cadhilac. Etude numérique du champ diffracté par un réseau. *C. R. AC. Sc. Paris*, 268 :pp 1060–1063, 1969.
- [14] R. Petit. *Electromagnetic theory of gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.

- [15] M. Nevière and E. Popov. *Light Propagation in Periodic Media, Differential Theory and Design*. Marcel Dekker Inc., New York, 2003.
- [16] M. Nevière, M. Cadhilac, and R. Petit. Applications of conformal mapping to the diffraction of electromagnetic waves by grating. *IEEE Trans. Ant. Propag.*, AP-21 :pp 37–46, 1973.
- [17] J. Chandezon, D. Maystre, and G. Raoult. A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application. *J. Optics (Paris)*, 11 :pp 235–241, 1980.
- [18] L. Li, J. Chandezon, G. Granet, and J-P. Plumey. Rigorous and efficient grating-analysis method made easy for optical engineers. *Applied Optics*, 38(2) :pp 304–313, January 1999.
- [19] M.G. Moharam and T.K. Gaylord. Rigorous coupled-wave analysis of planar grating diffraction. *J. Opt Soc. Am. A*, 71(7) :pp 811–818, July 1981.
- [20] M.G. Moharam and T.K. Gaylord. Three-dimensional vector coupled-wave analysis of planar grating diffraction. *J. Opt Soc. Am. A*, 73(9) :pp 1105–1112, September 1983.
- [21] M.G. Moharam, D.A. Grann, E.B. and Pommet, and T.K. Gaylord. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings. *J. Opt Soc. Am. A*, 12(5) :pp 1068–1076, May 1995.
- [22] M.G. Moharam, D.A. Pommet, E.B. Grann, and T.K. Gaylord. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings : enhanced transmittance matrix approach. *J. Opt Soc. Am. A*, 12(5) :pp 1077–1086, May 1995.
- [23] Erwin G. Loewen and Evgeny Popov. *Diffraction gratings and applications*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1997.
- [24] A.V. Tishchenko. A generalized source method for wave propagation. *Pure and applied optics : Part A*, 7(6) :pp 1425–1449, November 1998.
- [25] A.V. Tishchenko. Generalized source method : new possibilities for waveguide and grating problems. *Opt. and Quant. Elec.*, 32(6-8) :pp 971–980, August 2000.
- [26] H. Kogelnik. Coupled-wave theory for thick hologram gratings. *The Bell System Technical Journal*, 48(9) :pp 2909–2947, November 1969.
- [27] D.M. Pai and K.A. Awada. Analysis of dielectric gratings of arbitrary profiles and thicknesses. *J. Opt Soc. Am. A*, 8(5) :pp 755–762, May 1991.
- [28] L. Li. Multilayer modal method for diffraction gratings of arbitrary profile, depth, and permittivity. *J. Opt Soc. Am. A*, 10(12) :pp 2581–2591, December 1993.
- [29] L. Li. Bremmer series, R-matrix propagation algorithm, and numerical modelling of diffraction gratings. *J. Opt Soc. Am. A*, 11(11) :pp 2829–2836, November 1994.
- [30] F. Montiel and M. Nevière. Differential theory of gratings : extension to deep gratings of arbitrary profiles and permittivity through the R-matrix propagation algorithm. *J. Opt Soc. Am. A*, 11(12) :pp 3241–3250, December 1994.
- [31] L. Li. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modelling layered diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13(5) :pp 1024–1035, May 1996.
- [32] Philippe Lalanne and G. Michael Morris. Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization. *J. Opt Soc. Am. A*, 13(4) :pp 779–784, April 1996.
- [33] G. Granet and B. Guizal. Efficient implementation of the coupled-wave method for metallic lamellar gratings in TM polarization. *J. Opt Soc. Am. A*, 13(5) :pp 1019–1023, May 1996.

- [34] Lifeng Li. Use of fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures. *J. Opt Soc. Am. A*, 13(9) :pp 1870–1876, September 1996.
- [35] L. Li and C.W. Haggans. Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings. *J. Opt Soc. Am. A*, 10(6) :pp 1184–1189, June 1993.
- [36] E. Popov and M. Nevière. Grating theory : new equations in fourier space leading to fast converging results for TM polarization. *J. Opt Soc. Am. A*, 17(10) :pp 1773–1784, October 2000.
- [37] E. Popov, B. Chernov, M. Nevière, and N. Bonod. Differential theory : application to highly conducting gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 21(2) :pp 199–206, February 2004.
- [38] A. Beléndez, C. Neipp, and I. Pascual. Improved spatial frequency response in silver halide sensitized gelatin holograms. *Opt. Comm.*, 155(4-6) :pp 241–244, October 1998.
- [39] R.R.A. Syms. *Practical Volume Holography*. Oxford University Press, New York, 1990.
- [40] G. Saxby. *Practical Holography*. Institute of Physics, London, third edition, 2004.
- [41] S.C. Barden, J.A. Arns, and W.S. Colburn. Volume-phase holographic gratings and their potential for astronomical applications. *SPIE proceedings in 'Optical Astronomical Instrumentation'*, 3335 :pp 866–876, 1998.
- [42] J.A. Arns, W.S. Colburn, and Barden S.C. Volume phase gratings for spectroscopy, ultrafast laser compressors, and wavelength division multiplexing. *SPIE proceedings in 'Current developments in optical design and optical engineering VIII'*, 3779 :pp 313–323, July 1999.
- [43] T. Loukina, S. Massenot, R. Chevallier, K. Heggarty, N.M. Shigapova, and A.F. Skochilov. Volume diffraction gratings for optical telecommunications applications : design study for a spectral equalizer. *Opt. Eng.*, 43(11) :pp 2658–2665, November 2004.
- [44] G. Zhao and P. Mouroulis. Diffusion model of hologram formation in dry photopolymer materials. *J. Mod. Opt.*, 41(10) :pp. 1929–1939, October 1994.
- [45] G. Zhao and P. Mouroulis. Second order grating formation in dry holographic photopolymers. *Optics Communications*, 115 :pp 528–532, 1995.
- [46] J.T. Sheridan and J.R. Lawrence. Nonlocal-response diffusion model of holographic recording in photopolymer. *J. Opt Soc. Am. A*, 17(6) :pp 1108–1114, June 2000.
- [47] Shun-Der Wu and E. Glytsis. Holographic grating formation in photopolymers : analysis and experimental results based on a nonlocal diffusion model and rigorous coupled-wave analysis. *J. Opt Soc. Am. B*, 20(6) :pp 1177–1188, June 2003.
- [48] J.P. Nougier. *Méthodes de calcul numérique*. Masson, Paris, second edition, 1985.
- [49] V. Moreau, Y. Renotte, and Y. Lion. Characterization of dupont photopolymer : determination of kinetic parameters in a diffusion model. *Applied Optics-IP*, 41(17) :pp 3427–3435, June 2002.
- [50] F.T. O'Neill, J.R. Lawrence, and J.T. Sheridan. Comparison of holographic photopolymer materials by use of analytic nonlocal diffusion models. *Applied optics*, 41(5) :pp 845–852, February 2002.
- [51] P.S. Drzaic. *Liquid crystals dispersion*, volume 1 of *Series on Liquid Crystals*. World Scientific Publishing, Singapore, 1995.
- [52] H. Ramanitra, P. Chanclou, B. Vinouze, and L. Dupont. Application of polymer dispersed liquid crystal (PDLC) nematic : optical-fiber variable attenuator. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, 404 :pp 57–73, 2003.

- [53] T. Loukina, R. Chevallier, J.L. de Bougrenet de la Tocnaye, and M. Barge. Dynamic spectral equalizer using free-space dispersive optics combined with a polymer-dispersed liquid-crystal spatial light attenuator. *J. of Lightwave Technology*, 21(9) :pp 2067–2073, September 2003.
- [54] S. Matsumoto, Y. Sugiyama, S. Sakata, and T. Hayashi. Light processing and optical devices using nano-sized droplets of liquid crystal dispersed in polymer. *J. Intelligent Material Systems and Structures*, 10 :pp 489–492, June 1999.
- [55] V. Verbrugge, J.L. de Bougrenet de la Tocnaye, and L. Dupont. C-band wavelength-tunable vertical-cavity laser using a nano polymer dispersed liquid crystal material. *Optics Communications*, 215 :pp 353–359, January 2003.
- [56] H. Ren, Y.H. Fan, and S.T. Wu. Tunable fresnel lens using nanoscale polymer-dispersed liquid crystals. *Applied Physics Letters*, 83(8) :pp 1515–1517, August 2003.
- [57] P.G. de Gennes and J. Prost. *The Physics of Liquid Crystals*. Clarendon Press, Oxford, second edition, 1993.
- [58] S. Chandraskhar. *Liquid Crystals*. Cambridge University, Cambridge, second edition, 1992.
- [59] G.P. Crawford and S. Žumer. *Liquid crystals in complex geometries*. Taylor & Francis, London, 1996.
- [60] T.J. Bunning, L.V. Natarajan, V.P. Tondiglia, and R.L. Sutherland. Holographic polymer-dispersed liquid crystals (H-PDLCs). *Annual Review of Material Science*, 30 :pp 83–115, August 2000.
- [61] R.L. Sutherland, L.V. Natarajan, V.P. Tondiglia, T.J. Bunning, and Adams W.W. Switchable holograms in new photopolymer-liquid crystal composite materials. *SPIE proceedings in 'Diffractive and Holographic Optics Technology II'*, 2404 :pp 133–43, April 1995.
- [62] M.J. Escuti, J. Qi, and G.P. Crawford. Tunable face-centered-cubic photonic crystal formed in holographic polymer dispersed liquid crystals. *Optics Letters*, 28(7) :pp 522–524, April 2003.
- [63] R.L. Sutherland, V.P. Tondiglia, Natarajan L.V., S. Chandra, D. Tomlin, and T.J. Bunning. Switchable orthorhombic f photonic crystals formed by holographic polymerisation-induced phase separation of liquid crystals. *Optics Express*, 10(20) :pp 1074–1082, October 2002.
- [64] S. Yeralan, J. Gunther, D. Ritums, R. Cid, and M. Popovich. Switchable bragg grating devices for telecommunications applications. *Opt. Eng.*, 41(8) :pp. 1774–1779, August 2002.
- [65] Y.J. Liu, X.W. Sun, J.H. Liu, H.T. Dai, and K.S. Xu. A polarization insensitive 2*2 optical switch fabricated by liquid crystal polymer composite. *Applied Physics Letters*, 86(4) :041115, January 2005.
- [66] G. Montemezzani and M. Zgonik. Light diffraction at mixed phase ans absorption gratings in anisotropic media for arbitrary geometries. *Physical Review E*, 55(1) :pp 1035–1047, January 1997.
- [67] M. De Sarkar, J. Qi, and G.P. Crawford. Influence of partial matrix fluorination on morphology and performance of H-PDLC transmission gratings. *Polymer*, 43(26) :pp 7335–7344, December 2002.

- [68] R.A. Ramsey and S.C. Sharma. Switchable holographic gratings formed in polymer-dispersed liquid crystals cells by use of a he-ne laser. *Opt. Lett.*, 30(6) :pp 592–594, March 2005.
- [69] S. Harbour, T. Galstian, R.S. Hakobyan, and A.V. Galstyan. Angular selectivity asymmetry of holograms recorded in near infrared sensitive liquid crystal photopolymerizable materials. *Opt. Comm.*, 238(4-6) :pp 261–267, August 2004.
- [70] A.V. Galstyan, R.S. Hakobyan, S. Harbour, and T. Galstian. Thermal modulation of diffraction in near infrared sensitive holographic polymer dispersed liquid crystals. *Opt. Comm.*, 241(1-3) :pp 23–28, November 2004.
- [71] M.E. Holmes and M.S. Malcuit. Controlling the anisotropy of holographic polymer-dispersed liquid-crystals gratings. *Physical Review E*, 65(6) :066603, June 2002.
- [72] S. Piazzolla and Jenkins B.K. Dynamics during holographic exposure in photopolymers for single and multiplexed gratings. *J. of Modern Optics*, 46(45) :pp 2079–2110, December 1999.
- [73] X. Han, G. Kim, and R.T. Chen. Accurate diffraction efficiency control for multiplexed volume holographic gratings. *Opt. Eng.*, 41(11) :pp 2799–2802, November 2002.
- [74] C. Carré, P. Saint-Georges, L. Bigué, and F. Christnacher. Advanced photopolymerizable material for creation of particular diffractive optical elements. *SPIE proceedings*, 4924 :pp 322–333, August 2002.
- [75] R.K. Kostuk. Dynamic hologram recording in dupont photopolymers. *Applied optics*, 38(8) :pp 1357–1363, March 1999.
- [76] C.C. Bowley, A.K. Fontecchio, and G.P. Crawford. Multiple gratings simultaneously formed in holographic polymer-dispersed liquid-crystal displays. *Applied physic letters*, 76(5) :pp 523–525, January 2000.
- [77] M.E. Sousa, J. Qi, M.J. Escuti, and G.P. Crawford. Mesoscales lattices and temporal multiplexing in liquid crystal/polymer dispersions. *Proceedings of SPIE*, 5213 :pp 130–138, 2003.
- [78] A.K. Fontecchio. *Multiplexing studies of holographically-formed polymer dispersed liquid crystals : Morphology, structure and device applications*. PhD thesis, Université de Brown, Providence, Rhode Island (Etats Unis), May 2003.
- [79] S. Massenot, J.L. Kaiser, R. Chevallier, and Renotte Y. Study of the dynamic formation of transmission gratings recorded in photopolymers and holographic polymer-dispersed liquid crystals. *Applied Optics*, 43(29) :pp 5489–5497, October 2004.
- [80] R. Bräuer and O. Bryngdahl. Electromagnetic diffraction analysis of two-dimensional gratings. *Optics Communications*, 100 :pp 1–5, July 1993.
- [81] P. Lalanne. Improved formulation of the coupled-wave method for two-dimensional gratings. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14(7) :pp 1592–1598, July 1997.
- [82] I.R. Matias, I. Del Villar, F.J. Arregui, and R.O. Claus. Comparative study of the modelling of three-dimensional photonic bandgap structures. *J. Opt. Soc. Am. A*, 20(4) :pp 644–654, April 2003.
- [83] E. Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58(20) :pp 2059–2062, May 1987.
- [84] E. Yablonovitch and T. J. Gmitter K. M. Leung. Photonic band structure : The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 67(17) :pp 2295–2298, October 1991.

- [85] T. Baba, N. Fukaya, and J. Yonekura. Observation of light propagation in photonic crystal optical waveguides with bends. *Elec. Let.*, 35(8) :pp 654–655, April 1999.
- [86] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami. Superprism phenomena in photonic crystals : toward microscale lightwave circuits. *J. of Lightwave Technology*, 17(11) :pp 2032–2038, November 1999.
- [87] B. Gralak, S. Enoch, and G. Tayeb. Anomalous refractive properties of photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. A*, 17(6) :pp 1012–1020, June 2000.
- [88] J.M. Lourtioz, H. Benisty, V. Berger, J.M. Gérard, D. Maystre, and A. Tchelnokov. *Les cristaux photoniques ou la lumière en cage*. Hermes Science, Paris, 2003.
- [89] K. Sakoda. *Optical properties of photonic crystals*. Series in optical sciences. Springer, Berlin, 2001.
- [90] J.P. Dowling, M. Scalora, M.J. Bloemer, and C.M. Bowden. The photonic band edge laser : A new approach to gain enhancement. *J. Appl. Phys.*, 75(4) :pp 1896–1899, February 1994.
- [91] K. Sakoda. Enhanced light amplification due to group-velocity anomaly peculiar to two- and three-dimensional photonic crystals. *Optics Express*, 4(5) :pp 167–176, March 1999.
- [92] M.J. Escuti and G.P. Crawford. Holographic photonic crystals. *Opt. Eng.*, 43(9) :pp 1973–1987, September 2004.
- [93] Y.V. Miklyaev, D.C. Meisel, A. Blanco, G. von Freyman, K. Busch, W. Koch, C. Enkrich, M. Deubel, and M. Wegener. Three-dimensional face-centered-cubic photonic crystal templates by laser holography : fabrication, optical characterization, and band-structure calculations. *Appl. Phys. Let.*, 82(8) :pp 1284–1286, February 2003.
- [94] M. Campbell, D.N. Sharp, M.T. Harrison, R.G. Denning, and Tuberfield A.J. Fabrication of photonic crystals for the visible spectrum by holographic lithography. *Nature*, 404 :pp 53–56, March 2000.
- [95] J.M. Bendickson, J.P. Dowling, and M. Scalora. Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures. *Phys. Rev. E*, 53(4) :pp. 4107–4121, April 1996.
- [96] H. Qiong. Etude théorique et expérimentale de la diffraction de bragg sur une structure à cristal photonique à deux dimensions. Technical report, ENST, 2005.
- [97] J. Klosterman, L.V. Natarajan, V.P. Tondiglia, R.L. Sutherland, T.J. White, C.A. Guymon, and T.J. Bunning. The influence of surfactant in reflective H-PDLC gratings. *Polymer*, 45(21) :pp. 7213–7218, September 2004.
- [98] U. Fano. Zur theorie der intensitätsanomalien der beugung. *Ann. Phys.*, 32(5) :pp 393–443, July 1938.
- [99] A. Hessel and A.A. Oliner. A new theory of wood’s anomalies on optical gratings. *Applied Optics*, 4(10) :pp 1275–1297, October 1965.
- [100] G.A. Golubenko, A.S. Svakhin, V.A. Sychugov, and A.V. Tishchenko. Total reflection of light from a corrugated surface of a dielectric waveguide. *Sov. J. Quantum Elec.*, 15 :pp 886–887, 1985.
- [101] I.A. Avrutskii, G.A. Golubenko, V.A. Sychugov, and A.V. Tishchenko. Spectral and laser characteristics of a mirror with a corrugated waveguide on its surface. *Sov. J. Quantum Elec.*, 16(8) :pp 1063–1065, August 1986.

- [102] L. Mashev and E. Popov. Zero order anomaly of dielectric coated gratings. *Opt. Comm.*, 55(6) :pp. 377–380, October 1985.
- [103] G. Granet D. Lacour, J.-P. Plumey and A.M. Ravaud. Resonant waveguide grating : Analysis of polarization independant filtering. *Optical and Quantum Electronics*, 33 :pp 451–470, 2001.
- [104] A. Sentenac F. Lemarchand and H. Giovannini. Increasing the angular tolerance of resonant grating filters with doubly periodic structures. *Optics Letters*, 23(15) :pp 1149–1151, August 1998.
- [105] Anne-Laure Fehrembach and Anne Sentenac. Study of waveguide grating eigenmodes for unpolarized filtering applications. *J. Opt Soc. Am. A*, 20(3) :pp 481–488, March 2003.
- [106] C.R. Lawrence, N.J. Geddes, D.N. Furlong, and J.R. Sambles. Surface plasmon resonance studies of immunoreactions utilizing disposable diffraction gratings. *Biosensors & Bioelectronics*, 11(4) :pp. 3896–400, 1996.
- [107] J. Homola, S.S. Yee, and G. Gauglitz. Surface plasmon resonance sensors : review. *Sensors and actuators B*, 54(1-2) :pp. 3–15, January 1999.
- [108] B. Tilkens. *Etude par spectroscopie de résonance de plasmons de surface de la formation de matrices pour matériaux photosensibles*. PhD thesis, Université de Liège, 2003.
- [109] Y. Wang. Voltage-induced color-selective absorption with surface plasmons. *Appl. Phys. Lett.*, 67(19) :pp. 2759–2761, November 1995.
- [110] H. Raether. *Surface Plasmons on smooth and rough surfaces and on gratings*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [111] C. Kittel. *Introduction à la physique de l'état solide*. Dunod, Paris, third edition, 1972.
- [112] D. Maystre and M. Nevière. Sur une méthode d'étude théorique quantitative des anomalies de wood des réseaux de diffraction : application aux anomalies de plasmons. *J. Optics (Paris)*, 8(3) :pp 165–174, 1977.
- [113] L. Li and J. Chandezon. Improvement of the coordinate transformation method for surface-relief gratings with sharp edges. *J. Opt. Soc. Am. A*, 13(11) :pp 2247–2255, November 1996.
- [114] L. Li. Multilayer-coated diffraction gratings : differential method of chandezon *et al.* revisited. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11(11) :pp 2816–2828, November 1994.
- [115] B.A. Mello, I.F. da Costa, C.R.A. Lima, and L. Cescato. Developed profile of holographically exposed photoresist. *Applied Optics*, 34(4) :pp 597–603, February 1995.
- [116] M. Nevière, D. Maystre, and P. Vincent. Application du calcul des modes de propagation a l'étude théorique des anomalies des réseaux recouverts de diélectrique. *J. Optics (Paris)*, 8(4) :pp 231–242, 1977.
- [117] I. Pockrand. Resonance anomalies inn the light intensity reflected at silver gratings with dielectric coatings. *J. Phys. D. : Applied Phys.*, 9 :pp 2423–2432, 1976.
- [118] I. Pockrand. Surface plasma oscillations at silver surfaces with thin transparent and absorbing coatings. *Surface Science*, 72 :pp 577–588, 1978.
- [119] R. Ramaswami and K.N. Sivarajan. *Optical Networks, a practical perspective*. Morgan Kaufman, San Francisco, second edition, 2002.
- [120] J-L. de Bougrenet de la Tocnaye. Engineering liquid crystals for optimal uses in optical communications systems. *Liquid Crystals*, 31(2) :pp. 241–269, February 2004.

Etude, modélisation et réalisation de composants diffractants: Contribution à l'étude de matériaux accordables et application à l'enregistrement holographique de filtres résonants.

Cette thèse s'inscrit dans les activités de recherche du département d'optique de l'ENST Bretagne concernant les fonctions destinées au traitement optique de l'information. Ce travail est basé sur l'étude de réseaux de diffraction 1D ou 2D réalisés par technique holographique et permettant d'obtenir des fonctionnalités de type réseau de Bragg ou des filtres en longueur d'onde basés sur des effets de résonance. Des outils de simulation permettant de calculer la réponse de ces réseaux de diffraction ont été développés. Les méthodes adaptées qui ont été retenues sont la théorie rigoureuse des ondes couplées et la théorie différentielle qui prennent en compte la nature vectorielle de la lumière. Ce travail s'est ensuite poursuivi par l'étude de deux matériaux d'enregistrements holographiques permettant la réalisation d'hologrammes en volume. Le premier est le photopolymère Dupont pour lequel un modèle de formation d'hologrammes a été établi. Nous nous sommes également intéressés au matériau composite polymère cristal liquide (H-PDLC) permettant de réaliser des hologrammes reconfigurables par application d'un champ électrique. Ces études de modélisation et sur les matériaux d'enregistrement ont permis de valider le principe de deux filtres en longueur d'onde originaux. Le premier est un cristal photonique 2D constitué de deux structures périodiques orthogonales. L'opération de filtrage est due à une exaltation de la diffraction de la structure lorsque nous sommes placés au bord de sa bande interdite photonique. Le second filtre est accordable et utilise le phénomène de résonance de plasmon de surface survenant pour les réseaux de diffraction métalliques ainsi que le matériau PDLC comme élément ajustable.

Mots-clés: Holographie - Réseaux de diffraction - Matériaux composites polymère cristal liquide - Cristaux photoniques - Plasmons de surface

Study, modelling and realization of diffractive components: Contribution to the study of tunable materials and applications to holographic recordings of resonant optical filters.

This thesis is in keeping with the research activities of the optics department of the ENST Bretagne concerning optical information processing functions. This work is based on the study of 1D or 2D diffraction gratings realized holographically in order to obtain functions such as Bragg gratings or resonant optical filters. Suitable simulation tools are developed to determine the theoretical response of these structures: the rigorous coupled-wave theory and the differential method, which take the vector nature of light into account. Two holographic materials used for recording volume holograms are studied: Dupont photopolymers for which a diffusion model is established and H-PDLCs (Holographic Polymer Dispersed Liquid Crystals) which can be used to realize electrically switchable Bragg gratings. These studies concerning modelling and recording materials allow us to validate the principle of two resonant optical filters. The first filter is a 2D photonic crystal made of two orthogonal periodic structures. The filtering operation is due to the enhancement of the diffraction by the structure when the incident light is at the photonic band-edge. The second resonant filter is tunable and uses surface plasmon resonance phenomena occurring for metallic surface relief gratings, the tunability being provided by the PDLC material.

Keywords: Holography - Diffraction grating - Polymer-dispersed liquid crystals - Photonic crystals - Surface plasmon