

Visibilité polygone à polygone : calcul, représentation, applications

Frédéric Mora

Université de Poitiers - Laboratoire SIC

10 juillet 2006

La visibilité

Une question incontournable en informatique graphique...

- Visualisation
promenade virtuelle, occultation...
- Synthèse d'images
simulation d'éclairage, ombres dures ou douces...

Une information qui supporte très mal les approximations

- Importance de l'éclairage pour la perception d'une image
- Toute erreur est visuellement choquante

La visibilité

Une question incontournable en informatique graphique...

- Visualisation
promenade virtuelle, occultation...
- Synthèse d'images
simulation d'éclairage, ombres dures ou douces...

Une information qui supporte très mal les approximations

- Importance de l'éclairage pour la perception d'une image
- Toute erreur est visuellement choquante

Difficulté d'un problème de visibilité

Des problèmes liés à un point de vue

- Visualisation d'environnements 3D
- Les ombres dures, engendrées par une source ponctuelle

Des problèmes liés à une infinité de points de vue

- Visibilité depuis une cellule de vue
- Les ombres douces, engendrées par une source étendue
- Calcul d'illumination globale

Difficulté d'un problème de visibilité

Des problèmes liés à un point de vue

- Visualisation d'environnements 3D
- Les ombres dures, engendrées par une source ponctuelle

Des problèmes liés à une infinité de points de vue

- Visibilité depuis une cellule de vue
- Les ombres douces, engendrées par une source étendue
- Calcul d'illumination globale

Visibilité polygone à polygone

Problématique générale

- Dépasse le seul cadre de l'informatique graphique
- Concerne tout échange d'énergie entre éléments de surface

Les domaines concernés

- Simulations d'éclairage
- Simulations en électromagnétisme
- Simulations en acoustique, thermique...

Visibilité polygone à polygone

Problématique générale

- Dépasse le seul cadre de l'informatique graphique
- Concerne tout échange d'énergie entre éléments de surface

Les domaines concernés

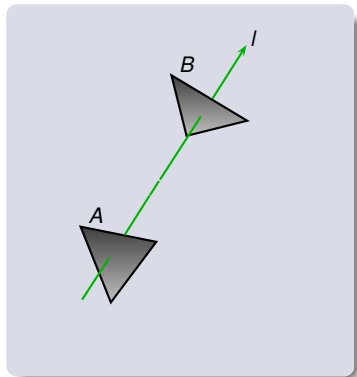
- Simulations d'éclairage
- Simulations en électromagnétisme
- Simulations en acoustique, thermique...

Visibilité polygone à polygone

Un problème 4D par nature

La visibilité de deux polygones correspond à un ensemble de droites

Exemple ci-contre, une paramétrisation possible de l est $(\alpha_l, \beta_l, \gamma_l, \theta_l)$

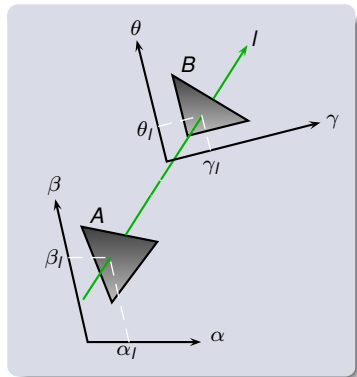


Visibilité polygone à polygone

Un problème 4D par nature

La visibilité de deux polygones correspond à un ensemble de droites

Exemple ci-contre, une paramétrisation possible de l est $(\alpha_l, \beta_l, \gamma_l, \theta_l)$



Travaux précédents

Des approches basées sur les mêmes fondamentaux

- [Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002], [Haumont, 2005]
- Approches basées sur la paramétrisation de Plücker

Un contexte applicatif commun

- Précalcul exact de cellules de vue
- Seule la preuve de la visibilité de deux polygones est utile

Travaux précédents

Des approches basées sur les mêmes fondamentaux

- [Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002], [Haumont, 2005]
- Approches basées sur la paramétrisation de Plücker

Un contexte applicatif commun

- Précalcul exact de cellules de vue
- Seule la preuve de la visibilité de deux polygones est utile

Objectifs

Visibilité polygone à polygone

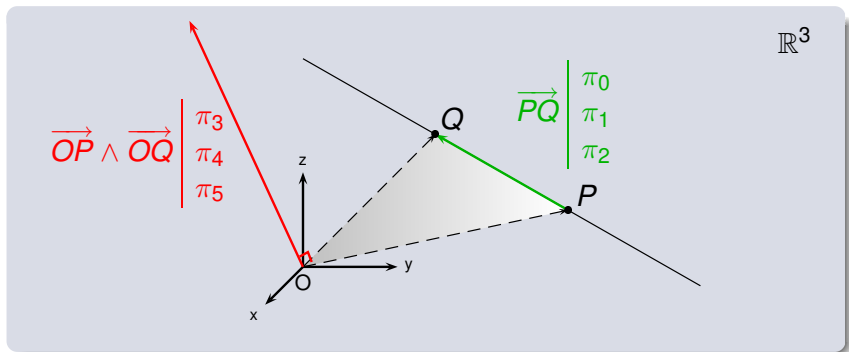
Calcul et représentation

- Réduire les coûts du calcul
- Représenter toutes les visibilité

Démontrer le potentiel de l'information calculée

- Ombres douces en synthèse d'images
- Propagation des ondes électromagnétiques

La paramétrisation de Plücker



Coordonnées de Plücker d'une droite orientée

$(PQ) = l$ dans $\mathbb{R}^3 \longrightarrow l^* (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$ dans \mathbb{P}^5

$$\pi_0 = q_x - p_x$$

$$\pi_1 = q_y - p_y$$

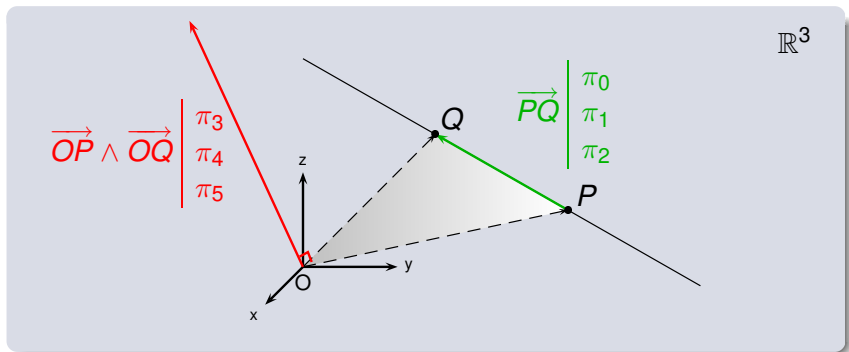
$$\pi_2 = q_z - p_z$$

$$\pi_3 = q_z p_y - q_y p_z$$

$$\pi_4 = q_x p_z - q_z p_x$$

$$\pi_5 = q_y p_x - q_x p_y$$

La paramétrisation de Plücker



Coordonnées de Plücker d'une droite orientée

$(PQ) = l$ dans $\mathbb{R}^3 \longrightarrow l^* (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$ dans \mathbb{P}^5

$$\pi_0 = q_x - p_x$$

$$\pi_1 = q_y - p_y$$

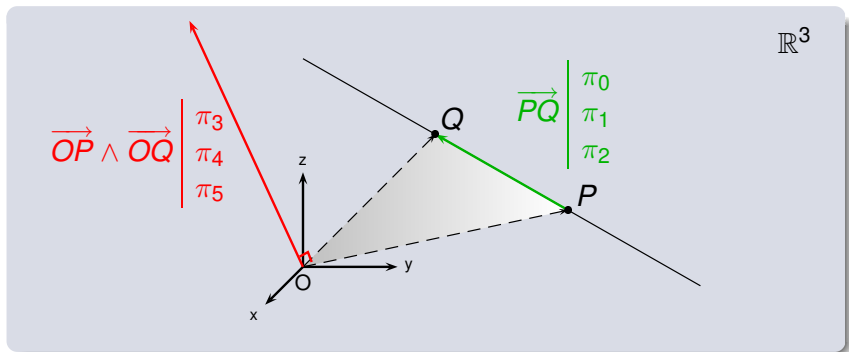
$$\pi_2 = q_z - p_z$$

$$\pi_3 = q_z p_y - q_y p_z$$

$$\pi_4 = q_x p_z - q_z p_x$$

$$\pi_5 = q_y p_x - q_x p_y$$

La paramétrisation de Plücker



Coordonnées de Plücker d'une droite orientée

$(PQ) = l$ dans $\mathbb{R}^3 \longrightarrow l^* (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$ dans \mathbb{P}^5

$$\pi_0 = q_x - p_x$$

$$\pi_1 = q_y - p_y$$

$$\pi_2 = q_z - p_z$$

$$\pi_3 = q_z p_y - q_y p_z$$

$$\pi_4 = q_x p_z - q_z p_x$$

$$\pi_5 = q_y p_x - q_x p_y$$

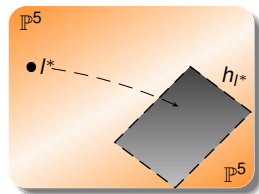
La paramétrisation de Plücker

Représentation duale point/hyperplan

$$l^* (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$$

$$h_{l^*} = \{x \in \mathbb{P}^5 \mid$$

$$\pi_3 x_0 + \pi_4 x_1 + \pi_5 x_2 + \pi_0 x_3 + \pi_1 x_4 + \pi_2 x_5 = 0\}$$



La quadrique de Plücker

Droites de $\mathbb{R}^3 \iff$ sous ensemble 4D de \mathbb{P}^5

$$\{x \in \mathbb{P}^5 \mid h_x(x) = 0\} \setminus \{0\}$$

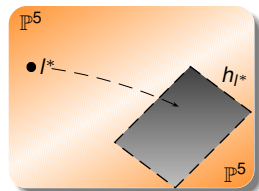
La paramétrisation de Plücker

Représentation duale point/hyperplan

$$l^* (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5)$$

$$h_{l^*} = \{x \in \mathbb{P}^5 \mid$$

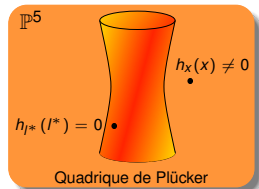
$$\pi_3 x_0 + \pi_4 x_1 + \pi_5 x_2 + \pi_0 x_3 + \pi_1 x_4 + \pi_2 x_5 = 0\}$$



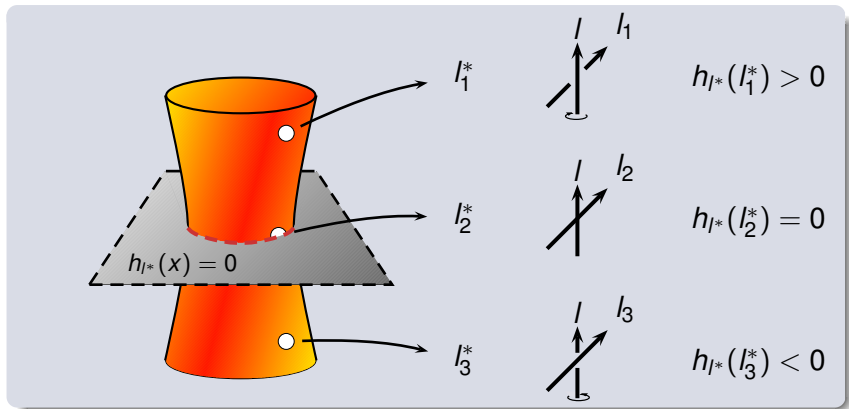
La quadrique de Plücker

Droites de $\mathbb{R}^3 \iff$ sous ensemble 4D de \mathbb{P}^5

$$\{x \in \mathbb{P}^5 \mid h_x(x) = 0\} \setminus \{0\}$$



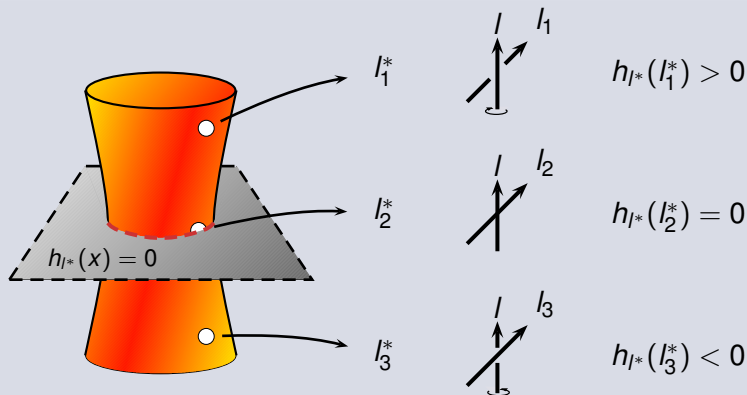
La paramétrisation de Plücker



Orientation relative de deux droites orientées

⇔ Position relative d'un point et d'un hyperplan

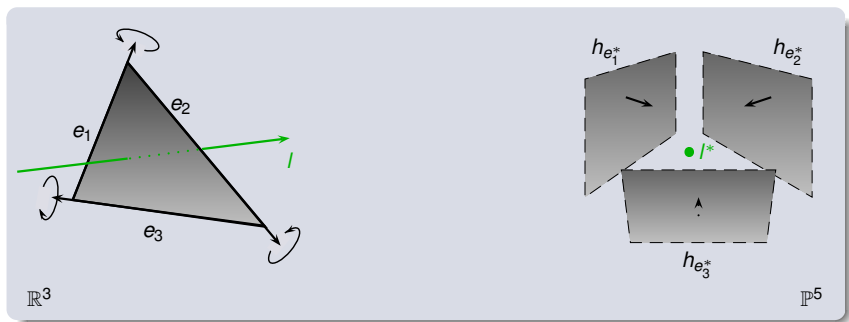
La paramétrisation de Plücker



Orientation relative de deux droites orientées

⇔ Position relative d'un point et d'un hyperplan

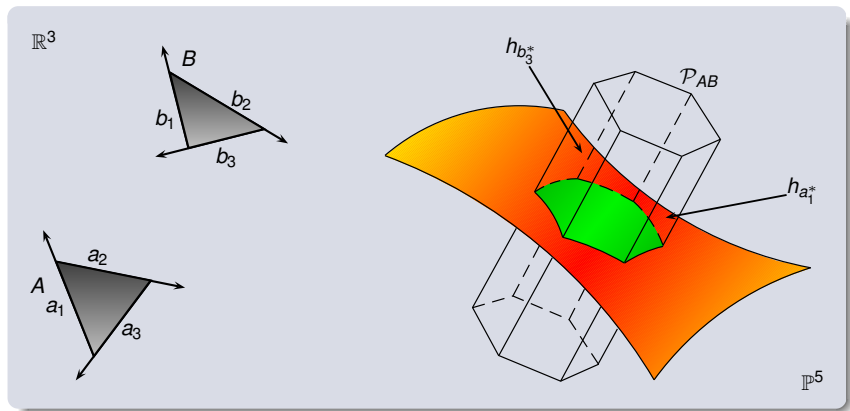
Droites poignardantes



Droites intersectant au moins un polygone convexe

Ensemble des points de Plücker contenus dans l'intersections de demi-espaces (la H-représentation)

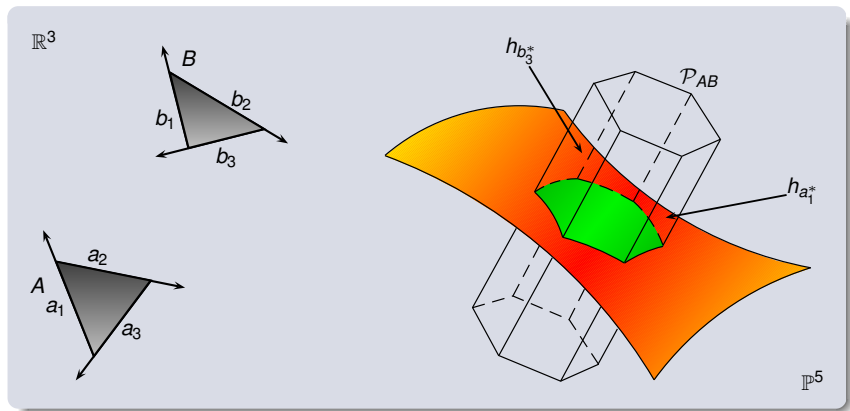
Suppression des droites occultées



Construction d'un premier polytope \mathcal{P}_{AB} ...

...en utilisant les hyperplans duaux des droites supports aux arêtes de A et B

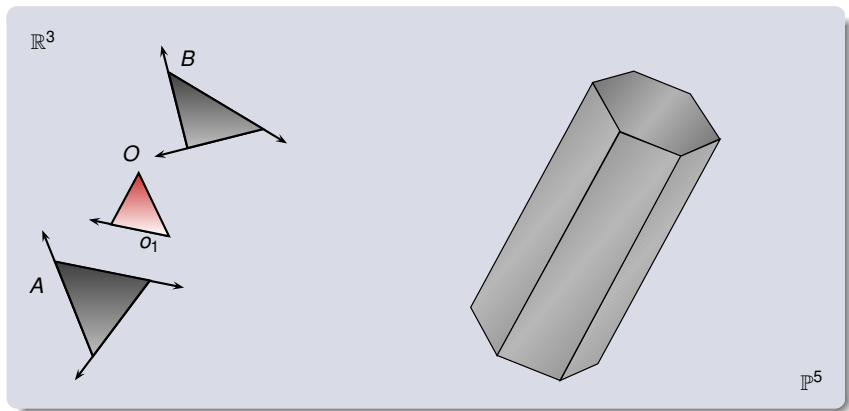
Suppression des droites occultées



Un polytope est...

...un volume convexe et fermé de \mathbb{R}^n (ici $n = 5$)

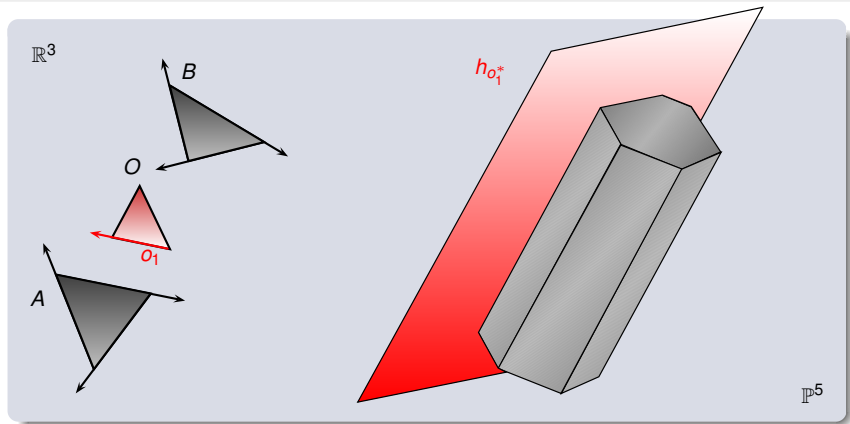
Suppression des droites occultées



Prendre en compte les bloqueurs

Un bloqueur nuit potentiellement à la visibilité de A et B

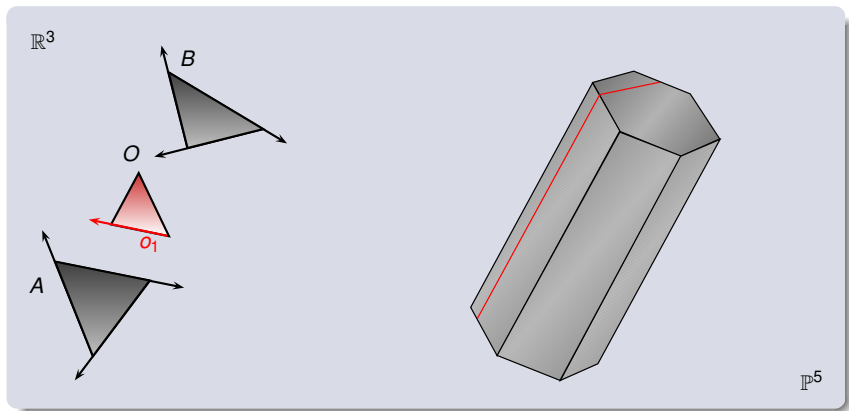
Suppression des droites occultées



Principe

Intersections successives de \mathcal{P}_{AB} par les hyperplans duaux des droites supports aux arêtes du bloqueur O

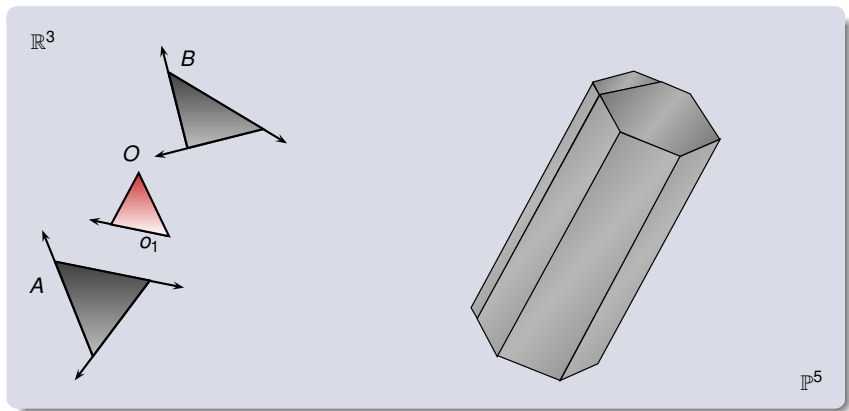
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_1^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_1 de O

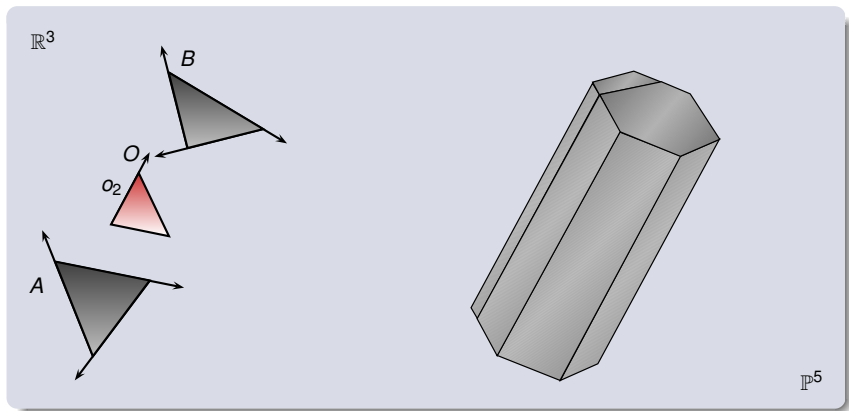
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_1^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_1 de O

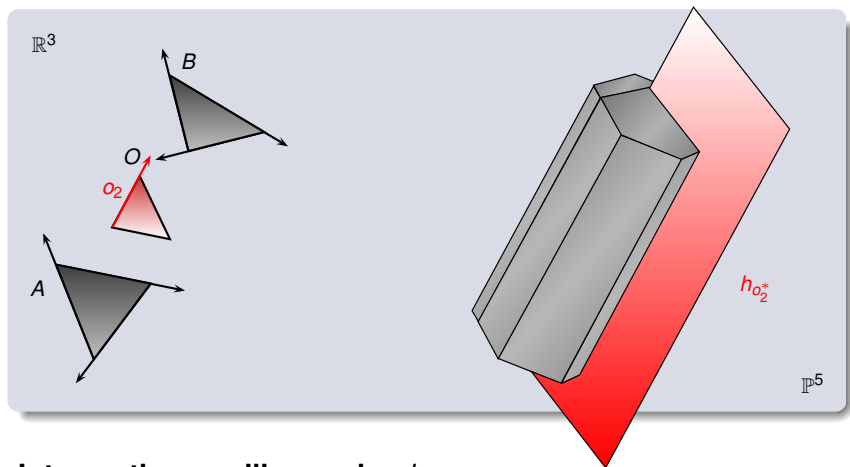
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_2^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_2 de O

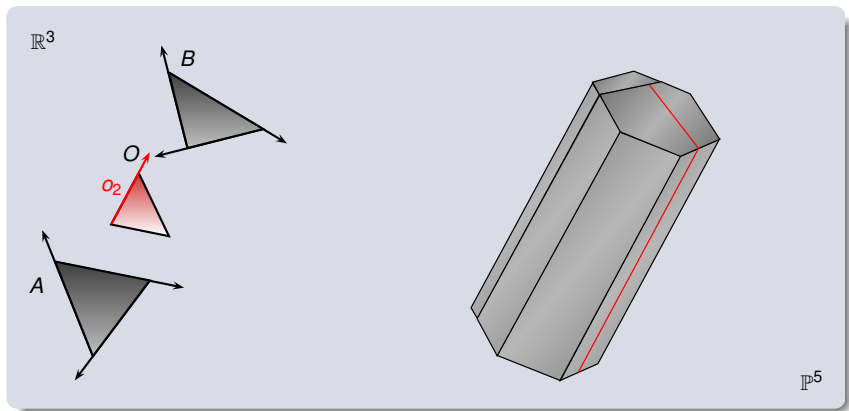
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_2}^*$...

...le dual de la droite support à l'arête o_2 de O

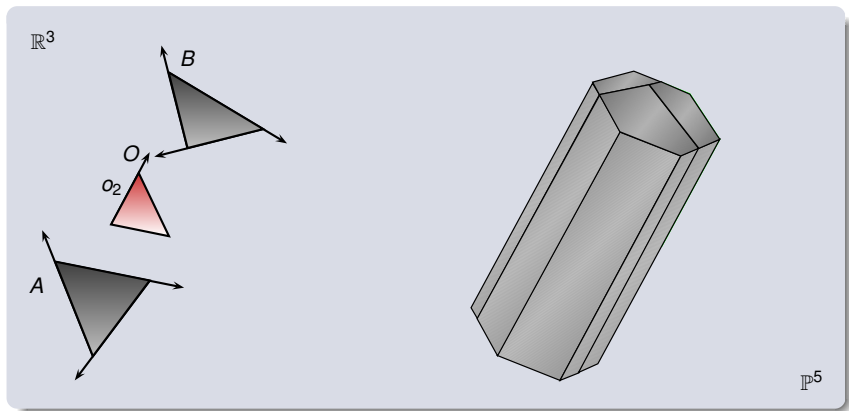
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_2^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_2 de O

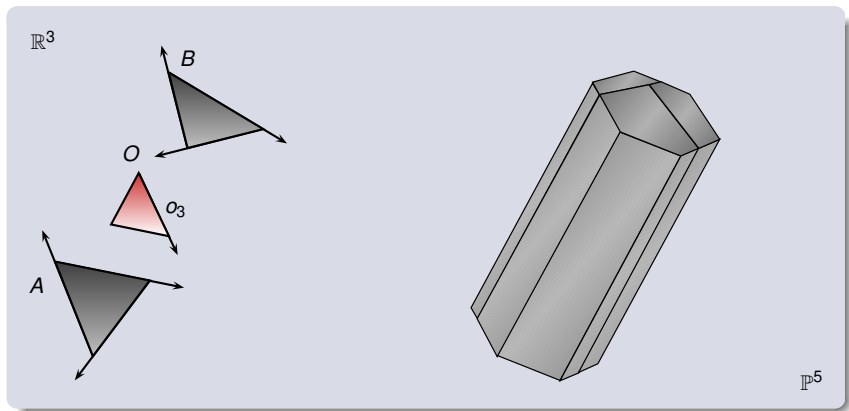
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_2^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_2 de O

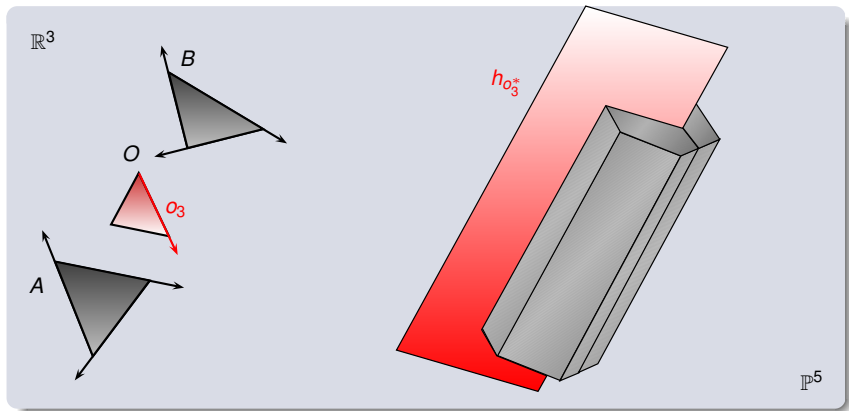
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_3^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_3 de O

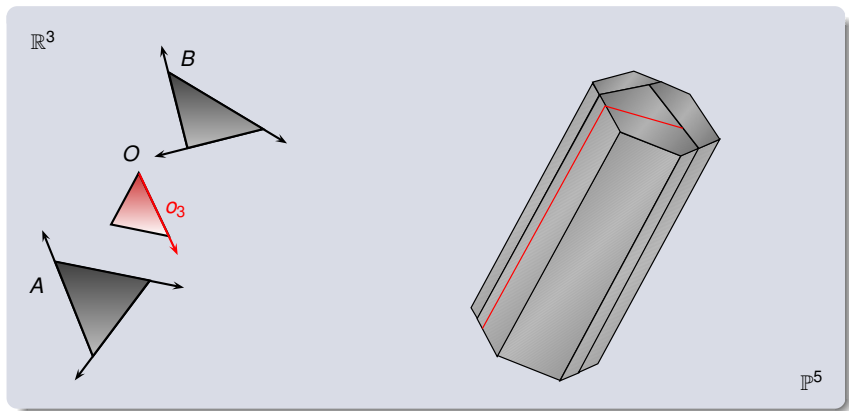
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_3}^*$...

...le dual de la droite support à l'arête o_3 de O

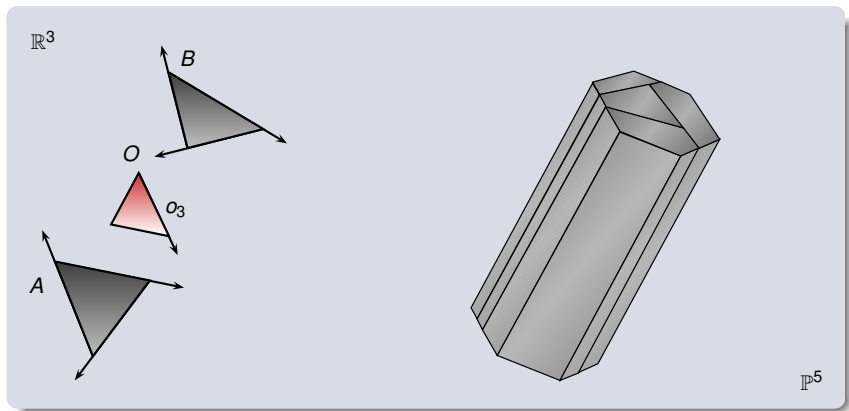
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_3^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_3 de O

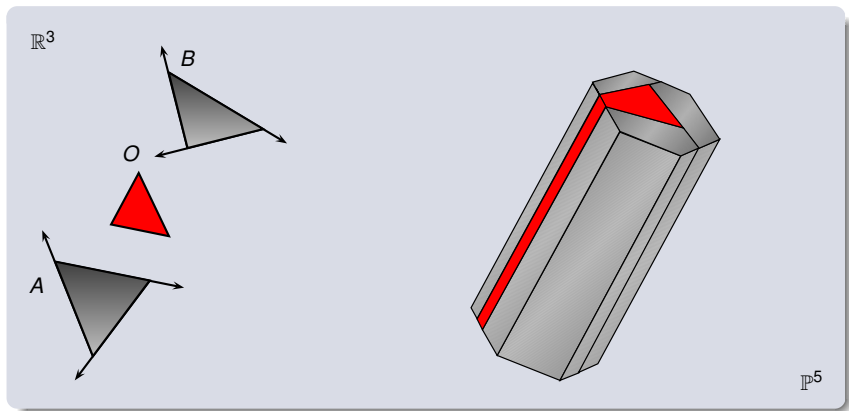
Suppression des droites occultées



Intersection par l'hyperplan $h_{o_3^*}$...

...le dual de la droite support à l'arête o_3 de O

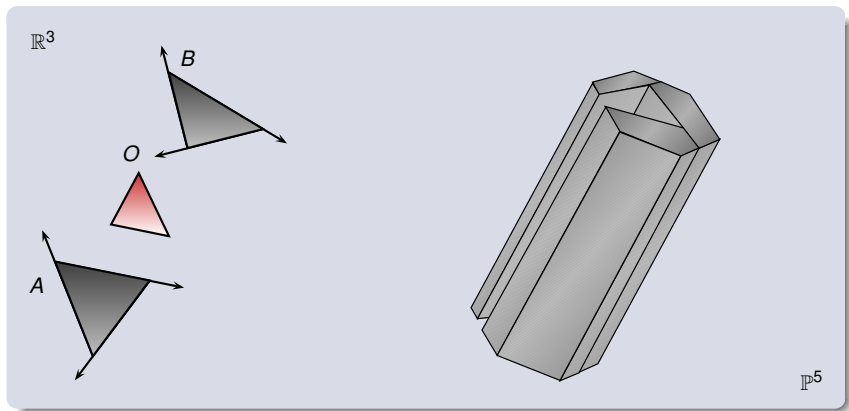
Suppression des droites occultées



Intersections terminées !

Le droites de \mathcal{P}_{AB} bloquées par O sont isolées dans un polytope

Suppression des droites occultées

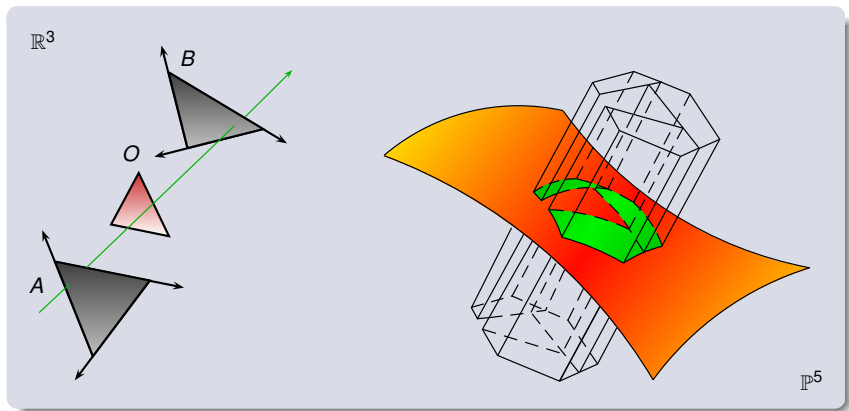


Fin de la soustraction du bloqueur O

Suppression du polytope contenant les droites bloquée.

On a calculé : $\mathcal{P}_{AB} - \bigcap_1^3 h_{o_i}^+$

Suppression des droites occultées



Résultat : un complexe de polytopes...

...dont seule l'intersection avec la quadrique de Plücker correspond aux visibilitées de A et B

Résumons

Visibilité polygone à polygone

- Calculable via des opérations géométriques CSG en 5D
- Représentable par un complexe de polytopes
- Seule l'intersection de ce complexe avec la quadrique de Plücker constitue l'information pertinente !

Plan

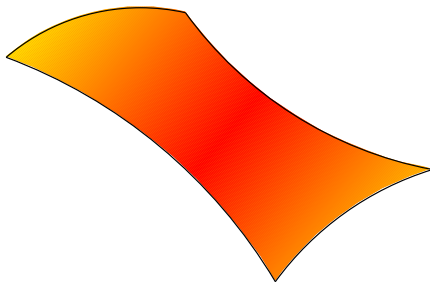
- 1 Visibilité polygone à polygone**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 2 Propagation des OEM**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 3 Ombres douces**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats

Un problème complexe

Complexité théorique [Pellegrini, 1990]

$$O(n^4 \log n)$$

Complexité temps et mémoire d'un arrangement de n hyperplans au voisinage de la quadrique de Plücker

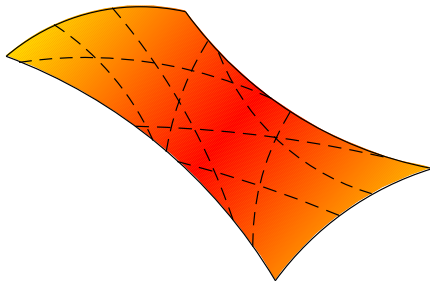


Un problème complexe

Complexité théorique [Pellegrini, 1990]

$$O(n^4 \log n)$$

Complexité temps et mémoire d'un arrangement de n hyperplans au voisinage de la quadrique de Plücker



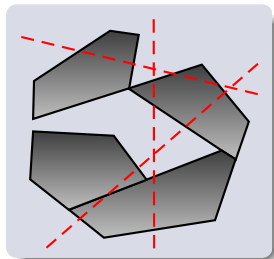
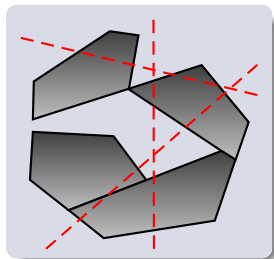
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



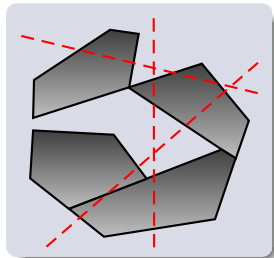
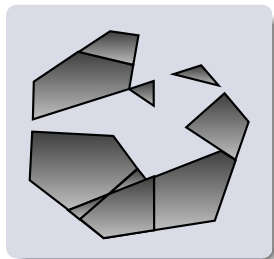
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



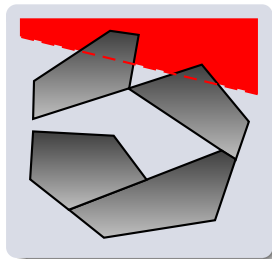
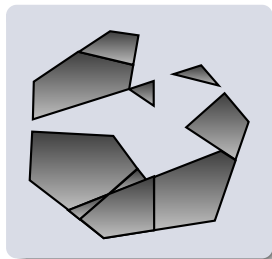
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



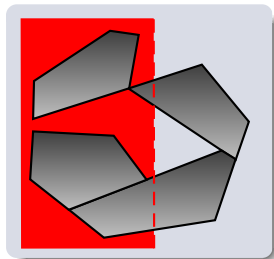
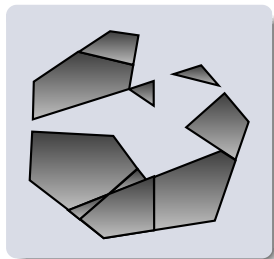
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



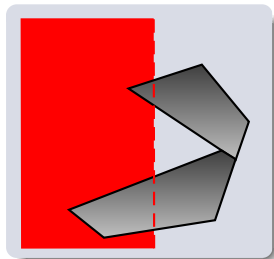
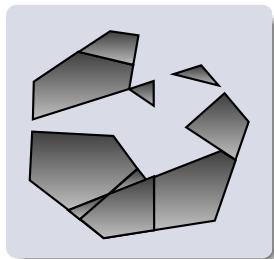
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



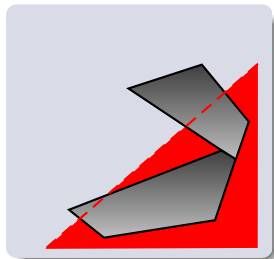
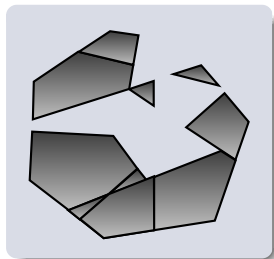
Un problème complexe

[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...



Un problème complexe

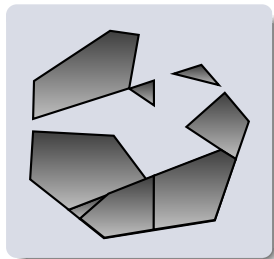
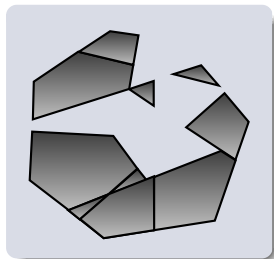
[Pu, 1999]

Complexité pratique \Leftrightarrow complexité théorique
16 polygones maximum

[Nirenstein, 2002], [Bittner, 2002]

Moins d'intersections calculées...

...mais des opérations inutiles demeurent



Travaux précédents

Nirenstein

- Preuve exacte de la visibilité mutuelle de deux polygones.
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantages

- Efficacité des opérations CSG dans l'espace de Plücker
- Ordonnancement des bloqueurs

Inconvénient

- Aucune représentation de la visibilité

Travaux précédents

Nirenstein

- Preuve exacte de la visibilité mutuelle de deux polygones.
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantages

- Efficacité des opérations CSG dans l'espace de Plücker
- Ordonnancement des bloqueurs

Inconvénient

- Aucune représentation de la visibilité

Travaux précédents

Nirenstein

- Preuve exacte de la visibilité mutuelle de deux polygones.
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantages

- Efficacité des opérations CSG dans l'espace de Plücker
- Ordonnancement des bloqueurs

Inconvénient

- Aucune représentation de la visibilité

Travaux précédents

Bittner

- Calcul de la visibilité depuis un polygone
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantage

- Représentation de la visibilité par un arbre BSP

Inconvénients

- Algorithme de calcul coûteux
- Ordonnancement des bloqueurs impossible
- Des problèmes de robustesse

Travaux précédents

Bittner

- Calcul de la visibilité depuis un polygone
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantage

- Représentation de la visibilité par un arbre BSP

Inconvénients

- Algorithme de calcul coûteux
- Ordonnancement des bloqueurs impossible
- Des problèmes de robustesse

Travaux précédents

Bittner

- Calcul de la visibilité depuis un polygone
- Application : calcul exact de cellules de vues

Avantage

- Représentation de la visibilité par un arbre BSP

Inconvénients

- Algorithme de calcul coûteux
- Ordonnancement des bloqueurs impossible
- Des problèmes de robustesse

Problématique

Précédents travaux

- Visibilité polygone à polygone : pas de solution dédiée
- Un problème commun : apparition d'intersections inutiles

Objectifs

- Calculer et représenter la visibilité de deux polygones
- Tendre vers une représentation minimale
 - ⇒ Réduire le nombre d'intersections

Problématique

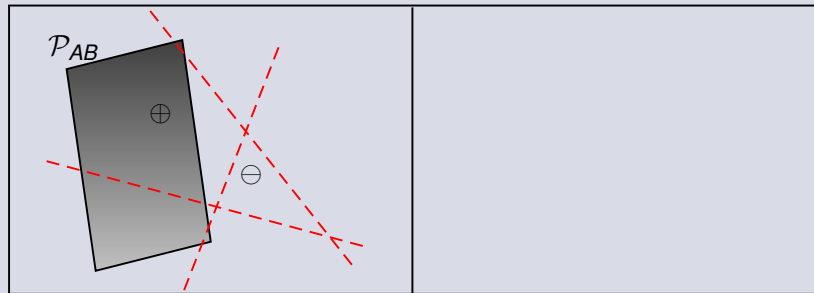
Précédents travaux

- Visibilité polygone à polygone : pas de solution dédiée
- Un problème commun : apparition d'intersections inutiles

Objectifs

- Calculer et représenter la visibilité de deux polygones
- Tendre vers une représentation minimale
 - ⇒ Réduire le nombre d'intersections

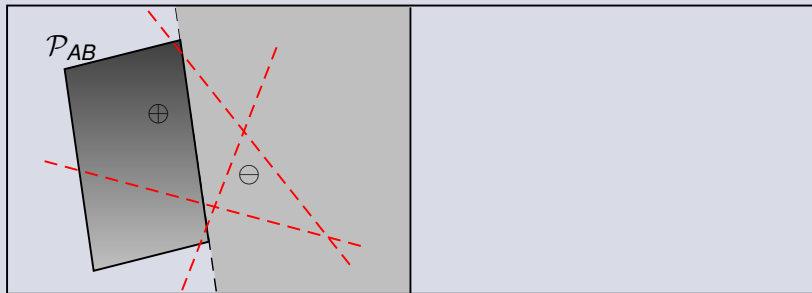
Pourquoi des intersections inutiles ?



Faiblesse des tests d'intersection

- Le rejet du bloqueur n'est pas possible
- Effet de fragmentation de la visibilité
- Notre approche : l'esl-représentation d'un bloqueur

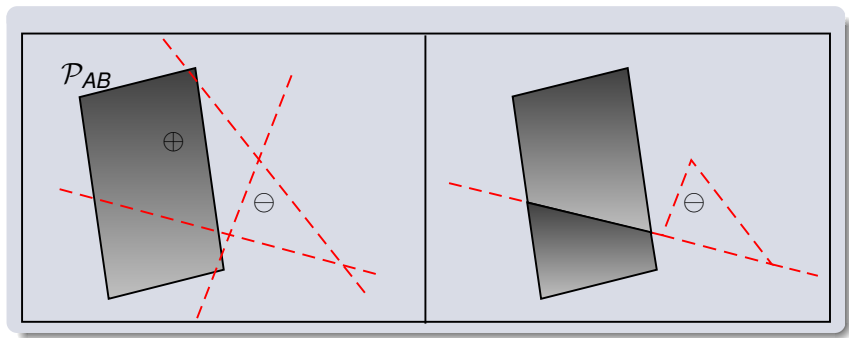
Pourquoi des intersections inutiles ?



Faiblesse des tests d'intersection

- Le rejet du bloqueur n'est pas possible
- Effet de fragmentation de la visibilité
- Notre approche : l'esl-représentation d'un bloqueur

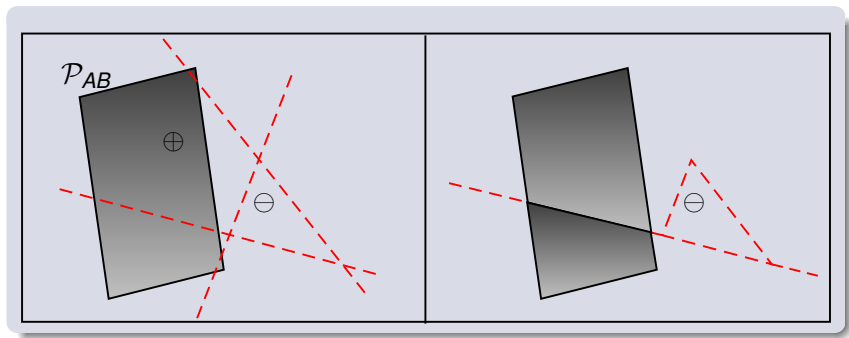
Pourquoi des intersections inutiles ?



Faiblesse des tests d'intersection

- Le rejet du bloqueur n'est pas possible
- Effet de fragmentation de la visibilité
- Notre approche : l'esl-représentation d'un bloqueur

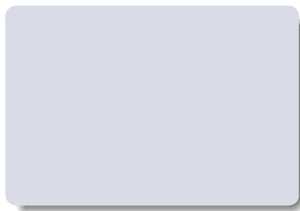
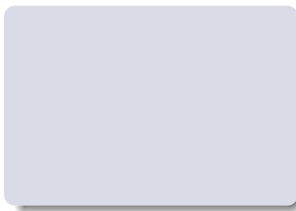
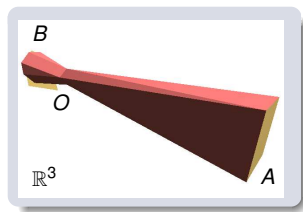
Pourquoi des intersections inutiles ?



Faiblesse des tests d'intersection

- Le rejet du bloqueur n'est pas possible
- Effet de fragmentation de la visibilité
- Notre approche : l'esl-représentation d'un bloqueur

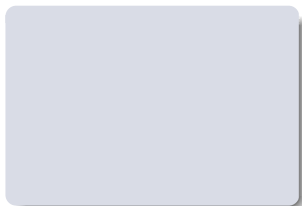
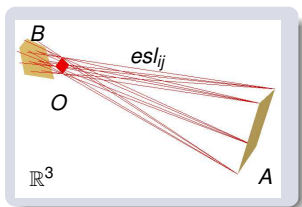
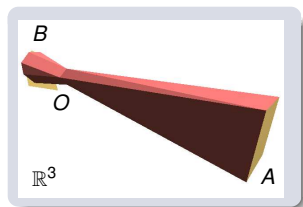
esl-représentation d'un bloqueur



esl-représentation

- Les droites bloquées par O forment un polyèdre
- esl_{ij} : droite définie par le sommet i de A et j de O
- Droites supports aux arêtes du polyèdre
- esl_{ij^*} : l'esl-representation du bloqueur O

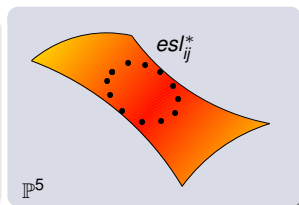
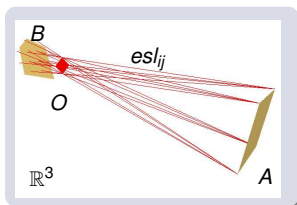
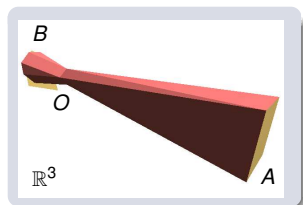
esl-représentation d'un bloqueur



esl-représentation

- Les droites bloquées par O forment un polyèdre
- esl_{ij} : droite définie par le sommet i de A et j de O
- Droites supports aux arêtes du polyèdre
- esl_{ij^*} : l'*esl*-representation du bloqueur O

esl-représentation d'un bloqueur

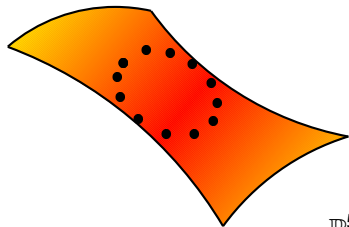
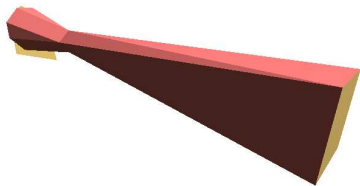


esl-représentation

- Les droites bloquées par O forment un polyèdre
- esl_{ij} : droite définie par le sommet i de A et j de O
- Droites supports aux arêtes du polyèdre
- esl_{ij}^* : l'esl-representation du bloqueur O

Rejet d'un bloqueur

\mathbb{R}^3

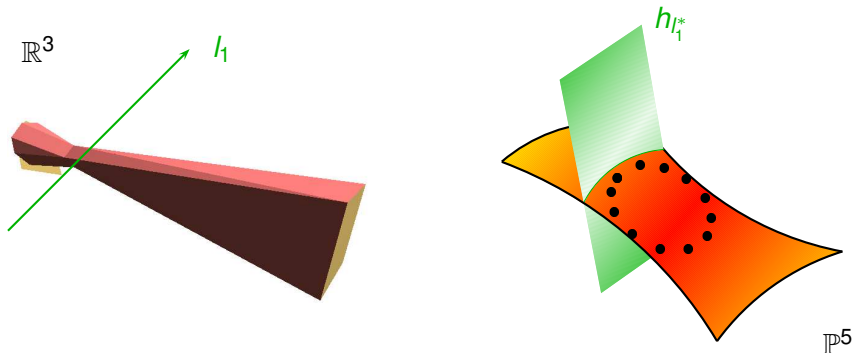


\mathbb{P}^5

Rejet d'un bloqueur

Orientation relative d'une droite avec les droites bloquées \iff
Orientation relative d'une droite avec l'esl-représentation

Rejet d'un bloqueur

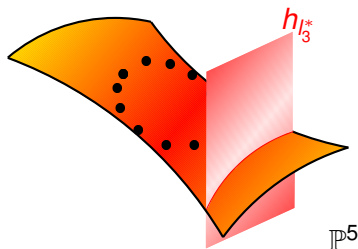
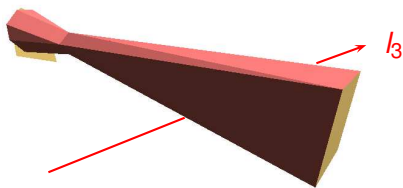


Rejet d'un bloqueur

Orientation relative d'une droite avec les droites bloquées \iff
Orientation relative d'une droite avec l'esl-représentation

Rejet d'un bloqueur

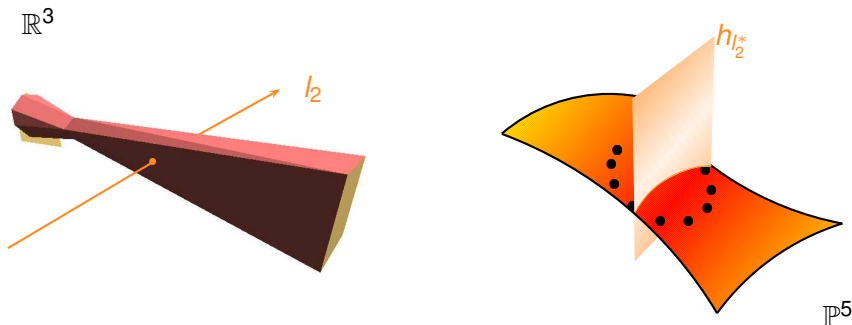
\mathbb{R}^3



Rejet d'un bloqueur

Orientation relative d'une droite avec les droites bloquées \iff
Orientation relative d'une droite avec l'esl-représentation

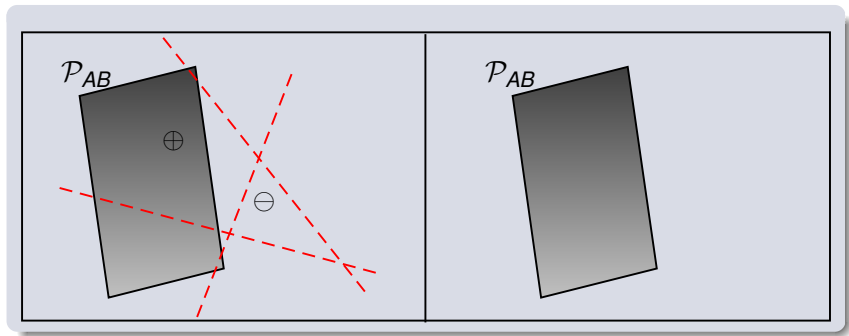
Rejet d'un bloqueur



Rejet d'un bloqueur

Orientation relative d'une droite avec les droites bloquées \iff
Orientation relative d'une droite avec l'esl-représentation

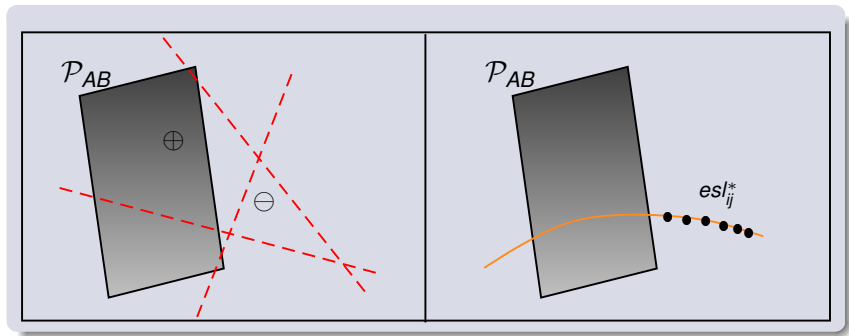
Test d'intersections



Intersection polytope - bloqueur

- Rejet d'un polytope les hyperplans du bloqueur
- Rejet de l'esl-representation par les hyperplans du polytope

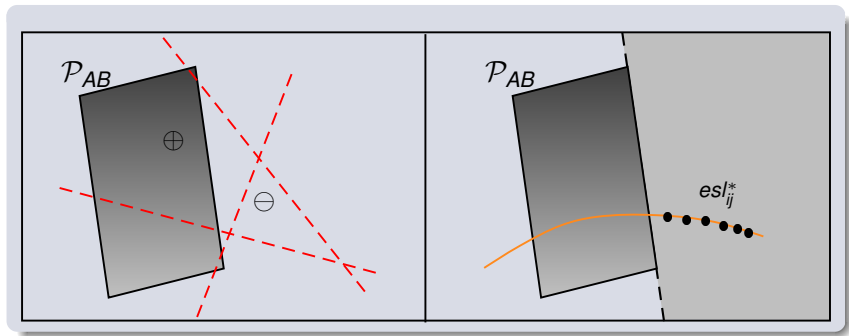
Test d'intersections



Intersection polytope - bloqueur

- Rejet d'un polytope les hyperplans du bloqueur
- Rejet de l'esl-representation par les hyperplans du polytope

Test d'intersections

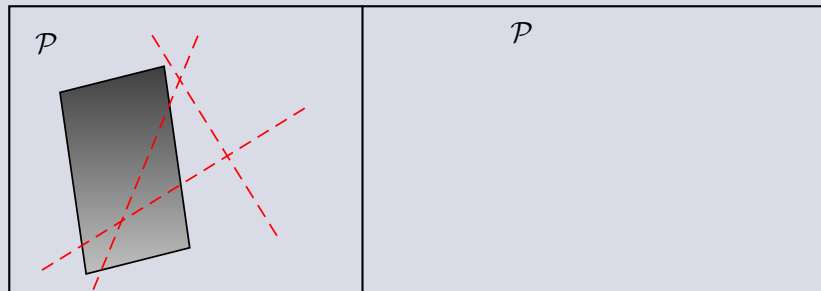


Intersection polytope - bloqueur

- Rejet d'un polytope les hyperplans du bloqueur
- Rejet de l'esl-representation par les hyperplans du polytope

Algorithme de calcul

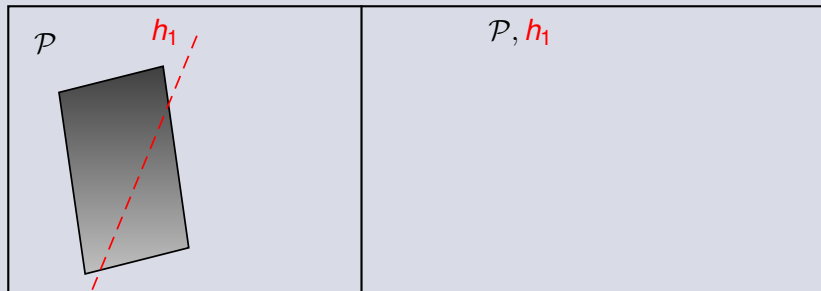
Illustration de l'algorithme



Soustraction d'un premier bloqueur

Algorithme de calcul

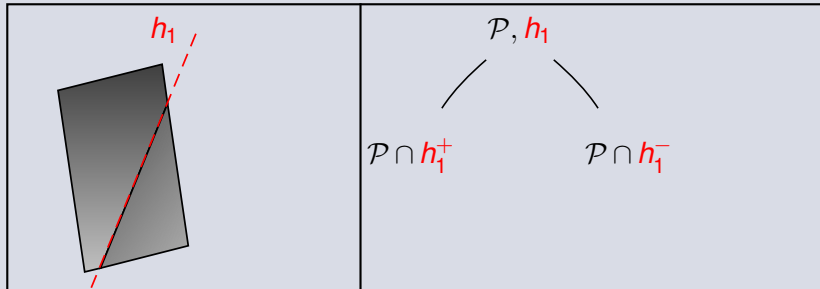
Illustration de l'algorithme



Un nœud = un polytope + l'hyperplan qui l'intersecte

Algorithme de calcul

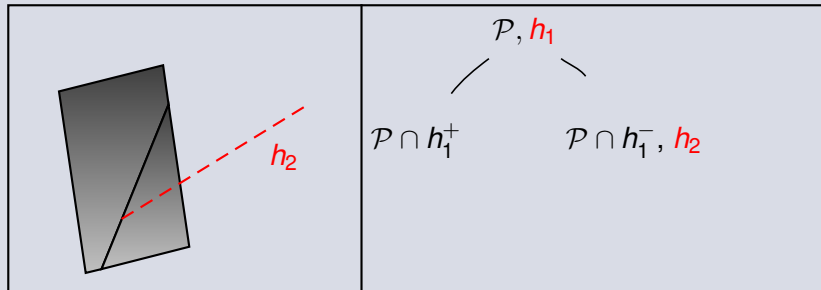
Illustration de l'algorithme



Ajout de deux fils, produits de l'intersection

Algorithme de calcul

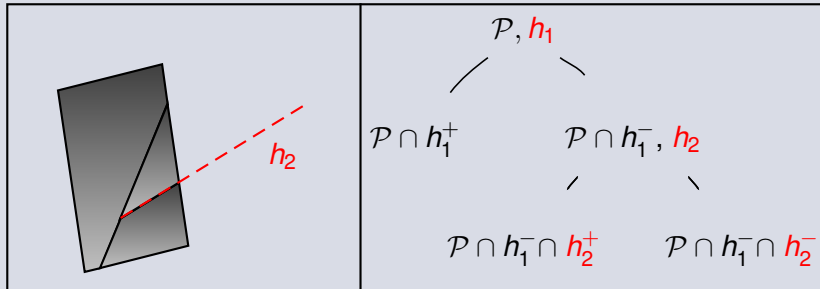
Illustration de l'algorithme



Poursuite dans le demi-espace contenant les droites bloquées

Algorithme de calcul

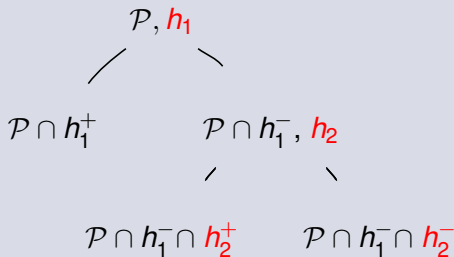
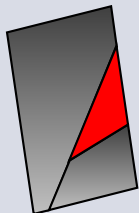
Illustration de l'algorithme



Intersection par l'hyperplan suivant

Algorithme de calcul

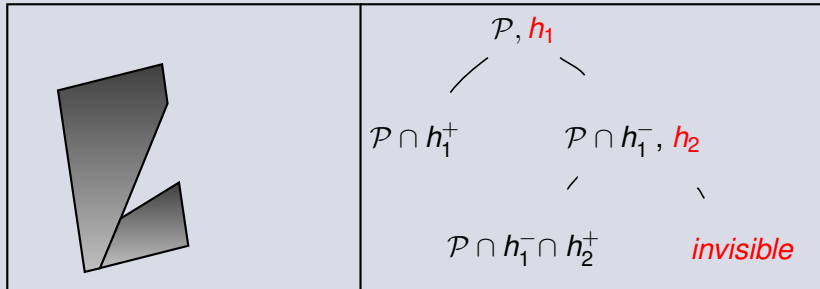
Illustration de l'algorithme



L'ensemble des droites bloquées est déterminé

Algorithme de calcul

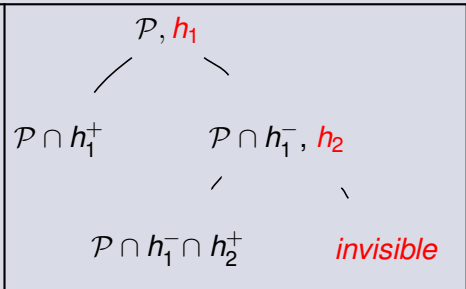
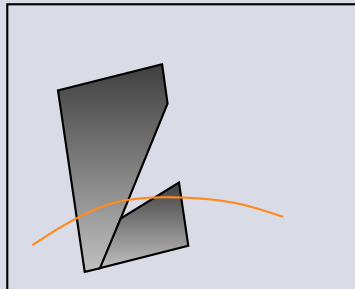
Illustration de l'algorithme



Suppression du polytope correspondant

Algorithme de calcul

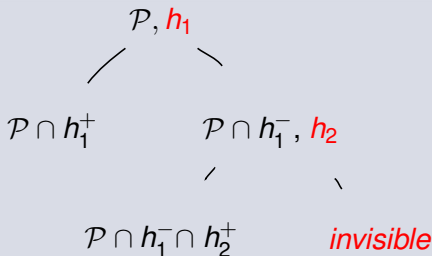
Illustration de l'algorithme



Intersection des polytopes avec la quadrique de Plücker ?

Algorithme de calcul

Illustration de l'algorithme

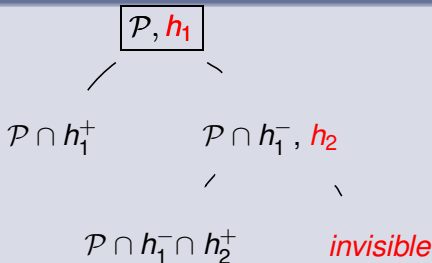


Soustraction des bloqueurs suivants

- Un bloqueur \rightarrow hyperplans + esl-représentation
- Feuille invisible atteinte : rien à faire
- Feuille visible atteinte : soustraction au polytope contenu

Algorithme de calcul

Illustration de l'algorithme

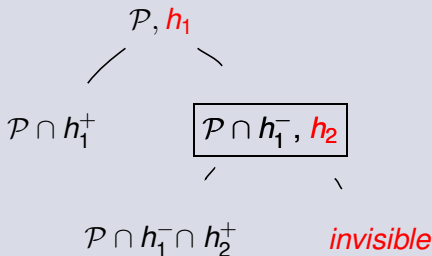


Soustraction des bloqueurs suivants

- Un bloqueur \rightarrow hyperplans + esl-représentation
- Feuille invisible atteinte : rien à faire
- Feuille visible atteinte : soustraction au polytope contenu

Algorithme de calcul

Illustration de l'algorithme

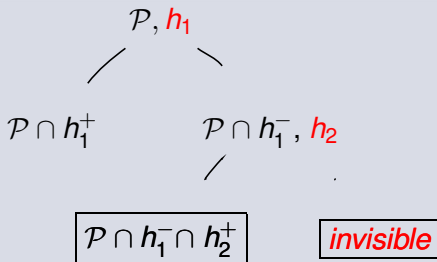


Soustraction des bloqueurs suivants

- Un bloqueur \rightarrow hyperplans + esl-représentation
- Feuille invisible atteinte : rien à faire
- Feuille visible atteinte : soustraction au polytope contenu

Algorithme de calcul

Illustration de l'algorithme

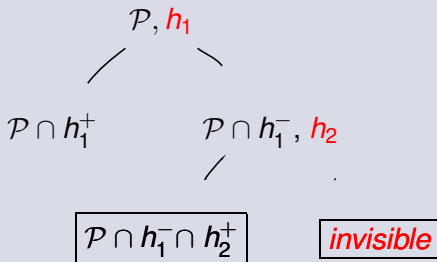


Soustraction des bloqueurs suivants

- Un bloqueur \rightarrow hyperplans + esl-représentation
- Feuille invisible atteinte : rien à faire
- Feuille visible atteinte : soustraction au polytope contenu

Algorithme de calcul

Illustration de l'algorithme

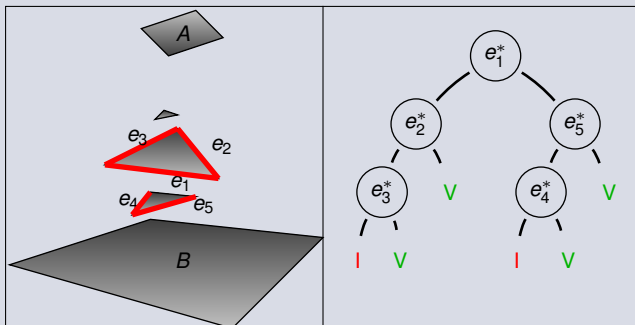


Soustraction des bloqueurs suivants

- Un bloqueur \rightarrow hyperplans + esl-représentation
- Feuille invisible atteinte : rien à faire
- Feuille visible atteinte : soustraction au polytope contenu

Algorithme de calcul

En sortie : un arbre VBSP

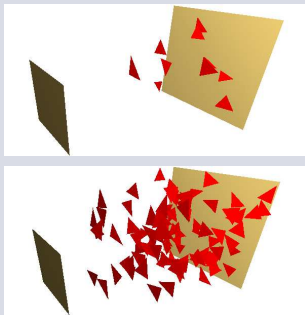


À la fin des calculs

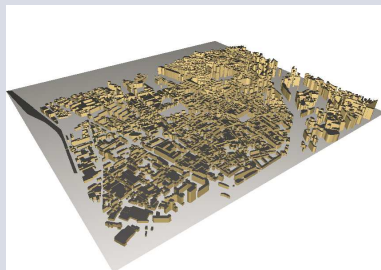
- Suppression des polytopes associés aux nœuds
- Représentation de la visibilité par un arbre BSP (VBSP)

Évaluation pratique

Scènes générées



Scène urbaine

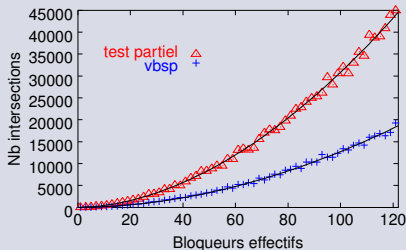


Valeurs mesurées

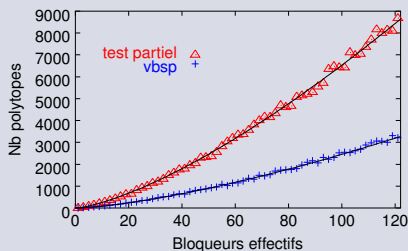
- Nombre d'intersections hyperplan/polytope (temps)
- Nombre de polytopes représentant la visibilité (mémoire)

Scènes générées

Intersections



Polytopes

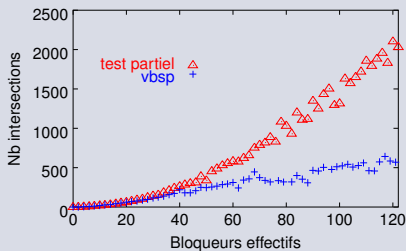


Résultats

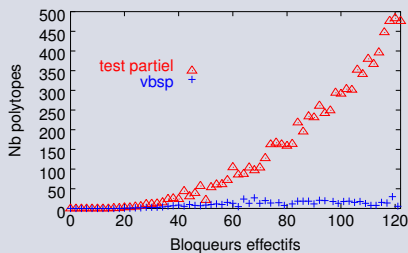
- Gain $\approx 60\%$ des ressources temps et mémoire
- Temps : $O(n^{1.92})$. Mémoire : $O(n^{1.76})$

Scène urbaine

Intersections



Polytopes



Résultats

- Différence flagrante de complexité
- Comportement “borné” de notre approche

Plan

- 1 **Visibilité polygone à polygone**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 2 **Propagation des OEM**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 3 **Ombres douces**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats

Simuler la propagation des *OEM*

Dans quel but ?

- Déploiement d'antennes
- Étude du canal de propagation

Comment ?

- Différents modèles de propagation
- Les plus souples et les plus précis :
les modèles basés rayons

Simuler la propagation des *OEM*

Dans quel but ?

- Déploiement d'antennes
- Étude du canal de propagation

Comment ?

- Différents modèles de propagation
- Les plus souples et les plus précis :
les modèles basés rayons

Les modèles basés rayons

Principe

- Onde \approx rayon
- Interactions : réflexion, transmission, diffraction
- Trouver les trajets émetteur \longleftrightarrow récepteur

Deux approches

- Approches basées lancer de rayons
 - ⊕ Rapide
 - ⊖ Avec pertes de trajet
- Approches basées source-images
 - ⊕ Sans perte de trajet (recherche combinatoire)
 - ⊖ Complexité prohibitive : $O(n^{(l_d+l_r+l_t)})$

Les modèles basés rayons

Principe

- Onde \approx rayon
- Interactions : réflexion, transmission, diffraction
- Trouver les trajets émetteur \longleftrightarrow récepteur

Deux approches

- Approches basées lancer de rayons
 - ⊕ Rapide
 - ⊖ Avec pertes de trajet
- Approches basées source-images
 - ⊕ Sans perte de trajet (recherche combinatoire)
 - ⊖ Complexité prohibitive : $O(n^{(l_d+l_r+l_t)})$

Les modèles basés rayons

Principe

- Onde \approx rayon
- Interactions : réflexion, transmission, diffraction
- Trouver les trajets émetteur \longleftrightarrow récepteur

Deux approches

- Approches basées lancer de rayons
 - ⊕ Rapide
 - ⊖ Avec pertes de trajet
- Approches basées source-images
 - ⊕ Sans perte de trajet (recherche combinatoire)
 - ⊖ Complexité prohibitive : $O(n^{(l_d+l_r+l_t)})$

Les modèles basés rayons

Le problème

- Avec perte de trajets : validité des simulations
- Sans perte de trajets : scènes non significatives
- **Aucune solution optimale et praticable**

Objectif

Proposer une solution optimale **et** praticable !

⇒ Optimisation sans perte d'un modèle basé source-images

Les modèles basés rayons

Le problème

- Avec perte de trajets : validité des simulations
- Sans perte de trajets : scènes non significatives
- **Aucune solution optimale et praticable**

Objectif

Proposer une solution optimale **et** praticable !

⇒ Optimisation sans perte d'un modèle basé source-images

Vue d'ensemble

Calculer un graphe exact de visibilité

- un nœud = un polygone, une arête
- un arc = visibilité de deux primitives géométriques

Apport du graphe

- Restreindre la recherche des trajets aux seuls couples de primitives visibles
- La nature exacte des calculs de visibilité garantit de ne perdre aucun trajet

Vue d'ensemble

Calculer un graphe exact de visibilité

- un nœud = un polygone, une arête
- un arc = visibilité de deux primitives géométriques

Apport du graphe

- Restreindre la recherche des trajets aux seuls couples de primitives visibles
- La nature exacte des calculs de visibilité garantit de ne perdre aucun trajet

Les arcs du graphe de visibilité

Relations de visibilité à déterminer

- polygone - polygone
- polygone - arête
- arête - arête

Solution proposée

- La visibilité de deux polygones inclue celle de leurs arêtes
- Extraire cette information du complexe de polytopes associé

Les arcs du graphe de visibilité

Relations de visibilité à déterminer

- polygone - polygone
- polygone - arête
- arête - arête

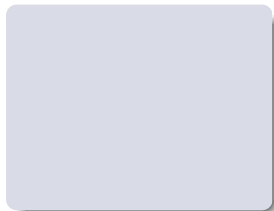
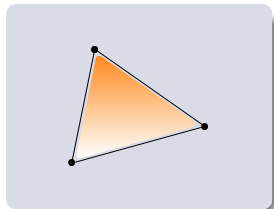
Solution proposée

- La visibilité de deux polygones inclue celle de leurs arêtes
- Extraire cette information du complexe de polytopes associé

Où trouver l'information recherchée ?

Les bords de P_{AB}

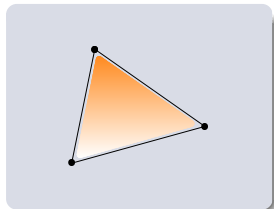
Ils sont formés de polytopes de dimension k , ou k -faces, avec $k < 5$



Où trouver l'information recherchée ?

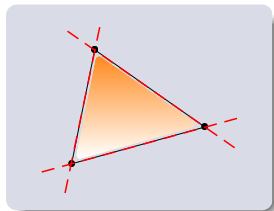
Les bords de P_{AB}

Ils sont formés de polytopes de dimension k , ou k -faces, avec $k < 5$

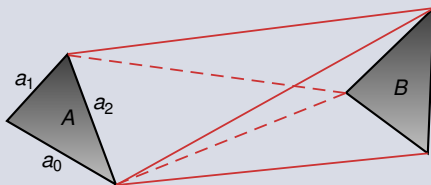


Description combinatoire d'une k -face

L'ensemble des hyperplans qui lui sont incidents



Où trouver l'information recherchée ?

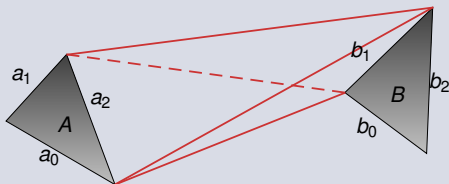


Visibilité arête-polygone

Visibilité de a_2 avec B : droites incidentes à $h_{a_2^*}$

⇒ Description combinatoire d'une 4-face de P_{AB}

Où trouver l'information recherchée ?



Visibilité arête-arête

Visibilité de a_2 avec b_1 : droites incidentes à $h_{a_2^*}$ et à $h_{b_1^*}$

⇒ Description combinatoire d'une 3-face de P_{AB}

Résumons

La visibilité des arêtes de A et B est contenue dans le bord du polytope \mathcal{P}_{AB}

Visibilités	\mathcal{P}_{AB}
arête-arête	3-faces
arête-polygone	4-faces

Solution

- Marquer les 3-faces et 4-faces concernées de \mathcal{P}_{AB}
- Calculer la visibilité, *i.e.* soustraire les bloqueurs potentiels
- Vérifier s'il demeure tout ou partie des 3-faces et 4-faces initialement marquées

Résumons

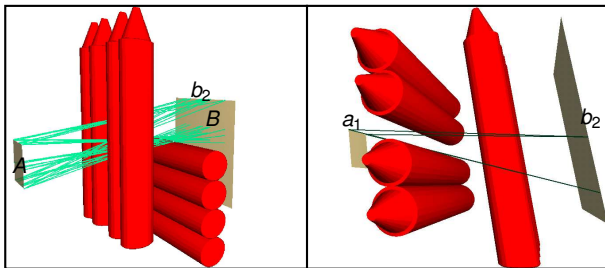
La visibilité des arêtes de A et B est contenue dans le bord du polytope \mathcal{P}_{AB}

Visibilités	\mathcal{P}_{AB}
arête-arête	3-faces
arête-polygone	4-faces

Solution

- Marquer les 3-faces et 4-faces concernées de \mathcal{P}_{AB}
- Calculer la visibilité, *i.e.* soustraire les bloqueurs potentiels
- Vérifier s'il demeure tout ou partie des 3-faces et 4-faces initialement marquées

Exemple



Visibilités arête-polygone, arête-arête

	A	a_0	a_1	a_2	a_3
B	✓	✓	✓	✓	✓
b_0	-	-	-	-	-
b_1	-	-	-	-	-
b_2	✓	✓	✓	✓	✓
b_3	-	-	-	-	-

Calcul complet du graphe de visibilité

Environnements ciblés

- Scènes extérieures 2.5D
- Possibilité d'extension à tout environnement 3D

Une complexité non négligeable

- Tester tous les couples de polygones de la scène
- Complexité en $O(n^2)$

Calcul complet du graphe de visibilité

Environnements ciblés

- Scènes extérieures 2.5D
- Possibilité d'extension à tout environnement 3D

Une complexité non négligeable

- Tester tous les couples de polygones de la scène
- Complexité en $O(n^2)$

Calcul complet du graphe de visibilité

Calcul hiérarchique

- Hiérarchie de boîtes englobantes
- Phase 1 : visibilité feuille-hiérarchie
- Phase 2 : visibilité feuille à feuille

Précision variable

- Phase 1 :
Une preuve de la visibilité suffit [Haumont, 2005]
- Phase 2 :
Requête unifiée et mise à jour du graphe de visibilité

Calcul complet du graphe de visibilité

Calcul hiérarchique

- Hiérarchie de boîtes englobantes
- Phase 1 : visibilité feuille-hiérarchie
- Phase 2 : visibilité feuille à feuille

Précision variable

- Phase 1 :
Une preuve de la visibilité suffit [Haumont, 2005]
- Phase 2 :
Requête unifiée et mise à jour du graphe de visibilité

Précalcul : résultats

Précalcul des graphes de visibilité

Graphe de visibilité	Paris A	Paris B
Nb polygones	2 163	6 693
Nb arêtes	1 807	5 792
Sans hiérarchie	55 min 40 s	15 h 23 min
Temps de calcul	24 min 20 s	4 h 14 min 5 s

AMD64 3200+ (2.2Ghz) - 3Go RAM

Précalcul : résultats

Statistiques

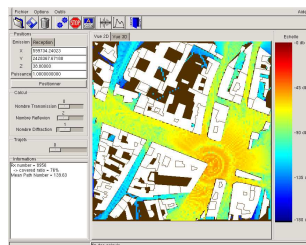
Relation de visibilité	Graphe de visibilité	
	Paris A	Paris B
Visibilité polygone-polygone	2.58 %	1.67 %
Visibilité polygone-arête	4.68 %	2.97 %
Visibilité arête-arête	6.40 %	4.09 %

Pourcentages de visibilité entre primitives

Calcul de zones de couvertures

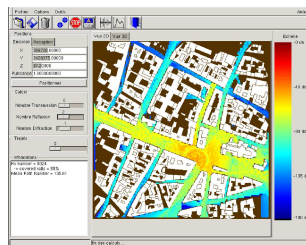
Paris A (8983 récepteurs)

Interactions	Avec GV	Sans GV
1 R 0 D	3s	10s
2 R 0 D	36s	2h 55min 24s
2 R 1 D	3h 18min	> 3 ans
3 R 0 D	23min 18s	> 8 mois



Paris B (8024 récepteurs)

Interactions	Avec GV	Sans GV
1 R 0 D	4s	26s
2 R 0 D	34s	> 1j 8h
2 R 1 D	7h 16min	-
3 R 0 D	34min 23s	-



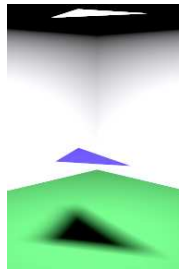
Plan

- 1 **Visibilité polygone à polygone**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 2 **Propagation des OEM**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats
- 3 **Ombres douces**
 - Problématique
 - Approche proposée
 - Résultats

Problématique

Ombres douces

Source étendue	↔	Ombre douce
Visibilité totale	↔	zone éclairée
Visibilité partielle	↔	zone de pénombre
Invisible	↔	zone d'ombre



Un problème toujours actuel

- La qualité des ombres est visuellement importante
- Elle dépend de la visibilité des sources en chaque point
⇒ Qualité vs rapidité

Problématique

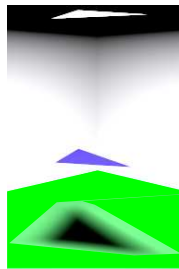
Ombres douces

Source étendue \Leftrightarrow Ombre douce

Visibilité totale \Leftrightarrow zone éclairée

Visibilité partielle \Leftrightarrow zone de pénombre

Invisible \Leftrightarrow zone d'ombre



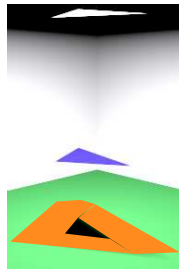
Un problème toujours actuel

- La qualité des ombres est visuellement importante
 - Elle dépend de la visibilité des sources en chaque point
- \Rightarrow Qualité vs rapidité

Problématique

Ombres douces

Source étendue	↔	Ombre douce
Visibilité totale	↔	zone éclairée
Visibilité partielle	↔	zone de pénombre
Invisible	↔	zone d'ombre



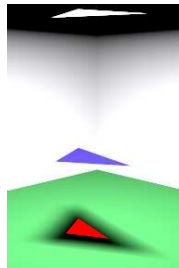
Un problème toujours actuel

- La qualité des ombres est visuellement importante
- Elle dépend de la visibilité des sources en chaque point
⇒ Qualité vs rapidité

Problématique

Ombres douces

Source étendue	↔	Ombre douce
Visibilité totale	↔	zone éclairée
Visibilité partielle	↔	zone de pénombre
Invisible	↔	zone d'ombre



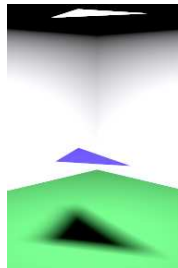
Un problème toujours actuel

- La qualité des ombres est visuellement importante
- Elle dépend de la visibilité des sources en chaque point
⇒ Qualité vs rapidité

Problématique

Ombres douces

Source étendue	↔	Ombre douce
Visibilité totale	↔	zone éclairée
Visibilité partielle	↔	zone de pénombre
Invisible	↔	zone d'ombre



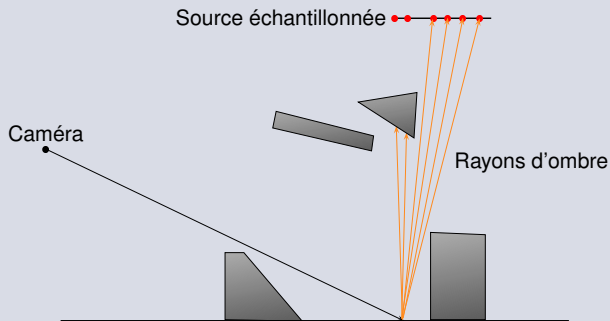
Un problème toujours actuel

- La qualité des ombres est visuellement importante
- Elle dépend de la visibilité des sources en chaque point
⇒ Qualité vs rapidité

Précédents travaux

Approches stochastiques

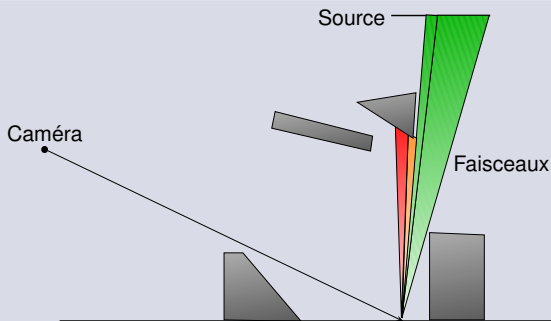
- Sources échantillonnées + rayons d'ombre [Whitted, 1980]
- Qualité \Rightarrow beaucoup d'échantillons



Précédents travaux

Faisceaux de rayons

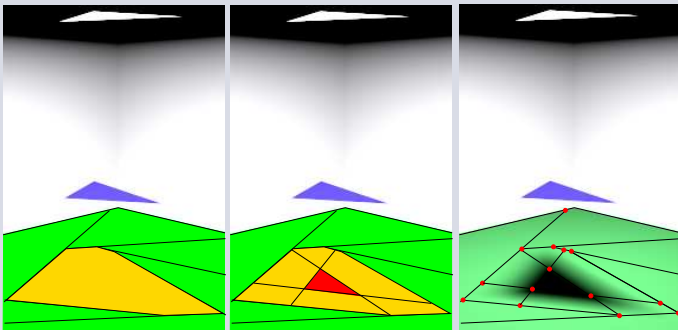
- Tirer partie de la cohérence spatiale
- Problèmes : géométrie des faisceaux, formes des sources



Précédents travaux

Volumes d'ombres et de pénombres

- Éléments éclairés, dans la pénombre, dans l'ombre.
- [Nishita *et al*, 1985], [Chin *et al*, 1992], [Lethinen, 2006]



Objectifs

Qualité & Rapidité

- Calcul analytique de l'illumination directe
- Détermination efficace de la visibilité des sources

Comment ?

- Un arbre VBSP par couple (source, polygone)
- Contient tous les points de vue de la source depuis le polygone
- Algorithme d'extraction de la visibilité depuis un point

Objectifs

Qualité & Rapidité

- Calcul analytique de l'illumination directe
- Détermination efficace de la visibilité des sources

Comment ?

- Un arbre VBSP par couple (source, polygone)
- Contient tous les points de vue de la source depuis le polygone
- Algorithme d'extraction de la visibilité depuis un point

Objectifs

Qualité & Rapidité

- Calcul analytique de l'illumination directe
- Détermination efficace de la visibilité des sources

Comment ?

- Un arbre VBSP par couple (source, polygone)
- Contient tous les points de vue de la source depuis le polygone
- Algorithme d'extraction de la visibilité depuis un point

Objectifs

Qualité & Rapidité

- Calcul analytique de l'illumination directe
- Détermination efficace de la visibilité des sources

Comment ?

- Un arbre VBSP par couple (source, polygone)
- Contient tous les points de vue de la source depuis le polygone
- Algorithme d'extraction de la visibilité depuis un point

Objectifs

Qualité & Rapidité

- Calcul analytique de l'illumination directe
- Détermination efficace de la visibilité des sources

Comment ?

- Un arbre VBSP par couple (source, polygone)
- Contient tous les points de vue de la source depuis le polygone
- Algorithme d'extraction de la visibilité depuis un point

Approche proposée

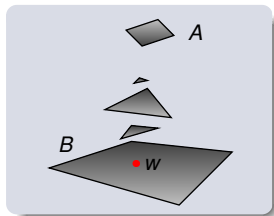
Question

Soit un point w sur un polygone B visible d'une source A .

Comment extraire de leur arbre VBSP les parties visibles de A depuis w ?

Réponse

Traverser l'arbre VBSP en subdivisant la source A par les projetées des droites depuis w



Approche proposée

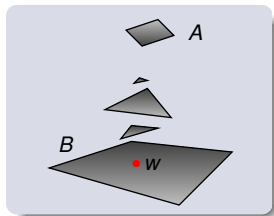
Question

Soit un point w sur un polygone B visible d'une source A .

Comment extraire de leur arbre VBSP les parties visibles de A depuis w ?

Réponse

Traverser l'arbre VBSP en subdivisant la source A par les projetées des droites depuis w



Approche proposée

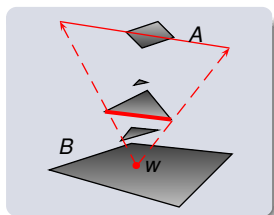
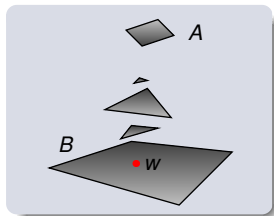
Question

Soit un point w sur un polygone B visible d'une source A .

Comment extraire de leur arbre VBSP les parties visibles de A depuis w ?

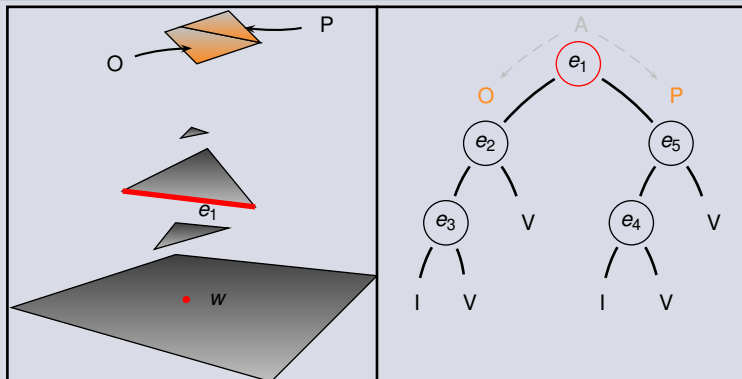
Réponse

Traverser l'arbre VBSP en subdivisant la source A par les projetées des droites depuis w



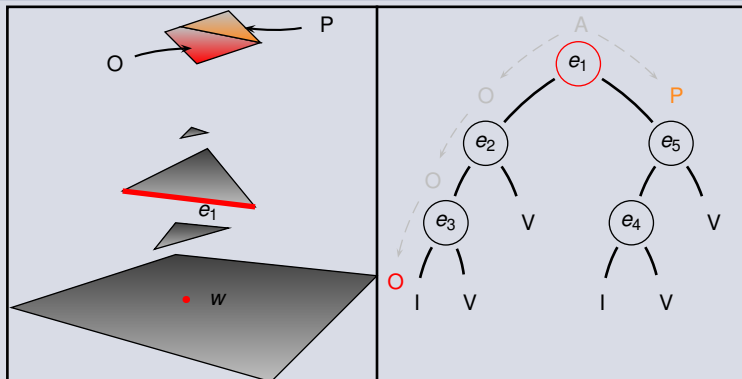
Extraire la visibilité depuis un point

Illustration de l'algorithme



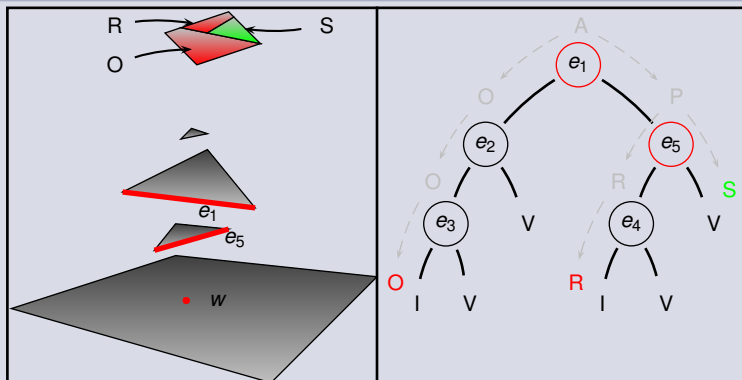
Extraire la visibilité depuis un point

Illustration de l'algorithme



Extraire la visibilité depuis un point

Illustration de l'algorithme



Extraire la visibilité depuis un point

Caractéristiques de l'algorithme

- Simple ! Intersections 2D droites/polygones
- Procure les parties visibles d'une source
- Complexité théorique : $O(n)$ ($n =$ nœuds du VBSP)

Application au calcul des ombres douces

- En chaque point visible de la position de caméra
 - Extraire les parties visibles des sources
 - Calculer analytiquement l'illumination directe

Extraire la visibilité depuis un point

Caractéristiques de l'algorithme

- Simple ! Intersections 2D droites/polygones
- Procure les parties visibles d'une source
- Complexité théorique : $O(n)$ ($n =$ nœuds du VBSP)

Application au calcul des ombres douces

- En chaque point visible de la position de caméra
 - Extraire les parties visibles des sources
 - Calculer analytiquement l'illumination directe

Extraire la visibilité depuis un point

Caractéristiques de l'algorithme

- Simple ! Intersections 2D droites/polygones
- Procure les parties visibles d'une source
- Complexité théorique : $O(n)$ ($n =$ nœuds du VBSP)

Application au calcul des ombres douces

- En chaque point visible de la position de caméra
 - Extraire les parties visibles des sources
 - Calculer analytiquement l'illumination directe

Extraire la visibilité depuis un point

Caractéristiques de l'algorithme

- Simple ! Intersections 2D droites/polygones
- Procure les parties visibles d'une source
- Complexité théorique : $O(n)$ ($n =$ nœuds du VBSP)

Application au calcul des ombres douces

- En chaque point visible de la position de caméra
 - Extraire les parties visibles des sources
 - Calculer analytiquement l'illumination directe

Résultats

Salon - 2 sources



Statistiques

Étape de précalcul

Temps	148 s
Taille	20981 nds (1.1Mo)

Étape de rendu

Temps	5 s
MentalRay©	888 s
Facteur	x177

1280x960 @ AMD64 3200+ (2.2Ghz) - 3Go RAM

Résultats

Classe - 4 sources



Statistiques

Étape de précalcul

Temps	542 s
Taille	93436 nds (5Mo)

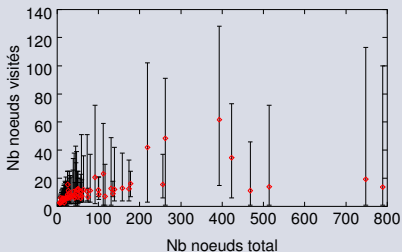
Étape de rendu

Temps	14.8 s
MentalRay©	1172 s
Facteur	x79

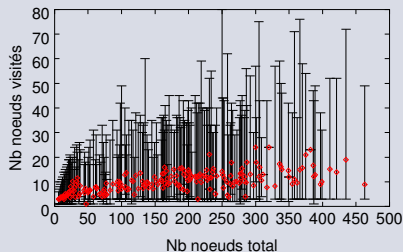
1280x960 @ AMD64 3200+ (2.2Ghz) - 3Go RAM

Extraction : analyse pratique

Salon



Classe



Complexité pratique

- Non linéaire !
- Tend vers un comportement logarithmique

Conclusion et perspectives

Visibilité polygone à polygone

Contributions

- esl-représentation d'un bloqueur
- algorithme de calcul efficace
- représentation de la visibilité

Perspectives

- Prendre en compte la silhouette des objets
- Définir une mesure de la visibilité

Conclusion et perspectives

Visibilité polygone à polygone

Contributions

- esl-représentation d'un bloqueur
- algorithme de calcul efficace
- représentation de la visibilité

Perspectives

- Prendre en compte la silhouette des objets
- Définir une mesure de la visibilité

Conclusion et perspectives

Propagation des ondes électromagnétiques

Contributions

- Visibilité et bord d'un polytope
- Algorithme de calcul d'un graphe de visibilité exact
- Optimisation sans perte d'un modèle basé rayons

Perspectives

- Parcours intelligent du graphe de visibilité
- Combinaison avec d'autres optimisations géométriques
- Utiliser l'information contenue dans les arbres VBSP

Conclusion et perspectives

Propagation des ondes électromagnétiques

Contributions

- Visibilité et bord d'un polytope
- Algorithme de calcul d'un graphe de visibilité exact
- Optimisation sans perte d'un modèle basé rayons

Perspectives

- Parcours intelligent du graphe de visibilité
- Combinaison avec d'autres optimisations géométriques
- Utiliser l'information contenue dans les arbres VBSP

Conclusion et perspectives

Ombres douces

Contributions

- Algorithme d'extraction de la visibilité d'une source
- Calcul analytique des ombres douces rapide et exact

Perspectives

- Visibilité absolue d'un objet
- Extension au lancer de rayons interactif
- Généralisation à des calculs d'illumination globale

Conclusion et perspectives

Ombres douces

Contributions

- Algorithme d'extraction de la visibilité d'une source
- Calcul analytique des ombres douces rapide et exact

Perspectives

- Visibilité absolue d'un objet
- Extension au lancer de rayons interactif
- Généralisation à des calculs d'illumination globale