



**HAL**  
open science

**Ecoulements de milieux granulaires en tambour tournant. Étude de quelques transitions de régime. Application à la ségrégation.**

Gwenaëlle Félix

► **To cite this version:**

Gwenaëlle Félix. Ecoulements de milieux granulaires en tambour tournant. Étude de quelques transitions de régime. Application à la ségrégation.. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2002. Français. NNT : . tel-00089234

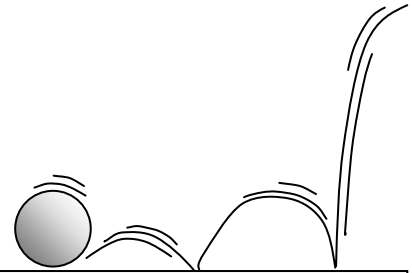
**HAL Id: tel-00089234**

**<https://theses.hal.science/tel-00089234>**

Submitted on 16 Aug 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Écoulements de milieux granulaires en tambour tournant

Étude de quelques transitions de régime  
Application à la ségrégation

Thèse soutenue publiquement par

***Gwenaëlle FELIX***

Le 22 novembre 2002

Laboratoire des **Sciences du Génie Chimique**  
Ecole Doctorale **Ressources, Procédés, Produits, Environnement**

# Table des matières

<b><u>NOMENCLATURE</u></b>	<b>6</b>
<b><u>INTRODUCTION</u></b>	<b>8</b>
<b><u>PARTIE I : DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET METHODE DE MESURE</u></b>	
<b>1 Le tambour tournant</b>	<b>18</b>
1.1 Choix d'une configuration 2D ou 3D ?	18
1.2 Quelle est l'influence des parois sur la mesure expérimentale?	19
1.3 Dispositif expérimental choisi	20
<b>2 Les particules</b>	<b>21</b>
2.1 Analyse granulométrique et morphologique des billes de verre	21
2.1.1 Méthode d'analyse	21
2.1.2 Caractéristiques des particules	22
2.2 Analyse granulométrique et morphologique des particules de polyméthylméthacrylate (diakon)	23
2.3 Analyse granulométrique et morphologique des poudres de silice	24
2.3.1 Méthode d'analyse	24
2.3.2 Caractéristiques des poudres	24
<b>3 Conditions opératoires d'humidité</b>	<b>25</b>
<b>4 Méthode d'analyse des écoulements en tambour</b>	<b>25</b>
4.1 Caractéristiques du caméscope et analyse d'images	26
4.1.1 Modes d'enregistrement	26
4.1.2 Traitement des films	26
4.2 Méthode de mesure	27
4.2.1 Mesure des angles	27
4.2.2 Mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement	28
<b>5 Erreurs de mesures et barres d'erreur</b>	<b>29</b>
5.1 Erreurs de mesure	29
5.1.1 Déformation induite par le caméscope	29
5.1.2 Influence de l'expérimentateur	30
5.1.3 Référentiel considéré	33
5.2 Barres d'erreur	34
5.2.1 Droite de Henry (anamorphose galtonienne)	34
5.2.2 Loi de Student	35
5.3 Comparaisons des barres d'erreur en fonction de la représentation choisie	36
<b>6 Conclusion</b>	<b>38</b>
<b><u>PARTIE II : ANGLES EN TAMBOUR TOURNANT</u></b>	
<b>1 Pourquoi mesurer des angles ?</b>	<b>41</b>
1.1 Angles et matériaux granulaires	41
1.2 Loi de frottement de Coulomb	44
<b>2 Régime d'avalanche</b>	<b>46</b>

2.1	Influence de la taille du système expérimental	47
2.1.1	Influence de la largeur	48
2.1.2	Influence du rapport d/d	49
2.1.3	Systèmes homothétiques	51
2.2	Influence des propriétés des particules	52
2.2.1	Caractéristiques granulométriques	52
2.2.2	Caractéristiques morphologiques	54
2.2.3	Systèmes homothétiques	54
2.3	Modification des propriétés de surface des particules	55
2.3.1	Influence du sunsil sur le régime d'avalanche	58
2.3.2	Influence de l'aérosil sur le régime d'avalanche	59
2.3.3	Discussion	64
2.4	Conclusions	65
<b>3</b>	<b>Régime d'écoulement continu</b>	<b>66</b>
3.1	Transitions de régimes d'écoulement : panorama bibliographique	66
3.1.1	Transition entre le régime d'écoulement intermittent et régime d'écoulement continu	67
3.1.2	Transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement en s	69
3.2	Transition régime d'écoulement continu a surface plane / régime d'écoulement continu a surface incurvée : expériences	70
3.2.1	Caractérisation de la transition	71
3.2.2	Résultats expérimentaux	73
3.2.3	Confrontation aux modèles existants	77
3.2.4	Notre interprétation	82
3.2.5	Modification des propriétés de surface des particules	88
3.3	Régime d'écoulement continu	90
3.3.1	Influence de la taille du système expérimental	90
3.3.2	Modification des propriétés de surface des particules	96
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>
<b><u>PARTIE III : EPAISSEUR DE LA ZONE D'ECOULEMENT DANS LE REGIME D'ECOULEMENT CONTINU</u></b>		
<b>1</b>	<b>Pourquoi mesurer des épaisseurs d'écoulement de grains ?</b>	<b>100</b>
<b>2</b>	<b>Écoulements sur fond meubles</b>	<b>101</b>
2.1	Modèles d'écoulements denses : approche continue	101
2.2	Écoulement sur un tas	102
2.3	Résultats expérimentaux et modèles établis en tambour tournant	103
2.4	Intérêt de la présente étude	108
<b>3</b>	<b>Sensibilité de la zone d'écoulement aux paramètres expérimentaux</b>	<b>109</b>
3.1	Influence des parois sur la mesure	109
3.2	Influence de la distribution granulométrique et des propriétés de surface des particules	110
3.2.1	Réduction de la distribution granulométrique	110
3.2.2	Ajout d'agents d'écoulement	112
3.3	Conclusion	112
<b>4</b>	<b>N'avez vous jamais entendu parler des "10 couches de billes" ?</b>	<b>113</b>
4.1	Etude bibliographique	113
4.2	Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec le rapport d/d	116
4.2.1	La taille du tambour définit-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?	116
4.2.2	La taille des particule défini-t-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?	117

4.2.3	Systèmes géométriquement similaires	118
4.2.4	Exploration de larges plages de fonctionnement	119
<b>5</b>	<b>Etude détaillée du comportement des écoulements en fonction du rapport D/d</b>	<b>120</b>
5.1	Petits rapports D/d : 47-600	121
5.1.1	Lois de puissance sur $h/d=f(w)$	121
5.1.2	Saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement	127
5.1.3	Profils de vitesse dans un système D/d=100	128
5.1.4	Discussion : validité de l'estimation de la vitesse moyenne	130
5.1.5	Conclusion	130
5.2	Grands rapports D/d	131
5.2.1	Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation	131
5.2.2	Lois de puissance sur $h/d=f(w)$	132
5.2.3	Profils de vitesse	134
5.3	Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles antérieurs	136
5.4	Discussion : singularité du comportement des écoulements dans les grands systèmes	141
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>145</b>
<b><u>PARTIE IV : SEGREGATION EN TAMBOUR TOURNANT</u></b>		
<b>1</b>	<b>Qu'est ce que la ségrégation ?</b>	<b>150</b>
<b>2</b>	<b>Ségrégation en tambour tournant : présentation générale</b>	<b>153</b>
2.1	Ségrégation axiale	153
2.2	Ségrégation radiale	155
2.2.1	Mécanismes de ségrégation	155
2.2.2	Principaux résultats expérimentaux	157
<b>3</b>	<b>Méthodes d'étude de la ségrégation</b>	<b>161</b>
3.1	Suivi des particules dans la phase statique	161
3.1.1	Caractérisation de la ségrégation	162
3.1.2	Cinétique de ségrégation	162
3.2	Suivi trajectographique de particules	168
3.3	Contraintes expérimentales	171
<b>4</b>	<b>Modèle de ségrégation</b>	<b>172</b>
4.1	Evolution de la ségrégation en fonction de la position initiale des particules dans la zone statique	172
4.1.1	Principe de l'étude	172
4.1.2	Résultats	172
4.1.3	Conclusion	177
4.2	Modélisation de la ségrégation	178
4.2.1	Hypothèses	178
4.3	Simulation de la ségrégation d'un système rempli de façon homogène	179
4.3.1	Présentation des expériences	179
4.3.2	Résultats expérimentaux	180
4.3.3	Comparaison simulation-expériences	180
4.3.4	Cinétique de ségrégation	182
4.3.5	Conclusion	183
<b>5</b>	<b>Quel est le rôle de l'épaisseur de la zone d'écoulement dans la ségrégation ?</b>	<b>184</b>
5.1	Reproductibilité des résultats	184
5.2	Influence de la largeur du tambour	187

5.2.1	Etude préalable : l'ajout de grosses particules modifie-t-il les caractéristiques du système ?	187
5.2.2	Cinétiques de ségrégation	188
5.2.3	Etat final de ségrégation	189
5.2.4	Conclusion	190
5.3	Et la vitesse de rotation ?	191
5.3.1	Cinétiques de ségrégation	191
5.3.2	Etat final de ségrégation	193
5.3.3	Interprétation	194
5.3.4	Conclusion	196
5.4	Modification du rapport de taille des particules	196
5.4.1	Cinétiques de ségrégation	196
5.4.2	Etat final de ségrégation	197
5.4.3	Interprétation	198
5.4.4	Conclusion	199
5.5	Modification du rapport D/d	199
5.5.1	Système D/dp=250	199
5.5.2	Système D/dp=416	202
5.6	Comparaison de la ségrégation dans les systèmes D/dp=100, D/dp=250 et D/dp=416	204
5.6.1	Cinétique de ségrégation	207
5.6.2	Conclusion	207
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>208</b>
	<b><u>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</u></b>	211
	<b><u>BIBLIOGRAPHIE</u></b>	217
	<b><u>ANNEXES</u></b>	

# Nomenclature

Symbole	Dénomination	Dimension
	<u>Caractères latins</u>	
$a$	Accélération d'une particule	[L.T <sup>-2</sup> ]
$d$	Diamètre moyen des particules (monodisperses)	[L]
$d_{min}$	Valeur moyenne des diamètres de Feret minimum de l'ensemble des particules présentes dans la distribution granulométrique	[L]
$d_{max}$	Valeur moyenne des diamètres de Feret maximum de l'ensemble des particules présentes dans la distribution granulométrique	[L]
$d_{eq}$	Diamètre équivalent	[L]
$d_p$	Diamètre des petites particules (ségrégation)	[L]
$d_g$	Diamètre des grosses particules (ségrégation)	[L]
$D$	Diamètre interne du tambour	[L]
$Fr$	Nombre de Froude rotationnel	[-]
$Fr_c$	Nombre de Froude rotationnel critique correspondant à une transition de régime	[-]
$Fraction\ 1$	Fraction expérimentale de particules fines ajoutée correspondant à une réduction des angles mesurés	[-]
$Fraction\ 1^*$	Fraction théorique de particules fines à ajouter pour passer d'un domaine de prédominance des contacts bille/bille au domaine de prédominance des contacts bille/agent d'écoulement	[-]
$Fraction\ 2$	Fraction expérimentale de particules fines ajoutée correspondant à une augmentation des angles mesurés	[-]
$Fraction\ 2^*$	Fraction théorique de particules fines à ajouter pour passer d'un domaine de prédominance des contacts bille/agent d'écoulement au domaine de prédominance des contacts agent d'écoulement/agent d'écoulement	[-]
$g$	Accélération de la pesanteur	[L.T <sup>-2</sup> ]
$h$	Epaisseur de la zone en écoulement mesurée perpendiculairement à la surface libre, au centre du tambour	[L]
$H$	Hauteur de remplissage	[-]
$i$	Numérotation des différentes zones concentriques définies dans le tambour	[-]
$k$	Constante de temps de ségrégation	[-]
$l$	Largeur du tambour	[L]

$L$	Longueur de la surface libre. Dans le cas d'un tambour rempli à 50 % $L=D$ .	[L]
$m$	Valeur de la puissance liant $h$ et $V_{moy}$	[-]
$n$	Valeur de la puissance liant $h$ et $w$	[-]
$n(t)$	Nombre de particules visibles à la paroi dans une zone donnée, à un instant $t$ donné	[-]
$N(t)$	Nombre total de particules visibles à la paroi du tambour, à un instant $t$ donné	[-]
$Q$	Débit	[L <sup>2</sup> .T <sup>-1</sup> ]
$R$	Rayon interne du tambour	
$r$	Position radiale d'une particule, mesurée par rapport au centre du tambour	[L]
$r_{moy}$	Position radiale moyenne d'une population de particules, mesurée par rapport au centre du tambour	[L]
$r_{min}$	Position radiale minimale d'une population de particules, mesurée par rapport au centre du tambour	[L]
$r_{max}$	Position radiale maximale d'une population de particules, mesurée par rapport au centre du tambour	[L]
$V$	Vitesse de déplacement des particules dans la zone statique	[L.T <sup>-2</sup> ]
$V_{moy}$	Vitesse moyenne de l'écoulement au centre du tambour	[L.T <sup>-2</sup> ]
$V_{max}$	Vitesse maximale des particules, à la surface libre, au centre du tambour	[L.T <sup>-2</sup> ]
$w$	Vitesse de rotation du tambour	[tour.T <sup>-1</sup> ]
$w_c$	Vitesse de rotation critique du tambour correspondant à une transition de régime	[tour.T <sup>-1</sup> ]

### Caractères grecs

$\dot{\gamma}$	Gradient de vitesse	[T <sup>-1</sup> ]
$\theta$	Angle entre la surface libre de l'écoulement et l'horizontale	[°]
$\theta_{moy}$	Angle de la surface libre mesuré au centre du tambour	[°]
$\theta_{min}$	Angle minimum de la surface libre mesuré en régime d'écoulement en S	[°]
$\theta_{max}$	Angle maximum de la surface libre mesuré en régime d'écoulement en S	[°]
$\sigma$	Ecart type de la distribution considérée	[L]
$\Omega$	Vitesse de rotation angulaire du tambour	[rad.T <sup>-1</sup> ]
$\Omega_c$	Vitesse de rotation angulaire critique du tambour correspondant à une transition de régime	[rad.T <sup>-1</sup> ]



# Introduction

Quel point commun rassemble des domaines apparemment aussi éloignés que la physique, la géophysique, la mécanique des sols, le génie civil, le génie des procédés, les industries agro-alimentaires, pharmaceutiques ou cosmétiques ? Tous s'intéressent aux milieux granulaires ! La façon d'aborder les problèmes, le vocabulaire utilisé et les outils à disposition varient d'une communauté à l'autre. C'est en cela que les échanges sont enrichissants. Ayant passé cinq années en Sciences de la Terre, il m'a semblé intéressant de travailler dans un laboratoire de Génie des Procédés pour retrouver un regard neuf sur la thématique des écoulements de particules et faire l'apprentissage de nouveaux outils de travail.

Le travail expérimental réalisé durant cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une recherche fondamentale visant à comprendre les mécanismes qui régissent les écoulements de particules à l'aide d'un tambour tournant. L'étude de la ségrégation, mise en relation avec les propriétés des écoulements, a également été abordée.

Il est nécessaire de présenter de façon générale les milieux granulaires dans le but de replacer notre étude dans son contexte. Qu'entendons nous par « milieu granulaire » ? Quels sont les domaines dans lesquels nous rencontrons les solides divisés ?

## 1 Les milieux granulaires : présentation générale

### 1.1 Définition

Le Petit Larousse illustré donne la définition suivante du terme « granulaire » :

**Granulaire** adj. : qui se compose de petits grains.



Figure 1 Gauche: pigments. Droite: Dépôt volcanique (Volcan Lascar, Chili).

En réalité, les grains constituant un milieu granulaire ne sont pas nécessairement « petits ». La gamme de variation de leur taille couvre plusieurs ordres de grandeur. Un pigment est constitué de particules micrométriques alors que des astéroïdes peuvent atteindre une taille de plus de 200 km de diamètre.

Un milieu granulaire est constitué d'un ensemble de particules discrètes (solide) immergées dans une phase fluide (liquide ou gaz). Les grains sont caractérisés par leur forme, leur taille, leur densité et leur état de surface. Ces propriétés influencent fortement leur comportement dynamique et statique : la farine de blé s'écoulera très différemment de grains de riz ou d'un ensemble de blocs rocheux métriques ...

Le fluide interstitiel joue bien sûr un rôle prépondérant. Les contacts entre grains seront différents si l'on a de l'eau ou de l'air entre les particules. Dans le travail que nous présentons, nous nous intéressons au cas de grains immergés dans l'air, c'est à dire aux milieux

granulaires secs : l'influence du fluide interstitiel est alors négligeable, on ne tient pas compte des interactions hydrodynamiques ni des forces attractives de surface. Pour des grains d'une taille supérieure à environ 100  $\mu\text{m}$ , les forces attractives de surface (Van der Waals, capillaires...) deviennent négligeables devant le poids de la particule.

Le comportement d'un ensemble de grains est tout à fait fascinant. Le milieu peut se comporter à la fois comme un solide ou comme un liquide : les grains peuvent s'écouler dans un sablier comme un liquide et constituer un tas qui, au repos, se comporte comme un solide (Figure 2).



Figure 2 Ecoulement dans un sablier.

Maintenant que nous avons identifié ce qu'était un milieu granulaire, nous allons voir que ceux-ci sont omniprésents dans la vie de tous les jours.

## 1.2 Différents domaines d'application

### 1.2.1 Domaine industriel

Si vous vous êtes adonné aux joies de l'observation scientifique au saut du lit, vous avez remarqué dans votre bol que les pétales de céréales sont toujours au dessus, les raisins secs, au fond. Le regroupement des particules qui ont les mêmes caractéristiques (ségrégation) est un phénomène que nous observons dans la vie quotidienne et qui pose de nombreux problèmes dans le domaine industriel. En effet, on recherche dans l'industrie agro-alimentaire à vendre par exemple des paquets de céréales dans lesquels les proportions de chaque constituant sont identiques.

Plus généralement, de nombreux procédés industriels mettent en jeu des opérations de mélange de solides divisés (poudres ou matériau granulaire). On peut également citer les industries cosmétiques, pharmaceutiques, céramiques... Dans l'industrie pharmaceutique, un comprimé est obtenu à partir du mélange d'un principe actif (sous forme cristalline, de sels ou d'hydrates) et d'excipients, adjuvants de compression, correcteurs de goût... L'industrie cosmétique cherche également à fabriquer des produits de maquillage (fards à paupière ou à joues) par mélange d'une poudre siliceuse à des pigments et des agents texturants (Barois-Cazenave 1999). Dans tous les cas, on cherche à obtenir un produit final homogène par mélange de plusieurs constituants.

Les mélangeurs industriels sont généralement de type mélangeur à chute libre (ou à retournement) qui consiste en une enceinte close qui tourne sur elle même selon un mouvement plus ou moins complexe, ou de type mélangeur malaxeur dans lequel les produits sont malaxés par des bras. Dans certaines conditions, essentiellement pour les poudres non cohésives, on observe non pas un mélange mais un « dé-mélange » (ségrégation) des constituants lors de cette opération. Les particules migrent dans des zones différentes du mélangeur en fonction de leurs caractéristiques (taille, densité, forme...). Cette ségrégation peut également se produire lors des manutentions ultérieures comme la vidange ou le transport.

## 1.2.2 Sciences de la Terre

Les matériaux naturels se trouvent généralement sous forme de grains. Les tailles de particules sont très variables (cendres micrométriques, sables, graviers, blocs métriques...). De nombreux phénomènes géologiques font intervenir des mouvements de masses granulaires en présence ou non d'eau. Nous pouvons citer quelques exemples :

- Formation des dunes de sable, formation des rides dans les fonds océaniques : sous l'action du vent ou de l'eau, les grains de sable s'accumulent et forment des structures géométriques de différentes tailles qui peuvent se déplacer dans le temps.
- Transports de grains dans les rivières : les sédiments du lit des rivières sont mis en mouvement par les forces hydrodynamiques. On distingue trois modes de transport : le charriage (les grains roulent et glissent sur le fond du cours d'eau), la saltation (les grains font des petits sauts de courte durée) et la suspension (les fines particules sont transportées sur de longues distances sans reprendre contact avec le fond du cours d'eau).
- Écoulements pyroclastiques : Ce sont des écoulements gravitaires de milieux granulaires fortement polydispersés (grains de taille allant du micromètre au mètre) immergés dans des gaz chauds de plusieurs centaines de degrés. Ces écoulements sont générés par des instabilités de dômes de lave ou des effondrements de panaches éruptifs. Ils se déplacent à des vitesses rapides sur des pentes de quelques degrés et représentent un risque majeur pour les populations.
- Éboulements rocheux : des effondrements de falaise après de fortes pluies provoquent des chutes de blocs.
- Laves torrentielles : Ce sont des coulées à très forte concentration en solides qui apparaissent en montagne après des périodes de forte pluies. On y trouve aussi bien de l'argile, de l'eau que des blocs de plusieurs mètres de diamètre.







Type de formation	Avec eau	Sans eau
<i>Dunes aériennes et rides marines</i> (1) Rides formées sous l'eau (2) Dunes aériennes		
<i>Laves torrentielles et écoulements pyroclastiques</i> (3) et (4) Laves torrentielles (5) et (6) Ecoulements pyroclastiques	 	 

Tableau 1 Différents types d'écoulements de grains observés dans la nature.

Des figures de ségrégation sont communément observées dans les dépôts laissés par les écoulements naturels. On parle de granoclasement. Il est qualifié de « normal » quand les grosses particules se trouvent à la base du dépôt (Figure 3) et d'« inverse » dans le cas contraire.

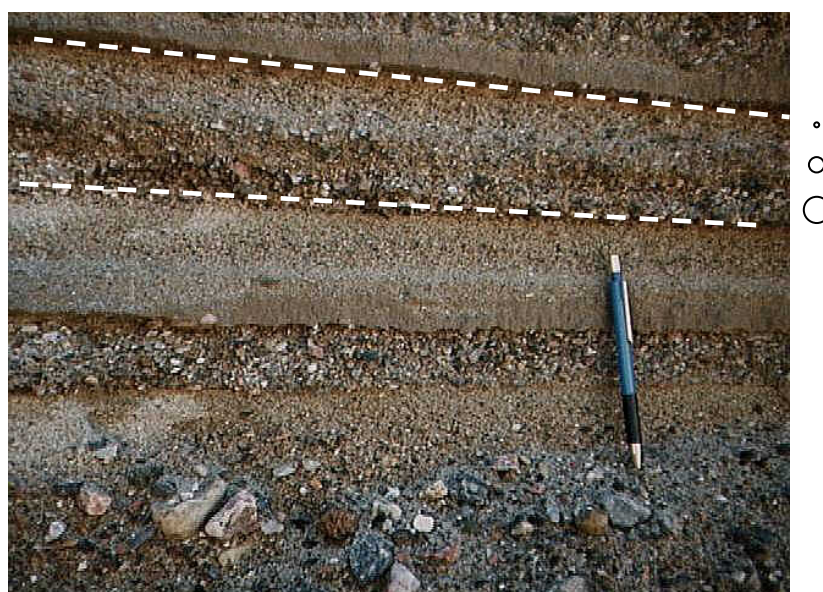


Figure 3 Exemple de granoclasement normal observé dans un dépôt naturel.

Les quelques exemples d'écoulements naturels et industriels présentés ici mettent en évidence le vaste domaine d'application des études effectuées actuellement sur le comportement des milieux granulaires. Dans le domaine industriel, on cherche principalement à éviter la ségrégation et favoriser les écoulements (éviter les effets d'arches dans les conduites). Dans le domaine des sciences de la Terre, une meilleure prévention des risques naturels passe par une meilleure prévision et donc une meilleure compréhension de la rhéologie de ces écoulements. L'avancement des travaux dans le domaine des milieux granulaires nécessite la collaboration de communautés scientifiques différentes (physique, mécanique, géophysique, génie des procédés...) et pourtant intéressées par un même sujet.

Dans la suite de cette introduction, nous allons nous focaliser sur les enjeux et les motivations de l'étude réalisée durant cette thèse.

## 2 Motivations

Les écoulements de liquides sont décrits par des équations constitutives et des lois rhéologiques connues. Le comportement d'un liquide dans des conditions données peut donc être prédit. En revanche, les milieux granulaires secs, de part leur comportement qui recouvre à la fois celui des solides et des liquides (Figure 2), sont encore le sujet de nombreuses recherches.

L'étude des systèmes réels est souvent complexe et donne rarement accès à la compréhension des mécanismes fondamentaux qui régissent le comportement des milieux granulaires. C'est pour cette raison que les études expérimentales utilisent souvent des dispositifs simples... dispositif simple ne signifiant pas que le comportement des particules soit simple à interpréter !

Différents types de dispositifs sont utilisés pour analyser les écoulements de particules. Les plans inclinés et tambours tournants sont les systèmes les plus largement étudiés.

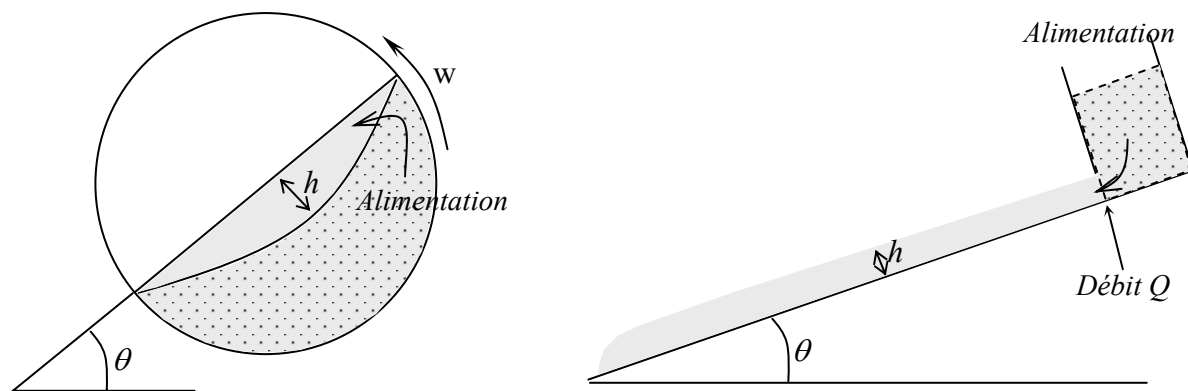


Figure 4 Gauche : tambour tournant. Droite : Plan incliné. La partie grisée en pointillé correspond aux particules qui alimentent le système, la partie grisée uniforme correspond aux particules en écoulement.

La Figure 4 présente les deux types de dispositifs expérimentaux principalement utilisés pour l'étude des écoulements de particules. Dans le tambour tournant, à faible vitesse de rotation, on parle de régime intermittent ou régime d'avalanche quand la surface libre du matériau se déstabilise par avalanches successives. A plus forte vitesse de rotation, les particules à la surface libre s'écoulent continûment sur une épaisseur  $h$ . Cette zone d'écoulement est alimentée par les particules localisées dans une zone statique (partie grisée et pointillée de la figure 4) où les particules tournent en masse avec les parois du tambour. Dans le cas du plan incliné, l'alimentation est assurée par un réservoir et l'écoulement se développe sur une épaisseur  $h$  le long du plan rugueux.

On pourrait penser, naïvement, que quand la taille des particules en tambour tournant est très petite devant le diamètre du tambour, celles-ci ressentent une courbure entre zone statique et zone mobile très faible, voir nulle. On pourrait dans ces conditions s'attendre à ce que l'écoulement devienne « équivalent » à un écoulement de particules sur plan incliné (Figure 5).

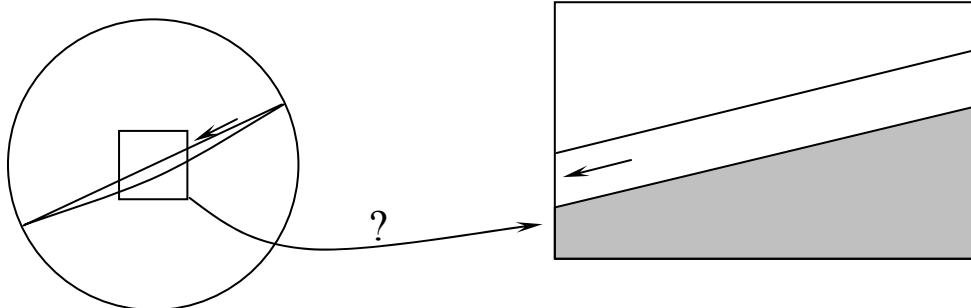


Figure 5 Un écoulement dans un grand tambour est-il équivalent à un écoulement sur plan incliné ?

En réalité, les études expérimentales réalisées dans ces deux dispositifs montrent que les relations entre vitesse moyenne d'écoulement et épaisseur en écoulement sont différentes. Le Tableau 2 présente les principales différences entre tambour tournant et plan incliné.

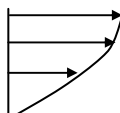
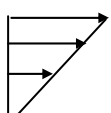
	Plan incliné	Tambour tournant
Paramètres de contrôle	Inclinaison $\theta$ , débit $Q$ (contrôlé par ouverture de la porte du réservoir).	Vitesse de rotation $w$ (en tour par minute).
Régimes d'écoulements	Différents régimes d'écoulements sont observés en fonction de l'inclinaison $\theta$ de plan rugueux et du débit $Q$ . Un régime d'écoulement frictionnel stationnaire est observé dans une gamme de $\theta$ et $Q$ donnée (Pouliquen 1999). A fort $\theta$ , pour $Q$ fixé, on observe un régime collisionnel.	Différents régimes d'écoulement sont observés en fonction de $w$ . Dans une gamme de $w$ donnée, on observe un régime d'écoulement continu à surface libre plane. A forte $w$ , on observe un régime de centrifugation.
Relation vitesse moyenne/épaisseur $V_{moy} = f(h)$	En régime d'écoulement stationnaire : Dans des systèmes 2D (Azanza 1998): $V_{moy} \propto h^{1.4}$ Dans des systèmes 3D (Pouliquen 1999): $V_{moy} \propto h^{3/2}$	Dans des gammes de rapport $D/d$ de l'ordre de 100 ( $D$ : diamètre du tambour, $d$ : diamètre des particules), en régime d'écoulement continu (Rajchenbach 1998, Bonamy 2001) : $V_{moy} \propto h$
Profil de vitesse (en régime stationnaire sur plan incliné, en régime d'écoulement continu en tambour tournant)	Non linéaire, faiblement concave (Azanza 1998) 	Linéaire (Nakagawa 1993, Boateng 1998, Rajchenbach 1998, Maske 1999, Bonamy 2001) 
Nature du support sur lequel se fait l'écoulement	L'écoulement se développe sur un fond rugueux solide.	L'écoulement se produit sur un lit de particules meubles, potentiellement mobilisables.

Tableau 2 Comparaison entre tambour tournant et plan incliné.

Comme nous l'avons vu, écoulement sur plan incliné à fond fixe ou en tambour tournant (sur fond meuble) ne sont pas équivalents. En tambour tournant, les relations entre vitesse moyenne des écoulements et épaisseur montrent que l'écoulement choisit d'adapter ces deux grandeurs afin de conserver un gradient de vitesse constant. Cependant, ces études expérimentales sont généralement réalisées dans des dispositifs dont les dimensions (diamètre du tambour et taille des particules) sont très voisines. Le comportement observé jusqu'à

présent en tambour tournant est-il universel et caractérise-t-il la rhéologie des écoulements sur fond meuble ? Pour apporter des éléments de réponse à cette question, nous avons réalisé des expériences en balayant une grande plage de dimensions de systèmes afin de tester la robustesse de l'existence d'un gradient de vitesse constant en tambour.

### 3 Organisation du mémoire

Deux régimes d'écoulement en tambour tournant ont été étudiés : le régime d'avalanche, visible à faible vitesse de rotation, et le régime d'écoulement continu, qui apparaît à partir de vitesses de rotation supérieures à 1 tour par minute environ. Les mesures consistent à étudier l'influence de la taille du système expérimental sur ces deux régimes d'écoulement à travers des mesures de :

- Angles en régime d'avalanche et en régime d'écoulement continu
- Epaisseurs de zones d'écoulement et de profils de vitesses en régime d'écoulement continu
- Influence des propriétés granulométriques et morphologiques des particules sur les deux régimes d'écoulement étudiés
- Etude de cinétiques de ségrégation en régime d'écoulement continu

Le travail réalisé peut être présenté de différentes façons suivant le point de vue adopté. La difficulté du choix d'un découpage réside dans le fait que de nombreuses données expérimentales, toutes dépendantes les unes des autres, ont été collectées.

Comme le montre le tableau récapitulatif de la page suivante (Tableau 2b), plusieurs entrées sont possibles. Nous pouvons considérer le travail du point de vue du type de matériau utilisé ou du régime d'écoulement étudié. C'est ce dernier point de vue qui a été choisi. Nous avons fait le choix du découpage de ce travail en quatre parties.

Après avoir présenté le dispositif expérimental utilisé et les différents outils d'analyse mis en œuvre dans une première partie, nous abordons la deuxième partie de ce travail, consacrée à l'étude des angles des milieux granulaires en tambour tournant. Le régime d'avalanche, le régime d'écoulement continu ainsi que la transition entre régime d'écoulement continu à surface libre plane et en S sont analysés en fonction des différents paramètres de fonctionnement (vitesse de rotation, dimensions du dispositif expérimental, caractéristiques des particules utilisées).

Dans une troisième partie, l'écoulement de particules en régime d'écoulement continu est étudié en terme d'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour mesurée en fonction des paramètres de fonctionnement du système. L'ensemble des résultats est alors confronté aux théories actuelles d'écoulement en tambour. Nous montrons que le gradient de vitesse observé dans la zone d'écoulement n'est pas nécessairement constant et qu'il dépend de la taille relative entre particules et tambour utilisée dans l'expérience. Les profils de vitesse réalisés confirment cette observation.

Enfin, la ségrégation de grosses particules dans un milieu constitué de plus petites particules de même densité est abordée. Les cinétiques de ségrégation sont établies en fonction des paramètres de fonctionnement du système et mises en rapport avec les caractéristiques des épaisseurs en écoulement.

Etant donné les différents aspects des milieux granulaires abordés, nous avons préféré présenter une introduction bibliographique au début de chacune des parties de ce mémoire, introduisant les différents concepts utiles à la compréhension du problème étudié.

De plus, des encadrés agrémentent la lecture de ce mémoire. Ils se réfèrent à des réflexions personnelles, développent des concepts ou présentent les enjeux des résultats avec le regard du géophysicien ...

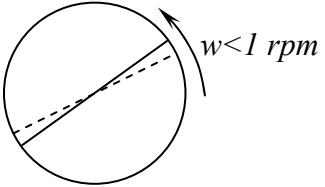
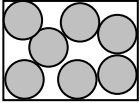
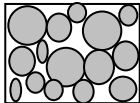
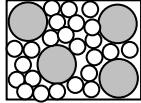
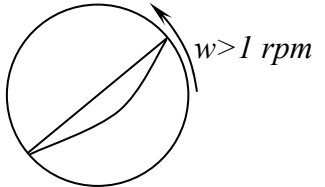
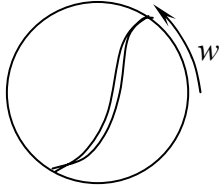
	Particules « monodisperses »	Particules polydisperses	Mélanges bidisperses
<p><b>Régime d'avalanche</b></p>  <p><math>w &lt; 1 \text{ rpm}</math></p> <p>⇒ Mesure d'angles d'avalanche et de repos</p>	 <p>-Influence de la taille du tambour (influence du diamètre <math>D</math>, de la largeur <math>l</math> et construction de systèmes homothétiques en <math>D/d</math>)</p> <p>-Influence de la taille des particules <math>d</math></p> <p><b>CHAPITRE II</b></p>	 <p>-Influence de la largeur de la distribution granulométrique</p> <p>-Influence de la morphologie des particules</p> <p><b>CHAPITRE II</b></p>	 <p>-Ajout d'agents d'écoulement (Aérosil et Sunsil)</p> <p><b>CHAPITRE II</b></p>
<p><b>Régime d'écoulement continu</b></p>  <p><math>w &gt; 1 \text{ rpm}</math></p>  <p>⇒ Mesure d'angles d'écoulement, d'épaisseur de zone d'écoulement, profils de vitesse, ségrégation</p>	<p>- Étude de la transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et à surface incurvée (en S) en fonction des dimensions du système (<math>D, l, d</math>)</p> <p>- Étude de l'épaisseur <math>h</math> de la zone d'écoulement au centre du tambour en fonction des paramètres de fonctionnement (<math>D, l, d, w</math>)</p> <p>- Evolution des angles d'écoulement, mesurés au centre du tambour en fonction de <math>w</math></p> <p>- Réalisation de profils de vitesse pour deux systèmes (<math>D/d=100</math> et <math>D/d=1500</math>)</p> <p><b>CHAPITRE III</b></p>	<p>- Influence de la largeur de la distribution granulométrique et de la morphologie des particules sur l'apparition de la transition en S</p> <p>- Influence de la largeur de la distribution granulométrique et de la morphologie des particules sur l'évolution de <math>h</math> en fonction de <math>w</math>.</p> <p>- Influence de la largeur de la distribution granulométrique et de la morphologie des particules sur l'évolution des angles d'écoulement (mesurés au centre du tambour) avec <math>w</math>.</p> <p><b>CHAPITRE III</b></p>	<p>- Influence de l'ajout d'agents d'écoulement sur l'apparition de la transition en S</p> <p>- Influence de l'ajout d'agents d'écoulement sur l'évolution de <math>h</math> en fonction de <math>w</math>.</p> <p>- Influence de l'ajout d'agents d'écoulement sur l'évolution des angles d'écoulement (mesurés au centre du tambour) en fonction de <math>w</math>.</p> <p>- Étude de cinétiques de ségrégation en fonction des paramètres de fonctionnement (<math>D, l</math>, rapport de taille des particules, <math>w</math>)</p> <p><b>CHAPITRE III</b> <b>CHAPITRE IV</b></p>

Tableau 2b- Représentation schématique des différentes études réalisées.



# **I Dispositif expérimental et méthodes de mesure**

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Le tambour tournant</b>	<b>18</b>
1.1	Choix d'une configuration 2D ou 3D ?	18
1.2	Quelle est l'influence des parois sur la mesure expérimentale?	19
1.3	Dispositif expérimental choisi	20
<b>2</b>	<b>Les particules</b>	<b>21</b>
2.1	Analyse granulométrique et morphologique des billes de verre	21
2.1.1	Méthode d'analyse	21
2.1.2	Caractéristiques des particules	22
2.2	Analyse granulométrique et morphologique des particules de polyméthylméthacrylate (diakon)	23
2.3	Analyse granulométrique et morphologique des poudres de silice	24
2.3.1	Méthode d'analyse	24
2.3.2	Caractéristiques des poudres	24
<b>3</b>	<b>Conditions opératoires d'humidité</b>	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>Méthode d'analyse des écoulements en tambour</b>	<b>25</b>
4.1	Caractéristiques du caméscope et analyse d'images	26
4.1.1	Modes d'enregistrement	26
4.1.2	Traitement des films	26
4.2	Méthode de mesure	27
4.2.1	Mesure des angles	27
4.2.2	Mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement	28
<b>5</b>	<b>Erreurs de mesures et barres d'erreur</b>	<b>29</b>
5.1	Erreurs de mesure	29
5.1.1	Déformation induite par le caméscope	29
5.1.2	Influence de l'expérimentateur	30
5.1.3	Référentiel considéré	33
5.2	Barres d'erreur	34
5.2.1	Droite de Henry (anamorphose galtonienne)	34
5.2.2	Loi de Student	35
5.3	Comparaisons des barres d'erreur en fonction de la représentation choisie	36
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>38</b>

De quel matériel disposons-nous pour étudier les écoulements de solides divisés en tambour tournant ? C'est à cette question que répond ce chapitre. Nous présentons donc le dispositif expérimental ainsi que les caractéristiques des particules utilisées dans cette étude. Les méthodes d'analyse mises en œuvre et les différentes sources d'erreur des mesures sont également abordées. Enfin, le calcul des barres d'erreur associées aux valeurs moyennes calculées est détaillé.

## **1 Le tambour tournant**

Le tambour tournant est un dispositif expérimental largement utilisé dans l'étude de l'écoulement des milieux granulaires. En effet, les expériences sont facilement reproductibles et relativement simples à mettre en œuvre car le système s'auto-alimente en continu. Ainsi, les expériences peuvent être reproduites un grand nombre de fois en peu de temps, le régime d'écoulement stationnaire et continu est aisément obtenu. Ces différents avantages nous ont donc conduit à choisir ce type de dispositif. Nous sommes conscients du fait que sa géométrie cylindrique est particulière : l'écoulement de particules se fait sur un fond meuble. Les phénomènes physiques se produisant dans ce type de géométrie sont probablement plus complexes à interpréter que sur un plan incliné à fond fixe. Mais cette configuration de fond meuble est également intéressante : les écoulements naturels, comme les écoulements pyroclastiques, se produisent généralement sur d'anciens dépôts, c'est à dire sur un lit de particules potentiellement remobilisables.

Le type de dispositif expérimental utilisé étant défini, un choix supplémentaire s'offre à tout expérimentateur : plutôt 2D ou 3D ?

### **1.1 Choix d'une configuration 2D ou 3D ?**

Pour répondre à cette question, une analyse plus poussée des avantages et inconvénients de chacune des configurations est nécessaire. Un tambour bidimensionnel permet de visualiser à la paroi la totalité des phénomènes qui se produisent dans le matériau granulaire. Le suivi de particules individuelles par analyse d'image est facilité. Cependant, travailler en vrai 2D, c'est à dire avec des pastilles, peut entraîner des problèmes de blocage des disques entre les parois. La surface de contact d'un disque sur une paroi est supérieure à celle d'une sphère, le frottement important des pastilles sur les parois risque donc de modifier le comportement du milieu granulaire. Travailler dans des systèmes quasi-2D nécessite l'utilisation de billes polydisperses (distribution granulométrique) afin d'éviter les problèmes de formation de réseaux cristallins (agencement géométrique).

Pour ces différentes raisons, nous avons fait le choix d'utiliser un tambour 3D. L'application de techniques de mesure en volume non intrusives (IRM ou émission Positron) à l'étude des milieux granulaires s'est beaucoup développée ces dernières années (Demco 2001). Cependant, les dimensions des systèmes physiques étudiés sont limitées par la taille du système d'analyse (Caprihan 1997, Nakagawa 1997b). Les tambours ont le plus souvent un diamètre de l'ordre de 10 cm. Notre dispositif expérimental a été conçu dans le souci d'explorer de larges plages de fonctionnement : grande taille de tambour, grande vitesse de rotation... L'utilisation d'une IRM est dans ce cas difficile. Nous observons donc les phénomènes à la paroi et non dans la totalité du volume. Bien sûr, il est important de garder à l'esprit l'influence évidente des parois. Quelques études expérimentales antérieures permettent d'obtenir des éléments de réponse à cette question : Quelle différence y a-t-il entre ce que nous visualisons à la vitre et ce qui se passe au centre du tambour ?

## 1.2 Quelle est l'influence des parois sur la mesure expérimentale?

L'écoulement d'un milieu granulaire dans un tambour tournant peut être caractérisé par différents paramètres dont :

- L'angle que fait la surface libre par rapport à l'horizontale
- L'épaisseur sur laquelle les grains s'écoulent
- Le profil de vitesse des particules

De nombreuses études de l'influence des parois (écartement, rugosité...) sur les angles de déstabilisation de matériau granulaire et d'écoulement ont été réalisées dans différents types de dispositifs expérimentaux : tambour tournant (Dury 1998), boîte (Boltenhagen 1999, Grasselli 1997), plans inclinés (Azanza 1998).

Dury *et al.* (1998) utilisent des grains de moutarde et des billes de verre en tambour tournant de longueur très supérieure au diamètre. Les angles mesurés à proximité de la paroi sont augmentés de plusieurs degrés par rapport à ceux mesurés au centre du tambour. L'épaisseur de la zone perturbée par les parois en fonction du rayon du tambour a été étudiée par ces mêmes auteurs à l'aide de simulations utilisant un code d'éléments discrets. Les résultats montrent que pour un diamètre de particule inférieur à un diamètre critique  $d_c$ , égal à environ  $0.14R$ , l'épaisseur de cette zone est indépendante de la taille des particules et uniquement fonction du rayon  $R$  du tambour. L'utilisation de particules d'un diamètre supérieur à  $d_c$  conduit à l'apparition d'un effet de taille finie dans lequel taille des particules et taille du tambour entrent en jeu.

Grasselli *et al.* (1997) mesurent dans une boîte rectangulaire de largeur variable (1 à 10 mm) l'influence de l'écart entre les parois sur les angles de déclenchement d'avalanches de billes de verre et de sable (100 à 400  $\mu\text{m}$ ). La présence des parois augmente les angles de 10 à 20 % par rapport à un milieu non perturbé. La longueur caractéristique sur laquelle se fait sentir l'effet des parois est une fonction exponentielle décroissante du diamètre des grains. Plus les particules sont petites, plus l'écartement des parois, mesuré en nombre de billes, doit être grand pour que les angles observés ne soient pas modifiés. Ce résultat est également observé par Boltenhagen (1999).

En régime d'écoulement continu, l'angle que fait la surface libre du matériau en mouvement avec l'horizontale est augmenté de plusieurs degrés à la paroi par rapport au centre du tambour (Dury 1998, Boateng 1997, Yamane 1998) lors de l'utilisation de tambour à rapport longueur/diamètre élevé.

Boateng *et al.* (1997) comparent les mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement réalisées à l'aide de sondes optiques, angles et profils de vitesse obtenus à la paroi ou à 22 cm de la paroi d'un tambour de 1 mètre de long et 96.4 cm de diamètre. A la paroi, les angles sont augmentés de 10 %. Les vitesses maximales d'écoulement des particules à la surface libre, mesurées au centre du tambour, sont augmentées de 10-20 % lorsqu'elles sont mesurées à 5 cm de la paroi par rapport au cas où elles sont mesurées à 22 cm de la paroi. En comparant leurs mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement réalisées au centre du tambour avec des mesures réalisées à la paroi par d'autres auteurs, ils estiment que l'épaisseur de la zone d'écoulement est réduite de 15 % par rapport à la zone non perturbée.

Il faut garder à l'esprit que dans ces études, le tambour est très long. Dans notre cas, les longueurs de tambours utilisées n'excèdent pas 10 cm et nous verrons dans la partie II que la largeur est insuffisante pour que se développe une variation axiale de l'épaisseur de la zone d'écoulement (Orpe 2001) ou de l'angle d'écoulement. Par conséquent, on estime que les mesures d'angles et d'épaisseurs de zone d'écoulement effectuées à la paroi sont peu différentes de celles qui pourraient être faites au centre du tambour (Figure 6). Ceci est à distinguer du fait que l'écartement entre les parois puisse avoir une influence sur l'écoulement comme l'a observé Bonamy (2001) en étudiant l'écoulement de billes d'acier de 3 mm de

diamètre dans un tambour de 45 cm de diamètre et dont la largeur varie entre 7 mm et 22 mm. Le gradient de vitesse, l'angle de friction interne et le frottement des billes en mouvement sur les parois latérales décroissent avec l'écartement entre les vitres.

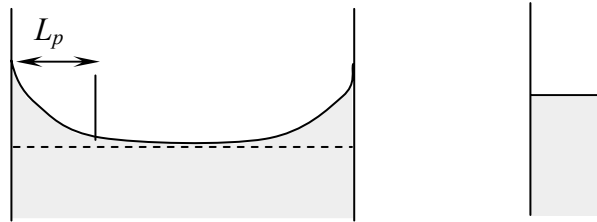


Figure 6 Représentation schématique d'une vue axiale du tambour. La différence entre un tambour long et un tambour étroit est illustrée.  $L_p$  caractérise la largeur de matériau perturbée par les parois.

### 1.3 Dispositif expérimental choisi

Notre choix s'est porté sur un tambour tournant 3D amovible. Le dispositif a été conçu pour en changer facilement les dimensions. Le système est constitué d'un anneau de diamètre  $D$  et de largeur  $l$ , maintenu entre deux vitres circulaires (Figure 7). L'ensemble est placé verticalement sur un axe relié à un moteur à courant continu.

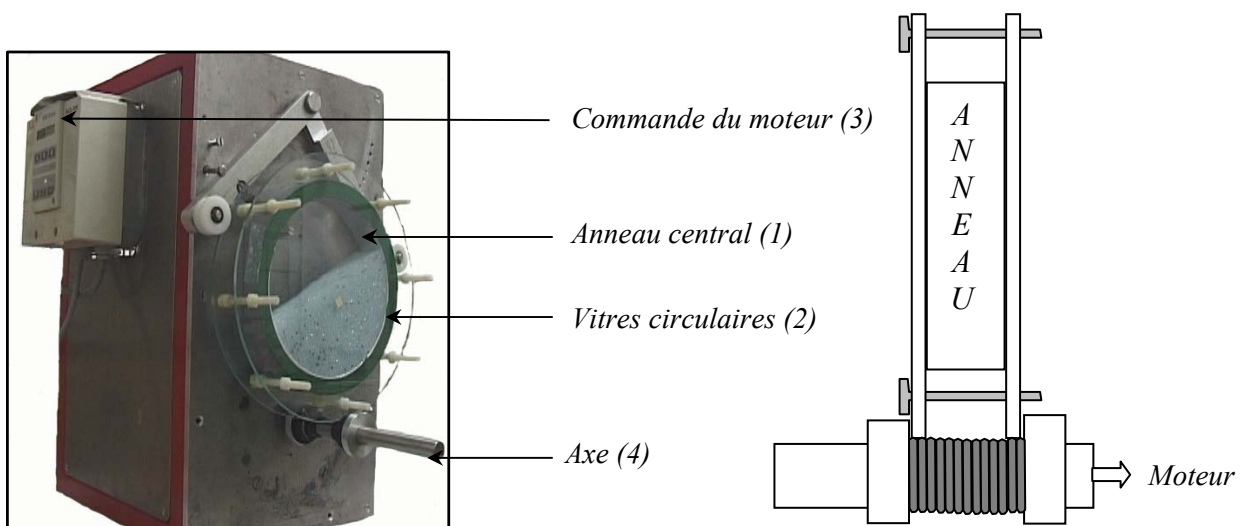


Figure 7 Dispositif expérimental. Le schéma de droite présente une vue de profil du tambour.

- (1) Les anneaux sont façonnés dans une plaque de plastique. Le Tableau 3 résume les différentes dimensions d'anneaux disponibles. Les parois intérieures des anneaux sont lisses, cependant aucun glissement des particules n'a été observé.
- (2) Deux jeux de vitres de 5 mm d'épaisseur ont été utilisés : 30 cm et 60 cm de diamètre
- (3) Un boîtier de commande numérique impose une vitesse à l'axe de rotation. En fonction du rapport entre le diamètre de l'axe de rotation et le diamètre des vitres utilisées, une vitesse de rotation donnée est imposée à l'anneau central.

La vitesse de rotation du tambour varie entre 1 et 20 tours par minute (rpm). Des bras amovibles permettent de maintenir la vitre arrière du système sur l'axe. Ce dernier est recouvert de caoutchouc pour éviter tout glissement des vitres au cours de la rotation.

D (cm)	5.6	12	20	20	20	20	30	30	50
l (cm)	1.1	2.4	0.5	1	2	4	1	0.6	0.6

Tableau 3 Dimensions des anneaux disponibles de diamètre  $D$  et de largeur  $l$ .

## 2 Les particules

Des billes de verre de densité 2.5 ont été principalement utilisées. Leur diamètre  $d$  a varié entre 45  $\mu\text{m}$  et 2 mm. Des particules de polyméthylméthacrylate (Diakon) de densité 1.19 et de poudres de silice microniques et nanométriques de densité 2.5 ont également servi à la réalisation de quelques expériences (modification des propriétés de surface des particules).

### 2.1 Analyse granulométrique et morphologique des billes de verre

#### 2.1.1 Méthode d'analyse

L'analyse granulométrique et morphologique des différents lots de billes utilisés a été faite en collaboration avec le groupe TASC du Laboratoire des Sciences du Génie Chimique de Nancy. Un microscope optique permet d'observer les particules placées sur une lame mince. Le logiciel VISILOG 5.1 capture et traite les images observées. Les mesures sont faites sur un nombre minimum de 100 billes, ce qui permet d'avoir des résultats représentatifs du lot.

Le traitement d'image consiste en l'application d'un seuil qui permet d'éliminer les parasites de la prise de vue. Les particules en contact avec le bord de l'image ou les particules en contact les unes avec les autres ne sont pas prises en compte. Une érosion enlève le bruit autour des particules et enfin, chaque particule est reconstruite. Le lancement de l'analyse automatique de géométrie permet d'obtenir les caractéristiques géométriques de chaque particule. La Figure 8 illustre schématiquement le résultat du traitement appliqué aux images.

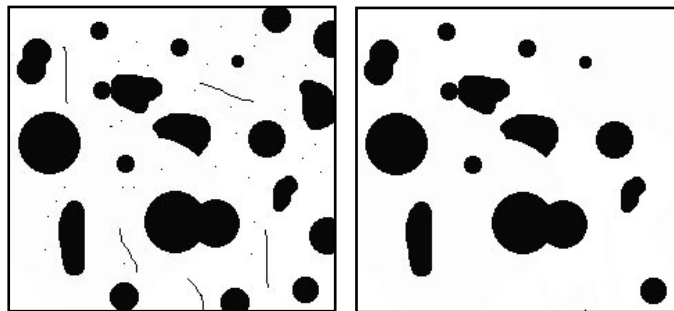


Figure 8 Représentation schématique du résultat obtenu après traitement des images. À gauche : image initiale. À droite : image finale.

Différents critères de forme et de taille sont ainsi calculés (Figure 9) :

- Le facteur de forme  $SF$ , aussi appelé circularité, est défini comme égal à  $p^2 / 4\pi S$ ,  $p$  étant le périmètre de la particule et  $S$  sa surface. La circularité est de 1 pour un cercle.
- Diamètre équivalent  $d_{eq}$  : le diamètre du cercle qui a la même surface que la particule.
- Diamètre minimum  $d_{min}$  et diamètre maximum  $d_{max}$  (diamètres de Feret) : ils sont définis dans le cas d'une particule non sphérique.

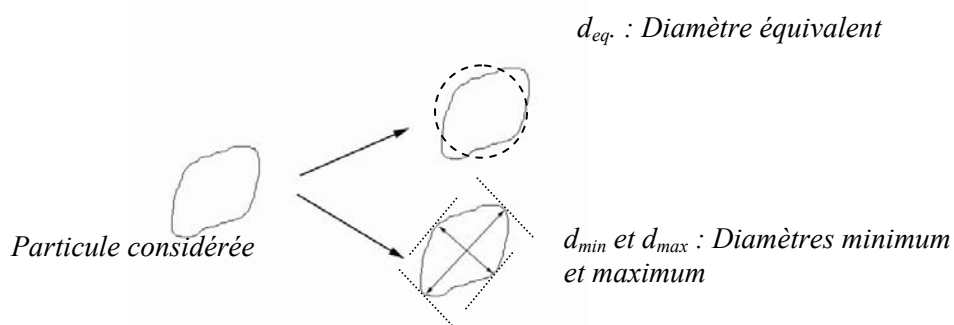


Figure 9 Représentation schématique des paramètres géométriques mesurés sur les particules.

Les paramètres qui semblent les plus adaptés à la caractérisation de la morphologie des particules sont :

- Le facteur de forme. On considère arbitrairement qu'au delà de 10 % d'écart à la circularité, les particules sont non sphériques.
- On représente également un diamètre maximum et minimum des particules ainsi que le diamètre équivalent.

Les distributions granulométriques des différents lots de billes de verre ont été calculées en considérant leur diamètre équivalent. Les résultats détaillés de ces analyses ainsi que les photographies au microscope optique des particules sont donnés en annexe A de ce rapport.

### 2.1.2 Caractéristiques des particules

Les propriétés morphologiques et granulométriques des différents types de particules utilisées dans les expériences sont présentées succinctement. Les différences entre les lots de particules et le mode d'obtention des particules monodisperses seront abordées plus précisément dans la partie II où l'influence des caractéristiques des particules sur le régime d'avalanche est étudiée.

#### Analyse granulométrique

La totalité des courbes granulométriques est donnée dans l'annexe A. Le Tableau 4 donne les diamètres moyens  $M$  et écarts type  $\sigma$  des distributions de taille. Chaque lot de particules est nommé par rapport à sa dénomination commerciale ou son mode d'obtention.

d (mm)	2	1-1.4	1.19	0.500-0.630	0.56	0.56*	0.315-0.355	0.150-0.250	0.10-0.20	0.045-0.090
M (mm)	2.00	1.20	1.25	0.540	0.583	0.558	0.338	0.218	0.131	0.071
$\sigma$ (mm)	0.021	0.071	0.028	0.058	0.057	0.012	0.014	0.020	0.069	0.009
$\sigma/M$	0.010	0.059	0.022	0.107	0.097	0.022	0.041	0.091	0.526	0.126

Tableau 4 Diamètres moyens  $M$  et écarts type  $\sigma$  des lots de billes de verre. \* désigne des particules de 560  $\mu\text{m}$  monodisperses sphériques (triées par forme).

On remarque que l'écart type de la distribution rapporté à la taille moyenne des particules augmente quand le diamètre des particules diminue. Ceci signifie que la polydispersité des lots des particules augmente quand leur taille diminue.

## Analyse morphologique

Les photographies des particules donnent un bon aperçu des différents types de défauts rencontrés (Annexe A). Ces défauts apparaissent généralement dans les lots de particules infra-millimétriques. On rencontre le plus souvent des billes collées ou allongées, ou encore des fragments anguleux de verre. La présence de filaments de verre dans les lots de billes 150-250  $\mu\text{m}$  est fréquente. Ceci est probablement lié au mode de fabrication des billes. Certaines sont obtenues en usant dans des tambours des fragments de verre, d'autres sont générées par formation de gouttes de verre liquide qui ont le temps de se solidifier avant d'atteindre le sol, ce qui expliquerait la présence d'un filament attaché à certaines particules.

La morphologie des particules a été quantifiée par la circularité. Des particules dont la circularité dépasse 1.1, c'est à dire 10 % de la circularité d'un cercle, sont considérées comme non sphériques. Le Tableau 5 donne le pourcentage d'éléments non sphériques observés dans chaque lot.

d (mm)	2	1- 1.4	1.19	0.500- 0.630	0.56	0.56*	0.315- 0.355	0.150- 0.250	0.1- 0.2	0.045- 0.09
% de défauts	1.31	2.83	0.98	10.52	22.6	1.9	10	6.12	33.7	6

Tableau 5 Pourcentage de particules non sphériques, observé dans les différents lots, obtenu par analyse d'image.

La dégradation de la qualité des lots de particules avec la diminution de leur diamètre moyen est également mise en évidence lors de l'analyse morphologique. Les résultats fournis par les particules du lot 500-630  $\mu\text{m}$ , riches en défauts, seront étudiés avec une attention particulière. On remarque que le lot monodisperse 560  $\mu\text{m}$  contient plus de défauts que le lot 500-630  $\mu\text{m}$  dont il est issu. La phase de tamisage a concentré le lot en particules allongées, dont le plus petit diamètre est en moyenne de 0.554  $\mu\text{m}$ , ce qui correspond à la taille de la maille de tamis. Il semble donc que les particules soient passées entre les mailles dans le sens de leur longueur. Ces particules sont éliminées durant la phase de tri par forme, ce qui conduit à une diminution importante du pourcentage de nombre de défauts.

## 2.2 Analyse granulométrique et morphologique des particules de polyméthylméthacrylate (Diakon)

### Caractéristiques granulométriques

Les particules de Diakon ont une densité mesurée au pycnomètre à eau de 1.19. Bien que sphériques, elles sont plus cohésives que les billes de verre ce qui gêne leur écoulement et leur confère des propriétés tout à fait particulières (partie II). Ces particules sont également sensibles aux phénomènes électrostatiques. Leur caractéristiques granulométriques et morphologiques ont été déterminées par la même méthode que celle appliquée aux billes de verre. L'analyse des distributions granulométriques donne un diamètre moyen de 0.193 mm et un écart type de la distribution de 0.037 mm, soit un écart type relatif de 0.2.

### Caractéristiques morphologiques

Le Tableau 6 résume les propriétés morphologiques de ces particules.  $d_{min}$  correspond à la valeur moyenne du diamètre de Feret minimum calculée sur l'ensemble de la population,  $d_{max}$  est le diamètre de Feret maximal moyen calculé sur la totalité des particules analysées.



$d_{\min}$	$d_{\max}$	$d_{\text{eq}}$	Circularité moyenne	% de défauts
187 $\mu\text{m}$	205 $\mu\text{m}$	193 $\mu\text{m}$	1.04	6%

Tableau 6 Caractéristiques morphologiques des particules de diakon.

Les principaux défauts observés dans ces particules sont des problèmes d'éléments collés. En considérant comme non sphériques les particules ayant une circularité supérieure à 1.1, 6 % du lot est défectueux.

## 2.3 Analyse granulométrique et morphologique des poudres de silice

### 2.3.1 Méthode d'analyse

Deux types de poudres siliceuses ont été utilisés : Sunsil et Aérosil. Cette dernière a de nombreuses applications dans le domaine industriel, notamment l'amélioration des écoulements de solides divisés (éviter les blocages dans les conduites). Son utilisation est tout à fait empirique : une petite quantité de poudre ajoutée au système suffit le plus souvent à résoudre le problème rencontré. L'influence de ces poudres sur les écoulements de billes de verre et de Diakon est abordée dans les parties II et III de ce mémoire.

Etant donné la finesse de ces poudres, les analyses morphologiques et granulométriques ont nécessité l'utilisation d'outils adaptés :

- Des photographies du Sunsil ont été réalisées au Microscope Electronique à Balayage (MEB), les analyses granulométriques ont été effectuées par diffractométrie laser sur un granulomètre de type *Malvern*. La façon dont la lumière est diffractée par les particules est fonction de la taille des particules, de leurs propriétés optiques et des caractéristiques du milieu liquide dans lequel elles sont placées. Chaque photodiode reçoit une intensité lumineuse directement reliée à la quantité de particules d'un diamètre donné présentes dans l'échantillon, ce qui permet d'établir une répartition granulométrique.
- Les images d'Aérosil fournies par microscopie électronique à balayage montrent que celle-ci est constituée d'agrégats de particules nanométriques. Deux méthodes ont été utilisées dans le but d'avoir accès aux dimensions des particules élémentaires constitutives des agrégats. Dans un premier temps, des ultrasons ont été appliqués à la poudre de façon à la désagréger. Etant fortement hydrophobe, elle a été dispersée dans un solvant organique (éthanol ou éther de pétrole). La granulométrie de la dispersion a été suivie en fonction du temps d'exposition aux ultrasons (réglés sur une puissance moyenne sur l'échelle de l'appareil). Etant donné le comportement de la poudre soumise aux ultrasons, la taille des particules individuelles a été finalement mesurée sur un second appareil : une mesure de surface spécifique (BET) permet de remonter à la taille moyenne des particules individuelles.

### 2.3.2 Caractéristiques des poudres

#### Caractéristiques granulométriques

- Le Sunsil est une poudre polydisperse dont la taille des particules varie entre 1 et 10  $\mu\text{m}$  environ. La courbe granulométrique donnée par diffractométrie laser révèle un diamètre moyen en volume de 7.1  $\mu\text{m}$ .
- Les fabricants d'Aérosil fournissent les informations suivantes : elle est constituée de particules unitaires de 7 nm regroupées sous forme d'agrégats de 40 à 60 nm. L'analyse de surface spécifique réalisée montre que la taille moyenne des particules est de l'ordre de 12.4 nm pouvant se regrouper sous forme d'agrégats d'une dizaine de micromètres. Des

ultrasons ont été appliqués à l'Aérosil afin de suivre l'évolution de la taille des amas de particules au cours du temps. Le Tableau 7 donne la taille moyenne des agrégats mesurés par granulométrie laser.

Durée des ultrasons (s)	$d_{50}$ de la suspension ( $\mu\text{m}$ )
0	79,74
15	63,21
60	33,44
120	23,93
180	20,75
300	17,35

Tableau 7 Dimensions moyennes des agrégats d'aérosil en fonction de la durée d'exposition aux ultrasons.

On observe, en voie humide, un phénomène de désagrégation au cours de l'augmentation du temps d'exposition aux ultrasons. Les courbes granulométriques présentées en annexe A montrent que les particules de silice semblent se détacher des amas. Cependant l'augmentation de la puissance des ultrasons conduit à un comportement totalement opposé à celui observé ici : le diamètre médian augmente brusquement à la valeur de 725.68  $\mu\text{m}$ . Les particules libérées préalablement se réaggrègent en structures millimétriques. La difficulté ultérieure sera donc d'estimer la taille de ces particules d'Aérosil, et donc leur niveau de désagrégation, lors de leur utilisation dans des mélanges granulaires secs.

### Caractéristiques morphologiques

On observe très nettement sur les images obtenues par microscopie Electronique à Balayage que Sunsil et Aérosil sont constitués de particules différentes.

- Le Sunsil présente quelques petites aspérités à la surface des particules qui restent relativement sphériques.
- L'Aérosil est constitué d'amas de particules nanométriques dont la morphologie n'est pas connue. Les amas ont eux une morphologie quelconque et sont susceptibles de se désagréger.

## 3 Conditions opératoires d'humidité

La manipulation des milieux granulaires nécessite de prendre un certain nombre de précautions expérimentales, notamment au niveau des conditions d'humidité de l'atmosphère dans laquelle les expériences sont réalisées.

En effet, un fort taux d'humidité (Pression vapeur / Pression vapeur saturante à une température donnée) entraîne la formation de ponts liquides entre les particules (Frayse 1999, Bocquet 1998, Barabasi 1999). La formation de ponts capillaires engendre une augmentation de la cohésion entre les particules et par conséquent une augmentation des angles de déclenchement d'avalanche. Des mesures expérimentales réalisées dans un tambour de 10 cm de diamètre, 10 cm de long, rempli à 50 % de billes de verre de 200-250  $\mu\text{m}$  montrent une augmentation notable des angles de déclenchement d'avalanche pour un taux d'humidité supérieur à 65-70 % (Frayse 1999).

L'ensemble des expériences présentées dans ce rapport a été effectué dans une atmosphère dont le taux d'humidité a varié entre 45 et 60 %. Un humidificateur permet de modifier les conditions hygrométriques de la pièce si nécessaire.

## 4 Méthode d'analyse des écoulements en tambour

Nous avons choisi de faire des mesures à la paroi du tambour. Pour ce faire, un outil simple d'utilisation a été employé : un caméscope numérique SONY TRV900E dont nous allons détailler quelques caractéristiques.

## 4.1 Caractéristiques du caméscope et analyse d'images

### 4.1.1 Modes d'enregistrement

L'appareil utilisé permet de filmer dans deux modes différents à 25 images par seconde : le mode progressif (désentrelacé) ou le mode entrelacé. Les images enregistrées ont une taille  $576 \times 720$  pixels.

L'analyse des films obtenus dans le mode progressif avec des vitesses d'obturation variables (entre  $1/3$  et  $1/10000$ ) a montré qu'en réalité nous avons deux images successives identiques et ceci à partir de vitesses d'obturations égales ou inférieures  $1/12^{\text{ème}}$  de seconde. Etant donné la perte importante d'informations dans le mode progressif, les films sont effectués dans le mode entrelacé. Dans ce mode d'enregistrement, l'acquisition de l'image se fait une ligne sur deux : les lignes paires sont d'abord toutes balayées puis toutes les lignes impaires. Si un objet se déplace rapidement, il s'est légèrement déplacé entre le moment où les lignes paires et les lignes impaires ont été balayées. L'image finale obtenue en un temps total de  $1/25^{\text{ème}}$  de seconde correspond à la superposition de ces deux demi images. On observe donc sur les images tirées des films une figure de peigne qui n'est bien sûr pas visible à l'œil nu lors de la visualisation du film à vitesse normale (Figure 10). L'analyse des films obtenus dans ce mode d'enregistrement montre que nous pouvons observer la totalité des images pour des vitesses d'obturation égales ou inférieures à  $1/25^{\text{ème}}$  de seconde. Ce mode d'enregistrement confère au film un aspect plus "fluide" au contraire du mode progressif où le film apparaît comme plus saccadé. Ce mode d'enregistrement convient très bien aux prises de vue animées.

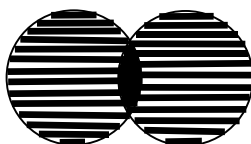


Figure 10 Représentation schématique d'un disque filmé en mode entrelacé.

Une caméra numérique rapide Delsa VNR 950, pouvant faire jusqu'à 950 images par seconde, a également été utilisée pour filmer certaines expériences et effectuer des profils de vitesse (Partie III). Les images ont une taille de  $256 \times 256$  pixels et sont faites dans le mode progressif. La vitesse d'obturation varie entre  $1/253$  et  $1/12000$  s.

### 4.1.2 Traitement des films

Différents logiciels ont été utilisés pour le traitement des films ou des images qui en sont extraites.

Le logiciel Miro Vidéo permet d'effectuer le transfert des films sur un ordinateur. Le logiciel Adobe Première est utilisé pour réaliser des montages de séquences de films. Scion Image et Photoshop permettent l'analyse d'images statiques.

L'utilisation d'une PIV (Particle Image Velocimetry) est difficile : les particules suivies peuvent disparaître ou apparaître en s'éloignant ou en s'approchant de la paroi du tambour à travers laquelle on l'observe, le milieu considéré peut être translucide ou opaque. D'autre part, la distance de parcours d'une particule entre deux images successives est très supérieure à un diamètre de bille, ce qui rend difficile toute corrélation de positions d'une image à l'autre. Un logiciel de suivi de particule spécifique a donc été développé au Laboratoire des Sciences du

Génie Chimique. Ce programme permet la lecture automatique image par image du film et le suivi manuel de particules, notre œil étant capable de saisir des particules qui ne seraient pas forcément clairement visibles à la paroi.

## 4.2 Méthode de mesure

Sur les images et les films obtenus, plusieurs types d'informations pourront être recherchés : angles, épaisseurs de zone en écoulement et trajectoire des particules.

### 4.2.1 Mesure des angles

Les expériences présentées ont été réalisées dans deux régimes d'écoulement différents : le régime intermittent d'avalanche et le régime d'écoulement continu à surface libre plane ou incurvée.

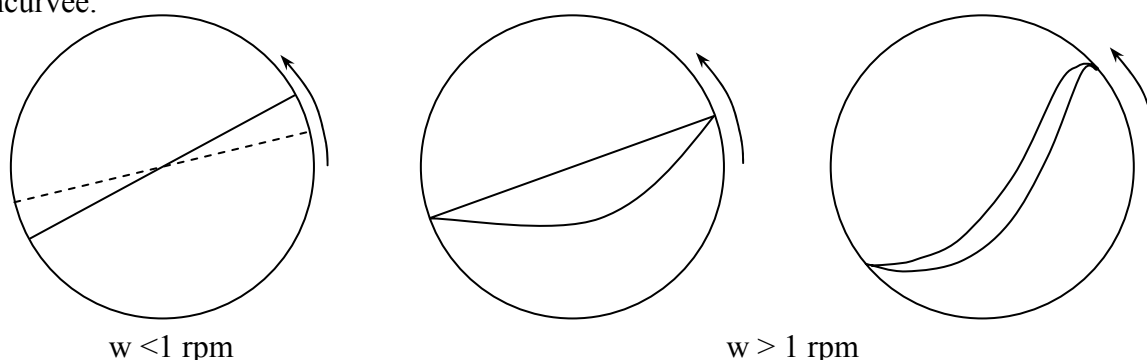


Figure 11 Régimes d'écoulement étudiés en tambour tournant pour des vitesses de rotation croissantes : régime d'avalanche, régime d'écoulement continu à surface libre plane, régime d'écoulement continu à surface libre incurvée.

Un fil à plomb est placé devant le montage pour chaque expérience. L'angle  $\alpha$  fait par la surface libre avec une verticale est mesuré à l'aide du logiciel Scion Image (Figure 12). L'angle  $\theta$  mesuré par rapport à une horizontale est alors déduit ( $\theta=90-\alpha$ ). La principale difficulté est rencontrée en régime d'écoulement continu à surface libre incurvée. Comment caractériser une telle surface ? On peut effectuer la mesure d'angle au niveau du centre du tambour  $\theta_{moy}$  ou définir deux angles tangents à la surface ( $\theta_{max}$  et  $\theta_{min}$ ). Dans la majorité des cas, les angles  $\theta_{max}$  et  $\theta_{moy}$  sont très voisins (Figure 13).

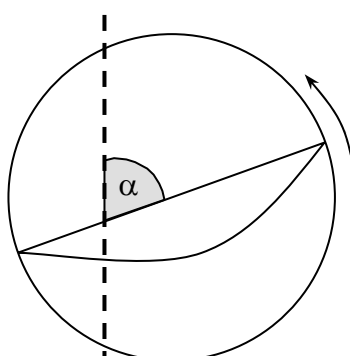


Figure 12 Mesure d'angle dans le cas d'un régime d'écoulement à surface libre plane.

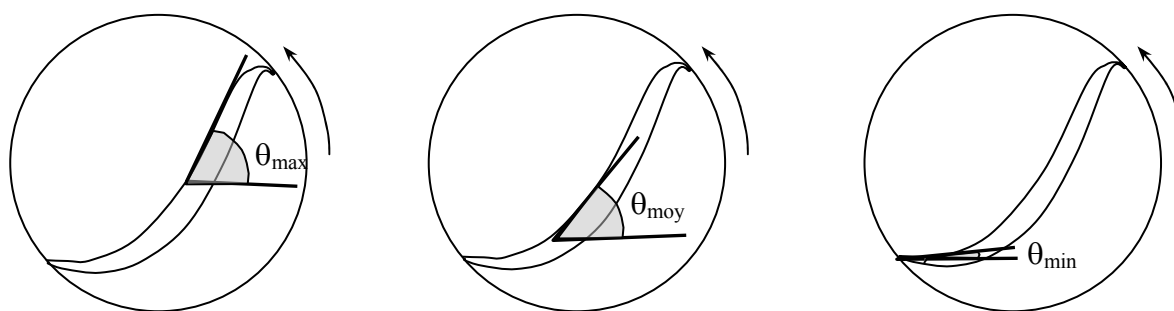


Figure 13 Définition des trois angles mesurés dans le régime d'écoulement à surface libre incurvée en S.

#### 4.2.2 Mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement

En régime d'écoulement continu, deux zones distinctes peuvent être individualisées (Figure 14):

- Une zone statique dans laquelle les particules n'ont pas de mouvement relatif et tournent en masse avec la paroi du tambour (trajectoire circulaire).
- Une zone mobile située à la surface libre dans laquelle les particules s'écoulent en continu (trajectoire rectiligne parallèle à la surface libre). Cette zone est alimentée en particules par la zone statique.

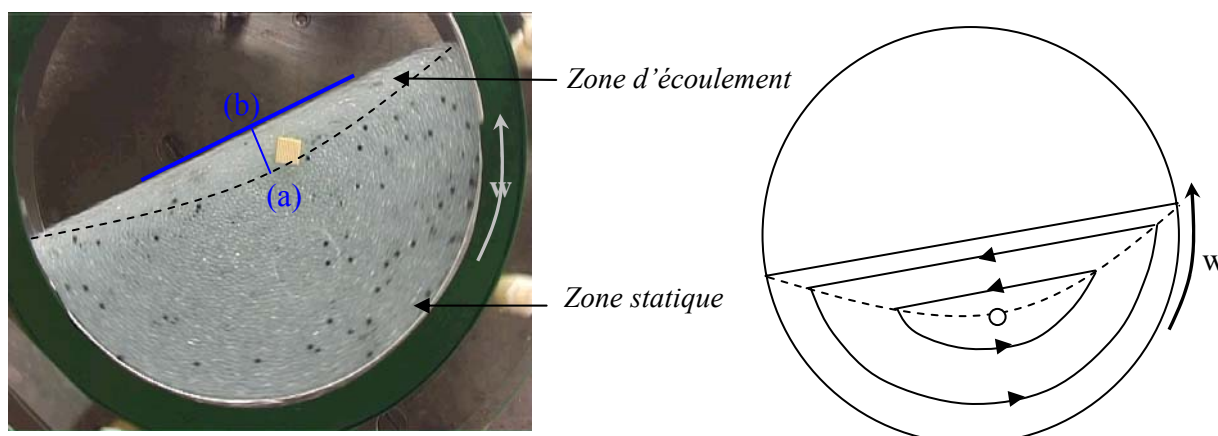


Figure 14 Gauche : Localisation des zones statique et mobile sur une photographie du régime d'écoulement continu. Toutes les particules ont la même taille et la même densité (y compris les marqueurs noirs). Droite : représentation schématique des trajectoires suivies par les particules dans chacune des zones.

La limite entre zone statique et zone mobile n'est pas brutale et correspond plutôt à une région où les particules subissent un cisaillement très lent (Komatsu 2001). Ce "raccord" exponentiel entre les deux zones est visible au niveau des profils de vitesses présentés ultérieurement et correspond approximativement à une épaisseur de 2.5 diamètres de particules (Bonamy 2001). A faible vitesse de rotation, l'interface entre zone d'écoulement et zone statique peut être décrite approximativement par une parabole (Shinbrot 1999).

Les expériences sont filmées en utilisant une grande vitesse d'obturation, (équivalent à un long temps de pause en photographie) de façon à pouvoir suivre la trajectoire des particules. Des images sont ensuite extraites de ces films et analysées à l'aide du logiciel Scion Image. Sur chaque photographie, on distingue visuellement les deux zones précédemment décrites.

Sur chacune des images, on repère les coordonnées  $(x,y)$  de deux points (Figure 14) :

- Le point (a) correspond à la base de la zone d'écoulement au centre du tambour. Il est défini visuellement comme étant le point autour duquel les particules tournent dans la zone statique. Une particule placée en (a) tourne sur elle-même.

- Le point (b) est pris à la surface libre. La ligne reliant les points (a) et (b) est perpendiculaire à la surface libre au centre du tambour.

On calcule également sur chaque image les dimensions en pixels d'un carré de  $1 \text{ cm}^2$ . Le côté mesuré est pris au hasard et n'est pas nécessairement parallèle à la direction de la ligne (ab). Ainsi, sur une image donnée la longueur du segment [ab] est calculée.

Une dizaine d'images sont extraites du film de chaque expérience. On qualifie d'expérience des conditions environnementales données. Sur chaque image, l'épaisseur de la zone d'écoulement et l'échelle sont repérées. Ainsi, pour chaque expérience, une épaisseur moyenne de zone d'écoulement est calculée. On y associe une barre d'erreur correspondant à un intervalle de confiance de 95 % (voir paragraphe 5.2).

## 5 Erreurs de mesures et barres d'erreur

Nous nous sommes attachés à rechercher et estimer les différentes sources d'erreur possibles susceptibles de biaiser, systématiquement ou non, les mesures.

### 5.1 Erreurs de mesure

#### 5.1.1 Déformation induite par le caméscope

La déformation des images induite par le caméscope a été estimée en filmant du papier millimétré dans différentes conditions. La distance caméscope/objet varie entre 10 et 80 cm, le zoom du caméscope varie de grand angle à zoom maximal. Pour des valeurs intermédiaires de réglage du zoom, il est impossible de connaître précisément la valeur du grossissement étant donné les caractéristiques de l'appareil dont nous disposons. Les dimensions du quadrillage sont calculées à partir de points repérés sur les photographies extraites du film.

Il apparaît pour les différentes conditions explorées qu'un carré contenant  $X$  pixels horizontalement en contient  $Y=1,1.X$  verticalement, soit 10 % de plus : les pixels ne sont pas carrés.

Nous effectuons des mesures de distance sur des photographies, qui comme nous l'avons vu sont légèrement déformées. Le nombre de pixels comptés sur un segment de droite de taille donnée est donc fonction de son orientation dans le plan de l'image. Ceci implique l'introduction d'une correction lors de la mesure de l'échelle placée sur le tambour et donc tournant avec celui-ci.

Une autre question peut être soulevée : lors de l'acquisition des images en mode entrelacé, si l'acquisition des données se fait sur chaque ligne en évoluant de la gauche vers la droite, le pixel situé en haut et à gauche de l'image n'aura pas été pris au même instant que celui situé en bas et à droite de l'image. Ainsi, une ligne verticale se déplaçant horizontalement apparaîtra comme légèrement oblique sur le film. Si maintenant nous considérons que nous filmions un ensemble de pastilles adjacentes dans un tambour tournant, les pastilles verront leur position sur l'image différer de façon plus ou moins importante de leur position réelle, en fonction de leur localisation sur l'image et de la vitesse d'obturation choisie. Il est possible de faire une estimation de la déformation que subit un objet vertical dont la hauteur est égale à celle de l'image et se déplaçant à une certaine vitesse (Annexe B). L'inclinaison de l'objet induite par le temps de balayage des lignes de l'image est de l'ordre de  $2^\circ$  pour une vitesse de déplacement de l'objet de 600 pixels par seconde. En réalité, les particules suivies ont une dimension bien inférieure à celle utilisée pour ce calcul théorique.

Les erreurs induites par les problèmes de parallaxe ont également été estimées dans le cas d'un caméscope déplacé de 5 cm par rapport au cas où il est parfaitement centré sur le tambour. On obtient des objets réduits au maximum de 8 % dans le cas d'un tambour de

60 cm de diamètre placé à 80 cm de l'objectif du caméscope. Les détails de calcul sont donnés dans l'annexe B.

Les différents calculs de déformations induites par le caméscope montrent que celles-ci sont négligeables et n'impliquent donc pas l'introduction d'une correction.

### 5.1.2 Influence de l'expérimentateur

Les mesures sont réalisées par visualisation, elles impliquent donc la qualité de l'œil de l'expérimentateur. De plus, le dispositif étant préparé manuellement, l'expérimentateur rempli plus ou moins précisément le tambour à 50 %, la précision du remplissage est également susceptible d'influencer les mesures...

#### Mesure des angles

Une fois l'expérience filmée, une dizaine de photographies, en moyenne, sont traitées. Certaines expériences sont réalisées plusieurs fois pour vérifier la qualité de la reproductibilité des résultats. Différentes personnes ont effectué des mesures sur une même série d'images afin de vérifier la possible influence de l'individu sur la mesure des angles.

Les milieux granulaires étant des milieux bruités, les mesures sont naturellement dispersées. Ce bruit introduit une dispersion des points expérimentaux supérieure à l'écart de mesures faites par trois expérimentateurs différents (Figure 15). Les valeurs moyennes calculées sont donc indépendantes de l'individu qui a réalisé les mesures.

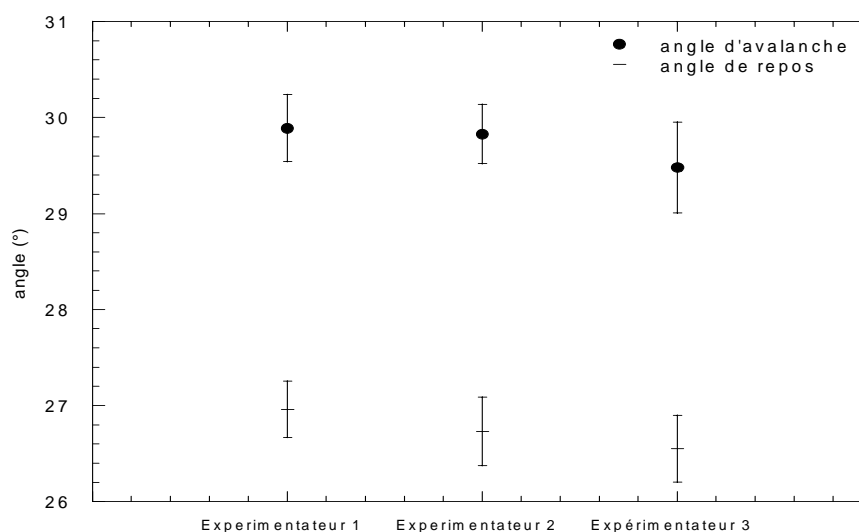


Figure 15 Influence de l'expérimentateur sur les mesures d'angles.

D'autre part, l'opération de remplissage du tambour à 50 % n'est pas simple. Les particules sont versées dans le tambour placé en position horizontale. Lors de leur chute, les billes acquièrent un arrangement géométrique donné qui est modifié lorsque le tambour est positionné verticalement puis quand les particules sont mises en mouvement. Le degré de remplissage apparent est donc modifié entre le moment où le tambour est rempli et le moment où les particules s'écoulent. Il serait possible de calculer théoriquement la masse de particules nécessaire pour remplir un tambour à 50 % en faisant une hypothèse sur l'arrangement géométrique des grains, hypothèse qui ne correspondrait pas forcément à la réalité... Ces deux méthodes ne donnent pas une très grande précision sur la hauteur de remplissage.

Nous avons donc observé expérimentalement l'influence de la précision de la hauteur de remplissage sur les angles d'avalanche et de repos en régime intermittent (Figure 16). Le système considéré est un tambour de 20 cm de diamètre, 4 cm de large rempli à 47.5 %, 50 % et 53.5 % de son volume de billes de verre de 2 mm. Les pourcentages de remplissage testés correspondent à une surface libre placée 1 cm au dessus (53.5 %) ou au dessous (47.5 %) d'une ligne, parallèle à la surface libre, passant par le centre du tambour. En réalité, la précision du remplissage est toujours inférieure à 1 cm.

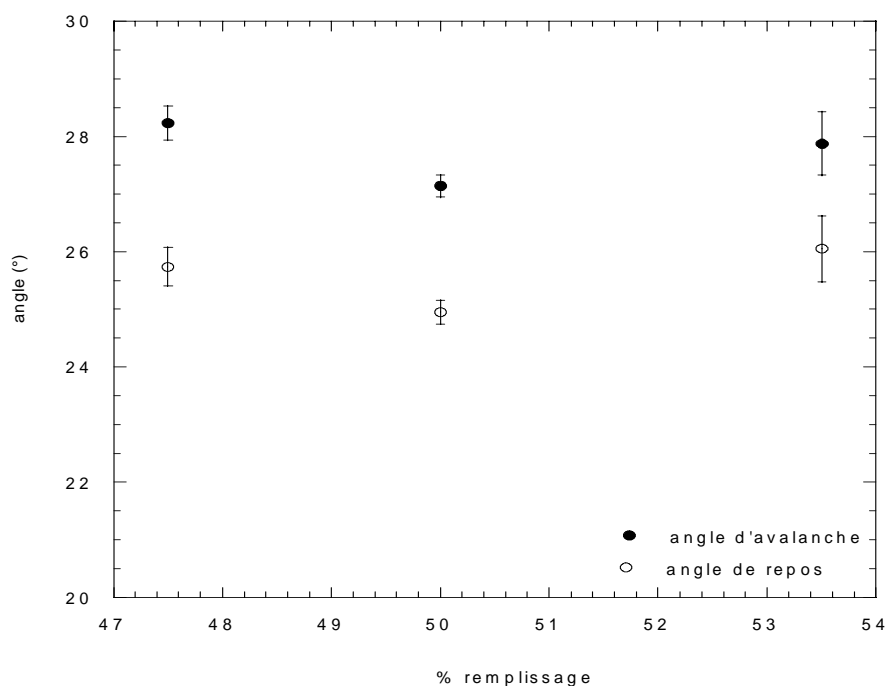


Figure 16 Evolution des angles d'avalanche et de repos en fonction de la précision de la hauteur de remplissage du tambour.  $D=20$  cm,  $l=4$  cm,  $d=2$  mm.

Les angles sont particulièrement sensibles à des paramètres tels que les caractéristiques des particules, le taux d'humidité, etc... comme nous allons le voir dans la partie II. Cependant, on note que les variations d'angles liées à une variation de la hauteur de remplissage ne sont pas significatives si on considère les dimensions des barres d'erreur. Par conséquent, on considère que les mesures d'angles ne sont pas affectées par la précision de hauteur de remplissage (dans la mesure où on n'excède pas un écart de plus de 1 cm au dessus ou au dessous du centre du tambour), ni par la dilatation du matériau lors de sa mise en mouvement.

### Mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement

L'éventuelle influence de l'expérimentateur a également été vérifiée en comparant des mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement réalisées par différentes personnes sur une même série d'images. Les mesures présentent là aussi une dispersion propre aux milieux granulaires qui sont bruités. L'expérimentateur 1 a réalisé 10 mesures pour chaque vitesse de rotation considérée. L'épaisseur moyenne de la zone d'écoulement est représentée pour chaque vitesse de rotation sur la Figure 17 en cercle noir plein. Les barres verticales représentent les valeurs minimales et maximales d'épaisseurs rencontrées par ce même expérimentateur dans chaque série de mesure. Les expérimentateurs 2, 3 et 4 ont réalisé quelques mesures sur des images prises au hasard parmi la totalité des images analysées par l'expérimentateur 1.



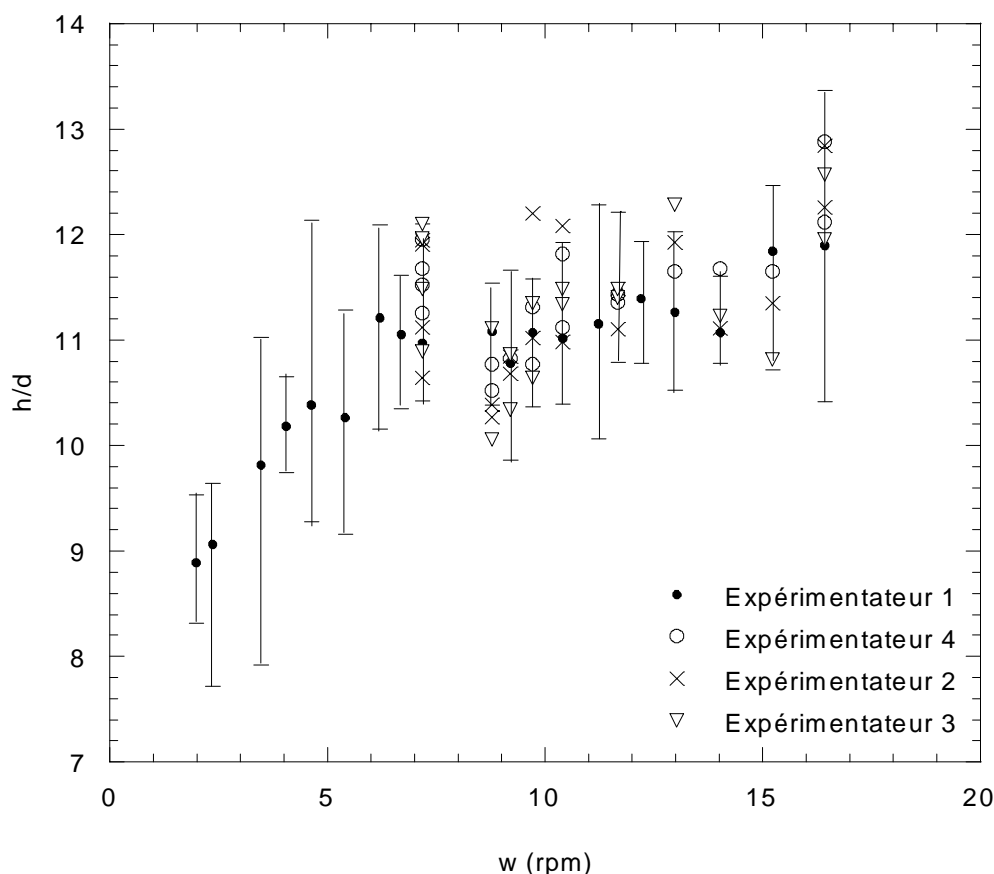


Figure 17 Influence de l'expérimentateur sur une série de mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement.

On constate sur la Figure 17 que les mesures réalisées par les expérimentateurs 2, 3 et 4 se trouvent dans la gamme de mesures réalisées par l'expérimentateur 1. La dispersion des mesures liée au bruit (matérialisée par les barres verticales) présente naturellement dans les milieux granulaires est supérieure à celle introduite par un changement d'expérimentateur.

L'influence de la précision de remplissage sur l'épaisseur de la zone d'écoulement a été explorée en remplissant un tambour à 47.5 %, 50 %, et 53.5 % comme pour les angles. L'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation est étudiée dans un tambour de 20 cm de diamètre, 4 cm de large, rempli de billes de verre de 2 mm (Figure 18). On observe qu'une variation de hauteur de remplissage de l'ordre de 1 cm n'affecte pas significativement l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement, les variations sont dans les barres d'erreur.

On considère que l'erreur induite par un manque de précision lors de la phase de remplissage ou par une dilatation du matériau lors de son écoulement n'affecte pas les mesures d'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour.

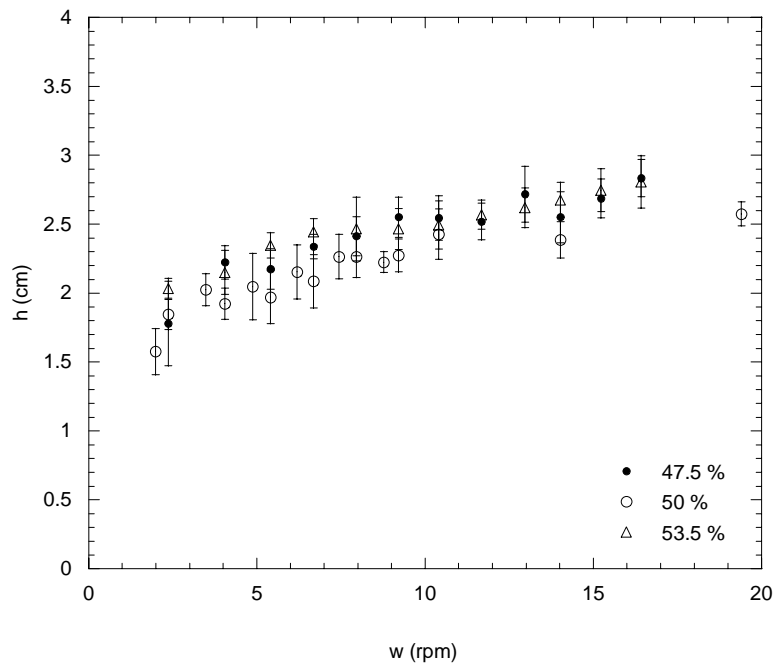


Figure 18 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation du tambour.  $D=20$  cm,  $l=4$  cm,  $d=2$  mm. La hauteur de remplissage varie entre 47.5 et 53.5 %.

### 5.1.3 Référentiel considéré

Lors de la rotation du tambour, deux référentiels différents peuvent être considérés :

- On se place à l'extérieur du tambour (référentiel du laboratoire)
- On se place dans le référentiel du tambour (on imagine une caméra collée à la paroi du tambour qui tourne elle aussi).

### Mesure des angles

Nous avons fait les mesures en nous plaçant dans le référentiel du laboratoire. Les angles étant mesurés par rapport à l'horizontale définie dans le référentiel du laboratoire, aucune correction n'est appliquée.

### Mesure des épaisseurs de zone d'écoulement

La position du point (a) (Figure 14) a été définie dans le référentiel du laboratoire. En réalité, l'épaisseur de la zone d'écoulement doit être mesurée dans le référentiel du tambour. Dans nos expériences, le tambour est rempli à 50 %, la base de la zone d'écoulement est donc très proche du centre du tambour, là où l'erreur est la plus petite. En considérant un profil de vitesse linéaire dans la zone d'écoulement, un calcul simple (présenté en annexe C) montre que l'épaisseur mesurée dans le référentiel du laboratoire ( $h_{mesuré}$ ) est sous estimée par rapport à l'épaisseur vraie mesurée dans le référentiel du tambour ( $h_{vrai}$ ). On considère que le centre du tambour ne bouge pas, la vitesse maximale mesurée à la surface libre n'est donc pas affectée. La résolution de l'équation de deuxième degré suivante donne accès à  $h_{vrai}$  :

$$(h_{vrai})^2 - \left( \frac{R^2}{h_{mesuré}} \right) h_{vrai} + R^2 = 0 \quad (1.)$$

$R$  est le rayon du tambour. L'épaisseur mesurée de la zone d'écoulement est généralement sous estimée de 2 à 3 %. Cependant dans les cas où les épaisseurs de zones d'écoulement atteignent  $0.2-0.3R$ , les épaisseurs peuvent être sous estimées de 10 % environ, mais cette correction importante ne concerne que quelques systèmes pour lesquels les particules ont un diamètre cent fois inférieur à celui du tambour. L'ensemble des graphiques présentés dans ce mémoire représente les mesures vraies d'épaisseurs calculées à partir des mesures expérimentales.

## 5.2 Barres d'erreur

Les milieux granulaires sont des milieux naturellement bruités. Ce bruit contient souvent une information. Par exemple des fluctuations de trajectoires de particules autour d'une position moyenne peuvent être rapprochées de processus de diffusion (Partie IV). Effectuer une seule mesure d'un paramètre caractérisant le milieu granulaire n'est donc pas représentatif de son comportement. C'est pour cette raison que nous considérons dans ce travail des moyennes calculées à partir d'une série de plusieurs mesures réalisées sur une expérience. La précision des valeurs moyennes calculées dépend à la fois de l'écart type de la série de mesure et du nombre de mesures de cette série. Par conséquent, à chaque valeur moyenne est associée une barre d'erreur tenant compte de l'écart type et du nombre de mesures. La taille des barres d'erreur est définie comme un intervalle de confiance de 95 %. Ceci signifie que la valeur moyenne calculée a 95 % de chances de se trouver dans la barre d'erreur. Le travail présenté dans ce mémoire a été fait dans le souci de constituer une base de résultats expérimentaux fiables et réutilisables par les théoriciens ou les numériciens.

Les paragraphes suivants présentent les différentes étapes nécessaires au calcul des barres d'erreur (Moreau *et al.* 1979). Dans un premier temps, nous vérifions que les mesures ont bien une distribution gaussienne par la construction des droites de Henry (paragraphe 5.2.1). Dans un deuxième temps, ayant vérifié la condition nécessaire à l'utilisation de la loi de Student, le calcul de l'intervalle de confiance associé à la valeur moyenne calculée est présenté (paragraphe 5.2.2). Enfin, quelques exemples simples illustrent l'intérêt d'utiliser la loi de Student dans l'analyse de nos résultats expérimentaux (paragraphe 5.3).

### 5.2.1 Droite de Henry (anamorphose galtonienne)

L'utilisation de la Loi de distribution de Student nécessite que deux conditions soient vérifiées :

- Les séries de mesures expérimentales ont une distribution normale. La construction des droites de Henry est un examen graphique qui permet de vérifier cette hypothèse.
- Le nombre de mesures est petit, il est de l'ordre de 10 à 20 mesures environ pour chaque expérience (si le nombre de mesures est grand, on suit une loi normale.)

La construction des droites de Henry (Annexe D) pour une série de 20 mesures d'angles d'avalanche et de repos et dix mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement montre que les mesures ont une distribution normale (Figure 19).

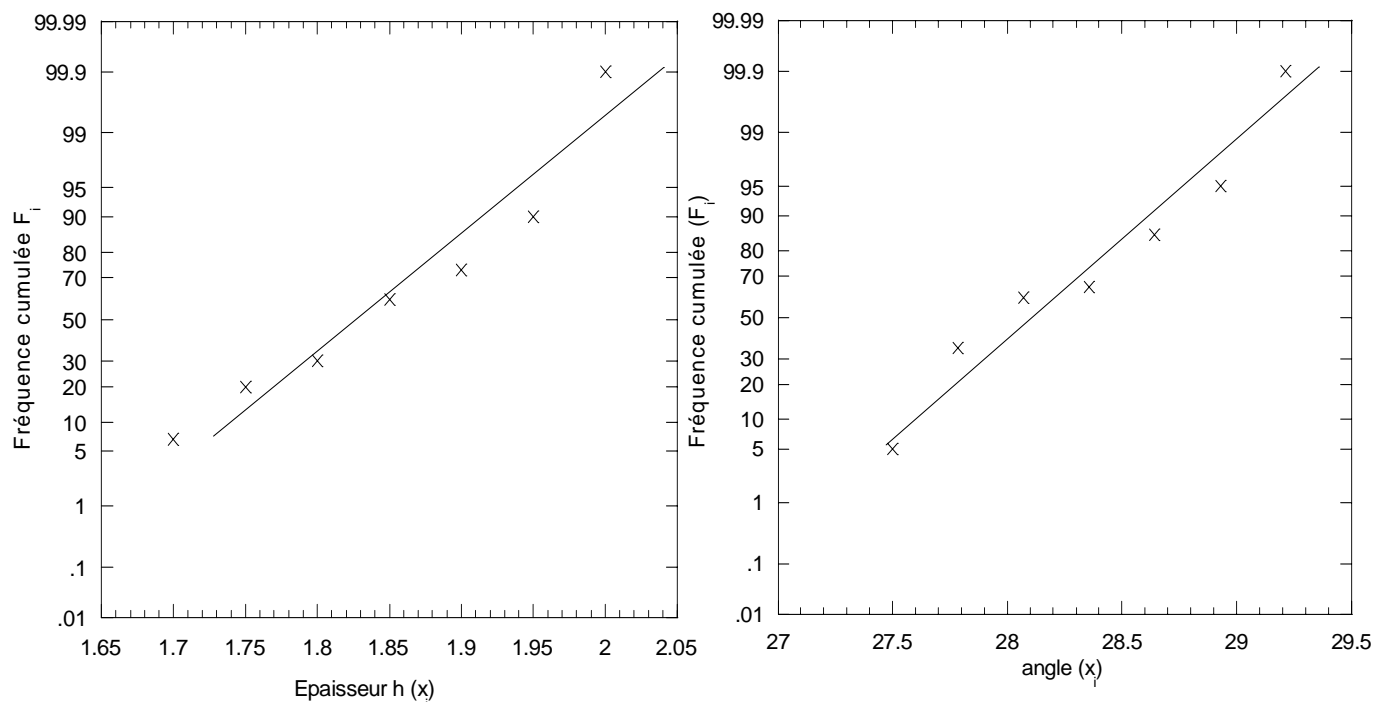


Figure 19 Construction des droites de Henry pour une série de 20 mesures expérimentales d'angles d'avalanche et de repos en régime intermittent (Gauche) et 10 mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement (Droite).

### 5.2.2 Loi de Student

Etant donné la distribution normale des mesures et leur petit nombre, nous pouvons appliquer la loi de distribution de Student pour déterminer les barres d'erreur. Un intervalle de confiance de la moyenne de 95 % a été choisi pour la représentation des barres d'erreur.

Une population normale réelle constituée d'un nombre infini d'individus est caractérisée par une moyenne vraie  $\mu$  et un écart type  $\sigma$ . En prélevant un nombre  $n$  d'individus de cette population, l'échantillon analysé est défini par une moyenne  $\bar{x}$  et un écart type  $s$ . On fait bien sûr l'hypothèse que l'échantillonnage n'a pas modifié le type de distribution (Figure 20).

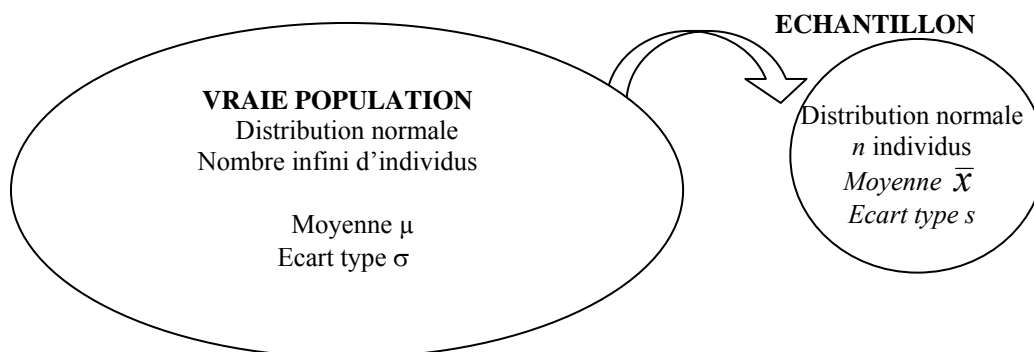


Figure 20 Représentation schématique de la procédure d'échantillonnage d'une population infinie d'individus.

La loi de Student est une loi de probabilité connue et tabulée, caractérisée par une variable  $t$  définie comme suit :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad (2.)$$

$t_{\alpha/2}$  est la variable de Student associée à une probabilité (un risque  $\alpha$ ) choisie pour un nombre de mesures  $n$  donné. Le nombre de degrés de liberté  $\nu$  est défini comme égal à  $n-1$ .

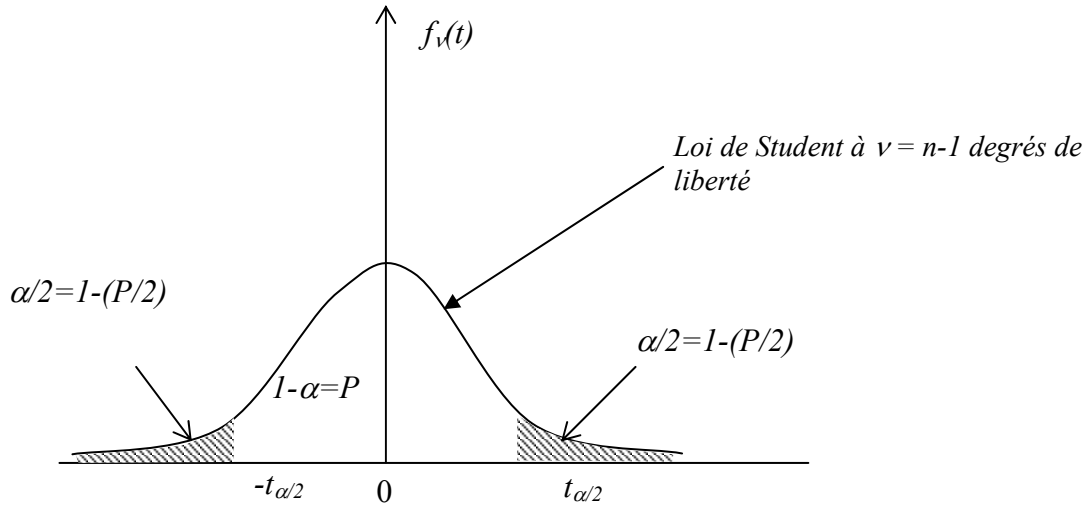


Figure 21 Représentation graphique de la Loi de Student pour un nombre de degrés de liberté donné.

Si on s'impose un intervalle de confiance de 95 %, on peut déterminer grâce à cette fonction les valeurs de  $t_{\alpha/2}$  et  $-t_{\alpha/2}$  tels que l'on ait 95 % de la surface sous la courbe compris dans cet intervalle.

La distribution de Student permet d'encadrer la valeur de la moyenne vraie de la population à partir des caractéristiques connues de l'échantillon prélevé, en se fixant une probabilité de 95 %. Ainsi, la moyenne vraie cherchée de la population a 95 % de chances de se trouver dans l'intervalle calculé par la relation 3.

$$\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \times \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \times \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.)$$

La détermination de la valeur de la variable  $t_{\alpha/2, n-1}$  se fait à l'aide de la table de Student donnée dans l'annexe D.

### 5.3 Comparaisons des barres d'erreur en fonction de la représentation choisie

Les graphiques suivants correspondent à une série de mesures identiques (mesures brutes sur la Figure 22) associées à des barres d'erreurs calculées de différentes façons : écart type sur la Figure 23 ou intervalle de confiance à 95 % sur la Figure 24.

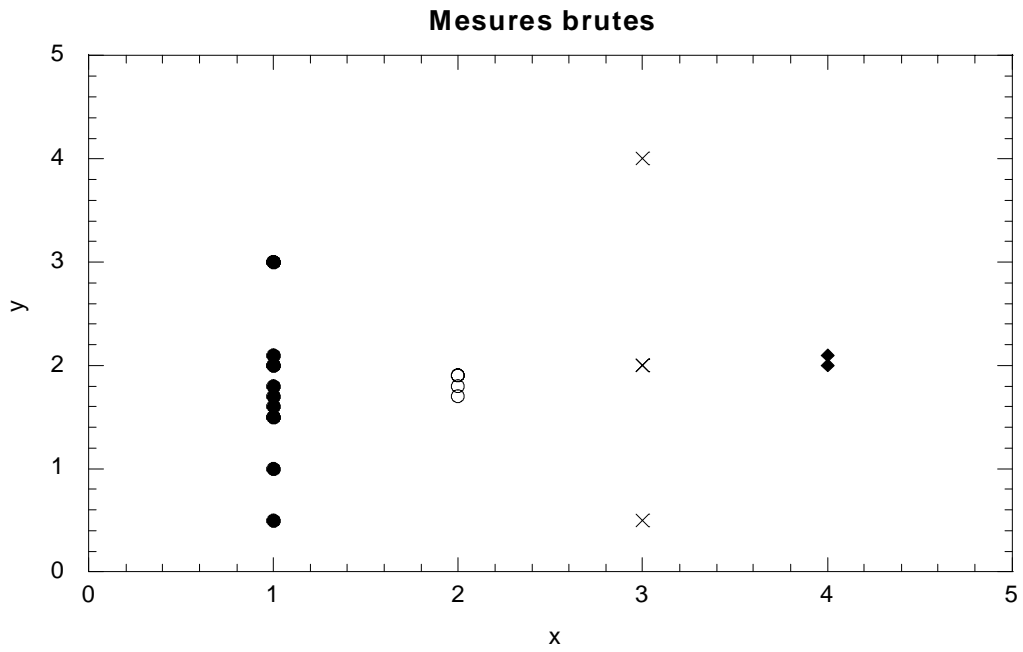


Figure 22 Représentation d'une série de données quelconque.

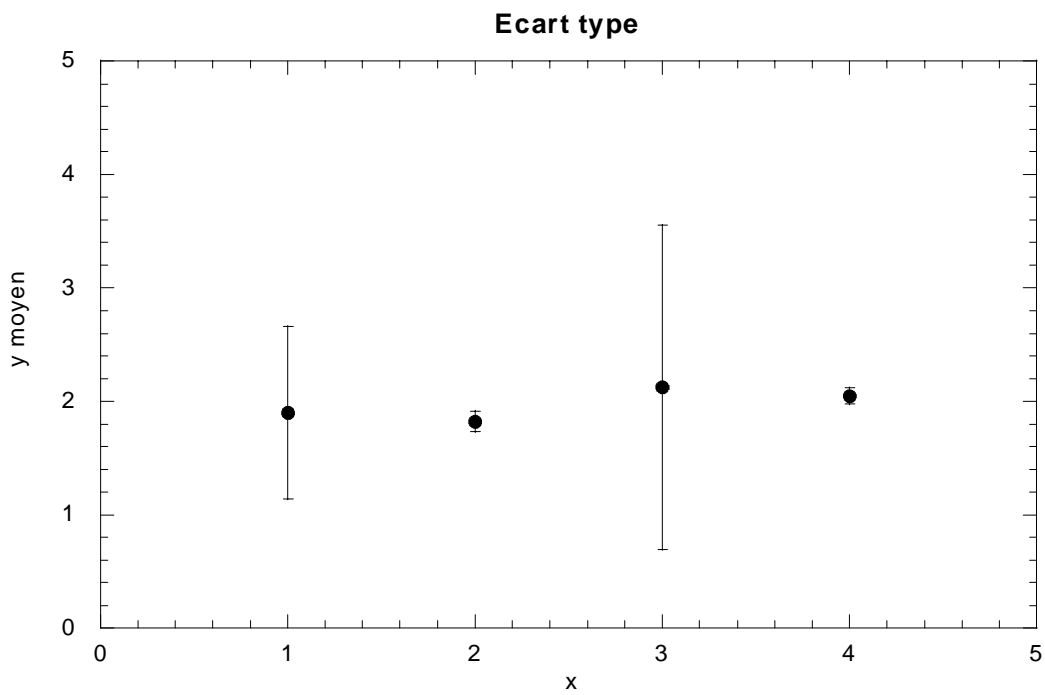


Figure 23 Représentation des valeur moyennes. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type.

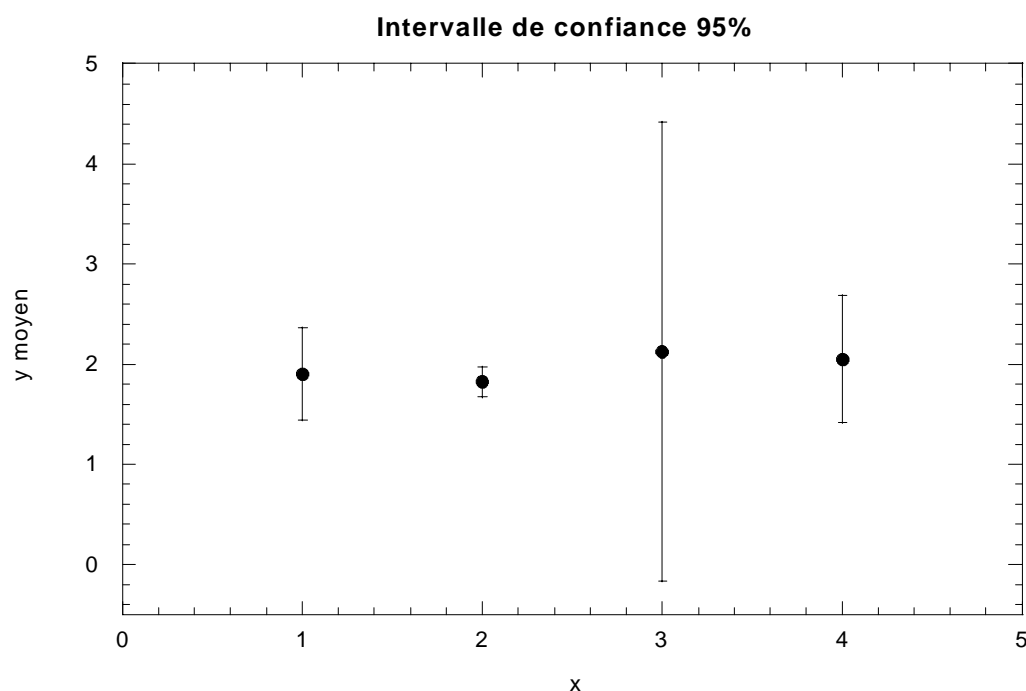


Figure 24 Représentation des valeurs moyennes. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance à 95%.

On remarque que les points  $x=4$  ne sont qu'au nombre de deux et ont des valeurs très voisines. Associer à la valeur moyenne une barre d'erreur correspondant à l'écart type donne une barre d'erreur de très petite taille. L'utilisation de barres d'erreur correspondant à un intervalle de confiance à 95 % augmente la taille de la barre d'erreur étant donné le faible nombre de mesures. Les barres d'erreur calculées sur la base d'un intervalle de confiance de 95 % contiennent donc plus d'informations que des barres d'erreur ne tenant compte que de l'écart type des séries de mesures.

## 6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les caractéristiques du dispositif expérimental et les propriétés granulométriques des particules utilisées. Après avoir présenté la méthode de mesure, les différentes sources d'erreur possibles dans les mesures réalisées en tambour ont été analysées. Les barres d'erreur associées aux valeurs moyennes calculées sont définies par l'utilisation d'un intervalle de confiance de 95 % et seront utilisées, sauf mention contraire, pour la présentation des résultats expérimentaux de ce mémoire.

## **II Angles en tambour tournant**



# Sommaire

<b>1</b>	<b>Pourquoi mesurer des angles ?</b>	<b>41</b>
1.1	Angles et matériaux granulaires	41
1.2	Loi de frottement de coulomb	44
<b>2</b>	<b>Régime d'avalanche</b>	<b>46</b>
2.1	Influence de la taille du système expérimental	47
2.1.1	Influence de la largeur	48
2.1.2	Influence du rapport d/d	49
2.1.3	Systèmes homothétiques	51
2.2	Influence des propriétés des particules	52
2.2.1	Caractéristiques granulométriques	52
2.2.2	Caractéristiques morphologiques	54
2.2.3	Systèmes homothétiques	54
2.3	Modification des propriétés de surface des particules	55
2.3.1	Influence du sunsil sur le régime d'avalanche	58
2.3.2	Influence de l'aérosil sur le régime d'avalanche	59
2.3.3	Discussion	64
2.4	Conclusions	65
<b>3</b>	<b>Régime d'écoulement continu</b>	<b>66</b>
3.1	Transitions de régimes d'écoulement : panorama bibliographique	66
3.1.1	Transition entre le régime d'écoulement intermittent et régime d'écoulement continu	67
3.1.2	Transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement en s	69
3.2	Transition régime d'écoulement continu a surface plane / régime d'écoulement continu a surface incurvée : expériences	70
3.2.1	Caractérisation de la transition	71
3.2.2	Résultats expérimentaux	73
3.2.3	Confrontation aux modèles existants	77
3.2.4	Notre interprétation	82
3.2.5	Modification des propriétés de surface des particules	88
3.3	Régime d'écoulement continu	90
3.3.1	Influence de la taille du système expérimental	90
3.3.2	Modification des propriétés de surface des particules	96
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>

# 1 Pourquoi mesurer des angles ?

## 1.1 Angles et matériaux granulaires

La deuxième partie de ce mémoire est consacrée à l'étude des angles mesurés en tambour tournant dans différents régimes d'écoulement. Toute personne non initiée est en droit de se poser la question suivante : Pourquoi mesure-t-on des angles ?

Le comportement d'un ensemble de grains est très intéressant. Le milieu peut se comporter comme un solide, un liquide ou un gaz.

Imaginez-vous sur la plage ! Notre milieu granulaire (le sable) peut se trouver dans les trois états évoqués plus haut. Vous marchez sur les dunes : vos pas déstabilisent ses flancs et une couche de sable se met en mouvement tout comme un liquide s'écoule sur une pente. Fatigué par votre marche, vous décidez de construire un château de sable : sans eau, vous ne bâtissez que des tas de sable dont les pentes sont inclinées d'une trentaine de degrés. En ajoutant un peu d'eau, de magnifiques châteaux de sable, qui ne sont rien d'autre que des tas dont la pente est verticale, sont construits. Dans la configuration de tas immobile, le milieu se comporte comme un solide. Enfin, le vent emporte des grains de sable qui s'entrechoquent. La durée de contact des particules est très courte, les grains peuvent être assimilés à un gaz.

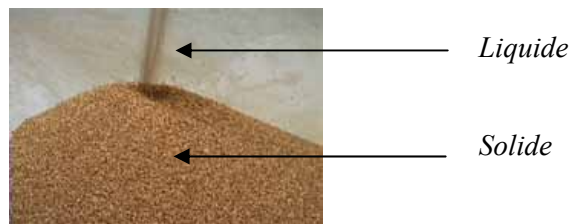


Figure 25 Illustration du comportement solide et liquide d'un milieu granulaire.

L'expérience de chacun en matière de construction de châteaux de sable a montré que le fluide interstitiel (l'eau) joue un rôle essentiel. Les contacts entre grains sont différents si l'on a de l'eau ou de l'air entre les particules.



Figure 26 Un dimanche à la plage.

Dans le travail que nous présentons, nous nous intéressons au cas de grains immergés dans l'air, c'est à dire aux milieux granulaires secs : l'influence du fluide interstitiel est alors négligeable, on ne tient pas compte des interactions hydrodynamiques ni des forces solide/fluide.

Intéressons-nous plus précisément au comportement liquide et solide du milieu granulaire. Dans ces états, la durée de contact entre les grains est longue, il y a friction entre les particules. En fonction de l'état de contrainte du milieu et des frottements entre grains, le milieu granulaire sera en mouvement ou statique. Nous pouvons illustrer le passage de l'état solide à l'état liquide, certes sur la plage, mais plus sérieusement dans trois types de dispositifs expérimentaux :

- Sur un plan incliné rugueux, une alimentation continue en particules produit un écoulement d'une certaine épaisseur. Une modification du débit, de l'inclinaison du plan et des propriétés des particules, constituant l'écoulement ou le plan rugueux, modifie les caractéristiques de l'écoulement. Lorsque l'alimentation est arrêtée, les particules en écoulement s'immobilisent et produisent un dépôt d'épaisseur non nulle (Pouliquen 1999, Daerr 2000). Cette épaisseur peut être interprétée comme l'épaisseur sur laquelle les contraintes générées par la friction basale de l'écoulement sur le support rugueux sont transmises (voir encadré intitulé « Réseaux de force dans les milieux granulaires »). Cette épaisseur dépend donc de paramètres tels que l'inclinaison du plan, les propriétés des particules et la rugosité du support. La friction entre les grains et l'état de contrainte de la couche en écoulement détermine l'état dans lequel se trouve le milieu granulaire. Si l'angle du plan incliné est augmenté, la couche de grains auparavant immobile se déstabilise. L'écoulement se produit quand un angle donné d'inclinaison du plan est atteint.
- Lors de l'écoulement vertical d'un milieu granulaire, un tas conique se forme sur le support. Ses pentes sont inclinées d'un angle  $\theta$  avec l'horizontale, fonction des caractéristiques du système. Si des grains sont ajoutés à un tas stable, ceux ci s'accumulent jusqu'à ce qu'un angle local critique soit dépassé. Une avalanche se déclenche alors, ramenant l'angle de la pente du tas à sa valeur  $\theta$ .
- Dans un tambour tournant, l'existence de ces deux angles est également visible. La rotation lente du tambour entraîne une augmentation progressive de l'angle que fait la surface libre avec l'horizontale. A un angle critique donné, le matériel se met en mouvement et ramène la pente à un angle inférieur  $\theta$ .

Ces trois expériences montrent que la mesure de l'angle pour lequel les grains se mettent en mouvement caractérise le milieu granulaire. La mesure des angles est donc riche d'informations : interaction des grains entre eux, interaction de grains avec le système expérimental, état de contrainte... La mesure de ces angles est également utilisée pour définir la coulabilité d'un milieu granulaire. Nous reviendrons à ces notions plus précisément dans le paragraphe 1.2.

### Réseaux de force dans les milieux granulaires

Dantu (1966) a mis en évidence l'existence d'un réseau de force dans les milieux granulaires par une expérience de photoélasticimétrie. On place entre polariseurs croisés un ensemble de cylindres modèles de verre photoélastique de différents diamètres. Ces matériaux font tourner le plan de polarisation de la lumière lorsqu'ils subissent une contrainte. L'empilement est placé dans un cadre rigide et éclairé par l'arrière par une lumière blanche. On impose une force uniaxiale au système, il est ainsi possible de visualiser l'intensité des forces entre les grains. On distingue nettement des lignes de forces de forte intensité et un réseau secondaire de lignes de forces de plus faible intensité. La répartition de ces lignes de forces reste très hétérogène, ce qui est également visible dans les simulations numériques (Radjaï 1995, Claudin 1999).

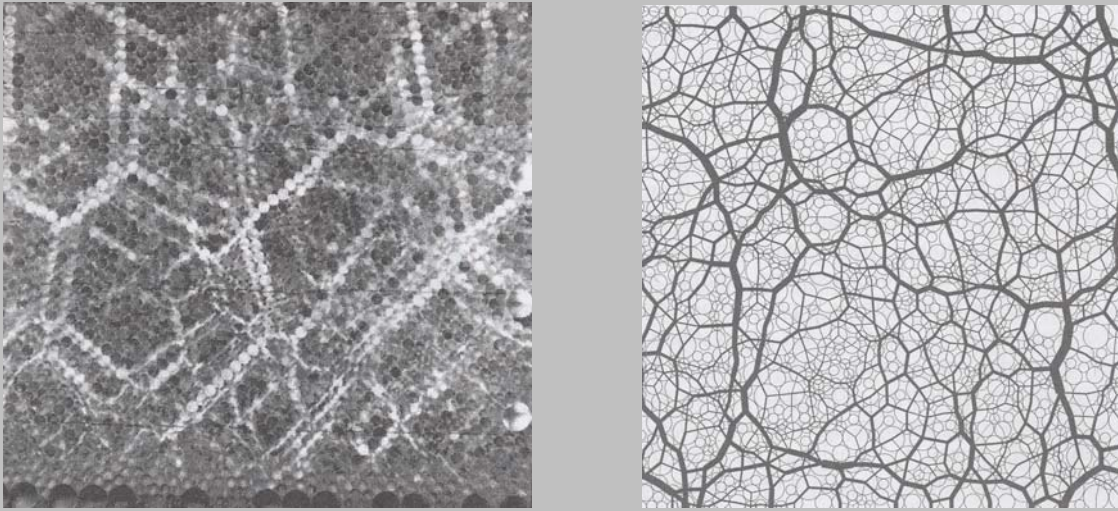


Figure 28 Gauche : Expérience de Travers *et al.* (Claudin 1999) mettant en évidence la distribution hétérogène des forces dans un empilement granulaire 2D sous contrainte uniaxiale. Droite : Simulations numériques 2D de Radjaï (1995). L'épaisseur des lignes est proportionnelle à l'intensité de la force.

L'existence d'un minimum de pression sous un tas conique de particules a été l'objet d'un débat récent. Verser des particules sur un support rigide à l'aide d'un entonnoir permet de constituer un tas dont les caractéristiques sont particulières. Une mesure de la pression à la base du tas suivant une section donnée montre qu'à l'aplomb du sommet, la pression n'est pas maximale. Ceci confère au profil de pression une forme en « bosse de chameau » (Figure 28bis).

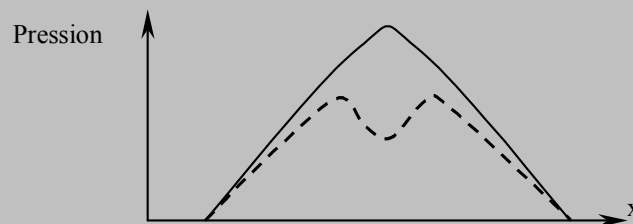


Figure 28 bis Représentation du minimum de pression existant à l'aplomb du sommet d'un tas construit à l'aide d'un entonnoir.

Par la suite, Vanel *et al.* (1999) et Geng *et al.* (2001) montrent que l'existence d'un minimum de pression sous le sommet d'un tas dépend de son mode de fabrication : un tas construit par pluviation (dépôt successif de couches horizontales) ne présente pas de minimum de pression au centre mais un plateau de pression. Ces résultats mettent en évidence l'importance du mode de fabrication du tas sur le réseau de contact qui se met en place. Effets de voûte et chaînes de forces sont affectés par l'organisation des particules dans le tas, ce qui modifie les profils de pression observés.

## 1.2 Loi de frottement de Coulomb

Nous avons vu que les matériaux granulaires peuvent se trouver dans différents « états ». L'état « solide », l'état « liquide » ou encore la transition entre ces deux états est caractérisée par des angles particuliers auxquels nous allons nous intéresser dans cette partie du mémoire. Nous présentons ici la Loi de Coulomb (1776) utilisée pour la caractérisation du frottement entre particules. En partant du modèle simple de déplacement d'un pavé sur une surface plane nous allons voir de quelle façon ce modèle peut être étendu au cas d'un tas de particules et comment la mesure d'angles de tas peut donner accès à des estimations du coefficient de frottement des particules.

- Considérons un objet posé sur une surface plane (Figure 29).

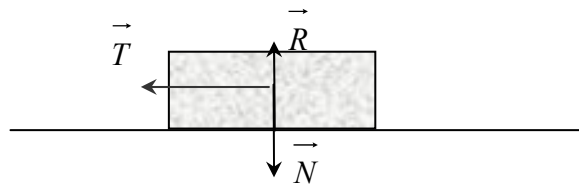


Figure 29 Mise en mouvement d'un pavé sur une surface plane horizontale.

Pour mettre le pavé en mouvement, il faut lui appliquer une force tangentielle  $T$  minimale définie dans la relation 4. Le seuil à atteindre est indépendant de la surface de contact et uniquement fonction de la masse de l'objet et donc de la force normale  $N=mg$ .  $\mu_s$  est appelé le *coefficient de friction statique*.

$$\frac{T}{N} = \mu_s \quad (4.)$$

Pour assurer un mouvement à vitesse constante, la relation 5 doit être vérifiée.  $\mu_d$  est appelé le *coefficient de friction dynamique*.

$$\frac{T}{N} = \mu_d \quad (5.)$$

Le coefficient de frottement dynamique est généralement inférieur au coefficient de frottement statique.

- Si on incline progressivement le plan sur lequel repose le pavé (Figure 30), celui ci reste immobile tant que la composante normale du poids multipliée par le coefficient de frottement statique est supérieure à sa composante tangentielle. La valeur critique de l'inclinaison  $\theta$  pour laquelle le pavé se met en mouvement s'écrit :

$$T = N \tan \theta \quad (6.)$$

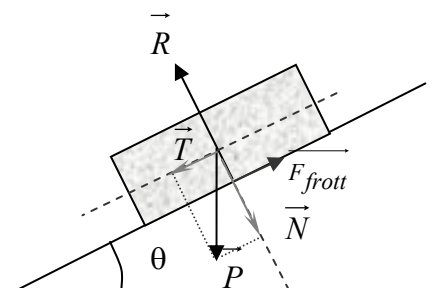


Figure 30 Mise en mouvement d'un pavé sur une surface plane inclinée.

Dans cette configuration précise,  $\tan \theta = \mu_s$ , la mesure de l'angle de déstabilisation du pavé donne accès à une estimation du coefficient de friction statique.  $\theta$  est appelé l'*angle de frottement*.

Si on ajoute de la cohésion  $C$  entre le pavé et son support, alors, le pavé se met en mouvement quand :

$$T = N \tan \theta + C \quad (7.)$$

- Le critère de Mohr Coulomb définit les conditions dans lesquelles un sol (ou un matériau granulaire) au repos est stable ou sur le point de se mettre en mouvement. On extrapole le critère de Coulomb défini par la relation 7 à un milieu continu. En deux dimensions, dans un élément de surface, on considère l'équilibre des forces suivant une ligne  $L$  quelconque (en pointillés).  $n$  et  $m$  sont respectivement les axes normaux et tangentiels à la ligne  $L$  (Figure 31 gauche). La Figure 31 de gauche est assimilable aux mesures faites dans une cellule de Jenike : cette cellule cylindrique de dimensions fixées est remplie de particules selon une procédure donnée. Une force normale (poids placé sur le couvercle) est appliquée à l'échantillon. On mesure la force tangentielle (suivant la ligne ( $L$ )) nécessaire pour provoquer un déplacement relatif des compartiments du haut et du bas de la cellule à une vitesse constante. La mesure est répétée pour différentes charges normales, ce qui permet de tracer la courbe des conditions de rupture du matériau.

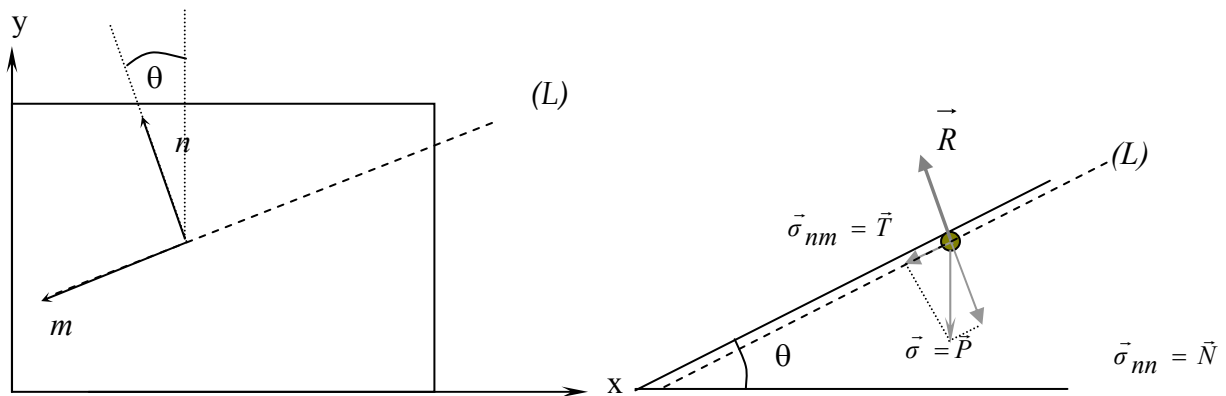


Figure 31 Gauche : Critère de Mohr-Coulomb dans un cas général, mesure de la contrainte tangentielle seuil en fonction de la contrainte normale dans une cellule de Jenike. Droite: critère de Mohr-Coulomb dans le cas d'une couche de particules à la surface d'un tas de sable.

La ligne  $L$  est le lieu d'un glissement si :

$$\sigma_{nm} = \sigma_m \tan \theta \quad (8.)$$

La Figure 31 de droite représente l'extension du critère de Mohr-Coulomb défini sur la figure de gauche au cas particulier d'une couche de particules à la surface d'un tas.

Bien que les mesures effectuées dans des cellules de Jenike et les mesures d'angles de talus soient différentes (Schulze 1996), ces deux méthodes donnent des angles de friction interne de matériaux granulaires voisins. La mesure de l'angle pour lequel un tas est au repos donne une estimation grossière de l'angle de friction statique du matériau granulaire à condition qu'il soit non cohésif (Hanes 1985, Tünzün 1987). L'angle de déstabilisation des particules donne alors une estimation du coefficient de friction dynamique.

Les différents angles mesurés lors de ce travail sont définis de la façon suivante :

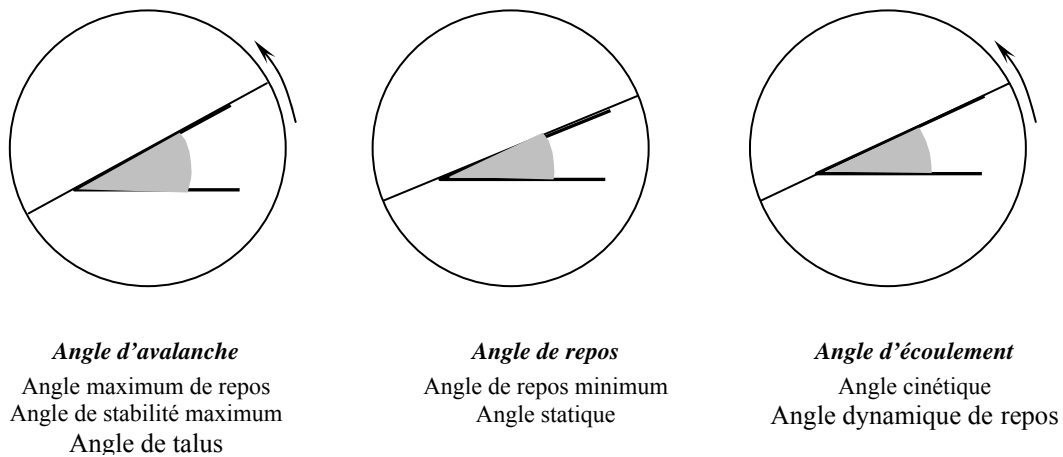


Figure 32 Définition des différents angles mesurés en tambour tournant.

Angle d'avalanche et de repos sont définis dans le régime d'écoulement intermittent, l'angle d'écoulement dans le régime d'écoulement continu (paragraphe 3). Cependant d'autres termes, différents, sont couramment employés dans la littérature pour parler des mêmes angles. Les appellations utilisées dans ce rapport sont en caractères italiques gras sur la Figure 32.

## 2 Régime d'avalanche

La rotation lente du tambour entraîne une augmentation progressive de l'angle entre la surface libre de l'empilement de grains et l'horizontale. A partir d'un angle critique que nous appelons ici *angle d'avalanche*, la surface libre se déstabilise et une avalanche se produit. L'écoulement se poursuit jusqu'à ce que la surface libre fasse un angle donné, appelé *angle de repos*, avec l'horizontale. Nous nous intéressons ici plus précisément à l'influence de la taille du système sur les angles observés et apportons des résultats supplémentaires concernant la sensibilité du régime d'avalanche aux paramètres morphologiques et granulométriques des particules. L'utilisation du tambour tournant permet de répéter les avalanches un grand nombre de fois sans nouvelle préparation du système. L'ensemble des mesures est donné en annexe E.

De nombreux auteurs ont montré que l'histoire d'un milieu granulaire influence grandement le régime d'avalanche. On peut notamment citer l'influence de la densité initiale du milieu (Porion 1993, Valverde 2000). Pour limiter ces effets, le protocole de remplissage des tambours est toujours le même, de façon à avoir une structure interne initiale identique pour tous les systèmes. La première avalanche se déclenche généralement pour des angles supérieurs à ceux observés par la suite (Figure 33). En effet, lors de l'écoulement, les grains s'organisent et s'orientent en fonction de la direction de l'écoulement (Grasselli 1997). Pour que la totalité des grains ait été mobilisée, le tambour doit avoir fait  $\frac{1}{2}$  tour. En réalité, les mesures d'angles montrent que le déclenchement d'une seule avalanche semble suffire pour que les billes de verre s'organisent (ou se désorganisent !). Les valeurs moyennes d'angles présentées dans la suite de ce rapport ne tiennent pas compte de la première avalanche. Les barres d'erreurs associées correspondent à un intervalle de confiance de 95 % calculé sur 20 mesures d'angles pour chaque expérience.

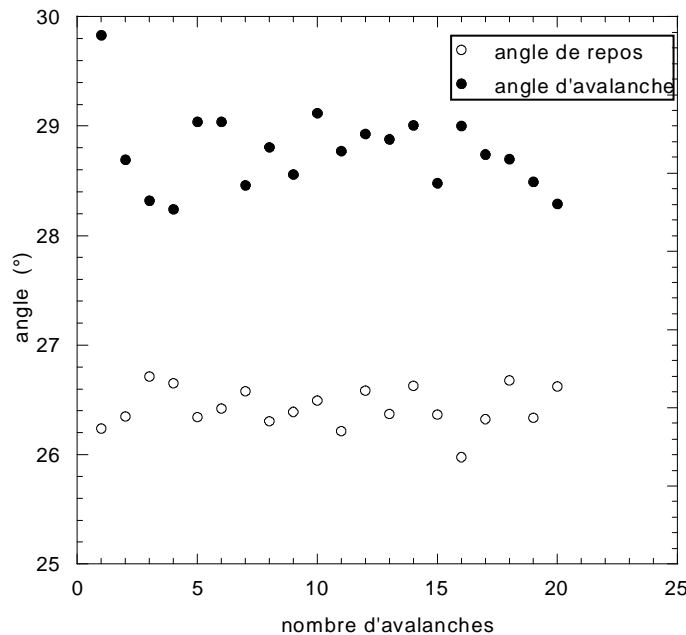


Figure 33 Mesure des angles d'avalanche et de repos dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de diamètre  $d=500-630 \mu\text{m}$ . Le premier angle observé après remplissage du système est supérieur à ceux mesurés par la suite.

## 2.1 Influence de la taille du système expérimental

Les dimensions du système expérimental sont susceptibles d'influencer le comportement du milieu granulaire. On peut aisément imaginer que l'état de contrainte d'un assemblage de grains placé dans un petit tambour soit différent de celui ressenti dans un grand système. De la même façon, ajouter une particule sur la pente d'un tas de petite dimension augmente l'angle du talus de façon plus importante que lorsque ce même grain est ajouté à un grand tas.

Une partie du travail réalisé pendant cette thèse a eu pour but d'étudier l'influence de la géométrie du tambour tournant sur les angles d'avalanches et de repos observés.

Le tambour constitue une géométrie simple qui permet de mesurer des angles d'avalanche et de repos de particules. Un tambour de taille donnée ( $D$  et  $l$  fixés) rempli à 50 % de son volume est généralement utilisé. Dans notre cas, l'expérience a été effectuée dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large. Les angles d'avalanche et de repos ont été mesurés pour des particules de diamètre 2 mm, 1-1.4 mm, 500-630  $\mu\text{m}$  et 150-250  $\mu\text{m}$ . Leur caractéristiques granulométriques et morphologiques ont été présentées dans la partie I. On note une augmentation systématique de l'angle d'avalanche et, dans une proportion plus faible, de l'angle de repos, avec la taille des particules (Figure 34). Outre les caractéristiques propres aux particules (distribution granulométrique, propriétés de surface...), quelles peuvent être les raisons d'une augmentation de l'angle d'avalanche de l'ordre de  $3^\circ$  en passant de particules de 200  $\mu\text{m}$  à des particules de 2 mm de diamètre?

Un élément de réponse peut être apporté en s'intéressant aux caractéristiques géométriques du dispositif expérimental : un anneau de 20 cm de diamètre et 2 cm de large peut contenir 1000 particules de 200  $\mu\text{m}$  dans son diamètre (remplissage à 50 %) et 100 particules dans sa largeur. Ce même anneau ne contient que 100 billes de 2 mm dans son diamètre et 10 billes dans sa largeur. L'influence des rapports  $l/d$  et  $D/d$  sera donc étudiée plus précisément dans les paragraphes 2.1.1 et 2.1.2.



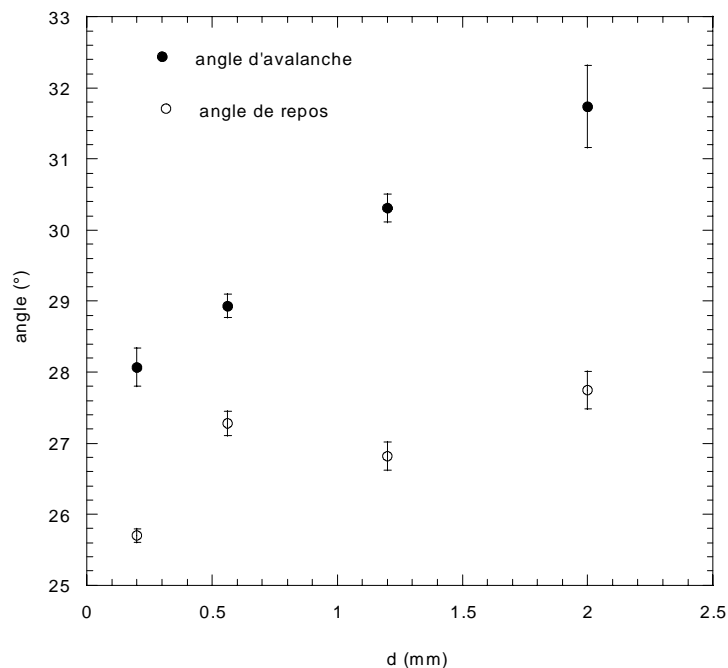


Figure 34 Angles observés en régime intermittent dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de tailles variables (200  $\mu\text{m}$ , 560  $\mu\text{m}$ , 1.2 mm et 2 mm).

### 2.1.1 Influence de la largeur

Les résultats expérimentaux de Grasselli *et al.* (1997) et Boltenhagen (1999) conduisent à une même conclusion : l'angle de repos mesuré à la paroi suit une fonction exponentielle décroissante de l'écartement entre les vitres en nombre de particules. D'autre part, la largeur de tambour minimale à dépasser est fonction du diamètre des particules. L'existence d'un diamètre critique de particule de 1 mm est rapportée (Courrech du Pont, 2002). Quand les particules ont un diamètre supérieur à 1 mm, la largeur du tambour doit être supérieure à 15 diamètres de billes pour éviter que les angles soient augmentés. Quand les particules ont un diamètre inférieur à 1 mm, c'est la largeur du tambour en valeur absolue qui est importante : elle doit être supérieure à 15 mm.

- Grasselli *et al.* (1997) utilisent des billes de verre de 400  $\mu\text{m}$  et 250  $\mu\text{m}$ . Les angles sont augmentés de 10 à 20 % au contact de la paroi. D'après ces mesures, les angles ne sont plus modifiés par les effets d'arches pour un écartement de 40 diamètres de billes lors de l'utilisation de billes de 400  $\mu\text{m}$ , 70 pour des billes de verre de 250  $\mu\text{m}$ .
- Boltenhagen (1999) utilise des billes de verre millimétriques (1 mm, 2 mm et 4 mm) : les effets de parois disparaissent pour les largeurs de tambour supérieures à 9 diamètres de grains pour des diamètres de billes de 4 mm. D'après l'ensemble des mesures réalisées, les angles ne sont plus modifiés au delà d'une largeur de 10 billes environ.

Le Tableau 8 résume l'ensemble des résultats de la littérature :

	Diamètre des billes	l critique (l/d)	l critique (mm)
Grasselli	400 $\mu\text{m}$	40d	16 mm
	200 $\mu\text{m}$	70d	14 mm
Courrech du Pont	>1 mm	15 d	>15 mm
	<1 mm	>15 d	15 mm
Boltenhagen	1 mm	14 d	14 mm
	4 mm	9 d	36 mm

Tableau 8 Comparaison des effets de parois observés par différents auteurs.

Nous avons menés nos propres expériences dans un tambour de 20 cm de diamètre et de largeur variant entre 0.5 et 10 cm (soit 2.5 à 50 diamètres de particules) rempli à 50 % de billes de 2 mm de diamètre. On s'intéresse ici à la variation des angles d'avalanche et de repos en fonction de la largeur du tambour en nombre de billes ( $l/d$ ).

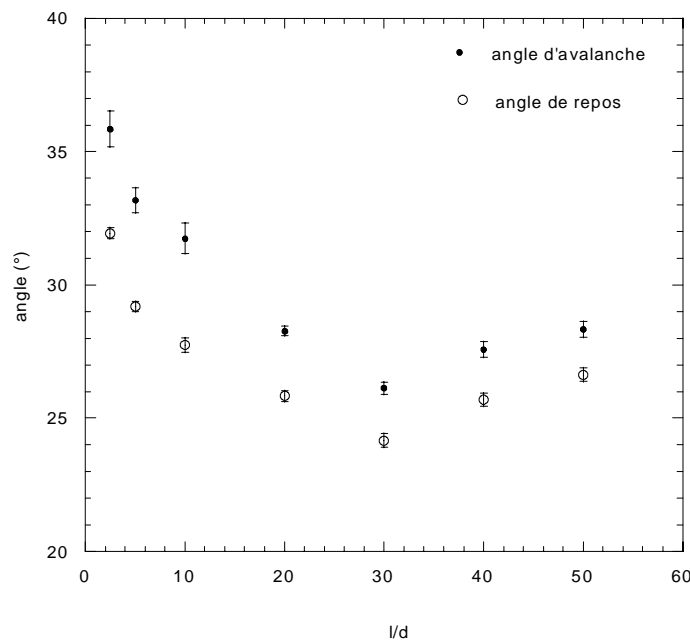


Figure 35 Influence des parois sur les angles. La largeur du tambour varie de 0.5 à 10 cm.

Dans le cas étudié, l'écartement minimal entre les parois à adopter pour éviter les effets importants de parois est de l'ordre de 20 diamètres de grains, ce qui est compatible avec les résultats déjà obtenus dans les études précédentes. En deçà de cette valeur, les angles sont sensiblement augmentés (jusqu'à 28 % par rapport aux angles non perturbés). Les effets d'arches consolident l'agencement des grains qui résiste alors mieux aux fortes pentes de la surface libre. Cependant, une ré-augmentation des angles d'avalanche est visible pour des largeurs supérieures à 30 billes. Cette augmentation peut être expliquée par l'utilisation de tambours dont la longueur devient suffisamment importante pour qu'un profil axial d'inclinaison de la surface libre se développe (Figure 6). Afin d'éviter ce problème, nous n'utilisons que des tambours dont la largeur ne dépasse pas 20-30 billes. Dans ces conditions, les mesures faites à la paroi sont identiques à celles réalisées au centre du tambour.

### 2.1.2 Influence du rapport $D/d$

Aucune étude systématique de l'influence du rapport  $D/d$  sur le régime intermittent n'a été, à notre connaissance, réalisée jusqu'à présent.

Nous considérons maintenant l'influence du diamètre d'un tambour de 2 cm de large sur la stabilité des grains de diamètre  $d$  fixé. Le cas présenté concerne des particules de diamètre

100-200  $\mu\text{m}$ . Les rapports  $D/d$  étudiés sont de 250, 500, 750, 1000, 1500, 2000 et 2500. Ces billes de verre sont particulières de par leur taille (sensibles au taux d'humidité), mais elles permettent d'explorer une large gamme de rapports  $D/d$ . Toutes les expériences représentées sur la Figure 36 ont été réalisées le même jour avec un taux d'humidité de 50 %.

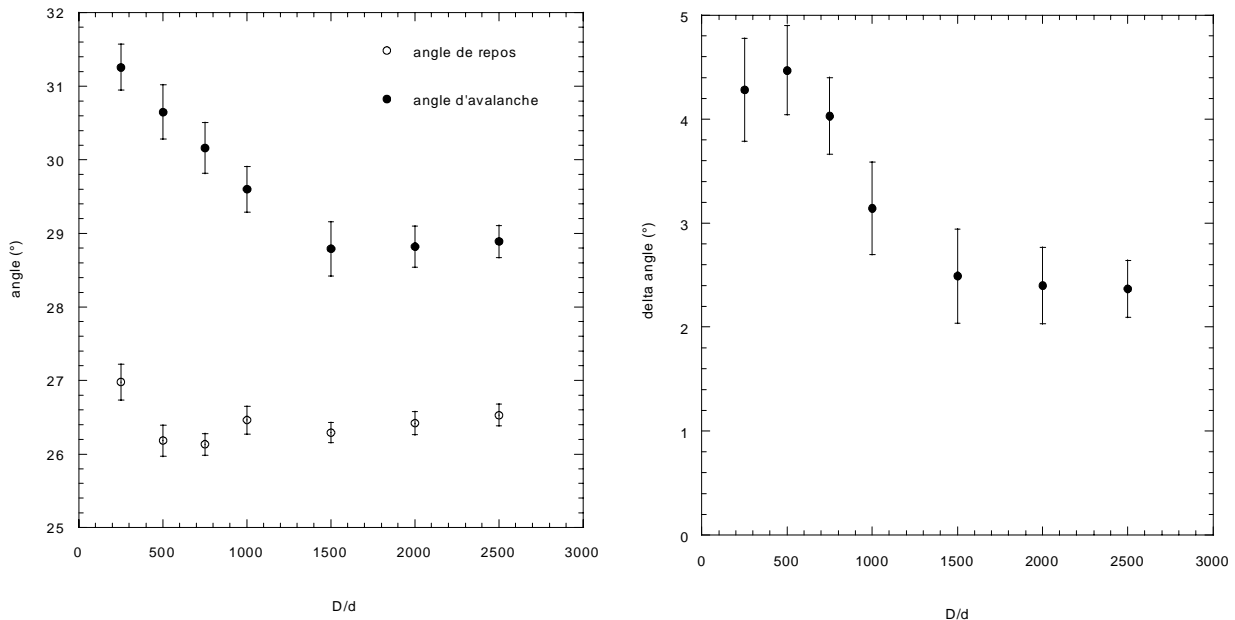


Figure 36 Evolution des angles d'avalanche et de repos en fonction du rapport  $D/d$  pour des particules de 100-200  $\mu\text{m}$ .

On observe, pour la gamme de rapports  $D/d$  étudiée, une diminution des angles de déclenchement d'avalanche quand la taille du tambour augmente. En revanche, les angles de repos sont constants. Cette série d'expériences montre que les effets de taille de tambour sont visibles jusqu'à des rapports  $D/d$  de l'ordre de 1000. En deçà de cette valeur, les angles d'avalanches sont augmentés de trois degrés environ en comparaison avec les cas non perturbés. La différence entre angle d'avalanche et de repos est également augmentée et peut atteindre plus de 4°. Quand la taille du tambour devient suffisante pour éviter les effets de parois, les angles d'avalanches sont de 28° et la différence entre angle d'avalanche et angle de repos retrouve une valeur habituelle de l'ordre de 2°.

L'observation des écoulements a montré deux types de comportement différents en fonction de la taille de tambour considérée (voir photographies en annexe E).

- Dans les grands tambours, l'avalanche se propage souvent sur la surface libre comme un écoulement dont le front est visible. Au contact de la paroi aval du tambour, une onde d'arrêt des grains se propage vers la haut de la pente de la surface libre.
- Dans les tambours plus petits, il devient impossible de distinguer le front de l'avalanche. On peut imaginer que le processus observé dans les grands tambours se déroule ici très rapidement, d'où la difficulté de l'observer. On peut aussi supposer que le développement d'un front net d'avalanche est rendu impossible car la longueur de parcours de l'écoulement est très courte comparée aux grands tambours.

L'évolution entre ces deux comportements, définis visuellement, est continue : le nombre d'avalanches dont on ne distingue pas le front diminue quand la taille du tambour augmente. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer l'influence du rapport  $D/d$  sur le régime intermittent :

- Le réseau de force percole plus facilement jusqu'au fond du tambour quand le rapport  $D/d$  est petit. Ainsi, l'arrangement de particules résiste à des inclinaisons de la surface libre plus grandes que dans un système à rapport  $D/d$  plus élevé. Il est également possible de

rapprocher la percolation du réseau de contrainte du tassement de la zone statique lors de l'écoulement des particules à la surface libre. Lorsqu'une avalanche se déclenche, les particules qui s'écoulent entrent en collision avec les particules immobiles. Ces petits chocs répétés sont susceptibles d'entraîner un tassement plus ou moins efficace d'une partie ou de la totalité des particules immobiles. Dans un système à petit rapport  $D/d$ , on peut imaginer que l'écoulement des particules à la surface libre provoque un tassement efficace qui affecte la totalité des particules immobiles. Les angles d'avalanche et de repos sont dans ce cas importants. En revanche, dans un système à grand rapport  $D/d$ , le tassement affecte les particules situées à proximité des particules en écoulement mais n'atteint pas les particules situées à proximité de la paroi, le tassement est alors moins efficace. Dans ce cas, les angles d'avalanche et de repos sont abaissés car le milieu est globalement moins tassé que dans les petits systèmes.

- D'autre part, il est possible de raisonner en terme de distance de parcours moyen d'une particule lors d'une avalanche. Dans un petit système, une particule peut parcourir une distance égale au diamètre du tambour en une seule fois. Les particules qui alimentent alors l'avalanche suivante sont majoritairement issues de la zone statique. Elles sont par conséquent tassées et vont engendrer des angles d'avalanche élevés. Dans un grand tambour, une particule va parcourir une distance inférieure au diamètre du tambour, il lui faudra plusieurs avalanches successives pour atteindre la paroi inférieure. Par conséquent, une avalanche sera principalement alimentée par des particules qui ont déjà été mises en mouvement lors de l'avalanche précédente. Leur déstabilisation est donc facile et les angles d'avalanche sont abaissés.

Les hypothèses présentées nécessiteraient bien sûr d'être vérifiées expérimentalement. Nous ne disposons malheureusement pas de données qui permettraient d'isoler clairement le mécanisme à l'origine de la dépendance des angles d'avalanche et de repos avec le rapport  $D/d$ . Mais les résultats précédents montrent la nécessité de s'affranchir des paramètres géométriques du tambour de façon à mesurer des angles d'avalanche et de repos qui ne soient dépendants que des propriétés des particules. Deux solutions sont envisageables : travailler avec des tambours suffisamment grands pour que les effets de géométrie du système soient absents ou du moins négligeables, ou bien utiliser des tambours tels que les rapports  $D/d$  et  $l/d$  soient constants. Cette dernière solution a été adoptée. Bien sûr, l'hypothèse forte faite ici est que les systèmes sont homothétiques, ce que nous allons vérifier dans le paragraphe 2.1.3.

### 2.1.3 Systèmes homothétiques

Trois tambours sont construits pour obtenir un rapport  $D/d = 300$  et  $l/d = 30$  en utilisant des billes de verre de 2 mm, 1-1.4 mm et 500-630  $\mu\text{m}$ .

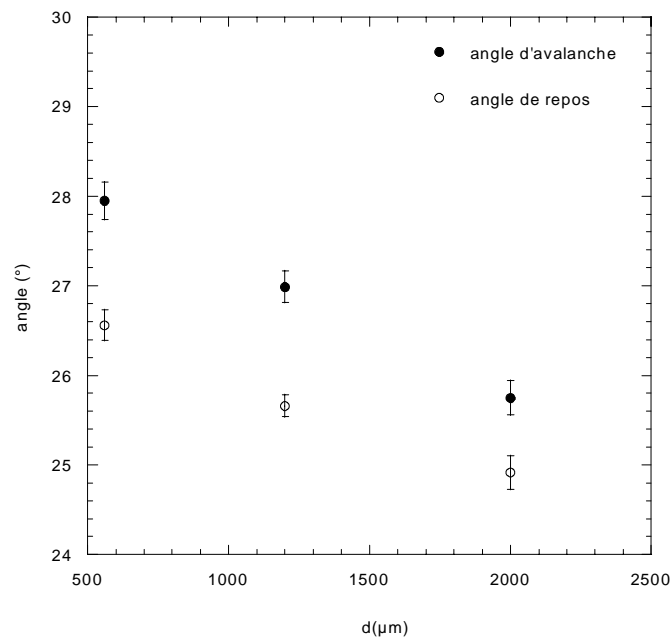


Figure 37 Angles d'avalanche et de repos observés dans des tambours  $D/d=300$ ,  $l/d=30$ .

La Figure 37 met en évidence une diminution des angles d'avalanche et de repos quand la taille des particules augmente : les systèmes étudiés ne sont apparemment pas homothétiques (la physique des milieux granulaires n'est pas invariante d'échelle). Néanmoins, il faut souligner que nous utilisons des particules qui ne possèdent pas nécessairement les mêmes caractéristiques de distribution granulométrique ou les mêmes propriétés de surface. Les effets de morphologie de particules sont connus : un sable constitué de grains anguleux présente un angle d'avalanche de l'ordre de  $30^\circ$ , des billes de verre sphériques un angle de l'ordre de  $20-25^\circ$  (De Jaegger 1993). La différence entre angle d'avalanche et angle de repos augmente avec l'angularité des particules. La vérification des similarités des systèmes nécessite l'utilisation de particules identiques d'un point de vue granulométrique et morphologique. C'est ce que nous nous sommes efforcé de réaliser dans la suite des expériences.

## 2.2 Influence des propriétés des particules

### 2.2.1 Caractéristiques granulométriques

Les lots de particules initiales, non triées par taille lors de leur achat, sont tamisés pour obtenir des particules monodisperses. Leurs caractéristiques granulométriques respectives sont les suivantes :

	d (mm)	Ecart type	Diamètre moyen
Particules initiales	2	0.023	2.00
	1-1.4	0.105	1.21
	0.500-0.630	0.058	0.54
Particules tamisées	1.19	0.032	1.25
	0.560	0.057	0.58

Tableau 9 Caractéristiques granulométriques des particules initiales et des particules monodisperses produites à partir de ces lots.

L'obtention de particules monodisperses a été réalisée par un tamisage très soigné des lots de particules concernées (500-630  $\mu\text{m}$  et 1-1.4 mm) : seules les particules restant coincées dans les mailles du tamis sont conservées. On remarque que la taille moyenne des particules est augmentée après cette opération. Ceci s'explique par une déformation possible des mailles du tamis sous l'impact des particules ou lors de leur mouvement pendant la phase de tamisage. Cependant, en comparant les lots polydisperses et monodisperses de billes 1-1.4 mm, l'écart type des tailles de particules est significativement réduit après tamisage : la distribution granulométrique est réduite. En revanche, pour les particules 500-630  $\mu\text{m}$ , la différence entre le diamètre moyen et l'écart type des lots polydisperse et monodisperse est peu marquée. En effet, il semblerait qu'un grand nombre de particules allongées soient passées à travers les mailles du tamis dans le sens de leur longueur. Les billes de 2 mm de diamètre n'ont pas été triées car elles sont suffisamment monodisperses. La Figure 38 présente les angles d'avalanche et de repos obtenus pour les particules polydisperses et monodisperses associées.

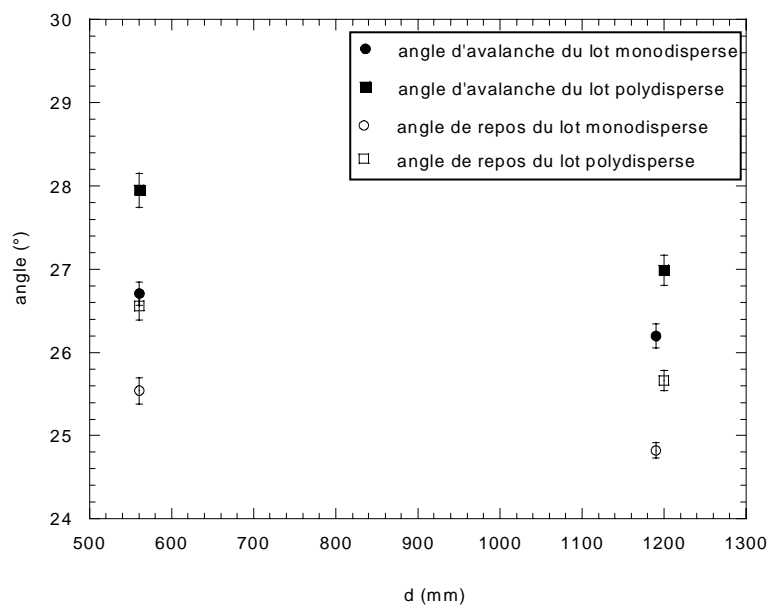


Figure 38 Influence de la répartition granulométrique des particules sur angle d'avalanche et de repos dans des tambours  $D/d=300$ ,  $l/d=30$ .

La réduction de la largeur de la distribution granulométrique des particules conduit à un abaissement des angles d'avalanche et de repos de l'ordre de  $1.5^\circ$  avec conservation de la différence entre angle de repos et angle d'avalanche ( $2^\circ$ ). Cependant, le traitement subi par les particules ne suffit pas à leur conférer des propriétés comparables : une analyse morphologique détaillée des lots 1.19 mm et 560  $\mu\text{m}$  montre que les particules les plus petites contiennent une grande quantité d'éléments non sphériques.

### 2.2.2 Caractéristiques morphologiques

Le deuxième traitement appliqué aux particules est un tri des éléments suivant leur forme, dans le but de ne conserver que les particules sphériques. Les billes de diamètre 1.19 mm étant bien sphériques, seules les billes 560  $\mu\text{m}$  ont été triées. Pour ce faire, les particules sont placées sur une plaque de verre de 1.5 mètre de long, parfaitement lisse, inclinée de  $4^\circ$  par rapport à l'horizontale. Les particules sphériques roulent sans problème jusqu'au bas de la pente où elles sont collectées. Les particules anguleuses s'arrêtent d'elles-mêmes le long de la pente ou sont déviées du trajet idéal qui consiste à suivre la ligne de plus grande pente. Cette méthode est efficace mais fastidieuse !

d (mm)	Ecart type	Diamètre moyen
0.560 (trié par taille)	0.057	0.58
0.560 (trié par taille et forme)	0.012	0.55

Tableau 10 Caractéristiques granulométriques des particules 560  $\mu\text{m}$  monodisperses et triées par forme.

Le Tableau 10 montre très clairement que les particules allongées ont été éliminées lors de la phase de tri par forme : le diamètre moyen et l'écart type ont diminué. Les angles d'avalanche et de repos mesurés avec les particules triées par forme sont abaissés d'environ  $0.5^\circ$  (Figure 38).

Ces résultats mettent en évidence que les angles d'avalanche et de repos sont très sensibles à la répartition granulométrique et à la morphologie des particules.

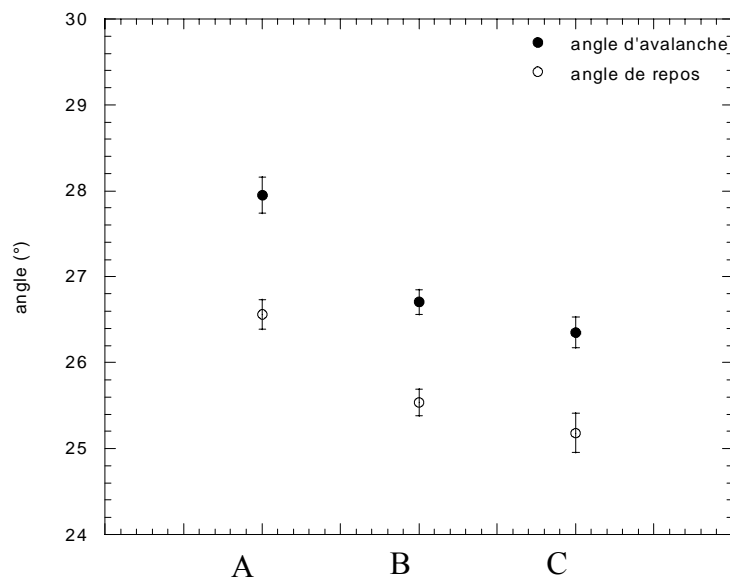


Figure 39 Influence de la répartition granulométrique et de la morphologie des particules sur le régime d'avalanche. A : particules initiales polydisperses. B : particules monodisperses. C : particules monodisperses débarrassées des éléments non sphériques.

Nous disposons cette fois-ci de particules 560  $\mu\text{m}$ , 1.19 mm et 2 mm monodisperses et sphériques... Les angles de repos et d'avalanche en tambour tournant sont-ils désormais identiques ?

### 2.2.3 Systèmes homothétiques

La mesure des angles d'avalanche et de repos dans un système tel que  $D/d=300$  et  $l/d=30$ , montre que les angles sont identiques à condition d'utiliser des particules comparables en

terme de granulométrie et de morphologie. L'hypothèse de systèmes homothétiques se vérifie donc du point de vue des angles en régime intermittent dans la limite des expériences qui ont été réalisées (Figure 40). Il serait bien évidemment intéressant de vérifier ces résultats dans d'autres conditions. Les difficultés rencontrées pour obtenir des particules monodisperses et sphériques de 560  $\mu\text{m}$  laissent présager de celles que l'on aurait pour des particules de plus petites dimensions (encore plus polydisperses et présentant plus de défauts)...

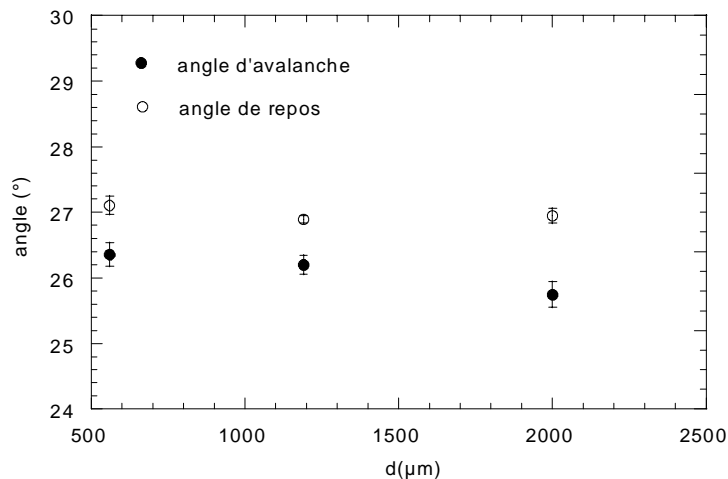


Figure 40 Systèmes homothétiques.

### 2.3 Modification des propriétés de surface des particules

Nous avons mis en évidence dans le paragraphe précédent la sensibilité des angles d'avalanche et de repos aux caractéristiques morphologiques des particules. En effet, deux particules anguleuses, c'est à dire présentant des facettes, sont susceptibles de se bloquer mutuellement (par emboîtement) plus facilement que des billes sphériques. Par conséquent l'utilisation de particules anguleuses engendre des blocages du système qui rendent difficiles le mouvement relatif des particules et provoque une augmentation des angles d'avalanche et de repos.

Nous adoptons dans cette partie de l'étude une démarche qui consiste faciliter l'écoulement des particules (lubrification) par ajout d'une faible fraction massique de poudre micronique que nous appelons *agent d'écoulement*. Cette technique, largement utilisée dans le domaine industriel (Peleg 1973, York 1975a-b, Steeneken 1986, Zou 2002) pour faciliter l'écoulement de grains, reste toutefois assez empirique. La *fluidité* ou *coulabilité* d'une poudre caractérise la facilité qu'a le milieu granulaire à s'écouler (Yokoyama 1991). Dans le cas où le milieu granulaire peut s'écouler sous l'effet de la gravité, l'angle de repos, mesuré en tambour tournant, est utilisé pour mesurer sa coulabilité (Schulze 1996).

Les agents d'écoulement modifient les interactions inter-particules (cohésion, friction...). Plusieurs modes d'action combinés sont proposés (Peleg 1973, Kaye 1997) : absorption de l'humidité, neutralisation des charges électrostatiques (Nash 1965), réduction de la friction inter-particules (effet de roulement à bille). Les études antérieures (Hayashi 1969, York 1975a, Kaye 1997, Otsuka 1998) rapportent l'existence d'une quantité de poudre optimale à ajouter à un milieu granulaire pour que l'écoulement soit favorisé. Cette fraction est parfois donnée comme égale à la quantité de particules fines à ajouter pour que la totalité des grosses particules soient recouvertes d'une mono-couche de poudre (Gstirner 1966). Il a également été montré qu'un agent d'écoulement ne se comporte pas toujours de la même façon vis à vis des particules hôtes (Irani 1959) : suivant leur affinité, l'agent d'écoulement peut recouvrir la



surface des particules ou au contraire rester regroupé sous forme d'amas individuels (Tawashi 1968).

De plus, l'influence de l'ajout de particules fines à des écoulements granulaires présente un intérêt géologique : dans quelle mesure leur présence dans les écoulements naturels permet-elle d'expliquer la grande mobilité des écoulements volcaniques ? Cette question est abordée plus en détail dans l'encadré intitulé « particules fines et géologie ».

Les expériences réalisées ont pour but de quantifier l'effet de l'ajout de deux agents d'écoulement différents (Sunsil et Aérosil) à un milieu granulaire constitué de particules de morphologie simple (billes de verre ou billes de plastique). Etant donné la finesse de ces poudres, chaque série d'expérience a été réalisée dans des conditions d'humidité et de température fixées (les séries de points représentées sur le même graphique sont réalisées le même jour). Il est très difficile de maintenir des conditions expérimentales rigoureusement identiques d'un jour à l'autre malgré l'utilisation d'un humidificateur industriel. Les résultats présentés ici correspondent donc à des conditions environnementales données. Les fractions optimales d'agents d'écoulement ajoutées observées expérimentalement sont confrontées aux résultats donnés par des calculs théoriques basés sur les types de contacts dominants entre particules en fonction de la fraction de poudre ajoutée (Annexe F). Différents modes d'action des agents d'écoulement sont envisagés.

Particules fines et géologie...

Figure 41 Gauche : écoulement pyroclastique s'écoulant sur les pentes du volcan Augustine (Alaska). Milieu : écoulement pyroclastique arrivant en mer sur le volcan de Montserrat (Antilles). Droite : front d'un dépôt d'écoulement pyroclastique au volcan St Helens (Etats Unis).

Les écoulements naturels sont beaucoup plus complexes que nos modèles de laboratoire ! Prenons le cas des écoulements pyroclastiques. Ceux-ci correspondent à des avalanches chaudes (entre 100 et 700°C) de volume variable ( $10^{-3}$  à  $10^3$  Km<sup>3</sup>) constituées de blocs (pouvant atteindre un diamètre de l'ordre du mètre), cendres et gaz s'écoulant à des vitesses de l'ordre de la dizaine de mètre par seconde (Freundt 2001).

Bien que la mise en place d'écoulements de grand volume n'ait pas pu être observée, tous sont caractérisés par de grandes distances de parcours (jusqu'à la centaine de kilomètres) et par leur capacité à traverser des barrières topographiques telles que des montagnes ou des surfaces couvertes d'eau. On peut citer l'exemple de l'ignimbrite Campanienne (30000 ans environ) dans la région de Naples (Italie) qui a franchi des barrières topographiques de 1000 mètres et la baie de Naples.

En revanche, les écoulements de petit volume produits par les éruptions historiques ont été observés : ceux-ci sont généralement générés par des effondrements de panache, des effondrements gravitaires de dôme volcanique, ou encore des décompressions explosives de dôme. Ces écoulements se déplacent à des vitesses de 20-50 m/s et peuvent atteindre dans des cas exceptionnels 200 m/s au tout début de l'écoulement (Mt St Helens). Un nuage de cendre se développe rapidement par fluidisation des particules fines et masque un sous-écoulement très difficilement observable.

La mobilité de ces écoulements est communément mesurée par le rapport  $H/L$  appelé aussi coefficient de Heim.  $H$  correspond à la différence d'altitude entre la source de l'écoulement et la zone de dépôt,  $L$  caractérise la distance horizontale maximale parcourue. Ces écoulements sont caractérisés par une forte mobilité (coefficient de Heim faible pouvant atteindre 0.07) encore aujourd'hui sujette au débat. Comment des écoulements naturels tels que les écoulements pyroclastiques ou les avalanches de débris peuvent-ils parcourir de longues distances sur des pentes de quelques degrés seulement ? Plusieurs mécanismes ont été suggérés pour expliquer la réduction de la friction basale à l'origine de leur forte mobilité (Legros 2001, Schneider 1997) : Certains mécanismes nécessitent l'intervention de fluides (air, eau, vapeur, gaz volcanique) : On peut citer les exemples suivants : fluidisation par libération du gaz piégé dans les blocs en écoulement (Sparks 1978, Takahasi 2000), par incorporation d'air au front de l'écoulement (Kent 1966) ou par vaporisation de l'eau piégée dans les pores des blocs en écoulement (Habib 1975, Goguel 1978). La formation d'un « coussin d'air » à la base de l'écoulement a également été évoquée (Shreve 1968) ainsi que la formation d'une couche basale de roche fondue (Erissman 1979).

D'autres mécanismes ne considèrent que les interactions entre particules : la fluidisation acoustique (passage de fronts d'ondes de haute fréquence) peut entraîner une réduction de la friction interne (Melosh 1979). La dilatation des écoulements rapides (pression dispersive) pourrait expliquer la forte mobilité des écoulements (Hsü 1975, Davies 1982, Straub 1997) : l'existence de cette couche basale de particules fortement agitées expliquerait alors les longues distances parcourues (Campbell 1989).

Parmi les mécanismes susceptibles de contribuer à l'amélioration des écoulements, on peut citer la présence de particules très fines (d'une taille de l'ordre du micromètre) dans les écoulements humides (Hsü 1975). En considérant que certaines parties basales d'écoulements se comportent comme des milieux granulaires secs, l'ajout de particules fines peut à la fois favoriser le roulement inter-particules et également « lisser » le support comme nous l'avons observé dans les écoulements de billes de verre sur plan incliné (Félix 1999).

### 2.3.1 Influence du Sunsil sur le régime d'avalanche

Le Sunsil est constitué de particules sphériques individuelles d'un diamètre moyen de 7.1  $\mu\text{m}$ . Les expériences présentées ici (et en annexe E) vont permettre d'apporter quelques éléments de réflexion concernant l'influence de l'hydrophobie et de la granulométrie des poudres sur les écoulements de solides divisés.

#### Ajout de Sunsil à des particules non cohésives

Des fractions massiques variables de Sunsil ont été ajoutées à un milieu granulaire non cohésif. Deux expériences ont été réalisées :

- Utilisation de billes de verre 1-1.4 mm. Le mélange est placé dans un tambour de 12 cm de diamètre et 2.4 cm de large ( $D/d=100$ ,  $l/d=20$ ).
- Utilisation de billes de verre 150-250  $\mu\text{m}$  placées dans un tambour de 5.6 cm de diamètre et 1.1 cm de large ( $D/d=280$ ,  $l/d=55$ ). Le taux de remplissage est dans les deux cas fixé à 50 %.

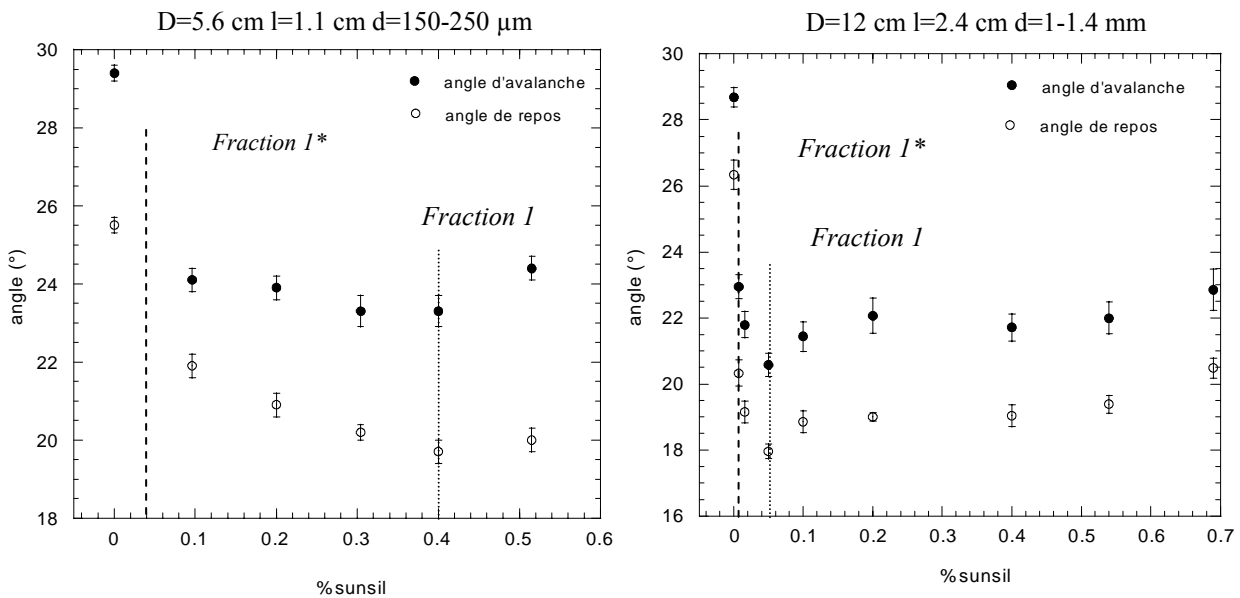


Figure 42 Influence de la fraction massique de Sunsil130 ajoutée à des particules de 150-250  $\mu\text{m}$  et 1-1.4 mm. Les fractions 1\* et 1 correspondent respectivement aux fractions minimales théoriques et expérimentales à ajouter au milieu pour que les particules fines aient un effet (Annexe F).

La Figure 42 montre que les angles d'avalanche et de repos sont abaissés en présence de Sunsil. L'ajout de cet agent d'écoulement a bien les effets souhaités. L'intercalation de petites billes diminue la surface de contact entre les grosses particules et par conséquent le frottement inter-particules entre le lit de particules et les parois du tambour. On a un effet de roulement à billes qui favorise l'écoulement. Il existe une fraction optimale de Sunsil à ajouter pour obtenir un abaissement maximal des angles dans le régime intermittent, au delà de cette fraction optimale, on constate une légère augmentation des angles, mais aucune dégradation majeure n'est observée. Expérimentalement, la fraction optimale (fraction 1) est de 0.4 % en masse de Sunsil pour les billes 150-250  $\mu\text{m}$  et 0.05 % en masse pour les billes 1-1.4 mm. D'un point de vue théorique, la fraction massique minimale (fraction 1\*) à ajouter pour passer du domaine de prédominance des contacts bille/bille à celui des contacts bille/fine est de 0.04 % lors de l'utilisation de particules 150-250  $\mu\text{m}$  et de 0.001 % pour les billes 1-1.4 mm (détail des calculs donné en annexe F). La Figure 43 représente les fractions calculées

de Sunsil à ajouter à des billes de verre de 1200  $\mu\text{m}$  et 218  $\mu\text{m}$  pour avoir une modification du type de contact prédominant dans le milieu granulaire.

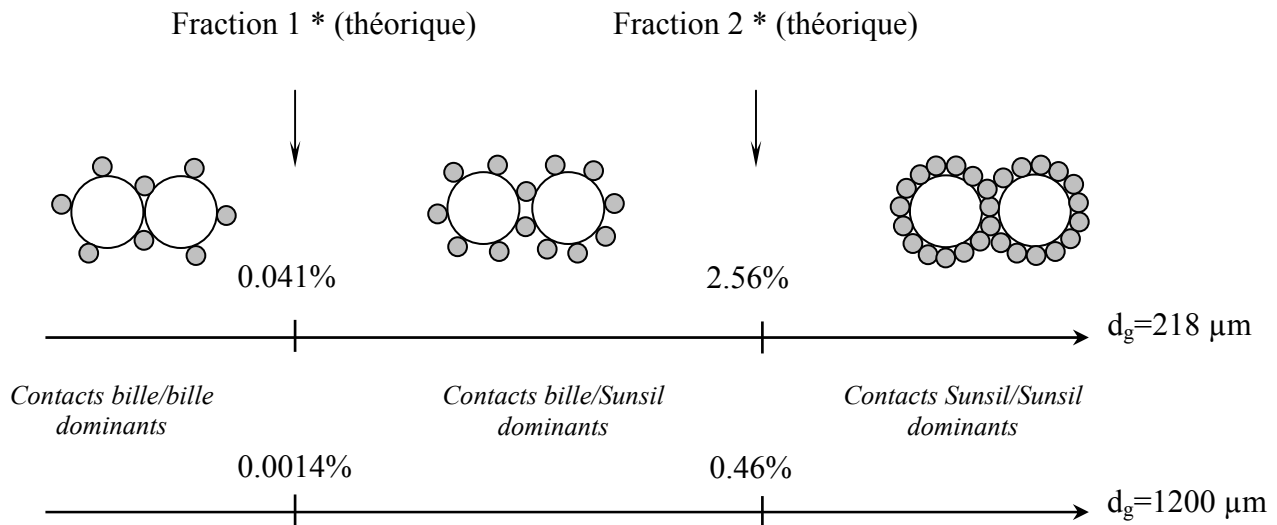


Figure 43 Représentation schématique des pourcentages massiques théoriques de Sunsil à ajouter à des billes de verre pour avoir un changement des types de contacts.

Les valeurs observées expérimentalement se situent entre les deux cas limites considérés : ceci semble logique car, dans les calculs, on fait l'hypothèse que les particules, parfaitement lisses et sphériques, ont toutes la même taille et qu'elles sont équidistantes et couvrent de manière optimale les grosses particules. Même si les calculs sous-estiment légèrement les pourcentages massiques comparativement aux observations expérimentales, ils permettent de retrouver la tendance globale : un pourcentage supérieur de Sunsil est nécessaire lors de l'utilisation de billes 150-250  $\mu\text{m}$  pour se placer dans le domaine de prédominance des contacts billes/Sunsil. Comme nous l'avons vu dans l'introduction du paragraphe 2.3, l'existence d'un pourcentage massique d'agent d'écoulement optimum, pour lequel les angles d'avalanche et de repos sont minimum, est connue. Les calculs et les expériences menées montrent que la fraction optimale d'agent d'écoulement à ajouter est inférieure à la quantité nécessaire pour recouvrir les particules d'une monocouche de particules fines.

### 2.3.2 Influence de l'Aérosil sur le régime d'avalanche

Les caractéristiques granulométriques et morphologiques de l'Aérosil ont été présentées au chapitre I. Cette poudre, couramment utilisée dans l'industrie, est constituée d'amas micrométriques de particules dont la taille élémentaire est de l'ordre de la dizaine de nanomètre (Annexe A). Ces amas, comme nous l'avons vu, sont susceptibles de se désagréger.

Dans un premier temps, l'influence de la quantité d'Aérosil ajoutée sur le régime d'avalanche a été explorée. Deux types de matériaux granulaires ont été considérés : des billes de verre non cohésives et des particules de plastique cohésives.

#### Ajout d'Aérosil à des particules non cohésives

Les angles d'avalanche et de repos ont été mesurés pour des ajouts d'Aérosil croissants en pourcentage massique entre 0 et 0.6 %. Les systèmes considérés correspondent à :

- Un tambour de 12 cm de diamètre et 2.4 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de 1-1.4 mm ( $D/d=100$ ,  $l/d=20$ ).
- Un tambour de 5.6 cm de diamètre, 1.1 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de 150-250  $\mu\text{m}$  ( $D/d=280$ ,  $l/d=55$ ).

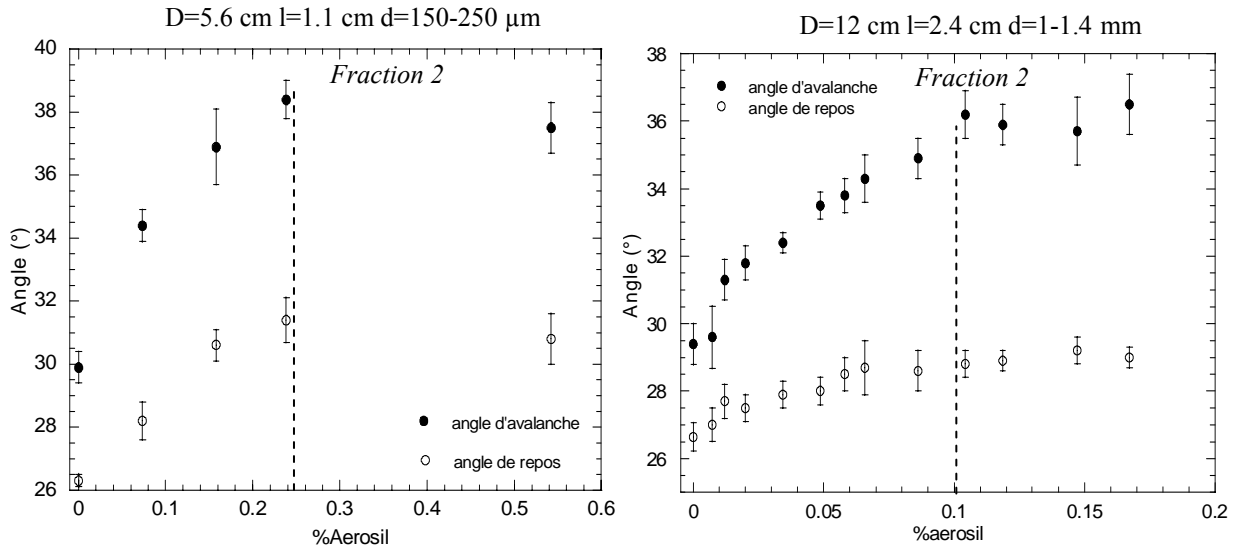


Figure 44 Ajout d'Aérosil dans des billes de verre de 150-250  $\mu\text{m}$  et 1-1.4 mm. La fraction 2 représente la fraction massique minimale expérimentale d'Aérosil à ajouter pour passer du domaine de prédominance des contacts bille/Aérosil aux contacts Aérosil/Aérosil.

Les résultats de ces mesures (Figure 44) montrent une augmentation des angles au lieu de l'abaissement escompté : les angles d'avalanche sont augmentés de 7 à 9° et les angles de repos de 2 à 4° avec l'ajout de seulement 0.1 à 0.2 % en masse d'Aérosil, l'écart entre angle d'avalanche et angle de repos augmente avec la quantité de poudre ajoutée au système puis se stabilise à partir d'une certaine proportion (fraction 2) de fines ajoutées.

On observe également expérimentalement une augmentation continue des angles d'avalanche et de repos lors de l'ajout d'Aérosil jusqu'à un pourcentage de 0.1 % dans le cas de l'utilisation de particules 1-1.4 mm et de 0.25 % dans le cas de billes 150-250  $\mu\text{m}$ . L'ajout supplémentaire d'Aérosil ne modifie plus le régime d'avalanche dans le domaine étudié. Une fois que les grosses billes sont totalement recouvertes d'Aérosil, l'excédent de poudre ne va pas modifier les contacts bille/Aérosil, une particule étant alors une bille dont la totalité de la surface est recouverte de fines. On peut supposer que les fractions de 0.1 % et 0.25 % (fraction 2) correspondent au pourcentage pour lequel on passe expérimentalement de contacts Aérosil/billes à Aérosil/Aérosil. L'effet de l'Aérosil dans les deux cas présentés semble être une augmentation du frottement entre les billes contraire à ce que l'on attendait. Les calculs théoriques donnent des valeurs de pourcentages critiques (fraction 2\*) compatibles avec ceux obtenus expérimentalement (0.0008 % pour les billes de 1.2 mm et 0.0045 % pour les billes de 218  $\mu\text{m}$  en considérant que l'Aérosil se trouve sous forme de particules de 12 nm). Les fractions d'Aérosil à ajouter pour passer dans le domaine de prédominance des contacts Aérosil/Aérosil calculées (fraction 2\*) sont représentées sur la Figure 45 en fonction de la taille des billes de verre considérées et de la forme sous laquelle se trouve l'Aérosil dans le milieu granulaire (amas ou particules individuelles).

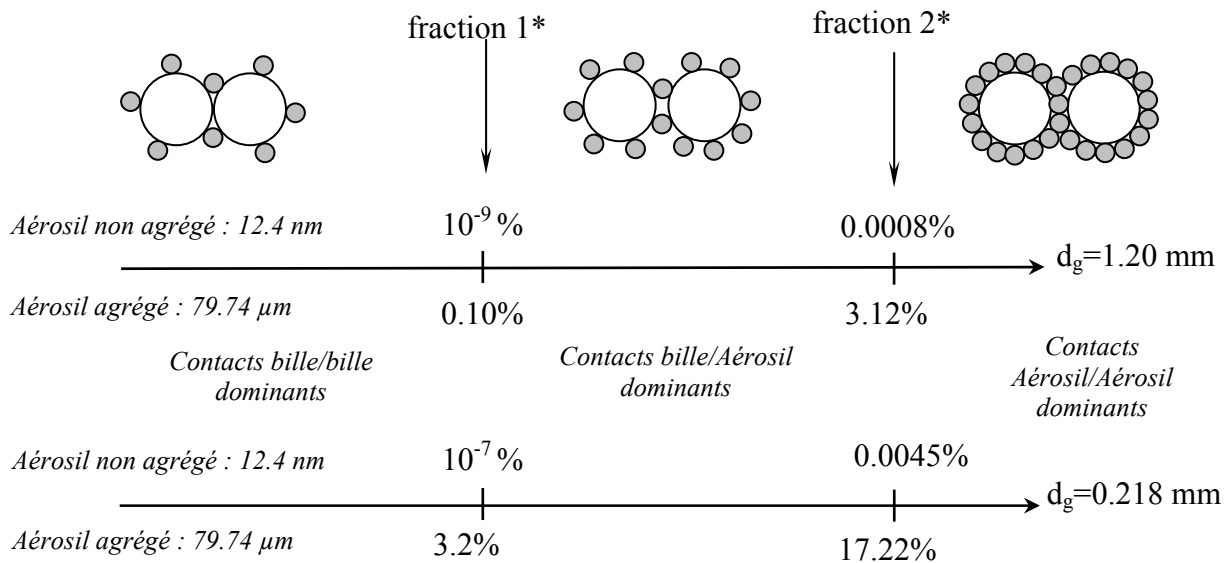


Figure 45 Représentation schématique des fractions critiques (calculées) d'agent d'écoulement ajouté pour avoir changement des types de contacts entre particules.

La principale difficulté posée par le calcul est que l'on ne connaît pas la forme sous laquelle l'Aérosil se trouve parmi les billes de verre. Nous ne possédons pas d'images qui permettraient de répondre à cette question. La Figure 44 ne permet pas de connaître la fraction d'Aérosil à ajouter pour passer de contacts bille/bille prédominants à des contacts bille/Aérosil prédominants (fraction 1). Le calcul prédit que le changement de type de contact se produit pour des fractions massiques d'Aérosil (fraction 1\*) ajouté de l'ordre de  $10^{-9}$ - $10^{-7}$  %. Ces fractions massiques, extrêmement faibles, ne sont pas mesurables expérimentalement. Ceci laisse supposer que la fraction optimale d'Aérosil, si elle existe, est largement dépassée dans nos expériences.

Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer l'augmentation des angles lors de l'ajout d'Aérosil :

- Des photographies de l'expérience effectuée avec des particules 1-1.4 mm (Figure 46) montrent l'apparition rapide d'un noyau de ségrégation des particules fines au centre du tambour pour de faibles pourcentages massiques de poudres ajoutées. Sa présence est susceptible de gêner le régime d'avalanche et d'être à l'origine de ces résultats inattendus. La ségrégation apparaît également lors de l'utilisation de Sunsil. Cependant, les pourcentages massiques à ajouter pour observer ce phénomène sont largement supérieurs aux gammes de pourcentages étudiées ici.
- On pourrait penser que la proportion optimale de poudre ajoutée pour favoriser l'écoulement est déjà largement dépassée pour les pourcentages étudiés. Nous allons voir dans le paragraphe suivant (ajout d'Aérosil à un milieu cohésif) que le comportement de l'Aérosil est beaucoup plus complexe. En effet, l'action de l'agent d'écoulement dépend fortement de l'affinité qu'a l'agent d'écoulement choisi avec le milieu auquel il est ajouté. Certains agents d'écoulement peuvent recouvrir les surfaces de particules hôtes ou rester sous forme d'amas isolés suivant le type de particule hôte considéré (Hollenbach 1983). On peut également supposer que l'ajout d'agent d'écoulement augmente la rugosité de surface des particules comme l'ont constaté Steeneken *et al.* (1986).

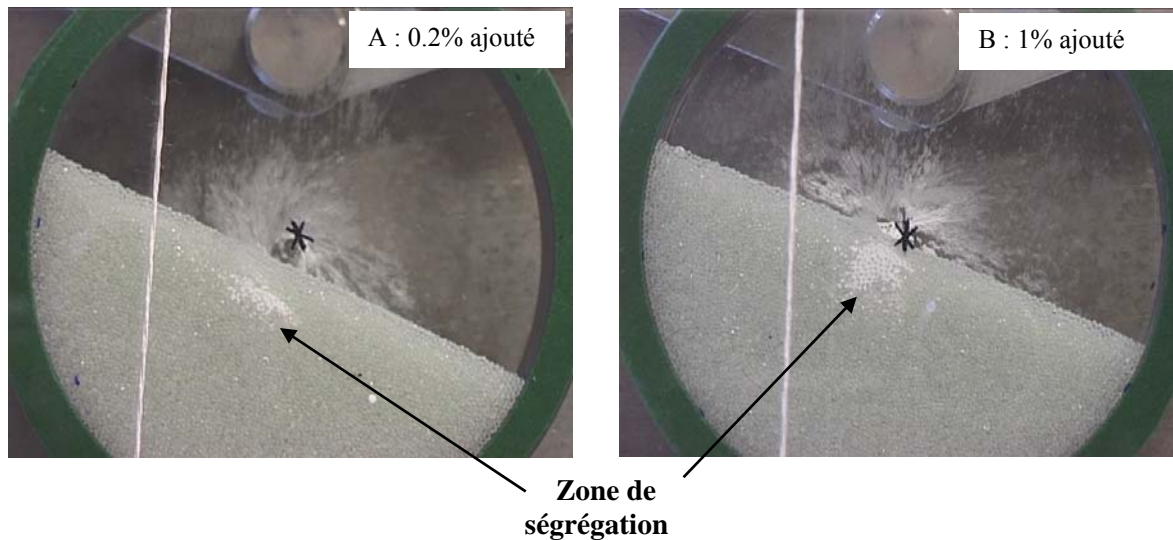


Figure 46 Photographies des processus de ségrégation rencontré lors de l'ajout d'Aérosil dans des billes de verre 1-1.4 mm.

L'augmentation des angles de repos au delà d'une fraction optimale (0.05 à 1 %) d'Aérosil ajoutée a déjà été observée (Kaye 1997). Aucune explication claire n'est cependant avancée pour expliquer ce comportement.

Enfin, il faut remarquer que l'Aérosil est utilisée lors de problèmes d'écoulement liés à l'utilisation de mélanges granulaires cohésifs et que nous l'avons ajoutée ici à un milieu qui n'a aucune difficulté à s'écouler (billes de verre de 1.2 mm et 200  $\mu\text{m}$ ). Nous allons voir que l'influence de l'Aérosil sur l'écoulement d'un milieu cohésif est très spectaculaire.

### Ajout d'Aérosil à un milieu granulaire cohésif

L'Aérosil a cette fois ci été ajoutée en petite quantité dans un tambour de 5.6 cm de diamètre et 1.1 cm de large rempli à 50 % de billes de plastique (Diakon de diamètre moyen de 180  $\mu\text{m}$ ) ayant la propriété d'être plus cohésives que les billes de verre de 150-250  $\mu\text{m}$  considérées dans le paragraphe précédent. On ne peut pas à proprement parler définir un régime d'avalanche pour le Diakon. En réalité, les particules ont un angle de talus très élevé, de l'ordre de 80°. La Figure 47 illustre bien l'aspect cohésif de ce matériau.

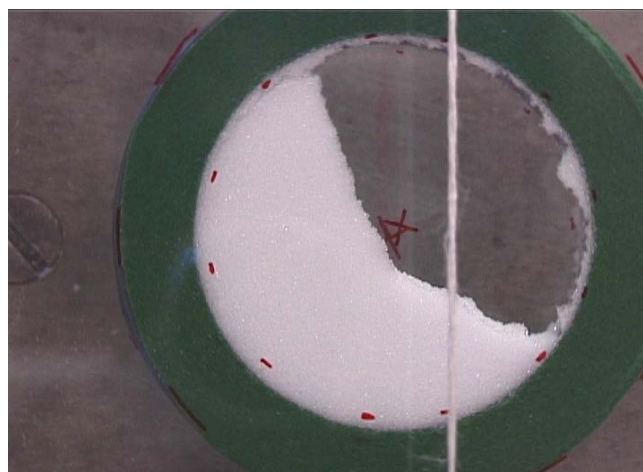


Figure 47 Comportement cohésif du Diakon.

Des quantités croissantes d'Aérosil ont été ajoutées au Diakon. La Figure 48 présente le régime d'avalanche en présence de poudre. Dans ce cas particulier, l'Aérosil facilite l'écoulement. La Figure 49 présente l'évolution des angles en fonction de la fraction de

poudre ajoutée. L'effet de l'Aérosil sur le régime d'avalanche de particules cohésives est très spectaculaire : on passe d'un matériau qui ne s'écoule pas à un matériau qui s'écoule facilement, et ceci en ajoutant seulement 0.1 % en masse d'Aérosil.



Figure 48 Amélioration de l'écoulement du Diakon en présence d'Aérosil.

$D=5.6 \text{ cm}$   $l=1.1 \text{ cm}$   $d=0-250 \mu\text{m}$

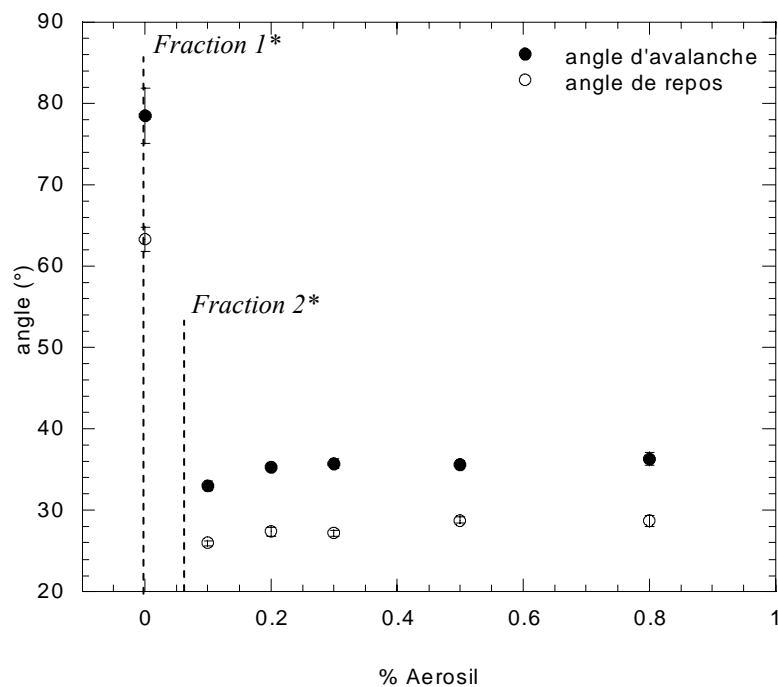


Figure 49 Angles d'avalanche et de repos du diakon pour des pourcentages massiques d'Aérosil croissants.

Comme précédemment, nous calculons les pourcentages critiques pour lesquels on passe d'un domaine de prédominance des contacts billes/billes à celui des contacts billes/Aérosil puis aux contacts Aérosil/Aérosil. Dans ce calcul, la densité du Diakon est de 1.14, celle de l'Aérosil est estimée à environ 2.5. Les résultats des calculs sont résumés sur la Figure 50.



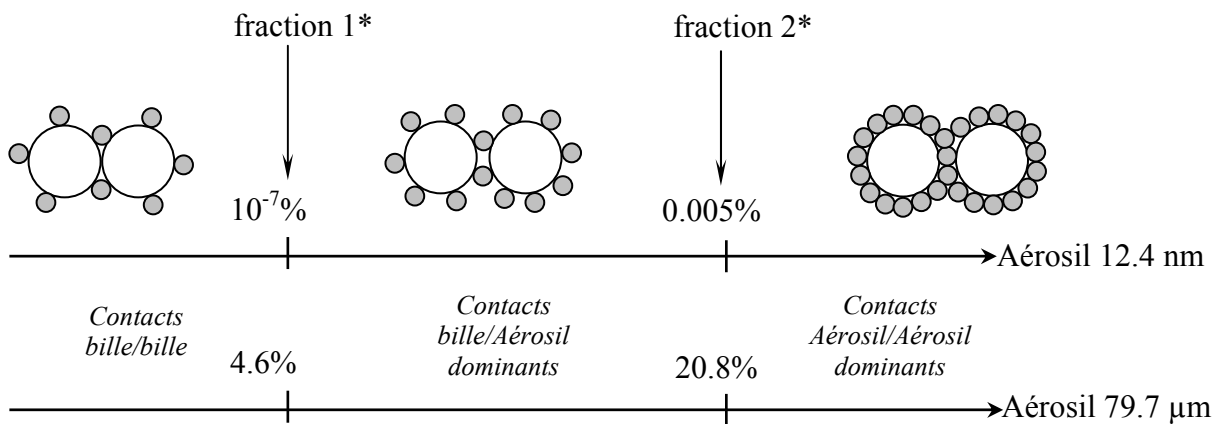


Figure 50 Représentation des fractions théoriques d'Aérosil (sous forme d'amas ou de particules individuelles) à ajouter à du Diakon d'un diamètre moyen de 180  $\mu\text{m}$  pour passer de contacts bille/bille à des contacts bille/Aérosil prédominants (fraction 1\*) et à des contacts Aérosil/Aérosil prédominants (fraction 2\*).

Les calculs donnent un pourcentage massique minimal à ajouter pour que les particules fines jouent leur rôle de roulement à bille compris entre  $10^{-7}$  et 0.0054 % en considérant que l'Aérosil se trouve sous forme de particules individuelles, ce qui est cohérent avec les fractions observées expérimentalement.

### 2.3.3 Discussion

Dans cette étude, deux types de particules fines ont été ajoutés à des milieux granulaires cohésifs ou non cohésifs. Les effets observés sont totalement différents suivant l'agent d'écoulement utilisé.

- En effet, l'ajout d'une faible proportion d'Aérosil dans un milieu de billes non cohésives entraîne une augmentation de plusieurs degrés des angles d'avalanche et de repos. Cette augmentation est d'autant plus importante que la fraction d'Aérosil est grande. Au delà d'une fraction massique critique, l'excédent de poudre ne semble plus modifier la valeur des angles de déclenchement d'avalanche. L'ajout de Sunsil sur les mêmes particules non cohésives conduit à un comportement radicalement opposé : les angles d'avalanche et de repos sont fortement abaissés. Il existe également une fraction massique critique pour laquelle les angles sont les plus faibles.

- En revanche, l'ajout d'Aérosil à un milieu cohésif entraîne un abaissement spectaculaire des angles traduisant une diminution du frottement inter-particules (Taubmann 1982).

- La réduction des angles d'avalanche et de repos observée lors de l'ajout de Sunsil à des billes de verre se produit pour des fractions massiques ajoutées expérimentalement du même ordre de grandeur que celles calculées théoriquement.

Il a déjà été observé que l'action des agents d'écoulement varie selon le type d'agent d'écoulement utilisé et le matériau dans lequel il est versé. Par exemple, on peut citer Varthalis *et al.* (1977) qui constatent que leur agent d'écoulement joue son rôle lorsqu'il est ajouté à du lactose ou du paracétamol mais n'améliore pas la coulabilité de l'oxytétracycline. Nous présentons dans le paragraphe suivant différents modes d'actions possibles permettant d'expliquer les différences de comportement observées dans nos expériences.

Comment expliquer une telle différence de comportement ?

Les principales différences identifiées entre Aérosil et Sunsil sont les suivantes :

- L'Aérosil est constituée d'amas de particules nanométriques susceptibles de se désagréger. Le Sunsil est constitué de particules d'une dizaine de micromètres sphériques et bien individualisées avec une distribution de tailles.
- L'Aérosil utilisée est fortement hydrophobe, le Sunsil n'a pas montré de comportement particulier vis à vis de l'eau.

Les contacts entre particules peuvent être modifiés de différentes façons suivant l'agent d'écoulement considéré :

- Modification des contacts mécaniques : Supposons que les amas d'Aérosil se désagrègent une fois dans le milieu granulaire. Les pourcentages massiques théoriques d'Aérosil à ajouter aux billes de verre sont très faibles ( $10^{-9}$ - $10^{-7}$  %). Il nous est impossible de mesurer des masses aussi faibles avec le matériel dont nous disposons. On peut supposer que l'augmentation des angles d'avalanche et de repos observés en présence d'Aérosil est simplement liée au fait que les fractions ajoutées sont très supérieures à l'optimum. Un ajout supplémentaire d'agent d'écoulement peut, soit ne pas améliorer l'écoulement (York 1975), soit même dégrader la facilité d'écoulement (Steeneken 1986). Nous pouvons également faire l'hypothèse que l'Aérosil n'a pas d'affinité avec les billes de verre et reste sous forme d'amas isolés au lieu de couvrir les particules (Hollenbach 1983).
- Modification des forces capillaires : Les deux poudres utilisées ont un comportement tout à fait différent vis à vis de l'eau. L'Aérosil est hydrophobe. Tawashi (1968) rapporte les résultats de travaux de 1961 qui montrent que l'ajout d'Aérosil hydrophobe en différentes proportions réduit de façon importante la friction inter-particules. Un ajout de 0.5 % en masse de cet agent d'écoulement réduit la friction entre particule jusqu'à un niveau stable indépendant du taux d'humidité.
- Modification des forces électrostatiques : L'ajout d'Aérosil à des particules de plastique (Diakon) conduit à un abaissement des angles d'avalanche et de repos. L'Aérosil est utilisée dans le domaine industriel pour contrôler la charge électrostatique des poudres. Elle a en effet tendance à acquérir des charges triboélectriques négatives, cette caractéristique étant liée à son état de surface. Le Diakon est constitué de plastique (Polyméthylmethacrylate) susceptible de se charger positivement, l'ajout d'Aérosil neutralise la charge électrique du milieu et facilite ainsi l'écoulement des particules (fabricant Degussa, Hayashi 1969).

## 2.4 Conclusions

Les expériences présentées dans cette partie ont mis en évidence la grande sensibilité du régime d'écoulement intermittent aux caractéristiques des particules étudiées. L'influence de la taille des particules, de leur morphologie et de la largeur de leur répartition granulométrique sur les angles de déclenchement d'avalanche a clairement été mise en évidence. Le régime intermittent en tambour tournant présente des angles similaires pour un type de matériau donné (billes de verre sphériques monodisperses) à condition de conserver des dimensions de tambour en nombre de particules  $D/d$  identiques et des largeurs qui permettent de s'affranchir des effets de parois. En effet, les dimensions du système expérimental (largeur entre les parois et longueur sur laquelle se propage l'avalanche) dans lequel les mesures sont effectuées ont une influence sur les angles observés. Dans la limite des expériences présentées dans ce mémoire, les systèmes semblent être homothétiques.

D'autre part, les propriétés de surface des particules ont été modifiées par ajout d'agents d'écoulement (poudres microniques à nanométriques). La diversité des comportements observés laisse supposer différents types d'interactions entre les particules fines et le milieu

granulaire. Les différences d'affinités avec l'eau, les charges électrostatiques des particules et les agencements géométriques possibles sont à l'origine de la richesse de comportement observée. Ceci rend également l'interprétation des expériences relativement difficile étant donné les différents types d'interactions envisageables et la possibilité de leur combinaison.

### 3 Régime d'écoulement continu

Une partie du travail réalisé pendant cette thèse s'est intéressée à l'étude des transitions de régime d'écoulement. Un ensemble de données expérimentales a été collecté, notamment des mesures de transition entre le régime d'écoulement continu à surface libre plane et le régime d'écoulement continu à surface incurvée (en S) ainsi que des mesures d'angles d'écoulement en régime continu (Figure 51). L'ensemble des mesures est donné en annexe G.

Nous exposons dans une première partie les critères adimensionnels (nombre de Froude) utilisés pour caractériser d'une part, la transition entre régime d'avalanche et régime d'écoulement continu et d'autre part, la transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement à surface incurvée.

Dans une deuxième partie, la dépendance de la transition régime d'écoulement à surface plane et régime d'écoulement à surface incurvée avec les paramètres de contrôle du système est présentée. Les résultats expérimentaux sont confrontés aux modèles existants et notre propre interprétation du phénomène est présentée.

Enfin, une analyse plus détaillée des angles d'écoulement en régime continu est effectuée dans une troisième partie.

#### 3.1 Transitions de régimes d'écoulement : Panorama bibliographique

Différents régimes d'écoulement peuvent apparaître en tambour tournant en fonction de la vitesse de rotation  $w$  du tambour. Mellmann (2001) donne un bon résumé des différents régimes existants :

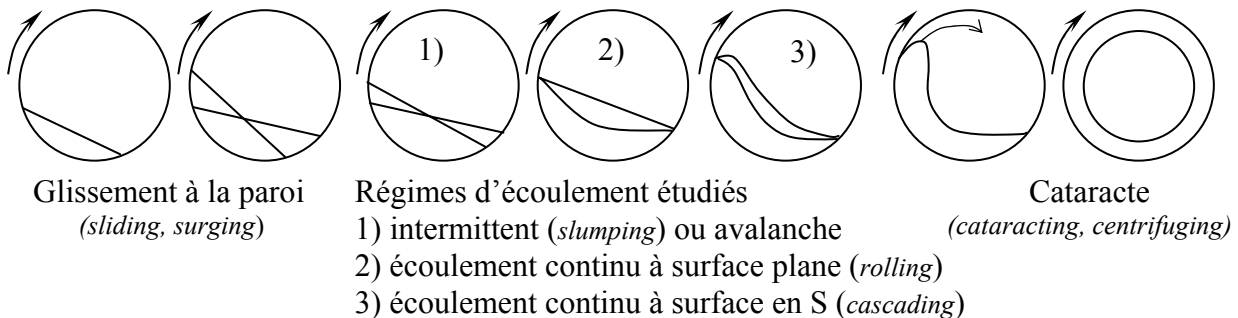


Figure 51 Représentation schématique des différents régimes d'écoulement en tambour tournant. La vitesse de rotation du tambour augmente de gauche à droite.

Le nombre de Froude est communément utilisé pour caractériser les transitions de régime d'écoulement. Cependant ce nombre est fréquemment modifié pour tenir compte d'un ou plusieurs paramètres influant sur la transition de régime. Les quelques exemples suivants montrent cette diversité et la difficulté de choisir le paramètre pertinent décrivant la transition de régime d'écoulement, difficulté notamment liée au nombre important de paramètres indépendants entrant en jeu, outre le nombre de Froude :

- la hauteur de remplissage
- le rapport diamètre du tambour sur diamètre des particules  $D/d$
- les caractéristiques du milieu granulaire utilisé (friction particules/parois, coefficient de friction interne, angles de repos statique et dynamique du matériau...)

Seules les transitions entre régime intermittent et continu et entre régime continu à surface plane et régime continu à surface en S sont considérées dans cette introduction. En effet, les vitesses de rotation explorées (0.6-20 rpm) dans les expériences sont très éloignées des vitesses nécessaires pour obtenir une centrifugation.

### 3.1.1 Transition entre le régime d'écoulement intermittent et régime d'écoulement continu

La transition entre régime d'écoulement continu et régime d'avalanche n'a pas été précisément étudiée dans le cadre de ce travail. Cet aspect du problème n'est donc pas développé expérimentalement. Cependant, de nombreux travaux (Henein 1983a, Ding 2001b, Mellmann 2001, Rajchenbach 1990) se sont intéressés à cette transition. Tous considèrent que le régime d'écoulement continu se produit quand la durée d'une avalanche est égale au temps nécessaire pour que la zone statique alimente la zone d'écoulement.

Henein *et al.* (1983a) se sont intéressés à la construction de diagrammes de régimes d'écoulement en configuration de tambour tournant. Les études expérimentales réalisées ont montré que les régimes observés (intermittent, continu) dépendaient des paramètres suivants :

- rapport du diamètre du tambour  $D$  sur la taille des particules  $d$
- nombre de Froude rotationnel  $Fr$  défini par la relation 9 :

$$Fr = \frac{\Omega^2 R}{g} \quad (9.)$$

$\Omega (=2\pi w/60)$  est la vitesse de rotation angulaire du tambour,  $R$  le rayon du tambour et  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $w$  la vitesse de rotation en tour par minute.

- hauteur de remplissage du système
- propriétés d'écoulement des particules

La conclusion de cette étude est que l'obtention de comportements d'écoulement (transitions de régimes) identiques, lors de l'utilisation de particules de même forme mais de tailles différentes placées dans des tambours de diamètres variables, nécessite de garder une hauteur de remplissage (pour la gamme 0 à 20 %) et un nombre de Froude modifié constants. Le nombre de Froude est dans ce cas défini par :  $[Fr]_{modifié} = [Fr] \times (D/d)^{1/2}$ . Si on compare deux systèmes  $A$  et  $B$  pour une même hauteur de remplissage, la transition de régime se produit quand la relation 10 est vérifiée :

$$[Fr]_A \left[ \frac{D_A}{d_A} \right]^{1/2} = [Fr]_B \left[ \frac{D_B}{d_B} \right]^{1/2} \quad (10.)$$

Cette loi d'échelle ne tient compte que de paramètres géométriques ( $D$  et  $d$ ) du système et de la vitesse de rotation et n'est valable que pour une hauteur de remplissage fixée.

Ces mêmes auteurs développent à la suite de leur travail expérimental un modèle mathématique semi-empirique permettant de prédire les conditions nécessaires à l'apparition de la transition entre régime d'avalanche et régime d'écoulement continu (Henein 1983b). Dans ce calcul, on considère que la transition se produit quand la durée d'une avalanche est égale au temps nécessaire pour que la zone statique alimente la zone d'écoulement. Le nombre de Froude critique  $Fr_c$  pour lequel la transition apparaît s'écrit :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{R}{s} \right) \left( \frac{900\gamma_0^2}{\pi^2} \right) (\sin \eta - \tan \Phi_L \cos \eta) = Fr_c \quad (11.)$$

$R$  est le rayon du tambour,  $s$  est la distance parcourue par le centre de gravité de la masse granulaire dans la zone d'écoulement,  $\gamma_0$  est la différence entre angle de repos et angle d'avalanche,  $\eta$  est la pente moyenne de la trajectoire du centre de gravité de la masse granulaire,  $\Phi_L$  est l'angle de repos. Pour un matériau donné et un tambour de dimensions fixées,  $\eta$  et  $\Phi_L$  sont constants (Figure 52).

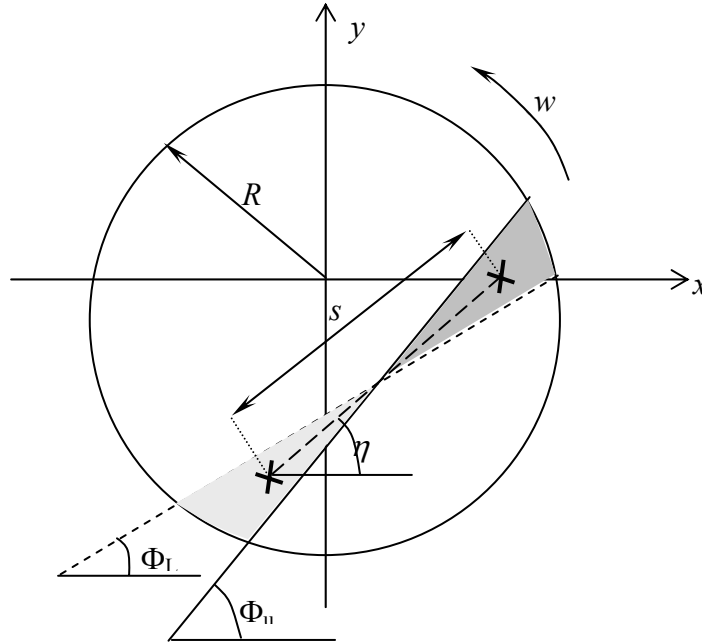


Figure 52 Représentation schématique des notations utilisées par Henein.

Ce modèle mathématique reproduit bien les transitions de régimes observées pour des particules de taille ou de propriétés de surface différentes s'écoulant dans un tambour de taille fixée. La modification de la hauteur de remplissage est également bien reproduite. Cependant, la transition dans deux tambours de tailles différentes est mal représentée.

Récemment, Mellmann (2001) a développé un modèle mathématique, basé sur la même hypothèse que celle formulée par Henein *et al.* Le nombre de Froude critique correspondant au passage d'un régime d'avalanche au régime d'écoulement continu est présenté dans la relation 12. Les propriétés des particules ainsi que la hauteur de remplissage apparaissent dans cette expression :  $\theta$  est l'angle d'écoulement,  $\theta_0$  est l'angle statique de repos,  $\varepsilon$  est l'angle de remplissage défini comme le demi angle du secteur occupé par le milieu granulaire (Figure 53).

$$Fr_c = \frac{3}{2} \left( \frac{\pi(\theta_0 - \theta)}{180} \right)^2 \frac{\sin \theta - \tan(2\theta - \theta_0) \cos \theta}{\sin \varepsilon} \quad (12.)$$

Ding *et al.* (2001b) proposent plus récemment un nouveau nombre de Froude critique déduit d'un modèle théorique. Ce modèle suggère que la transition entre régime d'écoulement intermittent et régime d'écoulement continu se produit quand le temps nécessaire au renouvellement de la totalité du tambour en régime d'écoulement continu est égal au temps nécessaire au renouvellement de la totalité du tambour en régime d'avalanche. Par conséquent, le débit est pris en compte par l'intermédiaire de l'épaisseur de la zone d'écoulement  $\delta m$ . Le nombre de Froude associé à la transition est donné dans les relations 12 et 13.

$$Fr_c = \frac{(1/(t_{br})_r)^2 R}{g} = \frac{R}{(t_{br})_r^2 g} \quad (13.)$$

$R$  est le rayon du tambour,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $(t_{br})_r$  le temps de renouvellement de la totalité des grains en régime d'écoulement continu. Ce temps s'écrit, pour une hauteur de remplissage inférieure à 50 % et en supposant que la densité des particules en écoulement est égale à la densité de l'empilement de grains statique :

$$(t_{br})_r = \frac{2(R^2 \arcsin(L/R) - Lh)}{\Omega(L^2 - 2h\delta_m - \delta_m^2)} \quad (14.)$$

$L$  correspond à la mi-longueur de la surface libre,  $h$  est la distance perpendiculaire à la surface libre qui sépare le centre du tambour de la surface, et  $\delta_m$  est l'épaisseur de la zone d'écoulement mesurée au centre du tambour perpendiculairement à la surface d'écoulement,  $\Omega$  est la vitesse de rotation angulaire du tambour.

Les travaux de Rajchenbach (1990) montrent que la transition entre régime d'écoulement intermittent et continu présente une hystérésis. En augmentant progressivement la vitesse de rotation, le passage du régime d'avalanche au régime continu se produit pour une vitesse de rotation  $w^+$ . En diminuant progressivement la vitesse de rotation, le passage du régime continu au régime intermittent se produit pour une vitesse de rotation  $w^-$  inférieure à  $w^+$ . L'explication suivante est donnée : la transition se produit quand la durée de chute d'un grain devient comparable à l'intervalle de temps qui sépare deux avalanches successives. Ces deux temps caractéristiques de chute de grain sont différents dans le régime continu et dans le régime intermittent, ce qui serait à l'origine de l'existence d'une hystérésis.

### 3.1.2 Transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement en S

L'apparition d'une surface incurvée à plus forte vitesse de rotation a souvent été observée (Orpe 2001, Rajchenbach 1990), cependant peu de travaux de recherche (expérimentaux ou théoriques) ont eu pour objectif la caractérisation de l'apparition du régime d'écoulement continu en S.

Henein (1983a) se base sur un calcul d'équilibre des forces fait au centre de masse du lit de particules (Figure 53).  $F_c$  est la force centrifuge,  $F_n$  la force normale,  $F_g$  le poids du lit de particules et  $F_f$  la force de friction.  $V_0$  est la vitesse initiale d'une particule au début de sa trajectoire parabolique. Le régime d'écoulement en S se produit quand l'angle de remplissage  $\varepsilon$  dépasse une valeur critique ( $\varepsilon = 90 - \theta$ ) et place l'amont de la surface libre sur l'axe des abscisses ( $\alpha = 0$ ) comme indiqué sur la Figure 53.

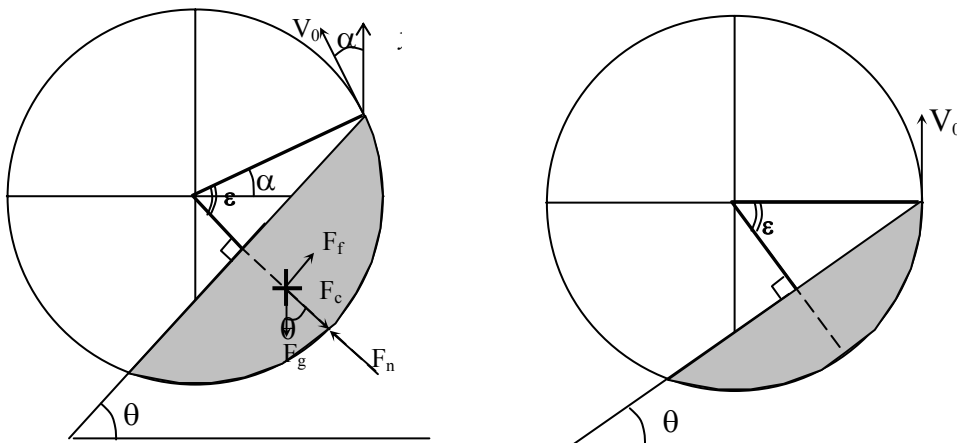


Figure 53 Illustration des conditions d'apparition du régime d'écoulement continu à surface en S.  $\theta$  est l'angle d'écoulement du matériau. Gauche : bilan des forces. Droite : configuration de transition de régime.

Un nombre de Froude critique associé à cette configuration est ensuite déduit :

$$Fr_c = \frac{3}{2} \left[ \frac{\tan \theta}{\mu} - 1 \right] \left[ \frac{\frac{\pi}{2} - \theta}{\cos^2 \theta} - \tan \theta \right] \quad (15.)$$

$\mu$  est le coefficient de friction dynamique du milieu ( $\mu = \tan \theta'$  avec  $\theta'$  l'angle dynamique de repos),  $\theta$  est l'angle théorique de la surface libre résultant du calcul de l'équilibre des forces dans le lit de particules à la transition entre régime continu à surface plane et régime continu à surface en S.

Mellmann (2001) cite Blumberg qui est à l'origine du critère empirique, présenté dans la relation 16, utilisée pour caractériser cette transition.  $Fr$  est le nombre de Froude rotationnel classique,  $D$  le diamètre du tambour et  $d$  le diamètre des particules. Mellmann précise que la validité de cette relation n'a pas été vérifiée dans des rapports  $D/d$  élevés.

$$Fr \left( \frac{D}{d} \right) \approx 2 \quad (16.)$$

Zik *et al.* (1994) décrivent un modèle caractérisant la surface libre du matériau en écoulement dans un repère cartésien. La zone d'écoulement est supposée mince et l'écoulement est laminaire et parallèle à la surface. Un bilan de force entre poids du lit granulaire et friction est écrit. Le matériau granulaire a une densité constante et est traité comme un fluide de viscosité constante. Le résultat conduit à une équation différentielle dont la solution numérique donne une surface libre avec une forme en S caractéristique.

Elperin *et al.* (1998) écrivent les équations de conservation en faisant l'hypothèse d'une zone d'écoulement mince. Une expression de la surface libre est donnée :

$$y(x) = \frac{\frac{8}{7} \left( \frac{\Omega_a}{2} \right)^{6/5} \left[ C_1 - (1-x^2)^{6/5} \right] - \sin \mu \left( \frac{\Omega_a}{2} \right)^{2/5} \left[ C_2 - (1-x^2)^{2/5} \right]}{\cos \mu + \sin \mu} \quad (17.)$$

$C_1$  et  $C_2$  sont des constantes d'intégration déterminées à partir de l'équation de conservation de la masse.  $\Omega_a$  est une vitesse de rotation angulaire du tambour sans dimension (voir partie III relation 58),  $\mu$  est l'angle de friction interne du matériau. La hauteur de la surface libre a un profil bimodal ou unimodal suivant la vitesse angulaire considérée, ce qui correspond à l'existence ou non d'une surface libre en S.

Rajchenbach (1998) et Orpe (2001) observent le régime d'écoulement continu à surface libre en S mais ne réalisent pas de mesures systématiques pour quantifier l'apparition de ce régime. Ce rapide panorama bibliographique concernant la transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement continu à surface en S montre qu'à l'heure actuelle, nous disposons donc de peu de données expérimentales permettant de confirmer les prédictions des modèles.

### 3.2 Transition régime d'écoulement continu à surface plane / régime d'écoulement continu à surface incurvée : expériences

Dans le régime d'écoulement continu, nous pouvons faire la distinction entre deux cas. A faible vitesse de rotation, le profil de la surface libre est une ligne droite (Figure 51). L'augmentation de la vitesse de rotation entraîne une déformation de la surface libre qui

s'incurve et adopte une forme en S de plus en plus marquée. La valeur de la vitesse de rotation pour laquelle s'effectue le changement de mode d'écoulement est notée  $w_c$  dans le reste du mémoire.

Après une description de la méthode utilisée pour caractériser expérimentalement la transition de régime d'écoulement, nous présentons la dépendance de cette transition avec les paramètres de contrôle du système : taille des particules, largeur et diamètre du tambour, vitesse de rotation.

### 3.2.1 Caractérisation de la transition

La détermination de la vitesse de rotation pour laquelle la transition entre régime d'écoulement à surface plane et régime d'écoulement à surface incurvée se produit, est subjective. A partir de quel moment pouvons-nous considérer que la surface libre n'est plus plane ? Nous avons choisi un critère qui permet d'avoir une estimation plus précise de la vitesse de rotation pour laquelle cette transition se produit. Deux angles (minimal  $\theta_{min}$  et moyen  $\theta_{moy}$ ) sont mesurés pour chaque expérience (Figure 54) :

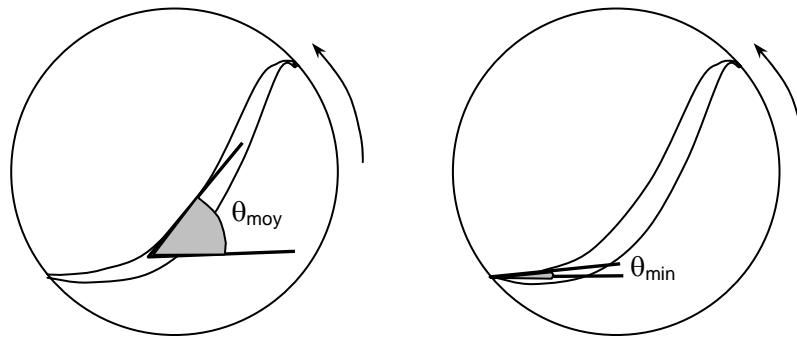


Figure 54 Mesures des angles en régime d'écoulement continu à surface libre en S.

On considère que la transition se produit quand les deux angles  $\theta_{min}$  et  $\theta_{moy}$  ne sont plus identiques, c'est à dire que leur différence devient non nulle.

La Figure 55 rassemble l'ensemble des mesures expérimentales brutes effectuées dans une série d'expériences ( $D=20$  cm,  $l=2$  cm,  $d= 150-250 \mu\text{m}$ ,  $500-630 \mu\text{m}$ ,  $1-1.4$  mm, et  $2$  mm, hauteur de remplissage de  $50\%$ ). L'évolution des angles  $\theta_{min}$  et  $\theta_{moy}$  est représentée en fonction de la vitesse de rotation pour les quatre types de particules utilisées. La Figure 55 met bien en évidence la transition de régime d'écoulement et la validité de la méthode employée pour différentes expériences. Un seul angle est observé pour des vitesses de rotation inférieures ou égales à  $5$  rpm alors que pour des vitesses supérieures à cette valeur, deux angles d'écoulement sont définis. La transition de régime s'opère pour une vitesse de rotation comprise entre  $1$  et  $5$  rpm, ce qui correspond à la division d'une droite en deux branches distinctes. D'autre part, ces données montrent une dépendance linéaire des angles mesurés avec la vitesse de rotation.

Dans certains cas, il est possible d'observer le régime d'écoulement à surface incurvée pour de très faibles valeurs de la vitesse de rotation. L'accès au régime d'écoulement à surface plane est difficile car le dispositif expérimental ne nous permet pas d'utiliser des vitesses de rotation inférieures à  $1$  rpm environ pour des raisons de régularité de mouvement. L'estimation de la vitesse de rotation pour laquelle on change de régime est parfois délicate. L'utilisation des graphiques représentant l'évolution de la différence entre les deux angles  $\theta_{moy}$  et  $\theta_{min}$  en fonction de la vitesse de rotation permet une estimation plus aisée de  $w_c$ . En effet, l'écart entre les deux angles (appelée également *delta angle*) augmente de façon linéaire avec  $w$ , ce qui permet d'extrapoler dans certains cas la valeur de la vitesse de rotation critique pour lequel on passe d'un delta angle nul à un delta angle non nul (Figure 56). Une régression



linéaire est appliquée à l'ensemble des données. Les points  $\Delta \text{angle} = 0$  ne sont pas pris en compte dans la régression. On calcule alors l'intersection de la droite avec l'axe des abscisses, ce qui nous donne une estimation de la vitesse de rotation à laquelle se fait la transition de régime. Les  $w_c$  tracés dans l'ensemble des graphiques présentés dans ce mémoire ont été déterminés par cette méthode.

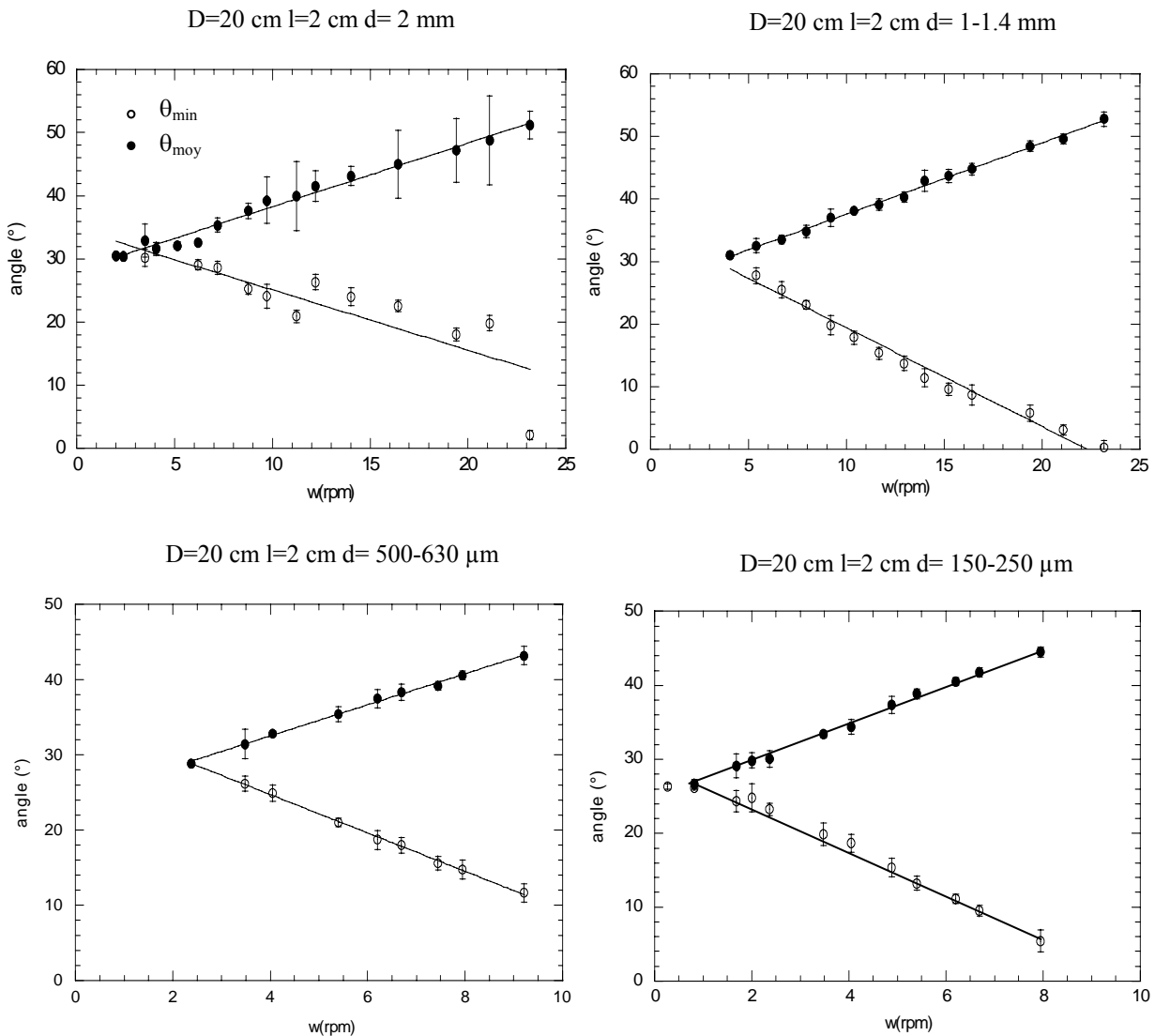


Figure 55 Angles mesurés en fonction de la vitesse de rotation pour un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de diamètres variables.

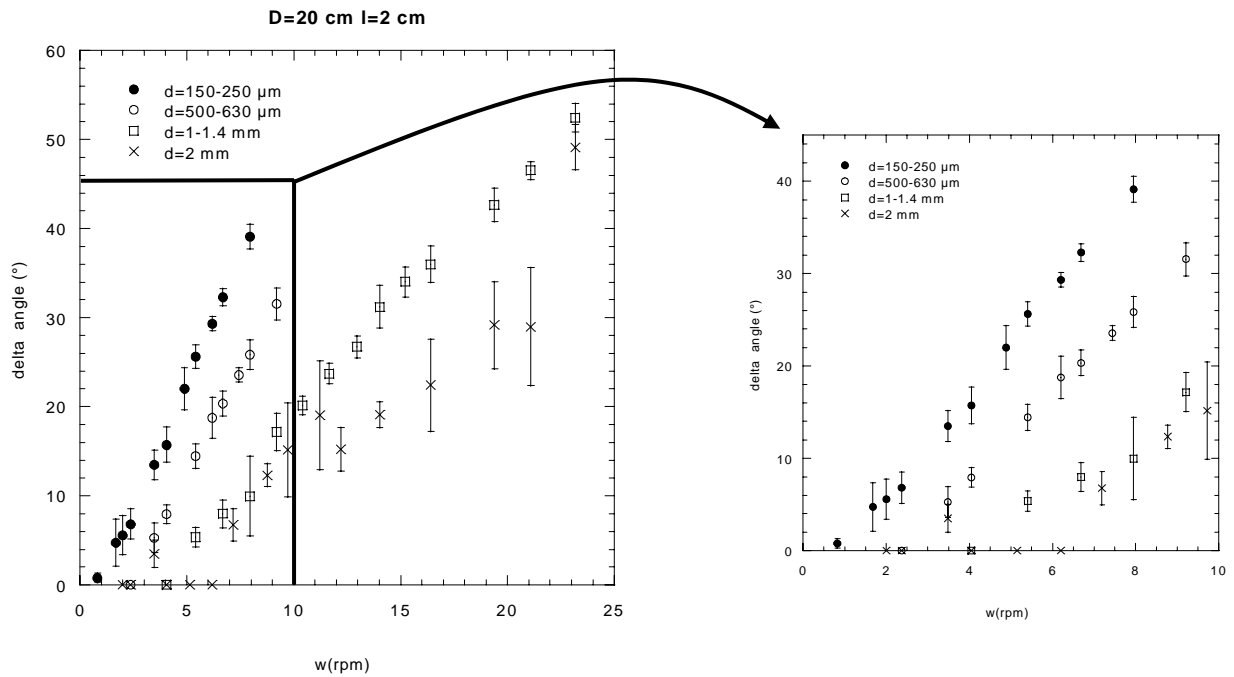


Figure 56 Delta angle en fonction de la vitesse de rotation pour un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large rempli à 50% de billes de diamètre variable.

Dans ce travail, trois diamètres de tambours (5.6, 12 et 20 cm) et quatre diamètres de particules (150-250  $\mu\text{m}$ , 500-630  $\mu\text{m}$ , 1-1.4 mm, 2 mm) ont été utilisés (Tableau 11).

d (mm)	D=20 cm, l=4 cm	D=20 cm, l=2 cm	D=12 cm, l=2.4cm	D=5.6 cm, l=1.1cm
2	D/d=100, l/d=20			
1-1.4		D/d=100, l/d=16	D/d=100, l/d=20	
0.5-0.63		D/d=357, l/d=35	D/d=214, l/d=42	D/d=100, l/d=19
0.15-0.25		D/d=1000, l/d=100		

Tableau 11 Caractéristiques géométriques des expériences réalisées dans le but d'étudier la transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement continu à surface incurvée.

Les paramètres géométriques du système pouvant expliquer les différences d'angles et de vitesse de rotation critique pour les différents lots de particules considérés, sont les suivants :

- largeur du tambour
- diamètre du tambour
- caractéristiques des particules

Comme nous l'avons déjà fait dans le paragraphe 2, l'analyse de l'influence respective de ces paramètres est présentée dans la suite de ce travail.

### 3.2.2 Résultats expérimentaux

#### Influence de la largeur du tambour

Nous avons vu en régime d'écoulement intermittent que l'écart entre les parois pouvait modifier de plusieurs degrés les angles observés. Avant de poursuivre notre étude, il est nécessaire de nous affranchir de cet effet « parasite ». Pour ce faire, un anneau de 20 cm de diamètre et d'une largeur variant entre 1 et 6 cm ( $l/d$  variant de 5 à 30), rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm est utilisé. La différence entre les deux angles est présentée en fonction de la vitesse de rotation sur la Figure 57.

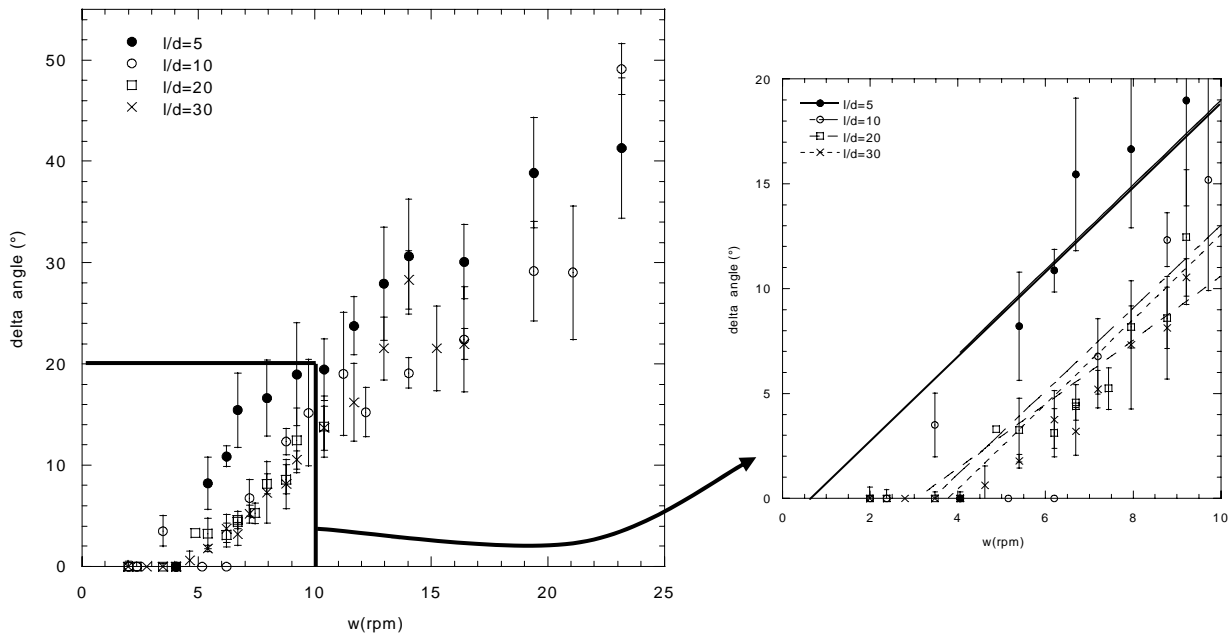


Figure 57 Evolution de la différence d'angles en fonction de la vitesse de rotation du tambour et de sa largeur.  $D=20\text{ cm}$ ,  $d=2\text{ mm}$ .

La transition entre le régime d'écoulement continu à surface plane et le régime d'écoulement continu à surface incurvée semble apparaître plus tôt dans le système de largeur  $l/d=5$  que dans les autres. Néanmoins, étant donné la dispersion des valeurs, les résultats fournis par les régressions linéaires sont à considérer avec précaution. Une tendance peut être extraite mais il semble difficile de déterminer avec précision la vitesse de rotation pour laquelle a lieu le changement de régime. Pour un rapport  $l/d$  supérieur à 10, la transition se produit pour une vitesse de rotation comprise entre 3 et 4 rpm.

Mellmann (2001) a observé l'influence des parois sur l'apparition d'une surface libre en S. La transition de régime est mesurée à la paroi et comparée à des mesures effectuées au centre du tambour où le milieu n'est pas perturbé. Dans ces expériences, les rapports  $l/D$  (longueur sur diamètre du tambour) sont supérieurs à 0,3. Les expériences sont réalisées avec des particules de  $240\text{ }\mu\text{m}$  dans un tambour de  $20\text{ cm}$  de diamètre dont la hauteur de remplissage varie entre 10 % et 30 %. La transition de régime d'écoulement se produit plus tôt à la paroi qu'au centre. Dans les expériences que nous avons réalisées, les tambours restent étroits si bien qu'on estime que l'angle mesuré à la paroi est identique à celui que nous pourrions mesurer au centre du tambour (Partie I). La transition de régime observée à la paroi se produit donc pour la même vitesse de rotation au centre du tambour.

### Tableau récapitulatif

Nous présentons les vitesses de rotation critiques correspondant à la transition entre régime d'écoulement à surface plane et régime d'écoulement à surface incurvée pour l'ensemble des expériences réalisées dans le Tableau 12. Ces résultats sont étudiés en détail dans la suite de la partie II.

On constate que les vitesses de rotation critiques  $w_{c2}$  obtenues par régression linéaire sur les courbes représentant l'évolution de delta angle en fonction de la vitesse de rotation donnent des résultats cohérents avec les gammes de valeurs de rotation critiques  $w_c$  estimées expérimentalement, excepté pour le cas  $D=20\text{ cm}$ ,  $l=1\text{ cm}$  et  $d=2\text{ mm}$ . Dans ce rapport, les  $w_c$  considérées correspondent à  $w_{c2}$ .

$D$ (cm)	$l$ (cm)	$d$ (mm)	$w_{c1}$ (rpm)	$w_{c2}$ (rpm)
20	1	2	4.05 à 5.4	-0.71
20	2	2	2.37 à 3.48	2.82
		1-1.4	4 à 5.4	3.19
		0.500-0.630	2.37 à 3.48	2.27
		0.150-0.250	0.27 à 0.82	0.93
20	4	2	4.05 à 4.88	4.21
20	6	2	4.05 à 4.62	4.57
12	2.4	1-1.4	6.69 à 7.19	5.48
		1.19	7.19 à 7.95	7.73
		0.56	3.48 à 4.05	2.67
5.6	1.1	0.500-0.63	10.24 à 10.67	9.96
		0.56	9.21 à 10.4	7.72

Tableau 12 Valeurs de vitesses de rotation critiques correspondant à la transition entre régime d'écoulement à surface plane et régime d'écoulement à surface incurvée.  $w_{c1}$  est déduit des observations expérimentales,  $w_{c2}$  est déduit de la régression linéaire appliquée aux points delta angle différent de 0.

### Influence de la taille du tambour

Nous testons désormais l'influence de la taille du tambour sur l'apparition d'une surface libre en S. Les systèmes étudiés dans ce paragraphe ont des largeurs égales ou supérieures à 16 particules. D'après les résultats présentés dans le paragraphe 2.1.1, on considère que les effets de parois n'ont pas d'influence sur les angles d'écoulement dans les gammes de largeur étudiées.

Pour des billes de diamètre  $d=500-630 \mu\text{m}$  placées dans des tambours de différents diamètres, la transition se produit à des vitesses de rotation d'autant plus faibles que la taille du tambour est grande (Figure 58).

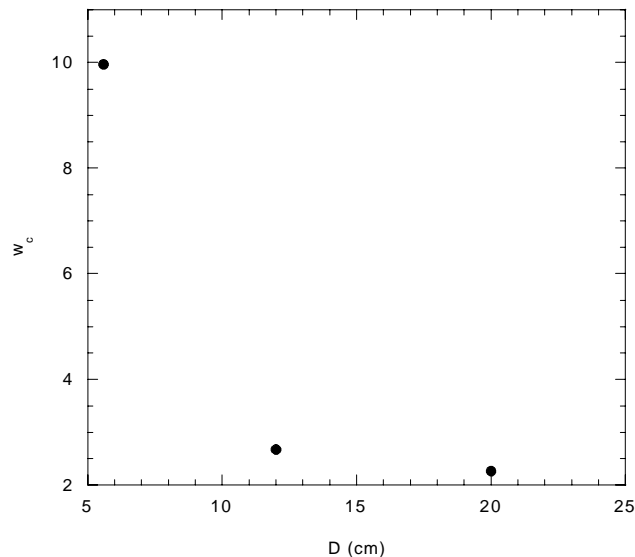


Figure 58 Evolution de la vitesse de rotation critique en fonction du diamètre du tambour pour des particules de 500-630 $\mu\text{m}$  de diamètre.

### Influence de la taille des particules

Nous avons observé que pour une taille de tambour fixée, la transition de régime d'écoulement ne se produit pas aux mêmes vitesses de rotation pour tous les types de particules. Les données sont donc ré-analysées en représentant la vitesse de rotation critique en fonction de la taille des particules placées dans des tambours de 20 et 12 cm de diamètre.

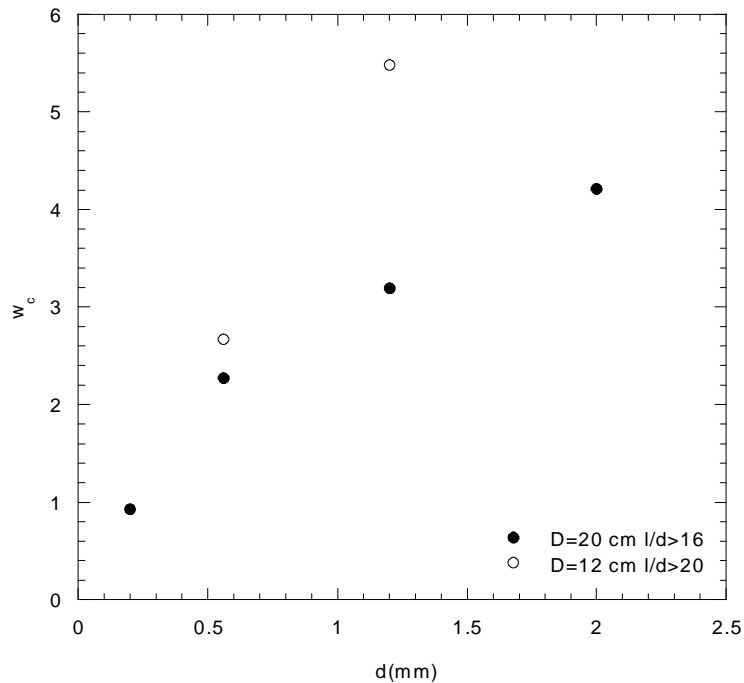


Figure 59 Evolution de la vitesse de rotation critique en fonction du diamètre de particule considéré pour des tambours de diamètre fixé.

On observe sur la Figure 59 que la vitesse de rotation critique de transition de régime est d'autant plus élevée que le diamètre des particules est grand, et ceci, quelle que soit la taille de tambour choisie. On peut imaginer que ce comportement pourrait être uniquement lié au fait que les particules considérées ne sont pas comparables en terme de distribution granulométrique. En effet, nous avons vu que les propriétés des particules (distribution granulométrique, forme) ont un effet important sur les angles d'avalanche et de repos dans le régime intermittent. Nous comparons dans le paragraphe suivant les transitions de régimes observées lors de l'utilisation de particules polydisperses et monodisperses.

#### Remarque : Influence des propriétés des particules

Nous avons vu dans le paragraphe 2 consacrée au régime d'écoulement intermittent que les angles sont fortement dépendants de la distribution granulométrique et de la morphologie des particules. Il semblerait ici que les particules 500-630  $\mu\text{m}$  aient une capacité à s'écouler beaucoup moins bonne que les particules de 2 mm. C'est pour cette raison que la transition entre régime continu à surface plane et à surface en S a été étudiée dans les mêmes systèmes mais en utilisant des particules monodisperses et sphériques comparables aux billes de 2 mm.

On constate sur la Figure 60 et dans le Tableau 12 que l'utilisation de particules monodisperses et sphériques n'entraîne pas de modification radicale du comportement du milieu granulaire. La taille des barres d'erreur rend difficile l'extraction d'une tendance de comportement. Dans les systèmes homothétiques, la transition reste toujours d'autant plus tardive que le diamètre des particules est petit.

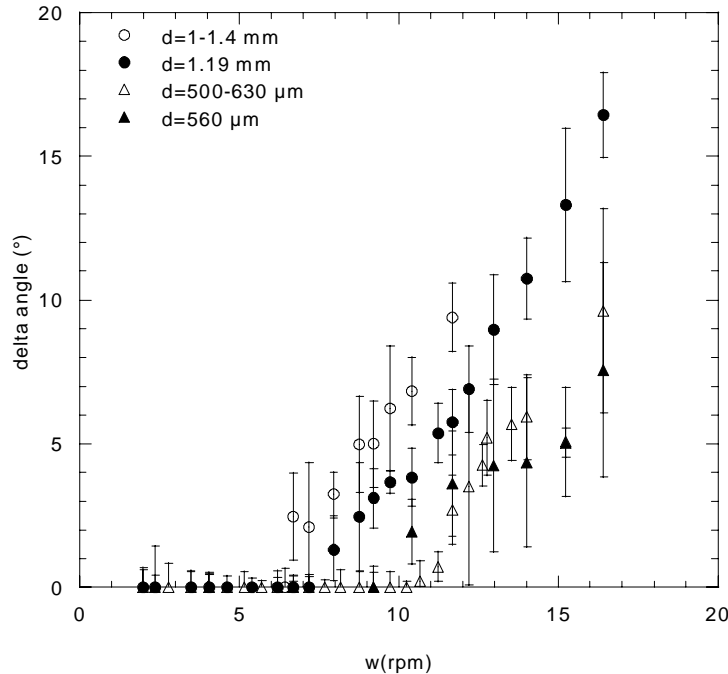


Figure 60 Positionnement de la transition entre le régime d'écoulement continu à surface plane et le régime d'écoulement continu à surface en S dans des systèmes homothétiques :  $D/d=100$ ,  $l/d=20$ . Comparaison du comportement de particules polydisperses et de particules monodisperses et sphériques.

L'ensemble de ces résultats montre que la transition de régime d'écoulement dépend de nombreux paramètres. Après avoir considéré les données en terme de nombre de Froude et avoir testé les théories présentées dans le paragraphe 3.1, nous présenterons une explication possible pour l'apparition d'une surface libre incurvée.

### 3.2.3 Confrontation aux modèles existants

#### Modèle à une particule : le nombre de Froude

Le nombre de Froude correspond au rapport des forces centrifuges et des forces de gravité. Nous rappelons son expression dans la relation 18 :

$$Fr = \frac{\Omega^2 R}{g} \quad (18.)$$

$\Omega$  est la vitesse de rotation angulaire ( $\Omega=2\pi w/60$ ) du tambour de rayon  $R$ ,  $g$  est l'accélération de la pesanteur. La centrifugation est obtenue pour un nombre de Froude égal à 1. Une des explications communément admise pour expliquer l'apparition d'une surface incurvée consiste à dire que cette déformation de la surface libre apparaît quand les effets de centrifugation commencent à influencer l'écoulement. On s'attend dans ce cas à ce que le régime d'écoulement continu à surface incurvée apparaisse pour un nombre de Froude constant, inférieur à 1.

En considérant un diamètre du tambour fixe ( $D=20$  cm), la force centrifuge que subit une particule à la paroi est la même dans les quatre expériences présentées sur la Figure 61.

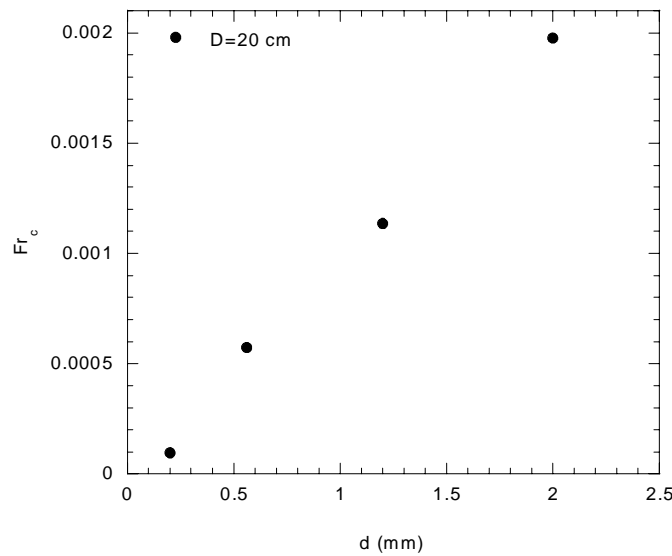


Figure 61 Evolution du nombre de Froude critique en fonction de la taille des particules placées dans un tambour de 20 cm de diamètre.

On constate que la transition de régime se produit d'autant plus tôt que le diamètre des particules utilisées est petit et non pour un nombre de Froude constant. D'autre part, les nombres de Froude correspondant à la transition de régime sont de l'ordre de  $10^{-3}$ , c'est à dire très éloignés du nombre de Froude pour lequel la centrifugation apparaît.

Il serait possible d'expliquer cette tendance par la différence de taille des particules : la vitesse de rotation nécessaire à la centrifugation d'une grosse particule est supérieure à celle d'une petite car le centre de masse de la particule se trouve à  $(D/2-d/2)$ . Le rayon effectif à considérer dans le calcul du nombre de Froude  $(D/2-d/2)$  est donc inférieur pour une grosse particule que pour une petite. En réalité, cette différence est négligeable car les particules sont très petites comparées au rayon du tambour. L'existence d'une transition à environ 1 rpm pour les billes 150-250  $\mu\text{m}$  et 3 rpm pour les particules millimétriques n'est donc pas uniquement reliée à des effets de centrifugation. La dépendance de la vitesse de rotation critique, correspondant à la transition de régime, avec la taille des particules a également été observée par Henein (1983a).

Il est également possible de vérifier la validité du critère de transition de régime basé sur le nombre de Froude en considérant les expériences pour lesquelles la taille des particules est constante (500-630  $\mu\text{m}$ ) et le diamètre du tambour variable (5.6, 12 et 20 cm). On constate alors que le nombre de Froude critique de transition de régime est d'autant plus grand que la taille du tambour est petite (Figure 62 gauche).

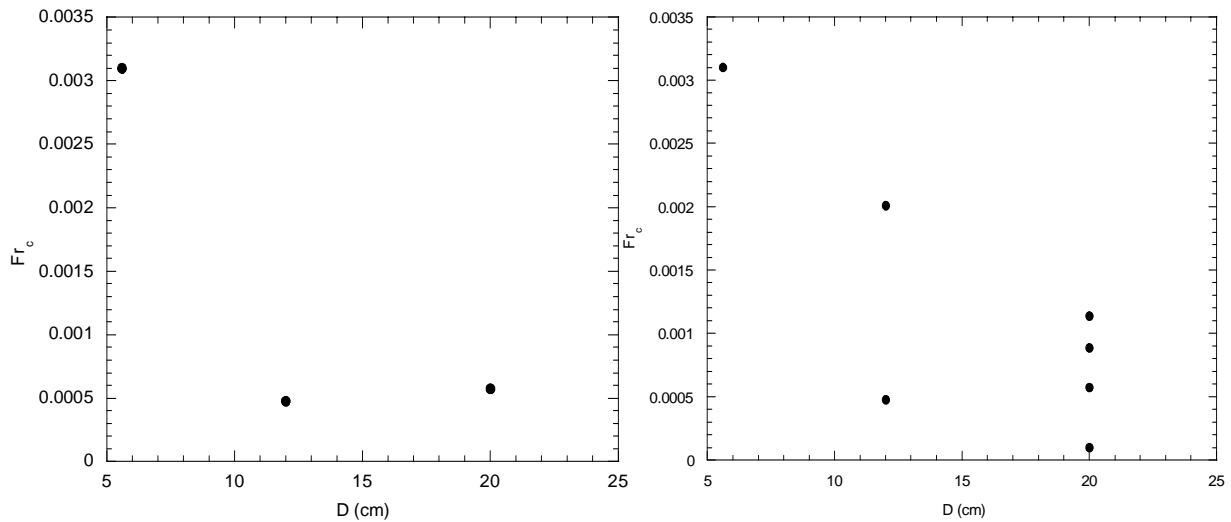


Figure 62 Evolution du nombre de Froude critique correspondant à la transition de régime d'écoulement en fonction de la taille du tambour. Les particules considérées ont un diamètre de 500-630  $\mu\text{m}$  sur la figure de gauche. Droite : toutes les tailles de particules sont représentées sans distinction.

L'ensemble de ces résultats montre que la transition de régime d'écoulement ne se produit pas pour un nombre de Froude constant.

### Modèle à une particule : Trajectoire balistique

Une seconde approche consiste à considérer que dans le régime d'écoulement en S, la particule n'est pas centrifugée mais elle suit une trajectoire balistique comme le suggère la Figure 63.

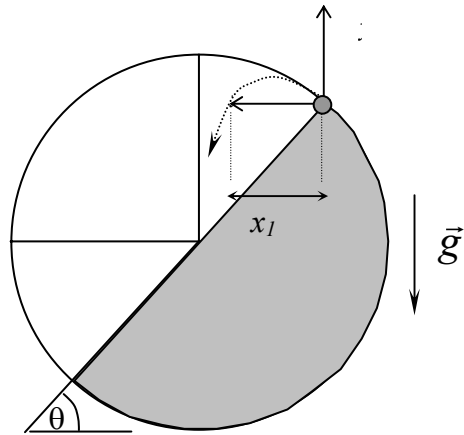
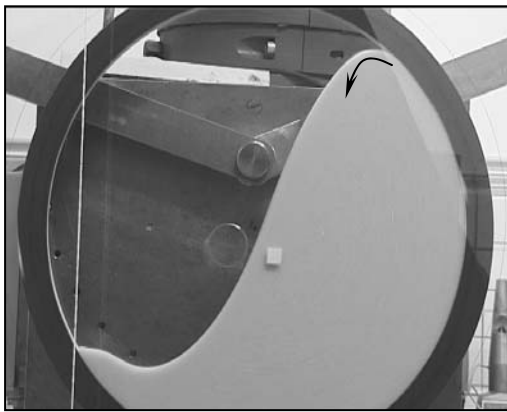


Figure 63 Photographie du régime d'écoulement continu à surface en S observé en tambour tournant.

On suppose que la transition en S se produit quand la vitesse initiale de la particule qui arrive dans la zone d'écoulement est non négligeable. De ce fait, la forme de la surface libre est gouvernée par la trajectoire balistique des particules situées contre la paroi du tambour. Nous vérifions donc cette hypothèse dans ce modèle en calculant l'équation de la trajectoire balistique d'une particule. Le repère utilisé est représenté sur la Figure 63. Une particule située à la paroi du tambour est animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré et d'une vitesse initiale  $v_0 = \Omega R$  lorsqu'elle arrive à la surface libre. La position de la particule est caractérisée par deux composantes ( $x$  et  $y$ ) qui s'écrivent :

$$x = x_0 + \Omega R \sin \theta \cdot t \quad (19.)$$



$$y = y_0 + \Omega R \cos \theta \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

En plaçant l'origine des axes à l'endroit où la particule se détache de la paroi, on a  $x_0=0$  et  $y_0=0$ .

On exprime  $t$  qui est réinjecté dans l'expression de  $y$  :

$$t = \frac{x}{\Omega R \sin \theta} \quad (20.)$$

$$y = \frac{x}{\tan \theta} - \frac{g}{2\Omega^2 R^2 \sin^2 \theta} x^2 \quad (21.)$$

On peut calculer la valeur  $x_1$  pour laquelle la trajectoire de la particule recoupe l'axe des abscisses :

$$x_1 = \frac{2\Omega^2 R^2 \sin^2 \theta}{g \tan \theta} \quad (22.)$$

Si on réalise le calcul de  $x_1$  pour l'ensemble des expériences en prenant  $\Omega=\Omega_c$  et  $\theta$  l'angle de la surface libre au moment du changement de régime, on obtient les résultats résumés dans le Tableau 13 :

D (cm)	l (cm)	d (mm)	$x_1$ (cm)	$x_1/D$ (%)	$x_1/d$
20	2	2	0.007	0.038	0.038
-	2	1-1.4	0.010	0.050	0.084
-	2	0.500-0.630	0.004	0.024	0.086
-	2	0.150-0.250	0.0007	0.004	0.03
-	4	2	0.016	0.084	0.084
-	6	2	0.019	0.095	0.095
12	2.4	1-1.4	0.010	0.053	0.089
-	2.4	1.19	0.021	0.106	0.177
-	2.4	0.500-0.630	0.023	0.011	0.042
5.6	1.1	0.500-0.630	0.007	0.039	0.139
-	1.1	0.560	0.004	0.022	0.080

Tableau 13 Valeur de  $x_1$  à la transition entre régime d'écoulement à surface plane et à surface incurvée.

Ces calculs montrent que, à la transition, les trajectoires balistiques des particules ont une portée horizontale de l'ordre de  $1/10^{\text{ème}}$  de mm. Il faudrait des vitesses de rotation du tambour dix fois plus importantes que celles observées pour que les trajectoires balistiques des particules deviennent non négligeables par rapport à la dimension du tambour. Il semble donc assez difficile d'utiliser le critère présenté ici pour prévoir l'apparition d'une surface incurvée.

## Modèle de Henein

Henein *et al.* (1983a) ont défini l'expression du nombre de Froude critique correspondant à la transition pour un tambour rempli à moins de 50 %. Nous rappelons l'expression du nombre de Froude critique correspondant à la transition (relation 23). Pour un remplissage égal à 50 %, des surfaces libres planes ont été observées, ce que ne prédit pas ce modèle. Nous pouvons néanmoins vérifier si cette relation permet d'obtenir les tendances de comportement observées.

$$Fr_c = \frac{3}{2} \left[ \frac{\tan \theta}{\mu} - 1 \right] \left[ \frac{\frac{\pi}{2} - \theta}{\cos^2 \theta} - \tan \theta \right] \quad (23.)$$

Nous pouvons estimer que  $\theta$  correspond à l'angle de la surface libre par rapport à l'horizontale au moment où la transition de régime se produit. Il est généralement de l'ordre de  $30^\circ$ . En prenant cette valeur de  $\theta$  et en considérant que la transition s'opère pour des nombres de Froude de l'ordre de  $10^{-3}$ , le calcul conduit à une valeur de  $(\tan \theta / \mu)$  de 1.001. Ceci signifie que  $\mu$  et  $\tan \theta$  doivent s'ajuster à trois décimales près pour obtenir des nombres de Froude critiques dont les ordres de grandeurs sont identiques à ceux observés expérimentalement...

### Modèle d'Elperin

Si on utilise le modèle d'Elperin *et al.* (1998), le profil de la surface libre dépend de la vitesse de rotation du tambour et de l'angle de friction interne du matériau (relation 17). Dans le cas de l'utilisation de billes de verre, on peut considérer que  $\mu$  est constant. Le profil de la surface libre ne devient alors dépendant que de la vitesse de rotation. La transition de régime d'écoulement devrait donc se produire pour une vitesse de rotation donnée quel que soit le système considéré, ce qui est en contradiction avec nos mesures expérimentales. Il faut noter que la relation 17 considère deux constantes  $C1$  et  $C2$  dont nous ne connaissons pas exactement le contenu.

### Relation empirique : Critère de Blumberg

D'autre part, l'utilisation du critère empirique défini par Blumberg dans la relation 16 n'est pas adaptée, comme l'a observé également Mellmann.

Mellmann (2001) trace l'évolution du critère de Blumberg en fonction de la hauteur de remplissage pour un tambour de taille donnée. La Figure 64 de gauche présente le produit  $Fr_c \times (D/d)$  correspondant à la transition de régime en fonction du rapport  $D/d$ . La ligne horizontale correspond au critère de Blumberg ( $Fr_c(D/d)=2$ ). La gamme de variation de nos points expérimentaux est identique à celle de Mellmann. La Figure 64 de droite présente  $Fr_c \times (D/d)$  en fonction du diamètre des particules pour les expériences réalisées dans un tambour de 20 cm de diamètre. On note que la dispersion des points expérimentaux est réduite en comparaison avec la Figure 61. Dans ce cas, la transition de régime se produit pour  $Fr_c \times (D/d) \approx 0.1-0.2$ .

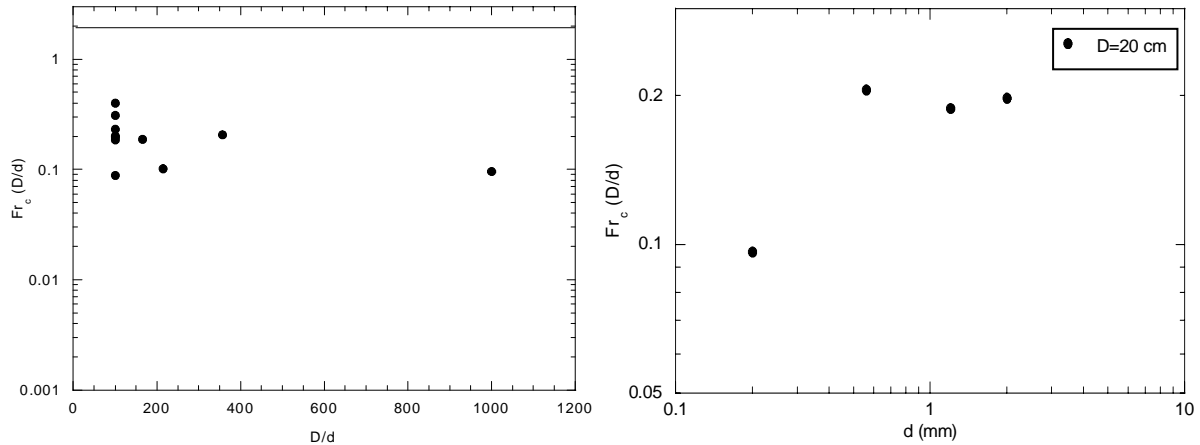


Figure 64 Gauche : Evolution du nombre de Froude critique calculé d'après le critère de Blumberg en fonction du rapport  $D/d$  exploré dans nos expériences. Droite : Evolution du critère de Blumberg en fonction du diamètre des particules ( $D=20$  cm).

### 3.2.4 Notre interprétation

Nous avons choisi d'analyser la transition en terme de possibilité d'ajustement des paramètres d'écoulement (épaisseur de zone d'écoulement, angle d'écoulement) en fonction des dimensions du système et du débit imposé.

Considérons le trajet typique d'une particule dans un tambour tournant (Figure 65) : lorsqu'elle se trouve dans la zone statique, la particule se déplace avec la paroi du tambour (1). Lors de son arrivée dans la zone d'écoulement, celle-ci s'écoule à la surface libre en accélérant (2), elle atteint une vitesse maximale approximativement au centre du tambour (3) puis décélère (4) jusqu'à ce qu'elle soit reprise dans la zone statique.

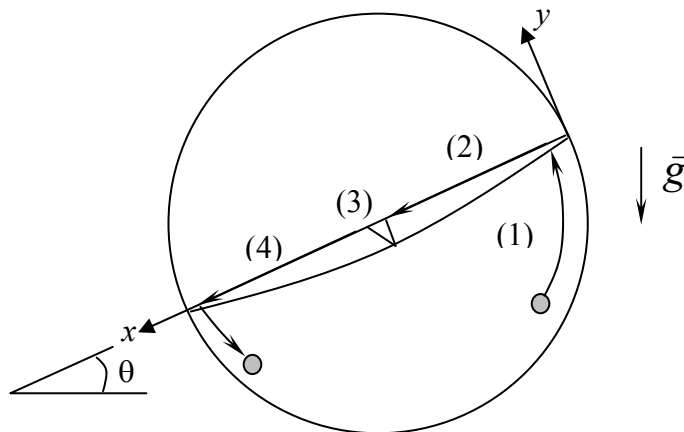


Figure 65 Illustration du trajet typique d'une particule dans un tambour tournant.

### Définition du critère de transition de régime

Existe-t-il une accélération maximale que peut subir une particule s'écoulant à la surface libre ? La réponse à cette question est oui : en effet, une particule s'écoulant sur un plan incliné d'un angle  $\theta$  ne peut pas avoir une accélération supérieure à  $g \sin \theta$ . Si on tient compte du frottement solide, cette valeur maximale théorique d'accélération est réduite à une valeur inférieure à  $g \sin \theta$ . Le but du calcul présenté est de vérifier si cette limite théorique d'accélération est la cause de l'apparition d'un régime d'écoulement à surface libre en S.

Dans ces conditions, la transition de régime devrait se produire pour :

$$\frac{a}{g \sin \theta} = 1 \quad (24.)$$

La valeur du critère présenté dans la relation 24 est surestimée, on s'attend à ce que la transition se produise pour une valeur inférieure à 1.

Expression générale de  $\Omega_c$

L'équation d'un objet animé d'un mouvement rectiligne subissant une accélération  $a$  constante et avec vitesse initiale nulle s'écrit :

$$x = \frac{at^2}{2} \quad (25.)$$

La particule atteint une distance  $R$  après un temps de parcours de :

$$t_a = \sqrt{\frac{2R}{a}} \quad (26.)$$

Au centre du tambour, la particule atteint donc une vitesse  $V_{max}=at$ , soit :

$$V_{max} = at_a = \sqrt{2aR} \quad (27.)$$

$V_{max}$  correspond à la vitesse maximale des particules à la surface libre au centre du tambour.

D'autre part, on peut estimer la vitesse maximale des particules au centre du tambour comme le rapport du débit  $Q$  sur l'épaisseur  $h$  de la zone d'écoulement. Dans un tambour tournant à une vitesse de rotation angulaire  $\Omega$ , le débit est estimé par  $1/2\Omega R^2$ . On suppose ici que le gradient de vitesse est linéaire, ce qui implique  $V_{max}=2 V_{moy}$ .

$$Q = h.V_{moy} = h \frac{V_{max}}{2} = \frac{\Omega R^2}{2} \quad (28.)$$

On déduit alors une expression de la vitesse maximale des particules au centre du tambour.

$$V_{max} = \frac{\Omega R^2}{h} \quad (29.)$$

En écrivant l'égalité des vitesses dans les relations 27 et 29, on déduit une expression générale de la vitesse de rotation critique correspondant à la transition de régime :

$$\boxed{\Omega_c = \sqrt{\frac{2h^2 a}{R^3}}} \quad (30.)$$

Détermination expérimentale du critère de transition de régime

Les données expérimentales dont nous disposons permettent d'estimer la vitesse maximale atteinte par les particules au centre du tambour, à la surface libre, au moment de la transition de régime d'écoulement. L'évolution de la vitesse maximale des particules à la surface libre

en fonction de la vitesse de rotation du tambour est représentée sur la Figure 66. La ligne en pointillés représente les vitesses maximales des particules quand la vitesse de rotation critique de transition de régime est atteinte. Les épaisseurs de zone d'écoulement  $h$  utilisées dans les calculs sont déduites des courbes d'évolution  $h=f(w)$  que nous verrons dans la partie III (Annexe J).

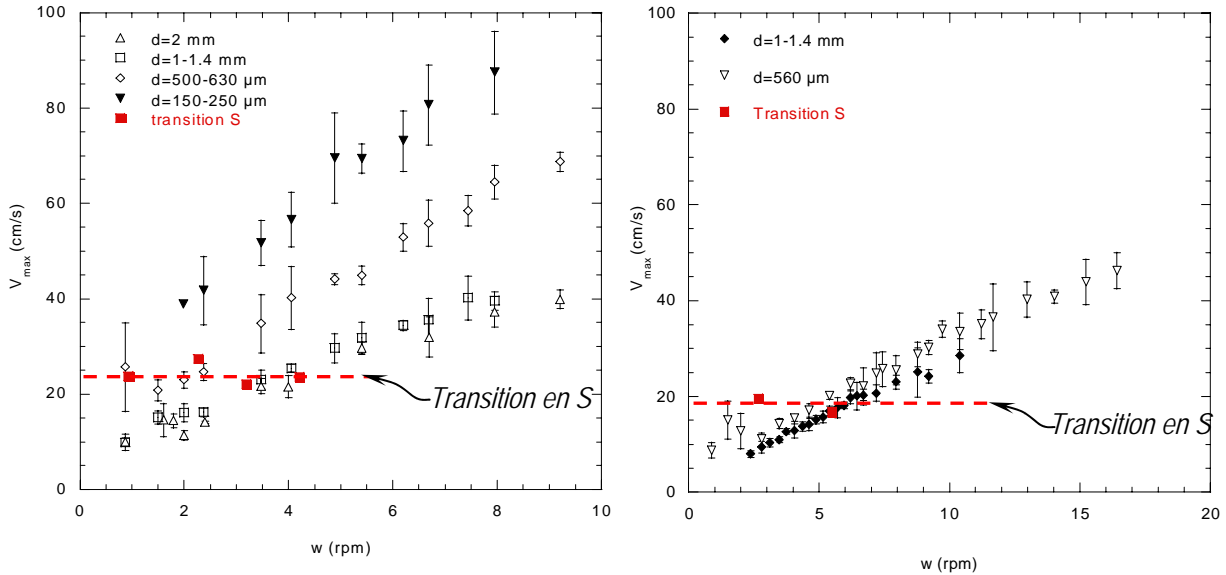


Figure 66 Evolution de la vitesse maximale des particules au centre du tambour en fonction de la vitesse de rotation du tambour. Gauche :  $D=20$  cm. Droite :  $D=12$  cm. La ligne en pointillés donne les valeurs de vitesses maximales des particules pour lesquelles la transition de régime se produit.

On constate que la transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement continu à surface incurvée se produit quand les particules ont atteint une vitesse maximale de l'ordre de 25 cm/s au centre du tambour de 20 cm et 19 cm/s au centre du tambour de 12 cm. Au vu de ces résultats, on vérifie l'hypothèse que la transition de régime se produit effectivement pour une vitesse maximale d'écoulement donnée.

A la transition de régime, l'angle  $\theta$  de la surface libre est connu. La vitesse maximale correspondante est calculée avec la relation 29. On compare la vitesse maximale atteinte expérimentalement par les particules au moment du changement de régime avec celles qu'elles atteindraient théoriquement si elles subissaient une accélération  $g \sin \theta$ . Le calcul montre que la transition de régime se produit quand la vitesse d'écoulement des particules à la surface libre a atteint 25 % de la vitesse maximale théorique qu'elles peuvent subir pour le même angle d'écoulement

On peut donc calculer l'accélération théorique des particules dans ces conditions à l'aide de la relation 27. En terme d'accélération, la transition de régime d'écoulement se produit quand la relation 31 est vérifiée :

$$\frac{a}{g \sin \theta} \approx 0.06 \quad (31.)$$

Nous pouvons donc réévaluer la valeur du critère de transition décrit dans l'équation 30 :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{h^2 g \sin \theta}{8.3R^3}} \quad (32.)$$

Nous pouvons contraindre le modèle présenté en ajoutant des hypothèses supplémentaires. En effet, nous verrons dans la Partie III que deux cas limites de comportement des écoulements continus de particules en tambour tournant peuvent être distingués.

- On fait l'hypothèse, communément admise, que le gradient de vitesse est constant.

$$\dot{\gamma} = \frac{V_{\max}}{h} = cst \quad (33.)$$

- On se place dans le cas où l'épaisseur de la zone d'écoulement  $h$  est constante. Cette épaisseur constante vaut une proportion fixe égale à approximativement  $1/3$  du rayon du tambour.

$$\frac{h}{R} \approx 1/3 \quad (34.)$$

### Hypothèse d'un gradient de vitesse constant

Considérons tout d'abord le cas d'un gradient de vitesse constant. En extrayant l'expression de  $h$  de la relation 30, l'expression de la vitesse  $V_{\max}$  étant donnée dans la relation 29, on obtient une expression de la vitesse de rotation critique pour laquelle se produit la transition de régime :

$$\Omega_c = \frac{2a}{R\dot{\gamma}} \quad (35.)$$

Si on poursuit ce raisonnement en considérant que le gradient de vitesse varie suivant la relation 36 donnée par Rajchenbach (1998) et Bonamy (2001) :

$$\dot{\gamma} \propto \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (36.)$$

En insérant cette expression du gradient de vitesse dans la relation 35 et en considérant le critère de transition de régime donné dans la relation 31, on obtient :

$$\boxed{\Omega_c \propto \frac{0.12 \sin \theta}{R} \sqrt{gd}} \quad (37.)$$

On constate que la vitesse de rotation critique varie en  $\sqrt{d}$ , ce qui est compatible avec les mesures expérimentales réalisées dans un tambour de diamètre fixe rempli à 50 % de billes de verre de différents diamètres (Figure 67).

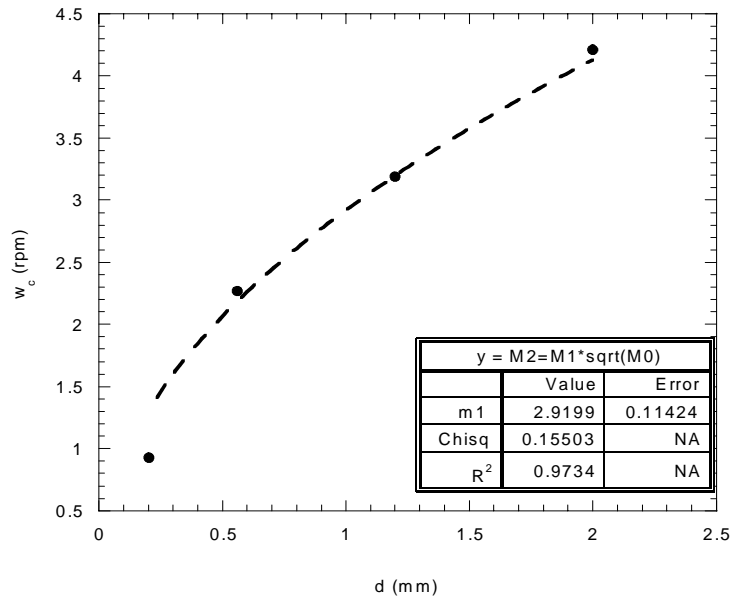


Figure 67 Evolution de la vitesse de rotation critique correspondant à la transition de régime en fonction du diamètre des particules.  $D=20$  cm.

Il faut noter que la Figure 67 représente des systèmes pour lesquels les épaisseurs de zone d'écoulement sont parfois proches de la saturation (plus particulièrement pour les billes de 2 mm). Nous verrons dans la partie III que, dans ce cas, le gradient de vitesse dans la zone d'écoulement augmente avec la vitesse de rotation. Cependant, les points expérimentaux restent cohérents avec l'hypothèse d'un gradient de vitesse constant car la limite entre les deux cas extrêmes considérés n'est pas abrupte : le comportement des systèmes évolue de façon continue.

Dans le cadre des expériences réalisées, nous sommes plus proches du cas où l'épaisseur de la zone d'écoulement évolue avec la vitesse de rotation vers une valeur constante proche de  $1/3$  du rayon du tambour. Nous pensons donc que l'hypothèse d'une saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement représente mieux nos expériences.

### Cas d'une épaisseur de zone d'écoulement constante

Considérons dans un deuxième temps le cas d'une épaisseur de zone d'écoulement constante égale à  $1/3R$ . L'injection de l'expression de  $h$  dans la relation 32 conduit à :

$$\Omega_c = \sqrt{\frac{g \sin \theta}{75R}} \propto \frac{1}{\sqrt{R}} \quad (38.)$$

La Figure 68 représente l'évolution de la vitesse de rotation critique en fonction du diamètre du tambour dans des systèmes à rapports  $D/d=100$ , pour lesquels l'épaisseur de la zone d'écoulement peut être supposée comme constante (Partie III). Nous rappelons que  $\Omega_c = w_c \times 2\pi/60$  quand  $w_c$  est exprimé en tour par minute.

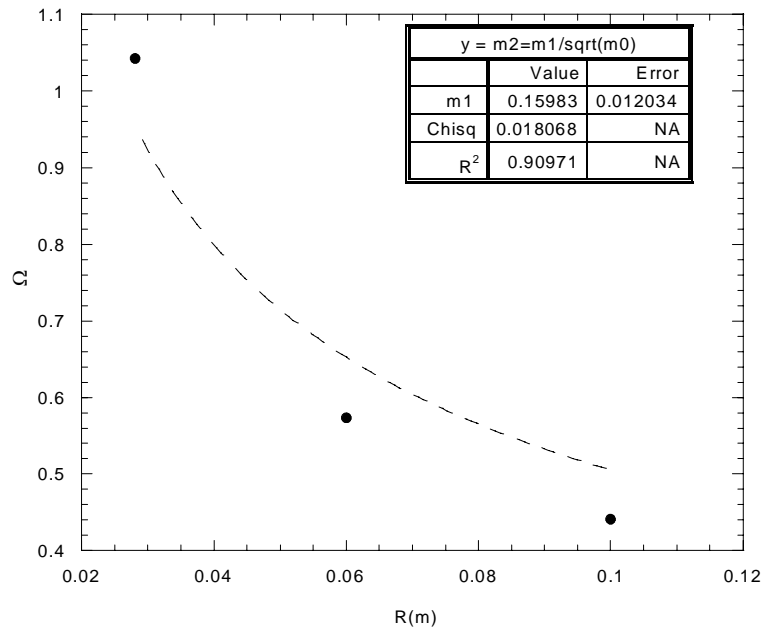


Figure 68 Evolution de la vitesse critique de rotation en fonction du diamètre du tambour dans le cas de systèmes à rapport  $D/d=100$  pour lesquels l'épaisseur de la zone d'écoulement sature à une valeur constante.

On constate que la relation 38 est en accord avec les mesures expérimentales représentées sur la Figure 68. Il faut cependant remarquer que la valeur de la constante définie dans la relation 38 et donnée par la régression sont différentes. Cet écart est réduit lorsque nous estimons que l'épaisseur de la zone d'écoulement sature à une valeur inférieure à  $1/3$  du rayon du tambour, qui nous le rappelons est une valeur maximale de saturation.

### Remarque : revenons au critère de Blumberg

Le critère de Blumberg, nous le rappelons, s'écrit sous la forme :

$$Fr\left(\frac{D}{d}\right) \approx 2 \text{ soit } \Omega_c \approx \sqrt{\frac{gd}{R^2}} \quad (39.)$$

On peut noter que l'expression de la vitesse de rotation critique pour laquelle se produit la transition de régime donnée dans la relation 37 est très similaire à celle établie par Blumberg. Pour que cette expression soit équivalente au critère de Blumberg,  $2\sin\theta$  doit être égal à 1 (c'est à dire  $\theta=30^\circ$ ).

Ceci met en évidence que ce critère de transition est identique au notre lorsqu'on fait l'hypothèse d'un gradient de vitesse qui varie en  $\sqrt{g/d}$ .

### Influence des parois

Nous avons observé que la transition de régime se produit à une vitesse de rotation plus faible quand l'écartement entre les parois est réduit (Figure 57). Nous verrons dans la Partie III que l'écartement entre les parois du tambour ne modifie pas les épaisseurs de zones d'écoulement au centre du tambour. Par conséquent les vitesses maximales atteintes par les



particules pour une vitesse de rotation donnée sont identiques. La transition de régime d'écoulement devrait donc se produire à même vitesse de rotation pour tous les systèmes.

On considère que le frottement des particules sur les parois du tambour est proportionnel au pourcentage de particules (nombre de particules à la paroi/nombre totale de particules) en contact avec celles-ci. Dans un tambour étroit, le frottement de la masse granulaire avec les parois sera donc plus important que dans un tambour large. De ce fait, l'accélération des particules est réduite, d'un facteur proportionnel au frottement, par rapport à un tambour large. Par conséquent, la transition de régime se produit pour une accélération des particules inférieure aux autres systèmes. Le frottement engendre une accumulation de particules en amont de la zone d'écoulement (Figure 69).

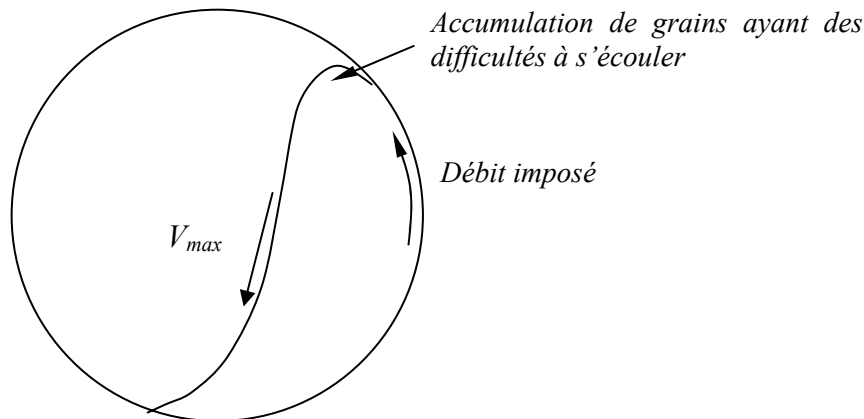


Figure 69 Représentation schématique du processus de formation d'une surface libre en S relié aux difficultés d'écoulement.

En d'autres termes, la transition de régime correspond au moment où le système, étant donné sa taille finie, se trouve dans l'impossibilité d'accommoder l'accélération maximale que doivent atteindre les particules.

### 3.2.5 Modification des propriétés de surface des particules

Nous avons vu dans le paragraphe 2 que l'ajout d'une faible quantité de particules microniques ou sub-microniques à un milieu granulaire pouvait provoquer des modifications importantes de comportement en régime d'écoulement intermittent. Qu'en est-il en régime d'écoulement continu ?

Pour répondre à cette question, nous avons réalisé deux expériences. La première correspond au cas d'un écoulement de particules 1-1.4 mm dans un tambour de 12 cm de diamètre et 2.4 cm de large, la deuxième à des billes de verre 150-250  $\mu\text{m}$  s'écoulant dans un tambour de 5.6 cm de diamètre et 1.1 cm de large. Ces dimensions de systèmes ont été utilisées car nous avons déjà mesuré les épaisseurs de zone d'écoulement et les angles d'écoulement sans ajout d'agent d'écoulement. Dans les deux cas, on compare la valeur de la vitesse de rotation pour laquelle la transition entre régime d'écoulement à surface plane et régime d'écoulement à surface libre incurvée s'effectue en présence ou non de particules fines. 1 % en masse de Sunsil est ajouté aux billes 1-1.4 mm et 0.5 % en masse d'Aérosil est ajoutée aux billes 150-250  $\mu\text{m}$ .

La Figure 70 représente l'évolution des angles d'écoulement mesurés en fonction de la vitesse de rotation du tambour en présence ou non d'agent d'écoulement.

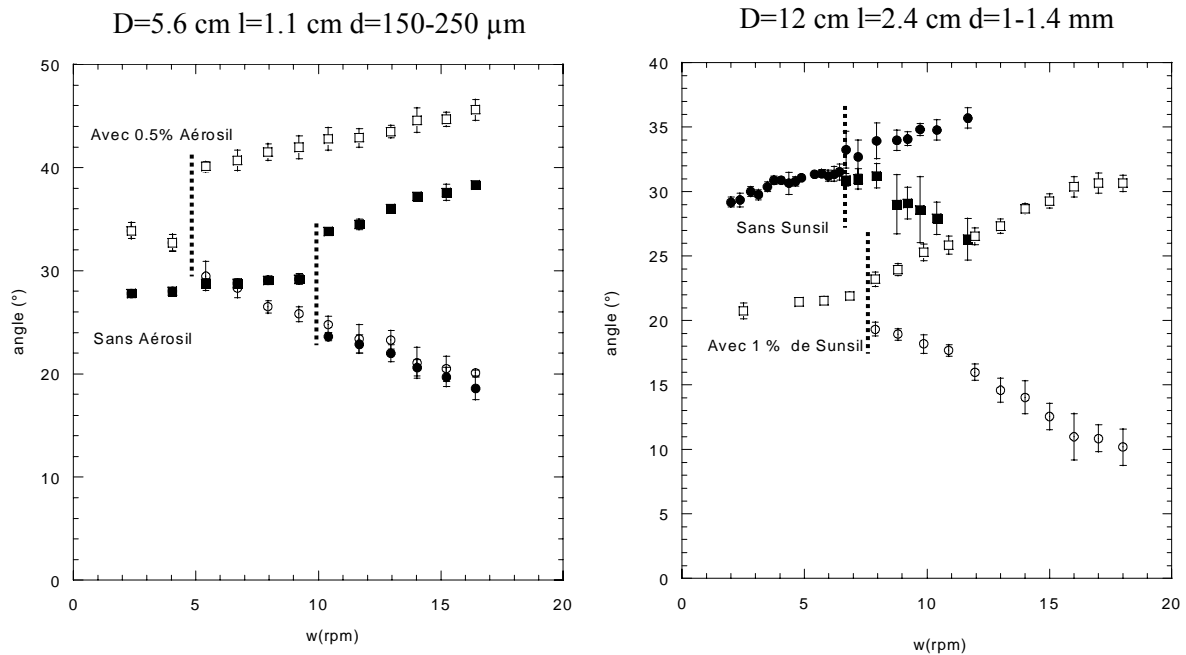


Figure 70 Influence de l'ajout de particules fines sur la transition du régime d'écoulement continu. Gauche : Ajout de 0.5 % en masse d'Aérosil à des billes 150-250  $\mu\text{m}$ . Droite : ajout de 1 % en masse de Sunsil à des billes 1-1.4 mm.

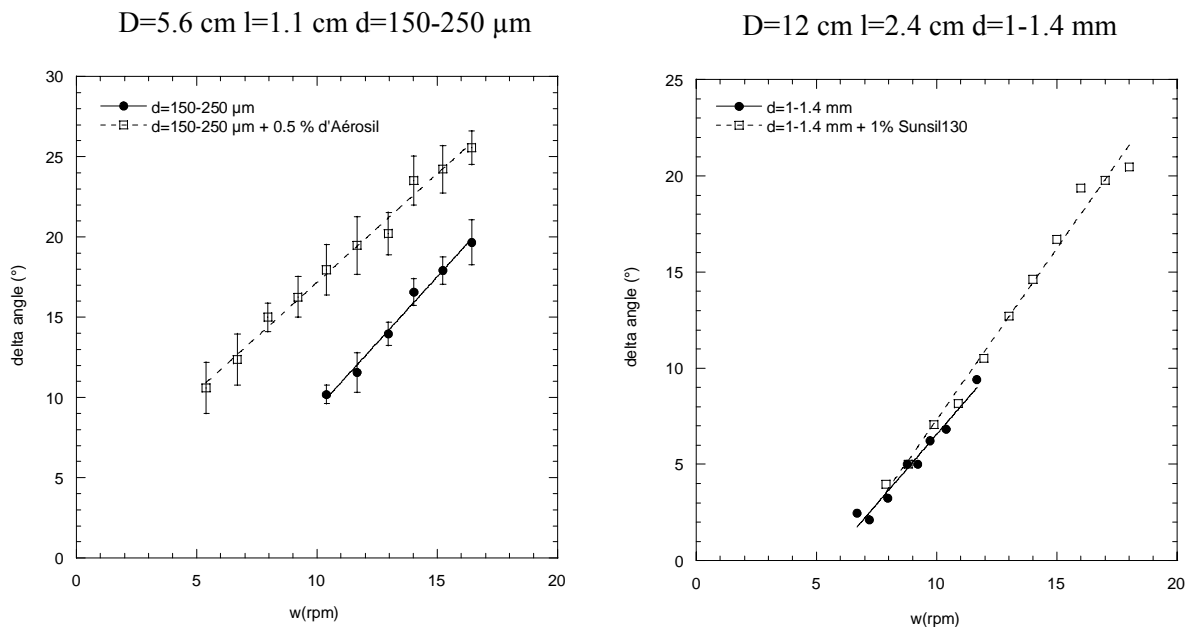


Figure 71 Estimation de la transition de régime par la méthode de la régression linéaire sur les graphiques  $\text{delta angle}=f(w)$ .

Les Figure 71 et Figure 70 montrent une variation de  $w_c$  en présence de particules fines. Même si les deux méthodes de détermination de  $w_c$  donnent des valeurs différentes, deux effets contraires sont observés selon le type de particules fines considéré :

- Sunsil : La vitesse de rotation correspondant à la transition de régime est légèrement augmentée en présence de fines et les angles d'écoulement sont abaissés.
- Aérosil : La vitesse de rotation correspondant à la transition de régime est diminuée en présence de fines et les angles d'écoulement sont augmentés.

Mellmann (2001) et Henein *et al.* (1983a) observent que les transitions de régime s'opèrent plus tôt quand les particules ont une bonne coulabilité, c'est à dire quand leur angle de repos est plutôt faible. Les mesures d'angles d'avalanche et de repos faites en régime intermittent montrent que l'ajout de Sunsil à des billes de verre améliore sensiblement l'écoulement, alors que l'Aérosil semble avoir l'effet contraire. D'après les conclusions de ces auteurs, le régime d'écoulement en S devrait donc se produire pour des vitesses de rotation plus faibles dans le système contenant du Sunsil et apparaître pour des vitesses de rotation plus élevées dans celui qui contient de l'Aérosil. Nos mesures (Figure 71) sont en contradiction avec ces conclusions.

Dans le cadre de nos expériences, il semble que la transition de régime d'écoulement se produise d'autant plus tôt que l'écoulement est difficile (paragraphe 2). Ce comportement est en accord avec les résultats obtenus lors de l'étude de l'influence des parois sur la transition de régime : plus l'écartement entre parois est faible, plus l'écoulement est difficile, plus la transition se produit à des vitesses de rotation faibles. Par conséquent, l'ajout d'agent d'écoulement modifie les angles en régime d'écoulement intermittent et continu, et déplace les transitions de régimes. On constate également que l'ajout de Sunsil ne modifie pas de façon importante la vitesse de rotation pour laquelle se produit la transition. Ce résultat est compatible avec le modèle que nous avons présenté : d'après l'expression de la vitesse de rotation critique donné dans la relation 30,  $h$  et  $R$  étant constants, la variation de  $w_c$  sera proportionnel à  $(\sin\theta)^{1/2}$ . Les angles d'écoulements au moment de la transition de régime passent de  $30^\circ$  à  $20^\circ$  lors de l'ajout de Sunsil. Ceci entraîne un  $(\sin\theta)^{1/2}$  qui passe de 0.7 à 0.6. La faible variation de  $w_c$  induite par la modification d'angle n'est probablement pas mesurable expérimentalement.

### 3.3 Régime d'écoulement continu

Après avoir étudié dans le paragraphe 3.2 la transition de régime observée au sein du régime d'écoulement continu, les expériences sont analysées cette fois-ci en terme d'angle d'écoulement mesuré au centre du tambour. Les régimes d'écoulement continu à surface plane et à surface incurvée ne sont maintenant plus distingués. Bien sûr, nous allons retrouver les mêmes tendances car la transition de régime en S apparaît pour des angles d'écoulement élevés. Par conséquent, un système pour lequel la transition apparaît à de faibles vitesses de rotation est caractérisé par une évolution rapide de l'angle d'écoulement avec la vitesse de rotation. Dans un premier temps, l'influence de la taille du système expérimental est abordée puis, dans un second temps, l'influence des modifications des propriétés de surface des particules sur les angles d'écoulement est analysée.

#### 3.3.1 Influence de la taille du système expérimental

Généralement, les expériences en tambour tournant sont réalisées avec un dispositif de taille fixée pour des raisons pratiques évidentes. La Figure 72 représente l'évolution de l'angle d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large rempli à 50 % de billes d'un diamètre variant de  $150\ \mu\text{m}$  à 2 mm. On constate que les angles d'écoulement augmentent linéairement avec la vitesse de rotation du tambour, avec une pente plus importante pour les petites particules. Ceci est bien entendu à mettre en relation avec la transition de régime abordée dans le paragraphe 3.2 : dans un anneau de taille donnée, les particules de petite taille atteignent plus rapidement le régime en S que les

particules de plus grand diamètre. Orpe *et al.* (2001) observent également qu'à nombre de Froude fixé (équivalent à  $w$  fixé dans notre cas) et  $D$  fixé, les particules fines ont des angles d'écoulement plus élevés que les grosses particules.

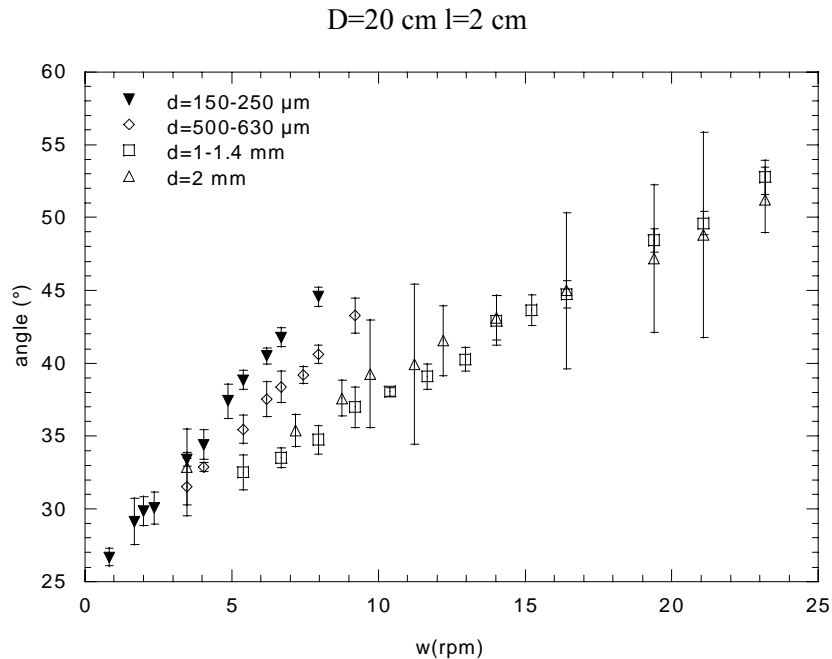


Figure 72 Evolution des angles d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation.  $D=20$  cm,  $l=2$  cm,  $d$  variable.

Nous isolons dans la suite de ce travail l'influence de la largeur et du diamètre des tambours. L'homothétie des systèmes en terme d'angle d'écoulement est également étudiée. Enfin, l'influence de l'ajout d'agents d'écoulement sur les angles d'écoulement de billes de verre de différentes tailles est abordée.

### Influence de la largeur du tambour

L'influence de l'écartement des parois sur les angles d'écoulement est étudiée à l'aide d'un tambour de 20 cm de diamètre et de largeur variable rempli à 50 % de billes de 2 mm.

La Figure 73 met en évidence, dans la gamme des vitesses de rotation étudiée, une augmentation des angles quand la largeur du système est inférieure à 2 cm c'est à dire à 10 diamètres de particules. Cependant la taille des barres d'erreur ne nous permet pas de conclure fermement sur la tendance observée.

Boateng *et al.* (1997) observent des angles d'écoulement augmentés de 10 % à la paroi d'un tambour de 1 mètre de long. Yamane *et al.* (1998) reportent des angles augmentés de 5° à la paroi dans un tambour de 6.9 cm de diamètre et 49 cm de long. Les rapports  $l/D$  que nous explorons sont beaucoup plus faibles que ceux pour lesquels ces résultats sont donnés. L'utilisation de longs tambours entraîne probablement des effets aux parois tout à fait différents de ceux que nous observons. Cependant, aucune expérience n'a pu être réalisée avec des anneaux de plus de 10 cm de long, étant donné le dispositif expérimental utilisé.

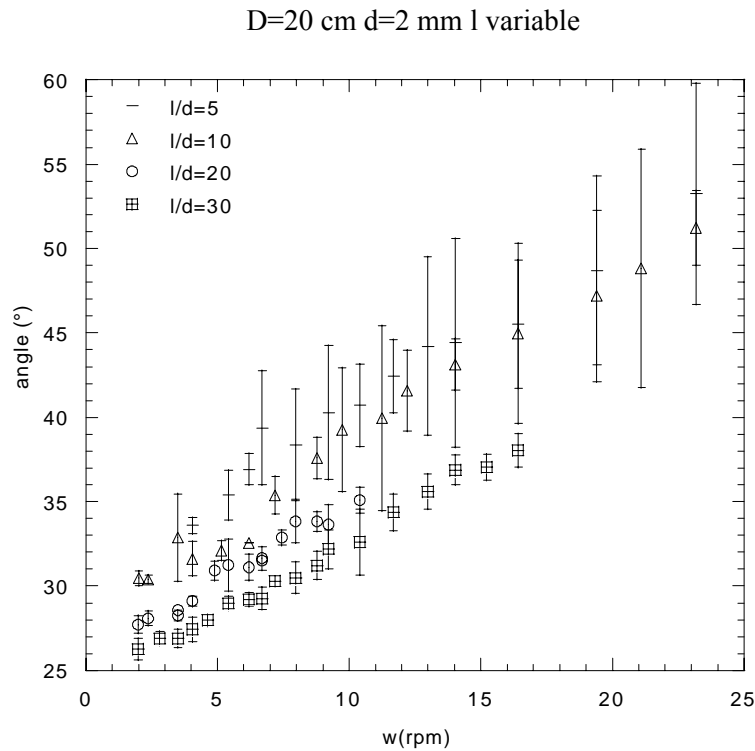


Figure 73 Evolution de l'angle d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation pour un tambour de 20 cm de diamètre rempli à 50% de billes de 2 mm. La largeur du tambour varie entre 1 et 6 cm.

### Influence du diamètre du tambour

L'ensemble des mesures expérimentales a été regroupé sur la Figure 74 traçant l'évolution de l'angle d'écoulement avec la vitesse de rotation, ou du nombre de Froude en fonction du rapport  $D/d$ .

On note la tendance globale suivante : l'évolution de l'angle d'écoulement avec  $w$  est d'autant plus rapide que le rapport  $D/d$  est grand, ceci est à mettre en parallèle avec l'apparition précoce du régime d'écoulement à surface incurvée dans les grands systèmes. En général, le rapport  $D/d$  est augmenté en prenant des tambours de plus en plus grands. Par conséquent, à vitesse de rotation donnée, les angles d'écoulement mesurés sont plus élevés dans les grands tambours que dans les petits tambours.

Nous vérifions dans un second temps si l'utilisation du nombre de Froude conduit à une superposition des courbes. On constate que pour un nombre de Froude fixé, l'angle d'écoulement augmente avec le rapport  $D/d$ . On peut conclure ici que les angles d'écoulement ne dépendent ni uniquement du rapport  $D/d$  ni uniquement du nombre de Froude. Les propriétés des particules sont donc à prendre en compte.

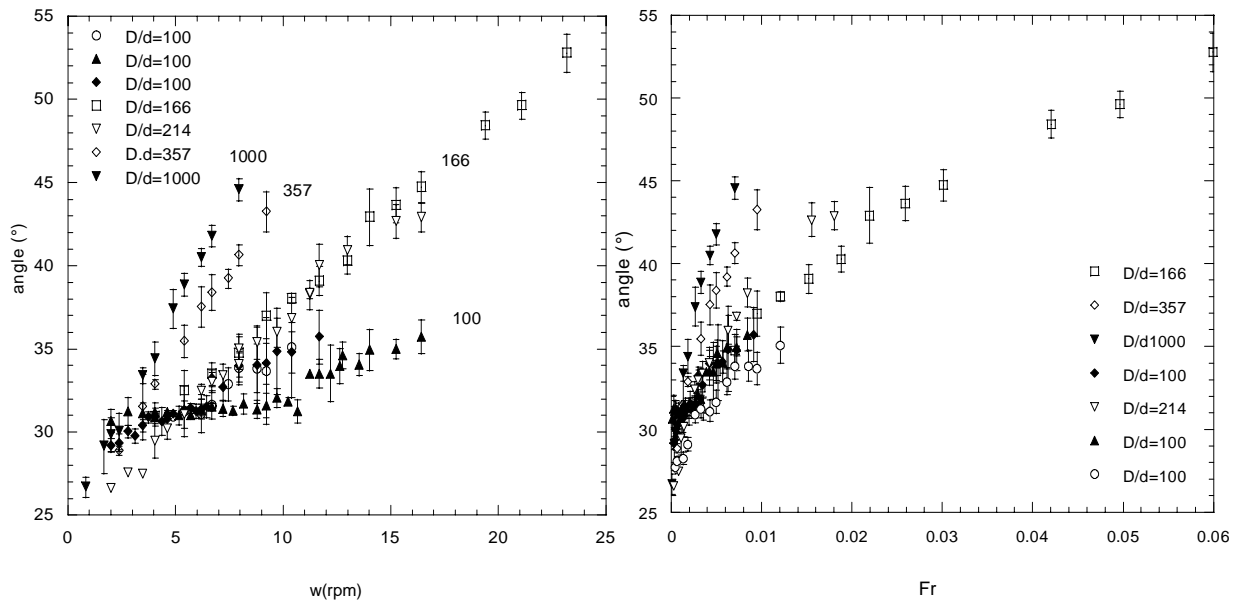


Figure 74 Gauche : Evolution de l'angle d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation du tambour.  $D/d$  varie de 100 à 1000. Droite : Evolution de l'angle d'écoulement en fonction du nombre de Froude pour les différents rapports  $D/d$  étudiés.

## Systèmes homothétiques

Les systèmes expérimentaux considérés ont été construits de telle façon que  $D/d=100$  et  $l/d=20$ . Le but est ici de vérifier la similarité des angles d'écoulement dans des systèmes homothétiques et d'isoler l'influence des caractéristiques des particules. Orpe *et al.* (2001) ont montré que les angles d'écoulement varient en fonction de la morphologie des particules. En effet, à nombre de Froude, rapport  $D/d$  et diamètre du tambour fixés, les angles d'écoulement sont plus élevés pour du sable que pour des billes.

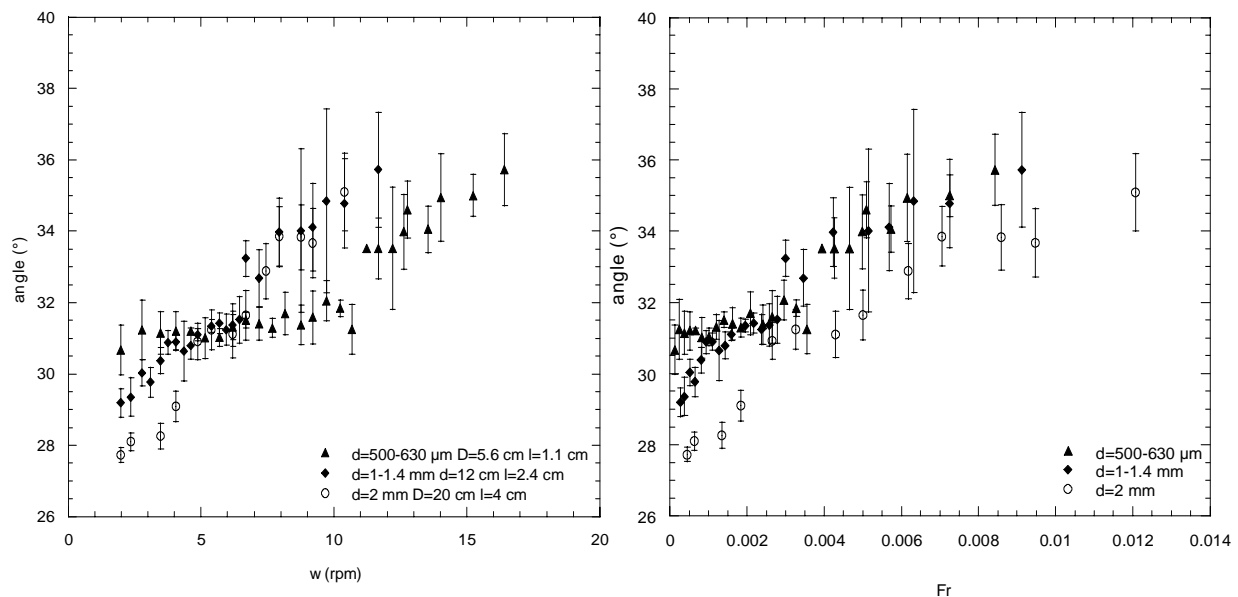


Figure 75 Evolution des angles d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation (gauche) ou du nombre de Froude (droite) dans des systèmes homothétiques.  $D/d=100$ ,  $l/d=20$ .

Les angles d'écoulement observés dans les systèmes homothétiques sont tracés en fonction de la vitesse de rotation (Figure 75 gauche) et du nombre de Froude (Figure 75 droite).

Aucune différence entre les trois systèmes n'est clairement identifiable étant donné les barres d'erreur. De plus, le nombre de Froude ( $Fr = \Omega^2 R/g$ ) fait intervenir  $R$  qui ne varie que d'un facteur 4 dans notre cas. Une variation d'un facteur 10 ou 100 rendrait plus visibles les différences entre les systèmes, ceci n'est malheureusement pas réalisable expérimentalement. Les billes de verre de 2 mm semblent néanmoins adopter un angle d'écoulement plus faible que les autres particules, à nombre de Froude fixé.

Pour nous affranchir totalement des propriétés des particules, nous devons utiliser des billes comparables en morphologie et en distribution granulométrique, ce qui n'est pas le cas des résultats présentés sur la Figure 75.

#### *Influence de la polydispersité des particules*

La gamme de distribution granulométrique est cette fois-ci réduite par tamisage. Seules les particules restant coincées dans les mailles du tamis sont récupérées. Des particules monodisperses 1.19 mm et 560  $\mu\text{m}$  (non triées par forme) ont été ainsi produites à partir des lots 1-1.4 mm et 500-630  $\mu\text{m}$ .

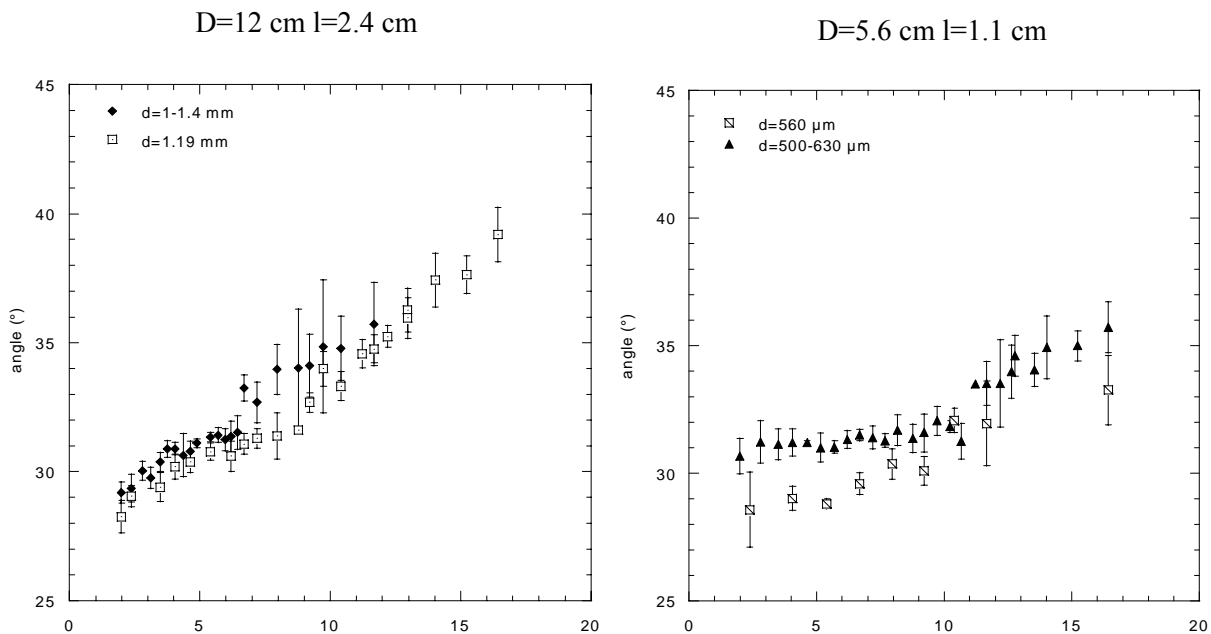


Figure 76 Evolution des angles d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. Comparaison du comportement des particules polydisperses et des particules monodisperses pour des particules 1-1.4 mm et 500-630  $\mu\text{m}$ .

Les résultats présentés sur la Figure 76 montrent que la réduction de la polydispersité des lots de particules utilisés ne conduit pas à un changement radical de comportement en écoulement continu : les angles d'écoulement sont similaires au contraire du régime d'avalanche sur lequel la polydispersité a une grande influence (paragraphe 2). La tendance à dégager est un abaissement de l'angle d'écoulement avec la réduction de la polydispersité des particules, ce qui confirme les observations de Orpe *et al.* (2001).

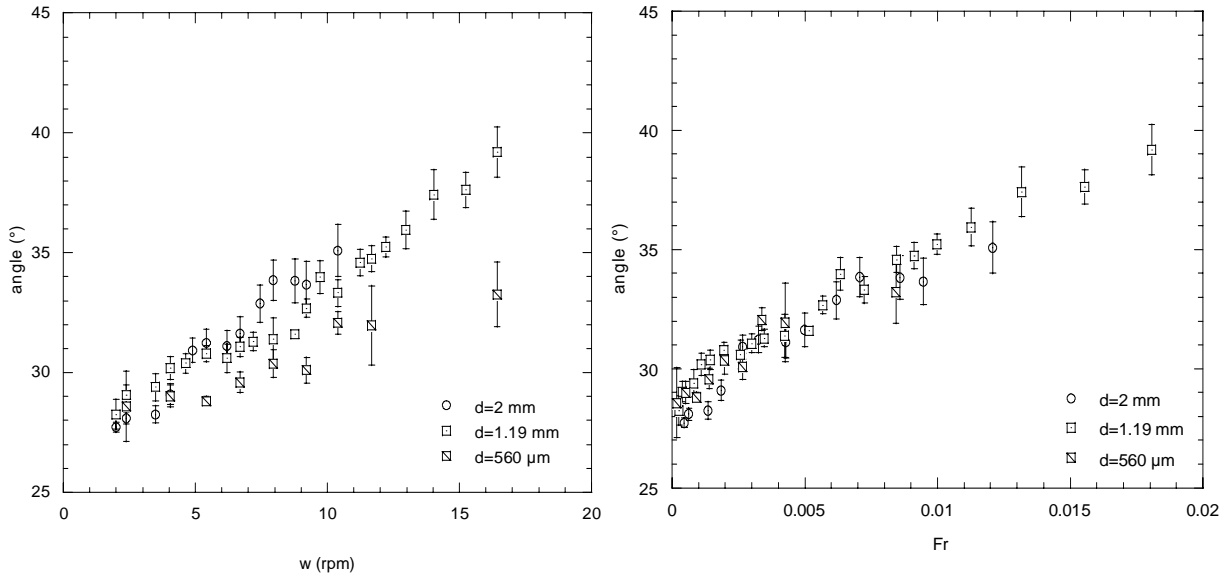


Figure 77 Evolution des angles d'écoulement en fonction et de la vitesse de rotation (gauche) OU du nombre de Froude (droite) dans des systèmes homothétiques ( $D/d=100$ ,  $l/d=20$ ). Les particules sont comparables d'un point de vue morphologique et granulométrique.

La Figure 77 montre, qu'en utilisant des particules dont les propriétés sont très voisines, les angles d'écoulement évoluent de la même façon avec le nombre de Froude. Des expériences supplémentaires seraient nécessaires pour confirmer ce comportement. Cependant, nous pouvons expliquer que la superposition des courbes d'évolution des angles d'écoulement est meilleure quand le nombre de Froude est utilisé en abscisse. La Figure 78 donne une représentation schématique de la modification de l'allure des courbes en passant d'une représentation utilisant la vitesse de rotation à une représentation utilisant le nombre de Froude.

On suppose que les angles d'écoulement évoluent approximativement de la même façon avec la vitesse de rotation tant que celle-ci est inférieure à  $w_c$  (Figure 78 gauche). Au delà de cette vitesse de rotation critique, la transition en S apparaît, ce qui entraîne une augmentation importante des angles.

Si l'évolution des angles d'écoulement est représentée en fonction du nombre de Froude, le terme  $(2\pi w/60)^2$  provoque une dilatation suivant l'axe des  $x$  des points à forte vitesse de rotation par rapport aux points obtenus à faible vitesse de rotation (Figure 78 de droite).

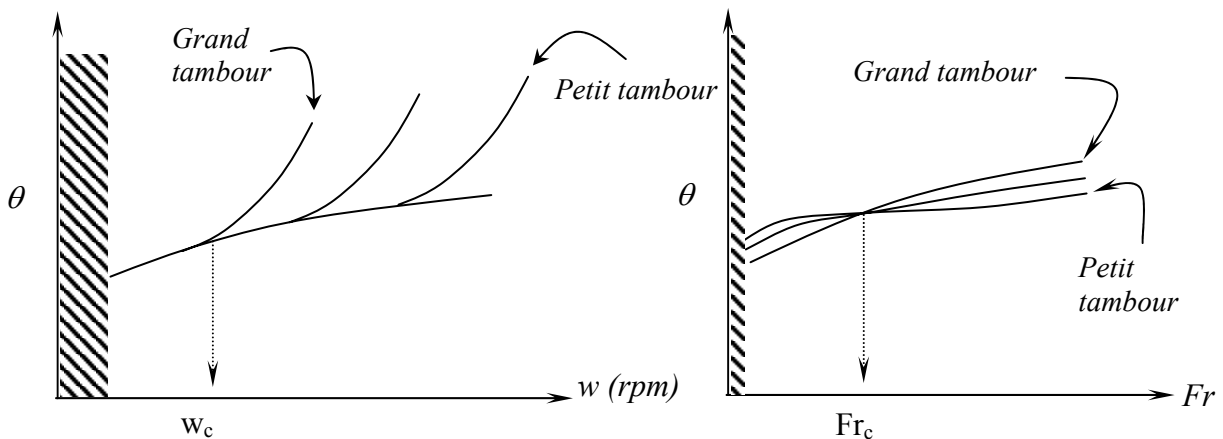


Figure 78 Représentation schématique de la superposition des courbes induite par la transformation de la vitesse de rotation en nombre de Froude. La partie hachurée correspond au régime d'écoulement intermittent.



Si on suppose que dans ces systèmes à rapport  $D/d=100$ , l'épaisseur de la zone d'écoulement sature (voir partie III), alors la vitesse de rotation pour laquelle se produit la transition de régime est donnée par la relation 38 :  $w_c$  varie en  $1/\sqrt{R}$ . Si cette expression de  $w_c$  est injectée dans l'expression du nombre de Froude critique, on obtient la relation 40 :

$$Fr_c = \frac{(2\pi\Omega_c)^2}{g} = \frac{(2\pi)^2 R}{g} = cst \quad (40.)$$

On constate alors que la transition de régime se produit pour un nombre de Froude critique constant, ce qui est par ailleurs souvent relaté dans la littérature.

### 3.3.2 Modification des propriétés de surface des particules

On a vu que la présence de fines particules modifiait (ou non) les angles en régime intermittent et la vitesse de rotation pour laquelle la transition entre régime d'avalanche et régime d'écoulement continu se produit. Les angles d'écoulement au centre du tambour sont mesurés en fonction de la vitesse de rotation pour des mélanges contenant ou non des particules fines (Aérosil et Sunsil) (Figure 79).

Les deux comportements opposés de ces agents d'écoulement sont une fois de plus mis en évidence. L'Aérosil provoque un écoulement difficile alors que le Sunsil le facilite. Par conséquent, les angles d'écoulement en présence d'Aérosil sont augmentés par rapport au cas où aucun agent d'écoulement n'est ajouté. On constate également que dans les deux cas présentés, les évolutions des angles d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation sont parallèles. De plus, l'écart entre les deux droites est de l'ordre de  $10^\circ$ .

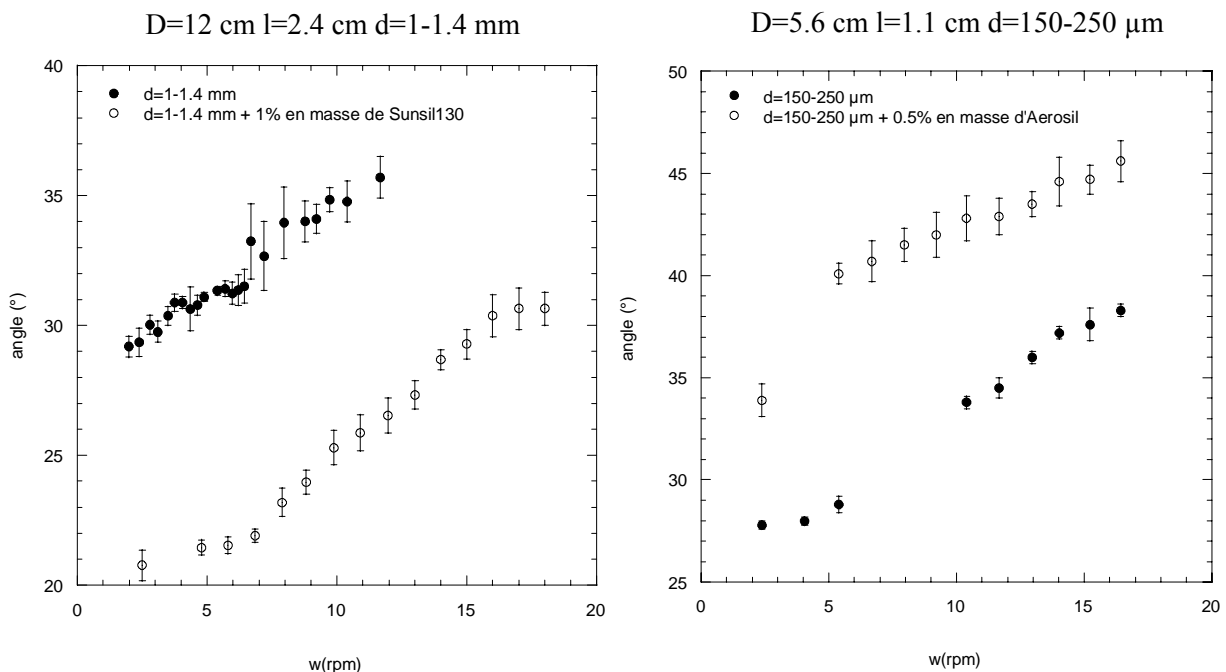


Figure 79 Evolution des angles d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. Comparaison de cas avec et sans particules fines ajoutées.

## 4 Conclusion

Les mesures présentées dans cette partie du mémoire n'ont pas été effectuées dans le but d'étudier précisément la dépendance des angles en fonction des paramètres de contrôle du système expérimental ni même les transitions de régime d'écoulement. Elles s'inscrivent dans le cadre des expériences réalisées avec l'objectif d'étudier l'évolution l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour en fonction des paramètres de fonctionnement du système. Comme nous le verrons dans la Partie III de ce travail, certains auteurs rapportent que l'influence de l'angle d'écoulement sur l'épaisseur de la zone d'écoulement est faible (Rajchenbach 1998) ou même inexistante (Bonamy 2001). Toutefois, étant très sensibles aux variations de paramètres expérimentaux, les angles ont été mesurés afin de contrôler le bon déroulement des expériences. En faisant le bilan, nous avons réalisé que suffisamment de mesures avaient été collectées pour dégager des tendances de comportement intéressantes.

L'analyse de la transition entre le régime d'écoulement continu à surface plane et le régime d'écoulement continu à surface en S a montré la difficulté, d'une part de définir avec précision la valeur de la vitesse de rotation critique pour laquelle a lieu la transition, et d'autre part la difficulté d'isoler les différents paramètres impliqués (nombre de Froude, rapport  $D/d$ , caractéristiques des particules). En effet, il paraît indispensable de considérer la dynamique du système. Ainsi, il semblerait que la forme en S apparaisse quand la vitesse maximale des particules au centre du tambour atteint une fraction donnée de la vitesse maximale qu'elles auraient si elles s'écoulaient sans frottement sur un plan incliné du même angle. Dans le cadre des expériences réalisées, la transition se produit quand la vitesse maximale des particules atteint 25 % de la vitesse maximale théorique. En terme d'accélération, la transition se produit quand l'accélération est égale à 6 % de l'accélération maximale théorique  $g \sin \theta$  qu'elles peuvent subir. A partir des résultats expérimentaux une expression de la vitesse de rotation critique du tambour a été extraite. On constate que l'expression dérivée se rapproche de celle établie par Blumberg dans le cas où le gradient de vitesse varie en  $\sqrt{g/d}$ . Des expériences supplémentaires seraient bien sûr utiles afin de vérifier la robustesse de l'expression que nous avons établie. Des profils de vitesse des particules dans la direction d'écoulement à la surface libre apporteraient probablement de précieuses informations. D'autre part, la modification de la surface des particules par ajout de poudres de silice microniques et submicroniques a une influence importante sur la transition de régime. Celle-ci peut se produire à des vitesses de rotation plus faibles ou plus élevées que le cas où aucun agent d'écoulement n'a été ajouté, en fonction du type de produit (Sunsil ou Aérosil) ajouté aux billes de verre.

L'étude des angles d'écoulement mesurés au centre du tambour en régime continu a mis en évidence que le nombre de Froude n'est pas la loi d'échelle du système. L'homothétie des systèmes, mal isolée dans les expériences présentées, est à vérifier à l'aide d'expériences utilisant des rapports  $D/d$  et  $l/d$  différents de ceux étudiés dans le cadre de ce travail. Les angles d'écoulement sont fortement abaissés ou augmentés par l'ajout de Sunsil ou d'Aérosil, ce qui confirme la forte influence des propriétés de surface ou de morphologie des particules sur les angles mesurés en régime continu.

### **III Epaisseur de la zone en écoulement dans le régime d'écoulement continu**

# SOMMAIRE

<b>1</b>	<b>Pourquoi mesurer des épaisseurs d'écoulement de grains ?</b>	<b>100</b>
<b>2</b>	<b>Ecoulements sur fond meubles</b>	<b>101</b>
2.1	Modèles d'écoulements denses : approche continue	101
2.2	Ecoulement sur un tas	102
2.3	Résultats expérimentaux et modèles établis en tambour tournant	103
2.4	Intérêt de la présente étude	108
<b>3</b>	<b>Sensibilité de la zone d'écoulement aux paramètres expérimentaux</b>	<b>109</b>
3.1	Influence des parois sur la mesure	109
3.2	Influence de la distribution granulométrique et des propriétés de surface des particules	110
3.2.1	Réduction de la distribution granulométrique	110
3.2.2	Ajout d'agents d'écoulement	112
3.3	Conclusion	112
<b>4</b>	<b>N'avez vous jamais entendu parler des "10 couches de billes" ?</b>	<b>113</b>
4.1	Etude bibliographique	113
4.2	Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec le rapport d/d	116
4.2.1	La taille du tambour définit-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?	116
4.2.2	La taille des particule définit-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?	117
4.2.3	Systèmes géométriquement similaires	118
4.2.4	Exploration de larges plages de fonctionnement	119
<b>5</b>	<b>Etude détaillée du comportement des écoulements en fonction du rapport D/D</b>	<b>120</b>
5.1	Petits rapports D/d : 47-600	121
5.1.1	Lois de puissance sur $h/d=f(w)$	121
5.1.2	Saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement	127
5.1.3	Profils de vitesse dans un système D/d=100	128
5.1.4	Discussion : validité de l'estimation de la vitesse moyenne	130
5.1.5	Conclusion	130
5.2	Grands rapports D/d	131
5.2.1	Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation	131
5.2.2	Lois de puissance sur $h/d=f(w)$	132
5.2.3	Profils de vitesse	134
5.3	Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles antérieurs	136
5.4	Discussion : singularité du comportement des écoulements dans les grands systèmes	141
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>145</b>

## 1 Pourquoi mesurer des épaisseurs d'écoulement de grains ?

La troisième partie de ce mémoire est consacrée à l'étude de l'épaisseur sur laquelle des particules s'écoulent en tambour tournant. Il est nécessaire de rappeler les enjeux d'une telle étude. Pourquoi mesurer des épaisseurs de grains en écoulement ?

D'un point de vue fondamental, la rhéologie des milieux granulaires est encore à l'heure actuelle mal comprise. De nombreuses recherches ont pour but d'établir les lois de comportement des écoulements de particules. Pour ce faire, les relations entre épaisseur en écoulement, débit imposé, profil de vitesse doivent être examinées expérimentalement et comparées aux modèles théoriques établis. La compréhension de la physique des écoulements de grains a des implications aussi bien géophysiques qu'industrielles. Prévoir l'extension des zones touchées par une avalanche de neige ou un effondrement de flanc de montagne fait partie des objectifs à atteindre. D'un point de vue industriel, le temps de passage d'une particule à la surface libre d'un mélangeur de type tambour tournant détermine le temps durant lequel elle subit un traitement donné. De la même façon, la ségrégation de particules se produit quand celles-ci sont en mouvement relatif, c'est à dire dans la zone en écoulement.

La méthode de mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement a été décrite précisément dans la partie I. Nous rappelons que cette épaisseur  $h$  est mesurée au centre du tambour perpendiculairement à la surface libre (Figure 80). Les graphiques représentent les valeurs moyennes auxquelles sont associées des barres d'erreur correspondant à un intervalle de confiance de 95 %.

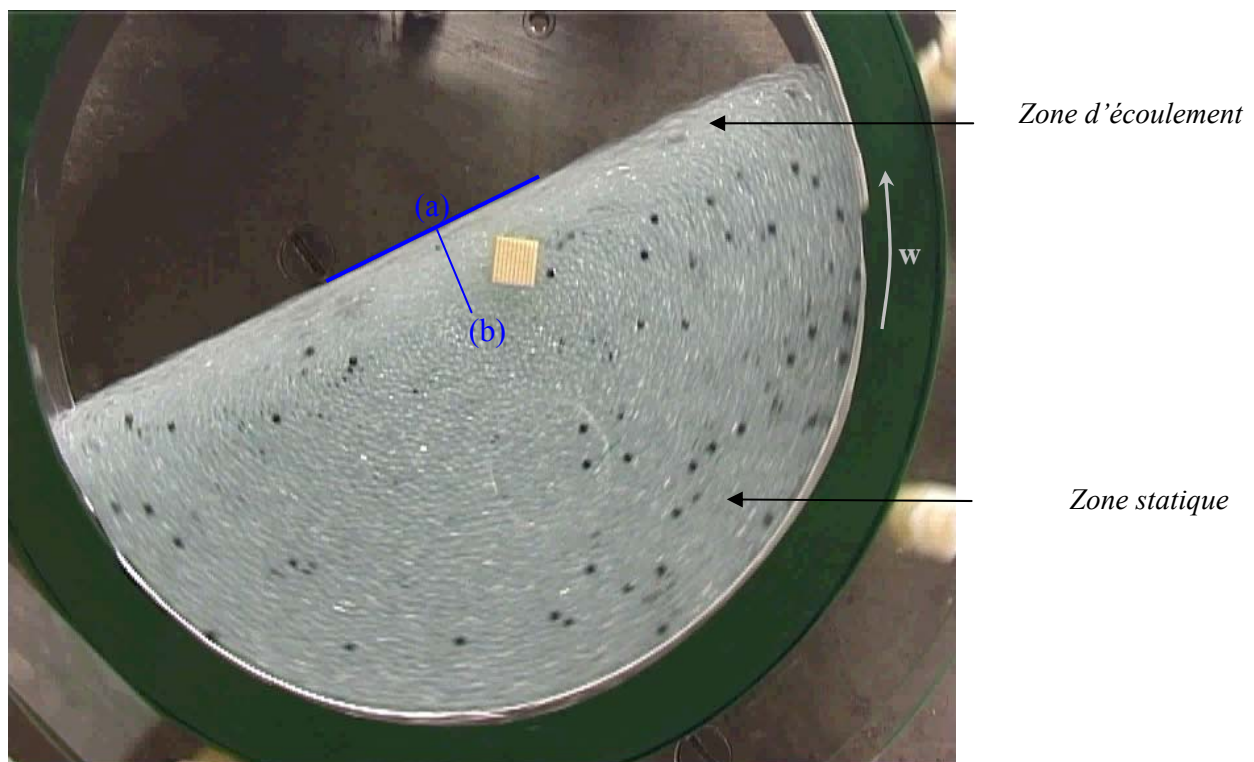


Figure 80 Mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement

Nous présentons dans un premier temps les différents modèles d'écoulement sur fond meuble établis pour les tas puis adaptés au cas des écoulements en tambour tournant. L'intérêt de notre étude est replacé dans le contexte des recherches conduites jusqu'à présent dans différents domaines et décrites dans la littérature.

## 2 Ecoulements sur fond meuble

Les modèles développés pour la description des écoulements à la surface de tas ont largement contribué à l'établissement de modèles d'écoulement en tambour tournant. Le paragraphe 2.1 présente le cadre général de description des écoulements (approche continue). Les quelques références citées dans le paragraphe 0 n'ont pas pour but d'analyser en détail les modèles mais plutôt de replacer les modèles développés pour les tambours tournants dans un contexte historique. Le paragraphe 0 présente les résultats expérimentaux et théoriques obtenus en tambour tournant jusqu'à présent. Les expressions des grandeurs mesurables expérimentalement (vitesses, épaisseurs, angles) obtenues sont résumées dans le but de les confronter à nos propres résultats expérimentaux.

### 2.1 Modèles d'écoulements denses : approche continue

Dans le cadre des expériences réalisées, des grandeurs macroscopiques comme la vitesse moyenne ou l'épaisseur d'écoulement sont mesurées. L'utilisation de telles grandeurs s'inscrit dans le cadre de la mécanique des milieux continus, qui est généralement utilisée pour décrire les écoulements granulaires : on considère que les grandeurs macroscopiques mesurées sont des moyennes de grandeurs microscopiques effectuées sur un volume élémentaire représentatif. Ce volume élémentaire doit être suffisamment grand devant l'échelle des fluctuations microscopiques et suffisamment petites devant les variations macroscopiques. Par exemple, une mesure de l'évolution de la masse volumique ( $M/V$ ) en fonction de l'échelle considérée (Volume  $V$ ) illustre la taille optimale de volume élémentaire pour laquelle on peut considérer le milieu continu (Coirier 1997) :

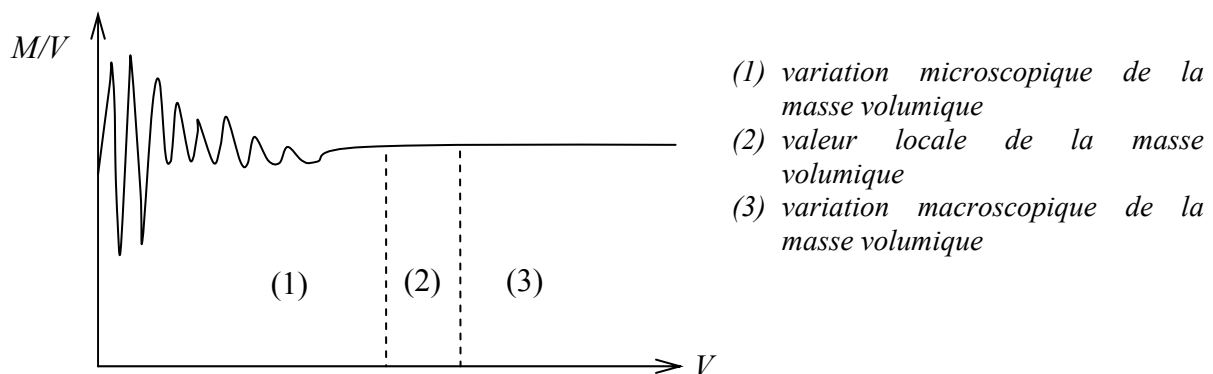


Figure 81 Illustration de l'importance de l'échelle considérée dans l'hypothèse du milieu continu.

L'hypothèse du milieu continu peut paraître inadaptée aux milieux possédant des microstructures dont l'échelle est intermédiaire entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique ce qui est le cas des milieux granulaires. En effet, une épaisseur de zone d'écoulement peut atteindre une épaisseur de seulement quelques diamètres de particules. Le nombre de grains dans le volume élémentaire devient alors petit et comparable à la taille du grain, c'est à dire à la taille des fluctuations microscopiques... Pour pallier ce problème, le nombre de grains dans le volume élémentaire est artificiellement augmenté en multipliant le nombre d'observations sur une expérience donnée.

Avec cette hypothèse de milieu continu, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sont écrites mais doivent être complétées par des équations supplémentaires qui rendent compte du phénomène étudié et permettent de boucler le système d'équations.

**Approche de Saint Venant :**

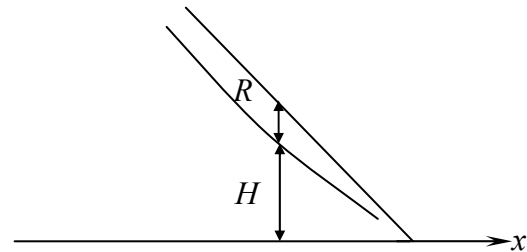
Initialement, l'approche de Saint Venant était appliquée à la mécanique des fluides. Elle s'est depuis étendue à l'étude des écoulements granulaires. La méthode consiste à s'affranchir de la dynamique interne de l'écoulement en moyennant les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sur l'épaisseur. Le milieu est considéré comme incompressible et l'analyse est valide en considérant que l'extension latérale de l'écoulement est grande devant son épaisseur (couche mince). L'approche de Saint Venant a été d'abord appliquée aux écoulements de particules sur fond fixe (plan incliné) (Savage & Hutter 1989, Pouliquen 1999) puis s'est étendue au cas des écoulements sur fond meuble (tas, tambour tournant) (Khakhar 1997a-b, Douady 1999, Bonamy 2001). Dans le cas du tambour tournant, les équations décrivant ce qui se passe à l'interface entre la zone en écoulement et la zone statique sont nécessaires. Aradian *et al.* (2002) fournissent dans un article récent la description des équations de Saint-Venant.

**2.2 Ecoulement sur un tas**

Bouchaud *et al.* (1994) ont développé un modèle continu, connu sous le nom de modèle BCRE, qui décrit d'un point de vue phénoménologique les écoulements en couches minces de particules à la surface d'un tas 2D, c'est à dire sur un fond meuble. Deux populations de grains sont considérées : les grains en écoulement sur une épaisseur  $R$  et les grains statiques sur une épaisseur  $H$ . Tous les grains sont supposés s'écouler à la même vitesse  $v$  selon  $x$  constante dans l'espace et dans le temps, et leur déplacement est gouverné par une loi diffusive convective caractérisée par une constante de diffusion  $D$ . L'équation de conservation de la masse dans la zone en écoulement est décrite par la relation 41 en tenant compte de la possibilité d'échanges de particules entre la zone statique et la zone mobile (terme de conversion  $\Gamma$ ).

$$\frac{\partial R}{\partial t} = -v \frac{\partial R}{\partial x} - R \frac{\partial v}{\partial x} + D \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \Gamma(R, h) \quad (41.)$$

$= 0$  : milieu incompressible



- Le terme de conversion  $\Gamma$  est construit à l'aide des considérations physiques suivantes :
- Une particule immobile ne se met pas spontanément en mouvement à moins qu'il y ait une perturbation locale (par exemple une augmentation de l'inclinaison de la surface du tas).
  - La pente locale du tas doit dépasser une valeur critique  $\theta_c$  (associée à l'angle de repos) pour qu'une particule statique passe dans la zone d'écoulement.
  - Si la pente locale devient inférieure à l'angle critique, les particules en écoulement s'arrêtent.
  - Dans le cas de l'égalité entre angle critique et angle local du tas, les grains s'organisent de façon à diminuer la courbure locale en érodant les bosses et en remplissant les trous.

Le terme de conversion des grains et l'évolution de l'épaisseur de la phase statique s'écrivent :

$$\Gamma(R, h) = -R \left[ \gamma \partial_x h + \kappa \partial_x^2 h \right] = -\frac{\partial H}{\partial t} \quad (42.)$$

$R$  est la densité en nombre de grains en écoulement.  $-\partial_x h$  correspond à la pente locale du tas.  $\partial_x^2 h$  correspond à la présence ou non d'une bosse ( $\partial_x^2 h < 0$ ) ou d'un creux ( $\partial_x^2 h > 0$ ) au niveau de la surface du tas. Cette expression peut être exprimée sous la forme :

$$\Gamma(R, h) = -\gamma R (\theta_r - \theta) \quad (43.)$$

$\gamma > 0$  est une constante phénoménologique.  $\theta_r$  est l'angle de repos du matériau,  $\theta$  est l'angle effectif. Si  $\theta$  est supérieur à  $\theta_r$ , alors l'épaisseur  $H$  diminue, il y a érosion de la zone statique. Pour  $\theta$  inférieur à  $\theta_r$ , il y a augmentation de l'épaisseur  $H$ , donc accumulation de particules.

Boutreux *et al.* (1998) reprennent le modèle BCRE et l'adaptent au cas d'écoulements épais. Dans le cas de couches épaisses par rapport à la taille des grains, le terme de conversion s'écrit :

$$\Gamma = V(\theta_n - \theta) \quad (44.)$$

avec  $\theta_n$  l'angle neutre, c'est à dire l'angle pour lequel les particules du tas ne sont ni érodées ni déposées.  $V$  est une vitesse caractéristique équivalente à  $(gd)^{1/2}$ . Le terme diffusif de la relation 41 est négligé.

Dans les modèles de Bouchaud *et al.* (1994) et Boutreux *et al.* (1998), la vitesse de l'écoulement est considérée comme constante. Douady *et al.* (1999) et Daerr (2000) écrivent les équations de conservation moyennées sur l'épaisseur pour les écoulements de surface en prenant en compte un gradient de vitesse constant ( $\gamma = (g \sin \theta / d)^{1/2}$ ). En faisant des hypothèses déduites d'observations expérimentales, la friction à l'interface entre la zone statique et la zone en écoulement est modélisée. Le modèle reproduit d'un point de vue quantitatif les résultats expérimentaux.

Ce travail a été revisité récemment par Khakhar *et al.* (2001). Le critère de Mohr Coulomb est appliqué à l'interface entre zone statique et zone mobile. En faisant l'hypothèse de couches épaisses et d'un angle de l'interface entre zone statique et mobile variant peu, le gradient de vitesse ( $\gamma = (g/d)^{1/2}$ ) est déduit. Le modèle développé et les mesures expérimentales réalisées sur des tas montrent un gradient de vitesse constant indépendant du flux.

Le lecteur intéressé peut également se référer à un article récent de Aradian *et al.* (2002) qui présente une revue des différents modèles d'écoulement de surface.

### 2.3 Résultats expérimentaux et modèles établis en tambour tournant

En tambour tournant, l'écoulement des particules dans la zone d'écoulement se fait sur un fond meuble. La vitesse de rotation du tambour impose un débit  $Q$  que la zone d'écoulement absorbe en adaptant son épaisseur  $h$ , l'inclinaison de la surface libre  $\theta$  ainsi que la vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  des particules (Figure 81).

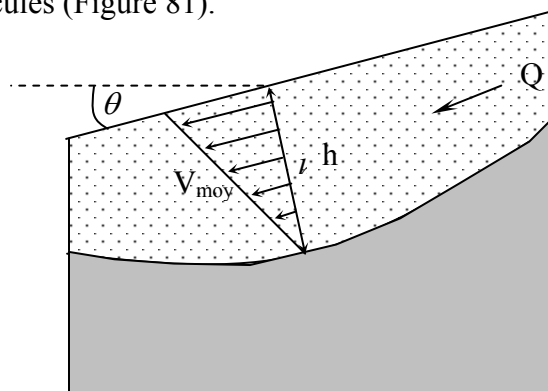


Figure 82 Illustration des paramètres de l'écoulement susceptible de s'ajuster au débit imposé. Cas d'un écoulement sur fond meuble.

Rajchenbach (1998) montre expérimentalement que le gradient de vitesse dans des écoulements de billes d'acier en tambour est constant (profil de vitesse linéaire). L'existence d'un profil de vitesse linéaire et d'un gradient de vitesse constant est expliqué de la façon



suivante : Dans un écoulement dense, ce sont les chocs entre particules qui assurent le transfert de la quantité de mouvement. Quand une particule entre en collision avec une particule sous jacente, la totalité du substrat granulaire contribue à la diffusion de la quantité de mouvement, toute l'énergie cinétique est absorbée. A chaque choc, la vitesse entre deux grains est donc égalisée et les particules roulent à des profondeurs différentes comme une particule individuelle sur un plan rugueux (Figure 83).

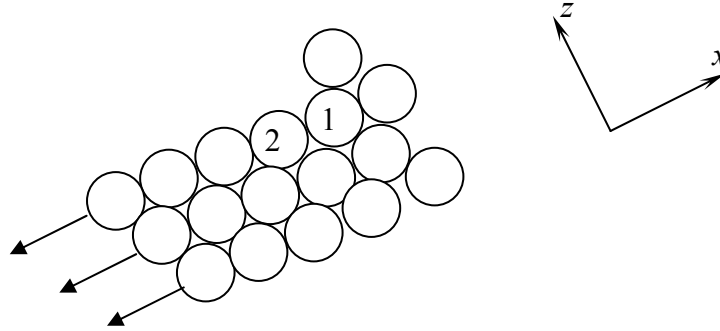


Figure 83 Représentation schématique correspondant à l'hypothèse proposée par Rajchenbach pour expliquer l'existence d'un profil de vitesse linéaire et d'un gradient de vitesse constant en tambour tournant.

La particule en passant d'une position (1) à une position (2) espacées suivant l'axe  $z$  d'un diamètre de particules  $d$  gagne une énergie cinétique  $mgd \sin \theta$  qu'elle perd immédiatement lors du choc avec la particule sous jacente. Avant chaque collision, elle gagne une énergie cinétique égale à :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgd \sin \theta \quad (45.)$$

En exprimant la vitesse  $v$  et en considérant que le gradient de vitesse est égal au rapport de  $v/d$ , on obtient un gradient de vitesse fonction de  $(g \sin \theta / d)^{1/2}$  :

$$\dot{\gamma} \approx 0.4 \sqrt{\frac{g \sin \theta}{d}} \quad (46.)$$

L'épaisseur de la zone d'écoulement s'exprime alors selon la relation 47 :

$$h \propto \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{\sin \theta}}} \quad (47.)$$

Bonamy (2001) observe également expérimentalement des gradients de vitesses indépendants de la vitesse de rotation du tambour et de la forme :

$$\dot{\gamma} \approx 0.6 \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (48.)$$

Il exprime également l'épaisseur de la couche en écoulement  $h$  au centre du tambour en fonction de la vitesse de rotation angulaire  $\Omega$  d'un tambour de diamètre  $D$  :

$$h \approx \left( \frac{D^2}{4\dot{\gamma}} \Omega \right)^{1/2} \quad (49.)$$

Ce qui, en injectant le gradient de vitesse dans l'expression de l'épaisseur en écoulement, conduit à la relation 50 :

$$h \approx \frac{R}{(g/d)^{1/4} \sqrt{0.6}} \Omega^{1/2} \quad (50.)$$

L'épaisseur de la zone d'écoulement varie donc comme la racine carrée de la vitesse de rotation. D'après ces résultats, lors de l'augmentation du débit, l'écoulement choisit d'adapter à la fois son épaisseur d'écoulement et sa vitesse de façon à conserver un gradient de vitesse constant.

Il faut remarquer que Rajchenbach et Bonamy étudient de systèmes expérimentaux assez similaires (Tableau 14) :

Système	Bonamy	Rajchenbach
D (cm)	45	20-10
l (cm)	0.305 (quasi 2D)	2D
Remplissage	50 %	50 %
d (mm)	3 mm (billes d'acier et aluminium)	1.5 et 3 mm (billes d'acier)
w (rpm)	1-6	5-20

Tableau 14 Comparaison des systèmes expérimentaux de Rajchenbach et Bonamy.

Rao *et al.* (1991) écrivent les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement en ne considérant que les forces de friction dans la zone en écoulement.  $a$  est l'accélération qui résulte de la somme d'un terme de gravité et d'un terme de frottement à la base de l'écoulement (relation 51) :

$$a = g \sin \theta - g \cos \theta \tan \theta_d \quad (51.)$$

$\theta$  est l'angle dynamique de repos (angle d'écoulement pour une vitesse de rotation fixée).  $\theta_d$  est l'angle de repos du matériau quand la vitesse de rotation tend vers 0. La vitesse moyenne  $V_{\text{moy}}$  de l'écoulement au centre du tambour est déduite :

$$V_{\text{moy}} = \sqrt{\frac{16}{15} aR} \quad (52.)$$

La vitesse de l'écoulement dépend donc du rayon du tambour et de l'angle d'écoulement des particules. A faible vitesse de rotation, on peut supposer que la gamme de variation de  $\theta$  est faible. On peut alors dans ce cas obtenir une vitesse moyenne d'écoulement au centre du tambour constante (pour un  $R$  donné).

Khakhar *et al.* (1997b) écrivent les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement à l'état stationnaire en les moyennant sur l'épaisseur. Les caractéristiques générales de la zone d'écoulement sont données selon l'axe des  $x$ , parallèle à la surface libre. L'axe  $y$  est pris perpendiculaire à la surface libre et dirigé vers l'extérieur du matériau granulaire. L'origine des axes est placée au centre du tambour.

Le débit s'écrit pour un tambour rempli à 50 % :

$$Q = V_{\text{moy}} h = \frac{\Omega R^2}{2} \left(1 - \frac{x^2}{R^2}\right) \quad (53.)$$

Le profil de vitesse dans la zone en écoulement est donné par la relation suivante :

$$V_x = 2V_{\text{moy}} \left(1 + \frac{y}{h}\right), V_y = -\Omega x \left(\frac{y}{h}\right)^2 \quad (54.)$$

L'épaisseur de la zone d'écoulement suivant  $x$  s'écrit :

$$h(x) = h_0 \left( 1 - \frac{x^2}{R^2} \right) \quad (55.)$$

$h_0$  est l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour. La dépendance de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la taille du système ou les paramètres de fonctionnement n'est pas connue. Différents profils de vitesse sont testés (piston, Bagnold et cisaillement simple). La force agissant dans la couche en écoulement est prise comme égale à la somme de termes de gravité, un terme de friction (Coulomb) et un terme de collision (Bagnold). La résolution analytique est possible dans le cas de l'écoulement piston. L'expression de la vitesse moyenne donnée par Rao *et al.* (1991) dans la relation 52 est alors retrouvée. Le profil de vitesse linéaire (cisaillement simple) et le profil de Bagnold sont ceux qui donnent le meilleur accord avec les mesures expérimentales d'épaisseurs de zone d'écoulement selon  $x$ . Négliger les termes collisionnels (écoulement piston) donne un comportement incorrect.

Elperhin *et al.* (1998) considèrent dans la zone d'écoulement que les contraintes sont collisionnelles et l'interface statique/mobile est décrite en appliquant le critère de Mohr Coulomb. Ceci conduit à une relation entre épaisseur d'écoulement  $h$  et vitesse moyenne  $v_{moy}$  pour un tambour rempli à 50 % :

$$\left( \frac{h}{\varepsilon R} \right)^3 \propto \left( \frac{V_{moy}}{\sqrt{\varepsilon g R}} \right)^2 \quad (56.)$$

$$\frac{h}{\varepsilon R}(x) = \left( \frac{\Omega_a}{2} \left( 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right) \right)^{2/5} \quad (57.)$$

$x$  est l'axe parallèle à la surface libre et dont l'origine est placée au centre du tambour. Dans la relation 57,  $\Omega_a$  est une vitesse angulaire sans dimension qui s'écrit :

$$\Omega_a = \varepsilon^{-3/2} \Omega \sqrt{R/g} \quad (58.)$$

$\varepsilon$  est un paramètre ajustable qui prend en compte les contraintes à l'interface entre zone d'écoulement et zone statique et varie en  $d/R$  ( $d$  est le diamètre des particules).

La vitesse moyenne s'exprime :

$$\frac{V_{moy}}{\sqrt{\varepsilon g R}}(x) = \left( \frac{\Omega_a}{2} \left( 1 - \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right) \right)^{3/5} \quad (59.)$$

Maske (1999) propose un modèle décrivant la zone d'écoulement en faisant l'hypothèse d'un gradient de vitesse constant. En écrivant les équations de conservation de la masse, le profil de l'épaisseur de la zone d'écoulement est déduit dans le cas d'un tambour rempli à 50 % :

$$h(x) = \sqrt{\frac{\Omega}{\alpha}} (R^2 - x^2)^{1/2} \quad (60.)$$

L'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour est alors donnée par la relation 61 :

$$h(x=0) = \sqrt{\frac{\Omega}{\alpha}} R \quad (61.)$$

Le paramètre  $\alpha$  est lié au gradient de vitesse ( $v(y)=2\alpha y$ ) et est un paramètre mesuré expérimentalement, on retrouve donc une épaisseur de zone d'écoulement qui varie comme la racine de la vitesse de rotation.

Boateng (1998) développe un modèle dans lequel l'épaisseur de la zone d'écoulement est considérée comme fine devant la hauteur de remplissage. Les termes collisionnels (reliés à la température granulaire) seuls sont pris en compte dans la zone d'écoulement et les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie sont écrites. On distingue une ligne de vitesse des particules nulle et la limite entre zone d'écoulement et zone statique.

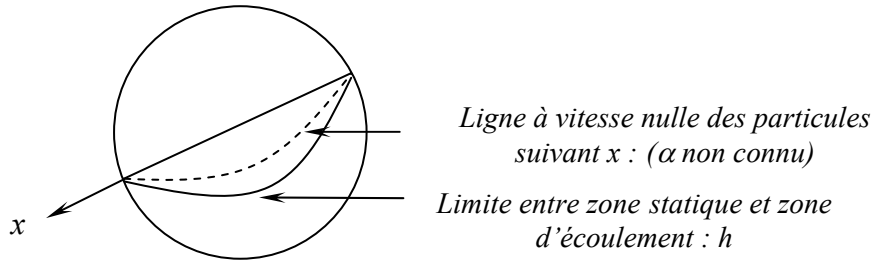


Figure 84 Distinction entre ligne à vitesse nulle des particules suivant  $x$  et limite entre zone statique et zone d'écoulement.

L'épaisseur de la zone d'écoulement et la vitesse sont obtenues par itérations successives en ayant comme critère de convergence que le débit passant dans la zone d'écoulement à chaque  $x$  soit contrebalancée par l'apport de matériau par la zone statique à 0.1 % près.

Au centre d'un tambour rempli à 50 %, on obtient une relation du type :

$$\mathcal{G}_{ec} \int_0^h v_x dy = 0.5 \mathcal{G}_{st} \Omega (R^2 - h^2) \quad (62.)$$

$\mathcal{G}_{ec}$  et  $\mathcal{G}_{st}$  correspondent respectivement aux fractions solides volumiques dans la zone d'écoulement et dans la zone statique.

Ding *et al.* (2001a) reprennent l'approche utilisée par Boateng en y apportant quelques modifications. Les contributions quasi statiques, dominantes à faible vitesse de rotation, sont prises en compte dans l'écriture des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. La vitesse s'écrit dans le cas d'un tambour rempli à 50 % :

$$v_x = \frac{\Omega h}{1 - \Lambda^2} \left( \Lambda^2 - \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right) \quad (63.)$$

Le paramètre  $\Lambda$  caractérise le comportement rhéologique du matériau et peut être calculé à l'aide des distributions de vitesse des particules à la surface libre. Ce paramètre augmente avec la vitesse de rotation, et pour une vitesse de rotation donnée varie suivant la position en  $x$  considérée. Ainsi, pour  $x/R$  variant entre 0.1 et 0.9,  $\Lambda$  varie de 0.75 à 0.9.  $\Lambda$  est défini comme le rapport  $\alpha/h$  (Figure 84).

L'épaisseur de la zone d'écoulement est donnée par la relation 64 :

$$h = \frac{1}{3\Lambda^2 + 1} \times \left[ \sqrt{6(1 - \Lambda^2)(3\Lambda^2 + 1) \left( \frac{R^2}{2} \right)} \right] \quad (64.)$$

Alexander *et al.* (2002) effectuent des mesures de vitesse de surface selon l'axe  $x$ . L'étude montre que pour des vitesses de rotation du tambour inférieures à une valeur critique de 30 rpm, la vitesse des particules s'écrit :

$$v_{\max} = R\Omega^{2/3} (g/d)^{1/6} \quad (65.)$$

au delà de cette vitesse de rotation critique, la vitesse maximale des particules s'écrit :

$$v_{\max} = R\Omega^{1/2} (g/d)^{1/4} \quad (66.)$$

Les différentes expressions d'épaisseurs de la zone d'écoulement au centre du tambour et du gradient de vitesse (ou expression de la vitesse) lues dans la littérature et décrites précédemment sont résumées dans le Tableau 15 :

Auteurs	$h$ : épaisseur de la zone d'écoulement au centre d'un tambour rempli à 50 %	$\gamma$ : gradient de vitesse $V_{\max}$ : vitesse maximale des particules à la surface libre $V_{\text{moy}}$ : vitesse moyenne des particules au centre du tambour	Remarques
Rajchenbach (1990,1998) (expérimental)	$h \propto \frac{R}{\left(\frac{g \sin \theta}{d}\right)^{1/4}} \Omega^{1/2}$ (en estimant $Q$ par $1/2 \Omega R^2$ )	$\dot{\gamma} \propto 0.4 \sqrt{\frac{g \sin \theta}{d}}$	$\dot{\gamma}$ indépendant de $w$
Bonamy (2001) (expérimental)	$h \approx \frac{R}{(g/d)^{1/4}} \Omega^{1/2}$	$\dot{\gamma} \propto 0.6 \sqrt{\frac{g}{d}}$	$\dot{\gamma}$ indépendant de $w$
Rao (1991)	$h = \frac{2\sqrt{16}}{15} \frac{(g \sin \theta - \cos \theta \tan \theta_d) R}{\dot{\gamma}}$	$\dot{\gamma} = \frac{2\sqrt{16} (g \sin \theta - \cos \theta \tan \theta_d) R}{h}$	$V_{\text{moy}} = \sqrt{\frac{16}{15}} aR$
Elperin (1998)	$h \propto d^{2/5} R^{4/5} \Omega^{2/5}$ en prenant $\varepsilon \propto (d/R)$	$V_{\text{moy}} \propto \frac{R^{6/5} \Omega^{3/5}}{d^{2/5}}$ en prenant $\varepsilon \propto (d/R)$	$\Omega$ est un paramètre ajustable
Maske (1999)	$h(x=0) \propto \sqrt{\frac{Q}{\gamma}} R$	$V_{\text{moy}} \propto h$ $\dot{\gamma} = \text{constante}$	<u>Hyp</u> : profil linéaire, $\gamma$ : paramètre ajustable
Ding (2001) (expérimental)	$h = \frac{1}{3\Lambda^2 + 1} \times \left[ \sqrt{6(1 - \Lambda^2)(3\Lambda^2 + 1)} \left( \frac{R^2}{2} \right) \right]$	$v_x = \frac{\Omega h}{1 - \Lambda^2} \left[ \Lambda^2 - \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right]$	$\Lambda = \alpha / h$ (Figure 84)
Alexander (2002) (expérimental)		$v_{\max} = R\Omega^{2/3} (g/d)^{1/6}$	$w < 30$ rpm

Tableau 15 Expressions d'épaisseur de zone d'écoulement, vitesse ou gradient de vitesse issues de modèles théoriques ou de mesures expérimentales.

## 2.4 Intérêt de la présente étude

Une revue rapide des principaux modèles utilisés pour décrire les écoulements en tambour tournant montre deux tendances :

- Certains auteurs considèrent que les échanges de particules entre zone d'écoulement et zone statique se font dans une zone d'une certaine épaisseur (Boateng 1998, Ding 2001, Gauthier 1991). Cette zone d'échange est limitée par :

- la limite entre zone statique et zone d'écoulement
- la ligne suivant laquelle les particules ont une vitesse nulle

- D'autres auteurs considèrent que l'épaisseur de la zone d'échange est négligeable (Khakhar 2001, Rajchenbach 1998, Bonamy 2001, Rao 1991, Elperin 1998, Maske 1999). D'autre part, le gradient de vitesse est souvent considéré comme indépendant de la vitesse de rotation pour un tambour et des particules données ( $h \propto \omega^{0.5}$  soit  $v_{moy} \propto h$ ) (Rajchenbach 1998, Bonamy 2001, Maske 1999). Cependant, les résultats obtenus expérimentalement sont observés dans des systèmes assez similaires en terme de dimensions et de plages de fonctionnement (Tableau 14). Notre dispositif expérimental permet de balayer de larges plages de fonctionnement (Tableau 18) et par conséquent de vérifier la robustesse des relations établies jusqu'à présent.

### 3 Sensibilité de la zone d'écoulement aux paramètres expérimentaux

Nous avons vu dans la partie consacrée au régime d'avalanche (Partie II) que les angles de repos et d'avalanches sont très sensibles à la largeur du tambour, à la distribution granulométrique et à la morphologie des particules. Nous vérifions dans la première partie de ce travail la sensibilité de l'épaisseur de la zone en écoulement à ces mêmes paramètres. Les résultats de cette étude conditionnent les précautions prises dans la suite des expériences.

#### 3.1 Influence des parois sur la mesure

Les différentes sources d'erreur possibles lors de la mesure des épaisseurs en écoulement à la surface libre ont été présentées dans la Partie I de ce mémoire. Nous revenons plus précisément sur l'influence possible des parois sur les mesures que nous réalisons. La vitre a indubitablement une influence sur l'écoulement. Des mesures de Boateng *et al.* (1997) ont montré que l'épaisseur de la zone d'écoulement à la paroi pouvait être réduite de 15 % par rapport au centre du tambour et les vitesses de particules réduites de 20-25 % à 5 cm de la paroi par rapport à une mesure faite à 22 cm de la vitre dans un tambour de 96.4 cm de diamètre et 100 cm de long.

Orpe *et al.* (2001) ont étudié l'influence des parois sur la zone d'écoulement dans un tambour de 16 cm de diamètre. Trois systèmes différents sont utilisés :

- Billes d'acier de 2 mm, écartement des parois de 1 cm ( $l/d=5$ ), parois en acrylique.
- Billes d'acier de 2 mm, écartement des parois de 2 cm ( $l/d=10$ ), parois en acrylique.
- Billes d'acier de 2 mm, écartement des parois de 1 cm ( $l/d=5$ ), une paroi en aluminium et l'autre en acrylique.

Les angles d'écoulement diffèrent (jusqu'à 10° d'écart) d'un système à l'autre mais les profils complets de zone d'écoulement sont identiques et se superposent après une rotation égale à la différence d'angle d'écoulement.

N'ayant pas accès à ce qui se passe au centre du tambour dans nos expériences, nous avons réalisé des expériences avec des écartements décroissants des parois. L'idée sous-jacente est que, si les parois influencent l'écoulement en modifiant par exemple l'épaisseur de la zone d'écoulement, l'effet sera plus important dans un système étroit. Les expériences ont été réalisées dans un tambour de 20 cm de diamètre rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm. L'écartement entre les parois varie entre 0.5 et 6 cm, soit entre 2.5 et 30 diamètres de

particules. Dans le cas d'une largeur de tambour égale à 2.5 diamètres de particules, il semble difficile qu'un profil de vitesse se développe perpendiculairement à la paroi. La Figure 85 montre que les épaisseurs de zone d'écoulement ne sont pas modifiées par l'écartement entre les parois dans la gamme de largeur et de vitesses de rotation étudiée même si les angles d'écoulement dans cette même série d'expériences sont augmentés de 15 % environ quand l'écartement entre les parois est inférieur à 10 diamètres de particules (voir Partie III paragraphe 3.3.1).

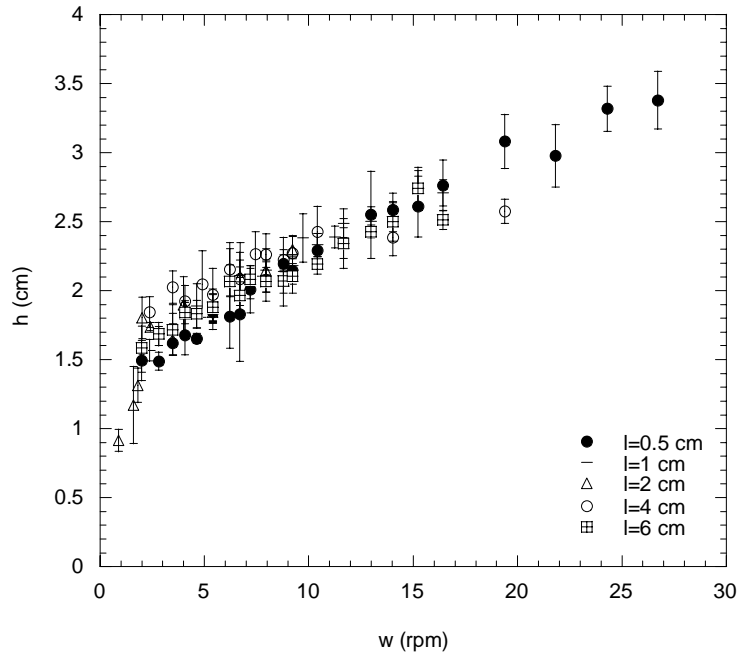


Figure 85 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation du tambour.  $D=20$  cm,  $d=2$  mm, l'écartement entre les parois varie entre 2.5 et 30 particules.

Ce résultat montre que les parois n'affectent pas la zone d'écoulement alors que les angles d'écoulement y sont sensibles, ce qui est en accord avec les résultats de Orpe *et al.* (2001). De plus, en anticipant sur la présentation des résultats, un argument supplémentaire confirme le fait que nos observations à la paroi sont peu différentes de ce qui se passe dans l'épaisseur du tambour. Nous verrons en effet (paragraphe 5.1.4 et 5.2.3) que les débits mesurés à la paroi à partir du gradient de vitesse, mesuré au centre du tambour, sont très peu différents des débits volumiques estimés par conservation du volume ( $1/2\Omega R^2$ ). Par conséquent, la variation axiale de vitesse maximale des particules à la surface libre est faible. De ce fait, il semblerait que les épaisseurs de zone d'écoulement à la paroi et au centre du tambour soient peu différentes dans la gamme de largeurs étudiée.

### 3.2 Influence de la distribution granulométrique et des propriétés de surface des particules

Nous nous sommes attachés dans un premier temps à étudier l'influence de la distribution granulométrique des particules sur l'épaisseur de la zone d'écoulement. Une première partie des expériences consiste à réduire la largeur de la distribution granulométrique de billes de verre de 500-630  $\mu\text{m}$  et 1-1.4 mm. Une seconde partie de ce travail met en jeu des écoulements de billes de verre auxquels des agents d'écoulement ont été ajoutés. En effet, nous avons vu dans la partie consacrée à la mesure d'angles que ceux-ci sont très sensibles aux caractéristiques granulométriques et morphologiques des particules...La zone d'écoulement montre-t-elle la même sensibilité aux propriétés des particules ?

### 3.2.1 Réduction de la distribution granulométrique

Deux systèmes ont été étudiés :

- Tambour D=12 cm l=2.4 cm, billes de 1-1.4 mm ou 1.19 mm
- Tambour D=5.6 cm l=1.1 cm, billes de 500-630  $\mu\text{m}$  ou 560  $\mu\text{m}$

La méthode d'obtention de particules monodisperses a été décrite dans la première partie de ce mémoire. Les tailles de particules notées 1-1.4 mm et 500-630  $\mu\text{m}$  correspondent à la gamme de taille fournie par le fabricant. 1.19 mm et 560  $\mu\text{m}$  désignent les dimensions de tamis utilisés pour produire les lots monodisperses à partir des lots polydisperses achetés. Les caractéristiques granulométriques de ces particules sont rappelées dans le tableau ci-dessous :

d (mm)	1-1.4	1.19	0.500-0.630	0.56
Moyenne (mm)	1.20	1.25	0.540	0.583
Ecart type (mm)	0.071	0.028	0.058	0.057
Ecart type/moyenne	0.059	0.022	0.107	0.097

Tableau 16 Caractéristiques granulométriques des particules utilisées.

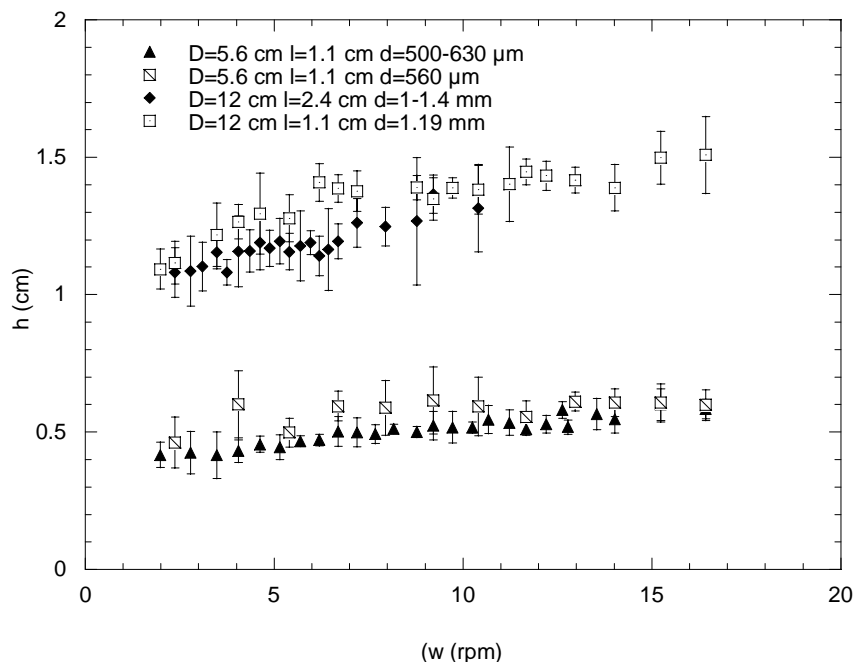


Figure 86 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. Comparaison du comportement de lots polydisperses et monodisperses associés.

Les particules monodisperses ont une distribution granulométrique moins étalée (écart type réduit) et des diamètres moyens assez peu différents, bien que légèrement supérieurs, à ceux des lots polydisperses. Il semble que les épaisseurs de zone d'écoulement des particules monodisperses soient systématiquement supérieures à celles des particules polydisperses dont elles sont issues. Il est possible que cet écart systématique soit à mettre en rapport avec les différences de diamètres moyens des lots monodisperses et polydisperses associés. Les différences d'épaisseurs ne sont cependant pas significatives étant donné les barres d'erreur. Nous considérons donc que l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour n'est pas affectée par la distribution granulométrique.

Orpe *et al.* (2001) comparent les profils complets de zone d'écoulement obtenus avec des billes de verre de 800  $\mu\text{m}$  et du sable de même taille placé dans un tambour de 32 cm de diamètre. Les profils de la zone d'écoulement se superposent après une rotation égale à la différence d'angle d'écoulement entre les deux systèmes. Ce résultat est en parfait accord



avec nos observations puisque l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour est mesurée perpendiculairement à la surface libre et ne dépend donc pas de l'angle d'écoulement. Les caractéristiques granulométriques ou morphologiques des particules utilisées modifient donc les angles d'écoulement (Figure 76) sans affecter l'épaisseur sur laquelle le matériau granulaire s'écoule dans un tambour tournant (Figure 87).

### 3.2.2 Ajout d'agents d'écoulement

Dans les expériences précédentes, la distribution granulométrique des particules a été réduite. Par conséquent, les lots de particules comparés ont un diamètre moyen assez peu différent, ce qui peut expliquer l'existence de zones d'écoulement d'épaisseurs identiques. Afin de changer fondamentalement les propriétés du milieu granulaire, des agents d'écoulement (poudres de silice micronique) ont été ajoutés à des billes de verre de différentes tailles. Nous avons vu dans la partie II que les angles (d'écoulement, d'avalanche et de repos) étaient modifiés (augmentés ou réduits) lors de l'ajout de particules fines. Les modifications des propriétés de l'écoulement sont elles cette fois ci suffisamment importantes pour observer des effets sur l'épaisseur de la zone d'écoulement ?

Deux systèmes ont été étudiés :

- Billes 150-250  $\mu\text{m}$  dans un tambour de 5.6 cm de diamètre et 1.1 cm de large sans ajout de fines ou avec 0.54 % en masse d'Aérosil ajouté.
- Billes 1-1.4 mm dans un tambour de 12 cm de diamètre et 2.4 cm de large sans fines et avec ajout de 1 % en masse de Sunsil.

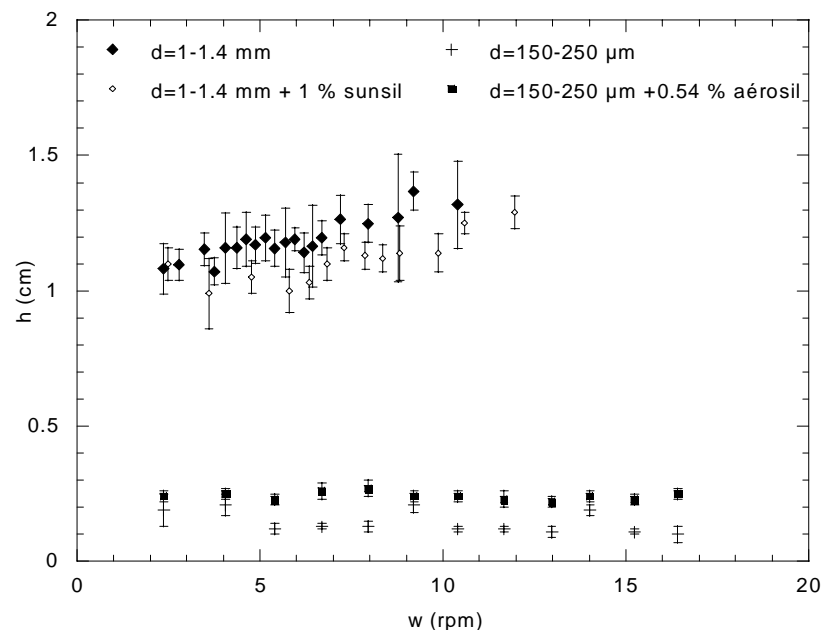


Figure 87 Influence de l'ajout d'agent d'écoulement sur l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation.

Si une tendance était à dégager, elle correspondrait plutôt à une absence de modification de l'épaisseur de la zone d'écoulement en présence de Sunsil et à une augmentation de l'épaisseur en présence d'Aérosil. Etant donné les barres d'erreur il semble plus juste de considérer que les épaisseurs, en présence ou non d'agent d'écoulement sont comparables.

### 3.3 Conclusion

Afin d'évaluer l'influence des modifications de la granulométrie de billes de verre sur l'épaisseur de la zone d'écoulement, le comportement de billes polydisperses et monodisperses a été comparé. Dans le cadre des expériences réalisées, l'épaisseur de la zone d'écoulement n'est pas affectée par la largeur de la distribution granulométrique des particules considérées. L'ajout d'agent d'écoulement à des billes de verre ne modifie pas non plus de façon significative les épaisseurs en écoulement.

## 4 N'avez vous jamais entendu parler des "10 couches de billes" ?

### 4.1 Étude bibliographique

De nombreux auteurs rapportent l'existence d'écoulements de grains qui se font sur 10 diamètres de particules environ.

Le tableau ci-dessous résume les mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement effectuées au centre du tambour et les dimensions des systèmes expérimentaux utilisés disponibles dans la littérature. Les auteurs ne travaillant pas nécessairement avec des hauteurs de remplissage  $H$  identiques, les mesures sont comparées en terme de rapport  $L/d$  ( $L$  : longueur de la surface libre en nombre de billes). Les notations utilisées dans le Tableau 17 sont résumées sur la Figure 88.  $h/d$  est l'épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre des particules.

Auteurs	w (rpm)	H/D	D×l (cm)	Particules	L/d	h/d
Rajchenbach J. (2000)	5-20 rpm	50 %	10×(0.15 ou 0.3) 20×(0.15 ou 0.3)	Billes d'acier (1.5 mm) Billes d'acier (3 mm)	33-133	6-13
Gauthier C. (1991)	2-6 rpm	8 à 30 %	36×130	Coke (0.4 mm) Sable 16 (1.2 mm) Sable 40 (0.7 mm) Sel (0.54 mm)	35-65 100-200 200-400 250-500	4-20 1-7 2-12 1-8
Nakagawa (1993)	0-25 rpm	50 %	8.8×58.5	Grains de moutarde (1.5 mm)	58	0-16
Boateng (1997)	2-5 rpm	15 %	9.6×100	Polyéthylène (3.63 mm) Riz long grain (5.35 mm)	140-250 100-170	6-17 7-17
Khakhar (1997a, 1997b)	8 rpm	50 %	15×1.9	Billes de verre (3 mm) Billes d'acier (3.2 mm)	50	5-6
Orpe (2001)	0-40 rpm	50%	8×(1 ou 2) 16×(1 ou 2) 32×(1 ou 2)	Billes d'acier (1, 2 ou 4 mm) Billes de verre (0.8, 1, 2 ou 4 mm) Sable (0.4 ou 0.8 mm)	40 80 160 20	4-7 6-12 8-20 1-7
	0-20 rpm	50 %	14.8×1.5	Billes de sucre (1.8 mm) Cristaux de sucre (1 mm) Billes de métal (4.5 mm)	37 69 14	3-7 6-8 3-4
Yamane (1998)	5-25 rpm	50 %	6.9×49	Grains de moutarde (1.5 mm)	46	7-13
Bonamy (2001)	1-6 rpm	50 %	45×(0.305 à 2.2)	Billes d'acier (3 mm)	150	6-16

Tableau 17 Mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement collectées dans la littérature.

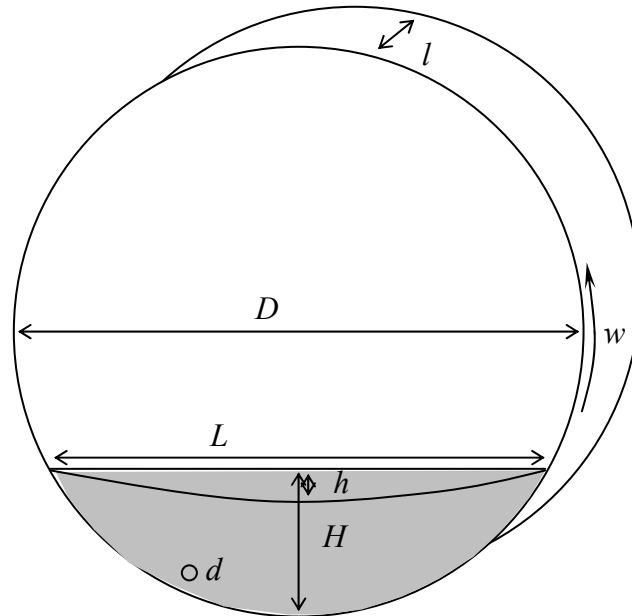


Figure 88 Représentation schématique des notations utilisées dans le Tableau 18.

L'ensemble de ces données montre que l'épaisseur de la zone d'écoulement mesurée au centre du tambour est systématiquement de l'ordre de 10-20 couches de particules, ce qui explique qu'on admette communément une épaisseur de zone d'écoulement de l'ordre de 10 couches de grains... Cependant, on observe que les expériences sont généralement menées dans un tambour de taille donnée avec des particules de taille millimétrique. En effet, les expérimentateurs préfèrent utiliser des dimensions de tambour et de particules "pratiques", j'entends par là, des dimensions de tambour faciles à manipuler et des particules suffisamment grosses pour que leur taille et leur forme soient contrôlées, qu'elles soient visibles à l'œil nu et peu sensibles aux effets d'humidité. Ce choix implique que l'ensemble des résultats expérimentaux disponibles se trouvent dans une plage de fonctionnement réduite du système. On observe dans le Tableau 17 que les rapports  $L/d$  sont toujours inférieurs à 300 environ.

Nous avons souhaité vérifier la robustesse des "10 couches de grains" pour de grandes plages de rapports  $L/d$ , c'est à dire de grands plages de rapports  $D/d$  car nous travaillons avec un taux de remplissage à 50 %. La flexibilité de notre dispositif expérimental permet de balayer des rapports  $D/d$  allant de 47 à 7400 (Tableau 18).

		Diamètres de particules							
		2 mm	1-1.4mm	1.19 mm	500-630 µm	560 µm	315-355 µm	150-250 µm	45-90 µm
T A M B O U R	D=5.6 cm l=1.1 cm	–	47	–	100	100	–	–	–
	D=12 cm l=2.4 cm	–	100	100	–	214	–	600	–
	D=20 cm l=0.5 cm	100	–	–	–	–	–	–	–
	D=20 cm l=1 cm	100	–	–	–	–	–	–	–
	D=20 cm l=2 cm	100	166	–	357	–	–	1000	–
	D=20 cm l=4 cm	100	–	–	–	–	–	–	–
	D=20 cm l=6 cm	100	–	–	–	–	–	–	–
	D=30 cm l=0.6 cm	–	–	–	–	–	–	1500	–
	D=30 cm l=1 cm	–	–	–	–	–	895	–	–
D=50 cm l=0.6 cm	–	–	–	–	–	–	2500	7400	

Tableau 18 Dimensions de tambours et particules utilisés. La valeur du rapport D/d correspondant est donnée.

## 4.2 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec le rapport D/d

### 4.2.1 La taille du tambour définit-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?

Dans un premier temps, nous considérons un tambour de taille fixe : 20 cm de diamètre et 2 cm de large. Quatre types de particules sont à disposition : 2 mm, 1-1.4 mm, 500-630  $\mu\text{m}$  et 150-250  $\mu\text{m}$ . L'épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre  $d$  des particules est représentée en fonction de la vitesse de rotation sur la Figure 89.

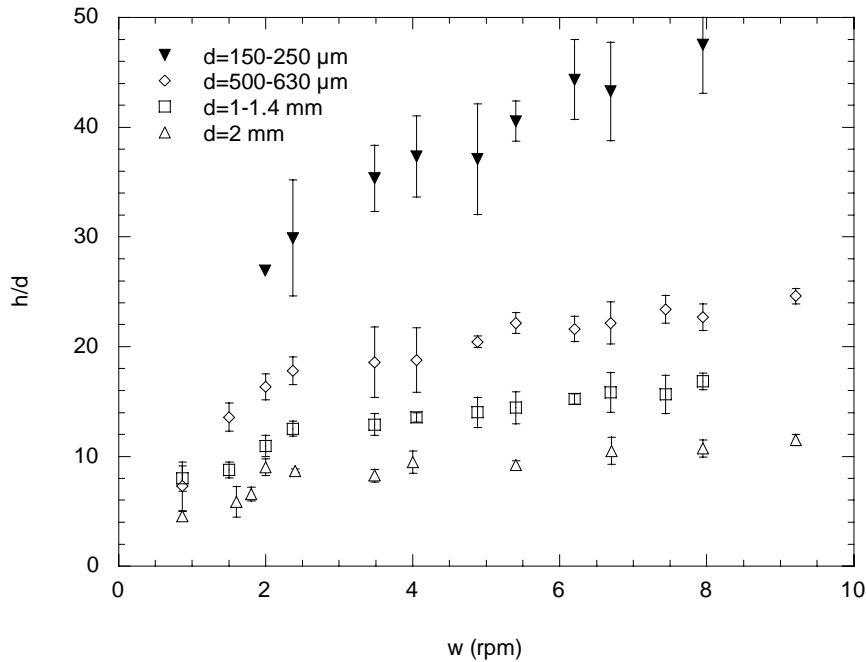


Figure 89 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement ( $h/d$ ) avec la vitesse de rotation pour des billes de verre de 2 mm, 1-1.4 mm, 500-630  $\mu\text{m}$  et 150-250  $\mu\text{m}$  placées dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large.

L'analyse de la figure ci-dessus montre que même si l'épaisseur de la zone d'écoulement est de 10 couches de particules pour les billes de 2 mm, elle peut atteindre jusqu'à 50 couches de particules pour les billes de 200  $\mu\text{m}$ . De plus, l'épaisseur de la zone d'écoulement n'est pas constante et augmente de façon monotone avec la vitesse de rotation.

On peut imaginer que l'épaisseur de la zone d'écoulement correspond à une fraction fixe du rayon du tambour. La représentation des mesures en centimètre ne conduit pas à une superposition des points expérimentaux (Figure 90), ce qui va à l'encontre de l'hypothèse avancée.

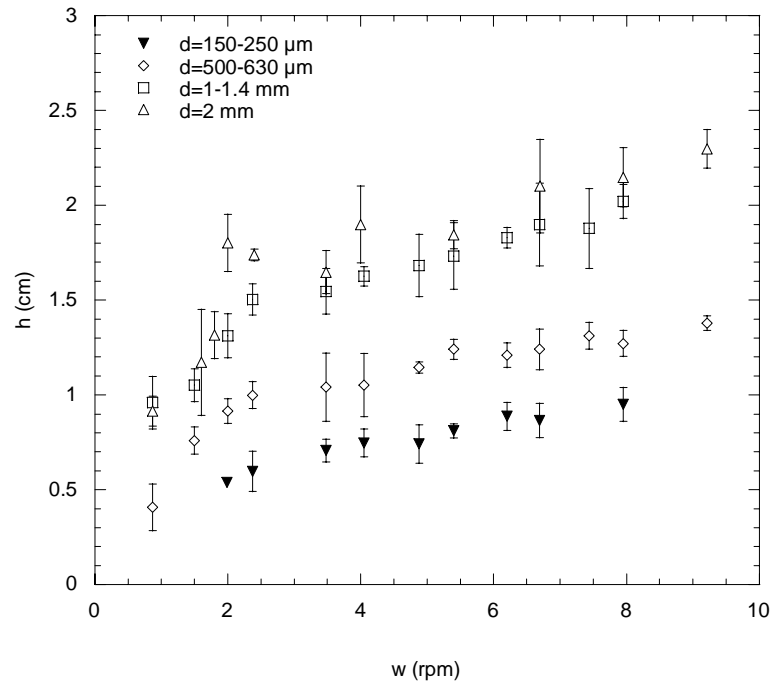


Figure 90 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement  $h$  (cm) avec la vitesse de rotation pour des billes de verre de 2 mm, 1-1.4 mm, 500-630  $\mu\text{m}$  et 150-250  $\mu\text{m}$  placées dans un tambour de 20 cm de diamètre et 2 cm de large.

L'épaisseur sur laquelle le matériau granulaire s'écoule n'est pas uniquement imposée par la taille du tambour. Les particules utilisées ayant des tailles différentes, il est légitime de penser que l'épaisseur de la zone d'écoulement dépend du diamètre des particules utilisées. Cette hypothèse est testée dans le paragraphe 4.2.2.

#### 4.2.2 La taille des particules définit-elle l'épaisseur de la zone d'écoulement ?

Des particules de 1-1.4 mm sont placées dans des tambours de différents diamètres (20 cm, 12 cm et 5.6 cm). L'épaisseur de la zone d'écoulement est mesurée en fonction de la vitesse de rotation (Figure 91).

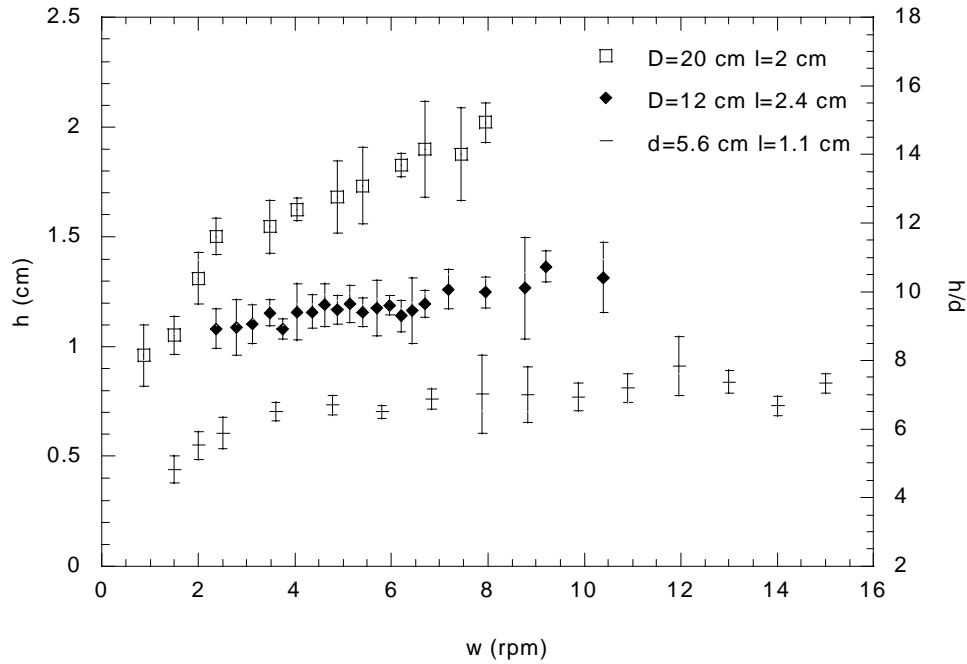


Figure 91 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation pour des particules de 1-1.4 mm de diamètre placées dans trois tambours de tailles différentes :  $D=20$  cm,  $D=12$  cm et  $D=5.6$  cm.

On constate sur la Figure 91 que les épaisseurs de zone d'écoulement en centimètres sont différentes dans les trois cas considérés. Si l'évolution de cette épaisseur avec la vitesse de rotation était uniquement fonction des caractéristiques des particules en écoulement, les trois courbes représentées sur la Figure 91 devraient se superposer. Ces expériences montrent que les épaisseurs en écoulement ne dépendent pas uniquement des propriétés des particules.

#### 4.2.3 Systèmes géométriquement similaires

Nous avons vu dans les deux paragraphes précédents (4.2.1 et 4.2.2) que ni la taille du tambour ni la taille des particules seules ne suffisaient à contraindre l'épaisseur sur laquelle le matériau granulaire s'écoule. Il est possible que la combinaison de ces deux grandeurs (rapport  $D/d$ ) soit le paramètre pertinent. En effet, la majorité des études menées jusqu'à maintenant ont été faites dans des systèmes tels que les rapports  $D/d$  sont compris entre 50 et 200, ce qui conduit à des épaisseurs de zones d'écoulement de l'ordre de 10 à 20 particules. Nous avons effectué des mesures d'épaisseurs en écoulement dans des systèmes homothétiques : leur dimension est telle que les rapports  $D/d$  et  $l/d$  sont identiques. Des rapports  $D/d$  de 100 et  $l/d$  de 20 ont été retenus. Le Tableau 19 donne les caractéristiques des systèmes étudiés.

$d$ ( $\mu\text{m}$ ) \n $D \times l$ (cm)	2000	1000-1400	500-630
20×4	100	-	-
12×2.4	-	100	-
5.6×1.1	-	-	100

Tableau 19 Systèmes géométriquement similaires étudiés.

L'évolution des épaisseurs de zone d'écoulement avec la vitesse de rotation est représentée sur la Figure 92.

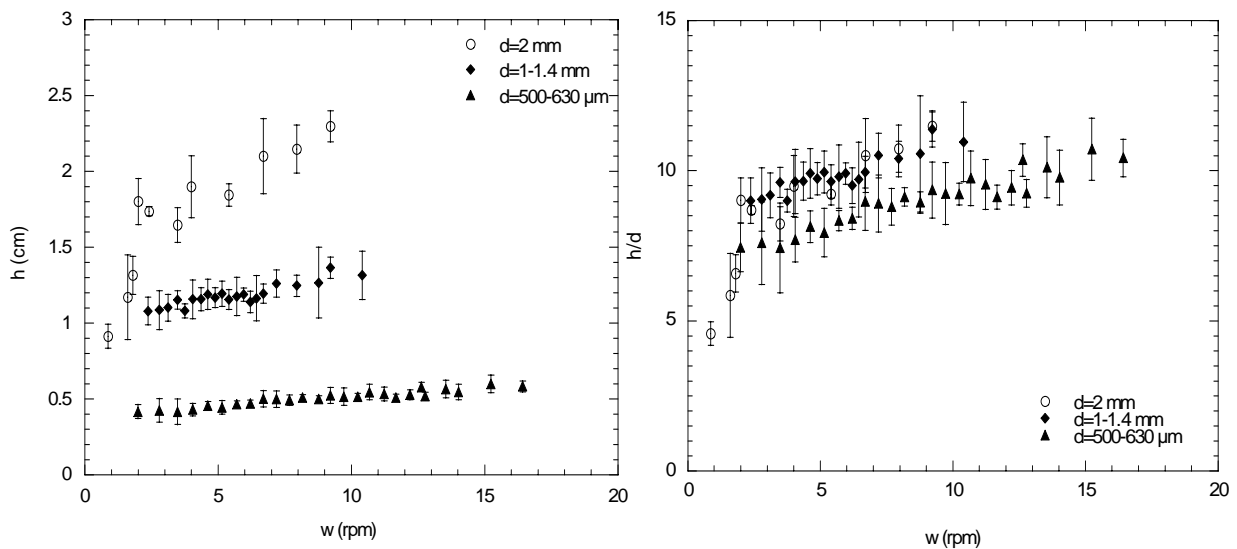


Figure 92 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation du tambour dans des systèmes géométriquement similaires :  $D/d=100$ ,  $l/d=20$ . Gauche : épaisseurs en centimètres. Droite : épaisseurs normalisées par le diamètre  $d$  des particules.

Les épaisseurs de zone d'écoulement en centimètres sont différentes dans les trois systèmes (Figure 92 gauche) : l'épaisseur est d'autant plus grande que les particules sont grosses. La normalisation des épaisseurs par le diamètre des particules conduit à un regroupement des données (Figure 92 droite). Un test statistique a été appliqué à ces séries de mesure de façon à vérifier leur égalité. Ce test consiste à calculer la probabilité que deux mesures soient identiques. Le détail des calculs est présenté en annexe H. L'égalité des mesures est vérifiée avec une probabilité de 94-99 %, ce qui est tout à fait satisfaisant. Les épaisseurs de zone d'écoulement en nombre de particules sont donc identiques dans les trois systèmes et de l'ordre de dix couches de billes!

Il découle de cette étude que les systèmes sont homothétiques en terme d'épaisseur de zone d'écoulement.

#### 4.2.4 Exploration de larges plages de fonctionnement

De nombreuses combinaisons taille de tambour/taille de particules ont été étudiées (Tableau 18). Les rapports  $D/d$  explorés s'étendent de 47 à 7400 (Figure 93). L'utilisation de particules d'un diamètre inférieur à  $100 \mu\text{m}$  est délicate car elles sont sensibles à l'humidité. Les conditions d'hygrométrie sont contrôlées et les résultats obtenus avec les particules de petite taille sont cohérents avec l'ensemble des expériences.

Plusieurs observations sont faites sur la Figure 93 :

- Tout d'abord, ces mesures montrent que l'épaisseur de 10-20 couches de particules peut être largement dépassée puisqu'une épaisseur de l'ordre de 200 billes est observée pour le système constitué d'un tambour de 50 cm rempli à 50 % de billes 45-90  $\mu\text{m}$ .
- D'autre part, à vitesse de rotation fixée, on constate que l'épaisseur de la zone d'écoulement est d'autant plus importante que le rapport  $D/d$  est élevé, c'est à dire que les particules sont petites par rapport au tambour.
- L'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation est d'autant plus rapide que le rapport  $D/d$  est grand.



D'après ces observations les systèmes caractérisés par un rapport  $D/d$  faible se comportent différemment des systèmes à rapport  $D/d$  élevés. Dans la suite de ce travail, nous analysons plus en détail et séparément ces deux types de systèmes. Toutes les mesures expérimentales brutes sont données dans l'annexe I.

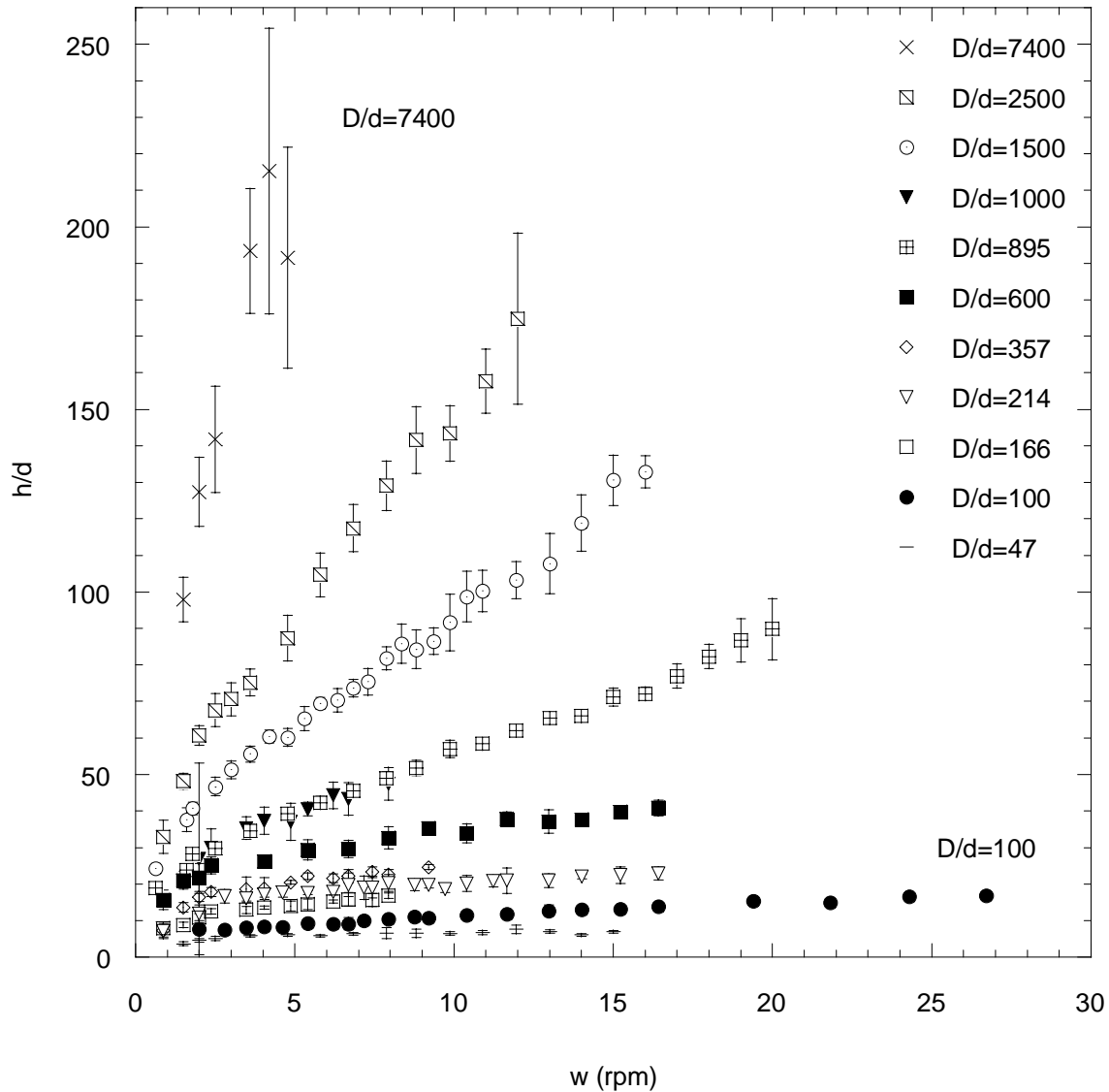


Figure 93 Evolution de  $h/d$  (épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre des particules) en fonction de la vitesse de rotation du tambour. Les rapports  $D/d$  varient de 47 à 7400. La totalité des mesures expérimentales n'a pas été représentée pour des raisons de clarté. Petit calcul : à raison de 10 mesures par point représenté sur le graphique (incomplet), 2000 mesures environ ont été réalisées !

## 5 Etude détaillée du comportement des écoulements en fonction du rapport $D/d$

Il est possible de regrouper arbitrairement les mesures expérimentales en deux groupes différents :

- $D/d$  petits (47 à 600) : l'épaisseur de la zone d'écoulement varie peu avec la vitesse de rotation.
- $D/d$  grands (895 à 7400) : l'épaisseur de la zone d'écoulement varie de façon importante avec la vitesse de rotation.

Ces deux comportements distincts, même si le passage de l'un à l'autre est continu, sont étudiés séparément et en détail dans les deux paragraphes suivants pour des raisons de facilité. Ce choix, nous le verrons par la suite, est justifié.

## 5.1 Petits rapports $D/d$ : 47-600

Les rapports de taille  $D/d$  compris entre 47 et 600 sont les plus utilisés (paragraphe 4) dans les études expérimentales présentées dans la littérature. Dans ces conditions, on constate que les épaisseurs de zone d'écoulement ne dépassent pas au maximum 40 couches de particules au centre du tambour et varient assez peu avec la vitesse de rotation (Figure 94).

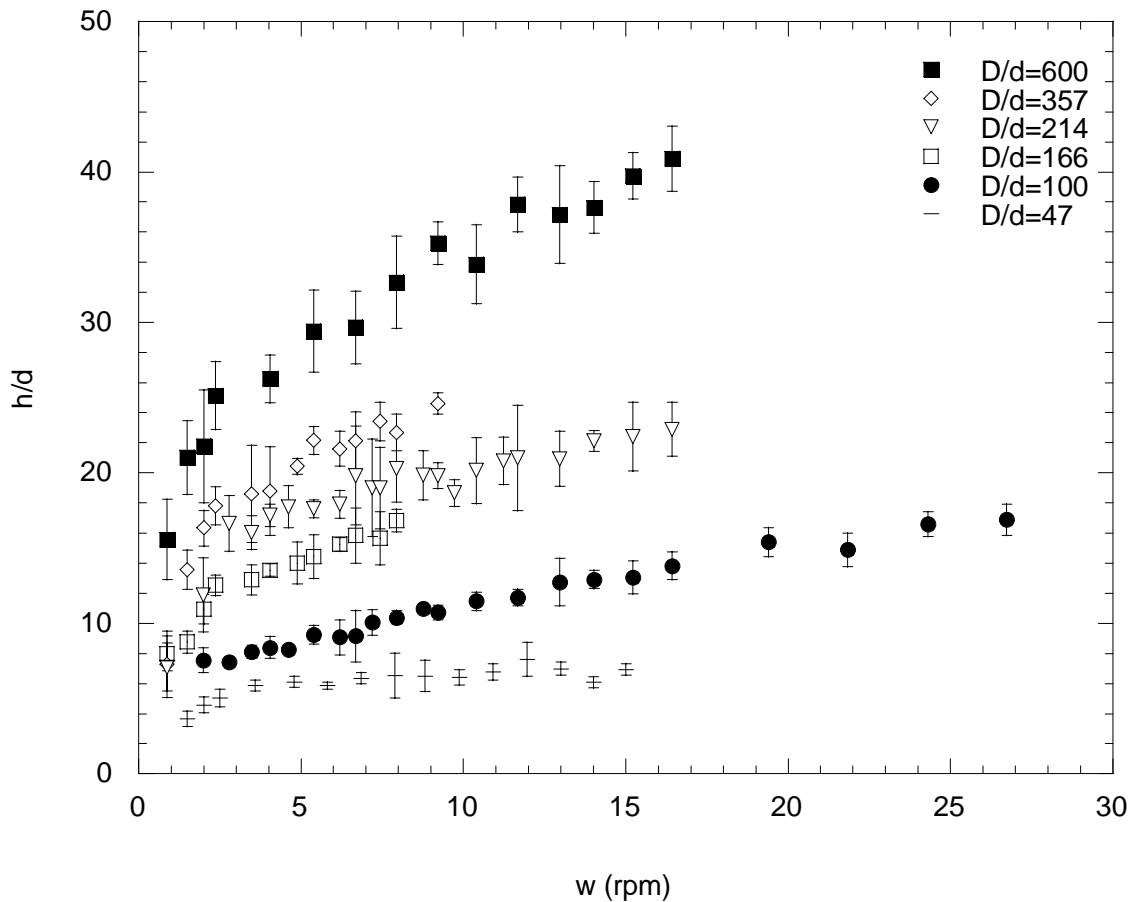


Figure 94 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre des particules en fonction de la vitesse de rotation pour des rapports  $D/d$  compris entre 47 et 600.

Dans la suite de ce travail, nous allons extraire des mesures expérimentales une relation entre vitesse moyenne d'écoulement et épaisseur de la zone en écoulement dans le but de comparer nos résultats à ceux établis antérieurement.

### 5.1.1 Lois de puissance sur $h/d=f(w)$

#### Principe

Nous avons vu que les études expérimentales (Bonamy 2001, Rajchenbach 1998) jusqu'alors réalisées convergent vers l'existence d'un gradient de vitesse constant, indépendant de la vitesse de rotation du tambour. Ce résultat est repris en général dans les

modèles théoriques d'écoulement en tambour et plus généralement d'écoulement sur fond meuble (voir paragraphe 2). Le but de notre étude est de vérifier la validité de la relation  $V_{moy} \propto h$  pour de larges plages de fonctionnement. De plus, sur plan incliné, la relation entre vitesse moyenne d'écoulement et épaisseur prend la forme  $V_{moy} \propto h^{3/2}$ . Est-il possible de retrouver cette même dépendance en tambour tournant pour des rapports  $D/d$  élevés, c'est à dire quand la courbure de la base de la zone d'écoulement devient faible ? Dans nos expériences, les profils de vitesse n'ont pas été mesurés de façon systématique. En revanche, nous disposons de nombreuses mesures d'épaisseurs en fonction de la vitesse de rotation du tambour qui peuvent nous permettre d'estimer les gradients de vitesse associés en écrivant une simple relation de conservation de la masse au centre du tambour.

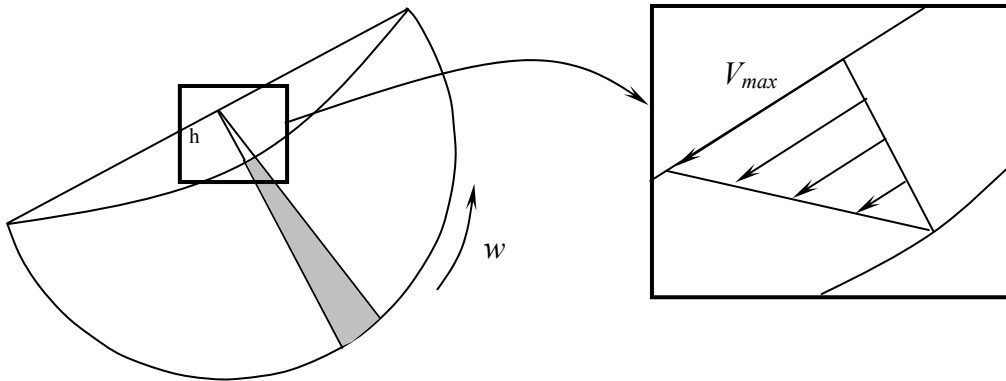


Figure 95 Représentation schématique des hypothèses formulées pour le calcul de gradient de vitesse à partir de mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement.

La linéarité du profil de vitesse a été vérifiée par de nombreuses études (Boateng 1998, Nakagawa 1993, Maske 1999, Bonamy 2001, Rajchenbach 1998). Nous l'avons également observée pour des systèmes  $D/d=100$  et  $D/d=1500$  (Figure 102 et Figure 107). Par conséquent, nous faisons l'hypothèse dans ce calcul que le profil de vitesse est linéaire au centre du tambour pour toutes les expériences réalisées. Nous négligeons ici la zone de fluage qui existe entre la zone statique et la zone d'écoulement.

La vitesse moyenne de l'écoulement au centre du tambour est calculée :

$$\frac{V_{max}}{2} = V_{moy} = Q/h \quad (67.)$$

Le débit injecté au centre du tambour (partie grisée sur la Figure 95) est estimé selon l'une ou l'autre des expressions suivantes (Rajchenbach 2000) :

$$Q = \frac{1}{2}\Omega R^2 \quad \text{ou} \quad Q = \frac{1}{2}\Omega(R^2 - h^2) \quad (68.)$$

$\Omega$  est la vitesse de rotation angulaire ( $=2\pi w/60$ ) du tambour avec  $w$  exprimé en tour par minute.

L'écart d'estimation du débit lié à la prise en compte (ou non) de l'épaisseur de la zone d'écoulement dans le calcul est faible. Dans le cas où l'épaisseur de la zone d'écoulement sature, les épaisseurs maximales mesurées sont de l'ordre de  $0.3R$ . Dans ce cas, la différence d'estimation du débit induit un écart de 5 % maximum. Dans la suite de ce travail, les calculs de débits ont néanmoins été faits en tenant compte de l'épaisseur de la zone d'écoulement.

Nous avons vu que  $h$  est une fonction de  $w$ . Etant donné l'allure des courbes représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation, une loi de puissance du type  $h = a.(w)^n$  a été utilisée pour interpoler l'ensemble des données. Ce

choix semble raisonnable au vu de la représentation des données dans un graphique en coordonnées logarithmiques (Figure 96).

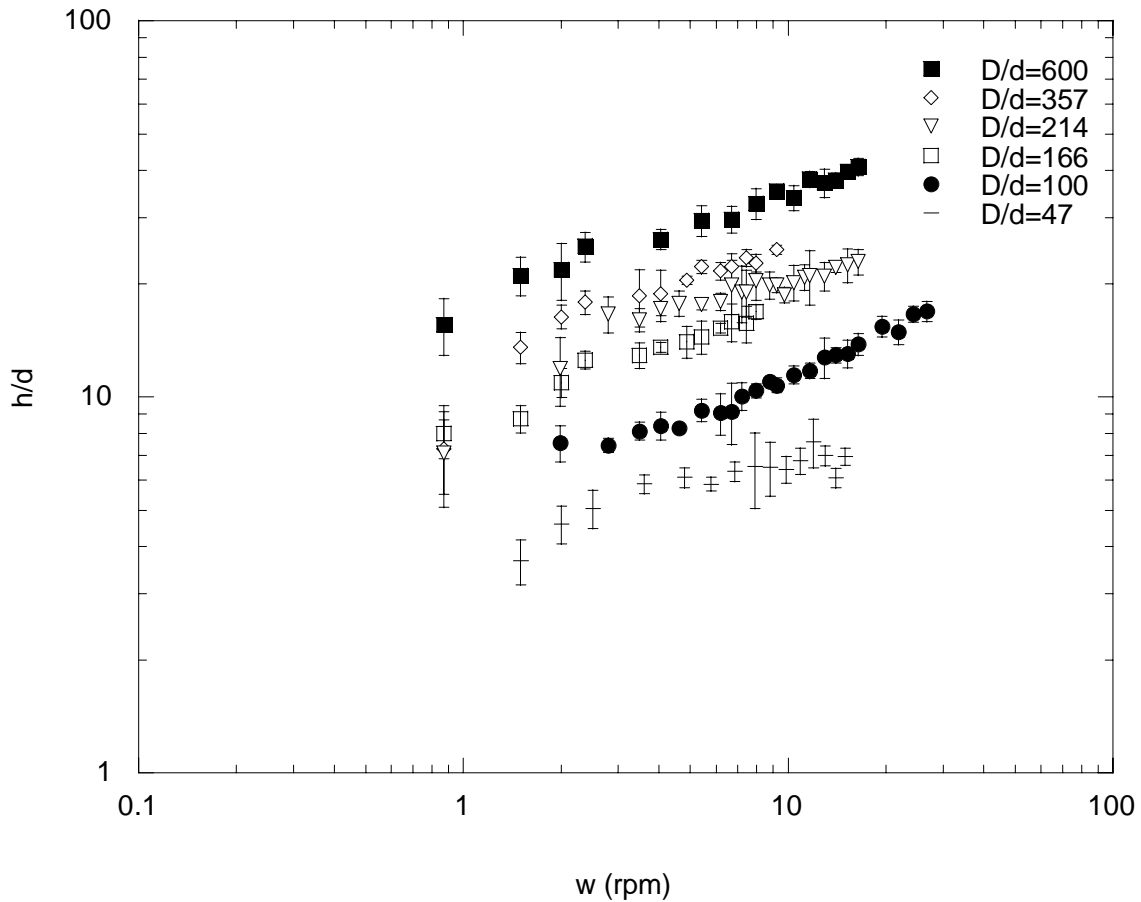


Figure 96 Représentation de mesures d'épaisseurs en fonction de la vitesse de rotation dans un graphe en coordonnées logarithmiques.

En partant d'une loi de puissance reliant épaisseur de la zone d'écoulement et vitesse de rotation, il est possible de remonter à une relation entre épaisseur de la zone d'écoulement et vitesse moyenne d'écoulement.

Ceci permet d'écrire :

$$V_{\text{moy}} = Q/h = \frac{\Omega R^2}{2h} \propto \frac{(h)^{1/n} R^2}{2h} \propto \frac{R^2}{2} \times (h)^{\frac{1-n}{n}} \quad (69.)$$

$$h \propto (w)^n \quad (70.)$$

On en déduit :

$$V_{\text{moy}} \propto (h)^m \quad (71.)$$

Avec

$$m = \frac{1-n}{n} \quad (72.)$$

Pour un gradient de vitesse est constant,  $V_{\text{moy}}$  varie comme  $(h)^1$ , ce qui revient à  $(h)$  varie en  $w^{0.5}$ .

Les données expérimentales peuvent être représentées en terme d'épaisseur  $h/d$  en fonction du nombre de Froude  $\Omega^2 R/g$  ou en fonction de la vitesse de rotation  $w$  (Figure 97). Dans la littérature, les deux types de représentations sont utilisés. Nous recherchons une relation entre

vitesse moyenne et épaisseur de la zone d'écoulement. Utiliser une représentation du type  $h/d=f(\text{nombre de Froude})$  ne nous apporte rien dans ce cas. On constate que dans les deux types de représentations, on peut considérer que les points sont superposés étant donné les dimensions des barres d'erreur.

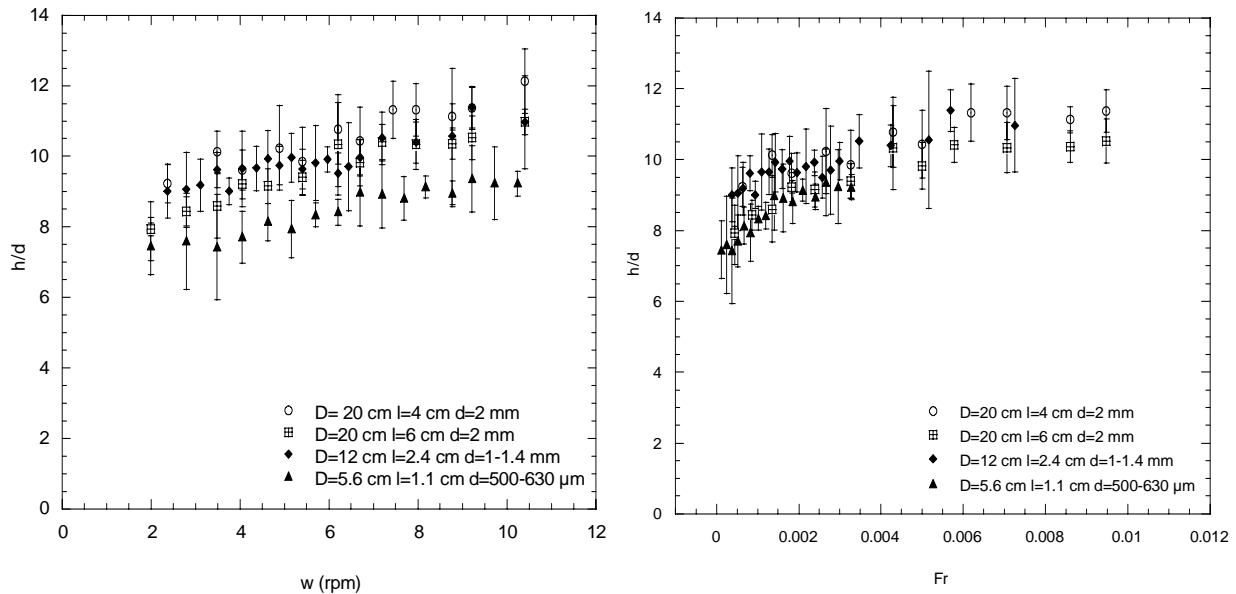


Figure 97 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre des particules en fonction de la vitesse de rotation du tambour (gauche) et du nombre de Froude (droite).

Nous utilisons donc les lois de puissance ajustées sur les graphiques représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation pour remonter à une relation entre épaisseur en écoulement et vitesse moyenne.

## Résultats

Nous présentons les valeurs des puissances, liant vitesse moyenne et épaisseur en écoulement, obtenues par deux méthodes différentes détaillées plus loin. Les valeurs des puissances  $n$  déduites des mesures d'épaisseurs sont résumées dans le Tableau 20. Une erreur, calculée par la méthode des moindres carrés, lui est associée.

$D$ (cm)	$l$ (cm)	$d$ ( $\mu\text{m}$ )	$D/d$	$n$	Erreur $n$	$m=(1-n)/n$		$V_{\text{moy}}=f(h)$	
						$m$	Erreur $m$	$m$	Erreur $m$
5.6	1.1	1000-1400	47	0.20	0.031	<b>3.86</b>	0.73	<b>2.51</b>	0.80
20	0.5	2000	100	0.37	0.014	<b>1.68</b>	0.10	<b>1.41</b>	0.09
20	1	2000	100	0.28	0.012	<b>2.47</b>	0.14	<b>2.14</b>	0.14
20	2	2000	100	0.30	0.047	<b>2.26</b>	0.50	<b>2.05</b>	0.50
20	4	2000	100	0.18	0.016	<b>4.49</b>	0.48	<b>4.46</b>	0.48
20	6	2000	100	0.25	0.018	<b>2.95</b>	0.28	<b>2.23</b>	0.25
12	2.4	1190	100	0.13	0.012	<b>6.76</b>	0.72	<b>3.91</b>	0.57
12	2.4	1000-1400	100	0.14	0.017	<b>6.07</b>	0.85	<b>5.72</b>	0.89
5.6	1.1	500-630	100	0.18	0.014	<b>4.40</b>	0.40	<b>3.17</b>	0.35
5.6	1.1	560	100	0.10	0.034	<b>8.93</b>	3.33	<b>3.04</b>	2.04
20	2	1000-1400	166	0.31	0.022	<b>2.15</b>	0.22	<b>2.05</b>	0.23
12	2.4	500-630	214	0.26	0.024	<b>2.74</b>	0.33	<b>3.01</b>	0.42
20	2	500-630	357	0.34	0.039	<b>1.88</b>	0.32	<b>2.09</b>	0.40
12	2.4	150-250	600	0.29	0.013	<b>2.45</b>	0.15	<b>2.27</b>	0.18

Tableau 20 Résultats des régressions de loi puissance sur les courbes  $(h/d)=f(w)$ . La puissance  $m$  ( $V_{\text{moy}}=f(h)$ ) et l'erreur associée sont calculées.

La puissance  $m$  liant vitesse moyenne et épaisseur de la zone d'écoulement peut être déduite de deux façons :

- Par le calcul (relation 73). L'erreur maximale absolue  $\delta m$  associée à la puissance  $m=f(n)$  est alors calculée de la façon suivante :

$$\delta m = \left| \frac{\partial}{\partial n} f(n) \times \delta n \right| = \frac{\delta n}{n^2} \quad (73.)$$

La puissance  $n$  utilisée dans le calcul est déduite d'une régression en loi de puissance réalisée sur un graphique représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. Un exemple de régression est donné sur la Figure 98. L'ensemble des courbes est donné dans l'annexe J.

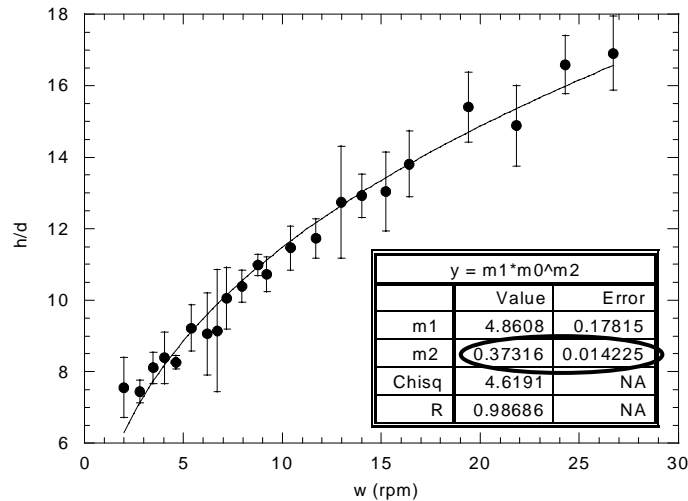


Figure 98 Exemple de régression réalisée sur une courbe représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. Les points présentés correspondent à l'expérience  $D/d=100$ .

- En superposant une loi de puissance de la forme  $V_{moy} = a \times (h)^m$  sur un graphique  $V_{moy} = f(h)$ . La vitesse moyenne est calculée comme le rapport du débit ( $1/2 \Omega (R^2 - h^2)$ ) sur l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour. La validité de cette estimation est vérifiée dans le paragraphe 5.1.4. Les courbes obtenues sont données en annexe K. L'erreur associée à  $m$  est calculée par la méthode des moindres carrés.

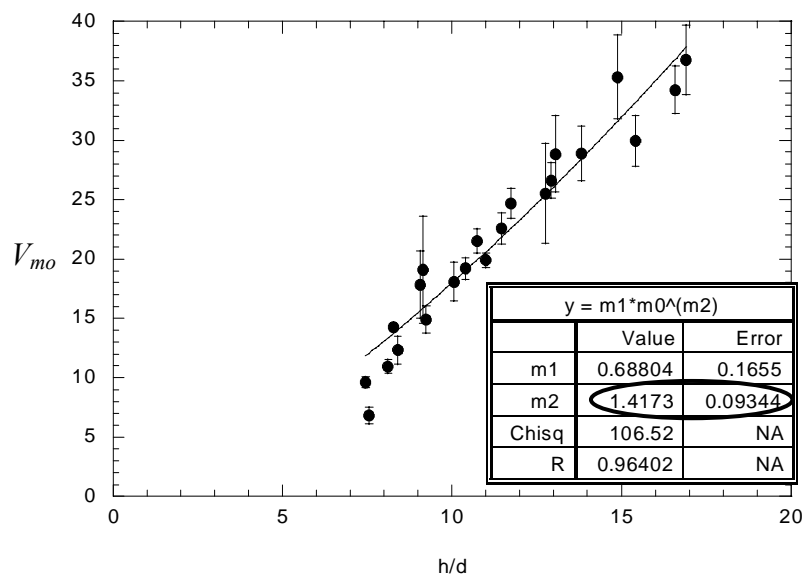


Figure 99 Exemple de régression réalisées sur une courbe représentant l'évolution de la vitesse moyenne (calculée par les relations III.28 et III.29) en fonction de l'épaisseur de la zone d'écoulement. Les points présentés correspondent à l'expérience  $D/d=100$ . Le débit utilisé dans le calcul est estimé par  $1/2 \Omega (R^2 - h^2)$ .

Etant donné les gammes de rapports  $D/d$  étudiés, nous nous attendions à retrouver une dépendance du type  $V_{\text{moy}} \propto h$ . En réalité, nous constatons que la variation de puissance  $m$  varie de 1.4 à 8.9... Nous avons cherché à comprendre la raison de l'existence de puissances  $m$  supérieures à 1.

### Pourquoi des puissances supérieures à 1 ?

Les puissances  $m$  liant épaisseur de la zone d'écoulement et vitesse moyenne de l'écoulement ont été extraites de deux façons. Quelle que soit la méthode,  $m$  est toujours supérieur à 1 dans les systèmes à rapport  $D/d$  allant de 47 à 600.

Une observation plus précise de l'allure des courbes d'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation montre l'existence de deux régimes (régimes *A* et *B* sur la Figure 100).

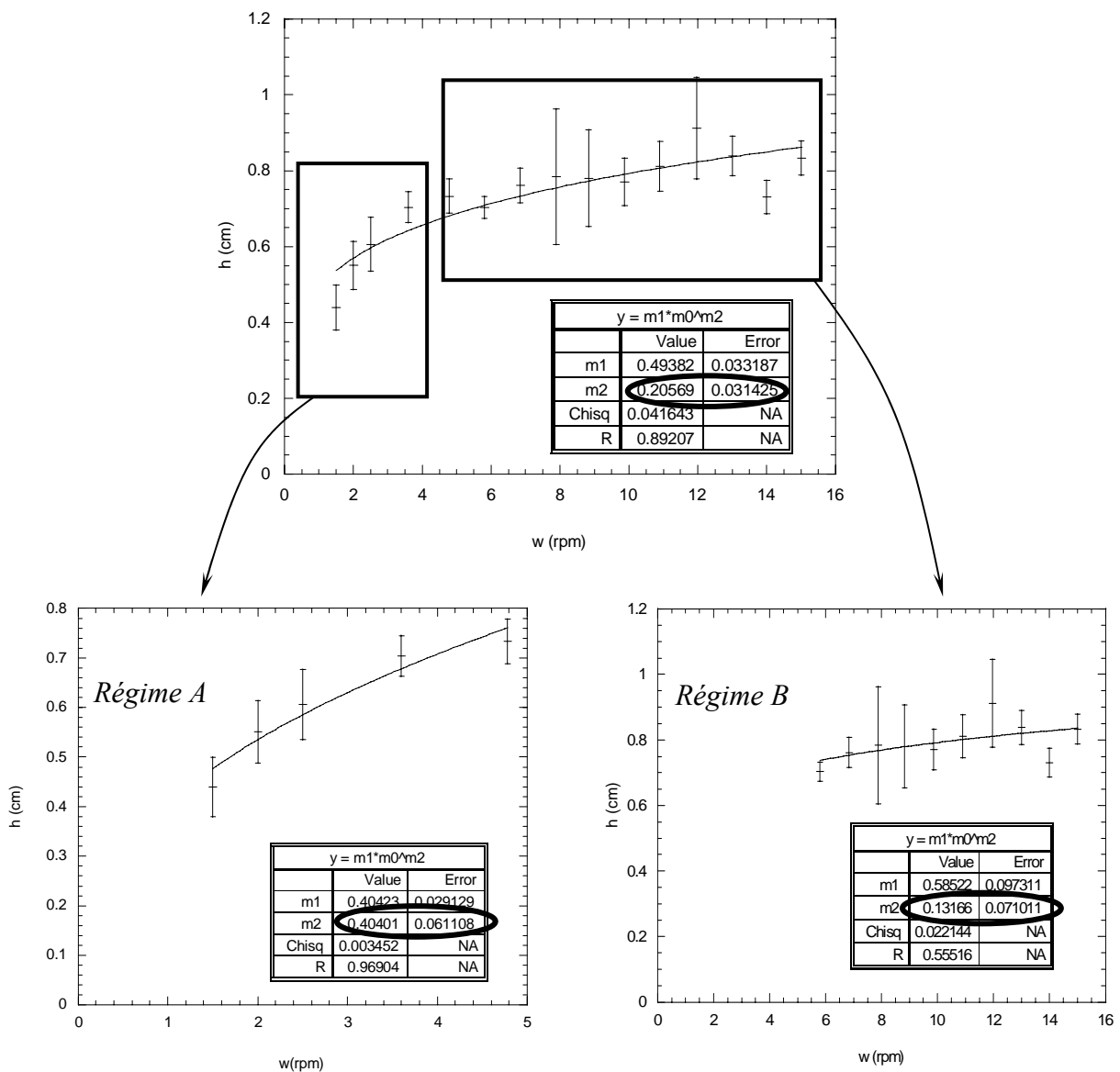


Figure 100 Comparaison des valeurs de  $n$  obtenues par régression sur différentes parties de la courbe  $h=f(w)$  ( $D/d=47$ ).

Le régime *A* correspond aux faibles vitesses de rotation où l'épaisseur de la zone d'écoulement augmente avec  $w$ . A plus forte vitesse de rotation, l'épaisseur de la zone d'écoulement semble saturer (régime *B*). Faire passer une loi de puissance sur seulement le

début de la courbe (régime  $A$ ) ou sur sa totalité est susceptible de changer la valeur de la puissance  $m$ . Dans l'exemple présenté sur la Figure 100 ( $D/d=47$ ), on observe effectivement qu'en ne considérant que les vitesses de rotation inférieures à 4 rpm, l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement varie selon  $w^{0.4}$ . Cependant, si seules les vitesses de rotation supérieures à 4 rpm sont prises en compte, la loi de puissance devient du type  $h \propto w^{0.13}$ , soit  $V_{\text{moy}} \propto h^{6.7}$ . En prenant la totalité des points expérimentaux en compte,  $h \propto w^{0.20}$ , soit  $V \propto h^4$ .

### 5.1.2 Saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement

Nous avons mis en évidence dans nos expériences l'existence d'une saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement. Ce comportement a également été observé par plusieurs auteurs travaillant avec des rapports de tailles  $D/d$  petits :

Parker *et al.* (1997) travaillent avec un dispositif d'émission positron qui permet d'avoir accès aux positions des particules dans toute la masse granulaire. Ils utilisent des tambours de 10, 13.6 et 14.4 cm de diamètre remplis à 30 % de billes de verre de 1.5 ou 3 mm. La longueur du tambour est de 7.8 cm. Ils rapportent une saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement égale à 2/5 (soit 40 %) de la hauteur de remplissage pour des vitesses de rotation comprises entre 10 et 65 rpm. Dans ces expériences,  $L/d$  varie entre 25 et 84.

Yamane *et al.* (1998) observent par IRM une saturation de la zone d'écoulement à 50 % de la hauteur de remplissage. Ici, le système est constitué d'un tambour de 6.9 cm de diamètre et 49 cm de long rempli à 50 % de grains de moutarde de 1.5 mm ( $D/d=46$ ). La vitesse de rotation varie de 4 à 31 rpm.

Khakhar *et al.* (1997a) observent à la paroi d'un tambour de 6.9 cm de diamètre et 1.5 cm de large rempli à 50 % de billes sphériques métalliques de 1.8 mm ( $D/d=38$ ), une saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement égale à 25 % de la hauteur de remplissage pour les fortes vitesses de rotation.

Ces résultats montrent une saturation de l'épaisseur des zones d'écoulement variant entre 25 et 50 % de la hauteur de remplissage. Cette variabilité peut en partie provenir de la méthode de mesure : certains auteurs ont accès à l'épaisseur de la zone d'écoulement au centre du tambour (IRM et Emission Positron) alors que d'autres observent l'écoulement à la paroi. Des épaisseurs de saturation égales à 40-50 % de la hauteur de remplissage sont mesurées quand la totalité de la masse en écoulement est analysée. En revanche, l'observation à la paroi réduit l'épaisseur de saturation à 25 % de la hauteur de remplissage. D'autre part, on ne peut pas exclure l'influence des propriétés des particules en écoulement sur la valeur de saturation.

Nos mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement pour les systèmes  $D/d=47$  et  $D/d=100$  sont converties en fraction de la hauteur de remplissage afin de les comparer aux résultats précédemment exposés. Les lignes horizontales en trait continu représentées sur la Figure 101 indiquent la valeur de  $h/R$  pour laquelle l'épaisseur de la zone d'écoulement sature pour chacun des deux systèmes.



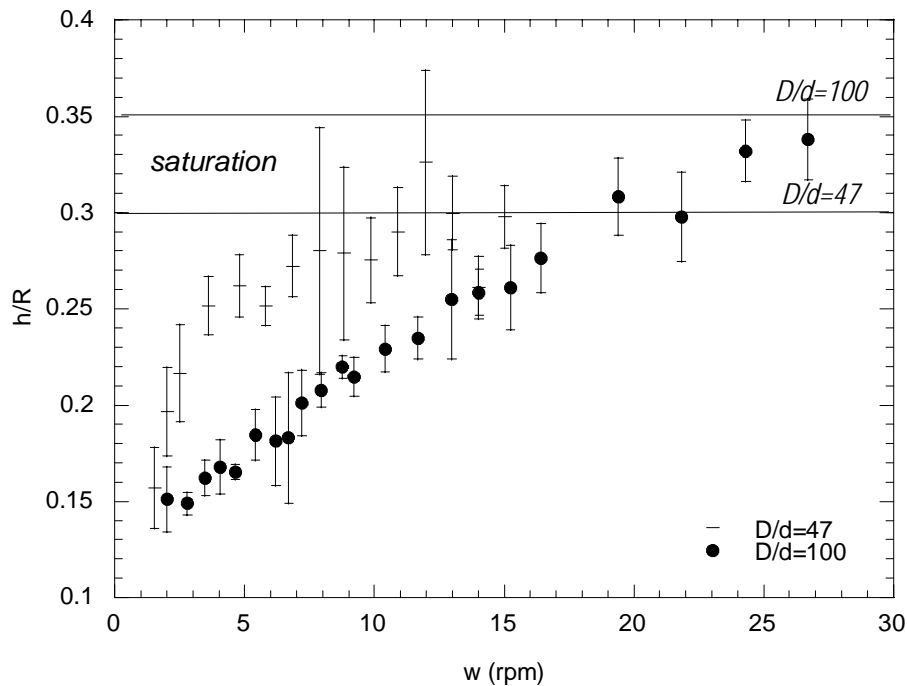


Figure 101 Saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement pour des rapports  $D/d$  de 47 et 100. Les lignes horizontales en trait continu représentent la valeur de  $h/R$  pour laquelle les épaisseurs de zones d'écoulement saturent pour chaque système.

Dans le cadre de nos expériences, l'épaisseur de la zone d'écoulement semble saturer à environ 30-35 % de la hauteur de remplissage (égale à  $R$ ) étant donné la taille des barres d'erreur. D'autre part, la vitesse de rotation à partir de laquelle la zone d'écoulement devient constante est d'autant plus petite que le rapport  $D/d$  est faible. Ces observations sont en accord avec les résultats obtenus par d'autres équipes de recherche.

Une question se pose naturellement : comment évolue le gradient de vitesse dans de telles conditions de saturation ? Un raisonnement simple consiste à considérer à forte vitesse de rotation une épaisseur de zone d'écoulement constante. Une augmentation de la vitesse de rotation entraîne une augmentation du débit injecté que doit absorber la zone d'écoulement sans modifier son épaisseur... La seule possibilité est une augmentation de la vitesse maximale à la surface libre, c'est à dire une augmentation du gradient de vitesse. Ce raisonnement semble incompatible avec l'existence d'un gradient de vitesse constant. Nous avons donc décidé de mesurer les profils de vitesse dans la zone d'écoulement au centre du tambour pour un système à rapport  $D/d$  égal à 100 afin de vérifier notre hypothèse.

### 5.1.3 Profils de vitesse dans un système $D/d=100$

#### Méthode de mesure

Les profils de vitesse ont été réalisés à l'aide d'une caméra rapide dont le temps d'obturation diminue avec le nombre d'images par seconde. A 800 images par seconde correspond un temps d'obturation de  $1/4000$  qui permet d'observer des particules non étirées. La luminosité est suffisante quand l'expérience est éclairée avec une source lumineuse puissante. La zone d'écoulement est filmée au centre d'un tambour de 20 cm de diamètre et 4 cm de large rempli à 50 % de billes de 2 mm. Une échelle est filmée afin de calibrer les mesures. Des marqueurs noirs sont suivis sur les films image par image à l'aide d'un logiciel développé par le service informatique du LSGC. La reconstruction du profil de vitesse est faite en plusieurs étapes :

- Toutes les particules sont suivies individuellement, ce qui donne accès à l'évolution de leur position au cours du temps. Les vecteurs vitesse sont extraits. Les plus grands vecteurs vitesse (à la surface libre) déterminés entre deux images successives sont pris

afin de déterminer la direction moyenne d'écoulement de toutes les particules (axe des  $x$  parallèle à la surface libre). L'axe  $y$ , perpendiculaire à la surface libre, est déduit.

- L'axe  $y$  est découpé en zones d'épaisseurs égales. L'épaisseur de ces zones est choisie de façon à avoir une bonne continuité de l'histogramme de vitesse et des mesures qui ne soient pas trop bruitées. A l'intérieur de chacune de ces zones, la vitesse moyenne (en  $x$  et en  $y$ ) des particules est calculée. Les barres d'erreur associées correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

Dans le cas présenté ici, 700 particules ont été suivies pour chaque expérience. Quatre vitesses de rotation différentes sont étudiées : 4, 9.2, 14 et 19.4 rpm.

## Résultats

Les profils de vitesse obtenus sont présentés sur la Figure 102. Pour des raisons de lisibilité du graphique, toutes les barres d'erreur n'ont pas été représentées.

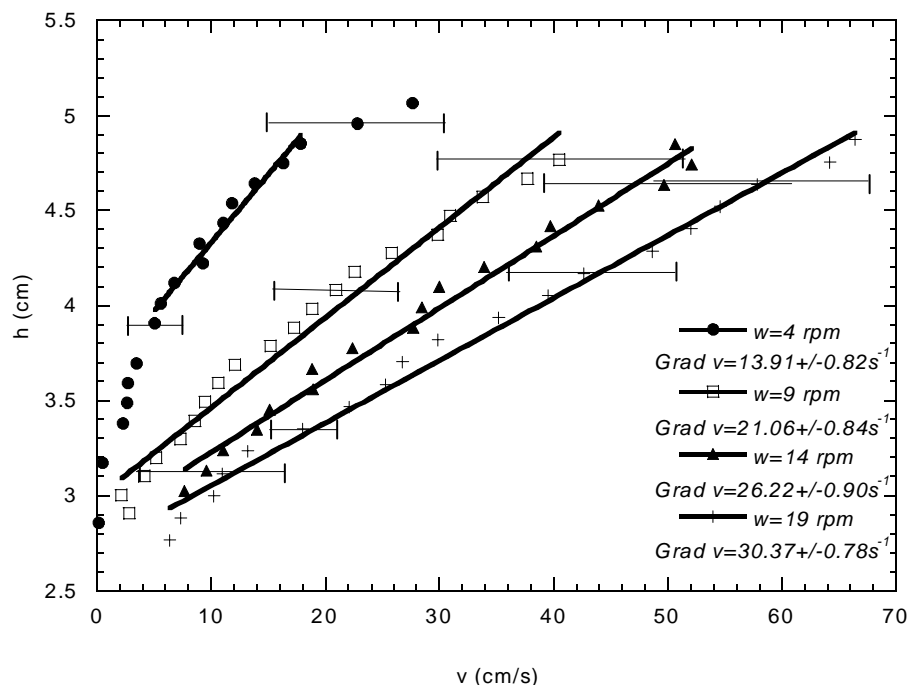


Figure 102 Profils de vitesse obtenus dans un tambour de 20 cm de diamètre, 4 cm de large, rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm. Les vitesses de rotation étudiées sont de 4, 9.2 et 19.4 rpm.

La Figure 102 montre l'existence de profils de vitesse linéaires pour les différentes vitesses de rotation explorées. Ceci a déjà été largement observé dans d'autres systèmes. Le raccord exponentiel entre la zone en écoulement et la zone statique (Komatsu 2001) est également visible. De manière générale, le nombre de particules suivi à la surface libre est faible, d'où des barres d'erreur importantes. En effet, les particules ont une vitesse élevée qui rend leur localisation précise relativement difficile. Néanmoins, l'augmentation du gradient de vitesse avec la vitesse de rotation est nette. Le gradient de vitesse est calculé en ne considérant que la partie linéaire du profil, la partie exponentielle n'est pas prise en compte.

Les mesures expérimentales de profils de vitesse correspondant à un système  $D/d=100$  montrent qu'effectivement le gradient de vitesse augmente avec la vitesse de rotation du tambour, et ceci en raison d'une saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement.

### 5.1.4 Discussion : validité de l'estimation de la vitesse moyenne

Nous pouvons comparer pour l'expérience présentée ( $D=20$  cm,  $l=4$  cm et  $d=2$  mm) la valeur expérimentale de la vitesse moyenne et la valeur calculée par conservation de la masse (Tableau 21).

- Les vitesses moyennes (1) et (2) sont calculées à partir des mesures d'épaisseurs en fonction de la vitesse de rotation pour la même expérience.
- On vérifie à posteriori les valeurs de vitesses moyennes obtenues par un calcul utilisant la valeur du gradient de vitesse issu de l'application d'une régression linéaire sur la partie du profil de vitesse que nous avons estimé être linéaire. Alors la vitesse moyenne est calculée par :

$$V_{\text{moy}} = \frac{\dot{\gamma} \times h}{2} \quad (74.)$$

- Le débit (3) utilisé dans le calcul est obtenu par intégration du profil de vitesse.

w (rpm)	h (cm)	$\frac{\dot{\gamma} \times h}{2} = V_{\text{moy}}$ (cm/s)	$V_{\text{moy}}=Q/h$ (3) (cm/s)	$V_{\text{moy}}=Q/h$ (1) (cm/s)	$V_{\text{moy}}=Q/h$ (2) (cm/s)	Ecart max (%)
4	1.92	13.35	7.3	11.03	10.63	33 %
9.2	2.27	23.9	18.08	21.23	20.13	15 %
14	2.38	31.2	24.28	30.82	29.07	6 %
19.4	2.57	39.02	31.53	39.50	36.88	5 %

(1) :  $Q=1/2\Omega R^2$

(2) :  $Q=1/2\Omega (R^2-h^2)$

(3) :  $Q$  obtenu par intégration du profil de vitesse

Tableau 21 Comparaison des gradients de vitesse obtenus expérimentalement et par trois méthodes de calcul.

On constate globalement que les estimations de vitesses moyennes obtenues par plusieurs méthodes différentes sont voisines. On note que les vitesses moyennes obtenues par les méthodes (3) et (1) présentent un écart important dans le cas  $w=4$ rpm. Ceci est essentiellement dû aux imprécisions des mesures sur ce profil de vitesse. En faisant abstraction de ce profil de vitesse, on observe une petite différence, de l'ordre de 15 % maximum, entre les mesures expérimentales et les calculs. Cet écart est probablement dû à la présence du raccord exponentiel comme illustré sur la Figure 103 :

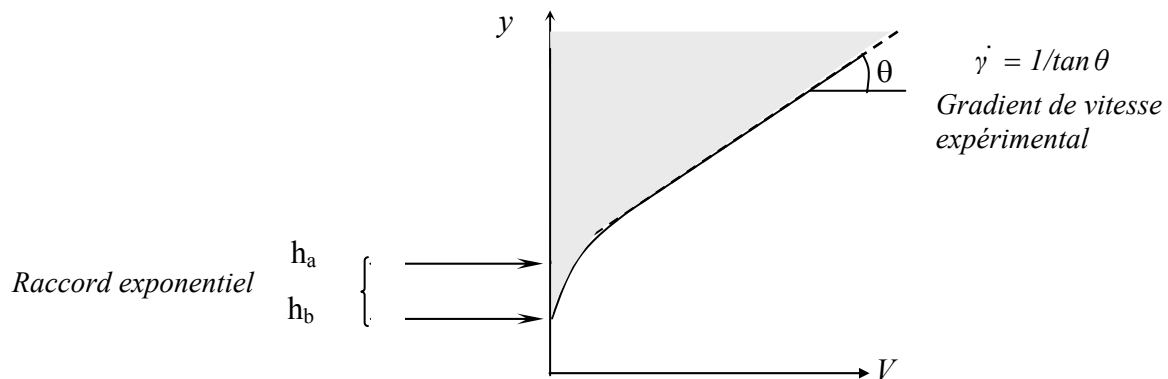


Figure 103 Représentation schématique de l'écart, entre le gradient de vitesse expérimental et le gradient de vitesse calculé, induit par la présence du raccord exponentiel.

### 5.1.5 Conclusion

L'existence d'un gradient de vitesse constant en tambour tournant est totalement admise. Nos expériences ont permis de montrer l'existence d'une saturation de l'épaisseur de la zone

d'écoulement à une valeur approximativement égale à  $1/3$  de la hauteur de remplissage lors de l'utilisation de systèmes à petit rapport  $D/d$ . Cette saturation est à l'origine de l'obtention de relations entre vitesse moyenne et épaisseur en écoulement du type :  $V_{moy} \propto (h)^m$  avec  $m > 1$ . Dans un tel régime de saturation, les gradients de vitesse ne sont pas constants et augmentent avec la vitesse de rotation du tambour. De plus, les profils de vitesse réalisés ont permis de quantifier l'influence des vitres sur la zone d'écoulement.

## 5.2 Grands rapports $D/d$

Les grands rapports de taille  $D/d$  sont peu étudiés pour des raisons de difficulté de mise en œuvre : il faut utiliser de grands tambours et des particules de petite taille. Des problèmes de cohésion des particules fines peuvent alors apparaître si le taux d'humidité n'est pas contrôlé, de grandes quantités de particules sont nécessaires pour remplir de grands tambours difficiles à manipuler...

Nous avons fait un certain nombre d'expériences avec de grands rapports  $D/d$  qui montrent un autre comportement de l'écoulement : l'épaisseur de la zone d'écoulement augmente de façon importante avec la vitesse de rotation.

### 5.2.1 Evolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation

Y a-t-il saturation de la zone d'écoulement ?

Dans le cadre des expériences à grand rapport  $D/d$ , les épaisseurs de zone d'écoulement au centre du tambour varient de 50 à 200 couches de particules. Les 10-20 couches de billes sont très largement dépassées... D'autre part, dans la gamme de vitesses de rotation explorée, l'épaisseur de la zone d'écoulement augmente très vite sans atteindre de valeur constante qui traduirait une saturation. En effet, si on considère que la saturation à 30 % de la hauteur de remplissage se vérifie également ici, il faudrait atteindre des épaisseurs très supérieures à celles observées dans nos expériences (Tableau 22).

D/d	h/d saturation
895	135
1000	150
1500	225
2500	375
7400	1100

Tableau 22 Epaisseurs théoriques (h/d) de saturation dans les grands systèmes. On fait l'hypothèse d'une saturation à 30 % de la hauteur de remplissage.

Les billes 150-250  $\mu\text{m}$  ont elles un comportement différent des autres billes ?

Dans ces expériences, nous utilisons des particules de petit diamètre (150-250  $\mu\text{m}$ ). Le taux d'humidité a été maintenu constant. Cependant, nous nous sommes demandé si ces particules avaient un comportement différent des billes de verre de plus grand diamètre. Pour vérifier cette éventualité, deux expériences très similaires sont comparées. Des rapports  $D/d$  voisins de 1000 et 895 sont utilisés. En revanche, les billes ont des dimensions différentes : 315-355  $\mu\text{m}$  et 150-250  $\mu\text{m}$ . La taille critique de particule en deçà de laquelle les problèmes de cohésion peuvent survenir est de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ . Nous considérons être loin de cette taille critique en utilisant des billes de 300  $\mu\text{m}$ . La Figure 104 montre une bonne superposition des

courbes d'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation. L'homothétie des systèmes en terme d'épaisseur de zone d'écoulement est donc une fois de plus vérifiée. Cette expérience montre que les billes de verre 150-250  $\mu\text{m}$  ne présentent pas de comportement particulier. La réalisation du test de comparaison (Annexe H) est rendue difficile car les vitesses de rotation considérées dans les deux expériences ne sont pas strictement identiques.

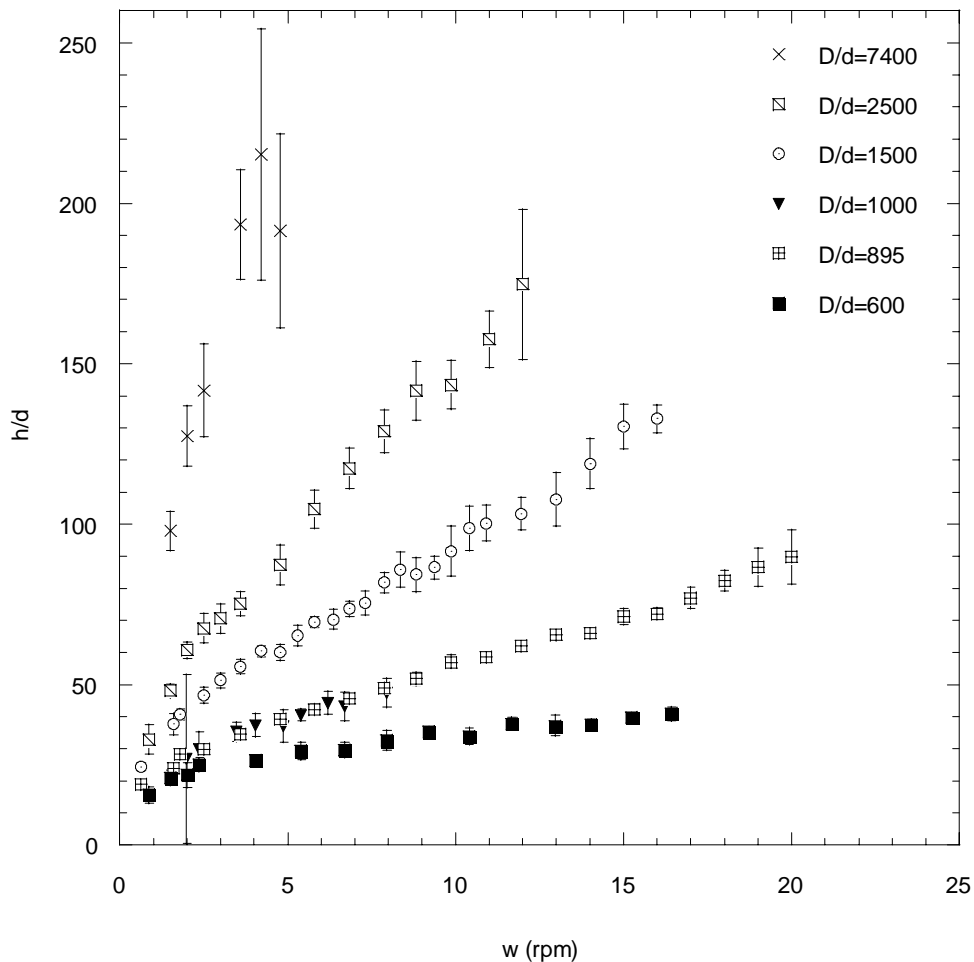


Figure 104 Evolution de  $h/d$  en fonction de la vitesse de rotation pour des rapports  $D/d$  compris entre 600 et 7400.

L'expérience à rapport  $D/d=7400$  est faite avec des billes de verre 45-90  $\mu\text{m}$ . Les résultats donnés par ces particules sont à considérer avec précaution... Cependant, ces données apparaissent dans les graphiques car elles sont en accord avec le reste des résultats.

Dans la suite de ce travail, nous adoptons la même démarche que précédemment. Des lois de puissance entre épaisseurs de la zone d'écoulement et vitesse de rotation sont tout d'abord extraites. Les relations entre vitesses moyennes et épaisseurs en écoulement sont ensuite déduites. Enfin, des profils de vitesse ont été réalisés dans le but de vérifier les tendances observées.

### 5.2.2 Lois de puissance sur $h/d=f(w)$

Une loi de puissance du type  $h=a.w^n$  a été utilisée pour interpoler nos mesures expérimentales. L'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation dans un graphique *Log Log* montre des droites caractéristiques d'une évolution du type loi de puissance (Figure 105). Cependant, il semble que la pente de ces droites change pour les

fortes vitesses de rotation. On peut distinguer deux régimes *A* et *B* dont la transition se produit au moment du changement de pente observé sur la Figure 105.

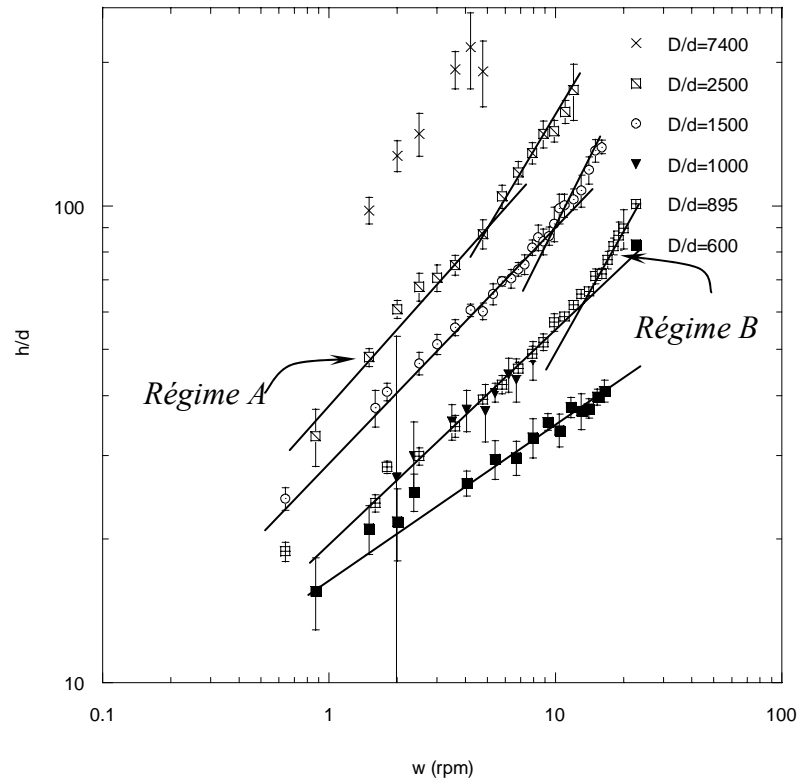


Figure 105 Représentation Log Log de l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation.

Nous expliquerons l'existence de ces deux régimes dans le paragraphe 5.2.3 et considérons dans un premier temps sans distinction les régimes *A* et *B*.

Dans le cas des grands systèmes, les puissances  $n$  déduites des mesures expérimentales d'épaisseurs de zone d'écoulement sont fondamentales. Une attention particulière est donc portée à la valeur des puissances qui peuvent être calculées de différentes façons :

- On superpose une loi de puissance sur les graphiques représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. On obtient  $n$  et son erreur (méthode des moindres carrés). Par la relation  $m=(1-n)/n$ , on calcule la valeur de la puissance  $m$  liant vitesse moyenne et épaisseur de la zone d'écoulement. L'erreur sur  $m$  est calculée suivant la relation 73.
- Connaissant l'épaisseur de la zone d'écoulement, on calcule la vitesse moyenne comme le rapport du débit sur l'épaisseur  $h$ . Le débit peut être estimé par  $1/2\Omega R^2$  ou  $1/2\Omega(R^2-h^2)$ . On trace l'évolution de la vitesse moyenne en fonction de l'épaisseur de la zone d'écoulement et on superpose une loi de puissance. La régression nous donne la valeur de la puissance  $m$  et son erreur (méthode des moindres carrés).

D/d	h/d=f(w)		m=(1-n)/n		V <sub>mov</sub> (1)=f(h/d)		V <sub>mov</sub> (2)=f(h/d)	
	n	Erreur n	m	Erreur m	m	Erreur m	m	Erreur m
895	0.53	0.022	<b>0.88</b>	0.078	<b>0.87</b>	0.068	<b>0.84</b>	0.070
1000	0.38	0.025	<b>1.58</b>	0.173	<b>1.50</b>	0.183	<b>1.48</b>	0.183
1500	0.57	0.020	<b>0.73</b>	0.061	<b>0.74</b>	0.056	<b>0.70</b>	0.059
2500	0.62	0.020	<b>0.60</b>	0.052	<b>0.61</b>	0.047	<b>0.59</b>	0.048
7400	0.60	0.11	<b>0.65</b>	0.305	<b>0.45</b>	0.232	<b>0.45</b>	0.232

(1)  $Q=1/2\Omega R^2$

(2)  $Q=1/2\Omega(R^2-h^2)$

Tableau 23 Résumé des valeurs des puissances  $m$  obtenues par différentes méthodes.

Le Tableau 23 montre que les valeurs des puissances  $m$  sont identiques quelle que soit la méthode d'obtention de la valeur excepté pour le rapport  $D/d=7400$  pour lequel les points sont plus dispersés et moins nombreux, ce qui conduit à des barres d'erreur relativement importantes. Néanmoins la valeur de la puissance  $m$  obtenue est en accord avec la tendance générale observée : la puissance est inférieure à 1 (sauf pour  $D/d=1000$ ) dans le cas de l'utilisation de grands rapports  $D/d$ .

### 5.2.3 Profils de vitesse

Le travail effectué sur les puissances  $m$  liant épaisseur de zone d'écoulement et vitesse moyenne montre clairement, étant donné les barres d'erreur, que  $m$  est inférieur à 1 dans le cas de grands rapports  $D/d$ . Si nous poursuivons ce raisonnement, ceci signifie que l'épaisseur de la zone d'écoulement augmente plus rapidement que la vitesse moyenne de l'écoulement (Figure 106). Par conséquent, une augmentation du débit serait accommodée par une augmentation de l'épaisseur de la zone en écoulement et donc par une diminution de gradient de vitesse...

Ce résultat, jusqu'à maintenant jamais publié, est plutôt surprenant et inattendu. Nous avons donc souhaité vérifier cette hypothèse en réalisant des profils de vitesse au centre du tambour pour différentes vitesses de rotation.

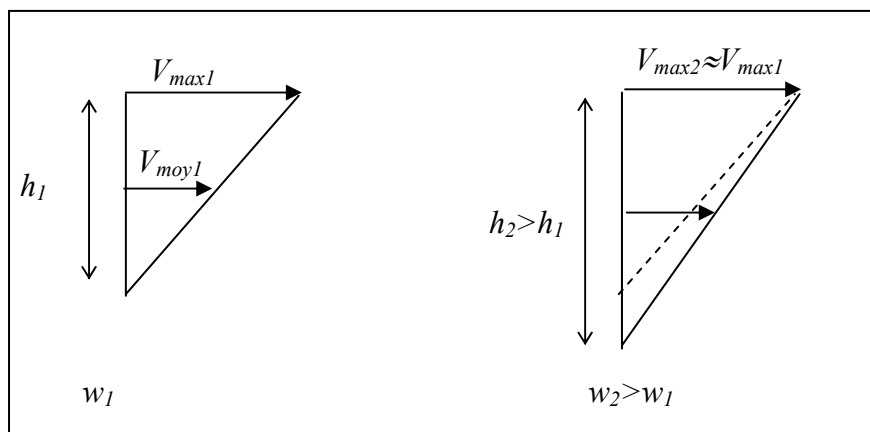


Figure 106 Représentation schématique d'une réduction du gradient de vitesse lors de l'augmentation de la vitesse de rotation du tambour dans le cas d'un système à grand rapport  $D/d$ .

### Méthode de mesure et contraintes expérimentales

La méthode de mesure des profils de vitesse est la même que celle exposée dans le paragraphe 5.1.3. Cette fois-ci 4000 particules ont été suivies pour chaque profil de vitesse dans le but d'obtenir des barres d'erreur (intervalle de confiance de 95 %) suffisamment petites pour différencier de façon significative les gradients de vitesse mesurés. L'idéal aurait été d'utiliser un système à rapport  $D/d$  de 2500. Cependant, nous avons dû étudier un système à rapport  $D/d$  inférieur pour la raison suivante : la taille des particules doit être suffisante pour les distinguer sur les images. Les billes 150-250  $\mu\text{m}$  sont trop fines, en revanche les billes 315-355  $\mu\text{m}$  sont visibles. D'autre part, la taille maximale de tambour dont nous disposons à l'heure actuelle est de 50 cm de diamètre, ce qui nous conduit à l'étude d'un système à rapport  $D/d$  de 1500. Dans ces conditions,  $V_{moy} \propto (h)^{0.6-0.7}$ . Il faut noter que les courbes d'évolutions d'épaisseurs en fonction de la vitesse de rotation ont été réalisées dans un tambour de 30 cm de diamètre rempli de particules de 150-250  $\mu\text{m}$ . Nous avons observé que les courbes d'évolution des épaisseurs de zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation se superposent pour les systèmes  $D/d=895$  et  $D/d=1000$ . On suppose que la courbe

d'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement obtenue avec des billes 315-355  $\mu\text{m}$  dans un tambour de 50 cm se superposerait à celle obtenue avec des billes de 150-250  $\mu\text{m}$ . Nous verrons par la suite que l'hypothèse d'homothétie des systèmes que nous faisons ici est un problème en réalité plus complexe.

Les vitesses de rotation utilisées pour la réalisation des profils de vitesse sont de 2, 3 et 4.2 rpm. L'utilisation de vitesses de rotation supérieure est rendue impossible par la vitesse trop élevée des particules qui rend leur suivi difficile avec notre méthode de mesure.

## Profils de vitesse

Les profils de vitesse ainsi que les barres d'erreur correspondant à un intervalle de confiance de 95 % sont représentés sur la Figure 107.

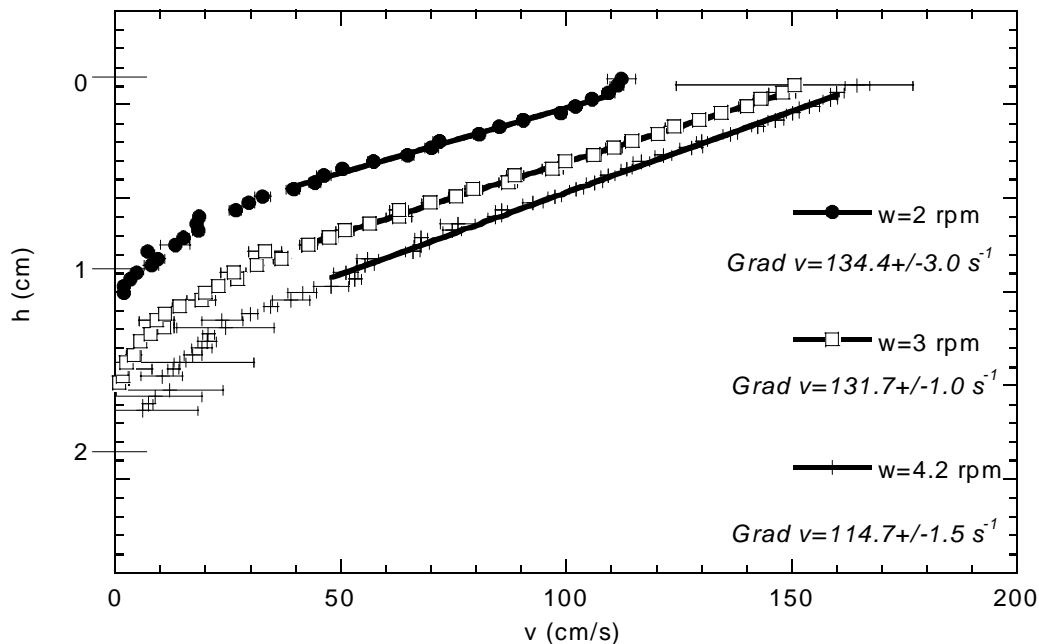


Figure 107 Profils de vitesse observé dans un système à rapport  $D/d=1500$ .

Seule la partie linéaire des profils de vitesse est utilisée dans le calcul du gradient de vitesse. Bien que les profils de vitesse aient visuellement l'air assez similaires, les barres d'erreur permettent de dire qu'ils sont significativement différents. On observe un redressement des profils de vitesse et donc une diminution du gradient de vitesse quand la vitesse de rotation du tambour augmente. Bien sûr, cette diminution du gradient de vitesse n'est pas spectaculaire car nous travaillons avec un rapport  $D/d=1500$  où la puissance  $m$  est égale à 0.7 environ (assez proche de 1). D'autre part, nous sommes limités en gamme de vitesse de rotation (2 à 4 rpm). On peut imaginer qu'en utilisant un rapport  $D/d$  supérieur à 1500 et une plage de vitesse de rotation plus large, l'effet serait amplifié.

L'hypothèse déduite de l'analyse des lois de puissance ajustées aux graphiques représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement avec la vitesse de rotation du tambour est confirmée par la mesure des gradients de vitesse. Quand les particules sont petites comparées au tambour, ou que la taille absolue du tambour est importante, le système préfère ajuster son épaisseur à l'augmentation du débit plutôt que la vitesse maximale des particules à la surface libre. Nous n'avons pas pu vérifier si cet effet s'arrête quand l'épaisseur de saturation est atteinte.

## Validité de l'estimation de la vitesse moyenne



D'autre part, ces profils de vitesse permettent de vérifier la validité de l'estimation de la vitesse moyenne qui a été utilisée pour tracer les graphiques  $V_{moy} \propto h^m$ , et de déduire la puissance  $m$ . On quantifie l'influence des parois sur l'écoulement. Les trois méthodes considérées sont les suivantes :

- Le débit est estimé comme  $1/2 \Omega R^2$ . La vitesse moyenne est calculée comme le rapport du débit sur l'épaisseur de la zone d'écoulement.
- Le débit est estimé par  $Q = 1/2 \Omega (R^2 - h^2)$
- Ayant à disposition les profils de vitesse, le débit peut également être calculé par intégration du profil de vitesse. La vitesse moyenne est égale au rapport du débit sur l'épaisseur de la zone d'écoulement. Le Tableau 24 compare les mesures de vitesses moyennes obtenues par ces trois méthodes :

w (rpm)	$V_{moy}=Q/h$ (1) (cm/s)	$V_{moy}=Q/h$ (3) (cm/s)	$V_{moy}=Q/h$ (2) (cm/s)	Ecart max (%)
2	47.5	41.5	47.6	13 %
3	57.2	56.8	57.4	1 %
4.2	67.9	64.6	68.3	6 %

(1) :  $Q = 1/2 \Omega (R^2 - h^2)$

(2) :  $Q = 1/2 \Omega R^2$

(3) :  $Q$  obtenu par intégration du profil de vitesse

Tableau 24 Comparaison des vitesses moyennes calculées par intégration du profil de vitesse ou par conservation de la masse.

On sous-estime la vitesse moyenne à la paroi de 13 % maximum dans les systèmes étudiés. On peut donc considérer que l'estimation de la vitesse moyenne que nous avons faite est également bonne dans les systèmes à grand rapport  $D/d$ .

### 5.3 Comparaison des résultats expérimentaux avec les modèles antérieurs

Différentes études expérimentales ont conduit à l'établissement de relations entre la vitesse maximale d'écoulement à la surface libre et les caractéristiques du dispositif utilisé. Le nombre important d'estimations de vitesses maximales déduites des mesures d'épaisseur dont nous disposons permet de vérifier la validité de ces relations pour des rapports  $D/d$  supérieurs à ceux étudiés par les auteurs.

Ding et al. (2001c)

Ding *et al.* (2001c) présentent une analyse des nombres adimensionnels caractérisant les tambours tournants. Le travail expérimental est réalisé dans des tambours de diamètres 20, 24 et 40 cm de diamètre et 1 m de long. Les particules de sable ont un diamètre moyen de 500  $\mu\text{m}$ , les billes de verre de 1.5, 3 et 4 mm, le dioxyde de titane de 1.2 mm. Il définit une vitesse maximale sans dimension des particules à la surface libre.

$$\bar{V}_m = \frac{V_{\max}}{e_p \Omega R \sin \theta} \sqrt{\frac{d}{D}} \quad (75.)$$

$e_p$  est le coefficient de restitution qui est de 0.95 pour des billes de verre. Les auteurs montrent une saturation de la vitesse maximale sans dimension vers une valeur constante comprise entre 0.8 et 0.6 pour des nombres de Froude supérieurs à 0.003. L'application de la relation 75 à nos données montre que la valeur de saturation de  $\bar{V}_m$  est compatible pour des rapports  $D/d$

variant entre 100 et 357. Cependant, les nombres de Froude étudiés sont trop faibles pour pouvoir connaître précisément la valeur à laquelle  $\bar{V}_m$  se stabilise.

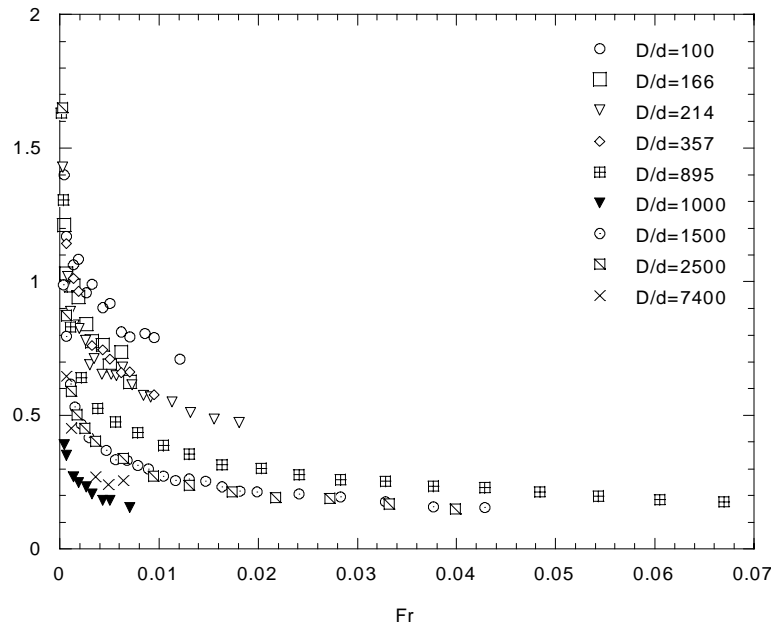


Figure 108 Représentation de la vitesse maximale sans dimension définie par Ding et al. (2001) en fonction du nombre de Froude.

D'autre part, il semble que  $\bar{V}_m$  devienne constant dans nos expériences pour un nombre de Froude supérieur à 0.02 quand les rapports  $D/d$  sont élevés (supérieurs à 895).

### Alexander (2002)

Alexander *et al.* (2002) mesurent les vitesses de surface de billes de verre de 1.6 mm dans des tambours de 6.3, 9.5, 14.5 et 24.8 cm de diamètre, soit des rapports  $D/d$  allant de 40 à 155. Dans ces conditions, deux comportements sont observés : pour des vitesses de rotation inférieures à une vitesse de rotation critique (égale à 30 rpm dans leurs expériences), les particules atteignent leur vitesse maximale avant ou au centre du tambour. Au delà de cette vitesse de rotation critique, les particules continuent d'accélérer après avoir atteint le centre du tambour. Ainsi, en dessous de la vitesse de rotation critique, la vitesse maximale des particules à la surface libre s'écrit :

$$v_{\max} = R\Omega^{2/3}(g/d)^{1/6} \quad (76.)$$

Quand la vitesse de rotation critique est dépassée :

$$v_{\max} = R\Omega^{1/2}(g/d)^{1/4} \quad (77.)$$

Nous avons comparé les vitesses maximales déduites de nos expériences aux vitesses maximales prédites par la relation 76 (Figure 109).

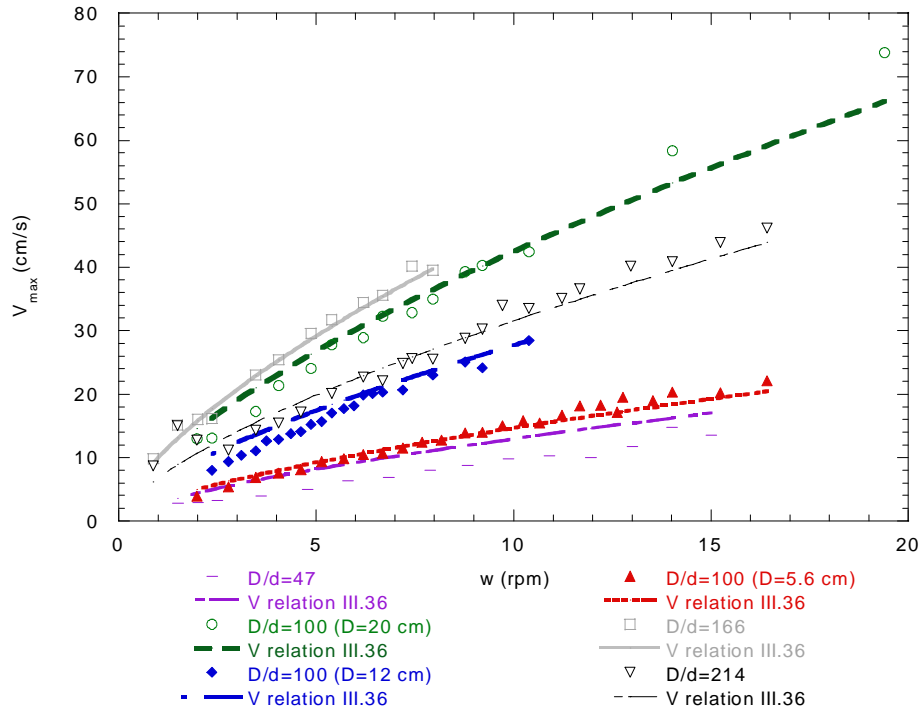


Figure 109 Comparaison des vitesses maximales déduites des mesures expérimentales d'épaisseurs de zone d'écoulement et des vitesses maximales données par la relation 76 de Alexander et al. (2002). Les rapports  $D/d$  varient de 47 à 214.

Pour des rapports de taille compris entre 47 et 214, la relation 76 donne des résultats en accord avec les calculs de vitesses maximales basées sur les mesures d'épaisseurs de zone d'écoulement. La gamme de rapport  $D/d$  balayée est identique à celle étudiée par Alexander.

En revanche, on constate sur la Figure 110 que pour des rapports  $D/d$  supérieurs à 214, l'écart entre les prévisions données par la relation 76 et nos mesures augmente avec le rapport  $D/d$ .

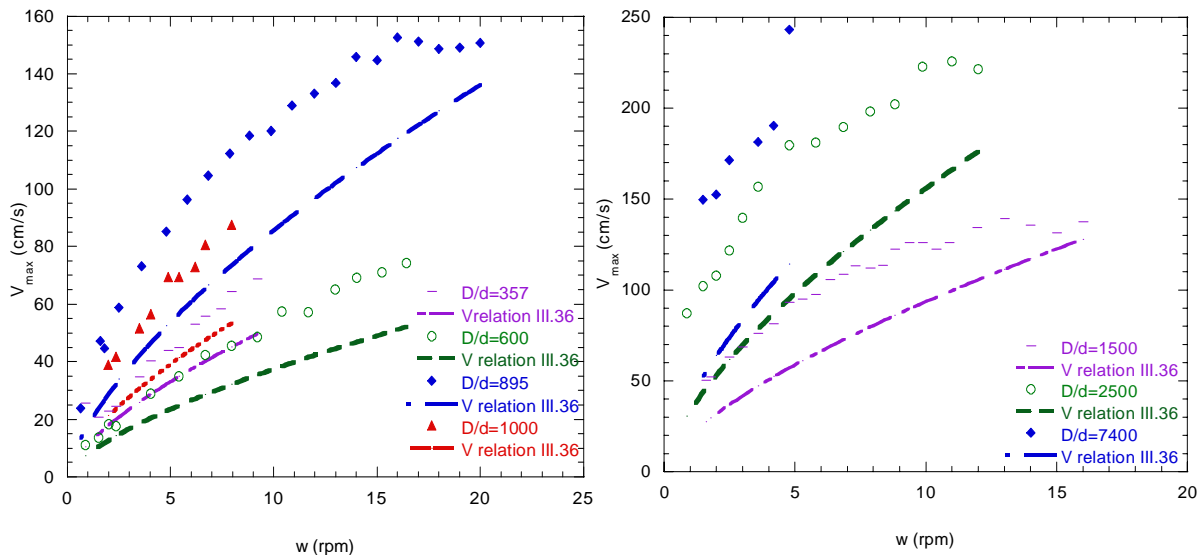


Figure 110 Comparaison des vitesses maximales déduites des mesures expérimentales d'épaisseurs de zone d'écoulement et des vitesses maximales données par la relation 76 de Alexander et al. (2002). Les rapports  $D/d$  varient de 214 à 7400.

Nous avons vérifié si l'allure des courbes était respectée en corrigeant la valeur de la vitesse maximale donnée par la relation 76 de façon à faire coïncider le début des courbes avec nos

mesures (Figure 111). L'écart est réduit mais l'évolution avec la vitesse de rotation n'est pas bien représentée, la saturation de la vitesse maximale n'est pas visible.

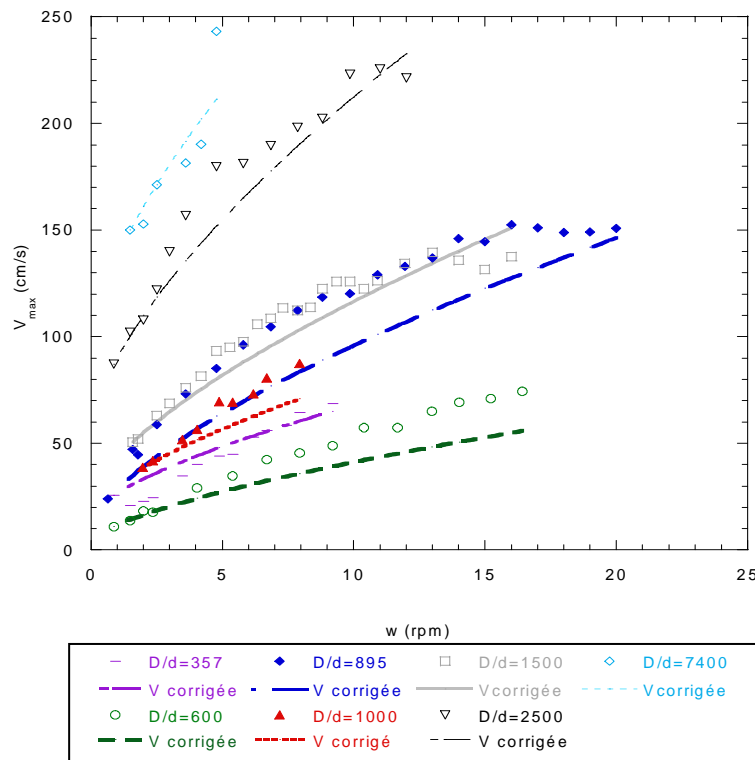


Figure 111 Comparaison des vitesses maximales déduites des mesures expérimentales d'épaisseurs de zone d'écoulement et des vitesses maximales données par la relation 76 corrigées de façon à faire coïncider le début des courbes. Les rapports  $D/d$  varient de 257 à 7400.

L'utilisation de la relation 77 pour les grands systèmes surestime les valeurs de vitesse maximales par rapport aux mesures expérimentales. Il serait possible de calculer la valeur du facteur correctif qui permettrait de superposer les résultats donnés par le modèle à nos mesures expérimentales.

La comparaison de nos résultats aux différentes relations et lois d'échelle établies en tambour tournant montrent que celles-ci ne semblent valables que pour des rapports  $D/d$  petits. Les grands systèmes (rapports  $D/d$  supérieurs à 600 environ) n'obéissent plus aux mêmes relations.

### Bonamy (2001)

Nous pouvons recalculer les valeurs d'épaisseurs de zone d'écoulement données par la relation de Bonamy (2001) qui observe que le gradient de vitesse dans la zone d'écoulement varie en  $\sqrt{g/d}$ . Nous rappelons l'expression de l'épaisseur de la zone d'écoulement dans ce cas.

$$h \approx \frac{R}{(g/d)^{1/4}} \Omega^{1/2} \quad (78.)$$

Pour des raisons de lisibilité des graphiques, nous distinguons les systèmes à rapport  $D/d$  inférieur et supérieur à 600.

La Figure 112 représente en coordonnées logarithmiques l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation du tambour mesurée dans nos

expériences (symboles pleins). Les épaisseurs de zone d'écoulement prédites par la relation 78 sont représentées par des symboles vides.

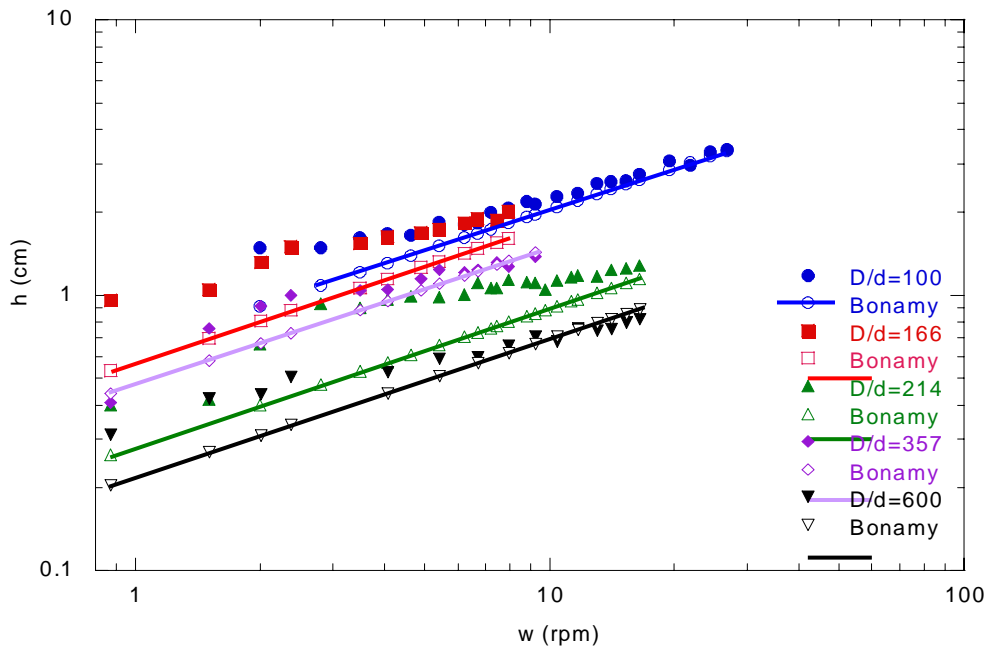


Figure 112 Comparaison des mesures expérimentales d'épaisseurs de zones d'écoulement (symboles pleins) avec les prédictions données par la relation établie par Bonamy (2001) (symboles vides). Les rapports  $D/d$  varient entre 100 et 600.

On constate un écart entre les épaisseurs données par la relation 78 et les mesures expérimentales que nous avons réalisées pour les faibles vitesses de rotation. A plus forte vitesse de rotation, c'est à dire quand l'épaisseur de la zone d'écoulement tend vers la saturation, la superposition des points est meilleure. Ce dernier résultat est surprenant et nous n'en connaissons pas l'explication.

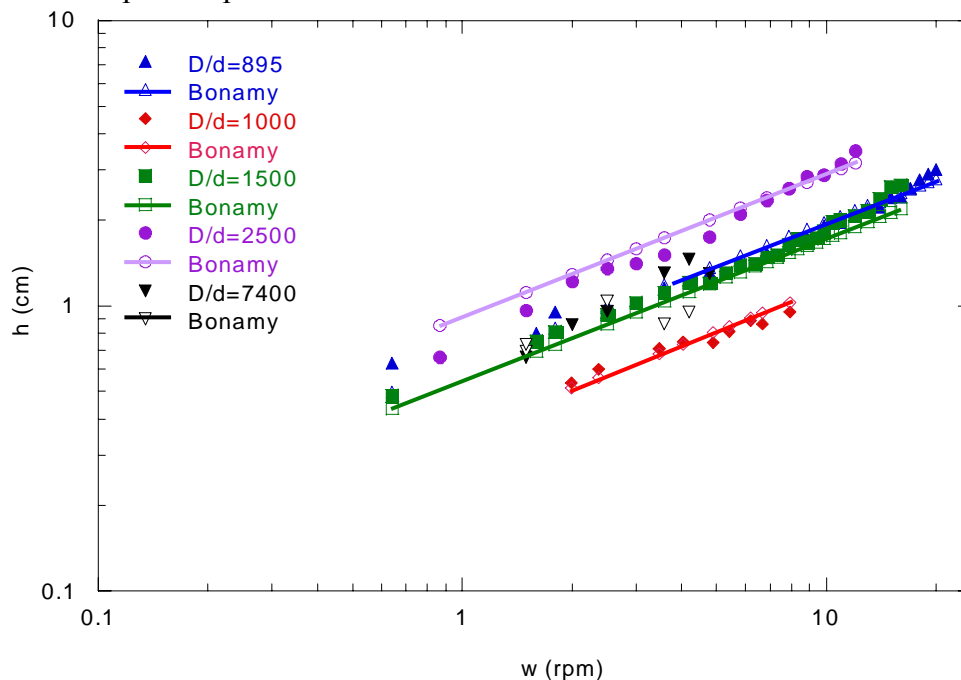


Figure 113 Comparaison des mesures expérimentales d'épaisseurs de zones d'écoulement (symboles pleins) avec les prédictions données par la relation établie par Bonamy (2001) (symboles vides). Les rapports  $D/d$  varient entre 895 et 7400.

On note sur la Figure 113 que dans le cas de grands rapports  $D/d$  l'accord entre les mesures expérimentales d'épaisseurs et les prédictions données par la relation 78 est bon. Une représentation Log-Log de ces mêmes mesures (Figure 114) permet de mettre en évidence un écart, peu visible sur le graphique ci-dessus, à forte vitesse de rotation.

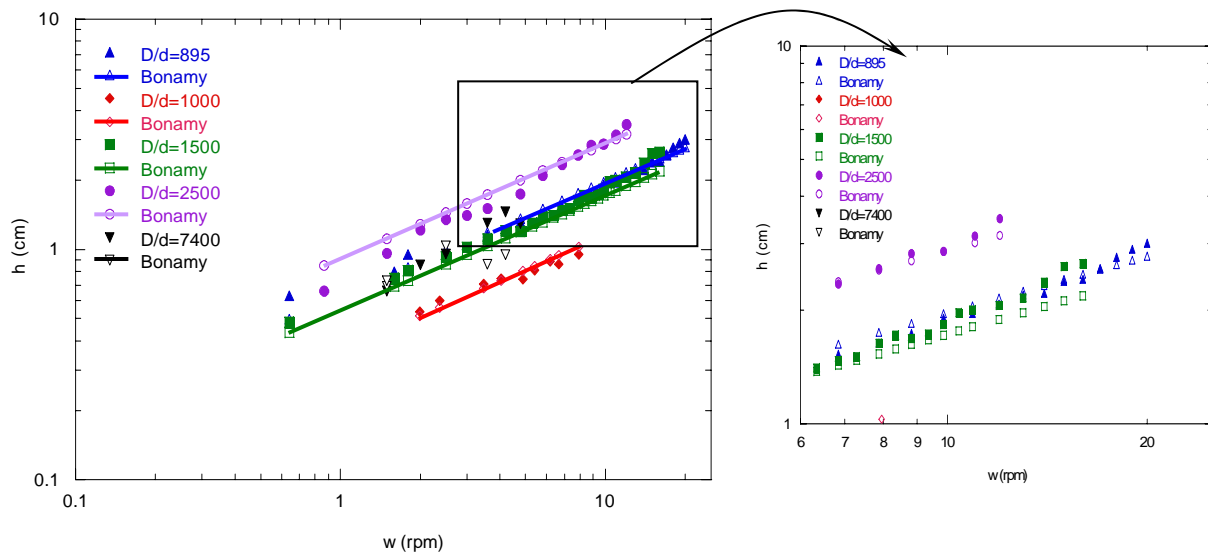


Figure 114 Représentation Log-Log des mesures expérimentales d'épaisseur de zone d'écoulement et des épaisseurs données par la relation de Bonamy.  $D/d$  varie entre 895 et 7400.

On constate sur la Figure 114 que nos mesures expérimentales sont bien représentées par la relation 78 pour les faibles vitesses de rotation. En revanche, à forte vitesse de rotation, l'écart avec les mesures expérimentales se creuse et les épaisseurs sont sous-estimées. Ceci correspond simplement au changement de régime que nous avons mis en évidence : les vitesses maximales des particules saturent, l'augmentation de la vitesse de rotation est accommodée dans ce cas par une augmentation de l'épaisseur de la zone d'écoulement.

## Conclusion

Deux des relations testées semblent bien représenter les mesures expérimentales que nous avons réalisées.

Pour des rapports  $D/d$  faibles (47 à 214), la relation  $V_{max} \propto R\Omega^{2/3}(g/d)^{1/6}$  rend bien compte des vitesses de surface des particules mesurées au centre du tambour. Cette relation, établie expérimentalement à partir de mesures de vitesses d'écoulement des particules à la surface libre, ne fait aucune hypothèse sur les épaisseurs de zone d'écoulement ou le gradient de vitesse.

Pour des rapports  $D/d$  grands, tant que la vitesse de rotation n'est pas trop élevée, l'hypothèse d'un gradient de vitesse variant en  $(g/d)^{1/2}$  est vérifiée. Quand la vitesse maximale des particules sature, le régime d'écoulement change et la relation de se vérifie plus.

## 5.4 Discussion : singularité du comportement des écoulements dans les grands systèmes

Les mesures des évolutions d'épaisseur de zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation dans les systèmes caractérisés par un grand rapport  $D/d$  montrent un comportement original : l'augmentation du débit est ajustée par une augmentation de l'épaisseur en écoulement et une diminution du gradient de vitesse. Ce résultat est confirmé par la mesure de profils de vitesse. Les relations établies antérieurement (Ding 2001c, Alexander 2002) sont en accord avec nos expériences dans le cas de l'utilisation de petits rapports  $D/d$  mais ne

semblent pas s'appliquer aux grands rapports  $D/d$ . Nous disposons ici de suffisamment d'informations qui permettent d'affirmer l'existence d'une diminution du gradient de vitesse quand la vitesse de rotation augmente. Pourquoi un tel comportement ?

Nous pouvons tenter, moyennant quelques hypothèses simplificatrices, de répondre à cette question. L'idée principale de ce raisonnement est basée sur le fait que les particules s'écoulant à la surface libre du tambour ne peuvent pas subir une accélération supérieure à l'accélération de la pesanteur  $g$ . Cette notion a déjà été abordée dans la partie II pour expliquer l'apparition d'un régime d'écoulement continu à surface libre en S. Nous ne re-développons pas le calcul qui est identique à celui présenté Partie II.

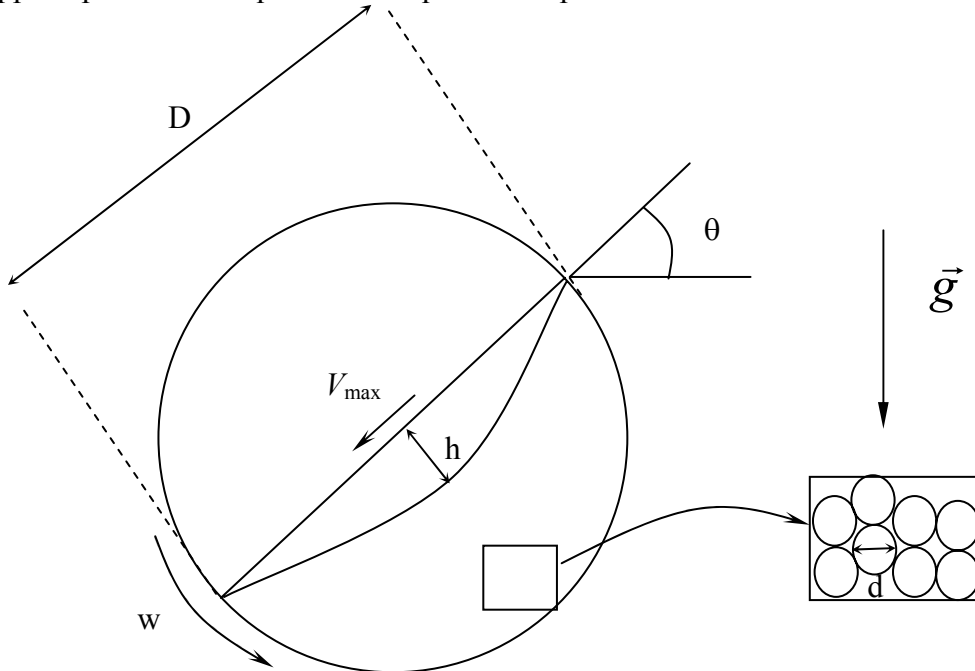


Figure 115 Définition des paramètres caractéristiques du système étudié.

Nous avons vu que le temps  $t_a$  mis par une particule, subissant une accélération  $a$ , pour atteindre le centre du tambour s'écrit :

$$t_a = \sqrt{\frac{2R}{a}} \quad (79.)$$

En faisant l'hypothèse que l'accélération maximale qu'elle subit est égale à  $g \sin \theta$ , on déduit la vitesse atteinte par la particule au centre du tambour :

$$V(R) = V_{\max} = \sqrt{Dg \sin \theta} \quad (80.)$$

La relation 79 donne la vitesse maximale théorique atteinte par une particule soumise à une accélération identique à celle qu'elle subirait en s'écoulant sur un plan incliné sans aucun frottement. Nous pouvons calculer les vitesses maximales des particules à partir des mesures expérimentales réalisées en faisant l'hypothèse d'un profil de vitesse linéaire.

$$V_{\max} = 2V_{\text{moy}} = \frac{\Omega(R^2 - h^2)}{h} \quad (81.)$$

L'évolution de la vitesse moyenne des particules en fonction de la vitesse de rotation du tambour est représentée sur la Figure 116. Le profil de vitesse étant linéaire, la vitesse maximale est égale à deux fois la vitesse moyenne

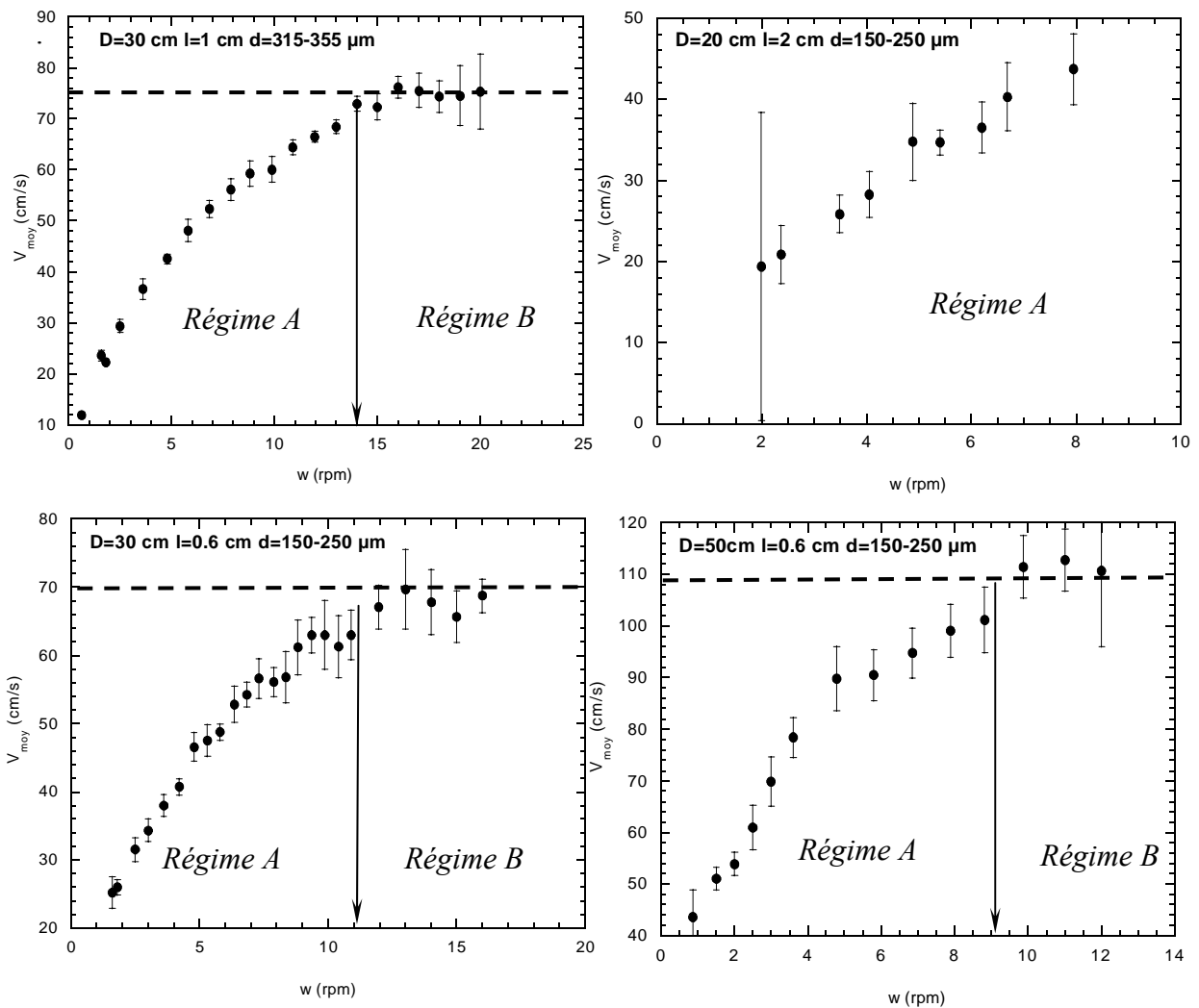


Figure 116 Evolution de la vitesse moyenne des particules en fonction de la vitesse de rotation du tambour pour les systèmes  $D/d=895$ ,  $D/d=1000$ ,  $D/d=1500$  et  $D/d=2500$ . La ligne en pointillés donne la valeur de la vitesse moyenne de saturation du système.

La Figure 105 a mis en évidence l'existence d'un régime *A*, non saturé, et d'un régime *B* saturé en vitesse moyenne. La valeur de la vitesse moyenne de saturation observée est donnée par la ligne en pointillés. Ces deux régimes sont également visibles sur la Figure 116. La transition entre les régimes *A* et *B* est évaluée à partir des graphiques représentant l'évolution de la vitesse moyenne des particules ( $1/2\Omega(R^2-h^2)/h$ ) en fonction de la vitesse de rotation. La transition a été évaluée à 14 rpm pour  $D/d=895$ , 11 rpm pour  $D/d=1500$ , et 9 rpm pour  $D/d=2500$ . Le système  $D/d=1000$  n'atteint pas de vitesse de rotation suffisante pour observer cette transition. Pour le système  $D/d=7400$ , il est difficile de déterminer avec précision la vitesse de saturation du système.



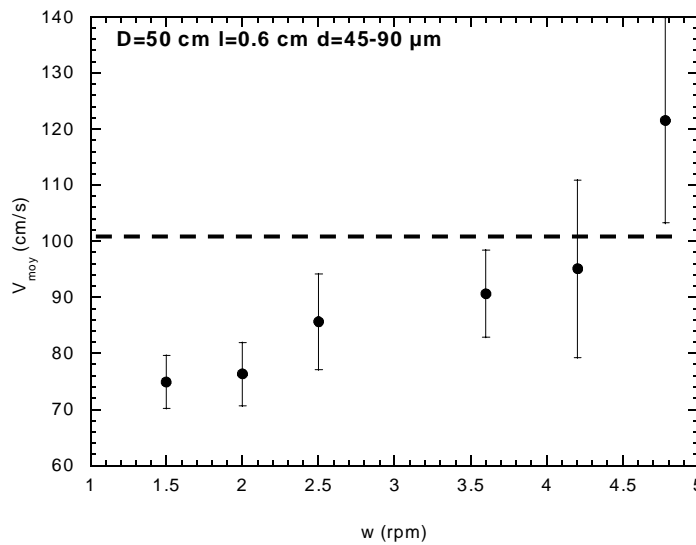


Figure 117 Saturation de la vitesse moyenne des particules dans le système  $D/d=7400$ . La ligne horizontale en pointillés donne une valeur approximative de la vitesse de saturation.

Nous cherchons à trouver un critère d'apparition de la saturation des vitesses maximales des particules. Les valeurs expérimentales de saturation sont connues, les valeurs théoriques peuvent être calculées en connaissant l'inclinaison de la surface libre à la vitesse de rotation pour laquelle la vitesse maximale des particules commence à saturer.

D/d	$V_{\max}$ (m/s) saturation (1)	$V_{\max}$ (m/s) saturation (2)
895	$75 \times 2 \approx 1.5$	$\sqrt{0.3 \times 9.81 \sin 65} \approx 1.63$
1500	$70 \times 2 \approx 1.4$	$\sqrt{0.3 \times 9.81 \sin 68} \approx 1.65$
2500	$110 \times 2 \approx 2.2$	$\sqrt{0.5 \times 9.81 \sin 72} \approx 2.15$
7400	$100 \times 2 \approx 2$	$\sqrt{0.5 \times 9.81 \sin 60} \approx 2.06$

(1) Valeurs déduite des mesures expérimentales

(2) Valeurs théoriques calculées (hypothèse d'une accélération  $a = g \sin \theta$ )

Tableau 25 Comparaison des valeurs de saturation, expérimentales et théoriques, de la vitesse maximale des particules.

On constate dans le Tableau 25 que les valeurs expérimentales et théoriques de vitesse maximales de saturation sont en assez bon accord. Par conséquent, il semble que les vitesses maximales des particules commencent à saturer quand leur accélération devient de l'ordre de  $g \sin \theta$ .

D'autre part, ayant isolé deux régimes d'écoulement différents, nous pouvons revenir sur les lois de puissance superposées aux graphes représentant l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation. En isolant le régime A, on est dans le cas d'un écoulement de particules en tambour tournant qui ne sature ni en vitesse maximale ni en épaisseur. Les lois de puissances obtenues dans ce régime sont résumées dans le Tableau 26.

Régime A		
D/d	n	Erreur n
895	0.45	0.016
1000	0.38	0.025
1500	0.50	0.017
2500	0.61	0.025
7400	?	?

Tableau 26 Valeurs des puissances obtenues en ne considérant que le régime A.

L'épaisseur de la zone d'écoulement ne sature pas dans ces systèmes, nous nous attendions à retrouver dans le régime A des relations du type de celles établies par Bonamy (2001) et Rajchenbach (2000) :  $h \propto w^{0.5}$  soit  $V_{moy} \propto h$ . Les puissances  $n$  obtenues sont effectivement proches de 0.5 mais l'erreur sur cette puissance montre qu'elles restent néanmoins différentes de 0.5.

## 6 Conclusion

Les épaisseurs de zone d'écoulement au centre de tambours remplis à 50 %, ont été mesurées perpendiculairement à la surface libre en fonction de la vitesse de rotation du tambour pour de larges plages de fonctionnement (diamètre  $D$  et largeur  $l$  du tambour variables, taille des particules  $d$  variable).

Une étude de l'influence de l'écartement des parois sur l'épaisseur mesurée a permis de constater que celle-ci n'était pas modifiée, que l'on ait 2 diamètres de billes dans la largeur du tambour ou 30. On en conclut que, dans la gamme de largeurs étudiées, les épaisseurs mesurées à la paroi sont peu différentes de celles qui existent plus loin de la paroi.

D'autre part, les épaisseurs de zone d'écoulement sont très robustes, au contraire des angles d'écoulement : elles sont peu sensibles à la distribution granulométrique des particules considérées et l'ajout d'agents d'écoulement ne les modifie pas de façon significative.

L'épaisseur de la zone d'écoulement normalisée par le diamètre  $d$  des particules dépend de la vitesse de rotation imposée et du rapport  $D/d$ . Deux types de comportement ont été isolés en fonction du rapport  $D/d$ . Le passage d'un type de comportement à l'autre est continu.

- Dans les systèmes à rapport  $D/d$  petit (typiquement inférieurs à 400), l'épaisseur de la zone d'écoulement est de l'ordre de 10-20 couches de particules. Cette épaisseur sature à forte vitesse de rotation à une valeur approximativement égale à 30 % de la hauteur de remplissage. La superposition de lois de puissance aux graphiques représentant l'évolution de la vitesse moyenne de l'écoulement en fonction de l'épaisseur de la zone d'écoulement est possible. Cependant, les exposants obtenus sont élevés en raison de la saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement, ce qui rend cette analyse non pertinente : il n'existe pas d'exposant universel liant vitesse moyenne et épaisseur. La présence de la saturation conduit à des relations du type :

$$V \propto h^m \quad \text{avec } m \text{ supérieur à } 1$$

La réalisation des profils de vitesse a permis de vérifier la linéarité des profils et de valider les estimations de vitesses moyennes faites à partir des mesures d'épaisseurs. De plus, on constate une augmentation du gradient de vitesse avec la vitesse de rotation : l'épaisseur de la zone d'écoulement étant fixée, une augmentation du débit est accommodée par une augmentation de la vitesse maximale des particules à la surface libre, c'est à dire par une augmentation du gradient de vitesse (Figure 118).

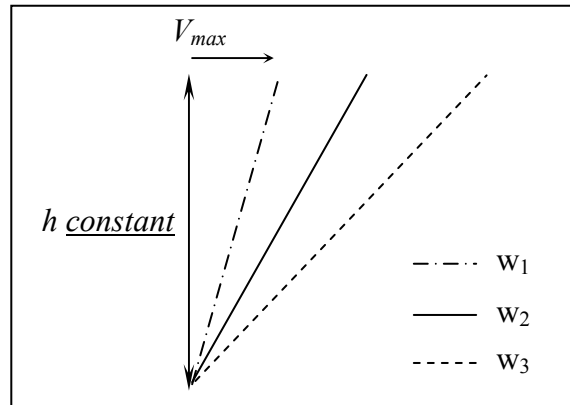


Figure 118 Saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement dans les systèmes à petits rapports  $D/d$  à l'origine d'une augmentation du gradient de vitesse quand la vitesse de rotation du tambour augmente ( $w_1 < w_2 < w_3$ ).

- Dans les systèmes à rapport  $D/d$  élevé (supérieur à 400), l'épaisseur de la zone d'écoulement varie fortement avec la vitesse de rotation. Les épaisseurs, qui augmentent avec le rapport  $D/d$ , peuvent atteindre jusqu'à 200 couches de particules sans que la saturation soit observée. Dans ce régime particulier, le diamètre du tambour impose la vitesse maximale des particules. L'extraction de relations entre vitesse moyenne et épaisseur conduit à :

$$V \propto h^m \quad \text{avec } m \text{ inférieur à } 1$$

La réalisation de profils de vitesse a permis de valider l'estimation de la vitesse moyenne dans les grands systèmes et de vérifier la linéarité des profils de vitesse. D'autre part, ils ont permis de confirmer cette tendance plutôt inattendue. Les puissances  $m$  observées et les profils de vitesse réalisés convergent vers la même conclusion : le système accomode l'augmentation du débit par une augmentation de son épaisseur car la vitesse maximale des particules sature vers une valeur constante, ce qui conduit à une diminution du gradient de vitesse quand la vitesse de rotation augmente.

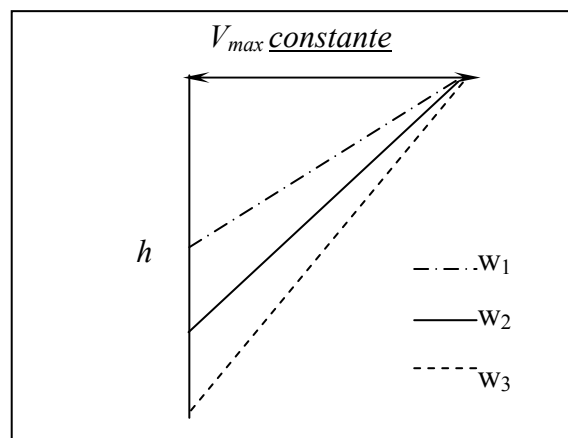


Figure 119 Saturation de la vitesse maximale des particules à la surface libre à l'origine d'une diminution du gradient de vitesse quand la vitesse de rotation du tambour augmente ( $w_1 < w_2 < w_3$ ).

La majorité des études expérimentales rapportées dans la littérature sont réalisées dans des systèmes à rapport  $D/d$  petits. Nous avons vérifié l'applicabilité des relations établies dans différentes études (Ding 2001c, Alexander 2002) pour des gammes de fonctionnement plus larges. Cette analyse montre que la validité des relations se restreint au cas des petits rapports  $D/d$  et qu'elles reproduisent mal les mesures expérimentales réalisées dans des systèmes à grand rapport  $D/d$ . En revanche, les relations établies par Bonamy (2001) et Rajchenbach

(1998), qui observent que le gradient de vitesse varie en  $(g/d)^{1/2}$ , représentent bien le comportement observé dans les systèmes à grand rapport  $D/d$  tant que la vitesse maximale des particules ne sature pas. Enfin, pour des grands rapports  $D/d$  la relation  $V \propto h^m$  ne converge pas vers la relation établie sur plan incliné  $V \propto h^{3/2}$ . Ceci s'explique par la différence fondamentale qui existe entre écoulement sur fond fixe et écoulement sur fond meuble.

La Figure 120 synthétise l'ensemble des résultats obtenus concernant les valeurs des puissances liant vitesse moyenne d'écoulement et épaisseur de la zone d'écoulement en fonction du rapport  $D/d$ . La ligne horizontale matérialise le cas où  $V_{moy}$  et  $h$  s'adaptent pour conserver un gradient de vitesse constant. Les deux comportements décrits se retrouvent de part et d'autre de cette ligne.

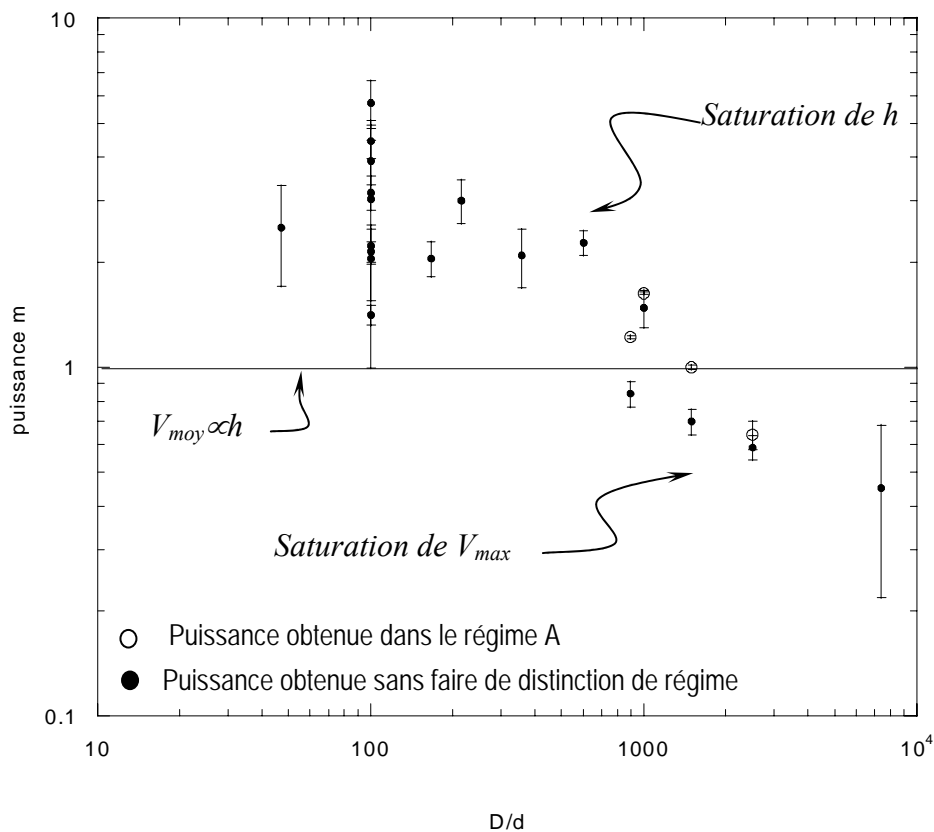


Figure 120 Evolution de la puissance  $m$  ( $V_{moy} \propto h^m$ ) en fonction du rapport  $D/d$  en représentation Log-Log. La puissance représentée correspond à la regression effectuée sur les graphiques représentant l'évolution de la vitesse moyenne ( $1/2\Omega(R^2-h^2)/h$ ) en fonction de la vitesse de rotation.

## **IV Ségrégation en tambour tournant**

# Sommaire

<b>1</b>	<b>Qu'est ce que la ségrégation ?</b>	<b>150</b>
<b>2</b>	<b>Ségrégation en tambour tournant : présentation générale</b>	<b>153</b>
2.1	Ségrégation axiale	153
2.2	Ségrégation radiale	155
2.2.1	Mécanismes de ségrégation	155
2.2.2	Principaux résultats expérimentaux	157
<b>3</b>	<b>Méthodes d'étude de la ségrégation</b>	<b>161</b>
3.1	Suivi des particules dans la phase statique	161
3.1.1	Caractérisation de la ségrégation	162
3.1.2	Cinétique de ségrégation	162
3.2	Suivi trajectographique de particules	168
3.3	Contraintes expérimentales	171
<b>4</b>	<b>Modèle de ségrégation</b>	<b>172</b>
4.1	Evolution de la ségrégation en fonction de la position initiale des particules dans la zone statique	172
4.1.1	Principe de l'étude	172
4.1.2	Résultats	172
4.1.3	Conclusion	177
4.2	Modélisation de la ségrégation	178
4.2.1	Hypothèses	178
4.3	Simulation de la ségrégation d'un système rempli de façon homogène	179
4.3.1	Présentation des expériences	179
4.3.2	Résultats expérimentaux	180
4.3.3	Comparaison simulation-expériences	180
4.3.4	Cinétique de ségrégation	182
4.3.5	Conclusion	183
<b>5</b>	<b>Quel est le rôle de l'épaisseur de la zone d'écoulement dans la ségrégation ?</b>	<b>184</b>
5.1	Reproductibilité des résultats	184
5.2	Influence de la largeur du tambour	187
5.2.1	Etude préalable : l'ajout de grosses particules modifie-t-il les caractéristiques du système ?	187
5.2.2	Cinétiques de ségrégation	188
5.2.3	Etat final de ségrégation	189
5.2.4	Conclusion	190
5.3	Et la vitesse de rotation ?	191
5.3.1	Cinétiques de ségrégation	191
5.3.2	Etat final de ségrégation	193
5.3.3	Interprétation	194
5.3.4	Conclusion	196
5.4	Modification du rapport de taille des particules	196
5.4.1	Cinétiques de ségrégation	196
5.4.2	Etat final de ségrégation	197
5.4.3	Interprétation	198
5.4.4	Conclusion	199
5.5	Modification du rapport D/d	199
5.5.1	Système D/dp=250	199
5.5.2	Système D/dp=416	202
5.6	Comparaison de la ségrégation dans les systèmes D/dp=100, D/dp=250 et D/dp=416	204
5.6.1	Cinétique de ségrégation	207
5.6.2	Conclusion	207
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>208</b>

## 1 Qu'est ce que la ségrégation ?

L'aptitude des liquides miscibles à se mélanger, même sans agitation, est bien connue. L'ajout d'eau à du sirop produit un liquide final homogène. En revanche, si on essaie de mélanger par agitation un milieu sec constitué de particules de deux tailles différentes, on obtient non pas un mélange mais un dé-mélange du milieu granulaire : les particules ayant les mêmes caractéristiques (taille, forme, densité...) ont tendance à se regrouper. La Figure 121 illustre l'apparition de la ségrégation dans trois expériences simples. On considère dans les trois cas un mélange initial homogène de billes de verre de même densité mais de tailles différentes (petites particules blanches, grosses particules teintées). Après mise en mouvement des particules par vibration, vidange de l'entonnoir ou écoulement dans un tambour, on constate que les grosses particules colorées se regroupent à la surface libre du système.

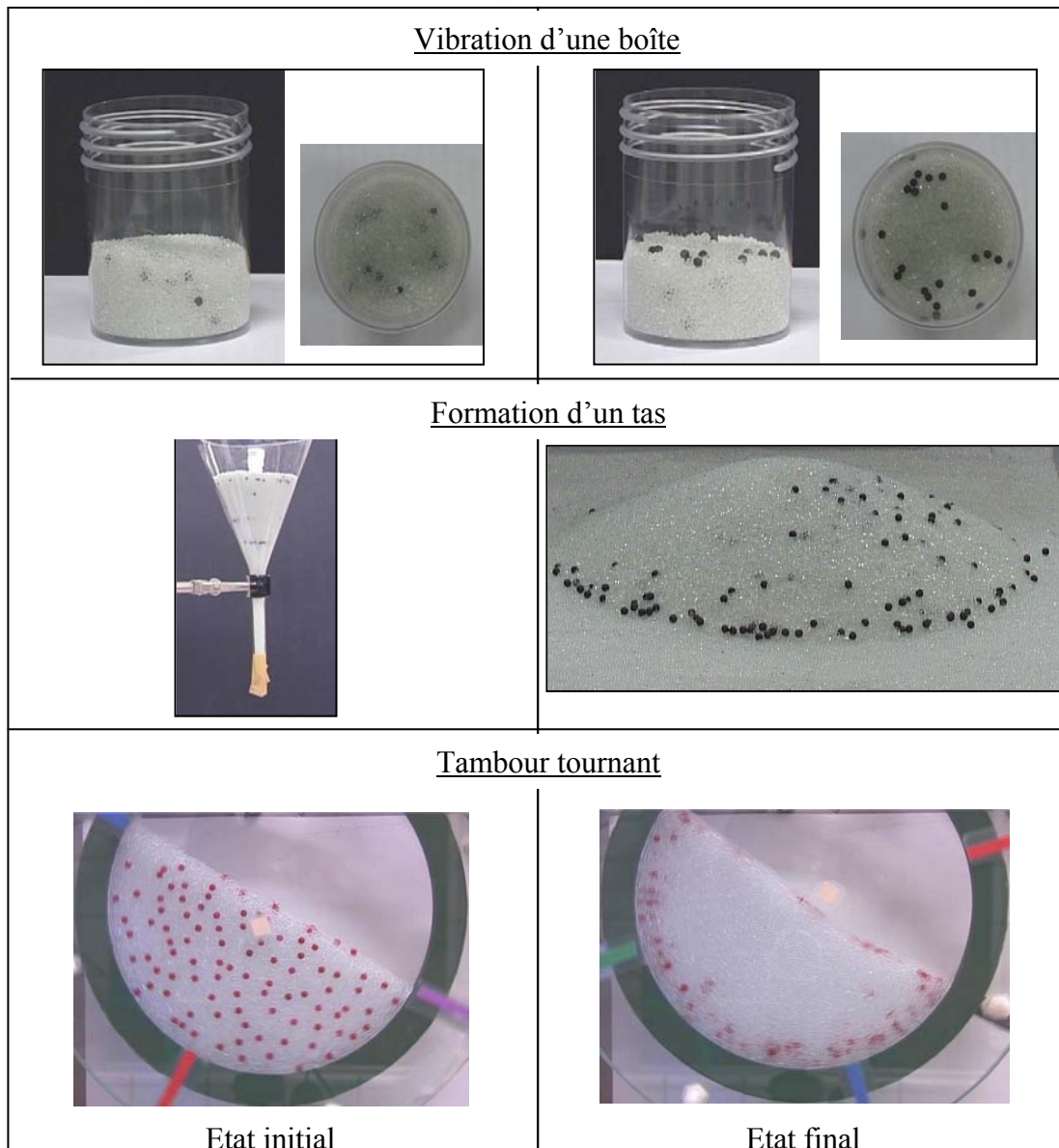


Figure 121 Illustration des figures de ségrégation observées dans différentes expériences simples. On compare les états initiaux homogènes (colonne de gauche) aux états finaux ségrégués après mise en mouvement des particules (colonne de droite).

La ségrégation est omniprésente dans la vie de tous les jours. On observe régulièrement que les raisins secs se trouvent toujours au fond du paquet de Muesli. En Amérique du Sud, les

récoltes de fruits secs sont transportées sur les chemins chaotiques en camion. Les noix du Brésil, qui sont les plus gros fruits transportés, se retrouvent toujours à la surface du chargement à la fin du trajet (Rosato 1987). La ségrégation est également visible dans la nature. Si on fait un tas de sable sur la plage, on remarque que le sable grossier s'accumule à la surface du tas. De la même façon, les dépôts produits par les écoulements pyroclastiques denses montrent des figures de ségrégation (Calder 2000). Ces dépôts se présentent sous la forme d'une langue de matériau volcanique dont les bordures sont enrichies en grosses particules (Figure 122).

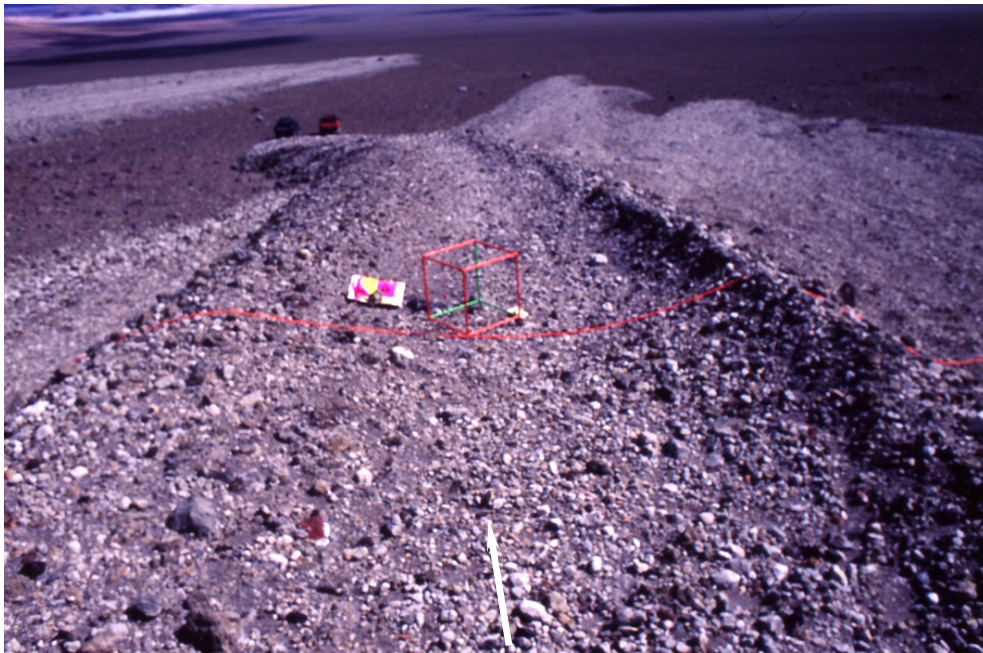


Figure 122 Ségrégation des grosses ponces dans les levées latérales des dépôts pyroclastiques produits par l'éruption de 1993 du volcan Lascar (Chili). La flèche indique le sens de l'écoulement.

L'apparition de la ségrégation peut s'avérer gênante pour de nombreux procédés industriels qui mettent en jeu des opérations de mélange de solides divisés, réalisées à l'aide de différents types d'appareils (Poux 1991). Les mélangeurs consistent généralement en une enceinte close (contenant ou non des bras rotatifs) qui tourne suivant un mouvement plus ou moins complexe. La ségrégation dans les mélangeurs industriels est l'objet de nombreuses recherches (Chaudhuri 1970, Lehmborg 1977, Chester 1999, Brone 2000, Moakher 2000, Alexander 2001). On peut citer par exemple le cas des fours tournants : les particules qui ségréguent vers la périphérie du tambour subissent un traitement différent de celles qui restent dans le volume de la masse de particules. Les industries cosmétique, pharmaceutique (Sommier 1998), agro-alimentaire (Barbosa-Canovas 1985), céramique (Barresi 1997), cherchent à éviter la ségrégation de façon à obtenir des produits finaux homogènes.

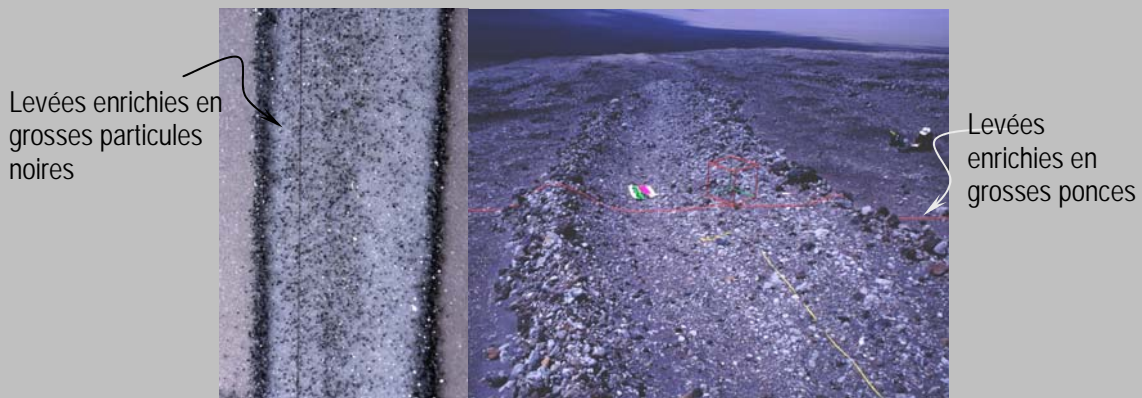
En géophysique, la compréhension des mécanismes de ségrégation contribue à la progression de la compréhension de la dynamique générale des écoulements naturels. On peut imaginer que l'observation des figures de ségrégation dans les dépôts d'écoulements granulaires naturels permette un jour de remonter aux paramètres dynamiques de ces écoulements (voir encadré intitulé « Y-a-t-il un lien entre les figures de ségrégation observées dans les écoulements pyroclastiques et la dynamique des écoulements ? »)...



### Y-a-t-il un lien entre les figures de ségrégation observées dans les dépôts pyroclastiques et la dynamique des écoulements ?

La partie basale dense de certaines avalanches volcaniques se comporte comme un écoulement frictionnel de particules. De tels écoulements peuvent être modélisés expérimentalement en réalisant des écoulements de billes de verre sur un plan incliné rugueux.

Les dépôts produits en laboratoire présentent de nombreuses similitudes avec les dépôts observés sur le terrain. Les figures de ségrégation sont semblables : la figure IV.3 montre l'accumulation des grosses particules (noires sur l'image de gauche) sur la bordure des dépôts. Des figures de digitation sont observées aussi bien sur le terrain qu'en laboratoire (Pouliquen 1997). Des similitudes de morphologie sont également constatées : les dépôts produits par les écoulements pyroclastiques présentent des bordures surélevées appelées levées. Ces levées, résultant de processus de ségrégation durant l'écoulement, sont également présentes dans les dépôts produits par des écoulements de billes de verre en régime d'écoulement frictionnel stationnaire.



*Figure 123 Comparaison de la morphologie des dépôts produits par des écoulements de billes de verre sur plan incliné (gauche) et des écoulements pyroclastiques de l'éruption de 1993 du volcan Lascar (Chili) (droite). Les deux dépôts présentent des bordures surélevées appelées levées.*

Dans le régime d'écoulement stationnaire, Pouliquen (1999) a montré que, dans des systèmes 2D, la vitesse  $v$  des écoulements est fonction de l'épaisseur  $h$  de matériau qui s'écoule et de l'épaisseur de matériau  $h_{stop}$  qui reste sur le plan incliné quand l'alimentation en particules est arrêtée. La loi d'échelle suivante a été établie :

$$v = \beta \frac{h^{3/2} \sqrt{g}}{h_{stop}} \quad \begin{array}{l} \beta=0.136 \text{ pour des billes de verre} \\ g : \text{accélération de la pesanteur} \end{array}$$

Des expériences similaires ont été réalisées avec des lots de particules faiblement polydisperses sur plan incliné large, c'est à dire que les écoulements ne sont pas confinés latéralement par le dispositif expérimental (Félix 1999). Les mesures de morphologie des dépôts produits ont montrés que l'épaisseur  $h_{stop}$  peut être mesurée dans le chenal central et  $h$  est enregistré dans la hauteur des levées. Ainsi, si la relation ci-dessus était vérifiée sur le terrain, une mesure de la morphologie des dépôts permettrait d'avoir accès à la vitesse des écoulements.

En réalité, les choses sont plus complexes. Nous avons constaté qu'une augmentation de la polydispersité des particules en écoulement produit le même effet sur les levées qu'une augmentation du débit d'alimentation. Dans les deux cas, la hauteur des levées augmente. Il devient alors difficile d'utiliser cette épaisseur pour remonter à la dynamique de l'écoulement. En revanche, les mesures de largeur des dépôts ont montré que celle-ci est indépendante de la polydispersité et fortement dépendante de la vitesse de l'écoulement. Cette piste est à explorer.

Par conséquent, la compréhension de la relation existant entre dynamique des écoulements et intensité de la ségrégation est prometteuse. On peut imaginer qu'il deviendrait alors possible d'écrire des relations entre dynamique des écoulements et morphologie des dépôts observés.

Pour tous renseignements supplémentaires sur le sujet, le lecteur intéressé peut s'adresser à :  
Nathalie Thomas (thomasn@polytech.univ-mrs.fr)

L'étude de la ségrégation nécessite d'isoler les différents mécanismes susceptibles d'intervenir dans le processus. Des systèmes simples sont donc étudiés. Après une présentation générale non exhaustive de la ségrégation, nous nous focaliserons sur l'étude expérimentale de la ségrégation de billes de verre de deux tailles différentes en tambour tournant. Nous tenterons également de dégager l'influence de l'épaisseur de la zone d'écoulement sur ce phénomène en faisant varier le paramètre  $D/d_p$ ,  $d_p$  étant le diamètre des petites particules, majoritaires dans nos expériences.

## 2 Ségrégation en tambour tournant : présentation générale

Deux types de ségrégations sont identifiés dans la configuration de cylindre tournant (Figure 124) :

- La ségrégation radiale se produit, en quelques tours de tambour, dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation du tambour.
- La ségrégation axiale apparaît suivant l'axe de rotation du tambour au bout d'un nombre de tours beaucoup plus important.

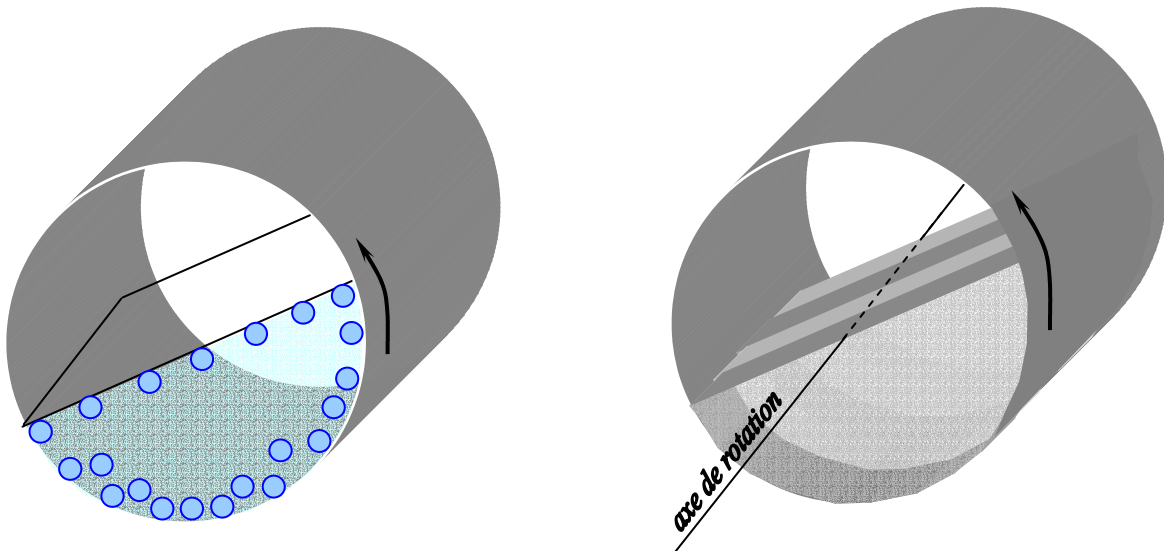


Figure 124 Représentation schématique des deux types de ségrégation observés en tambour tournant. La ségrégation radiale (gauche) apparaît en quelques tours de tambour puis la ségrégation axiale apparaît à plus long terme (droite).

### 2.1 Ségrégation axiale

L'apparition de la ségrégation axiale a lieu au bout de plusieurs centaines ou milliers de révolutions du tambour. Elle est caractérisée par l'apparition de bandes alternées constituées des composants purs suivant l'axe du tambour (Figure 124 droite). Le nombre de bandes évolue au cours du temps en fonction des paramètres de fonctionnement imposés au système. Elle n'a pas été l'objet de notre étude mais nous présentons quelques résultats obtenus par différentes équipes de recherche.

Donald *et al.* (1962) ont tout d'abord attribué l'apparition de bandes axiales de différentes compositions à une différence d'angle de repos entre les deux espèces mélangées. Quand l'angle de repos des petites particules est supérieur à celui des grosses particules, des bandes apparaissent. En revanche, quand cette condition n'est pas vérifiée, les particules fines restent concentrées autour de l'axe du tambour au centre de la masse de particules. L'explication donnée est la suivante : la différence d'angle de repos entraîne un gradient axial de la pente de la surface libre qui est à l'origine de l'écoulement différentiel des deux types de particules

suivant l'axe du tambour. En effet, les grosses particules, ayant une mobilité plus grande que les petites particules, ont tendance à se diriger vers les zones à plus forte pente locale. De plus, la ségrégation axiale débute aux parois du tambour.

Les mesures expérimentales réalisées par Das Gupta *et al.* (1991) montrent que le nombre de bandes, à l'équilibre, augmente quand on diminue la vitesse de rotation du tambour ou quand la concentration en particules fines est augmentée. La différence d'angle de la surface libre est à l'origine de l'apparition de la ségrégation axiale.

Savage (1993) propose un modèle pour expliquer l'apparition de la ségrégation axiale. Les particules lors de leur écoulement s'entrechoquent, ce qui entraîne des fluctuations de trajectoires à l'origine d'un flux diffusif (Loi de Fick). Cette diffusion s'oppose à la ségrégation axiale car elle tend à homogénéiser les concentrations. D'autre part, la différence entre les angles d'écoulement des deux types de particules crée un flux axial qui favorise la ségrégation axiale. L'apparition de bandes de ségrégation résulte donc de la compétition de ces deux flux.

Zik *et al.* (1994) réalisent des mesures de concentration en particules suivant l'axe du tambour. Ils montrent que les fractions relatives de grosses et petites particules dans un mélange influencent l'angle de repos du milieu granulaire. Le profil de la pente de la surface libre dépend donc de la composition locale. Le flux axial de particules est par conséquent proportionnel au gradient axial de concentration. D'autre part, les bandes apparaissent de façon aléatoire le long de l'axe du tube.

Hill *et al.* (1995) constatent dans certaines expériences qu'il est possible de faire disparaître la ségrégation axiale en réduisant la vitesse de rotation du tambour. Ceci est incompatible avec l'explication basée sur une différence d'angles de repos (indépendante de la vitesse de rotation) entre les deux espèces présentes. Ils font alors appel à une différence d'angles d'écoulement entre les deux types de particules. Cet angle d'écoulement varie avec la vitesse de rotation et les caractéristiques des particules comme nous avons pu le voir dans la partie II de ce mémoire. Dans une zone donnée, l'angle d'écoulement varie suivant la composition du milieu granulaire (fraction de grosses et petites particules). Ainsi, ils mettent en évidence que la ségrégation axiale se produit quand il y a une différence d'angle d'écoulement entre la phase mélangée et les grosses particules seules (Figure 125).

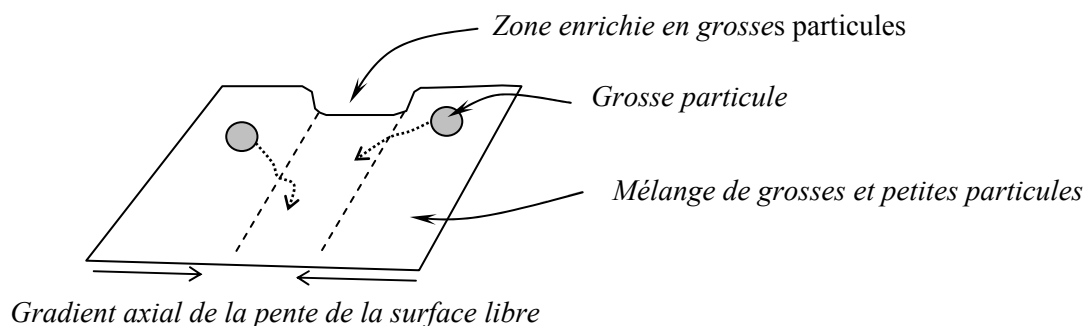


Figure 125 Représentation schématique du mécanisme de ségrégation axiale proposé par Donald et Roseman (1962).

Hill *et al.* (1997) fournissent des renseignements supplémentaires en réalisant une étude de la ségrégation axiale par IRM. Une ségrégation radiale (petites particules accumulées le long de l'axe du tambour) est observée alors qu'aucune bande n'est visible à travers les parois transparentes du tambour. La ségrégation axiale résulte donc de la déstabilisation de la ségrégation radiale qui se produit dans les premiers tours de tambour (Nakagawa 1997a).

Elperin *et al.* (1999) confirment dans un modèle que la formation de bandes est due à une déstabilisation d'un état ségrégué radialement lié à une dissymétrie de la surface libre du matériau granulaire (différence d'angles de repos des deux types de particules). D'après ces

résultats, la ségrégation axiale se produit plus facilement dans un tambour rempli à plus de 50 % de son volume.

Khosropour *et al.* (2000) observent expérimentalement que la ségrégation radiale est un précurseur de la ségrégation axiale. La ségrégation débute au niveau des parois du tambour où les particules les plus mobiles s'accumulent. L'augmentation de l'angle d'écoulement au niveau de la paroi crée un écoulement axial qui génère à son tour une fluctuation de concentration en particules à l'origine de l'accentuation du processus de ségrégation. Il précise que l'apparition aléatoire de bandes axiales de ségrégation est possible quand la friction au niveau des parois n'est pas trop forte. La première bande de ségrégation apparaît au niveau de la paroi la plus rugueuse puis se propage dans le milieu granulaire. Ces auteurs suggèrent que le rapport  $D/d$  et les caractéristiques des parois jouent un rôle dominant dans la ségrégation axiale.

Le phénomène de ségrégation axiale est encore le sujet de nombreuses recherches car elle reste imparfaitement comprise. A titre d'exemple, l'influence de la géométrie du tambour ou l'étude de la ségrégation de mélanges constitués de plus de deux composants sont des voies d'étude à poursuivre.

## 2.2 Ségrégation radiale

La ségrégation radiale se produit au bout de quelques tours de tambour seulement. Elle correspond à la séparation des particules suivant leurs caractéristiques dans un plan transverse, perpendiculaire à l'axe de rotation du tambour. Nous présentons ici quelques résultats principaux obtenus dans des études antérieures avant de nous focaliser sur l'analyse de ségrégation radiale que nous avons réalisée durant ce travail. Mélange et ségrégation étant indissociables, nous avons cherché à étudier les mécanismes à l'origine de ces deux processus.

### 2.2.1 Mécanismes de ségrégation

La ségrégation de particules de propriétés différentes nécessite que celles-ci soient en mouvement relatif. Dans le cas du tambour tournant, la ségrégation se produit donc dans la zone en écoulement à la surface libre que nous avons étudiée en détail dans la partie III de ce mémoire.

La lecture d'un certain nombre d'articles de synthèse sur les différents mécanismes de mélanges de particules, montre que les classifications utilisées dépendent du point de vue adopté : mélange ou ségrégation (Bridgewater 1976, Cooke 1976, Williams 1976, Fan 1990).

### Mécanismes de mélange

Le vocabulaire utilisé est analogue à celui employé pour décrire les fluides. Ainsi, on peut parler de mélange par convection, par diffusion ou de mélange par cisaillement (Lacey 1954). Les différents mécanismes de mélange sont décrits de la façon suivante :

- Mélange par *convection* : les particules subissent un mouvement en bloc lors de leur mise en mouvement.
- Mélange par *diffusion* : lorsque les particules se déplacent, elles subissent des chocs responsables du caractère « aléatoire » de leur déplacement. Au contraire de la diffusion moléculaire, une énergie extérieure doit être dans ce cas apportée aux particules.
- Mélange par *cisaillement* : si un milieu granulaire subit une action mécanique, un brassage des particules se produit au niveau des plans de glissements entre couches adjacentes.

## Mécanismes de ségrégation

La ségrégation est le processus inverse du mélange. Williams (1976) différencie trois mécanismes de ségrégation : ségrégation due aux trajectoires, ségrégation par percolation des particules fines et ségrégation par élutriation. Nous ajoutons à ces mécanismes le mécanisme de convection qui est à l'origine de la ségrégation des particules soumises à une vibration.

Nous présentons schématiquement sur la Figure 126 les différents mécanismes de ségrégation proposés :

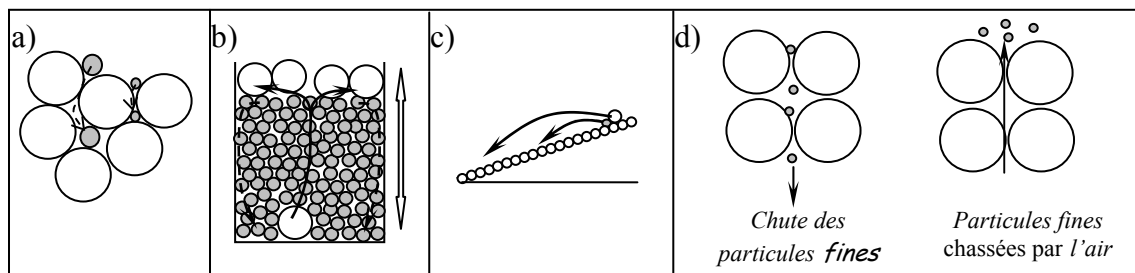


Figure 126 Illustration des différents mécanismes responsables de la ségrégation.

- a) *Percolation* : La percolation spontanée de petites particules dans un réseau de grosses particules sphériques est possible quand les particules sont suffisamment petites pour glisser dans les vides laissés entre les grosses particules. Le rapport de taille critique (diamètre des petites particules  $d_p$ /diamètre des grosses particules  $d_g$ ) au delà duquel la percolation spontanée se produit est de 0.2247 si on considère un agencement tétraédrique de 4 sphères en contact ou 0.1547 dans le cas de 3 sphères en contact. Ce mécanisme contribue à la chute des petites particules vers le bas des écoulements sur plan incliné. On parle alors du processus de *tamissage cinétique* (Savage 1988). Dans un tel écoulement, les particules sont en perpétuel ré-arrangement, des vides se créent de façon aléatoire dans les couches en écoulement. Ainsi, quand un vide de taille suffisante apparaît dans une couche, une petite particule d'une couche supérieure descend dans la couche inférieure.
- b) *Convection* : Ce processus a été principalement étudié dans des systèmes subissant des vibrations. Rosato *et al.* (1987) ont simulé la montée de grosses particules lors de la vibration, depuis cet article au titre évocateur (« *Why Brazil Nuts are on the top...* »), le terme *effet noix du Brésil* est resté dans le langage courant. L'explication du phénomène repose ici sur un mécanisme analogue à la percolation. Lors de la vibration, des vides suffisamment grands pour accueillir de petites particules sont créés. Ces dernières, en se plaçant sous les grosses particules, favorisent leur montée (Rajchenbach 1995, Williams 1976). D'autres auteurs ont proposé un mécanisme différent du précédent. Knight *et al.* (1993) sont les premiers à observer la convection, à proprement parler, des grosses particules. Cette équipe de Chicago constate que la montée des grosses particules est liée à un mouvement de convection de la totalité du milieu granulaire, due à la vibration du système, et à la présence de parois (effet d'arches). Une fois à la surface libre, les grosses particules y sont piégées. Par la suite, l'importance de l'amplitude des vibrations est testée. Duran *et al.* (1994) précisent que deux types de mécanismes peuvent apparaître suivant la quantité d'énergie apportée au système : à forte fréquence de vibration, le transport se fait principalement par convection, en revanche, pour de faibles amplitudes de vibration, le mécanisme de formation d'arches est prédominant. Hsiao *et al.* (1999) montrent que la ségrégation la plus efficace se produit quand l'accélération que subissent les particules correspond au passage d'un milieu granulaire dense à un milieu granulaire lâche. Quand le milieu est trop dilué, la probabilité de formation de vides suffisamment gros pour contenir des grosses particules augmente, la qualité de la ségrégation diminue

alors. Rosato *et al.* (2002) constatent qu'à petites amplitudes de vibration, les grosses particules montent très lentement vers la surface libre et que leur vitesse d'ascension est très dépendante du rapport de taille des particules. A forte amplitude de vibration, la convection des grosses particules est efficace et leur vitesse d'ascension devient indépendante du rapport de taille.

- c) *Trajectoires* : Riguidel *et al.* (1993 et 1994) étudient la trajectoire d'une particule lâchée sur un plan incliné rugueux. Pour une inclinaison et une rugosité donnée du plan, une grosse particule s'écoule sur une plus grande distance qu'une petite particule car cette dernière a une probabilité plus grande de rester piégée dans la rugosité du support. La distance parcourue par une particule de masse donnée croît exponentiellement avec sa masse dans le régime d'accélération ou stationnaire. D'autre part, dans le cas de trajectoires balistiques des particules, un calcul simple permet de faire une approximation des distances parcourues par une petite et une grosse particule, de même densité et vitesse initiale, se déplaçant dans un liquide de viscosité donnée. Une particule *A* deux fois plus grosse qu'une particule *B* parcourt une distance deux fois plus grande que la petite bille (Williams 1976).
- d) *Elutriation* : En présence de poudres très fines, la vitesse de chute des particules fines peut être inférieure à la vitesse à laquelle l'air est chassé par les grosses particules. La poussière de particules fines se retrouve donc au dessus des grosses particules.

## 2.2.2 Principaux résultats expérimentaux

De nombreuses études de ségrégation radiale en tambour tournant ont été réalisées. Nous donnons ici un aperçu des principaux résultats obtenus jusqu'à présent.

### Influence des caractéristiques des particules

La ségrégation de particules est induite par des différences de taille, de densité, de forme ou d'état de surface.

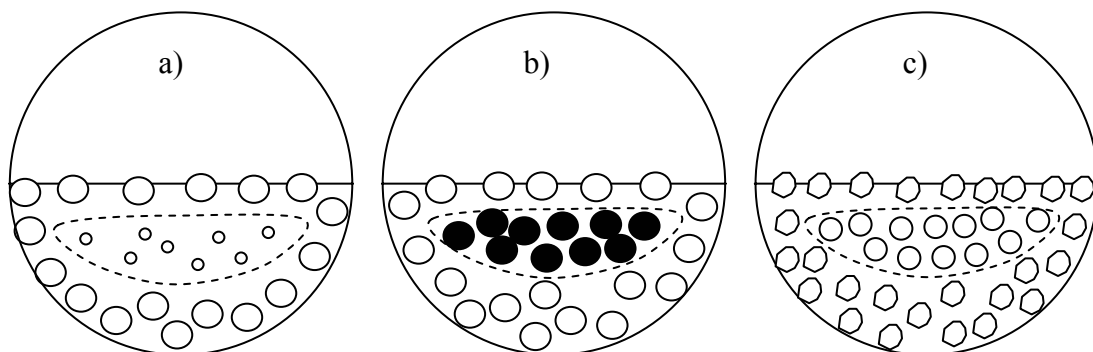


Figure 127 Illustration des figures de ségrégation observées en tambour tournant en changeant la taille (a), la densité (b) ou la forme (c) des particules.

Nous présentons sur la Figure 127 trois exemples de ségrégation observés en tambour tournant. Dans tous les cas, les particules qui ségréguent vers la surface de la zone d'écoulement, se retrouvent au niveau de la zone périphérique du tambour. Si on considère un mélange de billes sphériques de tailles différentes et de densité identique, les particules les plus petites ont tendance à se regrouper vers le centre du tambour pour constituer un noyau de ségrégation (Cantelaube 1995). Si les particules sphériques ont des tailles identiques mais des densités différentes, les particules les plus denses ségréguent vers le bas dans la zone d'écoulement et se retrouvent par conséquent au centre du tambour (Henein 1991, Ristow

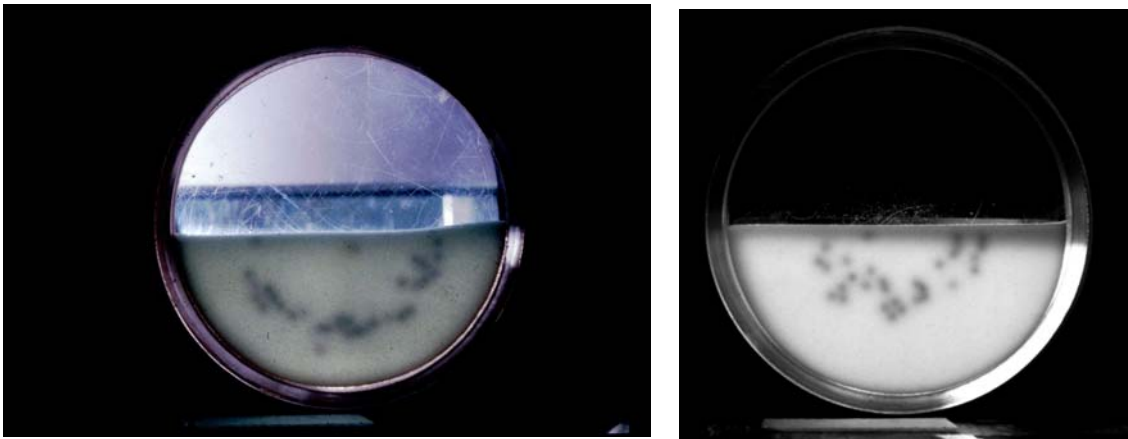
1994). Enfin, dans un mélange de particules de même taille et même densité mais dont la forme varie (sphère ou particule anguleuse), les particules les plus anguleuses se concentrent en périphérie du tambour ou au centre, selon leurs caractéristiques morphologiques. La forme des particules influence de façon importante les temps de mélange (Woodle 1993, Cantelaube 1995).

Une augmentation progressive du rapport de taille de particules de même densité conduit à un nouveau type de ségrégation.

- Pour des rapports de taille inférieurs à 5, la ségrégation est d'autant plus rapide que le rapport de taille est grand (Eskin 2000, Cantelaube 1995).

- Williams (1976) constate que la ségrégation ne s'amplifie plus pour des rapports de taille de 4.3.

- Thomas (2000) montre que pour un rapport de taille supérieur à 5 et une faible concentration en grosses particules, les grosses particules ne ségréguent plus vers la surface libre de l'écoulement (en tambour, plan incliné ou tas) mais coulent dans le milieu constitué de petites particules (ségrégation « annulaire » représentée sur la Figure 128). Il semble alors que des paramètres tels que la masse des particules ou le coefficient de friction entrent en jeu dans le processus de ségrégation.



*Figure 128 Photographie d'une ségrégation "annulaire" de grosses billes de verre. Gauche : le rapport de taille des particules est de 10. Droite : le rapport de taille des particules est de 15. Les grosses particules apparaissent en noir sur les photographies.*

Alonso *et al.* (1991) et Thomas (2002) constatent que les effets de taille et de densité des particules peuvent se compenser quand on utilise un rapport de taille suffisant pour éviter la percolation spontanée des petites particules. Si des particules denses de grosse taille sont mélangées à des particules de petite taille et de faible densité, alors le mélange reste homogène et aucune ségrégation ne se produit.

### Influence de la hauteur de remplissage

Metcalfé *et al.* (1995) et McCarthy *et al.* (1996) proposent un modèle mathématique pour rendre compte de l'influence de la hauteur de remplissage sur la vitesse de ségrégation et les figures de ségrégation observées. Dans le cas d'un container cylindrique, trois cas sont isolés :

- La hauteur de remplissage est inférieure à 50 % : le brassage des particules est important et le mélange (ou la ségrégation) se fait rapidement. La vitesse de ségrégation diminue au fur et à mesure que la hauteur de remplissage se rapproche de 50 % (Woodle *et al.* 1993).

- La hauteur de remplissage est de 50 % : le brassage des particules est minimal et le mélange ou la ségrégation mettent un temps plus important pour s'établir que dans un système rempli à moins de 50 %.
- La hauteur de remplissage est supérieure à 50 % : Un noyau central de particules n'entrant pas en jeu dans le processus de mélange apparaît (Figure 129). Ceci est également observé expérimentalement par Hogg *et al.* (1972).

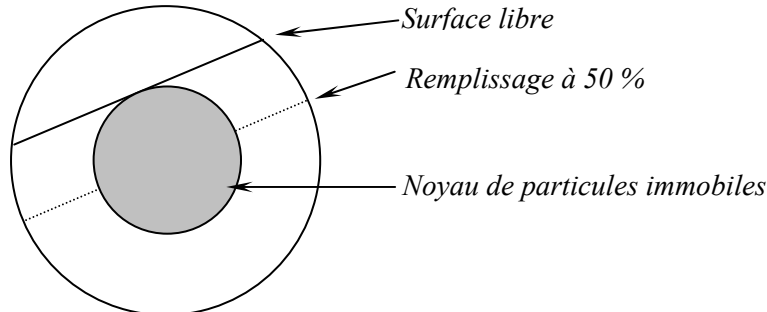


Figure 129 Illustration de l'apparition d'un noyau immobile de particules lors d'un remplissage supérieur à 50%.

McCarthy *et al.* (1996) précisent que l'efficacité maximale du mélange est obtenue dans un tambour de section circulaire quand la hauteur de remplissage est de 25 %. Plusieurs géométries de mélangeurs sont également testées dans cette étude.

Un modèle mathématique développé par Eskin *et al.* (2000) montre, pour des hauteurs de remplissage inférieures à 50 %, que le nombre de tours de tambour nécessaires pour observer une ségrégation complète augmente avec la hauteur de remplissage.

### Influence de la concentration en particules

Dans le cas de particules de deux tailles différentes, on constate que la fraction relative de petites et grosses particules influence la vitesse de ségrégation et la répartition finale des particules dans le système considéré. Ainsi, Thomas (2000) montre que si la fraction de grosses particules est supérieure à un pourcentage critique, des particules qui ségréguent vers l'intérieur d'un tas quand elles sont en faible proportion peuvent ségréguer vers sa surface quand elles sont présentes en plus forte proportion. Le pourcentage critique de grosses particules pour lequel on passe d'un type de ségrégation à l'autre dépend du rapport de taille des particules.

### Influence de la vitesse de rotation du tambour

Cantelaube (1995) observe dans un tambour à deux dimensions que la ségrégation disparaît à partir d'une vitesse de rotation donnée. Ce phénomène est associé à l'apparition d'un régime d'écoulement chaotique à la surface libre qui empêche tout piégeage différentiel des particules dans la zone d'écoulement. D'autre part, pour des vitesses de rotation inférieures à cette vitesse critique (égale à 8 rpm), le nombre de tours de tambours nécessaire pour obtenir un état de ségrégation stable augmente avec la vitesse de rotation. En revanche ce temps caractéristique exprimé en secondes est indépendant de la vitesse de rotation.

Dury *et al.* (1997) simulent la ségrégation d'un mélange binaire de particules dans un tambour 2D rempli à 50 %. Ils montrent que l'intensité de la ségrégation diminue quand la vitesse angulaire de rotation du tambour augmente (0.5 rpm à 2.5 rpm) alors que le temps caractéristique de ségrégation (en secondes) diminue. Ces résultats sont en accord avec les observations expérimentales de Henein (1991) qui constate une vitesse de ségrégation d'autant plus rapide que la vitesse de rotation du tambour est grande. Le temps caractéristique de ségrégation diminue donc avec l'augmentation de la vitesse de rotation du tambour.



## Comment caractériser la ségrégation : Indices de mélange

Nous avons parlé jusqu'à maintenant de ségrégation plus ou moins rapide ou efficace selon les paramètres de fonctionnement des dispositifs expérimentaux. Mais comment quantifier l'état de ségrégation final obtenu ? On utilise généralement des *indices de mélange* qui ont été l'objet de nombreux articles (Fan 1970, Akao 1976a-b, Fan 1979, Poux 1991). Les nombreux indices de mélange déterminés (Fan 1970 en répertorie une trentaine !) varient généralement entre 0 et 1. Différentes méthodes d'analyse sont utilisées :

- Echantillonnage : les indices de mélange sont généralement calculés à partir de la variance de composition des différents échantillons prélevés. L'échantillonnage peut être effectué à l'aide d'une sonde voleuse ou de la subdivision de la totalité du mélange après gélification et analyse de la composition des différentes tranches (Fan 1970). Akao *et al.* (1976a-b) proposent un indice de mélange basé sur le nombre de contacts moyen (nombre de particules entourant une particule référence) défini d'un point de vue géométrique et microscopique, indépendant de la taille de l'échantillon.
- Analyse d'image (Wightman 1996, Puyvelde 1999) à travers la paroi ou après solidification et découpe du mélange de particules.

Bien sûr, les méthodes d'échantillonnage ont le défaut de perturber le milieu granulaire analysé. Les méthodes d'analyse d'image ne présentent pas cet inconvénient mais ne donnent qu'une vision partielle de l'ensemble de la masse de particules. Récemment, des méthodes non intrusives donnant accès à des informations contenues dans la totalité du volume ont été développées et sont très prometteuses. En effet, l'utilisation dans les milieux granulaires de l'Imagerie à Résonance Magnétique (Demco 2001) ou Emission Positron (Parker 1997) est en plein essor.

## Cinétiques de ségrégation

La cinétique de ségrégation correspond au temps nécessaire pour que le système atteigne un état de ségrégation stationnaire, qui n'évolue plus dans le temps. La cinétique radiale de ségrégation est controversée.

Ristow (1994) montre dans des simulations numériques que la ségrégation en tambour 2D est un processus d'ordre 1. Les particules considérées ont des tailles identiques mais des densités différentes. Le suivi de la position radiale des particules les plus denses au cours du temps montre une décroissance de type exponentiel. Cantelaube (1997) confirme ce résultat expérimentalement dans un tambour 2D contenant des pastilles de tailles différentes et de même densité. La position radiale des pastilles les plus petites décroît de façon exponentielle au cours du temps.

Par ailleurs, Nityanand *et al.* (1986) réalisent une étude expérimentale de la ségrégation en régime d'écoulement continu à l'aide de photographies prises toutes les 0.5 secondes. En suivant l'évolution du nombre de particules fines dans le noyau de ségrégation au cours du temps, ils constatent que la cinétique de ségrégation n'est pas d'ordre 1 mais d'ordre 0. Pollard *et al.* (1989) observent également une cinétique de ségrégation d'ordre 0. Leur étude expérimentale concerne des particules sphériques (ou non) de tailles variables. Les expériences sont filmées à l'aide d'une caméra rapide à travers la paroi du tambour.

Au vu de ces résultats contradictoires, nous avons dans un premier temps réalisé des expériences simples dans le but de déterminer le type de cinétique de ségrégation radiale existant dans nos expériences. Un modèle de ségrégation très simple a été développé et appliqué au cas d'un tambour initialement rempli de façon homogène d'une faible fraction de grosses particules. Une cinétique de ségrégation est déduite.

### 3 Méthodes d'étude de la ségrégation

La ségrégation radiale de billes de verre de différentes tailles et de densités identiques a été étudiée dans le régime d'écoulement continu. Les grosses particules colorées (marqueurs) de diamètre  $d_g$ , sont ajoutées en faible proportion (inférieur ou égal à 3 % en masse) à un milieu constitué de particules incolores plus petites de diamètre  $d_p$ . La totalité de la masse granulaire occupe 50 % du volume du tambour. Différents paramètres ont été modifiés : vitesse de rotation  $w$  du tambour, rapport de taille des particules ( $d_g/d_p$ ), rapport de taille entre les particules les plus petites et le diamètre du tambour ( $D/d_p$ ). La ségrégation a été suivie de deux façons :

- Suivi de l'évolution de la position radiale de l'ensemble des grosses particules au cours du temps dans la phase statique (paragraphe 3.1)
- Suivi de l'évolution de la position des grosses particules dans la zone d'écoulement (paragraphe 3.2).

Nous présentons tour à tour les outils utilisés dans ces deux analyses de la ségrégation. L'ensemble des expériences de ségrégation et la méthode de remplissage du tambour sont présentés dans l'annexe L.

#### 3.1 Suivi des particules dans la phase statique

Les expériences sont filmées en continu et le suivi de la ségrégation se fait par l'analyse des images extraites à différents intervalles de temps de films réalisés à 25 images par seconde. Nous présentons sur la Figure 130 un exemple d'évolution de la ségrégation au cours du temps.

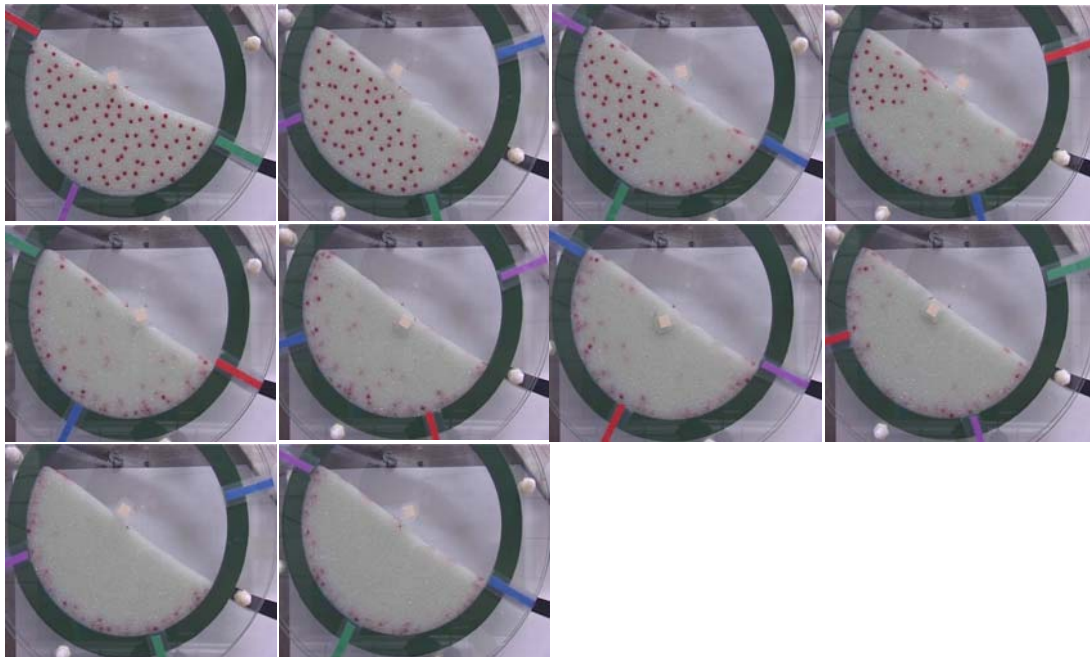


Figure 130 Evolution de la ségrégation au cours du temps dans un système constitué de 3% en masse de billes  $d_g=4$  mm dans un milieu constitué de billes  $d_p=1.4$  mm. Le tambour a un diamètre de 20 cm et une largeur de 1 cm. La vitesse de rotation est de 4 rpm. Les images sont extraites du film à chaque 8<sup>ème</sup> de tour du tambour.

On constate sur la série de photographies ci-dessus que le nombre de marqueurs semble diminuer au cours de la rotation du tambour. Ceci est dû au fait que les grosses particules sont initialement placée au contact de la paroi (annexe L). La rotation du tambour entraîne une dispersion axiale des particules.

### 3.1.1 Caractérisation de la ségrégation

Sur chaque image, la position de la totalité des grosses particules visibles à la paroi est repérée à l'aide du logiciel Scion Image. Connaissant la position du centre du tambour, la position radiale des particules est déterminée et appelée  $r$  dans la suite de ce mémoire. Ainsi, différents calculs sont réalisés à partir de ces mesures :

- On détermine la position moyenne  $r_{moy}$  de la totalité des grosses particules au cours du temps. Les grosses particules se déplacent vers la périphérie du tambour, la valeur de  $r_{moy}$  augmente donc progressivement jusqu'à atteindre une valeur constante lorsque la ségrégation n'évolue plus.
- D'autre part, l'écart type  $\sigma$  de la distribution des positions des particules à un instant donné est calculé.  $r_{min}$  et  $r_{max}$  sont également déterminés dans les expériences :  $r_{min}$  est la position de la particule située le plus à l'intérieur du tambour et  $r_{max}$  donne la position de la particule la plus proche de la paroi du tambour. La mesure de  $r_{min}$  et  $r_{max}$  est donnée à titre d'indication et n'a aucune valeur statistique.

A l'état stationnaire de ségrégation,  $r_{moy}$ ,  $(r_{max}-r_{min})$  et l'écart type  $\sigma$  de la distribution de positions sont stabilisés. Nous n'utilisons pas dans cette étude d'indice de mélange mais préférons caractériser l'état final de ségrégation par la position de la bande de ségrégation (donnée par  $r_{moy}$ ) et sa largeur ( $r_{max}-r_{min}$  ou  $\sigma$ ).

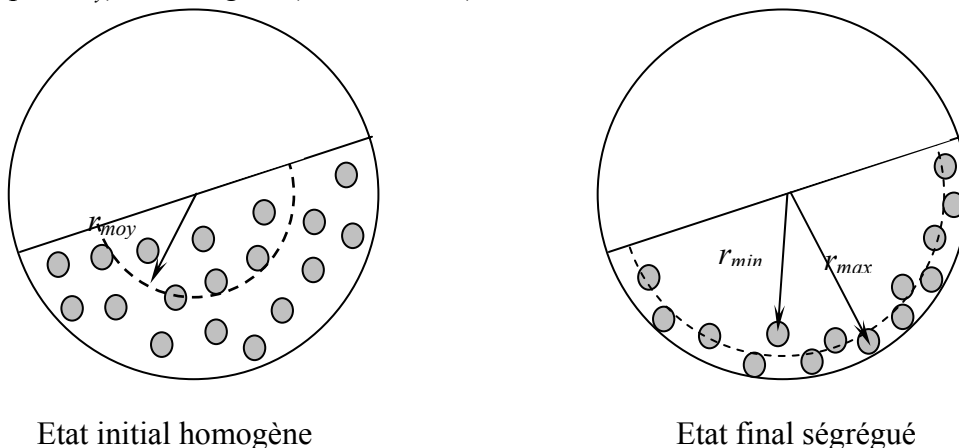


Figure 131 Illustration schématique de l'évolution de la position radiale moyenne des grosses particules entre l'état initial homogène (gauche) et l'état final ségrégué (droite).

### 3.1.2 Cinétique de ségrégation

Deux types de conditions initiales ont été choisies :

- Les grosses particules sont toutes placées sur un même rayon initial
- Le tambour est rempli de façon homogène de grosses particules

#### Particules placées sur un même rayon initial

La trajectoire des particules dans la zone statique est caractérisée par l'évolution de leur position radiale moyenne  $r_{moy}$  au cours du temps. Pour cette expérience, toutes les particules ont changé de position après  $\frac{1}{2}$  tour de tambour. Toutes les particules, excepté celles qui se trouvaient déjà dans la future zone d'écoulement (voir paragraphe 4.1.2), se retrouvent alors approximativement sur un même arc de cercle  $r_{moy}$ . Pour chaque position initiale de particule, on peut calculer le déplacement des particules dans la zone statique au bout d'un demi-tour de

tambour : une vitesse de déplacement est extraite en fonction de la position initiale (Figure 132).

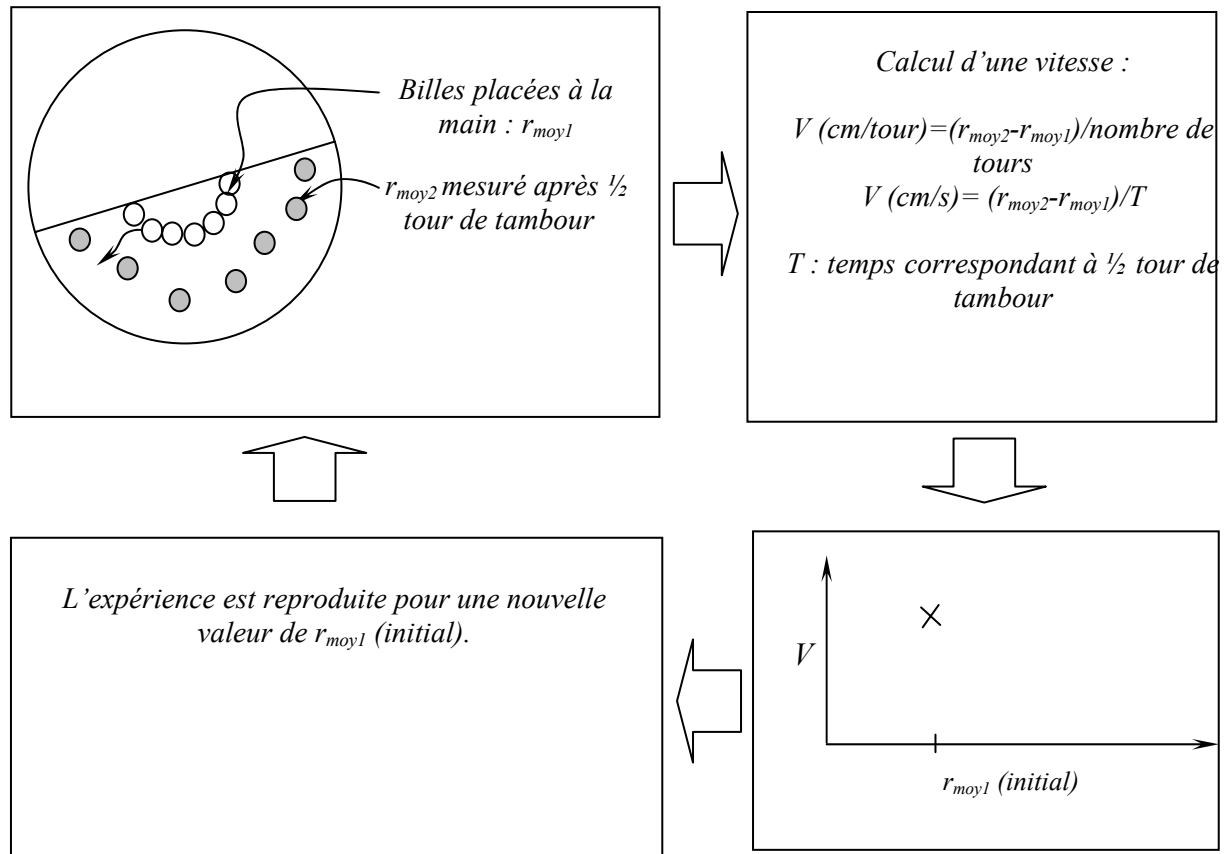


Figure 132 Représentation schématique du calcul des vitesses de déplacement des particules dans la zone statique.

Sur la Figure 132, il est possible de multiplier le nombre de calculs de vitesse de déplacement sans augmenter le nombre d'expériences : la position radiale d'arrivée des particules ( $r_{moy2}$ ) est réutilisée comme nouvelle valeur de position radiale initiale (Figure 133).

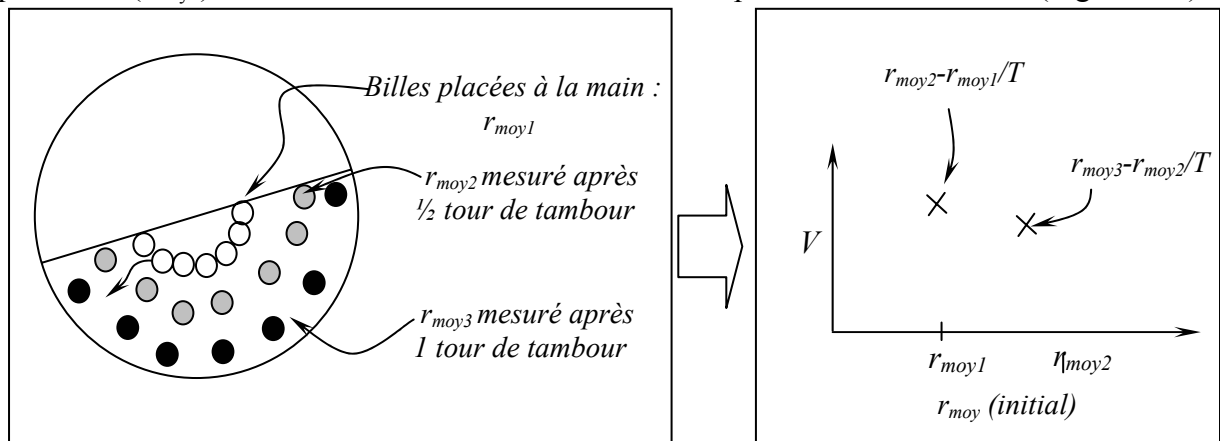


Figure 133 Représentation schématique de l'augmentation du nombre de mesures de vitesse de déplacement sans réaliser d'expérience supplémentaire.

Les Figure 134 et Figure 135 regroupent les photographies de l'état de ségrégation du tambour à chaque demi tour. Deux vitesses de rotation sont étudiées : 4 et 9 rpm. Le diamètre du tambour est de 20 cm, sa largeur de 1 cm. Les billes de verre ont un diamètre de 2 mm (incolores) et 4 mm (teintées).

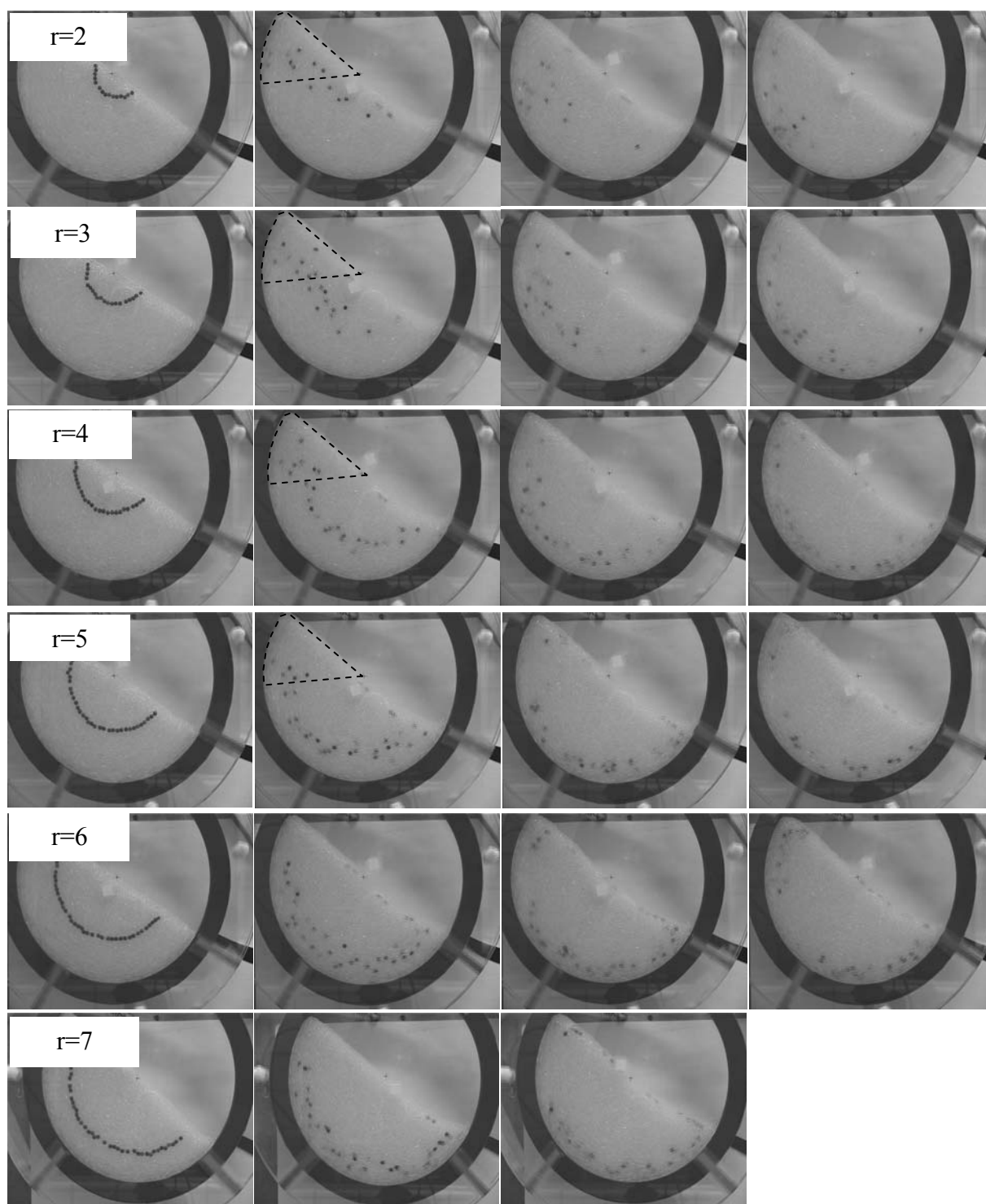


Figure 134 Photographies de l'état de ségrégation à chaque demi-tour de tambour.  $D=20$  cm  $l=1$  cm, billes de 2 mm et 4 mm,  $w=9$  rpm. La zone délimitée par une ligne en pointillés isole les particules qui se trouvaient dans la zone d'écoulement au moment de la mise en rotation du tambour.

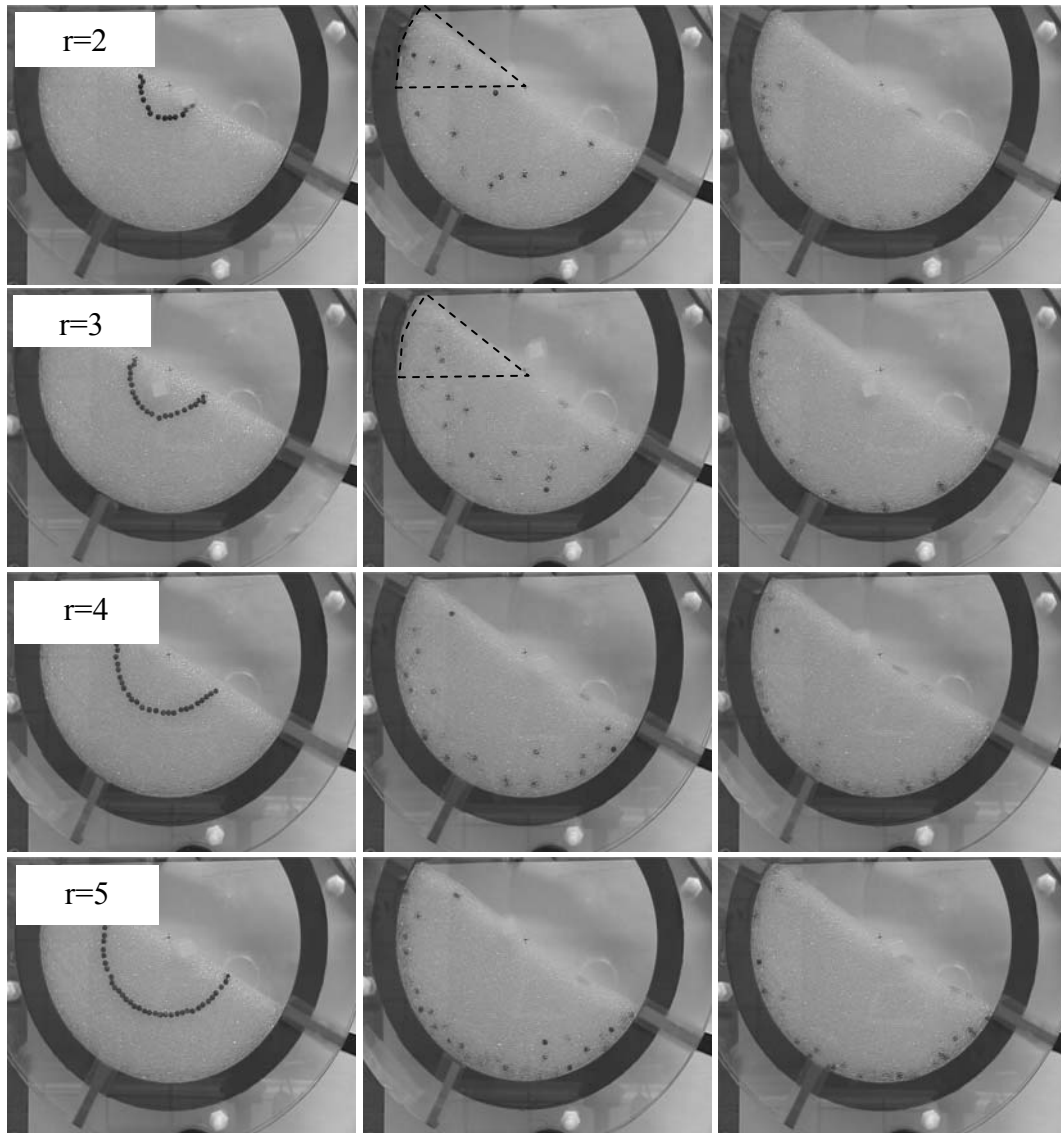


Figure 135 Photographies de l'état de ségrégation à chaque demi-tour de tambour.  $D=20$  cm  $l=1$  cm, billes de 2 mm et 4 mm,  $w=4$  rpm. La zone délimitée par une ligne en pointillés isole les particules qui se trouvaient dans la zone d'écoulement au moment de la mise en rotation du tambour.

L'observation des photographies ci-dessus permet de mettre en évidence une forte dispersion de position radiale des particules, entre l'instant initial et le premier demi-tour. Nous verrons dans le paragraphe 4.1.2 que cette dispersion est liée à la présence de la zone d'écoulement. Ce problème peut être artificiellement éliminé en ne tenant pas compte des particules localisées dans le secteur délimité par une bordure en pointillés sur les images. Dans ces conditions, l'évolution de l'écart type des distributions de position au cours du temps donne des informations sur la dispersion radiale des particules au cours de la rotation du tambour. On constate sur la Figure 136 que l'écart type augmente entre l'état initial et le premier demi-tour de tambour. Ceci est simplement lié au fait que les particules sont initialement placées selon une même position radiale, l'écart type est alors très faible. Celui-ci ne peut alors qu'augmenter lors de la mise en rotation du tambour, en raison de la trajectoire aléatoire des particules. On observe également que, après la mise en rotation du tambour, l'écart type de particules initialement placées à 2 cm du centre du tambour est supérieur à celui de particules placées initialement à 5 cm. Cette augmentation de l'écart est simplement due à une diminution du nombre total de billes. Globalement, l'écart type est de l'ordre de deux à trois diamètres de particules, c'est à dire de l'ordre de grandeur du déplacement moyen

des particules à chaque demi-tour de tambour. Il semble par conséquent raisonnable de considérer que la dispersion radiale des particules reste approximativement constante après le premier demi-tour de tambour (Figure 136).

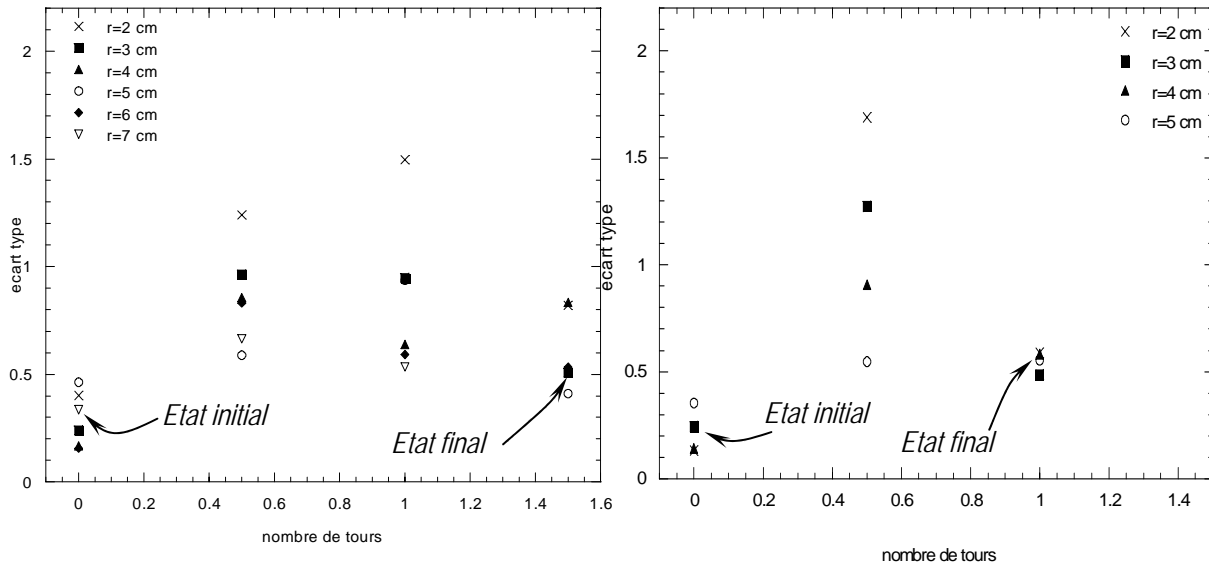


Figure 136 Evolution de l'écart type (cm) de la distribution des positions radiales de particules au cours de la rotation du tambour. Gauche :  $w=9$  rpm. Droite :  $w=4$  rpm. Les particules situées à l'instant initial dans la future zone d'écoulement ne sont pas prises en compte.

Le comportement présenté sur la Figure 136 peut être schématisé de la façon suivante (Figure 137) en faisant l'hypothèse d'une distribution gaussienne des particules dans la zone statique. Dans ces conditions, l'évolution de la position radiale moyenne ( $r_{\text{moy}}$ ) des particules au cours du temps est beaucoup plus grande que l'écart type et n'est pas induite par une variation de la largeur de la bande de ségrégation.

Distribution

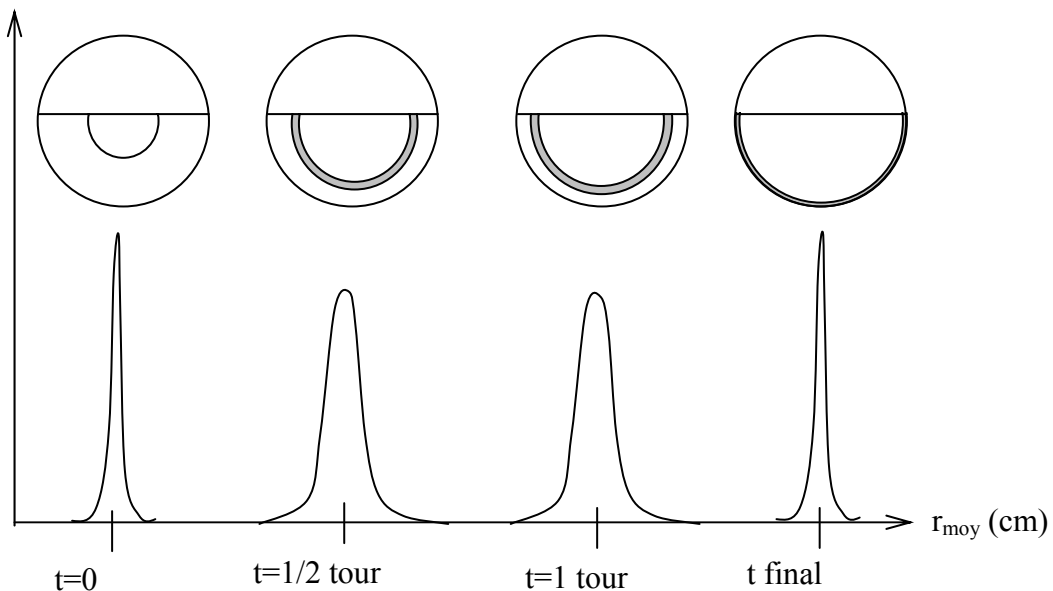


Figure 137 Représentation schématique de l'évolution de la distribution des particules dans la zone statique au cours de la rotation du tambour.

Ayant vérifié que la distribution des particules s'étale peu au cours de la rotation du tambour, on calcule le déplacement subi par des particules, initialement placées dans une position radiale donnée, au bout d'un demi tour de tambour (carrés noirs sur la Figure 138). Les particules qui se trouvent dans la future zone d'écoulement ne sont pas prises en compte

dans le calcul. Une vitesse de déplacement est alors calculée. Dans un deuxième temps, le calcul de déplacement est reconduit en prenant comme position radiale initiale la position des particules au bout d'un demi-tour de tambour (triangles noirs sur la Figure 138). On présente sur la Figure 138 la comparaison de vitesses de déplacement de particule obtenues suivant différentes méthodes. Ce graphique est donné à titre d'exemple, le détail des résultats sera donné dans les paragraphes 4 et 5.

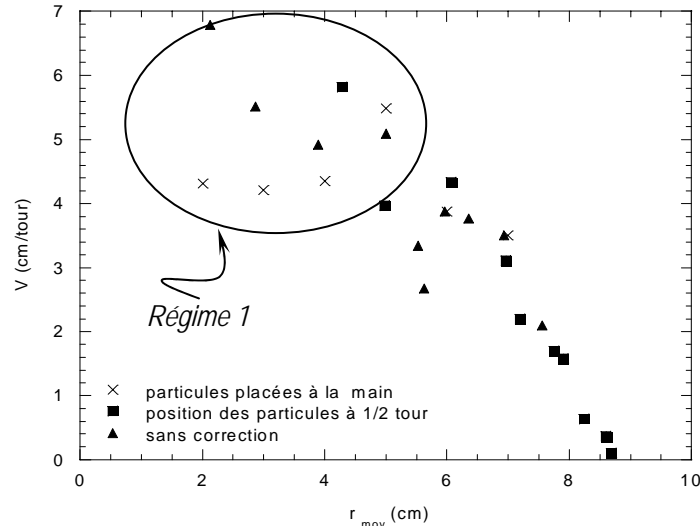


Figure 138 Exemple de vitesse de déplacement des particules (cm/tour) dans la zone statique en fonction de leur position radiale initiale. Les croix correspondent aux vitesses calculées pour les particules placées de façon précise selon une position radiale donnée (les billes situées dans la future zone d'écoulement ne sont pas comptabilisées). Les carrés noirs correspondent aux vitesses calculées en considérant comme position initiale des particules les positions observées au bout d'un demi-tour de tambour. Les triangles donnent les vitesses obtenues quand aucune distinction entre particules n'est faite (les billes dans la future zone d'écoulement sont comptabilisées).

On constate que si on place « à la main » des particules dans une position radiale  $r$ , leur vitesse de déplacement au demi-tour suivant sera sensiblement identique à celle de particules qui ont déjà subi une ségrégation et sont arrivées en moyenne dans cette même position  $r$ . Il semble que la prise en compte des particules qui se trouvent dans la future zone d'écoulement augmente légèrement les vitesses de déplacement, dans le régime dit « régime 1 » (voir paragraphe 4.1), par rapport au cas où elles ne sont pas comptabilisées. Néanmoins, nous verrons dans les régressions présentées ultérieurement, que l'introduction de la correction ne fait pas varier de façon importante les valeurs obtenues. Nous ne ferons donc plus la distinction entre les particules situées dans la future zone d'écoulement et les autres dans la suite de ce travail.

## Particules réparties de façon homogène

Une deuxième méthode d'analyse a été adoptée :

La surface du tambour est virtuellement découpée en plusieurs zones concentriques.

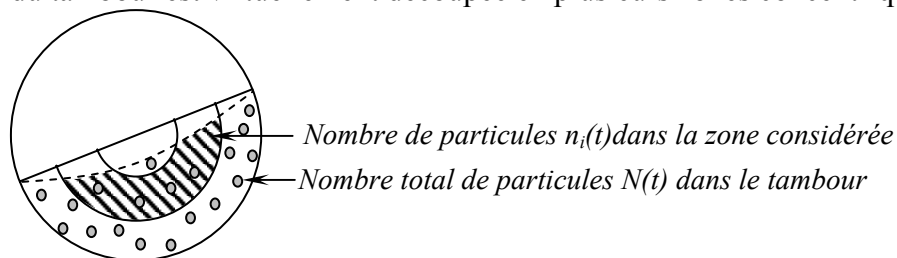


Figure 139 Représentation schématique du découpage de la surface du tambour en zones concentriques. La ligne en pointillés représente la base de la zone d'écoulement.



A l'intérieur de chacune de ces zones (zone d'écoulement exclue), le nombre de grosses particules  $n_i(t)$  est suivi au cours du temps dans une zone  $i$  donnée. Il est possible de tenir compte du fait que des particules disparaissent de la paroi au cours de la rotation en rapportant ce nombre de billes  $n_i(t)$  au nombre total de particules  $N(t)$  visibles aux différents instants. La fraction de particules présentes dans une zone  $i$  s'écrit dans ce cas sous la forme :

$$fraction = \frac{n_i(t)}{N(t)} \quad (82.)$$

La Figure 140 donne un exemple d'évolution de la fraction de grosses particules, calculée à l'aide de la relation 82 au cours du temps dans quatre zones différentes. On constate que les zones situées à l'intérieur du tambour (Zone  $i=2-5$  cm et  $i=5-8$  cm) s'appauvrissent au cours du temps suivant une loi cinétique qui fait l'objet de cette étude. La zone en contact avec la paroi du tambour (8-10 cm) s'enrichit en particules.

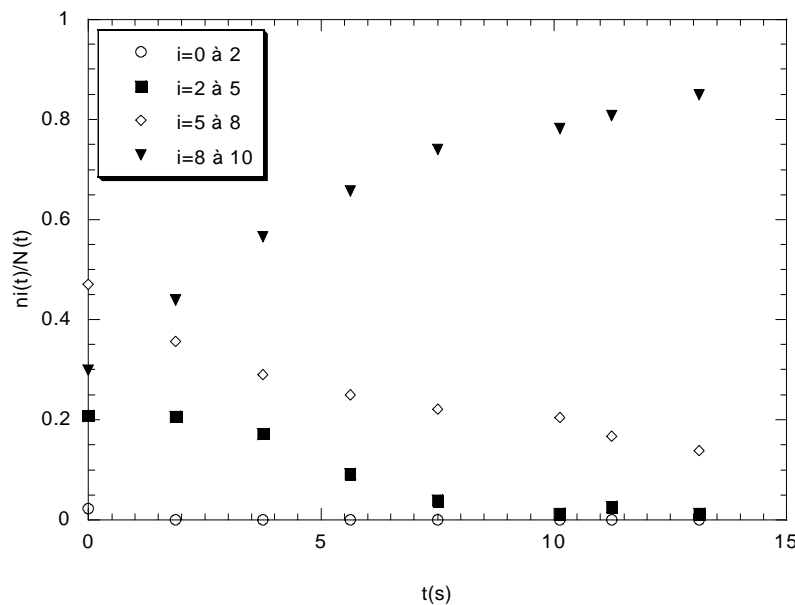


Figure 140 Représentation du type d'évolution de la fraction de grosses particules observée dans les expériences.

### 3.2 Suivi trajectographique de particules

L'évolution de la position radiale des particules dans la zone statique découle directement du déplacement des particules dans la zone d'écoulement. Nous avons initialement souhaité suivre la ségrégation des particules dans la zone d'écoulement afin de mettre en rapport cette analyse de vitesse de remontée des particules avec les caractéristiques de la zone d'écoulement, abordée dans la partie III de ce mémoire. Malheureusement, la méthode utilisée s'est avérée ne pas être suffisamment précise pour les mesures que nous souhaitions faire. Néanmoins, les données ont pu être interprétées en terme de vitesse de déplacement des particules dans la zone statique comme nous l'avons présenté dans le paragraphe 3.1.

La méthode de suivi de particule utilisée est la suivante. La zone d'écoulement est filmée en continu et un logiciel de lecture de film image par image a été développé spécialement au Laboratoire des Sciences du Génie Chimique de Nancy.

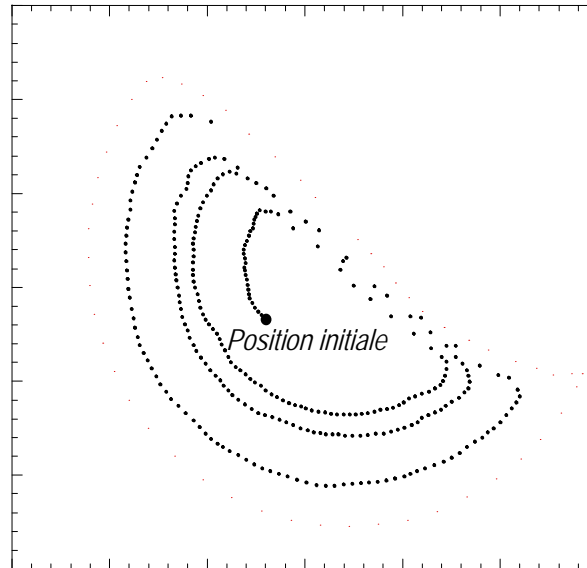


Figure 141 Suivi de la trajectoire de particules dans la zone d'écoulement et dans la zone statique.

L'exemple donné sur la Figure 141 représente la trajectoire de ségrégation d'une grosse bille de verre dans un tambour de 20 cm de diamètre et 0.5 cm de large. En traçant l'évolution de la position de la particule par rapport au centre du tambour au cours du temps, on obtient le type de courbe représentée sur la Figure 142 :

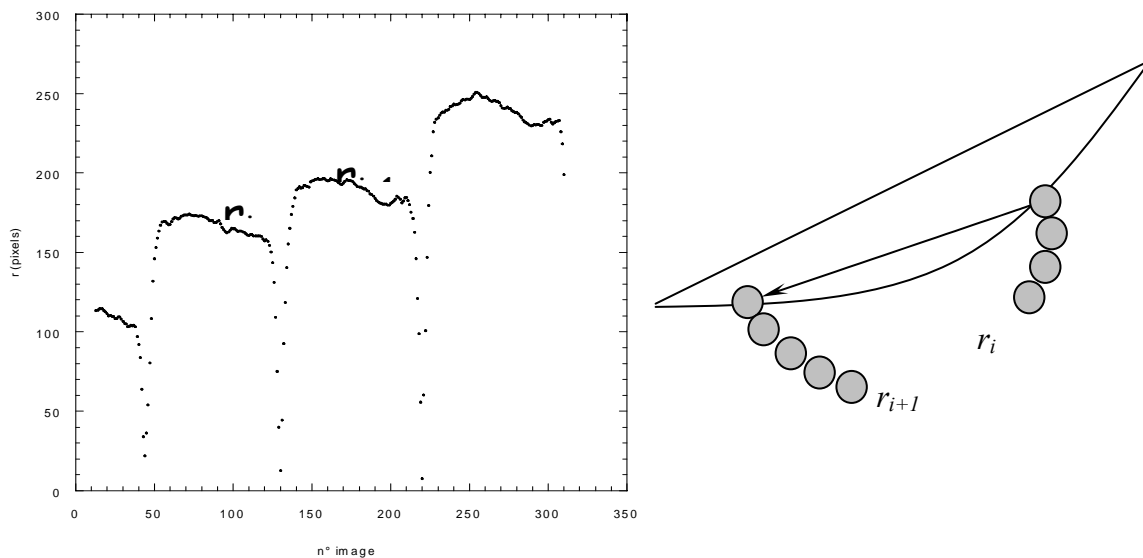


Figure 142 Evolution de la position d'une grosse particule par rapport au centre du tambour au cours du temps.

Le type de représentation adopté sur la Figure 142 fournit de nombreuses informations. La courbe présente une évolution en paliers successifs caractéristique du passage alterné de la particule dans la zone statique et dans la zone d'écoulement. Dans la zone statique, la particule évolue suivant un rayon constant qui se traduit par la présence d'un plateau sur la Figure 142. Lorsqu'elle est injectée dans la zone d'écoulement, la particule se rapproche de plus en plus du centre du tambour jusqu'à atteindre une distance minimale quand celle-ci se trouve suivant une direction perpendiculaire à la surface libre. Ceci se traduit par une décroissance subite de  $r$  sur la Figure 142. Durant la seconde partie de son trajet dans la zone d'écoulement, la particule s'éloigne à nouveau du centre (croissance de  $r$  sur le graphique) puis est piégée dans la zone statique suivant une position radiale différente de la précédente.

A partir de ces considérations, on observe une décroissance de la valeur minimale de  $r$  à chaque demi-tour de tambour, mise en évidence par une ligne en pointillés sur la Figure 143.

Ceci signifie que la particule circule de plus en plus près de la surface libre au fur et à mesure de la rotation du tambour. Ceci s'accompagne d'une migration de la particule dans la zone statique vers des zones de plus en plus proches de la paroi du tambour.

La durée pendant laquelle la particule se trouve respectivement dans la zone d'écoulement et dans la zone statique peut être directement déduite de graphiques du type de celui représenté sur la Figure 143.

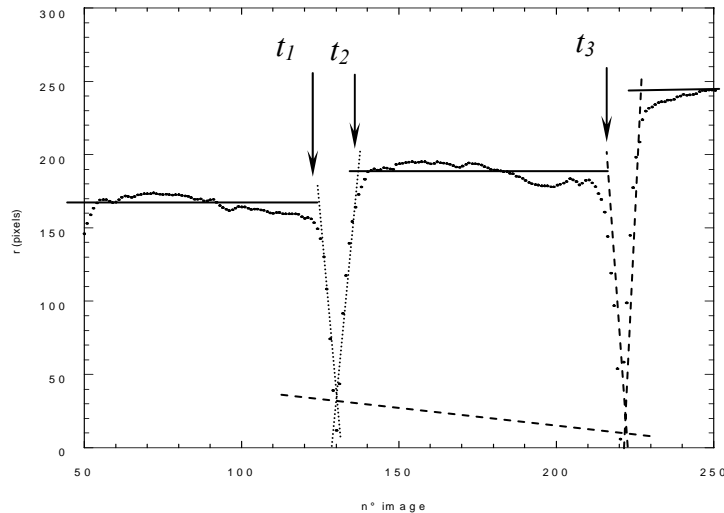


Figure 143 Illustration de la détermination du temps de passage d'une particule dans la zone d'écoulement.

On observe sur la Figure 143 que les plateaux ne sont pas parfaitement plats. Cette « distorsion » peut avoir plusieurs origines : des déformations induites par le caméscope ou une fluctuation des mesures liée au repérage manuel des positions des particules. Pour pallier ce problème, nous considérons les valeurs moyennes des plateaux en y superposant une régression linéaire (en trait plein sur la Figure 143). On observe également que le passage de la zone statique à la zone d'écoulement n'est pas abrupt mais progressif, ce qui introduit une petite erreur (de l'ordre de quelques images) sur l'estimation des temps. Dans ce cas, une régression linéaire (en pointillés sur la Figure 143) a été superposée aux points correspondant aux phases croissantes et décroissantes de la distance  $r$ . On considère alors que l'intersection de ces droites avec les plateaux donne le temps auquel une particule passe de la zone d'écoulement à la zone statique. Ainsi, le temps de passage de la particule dans la zone d'écoulement est donné par  $(t_2 - t_1)$  et le temps durant lequel la particule reste dans la zone statique est donné par  $(t_3 - t_2)$ . Les distances verticales parcourues dans la zone d'écoulement peuvent être déduite de façon indirecte. Cependant, la somme des erreurs induites dans les étapes de calcul est importante, les résultats obtenus ne sont pas exploitables. Nous avons donc choisi d'utiliser les valeurs des régressions linéaires appliquées aux plateaux pour déterminer les positions radiales des particules dans la zone statique. L'écart entre deux plateaux successifs donne accès au déplacement que subit la particule en un demi tour de tambour. La vitesse de déplacement des particules dans la zone statique est calculée de la façon suivante :

- On divise la surface du tambour en dix zones concentriques également espacées. Dans un tambour de 20 cm de diamètre les zones sont donc espacées de 1 cm, et dans un tambour de 50 cm de diamètre elles sont espacées de 2.5 cm. La Figure 144 représente le calcul type réalisé pour une zone  $i$  donnée.
- En  $\frac{1}{2}$  tour de tambour, la particule initialement dans la zone  $i$  se retrouve dans une nouvelle position radiale. Le déplacement qu'elle a subi en  $\frac{1}{2}$  tour de tambour est donc égal à la différence de position radiale  $\Delta r$ . La vitesse de déplacement de cette particule exprimée en cm/tour est donc égale à :

$$V(cm / tour) = \frac{\Delta r}{1/2tour} \quad (83.)$$

- La vitesse de déplacement en cm/s est similaire à l'expression 83 avec le temps nécessaire pour faire  $\frac{1}{2}$  tour de tambour exprimé en secondes.
- On suit le déplacement de toutes les particules qui arrivent dans cette zone  $i$ . Une vitesse de déplacement moyen peut ainsi être calculée pour chacune des 10 zones.

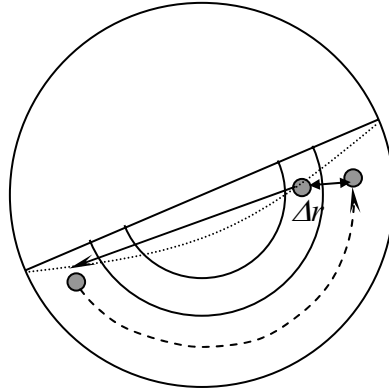


Figure 144 Illustration du calcul de vitesse de déplacement réalisé pour une zone  $i$  donnée.

### 3.3 Contraintes expérimentales

Nous avons été restreints dans le choix de nos expériences par différents paramètres. La principale contrainte est liée à la visibilité des grosses particules dans le système considéré. En effet, il est important que les particules colorées suivies dans les expériences puissent être facilement distinguées sur les films. La totalité de la surface du tambour étant filmée, les particules suivies doivent avoir un diamètre de 2 ou 4 mm pour que la définition du caméscope permette de les localiser. D'autre part, la vitesse de rotation du tambour varie entre 2 et 16 rpm pour rester dans le régime d'écoulement continu. Cependant, la totalité de la gamme de vitesses de rotation n'a pas été étudiée car la localisation des particules dans la zone d'écoulement devient très difficile quand leur vitesse est élevée. Enfin, l'utilisation de tambours larges ( $l=2-4\text{ cm}$ ) est gênante : les particules qui s'éloignent de la paroi ne sont plus visibles, ce qui réduit le nombre de trajectoires complètes observées ou le nombre total de billes comptabilisées. C'est pour cette raison que les tambours utilisés font seulement 1 cm de large. La non dépendance de la cinétique de ségrégation avec la largeur du tambour est vérifiée paragraphe 5.2.

D'autre part, l'ajout de grosses particules en grande quantité dans un tambour est susceptible d'influencer la ségrégation. Thomas (2000) a observé que les grosses particules ségréguent plus près de la surface libre quand elles sont présentes en fraction élevée dans un mélange. Dans nos expériences, la fraction de grosses particules ajoutée est de quelques pour cents (0.5-3 % en masse) afin de minimiser les interactions entre grosses particules qui sont susceptibles de modifier les figures de ségrégation observées et le comportement de la zone en écoulement. On suppose que la gamme de fractions massiques utilisées est suffisamment faible pour que l'épaisseur de la zone d'écoulement ne soit pas perturbée par rapport au cas où aucune grosse particule n'est ajoutée au système. De plus, la variation de la quantité de grosses particules liée à un changement de fraction massique (0.5 à 3 %), n'entraîne pas de modifications importantes de la ségrégation. Nous verrons plus en détail paragraphe 5.2.1 que ces hypothèses sont vérifiées expérimentalement.

## 4 Modèle de ségrégation

Le modèle de ségrégation présenté concerne un mélange de billes de verre de 4 mm et 2 mm, placé dans un tambour de 20 cm de diamètre tournant à 4 rpm. Dans un premier temps, nous présentons les expériences utilisées pour l'établissement de ce modèle. Les lois de déplacement des grosses particules dans la zone statique au cours du temps, en fonction de la position radiale des particules sont déduites. Dans un deuxième temps, un modèle de ségrégation simple est établi à partir des relations obtenues expérimentalement. Enfin, l'applicabilité du modèle au cas d'un tambour initialement rempli de façon homogène de grosses particules est vérifiée. Le but de l'étude présentée est d'isoler une cinétique de ségrégation dans des expériences simples.

### 4.1 Evolution de la ségrégation en fonction de la position initiale des particules dans la zone statique

#### 4.1.1 Principe de l'étude

Nous rappelons succinctement la méthode employée, présentée paragraphe 3.1. Des particules teintées, de grosse taille, sont placées à une distance donnée du centre du tambour. L'évolution de leur position est suivie au cours du temps en fonction de leur position radiale initiale et de la vitesse de rotation du tambour.

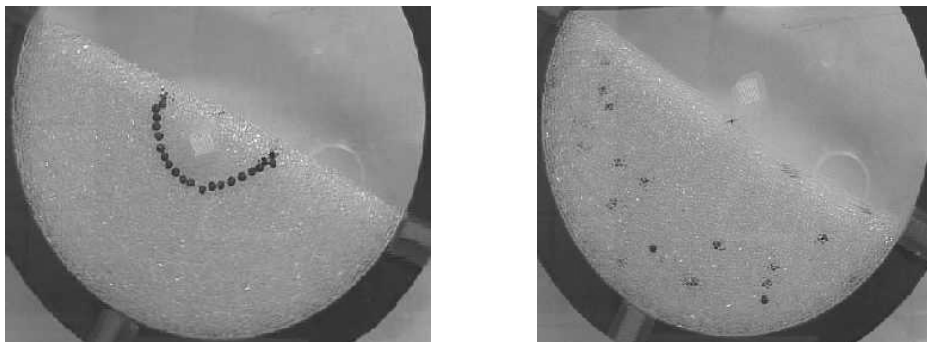


Figure 145 Exemple de suivi de la ségrégation de grosses particules placées initialement selon une position radiale donnée. Gauche : état initial. Droite : après  $\frac{1}{2}$  tour de tambour.

#### 4.1.2 Résultats

##### Perturbations engendrées par la présence de la zone d'écoulement

La façon dont les marqueurs sont placés initialement dans le tambour peut modifier les valeurs de  $r_{moy}$  suivies au cours du temps. Effectivement, les particules sont placées dans le tambour en position horizontale et deux cas peuvent être distingués :

- Les particules sont positionnées sur un demi cercle complet, certaines d'entre elles se trouveront directement dans la zone d'écoulement lors de la mise en rotation du tambour
- Les particules sont positionnées sur un demi cercle incomplet et aucune particule n'est en contact avec la surface libre

Le devenir des particules qui se trouvent dans la zone d'écoulement est suivi à l'aide de l'expérience suivante (Figure 146). Des particules noires sont placées dans la zone à proximité de la surface libre, au niveau de la future zone d'écoulement, des particules rouges complètent le demi cercle restant. Après mise en rotation du système, on constate que le

cerle sur lequel se trouvaient initialement les particules est déformé lors de la création de la zone d'écoulement Figure 146 (1). De plus, les particules qui se trouvent dans la zone d'écoulement suivent une trajectoire différente des autres (zone (2) sur la Figure 146) et atteignent très rapidement la paroi du tambour, comme nous l'avons déjà constaté sur les Figure 134 et Figure 135.

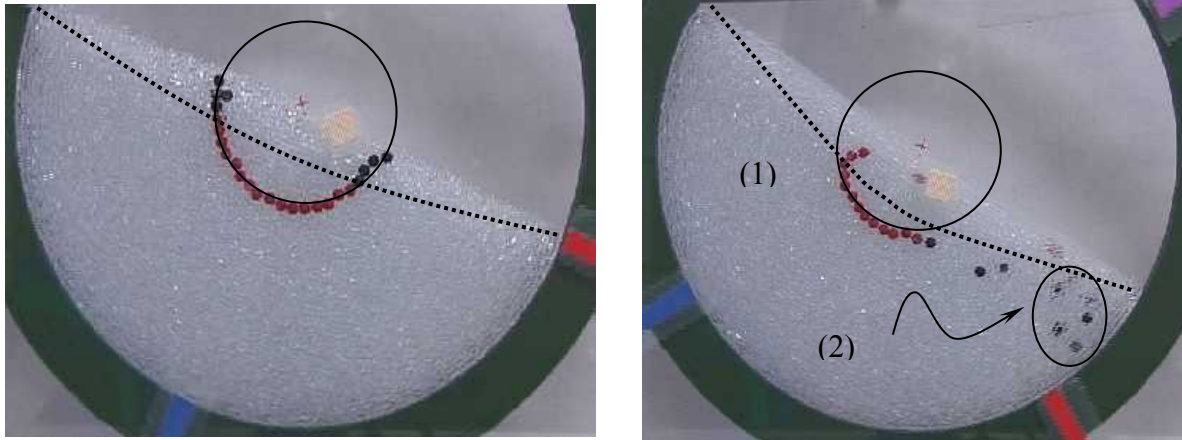


Figure 146 Perturbations induites par la présence de la zone d'écoulement. Les particules noires sont placées dans la zone qui se mettra en mouvement lors de la rotation du tambour. La ligne en pointillés sépare la future zone d'écoulement et la zone statique sur la photographie de gauche.  $D=20$  cm  $l=1$  cm  $w=4$  rpm. Billes de 2 mm avec 0.8 % en masse de billes de 4 mm.  $r_{moy}$  (initial)=3 cm.

L'allure de la courbe d'évolution de la position radiale moyenne des particules au cours du temps varie en fonction de la présence ou non de marqueurs dans la zone d'écoulement.

- En présence de particules dans la zone d'écoulement,  $r_{moy}$  augmente subitement (Figure 147) car les particules situées dans la zone d'écoulement atteignent la paroi du tambour. L'influence de la zone d'écoulement est plus importante quand les particules sont placées sur un rayon initial faible car la proportion de particules dans la zone d'écoulement devient alors grande. Afin de mieux visualiser cet effet, la Figure 147 concerne une expérience différente de celle présentée sur la Figure 146.

- En revanche, si les marqueurs présents dans la zone d'écoulement ne sont pas pris en compte dans le calcul de  $r_{moy}$ , il existera des secteurs du tambour vides (absence de marqueurs). La représentation de l'évolution de la position radiale moyenne des particules au cours du temps conduit dans ce cas à un graphique présentant des plateaux (Figure 148) durant lesquels  $r_{moy}$  reste constant au cours du temps.

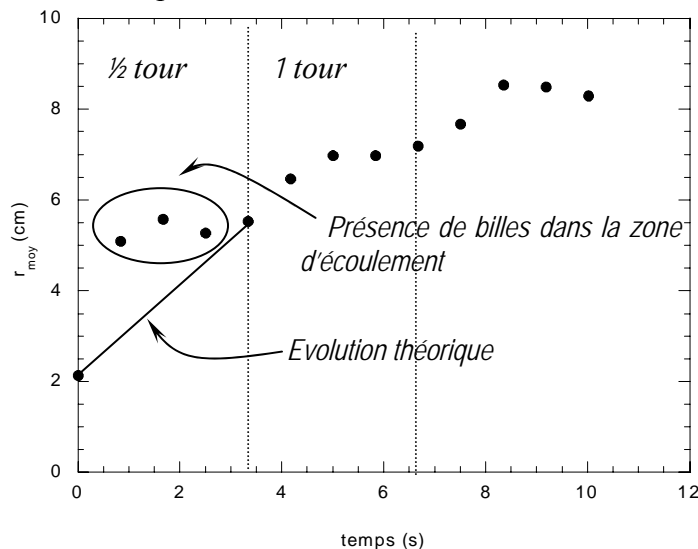


Figure 147 Evolution de la position radiale moyenne des particules dans le cas d'un remplissage de la zone d'écoulement.  $D=20$  cm  $l=1$  cm. Billes de 2 mm avec 1.5 % en masse de billes de 4 mm. La vitesse de rotation est de 9 rpm.  $r_{moy}$  (initial)=2 cm.

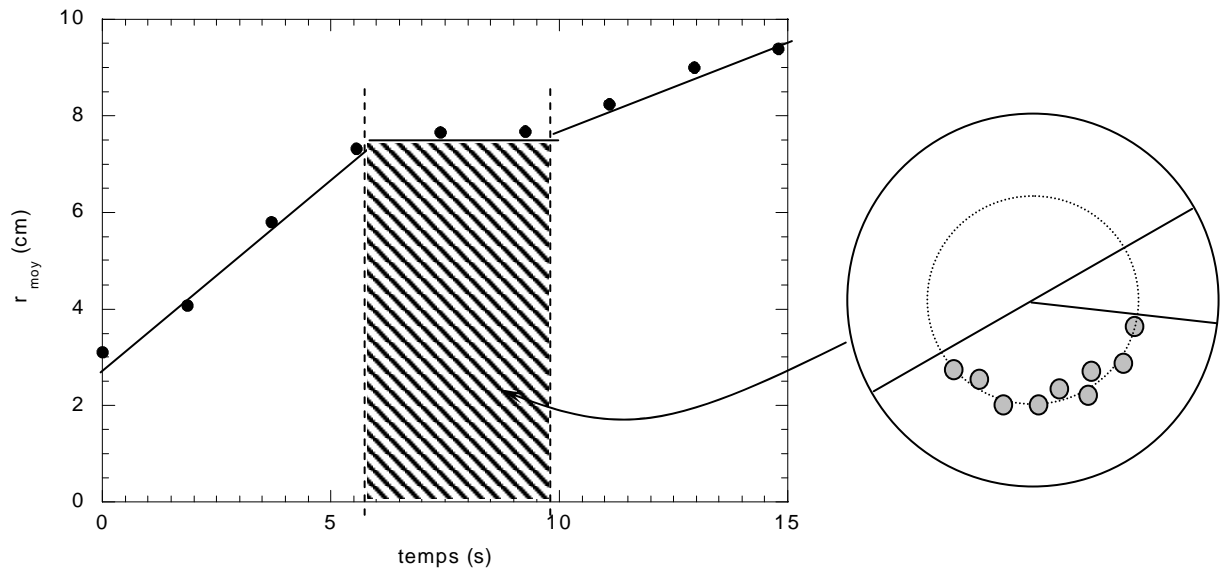


Figure 148 Evolution de la position radiale moyenne de 0.8 % en masse de marqueurs de 4 mm placés dans un milieu constitué de billes de 2 mm. Les particules présentes dans la zone d'écoulement ne sont pas prises en compte.  $D=20$  cm  $l=1$  cm  $w=4$  rpm,  $r_{\text{moy}}(\text{initial})=3$  cm. La zone hachurée met en évidence l'intervalle de temps durant lequel la position moyenne des particules n'évolue plus en raison de la présence d'un secteur vide dans le tambour.

### Influence de la position initiale des marqueurs sur la vitesse de ségrégation

Nous avons vu dans le paragraphe 3.1.2 que la vitesse de ségrégation peut être calculée en considérant le déplacement de l'ensemble des particules à chaque demi-tour de tambour. Des images supplémentaires de l'état de ségrégation du système peuvent également être analysées. On considère alors l'évolution du système à chaque 8<sup>ème</sup> de tour de tambour. Le suivi de l'évolution de la position radiale moyenne des grosses particules au cours du temps pour une expérience donnée fournit un graphique du type de celui présenté sur la Figure 149. La vitesse de déplacement des particules est donnée par la pente de la droite.

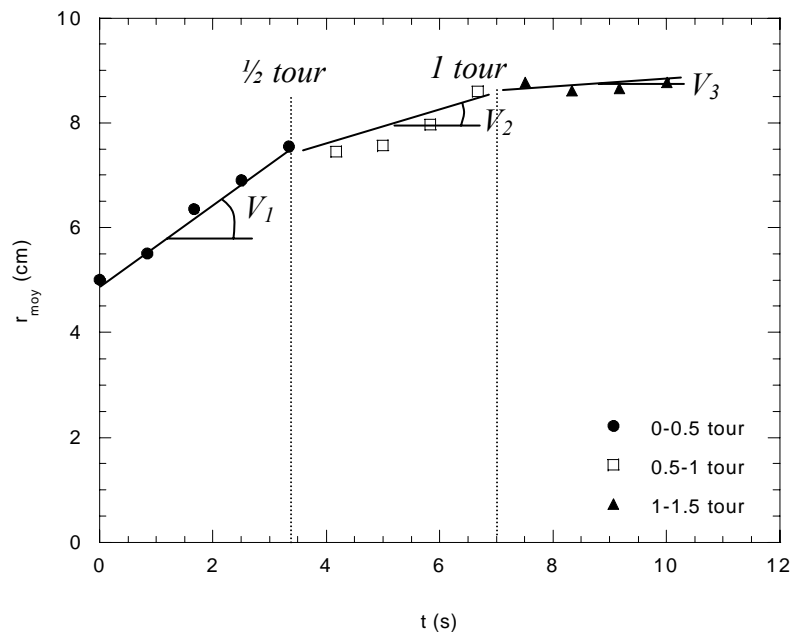


Figure 149 Evolution typique de  $r_{\text{moy}}$  en fonction du temps. Dédution de vitesses de ségrégation en fonction de la position radiale des particules.  $D=20$  cm  $l=1$  cm,  $w=9$  rpm,  $r_{\text{moy}}(\text{initial})=5$  cm. Billes de 2 mm avec 1.5 % en masse de billes de 4 mm.

La Figure 149 met en évidence différents résultats communs à tous les graphiques représentant l'évolution de  $r_{moy}$  en fonction du temps. On constate tout d'abord que l'évolution du système entre chaque demi-tour de tambour est linéaire et décrite par une vitesse ( $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  sur la Figure 149) caractéristique qui évolue à chaque demi-tour de tambour. On constate donc que la vitesse de ségrégation dépend de la position radiale des particules, elle est d'autant plus élevée que les particules sont près du centre du tambour. La méthode de construction des graphiques du type de celui représenté sur la Figure 150 a été détaillée dans le paragraphe 3.1.2.

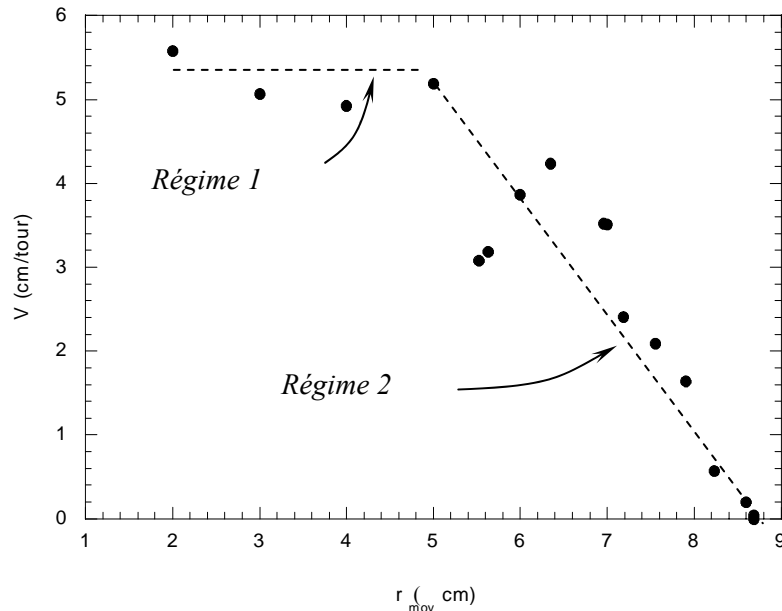


Figure 150 Evolution de la vitesse de ségrégation (cm/tour) en fonction de la position radiale initiale des particules.  $D=20$  cm  $l=1$  cm,  $w=9$  rpm, billes de 2 mm avec 1.5 % en masse de billes de 4 mm.

Deux régimes de ségrégation sont distingués sur la Figure 150 :

- Quand les marqueurs sont près du centre du tambour, la vitesse de ségrégation est rapide et reste constante pour une gamme de positions radiales (Régime 1).
- A partir d'une position radiale donnée, les particules ségréguent de moins en moins rapidement au fur et à mesure que celles-ci se rapprochent de la paroi du tambour (Régime 2).

L'existence de deux régimes peut être qualitativement expliquée (Figure 151) :

- Régime 1 : Une particule grise arrive dans la zone d'écoulement dans la position (1). Celle-ci passe un certain temps dans la zone d'écoulement et se retrouve piégée dans la zone statique dans la position (2). Cette particule est réinjectée dans la zone d'écoulement dans la position (3) et en ressort en position (4). Nous nous trouvons alors dans le régime 1 où la particule se déplace radialement dans la zone statique à une vitesse constante. En considérant que le profil de vitesse est linéaire, une particule entrant dans la zone d'écoulement dans la position (3) va subir une vitesse de déplacement supérieure à une particule qui entre dans la zone d'écoulement en (1). En contrepartie, la distance qu'elle a à parcourir avant d'être piégée dans la zone statique est plus grande si elle entre dans la zone d'écoulement en (3). Les résultats expérimentaux semblent indiquer que dans ce régime, le temps passé par la particule dans la zone d'écoulement est constant.

- Régime 2 : On considère maintenant la trajectoire des particules noires de la Figure 151. Une particule qui entre dans la zone d'écoulement dans la position (5) va atteindre rapidement la surface libre (en position 6). Dans ces conditions, seule une partie du trajet de la particule (entre 5 et 6) contribue à sa ségrégation. Dans le calcul de vitesse de déplacement dans la zone statique, on ne fait pas de distinction au niveau du type de trajectoire suivi dans la zone d'écoulement. Par conséquent, cette vitesse correspond à la somme de deux termes : une



vitesse de ségrégation efficace et un terme de déplacement (sans ségrégation) de la particule. Le poids relatif de chacun des deux termes influence la vitesse finale calculée. Ainsi, plus la particule atteint rapidement la surface libre, plus le poids de la vitesse de ségrégation efficace diminue, ce qui entraîne une réduction des valeurs de vitesse de déplacement au fur et à mesure que le point d'entrée de la particule se rapproche de la paroi du tambour.

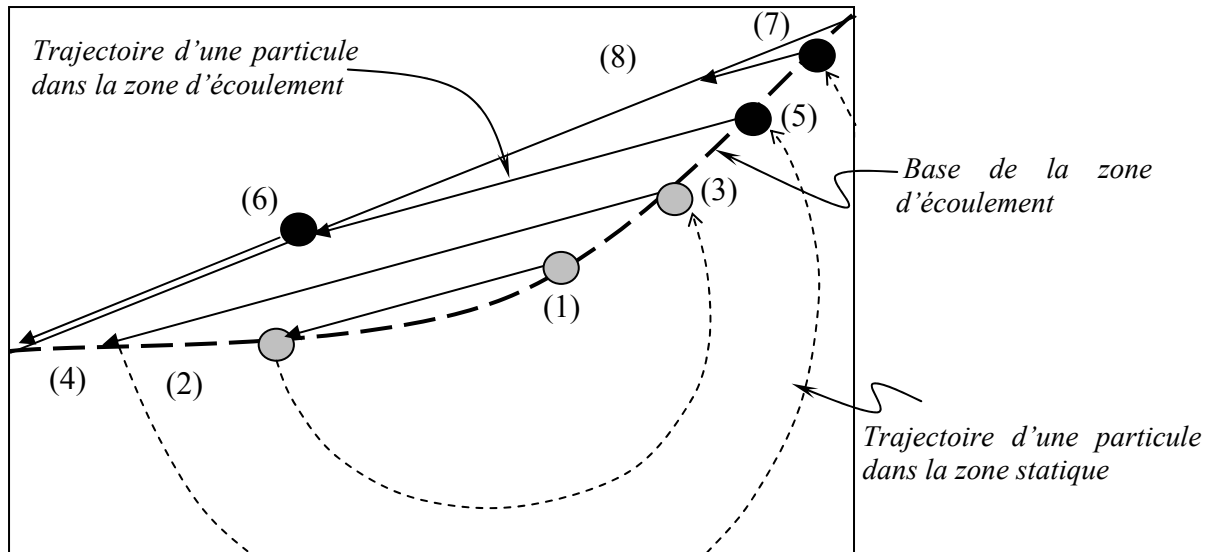


Figure 151 Représentation schématique de l'explication de l'existence de deux régimes de déplacement des particules dans la zone statique.

Une relation entre vitesse de déplacement de la particule dans la zone statique et position radiale de la particule peut être déduite de la Figure 150. Ces relations sont utilisées par la suite dans la simulation présentée paragraphe 4.2.

### Influence de la vitesse de rotation

Les résultats présentés (Figure 152) concernent un tambour de 20 cm de diamètre et 1 cm de large rempli à 50 % de son volume de billes 2 mm auxquelles sont ajoutées 1.5 % en masse de billes de 4 mm. Trois vitesses de rotation ont été étudiées : 4, 6 et 9 rpm.

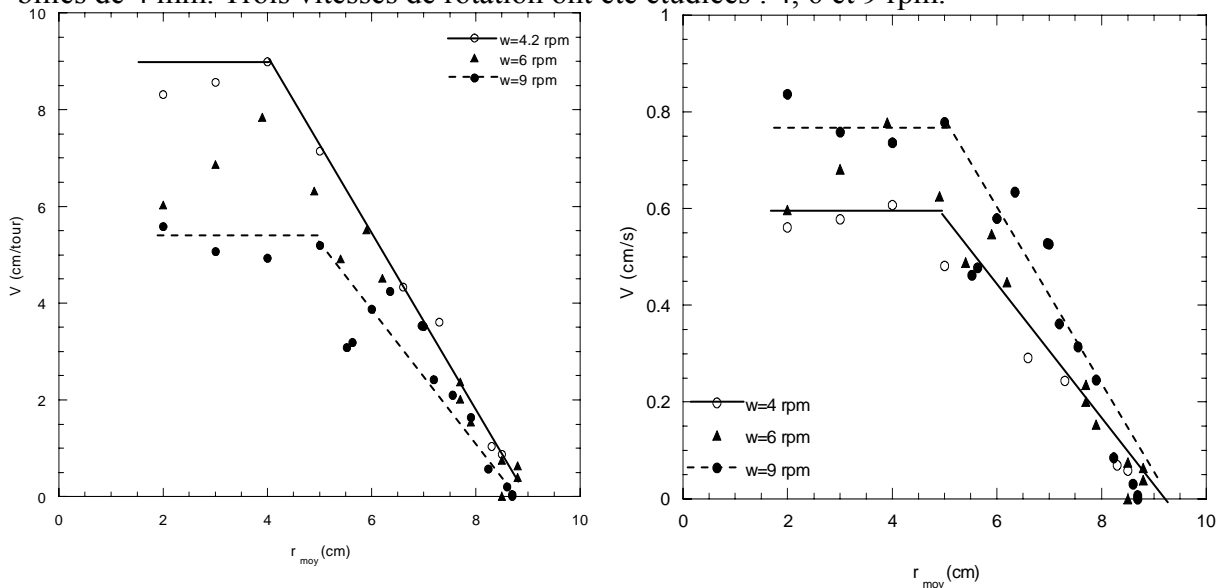


Figure 152 Evolution de la vitesse de ségrégation en fonction de la position radiale des particules pour trois vitesses de rotation différentes ( $w=4, 6$  et  $9$  rpm).  $D=20$  cm  $l=1$  cm, billes de 2 mm avec 1.5 % en masse de billes de 4 mm. Gauche : Vitesse exprimé en cm/tour. Droite : vitesse exprimées en cm/s. Les lignes en pointillés et trait continu sont un guide pour l'œil.

Dans un premier temps, on constate sur la Figure 152 que dans le régime 1, les vitesses de ségrégation sont approximativement constantes. Près du centre du tambour, la vitesse de ségrégation exprimée en cm/tour est d'autant plus élevée que la vitesse de rotation du tambour est faible. Les lignes en trait plein et pointillés représentées sur la Figure 152 sont un guide pour l'œil. Si les mêmes données sont représentées en exprimant la vitesse de ségrégation en cm/s, on obtient une réduction des écarts entre les vitesses dans le régime 1.

Dans le régime 2, la vitesse de ségrégation décroît avec l'augmentation de  $r_{moy}$ . Les relations entre vitesse de ségrégation et position radiale des particules sont données par la régression linéaire du type :  $V=m_1+m_2.r_{moy}$ . Les erreurs associées aux coefficients  $m_1$  et  $m_2$  sont déterminées par la méthode des moindres carrés. Le Tableau 27 donne les valeurs des coefficients de régression dans les régimes 1 et 2 en considérant la vitesse en cm/tour et en cm/s.

Enfin, on constate que toutes les droites convergent vers une valeur de  $r_{moy}$  de 9 cm environ. La valeur de  $r_{moy}=9$  cm correspond à la position moyenne de la bande de ségrégation, sachant que l'écart type de la distribution de positions est de l'ordre de 1 cm.

w (rpm)	Régime 1		Régime 2	
	V (cm/tour)=f( $r_{moy}$ )	V (cm/s)=f( $r_{moy}$ )	V (cm/tour)=f( $r_{moy}$ )	V (cm/s)=f( $r_{moy}$ )
4	8.62±0.20	0.58±0.013	16.22-1.80 $r_{moy}$	1.09-0.12 $r_{moy}$
6	6.76±0.40	0.67±0.04	13.93-1.55 $r_{moy}$	1.38-0.15 $r_{moy}$
9	4.66±0.54	0.69±0.08	12.12-1.35 $r_{moy}$	1.81-0.20 $r_{moy}$

Tableau 27 Relations établies entre vitesse de ségrégation (cm/tour et cm/s) et position radiale des particules dans les deux régimes observés.

On constate dans le Tableau 27 que la vitesse de ségrégation exprimée en cm/s ou en cm/tour donne une dépendance avec la vitesse de rotation opposée :

- Exprimée en cm/tour, la vitesse de ségrégation diminue quand la vitesse de rotation du tambour augmente. Pour des particules placées sur une même valeur de  $r_{moy}$ , leur déplacement à chaque tour est supérieur à faible vitesse de rotation qu'à forte vitesse de rotation.
- Exprimée en cm/s, les différences de vitesse de déplacement des particules entre les trois systèmes sont réduites. Il semble que la vitesse de ségrégation augmente avec la vitesse de rotation. Des particules placées sur un même  $r_{moy}$  initial se déplacent d'une plus grande distance radiale à forte vitesse de rotation qu'à faible vitesse de rotation dans un même intervalle de temps (exprimé en seconde).

#### 4.1.3 Conclusion

Ces expériences simples ont permis d'isoler quelques propriétés de la ségrégation radiale de grosses particules de 4 mm placées en faible proportion (<3 % en masse) dans un milieu constitué de billes de 2 mm. Nous avons mis en évidence une évolution linéaire de la position radiale moyenne des particules au cours du temps. La vitesse de ségrégation déduite de ces mesures évolue suivant deux régimes distincts : à proximité du centre du tambour, la vitesse de ségrégation est constante et d'autant plus grande (en cm/s) que la vitesse de rotation est élevée. Quand les particules commencent à atteindre la surface libre de la zone d'écoulement, la vitesse de ségrégation décroît au fur et à mesure que les particules s'approchent de la paroi (Régime 2). Malgré une limite entre zone d'écoulement et zone statique parabolique, on note une décroissance linéaire des vitesses (en cm/s) et d'autant plus rapide que la vitesse de rotation est importante. Des relations entre vitesse de ségrégation et position radiale moyenne

des particules ont été établies. Ces dernières sont utilisées dans le paragraphe suivant afin d'établir un modèle de ségrégation et de déduire la cinétique de ce processus.

## 4.2 Modélisation de la ségrégation

### 4.2.1 Hypothèses

A partir des résultats expérimentaux présentés dans le paragraphe 4.1, nous présentons un modèle phénoménologique simple de ségrégation. Le modèle est utilisé pour la simulation de la ségrégation de particules de 4 mm placées dans un milieu constitué de billes de 2 mm. Le tambour fait 20 cm de diamètre et 1 cm de large.

Le système est rempli de façon homogène de marqueurs. Pour ce faire, on considère que la surface est divisée en anneaux concentriques espacés d'une distance égale à 1 cm. Les billes sont réparties dans chaque anneau proportionnellement à la surface de la zone dans laquelle elles se trouvent (Figure 153). Les lignes concentriques de séparation des zones sont numérotées de  $i=0$  à 10 en partant du centre du tambour.

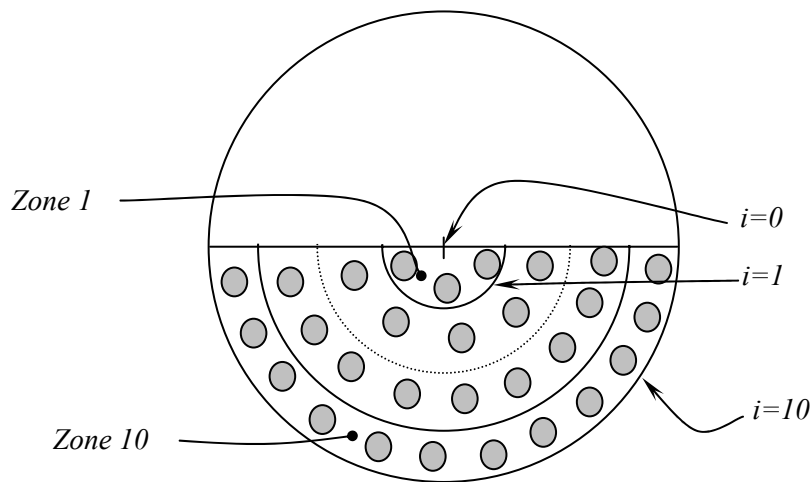


Figure 153 Représentation schématique de l'état initial du système modélisé.

Dans ce modèle, on suppose que les particules se trouvant en une même position radiale subissent un même déplacement qui obéit aux relations déterminées expérimentalement dans le paragraphe 4.1. On considère que les particules situées dans la zone d'écoulement lors de la mise en rotation du tambour subissent la même loi de déplacement que les particules situées dans une zone comprise entre  $i=2$  et  $i=4$  cm. Le détail des calculs est donné dans l'annexe M. Les lois de déplacement utilisées sont les suivantes :

Pour  $0 < r_{moy} < 4$  cm, les particules se déplacent à une vitesse constante :

$$\Delta r_{moy} (cm) = \frac{8.62}{2} \quad (84.)$$

Pour  $4 < r_{moy} < 10$  cm, la vitesse de déplacement des particules décroît suivant la relation 85 :

$$\Delta r_{moy} (cm) = \frac{-1.80 r_{moy} + 16.22}{2} \quad (85.)$$

La simulation de l'évolution du nombre de grosses particules au cours du temps est représentée sur la Figure 153. On constate que les zones  $i=0$  à 2,  $i=2$  à 5 et  $i=5$  à 8 se vident durant le premier demi-tour. Durant le deuxième demi-tour, la zone  $i=5$  à 8 se vide

progressivement dans la zone  $i=8$  à  $10$ . Le système est totalement ségrégué au bout d'un seul tour de tambour.

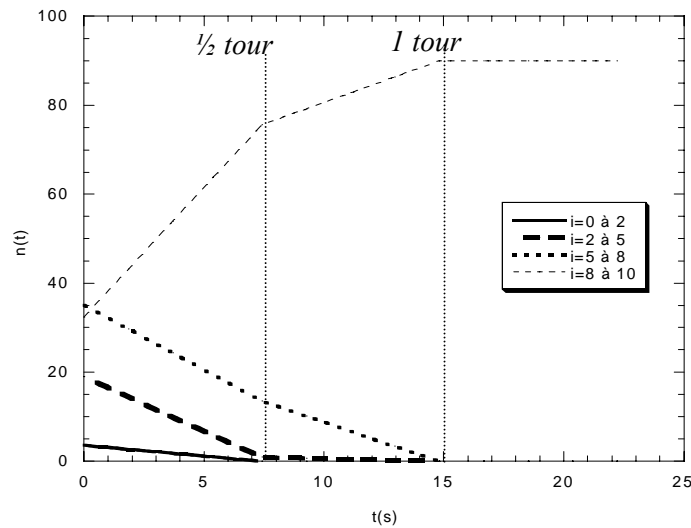


Figure 154 Evolution du nombre de grosses particules en fonction du temps obtenues par le modèle de ségrégation proposé. On suppose que le système contient 90 grosses particules.

### 4.3 Simulation de la ségrégation d'un système rempli de façon homogène

#### 4.3.1 Présentation des expériences

Les expériences sont préparées minutieusement dans le but d'être très similaires au système qui a permis d'établir le modèle. Un tambour de 20 cm de diamètre et de 1 cm de large est rempli à 50 % de son volume de billes de verre de 2 mm auxquelles sont ajoutés 3 % en masse de billes de verre de 4 mm (soit 88 particules). La vitesse de rotation est de 4 rpm. Les marqueurs sont initialement répartis dans la tambour de la façon la plus homogène possible (Annexe L)(Figure 155).

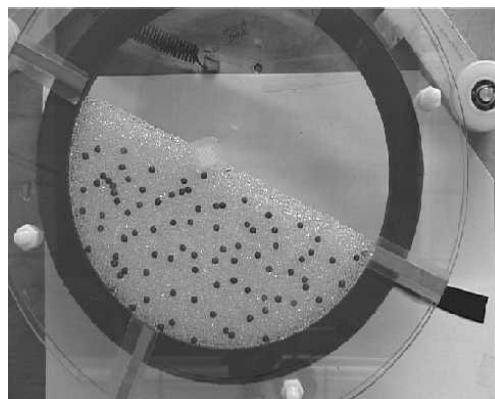


Figure 155 Photographie de la répartition homogène initiale des marqueurs dans le tambour.

Lors de l'analyse des résultats, le tambour est découpé virtuellement en 4 zones circulaires concentriques dans lesquelles le nombre de particules est suivi au cours du temps.

- $i=0$  à  $2$  cm : elle comprend une partie de la zone d'écoulement
- $i=2$  à  $5$  cm
- $i=5$  à  $8$  cm
- $i=8$  à  $10$  cm : elle correspond à la zone d'accumulation des particules

### 4.3.2 Résultats expérimentaux

Un des problèmes rencontré dans les expériences est que le nombre total de particules visibles à la paroi évolue au cours du temps et n'est pas constant. Dans l'expérience présentée, initialement 88 particules sont présentes, au bout de 15 secondes environ 80 d'entre elles restent visibles. La Figure 156 présente l'évolution de la fraction de particules (nombre de particules  $n$  à l'instant  $t$  rapportée au nombre total de particules  $N$  visibles au même instant) au cours du temps dans chacune des 4 zones étudiées. Ce choix est arbitraire, nous aurions aussi bien pu suivre l'évolution du nombre de particules rapporté à la surface de la zone considérée au cours du temps...

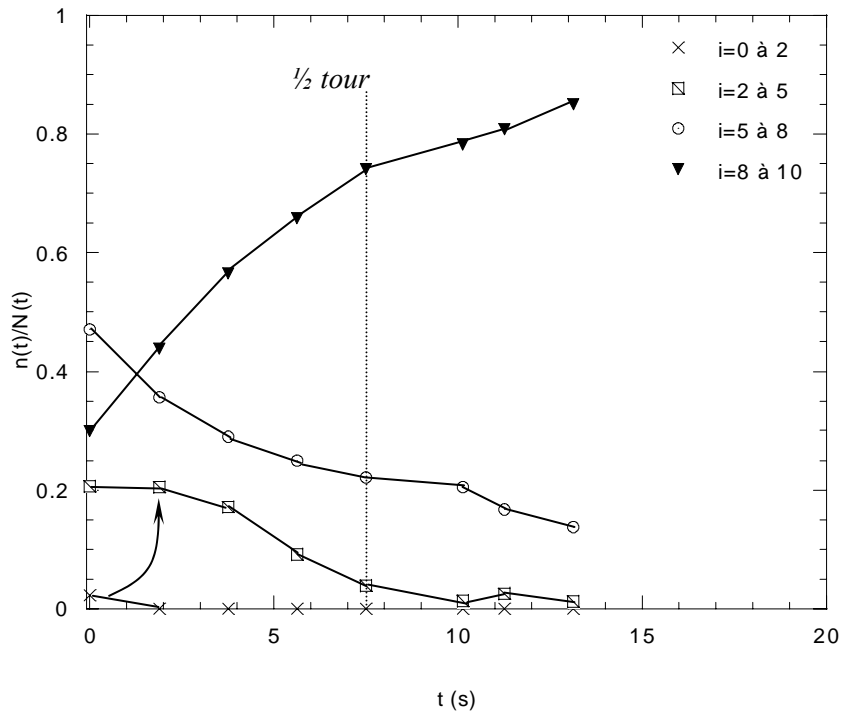


Figure 156 Mesures expérimentales de l'évolution de la fraction de particules au cours du temps dans les 4 zones définies.

On constate sur la Figure 156 que la zone  $i=0$  à  $2$  se vide lors du premier 8<sup>ème</sup> de tour de tambour dans la zone  $i=2$  à  $5$ . Ceci est matérialisé par une flèche sur la Figure 156 et correspond à la mise en place de la zone d'écoulement. Par la suite, les zones  $i=2$  à  $5$  et  $i=5$  à  $8$  se vident progressivement alors que la zone  $i=8$  à  $10$  s'enrichit en marqueurs au cours du temps. La ségrégation est complète au bout d'un tour complet de tambour.

### 4.3.3 Comparaison simulation-expériences

A l'aide du modèle développé, nous avons simulé la ségrégation de 88 particules dont la répartition initiale est identique à celle observée dans l'expérience. On suit l'évolution temporelle de la fraction de particules dans chacune des zones. La Figure 157 confronte les résultats donnés par la simulation aux mesures expérimentales.

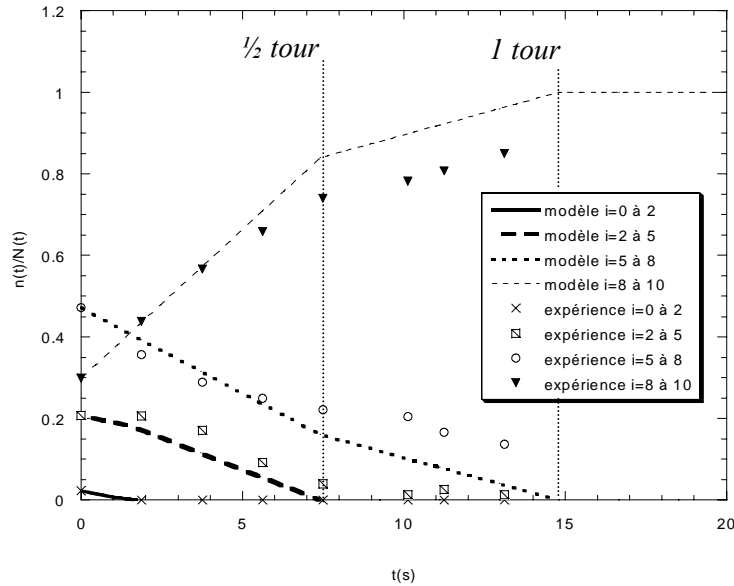


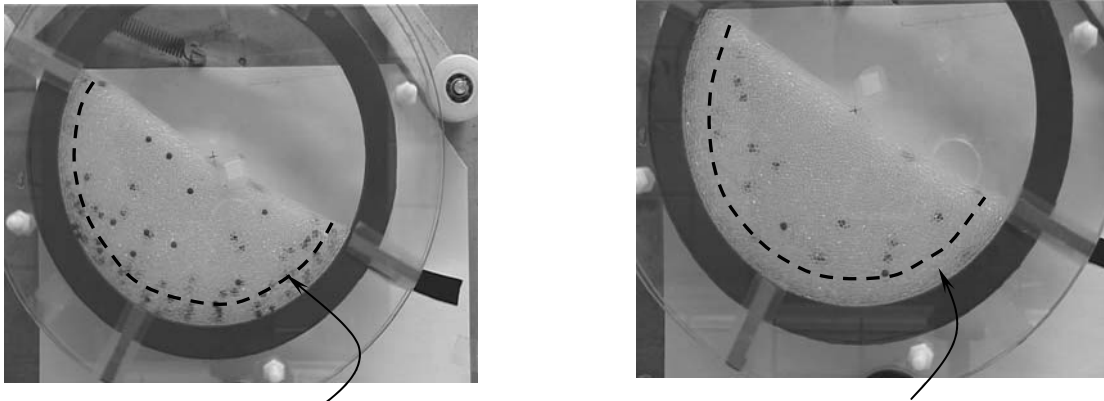
Figure 157 Comparaison des résultats donnés par la simulation avec l'expérience correspondante.

On constate que les tendances d'évolution de la fraction de particules dans chaque zone sont bien respectées par la simulation pour le premier demi-tour de tambour. Les points expérimentaux et calculés à l'aide du modèle pour la zone  $i=0$  à  $2$  sont superposés. On observe également que les ruptures de pentes des points expérimentaux à chaque demi-tour de tambour se retrouvent dans la simulation. Ceci est particulièrement visible pour la zone  $i=8$  à  $10$ .

En revanche, il semble qu'un écart se creuse entre les résultats donnés par modèle et les résultats expérimentaux pour le deuxième demi-tour de tambour pour les zones  $i=5$  à  $8$  et  $i=8$  à  $10$ . Les courbes d'évolution indiquent qu'au bout d'un demi-tour de tambour la zone  $i=5$  à  $8$  ne s'est pas autant vidée que la simulation le prédit.

### Analyse des écarts entre la simulation et l'expérience

Le modèle utilise des vitesses de déplacement obtenues par mesures consécutives de positions de particules dans la zone statique. Ces résultats sont appliqués au cas d'un tambour rempli de façon homogène de particules. L'observation de la Figure 158 apporte quelques éléments de réflexion sur les principales différences qui existent entre les deux types d'approche. On constate que dans le cas d'un tambour initialement rempli de façon homogène des grosses particules, le nombre de particules qui ont déjà atteint la périphérie du tambour au bout d'un demi-tour est important. Dans le cas d'une répartition « annulaire » des billes, toutes se déplacent à des vitesses voisines dans la zone statique. Elles se trouvent donc approximativement dans la même position radiale au bout d'un demi-tour de tambour. Ces observations nous conduisent à penser que la progression des particules vers la bande de ségrégation est gênée par la présence d'un nombre important de grosses particules dans cette zone, qui agit comme un facteur limitant, quand le système est rempli de façon homogène. Les vitesses de déplacement des particules dans la zone statique ont été établies dans des expériences où aucune particule ne se trouve dans la bande de ségrégation. Les vitesses de déplacement sont donc supérieures au cas où la progression des particules est perturbée par les particules déjà présentes dans la zone de ségrégation.



*Accumulation de grosses particules susceptibles de gêner la progression des grosses billes de verre vers la zone de ségrégation.* *Absence de grosses particules dans la bande de ségrégation*

*Figure 158 Comparaison de l'état de ségrégation du système observé au bout d'un demi tour de tambour, pour deux expériences identiques, en fonction de la répartition initiale des particules. Gauche : les particules sont initialement réparties de façon homogène sur toute la surface du tambour. Droite : les particules sont initialement placées sur un arc de cercle situé à 3 cm du centre du tambour.*

#### 4.3.4 Cinétique de ségrégation

D'après le modèle présenté, il semblerait que la ségrégation obéisse à une loi cinétique d'ordre 0 qui s'écrit suivant la relation 86  $n(t)$  est la concentration à l'instant  $t$ ,  $k$  est la constante de temps caractéristique de la cinétique.

$$\frac{n(t)}{N(t)} = \frac{n(0)}{N(0)} + k.t \quad (86.)$$

Cependant, nous devons replacer ce résultat dans le contexte bibliographique. Le Tableau 28 donne les caractéristiques des systèmes expérimentaux dans lesquels la cinétique de ségrégation de petites particules dans un environnement de grosses particules a été établie. On constate que les cinétiques d'ordre 0 ont été établies dans des tambours 3D (Nityanand 1986, Pollard 1989). Le suivi du nombre de particules est réalisé à la paroi. Le principal problème posé par cette configuration est lié au fait que le nombre de marqueurs visibles à la paroi n'est pas conservé. Une cinétique d'ordre 1 est observée dans le cas de l'utilisation d'un système 2D, le nombre total de petites particules est alors constant au cours du temps (Cantelaube 1995).

Dans nos expériences, nous avons tenté de construire un système 3D suffisamment étroit pour que l'ensemble des grosses particules soit visible à tout moment. A posteriori, nous constatons que le nombre de marqueurs visibles à la paroi diminue légèrement au cours de la rotation du tambour. De ce point de vue, notre dispositif se situe entre les systèmes purement 2D de Cantelaube (1995) et le système 3D de Nityanand *et al.* (1986). Les résultats obtenus dans cette configuration expérimentale ne sont pas aussi clairs que nous l'espérons. En effet, faire passer une courbe exponentielle sur les graphiques d'évolution du nombre de particules dans une zone au cours du temps conduit également à un résultat satisfaisant. Nous concluons donc que nos mesures ne permettent pas de discriminer le type de cinétique de ségrégation.

Cependant, étant donné les faibles fractions de grosses particules utilisées dans les expériences, nous pensons qu'une grosse particule va évoluer dans la zone statique indépendamment de la concentration initiale en marqueurs dans le système. Les grosses particules n'interagissent pas ou peu durant leur déplacement étant donné leur faible nombre. Le modèle présenté est basé sur ces mesures expérimentales (paragraphe 4.1.2). L'obtention d'une cinétique d'ordre 0 n'est donc pas choquante. En revanche, quand on considère des

systèmes initialement remplis de façon homogène de marqueurs (paragraphe 4.3.3), on constate que l'évolution du nombre de particules dans la zone de ségrégation, au deuxième demi-tour de tambour, est moins rapide que ce qui est prédit par le modèle. Nous pouvons rapprocher ce phénomène d'une « saturation » du nombre de grosses particules dans la zone de ségrégation qui ralentit la progression des particules, situées plus au centre du tambour, vers la périphérie. Si on extrapole ce raisonnement au cas du tambour 2D de Cantelaube (1995), on constate que le nombre de petites particules dans le système est important, ce qui pourrait expliquer en partie l'observation d'une cinétique d'ordre 1. Ce raisonnement nécessiterait bien sûr d'être testé expérimentalement.

	Nityanand (1986)	Pollard (1989)	Cantelaube (1995)
Particules	Billes sphériques d'acrylique d=9.5 mm, 6.4 mm, 4 mm	Particules anguleuses de calcaire d=6.15 mm, 4.55 mm, 2.81 mm	Disques de polystyrène d=6, 10 mm
Tambour	D=20 cm, l=20 cm D=40 cm l=40 cm	D=20 cm, l=20 cm D=40 cm l=40 cm	D=60 cm, l= 1 mm
w (rpm)	1.4 à 15 rpm	5 à 10 rpm	1.3 rpm
Méthode d'analyse	Suivi de l'évolution du nombre de particules fines, à la paroi, dans une zone donnée	Suivi de l'évolution du nombre de particules fines, à la paroi dans une zone donnée	Calcul de surface occupée par les petits disques.
Fraction de fines	20 et 14 % volumique de particules fines	15 à 36 % massique de particules fines	les petits disques occupent 30 % de la surface remplie

Tableau 28 Caractéristiques des systèmes expérimentaux dans lesquels la cinétique de ségrégation a été étudiée par différents auteurs.

#### 4.3.5 Conclusion

Une série d'expériences simples a permis d'extraire des lois d'évolution de la position de particules de 4 mm dans un tambour de 20 cm de diamètre et 1 cm de large rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm. Les expériences ont consisté à suivre la position de grosses particules initialement placées suivant une même position radiale. A partir de ces données, un modèle simple de ségrégation a été décrit. La validité du modèle a été testée sur une expérience identique mais dans laquelle les marqueurs sont placés de façon homogène dans tout le tambour. On constate que le modèle et les expériences sont en accord pour le premier demi-tour de tambour. En revanche, l'écart se creuse pour le deuxième demi-tour de tambour où la progression des particules dans la zone statique semble ralentie par rapport au cas de particules placées suivant une position radiale donnée. Ceci est probablement lié à une concentration importante en grosses particules dans la périphérie du tambour qui gêne la progression des particules vers la bande de ségrégation. Ces expériences ont également mis en évidence l'importance de l'influence de la mise en place de la zone d'écoulement dans le suivi de l'évolution de la fraction de particules dans les différentes zones.

Enfin, la cinétique de ségrégation de grosses billes de verre est difficile à mettre en évidence. Une des explications possibles est que notre système 3D a été construit dans le but de nous rapprocher d'un système 2D, sans pour autant utiliser des pastilles. Etant donné les faibles concentrations en grosses particules utilisées dans nos expériences, une cinétique d'ordre 0 décrit bien l'évolution de la ségrégation tant que les particules n'interagissent pas. Néanmoins, à plus forte concentration de marqueurs, on s'attend à retrouver une cinétique d'ordre 1 comme l'a constaté Cantelaube (1995). Quelle est l'influence de la concentration en particules sur la cinétique de ségrégation observée ?



Les constantes de ségrégation ont été évaluées, en faisant l'hypothèse d'une cinétique de ségrégation d'ordre 0, pour un seul système et trois vitesses de rotation. Il convient donc d'analyser l'influence des autres paramètres (taille du tambour, taille des billes...)

## 5 Quel est le rôle de la zone d'écoulement dans la ségrégation ?

Les résultats présentés dans le paragraphe 4 de ce chapitre ont tous été obtenus dans un tambour de 20 cm de diamètre rempli de billes de verre de 2 mm ou de 1-1.4 mm. Les rapports  $D/d_p$  étudiés sont donc de 100 ou de 166. Nous rappelons que  $d_p$  est le diamètre des petites particules, majoritaires dans les mélanges considérés. Nous avons vu dans la partie III que dans de tels systèmes, l'épaisseur de la zone d'écoulement est de l'ordre de 10 à 20 couches de billes et qu'elle varie peu avec la vitesse de rotation. L'épaisseur de la zone d'écoulement sature rapidement à une valeur égale à environ  $1/3$  de la hauteur de remplissage.

Le but de cette étude de la ségrégation est de mettre en rapport les caractéristiques de l'état de ségrégation final et sa vitesse de mise en place avec les propriétés de la zone en écoulement, étudiée dans la partie III de ce mémoire. Des expériences supplémentaires de ségrégation ont donc été réalisées dans le but de modifier les caractéristiques de l'épaisseur de la zone d'écoulement. Après avoir vérifié la reproductibilité des résultats, ceux-ci sont présentés et analysés dans un deuxième temps. Enfin, la comparaison des résultats obtenus dans des systèmes à rapport  $D/d_p$  différents permet d'apporter quelques éléments de réflexion au sujet des modes d'action possibles de l'épaisseur de la zone d'écoulement sur la ségrégation.

### 5.1 Reproductibilité des résultats

Dans la majorité des cas, les expériences présentées ne correspondent qu'à une seule réalisation. En effet, reproduire exactement le même état initial homogène est très difficile. Cependant, quelques expériences ont été réalisées deux fois dans le but d'estimer la variabilité de la constante de ségrégation d'une expérience à l'autre. Comme nous l'avons fait pour le modèle, nous reportons le nombre de particules présentes dans une zone donnée au nombre total de marqueurs visibles au même instant.

Un tambour de 20 cm de diamètre et 1 cm de large est rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm auxquelles sont ajoutés 3 % en masse de billes de verre de 4 mm. La vitesse de rotation est de 4 rpm.

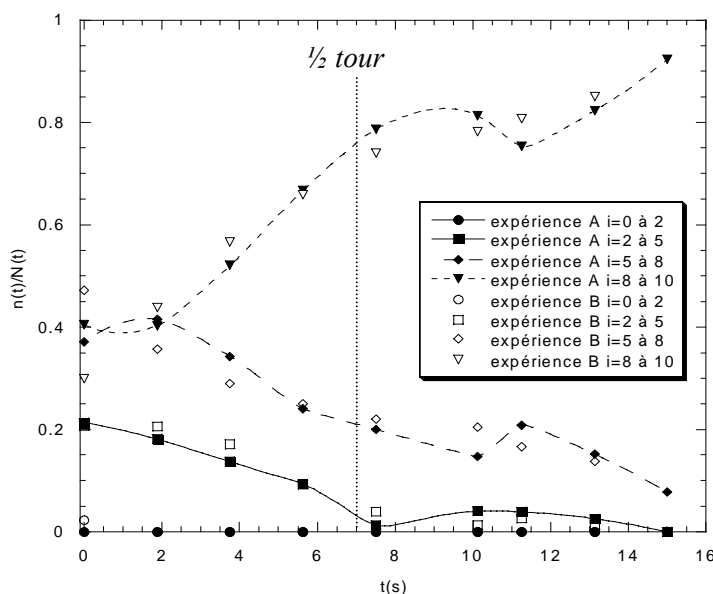


Figure 159 Comparaison de deux expériences A et B identiques.  $D=20$  cm  $l=1$  cm billes de 2mm avec 3 % en masse de billes de 4 mm,  $w=4$  rpm.

On constate sur la Figure 159 que les évolutions de fractions de marqueurs dans les différentes zones sont très similaires dans les deux expériences.

La même expérience que la précédente a été reproduite deux fois avec des billes de verre de 1-1.4 mm et 3 % en masse de billes de 4 mm. La vitesse de rotation est également de 4 rpm. L'évolution de la fraction de grosses particules dans les différentes zones étudiées est rapportée sur la Figure 160.

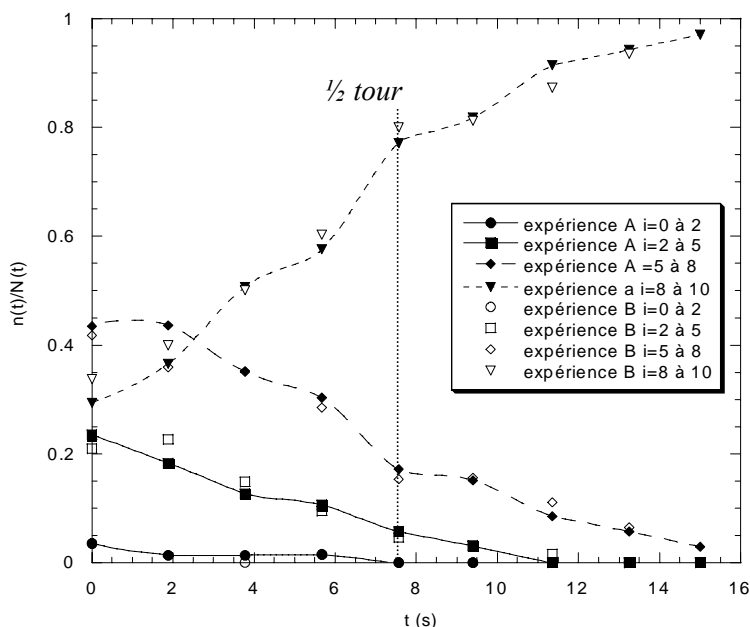


Figure 160 Comparaison de deux expériences A et B identiques.  $D=20$  cm  $l=1$  cm billes 1-1.4 mm avec 3 % en masse de billes de 4 mm,  $w=4$  rpm.

Dans cette expérience, on constate visuellement que les évolutions des fractions de marqueurs dans chacune des zones sont très semblables.

En plus de ces considérations qualitatives, en faisant l'hypothèse d'une cinétique de ségrégation d'ordre 0, il est possible de comparer entre expériences identiques les valeurs des constantes de temps  $k$  issues des régressions linéaires superposées aux données à chaque demi-tour de tambour. L'ensemble des résultats est regroupé dans le Tableau 29 :

Nb de tours	Zone	Billes 2 mm + 4 mm		Billes 1-1.4 mm + 4 mm	
		Expérience A	Expérience B	Expérience A	Expérience B
$\frac{1}{2}$ tour	i=2 à 5	0.026±0.002	-0.023±0.004	-0.023±0.001	-0.024±0.004
	i=5 à 8	-0.027±0.007	-0.032±0.05	-0.034±0.006	-0.031±0.006
	i=8 à 10	0.054±0.008	0.058±0.004	0.061±0.006	0.059±0.007
1 tour	i=2 à 5	-0.008±0.001	-0.004±0.002	-0.015±0.0002	-0.008±7.10 <sup>-5</sup>
	i=5 à 8	-0.018±0.012	-0.015±0.003	-0.020±0.002	-0.016±0.004
	i=8 à 10	0.026±0.013	0.019±0.0013	0.028±0.030	0.024±0.04

Tableau 29 Comparaison des régressions linéaires réalisées sur des expériences identiques.

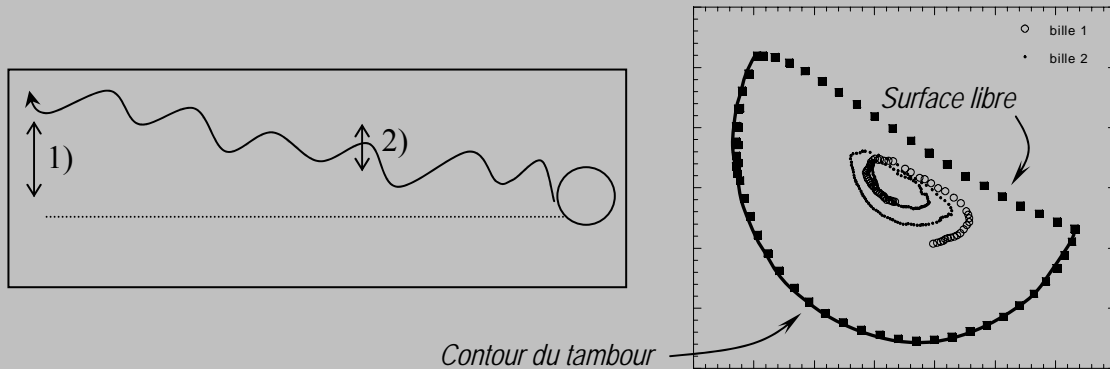
L'analyse des constantes de temps  $k$  regroupées dans le Tableau 29. Les erreurs associées sont déterminées par la méthode des moindres carrés. On constate que les constantes de temps sont très similaires entre deux expériences identiques. Il semble également que l'influence du rapport de taille des particules sur la constante de temps n'est pas significative. Ce point sera abordé plus en détail dans le paragraphe 2.4.

Une explication possible du fait que deux expériences identiques présentent de petites différences est donnée dans l'encadré intitulé « composante diffusive dans la ségrégation ».

Composante diffusive dans la ségrégation

Le mouvement d'une grosse particule dans un milieu peut être caractérisé par deux composantes (Figure IV.41) :

- la composante convective (1) : la particule ségrège, elle suit donc un trajet global donné et remonte à la surface libre de l'écoulement
- la composante « diffusive » (2) : durant son parcours, les collisions avec les particules environnantes font fluctuer sa position autour d'une position moyenne



*Figure 161 Gauche : Illustration schématique des composantes diffusive et convective d'une particule qui ségrège dans un écoulement. Droite : Mesure expérimentale de la variation de trajectoires de deux particules entrant dans la zone d'écoulement en un même point. Les carrés noirs matérialisent le bordure du tambour.*

Le coefficient de diffusion est homogène au produit d'une vitesse et d'un diamètre de particule. Savage (1993) déduit de simulations une expression du coefficient de diffusion :

$$D_{coll} = f(v)d^2\dot{\gamma}$$

↙
↘
→

Fonction décroissante de la fraction volumique qui dépend du coefficient de restitution des particules.      Diamètre des billes      Gradient de vitesse vertical

Cette expression du coefficient de diffusion est reprise dans différents modèles de ségrégation en tambour tournant (Boateng 1996, Ottino 2000). Le nombre de Péclet mesure l'importance relative de la convection et de la diffusion :  $Pe = V_{moy} R / D_{coll}$ , avec  $V_{moy}$  la vitesse moyenne verticale des particules dans la zone d'écoulement et  $R$  le rayon du tambour (Hill 1999).

Lors de l'étude de la ségrégation de grosses particules en tambour tournant, nous avons observé que deux particules entrant dans la zone d'écoulement en une même position radiale n'en ressortent pas nécessairement au même point (Figure IV.41). Nous pouvons supposer que cette dispersion des trajectoires est liée aux fluctuations verticales de trajectoire, c'est à dire à la diffusion. Lors de l'analyse des expériences, le tambour est découpé virtuellement en 10 zones concentriques également espacées. Nous calculons des valeurs moyennes de déplacement des particules entrant dans une des 10 zones définies. Etant donné la composante aléatoire du trajet de particules situées dans une même zone, nous obtenons des écarts types très importants sur les valeurs moyennes mesurées. La dimension des barres d'erreur rend difficile l'interprétation des résultats qui, d'un point de vue statistique ne sont pas toujours significativement différents. Cependant, des tendances de comportement sont isolées à partir des valeurs moyennes calculées.

Les barres d'erreur des valeurs moyennes présentées dans la partie IV de ce mémoire ne sont pas toujours représentées pour des raisons de lisibilité des figures.

Remarque :

Le processus de diffusion n'a pas été l'objet d'une étude détaillée. Nous aurions cependant pu tenter de quantifier cette diffusion dans nos expériences en suivant la trajectoire de particules colorées de même taille que les particules dans lesquelles elles sont placées...

## 5.2 Influence de la largeur du tambour

Le lecteur remarquera que les variations de fractions de grosses particules dans les différentes zones du tambour au cours du temps n'ont été réalisées que pour les expériences présentées dans les paragraphes suivants. En effet, l'ordre de présentation des résultats expérimentaux dans la partie IV du mémoire ne correspond pas à l'ordre chronologique de réalisation des expériences. C'est pour cette raison que les expériences présentées dans le paragraphe 5 ne donnent pas des résultats aussi précis que celles du paragraphe 4. Après avoir démarré par des expériences dans lesquelles les grosses particules étaient positionnées de façon aléatoire dans le tambour, nous avons réalisé l'importance qu'avait la répartition des particules sur la précision des données extraites et avons placé les billes de façon homogène dans le tambour...

Dans les expériences réalisées, nous avons été dans l'obligation de réduire la largeur du tambour afin de faciliter le suivi de particules dans la zone statique. Nous pouvons cependant nous demander si réduire la largeur du tambour modifie la cinétique de ségrégation et l'état final ségrégué. Dans quelle mesure des expériences de ségrégation réalisées dans des systèmes de largeur différentes sont-elles comparables ?

### 5.2.1 Etude préalable : L'ajout de grosses particules modifie-t-il les caractéristiques du système ?

Dans un premier temps, nous avons vérifié si l'ajout de particules traceurs (grosses) modifient l'épaisseur de la zone d'écoulement et l'angle d'écoulement du système, en fonction de la largeur, par rapport au cas où aucun marqueur n'est ajouté. Des particules de 2 mm remplissent 50 % du volume d'un tambour de 20 cm de diamètre et de largeur variable ( $l=0.5, 1, 2, 3$  et 4 cm). 0.5 % en masse de billes de 4 mm est ajouté au mélange. Les épaisseurs de zone d'écoulement et angles d'écoulement sont mesurés quand la ségrégation est stationnaire, pour une vitesse de rotation de 9 rpm, en fonction de largeur du tambour, et comparés au cas où le système ne contient que des billes de 2 mm (Figure 162).

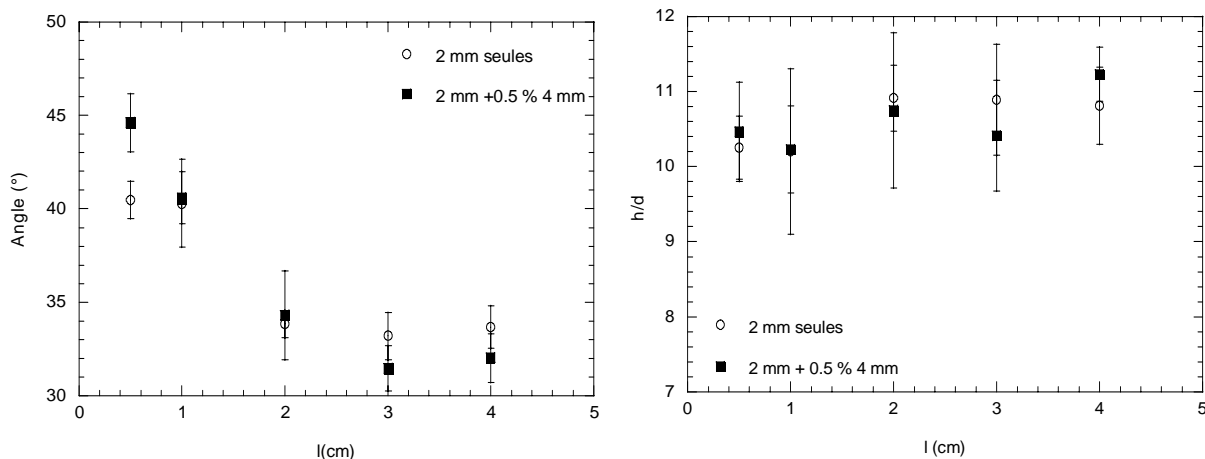


Figure 162 Influence de l'ajout de 0.5 % en masse de billes de 4 mm dans un tambour de 20 cm de diamètre et de largeur variable, rempli à 50 % de billes de verre de 2 mm. La vitesse de rotation est de 9.2 rpm.

On constate que pour un ajout de 0.5 % en masse de billes de 4 mm, la dépendance de l'épaisseur de la zone d'écoulement et de l'inclinaison de la surface libre avec la largeur du tambour n'est pas modifiée par rapport au cas où le système contient uniquement des billes de 2 mm. La seule différence est visible au niveau des angles mesurés dans un tambour de 5 mm de large : en présence de billes de 4 mm, les angles sont augmentés d'environ 5°. Cet effet est

compréhensible dans la mesure où la taille de la grosse particule devient alors comparable à l'écartement entre les parois.

### 5.2.2 Cinétiques de ségrégation

Dans un second temps, le nombre de tours de tambour nécessaire à l'établissement d'un état ségrégué stable a été suivi dans ces quatre expériences par les méthodes présentées paragraphe 3.1.1. Le suivi de l'évolution de la position radiale moyenne ( $r_{moy}$ ) des particules au cours du temps, donne accès au temps nécessaire à l'établissement de la ségrégation. La Figure 163 présente l'évolution de la répartition des billes de 4 mm en fonction du nombre de tours de tambour pour différentes largeurs du système. Les barres d'erreur représentées correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

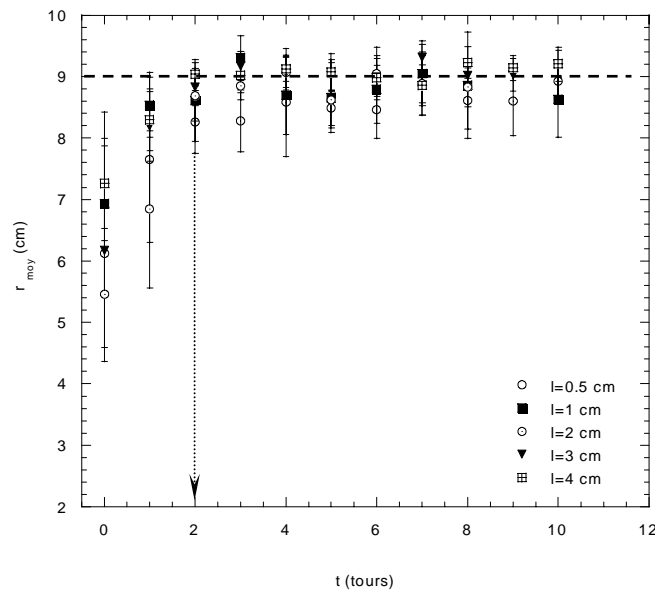


Figure 163 Evolution de la position radiale moyenne des particules en fonction du nombre de tours de tambour.  $D=20$  cm,  $l$  variable, billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm,  $w=9.2$  rpm. Les lignes en pointillés donnent les caractéristiques de l'état final ségrégué. La flèche indique le nombre de tours nécessaires à la mise en place de la ségrégation.

Les différents systèmes étudiés ne sont pas identiques à l'état initial. Ceci est mis en évidence par des positions radiales moyennes différentes à l'instant  $t=0$  sur la Figure 163. Lors de la mise en rotation du tambour, on constate une augmentation de la position radiale moyenne des particules jusqu'à une valeur constante. Les positions radiales moyennes au début de l'expérience varient d'un système à l'autre car les particules sont réparties de façon aléatoire dans tout le tambour. Au cours de la rotation, elles ségréguent vers la périphérie du tambour, ce qui entraîne une évolution de  $r_{moy}$  vers une valeur identique pour les cinq systèmes au bout de deux tours de tambour. La largeur du système ne semble donc pas influencer le nombre de tours de tambour nécessaires à l'établissement de la ségrégation.

La vitesse de déplacement des particules dans la zone statique en fonction de leur position radiale a également été suivie dans les cinq systèmes présentés. La vitesse de déplacement tracée sur la Figure 164 correspond à une valeur moyenne calculée dans chacune des 10 zones concentriques également espacées définies dans le tambour.

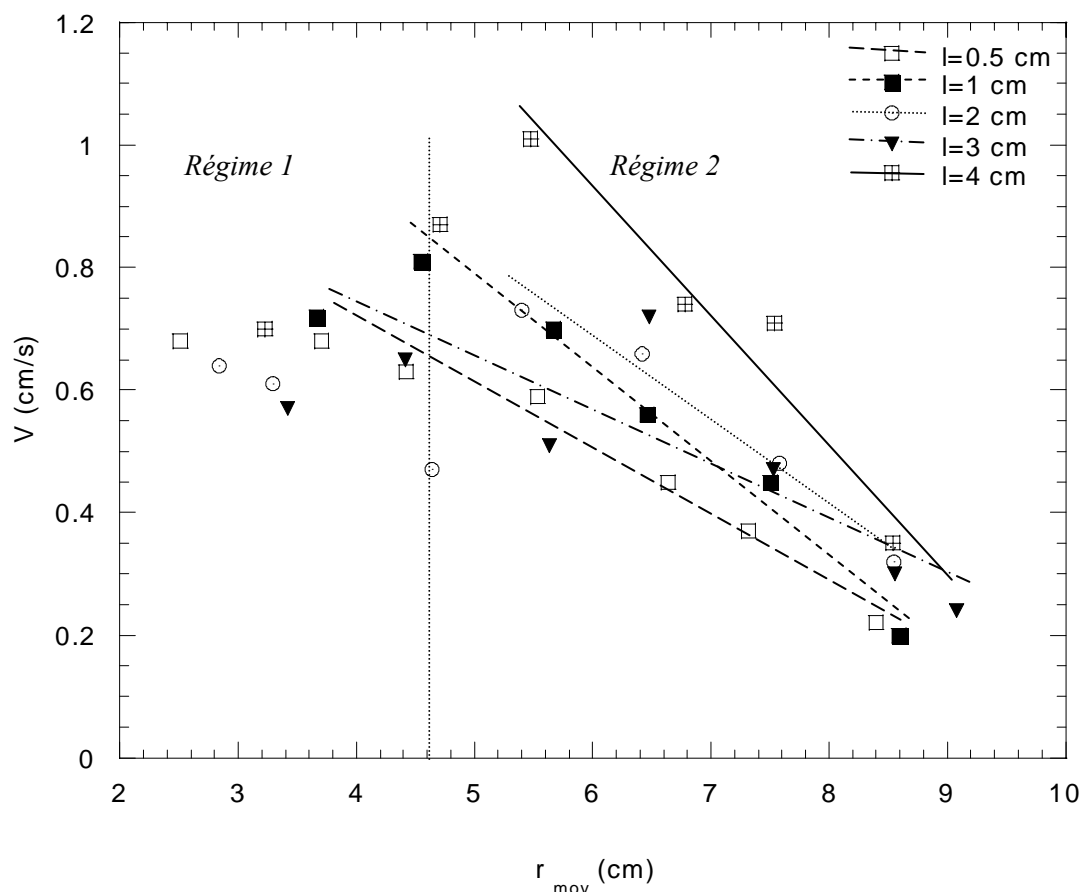


Figure 164 Evolution de la vitesse de déplacement des particules dans la phase statique en fonction de leur position radiale ( $w=9.2$  rpm). Les lignes droites correspondent à une régression linéaire dans le régime 2. Les régressions dans le régime 1 ne sont pas représentées pour des raisons de clarté du graphique.

Les valeurs de régressions linéaires réalisées dans les régimes 1 et 2 sont données dans le Tableau 30 :

l (cm)	Régime 2		Régime 1	
	Régression linéaire	Erreur coefficient	Régression linéaire	Erreur constante
0.5	$V(\text{cm/s}) = 1.13 - 0.10r_{\text{moy}}$	$-0.10 \pm 0.01$	0.68	-
1	$V(\text{cm/s}) = 1.51 - 0.14r_{\text{moy}}$	$-0.14 \pm 0.01$	0.74	0.03
2	$V(\text{cm/s}) = 1.47 - 0.13r_{\text{moy}}$	$-0.13 \pm 0.01$	0.61	0.05
3	$V(\text{cm/s}) = 1.09 - 0.08r_{\text{moy}}$	$-0.08 \pm 0.03$	0.61	0.04
4	$V(\text{cm/s}) = 2.13 - 0.20r_{\text{moy}}$	$-0.20 \pm 0.04$	0.83	0.07

Tableau 30 Valeurs des coefficients des régressions linéaires en fonction de la largeur du tambour pour le régime 2 ( $w=9.2$  rpm). Une constante est déduite dans le régime 1. Les erreurs sont déterminées par la méthode des moindres carrés.

On constate sur la Figure 164 que la dispersion des points est assez importante. Cependant, la superposition d'une régression linéaire aux mesures dans le régime 2 donne une tendance de comportement : la vitesse de ségrégation diminue d'autant plus lentement que le système est étroit. Dans le régime 1, les constantes n'évoluent pas de façon systématique avec la largeur du tambour. Il reste difficile de différencier clairement les valeurs des coefficients étant donné les erreurs qui y sont associées.

### 5.2.3 Etat final de ségrégation

L'état final ségrégué est caractérisé par la position radiale moyenne des particules. La largeur de la bande de ségrégation est estimée par la différence entre les positions radiales de la particule la plus proche et la plus éloignée du centre du tambour (Figure 131). Les valeurs présentées sur la Figure 165 correspondent à des moyennes calculées sur l'ensemble des images où le nombre de tours est supérieur à 2, c'est à dire quand la ségrégation n'est plus susceptible d'évoluer. Les barres d'erreur associées correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

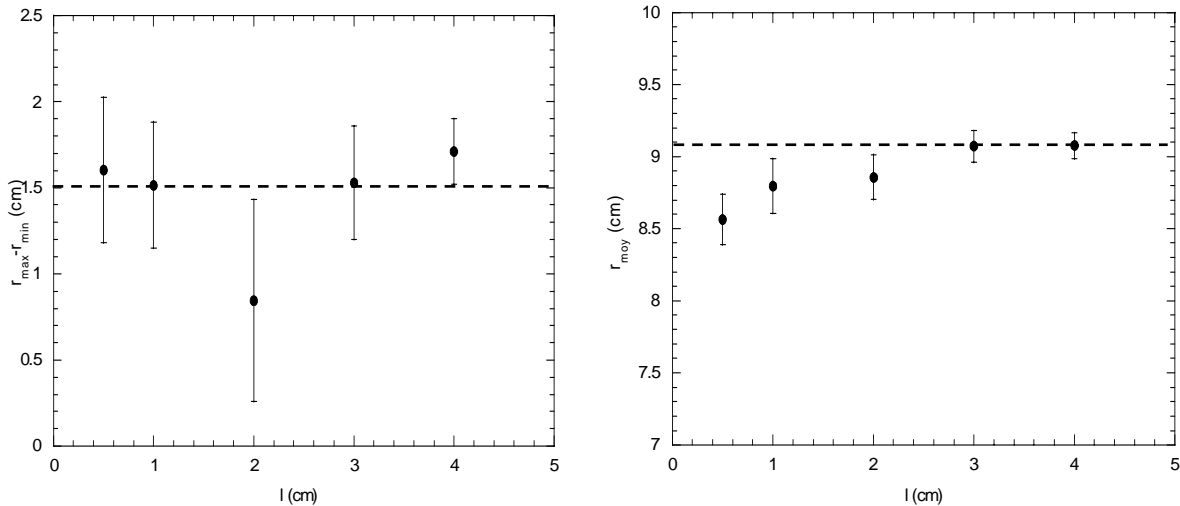


Figure 165 Caractérisation de l'état final de ségrégation en fonction de la largeur du tambour. Les lignes en pointillés indiquent les valeurs de saturation. ( $r_{\min}$ - $r_{\max}$ ) sont des valeurs moyennes.

On constate que la largeur de la bande de ségrégation, caractérisées par ( $r_{\max}$ - $r_{\min}$ ) moyen sur la Figure 165 est de l'ordre de 1.5 cm, indépendamment de l'écartement des parois étant donné la taille des barres d'erreur. En revanche, la bande de ségrégation semble se rapprocher de la paroi quand la largeur du tambour augmente.

#### 5.2.4 Conclusion

Ces expériences ont mis en évidence l'influence de l'écartement des parois d'un tambour de 20 cm de diamètre sur la ségrégation de 0.5 % en masse de billes de verre de 4 mm, placées dans un milieu constitué de billes de 2 mm.

On note tout d'abord que pour une vitesse de rotation du tambour de 9.2 rpm, l'évolution de l'épaisseur de la zone d'écoulement en fonction de la largeur du tambour n'est pas modifiée par rapport au cas où aucune particule de 4 mm n'a été ajoutée. L'angle de la surface libre n'est augmenté qu'à partir du moment où la largeur du tambour devient comparable à la taille des plus grosses particules du mélange.

D'autre part, la ségrégation est totale et stable au bout de deux tours de tambour, indépendamment de l'écartement des parois. Les lois de déplacement des particules dans la zone statique ne semblent pas significativement différentes. Ceci ne semble pas choquant dans la mesure où les épaisseurs de zones d'écoulement sont identiques pour les différentes largeurs de tambour testées.

Enfin, la largeur de la bande de ségrégation est similaire dans les différents systèmes mais décalée légèrement vers la paroi externe du tambour quand l'écartement entre les parois est augmenté.

Au vu de ces résultats, il semble que l'utilisation d'un tambour de 1 cm de large au lieu de 4 cm ne modifie pas fondamentalement le processus de ségrégation mais facilite l'acquisition et l'interprétation des images lorsque cela est nécessaire à l'étude du phénomène. Ceci justifie également a posteriori la validité des résultats présentés dans le paragraphe 3.1.

### 5.3 Et la vitesse de rotation ?

Parmi les paramètres de fonctionnement les plus facilement modifiables, on peut citer la vitesse de rotation du tambour. Le but est ici d'étudier les cinétiques de ségrégation et l'état final du système en fonction de ce paramètre et de mettre en rapport les résultats obtenus avec la variation des caractéristiques de la zone d'écoulement.

#### 5.3.1 Cinétiques de ségrégation

On considère un tambour de 20 cm de diamètre et 4 cm de large rempli à 50 % de son volume de billes de 2 mm auxquelles sont ajoutés 0.5 % en masse de billes de 4 mm. Les vitesses de rotation étudiées sont de 4, 9.2, 14 et 19.4 rpm. Dans ces expériences, l'épaisseur de la zone d'écoulement varie assez peu avec la vitesse de rotation, ce qui a pour conséquence d'augmenter le gradient de vitesse.

Dans un premier temps, l'état de mélange du système est suivi à chaque tour de tambour par la mesure de la position radiale moyenne et l'écart type de la distribution des positions des grosses particules (barres d'erreur sur la Figure 166). On considère que le système n'évolue plus quand la position radiale moyenne et l'écart type de la distribution des positions sont constants.

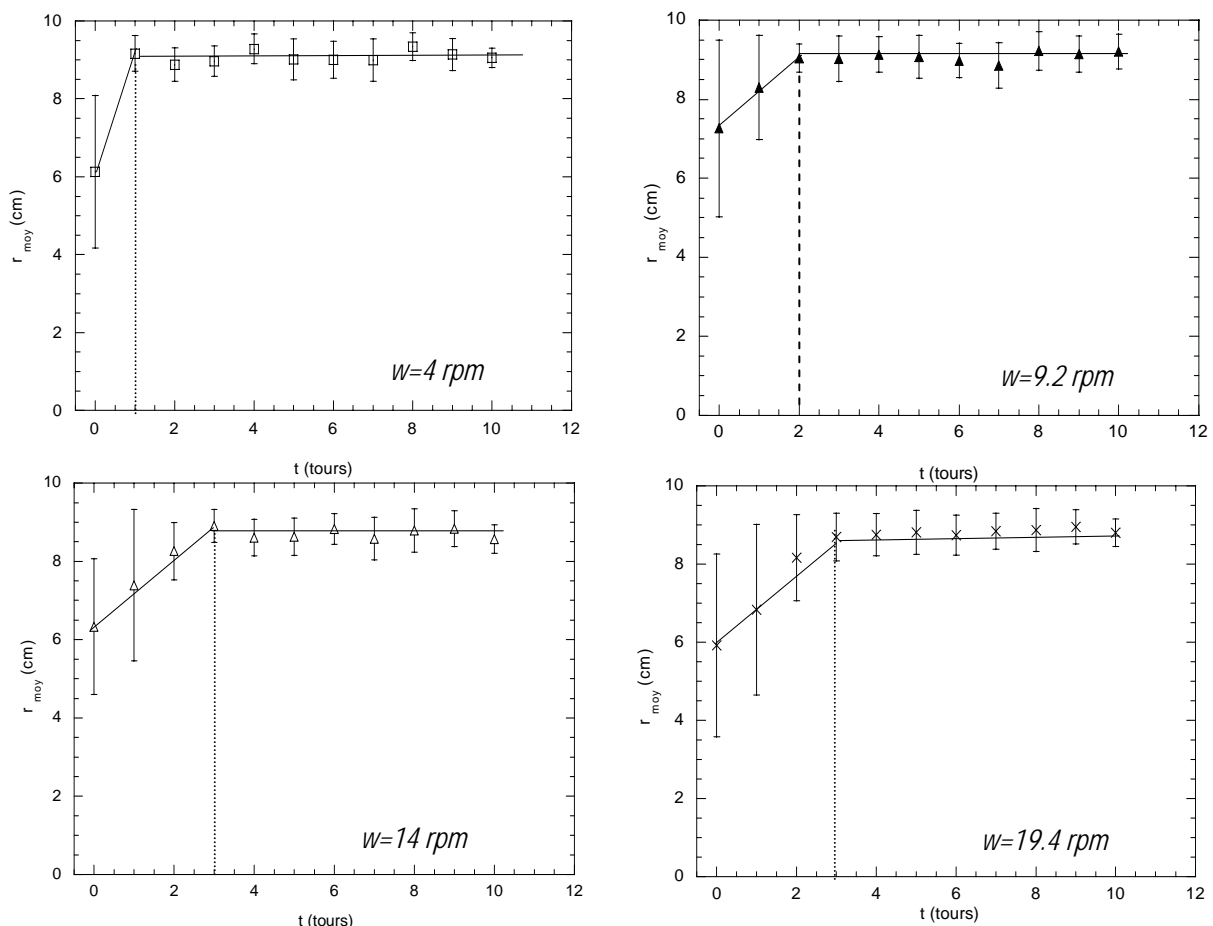


Figure 166 Evolution de la position radiale moyenne des grosses particules en fonction du nombre de tours de tambours effectués. Les barres d'erreur associées correspondent à l'écart type de la distribution de positions.  $D=20$  cm,  $l=4$  cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm. Les vitesses de rotation explorées sont de 4, 9.2, 14 et 19.4 rpm.

L'analyse de la Figure 166 montre nettement une augmentation du nombre de tours de tambour nécessaire pour atteindre un état final ségrégué, quand la vitesse de rotation augmente. Néanmoins, le temps en secondes au bout duquel l'état final ségrégué est atteint est



identique pour les quatre vitesses de rotation étudiées (Figure 167) et de l'ordre de 15 secondes. Ce résultat est en accord avec les observations de Cantelaube (1995).

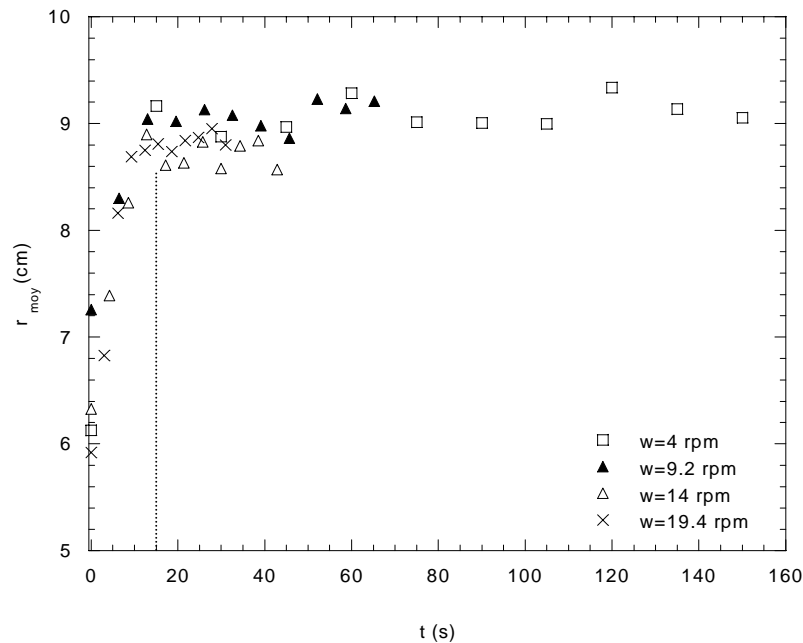


Figure 167 Evolution de la position radiale moyenne des grosses particules en fonction du temps exprimé en seconde.  $D=20$  cm,  $l=4$  cm, billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm. Les vitesses de rotation sont de 4, 9.2, 14 et 19.4 rpm.

Les barres d'erreur (écart type) ne sont pas représentées sur la Figure 167 pour des raisons de lisibilité. Elles sont identiques à celles représentées sur la Figure 166.

Les lois de déplacement des particules dans la zone statique sont données sur la Figure 168. Dans ces expériences, l'épaisseur de la zone d'écoulement varie peu avec la vitesse de rotation ( $D/d_p=100$ ).

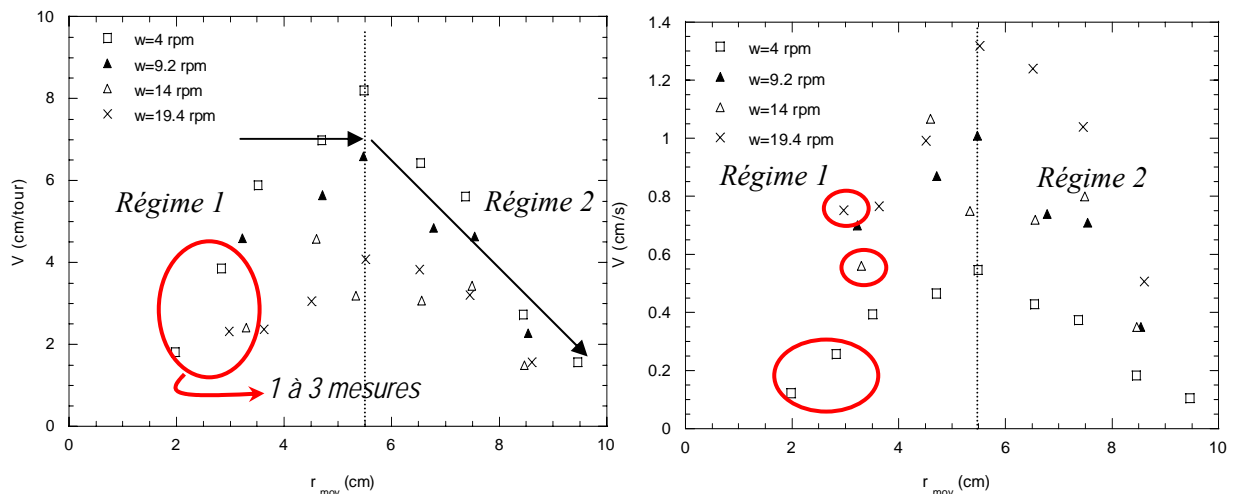


Figure 168 Lois de déplacement des particules en fonction de leur position radiale. Gauche : vitesse exprimée en cm/tour. Droite : vitesse exprimée en cm/s.

Les points entourés sur la Figure 168 correspondent à des valeurs moyennes calculées à partir d'un nombre de mesures inférieur à 3. Le faible nombre de mesures réalisées pour des positions radiales de l'ordre de 2 à 3 cm est dû au fait que, lorsque les particules sont placées de façon aléatoire dans le tambour, seulement quelques particules se trouvent dans cette zone. Les points isolés sur la Figure 168 ne sont donc pas significatifs et ne sont pas pris en compte dans l'étude. En faisant abstraction de ces points :

- On constate que les particules situées à moins de 5 cm environ du centre du tambour (régime 1) ont une vitesse de déplacement approximativement constante et du même ordre de grandeur que les vitesses présentées sur la Figure 152. Pour une position radiale donnée, la vitesse de déplacement exprimée en centimètre par tour est d'autant plus élevée que la vitesse de rotation du tambour est faible. En revanche, si la vitesse est exprimée en centimètre par seconde, la tendance inverse est observée.
- Quand la position radiale des particules dépasse la moitié du rayon du tambour (régime 2), la vitesse de déplacement des particules diminue au fur et à mesure qu'elles se rapprochent de la paroi interne du tambour.

Les lois de déplacement des particules dans les régimes 1 et 2 sont consignées dans le Tableau 31:

w (rpm)	D=20 cm l=4 cm $d_p=2$ mm +0.5 % $d_g=4$ mm		D=20 cm l=4 cm $d_p=2$ mm +1.5 % $d_g=4$ mm	
	Régime 1 V(cm/s)	Régime 2 V(cm/s)	Régime 1 V(cm/s)	Régime 2 V(cm/s)
4	0.47±0.04	1.18-0.11(±0.009) $r_{moy}$	0.58±0.01	1.09-0.12(±0.008) $r_{moy}$
9.2	0.86±0.09	2.13-0.20(±0.037) $r_{moy}$	0.69±0.08	1.81-0.20(±0.022) $r_{moy}$
14	0.83±0.08	1.94-0.19(±0.049) $r_{moy}$	-	-
19.4	1.02±0.16	3.63-0.38(±0.084) $r_{moy}$	-	-

Tableau 31 Lois de déplacement des grosses particules dans les régime 1 et 2. Les tirets indiquent que les expériences n'ont pas été réalisées.

Si on compare ces relations avec celles établies dans un tambour de 20 cm de diamètre et 1 cm de large tournant à 4, 6 et 9 rpm (Tableau 27), on constate qu'elles sont du même ordre de grandeur pour les régimes 1 et 2. Cette comparaison confirme que la cinétique de ségrégation est peu dépendante de la largeur du tambour dans la gamme de tailles de tambours étudiée.

### 5.3.2 Etat final de ségrégation

La bande de ségrégation est caractérisée par sa position et sa largeur. La Figure 169 représente les valeurs moyennes de position radiale calculées pour chaque expérience sur l'ensemble des images où la ségrégation est établie. La barre d'erreur associée correspond à un intervalle de confiance de 95 %. La dimension d'une grosse particule est donnée en guise d'échelle.

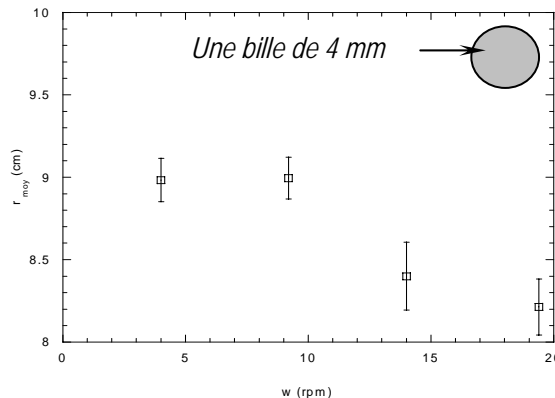


Figure 169 Caractérisation de l'état final de ségrégation. D=20 cm l=4 cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

On constate globalement que la bande de ségrégation s'écarte de la paroi externe du tambour quand la vitesse de rotation est augmentée. D'un point de vue statistique, la différence est significative. Cependant, l'écart observé ne dépasse pas un diamètre de grosse particule.

La largeur de la bande de ségrégation est définie comme la différence entre les positions radiales minimales et maximales moyennes calculées pour chaque expérience sur toutes les images où la ségrégation finale est atteinte. Les barres d'erreur associées correspondent à un intervalle de confiance de 95 % (Figure 170).

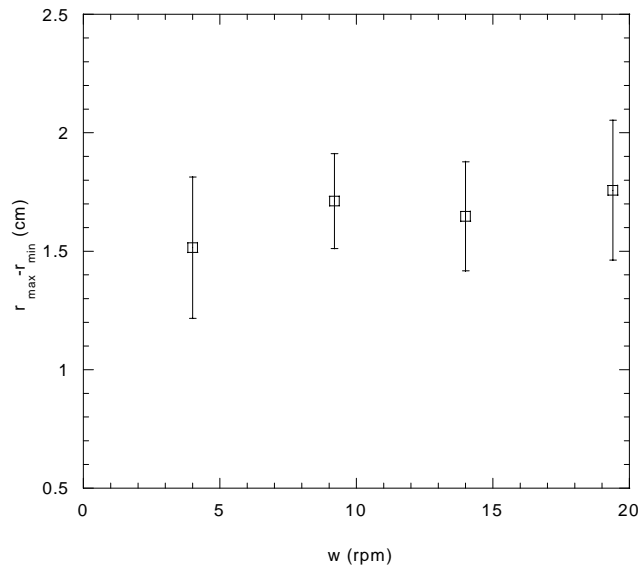


Figure 170 Largeur de la bande de ségrégation finale en fonction de la vitesse de rotation.  $D=20$  cm  $l=4$  cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

On note sur la Figure 170 que la largeur de la bande de ségrégation, de 3 à 4 grosses billes, ne varie pas significativement d'un système à l'autre.

### 5.3.3 Interprétation

#### Vitesse de ségrégation

La Figure 171 représente deux systèmes identiques ( $D/d_p=100$ ) tournant à des vitesses de rotation  $w_1$  et  $w_2$  différentes. Les épaisseurs de zone d'écoulement, mesurées au centre du tambour et perpendiculairement à la surface libre, sont peu différentes. Le temps passé par une grosse particule dans la zone d'écoulement en un tour de tambour est noté  $\Delta t$ . On considère dans les deux systèmes que la position radiale d'entrée de la particule dans la zone d'écoulement est identique.

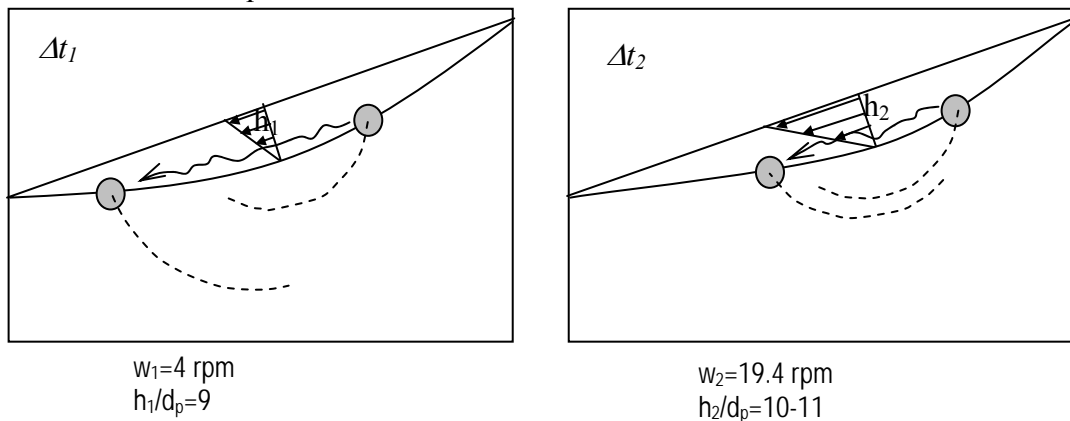


Figure 171 Comparaison de deux systèmes identiques tournant à des vitesses de rotation différentes.  $D/d_p=100$ .

Dans la partie III, nous avons vu que le gradient de vitesse dans un tel système augmente avec la vitesse de rotation. Par conséquent, pour une position radiale d'entrée identique, la grosse particule va subir une vitesse d'écoulement plus importante dans le système dont la vitesse de rotation est la plus élevée. Son temps de passage dans la zone d'écoulement est plus court dans le système qui tourne le plus vite. La grosse particule a donc peu de temps pour remonter vers la surface libre. En revanche, pour une faible vitesse de rotation, le temps de passage de la particule dans la zone d'écoulement est plus grand. Ceci lui permet de remonter dans la zone d'écoulement d'une distance verticale plus grande que dans le système tournant à forte vitesse de rotation si on fait l'hypothèse d'une vitesse de remontée de la particule constante.

Ce petit raisonnement permet d'expliquer le fait que le temps nécessaire à la ségrégation totale du système, exprimé en nombre de tours de tambour, augmente avec la vitesse de rotation. Pour un déplacement vertical identique dans la zone d'écoulement, une particule placée dans un système qui tourne vite aura besoin d'un nombre de passages dans la zone d'écoulement supérieur au cas d'un système qui tourne lentement. En revanche, si le temps nécessaire à la ségrégation est exprimé en secondes, il devient identique dans les deux systèmes : à forte vitesse de rotation, la particule passe un plus grand nombre de fois dans la zone d'écoulement qu'à faible vitesse de rotation dans un même intervalle de temps. Les résultats montrent que le gradient de vitesse ne semble pas affecter de façon significative les vitesses de ségrégation des particules.

### Etat final de ségrégation

Il est possible d'expliquer que l'état final de ségrégation varie légèrement avec la vitesse de rotation. La Figure 172 illustre les fluctuations de position des particules qui arrivent au niveau de la paroi externe du tambour. Les états finaux de ségrégation sont également présentés pour deux vitesses de rotation différentes.

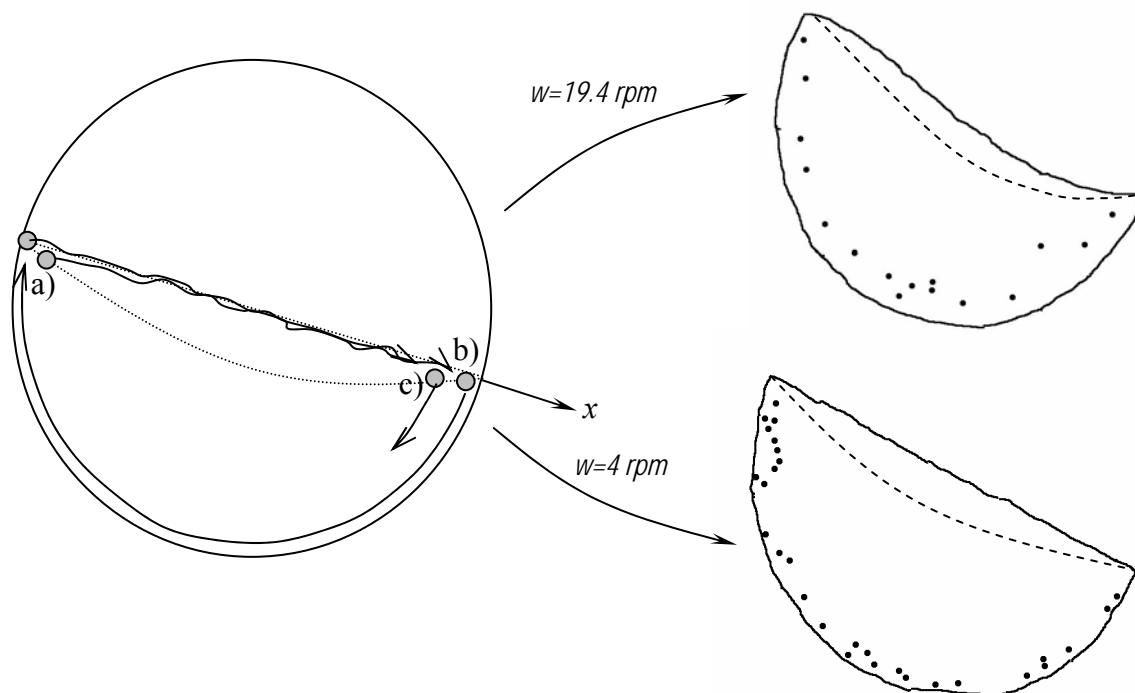


Figure 172 Illustration schématique de la fluctuation de position des grosses particules à l'état ségrégué. Au premier demi-tour de tambour, la particule passe de la position a) à b) puis au deuxième demi-tour, de la position b) à c). Une image de l'état de ségrégation final, obtenue expérimentalement, pour deux vitesses de rotation différentes est donnée.

A forte vitesse de rotation, nous avons constaté que de nombreuses particules situées dans la bande de ségrégation finale voient leur position radiale fluctuer autour d'une valeur moyenne. La largeur de cette fluctuation ne varie pas avec la vitesse de rotation, d'où une largeur de bande de ségrégation identique. Il faut noter que la surface libre est plane à 4 rpm mais incurvée à 19.4 rpm. Ceci a probablement une influence sur la trajectoire des marqueurs. Suivant une position  $x$  donnée proche du point b) sur la Figure 172, l'épaisseur de la zone d'écoulement est plus mince à forte vitesse de rotation qu'à faible vitesse de rotation. Par conséquent, une grosse particule sera stoppée à la base de la zone d'écoulement plus tôt dans sa trajectoire à forte vitesse rotation. La forme en S peut donc favoriser le retour de la masse de particules vers l'intérieur du tambour.

### 5.3.4 Conclusion

La ségrégation de billes de verre de 4 mm placées dans un tambour de 20 cm de diamètre rempli à 50 % de son volume de billes de verre de 2 mm dépend de la vitesse de rotation du système.

On constate tout d'abord que le nombre de tours de tambour nécessaires pour atteindre un état ségrégué stable augmente avec la vitesse de rotation. En revanche, le temps exprimé en secondes est identique dans toutes les expériences. Ceci implique que la vitesse de ségrégation des particules est indépendante du gradient de vitesse.

L'observation de l'état de ségrégation final montre que la bande de ségrégation semble se trouver plus à l'intérieur du tambour à forte vitesse de rotation. Ce comportement est probablement lié à l'apparition d'une surface libre incurvée. Néanmoins, la largeur de la bande de ségrégation est comparable pour les quatre vitesses de rotation.

## 5.4 Modification du rapport de taille des particules

La majorité des expériences de ségrégation présentées concernent des rapports de taille des particules  $d_g/d_p$  de 2. Nous comparons ici les cinétiques de ségrégation dans deux systèmes pour lesquels les rapports de taille des particules  $d_g/d_p$  sont de 2 et 3.3. Dans les deux cas, le tambour a un diamètre de 20 cm et une largeur de 1 cm. Il est rempli à 50 % de billes de 2 mm auxquelles sont ajoutés 3 % en masse de billes de 4 mm réparties de façon homogène dans une première expérience. Dans un deuxième temps, ce tambour est rempli à 50 % de billes de 1-1.4 mm auxquelles sont ajoutés 3 % en masse de billes de 4 mm. La vitesse de rotation du tambour est de 4 rpm.

### 5.4.1 Cinétiques de ségrégation

La vitesse à laquelle s'établit la ségrégation est suivie à l'aide de la courbe d'évolution de la position radiale moyenne des particules au cours du temps. Les barres d'erreur représentent l'écart type de la distribution de positions des particules (Figure 173).

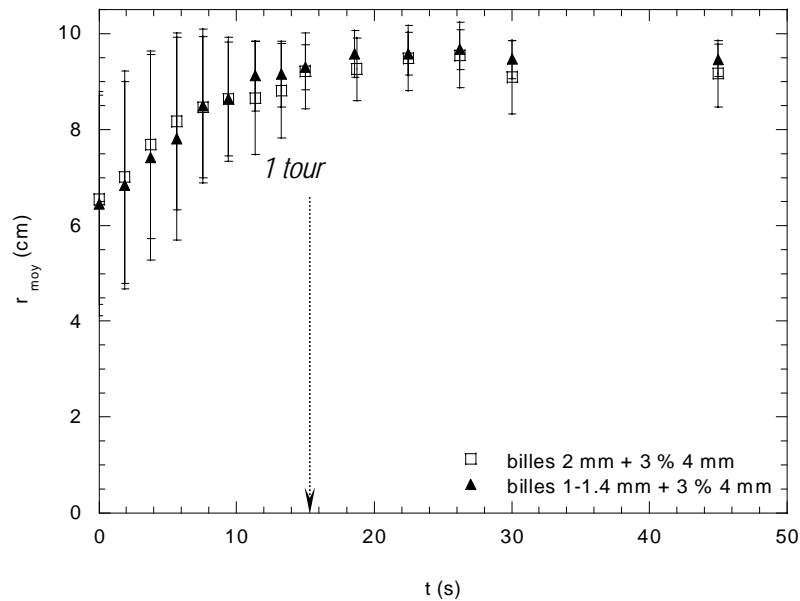


Figure 173 Evolution de la position radiale moyenne des particules au cours du temps en fonction du rapport de taille des particules considérées.  $D=20$  cm  $l=1$  cm  $w=4$  rpm. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de la distribution de positions.

On constate tout d'abord qu'un tour de tambour suffit pour observer un état complètement ségrégué. Ceci signifie que deux passages des marqueurs dans la zone d'écoulement conduit à leur ségrégation. D'autre part, la Figure 173 montre que passer d'un rapport de taille 2 à 3.3 ne modifie pas profondément le temps nécessaire pour obtenir la ségrégation ni même l'état final ségrégué.

#### 5.4.2 Etat final de ségrégation

Les positions radiales moyennes des bandes de ségrégation et leur largeur à l'état final sont données dans le Tableau 32 pour les deux systèmes étudiés. Les valeurs fournies sont des valeurs moyennes calculées sur l'ensemble des images de chaque expérience où l'état final de ségrégation est atteint. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

	$d_g/d_p=2$	$d_g/d_p=3.3$
$r_{\text{moy}}$ (cm)	$9.30 \pm 0.098$	$9.45 \pm 0.064$
$r_{\text{min}} - r_{\text{max}}$ (cm)	$2.75 \pm 0.29$	$1.68 \pm 0.70$

Tableau 32 Caractéristiques de l'état final ségrégué en fonction du rapport de taille des particules  $d_p/d_g$ .  $D=20$  cm  $l=1$  cm  $w=4$  rpm.

On constate que la position moyenne de la bande de ségrégation est identique dans les deux cas présentés. Cependant, il semble que la largeur de la bande de ségrégation soit affectée par le changement de rapport de taille des particules. Pour un rapport de taille plus élevé, les grosses particules (qui sont les mêmes dans les deux expériences présentées) se concentrent dans une zone plus étroite (Figure 174).

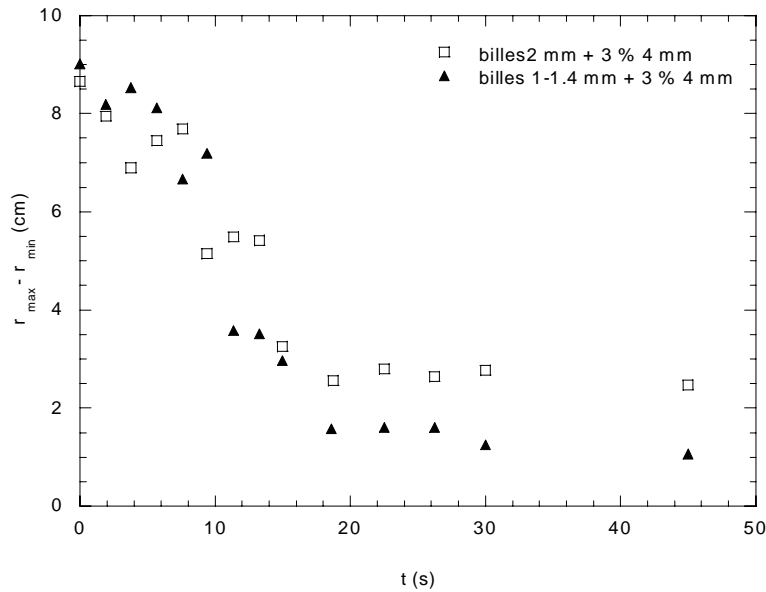


Figure 174 Evolution de la largeur de la bande de ségrégation au cours du temps en fonction du rapport de taille des particules.  $D=20$  cm,  $l=1$  cm  $w=4$  rpm.

### 5.4.3 Interprétation

Nous avons vu que passer d'un rapport de taille 2 à 3.3 ne suffit pas, dans notre expérience, à modifier significativement la ségrégation. La taille des particules qui ségréguent est identique (4 mm) alors que la taille des billes majoritaires passe de 2 mm à 1-1.4 mm. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe III.3, l'épaisseur de la zone d'écoulement est peu perturbée par l'ajout de grosses billes (Tableau 33). On note également une légère diminution de l'épaisseur de la zone d'écoulement (en cm) quand on passe d'un rapport  $D/d_p$  de 100 à 166.

	Sans grosses billes		Avec 3 % de billes de 4 mm	
	h (cm)	Angle (°)	h (cm)	Angle (°)
D=20 cm l=1 cm billes 2 mm	1.7±0.11	33±0.48	1.91±0.27	29.1±4.6
D=20 cm l=1 cm billes 1-1.4 mm	1.5±0.05	30.9±0.36	1.21±0.15	34.8±1.1

Tableau 33 Tableau comparatif des mesures d'angles et d'épaisseur de zone d'écoulement en fonction du système considéré.  $D=20$  cm  $l=1$  cm  $w=4$  rpm.

La Partie III nous a montré que l'épaisseur de la zone d'écoulement dans un tambour de 20 cm de diamètre est plus mince lors de l'utilisation de billes de 1-1.4 mm que lorsque des billes de 2 mm sont utilisées. Par conséquent, pour une vitesse de rotation fixée, le gradient de vitesse dans la zone d'écoulement est plus important pour des billes de 1-1.4 mm que pour des billes de 2 mm (Figure 175). Si on suppose en première approximation que la vitesse de ségrégation est indépendante du gradient de vitesse, une grosse particule placée dans un milieu constitué de billes de 1-1.4 mm, a une distance verticale plus faible à parcourir pour ségréguer mais dispose également d'un temps plus court pour le faire que quand cette même particule est immergée dans un milieu constitué de billes de 2 mm. Par compensation mutuelle du temps et de la distance verticale parcourue, la vitesse de ségrégation est identique dans les deux systèmes et donc indépendante de l'épaisseur de la zone d'écoulement.

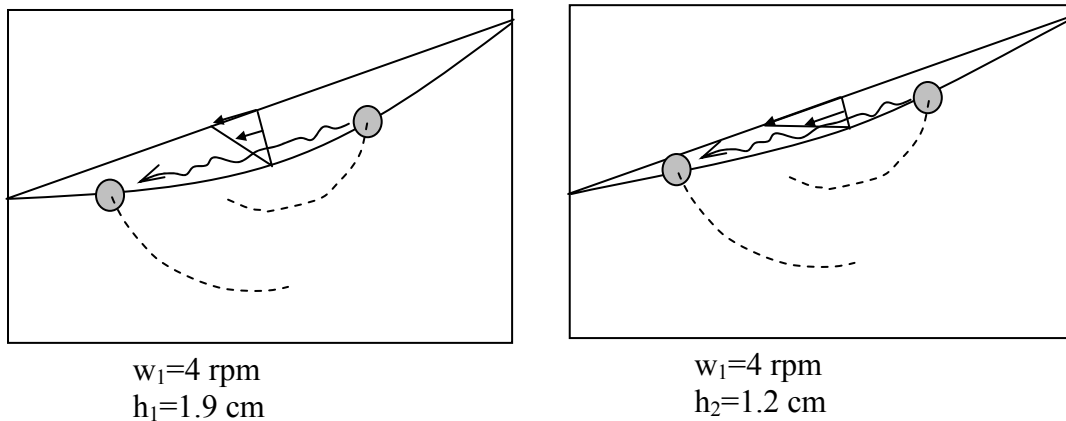


Figure 175 Remontée d'une grosse bille dans une zone d'écoulement d'épaisseur variable.

#### 5.4.4 Conclusion

Dans le cadre de ces expériences, il semble que le temps nécessaire à l'établissement d'un état ségrégué stable ne dépende pas du rapport de taille des particules. La position finale de la bande de ségrégation est inchangée, en revanche il semble que sa largeur soit réduite pour le plus grand rapport de taille de particule étudié. Bien sûr, il est possible que la variation de rapport de taille soit insuffisante pour observer des variations significatives des paramètres mesurés étant donné notre méthode de mesure.

Nous avons constaté que les billes colorées de 4 mm sont beaucoup moins visibles lorsqu'elles sont mélangées à des billes de 1-1.4 mm. Ces dernières sont en effet plus opaques, ce qui rend la localisation des grosses billes éloignées de la paroi plus difficile. Ce problème expérimental peut expliquer le fait que la largeur de la bande de ségrégation semble moins importante que dans le système contenant des billes de 2 mm.

### 5.5 Modification du rapport $D/d$

Deux nouveaux rapports  $D/d_p$  sont étudiés : 250 et 416. Nous présentons dans un premier temps individuellement les résultats de ces deux expériences puis tentons de les comparer dans un deuxième temps.

#### 5.5.1 Système $D/d_p=250$

Le système est constitué d'un tambour de 50 cm de diamètre et 1.5 cm de large rempli à 50 % de son volume de billes de verre de 2 mm auxquelles sont ajoutées 0.5 % en masse de billes de verre de 4 mm. Trois vitesses de rotation ont été utilisées : 3, 6 et 9 rpm. Les grosses particules sont initialement placées de façon homogène dans le tambour.

#### Cinétique de ségrégation

Pour les trois vitesses de rotation étudiées, la position radiale moyenne des grosses particules a été suivie au cours de la rotation du tambour (Figure 176).



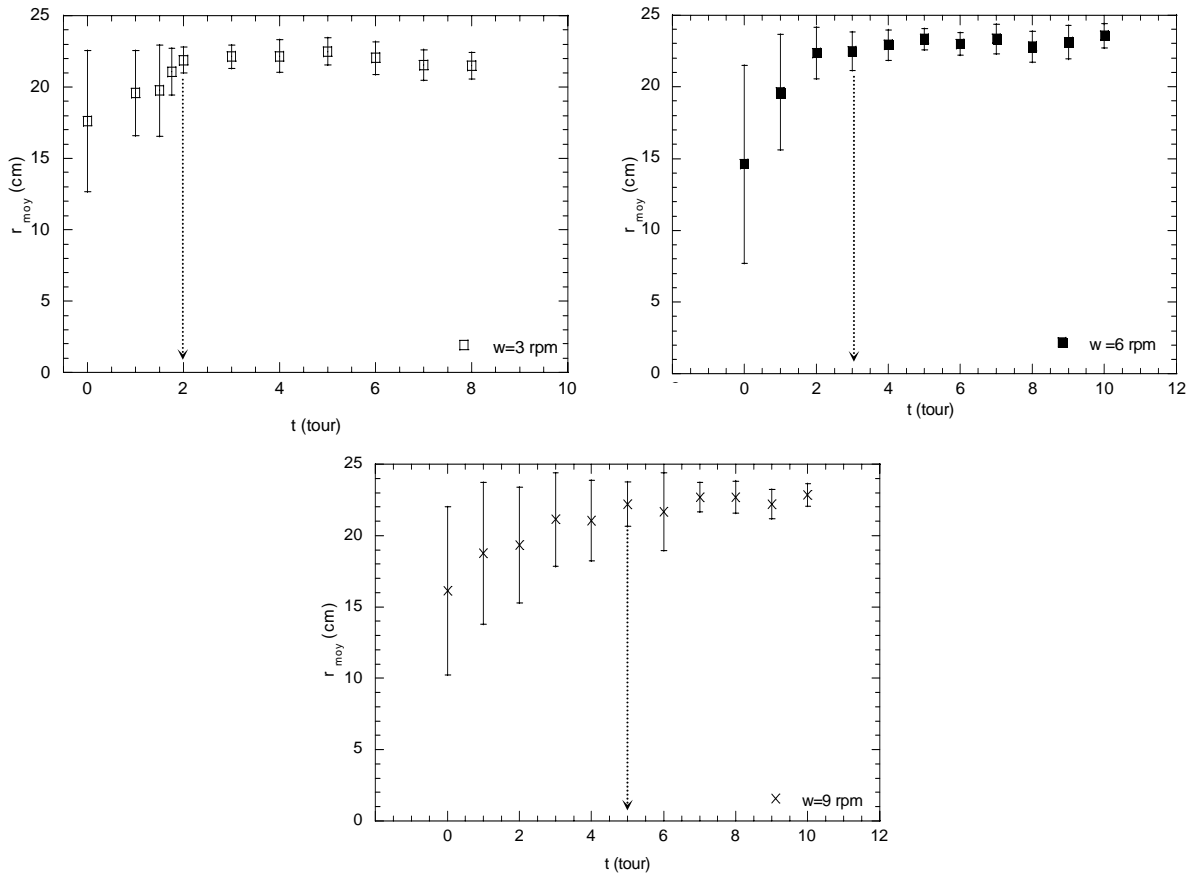


Figure 176 Evolution de la position radiale moyenne des particules au cours de la rotation du tambour pour trois vitesses de rotation différentes. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type de la distribution de positions des particules dans la zone statique.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm, billes 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

On considère que la ségrégation finale, stable, est atteinte quand la position radiale moyenne des particules n'évolue plus dans le temps. On constate sur la Figure 176 que l'état ségrégué est atteint au bout d'un nombre de tours d'autant plus important que la vitesse de rotation augmente.

Cependant, si le temps est exprimé en secondes, le temps nécessaire à l'établissement de la ségrégation est indépendant de la vitesse de rotation (Figure 177). Les barres d'erreur représentées sur la Figure 177 correspondent à un intervalle de confiance de 95 %. On constate que le temps de ségrégation dans les trois systèmes est de l'ordre de 40 à 50 secondes.

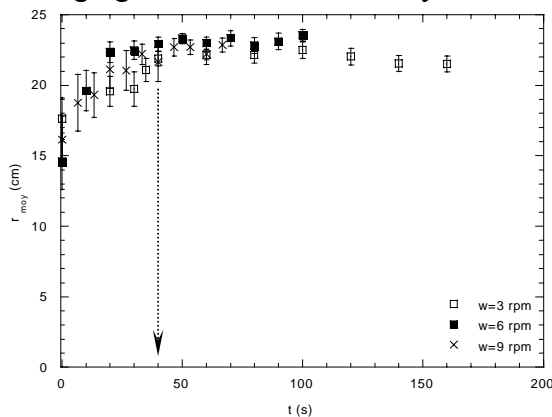


Figure 177 Evolution de la position radiale moyenne des particules au cours du temps (exprimé en seconde). Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

Les lois de déplacement des grosses particules dans la zone statique ont également été établies pour les trois vitesses de rotation étudiées (Figure 178). Les valeurs représentées sont des valeurs moyennes calculées dans des zones concentriques espacées de 2.5 cm (le tambour de 50 cm est divisé en 10 zones).

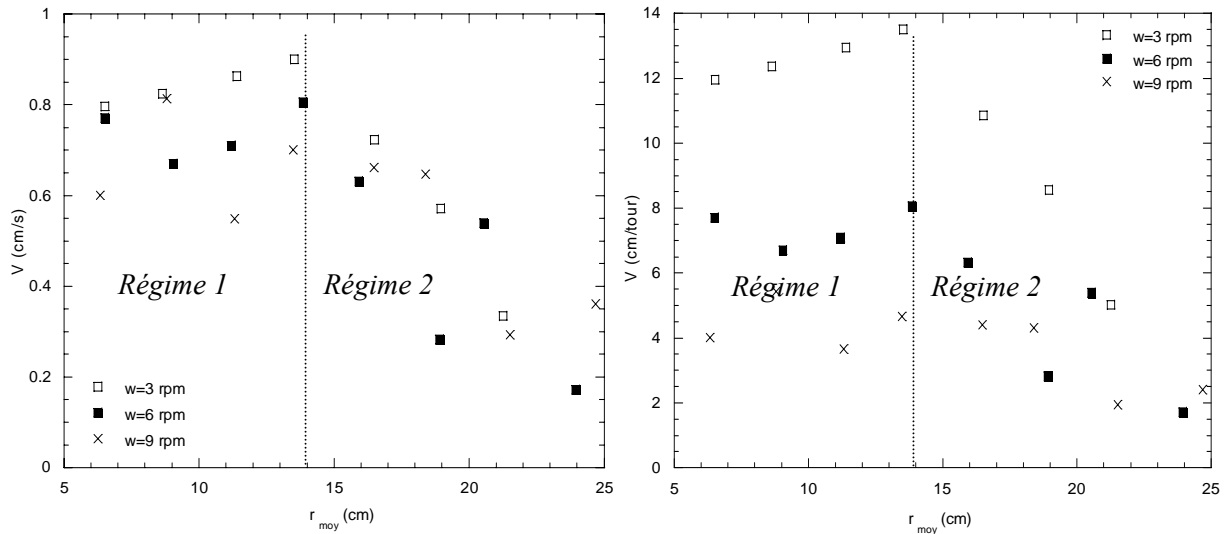


Figure 178 Evolution de la vitesse de déplacement des billes de 4 mm dans la zone statique. Gauche : vitesse exprimée en cm/s. Droite : vitesse exprimée en cm/tour.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm,  $w=3,6$  et 9 rpm.

On note tout d'abord que, dans le régime 1, la vitesse de déplacement des particules peut être considérée comme constante. Pour une position radiale supérieure à 14 cm, dans le régime 2, la vitesse de déplacement commence à diminuer au fur et à mesure que les particules se rapprochent de la paroi du tambour. Les lois de déplacement des particules dans les régimes 1 et 2, exprimées en cm/s ou en cm/tour, sont données dans le Tableau 34. Les erreurs associées aux coefficients sont déterminées par la méthode des moindres carrés.

w (rpm)	Régime 1		Régime 2	
	V (cm/s)	V (cm/tour)	V (cm/s)	V (cm/tour)
3	0.84 ( $\pm 0.02$ )	12.69 ( $\pm 0.33$ )	$1.89 - (0.07 \pm 0.007)r_{\text{moy}}$	$28.36 - (0.07 \pm 0.10)r_{\text{moy}}$
6	0.73 ( $\pm 0.03$ )	7.39 ( $\pm 0.30$ )	$1.54 - (0.06 \pm 0.02)r_{\text{moy}}$	$15.49 - (0.57 \pm 0.18)r_{\text{moy}}$
9	0.66 ( $\pm 0.06$ )	4.44 ( $\pm 0.39$ )	$1.25 - (0.04 \pm 0.01)r_{\text{moy}}$	$8.37 - (0.25 \pm 0.08)r_{\text{moy}}$

Tableau 34 Lois de déplacement des grosses particules dans la zone statique.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm  $d=2$  mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

On constate que les lois de vitesse de déplacement des grosses particules, dans les régimes 1 et 2, sont assez similaires (étant donné l'erreur sur la valeur) lorsque les vitesses sont exprimées en cm/s. Exprimées en cm/tour, elles deviennent significativement différentes et sont d'autant plus faibles que la vitesse de rotation du tambour est grande. Ces résultats sont tout à fait concordants avec ceux présentés sur la Figure 152.

### Etat final de ségrégation

L'état final de ségrégation est caractérisé par la position moyenne de la bande de ségrégation et sa largeur. Les valeurs représentées sur la Figure 179 sont les valeurs moyennes calculées sur l'ensemble des images où la ségrégation est atteinte. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

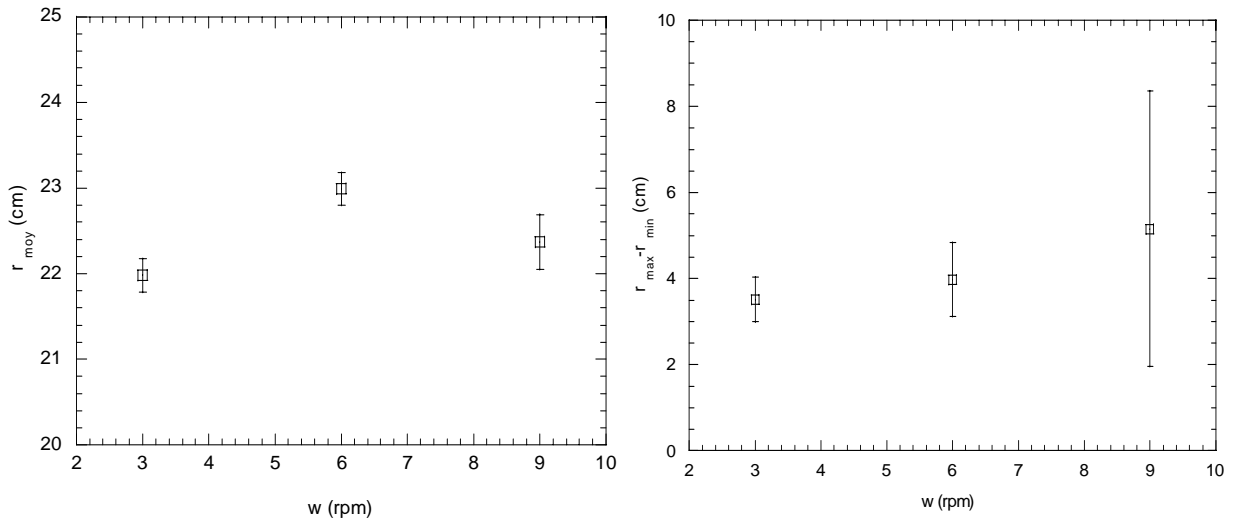


Figure 179 Caractérisation de l'état final ségrégué observé en fonction de la vitesse de rotation considérée.  
 $D=50$  cm  $l=1.5$  cm billes de 2 mm avec 0.5 % en masse de billes de 4 mm.

On remarque que la position moyenne de la bande de ségrégation semble se déplacer vers la paroi interne du tambour à forte vitesse de rotation, sa largeur a tendance à augmenter légèrement mais pas de façon significative étant donné la taille des barres d'erreur. On peut considérer que la bande de ségrégation se localise à une distance de 22 à 23 cm du centre du tambour et que sa largeur est de l'ordre de 4 cm.

### 5.5.2 Système $D/d_p=416$

Le système est constitué d'un tambour de 50 cm de diamètre et 1.5 cm de large rempli à 50 % de son volume de billes de verre de 1-1.4 mm auxquelles sont ajoutés 0.5 % en masse de billes de 2 mm. Le rapport de taille des particules est approximativement identique au cas précédent. La vitesse de rotation est de 3 rpm. La méthode d'analyse utilisée ne nous a pas permis d'étudier des vitesses de rotation plus rapides ou des rapports  $D/d_p$  plus grands.

### Cinétique de ségrégation

Le nombre de tours de tambour nécessaire à l'obtention d'un état ségrégué stable est déterminé à l'aide de la courbe d'évolution de la position radiale moyenne des grosses particules au cours du temps (Figure 180). Les barres d'erreur représentées correspondent à l'écart type.

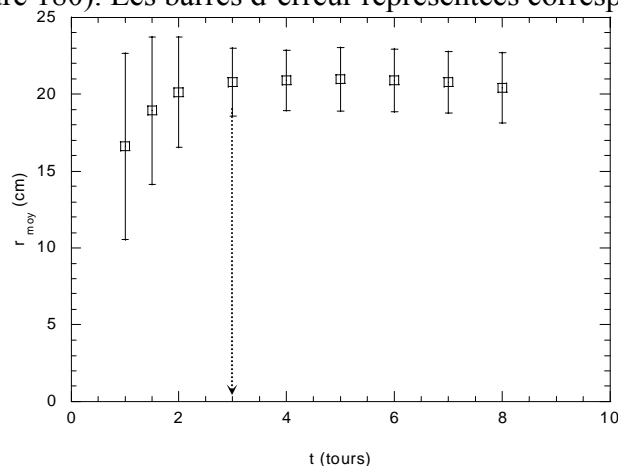


Figure 180 Evolution de la position radiale moyenne des grosses particules au cours du temps.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm billes de 1-1.4 mm avec 0.5 % en masse de billes de 2 mm,  $w=3$  rpm.

On peut considérer que l'état ségrégué stable est obtenu au bout de 3 tours de tambours, ce qui correspond à un temps approximatif d'une minute.

La loi de déplacement des billes de 2 mm dans la zone statique est donnée sur la Figure 181. Les valeurs représentées sont des moyennes calculées dans les 10 zones concentriques équidistantes définies dans le tambour.

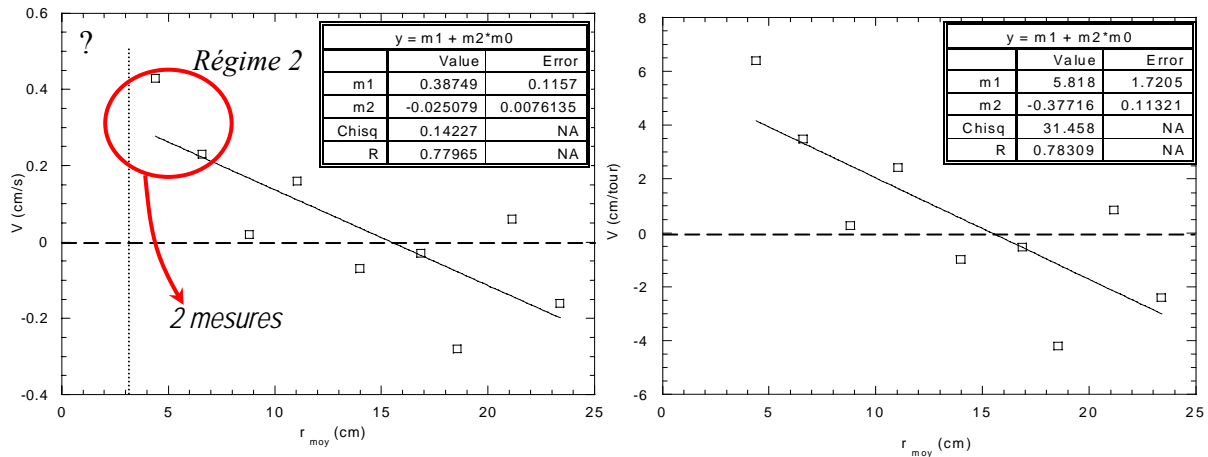


Figure 181 Evolution de la vitesse de déplacement (en cm/s et en cm/tour) des grosses billes en fonction de leur position radiale.  $D=50$  cm  $l=1.5$  cm, billes de 1-1.4 mm avec 0.5 % en masse de billes de 2 mm,  $w=3$  rpm.

On remarque que le régime 1, défini dans les expériences précédentes comme la gamme de positions radiales pour laquelle la vitesse de déplacement des particules est constante, n'est pas visible sur la Figure 181. Ceci peut être en partie expliqué par le fait que les vitesses calculées pour  $r_{moy}$  compris entre 3 et 6 cm correspondent à des moyennes réalisées sur seulement deux mesures. Ces points sont donc à considérer avec précaution. La vitesse de déplacement des particules dans la zone statique en fonction de leur position radiale est donnée dans le Tableau 35. L'erreur associée au coefficient est calculée par la méthode des moindres carrés.

D=50 cm l=1.5 cm 1-1.4 mm+0.5 % 2 mm		
w (rpm)	V (cm/s)	V (cm/tour)
3	$0.38-0.025(\pm 0.007)r_{moy}$	$5.81-0.7(\pm 0.11)r_{moy}$

Tableau 35 Loi de vitesse de déplacement des grosses particules dans la zone statique en fonction de leur position radiale.

On note sur la Figure 181 que les vitesses de déplacement des particules peuvent être négatives. Une vitesse négative signifie qu'une particule située à la paroi se déplace vers le centre du tambour. Si la bande de ségrégation finale n'est pas collée à la paroi, les particules initialement situées à la paroi du tambour se déplacent plutôt vers le centre du tambour. L'alternance de vitesses négatives et positives est liée au fait que les mesures sont très bruitées et les barres d'erreurs importantes.

### Etat final de ségrégation

En ne prenant en compte dans le calcul des valeurs moyennes que les images sur lesquelles l'état final ségrégué est atteint, on observe que la bande de ségrégation se trouve à une distance moyenne de  $20.81 \pm 0.08$  cm ( $\pm$ intervalle de confiance de 95 %) du centre du tambour. La largeur moyenne de la bande de ségrégation est de  $11.79 \pm 1.30$  cm ( $\pm$ intervalle de confiance de 95 %) (Figure 182). La largeur importante de la bande de ségrégation peut être rapprochée d'un mouvement aléatoire important des grosses particules marqueurs. Ceci

permet d'expliquer une ségrégation moins efficace et des vitesses de déplacement des particules dans la zone statique très bruitées.

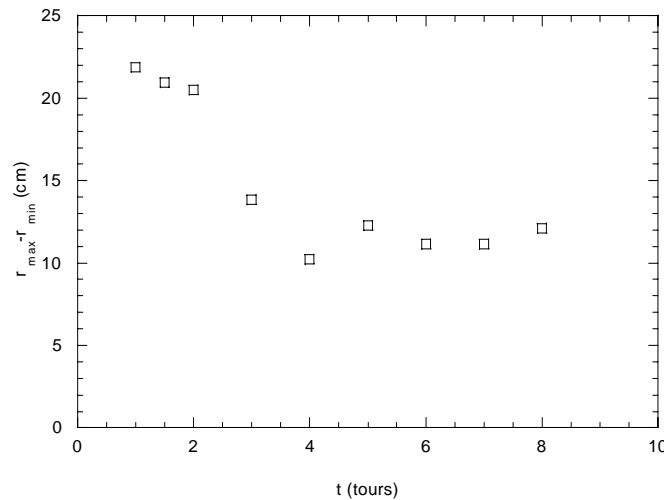


Figure 182 Evolution de la largeur de la bande de ségrégation au cours de la rotation du tambour.  $D=50$  cm,  $l=1.5$  cm, billes de 1-1.4 mm avec 0.5 % en masse de billes de 2 mm,  $w=3$  rpm.

## 5.6 Comparaison de la ségrégation dans les systèmes $D/d_p=100$ , $D/d_p=250$ et $D/d_p=416$

Nous avons présenté dans un premier temps les résultats des études menées sur des systèmes pour lesquels le rapport  $D/d$  varie. Nous allons voir que la comparaison des différents systèmes n'est pas triviale. Initialement, les rapports  $D/d_p$  ont été choisis de façon à ce que l'épaisseur de la zone d'écoulement varie significativement d'un système à l'autre. Pour ce faire, nous avons dû changer le diamètre du tambour et la taille des billes de verre utilisées. Dans ces conditions, tous les paramètres changent : taille des billes, taille du tambour, épaisseur de la zone d'écoulement, gradient de vitesse, inclinaison de la surface libre... Quel est le paramètre pertinent à analyser ? Devons-nous tenir compte de l'épaisseur absolue de la zone d'écoulement, de l'épaisseur normalisée par  $d_p$  ou de l'épaisseur normalisée par  $d_g$  ? Comment intégrer la variation de diamètre du tambour dans les comparaisons ?

Les épaisseurs de zones d'écoulement, mesurées au centre du tambour perpendiculairement à la surface libre dans chacun des systèmes, sont données en fonction de la vitesse de rotation dans le Tableau 36. Le gradient de vitesse est estimé par conservation de la masse, en faisant l'hypothèse d'un gradient de vitesse linéaire qui n'est pas modifié par la présence des grosses particules ( $\dot{\gamma} = 0.5\Omega R^2/h^2$ ).

	w (rpm)	$D/d_p$	h (cm)	$h/d_p$	$h/d_g$	$\dot{\gamma}$ ( $s^{-1}$ )
D=20 cm l=4cm 2 mm + 0.5 % 4 mm	4	100	1.85±0.10	9.25	4.62	6.1
	9		2.24±0.07	11.2	5.6	9.4
D=50 cm l=1.5 cm 2 mm + 0.5 % 4 mm	3	250	3.1±0.12	15.5	7.75	10.2
	6		3.69±0.13	18.45	9.22	14.34
	9		4.23±0.14	21.15	10.57	16.46
D=50 cm l=1.5 cm 1-1.4 mm + 2mm	3	416	2.81±0.10	23.41	14.05	12.43

Tableau 36 Résumé des caractéristiques des différents systèmes étudiés.

Dans les systèmes étudiés, on constate que les épaisseurs de zone d'écoulement  $h$  varient de 1.8 à 4.2 cm, soit  $h/d_p$  variant de 9.2 à 23.4 ou  $h/d_g$  variant de 4.6 à 14. Les gradients de vitesse correspondants varient de 6 à 16.4 s<sup>-1</sup>.

### 5.6.1 Cinétique de ségrégation

La cinétique de ségrégation a été définie de deux façons :

- le temps nécessaire au système pour atteindre un état de ségrégation stable
- la vitesse de déplacement des particules en fonction de leur position initiale

Dans un premier temps, nous pouvons donc comparer le temps nécessaire au système pour atteindre un état final ségrégué à une vitesse de rotation de 3-4 rpm (Figure 183). Même si le cas  $D/d_p=100$  n'est pas strictement identique aux autres en terme de vitesse de rotation, nous avons vu dans le paragraphe 5.3.1 que le temps de ségrégation exprimé en secondes est indépendant de la vitesse de rotation. La comparaison faite sur la Figure 183 est alors justifiée.

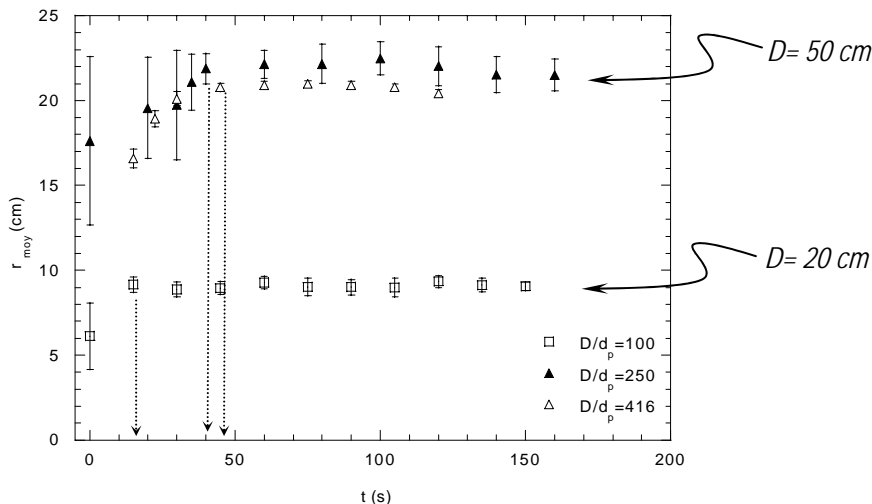


Figure 183 Evolution de la position radiale moyenne des grosses particules au cours du temps.  $w=3-4$  rpm,  $D/d_p=100, 250$  et  $416$ . Les barres d'erreurs correspondent à l'écart type.

On constate sur la Figure 183 que le temps nécessaire à la ségrégation totale d'un tambour tournant à 3-4 rpm varie en fonction du rapport  $D/d_p$ . Le rapport de taille des particules  $d_g/d_p$  est dans tous les cas voisin de 2. Un des paramètres qui évolue dans les systèmes étudiés est l'épaisseur qu'une grosse particule doit traverser pour atteindre la surface libre. Dans le tambour  $D/d_p=100$ , une particule située à la base de la zone d'écoulement doit remonter d'une distance égale à 4 à 5 fois son diamètre. En revanche dans le système  $D/d_p=416$ , la particule doit remonter de 14 fois son diamètre dans la zone d'écoulement pour atteindre la surface libre. Il faut noter cependant que dans ces systèmes, l'augmentation du rapport  $D/d_p$  s'accompagne également d'une augmentation du gradient de vitesse... Il devient alors difficile d'isoler le paramètre pertinent.

Le comportement observé à 3 rpm sur la Figure 183 est confirmé pour une vitesse de rotation de 9 rpm, comme illustré sur la Figure 184.

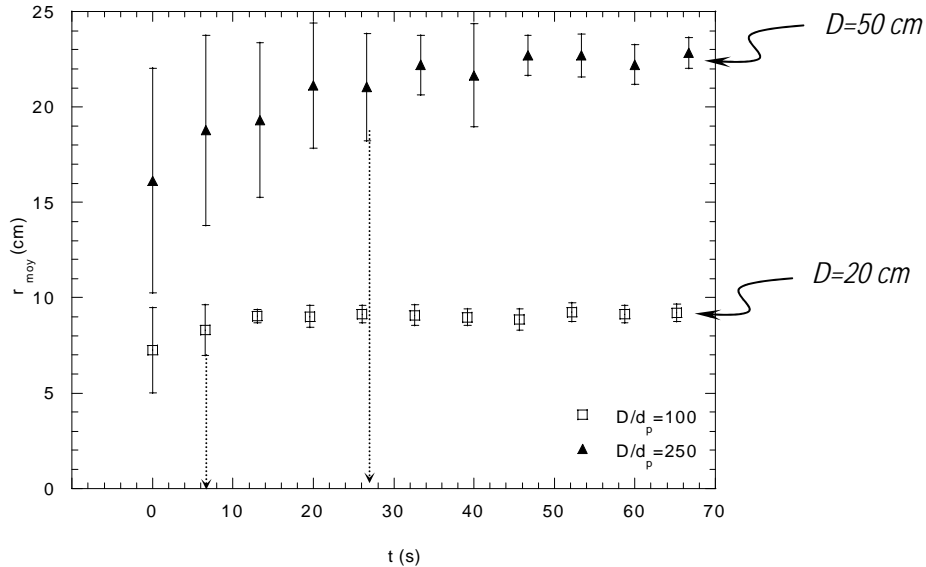


Figure 184 Evolution de la position moyenne des grosses particules dans la zone statique en fonction du temps. La vitesse de rotation est de 9 rpm, les rapports  $D/d_p$  sont de 100 et 250.

Une grosse particule placée dans le système  $D/d_p=100$  doit remonter de 5 fois son diamètre pour atteindre la surface libre. Dans le système  $D/d_p=250$ , elle doit remonter de 10 fois son diamètre, ce qui est plus long à réaliser en faisant l'hypothèse qu'elle remonte d'une même distance verticale à chaque tour de tambour dans la zone d'écoulement. Là encore, l'augmentation du rapport  $D/d_p$  s'accompagne d'une augmentation du gradient de vitesse...

Les vitesses de déplacement des particules des systèmes  $D/d_p=250$  et  $D/d_p=416$  peuvent également être comparées. La vitesse de rotation ayant une influence sur les vitesses calculées, le système  $D/d_p=100$ , tournant à 4 rpm, n'est pas pris en compte. Les tambours comparés ont cette fois-ci les mêmes dimensions.

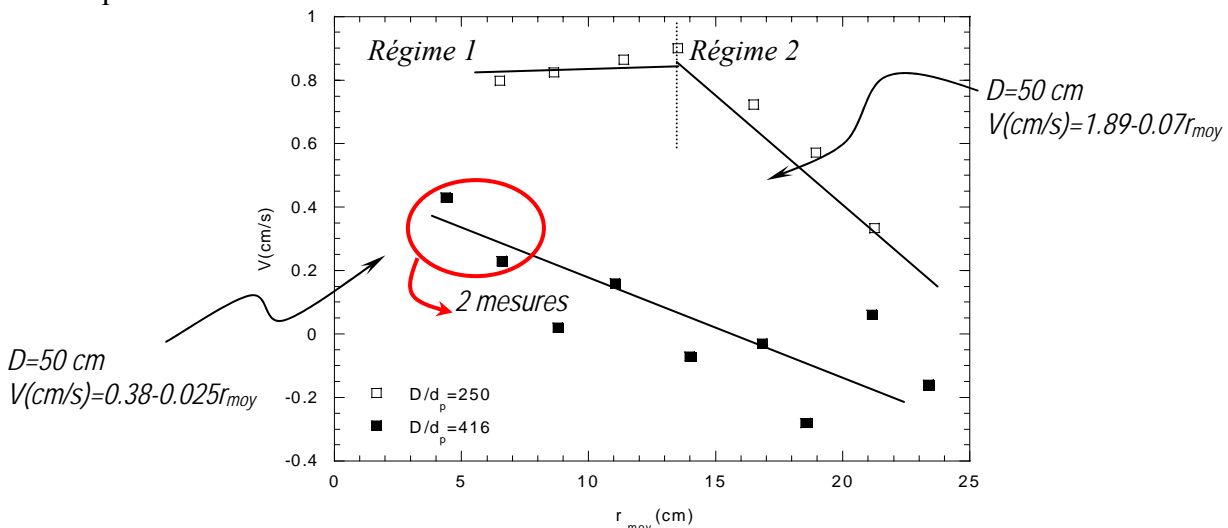


Figure 185 Evolution de la vitesse de déplacement des particules dans la zone statique en fonction de la position radiale des particules. Comparaison des systèmes  $D/d_p=250$  et 416. La vitesse de rotation est de 3 rpm.

Dans les deux systèmes comparés, l'épaisseur de la zone d'écoulement et le gradient de vitesse sont peu différents. Le régime 1 n'a pas été isolé dans l'expérience  $D/d_p=416$  (Figure 151) probablement en raison de mesures de vitesses de déplacement très bruitées.

D'autre part, la décroissance de la vitesse de déplacement des particules dans la phase statique est d'autant plus rapide que l'épaisseur de la zone d'écoulement rapportée à  $d_g$  est faible. Il semble donc qu'une grosse particule atteigne plus rapidement la surface libre quand sa taille rapportée à l'épaisseur de la zone d'écoulement est grande.

Ce comportement est également observé à 9 rpm si on compare les systèmes  $D/d_p=100$  et  $D/d_p=250$  (Figure 186). La difficulté rencontrée dans la comparaison de ces deux expériences réside dans le fait que les deux tambours ont des diamètres différents. De plus, les gradients de vitesses sont différents. La comparaison devient alors très délicate.

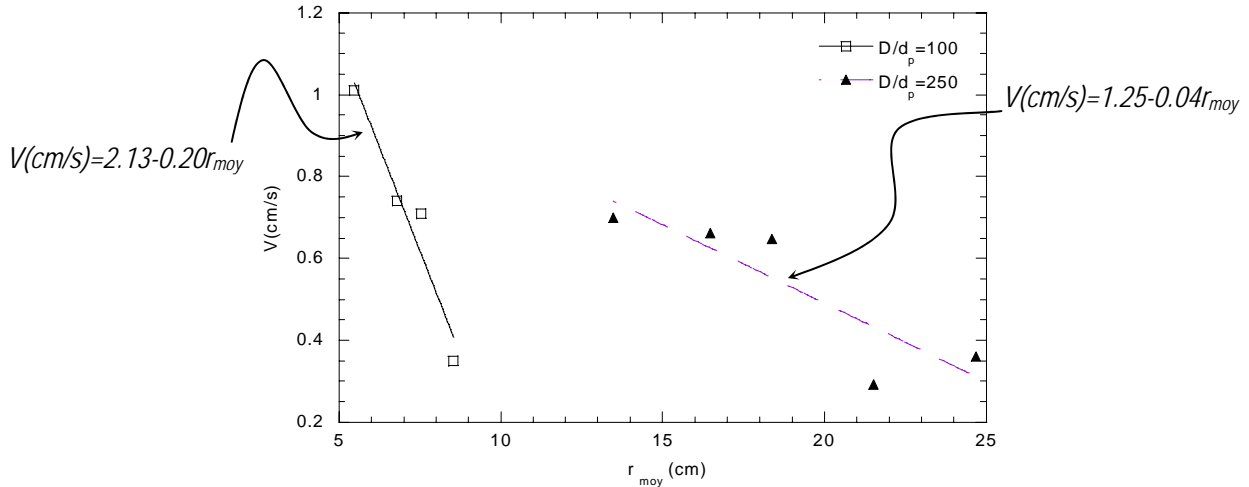


Figure 186 Evolution de la vitesse de déplacement des particules en fonction de la position radiale des particules. La vitesse de rotation est de 9.2 rpm. Comparaison des systèmes  $D/d_p=100$  et  $D/d_p=250$ .

Afin de comparer les états finaux de ségrégation, nous avons rapporté la position radiale des particules et la largeur de la bande de ségrégation au rayon  $R$  du tambour (Figure 187). Les barres d'erreur associées correspondent à un intervalle de confiance de 95 %.

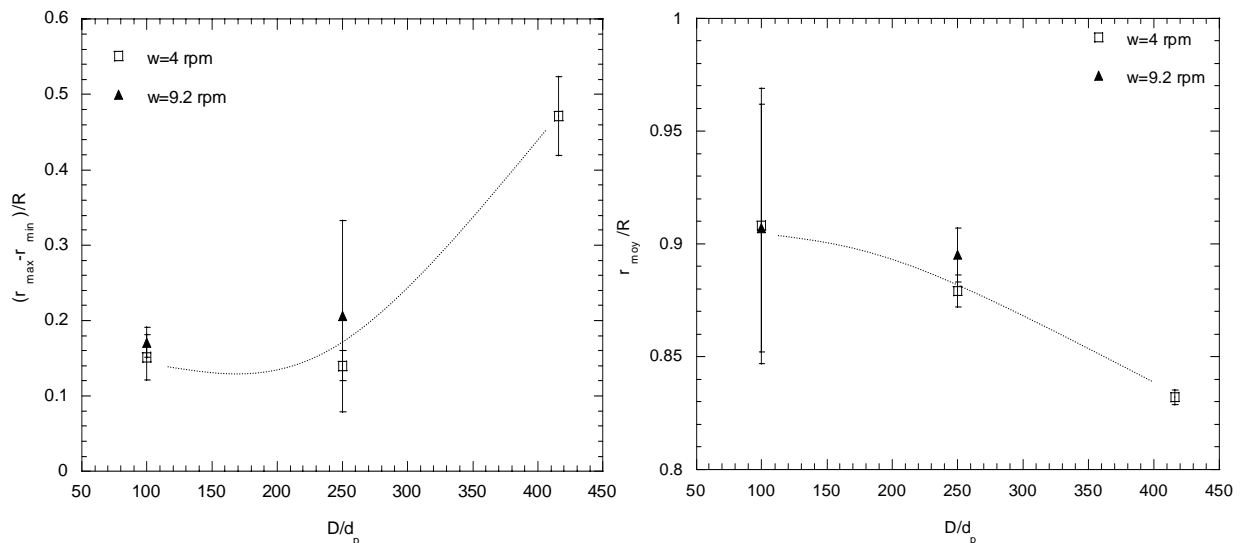


Figure 187 Comparaison des états finaux de ségrégation en fonction du rapport  $D/d_p$ . Deux vitesses de rotation sont considérées. Les lignes en pointillés sont un guide pour l'œil.

On constate sur la Figure 187 de gauche que la largeur de la bande de ségrégation, rapportée au rayon du tambour, augmente avec le rapport  $D/d_p$ . La position moyenne de la bande de ségrégation a par conséquent tendance à se rapprocher du centre du tambour. Elle se situe globalement à une distance égale à 90 % du rayon du tambour pour les rapports  $D/d=100$  et 250 et passe à une distance égale à 84 % du rayon du tambour pour le système  $D/d_p=416$ .

### 5.6.1 Conclusion

Ces expériences ont montré que, pour une vitesse de rotation donnée, la ségrégation met d'autant plus de temps à s'établir que l'épaisseur de la zone d'écoulement rapportée à la taille des particules qui ségréguent est importante. La vitesse de déplacement de ces particules vers



l'extérieur de la zone statique est alors ralentie si on la compare avec celle mesurée dans un système caractérisé par une zone d'écoulement mince.

L'état final de ségrégation varie également. Il semble que la bande de ségrégation soit d'autant plus large que le rapport  $D/d_p$  du système est grand. Ce propos est illustré sur la Figure 188.

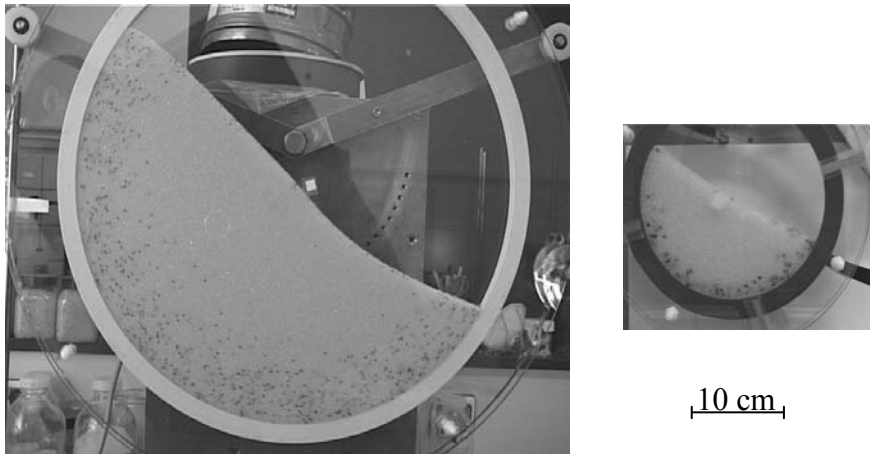


Figure 188 Etat final de ségrégation obtenu dans un tambour tournant à 4 rpm. Gauche :  $D/d_p=416$  ( $D=50\text{cm}$ ). Droite :  $D/d_p=100$  ( $D=20\text{cm}$ ).

## 6 Conclusion

Un certain nombre de pistes de réflexion ont été isolées dans cette étude, qui est restée malheureusement assez qualitative :

- Le dispositif expérimental et les méthodes de mesure ont montré leurs limites dans cette étude. Les résultats présentés dans ce chapitre correspondent à une seule réalisation expérimentale. Le traitement des images (laborieux !) donne des tendances de comportement. L'obtention de résultats plus précis nécessiterait de répéter une même expérience un grand nombre de fois afin de faire des statistiques. L'automatisation de la méthode d'acquisition et de traitement des images est alors indispensable.

Néanmoins quelques résultats ont été obtenus. Ils constituent des pistes de réflexion pour la suite des recherches à effectuer dans le domaine de la ségrégation.

- Le modèle de ségrégation établi montre qu'une cinétique d'ordre 0 semble satisfaisante pour décrire l'évolution de la ségrégation de billes de 4 mm placées dans un tambour, rempli à 50 % de son volume de billes de 2 mm, tournant à 4 rpm. Il faut cependant garder à l'esprit que cette cinétique semble bien refléter le déplacement des particules tant celles-ci sont en faible concentration et que leur progression n'est pas gênée par la présence d'un nombre important de grosses particules dans la zone vers laquelle elles se dirigent. Quelle est l'influence de la concentration de la zone d'arrivée des particules sur le déplacement des billes vers cette zone ?

- La vitesse de déplacement des grosses particules dans la zone statique au cours du temps suit deux régimes différents (Figure 189) : quand les particules sont proches du centre du tambour, celles-ci se déplacent dans la zone statique à une vitesse constante (régime 1). On constate que dans le cadre des expériences réalisées, la vitesse de déplacement des particules exprimée en cm/s sont du même ordre de grandeur (Tableau 37).

	w (rpm)	D/d <sub>p</sub>	h (cm)	h/d <sub>p</sub>	h/d <sub>g</sub>	$\dot{\gamma}$ (s <sup>-1</sup> )	V (cm/s)
D=20 cm l=4cm 2 mm + 0.5 % 4 mm	4	100	1.85±0.10	9.25	4.62	6.1	0.47±0.04
	9		2.24±0.07	11.2	5.6	9.4	0.58±0.01 0.86±0.09 0.69±0.08
D=50 cm l=1.5 cm 2 mm + 0.5 % 4 mm	3	250	3.1±0.12	15.5	7.75	10.2	0.84±0.02
	6		3.69±0.13	18.45	9.22	14.34	0.73±0.03
	9		4.23±0.14	21.15	10.57	16.46	0.66±0.06
D=50 cm l=1.5 cm 1-1.4 mm + 2mm	3	416	2.81±0.10	23.41	14.05	12.43	-

Tableau 37 Valeur des vitesses de déplacement des particules dans la zone statique dans le régime 1 en fonction des caractéristiques des différents systèmes étudiés.

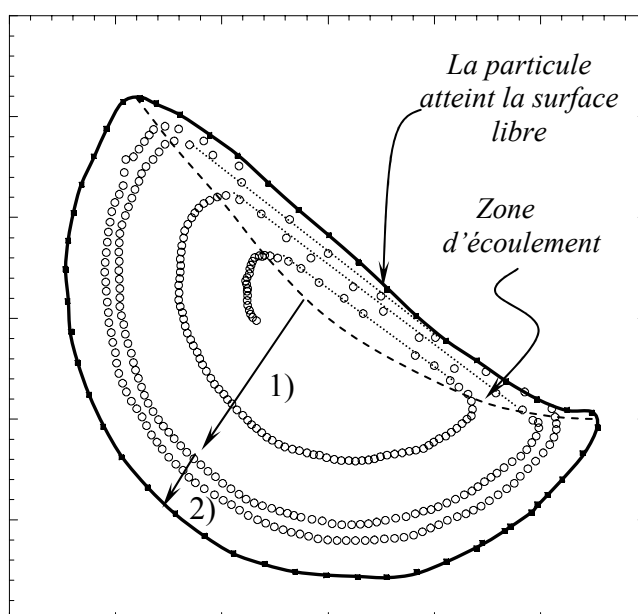


Figure 189 Illustration des deux régimes de déplacement des particules dans la zone statique.

En revanche, à partir d'une certaine distance du centre, les particules atteignent la surface libre et leur vitesse de déplacement diminue jusqu'à atteindre une valeur nulle une fois à la paroi du tambour (régime 2). Dans tous les cas étudiés, il semble que la vitesse de déplacement commence à décroître à partir d'une position radiale approximativement égale à 50 % du rayon du tambour, indépendamment de la vitesse de rotation.

- La modification de l'épaisseur de la zone d'écoulement en changeant le rapport  $D/d_p$  implique une modification de la taille des particules utilisées et de la taille du tambour, ce qui entraîne une variation du gradient de vitesse. Il devient alors très difficile de comparer les expériences les unes aux autres ou d'isoler le paramètre pertinent qui permet de décrire la phénomène observé. Comme nous l'avons vu dans la Partie III du mémoire, tous les paramètres s'ajustent aux conditions imposées.

Pour un système à rapport  $D/d_p$  égal à 100 ( $D=20$  cm  $l=4$  cm), le temps de ségrégation, exprimé en seconde, est indépendant de la vitesse de rotation. La largeur finale de la bande de ségrégation est également indépendante de la vitesse de rotation, cependant, pour des vitesses de rotation supérieures à 10 rpm, elle semble se déplacer légèrement vers le centre du tambour. Pour ce même rapport  $D/d_p$ , on constate que la variation de largeur du tambour ne modifie pas de façon significative la vitesse de mise en place de la ségrégation ni la vitesse de

déplacement des particules dans la zone statique. Il semble que la bande de ségrégation se déplace vers l'intérieur du tambour quand la largeur du tambour est réduite. Tous ces résultats sont cohérents avec le fait que l'épaisseur de la zone d'écoulement varie alors très peu en fonction de la vitesse de rotation ou la largeur du tambour. La particule qui ségrège a toujours la même épaisseur de matériau à traverser pour atteindre la surface libre.

En revanche, pour une vitesse de rotation fixée, le temps nécessaire à l'établissement de la ségrégation augmente avec le rapport  $D/d_p$ , c'est à dire avec l'épaisseur de la zone d'écoulement que doit traverser la particule pour atteindre la surface libre. L'état final de ségrégation évolue également avec ce paramètre : la largeur de la bande de ségrégation, rapportée au rayon du tambour, augmente avec la rapport  $D/d_p$ , ce qui entraîne une réduction de sa position radiale moyenne.

Enfin, ce travail a mis en évidence la difficulté d'analyse de la ségrégation. L'étude de la ségrégation nécessite une très grande minutie en ce qui concerne la préparation du système expérimental. Nous ne nous en sommes malheureusement pas rendu compte au tout début des expériences... Les méthodes d'analyse utilisées manquent probablement de précision par rapport au problème abordé. La composante « diffusive » de la trajectoire des particules qui ségréguent est à l'origine d'une dispersion assez importante des mesures. Nous aurions probablement pu pallier ceci en faisant de la statistique sur un grand nombre de particules, mais cela n'a pas été possible étant donné la méthode d'analyse utilisée.

De plus, la modification d'un seul paramètre du dispositif expérimental entraîne une variation de tous les autres paramètres. Par exemple, augmenter la vitesse de rotation dans un grand tambour va engendrer une augmentation de l'épaisseur de la zone d'écoulement, une modification du gradient de vitesse et de l'inclinaison de la surface libre. Il est donc très difficile expérimentalement de ne faire varier qu'un seul paramètre.

# Conclusion et perspectives

Cette thèse a porté sur une étude, principalement expérimentale, des écoulements de particules en tambour tournant. Différents thèmes ont été abordés : régime d'avalanche, caractéristiques des écoulements en fonction des dimensions des systèmes étudiés, transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et à surface en S, ségrégation, influence des agents d'écoulement... Qu'avons nous appris dans cette étude ?

## Régime d'écoulement intermittent

A faible vitesse de rotation, un régime d'avalanches successives est observé. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à l'influence de la taille du tambour et des propriétés granulométriques et morphologiques des particules sur les angles d'avalanche et de repos.

Nous avons constaté, pour un diamètre  $d$  donné de particule, que la variation du diamètre  $D$  d'un tambour, de largeur constante, modifie les angles en régime intermittent. D'autre part, cette étude a permis de mettre en évidence la grande sensibilité des angles d'avalanche aux caractéristiques des particules... La réduction de la largeur de leur distribution granulométrique et leur tri par forme (particules anguleuses éliminées) modifient fortement les angles mesurés. L'ajout d'agents d'écoulement (Sunsil et Aérosil) augmente ou réduit, selon les cas, les angles de plusieurs degrés par rapport au cas où aucune particule fine n'a été ajoutée...

Enfin, pour un rapport  $D/d$  constant, les angles d'avalanche et de repos mesurés dans les différents systèmes sont identiques, à condition que les particules soient comparables en terme de largeur de distribution granulométrique et de morphologie. Ceci signifie que la physique des milieux granulaire est homothétique dans ce régime d'écoulement si des précautions importantes sont prises au niveau des particules utilisées.

## Régime d'écoulement continu

L'analyse de la bibliographie se référant aux écoulements en tambour tournant montre que le gradient de vitesse  $\dot{\gamma}$  dans la zone d'écoulement varie selon la relation 1. Rajchenbach (1995) associe à la constante une valeur qui dépend de l'angle  $\theta$  d'inclinaison de la surface libre  $0.4(\sin\theta)^{1/2}$ . Bonamy utilise une constante égale à 0.6.

$$\dot{\gamma} = Cte \sqrt{g/d} \quad (87.)$$

$d$  correspond au diamètre des particules utilisées,  $g$  est l'accélération de la pesanteur. Une augmentation de la vitesse de rotation du tambour est accommodée par une augmentation de la vitesse maximale des particules à la surface libre et de l'épaisseur en écoulement, de façon à conserver un gradient de vitesse constant. Il est important de noter que cette relation est obtenue expérimentalement dans des dispositifs quasi 2D, constitués de tambours de 20 à 45 cm de diamètre, remplis à 50 % de billes d'acier millimétriques.

Un des objectifs de ce travail a été de vérifier la validité de cette expression du gradient de vitesse, dans des gammes de paramètres de fonctionnement plus larges que celles explorées dans les études réalisées jusqu'à présent. Nous avons donc construit un tambour 3D amovible, dont les dimensions peuvent être facilement modifiées. La mesure de l'épaisseur de la zone d'écoulement  $h$  (perpendiculairement à la surface libre) au centre d'un tambour de diamètre  $D$  rempli à 50 % de bille de verre de différentes tailles, a permis d'isoler trois types de transitions de régime d'écoulement :

• Transition 1 : Pour de petits rapports  $D/d$ , l'épaisseur de la zone d'écoulement sature à environ  $1/3$  du rayon  $R$  du tambour. Une augmentation de la vitesse de rotation angulaire  $\Omega$  est donc accommodée par une augmentation du gradient de vitesse. Dans ces conditions l'hypothèse d'un gradient de vitesse constant n'est plus valide. Il est possible de calculer la valeur de la vitesse de rotation critique à partir de laquelle la relation 1 n'est plus vérifiée (relation 88).

$$h = \frac{R}{\sqrt{0.35}(g/d)^{1/4}} \Omega^{1/2} = \frac{R}{3} \quad (88.)$$

Il faut noter que la valeur de constante dans relation 87 est remplacée par une constante égale à 0.35 dans la relation 88. Cette nouvelle constante a été déterminée de façon à obtenir un meilleur accord entre nos mesures expérimentales et les prévisions données par la relation 1. La variation de la valeur de la constante est probablement due au fait que Bonamy et Rajchenbach utilisent des billes d'acier alors que nous utilisons des billes de verre. Après simplification on obtient l'expression de la vitesse de rotation critique correspondant à la transition de régime :

$$\boxed{\Omega_c \approx 0.12 \frac{1}{\sqrt{d}}} \quad (89.)$$

• Transition 2 : La transition entre régime d'écoulement continu à surface plane et régime d'écoulement continu à surface incurvée se produit quand la relation 90 est vérifiée. L'accélération des particules est notée  $a$ ,  $g$  est l'accélération de la pesanteur, et  $\theta$  l'inclinaison de la surface libre.

$$\frac{a}{g \sin \theta} \approx 0.06 \quad (90.)$$

La valeur du rapport  $a/g \sin \theta$  pour laquelle la surface libre commence à s'incurver a été déterminée expérimentalement et le lien avec le phénomène physique à l'origine de ce processus n'a pas été élucidé.

• Transition 3 : Pour de grands rapports  $D/d$ , l'épaisseur de la zone d'écoulement ne sature pas. En revanche, la vitesse maximale des particules, au centre du tambour, à la surface libre, sature quand elle atteint la valeur donnée par la relation 92. L'accélération des particules devient alors comparable à  $g \sin \theta$ . Une augmentation de la vitesse de rotation est, dans ces conditions, accommodée par une augmentation de l'épaisseur de la zone d'écoulement et une réduction du gradient de vitesse. L'hypothèse d'un gradient de vitesse constant n'est alors plus valide. On peut alors exprimer la vitesse de rotation critique à partir de laquelle la transition a lieu (relation 93).

$$\frac{a}{g \sin \theta} = 1 \quad (91.)$$

$$V_{\max} = \sqrt{Dg \sin \theta} = \frac{\Omega R^2}{h} \quad (92.)$$

En remplaçant  $h$  par son expression (relation 88), on obtient après simplification l'expression 93.

$$\boxed{\Omega_c \propto \frac{37 \sin \theta \sqrt{d}}{D}} \quad (93.)$$

Dans le cadre des expériences que nous avons réalisées,  $\theta$  varie de 60 à 72 °. Il est donc raisonnable de faire l'hypothèse que  $\sin\theta$  est constant.

Nous pouvons représenter un diagramme dans lequel le domaine de validité de la relation 87 est localisé. Les transitions entre régime d'avalanche et régime d'écoulement continu d'une part, et régime d'écoulement continu à surface plane et surface incurvée d'autre part, n'ont pas été ajoutées sur la Figure 190 pour des raisons de lisibilité. Les transitions 1 et 3 sont représentées sur la Figure 190.

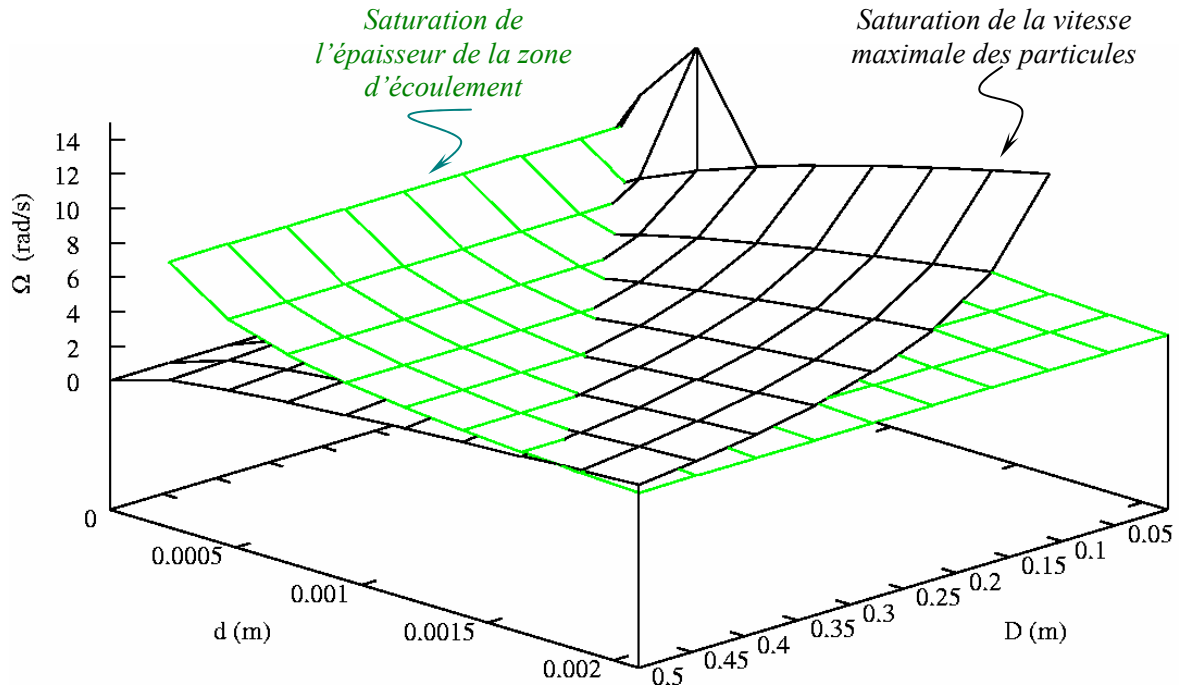


Figure 190 Représentation schématique des limites du domaine de validité de l'expression du gradient de vitesse donnée par Bonamy (2001).

On constate sur la Figure 1 que suivant la taille du tambour et la taille des particules, le système sature d'abord en épaisseur (surface verte) ou en vitesse (surface noire). Il est intéressant de réaliser des coupes 2D sur cette représentation 3D afin de comprendre le comportement du système pour :

- $D$  constant égal à 20 cm
- $d$  constant égal à 1 mm
- $D/d=100$  et  $D/d=1000$

Ces quatre plans de coupe sont représentés schématiquement sur la Figure 191.

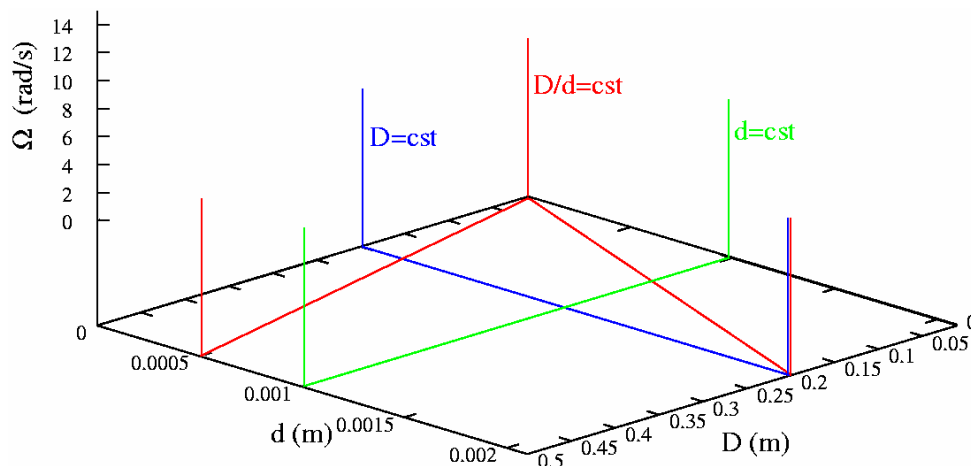


Figure 191 Représentation schématique des coupes 2D réalisées sur la représentation 3D.

Sur les Figure 192 et Figure 193, un gradient de vitesse constant est observé quand ni l'épaisseur de la zone d'écoulement ni la vitesse maximale d'écoulement des particules à la surface libre ne saturent. Le domaine de validité de la relation 87 est représenté par une zone hachurée sur les figures ci-dessous.

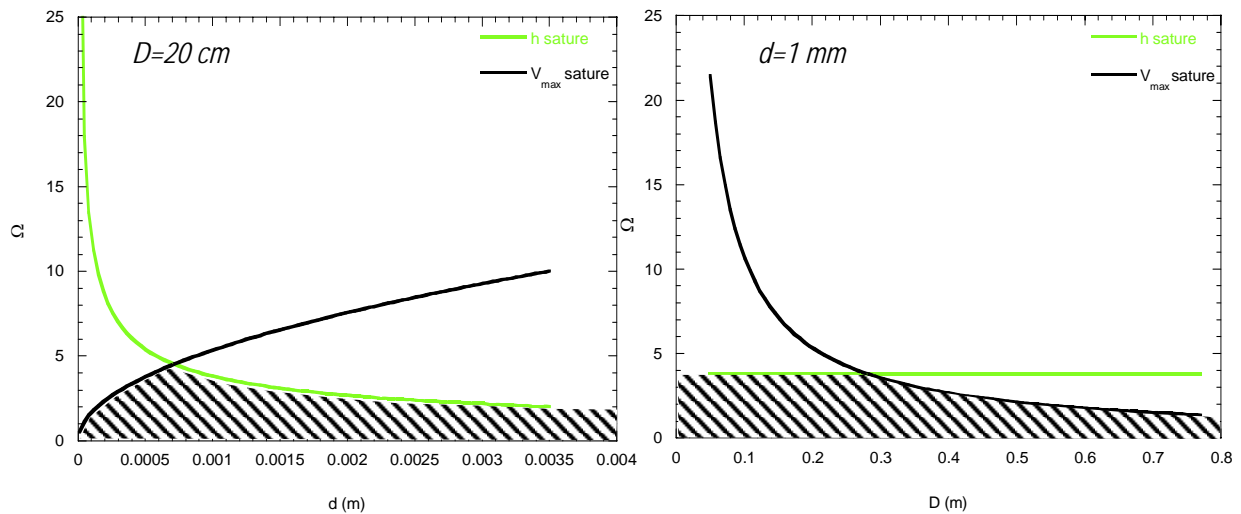


Figure 192 Localisation des transitions de régime ( $h$  sature en vert et  $V_{max}$  sature en noir) pour un système constitué d'un tambour de 20 cm de diamètre (Gauche) et un système utilisant des particules de 1 mm (Droite). La zone hachurée délimite le domaine de validité d'un gradient de vitesse constant.

Pour un tambour de taille fixée (Figure 192 gauche), on constate pour des particules de petit diamètre, la vitesse maximale d'écoulement des particules à la surface libre sature la première lorsque la vitesse de rotation du tambour est augmentée. En revanche, lorsque la taille des particules augmente, l'épaisseur de la zone d'écoulement sature la première. Ce comportement a été observé expérimentalement.

Pour une taille de particule fixée (Figure 192 droite), on constate que l'épaisseur de la zone d'écoulement sature la première lors de l'utilisation de petits tambours. En revanche, si de grands tambours sont utilisés, la vitesse maximale d'écoulement des particules à la surface libre sature avant l'épaisseur de la zone d'écoulement, ce qui est en accord avec les observations expérimentales. Cependant, il faut noter que la vitesse de rotation pour laquelle l'épaisseur de la zone d'écoulement sature est ici indépendante du diamètre du tambour. Ce comportement est en opposition avec les observations expérimentales. Par conséquent, l'hypothèse d'un gradient de vitesse constant ne décrit pas correctement cette transition. Ceci est probablement à rapprocher du fait que la relation de Bonamy (2001) représente bien les évolutions d'épaisseurs de zones d'écoulement en fonction de la vitesse de rotation pour les rapports  $D/d$  élevés, et assez mal celles mesurées pour les petits rapports  $D/d$ .

La Figure 193 représente les transitions de régime pour deux rapports  $D/d$  différents. On retrouve les comportements mis en évidence dans les expériences. Pour un rapport  $D/d$  faible (100), l'épaisseur de la zone d'écoulement sature avant la vitesse maximale d'écoulement des particules à la surface libre. Si le rapport  $D/d$  est élevé (1000), la vitesse maximale d'écoulement des particules à la surface libre sature la première.

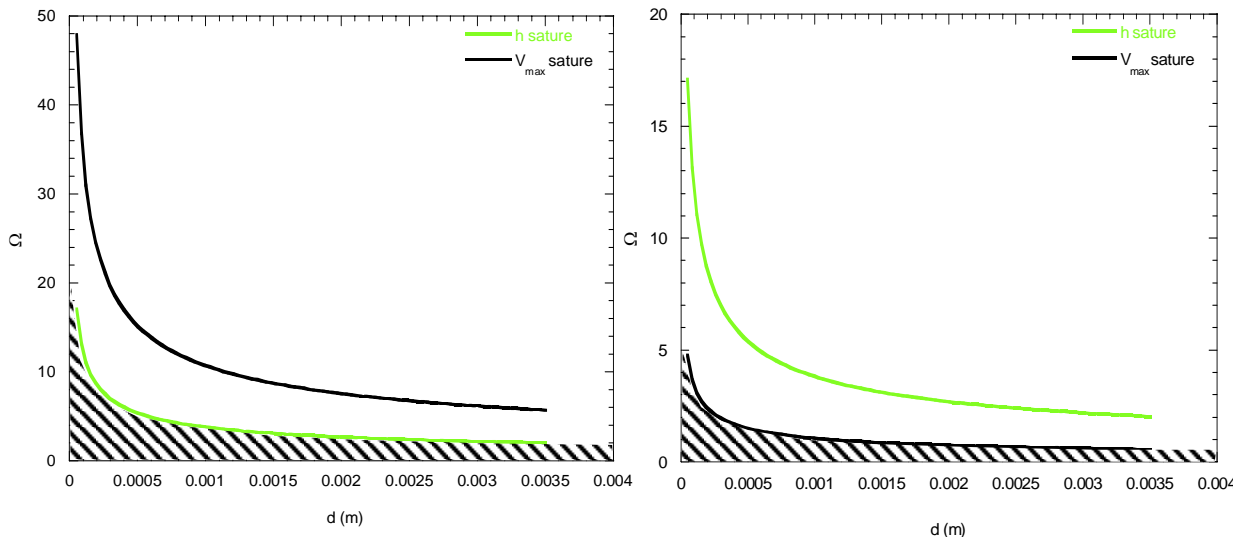


Figure 193 Représentation des transitions de régime pour un rapport  $D/d$  de 100 (gauche) et 1000 (droite). La zone hachurée délimite le domaine de validité d'un gradient de vitesse constant.

En fait, cette étude montre que l'existence d'un gradient de vitesse constant, communément admise, s'applique pour une gamme de variation des paramètres de fonctionnement. Il s'avère qu'expérimentalement, la majorité des études réalisées se situent dans le domaine de validité de cette expression du gradient de vitesse.

### Les milieux granulaires sont-ils homothétiques ?

Les résultats expérimentaux présentés dans ce mémoire soulèvent la question suivante : les milieux granulaires sont-ils homothétiques ? Le régime d'avalanche et le régime d'écoulement continu doivent être considérés séparément.

Les mesures réalisées dans le régime d'écoulement intermittent ont montré que les systèmes pouvaient être homothétiques dans la mesure où les particules sont identiques en terme de largeur de distribution granulométrique et de morphologie. Les lots de billes de verre vendus dans le commerce présentent d'autant plus de défauts (en morphologie) et ont une distribution granulométrique d'autant plus étendue que leur diamètre moyen diminue. Si aucune précaution n'est prise, les angles d'avalanche et de repos seront très différents d'un lot de bille à l'autre.

Dans le régime d'écoulement continu, la physique des milieux granulaires est homothétique si le gradient de vitesse ne dépend pas de la taille du système. Or, nous avons vu que le gradient de vitesse varie en  $(g/d)^{1/2}$  quand ni l'épaisseur de la zone d'écoulement ni la vitesse maximale des particules à la surface libre ne saturent. Dans ce cas, le gradient de vitesse dépend du diamètre des particules, ce qui implique que la physique des milieux granulaires ne peut pas être homothétique.

Dans le domaine de saturation de l'épaisseur de la zone d'écoulement,  $h$  sature à une valeur égale à  $1/3$  du rayon d'un tambour rempli à 50 %. Par conséquent, si on double le diamètre du tambour, l'épaisseur de la zone d'écoulement et la vitesse maximale des particules à la surface libre sont doublées, le gradient de vitesse est alors identique pour une vitesse de rotation fixée. Dans ces conditions, les systèmes peuvent sembler être homothétiques. En réalité, cette homothétie apparente est imposée par la géométrie du problème et ne reflète pas une caractéristique physique des écoulements granulaires.

Quand l'accélération des particules s'écoulant à la surface libre de la zone d'écoulement devient comparable à  $g \sin \theta$ , la vitesse maximale des particules sature à une valeur de l'ordre de  $(Dg \sin \theta)^{1/2}$ . Par conséquent, si on double la taille d'un tambour en conservant une vitesse



de rotation constante, la vitesse maximale de saturation sera plus faible dans le petit tambour que dans le grand. On risque alors de comparer deux tambours dans lesquels les épaisseurs de zone d'écoulement ne varient pas dans les mêmes proportions avec la vitesse de rotation. Les systèmes ne peuvent pas être homothétiques dans ces conditions.

### Et la ségrégation ?

Les quelques expériences de ségrégation de billes de verre de différents diamètres en tambour tournant ont montré que la comparaison d'expériences réalisées dans des tambours différents n'est pas aisée. En effet, la modification d'un seul paramètre expérimental est très difficile : changer les dimensions du tambour ou des particules, ou la vitesse de rotation entraîne une modification de l'épaisseur de la zone d'écoulement, de l'inclinaison de la surface libre ou du gradient de vitesse. Il devient alors très difficile d'isoler le paramètre pertinent permettant de comparer les expériences. Cependant, cette étude a permis d'ouvrir quelques voies d'étude à poursuivre :

- Nous avons observé une cinétique de ségrégation d'ordre 0 lorsque les fractions de grosses particules (marqueurs suivis) est inférieure à 3 % en masse. L'utilisation de fractions plus élevées conduit-elle à l'observation d'une cinétique d'ordre 1 ?
- Les vitesses de ségrégation ont été établies pour assez peu d'expériences. La réalisation d'expériences supplémentaires permettrait probablement de mettre en relation vitesses de ségrégation et paramètres de fonctionnement. Ainsi, un modèle prédictif de ségrégation pourrait être envisagé.

### En conclusion...

Les expériences présentées dans ce travail ont eu pour vocation de balayer de larges plages de fonctionnement du système et d'aborder différents problèmes relatifs aux écoulements de particules en tambour tournant. Les méthodes de mesure mises en œuvre sont pour cette raison peu sophistiquées. Certaines transitions de régime d'écoulement ont pu être mises en évidence. Bien sûr, les différents comportements isolés mériteraient une analyse plus détaillée avec des outils de mesure plus précis... Plusieurs questions restent ouvertes :

- Les transitions de régimes observées se retrouvent-elles en utilisant un autre matériau que des billes de verre ?
- Que ce passe-t-il quand on augmente la vitesse de rotation alors que la vitesse maximale des particules sature ?

La diversité de comportement des milieux granulaires a été une fois de plus mise en évidence... et les écoulements de particules sont encore loin de nous avoir livré tous leur secrets !

# BIBLIOGRAPHIE

**Akao T.**, Shindo H., Yagi N., Fan L.T., Wang R.H., Lai F.S., Estimation of mixing index and contact number by spot sampling, *Powder technology* 15, pp 207-214, 1976a.

**Akao T.**, Kunisawa H., Fan L.T., Lai F.S., Wang R.H., Degree of mixedness and contact number A study on the mixture of particulate solids and the structure of solid mixtures, *Powder technology* 15, pp 267-277, 1976b.

**Alexander A.**, Shinbrot T., Muzzio F.J., Granular segregation in the double-cone blender : Transitions and mechanisms, *Physics of fluids* 13, no 3, pp 578-587, 2001.

**Alexander A.**, Shinbrot T., Muzzio F.J., Scaling surface velocities in rotating cylinders as a function of vessel radius, rotation rate, and particle size, *Powder technology* 4481, 2002.

**Alonso M.**, Satoh M., Miyanami K., Optimum combination of size ratio, density ratio and concentration to minimize free surface segregation, *Powder technology* 68, pp 145-152, 1991.

**Aradian A.**, Raphaël E., De Gennes P.J., Surface flows of granular materials : a short introduction to some recent models, *C.R. Physique* 3, pp 187-196, 2002.

**Azanza E.**, Ecoulements bidimensionnels sur un plan incliné, *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, 1998.

**Barabasi A. L.**, Albert R., Schiffer P., The physics of sand castles : maximum angle of stability in wet and dry granular media, *Physica A* 266, pp 366-371, 1999.

**Barbosa-Canovas G.**, Malave-Lopez J., Peleg M., Segregation in food powders, *Biotechnology Progress*, vol 1, no 2, pp 140-146, 1985.

**Barois-Cazenave A.**, Étude du comportement des milieux granulaires soumis au cisaillement et à la compression, application aux poudres cosmétiques, *Thèse de l'Institut National Polytechnique de Lorraine*, 1999.

**Barresi A.A.**, Pagliolico S., Pipino M., Wet mixing of fine ceramic powders in a motionless device, *Récents progrès en génie des procédés*, vol 11, no 51, pp 291-298, 1997.

**Boateng A.A.**, Barr P.V., Modelling of particle mixing and segregation in the transverse plane of a rotary kiln, *Chem. Eng. Sci.* 51, no 17, pp 4167-4181, 1996.

**Boateng A.A.**, Barr P.V., Granular flow behaviour in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder, *J. Fluid Mech.* 330, pp 233-249, 1997.

**Boateng A A.** Boundary layer modelling of granular flow in the transverse plane of a partially filled rotating cylinder, *Int. J. Multiphase Flow*, vol 24, no 3, pp 499-521, 1998.

**Bocquet L.**, Charlaix E., Ciliberto S., Crassous J., Moisture induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation, *Letters to nature*, 396, pp 735-737, 1998.

**Boltenhagen P.**, Boundary effects on the maximal angle of stability of a granular packing, *Eur. Phys J. B.*, 12, pp 75-78, 1999.

**Bonamy D.**, Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires, Ecoulements de surface et réarrangements internes dans des empilements modèles, *Thèse de doctorat de l'Université Paris XI-Orsay*, 2001.

**Bouchaud J.P.**, Cates M.E., Ravi Prakash J., Edwards S.F., A model for the dynamics of sandpile surfaces, *J. Phys. I France*, 4, pp 1383-1410, 1994.

**Boutreux T.**, Raphaël E., De Gennes P.G., Surface flows of granular materials : A modified picture for thick avalanches, *Phys. Rev. E*, 58, pp 4692-4700, 1998.

**Bridgewater J.** Fundamental Powder Mixing mechanisms, *Powder technology* 15, pp 215-236, 1976.

**Brone D.**, Muzzio F.J., Enhanced mixing in double-cone blenders, *Powder technology* 110, pp 179-189, 2000.

**Calder E.S**, Sparks R. S. J., Gardeweg M. C., Erosion, transport and segregation of pumice and lithic clasts in pyroclastic flows inferred from ignimbrite at Lascar Volcano, Chile, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 104, Issues 1-4, 30, Pages 201-235, 2000.

**Campbell C.S.**, Self-lubrication for long runout landslides, *J. of Geology* 97, no 6, pp 653-665, 1989.

**Cantelaube F.**, Ecoulements granulaires dans un tambour à deux dimensions, ségrégation., *Thèse de l'Université de Rennes I*, U.F.R Structure et propriétés de la matière, 1995.

**Cantelaube F.**, Bideau D., Radial ségrégation in a 2d drum : an experimental analysis, *Europhys. Lett.* 30, 7, pp 133-138, 1995.

**Cantelaube F.**, Bideau D., Roux S., Kinetics of segregation of granular media in a two-dimensional rotating drum, *Powder technology* 3, pp 1-11, 1997.

**Caprihan A.**, Fukushima E., Rosato A.D., Kos M., Magnetic resonance imaging of vibrating granular beds by spatial scanning, *Rev. Sci. Instrum* 68, no 11, pp 4217-4220, 1997.

**Chaudhuri P.K.**, Fuerstenau D.W., The effect of mixing aid on the kinetics of mixing in a rotating drum, *Powder technology*, 4, pp 146-150, 1970/71.

**Chester A.W.**, Kowalski J.A., Coles M.E., Muegge E.L., Muzzio F.J., Brone D., Mixing dynamics in catalyst impregnation in double-cone blenders, *Powder technology* 102, pp 85-94, 1999.

**Claudin P.**, La physique des tas de sable, *Annales de physique*, vol 24, no 2, EDP sciences, 205 pages, 1999.

**Coirier J.**, Mécanique des milieux continus concepts de base, Edition Dunod, 468 pages, 1997.

**Cooke M.H.**, Stephens D.J., Bridgewater J., Powder mixing-a literature survey, *Powder technology* 15, pp 1-20, 1976.

**Coulomb C.A.**, Sur une application des règles de Maximis et Minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture, *Mémoire de Mathématique de l'Académie Royale des Sciences*, pp 343-382, 1776.

**Courrech Du Pont S.**, communication personnelle

**Daerr A.**, Dynamique des avalanches, *Thèse de l'Université Paris Diderot Paris 7*, 2000.

**Dantu P.**, Étude de mécanique des chaussées sur modèles à deux dimensions, *Revue générale des routes et des aérodromes* 409, pp 75, 1966

**Das Gupta S.**, Khakhar D.V., Bathia S.K., Axial segregation of particles in a horizontal rotating cylinder, *Chem. Eng. Sci.* 46, no 5/6, pp 1513-1517, 1991.

**Davies T.R.H.**, Spreading of rock avalanche debris by mechanical fluidisation, *Rock Mech.*, 15, pp 9-24, 1982.

**De Jaegger J.**, Grain shape and size influence on low stress behaviour observing discrete avalanches in rotating cylinder, *Powders and Grains 93*, Thornton C. (ed.) Balkema Rotterdam, 321-326, 1993.

**Degussa**, <http://www.degussa-huels.de/sivento>

**Demco Dan E.**, Blümich B., NMR imaging of materials, *Current opinion in solid state and material science* 5, pp 195-202, 2001.

**Ding Y.L.**, Seville J. P. K., Forster R., Parker D.J., Solid motion in rolling mode rotating drum operated at low to medium rotational speeds, *Chem. Eng. Sci.* 56, pp 1769-1780, 2001a.

**Ding Y.L.**, Forster R., Seville J.P.K, Parker D.J., Granular motion in rotating drums: bed turnover time and slumping-rolling transition, *accepted for Powder technology* 17 september 2001b.

**Ding Y.L.**, Forster R.N., Seville J.P.K., Parker D.J., Scaling relationships for rotating drums, *Chem.Eng. Sci.* 56, pp 3737-3750, 2001c.

**Donald M.B.**, Roseman B., Mechanisms in a horizontal drum mixer, mixing and de-mixing of solids particles part I, *British chemical engineering* 7, no 10, pp 749-753, 1962.

**Douady S.**, Andreotti B., Daerr A., On surface flow equations, *Eur. Phys. J. B*, 11, pp 131-142, 1999.

**Duran J.**, Mazozi T., Clement E., Rajchenbach J., Size segregation in a two-dimensional sandpile : convection and arching effects, *Physical review E*. 50, no 6, pp 5138-5141, 1994.

**Dury C.M.**, Ristow G.H., Radial segregation in a two-dimensional rotating drum, *J. Phys. I France* 7, pp 737-745, 1997.

**Dury CM**, Ristow GH, Moss JL, Nakagawa M, Boundary effects on the angle of repose in rotating cylinders, *Phys. Rev E*. vol 57, 4, pp 4491-4497, 1998.

**Eloy C.**, Clément E., Stochastic aspects of the force network in a regular granular piling, *J. Phys. I France* 7, pp 1541, 1997.

**Elperin T.**, Vikhansky A., Granular flow in a rotating cylindrical drum, *Europhys. Lett.* 42, no 6, pp 619-623, 1998.

**Elperin T.**, Vikhansky A., Mechanism on the onset of axial segregation in a rotating cylindrical drum filled with binary granular mixtures, *Physical Review E*, 60, no 2, pp 1946-1950, 1999.

**Erissman T.H.**, Mechanism of large landslides, *rock Mech.* 12, pp 15-46, 1979.

**Eskin D.**, Kalman H., A numerical parametric study of size segregation in a rotating drum, *Chem. Eng. And Process.* 39, pp 539-545, 2000.

**Fan L.T.**, Chen S.J., Watson C.A., Solids mixing, *Industrial and Engineering Chemistry* 62, no 7, pp 53-69, 1970.

**Fan L.T.**, Too J.R., Rubison R.M., Lai F.S., Studies on multicomponents solids mixing and mixtures Part III. Mixing Indices, *Powder technology* 24, pp 73-89, 1979.

**Fan L.T.**, Chen Yi-Ming, Lai F.S., Recent Developments in solid mixing, *Powder technology* 61, pp 255-287, 1990.

**Félix G.** Modélisation analogique des écoulements pyroclastiques, formation des levées, *Mémoire de DEA de l' Université Blaise Pascal de Clermont Ferrand*, 50p, 1999.

**Fraysse N.**, Thomé H., Petit L., Humidity effects on the stability of a sandpile, *Eur. Phys. J. B.* 11, pp 615-619, 1999.

**Freundt A.**, Bursik M., Pyroclastic Flow Transport Mechanisms, dans « *From Magma to tephra* », Developments in volcanology 4, Edité par Freundt A. et Rosi M., pp 173-245, Edition Elsevier 2001.

**Gauthier C.** Étude du mouvement granulaire dans un cylindre en rotation, *Mémoire d'exigence partielle de la maîtrise en ressources et systèmes*, Université de Chicoutimi, 1991.

**Geng J.**, Longhi E., Behringer R.P., Memory in two-dimensional heap experiments, *Phys. Rev. E.* 64, pp 060301-1 à 4, 2001.

**Goguel J.**, Scale dependant rockslides mechanisms, with emphasis on the role of pore fluid vaporization. In Voight B. (Ed.) *Rockslides and avalanches. 1. Natural phenomena* Elsevier, Amsterdam, pp 693-705, 1978.

**Grasselli Y.**, Herrmann H.J., On the angles of dry granular heaps, *Physica A* 246, pp 301-312, 1997.

**Gstirner F.**, The effect of Aerosil and filler R972 on the flow properties of zinc oxide, traduit de *Archiv der Pharmazie*, vol 300, no 6, pp 504-515, 1966.

**Habib P.**, Production of gaseous pore pressure during rock slides. *Rock Mech.* 7, pp 193-197, 1975.

**Hanes D.M.**, Inman D.L. Experimental Evaluation of a dynamic Yield criterion for granular fluid flows, *Journal of Geophysical research* 90, no B5, pp 3670-3674, 1985.

**Hayashi S.**, The increasing of the fluidity of powder by the addition of glidant, *J. Res. Assoc. Powder Technol. Jpn*, 6, pp 287-291, 1969.

**Henein H.**, Brimacombe J.K., Watkinson A.P., The modelling of transverse solids motion in rotary kilns, *Mett. Trans. B*, vol 14B, pp 207-220, 1983a.

**Henein H.**, Brimacombe J.K., Watkinson, Experimental study of transverse bed motion in rotary kilns, *Metallurgical Transactions B*, 14B, pp 191-205, 1983b.

**Henein H.**, Radial segregation in rotary kilns, *H.H. Kellogg International Symposium*, Quantitative description of metal Extraction Processes, Edited by N.J. Themelis and P.F. Duby, The minerals, Metals & Materials society, pp 311-329, 1991.

**Hill K.M.**, Kakalios J., Reversible segregation of rotating granular media, *Physical review E*, vol 52, no 4, pp 4393-4400, 1995.

**Hill K.M.**, Caprihan A., Kakalios J., Axial segregation of granular media rotated in a drum mixer : Pattern evolution, *Physical review E*, vol 56, no 4, 1997.

**Hill K.M.**, Khakhar D.V., Gilchrist J.F., McCarthy J.J., Ottino J.M., Segregation-driven organization in chaotic granular flows, *Proc. Nat. Acad. Sci.* 96, no 21, pp 11701-11706, 1999.

**Hogg R.**, Fuerstenau D.W., Transverse mixing in rotating cylinders, *Powder technology* 6, pp 139-148, 1972.

**Hollenbach A.M.**, Peleg M., Interparticle surface affinity and the bulk properties of conditioned powders, *Powder technology* 35, pp 51-62, 1983.

**Hsiau S.**, Wang J., Segregation processes of a binary granular mixture in a shaker, *Advanced Powder technology* 10, no 3, pp 245-253, 1999.

**Hsü K.J.**, Catastrophic debris streams (stuzstroms) generated by rockfalls, *Geol. Soc. Am. Bull.* 86, pp 129-140, 1975.

**Irani R.R.**, Callis C.F., Liu T., How to select flow conditioning and anticaking agents, *Industrial and Engineering Chemistry* 51, no 10, pp 1285-1288, 1959.

**Kaye B.H.**, Powder mixing, powder technology series, Edition Chapman et Hall, 263 pages, 1997.

**Kent P.E.**, The transport mechanism in catastrophic rock falls, *J. Geol* 74, pp79-83, 1966.

**Khakhar D.V.**, McCarthy J.J., Shinbrot T., Ottino J.M., Transverse flow and mixing of granular materials in a rotating cylinder, *Phys. Fluids* 9, pp 31-43, 1997 a.

**Khakhar D.V.**, McCarthy J.J., Ottino J.M., Radial segregation of granular mixtures in rotating cylinders, *Phys. Fluids* 9, pp 3600-3614, 1997 b.

**Khakhar D. V.**, Orpe A. V., Andresen P., Ottino J. M., Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation, *J. Fluid Mech*, vol 441, pp 255-264, 2001.

**Khosropour R.**, Valachovic E., Lincoln B., Flow and pattern formation of binary mixture of rotating granular materials, *Physical Review E.*, 62, no 1, pp 807-812, 2000.

**Knight J.B.**, Jaegger H.M., Nagel S., Vibration induced size segregation in granular media : the convection connexion, *Physical Review Letter* 70, pp 3728- 3731, 1993.

**Komatsu T.S.**, Inagasaki S., Nakagawa N., Nasuno S., Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow, *Phys. Rev. Lett.* 86, no 9, pp 1757-1760 , 2001.

**Lacey P.M.C.**, Developments in the theory of particle mixing, *J. Appl. Chem.* 4, pp 257- 268, 1954.

**Legros f.**, The mobility of long-runout landslides, *Engineering geology* 63, no 3-4, pp 301-331, 2002.

**Lehmberg J.**, Hehl M., Schügerl K., Transverse mixing and heat transfer in horizontal rotary drum reactor, *Powder technology* 18, pp 149-163, 1977.

**Maske H.A.**, Continuous avalanche segregation of granular mixtures in thin rotating drums, *Phys. Rev. Lett.*, vol 83, no 16, pp 3186-3189, 1999.

**McCarthy J.J.**, Shinbrot T., Metcalfe G., Wolf J.E., Ottino J.M., Mixing of granular materials in slowly rotated containers, *AIChE Journal* 42, no 12, pp 3351-3363, 1996.

**Mellmann J.**, The transverse motion of solids in rotating cylinders-forms of motion and transition behaviour, *Powder technology* 118, pp 251-270, 2001.

**Melosh H.J.**, Acoustic fluidisation : a new geological process ? *J. Geophys. Res.* 84, pp 7513-7520, 1979.

**Metcalfe G.**, Shinbrot T., McCarthy J.J., Ottino J.M., Avalanche mixing of granular solids, *Nature* 374, pp 39-41, 1995.

**Moakher M.**, Shinbrot T., Muzzio F.J., Experimentally validated computations of flow, mixing and segregation of non cohesive grains in 3D tumbling blenders, *Powder technology* 109, pp 58-71, 2000.



**Moreau M.**, Mathieu A., Statistique appliquée à l'expérimentation, *Eyrolles Editeur Paris*, 188 pages, 1979.

**Nakagawa M.**, Altobelli S.A., Caprihan A., Fukushima E., Jeong E.-K, Non invasive measurements of granular flows by magnetic resonance imaging, *Experiments in Fluids*, 16, pp 54-60, 1993.

**Nakagawa M.** NMRI study : Axial migration of radially segregated core of granular mixtures in a horizontal rotating cylinder, *Chemical Engineering Science* 52, no 23, pp 4423-4428, 1997a.

**Nakagawa M.**, Altobelli S.A., Caprihan A., Fukushima E., NMR measurements and approximate derivation of the velocity depth-profile of granular flow in a rotating, partially filled, horizontal cylinder, *Powders and Grains* 97, pp 447-450, Balkema, 1997b.

**Nash J.H.**, Leiter G.G., Johnson A.P., Effect of antiagglomerant agents on physical properties of finely divided solids, *Ind.Chem. prod. Res. Dev.* 4, 2, page 140, 1965.

**Nityanand N.**, Manley B., Henein H., An analysis of radial segregation for different sized spherical solids in rotary cylinders, *Metallurgical Transactions B.*, pp 247-257, 1986.

**Orpe A.V.**, Khakhar DV. Scaling relations for granular flow in quasi-two-dimensional rotating cylinders, *Physical Review E*, 64, 031302, 2001.

**Otsuka A.**, Adhesive properties and related phenomena for powdered pharmaceuticals, *Journal of the pharmaceutical Society of Japan* 118, 4, pp 127-142, 1998.

**Ottino J.M.**, Khakhar D.V., Mixing and segregation of granular materials, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 32, pp 55-91, 2000.

**Parker D. J.**, Dijkstra A. E., Martin T. W., Seville J. P. K., Positron emission particle tracking studies of spherical particle motion in rotating drums, *Chem. Eng., Sci.*, 52, pp 2011-2022, 1997.

**Peleg M.**, Mannheim C.H., Effect of conditioners on the flow properties of powdered sucrose, *Powder Technology*, 7, pp 45-50, 1973.

**Pollard B.L.**, Henein H., Kinetics of radial segregation of different sized irregular particles in rotary cylinders, *Canadian Metallurgical Quarterly* 28, no 1, pp 29-40, 1989.

**Porion P.**, Evesque P, Density is a controlling parameter of sandpile avalanche, *Powders and Grains* 93, Thornton C. (ed.) Balkema Rotterdam, pp327-332, 1993.

**Pouliquen O.**, Delour J., Savage S.B., Fingering in granular flows, *Letters to nature*, vol 386, pp 816-817, 1997.

**Pouliquen O.** Scaling laws in granular flows down rough inclined planes, *Phys. Fluids* 11, pp 542-548, 1999.

**Poux M.**, Fayolle P., Bertrand J., Bridoux D., Bousquet J., Powder mixing : some practical rules applied to agitated systems, *Powder technology* 68, pp 213-234, 1991.

**Protassov K.**, Probabilités et incertitudes dans l'analyse des données expérimentales, Collection Grenoble Sciences, *EDP Science*, 128 pages, 1999.

**Puyvelde D.R.**, Young B., Wilson M.A., Schmidt S.J., Experimental determination of transverse mixing kinetics in a rolling drum by image analysis, *Powder technology* 106, pp 183-191, 1999.

**Radjaï F.** Dynamique des rotations et frottement collectif dans les systèmes granulaires, *Thèse de l'Université Paris Sud-Orsay*, 1995.

**Rajchenbach J.**, Flow in powders: from discrete avalanches to continuous regime, *Phys. Rev. Lett.* Vol 65, no 18, pp 2221-2224, 1990.

**Rajchenbach J.**, Clément E., Duran J., Mazozi T., Scale invariance, interfaces, and non equilibrium dynamics, edited by A Mc Kane, M. Droz, J. Vannimenus and D. Wolf, *NATO ASI Series B*, vol 344 (New York : Plenum Press), 1995.

**Rajchenbach J.**, Continuous flows and avalanches of grains, dans « *Physics of dry granular matter* », H. Herrmann Ed., Kluwer, Dordrecht, 1998.

**Rajchenbach J.**, Granular flows, *Advances in physics* 49, no 2, pp 229-256, 2000.

**Rao S.J.**, Bathia S.K., Khakhar D.V., Axial transport of granular solids in rotating cylinders. Part 2 : Experiments in a non flow system, *Powder technology* 67, pp 153-162, 1991.

**Riguidel F.X.**, Ammi M., Bideau D., Hansen A., Messenger J.C., Flow of particles on an inclined plane, *Powders and grains* 93, Thornton C. (ed.), Balkema, Rotterdam, pp 337-341, 1993.

**Riguidel F.X.**, Hansen A., Bideau D., Gravity-driven motion of a particle on an inclined plane with controlled roughness, *Europhysics letters* 28, no 1, pp 13-18, 1994.

**Ristow G.H.**, Particle Mass segregation in a two-dimensional rotating drum, *Europhysics Letters* 28, no 2, pp 97-101, 1994.

**Rosato A.**, Strandburg K.J., Prinz F., Swendsen R.H., Why the brazil nuts are on the top: Size segregation of particulate matter by shaking, *Physical review Letter* 58, no 10, pp 1038-1040, 1987.

**Rosato A.D.**, Blackmore D.L., Zhang N., Lan Y., A perspective on vibration-induced size segregation of granular materials, *Chemical engineering Science* 57, pp 265-275, 2002.

**Savage S. B.**, Hutter K., The motion of a finite mass of granular material down a rough incline, *J. Fluid Mech.*, 199, pp 177-215, 1989.

**Savage S.B.**, Lun C.K.K., Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids, *J. Fluid Mech.* 189, pp 311-335, 1988.

**Savage S.B.**, Disorder, diffusion and structure formation in granular flows, *Disorder and granular media*, Eds. D. Bideau et A. Hansen, Elsevier Science, pp 255-285, 1993.

**Schneider J.L.**, Ecoulements pyroclastiques et avalanches de débris en domaine volcanique, dans « *Des grands écoulements à la dynamique du tas de sable*, introduction aux suspensions en géologie et en physique, Editions Cemagref, pp 51-70, 1997.

**Schulze D.**, Measuring powder flowability : a comparison of test methods Part II, *Powder and Bulk Engineering* 10, pp 17-28, 1996.

**Scion Image** <http://www.scioncorp.com/>

**Shinbrot T.**, Alexander A., Muzzio F.J., Spontaneous chaotic granular mixing, *letters to nature*, vol 397, pp 675-678, 1999.

**Shreve R.L.**, Leakage and Lubrification in air-layer lubricated avalanches, *Geol. Soc. Am. Bull.*, 79 pp 653-658, 1968.

**Sommier N.**, Milieux granulaires et industrie pharmaceutique, *GDR PMHC, Journal no 21*, 1998.

**Sparks R.S.J.**, Gas release rates from pyroclastic flows : a assessment of the role of fluidisation in their emplacement, *Bull. Volc.* 41, pp 1-9, 1978.

**Steeneken P.A.M.**, Woortman A.J.J., The influence of flow conditioners on some mechanical properties of potato starch powder, *Powder technology* 47, 3, pp 239-246, 1986.

**Straub S.** Predictability of long runout landslides motion : implications from granular flow mechanics, *Geol Rundsch* 86, pp 415-425, 1997.

**Takahasi T.**, Tsujimoto H., A mechanical model for Merapi-type pyroclastic flow. *J. of Volcanology and Geothermal Research* 98 , pp 91-116, 2000.

**Taubmann H.J.**, Beeinflussung der Fliesseigenschaften von scüttgütern durch beimischung von fließhilfsmitteln, *Aufbereitungs-Technik* 8, pp 423-428, 1982.

**Tawashi R.**, Particulate solids : flow properties and mixing, Faculty of pharmacy, University of Montréal, *Documentation technique Turbula®*, 1968.

**Thomas N.** Reverse and intermediate segregation of large beads in dry granular media, *Physical review E*. 62, no 1, pp 961-974, 2000.

**Thomas N. Felix G.**, Evidence of two effects in the segregation process in a dry granular media, *en préparation*.

**Tünzün U.**, Effects of consolidation and yield history on the measured angles of friction of particulate solids, dans « *Tribology in particulate technology*, Briscoe and Adams(Eds), pp 38-62, 1987.

**Valverde J. M.** , Castellanos A., Ramos A., Avalanche in fine, cohesive powders, *Physical Review E*, vol 62, nb 5, , pp 6851-6860, 2000.

**Vanel L.**, Howell D., Clark D., Behringer R.P., Clément E., Memories in sand : experimental test of construction history and stress distribution under a sand-pile, *Phys. Rev. E*. 60, R 5040, 1999.

**Varthalis S.**, Pilpel N., The action of colloidal silicon dioxide as a glidant for lactose, paracetamol, oxytetracycline and their mixtures, *The journal of Pharmacy and Pharmacology* 29, 1, pp 37-40, 1977.

**Wightman C.** Muzzio F.J., Wilder J., A quantitative image analysis method for characterizing mixtures of granular materials, *Powder technology* 89, pp 165-176, 1996.

**Williams J.C.**, The segregation of particulate materials. A review., *Powder technology* 15, pp 245-251, 1976.

**Woodle G.R.**, Munro J.M., Particle motion and mixing in a rotary kiln, *Powder technology* 76, pp 241-245, 1993.

**Yamane K.**, Nakagawa M., Altobelli S.A., Tanaka T., Tsuji Y., Steady particulate flows in horizontal rotating cylinder, *Physics of fluids* 10, no 6, pp 1419-1427, 1998.

**Yokoyama T.**, Fluidity of powder, dans « *Powder technology Handbook* », pp 127-138, édité par Koichi Linoya, Keishi Gotoh, Ko Higashitani, 974 pages, 1991.

**York P.**, Application of powder failure testing equipment in assessing effect on glidants on flowability of cohesive pharmaceutical powders, *Journal of Pharmaceutical Sciences* 64, 7, pp 1216-1221, 1975a.

**York P.**, The use of glidants to improve the flowability of fine lactose powder, *Powder Technol.* 11, pp 197-198, 1975b.

**Zik O.**, Levine D., Lipson S.G., Shtrikman S., Stavans J., Rotationally induced segregation of granular materials, *Phys. Rev. Lett.* 73, no 5, pp 644-647, 1994.

**Zou Y.**, Brusewitz G.H., Flowability of uncompacted marigold powder as affected by moisture content, *Journal of food Engineering*, in press, 2002.

## Écoulements de milieux granulaires en tambour tournant

**Résumé-** La rhéologie et les lois de comportement des écoulements granulaires font l'objet de nombreuses recherches, aussi bien expérimentales que théoriques. Des études d'écoulements continus de billes en tambour tournant ont mis en évidence que le gradient de vitesse dans la zone à écoulement libre est constant. Nous avons testé expérimentalement la validité de cette expression du gradient de vitesse pour des gammes de paramètres de fonctionnement beaucoup plus larges que celles utilisées jusqu'à présent. Pour de faibles vitesses de rotation du tambour, nous avons montré que les angles d'avalanche et de repos peuvent être homothétiques dans la mesure où les particules sont comparables en terme distribution granulométrique et de morphologie. A plus forte vitesse de rotation, des mesures systématiques d'épaisseur de zone d'écoulement et d'angle d'écoulement ont permis de mettre en évidence différentes transitions de régime. Quand la taille des particules  $d$  est grande par rapport à la taille du tambour  $D$  (rapport  $D/d$  faible), on constate que l'épaisseur de la zone d'écoulement sature à environ  $1/3$  du rayon du tambour. Dans ce cas, une augmentation de la vitesse de rotation du tambour est accommodée par une augmentation du gradient de vitesse. Dans des systèmes à rapport  $D/d$  élevé, on constate que c'est la vitesse maximale des particules à la surface libre qui sature avant l'épaisseur en écoulement. Dans ces conditions, une augmentation de la vitesse de rotation du tambour est accommodée par une augmentation de l'épaisseur, ce qui entraîne une réduction du gradient de vitesse. Ainsi les limites du domaine de validité d'un gradient de vitesse constant ont été définies : la relation est valable tant que ni l'épaisseur en écoulement ni la vitesse maximale des particules ne saturent. Enfin, dans une dernière partie, des expériences de ségrégation ont été réalisées dans le but de mettre en rapport les épaisseurs en écoulement et les vitesses de ségrégation de grosses billes de verre placées dans un milieu de petites billes de même densité.

**Mots clé :** *Tambour tournant- Solides divisés- Ecoulements granulaires- Lois d'échelle- Avalanches- Agents d'écoulement- Ségrégation.*

## Flow of granular material in rotating drums

**Abstract-** The rheology of granular flows is the subject of many experimental and theoretical works. Previous studies of granular flows performed in rotating drums have shown that the velocity gradient in the free flowing zone is constant. We have experimentally tested the validity of this expression of the velocity gradient, for wider ranges of operation parameters than the ones that were used by now. For low rotation speed of the drum, we have shown that angles of avalanches and angles of repose could be geometrically similar if the particles used have size distribution or morphology that can be compared. At larger rotation speed, systematic measurements of flowing thickness and inclinations of the free surface showed different regime transitions. When the diameter  $d$  of the particles is large compared to the diameter  $D$  of the drum (small  $D/d$  ratio), the flowing thickness is constant and equals  $1/3$  of the drum radius. In that case, an increase of the drum rotation speed is accommodated by an increase of the velocity gradient. For high  $D/d$  ratio, the maximum velocity of the particles at the free surface first saturates. Consequently, an increase of the rotation speed is accommodated by an increase of the flowing thickness, thus, the velocity gradient decreases. This work has defined the limits of the field where a constant velocity gradient applies : neither the thickness of the flowing zone nor the maximum velocity of the particles flowing at the free surface should saturate. In a last part, segregation experiments were performed in order to make the link between flowing thickness and segregation of large glass beads in a small glass beads media.

**Key words :** *Rotating drum- Granular materials- Granular flow- Scaling laws- Avalanches- Glidants- Ségrégation.*

**Discipline :** Génie des procédés

Laboratoire des Sciences du Génie Chimique-CNRS-ENSIC-1 rue Grandville BP 451 54001 Nancy cedex