



**HAL**  
open science

# Diagnostic des systèmes à l'aide d'observateurs à mémoire finie. Application au Common Rail.

Guillaume Graton

► **To cite this version:**

Guillaume Graton. Diagnostic des systèmes à l'aide d'observateurs à mémoire finie. Application au Common Rail.. Automatique / Robotique. Université d'Orléans, 2005. Français. NNT: . tel-00069271

**HAL Id: tel-00069271**

**<https://theses.hal.science/tel-00069271>**

Submitted on 16 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

Discipline : AUTOMATIQUE et TRAITEMENT DU SIGNAL

par

Guillaume GRATON

## Diagnostic des systèmes à l'aide d'observateurs à mémoire finie. Application au Common Rail

Soutenue publiquement le 14 décembre 2005

MEMBRES DU JURY :

Mme Maïtine BERGOUNIOUX	Professeur à l'Université d'Orléans	Présidente
M. Gérard GISSINGER	Professeur à l'Université de Haute-Alsace	Rapporteur
M. Alain OUSTALOUP	Professeur à l'ENSEIRB	Rapporteur
M. Frédéric KRATZ	Professeur à l'ENSIB	Directeur de thèse
M. José RAGOT	Professeur à l'ENSG, INPL	Encadrant
M. Jacques FANTINI	Maître de conférences à l'Université d'Orléans	Encadrant



*"Je vous dis qu'il faut regarder tous les hommes comme nos frères.  
- Quoi ? mon frère le Turc ? mon frère le Chinois ? le juif ? le siamois ?  
- Oui, sans doute ; ne sommes-nous pas tous enfants du même père, et créatures du  
même Dieu ?"*

Extrait de *Traité sur la tolérance*,  
Voltaire, écrivain et philosophe français, 1694-1778.

*A mes parents, à mes aïeux,  
A tout' ma famille, un grand merci  
Je leur dédie pour leur inertie  
Tout ce long chemin grâce à eux.*



# Table des Matières

Table des Matières	i
Liste des Figures	v
Liste des Tableaux	vii
Remerciements	ix
Introduction générale	1
<b>1 Présentation et enjeux du système d'injection à haute pression</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	9
1.2 Présentation du système d'injection à haute pression . . . . .	9
1.2.1 <i>La pression : cœur du système d'injection</i> . . . . .	10
1.2.2 <i>En amont : le dispositif de pompage</i> . . . . .	11
a. <i>La pompe de transfert</i> . . . . .	11
b. <i>L'actionneur d'alimentation de la pompe HP : IMV</i> . . . . .	11
c. <i>La pompe haute pression</i> . . . . .	13
1.2.3 <i>En aval : l'alimentation</i> . . . . .	14
a. <i>Les injecteurs</i> . . . . .	14
b. <i>Fuites et décharges</i> . . . . .	17
c. <i>Synthèse</i> . . . . .	18
1.3 L'importance d'une procédure de diagnostic . . . . .	19
1.3.1 <i>Introduction</i> . . . . .	19
1.3.2 <i>Les enjeux du Common Rail</i> . . . . .	19
a. <i>La baisse de la consommation</i> . . . . .	19
b. <i>La diminution du bruit</i> . . . . .	20
c. <i>La diminution des émissions polluantes</i> . . . . .	21
d. <i>L'augmentation des performances</i> . . . . .	23
1.3.3 <i>Les contraintes</i> . . . . .	23
1.3.4 <i>Les défaillances pouvant apparaître sur le système Common Rail</i> . . . . .	24
1.3.5 <i>État de l'art sur l'existant</i> . . . . .	25
1.3.6 <i>Synthèse</i> . . . . .	26
1.4 Conclusion . . . . .	27

<b>2</b>	<b>Diagnostic des systèmes</b>	<b>29</b>
2.1	Introduction . . . . .	31
2.2	Terminologie . . . . .	31
2.3	Notion de résidus et de prise de décisions . . . . .	32
2.3.1	<i>Les résidus</i> . . . . .	32
2.3.2	<i>La prise de décision</i> . . . . .	34
2.4	Différentes méthodes de diagnostic . . . . .	35
2.4.1	<i>Méthodes sans modèle mathématique</i> . . . . .	35
a.	<i>Les méthodes dites mono-signal</i> . . . . .	36
b.	<i>Les méthodes dites multi-signal</i> . . . . .	36
2.4.2	<i>Méthodes avec modèles mathématiques</i> . . . . .	38
a.	<i>Les modèles</i> . . . . .	38
b.	<i>Les méthodes de diagnostic</i> . . . . .	42
2.5	Performance d'une procédure de diagnostic . . . . .	46
2.6	Robustesse du diagnostic . . . . .	47
2.6.1	<i>Robustesse de la détection des défauts</i> . . . . .	48
2.6.2	<i>Robustesse de l'évaluation des résidus</i> . . . . .	49
2.7	Structure du système de diagnostic . . . . .	50
2.8	Discussion du choix d'une méthode de diagnostic . . . . .	53
2.9	Choix d'une méthode pour le diagnostic du système Common Rail . . . . .	54
2.9.1	<i>Les méthodes utilisant des modèles mathématiques</i> . . . . .	55
2.9.2	<i>Apport de nouvelles techniques</i> . . . . .	55
a.	<i>Les filtres à facteurs d'oubli</i> . . . . .	55
b.	<i>Les observateurs à entrées inconnues</i> . . . . .	56
c.	<i>Les observateurs à réponse pile</i> . . . . .	56
2.9.3	<i>Les observateurs à mémoire finie</i> . . . . .	56
a.	<i>Choix d'un horizon fini</i> . . . . .	56
b.	<i>Motivation du choix</i> . . . . .	57
2.10	Conclusion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Etude sur les observateurs à mémoire finie</b>	<b>59</b>
3.1	Introduction . . . . .	61
3.2	Problème de l'estimation des états . . . . .	62
3.2.1	<i>Equation d'état en temps discret</i> . . . . .	62
3.2.2	<i>Formulation de l'observateur</i> . . . . .	62
3.3	Propriété du bruit . . . . .	65
3.3.1	<i>Espérance mathématique et variance</i> . . . . .	65
3.3.2	<i>Récursivité de l'inverse de la matrice de variance du bruit</i> . . . . .	66
3.4	<i>Propriétés de l'observateur</i> . . . . .	67
3.5	Formulation séquentielle de l'observateur . . . . .	69
3.5.1	<i>Itération sur la longueur de fenêtre <math>L</math></i> . . . . .	70
3.5.2	<i>Itération sur l'estimation d'état en fonction des instants <math>k</math></i> . . . . .	73
a.	<i>Première étape</i> . . . . .	74
b.	<i>Seconde étape</i> . . . . .	75
c.	<i>Synthèse de la formulation séquentielle</i> . . . . .	78
3.6	Choix optimal de la longueur de la fenêtre . . . . .	79
3.6.1	<i>La taille minimale</i> . . . . .	79
3.6.2	<i>La taille maximale</i> . . . . .	79

3.7	Génération de résidus en vue de diagnostic . . . . .	81
3.8	Sensibilité de l'observateur et des résidus . . . . .	83
3.8.1	<i>Sensibilité aux bruits</i> . . . . .	83
3.8.2	<i>Sensibilité aux erreurs de modèle</i> . . . . .	83
	a. Sensibilité de l'observateur . . . . .	84
	b. Sensibilité paramétrique des résidus . . . . .	85
3.8.3	<i>Sensibilité aux défauts</i> . . . . .	87
	a. Cas du défaut capteur . . . . .	87
	b. Cas du défaut actionneur . . . . .	88
	c. Synthèse sur les défauts . . . . .	89
3.9	Conclusion . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Modélisation et résultats</b> . . . . .	<b>93</b>
4.1	Introduction . . . . .	95
4.2	Modélisation . . . . .	95
4.2.1	<i>La pression rail</i> . . . . .	95
4.2.2	<i>Le débit pompe</i> . . . . .	96
4.2.3	<i>La section de l'IMV</i> . . . . .	97
4.2.4	<i>La vitesse moteur</i> . . . . .	98
4.2.5	<i>Le débit d'injection</i> . . . . .	98
4.2.6	<i>Le débit des fuites</i> . . . . .	99
4.2.7	<i>Le débit de décharge</i> . . . . .	99
	a. <i>Via les injecteurs</i> . . . . .	99
	b. <i>Via la vanne HPV</i> . . . . .	99
4.2.8	<i>La vitesse et la position de la bille HPV</i> . . . . .	102
	a. <i>Force hydraulique</i> . . . . .	102
	b. <i>Force mécanique</i> . . . . .	103
	c. <i>Force électro-mécanique</i> . . . . .	103
	d. <i>Force de jet</i> . . . . .	103
	e. <i>Force de viscosité</i> . . . . .	103
	f. <i>Retour à la modélisation de la position et de la vitesse de la bille</i> . . . . .	104
4.2.9	<i>Le courant de l'IMV</i> . . . . .	104
4.2.10	<i>Le courant de l'HPV</i> . . . . .	104
4.2.11	<i>Le coefficient <math>C_q</math></i> . . . . .	104
4.3	Acquisition et simulation . . . . .	106
4.3.1	<i>Acquisition</i> . . . . .	106
4.3.2	<i>La simulation</i> . . . . .	107
4.4	Système à trois états . . . . .	108
4.4.1	<i>La représentation d'état</i> . . . . .	110
4.4.2	<i>Convergence des estimations de l'état faite par l'observateur à mémoire finie</i> . . . . .	111
4.4.3	<i>Vérification des formulations séquentielles de l'observateur</i> . . . . .	111
4.4.4	<i>Comparaison avec un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman</i> . . . . .	113
4.4.5	<i>Les résultats de diagnostic</i> . . . . .	116
	a. <i>Cas sans défaut</i> . . . . .	116
	b. <i>Sensibilité théorique</i> . . . . .	117



c.	<i>Sensibilité pratique</i> . . . . .	119
4.4.6	<i>Bilan sur le système à trois états</i> . . . . .	124
4.5	Système à quatre états . . . . .	125
4.5.1	<i>La représentation d'état</i> . . . . .	125
4.5.2	<i>La simulation</i> . . . . .	127
4.5.3	<i>Les résultats de diagnostic</i> . . . . .	127
a.	<i>Cas sans défaut</i> . . . . .	127
b.	<i>Sensibilité pratique</i> . . . . .	127
4.5.4	<i>Bilan sur le système à quatre états</i> . . . . .	131
4.6	Système à six états . . . . .	132
4.6.1	<i>La représentation d'état</i> . . . . .	133
4.6.2	<i>La simulation</i> . . . . .	135
4.6.3	<i>Les résultats de diagnostic</i> . . . . .	135
a.	<i>Cas sans défaut</i> . . . . .	135
b.	<i>Sensibilité théorique</i> . . . . .	135
c.	<i>Sensibilité pratique</i> . . . . .	137
4.6.4	<i>Bilan sur le système à six états</i> . . . . .	141
4.7	Conclusion . . . . .	142
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>143</b>
	<b>A Tables des coefficients</b>	<b>147</b>
A.1	Coefficients des systèmes à trois et à quatre états . . . . .	149
A.2	Coefficients du système à six états . . . . .	149
A.3	Coefficients de la modélisation . . . . .	149
	<b>B Données sur l'acquisition</b>	<b>151</b>
B.1	Quantification des signaux . . . . .	153
B.2	Temps d'échantillonnage lors des acquisitions . . . . .	153
	<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>

# Liste des Figures

1	Description d'une chambre de combustion . . . . .	2
2	Description des quatre temps du moteur Diesel . . . . .	3
3	Evolution du pourcentage de véhicule Diesel en Europe. . . . .	4
1.1	Schéma du système d'injection Common Rail. . . . .	10
1.2	La rampe d'accumulation de pression . . . . .	10
1.3	Représentation de la pompe de transfert . . . . .	12
1.4	Représentation de l'IMV . . . . .	12
1.5	Représentation de la loi de commande de l'IMV . . . . .	13
1.6	Fonctionnement de la pompe HP . . . . .	14
1.7	Pression délivrée par la pompe HP en fonction du régime moteur . . . . .	15
1.8	Schéma d'un injecteur. . . . .	16
1.9	Schéma de l'HPV. . . . .	18
1.10	Evolution de la consommation moyenne des moteurs diesel et essence de 1995 à 2004. . . . .	20
1.11	Les différentes normes anti-pollution. . . . .	22
2.1	Erreur de type I ( $\alpha$ ) et de type II ( $\beta$ ) . . . . .	35
2.2	Les méthodes de linéarisation . . . . .	40
2.3	Schéma d'un système de détection et d'isolation de défauts . . . . .	43
2.4	Schéma d'observateur simplifié . . . . .	50
2.5	Schéma d'observateur dédié . . . . .	51
2.6	Schéma d'observateur généralisé . . . . .	52
3.1	Convergence de l'observateur en $L$ instants dans un cas déterministe . . . . .	69
3.2	Diagramme de la formulation séquentielle . . . . .	74
3.3	Décroissance de valeurs propres en fonction des longueurs des fenêtres . . . . .	80
3.4	Schéma de la construction du banc d'observateur . . . . .	82
4.1	Interpolation de la cartographie par un polynôme de degré 2 . . . . .	97
4.2	Schéma de la bille de la vanne HPV . . . . .	100
4.3	Évolution du coefficient $C_q$ en fonction de la position de la bille et de la pression du rail . . . . .	105
4.4	Commandes issues de l'acquisition sur véhicule . . . . .	106
4.5	Mesures issues de l'acquisition sur véhicule . . . . .	107
4.6	Schéma Simulink avec le contrôleur et le système d'injection . . . . .	107
4.7	Position de la pédale d'accélération . . . . .	108

4.8	Commandes du système à trois états . . . . .	109
4.9	Représentation des états . . . . .	109
4.10	Convergence de l'observateur L=1 et L=10 . . . . .	112
4.11	Convergence de l'observateur L=1 (représenté par '.') et L=10 (représenté par '*') - Zoom sur la pression rail . . . . .	112
4.12	Comparaison des différents observateurs - Zoom sur le cas où le résidu a la plus grande dispersion . . . . .	115
4.13	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut . . . . .	117
4.14	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 après seuillage - Cas sans défaut . . . . .	118
4.15	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut . . . . .	118
4.16	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la pression rail . . . . .	120
4.17	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail . . . . .	120
4.18	Graphique des résidus sommés et générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut . . . . .	121
4.19	Graphique des résidus sommés et générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail . . . . .	121
4.20	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail pendant 4 pas d'échantillonnage . . . . .	122
4.21	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling . . . . .	123
4.22	Graphique des commandes du système à quatre états . . . . .	128
4.23	Graphique représentant les états . . . . .	128
4.24	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut . . . . .	129
4.25	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut . . . . .	129
4.26	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur le capteur de pression rail . . . . .	130
4.27	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling . . . . .	130
4.28	Graphique des commandes . . . . .	136
4.29	Graphique des états . . . . .	136
4.30	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut . . . . .	138
4.31	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut . . . . .	138
4.32	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur le capteur de pression rail . . . . .	139
4.33	Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur le capteur de pression rail . . . . .	140
4.34	Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling . . . . .	141

# Liste des tableaux

2.1	Type d'erreur et risques associés aux tests d'hypothèses . . . . .	35
4.1	Description des différentes variables présentes dans ce chapitre . . . . .	96
4.2	Écart-type de l'erreur d'estimation $\delta_L$ . . . . .	113
4.3	Écart-type sur chacune des trois composantes du vecteur d'état de l'erreur d'estimation entre les formulations classique et séquentielle . . . . .	113
4.4	Moyennes et écart-types des différents résidus sur chacune de leurs composantes . . . . .	114
4.5	Moyennes et écart-types des différents résidus - Erreur de modèle . . . . .	115
4.6	Structure théorique des résidus en présence de défauts capteurs et actionneurs	119
4.7	Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur un défaut du capteur de pression rail (biais de 5%) . . . . .	122
4.8	Structure des résidus générés grâce aux observateurs à mémoire finie sur les capteurs et les actionneurs du système à trois états . . . . .	123
4.9	Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur un défaut de capteur de pression rail . . . . .	131
4.10	Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur des défauts capteurs et actionneurs . . . . .	131
4.11	Structure théorique des résidus en présence de défauts capteur et actionneur	137
4.12	Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur des défauts capteurs et actionneurs . . . . .	139
A.1	Coefficients liés à la représentation d'état des modèles à trois et quatre états	149
A.2	Coefficients liés à la représentation d'état du modèle à six états . . . . .	149
A.3	Coefficients liés à la modélisation des éléments du Common Rail . . . . .	150
B.1	Quantification des signaux enregistrés . . . . .	153
B.2	Période d'échantillonnage en [s] des différents signaux suivant les différentes acquisitions . . . . .	153



# Avant-propos et Remerciements

Le projet dont est issu ce travail a été monté par le Pôle Capteurs et Automatismes de Bourges et a été réalisé grâce à la collaboration de Delphi Diesel Systems (Blois) et de deux laboratoires : LVR (Laboratoire de Vision et Robotique - Bourges) et CRAN (Centre de Recherche en Automatique de Nancy).

Je tiens, en premier "chef", à exprimer toute ma vive reconnaissance au directeur du LVR, le Professeur Youssoufi TOURÉ, pour ces trois années passées au sein de son laboratoire. Je ne vais pas noircir plus longuement cette page mais je le remercie chaleureusement pour ses très nombreuses qualités ainsi que de faire fonctionner le mieux possible ce laboratoire.

Je tiens à remercier, au même titre, le Professeur Frédéric KRATZ. Je lui dis un grand MERCI pour ses conseils, ses encouragements ainsi que la confiance qu'il m'a accordée. Je tiens à souligner aussi son dynamisme, son écoute, sa sympathie, son humour, sa clairvoyance, etc ... (la liste est bien trop longue). Ses connaissances scientifiques et sa personnalité ont été et seront toujours pour moi une référence. Je le remercie aussi de m'avoir entraîné dans des contrées proches des Mathématiques, bien souvent ignorées des matheux mais tout aussi passionnantes : les chemins menant à l'Automatique.

Je tiens à remercier, Monsieur Jacques FANTINI, pour ses conseils avisés, ses très nombreux appels téléphoniques ainsi que pour son aide précieuse au cours de ce travail et en particulier lors de la rédaction. Je tiens à mettre en exergue sa patience, sa sympathie, son "trop de" dynamisme, son soutien et ses encouragements.

Mes remerciements vont aussi au Professeur José RAGOT pour ses nombreux conseils, son bon regard critique sur ce travail, sa grande pertinence et sa sagacité tout au long de ces trois années et en particulier lors de la rédaction. Son souci de précisions et de concision a permis un bon rendu final.

J'adresse aussi mes sincères remerciements à Monsieur Jean MARTIN de m'avoir accueilli au sein de l'équipe EMS (Electronic Management Systems) de Delphi Diesel Systems à Blois.

Ma reconnaissance va aussi à Monsieur Pierre DUPRAZ pour son encadrement tout au long de ce travail ainsi que pour ses corrections et ses remarques pertinentes sur le système Common Rail.

Mes remerciements vont à l'ensemble du personnel de Delphi à Blois et tout particulièrement Messieurs Zahi SABEH et Christophe GAUTHIER pour leur sympathie ainsi que pour leurs discussions tout au long de ce travail.

Je remercie spécialement le Professeur Alain OUSTALOUP d'avoir accepté d'être rap-

porteur de mon travail de thèse et me faire l'honneur d'être membre de mon jury. De plus, je garde et garderai un très bon souvenir de mon passage à Bordeaux ainsi que de l'"interrogatoire".

Ma gratitude va également au Professeur Gérard GISSINGER qui a accepté de rapporter ce travail. Je le remercie pour ses remarques et ses conseils éclairés ainsi que d'avoir accepté de faire partie de mon jury. De plus, je garde et garderai, là aussi, un très bon souvenir de mon passage à Mulhouse.

Mes remerciements vont au Professeur Maïtine BERGOUNIOUX qui me fait le grand honneur, après m'avoir accueilli en DESS à Orléans, d'être membre de mon jury de thèse et d'examiner mon travail.

Je remercie très chaleureusement Monsieur Yves PARMANTIER qui s'est particulièrement impliqué dans le "montage financier" de ce projet en allant à la pêche aux financements. Je remercie Yves pour sa gentillesse et sa patience.

Je tiens à remercier tous les membres permanents du LVR que j'ai côtoyé pendant ces trois ans et tout particulièrement les permanents à l'IUT ainsi que les permanents du LEES ; je n'oublierai pas les discussions "culturelles" au restaurant le midi et aux pauses café (et thé).

Je tiens à remercier aussi les doctorants et les docteurs du LVR et tout spécialement : le trio de choc - Tahar, Fab, Noldy - mais aussi Claudius, le petit David, Val, Lama, Rudy, Gilles, Cécile, Fafa, Joseph ainsi que les doctorants et docteurs du labo d'en-face (le LEES) Zaza, Cédric, Greg, Guillaume, Nico. Je tiens à les remercier pour leur grande sympathie, leur amitié, les soirées passées ensemble (et en particulier les soirées "Jeu-du-dico"), leur aide et leur générosité. MERCI pour tout.

Je souhaite remercier également les membres de l'IUT de Bourges et en particulier André LANGLET, Guillaume SPECKENS, Laurent MAUDUIT pour m'avoir confié la charge d'assurer quelques heures de vacances.

Je tiens à finir par un super gros MERCI à Laure SPINA, notre super-secrétaire pour son grand dévouement pour le laboratoire, sa très grande efficacité, son énorme sérénité et sa pharaonique gentillesse.

Ma reconnaissance s'adresse enfin à toutes celles et tous ceux qui de près ou de loin m'ont encouragé durant ces années : Toussaint, Manu, le groupe DESS - Béné, Guigui, Sylvain, Marie-Laure, NathNath et Ben - ainsi que tous les autres. MERCI.

Je dédie ce travail à mes parents qui ont su me donner une grande autonomie, m'ont aiguillé dans mes choix et supporté dans mes décisions.

# Introduction générale : Automobile et Automatique

## Historique

Débutons cet introduction par un bref historique, permettant de situer les différentes évolutions du moteur à combustion interne grâce à un récapitulatif des dates les plus importantes.

Le 16 janvier 1862, le français Alphonse Eugène Beau de Rochas (1815-1893) dépose auprès de la Société de Protection Industrielle le brevet n° 52-593 : "Nouvelles recherches et perfectionnements sur les conditions pratiques de la plus grande utilisation de la chaleur et en général de la force motrice, avec application aux chemins de fer et à la navigation". Les principes fondamentaux des moteurs modernes y sont définis sans équivoque.

Mais il faut attendre 1876 et l'allemand Nicolas Otto (1832-1891) pour voir la première réalisation d'un moteur à 4 temps. Il s'agit du moteur dit à allumage commandé communément appelé "moteur à essence".

Le premier moteur à combustible lourd fut mis au point en 1896 par l'ingénieur allemand Rudolph Diesel (1858-1913); ce dernier laissera son nom à ce type de moteur. Ce moteur était peu onéreux et d'un très bon rendement et sera dès lors essentiellement dédié aux véhicules lourds et aux locomotives. En effet, il sera boudé par le grand public à cause de ses divers inconvénients tels que le bruit, la pollution mais aussi le manque de performances et de fiabilité constaté sur certains modèles.

Il faut attendre 1973 et la première crise pétrolière pour que la part des moteurs Diesel devienne importante (tout au moins en Europe). Cet accroissement a été aidé, depuis la fin des années 70, par la mise en place du principe de turbo-compression sur les moteurs Diesel. Cela a permis d'obtenir des moteurs Diesel pouvant concurrencer les moteurs à allumage commandé plus puissants.

L'injection directe puis l'injection par régulation électronique (en 1989) et plus récemment l'injection directe à rampe commune (en 1998) ont permis au moteur Diesel d'acquérir une place très importante sur le marché des véhicules légers (toujours en Europe).

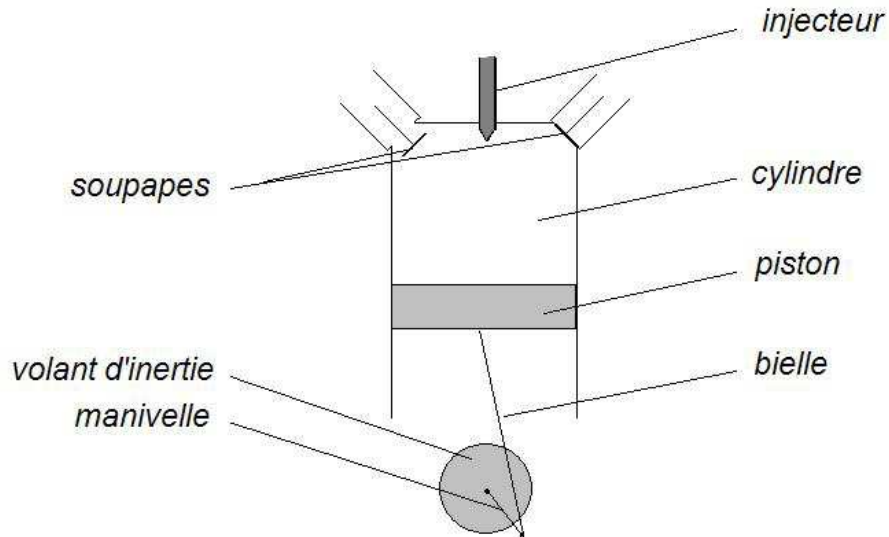


## Le moteur Diesel à quatre temps

Après ce bref historique, focalisons nous sur le moteur Diesel et attardons nous sur la présentation de ses principes de base.

### Principe de fonctionnement

Tout comme le moteur dit "à essence", le moteur Diesel est constitué de pistons coulissant dans des cylindres fermés à l'une de leurs extrémités (appelée tête du cylindre). La tête du cylindre est munie de soupapes (soupapes d'admission et d'échappement) et contient l'injecteur. Les soupapes sont entraînées par un arbre à cames, et relie le cylindre aux collecteurs d'admission et d'échappement.



---

**Figure 1** : Description d'une chambre de combustion

Le cycle d'un moteur Diesel à quatre temps comporte comme son nom l'indique quatre phases (illustrées par la figure 2) :

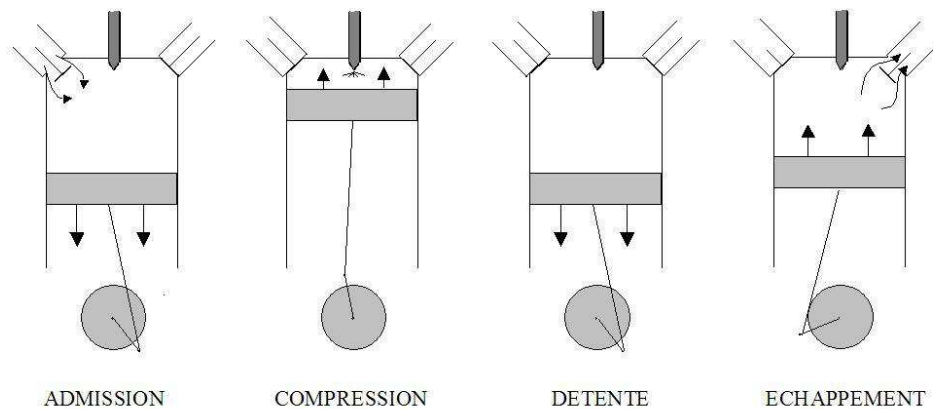
1. **ADMISSION** : le piston descend du point mort haut (PMH) au point mort bas (PMB) et aspire l'air frais au travers des soupapes d'admission.

2. **COMPRESSION** : la soupape d'admission est fermée, la quantité d'air admise est comprimée grâce à la remontée du piston vers le PMH ; en fin de compression, le carburant est injecté dans le cylindre.

3. **DÉTENTE** : La combustion du carburant par auto-inflammation génère une augmentation rapide de la pression interne du cylindre qui pousse le piston vers le PMB.

4. **ÉCHAPPEMENT** : la remontée du piston chasse les gaz brûlés au travers des soupapes d'échappement ouvertes.

La différence fondamentale du moteur Diesel avec le moteur à essence est qu'il ne possède pas de bougies pour enflammer le carburant. Dans un moteur Diesel, le carburant s'auto-enflamme sous l'effet de la pression et de la température.



**Figure 2** : Description des quatre temps du moteur Diesel

## Les évolutions apportées au moteur Diesel

Des évolutions ont été apportées au moteur Diesel afin de corriger ses principaux inconvénients de ce moteur tels que le bruit (claquements notamment à froid) ou les émissions polluantes, mais aussi dans l'optique d'un gain de performances. Parmi ces différentes évolutions, nous pouvons citer l'injection ainsi que la sur-alimentation (via le turbo-compresseur).

L'injection directe telle qu'elle était réalisée dans les années 1970 avait comme inconvénient majeur, les émissions sonores. La réduction du niveau sonore dépend beaucoup du pilotage de l'injection et de l'insonorisation. L'essor du moteur Diesel a commencé par la mise au point de l'injection indirecte. Dans ce cas, l'injecteur n'injecte pas directement le carburant dans le cylindre mais dans une pré-chambre. Malheureusement le rendement du moteur est un peu dégradé (15 à 20% de consommation en plus).

Le retour aux moteurs à injection directe a été motivé par un souci de baisse de la consommation et s'est accompagné de la mise au point du système d'injection haute pression dit Common Rail.

Entre temps et dans un souci de gain de performance, le turbo-compresseur a été développé. Il est constitué d'une turbine, entraînée par les gaz d'échappement, effectuant ainsi une suralimentation en air admis lors de la phase d'admission. Il permet alors de récupérer l'énergie perdue à l'échappement (environ 25% de l'énergie fournie par le carburant) et de l'utiliser pour augmenter la quantité d'air introduite dans le moteur.

La turbo-suralimentation procure donc l'avantage d'un maintien de la pleine puissance et cela même en altitude. En effet, sans turbo-compresseur, l'alimentation en air peut décroître de 40% lorsque le moteur est en haut régime et le moteur peut perdre jusqu'à 12% de sa puissance à 1000 mètres d'altitude .

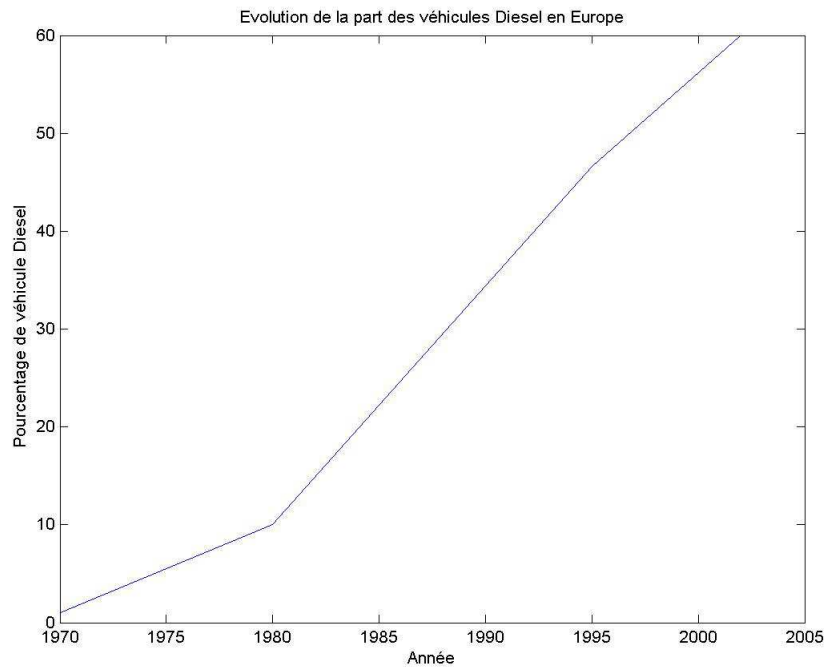
## Evolution du Diesel sur le marché automobile

Dans les années 1970 à 1990, l'injection indirecte a permis une diminution importante des émissions sonores couplée à une baisse de la consommation et un coût de carburant plus faible, a donné un attrait au moteur Diesel auprès du grand public.

De plus, la prise de conscience de l'opinion publique concernant les émissions polluantes des véhicules, la mise en place de normes de pollution ainsi que la recherche d'une consommation faible ont contribué de manière significative au développement du système Common Rail.

Enfin, l'importance des nouvelles technologies dans la compétitivité des firmes, en Europe, peut être illustrée par les progrès réalisés dans le domaine des motorisations Diesel. En France, les voitures Diesel représentent plus de 60% des ventes en 2002. Pour comprendre l'enjeu que représente ce marché il faut savoir qu'en 1995 cette proportion était de 46.6% au début des années 80 de 10%, et de 1% au début des années 70 (cf : figure 3).

Le succès de ces motorisations dans l'ensemble de l'Europe s'explique par une innovation majeure : l'injection directe (1998) qui provient d'un ensemble d'équipementiers.



---

**Figure 3** : Evolution du pourcentage de véhicule Diesel en Europe.

## Contribution de l'automatique

L'apport des avancées technologiques dans un premier temps ainsi que l'attrait du grand public ont accentué le développement du moteur Common Rail. De plus, le développement de l'électronique embarquée a permis de donner une place prépondérante à l'automatique dans ce domaine.

Notons que ceci n'est pas forcément dédié spécifiquement au moteur Common Rail, mais plutôt à l'automobile en général. En effet, nous voyons de plus en plus chaque jour

l'implication de l'automatique dans l'automobile qui se traduit par le recrutement d'ingénieurs issus de formation en automatique mais aussi par des partenariats avec le milieu universitaire (contrat, projet, thèse CIFRE, ...). De plus, le rapprochement entre les industriels de l'automobile et les universitaires du milieu automatique est concrètement renforcé par des actions nationales et internationales comme par exemple :

- des groupes de travail du CNRS tel que le groupe "Automatique et Automobile", le pôle "DIVA", ...
- des journées telles que les journées "Automatique et Automobile",
- des congrès "IFAC Advances in Automotive Control", "IEEE Vehicular Technology Society", SAE "Society of Automotive Engineers".

Plus particulièrement, nous nous sommes intéressés au diagnostic du Common Rail. Les travaux ont été réalisés dans le cadre du projet DIROSID (DIagnostic ROBuste des Systèmes d'Injection Diesel), mis en place par le Pôle Capteurs et Automatisme de Bourges. La réalisation du projet a pu être faite grâce au concours de la société Delphi, du Centre de Recherche en Automatique de Nancy, du Laboratoire Vision et Robotique et du Pôle Capteurs et Automatisme (Université d'Orléans) et avec la coopération des Fonds Européens (FEDER), l'Agence Nationale de la Recherche Technique, des Fonds de l'état (FRED - Fonds pour la REstructuration de la Défense) et des fonds de la Région Centre.

Le corps du mémoire est composé de quatre chapitres, encadrés par une introduction et par une conclusion accompagnée de perspectives.

### **Chapitre 1 : Présentation et enjeux du système d'injection à haute pression**

Une présentation du système Common Rail sera faite dans ce chapitre afin d'introduire les enjeux de ce système ainsi que les enjeux de la mise en place d'une méthode de diagnostic. Une focalisation sur les contraintes du système Common Rail ainsi que sur les problèmes pouvant survenir sur le système sera faite. Une brève description d'un état de l'art sera réalisée.

### **Chapitre 2 : Diagnostic des systèmes**

Une présentation de l'outil de diagnostic sera réalisée dans ce chapitre, en passant tout d'abord par des définitions des différents termes usités dans le domaine puis par les notions de résidus et de prise de décisions. Une grosse partie sera consacrée aux méthodes de diagnostic, aux performances et à la robustesse. Ce chapitre se terminera par la motivation et le choix d'une méthode de diagnostic.

### **Chapitre 3 : Etude sur les observateurs à mémoire finie**

Une étude concernant les observateurs à mémoire finie sera réalisée dans ce chapitre. Elle permettra la mise en évidence des propriétés de l'observateur ainsi qu'une description de la sensibilité aux perturbations d'un point de vue théorique ou analytique.

### **Chapitre 4 : Modélisation et résultats**

Dans ce dernier chapitre, une partie sera consacrée à la modélisation des différents composants du système d'injection à haute pression. Dans une seconde partie, différents résultats obtenus sur le système Common Rail seront décrits en particulier une comparaison entre différents observateurs.



# Présentation et enjeux du système d'injection à haute pression

" The automobile has practically reached the limits of its development"  
Scientific American, 1909

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1.2</b>	<b>Présentation du système d'injection à haute pression</b>	<b>9</b>
1.2.1	<i>La pression : cœur du système d'injection</i>	10
1.2.2	<i>En amont : le dispositif de pompage</i>	11
1.2.3	<i>En aval : l'alimentation</i>	14
<b>1.3</b>	<b>L'importance d'une procédure de diagnostic</b>	<b>19</b>
1.3.1	<i>Introduction</i>	19
1.3.2	<i>Les enjeux du Common Rail</i>	19
1.3.3	<i>Les contraintes</i>	23
1.3.4	<i>Les défaillances pouvant apparaître sur le système Common Rail</i>	24
1.3.5	<i>État de l'art sur l'existant</i>	25
1.3.6	<i>Synthèse</i>	26
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>27</b>

---

---

## 1.1 Introduction

Nous avons vu, dans l'introduction générale de ce mémoire, que depuis quelques années le visage du monde automobile tend à changer et à s'orienter vers de nouveaux styles de motorisation.

Ces changements ont des motivations profondes liées certes à la recherche d'un gain de performances mais aussi et surtout ancrées dans des directives environnementales, ce qui est un critère nouveau dans ce domaine.

Pour répondre à ces directives environnementales, un choix technologique a conduit à la mise en place d'un système d'injection à haute pression. Enfin de bien s'imprégner et comprendre ce système, ce premier chapitre est articulé autour de deux parties. La première partie porte sur la description du système d'injection à haute pression Common Rail. La seconde partie s'arrête plus en détail sur l'enjeu même de la mise en place d'une procédure de diagnostic sur ce système.

Dans une première partie, nous présenterons le système d'injection à haute pression afin de bien cerner les différents aspects de ce système. Nous commencerons par la description du rail et la pression qu'il régule. Le rail ainsi que la pression qui lui est associée sont au cœur même du système d'injection à haute pression, d'où l'appellation de Common Rail pour ce type de système d'injection. Nous aborderons ensuite les éléments en amont ainsi qu'en aval du rail. Nous ferons une description du dispositif de pompage (pompe de transfert, actionneur d'alimentation, la pompe haute pression) délivrant un débit entrant dans le rail. Ensuite, la caractérisation des débits sortants du rail sera présentée au travers de la caractérisation des injecteurs mais aussi par la prise en compte des fuites et des éléments de décharges du système d'injection.

Dans une seconde partie, les enjeux de la mise en place d'une procédure de diagnostic sur le système Common Rail vont être décrits. Cela sera fait au travers des enjeux technologiques et environnementaux liés au système Common Rail tels que la diminution des émissions polluantes, la baisse de la consommation, la diminution du bruit et l'augmentation des performances. Les enjeux passeront aussi par la description des contraintes physiques et technologiques appliquées sur ce système. Nous terminerons par la description des différents problèmes pouvant survenir sur un tel système, nous nous interrogerons quant à la nécessité d'une procédure de surveillance du système d'injection à haute pression. Ceci nous amènera à la description d'un état de l'art sur les procédures de diagnostic déjà existantes sur le système.

Mais avant de commencer la présentation du système d'injection à haute pression, une définition s'impose dans cette introduction. Dans ce mémoire, le terme "système d'injection à haute pression" désigne un organe du moteur permettant d'alimenter la chambre de combustion en carburant porté à des pressions élevées.

## 1.2 Présentation du système d'injection à haute pression

*Remarque 1.* Deux principaux types de systèmes d'injection sont disponibles sur le marché automobile. Les travaux développés dans ce mémoire concernent le système Common Rail,



## 1.2. Présentation du système d'injection à haute pression

l'injecteur "classique" y est monté sur une rampe commune appelé rail. L'autre type d'injecteurs est l'injecteur-pompe c'est-à-dire un injecteur couplé à une pompe haute pression qui ne nécessite plus de rampe commune.

◇

La figure 1.1 illustre le système d'injection Common Rail. Une présentation de chacune de ses composantes sera détaillée dans les paragraphes suivants.

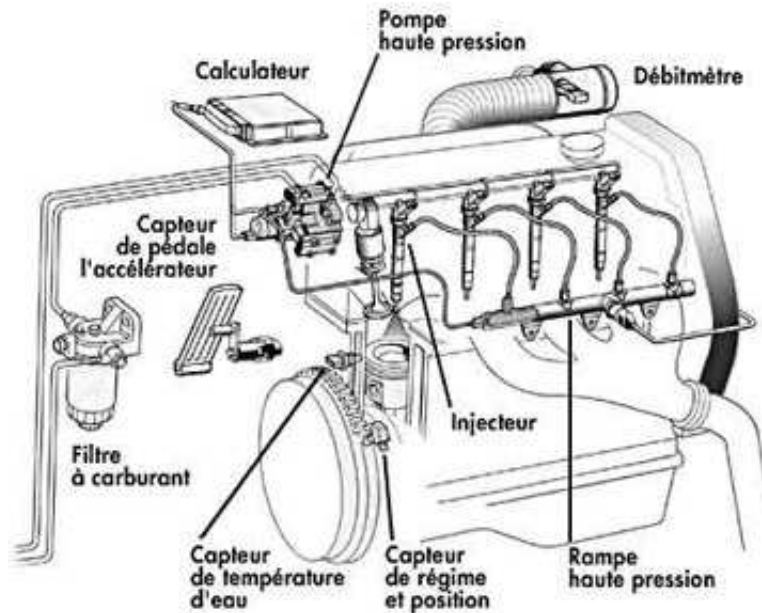


Figure 1.1 : Schéma du système d'injection Common Rail.

### 1.2.1 La pression : cœur du système d'injection

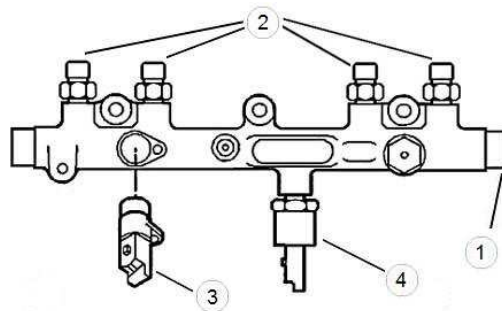


Figure 1.2 : La rampe d'accumulation de pression

La figure 1.2 représente le système rail composé d'une alimentation en carburant (1), de quatre départs reliés aux injecteurs (2), d'une sonde de température de carburant (3) et d'un capteur de pression (4).

Ce composant est la pièce centrale du système à haute pression. Le rail (en permettant la montée et le maintien de la pression) est assimilé à un accumulateur de pression.

La pression est un paramètre physique jouant un rôle très important dans le principe de l'injection Common Rail, une description plus détaillée sera faite plus loin (§ 1.2.3.a.).

La plage de fonctionnement typique du système d'injection évolue de 200 *bars* au ralenti jusqu'à des pressions 1600 *bars* en pleine charge pour les modèles actuels (2000 *bars* pour les modèles en cours de développement).

L'équation physique régissant la variation de pression dans le rail est décrite par l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{dP_{rail(t)}}{dt} = \frac{K}{V_{rail}}(Q_e(t) - Q_s(t)) \quad (1.1)$$

où  $Q_e$  et  $Q_s$  désignent respectivement les débits entrant et sortant du rail,  $K$  et  $V_{rail}$  sont des constantes désignant respectivement le coefficient de compressibilité du fluide et le volume du rail.

L'équation 1.1 nous conduit directement aux deux sections suivantes concernant respectivement le débit entrant et les débits sortants.

### 1.2.2 *En amont : le dispositif de pompage*

Le dispositif de pompage est constitué de trois organes :

- une pompe de transfert,
- un actionneur basse pression,
- une pompe haute pression.

#### a. *La pompe de transfert*

La pompe de transfert est une pompe basse pression située entre le réservoir et la pompe haute pression (pompe HP), et est intégrée dans le carter de cette dernière.

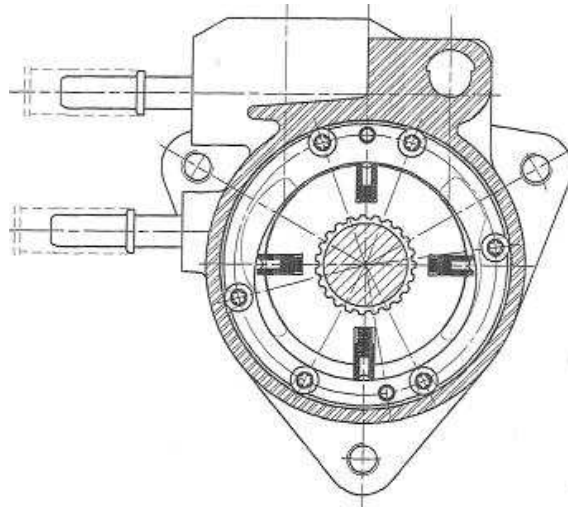
Grâce à la dépression générée par la rotation de la pompe de transfert, le gasoil est aspiré du réservoir, passe par le filtre à carburant et alimente la pompe HP. La pompe de transfert est entraînée par l'arbre de la pompe HP. La pression générée par cette pompe augmente donc en fonction du régime moteur. Un clapet de régulation permet de maintenir la pression à une valeur quasi constante (environ 6 *bars*).

Cette pompe fonctionne grâce au principe : rotor/stator à 4 pôles. La commande d'ouverture du flux vers la pompe HP est gérée par l'actionneur basse pression communément appelé IMV (Inlet Metering Valve).

#### b. *L'actionneur d'alimentation de la pompe HP : IMV*

L'actionneur basse pression (IMV) connecte la pompe de transfert et la pompe haute pression. L'IMV assure la régulation de la quantité de carburant envoyée à la pompe HP. La vanne IMV est utilisée pour contrôler la pression dans le rail de façon à ce que la pression réelle suive la pression de consigne.

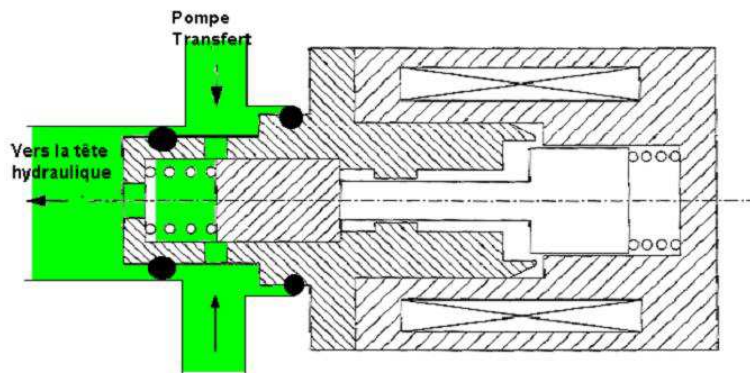
Le rôle principal de l'IMV est d'améliorer le rendement du système d'injection, la pompe HP ne comprimant que la quantité de carburant nécessaire pour maintenir la valeur de pression demandée dans le rail et cela pour chacun des points de fonctionnement du moteur.



**Figure 1.3 :** Représentation de la pompe de transfert

L'IMV permet également de diminuer la température dans le réservoir de carburant. En effet, lors des différentes décharges dans le circuit de retour (cf : 1.2.3.b., page 17), la détente du fluide dégage une forte quantité de chaleur provoquée par la transition de la pression rail à la pression atmosphérique et génère une augmentation de la température du carburant.

Une façon de limiter l'augmentation de la température du carburant est de restreindre la quantité de chaleur générée par la détente du carburant et donc de réduire les débits de retour.



**Figure 1.4 :** Représentation de l'IMV

Pour réduire ces débits, il suffit d'adapter le débit de la pompe HP aux besoins du moteur sur toute sa plage de fonctionnement.

L'IMV est composée des éléments suivants :

- un piston maintenu en pleine ouverture par un ressort,

- une bobine pilotée en courant,
- un boisseau plaqué contre le piston par un ressort dont le tarage est inférieur à celui du premier ressort,
- un corps muni de deux orifices radiaux d'alimentation et d'un orifice axial de refoulement,
- d'un filtre cylindrique positionné sur les orifices d'alimentation,
- de deux joints toriques assurant l'étanchéité entre la tête hydraulique et le corps de l'IMV.

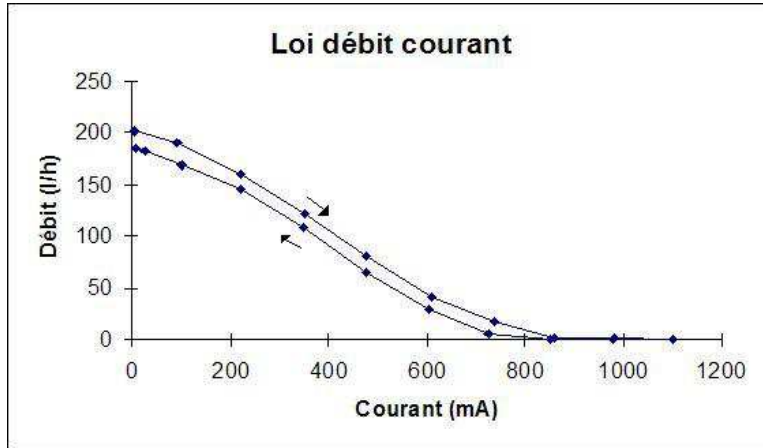


Figure 1.5 : Représentation de la loi de commande de l'IMV

En mode non commandé, c'est-à-dire lorsque l'IMV n'est pas alimentée en courant, la vanne est en position pleine ouverture. Ce mode de fonctionnement ne lui permet pas d'être utilisée comme un organe de sécurité pouvant couper le moteur en cas de nécessité.

La figure 1.5 donne la loi de commande du débit de carburant transitant par l'IMV en fonction du courant appliqué. Cette loi de commande présente une hystérésis. La courbe du haut correspond à la commande de fermeture de la vanne IMV, tandis que la courbe du bas commande l'ouverture. L'expression analytique associée à cette hystérésis est écrit de la façon suivante :

$$Q_{pompe}(t) = \begin{cases} f^+(I_{IMV}) & \text{si } I_{IMV} \text{ est croissant} \\ f^-(I_{IMV}) & \text{si } I_{IMV} \text{ est décroissant} \end{cases} \quad (1.2)$$

où  $f^+$  et  $f^-$  sont deux fonctions permettant d'interpoler le débit pompe en fonction du courant IMV (cf : figure 1.5).

Précisons que la valeur du courant de la vanne IMV générée par le calculateur est contrainte par :

- la vitesse moteur,
- la demande de débit,
- la demande de pression rail,
- la pression rail mesurée.

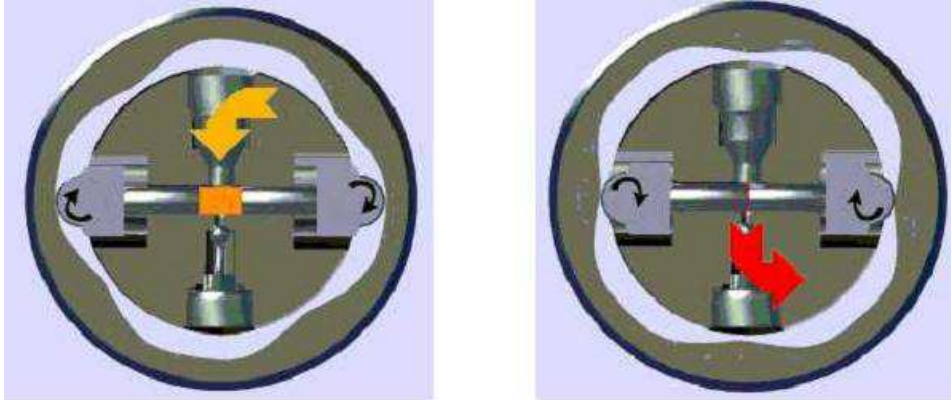
### c. La pompe haute pression

Comme nous l'avons vu précédemment, le carburant est aspiré au travers du filtre par la pompe de transfert. Celle-ci refoule le carburant vers l'entrée de la pompe HP à une

pression quasi constante dite pression de transfert.

La pompe HP doit pouvoir fournir le débit souhaité par le calculateur depuis une pression d'entrée de 6 *bars* jusqu'à une pression de sortie maximale de 1600 *bars*.

La figure 1.6 représente le fonctionnement de la pompe HP. Pendant la phase de remplissage, les galets sont maintenus en contact avec la came. La pression de transfert est suffisante pour ouvrir le clapet d'admission et écarter les pistons plongeurs. Ainsi, l'espace compris entre les deux pistons plongeurs se remplit de carburant.



**Figure 1.6** : *Fonctionnement de la pompe HP*

Lorsque les galets diamétralement opposés rencontrent simultanément le profil d'attaque de la came, les pistons sont repoussés l'un vers l'autre. La pression augmente rapidement dans l'espace compris entre les deux pistons plongeurs.

Dès que la pression devient supérieure à la pression de transfert, le clapet d'aspiration se referme. Lorsque la pression devient supérieure à la pression qui règne dans le rail, le clapet de refoulement s'ouvre. Le fluide sous pression est refoulé vers le rail.

La figure 1.7 illustre l'évolution (par interpolation linéaire) de la pression rail fournie par la pompe HP en fonction du régime moteur ( $\omega_e$ ). La pression rail se stabilise autour de sa valeur maximale - 1600 *bars* sur cet exemple - à partir de 3000 *tr/min*. Au delà de 5000 *tr/min*, le maintien de la pression ne peut pas être assuré. Le système a atteint une zone critique de fonctionnement, la pression décroît.

La pompe haute pression délivre un débit ( $Q_{pompe}$ ) dont la description sera détaillée ultérieurement. Le débit de la pompe haute pression est le seul débit entrant dans le rail.

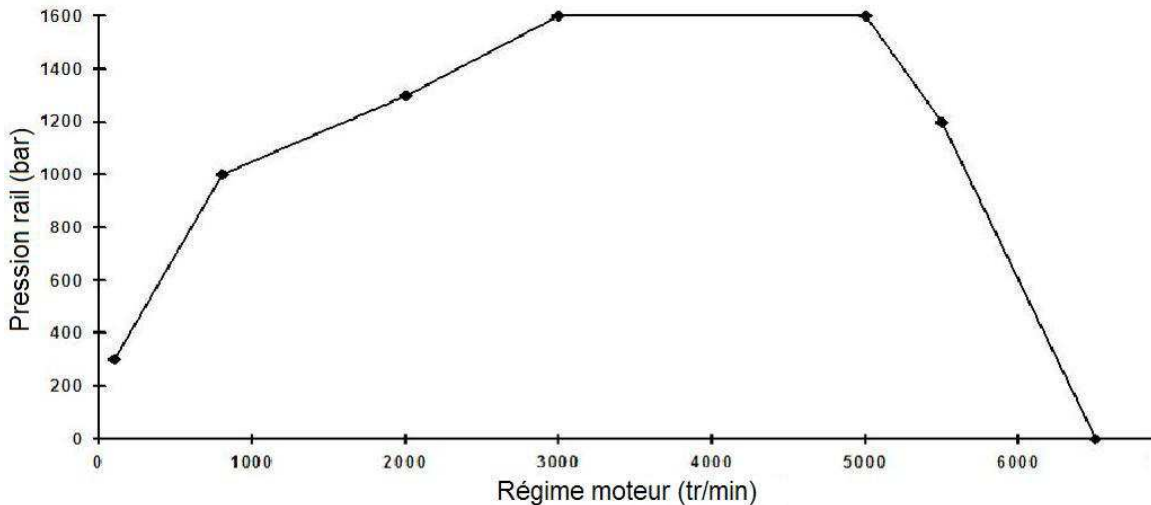
$$Q_e(t) = Q_{pompe}(t), \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (1.3)$$

où  $Q_e$  désigne le débit entrant défini dans l'équation 1.1.

### 1.2.3 En aval : l'alimentation

#### a. Les injecteurs

Le rail alimente une série de  $n_{inj}$  injecteurs contribuant chacun au cycle moteur dans la chambre de combustion.



**Figure 1.7** : Pression délivrée par la pompe HP en fonction du régime moteur

L'injecteur est divisé en deux parties principales : la partie inférieure constituée de l'injecteur proprement dit et d'une aiguille, la partie supérieure qui permet de commander électriquement l'aiguille (figure 1.8).

L'injecteur pulvérise le carburant dans la chambre de combustion en dosant de manière très précise le débit à injecter ainsi que l'avance à l'injection. Cela est réalisé grâce à un contrôle électronique précis, mais aussi à des injections qui peuvent être multiples (sur un même cycle moteur) avec des temps de séparation très courts entre chaque injection.

L'enjeu technologique, lors de la mise au point de ce produit, a été de répondre aux exigences citées ci-dessus, tout en dégageant une faible quantité de chaleur. En effet, les pressions d'injection maximales sont de l'ordre de 1600 *bars*. Donc, les efforts à vaincre pour soulever l'aiguille de l'injecteur sont très importants. De ce fait, il est impossible de piloter directement l'aiguille de l'injecteur à l'aide d'un actionneur électromagnétique, à moins d'employer des courants très importants dont les temps de réponse seraient incompatibles avec les temps de réaction requis pour les injections multiples. D'autre part, l'utilisation de courants forts requiert une électronique de puissance volumineuse, éventuellement coûteuse et provoque un échauffement important de l'actionneur.

L'aiguille de l'injecteur est donc pilotée indirectement grâce à une valve qui commande la mise en pression ou la décharge de la chambre de contrôle située au-dessus de l'aiguille :

- lorsque l'aiguille doit se lever (en début d'injection), la valve est ouverte de façon à décharger la chambre de contrôle dans le circuit de retour de fuite.
- lorsque l'aiguille doit se refermer (en fin d'injection), la valve se referme de telle sorte que la pression s'établisse à nouveau dans la chambre de contrôle.

Dans le but de garantir un temps de réponse rapide et une consommation d'énergie la plus faible possible, la valve avoir une inertie faible et sa course aussi courte que possible. De plus, l'effort à exercer pour déplacer la valve doit être minimal, donc elle doit être en équilibre hydraulique en position fermée. Seul un ressort faiblement taré assure le contact

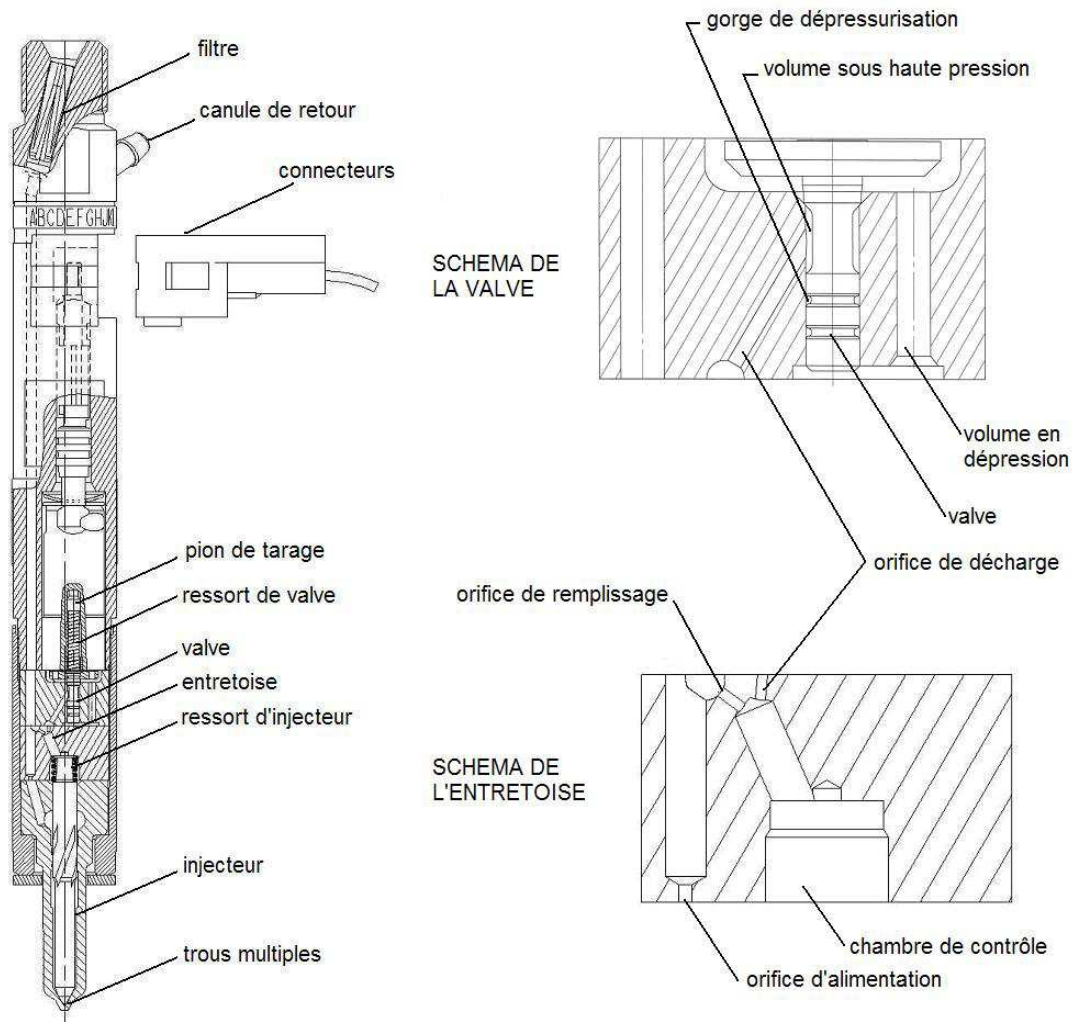


Figure 1.8 : Schéma d'un injecteur.

de la valve sur son siège. Pour soulever la valve, il suffit donc de vaincre la force exercée par ce ressort.

Les injecteurs du système Common Rail sont des composants de très grande précision. Ils sont capables d'injecter des quantités variant de 0.5 à 100 *mg* sous des pressions de 150 à 1600 *bars*. La précision demandée requiert des tolérances de fabrication extrêmement faibles (quelques  $\mu m$ ) du diamètre des gicleurs et du jeu fonctionnel entre les différentes pièces en mouvement. Néanmoins, du fait des dispersions d'usinage, les pertes de charge, les frottements mécaniques entre les pièces en mouvement et l'effort magnétique varient d'un injecteur à l'autre. De ce fait, des dispersions sur les débits sont constatées et peuvent atteindre 5 *mg/coup*.

Il est impossible de contrôler efficacement un moteur avec une telle dispersion entre les injecteurs. Il est donc nécessaire d'appliquer une correction qui permettra d'injecter la quantité souhaitée de gasoil quelle que soit la caractéristique initiale de l'injecteur. Pour cela, il est nécessaire de connaître cette caractéristique, et de corriger le temps d'impulsion appliqué à l'injecteur en fonction de la différence entre elle et celle utilisée dans le calculateur.

La caractéristique enregistrée dans le calculateur est appelée la cible. Il s'agit d'une valeur moyenne des débits mesurés sur un lot représentatif d'injecteurs. Cette valeur permet de convertir la demande de débit en temps d'impulsion.

Étant donné la dispersion, cette impulsion ne peut pas être directement appliquée à l'injecteur sans une correction préalable qui est déterminée à l'aide de la caractéristique propre de l'injecteur, obtenue par une mesure des débits pour différentes valeurs de pression. La modélisation de ces caractéristiques définit les C2I (Caractéristiques Initiales de l'Injecteur).

Dans le mode de fonctionnement le plus courant, le débit d'injection est le débit le plus important en sortie du rail. Les deux autres débits (fuites et décharge) sont secondaires.

### **b. *Fuites et décharges***

Deux autres débits sortent du rail en plus du débit d'injection, les débits de retour. Le carburant n'est pas injecté, il est acheminé soit vers le réservoir, soit vers les éléments de pompage suivant les configurations. Dans les deux cas, il s'agit de perte, non pas physique (le carburant sera ré-utilisé) mais plutôt énergétique. En effet, une certaine quantité de l'énergie a été fournie pour acheminer ce carburant jusqu'aux injecteurs qui retourne en amont sans être utilisé.

Les deux débits de retour sont les débits de fuite et de décharge.

#### **i) Fuites**

Les injecteurs sont très fortement sollicités en pression, mais aussi en température, en temps de réponse, ... L'étanchéité liées à ces fortes contraintes et en particulier la pression ne est pas facile à maîtriser et engendrent des fuites sur le système d'injection. De plus, lorsque l'aiguille doit se lever (en début d'injection), la valve est ouverte de façon à décharger la chambre de contrôle dans le circuit de retour de fuite. Un débit de fuite est donc identifiable et intrinsèque au système lui-même. Ce débit varie en fonction de la pression et est continu.

#### **ii) Décharges**

Le second débit de retour est un débit piloté. Lorsque la demande de pression dans le rail chute brusquement (lors d'une décélération ou d'un défaut nécessitant la décharge rapide du rail par exemple), la fermeture de l'IMV ne permet pas d'atteindre suffisamment vite la nouvelle consigne de pression définie par le calculateur. Un système est donc mis en place afin de faire chuter rapidement la pression dans le rail conformément à la consigne. Ce débit est communément appelé débit de décharge. Deux types de décharge seront étudiés dans ce mémoire. Le comportement de ces deux types de décharge feront l'objet d'une modélisation au chapitre 4.

Il est évident que l'IMV doit rester fermée pendant la décharge qu'elle soit binaire ou proportionnelle.

#### **- Décharge via les injecteurs**

Le système Common Rail peut utiliser les injecteurs pour décharger le rail. Ce mode de fonctionnement repose sur le temps de réponse des injecteurs. En effet, pour décharger le circuit HP sans risquer l'introduction de carburant dans les cylindres, il faut alimenter la bobine sur des temps suffisamment longs pour soulever la valve et ainsi mettre en communication directe le rail avec le circuit de retour de fuite injecteur, mais suffisamment



courts pour éviter que l'aiguille de l'injecteur ne se soulève et provoque ainsi l'introduction inopinée de carburant dans la chambre de combustion.

Ce mode de fonctionnement n'est possible que si le temps de réponse de l'injecteur (c'est à dire le temps compris entre le début de l'alimentation de l'électrovanne et l'instant où l'aiguille de l'injecteur se soulève) est parfaitement maîtrisé. Ce temps est évidemment différent pour chaque injecteur puisqu'il dépend des caractéristiques initiales de l'injecteur et de son usure. Il est donc indispensable de connaître avec précision la caractéristique initiale et la dérive de chaque injecteur. La commande de décharge via les injecteurs est une commande TOR (Tout Ou Rien).

#### - Décharge via le système HPV

Un autre type de décharge est présenté et traité dans ce mémoire, il s'agit de la décharge via la vanne HPV (High Pressure Valve). Cette valve de décharge permet de contrôler le débit de sortie du rail. L'action créée par le décollement d'une bille de son assise génère un volume de passage pour le carburant (figure 1.9) et donc un débit de décharge.

Ce système met en jeu différentes forces (présentées plus en détail au chapitre 4). L'action de la bobine et du ressort permet de générer une force opposée à la force hydraulique générée par la pression du rail. La somme des forces est nulle lorsque l'HPV est fermée, il n'y a alors aucun débit de décharge.

La force électro-mécanique de la bobine permet de relâcher la force appliquée sur la bille et de générer ainsi un débit de décharge.

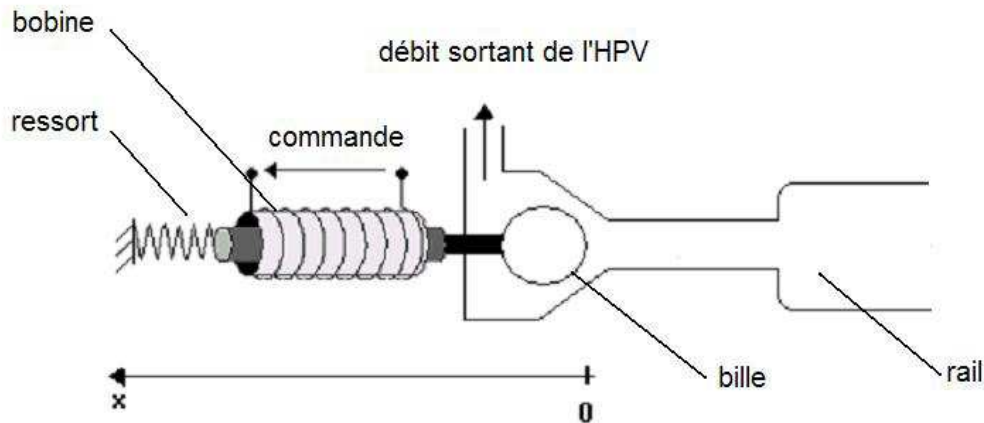


Figure 1.9 : Schéma de l'HPV.

Remarquons qu'il ne s'agit plus, comme au paragraphe précédent, d'une décharge binaire mais d'une décharge pilotée proportionnellement.

#### c. Synthèse

Le débit sortant du rail ( $Q_s$  de l'équation 1.1) est la somme de trois débits, nous avons :

$$Q_s(t) = Q_{inj}(t) + Q_{fuite}(t) + Q_{dech}(t), \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (1.4)$$

où  $Q_{inj}$  est le débit d'injection,  $Q_{fuite}$  le débit des fuites intrinsèques au système Common Rail et  $Q_{dech}$  le débit des décharges (soit en binaire, soit pilotée proportionnellement).

## 1.3 L'importance d'une procédure de diagnostic

### 1.3.1 Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons aux raisons et à l'importance du développement d'une procédure de diagnostic du système Common Rail. Nous verrons cela au travers des enjeux du Common Rail et des contraintes appliquées à celui-ci. En dernier lieu, un rapide panorama recense les problèmes pouvant intervenir sur le système Common Rail ainsi qu'un état de l'art sur le type d'approche de diagnostic mise en place avant le début de ces travaux.

### 1.3.2 Les enjeux du Common Rail

Depuis la première conférence sur le climat, organisée à Genève en 1979, les gouvernements mondiaux se sont engagés à réduire progressivement leurs émissions des gaz à effet de serre. Les protocoles conclus lors du Sommet de la Terre de Buenos Air de 1992 et de Kyoto en 1997, participent à la lutte mondiale contre le changement climatique et ont été majoritairement appliqués à travers le monde.

Devant cette prise de conscience collective et les différents accords telles que les normes EURO réglementant l'émission des gaz à effet de serre, les motoristes et équipementiers automobile ont développé et mis au point le système Common Rail. Ainsi, ce système a été conçu afin de répondre à plusieurs prérogatives souhaitées environnementales et économiques. En effet, les différents enjeux du Common Rail sont avant tout de proposer une stratégie visant à atteindre quatre objectifs :

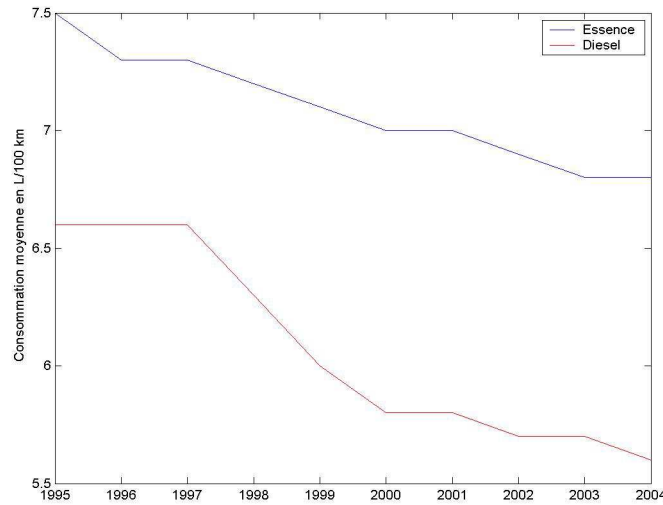
1. la baisse de la consommation du véhicule donc un moteur économique, "peu gourmand",
2. la diminution du niveau de bruit du moteur, principal reproche fait au moteur Diesel,
3. la baisse de la pollution conforme avec la convention cadre des accords de Kyoto,
4. l'augmentation des performances.

#### a. La baisse de la consommation

Depuis la première crise pétrolière de 1973, les chefs d'état mais aussi le grand public ont pris conscience de l'importance de la consommation des véhicules. De plus, les différents rapports concernant l'estimation des ressources pétrolières sont de plus en plus alarmistes. Ces deux points ont eu pour effet la réduction du gaspillage des ressources fossiles.

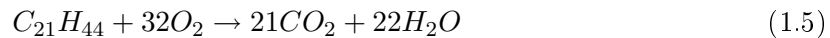
La réduction de la consommation est obtenue en optimisant le contrôle de la combustion, donc un contrôle optimal du débit, de l'avance et de la pression d'injection sur toute la plage de fonctionnement du moteur. Par rapport aux systèmes d'injection conventionnels, le système Common Rail apporte une souplesse d'utilisation qui permet d'ajuster avec précision le débit injecté, l'avance à l'injection, le taux d'introduction et la pression d'injection en fonction des contraintes d'utilisation.

L'injection directe du carburant dans le cylindre permet une économie de consommation qui peut atteindre 30% à 40% par rapport à un moteur essence et une économie de 20% en comparant à un moteur diesel de génération précédente (cf : [63] et figure 1.10). Ainsi comme le montre la figure 1.10, la mise sur le marché du système Common Rail à partir de la deuxième moitié des années 90 a permis la baisse significative de la consommation des moteurs Diesel.



**Figure 1.10** : Evolution de la consommation moyenne des moteurs diesel et essence de 1995 à 2004.

Cette baisse de la consommation réduit l'émission de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), principal rejet de la combustion avec l'eau ( $H_2O$ ) :



L'équation chimique donne une représentation simplifiée de la combustion du gasoil dans la chambre de combustion où la molécule  $C_{21}H_{44}$  désigne la molécule du gasoil (le carburant),  $O_2$  la molécule de l'oxygène (le comburant). Cette combustion génère les molécules de dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) et d'eau ( $H_2O$ ).

### b. La diminution du bruit

La directive 70/157/CEE du 6 février 1970 constitue le point de départ de la réglementation européenne sur le niveau de bruit admissible et les dispositifs d'échappement des véhicules capables de se déplacer à une vitesse supérieure à  $25 \text{ km/h}$ .

Un gros effort a été fait aussi par les constructeurs automobiles afin de réduire le niveau de bruit du moteur Diesel. Ainsi, le seuil fixé jusqu'au milieu des années 1990 de  $77 \text{ dB}$  a pu être abaissée à  $74 \text{ dB}$  à partir de 1995-1996, soit une réduction de moitié de la puissance sonore.

Dans un moteur Diesel, le bruit de combustion résulte de l'augmentation rapide de pression dans le cylindre. Pour bien comprendre d'où vient réellement le bruit, il faut regarder de plus près la combustion.

En effet, la combustion ne commence pas immédiatement après l'injection du carburant dans le cylindre. Dans un premier temps, les petites gouttelettes de carburant se vaporisent, puis les composés instables se forment. Plus le délai entre le début de l'injection et l'inflammation est long, plus la quantité de carburant injectée dans le cylindre

pendant ce délai est importante. Or, l'inflammation et l'augmentation de pression qui en résulte est d'autant plus brutale que la quantité de carburant disponible est importante.

Pour diminuer le bruit de combustion, il faut donc réduire le délai d'inflammation qui est la somme du délai physique de vaporisation et du délai chimique de formation des composés instables. La vaporisation du gasoil est d'autant plus rapide que la température et la pression dans le cylindre sont élevées. La vitesse de formation des composés instables augmente elle aussi avec la température et la pression qui règnent dans le cylindre. La diminution du délai d'inflammation passe donc par une augmentation de la température et de la pression dans le cylindre. Cette augmentation peut être générée par l'injection d'une faible quantité de gasoil quelques degrés avant le début de l'injection principale. Cette faible quantité est appelé : injection pilote.

### *c. La diminution des émissions polluantes*

En plus des impacts sur l'environnement, diverses études épidémiologiques ont montré qu'il existait des corrélations entre les concentrations ambiantes de certains polluants et un ensemble d'effets nocifs. Bien que ces risques restent marginaux, certaines études suggèrent que l'exposition à des concentrations de polluants peuvent avoir des conséquences sanitaires non négligeables d'autant plus que la population entière est exposée à cette pollution d'où une prise de conscience collective et gouvernementale. Cette prise de conscience a abouti à la mise en place de normes environnementales visant à réduire les émissions polluantes des véhicules motorisés et a pour bases les accords de la convention cadre du protocole de Kyoto.

Les normes anti-pollution réglementent les polluants suivants :

- les oxydes d'azote ( $NO_x$ ),
- les particules,
- le monoxyde de carbone ( $CO$ ),
- les hydrocarbures imbrûlés (HC).

La figure 1.11 montre l'évolution des normes anti-pollution de 1992 à 2005. Ainsi quatre normes de plus en plus drastiques, de EURO I à EURO IV, ont été mises en place.

#### **i) Les oxydes d'azote ( $NO_x$ )**

Les oxydes d'azotes ( $NO_x$ ) sont produits par l'oxydation de l'azote de l'air. Cette réaction n'intervient qu'à très haute température ( $>1800^\circ C$ ) lorsque l'excès d'air est important.

Pour limiter les rejets d'oxydes d'azote, un dispositif est utilisé permettant de renvoyer vers l'admission d'air une partie des gaz d'échappement afin de limiter la quantité d'air admise dans le moteur. Ce dispositif, appelé EGR pour Exhaust Gas Recirculation, est piloté électroniquement pour permettre un contrôle précis de la quantité de gaz d'échappement renvoyée vers l'admission. Si cette quantité est trop faible, l'efficacité du système n'est pas optimisée, si cette quantité devient trop importante, une augmentation des fumées et des suies apparaît.

La réduction des rejets d'oxydes d'azote peut également se faire par un post-traitement des gaz d'échappement dans un catalyseur DENOX. Le principe consiste à réduire les molécules de  $NO_x$  formées lors de la combustion pour obtenir des molécules d'oxygène d'un côté et des molécules d'azote de l'autre. Le gasoil constitue un catalyseur de la réduction des  $NO_x$ . Pour favoriser la réduction des  $NO_x$  dans le catalyseur DENOX, une petite quantité de gasoil est injectée juste avant l'ouverture de la soupape d'échappement. Cette quantité est appelé : post-injection.

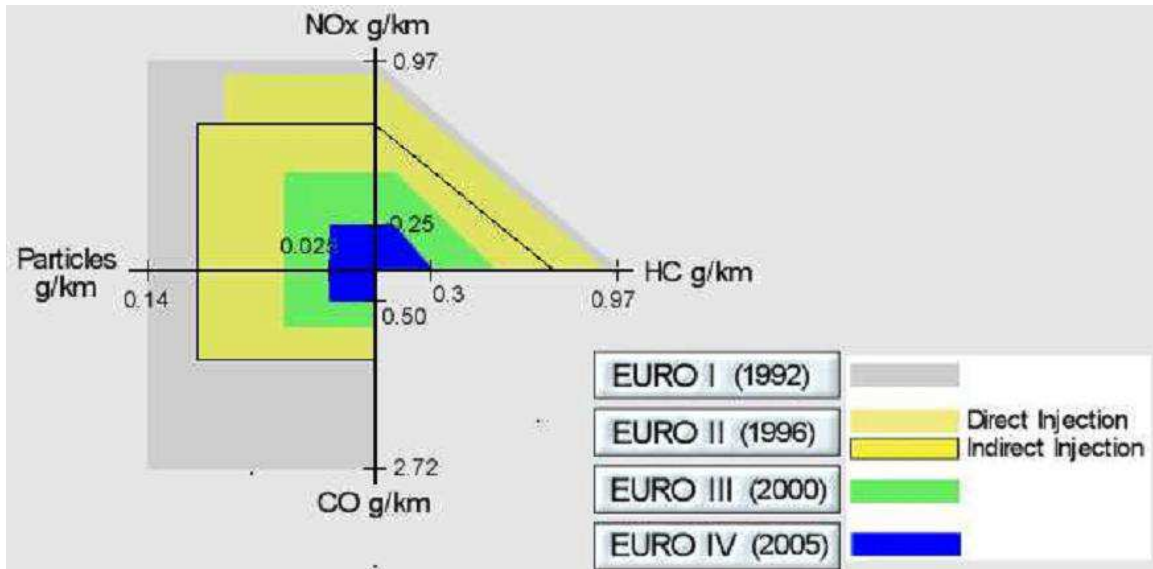


Figure 1.11 : Les différentes normes anti-pollution.

### ii) Les particules

Les fumées et les suies résultent d'une mauvaise pulvérisation du carburant dans la chambre de combustion. Plus la taille des gouttelettes de carburant est importante, plus le temps nécessaire à leur vaporisation est grand. Si ce délai dépasse un seuil, la partie centrale de la gouttelette n'aura pas le temps de se vaporiser. Sous l'effet de la très haute température ( $>1800^{\circ}\text{C}$ ) qui règne dans la chambre de combustion, les molécules de carburant non vaporisées subissent un cracking. Ce phénomène physique produit des composés carbonneux très durs qui constituent les suies et autres particules caractéristiques des moteurs diesels.

L'injection directe sous très haute pression permet d'utiliser des orifices d'injecteur extrêmement petits. Il en résulte un degré de pulvérisation tel que la vaporisation des gouttelettes de carburant est complète, ce qui limite sensiblement la formation de particules et des suies. La mise en place d'un filtre à particules dans le circuit d'échappement permet de capturer les particules non éliminées.

Ainsi, un moteur Common Rail diesel diminue de 60% les émissions de particules comparativement à un moteur diesel de génération antérieure (cf : [63]). Cette réduction de particules s'opère à la source, c'est-à-dire sans filtre à particules (FAP).

### iii) Les hydrocarbures imbrûlés HC

Les hydrocarbures imbrûlés résultent d'un manque d'oxygène local (mauvaise répartition du carburant) ou d'une injection du carburant dans des zones froides de la chambre de combustion (typiquement lorsque le carburant vient en contact avec les parois).

La chambre de combustion toroïdale combinée à l'injection directe permet d'obtenir :

- un taux de turbulences très élevé garantissant une très bonne répartition du carburant dans la chambre de combustion, évitant ainsi la formation des zones riches en carburant où naissent les hydrocarbures imbrûlés est ainsi évitée.

- une chambre de combustion compacte dont les parois sont suffisamment chaudes afin d'éviter la formation d'hydrocarbures imbrûlés.

Le système d'injection à haute pression Common Rail permet une baisse de 50% des émissions d'hydrocarbures imbrûlés par rapport à un moteur diesel classique [63].

#### iv) Le monoxyde de carbone CO

La présence de monoxyde de carbone dans les gaz d'échappement résulte de l'oxydation incomplète du carbone contenue dans le gasoil, conséquence d'une combustion se déroulant globalement ou localement en mélange riche en carburant. Le moteur diesel fonctionne en excès d'air, les émissions de CO sont donc réduites.

Néanmoins, il est possible de réduire les émissions de CO en éliminant les zones riches de la chambre de combustion. Pour ce faire, il est nécessaire d'optimiser l'aérodynamique interne de la chambre de combustion de façon à générer un taux de turbulence très élevé.

Le système Common Rail permet une baisse de 40% des émissions de monoxyde de carbone [63].

#### d. *L'augmentation des performances*

L'augmentation du couple à bas régime nécessite de pouvoir injecter une forte quantité de carburant dès les bas régimes. La quantité injectée est proportionnelle à la durée d'injection et à la racine carrée de la pression d'injection. Pour augmenter le débit, il faut donc augmenter la pression d'injection puisque le temps disponible pour injecter le carburant dans le cylindre est limité.

Une augmentation de la puissance du moteur de plus de 1100 W (soit 1.5 CV environ), qui représente un gain de 1.7% peut être atteinte sur certain modèle.

De plus, l'agrément de conduite a été nettement amélioré grâce à un couple accru dès les bas régimes (+50%) et une plus grande puissance par rapport à un moteur de génération antérieure (cf : [63]).

### 1.3.3 *Les contraintes*

Le système Common Rail est soumis à plusieurs contraintes physique le mettant à rude épreuve, certaines contraintes ont déjà été évoquées dans les paragraphes précédents. Dans cette section, un recensement (qui ne se veut pas forcément exhaustif) vise à mettre en relief les différentes difficultés liées au système Common Rail.

Parmi ces contraintes, nous pouvons citer la sollicitation en fréquence du système d'injection. En effet, pour un régime moteur donné,  $\omega_e = 3000 \text{ tours/min}$  par exemple, 1500 injections principales sont réalisées par minute, donc un nombre très important d'injection dans la vie de l'injecteur, en plus de la fréquence élevée d'injection.

De plus, nous avons vu au paragraphe 1.3.2.b. et 1.3.2.c. que deux autres injections ou groupes d'injections peuvent avoir lieu : l'injection pilote et la post-injection. Le terme de multi-injections est alors employé. Ce système de multi-injections va avoir pour effet d'augmenter la fréquence et le nombre d'injections.

Une autre contrainte importante affectant les injecteurs est leur haute précision d'usinage. Il est alors facilement concevable qu'une modification des caractéristiques de l'injecteur impacte de manière significative le système dans sa totalité.

La zone dans laquelle le système est sollicité ne tolère aucun problème. Cette contrainte est très importante. En effet, la pression dans la rail peut atteindre les 1600 bars. De plus, le système doit être capable de monter en pression, i.e. : passer par exemple d'une phase de

ralenti (environ 200 *bars*) au régime pleine charge (environ 1600 *bars*), et ceci de manière très rapide (quelques secondes). Il en va de même pour la décharge, où la chute de pression est accentuée par l'un des deux procédés de décharge, les injecteurs et le système HPV (cf : 1.2.3.b.), page 17.

Notons aussi que la forte pression mise en jeu dans le rail affecte l'injecteur au niveau de son aiguille. Cette contrainte va être plus importante si elle est combinée à un biais sur le temps d'injection et se traduit par une plus grande quantité de carburant injectée, préjudiciable pour le moteur.

Enfin, en plus de l'ensemble des contraintes présentes, la lubrification est un élément essentiel. En effet, la pompe à haute pression, le rail mais aussi les injecteurs sont lubrifiés et refroidis par le carburant. De ce fait, aucune trace d'eau n'est permise dans ces organes sous peine de grippage et/ou de détérioration du moteur.

L'ajout de composants supplémentaires sur le système Common Rail nécessite un contrôle commande de plus en plus complexe dont la gestion est contraignante et assez difficile à implémenter. De plus, la "volonté" d'être robuste aux variations de modèles liés au vieillissement des composants mais aussi aux pannes engendrées par l'introduction de nouveaux composants rend plus complexe l'élaboration d'un contrôle commande robuste, mais surtout assurant la disponibilité (bon fonctionnement du moteur).

En plus des différentes contraintes citées, une contrainte primordiale est le cahier des charges des normes EURO (EURO IV en 2005, EURO V en 2008), ne pas atteindre le seuil des émissions sonores, mais aussi garantir une consommation et une pollution faible. Cette contrainte est importante, car si elle n'est pas respectée, le système Common Rail perdra toute son utilité.

#### 1.3.4 *Les défaillances pouvant apparaître sur le système Common Rail*

Les paragraphes 1.3.2 et 1.3.3 montrent la difficulté d'assurer la fiabilité d'un tel système, mais aussi les conséquences du dérèglement de ce composant de haute technologie.

Les problèmes principaux rencontrés sur le système Common Rail sont des défauts couramment cités dans la littérature (défauts capteurs et actionneurs), ils relèvent dans notre cas de problèmes d'alimentation des actionneurs (court-circuit, circuit ouvert) de l'IMV ou de l'HPV, par exemple, ou des capteurs tel que le capteur de pression rail ou de température du carburant par exemple.

D'autres problèmes probables sont des blocages (ou grippages) des vannes IMV ou HPV en position fermée ou ouverte, en mode de fonctionnement ou en mode arrêt. Lors d'un grippage en position fermée, le rail n'est plus assez alimenté dans le cas de l'IMV ou n'est pas assez déchargé dans le cas de l'HPV. Les temps de réponse sont plus longs, le système est plus lent. Pour ce qui est du grippage en position ouverte, soit le rail est alimenté ou déchargé en permanence, ce qui conduira à une surpression ou à une sous-pression dans le rail. L'importance du grippage est fonction du type de grippage, soit il s'agit d'un grippage complet en position totalement ouverte ou totalement fermée, soit d'un grippage complet en cours de course, soit d'un grippage partiel (cas le plus courant). Ce grippage partiel se traduit par un temps de réponse plus long lorsque que la demande d'ouverture ou de fermeture est envoyée à l'actionneur.

Le troisième problème concerne les fuites intrinsèques au système. Au paragraphe 1.2.3.b., une brève présentation des fuites a été faite, une modélisation de ces dernières sera faite au paragraphe 4.2.6 (page 99) grâce à une loi empirique. Ces fuites sont une conséquence de l'étanchéité non-totale de l'injection face aux hautes pressions. Le vieillissement risque d'amplifier ces fuites, car une dérive lente concernant les fuites est fortement

probable.

Chacune des contraintes citées dans le paragraphe précédent (solicitation en fréquence du système d'injection, haute précision de l'usinage, pression élevée dans le rail, la pompe HP et les injecteurs) peuvent conduire à des pannes survenant sur le système Common Rail ou aggraver les défaillances existantes. Cela est en partie due au caractère de "fragilité" des composants à ces contraintes.

Ainsi, par exemple, un problème de lubrification peut entraîner des grippages sur le système Common Rail, donc augmenter la consommation et les rejets polluants du véhicule. De même, l'usinage très précis des injecteurs est plus sujet au vieillissement, ce qui pourrait affecter la performance du moteur. Ces deux exemples ont des conséquences plus ou moins lourdes à court terme mais aussi à long terme, et peuvent conduire le moteur à sa destruction, ce qui est extrêmement préjudiciable pour le consommateur mais aussi pour l'image de marque du motoriste.

Notons que même si ces défauts peuvent survenir sur le système Common Rail, leur occurrence est très faible. Le système Common Rail peut présenter quelques points faibles mais il reste un produit fiable et robuste.

### 1.3.5 *État de l'art sur l'existant*

Dans un premier temps, faisons un état de l'art sur les différents types de stratégies de diagnostic mises en place jusqu'à présent sur le système d'injection Common Rail de Delphi.

La détection des défauts sur le système Common Rail est réalisée grâce à la comparaison des mesures et/ou de leur gradient à des valeurs seuils minimales et maximales. Différents seuils peuvent être définis pour un même signal; seuil minimal et maximal ne pouvant être franchi plus d'un certain nombre de fois consécutivement. De même, si le gradient d'un signal dépasse un seuil pré-défini, un défaut est détecté. D'un point de vue pratique, ces valeurs seuils sont des constantes préalablement stockées dans l'ECU (Electronic Control Unit).

Une telle procédure est conduit à des erreurs de non-détection de défauts. En effet, cette méthode heuristique est assez peu robuste. Elle ne permet pas, par exemple, pour une mesure donnée de détecter des biais ou des dérives.

Dans un second temps, établissons un court état de l'art sur les différents travaux et différentes méthodes de diagnostic appliquées à l'automobile et en particulier au moteur. Ainsi, nous pouvons citer les travaux réalisés par l'équipe Vehicular Systems de l'Université de Linköping et en particulier ceux réalisés par Frisk [53], Nielsen ou Nyberg [121]. Leur approche de diagnostic est essentiellement basées sur les tests d'hypothèses structurés ainsi que les espaces de parité et est appliquée au moteur essence (Nyberg et Nielsen [122], Nyberg [121]), au groupe moto-propulseur et au moteur Diesel (Pettersson et Nielsen [129]).

Un grand nombre de travaux sont réalisés dans le cadre du diagnostic automobile en plus de ceux cités ci-dessus. Nous pouvons citer, par exemple, les travaux de Lunze sur le système d'injection Diesel (Förstner et Lunze [47]) ou ceux de Isermann dans le domaine de supervision du couple du moteur Diesel (Kimmich et Isermann, [88]) ou la détection de défaut pour une suspension active (Fischer et al. [46]). Enfin, nous citerons les travaux de diagnosis de Gissinger sur la stabilité du véhicule [132] mais aussi ceux de Rizzoni sur les moteurs essence [38] etc...



### 1.3.6 Synthèse

Dans cette partie, l'importance de la mise en place d'une procédure de diagnostic a été abordée. Nous avons vu, en effet, que l'élaboration de la nouvelle génération de moteur Diesel apporte de nombreux avantages (baisse du bruit, de la consommation, des émissions polluantes et la hausse des performances). De plus, cette nouvelle génération n'a pu voir le jour que grâce à l'avancée de nouvelles technologies.

Ces avantages tirés des nouvelles technologies ont donc permis de répondre aux normes de plus en plus strictes mises en place, mais le développement du système Common Rail ne s'est pas fait sans compromis et sans conséquences. En effet, le compromis principal a été de faire fonctionner le moteur dans des modes plus ou moins critiques avec une sollicitation forte en fréquence, mais aussi en pression, comme nous l'avons vu précédemment.

Ce compromis a conduit à des défis technologiques tels que la mise en place d'organes nouveaux. Ainsi la forte sollicitation en fréquence des injections a conduit au développement d'injecteurs spécifiques dont l'usinage est de très haute précision. De plus, la stratégie d'injection basée sur la pression a conduit à la mise en place d'un organe supplémentaire (par rapport à un moteur Diesel "classique") : le rail. Les conséquences de ces compromis sont avant tout une augmentation du nombre d'organes sur le moteur mais aussi une "fragilisation" du système de par les modes de fonctionnement "critiques".

Une autre conséquence, très importante, est l'élaboration d'une loi de commande, prenant en compte les nouveaux organes (matériels, actionneurs, capteurs, ...), plus complexe et plus difficile à gérer.

Il existe tout de même quelques spécifications permettant d'anticiper d'éventuelles modifications de fonctionnement du système. Par exemple, la mise en place d'un contrôle-commande robuste. La C2I (Caractéristiques Initiales de l'Injecteur) ne prévoit pas le vieillissement de l'injecteur et la modification de ses caractéristiques. Mais ce vieillissement et/ou cette modification peuvent être plus prononcés que les prévisions des spécifications. Par exemple, le changement de la géométrie d'un injecteur va entraîner progressivement une hausse ou une baisse de l'injection, et donc modifier le comportement du moteur.

De plus, toutes modifications du comportement du moteur Common Rail ne va pas conduire de manière inévitable à une panne. Elles peuvent pénaliser, voire annihiler les gains du moteur Common Rail (hausse du bruit, de la consommation en carburant, des émissions des polluants ou la baisse de performances). Le véhicule n'est plus conforme au cahier des charges des normes EURO.

Il paraît alors primordial d'anticiper les mauvais fonctionnements du système Common Rail afin de respecter les normes EURO (pour la pollution) mais aussi garantir les mêmes performances au conducteur et d'intégrer une stratégie embarquée de détection de défaut (On Board Diagnosis - OBD).

Cette détection nécessite la mise en place d'une stratégie de détection de défauts sur le système Common Rail qui permettra de limiter la hausse de la pollution, du bruit et de la consommation sur un moteur défectueux.

De plus, la détection d'un défaut permettra une réparation et évitera d'aller jusqu'à la destruction du moteur. Si les défauts sont isolables, seule la pièce défectueuse sera changée, ce qui diminuera le coût de l'intervention. La stratégie de détection des défauts constituera une valeur ajoutée sur Common Rail de Delphi.

## 1.4 Conclusion

Nous avons présenté, dans ce chapitre, le système Common Rail dans son ensemble. Cette présentation nous a permis de montrer les différents composants constituant le système Common Rail :

- la pompe de transfert,
- l'actionneur IMV,
- la pompe HP,
- les injecteurs,
- les dispositifs de gestion des fuites et des décharges.

Après avoir décrit le fonctionnement, nous nous sommes intéressés aux éventuelles causes de mauvais fonctionnement de ce système dans l'optique de la mise en place d'une procédure de détection de défauts.

Nous nous sommes attardés sur les enjeux du système Common Rail, essentiellement environnementaux, où différents gains sont observés sur :

- la baisse de la consommation de l'ordre de 20% en comparant le Common Rail au moteur Diesel de génération précédente et de 30 à 40% en le comparant à un moteur essence,
- la baisse des émissions sonores de l'ordre de 3 *dB* soit un passage de 77 *dB* à 74 *dB* ce qui revient à une diminution par un facteur 2 de la puissance sonore,
- la baisse des émissions polluantes en g/km, d'un facteur 4 pour les oxyde d'azote, d'un facteur 7 pour les particules, d'un facteur 5 pour le monoxyde de carbone, d'un facteur 3 pour les hydrocarbures imbrûlés,
- la hausse des performances de l'ordre de 1.7% soit 1100 W (1.5 CV) pour la puissance du moteur et de 50% pour le couple en bas régimes.

Pour bénéficier de ces avantages, il faut résoudre les difficultés suivantes :

- la forte sollicitation des injecteurs,
- la haute pression dans le rail et dans l'injecteur,
- les dispersions d'usinage,
- la lubrification de la pompe et des injecteurs par le gasoil,
- un contrôle-commande incorporant tous ces nouveaux composants,
- le respect des normes EURO.

L'ensemble des contraintes sur le système Common Rail nous amène à regarder de plus près la fiabilité d'un tel système. Un état de l'art sur les procédures de diagnostic du système d'injection à haute pression est réalisé. L'approche utilisée basée sur le franchissement de seuils. Cette méthode est certes très simple à implémenter dans le contrôle moteur, elle nécessite aussi très peu de temps et de place dans l'ECU, mais elle conduit à plus de mauvaise détection, de plus elle est très peu robuste. Nous voyons qu'une nouvelle approche doit être mise en place dans le but de mieux traquer les défauts (moins de mauvaises détections sans augmenter le taux de fausses alarmes) et de les détecter dès leur apparition (détection précoce du défaut). En effet, tant qu'un défaut n'est pas détecté, le système ne peut pas être reconfiguré ou stoppé (si le défaut est susceptible d'engendrer des complications sérieuses sur le véhicule). Nous pouvons supposer alors que les avantages apportés par le Common Rail ne seront plus effectifs et que le cahier des charges des normes EURO ne soit plus respecté.



# Diagnostic des systèmes

" Everything that can be invented has been invented"  
U.S. Patent Commissioner, 1899

"Le génie, c'est l'erreur dans le système."  
Paul Klee, peintre suisse (1879-1940)

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>31</b>
<b>2.2</b>	<b>Terminologie</b>	<b>31</b>
<b>2.3</b>	<b>Notion de résidus et de prise de décisions</b>	<b>32</b>
2.3.1	<i>Les résidus</i>	32
2.3.2	<i>La prise de décision</i>	34
<b>2.4</b>	<b>Différentes méthodes de diagnostic</b>	<b>35</b>
2.4.1	<i>Méthodes sans modèle mathématique</i>	35
2.4.2	<i>Méthodes avec modèles mathématiques</i>	38
<b>2.5</b>	<b>Performance d'une procédure de diagnostic</b>	<b>46</b>
<b>2.6</b>	<b>Robustesse du diagnostic</b>	<b>47</b>
2.6.1	<i>Robustesse de la détection des défauts</i>	48
2.6.2	<i>Robustesse de l'évaluation des résidus</i>	49
<b>2.7</b>	<b>Structure du système de diagnostic</b>	<b>50</b>
<b>2.8</b>	<b>Discussion du choix d'une méthode de diagnostic</b>	<b>53</b>
<b>2.9</b>	<b>Choix d'une méthode pour le diagnostic du système Common Rail</b>	<b>54</b>
2.9.1	<i>Les méthodes utilisant des modèles mathématiques</i>	55
2.9.2	<i>Apport de nouvelles techniques</i>	55
2.9.3	<i>Les observateurs à mémoire finie</i>	56
<b>2.10</b>	<b>Conclusion</b>	<b>57</b>

---

---

## 2.1 Introduction

Nous avons vu, au chapitre 1, que le système Common Rail est l'assemblage de différents composants utilisés dans des conditions de fonctionnement sévères : pression, sollicitation des actionneurs, températures, ...

Ce choix technologique répond aux objectifs de diminution de la consommation de carburant et de l'émission de polluants. L'objectif ne peut être atteint que par la mise en place d'une stratégie de contrôle commande pertinente. Cependant, la défaillance de l'un des composants entraînera aussitôt une dépréciation des performances, c'est-à-dire une augmentation de la consommation et de la pollution et conduire éventuellement à une détérioration du moteur.

Afin d'éviter cette issue, il est nécessaire de concevoir et d'implémenter, en plus du contrôle moteur, un système de supervision et de gestion du bon fonctionnement du moteur. Cela va passer par la mise en place d'une procédure de diagnostic.

Dans ce chapitre, après avoir donné quelques terminologies des termes de diagnostic, nous aborderons la génération de détecteur de défauts : les résidus ainsi que la prise de décision et les risques liés aux décisions. Dans un troisième volet, les différentes méthodes de diagnostic seront présentées, elles seront compartimentées en deux grandes familles : les méthodes n'utilisant pas de modèles mathématiques et celles en utilisant un.

Nous discuterons ensuite des performances attendues d'une procédure de diagnostic, cela nous amènera à parler de la robustesse au niveau du diagnostic (robustesse de la détection des défauts ainsi que de l'évaluation des résidus) et de la mise en place d'une structure appropriée du système de détection de défauts.

Le choix d'une méthode pour le diagnostic du système Common Rail sera proposée après une discussion sur les méthodes utilisant un modèle mathématiques et l'apport de nouveaux travaux sur ces méthodes.

## 2.2 Terminologie

Ce paragraphe décrit les notions de base du diagnostic. Afin d'unifier les terminologies liées au diagnostic, le Comité Technique SAFEPROCESS de l'IFAC [80] a suggéré les définitions de quelques termes dans le cadre du diagnostic de défaut.

### *Définition 2.2.1.* Défaut

Un défaut correspond à la déviation non permise d'au moins une propriété ou variable caractéristique du système par rapport à son comportement acceptable ou habituel ou standard.

### *Définition 2.2.2.* Défaillance

Une défaillance est une altération ou cessation de l'aptitude d'un système à accomplir correctement sa(ses) fonction(s) requise(s) en garantissant les performances définies dans des spécifications techniques.

### *Définition 2.2.3.* Panne

Une panne est une interruption permanente d'une ou de plusieurs des capacité(s) du système à exécuter une(des) fonction(s) requise(s) dans des conditions de fonctionnement spécifié.

*Définition 2.2.4.* Détection de défaut

La détection d'un défaut est effective lorsque le mode de bon fonctionnement (sans défaut) ne permet plus d'expliquer le comportement du système. La fonction de détection détermine la présence ou non du défaut ainsi que l'instant de l'apparition.

*Définition 2.2.5.* Isolation de défaut

L'isolation d'un défaut est le fait de déterminer quel est le défaut le plus vraisemblable permettant d'expliquer le changement du comportement du système.

*Définition 2.2.6.* Isolation généralisée de défaut

L'isolation généralisée d'un défaut est le fait de déterminer quel défaut peut expliquer le comportement du système.

La fonction d'isolation détermine le type et la localisation du défaut ainsi que l'intervalle de temps sur lequel le défaut est présent. L'étape d'isolation n'intervient qu'après la détection du défaut.

*Définition 2.2.7.* Identification de défaut

L'identification d'un défaut est le fait d'estimer l'amplitude et l'évolution temporelle du défaut afin d'expliquer au mieux le comportement du système. Cette partie d'identification du défaut est la dernière phase de la procédure de diagnostic.

*Définition 2.2.8.* Diagnostic

De manière générale, une procédure de diagnostic détermine le type, l'amplitude, la localisation et l'instant de détection du défaut. La fonction de diagnostic succède la détection des défauts et inclut les phases d'isolation et d'identification des défauts.

Pour la définition du terme "diagnostic des défauts", une autre définition existe dans la littérature et est donnée par Gertler [61] en précisant que le diagnostic de défaut inclut également la détection des défauts. C'est également la définition adoptée dans cette thèse. Si la détection de défaut est exclue du terme de diagnostic, comme le propose le Comité Technique SAFEPROCESS, aucune expression ne permet de décrire le secteur entier. Ceci est en partie résolu en adoptant l'abréviation FDI (Fault Detection and Isolation), commune à beaucoup de journaux et de revues.

## 2.3 Notion de résidus et de prise de décisions

### 2.3.1 Les résidus

Dans ce paragraphe, un intérêt plus particulier va être porté à la phase de détection de défaut.

De manière générale, les mesures et les informations acquises sur un processus ne permettent pas, dans la quasi-totalité des cas, la détection directe d'un défaut. La détection de défaut passe par la génération d'un indicateur de défaut, couramment appelé résidu. Ce terme de résidu est bien choisi et reflète de manière claire son utilité. En effet, cet indicateur est défini par une relation de consistance. Il est conçu afin d'être nul en moyenne dans un cas de bon fonctionnement. Ses dispersions autour de zéro sont des "restes", des résidus, liés aux bruits. En revanche, dans un cas avec défaut, le résidu s'éloigne de sa valeur moyenne nulle et permet d'indiquer la présence d'un défaut.

Ces indicateurs issus de l'étape appelée "génération de résidus" sont des variables aléatoires. Elles sont directement liées aux variations provenant des entrées (défauts actionneurs, entrées inconnues, perturbations, ...), du processus lui-même (variations de paramètres, défaillances de composants, ...) et des sorties (bruit de mesures, défauts capteurs, ...). Les résidus sont des signaux résultant de transformations mathématiques permettant d'être sensibles aux défauts recherchés. De manière générale, le vecteur de mesure  $y$  (de dimension  $p$ ) est liée au vecteur d'état  $x$  (de dimension  $n$ ), au vecteur de commande  $u$  (de dimension  $m$ ), au vecteur des paramètres  $\theta$  (de dimension  $q$ ), au vecteur des bruits  $v$  (de dimension  $b$ ) et au vecteur des défauts  $d$  (de dimension  $l$ ) par une relation (fonction)  $f$  relative au comportement du processus :

$$y = f(x, u, \theta, v, d) \quad (2.1)$$

Un résidu est un vecteur dont la dimension dépend à la fois de la méthode utilisée par la génération et du système étudié, mais par exemple un résidu simple peut être donné par :

$$r = y - f(x, u, \theta, v, d) \quad (2.2)$$

avec  $r = 0$  dans un cas sans défaut  $d$  et sans bruit  $v$ .

Chacune des composantes du résidu est plus ou moins sensible à la présence de défauts. Pour un défaut donné, une composante peut être très sensible et s'écarter de manière significative de sa valeur moyenne nulle (cas sans défaut) auquel cas sa valeur sera affectée à "1". Lorsque la composante ne va pas être affectée par ce défaut et sa valeur restera à moyenne nulle, la valeur "0" lui sera attribuée, désignant la non réaction au défaut.

En revanche, lorsqu'il est difficile de se prononcer sur le sensibilité ou non du résidu au défaut, le symbole "X" est affecté au résidu.

Le vecteur résidu s'écrit alors selon une succession de "0" et de "1" pour chacune de ses composantes, cette écriture du résidu est appelée signature du défaut.

En passant en revue l'ensemble des défauts pouvant survenir sur le processus, une série de signature est collectée et organisée en tableau ; la table de signature des défauts.

Pour qu'un défaut soit détectable, il faut que la signature associée soit non-nulle, c'est-à-dire qu'au moins une des composantes du résidu réagisse à la présence du défaut et s'éloigne de manière significative de zéro.

La table de signature des défauts est très importante pour la phase d'isolation de ces derniers. Remarquons que l'isolation sera totale, si la valeur du vecteur des résidus est différente pour chacun des défauts, sinon l'isolation des défauts sera partielle.

Pour un résidu de dimension  $s$ , il n'est pas possible d'isoler plus de  $2^s - 1$  défauts détectables. Donc plus le nombre de défaut à détecter est important, plus le nombre et/ou la dimension du (des) résidu(s) devra être important.

En pratique, deux défauts différents peuvent avoir la même signature. Ainsi, il est important de générer un maximum de résidus afin de faciliter une bonne isolation des défauts. Remarquons aussi que plus le nombre de résidus est important, mieux la détection se fera. Néanmoins, un grand nombre de résidus ou des résidus de grandes dimensions ne garantissent en rien la détectabilité et l'isolabilité des défauts, elle peut la faciliter uniquement.

Enfin, il est important de noter que la fonction de "génération de résidus" prendra des formes différentes suivant la méthode de diagnostic utilisée.



### 2.3.2 La prise de décision

Les définitions présentées ci-dessus (cf : paragraphe 2.2) pourraient être suffisantes si les décisions d'existence ou non d'un défaut étaient prise de manière déterministe. Le résidu (cf : 2.3.1), qui peut être vu comme un indicateur de défaut, est une variable aléatoire, de par la dépendance aux bruits. Les valeurs du résidu sont donc dispersées autour de leur valeur moyenne nulle dans le cas où le bruit est à moyenne nulle. Lorsque le résidu s'éloigne de manière significative de zéro, une décision doit être prise concernant la présence ou non d'un défaut. Un seuil doit être défini afin de prendre une décision quant à l'existence ou non du défaut.

Dans le cadre d'une loi de probabilité continue comme la loi normale par exemple, il n'est pas envisageable de définir un seuil borné regroupant 100% des valeurs accessibles dans le cas sans défaut. La notion de tests statistiques est alors envisagée basés sur des tests d'hypothèses (Alt [2], Chiang et al. [19], Commissariat à l'Énergie Atomique [24], Doganaksoy et al. [40], Lebart et al. [101], Montgomery [117]). Les tests d'hypothèses définissent des règles de décision selon lesquelles une partie des valeurs admissibles/convenables va être considérée comme un cas sans défaut (cf : figure 2.1).

Des règles de décision doivent être prise afin de déterminer si un défaut est présent ou non. Ces règles font appel à des seuils et passent par la création d'hypothèses notées :  $\mathcal{H}_0$  et  $\mathcal{H}_1$ .  $\mathcal{H}_0$  décrit l'hypothèse de fonctionnement normal du système tandis que  $\mathcal{H}_1$  celle d'un fonctionnement anormal. En d'autre termes, l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  correspond aux valeurs de résidus dans le cas sans défaut, c'est-à-dire l'ensemble des valeurs de résidus dont la dispersion de leur valeur reste sous une (ou des) valeur(s) seuil. L'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  sera vraie (ou acceptée) si la valeur du résidu est sous le seuil préalablement défini ou comprise entre deux seuils. L'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  sera rejetée lorsque le résidu est au delà de la valeur seuil.

Les tests d'hypothèses sont réalisés par rapport à un niveau de rejet noté  $\alpha$ . Le seuil de détection est déterminé par le fractile lié au taux  $(1 - \alpha)$  d'acceptation souhaité pour la loi de probabilité du résidu dans le cas sans défaut (cf : courbe de gauche de la figure 2.1).  $\alpha$  représente la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$ . Il existe deux types de test de rejet à tort :

- le test bilatéral constitué de deux seuils (un seuil minimum et un maximum) comme sur la figure 2.1,
- le test unilatéral constitué d'un seul seuil.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous plaçons dans le cadre d'une distribution centrée et symétrique, le test bilatéral symétrique sera retenu. Un rejet  $\alpha_1 = \frac{\alpha}{2}$  est fait à gauche du seuil  $S_1$  et un rejet  $\alpha_2 = \frac{\alpha}{2}$  est fait à droite du seuil  $S_2$  (cf : figure 2.1).

La prise de décision sur l'existence ou non d'un défaut conduit à la notion de fausse alarme et de mauvaise détection.

Les tests d'hypothèses sont réalisés suivant un niveau de rejet  $\alpha$  établi a priori et représentant la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  (probabilité de fausse alarme).  $\alpha$  est appelé aussi risque de première espèce ou erreur de type I. Une fausse alarme est caractérisée par la détection d'un défaut alors que le système est dans un mode de bon fonctionnement (cf : tableau 4.1, 96).

Ce risque de fausse alarme ne peut être dissocié du risque de mauvaise détection  $\beta$ . Le risque de deuxième espèce (erreur de type II) ou de mauvaise détection consiste à accepter l'hypothèse  $\mathcal{H}_0$  comme vraie quand elle est fausse et que l'hypothèse  $\mathcal{H}_1$  est vraie. Une mauvaise détection est caractérisée par la non-détection d'un défaut alors que ce dernier est présent sur le système (cf : tableau 4.1, 96).

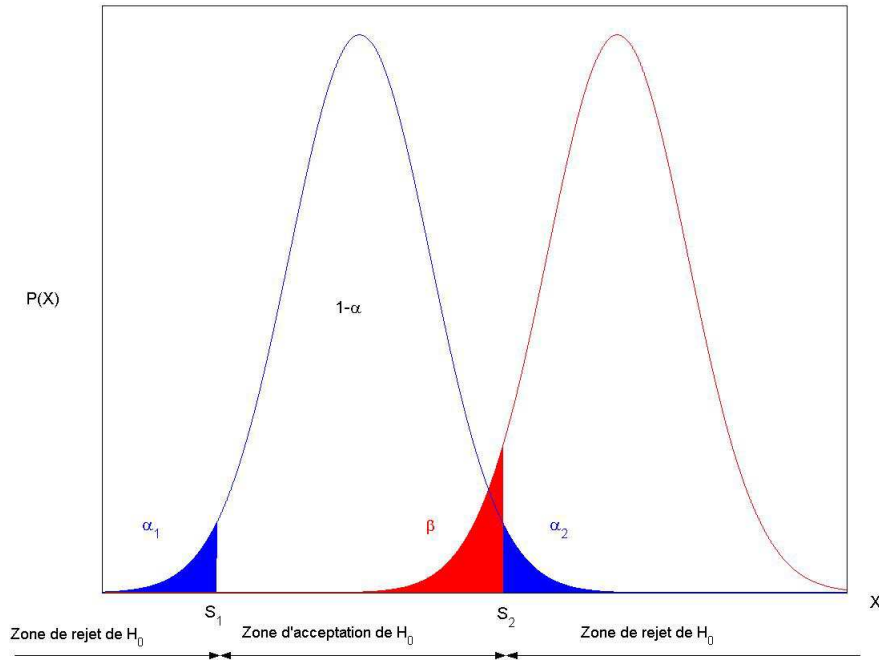


Figure 2.1 : Erreur de type I ( $\alpha$ ) et de type II ( $\beta$ )

Hypothèse vraie en réalité	Décision prise à la suite du test	
	$\mathcal{H}_0$ rejetée	$\mathcal{H}_0$ acceptée
Hypothèse $\mathcal{H}_0$	Erreur de type I Probabilité : $\alpha$	Décision correcte Probabilité : $(1 - \alpha)$
Hypothèse $\mathcal{H}_1$	Décision correcte Probabilité : $(1 - \beta)$	Erreur de type II Probabilité : $\beta$

Tableau 2.1 : Type d'erreur et risques associés aux tests d'hypothèses

## 2.4 Différentes méthodes de diagnostic

Vouloir réaliser une étude exhaustive sur les différentes méthodes de diagnostic rencontrées dans la littérature est un travail à part entière qui ne constitue pas les objectifs de cette thèse. Toutefois, ce paragraphe présente mais ne développe pas les méthodes les plus utilisées. Les principes des procédures de diagnostic sont présentés, ainsi que diverses applications industrielles liées à ces méthodes.

### 2.4.1 Méthodes sans modèle mathématique

Tout d'abord, les méthodes n'utilisant pas de modélisations mathématiques sont passées en revue. Gertler, dans [60], donne une classification de ces différentes méthodes.

**a. Les méthodes dites mono-signal**

**i) Vérification de seuils atteints**

Les mesures sont comparées à des seuils critiques définis par avance. Le fait de dépasser cette limite présente des dangers quant à l'utilisation du processus ; le système est mis en défaut. Dans beaucoup de systèmes, deux niveaux limites sont définis : les services du premier niveau conduisent seulement à l'avertissement préalable de l'existence d'un défaut, tandis que le deuxième niveau déclenche des mesures d'urgence.

Cette technique correspond à la méthode de surveillance actuellement utilisée par Delphi.

**ii) Mise en place de capteurs dédiés**

Ces capteurs peuvent être soit des détecteurs vérifiant de manière simple si les valeurs critiques sont atteintes ou non (par exemple, température limite ou pression) ou soit des capteurs mesurant des variables spécifiques (par exemple : bruit, vibration, élongation).

**iii) Le traitement statistique**

Le traitement statistique du signal consiste à calculer les paramètres statistiques de certaines variables significatives du processus tels que les moments statistiques (moyenne, variance, ...), la somme cumulée, ... Chacune des valeurs statistiques est testée afin de détecter un défaut présent sur le signal. Basseville [7] et Chiand et al. [19] donnent une synthèse de l'application de ces diverses techniques liées au changement des caractères statistiques du signal.

Des exemples d'application en chimie et génie des procédés Dahl et al. [27], Kourti et al. [92], Kresta et al. [97] et Wise et Gallagher [154] , et en sidérurgie Dudzic et al. [42] et Zhang et al. [162] peuvent être citées comme référence.

**iv) L'analyse spectrale**

Certaines mesures ont un spectre typique de fréquence sous des conditions normales de fonctionnement ; toute déviation de celui-ci est une indication d'anomalie. Certains types de défaut peuvent même avoir une signature caractéristique dans le spectre qui peut être utilisé pour l'isolation des défauts, Basseville [7].

Il existe d'autres méthodes permettant la détection et la localisation du défaut basées sur les transformées de Fourier : Antoni [3], Antoni et Randall [4], Randall [135], [136], ou sur les ondelettes : Guo et al. [69], Tafreshi [144], Zhang et Yan [161].

**b. Les méthodes dites multi-signal**

**i) La redondance matérielle**

La redondance matérielle consiste en la mise en place d'une série de capteurs mesurant la même grandeur physique sur un même organe du système. Les comparaisons par différence des mesures des capteurs deux à deux forment alors les résidus. Si un des capteurs est défaillant, il est alors détecté et isolé facilement, car il affecte tous les résidus où il intervient. De nombreuses applications industrielles appliquent cette méthode de diagnostic Kratz [93], Potter et Suman [133]. Cette méthode est principalement dédiée à des systèmes présentant des hauts risques, tels les centrales nucléaires, l'aéronautique, etc ... il s'agit de systèmes sur lesquels la sécurité prime sur le coût et la maintenance des capteurs.

**ii) Les systèmes experts**

L'approche par systèmes experts est différente des méthodes précédentes, dans le sens où elle vise à évaluer les symptômes obtenus par la détection matérielle ou logicielle. Le système expert se compose habituellement d'une combinaison de règles logiques du genre :

$$SI[\text{état du système } i] \text{ } ET(\text{fait observable}) \\ ALORS[\text{état du système } j],$$

où chaque conclusion peut, alternativement, servir d'état dans une prochaine règle jusqu'à ce que la conclusion finale soit atteinte. Le système expert peut soit fonctionner grâce à l'information qui lui est présentée par la détection matérielle ou logicielle ou soit interagir avec un opérateur humain, s'enquérant auprès de lui des symptômes particuliers et le guidant au travers des processus entièrement logiques Hakami et Newborn [70], Kumamoto [98], Li et Malik [103].

Il existe dans la littérature des applications industrielles utilisant des systèmes experts dans leurs procédures de diagnostic, par exemple, dans le cas de l'instrumentation Karpenko et al. [85] ou de l'automobile Schwarte et al. [138].

**iii) Méthodes qualitatives**

Les méthodes qualitatives ont pour cadre l'approche logique provenant de la communauté Intelligence Artificielle et sont décrites dans De Kleer et Williams [31], Greiner et al. [67], Poole [130], Reiter [137]. Ces méthodes reposent sur la quantification des signaux d'entrées et de sorties. Dès lors, tous les signaux sont partitionnés en valeurs discrètes tout en s'assurant que le modèle fournit les informations nécessaires afin de distinguer le cas sans défaut du cas avec défaut. L'identification du modèle qualitatif peut être faite grâce à un automate où chaque région est représentée par un mode. Le passage d'un mode à l'autre se fait par le franchissement de valeurs frontières et cela avec une probabilité donnée. Le diagnostic consiste à regarder la concordance entre les régions des sorties vis-à-vis des régions des entrées et cela pour un certain nombre de défauts définis.

**iv) L'analyse en composantes principales - ACP**

L'analyse en composantes principales (ACP) est une technique descriptive permettant d'étudier les relations qui existent entre les variables, sans tenir compte, a priori, d'un quelconque modèle [83].

Le but de l'ACP est d'identifier la structure de dépendance entre des observations multivariées afin d'obtenir une description ou une représentation compacte de ces dernières. L'analyse en composante principale peut être vue comme une technique de projection orthogonale linéaire qui projette les observations multidimensionnelles représentées dans un espace de dimension  $m$  ( $m$  est le nombre de variables observées) dans un sous-espace de dimension inférieure  $l < m$  en maximisant la variance des projections. Le calcul de distances par rapport à ces axes sert d'outil de détection de valeurs aberrantes.

Dans ce sens, l'ACP peut être considérée comme une technique de minimisation de l'erreur quadratique d'estimation ou une technique de maximisation de la variance des projections (il faut noter que ces deux critères sont équivalents).

## 2.4.2 Méthodes avec modèles mathématiques

### a. Les modèles

Avant de présenter les méthodes de diagnostic faisant appel à des modèles mathématiques, définissons la notion de modèle. Ainsi, nous appellerons modèle la représentation simplifiée d'un processus sous la forme d'expressions mathématiques. Ces expressions mathématiques peuvent être écrites sous différentes formes. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons à l'écriture du modèle dynamique sous la forme de représentation d'état.

#### i) Les systèmes non-linéaires

Nous rappelons, tout d'abord, l'écriture de la représentation d'état d'un système non-linéaire :

$$\dot{x}(t) = f(x, u, w, t) \quad (2.3a)$$

$$y(t) = h(x, u, v, t) \quad (2.3b)$$

où la variable  $t$  représente le temps,  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur de commande,  $y \in \mathbb{R}^p$  le vecteur de mesure,  $w \in \mathbb{R}^n$  et  $v \in \mathbb{R}^p$  les vecteurs de bruits d'état et de mesure respectivement,  $f$  et  $h$  sont les fonctions non-linéaires correspondant respectivement à l'équation dynamique de l'état et à l'équation de mesures.

Nous trouvons dans la littérature de plus en plus de travaux utilisant l'approche des systèmes non-linéaires. Frank [51] ainsi que Martinez-Guerra et al. [110] présentent des méthodes de détection de défauts tout comme Moraal et Grizzle [118] qui décrivent l'écriture d'un observateur non-linéaire, Cocquempot et Christophe [23] apportent des précisions sur l'équivalence entre les méthodes utilisant des observateurs et celles portant sur les espace de parité. Nous pouvons citer aussi Meyer et al. [115] qui nous renseignent sur l'inversion stable des système non-linéaires ...

#### ii) Les systèmes linéaires

Nous regardons, maintenant un cas plus particulier concernant la représentation d'état des systèmes linéaires non-stationnaires, Kailath [84]. Une telle représentation d'état de ces systèmes est de la forme :

$$\dot{x}(t) = \mathcal{A}(t)x(t) + \mathcal{B}(t)u(t) + w(t) \quad (2.4a)$$

$$y(t) = \mathcal{C}(t)x(t) + \mathcal{D}(t)u(t) + v(t) \quad (2.4b)$$

avec  $t$ ,  $x$ ,  $u$ ,  $y$ ,  $w$  et  $v$  définis comme pour le système 2.3, et où  $\mathcal{A}(t)$  désigne la matrice d'état,  $\mathcal{B}(t)$  la matrice de commande,  $\mathcal{C}(t)$  la matrice de mesures et  $\mathcal{D}(t)$  la matrice de mesures des commandes.

Dans le cadre des systèmes linéaires non stationnaires, une classe plus particulière de représentation d'état peut être distinguée, il s'agit des systèmes linéaires à paramètres variants (LPV). Les systèmes LPV ont été introduit par Shamma et Athans [139]. Cette appellation définit un système linéaire variant au cours du temps et dont les matrices de la représentation d'état sont dépendantes d'un vecteur de paramètres  $\rho(t)$ . Un tel système va avoir pour écriture :

$$\dot{x}(t) = \mathcal{A}(\rho(t))x(t) + \mathcal{B}(\rho(t))u(t) + w(t) \quad (2.5a)$$

$$y(t) = \mathcal{C}(\rho(t))x(t) + \mathcal{D}(\rho(t))u(t) + v(t) \quad (2.5b)$$

avec  $t, x, u, y, w$  et  $v$  définis comme pour le système 2.3, où  $\mathcal{A}(\rho(t))$  désigne la matrice d'état,  $\mathcal{B}(\rho(t))$  la matrice de commande,  $\mathcal{C}(\rho(t))$  la matrice de mesures et  $\mathcal{D}(\rho(t))$  la matrice de mesures des commandes.

Les matrices  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$  de la représentation d'état dépendent de la fonction paramètre exogène  $\rho(t) \in \mathcal{T}$  appartenant à la classe des trajectoires admissibles continues. Afin de donner un cadre mathématique clair, définissons :

$$\mathcal{T} = \left\{ \rho = [\rho_1 \rho_2 \dots \rho_N]^T \mid \rho_i \in [\underline{\rho}_i \ \bar{\rho}_i], \forall i \in \mathbb{N}^*, i < N \right\} \subset \mathbb{R}^N$$

où  $\underline{\rho}_i$  désigne la borne minimale  $m_i$  et  $\bar{\rho}_i$  la borne maximale  $M_i$  de la composante  $\rho_i$ , chacune des composantes du vecteur  $\rho$  ne peut varier que dans l'intervalle défini par les deux bornes (bornes supérieure  $M_i$  et inférieure  $m_i$ ).

Par abus de langage et afin d'alléger l'écriture des équations, nous garderons l'écriture plus générale (équation 2.4) pour décrire l'ensemble des systèmes linéaires non-stationnaires.

### iii) Linéarisation

Malgré les différents travaux réalisés dans le cadre des systèmes non-linéaires, ces méthodes de diagnostic ont un coût assez prohibitif lors de la mise en place pratique de ces dernières. Souvent les méthodes linéaires ou linéarisées leur sont préférées et différentes méthodes de linéarisation existent.

La linéarisation du système non-linéaire passe par l'écriture du développement limité d'ordre 1 du système. Ainsi l'écriture d'un système non-linéaire sous une forme linéarisée va être définie par le système 2.4 en définissant les matrices  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(t) &= \left. \frac{\partial f(x, u, w, t)}{\partial x(t)} \right|_{x_0, u_0, w_0, t_0}, & \mathcal{B}(t) &= \left. \frac{\partial f(x, u, w, t)}{\partial u(t)} \right|_{x_0, u_0, w_0, t_0}, \\ \mathcal{C}(t) &= \left. \frac{\partial h(x, u, v, t)}{\partial x(t)} \right|_{x_0, u_0, w_0, t_0}, & \mathcal{D}(t) &= \left. \frac{\partial h(x, u, v, t)}{\partial u(t)} \right|_{x_0, u_0, w_0, t_0}. \end{aligned}$$

où le symbole  $\partial$  désigne la notion de dérivée partielle,  $x_0, u_0, w_0$  et  $t_0$  respectivement l'état, la commande, le bruit d'état et l'instant où la linéarisation est appliquée.

Les définitions des différentes méthodes de linéarisation décrites ci-dessous sont illustrées au travers de la figure 2.2.

#### - linéarisation sur un point

Dans une première approche, nous pouvons définir une linéarisation locale portant sur un seul point de fonctionnement  $(x_0, u_0, w_0)$ . Cette méthode (cf : figure 2.2) est très simple à mettre en place et à un coût d'implémentation très faible. En effet, les matrices  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  sont constantes et calculées hors-ligne une seule fois. Malheureusement, plus l'état, la commande et le bruit d'état s'éloignent de leur valeur fixée  $(x_0, u_0, w_0)$  l'erreur faite par la linéarisation est de plus en plus grande.

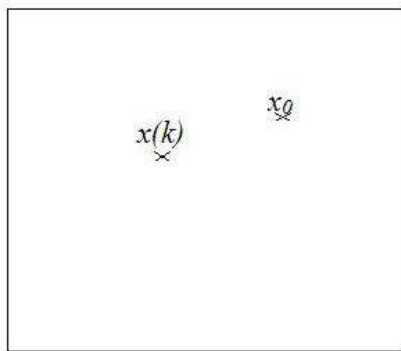
**- linéarisation sur plusieurs points**

La linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement  $(x_i, u_i)$  permet de prendre en compte plusieurs plages de fonctionnement  $(i \in I)$  et de limiter, en changeant le point de linéarisation, les erreurs dues à l'éloignement du point de linéarisation.

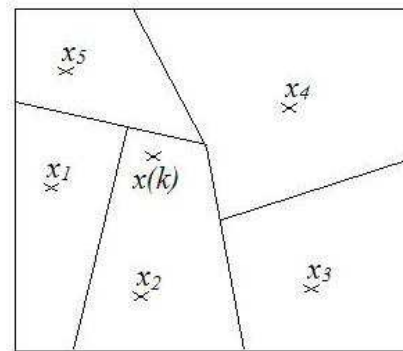
$$\dot{x}(t) = \mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) + w(t) \quad (2.6)$$

$$y(t) = \mathcal{C}x(t) + \mathcal{D}u(t) + v(t) \quad (2.7)$$

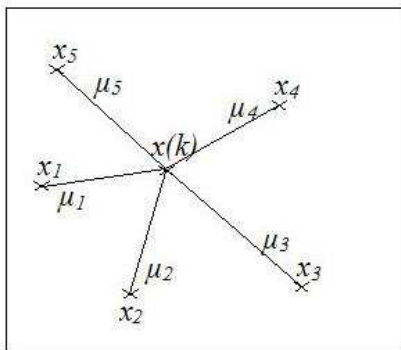
Cette méthode (cf : figure 2.2) introduit une approximation discontinue du système (souvent indésirable dans les applications industrielles), entraînant des sauts par le passage d'un modèle à l'autre.



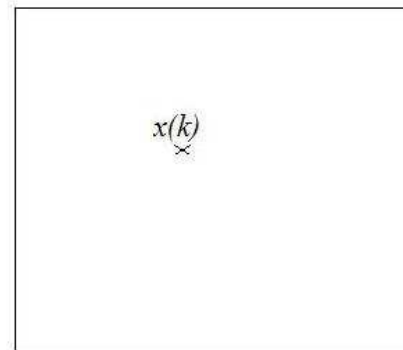
*Linéarisation autour d'un seul point de fonctionnement*



*Linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement*



*Approche multi-modèles*



*Linéarisation tangente*

**Figure 2.2** : Les méthodes de linéarisation

**- approche multi-modèles**

L'idée de l'approche multi-modèle (cf : figure 2.2) est d'appréhender le comportement non-linéaire d'un système par un ensemble  $I$  de modèles linéaires locaux caractérisant le fonctionnement du système dans différentes zones de fonctionnement. Les sauts induits par le changement de modèle  $i$  sont remplacés par une combinaison linéaire des modèles

$i$  pondérée par des poids  $\mu_i$ .

$$\dot{x}(t) = \sum_{i \in I} \mu_i (\mathcal{A}_i x(t) + \mathcal{B}_i u(t) + w(t)) \quad (2.8a)$$

$$y(t) = \mathcal{C}_i x(t) + \mathcal{D}_i u(t) + v(t) \quad (2.8b)$$

Les poids  $\mu_i$  sont déterminés par la proximité de l'état et de la commande à l'instant courant  $k$  et l'ensemble des points de fonctionnement  $(x_i, u_i)$  sachant que  $\sum_{i \in I} \mu_i = 1$ . Nous pouvons citer, par exemple, Gasso [57] ainsi que Johansen et Foss [81] dans le cadre de l'approche multi-modèles.

#### - linéarisation tangente

L'approche par linéarisation tangente (cf : figure 2.2) consiste à linéariser le système sur l'ensemble des points de fonctionnement. A chaque instant  $k$ , le système est linéarisé autour de  $(x(k), u(k))$  et les matrices  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  sont évaluées. L'avantage de cette approche est la faible erreur faite par l'approximation (la linéarisation est toujours faite sur le point de fonctionnement à l'instant  $k$ ). En revanche, cette méthode a un coût assez important et nécessite de recalculer à chaque instant  $k$  les matrices  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$ .

#### iv) Systèmes dynamiques hybrides

De manière générale, les systèmes dynamiques faisant intervenir explicitement et simultanément des modèles de type dynamique continu et événementiel sont appelés Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH) Antsaklis et al. [5], Zaytoon [159], [160]. La partie événementielle fait intervenir la notion de mode. Pour deux modes  $i$  et  $j$  sont différents l'un de l'autre, deux fonctions dynamiques  $f_i(x, u, w, t)$  et  $f_j(x, u, w, t)$  sont associées. L'ensemble  $I$  des modes  $i$  caractérise le fonctionnement complet du système. Un automate génère le passage d'un mode à l'autre par l'intermédiaire des mesures et en prenant en compte par exemple les événements externes au système tels que des commandes booléenne.

L'écriture sous forme de représentation d'état d'un système dynamique hybride va être donnée, dans le cas non-linéaire, par :

$$\dot{x}(t) = f_i(x, u, w, t) \quad (2.9a)$$

$$y(t) = h_i(x, u, v, t) \quad (2.9b)$$

avec  $t, x, u, y, w, v, f$  et  $h$  définis comme pour le système 2.3, où l'indice  $i \in I$  désigne le mode ou l'événement discret dans lequel le système se trouve.

Dans le cas linéaire, la représentation d'état est écrite sous la forme :

$$\dot{x}(t) = \mathcal{A}_i(t)x(t) + \mathcal{B}_i(t)u(t) + w(t) \quad (2.10a)$$

$$y(t) = \mathcal{C}_i(t)x(t) + \mathcal{D}_i(t)u(t) + v(t) \quad (2.10b)$$

avec  $t, x, u, y, w$  et  $v$  définis comme pour le système 2.3, et où l'indice  $i$  est défini dans 2.9.

#### v) Systèmes linéaires à temps discret

Afin d'être proche de la réalisation du système de contrôle-commande ou de supervision embarquée dans le calculateur, une écriture sous forme de représentation d'état discret est nécessaire. Un échantillonnage du système va être réalisé en respectant le principe de



Shannon introduisant la notion de pas d'échantillonnage noté  $T_e$ . L'instant  $t$  va être décrit par  $kT_e$  que nous noterons  $k$  pour alléger l'écriture. La dynamique continue sera approchée par une information discrète. La dérivée  $\dot{x}(t)$  sera approchée par la forme d'Euler implicite :

$$\dot{x}(t) = \frac{x(k+1) - x(k)}{T_e} \quad (2.11)$$

pour  $t = kT_e$ .

Le système linéaire 2.3 s'écrit alors :

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + w(k) \quad (2.12a)$$

$$y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) + v(k) \quad (2.12b)$$

avec  $x$ ,  $u$ ,  $y$ ,  $w$  et  $v$  définis comme pour le système 2.3, où les matrices  $A(k)$ ,  $B(k)$ ,  $C(k)$  et  $D(k)$  sont respectivement les matrices d'état, de commande, de mesures et de mesures des commandes écrites en temps discret.

### b. Les méthodes de diagnostic

La structure générale de la plupart des méthodes utilisant des modèles mathématiques se fonde sur l'idée de la redondance analytique, Chow et Willsky [21]. Contrairement à la redondance physique ou matérielle, où les mesures de différents capteurs sont comparées, les mesures issues des capteurs sont comparées aux valeurs des variables respectives obtenues de manière analytique. De tels calculs utilisent les mesures à l'instant courant  $k$  et/ou passées et le modèle mathématique. L'idée peut être étendue à la comparaison de quantités calculées uniquement de manière analytique, chacune étant obtenue par un calcul différent. Dans les deux cas, les différences résultantes sont appelées des résidus (cf : 2.3.1, page 32).

*Remarque 2.* La redondance matérielle peut être vue comme une forme particulière de la redondance analytique, ne faisant intervenir uniquement qu'une égalité terme à terme comme relation entre les mesures pour l'élaboration du résidu.

◇

La figure 2.3 donne une illustration pouvant être utilisée comme procédure de diagnostic avec des méthodes utilisant des modèles mathématiques. Le schéma se décompose en deux grandes parties. La première décrit le processus physique (composé des actionneurs, du système physique et des capteurs) et par le système d'acquisition (recueillant l'ensemble des mesures réalisées sur le processus physique). La deuxième partie représente la procédure dite de détection et d'isolation des défauts dans son ensemble et cela dans le cadre des méthodes avec modèles. Cette partie se décompose en trois grandes étapes :

1. Choix d'une méthode de diagnostic (cf : **i**), **ii**) et **iii**)
2. Génération de résidus (cf : 2.3.1, page 32)
3. Diagnostic : Génération de fonction de décisions, Logique de décision (cf : 2.3.2, page 34), Caractérisation des défauts.

Cette partie développe les différentes méthodes de diagnostic utilisant des modèles mathématiques.

#### i) Estimation paramétrique

L'estimation paramétrique, comme son nom l'indique, a pour but l'estimation des paramètres  $\theta$  du système. Plus exactement, elle vise à estimer certains paramètres à l'aide de

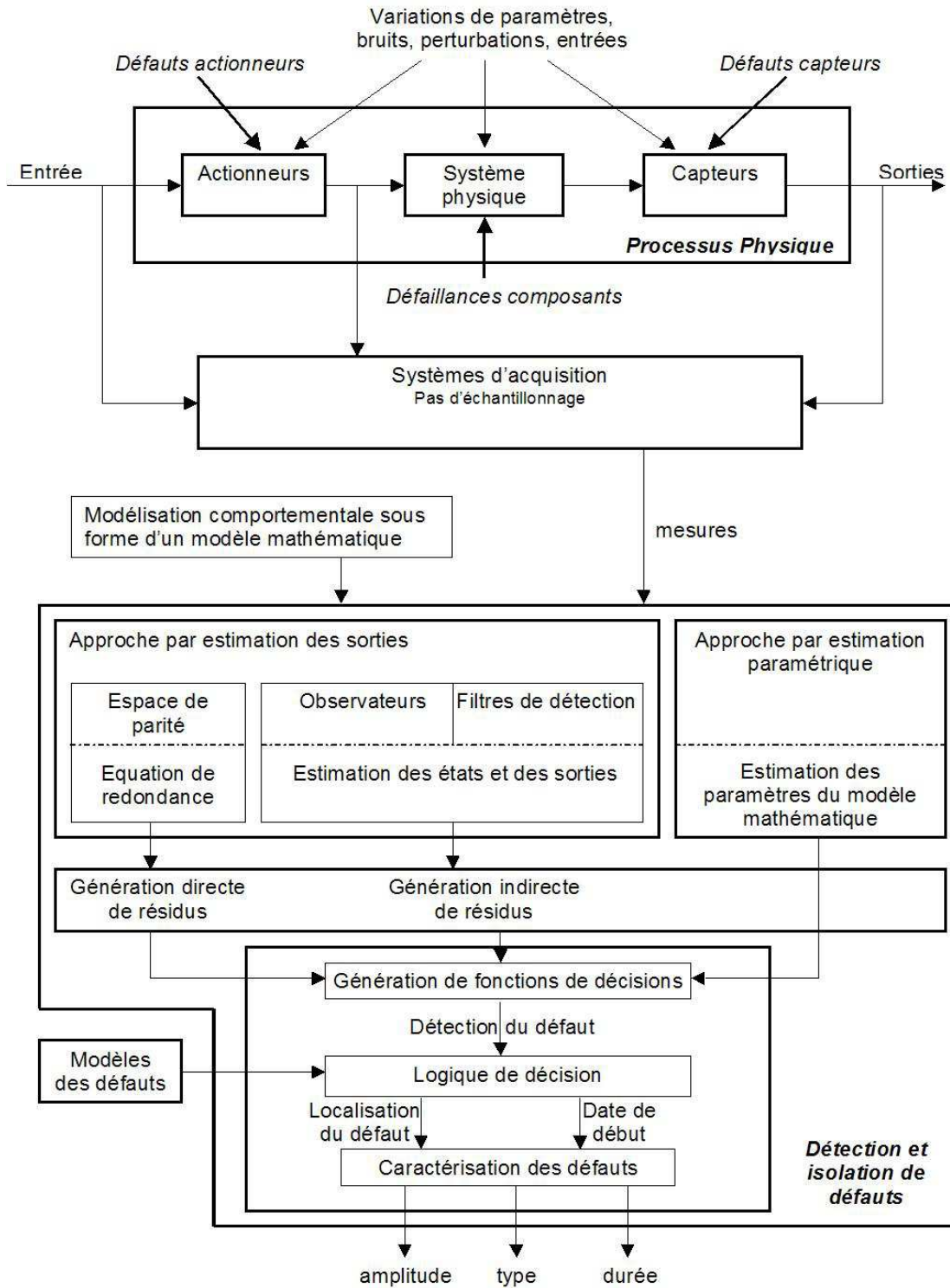


Figure 2.3 : Schéma d'un système de détection et d'isolation de défauts

techniques de filtrage, de prédiction etc ... Si l'estimation  $\hat{\theta}$  du paramètre  $\theta$  n'est pas en concordance avec sa valeur attendue alors le système est mis en défaut. Dans le cadre de cette méthode, les capteurs sont supposés ne pas être défaillants, les défauts sont expliqués par un "dérèglement" des paramètres du système.

De très nombreux travaux ont été réalisés de ce domaine, Balle et Isermann parlent de la détection de défaut par estimation paramétrique sur un système linéaire [77], [78] ou non-linéaire [6], Isermann donne une description des méthodes de diagnostic [79]. Gertler apporte des précisions sur le diagnostic en comparant l'estimation paramétrique à la méthode par espace de parité [62], enfin Brie et al. donnent des précisions sur la robustesse de la détection de défaut [14] etc ...

De nombreuses réalisations ont été réalisées dans le domaine automobile : Constantinescu et al. [25], Dinca et al. [38], Fisher et al. [46] et dans le domaine de la sidérurgie : Sohlberg [141].

## ii) Espace de parité

L'approche par espace de parité au même titre que les méthodes d'estimation d'état ou d'estimation paramétrique ont pour point commun la génération de résidus. Mais les hypothèses sur lesquelles elles reposent ne sont pas les mêmes. En effet, les méthodes par estimation des sorties et par espace de parité cherche à détecter des défauts sur les capteurs et les actionneurs en faisant confiance au modèle et aux paramètres de ce dernier. L'approche par estimation paramétrique repose sur le principe inverse. En effet, une bonne confiance est donnée aux capteurs et aux actionneurs, le but va être de mettre en défaut le système par l'intermédiaire de la comparaison des paramètres du système.

La conception de l'espace de parité s'appuie sur l'élaboration de signaux permettant de tester la cohérence des mesures par rapport à l'estimation des mesures faite à l'aide d'un modèle. Cette cohérence est appelée consistance des mesures ou parité. Dans un cadre général, l'approche consiste à réaliser une redondance analytique (en mode temporel ou fréquentiel) entre les entrées et les sorties du système et cela indépendamment des états du système. La génération des résidus suppose donc, tout comme dans le cas des méthodes par estimation, la connaissance d'un modèle dynamique du processus, ce dernier pouvant comporter des incertitudes ainsi que des bruits de mesure et d'état.

Les premières évocations et utilisations de l'approche par espace de parité sont réalisées à partir de relations analytiques statiques : Evans [45], Potter et Suman [133], Gai et al. [54], Daly et al. [28], Desay et Ray [37]. Cette technique a notamment été utilisée pour le diagnostic de défaut de centrale de navigation inertielle où des relations de redondance sont établies entre des signaux gyroscopiques et des accélérations. Ces notions ont ensuite été généralisées par Mironovski [116], puis par Chow et Willsky [21] et Lou et al. [105] pour l'utilisation de la redondance temporelle. Cette redondance est appelée aussi, redondance série par certains auteurs [89]. D'autres références concernant les systèmes dynamiques sont aussi données Magni et Mouyon [108], Medvedev [112], Patton et Chen [125] et Staroswiecki [142].

Bath [8] et Desai et Ray [36] apportent quelques références concernant des applications industrielles dans le domaine du nucléaire sur des systèmes statiques. Concernant les applications industrielles sur des systèmes dynamiques, nous citerons Schwarte et al. [138] dans le domaine de l'automobile et Yu [158] dans le domaine du nucléaire.

## iii) Estimation des sorties

La méthode d'estimation d'état passe par la création d'un observateur ou d'un filtre de

détection (cf : figure 2.3) Frank [48].

Un grand nombre de références dans le domaine industriel ont une approche diagnostic par estimation des sorties. Tout d'abord, dans le cadre des systèmes statiques, Crowe [26], Holly et al. [72], Swartz [143], Tamhane et Mah [145] peuvent être cités dans le domaine de la chimie et du génie des procédés ; Kratz et al. [96] dans le domaine du nucléaire ; Johansson et Medvedev [82] dans le domaine de la sidérurgie.

Concernant les systèmes dynamiques, un certain nombre de références peuvent être données dans les domaines de la sidérurgie : Gu et Poon [68], Poon [131], Tyler [146], Sohlberg [141] ou de l'instrumentation : De Gobbo et al. [34], Simani [140].

### - Observateur

La méthode par observateurs consiste à reconstruire, à partir du modèle mathématique ainsi que des mesures ou d'un sous-ensemble des mesures, les sorties du système via une estimation des états du système. En effet, les observateurs permettent l'estimation des variables d'état du système, par conséquent/par extension une reconstruction des sorties de celui-ci. Le signal d'écart ou résidu indirect (cf : 2.3.1) entre les mesures et l'estimation des sorties (erreur d'estimation sur les sorties) est uniquement fonction des bruits, des erreurs de modèle et des défaillances. Luenberger donne une première définition des observateurs [106], [107], Borne et al. [12] apportent des précisions sur la théorie des observateurs.

Un observateur (ou estimateur ou reconstituteur d'état) est un système ayant comme entrées les entrées et les sorties du système réel et dont la sortie est une estimation de l'état du processus.

Plusieurs travaux ont été menés dans le cadre linéaire : Magni et Mouyon [108] ainsi que Staroswiecki et al. [142] apportent des précisions sur la mise en place d'un observateur pour la détection des défauts. Il en est de même pour les systèmes non-linéaires : Adjallah et al. [1] ainsi que Hammouri et al. [71] donnent l'écriture d'observateur pour des systèmes non-linéaires, tout comme Moraal et Grizzle [118] qui synthétisent un observateur non-linéaire.

### - Filtres de détection

De manière théorique, si la signature du défaut est directionnelle c'est-à-dire que pour une définition de défaut donnée, une signature lui correspondra.

Un type particulier de filtre produit des résidus avec des caractéristiques directionnelles qui peuvent aisément être associées à certains modes de défaillance connus. Ces filtres sont connus comme filtres de détection, mais sont réellement une classe particulière des observateurs. Par exemple, les signatures (0,1,1), (1,0,1) et (1,1,0) désigneront les signatures directionnelle dans un cas d'un système ayant trois défauts majeur à détecter. Le premier défaut sera identifié par un signature commençant par un 0 puis ayant deux 1, le second défaut aura un 0 en seconde position etc... Cependant, les caractéristiques des résidus par espace de parité ne prennent pas en compte l'aspect boucle fermée comme dans le cas de l'observateur.

À la différence des signatures directionnelles de défauts de l'espace de parité en boucle ouverte, la méthode de filtres de détection, agit en boucle fermé et permet de générer des résidus dans la direction fixe liée aux défauts. Une caractéristique du filtre de détection est que l'amplitude du résidu ne disparaît pas complètement après qu'un défaut se soit produit.

La méthode appelée filtres de détection vise à construire des espaces de détection associés à chacun des défauts. Cette méthode a été initiée en 1971 par Beard [9], puis a

été formalisée en 1986 par Massoumnia [111]. Ils ont proposé une procédure systématique pour concevoir un observateur spécial qui accentue l'effet des défauts sur l'erreur de prédiction de l'observateur. L'observateur est conçu de sorte que, en l'absence de composants de défaillances, modelant les erreurs, et les perturbations du système, le vecteur d'innovation reste proche de zéro, tandis que si le système est affecté d'un défaut, l'erreur liée à l'innovation commence à grandir. Par ailleurs, le gain d'observateur est choisi de sorte que la direction du vecteur d'innovation dans l'espace des sorties peut être employé pour identifier un composant défaillant.

Différents travaux traitent de la méthodes des filtres de détection, parmi elles, retenons les travaux de Chen et Speyer [16], [17], [18] sur les filtres stochastiques de détection optimale ; Bokor et Balas [10], [11] sur les filtres de détection appliqués aux systèmes LPV ; Douglas et Speyer [41] sur la robustesse des filtres de détection ou Park et Rizzoni [123] dans le cas des systèmes linéaires. Dans le cadre des systèmes non-linéaires, Garg et al. donnent une description de filtre de détection [55], [56] et De Persis et Isidori [35] apportent des précisions sur l'approche géométrique.

## 2.5 Performance d'une procédure de diagnostic

La phase de détection est très importante dans le processus de surveillance du système. Si cette étape n'est pas correctement réalisée, nous avons vu, au paragraphe 2.3.2, que les défauts peuvent être mal ou pas détectés ou que des fausses alarmes peuvent apparaître. L'efficacité de la détection passe aussi par sa robustesse face aux incertitudes du modèle.

Patton et al., dans [127], donnent le cadre des performances d'un système de détection, ils définissent les qualités suivantes :

- la détection de défauts naissants,
- la rapidité de détection,
- l'isolation et la caractérisation des défauts détectés,
- minimiser les fausses alarmes,
- minimiser les mauvaises détections.

Les performances attendues d'une procédure de détection et d'isolation de défauts reposent sur la définition de critères qualitatifs de la méthode de diagnostic, se décomposant en critères à minimiser :

- le retard à la détection,
- le taux de fausse alarme et de mauvaise détection,
- le temps de calcul pour une utilisation en temps réel ;

et en critères à maximiser :

- la sensibilité à des défauts de faible amplitude,
- l'insensibilité aux bruits et aux perturbations mais aussi aux incertitudes sur les paramètres du modèle.

Il semble évident à ce stade que tous ces critères ne pourront pas être optimisés simultanément dans le sens où certains d'entre eux sont contradictoires. Certaines méthodes de détection vont avantager certains de ces critères et en pénaliser d'autres. Un compromis est souvent fait afin de choisir une méthode de détection répondant le mieux possible au cahier des charges.

La notion de robustesse doit être introduite, elle peut être justifiée par rapport à ces différentes causes.

Dans le cas où les paramètres du modèle sont bien connus, les résidus seront très sensibles aux défauts naissants. Dans le cas contraire, nous serons contraints à concevoir un système de détection de défauts afin qu'il présente une certaine tolérance aux variations des paramètres, mais cela peut conduire à des mauvaises détections de défauts.

Dans le cas de non-linéarités du processus qui ne seraient pas prises en compte dans la modélisation, le système de détection fonctionnera correctement tant que le processus restera dans une plage de fonctionnement linéaire. Cependant, dès qu'il s'éloignera, le système de détection sera sensible à la non-linéarité, cela aura pour conséquence d'augmenter les fausses alarmes.

Dans le cas des perturbations et du bruit, les hypothèses sont souvent faites en les considérant comme aléatoires et non-corrélés entre eux. Si les perturbations sont non stationnaires, non gaussiennes, alors le système fonctionnera en dessous de ses possibilités.

Un système de détection de défauts permet de détecter différents phénomènes du système lorsque ce dernier n'est plus dans un cadre de son bon fonctionnement. Ainsi les défauts de capteurs et d'actionneurs, les variations de paramètres, les changements de structure, les bruits, les perturbations, ... vont être a priori détectés. Nous devons donc focaliser l'action de détection sur ce qui nous intéresse, à savoir les défauts de capteurs et d'actionneurs tout en s'affranchissant des autres phénomènes de perturbations.

Le système de détection est conçu a priori pour un type de défauts particuliers. De plus, le diagnostic d'un plus grand nombre de défauts ne se fera qu'à partir d'une complexification de cette procédure. Il est préférable alors de favoriser la phase de détection quitte à n'avoir qu'une isolation partielle.

La notion de robustesse est un élément crucial dans une procédure de détection et d'isolation de défaut. Comme nous le verrons dans la partie suivante, la robustesse joue un rôle important dans la mise en place d'une procédure de diagnostic tant dans la détection des défauts que dans l'évaluation des résidus.

## 2.6 Robustesse du diagnostic

La disponibilité d'un modèle permettant de décrire le fonctionnement du processus à surveiller est la première étape dans la réalisation d'un diagnostic à base de modèle. De plus, il est évident que la procédure de détection de défauts sera d'autant plus efficace que le modèle sera exact. Or, dans la pratique, le modèle est rarement exact, pour ne pas dire jamais exact. En effet, le modèle n'est qu'une représentation abstraite à base d'équations permettant de décrire au mieux le fonctionnement du processus à surveiller. Ainsi, certains phénomènes physiques peuvent ne pas être décrits par le modèle et ces erreurs de modélisation risquent de fausser les décisions à prendre quant à l'existence ou non d'un défaut. De plus, les paramètres sont connus à une certaine précision près et peuvent varier au cours du temps. De même, les caractéristiques des perturbations et des bruits sont inconnues. Ainsi, nous nous rendons compte que même dans le cas d'un fonctionnement normal, les résidus générés à partir de ce modèle ne sont pas nuls. Les décisions prises à partir de ces résidus peuvent conduire à des fausses alarmes voire à des mauvaises détections. Nous nous sommes donc intéressés aux méthodes de détection peu sensibles aux erreurs de modélisation ainsi qu'aux perturbations.

Cette notion de robustesse a été introduite très tôt dans la littérature du diagnostic, ainsi nous pouvons citer en référence Clark [22], Deckert et al. [33], Willsky [153]. Dans les travaux concernant le diagnostic, la robustesse est un des thèmes central. En effet, comme

nous l'avons vu précédemment, les incertitudes sur le modèle constituent un handicap important des méthodes à base de redondance analytique. Depuis de nombreuses années, des travaux sont menés par Willsky [153], Patton et al. [127] ou Frank [48], [49] par exemple dans le but de définir la robustesse mais aussi de recenser les solutions développées, en insistant sur leurs performances en fonction des hypothèses postulées.

Patton et al., dans [127], définissent la robustesse d'un système de diagnostic comme un degré pour lequel, les performances du système de diagnostic ne sont pas affectées par des conditions opératoires différentes de celles supposées, a priori, lors de la conception.

La robustesse apparaît donc, comme le rapport entre une sensibilité maximale vis-à-vis du défaut recherché et une sensibilité minimale vis-à-vis des autres défaillances (variations de paramètres, modification de structure, bruits, ...)

Un système de diagnostic robuste, est un système qui maximisera les effets des défaillances, afin de permettre un niveau de performance du diagnostic identique quelles que soient les conditions opératoires.

La robustesse peut être améliorée par le choix approprié :

- de la méthode de génération des résidus, en fonction des défauts à détecter et des perturbations auxquelles le système est soumis,
- des fonctions de décision en fonction du type de résidus générés (découplage : structurés, de directions privilégiées).

### 2.6.1 Robustesse de la détection des défauts

Dans le cas où nous disposons d'un modèle du processus exact, le problème de diagnostic est relativement trivial, il en est tout autrement dans la réalité du fait des incertitudes sur le modèle.

Pour les améliorations des méthodes par espace de parité, Lou [104], Chow et Willsky [21] ainsi que Youssouf et Kinnaert [157] ont mené des travaux améliorant la robustesse de la méthode en prenant en compte les incertitudes sur les équations de redondance par un algorithme d'optimisation pour Lou ainsi que Chow et Willsky ou par une approche système singulier pour Youssouf et Kinnaert.

La première intuition, afin d'augmenter le degré de robustesse du résidu, est de prendre en compte dans la modélisation du processus les perturbations (bruits, incertitudes paramétriques, ...). Ainsi, il est plus aisé de séparer les effets des incertitudes de celles des défauts. Il est alors possible de concevoir un générateur de résidus de telle façon qu'il soit sensible aux défauts tout en étant insensible aux incertitudes. Malheureusement, il ne s'agit ici que d'un compromis entre deux sensibilités et non d'une robustesse totale. En effet, l'écriture du résidu peut être ramenée à :

$$r = Gd + He \tag{2.13}$$

où  $r$  désigne le résidu,  $d$  le vecteur de défaut,  $e$  le vecteur recensant les bruits, les incertitudes,  $G$  la matrice d'incidence des défauts et  $H$  la matrice d'incidence des bruits, des perturbations et des incertitudes.

La robustesse va consister à maximiser les effets de  $d$  et donc de maximiser la norme de  $G$ , tout en minimisant les effets de  $e$  et donc en minimisant la norme de  $H$ . Nous pouvons donner comme critère de robustesse la maximisation du rapport des deux normes :

$$\max \frac{\|G\|}{\|H\|} \tag{2.14}$$

Pour les méthodes à base d'estimation d'état, la robustesse est surtout requise au niveau de l'étape de génération des résidus, donc au choix du gain de l'observateur. Celui-ci doit être choisi de manière à découpler des effets des défauts pour une bonne localisation mais aussi à rendre les résidus indépendants des entrées inconnues. Wilbers et al, dans [127], ont mené des travaux sur le problème de placement de pôle dans ce sens.

De même l'utilisation d'observateurs à entrées inconnues permet d'assurer un découplage des résidus, cela permet l'isolation des défauts et d'atteindre une meilleure robustesse vis-à-vis des perturbations, comme illustrer par l'équation 2.13. Dans ce domaine, les travaux de Ge et Fang [59], Hou et Patton [75], Koenig [90], Viswanadham et Srichander [148], Wünnenberg et Park [156] seront cités comme référence.

Une approche différente s'est également développée dans le cadre du diagnostic à l'aide d'observateurs ; le système est représenté par un modèle incertain. Ainsi le modèle prend en compte les incertitudes liées aux paramètres, aux mesures, à la structure. Petersen et McFarlane [128] formalisent le problème d'estimation robuste comme une majoration de l'espérance de l'erreur d'estimation quelles que soient les incertitudes acceptables pour le système.

Certains auteurs introduisent la notion de modèles incertains structurés. Ces approches sont sans nul doute un apport supplémentaire au problème de robustesse des systèmes de diagnostic. Elles s'appuient notamment sur le placement de pôles de l'estimateur comme l'ont établi Wang et al. [151] pour permettre le rejet des perturbations.

Finalement, une solution possible au problème de robustesse de la détection et de l'isolation est de chercher à construire des générateurs de résidus robustes en satisfaisant plusieurs objectifs d'optimisation. Chen et al. [15] utilisent un observateur dont la conception tient compte d'un degré de performance afin de réduire le taux de fausse alarme et de mauvaise détection. Ce degré est constitué de plusieurs contraintes inégalités dont certaines s'expriment dans le domaine fréquentiel et prennent en compte la signature des défauts, le bruit et les incertitudes. Ces travaux forment une généralisation de l'optimisation de l'erreur d'estimation de l'observateur proposée par Marquez et Diduch [109]. Marquez et Diduch optimisent directement le résidu dans le domaine fréquentiel et non pas l'erreur. Le résidu est plus significatif pour juger la robustesse que la simple erreur d'estimation.

### **2.6.2 Robustesse de l'évaluation des résidus**

L'idée consiste à évaluer les propriétés du résidu en fonction d'hypothèses comme un seuil ou des propriétés statistiques. Les hypothèses posées dépendront des défauts à détecter d'une part et des propriétés attendues du résidu en fonction de la façon dont il a été généré. Il existe plusieurs types de seuils (seuils adaptatif ou non adaptatifs) et différents tests statistiques (moyenne, écart-type, ...) qui peuvent être mis en œuvre pour l'évaluation du résidu. Le seuil de détection utilisé doit être le plus adapté au résidu généré en fonction du défaut à détecter. Si le seuil est trop grand, la sensibilité par rapport au défaut sera trop faible tandis que dans le cas contraire le taux de fausse alarme sera plus grand. Il est donc évident que la problématique réside en l'établissement d'un seuil de détection optimal.

Walker et Gai [150] ainsi que Walker [149] définissent le seuil à l'aide de chaîne de Markov ; cependant il est possible que pour des variations importantes, nous ne puissions trouver de seuil fixe qui permette une solution acceptable en terme de taux de fausse alarme. De même, Emani-Naeimi et al. [43] s'attachent à définir un seuil de détection approprié, compromis entre la fausse alarme et la mauvaise détection.



Clark, dans [127], suit la même démarche en améliorant cependant l'étape de détection à l'aide d'un seuil adaptatif défini empiriquement en fonction des entrées du système.

Pour sa part Horak [73] s'appuie sur les bornes des incertitudes des paramètres afin de générer des enveloppes du résidu tenant compte de plus grande variations en absence de défaut. D'autres auteurs, comme Emani-Naeini et al. [44], Weiss [152], Ding et Frank [39] ou Isaksson [76] s'appuient également sur le seuillage des bruits de mesures et des incertitudes de paramètres pour générer des seuils adaptatifs. Les méthodes développées précédemment assurent la robustesse passive du système de diagnostic.

De ce concept découle évidemment l'idée d'utiliser la logique floue pour l'étape de décision. Grâce à la logique floue, le degrés d'appartenance du résidu au mode avec défaut peut être testé et cela à la place de seuils précis de détection, comme décrit par Frank et Kiupel [52].

Enfin, l'évaluation des propriétés du résidu s'appuie également sur des tests statistiques. Sans être exhaustif, nous pouvons citer le test robuste du maximum de vraisemblance (Generalized Likelihood Ratio - GLR) proposé par Willsky [153] qui prend en compte les perturbations stochastiques. Dans le cas de résidus stochastiques, Borne et al. [12] expliquent qu'il est possible, sous certaines hypothèses, de supprimer l'influence des incertitudes de modèles sur le résidu à l'aides de filtre de décorrélation.

Finalement, quelle que soit la solution, elle repose sur l'étude de l'influence d'entrées inconnues sur le fonction de décision en absence de défaut, le seuil de détection étant ensuite défini en conséquence pour assurer les performances souhaitées. Cependant , le défaut ne pourra être détecté que si son effet sur le résidu est plus important que celui des perturbations (Patton [125]).

## 2.7 Structure du système de diagnostic

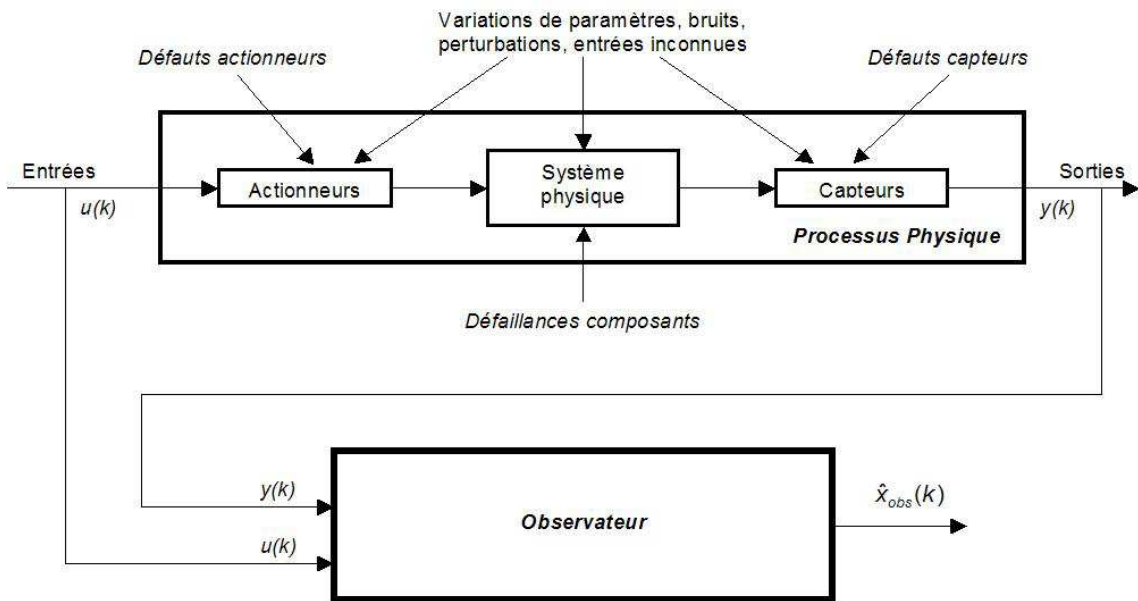


Figure 2.4 : Schéma d'observateur simplifié

La conception d'un outil de détection de défaut permet de rendre ce dernier plus robuste face à des entrées inconnues agissant sur le modèle. Seule la présentation des considérations générales ainsi que les concepts de base d'une procédure de diagnostic ont été recensés. En fait, la structure d'un système de détection est plus élaborée dans la pratique.

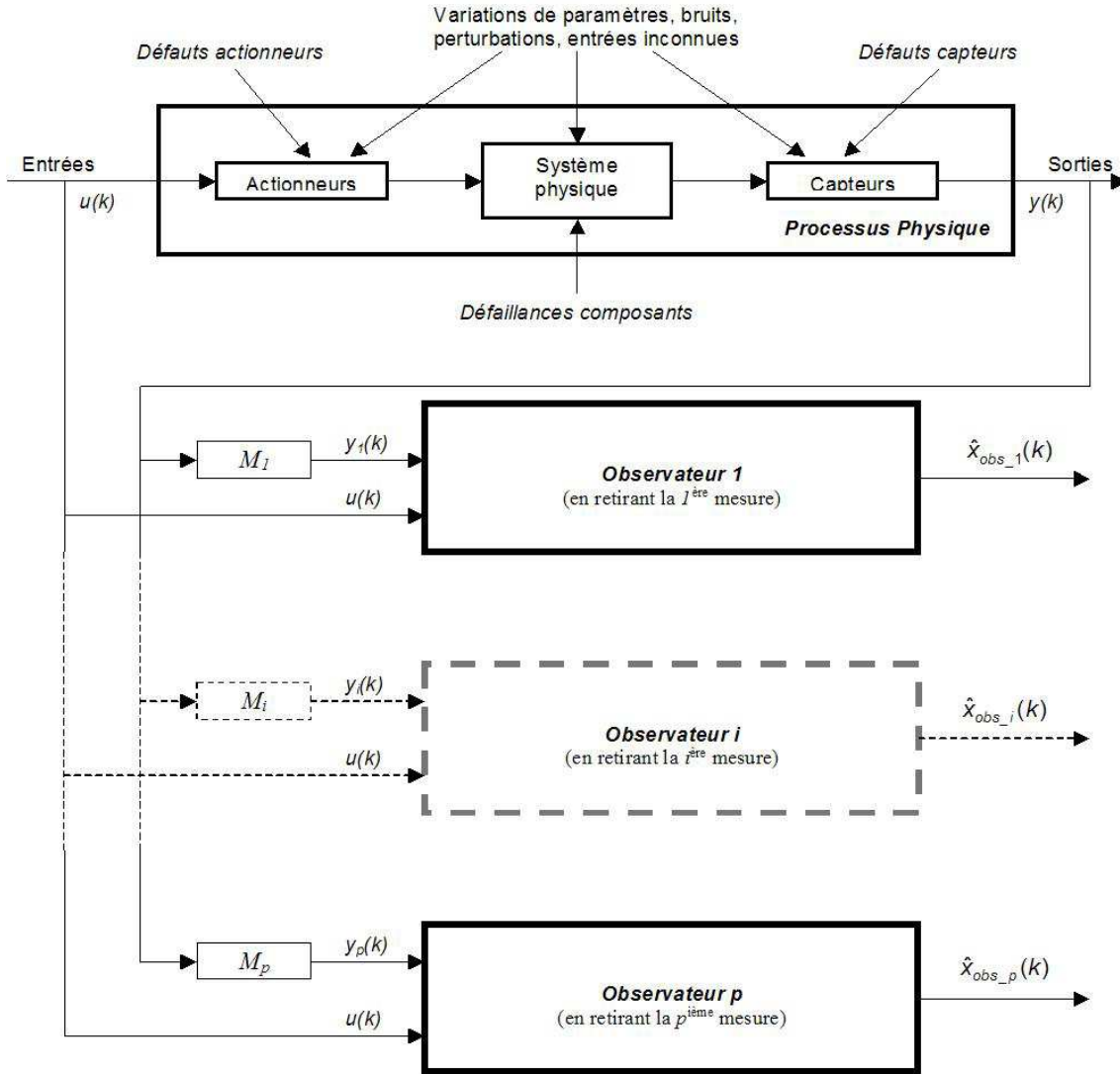


Figure 2.5 : Schéma d'observateur dédié

Ainsi, dans l'optique d'assurer une bonne isolation des défauts, à l'aide de résidus structurés, des batteries d'observateurs sont mises en place. Chaque observateur génère un résidu sensible à un défaut (voire à un ensemble de défauts) particulier(s) et insensible aux entrées inconnues. Une réponse différente sera donnée par chacun des observateurs, ce qui permettra un meilleur découplage des résidus. Les filtres de détection permettent un

découplage suivant des directions privilégiées grâce au réglage du gain de l'observateur de manière adéquate. De nombreux schémas sont proposés dans la littérature du diagnostic afin de détecter les défaillances d'instrumentation, parmi elles trois sont proposées ici :

- schéma d'observateur simplifié (SOS - Simplified Observer Scheme)
- schéma d'observateur dédié (DOS - Dedicated Observer Scheme)
- schéma d'observateur généralisé (GOS - Generalized Observer Scheme)

La version la plus simple d'un schéma d'observateur pour la détection de défaut est celui communément appelé schéma d'observateur simplifié (SOS), il inclut seulement un simple observateur d'ordre réduit ou plein ou un filtre de Kalman piloté par une des variables mesurées.

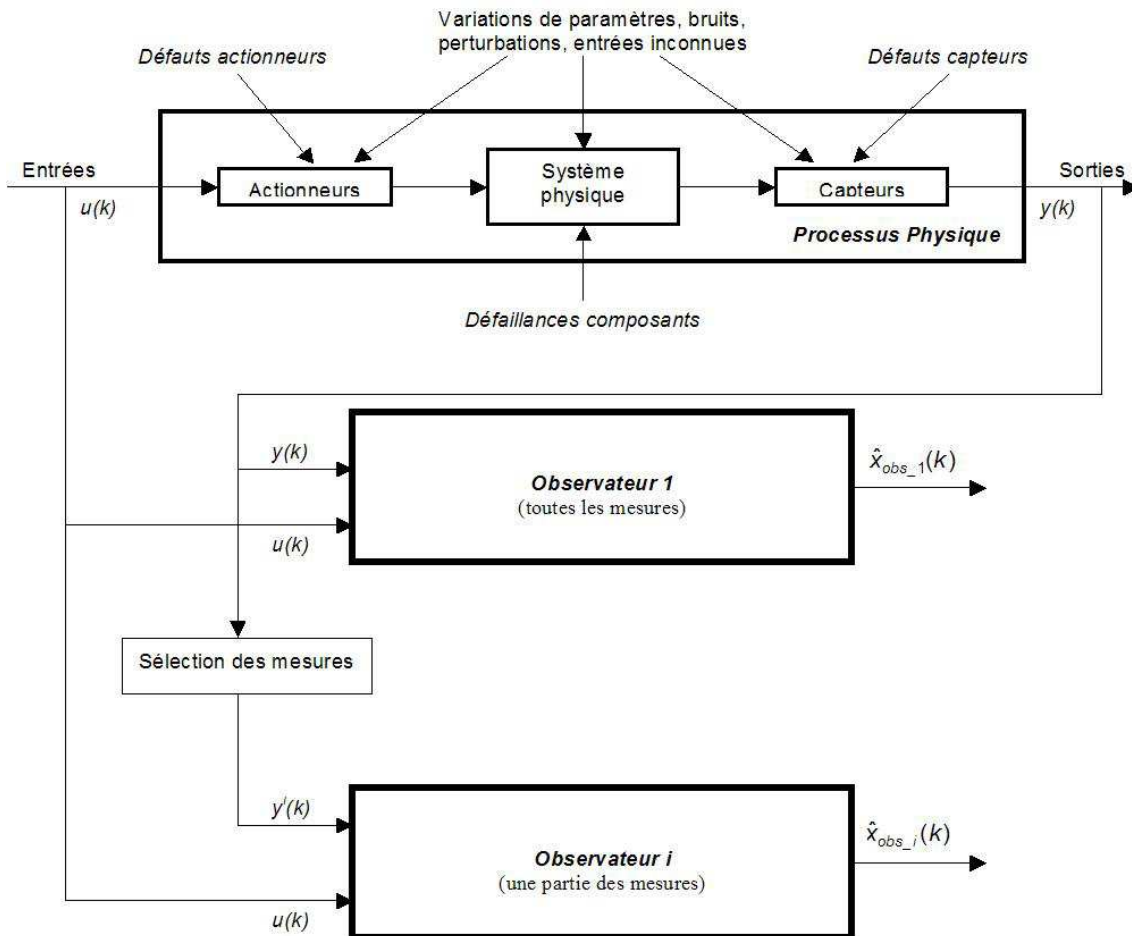


Figure 2.6 : Schéma d'observateur généralisé

En 1978, Clark a proposé le schéma DOS (cf : figure 2.5) où chaque sortie, sous couvert de l'observabilité des sorties, est utilisée pour piloter soit un observateur dédié d'ordre réduit ou plein, soit un filtre de Kalman. Ainsi, l'observateur recevant une mesure défaillante fournit une mauvaise estimation des variables estimées, tandis que les estimations des autres observateurs convergent vers les mesures des sorties correspondantes sauf sur la sortie erronée. Ce schéma reste valable même dans le cas de plusieurs défauts simultanés.

En 1986, Frank [48] a étendu la structure DOS en permettant que chaque observateur soit piloté par plus d'une variable, sous couvert de l'observabilité. Cela conduit au schéma d'observateur généralisé (GOS). Ce schéma offre plus de degrés de liberté pour la conception de l'observateur et permet d'augmenter la robustesse.

Les schémas proposés pour la détection des défauts d'instrumentation restent valables pour la détection de défauts de composants. Cependant, les schémas ne sont généralement pas capables de résoudre les problèmes de localisation des défauts. Frank propose une approche qui consiste à décomposer le système en sous-systèmes et à appliquer un schéma d'observateur local selon une structure hiérarchisée. Un des avantages du schéma d'observateur local est que même si l'ordre du système est élevé, l'ordre de chaque sous-système et donc de chaque observateur est faible. De plus, seule une observabilité locale est requise [48].

La problématique de cette approche reste dans les interactions entre les sous-systèmes. En effet, si ces interactions sont faibles (voire nulle), un défaut n'affectera que l'estimation de l'observateur local correspondant. Il est alors possible de localiser le composant défaillant. En revanche, si les interactions sont grandes, un défaut d'un des composants se propagera aux observateurs des autres composants. Cette approche de schéma d'observateur est alors mise en défaut pour localiser les défaillances des composants.

Une approche fondamentale au problème de la réduction de la sensibilité de l'estimation d'état est d'utiliser des observateurs robustes au sens des observateurs à entrée inconnue. Dans Wünnenberg et al. [155] ou dans Frank [49], [50], l'idée est de choisir le gain de l'observateur de manière à ce que les effets des perturbations dans l'erreur d'estimation soient découplés des effets des défauts capteurs ou actionneurs. Cela signifie que les perturbations n'ont pas d'influence dans le sous-espace où les défauts sont projetés.

## 2.8 Discussion du choix d'une méthode de diagnostic

Nous avons vu précédemment (cf : partie 2.4, page 35) différentes méthodes de génération de résidus. Dans notre cas, la motivation des méthodes utilisant des modèles mathématiques (cf : 2.4.2, page 38) est plus grande que celle n'en utilisant pas (cf : 2.4.1, page 35), et cela du fait de l'existence d'un modèle existant du Common Rail. Parmi les différentes méthodes utilisant des modèles mathématiques, deux stratégies duales l'une de l'autre se complémentarisent et s'opposent à la fois, il s'agit des méthodes par estimation de paramètres (Balle et al. [6], Isermann [77], [78], [79], Gertler [62], Brie et al. [14], ...) ou par estimation des sorties (Frank [48], Luenberger [106], [107], Beard [9], ...). Nous avons vu précédemment, dans le cadre de la méthodes d'estimation de paramètres, que les mesures sont supposées correctes et que les défauts sont expliqués par la variation des paramètres d'où l'estimation de ces derniers. En revanche, les méthodes dites par estimation d'état supposent, quant à elles, que les paramètres sont connus et que les défauts sont expliqués par un dérèglement des mesures des capteurs et des actionneurs.

Le choix entre les méthodes de détection de défaut par estimation paramétrique et celles par estimation d'état est assez contraint par le point de vue adopté. Nous pouvons soit faire une totale confiance aux mesures et relever des défauts sur les paramètres du système ou soit l'inverse. Dans le premier cas, nous nous dirigeons vers une approche par estimation paramétrique ; dans l'autre cas, vers une approche par estimation des sorties.

Nous avons vu précédemment que les méthodes de génération de résidus par observateurs ou filtres de détection sont des méthodes indirectes - basées sur le calcul de l'erreur

d'estimation - par opposition à la génération directe de résidus par l'approche d'espace de parité - basées sur l'élimination des inconnues à l'aide des redondances. Il semble plus aisé de générer des résidus structurés ou de directions privilégiées par l'approche par espace de parité (approche géométrique), tandis que le choix du gain de l'observateur s'avère plus délicat.

Dans la littérature, l'équivalence entre les résidus générés par l'espace de parité et les résidus utilisant des observateurs a déjà été prouvée sous certaines hypothèses par Frank [49] et discutée dans certains cas particulier par Patton et al. [124]. Cette relation d'équivalence des résidus signifie que l'action sur le gain de l'observateur permet de mettre en relation l'erreur d'estimation et le résidu direct, ainsi Gertler [61], Nuninger [120], Patton et al.[124], Staroswiecky et al. [142] peuvent être cités en exemple.

Bien que la méthode par espace de parité requiert la connaissance d'un modèle, tout comme les méthodes à base d'estimateurs, elle paraît intéressante du fait qu'elle s'affranchit de la stabilité demandée par les méthodes à base d'observateurs. Le résidu direct ne s'écartera pas aussi facilement de la valeur nulle en présence de perturbations que l'erreur d'estimation.

Massoumnia [111] et Wünnenberg et al. [156] ont montré que les résidus directs pouvaient être identiques aux résidus indirects générés par un observateur discret. Dans le cas des observateurs à réponse pile (deadbeat observers), Patton et al. [124] ont approfondi ce résultat. Les résidus par espace de parité sont considérés comme issus d'une "stratégie boucle ouverte" tandis que les résidus générés par estimateurs sont issus d'une "stratégie boucle fermée" du fait de leur écriture introduisant une boucle de retour.

Certes il n'existe pas d'égalité parfaite entre les deux méthodes, mais des liaisons, dans le cas linéaire, existent sous certaines hypothèses entre l'espace de parité et les observateurs. Cela sous-entend que quel que soit l'observateur conçu pour la détection de défauts et donc quel que soit les performances du résidu obtenu du fait du réglage de l'observateur, il existe une matrice de passage permettant le lien entre le résidu généré par l'observateur et le résidu généré par l'espace de parité. La réciproque n'est vraie que sous certaines conditions.

Comme le souligne Gertler [61] sur les observateurs de Luenberger, les deux approches sont complémentaires l'une de l'autre mais elles sont de complexités différentes. Enfin, d'un point de vue optimal, il est préférable de choisir une approche par espace de parité, les solutions générées par observateurs étant incluses dans l'ensemble des solutions optimales générées par espace de parité, mais la réciproque n'est pas toujours vraie.

Nous avons vu, au paragraphe 2.4.2.a.ii) concernant l'approche par espace de parité, que cette méthode utilise une matrice, appelée matrice de parité, orthogonale au grammien d'observabilité, indépendante vis-à-vis des états. La difficulté principale de l'approche par espace de parité réside dans la recherche de la matrice de parité. Quoique cette matrice orthogonale existe d'un point de vue théorique, d'un point de vue pratique ou numérique, cela peut s'avérer plus délicat du fait des dimensions du système.

## 2.9 Choix d'une méthode pour le diagnostic du système Common Rail

La détection et l'isolation des défauts nécessitent une certaine robustesse des résidus (cf : partie 2.6) via une sensibilité aux défauts et une insensibilité aux perturbations. Willsky [153] rappelle que la rapidité du système lors de l'apparition de défauts (détection

rapide) est importante dans une procédure de détection de défauts sans pour autant avoir un taux élevé de fausse alarme. Les contraintes temps réels doivent être prise en compte afin d'implémenter facilement la procédure de diagnostic et que la détection puisse avoir éventuellement lieu en ligne.

### 2.9.1 *Les méthodes utilisant des modèles mathématiques*

Dans le procédure de diagnostic, l'étape d'évaluation des résidus nécessite une structuration ou génération de directions privilégiées afin de permettre la détection et l'éventuelle isolation de l'ensemble des défauts. L'utilisation de schémas d'observateurs de type SOS (Simple Observer Scheme), DOS (Dedicated Observer Scheme) et GOS (General Observer Scheme) apporte une réponse à ce problème. Ensuite, des seuils de détection sont définis et des tests sont réalisés par rapport à des seuils. Enfin des fonctions permettent d'isoler les défauts à partir de leur signature. L'utilisation de seuils adaptatifs augmente le degré de robustesse de la procédure de diagnostic Frank [49], Patton [127].

La difficulté des méthodes utilisant la redondance analytique, comme les approches par espace de parité et par estimateurs d'état, réside dans les incertitudes de modèle. Les approches par redondance temporelle prennent en considération tout l'historique des entrées et des sorties du processus. Ces approches sont fortement sensibles aux incertitudes. De plus, la notion de mémoire infinie rend l'approche insensible aux mesures récentes en leur donnant une importance moindre alors que les mesures récentes recensent les informations d'un défaut naissant. Un retard à la détection est inévitable. La mémoire infinie accorde en fait plus d'importance aux événements passés qu'à ceux récents. Medvedev et Toivonen [114] soulignent que la mémoire infinie associée aux incertitudes du modèle risque de provoquer la divergence de l'erreur d'estimation.

### 2.9.2 *Apport de nouvelles techniques*

La perte de la robustesse des résidus est souvent due à la qualité du modèle utilisé. En pratique, le modèle utilisé est le plus souvent un modèle simplifié du processus physique. Il est important et nécessaire alors d'utiliser des outils performants afin d'améliorer la robustesse de la détection face aux incertitudes du modèle. De nombreuses approches ont été développées en ce sens :

- les filtres à facteur d'oubli,
- les observateurs à entrées inconnues,
- les observateurs à réponse pile.

Cette liste ne se veut pas exhaustive, mais donne tout de même des directions d'approches intéressantes.

#### a. *Les filtres à facteurs d'oubli*

Si la génération des résidus est faite par la méthode utilisant le filtre de Kalman, l'incertitude sur la variance du bruit de mesures peut entraîner une divergence du filtre. Pour palier à cela, nous devons pondérer l'ensemble des mesures en attribuant un coefficient moins important dit facteur d'oubli sur les mesures les plus anciennes; un poids plus important est donné aux mesures les plus récentes. Isermann [77] définit cette approche dans le cadre des méthodes récursives d'estimation de paramètres. Pour que l'algorithme puisse suivre la dynamique d'un système dont les paramètres varient lentement au cours

du temps, il est nécessaire de pondérer plus fortement les mesures récentes par rapport aux mesures plus anciennes.

**b. Les observateurs à entrées inconnues**

Les incertitudes de modèle peuvent être modélisée par des entrées inconnues au même titre que les perturbations, si la façon dont elles agissent sur le système est connue. La conception d'un observateur à entrées inconnues permettra de s'affranchir de ces incertitudes sous réserve de l'observabilité du système. Une certaine robustesse du résidu vis-à-vis des incertitudes est apportée au système de détection de défauts. Ces observateurs sont bien adaptés aux schémas d'observateurs généralisés (GOS) comme décrit par Frank [49]. Hou et al. [74] décrivent une procédure généralisée à tout ordre de l'observateur, ces résultats ont été approfondis par Darouach et al. [30]. Viswanadham et al. [148] donnent des précisions sur la conception de cet observateur dans le cadre d'une procédure de détection et d'isolation de défaut.

**c. Les observateurs à réponse pile**

Le choix du gain d'un observateur est très important. Il garantit la décroissance asymptotique de l'erreur d'estimation, la rapidité de l'observateur, mais il peut s'avérer comme un bon amplificateur de bruit s'il n'est pas géré correctement. De plus, il permet de fixer des directions privilégiées, d'assurer un résidu (erreur d'estimation) décroissant asymptotiquement vers zéro ainsi qu'une rapidité à la détection. Le fait que le résidu tende vers la valeur nulle asymptotiquement n'assure pas la nullité du résidu, ce fait est une contrainte très importante dans l'élaboration d'une procédure de diagnostic. Pour palier à ce problème, certains auteurs comme Medvedev et Toivonen [114] ont développé un observateur à réponse pile (deadbeat observer) qui assure une erreur d'estimation nulle en un temps fini. Valcher et Willems [147] donnent une synthèse sur les observateurs à réponse pile. Ces solutions s'appuient sur une écriture discrète du modèle, les pôles de l'observateurs sont placés en zéro. Nous pouvons souligner que l'approche par espace de parité conduit à ce type d'observateur. Ce résultat est valable pour des systèmes à simple entrée et simple sortie (SISO) Massoumnia [111] mais aussi pour des systèmes à entrées multiples et sortie multiples (MIMO) Frank [49].

**2.9.3 Les observateurs à mémoire finie**

**a. Choix d'un horizon fini**

La notion de filtre d'oubli peut être approfondie et associée à la notion d'observateur à réponse pile et cela en ne prenant en compte que certaines mesures du filtre à facteur d'oubli afin d'estimer l'état courant. En clair, les mesures les plus anciennes sont supprimées, seules les dernières mesures sont prises en compte et cela sur un horizon pré-défini noté  $L$  de taille  $L + 1$ . Un estimateur de l'état courant sur un horizon fini d'observation est ainsi défini en prenant en compte les  $L + 1$  mesures  $y_i$  pour  $i = k - L, \dots, k$ . L'état peut être estimé à partir d'un nombre fini de mesures sous la condition d'observabilité du système comme l'a montré Ragot et al. [134] par exemple.

De même, Bousghiri [13] a montré qu'un estimateur généralisé sur un horizon glissant de taille finie  $L$  permettait la détection et la localisation de défauts actionneurs et capteurs. Cet estimateur prend en entrée les  $L + 1$  mesures de sorties entre les instants  $k - L$  et  $k$

ainsi que des  $L$  mesures d'entrées entre les instants  $k - L$  et  $k - 1$  et estime simultanément les entrées et les sorties du système à l'instant courant.

### **b. *Motivation du choix***

Le choix d'un horizon fini a pour avantage le nombre réduit de mesures nécessaire au diagnostic favorisant ainsi le calcul et donc la détection en ligne. Nous verrons au chapitre 3 que le choix de la longueur de fenêtre peut être choisi de manière optimale (cf : § 3.6, page 79).

Dans ce paragraphe, notre but est de justifier l'utilisation de la mémoire finie dans le cadre du diagnostic et les implications sur le choix du résidu. Nos travaux se sont inspirés des résultats de Medvedev et Toivonen [114] qui donne la structure, en temps continu, d'un observateur à mémoire finie et de Kratz et al. qui donne une description concernant l'utilisation sur des systèmes linéarisés, Kratz [94], ou des systèmes dynamiques hybrides, Kratz et Aubry [95].

## **2.10 Conclusion**

Dans ce chapitre dédié au diagnostic des systèmes, nous avons vu tout d'abord quelques terminologies fondamentales à la compréhension de notre action de surveillance du système Common Rail. Les notions de défauts, de défaillance, de panne, de détection et d'isolation de défaut ainsi que de diagnostic ont été posées. Ensuite, les notions de résidus et de prise de décision ont été présentées avant la description (non-exhaustive) des différentes méthodes de diagnostic. Ces méthodes ont été classées en deux grandes familles : celle utilisant un modèle mathématique et celle n'en utilisant pas.

Parmi toutes ces méthodes, nous nous sommes orientés vers l'utilisation des méthodes à base de modèles mathématiques pour trois raisons majeures :

- la connaissance d'un modèle du Common Rail,
- la gestion de la dynamique du système,
- la robustesse de la procédure de diagnostic.

Nous avons vu que, parmi les méthodes utilisant un modèle mathématique, deux groupes de diagnostic se distinguent : les méthodes par estimation de paramètres et les méthodes par estimation d'état. Ces deux méthodes ont une approche différente mais complémentaire l'une de l'autre. Dans le cas des méthodes par estimation d'état une confiance est faite sur l'exactitude du modèle et les capteurs et les actionneurs sont mis en défaut, tandis que dans le cas des méthodes par estimation paramétrique, une confiance est faite aux capteurs ainsi qu'aux actionneurs et les défauts sont recherchés sur le modèle. Le choix entre ces deux familles est plus un choix philosophique et de culture de diagnostic qu'une toute autre motivation.

Au cours de ce chapitre, nous nous sommes longuement arrêtés sur les performances d'une procédure de diagnostic et sur la notion de robustesse. Rappelons que la performance passe par l'optimisation de critères (retard à la détection, taux de fausse alarme et de mauvaise détection, temps de calcul pour l'utilisation en temps réel mais aussi sensibilité à des défauts de faible amplitude, insensibilité aux bruits, perturbations, et incertitudes sur les paramètres du modèle). La notion de robustesse, comme nous l'avons vu, est très importante et vivement souhaitée dans une procédure de diagnostic, elle vise à minimiser



la sensibilité des résidus aux perturbations et incertitudes et à maximiser la sensibilité des résidus aux défauts. Le caractère de la robustesse est révélé grâce à trois points :

- la détection des résidus,
- l'évaluation des résidus,
- la structure du système de diagnostic.

Nous nous sommes intéressés à souligner, dans ce chapitre, le lien établi entre les résidus directs générés par espace de parité et les résidus indirects générés par estimateur de sortie et cela dans le cadre des systèmes linéaires. Rappelons qu'il n'existe pas de relation d'équivalence totale entre les deux méthodes, mais néanmoins une relation existe entre les deux types de résidus et cela sous certaines hypothèses.

Ensuite, nous avons discuté des méthodes de détection de défauts utilisant des modèles mathématiques avant de parler de l'apport de nouveaux travaux dans la littérature du diagnostic tels que les filtres à facteurs d'oubli, les observateurs à entrées inconnues ou bien les observateurs à réponse pile.

Enfin, nous nous sommes arrêté sur les avantages liés au choix d'un horizon fini pour la détection des défauts. Le choix de la méthode des observateurs à mémoire finie permet d'allier à la fois les avantages de :

- l'horizon fini (nombre de mesures réduites),
- l'observateurs à réponse pile ,
- les filtres à facteurs d'oubli (plus la mesure est récente, plus elle est affectée d'un poids important),
- la structure d'un schéma d'observateur généralisé.

Certains travaux (Medvedev et Toivonen [114], Kratz [94], [95], Nuninger [120]) ont montré que le choix d'un observateur à mémoire finie est un très bon compromis permettant de bonnes performances de détection de défauts via :

- une bonne robustesse vis-à-vis des incertitudes, des bruits et des perturbations,
- une détection rapide des défauts,
- la génération d'un grand nombre de résidu (GOS),
- un temps de calcul permettant l'utilisation en temps réel.

Dans ce chapitre, nous nous sommes penchés sur un état de l'art des différentes méthodes de diagnostic. Cela nous a conduit à choisir la méthode des observateurs à mémoire finie pour les raisons rappelées ci-dessus et développées tout au long de ce chapitre. Nous allons maintenant regarder plus en détail l'écriture, la mise en place et les résultats de cet observateur dans les deux chapitres suivants.

# Etude sur les observateurs à mémoire finie

"Gal, amant de la reine, alla, tour magnanime  
Galamment de l'arène à la tour Magne à Nîmes. "  
Holorime de Marc Monnier, écrivain français, 1829-1885

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>61</b>
<b>3.2</b>	<b>Problème de l'estimation des états</b>	<b>62</b>
3.2.1	<i>Equation d'état en temps discret</i>	62
3.2.2	<i>Formulation de l'observateur</i>	62
<b>3.3</b>	<b>Propriété du bruit</b>	<b>65</b>
3.3.1	<i>Espérance mathématique et variance</i>	65
3.3.2	<i>Récursivité de l'inverse de la matrice de variance du bruit</i>	66
<b>3.4</b>	<b>Propriétés de l'observateur</b>	<b>67</b>
<b>3.5</b>	<b>Formulation séquentielle de l'observateur</b>	<b>69</b>
3.5.1	<i>Itération sur la longueur de fenêtre <math>L</math></i>	70
3.5.2	<i>Itération sur l'estimation d'état en fonction des instants <math>k</math></i>	73
<b>3.6</b>	<b>Choix optimal de la longueur de la fenêtre</b>	<b>79</b>
3.6.1	<i>La taille minimale</i>	79
3.6.2	<i>La taille maximale</i>	79
<b>3.7</b>	<b>Génération de résidus en vue de diagnostic</b>	<b>81</b>
<b>3.8</b>	<b>Sensibilité de l'observateur et des résidus</b>	<b>83</b>
3.8.1	<i>Sensibilité aux bruits</i>	83
3.8.2	<i>Sensibilité aux erreurs de modèle</i>	83
3.8.3	<i>Sensibilité aux défauts</i>	87
<b>3.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>90</b>

---

---

### 3.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre précédent différentes méthodes de détection de défaut, parmi toutes celles présentée nous en avons retenu une : les observateurs à mémoire finie (FMO). L'objectif de ce chapitre est de justifier l'utilisation des observateurs à mémoire finie pour la détection de défauts.

De nombreux travaux ont été réalisés sur les reconstituteurs à mémoire finie basés sur la réconciliation des données et plus particulièrement dans l'approche diagnostic. La formulation directe de l'estimateur conduit à des problèmes de grandes dimensions. Une formulation récursive lui sera préférée et a été proposée par Ragot et al. [134]. L'utilité d'un estimateur généralisé sur horizon glissant et de taille finie a été démontré par Bousghiri [13] dans l'approche de la détection et de l'isolation de défauts de capteurs et d'actionneurs. Le gain apporté par cette approche est la possibilité du calcul de l'estimation en temps réel. Nous pouvons noter qu'il existe d'autres travaux menés par Medvedev et Toivonen [114] et Kratz et al. [95]. De plus, nous avons vu, au chapitre 2, que Darouach et Zasadzinski ont montré aussi que l'estimation du vecteur d'état peut être générée à partir d'un nombre fini de mesures. De plus Medvedev et Toivonen [114] soulignent l'intérêt de la mémoire finie pour la détection de défauts par rapport aux méthodes classiques (soulevant quelques problème de robustesse). Cependant aucune preuve réelle n'a vraiment été apportée afin de démontrer l'intérêt de la mémoire finie pour augmenter le degré de robustesse de la procédure de détection de défaut face aux perturbations. Toutefois, l'aspect fini de l'horizon a tout de même un avantage considérable sur l'aspect de l'horizon infini. En effet, seule une partie des mesures est prise en compte pour l'estimation et non l'ensemble de l'historique du processus.

Dans ce chapitre, nous décrirons, tout d'abord, la formulation "classique" d'un estimateur d'état sur un horizon glissant et de taille finie dans le cadre d'un système linéaire non-stationnaire en temps discret. Nous poursuivrons par une étude statistique et récursive de la matrice de variance de bruit (bruit d'état et de mesure) servant à la pondération lors du calcul de l'estimation de l'état par les moindres carrés.

Notre approche portera ensuite sur l'étude des propriétés de l'observateur, où des théorèmes seront démontrés. L'étude de deux formulations séquentielles (sur la taille de l'horizon puis temporelle) de l'observateur complètera à la description de la méthode des observateurs à mémoire fine "classique".

Nous décrirons l'influence des mesures sur l'estimation et les conséquences sur le choix de la taille de l'horizon. Nous verrons que l'utilisation de schéma d'observateur généralisé et en particulier la non-prise en compte de toutes les mesures disponibles permettent de résoudre certains problèmes soulevés aux chapitre précédent et liés aux méthodes classiques tels que :

- l'influence des mesures récentes par rapport aux plus anciennes,
- la sensibilité de l'erreur d'estimation aux variations de paramètres,
- les contraintes d'implémentation en temps réel.

Dans une dernière partie de ce chapitre (section 3.8), l'étude de la sensibilité de l'observateur est proposée. Cette sensibilité sera vu au travers des bruits de mesure, des erreurs de modèle et des défauts.

L'objectif de ce chapitre est, avant tout, d'apporter et de poser un cadre théorique

à la connaissance des observateurs à mémoire finie, afin démontrer les propriétés et de d'étudier la sensibilité pour l'application du chapitre 4.

## 3.2 Problème de l'estimation des états

Dans un premier temps, une description du système est réalisée, puis, la mise en place de l'observateur à mémoire finie est décrite.

### 3.2.1 Equation d'état en temps discret

Dans ce chapitre, notre étude portera sur la représentation d'état d'un système à temps discret (cf : paragraphe 2.4.2.a.v), page 42). Ce choix est motivé par l'implémentation en ligne de la procédure de diagnostic qui ne se fera qu'en temps discret. Il est assez illusoire de mettre en place une procédure de diagnostic en temps continu sur le système de contrôle du moteur.

De plus, nous nous plaçons dans le cas général des systèmes linéaires non-stationnaires (cf : équation 2.4 du paragraphe 2.4.2.a.ii), page 38).

Pour finir, la modélisation du système sera faite en prenant en compte le bruit d'état et de mesure, toutefois elle sera restreinte, pour plus de lisibilité et sans perte de généralité, à une matrice d'observation  $C$  constante. L'écriture d'un tel système est de la forme suivante :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A(k)x(k) + B(k)u(k) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) + v(k)\end{aligned}\tag{3.1}$$

avec  $x$  désignant le vecteur d'état de dimension  $n$ ,  $u$  le vecteur de commande de dimension  $m$  et  $y$  le vecteur de mesures de dimension  $p$ . Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sont respectivement les matrices d'état, de commande et de mesure de dimensions appropriées. Les matrices  $A$  et  $B$  sont des matrices à paramètres variants (dépendantes de  $k$ ). Les bruits  $w$  et  $v$  respectivement bruit d'état et de mesure sont supposés blancs, gaussiens, non-corrélés et à moyenne nulle. Les matrices de covariance de  $w(k)$  et  $v(k)$  notées respectivement  $W(k)$  et  $V(k)$  sont définies positives.

### 3.2.2 Formulation de l'observateur

Nous avons vu au chapitre 2 que la mise en place d'un observateur rend possible l'estimation des états non-mesurés. Nous avons vu aussi que le choix de l'observateur permet de s'affranchir le plus possible de l'influence des bruits de modèle et d'état mais aussi des incertitudes de modèle et des perturbations ; la nécessité d'une certaine robustesse vis-à-vis des bruits, des perturbations et des incertitudes de modèle a fait l'objet d'une longue discussion (cf : § 2.6, page 47) et est fortement souhaitée. Nous avons évalué le choix d'un observateur à mémoire finie (FMO - Finite Memory Observer) et avons conclu que l'utilisation des observateur à mémoire finie constitue un bon compromis.

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la construction de l'observateur qui est obtenu par la mise en relation de l'état à l'instant courant  $x(k)$ , des mesures et des commandes sur une certaine plage d'observation de taille  $L + 1 - i_0$  pré-définie  $y(k-L), \dots, y(k-i_0)$  et  $u(k-L), \dots, u(k-i_0)$  avec  $L > i_0$ .

A partir de l'équation 3.1, à l'instant  $k$ , nous avons :

$$\begin{aligned} y(k) &= Cx(k) + v(k) \\ x(k) &= A(k-1)x(k-1) + B(k-1)u(k-1) + w(k-1), \end{aligned} \quad (3.2)$$

en réécrivant le système et en isolant  $x(k-1)$ , nous obtenons :

$$x(k-1) = A^{-1}(k-1)x(k) - A^{-1}(k-1)(B(k-1)u(k-1) + w(k-1)) \quad (3.3)$$

Nous remarquons, dans cette dernière équation, que l'inverse de  $A(k-1)$  apparaît, ce qui ne pose pas de problème dans un cas général où la matrice  $A(k-1)$  est obtenue par discrétisation du modèle. Notons que dans le cas où l'inversion n'est pas possible, une correspondance peut être réalisée, de la même manière, entre l'état  $x(k-L)$  et les mesures et commandes sur la fenêtre  $[k-L, \dots, k-i_0]$ .

Ainsi nous pouvons définir, à chaque instant  $k-i$  avec  $i \in [i_0, L]$ , une relation entre l'état retardé  $x(k-i)$  et l'état courant  $x(k)$  :

$$\begin{aligned} x(k-i) &= \left( \prod_{j=i}^1 A^{-1}(k-j) \right) x(k) - \\ &\quad \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i}^j A^{-1}(k-l) \right) [B(k-j)u(k-j) + w(k-j)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

L'équation de mesure devient alors :

$$\begin{aligned} y(k-i) &= C \left( \prod_{j=i}^1 A^{-1}(k-j) \right) x(k) - C \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i}^j A^{-1}(k-l) \right) \\ &\quad [B(k-j)u(k-j) + w(k-j)] + v(k-i) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Nous considérons dans un premier temps deux cas de fenêtres d'observation, ainsi nous définissons donc les fenêtres suivantes :  $y(k-L), \dots, y(k-i_0)$  avec  $i_0 \in \{0, 1\}$

Le cas où  $i_0$  est nul correspond à un aspect filtrage tandis que le cas  $i_0 = 1$  correspond à un aspect prédictif de l'observateur avec une prédiction à un pas. L'étude se restreindra à ces deux cas, mais une généralisation de l'aspect prédictif peut être très facilement envisagée pour  $i_0 > 1$ , dans ces cas nous parlerons de prédiction à  $i_0$  pas.

Si nous définissons les vecteurs suivants :

$$\begin{aligned} Y(k-L) &= [y(k-i_0)^T, \dots, y(k-L)^T]^T, \\ U(k-L) &= [u(k-i_0)^T, \dots, u(k-L)^T]^T, \\ \mathcal{W}(k-L) &= [w(k-i_0)^T, \dots, w(k-L)^T]^T \end{aligned}$$

et

$$\mathcal{V}(k-L) = [v(k-i_0)^T, \dots, v(k-L)^T]^T,$$

correspondant à la collection des mesures  $y(k-i)$ , des commandes  $u(k-i)$ , et des bruits  $w(k-i)$  et  $v(k-i)$  sur la longueur de la fenêtre. Le système d'équation, ainsi défini, peut être alors écrit de la façon suivante :

$$Y(k-L) = M_L(k)x(k) - H_L(k)U(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L) + \mathcal{V}(k-L) \quad (3.6)$$

ou en cherchant à isoler l'état courant  $x(k)$  :

$$M_L(k)x(k) = Y(k-L) + H_L(k)U(k-L) + N_L(k)W(k-L) - \mathcal{V}(k-L) \quad (3.7)$$

En définissant  $L_{i_0} = L - i_0 + 1$  comme étant la longueur de la fenêtre, les matrices  $M_{L_{i_0}}(k)$ ,  $H_{L_{i_0}}(k)$  et  $N_{L_{i_0}}(k)$  s'écrivent de la façon suivante (pour  $i_0 = 0$ ) :

$$M_{L_{i_0}}(k) = \begin{bmatrix} C \\ CA^{-1}(k-1) \\ \vdots \\ CA^{-1}(k-L) \dots A^{-1}(k-1) \end{bmatrix}$$

$$H_{L_{i_0}}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ CA^{-1}(k-1)B(k-1) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{-1}(k-L) \dots A^{-1}(k-1)B(k-1) & \dots & CA^{-1}(k-L)B(k-L) \end{bmatrix}$$

$$N_{L_{i_0}}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ CA^{-1}(k-1) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{-1}(k-L) \dots A^{-1}(k-1) & \dots & CA^{-1}(k-L) \end{bmatrix}$$

Les matrices  $M_{L_{i_0}}$ ,  $H_{L_{i_0}}$  et  $N_{L_{i_0}}$  sont respectivement de dimension  $(L_{i_0} \cdot p, n)$ ,  $(L_{i_0} \cdot p, L_{i_0} \cdot m)$  et  $(L_{i_0} \cdot p, L_{i_0} \cdot n)$ .

Pour  $i_0 \geq 1$ , il suffit d'enlever les  $i_0$ <sup>ième</sup> premières lignes des matrices définies ci-dessus, afin d'avoir l'écriture correspondant aux cas de prédiction.

*Remarque 3.* Par la suite, nous ne noterons pas l'indice  $i_0$  par souci d'écriture, toutefois nous pourrions rappeler la valeur prise pour cet indice en début de paragraphe afin de guider le lecteur. ◇

De plus, si nous définissons la composante bruit du système définie dans l'équation 3.6 ( $i_0$  quelconque) par :

$$b(k-L) = \mathcal{V}(k-L) - N_L(k)W(k-L) \quad (3.8)$$

posons alors :

$$R_L(k) = \mathbb{E} \left[ (b(k-L) - \mathbb{E}[b(k-L)]) (b(k-L) - \mathbb{E}[b(k-L)])^T \right] \quad (3.9)$$

qui est la matrice de covariance du bruit  $b(k-L)$  ; le calcul de  $R_L(k)$  sera fait au paragraphe 3.3.

Pour la résolution de l'équation 3.6, nous introduisons la fonction coût quadratique :

$$J(x) = \frac{1}{2} \| Y(k-L) + H_L(k)U(k-L) - M_L(k)x(k) \|_{R_L^{-1}(k)}^2 \quad (3.10)$$

pondérée par la matrice de covariance des bruits  $R_L(k)$ .

La minimisation de la fonction coût  $J$  donnera l'estimation de l'état :  $\hat{x} = \arg \min J(x)$ . En supposant le vecteur d'état  $x$  non corrélé avec les bruits de mesures  $v$  et les bruits de

modèle  $w$ , la minimisation du critère  $J(x)$  au sens des moindres carrés nous donne la solution suivante :

$$\hat{x}_L(k) = [M_L^T(k)R_L^{-1}(k)M_L(k)]^{-1}M_L^T(k)R_L^{-1}(k)[Y(k-L) + H_L(k)U(k-L)] \quad (3.11)$$

En posant :

$$\Omega_L(k) = M_L^T(k)R_L^{-1}(k)M_L(k) \quad (3.12)$$

$$Z_L(k) = Y(k-L) + H_L(k)U(k-L) \quad (3.13)$$

l'équation 3.11 s'écrit :

$$\hat{x}_L(k) = \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)Z_L(k) \quad (3.14)$$

cela pour  $i_0$  quelconque  $0 \leq i_0 \leq L$ . L'existence de l'inverse de  $\Omega_L$  est assurée par l'observabilité du système.

### 3.3 Propriété du bruit

Cette partie va permettre de décrire en détail quelques propriétés du bruit, tout d'abord une étude sur les deux premiers moments mathématiques puis une étude sur l'écriture récursive de l'inverse de la covariance des bruits. Les résultats de cette étude vont être très utiles pour la suite de ce mémoire, en particulier dans la section 3.5.

#### 3.3.1 Espérance mathématique et variance

Nous nous intéressons dans ce paragraphe aux propriétés statistiques du bruit  $b(k-L)$  défini par l'équation 3.8 en fonction des bruits de mesures et de modèle. Afin de compléter les différentes approches rencontrées dans la littérature [100], [99] tant au niveau de la formulation séquentielle de l'observateur qu'au niveau de l'étude sur la sensibilité de l'observateur, nous allons nous intéresser aussi bien à l'aspect bruit de mesure qu'à l'aspect bruit de modèle. Dans un premier temps, calculons l'espérance mathématique de  $b(k-L)$ . Nous savons que les bruits de modèle  $w$  et de mesures  $v$  ont une espérance mathématique nulle, donc nous en déduisons :

$$\mathbb{E}[b(k-L)] = \mathbb{E}[\mathcal{V}(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L)]$$

or la matrice  $N_L(k)$  est déterministe donc :

$$\mathbb{E}[b(k-L)] = \mathbb{E}[\mathcal{V}(k-L)] - N_L(k)\mathbb{E}[\mathcal{W}(k-L)] = 0$$

Nous calculons dans un second temps la matrice de covariance du bruit  $b(k-L)$  :

$$\begin{aligned} R_L(k) &= \mathbb{E}[(b(k-L) - \mathbb{E}[b(k-L)])(b(k-L) - \mathbb{E}[b(k-L)])^T] \\ &= \mathbb{E}[b(k-L)b(k-L)^T] \end{aligned}$$

grâce à la propriété de non corrélation des bruits entre eux. Nous avons :

$$R_L(k) = \mathbb{E}[\mathcal{V}(k-L)\mathcal{V}^T(k-L)] + N_L(k)\mathbb{E}[\mathcal{W}(k-L)\mathcal{W}^T(k-L)]N_L^T(k)$$

En posant,  $V_L(k)$  et  $W_L(k)$  les matrices de covariance respectivement des bruits de mesure et de modèle sur une fenêtre de taille  $L$ , nous obtenons :

$$R_L(k) = V_L(k) + N_L(k)W_L(k)N_L^T(k) \quad (3.15)$$



### 3.3.2 Récursivité de l'inverse de la matrice de variance du bruit

Dans le calcul de  $\Omega_L$ , intervient  $R_L^{-1}$  ; nous définissons ici une forme récursive sur  $R_L^{-1}$  dans le but de préparer la formulation itérative sur la matrice  $\Omega_L^{-1}$ .

*Proposition 3.3.1. L'inverse de la matrice  $R_{L+1}(k)$  peut être écrite de façon récurrente sous la forme suivante :*

$$R_{L+1}^{-1}(k) = \begin{bmatrix} R_L^{-1}(k) + a_L(k) & b_L(k) \\ b_L^T(k) & c_L(k) \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

où  $R_{L+1}^{-1}$  est de dimension  $(p(L+2), p(L+2))$ ,  $R_L^{-1}$  et  $a_L$  de dimension  $(p(L+1), p(L+1))$ ,  $b_L$  de dimension  $(p(L+1), p)$  et  $c_L$  de dimension  $(p, p)$ .  $\square$

Pour montrer cette récurrence, partons de l'écriture de  $N_{L+1}(k)$ , nous avons donc dans le cas  $i_0 = 0$  :

$$N_{L+1}(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ CA^{-1}(k-1) & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{-1}(k-L-1) \dots A^{-1}(k-1) & \dots & CA^{-1}(k-L-1) \end{bmatrix}$$

que nous pouvons décomposer de la façon suivante :

$$N_{L+1}(k) = \begin{bmatrix} N_L(k) & 0 \\ K_L(k) & S_L(k) \end{bmatrix}$$

afin de faire apparaître une récurrence sur  $N_L(k)$ . Les blocs  $K_L$  et  $S_L$  sont décomposés de la façon suivante :

$$K_{L+1}(k) = [ CA^{-1}(k-L-1) \dots A^{-1}(k-1) \quad \dots \quad CA^{-1}(k-L-1)A^{-1}(k-L) ]$$

$$S_{L+1}(k) = CA^{-1}(k-L-1)$$

Remarquons toutefois que cette décomposition peut être aussi faite pour  $i_0$  quelconque avec  $0 \leq i_0 \leq L$ . De même, par la suite, le raisonnement peut être établi pour tout  $0 \leq i_0 \leq L$ .

L'équation 3.15 va pouvoir s'écrire maintenant (sur une fenêtre  $L+1$ ) sous la forme suivante :

$$R_{L+1}(k) = \begin{bmatrix} R_L(k) & N_L(k)W_L(k)K_L^T(k) \\ K_L(k)W_L(k)N_L^T(k) & K_L(k)W_L(k)K_L^T(k) + S_L(k)W(k)S_L^T(k) + V(k) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A ce stade, nous voulons écrire la matrice  $R_{L+1}$  comme le produit de deux matrices triangulaires (transposée l'une de l'autre) :  $R_{L+1} = P_{L+1}^T P_{L+1}$  afin de définir les expressions de  $a_L$ ,  $b_L$  et  $c_L$  en fonction de  $N_L$ ,  $K_L$ ,  $S_L$ ,  $V_L$  et  $W_L$ .

Remarquons que  $R_{L+1}(k)$  est une matrice symétrique, donc il existe des matrices  $Q_L(k)$ ,  $\Sigma_L(k)$ ,  $\Gamma_L(k)$  telles que :

$$\begin{aligned} R_{L+1}(k) &= \begin{bmatrix} Q_L^T(k) & 0 \\ \Sigma_L^T(k) & \Gamma_L^T(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_L(k) & \Sigma_L(k) \\ 0 & \Gamma_L(k) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Q_L^T(k)Q_L(k) & Q_L^T(k)\Sigma_L(k) \\ \Sigma_L^T(k)Q_L(k) & \Sigma_L^T(k)\Sigma_L(k) + \Gamma_L^T(k)\Gamma_L(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

*Remarque 4.* L'analogie sur chaque terme de la matrice  $R_{L+1}(k)$  pourra être faite entre les équations 3.17 et 3.18. ◇

Résolvons maintenant le calcul de l'inverse de  $R_{L+1}(k)$  afin d'établir la récurrence, nous avons :

$$R_{L+1}^{-1}(k) = \begin{bmatrix} Q_L(k) & \Sigma_L(k) \\ 0 & \Gamma_L(k) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Q_L^T(k) & 0 \\ \Sigma_L^T(k) & \Gamma_L^T(k) \end{bmatrix}^{-1}$$

ce qui nous donne :

$$R_{L+1}^{-1}(k) = \begin{bmatrix} Q_L^{-1}(k)Q_L^{-T}(k) + Q_L^{-1}(k)\Sigma_L(k)\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k)\Sigma_L^T(k)Q_L^{-T}(k) & -Q_L^{-1}(k)\Sigma_L(k)\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k) \\ -\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k)\Sigma_L^T(k)Q_L^{-T}(k) & \Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k) \end{bmatrix}$$

Dans un souci de lisibilité, nous définissons les matrices  $a_L(k)$ ,  $b_L(k)$  et  $c_L(k)$  comme définies par l'équation 3.16 d'où la récurrence sur la matrice  $R_{L+1}^{-1}(k)$ .

Toutefois, l'écriture des matrices  $a_L(k)$ ,  $b_L(k)$  et  $c_L(k)$  peut être en partie explicitée. Nous avons :

$$\begin{aligned} a_L(k) &= Q_L^{-1}(k)\Sigma_L(k)\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k)\Sigma_L^T(k)Q_L^{-T}(k) \\ b_L(k) &= -Q_L^{-1}(k)\Sigma_L(k)\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k) \\ c_L(k) &= \Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k) \end{aligned}$$

et nous pouvons remarquer que :

$$a_L(k) = d_L(k)c_L(k)d_L^T(k) \tag{3.19a}$$

$$b_L(k) = d_L(k)c_L(k) \tag{3.19b}$$

$$\begin{aligned} c_L^{-1}(k) &= K_L(k)W_L(k)K_L^T(k) + S_L(k)W(k)S_L^T(k) + V(k) \\ &\quad - K_L(k)W_L(k)N_L^T(k)R_{L+1}^{-1}(k)N_L(k)W_L(k)K_L^T(k) \end{aligned} \tag{3.19c}$$

en posant :

$$d_L(k) = -R_{L+1}^{-1}(k)N_L(k)W_L(k)K_L^T(k)$$

Pour résoudre les équations 3.19a, 3.19b, 3.19c, nous devons commencer par calculer  $d_L$  et  $c_L$ , les expressions de  $a_L$  et  $b_L$  en découlent.

La résolution de manière analytique du système d'équations 3.19 nécessite le calcul de l'inverse de  $c_L(k)$ , ce qui peut être une contrainte pour une matrice  $c_L$  de grande taille. La dimension de  $c_L$  valant  $p$ , si  $p$  est petit l'inversion de  $c_L$  peut se faire aisément, tandis que si  $p$  est grand, nous pouvons appliquer plusieurs fois le lemme d'inversion matricielle afin d'avoir l'expression analytique de  $c_L^{-1}$ . Ce calcul est long et fastidieux ; de plus ce calcul n'apportera rien de plus à cet exposé. Nous en resterons donc à l'écriture de  $c_L(k)$  comme étant l'inversion d'une somme de matrice.

Grâce à la proposition 3.3.1, nous avons établies une récurrence sur la matrice  $R_{L+1}^{-1}$  ayant pour point de départ  $R_0^{-1} = V_0^{-1} = V^{-1}$ .

### 3.4 Propriétés de l'observateur

Les propriétés de l'observateur à mémoire finie (équation 3.14) sont bien définies, mais rappelons en l'essentiel.

*Théorème 3.4.1.* Posons  $\hat{x}_L(k)$  la solution du problème de minimisation associé à la fonction  $J$  définie par l'équation 3.10. Dans un cas sans défaut et sans bruit, nous avons la relation suivante :

$$\hat{x}_L(k) = x(k), \quad \forall L \in \mathbb{N}, \quad \forall k \in \mathbb{N}, k > L \quad (3.20)$$

□

**Démonstration :**

Dans le cas sans bruit de mesure et de modèle, l'estimation (équation 3.11) devient :

$$\hat{x}_L(k) = [M_L^T(k)M_L(k)]^{-1}M_L^T(k)[Y(k-L) + H_L(k)U(k-L)]$$

en remplaçant  $Y(k-L)$  par son expression (équation 3.6) (en omettant la partie correspondant aux bruits) alors il vient :

$$\begin{aligned} \hat{x}_L(k) &= [M_L^T(k)M_L(k)]^{-1}M_L^T(k)[M_L(k)x(k)] \\ &= x(k), \quad \forall L \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

L'estimation converge en un nombre fini d'itération. ■

*Remarque 5.* Les Observateurs à Mémoire Finie sont des estimateurs dits à réponse pile (Deadbeat observer). La convergence de  $\hat{x}_L(k)$  va être réalisée en  $L$  coups. Kim [86], Medvedev et Hillerström [114], Medvedev et Toivonen [113] et Valcher et Willems [147] entre autre donnent plus de précisions sur les observateurs à réponse pile d'un point de vue temps discret ou temps continu. Cette propriété est illustrée par la figure 3.1. ◇

*Théorème 3.4.2.* En présence de bruits de mesure et de bruits d'état, nous avons la relation suivante :

$$\forall L \in \mathbb{N}, \hat{x}_L(k) = x(k) + \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)(V(k-L) - N_L(k)W(k-L)) \quad (3.21)$$

$$\mathbb{E}[\hat{x}_L(k)] = \mathbb{E}[x(k)] \quad (3.22)$$

□

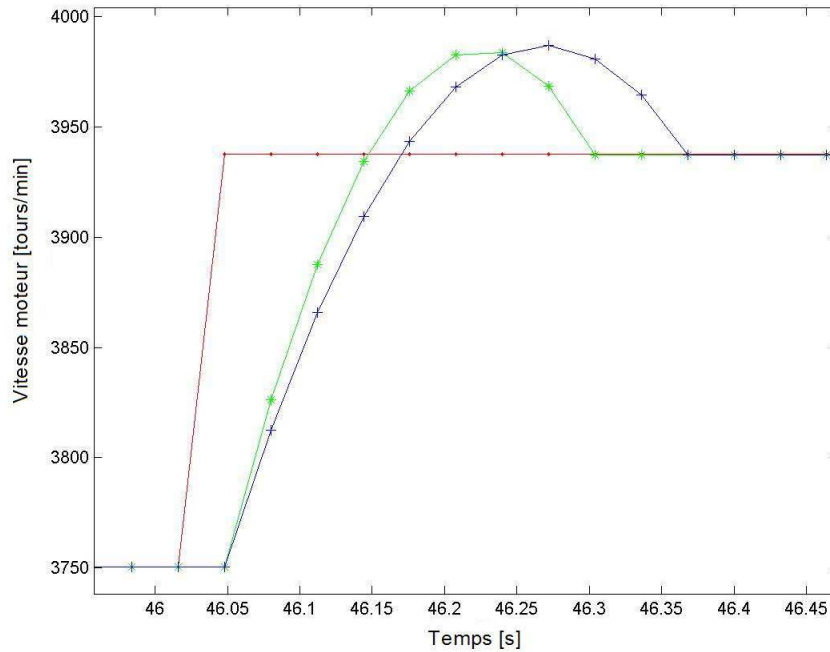
**Démonstration :**

Étant donné l'équation 3.14, et l'expression  $Y(k-L)$  (équation 3.6) :

$$\begin{aligned} \hat{x}_L(k) &= \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)[M_L(k)x(k) + \mathcal{V}(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L)] \\ &= x(k) + \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)(\mathcal{V}(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L)), \quad \forall L \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

dont nous pouvons évaluer l'espérance mathématique :

$$\mathbb{E}[\hat{x}_L(k)] = \mathbb{E}[x(k)]$$



**Figure 3.1** : Convergence de l'observateur en  $L$  instants dans un cas déterministe

grâce à la propriété des valeurs moyennes nulles des bruits.

Les estimations sont non biaisées.

■

### 3.5 Formulation séquentielle de l'observateur

Dans cette partie, nous cherchons à mettre en évidence des récurrences entre les estimations  $\hat{x}_{L+1}(k)$  et  $\hat{x}_L(k)$ , dans un premier temps, et entre  $\hat{x}_L(k+1)$  et  $\hat{x}_L(k)$ , dans un second temps.

La première récurrence (entre  $\hat{x}_{L+1}(k)$  et  $\hat{x}_L(k)$ ) fait apparaître une récurrence sur la longueur  $L$  des fenêtres. Cette récurrence contribuera largement à l'évaluation de la sensibilité du résidu  $r = \hat{x}_{L_1}(k) - \hat{x}_{L_2}(k)$ . En effet, grâce à la forme itérative, nous pourrions exprimer l'estimation  $\hat{x}_{L_1}(k)$  en fonction de  $\hat{x}_{L_2}(k)$ , ou vice versa.

La seconde récurrence (entre  $\hat{x}_L(k+1)$  et  $\hat{x}_L(k)$ ) va permettre une récurrence sur les instants  $k$ . Cette récurrence est très intéressante en vue d'une implémentation en ligne et en temps réel de l'estimateur. Ces deux relations sont établies à partir de l'expression 3.14 établie au paragraphe 3.2.2, page 65.

### 3.5.1 Itération sur la longueur de fenêtre $L$

Compte tenu des propriétés de l'estimateur (équation 3.14, formulation classique), nous proposons de trouver une autre formulation permettant de calculer de manière séquentielle l'estimation à l'instant  $k$  sur un horizon de taille  $L + 2$  en fonction de celle établie sur un horizon de taille  $L + 1$ . Une généralisation pourra être faite entre deux estimations de longueurs différentes en exprimant l'une en fonction de l'autre.

Nous voulons, par cette formulation, dresser une récurrence entre les estimées  $\hat{x}_{L+1}(k)$  et  $\hat{x}_L(k)$ . Dans Kim et Kwon [87] et Kwon et al. [100], une certaine forme de récurrence sur l'observateur est donnée, mais il s'agit d'une récurrence entre  $\hat{x}_L(k+1)$  et  $\hat{x}_L(k)$ . Ce n'est pas ce qui est recherché. En effet, l'objectif est de trouver une récurrence entre  $\hat{x}_{L+1}(k)$  et  $\hat{x}_L(k)$  de manière à définir l'influence de la longueur de la fenêtre.

Commençons par définir une récurrence sur la matrice  $\Omega_{L+1}(k)$  ;

$$\Omega_{L+1}(k) = M_{L+1}^T(k)R_{L+1}^{-1}(k)M_{L+1}(k)$$

grâce à l'équation (3.16) de la Proposition 3.3.1, nous avons :

$$\begin{aligned} \Omega_{L+1}(k) = & M_L^T(k)R_L^{-1}(k)M_L(k) + M_L^T(k)a_L(k)M_L(k) + m_{L+1}^T(k)b_L^T(k)M_L(k) + \\ & M_L^T(k)b_L(k)m_{L+1}(k) + m_{L+1}^T(k)c_L(k)m_{L+1}(k) \end{aligned} \quad (3.23)$$

où la matrice  $M_{L+1}(k)$  est décomposée de la façon suivante :

$$M_{L+1}(k) = \begin{pmatrix} M_L(k) \\ m_{L+1}(k) \end{pmatrix}$$

Grâce aux équations 3.19a, 3.19b et 3.19c,  $a_L$  et  $b_L$  sont exprimés en fonction de  $c_L$ , qui est de plus une matrice symétrique . Nous obtenons donc l'écriture de l'équation 3.23 sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Omega_{L+1}(k) = & \Omega_L(k) + M_L^T(k)d_L(k)c_L(k)d_L^T(k)M_L(k) + \\ & m_{L+1}^T(k)c_L(k)d_L^T(k)M_L(k) + M_L^T(k)d_L(k)c_L(k)m_{L+1}(k) + \\ & m_{L+1}^T(k)c_L(k)m_{L+1}(k) \end{aligned} \quad (3.24)$$

ou de manière plus condensée :

$$\Omega_{L+1}(k) = \Omega_L(k) + e_L^T(k)c_L(k)e_L(k) \quad (3.25)$$

avec  $e_L(k) = d_L^T(k)M_L(k) + m_{L+1}(k)$ .

Nous avons établi une récurrence sur la matrice  $\Omega_{L+1}(k)$  donnée par l'équation 3.25, cette itération a pour valeur initiale :

$$\Omega_0(k) = M_0^T(k)R_0^{-1}(k)M_0(k) = C^T V^{-1} C. \quad (3.26)$$

En utilisant le lemme d'inversion de matrice, nous avons :

$$\begin{aligned} \Omega_{L+1}^{-1}(k) = & \Omega_L^{-1}(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} \\ & e_L(k)\Omega_L^{-1}(k) \end{aligned} \quad (3.27)$$

De même, en décomposant  $Z_{L+1}(k)$  de la façon suivante :

$$Z_{L+1}(k) = \begin{pmatrix} Z_L(k) \\ z_{L+1}(k) \end{pmatrix}$$

nous obtenons :

$$\begin{aligned} M_{L+1}^T(k)R_{L+1}^{-1}Z_{L+1}(k) &= M_L^T(k)R_L^{-1}(k)Z_L(k) + M_L(k)^T a_L(k)Z_L(k) + \\ & m_{L+1}^T(k)b_L^T(k)Z_L(k) + M_L^T(k)b_L(k)z_{L+1}(k) + \\ & m_{L+1}^T(k)c_L(k)z_{L+1}(k), \end{aligned}$$

qui peut s'écrire de façon compacte de la manière suivante :

$$M_{L+1}^T(k)R_{L+1}^{-1}Z_{L+1}(k) = M_L^T(k)R_L^{-1}(k)Z_L(k) + e_L(k)^T c_L(k)f_L(k) \quad (3.28)$$

en posant :

$$f_L(k) = d_L^T(k)Z_L(k) + z_{L+1}(k). \quad (3.29)$$

Il vient donc, grâce à l'équation 3.14, puis en développant :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{L+1}(k) &= \left[ \Omega_L^{-1}(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} \right. \\ & \left. e_L(k)\Omega_L^{-1}(k) \right] \left[ M_L^T(k)R_L^{-1}(k)Z_L(k) + e_L^T(k)c_L(k)f_L(k) \right] \\ &= \hat{x}_L(k) + \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)c_L(k)f_L(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) \\ & (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} e_L(k)\hat{x}_L(k) \\ & - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} \\ & e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)c_L(k)f_L(k) \end{aligned}$$

Ce qui donne après simplification et regroupement des termes en  $f_L(k)$  :

$$\begin{aligned} \hat{x}_{L+1}(k) &= \hat{x}_L(k) + \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} \\ & [f_L(k) - e_L(k)\hat{x}_L(k)] \end{aligned} \quad (3.30)$$

En posant :

$$T_L(k) = \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) [e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k)]^{-1} \quad (3.31)$$

l'équation 3.28 s'écrit de manière condensée de la façon suivante :

$$\hat{x}_{L+1}(k) = \hat{x}_L(k) + T_L(k) [f_L(k) - e_L(k)\hat{x}_L(k)] \quad (3.32)$$

*Remarque 6.* Le même raisonnement peut être tenu en partant de l'équation 3.25, en décomposant  $c_L(k) = \Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k)$  comme nous l'avons vu au paragraphe 3.3.2 et en utilisant d'une autre manière le lemme d'inversion de matrice.

Nous avons alors l'équation 3.25 sous la forme :

$$\Omega_{L+1}(k) = \Omega_L(k) + e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k)\Gamma_L^{-T}(k)e_L(k) \quad (3.33)$$

Le même raisonnement que celui fait précédemment, la forme itérative sur  $\Omega_{L+1}^{-1}(k)$  s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \Omega_{L+1}^{-1}(k) &= \Omega_L^{-1}(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) \left( \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) + I_p \right)^{-1} \\ & \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\Omega_L^{-1}(k) \end{aligned} \quad (3.34)$$

où  $I_p$  désigne la matrice identité de dimension  $p$ .

Compte tenu du découpage de la matrice  $c_L(k)$ , le gain  $T_L(k)$  (équation 3.31) est définie par :

$$T_L(k) = \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) \left[ \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) + I \right]^{-1} \quad (3.35)$$

l'équation (3.32) s'écrit alors de manière condensée de la façon suivante :

$$\hat{x}_{L+1}(k) = \hat{x}_L(k) + T_L(k) \left[ f_L(k) - \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\hat{x}_L(k) \right] \quad (3.36)$$

avec  $e_L(k) = d_L^T(k)M_L(k) + m_{L+1}(k)$  ◇

*Remarque 7.* Lorsque le bruit d'état n'est pas pris en compte dans la modélisation du système, par le même raisonnement et en partant de l'équation 3.14, l'équation 3.36 s'écrit :

$$\hat{x}_{L+1}(k) = \hat{x}_L(k) + T_L(k)[y(k) - C\hat{x}_L(k)]$$

avec  $T_L(k) = \Omega_L^{-1}(k)C^TQ^T[QC\Omega_L^{-1}(k)C^TQ^T + I]^{-1}Q$  où  $Q^TQ = V^{-1}$ ,  $V$  désigne la matrice de covariance du bruit de mesure.

Nous retrouvons l'équation définie dans Bousghiri-Kratz [13], Kratz [94], Nuninger [120]. ◇

*Remarque 8.* Cette écriture condensée nous sera nécessaire afin de définir la sensibilité de l'observateur, au paragraphe 3.8.b., page 85. ◇

*Théorème 3.5.1.* *L'observateur est non biaisé et efficace.* □

### Démonstration :

En partant du Théorème 3.4.2, et en définissant l'erreur d'estimation d'état par l'équation :  $\varepsilon(k) = \hat{x}(k) - x(k)$ , nous obtenons alors :

$$\varepsilon(k) = \Omega_L^{-1}(k)M_L^{-1}(k)R_L^{-1}(k) (\mathcal{V}(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L))$$

grâce aux propriétés des bruits  $v$  et  $w$ , nous avons donc :

$$\mathbb{E}[\varepsilon(k)] = 0$$

ce qui montre que l'observateur à mémoire finie est non biaisé,  $\mathbb{E}[\hat{x}(k)] = \mathbb{E}[x(k)]$ .

Exprimons maintenant la variance des erreurs d'estimation :

$$\begin{aligned} \text{Var}[\varepsilon(k)] &= \mathbb{E}[\varepsilon(k)\varepsilon(k)^T] \\ &= \Omega_L^{-1}(k)M_L^{-1}(k)R_L^{-1}(k)\mathbb{E}[b(k-L)b^T(k-L)]R_L^{-1}(k)M_L^{-1}(k)\Omega_L^{-1}(k) \\ &= \Omega_L^{-1}(k)M_L^{-1}(k)R_L^{-1}(k)M_L^{-1}(k)\Omega_L^{-1}(k) \\ &= \Omega_L^{-1}(k) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Il ne reste plus qu'à montrer maintenant que l'observateur est à variance minimale afin d'obtenir l'efficacité de l'observateur.

Notons, tout d'abord, que la matrice  $\Omega_{L+1}^{-1}$  est obtenue par une relation itérative et rappelons son écriture :

$$\Omega_{L+1}^{-1}(k) = \Omega_L^{-1}(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) \left( \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k) + I_p \right)^{-1} \Gamma_L^{-T}(k)e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)$$

De plus, cette équation est identifiable à la forme discrète de l'équation de Riccati telle qu'elle est présentée dans De Souza et al. [32] :

$$\Sigma_{m+1} = F_m^T \Sigma_m F_m - F_m^T \Sigma_m E_m^T [E_m^T \Sigma_m E_m + G_m]^{-1} E_m \Sigma_m F_m + Q \quad (3.38)$$

Une identification terme à terme peut ainsi être faite, nous obtenons, pour tout indice  $m$  identifié à  $L$  :

$$\Sigma_{m+1} = \Omega_{L+1}^{-1}(k), \quad F_{m+1} = I_n, \quad E_{m+1} = e_L^T(k)\Gamma_L^{-1}(k), \quad G_m = I_p, \quad Q = 0_n \quad (3.39)$$

où  $I_n$  désigne la matrice identité de dimension  $n$  et  $0_n$  la matrice carrée identiquement nulle de dimension  $n$ .

Les propriétés des équations de Riccati assurent la convergence de la matrice  $\Omega_{L+1}(k)$  (cf : équation 3.34), si  $Q$  est semi-définie positive et  $G_m$  définie positive. Ces deux propriétés sont bien vérifiées dans l'équation 3.39, cela assure donc la convergence asymptotique des valeurs propres de  $\Omega_{L+1}^{-1}(k)$  vers zéro. De plus, nous pouvons définir une longueur  $L$  à partir de laquelle la suite des valeurs propres de  $\Omega_{L+1}^{-1}(k)$  n'évolue pas de manière significative. Or nous pouvons remarquer que cette matrice intervient en facteur de l'expression 3.31 ou 3.35.

De plus, une comparaison peut être faite entre la variance d'erreur d'estimation de l'observateur (représentée par la matrice  $\Omega_{L+1}^{-1}(k)$ ) et celle du filtre de Kalman. Quelques références peuvent être alors citées : Chou et Willsky [20], Darouach et al. [29], Leland [102] ou Nikoukhah [119] pour illustrer ces propos. Grâce à la propriété d'efficacité du filtre de Kalman, l'observateur ainsi défini (équation 3.32) est efficace ; ce qui termine, par analogie, la démonstration du Théorème 3.5.1. ■

Grâce à l'équation 3.30, nous pouvons noter que l'estimation  $\hat{x}_L(k)$  peut être considérée comme une valeur approchée de la valeur recherchée correspondant à l'estimation de  $\hat{x}_{L+1}(k)$ . La correction de l'estimation est réalisée grâce au gain  $T_L(k)$  dépendant notamment de la matrice de covariance des erreurs d'estimation  $\Omega_L^{-1}(k)$  (cf : équation 3.33).

Remarquons que cette écriture permet d'éliminer certains problèmes numériques dus au conditionnement de  $\Omega_{L+1}^{-1}$ .

### 3.5.2 Itération sur l'estimation d'état en fonction des instants $k$

Le but dans ce paragraphe est de mettre en relation les estimations  $\hat{x}_L(k)$  et  $\hat{x}_L(k+1)$ , cela dans l'objectif de proposer une forme itérative de l'observateur entre l'instant  $k$  et l'instant  $k+1$ . Cette récurrence permettra un calcul en ligne de l'estimation.



Le fait de prendre en compte le bruit d'état et d'avoir des matrices  $A$  et  $B$  variant au cours du temps va rendre plus complexe la mise en place de cette itération. Même si certaines études donnent des résultats à ce sujet [120], elles ne prennent pas en compte le bruit d'état. Cette prise en compte du bruit d'état, comme nous l'avons vu précédemment (paragraphe 3.5.1), ajoute une difficulté supplémentaire difficile à traiter.

Ce calcul ne peut être effectué en une étape. En effet, si l'instant  $k + 1$  est ajouté, la dimension de la fenêtre grandit d'une unité et l'estimation  $\hat{x}_{L+1}(k + 1)$  sera alors calculée. Deux itérations sont alors établies, l'une en  $k$  et l'autre en  $L$  comme l'explique la figure 3.2. Deux raisonnements sont proposés.

Le premier consiste à faire une première étape (itération en  $L$ ) pour passer de  $L$  à  $L - 1$  isolant  $\hat{x}_{L-1}(k)$  de l'équation 3.36 puis une seconde étape (itération portant sur  $L$  et  $k$ ) pour passer de  $(L - 1, k)$  à  $(L, k + 1)$ .

Le second raisonnement consiste à faire une première étape (itération portant  $L$  et  $k$ ) pour passer de  $(L, k)$  à  $(L + 1, k + 1)$  puis une seconde étape (itération en  $L$ ) pour passer de  $L + 1$  à  $L$ .

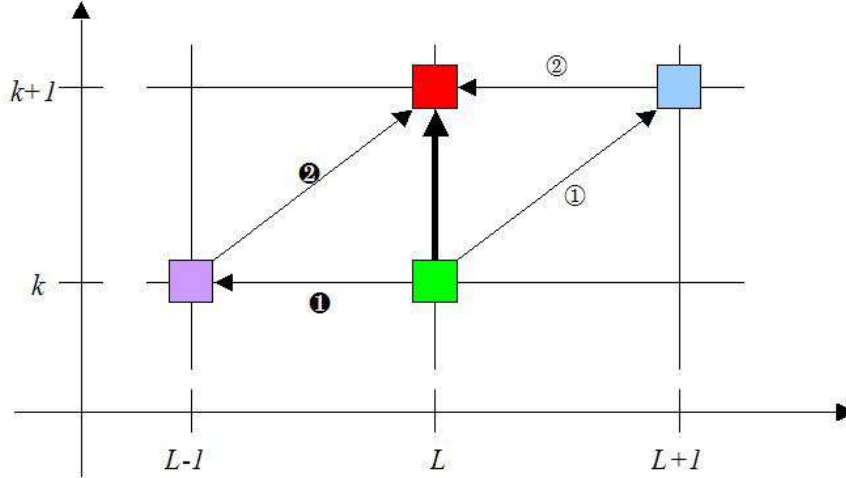


Figure 3.2 : Diagramme de la formulation séquentielle

### a. Première étape

Dans la suite de ce paragraphe, nous optons pour le premier raisonnement. La première étape correspond à l'étude réalisée au paragraphe précédent concernant l'itération sur la longueur de fenêtre. Rappelons le résultat obtenu à l'équation 3.32 :

$$\hat{x}_L(k) = \hat{x}_{L-1}(k) + T_{L-1}(k) [f_{L-1}(k) - e_{L-1}(k)\hat{x}_{L-1}(k)]$$

En isolant le terme  $\hat{x}_{L-1}(k)$  de l'équation précédent, nous obtenons :

$$\hat{x}_{L-1}(k) = \Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k) (\hat{x}_L(k) - T_{L-1}(k)f_{L-1}(k)) \quad (3.40)$$

avec

$$\Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k) = (I - T_{L-1}(k)e_{L-1}(k))^{-1}. \quad (3.41)$$

où la matrice  $\Omega_{L-1}(k)$  est inversible sous le couvert de l'observabilité du système.

**b. Seconde étape**

Nous nous intéressons, maintenant, à l'étude concernant la seconde étape de l'écriture de la formulation séquentielle sur les instants d'échantillonnage. Le but de cette deuxième étape est de faire apparaître une itération à la fois sur  $L$  et sur  $k$ , et d'amener à l'écriture de  $\hat{x}_L(k+1)$  en fonction de  $\hat{x}_{L-1}(k)$ . L'établissement de l'écriture de cette récurrence nécessite un raisonnement structuré en trois points. Le premier portera sur l'écriture de la matrice des bruits  $R_L(k+1)$  en fonction de  $R_{L-1}(k)$ , le second sera consacré à l'écriture de la matrice  $\Omega_L(k+1)$  en fonction de  $\Omega_{L-1}(k)$ , le troisième terminera la seconde étape en établissant la récurrence entre  $\hat{x}_L(k+1)$  et  $\hat{x}_{L-1}(k)$ .

**i) Calculs sur la matrice des bruits  $R_L(k+1)$** 

Nous commençons par décomposer de la matrice  $N_L(k+1)$  afin d'isoler la matrice  $N_{L-1}(k)$  :

$$N_L(k+1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ M_{L-1}(k)A^{-1}(k) & N_{L-1}(k) \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Nous décomposons aussi les matrices  $V_L(k+1)$  et  $W_L(k+1)$  de covariances des bruits de mesure et d'état, de la façon suivante :

$$V_L(k+1) = \begin{pmatrix} V_{k+1} & 0 \\ 0 & V_{L-1}(k) \end{pmatrix}, W_L(k+1) = \begin{pmatrix} W_{k+1} & 0 \\ 0 & W_{L-1}(k) \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Grâce à la décomposition de  $N_{L+1}(k+1)$  faite précédemment, ainsi qu'aux décompositions de  $V_L(k+1)$  et  $W_L(k+1)$ , nous obtenons la décomposition suivante de la matrice  $R_L(k+1)$  associée aux bruits :

$$\begin{aligned} R_L(k+1) &= V_L(k+1) + N_L(k+1)W_L(k+1)N_L^T(k+1) \\ &= \begin{pmatrix} V_{k+1} & 0 \\ 0 & \alpha_L(k+1) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.44)$$

avec :

$$\alpha_L(k+1) = M_{L-1}(k)A^{-1}(k)W_{k-1}A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k) + R_{L-1}(k)$$

qui est une matrice carrée de dimension  $(L.p, L.p)$ .

De plus, en appliquant le lemme d'inversion à la matrice  $\alpha_L(k+1)$ , nous avons :

$$\begin{aligned} \alpha_L^{-1}(k+1) &= R_{L-1}^{-1}(k) - R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \\ &\quad (A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k-1}^{-1})^{-1} A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k) \end{aligned}$$

et nous remarquons que  $M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k) = \Omega_{L-1}(k)$ . La matrice  $\alpha_L^{-1}(k+1)$  s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \alpha_L^{-1}(k+1) &= R_{L-1}^{-1}(k) - R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k)A^{-1}(k) (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k-1}^{-1})^{-1} \\ &\quad A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k) \end{aligned} \quad (3.45)$$

La condition d'inversion de  $\alpha_L^{-1}(k+1)$  est liée à celle de  $A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k-1}^{-1}$ .

Nous savons que la matrice  $A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k)$  est inversible (produit de matrices inversibles), il en est de même pour  $W_{k-1}^{-1}$  (matrice diagonale, dont les éléments diagonaux sont non-nuls). De plus, la matrice  $A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k-1}^{-1}$  est inversible si :

$$\|A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)A(k)W_{k-1}^{-1}\| < 1,$$

ce qui est bien le cas si  $\|\Omega_{L-1}^{-1}(k)\| < \frac{1}{\|W_{k-1}\|}$ . Or comme la plus grande des valeurs propres de  $\Omega_{L-1}^{-1}$  correspond à la plus grande variance de l'erreur d'estimation, elle ne peut pas être supérieure à l'inverse de la plus grande des variances du bruit d'état, car sinon l'estimation sera noyée dans le bruit.

La matrice  $\alpha_L(k+1)$  est bien inversible et son inverse est donnée par l'équation 3.45. De plus, comme  $V_{k+1}$  est inversible, la matrice  $R_L(k+1)$  est inversible et son inverse vaut :

$$R_L^{-1}(k+1) = \begin{pmatrix} V_{k+1}^{-1} & 0 \\ 0 & \alpha_L^{-1}(k+1) \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

**ii) Calculs sur la matrice  $\Omega_L(k+1)$**

Partons de l'écriture de  $\Omega_L(k+1)$  :

$$\Omega_L(k+1) = M_L^T(k+1)R_L^{-1}(k+1)M_L(k+1).$$

Grâce à la décomposition de  $R_L(k+1)$  faite précédemment (cf : équation 3.44), et en décomposant la matrice  $M_L(k+1)$  de la façon suivante :

$$M_L(k+1) = \begin{pmatrix} C \\ M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{pmatrix}$$

nous obtenons :

$$\Omega_L(k+1) = \begin{pmatrix} C^T & A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{k+1}^{-1} & 0 \\ 0 & \alpha_L^{-1}(k+1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{pmatrix}$$

ce qui donne en développant :

$$\Omega_L(k+1) = C^T V_{k+1}^{-1} C + \beta_{L-1}(k). \quad (3.47)$$

avec  $\beta_{L-1}(k) = A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)\alpha_L^{-1}(k+1)M_{L-1}(k)A^{-1}(k)$ .

Nous nous intéressons maintenant à la matrice  $\beta_{L-1}(k)$ , afin de lui donner une expression plus compacte. En remplaçant  $\alpha_L^{-1}(k+1)$  par son expression, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \beta_{L-1}(k) &= A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k) \left( R_{L-1}^{-1}(k) - R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \right. \\ &\quad \left. (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k-1}^{-1})^{-1} A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k) \right) M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{aligned}$$

En développant l'expression de  $\beta_{L-1}(k)$  donnée ci-dessus et en remarquant que

$$M_{L-1}^T(k)R_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}(k) = \Omega_{L-1}(k),$$

la matrice  $\beta_{L-1}(k)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \beta_{L-1}(k) &= A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) - A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) \\ &\quad (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1})^{-1} A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{aligned}$$

Nous factorisons l'expression ci-dessus par  $A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k)$ , nous pouvons écrire  $\beta_{L-1}(k)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \beta_{L-1}(k) &= \left( I - A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1})^{-1} \right) \\ &\quad A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{aligned}$$

et après simplification, nous obtenons :

$$\beta_{L-1}(k) = W_{k+1}^{-1} (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1}^{-1})^{-1} A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) \quad (3.48)$$

L'inverse de  $A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1}^{-1}$  existe bien et l'existence a été démontrée au paragraphe précédent.

La matrice  $\beta_{L-1}(k)$  est définie par le produit de matrices inversibles, l'inverse de  $\beta_{L-1}(k)$  existe bien et vaut :

$$\begin{aligned} \beta_{L-1}^{-1}(k) &= A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)A^T(k)(A^{-1}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-T}(k) + W_{k+1}^{-1})W_{k+1} \\ &= W_{k+1} + A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)A^T(k) \end{aligned} \quad (3.49)$$

Grâce à l'équation 3.49, nous pouvons écrire l'équation 3.47 sous une forme simplifiée, la matrice  $\Omega_L(k+1)$  s'écrit alors :

$$\Omega_L(k+1) = C^T V_{k+1}^{-1} C + (W_{k+1} + A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)A^T(k))^{-1}$$

où l'inverse de  $W_{k+1} + A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)A^T(k)$  existe et vaut  $\beta_{L-1}(k)$ .

Pour terminer ce point concernant l'écriture de la matrice  $\Omega_L^{-1}(k+1)$  en fonction de  $\Omega_{L-1}^{-1}(k)$ , nous partons de l'équation 3.47 :

$$\Omega_L(k+1) = C^T V_{k+1}^{-1} C + \beta_{L-1}(k)$$

et appliquons le lemme d'inverse de matrice afin de calculer l'inverse de  $\Omega_L(k+1)$ , nous obtenons :

$$\Omega_L^{-1}(k+1) = \beta_{L-1}^{-1}(k) - \beta_{L-1}^{-1}(k)C^T (C\beta_{L-1}^{-1}(k)C^T + V_{k+1})^{-1} C\beta_{L-1}^{-1}(k) \quad (3.50)$$

**iii) Expression de  $\hat{x}_L(k+1)$  en fonction de  $\hat{x}_{L-1}(k)$**

L'estimation  $\hat{x}_L(k+1)$  est donnée par l'expression :

$$\hat{x}_L(k+1) = \Omega_L^{-1}(k+1)\bar{\Omega}_L(k+1)$$

en posant :

$$\bar{\Omega}_L(k+1) = M_L^T(k+1)R_L^{-1}(k+1)Z_L(k+1).$$

L'écriture de  $\bar{\Omega}_L(k+1)$  ressemble à celle de  $\Omega_L(k+1)$ , nous allons reprendre une partie du raisonnement fait précédemment. Commençons par rappeler la décomposition de  $M_L(k+1)$  ainsi que celle de  $R_L^{-1}(k+1)$ , nous avons :

$$\begin{aligned} M_L(k+1) &= \begin{pmatrix} C \\ M_{L-1}(k)A^{-1}(k) \end{pmatrix} \\ R_L^{-1}(k+1) &= \begin{pmatrix} V_{k+1}^{-1} & 0 \\ 0 & \alpha_L^{-1}(k+1) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

avec  $\alpha_L^{-1}(k+1)$  donné par l'équation 3.45.

Nous décomposons le vecteur  $Z_L(k+1)$  de la façon suivante :

$$Z_L(k+1) = \begin{pmatrix} z_{k+1} \\ Z_{L-1}(k) \end{pmatrix}$$

avec  $z_{k+1} = y(k+1)$  et  $Z_{L-1}(k) = Y(k-L+1) + H_{L-1}(k)U(k-L+1)$ , ainsi  $\bar{\Omega}_L(k+1)$  s'écrit :

$$\bar{\Omega}_L(k+1) = \begin{pmatrix} C^T & A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{k+1}^{-1} & 0 \\ 0 & \alpha_L^{-1}(k+1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{k+1} \\ Z_{L-1}(k) \end{pmatrix}$$

ce qui donne en développant :

$$\bar{\Omega}_L(k+1) = C^T V_{k+1}^{-1} z_{k+1} + \zeta_{L-1}(k). \quad (3.51)$$

avec  $\zeta_{L-1}(k) = A^{-T}(k)M_{L-1}^T(k)\alpha_L^{-1}(k+1)Z_{L-1}(k)$ .

En remplaçant  $\alpha_L^{-1}(k+1)$  par son expression donnée par l'équation 3.45 et après simplification,  $\zeta_{L-1}(k)$  s'écrit :

$$\zeta_{L-1}(k) = W_{k+1}^{-1} (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1}^{-1})^{-1} A^{-T} M_{L-1}(k) R_{L-1}^{-1}(k) Z_{L-1}(k) \quad (3.52)$$

Nous pouvons aussi écrire :

$$\begin{aligned} \zeta_{L-1}(k) &= W_{k+1}^{-1} (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1}^{-1})^{-1} A^{-T} \Omega_{L-1}(k) A^{-1}(k) A(k) \Omega_{L-1}^{-1}(k) \\ &\quad M_{L-1} R_{L-1}^{-1}(k) Z_{L-1}(k) \end{aligned} \quad (3.53)$$

Nous pouvons reconnaître l'expression de  $\Omega_{L-1}^{-1}(k)M_{L-1}R_{L-1}^{-1}(k)Z_{L-1}(k) = \hat{x}_{L-1}(k)$  dans l'équation 3.53,  $\zeta_{L-1}(k)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \zeta_{L-1}(k) &= W_{k+1}^{-1} (A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k) + W_{k+1}^{-1})^{-1} A^{-T}(k)\Omega_{L-1}(k)A^{-1}(k)A(k)\hat{x}_{L-1}(k) \\ &= \beta_{L-1}(k)A(k)\hat{x}_{L-1}(k) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Grâce à l'expression de  $\zeta_{L-1}(k)$  (équation 3.54), nous pouvons écrire  $\bar{\Omega}_L(k+1)$  (équation 3.51) sous la forme :

$$\bar{\Omega}_L(k+1) = C^T V_{k+1}^{-1} z_{k+1} + \beta_{L-1}(k)A(k)\hat{x}_{L-1}(k). \quad (3.55)$$

Maintenant que nous avons l'expression de  $\Omega_L(k+1)$  donnée par l'équation 3.50 et celle de  $\bar{\Omega}_L(k+1)$  donnée par l'équation 3.55, nous en déduisons, après simplification, l'expression de  $\hat{x}_L(k+1) = \Omega_L(k+1)\bar{\Omega}_L(k+1)$  :

$$\begin{aligned} \hat{x}_L(k+1) &= \beta_{L-1}^{-1}(k)C^T (C\beta_{L-1}^{-1}(k)C^T + V_{k+1})^{-1} (z_{k+1} - CA(k)\hat{x}_{L-1}(k)) \\ &\quad + A(k)\hat{x}_{L-1}(k) \end{aligned} \quad (3.56)$$

### c. Synthèse de la formulation séquentielle

En remplaçant l'expression de  $\hat{x}_{L-1}(k)$  définie par l'équation 3.40 dans l'expression 3.56, nous obtenons alors la formulation séquentielle suivante sur les instants d'échantillonnage  $k$  :

$$\begin{aligned} \hat{x}_L(k+1) &= A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k)\hat{x}_L(k) - A(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k)T_{L-1}(k)f_{L-1}(k) + \\ &\quad \beta_{L-1}^{-1}(k)C^T (C\beta_{L-1}^{-1}(k)C^T + V_{k+1})^{-1} (z_{k+1} - CA(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k)\hat{x}_L(k) + \\ &\quad CA(k)\Omega_{L-1}^{-1}(k)\Omega_L(k)T_{L-1}(k)f_{L-1}(k)) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Ainsi grâce à l'équation 3.57, nous avons mis en place une écriture récursive de l'observateur à mémoire finie sur les estimations de l'état entre les instants d'échantillonnage  $k$  et  $k + 1$  calculées sur un horizon  $L$ . La nécessité d'une telle écriture peut être motivée par une implémentation en ligne et en temps réel de l'observateur.

## 3.6 Choix optimal de la longueur de la fenêtre

Nous avons vu précédemment que l'estimation  $\hat{x}_L(k)$  dépend de la longueur de fenêtre  $L$ . Ce paragraphe va permettre de définir une longueur de fenêtre optimale ou plus exactement il va permettre de définir un ensemble de longueurs optimale de fenêtre, comprenant une taille minimale ainsi qu'une taille maximale.

### 3.6.1 La taille minimale

La matrice  $\Omega_L(k)$  dépend de la matrice d'observabilité  $M_L(k)$  liée au système d'équations 3.1 (page 62). La condition d'existence de l'inverse de  $\Omega_L(k)$  va être donnée par le rang de  $M_L(k)$  et plus directement par le choix d'une longueur minimale de la fenêtre sur les observations. En effet, la condition d'existence de  $\Omega_L^{-1}(k)$  est donnée par la plus petite longueur de fenêtre afin d'assurer l'observabilité du système.

Autrement dit, la taille minimale pour le choix de la fenêtre est la plus petite valeur  $L$  des longueurs de fenêtre tel que le rang de la matrice d'observabilité  $M_L(k)$  soit égal à  $n$  : la dimension de l'état courant. Cette taille assurant l'observabilité du système est communément appelée indice d'observabilité (Luenberger [106], [107], Nuninger [120]). Nous verrons un peu plus loin que la taille minimale de la fenêtre n'est pas forcément optimale, mais cette taille assure l'existence de l'observateur.

### 3.6.2 La taille maximale

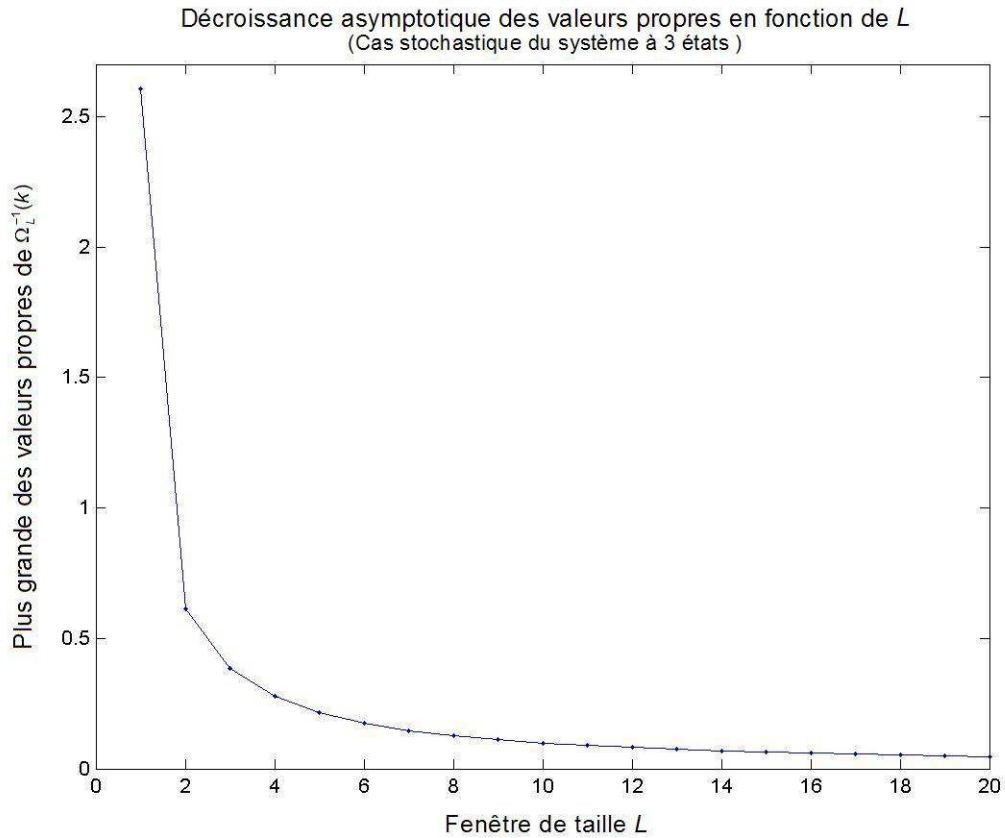
Pour définir la taille maximale de la longueur de fenêtres, nous allons prendre un critère basé sur la covariance des erreurs d'estimation. Nous avons vu précédemment (cf : Théorème 3.5.1, page 72) que l'estimateur est non biaisé et efficace. De plus, nous avons vu que la covariance de l'erreur d'estimation est égale la matrice  $\Omega_L^{-1}(k)$  et que le calcul récursif de cette matrice est donné par une équation de Riccati, définie comme dans De Souza et al. [32] ou dans Komaroff [91] et dont nous rappelons l'expression :

$$\Omega_{L+1}^{-1}(k) = \Omega_L^{-1}(k) - \Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) (e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)e_L^T(k) + c_L^{-1}(k))^{-1} e_L(k)\Omega_L^{-1}(k)$$

Nous avons vu précédemment que les valeurs propres d'une équation de Riccati converge asymptotiquement vers zéro, et en particulier la plus grande de ces valeurs propres. Ainsi si nous traçons la plus grande des valeurs propres de la matrice  $\Omega_L^{-1}(k)$  en fonction de la longueur de fenêtre  $L$ , nous retrouvons cette décroissance vers zéro (cf : figure 3.3). La matrice  $\Omega_L^{-1}(k)$  représentant la covariance de erreur d'estimation, prendre la plus grande des valeurs propres revient à prendre la plus grande des covariance des erreurs d'estimation. L'analogie sera faite jusqu'à la fin de ce paragraphe.

A priori, la décroissance asymptotique de la plus grande des valeurs propres vers zéro ne renseigne en rien sur la taille maximale qui peut être prise pour l'estimation  $\hat{x}_L(k)$ . Mais il est assez simple à comprendre que plus la taille de la fenêtre sera importante, plus la plus grande des erreurs d'estimation sera faible mais plus la résolution de l'équation 3.14 (page 65) nécessitera du temps.

Comme la plus grande des valeurs décroît asymptotiquement vers zéro en fonction de la longueur  $L$  des fenêtres, nous pouvons remarquer, qu'au delà d'une certaine longueur, la décroissance de la plus grande des erreurs d'estimation n'est plus significative. Nous pouvons donc définir un seuil sur la plus grande des erreurs d'estimation qui nous donnera une longueur de fenêtre à partir de laquelle la décroissance de la plus grande des erreurs d'estimation n'est plus significative. Cette longueur de fenêtre sera définie comme étant la longueur maximale qui peut être prise pour l'estimation  $\hat{x}_L(k)$ .



**Figure 3.3** : Décroissance de valeurs propres en fonction des longueurs des fenêtres

La figure 3.3 représente la décroissance asymptotique de la plus grande de valeurs propres de la matrice de covariance correspondant à la plus grande des erreurs d'estimation en fonction de la taille de la fenêtre d'observation et cela pour le système décrit dans la section 4.4 (page 108). Ainsi pour une longueur  $L = 10$ , l'erreur d'estimation maximale est plus de vingt six fois plus petite que pour celle d'une longueur  $L = 1$ . De plus, à partir de  $L = 10$ , nous constatons que la décroissance n'est plus significative. Si nous choisissons un seuil équivalent au vingtième de l'erreur maximale obtenue avec  $L = 1$ , alors  $L = 10$  est la taille maximale ainsi définie. Le fait de prendre des fenêtres de taille plus importante ne va pas améliorer significativement l'estimation de l'état courant, mais va au contraire demander plus de temps pour la résolution de l'équation 3.14 et cela par la prise en compte

de matrices plus volumineuses.

Dans cet exemple, la longueur minimale donnant l'existence de l'observateur est donnée par  $L = 1$ . Toutefois, nous pouvons remarquer que le choix de la taille minimale n'est pas forcément optimale.

### 3.7 Génération de résidus en vue de diagnostic

Nous avons vu précédemment (cf : chapitre 2) qu'une procédure de diagnostic comprend deux étapes principales : la détection et l'isolation. Le bon déroulement de ces deux étapes va être conditionné par le choix d'un et de plusieurs résidus. Les performances attendues d'un résidu est qu'un soit calculable (ne dépendant que des commandes et des mesures), sensible aux défauts et le plus insensible possible aux perturbations.

De plus, l'isolabilité des défauts dépend de la structure des résidus permettant d'avoir une signature différente pour chaque défaut, mais aussi la dimension des résidus. En effet, la dimension des résidus doit permettre de générer plus de signatures différentes que de défauts. Ainsi pour  $n_d$  défauts et un résidu de dimension  $n_r$ , il est nécessaire d'avoir un nombre de signatures  $2^{n_r} - 1$  supérieure au nombre de défaut. Cette condition est nécessaire mais nullement suffisante.

La construction des résidus va se faire en utilisant des redondances analytiques. La construction de ces résidus doit être réalisée de telle façon que, dans un cas sans défaut, les résidus aient une valeur moyenne nulle.

Dans le cas d'un observateur à mémoire finie, le choix de deux fenêtres temporelles de longueur  $L_1$  et  $L_2$  permet, grâce à l'équation 3.14 (page 65), d'avoir deux estimations du vecteur d'état définies par  $\hat{x}_{L_1}(k)$  et  $\hat{x}_{L_2}(k)$ . Un premier résidu peut être généré en faisant la différence entre ces deux estimations, ce résidu est noté  $r$  et vaut :

$$r(k) = \hat{x}_{L_1}(k) - \hat{x}_{L_2}(k) \quad (3.58)$$

En absence de défaut, le Théorème 3.4.1 donne les relations suivantes :  $x(k) = \mathbb{E}[\hat{x}_{L_1}(k)]$  et  $x(k) = \mathbb{E}[\hat{x}_{L_2}(k)]$ , le résidu  $r$  est centré en zéro.

De plus, nous pouvons définir un nouveau résidu, par comparaison entre les mesures du système réel et l'estimation des sorties issue d'un observateur :

$$r'(k) = y(k) - C\hat{x}_{L_1}(k). \quad (3.59)$$

Nous pouvons de nouveau établir le même raisonnement mais en prenant en entrée de l'observateur une partie seulement de mesures. Un banc d'observateur est alors mis en place et de nouveaux résidus sont donc créés. Nous devons nous assurer toutefois que le système ainsi défini est bien observable. Nous pouvons définir autant de couple  $r, r'$  de résidus que nous avons de systèmes observables en n'utilisant qu'une partie des mesures (cf : figure 3.4).

La représentation sous la forme de schéma de ces résidus est donnée par la figure suivante :



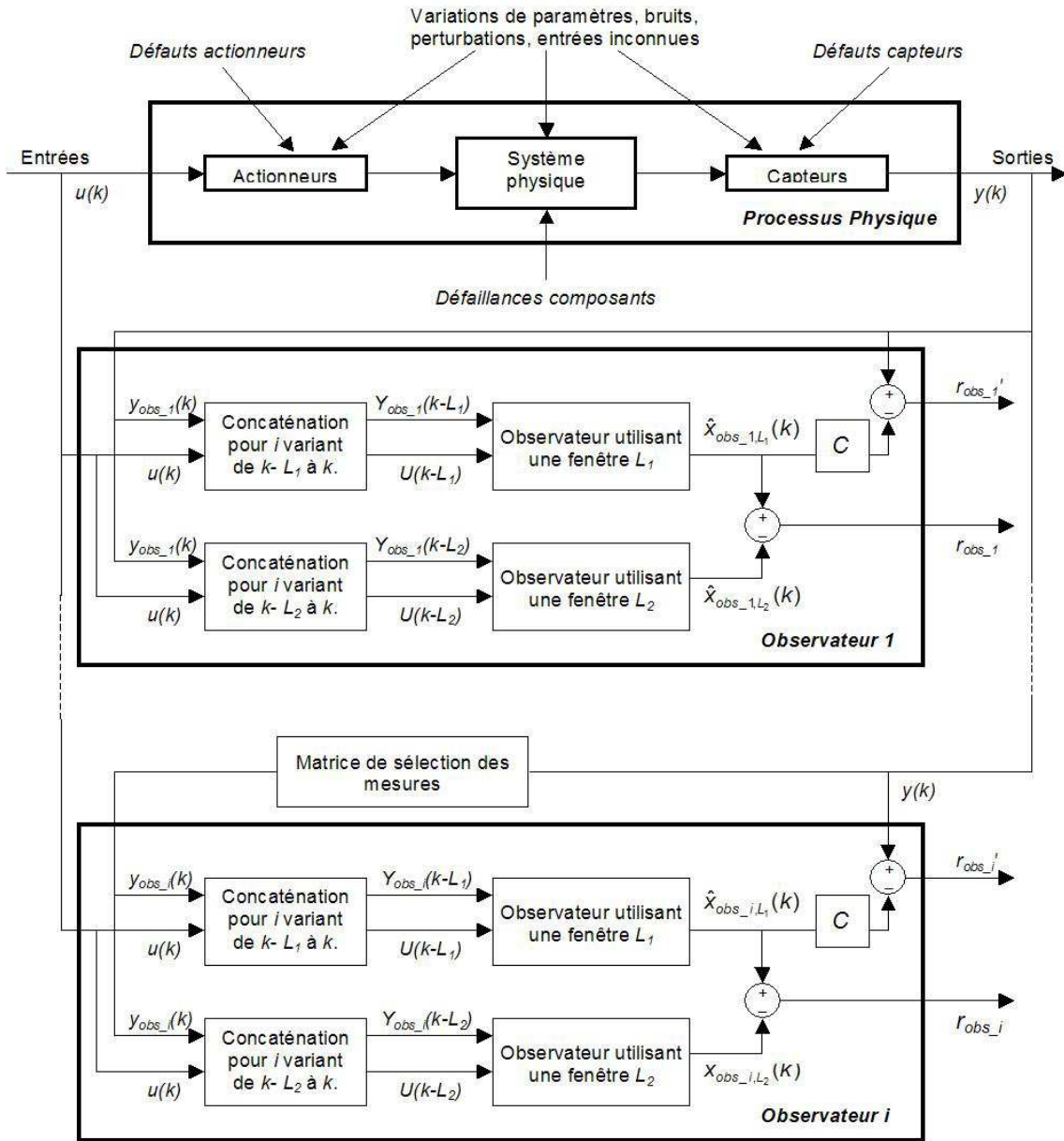


Figure 3.4 : Schéma de la construction du banc d'observateur

### 3.8 Sensibilité de l'observateur et des résidus

Dans cette partie, les propriétés de l'observateur (observateur non-biaisé et efficace) déjà démontrées vont permettre de définir de nouvelles propriétés liées à la sensibilité de l'observateur ainsi que la sensibilité des résidus. Un premier paragraphe sera consacré à la sensibilité aux bruits, un second paragraphe à la sensibilité aux erreurs de modèle, enfin l'étude de la sensibilité aux défauts capteurs et actionneur sera abordée dans le dernier paragraphe.

#### 3.8.1 Sensibilité aux bruits

Nous donnons ici une brève description de la sensibilité de l'observateur (équation 3.11) et des résidus (équations 3.58 et 3.59) aux bruits de modèle et de mesure.

Grâce au Théorème 3.5.1, nous savons que l'observateur est non biaisé et cela en présence de bruit :

$$\mathbb{E}[\hat{x}_L(k)] = \mathbb{E}[x(k)]$$

d'où  $\mathbb{E}[r(k)] = 0$  et  $\mathbb{E}[r'(k)] = C\mathbb{E}[\varepsilon(k)] = 0$

L'observateur et les résidus  $r$  et  $r'$  ne sont donc pas sensibles aux bruits blancs, gaussiens, centrés, non corrélés.

#### 3.8.2 Sensibilité aux erreurs de modèle

Lors de la modélisation d'un système physique, des simplifications sur le modèle, telles que la linéarisation par morceaux ou par partie ou la linéarisation autour d'un point de fonctionnement, mais aussi l'approximation de termes non-significatifs ou la suppression d'ordre élevés et non-significatifs du système etc ..., génèrent des imprécisions sur le modèle. Les imprécisions ayant des propriétés stochastiques sont modélisées généralement par un bruit de modèle noté :  $w$ . La sensibilité à de telles imprécisions a été définie dans le paragraphe précédent (cf : § 3.8.1). Toutefois, en plus de ces bruits de modèles, les paramètres du système peuvent être mal déterminés. Il s'agit d'erreurs de modélisation, caractérisée par  $\Delta A$ ,  $\Delta B$  et  $\Delta C$  par la suite et représentant respectivement les erreurs sur la matrice d'état, de commande et de mesures. Ces notations sont ainsi définies dans [68] et [126].

Le système défini en prenant en compte les erreurs de modélisation va s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A(k) + \Delta A(k))x(k) + (B(k) + \Delta B(k))u(k) + w(k) \\ y(k) &= (C + \Delta C)x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Nous pouvons construire de la même façon que précédemment une relation entre l'état retardé  $x(k-i)$  et l'état courant  $x(k)$  et cela pour chaque instant  $k-i$  avec  $i \in [i_0, L]$  :

$$\begin{aligned}
 x(k-i) &= \left( \prod_{j=i}^1 (A(k-j) + \Delta A(k-j))^{-1} \right) x(k) - \\
 &\quad \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i}^j (A(k-j) + \Delta A(k-j))^{-1} \right) [(B(k-j) + \Delta B(k-j)) \\
 &\quad u(k-j) + w(k-j)]
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Si l'inverse de  $A(k-j) + \Delta A(k-j)$  n'existe pas pour un  $j \in 1, \dots, L$ , une correspondance peut être réalisée, de la même manière, entre l'état  $x(k-L)$  et les mesures et commandes sur la fenêtre  $[k-L, \dots, k-i]$ .

En intégrant dans l'équation (3.60), l'équation (3.61), nous en déduisons l'équation de mesure associée :

$$\begin{aligned}
 y(k-i) &= (C + \Delta C) \left( \prod_{j=i}^1 (A(k-j) + \Delta A(k-j))^{-1} \right) x(k) - \\
 &\quad (C + \Delta C) \sum_{j=1}^i \left( \prod_{l=i}^j (A(k-j) + \Delta A(k-j))^{-1} \right) [(B(k-j) \\
 &\quad + \Delta B(k-j)) u(k-j) + w(k-j)] + v(k-i)
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

#### a. Sensibilité de l'observateur

*Théorème 3.8.1.* *L'observateur défini par l'équation 3.14 n'est pas robuste aux erreurs de modélisation. En effet, l'erreur d'estimation  $e(k) = x(k) - \hat{x}_L(k)$  est biaisée :  $\mathbb{E}[e(k)] \neq 0$ .*

□

#### Démonstration :

Partons de l'équation 3.62, afin de simplifier l'écriture de cette équation, définissons :

$$D_{i,j} = (C + \Delta C) \prod_{l=i}^j (A(k-l) + \Delta A(k-l))^{-1}$$

de plus, il existe deux matrices  $d_{i,j}$  et  $\Delta d_{i,j}$  tel que  $D_{i,j}$  puisse se décomposer de la manière suivante :

$$D_{i,j} = d_{i,j} + \Delta d_{i,j} \tag{3.63}$$

avec  $d_{i,j}$  correspondant à la partie sans erreur de modèle et  $\Delta d_{i,j}$  prenant en compte les restes liés aux erreurs de modèle.

L'équation (3.62) s'écrit maintenant de la façon suivante :

$$y(k-i) = (d_{i,1} + \Delta d_{i,1})x(k) - \sum_{j=1}^i (d_{i,j} + \Delta d_{i,j}) [(B(k-j) + \Delta B(k-j))u(k-j) + w(k-j)] + v(k-i) \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} &= d_{i,1}x(k) + \Delta d_{i,1}x(k) - \sum_{j=1}^i [d_{i,j}B(k-j)u(k-j) + \\ & d_{i,j}\Delta B(k-j)u(k-j) + \Delta d_{i,j}B(k-j)u(k-j) + \\ & \Delta d_{i,j}\Delta B(k-j)u(k-j) + d_{i,j}w(k-j) + \Delta d_{i,j}w(k-j)] + v(k-i) \end{aligned} \quad (3.65)$$

et cela pour tout  $i \in \{1, \dots, L\}$ .

Nous pouvons écrire cette équation sur une fenêtre comme nous l'avons déjà fait dans le paragraphe 3.2.2, et cela tout en remarquant que nous avons déjà défini certains éléments ; les  $\Delta$  désignent toujours les restes liés à l'introduction d'erreurs de modélisation. Nous avons donc :

$$Y(k-L) = M_L(k)x(k) + \Delta M_L(k)x(k) - H_L(k)U(k-L) - \Delta H_L(k)U(k-L) - N_L(k)W(k-L) - \Delta N_L(k)W(k-L) + V(k-L) \quad (3.66)$$

et donc en injectant cette dernière équation dans l'équation (3.11), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \hat{x}_L(k) &= \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k) [M_L(k)x(k) + \Delta M_L(k)x(k) - H_L(k)U(k-L) - \\ & \Delta H_L(k)U(k-L) - N_L(k)W(k-L) - \Delta N_L(k)W(k-L) + V(k-L) + \\ & H_L(k)U(k-L)] \\ &= x(k) + \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)\Delta M_L(k)x(k) - \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k) \\ & (\Delta H_L(k)U(k-L) + N_L(k)W(k-L) + \Delta N_L(k)W(k-L) - V(k-L)) \end{aligned} \quad (3.67)$$

d'où l'espérance de l'erreur d'estimation s'écrit sous la forme :

$$\mathbb{E}[\varepsilon(k)] = \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)\Delta M_L(k)\mathbb{E}[x(k)] - \Omega_L^{-1}(k)M_L^T(k)R_L^{-1}(k)\Delta H_L(k)U(k-L) \quad (3.68)$$

grâce aux propriétés du bruit de mesure et d'état.

En présence d'erreur de modèle, l'observateur défini précédemment (cf. équation 3.14) est biaisé comme le montre l'équation 3.68. L'erreur d'estimation  $\varepsilon(k)$  dépend de l'état courant mais aussi du passé de la commande.

■

## b. Sensibilité paramétrique des résidus

Nous allons étudier maintenant la sensibilité des résidus aux erreurs de modèle. Nous omettrons volontairement, et par souci d'alléger l'écriture, le paramètre  $k$  associé au temps.

Dans une première étape, regardons la valeur du résidu  $r'$ , défini par l'équation 3.59 ;  $r' = y - C\hat{x}_L$ . Nous obtenons grâce à l'équation 3.67 :

$$\mathbb{E}[r'] = -C\Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1} (\Delta M_L \mathbb{E}[x] - \Delta H_L \mathbb{E}[U(k-L)]) \quad (3.69)$$

Regardons maintenant la robustesse du résidu  $r$ , donné par l'équation, par rapport aux erreurs de modèle. Rappelons l'équation 3.29 sur la formulation séquentielle de l'observateur :

$$\begin{aligned}\hat{x}_{L+1} &= \hat{x}_L + T_L(f_L - e_L\hat{x}_L) \\ &= (I - T_L e_L)\hat{x}_L + T_L f_L\end{aligned}\quad (3.70)$$

Afin d'exprimer le résidu  $r$  de manière assez simple, écrivons l'estimation  $\hat{x}_{L+S}$  ( $S > 0$ ) en fonction de  $\hat{x}_L$ , nous avons :

$$\begin{aligned}\hat{x}_{L+S} &= \prod_{j=S-1}^0 (I - T_{L+j}e_{L+j})\hat{x}_L + \sum_{j=0}^{S-2} \left( \prod_{m=S-1}^{j+1} (I + T_{L+m}e_{L+m}) \right) T_{L+j}f_{L+j} \\ &\quad + T_{L+S-1}e_{L+S-1}\end{aligned}\quad (3.71)$$

or nous avons pour tout  $i \in 0, \dots, S$  en injectant (3.28) dans (3.24), l'équation suivante :

$$(I - T_{L+i}e_{L+i})\Omega_{L+i}^{-1} = \Omega_{L+i+1}^{-1}\quad (3.72)$$

ce qui donne :

$$I - T_{L+i}e_{L+i} = \Omega_{L+i+1}^{-1}\Omega_{L+i}\quad (3.73)$$

et donc  $\forall m \in \{0, \dots, S\}$

$$\prod_{j=S-1}^m (I - T_{L+j}e_{L+j}) = \Omega_{L+S}^{-1}\Omega_{L+m}\quad (3.74)$$

ainsi :

$$\begin{aligned}r &= \hat{x}_{L+S} - \hat{x}_L \\ &= (\Omega_{L+S+1}^{-1}\Omega_L - I)\hat{x}_L + \sum_{j=0}^{S-1} \Omega_{L+S}^{-1}\Omega_{L+j+1}T_{L+j}f_{L+j}\end{aligned}\quad (3.75)$$

Remarquons toutefois que  $f_{L+j}$  dépend des paramètres et sorties du système par l'intermédiaire de  $Z_L$  et  $z_{L+1}$  (cf. : équation (3.27)).

Si nous dissocions la partie ne contenant pas les erreurs de modélisation et celle les contenant, nous obtenons :

$$\begin{aligned}r &= \hat{x}_{L+S} - \hat{x}_L \\ &= (\Omega_{L+S+1}^{-1}\Omega_L - I)\hat{x}_L + \sum_{j=0}^{S-1} \Omega_{L+S}^{-1}\Omega_{L+j+1}T_{L+j}(f_{L+j} + \Delta f_{L+j})\end{aligned}\quad (3.76)$$

Or la valeur moyenne du résidu  $r$  est nulle lorsque nous sommes dans un cas présentant aucune erreur de modélisation et aucun défaut (cf : Théorème 3.5.1). L'espérance mathématique du résidu  $r$  défini par l'équation 3.76 vaut :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[r] &= (\Omega_{L+S+1}^{-1} - \Omega_L^{-1})M_L^T R_L^{-1} [\Delta M_L \mathbb{E}[x] - \Delta H_L U(k-L)] + \\ &\quad \sum_{j=1}^{S-1} \Omega_{L+S}^{-1}\Omega_{L+j+1}T_{L+j}\Delta f_{L+j}\mathbb{E}[x]\end{aligned}\quad (3.77)$$

en remplaçant  $\hat{x}_L$  de l'équation 3.76 par son expression donnée par l'équation 3.67 et grâce aux propriétés des bruits de mesures et de modèle.

### 3.8.3 Sensibilité aux défauts

La détection des défauts constitue une part très importante du diagnostic des systèmes, il s'agit de la première étape du diagnostic. Sans la détection des défauts, les phases suivantes telles que l'isolation des défauts ne peuvent pas être faites.

Dans une optique de détection de défauts, la sensibilité aux défauts va être très recherchée et souhaitée, cela tant au niveau de l'observateur que des résidus en eux-même. Dans cette partie, la sensibilité aux défauts capteurs et celle aux défauts actionneurs vont être étudiées.

#### a. Cas du défaut capteur

Pour les mêmes raisons que précédemment, l'indice temporel  $k$  pourra être omis afin d'alléger l'écriture des équations.

L'écriture de l'équation de mesure lorsque qu'un défaut capteur survient est de la façon suivante :

$$y(k) = Cx(k) + D_\varphi(k)\varphi(k) + v(k) \quad (3.78)$$

où  $\varphi$  désigne le défaut pris en compte,  $D_\varphi$  la matrice de position et d'amplitude de ce défaut.

En posant  $G_L$  la matrice de concaténation des matrices  $D_\varphi$  :

$$G_L(k) = \text{diag}(D_\varphi(k), \dots, D_\varphi(k-L))$$

et  $\Phi$  le vecteur de concaténation des défauts :

$$\Phi(k-L) = [\varphi(k)^T, \dots, \varphi(k-L)^T]^T$$

l'équation (3.6) s'écrit alors dans le cas d'un défaut capteur :

$$Y(k-L) = M_L(k)x(k) - H_L(k)U(k-L) + G_L(k)\Phi(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L) + \mathcal{V}(k-L)$$

et donc nous avons :

$$\hat{x}_L = x + \Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}G_L\Phi(k-L) + \Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}(\mathcal{V}(k-L) - N_L(k)\mathcal{W}(k-L)) \quad (3.79)$$

ce qui nous donne directement l'expression du résidu  $r'$ .

De plus, comme  $r' = y - Cx_L$ , nous obtenons :

$$\mathbb{E}[r'] = D_\varphi\mathbb{E}[\varphi] - C\Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}G_L\mathbb{E}[\Phi(k-L)], \quad (3.80)$$

le résidu  $r'$  est sensible aux défauts capteur (équation 3.80). Cette sensibilité sera étudiée plus en détail sur des cas concrets dans le chapitre 4. Remarquons le résidu est nul en moyenne dans le cas sans défaut  $\varphi(i) = 0$  pour tout  $i \in \{k-L, k\}$ .

Nous venons d'étudier la sensibilité du résidu  $r'$  dans le cas d'un défaut capteur, intéressons-nous maintenant à l'étude de la sensibilité du résidu  $r$ . Nous avons l'écriture

du résidu  $r$ , grâce aux équations (3.59) et (3.79) et nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 r &= \hat{x}_{L+S} - \hat{x}_L \\
 &= \Omega_{L+S}^{-1} M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} G_{L+S} \Phi(k - (L + S)) + \Omega_L^{-1} M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} (\mathcal{V}(k - (L + S)) \\
 &\quad - N_{L+S} \mathcal{W}(k - (L + S))) - \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} G_L \Phi(k - L) - \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} (\mathcal{V}(k - L) \\
 &\quad - N_L \mathcal{W}(k - L))
 \end{aligned}$$

d'où l'espérance mathématique suivante :

$$\mathbb{E}[r] = \Omega_{L+S}^{-1} M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} G_{L+S} \Phi(k - (L + S)) - \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} G_L \Phi(k - L) \quad (3.81)$$

Dans la partie 3.6, nous avons vu qu'à partir d'une longueur de fenêtre appelée taille maximale, la plus grande des erreurs d'estimation est sensiblement la même. Pour une longueur  $L$  supérieure à la taille maximale et une longueur  $L + S$  avec  $S > 0$ , nous pouvons approcher  $\Omega_L$  par  $\Omega_{L+S}$  :

$$\Omega_{L+S} \simeq \Omega_L \quad (3.82)$$

De plus, nous complétons le vecteur  $\Phi(k - L)$  par des zéros afin qu'il ait la même taille que  $\Phi(k - (L + S))$  et le nommons  $\tilde{\Phi}(k - L)$ ; nous pouvons alors écrire :

$$M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} G_{L+S} \tilde{\Phi}(k - L) = M_L^T R_L^{-1} G_L \Phi(k - L)$$

L'espérance mathématique du résidu  $r$  devient alors :

$$\mathbb{E}[r] \simeq \Omega_{L+S}^{-1} M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} G_{L+S} [\Phi(k - (L + S)) - \tilde{\Phi}(k - L)] \quad (3.83)$$

Remarquons que, lorsque le terme  $\Phi(k - (L + S)) - \tilde{\Phi}(k - L)$  est non nul, ce résidu est sensible aux défauts, cela revient à avoir un défaut présent sur la fenêtre  $L + S$  et non présent sur  $L$ . En effet, si nous avons un défaut entre les instants  $k$  et  $k - L$  alors les deux observateurs détecteront ce défaut, les deux estimations auront le même ordre de grandeur, ce qui implique que le résidu ne détectera presque rien.

## b. Cas du défaut actionneur

Regardons maintenant la sensibilité des résidus à un défaut actionneur. Tout d'abord, en présence d'un défaut, l'équation d'état va s'écrire de la façon suivante :

$$x(k + 1) = A(k)x(k) + B(k)(u(k) + \delta u(k)) + w(k) \quad (3.84)$$

En posant  $\Delta U(k - L)$  le vecteur de concaténation des défauts actionneur :

$$\Delta U(k - L) = [\delta u(k)^T, \dots, \delta u(k - L)^T]^T$$

l'équation  $Y(k - L)$  devient dans le cas d'un défaut actionneur :

$$\begin{aligned}
 Y(k - L) &= M_L(k)x(k) - H_L(k)(U(k - L) + \Delta U(k - L)) \\
 &\quad - N_L(k)\mathcal{W}(k - L) + \mathcal{V}(k - L)
 \end{aligned}$$

$$\hat{x}_L = x + \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} H_L \Delta U(k - L) + \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} (\mathcal{V}(k - L) - N_L(k)\mathcal{W}(k - L))$$

Nous pouvons en déduire l'espérance mathématique du résidu  $r'$  :

$$\mathbb{E}[r'] = -C\Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}H_L\mathbb{E}[\Delta U(k-L)] \quad (3.85)$$

le résidu  $r'$  est sensible aux défauts actionneurs (équation 3.85). Cette sensibilité sera étudiée plus en détail sur des cas concrets dans le chapitre 4. Remarquons le résidu est nul en moyenne dans le cas sans défaut actionneur  $\delta u(i) = 0$  pour tout  $i \in \{k-L, k\}$ .

Nous venons d'étudier la sensibilité du résidu  $r'$  dans le cas d'un défaut actionneur, intéressons-nous maintenant à l'écriture du résidu  $r$ , les mêmes calculs que précédemment (défauts capteurs) conduisent à :

$$\mathbb{E}[r] = \Omega_{L+S}^{-1}M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1}H_{L+S}\Delta U(k-(L+S)) - \Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}H_L\Delta U(k-L) \quad (3.86)$$

En posant maintenant  $\tilde{\Delta U}(k-L)$  le vecteur  $\Delta U(k-L)$  complété par des zéros afin d'avoir la même dimension que  $\Delta U(k-(L+S))$ ; de plus, grâce à l'équation [3.82], nous pouvons alors écrire :

$$\mathbb{E}[r] \simeq \Omega_{L+S}^{-1}M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1}H_{L+S}[\Delta U(k-(L+S)) - \tilde{\Delta U}(k-L)] \quad (3.87)$$

Nous pouvons faire la même remarque que précédemment ; le défaut va être plus facilement détectable lorsqu'il est compris entre les instants  $k-L$  et  $k-(L+S)$ . En effet, dans ce cas,  $\tilde{\Delta U}(k-L)$  est nul et le défaut n'est présent que dans le vecteur  $\Delta U(k-(L+S))$ . Dans cette configuration, le résidu est important. Maintenant, lorsque le défaut est entre les instants  $k$  et  $k-L$ , il est donc présent dans les deux vecteurs  $\Delta U(k-(L+S))$  et  $\tilde{\Delta U}(k-L)$ ; dans ce cas, le résidu représentera la différence entre deux lissages l'un de taille  $L$  et l'autre de taille  $L+S$ , le résidu sera non nul mais très faible. De plus, lors de l'apparition du défaut, les deux observateurs convergent en  $L$  et  $L+S$  coups. Pendant ces  $L+S$  coups, les deux estimations  $\hat{x}_L$  et  $\hat{x}_{L+S}$  sont différentes ; le résidu est donc non nul.

### c. Synthèse sur les défauts

Nous venons de parler de la sensibilité des résidus  $r$  et  $r'$  dans le cas d'un défaut capteur ou d'un défaut actionneur. Pour un défaut commençant à l'instant  $t_d$  et finissant à l'instant  $t_f$ , nous pouvons identifier trois phases :

- entre  $t_d$  et  $t_d + T_e(L+S)$ ,
- entre  $t_d + T_e(L+S)$  et  $t_f$ ,
- entre  $t_f$  et  $t_f + T_e(L+S)$ .

Lorsque l'instant courant  $k$  est dans la première phase (entre  $t_d$  et  $t_d + T_e(L+S)$ ), les deux observateurs (l'un prenant en compte les  $L$  dernières observations et l'autre les  $L+S$  dernières) ne donnent pas les mêmes estimations (cf : figure 3.1). En revanche, lorsque l'instant courant  $k$  est dans la seconde phase (entre  $t_d + T_e(L+S)$  et  $t_f$ ), les deux estimations prennent en compte 100% des observations affectées par le défaut. Les deux estimations sont donc biaisées par le défaut et dans des proportions quasi identiques (cf : équations 3.83 et 3.87), le résidu est nul voire très faible. Enfin, dans la troisième phase (entre  $t_f$  et  $t_f - T_e(L+S)$ ), les deux observateurs n'ont pas le même taux d'observations affectées par le défaut. Le résidu sera alors non nul, nous avons le même phénomène qu'à l'apparition du défaut.

Les résidus  $r$  et  $r'$  sont des résidus différentiateurs de par leur définition (cf : équations 3.58 et 3.59). Nous nous attendons à ne détecter que le début et la fin du défaut. La persistance d'un défaut peut être révélée par sommation des résidus sur chacun des instants,



nous pouvons définir :

$$R(k) = \sum_{i=0}^k r(k) \quad (3.88)$$

$$R'(k) = \sum_{i=0}^k r'(k) \quad (3.89)$$

### 3.9 Conclusion

Ce chapitre constitue une partie importante de notre travail. Cette étude a permis la mise en place de propriétés sur l'observateur (observateur non-biaisé et efficace) à partir de la formulation classique de l'observateur à mémoire finie. Nous avons apporté ensuite des précisions sur les propriétés statistiques de l'observateur et du bruit. Rappelons une des propriétés importantes : l'observateur est non-biaisé et efficace. Cette propriété est très importante pour la convergence de l'observateur et en particulier pour la notion de rapidité de l'observateur.

Nous avons développé deux nouvelles écritures itératives de l'observateur :

- une récurrence sur les longueurs de fenêtre (récurrence en  $L$ ),
- une récurrence sur les instants discrets (récurrence en  $k$ ).

Nous avons vu que la prise en compte du bruit d'état dans l'écriture de l'observateur ainsi que le fait d'avoir un système linéaire non-stationnaire en temps discret rendait l'écriture des deux itérations plus compliquée. Toutefois rappelons que l'écriture sous forme récursive permet d'éliminer certains problèmes numériques liés au conditionnement de la matrice  $\Omega_{L+1}^{-1}$ . De plus, dans le cadre de la récurrence temporelle (récurrence en  $k$ ), la formulation séquentielle autorise un calcul en ligne des estimations du vecteur d'état par la récurrence de  $k$  à  $k + 1$ .

Le choix de la fenêtre optimale ainsi que de la génération des résidus a été examiné. Rappelons que le choix d'une longueur de fenêtre minimale est donnée par l'observabilité tandis que celui d'une longueur de fenêtre maximale est défini par la longueur de fenêtre à partir de laquelle la valeur propre maximale de la matrice des erreurs d'estimation est inférieure à une valeur seuil définie a priori. Pour la génération des résidus, rappelons que deux résidus ont été mis en place, le premier porte sur la différence entre deux estimations du vecteur d'états par la méthode des observateurs à mémoire finie en prenant deux longueurs de fenêtre différentes, le second sur la différence entre les mesures du système réel et l'estimation du vecteur de mesures issue de l'observateur. Nous avons aussi rappeler la notion de schéma généralisé d'observateur introduite au chapitre 2. La génération des résidus et la mise en place d'un schéma généralisé d'observateur sont très importantes et seront très utilisées dans le chapitre 4.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la sensibilité de l'observateur et des résidus. Cette section a permis grâce aux propriétés démontrées dans les sections précédentes de quantifier la sensibilité de l'observateur.

Dans un premier temps, l'étude a permis de définir la sensibilité de l'observateur à mémoire finie dans le cas bruit de mesure et de modèle démontrant la moyenne de l'erreur est nulle.

Dans un second temps, la sensibilité de l'observateur aux erreurs paramétriques de modèle a été quantifiée, ce qui a permis de quantifier la sensibilité des résidus à ces

mêmes erreurs. Les erreurs paramétriques se répercutent sur les résidus et biaisent la valeur moyenne.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la sensibilités de l'observateur puis des résidus aux défauts capteurs et actionneurs afin de mettre en place une structure de diagnostic sur le système d'injection à haute pression. Cette étude a permis de caractériser la valeur des résidus en présence de défauts capteurs et actionneurs.



# Modélisation et résultats

"L'expérience est la mémoire de beaucoup de choses".  
 Extrait de *Hobbisme*  
 Denis Diderot, Ecrivain et philosophe français, 1713-1784

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>95</b>
<b>4.2</b>	<b>Modélisation</b>	<b>95</b>
4.2.1	<i>La pression rail</i>	95
4.2.2	<i>Le débit pompe</i>	96
4.2.3	<i>La section de l'IMV</i>	97
4.2.4	<i>La vitesse moteur</i>	98
4.2.5	<i>Le débit d'injection</i>	98
4.2.6	<i>Le débit des fuites</i>	99
4.2.7	<i>Le débit de décharge</i>	99
4.2.8	<i>La vitesse et la position de la bille HPV</i>	102
4.2.9	<i>Le courant de l'IMV</i>	104
4.2.10	<i>Le courant de l'HPV</i>	104
4.2.11	<i>Le coefficient <math>C_q</math></i>	104
<b>4.3</b>	<b>Acquisition et simulation</b>	<b>106</b>
4.3.1	<i>Acquisition</i>	106
4.3.2	<i>La simulation</i>	107
<b>4.4</b>	<b>Système à trois états</b>	<b>108</b>
4.4.1	<i>La représentation d'état</i>	110
4.4.2	<i>Convergence des estimations de l'état faite par l'observateur à mémoire finie</i>	111
4.4.3	<i>Vérification des formulations séquentielles de l'observateur</i>	111
4.4.4	<i>Comparaison avec un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman</i>	113
4.4.5	<i>Les résultats de diagnostic</i>	116
4.4.6	<i>Bilan sur le système à trois états</i>	124
<b>4.5</b>	<b>Système à quatre états</b>	<b>125</b>
4.5.1	<i>La représentation d'état</i>	125
4.5.2	<i>La simulation</i>	127
4.5.3	<i>Les résultats de diagnostic</i>	127

---

4.5.4	<i>Bilan sur le système à quatre états</i>	131
<b>4.6</b>	<b>Systeme à six états</b>	<b>132</b>
4.6.1	<i>La représentation d'état</i>	133
4.6.2	<i>La simulation</i>	135
4.6.3	<i>Les résultats de diagnostic</i>	135
4.6.4	<i>Bilan sur le système à six états</i>	141
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>142</b>

---

## 4.1 Introduction

Ce chapitre développe la modélisation des composants du système d'injection à haute pression présentés précédemment.

Nous commencerons cette étape par l'écriture de l'évolution de la pression rail. Ensuite, nous poursuivrons par les débits entrants et sortants ainsi que par la section de la vanne IMV et la vitesse moteur. Nous prendrons en compte la spécificité du débit de décharge en détaillant la modélisation des deux actionneurs proposées (décharge par les injecteurs ou décharge par la vanne HPV). Une modélisation complète du dispositif de décharge "vanne HPV" (travaux réalisés par Gauthier et al. [58]), est présentée. Enfin, la modélisation des courants alimentant les vannes IMV et HPV est réalisée ainsi que l'expression d'un coefficient présent dans la modélisation de la vanne HPV.

Puis, nous allons présenter les travaux réalisés sur les différentes configurations du système Common Rail de manière chronologique afin de comprendre notre démarche de travail. Le point de départ est l'existant chez Delphi c'est-à-dire le système dit "trois états". Nous verrons dans ce chapitre les limites d'un tel système et proposerons quelques solutions pour y remédier c'est-à-dire une modification des états. Enfin, nous terminerons par la prise en compte de l'évolution du système de décharge (décharge par la vanne HPV) qui conduira à la définition d'un système à six états.

Chacune des trois parties concernant la présentation des résultats sera décomposée de manières identiques :

- la représentation d'état,
- la simulation du système,
- les résultats liés à la détection des défauts capteurs et actionneurs,
- un bilan.

Nous reviendrons au cours de ce chapitre sur les différentes notions vues précédemment aux chapitres 2 et 3. Afin d'appliquer l'étude faite au chapitre 3, nous définirons la représentation d'état des divers systèmes étudiés en les linéarisant et en les discrétisant. Nous nous appuyerons sur les définitions des résidus faites au chapitre 3 pour la détection des défauts capteurs et actionneurs.

## 4.2 Modélisation

Le tableau 4.1 décrit les différentes variables de la modélisation.

L'ensemble des constantes décrites dans cette partie est détaillé dans le tableau A.3 en annexe. Nous avons fait le choix de garder dans les équations les constantes de conversion de manière explicite.

### 4.2.1 La pression rail

Comme nous l'avons vu dans la première partie du chapitre 1 concernant la présentation du système d'injection à haute pression, l'équation physique de la pression rail  $P_{rail}$  est obtenue grâce au principe de conservation de la masse :

$$\dot{P}_{rail}(t) = \frac{K}{V_{rail}}(Q_e(t) - Q_s(t)) \quad (4.1)$$

$C_R$	Couple résistant	N.m
$Dech$	Commande de décharge	booléen
$Fuelling$	Quantité de carburant injecté par coup	mg/coup
$I_{IMV}$	Courant de l'IMV	A
$I_{HPV}$	Courant de l'HPV	A
$P_{rail}$	Pression rail	Pa
$S_{IMV}$	Section de passage de la vanne IMV	m <sup>2</sup>
$U_{IMV}$	Tension de l'IMV	V
$U_{HPV}$	Tension de l'HPV	V
$x = x_1$	Position de la bille de la vanne HPV	m
$\dot{x} = x_2$	Vitesse de la bille de la vanne HPV	m/s
$\ddot{x}$	Accélération de la bille de la vanne HPV	m/s <sup>2</sup>
$\omega_{eng}$	Vitesse moteur	tour/min

**Tableau 4.1** : Description des différentes variables présentes dans ce chapitre

où  $Q_e$  et  $Q_s$  désigne respectivement les débits entrant et sortant du rail,  $K$  le coefficient de compressibilité des fluides,  $V_{rail}$  le volume du rail.

Nous avons vu au chapitre 1 que le débit entrant dans le rail correspond au débit pompe, il s'agit de l'unique alimentation du rail :

$$Q_e(t) = Q_{pompe}(t)$$

Ce débit pompe sera détaillé au paragraphe 4.2.2.

Enfin, la présentation au chapitre 1 de l'alimentation du système d'injection à haute pression a mis en évidence l'existence de plusieurs débits sortant du rail. Le principal débit sortant est lié à l'utilisation même du rail : l'alimentation des injecteurs et est appelé débit d'injection :  $Q_{inj}$ . A ce débit principal s'ajoutent deux autres débits sortants, le débit de fuite  $Q_{fuite}$  et le débit de décharge  $Q_{dech}$ . L'un est intrinsèque au système, l'autre commandé pour décharger le rail. Ainsi, le débit de sortie du rail s'écrit :

$$Q_s(t) = Q_{inj}(t) + Q_{fuite} + Q_{dech}$$

L'équation modélisant la pression rail (équation 4.1) va donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{P}_{rail}(t) = \frac{K}{V_{rail}}(Q_{pompe}(t) - Q_{inj}(t) - Q_{fuite}(t) - Q_{dech}(t))$$

Une description plus détaillée des différents débits ( $Q_{pompe}$ ,  $Q_{inj}$ ,  $Q_{fuite}$  et  $Q_{dech}$ ) est développée dans les paragraphes suivants.

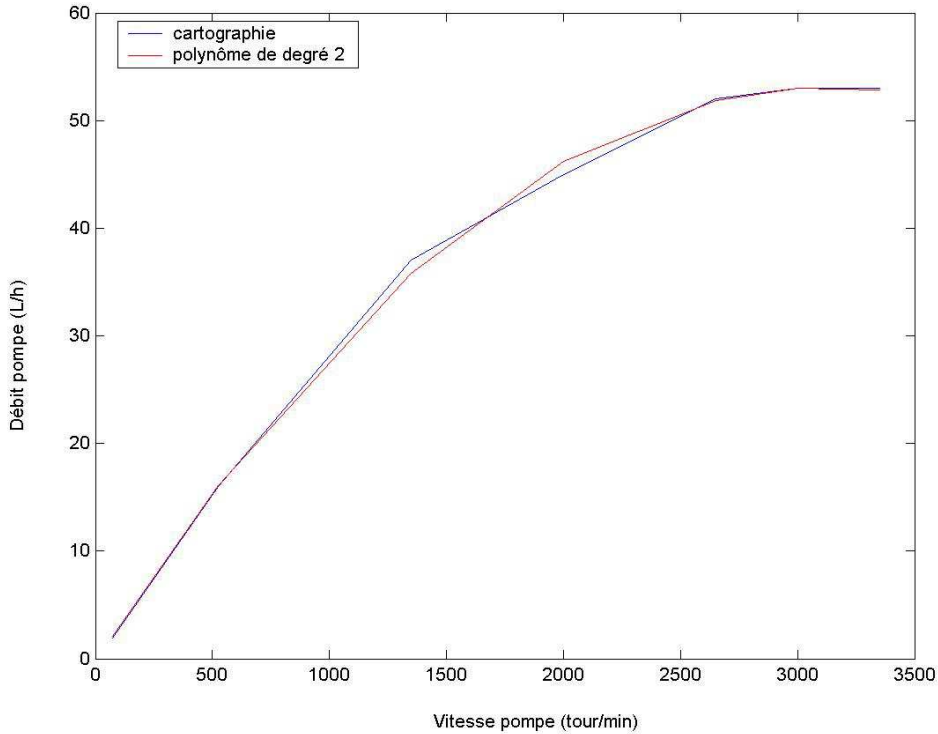
### 4.2.2 Le débit pompe

Le débit de la pompe était initialement exprimé en fonction de la vitesse de la pompe par une cartographie. Cette cartographie donne une expression du débit maximal délivré par la pompe en fonction de la vitesse du moteur et cela pour une section de passage maximale de l'IMV, selon un ensemble de points de fonctionnement. Pour construire la fonction de diagnostic, nous devons connaître l'évolution du débit de la pompe en fonction de la vitesse du moteur sous la forme d'une équation.

L'interpolation par un polynôme de degré deux de la cartographie (cf : figure 4.1) et le lien entre la vitesse de la pompe et de la vitesse du moteur ( $\omega_{pompe} = \frac{2}{3}\omega_{eng}$ ) donne :

$$Q_{pompe}(t) = (a_{carto}\omega_{eng}(t)^2 + b_{carto}\omega_{eng}(t) + c_{carto}) \frac{S_{IMV}(t)}{S_{IMV\_MAX}} \quad (4.2)$$

où  $a_{carto}$ ,  $b_{carto}$  et  $c_{carto}$  sont les coefficients liés à l'interpolation et  $S_{IMV\_MAX}$  la section maximale d'ouverture de l'IMV.



**Figure 4.1** : Interpolation de la cartographie par un polynôme de degré 2

Dans les paragraphes suivants, nous nous attarderons sur les deux variables :  $\omega_{eng}$  et  $S_{IMV}$  intervenant dans l'équation (4.2). Leur évolution sera modélisée par une équation différentielle.

### 4.2.3 La section de l'IMV

La section nommée  $S_{IMV}$  désigne, comme nous l'avons vu précédemment (cf : paragraphe 1.2.2.b., page 11), la section de passage du carburant pour l'alimentation du rail en pression. La vanne IMV se situe en amont du rail.

La section de l'IMV est décrite par une fonction de transfert du premier ordre où la commande d'ouverture et de fermeture de la vanne correspond au courant de l'IMV, noté  $I_{IMV}$ . Ainsi l'équation différentielle modélisant la dérivée de la section de l'IMV est de la forme suivante :

$$\dot{S}_{IMV}(t) = \frac{1}{\tau_{IMV}}(S_{IMV}(t) + K_{IMV}I_{IMV}(t) + c_{IMV}) \quad (4.3)$$



où  $\tau_{IMV}$ ,  $K_{IMV}$  et  $c_{IMV}$  sont des constantes, coefficients du premier ordre de la fonction de transfert.

Rappelons que plus le courant  $I_{IMV}$  est important plus la section d'ouverture de la vanne  $S_{IMV}$  est faible.

Notons toutefois que l'hystérésis représenté à la figure 1.5 n'est pas pris en compte dans la modélisation de la section de l'IMV mais pourra l'être dans des études futures.

#### 4.2.4 La vitesse moteur

La vitesse moteur est un paramètre très important dans le contrôle moteur, en effet l'ensemble du contrôle du moteur dépend fortement de sa valeur.

Au cours de cette étude, deux approches concernant la modélisation de la vitesse moteur sont abordées :

- la première consistera à modéliser la comportement de la vitesse moteur par une équation différentielle (cf : paragraphe 4.4, page 108 et 4.5, page 125),
- la seconde consistera à définir la vitesse moteur comme un paramètre variant du système (cf : paragraphe 4.6 page 132).

Nous justifierons plus longuement le choix de ces deux approches.

Dans le cas de la modélisation du comportement de la vitesse moteur, l'écriture de la variation de la vitesse moteur repose sur une équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{\omega}_{eng}(t) = \frac{1}{I_r c_{21}} (c_{22} Fuelling(t) - C_R(t) - f_{eng} c_{21} \omega_{eng}(t)) \quad (4.4)$$

où  $\omega_{eng}$  désigne la vitesse moteur,  $Fuelling$  la commande de quantité de carburant injecté,  $C_R$  le couple résistant,  $I_r$ ,  $c_{21}$ ,  $c_{22}$  et  $f_{eng}$  sont des constantes décrites dans le tableau A.3.

Soulignons dès à présent le problème lié au couple résistant défini comme une entrée de notre système, mais dont nous ne disposons d'aucune mesure, ni d'aucune estimation fiable. Nous discuterons plus longuement des deux approches (prise en compte ou non du couple résistant) mises en œuvre .

#### 4.2.5 Le débit d'injection

Le débit d'injection,  $Q_{inj}$ , comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2.1, est le débit principal de sortie du rail. Il est lié à la fonction principale du rail : injecter du carburant dans les différentes chambres de combustion et cela grâce aux  $n_{inj}$  injecteurs.

Dans cette étude, le choix a été fait de modéliser un débit moyen d'injection. L'injection proprement dite n'est pas modélisée de manière très fine en prenant tout particulièrement en compte les  $n_{inj}$  injecteurs. La modélisation du débit d'injection est issue d'une identification mettant en jeu la vitesse moteur et la commande de quantité de carburant injecté par coup ( $Fuelling$ ).

$$Q_{inj}(t) = c_6 \omega_{eng}(t) c_7 Fuelling(t) \quad (4.5)$$

où  $c_6$  et  $c_7$  sont des constantes de conversion.

### 4.2.6 Le débit des fuites

Le débit des fuites,  $Q_{fuite}$ , est intrinsèque au système d'injection à haute pression. En effet, les contraintes liées au système et plus particulièrement la pression importante au niveau du rail et des injecteurs, ne permettent pas d'assurer une étanchéité complète du système. Le coût d'une étanchéité totale serait trop importante. De plus, lorsque l'aiguille doit se lever (en début d'injection), la valve est ouverte de façon à décharger la chambre de contrôle dans le circuit de retour de fuite. La stratégie de contrôle élaborée par Delphi est de gérer ces fuites comme étant un débit de sortie du rail. Les fuites sont collectées et retournent vers la pompe haute pression ou le réservoir.

Le débit des fuites est modélisé par identification et est proportionnel à la pression rail, l'équation de débit des fuites est :

$$Q_{fuite}(t) = c_8 (c_9 P_{rail}(t))^{1.88} \quad (4.6)$$

où  $c_8$  représente la constante de la loi empirique sur le débit des fuites,  $c_9$  la constante de conversion de la pression de pascal en bars.

### 4.2.7 Le débit de décharge

Lorsque la demande de pression rail chute brusquement (en cas de décélération ou d'un défaut nécessitant la décharge rapide du rail par exemple), la fermeture de la vanne IMV ne permet pas d'atteindre suffisamment vite la nouvelle consigne de pression définie par le calculateur. Une autre stratégie de contrôle de la pression doit être mise en place et cela grâce à une action de décharge du rail. Le carburant retourne soit vers la pompe haute pression soit vers le réservoir. Dans cette étude, nous nous intéresserons à deux types de décharge décrits plus en détail dans les deux paragraphes suivants :

- via les injecteurs,
- via la vanne HPV.

Toutefois, notons bien que ce débit est occasionnel et n'est activé qu'en cas de fortes décélérations ou en cas d'urgence de demande de chute de la pression rail.

#### a. Via les injecteurs

Le premier dispositif de décharge consiste à faire chuter la pression dans le rail grâce aux injecteurs. Cette décharge se fait grâce à l'orifice de décharge représenté sur la figure 1.8 (page 16). La chute de pression est commandée en tout ou rien.

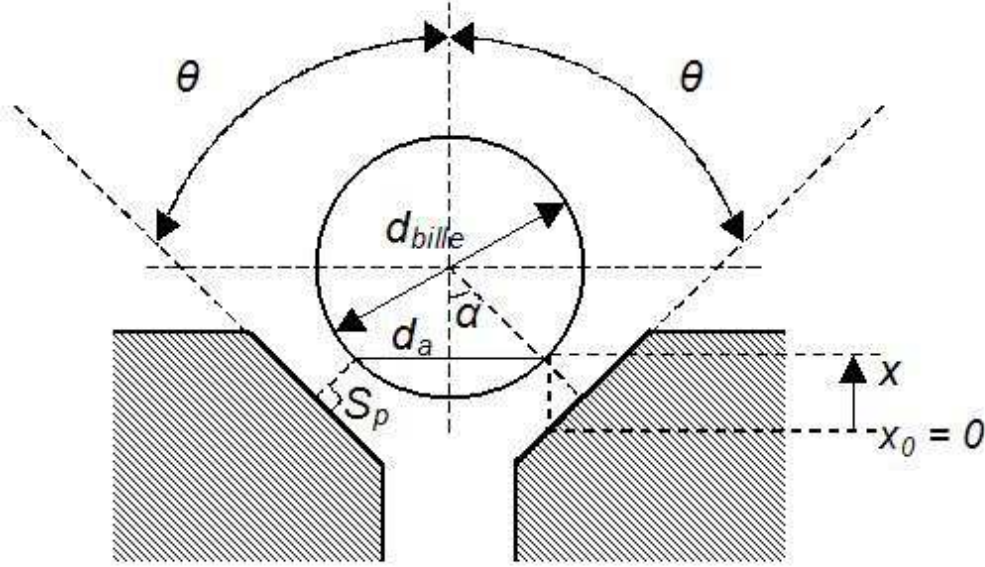
L'évolution du débit de décharge est modélisée par l'équation :

$$Q_{dech}(t) = Q_{dech_{Max}} \sqrt{\frac{P_{rail}(t)}{P_{rail_{Max}}}} Dech(t) \quad (4.7)$$

où  $Q_{dech_{Max}}$  représente le débit maximal pouvant être déchargé [m<sup>3</sup>/s],  $P_{rail_{Max}}$  la pression maximale dans le rail [bars] et  $Dech$  la commande booléenne de décharge.

#### b. Via la vanne HPV

La décharge via la vanne HPV est la seconde approche avec une commande proportionnelle. Le principe de fonctionnement de cette vanne, représenté par la figure 1.9 (page 18), correspond au déplacement d'une bille sur son cône d'assise, comme le représente la figure 4.2, et permet de libérer le carburant contenu dans le rail.



**Figure 4.2** : Schéma de la bille de la vanne HPV

La modélisation de cette vanne et plus précisément celle du débit de décharge par la vanne HPV a fait l'objet de travaux menés au sein de Delphi ; ces derniers ont été publiés par Gauthier et al. [58]. Cette modélisation prend en compte d'une part la position de la bille qui donnera la section de passage  $S_p$  et la pression dans le rail et d'autre part la section active  $S_a$  et la vitesse de la bille.

$$Q_{dech}(t) = C_q(t)S_p(x(t))\sqrt{\frac{2P_{rail}(t)}{\rho}} + S_a\dot{x}(t) \quad (4.8)$$

où  $S_p$  représente la section de passage (dépendante de la position de la bille),  $S_a$  la section active de la bille où s'applique la pression et  $C_q$  le coefficient correcteur de la section de passage.

Nous donnons ici l'expression du coefficient  $C_q$  et nous reviendrons plus en détail sur l'expression même de ce coefficient dans le paragraphe 4.2.11 (page 104). Ce dernier s'exprime en fonction de la position  $x$  de la bille et de la pression rail  $P_{rail}$  par la relation suivante :

$$C_q(t) = C_{q_{max}} \tanh\left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos(\alpha)x(t)}{\mu} \sqrt{\frac{2P_{rail}(t)}{\rho}}\right) \quad (4.9)$$

où  $C_{q_{max}}$  désigne la constante représentant le coefficient correcteur associé à la section de passage maximale,  $l_c$  le coefficient laminaire critique,  $\alpha$  l'angle entre la droite verticale passant par le centre de la bille et le segment le plus court partant du centre de la bille

jusqu'au cône de l'assise (cf : figure 4.2),  $x$  la position de la bille,  $\mu$  les viscosités,  $P_{rail}$  la pression dans le rail et  $\rho$  la masse volumique.

Nous allons nous intéresser maintenant à la définition des deux autres termes,  $S_a$  et  $S_p$ , avant de revenir sur l'expression du débit de décharge par la vanne HPV.

### i) La surface active

La surface active  $S_a$  est fonction du diamètre actif  $d_a$  qui varie en fonction du déplacement de la bille. Étant donné le déplacement très faible de la bille, le diamètre actif peut être associé à une constante :

$$d_a = d_{bille} \sin(\alpha) \quad (4.10)$$

où  $d_{bille}$  représente le diamètre de la bille [m],  $\alpha$  l'angle entre la droite verticale passant par le centre de la bille et le segment le plus court partant du centre de la bille jusqu'au cône de l'assise (cf : figure 4.2) [rad].

Comme l'angle  $\theta$  est pris constant, nous pouvons simplifier le diamètre actif en le rendant constant et dépendant de l'angle  $\theta$  (le demi-angle du cône de l'assise de la bille, [rad]), ainsi nous avons :

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (4.11)$$

La surface active de la bille s'écrit alors de la façon suivante :

$$\begin{aligned} S_a &= \pi \frac{d_a^2}{4} \\ &= \frac{\pi}{4} d_{bille}^2 \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

### ii) La section de passage

La section de passage est fonction de la position de la bille et est décrite par :

$$S_p(x(t)) = \pi x(t) (d_{bille} + x(t) \cos(\alpha)) x(t) \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad (4.13)$$

Étant donné que le déplacement de la bille est bien plus petit que son diamètre, le second terme de la parenthèse décrit par  $x \cos(\alpha)$  peut être négligé devant  $d_{bille}$ . L'angle  $\alpha$  peut être considéré constant et fonction du demi-angle de l'assise, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. La surface de passage s'écrit alors :

$$S_p(x(t)) = \pi \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) d_{bille} x(t) \quad (4.14)$$

ce qui peut être écrit sous la forme suivante :

$$S_p(x(t)) = k_p x(t) \quad (4.15)$$

en posant :

$$k_p = \pi \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) d_{bille} \quad (4.16)$$

iii) **Retour sur le débit de décharge par HPV**

Grâce aux deux paragraphes précédents i) et ii), nous pouvons réécrire le débit de décharge par le système HPV sous la forme suivante :

$$Q_{dech}(t) = C_q(t)\pi \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) d_{bille}x(t)\sqrt{\frac{2P_{rail}(t)}{\rho}} + \frac{\pi}{4}d_b^2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2 \dot{x}(t) \quad (4.17)$$

où  $\theta$  désigne le demi-angle du cône de l'assise de la bille,  $d_{bille}$  le diamètre de la bille,  $\rho$  la masse volumique du gasoil,  $S_a$  la section active de la bille où s'applique la pression et  $C_q$  le coefficient correcteur de la section de passage.

Le débit de décharge peut s'écrire de manière compacte :

$$Q_{dech}(t) = C_q(t)k_p x(t)\sqrt{\frac{2P_{rail}(t)}{\rho}} + S_a \dot{x}(t) \quad (4.18)$$

où le coefficient  $C_q$  est donné par la relation 4.9, les constantes  $k_p$  et  $S_a$  par les relations 4.16 et 4.12 respectivement, les variables  $x$  et  $P_{rail}$  désignent la position de la bille et la pression rail respectivement.

#### 4.2.8 La vitesse et la position de la bille HPV

La modélisation du système de décharge par la vanne HPV nécessite la modélisation du comportement de sa bille.

Cette modélisation a aussi fait l'objet de travaux réalisés au sein de Delphi et publiés par Gauthier et al. [58].

Cinq forces entrent en jeu dans la modélisation de la dynamique de ce système :

- la force électro-mécanique,  $F_e$ , liée au courant traversant la bobine,
- la force mécanique,  $F_m$ , liée au ressort et notée,
- la force hydraulique,  $F_h$ , liée à la pression du carburant exercée sur la bille,
- la force de jet,  $F_j$ , liée à la variation de la vitesse du fluide au niveau de la bille,
- la force de viscosité,  $f_v$  liée aux différents frottements secs et visqueux.

En utilisant le principe fondamental de la dynamique des fluides et l'ensemble de forces précédemment décrites, nous avons la relation suivante :

$$F_e + F_m + F_h + F_j + F_v = m\ddot{x} \quad (4.19)$$

où  $F_i$  avec  $i = e, m, h, j, v$  représente l'ensemble des forces s'appliquant à la vanne HPV exprimées en [N],  $m$  la masse du piston et de la bille (masse en mouvement) en [kg],  $\ddot{x}$  l'accélération de l'ensemble bille-piston.

##### a. Force hydraulique

Cette force due à l'action de la pression du rail sur la surface active de la bille s'exprime :

$$F_h(t) = S_a P_{rail}(t) \quad (4.20)$$

où  $S_a$  désigne la surface active,  $P_{rail}$  la pression dans le rail.

**b. Force mécanique**

Le ressort applique une force opposée à celle de la pression. La force engendrée par le ressort est proportionnelle au déplacement de la bille. De plus, lorsque la vanne HPV est complètement fermée, le ressort exerce déjà une force de pré-charge nécessitant une pression minimale dans le rail pour que l'HPV commence à s'ouvrir. La modélisation de cette force est la suivante :

$$F_m(t) = k_r x(t) + F_{pc} \quad (4.21)$$

où  $F_m$  est la force mécanique exercée par le ressort [N],  $k_r$  la raideur du ressort [N/m],  $x$  la déplacement de la bille,  $F_{pc}$  la force de pré-charge [N].

**c. Force électro-mécanique**

La force électro-mécanique est liée au courant traversant la bobine :

$$F_e(t) = k_i I_{HPV}(t) \quad (4.22)$$

où  $I_{HPV}$  correspond au courant alimentant la bobine de la vanne HPV,  $k_i$  la constante de conversion du courant en force.

**d. Force de jet**

Les efforts de jet sont causés par un phénomène d'aspiration due à la variation de la vitesse du fluide au niveau de la bille et a pour conséquence de ramener la bille dans son assise. Elle a donc la même direction que celle du ressort.

L'équation donnant les efforts de jet est la suivante :

$$F_j(t) = 2C_q(t)S_p(x(t)) \cos(\theta)\delta P \quad (4.23)$$

où  $C_q$  est le coefficient correcteur de la section de passage,  $S_p(x)$  la section de passage du fluide,  $\delta P$  la différence de pression en amont et en aval de l'HPV [Pa],  $\theta$  l'angle de jet.

D'autre part, le terme  $\delta P$  correspond à l'écart de pression du fluide entre le rail (amont) et le réservoir (aval). Or la pression dans le réservoir est celle de l'atmosphère donc négligeable devant la pression du rail. Par la suite le terme  $\delta P$  sera donc remplacé par la pression du rail  $P_{rail}$ .

**e. Force de viscosité**

Cette force est opposée à la direction du déplacement de la bille. Elle est générée par les frottements sec (glissement de parties mécanique entre elles) et visqueux (glissement de parties mécaniques contre le fluide).

L'effort du à la viscosité s'écrit :

$$F_v(t) = B + \nu \dot{x} \quad (4.24)$$

où  $B$  désigne la viscosité due aux frottements secs [N],  $\nu$  la viscosité due aux frottements visqueux [N/m/s],  $\dot{x}$  la vitesse de la bille.

### f. Retour à la modélisation de la position et de la vitesse de la bille

Grâce aux équations 4.20 à 4.24, nous pouvons réécrire l'équation 4.19 de manière plus détaillée :

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} (S_a P_{rail}(t) - k_i I_{HPV}(t) - F_{pc} - k_r x(t) - \mu \dot{x}(t) - B - 2C_q(t) k_p x(t) P_{rail}(t)) \quad (4.25)$$

où  $x$  désigne la position de la bille,  $\dot{x}$  la vitesse de la bille,  $\ddot{x}$  l'accélération de la bille,  $P_{rail}$  la pression du rail,  $I_{HPV}$  le courant de la bobine de la vanne HPV,  $m$  la masse de l'ensemble piston-bille [kg],  $S_a$  la surface active (cf : équation 4.12),  $k_i$  la constante de conversion du courant en force,  $F_{pc}$  la force de pré-charge,  $k_r$  la constante de raideur du ressort,  $\mu$  la constante de viscosité due aux frottements visqueux,  $B$  la viscosité due aux frottements secs,  $C_q$  le coefficient de correction de la section de passage (cf : équation 4.9),  $k_p$  la constante liée au la section de passage (cf : équation 4.16).

#### 4.2.9 Le courant de l'IMV

Nous avons vu au paragraphe 4.2.3 (page 97) que l'ouverture de l'IMV est commandée en courant ( $I_{IMV}$ ). Rappelons qu'une augmentation du courant permet la fermeture de la vanne IMV.

La dynamique du courant suit une loi d'un circuit RL, nous avons :

$$\dot{I}_{IMV}(t) = \frac{U_{IMV}(t) - R_{IMV} I_{IMV}(t)}{L_{IMV}} \quad (4.26)$$

où  $U_{IMV}$  est la tension, appliquée au circuit RL de l'IMV, les constantes  $R_{IMV}$  et  $L_{IMV}$  représentent respectivement la résistance et l'inductance.

#### 4.2.10 Le courant de l'HPV

De même que pour l'IMV, la vanne HPV est commandée en courant (cf : paragraphe 4.2.8, page 102). La dynamique du courant de la vanne HPV suit aussi une loi d'un circuit RL, nous avons :

$$\dot{I}_{HPV}(t) = \frac{U_{HPV}(t) - R_{HPV} I_{HPV}(t)}{L_{HPV}} \quad (4.27)$$

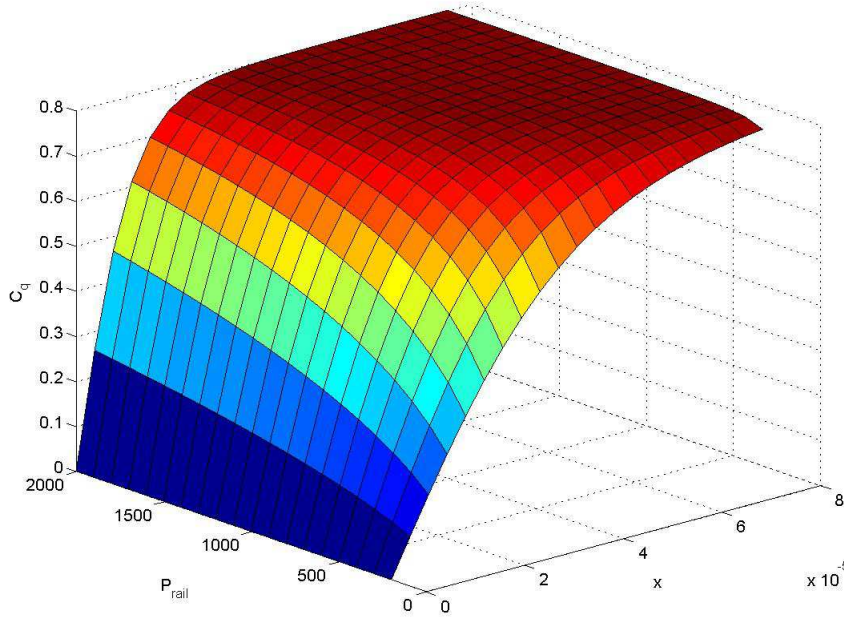
où  $U_{HPV}$  est la tension, appliquée au circuit RL de l'HPV, les constantes  $R_{HPV}$  et  $L_{HPV}$  représentent respectivement la résistance et l'inductance.

#### 4.2.11 Le coefficient $C_q$

Comme nous l'avons vu précédemment le coefficient  $C_q$  n'est pas constant. En effet, il varie en fonction de la position de la bille et de l'écart de pression entre le rail et le réservoir. Le coefficient  $C_q$  s'écrit :

$$C_q(t) = C_{q_{max}} \tanh\left(\frac{2lam}{l_c}\right) \quad (4.28)$$

où  $C_{q_{max}}$  désigne le constante représentant le coefficient correcteur de la section de passage maximale,  $lam$  le nombre de flux et  $l_c$  le nombre de flux critique.



**Figure 4.3** : Évolution du coefficient  $C_q$  en fonction de la position de la bille et de la pression du rail

Le nombre de flux se calcule de la façon suivante :

$$lam = \frac{h_d}{\nu} \sqrt{\frac{2\delta P}{\rho}} \quad (4.29)$$

où  $h_d$  correspond au diamètre hydraulique [m],  $\nu$  à la viscosité due aux frottements visqueux et secs,  $\delta P$  à l'écart de pression entre le rail et le réservoir [Pa],  $\rho$  à la masse volumique du carburant [m<sup>3</sup>/s].

Le diamètre hydraulique est fonction de la position de la bille et vaut :

$$h_d = 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) x \quad (4.30)$$

où  $\theta$  désigne l'angle [rad] (voir figure 4.2) et  $x$  la position de la bille.

L'équation 4.28 peut alors être écrite de la manière suivante :

$$C_q(t) = C_{q_{max}} \tanh\left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) x(t)}{\mu} \sqrt{\frac{2P_{rail}(t)}{\rho}}\right) \quad (4.31)$$

La figure 4.3 nous donne le graphe du coefficient  $C_q$  en fonction de la position de la bille  $x$  et de la pression du rail  $P_{rail}$ .



## 4.3 Acquisition et simulation

### 4.3.1 Acquisition

Dans le paragraphe précédent, une écriture du système à trois états a été faite sous la forme d'une représentation d'état linéarisée autour d'un point de fonctionnement. Avant de passer à la partie simulation proprement dite de ce système, une information manque sur la quantification de la variance des bruits de mesure qui nécessite l'acquisition de signaux réels sur véhicule. La figure 4.4 représente les commandes d'un système où la pression rail est maintenue constante, la figure 4.5 représente les mesures associées. Nous pouvons en déduire (cf : figure 4.5) une variance du bruit sur cette mesure. La même démarche a été appliquée à la mesure de la vitesse moteur.

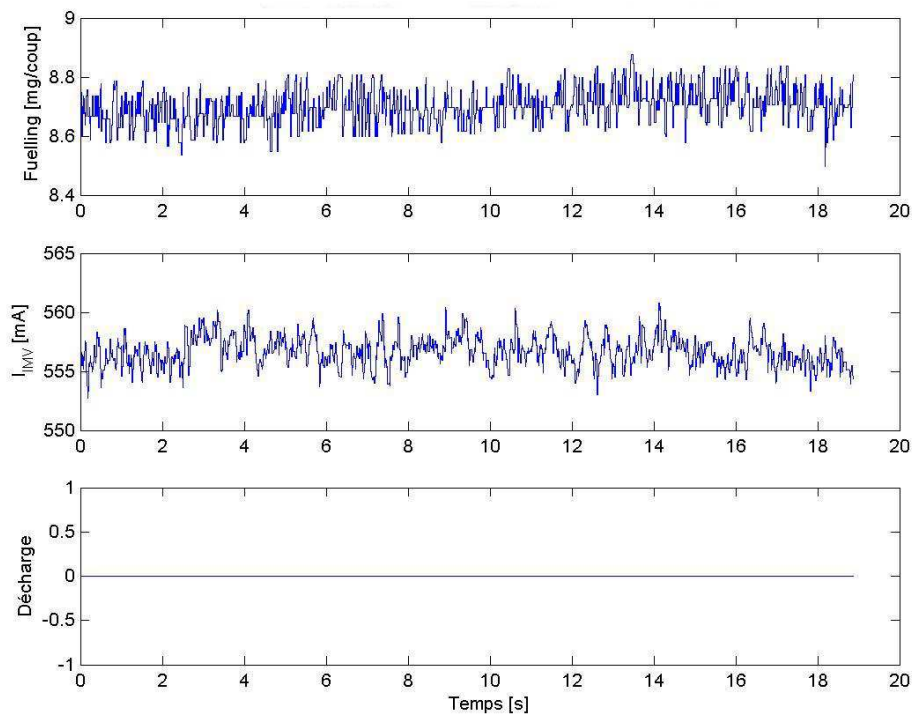


Figure 4.4 : Commandes issues de l'acquisition sur véhicule

*Remarque 9.* Les renseignements (temps d'échantillonnage, quantification des mesures, etc...) relatifs à cette acquisition sont donnés dans les tableaux B.1 et B.2 en annexe  $\diamond$

Dans notre cas, nous avons une variance de  $0.3069 \text{ bar}^2$  sur la mesure de pression rail et de  $0.068 (\text{tour}/\text{min})^2$  sur la mesure de vitesse moteur, utilisés pour la partie simulation.

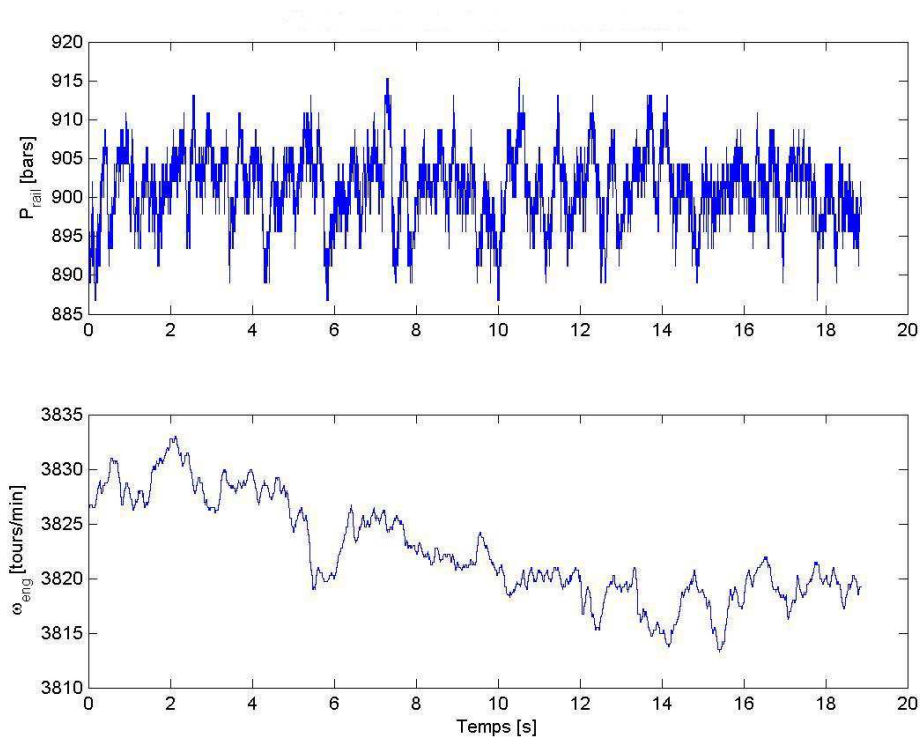


Figure 4.5 : Mesures issues de l'acquisition sur véhicule

### 4.3.2 La simulation

Les commandes et les mesures présentées par la suite sont issues d'un modèle Simulink (cf : figure 4.6). L'observateur est mis en parallèle avec le système d'injection et recueille les entrées et les sorties du système, comme la figure 2.4 sur le schéma d'observateur simplifié le montre.

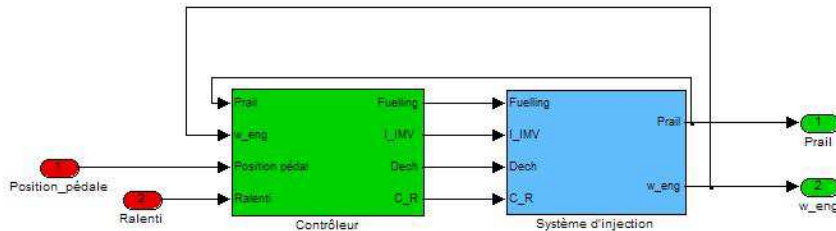


Figure 4.6 : Schéma Simulink avec le contrôleur et le système d'injection

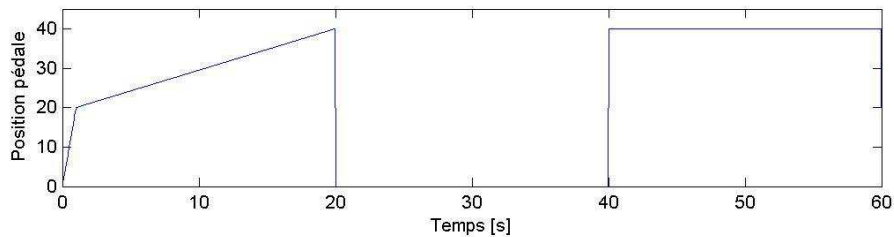
La figure 4.6 représente un schéma Simulink de deux entrées (la position pédale et la consigne de ralenti) et composé de deux blocs : le contrôleur et le système d'injection. Le contrôleur va généré les commandes nécessaires au système d'injection en prenant compte de la mesure de la pression rail et de la vitesse moteur. Si nous voulons faire un lien avec

la figure 2.4 (page 50), le bloc du système d'injection correspond au processus physique. L'observateur (ou le schéma d'observateur généralisé) sera mis en parallèle de ce bloc.

Dans la suite de cette étude, nous avons choisi de présenter une séquence d'acquisition relatif à la pédale d'accélération (cf : figure 4.7). Cette séquence n'est pas forcément une séquence usuelle d'un automobiliste mais elle présente certains avantages :

- forte accélération,
- forte décélération,
- ralenti,
- maintien du régime stationnaire en pleine charge.

Rappelons que la position de la pédale d'accélération (donnée en %) n'intervient pas dans l'écriture de la représentation d'état, mais agit directement sur le contrôleur en amont du système d'injection. Cette grandeur sert à générer les consignes appliquées au contrôleur.



---

**Figure 4.7 :** *Position de la pédale d'accélération*

Notons que la séquence de la pédale d'accélération décrite dans la figure 4.7 donnera les mêmes séquences de commandes et de mesures sur les différents systèmes étudiés donc permettra une comparaison plus facile des résultats.

Dans le cas du système trois états et avec un couple résistant connu et constant, le contrôleur génère les commandes représentées sur la figure 4.8 qui engendrent les états représentés par la figure 4.9. Sur ces trois états, seuls la pression rail et la vitesse moteur sont mesurées.

La figure 4.8 montre que lors d'une décélération ( $t = 20\text{ s}$ ), la demande de décharge s'accompagne d'une chute de courant de l'IMV, cela va conduire à la fermeture de la section de l'IMV et une chute brutale de la pression rail. De même, lors de la forte accélération ( $t = 40\text{ s}$ ) la section de l'IMV bascule en pleine ouverture ce qui fait monter la pression dans le rail.

## 4.4 Système à trois états

Cette première partie de nos travaux (Graton et al. [64]) concerne le modèle nommé "le système à trois états", soit :

- la pression rail avec une décharge par les injecteurs,
- la vitesse moteur avec un couple résistant supposé connu,
- la section de la vanne IMV.

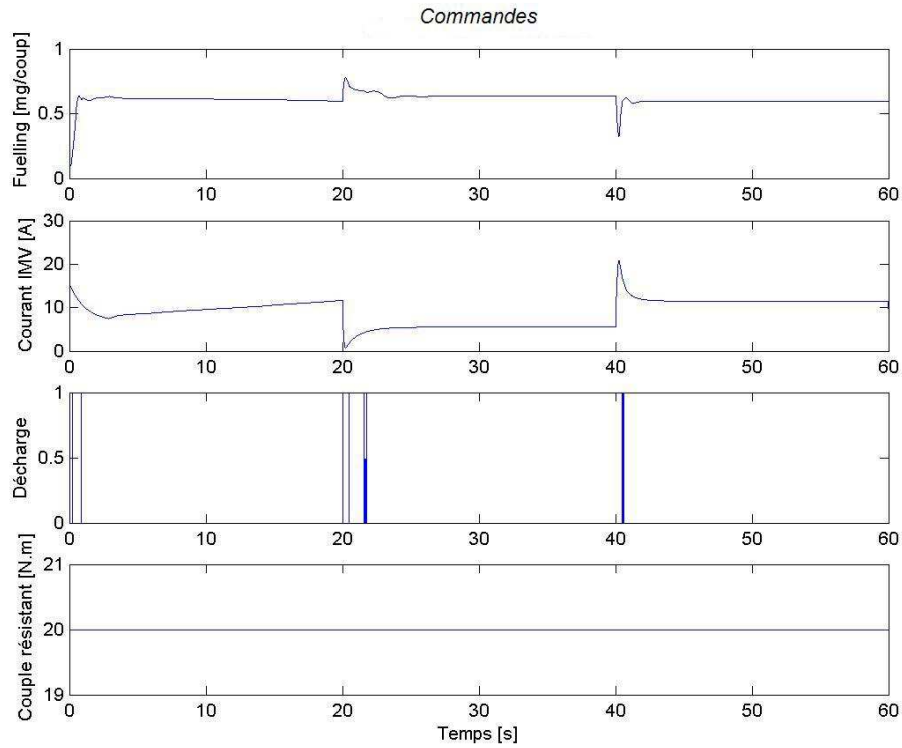


Figure 4.8 : Commandes du système à trois états

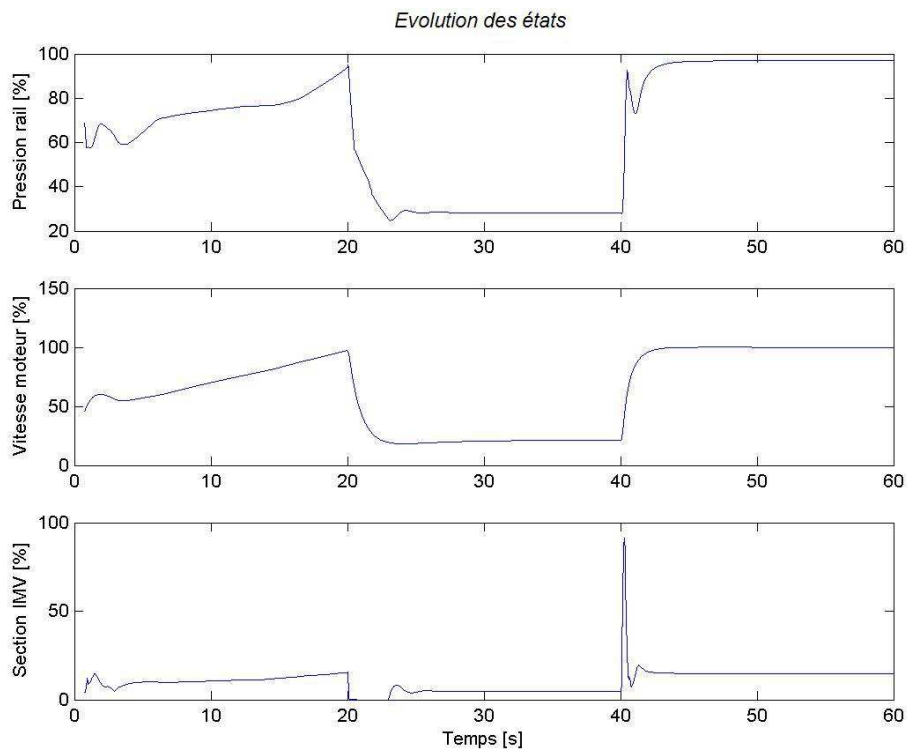


Figure 4.9 : Représentation des états

Nous commencerons notre étude du "système trois états" par sa représentation d'état en s'appuyant sur la modélisation des différentes parties du système d'injection à haute pression faite tout au long de la section 4.2.

#### 4.4.1 La représentation d'état

Pour l'écriture de la représentation d'état, nous posons  $X = [P_{rail}, \omega_{eng}, S_{IMV}]^T$  le vecteur d'état. L'hypothèse de la connaissance d'un couple résistant nous conduit à un vecteur de commandes, défini par  $U = [Fuelling, I_{IMV}, Dech, C_R]^T$ , de dimension  $m = 4$ .

La représentation d'état de ce système est donné par les trois équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{X}_1(t) &= (C_1 X_2(t)^2 + C_2 X_2(t) + C_3) X_3(t) - C_4 X_2(t) U_1(t) - \\ &\quad C_5 X_1(t)^{1.88} - C_6 \sqrt{X_1(t)} U_3(t) \end{aligned} \quad (4.32a)$$

$$\dot{X}_2(t) = C_7 U_1(t) - C_8 U_4(t) - C_9 X_2(t) \quad (4.32b)$$

$$\dot{X}_3(t) = C_{10} X_3(t) + C_{11} U_2(t) + C_{12} \quad (4.32c)$$

où  $C_i, i=1, \dots, 12$  sont des constantes (leurs expressions sont données dans le tableau A.1).

Le système d'équations 4.32 peut être écrit sous la forme compacte :

$$\dot{X}(t) = f(X, U, t) \quad (4.33)$$

Afin de mettre en place les observateurs à mémoire finie définie au chapitre 3, nous devons linéariser le système 4.32 puis le discrétiser.

A ce stade, un problème de conditionnement des valeurs des états se pose. En effet, la pression rail est exprimée en [Pa] ou en [bar] et peut atteindre  $2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ , la section de l'IMV est exprimée en  $m^2$  et ne dépasse pas la dizaine de  $mm^2$ . Nous avons un rapport de l'ordre de  $10^{14}$  entre ces deux états. Nous allons normaliser le vecteur d'état. Chacun des états sera ainsi exprimé en [%]. La normalisation du vecteur d'état permet également de répondre au souci de confidentialité des résultats.

La linéarisation par un développement de Taylor à l'ordre 1, puis la discrétisation (schéma d'Euler implicite) du système d'équation 4.32 donnent la représentation d'état suivante :

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + g(k) \quad (4.34a)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.34b)$$

où  $A$  représente la matrice d'état,  $B$  la matrice de commande,  $C$  la matrice de mesure et  $g$  le vecteur des constantes liées à la linéarisation.

Les matrices d'état et de commande s'écrivent à l'instant  $k$  :

$$A(k) = I_3 + T_e \frac{\partial f}{\partial x}(x(k-1)) \quad (4.35a)$$

$$B(k) = T_e \frac{\partial f}{\partial u}(u(k-1)) \quad (4.35b)$$

où  $T_e$  désigne la période d'échantillonnage ( $T_e = 0.032 \text{ s}$ ),  $I_3$  la matrice identité de dimension 3,  $f$  la fonction non-linéaire associée à la représentation d'état 4.32 et enfin  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial u}$  les dérivées partielles de la fonction  $f$  par rapport respectivement au vecteur d'état  $x$  et au vecteur de commande  $u$ .

Les matrices  $\frac{\partial f}{\partial x}$  et  $\frac{\partial f}{\partial u}$  ont pour expression :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1.88C_5x_1^{0.88} - C_6\frac{1}{2\sqrt{x_1}}u_3 & (2C_1x_2 + C_2)x_3 - C_4u_1 & (C_1x_2^2 + C_2x_2 + C_3) \\ 0 & -C_9 & 0 \\ 0 & 0 & C_{10} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{pmatrix} -C_4x_2 & 0 & -C_6\sqrt{x_1} & 0 \\ C_7 & 0 & 0 & -C_8 \\ 0 & C_{11} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Seules la pression rail et la vitesse moteur sont mesurées dans le système à trois états, la matrice  $C$  s'écrit alors :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

Le vecteur  $g$  des constantes (cf : équation 4.34a) liées à la linéarisation vaut :

$$g(k) = f(x(k-1), u(k-1)) - x(k-1)\frac{\partial f}{\partial x}(x(k-1)) - u(k-1)\frac{\partial f}{\partial u}(u(k-1)) \quad (4.37)$$

#### 4.4.2 Convergence des estimations de l'état faite par l'observateur à mémoire finie

Avant de tester l'observateur, nous nous sommes assurés que le système trois états avec la matrice de mesure  $C$  est bien observable en calculant le rang du grammien d'observabilité ; pour  $L = 1$ ,  $M_L = [C^T, (CA)^T]^T$  et  $\text{rang}(M_L) = n$  avec  $n$  le nombre d'état.

La convergence de l'observateur est assurée par les théorèmes 3.4.2 (page 68) et 3.5.1 (page 72) du chapitre 3. La convergence doit être montrée et observée sur le système trois états décrit précédemment. Pour cela, nous choisissons deux longueurs de fenêtre particulières :  $L_1 = 1$  (taille de fenêtre minimale, cf : § 3.6) et  $L_2 = 10$  (taille maximale, cf : § 3.6, page 79). La figure 4.10 montre bien la convergence de l'observateur sur le système trois états et cela pour des fenêtre de taille  $L_1 = 1$  et  $L_2 = 10$ . Grâce au zoom (figure 4.11) sur le graphique de la pression rail pour le régime stabilisé en fin de simulation, nous retrouvons l'importance du choix de la longueur de fenêtre ; la mise en évidence du paragraphe 3.6 est claire. En effet, les estimations issues de l'observateur de longueur  $L_1$  (représentées par des '.') ont une dispersion de leurs valeurs plus importante que celles issues de l'observateur de longueur  $L_2$  (représentées par des '\*'). Pour finir, le rôle de la matrice  $\Omega_L$  est pleinement illustrée.

Cette propriété peut aussi être illustrée en définissant l'erreur sur l'état  $\delta_L = x - \hat{x}_L$  où  $L$  correspond à la longueur de la fenêtre ( $L = L_1$  ou  $L = L_2$ ). Nous pouvons regarder l'écart-type sur ces erreurs (cf : tableau 4.2), nous voyons clairement que l'erreur d'estimation est plus faible avec  $L_2$  qu'avec  $L_1$ . La remarque sur la dispersion des estimations peut de nouveau être faite.

#### 4.4.3 Vérification des formulations séquentielles de l'observateur

Dans ce paragraphe, nous vérifions la véracité des calculs réalisés aux paragraphes 3.5.1 et 3.5.2 sur la formulation séquentielle de l'observateur. Pour cela, nous allons comparer les estimations de deux formulations séquentielles (équations 3.36, page 72 et 3.57, page 78) à celles de la formulation dite "classique" donnée par l'équation 3.14 (page 65).

#### 4.4. Système à trois états

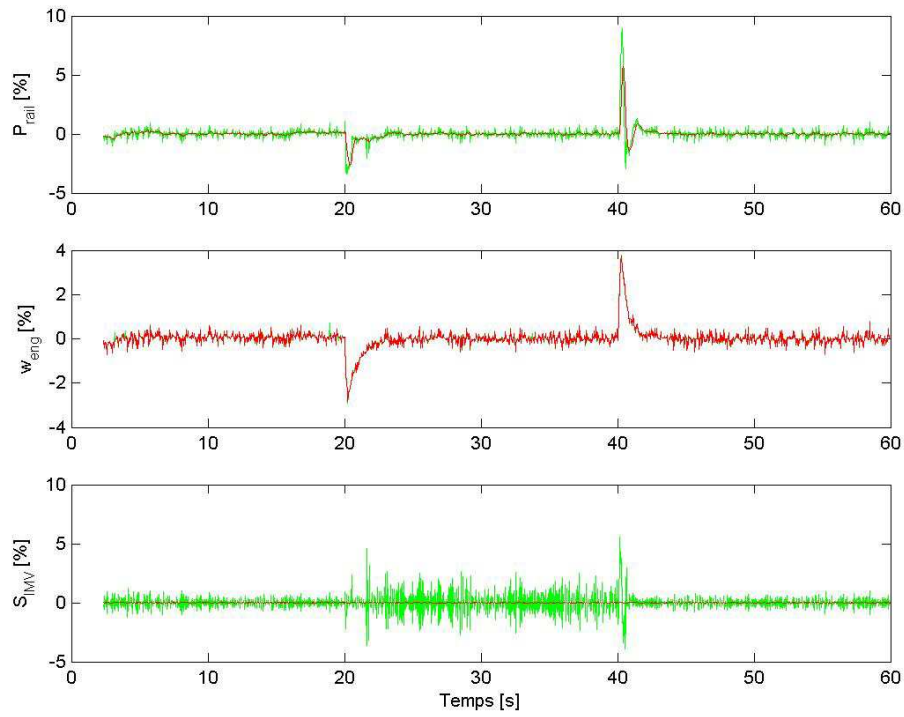


Figure 4.10 : Convergence de l'observateur  $L=1$  et  $L=10$

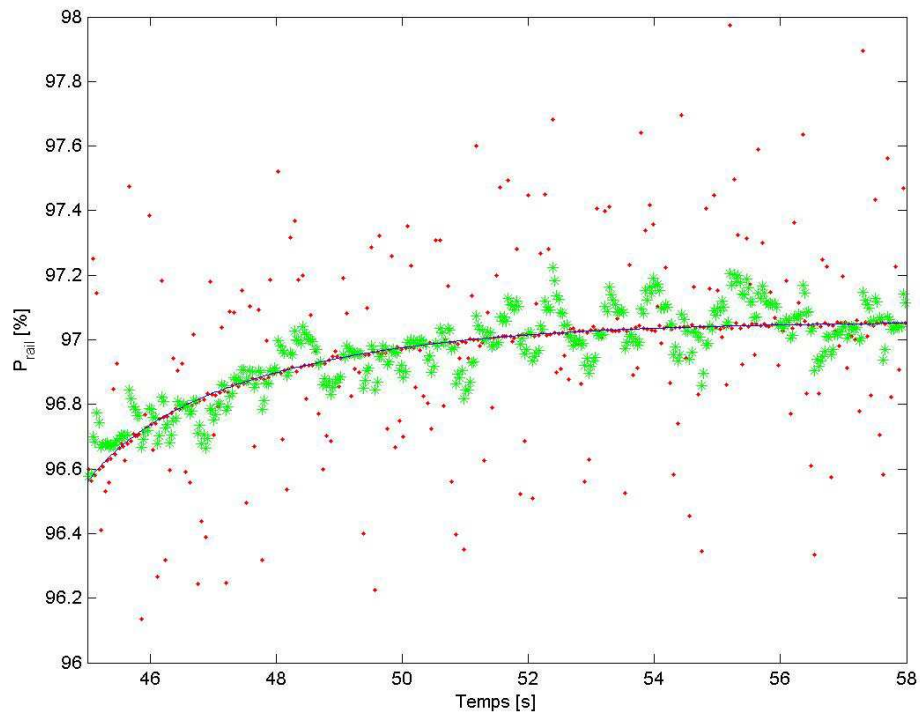


Figure 4.11 : Convergence de l'observateur  $L=1$  (représenté par '.') et  $L=10$  (représenté par '\*') - Zoom sur la pression rail

Erreur	Moyenne sur la composante			Écart-type sur la composante		
	1	2	3	1	2	3
$\delta_{L_1} = x - \hat{x}_{L_1}$	0.1439	0.1279	0.4023	0.1844	0.1313	0.4377
$\delta_{L_2} = x - \hat{x}_{L_2}$	0.0759	0.1221	0.0001	0.0959	0.1290	0.0002

**Tableau 4.2** : Écart-type de l'erreur d'estimation  $\delta_L$

	Écart-type sur la composante		
	1	2	3
Formulation en $L$	$1.6473 \cdot 10^{-12}$	$2.9025 \cdot 10^{-15}$	0.0148
Formulation en $k$	$1.6348 \cdot 10^{-9}$	$8.9082 \cdot 10^{-11}$	0.0224

**Tableau 4.3** : Écart-type sur chacune des trois composantes du vecteur d'état de l'erreur d'estimation entre les formulations classique et séquentielle

Le tableau 4.3 permet de décrire l'écart-type de l'erreur faite entre les deux méthodes d'estimation avec une longueur de fenêtre  $L_1 = 9$  et  $L_2 = L_1 + 1$ . Les erreurs que nous observons sont assez faibles (cf : tableau 4.3) comparées aux valeurs de l'estimation ; le plus grand des écart-types de l'erreur est de l'ordre de 0.02 alors que les estimations ont une amplitude de 100. Pour les deux premières composantes, ces erreurs proviennent en partie d'erreurs numériques lors des calculs.

Plus la longueur de la fenêtre est petite, plus l'erreur faite entre la formulation classique et les deux formulations séquentielles (en  $L$  et en  $k$ ) est faible ; et vice et versa. Pour  $L_1 = 4$  par exemple, l'erreur entre la formulation classique et la formulation séquentielle en  $L$  est dix fois plus petite que dans le cas où  $L_1 = 9$ , elle est deux fois plus petite pour la formulation séquentielle en  $k$ .

#### 4.4.4 Comparaison avec un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman

Nous venons de présenter, dans les deux derniers paragraphes, la convergence de l'estimation de l'état faite par l'observateur à mémoire finie. Toutefois, il serait intéressant de comparer les résultats des résidus donnés par l'observateur à mémoire finie face à des estimateurs plus classiques tels que l'observateur de Luenberger ou le filtre de Kalman.

La comparaison entre les différents résidus va être étudiée sur le système trois états présenté précédemment. Pour cela, nous définissons la matrice de covariance des bruits de modèles  $W = \begin{pmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{pmatrix}$  ainsi que la matrice de covariance de bruits de mesures  $V = \begin{pmatrix} 0.3069 & 0 \\ 0 & 0.0046 \end{pmatrix}$ . Nous prenons pour chacun des estimateurs un état initial nul.

Il est nécessaire de commenter les paramètres de réglage des différents estimateurs.

- Pour le filtre de Kalman, nous avons défini la matrice initiale des erreurs d'estimation vaut l'identité.

- Pour l'observateur de Luenberger, nous avons défini deux paires de pôles ; l'une de pôles lents  $p_{lente} = [-3, -3.5, -2]^T$  ; l'autre de pôles rapides  $p_{rapide} = [-40, -50, -30]^T$ .



Nature du résidu	Moyenne sur la composante			Écart-type sur la composante		
	1	2	3	1	2	3
$r = \hat{x}_{L1} - \hat{x}_{L2}$	0.0835	0.0002	0.0024	0.2311	0.0002	0.0050
$r' = y - C\hat{x}_{L1}$	0.1850	0.1978		0.5228	0.3749	
$r_L = y - C\hat{x}_{Luen}$ pôles lents (-3, -3.5, -2)	0.2076	0.0199		0.2520	0.0151	
$r_L = y - C\hat{x}_{Luen}$ pôles rapides (-40, -50, -30)	0.4986	0.1190		0.5355	0.1657	
$r_K = y - C\hat{x}_{Kalman}$	0.1640	0.1225		0.2065	0.1764	

**Tableau 4.4 :** Moyennes et écart-types des différents résidus sur chacune de leurs composantes

Ces pôles sont associés à la définition continue du système.

- Pour l'observateur à mémoire finie, nous choisissons deux longueurs de fenêtre  $L_1 = 4$  et  $L_2 = 10$ .

Nous définissons deux nouveaux résidus associés au deux estimateurs. Ces résidus générés par un observateur de Luenberger (où la matrice de gain est recalculée à chaque instant afin d'avoir toujours les mêmes pôles) ou à l'aide d'un filtre de Kalman étendu (EKF : Extended Kalmen Filter) sont réalisés par différences entre l'estimation de la sortie faite par l'observateur et la mesure issue du système physique. Nous définissons les deux résidus de la façon suivante :

$$r_L = y - C\hat{x}_{Luen} \quad (4.38)$$

$$r_K = y - C\hat{x}_{Kalman} \quad (4.39)$$

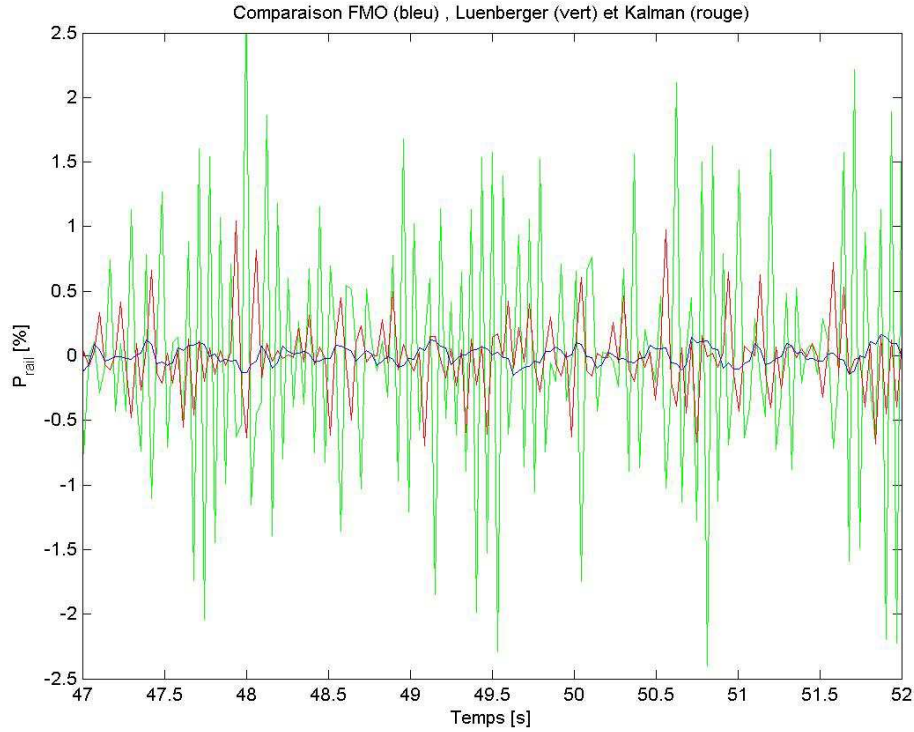
Nous ne présentons pas l'ensemble des résidus sur l'intervalle temporel complet de simulation, car une telle figure serait illisible. Nous décidons alors de représenter le résidu ayant la plus grande dispersion et ce sur l'intervalle temporel où cette dispersion est la plus nette.

La figure 4.12 permet d'illustrer les résultats obtenus sur la pression rail. Nous voyons clairement une grande dispersion du résidu lié à l'observateur de Luenberger. De plus, le résidu  $r$  lié à l'observateur à mémoire finie a une dispersion très faible. Nous regardons maintenant les moments mathématiques des résidus. Les résultats statistiques sont référencés dans le tableau 4.4

Le tableau 4.4 montre les résultats statistiques des différents résidus. Nous voyons tout d'abord que la moyenne du résidu  $r$  lié à l'observateur est la plus faible. De plus, le résidu lié à l'observateur est sensible à la valeur des pôles. Le résidu avec les pôles rapides reconstruit le bruit de manière excessive, donc pénalise ses performances de rapidité. Remarquons enfin que le résidu  $r$  est le moins sensible aux bruits d'état et de mesures.

Intéressons nous maintenant aux résultats des résidus en présence d'une erreur de modèle. Une erreur est introduite sur le paramètre correspondant à l'élément de la troisième ligne et la troisième colonne de la matrice d'état ( $A_{3,3}$  ou  $A(3,3)$ ), elle est caractérisée par un biais de 10%. Nous pouvons regarder l'effet de cette erreur sur la moyenne et l'écart-type des différents résidus (cf : tableau 4.5).

En comparant les résultats des tableaux 4.4 et 4.5, la non-robustesse du résidu de Luenberger avec un pôle lent est mise en évidence. Une légère détérioration des autres



**Figure 4.12** : Comparaison des différents observateurs - Zoom sur le cas où le résidu a la plus grande dispersion

Nature du résidu	Moyenne sur la composante			Écart-type sur la composante		
	1	2	3	1	2	3
$r = \hat{x}_{L1} - \hat{x}_{L2}$	0.1396	0.0002	0.0041	0.2323	0.0002	0.0075
$r' = y - C\hat{x}_{L1}$	0.1871	0.1979		0.5344	0.3753	
$r_L = y - C\hat{x}_{Luen}$ pôles lents (-3, -3.5, -2)	3.2724	0.0226		2.0615	0.0179	
$r_L = y - C\hat{x}_{Luen}$ pôles rapides (-40, -50, -30)	0.4989	0.1199		0.5452	0.1603	
$r_K = y - C\hat{x}_{Kalman}$	0.1639	0.1229		0.2068	0.1776	

**Tableau 4.5** : Moyennes et écart-types des différents résidus - Erreur de modèle

résidus est constatée mais dans de très faibles proportions.

Ce paragraphe a permis de mettre en évidence la faible sensibilité des résidus  $r$  et  $r'$  face aux résidus issus d'un estimateur de type Luenberger ou Kalman. De plus, la robustesse des résidus  $r$  et  $r'$  a pu être mise en relief sur l'erreur de modèle.

#### 4.4.5 Les résultats de diagnostic

##### a. Cas sans défaut

Comme nous l'avons vu précédemment et avant de tester la procédure de diagnostic sur le système à trois états, nous devons définir deux longueurs de fenêtre  $L_1$  et  $L_2$ . Les deux longueurs prises pour les essais sur le système à trois états valent respectivement 4 et 10.

La structure de la représentation d'état (équation 4.32) nous permet de mettre en place un schéma d'observateur généralisé (cf : figure 3.4, page 82 et paragraphe 3.7, page 81). Le premier observateur mis en place est celui associé aux deux mesures : pression rail et vitesse moteur. Cet observateur sera nommé "observateur 1". Les autres observateurs prendront respectivement l'une de ces deux mesures mais avant tout nous devons assurer l'observabilité du système. La représentation d'état prenant en compte uniquement la mesure de vitesse moteur n'est pas un système observable car pour tout  $L$  le rang de la matrice d'observabilité  $M_L(k)$  (donnée au paragraphe 3.2.2, page 62) est strictement inférieur au nombre d'état ; un observateur ne peut donc pas être mis en place dans cette configuration d'instrumentation. En revanche, lorsque la pression rail est prise comme unique mesure, le système reste observable. Un nouvel observateur peut être mis en place dans cette nouvelle configuration d'instrumentation, il sera nommé "observateur 2".

Un indice identifiera chacun des résidus  $r$  et  $r'$ , cet indice représentera le numéro de l'observateur le générant. Ainsi pour l'observateur 1, les résidus  $r$  et  $r'$  sont nommés respectivement  $r_1$  et  $r'_1$ , comme le propose la figure 3.4, page 82. Sur chacune des figures suivantes, les trois premiers tracés représentent le résidu  $r$ , tandis que les deux derniers représentent le résidu  $r'$ , et cela pour les deux observateurs.

Regardons dans un premier temps la valeur des résidus dans un cas sans défaut (cf : figure 4.13).

Sur la figure 4.13, nous constatons que la valeur moyenne des est nulle sauf sur deux courts intervalles de temps (aux environs de 20 s et de 40 s). Si nous nous reportons à la figure 4.9, nous constatons que ces deux intervalles de temps correspondent à la forte décélération ( $t = 20$  s) puis à la forte accélération ( $t = 40$  s).

L'approche retenue consiste à ne donner aucun avis concernant le diagnostic du système trois états lorsque le système est soumis à de forts transitoires (fortes accélérations ou décélérations). Ainsi, nous procédons à la mise en place d'un seuil  $S_{\omega_{eng}}$  appliqué à la vitesse moteur entre deux instants d'échantillonnage. Les résidus seront mis à zéro (par défaut) lors du dépassement de cette valeur. Cela se traduit par l'équation suivante.

$$r(k) = \begin{cases} r(k), & \text{si } |\omega_{eng}(k) - \omega_{eng}(k-1)| < S_{\omega_{eng}} \\ 0, & \text{si } |\omega_{eng}(k) - \omega_{eng}(k-1)| > S_{\omega_{eng}} \end{cases} \quad (4.40)$$

où  $r$  désigne l'ensemble des résidus mis en place dans la procédure de diagnostic,  $\omega_{eng}$  la vitesse moteur,  $S_{\omega_{eng}}$  le seuil sur la vitesse moteur (ici,  $S_{\omega_{eng}} = 0.1$ ).

Ainsi la prise en compte de ce seuillage sur la figure 4.13 nous donne la figure 4.14. Ce seuillage sera effectif à l'ensemble des figures suivantes. Les figures 4.14 et 4.15 présentent les résidus générés à partir des deux observateurs et cela en absence de défaut.

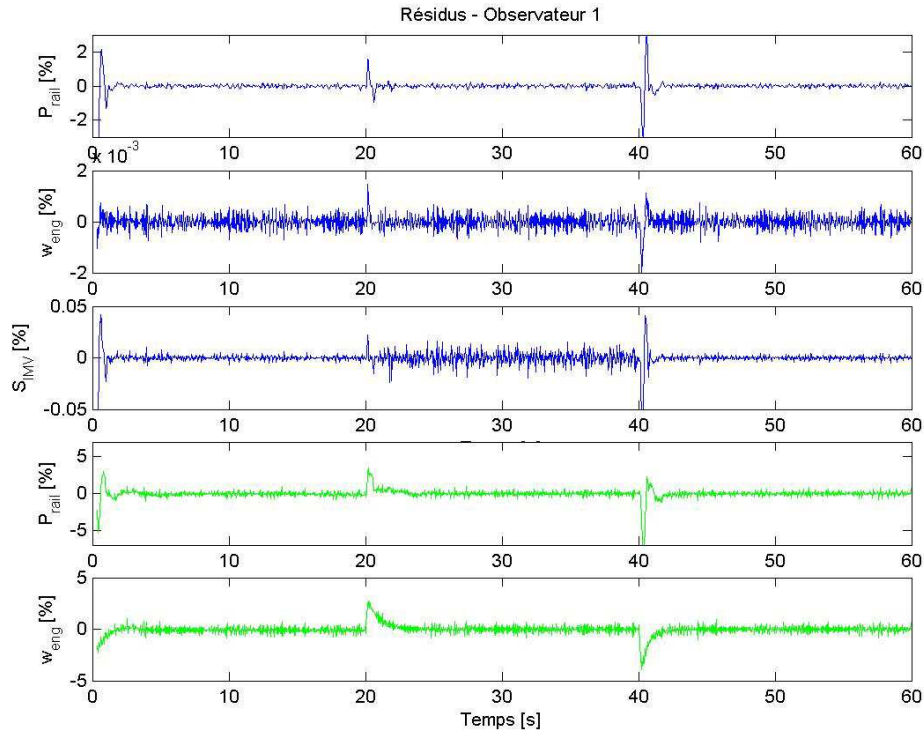


Figure 4.13 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut

### b. Sensibilité théorique

Regardons la sensibilité théorique des résidus  $r$  et  $r'$  aux défauts capteurs et actionneurs. Avant cela, rappelons la valeur analytique des résidus dans un cas comportant des défauts capteurs, nous avons donc grâce aux équations 3.80 et 3.81 (page 88) :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[r'] &= D_\varphi \varphi - C \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} G_L \Phi(k - L), \\ \mathbb{E}[r] &= \Omega_{L+S}^{-1} M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1} G_{L+S} \Phi(k - (L + S)) - \Omega_L^{-1} M_L^T R_L^{-1} G_L \Phi(k - L)\end{aligned}$$

Nous pouvons exprimer le résidu  $r$  sous la forme  $r = G \cdot \Phi$ . Si un défaut sur le capteur de pression rail est présent sur la totalité de la fenêtre  $L_2$  et de même amplitude sur cette fenêtre, nous avons  $G = [0.3228, 3 \cdot 10^{-5}, -0.007]^T$ . Nous en déduisons a priori que la première ainsi que la dernière composante du résidu paraissent sensible à un défaut sur la pression rail, la seconde ne l'est pas. Nous pouvons faire la même chose pour le résidu  $r'$ ,  $G' = [0.0135, 10^{-6}]^T$ . Nous en déduisons a priori que la première composante sera plutôt sensible au défaut sur la pression rail, tandis que la seconde ne la sera pas.

Nous pouvons dresser une signature a priori des résidus en présence d'un défaut sur la pression rail. Nous attribuerons un signe "1" lorsque le résidu sera fortement sensible à un défaut, un "X" lorsque qu'il sera plutôt sensible et un "0" s'il est trop faible pour être sensible. Les "1" et "X" seront accompagnés d'un signe "+" ou d'un signe "-" donnant le signe du résidu pour un défaut positif. Dans le cas d'un défaut sur le capteur de pression rail, nous avons la signature a priori "+1, 0, -X" pour  $r$  et "+X, 0" pour  $r'$ .

Cette étude peut être réalisée pour l'ensemble des défauts capteurs et actionneurs pour toutes les configurations d'instrumentation ("observateur 1" et "observateur 2").

#### 4.4. Système à trois états

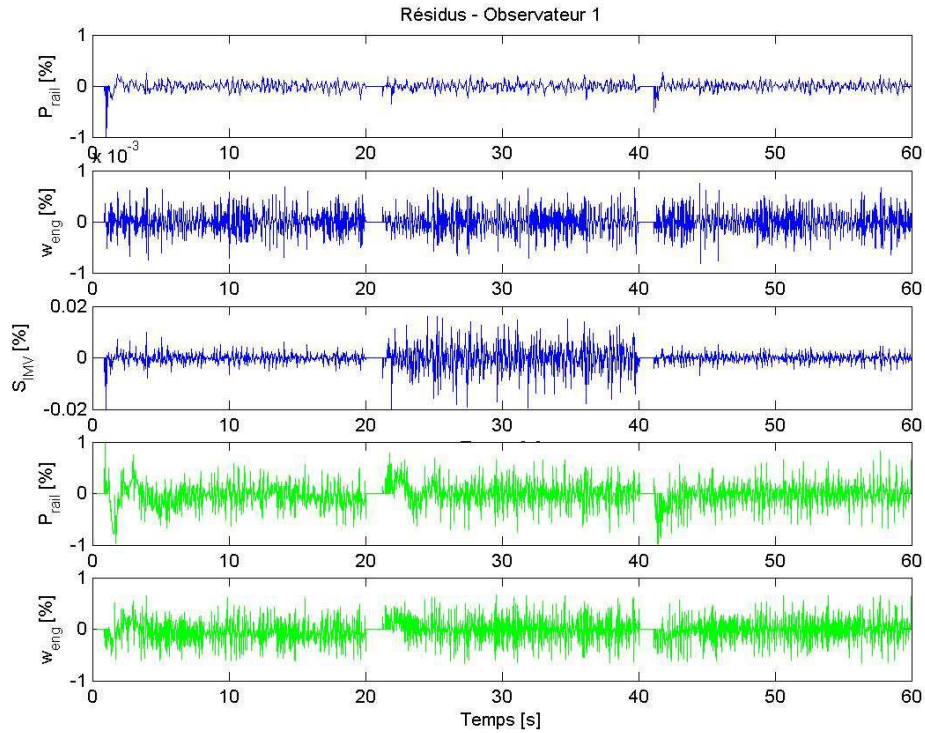


Figure 4.14 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 après seuillage - Cas sans défaut

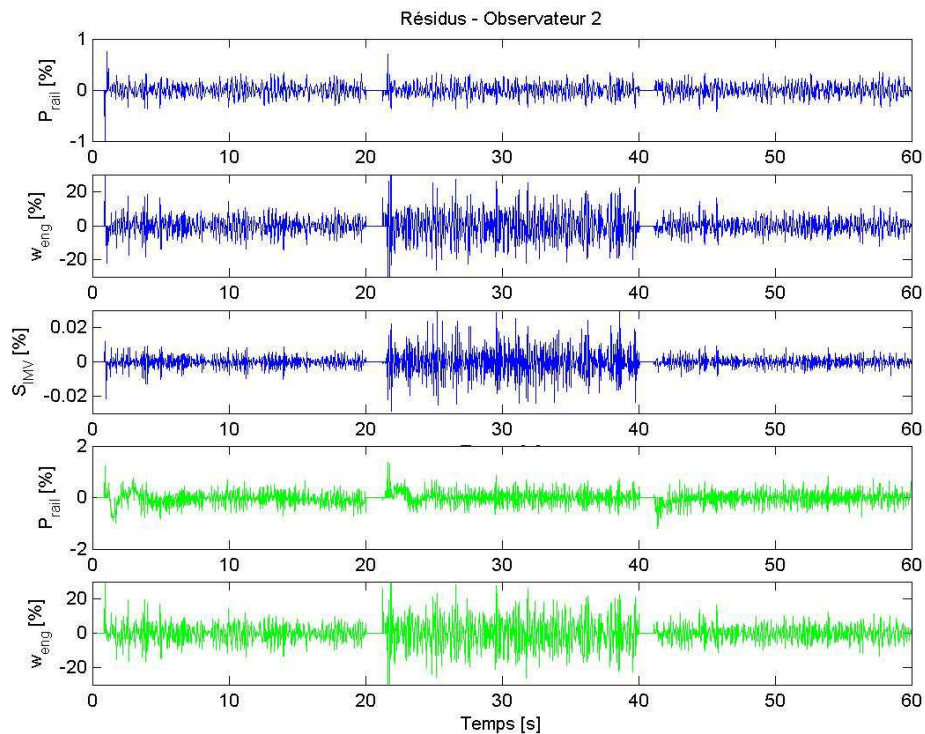


Figure 4.15 : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut

		Défauts sur les capteurs		Défauts sur les actionneurs			
		Pression rail	Vitesse moteur	Fuelling	Courant IMV	Décharge	Couple résistant
Résidu $r_1$	Pression rail	+X	-X	-1	0	-X	+X
	Vitesse moteur	0	+X	-X	+X	0	-X
	Section IMV	-X	0	-X	0	0	-X
Résidu $r'_1$	Pression rail	+X	+X	+1	0	-X	0
	Vitesse moteur	0	+X	+X	+X	0	-X
Résidu $r_2$	Pression rail	-X	0	+1	-X	+X	0
	Vitesse moteur	+1	+X	-1	+X	-X	-X
	Section IMV	-X	+X	-X	+X	-X	0
Résidu $r'_2$	Pression rail	+X	+X	-1	0	-1	0
	Vitesse moteur	-1	+1	-1	+X	-X	-X

**Tableau 4.6** : Structure théorique des résidus en présence de défauts capteurs et actionneurs

Nous pouvons alors dresser un tableau recensant toutes ces signatures (cf : tableau 4.6). Pour les défauts actionneurs, la démarche est identique à cette réalisée pour les défauts capteurs et ceci à partir des équations 3.85 et 3.86 (page 89) :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[r'] &= -C\Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}H_L\Delta U(k-L) \\ \mathbb{E}[r] &= \Omega_{L+S}^{-1}M_{L+S}^T R_{L+S}^{-1}H_{L+S}\Delta U(k-(L+S)) - \Omega_L^{-1}M_L^T R_L^{-1}H_L\Delta U(k-L)\end{aligned}$$

### c. Sensibilité pratique

Les figures 4.16 et 4.17 sont les réponses des résidus à un défaut du capteur de pression rail entre les instants  $t_{deb} = 46$  s et  $t_{fin} = 50$  s, correspondant à un biais de +5% sur la mesure. Sur ces deux figures, nous pouvons constater que la quasi totalité des résidus sont sensibles à ce défaut, seule la deuxième composante du résidu  $r'_1$  liée à la différence entre la mesure de la vitesse moteur et de son estimation (cf : dernier graphique de la figure 4.16) n'est pas sensible au défaut du capteur de pression rail.

Toutefois, nous pouvons juger que ces pics peuvent être interprétés comme des signaux aberrants. Il s'agit, en effet, que de pics présents sur un certain nombre d'instants représentant la différence entre les deux longueurs de fenêtre  $L_1$  et  $L_2$ . Pour bien comprendre notre démarche, il faut se reporter à la figure 3.1 (page 69), où la convergence de l'observateur est décrite pour deux longueurs différentes de fenêtre. Le premier observateur (celui ayant un horizon plus petit d'observation, par exemple  $L_1$ ) converge en  $L_1$  coups, le second en  $L_2$  coups. Le résidu apparaît dès lors entre ces deux instants. Tout de même, afin de montrer que nous n'isolons pas des signaux aberrants représentés par des défauts intermittents. La figure 4.20 montre les résidus dans le cas d'un système présentant un défaut sur 4 instants. En comparant 4.18 et 4.20, nous voyons qu'aucune détection n'est faite pour un défaut apparaissant sur 4 instants. De plus, nous pouvons, comme cela est proposé par les équations 3.88 et 3.89 (page 90), faire une somme cumulative sur les résidus, de la figure 4.16 par exemple, qui ont un caractère dérivatif, cela permet de mettre en évidence l'aspect persistant du défaut entre l'instant d'apparition et de disparition (cf : figure 4.19). Par la suite, nous travaillerons sur les résidus ayant un caractère dérivatif (comme ceux de la figure 4.16), mais l'ensemble de ces travaux peuvent être validé en sommant les résidus (afin de toujours voir la persistance du défaut).

#### 4.4. Système à trois états

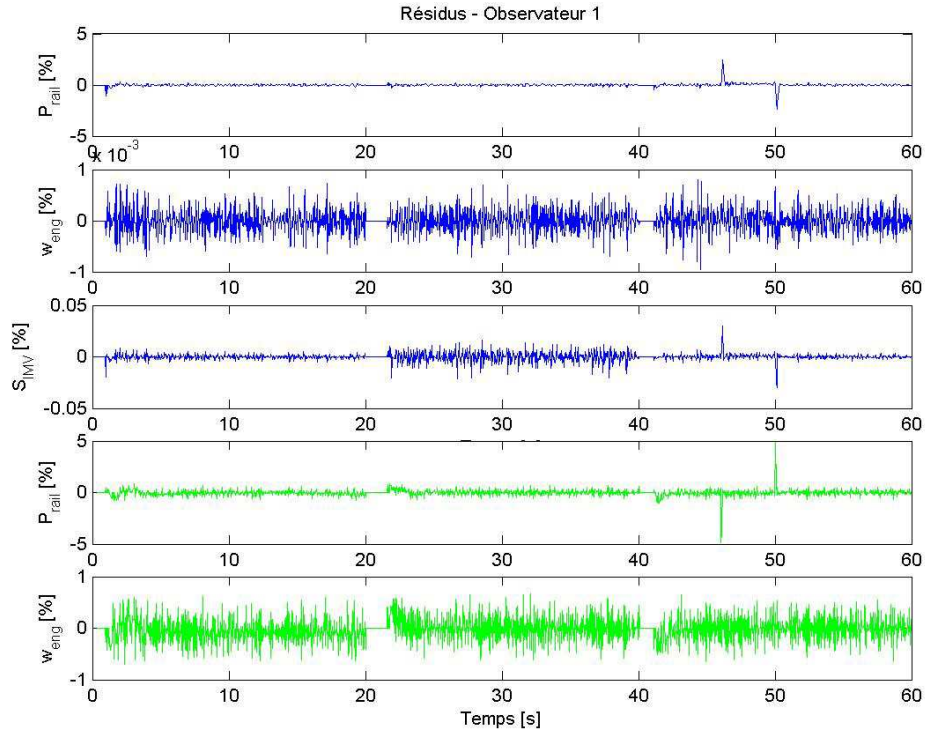


Figure 4.16 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la pression rail

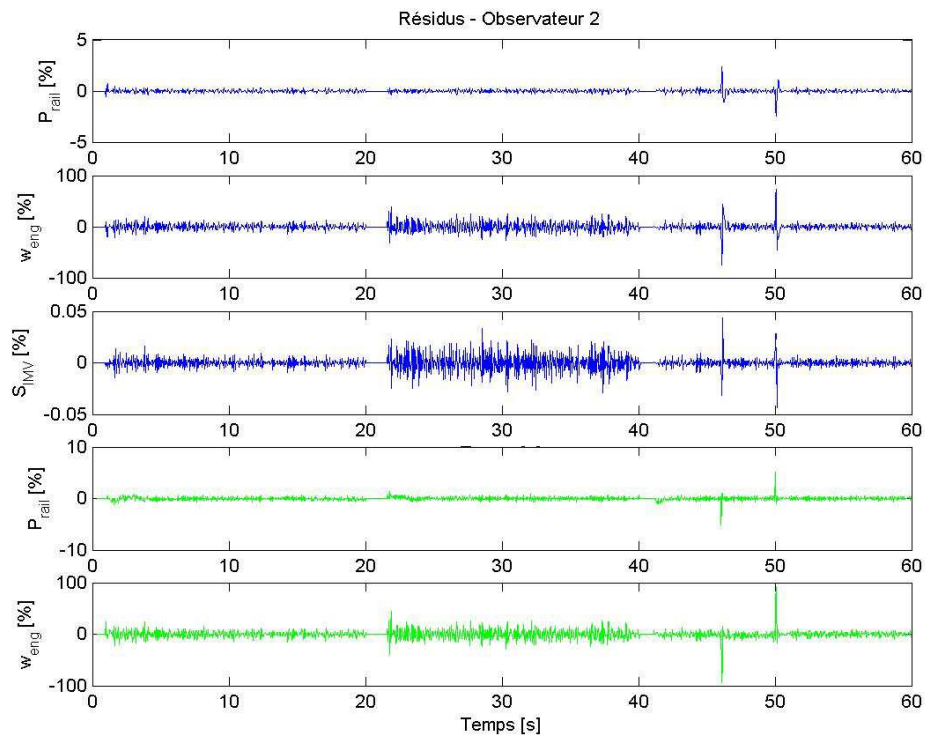


Figure 4.17 : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail

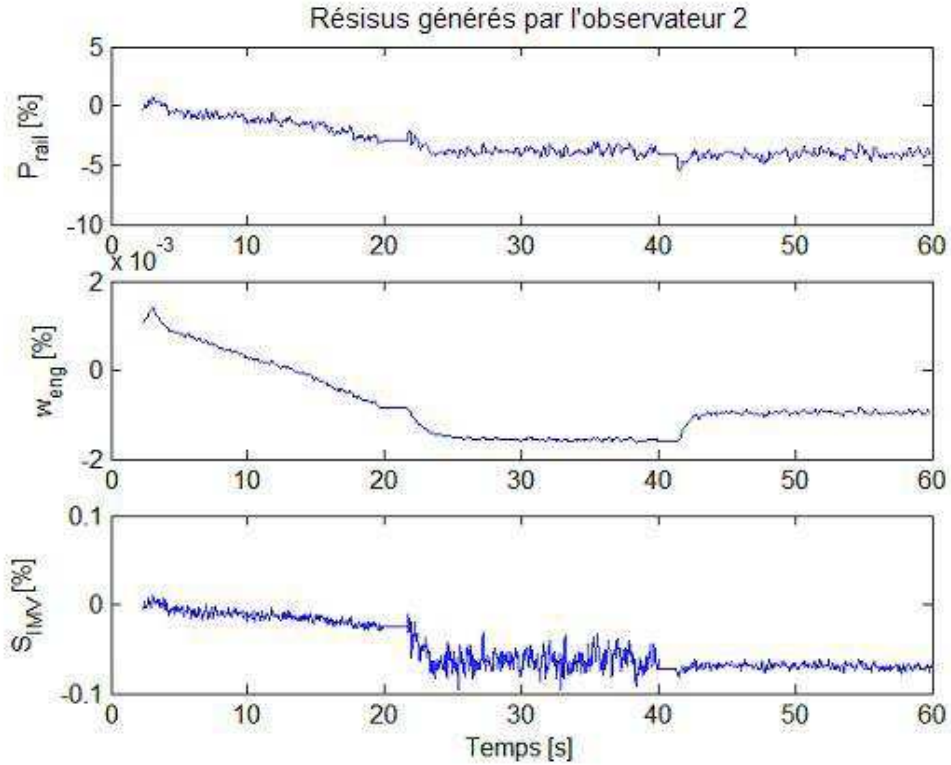


Figure 4.18 : Graphique des résidus sommés et générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut

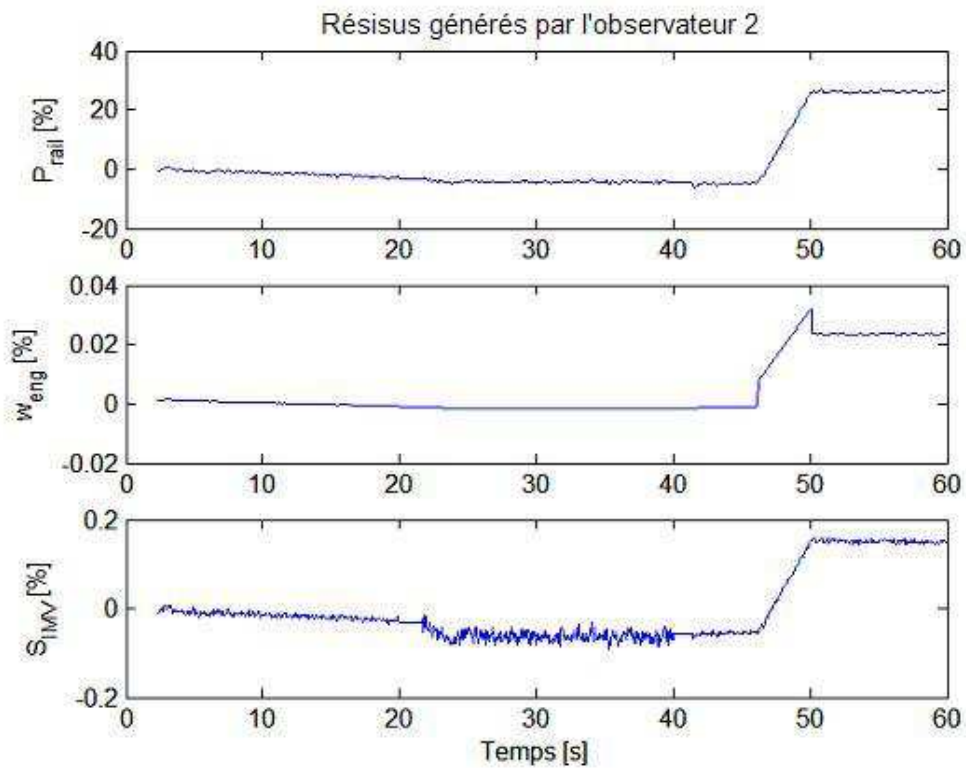
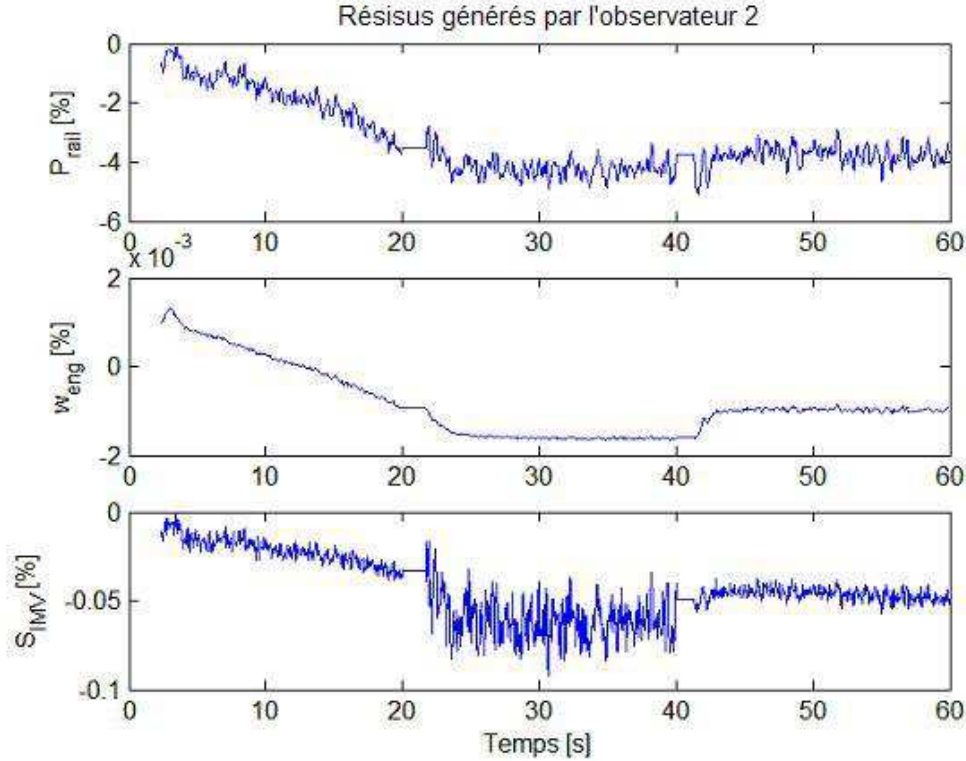


Figure 4.19 : Graphique des résidus sommés et générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail





**Figure 4.20** : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur la pression rail pendant 4 pas d'échantillonnage

Une table regroupe l'ensemble des réponses des résidus aux différents défauts. Conformément au paragraphe 2.3.1 (page 32), un signe "1" est attribué aux composantes sensibles au défaut, un "0" lorsqu'elles sont insensibles et un "X" lorsqu'il est difficile de se prononcer. Ces indicateurs (de sensibilité) sont ensuite rangés dans la table des indicateurs de défaut (ou table de signature). La table de signature pour un défaut sur le capteur de pression rail est donné par le tableau 4.7.

Défaut sur la pression rail		Obs. 1	Obs. 2
	Pression rail	1	1
Résidu	Vitesse moteur	0	1
$r_i$	Section IMV	1	1
Résidu	Pression rail	1	1
$r'_i$	Vitesse moteur	0	1

**Tableau 4.7** : Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur un défaut du capteur de pression rail (biais de 5%)

Nous pouvons aussi regarder la sensibilité des résidus à d'autres défauts. Mais par souci de concision nous ne présentons qu'un seul autre graphique. Il s'agit de la sensibilité des résidus présentés dans la figure 4.21 et issus de l'observateur 1 en présence d'un défaut sur l'actionneur d'injection *Fuelling*. Le défaut, un biais de +10% sur la commande, est placé entre les instants  $t_{deb} = 10$  s et  $t_{fin} = 11$  s.

Enfin, l'ensemble des résultats sont recensés dans une table contenant les signatures des défauts de capteurs et d'actionneurs. Les défauts capteurs sont un biais de +5% de

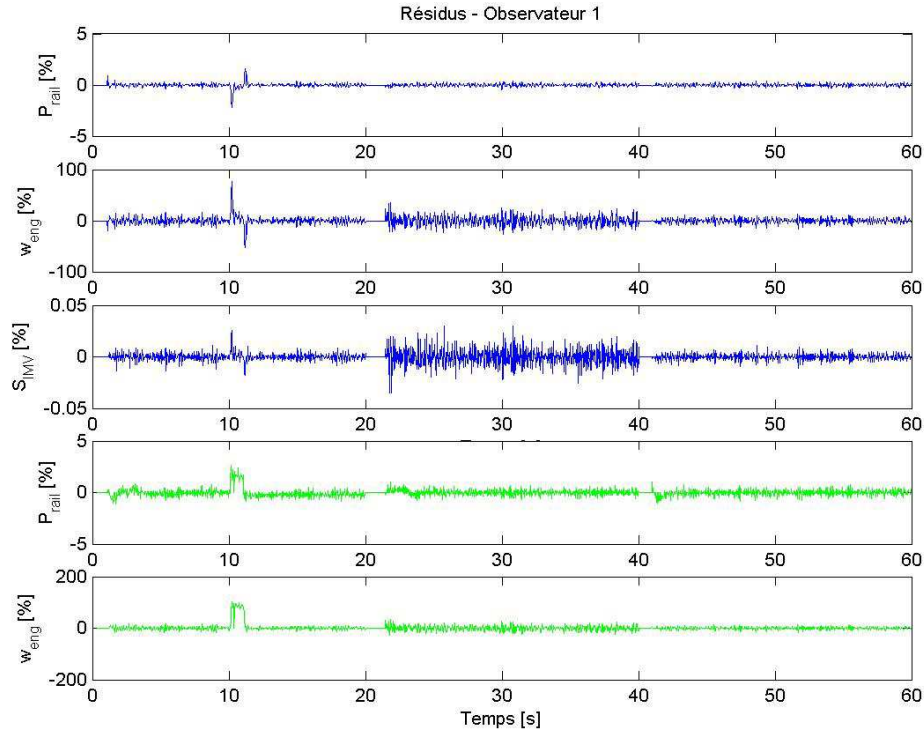


Figure 4.21 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling

		Défauts sur les capteurs		Défauts sur les actionneurs			
		Pression rail	Vitesse moteur	Fuelling	Courant IMV	Décharge	Couple résistant
Résidu $r_1$	Pression rail	1	0	1	0	1	1
	Vitesse moteur	0	1	1	1	0	1
	Section IMV	1	0	0	0	0	0
Résidu $r'_1$	Pression rail	1	0	1	0	1	0
	Vitesse moteur	0	0	1	0	0	1
Résidu $r_2$	Pression rail	1	0	1	0	0	0
	Vitesse moteur	1	0	0	0	0	0
	Section IMV	1	0	0	0	0	0
Résidu $r'_2$	Pression rail	1	0	0	0	1	0
	Vitesse moteur	1	0	1	0	0	0

Tableau 4.8 : Structure des résidus générés grâce aux observateurs à mémoire finie sur les capteurs et les actionneurs du système à trois états

mesure, les défauts actionneurs de la commande d'injection, du courant de l'IMV et du couple résistant correspondent à un biais de +10% de la commande, enfin le défaut sur la commande de décharge est un "NON" booléen. Notons que le défaut sur le couple résistant n'a pas de signification physique, nous laissons les résultats le concernant pour titre indicatif.

Cette table des sensibilités pratiques des résidus est à comparer avec celle des sensibilités théoriques vue au paragraphe précédent (cf : tableau 4.6). Nous constatons que les signes "+1" et "-1" ont été remplacés par des "1"; la sensibilité théorique est bien constatée dans le cas pratique. De même, la non-sensibilité théorique se retranscrit bien dans le tableau 4.6. La sensibilité "restreinte" représentée par "+X" et "-X" a été traduite par des "1" ou des "0" dans le cadre pratique. En fait, les résidus plutôt sensibles peuvent être confondus dans le bruit et ne pas se dégager dans le cas pratique. Ainsi, nous avons, dans le cas d'un défaut sur le capteur de pression rail, les variances des erreurs d'estimation (cf : équation 3.37) égales à  $[0.09, 0.003, 0.01]^T$ . En comparant le vecteur de sensibilité  $G = [0.32, 3 \cdot 10^{-5}, -0.007]$  et les variances des erreurs d'estimation la signature pratique apparaît sur un défaut de 5% sur le capteur de pression rail.

Le tableau 4.8 permet de conclure que les défauts capteur et actionneur sur le système trois états sont tous détectables. En effet, chacune des signatures présente au moins un symbole "1". De plus, chacune des signatures est différente l'une de l'autre, ce qui conduit à une isolabilité totale des défauts sur le système trois états.

#### 4.4.6 Bilan sur le système à trois états

Cette première étude de diagnostic sur le système trois états nous a permis de montrer la faisabilité du projet. Une procédure de diagnostic a pu être mise en place. La détection et l'isolation totale des défauts capteurs et d'actionneurs ont pu être réalisées.

Étant donné que le couple résistant a été supposé connu, alors qu'aucune mesure du couple résistant, ni aucun modèle permettant de l'estimer ne sont disponibles, notre équation 4.32b représente un système à entrée inconnue. Il est nécessaire de proposer une nouvelle approche.

Au moins trois approches sont possibles :

- la première consiste à supprimer l'équation contenant le couple résistant, c'est-à-dire l'équation différentielle de la vitesse moteur. Le système ne comporte plus que deux états (pression rail et section IMV) et une seule mesure (pression rail). Le système est indexé sur la mesure de la vitesse moteur (équation de la pression rail), la vitesse moteur est une référence du modèle. Cette approche a été testée mais les résultats ne sont pas retranscrits dans ce mémoire. En effet, le nombre faible d'état et de mesure ne permet la mise en place que d'un seul observateur, les résidus  $r$  et  $r'$  n'ont respectivement que deux et une composantes. Nous n'avons donc que trois composantes pour les deux résidus. L'isolation totale des défauts de capteurs et d'actionneurs dans ce cas n'est pas accessible,

- la seconde approche consiste à synthétiser un observateur à entrée inconnue (Unknown Input Observer : UIO) [148],

- la dernière approche dite système à état augmenté est développée dans la partie 4.5.

## 4.5 Système à quatre états

### 4.5.1 La représentation d'état

Cette seconde partie de nos travaux (Graton et al. [65]) porte sur ce que nous appellerons "le système quatre états" et répond à la synthèse faite lors du bilan sur le "système trois états" concernant le couple résistant. Le "système à quatre états" est décrit par :

- la pression rail avec une décharge par les injecteurs,
- la vitesse moteur avec un couple résistant inconnu,
- la section de la vanne IMV.

De même, le couple résistant est considéré comme une entrée inconnue du système et est la somme de plusieurs couples différents et en particulier des couples résistants de la chaîne de transmission, des liaisons pneus/sol et aérodynamiques qui ne peuvent être mesurés, ni estimés avec une précision acceptable.

Dans le paragraphe sur le système trois états, le couple résistant était modélisé comme une commande de notre système. Afin de prendre en compte l'évolution du couple résistant dans le modèle, une solution proposée est d'ajouter au modèle trois états un état supplémentaire correspondant au couple résistant (système à quatre états). L'écriture du système d'équation 4.32 (page 110) en posant  $C_R = x_4$  aboutit à l'écriture d'un système singulier (comportant moins d'équation d'états que d'états). Le système 4.32 linéarisé et discrétisé s'écrit de la forme :

$$Ex(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \quad (4.41)$$

nécessitant la définition de la matrice  $E$  :

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Nous allons restreindre notre étude aux systèmes réguliers (systèmes classiques), et nous définissons une représentation d'état à quatre équations.

Il est évident que le couple résistant ne peut pas être considéré constant. Aucun modèle satisfaisant n'est disponible permettant de caractériser ses variations. Nous allons donc considérer le couple résistant comme un état supplémentaire du système (nous parlerons de système augmenté), et nous accorderons à cet état une dynamique nulle par défaut. Or, les éventuelles variations du couple résistant ne sont pas prises en compte, ce qui impose de définir un bruit d'état pour le couple résistant.

Nous commencerons notre étude du système quatre états par sa représentation d'état en s'appuyant sur la modélisation des différentes parties du système d'injection à haute pression faite tout au long de la section 4.2.

Pour l'écriture de la représentation d'état, nous posons  $X = [P_{rail}, \omega_{eng}, S_{IMV}, C_R]^T$  le vecteur d'état et nous définissons le vecteur de commandes,  $U = [Fuelling, I_{IMV}, Dech]^T$ , de dimension  $m = 3$  :

$$\begin{aligned} \dot{X}_1(t) &= (C_1 X_2(t)^2 + C_2 X_2(t) + C_3) X_3(t) - C_4 X_2(t) U_1(t) - \\ &\quad C_5 X_1(t)^{1.88} - C_6 \sqrt{X_1(t)} U_3(t) \end{aligned} \quad (4.43a)$$

$$\dot{X}_2(t) = C_7 U_1(t) - C_8 X_4(t) - C_9 X_2(t) \quad (4.43b)$$

$$\dot{X}_3(t) = C_{10} X_3(t) + C_{11} U_2(t) + C_{12} \quad (4.43c)$$

$$\dot{X}_4(t) = 0 \quad (4.43d)$$

où  $C_i, i=1,\dots,12$  sont des constantes dont l'expression est donnée par le tableau A.1 en annexe.

Le système d'équation 4.43 peut être écrit sous une forme compacte :

$$\dot{X}(t) = f(X, U, t) \quad (4.44)$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, le système d'équation 4.43 doit être linéarisé puis discrétisé afin de mettre en place la procédure de détection de défauts décrite au chapitre 3. Pour les mêmes raisons que précédemment, les états sont normalisés et exprimés en [%].

Nous procédons de la même manière qu'à la partie 4.4, afin d'obtenir le système d'équation 4.43 sous la forme de la représentation d'état décrite par l'équation 4.34 (page 110). Les matrices  $A$  et  $B$  ainsi que le vecteur  $g$  ont la même définition (cf : équations 4.35 et 4.37, page 110).

Nous avons vu précédemment que l'entrée inconnue (représentée par le couple résistant) a été définie par un état supplémentaire ayant une dynamique nulle et ne pouvant pas varier, ce qui n'est pas conforme à la réalité. La prise en compte du bruit d'état sur l'équation du couple résistant a pour but de pallier à ce problème. Le bruit d'état du couple résistant est modélisée par un bruit  $\beta$ , blanc, non corrélé, gaussien, centré et d'écart-type  $\sigma$ . Des tests de simulations ont permis la caractérisation du paramètre  $\sigma$  donnant un écart-type proche de l'unité. Une nouvelle caractérisation et de nouveaux tests devront être fait sur le système Common Rail. L'équation régissant le couple résistant s'écrit alors de la façon suivante :

$$x_4(k+1) = x_4(k) + \beta(k) \quad (4.45)$$

La modélisation, dans le cas stochastique, du système d'état augmenté est donnée par l'équation suivante :

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + g(k) + w(k) \quad (4.46a)$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (4.46b)$$

où  $A$  représente la matrice d'état augmenté,  $B$  la matrice de commande,  $C$  la matrice de mesure,  $g$  le vecteur des constantes liées à la linéarisation,  $w$  le vecteur du bruit d'état et  $v$  le vecteur du bruit de mesure.

Les bruits d'état et de mesure sont supposés blancs, gaussiens à moyenne nulle et mutuellement non-corrélés. Les matrices de covariance du bruit d'état et du bruit de mesure sont définies respectivement par les matrices  $W$  et  $V$ .

Le calcul des matrices d'état  $A(k)$ , de commande  $B(k)$  et du vecteur  $g(k)$  est donné respectivement par les équations 4.35a, 4.35b et 4.37. Pour ce calcul, nous avons besoin de définir les dérivées partielles de  $f$  par rapport à  $x$  et à  $u$  :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1.88C_5x_1^{0.88} - C_6\frac{1}{2\sqrt{x_1}}u_3 & (2C_1x_2 + C_2)x_3 - C_4u_1 & (C_1x_2^2 + C_2x_2 + C_3) & 0 \\ 0 & -C_9 & 0 & -C_8 \\ 0 & 0 & C_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{pmatrix} -C_4x_2 & 0 & -C_6\sqrt{x_1} \\ C_7 & 0 & 0 \\ 0 & C_{11} & 0 \end{pmatrix}$$

Comme précédemment, seules la pression rail et la vitesse moteur sont mesurées, la matrice  $C$  s'écrit alors :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

### 4.5.2 La simulation

Avant de passer directement aux résultats de diagnostic, nous allons regarder les graphiques des commandes 4.22, et celui des états 4.23.

### 4.5.3 Les résultats de diagnostic

#### a. Cas sans défaut

Deux longueurs de fenêtre  $L_1$  et  $L_2$  doivent être définies, avant de tester la procédure de diagnostic sur le système quatre états. Ces deux longueurs sont les mêmes que celles prises pour le système trois états, et valent respectivement 4 et 10.

La structure de la représentation d'état 4.43 nous permet de mettre en place un schéma d'observateur généralisé comme dans la partie 4.4. Pour les mêmes raisons que précédemment, deux observateurs (l'un avec les deux mesures et l'autre avec la mesure de pression rail) sont mis en place. Nous noterons les résidus de la même façon.

Regardons dans un premier temps la valeur des résidus dans un cas sans défaut et après la mise en place du seuillage sur les fortes dynamiques (cf : équation 4.40). Les deux figures 4.24 et 4.25 présentent les résidus générés à partir des deux observateurs. Nous pouvons voir que la valeur moyenne des résidus est nulle.

#### b. Sensibilité pratique

La sensibilité théorique n'est pas décrite dans le cas du système quatre états, car les résultats diffèrent peu par rapport à ceux du système trois états. La figure 4.26 montre les réponses des résidus de l'observateur 2 à un défaut du capteur de pression rail entre les instants  $t_{deb} = 46 \text{ s}$  et  $t_{fin} = 50 \text{ s}$ , ce défaut est matérialisé par un biais de +5% sur la mesure.

Par souci de concision nous ne présentons qu'un seul autre graphique sur la sensibilité des résidus. Il s'agit, comme précédemment, de la sensibilité des résidus issus de l'observateur 1 en présence d'un défaut sur l'actionneur d'injection *Fuelling*. Ces résultats sont présentés par la figure 4.27. Le défaut est placé entre les instants  $t_{deb} = 10 \text{ s}$  et  $t_{fin} = 11 \text{ s}$  et correspond à un biais de +10% sur la commande.

Comme dans la partie 4.4, nous allons relever la signature des différents résidus en présence des divers défauts de capteurs et d'actionneurs. Dans notre cas, la table de signature pour un défaut sur le capteur de pression rail est donné par le tableau 4.9.

L'ensemble des résultats est recensé dans une table contenant l'ensemble des signatures des défauts de capteur et d'actionneur. Les défauts capteur sont matérialisés par un biais de +5% de mesure, les défauts sur les actionneurs d'injection, du courant de l'IMV et du couple résistant sont matérialisés par un biais de +10% de la commande, enfin le défaut sur la commande de décharge est matérialisé par un "NON" booléen.

Le tableau 4.10 permet de conclure que les défauts capteur et actionneur sur le système quatre états sont tous détectables. En effet, chacune des signatures présente au moins un

#### 4.5. Système à quatre états

---

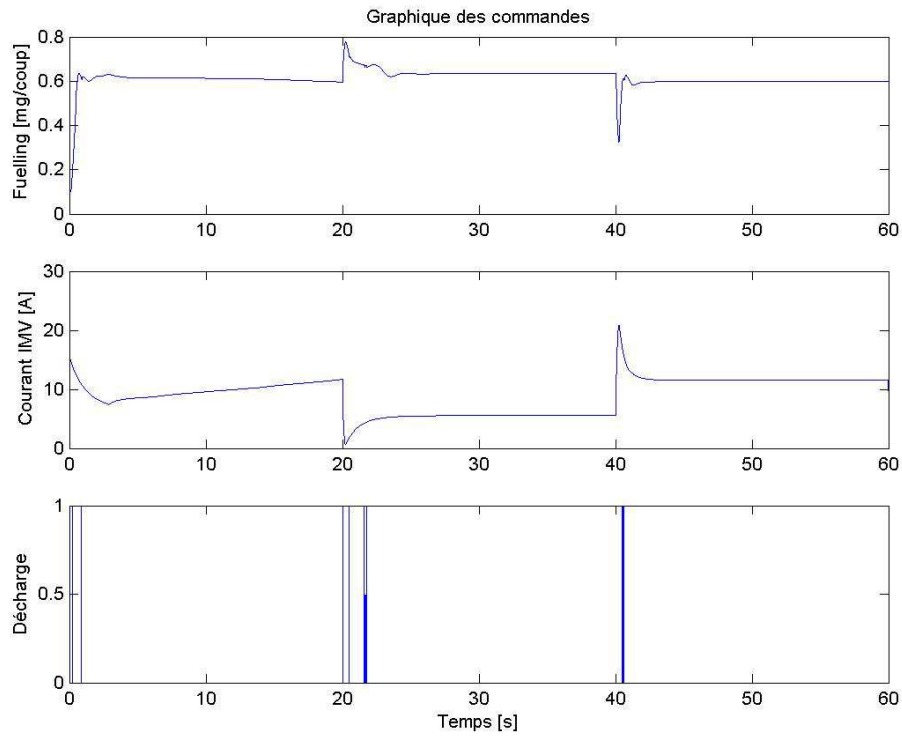


Figure 4.22 : Graphique des commandes du système à quatre états

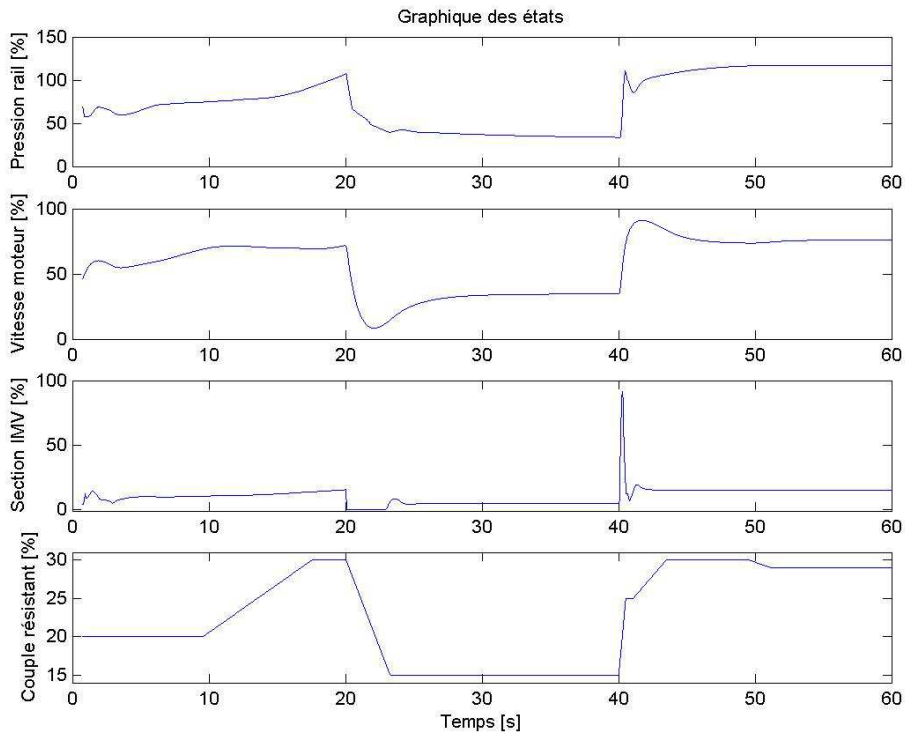


Figure 4.23 : Graphique représentant les états

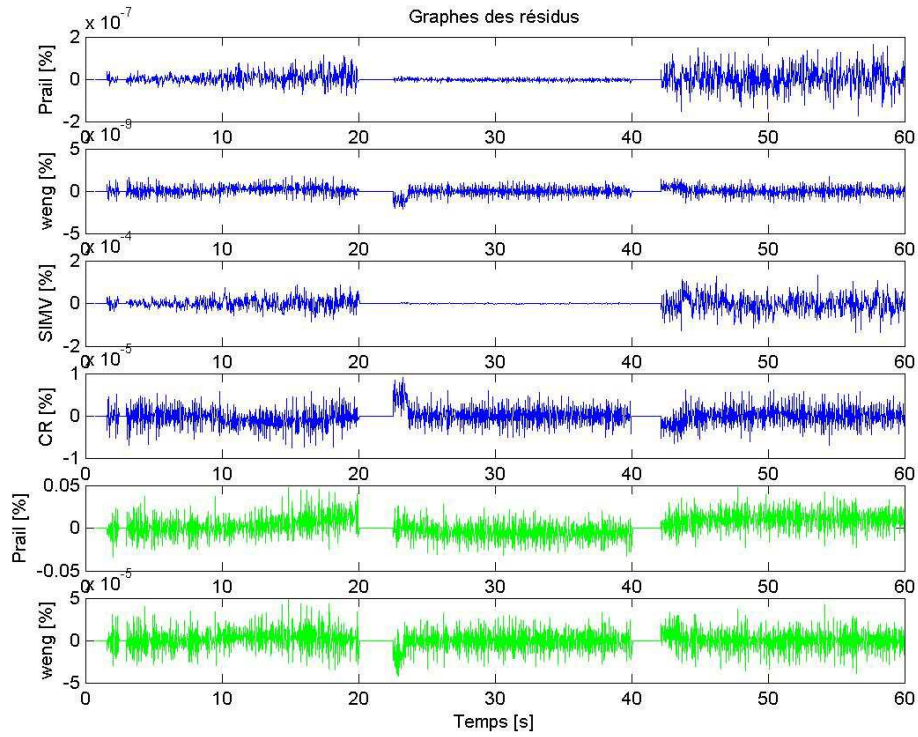


Figure 4.24 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut

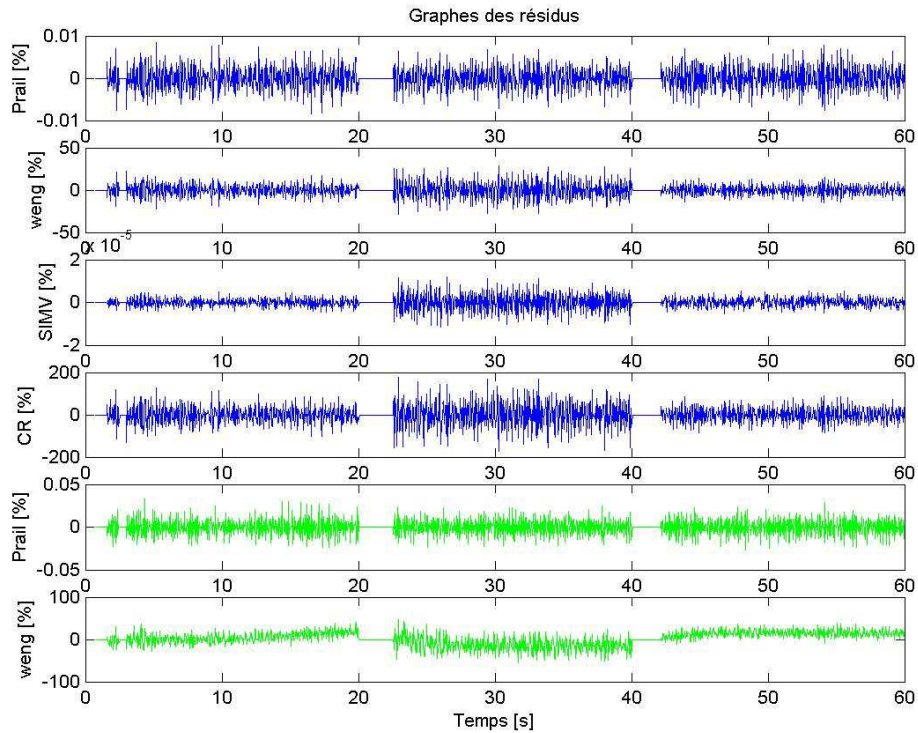


Figure 4.25 : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut



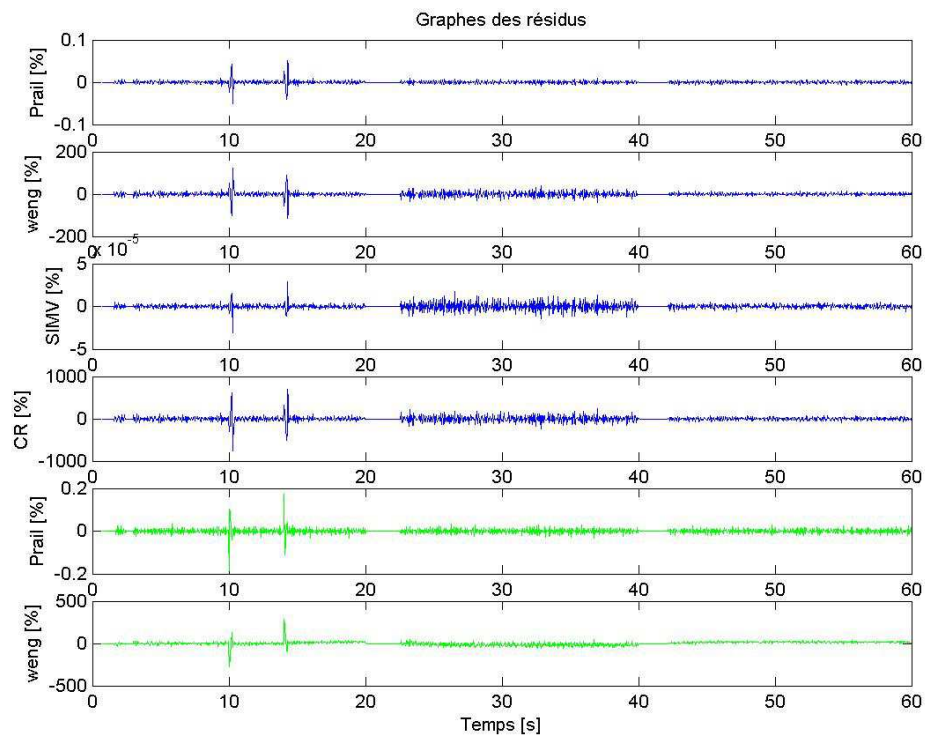


Figure 4.26 : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur le capteur de pression rail

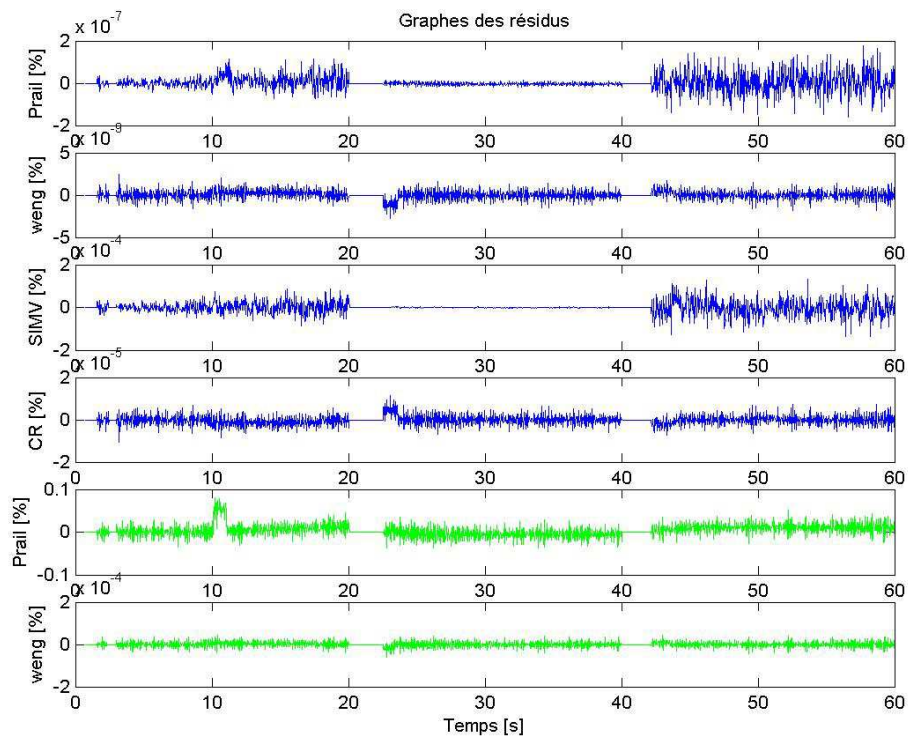


Figure 4.27 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling

		Défaut sur la pression rail	
		Obs. 1	Obs. 2
	Pression rail	1	1
Résidu	Vitesse moteur	0	1
$r_1$	Section IMV	0	1
	Couple Résistant	0	1
Résidu	Pression rail	1	1
$r_2$	Vitesse moteur	0	1

**Tableau 4.9** : Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur un défaut de capteur de pression rail

		Défaut sur les capteurs		Défaut sur les actionneurs		Accel. Decel.	
		Pression rail	Vitesse moteur	Courant IMV	Fuelling		
	Pression rail	1	0	1	0	1	1
Résidu	Vitesse moteur	0	1	0	0	0	0
$r_1$	Section IMV	0	0	X	0	1	1
	Couple résistant	0	1	0	0	0	0
Résidu	Pression rail	1	0	1	1	1	1
$r'_1$	Vitesse moteur	0	1	0	0	1	1
	Pression rail	1	0	1	0	1	1
Résidu	Vitesse moteur	1	0	0	0	1	0
$r_2$	Section IMV	1	0	X	0	1	1
	Couple résistant	1	0	0	0	1	0
Résidu	Pression rail	1	0	1	0	1	1
$r'_2$	Vitesse moteur	1	0	1	1	1	1

**Tableau 4.10** : Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur des défauts capteurs et actionneurs

symbole "1". De plus, chacune des signatures est différente l'une de l'autre, ce qui conduit à une isolabilité totale des défauts.

De plus, remarquons que les signatures de fausses alarmes correspondant aux fortes dynamiques ont été masquées sur chaque figure comme pour le système trois états. Toutefois, nous pouvons remarquer que si ce post-traitement n'est pas effectué, les fausses alarmes (faites lors les fortes dynamiques) peuvent être isolées des défauts capteurs et actionneurs par la comparaison des signatures (cf : tableau 4.10).

#### 4.5.4 Bilan sur le système à quatre états

Une procédure de diagnostic a pu être mise en place sur le système quatre états tout en gardant le couple résistant ainsi que l'équation sur la vitesse moteur associée. Ceci a été réalisé par un système à entrée inconnue, dont la représentation d'état est construite à partir d'un état augmenté.

Nous avons vu les résultats concernant le diagnostic. Nous pouvons rappeler que, dans le cadre de cette étude, une détection de tous les défauts a été réalisée. Les défauts ayant des signatures différentes, l'isolabilité a pu être mise en évidence. De plus, l'isolation entre

les défauts et les signatures des fortes dynamiques est réalisée.

Malgré ces résultats encourageants en simulation un souci persiste sur la prise en compte du couple résistant. Nous avons vu dans cette partie que le couple résistant était modélisé comme un état augmenté de notre système de départ (système à trois états). Le fait de ne pas avoir de connaissance sur sa dynamique, nous a conduit à le modéliser comme un "état-paramètre", l'aspect dynamique étant caractérisé par un bruit de modèle stochastique qui permet de compenser les variations du couple résistant.

Toutefois un problème subsiste concernant l'évaluation de ces variations et donc l'évaluation de la variance du bruit d'état du couple résistant. Ce problème est facilement résolu en simulation mais n'est plus si simple lorsque nous passons sur véhicule.

Dans le cadre d'une simulation, nous pouvons facilement prendre un bruit assez grand pour masquer les variations probables du couple. En revanche, dans le cas d'un système embarqué sur véhicule, nous ne pouvons pas définir a priori une valeur correcte pour la covariance du bruit de modèle sur l'équation régissant le couple résistant.

Cette variance du bruit d'état est un paramètre de réglage de notre système de diagnostic (en plus de horizons  $L_1$  et  $L_2$  d'observation). Aucune procédure de réglage ne semble se dégager rendant ainsi impossible la mise en œuvre sur véhicule.

## 4.6 Système à six états

En parallèle de nos études de faisabilité sur les systèmes trois et quatre états, faisant appel tous les deux à une décharge par les injecteurs, Delphi a développé un nouveau système de décharge : le dispositif HPV.

La figure 1.9 (page 18) au chapitre 1 donne une représentation de ce système. De même, au début de ce chapitre, nous avons donné plus de détails sur la modélisation (cf : paragraphe 4.2.7).

Ce nouveau moyen de décharge nous permet d'aborder le problème du diagnostic sous un nouveau point de vue. En effet, la modélisation du système dans sa globalité fait apparaître six états :

- la dynamique (position, vitesse) de la bille de la vanne HPV,
- la pression rail avec une décharge par la vanne HPV,
- la section de la vanne IMV,
- le courant de la vanne IMV,
- le courant de la vanne HPV.

Cette étude (Graton et al. [66]) prend en compte les remarques concernant le couple résistant faites lors du bilan sur les systèmes trois états et quatre états. En effet, nous avons vu que la modélisation du couple résistant restait un point difficile. Malgré la tentative faite dans la partie précédente, la quantification du bruit d'état restait en suspens dans le cadre d'un système embarqué sur véhicule. Dans cette partie, nous allons changer l'approche concernant le couple résistant et l'équation de la vitesse moteur associée. En effet, nous retenons ici la première approche définie dans le bilan du système trois états (cf : paragraphe 4.4.6). Nous ne prenons pas en compte l'équation régissant la vitesse moteur (et donc le couple résistant).

Nous commencerons notre étude sur le système six états par sa représentation d'état en s'appuyant sur la modélisation des différentes parties du système d'injection à haute pression faite tout au long de la section 4.2.

### 4.6.1 La représentation d'état

Nous posons  $X = [x_1, x_2, P_{rail}, S_{IMV}, I_{IMV}, I_{HPV}]^T$  le vecteur d'état et nous définissons le vecteur de commandes,  $U = [Fuelling, U_{IMV}, U_{HPV}]^T$ , de dimension  $m = 3$  afin de décrire la représentation d'états correspondant aux six équations différentielles suivantes :

$$\dot{X}_1(t) = X_2 \quad (4.48a)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_2(t) = & K_{21}X_1(t) + K_{22}X_2(t) + K_{23}X_3(t) + C_q K_{24}X_1(t)X_3(t) \\ & + K_{25}X_6(t) + K_{26} \end{aligned} \quad (4.48b)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_3(t) = & (K_{31}\omega_{eng}(t)^2 + K_{32}\omega_{eng}(t) + K_{33})X_4(t) + K_{34}\omega_{eng}(t)U_1(t) \\ & + K_{35}X_3(t)^{1.88} + C_q K_{36}X_1(t)\sqrt{X_3(t)} + K_{37}X_2(t) \end{aligned} \quad (4.48c)$$

$$\dot{X}_4(t) = K_{41}X_4(t) + K_{42}X_5(t) + K_{43} \quad (4.48d)$$

$$\dot{X}_5(t) = K_{51}U_2(t) + K_{52}X_5(t) \quad (4.48e)$$

$$\dot{X}_6(t) = K_{61}U_3(t) + K_{62}X_6(t) \quad (4.48f)$$

où  $K_i$  sont des constantes décrites dans le tableau A.2 en annexe.

Le système d'équation 4.43 peut être écrit sous une forme compacte :

$$\dot{X}(t) = f(X, U, t) \quad (4.49)$$

Pour les mêmes raisons que précédemment, nous allons linéariser le système d'équations 4.48, le discrétiser dans le but de mettre en place la procédure de diagnostic utilisant la méthode des observateurs à mémoire finie décrite au chapitre 3.

Avant de poursuivre notre étude, soulignons l'importance du choix de la période d'échantillonnage pour ce système. Nous devons prendre en compte la dynamique rapide de la bille de la vanne HPV. La discrétisation du système d'équation 4.48 ne peut être faite qu'en tenant compte de cette période d'échantillonnage. La période d'échantillonnage  $T_e$  requise vaut  $10^{-4}$  s.

Nous procédons de la même manière qu'à la partie 4.4, afin d'obtenir le système d'équations 4.48 sous la forme de la représentation d'état décrite par l'équation 4.34 (page 110). Les matrices  $A$  et  $B$  ainsi que le vecteur  $g$  ont la même définition (cf : équations 4.35 et 4.37, page 111).

La modélisation, dans le cas stochastique, du système est donnée par l'équation suivante :

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + g(k) + w(k) \quad (4.50a)$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \quad (4.50b)$$

où  $A$  représente la matrice d'état,  $B$  la matrice de commande,  $C$  la matrice de mesure,  $g$  le vecteur des constantes liées à la linéarisation,  $w$  le vecteur du bruit d'état et  $v$  le vecteur du bruit de mesure.

Les bruits d'état et de mesure sont supposés blancs, gaussiens à moyenne nulle et mutuellement non-corrélés. Les matrices de covariance du bruit d'état et du bruit de mesure sont définies respectivement par les matrices  $W$  et  $V$ .

Le calcul des matrices d'état  $A(k)$ , de commande  $B(k)$  et du vecteur  $g(k)$  est donné respectivement par les équations 4.35a, 4.35b et 4.37. Pour ce calcul, nous avons besoin de définir les dérivées partielles de  $f$  par rapport à  $x$  et à  $u$  :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x_{2,1}} & K_{22} & \frac{\partial f}{\partial x_{2,3}} & 0 & 0 & K_{25} \\ \frac{\partial f}{\partial x_{3,1}} & K_{37} & \frac{\partial f}{\partial x_{3,3}} & \frac{\partial f}{\partial x_{3,4}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{41} & K_{42} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{52} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{62} \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_{2,1}} &= K_{21} + K_{24}x_3(C_q + C_{q,1}x_1) \\ \frac{\partial f}{\partial x_{2,3}} &= K_{23} + K_{24}x_1(C_q + C_{q,2}x_3) \\ \frac{\partial f}{\partial x_{3,1}} &= K_{36}\sqrt{x_3}(C_q + C_{q,1}x_1) \\ \frac{\partial f}{\partial x_{3,3}} &= 1.88K_{35}x_3^{1.88} + K_{36}X_1\left(C_q\frac{1}{2\sqrt{X_3}} + C_{q,2}\sqrt{x_3}\right) \\ \frac{\partial f}{\partial x_{3,4}} &= K_{31}\omega_{eng}^2 + K_{32}\omega_{eng} + K_{33} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ K_{34}\omega_{eng} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{51} & 0 \\ 0 & 0 & K_{61} \end{pmatrix}$$

où  $C_{q,1}$  et  $C_{q,2}$  sont donnés par les relations :

$$\begin{aligned} C_{q,1} &= \frac{\partial C_q}{\partial x_1} \\ &= C_{q_{max}} \frac{\left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos(\frac{\pi}{2}-\theta)}{\mu} \sqrt{\frac{2x_3}{\rho}}\right)}{ch^2 \left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos(\frac{\pi}{2}-\theta)x_1}{\mu} \sqrt{\frac{2x_3}{\rho}}\right)} \end{aligned} \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} C_{q,2} &= \frac{\partial C_q}{\partial x_3} \\ &= C_{q_{max}} \frac{\left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos(\frac{\pi}{2}-\theta)x_1}{\mu} \sqrt{\frac{1}{\rho x_3}}\right)}{ch^2 \left(\frac{2}{l_c} \frac{2 \cos(\frac{\pi}{2}-\theta)x_1}{\mu} \sqrt{\frac{2x_3}{\rho}}\right)} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Dans cette représentation d'état, seules la pression rail et le courant de la vanne HPV sont mesurés, la matrice  $C$  s'écrit alors de la façon suivante :

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

### 4.6.2 La simulation

Avant de passer directement aux résultats de diagnostic, nous allons regarder les graphiques des commandes 4.28, et celui des états 4.29.

### 4.6.3 Les résultats de diagnostic

#### a. Cas sans défaut

Comme nous l'avons vu précédemment, avant de tester la procédure de diagnostic sur le système six états, nous devons définir deux longueurs de fenêtre  $L_1$  et  $L_2$  qui valent respectivement 7 et 9. Nous ne pouvons pas prendre des valeurs plus petites que 6 pour garantir l'observabilité du système.

La structure de la représentation d'état donnée par l'équation 4.43 nous permet de mettre en place un schéma d'observateur généralisé comme dans la partie 4.4. Pour les mêmes raisons liées à l'observabilité du système, deux observateurs (l'un avec les deux mesures et l'autre avec la mesure de pression rail) sont mis en place. Nous noterons les résidus de la même façon que précédemment.

Regardons dans un premier temps la valeur des résidus dans un cas sans défaut. Les deux figures 4.30 et 4.31 présentent les résidus générés à partir des deux observateurs. Nous pouvons voir que la valeur moyenne des résidus est nulle.

#### b. Sensibilité théorique

Comme précédemment (cf : paragraphe 4.4), nous allons nous intéresser à la sensibilité théorique des résidus  $r$  et  $r'$  en présence de défauts capteurs et actionneurs. Nous utiliserons les relations 3.80 et 3.81 (page 88) pour les défauts capteurs et 3.85 et 3.86 (page 89) pour les défauts actionneurs afin d'exprimer les résidus en fonctions des défauts et de dégager la sensibilité des résidus.

Nous procédons de la même manière et exprimons le résidu  $r$  sous la forme  $r = G \cdot \Phi$ . Nous reprenons l'exemple donné précédemment concernant la présence d'un défaut sur le capteur de pression rail sur la totalité de la fenêtre  $L_2$  et ayant la même amplitude sur cette fenêtre, nous avons  $G = [131, 9, 0.9, 0.98, 2.7, 10^{-19}]^T$ . Nous en déduisons a priori que les cinq premières composantes paraissent sensibles à un défaut sur la pression rail, tandis que la dernière n'est pas sensible. Nous pouvons faire la même chose pour le résidu  $r'$ . Nous avons  $G' = [1, 3.2 \cdot 10^{-22}]^T$ . Nous en déduisons a priori que la première composante sera plutôt sensible au défaut sur la pression rail, tandis que la seconde ne la sera pas.

Nous pouvons dresser une signature a priori des résidus en présence d'un défaut sur la pression rail en procédant de la même manière que précédemment (cf : partie 4.4). Nous ne ferons pas précéder les "1" et "X" de signes "+" ou "-" donnant le signe du résidu pour un défaut positif car les sensibilités des résidus changent de signe suivant l'instant étudié. Ainsi nous aboutissons le plus souvent à des sensibilités centrées en zéro mais avec une grande dispersion. Dans le cas d'un défaut sur le capteur de pression rail, nous pouvons donner une signature a priori "1, 1, 1, 1, 1, 0" pour  $r$  et "1, 0" pour  $r'$ .

4.6. Système à six états

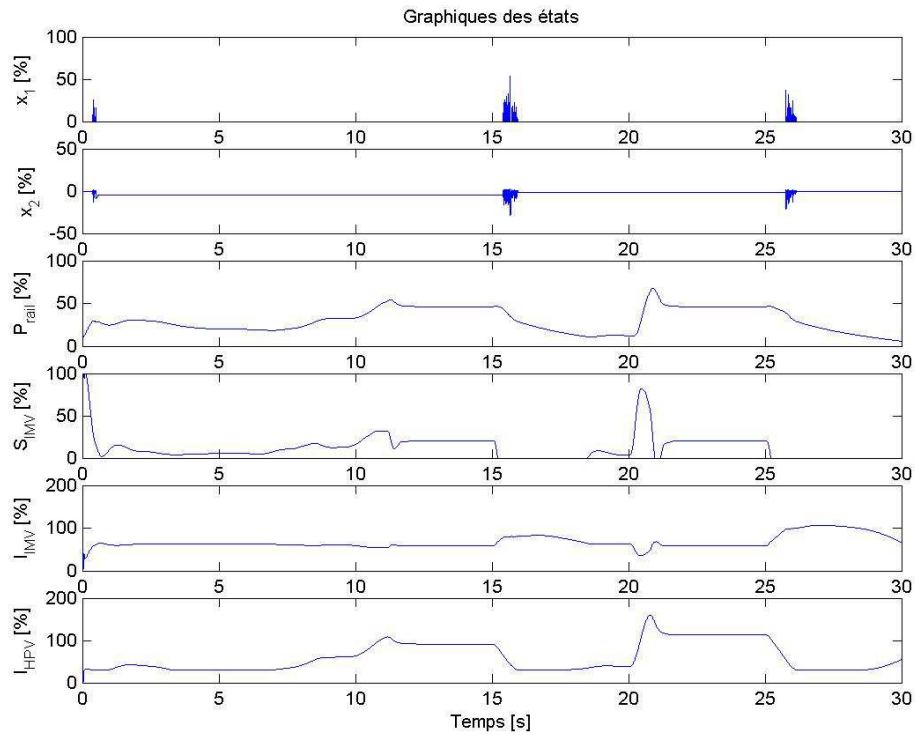
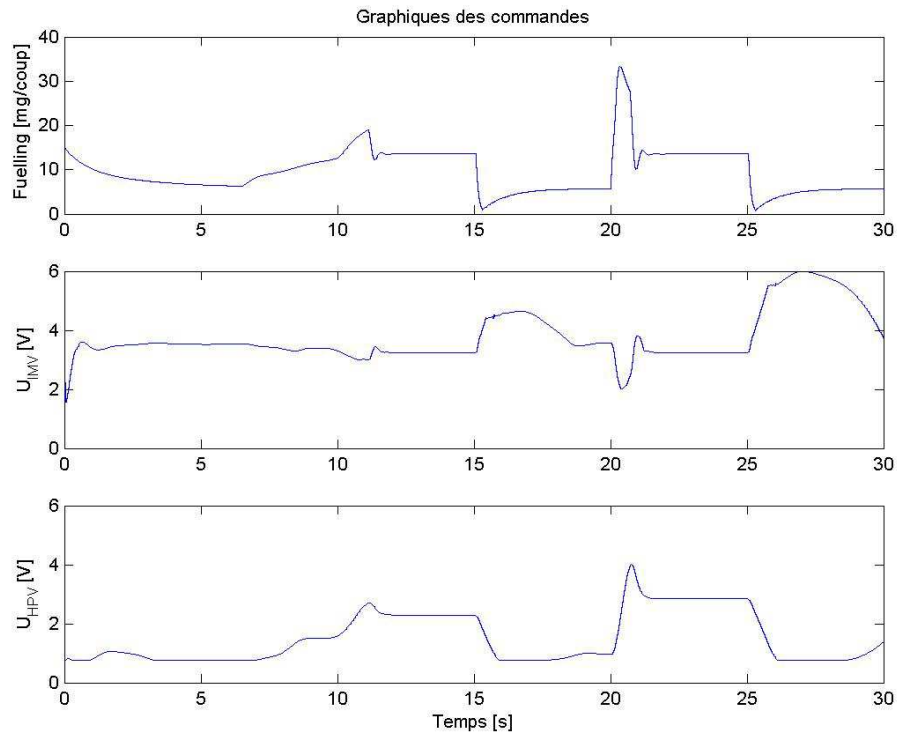


Figure 4.29 : Graphique des états

		Défaut sur les capteurs		Défaut sur les actionneurs		
		Pression rail	Courant HPV	Fuelling	Tension IMV	Tension HPV
	Position bille	1	0	X	1	1
	Vitesse bille	1	0	X	1	1
Résidu	Pression rail	1	0	X	0	0
	$r_1$ Section IMV	1	X	X	X	X
	Courant IMV	1	X	X	X	X
	Courant HPV	0	0	0	0	0
Résidu	Pression rail	1	0	0	0	0
	$r'_1$ Courant HPV	0	1	0	0	X
	Position bille	1	1	1	1	1
	Vitesse bille	X	X	X	X	X
Résidu	Pression rail	X	0	X	0	0
	$r_2$ Section IMV	0	0	X	0	0
	Courant IMV	1	0	X	0	0
	Courant HPV	1	0	X	X	X
Résidu	Pression rail	X	0	X	0	0
	$r'_2$ Courant HPV	X	0	1	X	X

**Tableau 4.11** : Structure théorique des résidus en présence de défauts capteur et actionneur

Cette étude peut être étendue à l'ensemble des défauts capteur et actionneur pour toutes les configurations d'instrumentation ("observateur 1" et "observateur 2"). Nous pouvons alors dresser un tableau recensant toutes ces signatures (cf : tableau 4.11).

La sensibilité théorique représentée dans ce tableau (tableau 4.11) sera à comparer avec la sensibilité pratique. Nous pouvons déjà soulever le problème lié à la dispersion de la sensibilité des résidus. Cette dispersion des valeurs autour de zéro peut nous conduire à une signature pratique "0" alors qu'a priori un "1" lui était attribuée.

De plus, à ce stade de notre étude, nous pouvons mettre en exergue le problème de conditionnement lié à la matrice  $\Omega_L$  qui varie au court du temps ( $\Omega_L$  dépend de  $A(k)$ ) mais dont l'ordre de grandeur est  $10^{16}$ . Ce nombre de conditionnement assez élevé va conduire à des estimations très sensibles (une petite variation des entrées de l'observateur aura pour conséquence une grande dispersion des estimations de l'observateur) mais aussi à la large dispersion de la sensibilité des résidus.

### c. Sensibilité pratique

Les figures 4.32 et 4.33 montre respectivement les réponses des résidus de l'observateur 1 et 2 à un défaut du capteur de pression rail entre les instants  $t_{deb} = 46 s$  et  $t_{fin} = 50 s$ , matérialisé par un biais de +5% sur la mesure.

Par souci de concision nous ne présentons qu'un seul autre graphique sur la sensibilité des résidus. Il s'agit, comme précédemment, de la sensibilité des résidus issus de l'observateur 1 en présence d'un défaut sur l'actionneur d'alimentation en carburant *Fuelling*. Ces résultats sont présentés dans la figure 4.34. Le défaut est placé entre les instants  $t_{deb} = 10 s$  et  $t_{fin} = 11 s$  et est matérialisé par un biais de +10% sur la commande.

Comme précédemment, nous pouvons comparer cette table des sensibilités pratiques



4.6. Système à six états

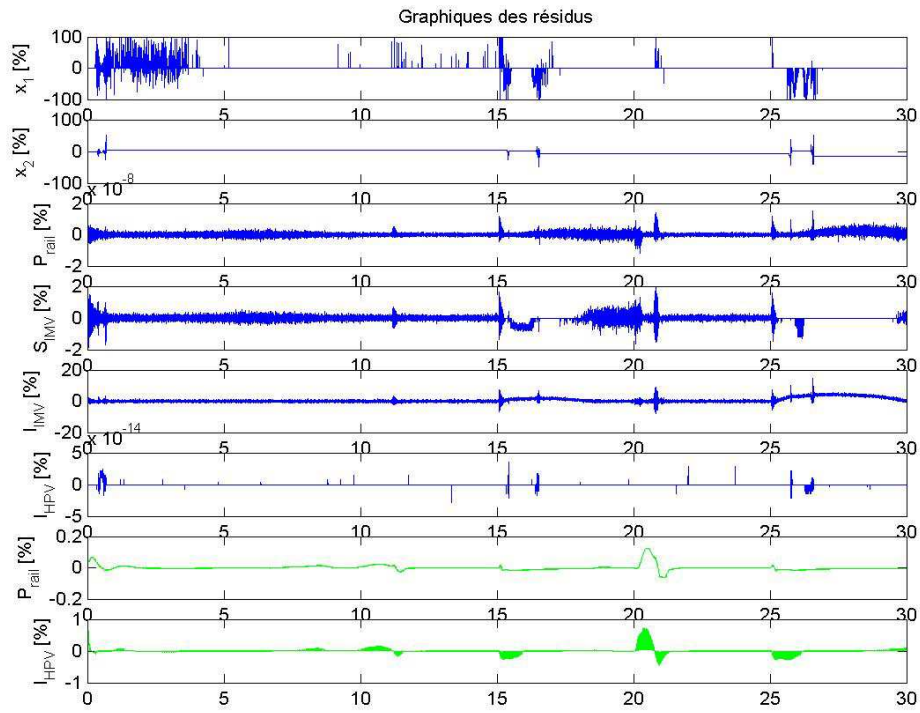


Figure 4.30 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Cas sans défaut

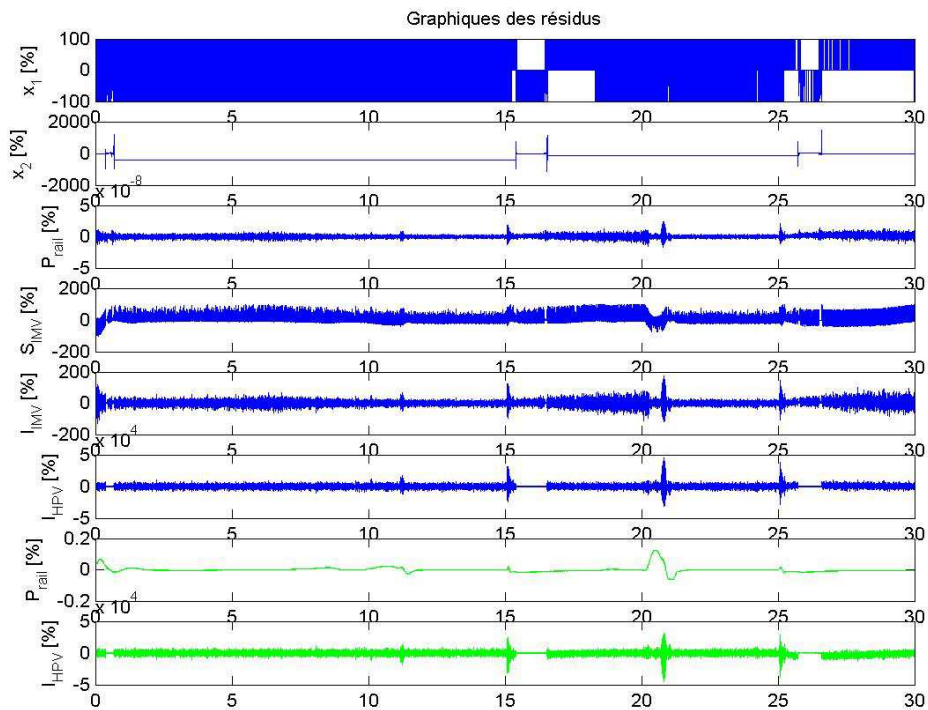


Figure 4.31 : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Cas sans défaut

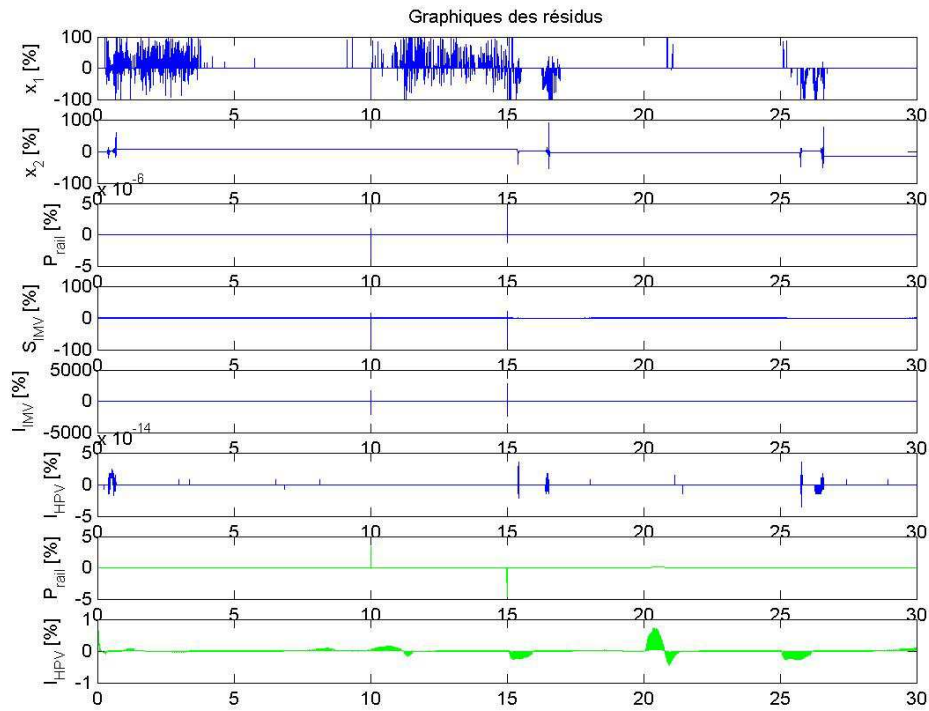
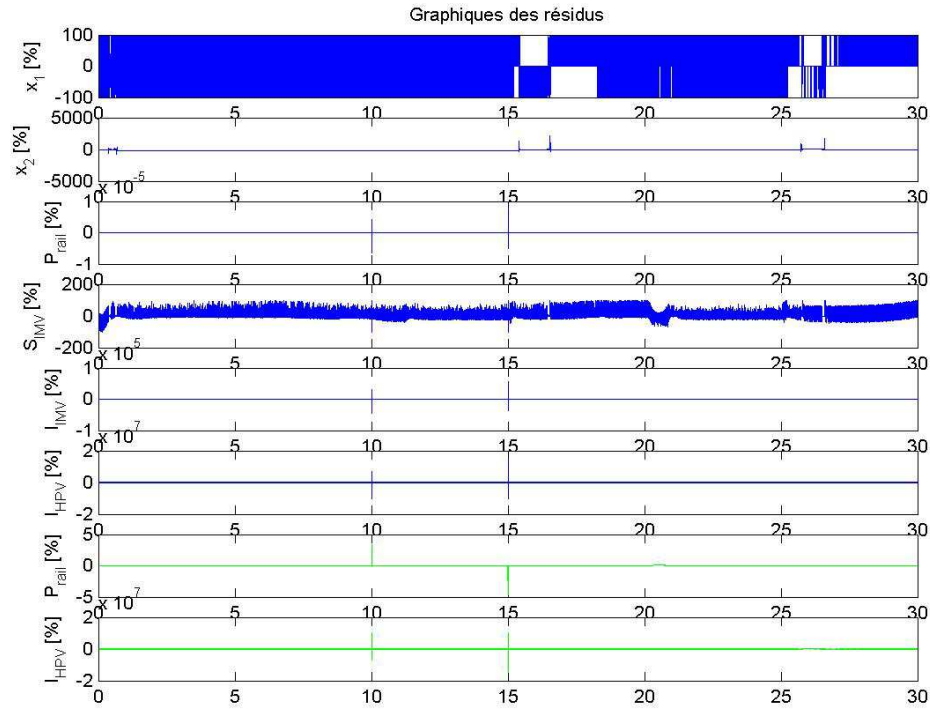


Figure 4.32 : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur le capteur de pression rail

		Défaut sur les capteurs		Défaut sur les actionneurs		
		Pression rail	Courant HPV	Fuelling	Tension IMV	Tension HPV
Résidu $r_1$	Position bille	X	0	X	0	0
	Vitesse bille	0	0	0	0	0
	Pression rail	1	0	X	0	0
	Section IMV	1	0	X	0	0
	Courant IMV	1	0	X	0	0
Résidu $r'_1$	Courant HPV	0	0	0	0	0
	Pression rail	1	0	0	0	0
Résidu $r'_2$	Courant HPV	0	1	0	0	1
	Position bille	X	X	X	X	X
	Vitesse bille	0	0	0	0	0
	Pression rail	1	0	1	0	0
	Section IMV	0	0	X	0	0
	Courant IMV	1	0	1	0	0
	Courant HPV	1	0	1	0	0
Pression rail	1	0	1	0	0	
Courant HPV	1	0	1	0	0	

Tableau 4.12 : Structure des résidus par observateurs à mémoire finie sur des défauts capteurs et actionneurs

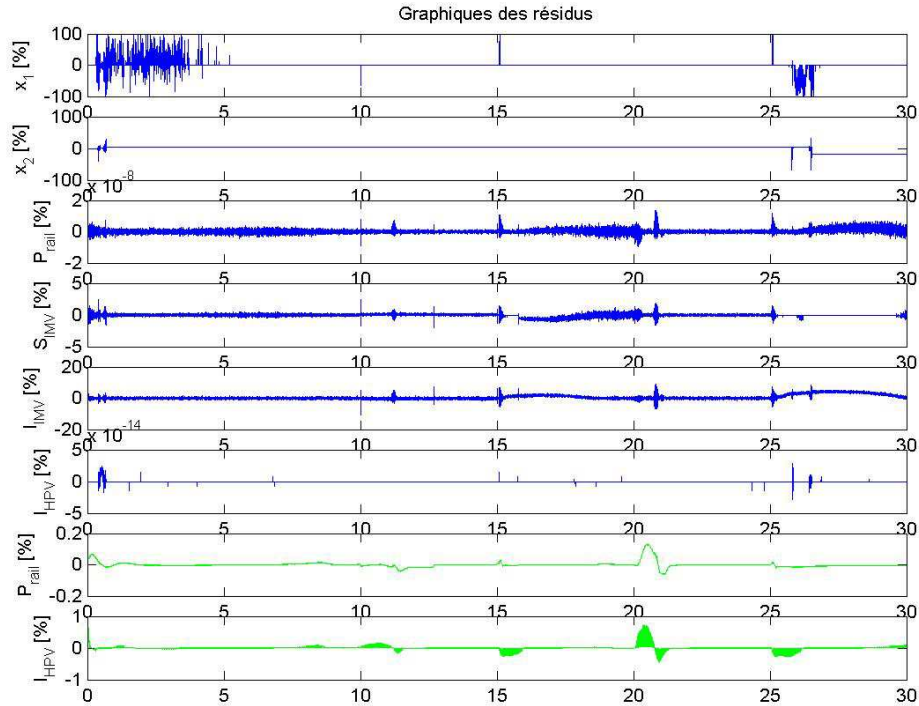


**Figure 4.33** : Graphique des résidus générés par l'observateur 2 - Défaut sur le capteur de pression rail

des résidus à celle des sensibilités théoriques vue au paragraphe précédent (cf : tableau 4.11). Nous pouvons voir que la sensibilité "restreinte" représentée par "X" a été, pour certains cas, traduite par des "1" ou des "0". En fait, en situation pratique, les résidus plutôt sensibles peuvent être confondus avec le bruit et ne pas se dégager comme nous l'avons vu au paragraphe 4.4. Certains défauts restent toutefois détectables mais de manière très faible, c'est la raison pour laquelle des "X" persistent dans le tableau 4.12. Le dernier point concerne en particulier la première ligne de la seconde moitié des deux tableaux (composante de la position bille du résidu  $r_2$ ). Dans le tableau théorique 4.11, cette ligne est constituée de "1" alors qu'elle contient des "X" dans le tableau pratique 4.12.

Remarquons que les résidus sur la position et la vitesse bille sont fortement sensibles, leur variation est liée au conditionnement de la matrice  $\Omega_L$ . En effet, les valeurs propres de  $\Omega_L$  associées à ces deux états sont très grandes (de l'ordre de  $10^8$ ). Une faible confiance sera faite aux résidus associés à ces deux états.

Le tableau 4.12 permet de conclure que les défauts capteur et actionneur sur le système six états sont détectables sauf le défaut sur la tension IMV. En effet, chacune des signatures à l'exception de celle de la tension IMV présente au moins un symbole "1". Chaque signature des défauts détectables sont différentes les unes des autres sauf celles des défauts sur le courant HPV et sur la tension HPV, ce qui conduit à une isolabilité partielle des défauts sur le système six états.



**Figure 4.34** : Graphique des résidus générés par l'observateur 1 - Défaut sur la commande de fuelling

#### 4.6.4 Bilan sur le système à six états

Cette étude fait suite aux deux premières études réalisées sur le diagnostic des systèmes d'équations représentant le système d'injection diesel et montre que la détection de défaut sur le système avec HPV est possible sur la plupart des défauts ; elle n'est pas effective sur défaut de la commande de la tension IMV.

Toutefois, la linéarisation du système rend les résidus biaisés. En effet, dans le cas sans défaut, certaines composantes ont une moyenne non nulle. Malgré cela, la détection des défauts n'est pas trop altérée.

La forte dynamique liée à l'HPV est le souci majeur de cette étude. En effet, le pas d'échantillonnage nécessaire pour simuler un tel système est de  $10^{-4}$  s ce qui représente un coût en temps de calcul.

De plus, les butées et les remises à zéro de l'état de la vitesse bille sont certes pratique pour la modélisation mais elles conduisent à certains problèmes pour la bonne détection des défauts et expliquent les différences entre les deux tableaux (théorique et pratique) sur la sensibilité des résidus (cf : tableaux 4.11 et 4.12). Les butées et les remises à zéro des états constituent un point difficile car elles doivent être prise en compte par l'observateur. De plus, elle dégradent les performances de la procédure de détection de défaut. Une des perspectives est la prise en compte de ces non-linéarités du système et passe la modélisation du système dynamique et des événements discrets associés aux butées : Systèmes Dynamiques Hybrides (SDH).

## 4.7 Conclusion

Ce chapitre a permis de réaliser la suite de la présentation faite au chapitre 1 concernant les composants du Common Rail. Ainsi, la modélisation des divers composants du Common Rail a été détaillée dans ce chapitre, elle a été suivie de la définition des différentes représentations d'état rencontrées au cours de ce mémoire (systèmes trois, quatre et six états).

Pour l'étude du système trois états, une hypothèse assez contraignante a été posée : le couple résistant est connu. Cette première étude a été réalisée pour dégager la faisabilité du projet de diagnostic du système d'injection à haute pression. Les résultats encourageants, détection et isolation totale des défauts capteur et actionneur, nous ont conduits à une nouvelle étude où l'hypothèse d'un couple résistant connu a été supprimée.

Nous avons vu, au paragraphe 4.4.6 (page 124), que l'approche la plus simple est de supprimer l'équation contenant le couple résistant. Mais le peu d'information relative aux résidus ne permet pas d'assurer une isolation des défauts ; cette approche n'a pas été présentée dans ce mémoire. La seconde approche a fait l'objet de la seconde étude présentée dans ce mémoire : le système quatre états.

Dans cette deuxième partie de nos travaux, le couple résistant est caractérisé par une entrée inconnue modélisée par un état augmenté. Le bruit d'état donne la possibilité à l'estimation du couple résistant de varier. La détection et l'isolation totale des défauts est un résultat important de cette étude. De même, si nous ne mettons pas en place de post-traitement sur les résidus lors des fortes dynamiques de la vitesse moteur, nous pouvons isoler les défauts capteurs et actionneurs des fausses alarmes liées à ces fortes dynamiques uniquement par la comparaison des signatures. En revanche, le point faible de cette approche concerne la caractérisation du bruit d'état lié au couple résistant réalisable en simulation mais aucune approche de réglage semble se dégager rendant ainsi impossible la mise en œuvre sur véhicule.

Enfin, la dernière partie donne les résultats du système six états prenant en compte le mode de décharge par la vanne HPV. Nous avons vu que la détection des défauts n'est pas totale. En effet, le défaut relatif à la tension IMV n'est pas détectable. De plus, les défaut sur la mesure de courant HPV et la commande de tension HPV ne sont pas isolables l'un de l'autre ; leurs signatures sont identiques. Seuls les défauts de capteur de pression rail et de commande d'injection sont détectables et isolables.

Nous avons regardé puis comparé les résidus donnés de manière théorique aux résidus pratiques. Nous avons vu quelques différences entre ces deux approches, mais dans l'ensemble les signatures pratiques se rapprochent bien de celles théoriques. Les différences constatées sont essentiellement dues à :

- un rapport signal sur bruit trop faible (l'effet du défaut est noyé dans le bruit),
- la linéarisation du système,
- des butées sur des états (système six états),
- des fortes dynamiques de la vanne HPV face aux dynamiques des autres composants du système,
- un mauvais conditionnement de la matrice des erreurs d'estimations.

# Conclusion et perspectives

## Synthèse

Les normes de plus en plus drastiques sur la pollution des engins motorisés tels que les véhicules diesels ont poussé les motoristes et les équipementiers automobiles à développer des stratégies et de nouveaux produits sur les moteurs tels que le système Common Rail sur les systèmes d'injection diesel. La mise au point du Common Rail a été rendue possible grâce à une technologie de pointe basée essentiellement sur l'électronique. Cette évolution technique a contribué à l'ajout de nouveaux composants sur le Common Rail tels que capteurs et actionneurs.

De plus, l'ensemble des contraintes (pression, températures, lubrification, ...) appliquées sur le système Common Rail pose le problème concernant la fiabilité d'un tel système. Afin de s'assurer un fonctionnement normal du Common Rail, un système de détection de défauts doit être réalisé. L'approche de diagnostic utilisée par Delphi est basée sur le franchissement de seuils. Cette méthode présente le double avantage d'être très simple à implémenter dans le contrôle moteur, et de solliciter très peu de temps et de place dans l'ECU. Toutefois, elle conduit à un très grand nombre de mauvaises détections et n'est pas robuste.

Après la présentation des différentes méthodes de diagnostic, les critères concernant la performance d'une procédure de diagnostic ont été posés. Le critère de performance le plus crucial dans une procédure de détection de défauts est donné par la notion de robustesse. Après une longue discussion sur la robustesse puis sur la structure du système de diagnostic, nous avons retenue les avantages liés au choix d'un horizon fini pour la détection des défauts. De plus, le choix de la méthode des observateurs à mémoire finie permet de concilier plusieurs avantages à la fois tels que l'horizon fini (peu de mesures), la convergence rapide, les filtres à facteurs d'oubli ainsi que la structure d'un schéma d'observateur généralisé. Cet observateur permet de bonnes performances de détection de défauts en partie grâce à une bonne robustesse vis-à-vis des incertitudes, des bruits et des perturbations, une détection rapide des défauts, la génération d'un grand nombre de résidu (GOS) mais aussi un temps de calcul permettant l'utilisation en temps réel.

Ensuite, l'étude sur les observateurs à mémoire finie a permis de poser les propriétés de l'observateur et d'écrire deux formulations séquentielles, l'une sur la longueur des fenêtres  $L$ ; l'autre, temporelle, sur les instants  $k$ . La première formulation (sur  $L$ ) a permis de caractériser la sensibilité de l'observateur et des résidus face aux bruits, aux biais de modèle ainsi qu'aux défauts. La seconde formulation (sur  $k$ ) permet d'avoir une écriture

itérative et autorise un calcul en ligne des estimations.

Enfin, après la modélisation du comportement des différents organes du Common Rail, nous nous sommes intéressés à vérifier les différentes propriétés de l'observateur. Ainsi, la convergence de l'observateur ainsi que les deux formulations séquentielles ont été vérifiées sur le système trois états. De plus, la comparaison entre l'observateur à mémoire finie et un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman ont permis d'apprécier le degré de robustesse du résidu  $r$  face aux autres et cela dans les mêmes conditions d'utilisation. Pour finir, après avoir étudié la sensibilité théorique des résidus, les cas pratiques concernant la détection des défauts capteurs et actionneurs ont été traités. Dans l'ensemble, les résultats obtenus permettent de conclure sur la bonne détection des défauts, seul le défaut sur la tension IMV du système six états n'est pas détectable. Il reste toutefois un souci concernant les fausses alarmes lors des forts transitoires. Nous avons vu dans le cas du système trois états qu'un post-traitement peut être appliqué aux résidus consistant à ne rien dire lors des fortes dynamiques. Sinon, nous avons mis au point, dans le cas du système quatre états, une approche plus fine et plus judicieuse consistant à isoler la signature de ces fausses alarmes des signatures des défauts (dans la mesure où cela est possible).

## Perspectives

### Sur le plan théorique

La poursuite de ces travaux de diagnostic pourrait consister à mettre en place une stratégie de contrôle commande tolérante aux défauts (Fault Tolerant Control - FTC). Le but principal d'une loi de commande consiste à réaliser de hautes performances de contrôle avec une sûreté et une fiabilité accrues sur des systèmes dynamiques où un grand nombre de défauts peuvent se produire. Cela peut mener à des changements des valeurs des paramètres du système, ou même à des changements dans la dynamique du système. Dans un grand nombre de cas, lorsqu'un défaut apparaît, la maintenance et la réparation ne peuvent pas être faites immédiatement. Par conséquent, dans le souci de préserver la sécurité des opérateurs ainsi que la fiabilité du processus, la présence des défauts doit être prise en compte lors de la conception de commande de système.

Pour des applications en temps réel, la conception habituelle de commande tolérante aux défauts est basée sur une loi nominale de commande, un module de détection et d'isolation des défauts, une estimation des défauts et une compensation. Quand un défaut se produit, le contrôleur nominal est chargé de maintenir la stabilité du système pendant que le module de détection et d'isolation de défaut donne le type et origine du défaut. Le défi est de concevoir ce module en réduisant la fausse détection et le temps exigé par la détection et l'isolation du défaut. Les paramètres du système défectueux sont identifiés et l'algorithme de reconfiguration détermine la loi de commande appropriée et ainsi de suite...

A l'issue de ce travail, nous pouvons constater qu'il est difficile de mettre en place une procédure de diagnostic avec peu de capteurs. Nous pouvons envisager, dans la suite des travaux, un axe de recherche consistant, dans un cadre idyllique, à avoir un nombre de capteurs plus important. Mais pour une raison de coût (coût du capteur, de son implantation et surtout de sa maintenance), le choix de la mise en place d'un nouveau capteur doit être mûrement réfléchi. A cet ajout coûteux de capteurs physiques, une démarche moins dispendieuse sera préférée et portera sur l'ajout de capteurs logiciels.

Une autre perspective de ces travaux de thèse consisterait à générer de nouveaux résidus comme le propose Nuninger [120] ou Kratz [94] et ensuite à réaliser une étude approfondie sur la sensibilité de ces nouveaux résidus. Ces nouveaux résidus sont définis par la différence entre deux estimations d'état  $\hat{x}_{L,R}(k)$  et  $\hat{x}_{M,S}(k)$  où l'estimation  $\hat{x}_{L,R}(k)$  utilise les mesures et les commandes sur l'horizon  $[k-L, k-L+R]$  et estime l'état courant à l'instant  $k$ .

### Sur le plan applicatif

La suite de cette thèse passe par une nouvelle étude prenant en compte les nouveaux travaux réalisés au sein de Delphi sur la modélisation des éléments de pompage. Ces nouveaux travaux permettent de modéliser de manière très précise le débit pompe.

Une perspective intéressante consisterait à générer plusieurs observateurs d'ordre plus petit et cela dans la mesure du possible. Par exemple, un système d'ordre  $n$  peut être décomposé en  $N$  sous-systèmes d'ordre réduit et  $N$  observateurs peuvent être construits (sous réserve de l'observabilité de chaque sous-système). Un gain notable est à noter sur le coût du calcul des matrices inverses, ainsi mieux vaut inverser  $N$  matrices de taille plus petite qu'une matrice de taille  $n$ .

Un point important, avant de lancer une mise en place d'une procédure de diagnostic, consisterait à réaliser une campagne d'identification des paramètres du système physique. En effet, contrairement à une approche de contrôle-commande, une approche de détection de défaut ne possède pas son correcteur permettant de corriger l'imperfection du modèle. Toute erreur de modèle va se répercuter sur les résidus comme nous l'avons vu dans ce mémoire. Les résidus ne seront donc plus centrés en zéro et la détection de défaut ne sera plus effective. Nous insisterons sur le fait que cette phase d'identification est très importante et indispensable.

Un dernier point important serait de réaliser une étude sur l'occurrence des défauts sur le système Common Rail. Avoir une relation d'occurrence des défauts pouvant survenir sur le Common Rail permettra de réaliser un bon diagnostic. En effet, un défaut particulier peut apparaître avec une fréquence plus élevée que les autres. Il serait donc important et impératif que ce premier défaut soit détectable et détecté par la méthode de diagnostic mise en place. Si la méthode mise en place ne détecte que les défaut n'ayant qu'une faible occurrence, cette méthode ne sera pas efficace et cela même si tous les défauts sauf un sont détectés.





## Tables des coefficients

"Entrez dans la Bourse de Londres, cette place plus respectable que bien des cours ; vous y voyez rassemblés les députés de toutes les nations pour l'utilité des hommes. Là, le juif, le mahométan et le chrétien traitent l'un avec l'autre comme s'ils étaient de la même religion, et ne donnent le nom d'infidèle qu'à ceux qui font banqueroute ; là, le presbytérien se fie à l'anabaptiste, et l'anglican reçoit la promesse du quaker. Au sortir de ces pacifiques et libres assemblées, les uns vont à la synagogue, les autres vont boire ; celui-là va se faire baptiser dans une grande cuve au nom du Père par le Fils au Saint-Esprit ; celui-là fait couper le prépuce de son fils et fait marmotter sur l'enfant des paroles hébraïques qu'il n'entend point ; ces autres vont dans leur église attendre l'inspiration de Dieu, leur chapeau sur la tête et tous sont contents.

S'il n'y avait en Angleterre qu'une religion, le despotisme serait à craindre ; s'il y en avait deux, elles se couperaient la gorge ; mais il y en a trente, et elles vivent en paix et heureuses."

Extrait de *Traité sur la tolérance*, Sixième Lettre,  
Voltaire, écrivain et philosophe français, 1694-1778.

---

### A.1 Coefficients des systèmes à trois et à quatre états

Nom	Expression	Nom	Expression
$C_1$	$\frac{4}{9} \frac{K}{V_{rail}} \frac{a_{carto}}{S_{IMV\_MAX}}$	$C_7$	$\frac{c_{22}}{I_r c_{21}}$
$C_2$	$\frac{2}{3} \frac{K}{V_{rail}} \frac{b_{carto}}{S_{IMV\_MAX}}$	$C_8$	$\frac{1}{I_r c_{21}}$
$C_3$	$\frac{K}{V_{rail}} \frac{c_{carto}}{S_{IMV\_MAX}}$	$C_9$	$\frac{f_{eng}}{I_r}$
$C_4$	$\frac{K}{V_{rail}} c_6 c_7$	$C_{10}$	$\frac{1}{\tau_{IMV}}$
$C_5$	$\frac{K}{V_{rail}} c_8 c_9^{1.88}$	$C_{11}$	$\frac{K_{IMV}}{\tau_{IMV}}$
$C_6$	$\frac{K}{V_{rail}} \frac{Q_{dechMax}}{\sqrt{P_{railMax}}}$	$C_{12}$	$\frac{c_{IMV}}{\tau_{IMV}}$

**Tableau A.1** : Coefficients liés à la représentation d'état des modèles à trois et quatre états

### A.2 Coefficients du système à six états

Nom	Expression	Nom	Expression
$K_{21}$	$\frac{-k_r}{m}$	$K_{35}$	$\frac{-K c_8 c_9^{1.88}}{S_{IMV\_MAX}}$
$K_{22}$	$\frac{-\mu}{m}$	$K_{36}$	$\frac{-K}{S_{IMV\_MAX}} k_p \sqrt{\frac{2}{\rho}}$
$K_{23}$	$\frac{S_a}{m}$	$K_{37}$	$\frac{-K}{S_{IMV\_MAX}} \frac{\pi}{4} (d_{bille} \sin(\alpha))^2$
$K_{24}$	$\frac{-2k_p \cos(\theta)}{m}$	$K_{41}$	$\frac{-1}{\tau_{IMV}}$
$K_{25}$	$\frac{-k_i}{m}$	$K_{42}$	$\frac{K}{\tau_{IMV}}$
$K_{26}$	$\frac{-(F_{pc}+B)}{m}$	$K_{43}$	$\frac{c}{\tau_{IMV}}$
$K_{31}$	$\frac{4}{9} \frac{K a_{carto}}{V_{rail} S_{IMV\_MAX}}$	$K_{51}$	$\frac{1}{L_{IMV}}$
$K_{32}$	$\frac{2}{3} \frac{K b_{carto}}{V_{rail} S_{IMV\_MAX}}$	$K_{52}$	$\frac{-R_{IMV}}{L_{IMV}}$
$K_{33}$	$\frac{K c_{carto}}{V_{rail} S_{IMV\_MAX}}$	$K_{61}$	$\frac{1}{R_{HPV}}$
$K_{34}$	$\frac{-K c_6 c_7}{S_{IMV\_MAX}}$	$K_{62}$	$\frac{-R_{HPV}}{L_{HPV}}$

**Tableau A.2** : Coefficients liés à la représentation d'état du modèle à six états

### A.3 Coefficients de la modélisation

Dans cette partie, les coefficients liés à la modélisation des éléments du système vont être décrits. Nous avons rencontrés ces coefficients dans la partie 4.2.

Notation	Description	Unité
$K$	Coefficient de compressibilité des fluides	
$V_{rail}$	Volume du rail	$m^3$
$a_{carto}$	Coefficient quadratique de la cartographie	$SU^1$
$b_{carto}$	Coefficient linéaire de la cartographie	SU
$c_{carto}$	Constante de la cartographie	SU
$S_{IMV\_MAX}$	Section de passage maximale de l'IMV	$m^2$
$\tau_{IMV}$	Constante de temps du premier ordre associé à l'IMV	s
$K_{IMV}$	Gain statique de la fonction de transfert $\frac{I_{IMV}}{S_{IMV}}$	SU
$c_{IMV}$	Offset de la fonction de transfert $\frac{I_{IMV}}{S_{IMV}}$	SU
$I_r$	Inertie de rotation	$kg.m^2$
$c_{21}$	Constante de conversion des [tours/min] en [rad/s]	SU
$c_{22}$	Constante liée à la quantité de carburant injectée	SU
$f_{eng}$	Frottement moteur	N.m.s/rad
$c_6$	Constante de conversion de [tours/min] en [coup/s]	SU
$c_7$	Constante de conversion de [mg/coup] en [ $m^3$ /coup]	SU
$c_8$	Constante de la loi empirique sur le débit des fuites	SU
$c_9$	Constante de conversion de [Pa] en [bars]	SU
$Q_{dechMax}$	Débit de décharge maximal	$m^3/s$
$P_{railMax}$	Pression rail maximale	bars
$\rho$	Masse volumique du gasoil	$kg/m^3$
$S_a$	Surface active de la bille	$m^2$
$C_{qmax}$	Coefficient correcteur maximale de la section de passage de l'HPV	SU
$l_c$	Coefficient laminaire critique	SU
$\alpha$	Angle entre l'axe de la bille et le segment le plus court partant du centre de la bille et allant jusqu'au cône de l'assise	rad
$\mu$	Sommes de viscosités	$kg/m^3$
$d_{bille}$	Diamètre de la bille	m
$\theta$	Demi angle du cône de l'assise de la bille	rad
$m$	Masse de l'ensemble - bille et piston -	kg
$k_r$	Constante de raideur du ressort	N/m
$F_{pc}$	Force de pré-charge	N
$k_i$	Constante de conversion du courant en force	SU
$B$	Constante liée aux frottements secs	N
$\nu$	Constante liée aux frottements visqueux	N/m/s
$R_{IMV}$	Résistance du circuit électrique de l'IMV	$\Omega$
$L_{IMV}$	Inductance du circuit électrique de l'IMV	H
$R_{HPV}$	Résistance du circuit électrique de l'HPV	$\Omega$
$L_{HPV}$	Inductance du circuit électrique de l'HPV	H

**Tableau A.3** : Coefficients liés à la modélisation des éléments du Common Rail

## Données sur l'acquisition

"Toute philosophie qui assigne à la paix une place plus élevée qu'à la guerre, toute éthique qui développe une notion négative du bonheur, toute métaphysique et toute physique qui prétendent connaître un état définitif quelconque, toute aspiration, de prédominance esthétique ou religieuse, à un côté, à un au-delà, à un en-dehors, à un au-dessus-de, autorisent à se demander si la maladie n'était pas ce qui inspirait le philosophe (...) J'en suis encore à attendre la venue d'un philosophe *médecin* qui un jour aura le courage d'oser avancer la thèse : en toute activité philosophique il ne s'agissait jusqu'alors absolument pas de trouver la "vérité", mais de quelque chose de tout à fait autre, disons de santé, d'avenir, de croissance, de puissance, de vie ..."

Extrait de *Die fröhliche Wissenschaft*,  
Friedrich Nietzsche, philosophe allemand, 1844-1900.

---

## B.1 Quantification des signaux

Nom	Quantification	Unité
Pression rail	1	bars
Vitesse moteur	0.25	tours/min
Courant de la vanne IMV	0.1	mA
Fuelling	0.01	mg/coup

**Tableau B.1** : Quantification des signaux enregistrés

## B.2 Temps d'échantillonnage lors des acquisitions

Nous avons un temps d'échantillonnage moyen de 4 *ms* dans nos différentes collectes, mais le temps d'échantillonnage effectif n'est pas constant. Dans le tableau B.2, les valeurs minimales du temps d'échantillonnage sont représentées en fonction des différentes valeurs mesurées (Pression rail, Vitesse moteur, Courant IMV et Fuelling) et en fonction des différentes mesures (régime stationnaire 800 *tours/min*, régime stationnaire 1200 *tours/min*, etc ...).

	Pression rail	Vitesse moteur	Courant IMV	Fuelling
régime stationnaire 800 <i>tours/min</i>	32	4	4	24
régime stationnaire 1200 <i>tours/min</i>	20	12	4	16
régime stationnaire 1500 <i>tours/min</i>	4	12	4	8
régime stationnaire 2600 <i>tours/min</i>	4	8	4	4
régime stationnaire 3800 <i>tours/min</i>	4	12	4	8
régime transitoire (accélérations violentes)	4	4	4	4
régime transitoire (accélérations et décélérations en dent de scie)	4	12	4	4

**Tableau B.2** : Période d'échantillonnage en [s] des différents signaux suivant les différentes acquisitions





# Bibliographie

- [1] K. Adjallah, F. Kratz, and D. Maquin, *Fault detection in nonlinear systems*, International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1993. 'Systems Engineering in the Service of Humans' (1993), 418–423.
- [2] J.B. Alt, *Multivariate quality control*, In S. Kotz and L. Johnson, editors, Encyclopedia of Statistical Sciences, John Wiley Sons, New York, 1985.
- [3] J. Antoni, *Apport de l'échantillonnage angulaire et de la cyclostationnarité au diagnostic par analyse vibratoire des moteurs thermiques*, Thèse de doctorat, INPG, Grenoble, 2000.
- [4] J. Antoni and R.B. Randall, *Differential Diagnosis of Gear and Bearing Faults*, ASME Journal of Vibration and Acoustics **124(2)** (2002), 165–171.
- [5] P. Antsaklis, X. Koutsoukos, and J. Zaytoon, *On hybrid control of complex systems : a survey*, Journal Européen des Systèmes Automatisés **32(9-10)** (1996), 1023–1045.
- [6] P. Balle and R. Isermann, *Fault detection and isolation for nonlinear processes based on local linear fuzzy models and parameter estimation*, American Control Conference **3** (1988), 1605–1609.
- [7] M. Basseville, *Distance measures for signal processing and pattern recognition*, Signal processing **18(4)** (1989), 349–369.
- [8] L. Bath, *Détection de défaut sur des capteurs redondants. Application à une mesure du niveau d'un pressuriseur de centrale nucléaire*, Mémoire C.N.A.M., C.N.A.M. Paris, 1982.
- [9] R.V. Beard, *Failure accomodation in linear systems through self-reorganization*, Rapport technique, Man. Vehicle Lab, MIT, 1971.
- [10] J. Bokor and G. Balas, *Detection filter design within the LPV framework*, Proc. of the 19th Digital Avionics Systems Conferences **2** (2000), 6A3/1–6A3/5.
- [11] ———, *Detection filter design for LPV systems - a geometric approach*, Automatica **40** (2004), 511–518.
- [12] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, and I. Zambettakis, *Automatique : Commande et optimisation des processus*, Editions Technip, Méthodes et Techniques de l'Ingénieur, 1990.

- [13] S. Bousghiri-Kratz, *Diagnostic de fonctionnement de procédés continus par réconciliation d'état généralisé. Application à la détection de pannes de capteurs et d'actionneurs*, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy I, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1994.
- [14] D. Brie, D. Sauter, and T. Cecchin, *Robust fault detection in a welding process using parametric estimation*, International Conference on Systems, Man and Cybernetics. 'Systems Engineering in the Service of Humans' **3** (1993), 412–417.
- [15] J. Chen, G.P. Liu, and R.J. Patton, *Design of optimal residuals for detecting sensor faults using multi-object optimization and genetic algorithms*, AIAA Guidance, Navigation and Control (1994).
- [16] R.H. Chen and J.L. Speyer, *Optimal stochastic fault detection filter*, American Control Conference **1** (1999), 91–96.
- [17] ———, *Optimal stochastic multiple-fault detection filter*, Proc. of the 38th IEEE Conference on Decision and Control **5** (1999), 4965–4970.
- [18] ———, *Fault reconstruction from sensor and actuator failures*, Proc. of the 40th IEEE Conference on Decision and Control **3** (2001), 2277–2282.
- [19] L.H. Chiang, E.L. Russell, and R.D. Braatz, *Fault detection and diagnosis in industrial systems*, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing, Springer, 2001.
- [20] K.C. Chou, A.S. Willsky, and R. Nikoukhah, *Multiscale systems, Kalman filters, and Riccati equations*, IEEE Transactions on Automatic Control **39(3)** (1994), 479–492.
- [21] E.Y. Chow and A.S. Willsky, *Analytical redundancy and the design of robust detection systems*, IEEE Transactions On Automatic Control **29(7)** (1984), 603–614.
- [22] R.N. Clark, *Instrument fault detection*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems **14** (1978), 558–563.
- [23] V. Cocquempot and C. Christophe, *On the equivalence between observer-based and parity space approaches for FDI in non-linear systems*, IFAC Safeprocess Symposium, Budapest, Hungary, 2000, pp. 232–237.
- [24] C.E.A Commissariat à l'Energie Atomique, *Statistique appliquée à l'exploitation des mesures*, Masson, 1978.
- [25] R.F. Constantinescu, P.D. Lawrence, P.G. Hill, and T.S. Brown, *Model-based fault diagnosis of a two-stroke diesel engine*, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 'Intelligent Systems for the 21st Century' **3** (1995).
- [26] C.M. Crowe, *Recursive identification of gross errors in linear data reconciliation*, AIChE Journal **34 (4)** (1988).
- [27] K.S. Dahl, M.J. Piovoso, and K.A. Kosanovich, *Translating third order data analysis methods to chemical batch processes*, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems **46** (1999).

- [28] K.C. Daly, E. Gai, and J.V. Harrison, *Generalized likelihood test for FDI in redundancy sensor configurations*, Journal of Guidance and Control **2(1)** (1979).
- [29] M. Darouach, M. Zasadzinski, and A. Bassong-Onana, *Connection between the three-block generalized Riccati equation and the standard Riccati equation*, IEEE Transactions on Automatic Control **39(8)** (1994), 1755–1758.
- [30] M. Darouach, M. Zasadzinski, and S.T. Xu, *Full-order observers for linear systems with unknown inputs*, IEEE Transactions on Automatic Control **39(3)** (1994), 606–609.
- [31] J. De Kleer and B.C. Williams, *Diagnosing multiple faults*, Artificial Intelligence **32** (1987).
- [32] C.E. De Souza, M.R. Gevers, and G.C. Goodwin, *Riccati equations in optimal filtering of nonstabilizable systems having singular state transition matrices*, IEEE Transactions on Automatic Control **31(9)** (1986), 831–838.
- [33] J.C. Deckert, M.N. Desai, J.J. Deyst, and A.S. Willsky, *F-8 DFBW Sensor failure identification using analytic redundancy*, IEEE Transactions on Automatic Control **22(5)** (1977).
- [34] D. Del Gobbo, M. Napolitano, P. Famouri, and M. Innocenti, *Experimental application of extended Kalman filtering for sensor validation*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **9 (2)** (2001).
- [35] C. DePersis and A. Isidori, *A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation*, IFAC Safeprocess2000 (2000).
- [36] M.N. Desai and A. Ray, *A fault detection and isolation methodology*, Proc. of 20th IEEE Conference on Decision and Control (1981), 1363–1369.
- [37] ———, *A fault detection and isolation methodology. Theory and application*, Proc. of American Control Conference (1984), 262–270.
- [38] L. Dinca, T. Aldemir, and G. Rizzoni, *A model-based probabilistic approach for fault detection and identification with application to the diagnosis of automotive engines*, vol. 44(11), IEEE Transactions on Automatic Control, 1999.
- [39] X. Ding and P.M. Frank, *Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation*, IFAC Symposium SAFE-PROCESS'91 (1991), 307–312.
- [40] N. Doganaksoy, F.W. Faltin, and W.T. Tucker, *Identification of out of control quality characteristics in a multivariate manufacturing environment*, vol. 20, Communication of Statistical - Theory Methods, 1991.
- [41] R.K. Douglas and J.L. Speyer, *Robust fault detection filter design*, American Control Conference **1** (1995), 91–96.
- [42] M. Dudzic, V. Vaculik, and I. Miletic, *On-line applications of multivariate statistics at Dofasco*, Proc. International Federation of Automatic Control Workshop on Future Trends in Automation in Mineral and metal Processing (2000).
- [43] A. Emami-Naeini, M.M. Akhter, and S.M. Rock, *Robust detection, isolation and accomodation for sensor failures*, Systems Control Technology **CR(174825)** (1986), 1129–1134.

- [44] ———, *Effect of model uncertainty on failure detection : the threshold selector*, IEEE Transactions on Automatic Control **33(2)** (1988), 1106–1115.
- [45] F.A. Evans and J.C. Wilcox, *Experimental strapdown redundant sensor inertial navigation system*, Journal of Spacecraft **7(9)** (1970).
- [46] D. Fischer, E. Kaus, and R. Isermann, *Fault detection for an active vehicle suspension*, American Control Conference **5** (2003), 4377–4382.
- [47] D. Förstner and J. Lunze, *Fault Diagnosis of Switched Nonlinear Dynamical Systems with Application to a Diesel Injection System*, In Nonlinear and Hybrid Systems in Automotive Control, vol. 1, Springer-Verlag, London, 2003.
- [48] P.M. Frank, *Fault diagnosis in dynamic systems via state estimation - a survey*, In Tzafestas S., Singh M and Schmidt G. (Eds), System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches, Reidel, vol. 1, First European Workshop on Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches, 1986.
- [49] ———, *Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey and some new results*, Automatica **26(3)** (1990), 459–474.
- [50] ———, *Fault diagnosis in dynamic systems using software redundancy*, vol. 1(2), Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement, 1991.
- [51] ———, *On-line fault detection in uncertain nonlinear systems using diagnostic observers : A survey*, International Journal of System Science **25** (1994), 2129–2154.
- [52] P.M. Frank and N. Kiupel, *Fuzzy supervision and application to lean production*, International Systems Science **24(10)** (1993), 1935–1944.
- [53] E. Frisk, *Residual Generation for Fault Diagnosis*, PhD thesis, Université de Linköping, Suède, 2001.
- [54] E. Gai, J.V. Harrison, and K.C. Daly, *Failure detection and isolation performance of two redundancy sensor configurations*, Proc. of Position Location and Navigation Symposium (PLANS) (1978), 122–131.
- [55] V. Garg and J.K. Hedrick, *Fault detection filters for a class of nonlinear systems*, American Control Conference **3** (1995), 1647–1651.
- [56] V. Garg and A.E. Lindsey, *Fault detection for combined lateral and longitudinal control of vehicles for AHS*, Proc. of the 35th IEEE Decision and Control **2** (1996), 2301–2302.
- [57] K. Gasso, *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.
- [58] C. Gauthier, O. Sename, L. Dugard, and G. Meisssonier, *Modelling of a diesel engine Common Rail injection system*, IFAC World Congress, Prague, 4-8 juillet 2005.
- [59] W. Ge and C.Z. Fang, *Detection of faulty components via robust observation*, International Journal of Control **47(2)** (1988), 581–599.

- [60] J. Gertler, *Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants*, IEEE Control Systems Magazine **8(6)** (1988), 3–11.
- [61] ———, *Analytical redundancy methods in fault detection and isolation; survey and synthesis*, IFAC Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (1991), 9–21.
- [62] ———, *Diagnosing parametric faults : from parameter estimation to parity relations*, Proc. of the American Control Conference (1995), 1615–1620.
- [63] R. Gicquel, *Evolutions des performances des moteurs*, Journée industrielle Moteurs à combustion de demain (2000), 3–12.
- [64] G. Graton, J. Fantini, F. Kratz, J. Ragot, and P. Dupraz, *Diagnosis of diesel injection system using finite memory observers*, IFAC Symposium on Advances in Automotive Control, april 2004, pp. 398–403.
- [65] G. Graton, F. Kratz, J. Fantini, and P. Dupraz, *Diagnosis using finite memory observers on an unknown-input system*, IFAC World Congress, Prague, 4-8 juillet 2005.
- [66] G. Graton, F. Kratz, J. Fantini, J. Ragot, and P. Dupraz, *Etude de la partie haute pression du système "Common Rail" en vue de son diagnostic à l'aide d'observateurs à mémoire finie*, Journées doctoriales du GdR MACS, 5-7 septembre 2005.
- [67] R. Greiner, B.A. Smith, and R.W. Wilkerson, *A correction to the algorithm in Reiter's theory of diagnosis*, Artificial Intelligence **41(1)** (1989), 79–88.
- [68] D.W. Gu and F.W. Poon, *A robust fault detection approach with application in a rolling-Mill process*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **11 (3)** (2003), 408–414.
- [69] H Guo, J.A. Crossman, Y.L. Murphey, and M. Coleman, *Automotive signal diagnostics using wavelets and machine learning*, IEEE Transactions on Vehicular Technology **49(5)** (2000), 1650–1662.
- [70] B. Hakami and J. Newborn, *Expert Systems in Heavy Industry : An Application of ICLX in a British Steel Corporation Works*, ICL Technical Journal (1983), 347–359.
- [71] H. Hammouri, M. Kinnaert, and E.H. El Yaagoubi, *Observer-based approach to fault detection and isolation for nonlinear systems*, IEEE Transactions on Automatic Control **44(10)** (1999), 1879–1884.
- [72] W. Holly, R. Cook, and C.M. Crowe, *Reconciliation of mass flow rate measurements in a chemical extraction plant*, Canadian Journal of Chemical Engineering **67 (4)** (1989), 595–601.
- [73] D.T Horak, *Failure detection in dynamic systems with modelling errors*, Journal Guidance, Control and Dynamics **11(6)** (1988), 508–516.
- [74] M. Hou and P.C. Muller, *Design of observers for linear systems with unknown inputs*, IEEE Transactions on Automatic Control **37(6)** (1992), 871–875.
- [75] M. Hou and R.J. Patton, *Optimal filtering for systems with unknown inputs*, IEEE Transactions on Automatic Control **43(3)** (1997), 445–449.

- [76] A.J. Isaksson, *An on-line threshold selector for failure detection*, International Conference TOOLDIAG'93 (1993), 628–634.
- [77] R. Isermann, *Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey*, Automatica **20** (1984), 387–404.
- [78] ———, *Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing*, Automatica **29(4)** (1993), 815–835.
- [79] ———, *Model based fault detection and diagnosis methods*, Proc. of American Control Conference (1995), 1605–1609.
- [80] R. Isermann and P. Ballé, *Terminology in the field of supervision, fault detection and diagnosis*, Technical Committee of Safeprocess'97 (August, 1997).
- [81] T. Johansen and A.B. Foss, *Non linear local model representation for adaptive systems*, International Control of Intelligent Control and Instrumentation (1992), 677–682.
- [82] A. Johansson and A. Medvedev, *An observer for systems with nonlinear output map*, Automatica **39** (2003), 909–918.
- [83] I. T. Jolliffe, *Principal component analysis*, Springer-Verlag, New York, 1986.
- [84] T. Kailath, *Linear systems*, vol. Chapter 9, Prentice-Hall, Inc, 1980.
- [85] M. Karpenko, N. Sepehri, and D. Scuse, *Diagnosis of process valve actuator faults using a multilayer neural network*, Control Engineering Practice **11** (2003), 1289–1299.
- [86] H.J. Kim, *A review of deadbeat observers and some new results*, CISL Winter Workshop, vol. 11, 1998, pp. 209–225.
- [87] P.S. Kim and W.H. Kwon, *Receding horizon FIR filter and its square-root algorithm for discrete time-varying systems*, ICASE : The Institute of Control, Automation and Systems Engineers **2(2)** (2000), 110–115.
- [88] F. Kimmich and R. Isermann, *Model based engine torque supervision for diesel engines using the engine speed signal*, Proceedings of the American Control Conference **3** (2002), 2002–2007.
- [89] M. Kitamura, *Fault detection in nuclear reactors with the aid of parametric modelling method*, vol. Chapter 9, in Patton, Frank and Clark (1989), 1989.
- [90] D. Koenig, *Génération de résidus robustes pour une approche intégrée de diagnostic des systèmes linéaires déterministes ou stochastiques*, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 1997.
- [91] N. Komaroff, *Iterative matrix bounds and computational solutions to the discrete algebraic riccati equation*, IEEE Transactions on Automatic Control **39(8)** (1994), 1676–1678.
- [92] T. Kourti, J. Lee, and J.F. MacGregor, *Experiences with industrial applications of projection methods for multivariable statistical control*, Comput. Chem. Eng. **20** (1996), S745–S750.
- [93] F. Kratz, *Utilisation des techniques de redondances matérielles et analytiques à la détection de pannes de capteurs : Application aux centrales nucléaires*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1991.

- [94] ———, *Contribution au diagnostic par redondance analytique de systèmes industriels*, Habilitation à Diriger des Recherches, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1998.
- [95] F. Kratz and D. Aubry, *Finite memory observer for state estimation of hybrid system*, IFAC Safeprocess, 2003.
- [96] F. Kratz, G. Mourot, D. Maquin, and F. Loisy, *Detection of measurement errors in nuclear power plants*, Proc. of IFAC Symposium on Control of Power Plants and Power Systems (1992), 177–182.
- [97] J. Kresta, J.F. MacGregor, and T.E. Marlin, *Multivariate statistical monitoring of process operating performance*, Canadian Journal of Chemical Engineering **69** (1991), 35–47.
- [98] H. Kumamoto, K. Ikenchi, and K.I.J. Henley, *Application of expert system techniques to fault diagnosis*, The Chemical Engineering Journal **29(1)** (1984), 1–9.
- [99] W.H. Kwon, P.S. Kim, and S.H. Han, *A receding horizon unbiased FIR filter for discrete time state space models*, Automatica **38** (2002), 545–551.
- [100] W.H. Kwon, P.S. Kim, and P.G. Park, *A receding horizon Kalman FIR filter for discrete time-invariant systems*, IEEE Transactions on Automatic Control **44(9)** (1999), 1787–1791.
- [101] L. Lebart, A. Morineau, and J.P. Fenelon, *Traitement des données statistiques*, Dunod, 1982.
- [102] R. Leland, *An alternate calculation of the discrete-time Kalman filter gain and Riccati equation solution*, IEEE Transactions on Automatic Control **41(12)** (1996), 1817–1819.
- [103] H. Li and O.P. Malik, *An expert system shell for transmission network alarm processing*, Fourth International Conference on Power System Control and Management (1996), 143–147.
- [104] X.C. Lou, *A system failure detection method - failure projection method*, MSc. thesis, M.I.T., Dept. of Electrical Engineering and Computer Science, 1982.
- [105] X.C. Lou, A.S. Willsky, and G.C. Verghese, *Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems*, Automatica **22(3)** (1986), 333–344.
- [106] D.G. Luenberger, *Observers for multivariable systems*, IEEE Transactions on Automatic Control **AC-11** (1966), 190–197.
- [107] ———, *An introduction to observers*, IEEE Transactions on Automatic Control **AC-16(6)** (1971), 596–602.
- [108] J.F. Magni and P. Mouyon, *On residual generation by observer and parity space approaches*, IEEE Transactions on Automatic Control **39(2)** (1994), 441–447.
- [109] H.J. Marquez and C.P. Diduch, *Sensitivity of failure detection using generalized observers*, Automatica **28** (1992), 837–840.
- [110] R. Martinez-Guerra, R. Garrido, and Osorio-Mirón, *The fault detection problem in nonlinear systems*, American Control Conference (2004), 5686–5691.



- [111] M.A. Massoumnia, *A geometric approach to the synthesis of failure detection filters*, IEEE Transactions on Automatic Control **31(9)** (1986), 839–846.
- [112] A. Medvedev, *Fault detection and isolation by a continuous parity space method*, Automatica **31(7)** (1995), 1039–1044.
- [113] A. Medvedev and G. Hillerström, *On perfect disturbance rejection*, Conference on Decision and Control **32** (1993), 1324–1329.
- [114] A. Medvedev and H.T. Toivonen, *A continuous finite memory deadbeat observer*, American Control Conference, 1992, pp. 1800–1804.
- [115] G. Meyer, L.R. Hunt, and R. Su, *Nonlinear system guidance*, Conference on Decision Control (1995), 590–595.
- [116] L.A. Mironovski, *Functional diagnosis of dynamic system - a survey*, Automation Remote Control **41** (1980), 1122–1143.
- [117] D.C. Montgomery, *Introduction to statistical quality control*, John Wiley and Sons, New York, 1985.
- [118] P.E. Moraal and J.W. Grizzle, *Observer design for nonlinear systems with discrete-time measurements*, IEEE Transactions on Automatic Control **40(3)** (1995), 395–404.
- [119] R. Nikoukhah, A.S. Willsky, and B.C. Levy, *Kalman filtering and Riccati equations for descriptor systems*, IEEE Transactions on Automatic Control **37(9)** (1992), 1325–1342.
- [120] W. Nuninger, *Stratégie de diagnostic robuste à l'aide de la redondance analytique*, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, 1997.
- [121] M. Nyberg, *Model Based Fault Diagnosis : Methods, Theory, and Automotive Engine Applications*, PhD thesis, Université de Linköping, Suède, 1999.
- [122] M. Nyberg and L. Nielsen, *Design of a Complete FDI System based on a Performance Index With Application to an Automotive Engine*, IFAC Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (1997), 812–817.
- [123] J. Park and G. Rizzoni, *A closed-form expression for the fault detection filter*, Proc. of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control **1** (1993), 259–264.
- [124] R.J. Patton and J. Chen, *A re-examination of the relationship between parity space and observer-based approaches in fault diagnosis*, Revue Diagnostic et Sécurité de fonctionnement **1(2)** (1991), 183–199.
- [125] ———, *A review of parity space approach to fault diagnosis*, Proc. of Safe-process'91 (1991), 239–255.
- [126] ———, *Observer-based fault detection and isolation : robustness and application*, Control Engineering Practice **5(5)** (1997), 671–682.
- [127] R.J. Patton, P.M. Frank, and R.N. Clark, *Fault diagnosis in dynamic systems. Theory and application*, Prentice Hall, 1989.
- [128] I.R. Petersen and D.C. McFarlane, *Robust state estimation for uncertain systems*, IEEE Conference on Decision and Control **3** (1991), 2630–2631.

- [129] M. Pettersson and L. Nielsen, *Diesel engine speed control with handling of driveline resonances*, Control Engineering Practice **11(10)** (2003), 319–328.
- [130] D. Poole, *Normality and faults in logic-based diagnosis*, International Joint Conference on Artificial Intelligence (1988), 1304–1310.
- [131] F.W. Poon, *Observer based robust fault detection : theory rolling mill case study*, Ph.D. thesis, University of Leicester, U.K., 2000.
- [132] M. Gissinger G.L. Porcel, A. Basset, N. Fangeat, P. Pallot, and X. Huchard, *Car Stability Detection from Tyre Stresses*, Proc. of Advances on Automotive Control, Salerno, Italie (2004).
- [133] J.E. Potter and M.C. Suman, *Thresholdless redundancy managements with arrays of skewed instruments. Integrity in electronic flight control systems*, AGARDOGRAPH-224 **15** (1977), 1–25.
- [134] J. Ragot, D. Maquin, and D. Sauter, *Data validation using orthogonal filters*, IEE Proc. Diagnostic **139(1)** (1992), 47–52.
- [135] R.B. Randall, *Cepstrum analyse and gearbox fault diagnosis*, Maintenance Management International (1982), 183–208.
- [136] ———, *Frequency analysis*, Copenhagen : Bruel Kjaer, 1987.
- [137] R. Reiter, *A theory of diagnostic from first principles*, Artificial Intelligence **32** (1987), 57–95.
- [138] A. Schwarte, F. Kimmich, and R. Isermann, *Model-based fault detection of a diesel engine with turbo charger - a case study*, Conference Safeprocess'2003 (2003).
- [139] J.S. Shamma and M. Athans, *Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants*, IEEE Transactions on Automatic Control **35(8)** (1990), 898–907.
- [140] S. Simani, C. Fantuzzi, and S. Beghelli, *Diagnosis techniques for sensor faults of industrial processes*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **8** (5) (2000), 848–855.
- [141] B. Sohlberg, *Monitoring and failure diagnosis of a steel strip process*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **6** (2) (1998), 294–303.
- [142] M. Staroswiecki, V. Cocquempot, and J.P. Cassar, *Observer based and parity space approaches for failure detection and identification*, Proc. of IMACS-IFAC International Symposium (1991), 536–541.
- [143] C.L.E. Swartz, *Data reconciliation for generalized flowsheet applications*, American Chemical Society National Meeting (1989).
- [144] R. Tafreshi, H. Ahmadi, F. Sassani, and G. Dumont, *Informative wavelet algorithm in diesel engine diagnosis*, Proc. of the 2002 IEEE International Symposium on Intelligent Control (27-30 Oct. 2002), 361–366.
- [145] A.C. Tamhane and R.S.H. Mah, *Data reconciliation and gross error detection in chemical process networks*, Technometrics **27** (4) (1985), 409–422.
- [146] M.L. Tyler, K. Asano, and M. Morari, *Application of moving horizon estimation based fault detection to cold tandem steel mill*, International Journal Control **73** (5) (2000).

- [147] M.E. Valcher and J.C. Willems, *Deadbeat observer synthesis*, Systems and Control Letters **37** (1999), 285–292.
  - [148] N. Viswanadham and R. Srichander, *Fault detection using unknown-input observers*, Control Theory and Advanced Technology **3(2)** (1987), 91–101.
  - [149] B.K. Walker, *Recent developments in fault diagnosis and accommodation*, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference (1983), 2988–2993.
  - [150] B.K. Walker and E. Gai, *Fault detection threshold determination techniques using Markov theory*, International Journal of Guidance, Control and Dynamics **2(4)** (1979), 313–319.
  - [151] S.G. Wang, L.S. Shieh, and J.W. Sunkel, *Observer-based controlled for robust pole clustering in a vertical strip and disturbance rejection*, IEEE Conference on Decision Control (1994), 2988–2993.
  - [152] J.L. Weiss, *Threshold computations for detection of failures in SISO systems with transfer function errors*, American Control Conference (1988), 2213–2218.
  - [153] A.S. Willsky, *A survey of design methods for failure detection in dynamic systems*, Automatica **12** (1976), 601–611.
  - [154] B.M. Wise and N.B. Gallagher, *The process chemometrics approach to process monitoring and fault detection*, Journal of Process Control **6** (1996), 329–348.
  - [155] J. Wünnenberg, *Sensor fault detection via robust observer*, vol. 1, In Tzafestas S., Singh M and Schmidt G. (Eds), System Fault Diagnostics, Reliability and Related Knowledge-Based Approaches, Reidel,, 1987.
  - [156] J. Wünnenberg and P.M. Frank, *Robust observer-based fault detection for linear and non-linear systems with applications to robots*, Proc. of MIM-S2'90 Symposium (1990), 2.1–2.8.
  - [157] A. Youssouf and M. Kinnaert, *Residual generator for singular systems using parity relations*, Proc. of Symposium on Control, Optimization and Supervision, CESA'96 **1** (1996), 533–538.
  - [158] D.L. Yu, *Diagnosing simulated faults for an industrial furnace based on bilinear model*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **8 (3)** (2000), 435–442.
  - [159] J. Zaytoon, *Hybrid Dynamical Systems*, Proc. of third International Conference on Automation of Mixed Processes (1998).
  - [160] ———, *Systèmes dynamiques hybrides*, Hermes Science Publications, 2001.
  - [161] J.Q. Zhang and Y. Yan, *A wavelet-based approach to abrupt fault detection and diagnosis of sensors*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement **50(5)** (2001), 1389 – 1396.
  - [162] Y. Zhang, M. Dudzic, and V. Vaculik, *Integrated monitoring solution to start-up and run-time operations for continuous casting*, Proc. Safeprocess'2003 (2003), 591–596.
-



---

**Résumé :** L'objectif de ce travail a été de proposer une méthode de détection de défaut sur le système d'injection directe à haute pression (le système Common Rail) mis en place sur les véhicules Diesel. L'importance de l'implémentation d'une procédure de détection de défauts a été mise en évidence grâce à la description des enjeux (baisse de la consommation, diminution des émissions polluantes et sonores, augmentation des performances) et des contraintes liées au Common Rail (haute pression, haute fréquence, lubrification par le gasoil, usinage de haute précision, respect des normes EURO, ...) mais aussi à travers un listing des pannes pouvant survenir sur le Common Rail. Un état de l'art sur les différentes méthodes de diagnostic des systèmes a permis de dégager une méthode de détection de défaut répondant aux performances attendues (détection du défaut naissant, rapidité de détection, isolation et caractérisation des défauts détectés ainsi que minimiser les fausses alarmes et les mauvaises détections). Après une étude approfondie (propriétés, formulations séquentielles et étude de sensibilité) de la méthode de détection choisie (observateurs à mémoire finie) et une modélisation du comportement des différents organes du Common Rail, l'algorithme de détection a été testé sur trois modélisations différentes du système Common Rail. De plus, la comparaison entre l'observateur à mémoire finie et un observateur de Luenberger et un filtre de Kalman ont permis d'apprécier le degré de robustesse des résidus. Dans l'ensemble, les résultats obtenus permettent de conclure sur la bonne détection des défauts actionneurs et capteurs.

---

**Title :** System diagnosis using finite memory observers. Common Rail application.

---

**Abstract:** The aim of this work was to propose a fault detection method on the high pressure direct injection system (called Common Rail system) set up on Diesel vehicles. The importance of the fault detection procedure implementation was highlighted thanks to the description of the stakes (lowers consumption, reduction in the pollutant emissions and sound, increase of performances) and constraints dependent on Common Rail (high pressure, high frequency, gasoil lubrication, high precision machining, standards EURO respect, ...) but also through a listing of failures which can occur on Common Rail. A synthesis on the different diagnosis methods of systems contributed to select a fault detection method with expected performances (detection of fault beginning, detection speed, isolation and characterization of detected fault and minimizing false alarm and bad detections). After a detailed study (properties, sequential formulations and sensitivity study) of the selected detection method (finite memory observers) and a modeling of the Common Rail various bodies behavior, the algorithm of detection was tested on three different models of the system Common Rail. Moreover, the comparison between the finite memory observer and a Luenberger observer and a Kalman filter allow to appreciate the residual robustness degree. Obtained results allow to conclude on good detection of actuator and sensor faults.

---

**Discipline :** Automatique et Traitement du signal

---

**Mots-Clés :** Détection de défauts, observateurs, mémoire finie, génération de résidu, diagnostic, système d'injection Diesel, Common Rail

---

**Laboratoire :**

Laboratoire Vision et Robotique UPRES-EA 2078  
Bâtiment Recherche - IUT de Bourges  
63, avenue De Lattre de Tassigny  
18020 Bourges Cedex