



HAL
open science

Modélisation de la diffusion par les surfaces rugueuses naturelles ou artificielles en ondes millimétriques - étude du couplage entre un objet et son environnement naturel

Fifamè Nadège Koudogbo

► **To cite this version:**

Fifamè Nadège Koudogbo. Modélisation de la diffusion par les surfaces rugueuses naturelles ou artificielles en ondes millimétriques - étude du couplage entre un objet et son environnement naturel. Autre. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2002. Français. NNT: . tel-00012186

HAL Id: tel-00012186

<https://theses.hal.science/tel-00012186>

Submitted on 28 Apr 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE TOULOUSE III _ PAUL SABATIER
U.F.R P.C.A

THESE

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université TOULOUSE III

Spécialité : Electronique – Micro-Ondes

présentée par

Fifamè KOUDOGBO

**Etude des diffusions de surface et de volume
par une surface rugueuse diélectrique.
Calcul des interactions entre un objet 3D
et une surface naturelle.**

soutenue le 28 novembre 2002 à 10h30 à l'Auditorium de l'ONERA

JURY

J. SAILLARD

A. BERGES

P.F. COMBES

B. LAMISCARRE

J. LATGER

H.J. MAMETSA

W. TABBARA

Rapporteur-Président du jury

Invité

Directeur de thèse

Examineur

Examineur

Ingénieur encadrant ONERA

Rapporteur



Laboratoire Antennes, Dispositifs
et Matériaux Micro-Ondes
118 Route de Narbonne
31062 TOULOUSE cedex

ONERA

D.E.M.R

Département ElectroMagnétisme et Radar
2 Avenue Edouard Belin – BP 4025
31055 TOULOUSE cedex 4

Ce travail, qui s'inscrit dans le cadre de la collaboration entre le Département ElectroMagnétisme et Radar (DEM_R) de l'ON_{ERA} et le Laboratoire Antennes Matériaux et Dispositifs Micro-ondes (AD_{2M}) de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, a été réalisé au sein du DEM_R.

Je tiens d'abord à remercier Monsieur Florent Christophe, directeur adjoint du DEM_R et Monsieur Jean-Philippe Parmentier, chef de l'unité Compatibilité et Détection Electromagnétique, de m'avoir offert la possibilité d'effectuer ma thèse à l'ON_{ERA}.

J'exprime toute ma gratitude au Professeur Paul François Combes, directeur du laboratoire AD_{2M}, d'avoir accepté, durant ces trois ans de diriger ma thèse.

« Je tiens, en ces quelques lignes, à vous exprimer toute ma reconnaissance pour ce soutien et cette confiance que vous n'avez eu de cesse de m'accorder depuis cette journée de mi-août 1998 où je vous ai contacté pour la première fois. Je tiens à vous remercier pour votre disponibilité et pour l'encadrement exceptionnel dont j'ai pu bénéficier grâce à vous. »

Je tiens aussi à remercier Henri-José Mametsa, ingénieur au DEM_R et co-encadrant de ma thèse.

« Merci pour la confiance que tu m'as accordée, et pour l'autonomie dont tu m'as permis de bénéficier durant ces années. Merci aussi pour ta disponibilité, et le temps que tu as su me consacrer pour m'aider à me « dépatouiller » de toutes mes équations!!! Nos discussions, sortant parfois du cadre du travail, me sont toujours très agréables, d'autant qu'elles sont souvent assorties de rires et de bonne humeur. »

Je remercie le Professeur Joseph Saillard de l'Ecole polytechnique de l'Université de Nantes pour le temps qu'il a consacré à la lecture et à l'examen de mon mémoire. Je le remercie de ses questions et remarques pertinentes qui m'ont permis d'apporter plus de clarté à mon manuscrit. Je tiens aussi à souligner l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider mon jury de thèse.

Je remercie le Professeur Walid Tabbara du Département de Recherche en Electromagnétisme de l'Ecole Supérieure d'Electricité (SUPELEC) d'avoir accepté d'examiner mon mémoire de thèse et pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail en acceptant d'en être rapporteur. Je tiens aussi à le remercier pour ses encouragements.

J'adresse aussi mes remerciements à Messieurs Bruno Lamiscarre, ingénieur au Département Prospective et Synthèse (DPRS) de l'ONERA-Toulouse, et Jean Latger, directeur général de la société Oktal SE, pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse et pour leurs questions qui ont permis de mettre en valeur les perspectives industrielles de mon travail.

Je remercie aussi Monsieur André Bergès, ingénieur au DEMR, pour ses conseils et l'intérêt qu'il a manifesté à l'égard de mon travail durant ces trois ans de thèse.

J'exprime toute ma gratitude à Messieurs Lafon et Lissraud du Centre d'Etudes Techniques de l'Équipement du Sud-Ouest (CETE Sud-Ouest).

« Je vous remercie du temps que vous m'avez consacré malgré vos emplois du temps chargés. Merci pour tous vos conseils et les renseignements que vous m'avez donnés sur les caractéristiques des chaussées françaises, et surtout, merci pour les échantillons de route, que j'ai pu, grâce à vous, me procurer. »

Mille fois merci à Madame Maryse Lopez, technicienne au DEMR, sans l'aide de qui, je n'aurais sans doute pas pu effectuer d'étude expérimentale.

« Grand merci pour ta disponibilité, ta patience et pour tout ce temps que tu as su me consacrer pour m'aider à valider mes calculs. »

Ces trois années passées au sein du DEMR ont été aussi pour moi l'occasion de rencontrer des personnes aussi exceptionnelles les unes que les autres.

« Merci Elodie pour ton oreille toujours attentive, pour toutes les fois où tu m'as remonté le moral, et aussi pour tous nos fous-rires. Je n'oublierai pas non plus nos séances " de mesures de rugosité " !!! »

« Merci Sarah pour ta gentillesse, et pour avoir, depuis maintenant un an et demi, toujours patiemment écouté mes papotages ! Merci aussi pour tous les bons conseils que tu m'as donnés pour la rédaction de ce manuscrit. »

« Jérôme, tu m'accorderas que cette année j'ai su faire preuve d'une maîtrise " assez exceptionnelle " de mon stress et dont tu devrais prendre exemple... enfin merci pour ta bonne humeur, et cette superbe ambiance que tu as su mettre en salle info, même si parfois... »

« Ahhh... cher Alex, j'espère que d'ici mon départ, tu trouveras quelque chose d'agréable à me dire... enfin bon courage pour la suite ! »

« Merci Edith de m'initier aux joies de la cuisine du Sud-Ouest. »

« Roger, je tiens à vous remercier pour votre bonne humeur, et pour tous les trésors dissimulés dans votre bureau que vous m'avez fait découvrir. »

« Merci Thierry, de m'avoir gentiment accueillie dans ton bureau... pardon pour le désordre ! »

« Merci à vous aussi, Valérie et Danielle, pour votre disponibilité et votre gentillesse ! »

Je pense aussi à tous les autres doctorants que j'ai pu rencontrer, ceux qui sont partis, ceux qui sont encore là (n'est-ce pas Nîco, bon courage pour l'année prochaine!)... et à tous les stagiaires (une pensée particulière à Besma et à Françoise...).

Ces dernières lignes sont pour ma famille et pour mes proches et amis, qui m'ont continuellement soutenue, malgré notre écartement géographique.

« Merci Papa de toujours croire en moi. »

« Merci Mimi et Lolo, d'être toujours là pour moi. »

« Merci à Ma Petite Famille de Paris pour tous vos encouragements, merci Sarah de me donner tellement de joie ! »

« Merci pour tout à ma famille de Buchelay. »

« Merci Jorge pour ton soutien quotidien, tes encouragements et tes bons petits plats. »

« Enfin, ces derniers mots te sont adressés, douce Maman, car, malgré la distance, c'est bien chez toi que je puise la force de ne pas baisser les bras... »

CHAPITRE I : INTRODUCTION.....17

**CHAPITRE II : CALCUL DE LA DIFFUSION DE SURFACE
PAR LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE**

PARTIE A : LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE

I. LES MODELES ELECTROMAGNETIQUES COURANTS DE CALCUL DE LA DIFFUSION SURFACIQUE.....27

 I.1. LA METHODE DES PETITES PERTURBATIONS.....27

 I.2. L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF27

 I.3. CONCLUSION SUR LA VALIDITE DES METHODES PRESENTEES.....28

II. CALCUL DE LA DIFFUSION SURFACIQUE PAR L'ITEM.....30

 II.1. EXPRESSION DU CHAMP DIFFUSE EN ZONE LOINTAINE30

 II.2. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION SURFACIQUE.....32

 II.2.1. *Calcul de la puissance cohérente*35

 II.2.2. *Calcul de la puissance incohérente*35

III. LES DIFFERENTS MODELES D'ITEM36

IV. ETUDE DU COEFFICIENT DE DIFFUSION SURFACIQUE TOTALE.....37

 IV.1. ETUDE EN RETRODIFFUSION & A INCIDENCE RASANTE37

 IV.1.1. *Etude en fonction de la fréquence*37

 IV.1.2. *Etude en fonction de la rugosité*.....38

 IV.1.3. *Evolution de la polarisation croisée*39

 IV.2. ETUDE BISTATIQUE.....39

 IV.2.1. *Evolution des termes de la diffusion cohérente dans le cas d'une surface lisse*.....40

 IV.2.2. *Exemple de validation par rapport à une méthode de référence*.....40

 IV.2.3. *Etude bistatique totale dans le cas d'une surface lisse*.....41

 IV.2.4. *Etude bistatique totale paramétrée en fonction de la rugosité*.....45

V. CONCLUSION48

PARTIE B : BILANS DE PUISSANCE DANS LES HEMISPHERES SUPERIEUR ET INFERIEUR

I. INTRODUCTION.....	51
I.1. CONFIGURATIONS D'ETUDE	51
I.1.1. Repère de la diffusion	51
I.1.2. Repère de la transmission	52
I.2. CALCUL DE LA PUISSANCE A PARTIR DE LA S.E.R.....	53
I.2.1. Calcul de la S.E.R.....	53
I.2.2. Calcul de la densité de puissance diffusée.....	54
I.3. EXPRESSION DE LA PUISSANCE TOTALE DIFFUSEE OU TRANSMISE	56
I.3.1. Calcul de la puissance incidente sur la surface	56
I.3.2. Calcul de la puissance diffusée	57
I.3.3. Calcul de la puissance transmise.....	58
I.4. TERMES CONSIDERES DANS LE CALCUL.....	58
II. CALCUL DE LA PUISSANCE TOTALE DIFFUSEE PAR UNE SURFACE METALLIQUE	59
II.1. SURFACE LISSE	60
II.1.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion	61
II.1.2. Calcul de la puissance totale diffusée.....	62
II.1.3. Conclusion & interprétation des résultats.....	63
II.2. SURFACE RUGUEUSE	64
II.2.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion	64
II.2.2. Calcul de la puissance totale diffusée.....	66
II.2.3. Conclusion & interprétation des résultats.....	67
III. SURFACE DIELECTRIQUE : BILAN DANS LA DEMI-SPHERE SUPERIEURE.....	68
III.1. SURFACE LISSE	68
III.1.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion.....	69
III.1.2. Calcul de la puissance totale diffusée.....	70
III.1.3. Conclusion & interprétation des résultats obtenus.....	71
III.2. SURFACE RUGUEUSE	72
III.2.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion.....	72
III.2.2. Calcul de la puissance totale diffusée.....	74
III.2.3. Conclusion & interprétation des résultats.....	75
III.3. CONCLUSION.....	76
IV. SURFACE DIELECTRIQUE : BILAN DANS LA DEMI-SPHERE INFERIEURE	77
IV.1. EXPRESSION DU CHAMP TRANSMIS EN ZONE LOINTAINE	77
IV.2. BILAN DE PUISSANCE TOTAL DANS LE CAS D'UNE SURFACE LISSE	78
IV.2.1. Représentation graphique du diagramme de transmission.....	78
IV.2.2. Calcul de la puissance totale transmise.....	81
IV.2.3. Bilan de puissance dans la sphère entourant la surface.....	82
V. CONCLUSION.....	83

**CHAPITRE III : CALCUL DE LA DIFFUSION TOTALE
PAR LES SURFACES RUGUEUSES DIELECTRIQUES**

**PARTIE A : CALCUL DE LA DIFFUSION DE VOLUME PAR LA THEORIE DU
TRANSFERT RADIATIF**

I. L'EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF.....	87
I.1. EXPRESSION APPROCHEE DE L'EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF	88
I.2. LA MATRICE DE PHASE.....	89
I.2.1. <i>Les paramètres de Stokes</i>	89
I.2.2. <i>Calcul de la matrice de Mueller</i>	90
I.2.3. <i>Expression de la matrice de phase</i>	91
I.3. LA MATRICE D'EXTINCTION.....	92
II. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION VOLUMIQUE	94
II.1. EXPRESSION DE L'INTENSITE DIFFUSEE.....	94
II.1.1. <i>Expression générale</i>	94
II.1.2. <i>Cas du milieu semi-infini et isotrope</i>	94
II.2. EXPRESSION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION VOLUMIQUE	98
II.2.1. <i>Expression générale du coefficient de diffusion en fonction de l'intensité diffusée</i>	98
II.2.2. <i>Expression analytique du coefficient de diffusion : cas du milieu semi-infini et isotrope</i>	99
III. ETUDE NUMERIQUE	103
III.1. DETERMINATION DES MATRICES DE PHASE ET D'EXTINCTION POUR LES SOLS ETUDIES	103
III.2. ETUDE EN RETRODIFFUSION & A INCIDENCE RASANTE	104
III.3. ETUDE DE LA DIFFUSION BISTATIQUE DE VOLUME	106
IV. CONCLUSION	108

PARTIE B : CALCUL DE LA DIFFUSION TOTALE PAR LES SURFACES DIELECTRIQUES

I. INTRODUCTION	109
II. ETUDE PARAMETRIQUE	110
II.1. ETUDE EN RETRODIFFUSION ET A INCIDENCE RASANTE	110
II.2. ETUDE EN CONFIGURATION BISTATIQUE	111
II.2.1. <i>Surface lisse</i>	112
II.2.2. <i>Surface rugueuse</i>	113
III. VALIDATION EXPERIMENTALE	114
III.1. DESIGNATION DES ECHANTILLONS ETUDIES	114
III.1.1. <i>Présentation de ES</i>	115
III.1.2. <i>Présentation du BBTM et du BBR</i>	115
III.2. PRESENTATION GENERALE DU BANC DE MESURE.....	116
III.3. CARACTERISATION DES MATERIAUX ETUDIES	117
III.3.1. <i>Mesure des paramètres de rugosité</i>	117
III.3.2. <i>Mesure de la permittivité</i>	119
III.3.3. <i>Récapitulatif</i>	119
III.4. ETUDE DE LA TRANSMISSION	120
III.5. DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX DES MESURES EN RETRODIFFUSION ET EN REFLEXION EN COPOLARISATION	121
III.6. RESULTATS OBTENUS POUR ES	122
III.6.1. <i>Surface lisse</i>	122
III.6.2. <i>Surface rugueuse</i>	123
III.7. RESULTATS OBTENUS POUR LE BBTM.....	124
III.7.1. <i>Surface lisse</i>	124
III.7.2. <i>Surface rugueuse</i>	125
III.8. RESULTATS OBTENUS POUR LE BBR.....	126
III.8.1. <i>Surface lisse</i>	126
III.8.2. <i>Surface rugueuse</i>	126
III.9. CONCLUSION SUR LA VALIDATION EXPERIMENTALE	127
IV. CONCLUSION	129

CHAPITRE IV : CALCUL DES INTERACTIONS ENTRE UN OBJET CANONIQUE ET UNE SURFACE RUGUEUSE

PARTIE A : CALCUL THEORIQUE DES INTERACTIONS ENTRE UN OBJET CANONIQUE ET UNE SURFACE RUGUEUSE DANS LE CAS DE LA RETRODIFFUSION

I. CONFIGURATION DE L'ETUDE	133
I.1. INTRODUCTION	133
I.2. GEOMETRIE DE LA SCENE ETUDIEE	134
I.2.1. Estimation de la distance entre l'objet et l'émetteur-récepteur	135
I.2.2. Calcul des autres variables.....	136
I.3. CONCLUSION.....	137
II. 1^{ER} TRAJET : RETRODIFFUSION PAR L'OBJET	138
II.1. EXPRESSION DU CHAMP INCIDENT AU POINT A	139
II.1.1. La polarisation incidente est horizontale.....	139
II.1.2. La polarisation incidente est verticale	140
II.2. EXPRESSIONS DU CHAMP RETRODIFFUSE.....	140
II.2.1. La polarisation incidente est horizontale.....	141
II.2.2. La polarisation incidente est verticale	141
III. 2^{EME} TRAJET : RETRODIFFUSION PAR LA SURFACE RUGUEUSE.....	142
III.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT C	143
III.1.1. Polarisation incidence horizontale	143
III.1.2. La polarisation incidente est verticale.....	144
III.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE PAR LA SURFACE RUGUEUSE.....	144
III.2.1. La polarisation incidente est horizontale	146
III.2.2. La polarisation incidente est verticale.....	146
IV. 3^{EME} TRAJET : TRAJET ROUTE-OBJET-RECEPTEUR	146
IV.1. TRAJET ROUTE – OBJET	147
IV.1.1. La facette et la surface sont en zone proche l'une de l'autre	147
IV.1.2. La facette et la surface sont en zone lointaine l'une de l'autre.....	149
IV.2. TRAJET OBJET – RECEPTEUR	151
IV.2.1. La polarisation incidente est horizontale	151
IV.2.2. La polarisation incidente est verticale	152
V. 4^{EME} TRAJET : TRAJET OBJET-ROUTE-RECEPTEUR.....	153
V.1. TRAJET OBJET CANONIQUE – ROUTE	154
V.1.1. La facette et la surface sont en champ proche l'une de l'autre.....	154
V.1.2. La facette et la surface sont en champ lointain l'une de l'autre.....	155
V.2. TRAJET ROUTE – RECEPTEUR	157
V.2.1. Variation de la diffusion dans la direction du récepteur en fonction de la rugosité de la surface.....	157
V.2.2. Calcul de la phase des champs diffusés à partir du terme de diffusion cohérente	158
V.2.3. Calcul du champ diffusé : la polarisation incidente est horizontale	159
V.2.4. Calcul du champ diffusé : la polarisation incidente est verticale.....	159
VI. CONCLUSION : RECAPITULATIF DES RESULTATS	160

PARTIE B : ETUDE DU COUPLAGE ENTRE UN OBJET ET UNE SURFACE RUGUEUSE: APPLICATION A UN CAS CONCRET

I. INTRODUCTION – ESTIMATION DES DISTANCES MISES EN JEU	165
I.1. RECAPITULATIF DES VARIABLES.....	165
I.2. ESTIMATION DE R_S	166
I.3. DOMAINE DE VARIATION DE θ_i'	168
II. RETRODIFFUSION PAR L'OBJET.....	170
II.1. GEOMETRIE DE L'OBSERVATION.....	170
II.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE.....	170
III. RETRODIFFUSION PAR LA SURFACE LISSE OU RUGUEUSE.....	172
III.1. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE DANS LE CAS OU LA SURFACE EST LISSE	172
III.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE DANS LE CAS OU LA SURFACE EST RUGUEUSE	174
III.2.1. <i>Définition et valeurs des paramètres de rugosité de la surface</i>	174
III.2.2. <i>Expression du champ rétrodiffusé par la surface</i>	176
IV. TRAJET COMPOSE SURFACE – FACETTE – SOURCE	178
IV.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT A	178
IV.2. CALCUL DU CHAMP DIFFUSE PAR LA FACETTE VERS LA SOURCE S	180
V. TRAJET COMPOSE FACETTE – SURFACE – SOURCE.....	183
V.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT C.....	183
V.2. CALCUL DU CHAMP DIFFUSE PAR LA SURFACE RUGUEUSE VERS LA SOURCE S	183
VI. CALCUL DU CHAMP TOTAL RETRODIFFUSE PAR L'OBJET COMPOSE	186
VI.1. CAS DE LA SURFACE LISSE.....	186
VI.1.1. <i>Expression du champ total rétrodiffusé</i>	186
VI.1.2. <i>Calcul du champ rétrodiffusé pour toute incidence</i>	187
VI.2. CAS DE LA SURFACE RUGUEUSE.....	189
VI.2.1. <i>Expression du champ total rétrodiffusé</i>	189
VI.2.2. <i>Evolution du champ total rétrodiffusé pour toute incidence</i>	189
VII. CONCLUSION	191

CONCLUSION.....	195
-----------------	-----

BIBLIOGRAPHIE.....	203
--------------------	-----

ANNEXES

ANNEXES A : EXPRESSIONS DES COEFFICIENTS DE KIRCHHOFF 213

ANNEXES B : CALCUL DES COEFFICIENTS COMPLEMENTAIRES 225

ANNEXES C : CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION COHERENTE 249

ANNEXES D : CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION INCOHERENTE 261

ANNEXES E : COMPLEMENTS AU CALCUL DU BILAN DE PUISSANCE
DANS LES HEMISPHERES SUPERIEUR ET INFERIEUR..... 293

ANNEXES F : LA THEORIE DU TRANSFERT RADIATIF 309

CHAPITRE I :

INTRODUCTION

*« Ecouter et choisir entre les avis, voilà le premier pas de la connaissance ;
voir et réfléchir sur ce qu'on a vu, voilà le second pas de la connaissance »*

Confucius (551-479 av. JC)

CONTEXTE DE L'ETUDE

Nous savons tous modéliser la diffusion d'une onde électromagnétique par une surface lisse métallique ou diélectrique : le faisceau incident entre en contact avec la surface, puis est réfléchi dans la direction spéculaire suivant les lois bien connues de Snell-Descartes. L'intensité du champ réfléchi dépend alors de l'angle d'incidence et des caractéristiques diélectriques de la surface.

Mais que se passe-t-il lorsque la surface considérée est rugueuse ?

Depuis plus d'un siècle, de nombreux physiciens et mathématiciens tentent de répondre à cette question dans des domaines aussi divers que le radar, la radioastronomie, la téléphonie mobile ou même l'observation du couvert terrestre... Plusieurs campagnes de mesures ont été réalisées, des théories ont ensuite été développées afin d'interpréter et par suite prédire les résultats obtenus.

Les méthodes proposées peuvent être classées en deux grandes catégories :

☞ Les *méthodes numériques*, qui englobent, entre autres, la Méthode des Moments (MM) et les méthodes des Eléments Finis (MEF) et des Différences Finies (FDTD). La MM repose sur la formulation intégrale du champ électrique, alors que la MEF et la FDTD sont basées sur la formulation différentielle des équations de Maxwell [3], [24].

Les méthodes numériques sont souvent utilisées couplées à un processus de Monte-Carlo, qui consiste à calculer les champs rétrodiffusés par plusieurs profils présentant tous les mêmes caractéristiques statistiques, afin d'en déterminer la valeur moyenne, puis de calculer le coefficient de rétrodiffusion moyen [3], [42].

Les méthodes numériques présentent l'inconvénient de nécessiter une place mémoire qui augmente avec les dimensions de la surface étudiée. La résolution de ces méthodes requiert ainsi, dans certains cas, un temps de calcul qui peut s'avérer très important.

☞ Les *méthodes asymptotiques* sont aussi appelées méthodes approchées. Ces méthodes ne permettent de calculer que le coefficient moyen de diffusion et ne donnent donc aucune information sur la phase. Les plus connues sont la Méthode des Petites Perturbations ou la Méthode de Kirchhoff [5], [57]. Aucune méthode asymptotique n'est totalement générale, ni totalement rigoureuse, puisqu'elle est basée sur une série d'approximations dont quelques-unes sont énumérées ci-dessous :

- les hauteurs des irrégularités sont supposées faibles devant la longueur d'onde,
- les effets d'ombre sont négligés,
- les diffusions multiples ne sont pas prises en compte,
- seule la diffusion en champ lointain est calculée,

La diffusion par les surfaces rugueuses reste pourtant complexe à modéliser ; en effet la nature géométrique et physique des contributeurs ainsi que leur répartition sur la surface entraînent généralement des interactions difficiles à quantifier.

Un grand effort de modélisation a été cependant fait depuis ces vingt dernières années. Un des modèles proposés récemment, la Méthode de l'Equation Intégrale, publié par Fung et Chen en 1992 dans [23] a retenu notre attention puisque son domaine de validité recouvre une bande de fréquences étendue, il permet même, par un développement adéquat de tenir compte des interactions multiples entre l'onde et les irrégularités.

Une étude bibliographique menée par ailleurs dans le domaine des surfaces rugueuses a montré que la diffusion totale par de telles surfaces est la somme d'une composante due à la diffusion de surface et d'une autre due à la diffusion de volume.

L'objectif de nos travaux est donc de modéliser de manière rigoureuse la puissance totale diffusée par une surface rugueuse aux fréquences millimétriques. Nous évaluerons distinctement les composantes surfacique et volumique de la diffusion afin de comparer leur évolution relative en fonction de la rugosité lors d'études en configurations monostatique (diffusion dans la direction d'incidence) et bistatique (diffusion dans des directions autres que la direction d'incidence).

Enfin, le problème de la connaissance du comportement d'objets au-dessus d'une surface rugueuse (naturelle ou artificielle) intervient dans un grand nombre d'applications radar militaires ou civiles. Parmi celles-ci, nous pouvons mentionner l'assistance à la conduite : les applications de régulation de vitesse utilisent par exemple un radar embarqué qui permet de contrôler la scène routière à l'avant d'un véhicule.

Ainsi, en réponse à ces besoins d'assistance radar à la conduite, nous étudierons aussi le cas particulier et rarement traité de l'incidence rasante (à une fréquence proche de 77 GHz), afin de déterminer le couplage proche entre une surface rugueuse et un objet placé au-dessus d'elle.

ETAT DE L'ART

I. LES METHODES ASYMPTOTIQUES DE DIFFUSION PAR LES SURFACES RUGUEUSES

Les premières études sur la diffusion par les surfaces rugueuses ont débuté dès la fin du XIX^{ème} siècle avec les travaux menés par Lord Rayleigh dans le domaine de l'acoustique. Il s'intéresse alors à la réflexion des ondes acoustiques sur une surface sinusoïdale. En 1907, Rayleigh propose une théorie de perturbations selon laquelle le champ diffusé peut être représenté par une superposition d'ondes planes qui se propagent vers le récepteur. Il introduit alors le paramètre de Rayleigh, égal au quotient de la hauteur des irrégularités sur la longueur d'onde, et qui permet de savoir si, à une fréquence donnée, une surface doit être considérée lisse ou rugueuse.

Cette approche déclenche un grand intérêt dans la communauté scientifique, puisqu'elle propose une écriture, relativement simple du champ total diffusé sans avoir recours à des formulations intégrales.

Un effort est alors fait afin de pouvoir modéliser la diffusion des surfaces naturelles, qui sont, pour la plupart, non pas périodiques mais totalement aléatoires. En 1951, Rice étend les travaux de Rayleigh au cas de ces surfaces [45] (Méthode des Petites Perturbations).

Dans le même temps, des travaux sont réalisés sur la manière de décrire au mieux les surfaces rugueuses. Il est décidé d'exploiter les caractéristiques statistiques de la rugosité. Feinstein et Davies proposent, en 1954, de décrire la distribution des hauteurs des irrégularités par un processus gaussien, la surface étant aussi décrite par sa fonction d'autocorrélation. Bechmann de son côté, propose en 1957 d'utiliser les chaînes de Markov, la surface est alors représentée par sa matrice stochastique.

En 1952, Brekhovskikh introduit la deuxième grande théorie sur la diffusion par les surfaces rugueuses périodiques que constitue l'Approximation du Plan Tangent. Selon cette méthode, en tout point, la surface peut être remplacée par le plan tangent infini défini localement. Dans la même année, Isakovitch apporte les compléments nécessaires pour pouvoir considérer des surfaces aléatoires (Approximation de Kirchhoff).

Ainsi, au milieu des années 50, il existe deux modèles électromagnétiques de diffusion par les surfaces rugueuses : la Méthode des Petites Perturbations, valable pour les basses fréquences et l'Approximation de Kirchhoff, qui constitue une solution hautes fréquences.

A partir du début des années 70, de nombreux travaux sont menés afin de trouver une méthode de modélisation qui assurerait la continuité entre la Méthode des Petites Perturbations et l'Approximation de Kirchhoff, et serait donc utilisable sur une bande étendue de fréquences.

De nombreuses méthodes ont alors été développées telles que la « Small-Slopes Approximation » introduite par Voronovich en 1985 ([32], [59]), la « Phase Perturbation Technique » proposée par Winebrenner et Ishimaru en 1985 [60] ou la « Full-Wave Approach » présentée par Bahar en 1991 [11], [60].

D'autres modèles, dits à deux échelles, permettent de prendre en compte deux échelles moyennes de rugosité. La surface est alors considérée comme la superposition de deux processus stochastiques indépendants [31].

C'est un peu dans cet état d'esprit qu'en 1992, Fung et Chen publient pour la première fois leurs travaux sur la Méthode de l'Equation Intégrale (IEM), dans le cas de la rétrodiffusion par une surface rugueuse aléatoire [23]. Par une écriture simple, cette méthode permet de calculer le champ diffusé sur une large bande de fréquences.

De par sa première écriture, le modèle ne permettait pas de prendre en compte les diffusions multiples. Depuis ces dix dernières années, de nombreux papiers sont parus afin d'y remédier ([2], [12], [22], [26], [27], [62])

II. LA THEORIE DU TRANSFERT RADIATIF

Il existe deux approches différentes pour traiter la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu aléatoire : l'approche en champ et la Théorie du Transfert Radiatif.

☞ La première approche s'appuie directement sur les équations de Maxwell et traite le problème à partir de formulations rigoureuses. Cependant, une description précise du milieu et la prise en compte de tous les phénomènes de diffusions, d'interférence et de

diffraction de l'onde dans le volume entraînent des équations complexes difficiles à résoudre sans l'introduction de quelques hypothèses simplificatrices.

☞ La deuxième approche est basée sur une théorie de transport appelée Théorie du Transfert Radiatif. Elle s'appuie sur les variations du vecteur de Stokes d'une onde électromagnétique qui se propage dans un milieu aléatoire. Si cette théorie est moins rigoureuse, elle présente l'avantage d'être plus simple que l'approche en champ, tout en contenant les effets de diffusions multiples. L'écriture mathématique des différents phénomènes de diffusion, d'absorption, etc... que subit l'onde lors de sa traversée conduit à l'équation du transfert radiatif. Divers principes de résolution de cette équation ont été proposés par différents auteurs [8], [28], [54], [56].

OUTILS DE SIMULATIONS UTILISES ET/OU DEVELOPPES

☞ Afin d'évaluer la diffusion de surface, nous avons développé un module de calcul basé sur la Méthode de l'Equation Intégrale. Pour ce faire, nous nous sommes inspirés de la dernière version de ce modèle, correspondant aux surfaces présentant une rugosité faible à modérée, proposée par J.L Álvarez-Pérez dans [2].

Notre outil de simulation permet de déterminer, rapidement, les composantes cohérente et incohérente du coefficient de diffusion surfacique *bistatique*, ceci sur une *bande étendue de fréquences* et pour *tout angle d'incidence*.

☞ Pour étudier la diffusion *bistatique* par le volume de chaussées, telles que des routes en asphalte et en béton, nous avons développé un module de calcul à partir de la Théorie du Transfert Radiatif. Nous nous sommes, lors de la réalisation de cet outil de calcul, largement inspirés des travaux menés par J.R Kendra et K. Sarabandi à l'Université du Michigan [29], [30].

☞ La diffusion totale *bistatique* par les surfaces rugueuses diélectriques a pu être modélisée en sommant les résultats donnés par les deux modules de calcul précédents.

☞ Enfin, l'étude des interactions entre la surface rugueuse et un objet placé au-dessus d'elle a été effectuée en utilisant, d'une part les modules de calcul développés, et d'autre part des outils de simulations existants par ailleurs au laboratoire. Ces derniers, basés sur l'Optique Physique, permettent de calculer la surface équivalente radar d'objets complexes 3D métalliques ou diélectriques ; ils ont été réalisés lors de stages et de thèses effectués ou en cours dans l'équipe commune AD2M/DEMR [34], [44].

PLAN DE L'ETUDE

Dans le **chapitre II**, nous rappelons *dans un premier temps* les grandes lignes du développement théorique de l'IEM. Nous déterminons séparément les termes de diffusions cohérente et incohérente afin d'observer leur évolution en fonction du degré de rugosité de la surface. Quelques résultats de simulations et des comparaisons avec des valeurs expérimentales recueillies dans la littérature sont proposés.

Dans un deuxième temps, notre objectif est de vérifier si les lois de conservation de l'énergie sont satisfaites. Nous effectuons donc, au fur et à mesure que la rugosité augmente, des bilans de puissance, dans l'hémisphère supérieur uniquement lorsque la surface est métallique, et dans toute la sphère entourant la surface quand elle est diélectrique.

L'objectif **du chapitre III** est de calculer la diffusion totale par une surface rugueuse diélectrique. Pour mener à bien cette étude, nous présentons *dans un premier temps*, le développement théorique de la Théorie du Transfert Radiatif, méthode que nous utilisons pour évaluer la diffusion volumique. Nous proposons des résultats et des validations dans le cas de matériaux constituant des chaussées tels l'asphalte ou le béton.

Dans un deuxième temps, nous calculons la diffusion totale, connaissant les valeurs des composantes surfacique et volumique. Nous concluons ensuite sur l'évolution relative des deux contributions dans le cas de surfaces lisses et rugueuses. Nous présentons aussi les résultats de l'étude expérimentale que nous avons eu l'occasion d'effectuer.

Enfin, nous consacrons **le chapitre IV** à l'évaluation du champ total rétrodiffusé par un *objet composé*, constitué par une surface rugueuse et un objet canonique placé au-dessus d'elle, en vue d'une réponse à une application d'assistance à la conduite. Nous calculons le champ total rétrodiffusé en sommant de manière cohérente les champs rétrodiffusés suivant les différents trajets que peut emprunter le faisceau incident. L'originalité de cette étude repose surtout sur la modélisation du couplage champ proche entre l'objet et la surface.

Enfin, dans la **conclusion**, nous rappelons le travail accompli avant de proposer quelques perspectives à court et long termes.

CHAPITRE II :

CALCUL DE LA DIFFUSION DE SURFACE PAR LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE

« Toute loi physique doit être empreinte de beauté mathématique »

Paul Dirac (1902-1984)

CHAPITRE II, PARTIE A :

LA METHODE DE L'EQUATION INTEGRALE (IEM)

I. LES MODELES ELECTROMAGNETIQUES COURANTS DE CALCUL DE LA DIFFUSION SURFACIQUE

Différentes méthodes électromagnétiques permettent de décrire la diffusion par les surfaces rugueuses en fonction des caractéristiques du sol (hauteur rms $s_{\tilde{z}}$, longueur de corrélation l_c , constante diélectrique ϵ_r , ...), de la fréquence et de l'angle d'incidence.

Les méthodes électromagnétiques analytiques conduisent à une formulation, plus ou moins complexe, du coefficient de diffusion surfacique.

I.1. LA METHODE DES PETITES PERTURBATIONS

La Méthode des Petites Perturbations (MPP) [60] est utilisée lorsque à la fois l_c et $s_{\tilde{z}}$ sont petites devant la longueur d'onde. Le modèle est basé sur l'hypothèse que le champ diffusé par une surface rugueuse puisse être représenté par une superposition d'ondes planes d'amplitudes inconnues se propageant vers le récepteur. Les amplitudes sont déterminées en utilisant les conditions aux limites et les relations de divergence.

Le domaine de validité de cette méthode est cependant réduit aux surfaces légèrement rugueuses. La hauteur rms doit rester inférieure à 5% de la longueur d'onde, soit $s_{\tilde{z}} < 0.05\lambda$, ce qui correspond à $k s_{\tilde{z}} < 0.3$ (domaine dit des basses fréquences). Une condition supplémentaire, concernant les pentes, est la suivante : $m < 0.3$ (m étant l'écart-type des pentes).

I.2. L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF

La méthode de Kirchhoff (AK) est très souvent utilisée [60]. Elle permet de résoudre l'équation intégrale du champ électrique [15] en s'appuyant sur l'approximation du plan tangent.

En effet, pour calculer le champ diffusé, il faut dans un premier temps évaluer les champs tangentiels électrique $\hat{n} \wedge \vec{E}$ et magnétique $\hat{n} \wedge \vec{H}$. Ces quantités sont cependant souvent difficiles à déterminer et il devient inévitable de faire des hypothèses simplificatrices. L'Approximation de Kirchhoff permet de calculer ces composantes puisqu'elle consiste à supposer, qu'en tout point de la surface, le profil peut être remplacé par le plan tangent infini en ce point. Sous ces conditions, les lois de Snell-Descartes peuvent s'appliquer et les champs tangentiels s'expriment alors en fonction des coefficients de Fresnel de la surface.

L'approximation du plan tangent impose implicitement un rayon de courbure supérieur à la longueur d'onde en tout point de la surface. De plus, il s'ajoute une condition concernant le degré de rugosité horizontale de la surface : la longueur de corrélation doit être supérieure à la longueur d'onde.

La première condition impose alors $R_c > \lambda$, et pour satisfaire la seconde condition, il faut que $l_c > \lambda \Rightarrow kl_c > 2\pi$ [53].

Soulignons enfin que la méthode de Kirchhoff ne tient compte ni des diffusions multiples, ni des effets d'ombre ; pour ces raisons, elle ne convient qu'à des surfaces modérément rugueuses et ne peut être utilisée que pour de faibles angles d'incidence.

I.3. CONCLUSION SUR LA VALIDITE DES METHODES PRESENTEES

Nous avons répertorié ci-dessous les expressions des pentes rms et des rayons de courbure de surfaces ayant une répartition gaussienne des hauteurs et présentant des fonctions d'autocorrélation gaussienne et exponentielle.

☞ Fonction d'autocorrélation gaussienne [57]

$$\text{Pente rms : } m = \sqrt{2} \frac{s_{\tilde{x}}}{l_c}$$

$$\text{Rayon de courbure : } R_c = \frac{l_c^2}{2s_{\tilde{x}}} \sqrt{\frac{\pi}{6}} = \frac{l_c^2}{2.76s_{\tilde{x}}}$$

☞ Fonction d'autocorrélation exponentielle [19]

$$\text{Pente rms : } m = \sqrt{2} \frac{s_{\tilde{x}}}{l_c} \sqrt{5kl_c - \arctan(5kl_c)}$$

$$\text{Rayon de courbure : } R_c = \frac{\pi l_c^2}{2 s_\zeta} \frac{1}{\sqrt{(5kl_c)^3 / 3 - (5kl_c) - \arctan(5kl_c)}}$$

Sur les figures (**fig II.A-1**) à (**fig II.A-4**) sont délimitées, de façon schématique, les zones de validité des méthodes de Kirchhoff et des petites perturbations dans le cas de fonctions d'autocorrélation gaussienne et exponentielle [16], [39].

Notons toutefois que seules les expressions concernant la fonction d'autocorrélation gaussienne sont universellement admises, c'est pourquoi il convient d'accorder une confiance relative aux domaines de validité définis sur (**fig II.A-2**) et (**fig II.A-4**) tandis que les résultats sur (**fig II.A-1**) et (**fig II.A-3**) nous paraissent beaucoup plus fiables.

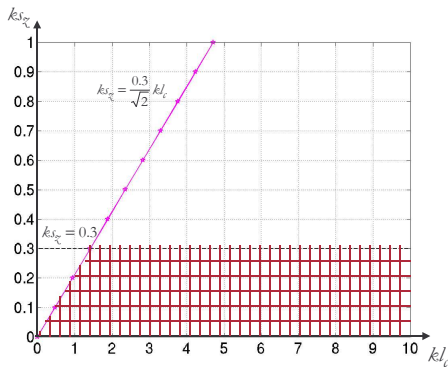


Figure II.A-1 : Domaine de validité de la MPP dans le cas d'une fonction d'autocorrélation gaussienne

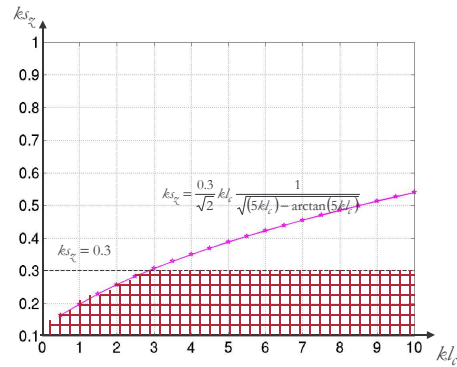


Figure II.A-2 : Domaine de validité de la MPP dans le cas d'une fonction d'autocorrélation exponentielle

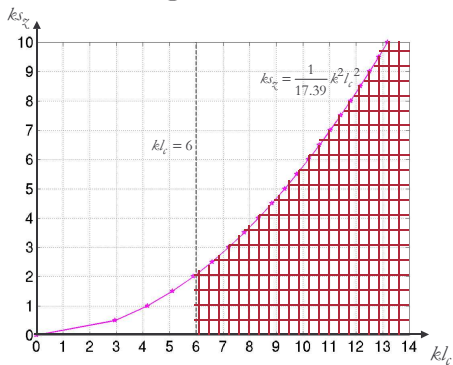


Figure II.A-3 : Domaine de validité de l'AK dans le cas d'une fonction d'autocorrélation gaussienne

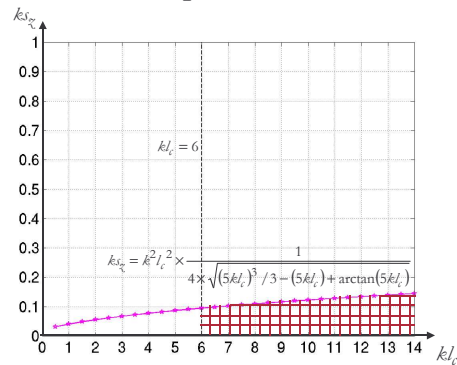


Figure II.A-4 : Domaine de validité de l'AK dans le cas d'une fonction d'autocorrélation exponentielle

Ces deux méthodes usuelles présentent donc des domaines de validité réduits [10], [11]. Dans le cadre de notre étude aux fréquences millimétriques, afin de ne pas être limités sur les hauteurs des irrégularités des surfaces et sur les longueurs de corrélation, nous avons décidé d'utiliser la Méthode de l'Equation Intégrale (I.E.M) pour modéliser le coefficient

de diffusion surfacique [23]. Cette méthode apporte une amélioration à la méthode de Kirchhoff grâce à l'introduction d'un terme complémentaire qui permet de mieux prendre en compte les interactions multiples entre l'onde et la surface [36]. Son domaine de validité recouvre ainsi ceux des méthodes de Kirchhoff et des petites perturbations et il assure la continuité entre eux [37].

II. CALCUL DE LA DIFFUSION SURFACIQUE PAR L'ITEM

II.1. EXPRESSION DU CHAMP DIFFUSE EN ZONE LOINTAINE

Considérons une onde plane incidente sur une surface rugueuse ; cette onde est caractérisée par \vec{E}^i le champ électrique incident (II.A-1) et par \vec{H}^i le champ magnétique incident (II.A-2).

$$\vec{E}^i = \hat{p}E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}'} = \hat{p}E^i, \quad (\text{II.A-1})$$

$$\vec{H}^i = \frac{1}{\eta_1} \hat{k}_i \wedge \hat{p}E^i, \quad (\text{II.A-2})$$

E_0 est l'amplitude du champ électrique incident,

\hat{p} est le vecteur unitaire de la polarisation ($\hat{p} = \hat{h}_i$ ou $\hat{p} = \hat{v}_i$),

$\vec{k}_i = k\hat{k}_i$ est le vecteur d'onde incident,

k est le nombre d'onde $k = 2\pi / \lambda$,

η_1 est l'impédance intrinsèque du milieu.

Comme les autres méthodes électromagnétiques de calcul de la diffusion surfacique, la Méthode de l'Equation Intégrale (IEM) consiste en une résolution de l'équation intégrale du champ électrique rappelée ci-dessous (II.A-3) [15].

$$E_{qp}^s = K \iint \left\{ \hat{q} \cdot \left[\hat{k}_s \wedge (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p^i) + \eta_1 (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p^i) \right] e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} \right\} ds' \quad (\text{II.A-3})$$

$$\text{avec } K = -\frac{jk}{4\pi R} e^{-jkR} \quad (\text{II.A-4})$$

Les indices p et q représentent respectivement les polarisations des antennes d'émission et de réception, R est la distance à l'antenne de réception.

Le champ magnétique diffusé peut s'exprimer à partir d'une relation analogue à (II.A-3), sachant que :

$$\vec{H}_{qp}^s = \frac{1}{\eta_1} (\vec{k}_s \wedge \hat{p}) \vec{E}_{qp}^s \quad (\text{II.A-5})$$

Il est aussi utile de noter que $ds' = \sqrt{1 + Z_{x'}^2 + Z_{y'}^2} dx' dy' = D' dx' dy'$

$$\text{Ainsi } D' = \sqrt{1 + Z_{x'}^2 + Z_{y'}^2} \quad (\text{II.A-6})$$

Où $Z_{x'} = \frac{\partial \zeta}{\partial x'}$ et $Z_{y'} = \frac{\partial \zeta}{\partial y'}$, sachant que $\zeta = \zeta(x', y')$ est l'équation de la surface.

L'IEM propose une méthode de résolution qui consiste à considérer une forme approchée des densités surfaciques de courant plus rigoureuse que dans le cas de l'Approximation de Kirchhoff (§I-2).

Ainsi les champs tangentiels électrique et magnétique s'écrivent sous la forme de la somme d'un champ tangentiel calculé à partir de la méthode de Kirchhoff (noté par un indice k) et d'un champ tangentiel dit complémentaire (noté par un indice c) qui permet de tenir compte des interactions de l'onde avec les rugosités environnantes et ainsi de mieux considérer les diffusions multiples [36].

$$\hat{n} \wedge \vec{E} = (\hat{n} \wedge \vec{E})_k + (\hat{n} \wedge \vec{E})_c \quad (\text{II.A-7})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H} = (\hat{n} \wedge \vec{H})_k + (\hat{n} \wedge \vec{H})_c \quad (\text{II.A-8})$$

Par suite, le champ total diffusé E_{qp}^s est recherché sous la forme d'une somme de deux termes E_{qp}^{sk} et E_{qp}^{sc} [2], [22].

$$E_{qp}^s = E_{qp}^{sk} + E_{qp}^{sc} \quad (\text{II.A-9})$$

Il s'agit donc de rechercher les expressions de ces termes.

Pour ce faire, écrivons d'abord l'équation (II.A-3) sous la forme donnée par (II.A-10) :

$$E_{qp}^s = K \iint \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p') + \eta \hat{q} \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p') \right] e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} ds' \quad (\text{II.A-10})$$

En introduisant les équations (II.A-7) et (II.A-8) dans (II.A-10), nous obtenons :

$$E_{qp}^s = K \iint \left\{ \hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot \left[(\hat{n}' \wedge \vec{E}_p')_k + (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p')_c \right] + \eta_1 \hat{q} \cdot \left[(\hat{n}' \wedge \vec{H}_p')_k + (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p')_c \right] \right\} e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} ds' \quad (\text{II.A-11})$$

Nous pouvons alors définir f_{qp} et \tilde{F}_{qp} qui sont appelés respectivement *coefficient de Kirchhoff* et *coefficient complémentaire*.

Les expressions de ces termes sont données par (II.A-12) et (II.A-13).

$$f_{qp} = \frac{D'}{E^i} \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p')_k + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p')_k \right] \quad (\text{II.A-12})$$

$$\tilde{F}_{qp} = \frac{D'}{E^i} \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p')_c + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p')_c \right] \quad (\text{II.A-13})$$

D' a été définie précédemment (II.A-6).

E^i est l'amplitude complexe du champ incident sur la surface rugueuse.

Le champ diffusé E_{qp}^s s'écrit alors de la façon suivante :

$$E_{qp}^s = \frac{1}{D'} K \int_{S'} f_{qp} E^i e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} ds' + \frac{1}{D'} K \int_{S'} \tilde{F}_{qp} E^i e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} ds' \quad (\text{II.A-14})$$

Connaissant alors l'amplitude complexe du champ incident E^i et par identification avec (II.A-9) nous pouvons déterminer les expressions des champs E_{qp}^{sk} et E_{qp}^{sc} .

$$E_{qp}^{sk} = KE_0 \int_{S'} f_{qp} e^{j[\vec{k}_s - \vec{k}_i] \cdot \vec{r}'} dx' dy' \quad (\text{II.A-15})$$

$$E_{qp}^{sc} = KE_0 \iint_{S''S'} \tilde{F}_{qp} e^{j[\vec{k}_s \cdot \vec{r}' - \vec{k}_i \cdot \vec{r}'']} dx' dy' dx'' dy'' \quad (\text{II.A-16})$$

Dans la suite de notre étude, nous utiliserons une expression de E_{qp}^{sc} , équivalente à (II.A-16) et donnée par :

$$E_{qp}^{sc} = \frac{KE_0}{8\pi^2} \iiint_{S''S'} F_{qp} e^{j[u(x-x') + v(y-y') - q_m |z-z'|]} e^{j[\vec{k}_s \cdot \vec{r}' - \vec{k}_i \cdot \vec{r}'']} dx' dy' dx'' dy'' du dv \quad (\text{II.A-17})$$

où u et v sont des variables spatiales.

\tilde{F}_{qp} et F_{qp} sont liés par (II.A-18).

$$\tilde{F}_{qp} = \frac{1}{8\pi^2} \int F_{qp} e^{j[u(x-x') + v(y-y') - q_m |z-z'|]} du dv \quad (\text{II.A-18})$$

Le détail des calculs nous ayant conduit à ces résultats est proposé en annexe D.

II.2. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION SURFACIQUE

Nous voulons, dans ce paragraphe, déterminer le coefficient de diffusion surfacique à partir du calcul de la puissance moyenne diffusée.

Cette dernière s'exprime par la relation suivante :

$$P_{qp}^s = \frac{1}{2\eta_1} \left\langle E_{qp}^s E_{qp}^{s*} \right\rangle \quad (\text{II.A-19})$$

Nous savons d'autre part que le champ diffusé par une surface rugueuse est donné par **(II.A-9)** que nous rappelons ci-dessous.

$$E_{qp}^s = E_{qp}^{sk} + E_{qp}^{sc}$$

Du fait de cette expression, la puissance moyenne diffusée s'écrit alors sous la forme d'une somme de trois termes P_{qp}^{sk} , P_{qp}^{skc} et P_{qp}^{sc} [22] :

$$\begin{aligned} P_{qp}^s &= \frac{1}{2\eta} \left[\left\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \right\rangle + 2\Re \left\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \right\rangle + \left\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \right\rangle \right] \\ &= P_{qp}^{sk} + P_{qp}^{skc} + P_{qp}^{sc} \end{aligned} \quad (\text{II.A-20})$$

$$P_{qp}^{sk} = \frac{1}{2\eta} \left\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \right\rangle$$

$$\text{avec } P_{qp}^{skc} = \frac{1}{2\eta} \Re \left\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \right\rangle \quad (\text{II.A-21})$$

$$P_{qp}^{sc} = \frac{1}{2\eta} \left\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \right\rangle$$

où $\Re(\)$ est l'opérateur Partie Réelle,

« * » symbole du complexe conjugué.

Notons aussi que P_{qp}^{sk} est due à E_{qp}^{sk} , P_{qp}^{sc} est due à E_{qp}^{sc} et P_{qp}^{skc} est due à un couplage entre les deux champs [26].

Dans la suite de cette étude, P_{qp}^{sk} sera appelée *terme de Kirchhoff*, P_{qp}^{sc} sera appelée *terme complémentaire* et P_{qp}^{skc} sera appelée *terme hybride*.

Il est aussi important de souligner que la diffusion surfacique met en jeu deux mécanismes de diffusion dont l'influence dépend de la rugosité de la surface [40], [46].

En effet, lorsque la surface est lisse, toute l'énergie est diffusée dans le voisinage de la direction spéculaire. Cette énergie est appelée composante cohérente (**fig II.A-5a**).

Si la surface considérée est faiblement rugueuse, alors, une partie de l'énergie est diffusée en dehors du lobe spéculaire. Cette composante est appelée composante incohérente.

Suivant le degré de rugosité de la surface, la composante incohérente est plus ou moins importante alors que la composante cohérente est plus ou moins atténuée (**fig II.A-5b**). Enfin, quand la surface est très rugueuse, la composante cohérente s'annule totalement, le diagramme de diffusion s'élargit et se réduit à la composante diffuse. La diffusion est alors totalement incohérente. (**fig II.A-5c**).

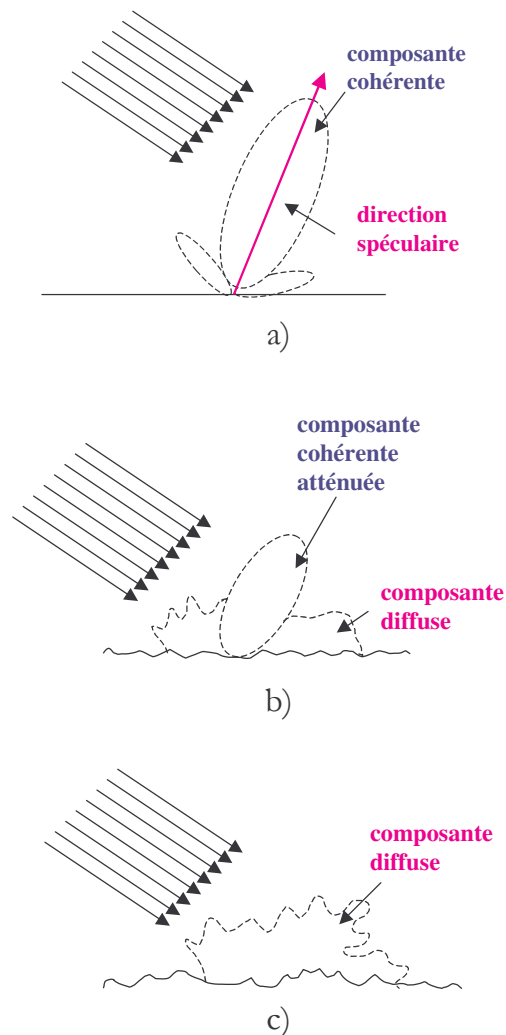


Figure II.A-5 : Diffusion par une surface lisse a), peu rugueuse b), très rugueuse c)

Notre objectif est de déterminer les composantes cohérente et incohérente de la diffusion. Pour chacune d'elles, nous évaluerons les termes de Kirchhoff, complémentaire et hybride, ceci avant de les sommer afin de calculer la diffusion surfacique totale.

II.2.1. Calcul de la puissance cohérente

La puissance cohérente, qui est donc la puissance diffusée dans le lobe spéculaire, est déterminée à partir de la puissance quadratique moyenne.

$$P_{qp_{cob}}^s = \frac{1}{2\eta_1} \langle E_{qp}^s \rangle \langle E_{qp}^{s*} \rangle = \frac{1}{2\eta} \left[\langle E_{qp}^{sk} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle + 2\Re \left[\langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle \right] + \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle \right]$$

$$= P_{qp_{cob}}^{sk} + P_{qp_{cob}}^{skc} + P_{qp_{cob}}^{sc} \quad (\text{II.A-22})$$

Le calcul des expressions des puissances $P_{qp_{cob}}^{sk}$, $P_{qp_{cob}}^{skc}$ et $P_{qp_{cob}}^{sc}$ est présenté en annexe C.

Les différents termes du coefficient de diffusion cohérente sont alors déterminés à partir de la relation (II.A-23).

$$\sigma_{qp}^0 = \frac{4\pi R^2}{P_p^i A_0} P_{qp}^s \quad (\text{II.A-23})$$

$$\text{avec } P_p^i = \frac{1}{2\eta} E_0^2$$

Rappelons que :

R est la distance au point d'observation,

P_{qp}^s est la puissance diffusée vers l'antenne de réception,

E_0 est l'amplitude du champ électrique incident sur la surface rugueuse.

Du fait de la lourdeur des expressions trouvées, nous ne reportons pas ici les résultats obtenus. Ces derniers sont disponibles en annexe C.

II.2.2. Calcul de la puissance incohérente

La puissance incohérente (portion de puissance diffusée en dehors du lobe spéculaire) est obtenue en soustrayant l'expression de la puissance quadratique moyenne à l'expression de la puissance totale.

Elle est, elle aussi, constituée d'un terme de Kirchhoff, d'un terme complémentaire et d'un terme hybride (II.A-24).

$$P_{qp_{incob}}^s = \frac{1}{2\eta_1} \left[\langle E_{qp}^s E_{qp}^{s*} \rangle - \langle E_{qp}^s \rangle \langle E_{qp}^{s*} \rangle \right] = P_{qp_{incob}}^{sk} + P_{qp_{incob}}^{skc} + P_{qp_{incob}}^{sc} \quad (\text{II.A-24})$$

Le détail des calculs des diverses puissances est effectué en annexe D. Le coefficient de diffusion incohérente est obtenu à partir de la puissance incohérente en utilisant la relation (II.A-23).

Les expressions des termes de la diffusion incohérente sont elles–aussi très importantes, de ce fait, nous ne les reportons pas ici.

La formulation de l'IEM que nous avons développée (modèle de J. L. Álvarez-Pérez) permet aussi de considérer les diffusions multiples ; dans nos calculs, nous nous sommes arrêtés aux interactions d'ordre deux (une réflexion suivie d'une diffusion).

Le coefficient dû aux diffusions simples est composé des trois termes alors que la prise en compte des diffusions multiples est essentiellement due aux termes complémentaire et hybride (ceci constitue le principal atout de l'IEM par rapport à la méthode de Kirchhoff). Tous ces termes et les techniques employées pour les calculer sont disponibles en annexe D.

III. LES DIFFERENTS MODELES D'IEM

La première version complète d'un modèle IEM bistatique a été proposée par A.K. Fung en 1994 dans [22]. Dans cette version, afin d'alléger le nombre de calculs nécessaires et l'importance des expressions analytiques, Fung a simplifié l'écriture de la représentation spectrale de la fonction de Green (II.A-25) et de son gradient (voir annexe B), [22, p181]. Cette écriture conduit en effet à un allègement non négligeable dans le développement puis dans les formulations analytiques des termes complémentaire et croisé du coefficient de diffusion incohérente, mais elle ne permet néanmoins pas de prendre convenablement en compte le phénomène de diffusions multiples.

$$G_m(u, v) = \left(-\frac{1}{2\pi} \right) \int \frac{j}{q_m} e^{j[u(x'-x'') + v(y'-y'')] } \boxed{e^{-j q_m |z'-z''|}} du dv \quad (\text{II.A-25})$$

↑
Terme de phase, enlevé par Fung,
puis ré-introduit par Álvarez-Pérez

$$\text{où } q_m = \begin{cases} \sqrt{k_m^2 - u^2 - v^2} & \text{si } k_m^2 \geq u^2 + v^2 \\ \sqrt{j(u^2 - v^2 - k_m^2)} & \text{si } k_m^2 < u^2 + v^2 \end{cases} \quad (\text{II.A-26})$$

L'indice m représente le milieu (supérieur ou inférieur).

Des études complémentaires ont alors été conduites par les principaux auteurs du modèle d'IEM afin de mieux prendre en compte les diffusion multiples [26], [27] et la diffusion bistatique [12], mais ces modèles présentent encore quelques lacunes dans leurs formulations théoriques.

Àlvarez-Pérez a réintroduit ce terme de phase dans [2] et a apporté au modèle quelques modifications. Cette dernière version permet de mieux considérer les interactions multiples entre l'onde et les irrégularités de la surfaces. *Il est aussi important de souligner que c'est la seule version, qui à basses fréquences, reproduit la Méthode des Petites Perturbations, et cela, même en configuration bistatique. Enfin, elle assure la continuité entre les modèles de Kirchhoff et des Petites Perturbations [20].*

Dans les sections suivantes, nous allons étudier les variations, en configurations monostatique et bistatique, des coefficients de diffusion cohérente et incohérente.

IV. ETUDE DU COEFFICIENT DE DIFFUSION SURFACIQUE TOTALE

Pour cette étude, nous nous sommes intéressés à des surfaces métalliques et diélectriques (en asphalte) dont les diverses caractéristiques ont été recueillies dans la littérature [35], [50].

IV.1. ETUDE EN RETRODIFFUSION & A INCIDENCE RASANTE

Nous avons, dans un premier temps, effectué différentes études des variations du coefficient de rétrodiffusion.

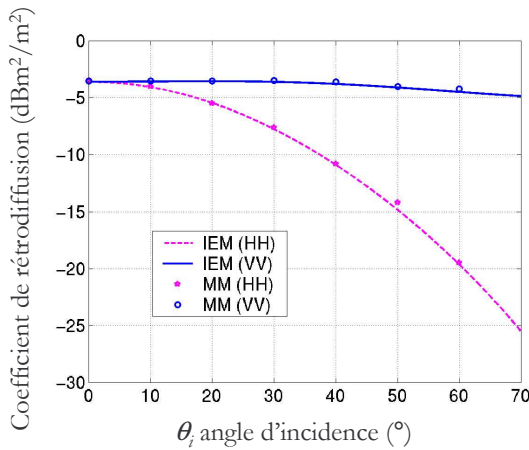
IV.1.1. Etude en fonction de la fréquence

La figure (**fig II.A-6**) montre l'évolution du coefficient de rétrodiffusion d'une surface métallique présentant un coefficient de corrélation gaussien.

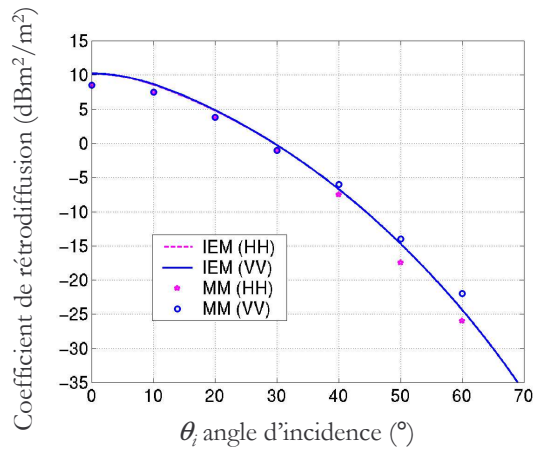
Les valeurs théoriques obtenues par IEM sont comparées avec des simulations effectuées par la Méthode des Moments. Ces derniers résultats ont été recueillis dans [22 p284].

Entre les deux graphes, nous avons multiplié les paramètres de rugosité ks_x et kl_c par un facteur 4 (ceci correspond en fait à multiplier par quatre la fréquence).

Nous notons, pour chaque fréquence, une bonne adéquation entre l'IEM et la méthode exacte que constitue la méthode des moments.



a) $k_{s\chi} = 0.25, k_{l_c} = 1.396$



b) $k_{s\chi} = 1.0, k_{l_c} = 5.58$

Figure II.A-6 : Evolution du coefficient de rétrodiffusion d'une surface rugueuse conductrice à fonction d'autocorrélation gaussienne – Comparaison avec les simulations obtenues par la Méthode des Moments

IV.1.2. Etude en fonction de la rugosité

L'étude que nous avons ensuite réalisée concerne l'évolution de la puissance rétrodiffusée paramétrée en fonction de la rugosité de la surface. Nous considérons une surface en asphalte à une fréquence de 94 GHz dont la rugosité augmente régulièrement (la hauteur rms augmente alors que la longueur d'autocorrélation reste constante).

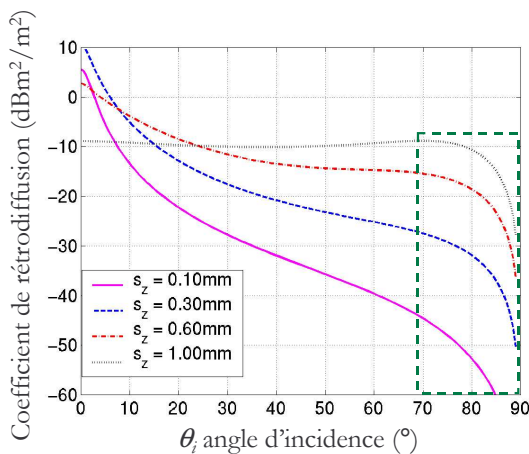


Figure II.A-7 : Rétrodiffusion d'une surface rugueuse en asphalte en polarisation HH à 94 GHz

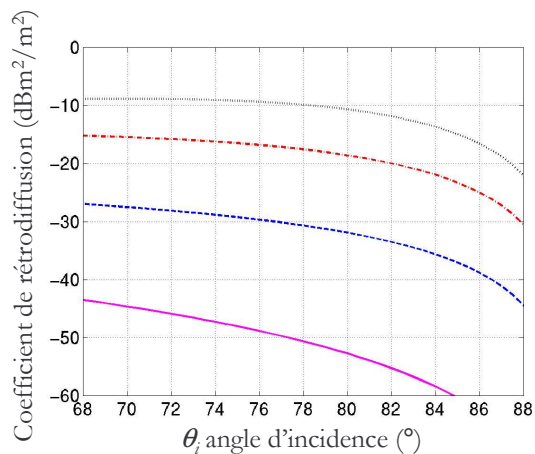


Figure II.A-8 : Agrandissement autour de la direction de l'incidence rasante

Nous pouvons ainsi vérifier que l'intensité rétrodiffusée augmente avec la rugosité de la surface. Ce résultat est aussi vérifié dans le cas particulier de l'incidence rasante [52], [58] (fig II.A-8).

IV.1.3. Evolution de la polarisation croisée

En rétrodiffusion, les termes de polarisation croisée sont dus aux diffusions multiples (annexe D). Nous les avons calculés en considérant uniquement les diffusions de second-ordre (réflexion suivie d'une diffusion).

Les figures (fig II.A-9) et (fig II.A-10) présentent l'évolution du coefficient de rétrodiffusion en polarisations croisées d'une surface métallique à 94 GHz. Deux valeurs de rugosité ont été considérées. Les résultats obtenus n'ont pu être validés, mais nous proposons aussi les courbes des polarisations principales afin d'établir des comparaisons sur leurs niveaux relatifs.

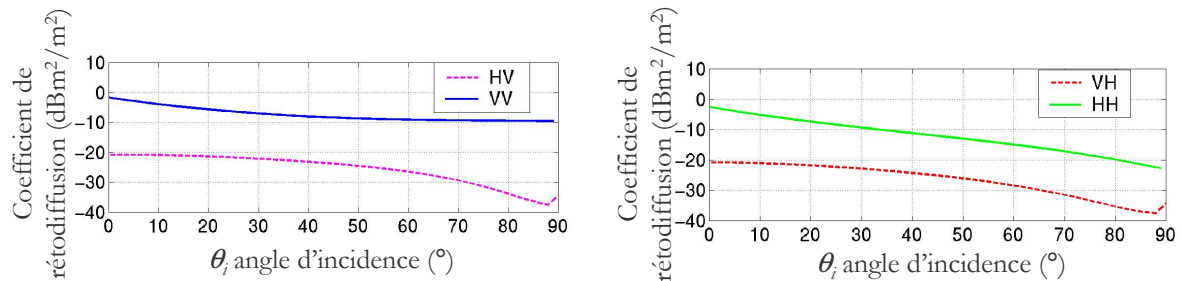


Figure II.A-9 : Coefficient de rétrodiffusion en polarisations principales et croisées d'une surface métallique peu rugueuse – $s_{\zeta} = 0.30\text{mm}$

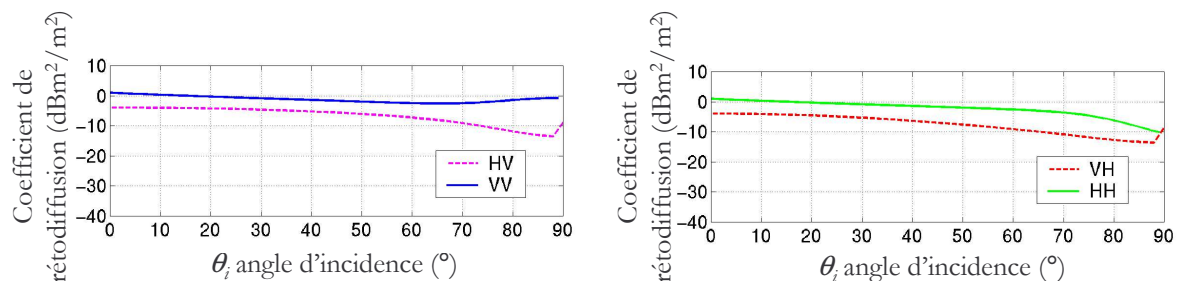


Figure II.A-10 : Coefficient de rétrodiffusion en polarisations principales et croisées d'une surface métallique très rugueuse - $s_{\zeta} = 1.00\text{mm}$

Nous remarquons, comme nous nous y attendions, que les coefficients de rétrodiffusion sont égaux en polarisations croisées. Lorsque la surface est peu rugueuse, ils sont faibles (environ 20dB de moins que les polarisations principales). Puis ils augmentent avec la rugosité, tout en tendant à évaluer les polarisations principales.

IV.2. ETUDE BISTATIQUE

Nous avons ensuite réalisé une étude en configuration bistatique afin de généraliser les résultats obtenus en rétrodiffusion.

IV.2.1. Evolution des termes de la diffusion cohérente dans le cas d'une surface lisse

Les figures suivantes illustrent les variations des trois termes de la diffusion cohérente dans le cas d'une surface rugueuse métallique.

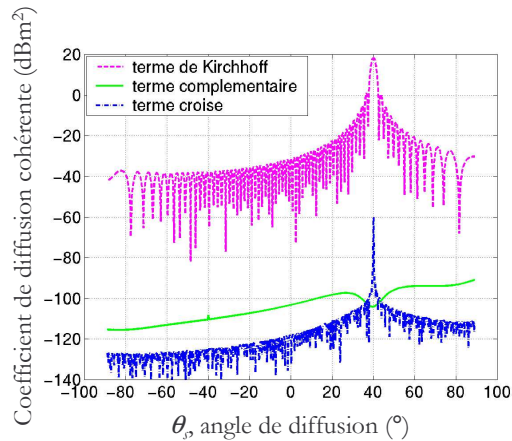


Figure II.A-11 : Variations des termes de la diffusion cohérente par une surface métallique peu rugueuse - $s_z = 0.10\text{ mm}$

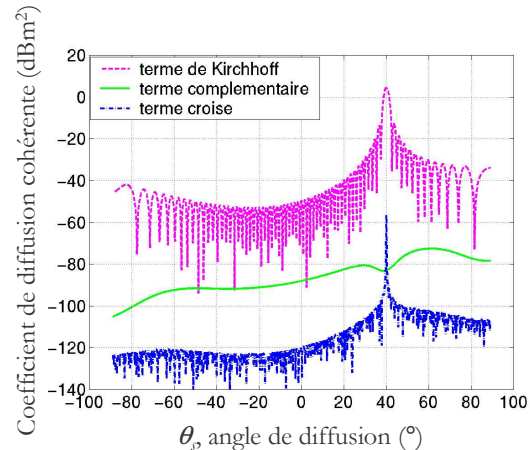


Figure II.A-12 : Variations des termes de la diffusion cohérente par une surface métallique très rugueuse - $s_z = 0.60\text{ mm}$

Nous remarquons ainsi très nettement que les termes complémentaire et croisé sont négligeables devant le coefficient de Kirchhoff. Ceci s'explique par le fait que le champ complémentaire permet de mieux considérer les diffusions multiples qui sont inexistantes lorsque la surface est peu rugueuse.

Lorsque la surface devient rugueuse, ces deux termes tendent à augmenter, mais restent toutefois trop faibles puisque la diffusion cohérente tout entière tend à diminuer avec la rugosité.

C'est pour ces dernières raisons que nous avons négligé dans nos applications les termes cohérents complémentaire et croisé, surtout lors du calcul des puissances diffusées dans les hémisphères supérieur et inférieur (voir partie B de ce chapitre).

IV.2.2. Exemple de validation par rapport à une méthode de référence

Nous nous sommes ensuite intéressés à la diffusion bistatique par une surface métallique rectangulaire. Nous avons validé nos résultats par l'utilisation d'un logiciel, disponible au DEMR, capable de calculer les courants exacts sur la surface de diffusion et de déterminer les champs rayonnés. Ce logiciel appelé ELSEM3D s'appuie sur Méthode des Moments.

Cette étude a été réalisée à une fréquence égale à 35 GHz. Nous avons dû limiter la surface éclairée à une surface carrée de côté égal à 8λ . En effet, la limitation des méthodes exactes se trouve dans les dimensions de la surface à étudier. Une telle plaque a été pour nous un compromis entre un temps de calcul raisonnable par la Méthode des Moments et des dimensions suffisantes pour l'Optique Physique.

L'aire éclairée est donc égale à $A_0 = 8\lambda \times 8\lambda$.

L'onde incidente éclaire la surface sous incidence normale [47].

La figure (**fig II.A-13**) présente les résultats obtenus :

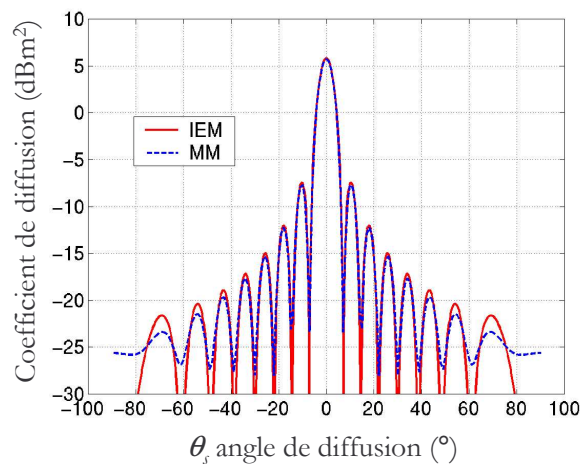


Figure II.A-13 : Variation de la diffusion bistatique d'une surface lisse métallique éclairée à incidence normale :
 Comparaison avec la méthode des Moments (MM)

Notre méthode donne des résultats qui sont bien en accord avec ceux de la méthode de référence. Les erreurs les plus importantes apparaissent aux angles d'observation de plus en plus rasants. En effet, ce sont les cas où les effets de bord prennent de l'importance, et sont donc de moins en moins négligeables. Nous rappelons en effet que la surface éclairée a un côté égal à 8λ (limitée par les méthodes exactes), ses dimensions ne sont pas suffisamment grandes devant la longueur d'onde pour pouvoir négliger les effets de bord dont les méthodes exactes tiennent compte.

IV.2.3. Etude bistatique totale dans le cas d'une surface lisse

Nous avons ensuite effectué une étude bistatique totale dans le cas d'une polarisation incidente horizontale (schémas de gauche) et verticale (schémas de droite). La surface

considérée est une surface circulaire en asphalte d'aire égale à $A_0 = 1dm^2$. La constante diélectrique ϵ_r de l'asphalte est de $3.18 - 0.1i$ à la fréquence d'étude de 94 GHz [35].

Pour cette étude, nous avons fixé l'angle d'incidence à 40° ; les angles de diffusion varient de façon à décrire une demi-sphère (**fig II.A-14**).

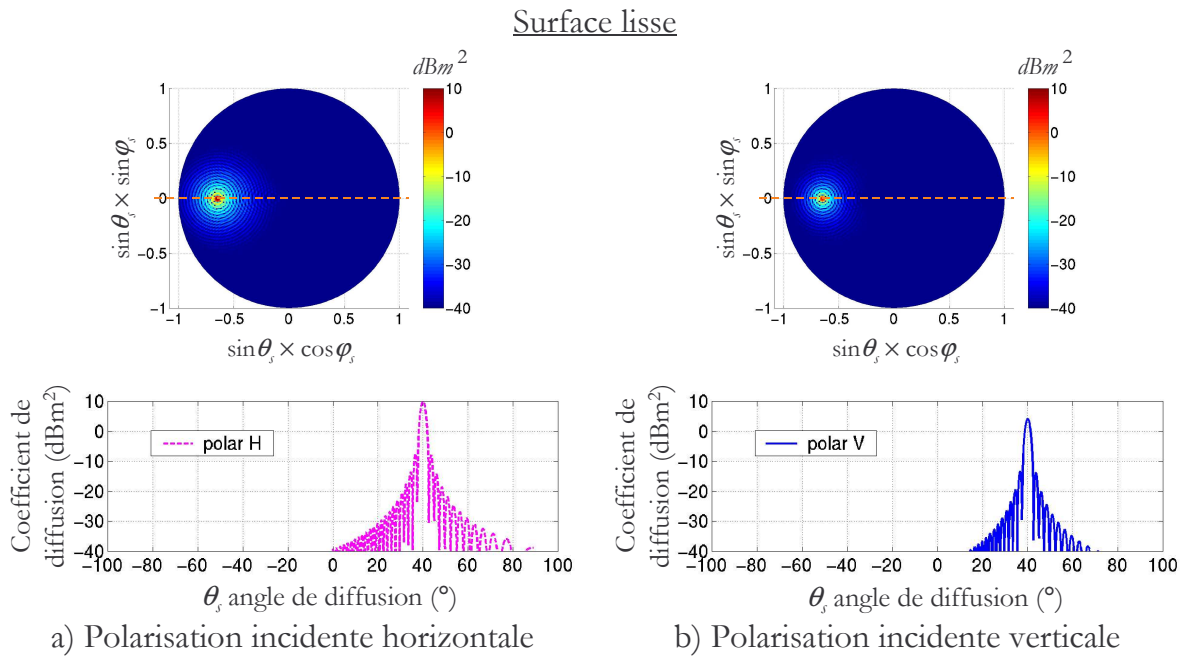


Figure II.A-14 : Diffusion par une surface lisse en asphalte

Nous pouvons réaliser une étude dans le voisinage de la direction spéculaire afin de vérifier quelques caractéristiques importantes de ce diagramme de diffusion.

Sur les figures (**fig II.A-15**) et (**fig II.A-16**) sont proposés des agrandissements du diagramme de diffusion autour de la direction spéculaire dans le cas des deux polarisations principales. Notons que l'amplitude du premier lobe secondaire est inférieure de $17.6 dB$ à celle du lobe principal.

Nous pouvons comparer le diagramme de diffusion dans le plan principal avec celui d'une surface métallique de même dimension.

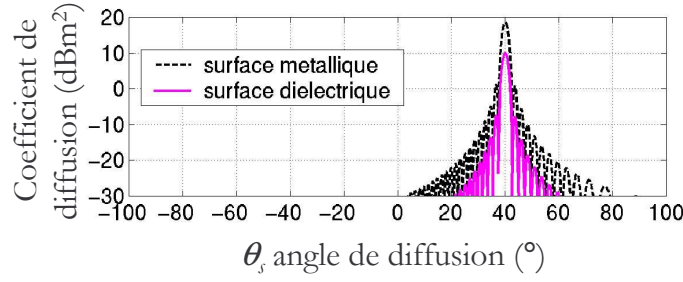


Figure II.A-15 : Comparaison des diagrammes de diffusion des surfaces lisses métallique et diélectrique (asphalte) en polarisation horizontale

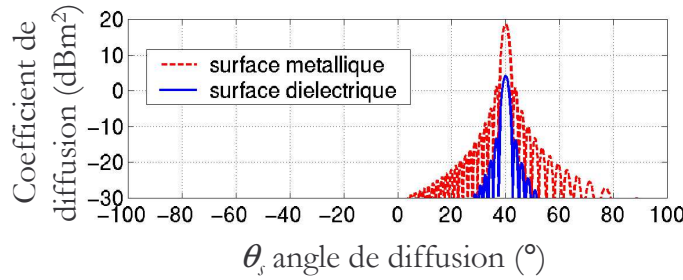


Figure II.A-16 : Comparaison des diagrammes de diffusion des surfaces lisses métallique et diélectrique (asphalte) en polarisation verticale

Calculons la valeur du coefficient de diffusion dans la direction spéculaire pour chacune des polarisations.

Lorsque la surface est lisse, le terme cohérent de Kirchhoff est prépondérant. Nous rappelons ci-dessous son expression (II.A-27).

$$\sigma_{qp_{coh}}^k = \frac{k^2}{\pi} |f_{qp}|^2 A_0^2 e^{-s_z^2 (k_{y_z} + k_z)^2} \left| \frac{J_1(R_{max} \times M)}{R_{max} \times M} \right|^2 \quad (\text{II.A-27})$$

$$\text{où } M = \sqrt{(k_{sx} - k_x)^2 + (k_{sy} - k_y)^2} \quad (\text{II.A-28})$$

A_0 est l'aire de la surface éclairée, rappelons que $A_0 = 1dm^2$
 $J_\nu(z)$ est la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et d'ordre ν [1].

Pour une polarisation incidente notée p , le terme de Kirchhoff du coefficient de diffusion totale est égal à :

$$\sigma_{tot_{coh}}^{kp} = \sigma_{pp_{coh}}^k + \sigma_{qp_{coh}}^k \quad (\text{II.A-29})$$

Ainsi :

$$\sigma_{tot_{coh}}^{kp} = \frac{k^2}{\pi} \left[|f_{pp}|^2 + |f_{qp}|^2 \right] A_0^2 e^{-s_z^2 (k_{y_z} + k_z)^2} \left| \frac{J_1(R_{max} \times M)}{R_{max} \times M} \right|^2 \quad (\text{II.A-30})$$

☞ La polarisation incidente est **horizontale** :

Rappelons qu'à $\theta_i = 40^\circ$, le coefficient de réflexion en polarisation horizontale de la surface en asphalte ($\epsilon_r = 3.18 - 0.1i$) est : $|\mathfrak{R}_b|^2 = 0.137$

Notons aussi que $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_b}{2} = 7.792 \times 10^{-2}$

Dans le cas où la polarisation de l'onde incidente est horizontale, les coefficients de Kirchhoff sont donnés par :

$$|f_{bb}|^2 = \left| -\frac{2\mathfrak{R}_b}{\cos\theta_s + \cos\theta_i} [\sin\theta_i \sin\theta_s - (1 + \cos\theta_i \cos\theta_s) \cos(\varphi_s - \varphi_i)] \right|^2 \quad (\text{II.A-31})$$

$$|f_{vb}|^2 = |2\mathfrak{R} \sin(\varphi_i - \varphi_s)|^2$$

Ainsi, dans la direction du spéculaire, où $\theta_s = \theta_i$, ils sont égaux à :

$$|f_{bb}|^2 + |f_{vb}|^2 = 4|\mathfrak{R}_b|^2 \cos^2\theta_i \quad (\text{II.A-32})$$

$$\text{et } M = k \sqrt{\sin^2\theta_s + \sin^2\theta_i + 2\sin\theta_i \sin\theta_s \cos\varphi_s} = 0 \quad (\text{II.A-33})$$

$$\text{d'où } \sigma_{tot_{cob}}^{kb} = |\mathfrak{R}_b|^2 \cos^2\theta_i \left[\frac{k^2}{\pi} \times 4 \times A_0^2 \times \frac{1}{4} \right] \quad (\text{II.A-34})$$

$$\sigma_{tot_{cob}}^{kb} = \frac{4\pi}{\lambda^2} |\mathfrak{R}_b|^2 \times A_0^2 \times \cos^2\theta_i \quad (\text{II.A-35})$$

Ainsi le coefficient de diffusion dans la direction spéculaire par la surface diélectrique considérée est égal à :

$$\sigma_{tot_{cob}}^{kb} (\theta_s = 40^\circ) = |\mathfrak{R}_b|^2 \times \frac{4\pi}{\lambda^2} A_0^2 \times \cos^2\theta_i \approx 9.919 = 9.96dB$$

Nous vérifions ce résultat sur la figure (**fig II.A-15**).

☞ La polarisation incidente est **verticale** :

Dans ce cas, le coefficient de réflexion de la surface en asphalte a un module égal à :

$$|\mathfrak{R}_v|^2 = 3.560 \times 10^{-2}$$

Les expressions des coefficients de Kirchhoff, en polarisations principale et croisée, sont :

$$|f_{vv}|^2 = \left| \frac{2\Re_v}{\cos\theta_s + \cos\theta_i} [\sin\theta_i \sin\theta_s - (1 + \cos\theta_i \cos\theta_s) \cos(\varphi_s - \varphi_i)] \right|^2 \quad (\text{II.A-36})$$

$$|f_{bv}|^2 = |2\Re \sin(\varphi_s - \varphi_i)|^2$$

Nous les calculons dans la direction spéculaire :

$$|f_{vv}|^2 + |f_{bv}|^2 = 4|\Re_v|^2 \cos^2\theta_i^2 \quad (\text{II.A-37})$$

$$\text{et } M = k \sqrt{\sin^2\theta_s + \sin^2\theta_i + 2 \sin\theta_i \sin\theta_s \cos\varphi_s} = 0 \quad (\text{II.A-38})$$

$$\text{d'où } \sigma_{tot\ cob}^{kv} = 4|\Re_v|^2 \cos^2\theta_i^2 \left[\frac{k^2}{\pi} \times 4 \times A_0^2 \times \frac{1}{4} \right] \quad (\text{II.A-39})$$

$$\text{donc } \sigma_{tot\ cob}^{kv} = \frac{4\pi}{\lambda^2} |\Re_v|^2 \times A_0^2 \times \cos^2\theta_i^2$$

$$\sigma_{tot\ cob}^{kv} (\theta_s = 40^\circ) = |\Re_v|^2 \times \frac{4\pi}{\lambda^2} A_0^2 \times \cos^2\theta_i^2 \approx 2.577 = 4.11dB$$

Nous pouvons là encore vérifier ce résultat sur (**fig II.A-16**).

IV.2.4. Etude bistatique totale paramétrée en fonction de la rugosité

Nous avons ensuite mené une étude paramétrique portant sur les variations du coefficient de diffusion bistatique en fonction du degré de rugosité de la surface.

Les figures (**fig II.A-17**) à (**fig II.A-19**) présentent l'évolution du coefficient de diffusion bistatique pour une hauteur rms variant de $\lambda/10 = 0.3mm$ à $\lambda/3 = 1.0mm$, la longueur de corrélation restant constante et égale à 2λ . Pour chaque cas de rugosité, nous proposons une vue de dessus du diagramme de diffusion dans la demi-sphère, puis nous avons réalisé une coupe dans le plan principal $\varphi_s = 180^\circ$.

Surface peu rugueuse $s_{\lambda} = 0.3mm$

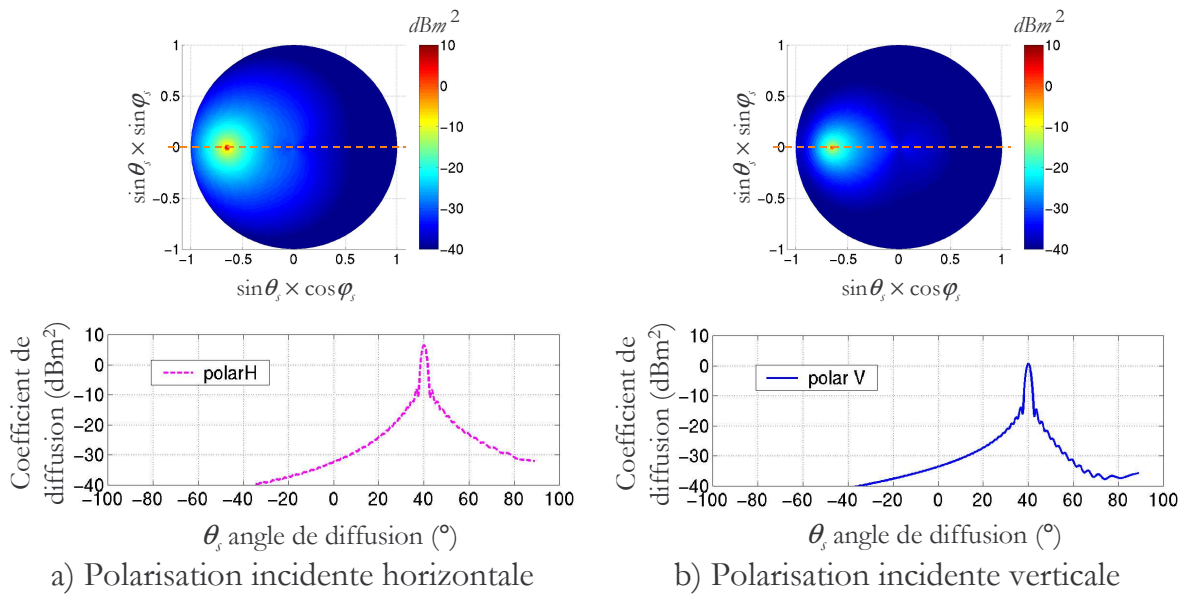


Figure II.A-17 : Diffusion par une surface en asphalte peu rugueuse : $s_{\lambda} = 0.3mm$

Surface rugueuse $s_{\lambda} = 0.6mm$

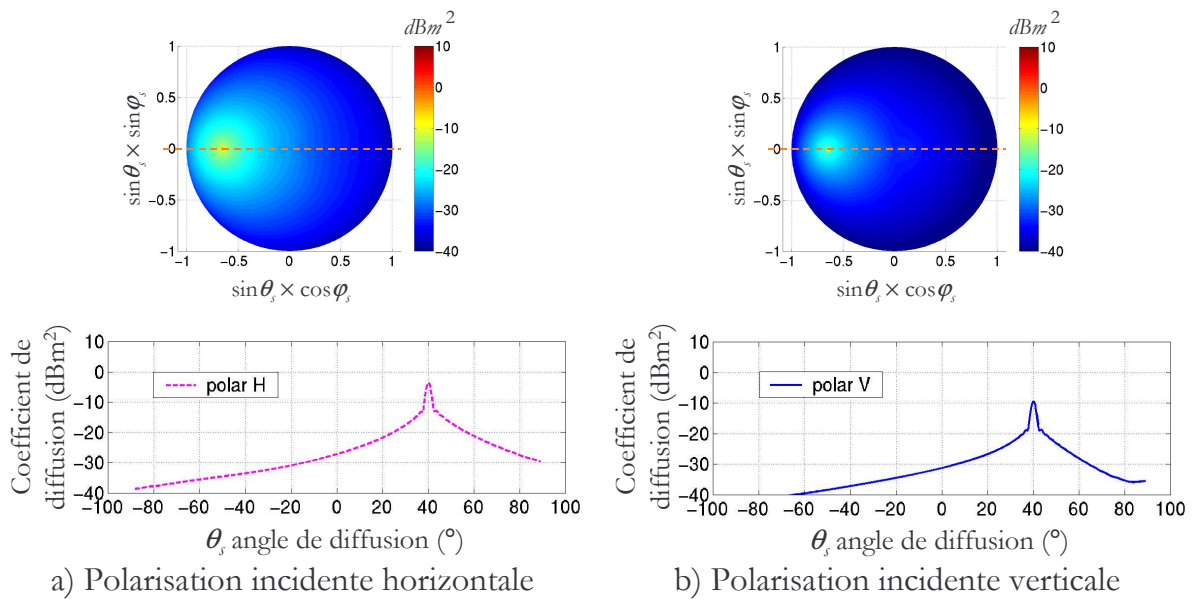
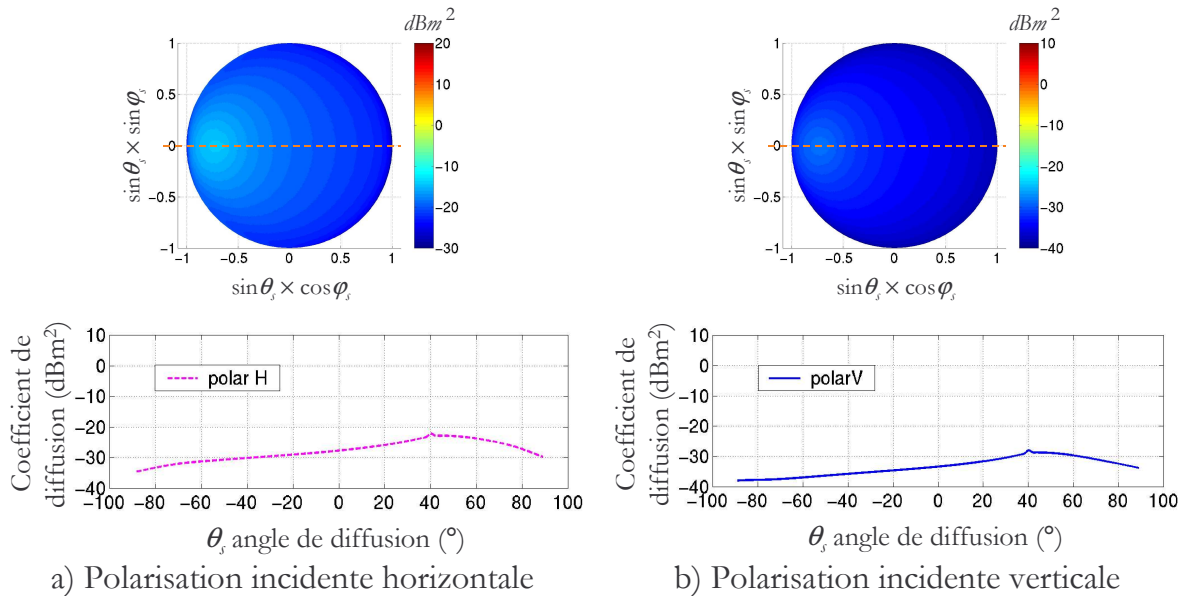


Figure II.A-18 : Diffusion par une surface en asphalte rugueuse : $s_{\lambda} = 0.6mm$

Surface très rugueuse $s_{\lambda} = 1.0mm$



a) Polarisation incidente horizontale

b) Polarisation incidente verticale

Figure II.A-19 : Diffusion par une surface en asphalte très rugueuse : $s_{\lambda} = 1.0mm$

Nous constatons très nettement que lorsque la rugosité de la surface augmente, la quantité de puissance diffusée dans la direction spéculaire diminue régulièrement, l'énergie est diffusée en dehors de la direction spéculaire, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de direction privilégiée. Ainsi, le diagramme de diffusion s'élargit, la composante incohérente augmente peu à peu, tandis que la diffusion cohérente s'atténue progressivement.

Nous vérifions aussi ce résultat sur les graphes de la figure (**fig II.A-20**) sur lesquels nous avons représenté séparément les coefficients de diffusion cohérente et incohérente afin d'étudier leurs variations.

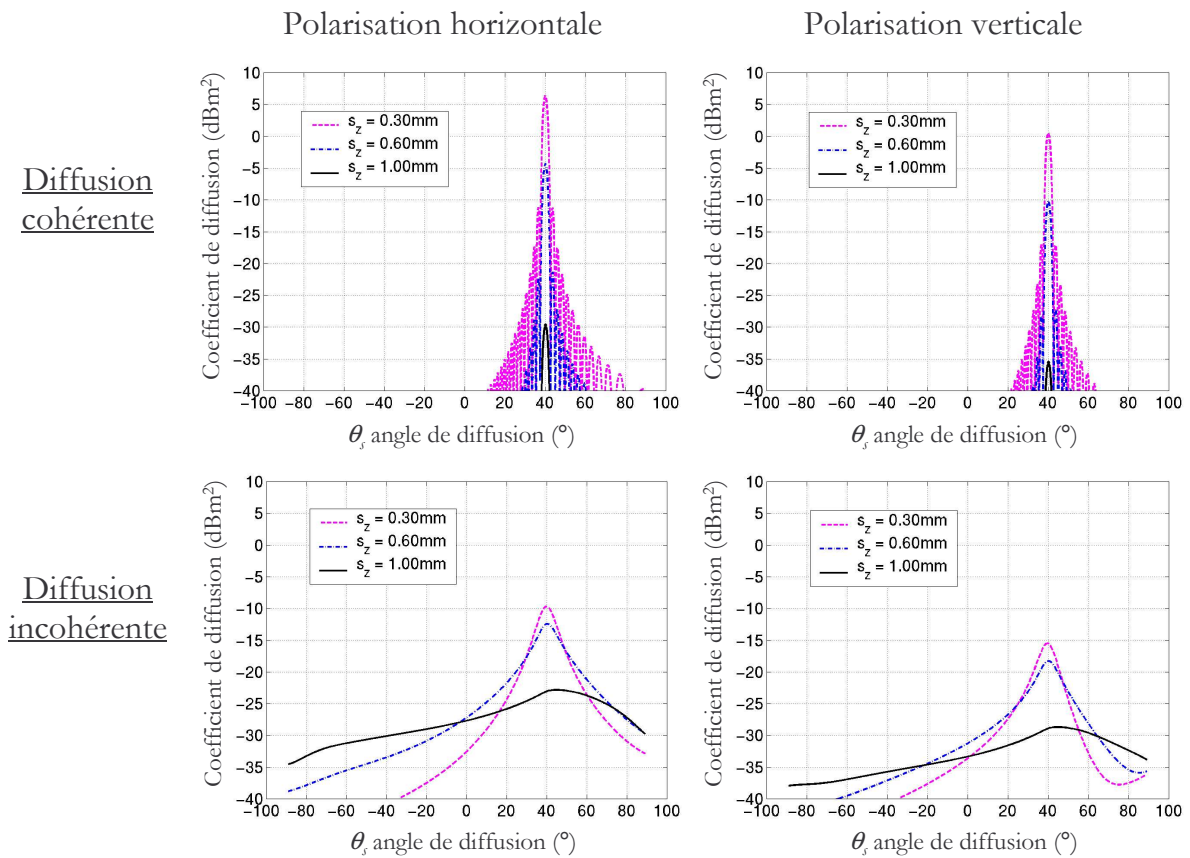


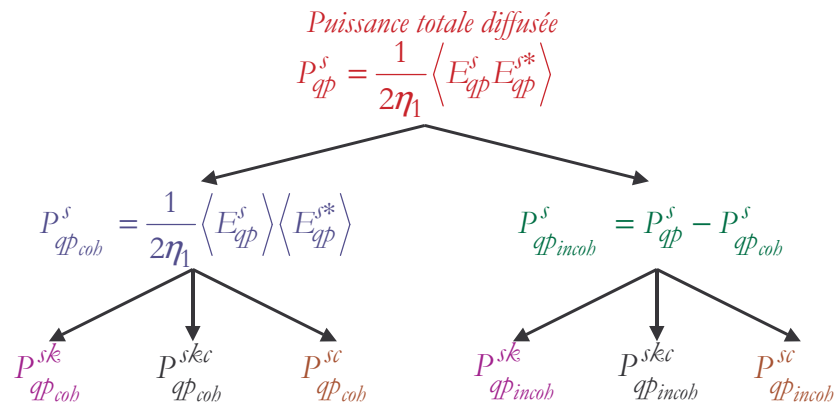
Figure II.A-20 : Evolution des coefficients de diffusions cohérente et incohérente en fonction de la rugosité

Ainsi, nous vérifions que la diffusion incohérente croît avec la rugosité. Ce comportement est bien en accord avec l'évolution de la diffusion représentée schématiquement sur les figures (**fig II.A-5**).

Nous pouvons, par contre, remarquer qu'à partir de $s_z = 0.6\text{mm}$, le coefficient de diffusion incohérente diminue dans le voisinage de la direction spéculaire. En effet, le diagramme de diffusion s'élargit alors qu'aucune puissance supplémentaire n'est apportée au système, ceci provoque une diminution globale du niveau de la puissance diffusée dans les directions auparavant privilégiées.

V. CONCLUSION

Nous avons, dans cette partie du chapitre II, rappelé les grandes lignes du développement théorique de l'IEM. Les différents termes constituant la puissance totale diffusée suivant le schéma (**fig II.A-21**) ont été calculés.



Des études en configurations monostatique et bistatique ont été réalisées.

En rétrodiffusion, nous avons constaté qu'en polarisations principales, comme en polarisations croisées, la diffusion augmente en même temps que la rugosité de la surface. D'autre part, une étude des variations du coefficient de diffusion bistatique a permis de mettre en évidence le comportement en fonction du degré de rugosité de la surface des composantes cohérente et incohérente.

Dans la partie suivante de ce chapitre, nous allons effectuer des bilans de puissance dans les hémisphères supérieur et inférieur pour nous assurer que les lois de conservation de l'énergie sont satisfaites.

CHAPITRE II, PARTIE B :

BILANS DE PUISSANCE DANS LES HEMISPHERES SUPERIEUR ET INFERIEUR

I. INTRODUCTION

I.1. CONFIGURATIONS D'ETUDE

I.1.1. Repère de la diffusion

La figure (**fig II.B-1**) représente le repère dans lequel l'émetteur et le récepteur vont évoluer dans le cadre de l'étude de la diffusion dans la demi-sphère supérieure.

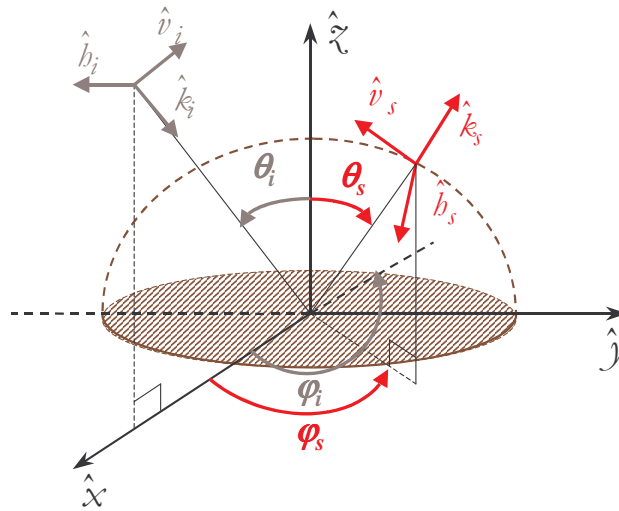


Figure II.B-1 : Configuration d'observation de la surface pour l'étude de la diffusion

Notons que dans la configuration proposée $\varphi_i = 180^\circ$.

Les vecteurs unitaires des repères d'incidence et de diffusion ont alors pour coordonnées :

$$\begin{cases} \hat{h}_i = -\hat{y} \\ \hat{v}_i = -\cos \theta_i \hat{x} + \sin \theta_i \hat{z} \\ \hat{k}_i = -\sin \theta_i \hat{x} - \cos \theta_i \hat{z} \end{cases} \quad (\text{II.B-1})$$

$$\begin{cases} \hat{h}_s = \sin \varphi_s \hat{x} - \cos \varphi_s \hat{y} \\ \hat{v}_s = -\cos \theta_s \cos \varphi_s \hat{x} - \cos \theta_s \sin \varphi_s \hat{y} + \sin \theta_s \hat{z} \\ \hat{k}_s = \sin \theta_s \cos \varphi_s \hat{x} + \sin \theta_s \sin \varphi_s \hat{y} + \cos \theta_s \hat{z} \end{cases} \quad (\text{II.B-2})$$

Pour cette étude, les angles d'incidence sont fixés ; les angles de diffusion évoluent de façon à décrire l'hémisphère supérieur.

I.1.2. Repère de la transmission

De la même façon que nous avons défini un repère pour l'étude de la diffusion, nous en déterminons un pour l'étude de la transmission (**fig II.B-2**).

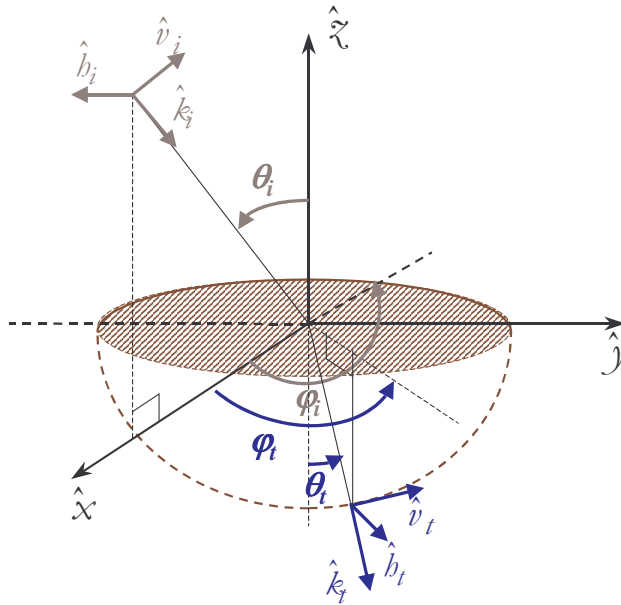


Figure II.B-2 : Configuration d'observation de la surface pour l'étude de la transmission

Le repère d'incidence est le même que précédemment.

L'orientation du champ transmis est repérable grâce aux angles θ_t et φ_t définis dans le repère $(\hat{k}_t, \hat{v}_t, \hat{h}_t)$.

Les vecteurs unitaires de transmission sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \hat{h}_t = \sin \varphi_t \hat{x} - \cos \varphi_t \hat{y} \\ \hat{v}_t = \cos \theta_t \cos \varphi_t \hat{x} + \cos \theta_t \sin \varphi_t \hat{y} + \sin \theta_t \hat{z} \\ \hat{k}_t = \sin \theta_t \cos \varphi_t \hat{x} + \sin \theta_t \sin \varphi_t \hat{y} - \cos \theta_t \hat{z} \end{cases} \quad (\text{II.B-3})$$

Lors de l'étude dans l'hémisphère inférieur, θ_t et φ_t vont évoluer de telle sorte que le récepteur décrive la demi-sphère inférieure.

I.2. CALCUL DE LA PUISSANCE A PARTIR DE LA S.E.R

I.2.1. Calcul de la S.E.R

Soit p^i la densité de puissance incidente (puissance incidente par unité de surface).

Soit p^s la densité de puissance diffusée (puissance diffusée par unité de surface).

La SER σ est donnée par :

$$\sigma(m^2) = 4\pi R^2 \frac{p^s}{p^i} \quad (\text{II.B-4})$$

D'autre part, la densité de puissance peut se calculer à partir de l'expression du vecteur de Poynting :

$$\vec{p} = \frac{1}{2} \vec{E} \wedge \vec{H}^* \quad (\text{II.B-5})$$

Or, en espace libre, \vec{E} et \vec{H} sont orthogonaux et en phase, ainsi (II.B-5) devient :

$$p = \frac{E \times H}{2} \quad (\text{II.B-6})$$

Enfin, E et H sont liés par la relation suivante (II.B-7) :

$$H = \frac{E}{Z_0} = E \times \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = \frac{E}{120\pi} \quad (\text{II.B-7})$$

$$\text{Ainsi : } p(W.m^{-2}) = \frac{1}{2} \times \frac{|E|^2}{120\pi} \quad (\text{II.B-8})$$

D'où les expressions des densités de puissances incidente et diffusée :

$$p^i = \frac{|E^i|^2}{240\pi} \quad (\text{II.B-9})$$

$$p^s = \frac{|E^s|^2}{240\pi} \quad (\text{II.B-10})$$

A partir des relations (II.B-9) et (II.B-10), nous calculons finalement la SER :

$$\sigma(m^2) = 4\pi R^2 \frac{p^s}{p^i} = 4\pi R^2 \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \quad (\text{II.B-11})$$

I.2.2. Calcul de la densité de puissance diffusée

Dans chaque cas, nous calculons les composantes principale et croisée de la puissance diffusée.

Considérons dans un premier temps que la **polarisation incidente** est **perpendiculaire** (ou **horizontale**). Le champ incident est donc dirigé suivant $\vec{\varphi}_i$ ou \vec{h}_i (voir (fig II.B-1)).

D'après l'expression (II.B-4), nous avons :

$$\frac{p_{bb}^s}{p_b^i} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{\sigma_{bb}}{\sigma_{bb}} \quad (\text{II.B-12})$$

$$\frac{p_{vb}^s}{p_b^i} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{\sigma_{vb}}{\sigma_{vb}} \quad (\text{II.B-13})$$

Nous précisons quelques notations : si la polarisation incidente est horizontale, notons que p_{bb}^s et p_{vb}^s sont respectivement les composantes principale et croisée de la puissance diffusée. (p_{qp}^s est telle que p représente la polarisation d'émission et q la polarisation de réception)

De la même façon si l'**onde incidente est polarisée verticalement**, alors p_{vv}^s et p_{bv}^s sont respectivement les composantes principale et croisée de la puissance diffusée. De plus, les coefficients de diffusion sont définis par les relations suivantes ((II.B-14) et (II.B-15)) :

$$\frac{p_{vv}^s}{p_v^i} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{\sigma_{vv}}{\sigma_{vv}} \quad (\text{II.B-14})$$

$$\frac{p_{bv}^s}{p_v^i} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{\sigma_{bv}}{\sigma_{bv}} \quad (\text{II.B-15})$$

Puissance totale transportée par l'onde électromagnétique diffusée par la surface en notation complexe et sachant que le champ incident est dirigé suivant \vec{h}_i .

$$\text{Soient } \begin{cases} \vec{E}^s = \underline{E}_{bb}^s \vec{h}_s + \underline{E}_{vb}^s \vec{v}_s = E_{bb}^s e^{j\varphi_{E_{bb}}} \vec{h}_s + E_{vb}^s e^{j\varphi_{E_{vb}}} \vec{v}_s \\ \vec{H}^s = \underline{H}_{bb}^s \vec{h}_s + \underline{H}_{vb}^s \vec{v}_s = H_{bb}^s e^{j\varphi_{H_{bb}}} \vec{h}_s + H_{vb}^s e^{j\varphi_{H_{vb}}} \vec{v}_s \end{cases} \quad (\text{II.B-16})$$

Nous faisons un calcul direct de $\vec{p}^s = \frac{1}{2} \vec{E}^s \wedge \vec{H}^{s*}$ en tenant compte de la relation générale entre \vec{E}^s et \vec{H}^s (II.B-17).

$$\vec{H}^s = \vec{k}_s \wedge \vec{E}^s \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} = \vec{k}_s \wedge \vec{E}^s \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (\text{II.B-17})$$

(le trièdre $(\vec{E}^s, \vec{H}^s, \vec{k}_s)$ est direct)

\vec{k}_s est le vecteur unitaire de la propagation (voir fig II.B-1).

$$\begin{aligned} \text{Ainsi : } \vec{p}^s &= \frac{1}{2} \vec{E}^s \wedge \left[\vec{k}_s \wedge \vec{E}^{s*} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \right] \\ \vec{p}^s &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left[(\vec{E}^s \cdot \vec{E}^{s*}) \vec{k}_s - (\vec{E}^s \cdot \vec{k}_s) \vec{E}^{s*} \right] \end{aligned}$$

$(\vec{E}^s \cdot \vec{k}_s) = 0$ car \vec{E}^s est perpendiculaire à la direction de propagation.

$$\text{Donc } \vec{p}^s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\vec{E}^s \cdot \vec{E}^{s*}) \vec{k}_s \quad (\text{II.B-18})$$

Calculons à présent le produit scalaire $\vec{E}^s \cdot \vec{E}^{s*}$:

$$\begin{aligned} \vec{E}^s \cdot \vec{E}^{s*} &= (\underline{E}_{bb}^s \vec{h}_s + \underline{E}_{vb}^s \vec{v}_s) \cdot (\underline{E}_{bb}^{s*} \vec{h}_s + \underline{E}_{vb}^{s*} \vec{v}_s) \\ &= |\underline{E}_{bb}^s|^2 + |\underline{E}_{vb}^s|^2 \quad \text{car } \vec{h}_s \cdot \vec{h}_s = \vec{v}_s \cdot \vec{v}_s = 1 \text{ et } \vec{h}_s \cdot \vec{v}_s = \vec{v}_s \cdot \vec{h}_s = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, le vecteur densité de puissance est égal à :

$$\vec{p}_b^s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(|\underline{E}_{bb}^s|^2 + |\underline{E}_{vb}^s|^2 \right) \vec{k}_s \quad (\text{II.B-19})$$

$$\text{D'où } p_b^s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \left(|\underline{E}_{bb}^s|^2 + |\underline{E}_{vb}^s|^2 \right) = p_{bb}^s + p_{vb}^s \quad (\text{II.B-20})$$

Ainsi, la puissance transportée par l'onde électromagnétique est la somme des puissances transportées par chacune des deux composantes de l'onde, indépendamment du déphasage qu'il peut y avoir entre ces composantes.

Nous retrouverions le même résultat si le champ incident était en polarisation verticale (dirigé suivant \vec{v}_i).

Ainsi, nous obtenons d'après (II.B-12), (II.B-13) et (II.B-20) :

$$\frac{\dot{p}_b^s}{\dot{p}_b^i} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_{bb} + \sigma_{vb}}{R^2} \quad (\text{II.B-21})$$

$$\frac{\dot{p}_v^s}{\dot{p}_v^i} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_{vv} + \sigma_{bv}}{R^2} \quad (\text{II.B-22})$$

I.3. EXPRESSION DE LA PUISSANCE TOTALE DIFFUSEE OU TRANSMISE

I.3.1. Calcul de la puissance incidente sur la surface

Calculons la puissance réellement incidente sur la surface. Elle est égale au flux du vecteur de Poynting à travers la surface éclairée, soit A_0 .

Ainsi, quelle que soit la polarisation incidente (notée « p »),

$$P_p^i = \iint \vec{p}_p^i \cdot \overrightarrow{dS} \quad (\text{II.B-23})$$

Or la densité de puissance incidente se calcule par (II.B-24) :

$$\vec{p}_p^i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |E_p^i|^2 \vec{k}_i \quad (\text{II.B-24})$$

\vec{k}_i est le vecteur de propagation incident.

$\overrightarrow{dS} = dS \vec{n}$, \vec{n} étant la normale sortante à la surface.

$$\begin{aligned} \text{Ainsi : } P_p^i &= \iint \dot{p}_p^i \hat{k}_i \cdot dS \hat{n} \\ &= \dot{p}_p^i \iint dS \hat{k}_i \cdot \hat{n} \\ &= \dot{p}_p^i A_0 \|\vec{k}_i\| \|\vec{n}\| \cos(\hat{k}_i, \hat{n}) \end{aligned}$$

$$\text{donc } \boxed{P_p^i = \dot{p}_p^i A_0 \cos \theta_i} \quad (\text{II.B-25})$$

La puissance totale incidente sur la surface éclairée à incidence oblique est donc égale au produit de la densité de puissance incidente par la surface équiphase éclairée par le front d'onde incident (fig II.B-3).

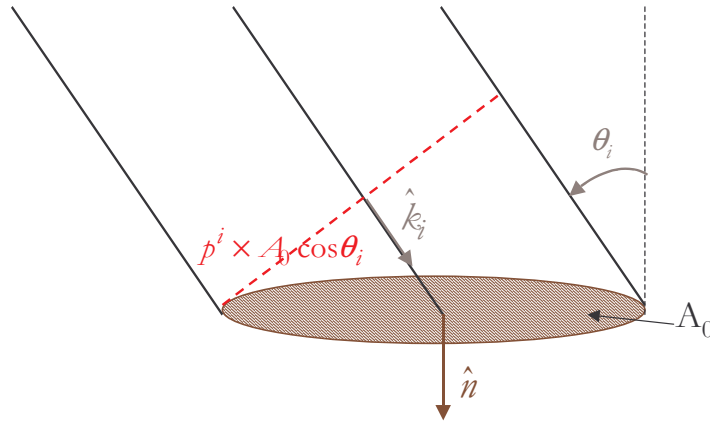


Figure II.B-3 : Calcul de la puissance totale incidente

I.3.2. Calcul de la puissance diffusée

La puissance totale diffusée est égale à l'intégrale de la densité de puissance par unité d'angle solide. Ainsi, nous pouvons écrire que :

$$P_{tot}^s = \iint \frac{dP_{tot}^s}{d\Omega} \sin \theta_s d\theta_s d\varphi_s \quad (\text{II.B-26})$$

Or, la puissance par unité d'angle solide $\frac{dP_{tot}^s}{d\Omega}$ peut s'exprimer à partir de la puissance par

unité de surface $\frac{dP_{tot}^s}{dS}$ par la relation (II.B-27) :

$$\frac{dP_{tot}^s}{d\Omega} = R^2 \frac{dP_{tot}^s}{dS} \quad (\text{II.B-27})$$

Ainsi (II.B-26) devient :

$$P_{tot}^{sp} = \iint R^2 \frac{dP_{tot}^{sp}}{dS} \sin \theta_s d\theta_s d\varphi_s \quad (\text{II.B-28})$$

$$P_{tot}^{sp} = \iint \dot{p}_p^s R^2 \sin \theta_s d\theta_s d\varphi_s \quad (\text{II.B-29})$$

où \dot{p}_p^s est la densité de puissance par unité de surface (en $W \cdot m^{-2}$).

Nous rappelons que dans nos démonstrations dans un cas général, les indices « p » et « q » désignent respectivement les polarisations incidente et de diffusion.

Sachant que $\frac{\dot{p}_p^s}{\dot{p}_p^i} = \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_{pp} + \sigma_{qp}}{R^2}$ ((II.B-22) et (II.B-23)), nous obtenons :

$$P_{tot}^{sp} = \frac{1}{4\pi R^2} \iint (\sigma_{pp} + \sigma_{qp}) \dot{p}_p^i R^2 \sin \theta_s d\theta_s d\varphi_s \quad (\text{II.B-30})$$

Enfin, A_0 étant l'aire de la surface éclairée, la S.E.R normalisée σ^0 peut s'exprimer en fonction de σ par la relation (II.B-31) :

$$\sigma_{qp}^0 (m^2 / m^2) = \frac{\sigma_{qp} (m^2)}{A_0} \quad (\text{II.B-31})$$

D'où l'expression (II.B-32) :

$$P_{tot}^{sp} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} (d\sigma_{pp}^0 + d\sigma_{qp}^0) A_0 \cos\theta_i p_p^i \sin\theta_s d\varphi_s d\theta_s \quad (\text{II.B-32})$$

$$P_{tot}^{sp} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\theta_s=0}^{\theta_s=\pi/2} \sum_{\varphi_s=0}^{\varphi_s=2\pi} (\Delta\sigma_{pp}^0 + \Delta\sigma_{qp}^0) P_p^i \sin\theta_s \Delta\varphi_s \Delta\theta_s \quad (\text{II.B-33})$$

(II.B-33) est l'expression de la puissance totale diffusée dans la demi-sphère supérieure.

I.3.3. Calcul de la puissance transmise

Le calcul est identique à celui réalisé dans le cas de la diffusion (§1.3.2). L'expression de la puissance totale transmise peut donc être calculée à partir de (II.B-33) en remplaçant tous les termes relatifs au milieu par les paramètres adéquats.

Ainsi, la puissance totale transmise dans la demi-sphère inférieure est donnée par (II.B-34).

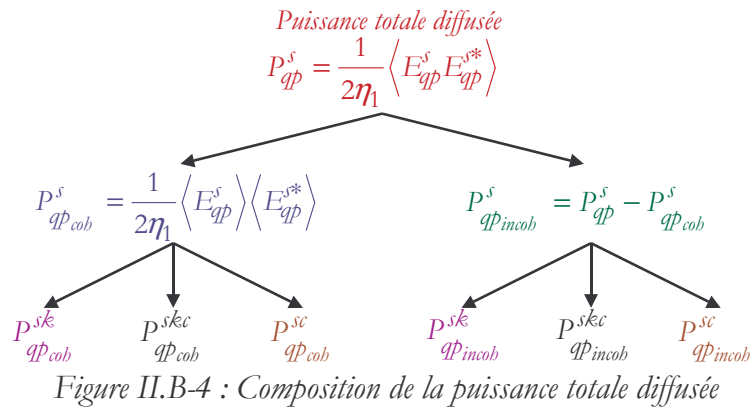
$$(P_{tot}^{sp})_t = \frac{1}{4\pi} \sum_{\theta_t=0}^{\theta_t=\pi/2} \sum_{\varphi_t=0}^{\varphi_t=2\pi} (\Delta\sigma_{ppt}^0 + \Delta\sigma_{qpt}^0) P_p^i \sin\theta_t \Delta\varphi_t \Delta\theta_t \quad (\text{II.B-34})$$

Pour la suite de cette étude, la surface éclairée sera une surface circulaire d'aire égale à A_0 . La densité de puissance incidente est notée p_p^i .

$$\begin{cases} p_p^i = 1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \\ A_0 = 1 \text{ dm}^2 \end{cases} \Rightarrow P_p^i = 0.01 \times \cos\theta_i (\text{W}) \quad (\text{II.B-35})$$

I.4. TERMES CONSIDERES DANS LE CALCUL

Nous rappelons que le calcul de la puissance totale diffusée par la Méthode de l'Equation Intégrale nécessite le calcul des termes de Kirchhoff, croisé et complémentaire des composantes cohérente et incohérente de la diffusion (voir partie A de ce chapitre) (fig II.B-4).



Nous avons montré dans la partie A de ce chapitre que les termes complémentaire et croisé de la diffusion cohérente sont négligeables devant le *terme de Kirchhoff*, et ce quelle que soit la rugosité de la surface (§IV.2.1). De ce fait, et étant donné la lourdeur de leurs expressions qui nécessite des temps de calcul prohibitifs, nous avons décidé de ne pas les prendre en compte dans le calcul de la puissance totale cohérente diffusée.

D'autre part, dans le même souci de limiter les temps de calcul des termes de diffusion incohérente totale, nous n'avons pris en compte que les phénomènes de diffusion mettant en jeu *une seule interaction* de l'onde avec les rugosités (*termes de diffusions simples*).

II. CALCUL DE LA PUISSANCE TOTALE DIFFUSEE PAR UNE SURFACE METALLIQUE

Nous considérons dans un premier temps que la surface illuminée est une surface parfaitement conductrice. Après avoir étudié le cas de la surface lisse, nous augmenterons peu à peu la rugosité de la surface (augmentation de $s_{\tilde{x}}$ pour l_c constante).

Etudier le cas d'une plaque métallique nous permet de réduire considérablement la complexité des calculs et d'appliquer nos résultats à un cas de référence.

Dans toutes les expressions nous remplaçons les coefficients de réflexion en polarisation horizontale et verticale respectivement par -1 et par 1 .

La permittivité équivalente d'un milieu est caractérisée par $\epsilon_e = \epsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$, où σ est la conductivité. Pour un milieu conducteur parfait, nous prendrons $\boxed{\sigma \approx \infty}$.

II.1. SURFACE LISSE

Lorsque la surface est lisse, la presque totalité de la puissance incidente est réfléchiée dans et au voisinage de la direction dite **spéculaire**.

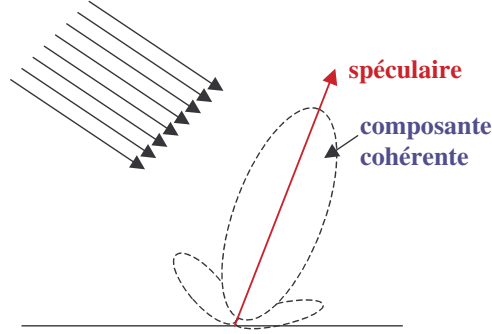


Figure II.B-5 : Diffusion par une surface lisse

Le terme cohérent de Kirchhoff est alors le terme prépondérant (annexe C).

D'après la démonstration réalisée précédemment (§I.2.2), le coefficient de diffusion total est donné par (II.B-36) si la polarisation incidente est horizontale, et par (II.B-39) si la polarisation incidente est verticale.

$$\sigma_{tot}^{kb} = \sigma_{hb}^k + \sigma_{vb}^k \quad (\text{II.B-36})$$

où

$$\sigma_{hb}^k = \frac{k^2}{\pi} |f_{hb}|^2 A_0^2 \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \quad (\text{II.B-37})$$

$$\sigma_{vb}^k = \frac{k^2}{\pi} |f_{vb}|^2 A_0^2 \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \quad (\text{II.B-38})$$

avec $M = \sqrt{(k_{ix} - k_x)^2 + (k_{iy} - k_y)^2}$, $R_{\max} = \sqrt{\frac{A_0}{\pi}}$.

$J_1(z)$ est la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et d'ordre 1.

$$\sigma_{tot}^{kv} = \sigma_{vv}^k + \sigma_{bv}^k \quad (\text{II.B-39})$$

avec

$$\sigma_{vv}^k = \frac{k^2}{\pi} |f_{vv}|^2 A_0^2 \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \quad (\text{II.B-40})$$

$$\sigma_{bv}^k = \frac{k^2}{\pi} |f_{bv}|^2 A_0^2 \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \quad (\text{II.B-41})$$

Nous rappelons que les f_{qp} sont les coefficients de Kirchhoff (annexe A).

Nous pouvons calculer M d'après les équations (II.B-1) et (II.B-2) :

$$M = \sqrt{(k_{sx} - k_x)^2 + (k_{sy} - k_y)^2}$$

$$= \sqrt{k^2 (\sin \theta_s \cos \varphi_s + \sin \theta_i)^2 + k^2 \sin^2 \theta_s \sin^2 \varphi_s}$$

$$\text{Ainsi : } M = k \sqrt{\sin^2 \theta_s + \sin^2 \theta_i + 2 \sin \theta_i \sin \theta_s \cos \varphi_s} \quad (\text{ II.B-42 })$$

D'autre part, les coefficients de Kirchhoff sont les suivants :

$$|f_{bb}|^2 + |f_{vb}|^2 = |f_{vv}|^2 + |f_{bv}|^2 =$$

$$\left| \frac{2}{\cos \theta_s + \cos \theta_i} [\sin \theta_i \sin \theta_s - (1 + \cos \theta_i \cos \theta_s) \cos(\varphi_s - \varphi_i)] \right|^2 + |2 \sin(\varphi_i - \varphi_s)|^2$$

$$(\text{ II.B-43 })$$

II.1.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion

Dans le cadre de nos applications graphiques, les angles d'incidence seront fixés à $\theta_i = 40^\circ$ et $\varphi_i = 180^\circ$.

Pour illustrer la diffusion de la plaque lisse métallique, nous représentons les diagrammes de diffusion pour des polarisations incidentes horizontale (fig II.B-6) et verticale (fig II.B-7). Les graphes a) et b) montrent la diffusion dans la demi-sphère supérieure, puis nous réalisons ensuite une coupe selon la direction principale $\varphi_s = 180^\circ$ (graphes c)).

Sur les figures (fig II.B-6) et (fig II.B-7), le lobe principal est bien mis en évidence et correspond exactement à la direction spéculaire ($\theta_s = 40^\circ$ et $\varphi_s = 180^\circ$).

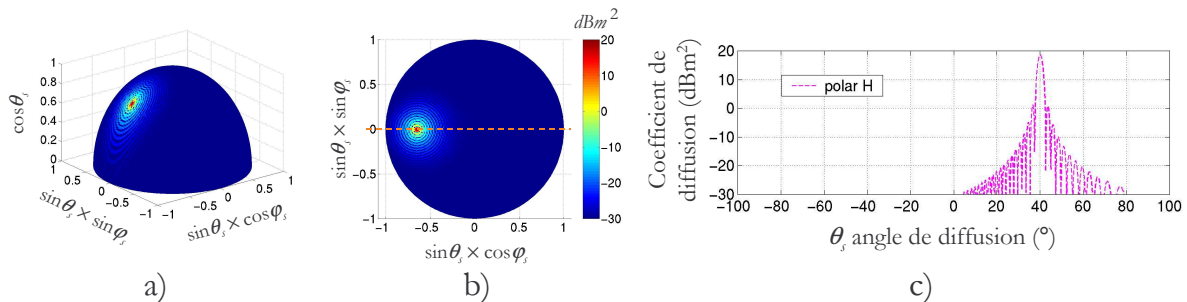


Figure II.B-6 : Diffusion par une surface lisse métallique pour une polarisation incidente horizontale

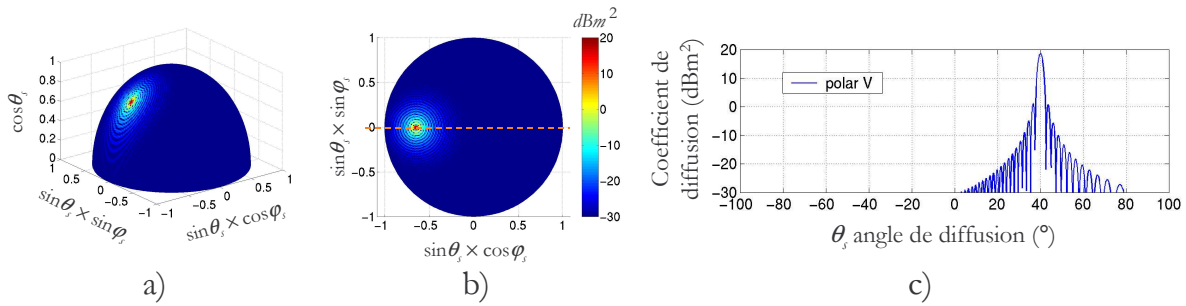


Figure II.B-7 : Diffusion par une surface lisse métallique pour une polarisation incidente verticale

II.1.2. Calcul de la puissance totale diffusée

Nous calculons à présent la puissance totale diffusée dans la demi-sphère supérieure. Pour ce faire, nous utilisons l'expression (II.B-33) qui s'écrit sous la forme des expressions ((II.B-44) et (II.B-45)) suivant la polarisation de l'onde incidente :

Si l'onde incidente est polarisée **horizontalement** :

$$P_{tot}^{sh} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\theta_s=0}^{\theta_s=\pi/2} \sum_{\varphi_s=0}^{\varphi_s=2\pi} (\Delta\sigma_{hb}^0 + \Delta\sigma_{vh}^0) P_b^i \sin\theta_s \Delta\varphi_s \Delta\theta_s \quad (\text{II.B-44})$$

Si l'onde incidente est polarisée **verticalement** :

$$P_{tot}^{sv} = \frac{1}{4\pi} \sum_{\theta_s=0}^{\theta_s=\pi/2} \sum_{\varphi_s=0}^{\varphi_s=2\pi} (\Delta\sigma_{vv}^0 + \Delta\sigma_{hv}^0) P_v^i \sin\theta_s \Delta\varphi_s \Delta\theta_s \quad (\text{II.B-45})$$

Nous considérons deux cas d'incidence pour ce calcul de la puissance totale diffusée. Dans un premier temps, nous nous sommes placés dans une configuration où l'incidence est fixée à 40°, ceci pour traiter le cas d'une incidence oblique « classique ».

Ensuite, nous réalisons les mêmes calculs dans un cas plus particulier, celui d'une incidence rasante, en fixant θ_i à 85°.

Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous et seront ensuite commentés.

☞ Si $\theta_i = 40^\circ$ alors $\cos\theta_i = 0.766$

Dans ce cas, la puissance incidente est égale à : $P_p^i = 0.01 \times \cos\theta_i = 7.660 \times 10^{-3} \text{ W}$

Les résultats que nous obtenons à partir du modèle d'IEM sont présentés dans le tableau ci-dessous (**tab II.B-1**) :

La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
$P_{bb}^s = 7.572 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{vv}^s = 7.572 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$P_{vb}^s = 8.918 \times 10^{-5} \mathcal{W}$	$P_{bv}^s = 8.918 \times 10^{-5} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sb} = 7.661 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{tot}^{sv} = 7.661 \times 10^{-3} \mathcal{W}$

Tableau II.B-1 : Puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface lisse métallique éclairée à une incidence de 40° – cas des polarisations horizontale et verticale

☞ Si $\theta_i = 85^\circ$ alors $\cos \theta_i = 0.0872$

Nous calculons alors la puissance incidente : $P_p^i = 0.01 \times \cos \theta_i = 8.72 \times 10^{-4} \mathcal{W}$

Les résultats, obtenus dans l'hémisphère supérieur sont :

La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
$P_{bb}^s = 7.861 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$P_{vv}^s = 7.861 \times 10^{-4} \mathcal{W}$
$P_{vb}^s = 5.633 \times 10^{-5} \mathcal{W}$	$P_{bv}^s = 5.633 \times 10^{-5} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sb} = 8.424 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$P_{tot}^{sv} = 8.424 \times 10^{-4} \mathcal{W}$

Tableau II.B-2 : Puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface lisse métallique éclairée à une incidence de 85° – cas des polarisations horizontale et verticale

II.1.3. Conclusion & interprétation des résultats

Nous pouvons souligner que, la surface étant lisse, d'une part, $P_{bb} = P_{vv}$, et d'autre part $P_{vb} = P_{bv}$.

Pour l'incidence oblique de 40° , nous vérifions que, quelle que soit la polarisation, la puissance totale diffusée est bien égale à la puissance incidente ; les résultats sont en accord avec ceux que nous attendions.

Par contre, nous remarquons qu'à $\theta_i = 85^\circ$, nous ne retrouvons pas toute la puissance incidente alors que la surface est lisse. Nous pensons que ceci est en partie dû au fait que nous atteignons aux incidences rasantes la limite de validité de certaines hypothèses simplificatrices formulées en annexes A et B et nécessaires au calcul des coefficients de Kirchhoff et complémentaires. D'autre part, nous ne calculons pas les termes cohérents complémentaire et croisé dont l'importance croît cependant avec l'incidence, tout en restant relativement faible.

II.2. SURFACE RUGUEUSE

Lorsque la surface devient rugueuse, le terme de la diffusion totale cohérente va diminuer, et dans le même temps, les termes de diffusion incohérente (diffusion due à une ou plusieurs interactions entre l'onde incidente et la surface) vont prendre de l'importance.

Nous augmentons peu à peu la rugosité de la surface parfaitement conductrice (s_{λ} augmente tandis que l_c reste constante). Les surfaces rugueuses étudiées présentent une fonction d'autocorrélation exponentielle.

II.2.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion

Nous avons représenté, sur les graphes des figures suivantes, l'évolution du diagramme de diffusion de la surface métallique en fonction de l'augmentation de sa rugosité. Les cas de polarisations horizontale et verticale de l'onde incidente sont respectivement illustrés sur les figures (**fig II.B-8**), (**fig II.B-10**) et (**fig II.B-12**) et sur les figures (**fig II.B-9**), (**fig II.B-11**) et (**fig II.B-13**). Pour toutes ces figures, les graphes a) et b) illustrent la diffusion dans le demi-espace, alors que les graphes c) permettent une observation de la diffusion dans le plan principal.

Nous présenterons les cas où $s_{\lambda} = \lambda/10 = 0.30\text{mm}$, $s_{\lambda} = \lambda/5 = 0.60\text{mm}$ et $s_{\lambda} = \lambda/3 = 1.00\text{mm}$. Rappelons que l'angle d'incidence θ_i est égal à 40° .

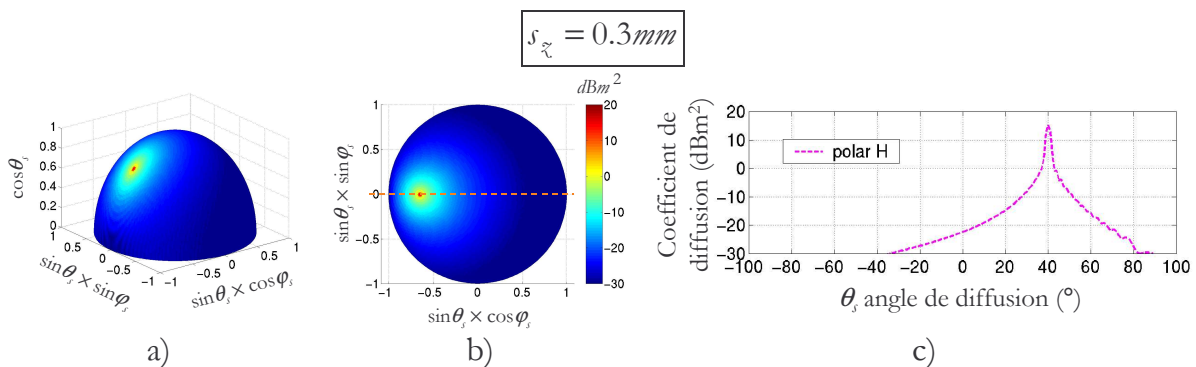


Figure II.B-8 : Diffusion par une surface peu rugueuse métallique pour une polarisation incidente horizontale

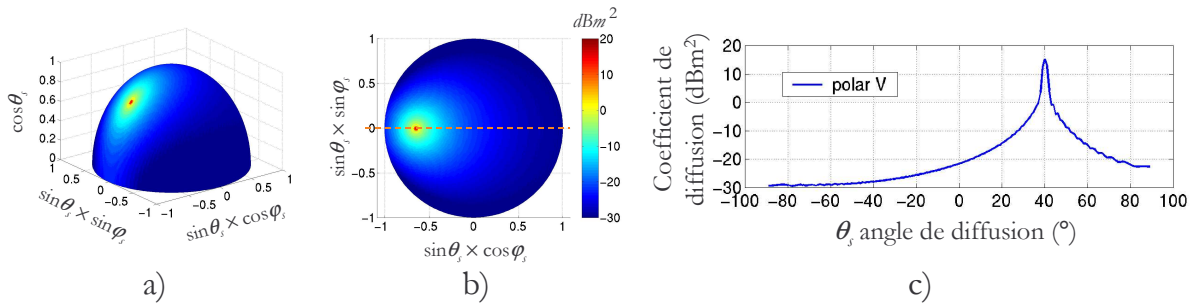


Figure II.B-9 : Diffusion par une surface peu rugueuse métallique pour une polarisation incidente verticale

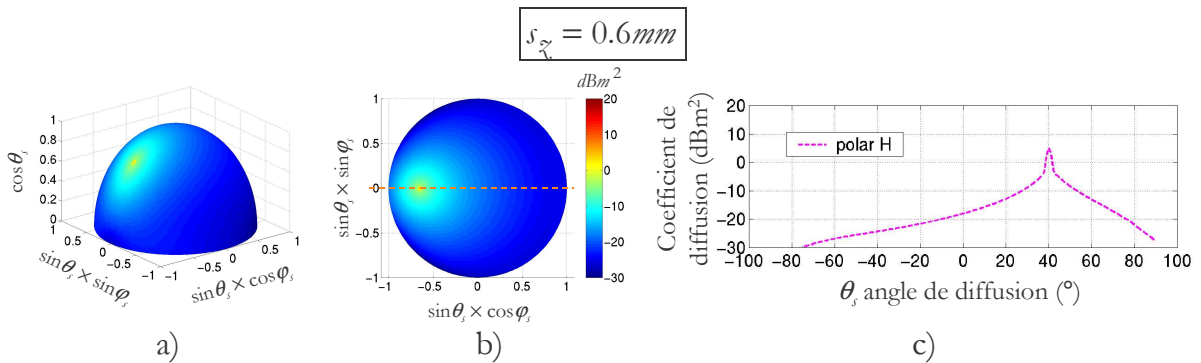


Figure II.B-10 : Diffusion de une surface modérément rugueuse métallique pour une polarisation incidente horizontale

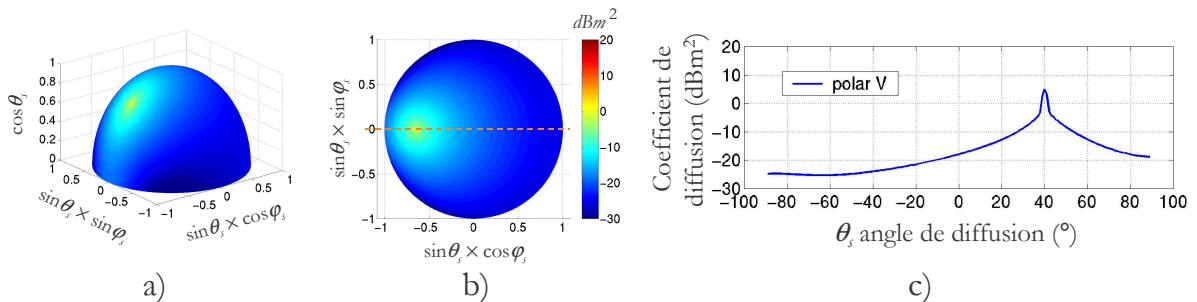


Figure II.B-11 : Diffusion de la surface modérément rugueuse métallique pour une polarisation incidente verticale

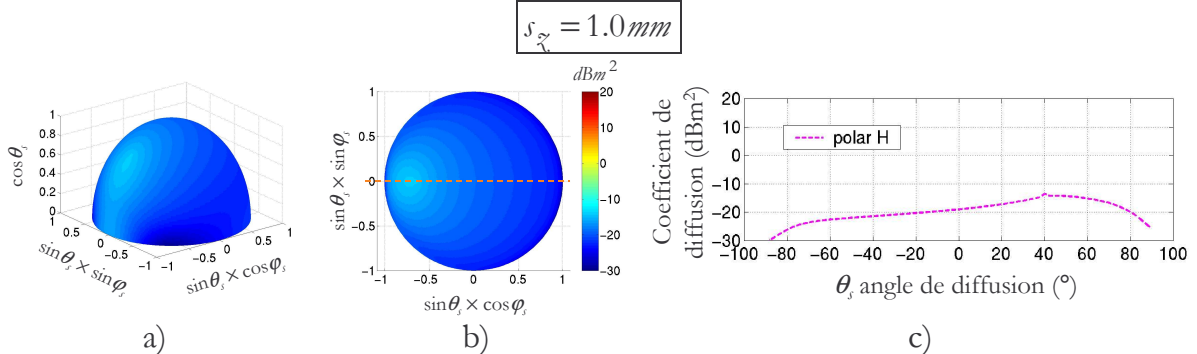


Figure II.B-12 : Diffusion de la surface très rugueuse métallique pour une polarisation incidente horizontale

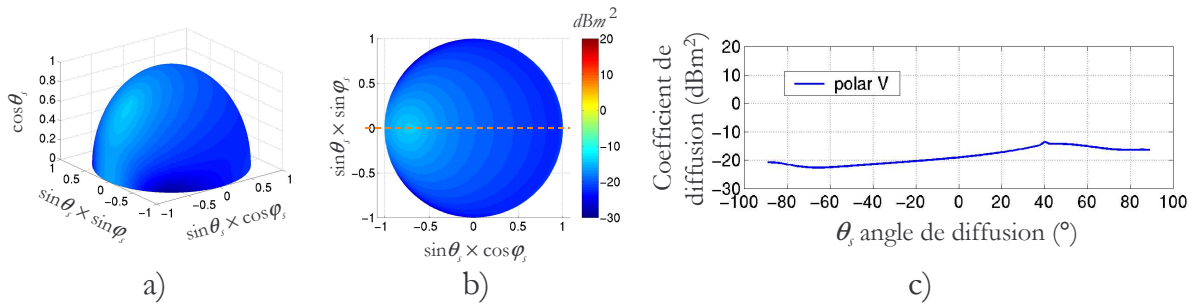


Figure II.B-13 : Diffusion de la surface très rugueuse métallique pour une polarisation incidente verticale

Nous constatons très nettement, qu'au fur et à mesure que la rugosité augmente, l'énergie diffusée dans la direction spéculaire diminue régulièrement (environ 20dB pour $s_{\tilde{x}} = 0.30\text{mm}$ à environ -15dB pour $s_{\tilde{x}} = 1.0\text{mm}$).

Pendant ce même temps, la diffusion incohérente augmente dans les directions autres que le spéculaire ; le diagramme de diffusion de la surface métallique s'élargit jusqu'à ce qu'il n'y ait pratiquement plus de directions privilégiées.

II.2.2. Calcul de la puissance totale diffusée

Nous calculons la puissance totale diffusée dans la demi-sphère supérieure pour les deux incidences différentes ($\theta_i = 40^\circ$ et $\theta_i = 85^\circ$), et pour les deux polarisations linéaires classiques.

Rappelons que la puissance incidente est $7.66 \times 10^{-3}\text{W}$ si $\theta_i = 40^\circ$, et $8.72 \times 10^{-4}\text{W}$ si $\theta_i = 85^\circ$.

$s_{\tilde{x}}$	$P_{tot}^{sb} = P_{hb}^s + P_{vb}^s$	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1\text{mm}$	$7.652 \times 10^{-3}\text{W}$	$7.686 \times 10^{-3}\text{W}$
$\lambda / 10 = 0.3\text{mm}$	$7.413 \times 10^{-3}\text{W}$	$7.549 \times 10^{-3}\text{W}$
$\lambda / 6 = 0.5\text{mm}$	$6.381 \times 10^{-3}\text{W}$	$6.480 \times 10^{-3}\text{W}$
$\lambda / 5 = 0.6\text{mm}$	$5.581 \times 10^{-3}\text{W}$	$5.651 \times 10^{-3}\text{W}$
$\lambda / 4 = 0.75\text{mm}$	$4.338 \times 10^{-3}\text{W}$	$4.382 \times 10^{-3}\text{W}$
$\lambda / 3 = 1.0\text{mm}$	$2.658 \times 10^{-3}\text{W}$	$2.683 \times 10^{-3}\text{W}$

Tableau II.B-3 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieure par une surface rugueuse métallique éclairée à une incidence de 40° : cas des polarisations horizontale et verticale

$s_{\tilde{z}}$	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$4.934 \times 10^{-4} W$	$5.478 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.436 \times 10^{-4} W$	$3.156 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$8.794 \times 10^{-5} W$	$2.992 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$7.950 \times 10^{-5} W$	$2.999 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$7.340 \times 10^{-5} W$	$3.020 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$6.806 \times 10^{-5} W$	$2.957 \times 10^{-4} W$

Tableau II.B-4 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse métallique éclairée à une incidence de 85° : cas des polarisations horizontale et verticale

II.2.3. Conclusion & interprétation des résultats

A 40° d'incidence, nous retrouvons à peu près, quelle que soit la polarisation incidente choisie, toute la puissance incidente dans la demi-sphère supérieure, ceci, tant que la surface n'est pas trop rugueuse (on retrouve plus de 60% de la puissance incidente lorsque $s_{\tilde{z}} \leq 0.75mm$).

A 85° d'incidence P_{tot}^{sb} diminue petit à petit. Par contre, P_{tot}^{sv} commence par diminuer, puis quand $s_{\tilde{z}}$ devient supérieur à $\lambda/10$, oscille autour de la valeur $3 \times 10^{-4} W$. Pour cette incidence, nous pouvons souligner que seules les crêtes des irrégularités sont éclairées par l'onde incidente. Il paraît donc normal que l'augmentation de la rugosité ait peu d'influence sur la quantité de puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur, dans le cas où l'onde incidente est polarisée horizontalement, et pratiquement pas d'influence dans le cas d'une polarisation verticale qui correspond, en effet, aux conditions aux limites.

Enfin, dans les deux cas d'incidences, nous remarquons aussi que la puissance totale calculée diminue régulièrement, au fur et à mesure que la surface devient rugueuse. Nous pensons que cela est dû au fait que plusieurs termes, dont l'importance augmente avec la rugosité, n'ont pu être pris en compte, en raison de la lourdeur des calculs qu'ils nécessiteraient. Il s'agit d'une part des termes complémentaire et croisé du coefficient de diffusion cohérente, et d'autre part, surtout des termes dus aux interactions multiples entre l'onde et les irrégularités de surface (**voir §I.4**). Enfin, nous n'écartons pas la possibilité de l'existence d'une puissance réactive, donc qui ne se propage pas, mais qui resterait confinée au voisinage de la surface rugueuse.

Les détails des résultats obtenus pour le calcul de la puissance totale diffusée en polarisations principales et en polarisations croisées est disponible en annexe E.

III. SURFACE DIELECTRIQUE : BILAN DANS LA DEMI-SPHERE SUPERIEURE

III.1. SURFACE LISSE

Le terme cohérent de Kirchhoff est le terme prépondérant (annexe C). Nous rappelons ci-dessous les expressions du coefficient de diffusion :

$$\sigma_{tot}^{kb} = \left[|f_{bb}|^2 + |f_{vb}|^2 \right] \underbrace{\left[\frac{k^2}{\pi} \times 4 \times \mathcal{A}_0^2 \times \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \right]}_{\text{Coefficient de diffusion de la surface lisse métallique}} \quad (\text{II.B-46})$$

$$\sigma_{tot}^{kv} = \left[|f_{vv}|^2 + |f_{bv}|^2 \right] \underbrace{\left[\frac{k^2}{\pi} \times 4 \times \mathcal{A}_0^2 \times \left| \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \right|^2 \right]}_{\text{Coefficient de diffusion de la surface lisse métallique}} \quad (\text{II.B-47})$$

$J_1(\mathcal{Z})$ est la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et d'ordre 1.

Le coefficient de diffusion cohérente d'une surface lisse diélectrique est égal au coefficient de diffusion de la surface métallique de même dimension multiplié par les coefficients de Kirchhoff.

Nous rappelons que $M = k \sqrt{\sin^2 \theta_s + \sin^2 \theta_i + 2 \sin \theta_i \sin \theta_s \cos \varphi_s}$

et que $\mathcal{A}_0 = 1 \text{ dm}^2 \Rightarrow R_{\max} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{\pi}} \approx 56.42 \text{ mm}$

Les coefficients de Kirchhoff sont les suivants dans le cas général d'une surface diélectrique :

$$|f_{bb}|^2 = \left| -\frac{2\Re_b}{\cos \theta_s + \cos \theta_i} \left[\sin \theta_i \sin \theta_s - (1 + \cos \theta_i \cos \theta_s) \cos(\varphi_s - \varphi_i) \right] \right|^2 \quad (\text{II.B-48})$$

$$|f_{vb}|^2 = |2\Re \sin(\varphi_i - \varphi_s)|^2$$

$$|f_{hv}|^2 = \left| \frac{2\mathfrak{R}_v}{\cos\theta_s + \cos\theta_i} [\sin\theta_i \sin\theta_s - (1 + \cos\theta_i \cos\theta_s) \cos(\varphi_s - \varphi_i)] \right|^2 \quad (\text{II.B-49})$$

$$|f_{hh}|^2 = |2\mathfrak{R} \sin(\varphi_s - \varphi_i)|^2$$

\mathfrak{R}_h et \mathfrak{R}_v sont les coefficients de réflexion de la surface, respectivement en polarisations horizontale et verticale.

\mathfrak{R} est le coefficient de réflexion en polarisations croisées, où $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_h}{2}$.

III.1.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion

Nous illustrons nos calculs à l'aide du cas de la surface en asphalte considérée dans la partie A de ce chapitre (§III-1).

Rappelons la constante diélectrique de l'asphalte : $\epsilon_r = 3.18 - 0.1i$ à 94 GHz.

Lors de cette étude, nous observons la diffusion pour plusieurs valeurs de l'angle d'incidence. Dans un premier temps, nous nous sommes placés dans une configuration où l'incidence est fixée à 40° , ceci pour traiter le cas d'une incidence oblique « classique ». Ensuite nous augmentons l'angle d'incidence jusqu'à 61° qui correspond à l'angle d'incidence brewsterienne de l'asphalte (les résultats obtenus dans ce cas ont été reportés en annexe E).

Enfin, nous réalisons les mêmes calculs dans un cas plus particulier, celui d'une incidence rasante, en fixant θ_i à 85° .

Le diagramme de diffusion de la surface lisse en asphalte est présenté ci-dessous pour une incidence oblique de 40° , dans les cas de polarisations incidentes horizontale (fig II.B-14) et verticale (fig II.B-15).

Les graphes a) et b) décrivent la diffusion dans l'hémisphère supérieur, les graphes c) montrent une coupe dans le plan principal.

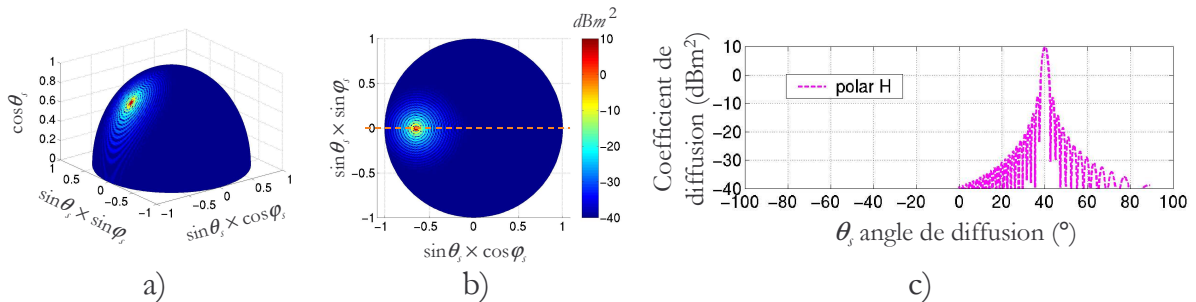


Figure II.B-14 : Diffusion par une surface lisse en asphalte pour une polarisation incidente horizontale

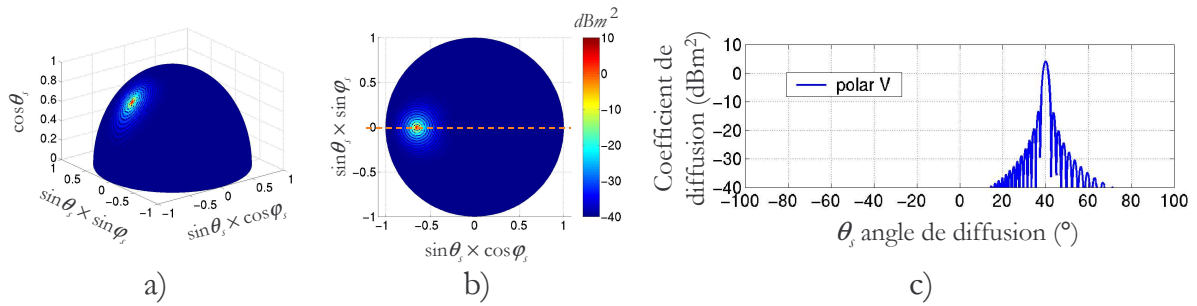


Figure II.B-15 : Diffusion par une surface lisse en asphalte pour une polarisation incidente verticale

Là encore, dans le plan principal le lobe de diffusion spéculaire apparaît très nettement sur les divers graphes des figures (**fig II.B-14**) et (**fig II.B-15**).

III.1.2. Calcul de la puissance totale diffusée

Nous calculons à présent la puissance totale diffusée dans la demi-sphère supérieure à partir des relations (**II.B-44**) et (**II.B-45**). La quantité de puissance diffusée dépend de la valeur du coefficient de réflexion.

◆ Si $\theta_i = 40^\circ$ alors $\cos \theta_i = 0.766$

Dans ce cas la puissance incidente est égale à :

$$P_p^i = 0.01 \times \cos \theta_i = 7.660 \times 10^{-3} \mathcal{W}$$

(Rappelons que la densité de puissance incidente p_p^i est de $1 \mathcal{W} \cdot m^{-2}$)

Nous calculons aussi les coefficients de réflexion de Fresnel de la surface pour cette incidence.

$$\mathfrak{R}_b = -0.370 + 7.800 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\mathfrak{R}_b|^2 = 0.137$$

$$\mathfrak{R}_v = 0.189 - 6.449 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\mathfrak{R}_v|^2 = 3.560 \times 10^{-2}$$

Ainsi, pour une surface lisse, les puissances totales diffusées P_{tot}^{sh} et P_{tot}^{sv} , pour des polarisations incidentes horizontale et verticale, devraient respectivement être égales à $1.049 \times 10^{-3} \mathcal{W}$ et $2.727 \times 10^{-4} \mathcal{W}$.

Les résultats que nous obtenons à partir du modèle d'IEM sont présentés dans le tableau (**tab II.B-5**) :

La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
$P_{bb}^s = 1.034 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{vv}^s = 2.695 \times 10^{-4} \mathcal{W}$
$P_{vb}^s = 6.950 \times 10^{-6} \mathcal{W}$	$P_{bv}^s = 6.950 \times 10^{-6} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sb} = 1.041 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{tot}^{sv} = 2.765 \times 10^{-4} \mathcal{W}$

Tableau II.B-5 : Puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface lisse en asphalte éclairée à une incidence de 40° - cas des polarisations horizontale et verticale

◆ Si $\theta_i = 85^\circ$ alors $\cos \theta_i = 0.0872$

Dans ce cas-ci la puissance incidente est égale à :

$$P_p^i = 0.01 \times \cos \theta_i = 8.72 \times 10^{-4} \mathcal{W}$$

$$\Re_b = -0.889 + 2.399 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\Re_b|^2 = 0.790$$

$$\Re_v = -0.684 - 2.285 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\Re_v|^2 = 0.468$$

De même, dans ce cas d'incidence, les puissances totales diffusées P_{tot}^{sb} et P_{tot}^{sv} , pour des polarisations incidentes horizontale et verticale, devraient être égales à $6.889 \times 10^{-4} \mathcal{W}$ et $4.081 \times 10^{-4} \mathcal{W}$.

Nous obtenons, pour cette incidence, avec la Méthode de l'Equation Intégrale :

La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
$P_{bb}^s = 6.210 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$P_{vv}^s = 3.682 \times 10^{-4} \mathcal{W}$
$P_{vb}^s = 5.887 \times 10^{-7} \mathcal{W}$	$P_{bv}^s = 5.887 \times 10^{-7} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sb} = 6.216 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$P_{tot}^{sv} = 3.688 \times 10^{-4} \mathcal{W}$

Tableau II.B-6 : Puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface lisse en asphalte éclairée à une incidence de 85° - cas des polarisations horizontale et verticale

III.1.3. Conclusion & interprétation des résultats obtenus

Lorsque l'angle d'incidence est de 40° , quelle que soit la polarisation de l'onde, nous retrouvons les résultats escomptés. La puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur est

égale au produit de la puissance incidente par le carré du module des coefficients de réflexion.

Nous remarquons qu'à $\theta_i = 85^\circ$, comme dans le cas de la surface métallique, le résultat obtenu est un peu inférieur au résultat attendu. Ceci pourrait encore être dû à la validité des hypothèses simplificatrices faites lors du développement théorique de l'IEM (§II.1.3, annexes A et B) ou au fait que nous ne calculons pas les termes cohérents complémentaire et croisé dont l'importance croît avec l'incidence, tout en restant relativement faible.

III.2. SURFACE RUGUEUSE

Pour la surface rugueuse aussi, nous réalisons les mêmes calculs que dans le cas de la surface conductrice ; dans un premier temps, nous nous sommes placés dans une configuration où l'incidence est fixée à 40° , ceci pour traiter le cas d'une incidence oblique « classique », ensuite nous réalisons les mêmes calculs dans un cas plus particulier, celui d'une incidence rasante, en fixant θ_i à 85° .

III.2.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion

Nous présentons sur les figures suivantes, les diagrammes de diffusion des surfaces rugueuses en asphalte dans l'hémisphère supérieur (graphes a) et b)), puis dans le plan principal $\varphi_s = 180^\circ$ (courbe c)) ((**fig II.B-16**) à (**fig II.B-21**)).

Comme dans le cas de la surface métallique, le comportement des composantes cohérente et incohérente de la diffusion est ici mis en évidence. La diffusion cohérente (confinée dans le voisinage de la direction spéculaire) diminue lorsque la rugosité augmente ; pendant ce même temps, la diffusion incohérente prend peu à peu de l'importance dans toutes les directions.

Nous pouvons aussi remarquer, que tant que la rugosité reste peu élevée ($s_x < \lambda/5$), le coefficient de diffusion de l'asphalte s'obtient, dans la direction spéculaire, à partir de celui de la surface métallique en effectuant une translation de la courbe vers le bas d'une valeur égale au carré du module du coefficient de réflexion de Fresnel. Ce résultat est valable dans chacune des polarisations étudiées.

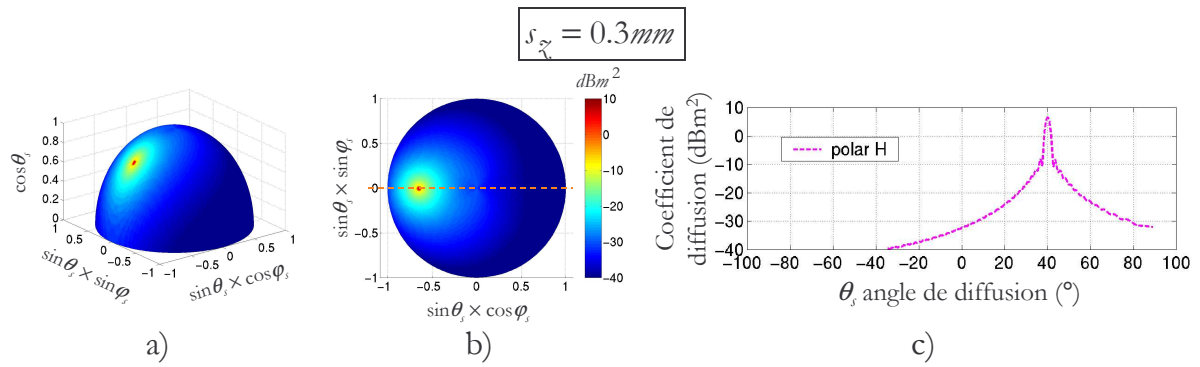


Figure II.B-16 : Diffusion par une surface peu rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente horizontale

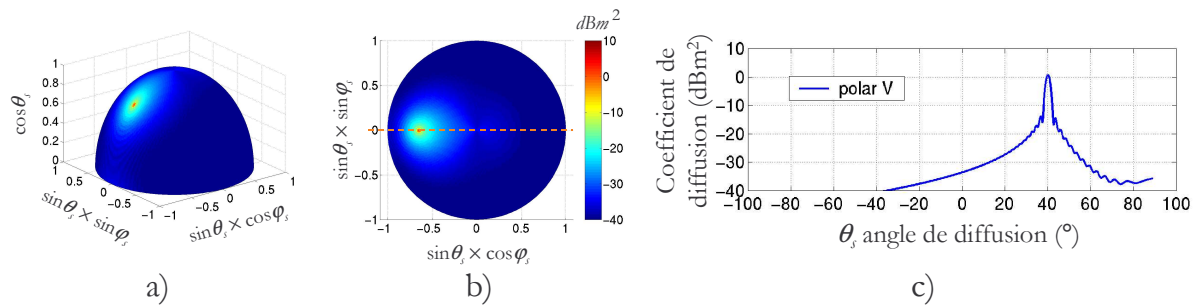


Figure II.B-17 : Diffusion par une surface peu rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente verticale

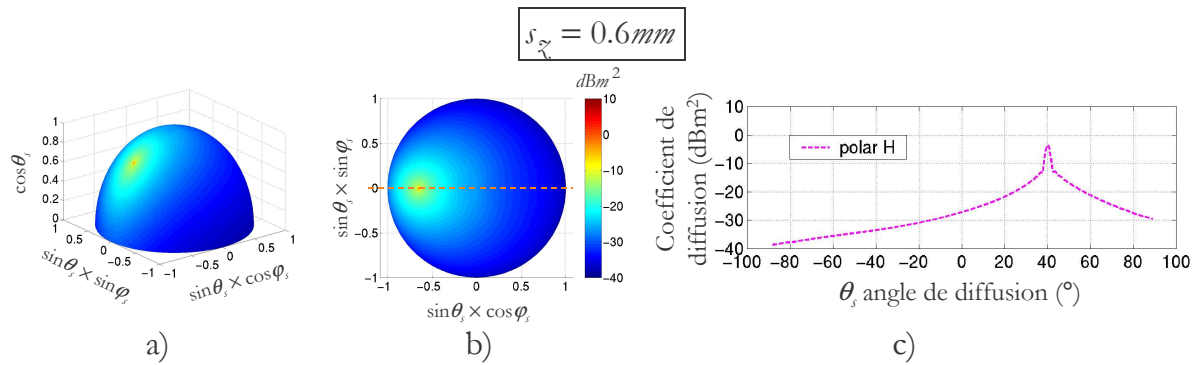


Figure II.B-18 : Diffusion par une surface modérément rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente horizontale

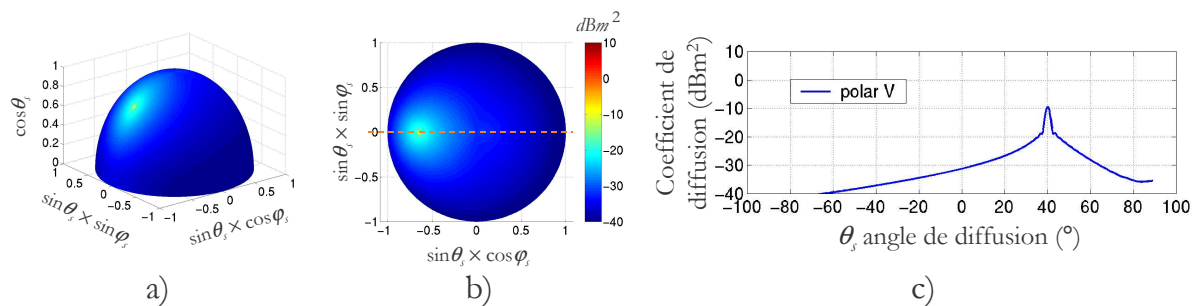


Figure II.B-19 : Diffusion par la surface modérément rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente verticale

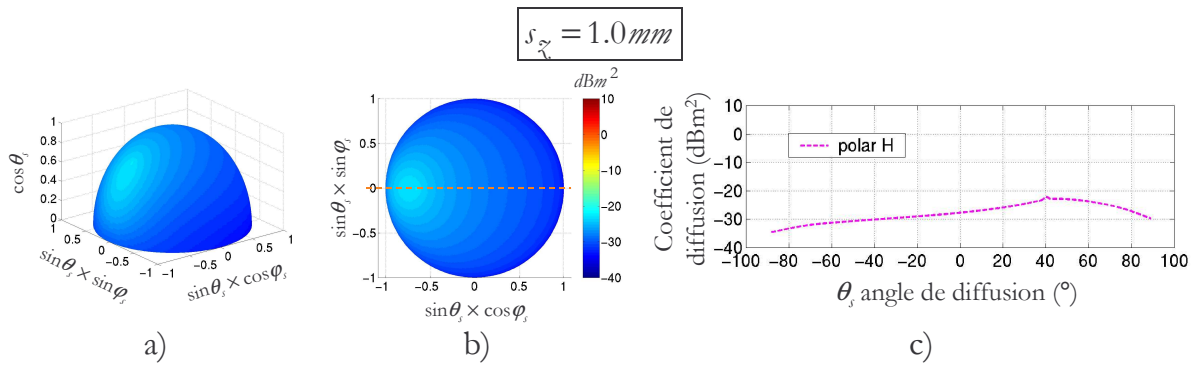


Figure II.B-20 : Diffusion par une surface très rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente horizontale

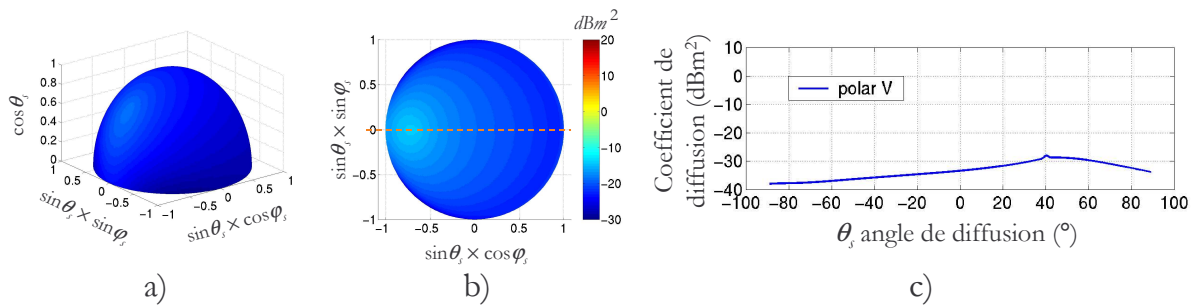


Figure II.B-21 : Diffusion par une surface très rugueuse en asphalte pour une polarisation incidente verticale

III.2.2. Calcul de la puissance totale diffusée

Nous calculons, pour chaque cas de rugosité, la puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur.

Rappelons que, théoriquement, P_{tot}^{sb} et P_{tot}^{sv} doivent être respectivement égales à $1.049 \times 10^{-3} \mathcal{W}$ et $2.727 \times 10^{-4} \mathcal{W}$, si l'angle d'incidence est de 40° , et à $6.889 \times 10^{-4} \mathcal{W}$ et $4.081 \times 10^{-4} \mathcal{W}$ si l'incidence est de 85° .

Nous présentons dans un premier temps les résultats obtenus, nous les interpréterons dans le paragraphe suivant (§III-2-3).

$s_{\tilde{x}}$	$P_{tot}^{sb} = P_{hb}^s + P_{vb}^s$	$P_{tot}^{sv} = P_{hv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$1.041 \times 10^{-3} W$	$2.761 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.036 \times 10^{-3} W$	$2.668 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$8.696 \times 10^{-4} W$	$2.282 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$7.605 \times 10^{-4} W$	$1.991 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$5.909 \times 10^{-4} W$	$1.545 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$3.618 \times 10^{-4} W$	$9.455 \times 10^{-5} W$

Tableau II.B-7 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée à une incidence de 40° : cas des polarisations horizontale et verticale

$s_{\tilde{x}}$	$P_{tot}^{sb} = P_{hb}^s + P_{vb}^s$	$P_{tot}^{sv} = P_{hv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$3.701 \times 10^{-4} W$	$2.217 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.398 \times 10^{-4} W$	$8.924 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$1.115 \times 10^{-4} W$	$7.418 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$1.094 \times 10^{-4} W$	$7.350 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$1.094 \times 10^{-4} W$	$7.407 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$1.077 \times 10^{-5} W$	$7.325 \times 10^{-5} W$

Tableau II.B-8 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée à une incidence de 85° : cas des polarisations horizontale et verticale

III.2.3. Conclusion & interprétation des résultats

Dans le cas de l'incidence oblique, les résultats numériques que nous obtenons restent satisfaisants tant que la surface concernée est peu rugueuse ($s_{\tilde{x}} \leq 0.3mm$). Puis le fait que nous n'ayons pas considéré les termes dus aux diffusions multiples se fait ressentir puisque les valeurs des puissances totales diffusées diminuent au fur et à mesure que la rugosité augmente (§I-4).

Nous pouvons aussi souligner que, le module du coefficient de réflexion en polarisation verticale étant plus petit que celui du coefficient de réflexion en polarisation horizontale, P_{tot}^{sv} est toujours plus faible que P_{tot}^{sb} .

Dans le cas de l'incidence rasante, les deux puissances varient peu à partir de $s_{\tilde{x}} = \lambda / 10$. Comme pour le cas de la surface métallique, nous pouvons souligner, qu'à cette incidence,

seuls les sommets des rugosités sont éclairés par l'onde incidente ; par conséquent la puissance totale diffusée dépend peu de l'amplitude des irrégularités.

III.3. CONCLUSION

Dans cette section, nous avons montré, à partir des divers résultats, que quelle que soit sa rugosité, la quantité de puissance diffusée dans la demi-sphère supérieure par la surface est à peu près la même et dépend surtout du matériau constituant la surface éclairée et de l'angle d'incidence. De plus, nous savons que les écarts que nous observons dans les résultats obtenus sont dus soit aux approximations que nous avons faites lors du développement théorique de l'IEM, soit aux termes de diffusions que nous n'avons pu prendre en compte dans ces calculs du fait de la lourdeur de leurs expressions.

Par conséquent, pour une polarisation incidente notée p et pour une densité de puissance incidente p_p^i égale à $1W.m^{-2}$, nous avons :

$$P_{tot}^{sp} \approx A_0 \times |\mathfrak{R}_p|^2 \times \cos \theta_i \quad (\text{II.B-50})$$

A_0 étant la surface éclairée,

\mathfrak{R}_p étant le coefficient de réflexion de Fresnel en polarisation p .

D'autre part, lorsque l'on considère des surfaces métalliques, le calcul de la puissance diffusée dans la demi-sphère supérieure suffit à réaliser un bilan de puissance total. Dans le cadre d'études sur des surfaces diélectriques, il nous faut considérer la puissance diffusée dans l'hémisphère inférieur, puisque en effet, une partie de l'onde incidente est transmise dans le milieu.

$$\text{Puissance incidente} = \text{Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur} + \text{Puissance diffusée dans l'hémisphère inférieur}$$

$$\text{Que l'on peut aussi écrire : } \frac{1}{Z_0} P_p^i = \frac{1}{Z_0} \iint p_p^s ds + \frac{1}{Z_2} \iint p_p^t ds \quad (\text{II.B-51})$$

$$\text{Ainsi : } P_p^i = P_{tot}^{sp} + \frac{Z_0}{Z_2} P_{tot}^{tp} \quad (\text{II.B-52})$$

$$A_0 \cos \theta_i p_p^i = |\mathfrak{R}_p|^2 A_0 \cos \theta_i p_p^i + \frac{Z_0}{Z_2} P_{tot}^{tp} \quad (\text{II.B-53})$$

où

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} \quad (\text{II.B-54})$$

$$\sin \theta_i = \sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2 \quad (\text{II.B-55})$$

Sachant que la densité de puissance incidente p_p^i est égale à $1W.m^{-2}$, nous obtenons la relation (II.B-56). Il faut que cette égalité soit satisfaite pour que le bilan de puissance dans le cadre de notre étude soit correct.

$$\sqrt{\epsilon_r} \frac{P_{tot}^{tp}}{A_0 \cos \theta_i} = \left[1 - |\mathfrak{R}_p|^2 \right] p_p^i (W.m^{-2}) \quad (\text{II.B-56})$$

Dans la section suivante, nous allons donc nous attacher à calculer la puissance diffusée dans le demi espace inférieur afin de vérifier (II.B-56). Nous considérons pour cette étude une surface en asphalte, nous ne traiterons que le cas de la surface lisse. En effet, nous avons souligné, dans la section précédente, que quelle que soit la rugosité de la surface, la quantité de puissance diffusée dans le demi espace est pratiquement la même.

IV. SURFACE DIELECTRIQUE : BILAN DANS LA DEMI-SPHERE INFERIEURE

IV.1. EXPRESSION DU CHAMP TRANSMIS EN ZONE LOINTAINE

Le champ transmis en zone lointaine a la même expression que le champ diffusé.

Ainsi, de même que pour l'étude de la diffusion, nous avons :

$$E_{qp}^t = E_{qp}^{tk} + E_{qp}^{tc} \quad (\text{II.B-57})$$

$$E_{qp}^{tk} = KE_0 \int_{S'} f_{qp_t} e^{j[(\vec{k}_t - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}']} dx' dy' \quad (\text{II.B-58})$$

$$E_{qp}^{tc} = \frac{KE_0}{8\pi^2} \int \int \int_{S''S'} F_{qp_t} e^{j[u(x-x') + v(y-y') - q_m |z-z'|]} e^{j[\vec{k}_t \cdot \vec{r}' - \vec{k}_i \cdot \vec{r}'']} dx' dy' dx'' dy'' du dv \quad (\text{II.B-59})$$

où u et v sont des variables spatiales.

f_{qp_t} et F_{qp_t} sont respectivement les coefficients de Kirchhoff et complémentaires de la transmission. Leurs expressions se déduisent de celles de f_{qp} et F_{qp} qui sont données respectivement en annexes A et B.

Pour illustrer cette étude dans la demi-sphère inférieure, nous ne nous intéresserons qu'au cas de l'une surface lisse en asphalte. Ainsi, comme pour le calcul de la diffusion, le terme cohérent de Kirchhoff du coefficient de transmission est prépondérant.

Ainsi :

$$\left(\sigma_{tot}^{kb}\right)_t = \frac{|k_t|^2}{\pi} \left[|f_{hb_t}|^2 + |f_{vb_t}|^2 \right] A_0^2 \left| \frac{J_1(R_{max} \times M_t)}{R_{max} \times M_t} \right|^2 \quad (\text{II.B-60})$$

$$\left(\sigma_{tot}^{kv}\right)_t = \frac{|k_t|^2}{\pi} \left[|f_{vv_t}|^2 + |f_{bv_t}|^2 \right] A_0^2 \left| \frac{J_1(R_{max} \times M_t)}{R_{max} \times M_t} \right|^2 \quad (\text{II.B-61})$$

M_t est l'équivalent de M pour cette étude en transmission :

$$M_t = k \sqrt{\varepsilon_r \sin^2 \theta_t + \sin^2 \theta_i + 2\sqrt{\varepsilon_r} \sin \theta_i \sin \theta_t \cos \varphi_t} \quad (\text{II.B-62})$$

$$\text{et } A_0 = 1 \text{ dm}^2 \Rightarrow R_{max} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{\pi}} \approx 56.42 \text{ mm}$$

$J_1(x)$ est la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et d'ordre 1.

Les coefficients de Kirchhoff de transmission sont les suivants :

$$\left| f_{hb_t} \right|^2 = \left| -\frac{2\Re_b}{\cos \theta_t + \cos \theta_i} \left[\sin \theta_i \sin \theta_t - (1 + \cos \theta_i \cos \theta_t) \cos(\varphi_t - \varphi_i) \right] \right|^2 \quad (\text{II.B-63})$$

$$\left| f_{vb_t} \right|^2 = \left| 2\Re \sin(\varphi_i - \varphi_t) \right|^2$$

$$\left| f_{vv_t} \right|^2 = \left| \frac{2\Re_v}{\cos \theta_t + \cos \theta_i} \left[\sin \theta_i \sin \theta_t - (1 + \cos \theta_i \cos \theta_t) \cos(\varphi_t - \varphi_i) \right] \right|^2 \quad (\text{II.B-64})$$

$$\left| f_{bv_t} \right|^2 = \left| 2\Re \sin(\varphi_t - \varphi_i) \right|^2$$

IV.2. BILAN DE PUISSANCE TOTAL DANS LE CAS D'UNE SURFACE LISSE

IV.2.1. Représentation graphique du diagramme de transmission

Comme annoncé précédemment, cette étude concerne une surface lisse en asphalte éclairée à une incidence de 40°. Nous considérons le milieu équivalent sans pertes afin de pouvoir réaliser cette étude en champ lointain.

Les figures de (**fig II.B-22**) et (**fig II.B-23**) représentent le diagramme de transmission de la surface lisse pour des polarisations horizontale et verticale. La description de la transmission dans l'hémisphère inférieur est donnée par les graphes a) et b), les graphes c) montrent la transmission dans le plan principal.

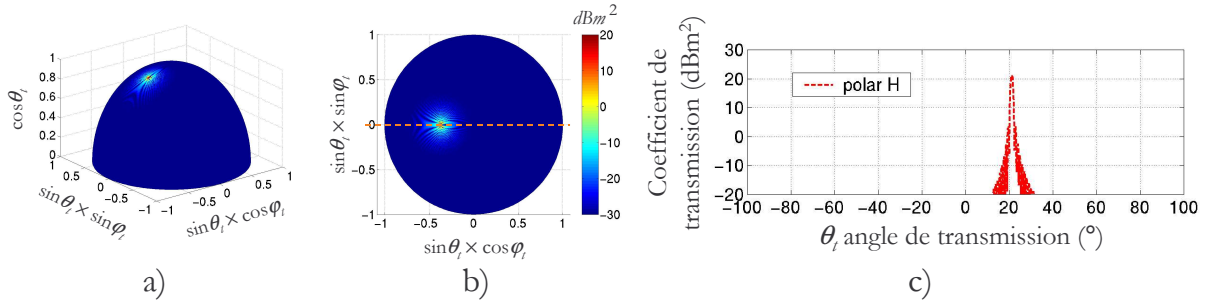


Figure II.B-22 : Transmission en champ lointain par une surface lisse en asphalte pour une polarisation incidente horizontale

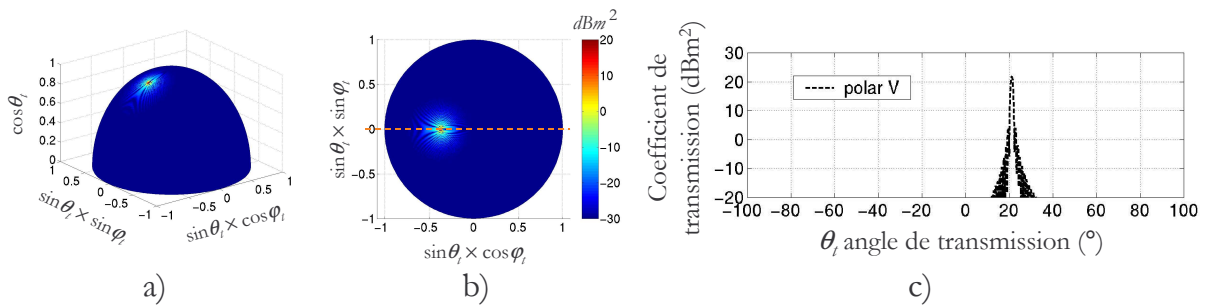


Figure II.B-23 : Transmission en champ lointain par une surface lisse en asphalte pour une polarisation incidente verticale

Dans l'annexe E, l'évolution de l'angle de transmission en fonction de l'angle d'incidence est présentée pour une surface en asphalte (**fig E-3**). Sur cette figure, nous relevons l'angle de transmission correspondant à $\theta_i = 40^\circ$, nous trouvons $\theta_2 = 21.12^\circ$. Cette valeur pour la direction spéculaire de transmission est bien celle que nous lisons sur les deux coupes réalisées selon le plan principal et présentées sur les graphes c) de (**fig II.B-22**) et (**fig II.B-23**).

Nous pouvons nous placer dans le plan principal afin de vérifier les niveaux de la transmission dans la direction $\theta_i = \theta_2$.

☞ La polarisation incidente est **horizontale** :

Le coefficient de Kirchhoff de transmission sont donnés par (**II.B-63**).

Dans la direction spéculaire de transmission, $|f_{vb_t}|^2 = 0$, $|f_{bb_t}|^2$ se réduit et devient :

$$|f_{bb_t}|^2 = \left| -(1 + \Re_b) \cos \theta_2 - \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (1 - \Re_b) \cos \theta_i \right|^2 = | -2 \cos \theta_2 (1 + \Re_b) |^2 \quad (\text{II.B-65})$$

De plus, sachant que $\sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2 = \sin \theta_i$, nous avons :

$$M_t = \kappa \sqrt{\epsilon_r \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_i - 2\sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_i \sin \theta_2} = 0 \quad (\text{II.B-66})$$

d'où

$$(\sigma_{tot}^{kb})_t = \frac{\kappa^2 \epsilon_r}{\pi} 4 |1 + \Re_b|^2 \cos^2 \theta_2 A_0^2 \left| \frac{J_1(R_{\max} \times M_t)}{R_{\max} \times M_t} \right|^2 \quad (\text{II.B-67})$$

$$(\sigma_{tot}^{kb})_t = \frac{4\pi}{\lambda^2} 4 \epsilon_r |1 + \Re_b|^2 \cos^2 \theta_2 A_0^2 \frac{1}{4} \quad (\text{II.B-68})$$

Rappelons qu'à $\theta_i = 40^\circ$, $\Re_b = -0.370 + 7.800 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\Re_b|^2 = 0.137$

Enfin $(\sigma_{tot}^{kb}(\theta_t = 21.12^\circ))_t = 135.52 \approx 21.32 \text{ dB}$

Nous vérifions ce résultat sur le graphe c) de la figure (**fig II.B-22**).

☞ La polarisation incidente est **verticale** :

Dans ce cas, les coefficients de Kirchhoff de transmission en polarisations principale et croisée sont donnés par (**II.B-64**).

Dans la direction spéculaire de transmission $|f_{bv_t}|^2 = 0$ et $|f_{vv_t}|^2$ se réduit à l'équation (**II.B-69**) :

$$|f_{vv_t}|^2 = \left| 2 \cos \theta_2 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (1 + \Re_v) \right|^2 \quad (\text{II.B-69})$$

Ainsi, le coefficient de transmission est égal à :

$$(\sigma_{tot}^{kv})_t = \frac{\kappa^2 \epsilon_r}{\pi} 4 \frac{1}{\epsilon_r} |1 + \Re_v|^2 \cos^2 \theta_2 A_0^2 \left| \frac{J_1(R_{\max} \times M_t)}{R_{\max} \times M_t} \right|^2 \quad (\text{II.B-70})$$

$$(\sigma_{tot}^{kv})_t = \frac{4\pi}{\lambda^2} |1 + \Re_v|^2 \cos^2 \theta_2 A_0^2 \quad (\text{II.B-71})$$

Le coefficient de réflexion est donné par :

$$\Re_v = 0.189 - 6.449 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\Re_v|^2 = 3.560 \times 10^{-2}$$

Finalement : $(\sigma_{tot}^{kv})_t = 151.78 \approx 21.81dB$

Nous pouvons, là encore, vérifier ce résultat sur la figure (II.B-23).

IV.2.2. Calcul de la puissance totale transmise

Comme lors de l'étude de la diffusion, nous calculons la puissance transmise dans l'hémisphère inférieur. Les résultats obtenus sont répertoriés dans le tableau (tab II.B-9) :

La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
$P_{hb}^t = 3.692 \times 10^{-3} W$	$P_{hv}^t = 4.123 \times 10^{-3} W$
$P_{vb}^t = 3.424 \times 10^{-5} W$	$P_{bv}^t = 3.418 \times 10^{-5} W$
$P_{tot}^{tb} = 3.726 \times 10^{-3} W$	$P_{tot}^{tv} = 4.157 \times 10^{-3} W$

Tableau II.B-9 : Puissance totale transmise par une surface en asphalte éclairée à une incidence de 40° – cas des polarisations horizontale et verticale

Calculons les coefficients de transmission en polarisation horizontale, puis en polarisation verticale.

D'une part :

$$T_b = 1 + \Re_b \quad (\text{II.B-72})$$

D'autre part :

$$T_v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (1 + \Re_v) \quad (\text{II.B-73})$$

A $\theta_i = 40^\circ$, $\Re_b = -0.370 + 7.800 \times 10^{-3} i$ et $\Re_v = 0.189 - 6.449 \times 10^{-3} i$

Ainsi $T_b = 0.630 + 7.800 \times 10^{-3} i \Rightarrow |T_b|^2 = 0.397$

$$T_v = 0.667 - 3.616 \times 10^{-3} i \Rightarrow |T_v|^2 = 0.445$$

Par analogie avec les résultats de l'étude en diffusion, théoriquement, P_{tot}^{tb} et P_{tot}^{tv} devraient être égales aux valeurs données ci-dessous :

$$P_{tot}^{tb} = |T_b|^2 \cos \theta_2 A_0 p_b^i = 3.703 \times 10^{-3} W$$

$$P_{tot}^{tv} = |T_v|^2 \cos \theta_2 A_0 p_v^i = 4.147 \times 10^{-3} \mathcal{W}$$

Les valeurs données dans le tableau (**tab II.B-9**) sont donc bien en accord avec ces derniers résultats théoriques.

Nous pouvons aussi comparer la quantité de puissance transmise avec la puissance diffusée (**tab II.B-5**). Nous en concluons que l'intensité transmise dans le milieu est plus importante que la quantité de puissance diffusée.

IV.2.3. Bilan de puissance dans la sphère entourant la surface

Dans ce paragraphe, nous voulons vérifier que la relation (**II.B-56**) est satisfaite par le système que nous avons étudié. Nous rappelons que la puissance P_p^i , incidente sur la surface, est de $7.660 \times 10^{-3} \mathcal{W}$.

Dans le tableau suivant, nous rappelons d'abord les résultats que nous avons obtenus lors des calculs dans les hémisphères supérieur (§III.1.2) et inférieur (§IV.2.2), puis nous calculons la puissance totale.

	La polarisation incidente est horizontale	La polarisation incidente est verticale
P_{tot}^{sp}	$1.041 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$2.765 \times 10^{-4} \mathcal{W}$
P_{tot}^{tp}	$3.726 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$4.157 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sp} + \sqrt{\epsilon_r} P_{tot}^{tp}$	$7.686 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$7.691 \times 10^{-3} \mathcal{W}$

*Tableau II.B-10 : Calcul de la puissance diffusée dans toute la sphère entourant la surface
Cas des polarisations horizontale et verticale*

Ainsi, dans le cas de la surface lisse, le bilan de puissance total est satisfait : l'intégralité de la puissance incidente est diffusée dans les hémisphères supérieur et inférieur (les faibles erreurs observées sont principalement dues à nos calculs).

Comme nous l'avons déjà annoncé, nous n'avons pas étudié le cas de la surface rugueuse, mais nous pensons que l'existence de rugosité ne modifierait globalement pas les résultats totaux.

V. CONCLUSION

L'objectif de l'étude réalisée dans cette partie était de valider les simulations que nous avons effectuées en partie A sur la diffusion de surface. Pour cela, nous avons réalisé des bilans de puissance, uniquement dans la demi-sphère supérieure dans le cas d'une surface métallique, et dans toute la sphère entourant la surface dans le cas d'une surface diélectrique.

Dans le cas des surfaces lisses, nos résultats sont très satisfaisants, puisque quelle que soit la nature de la surface étudiée (métallique ou diélectrique), nous retrouvons l'intégralité de la puissance incidente.

Lorsque la surface étudiée est peu rugueuse ($s_z \leq \lambda/10$) et/ou l'incidence n'est pas rasante ($\theta_i \leq 65^\circ$), la quasi-totalité de la puissance incidente est diffusée dans l'hémisphère supérieur si la surface est métallique, ou dans toute la sphère entourant la surface, si cette dernière est diélectrique.

Enfin, lorsque la rugosité est importante et/ou dans le cas des incidences rasantes, le bilan de puissance n'est plus satisfait. Ce phénomène s'explique par le fait que nous avons négligé dans nos calculs les termes de diffusions multiples du fait de la lourdeur de leurs expressions et afin d'éviter des temps de calcul prohibitifs.

Dans le chapitre suivant, nous allons calculer la diffusion totale par la surface rugueuse. Pour ce faire, dans une première partie, nous présenterons la Théorie du Transfert Radiatif qui est la méthode électromagnétique que nous avons utilisée pour évaluer la diffusion de volume. Dans la deuxième partie, nous calculerons alors la diffusion totale et nous présenterons une validation de nos résultats.

CHAPITRE III :

CALCUL DE LA DIFFUSION TOTALE PAR LES SURFACES RUGUEUSES DIELECTRIQUES

*« Ce qui vous semble étrange l'est seulement parce que vous n'observez pas
les petits faits desquels on peut tirer les grandes conclusions »*

Sir Arthur Conan Doyle (1859-1930)

CHAPITRE III, PARTIE A :

CALCUL DE LA DIFFUSION DE VOLUME PAR LA THEORIE DU TRANSFERT RADIATIF

I. L'EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF

La Théorie du Transfert Radiatif est une méthode électromagnétique permettant de traiter le problème des interactions d'une onde avec un milieu aléatoire.

Considérons une onde monochromatique se propageant dans un milieu contenant des particules et possédant des propriétés d'absorption, d'émission et de diffusion. La théorie du transfert radiatif permet de quantifier les variations du vecteur de Stokes (variation d'énergie) de l'onde [61].

L'équation du transfert radiatif donnée ci-dessous **(III.A-1)** régit la propagation de l'onde dans le milieu. Son second membre est constitué de trois termes : la **matrice d'extinction** qui décrit l'atténuation de l'intensité due à l'absorption et à la diffusion, la **fonction d'émission** qui tient compte de l'émission thermique du milieu et la **matrice de phase** qui caractérise le couplage entre les intensités incidente et diffusée en tout point du milieu [8].

$$\frac{d\vec{I}(\vec{r}, \hat{s})}{ds} = -\kappa_e \vec{I}(\vec{r}, \hat{s}) + \vec{J}_e(\vec{r}) + \int_{4\pi} d\Omega' P(\hat{s}, \hat{s}') \vec{I}(\vec{r}, \hat{s}') \quad (\text{ III.A-1 })$$

- κ_e est une matrice 4×4 . C'est la matrice d'extinction due aux particules et au milieu environnant (ce milieu étant non diffusant ce phénomène d'extinction se limite à un phénomène d'absorption).
- \vec{J}_e est le vecteur d'émission thermique en un point du milieu. En détection active radar, le terme dû à l'émission thermique est faible et il est souvent négligé du fait de l'importance des autres termes.
- $P(\hat{s}, \hat{s}')$ est une matrice 4×4 . C'est la matrice de phase, elle caractérise le couplage entre les ondes diffusées dues à des ondes incidentes provenant de directions différentes.

I.1. EXPRESSION APPROCHÉE DE L'ÉQUATION DU TRANSFERT RADIATIF

Pour simplifier l'équation différentielle (III.A-1), nous la projetons sur le repère représenté sur la figure ci-dessous :

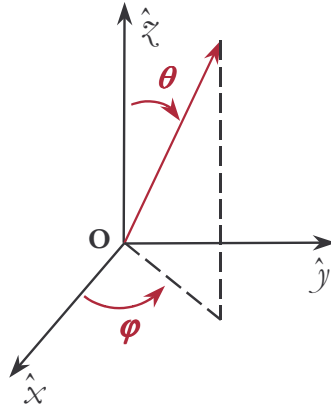


Figure III.A-1 : Repère lié à la terre

Dans ce repère, \hat{s} est la direction d'observation.

$$\hat{s} = \sin \theta \cos \varphi \hat{x} + \sin \theta \sin \varphi \hat{y} + \cos \theta \hat{z} \quad (\text{III.A-2})$$

En projetant l'équation du transfert radiatif (III.A-1) sur les axes du repère, nous obtenons l'équation (III.A-3) :

$$\begin{aligned} \sin \theta \cos \varphi \frac{\partial \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi)}{\partial x} + \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi)}{\partial y} + \cos \theta \frac{\partial \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi)}{\partial z} \\ = -\kappa_e \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi) + \int_{4\pi} P(x, y, z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') d\Omega' \end{aligned} \quad (\text{III.A-3})$$

Or le problème est invariant suivant le plan $x0y$, donc

$$\sin \theta \cos \varphi \frac{\partial \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi)}{\partial x} = \sin \theta \sin \varphi \frac{\partial \bar{I}(x, y, z, \theta, \varphi)}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.A-4})$$

L'équation (III.A-3) devient alors :

$$\cos \theta \frac{\partial \bar{I}(z, \theta, \varphi)}{\partial z} = -\kappa_e \bar{I}(z, \theta, \varphi) + \int_{4\pi} P(z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') \bar{I}(z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') d\Omega' \quad (\text{III.A-5})$$

$$\text{Posons ensuite : } \begin{cases} \mu = \cos \theta \\ -\mu = \cos(\pi - \theta) \end{cases} \quad (\text{III.A-6})$$

Nous obtenons l'équation (III.A-7).

$$\frac{d\vec{I}(\vec{z}, \theta, \varphi)}{d\vec{z}} = -\frac{\kappa_e}{\mu} \vec{I}(\vec{z}, \theta, \varphi) + \frac{1}{\mu} \int_{4\pi} P(\vec{z}, \theta, \varphi, \theta', \varphi') \vec{I}(z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') d\Omega' \quad (\text{III.A-7})$$

La résolution de cette équation permet de déterminer l'intensité diffusée en fonction de l'intensité incidente. Nous l'avons effectuée en annexe F. Avant de s'y reporter, nous allons définir, dans les paragraphes suivants, chacun des termes constituant le second membre de l'équation différentielle du transfert radiatif.

I.2. LA MATRICE DE PHASE

I.2.1. Les paramètres de Stokes

Considérons une onde plane monochromatique se propageant dans un milieu dont l'impédance intrinsèque est égale à η .

$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}}$, où μ_0 et ϵ sont respectivement la perméabilité magnétique et la permittivité du milieu.

Nous exprimons le champ électrique dans le repère direct $(\vec{k}, \vec{v}, \vec{h})$.

$$\vec{E} = (E_v \hat{v} + E_h \hat{h}) e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{j\omega t} \quad (\text{III.A-8})$$

où \hat{k} est la direction de propagation.

\hat{v} et \hat{h} correspondent respectivement aux vecteurs de polarisations verticale et horizontale.

Homogènes à une puissance mais conservant les informations sur la polarisation de l'onde, les quatre paramètres de Stokes sont définis de la façon suivante :

$$I = \frac{1}{\eta} \left[|E_v|^2 + |E_h|^2 \right] \quad (\text{III.A-9})$$

$$Q = \frac{1}{\eta} \left[|E_v|^2 - |E_h|^2 \right] \quad (\text{III.A-10})$$

$$U = \frac{2}{\eta} \Re \left\{ E_v E_h^* \right\} \quad (\text{III.A-11})$$

$$V = \frac{2}{\eta} \Im \left\{ E_v E_h^* \right\} \quad (\text{III.A-12})$$

Dans théorie du transfert radiatif, on définit les paramètres de Stokes modifiés et le vecteur de Stokes \vec{F}_m .

$$\vec{F}_m = \frac{1}{\eta} \begin{pmatrix} I_v \\ I_b \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-13})$$

$$\text{avec } \begin{cases} I_v = |E_v|^2 \\ I_b = |E_b|^2 \end{cases} \quad (\text{III.A-14})$$

U et V restent inchangés et sont donnés dans les relations (III.A-11) et (III.A-12).

I.2.2. Calcul de la matrice de Mueller

D'autre part, considérons une onde électromagnétique incidente sur une surface quelconque. Le champ électrique diffusé s'exprime en fonction du champ électrique incident à partir de la matrice de diffusion notée [S].

$$[E^s] = \frac{e^{-jk_r r}}{r} [S] [E^i] \quad (\text{III.A-15})$$

$$\begin{pmatrix} E_v^s \\ E_b^s \end{pmatrix} = \frac{e^{-jk_r r}}{r} \begin{pmatrix} S_{vv} & S_{vb} \\ S_{bv} & S_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_v^i \\ E_b^i \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-16})$$

$$\text{où } S_{qp} = |S_{qp}| e^{j\varphi_{qp}} \quad (\text{III.A-17})$$

[S] permet de caractériser la surface par la façon dont elle modifie le champ incident lors d'une diffusion.

Ainsi, à partir des relations (III.A-13), (III.A-14) et (III.A-16), nous pouvons calculer les composantes du vecteur de Stokes diffusé en fonction des composantes du vecteur de Stokes incident (les étapes importantes de ce calcul sont données en annexe F). Tous calculs faits, nous obtenons la relation (III.A-18) entre les vecteurs de Stokes incident et diffusé.

$$\vec{F}_m^s(\theta_s, \varphi_s) = \frac{1}{r^2} [L_m] \vec{F}_m^i(\theta_i, \varphi_i) \quad (\text{III.A-18})$$

où [L_m] est la **matrice de Mueller**.

$$[L_m] = \begin{pmatrix} |S_{vv}|^2 & |S_{vb}|^2 & \Re(S_{vv}S_{vb}^*) & -\Im(S_{vv}S_{vb}^*) \\ |S_{bv}|^2 & |S_{bb}|^2 & \Re(S_{bv}S_{bb}^*) & -\Im(S_{bv}S_{bb}^*) \\ 2\Re(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Re(S_{vb}S_{bb}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & -\Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \\ 2\Im(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Im(S_{vb}S_{bb}^*) & \Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-19})$$

I.2.3. Expression de la matrice de phase

Considérons un volume élémentaire représenté par un cylindre de section et de longueur égales respectivement à A_0 et dz (**fig III.A-2**). Le milieu considéré contient diverses particules dont la densité par unité de volume est notée ν_0 .

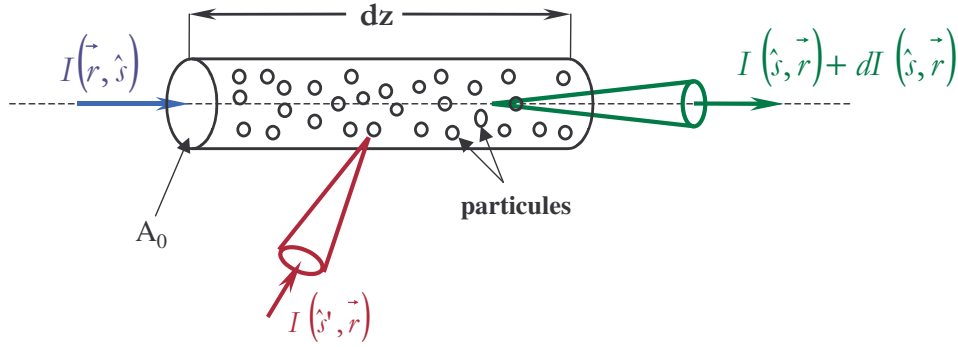


Figure III.A-2: Transfert d'énergie spécifique à travers un cylindre rempli de particules

Nous voulons calculer la variation de l'intensité incidente sur le volume dans la direction \hat{s} , soit $dI(\hat{s})$. Nous devons donc considérer les contributions de chacune des particules du volume.

Soit aussi une intensité incidente sur le volume suivant la direction \hat{s}' : l'intensité concernée par l'angle solide correspond à la puissance incidente sur une particule du volume cylindrique.

Si nous sommes alors les puissances diffusées par toutes les particules du volume (qui sont alors au nombre de $\nu_0 A_0 dz$), nous pouvons calculer la variation du vecteur de Stokes. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$\overrightarrow{dF}_m(\hat{s}) = \frac{\nu_0 A_0 dz}{r^2} \langle [L_m] \rangle \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' \quad (\text{III.A-20})$$

Nous précisons enfin que $\overrightarrow{dF}_m(\hat{s})$ et $\vec{F}_m(\hat{s}) = \vec{I}(\hat{s}') d\Omega'$ sont en $W \cdot m^{-2}$.

Sachant alors que $d\Omega = \frac{A_0}{r^2}$, l'équation (III.A-20) devient :

$$\overrightarrow{dF}_m(\hat{s}) = (\nu_0 d\Omega dz) \langle [L_m] \rangle \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' \quad (\text{ III.A-21 })$$

Si nous divisons alors les deux membres de l'équation précédente par la longueur dz du volume cylindrique, nous obtenons :

$$\frac{\overrightarrow{dF}_m(\hat{s})}{dz} = (\nu_0 d\Omega) \langle [L_m] \rangle \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' \quad (\text{ III.A-22 })$$

Enfin, pour faire intervenir dans l'expression des vecteurs de Stokes intensité, qui s'expriment en $W.m^{-2}.sr^{-1}$, nous divisons les deux membres de l'équation (III.A-22) par $d\Omega$.

$$\frac{\overrightarrow{dI}(\hat{s})}{d\Omega} = \nu_0 \langle [L_m] \rangle \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' = P(\hat{s}, \hat{s}') \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' \quad (\text{ III.A-23 })$$

La quantité $P(\hat{s}, \hat{s}') = \nu_0 \langle [L_m] \rangle$ est la **matrice de phase**.

L'expression (III.A-23) considère la diffusion dans la direction \hat{s} due à une seule direction d'incidence \hat{s}' . Pour calculer la contribution de toutes les particules du volume de longueur dz , il faut intégrer sur toutes les directions \hat{s}' :

$$\frac{\overrightarrow{dI}(\hat{s})}{d\Omega} = \int_{4\pi} P(\hat{s}, \hat{s}') \vec{I}(\hat{s}') d\Omega' \quad (\text{ III.A-24 })$$

Cette dernière expression est bien celle qui intervient dans l'équation du transfert radiatif (III.A-7).

I.3. LA MATRICE D'EXTINCTION

Les variations du vecteur de Stokes intensité lors de la propagation de l'onde dans le volume élémentaire sont aussi dues à l'absorption par le milieu environnant et à la diffusion par les particules [54], [56].

Cet effet est pris en compte par le terme $\frac{d\vec{I}(\hat{s})}{dz} = -\kappa_e \vec{I}(\hat{s})$ (III.A-25)

où κ_e est la **matrice d'extinction**.

Soit σ_e la section efficace d'extinction d'une particule ; σ_e est la somme des sections efficaces dues aux phénomènes d'absorption σ_{ab} et de diffusion de l'onde σ_s (III.A-26).

$$\sigma_e = \sigma_s + \sigma_{ab} \quad (\text{ III.A-26 })$$

D'après l'Optique Géométrique, ces pertes vont dépendre de l'onde diffusée. Elles s'expriment en fonction de la partie imaginaire de l'amplitude de l'onde calculée dans la direction spéculaire (III.A-27).

$$\sigma_e = \frac{4\pi}{k} \Im m(S_{pp}(\theta_i, \varphi_i; \theta_i, \varphi_i)) \quad (\text{ III.A-27 })$$

k étant le nombre d'onde.

☞ Si la densité de particules dans un milieu est de ν_0 (toutes les particules étant uniformes), alors $\kappa_e = \nu_0 \sigma_e$.

☞ Si les particules sont sphériques, la matrice d'extinction est une matrice diagonale. σ_e est la même pour toutes les polarisations.

$$\kappa_e = \begin{pmatrix} \kappa_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_e \end{pmatrix} \quad (\text{ III.A-28 })$$

☞ Ishimaru [28] a montré que dans le cas général de particules non sphériques, la matrice d'extinction est de la forme suivante :

$$\kappa_e = \begin{pmatrix} -2\Re e(M_{vv}) & 0 & \Re e(M_{vb}) & \Im m(M_{vb}) \\ 0 & -2\Re e(M_{bb}) & -\Re e(M_{bv}) & \Im m(M_{bv}) \\ -2\Re e(M_{bv}) & -2\Re e(M_{vb}) & -\Re e(M_{vv} + M_{bb}) & \Im m(M_{vv} - M_{bb}) \\ 2\Im m(M_{bv}) & -2\Im m(M_{vb}) & -\Im m(M_{vv} - M_{bb}) & -\Re e(M_{vv} + M_{bb}) \end{pmatrix} \quad (\text{ III.A-29 })$$

$$\text{avec } M_{m,n} = \frac{-2j\pi\nu_0}{k_0} \langle S_{mn}(\theta_i, \varphi_i; \theta_i, \varphi_i) \rangle ; m, n = v, b \quad (\text{ III.A-30 })$$

Nous avons défini dans cette section l'équation du transfert radiatif et les divers paramètres importants intervenant dans son second membre. La résolution de cette équation a été reportée en annexe F.

Dans la section suivante, nous allons utiliser les résultats obtenus par la résolution de l'équation différentielle (III.A-1) pour évaluer la diffusion de volume d'un milieu isotrope et semi-infini.

II. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION VOLUMIQUE

II.1. EXPRESSION DE L'INTENSITE DIFFUSEE

II.1.1. Expression générale

Dans l'introduction de la section I, nous considérons une onde électromagnétique se propageant dans un milieu non diffusant contenant diverses particules (fig III.A-3).

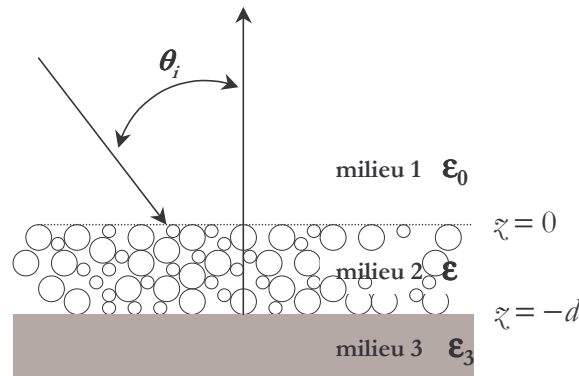


Figure III.A-3 : Géométrie de la diffusion par un milieu multi-couche

L'expression de l'amplitude du vecteur de Stokes intensité diffusé par ce milieu est donnée en annexe F et ne sera pas rappelée ici.

Nous allons à présent caractériser le type de milieu que nous allons étudier et appliquer les diverses modifications qui s'en suivent à l'équation générale.

II.1.2. Cas du milieu semi-infini et isotrope

☞ Le milieu est semi-infini

Pour notre étude, nous supposons que les milieux auxquels nous nous intéressons apparaissent comme semi-infinis aux fréquences considérées [50]. En effet, travaillant à des fréquences millimétriques, plus précisément entre 35 et 94 GHz, la longueur d'onde

varie de 3 à 7 *mm*. De plus, nous avons observé que la plupart des sols concernés par notre étude présentent des épaisseurs souvent supérieures à $\lambda \times 10$, voire $\lambda \times 20$. Compte tenu de l'atténuation rapide des ondes (à cette fréquence, la profondeur de pénétration dans l'asphalte est de 1.8 *cm*, et elle est de 0.6 *cm* dans le béton), nous pouvons vérifier notre hypothèse.

Ainsi, si nous considérons que le milieu est semi-infini, le milieu 3 n'existe pas ; la matrice de réflexion $R_{23}(\mu)$ est une matrice nulle.

$$R_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.A-31})$$

De plus, d , qui est l'épaisseur de la couche 2 (**fig III.A-3**), tend vers l'infini.

L'expression de l'intensité diffusée donnée en annexe F par (**F-36**) est modifiée et devient alors :

$$I_q^s(\mu_s, \phi_s, \xi = 0^+) = \frac{1}{\mu_s} T_{21}(\mu_2) A_4(\mu_s, \phi_s; -\mu_i, \phi_i) T_{12}(-\mu_i) I_p^i(-\mu_2, \phi_i, \xi = 0^+) \quad (\text{III.A-32})$$

$$\text{où } A_4(\mu_s, \phi_s; -\mu_i, \phi_i) = \int_{-\infty}^0 e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu} \xi'} P(\mu_s, \phi_s; -\mu_i, \phi_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i} \xi'} d\xi' \quad (\text{III.A-33})$$

les indices p et q dénotent respectivement les polarisations d'émission et de réception.

Seul le phénomène de diffusion par une particule (**fig III.A-4**) est alors encore considéré (**annexe F**).



Figure III.A-4 : Mécanismes de diffusion de volume pris en compte au 1^{er} ordre dans le cas d'un milieu semi-infini

Il reste alors à déterminer la matrice d'extinction $\kappa_e(\mu)$ et la matrice de phase $P(\mu_s, \phi_s; -\mu_i, \phi_i)$.

☞ Le milieu est isotrope

Nous considérons donc un milieu contenant des particules non sphériques placées de manière isotrope [29].

Cas de la matrice d'extinction :

Nous rappelons d'abord, pour plus de commodité dans la lecture l'expression de la matrice d'extinction.

$$\mathbf{\kappa}_e = \begin{pmatrix} -2\Re(M_{vv}) & 0 & \Re(M_{vb}) & \Im(M_{vb}) \\ 0 & -2\Re(M_{bb}) & -\Re(M_{bv}) & \Im(M_{bv}) \\ -2\Re(M_{bv}) & -2\Re(M_{vb}) & -\Re(M_{vv} + M_{bb}) & \Im(M_{vv} - M_{bb}) \\ 2\Im(M_{bv}) & -2\Im(M_{vb}) & -\Im(M_{vv} - M_{bb}) & -\Re(M_{vv} + M_{bb}) \end{pmatrix}$$

avec $M_{m,n} = \frac{-2j\pi\nu_0}{k_0} \langle S_{mn}(\theta_i, \varphi_i; \theta_i, \varphi_i) \rangle ; m, n = v, b$

Dans un milieu isotrope, la propagation de l'onde est indépendante de la polarisation, donc l'extinction est la même que la polarisation soit verticale ou horizontale. Ainsi $M_{vv} = M_{bb}$, les éléments diagonaux de la matrice sont identiques. De plus nous supposons que le couplage entre les polarisations horizontale et verticale est nul lors d'une diffusion dans la direction spéculaire, réduisant ainsi à zéro tous les éléments non-diagonaux de la matrice.

La matrice d'extinction est donc une matrice diagonale pour les milieux isotropes que nous considérons (**III.A-34**).

$$\mathbf{\kappa}_e = \begin{pmatrix} \kappa_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_e \end{pmatrix} \quad (\text{III.A-34})$$

Cas de la matrice de phase :

Nous rappelons l'expression de cette matrice.

$$P(\hat{s}, \hat{s}') = \nu_0 \langle [L_m] \rangle$$

$[L_m]$ qui est la matrice de Mueller est donnée précédemment (**III.A-19**).

ν_0 est la densité par unité de volume des particules du milieu considéré.

Le fait que la propagation soit indépendante de la polarisation entraîne que $|S_{vv}| = |S_{hh}|$. Les éléments des polarisations principale et croisée sont statistiquement décorrélés, ainsi les produits de la forme $\langle S_{pp} S_{qp} \rangle$ sont tous nuls. Enfin, la réciprocité entraîne que $|S_{hv}| = |S_{vh}|$.

La matrice de phase est donc de la forme :

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & 0 & 0 \\ p_2 & p_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 + p_2 & -p_4 \\ 0 & 0 & p_4 & p_3 - p_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.A-35})$$

Les termes p_i sont des termes constants ne dépendant pas des angles mais propres à chaque matériau [29], [35], [50].

L'intensité diffusée s'exprime par (III.A-36) et (III.A-37) (annexe F). Nous pouvons alors déterminer $A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i)$ puisque nous connaissons à présent la forme des matrices d'extinction et de phase.

$$A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) = \int_{-\infty}^0 e^{\kappa_e \left(\frac{1}{\mu_s} + \frac{1}{\mu_i} \right) z'} P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) dz' \quad (\text{III.A-36})$$

$$\text{Posons } \kappa_1 = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_s} \right) \kappa_e \quad (\text{III.A-37})$$

$$\text{Ainsi } A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) = \int_{-\infty}^0 e^{\kappa_1 z'} P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) dz'$$

$$\begin{aligned} A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) &= P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) \int_{-\infty}^0 e^{\kappa_1 z'} dz' \\ &= P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) \left[\frac{1}{\kappa_1} e^{\kappa_1 z'} \right]_{-\infty}^0 \end{aligned}$$

$$\text{Nous trouvons enfin : } A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) = \frac{1}{\kappa_1} P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) \quad (\text{III.A-38})$$

D'où l'expression de l'intensité diffusée :

$$I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \zeta = 0^+) = \frac{1}{\mu_s \kappa_1} T_{21}(\mu_s) P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) T_{12}(-\mu_i) I_p^i \quad (\text{III.A-39})$$

$$\text{avec } \kappa_1 = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_s} \right) \kappa_e$$

II.2. EXPRESSION DU COEFFICIENT DE DIFFUSION VOLUMIQUE

II.2.1. Expression générale du coefficient de diffusion en fonction de l'intensité diffusée

Nous recherchons l'expression du coefficient de diffusion d'une cible connaissant l'expression de l'intensité diffusée.

$$\text{Nous savons d'une part que : } \sigma_{qp}^0 \left(m^2 / m^2 \right) = \frac{4\pi r^2}{A_0} \frac{|E_q^s|^2}{|E_p^i|^2} \quad (\text{III.A-40})$$

où A_0 est la surface illuminée.

Nous supposons que r est suffisamment grand pour satisfaire à la condition de champ lointain.

$$\text{D'autre part : } I_p^i = \frac{1}{\eta} |E_p^i|^2 \quad (\text{III.A-41})$$

où η est l'impédance intrinsèque du milieu.

De plus lorsque la cible considérée est constituée de plusieurs diffuseurs, comme c'est le cas ici, la puissance diffusée s'écrit à partir de l'intensité diffusée par la relation :

$$I_q^s = \frac{1}{\eta d\Omega} |E_q^s|^2 \quad (\text{III.A-42})$$

$$\text{avec } d\Omega = \frac{A_0 \cos\theta_s}{r^2} \quad (\text{III.A-43})$$

$$\text{d'où } |E_q^s|^2 = \eta d\Omega I_q^s = \frac{\eta A_0 \cos\theta_s}{r^2} I_q^s \quad (\text{III.A-44})$$

Nous remplaçons donc $|E_p^i|^2$ et $|E_q^s|^2$ par leur expression fonction de I_p^i et de I_q^s (soient (III.A-41) et (III.A-44)) dans (III.A-40).

$$\sigma_{qp}^0 = \frac{4\pi r^2}{A_0} \frac{\eta A_0 \cos\theta_s}{r^2} \times \frac{1}{\eta} \frac{I_q^s}{I_p^i}$$

$$\text{d'où } \sigma_{qp}^0 \left(m^2 / m^2 \right) = 4\pi \cos\theta_s \frac{I_q^s}{I_p^i} \quad (\text{ III.A-45 })$$

La relation (III.A-45) nous permettra donc, connaissant l'intensité diffusée par une milieu considéré et l'intensité incidente, de calculer le coefficient de diffusion volumique de ce milieu.

II.2.2. Expression analytique du coefficient de diffusion : cas du milieu semi-infini et isotrope

D'après (III.A-39) et (III.A-45), le coefficient de diffusion volumique s'exprime de la façon suivante :

$$\sigma_{qp}^0 = \frac{4\pi \cos\theta_s}{\mu_s \kappa_1} T_{21}(\mu_s) P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) T_{12}(-\mu_i) \quad (\text{ III.A-46 })$$

$$\text{avec } \kappa_1 = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_s} \right) \kappa_e$$

En remplaçant μ_i et μ_s respectivement par $\cos\theta_i$ et $\cos\theta_s$, (III.A-46) devient :

$$\sigma_{qp}^0 = \frac{4\pi \cos\theta_i \cos\theta_s}{\kappa_e (\cos\theta_i + \cos\theta_s)} T_{21}(\mu_s) P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) T_{12}(-\mu_i) \quad (\text{ III.A-47 })$$

Or les termes de la matrice de phase (III.A-47) sont indépendants des angles et sont constants pour un matériau donné ; posons alors :

$$P(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) = P \quad (\text{ III.A-48 })$$

Calculons d'abord le produit de matrices $T_{21}(\boldsymbol{\mu}_s)P T_{12}(-\boldsymbol{\mu}_i)$:

$$T_{21}(\boldsymbol{\mu}_s)P T_{12}(-\boldsymbol{\mu}_i) = \begin{bmatrix} |t_{21}^v|^2 p_1 |t_{12}^v|^2 & |t_{21}^v|^2 p_2 |t_{12}^b|^2 & 0 & 0 \\ |t_{21}^b|^2 p_2 |t_{12}^v|^2 & |t_{21}^b|^2 p_1 |t_{12}^b|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & Z \\ 0 & 0 & Y & W \end{bmatrix} \quad (\text{III.A-49})$$

Les termes X , Y , Z et W sont donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} X &= \left\{ (p_3 + p_2) \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) - p_4 \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Re e \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ &\quad - \left\{ p_4 \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) + (p_3 - p_2) \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Im m \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ Y &= \left\{ (p_3 + p_2) \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) - p_4 \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Im m \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ &\quad + \left\{ p_4 \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) + (p_3 - p_2) \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Re e \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ Z &= \left\{ -(p_3 + p_2) \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) - p_4 \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Re e \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ &\quad - \left\{ -p_4 \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) + (p_3 - p_2) \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Im m \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ W &= \left\{ -(p_3 + p_2) \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) - p_4 \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Im m \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \\ &\quad + \left\{ -p_4 \Im m \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) + (p_3 - p_2) \Re e \left(t_{12}^v t_{12}^{b*} \right) \right\} \Re e \left(t_{21}^v t_{21}^{b*} \right) \end{aligned}$$

Seul le premier cadran de la matrice permet de calculer les coefficients de diffusion dans les divers états de polarisation.

Ainsi :

$$\sigma_{vv}^0 = 4\pi \frac{\cos\theta_i \cos\theta_s}{(\cos\theta_i + \cos\theta_s)} \frac{\cos\theta_s \cos\theta_2}{\cos\theta_j \cos\theta_3} \left| t_{21}^v \right|^2 \frac{p_1}{\kappa_e} \left| t_{12}^v \right|^2 \quad (\text{III.A-50})$$

$$\sigma_{bv}^0 = 4\pi \frac{\cos\theta_i \cos\theta_s}{(\cos\theta_i + \cos\theta_s)} \frac{\cos\theta_s \cos\theta_2}{\cos\theta_i \cos\theta_3} \left| t_{21}^b \right|^2 \frac{p_2}{\kappa_e} \left| t_{12}^v \right|^2 \quad (\text{III.A-51})$$

$$\sigma_{bb}^0 = 4\pi \frac{\cos\theta_i \cos\theta_s}{(\cos\theta_i + \cos\theta_s)} \frac{\cos\theta_s \cos\theta_2}{\cos\theta_i \cos\theta_3} \left| t_{21}^b \right|^2 \frac{p_1}{\kappa_e} \left| t_{12}^b \right|^2 \quad (\text{III.A-52})$$

$$\sigma_{vb}^0 = 4\pi \frac{\cos\theta_i \cos\theta_s}{(\cos\theta_i + \cos\theta_s)} \frac{\cos\theta_s \cos\theta_2}{\cos\theta_i \cos\theta_3} \left| t_{21}^v \right|^2 \frac{p_2}{\kappa_e} \left| t_{12}^b \right|^2 \quad (\text{III.A-53})$$

Les angles θ_2 et θ_3 sont évalués par les lois de la réfraction (fig III.A-5).

$$\sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta_i = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta_2 \quad (\text{III.A-54})$$

$$\sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta_3 = \sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta_s \quad (\text{III.A-55})$$

où $\varepsilon_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0$

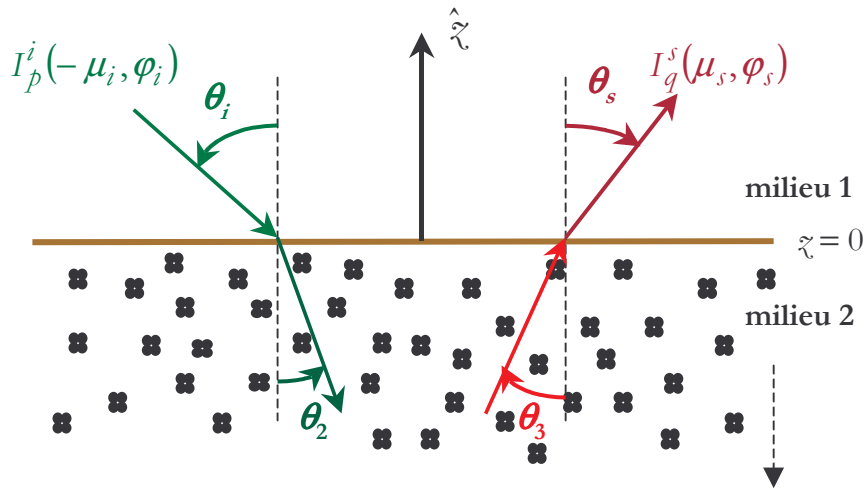


Figure III.A-5 : Configuration d'étude du milieu étudié

Les coefficients de transmission dans les deux polarisations sont déterminés à partir des équations de continuité à l'interface des deux milieux [14]. Dans la plupart des cas, ils s'expriment en fonction des angles mis en jeu (angle incident et angle réfracté).

Nous détaillons dans les lignes suivantes les étapes des calculs conduits pour exprimer les coefficients de transmission seulement en fonction des angles connus θ_i et θ_s [4].

$$\Leftrightarrow t_{12}^b = \frac{2\sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_i}{\sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_i + \sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_2} \quad (\text{III.A-56})$$

$$t_{12}^b = \frac{2\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i} + \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_0}} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}}$$

$$\text{or } \sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta_i = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sin \theta_i$$

$$\text{donc } t_{12}^b = \frac{2\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i} + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i}} \quad (\text{III.A-57})$$

$$\Leftrightarrow t_{12}^v = \frac{2\sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_i}{\sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_i + \sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_2} \quad (\text{III.A-58})$$

$$t_{12}^v = \frac{2\sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}}{\sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i} + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2}}$$

$$\text{donc } t_{12}^v = \frac{2\sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}}{\varepsilon_r \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i} + \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_i}} \quad (\text{III.A-59})$$

$$\Leftrightarrow t_{21}^b = \frac{2\sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_3}{\sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_3 + \sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_s} \quad (\text{III.A-60})$$

$$t_{21}^b = \frac{2\sqrt{1 - \sin^2 \theta_3}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_3} + \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_2}} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s}}$$

$$\text{or } \sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta_3 = \sqrt{\varepsilon_0} \sin \theta_s \Rightarrow \sin \theta_3 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sin \theta_s$$

$$\text{donc } t_{21}^b = \frac{2\sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s}}{\sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} + \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s}} \quad (\text{III.A-61})$$

$$\Leftrightarrow t_{21}'' = \frac{2\sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_3}{\sqrt{\varepsilon_0} \cos\theta_3 + \sqrt{\varepsilon_2} \cos\theta_s} \quad (\text{III.A-62})$$

$$t_{21}'' = \frac{2\sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_3}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_3} + \sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s}}$$

$$\text{donc } t_{21}'' = \frac{2\sqrt{\varepsilon_r} \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s}}{\sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta_s} + \varepsilon_r \sqrt{1 - \sin^2 \theta_s}} \quad (\text{III.A-63})$$

III. ETUDE NUMERIQUE

Nous voulons, dans cette section, présenter un exemple d'application de la Théorie du Transfert Radiatif. Pour ce faire, nous nous intéressons aux mêmes surfaces que pour le calcul de la diffusion de surface, soit des routes en asphalte ; nous présenterons aussi quelques résultats sur le cas d'une route en béton.

Nous considérons pour cette étude que l'interface est lisse. La rugosité introduit une diffusion de surface qui a, en effet, été évaluée dans le chapitre II.

III.1. DETERMINATION DES MATRICES DE PHASE ET D'EXTINCTION POUR LES SOLS ETUDIÉS

Nous rappelons d'abord les expressions des matrices d'extinction et de phase :

$$\mathbf{\kappa}_e = \begin{pmatrix} \kappa_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_e \end{pmatrix} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & 0 & 0 \\ p_2 & p_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 + p_2 & -p_4 \\ 0 & 0 & p_4 & p_3 - p_2 \end{bmatrix}$$

Comme nous l'avons déjà signalé, les termes κ_e et p_i ($i=1,\dots,4$) sont des termes constants qui ne dépendent ni de l'angle d'incidence, ni de l'angle de diffusion mais qui sont propres à chaque matériau.

Les caractéristiques géométriques et diélectriques des particules constituant des routes en asphalte et en béton ne peuvent être répertoriées sans ambiguïté. Ainsi l'utilisation des

méthodes classiques de calcul des matrices de phase et d'extinction [56] n'est pas appropriée dans le cas de notre étude.

Par contre pour déterminer les divers coefficients nous nous sommes inspirés de la méthode de mesure utilisée et présentée par J.R Kendra dans [29]. Connaissant la forme des matrices dans le cas de milieux isotropes, des mesures ont été directement réalisées sur les sols. Les divers termes ont été ensuite déterminés après l'utilisation de logiciels d'inversion et d'optimisation qui ont permis de réduire au mieux les écarts entre les résultats obtenus par des expressions théoriques et les valeurs expérimentales. La méthode est plus amplement exposée dans [29], [30].

Les termes des matrices de phase et d'extinction ont été calculés pour un matériau donné et à une certaine fréquence. A 94GHz , ceux de l'asphalte et du béton sont répertoriés dans le tableau ci-dessous [35], [50].

	p_1 / κ_e	p_2 / κ_e	p_3 / κ_e	p_4 / κ_e
Asphalte	2.36×10^{-2}	4.72×10^{-3}	1.16×10^{-3}	1.40×10^{-3}
Béton	6.40×10^{-3}	6.80×10^{-4}	3.40×10^{-3}	2.20×10^{-3}

Tableau III.A-1 : Eléments normalisés de la matrice de phase de l'asphalte et du béton

Connaissant alors toutes les expressions et les valeurs des termes intervenant dans les relations (III.A-50) à (III.A-53), nous pouvons à présent nous intéresser aux variations du coefficient de diffusion volumique.

III.2. ETUDE EN RETRODIFFUSION & A INCIDENCE RASANTE

Les expressions du coefficient de diffusion bistatique sont données pour chaque cas de polarisation par les équations (III.A-50) à (III.A-53). Nous appliquons ces formulations au cas de la diffusion monostatique.

Notre première étude a donc porté sur l'évolution de la rétrodiffusion en fonction de l'angle d'incidence.

Les figures (fig III.A-6) et (fig III.A-7) montrent les variations du coefficient de rétrodiffusion volumique d'une surface en asphalte, puis d'une surface en béton, en fonction de l'angle d'incidence (qui varie de 0° à 90°).

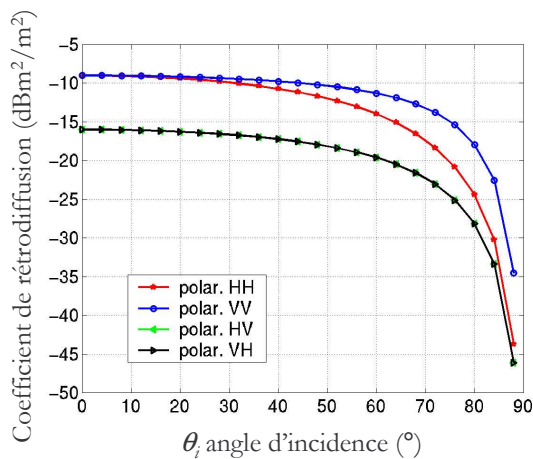


Figure III.A-6 : Rétrodiffusion volumique en fonction de l'incidence par une surface en asphalte

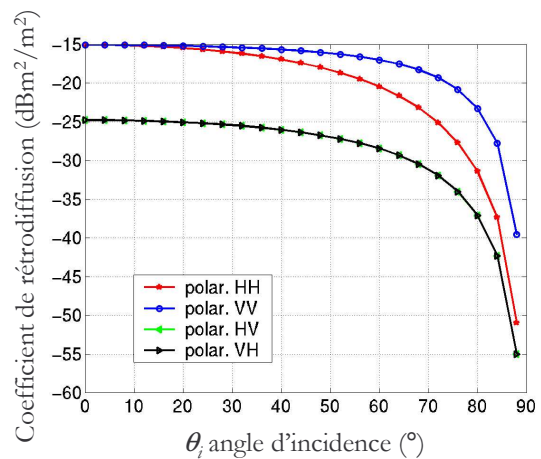
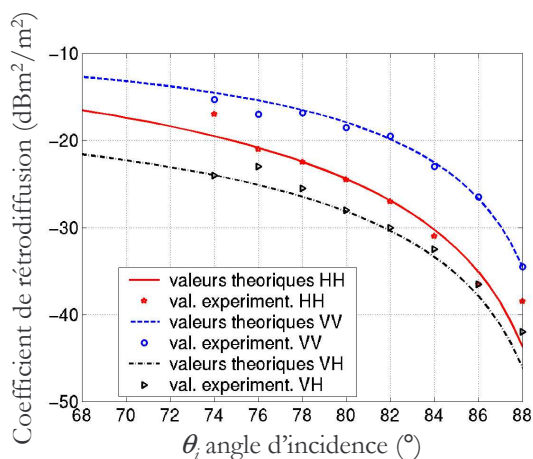


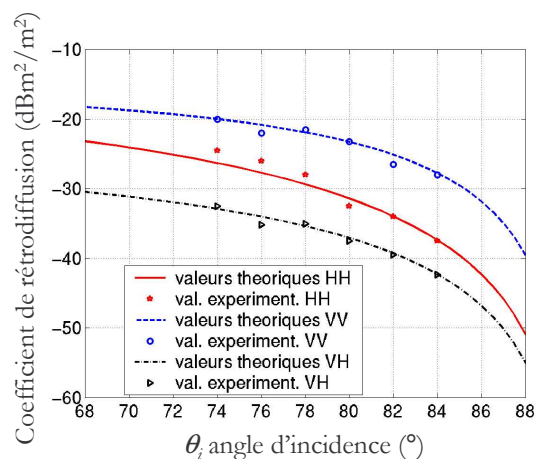
Figure III.A-7 : Rétrodiffusion volumique en fonction de l'incidence par une surface en béton

Nous observons que le coefficient de rétrodiffusion est pratiquement constant jusqu'à un angle égal à environ 50° , puis il diminue rapidement lorsque l'incidence devient de plus en plus rasante.

La figure suivante ((**fig III.A-8**)) présente un aperçu des comparaisons que nous avons effectuées, à incidence rasante, entre les valeurs théoriques obtenues par application de la Théorie du Transfert Radiatif et des mesures expérimentales recueillies dans la littérature [35], [50]. Nous soulignons une bonne adéquation entre les deux types de résultats.



a)



b)

Figure III.A-8 : Comparaison entre les valeurs théoriques du coefficient de rétrodiffusion et des valeurs expérimentales pour a) une surface en asphalte, b) une surface en béton

III.3. ETUDE DE LA DIFFUSION BISTATIQUE DE VOLUME

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'évolution de la diffusion volumique bistatique des surfaces en asphalte et en béton considérées dans le paragraphe précédent. Les résultats que nous avons obtenus sont représentés sur les figures (**fig III.A-8**) et (**fig III.A-10**) pour une surface en asphalte, et sur les figures (**fig III.A-11**) et (**fig III.A-12**) pour une surface en béton.

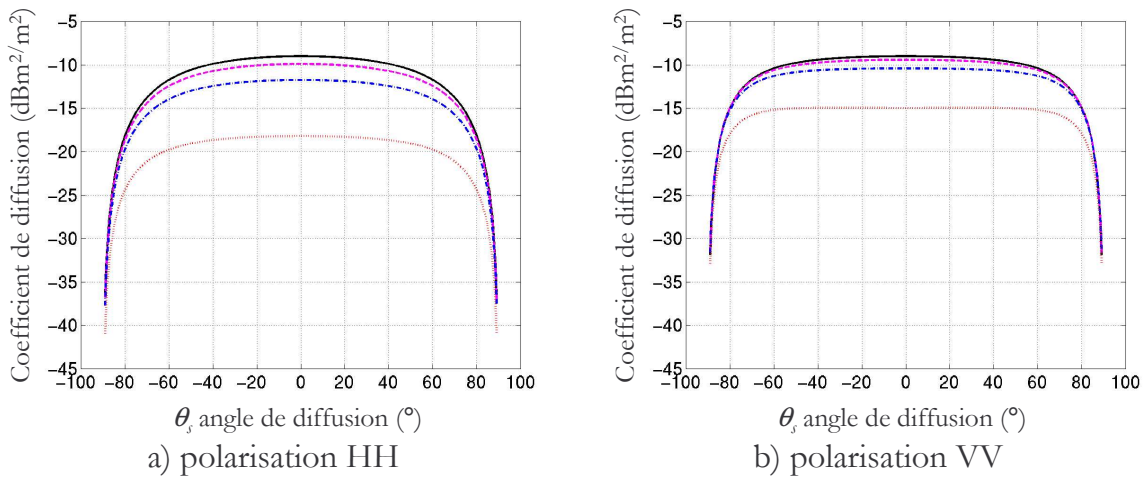


Figure III.A-9 : Evolution du coefficient bistatique de diffusion volumique en co-polarisations pour une surface en asphalte et pour divers angles d'incidence : $\theta_i = 0^\circ$ (courbe en trait plein), $\theta_i = 40^\circ$ (courbe en tirets), $\theta_i = 60^\circ$ (courbe en tiret-point), $\theta_i = 80^\circ$ (courbe en pointillés)

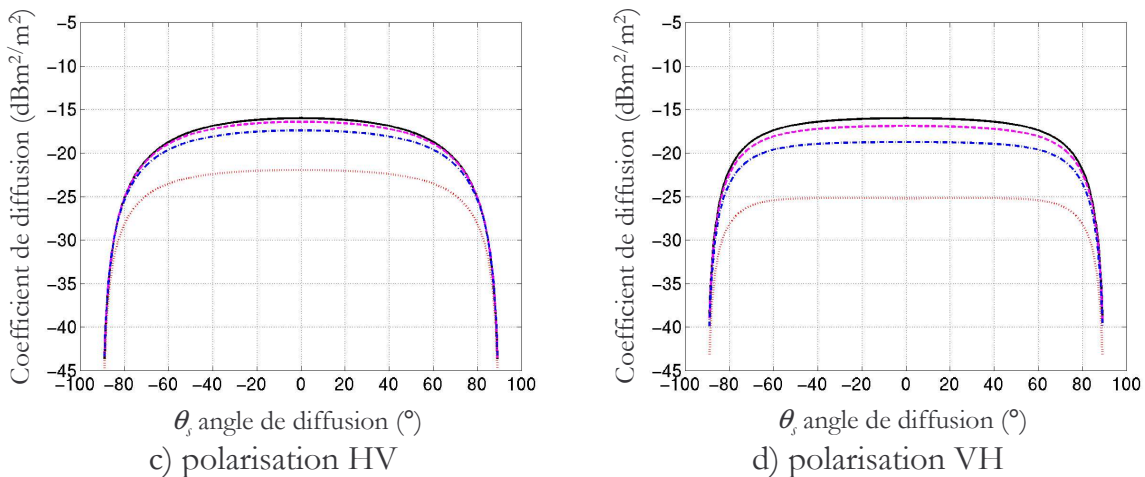


Figure III.A-10 : Evolution du coefficient bistatique de diffusion volumique en polarisations croisées pour une surface en asphalte et pour divers angles d'incidence : $\theta_i = 0^\circ$ (courbe en trait plein), $\theta_i = 40^\circ$ (courbe en tirets), $\theta_i = 60^\circ$ (courbe en tiret-point), $\theta_i = 80^\circ$ (courbe en pointillés)

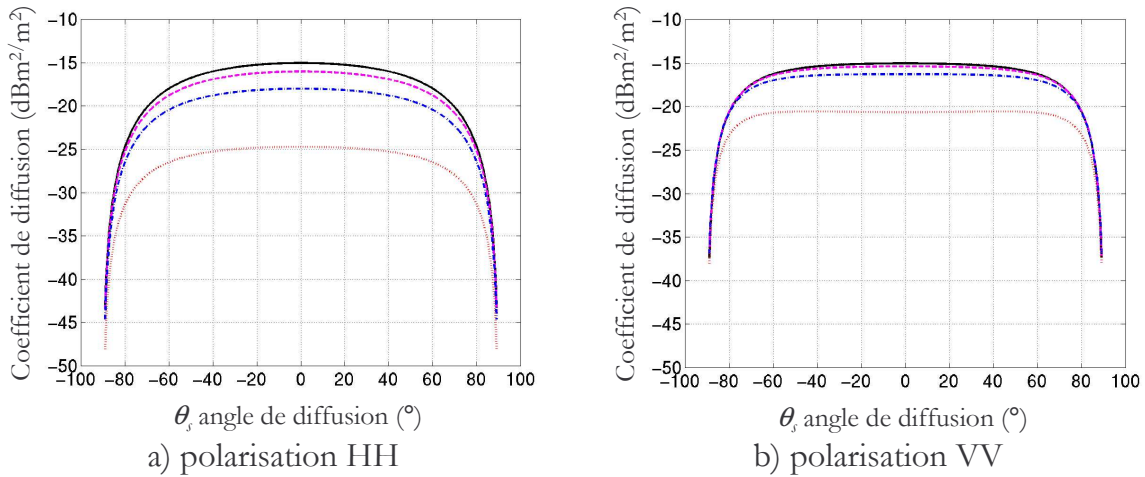


Figure III.A-11 : Evolution du coefficient bistatique de diffusion volumique en co-polarisations pour une surface en béton et pour divers angles d'incidence : $\theta_i = 0^\circ$ (courbe en trait plein), $\theta_i = 40^\circ$ (courbe en tirets), $\theta_i = 60^\circ$ (courbe en tiret-point), $\theta_i = 80^\circ$ (courbe en pointillés)

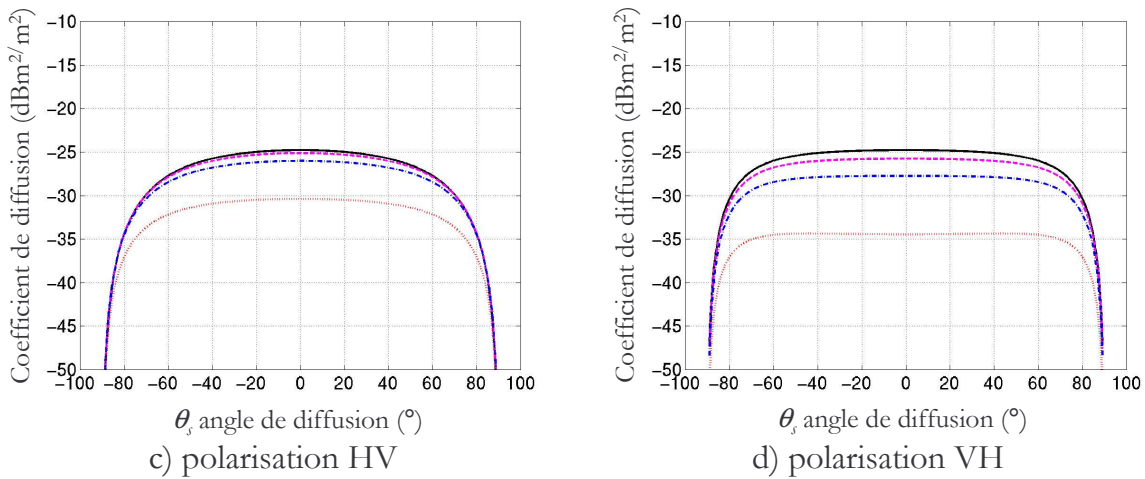


Figure III.A-12 : Evolution du coefficient bistatique de diffusion volumique en polarisations croisées pour une surface en béton et pour divers angles d'incidence : $\theta_i = 0^\circ$ (courbe en trait plein), $\theta_i = 40^\circ$ (courbe en tirets), $\theta_i = 60^\circ$ (courbe en tiret-point), $\theta_i = 80^\circ$ (courbe en pointillés)

Les diagrammes de diffusion sont symétriques. La diffusion semble être isotrope, mais la puissance diffusée est plus faible au niveau des angles rasants où elle tend à s'annuler totalement (comportement que nous avons souligné lors de l'étude en rétrodiffusion). L'onde incidente sur chacune des particules est en effet diffusée dans toutes les directions, mais les directions loin des angles rasants restent privilégiées.

Notons aussi que le niveau du coefficient de diffusion varie peu lorsque l'incidence est comprise entre 0° et 60° , puis il diminue plus rapidement lorsque l'incidence devient rasante (courbe en pointillés).

IV. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons présenté la Théorie du Transfert Radiatif qui est la méthode électromagnétique utilisée pour calculer la diffusion de volume. Tous les développements mathématiques relatifs à cette méthode sont disponibles en annexe F.

Nous avons réalisé des études des variations du coefficient de diffusion dans les cas monostatique et bistatique. En rétrodiffusion, quelques validations ont pu être réalisées à partir des données proposées dans la littérature. Dans le cas des matériaux concernés, nous avons pu observer un bon accord entre les résultats théoriques et les valeurs expérimentales.

Dans la partie suivante, nous calculerons la diffusion totale par une surface rugueuse à partir d'une utilisation conjointe de l'IEM (**voir chapitre II**) et de la Théorie du Transfert Radiatif et nous validerons les résultats obtenus.

CHAPITRE III, PARTIE B :

CALCUL DE LA DIFFUSION TOTALE PAR LES SURFACES DIELECTRIQUES

I. INTRODUCTION

Cette partie est consacrée au calcul de la diffusion totale par les surfaces rugueuses, en considérant d'une part la contribution due aux irrégularités de l'interface (diffusion de surface), d'autre part la composante due aux inclusions dans le milieu (diffusion de volume).

Pour évaluer la diffusion totale nous sommerons simplement les coefficients de diffusion surfacique et volumique (**II.B-1**) calculés respectivement dans les premières parties des chapitres II et III [35], [38].

$$\sigma_{qp_{tot}}^s = \sigma_{qp_{surf}}^s + \sigma_{qp_{vol}}^s \quad (\text{III.B-1})$$

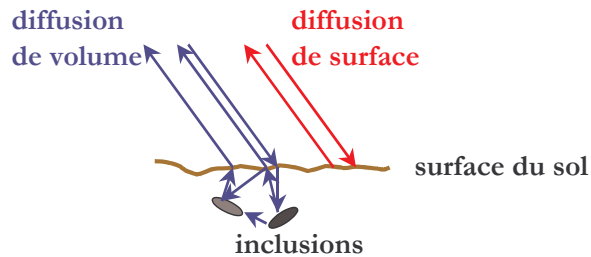


Figure III.B-1 : Calcul de la diffusion totale

Remarquons que la diffusion de surface et la diffusion de volume sont souvent décorréelées l'une de l'autre comme le soulignent Li & al. dans [35]. Pour le vérifier, nous avons étudié l'influence de l'augmentation de la hauteur rms sur la quantité de puissance transmise suivant le lobe principal. Les figures (**fig III.B-2a**) et **b**) montrent, pour les polarisations HH et VV, que pour une hauteur rms variant de 0 à 0.6 mm , le niveau du lobe principal change peu, et il faut atteindre des rugosités importantes telles que $s_z = 1.0 \text{ mm}$ pour observer une variation significative.

Rappelons que nous considérons la même surface en asphalte que dans le chapitre II, l'incidence étant toujours fixée à 40° (donc $\theta_2 = 21.1^\circ$).

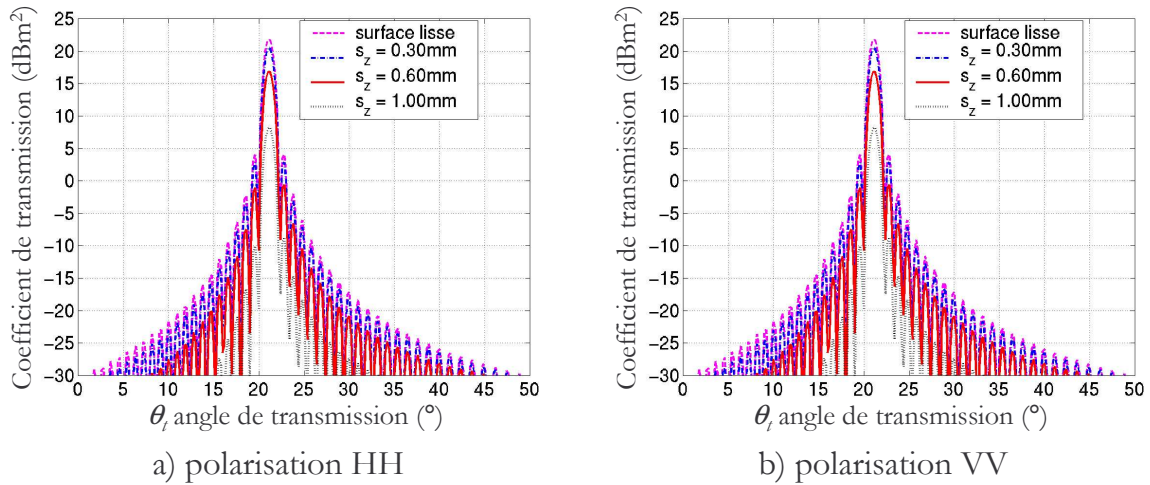


Figure III.B-2 : Evolution en fonction de la rugosité de la surface de la transmission dans le lobe principal

II. ETUDE PARAMETRIQUE

II.1. ETUDE EN RETRODIFFUSION ET A INCIDENCE RASANTE

Nous procédons dans un premier temps à une étude en rétrodiffusion à incidence rasante. Comme cela a déjà été annoncé, le coefficient total est calculé en additionnant les coefficients de rétrodiffusion surfacique et volumique.

Nous considérons les cas d'une surface peu rugueuse, puis très rugueuse, afin de mettre en évidence l'influence de la composante surfacique sur la diffusion totale.

Nous nous intéressons dans un premier temps à une surface en asphalte dont la hauteur rms $s_{\tilde{x}}$ varie de 0.30 mm à 0.90 mm et dont la longueur de corrélation l_c est égale à 6.30 mm , puis à une surface en béton, caractérisée par $l_c = 38.20\text{ mm}$ et $s_{\tilde{x}}$ variant de 0.20 mm à 0.80 mm (DDE). Ceci permettra de faire ressortir le comportement de la rétrodiffusion totale pour deux surfaces présentant des profils de rugosité différents.

Dans le cas de la surface en asphalte ((**fig III.B-3**) et (**fig III.B-4**)), lorsque la rugosité est faible, la rétrodiffusion totale est principalement due au volume. Lorsque $s_{\tilde{x}}$ passe de $\lambda/10$ à $\lambda/3$, la rétrodiffusion de surface augmente globalement d'environ 15 dB , la rétrodiffusion totale est alors essentiellement due à la composante surfacique.

Dans le cas de la surface en béton ((**fig III.B-5**) et (**fig III.B-6**)), les irrégularités sont pratiquement inexistantes ; ainsi, même quand nous multiplions la hauteur rms $s_{\tilde{x}}$ par

quatre, le coefficient de diffusion surfacique augmente d'environ 20dB, mais reste toutefois très inférieur à la composante volumique.

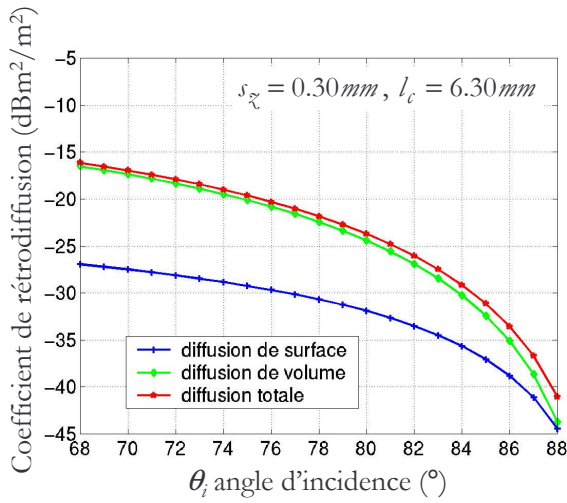


Figure III.B-3 : Rétrodiffusion totale par une surface en asphalte peu rugueuse

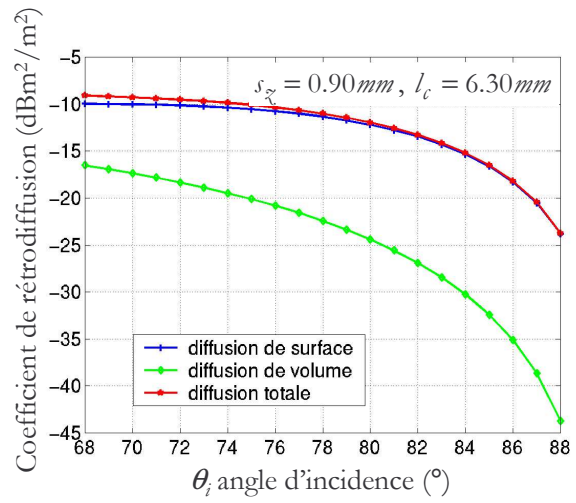


Figure III.B-4 : Rétrodiffusion totale par une surface en asphalte très rugueuse

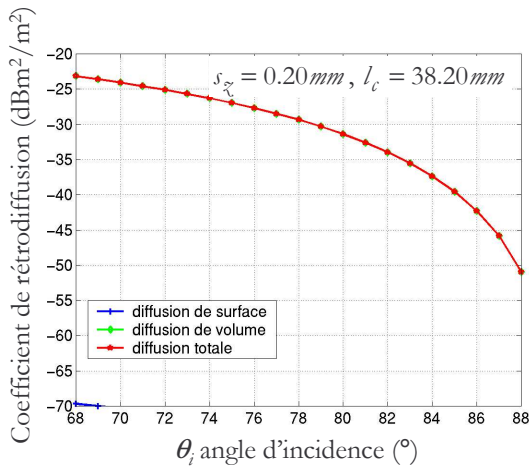


Figure III.B-5 : Rétrodiffusion totale par une surface en béton peu rugueuse

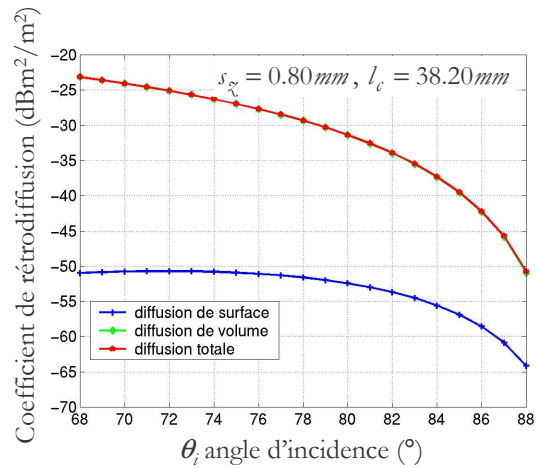


Figure III.B-6 : Rétrodiffusion totale par une surface en béton très rugueuse

Ces deux comportements en rétrodiffusion proviennent de ce que les longueurs de corrélation des deux surfaces sont très différentes. Ils pourraient être généralisés à d'autres surfaces, métalliques ou diélectriques, et présentant une rugosité plus ou moins importante.

II.2. ETUDE EN CONFIGURATION BISTATIQUE

Nous réalisons une étude bistatique totale en sommant les coefficients de diffusion dans la demi-sphère supérieure.

II.2.1. Surface lisse

Considérons dans un premier temps une surface lisse en asphalte ($\epsilon_r = 3.18 - 0.1i$ à 94 GHz) dont l'aire A_0 est de $1dm^2$.

L'incidence est d'abord fixée à 40° (fig III.B-7), puis à 70° (fig III.B-8).

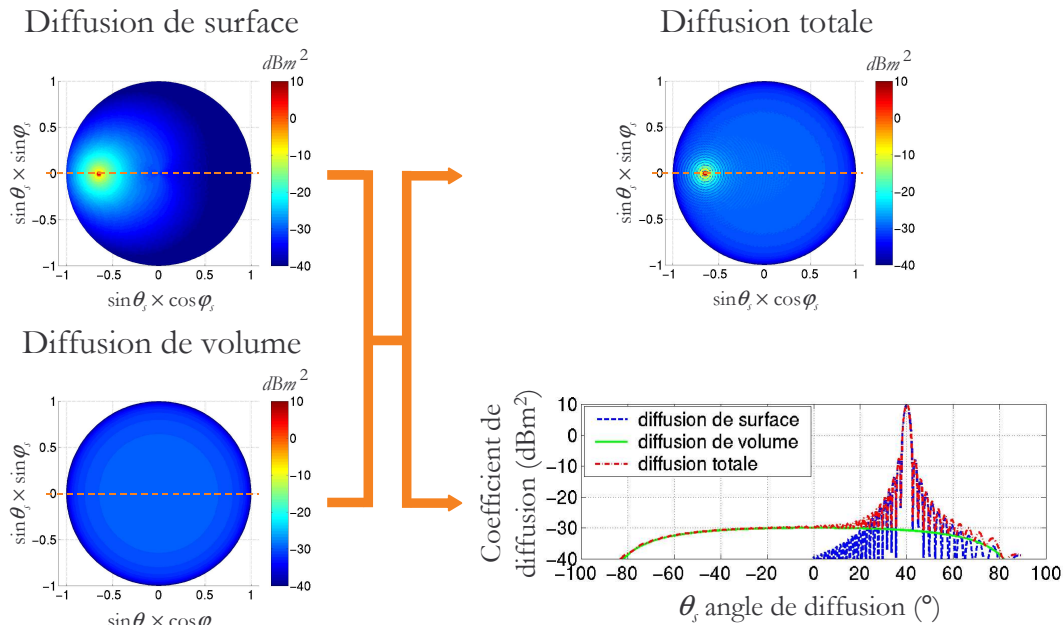


Figure III.B-7 : Diffusion totale par une surface lisse en asphalte éclairée à 40°

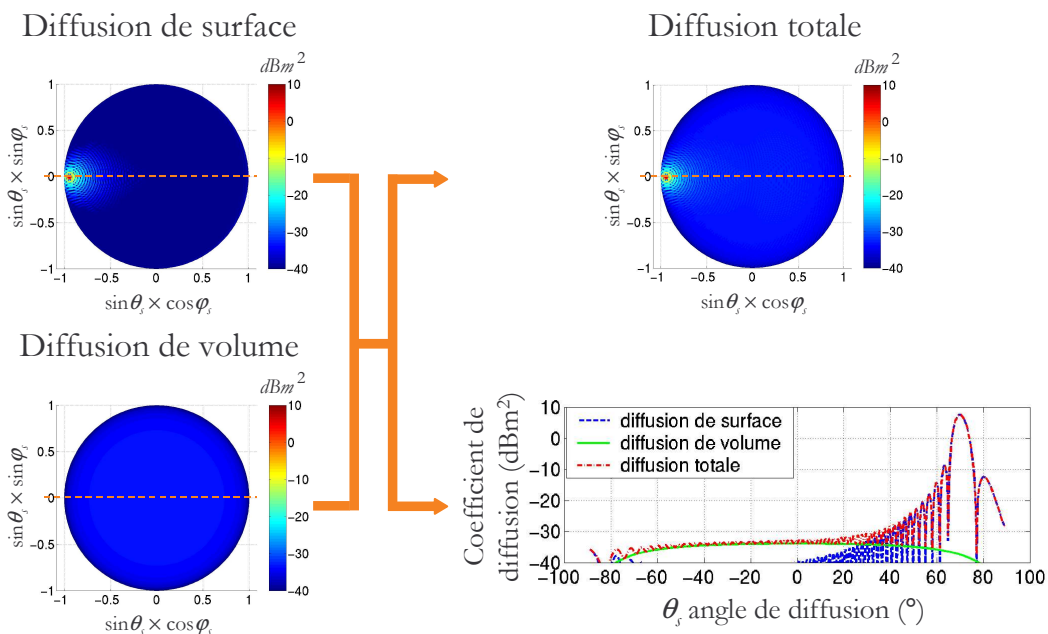


Figure III.B-8 : Diffusion totale par une surface lisse en asphalte éclairée à 70°

La surface étant lisse, l'onde est réfléchiée dans les directions privilégiées qui forment le lobe spéculaire. Ainsi, quelle que soit l'incidence, la diffusion surfacique est prépondérante dans ce lobe, alors qu'ailleurs la diffusion de volume prend le dessus.

II.2.2. Surface rugueuse

Nous augmentons progressivement la rugosité de la surface afin de souligner l'effet de la hauteur des irrégularités sur la diffusion totale.

Nous traiterons successivement les cas de surfaces circulaires peu, puis très rugueuses ($s_{\lambda} = 0.30 \text{ mm}$ et $s_{\lambda} = 0.90 \text{ mm}$), éclairées toutes les deux à une incidence de 40° .

Les diagrammes de diffusion pour une surface peu rugueuse en asphalté sont présentés sur la figure ci-dessous (fig III.B-9).

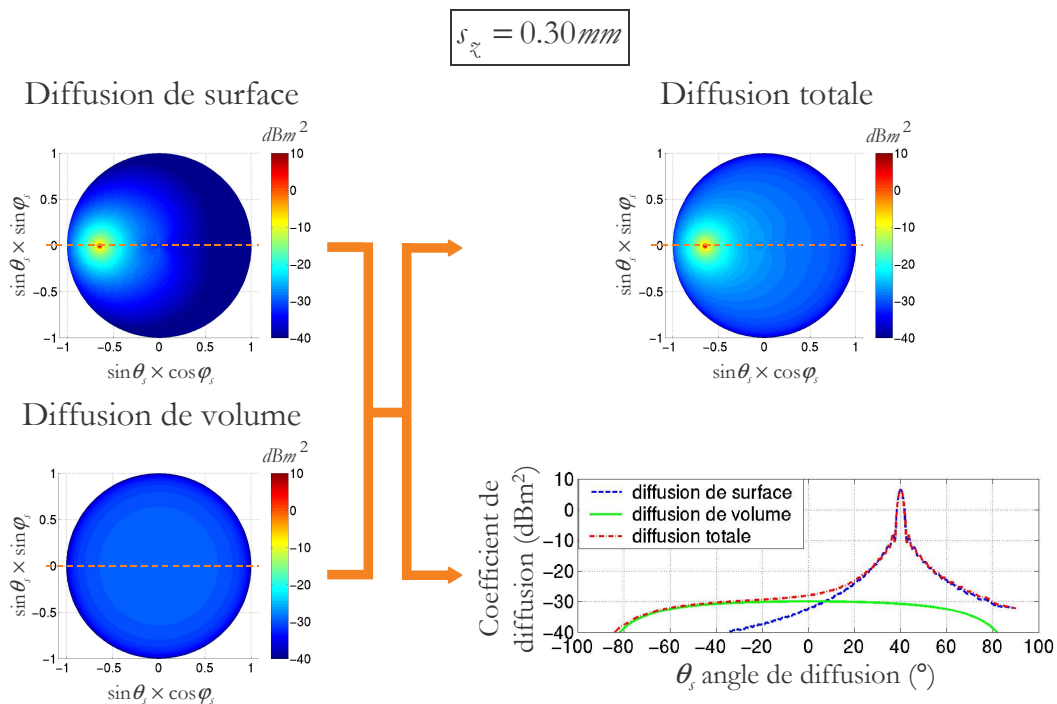


Figure III.B-9 : Diffusion totale par une surface peu rugueuse en asphalté éclairée à 40°

Nous constatons que le comportement de la diffusion par la surface peu rugueuse s'apparente à celui de la surface lisse : la diffusion totale dans le lobe spéculaire est principalement causée par les irrégularités de la surface et la diffusion volumique est prépondérante dans les autres directions.

Lorsque la surface est très rugueuse (**fig III.B-10**), nous observons que la composante surfacique de la diffusion totale est globalement supérieure à la composante volumique. En effet, la puissance diffusée par la surface a fortement diminué dans la direction spéculaire mais elle reste néanmoins supérieure à la diffusion de volume. Dans les autres directions, elle a largement augmenté du fait de la rugosité de la surface.

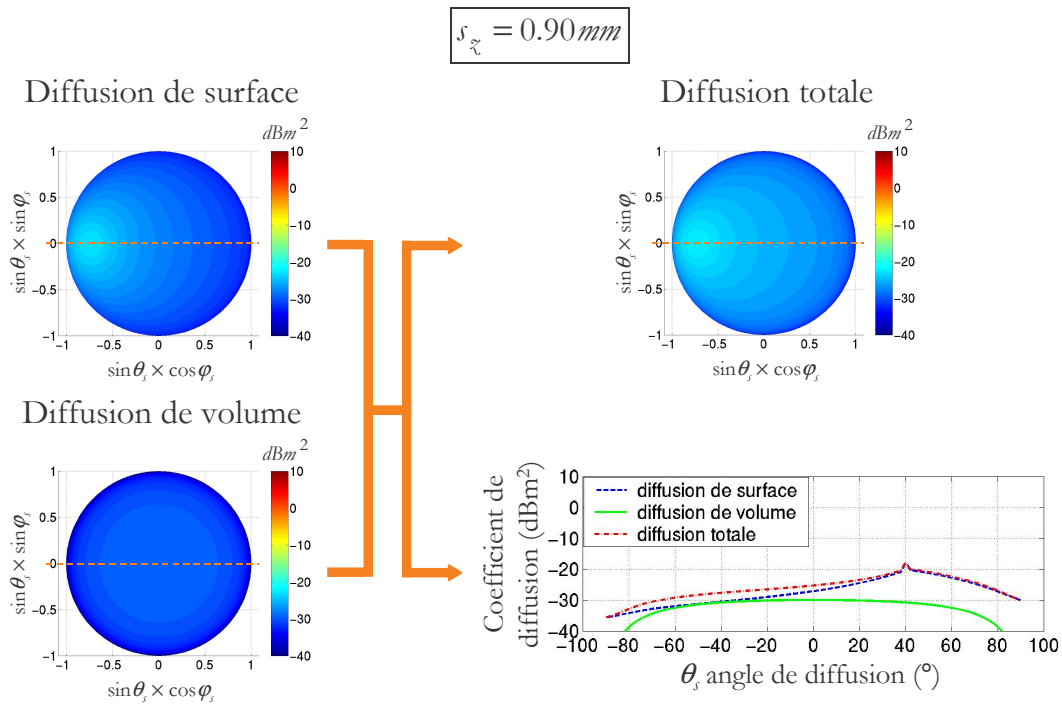


Figure III.B-10 : Diffusion totale par une surface très rugueuse en asphalte éclairée à 40°

III. VALIDATION EXPERIMENTALE

III.1. DESIGNATION DES ECHANTILLONS ETUDIES

Pour cette étude expérimentale, nous disposons de trois types d'échantillons de route que nous a fournis le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Toulouse. Les trois échantillons, qui seront par la suite nommés ES, BBR et BBTM, sont représentatifs de 90% des chaussées du réseau routier français. Ils ont été découpés à l'aide d'une scie diamant, ils possèdent donc chacun une face lisse et une face rugueuse que nous étudierons séparément.

Les échantillons ont été prélevés sur la couche de surface, appelée aussi couche de roulement, de différentes routes. C'est la partie qui doit supporter les agressions de surface.

Les matériaux de chaussée sont toujours composés de matériaux granulaires (sables et graves), auxquels un liant hydraulique (ciment) ou hydrocarboné (bitume) est éventuellement ajouté. Une caractéristique des matériaux de chaussée est aussi leur compacité qui détermine leur teneur en vide (elle n'est souvent que de quelques pour cent).

A titre indicatif, nous pouvons ajouter que les chaussées sont aussi constituées d'autres couches qui constituent leur corps et qui supportent et transmettent au sol de fondation les diverses agressions verticales.

III.1.1. Présentation de ES

ES est un enduit superficiel monocouche. Les enduits superficiels consistent en un traitement de surface dans lequel une ou plusieurs couches de granulats sont répandues uniformément sur la chaussée.

On distingue plusieurs types d'enduits : les enduits monocouches, bicouches et les enduits superficiels à haute performance.

ES est un échantillon cylindrique dont les faces rugueuse et lisse sont présentées sur (**fig III.B-11**) et (**fig III.B-12**). Soulignons toutefois que la face lisse de ES présente quelques irrégularités.



Figure III.B-11 : Face rugueuse de ES



Figure III.B-12 : Face lisse de ES

L'épaisseur moyenne e_{ES} de l'échantillon est d'environ 26.50 mm .

III.1.2. Présentation du BBTM et du BBR

Les deux autres échantillons sont un béton bitumineux très mince (BBTM) et un béton bitumineux de roulement (BBR).

Les bétons bitumineux sont employés pour la construction et le traitement superficiel des routes.

Ces deux échantillons, ayant subi des tests de rigidité, présentent, sur leur face rugueuse, une bande de roulement. Les différentes mesures en rétrodiffusion et en réflexion ont été effectuées sur cette bande.

Les photos suivantes présentent les faces rugueuses et lisses des échantillons BBTM ((fig III.B-13) et (fig III.B-14)) et BBR ((fig III.B-15) et (fig III.B-16)).

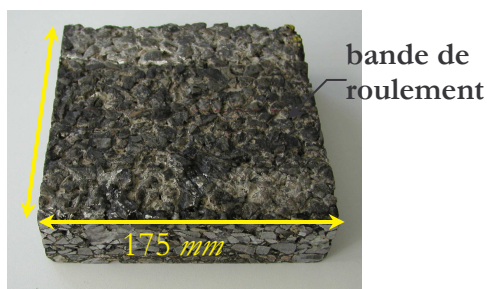


Figure III.B-13 : Face rugueuse de BBTM



Figure III.B-14 : Face lisse de BBTM

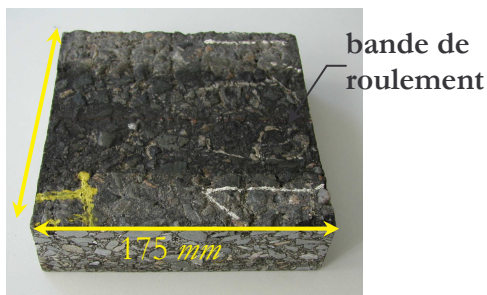


Figure III.B-15 : Face rugueuse de BBR



Figure III.B-16 : Face lisse de BBR

Les épaisseurs moyennes des échantillons dans la bande de roulement sont $e_{BBTM} = 47.5mm$ et $e_{BBR} = 45.3mm$.

III.2. PRESENTATION GENERALE DU BANC DE MESURE

Le DEMR possède trois bancs de caractérisation de type BACCARAT (**B**anc **A**utomatique de **C**aractérisation de **C**omposants **A**éronautiques en **R**éflexion, **A**bsorption et **T**ransmission) : un banc qui fonctionne de 6 GHz à 28.5 GHz en quatre sous-bandes, un autre fonctionnant de 28.5 GHz à 60 GHz en deux sous-bandes, puis un dernier dont la fréquence de fonctionnement varie de 90 GHz à 100 GHz en une seule bande.

Nous utilisons le banc fonctionnant en bande Ka. Il est composé de deux réflecteurs ellipsoïdaux identiques dont les diamètres sont de 30cm et la distance focale de 37cm ; et d'un porte-échantillon permettant de mesurer des éprouvettes de dimensions $297 \times 297\text{ mm}^2$.

Chacun des ellipsoïdes est éclairé par un cornet de type pyramidal, placé en son premier foyer. Le faisceau généré au deuxième foyer est de type gaussien, de diamètre voisin de 2λ à -3 dB . La variation de phase dans le plan focal est très inférieure à 45° .

Les antennes sont disposées de telle sorte que leur deuxième foyer soit confondu. Le porte-échantillon est placé au deuxième foyer. Il est situé sur un pot tournant qui permet la rotation du plan d'incidence.



Figure III.B-17 : Banc BACCARAT dans la bande $26,5\text{ GHz}$ à 60 GHz dans la configuration réflexion

Les antennes peuvent tourner autour de l'axe radioélectrique ce qui permet des mesures en fonction de la polarisation.

L'analyseur de réseaux, les translateurs et les positionneurs rotatifs sont commandés par un micro ordinateur.

Les bancs de mesure permettent d'exécuter aussi bien des mesures en transmission qu'en réflexion, en fonction de la fréquence, de la polarisation, de l'angle d'incidence, de l'angle d'observation entre les deux antennes et ce pour tout type de matériau.

III.3. CARACTERISATION DES MATERIAUX ETUDIES

III.3.1. Mesure des paramètres de rugosité

Nous relevons, à l'aide d'un rugosimètre mécanique, les hauteurs des irrégularités à la surface des échantillons. Le pas de mesure est de $2,5\text{ mm}$. Le profil de rugosité est

recueilli suivant un diamètre dans le cas de ES, et suivant la ligne centrale de la bande de roulement dans les cas de BBTM et de BBR.

Les figures (**fig III.B-18**) à (**fig III.B-20**) donnent diverses informations sur les paramètres de rugosité des échantillons. Nous traçons dans un premier temps leurs profils rugueux (graphes a)). La hauteur rms, qui correspond à l'écart-type des hauteurs des irrégularités est alors déterminée. Nous avons effectué plusieurs mesures sur chacun des échantillons afin de déterminer une valeur moyenne de s_z et l'intervalle de variation dans lequel elle évolue.

Nous confrontons ensuite la distribution des hauteurs mesurées sur $\pm 3s_z$ avec celle d'un processus gaussien ayant la même hauteur rms (graphes b)).

Enfin, nous montrons, sur les courbes c), l'évolution du coefficient de corrélation correspondant au profil $C(R)$. Nous pouvons alors évaluer la longueur de corrélation puisqu'elle correspond à la distance pour laquelle $C(R)$ est égal à $1/e$. Nous comparons la courbe expérimentale avec celle des coefficients de corrélation exponentiel et gaussien.

Dans le cadre de la validation de nos outils de simulation, nous supposons que les surfaces étudiées présentent des fonctions d'autocorrélation exponentielles, et que les distributions des hauteurs des irrégularités suivent des lois gaussiennes [41].

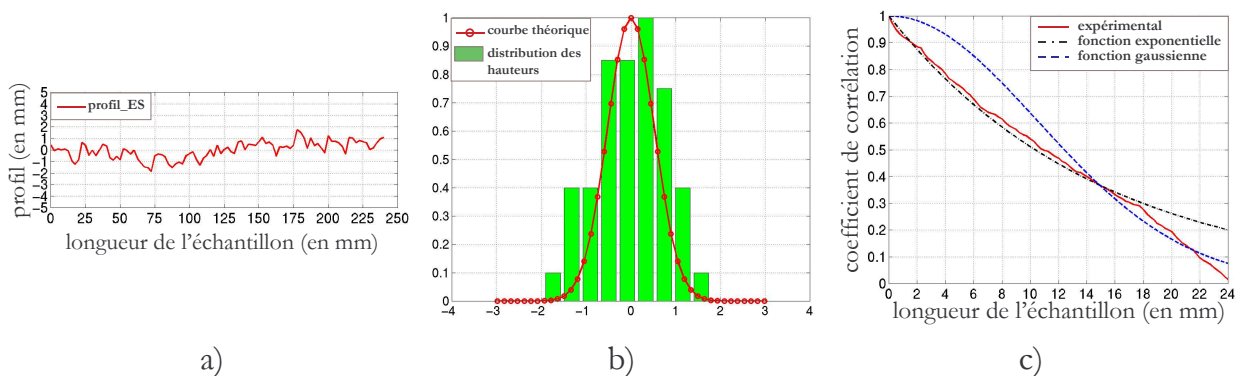


Figure III.B-18 : Paramètres de rugosité de ES :
 a) Profil de rugosité, b) Distribution des hauteurs, c) Coefficients de corrélation

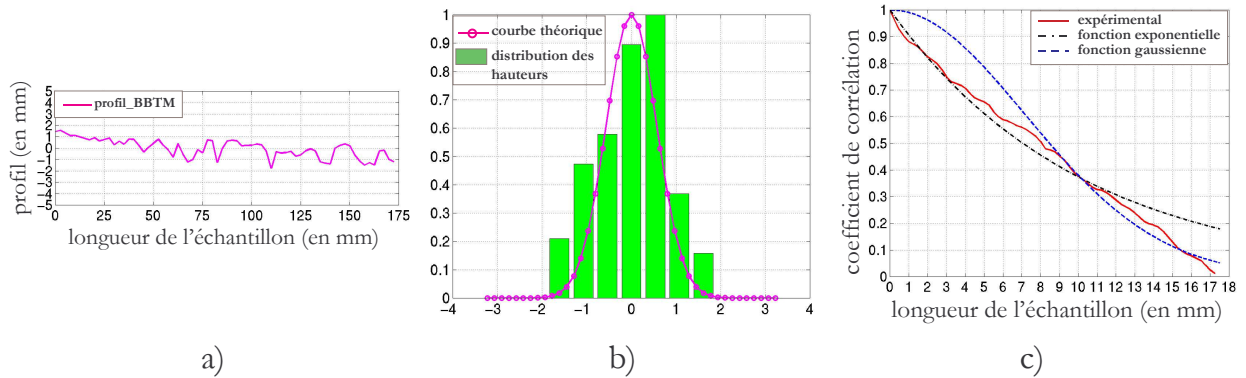


Figure III.B-19 : Paramètres de rugosité de BBTM :
 a) Profil de rugosité, b) Distribution des hauteurs, c) Coefficients de corrélation

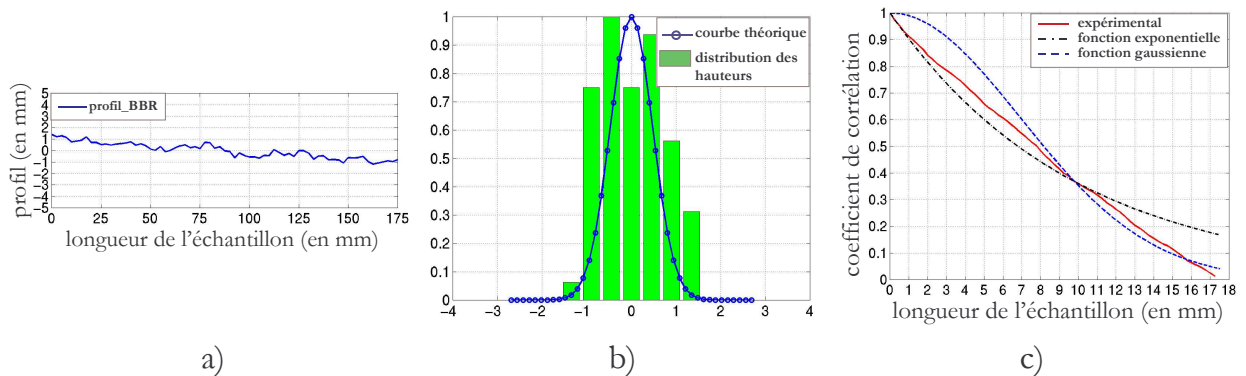


Figure III.B-20 : Paramètres de rugosité de BBR :
 a) Profil de rugosité, b) Distribution des hauteurs, c) Coefficients de corrélation

III.3.2. Mesure de la permittivité

Nous avons aussi pu apporter quelques informations sur les caractéristiques diélectriques des échantillons. La constante diélectrique a été déterminée à chaque fréquence à partir des mesures en transmission et en réflexion et à l'aide d'un logiciel approprié basé sur l'Optique Physique.

Ainsi, pour chaque échantillon, nous avons calculé une permittivité moyenne sur la bande de fréquences concernée.

III.3.3. Récapitulatif

Nous répertorions, dans le tableau, les différents paramètres caractéristiques des trois échantillons étudiés.

Echantillons	ES	BBTM	BBR
$s_{\tilde{z}}$ (en mm)	$0.7 \pm 10\%$	$0.8 \pm 10\%$	$0.7 \pm 10\%$
l_c (en mm)	14.5	10.0	8.8
ϵ_r	$4.4 - 0.3i$	$4.8 - 0.5i$	$5.6 - 0.3i$
épaisseur	26.5 mm	47.8 mm	45.3 mm

Tableau III.B-1 : Récapitulatif des grandeurs caractéristiques des échantillons

Nous ne donnons pour les longueurs de corrélation aucun intervalle de variations car de faibles changements de ces paramètres n'ont aucune influence significative sur les valeurs des coefficients de diffusion calculés (dans les directions spéculaires) par nos outils de simulations.

III.4. ETUDE DE LA TRANSMISSION

Par cette étude en transmission, nous estimons l'erreur que nous commettons en supposant que les échantillons se comportent comme des objets semi-infinis sur la bande Ka. En effet, pour le calcul des diffusions de surface et de volume par l'IEM et la Théorie du Transfert Radiatif, les échantillons sont considérés comme semi-infinis.

Pour chaque échantillon, nous mesurons la puissance transmise dans le matériau éclairé à incidence normale. Les valeurs expérimentales sont comparées avec celles obtenues à partir d'un module de calcul basé sur l'Optique Géométrique et développé au laboratoire dans le cadre d'un stage [34].

Les résultats obtenus sont présentés sur la figure (fig III.B-21).

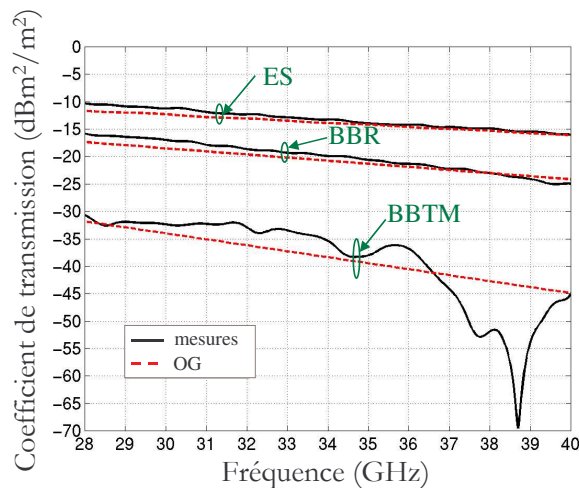


Figure III.B-21 : Coefficient de transmission des échantillons

Nous calculons aussi les profondeurs de pénétration de l'onde dans les échantillons (distances auxquelles l'onde est atténuée de $1/e$) ; elles sont données dans le tableau (**tab III.B-2**).

Fréquences	ES (26.5 mm)	BBTM (47.8 mm)	BBR (45.3 mm)
26 GHz	27.3 mm	31.8 mm	42.9 mm
30 GHz	23.6 mm	27.6 mm	37.2 mm
35 GHz	20.3 mm	23.7 mm	31.8 mm
40 GHz	17.7 mm	20.7 mm	27.9 mm

Tableau III.B-2 : Profondeur de pénétration de l'onde dans les échantillons

Ainsi, l'onde semble fortement atténuée lors de sa traversée de BBTM, cet échantillon peut être considéré comme semi-infini sur la bande 28-40 GHz. L'échantillon BBR paraît semi-infini à partir d'une fréquence de 35 GHz, alors que, dans le milieu ES qui présente une faible épaisseur, la puissance transmise reste importante.

III.5. DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX DES MESURES EN RETRODIFFUSION ET EN REFLEXION EN COPOLARISATION

En rétrodiffusion, l'émission et la réception se font par la même antenne. Afin d'éviter une éventuelle interaction avec l'autre antenne du banc, le bras mobile supportant l'antenne utilisée est positionné à 120° .

Le reste du principe de mesure décrit ci-dessous est commun aux deux types de mesures.

Le champ E de l'antenne de réception est orienté parallèlement à celui de l'antenne d'émission.

Une fois les données saisies et la mise en configuration mécanique du banc (cornets dans la bande de mesure, polarisation des antennes, incidence) réalisée, la mesure est effectuée de la manière suivante :

- 1 - Acquisition de la réponse en fréquence, en amplitude et phase, d'une plaque de métal dont l'état de surface est voisin du poli optique. Cette mesure d'étalonnage représente la réponse d'un court-circuit parfait,
- 2 - Acquisition de la mesure : la plaque de référence est remplacée par l'échantillon à mesurer.

La soustraction vectorielle de ces deux mesures nous donne le coefficient de réflexion en amplitude et phase de l'échantillon.

Nous exposons dans les sections suivantes (§III.6 à §III.8), les résultats que nous avons obtenus, pour chaque échantillon, durant les études en rétrodiffusion à incidence normale et en diffusion spéculaire pour un angle d'incidence de 30° . Nous étudions le comportement des faces lisses et des faces rugueuses.

Nous ne calculons, par nos outils de simulation, que la composante surfacique de la diffusion, puisque nous ne possédons pas, sur cette bande de fréquences, les paramètres des matrices de phase et d'extinction appropriés aux matériaux étudiés (voir la partie A de ce chapitre).

Dans chaque cas, plusieurs mesures ont été faites à divers endroits des échantillons afin de refléter le caractère aléatoire de la diffusion par les surfaces rugueuses. Rappelons cependant que sur les échantillons BBTM et BBR, toutes les mesures sont faites dans la bande de roulement.

Dans le cadre des mesures sur les faces lisses des échantillons, nous avons aussi comparé les valeurs expérimentales et les résultats des simulations avec celles obtenues à partir d'un module de calcul basé sur l'Optique Physique. Ceci a permis d'effectuer une validation supplémentaire de nos outils de simulation.

III.6. RESULTATS OBTENUS POUR ES

III.6.1. Surface lisse

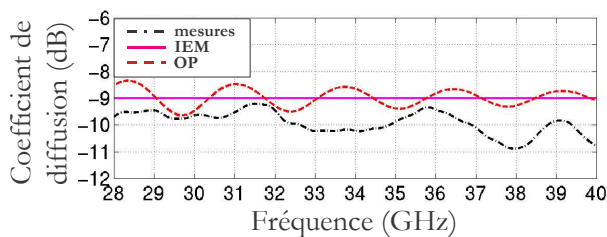


Figure III.B-22 : **Rétrodiffusion** par la face lisse du ES en polarisation HH

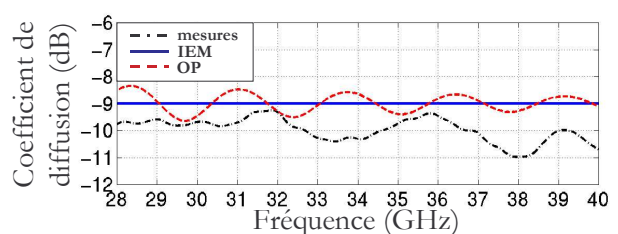


Figure III.B-23 : **Rétrodiffusion** par la face lisse du ES en polarisation VV

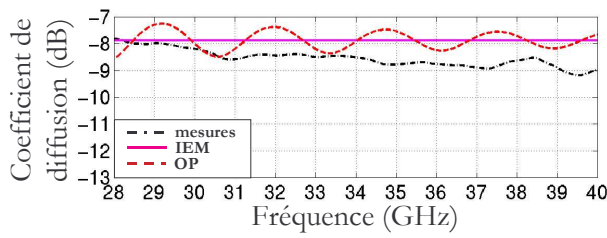


Figure III.B-24 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du ES en polarisation HH

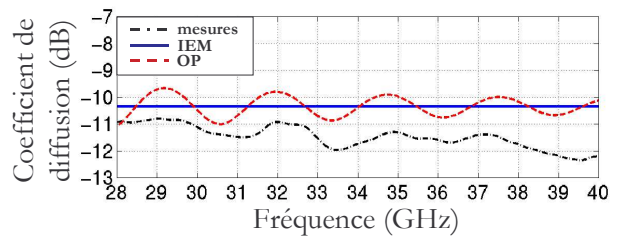


Figure III.B-25 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du ES en polarisation VV

En rétrodiffusion comme en réflexion, les coefficients de diffusion mesurés sont inférieurs aux coefficients de diffusion théoriques ; nous remarquons aussi qu'ils varient avec la fréquence. La face lisse de ES présente en effet quelques irrégularités causées par sa découpe. L'ajout d'une faible rugosité donnée par des valeurs adéquates de s_x et l_c permettrait de les prendre en compte et de compenser ainsi l'écart entre les deux types de résultats.

D'autre part, les données de l'IEM correspondent à un moyennage de celles de l'Optique Physique. L'épaisseur de l'échantillon est faible et il ne peut être considéré comme semi-infini sur la bande de 28 à 40 GHz (**tab IV.B-2**). L'onde pénètre dans le milieu et se réfléchit sur la seconde interface. Le champ résultant vient alors s'ajouter vectoriellement au champ réfléchi par la première interface, ce qui se traduit par les oscillations du module du coefficient de diffusion observées sur les courbes expérimentales et sur celles de l'Optique Physique. Notons aussi que, plus la fréquence augmente, moins l'onde pénètre dans le milieu, il en résulte une diminution des amplitudes des oscillations.

III.6.2. Surface rugueuse

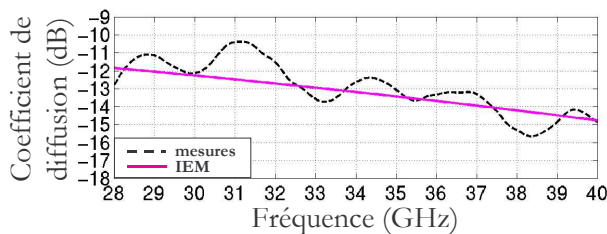


Figure III.B-26 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du ES
en polarisation HH

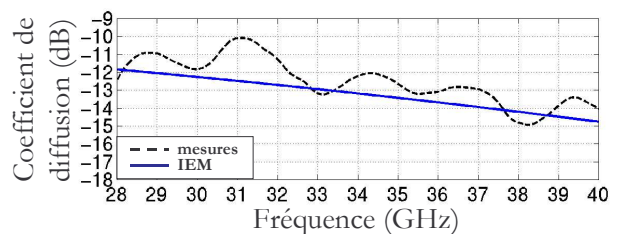


Figure III.B-27 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du ES
en polarisation VV

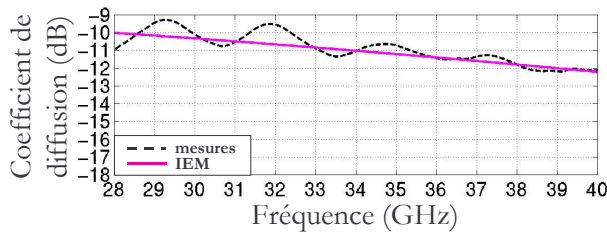


Figure III.B-28 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du ES
en polarisation HH

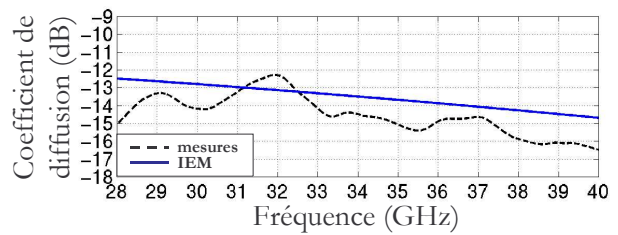


Figure III.B-29 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du ES
en polarisation VV

En rétrodiffusion et en réflexion, les résultats donnés par l'IEM semblent correspondre, sur la bande 28-40 GHz, dans le cas HH, à un moyennage des résultats expérimentaux. Par contre, en polarisation VV, les écarts observés entre les valeurs du coefficient de diffusion sont plus importants. Cela est dû au fait que nous avons pris les mêmes paramètres de rugosité pour les études en polarisation horizontale ou en polarisation parallèle alors que la surface ne possède pas une symétrie de révolution. La rugosité ne peut donc pas être prise en compte de la même manière dans les deux polarisations.

III.7. RESULTATS OBTENUS POUR LE BBTM

III.7.1. Surface lisse

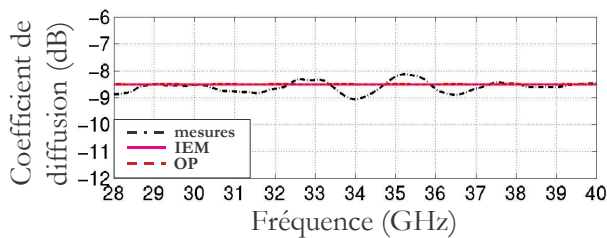


Figure III.B-30 : **Rétrodiffusion**
par la face lisse du BBTM en polarisation HH

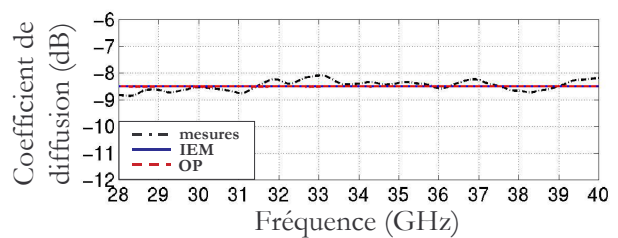


Figure III.B-31 : **Rétrodiffusion**
par la face lisse du BBTM en polarisation VV

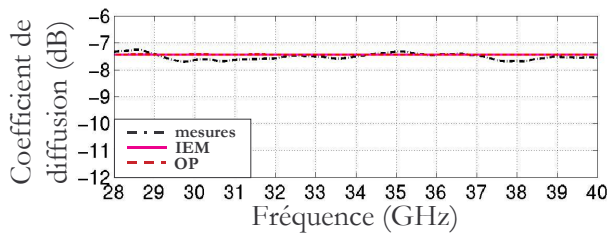


Figure III.B-32 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du BBTM en polarisation HH

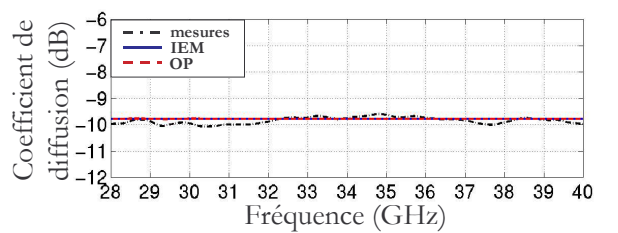


Figure III.B-33 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du BBTM en polarisation VV

Dans le cas de la surface lisse du BBTM, en rétrodiffusion comme en réflexion, nous constatons une bonne adéquation entre les résultats obtenus par nos outils de simulation et les résultats expérimentaux. L'écart maximal observé entre les deux courbes ne dépasse pas $\frac{1}{2}$ dB.

D'autre part, l'Optique Physique et l'IEM donnent les mêmes résultats. Aucune réflexion n'a lieu sur la deuxième interface de l'échantillon, le matériau se comporte donc bien comme un milieu semi-infini.

III.7.2. Surface rugueuse

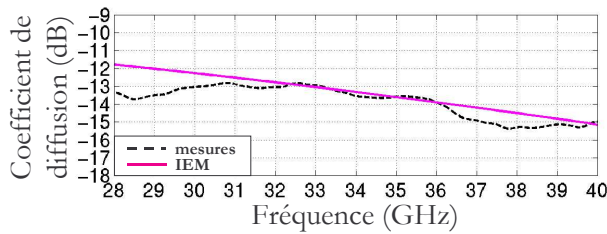


Figure III.B-34 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du BBTM
en polarisation HH

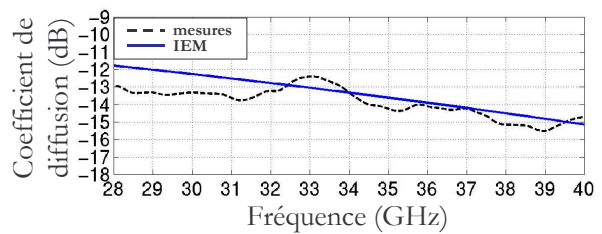


Figure III.B-35 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du BBTM
en polarisation VV

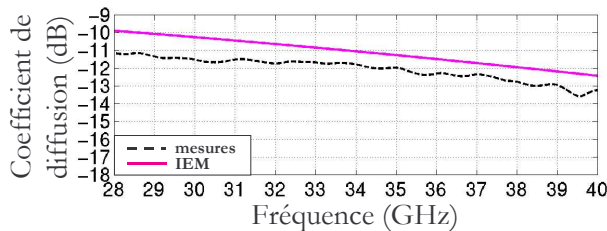


Figure III.B-36 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du BBTM
en polarisation HH

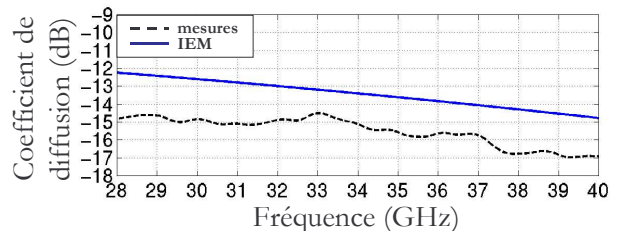


Figure III.B-37 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du BBTM
en polarisation VV

En rétrodiffusion, les résultats donnés par l'IEM sont à peu près comparables aux résultats expérimentaux. En réflexion, du fait de l'incidence, la surface éclairée apparaît un peu plus grande, les paramètres de rugosité mesurés conviennent alors moins à la surface concernée. Ceci se remarque plus en polarisation VV puisque la surface ne présente pas une symétrie de révolution et que nous gardons les mêmes grandeurs qu'en polarisation horizontale pour décrire la rugosité (§III.6.2).

III.8. RESULTATS OBTENUS POUR LE BBR

III.8.1. Surface lisse

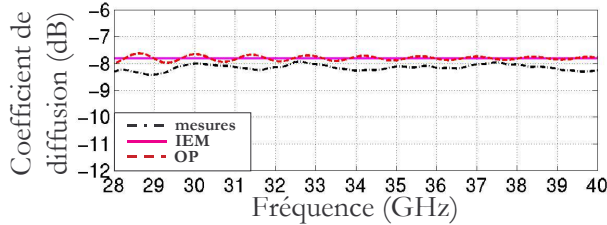


Figure III.B-38 : **Rétrodiffusion**
par la face lisse du BBR en polarisation HH

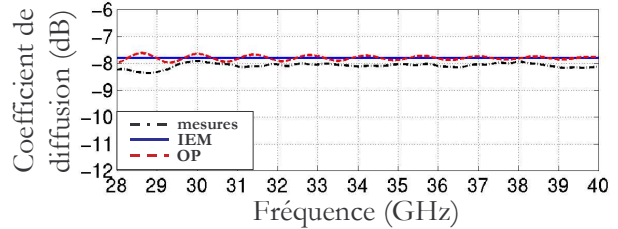


Figure III.B-39 : **Rétrodiffusion**
par la face lisse du BBR en polarisation VV

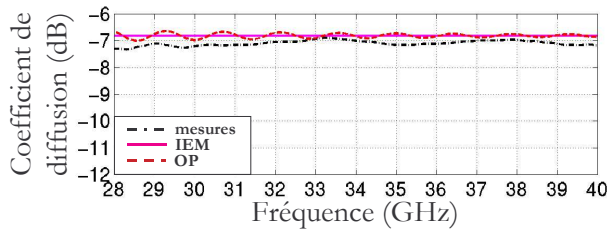


Figure III.B-40 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du BBR en polarisation HH

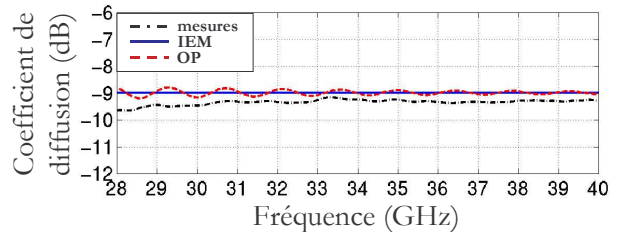


Figure III.B-41 : **Réflexion à 30°**
par la face lisse du BBR en polarisation VV

Les trois types de résultats sont en accord en rétrodiffusion comme en réflexion. Nous pouvons aussi souligner que le matériau ne se comporte comme un matériau semi-infini qu'à la fin de la bande de fréquences concernée.

III.8.2. Surface rugueuse

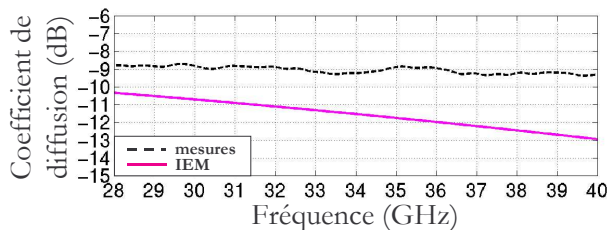


Figure III.B-42 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du BBR
en polarisation HH

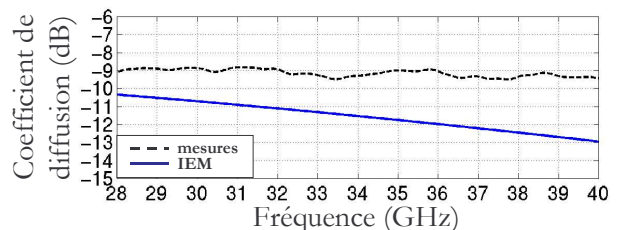


Figure III.B-43 : **Rétrodiffusion**
par la face rugueuse du BBR
en polarisation VV

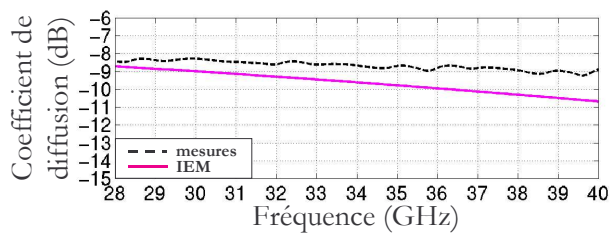


Figure III.B-44 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du BBR
en polarisation HH

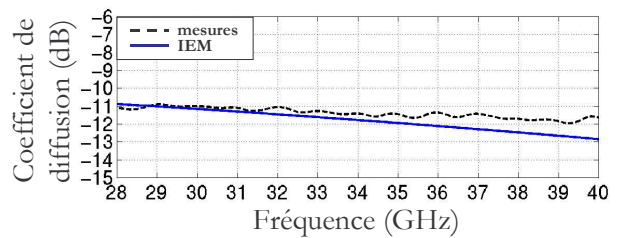


Figure III.B-45 : **Réflexion à 30°**
par la face rugueuse du BBR
en polarisation VV

Nous pensons que les principaux écarts que nous constatons en rétrodiffusion sont causés par une surestimation de la rugosité de la surface. En effet, du fait des tests de rigidité qu'elle a subis, la face rugueuse de BBR présente certains défauts de planéité qui n'ont pas été compensés. Concrètement, les mesures de s_{α} , qui correspond en effet à l'écart-type des hauteurs des irrégularités, s'en trouvent surévaluées.

De plus, BBR est composé de granulats dont les tailles sont comparables à la dimension de la surface éclairée par le cornet. Ces granulats, qui ont subi des tests de roulement, présentent des faces parfois polies qui s'assimilent, sur la bande de fréquences concernée, à des surfaces lisses. Nous pensons, que lors de nos mesures, les surfaces interceptées par le faisceau incident étaient essentiellement constituées d'un de ces granulats ; ceci se confirme au vu des courbes des figures (**fig III.B-42**) et (**fig III.B-43**), par le fait que le coefficient de rétrodiffusion mesuré dépend peu de la fréquence et diffère peu des valeurs obtenues pour une surface lisse sur (**fig III.B-38**) et (**fig III.B-39**).

En réflexion, l'incidence fixée étant oblique, l'aire de la surface interceptée par le cornet augmente et ne se résume plus qu'à un seul granulat. Elle rend alors mieux compte de la rugosité réelle de l'échantillon ; de ce fait, les paramètres de rugosité mesurés et utilisés dans nos outils de simulations conviennent mieux, ce qui se traduit par la meilleure adéquation des résultats sur les figures (**fig III.B-44**) et (**fig III.B-45**).

III.9. CONCLUSION SUR LA VALIDATION EXPERIMENTALE

Nous avons, dans l'ensemble, obtenu un bon accord entre les mesures expérimentales et les résultats simulés. Cependant, les écarts que nous avons parfois observés sont dus à différents types de facteurs :

◆ Nous avons résumé dans le tableau (**tab IV.B-1**) les erreurs de précision maximales inhérentes au système de mesure dans le cas d'un échantillon parfait. En réalité, la précision des mesures dépend de l'état de surface, du parallélisme des faces de l'échantillon et des erreurs causées par l'instrumentation.

Niveau (dB)	Précision en dB pour une incidence de 0° à 30°
0 à -1	±0,02
-1 à -3	±0,1
-3 à -10	±0,2
-10 à -40	±0,5
Au-delà de -40	>±1

Tableau IV.B-1 : Précision en Amplitude pour les mesures en Transmission et Réflexion en fonction du niveau reçu et de l'incidence

◆ Du fait des tests qu'ils ont subis et de leur découpe, les faces des échantillons présentent des défauts de planéité et de parallélisme. Ces défauts peuvent entraîner quelques erreurs dans les mesures, puisque le plan de mesure sur l'échantillon ne correspond plus tout à fait au plan de référence pris lors de l'étalonnage du banc de mesure.

◆ Enfin, la quasi-totalité des différences constatées est due aux difficultés que nous avons rencontrées lors de la caractérisation de la rugosité de la surface. Soulignons d'abord que nous n'avons pu mesurer qu'un profil de rugosité moyenne, puisque d'une part les hauteurs des irrégularités ont été relevées manuellement, et d'autre part, du fait de la taille de l'embout de la jauge du rugosimètre, nous n'avons pu prendre en compte la profondeur de certains interstices présents à la surface des échantillons.

Signalons enfin que pour l'utilisation de nos outils de simulation, nous avons aussi attribué aux échantillons une description de la rugosité qui ne leur est pas tout à fait adaptée : en effet nous considérons que la distribution des hauteurs est gaussienne et que les fonctions d'autocorrélation suivent une loi exponentielle (§III.3.1). Nous n'avons aussi pas tenu compte du fait que les surfaces ne présentent pas une symétrie de révolution.

IV. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons conduit deux types d'étude :

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés au calcul de la diffusion totale par des surfaces diélectriques lisses ou rugueuses, en sommant les coefficients de diffusions de surface et de volume.

Nous avons observé l'influence de ces deux composantes sur la diffusion totale dans les cas monostatique, puis bistatique.

En rétrodiffusion, la diffusion de volume est prépondérante lorsque la surface est lisse, puis au fur et à mesure que la rugosité augmente, la diffusion de surface prend peu à peu le dessus.

Dans le cas bistatique, tant que la surface est lisse à peu rugueuse, la diffusion de surface est prépondérante dans le lobe spéculaire, alors que dans les autres directions la diffusion totale est essentiellement due aux inclusions dans le volume. Puis l'augmentation de la rugosité agit sur la diffusion incohérente, et finalement lorsque la surface est très rugueuse, la composante surfacique est globalement supérieure à la composante volumique.

Dans un deuxième temps, nous avons voulu établir une validation expérimentale de nos modules de calcul. Nous avons évalué, sur la bande Ka, le comportement en rétrodiffusion et en réflexion de trois échantillons de chaussée fournis par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Toulouse. Nous avons donné une description de la rugosité des échantillons en mesurant leur profil rugueux afin de déterminer la hauteur rms et la longueur de corrélation des irrégularités. Les constantes diélectriques des matériaux ont, elles aussi, été déterminées à partir des mesures en rétrodiffusion et en transmission et d'un logiciel basé sur l'Optique Physique.

Les résultats obtenus par les mesures et par les simulations sont comparables en rétrodiffusion comme en réflexion dans le cas des surfaces lisses. Pour les faces rugueuses, les résultats obtenus sont satisfaisants dans les cas où il a été possible d'estimer correctement les paramètres de rugosité ; lorsque les écarts ont été constatés, cela a pu être attribué à l'inadéquation des paramètres de rugosité calculés et mesurés.

Cette étude expérimentale nous a, en définitive, permis d'effectuer un début de validation qu'il serait intéressant de poursuivre.

CHAPITRE IV :

CALCUL DES INTERACTIONS ENTRE UN OBJET & UNE SURFACE RUGUEUSE

« Il n'y a pas de recherche appliquée, mais des applications de la recherche »

Louis Pasteur (1822-1895)

CHAPITRE IV, PARTIE A :

CALCUL THEORIQUE DES INTERACTIONS ENTRE UN OBJET CANONIQUE ET UNE SURFACE RUGUEUSE DANS LE CAS DE LA RETRODIFFUSION

I. CONFIGURATION DE L'ETUDE

I.1. INTRODUCTION

Le chapitre précédent concernait l'étude de la diffusion totale par une surface rugueuse. Nous nous proposons dans cette partie de considérer un objet complexe placé au-dessus d'une route (**fig IV.A-1**). Notre objectif est de modéliser les modifications de la SER d'un objet quelconque plus ou moins complexe, dues à la présence d'une surface rugueuse [13], [51]. Il s'agit, en d'autres termes, d'effectuer une étude non seulement en zone lointaine pour calculer la puissance diffusée par la surface rugueuse en direction du récepteur, mais aussi en zone proche afin d'évaluer le couplage entre la route et l'objet.

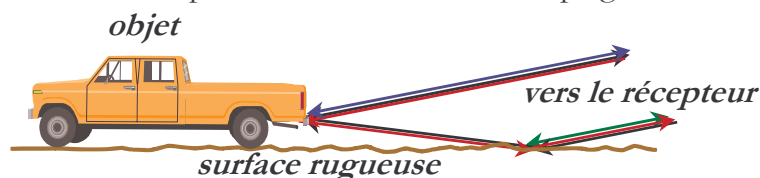


Figure IV.A-1 : Interaction entre l'objet et la surface rugueuse

Des travaux ont été préalablement menés au laboratoire sur l'évaluation des interactions entre une onde électromagnétique et un objet métallique complexe de dimension grande devant la longueur d'onde [44]. D'autres études sont aussi en cours sur la modélisation d'objets diélectriques [34]. Dans tous ces travaux, les objets complexes sont représentés, soit par une CAO, soit par un maillage ; et sont ensuite divisés en un ensemble de surfaces planes polygonales appelées facettes.

Dans cette étude, nous considérons par conséquent un objet canonique métallique ou diélectrique (plaques, dièdres, trièdres) représentant une facette de *plus grande dimension* égale à d et placé à une hauteur h au-dessus d'une surface plus ou moins rugueuse (caractérisée par s_r et l_c) (**fig IV.A-2**).

Ce cas canonique pourra, par la suite, être généralisé à un ensemble de facettes représentant ainsi un objet complexe.

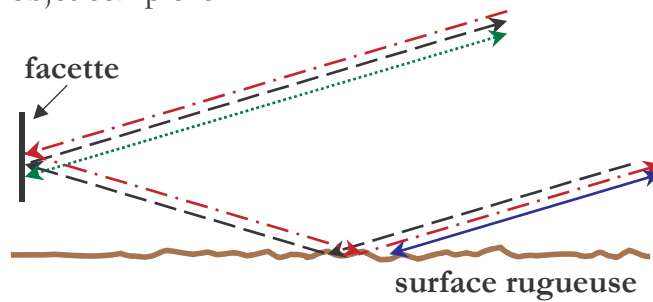


Figure IV.A-2 : Mécanismes de rétrodiffusion pour la cible composée

Nous voulons calculer la rétrodiffusion totale par l'objet composé (objet canonique - surface). D'après la figure précédente, elle est composée des quatre mécanismes de diffusion suivants :

- ↖ Le terme de la rétrodiffusion directe par l'objet (trajet I),
- ↖ — Le terme de la rétrodiffusion directe par la route (trajet II),
- ↖ - - Le terme de couplage route – objet (trajet III),
- ↖ - · - Le terme de couplage objet – route (trajet IV).

I.2. GEOMETRIE DE LA SCENE ETUDIEE

La géométrie de la scène étudiée dans le cas d'une facette est schématisée sur (fig IV.A-3).

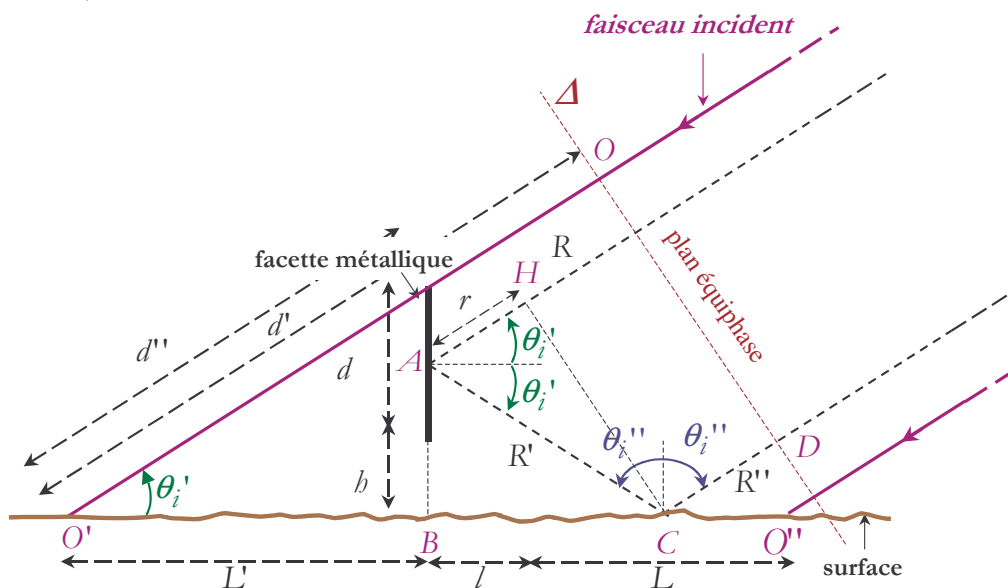


Figure IV.A-3 : Géométrie de l'étude

L'angle de référence est l'angle d'incidence de l'onde sur la facette, soit θ_i' . Rappelons que les angles sont mesurés par rapport à la normale à la surface.

L'angle d'incidence sur la surface rugueuse θ_i'' se déduit de θ_i' par la relation (IV.A-1).

$$\theta_i'' = 90^\circ - \theta_i \quad (\text{IV.A-1})$$

Posons aussi pour plus de commodité dans nos prochains calculs :

$$\begin{cases} OA = R \\ AC = R' \\ CD = R'' \\ HA = r \end{cases} \quad (\text{IV.A-2})$$

I.2.1. Estimation de la distance entre l'objet et l'émetteur-récepteur

Dans le cadre de cette application, nous limitons le faisceau incident, de manière arbitraire et pour plus de commodité, au domaine $O'O'$ donnant un *maximum de couplage* sur la géométrie envisagée (fig IV.A-3).

La distance entre l'objet et l'émetteur-récepteur, notée R_s , est fixée de telle sorte que la source soit en champ lointain de la facette et de la surface dont les diagonales ont respectivement pour valeurs $d\sqrt{2}$ et $\sqrt{d^2 + (L + 2l)^2}$.

Les inégalités (IV.A-3) et (IV.A-4) doivent ainsi être satisfaites simultanément.

$$R_s \geq \frac{2(d\sqrt{2} \cos \theta_i')^2}{\lambda} = 4 \frac{d^2}{\lambda} \cos^2 \theta_i' \quad (\text{champ lointain facette - source}) \quad (\text{IV.A-3})$$

$$R_s \geq \frac{2(\sqrt{d^2 + (L + 2l)^2} \cos \theta_i'')^2}{\lambda} \quad (\text{champ lointain surface - source}) \quad (\text{IV.A-4})$$

Il s'agit alors de déterminer les valeurs de L , l en fonction de l'angle d'incidence θ_i' .

$$\text{Dans un premier temps notons que : } l = \frac{b}{\tan \theta_i'} \quad (\text{IV.A-5})$$

$$\text{De plus } \frac{b}{d} = \frac{l}{L} \Rightarrow L = d \times \frac{l}{b},$$

$$\text{Ainsi } L = \frac{d}{\tan \theta_i'} \quad (\text{IV.A-6})$$

Finalement la relation (IV.A-4) s'écrit aussi de la façon suivante :

$$R_S \geq R_{S_{\text{lim}}} = 2 \frac{d^2 + (L + 2l)^2}{\lambda} \sin^2 \theta_i' = 2 \frac{d^2 \tan^2 \theta_i' + (d + 2b)^2}{\lambda} \cos^2 \theta_i' \quad (\text{IV.A-7})$$

La valeur de R_S est imposée par cette dernière inégalité qui est plus contraignante que (IV.A-3).

I.2.2. Calcul des autres variables

Le calcul de toutes les distances se fait à partir de l'observation de la figure (fig IV.A-3).

◆ Calcul de R :

Soit d' la distance parcourue par le faisceau incident entre le plan équiphase et la surface rugueuse :

$$d' = (L + l + L') \times \cos \theta_i' \quad (\text{IV.A-8})$$

Nous calculons alors la distance L' ; sur (fig IV.A-3), notons que $\tan \theta_i' = \frac{d+b}{L'}$.

$$\text{Nous avons alors : } L' = \frac{d+b}{\tan \theta_i'} \quad (\text{IV.A-9})$$

D'autre part, soit d'' la distance parcourue par le faisceau incident entre la plaque et la surface rugueuse :

$$d'' = \frac{L'}{\cos \theta_i'} \quad (\text{IV.A-10})$$

$$\text{Nous avons enfin } R = (d' - d'') + \frac{d}{2} \sin \theta_i'$$

$$\text{Donc } R = 2(d+b) \frac{\cos^2 \theta_i'}{\sin \theta_i'} - (d+b) \frac{1}{\sin \theta_i'} + \frac{d}{2} \sin \theta_i' \quad (\text{IV.A-11})$$

◆ Calcul de R' :

Dans le triangle ABC, R' est donnée par :

$$R' = \frac{AB}{\sin \theta_i'} = \left[\frac{d}{2} + b \right] \frac{1}{\sin \theta_i'} \quad (\text{IV.A-12})$$

◆ Calcul de R'' :

La distance R'' se calcule de la façon suivante :

$$R'' = \frac{L}{2} \sin \theta_i'' = \frac{d}{2 \tan \theta_i'} \times \sin \theta_i''$$

$$\text{Donc } R'' = \frac{d}{2 \tan \theta_i'} \times \cos \theta_i' = \frac{d \cos^2 \theta_i'}{2 \sin \theta_i'} \quad (\text{IV.A-13})$$

◆ Calcul de r :

Nous voyons, sur (**fig IV.A-3**), que $\cos 2\theta_i' = \frac{r}{R'} \Rightarrow r = R' \times \cos 2\theta_i'$

$$\text{Donc } r = \left[\frac{d}{2} + b \right] \frac{\cos 2\theta_i'}{\sin \theta_i'} \quad (\text{IV.A-14})$$

I.3. CONCLUSION

Dans cette première section, nous avons exprimé chacune des distances utilisées en fonction des grandeurs principales que sont θ_i' , d et b .

Pour la suite de notre étude, nous situerons l'origine des phases au niveau du plan équiphase Δ (**fig IV.A-3**). Nous ne considérerons donc pas le déphasage dû au trajet effectué par l'onde incidente en amont de ce plan.

D'autre part, soulignons que nous appliquerons tous nos raisonnements sur les trajets médians. En effet, nous pouvons montrer que tous les rayons composant le faisceau incident parcourent le même trajet jusqu'au plan équiphase Δ' (**fig IV.A-4**). Considérons le schéma illustré sur la figure. A gauche de la figure, nous avons représenté le faisceau incident sur la facette. Nous traçons alors, d'une part le symétrique de ce faisceau par rapport au plan contenant la facette, d'autre part, le faisceau réfléchi.

Il apparaît alors que les plans équiphase Δ' et Δ'' sont parallèles ; les rayons ① + ①', ② + ②' et ③ + ③' sont donc égaux.

Ainsi, même si nous ne considérons que le trajet médian, les différences de marche sont bien prises en compte.

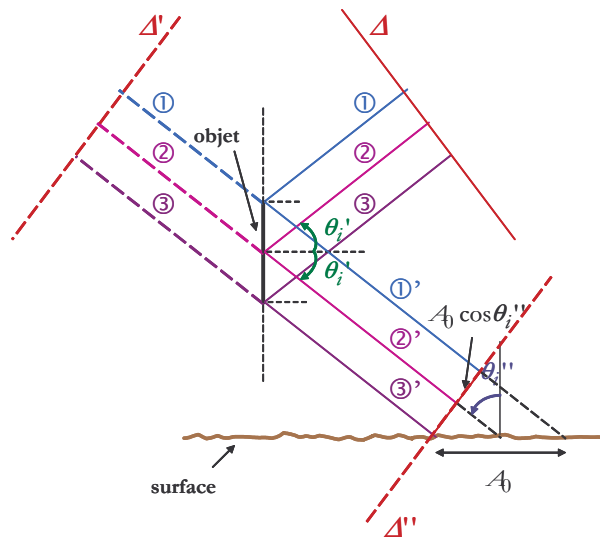


Figure IV.A-4 : Calculs des différences de marche entre les rayons

Dans les sections suivantes, nous déterminerons les champs rétrodiffusés par chacun des trajets illustrés sur la figure (fig IV.A-2).

II. 1^{ER} TRAJET : RETRODIFFUSION PAR L'OBJET

La scène étudiée est illustrée sur la figure ci-dessous (fig IV.A-5) :

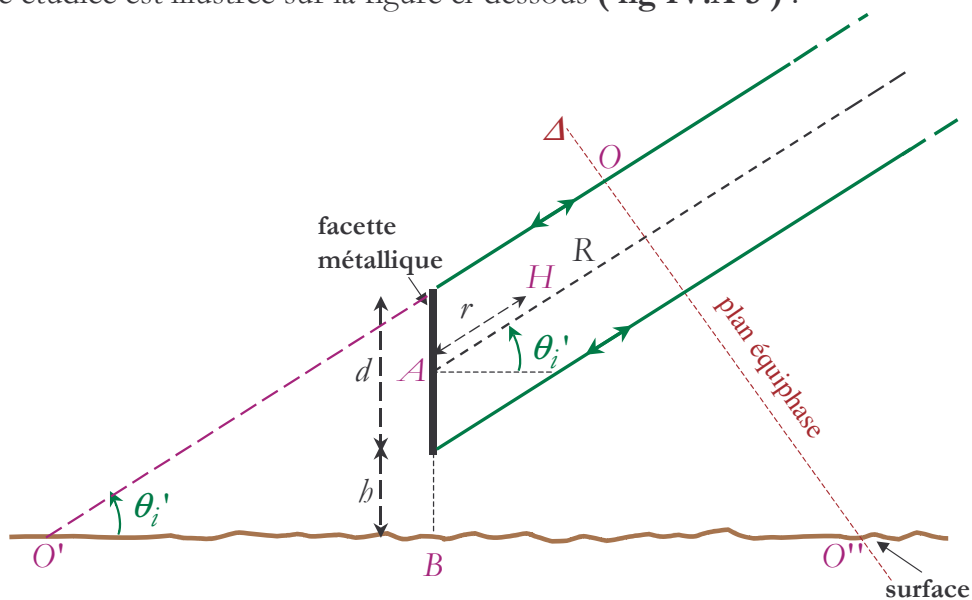


Figure IV.A-5 : Trajet direct : rétrodiffusion par l'objet

Le champ rétrodiffusé par l'objet sera calculé en **module** et en **phase**, afin d'être ensuite sommé, de manière cohérente, aux contributions des autres trajets.

Rappelons, comme nous l'avons expliqué à la fin de la section précédente, que nous appliquons tous nos raisonnements au trajet médian.

II.1. EXPRESSION DU CHAMP INCIDENT AU POINT A

L'onde plane incidente sur la facette (métallique ou diélectrique) est caractérisée par \vec{E}^i le champ électrique incident (IV.A-15) et par \vec{H}^i le champ magnétique incident (IV.A-16).

$$\vec{E}^i = \hat{p}E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{SA}} = \hat{p}E^i \quad (\text{IV.A-15})$$

$$\vec{H}^i = \frac{1}{\eta_1} \hat{k}_i \wedge \hat{p}E^i \quad (\text{IV.A-16})$$

E_0 est l'amplitude du champ électrique incident.

\hat{p} est le vecteur unitaire de la polarisation ($\hat{p} = \hat{h}_i$ ou $\hat{p} = \hat{v}_i$); dans le cas général, la polarisation de l'onde incidente est une combinaison des polarisations linéaires classiques.

$\vec{k}_i = k\hat{k}_i$ est le vecteur d'onde incident,

η_1 est l'impédance intrinsèque du milieu,

S représente l'émetteur-récepteur.

L'origine des phases étant fixée au plan équiphasse Δ (fig IV.A-3), nous avons :

$$\vec{E}^i = \hat{p}E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{OA}} = \hat{p}E^i \quad (\text{IV.A-17})$$

II.1.1. La polarisation incidente est horizontale

D'après (IV.A-17), le champ incident est donné par :

$$\vec{E}_b^i(A) = \hat{h}_i E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{OA}} = \hat{h}_i E_b^i \quad (\text{IV.A-18})$$

D'autre part $\vec{k}_i \cdot \vec{OA} = \|\vec{k}_i\| \|\vec{OA}\| \cos(\vec{k}_i, \vec{OA}) = k \times OA$

Or $OA = R$ (voir (IV.A-2))

$$\text{Donc } \vec{E}_b^i(A) = \hat{h}_i E_0 e^{-jkR} \Rightarrow E_b^i(A) = E_0 e^{-jkR} \quad (\text{IV.A-19})$$

II.1.2. La polarisation incidente est verticale

Dans le cas d'une polarisation incidente verticale, l'expression du champ au point A est donnée par (IV.A-20).

$$\vec{E}_v^i(A) = \hat{v}_i E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{OA}} = \hat{v}_i E^i \quad (\text{IV.A-20})$$

Nous avons de plus montré que $\vec{k}_i \cdot \vec{OA} = kR$,

$$\text{donc } \vec{E}_v^i(A) = \hat{v}_i E_0 e^{-jkR} \Rightarrow E_v^i(A) = E_0 e^{-jkR} \quad (\text{IV.A-21})$$

II.2. EXPRESSIONS DU CHAMP RETRODIFFUSE

Dans le cas général, le champ électrique diffusé en champ lointain est calculé à partir de l'équation intégrale de Stratton-Chu [15] :

$$E_{qp}^s(S) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_p(A)) + \eta_1 \hat{q} (\hat{n} \wedge \vec{H}_p(A)) \right] \frac{e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{AS}}}{AS} dS \quad (\text{IV.A-22})$$

Rappelons que les indices p et q désignent les polarisations d'émission et de réception et que \hat{k}_s est le vecteur d'onde unitaire de diffusion (voir partie B du chapitre II).

$$\hat{k}_s = \sin \theta_s \cos \varphi_s \hat{x} + \sin \theta_s \sin \varphi_s \hat{y} + \cos \theta_s \hat{z} \quad (\text{IV.A-23})$$

$\vec{E}_p(A)$ et $\vec{H}_p(A)$ sont les champs totaux sur la surface. Nous les estimons à partir du formalisme de l'Optique Géométrique, soit :

$$\begin{cases} \vec{E}_p(A) = \vec{E}_p^i(A) + \vec{E}_p^r(A) \\ \vec{H}_p(A) = \vec{H}_p^i(A) + \vec{H}_p^r(A) \end{cases} \quad (\text{IV.A-24})$$

$\vec{E}_p^r(A)$ et $\vec{H}_p^r(A)$ sont les champs électrique et magnétique réfléchis en A .

$$\text{En rétrodiffusion, nous avons : } \begin{cases} \theta_s = \theta_i \\ \varphi_s = \varphi_i \pm 180^\circ \end{cases}$$

$$\text{ainsi } \hat{k}_s = -\sin \theta_i \cos \varphi_i \hat{x} - \sin \theta_i \sin \varphi_i \hat{y} + \cos \theta_i \hat{z} = -\hat{k}_i \quad (\text{IV.A-25})$$

Enfin, nous soulignons qu'en rétrodiffusion, $\vec{k}_s \cdot \vec{AS} = -\vec{k}_i \cdot (-\vec{SA}) = kR_s$ où $R_s = AS$ est la distance entre l'objet et l'émetteur-récepteur S .

II.2.1. La polarisation incidente est horizontale

Nous calculons le champ rétrodiffusé par l'objet en polarisation HH.

La composante du champ rétrodiffusé dirigée suivant le vecteur polarisation horizontale est alors égale à :

$$E_{bb}^s(S) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[-\hat{h}_i \wedge \hat{k}_i \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_b(A)) + \eta_1 \hat{h}_i (\hat{n} \wedge \vec{H}_v(A)) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-26})$$

$$\text{où } \begin{cases} \vec{E}_b(A) = \vec{E}_b^i(A) + \vec{E}_b^r(A) \\ \vec{H}_v(A) = \vec{H}_v^i(A) + \vec{H}_v^r(A) \end{cases} \quad (\text{IV.A-27})$$

En effet, si le champ incident électrique est polarisé horizontalement, alors le champ incident magnétique l'est verticalement.

Or nous avons montré, en annexe A, que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_b(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_b^i(A) + \vec{E}_b^r(A) \right) = (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) E_b^i(A) \quad (\text{IV.A-28})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_v(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_v^i(A) + \vec{H}_v^r(A) \right) = -\frac{1}{\eta_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i E_b^i(A) \quad (\text{IV.A-29})$$

\mathfrak{R}_b est le coefficient de réflexion de Fresnel de l'objet en polarisation horizontale.

Enfin, le champ rétrodiffusé par la cible en polarisation HH est :

$$\left(E_{bb}^s(S) \right)_I = E_0 e^{-jkR} j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-30})$$

II.2.2. La polarisation incidente est verticale

Dans ce cas, la composante du champ rétrodiffusé dirigée suivant le vecteur polarisation verticale est égale à :

$$E_{vv}^s(S) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[-\hat{v}_i \wedge \hat{k}_i \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_v(A)) + \eta_1 \hat{v}_i (\hat{n} \wedge \vec{H}_b(A)) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-31})$$

$$\text{où } \begin{cases} \vec{E}_v(A) = \vec{E}_v^i(A) + \vec{E}_v^r(A) \\ \vec{H}_b(A) = \vec{H}_b^i(A) + \vec{H}_b^r(A) \end{cases} \quad (\text{IV.A-32})$$

Si le champ incident électrique est polarisé verticalement, alors le champ incident magnétique l'est horizontalement.

Or, d'après les calculs effectués en annexe A, nous pouvons écrire que :

$$\begin{aligned}\hat{n} \wedge \vec{E}_v(A) &= \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_v^i(A) + \vec{E}_v^r(A) \right) = (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \vec{H}_b^i(A) \\ &= (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) E_v^i(A)\end{aligned}\quad (\text{IV.A-33})$$

$$\begin{aligned}\hat{n} \wedge \vec{H}_v(A) &= \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_v^i(A) + \vec{H}_v^r(A) \right) = (1 + \mathfrak{R}_v) \left(\hat{n} \wedge \vec{H}_b^i(A) \right) \\ &= \frac{1}{\eta_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \left[\hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) \right] E_v^i(A)\end{aligned}\quad (\text{IV.A-34})$$

où \mathfrak{R}_v est le coefficient de réflexion de Fresnel de l'objet en polarisation verticale.

Le champ rétrodiffusé en polarisation verticale s'exprime alors par :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_I = E_0 e^{-jkR} j \frac{k}{4\pi S} \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-35})$$

Remarques :

- Nous rappelons d'abord les expressions des vecteurs unitaires composant le repère direct $(\hat{k}_i, \hat{h}_i, \hat{v}_i)$ de l'émission :

$$\begin{cases} \hat{h}_i = -\sin \varphi_i \hat{x} + \cos \varphi_i \hat{y} \\ \hat{v}_i = \cos \theta_i \cos \varphi_i \hat{x} + \cos \theta_i \sin \varphi_i \hat{y} + \sin \theta_i \hat{z} \\ \hat{k}_i = \sin \theta_i \cos \varphi_i \hat{x} + \sin \theta_i \sin \varphi_i \hat{y} - \cos \theta_i \hat{z} \end{cases} \quad (\text{IV.A-36})$$

- Nous pouvons aussi souligner que, connaissant le champ rétrodiffusé en champ lointain, nous pourrions calculer, si nécessaire, le coefficient de rétrodiffusion à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{qp} = 4\pi R_s^2 \frac{E_{qp}^s}{E_p^i} \quad (\text{IV.A-37})$$

III. 2^{EME} TRAJET : RETRODIFFUSION PAR LA SURFACE RUGUEUSE

La géométrie de cette étude est représentée sur la figure (**fig IV.A-6**).

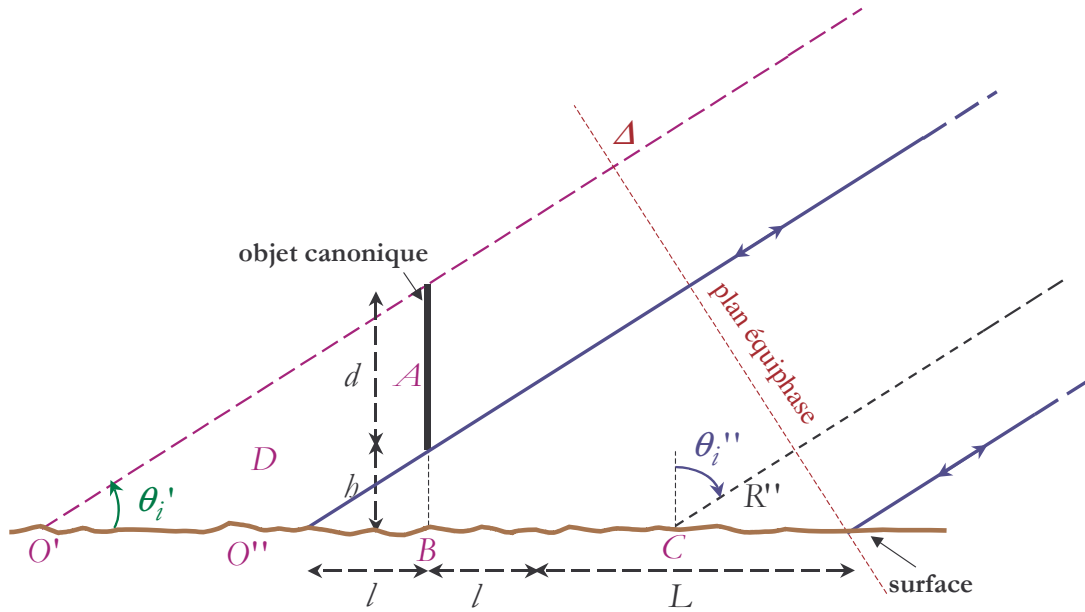


Figure IV.A-6 : Trajet direct : rétrodiffusion par la surface rugueuse

L'aire de la surface de diffusion incohérente est fixée par la taille du faisceau incident que nous avons arbitrairement tronqué afin qu'il intercepte une surface rectangulaire (**fig IV.A-6**) d'aire égale à :

$$A_{incob} = d \times (L + 2l) = d \times \frac{d + 2b}{\tan^2 \theta_i'} = d \times (d + 2b) \tan^2 \theta_i'' \quad (\text{IV.A-38})$$

III.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT C

III.1.1. Polarisation incidence horizontale

Le champ incident au point C est donné par :

$$\vec{E}_b^i(C) = \hat{h}_i E_b^i(C) = \hat{h}_i E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{DC}} \quad (\text{IV.A-39})$$

D'autre part $\vec{k}_i \cdot \vec{DC} = \|\vec{k}_i\| \|\vec{DC}\| \cos(\vec{k}_i, \vec{DC}) = k \times DC = kR''$ (voir (IV.A-2))

$$\text{Donc } \vec{E}_b^i(C) = \hat{h}_i E_0 e^{-jkR''} \Rightarrow E_b^i(C) = E_0 e^{-jkR''} \quad (\text{IV.A-40})$$

III.1.2. La polarisation incidente est verticale

De la même façon que dans le cas de la polarisation horizontale, nous pouvons montrer que :

$$\vec{E}_v^i(C) = \hat{v}_i E_v^i = \hat{v}_i E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{DC}} \quad (\text{IV.A-41})$$

$$\text{Donc } \vec{E}^i(C) = \hat{v}_i E_0 e^{-jkR''} \Rightarrow E_v^i(C) = E_0 e^{-jkR''} \quad (\text{IV.A-42})$$

III.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE PAR LA SURFACE RUGUEUSE

Pour caractériser les fluctuations statistiques associées à une surface rugueuse présentant des propriétés électromagnétiques uniformes, il est souvent d'usage de modéliser cette surface sous la forme d'un ensemble de diffuseurs, répartis aléatoirement sur la surface (fig IV.A-7) [55].

Le nombre de diffuseurs doit être suffisamment grand pour permettre une étude des propriétés statistiques des variations de la rétrodiffusion radar de la surface. Ils sont aussi statistiquement indépendants, c'est-à-dire que le champ instantané total dû aux contributions des diffuseurs peut être exprimé comme la somme des champs élémentaires ; les interactions entre les diffuseurs sont donc négligées.

Enfin, les amplitudes de chacun des champs rétrodiffusés doivent être comparables et même équivalentes, de telle sorte qu'aucun diffuseur n'est prédominant.

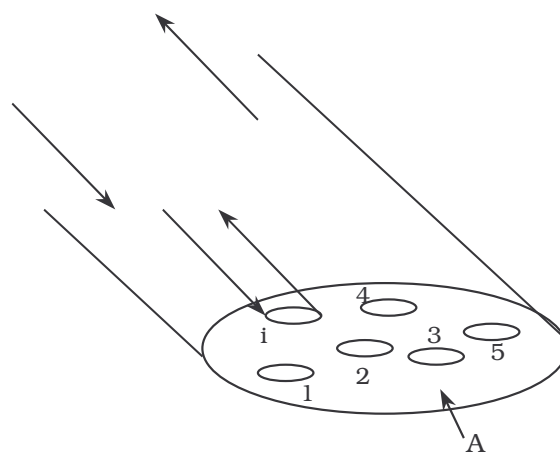


Figure IV.A-7 : Surface illuminée contenant plusieurs diffuseurs

Dans la bibliographie, les campagnes de mesure des coefficients de rétrodiffusion menées sur des surfaces satisfaisant les conditions précitées (sols, champs agricoles, sols couverts

de neige, etc...) ont montré que l'amplitude du champ total rétrodiffusé dû aux contributions de chaque diffuseur suit une loi de Rayleigh, tandis que sa phase est uniformément distribuée sur l'intervalle $[0, 2\pi]$ [58].

Ainsi, il nous faut générer une loi de Rayleigh afin d'exprimer le champ rétrodiffusé.

σ_{qp}^0 est le coefficient moyen de rétrodiffusion surfacique calculé par nos modules de calcul en dBm^2 / m^2 . $\sigma_{qp}^0 A_{incob}$ est le coefficient de rétrodiffusion d'une surface donnée d'aire égale à A_{incob} en dBm^2 .

Soit donc une variable aléatoire Y_k telle que :

$$Y_k = \sigma_{qp}^0 A_{incob} F_k \quad (\text{IV.A-43})$$

où F_k suit une loi exponentielle de moyenne égale à 1 et de densité de probabilité $p(F) = e^{-F}$.

Ulaby et al. ont montré dans [55] que Y_k suit alors une loi de Rayleigh de moyenne égale à $\sqrt{\sigma_{qp}^0 A_{incob}}$.

Ainsi, pour chaque réalisation des couples (F_k, ψ_k) sur la surface A_{inc} , nous obtenons une valeur du champ rétrodiffusé $\vec{E}_{qp}^s(S) \Big|_k$ donnée par (IV.A-44).

$$\vec{E}_{qp}^s(S) \Big|_k = \frac{e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{CS}}}{\sqrt{4\pi(CS)^2}} \sqrt{\sigma_{qp}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{pk}} \vec{E}^i(C) \quad (\text{IV.A-44})$$

ψ_{pk} est uniformément répartie entre 0 et 2π .

$$\vec{k}_s \cdot \vec{CS} = -\vec{k}_i \cdot (-\vec{SC}) = k(R_S - AH) = k(R_S - r)$$

Si nous effectuons plusieurs réalisations, nous pourrions observer que le module de ce champ suit bien une loi de Rayleigh de moyenne égale à $\sqrt{\sigma_{qp}^0 A_{incob}}$.

Finalement, l'équation (IV.A-45) donne une réalisation du champ rétrodiffusé.

$$E_{qp}^s(S) \Big|_k = E_p^i(C) \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{qp}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{pk}} \quad (\text{IV.A-45})$$

où $\sigma_{qp}^0(\theta_i'')$ est le coefficient total de rétrodiffusion calculé par les méthodes électromagnétiques présentées dans les chapitres II et III (IEM pour la diffusion de surface, Théorie du Transfert Radiatif pour la diffusion de volume).

III.2.1. La polarisation incidente est horizontale

Nous rappelons l'expression (IV.A-40) du champ électrique incident au point C.

$$E_b^i(C) = E_0 e^{-jkR''}$$

Ainsi, une réalisation k du champ rétrodiffusé s'exprime par :

$$\left(E_{bb}^s(S) \Big|_k \right)_\Pi = E_0 e^{-jkR''} \frac{e^{-jk(R_S-r)}}{\sqrt{4\pi(R_S-r)^2}} \sqrt{\sigma_{bb}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{bk}} \quad (\text{IV.A-46})$$

III.2.2. La polarisation incidente est verticale

Le champ incident au point C est : $E_v^i(C) = E_0 e^{-jkR''}$

L'équation (IV.A-47) donne l'expression d'une réalisation du champ rétrodiffusé.

$$\left(E_{vv}^s(S) \Big|_k \right)_\Pi = E_0 e^{-jkR''} \frac{e^{-jk(R_S-r)}}{\sqrt{4\pi(R_S-r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{vk}} \quad (\text{IV.A-47})$$

Nous avons déterminé, dans les deux sections précédentes, les contributions en rétrodiffusion de l'objet canonique et de la surface rugueuse (fig IV.A-2).

Nous nous penchons à présent sur les trajets composés où intervient le couplage proche ou lointain entre la facette et la route.

IV. 3^{EME} TRAJET : TRAJET ROUTE-OBJET-RECEPTEUR

La figure (fig IV.A-8) montre la géométrie de cette observation.

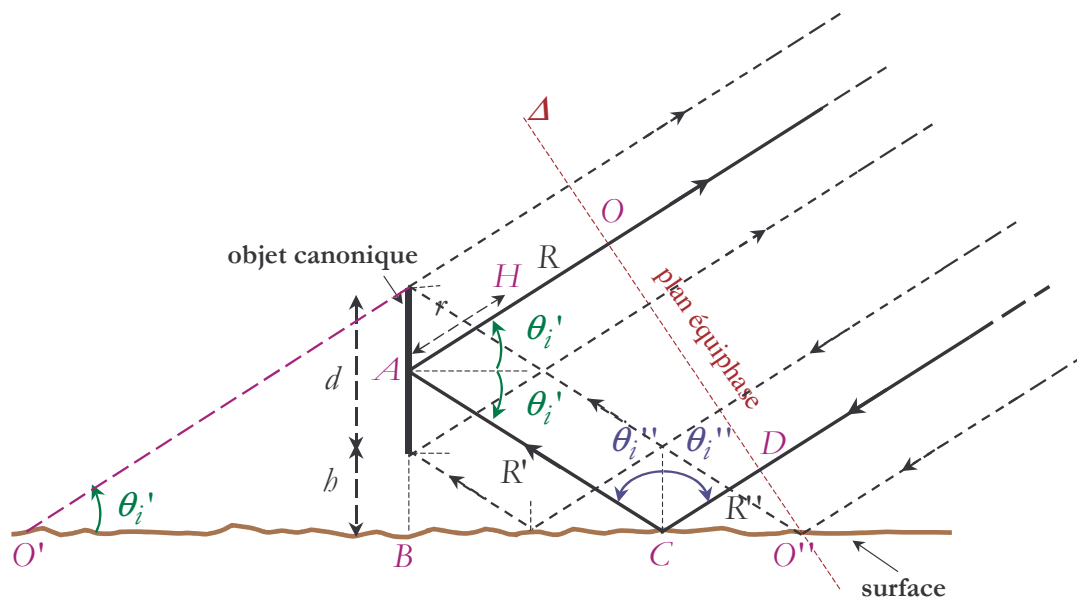


Figure IV.A-8 : Trajet multiple : diffusion par la surface rugueuse en direction de l'objet canonique \Rightarrow
diffusion par l'objet canonique en direction de la source

Pour cette étude, nous décomposons ce trajet en deux sous-trajets :

- le trajet entre la route et l'objet,
- le trajet entre l'objet et le récepteur.

Notations : Dans le cadre de l'étude de ce trajet indirect de rétrodiffusion :

Les champs se rapportant à la surface seront reconnaissables à un exposant égal à 1.

Les champs se rapportant à l'objet seront reconnaissables à un exposant égal à 2.

IV.1. TRAJET ROUTE – OBJET

Ce trajet est particulier car l'objet canonique et la surface se trouvent, suivant leurs dimensions et l'angle d'incidence, en zone proche ou en zone lointaine l'un de l'autre.

IV.1.1. La facette et la surface sont en zone proche l'une de l'autre

Le faisceau de rayons incidents se transforme en un faisceau de rayons réfléchis après être entré en contact avec la surface diélectrique. Si la surface est lisse à peu rugueuse, nous pourrons modéliser le faisceau réfléchi en appliquant le formalisme de l'Optique Géométrique (OG). La faible rugosité sera prise en compte en utilisant les coefficients de Fresnel modifiés [44].

Nous ne traiterons pas le cas d'une surface très rugueuse, puisque les lois de l'OG ne peuvent alors plus être appliquées.

Dans la partie B de ce chapitre, nous insisterons davantage sur la définition de la hauteur maximale acceptable des irrégularités.

☛ La polarisation incidente est horizontale

Nous rappelons l'équation (IV.A-40) qui donne l'expression du champ incident sur la surface rugueuse au point C .

$$E_b^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$$

L'expression (IV.A-48) est celle du champ incident au point A après réflexion en C .

$$E_b^{r1}(A) = E_b^{i2}(A) = E_0 e^{-jkR''} \boxed{|\mathfrak{R}_b(\theta_i'')| e^{-2(\vec{k}_{s_x} \cos \theta_i'')^2}} e^{j\varphi_b(\theta_i'')} e^{-j\vec{k}_s \cdot \overline{CA}} \quad (\text{IV.A-48})$$

↑
Coefficient de Fresnel
modifié en polarisation H

avec $\varphi_b(\theta_i'') = \arg[\mathfrak{R}_b(\theta_i'')] = \arctan\left(\frac{\Im m[\mathfrak{R}_b(\theta_i'')]}{\Re e[\mathfrak{R}_b(\theta_i'')]} \right)$

Or $\vec{k}_s \cdot \overline{CA} = \|\vec{k}_s\| \|\overline{CA}\| \cos(\vec{k}_s, \overline{CA}) = k \times CA = kR'$

Donc $E_b^{r1}(A) = E_b^{i2}(A) = E_0 |\mathfrak{R}_b(\theta_i'')| e^{-2(\vec{k}_{s_x} \cos \theta_i'')^2} e^{j\varphi_b(\theta_i'')} e^{-jk(R''+R')} \quad (\text{IV.A-49})$

☛ La polarisation de l'onde incidente est verticale

Nous rappelons l'expression du champ incident (IV.A-42).

$$E_v^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$$

Le champ incident en A après réflexion en C a alors pour expression dans le cas d'une surface lisse à peu rugueuse :

$$E_v^{r1}(A) = E_v^{i2}(A) = E_0 e^{-jkR''} \boxed{|\mathfrak{R}_v(\theta_i'')| e^{-2(\vec{k}_{s_x} \cos \theta_i'')^2}} e^{j\varphi_v(\theta_i'')} e^{-j\vec{k}_s \cdot \overline{CA}} \quad (\text{IV.A-50})$$

↑
Coefficient de Fresnel
modifié en polarisation V

avec $\varphi_v(\theta_i'') = \arg[\mathfrak{R}_v(\theta_i'')] = \arctan\left(\frac{\Im m[\mathfrak{R}_v(\theta_i'')]}{\Re e[\mathfrak{R}_v(\theta_i'')]} \right)$

Sachant que $\vec{k}_s \cdot \vec{CA} = kR'$, nous avons alors :

$$E_p^{r1}(A) = E_p^{i2}(A) = E_0 \left| \mathfrak{R}_v(\theta_i'') \right| e^{-2(k_s \cos \theta_i'')^2} e^{j\phi_v(\theta_i'')} e^{-jk(R''+R')} \quad (\text{IV.A-51})$$

IV.1.2. La facette et la surface sont en zone lointaine l'une de l'autre

Dans ce cas, le champ rayonné par la surface en direction de la facette est déterminé en appliquant l'Optique Physique champ-lointain. Le point de départ est l'équation intégrale de Stratton-Shu qui est réécrite ci-dessous (voir §II.2).

$$E_{qp}^s(S) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_p(A)) + \eta_1 \hat{q} (\hat{n} \wedge \vec{H}_p(A)) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS$$

$\vec{E}_p(A)$ et $\vec{H}_p(A)$ sont les champs totaux surfaciques. Nous les exprimons à partir des formulations de l'Optique Géométrique, soit :

$$\begin{cases} \vec{E}_p(A) = \vec{E}_p^i(A) + \vec{E}_p^r(A) \\ \vec{H}_p(A) = \vec{H}_p^i(A) + \vec{H}_p^r(A) \end{cases}$$

$\vec{E}_p^r(A)$ et $\vec{H}_p^r(A)$ sont les champs électrique et magnétique réfléchis.

☞ La polarisation incidente est horizontale

Rappelons l'expression (IV.A-40) du champ incident au point C , sur la surface.

$$E_b^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$$

Dans ce cas de polarisation, le champ diffusé en A , en zone lointaine, est donné par l'équation (IV.A-52) :

$$E_{bb}^{s1}(A) = E_b^{i2}(A) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{b}_s \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_b^1(C)) + \eta_1 \hat{b}_s (\hat{n} \wedge \vec{H}_b^1(C)) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-52})$$

(si le champ incident électrique est polarisé horizontalement, alors le champ incident magnétique l'est verticalement).

Nous avons de plus :

$$\begin{cases} \vec{E}_b^1(C) = \vec{E}_b^{i1}(C) + \vec{E}_b^{r1}(C) \\ \vec{H}_v^1(C) = \vec{H}_v^{i1}(C) + \vec{H}_v^{r1}(C) \end{cases}$$

$\vec{E}_b^{r1}(C)$ et $\vec{H}_v^{r1}(C)$ sont les champs électrique et magnétique réfléchis par la surface lisse ou rugueuse.

D'après les équations (A-14) et (A-16) de l'annexe A, nous pouvons écrire :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_b^1(C)_1 = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_b^{i1}(C) + \vec{E}_b^{r1}(C) \right) = (1 + \mathfrak{R}_b) \left(\hat{n} \wedge \hat{h}_i \right) E_b^{i1}(C) \quad (\text{IV.A-53})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_v^1(C) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_v^{i1}(C) + \vec{H}_v^{r1}(C) \right) = -\frac{1}{\eta_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \hat{h}_i E_b^{i1}(C) \quad (\text{IV.A-54})$$

Ainsi, dans le cas où la plaque et la surface sont en zone lointaine l'une de l'autre, et que la polarisation incidente est horizontale, le champ incident au point A est donné par :

$$E_{bb}^{s1}(A) = E_b^{i2}(A) = j \frac{k E_0}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \left(\hat{n} \wedge \hat{h}_i \right) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jk(R''+R')}}{R'} \quad (\text{IV.A-55})$$

☛ La polarisation incidente est verticale

Nous rappelons d'abord, comme précédemment, l'expression du champ incident au point C dans ce cas de polarisation.

$$E_v^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$$

Le champ lointain diffusé par la surface rugueuse en direction de la facette est évalué à partir de l'équation (IV.A-56) :

$$E_{vv}^{s1}(A) = E_v^{i2}(A) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s \cdot \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_v^1(C) \right) + \eta_1 \hat{v}_s \cdot \left(\hat{n} \wedge \vec{H}_b^1(C) \right) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-56})$$

Notons encore que $\vec{E}_v^1(C)$ et $\vec{H}_b^1(C)$, les champs totaux surfaciques au point C , sont calculés à partir des formulations de l'Optique Géométrique :

$$\begin{cases} \vec{E}_v^1(C) = \vec{E}_v^{i1}(C) + \vec{E}_v^{r1}(C) \\ \vec{H}_b^1(C) = \vec{H}_b^{i1}(C) + \vec{H}_b^{r1}(C) \end{cases} \quad \text{où } \vec{E}_v^{r1}(C) \text{ et } \vec{H}_b^{r1}(C) \text{ sont les champs électrique et}$$

magnétique réfléchis par la surface.

Nous relevons en annexe A que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_v^1(C) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_v^{i1}(C) + \vec{E}_v^{r1}(C) \right) = (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) E_v^{i1}(C) \quad (\text{IV.A-57})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_b^1(C) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_b^{i1}(C) + \vec{H}_b^{r1}(C) \right) = \frac{1}{\eta_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \left[\hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) \right] E_v^{i1}(C) \quad (\text{IV.A-58})$$

Ainsi, le champ diffusé en direction de la facette par la surface lisse à peu rugueuse est donné finalement par (IV.A-59).

$$E_{vv}^{s1}(A) = E_v^{i2}(A) = j \frac{k E_0}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{b}_i) \hat{b}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s (\hat{n} \wedge \hat{b}_i) \right] \frac{e^{-jk(R''+R')}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-59})$$

IV.2. TRAJET OBJET – RECEPTEUR

Le champ diffusé par l'objet est aussi calculé par l'Optique Physique champ lointain (§IV.1.2).

IV.2.1. La polarisation incidente est horizontale

Le champ diffusé en direction du récepteur est donc :

$$\left(E_{bb}^s(S) \right)_{III} = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{b}_s \wedge \hat{k}_s \cdot \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b^2(A) \right) + \eta_1 \hat{b}_s \left(\hat{n} \wedge \vec{H}_v^2(A) \right) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-60})$$

$$\text{où } \begin{cases} \vec{E}_b^2(A) = \vec{E}_b^{i2}(A) + \vec{E}_b^{r2}(A) \\ \vec{H}_v^2(A) = \vec{H}_v^{i2}(A) + \vec{H}_v^{r2}(A) \end{cases} \quad (\text{IV.A-61})$$

Nous nous reportons une fois encore à l'annexe A où nous montrons que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_b^2(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_b^{i2}(A) + \vec{E}_b^{r2}(A) \right) = (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) E_b^{i2}(A) \quad (\text{IV.A-62})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_v^2(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_v^{i2}(A) + \vec{H}_v^{r2}(A) \right) = -\frac{1}{\eta_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i E_b^{i2}(A) \quad (\text{IV.A-63})$$

Ainsi, le champ diffusé en polarisation HH s'exprime par :

$$\left(E_{bb}^s(S) \right)_{III} = E_b^{i2}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-64})$$

sachant que le champ incident au point A , $E_b^{i2}(A)$, est donné par (IV.A-49) ou (IV.A-55) selon que la facette et la surface sont en zones proche ou lointaine l'une de l'autre.

IV.2.2. La polarisation incidente est verticale

Le champ diffusé se calcule de la même manière que dans le cas précédent. Il est défini par (IV.A-65) :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_{III} = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_v^2(A)) + \eta_1 \hat{v}_s (\hat{n} \wedge \vec{H}_b^2(A)) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-65})$$

$$\text{où} \begin{cases} \vec{E}_v(A) = \vec{E}_v^i(A) + \vec{E}_v^r(A) \\ \vec{H}_b(A) = \vec{H}_b^i(A) + \vec{H}_b^r(A) \end{cases} \quad (\text{IV.A-66})$$

Or, d'après les calculs effectués en annexe A, nous pouvons écrire que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_v^2(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_v^{i2}(A) + \vec{E}_v^{r2}(A) \right) = (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) E_v^{i2}(A) \quad (\text{IV.A-67})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_b^2(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_b^{i2}(A) + \vec{H}_b^{r2}(A) \right) = \frac{1}{\eta_1} (1 + \mathfrak{R}_v) [\hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i)] E_v^{i2}(A) \quad (\text{IV.A-68})$$

Ainsi, le champ diffusé en direction du récepteur est donné par (IV.A-69) :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_{III} = E_v^{i2}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{h}_i) \hat{h}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (\text{IV.A-69})$$

Rappelons le champ incident au point A après réflexion en C est donné par (IV.A-51) ou (IV.A-59) suivant la position de la surface par rapport à la facette.

Remarque :

Dans le cas d'une facette métallique, les équations (IV.A-64) et (IV.A-69) peuvent être simplifiées ; elles deviennent alors :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = E_b^{i2}(A) j \frac{2k_s}{4\pi} \int_S \left[\hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} \quad (IV.A-70)$$

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = -E_v^{i2}(A) j \frac{2k_s}{4\pi} \int_S \left[\hat{v}_s (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s} dS \quad (IV.A-71)$$

V. 4^{EME} TRAJET : TRAJET OBJET-ROUTE-RECEPTEUR

La configuration d'étude est présentée page suivante sur la figure (fig IV.A-9).

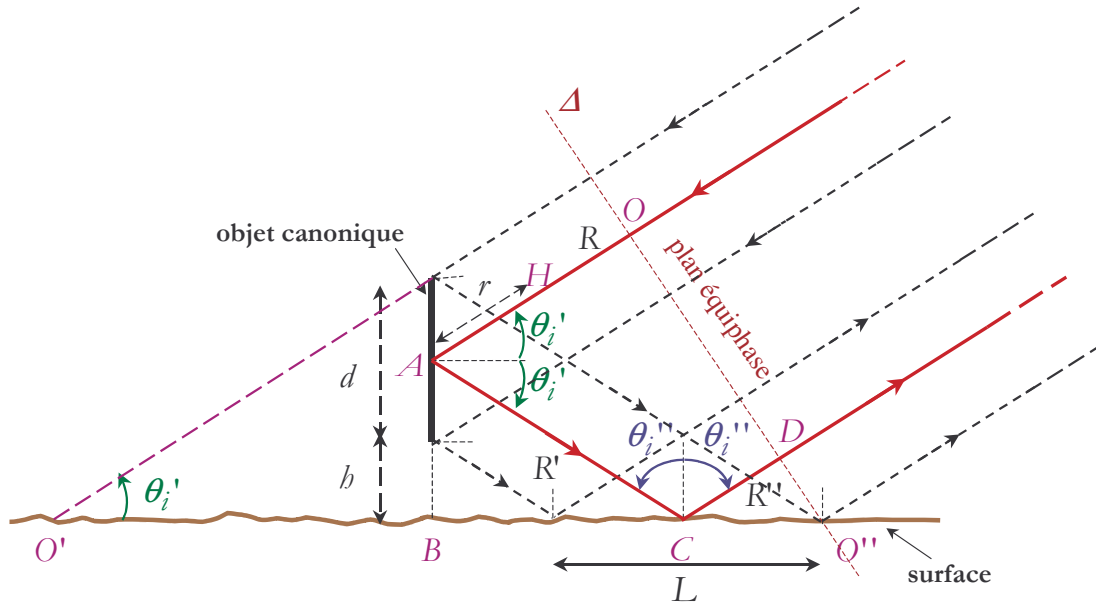


Figure IV.A-9 : Trajet multiple : diffusion par l'objet canonique en direction de la surface
 ➡ diffusion par la surface en direction de la source

L'aire de couplage cohérent A_{cob} est déterminée par la trace de la projection de l'objet canonique sur la surface, soit la surface rectangulaire de côtés égaux à L et d .

A_{cob} est donc donnée par :

$$A_{cob} = d \times L = d^2 \frac{1}{\tan \theta_i''} = d^2 \tan \theta_i' \quad (IV.A-72)$$

Nous étudierons successivement le trajet de couplage entre l'objet canonique et la route, puis la diffusion par la route en direction du récepteur.

Notations : Dans le cadre de l'étude de ce trajet indirect de rétrodiffusion :

Les champs se rapportant à l'objet seront reconnaissables à un exposant égal à 1.

Les champs se rapportant à la surface seront reconnaissables à un exposant égal à 2.

V.1. TRAJET OBJET CANONIQUE – ROUTE

Ce trajet sera modélisé par l'Optique Géométrique ou l'Optique Physique suivant que la surface se trouve en zone de rayonnement proche ou lointain de la facette.

V.1.1. La facette et la surface sont en champ proche l'une de l'autre

☞ La polarisation incidente est horizontale

Nous rappelons que, dans ce cas de polarisation, le champ incident au point A est donné par (IV.A-19) :

$$E_b^{i1}(A) = E_0 e^{-jkR}$$

Le champ alors incident sur la surface rugueuse après réflexion en A est défini par :

$$E_b^{r1}(C) = E_b^{i2}(C) = E_0 e^{-jkR} |\mathfrak{R}_b(\theta_i')| e^{j\varphi_b(\theta_i')} e^{-j\vec{k}_r \cdot \overline{AC}} \quad (\text{IV.A-73})$$

$$\varphi_b(\theta_i') \text{ est l'argument du coefficient de réflexion, } \varphi_b(\theta_i') = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_b(\theta_i')]}{\Re e[\mathfrak{R}_b(\theta_i')]}$$

$$\text{Or } \vec{k}_r \cdot \overline{AC} = \|\vec{k}_r\| \|\overline{AC}\| \cos(\vec{k}_r \cdot \overline{AC}) = k \times AC = kR'$$

$$\text{Enfin } E_b^{r1}(C) = E_b^{i2}(C) = E_0 |\mathfrak{R}_b(\theta_i')| e^{j\varphi_b(\theta_i')} e^{-jk(R+R')} \quad (\text{IV.A-74})$$

☞ La polarisation incidente est verticale

De même, nous pouvons montrer que si la polarisation incidente est verticale, le champ réfléchi au point C est alors :

$$E_v^{r1}(C) = E_v^{i2}(C) = E_0 |\mathfrak{R}_v(\theta_i')| e^{j\varphi_v(\theta_i')} e^{-jk(R+R')} \quad (\text{IV.A-75})$$

$$\text{où } \varphi_v(\theta_i') = \arg[\mathfrak{R}_v(\theta_i')] = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_v(\theta_i')]}{\Re e[\mathfrak{R}_v(\theta_i')]}$$

Remarque :

Dans le cas d'une cible métallique, $\mathfrak{R}_b = e^{j\pi}$ et $\mathfrak{R}_v = 1$.

$$\text{Ainsi : } E_b^{r1}(C) = E_b^{i2}(C) = -E_0 e^{-jk(R+R')} = E_0 e^{-jk(R+R'-\pi)}$$

$$E_v^{r1}(C) = E_v^{i2}(C) = E_0 e^{-jk(R+R')}$$

V.1.2. La facette et la surface sont en champ lointain l'une de l'autre

Le champ rayonné par la facette en direction de la surface est alors calculé à partir de la formulation de l'Optique Physique champ lointain (§IV.1.2).

☛ **La polarisation incidente est horizontale**

L'expression du champ électrique sur la facette est rappelée ci-dessous :

$$E_b^{i1}(A) = E_0 e^{-jkR}$$

L'équation (IV.A-76) donne l'expression intégrale du champ électrique diffusé par la facette en direction de la surface.

$$E_{bb}^{s1}(C) = E_b^{i2}(C) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{h}_s \wedge \hat{k}_s \cdot \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b^1(A) \right) + \eta_1 \hat{h}_s \left(\hat{n} \wedge \vec{H}_v^1(A) \right) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-76})$$

Rappelons que $\vec{E}_b^1(A)$ et $\vec{H}_v^1(A)$, qui sont les champs totaux surfaciques, sont définis par les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \vec{E}_b^1(A) = \vec{E}_b^{i1}(A) + \vec{E}_b^{r1}(A) \\ \vec{H}_v^1(A) = \vec{H}_v^{i1}(A) + \vec{H}_v^{r1}(A) \end{cases}$$

$\vec{E}_b^{r1}(A)$ et $\vec{H}_v^{r1}(A)$ sont les champs électrique et magnétique réfléchis par la facette.

En annexe A, nous avons montré que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_b^1(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_b^{i1}(A) + \vec{E}_b^{r1}(A) \right) = (1 + \mathfrak{R}_b) \left(\hat{n} \wedge \hat{h}_i \right) E_b^{i1}(A) \quad (\text{IV.A-77})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_v^1(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_v^{i1}(A) + \vec{H}_v^{r1}(A) \right) = -\frac{1}{\eta_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \hat{h}_i E_b^{i1}(A) \quad (\text{IV.A-78})$$

Finalement, le champ diffusé en direction de la surface sera donné, pour une polarisation incidente horizontale par (IV.B-79).

$$E_{bb}^{s1}(C) = E_b^{i2}(C) = j \frac{kE_0}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jk(R+R')}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-79})$$

☛ La polarisation incidente est verticale

Nous rappelons d'abord, comme précédemment, l'expression du champ incident au point A dans ce cas de polarisation.

$$E_v^{i1}(A) = E_0 e^{-jkR}$$

Le champ lointain diffusé par la surface rugueuse en direction de la facette est évalué à partir de l'équation (IV.A-80) :

$$E_{vv}^{s1}(C) = E_v^{i2}(C) = j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[\hat{v}_s \wedge \hat{k}_r \cdot \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_v^1(A) \right) + \eta_1 \hat{v}_s \left(\hat{n} \wedge \vec{H}_b^1(A) \right) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-80})$$

$$\vec{E}_v^1(C) \text{ et } \vec{H}_b^1(C) \text{ sont donnés par : } \begin{cases} \vec{E}_v^1(C) = \vec{E}_v^{i1}(C) + \vec{E}_v^{r1}(C) \\ \vec{H}_b^1(C) = \vec{H}_b^{i1}(C) + \vec{H}_b^{r1}(C) \end{cases}$$

où $\vec{E}_v^{r1}(C)$ et $\vec{H}_b^{r1}(C)$ sont les champs électrique et magnétique réfléchis par la surface.

En annexe A, nous avons montré que :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}_v^1(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{E}_v^{i1}(A) + \vec{E}_v^{r1}(A) \right) = (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) E_v^{i1}(A) \quad (\text{IV.A-81})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}_b^1(A) = \hat{n} \wedge \left(\vec{H}_b^{i1}(A) + \vec{H}_b^{r1}(A) \right) = \frac{1}{\eta_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \left[\hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) \right] E_v^{i1}(A) \quad (\text{IV.A-82})$$

Ainsi, le champ diffusé en direction de la facette par la surface lisse à peu rugueuse est donné finalement par (IV.A-83).

$$E_{vv}^{s1}(C) = E_v^{i2}(C) = j \frac{kE_0}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{h}_i) \hat{h}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jk(R+R')}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-83})$$

Remarque :

Dans le cas où la facette considérée est métallique, les équations (IV.A-79) et (IV.A-83) peuvent être modifiées.

Nous avons alors :

$$E_b^{i2}(C) = j \frac{2kE_0}{4\pi} \int_S \left[\hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jk(R+R')}}{R'} \quad (\text{IV.A-84})$$

$$E_v^{i2}(A) = -j \frac{2kE_0}{4\pi} \int_S \left[-\hat{v}_s (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jk(R+R')}}{R'} dS \quad (\text{IV.A-85})$$

V.2. TRAJET ROUTE – RECEPTEUR

V.2.1. Variation de la diffusion dans la direction du récepteur en fonction de la rugosité de la surface

Suivant la rugosité de la surface, trois types de diffusion se présentent à nous.

☞ Si la surface étudiée est lisse à peu rugueuse ($s_{\chi} \leq \lambda / 10$) :

La diffusion cohérente est prépondérante. Le module du champ diffusé est proportionnel au module du coefficient de réflexion et sa phase est déterminée à partir de celle du coefficient de Fresnel modifié (cf. (IV.A-49), (IV.A-51)).

☞ Si la surface étudiée est modérément rugueuse ($\lambda / 10 < s_{\chi} \leq \lambda / 4$) :

La diffusion est intermédiaire : la diffusion incohérente augmente avec l'amplitude des irrégularités sur la surface, tandis que la diffusion cohérente diminue régulièrement jusqu'à s'annuler totalement lorsque s_{χ} devient supérieure à $\lambda / 4$.

☞ Si la surface étudiée est très rugueuse ($s_{\chi} > \lambda / 4$) :

Dans ce cas là, la diffusion cohérente est inexistante et seule subsiste la diffusion incohérente. Le module du champ diffusé suit une loi de Rayleigh, alors que sa phase est uniformément répartie entre 0 et 2π . Le champ total diffusé est alors déterminé en appliquant le même raisonnement que dans le cas de la rétrodiffusion (voir §III-2).

V.2.2. Calcul de la phase des champs diffusés à partir du terme de diffusion cohérente

Pour satisfaire les conditions d'étude en champ proche évoquées dans la section précédente (§IV.1), nous nous placerons dans le cas d'une surface lisse à peu rugueuse. Nous avons montré dans le chapitre II, que les termes complémentaire et croisé de la diffusion cohérente étant très faibles, nous les négligeons dans nos calculs.

Ainsi, nous rappelons uniquement l'expression du champ diffusé de Kirchhoff (voir annexe C) :

$$E_{qp}^{sk} = KE_0 f_{qp} A_0 e^{-\frac{j\kappa}{2} (\kappa_{sx} + \kappa_x)^2} \frac{\sin[(\kappa_{sx} - \kappa_x)d]}{(\kappa_{sx} - \kappa_x)d} \frac{\sin[(\kappa_y - \kappa_y)L]}{(\kappa_y - \kappa_y)L} \quad (\text{IV.A-86})$$

$A_0 = d \times L$ est l'aire de la surface carrée éclairée au sol,

$$K = -\frac{j\kappa}{4\pi(R_s - r)} e^{-jk(R_s - r)},$$

J_1 est la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et du 1^{er} ordre,

f_{qp} est le coefficient de Kirchhoff (annexe A).

Le champ diffusé en direction du récepteur en polarisation principale peut ainsi s'écrire :

$$E_{pp}^{sk} = KE_0 f_{pp} A_0 e^{-\frac{j\kappa}{2} (\cos\theta_i + \cos\theta_r)^2} \frac{\sin[(\kappa_{sx} - \kappa_x)d]}{(\kappa_{sx} - \kappa_x)d} \frac{\sin[(\kappa_y - \kappa_y)L]}{(\kappa_y - \kappa_y)L} \quad (\text{IV.A-87})$$

La phase de ce champ peut alors se déterminer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \phi_p &= \arg(E_{pp}^{sk}) \\ &= \arg(-j) + \arg(f_{pp}) + \arg\left(\frac{\sin[(\kappa_{sx} - \kappa_x)d]}{(\kappa_{sx} - \kappa_x)d} \frac{\sin[(\kappa_y - \kappa_y)L]}{(\kappa_y - \kappa_y)L}\right) \end{aligned} \quad (\text{IV.A-88})$$

En définitive, suivant la valeur de la fonction de Bessel, deux cas se présentent à nous :

$$\text{Si } \left(\frac{\sin[(\kappa_{sx} - \kappa_x)d]}{(\kappa_{sx} - \kappa_x)d} \frac{\sin[(\kappa_y - \kappa_y)L]}{(\kappa_y - \kappa_y)L} \right) \geq 0 \text{ alors } \phi_p = -\frac{\pi}{2} + \arg(f_{pp}) \quad (\text{IV.A-89})$$

$$\text{Si } \left(\frac{\sin[(\kappa_{sx} - \kappa_x)d]}{(\kappa_{sx} - \kappa_x)d} \frac{\sin[(\kappa_y - \kappa_y)L]}{(\kappa_y - \kappa_y)L} \right) < 0 \text{ alors } \phi_p = +\frac{\pi}{2} + \arg(f_{pp}) \quad (\text{IV.A-90})$$

Nous avons donc déterminé la phase du champ diffusé. Ainsi, si la surface est **lisse à peu rugueuse**, il s'exprime de la façon suivante :

$$E_{pp}^s(S) = E_p^{i2}(C) \frac{e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{CS}}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{pp}(\theta_i'')} e^{j\phi_p(\theta_i'')} \quad (\text{IV.A-91})$$

$$\text{Or } \vec{k}_s \cdot \vec{CS} = \|\vec{k}_s\| \|\vec{CS}\| \cos(\vec{k}_s, \vec{CS}) = k(R_S - r)$$

$$\text{Ainsi : } E_{pp}^s(S) = E_p^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{pp}(\theta_i'')} e^{j\phi_p(\theta_i'')} \quad (\text{IV.A-92})$$

$\phi_p(\theta_i'')$ sera calculée par (IV.A-89) ou (IV.A-90) suivant le signe du terme $\left(\frac{\sin[(k_{sx} - k_x)d]}{(k_{sx} - k_x)d} \frac{\sin[(k_{sy} - k_y)L]}{(k_{sy} - k_y)L} \right)$.

V.2.3. Calcul du champ diffusé : la polarisation incidente est horizontale

Rappelons d'abord l'expression du champ incident au point C ; si l'objet canonique et la surface sont en zone proche l'une de l'autre, elle est donnée par (IV.A-74) ; sinon elle est calculée par (IV.A-79).

Le champ diffusé dans la direction du spéculaire sera donc défini par :

$$\left(E_{hh}^s(S) \right)_{IV} = E_b^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{hh}^s(\theta_i'')} e^{j\phi_h(\theta_i'')} \quad (\text{IV.A-93})$$

V.2.4. Calcul du champ diffusé : la polarisation incidente est verticale

Le champ incident au point C est donné, soit par (IV.A-75), soit par (IV.A-83).

Ainsi, en polarisation VV, le champ diffusé par la surface rugueuse dans la direction spéculaire a pour expression :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_{IV} = E_v^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^s(\theta_i'')} e^{j\phi_v(\theta_i'')} \quad (\text{IV.A-94})$$

VI. CONCLUSION : RECAPITULATIF DES RESULTATS

Nous avons consacré cette première partie au calcul des champs rétrodiffusés par chaque trajet présenté sur la figure (**fig IV.A-2**) qui est rappelée ci-dessous. L'originalité de ce travail repose surtout sur la modélisation du couplage entre l'objet et la route selon qu'ils se trouvent en zone proche ou en zone lointaine l'un de l'autre. Lors de chaque étape des calculs, nous avons insisté sur la nécessité d'exprimer les champs en module et en phase afin de pouvoir les sommer de façon cohérente.

La rétrodiffusion totale par l'objet composé (objet canonique - surface) est constituée des quatre mécanismes décrits ci-dessous.

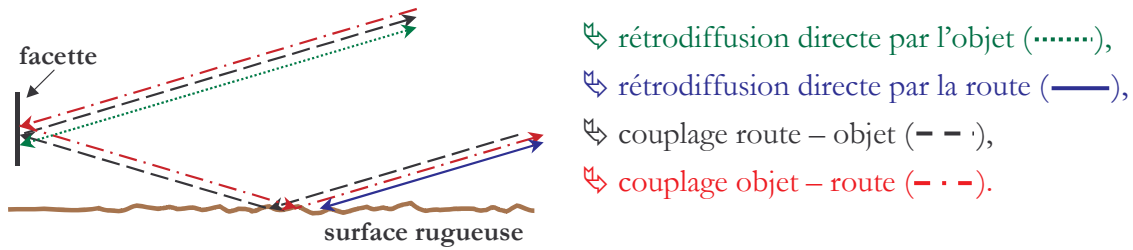


Figure IV.A-10 : Mécanismes de rétrodiffusion de l'objet composé

Nous récapitulons ci-dessous les résultats que nous avons obtenus pour chaque trajet étudié.

◆ Rétrodiffusion directe par l'objet canonique :

- La polarisation incidente est horizontale :

Champ incident en \mathcal{A} : $E_b^i(\mathcal{A}) = E_0 e^{-jkR}$

Champ rétrodiffusé en \mathcal{S} :

$$\left(E_{bb}^s(\mathcal{S})\right)_I = E_b^i(\mathcal{A}) j \frac{k}{4\pi_S} \int \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

- La polarisation incidente est verticale :

Champ incident en \mathcal{A} : $E_v^i(\mathcal{A}) = E_0 e^{-jkR}$

Champ rétrodiffusé en \mathcal{S} :

$$\left(E_{vv}^s(\mathcal{S})\right)_I = E_v^i(\mathcal{A}) j \frac{k}{4\pi_S} \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

◆ **Rétrodiffusion directe par la surface lisse ou peu rugueuse :**

- La polarisation incidente est horizontale :

Champ incident en C : $E_b^i(C) = E_0 e^{-jkR''}$

Champ rétrodiffusé en S :

Surface lisse

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_I = E_b^i(C) j \frac{k}{4\pi_S} \int \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

Surface peu rugueuse

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{|k}^I = E_b^i(C) \frac{e^{-jk(R_s-r)}}{\sqrt{4\pi(R_s-r)^2}} \sqrt{\sigma_{bb}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{bk}}$$

- La polarisation incidente est verticale :

Champ incident en C : $E_v^i(C) = E_0 e^{-jkR''}$

Champ rétrodiffusé en S :

Surface lisse

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_I = E_v^i(C) j \frac{k}{4\pi_S} \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_i \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

Surface peu rugueuse

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{|k}^I = E_v^i(C) \frac{e^{-jk(R_s-r)}}{\sqrt{4\pi(R_s-r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{vk}}$$

ψ_{bk} et ψ_{vk} sont aléatoirement réparties entre 0 et 2π .

F_k suit une loi exponentielle de moyenne égale à 1 et de densité de probabilité

$$p(F) = e^{-F}.$$

◆ **Rétrodiffusion indirecte surface \Rightarrow objet \Rightarrow récepteur :**

- La polarisation incidente est horizontale :

Champ incident en C : $E_b^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$

Champ incident en A après diffusion par la surface :

L'objet et la surface sont en champ proche l'un de l'autre

$$E_b^{i2}(A) = E_b^{i1}(C) |\mathfrak{R}_b(\theta_i'')| e^{-2(k_s s_{\hat{n}} \cos \theta_i'')^2} e^{j\varphi_b(\theta_i'')} e^{-jkR'}$$

L'objet et la surface sont en champ lointain l'un de l'autre

$$E_b^{i2}(A) = E_b^{i1}(C) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'}$$

Champ rétrodiffusé en S :

$$\left(E_{bb}^s(S) \right)_{III} = E_b^{i2}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

- La polarisation incidente est verticale :

Champ incident en C : $E_v^{i1}(C) = E_0 e^{-jkR''}$

Champ incident en A après réflexion en C :

L'objet et la surface sont en champ proche l'un de l'autre

$$E_v^{i2}(A) = E_v^{i1}(C) |\mathfrak{R}_v(\theta_i'')| e^{-2(k_s \cos \theta_i'')^2} e^{j\varphi_v(\theta_i'')} e^{-jkR'}$$

L'objet et la surface sont en champ lointain l'un de l'autre

$$E_v^{i2}(A) = E_v^{i1}(C) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{h}_i) \hat{h}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS$$

Champ rétrodiffusé en S :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_{III} = E_v^{i2}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{h}_i) \hat{h}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR_s}}{R_s}$$

Nous rappelons que $\varphi_b(\theta_i') = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_b(\theta_i')]}{\Re e[\mathfrak{R}_b(\theta_i')]}$ et que $\varphi_v(\theta_i') = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_v(\theta_i')]}{\Re e[\mathfrak{R}_v(\theta_i')]}$.

◆ Rétrodiffusion indirecte objet \Rightarrow surface \Rightarrow récepteur :

- La polarisation incidente est horizontale :

Champ incident en A : $E_b^{i1}(A) = E_0 e^{-jkR}$

Champ incident en C après réflexion en A :

L'objet et la surface sont en champ proche l'un de l'autre

$$E_b^{i2}(C) = E_b^{i1}(A) |\mathfrak{R}_b(\theta_i')| e^{j\varphi_b(\theta_i')} e^{-jkR'}$$

L'objet et la surface sont en champ lointain l'un de l'autre

$$E_b^{i2}(C) = E_b^{i1}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) - (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{h}_i \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'}$$

Champ rétrodiffusé en S :

$$\left(E_{bb}^s(S) \right)_{IV} = E_b^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_s-r)}}{\sqrt{4\pi(R_s-r)^2}} \sqrt{\sigma_{bb}^s(\theta_i'')} e^{j\varphi_b(\theta_i'')} e^{-jk(R+R')}$$

- La polarisation incidente est verticale :

Champ incident en A : $E_v^{i1}(A) = E_0 e^{-jkR}$

Champ incident en C après réflexion en A :

L'objet et la surface sont en champ proche l'un de l'autre

$$E_v^{i2}(C) = E_v^{i1}(A) |\mathfrak{R}_v(\theta_i')| e^{j\varphi_v(\theta_i')} e^{-jkR'}$$

L'objet et la surface sont en champ lointain l'un de l'autre

$$E_v^{i2}(C) = E_v^{i1}(A) j \frac{k}{4\pi} \int_S \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \cdot \hat{h}_i) \hat{h}_i - (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \frac{e^{-jkR'}}{R'} dS$$

Champ rétrodiffusé en S :

$$\left(E_{vv}^s(S) \right)_{IV} = E_v^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^s(\theta_i'')} e^{j\varphi_v(\theta_i'')} e^{-jk(R+R')}$$

$$\text{où } \varphi_b(\theta_i'') = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_b(\theta_i'')]}{\Re e[\mathfrak{R}_b(\theta_i'')]} \text{ et } \varphi_v(\theta_i'') = \frac{\Im m[\mathfrak{R}_v(\theta_i'')]}{\Re e[\mathfrak{R}_v(\theta_i'')]}$$

Dans la partie suivante, nous appliquerons nos résultats théoriques à un cas particulier d'étude. Nous considérerons une plaque, dont les dimensions sont fixées, placée à une hauteur h , donnée elle aussi, au-dessus d'une surface lisse ou peu rugueuse en asphalte.

CHAPITRE IV, PARTIE B :
ETUDE DU COUPLAGE
ENTRE UN OBJET ET UNE SURFACE RUGUEUSE :
APPLICATION A UN CAS CONCRET

I. INTRODUCTION – ESTIMATION DES DISTANCES MISES EN JEU

Dans la partie A de ce chapitre, nous avons déterminé, de façon théorique, les expressions analytiques des champs nécessaires à la modélisation du couplage entre une facette de forme canonique et une surface lisse ou rugueuse, ceci, dans l'objectif de donner une formulation du champ total rétrodiffusé par l'objet composé facette-surface.

Dans cette partie, nous proposons une application concrète à ce problème.

Nous considérons que la facette est constituée par une plaque métallique de forme carrée et de côté noté $d = 10 \text{ cm}$. Cette plaque est située à une hauteur h au dessus de la surface rugueuse. Nous fixons $h = 40 \text{ cm}$.

L'étude est réalisée à une fréquence $f = 94 \text{ GHz}$.

Enfin, l'amplitude du champ incident, soit E_0 , est telle que $E_0 = 1 \text{ V.m}^{-1}$.

I.1. RECAPITULATIF DES VARIABLES

Nous avons répertorié, dans le tableau ci-dessous (**tab IV.B-1**), les valeurs des distances et des aires nécessaires à cette étude. Elles sont calculées à partir des relations (**IV.A-11**) à (**IV.A-14**), (**IV.A-38**) et (**IV.A-72**). Nous pouvons aussi nous reporter à la figure (**fig IV.A-3**) où est illustrée la géométrie de l'observation.

θ_i' (°)	0°	10°	20°	30°	40°
θ_i'' (°)	90°	80°	70°	60°	50°
R (m)	$\approx \infty$	2.714	1.137	0.525	0.167
R' (m)	$\approx \infty$	2.592	1.316	0.900	0.700
R'' (m)	$\approx \infty$	0.279	0.129	0.075	0.046
r (m)	$\approx \infty$	2.435	1.008	0.450	0.122
A_{cob} (m ²)	$\approx \infty$	0.057	0.027	0.017	0.012
A_{incob} (m ²)	$\approx \infty$	20.461	4.802	1.908	0.903

45°	50°	60°	70°	80°	90°
45°	40°	30°	20°	10°	0°
0.035	- 0.075	- 0.245	- 0.361	- 0.428	- 0.450
0.636	0.587	0.520	0.479	0.457	0.450
0.035	0.027	0.014	6.22×10^{-3}	1.53×10^{-3}	0
0	- 0.102	- 0.260	- 0.367	- 0.429	- 0.450
0.010	8.39×10^{-3}	5.77×10^{-3}	3.64×10^{-3}	1.76×10^{-3}	0
0.636	0.448	0.212	0.084	0.020	0

Tableau IV.B-2 : Variations des variables en fonction de l'angle d'incidence θ_i'

I.2. ESTIMATION DE R_S

Rappelons que R_S est la distance entre la source S et la plaque, elle correspond donc à la distance AS sur la figure (fig IV.B-1).

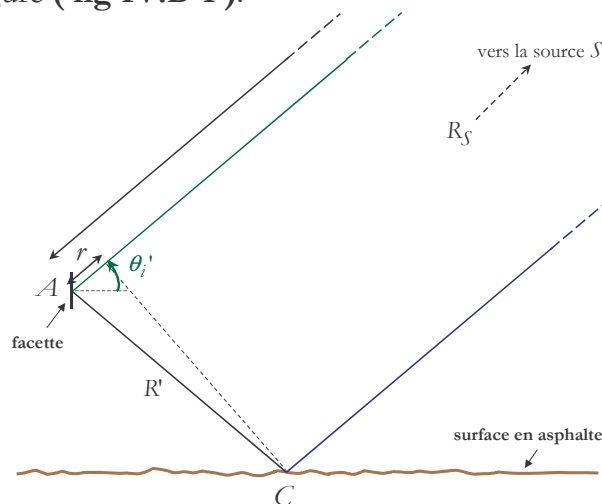


Figure IV.B-1 : Calcul de la distance R_S

R_S est fixée de telle sorte que la source soit en champ lointain de la cible composée (plaque + route). Elle a été évaluée dans la première partie de ce chapitre par la relation (IV.A-7) que nous rappelons ci-dessous :

$$R_S \geq R_{S_{\text{lim}}} = 2 \frac{d^2 \tan^2 \theta_i' + (d + 2b)^2}{\lambda} \cos^2 \theta_i' \quad (\text{IV.B-1})$$

D'autre part, sur (fig IV.B-1), la distance CS est telle que $CS = R_S - r$.

Nous allons aussi déterminer R_S de telle sorte qu'en champ lointain, nous puissions approximer les distances AS et CS .

Ainsi, nous voulons pouvoir considérer que : $R_S - r \approx R_S$,

$$\text{Ce qui s'écrit aussi : } \frac{R_S - r}{R_S} = 1 - \frac{r}{R_S} \approx 1$$

Enfin, en remplaçant la variable r par son expression donnée par (IV.A-14), nous avons finalement :

$$1 - \frac{1}{R_S} \left(\frac{d}{2} + b \right) \frac{\cos 2\theta_i'}{\sin \theta_i'} \approx 1 \quad (\text{IV.B-2})$$

En admettant que l'erreur tolérée dans notre cas soit d'environ $1/30$, soit 3.33%, et sachant que $d = 10 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$, $f = 94 \text{ GHz}$, nous évaluons alors la distance R_S qui satisfait simultanément les relations (IV.B-1) et (IV.B-2).

Pour la suite de notre application, nous prendrons, par exemple, $R_S = 1550 \text{ m}$.

Remarque :

Notons toutefois que seule la condition (IV.B-1) est requise pour cette étude en champ lointain. Nous nous sommes imposés la condition (IV.B-2) uniquement afin de simplifier quelque peu nos calculs.

En s'affranchissant de cette dernière inégalité, il serait possible de considérer des valeurs de R_S plus faibles ; en effet l'étude des variations du terme $R_{S_{\text{lim}}}$ (fig IV.B-2) montre qu'il est compris entre 507.6 m et 6.27 m pour des angles d'incidence θ_i' variant entre 0° et 90° .

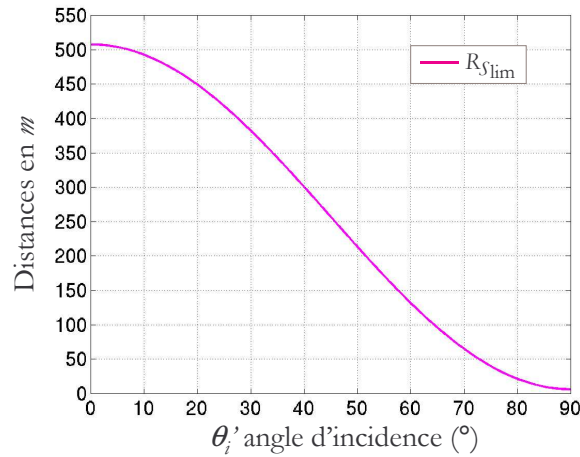


Figure IV.B-2 : Domaine de variations de la distance entre la facette et la source

I.3. DOMAINE DE VARIATION DE θ_i'

L'angle d'incidence sur la facette θ_i' varie de 0° à 90° , notons que lorsque la facette est éclairée à une incidence proche de la normale, la surface en asphalte l'est à incidence rasante.

Pour savoir si le point C de la surface est en zone proche ou lointaine du point A de la facette, il faut comparer la distance $AC = R'$ aux relations donnant les limites des zones proche et lointaine. Dans le cadre de notre étude, nous avons choisi de faire coïncider les limites supérieure et inférieure de ces deux zones, afin de ne plus avoir à considérer la zone intermédiaire dans laquelle la modélisation du champ diffusé entre la facette et la surface ferait appel à des expressions complexes.

Cette limite commune est fixée à la distance R'_{lim} qui est donnée ci-dessous :

$$R'_{lim} = \frac{(d\sqrt{2} \cos \theta_i')^2}{\lambda} = \frac{2d^2 \cos^2 \theta_i'}{\lambda} \quad (\text{IV.A-95})$$

Sachant alors que $d = 0.10 \text{ m}$, $\lambda = 3.19 \times 10^{-3} \text{ m}$, nous présentons sur la figure (fig IV.B-3) l'évolution de la distance R' , dont l'expression est donnée dans la partie A par (IV.A-12) et de la distance R'_{lim} .

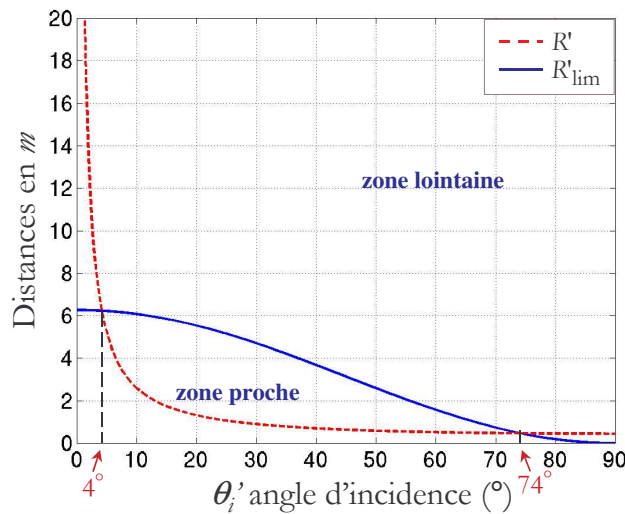


Figure IV.B-3 : Evolution de la distance entre la facette et la surface

Nous remarquons alors, après observation de (**fig IV.B-3**), que la facette et la surface sont :

- ◆ en zone **proche** l'une de l'autre si $R' \leq R'_{lim}$, ce qui correspond aux θ_i' tels que $4^\circ \leq \theta_i' < 74^\circ$,
- ◆ en zone **lointaine** l'une de l'autre si $R' > R'_{lim}$, ce qui correspond aux θ_i' tels que $0^\circ \leq \theta_i' < 4^\circ$ et $74^\circ \leq \theta_i' < 90^\circ$.

Pour la suite de notre étude, dans le cas où la position de la surface par rapport à la facette correspond à sa zone de rayonnement proche, le champ rayonné entre les deux éléments sera calculé par l'Optique Géométrique. Par contre si la distance AC (**fig IV.B-1**) correspond à la zone lointaine de rayonnement de la plaque, le champ entre la facette et la surface sera évalué à partir de l'Optique Physique.

Soulignons enfin, qu'en pratique, la plupart des applications civiles ou militaires concernent des angles θ_i' inférieurs à 60° .

Nous nous proposons, dans les sections suivantes, de détailler les étapes du calcul du champ total rétrodiffusé par l'objet composé, constitué de la facette et de la surface.

Nous considérons, à titre d'exemple, que l'angle d'incidence sur la plaque θ_i' est de 10° ; ainsi $\theta_i'' = 80^\circ$.

Nous évaluons ainsi les champs rétrodiffusés à la suite des quatre trajets définis ci-dessous :

- Trajet I \Leftrightarrow Rétrodiffusion par la plaque,
- Trajet II \Leftrightarrow Rétrodiffusion par la surface rugueuse,
- Trajet III \Leftrightarrow Diffusion spéculaire par la plaque après réflexion sur la route,
- Trajet IV \Leftrightarrow Diffusion spéculaire par la route après réflexion sur la plaque.

II. RETRODIFFUSION PAR L'OBJET

II.1. GEOMETRIE DE L'OBSERVATION

L'objet est placé dans un repère selon la configuration présentée sur (**fig IV.B-4**). L'angle d'incidence θ_i' varie entre 0° et 90° dans le plan $y0z$.

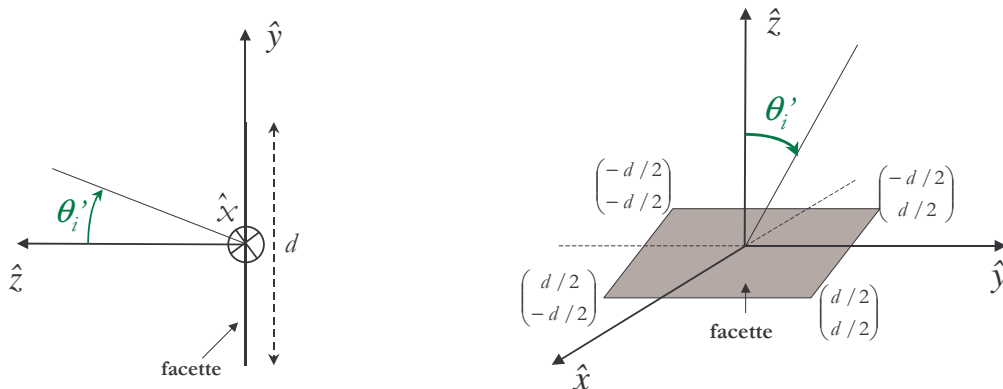


Figure IV.B-4 : Géométrie d'observation de la plaque carrée

II.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE

L'évolution de l'amplitude et de la phase du champ rétrodiffusé par la surface est proposée en polarisation horizontale sur (**fig IV.B-5**) et en polarisation verticale sur (**fig IV.B-6**).

Le champ rétrodiffusé est donné, en polarisations HH et VV, par les relations suivantes :

$$\left(E_{hh}^s(S)\right)_I = E_0 \left| \left(E_{hh}^s(S)\right)_I \right| e^{j\varphi_{hh}} e^{-jkR} e^{-jkR_s}$$

et

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_I = E_0 \left| \left(E_{vv}^s(S)\right)_I \right| e^{j\varphi_{vv}} e^{-jkR} e^{-jkR_s}$$

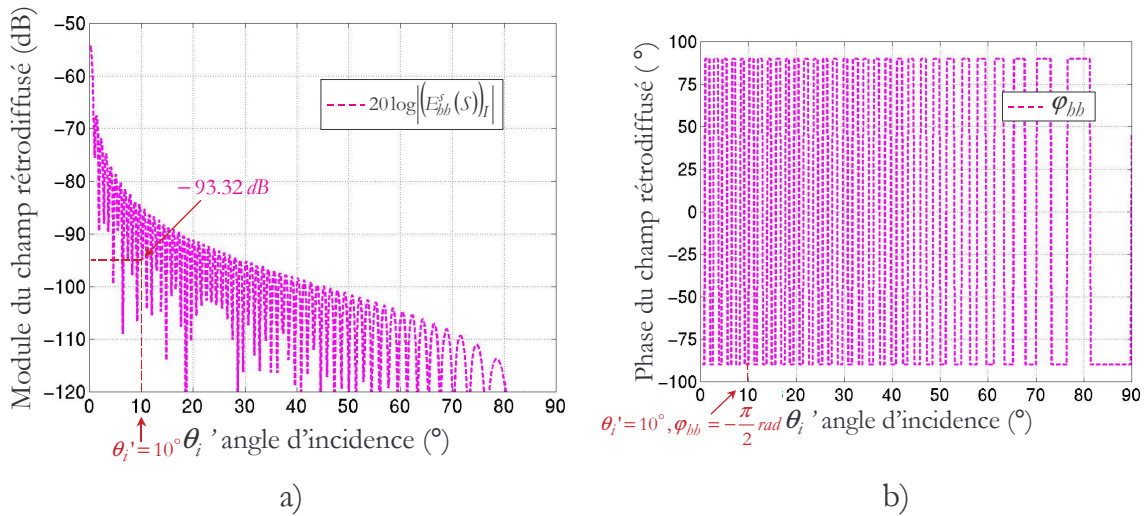


Figure IV.B-5 : Variation du module a) et de la phase b) du champ rétrodiffusé par la plaque métallique – cas de polarisation HH

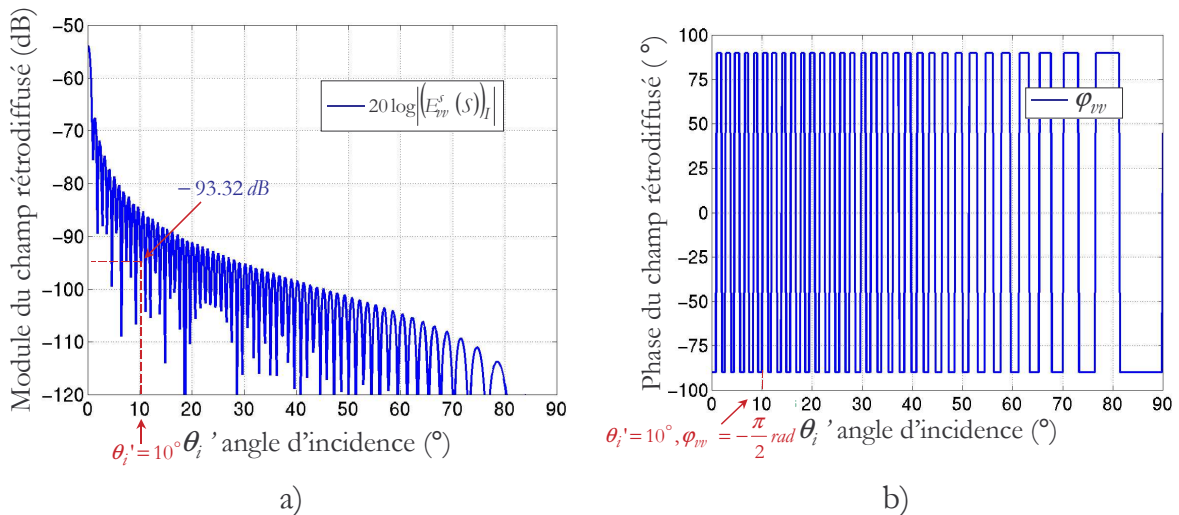


Figure IV.B-6 : Variation du module a) et de la phase b) du champ rétrodiffusé par la plaque métallique – cas de polarisation VV

L'angle d'incidence étant de 10° , nous notons, dans chaque polarisation, l'amplitude et la phase du champ rétrodiffusé correspondant à cette valeur de θ_i' .

Ainsi, dans le cas HH, si $\theta_i' = 10^\circ$, alors :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_I = 2.158 \times 10^{-5} e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{-jk \times 2.714} e^{-jk \times 1550} \text{V.m}^{-1}$$

$$\text{Finalement : } \left(E_{bb}^s(S)\right)_I = 2.158 \times 10^{-5} e^{-j1.906} \text{V.m}^{-1} \quad (\text{IV.B-3})$$

De même, le champ rétrodiffusé en polarisation VV est tel que :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_I = 2.158 \times 10^{-5} e^{-j1.906} \text{V.m}^{-1} \quad (\text{IV.B-4})$$

Les équations (**IV.B-3**) et (**IV.B-4**) donnent donc l'expression du champ rétrodiffusé par la plaque métallique dans les deux polarisations.

Remarque :

Durant cette application, nous n'avons pas considéré la contribution de la diffraction par les arêtes de la plaque métallique.

En effet, la plus grande partie du champ diffracté l'est suivant le cône de Keller. Notons que, lorsque la facette est éclairée à une incidence presque normale (surface éclairée à incidence rasante), ce cône s'assimile à un disque.

Cependant, quelle que soit l'incidence, juste une partie de l'onde diffractée l'est dans la direction de rétrodiffusion.

D'autre part, dans notre cas, compte tenu des dimensions de la facette devant la longueur d'onde ($d \approx 30\lambda$), les effets de surface (contribution de la diffusion) sont prépondérants devant la diffraction.

Ainsi, dans cette étude nous avons vérifié que nos résultats seraient identiques que nous prenions ou pas la diffraction par les arêtes en compte.

III. RETRODIFFUSION PAR LA SURFACE LISSE OU RUGUEUSE

La taille du faisceau incident et l'angle d'incidence θ_i déterminent l'aire de la surface de diffusion incohérente (**IV.A-38**).

Nous évaluons la rétrodiffusion totale par la surface en considérant les contributions de l'interface et du volume.

III.1. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE DANS LE CAS OU LA SURFACE EST LISSE

Dans le cas de la surface lisse, le module et la phase du champ rétrodiffusé suivent l'allure des courbes présentées sur les figures (**fig IV.B-7**) en polarisation HH et (**fig IV.B-8**) en polarisation VV.

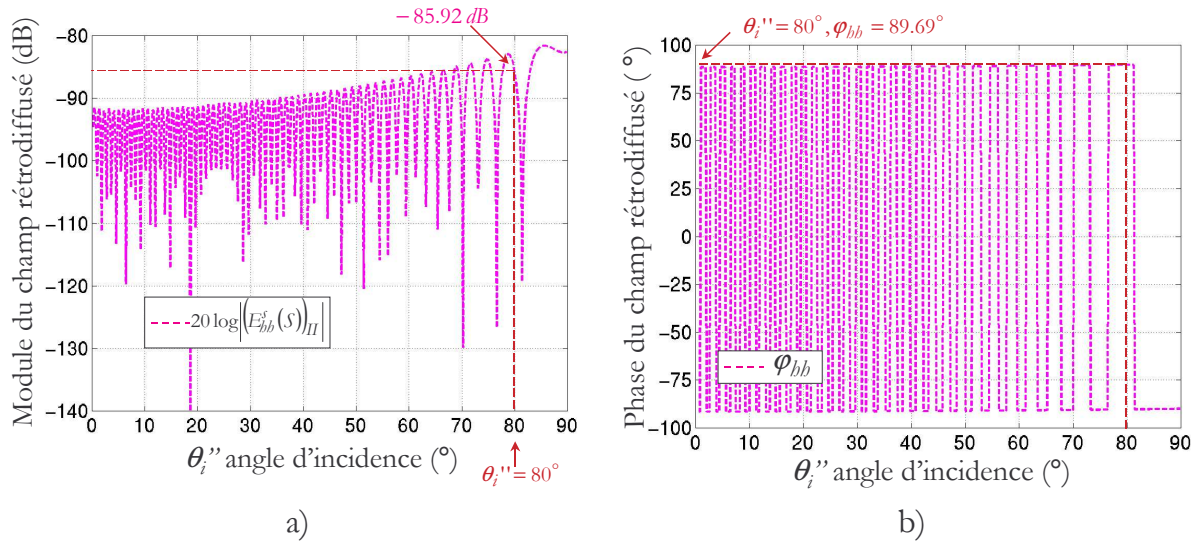


Figure IV.B-7 : Variation du module a) et de la phase b) du champ rétrodiffusé par la surface lisse en asphalte – cas de polarisation HH

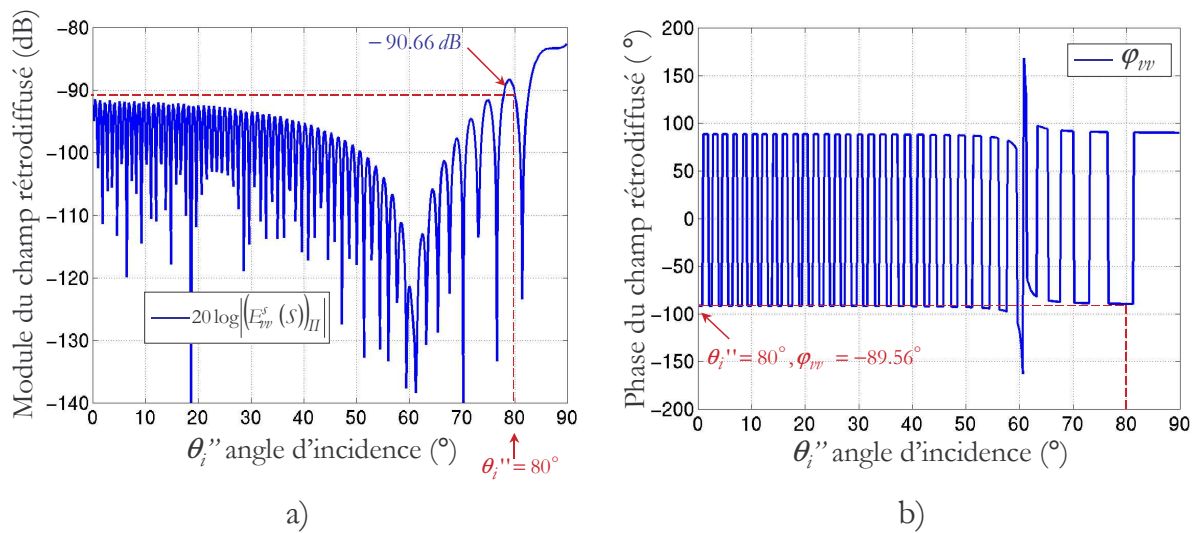


Figure IV.B-8 : Variation du module a) et de la phase b) du champ rétrodiffusé par la surface lisse en asphalte – cas de polarisation VV

Si la surface considérée est lisse, nous avons :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{II} = E_0 \left| \left(E_{bb}^s(S)\right)_{II} \right| e^{j\varphi_{bb}} e^{-jkR''} e^{-jk(R_s-r)}$$

$$\text{et } \left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} = E_0 \left| \left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} \right| e^{j\varphi_{vv}} e^{-jkR''} e^{-jk(R_s-r)}$$

En polarisation HH, le champ rétrodiffusé par la surface si $\theta_i'' = 80^\circ$ est alors :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{II} = 5.057 \times 10^{-5} e^{j1.565} e^{-jk \times 0.279} e^{-jk \times (1550 - 2.435)} \text{V.m}^{-1}$$

$$\text{Finalement : } \boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{II} = 5.057 \times 10^{-5} e^{j0.811} \text{V.m}^{-1}} \quad \text{(IV.B-5)}$$

De même, le champ rétrodiffusé par la surface lisse en polarisation VV est :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} = E_0 \left| \left(E_{vv}^s(S)\right)_I \right| e^{-j1.563} e^{-jk \times 0.279} e^{-jk(1550-2.435)}$$

$$\text{Enfin } \boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} = 2.930 \times 10^{-5} e^{-j2.317} V.m^{-1}} \quad (\text{IV.B-6})$$

En définitive, lorsque la surface en asphalte est lisse, les équations (IV.B-5) et (IV.B-6) donnent les amplitudes complexes du champ rétrodiffusé pour chaque polarisation incidente.

III.2. CALCUL DU CHAMP RETRODIFFUSE DANS LE CAS OU LA SURFACE EST RUGUEUSE

III.2.1. Définition et valeurs des paramètres de rugosité de la surface

Nous avons souligné, lors des calculs théoriques de la partie A, que la diffusion cohérente doit être prépondérante afin de pouvoir appliquer l'Optique Géométrique lors de l'évaluation du couplage proche route – objet.

De plus, dans cette application, la facette considérée est orientée de façon perpendiculaire à la surface. Ainsi, lors des trajets de couplage, nous pouvons, à chaque étape, n'étudier que les rayons spéculaires. Nous définissons ainsi les paramètres de rugosité de la surface, soient s_z et l_c , de telle sorte que, dans cette direction particulière, la diffusion incohérente soit toujours négligeable.

La hauteur des irrégularités des routes en asphalte peut varier entre 0.5mm et 2mm (DDE). Nous allons donc observer sur cet intervalle l'augmentation de la diffusion incohérente et l'erreur commise si on la néglige dans la direction spéculaire.

Sur les figures suivantes ((fig IV.B-9) à (fig IV.B-12)), nous comparons, dans les deux polarisations, l'évolution de la diffusion cohérente et celle de la diffusion totale (cohérente et incohérente), ceci pour plusieurs cas de rugosité. Nous conservons une longueur de corrélation constante et égale à $l_c = 6.30 \text{ mm}$.

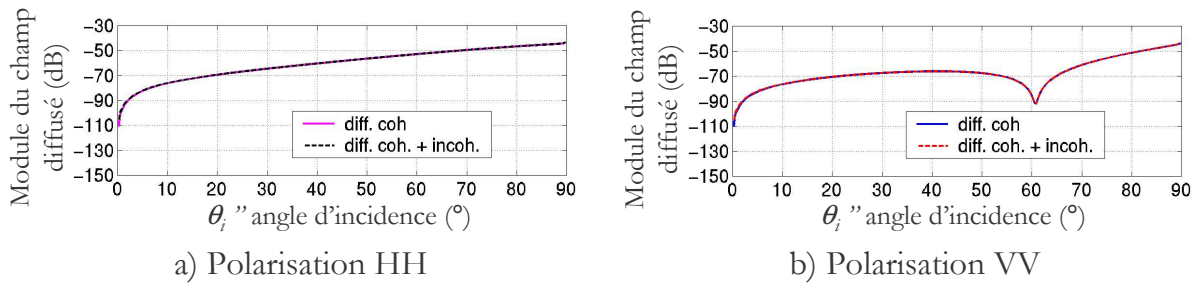


Figure IV.B-9 : Comparaison entre le champ cohérent diffusé et le champ total diffusé dans la direction spéculaire à $s_z = \lambda / 10 = 0.3mm$

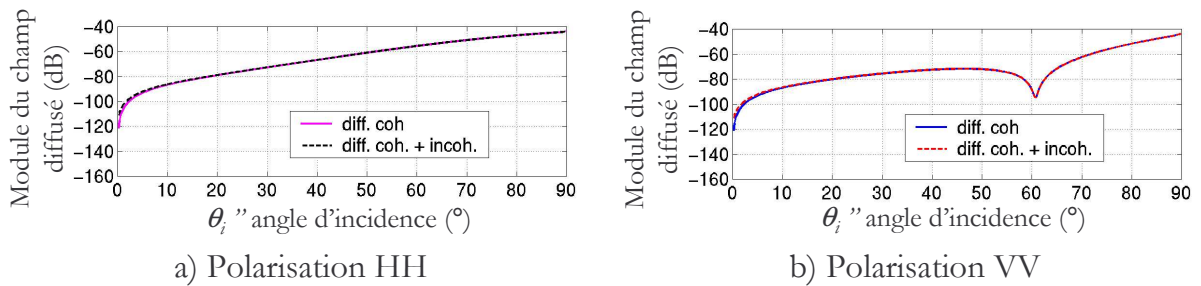


Figure IV.B-10 : Comparaison entre le champ cohérent diffusé et le champ total diffusé dans la direction spéculaire à $s_z = \lambda / 6 = 0.5mm$

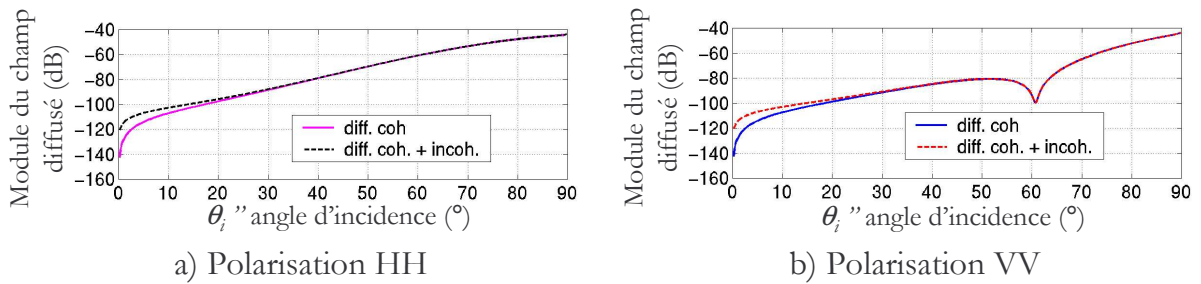


Figure IV.B-11 : Comparaison entre le champ cohérent diffusé et le champ total diffusé dans la direction spéculaire à $s_z = \lambda / 4 = 0.75mm$

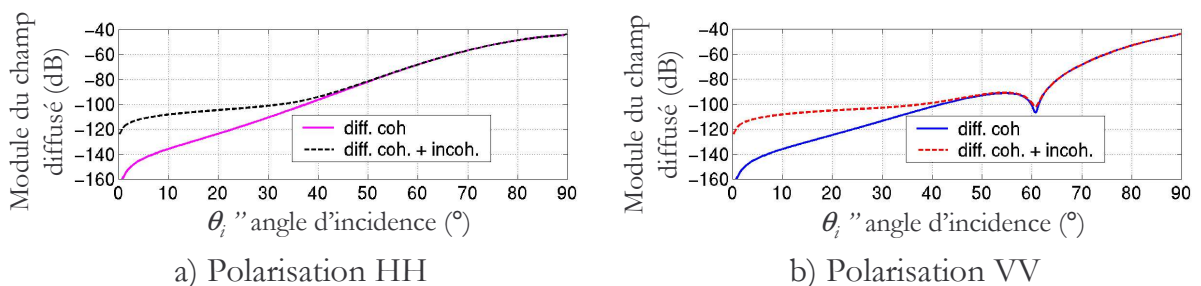


Figure IV.B-12 : Comparaison entre le champ cohérent diffusé et le champ total diffusé dans la direction spéculaire à $s_z = \lambda / 3 = 1.0mm$

Remarquons qu'il apparaît nettement sur les figures (**fig IV.B-9**) à (**fig IV.B-12**) que le champ total diffusé dans la direction spéculaire diminue avec l'augmentation de la rugosité de la surface (élargissement du diagramme de diffusion).

Nous pouvons aussi constater que le champ diffusé augmente avec la valeur de l'angle θ_i'' ; le champ calculé est en effet proportionnel à l'aire de la surface diffusée qui augmente avec l'incidence (**IV.A-38**).

Notons enfin que la diffusion de volume, que nous avons aussi évaluée, est peu importante.

Nous considérons pour la suite que $s_{\tilde{\alpha}} = \lambda / 6 = 0.5mm$, la longueur de corrélation l_c étant égale à $l_c = 6.30mm$. En effet, pour une telle rugosité, la diffusion incohérente peut encore être négligée dans la direction spéculaire (**fig IV.B-10**).

Remarque :

Lors de notre étude théorique (partie A de ce chapitre), nous avons noté à la page 147 qu'une surface ne peut être considérée comme lisse ou peu rugueuse que si $s_{\tilde{\alpha}}$ est inférieure à la valeur $\lambda / 10$. Il est important de souligner que nous considérons alors *la diffusion dans toutes les directions de l'espace*.

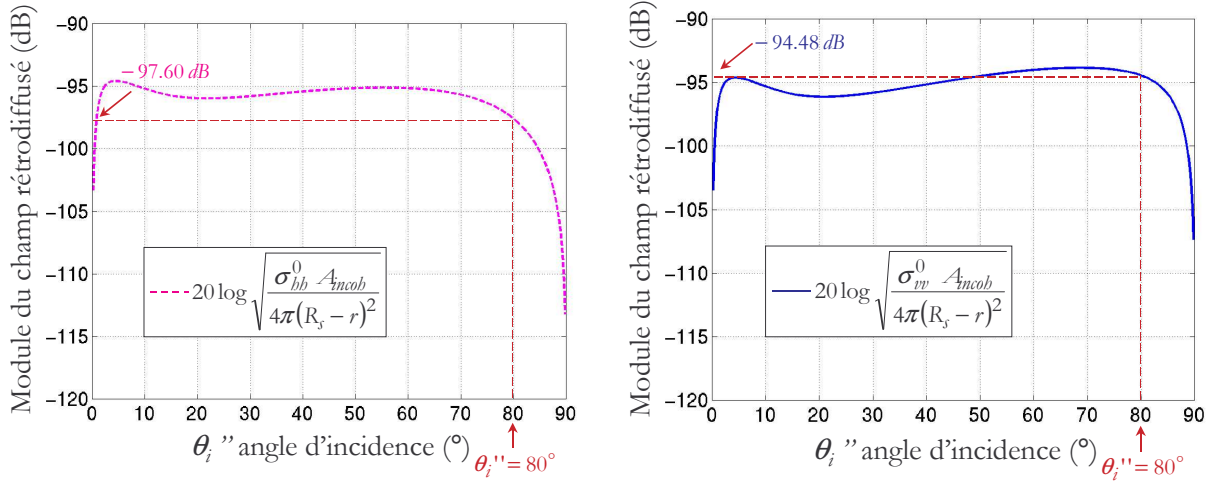
En revanche, dans cette partie, nous nous intéressons à *la diffusion uniquement dans la direction spéculaire*, ainsi cette limite, comme nous venons de le voir, peut être portée à $\lambda / 6$.

III.2.2. Expression du champ rétrodiffusé par la surface

Ayant estimé les valeurs des paramètres de rugosité de la surface, nous pouvons à présent calculer l'amplitude complexe du champ rétrodiffusé.

Les graphes ci-dessous représentent l'évolution du module moyen du champ rétrodiffusé par la surface rugueuse d'aire A_{incob} pour les polarisations HH et VV.

Les contributions des diffusions de surface et de volume sont toutes les deux prises en compte dans nos calculs.



a) Polarisation horizontale

b) Polarisation verticale

Figure IV.B-13 : Module du champ moyen rétrodiffusé par la surface rugueuse

Rappelons les expressions (IV.A-46) et (IV.A-47) du champ rétrodiffusé par la surface rugueuse dans les deux polarisations :

$$\left(E_{bb}^s(S) \Big|_{k_{II}} \right) = E_0 e^{-jkR''} \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{bb}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{bk}}$$

$$\left(E_{vv}^s(S) \Big|_{k_{II}} \right) = E_0 e^{-jkR''} \frac{e^{-jk(R_S - r)}}{\sqrt{4\pi(R_S - r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^0(\theta_i'') F_k A_{incob}} e^{j\psi_{vk}}$$

Nous relevons sur les figures (fig IV.B-13) la valeur du module du champ rétrodiffusé correspondant à un angle d'incidence de 80°.

(Rappelons que si $\theta_i' = 10^\circ$, alors $\theta_i'' = 90^\circ - \theta_i' = 80^\circ$)

Nous trouvons alors :

$$\left(E_{bb}^s(S) \Big|_{II} \right) = 1.318 \times 10^{-5} \sqrt{F_k} e^{-jk \times 0.279} e^{-jk(1550 - 2.435)} e^{j\psi_b} \tag{ IV.B-7 }$$

$$\left(E_{vv}^s(S) \Big|_{II} \right) = 1.887 \times 10^{-5} \sqrt{F_k} e^{-jk \times 0.279} e^{-jk(1550 - 2.435)} e^{j\psi_v} \tag{ IV.B-8 }$$

Il nous reste alors à procéder aux tirages de la variable aléatoire F_k (qui suit une loi exponentielle), et des phases des champs rétrodiffusés ψ_b et ψ_v (qui sont uniformément distribuées sur l'intervalle $[0, 2\pi]$).

☞ Tirage de F :

Soit une variable aléatoire et notée U . Si U suit une loi uniforme sur $[0,1]$, alors nous pouvons en conclure que la variable F_k , qui est liée à U par (IV.B-9), suit une loi exponentielle [55], [58].

$$F_k = -\ln U \quad (\text{IV.B-9})$$

Nous allons donc effectuer un tirage aléatoire de la variable U , puis nous déduirons F_k à partir de la relation (IV.B-9).

☞ Tirage de ψ_b et ψ_v :

Pour déterminer les phases aléatoires des champs rétrodiffusés, nous réalisons les tirages de deux variables ψ_b et ψ_v , uniformément réparties entre 0 et 2π .

Nous avons effectué cent tirages de chacune des variables aléatoires U , ψ_b et ψ_v .

Pour chaque tirage, les champs rétrodiffusés dans chaque polarisation sont alors calculés d'après (IV.B-7) et (IV.B-8).

Les résultats de cette évaluation seront pris en compte dans la contribution de cette surface rugueuse pour le calcul du champ total rétrodiffusé (§IV).

IV. TRAJET COMPOSE SURFACE – FACETTE – SOURCE

IV.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT A

Rappelons que lors l'étude que nous avons effectuée au §I.3, nous avons souligné que la facette et la surface sont :

- ◆ en zone **proche** l'une de l'autre si $4^\circ \leq \theta_i' < 74^\circ$,
- ◆ en zone **lointaine** l'une de l'autre si $0^\circ \leq \theta_i' < 4^\circ$ et si $74^\circ \leq \theta_i' < 90^\circ$.

Pour notre application numérique, nous avons pris $\theta_i' = 10^\circ$, nous considérons donc que la surface se trouve dans la zone de rayonnement proche de la facette. Dans ce cas, le champ rayonné entre les deux éléments sera alors calculé par l'Optique Géométrique.

En polarisations HH et VV, l'expression du champ incident au point A après réflexion, en C , sur la surface lisse à peu rugueuse, est calculée à partir des coefficients de Fresnel modifiés. Elle est donnée, dans la première partie du chapitre, respectivement par les équations (IV.A-49) et (IV.A-51) qui sont rappelées ci-dessous.

$$E_b^{r1}(A) = E_b^{i2}(A) = E_0 |\mathfrak{R}_b(\theta_i'')| e^{-2(k_s s_{\tilde{x}} \cos \theta_i'')^2} e^{j\varphi_b(\theta_i'')} e^{-jk(R''+R')}$$

$$E_v^{r1}(A) = E_v^{i2}(A) = E_0 |\mathfrak{R}_v(\theta_i'')| e^{-2(k_s s_{\tilde{x}} \cos \theta_i'')^2} e^{j\varphi_v(\theta_i'')} e^{-jk(R''+R')}$$

Sur ce trajet, nous ne prendrons pas en compte la contribution du volume, puisque, à notre connaissance, aucune méthode électromagnétique ne permet de modéliser en champ proche la diffusion de volume. Cette composante est cependant peu importante ; nous le verrons plus loin, lors du calcul du trajet réciproque facette – surface – source, où la contribution du volume a pu être prise en compte.

L'évolution, en fonction de l'angle d'incidence, des modules des coefficients de réflexion et de leurs phases en polarisation orthogonale et en polarisation parallèle est illustrée par les courbes des figures (fig IV.B-14) et (fig IV.B-15).

Ces courbes nous permettent d'obtenir la valeur du champ incident au point A après réflexion sur la surface et le déphasage engendré par cette réflexion.

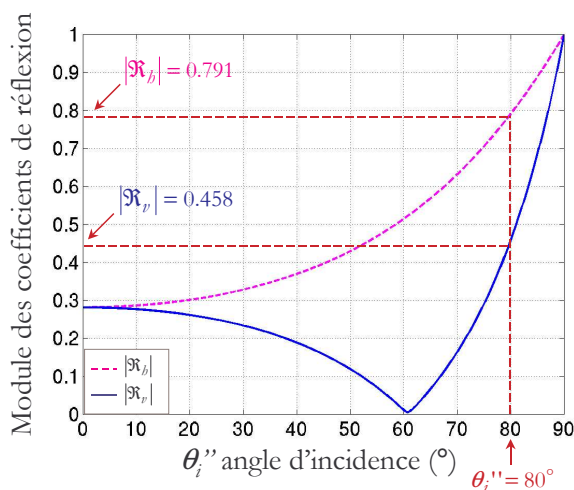


Figure IV.B-14 : Module des coefficients de réflexion de la surface en asphalt

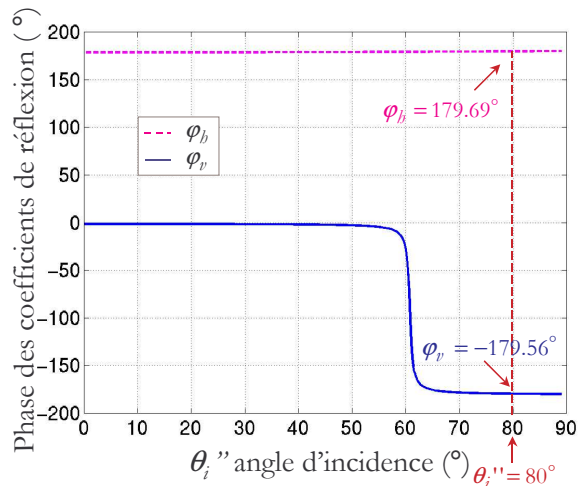


Figure IV.B-15 : Phase des coefficients de réflexion de la surface en asphalt

Ainsi, en polarisation horizontale, sachant que $\theta_i'' = 80^\circ$, nous avons :

☞ Dans le cas d'une surface lisse :

$$E_b^{r1}(A) = E_b^{i2}(A) = 0.791 e^{j3.136} e^{-jk \times 2.871} V.m^{-1}$$

$$\text{Donc } \boxed{E_b^{i2}(A) = 0.791 e^{-j0.508} V.m^{-1}} \quad (\text{IV.B-10})$$

☞ Dans le cas d'une surface rugueuse :

$$E_b^{r1}(A) = E_b^{i2}(A) = 0.791 e^{-2(k \times 0.5 \times 10^{-3} \times \cos 80^\circ)^2} e^{j3.136} e^{-jk \times 2.871} V.m^{-1}$$

$$\boxed{E_b^{i2}(A) = 0.791 e^{-0.058} e^{-j0.508} V.m^{-1}} \\ = 0.746 e^{-j0.508} V.m^{-1} \quad (\text{IV.B-11})$$

De la même façon, nous pouvons calculer le champ incident au point A en polarisation verticale.

Lorsque l'angle d'incidence est de 80° , la relation (IV.A-51) nous donne alors :

☞ Dans le cas d'une surface lisse : $E_v^{r1}(A) = E_v^{i2}(A) = 0.458 e^{-j3.134} e^{-jk \times 2.871} V.m^{-1}$

$$\boxed{E_v^{i2}(A) = 0.458 e^{-j0.495} V.m^{-1}} \quad (\text{IV.B-12})$$

☞ Dans le cas d'une surface rugueuse :

$$\boxed{E_v^{i2}(A) = 0.458 e^{-0.058} e^{-j3.134} e^{-jk \times 2.871} V.m^{-1}} \\ = 0.432 e^{-j0.495} V.m^{-1} \quad (\text{IV.B-13})$$

Calculons alors le champ diffusé par la facette métallique en direction de la source S .

IV.2. CALCUL DU CHAMP DIFFUSE PAR LA FACETTE VERS LA SOURCE S

Les figures (fig IV.B-16) à (fig IV.B-17) montrent l'évolution, respectivement en module et en phase, du champ diffusé dans la direction du spéculaire par la facette métallique.

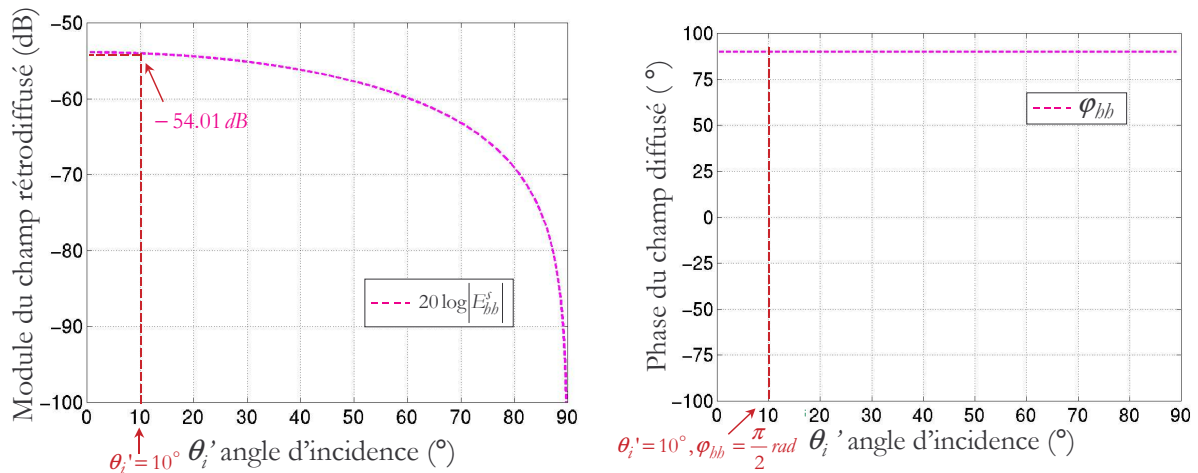


Figure IV.B-16 : Variation du module et de la phase du champ diffusé dans la direction du spéculaire par la facette métallique – cas de la polarisation HH

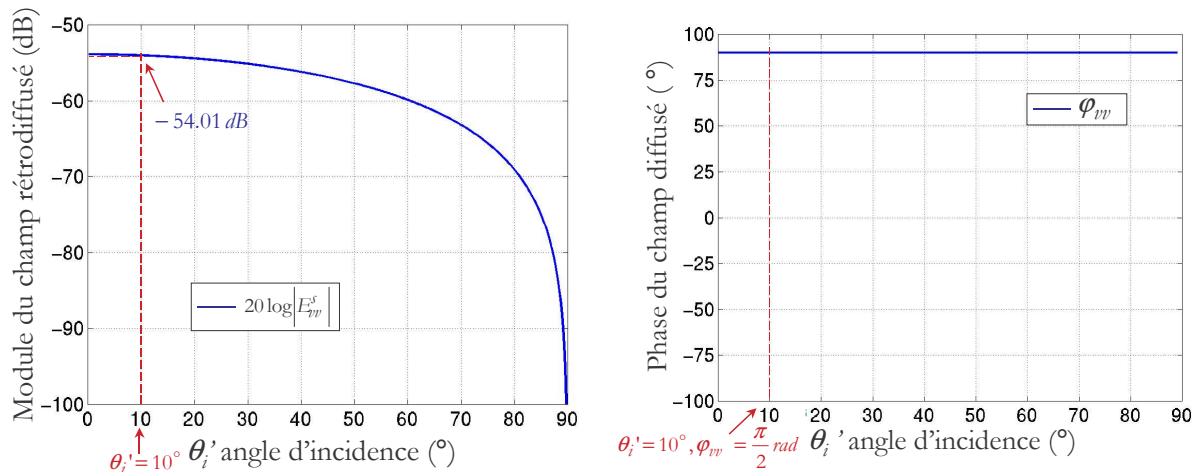


Figure IV.B-17 : Variation du module et de la phase du champ diffusé dans la direction du spéculaire par la facette métallique – cas de la polarisation VV

Sachant que l'angle d'incidence sur la plaque est de 10° , nous pouvons relever, dans chaque cas de polarisation, les valeurs du module et de la phase du champ diffusé par la plaque métallique.

Finalement, le champ total rétrodiffusé en polarisation HH est égal à :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = E_b^{i2}(A) \times \left|E_{bb}(10^\circ)\right| e^{-j\varphi_{bb}(10^\circ)} e^{-jkR_s}$$

☞ Cas de la surface lisse :

$E_b^{i2}(A)$ étant donné par la relation (IV.B-10) dans le cas de la surface lisse, nous avons :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = 0.791 e^{-j0.508} \times 1.992 \times 10^{-3} \times e^{j\frac{\pi}{2}} \times e^{-jk \times 1550} \text{ V.m}^{-1}$$

$$\boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = 1.575 \times 10^{-3} e^{-j3.126} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-14})$$

☞ Cas de la surface rugueuse :

Par contre, si la surface est rugueuse, le champ réfléchi est donné par (IV.B-11), nous calculons alors :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = 0.746 e^{-j0.508} \times 1.992 \times 10^{-3} e^{j\frac{\pi}{2}} \times e^{-jk \times 10^3} \text{ V.m}^{-1}$$

$$\boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = 1.486 \times 10^{-3} e^{-j3.126} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-15})$$

Nous effectuons les mêmes calculs afin d'évaluer le champ total rétrodiffusé dans le cas de la polarisation VV.

Rappelons que $E_v^{i2}(A)$ est donné par (IV.B-12), si la surface est lisse, et par (IV.B-13), si elle ne l'est pas.

Ainsi :

☞ Dans le cas de la surface lisse :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = 0.458 e^{-j0.495} \times 1.992 \times 10^{-3} e^{j\frac{\pi}{2}} \times e^{-jkR_s} \text{ V.m}^{-1}$$

Donc : $\boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = 9.127 \times 10^{-4} e^{-j3.113} \text{ V.m}^{-1}}$ (IV.B-16)

☞ Dans le cas de la surface rugueuse :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = 0.432 e^{-j0.495} \times 1.992 \times 10^{-3} e^{j\frac{\pi}{2}} \times e^{-jkR_s} \text{ V.m}^{-1}$$

Le résultat final est alors :

$$\boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = 8.609 \times 10^{-4} e^{-j3.113} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-17})$$

Les expressions (IV.B-14) à (IV.B-17) donnent les valeurs du champ rétrodiffusé dû au trajet de couplage surface – facette – source, dans le cas où la surface considérée est lisse ou rugueuse. Les cas des polarisations HH et VV ont été traités.

Nous constatons que la rugosité de la surface entraîne une diminution du module du champ rétrodiffusé. Nous vérifions ce résultat sur le deuxième trajet de couplage que nous étudions à présent.

V. TRAJET COMPOSE FACETTE – SURFACE – SOURCE

V.1. CALCUL DU CHAMP INCIDENT AU POINT C

Rappelons que la surface et la facette sont en zone proche l'une de l'autre. Le champ incident au point C sur la surface rugueuse après réflexion de l'onde électromagnétique incidente sur la plaque métallique est déterminé par les relations (I.A-74) et (I.A-75) que nous rappelons ci-dessous.

$$E_b^{r1}(C) = E_b^{i2}(C) = E_0 |\mathfrak{R}_b(\theta_i')| e^{j\varphi_b(\theta_i')} e^{-jk(R+R')}$$

$$E_v^{r1}(C) = E_v^{i2}(C) = E_0 |\mathfrak{R}_v(\theta_i')| e^{j\varphi_v(\theta_i')} e^{-jk(R+R')}$$

En polarisation HH, nous avons alors :

$$E_b^{r1}(C) = E_b^{i2}(C) = E_0 |\mathfrak{R}_b(10^\circ)| e^{j\varphi_b(10^\circ)} e^{-jk(R+R')} = E_0 e^{j\pi} e^{-jk(R+R')}$$

Ce qui peut aussi s'écrire :

$$\boxed{E_b^{i2}(C) = e^{j\pi} e^{-jk \times 5.306} \text{ V.m}^{-1} = e^{-j0.293} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-18})$$

Dans le cas de la polarisation VV, le coefficient de réflexion étant égal à 1, le champ incident au point C est alors :

$$\boxed{E_v^{i2}(C) = e^{-jk \times 5.306} \text{ V.m}^{-1} = e^{-j0.293} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-19})$$

Nous évaluons alors le champ diffusé en direction de la source S par la surface en asphalte.

V.2. CALCUL DU CHAMP DIFFUSE PAR LA SURFACE RUGUEUSE VERS LA SOURCE S

L'expression du champ diffusé dans la direction spéculaire vers S par la surface est donnée, pour les cas de polarisation horizontale et verticale, respectivement par les équations par (IV.A-93) et (IV.A-94) qui sont rappelées ci-dessous.

$$\left(E_{hh}^s(S)\right)_{IV} = E_b^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S-r)}}{\sqrt{4\pi(R_S-r)^2}} \sqrt{\sigma_{hh}^s(\theta_i'')} e^{j\varphi_{hh}(\theta_i'')}$$

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = E_v^{i2}(C) \frac{e^{-jk(R_S-r)}}{\sqrt{4\pi(R_S-r)^2}} \sqrt{\sigma_{vv}^s(\theta_i'')} e^{j\varphi_{vv}(\theta_i'')}$$

Les coefficients de diffusion $\sigma_{hh}^s(\theta_i'')$ et $\sigma_{vv}^s(\theta_i'')$ sont calculés à partir de nos modules de calcul de la diffusion de surface (Méthode de l'Equation Intégrale) et de volume (Théorie du Transfert Radiatif).

Les figures suivantes montrent l'évolution du module du champ diffusé dans la direction du spéculaire par la surface lisse ((**fig IV.B-18**)), puis par la surface rugueuse ((**fig IV.B-19**)) en asphalté. Les cas de polarisations horizontale et verticale sont illustrés séparément.

Les phases des champs diffusés, qui ne varient pas en fonction de la rugosité *tant que la composante cohérente reste prépondérante*, sont présentées en polarisations HH et VV sur la figure (**fig IV.B-20**).

Nous rappelons que la surface illuminée $A_{cob} = d^2 \tan \theta_i''$ et que les paramètres de rugosité choisis sont $s_{\chi} = 0.50\text{ mm}$, $l_c = 6.30\text{ mm}$.

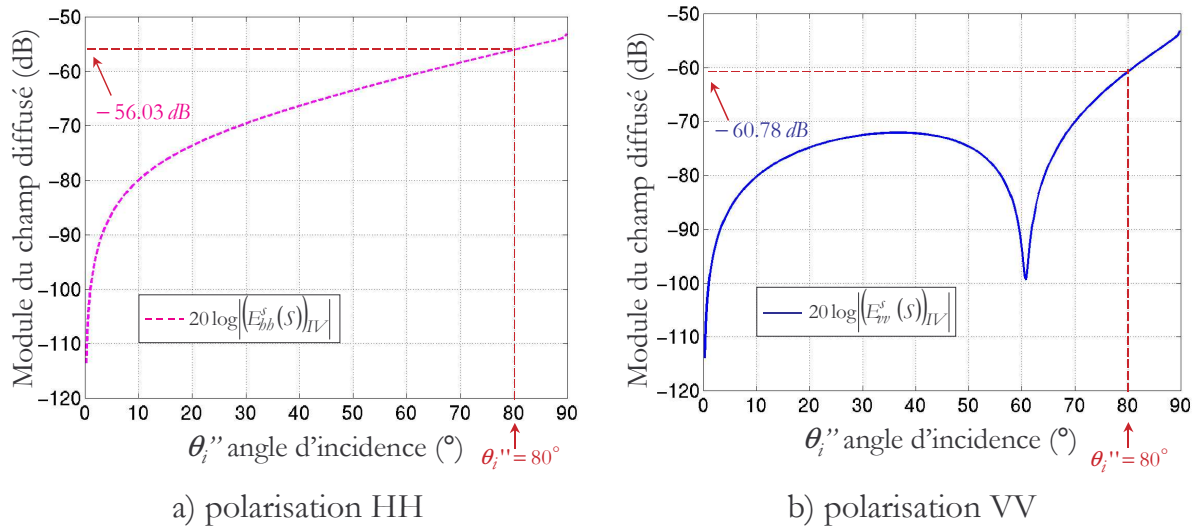


Figure IV.B-18 : Variation du module du champ diffusé par la surface lisse en asphalté dans la direction spéculaire

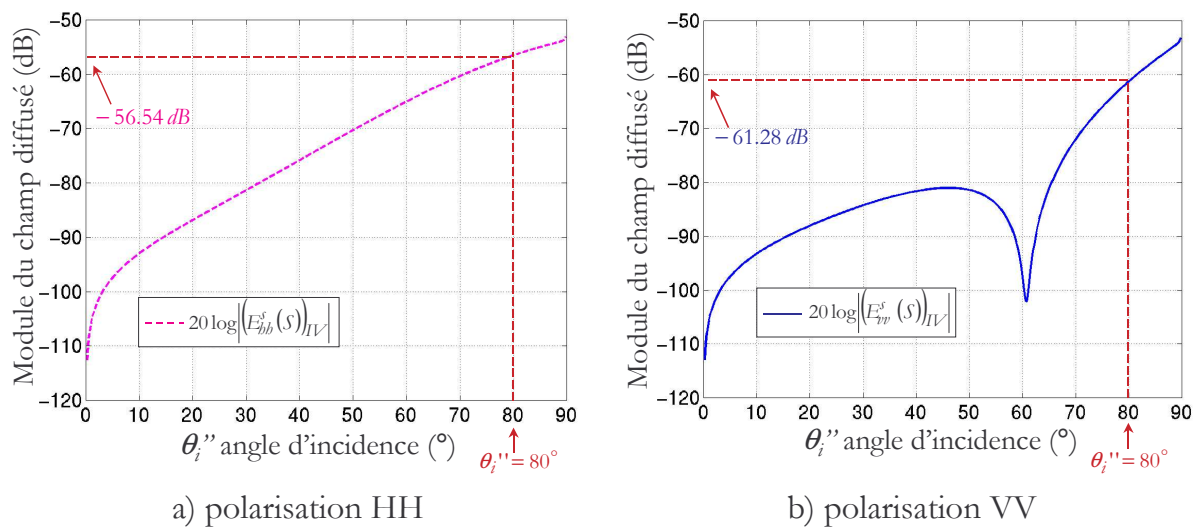


Figure IV.B-19 : Variation du module du champ diffusé par la surface rugueuse en asphalté dans la direction spéculaire

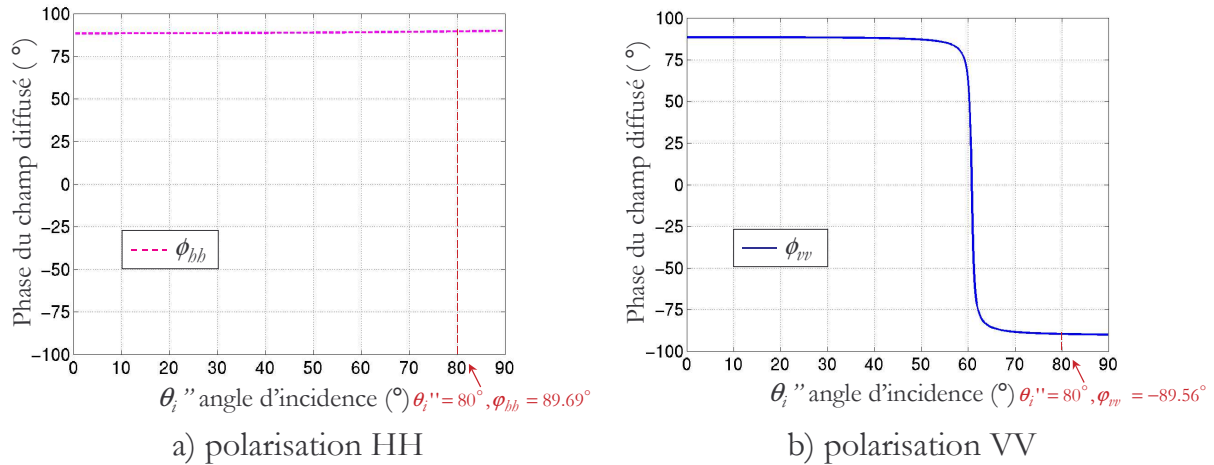


Figure IV.B-20 : Variation de la phase du champ diffusé par la surface lisse ou rugueuse en asphalte

L'angle d'incidence sur la surface, θ_i'' , étant de 80° , nous relevons sur les figures précédentes la valeur du champ diffusé, pour les deux cas de polarisations, pour cette incidence.

Dans le cas de polarisation HH, nous avons :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} = E_b^{i2}(C) \frac{\sqrt{\sigma_{bb}(80^\circ)}}{\sqrt{4\pi(R_s - 2.435)^2}} e^{j\phi_{bb}(80^\circ)} e^{-jk(1550-2.435)}$$

☞ lorsque la surface est lisse :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} = e^{-j0.293} 1.578 \times 10^{-3} e^{j1.565} \times e^{-jk \times 1547.565} V.m^{-1}$$

$$\boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} = 1.578 \times 10^{-3} e^{-j3.126} V.m^{-1}}$$

(IV.B-20)

☞ lorsque la surface est rugueuse :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} = e^{-j0.293} 1.489 \times 10^{-3} e^{j1.565} \times e^{-jk \times 1547.565} V.m^{-1}$$

$$\boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} = 1.489 \times 10^{-3} e^{-j3.126} V.m^{-1}}$$

(IV.B-21)

Enfin, dans le cas de polarisations incidente et de diffusion verticales, nous obtenons :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = E_v^{i2}(C) \frac{\sqrt{\sigma_{vv}(80^\circ)}}{\sqrt{4\pi(R_s - 2.435)^2}} e^{j\phi_{vv}(80^\circ)} e^{-jk(R_s-2.435)}$$

☞ lorsque la surface est lisse :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = e^{-j0.293} 9.143 \times 10^{-4} e^{-j1.563} e^{-jk \times 1547.565}$$

$$\boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = 9.143 \times 10^{-4} e^{-j3.113} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-22})$$

☞ lorsque la surface est rugueuse :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = e^{-j0.293} 8.626 \times 10^{-4} e^{-j1.563} e^{-jk \times 1547.565}$$

$$\boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} = 8.626 \times 10^{-4} e^{-j3.113} \text{ V.m}^{-1}} \quad (\text{IV.B-23})$$

Comme nous nous y attendions, nous remarquons que l'augmentation de la rugosité agit sur l'intensité du champ rétrodiffusé.

Nous pouvons aussi mentionner que, la diffusion de volume étant peu importante, la réciprocité des trajets *facette - surface - source* et *surface - facette - source* est vérifiée.

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} = \left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} \text{ et } \left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} = \left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV}$$

Les très faibles écarts constatés sur la valeur des modules sont dus à la contribution de la diffusion de volume qui est prise en compte sur le trajet IV, mais pas sur le trajet III.

VI. CALCUL DU CHAMP TOTAL RETRODIFFUSE PAR L'OBJET COMPOSE

Pour évaluer le champ total rétrodiffusé, nous allons sommer de manière cohérente, donc en module et en phase, les champs dus aux différents trajets et qui ont été calculés dans les sections précédentes.

VI.1. CAS DE LA SURFACE LISSE

VI.1.1. Expression du champ total rétrodiffusé

Lorsque la surface est lisse, le résultat est immédiat : nous sommes directement les amplitudes complexes des quatre champs.

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{tot} = \left(E_{bb}^s(S)\right)_I + \left(E_{bb}^s(S)\right)_{II} + \left(E_{bb}^s(S)\right)_{III} + \left(E_{bb}^s(S)\right)_{IV} \quad (\text{IV.B-24})$$

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{tot} = \left(E_{vv}^s(S)\right)_I + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} \quad (\text{IV.B-25})$$

Nous calculons, en polarisation HH, le champ total rétrodiffusé lorsque l'angle d'incidence sur la facette est de 10° :

$$\left(E_{bb}^s(S)\right)_{tot} = \left(2.158 \times 10^{-5} e^{-j1.906} + 5.057 \times 10^{-5} e^{j0.811} + 1.575 \times 10^{-3} e^{-j3.126} + 1.578 \times 10^{-3} e^{-j3.126}\right) V.m^{-1}$$

Tous calculs faits, nous obtenons :

$$\boxed{\left(E_{bb}^s(S)\right)_{tot} = 3.126 \times 10^{-3} e^{j0.010} V.m^{-1}} \quad (\text{IV.B-26})$$

Nous évaluons aussi le champ total rétrodiffusé en polarisation VV :

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{tot} = \left(2.158 \times 10^{-5} e^{-j1.906} + 2.930 \times 10^{-5} e^{-j2.317} + 9.127 \times 10^{-4} e^{-j3.113} + 9.144 \times 10^{-4} e^{-j3.113}\right) V.m^{-1}$$

$$\text{Finalement } \boxed{\left(E_{vv}^s(S)\right)_{tot} = 1.856 \times 10^{-3} e^{j0.051} V.m^{-1}} \quad (\text{IV.B-27})$$

Ainsi pour $\theta_i' = 10^\circ$, les intensités des champs totaux rétrodiffusés en polarisations HH et VV sont égaux à :

$$\left| \left(E_{bb}^s(S)\right)_{tot} \right| = 3.126 \times 10^{-3} V.m^{-1} = -50.01 \text{ dB} \quad (\text{IV.B-28})$$

$$\left| \left(E_{vv}^s(S)\right)_{tot} \right| = 1.856 \times 10^{-3} V.m^{-1} = -54.63 \text{ dB} \quad (\text{IV.B-29})$$

Nous vérifierons ces résultats dans la sous-section suivante où nous présentons le diagramme de rétrodiffusion de l'objet composé.

Notons que, pour éviter l'apparition de discontinuités de quelques dB aux angles de 4° et 74° - qui correspondent aux transitions pour lesquelles la facette et la surface sont en zone proche ou lointaine (§I.3) – nous avons effectué les calculs avec une formulation zone proche (exacte entre 4° et 74°).

VI.1.2. Calcul du champ rétrodiffusé pour toute incidence

Les variations des modules des champs rétrodiffusés lors des quatre différents trajets sont illustrés, en fonction de l'angle d'incidence sur la facette et en polarisations HH et VV, sur les graphes de la figure (fig IV.B-21).

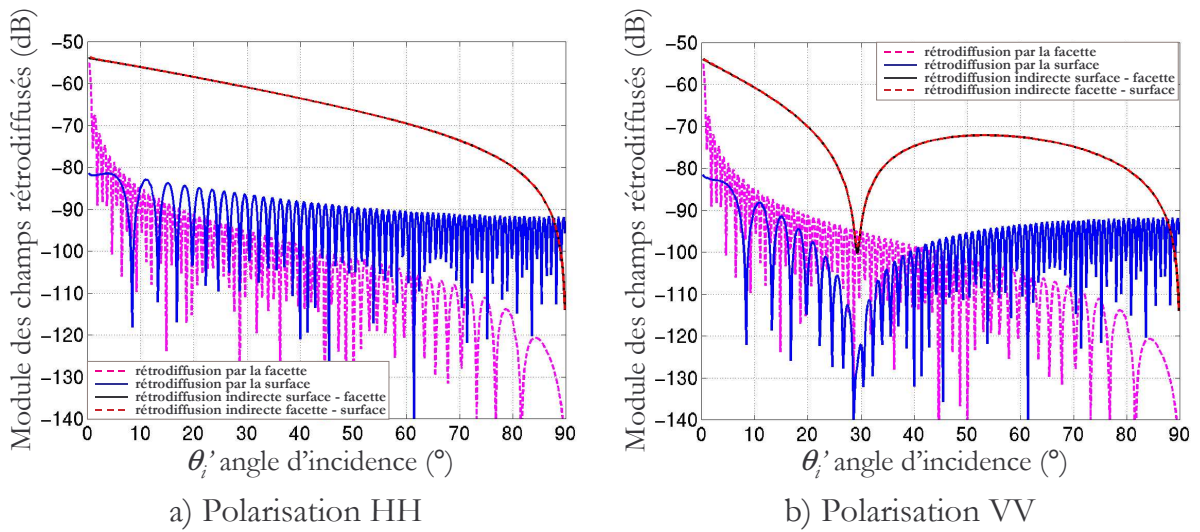


Figure IV.B-21 : Evolution en fonction de θ_i' des champs rétrodiffusés pour chacun des trajets

Nous calculons ensuite le champ total rétrodiffusé ; son évolution est proposée sur les figures (**fig IV.B-22**).

L'allure du diagramme de diffusion est à comparer, dans chaque polarisation, avec celui de la facette seule donné sur les figures (**fig IV.B-21a**) et **b)**).

D'autre part, nous constatons que la contribution des trajets de couplage est prépondérante, sauf lorsque la facette est éclairée à une incidence quasi nulle.

Nous vérifions aussi, que pour un angle d'incidence de 10° , nous retrouvons bien les valeurs calculées du champ rétrodiffusé données en polarisation HH et VV, respectivement par (**IV.B-28**) et (**IV.B-29**).

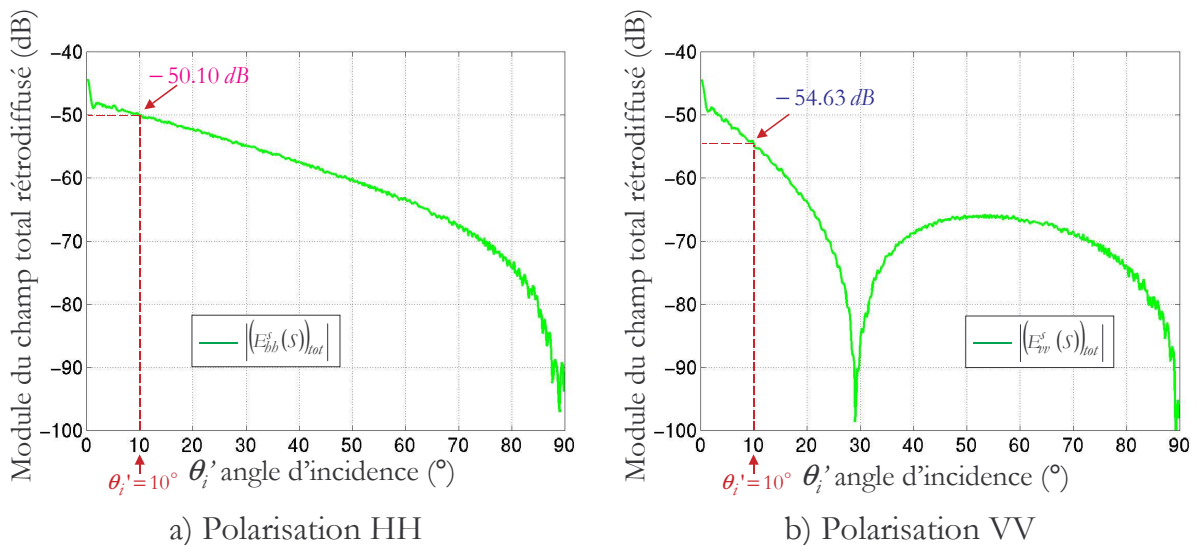


Figure IV.B-22 : Coefficient total de rétrodiffusion par l'objet composé de la facette et de la surface lisse

Notons enfin, que sur la figure (**fig IV.B-22b**), la diminution due à la réflexion à l'angle de Brewster (annexe E) apparaît pour $\theta_i' = 29^\circ$, donc pour $\theta_i'' = 61^\circ$.

VI.2. CAS DE LA SURFACE RUGUEUSE

VI.2.1. Expression du champ total rétrodiffusé

Dans ce cas, nous devons tenir compte du caractère aléatoire du champ rétrodiffusé par la surface rugueuse.

Pour chaque tirage réalisé, nous calculons alors le champ total rétrodiffusé et nous évaluerons ensuite le champ moyen.

Si nous posons N le nombre de tirages, la rétrodiffusion totale est estimée à partir des équations (IV.B-30) et (IV.B-31).

$$\left(E_{hh}^s(S)\right)_{tot} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\left(E_{hh}^s(S)\right)_I + \left(E_{hh}^s(S)\right)_{II} \Big|_k + \left(E_{hh}^s(S)\right)_{III} + \left(E_{hh}^s(S)\right)_{IV} \right] \quad (IV.B-30)$$

$$\left(E_{vv}^s(S)\right)_{tot} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left[\left(E_{vv}^s(S)\right)_I + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{II} \Big|_k + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{III} + \left(E_{vv}^s(S)\right)_{IV} \right] \quad (IV.B-31)$$

VI.2.2. Evolution du champ total rétrodiffusé pour toute incidence

Les graphes de la figure (**fig IV.B-23**) représentent, en polarisations HH et VV, l'évolution des champs rétrodiffusés lors de chaque trajet.

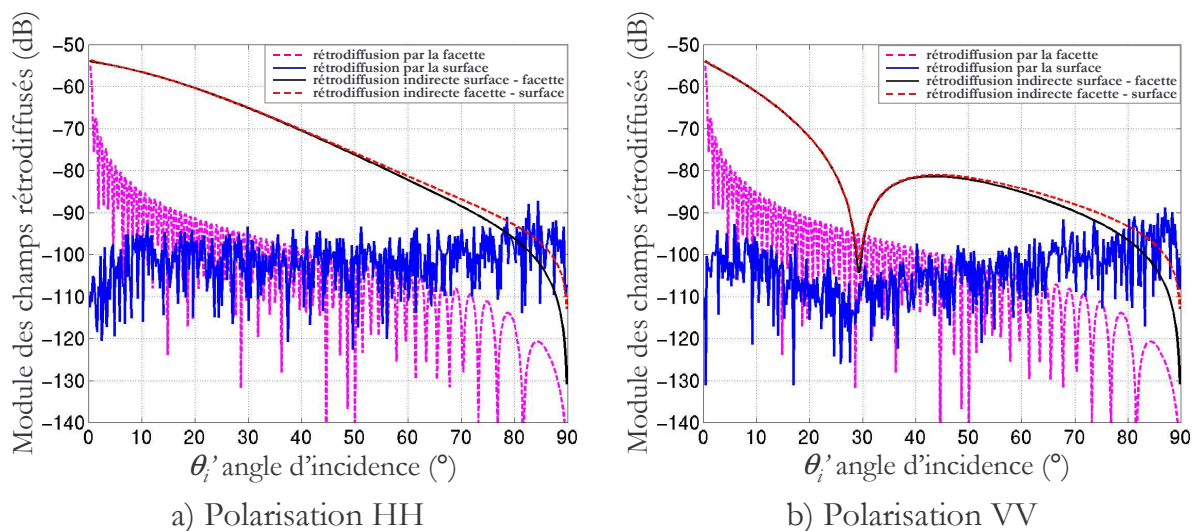


Figure IV.B-23 : Evolution en fonction de θ_i' des champs rétrodiffusés pour chacun des trajets

Nous constatons, qu'avec la rugosité, lorsque l'angle d'incidence augmente, les trajets de couplage ne donnent plus des résultats rigoureusement identiques. En effet, à partir de 60° , la contribution du trajet IV devient un peu supérieure à celle du trajet réciproque (trajet III).

Ceci s'explique par le fait que, lors de la détermination du champ déduit du trajet III, nous ne prenons en compte ni la diffusion de volume, ni la diffusion incohérente sur le trajet surface-facette, ce trajet étant parfois calculé en champ proche. Par contre sur le trajet IV, nous considérons la composante incohérente lors de la diffusion dans la direction spéculaire ; cette dernière augmente avec la rugosité et l'incidence ((**fig IV.B-9**) à (**fig IV.B-12**)).

En comparant les figures (**fig IV.B-21**) et (**fig IV.B-23**), nous remarquons aussi que l'intensité des champs rétrodiffusés lors des trajets indirects a diminué avec la rugosité. Ceci est normal, puisque, plus la surface devient rugueuse, plus son diagramme de diffusion s'élargit.

Enfin, nous montrons les variations du champ total rétrodiffusé sur les figures (**fig IV.B-24 a**) et **b**).

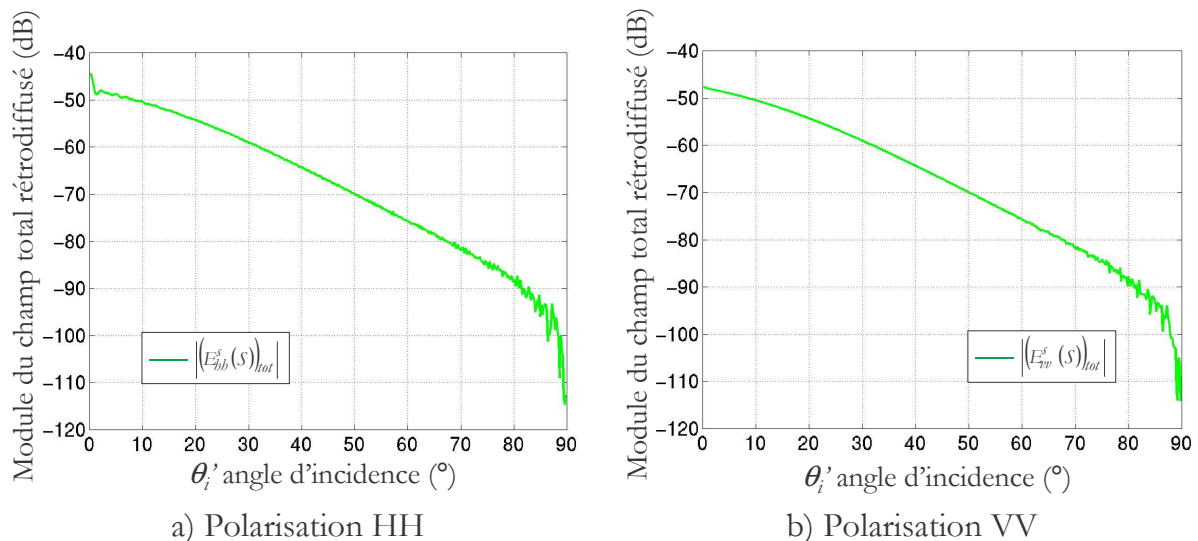


Figure IV.B-24 : Coefficient total de rétrodiffusion par l'objet composé de la facette et de la surface rugueuse

Là encore, les trajets de couplage sont prépondérants sur pratiquement tout le domaine angulaire, mais comme nous l'avons déjà mentionné, le champ rétrodiffusé a diminué du fait de la rugosité de la surface en asphalte.

VII. CONCLUSION

Dans cette dernière partie, nous avons voulu dresser les bases d'une méthodologie d'étude du couplage entre une surface rugueuse et un objet. Nous nous sommes donc consacrés au calcul du champ total rétrodiffusé par un objet composé, constitué d'une surface diélectrique lisse ou rugueuse et d'une facette métallique placée au dessus d'elle (fig IV.B-25).

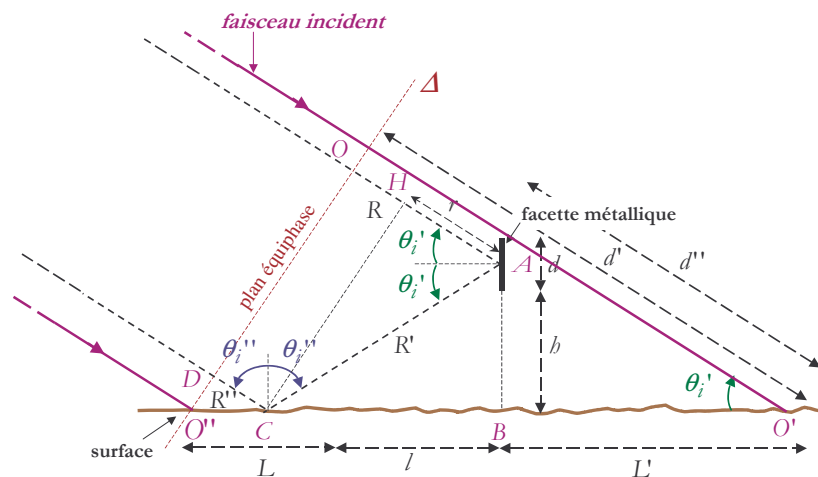


Figure IV.B-25 : Rappel de la configuration de l'étude

Cette étude a permis d'évaluer le couplage entre la facette et la surface lisse, puis rugueuse. Dans un premier temps, nous avons supposé que l'angle d'incidence sur la facette est de 10° . Nous avons alors exposé les étapes du calcul des champs rétrodiffusés (module et phase) à la suite des quatre différents trajets que peut emprunter le faisceau incident.

- Trajet I \Leftrightarrow Rétrodiffusion par la plaque,
- Trajet II \Leftrightarrow Rétrodiffusion par la surface rugueuse,
- Trajet III \Leftrightarrow Diffusion spéculaire par la plaque après réflexion sur la route,
- Trajet IV \Leftrightarrow Diffusion spéculaire par la route après réflexion sur la plaque.

Lorsque la surface est rugueuse, nous avons signalé le caractère aléatoire du champ rétrodiffusé en réalisant divers tirages de l'amplitude complexe de ce champ afin d'en établir une répartition aléatoire.

Nous avons ensuite présenté les variations du champ total rétrodiffusé pour tout angle.

De cette étude, il est apparu que les composantes dues aux trajets de couplage sont prépondérantes sur pratiquement tout le domaine angulaire considéré. Nous avons aussi

noté que la rugosité de la surface a une grande influence sur l'amplitude des interactions entre la facette et la surface.

Un complément à cette étude serait de considérer d'autres facettes, orientées différemment par rapport à la surface rugueuse, et de comparer les contributions des champs totaux rétrodiffusés dans chaque configuration.

Enfin, cette application a été l'occasion d'utiliser, en même temps que les modules de calcul développés durant ces travaux, des outils de simulations déjà existants au laboratoire. La rétrodiffusion par la facette et par la surface lisse a en effet été évaluée par l'Optique Physique.

CONCLUSION :

« Les voies qui conduisent l'homme au savoir sont aussi merveilleuses que le savoir lui-même »

Kepler (1571-1630)

CONCLUSION

Rappelons tout d'abord que **l'objectif de cette thèse** était de modéliser aux fréquences millimétriques et *de façon rigoureuse*, la diffusion totale par les surfaces rugueuses métalliques ou diélectriques, en configurations monostatique et bistatique. Nous envisagions aussi, en tant qu'application, d'évaluer le couplage proche entre une surface et un objet canonique placé au-dessus d'elle.

Pour mener à bien ces projets, nous avons, **dans un premier temps**, effectué une recherche bibliographique afin d'explorer les domaines de validité (en fonction de la fréquence et des caractéristiques géométriques et statistiques de la surface) des différents modèles de diffusion de surface et de volume disponibles dans la littérature. Nous nous sommes intéressés principalement aux méthodes asymptotiques puisqu'elles ont l'intérêt de ne pas être coûteuses en temps de calcul et en place mémoire.

Les méthodes usuelles comme les méthodes des Petites Perturbations et de Kirchhoff présentant des domaines de validité réduits, notre choix s'est porté sur la *Méthode de l'Equation Intégrale* (IEM) pour modéliser le coefficient de diffusion surfacique. Cette méthode apporte une amélioration à la méthode de Kirchhoff grâce à l'introduction d'un terme complémentaire qui permet de mieux prendre en compte les diffusions multiples de l'onde. Son domaine de validité recouvre ceux des méthodes de Kirchhoff et des petites perturbations et assure la continuité entre eux.

Nous avons décidé d'utiliser la *Théorie du Transfert Radiatif* pour déterminer le coefficient de diffusion volumique. Cette méthode quantifie les variations du vecteur de Stockes d'une onde électromagnétique se propageant dans un milieu aléatoire. Elle présente l'avantage d'être simple tout en considérant les effets de diffusions multiples.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes attachés à modéliser la diffusion totale par une surface rugueuse en utilisant conjointement la Méthode de l'Equation Intégrale (diffusion de surface) et la Théorie du Transfert Radiatif (diffusion de volume).

Nous avons d'abord évalué la diffusion de surface et réalisé des simulations en configurations monostatique et bistatique à une fréquence de 94 GHz. Cette étude a permis de mettre en évidence le comportement, en fonction du degré de rugosité de la surface, des composantes cohérente et incohérente de la diffusion. Nous avons validé ces résultats de simulation en effectuant des bilans de puissance, uniquement dans la demi-sphère supérieure dans le cas d'une surface métallique, et dans toute la sphère entourant la surface dans le cas d'une surface diélectrique.

Nous avons obtenu, de cette étude, des résultats globalement satisfaisants ; dans le cas des surfaces, métalliques ou diélectriques, lisses à peu rugueuses, nous avons retrouvé la quasi totalité de la puissance incidente. Cependant lorsque la rugosité est importante et/ou dans le cas des incidences rasantes, l'effet des termes de diffusions multiples - que nous avons négligés du fait de la lourdeur de leurs expressions ainsi que pour éviter des temps de calcul prohibitifs - se fait ressentir et le bilan de puissance n'est plus satisfait.

Nous avons ensuite évalué la diffusion volumique à partir de la Théorie du Transfert Radiatif. Pour cela, nous avons réalisé, dans les cas monostatique et bistatique, des études des variations du coefficient de diffusion de matériaux de chaussées comme l'asphalte et le béton. En rétrodiffusion, quelques validations ont pu être réalisées à partir des données proposées dans la littérature. Dans le cas des matériaux concernés, nous avons pu observer un bon accord entre les résultats théoriques et les valeurs expérimentales.

La diffusion totale de routes en asphalte et en béton a alors pu être modélisée aux fréquences millimétriques en sommant les coefficients de diffusion surfacique et volumique. Nous avons observé l'influence de ces deux composantes sur la diffusion totale. Diverses simulations ont été réalisées autour de 94 GHz autant dans le cas général d'une observation bistatique que dans le cas plus particulier de la rétrodiffusion, *notamment dans la configuration importante et originale de l'incidence rasante (70 - 88°)*.

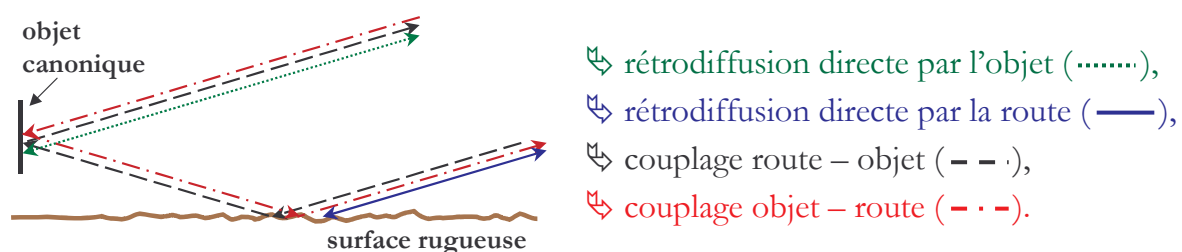
Une validation des résultats obtenus a pu être faite à partir des données présentes dans la littérature.

Nous avons aussi pu établir un début de validation expérimentale de nos modules de calcul en bande Ka. Nous avons évalué le comportement en rétrodiffusion et en réflexion de trois échantillons de chaussée fournis par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Toulouse, dont nous avons déterminé les paramètres de rugosité. Les résultats obtenus ont été très encourageants puisqu'en rétrodiffusion comme en réflexion, les simulations et les mesures sont comparables dans le cas des surfaces lisses. Pour les faces rugueuses, les écarts parfois observés sont imputables aux difficultés que nous avons rencontrées pour mesurer avec précision les paramètres de rugosité des échantillons, ceux-ci étant quelque peu détériorés.

Dans un troisième temps, nos travaux ont concerné l'évaluation du comportement d'un objet dans son environnement. Dans cette étude, nous avons représenté l'objet par une forme canonique simple et l'environnement par une surface rugueuse. L'originalité de ce travail repose surtout sur la modélisation du couplage champ proche entre l'objet et la route.

Les interactions directes entre l'onde électromagnétique et l'objet ont été prises en compte par les modules de calcul de la surface équivalente radar d'objets complexes 3D réalisés par ailleurs au laboratoire.

Nous avons mis en place des moyens d'hybridation des différentes méthodes de calcul pour déterminer le champ total rétrodiffusé par l'objet composé (voir figure). Le caractère aléatoire du champ rétrodiffusé par la surface rugueuse a été pris en compte en réalisant divers tirages de l'amplitude complexe de ce champ, afin d'en établir une répartition aléatoire.



Mécanismes de rétrodiffusion par l'objet composé

Nous avons évalué les amplitudes complexes des champs rétrodiffusés suivant chacun des trajets. Nous avons alors calculé le champ total rétrodiffusé en sommant, de manière cohérente, les différentes contributions.

De cette étude, il est apparu que les composantes dues aux trajets de couplage sont prépondérantes sur presque tout le domaine angulaire considéré. Nous avons aussi noté que la rugosité de la surface a une grande influence sur l'amplitude des interactions entre la facette et la surface.

En ce qui concerne les perspectives, elles sont liées à l'amélioration, puis à l'exploitation de nos modules de calcul.

Dans un premier temps, il serait intéressant de poursuivre l'étude commencée au chapitre IV et qui concerne l'évaluation du couplage entre une surface lisse ou rugueuse et un objet *canonique* placé au-dessus d'elle. Nous pourrions considérer un objet plus complexe, composé de plusieurs facettes ayant toutes des orientations différentes par rapport à la surface. En utilisant les moyens de couplage des méthodes de calcul développés au chapitre IV, le champ total rétrodiffusé par l'objet complexe et la surface serait déterminé en sommant les contributions de chaque couple facette – surface.

Dans un deuxième temps, nous pensons poursuivre la validation de nos outils de simulation. Il pourrait alors être nécessaire de développer un outil de simulation s'appuyant sur la formulation de l'IEM correspondant aux rugosités importantes [2], [22]. Avant de confronter nos résultats simulés avec des mesures expérimentales, un effort particulier reste aussi à faire sur la définition des paramètres de rugosité, en utilisant par exemple des fonctions d'autocorrélation autres que les fonctions gaussienne et exponentielle.

Nous pourrions aussi approfondir l'étude de la diffusion de volume, en essayant d'aller plus en amont dans la caractérisation du volume de l'asphalte et du béton, ou d'autres milieux.

Ces différents travaux permettraient alors de pouvoir considérer d'autres types de surfaces rugueuses. Par suite, nous pourrions créer, pour des applications futures, une base de données qui renseignerait sur la valeur des coefficients de diffusions monostatique et bistatique, en fonction des paramètres de rugosité et caractéristiques diélectriques des surfaces concernées.

Enfin, ces travaux de thèse s'inscrivent aussi dans des activités contractuelles en modélisation radar de scènes et de cibles en ondes millimétriques avec prise en compte des couplages éventuels.

Deux applications sont actuellement en cours au DEMR :

☞ L'étude effectuée à incidence rasante pour déterminer le couplage proche entre une surface rugueuse et un objet placé au-dessus d'elle intervient en réponse à des applications automobiles. Parmi elles, nous pouvons citer le Prédit MICADO (Multi - Instrumentation CApteurs pour la Détection d'Obstacles) qui prévoit de développer une aide à la conduite de type détection automatique d'obstacles. Le radar millimétrique, dont seraient équipé des véhicules, visualiserait sous des angles rasants des cibles avec un couplage très fort à la route.

☞ Une application aéronautique, dans le cadre du projet ONERA Aéroport du Futur vise à améliorer la perception de la situation par le pilote, par tout temps et dans les phases d'atterrissage et de roulage. Dans le cadre de ce projet, le travail effectué sur la diffusion par les surfaces rugueuses et l'évaluation du couplage avec un objet intervient au niveau de la modélisation radar de scènes et de cibles ; en effet la simulation doit permettre d'évaluer, par visibilité optique très faible, la capacité du radar à détecter la piste et d'éventuels obstacles sous incidence rasante.

Enfin, les domaines d'applications de cette étude concernent la détection de cibles dans leur environnement représenté par exemple par une surface rugueuse [17]. Connaissant alors l'écho perturbateur de la surface, il est alors possible d'extraire la réponse de la cible du signal total reçu.

BIBLIOGRAPHIE :

*« Rien de grand ne s'est accompli sans passion »
Hegel (1770-1831)*

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. ABRAMOVITZ, I.A. STEGUN, « Handbook of mathematical function », US Department of commerce, décembre 1972.
- [2] J.L. ALVAREZ-PEREZ, « An extension of the IEM/IEMM surface scattering model », *Waves Random Media*, vol 11, mars 2001.
- [3] E. BACHELIER, « Modélisation électromagnétique des effets de diffusion de surface et de volume des sols par la méthode des différences finies », *Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace*, NO. 279, octobre 1999.
- [4] C.A. BALANIS, « Advanced Engineering Electromagnetics », John Wiley & Sons, 1989.
- [5] P. BECHMANN, A. SPIZZICHINO, « The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces », *Pergamon Press*, 1963.
- [6] C. BOURLIER, « Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique – Application au domaine océanique – », *Thèse de Doctorat de l'université de Nantes, IRESTE*, décembre 1999.
- [7] T-K. CHAN, Y. KUGA, A. ISHIMARU, C.T.C. LE, « Experimental studies of bistatic scattering from two-dimensional conducting random rough surfaces », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 34, n°3, mai 1996.
- [8] S. CHANDRASEKHAR, « Radiative Transfer », Dover, 1960.
- [9] J.S. CHEN, A. ISHIMARU, « Numerical simulation of the second-order Kirchhoff approximation from very rough surfaces and a study of backscattering enhancement », *Journal of Acoustical Society of America*, vol 88, n°4, octobre 1990.
- [10] M.F. CHEN, A.K. FUNG, « A numerical study of the regions of validity of the Kirchhoff and small-perturbation rough surface scattering models », *Radio Science*, vol 23, n°2, mars-avril 1988.

- [11] K.S. CHEN, A.K. FUNG, « A comparison of backscattering models for rough surfaces », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 33, n°1, janvier 1995.
- [12] K.S. CHEN, T-D. WU, M-K. TSAY, A.K. FUNG, « A note on the multiple scattering in an IEM model », », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 38, janvier 2000.
- [13] T.CHIU, K. SARABANDI, « Electromagnetic scattering interaction between a dielectric cylinder and a slightly rough surface », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 47, n°5, mai 1999.
- [14] P.F. COMBES, « Micro-ondes tome I : Lignes, Guides et Cavités », *Dunod*, 1996.
- [15] P.F. COMBES, « Micro-ondes tome II : Circuits passifs, Propagation, antennes », *Dunod*, 1997.
- [16] F. COSTES, « Contribution à l'étude des signatures actives et passives micro-ondes des sols nus : application à la télédétection », *Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier*, Toulouse, décembre 1994.
- [17] N.C. CURRIE, R.D. HAYES, R.N. TREBITS, « Millimeter-wave radar clutter », *Artech House*, 1992
- [18] D.J. DANIELS, « Surface-penetrating radar », *The Institution of Electrical Engineers*, 1996.
- [19] W. DIERKING, « RMS slope of exponentially correlated surface roughness for radar applications », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 38, n°2, mai 2000.
- [20] T. ELFOUHAILY, D.R THOMPSON, D.E. FREUND, D. VANDERMARK, B. CHAPRON, « A new bistatic model for electromagnetic scattering from perfectly conducting random surfaces : numerical evaluation and comparison with SPM », *Waves Random Media*, vol 11, p. 1-10, 2001

-
- [21] R. FINKELE, « A polarimetric millimeter-wave sensor system for road surface classification », *Ph. D Thesis*, Cranfield University Electronic System Design College of Aeronautics, 1998.
- [22] A.K. FUNG, « Microwave scattering and emission models and their applications », *Artech House*, 1994.
- [23] A.K. FUNG, Z. LI, K. S. CHEN, « Backscattering from a randomly rough dielectric surface », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 30, n°2, mars 1992.
- [24] A.K. FUNG, G.W. PAN, « A scattering model for perfectly conducting random surfaces – I. Model development », *International Journal of Remote Sensing*, vol 8, n°11, 1987.
- [24] A.K. FUNG, M.R. SHAH, S. TJUATJA, « Numerical simulation of scattering from three-dimensional randomly rough surfaces », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 32, n°5, septembre 1994.
- [25] J.J. GREFFET, « Theoretical model of the shift of the Brewster angle on a rough surface », *Optics Letters*, vol 17, n°4, février 1992.
- [26] C. HSIEH, « Depolarization of optic wave backscattering from dielectric rough surfaces », *Journal of Microwaves and Optoelectronics*, vol 2, n°1, juin 2000.
- [27] C-Y. HSIEH, A.K. FUNG, G. NESTI, A. J. SIEBER, P. COPPO, « A further study of the IEM surface scattering model », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 35, n°4, juillet 1997.
- [28] A. ISHIMARU, « Wave propagation and scattering in random media », vol 2, *Academic Press* 1978.
- [29] J.R. KENDRA, « Microwave remote sensing of snow : an empirical/theoretical scattering model for dense random media », *Ph. D dissertation*, Université du Michigan, Ann Arbor, 1995.
- [30] J.R. KENDRA, K. SARABANDI, « A hybrid experimental/theoretical scattering model for dense random media », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 37, janvier 1999.
-

-
- [31] A. KHENCHAF, « Modélisation électromagnétique, radar bistatique, traitement de l'information », *Habilitation à diriger les recherches*, Université de Nantes, décembre 2000
- [32] H. KIM, J.T. JOHNSON, « Radar images of rough surface scattering : comparison of numerical and analytical models », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 50, n°2, février 2002.
- [33] G.A. KORN, T.M. KORN, « Mathematical Handbook for Scientists and Engineers », Mc Graw-Hill Book Company, 1968.
- [34] S. LAYBROS, « Etude des interactions entre les ondes et des objets diélectriques », *Stage de DEA Micro-Ondes & Télécommunications Optiques (MOTO)*, juin 2001.
- [35] E.S. LI, K. SARABANDI, « Low grazing incidence millimeter-wave scattering models and measurements for various road surfaces », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 47, n°5, mai 1999.
- [36] Z. LI, A.K FUNG, « A reformulation of the surface field integral equation », *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol 5, n°2, p. 195-203,1991.
- [37] G. MARCELLONI, G. NESTI, P. PAMPALONI, S. SIGISMONDI, D. TARCHI, S. LOLLI, « Experimental validation of the surface scattering and emission models », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 38, n°1, janvier 2000.
- [38] A. NASHASHIBI, F.T. ULABY, K. SARABANDI, « Measurement and modeling of the millimeter-wave backscatter response of soil surfaces », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 34, n°2, mars 1996.
- [39] J.A. OGYLVY, J.R. FOSTER, « Rough surfaces : gaussian or exponential statistics ? », *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol 22, pp. 1243-1251, 1989.
- [40] J.A. OGYLVY, « Theory of wave scattering from random rough surfaces », *Adam Hilger*, 1991.
- [41] Y. OH, Y.C. KAY, « Condition for precise measurement of soil surface roughness », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 36, n°2, pp. 691-696, mars 1998.

-
- [42] Y. OH, K. SARABANDI, « Improved numerical simulation of electromagnetic wave scattering from perfectly conducting random surfaces », *IEE Proceedings Microwaves, Antennas and Propagation*, vol 30, n°4, août 1997.
- [43] A.J. POGGIO, E.K. MILLER, « Integral equation solutions of three-dimensional scattering problems », *Computer techniques for electromagnetics, Pergamon*, chap. 4, p. 159-264, 1973.
- [44] G. RAMIERE, « Couplage de méthodes asymptotiques et de la technique du lancer de rayons pour le calcul du champ rayonné par des objets métalliques 3D complexes. », *Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier, Toulouse*, septembre 2000.
- [45] S.O. RICE, « Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces », *Communtiauty of Pure Applied Mathematics*, vol 4, p 361-378, 1951
- [46] R.D DE ROO, F.T. ULABY, « Bistatic specular scattering from rough dielectric surfaces », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 42, n°2, février 1994.
- [47] G.T. RUCK, D.E. BARRICK, W.D. STUART, C.K. KRICHMAUM, « Radar Cross Section Handbook. », *Plenum Press*, 1970.
- [48] M. SAILLARD, D. MAYSTRE, « Scattering from metallic and dielectric rough surfaces », *Journal of Optical Society of America*, vol 7, n°6, juin 1990.
- [49] M.I. SANCER, « Shadow-corrected electromagnetic scattering from a randomly rough surface », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 17, n°4, septembre 1969.
- [50] K. SARABANDI, E.S. LI, A. NASHASHIBI, « Modeling and measurements of scattering from road surfaces at millimeter-wave frequencies », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 45, n°11, novembre 1997.
- [51] K. SARABANDI, P.F. POLATIN, « Electromagnetic scattering from two adjacent objects », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 42, n°4, avril 1994.

-
- [52] V. I. TATARSKI, M. I. CHARNOTSKI, « On the universal behavior of scattering from a rough surface for small grazing angles », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 4, janvier 1998.
- [53] E. I. THORSOS, « The validity of the Kirchhoff approximation for the rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum », *Journal of Acoustical Society of America*, vol 83, n° 1, janvier 1988.
- [54] L. TSANG, J.A. KONG, R.T. SHIN, « Theory of microwave remote sensing », *Wiley – Interscience Publication*, 1985.
- [55] F.T. ULABY, M.C. DOBSON, « Handbook of RADAR scattering statistics for terrain », *Artech House*, 1989.
- [56] F.T. ULABY, C. ELACHI, « Radar polarimetry for geoscience applications », *Artech House*, 1990.
- [57] F.T. ULABY, R.K. MOORE, A.K. FUNG, « Microwave remote sensing active and passive – vol II », *Artech House*, 1982.
- [58] F.T. ULABY, A. NASHASHIBI, A. EL-ROUBY, E.S. LI, R.D. De Roo, K. Sarabandi, « 95 GHz scattering by terrain at near - grazing incidence », *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 46, n°1, janvier 1998.
- [59] A.G. VORONOVICH, « Small-slope approximation in wave scattering by rough surfaces », *Soviet Physics JETP*, vol 62, p. 65-70, 1985.
- [60] A.G. VORONOVICH, « Wave scattering from rough surfaces », seconde édition remise à jour, *Springer-Verlag* 1999.
- [61] C. WALLEZ, « Absorption et diffusion des ondes électromagnétiques par les hydrométéores : application à l'imagerie radiométrique en ondes millimétriques », *Thèse de doctorat de l'Université Paul Sabatier*, Toulouse, avril 1994.
- [62] T-D. WU, K.S. CHEN, J. SHI, A.K. FUNG, « A transition model for the reflection coefficient in surface scattering », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol 39, n°9, septembre 2001.

PUBLICATIONS PERSONNELLES

- F. Koudogbo, P. F. Combes, H. J. Mametsa, « Modélisation de la diffusion par les surfaces rugueuses en ondes millimétriques », *4^{ème} Journées Micro-ondes et électromagnétisme de Toulouse (JMET)*, Toulouse, France, Janvier 2001.
- F. Koudogbo, P. F. Combes, H. J. Mametsa, « Modélisation des champs électromagnétiques diffusés par les surfaces rugueuses en ondes millimétriques », *Journées Nationales Micro-ondes (JNM)*, Poitiers, France, Mai 2001.
- F. Koudogbo, P. F. Combes, H. J. Mametsa, « Calcul de la diffusion d'une onde électromagnétique par une surface rugueuse », *5^{ème} Journées Micro-ondes et électromagnétisme de Toulouse (JMET)*, Toulouse, France, Janvier 2002.
- F. Koudogbo, P. F. Combes, H. J. Mametsa, « Calcul de la diffusion par une surface rugueuse naturelle ou urbaine », *Journées de Caractérisation de Micro-ondes et Matériaux (JCMM)*, Toulouse, France, Mars 2002.
- H. J. Mametsa, F. Koudogbo, P. F. Combes, « Application of IEM and Radiative Transfer Formulations for Bistatic Scattering of Rough Surfaces », *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, Toronto, Canada, Juin 2002.
- F. Koudogbo, H. J. Mametsa, P. F. Combes, « Joint Application of IEM and Radiative Transfer Formulations for a Bistatic Scattering of Rough Surfaces », *International Union of Radio Science (URSI)*, Maastricht, Pays-Bas, Août 2002.
- F. Koudogbo, H. J. Mametsa, P. F. Combes, « Evaluation statistique du champ électromagnétique diffusé par une surface rugueuse », *Les Problèmes Aléatoires en Electromagnétisme PAE'03*, Paris, France, Mars 2003.

ANNEXES :

*« Dieu est un mathématicien de tout premier ordre, et il a utilisé
des mathématiques très élaborées pour construire l'Univers. »
Confucius (551-479 av. JC)*

ANNEXE A :

EXPRESSIONS DES COEFFICIENTS DE KIRCHHOFF

I. CALCUL DES CHAMPS SURFACIQUES DE KIRCHHOFF

L'onde plane incidente est définie par les champs suivants :

$$\begin{aligned}\vec{E}^i &= \hat{p}E^i = \hat{p}E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \\ \vec{H}^i &= \frac{1}{\eta_1} \hat{k}_i \wedge (\hat{p}E^i)\end{aligned}\tag{A-1}$$

Nous rappelons que \hat{p} est le vecteur unitaire de la polarisation incidente. η_1 est l'impédance du milieu 1, E_0 est l'amplitude du champ électrique incident.

Enfin \hat{k}_i est le vecteur unitaire de la direction de propagation incidente.

Soit le repère représenté sur les figures (**fig A-1**) et (**fig A-2**), défini en un point quelconque de la surface rugueuse [22], [40], [57] :

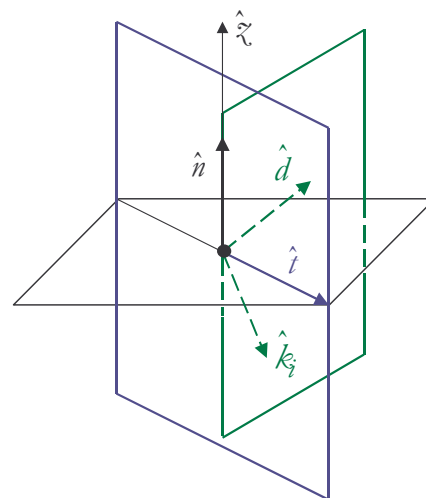
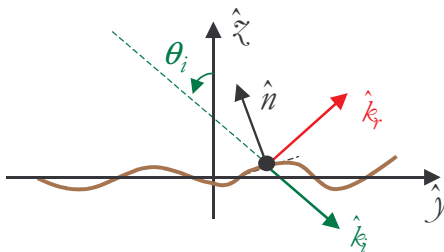


Figure A-1 : Vecteurs de propagation et définition de la normale en un point de la surface rugueuse. Figure A-2 : Repère de coordonnées local défini en ce même point

Les vecteurs constituant le repère direct $(\hat{k}_i, \hat{t}, \hat{d})$ sont tels que :

$$\hat{t} = \frac{\hat{k}_i \wedge \hat{n}}{|\hat{k}_i \wedge \hat{n}|} \quad (\text{A-2})$$

$$\hat{d} = \hat{k}_i \wedge \hat{t} \quad (\text{A-3})$$

$$\hat{k}_i = \hat{t} \wedge \hat{d} \quad (\text{A-4})$$

Ainsi, lorsque la surface considérée est lisse, le plan d'incidence est défini par les vecteurs \hat{k}_i et \hat{n} .

Localement, nous exprimons le champ électromagnétique incident (**A-1**) en fonction de ses composantes perpendiculaire (suivant \hat{t}) et parallèle (suivant \hat{d}).

$$\vec{E}^i = \vec{E}_\perp^i + \vec{E}_{//}^i = (\hat{p} \cdot \hat{t})E^i \hat{t} + (\hat{p} \cdot \hat{d})E^i \hat{d} \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{aligned} \vec{H}^i &= \vec{H}_{//}^i + \vec{H}_\perp^i = \frac{1}{\eta_1} [\vec{k}_i \wedge (\hat{p} E^i)] = \frac{1}{\eta_1} [(\hat{p} \cdot \hat{t})E^i (\hat{k}_i \wedge \hat{t}) + (\hat{p} \cdot \hat{d})E^i (\hat{k}_i \wedge \hat{d})] \\ &= \frac{1}{\eta_1} [(\hat{p} \cdot \hat{t})E^i \hat{d} - (\hat{p} \cdot \hat{d})E^i \hat{t}] \end{aligned} \quad (\text{A-6})$$

1.1. EXPRESSIONS GENERALES DES CHAMPS TANGENTIELS

Nous allons estimer, dans le repère présenté sur la figure (**fig A-2**), les champs tangentiels électrique et magnétique en fonction des coefficients de réflexion de la surface supposée localement plane [22].

Considérons dans un premier temps le champ tangentiel électrique :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_k = [\hat{n} \wedge (\vec{E}_\perp + \vec{E}_{//})]_k = [\hat{n} \wedge (\vec{E}_\perp^i + \vec{E}_\perp^r)]_k + [\hat{n} \wedge (\vec{E}_{//}^i + \vec{E}_{//}^r)]_k \quad (\text{A-7})$$

Nous exprimons les champs réfléchis en fonction des coefficients de réflexion de Fresnel puisque la surface est considérée plane, ainsi :

$$\left[\hat{n} \wedge (\vec{E}_\perp^i + \vec{E}_\perp^r) \right]_k = \left[\hat{n} \wedge (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_\perp^i \right]_k \quad (\text{A-8})$$

D'après (**A-5**), nous obtenons :

$$\left[\hat{n} \wedge (\vec{E}_\perp^i + \vec{E}_\perp^r) \right]_k = (1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{t}) E^i \hat{n} \wedge \hat{t} \quad (\text{A-9})$$

Nous effectuons les mêmes opérations sur la composante parallèle du champ tangentiel :

$$\begin{aligned} \left[\hat{n} \wedge \left(\vec{E}_{//}^i + \vec{E}_{//}^r \right) \right]_k &= \left[\hat{n} \wedge \left(-\eta_1 \hat{k}_i \wedge \vec{H}_\perp^i - \eta_1 \hat{k}_r \wedge \vec{H}_\perp^r \right) \right]_k \\ &= \eta_1 \left[-\hat{n} \wedge \left(\hat{k}_i \wedge \vec{H}_\perp^i \right) - \hat{n} \wedge \left(\hat{k}_r \wedge \vec{H}_\perp^r \right) \right]_k \end{aligned} \quad (\text{A-10})$$

$$\text{or } \vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \quad [33]$$

Ainsi (A-10) devient :

$$\begin{aligned} \left[\hat{n} \wedge \left(\vec{E}_{//}^i + \vec{E}_{//}^r \right) \right]_k &= -\eta_1 \left[\left(\hat{n} \cdot \vec{H}_\perp^i \right) \cdot \hat{k}_i - \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \cdot \vec{H}_\perp^i \right]_k \\ &\quad - \eta_1 \left[\left(\hat{n} \cdot \vec{H}_\perp^r \right) \cdot \hat{k}_r - \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_r \right) \cdot \vec{H}_\perp^r \right]_k \end{aligned} \quad (\text{A-11})$$

Les produits scalaires $(\hat{n} \cdot \vec{H}_\perp^i)$ et $(\hat{n} \cdot \vec{H}_\perp^r)$ étant nuls, car \hat{n} et \hat{t} sont orthogonaux (\vec{H}_\perp^i et \vec{H}_\perp^r sont colinéaires à \hat{t}), l'équation (A-11) se réduit à :

$$\begin{aligned} \left[\hat{n} \wedge \left(\vec{E}_{//}^i + \vec{E}_{//}^r \right) \right]_k &= \eta_1 \left[\left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \cdot \vec{H}_\perp^i + \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_r \right) \cdot \vec{H}_\perp^r \right]_k \\ &= \eta_1 \left[\left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \cdot \vec{H}_\perp^i - \left(\hat{n} \cdot \hat{k}_i \right) \cdot \mathfrak{R}_{//} \vec{H}_\perp^i \right]_k \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

$$\text{car } (\hat{n} \cdot \hat{k}_r) = -(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)$$

D'après (A-6), le composante parallèle du champ tangentiel est donnée par (A-13) :

$$\left[\hat{n} \wedge \left(\vec{E}_{//}^i + \vec{E}_{//}^r \right) \right]_k = -(1 - \mathfrak{R}_{//}) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{t} E^i \quad (\text{A-13})$$

Finalement, à partir des équations (A-7), (A-9) et (A-13), nous calculons le champ tangentiel de Kirchhoff :

$$\left(\hat{n} \wedge \vec{E} \right)_k = (1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{t}) \hat{n} \wedge \hat{t} E^i - (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \hat{t} E^i \quad (\text{A-14})$$

Nous procédons de façon analogue pour exprimer $(\hat{n} \wedge \vec{H})_k$ sous une forme similaire à (A-14).

Tous calculs faits, nous obtenons alors l'équation (A-15) :

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H})_k = (1 - \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{t}) \hat{n} \wedge \hat{d} E^i - (1 + \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{n} \wedge \hat{t} E^i \quad (\text{A-15})$$

Nous appliquons enfin quelques modifications à cette équation sachant que, dans le repère local (fig A-2), $\hat{d} = \hat{k}_i \wedge \hat{t} \Rightarrow \hat{t} = -\hat{k}_i \wedge \hat{d}$; ainsi :

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H})_k = \hat{n} \wedge \left\{ \hat{k}_i \wedge \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{t}) \hat{t} E^i + (1 + \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i \right] \right\} \quad (\text{A-16})$$

Nous avons déterminé les expressions des champs tangentiels de Kirchhoff électrique et magnétique dans le système local de coordonnées défini sur (**fig A-2**).

Dans le paragraphe suivant, nous calculerons ces champs tangentiels en considérant séparément les différents cas de polarisations linéaires. Ceci permettra, dans chaque cas de faire des hypothèses simplificatrices qui permettront d'alléger l'écriture des champs tangentiels.

I.2. EXPRESSIONS SIMPLIFIÉES DES CHAMPS TANGENTIELS [22]

Considérons dans un premier temps l'équation (**A-14**). Après quelques modifications présentées ci-dessous, elle peut s'écrire sous la forme de l'équation (**A-17**) :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{E})_k &= \hat{n} \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{i}) \hat{i} E^i + (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i \right] \\ &= \hat{n} \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{i}) \hat{i} E^i + (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i \right] \\ &+ \hat{n} \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i - (1 + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i \right] \\ &= \hat{n} \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \left[(\hat{p} \cdot \hat{i}) \hat{i} + (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} \right] E^i - (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} E^i \right] \end{aligned}$$

ainsi :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_k = \hat{n} \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \hat{p} - (\mathfrak{R}_\perp + \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} \right] E^i \quad (\text{A-17})$$

En procédant de la même façon, nous pouvons aussi écrire (**A-14**) sous cette autre forme :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_k = \hat{n} \wedge \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \hat{p} + (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{i}) \hat{i} \right] E^i \quad (\text{A-18})$$

En employant les mêmes techniques de développement sur (**A-16**), le champ magnétique peut lui aussi être écrit sous des formes similaires à (**A-17**) et (**A-18**). Elles sont présentées ci-dessous :

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H})_k = \hat{n} \wedge \left\{ \hat{k}_i \wedge \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \hat{p} + (\mathfrak{R}_\perp + \mathfrak{R}_{//}) (\hat{p} \cdot \hat{d}) \hat{d} \right] \right\} E^i \quad (\text{A-19})$$

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H})_k = \hat{n} \wedge \left\{ \hat{k}_i \wedge \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \hat{p} - (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\hat{p} \cdot \hat{i}) \hat{i} \right] \right\} E^i \quad (\text{A-20})$$

I.2.1. Cas de polarisation VV

Dans ce cas de polarisation, nous utilisons les équations (**A-18**) et (**A-20**).

Le champ incident est dirigé suivant \hat{v}_i , donc $\hat{p} = \hat{v}_i$.

Observons le repère de la figure (**fig A-2**) : lorsque la surface est lisse, le plan d'incidence est défini par les vecteurs \hat{k}_i et \hat{n} . Le vecteur \hat{t} appartient, par définition, à un plan orthogonal au plan d'incidence. Par suite, le vecteur unitaire de polarisation verticale, \hat{v}_i , qui appartient au plan d'incidence est donc orthogonal à \hat{t} . Ainsi le produit scalaire $(\hat{p} \cdot \hat{t}) = (\hat{v}_i \cdot \hat{t})$ est nul.

En revanche, lorsque la surface devient rugueuse, le plan contenant \hat{t} n'est plus orthogonal au plan d'incidence. Le produit scalaire $\hat{v}_i \cdot \hat{t}$ restera donc très inférieur à 1 si la surface étudiée présente une rugosité modérée.

Lorsque le produit scalaire $(\hat{p} \cdot \hat{t}) = (\hat{v}_i \cdot \hat{t})$ est très inférieur à 1, nous pouvons négliger les deuxièmes termes des seconds membres des deux équations, par suite :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{k_e} = (1 - \Re_{//}) \hat{n} \wedge \hat{v}_i E^i \quad (\text{A-21})$$

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{k_e} = (1 + \Re_{//}) \hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{v}_i) E^i \quad (\text{A-22})$$

I.2.2. Cas de polarisation HH

Dans ce cas de polarisation, nous considérons les relations (**A-17**) et (**A-19**).

La polarisation est horizontale, le champ incident est donc dirigé suivant \hat{h}_i , aussi $\hat{p} = \hat{h}_i$.

Lorsque la surface est lisse, \hat{d} appartient, par définition, au plan d'incidence. Le vecteur unitaire de polarisation perpendiculaire \hat{h}_i est donc orthogonal à \hat{d} , le produit scalaire $(\hat{p} \cdot \hat{d}) = (\hat{h}_i \cdot \hat{d})$ est nul.

Lorsque la surface devient rugueuse, \hat{d} n'appartient plus au plan d'incidence, il n'est plus orthogonal à \hat{h}_i ; néanmoins le produit scalaire $\hat{h}_i \cdot \hat{d}$ reste très inférieur à 1 si on considère que la surface présente une rugosité modérée.

Ainsi :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_{k_{bb}} = (1 + \Re_{\perp}) \hat{n} \wedge \hat{h}_i E^i \quad (\text{A-23})$$

$$\eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H})_{k_{bb}} = (1 - \Re_{\perp}) \hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{h}_i) E^i \quad (\text{A-24})$$

I.2.3. Cas de polarisation HV et VH

Dans le cas des polarisations croisées, le calcul est plus compliqué puisque les approximations faites dans le cas des polarisations principales ne sont plus vérifiées. Nous devons utiliser directement les expressions (A-14) et (A-16) des champs tangentiels électrique et magnétique, mais les expressions qui sont alors mises en jeu sont très importantes.

Une manière d'éviter ces complications consiste à calculer la moyenne, d'une part des expressions (A-17) et (A-18), et d'autre part des équations (A-19) et (A-27). Nous négligeons ensuite le terme $(\mathfrak{R}_v + \mathfrak{R}_h)$ qui, en effet, reste faible tant que les angles considérés ne sont pas rasants ($\theta < 60^\circ$).

Ainsi, dans le cas des polarisations croisées, nous avons :

$$\left(\hat{n} \wedge \vec{E}\right)_k = (1 - \mathfrak{R})(\hat{n} \wedge \hat{p}) E^i \quad (\text{A-25})$$

$$\eta_1 \left(\hat{n} \wedge \vec{H}\right)_k = (1 + \mathfrak{R}) \hat{n} \wedge (\hat{k}_i \wedge \hat{p}) E^i \quad (\text{A-26})$$

$$\text{avec } \mathfrak{R} = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_{//} - \mathfrak{R}_{\perp}) \quad (\text{A-27})$$

L'erreur commise dans ce calcul est parfois très importante. Néanmoins cette approximation est celle qui a été utilisée dans les modèles de Fung [22] et d'Álvarez-Pérez [2], et nous n'avons trouvé aucun autre moyen d'alléger les expressions en polarisations croisées.

Nous pouvons remarquer que toutes les approximations faites dans le cadre de la détermination des expressions simplifiées des champs tangentiels de Kirchhoff deviennent exactes dans le cas de surfaces métalliques puisque $(\mathfrak{R}_v + \mathfrak{R}_h) = 0$.

Les expressions (A-21) à (A-26), calculées dans ce paragraphe, sont les expressions simplifiées des champs électromagnétiques tangentiels de Kirchhoff. Dans chaque cas de polarisation, nous pourrions utiliser les équations adéquates pour déterminer les coefficients de Kirchhoff.

II. CALCUL DES COEFFICIENTS DE KIRCHHOFF

Le point de départ est l'équation intégrale du champ électrique en zone lointaine qui est rappelée ci-dessous [15] :

$$\begin{aligned}
 E_{qp}^s &= K \iint \left\{ \hat{q} \cdot \left[\hat{k}_s \wedge (\hat{n} \wedge \vec{E}_p) + \eta_1 (\hat{n} \wedge \vec{H}_p) \right] \right\} e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}} ds \\
 &= K \iint \left[\hat{q} \wedge \hat{k}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_p) + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H}_p) \right] e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}} ds
 \end{aligned} \tag{A-28}$$

$$\text{où } K = -\frac{jk}{4\pi R} \exp(-jkR) \tag{A-29}$$

Le champ magnétique diffusé peut s'exprimer à partir d'une relation analogue à (A-28), sachant que :

$$\vec{H}^s = \frac{1}{\eta_1} (\vec{k}_s \wedge \hat{p}) \vec{E}^s \tag{A-30}$$

La méthode de l'équation intégrale suppose que le champ total diffusé est la somme d'un champ de Kirchhoff et d'un champ complémentaire (voir chapitre II, partie A) :

$$\begin{aligned}
 E_{qp}^s &= E_{qp}^{sk} + E_{qp}^{sc} \\
 \text{où } E_{qp}^{sk} &= KE_0 \iint_S f_{qp} e^{-j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}]} dx dy
 \end{aligned} \tag{A-31}$$

$$f_{qp} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{q} \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_p)_k + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H}_p)_k \right] \tag{A-32}$$

$$ds = \sqrt{1 + Z_x^2 + Z_y^2} dx dy = D dx dy$$

$$Z_x = \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad Z_y = \frac{\partial \zeta}{\partial y}; \quad \zeta = \zeta(x, y) \text{ étant l'équation de la surface}$$

$$\hat{n} = \frac{(-Z_x \hat{x} - Z_y \hat{y} + \hat{z})}{D} \tag{A-33}$$

II.1. CALCUL DES COORDONNEES DE \hat{n}

Rappelons l'expression du champ de Kirchhoff :

$$E_{qp}^{sk} = KE_0 \iint_S f_{qp} e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iy} - k_y)y + (k_{iz} + k_z)z]} dx dy \tag{A-34}$$

Pour calculer les coefficients de Kirchhoff dont l'expression est donnée ci-dessus, il nous faut d'abord déterminer les coordonnées de la normale à la surface \hat{n} [22], [40].

D'après l'équation (A-31), le coefficient de Kirchhoff f_{qp} est fonction de Z_x et de Z_y .

Nous pouvons donc l'écrire sous la forme suivante :

$$f_{qp} = A(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) Z_x + B(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) Z_y \tag{A-35}$$

Ainsi, une autre écriture de (A-34) peut être :

$$E_{qp}^{sk} = KE_0 \iint_S A(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) Z_x e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_y - k_y)y + (k_{iz} + k_z)z]} dx dy + KE_0 \iint_S B(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) Z_y e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_y - k_y)y + (k_{iz} + k_z)z]} dx dy \quad (\text{A-36})$$

Nous supposons aussi que Z_x et Z_y sont indépendants respectivement de x et de y .

Calculons dans un premier temps l'intégrale faisant intervenir Z_x , soit I_1 cette intégrale.

$$I_1 = KE_0 \iint_S A(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) Z_x e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_y - k_y)y + (k_{iz} + k_z)z]} dx dy$$

$$I_1 = KE_0 \int A(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) e^{-j[(k_y - k_y)y]} \left[\int Z_x e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} dx \right] dy$$

Z_x étant supposée indépendante de x , nous calculons alors l'intégrale « entre crochets » par intégration par parties :

Posons :

$$F = e^{-j[(k_{ix} - k_x)x]} \Rightarrow F' = -j(k_{ix} - k_x) e^{-j[(k_{ix} - k_x)x]}$$

$$G' = e^{-j[(k_{iz} - k_z)z]} \Rightarrow G = -\frac{1}{j(k_{iz} - k_z) \frac{\partial z}{\partial x}} e^{-j[(k_{iz} - k_z)z]}$$

Ainsi

$$\int Z_x e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} dx = \left[Z_x \frac{j}{(k_{iz} - k_z) Z_x} e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} \right] - \int Z_x (k_{ix} - k_x) \frac{1}{(k_{iz} - k_z) \frac{\partial z}{\partial x}} e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} dx \quad (\text{A-37})$$

Le premier terme du second membre de (A-37) représente la diffraction par le bord de la surface, elle est considérée nulle dans l'IEM.

Ainsi ;

$$\int Z_x e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} dx = -\int \frac{k_{ix} - k_x}{k_{iz} - k_z} e^{-j[(k_{ix} - k_x)x + (k_{iz} + k_z)z]} dx \quad (\text{A-38})$$

En comparant les deux membres de l'équation (A-38), nous pouvons déduire l'expression de Z_x .

$$Z_x = -\frac{k_{yx} - k_x}{k_{yz} - k_z} \quad (\text{A-39})$$

En effectuant le même type de calculs sur l'intégrale I_2 donnée ci-dessous, nous déterminons Z_y .

$$I_2 = KE_0 \int B(\theta_i, \varphi_i, \theta_s, \varphi_s) e^{-j[(k_{xx} - k_x)x]} \left[\int Z_y e^{-j[(k_{yy} - k_y)y + (k_{yz} + k_z)z]} dy \right] dx$$

$$Z_y = -\frac{k_{yx} - k_x}{k_{yz} - k_z} \quad (\text{A-40})$$

Connaissant alors les coordonnées du vecteur unitaire \hat{n} , nous pouvons à présent procéder au calcul des coefficients de Kirchhoff.

II.2. CALCUL DES COEFFICIENTS DE KIRCHHOFF

$$f_{qp} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{q} \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_p)_k + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H}_p)_k \right]$$

Nous allons déterminer f_{qp} pour chaque cas de polarisation principale et croisée.

Nous effectuons d'abord quelques produits vectoriels indispensables à la poursuite de nos calculs.

$$\hat{n} \wedge \hat{v}_i = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} -Z_y \sin \theta_i - \cos \theta_i \sin \varphi_i \\ \cos \theta_i \cos \varphi_i + Z_x \sin \theta_i \\ -Z_x \cos \theta_i \sin \varphi_i + Z_y \cos \theta_i \cos \varphi_i \end{vmatrix} \quad (\text{A-41})$$

$$\hat{n} \wedge \hat{h}_i = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} -\cos \varphi_i \\ -\sin \varphi_i \\ -Z_x \cos \varphi_i - Z_y \sin \varphi_i \end{vmatrix} \quad (\text{A-42})$$

II.2.1. Cas de la polarisation VV

$$f_{vv} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_k + \eta_1 \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_k \right] \quad (\text{A-43})$$

L'introduction des équations (A-21) et (A-22) dans la relation précédente, nous donne l'équation (A-44).

$$f_{vv} \approx -D \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \hat{b}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i) + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{b}_i) \right] \quad (\text{A-44})$$

Nous calculons l'équation (A-44) en remplaçant les produits vectoriels par leurs valeurs et les vecteurs par leurs coordonnées.

$$f_{vv} = (1 - \mathfrak{R}_{//}) \left[\sin \varphi_s (Z_y \sin \theta_i + \cos \theta_i \sin \varphi_i) + \cos \varphi_s (\cos \theta_i \cos \varphi_i + Z_x \sin \theta_i) \right] - (1 + \mathfrak{R}_{//}) \left[\cos \theta_s \cos(\varphi_s - \varphi_i) - \sin \theta_s (Z_x \cos \varphi_i + Z_y \sin \varphi_i) \right] \quad (\text{A-45})$$

Après développement, le résultat final obtenu est :

$$f_{vv} = \frac{\mathfrak{R}_{//}}{\cos \theta_s + \cos \theta_i} \left[\sin \theta_s \sin \theta_i - (1 + \cos \theta_s \cos \theta_i) \cos(\varphi_s - \varphi_i) \right] \quad (\text{A-46})$$

II.2.2. Cas de polarisation HH

Nous avons :

$$f_{bb} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{b}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E})_{k_{bb}} + \eta_1 \hat{b}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H})_{k_{bb}} \right] \quad (\text{A-47})$$

D'après (A-23) et (A-24), (A-47) s'écrit :

$$f_{bb} \approx D \left[(1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \hat{b}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i) + (1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{b}_i) \right] \quad (\text{A-48})$$

$$f_{bb} = (1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \left[-\sin \varphi_s (Z_y \sin \theta_i + \cos \theta_i \sin \varphi_i) - \cos \varphi_s (\cos \theta_i \cos \varphi_i + Z_x \sin \theta_i) \right] + (1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \left[\cos \theta_s \cos(\varphi_s - \varphi_i) - \sin \theta_s (Z_x \cos \varphi_i + Z_y \sin \varphi_i) \right] \quad (\text{A-49})$$

Après calcul des différents produits vectoriels, la relation finale donnant le coefficient f_{bb} est :

$$f_{bb} = -\frac{\mathfrak{R}_{\perp}}{\cos \theta_s + \cos \theta_i} \left[\sin \theta_s \sin \theta_i - (1 + \cos \theta_s \cos \theta_i) \cos(\varphi_s - \varphi_i) \right] \quad (\text{A-50})$$

II.2.3. Cas de polarisations HV

$$f_{hv} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{h}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E})_{\hat{k}_{hv}} + \eta_1 \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H})_{\hat{k}_{hv}} \right] \quad (\text{A-51})$$

D'après (A-25) et (A-26), nous obtenons :

$$f_{hv} \approx D \left[(1 - \mathfrak{R}) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i) + (1 + \mathfrak{R}) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \quad (\text{A-52})$$

D'où :

$$\begin{aligned} f_{hv} = (1 - \mathfrak{R}) & \left[-\cos \theta_s \cos \varphi_s (-Z_y \sin \theta_i - \cos \theta_i \sin \varphi_i) \right. \\ & - \cos \theta_s \sin \varphi_s (\cos \theta_i \cos \varphi_i + Z_x \sin \theta_i) \\ & \left. + \sin \theta_s (-Z_x \cos \theta_i \sin \varphi_i + Z_y \cos \theta_i \cos \varphi_i) \right] \\ & - (1 + \mathfrak{R}) \left[-\sin \varphi_s \cos \varphi_i + \cos \varphi_s \sin \varphi_i \right] \end{aligned} \quad (\text{A-53})$$

Toutes simplifications faites, nous pouvons écrire :

$$f_{hv} = 2\mathfrak{R} \sin(\varphi_s - \varphi_i) \quad (\text{A-54})$$

II.2.4. Cas de polarisation VH

$$f_{vh} = \frac{D}{E_i} \left[(\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n} \wedge \vec{E})_{\hat{k}_{vh}} + \eta_1 \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \vec{H})_{\hat{k}_{vh}} \right] \quad (\text{A-55})$$

Là encore, d'après (A-25) et (A-26), nous obtenons :

$$f_{vh} \approx D \left[(1 + \mathfrak{R}) \hat{v}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i) - (1 - \mathfrak{R}) \hat{h}_s \cdot (\hat{n} \wedge \hat{h}_i) \right] \quad (\text{A-56})$$

$$\begin{aligned} f_{vh} = (1 + \mathfrak{R}) & \left[-\cos \theta_s \cos \varphi_s (-Z_y \sin \theta_i - \cos \theta_i \sin \varphi_i) \right. \\ & - \cos \theta_s \sin \varphi_s (\cos \theta_i \cos \varphi_i + Z_x \sin \theta_i) \\ & \left. + \sin \theta_s (-Z_x \cos \theta_i \sin \varphi_i + Z_y \cos \theta_i \cos \varphi_i) \right] \\ & - (1 - \mathfrak{R}) \left[-\sin \varphi_s \cos \varphi_i + \cos \varphi_s \sin \varphi_i \right] \end{aligned} \quad (\text{A-57})$$

Finalement, l'expression donnant f_{vh} correspond à l'opposée de celle donnant f_{hv} .

$$f_{vh} = -2\mathfrak{R} \sin(\varphi_s - \varphi_i) \quad (\text{A-58})$$

Rappelons que $\mathfrak{R} = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_{//} - \mathfrak{R}_{\perp})$

III. CONCLUSION

Dans cette annexe, nous avons procédé au calcul des coefficients de Kirchhoff pour les cas de polarisations linéaires classiques.

Notons que dans le rapport, nous avons utilisé, pour plus de clarté, des notations différentes, puisque :

\mathfrak{R}_b remplace \mathfrak{R}_\perp et représente le coefficient de réflexion en polarisation perpendiculaire,

\mathfrak{R}_p remplace $\mathfrak{R}_{//}$ et représente le coefficient de réflexion en polarisation parallèle.

Dans l'annexe B, nous nous attachons à déterminer les coefficients complémentaires.

Connaissant alors tous ces termes, nous avons relaté les grandes lignes du calcul des coefficients de diffusion cohérente et incohérente, respectivement dans les annexes C et D.

ANNEXE B :

CALCUL DES COEFFICIENTS COMPLEMENTAIRES

I. CALCUL DES EXPRESSIONS INTEGRALES DES CHAMPS TANGENTIELS COMPLEMENTAIRES ELECTRIQUE & MAGNETIQUE

Nous recherchons, dans cette section, à écrire le champ tangentiel complémentaire sous la forme d'une équation intégrale.

I.1. DEFINITIONS DES CHAMPS TANGENTIELS SURFACIQUES

Considérons une interface diélectrique séparant deux milieux. L'onde plane incidente sur l'interface est définie par les champs suivants :

$$\begin{cases} \vec{E}^i = \hat{p}E^i = \hat{p}E_0 e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \\ \vec{H}^i = \frac{1}{\eta_1} \hat{k}_i \wedge (\hat{p}E^i) \end{cases} \quad (\text{B-1})$$

Les équations permettant de calculer les champs tangentiels dans les deux milieux, de part et d'autre de l'interface sont données dans [43] par Poggio & Miller.

Dans le milieu 1 :

$$\hat{n} \wedge \vec{E} = 2\hat{n} \wedge \vec{E}^i - \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{\tilde{E}} ds' \quad (\text{B-2})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H} = 2\hat{n} \wedge \vec{H}^i + \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{\tilde{H}} ds' \quad (\text{B-3})$$

$$\text{où } \vec{\tilde{E}} = jk_1 \eta_1 (\hat{n}' \wedge \vec{H}') G_1 - (\hat{n}' \wedge \vec{E}') \wedge \nabla' G_1 - (\hat{n}' \cdot \vec{E}') \nabla' G_1 \quad (\text{B-4})$$

$$\vec{\tilde{H}} = \frac{jk_1}{\eta_1} (\hat{n}' \wedge \vec{E}') G_1 + (\hat{n}' \wedge \vec{H}') \wedge \nabla' G_1 + (\hat{n}' \cdot \vec{H}') \nabla' G_1 \quad (\text{B-5})$$

Dans le milieu 2 ,

$$\hat{n}_t \wedge \vec{E}_t = -\frac{2}{4\pi} \hat{n}_t \wedge \int \vec{\tilde{E}}_t ds' \quad (\text{B-6})$$

$$\hat{n}_t \wedge \vec{H}_t = \frac{2}{4\pi} \hat{n}_t \wedge \int \vec{\tilde{H}}_t ds' \quad (\text{B-7})$$

$$\text{où } \vec{\tilde{E}}_t = jk_2 \eta_2 (\hat{n}_t' \wedge \vec{H}_t') G_2 - (\hat{n}_t' \wedge \vec{E}_t') \wedge \nabla' G_2 - (\hat{n}_t' \cdot \vec{E}_t') \nabla' G_2 \quad (\text{B-8})$$

$$\vec{\tilde{H}}_t = \frac{jk_2}{\eta_2} (\hat{n}_t' \wedge \vec{E}_t') G_2 + (\hat{n}_t' \wedge \vec{H}_t') \wedge \nabla' G_2 + (\hat{n}_t' \cdot \vec{H}_t') \nabla' G_2 \quad (\text{B-9})$$

(\hat{n} et \hat{n}_t sont les normales sortantes à l'interface)

Nous rappelons les relations de continuité à l'interface de deux milieux diélectriques, à savoir les relations (B-10) et (B-11) [14].

$$\hat{n}_t \wedge \vec{E}_t = -(\hat{n} \wedge \vec{E}) \quad (\text{B-10})$$

$$\hat{n}_t \wedge \vec{H}_t = -(\hat{n} \wedge \vec{H})$$

$$\hat{n}_t \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_t = -\hat{n} \cdot \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{B-11})$$

$$\hat{n}_t \cdot \mu_0 \mu_r \vec{H}_t = -\hat{n} \cdot \mu_0 \vec{H}$$

En les appliquant aux équations (B-8) et (B-9), ces dernières deviennent :

$$\vec{\tilde{E}}_t = -\left[jk_2 \eta_2 (\hat{n}_t' \wedge \vec{H}_t') G_2 - (\hat{n}_t' \wedge \vec{E}_t') \wedge \nabla' G_2 - (\hat{n}_t' \cdot \vec{E}_t') \nabla' G_2 \left(\frac{1}{\epsilon_r} \right) \right] \quad (\text{B-12})$$

$$\vec{\tilde{H}}_t = -\left[\frac{jk_2}{\eta_2} (\hat{n}_t' \wedge \vec{E}_t') G_2 + (\hat{n}_t' \wedge \vec{H}_t') \wedge \nabla' G_2 + (\hat{n}_t' \cdot \vec{H}_t') \nabla' G_2 \left(\frac{1}{\mu_r} \right) \right] \quad (\text{B-13})$$

G_m est la représentation spectrale de la fonction de Green [2], [22], [26], [43].

où l'indice m désigne le milieu considéré ($m = 1$ ou 2)

$$G_m(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{j}{2\pi} \iint e^{j[u(x-x') + v(y-y')] - jq_m |\vec{z} - \vec{z}'|} \frac{du dv}{q_m} \quad (\text{B-14})$$

$$q_m = \begin{cases} \sqrt{k_m^2 - u^2 - v^2} & \text{si } k_m^2 \geq u^2 + v^2 \\ j\sqrt{u^2 - v^2 - k_m^2} & \text{si } k_m^2 < u^2 + v^2 \end{cases} \quad (\text{B-15})$$

Le gradient de la fonction de Green $\nabla' G_m$ se calcule à partir de (B-16) :

$$\nabla' G_m(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \iint e^{j[u(x-x') + v(y-y')]} \frac{e^{-jq_m|\vec{z}-\vec{z}'|}}{q_m} \vec{g}_m du dv \quad (\text{B-16})$$

$$\text{où } \vec{g}_m = u\hat{x} + v\hat{y} - q_m \frac{\vec{z} - \vec{z}'}{|\vec{z} - \vec{z}'|} \hat{z} \quad (\text{B-17})$$

I.2. CALCUL DES CHAMPS TANGENTIELS COMPLEMENTAIRES [22], [26]

La méthode de l'équation intégrale suggère d'écrire les champs tangentiels électrique et magnétique diffusés sous la forme d'une somme d'un champ calculé par l'approximation de Kirchhoff et d'un champ complémentaire :

$$\hat{n} \wedge \vec{E} = (\hat{n} \wedge \vec{E})_k + (\hat{n} \wedge \vec{E})_c \quad (\text{B-18})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H} = (\hat{n} \wedge \vec{H})_k + (\hat{n} \wedge \vec{H})_c \quad (\text{B-19})$$

Nous pouvons exprimer les champs tangentiels de Kirchhoff en fonction des champs incidents (soient \vec{E}^i et \vec{H}^i) et réfléchis (soient \vec{E}^r et \vec{H}^r) (voir annexe A).

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_k = \hat{n} \wedge (\vec{E}^i + \vec{E}^r) \quad (\text{B-20})$$

$$(\hat{n} \wedge \vec{H})_k = \hat{n} \wedge (\vec{H}^i + \vec{H}^r) \quad (\text{B-21})$$

Nous introduisons alors (B-20) et (B-21) dans les équations (B-18) et (B-19). Après identification avec (B-2) et (B-3), nous pouvons déterminer les expressions des champs tangentiels complémentaires.

$$(\hat{n} \wedge \vec{E})_c = \hat{n} \wedge (\vec{E}^i - \vec{E}^r) - \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{\tilde{E}} ds' \quad (\text{B-22})$$

$$(\hat{n} \wedge \vec{H})_c = \hat{n} \wedge (\vec{H}^i - \vec{H}^r) + \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{\tilde{H}} ds' \quad (\text{B-23})$$

II. CALCUL DES CHAMPS COMPLEMENTAIRES SURFACIQUES

Notre objectif est d'écrire les champs tangentiels complémentaires sous la forme d'une équation intégrale. Nous remarquons que, pour y arriver, il nous faut dans un premier temps représenter les premiers termes des seconds membres des équations (B-22) et (B-23) sous forme intégrale.

Pour toutes nos démonstrations, nous nous placerons dans le repère local direct $(\hat{k}_i, \hat{t}, \hat{d})$ décrit en annexe A (**fig A-2**). Nous rappelons les définitions des trois vecteurs unitaires qui le constituent :

$$\hat{t} = \frac{\hat{k}_i \wedge \hat{n}}{|\hat{k}_i \wedge \hat{n}|} \quad (\text{B-24})$$

$$\hat{d} = \hat{k}_i \wedge \hat{t} \quad (\text{B-25})$$

$$\hat{k}_i = \hat{t} \wedge \hat{d} \quad (\text{B-26})$$

Rappelons que, dans ce repère, lorsque la surface considérée est lisse, le plan d'incidence est défini par les vecteurs \hat{n} et \hat{k}_i .

II.1. EVALUATION DES EXPRESSIONS GENERALES

Sommons, premièrement, membre à membre, d'une part, les équations (**B-2**) et (**B-6**), d'autre part, les équations (**B-3**) et (**B-7**).

Ainsi :

$$\hat{n} \wedge \vec{E} + \hat{n}_t \wedge \vec{E}_t = 2\hat{n} \wedge \vec{E}^i - \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{E} ds' - \frac{2}{4\pi} \hat{n}_t \wedge \int \vec{E}_t ds' \quad (\text{B-27})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H} + \hat{n}_t \wedge \vec{H}_t = 2\hat{n} \wedge \vec{H}^i + \frac{2}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \vec{H} ds' + \frac{2}{4\pi} \hat{n}_t \wedge \int \vec{H}_t ds' \quad (\text{B-28})$$

En appliquant les relations (**B-10**) et (**B-11**) de continuité à l'interface, les équations précédentes donnent finalement :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}^i = \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int (\vec{E} - \vec{E}_t) ds' \quad (\text{B-29})$$

$$\hat{n} \wedge \vec{H}^i = -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int (\vec{H} - \vec{H}_t) ds' \quad (\text{B-30})$$

Or nous avons montré, en annexe A, que :

$$\vec{E}^i = \vec{E}_\perp + \vec{E}_{//} = (\hat{p} \cdot \hat{t}) E^i \hat{t} + (\hat{p} \cdot \hat{d}) E^i \hat{d} \quad (\text{B-31})$$

$$\vec{H}^i = \vec{H}_{//} + \vec{H}_\perp = \frac{1}{\eta_1} [(\hat{p} \cdot \hat{t}) E^i \hat{d} - (\hat{p} \cdot \hat{d}) E^i \hat{t}] \quad (\text{B-32})$$

Ainsi :

$$\hat{n} \wedge \vec{E}^i = (\hat{p} \cdot \hat{t}) \hat{n} \wedge \hat{t} E^i - (\hat{n} \cdot \hat{k}_i) (\hat{p} \cdot \hat{d}) E^i \hat{t} \quad (\text{B-33})$$

$$\hat{n} \wedge \overline{H}^i = \frac{1}{\eta_1} \left[-(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{p} \cdot \hat{t})E^i \hat{t} - (\hat{p} \cdot \hat{d})E^i \hat{n} \wedge \hat{t} \right] \quad (\text{B-34})$$

car $\hat{n} \wedge \hat{d} = -(\hat{n} \cdot \hat{k}_i) \cdot \hat{t}$ (voir (A-20))

D'autre part, nous pouvons écrire que :

$$2\hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' = (\hat{n} \wedge \hat{t})(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' + \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' \quad (\text{B-35})$$

$$2\hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' = (\hat{n} \wedge \hat{t})(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' + \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' \quad (\text{B-36})$$

En introduisant (B-33) et (B-35) dans (B-29), nous trouvons après identification, le système suivant :

$$\begin{cases} (\hat{p} \cdot \hat{t})(\hat{n} \wedge \hat{t})E^i = \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t})(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' \\ (\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{p} \cdot \hat{d})\hat{t}E^i = -\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' \end{cases} \quad (\text{B-37})$$

De la même façon, en introduisant (B-34) et (B-36) dans (B-30), nous obtenons le système ci-dessous :

$$\begin{cases} \frac{1}{\eta_1} (\hat{p} \cdot \hat{d})(\hat{n} \wedge \hat{t})E^i = \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t})(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' \\ \frac{1}{\eta_1} (\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{t}E^i = \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' \end{cases} \quad (\text{B-38})$$

D'autre part, à partir de (A-14) (voir annexe A), nous pouvons écrire les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{n} \wedge (\overline{E}^i - \overline{E}^r) = (1 - \mathfrak{R}_\perp)(\hat{p} \cdot \hat{t})\hat{n} \wedge \hat{t}E^i - (1 + \mathfrak{R}_//)(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)(\hat{p} \cdot \hat{d})\hat{t}E^i \\ \hat{n} \wedge (\overline{H}^i - \overline{H}^r) = -(1 + \mathfrak{R}_\perp)(\hat{p} \cdot \hat{t})(\hat{n} \cdot \hat{k}_i)\hat{t}E^i - (1 + \mathfrak{R}_//)(\hat{p} \cdot \hat{d})\hat{n} \wedge \hat{t}E^i \end{cases} \quad (\text{B-39})$$

En utilisant le système (B-37), nous avons alors :

$$\begin{aligned} \hat{n} \wedge (\overline{E}^i - \overline{E}^r) &= (1 - \mathfrak{R}_\perp)(\hat{n} \wedge \hat{t}) \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' \\ &\quad + (1 + \mathfrak{R}_//)\hat{t} \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{E} - \overline{E}_t) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-40})$$

Par un raisonnement similaire utilisant le système (B-38), nous montrons que :

$$\begin{aligned} \eta_1 \hat{n} \wedge (\overline{H}^i - \overline{H}^r) &= -(1 + \mathfrak{R}_\perp) \hat{t} \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' \\ &\quad - (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\hat{n} \wedge \hat{t}) \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\overline{H} - \overline{H}_t) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-41})$$

Finalemnt, l'introduction de (B-40) et (B-41) respectivement dans (B-22) et (B-23) nous conduit aux expressions intégrales des champs tangentiels complémentaires.

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \overline{E}_p)_{c_q} &= -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \overline{E}_p + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \overline{E}_{pt} \right] ds' \right\} \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \overline{E}_p + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \overline{E}_{pt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-42})$$

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \overline{H}_p)_{c_q} &= \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \overline{H}_p + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \overline{H}_{pt} \right] ds' \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \overline{H}_p + (1 + \mathfrak{R}_\perp) \overline{H}_{pt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-43})$$

II.2. EXPRESSIONS SIMPLIFIEES

Dans cette section, nous détaillons les diverses étapes de calcul et les raisonnements utilisés afin de simplifier, dans chaque cas de polarisations d'incidence et de diffusion, les expressions (B-42) et (B-43).

II.2.1. Cas de polarisation VV

Si nous écrivons l'équation (B-42) dans le cas d'une polarisation incidente verticale, nous obtenons l'équation (B-44) :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \overline{E}_v)_{c_v} &= -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \overline{E}_v + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \overline{E}_{vt} \right] ds' \right\} \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \overline{E}_v + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \overline{E}_{vt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-44})$$

Pour le cas d'une réception en polarisation V, nous ajoutons et soustrayons au second membre de **(B-44)** les termes ci-dessous :

$$\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_v ds' \text{ et } \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_{vt} ds'$$

Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_v} = & -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{\tilde{E}}_v + (1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{\tilde{E}}_{vt} \right] ds' \right\} \\ & - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_v + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_{vt} \right] ds' \right\} \\ & + \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\vec{\tilde{E}}_v - \vec{\tilde{E}}_{vt}) ds' \\ & + \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) (\vec{\tilde{E}}_{vt} - \vec{\tilde{E}}_v) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-45})$$

En associant de manière adéquate les termes de l'équation **(B-45)**, elle devient :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_v} = & -\frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_v ds' - \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{\tilde{E}}_{vt} ds' \\ & - \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_{\perp}) (\vec{\tilde{E}}_v - \vec{\tilde{E}}_{vt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-46})$$

Nous devons à présent montrer que le dernier terme du second membre de **(B-46)** est négligeable.

D'une part, nous savons que la somme des coefficients de réflexion est faible tant que l'angle considéré est non rasant (voir annexe A).

D'autre part, d'après **(B-29)** :

$$(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\vec{\tilde{E}}_v - \vec{\tilde{E}}_{vt}) ds' = (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int E^i \hat{v}_i ds' \quad (\text{B-47})$$

Le produit vectoriel $\hat{n} \wedge \hat{t}$ appartient par définition au plan d'incidence. Lorsque la surface considérée est lisse, le vecteur défini par $\hat{n} \wedge \hat{v}_i$ est dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence. Par suite, le produit scalaire $(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i)$ est nul. Lorsque la surface devient rugueuse, le vecteur $\hat{n} \wedge \hat{v}_i$ n'appartient plus à un plan perpendiculaire au plan d'incidence, le produit scalaire n'est plus nul. En revanche, il sera proche de zéro si la surface reste modérément rugueuse.

Ainsi, ayant montré que le produit $(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_{\perp}) (\vec{E}_v - \vec{E}_{vt}) ds'$ est négligeable, nous pouvons écrire :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_v} = -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_v + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{vt} \right] ds' \quad (\text{B-48})$$

Nous recherchons à présent, en utilisant la même méthode de résolution, l'expression du champ tangentiel magnétique :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{c_v} &= \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_v + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{vt} \right] ds' \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{H}_v + (1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{H}_{vt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-49})$$

Cette fois-ci, nous ajoutons et nous soustrayons à (B-49) les termes suivants.

$$\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_v ds' \quad \text{et} \quad \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{vt} ds'$$

Le champ tangentiel magnétique s'exprime alors par (B-50) :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{c_v} &= \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_v ds' + \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{vt} ds' \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_{\perp}) (\vec{H}_v - \vec{H}_{vt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-50})$$

D'après (B-30), nous pouvons écrire :

$$-\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\vec{H}_v - \vec{H}_{vt}) ds' = \frac{1}{2} \hat{t} \cdot \int \hat{n} \wedge (\vec{H}_v - \vec{H}_{vt}) ds' = -\frac{1}{2} \hat{t} \cdot \int \hat{n} \wedge H^i \hat{h}_i ds'$$

Or les vecteurs \hat{t} et $\hat{n} \wedge \hat{h}_i$ sont orthogonaux quelle que soit la rugosité de la surface.

Finalement, nous prouvons que :

$$(\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{c_v} = \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_v + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{vt} \right] ds' \quad (\text{B-51})$$

II.2.2. Cas de polarisation HH

Si la polarisation incidente est horizontale, nous obtenons l'équation (B-52) :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{E}_b)_{c_b} &= -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{E}_b + (1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-52})$$

Nous ajoutons et soustrayons les termes suivants au second membre de (B-52) :

$$\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_b ds' \quad \text{et} \quad \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_{bt} ds'$$

Ceci donne :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \bar{E}_b)_{c_b} &= -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_b + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_{bt} \right] ds' \right\} \\ &\quad - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \bar{\bar{E}}_b + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \bar{\bar{E}}_{bt} \right] ds' \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) (\bar{\bar{E}}_b - \bar{E}_b) ds' \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) (\bar{\bar{E}}_{bt} - \bar{E}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-53})$$

En associant les termes de la manière la plus appropriée, l'équation (B-53) devient :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \bar{E}_b)_{c_b} &= -\frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_b ds' - \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_{bt} ds' \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\bar{\bar{E}}_b - \bar{\bar{E}}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-54})$$

Or d'après l'équation (B-29),

$$\hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\bar{\bar{E}}_b - \bar{\bar{E}}_{bt}) ds' = \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int E^i \hat{b}_i ds' \quad (\text{B-55})$$

Les vecteurs \hat{t} et $\hat{n} \wedge \hat{b}_i$ étant orthogonaux quelle que soit la rugosité de la surface ; le terme $\hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\bar{\bar{E}}_b - \bar{\bar{E}}_{bt}) ds'$ peut alors être négligé et nous obtenons finalement :

$$(\hat{n} \wedge \bar{E}_b)_{c_b} = -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_b + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{E}}_{bt} \right] ds' \quad (\text{B-56})$$

Nous effectuons le même raisonnement à partir de l'équation tangentielle du champ magnétique en polarisation HH.

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \bar{H}_b)_{c_b} &= \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \bar{\bar{H}}_b + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \bar{\bar{H}}_{bt} \right] ds' \right\} \\ &\quad + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{H}}_b + (1 + \mathfrak{R}_\perp) \bar{\bar{H}}_{bt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-57})$$

Nous ajoutons et nous soustrayons les termes suivants à (B-57) :

$$\frac{1}{8\pi}(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_b ds' \text{ et } \frac{1}{8\pi}(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{bt} ds'$$

Tous calculs faits, nous avons :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_b} &= \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_b ds' + \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{bt} ds' \\ &+ \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\vec{H}_b - \vec{H}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-58})$$

D'après (B-30), nous écrivons :

$$\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\vec{H}_b - \vec{H}_{bt}) ds' = \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int H^i \hat{v}_i ds'$$

Or nous avons expliqué au §II.2.1 que le produit scalaire $(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{v}_i)$ est proche de zéro tant que les rugosités de la surface sont modérées.

Finalement :

$$(\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_b} = \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_b + (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{bt} \right] ds' \quad (\text{B-59})$$

II.2.3. Cas de polarisation HV

Le champ incident étant dirigé suivant \hat{v}_i , nous utilisons, comme point de départ, l'équation (B-44) réécrite ci-dessous :

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_b} &= -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_v + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{vt} \right] ds' \right\} \\ &- \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_v + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{vt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-60})$$

Dans le cas de la polarisation croisée, nous ajoutons et soustrayons les termes suivants au second membre de l'équation précédente :

$$\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_v ds' \text{ et } \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{vt} ds'$$

Ceci nous donne :

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_b} = & -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_v + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{vt} \right] ds' \right\} \\
 & - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_v + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{vt} \right] ds' \right\} \\
 & + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) (\vec{E}_v - \vec{E}_{vt}) ds' \\
 & + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) (\vec{E}_{vt} - \vec{E}_v) ds'
 \end{aligned} \tag{B-61}$$

Après toute simplification, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_b} = & -\frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_v ds - \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{vt} ds' \\
 & + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\vec{E}_v - \vec{E}_{vt}) ds'
 \end{aligned} \tag{B-62}$$

Pour ne pas avoir à travailler avec cette expression qui se révèle plutôt importante, nous négligerons, comme l'a fait Alvarez-Perez dans [2], le dernier terme du second membre de (B-62). En effet, tant que l'angle d'incidence, mesuré à partir de la normale, n'est pas trop grand, la somme des coefficients de réflexion est faible [22].

Enfin, l'expression de $(\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_b}$ est donnée par l'équation ci-dessous (B-63) :

$$(\hat{n} \wedge \vec{E}_v)_{c_b} = -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_v + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{vt} \right] ds' \tag{B-63}$$

Nous réalisons les mêmes calculs sur le champ magnétique tangentiel. Il s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{c_b} = & \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_v + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{vt} \right] ds' \right\} \\
 & + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_v + (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{vt} \right] ds' \right\}
 \end{aligned} \tag{B-64}$$

Nous ajoutons et nous soustrayons les termes donnés ci-dessous à l'équation précédente.

$$\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_v ds' \text{ et } \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{vt} ds'$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 (\hat{n} \wedge \vec{H}_v)_{c_b} = & \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_v ds' + \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{vt} ds' \\
 & + \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\vec{H}_v - \vec{H}_{vt}) ds'
 \end{aligned} \tag{B-65}$$

Finalement, en appliquant à (B-65) les mêmes simplifications qu'à l'équation (B-62), nous obtenons enfin :

$$\left(\hat{n} \wedge \vec{H}_v \right)_{c_b} = \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_v + (1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{H}_{vt} \right] ds' \quad (\text{B-66})$$

II.2.4. Cas de polarisation VH

La puissance incidente étant orientée suivant \hat{h}_i , nous considérons l'équation suivante (B-67) :

$$\begin{aligned} \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b \right)_{c_v} = & -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_b + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \\ & - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-67})$$

Dans ce cas de polarisation croisée, nous ajoutons et nous soustrayons les termes suivants à l'équation précédente :

$$(\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b ds' \quad \text{et} \quad (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} ds'$$

L'équation (B-66) devient alors :

$$\begin{aligned} \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b \right)_{c_v} = & -\frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_b + (1 - \mathfrak{R}_\perp) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \\ & - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} \right] ds' \right\} \\ & + \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) (\vec{E}_b - \vec{E}_b) ds' \\ & + \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot (\hat{n} \wedge \hat{t}) \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) (\vec{E}_{bt} - \vec{E}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-68})$$

En associant les termes de manière adéquate, l'équation (B-68) devient :

$$\begin{aligned} \left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b \right)_{c_v} = & -\frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b ds - \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} ds' \\ & - \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_\perp) (\vec{E}_b - \vec{E}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-69})$$

Nous négligeons alors le terme comprenant la somme des coefficients de réflexion ; finalement :

$$\left(\hat{n} \wedge \vec{E}_b \right)_{c_v} = -\frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_b + (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{E}_{bt} \right] ds' \quad (\text{B-70})$$

Enfin, nous réalisons les mêmes opérations pour le calcul du champ magnétique.

Il s'exprime par **(B-71)**.

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_v} = & \frac{1}{8\pi} (\hat{n} \wedge \hat{t}) \left\{ \hat{n} \wedge \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_b + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{bt} \right] ds' \right\} \\ & + \frac{1}{8\pi} \hat{t} \left\{ \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{H}_b + (1 + \mathfrak{R}_{\perp}) \vec{H}_{bt} \right] ds' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-71})$$

Nous ajoutons et nous soustrayons les termes suivants :

$$\frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_b ds' \quad \text{et} \quad \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{bt} ds'$$

Tous calculs faits, l'équation **(B-71)** s'écrit alors de la façon suivante.

$$\begin{aligned} (\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_v} = & \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_b ds' + \frac{2}{8\pi} \hat{n} \wedge \int (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{bt} ds' \\ & - \frac{1}{8\pi} \hat{t} \cdot \hat{t} \cdot \hat{n} \wedge \int (\mathfrak{R}_{//} + \mathfrak{R}_{\perp}) (\vec{H}_b - \vec{H}_{bt}) ds' \end{aligned} \quad (\text{B-72})$$

Enfin, $(\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_v}$ est donné par **(B-73)** :

$$(\hat{n} \wedge \vec{H}_b)_{c_v} = \frac{1}{4\pi} \hat{n} \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_b + (1 - \mathfrak{R}_{//}) \vec{H}_{bt} \right] ds' \quad (\text{B-73})$$

Notons que dans le cas des polarisations croisées, nous avons utilisé plusieurs approximations pour simplifier les expressions des champs tangentiels électromagnétiques. Ces approximations peuvent néanmoins s'avérer peu satisfaisantes dans certains cas particuliers d'étude (incidence rasante, surface très rugueuse, etc.). Dans ces cas-là, l'inadéquation de ces hypothèses simplificatrices est en partie à l'origine des écarts observés entre la théorie et les résultats que nous avons obtenus lors des calculs des bilans de puissance dans les hémisphères inférieur et supérieur (chapitre II, partie B).

III. CALCUL DES COEFFICIENTS COMPLÉMENTAIRES F_{qp}^m

Nous savons que (m désignant le milieu considéré ($m = 1,2$)) :

$$E_{qp}^{sc} = KE_0 \iint_S \tilde{F}_{qp}^m e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' \quad (\text{B-74})$$

$$\text{où} \quad \tilde{F}_{qp}^m = D' \left[(\hat{q} \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{E}_p')_c + \eta_1 \hat{q} \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{H}_p')_c \right] \quad (\text{B-75})$$

$$ds' = \sqrt{1 + Z_x'^2 + Z_y'^2} dx' dy' = D' dx' dy'$$

Nous rappelons ci-dessous les équations (B-4), (B-5), (B-12) et (B-13) des champs \vec{E}_p , \vec{H}_p , \vec{E}_{pt} et \vec{H}_{pt} .

$$\vec{E}_p = \int \frac{P}{2\pi q_1} \left[k_1 \eta_1 (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_p'') + (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_p'') \wedge \vec{g}_1 + (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_p'') \vec{g}_1 \right] du dv \quad (\text{B-76})$$

$$\vec{H}_p = \int \frac{P}{2\pi q_1} \left[\frac{k_1}{\eta_1} (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_p'') - (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_p'') \wedge \vec{g}_1 - (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_p'') \vec{g}_1 \right] du dv \quad (\text{B-77})$$

$$\vec{E}_{pt} = - \int \frac{P}{2\pi q_2} \left[k_2 \eta_2 (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_p'') + (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_p'') \wedge \vec{g}_2 + (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_p'') \vec{g}_2 \left(\frac{1}{\epsilon_r} \right) \right] du dv \quad (\text{B-78})$$

$$\vec{H}_{pt} = - \int \frac{P}{2\pi q_2} \left[\frac{k_2}{\eta_2} (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_p'') - (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_p'') \wedge \vec{g}_2 - (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_p'') \vec{g}_2 \left(\frac{1}{\mu_r} \right) \right] du dv \quad (\text{B-79})$$

$$\text{où } P = e^{j[u(x-x') + v(y-y') - q_m |\tilde{z} - \tilde{z}'|]} \quad (\text{B-80})$$

$$\vec{g}_m = u\hat{x} + v\hat{y} - q_m \frac{|\tilde{z} - \tilde{z}'|}{\tilde{z} - \tilde{z}'} \hat{z}$$

Nous allons rechercher les expressions de F_{qp}^m pour chaque cas de polarisations d'incidence et de diffusion.

Dans la suite de nos démonstrations, nous emploierons des notations différentes pour désigner les coefficients de réflexion ; $\mathfrak{R}_{//}$ et \mathfrak{R}_{\perp} , les coefficients de réflexion en polarisation parallèle et perpendiculaire seront respectivement remplacés par \mathfrak{R}_v et \mathfrak{R}_h .

De même, nous substituerons le vecteur $\vec{l}_m^{(r)}$ au vecteur \vec{g}_m , avec :

$$\vec{l}_m^{(r)} = u\hat{x} + v\hat{y} - r q_m \hat{z} \quad (r = \pm 1) \quad (\text{B-81})$$

III.1. CAS DES POLARISATIONS PRINCIPALES VV ET HH

Dans ce cas de polarisation, nous avons :

$$\vec{F}_{vv}^m = D' \left[(\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{E}_v')_{c_v} + \eta_1 \hat{v}_s \cdot (\hat{n}' \wedge \vec{H}_v')_{c_v} \right] \quad (\text{B-82})$$

Nous remplaçons les champs tangentiels complémentaires par leurs expressions (B-48) et (B-51).

$$\begin{aligned}\tilde{F}_m^m &= \frac{D'}{4\pi} \left\{ \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \vec{E}_v + (1 + \mathfrak{R}_v) \vec{E}_{vt} \right] ds'' \right\} \\ &+ \frac{D' \eta_1}{4\pi} \left\{ \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_v) \vec{H}_v + (1 - \mathfrak{R}_v) \vec{H}_{vt} \right] ds'' \right\}\end{aligned}\quad (\text{B-83})$$

or $ds'' = D'' dx'' dy''$ avec $D'' = \sqrt{\frac{\partial \zeta}{\partial x''} + \frac{\partial \zeta}{\partial y''} + 1}$, $\tilde{x}'' = \zeta(x'', y'')$

Nous introduisons les équations (B-76) à (B-79) dans (B-83) :

$$\begin{aligned}\tilde{F}_m^1 &= \frac{D' D''}{8\pi^2 E^i} \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_1 \eta_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \right. \\ &+ \left. \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \wedge \vec{g}_1 + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_v'') \cdot \vec{g}_1 \right] P dx'' dy'' du dv \\ &+ \frac{D' D'' \eta_1}{8\pi^2 E^i} \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_1}{\eta_1 q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \right. \\ &- \left. \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \wedge \vec{g}_1 - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_v'') \cdot \vec{g}_1 \right] P dx'' dy'' du dv\end{aligned}\quad (\text{B-84})$$

$$\begin{aligned}\tilde{F}_m^2 &= -\frac{D' D''}{8\pi^2 E^i} \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_2 \eta_2}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \right. \\ &+ \left. \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \wedge \vec{g}_2 + \frac{1}{\epsilon_r q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_v'') \cdot \vec{g}_2 \right] P dx'' dy'' du dv \\ &- \frac{D' D'' \eta_1}{8\pi^2 E^i} \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_2}{\eta_2 q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \right. \\ &- \left. \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \wedge \vec{g}_2 - \frac{1}{\mu_r q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_v'') \cdot \vec{g}_2 \right] P dx'' dy'' du dv\end{aligned}\quad (\text{B-85})$$

$$\text{où } \eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \text{ et } \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}}$$

Nous définissons alors le coefficient complémentaire F_{qp}^m qui est tel que :

$$\tilde{F}_{qp}^m = \frac{1}{8\pi^2} \iint_{S''} F_{qp}^m e^{j[u(x-x') + v(y-y') - q_m |\tilde{z} - \tilde{z}'|]} dx'' dy'' du dv \quad (\text{B-86})$$

D'autre part, nous remplaçons les champs tangentiels par les champs tangentiels de Kirchhoff correspondants. Nous pourrions nous reporter en annexe A où ont été calculées les expressions de ces derniers.

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 F_w^1 = D' D'' & \left[-\frac{k_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{b}_i) \right. \\
 & + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge [(\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i) \wedge \vec{g}_1] + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{v}_i) \cdot \vec{g}_1 \\
 & + \frac{k_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n} \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i) + \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n} \wedge [(\hat{n}'' \wedge \hat{b}_i) \wedge \vec{g}_1] \\
 & \left. + \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{b}_i) \cdot \vec{g}_1 \right] \quad (\text{B-87})
 \end{aligned}$$

Nous trouvons une expression analogue pour F_w^2 .

Finalement, nous pouvons l'équation (B-88).

$$\begin{aligned}
 F_w = F_w^1 + F_w^2 = & \left[-\frac{k_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) + \frac{k_2 \mathcal{N}_2}{q_2 \mathcal{N}_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_1 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_2 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{\varepsilon_r q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_3 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{k_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{k_2 \mathcal{N}_1}{q_2 \mathcal{N}_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_4 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_5 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{\mu_r q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_6 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \quad (\text{B-88})
 \end{aligned}$$

où les expressions des $C_i \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right)$ sont données par (B-89).

$$\begin{aligned}
 C_1(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_1(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{h}_s \cdot [\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i)] \\
 C_2(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_2(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{h}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge \left[(\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i) \wedge \vec{l}_m^{(r)} \right] \right] \\
 C_3(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_3(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{h}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{v}_i) \vec{l}_m^{(r)} \right] \\
 C_4(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_4(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{v}_s \cdot [\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i)] \\
 C_5(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_5(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{v}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge \left[(\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i) \wedge \vec{l}_m^{(r)} \right] \right] \\
 C_6(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) &= D' D'' \hat{C}_6(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)}) = D' D'' \hat{v}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{h}_i) \vec{l}_m^{(r)} \right]
 \end{aligned} \tag{B-89}$$

Nous voulons à présent écrire F_{bb} sous la forme d'une expression analogue à celle de F_{vv} .

Pour cela, notons d'abord que :

$$\tilde{F}_{bb}^m = D' \left[(\hat{h}_s \wedge \hat{k}_s) \cdot (\hat{n}' \wedge \bar{E}_b')_{c_b} + \eta_1 \hat{h}_s \cdot (\hat{n}' \wedge \bar{H}_b')_{c_b} \right] \tag{B-90}$$

Nous remplaçons les champs tangentiels complémentaires par leurs expressions (B-56) et (B-59).

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}_{bb}^m &= \frac{D'}{4\pi} \left\{ -\hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \bar{E}_b + (1 - \mathfrak{R}_b) \bar{E}_{bt} \right] ds'' \right\} \\
 &\quad + \frac{D' \eta_1}{4\pi} \left\{ \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_b) \bar{H}_b + (1 + \mathfrak{R}_b) \bar{H}_{bt} \right] ds'' \right\}
 \end{aligned} \tag{B-91}$$

Puis nous introduisons dans (B-91) les équations (B-76) à (B-79) adaptées à ce cas de polarisation ; ainsi :

$$\begin{aligned}
 F_{bb}^1 &= D' D'' \left[-\frac{k_1 \eta_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \bar{H}_b'') \right. \\
 &\quad - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \bar{E}_b'') \wedge \vec{g}_1 - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \bar{E}_b'') \cdot \vec{g}_1 \\
 &\quad + \frac{k_1}{\eta_1 q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \bar{E}_b'') - \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \bar{H}_b'') \wedge \vec{g}_1 \\
 &\quad \left. - \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \bar{H}_b'') \cdot \vec{g}_1 \right]
 \end{aligned} \tag{B-92}$$

$$\begin{aligned}
 F_{bb}^2 = & -D' D'' \left[-\frac{\kappa_2 \eta_2}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_b'') \right. \\
 & - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_b'') \wedge \vec{g}_2 - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_b'') \cdot \vec{g}_2 \\
 & + \frac{\kappa_2}{\eta_2 q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_b'') - \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_b'') \wedge \vec{g}_2 \\
 & \left. - \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \eta_1 \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_b'') \cdot \vec{g}_2 \right] \quad (\text{B-93})
 \end{aligned}$$

Finalement, en remplaçant les champs tangentiels par les champs tangentiels de Kirchhoff appropriés (voir annexe A ; **(A-30)** et **(A-31)**), nous pouvons écrire F_{bb} sous une expression comparable à celle de F_w :

$$\begin{aligned}
 F_{bb} = F_{bb}^1 + F_{bb}^2 = & \left[\frac{\kappa_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{\kappa_2 \eta_1}{q_2 \eta_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_1 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_2 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{\mu_r q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_3 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{\kappa_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{\kappa_2 \eta_2}{q_2 \eta_1} (1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_4 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_5 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{\epsilon_r q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_6 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \quad (\text{B-94})
 \end{aligned}$$

Les coefficients $C_i \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right)$ étant donnés par **(B-89)**.

III.2. CAS DES POLARISATIONS CROISEES HV ET VH

En polarisation HV, le coefficient complémentaire s'écrit de la façon suivante :

$$\tilde{F}_{bv}^m = D' \left[\left(\hat{b}_s \wedge \hat{k}_s \right) \cdot \left(\hat{n}' \wedge \vec{E}_v' \right)_{c_b} + \eta_1 \hat{b}_s \cdot \left(\hat{n}' \wedge \vec{H}_v' \right)_{c_b} \right] \quad (\text{B-95})$$

Nous remplaçons les champs tangentiels complémentaires par leurs expressions **(B-63)** et **(B-66)**.

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{bv}^m &= \frac{D'}{4\pi} \left\{ -\hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_b) \vec{\tilde{E}}_v + (1 - \mathfrak{R}_v) \vec{\tilde{E}}_{vt} \right] ds'' \right\} \\ &+ \frac{D' \eta_1}{4\pi} \left\{ \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \vec{\tilde{H}}_v + (1 + \mathfrak{R}_v) \vec{\tilde{H}}_{vt} \right] ds'' \right\}\end{aligned}\quad (\text{B-96})$$

d'où :

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{bv}^1 &= -\frac{D' D''}{8\pi^2 E^i} \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_1 \eta_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \right. \\ &+ \left. \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \wedge \vec{g}_1 + \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_v'') \cdot \vec{g}_1 \right] P dx'' dy'' du dv \\ &+ \frac{D' D'' \eta_1}{8\pi^2 E^i} \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_1}{\eta_1 q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \right. \\ &- \left. \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \wedge \vec{g}_1 - \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_v'') \cdot \vec{g}_1 \right] P dx'' dy'' du dv\end{aligned}\quad (\text{B-97})$$

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{bv}^2 &= \frac{D' D''}{8\pi^2 E^i} \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_2 \eta_2}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \right. \\ &+ \left. \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \wedge \vec{g}_2 + \frac{1}{\epsilon_r q_2} (1 - \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_v'') \cdot \vec{g}_2 \right] P dx'' dy'' du dv \\ &- \frac{D' D'' \eta_1}{8\pi^2 E^i} \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge \iint \left[\frac{k_2}{\eta_2 q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_v'') \right. \\ &- \left. \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_v'') \wedge \vec{g}_2 - \frac{1}{\mu_r q_2} (1 + \mathfrak{R}_b) (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_v'') \cdot \vec{g}_2 \right] P dx'' dy'' du dv\end{aligned}\quad (\text{B-98})$$

Nous remplaçons alors les champs tangentiels par les champs de Kirchhoff correspondant et nous calculons F_{bv}^m d'après (B-86).

$$\begin{aligned}F_{bv}^1 &= D' D'' \left[\frac{k_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{b}_i) \right. \\ &- \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i) \wedge \vec{g}_1 - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_b) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{v}_i) \cdot \vec{g}_1 \\ &+ \frac{k_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i) + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{b}_i) \wedge \vec{g}_1 \\ &+ \left. \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_b) (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{b}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{b}_i) \cdot \vec{g}_1 \right]\end{aligned}\quad (\text{B-99})$$

Nous calculons une expression analogue pour F_{bv}^2 .

En définitive, nous écrivons :

$$\begin{aligned}
 F_{bv} = F_{bv}^1 + F_{bv}^2 = & \left[\frac{k_1}{q_1}(1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{k_2 \eta_2}{q_2 \eta_1}(1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_7 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1}(1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{q_2}(1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_8 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1}(1 + \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{\varepsilon_r q_2}(1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_9 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{k_1}{q_1}(1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{k_2 \eta_1}{q_2 \eta_2}(1 + \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_{10} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1}(1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{q_2}(1 + \mathfrak{R}_b) \right] (1 + \mathfrak{R}_v) C_{11} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1}(1 - \mathfrak{R}_b) - \frac{1}{\mu_r q_2}(1 - \mathfrak{R}_b) \right] (1 - \mathfrak{R}_v) C_{12} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right)
 \end{aligned} \tag{B-100}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 C_7 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_7 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{v}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i) \right] \\
 C_8 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_8 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{v}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge \left[(\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i) \wedge \vec{l}_m^{(r)} \right] \right] \\
 C_9 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_9 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{v}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{v}_i) \vec{l}_m^{(r)} \right] \\
 C_{10} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_{10} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{h}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \hat{v}_i) \right] \\
 C_{11} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_{11} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{h}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge \left[(\hat{n}'' \wedge \hat{h}_i) \wedge \vec{l}_m^{(r)} \right] \right] \\
 C_{12} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) &= D' D'' \hat{C}_{12} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) = D' D'' \hat{h}_s \cdot \left[\hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \hat{h}_i) \vec{l}_m^{(r)} \right]
 \end{aligned} \tag{B-101}$$

Enfin, nous recherchons l'expression du coefficient complémentaire en polarisation VH.

Nous savons que \tilde{F}_{vb}^m est donné par (B-102) :

$$\tilde{F}_{vb}^m = D' \left[\left(\hat{v}_s \wedge \hat{k}_s \right) \cdot \left(\hat{n}' \wedge \vec{E}_b' \right)_{c_p} + \eta_1 \hat{v}_s \cdot \left(\hat{n}' \wedge \vec{H}_b' \right)_{c_p} \right] \tag{B-102}$$

Nous remplaçons les champs tangentiels complémentaires par leurs expressions (**B-70**) et (**B-73**).

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{vb}^m = & \frac{D'}{4\pi} \left\{ \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 - \mathfrak{R}_v) \vec{E}_b + (1 + \mathfrak{R}_v) \vec{E}_{bt} \right] ds'' \right\} \\ & + \frac{D' \eta_1}{4\pi} \left\{ \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge \int \left[(1 + \mathfrak{R}_v) \vec{H}_b + (1 - \mathfrak{R}_v) \vec{H}_{bt} \right] ds'' \right\} \end{aligned} \quad (\text{B-103})$$

Nous introduisons finalement les équations (**B-76**) à (**B-79**) dans (**B-103**) ; nous obtenons :

$$\begin{aligned} F_{vb}^1 = & D' D'' \left[\frac{k_1 \eta_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_{b''}) \right. \\ & + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_{b''}) \wedge \vec{g}_1 + \frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_{b''}) \cdot \vec{g}_1 \\ & + \frac{k_1}{\eta_1 q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_{b''}) - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_{b''}) \wedge \vec{g}_1 \\ & \left. - \frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_{b''}) \cdot \vec{g}_1 \right] \end{aligned} \quad (\text{B-104})$$

\tilde{F}_{vb}^2 s'exprime par une relation analogue à (**B-104**).

$$\begin{aligned} F_{vb}^2 = & -D' D'' \left[\frac{k_2 \eta_2}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_{b''}) \right. \\ & + \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_{b''}) \wedge \vec{g}_2 + \frac{1}{\epsilon_r q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \hat{h}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{E}_{b''}) \cdot \vec{g}_2 \\ & + \frac{k_2}{\eta_2 q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{E}_{b''}) - \frac{1}{\mu_r q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \wedge \vec{H}_{b''}) \wedge \vec{g}_2 \\ & \left. - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \eta_1 \hat{v}_s \cdot \hat{n}' \wedge (\hat{n}'' \cdot \vec{H}_{b''}) \cdot \vec{g}_2 \right] \end{aligned} \quad (\text{B-105})$$

En définitive, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 F_{vb} = F_{vb}^1 + F_{vb}^2 = & \left[\frac{k_1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{k_2 \eta_1}{q_2 \eta_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_7 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_8 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & - \left[\frac{1}{q_1} (1 + \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2 \varepsilon_r} (1 - \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_9 \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{k_1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) - \frac{k_2 \eta_2}{q_2 \eta_1} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_{10} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 + \mathfrak{R}_b) C_{11} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\
 & + \left[\frac{1}{q_1} (1 - \mathfrak{R}_v) - \frac{1}{q_2 \mu_r} (1 + \mathfrak{R}_v) \right] (1 - \mathfrak{R}_b) C_{12} \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right)
 \end{aligned} \tag{B-106}$$

Nous donnons enfin les coordonnées des vecteurs unitaires \hat{n}' et \hat{n}'' qui interviennent dans les expressions des coefficients $C_i \left(\vec{k}_s, \vec{k}_i, \vec{l}_m^{(r)} \right)$ ((B-89) et (B-101)).

Soit ζ' , la hauteur de la surface en tout point. La fonction $\zeta' = \zeta(x', y')$ permet de décrire la surface aléatoire.

\hat{n}' et \hat{n}'' sont des normales en deux points de la surface où les hauteurs des irrégularités sont respectivement ζ' et ζ'' .

Nous avons alors :

$$\begin{aligned}
 \hat{n}' = & \left(-\frac{\partial \zeta}{\partial x'} \hat{x} - \frac{\partial \zeta}{\partial y'} \hat{y} + 1 \right) \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y'} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \hat{n}' = \frac{(-Z_{x'} \hat{x} - Z_{y'} \hat{y} + \hat{z})}{D'} \\
 \hat{n}'' = & \left(-\frac{\partial \zeta}{\partial x''} \hat{x} - \frac{\partial \zeta}{\partial y''} \hat{y} + 1 \right) \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x''} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y''} \right)^2 + 1 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad \hat{n}'' = \frac{(-Z_{x''} \hat{x} - Z_{y''} \hat{y} + \hat{z})}{D''}
 \end{aligned}$$

Les coordonnées $Z_{x'}$, $Z_{y'}$, $Z_{x''}$, $Z_{y''}$ des vecteurs \hat{n}' et \hat{n}'' sont évaluées en employant la même méthode de calcul sur $E_{qp}^{s\zeta}$ que celle utilisée en annexe A sur $E_{qp}^{s\hat{k}}$ pour déterminer Z_x et Z_y (§II.1).

Ainsi, nous avons trouvé :

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{x'} = -\frac{k_{sx} + u}{k_{sz} - rq_m} \\ Z_{y'} = -\frac{k_y + v}{k_{sz} - rq_m} \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} Z_{x''} = \frac{k_x + u}{k_z + rq_m} \\ Z_{y''} = \frac{k_y + v}{k_z + rq_m} \end{array} \right\}, r = -1, 1 \quad (\text{B-107})$$

q_m est donné par (B-15).

IV. CONCLUSION

Nous avons consacré cette annexe au calcul des coefficients complémentaires F_{qp}^m . Nous n'avons pu en donner que des expressions approchées puisque plusieurs approximations ont été faites à différentes étapes du calcul, en accord avec [2] et [22], ceci afin de simplifier les expressions des champs électromagnétiques tangentiels complémentaires. Néanmoins, les équations (B-88), (B-93), (B-100) et (B-106) permettent, dans différentes configurations d'étude, d'évaluer correctement la diffusion bistatique par une surface plus ou moins rugueuse.

Nous rappelons aussi que les coefficients de Kirchhoff f_{qp} ont été calculés dans l'annexe précédente.

Dans les annexes suivantes (C et D), nous présentons les étapes du calcul des termes de Kirchhoff, complémentaire et croisé des coefficients de diffusions cohérente et incohérente.

ANNEXE C :

CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION COHERENTE

Dans cette annexe, nous présentons les calculs des différents termes dont est composé le coefficient de diffusion cohérente : le terme de Kirchhoff, le terme complémentaire et le terme hybride ou croisé. Nous calculerons le terme de Kirchhoff en considérant deux types de géométrie de la surface éclairée (circulaire et rectangulaire). Les termes complémentaire et croisé seront uniquement évalués pour une surface circulaire.

I. EVALUATION DU TERME DE KIRCHHOFF

Le terme de Kirchhoff de la puissance diffusée se calcule à partir de l'équation (C-1) :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} \langle E_{qp}^{sk} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle = \frac{1}{2\eta_1} \left| \langle E_{qp}^{sk} \rangle \right|^2 \quad (\text{C-1})$$

Nous remplaçons E_{qp}^{sk} par son expression, aussi nous obtenons :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} \left| \left\langle KE_0 \iint_S f_{qp} e^{j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}']} dx' dy' \right\rangle \right|^2 \quad (\text{C-2})$$

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} |KE_0 f_{qp}|^2 \left| \left\langle \iint_S e^{j[(k_{sx} - k_x)x' + (k_{sy} - k_y)y' + (k_{sz} + k_z)z']} dx' dy' \right\rangle \right|^2 \quad (\text{C-3})$$

z étant la seule variable statistique, c'est à elle que se rapporte la moyenne.

Ainsi, (C-3) s'écrit :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} |KE_0 f_{qp}|^2 \left| \left\langle e^{j(k_{sz} + k_z)z'} \right\rangle \iint_S e^{j[(k_{sx} - k_x)x' + (k_{sy} - k_y)y']} dx' dy' \right|^2 \quad (\text{C-4})$$

D'autre part d'après les démonstrations proposées au §IV de cette annexe :

$$\left\langle e^{j(k_{sz} + k_z)z'} \right\rangle = e^{-\frac{s_z^2}{2}(k_{sz} + k_z)^2} \quad (\text{C-5})$$

D'où l'expression du terme de Kirchhoff de la puissance cohérente est :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-s_{\tilde{z}}^2 (\tilde{k}_{s\tilde{z}} + \tilde{k}_{z\tilde{z}})^2} \left| \iint_S e^{j[(\tilde{k}_{sx} - \tilde{k}_x)x' + (\tilde{k}_{sy} - \tilde{k}_y)y']} dx' dy' \right|^2 \quad (\text{C-6})$$

Se présentent alors à nous deux types de résolution suivant la géométrie de la surface étudiée.

I.1. LA SURFACE EST CIRCULAIRE

La surface éclairée a une aire $A_0 = \pi R_{\max}^2$.

Un changement de variables permet ensuite d'exprimer x' et y' en coordonnées polaires (ρ', θ) .

$$\begin{cases} x' = \rho' \cos \theta \\ y' = \rho' \sin \theta \end{cases} \quad (\text{C-7})$$

Ainsi,

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta} \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-s_{\tilde{z}}^2 (\tilde{k}_{s\tilde{z}} + \tilde{k}_{z\tilde{z}})^2} \left| \int_0^{R_{\max}} \int_0^{2\pi} e^{j[(\tilde{k}_{sx} - \tilde{k}_x) \cos \theta + (\tilde{k}_{sy} - \tilde{k}_y) \sin \theta] \rho'} d\theta \rho' d\rho' \right|^2 \quad (\text{C-8})$$

Nous intégrons par rapport à θ .

De plus :

$$\int_0^{\tilde{z}} t^{\nu} J_{\nu-1}(t) dt = \tilde{z}^{\nu} J_{\nu}(\tilde{z}) \text{ avec } \Re(\nu) > 0 \quad [\mathbf{1 p 484}] \text{ où } J_{\nu}(\tilde{z}) \text{ est la fonction de Bessel de}$$

1^{ère} espèce et d'ordre ν .

Ainsi :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta} \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-s_{\tilde{z}}^2 (\tilde{k}_{s\tilde{z}} + \tilde{k}_{z\tilde{z}})^2} \left| 2\pi \frac{R_{\max}}{M} J_1(R_{\max} \times M) \right|^2 \quad (\text{C-9})$$

$$\text{où } M = \sqrt{(\tilde{k}_{sx} - \tilde{k}_x)^2 + (\tilde{k}_{sy} - \tilde{k}_y)^2} \quad (\text{C-10})$$

En agencant les termes de façon adéquate, nous obtenons :

$$P_{qp\ cob}^{sk} = \frac{1}{2\eta} \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 \times 4 A_0^2 \times e^{-s_{\tilde{z}}^2 (\tilde{k}_{s\tilde{z}} + \tilde{k}_{z\tilde{z}})^2} \left| \frac{J_1(R_{\max} \times M)}{R_{\max} \times M} \right|^2 \quad (\text{C-11})$$

Nous déterminons enfin le coefficient de diffusion à partir de la relation suivante **(C-12)** :

$$\sigma_{qp}^0 (m^2 / m^2) = \frac{4\pi R^2}{P_p^i A_0} P_{qp}^s \quad (\text{C-12})$$

avec $P_p^i = \frac{1}{2\eta} E_0^2$, P_p^i est la puissance incidente sur la surface.

Nous rappelons aussi que $K = -\frac{jk_z}{4\pi R} e^{-jk_z R}$

$$\sigma_{qp}^{k_0} = \frac{k_z^2}{\pi} |f_{qp}|^2 \times A_0 \times e^{-s_z^2 (k_{sx} + k_x)^2} \left| \frac{J_1(R_{\max} \times M)}{R_{\max} \times M} \right|^2 \quad (\text{C-13})$$

I.2. LA SURFACE EST RECTANGULAIRE

La surface rectangulaire éclairée a pour aire $A_0 = 2x_0 \times 2y_0$.

Rappelons l'équation **(C-6)** du terme de Kirchhoff de la puissance diffusée.

$$P_{qp}^{sk} = \frac{1}{2\eta} |KE_0 f_{qp}|^2 e^{-s_z^2 (k_{sx} + k_x)^2} \left| \iint_S e^{j[(k_{sx} - k_x)x' + (k_y - k_y)y']} dx' dy' \right|^2$$

Elle s'écrit :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{1}{2\eta} |KE_0 f_{qp}|^2 e^{-s_z^2 (k_{sx} + k_x)^2} \left| \int_{-x_0}^{x_0} e^{j[(k_{sx} - k_x)x']} dx' \times \int_{-y_0}^{y_0} e^{j[(k_y - k_y)y']} dy' \right|^2 \quad (\text{C-14})$$

Nous résolvons alors cette dernière équation ; nous obtenons :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{1}{2\eta} |KE_0 f_{qp}|^2 e^{-s_z^2 (k_{sx} + k_x)^2} \times \left| \frac{e^{j[(k_{sx} - k_x)x_0]} - e^{-j[(k_{sx} - k_x)x_0]}}{j(k_{sx} - k_x)} \times \frac{e^{j[(k_y - k_y)y_0]} - e^{-j[(k_y - k_y)y_0]}}{j(k_y - k_y)} \right|^2 \quad (\text{C-15})$$

Ainsi :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{1}{2\eta} |KE_0 f_{qp}|^2 e^{-s_z^2 (k_{sx} + k_x)^2} \times \left| 2x_0 \times \sin_c [(k_{sx} - k_x)x_0] \times 2y_0 \times \sin_c [(k_y - k_y)y_0] \right|^2 \quad (\text{C-16})$$

$$P_{qp\text{coh}}^{sk} = \frac{1}{2\eta} \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} + k_x)^2} A_0^2 \left| \sin_c \left[(k_{s\tilde{x}} - k_x) x_0 \right] \sin_c \left[(k_{s\tilde{y}} - k_y) y_0 \right] \right|^2 \quad (\text{C-17})$$

Finalement, nous calculons le coefficient de diffusion à partir de la relation (C-12) et sachant que $K = -\frac{j\kappa}{4\pi R} e^{-jkR}$:

$$\sigma_{qp\text{coh}}^{k0} = \frac{\kappa^2}{4\pi} \left| f_{qp} \right|^2 e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} + k_x)^2} A_0 \left| \sin_c \left[(k_{s\tilde{x}} - k_x) x_0 \right] \sin_c \left[(k_{s\tilde{y}} - k_y) y_0 \right] \right|^2 \quad (\text{C-18})$$

II. EVALUATION DU TERME COMPLEMENTAIRE

Le terme complémentaire de la puissance cohérente diffusée s'écrit de la façon suivante :

$$P_{qp\text{coh}}^{sc} = \frac{1}{2\eta_1} \left\langle E_{qp}^{sc} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sc*} \right\rangle = \frac{1}{2\eta_1} \left| \left\langle E_{qp}^{sc*} \right\rangle \right|^2 \quad (\text{C-19})$$

Nous introduisons l'expression de E_{qp}^{sc} dans (C-19) :

$$P_{qp\text{coh}}^{sc} = \frac{1}{2\eta} \left| \left\langle \sum_{m=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \int \int \int_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \times e^{j[u(x'-x'') + v(y'-y'') - q_m(\tilde{x}' - \tilde{x}'')] } e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right\rangle \right|^2 \quad (\text{C-20})$$

La moyenne ne s'applique qu'à \tilde{x} qui est la seule variable statistique ; ainsi :

$$P_{qp\text{coh}}^{sc} = \frac{1}{2\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \left| \sum_{m=1,2} \int \int \int_{S''S'} \left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}\tilde{x}' + k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'' - q_m(\tilde{x}' - \tilde{x}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle \times e^{j(k_{s\tilde{x}} + u)x'} e^{j(k_{s\tilde{y}} + v)y'} e^{-j(k_{s\tilde{x}} + u)x''} e^{-j(k_{s\tilde{y}} + v)y''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right|^2 \quad (\text{C-21})$$

D'autre part, notons que :

$$\begin{aligned} \left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}\tilde{x}' + k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'' - q_m(\tilde{x}' - \tilde{x}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle &= \left\langle \sum_{r=-1,1} e^{j[k_{s\tilde{x}}\tilde{x}' + k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'' - r q_m(\tilde{x}' - \tilde{x}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle \\ &= \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} \left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}\tilde{x}' + k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'' - r q_m(\tilde{x}' - \tilde{x}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{C-22})$$

Ainsi, d'après les résultats donnés en §IV :

$$\left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}x' + k_{s\tilde{y}}y' - q_m(x' - x'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} k_{s\tilde{x}}^2} e^{-\frac{s_{\tilde{y}}^2}{2} k_{s\tilde{y}}^2} e^{-s_{\tilde{x}}^2 q_m^2 (1-\rho_{12})} \quad (\text{C-23})$$

$$\times e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{s\tilde{y}} \rho_{12}} e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} q_m} e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} q_m \rho_{12}} \times e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{s\tilde{y}} \rho_{12}} e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} q_m} e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} q_m \rho_{12}}$$

$$\text{où } \vec{l}_m^{(r)} = u\hat{x} + v\hat{y} - rq_m, \quad r = \pm 1 \quad (\text{C-24})$$

En introduisant (C-23) dans (C-21), nous obtenons alors :

$$P_{qp}^{sc} = \frac{1}{2\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \times \frac{1}{4} \times e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}}^2 + k_{s\tilde{y}}^2)}$$

$$\times \left| \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \iiint_{S''S'} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{s\tilde{y}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right. \quad (\text{C-25})$$

$$\times e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} - rq_m)(k_{s\tilde{y}} + rq_m) \rho_{12}} e^{j[(k_{s\tilde{x}} + u)x' + (k_{s\tilde{y}} + v)y']}$$

$$\times e^{-j[(k_{s\tilde{x}} + u)x'' + (k_{s\tilde{y}} + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' dudv \Big|^2$$

Nous supposons, que dans le cas des rugosités faibles à modérées $k_{s\tilde{x}} \leq 2$ [22], l'égalité

(C-26) est vérifiée :

$$e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} - rq_m)(k_{s\tilde{y}} + rq_m) \rho_{12}} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} - rq_m)(k_{s\tilde{y}} + rq_m)]^n}{n!} \rho_{12}^n \quad (\text{C-26})$$

L'équation (C-25) devient alors :

$$\begin{aligned}
 P_{qp\ cob}^{sc} &= \frac{1}{2\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \frac{1}{4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}}^2 + k_{\tilde{x}}^2)} \\
 &\times \left| \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right. \\
 &\times \left. \left\{ \iint_{S''S'} e^{j[(k_{s_x} + u)x' + (k_{s_y} + v)y']} e^{-j[(k_x + u)x'' + (k_y + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' \right. \right. \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - r q_m)(k_{\tilde{x}} + r q_m)]^n}{n!} \iint_{S''S'} \rho_{12}^n(x', y', x'', y'') \\
 &\times \left. \left. e^{j[(k_{s_x} + u)x' + (k_{s_y} + v)y']} e^{-j[(k_x + u)x'' + (k_y + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' \right\} dudv \right|^2 \quad (C-27)
 \end{aligned}$$

Soulignons que dans le cas où la surface éclairée est lisse, $s_{\tilde{x}}$ est nulle. Le terme complémentaire de la puissance diffusée est alors donné par :

$$\begin{aligned}
 P_{qp\ cob}^{sc} &= \frac{1}{2\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \frac{1}{4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}}^2 + k_{\tilde{x}}^2)} \\
 &\times \left| \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right. \\
 &\times \left. \iint_{S''S'} e^{j[(k_{s_x} + u)x' + (k_{s_y} + v)y']} \times e^{-j[(k_x + u)x'' + (k_y + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right|^2 \quad (C-28)
 \end{aligned}$$

Pour résoudre les équations (C-27) et (C-28), posons dans un premier temps I_1 et I_2 telles que :

$$I_1 = \iint_{S''S'} e^{j[(k_{s_x} + u)x' + (k_{s_y} + v)y']} e^{-j[(k_x + u)x'' + (k_y + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' \quad (C-29)$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \iint_{S''S'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - r q_m)(k_{\tilde{x}} + r q_m)]^n}{n!} \rho_{12}^n(x', y', x'', y'') \\
 &\times e^{j[(k_{s_x} + u)x' + (k_{s_y} + v)y']} e^{-j[(k_x + u)x'' + (k_y + v)y'']} dx' dy' dx'' dy'' \quad (C-30)
 \end{aligned}$$

Le terme I_2 s'annule donc dans le cas où la surface considérée est lisse.

Nous effectuons les changements de variables suivants afin de raisonner en coordonnées polaires :

$$\begin{cases} x' = \rho' \cos \theta \\ y' = \rho' \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} x'' = \rho'' \cos \theta \\ y'' = \rho'' \sin \theta \end{cases}$$

Tous calculs faits, nous trouvons :

$$I_1 = 4A_0^2 \times \frac{J_1(M' \times R_{\max})}{M' \times R_{\max}} \times \frac{J_1(M'' \times R_{\max})}{M'' \times R_{\max}} \quad (\text{C-31})$$

$$\text{où } M' = \sqrt{(k_{sx} + u)^2 + (k_{sy} + v)^2} \quad \text{et } M'' = \sqrt{(k_{sx} + u)^2 + (k_{sy} + v)^2} \quad (\text{C-32})$$

et

$$I_2 = -4\pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} - rq_m)(k_{s\tilde{x}} + rq_m)]^n}{n!} \times \frac{n^2}{l_c^2} [M'^2 + (n/l_c)^2]^{-3/2} [M''^2 + (n/l_c)^2]^{-3/2} \quad (\text{C-33})$$

Cette expression de I_2 est valable uniquement dans le cas où la fonction d'autocorrélation est exponentielle.

Ainsi, dans le cas où la surface éclairée est rugueuse, le terme complémentaire de la puissance cohérente est :

$$\begin{aligned} P_{qp}^{sc} &= \frac{1}{2\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \frac{1}{4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}}^2 + k_{s\tilde{y}}^2)} \\ &\times \left| \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{s\tilde{y}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right| \\ &\times \left\{ 4A_0^2 \frac{J_1(M' \times R_{\max})}{M' \times R_{\max}} \frac{J_1(M'' \times R_{\max})}{M'' \times R_{\max}} \right. \\ &+ 4\pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} - rq_m)(k_{s\tilde{x}} + rq_m)]^n}{n!} \\ &\left. \times \frac{n^2}{l_c^2} [M'^2 + (n/l_c)^2]^{-3/2} [M''^2 + (n/l_c)^2]^{-3/2} \right\} dudv \quad (\text{C-34}) \end{aligned}$$

Par suite, nous calculons le coefficient de diffusion à partir de (C-12) :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{qp_{coh}}^{c0} &= \frac{k_c^2}{2^5 \pi^5} e^{-s_{\vec{\alpha}}^2 (k_{s_{\vec{\alpha}}}^2 + k_{\vec{z}}^2)} \\
 &\times \left| \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\vec{\alpha}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\vec{\alpha}}} - k_{\vec{z}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right. \\
 &\times \left\{ 4 A_0^2 \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \frac{J_1(M'' \times R_{\max})}{M'' \times R_{\max}} \right. \\
 &\left. \left. + 4 \pi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\vec{\alpha}}^2 (k_{s_{\vec{\alpha}}} - r q_m) (k_{\vec{z}} + r q_m)]^n}{n!} \times \frac{n^2}{l_c^2} [M'^2 + (n/l_c)^2]^{-\frac{3}{2}} [M''^2 + (n/l_c)^2]^{-\frac{3}{2}} \right\} dudv \right|^2
 \end{aligned} \tag{C-35}$$

III. EVALUATION DU TERME HYBRIDE OU CROISE

Consacrons-nous enfin au calcul du terme hybride. Il s'exprime par (C-36) :

$$P_{qp_{coh}}^{skc} = \frac{1}{\eta_1} \Re \left[\left\langle E_{qp}^{sc} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle^* \right] \tag{C-36}$$

Nous reportons l'expression des champs E_{qp}^{sk} et E_{qp}^{sc} dans l'équation précédente :

$$\begin{aligned}
 P_{qp_{coh}}^{skc} &= \frac{1}{2\eta} \left\langle \sum_{m=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \iiint_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right. \\
 &\times e^{j[u(x'-x'') + v(y'-y'') - q_m(\vec{\alpha}' - \vec{\alpha}'')] } e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \left. \right\rangle \\
 &\times \left\langle KE_0 \int_{S''''} f_{qp}^* e^{-j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}'''']} dx'''' dy'''' \right\rangle
 \end{aligned} \tag{C-37}$$

D'après les techniques de résolution montrées dans les paragraphes précédents, nous pouvons conclure que :

Si la surface considérée est lisse, alors :

$$\begin{aligned}
 P_{qp_{coh}}^{k_c0} &= \frac{1}{2\eta} \frac{|KE_0|^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} e^{-s_{\vec{\alpha}}^2 (k_{s_{\vec{\alpha}}}^2 + k_{\vec{z}}^2 + k_{s_{\vec{\alpha}}} k_{\vec{z}})} 2 A_0 f_{qp}^* \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \\
 &\times \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\vec{\alpha}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\vec{\alpha}}} - k_{\vec{z}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times 4 A_0^2 \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \frac{J_1(M'' \times R_{\max})}{M'' \times R_{\max}} dudv
 \end{aligned} \tag{C-38}$$

Si la surface est rugueuse, alors :

$$\begin{aligned}
 P_{qp}^{skc} &= \frac{1}{2\eta} \frac{|KE_0|^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} e^{-s_{\tilde{z}}^2 (k_{s_{\tilde{z}}}^2 + k_{\tilde{z}}^2 + k_{s_{\tilde{z}}} k_{\tilde{z}})} } 4A_0^2 \times f_{qp}^* \times \frac{J_1(M \times R_{\max})}{M \times R_{\max}} \\
 &\times \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int e^{-s_{\tilde{z}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\tilde{z}}} - k_{\tilde{z}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \left\{ 4A_0^2 \frac{J_1(M' \times R_{\max})}{M' \times R_{\max}} \frac{J_1(M'' \times R_{\max})}{M'' \times R_{\max}} + 4\pi^2 \right. \\
 &\times \left. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{z}}^2 (k_{s_{\tilde{z}}} - r q_m)(k_{\tilde{z}} + r q_m)]^n}{n!} \frac{n^2}{l_c^2} [M'^2 + (n/l_c)^2]^{-\frac{3}{2}} [M''^2 + (n/l_c)^2]^{-\frac{3}{2}} \right\} dudv
 \end{aligned} \tag{C-39}$$

IV. CALCUL DES MOYENNES STATISTIQUES

Les moyennes statistiques calculées dans cette section interviennent dans les évaluations des coefficients de diffusion cohérente et incohérente.

Nous rappelons que dans notre étude, les surfaces rugueuses étudiées présentent une distribution gaussienne des hauteurs, de moyenne nulle [5], [22], [57].

$$p(\tilde{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{\tilde{z}}} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}^2}} \tag{C-40}$$

IV.1. CALCUL DE $\langle e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})\tilde{z}} \rangle$

$$\langle e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})\tilde{z}} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})\tilde{z}} p(\tilde{z}) d\tilde{z} \tag{C-41}$$

Nous remplaçons $p(\tilde{z})$ par son expression :

$$\langle e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})\tilde{z}} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})\tilde{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{\tilde{z}}} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}^2}} d\tilde{z} \tag{C-42}$$

posons $q_{\tilde{z}} = k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}}$

$$\langle e^{j q_{\tilde{z}} \tilde{z}} \rangle = \int_{-\infty}^0 e^{j q_{\tilde{z}} \tilde{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{\tilde{z}}} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}^2}} d\tilde{z} + \int_0^{+\infty} e^{j q_{\tilde{z}} \tilde{z}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}s_{\tilde{z}}} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}^2}} d\tilde{z} \tag{C-43}$$

$$\begin{aligned} \langle e^{j[q_{\tilde{z}} \tilde{z}]} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\tilde{z}}}} \left[\int_{-\infty}^0 e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \cos(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} + j \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \sin(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} \right] \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi s_{\tilde{z}}}} \left[\int_0^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \cos(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} + j \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \sin(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} \right] \end{aligned} \quad (\text{C-44})$$

Les fonctions $\cos(x)$ et $\sin(x)$ étant respectivement des fonctions paire et impaire, nous avons :

$$\int_{-\infty}^0 e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \cos(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \cos(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} \quad (\text{C-45})$$

$$\int_{-\infty}^0 e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \sin(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} = - \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \sin(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} \quad (\text{C-46})$$

$$\text{Ainsi : } \langle e^{j[q_{\tilde{z}} \tilde{z}]} \rangle = \frac{2}{\sqrt{2\pi s_{\tilde{z}}}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{\tilde{z}^2}{s_{\tilde{z}}}} \cos(q_{\tilde{z}} \tilde{z}) d\tilde{z} \quad (\text{C-47})$$

$$\text{Or } \int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} \cos(bx) = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} e^{-\frac{b^2}{4a^2}} \quad [1] \quad (\text{C-48})$$

D'où le résultat final :

$$\langle e^{j[(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}}) \tilde{z}]} \rangle = e^{-\frac{s_{\tilde{z}}}{2} (k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})^2} \quad (\text{C-49})$$

IV.2. CALCUL DE $\langle e^{j[k_{s_{\tilde{z}}} \tilde{z} + k_{\tilde{z}} \tilde{z}']} \rangle, \langle e^{j(k_{s_{\tilde{z}}} + k_{\tilde{z}})(\tilde{z} - \tilde{z}')} \rangle$

IV.2.1. Evaluation de $\langle g(x, y) \rangle$

Soit une fonction $g(x, y)$

$$\langle g(x, y) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) p(x, y) dx dy \quad (\text{C-50})$$

La distribution normale de moyenne nulle à deux dimensions s'écrit de la manière suivante .

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi s_{\tilde{x}}^2 \sqrt{1-\rho}} e^{-\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2s_{\tilde{x}}^2(1-\rho)}} \quad (\text{C-51})$$

ρ est la fonction d'autocorrélation et $s_{\tilde{x}}$ la hauteur rms.

Nous pouvons aussi définir la fonction caractéristique d'une distribution $p(x, y)$. Elle se calcule à partir de l'expression (C-52) :

$$\chi(v_1, v_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) e^{j(v_1 x + v_2 y)} dx dy \quad (\text{C-52})$$

Si $p(x, y)$ est une distribution normale de moyenne nulle, alors la fonction caractéristique est :

$$\chi(v_1, v_2) = \frac{1}{2\pi s_{\tilde{x}}^2 \sqrt{1-\rho}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2s_{\tilde{x}}^2(1-\rho)}} e^{jv_1 x + jv_2 y} dx dy \quad (\text{C-53})$$

Tous calculs faits, le résultat est :

$$\chi(v_1, v_2) = e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2}(v_1^2 + 2\rho v_1 v_2 + v_2^2)} \quad (\text{C-54})$$

IV.2.2. Calcul de $\left\langle e^{j[k_{s_{\tilde{x}}}\tilde{x} + k_{s_{\tilde{x}}'}\tilde{x}']} \right\rangle$

Par analogie à (C-54), nous remarquons alors que :

$$\left\langle e^{j[k_{s_{\tilde{x}}}\tilde{x} + k_{s_{\tilde{x}}'}\tilde{x}']} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(\tilde{x}, \tilde{x}') e^{j[k_{s_{\tilde{x}}}\tilde{x} + k_{s_{\tilde{x}}'}\tilde{x}']} = \chi(k_{s_{\tilde{x}}}, k_{s_{\tilde{x}}'}) \quad (\text{C-55})$$

Donc :

$$\left\langle e^{j[k_{s_{\tilde{x}}}\tilde{x} + k_{s_{\tilde{x}}'}\tilde{x}']} \right\rangle = e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2}[k_{s_{\tilde{x}}}^2 + k_{s_{\tilde{x}}'}^2 + 2k_{s_{\tilde{x}}}k_{s_{\tilde{x}}'}\rho_{12}]} \quad (\text{C-56})$$

où $\rho_{12} = \rho(x - x', y - y')$

IV.2.3. Calcul de $\left\langle e^{j(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})(\tilde{x} - \tilde{x}')} \right\rangle$

Notons dans un premier temps que :

$$\left\langle e^{j(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})(\tilde{x} - \tilde{x}')} \right\rangle = \mathcal{X}(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}}, -k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}}) \quad (\text{C-57})$$

Ainsi, nous calculons directement, par analogie avec (C-54) que :

$$\left\langle e^{j(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})(\tilde{x} - \tilde{x}')} \right\rangle = e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2}(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2(1-\rho_{12})} \quad (\text{C-58})$$

IV.2.4. Calcul de $\left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}(\tilde{x}' - \tilde{x}''') + k_{\tilde{x}}(\tilde{x}'' - \tilde{x}''')]} \right\rangle$

Dans le cas d'une fonction à dimension 4, nous pouvons montrer que :

$$\begin{aligned} \left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}(\tilde{x}' - \tilde{x}''') + k_{\tilde{x}}(\tilde{x}'' - \tilde{x}''')]} \right\rangle &= e^{-s_{\tilde{x}}^2 k_{s\tilde{x}}^2 (1-\rho_{13})} \times e^{-s_{\tilde{x}}^2 k_{s\tilde{x}}^2 (1-\rho_{23})} \times e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{\tilde{x}} \rho_{12}} \\ &\times e^{+\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{\tilde{x}} \rho_{13}} \times e^{+\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{\tilde{x}} \rho_{23}} \times e^{+\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2} 2k_{s\tilde{x}} k_{\tilde{x}}} \end{aligned} \quad (\text{C-59})$$

où nous posons :

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \rho(x' - x'', y' - y'') \\ \rho_{13} &= \rho(x'' - x''', y'' - y''') \\ \rho_{23} &= \rho(x'' - x''', y'' - y''') \end{aligned} \quad (\text{C-60})$$

Nous pourrions nous reporter à [22] et [57] où sont disponibles d'autres explications sur le calcul des moyennes statistiques.

V. CONCLUSION

Dans cette annexe, nous nous sommes intéressés aux différents termes composants le coefficient de diffusion cohérente. Nous les utilisons dans les deux parties du chapitre II, d'une part afin d'étudier leurs variations, puis d'autre part afin de réaliser les bilans de puissance dans les demi-sphères supérieure et inférieure.

L'annexe suivante est consacrée au calcul des termes de diffusion incohérente.

ANNEXE D :

CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSION

INCOHERENTE

La puissance incohérente se calcule en soustrayant la puissance quadratique moyenne (ou puissance cohérente) à la puissance totale diffusée.

Ainsi, nous avons :

$$P_{qp\ incob}^s = P_{qp}^s - P_{qp\ cob}^s = \frac{1}{2\eta_1} \left[\langle E_{qp}^s E_{qp}^{s*} \rangle - \langle E_{qp}^s \rangle \langle E_{qp}^{s*} \rangle \right] \quad (\text{D-1})$$

Comme dans l'annexe précédente, nous proposons ici le calcul des termes de Kirchhoff, complémentaire et croisé du coefficient de la diffusion incohérente.

I. EVALUATION DU TERME DE KIRCHHOFF

Le terme de Kirchhoff de la puissance incohérente diffusée se calcule d'après (D-2) :

$$P_{qp\ incob}^{sk} = \frac{1}{2\eta_1} \left[\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \rangle - \langle E_{qp}^{sk} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle \right] \quad (\text{D-2})$$

I.1. EVALUATION DE $\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \rangle$

Remplaçons, dans le terme $\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \rangle$, E_{qp}^{sk} par son expression, nous avons :

$$\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \rangle = \left\langle KE_0 \int_{S'} f_{qp} e^{j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}']} dx' dy' \times KE_0 \int_{S''} f_{qp}^* e^{-j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}'']} dx'' dy'' \right\rangle \quad (\text{D-3})$$

nous rappelons que $K = \frac{-j}{4\pi R} e^{-jkR}$, R étant la distance à l'antenne de réception.

(D-3) s'écrit aussi :

$$\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \rangle = |KE_0 f_{qp}|^2 \left\langle \int_{S'} \int_{S''} e^{j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot (\vec{r}' - \vec{r}'')]} dx'' dy'' dx' dy' \right\rangle \quad (\text{D-4})$$

En introduisant les coordonnées des différents vecteurs, nous pouvons écrire la relation suivante.

$$\begin{aligned} \left\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \right\rangle &= \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 \left\langle e^{j(k_{s_x} + k_{s_z})(z' - z'')} \right\rangle \\ &\times \int \int_{S' S''} e^{j[(k_{s_x} - k_x)(x' - x'') + (k_{s_y} - k_y)(y' - y'')] } dx'' dy'' dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{D-5})$$

La hauteur z étant la seule valeur statistique, c'est à elle que se rapporte la moyenne (voir §IV, annexe C).

De plus, $\left\langle e^{j(k_{s_x} + k_{s_z})(z' - z'')} \right\rangle = e^{-\frac{s_z^2}{2}(k_{s_x} + k_{s_z})^2 [1 - \rho_{12}]}$, où $\rho_{12} = \rho(x' - x'', y' - y'')$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \left\langle E_{qp}^{sk} E_{qp}^{sk*} \right\rangle &= \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-\frac{s_z^2}{2}(k_{s_x} + k_{s_z})^2 [1 - \rho_{12}]} \\ &\times \int \int_{S' S''} e^{j[(k_{s_x} - k_x)(x' - x'') + (k_{s_y} - k_y)(y' - y'')] } dx'' dy'' dx' dy' \end{aligned} \quad (\text{D-6})$$

I.2. EVALUATION DE $\left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle^*$

Nous reportons dans le terme $\left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk*} \right\rangle$ l'expression de E_{qp}^{sk} .

$$\begin{aligned} \left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk*} \right\rangle &= \left\langle KE_0 \int_{S'} f_{qp} e^{j[(k_{s_x} - k_x)x' + (k_{s_y} - k_y)y' + (k_{s_z} + k_z)z']} dx' dy' \right\rangle \\ &\times \left\langle KE_0 \int_{S''} f_{qp}^* e^{-j[(k_{s_x} - k_x)x'' + (k_{s_y} - k_y)y'' + (k_{s_z} + k_z)z'']} dx'' dy'' \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{D-7})$$

La seule valeur statistique est la hauteur z , c'est donc sur elle que s'applique la moyenne.

Or $\left\langle e^{j(k_{s_x} + k_{s_z})z'} \right\rangle = \left\langle e^{-j(k_{s_x} + k_{s_z})z''} \right\rangle = e^{-\frac{s_z^2}{2}(k_{s_x} + k_{s_z})^2}$ (voir annexe C)

Ainsi :

$$\begin{aligned} \left\langle E_{qp}^{sk} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk*} \right\rangle &= \left| KE_0 f_{qp} \right|^2 e^{-\frac{s_z^2}{2}(k_{s_x} + k_{s_z})^2} \\ &\times \int \int_{S'' S'} e^{j[(k_{s_x} - k_x)(x' - x'') + (k_{s_y} - k_y)(y' - y'')] } dx' dy' dx'' dy'' \end{aligned} \quad (\text{D-8})$$

I.3. CALCUL DE P_{qp}^{sk}

Nous calculons la composante de Kirchhoff de la puissance totale diffusée à partir des équations (D-2), (D-6) et (D-8).

$$P_{qp}^{sk} = \frac{|KE_0 f_{qp}|^2}{2\eta} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{s\tilde{\kappa}} + \kappa_{\tilde{\kappa}})^2} \iint_{S''S'} \left[e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{\tilde{\kappa}} + \kappa_{s\tilde{\kappa}})^2} \rho_{12} - 1 \right] \times e^{j[(\kappa_{sx} - \kappa_x)(x' - x'') + (\kappa_{sy} - \kappa_y)(y' - y'')] } dx' dy' dx'' dy'' \quad (\text{D-9})$$

Pour la suite des calculs, nous réalisons les changements de variables suivants.

$$\begin{aligned} \xi &= x' - x'' & \zeta &= y' - y'' \\ \Rightarrow x'' &= x' - \xi & \Rightarrow y'' &= y' - \zeta \\ \Rightarrow dx'' &= -d\xi & \Rightarrow dy'' &= -d\zeta \end{aligned}$$

Nous supposons que les variables x' et x'' d'une part, et y' et y'' d'autre part, sont indépendantes l'une de l'autre.

(D-9) s'écrit alors :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{|KE_0 f_{qp}|^2}{2\eta} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{s\tilde{\kappa}} + \kappa_{\tilde{\kappa}})^2} \int_{S'} dx' dy' \times \int_S \left[e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{\tilde{\kappa}} + \kappa_{s\tilde{\kappa}})^2} \rho(\xi, \zeta) - 1 \right] e^{j[(\kappa_{sx} - \kappa_x)\xi + (\kappa_{sy} - \kappa_y)\zeta]} d\xi d\zeta \quad (\text{D-10})$$

notons que $\int_{S'} dx' dy' = A_0$, A_0 étant la surface éclairée

Enfin, dans le cadre de l'approximation des rugosités faibles à modérées ($\kappa s_{\tilde{\kappa}} \leq 2$ [22]), nous pouvons écrire que :

$$e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{\tilde{\kappa}} + \kappa_{s\tilde{\kappa}})^2} \rho(\xi, \zeta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{\tilde{\kappa}} + \kappa_{s\tilde{\kappa}})^2]^n}{n!} \rho^n(\xi, \zeta) \quad (\text{D-11})$$

P_{qp}^{sk} s'exprime alors par :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{|KE_0 f_{qp}|^2}{2\eta} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{s\tilde{\kappa}} + \kappa_{\tilde{\kappa}})^2} A_0 \times \int \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\kappa}}^2 (\kappa_{\tilde{\kappa}} + \kappa_{s\tilde{\kappa}})^2]^n}{n!} \rho^n(\xi, \zeta) e^{j[(\kappa_{sx} - \kappa_x)\xi + (\kappa_{sy} - \kappa_y)\zeta]} d\xi d\zeta \quad (\text{D-12})$$

La fonction intégration et la sommation pouvant être interverties, nous avons alors :

$$P_{qp}^{sk} = \frac{|KE_0 f_{qp}|^2}{2\eta} e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2} A_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + k_{s\tilde{x}})^2]^n}{n!} \times \int \rho^n(\xi, \zeta) e^{j[(k_{sx} - k_x)\xi + (k_{sy} - k_y)\zeta]} d\xi d\zeta \quad (\text{D-13})$$

Nous reconnaissons alors l'expression de la transformée de Fourier à l'ordre n de la fonction d'autocorrélation $\rho(\xi, \zeta)$.

$$\int \rho^n(\xi, \zeta) e^{j[(k_{sx} - k_x)\xi + (k_{sy} - k_y)\zeta]} d\xi d\zeta = 2\pi W^{(n)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_y) \quad (\text{D-14})$$

Finalement, le terme de Kirchhoff de la puissance incohérente diffusée est donné par **(D-16)** :

$$P_{qp}^{sk} = 2\pi \frac{|KE_0 f_{qp}|^2}{2\eta} e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2} A_0 \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + k_{s\tilde{x}})^2]^n}{n!} W^{(n)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_y) \quad (\text{D-15})$$

Nous calculons enfin le coefficient de diffusion incohérente de Kirchhoff à partir de la relation **(C-12)** (voir annexe C), nous obtenons :

$$\sigma_{qp}^{k0} = \frac{k_1^2}{2} |f_{qp}|^2 e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + k_{s\tilde{x}})^2]^n}{n!} W^{(n)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_y) \quad (\text{D-16})$$

II. EVALUATION DU TERME COMPLEMENTAIRE

Dans cette section, nous nous attachons à calculer la composante complémentaire de la puissance incohérente diffusée.

P_{qp}^{sc} est donnée par l'équation **(D-17)**.

$$P_{qp}^{sc} = \frac{1}{2\eta_1} \left[\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle - \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle \right] \quad (\text{D-17})$$

II.1. EVALUATION DE $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle$

Nous introduisons l'expression de E_{qp}^{sc} dans $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle &= \left\langle \sum_{m=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \int \int_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|]} e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right. \\ &\quad \left. \times \sum_{n=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \int \int_{S''''S'''} F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{g}_n) e^{-j[u'(x''''-x''''')+v'(y''''-y''''')-q_n|\tilde{z}''''-\tilde{z}'''''|]} e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{r}''''} e^{j\vec{k}_i \cdot \vec{r}'''''} dx'''' dy'''' dx'''''' dy'''''' du' dv' \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{D-18})$$

$$\text{Rappelons que } \begin{cases} \vec{g}_m = u\hat{x} + v\hat{y} - q_m \frac{\tilde{z}' - \tilde{z}''}{|\tilde{z}' - \tilde{z}''|} \hat{z} \\ \vec{g}_n = u'\hat{x} + v'\hat{y} - q_n \frac{\tilde{z}'''' - \tilde{z}'''''}{|\tilde{z}'''' - \tilde{z}'''''|} \hat{z} \end{cases} \quad (\text{D-19})$$

Nous reportons dans (D-18) les coordonnées des vecteurs mis en jeu.

De plus, nous appliquons la moyenne statistique à la hauteur \tilde{z} (S1) ; ainsi :

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle &= \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \sum_{m,n=1,2} \int_{R^4} \int_{S^4} e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')]} e^{-j[u'(x''''-x''''')+v'(y''''-y''''')]} Moy1 \\ &\quad \times e^{j[k_{sx}(x'-x''')+k_{sy}(y'-y''')]} e^{-j[k_{sx}(x''''-x''''')+k_{sy}(y''''-y''''')]} dx' dy' dx'' dy'' dx'''' dy'''' dx'''''' dy'''''' dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-20})$$

$$\text{où } Moy1 = \left\langle e^{jk_{z\tilde{z}}(\tilde{z}'-\tilde{z}''')} e^{jk_{z\tilde{z}}(\tilde{z}''''-\tilde{z}''''')} e^{jq_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|} e^{jq_n|\tilde{z}''''-\tilde{z}'''''|} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{g}_n) \right\rangle \quad (\text{D-21})$$

Evaluons dans un premier temps le terme $Moy1$. D'après [2], il peut aussi s'écrire sous la forme de l'expression (D-22).

$$\begin{aligned}
 Moy1 &= \left\langle \sum_{r,r'=-1,1} e^{jk_{s\hat{x}}(\hat{x}'-\hat{x}''')} e^{jk_{s\hat{x}}(\hat{x}''-\hat{x}''''')} e^{jr q_m(\hat{x}'-\hat{x}'')} e^{jr' q_n(\hat{x}''-\hat{x}''''')} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{g}_n') \right\rangle \\
 &= \frac{1}{4} \sum_{r,r'=-1,1} \left\langle e^{jk_{s\hat{x}}(\hat{x}'-\hat{x}''')} e^{jk_{s\hat{x}}(\hat{x}''-\hat{x}''''')} e^{jr q_m(\hat{x}'-\hat{x}'')} e^{jr' q_n(\hat{x}''-\hat{x}''''')} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \right\rangle
 \end{aligned} \tag{ D-22 }$$

$$\text{où nous posons : } \begin{cases} \vec{l}_m^{(r)} = u\hat{x} + v\hat{y} - r q_m \hat{z} \\ \vec{l}_n^{(r')} = u\hat{x} + v\hat{y} - r' q_n \hat{z} \end{cases} \text{ avec } r', r = \pm 1 \tag{ D-23 }$$

Nous calculons alors $Moy1$ d'après les formules données en annexe C (§IV).

$$\begin{aligned}
 Moy1 &= \frac{1}{4} \sum_{r,r'=-1,1} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \\
 &\times e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}}^2 + k_{\hat{x}}^2)} e^{-s_{\hat{x}}^2[q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s\hat{x}} - k_{\hat{x}})(r q_m + r' q_n')] } \\
 &\times e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}} - r q_m)(k_{\hat{x}} + r q_m)} \rho_{12} e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}} - r q_m)(k_{s\hat{x}} - r' q_n')} \rho_{13} \times e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}} - r q_m)(k_{\hat{x}} + r' q_n')} \rho_{14} \\
 &\times e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}} - r' q_n')(k_{\hat{x}} + r q_m)} \rho_{23} \times e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{\hat{x}} + r q_m)(k_{\hat{x}} + r' q_n')} \rho_{24} e^{-s_{\hat{x}}^2(k_{s\hat{x}} - r' q_n')(k_{\hat{x}} + r' q_n')} \rho_{34}
 \end{aligned} \tag{ D-24 }$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{12} &= \rho(x' - x'', y' - y'') & \rho_{23} &= \rho(x'' - x''''', y'' - y''''') \\
 \text{où } \rho_{13} &= \rho(x' - x''''', y' - y''''') & \rho_{24} &= \rho(x'' - x''''', y'' - y''''') \\
 \rho_{14} &= \rho(x' - x''''', y' - y''''') & \rho_{34} &= \rho(x'' - x''''', y'' - y''''')
 \end{aligned} \tag{ D-25 }$$

Nous effectuons ensuite les changements de variables suivants :

$$\begin{cases} \xi = x' - x'' \Rightarrow dx' = d\xi \\ \eta = y' - y'' \Rightarrow dy' = d\eta \end{cases}, \begin{cases} \xi' = x'' - x''' \Rightarrow dx'' = d\xi' \\ \eta' = y'' - y''' \Rightarrow dy'' = d\eta' \end{cases}, \begin{cases} \tau = x''' - x'''' \Rightarrow dx''' = d\tau \\ \kappa = y''' - y'''' \Rightarrow dy''' = d\kappa \end{cases} \quad (\text{D-26})$$

$$\text{Enfin, notons alors que } \begin{cases} x' - x'' = \xi + \tau - \xi' \\ y' - y'' = \eta + \kappa - \eta' \end{cases} \quad (\text{D-27})$$

Nous pouvons alors réécrire l'équation du terme $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle &= \frac{1}{4} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 A_0 e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}}^2 + k_{\tilde{\kappa}}^2)} \times \sum_{m,n=1,2} \sum_{r,r'=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - k_{\tilde{\kappa}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times \int_{\mathbb{S}^3} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - rq_m)(k_{\tilde{\kappa}} + rq_m)} \rho_{12} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - rq_m)(k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r'q_n')} \rho_{13} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - rq_m)(k_{\tilde{\kappa}} + r'q_n')} \rho_{14} \\ &\times e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r'q_n')(k_{\tilde{\kappa}} + rq_m)} \rho_{23} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} + rq_m)(k_{\tilde{\kappa}} + r'q_n')} \rho_{24} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r'q_n')(k_{\tilde{\kappa}} + r'q_n')} \rho_{34} \\ &\times e^{j[(k_{xx} + u)\xi + (k_{yy} + v)\eta]} e^{-j[(k_x + u)\xi' + (k_y + v)\eta']} e^{j[(u-u')\tau + (v-v')\kappa]} d\xi d\eta d\xi' d\eta' d\tau d\kappa dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-28})$$

II.2. EVALUATION DE $\langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle$

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle &= \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \left\langle \sum_{m=1,2} \int \int \int_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|]} e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right\rangle \\ &\times \left\langle \sum_{n=1,2} \int \int \int_{S''''S'''} F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{g}_n') e^{-j[u'(x''''-x''''')+v'(y''''-y''''')-q_n|\tilde{z}''''-\tilde{z}'''''|]} e^{-j\vec{k}_s \cdot \vec{r}''''} e^{j\vec{k}_i \cdot \vec{r}'''''} dx'''' dy'''' dx''''' dy''''' du' dv' \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{D-29})$$

En appliquant la moyenne statistique aux termes dans lesquels interviennent les hauteurs \tilde{z}' , \tilde{z}'' , \tilde{z}'''' ou \tilde{z}''''' , (D-29) devient :

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle &= \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \sum_{m,n=1,2} \int_{R^4} \int_{S^3} \text{Moy2} \text{ Moy3} e^{j[k_{ix}(x'-x''''')+k_{iy}(y'-y''''')]} e^{-j[k_x(x''-x''''')+k_y(y''-y''''')]} \\ &\times e^{j[u(x'-x'')-u'(x''''-x''''')+v(y'-y'')-v'(y''''-y''''')]} dx' dy' dx'' dy'' dx'''' dy'''' dx''''' dy''''' dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-30})$$

où :

$$\text{Moy2} = \left\langle e^{j[k_{ix}\tilde{z}'+k_{iy}\tilde{z}''-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|]} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle = \left\langle \sum_{r=-1,1} e^{j[k_{ix}\tilde{z}'+k_{iy}\tilde{z}''-rq_m(\tilde{z}'-\tilde{z}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right\rangle \quad (\text{D-31})$$

$$\text{Moy3} = \left\langle e^{j[k_{ix}\tilde{z}''''+k_{iy}\tilde{z}'''''-q_n|\tilde{z}''''-\tilde{z}'''''|]} F_{qp}^n(u', v', \vec{g}_n') \right\rangle = \left\langle \sum_{r'=-1,1} e^{j[k_{ix}\tilde{z}''''+k_{iy}\tilde{z}'''''-r'q_n(\tilde{z}''''-\tilde{z}''''')] } F_{qp}^n(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \right\rangle \quad (\text{D-32})$$

Calculons les moyennes Moy2 et Moy3, d'après [22] et les opérations effectuées en annexe C.

$$\begin{aligned}
 Moy2 &= \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} \left\langle e^{j[k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'+k_{s\tilde{z}}\tilde{z}''-rq_m(\tilde{x}'-\tilde{z}'')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2}[k_{s\tilde{x}}^2+k_{s\tilde{z}}^2]} e^{-s_{\tilde{x}}^2[q_m^2-k_{s\tilde{x}}rq_m+k_{s\tilde{z}}rq_m]} e^{-s_{\tilde{x}}^2[-q_m^2+k_{s\tilde{x}}k_{s\tilde{z}}+k_{s\tilde{x}}rq_m-k_{s\tilde{z}}rq_m]} \rho_{12}
 \end{aligned} \tag{D-33}$$

$$\begin{aligned}
 Moy3 &= \frac{1}{2} \sum_{r'=-1,1} \left\langle e^{j[-k_{s\tilde{x}}\tilde{x}'''-k_{s\tilde{z}}\tilde{z}'''+r'q_n(\tilde{x}'''-\tilde{z}''')] } F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{g}_n') \right\rangle \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{r'=-1,1} F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) e^{-\frac{s_{\tilde{x}}^2}{2}[k_{s\tilde{x}}^2+k_{s\tilde{z}}^2]} e^{-s_{\tilde{x}}^2[q_n'^2-k_{s\tilde{x}}r'q_n'+k_{s\tilde{z}}r'q_n']} e^{-s_{\tilde{x}}^2[-q_n'^2+k_{s\tilde{x}}k_{s\tilde{z}}+k_{s\tilde{x}}r'q_n'-k_{s\tilde{z}}r'q_n']} \rho_{34}
 \end{aligned} \tag{D-34}$$

Rappelons que les ρ_{ij} ($i=1,2; j=2,3,4$) sont données par (D-25).

Nous utilisons ensuite les changements de variables (D-26) et (D-27) ; le terme $\langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle$ est alors donné par (D-35) :

$$\begin{aligned}
 \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle &= \frac{1}{4} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \mathcal{A}_0 e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}}^2+k_{s\tilde{z}}^2)} \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2[q_m^2+q_n'^2-(k_{s\tilde{x}}-k_{s\tilde{z}})(rq_m+r'q_n')]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \\
 &\times \int_{S^3} e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}}-rq_m)(k_{s\tilde{x}}+rq_m)} \rho_{12} e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}}-r'q_n')(k_{s\tilde{x}}+r'q_n')} \rho_{34} \\
 &\times e^{j[(k_{s\tilde{x}}+u)\xi+(k_{s\tilde{y}}+v)\eta]} e^{-j[(k_{s\tilde{x}}+u)\xi'+(k_{s\tilde{y}}+v)\eta']} e^{j[(u-u')\tau+(v-v')\kappa]} d\xi d\eta d\xi' d\eta' d\tau d\kappa dudv du' dv'
 \end{aligned} \tag{D-35}$$

II.3. EVALUATION DE P_{qp}^{sc}

Connaissant alors les expressions de $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sc*} \rangle$ et de $\langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sc*} \rangle$ données respectivement par (D-28) et (D-35), nous pouvons calculer le terme complémentaire de la puissance diffusée d'après (D-17).

Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
 P_{qp}^{sc} &= \frac{1}{8\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 \mathcal{A}_0 e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}}^2 + k_{\tilde{\kappa}}^2)} \sum_{m,n=1,2} \sum_{r,r'=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - k_{\tilde{\kappa}})(r q_m + r' q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u, v, \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
 &\times \int_{S^3} e^{j[(k_{s_{\tilde{\kappa}}} + u)\xi + (k_{\tilde{\kappa}} + v)\eta]} e^{-j[(k_{s_{\tilde{\kappa}}} + u)\xi' + (k_{\tilde{\kappa}} + v)\eta']} e^{j[(u-u')\tau + (v-v')\kappa]} \text{PROD1} \, d\xi d\eta \, d\xi' d\eta' \, d\tau d\kappa \, dudv \, du' dv'
 \end{aligned} \tag{D-36}$$

où nous posons :

$$\begin{aligned}
 \text{PROD1} &= e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r q_m)(k_{\tilde{\kappa}} + r q_m)} \rho_{12} \, e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r' q_n')(k_{\tilde{\kappa}} + r' q_n')} \rho_{34} \\
 &\times \left[e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r q_m)(k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r' q_n')} \rho_{13} \, e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r q_m)(k_{\tilde{\kappa}} + r' q_n')} \rho_{14} \, e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - r' q_n')(k_{\tilde{\kappa}} + r q_m)} \rho_{23} \, e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2 (k_{s_{\tilde{\kappa}}} + r q_m)(k_{\tilde{\kappa}} + r' q_n')} \rho_{24} - 1 \right]
 \end{aligned} \tag{D-37}$$

Dans le cas des rugosités faibles à modérées ($k_{s_{\tilde{\kappa}}} \leq 2$ [2],[22]), nous développons les exponentielles en séries de Taylor, soit :

$$e^{-x} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}, \text{ si } |x| \text{ est faible} \tag{D-38}$$

Nous pouvons alors représenter $PROD1$ de la façon suivante :

$$PROD1 = \left[1 + \sum_p () \right] \left[1 + \sum_q () \right] \times \left[\left(1 + \sum_i () \right) \left(1 + \sum_j () \right) \left(1 + \sum_k () \right) \left(1 + \sum_l () \right) - 1 \right] \quad (\text{D-39})$$

D'après les démonstrations réalisées dans [2] et [22] et en considérant au plus les interactions de second-ordre, nous pouvons alors écrire :

$$PROD1 = \sum_i () + \sum_j () + \sum_k () + \sum_l () + \sum_i \sum_l () + \sum_j \sum_k () \quad (\text{D-40})$$

L'expression finale de $PROD1$ est alors donnée ci-dessous :

$$\begin{aligned} PROD1 = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{\tilde{\alpha}} - r' q_n')]^i}{i!} \rho_{13}^i + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{\tilde{\alpha}} + r' q_n')]^j}{j!} \rho_{14}^j \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r' q_n') (k_{\tilde{\alpha}} + r q_m)]^k}{k!} \rho_{23}^k + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + r' q_n') (k_{\tilde{\alpha}} + r q_m)]^l}{l!} \rho_{24}^l \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{\tilde{\alpha}} - r' q_n')]^i}{i!} \rho_{13}^i \times \sum_{l=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + r' q_n') (k_{\tilde{\alpha}} + r q_m)]^l}{l!} \rho_{24}^l \\ & + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{\tilde{\alpha}} + r' q_n')]^j}{j!} \rho_{14}^j \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r' q_n') (k_{\tilde{\alpha}} + r q_m)]^k}{k!} \rho_{23}^k \end{aligned} \quad (\text{D-41})$$

Insérons à présent l'expression de $PROD1$ dans l'équation (D-36) du terme complémentaire de la puissance incohérente diffusée.

Nous écrivons P_{qp}^{sc} sous la forme d'une somme de six termes (**D-42**) que nous calculerons dans les sous-sections suivantes.

$$P_{qp}^{sc} = \frac{1}{8\eta} \left| \frac{KE_0}{8\pi^2} \right|^2 A_0 e^{-s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}}^2 + k_{\tilde{x}}^2)} \left[\text{terme } i_c + \text{terme } j_c + \text{terme } k_c + \text{terme } l_c + \text{terme } ij_c + \text{terme } kl_c \right] \quad (\text{D-42})$$

II.3.1. Calcul des termes de diffusions simples

Les termes de diffusions simples sont ceux qui ne font intervenir qu'une seule sommation, soient *terme* i_c , *terme* j_c , *terme* k_c et *terme* l_c .

☞ Calcul de *terme* i_c :

$$\begin{aligned} \text{terme } i_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times \int_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - rq_m)(k_{s_{\tilde{x}}} - r'q_n')]^i}{i!} \rho_{13}^i(\xi, \eta) e^{j[(k_{s_{\tilde{x}}} + u)\xi + (k_{s_{\tilde{y}}} + v)\eta]} d\xi d\eta \\ &\times \int e^{-j(k_{s_{\tilde{x}}} + u)\xi'} d\xi' \times \int e^{-j(k_{s_{\tilde{y}}} + v)\eta'} d\eta' \times \int e^{j(u-u')\tau} d\tau \times \int e^{j(v-v')\kappa} d\kappa \quad dudu' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-43})$$

Nous réalisons les diverses intégrations ; ainsi :

$$\begin{aligned} \text{terme } i_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - rq_m)(k_{s_{\tilde{x}}} - r'q_n')]^i}{i!} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times 2\pi W^{(i)}(k_{s_{\tilde{x}}} + u, k_{s_{\tilde{y}}} + v) 2\pi\delta(k_{s_{\tilde{x}}} + u) 2\pi\delta(k_{s_{\tilde{y}}} + v) 2\pi\delta(u - u') 2\pi\delta(v - v') \quad dudu' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-44})$$

Du fait de la présence des fonctions Dirac, l'expression de *terme* i_c peut être simplifiée.

Ainsi, nous écrivons :

$$\begin{aligned} \text{terme } i_c = \text{terme } i_c \Big|_{\substack{u=-k_x, v=-k_y \\ u'=-k_x, v'=-k_y}} &= (2\pi)^5 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')]} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - rq_m)(k_{s_{\tilde{x}}} - r'q_n')]^i}{i!} \\ &\times F_{qp}^m \left(-k_x, -k_y, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(-k_x, -k_y, \vec{l}_n^{(r')} \right) W^{(i)}(k_{s_{\tilde{x}}} - k_x, k_y - k_y) \end{aligned} \quad (\text{D-45})$$

☞ Calcul de *terme* j_c :

$$\begin{aligned} \text{terme } j_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')]} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times \int_S \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - rq_m)(k_{\tilde{x}} + r'q_n')]^j}{j!} \rho^j(\xi + \tau, \eta + \kappa) e^{j[(k_{s_{\tilde{x}}} + u)(\xi + \tau) + (k_y + v)(\eta + \kappa)]} d\xi d\eta \\ &\times \int e^{-j(k_x + u)\xi'} d\xi' \times \int e^{-j(k_y + v)\eta'} d\eta' \times \int e^{j(k_{s_{\tilde{x}}} + u)\tau} e^{j(u-u')\tau} d\tau \times \int e^{j(k_y + v)\kappa} e^{j(v-v')\kappa} d\kappa dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-46})$$

Après les diverses intégrations, le résultat final est :

$$\begin{aligned} \text{terme } j_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\tilde{x}}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')]} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{s_{\tilde{x}}} - rq_m)(k_{\tilde{x}} + r'q_n')]^j}{j!} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times 2\pi W^{(j)}(k_{s_{\tilde{x}}} + u, k_y + v) 2\pi\delta(k_x + u) 2\pi\delta(k_y + v) 2\pi\delta(k_{s_{\tilde{x}}} + u') 2\pi\delta(k_y + v') dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-47})$$

Finalement, nous simplifions (D-49) grâce à la présence des fonctions Dirac.

$$\begin{aligned}
 \text{terme } j_c = \text{terme } j_c \Big|_{\substack{u=-k_x, v=-k_y \\ u'=-k_x, v'=-k_y}} &= (2\pi)^5 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} e^{-s_{\vec{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{x}})(rq_m + r'q_n')] } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{s_{\vec{x}}} - rq_m)(k_{\vec{x}} + r'q_n')]^j}{j!} \\
 &\times F_{qp}^m \left(-k_x, -k_y, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(-k_x, -k_y, \vec{l}_n^{(r')} \right) W^{(j)}(k_x - k_x, k_y - k_x)
 \end{aligned} \tag{D-48}$$

☞ Calcul de $\text{terme } k_c$:

$$\begin{aligned}
 \text{terme } k_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{x}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
 &\times \int_S \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{\vec{x}} + rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} - r'q_n')]^k}{k!} \rho^k(\xi - \tau, \eta - \kappa) e^{-j[(k_x + u)(\xi - \tau) + (k_y + v)(\eta - \kappa)]} d\xi' d\eta' \\
 &\times \int e^{j(k_x + u)\xi} d\xi \times \int e^{j(k_y + v)\eta} d\eta \times \int e^{-j(k_x + u)\tau} e^{j(u - u')\tau} d\tau \times \int e^{-j(k_y + v)\kappa} e^{j(v - v')\kappa} d\kappa dudv du' dv'
 \end{aligned} \tag{D-49}$$

Après résolution des différentes intégrales, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \text{terme } k_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{x}})(rq_m + r'q_n')] } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{\vec{x}} + rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} - r'q_n')]^j}{j!} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
 &\times 2\pi W^{(k)}(-k_x - u, -k_y - v) 2\pi\delta(k_{s_{\vec{x}}} + u) 2\pi\delta(k_y + v) 2\pi\delta(k_x + u') 2\pi\delta(k_y + v') dudv du' dv'
 \end{aligned} \tag{D-50}$$

Finalement, *terme* k_c s'exprime par (D-51) :

$$\begin{aligned} \text{terme } k_c = \text{terme } k_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_x, v'=-k_y}} &= (2\pi)^5 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + rq_m)(k_{s\tilde{x}} - r'q_n')]^j}{j!} \\ &\times F_{qp}^m \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(-k_x, -k_y, \vec{l}_n^{(r')} \right) W^{(k)}(k_{sx} - k_x, -k_y - k_y) \end{aligned} \quad (\text{D-51})$$

☞ Calcul de *terme* l_c :

$$\begin{aligned} \text{terme } l_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{R^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times \int_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + rq_m)(k_{\tilde{x}} + r'q_n')]^l}{l!} \rho^l(\xi', \eta') e^{-j[(k_x + u)\xi' + (k_y + v)\eta']} d\xi' d\eta' \\ &\times \int e^{j(k_{sx} + u)\xi} d\xi \times \int e^{j(k_{sy} + v)\eta} d\eta \times \int e^{j(u-u')\tau} d\tau \times \int e^{j(v-v')\kappa} d\kappa \quad dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-52})$$

terme l_c peut aussi s'écrire :

$$\begin{aligned} \text{terme } l_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{R^4} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + rq_m)(k_{\tilde{x}} + r'q_n')]^l}{l!} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\ &\times 2\pi W^{(i)}(-k_{sx} - u, -k_{sy} - v) 2\pi\delta(k_{sx} + u) 2\pi\delta(k_{sy} + v) 2\pi\delta(u - u') 2\pi\delta(v - v') \quad dudv du' dv' \end{aligned} \quad (\text{D-53})$$

Nous simplifions cette dernière équation grâce à la présence des fonctions Dirac.

$$\begin{aligned}
\text{terme } l_c = \text{terme } l_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_{sx}, v'=-k_{sy}}} &= (2\pi)^5 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} e^{-s_{\tilde{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}})(rq_m + r'q_n')] } \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{x}}^2 (k_{\tilde{x}} + rq_m)(k_{\tilde{x}} + r'q_n')]^i}{i!} \\
&\times F_{qp}^m \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_n^{(r')} \right) W^{(i)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_x)
\end{aligned} \tag{D-54}$$

Les termes permettant de prendre en compte les phénomènes de diffusion du premier ordre sont donc donnés par les équations (D-45), (D-48), (D-51) et (D-54).

Nous calculons, dans la sous-section suivante, les termes considérant les diffusions de second ordre, c'est-à-dire, une réflexion suivie d'une diffusion.

II.3.2. Calcul des termes de diffusions du second ordre

Les termes de diffusion du deuxième ordre sont ceux où interviennent deux sommations, soient *terme* il_c et *terme* jk_c .

☞ Calcul de *terme* il_c :

terme il_c est donné par (D-55).

$$\begin{aligned}
\text{terme } il_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{x}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
&\times \int_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{s_{\vec{x}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} - r'q_n')]^i}{i!} \rho^i(\xi, \eta) e^{j[(k_{sx} + u)\xi + (k_{sy} + v)\eta]} d\xi d\eta \\
&\times \int_{S'} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{\vec{x}} + rq_m)(k_{\vec{x}} + r'q_n')]^l}{l!} \rho^l(\xi', \eta') e^{-j[(k_x + u)\xi' + (k_y + v)\eta']} d\xi' d\eta' \\
&\times \int e^{j(u-u')\tau} d\tau \times \int e^{j(v-v')\kappa} d\kappa \, dudv \, du' \, dv'
\end{aligned} \tag{D-55}$$

Nous réalisons alors successivement les diverses intégrations, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
\text{terme } il_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{x}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{x}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
&\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{s_{\vec{x}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} - r'q_n')]^i}{i!} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2 (k_{\vec{x}} + rq_m)(k_{\vec{x}} + r'q_n')]^l}{l!} \\
&\times 2\pi W^{(i)}(k_{sx} + u, k_{sy} + v) 2\pi W^{(l)}(-k_x - u, -k_y - v) 2\pi\delta(u - u') 2\pi\delta(v - v') \, dudv \, du' \, dv'
\end{aligned} \tag{D-56}$$

Enfin, les fonctions Dirac s'annulant si $u' \neq u$ et si $v' \neq v$, le terme $\text{terme } il_c$ est donné par (D-57).

$$\begin{aligned}
\text{terme } il_c = \text{terme } il_c \Big|_{\substack{u=u' \\ v=v'}} &= (2\pi)^4 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\vec{\zeta}}^2 [q_m^2 + q_n^2 - (k_{s_{\vec{\zeta}}} - k_{\vec{\zeta}})(rq_m + r'q_n)]} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u, v, \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
&\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\zeta}}^2 (k_{s_{\vec{\zeta}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{\zeta}}} - r'q_n)]^i}{i!} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\zeta}}^2 (k_{s_{\vec{\zeta}}} + rq_m)(k_{s_{\vec{\zeta}}} + r'q_n)]^l}{l!} \\
&\times W^{(i)}(k_{s_x} + u, k_{s_y} + v) W^{(l)}(-k_x - u, -k_y - v) dudv
\end{aligned} \tag{D-57}$$

☞ Calcul de jk_c :

L'expression de ce terme est la suivante :

$$\begin{aligned}
\text{terme } jk_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{\zeta}}^2 [q_m^2 + q_n^2 - (k_{s_{\vec{\zeta}}} - k_{\vec{\zeta}})(rq_m + r'q_n)]} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) F_{qp}^{n*} \left(u', v', \vec{l}_n^{(r')} \right) \\
&\times \int_S \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\zeta}}^2 (k_{s_{\vec{\zeta}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{\zeta}}} + r'q_n')]^j}{j!} \rho^j (\xi + \tau, \eta + \kappa) e^{j[(k_{s_x} + u)(\xi + \tau) + (k_{s_y} + v)(\eta + \kappa)]} d\xi d\eta \\
&\times \int_S \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\zeta}}^2 (k_{s_{\vec{\zeta}}} + rq_m)(k_{s_{\vec{\zeta}}} - r'q_n')]^k}{k!} \rho^k (\xi' - \tau, \eta' - \kappa) e^{-j[(k_{s_x} + u)(\xi' - \tau) + (k_{s_y} + v)(\eta' - \kappa)]} d\xi' d\eta' \\
&\times \int e^{-j(k_{s_x} + u + k_x + u')\tau} e^{j(u-u')\tau} d\tau \times \int e^{-j(k_{s_y} + v + k_y + v')\kappa} e^{j(v-v')\kappa} d\kappa dudv du' dv'
\end{aligned} \tag{D-58}$$

Les diverses intégrations ayant été considérées, nous avons :

$$\begin{aligned}
\text{terme } jk_c &= \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{z}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{z}}} - k_{s_{\vec{z}}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \\
&\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{z}}^2 (k_{s_{\vec{z}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{z}}} + r'q_n')]^j}{j!} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{z}}^2 (k_{s_{\vec{z}}} + rq_m)(k_{s_{\vec{z}}} - r'q_n')]^k}{k!} \\
&\times 2\pi W^{(j)}(k_{s_{\vec{x}}} + u, k_{s_{\vec{y}}} + v) 2\pi W^{(k)}(-k_{s_{\vec{x}}} - u, -k_{s_{\vec{y}}} - v) 2\pi \delta(u + u' + k_{s_{\vec{x}}} + k_{s_{\vec{x}}}) 2\pi \delta(v + v' + k_{s_{\vec{y}}} + k_{s_{\vec{y}}}) dudv du' dv'
\end{aligned} \tag{D-59}$$

En définitive, $\text{terme } jk_c$ est donné par :

$$\begin{aligned}
\text{terme } jk_c &= \text{terme } jk_c \Big|_{\substack{u' = -u - k_{s_{\vec{x}}} - k_{s_{\vec{x}}} \\ v' = -v - k_{s_{\vec{y}}} - k_{s_{\vec{y}}}}} = (2\pi)^4 \sum_{m,n=1,2} \sum_{r',r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^4} e^{-s_{\vec{z}}^2 [q_m^2 + q_n'^2 - (k_{s_{\vec{z}}} - k_{s_{\vec{z}}})(rq_m + r'q_n')] } F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) F_{qp}^{n*}(u', v', \vec{l}_n^{(r')}) \\
&\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{z}}^2 (k_{s_{\vec{z}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{z}}} + r'q_n')]^j}{j!} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{z}}^2 (k_{s_{\vec{z}}} + rq_m)(k_{s_{\vec{z}}} - r'q_n')]^k}{k!} \\
&\times W^{(j)}(k_{s_{\vec{x}}} + u, k_{s_{\vec{y}}} + v) W^{(k)}(-k_{s_{\vec{x}}} - u, -k_{s_{\vec{y}}} - v) dudv
\end{aligned} \tag{D-60}$$

II.3.3. Calcul du coefficient de diffusion

Connaissant donc les termes (D-45), (D-48), (D-51), (D-57), (D-60), nous pouvons alors calculer P_{qp}^{sc} , et par suite, σ_{qp}^{c0} d'après la relation (C-12) :

$$\begin{aligned}
\sigma_{qp}^{c0} = & \frac{k_1^2}{2^5} e^{-s_x^2(k_{sx}^2 + k_{sy}^2)} \times \left[\text{terme } i_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_{sx}, v'=-k_{sy}}} + \text{terme } j_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_{sx}, v'=-k_{sy}}} \right. \\
& \left. + \text{terme } k_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_{sx}, v'=-k_{sy}}} + \text{terme } l_c \Big|_{\substack{u=-k_{sx}, v=-k_{sy} \\ u'=-k_{sx}, v'=-k_{sy}}} + \frac{1}{2\pi} \left(\text{terme } ij_c \Big|_{\substack{u'=u \\ v'=v}} + \text{terme } kl_c \Big|_{\substack{u'=u-k_{sx}-k_{sy} \\ v'=v-k_{sy}-k_{sy}}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{D-61}$$

(D-61) donne finalement l'expression du terme complémentaire du coefficient de diffusion incohérente. Nous nous penchons dans la section suivante, sur le calcul du terme croisé σ_{qp}^{kc0} .

III. CALCUL DU TERME CROISE

L'expression (D-62) permet de calculer le terme croisé de la diffusion incohérente.

$$P_{qp}^{skc} = \frac{1}{2\eta_1} \left[\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle - \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle \right] \tag{D-62}$$

III.1. CALCUL DU TERME $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle$

Nous introduisons dans $\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle$ les expressions des champs E_{qp}^{sc} et E_{qp}^{sk} , ceci donne l'équation (D-62).

$$\begin{aligned}
 \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle &= \left\langle \sum_{m=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \iiint_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|]} e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right. \\
 &\quad \left. \times KE_0 \int_{S'''} f_{qp}^* e^{-j[(\vec{k}_s - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}''']} dx''' dy'''\right\rangle
 \end{aligned} \tag{D-63}$$

Après avoir remplacé les vecteurs par leurs coordonnées, (D-63) devient :

$$\begin{aligned}
 \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle &= \frac{|KE_0|^2}{8\pi^2} f_{qp}^* \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{R^2} \int_{S^3} Moy4 e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')]} \\
 &\quad \times e^{j[k_{sx}(x'-x''')+k_{sy}(y'-y''')]} e^{j[k_{sx}(x''-x''')+k_{sy}(y''-y''')]} dx' dy' dx'' dy'' dx''' dy''' dudv
 \end{aligned} \tag{D-64}$$

$$\text{avec : } Moy4 = \left\langle e^{jk_{sx}(\tilde{z}'-\tilde{z}'')} e^{jk_{sy}(\tilde{z}''-\tilde{z}''')} e^{-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle = \left\langle \sum_{r=-1,1} e^{jk_{sx}(\tilde{z}'-\tilde{z}'')} e^{jk_{sy}(\tilde{z}''-\tilde{z}''')} e^{-rq_m(\tilde{z}'-\tilde{z}'')} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right\rangle \tag{D-65}$$

$$\text{Or d'après [5], } Moy4 = \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} \left\langle e^{jk_{sx}(\tilde{z}'-\tilde{z}'')} e^{jk_{sy}(\tilde{z}''-\tilde{z}''')} e^{-rq_m(\tilde{z}'-\tilde{z}'')} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \right\rangle \tag{D-66}$$

Nous évaluons $Moy4$ à partir des calculs proposés en annexe C.

$$\begin{aligned}
 Moy4 &= \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \times e^{-s_{\tilde{z}'}^2(k_{s_{\tilde{z}'}^2+k_{\tilde{z}'}^2+k_{s_{\tilde{z}'}k_{\tilde{z}'}}}]} e^{-s_{\tilde{z}''}^2[q_m^2-(k_{s_{\tilde{z}''}-k_{\tilde{z}''}})rq_m]} \\
 &\quad \times e^{-s_{\tilde{z}'''}^2(k_{s_{\tilde{z}''}-rq_m})(k_{\tilde{z}''}+rq_m)\rho_{12}} e^{-s_{\tilde{z}''}^2(k_{s_{\tilde{z}''}-rq_m})(k_{s_{\tilde{z}''}+k_{\tilde{z}''}})\rho_{13}} e^{-s_{\tilde{z}''}^2(k_{\tilde{z}''}+rq_m)(k_{s_{\tilde{z}''}+k_{\tilde{z}''}})\rho_{23}}
 \end{aligned} \tag{D-67}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{12} &= \rho(x'-x'', y'-y'') = \rho(\xi - \xi', \eta - \eta') \\
 \text{où } \rho_{13} &= \rho(x'-x''', y'-y''') = \rho(\xi, \eta) \\
 \rho_{23} &= \rho(x''-x''', y''-y''') = \rho(\xi' - \tau, \eta' - \kappa)
 \end{aligned} \tag{D-68}$$

Nous effectuons ensuite les changements de variables suivants :

$$\begin{cases} \xi = x'-x''' \Rightarrow dx' = d\xi \\ \eta = y'-y''' \Rightarrow dy' = d\eta \end{cases} \quad \begin{cases} \xi' = x''-x''' \Rightarrow dx'' = d\xi' \\ \eta' = y''-y''' \Rightarrow dy'' = d\eta' \end{cases} \tag{D-69}$$

$$\text{Enfin, notons aussi que } \begin{cases} x'-x'' = \xi - \xi' \\ y'-y'' = \eta - \eta' \end{cases} \tag{D-70}$$

Ainsi, nous pouvons réécrire l'équation (D-64) :

$$\begin{aligned}
 \langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \rangle &= \frac{|KE_0|^2}{16\pi^2} A_0 f_{qp} * \int_{\mathbb{R}^2} \int_{\mathbb{S}^2} e^{-s_{\xi}^2 (k_{x\xi}^2 + k_{y\xi}^2 + k_{z\xi}^2)} e^{-s_{\xi}^2 [q_m^2 - (k_{x\xi} - k_{y\xi}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times e^{-s_{\xi}^2 (k_{x\xi} - r q_m) (k_{y\xi} + r q_m)} \rho_{12} e^{-s_{\xi}^2 (k_{x\xi} - r q_m) (k_{x\xi} + k_{y\xi})} \rho_{13} e^{-s_{\xi}^2 (k_{x\xi} + r q_m) (k_{x\xi} + k_{y\xi})} \rho_{23} \\
 &\times e^{j[(k_{xx} + u)\xi + (k_{yy} + v)\eta]} e^{-j[(k_{xx} + u)\xi' + (k_{yy} + v)\eta']} d\xi d\eta d\xi' d\eta' dudv
 \end{aligned} \tag{D-71}$$

III.2. CALCUL DU TERME $\langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle$

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle &= \left\langle \sum_{m=1,2} \frac{KE_0}{8\pi^2} \int \int \int_{S''S'} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|]} e^{j\vec{k}_i \cdot \vec{r}'} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}''} dx' dy' dx'' dy'' dudv \right\rangle \\ &\times \left\langle KE_0 \int_{S''''} f_{qp}^* e^{-j[(\vec{k}_i - \vec{k}_i) \cdot \vec{r}'''']} dx'''' dy'''' \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{D-72})$$

Les vecteurs sont ensuite remplacés par leurs coordonnées.

$$\begin{aligned} \langle E_{qp}^{sc} \rangle \langle E_{qp}^{sk*} \rangle &= \frac{|KE_0|^2}{8\pi^2} f_{qp}^* \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int \int_{\mathbb{R}^2} \int_{S^3} Moy5 e^{j[u(x'-x'')+v(y'-y'')]} \\ &\times e^{j[k_{ix}x'+k_{iy}y']} e^{-j[k_{ix}x''+k_{iy}y'']} e^{j[(k_{ix}-k_{ix})x'''+(k_{iy}-k_{ix})y''']} dx' dy' dx'' dy'' dx''' dy''' dudv \end{aligned} \quad (\text{D-73})$$

$$\text{où } Moy5 = \left\langle e^{jk_{ix}\tilde{z}'} e^{jk_{iy}\tilde{z}''} e^{-q_m|\tilde{z}'-\tilde{z}''|} F_{qp}^m(u, v, \vec{g}_m) \right\rangle \left\langle e^{j(k_{ix}+k_{ix})\tilde{z}''''} \right\rangle \quad (\text{D-74})$$

D'après l'annexe C, nous calculons :

$$Moy5 = \frac{1}{2} \sum_{r=-1,1} e^{-s_{\tilde{z}'}^2(k_{ix}^2+k_{iy}^2+k_{ix}k_{iy})} e^{-s_{\tilde{z}''}^2[q_m^2-(k_{ix}-k_{iy})rq_m]} e^{-s_{\tilde{z}''}^2(k_{ix}-rq_m)(k_{iy}+rq_m)} \rho_{12} \quad (\text{D-75})$$

Nous effectuons les changements de variables **(D-69)** et **(D-70)**.

L'équation (D-73) devient alors :

$$\begin{aligned} \left\langle E_{qp}^{sc} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk*} \right\rangle &= \frac{|KE_0|^2}{16\pi^2} A_0 f_{qp}^* \int_{\mathbb{R}^2} \int_{S^2} e^{-s_{\zeta}^2 (k_{s\zeta}^2 + k_{\zeta}^2 + k_{s\zeta} k_{\zeta})} e^{-s_{\zeta}^2 [q_m^2 - (k_{s\zeta} - k_{\zeta}) r q_m]} \\ &\times F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) e^{-s_{\zeta}^2 (k_{s\zeta} - r q_m) (k_{\zeta} + r q_m)} \rho_{12} e^{j[(k_{sx} + u)\xi + (k_{sy} + v)\eta]} e^{-j[(k_{sx} + u)\xi' + (k_{sy} + v)\eta']} d\xi d\eta d\xi' d\eta' dudv \end{aligned} \quad (\text{D-76})$$

III.3. EVALUATION DE P_{qp}^{skc}

Connaissant alors les expressions des termes $\left\langle E_{qp}^{sc} E_{qp}^{sk*} \right\rangle$ et $\left\langle E_{qp}^{sc} \right\rangle \left\langle E_{qp}^{sk*} \right\rangle$, nous pouvons enfin calculer P_{qp}^{skc} .

$$\begin{aligned} P_{qp}^{skc} &= \frac{1}{2\eta} \frac{|KE_0|^2}{2^4 \pi^2} A_0 f_{qp}^* \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} \int_{S^2} e^{-s_{\zeta}^2 (k_{s\zeta}^2 + k_{\zeta}^2 + k_{s\zeta} k_{\zeta})} e^{-s_{\zeta}^2 [q_m^2 - (k_{s\zeta} - k_{\zeta}) r q_m]} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\ &\times e^{j[(k_{sx} + u)\xi + (k_{sy} + v)\eta]} e^{-j[(k_{sx} + u)\xi' + (k_{sy} + v)\eta']} \text{PROD2} d\xi d\eta d\xi' d\eta' dudv \end{aligned} \quad (\text{D-77})$$

$$\text{où } \text{PROD2} = e^{-s_{\zeta}^2 (k_{s\zeta} - r q_m) (k_{\zeta} + r q_m)} \rho_{12} \left[e^{-s_{\zeta}^2 (k_{s\zeta} - r q_m) (k_{s\zeta} + k_{\zeta})} \rho_{13} e^{-s_{\zeta}^2 (k_{\zeta} + r q_m) (k_{s\zeta} + k_{\zeta})} \rho_{23} - 1 \right] \quad (\text{D-78})$$

Dans le cas des rugosités faibles à modérées, les exponentielles sont développées en séries de Taylor (D-38).

$$e^{-x} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n!}, \text{ si } |x| \text{ est faible}$$

$$\text{Ainsi } PROD2 = \left[1 + \sum_p () \right] \times \left[\left(1 + \sum_i () \right) \times \left(1 + \sum_j () \right) - 1 \right] \quad (\text{D-79})$$

D'après les explications données pour le calcul du terme complémentaire dans [2] et [22], nous pouvons écrire la relation (D-79).

$$\begin{aligned} PROD2 \approx \sum_i () + \sum_j () + \sum_i \sum_j () = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + k_{\tilde{\alpha}})]^i}{i!} \rho^i_{13} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + r q_m) (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + k_{\tilde{\alpha}})]^j}{j!} \rho^j_{23} \\ + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + k_{\tilde{\alpha}})]^i}{i!} \rho^i_{13} \times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + r q_m) (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + k_{\tilde{\alpha}})]^j}{j!} \rho^j_{23} \end{aligned} \quad (\text{D-80})$$

Connaissant alors l'expression de $PROD2$, nous pouvons réécrire (D-77), elle est composée de trois termes que nous allons déterminer.

$$P_{qp}^{skc} = \frac{1}{2\eta_1} \frac{|KE_0|^2}{2^4 \pi^2} A_0 f_{qp}^* [\text{terme } i_{kc} + \text{terme } j_{kc} + \text{terme } ij_{kc}] \quad (\text{D-81})$$

III.3.1. Calcul des termes de diffusions simples

☞ Calcul de $\text{terme } i_{kc}$

$$\begin{aligned} \text{terme } i_{kc} = \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{R^2} e^{-s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}}^2 + k_{\tilde{\alpha}}^2 + k_{s_{\tilde{\alpha}}} k_{\tilde{\alpha}})} e^{-s_{\tilde{\alpha}}^2 [q_m^2 - (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - k_{\tilde{\alpha}}) r q_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\ \times \int_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{\alpha}}^2 (k_{s_{\tilde{\alpha}}} - r q_m) (k_{s_{\tilde{\alpha}}} + k_{\tilde{\alpha}})]^i}{i!} \rho^i(\xi, \eta) e^{j[(k_{ix} + u)\xi + (k_{iy} + v)\eta]} d\xi d\eta \times \int e^{-j(k_x + u)\xi'} d\xi' \times \int e^{-j(k_y + v)\eta'} d\eta' dudv \end{aligned} \quad (\text{D-82})$$

(D-82) devient :

$$\begin{aligned}
 \text{terme } i_{kc} &= \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}}^2 + k_{\vec{\kappa}}^2 + k_{s_{\vec{\kappa}}}k_{\vec{\kappa}})} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\vec{\kappa}}} - k_{\vec{\kappa}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{\kappa}}} + k_{\vec{\kappa}})]^i}{i!} 2\pi W^{(i)}(k_{sx} + u, k_{sy} + v) 2\pi\delta(k_x + u) 2\pi\delta(k_y + v) dudv
 \end{aligned} \tag{D-83}$$

Enfin, nous avons:

$$\begin{aligned}
 \text{terme } i_{kc} &= \text{terme } i_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_x \\ v=-k_y}} = (2\pi)^3 \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}}^2 + k_{\vec{\kappa}}^2 + k_{s_{\vec{\kappa}}}k_{\vec{\kappa}})} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\vec{\kappa}}} - k_{\vec{\kappa}})rq_m]} F_{qp}^m(-k_x, -k_y, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{\kappa}}} + k_{\vec{\kappa}})]^i}{i!} W^{(i)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_y)
 \end{aligned} \tag{D-84}$$

☞ Calcul de $\text{terme } j_{kc}$:

$$\begin{aligned}
 \text{terme } j_{kc} &= \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}}^2 + k_{\vec{\kappa}}^2 + k_{s_{\vec{\kappa}}}k_{\vec{\kappa}})} e^{-s_{\vec{\kappa}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\vec{\kappa}}} - k_{\vec{\kappa}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \int_S \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{\kappa}}^2(k_{s_{\vec{\kappa}}} + rq_m)(k_{s_{\vec{\kappa}}} + k_{\vec{\kappa}})]^j}{j!} \rho^j(\xi', \eta') e^{j[-(k_x + u)\xi' - (k_y + v)\eta']} d\xi' d\eta' \times \int e^{j(k_{sx} + u)\xi} d\xi \times \int e^{j(k_{sy} + v)\eta} d\eta dudv
 \end{aligned} \tag{D-85}$$

Nous résolvons les intégrations, ainsi :

$$\begin{aligned} \text{terme } j_{kc} &= \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2(k_{s_{\tilde{\kappa}}}^2 + k_{\tilde{\kappa}}^2 + k_{s_{\tilde{\kappa}}}k_{\tilde{\kappa}})} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - k_{\tilde{\kappa}})rq_m]} F_{qp}^m \left(u, v, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\ &\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{\kappa}}^2(k_{\tilde{\kappa}} + rq_m)(k_{s_{\tilde{\kappa}}} + k_{\tilde{\kappa}})]^j}{j!} 2\pi W(-k_x - u, -k_y - v) 2\pi\delta(k_{sx} + u) 2\pi\delta(k_{sy} + v) dudv \end{aligned} \quad (\text{D-86})$$

Finalement, nous intégrons en u et en v ;

$$\begin{aligned} \text{terme } j_{kc} &= \text{terme } j_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_{sx} \\ v=-k_{sy}}} = (2\pi)^3 \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2(k_{s_{\tilde{\kappa}}}^2 + k_{\tilde{\kappa}}^2 + k_{s_{\tilde{\kappa}}}k_{\tilde{\kappa}})} e^{-s_{\tilde{\kappa}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\tilde{\kappa}}} - k_{\tilde{\kappa}})rq_m]} F_{qp}^m \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_m^{(r)} \right) \\ &\times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\tilde{\kappa}}^2(k_{\tilde{\kappa}} + rq_m)(k_{s_{\tilde{\kappa}}} + k_{\tilde{\kappa}})]^j}{j!} W^{(j)}(k_{sx} - k_x, k_{sy} - k_y) \end{aligned} \quad (\text{D-87})$$

III.3.2. Calcul des termes de diffusion au second-ordre

☞ Calcul de $\text{terme } ij_{kc}$:

Il est donné par (D-88).

$$\begin{aligned}
 \text{terme } ij_{kc} &= \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\vec{x}}^2(k_{s_{\vec{x}}}^2 + k_{\vec{y}}^2 + k_{s_{\vec{x}}}k_{\vec{y}})} e^{-s_{\vec{x}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{y}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \int_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2(k_{s_{\vec{x}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} + k_{\vec{y}})]^i}{i!} \rho^i(\xi, \eta) e^{j[(k_{sx}+u)\xi + (k_{sy}+v)\eta]} d\xi d\eta \\
 &\times \int_S \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2(k_{\vec{y}} + rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} + k_{\vec{y}})]^j}{j!} \rho^j(\xi', \eta') e^{j[-(k_{sx}+u)\xi' - (k_{sy}+v)\eta']} d\xi' d\eta' dudv
 \end{aligned} \tag{D-88}$$

Les deux intégrations sont réalisées successivement, finalement :

$$\begin{aligned}
 \text{terme } ij_{kc} &= (2\pi)^2 \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \int_{\mathbb{R}^2} e^{-s_{\vec{x}}^2(k_{s_{\vec{x}}}^2 + k_{\vec{y}}^2 + k_{s_{\vec{x}}}k_{\vec{y}})} e^{-s_{\vec{x}}^2[q_m^2 - (k_{s_{\vec{x}}} - k_{\vec{y}})rq_m]} F_{qp}^m(u, v, \vec{l}_m^{(r)}) \\
 &\times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2(k_{s_{\vec{x}}} - rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} + k_{\vec{y}})]^i}{i!} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{[s_{\vec{x}}^2(k_{\vec{y}} + rq_m)(k_{s_{\vec{x}}} + k_{\vec{y}})]^j}{j!} W^{(i)}(k_{sx} + u, k_{sy} + v) W^{(i)}(-k_x - u, -k_y - v) dudv
 \end{aligned} \tag{D-89}$$

III.3.3. Calcul du coefficient de diffusion :

Nous venons de déterminer les expressions des trois termes constituant la composante croisée de la puissance incohérente diffusée. Nous pouvons alors, à partir de la relation (C-12), calculer le terme croisé du coefficient de diffusion incohérente.

$$\sigma_{qp}^{kc0} = \frac{k_1^2}{4} f_{qp}^* \left[\text{terme } i_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_{sx} \\ v=-k_{sy}}} + \text{terme } j_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_{sx} \\ v=-k_{sy}}} + \frac{1}{2\pi} \text{terme } ij_{kc} \right] \tag{D-90}$$

IV. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSIONS SIMPLES

Le coefficient de diffusions simples ou du premier ordre peut être calculé en sommant le terme de Kirchhoff et les termes de diffusion simples des termes complémentaire et croisé.

Ainsi, le coefficient de diffusions simples peut être écrit de la façon suivante :

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^0\right)_s = \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{k_0}\right)_s + \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{kc_0}\right)_s + \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{c_0}\right)_s \quad (\text{D-91})$$

avec :

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^{k_0}\right)_s = \frac{k_1^2}{2} |f_{qp}|^2 e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}} + k_{\tilde{x}})^2]^n}{n!} W^{(n)}(k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}}, k_{y\tilde{y}} - k_{\tilde{y}}) \quad (\text{D-92})$$

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^{kc_0}\right)_s = \frac{k_1^2}{4} f_{qp}^* \left[\text{terme } i_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_x \\ v=-k_y}} + \text{terme } j_{kc} \Big|_{\substack{u=-k_{s\tilde{x}} \\ v=-k_{y\tilde{y}}} \right] \quad (\text{D-93})$$

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^{c_0}\right)_s = \frac{k_1^2}{2^5} e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}}^2 + k_{\tilde{x}}^2)} \times \left[\text{terme } i_c \Big|_{\substack{u=-k_x, v=-k_y \\ u'=-k_x, v'=-k_y}} + \text{terme } j_c \Big|_{\substack{u=-k_x, v=-k_y \\ u'=-k_{s\tilde{x}}, v'=-k_{y\tilde{y}}} + \text{terme } k_c \Big|_{\substack{u=-k_{s\tilde{x}}, v=-k_{y\tilde{y}} \\ u'=-k_x, v'=-k_y}} + \text{terme } l_c \Big|_{\substack{u=-k_{s\tilde{x}}, v=-k_{y\tilde{y}} \\ u'=-k_{s\tilde{x}}, v'=-k_{y\tilde{y}}} \right] \quad (\text{D-94})$$

Tous calculs faits, le coefficient de diffusions simples incohérentes est donné par :

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^0\right)_s = \frac{k_1^2}{2} e^{-s_{\tilde{x}}^2(k_{s\tilde{x}}^2 + k_{\tilde{x}}^2)} \sum_{n=1}^{\infty} s_{\tilde{x}}^{2n} |I_{qp}^{(n)}|^2 \frac{W^{(n)}(k_{s\tilde{x}} - k_{\tilde{x}}, k_{y\tilde{y}} - k_{\tilde{y}})}{n!} \quad (\text{D-95})$$

où :

$$I_{qp}^{(n)} = (k_{s\tilde{z}} + k_{\tilde{z}})^n f_{qp} + \frac{1}{4} \sum_{m=1,2} \sum_{r=-1,1} \left[(k_{s\tilde{z}} - rq_m)^n F_{qp}^m \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_m^{(r)} \right) e^{-s_{\tilde{z}}^2 [q_m^2 - (k_{s\tilde{z}} + k_{\tilde{z}})rq_m]} \right. \\ \left. + (k_{\tilde{z}} + rq_m)^n F_{qp}^m \left(-k_{sx}, -k_{sy}, \vec{l}_m^{(r)} \right) e^{-s_{\tilde{z}}^2 [q_m^2 - (k_{s\tilde{z}} + k_{\tilde{z}})rq_m]} \right] \quad (\text{D-96})$$

V. CALCUL DU COEFFICIENT DE DIFFUSIONS MULTIPLES

Le coefficient de diffusions multiples est calculé à partir des termes complémentaire et croisé. Son expression est donnée ci-dessous :

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^0 \right)_m = \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{c0} \right)_m + \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{kc0} \right)_m \quad (\text{D-97})$$

$$\text{où } \left(\sigma_{qp\text{incob}}^{c0} \right)_m = \frac{k_1^2}{2^5} e^{-s_{\tilde{z}}^2 (k_{s\tilde{z}}^2 + k_{\tilde{z}}^2)} \times \frac{1}{2\pi} \left(\text{terme } ij_c \Big|_{\substack{u'=u \\ v'=v}} + \text{terme } kl_c \Big|_{\substack{u'=u-k_{sx}-k_{sx} \\ v'=v-k_{sy}-k_{sy}}} \right) \quad (\text{D-98})$$

$$\left(\sigma_{qp\text{incob}}^{kc0} \right)_m = \frac{k_1^2}{4} f_{qp}^* \left[\frac{1}{2\pi} \text{terme } ij_{kc} \right] \quad (\text{D-99})$$

Rappelons que $\text{terme } ij_c$, $\text{terme } kl_c$ et $\text{terme } ij_{kc}$ sont respectivement donnés par les équations (D-57), (D-60) et (D-89).

En polarisations croisées, le coefficient de diffusion multiple permet d'évaluer la rétrodiffusion. Pour cela, nous nous plaçons alors en configuration monostatique, dans le cas particulier où $k_{sx} = -k_{sx}$, $k_{sy} = -k_{sy}$ et $k_{s\tilde{z}} = -k_{\tilde{z}}$.

VI. CONCLUSION

Dans cette annexe, nous avons détaillé les étapes du calcul des différents termes de la diffusion incohérente.

Les résultats obtenus dans cette annexe, ainsi que ceux de l'annexe C, permettent de calculer le coefficient total de diffusion surfacique en considérant les phénomènes de diffusion cohérente et incohérente. Les évolutions, en fonction des angles d'incidence ou de diffusion, des termes de Kirchhoff, complémentaire ou croisé sont proposées dans les deux parties du chapitre II où nous calculons, à partir de l'IEM, la diffusion par des surfaces lisses ou rugueuses, métalliques ou diélectriques.

ANNEXE E :
COMPLÉMENTS AU CALCUL DU BILAN DE PUISSANCE
DANS LES HÉMISPHERES SUPERIEUR & INFÉRIEUR

I. PUISSANCE DIFFUSÉE DANS LA DEMI-SPHERE SUPERIEURE A 40° ET 85° D'INCIDENCE

I.1. SURFACE METALLIQUE

Dans le cas de la surface rugueuse, nous présentons dans cette annexe, le détail des résultats obtenus dans le calcul de la puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur.

I.1.1. Incidence de 40°

L'évolution, en fonction de la rugosité, de la diffusion dans le demi-espace supérieur par une surface rugueuse métallique éclairée à 40° est présentée dans le chapitre II, partie B (**fig II.B-6**).

Les tableaux ci-dessous donnent les résultats numériques obtenus pour des polarisations incidentes horizontale (**tab E-1**), puis verticale (**tab E-2**).

s_{ζ}	P_{bb}^s	P_{vb}^s	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$7.472 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.796 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$7.652 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$6.652 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$7.616 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$7.413 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$4.983 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.398 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$6.381 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$4.013 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.568 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$5.581 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$2.754 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.584 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$4.338 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$1.449 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.209 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$2.658 \times 10^{-3} \mathcal{W}$

Tableau E-1 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation horizontale à une incidence de 40°

$s_{\tilde{\alpha}}$	P_{vv}^s	P_{bv}^s	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$7.522 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.641 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$7.686 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$6.870 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$6.790 \times 10^{-4} \mathcal{W}$	$7.549 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$5.195 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.286 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$6.480 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$4.191 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.460 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$5.651 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$2.889 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.493 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$4.382 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$2.658 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$1.149 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$2.683 \times 10^{-3} \mathcal{W}$

Tableau E-2 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation verticale à une incidence de 40°

Les commentaires sont les mêmes que ceux présentés dans le chapitre II.

Quelle que soit la polarisation incidente, la puissance totale diffusée calculée diminue au fur et à mesure que la rugosité augmente. Cela serait dû à tous les termes que nous ne prenons pas en compte à cause de la lourdeur qu'ils entraîneraient dans nos calculs.

Par contre, nous pouvons remarquer que lorsque la rugosité augmente, la puissance diffusée selon la polarisation principale diminue, alors que celle qui est diffusée selon la polarisation croisée augmente régulièrement. Ce comportement est normal car il traduit le fait que la rugosité de la surface est à l'origine de la dépolarisation de l'onde incidente.

I.1.2. Incidence 85°

Nous montrons à présent le détail des résultats obtenus lorsque l'angle d'incidence est fixé à 85° . Les cas de polarisations horizontale et verticale de l'onde incidente sont traités successivement ((**tab E-3**) et (**tab E-4**)).

Dans le cas où l'onde incidente est polarisée horizontalement, nous remarquons que P_{tot}^{sh} diminue régulièrement et plutôt lentement à partir de $s_{\tilde{\alpha}} = \lambda/10$. La composante en polarisation principale, soit P_{tot}^{shh} , diminue mais reste supérieure à P_{tot}^{shv} qui ne varie que très peu.

Dans le cas où l'onde incidente est polarisée verticalement, P_{tot}^{sv} diminue peu, puis reste pratiquement constante à partir de $s_{\tilde{\alpha}} = \lambda/10$. Par contre, contrairement au cas de polarisation précédent, c'est la composante principale qui évolue peu, alors que la composante croisée augmente.

Nous pourrions aussi nous reporter aux observations faites dans la seconde partie du chapitre II (voir §II.2.3).

$s_{\tilde{z}}$	P_{bb}^s	P_{vb}^s	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$4.529 \times 10^{-4} W$	$3.650 \times 10^{-5} W$	$4.934 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.265 \times 10^{-4} W$	$1.710 \times 10^{-5} W$	$1.436 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$8.794 \times 10^{-5} W$	$1.788 \times 10^{-5} W$	$8.794 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$6.012 \times 10^{-5} W$	$1.938 \times 10^{-5} W$	$7.950 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$5.201 \times 10^{-5} W$	$2.139 \times 10^{-5} W$	$7.340 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$4.475 \times 10^{-5} W$	$2.331 \times 10^{-5} W$	$6.806 \times 10^{-5} W$

Tableau E-3 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse métallique éclairée en polarisation horizontale à une incidence de 85°

$s_{\tilde{z}}$	P_{vv}^s	P_{bv}^s	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$4.924 \times 10^{-4} W$	$5.540 \times 10^{-5} W$	$5.478 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$2.422 \times 10^{-4} W$	$7.340 \times 10^{-5} W$	$3.156 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$2.107 \times 10^{-4} W$	$8.851 \times 10^{-5} W$	$2.992 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$2.054 \times 10^{-4} W$	$9.450 \times 10^{-5} W$	$2.999 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$2.004 \times 10^{-4} W$	$1.016 \times 10^{-4} W$	$3.020 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$1.898 \times 10^{-4} W$	$1.059 \times 10^{-4} W$	$2.957 \times 10^{-4} W$

Tableau E-4 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse métallique éclairée en polarisation verticale à une incidence de 85°

I.2. SURFACE DIELECTRIQUE

Le cas d'une surface en asphalte est considéré pour cette étude.

Les diagrammes de diffusion sont proposés sur les figures (**fig II.B-11**) à (**fig II.B-13**) du chapitre II.

I.2.1. Incidence de 40°

Les variations de la puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par la surface éclairée à 40° sont répertoriés dans les tableaux suivants ((**tab E-5**) et (**tab E-6**)).

$s_{\tilde{x}}$	P_{bb}^s	P_{vb}^s	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$1.022 \times 10^{-3} W$	$1.860 \times 10^{-5} W$	$1.041 \times 10^{-3} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$9.145 \times 10^{-4} W$	$9.570 \times 10^{-5} W$	$1.036 \times 10^{-3} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$6.868 \times 10^{-4} W$	$1.828 \times 10^{-4} W$	$8.696 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$5.536 \times 10^{-4} W$	$2.070 \times 10^{-4} W$	$7.605 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$3.805 \times 10^{-4} W$	$2.104 \times 10^{-4} W$	$5.909 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$1.584 \times 10^{-3} W$	$1.612 \times 10^{-4} W$	$3.618 \times 10^{-4} W$

Tableau E-5 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation horizontale à une incidence de 40°

$s_{\tilde{x}}$	P_w^s	P_{bv}^s	$P_{tot}^{sv} = P_w^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$2.668 \times 10^{-4} W$	$9.318 \times 10^{-6} W$	$2.761 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$2.404 \times 10^{-4} W$	$2.642 \times 10^{-5} W$	$2.668 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$1.810 \times 10^{-4} W$	$4.717 \times 10^{-5} W$	$2.282 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$1.460 \times 10^{-4} W$	$5.314 \times 10^{-5} W$	$1.991 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$1.005 \times 10^{-4} W$	$5.402 \times 10^{-5} W$	$1.545 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$5.311 \times 10^{-5} W$	$4.144 \times 10^{-5} W$	$9.455 \times 10^{-5} W$

Tableau E-6 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation verticale à une incidence de 40°

A cette incidence, nous pouvons à peu près faire les mêmes observations sur l'évolution de la puissance diffusée que dans le cas de la surface métallique. Les deux puissances diminuent régulièrement, $|\mathfrak{R}_v|^2$ étant toujours inférieur à $|\mathfrak{R}_b|^2$, P_{tot}^{sv} est en général plus faible que P_{tot}^{sb} .

I.2.2. Incidence de 85°

Dans les tableaux suivants, nous étudions le cas particulier de l'incidence rasante ($\theta_i = 85^\circ$) en polarisations horizontale et verticale.

s_{χ}	P_{bb}^s	P_{vb}^s	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$3.581 \times 10^{-4} W$	$1.200 \times 10^{-5} W$	$3.701 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.014 \times 10^{-4} W$	$3.840 \times 10^{-5} W$	$1.398 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$5.778 \times 10^{-5} W$	$5.369 \times 10^{-5} W$	$1.115 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$5.028 \times 10^{-5} W$	$5.916 \times 10^{-5} W$	$1.094 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$4.428 \times 10^{-5} W$	$6.524 \times 10^{-5} W$	$1.094 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$3.860 \times 10^{-5} W$	$6.914 \times 10^{-5} W$	$1.077 \times 10^{-4} W$

Tableau E-7 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation horizontale à une incidence de 85°

s_{χ}	P_{vv}^s	P_{bv}^s	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$2.130 \times 10^{-4} W$	$8.710 \times 10^{-6} W$	$2.217 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$6.238 \times 10^{-5} W$	$2.684 \times 10^{-5} W$	$8.924 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$3.759 \times 10^{-5} W$	$3.659 \times 10^{-5} W$	$7.418 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$3.350 \times 10^{-5} W$	$4.000 \times 10^{-5} W$	$7.350 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$3.023 \times 10^{-5} W$	$4.384 \times 10^{-5} W$	$7.407 \times 10^{-5} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$2.699 \times 10^{-5} W$	$4.626 \times 10^{-5} W$	$7.325 \times 10^{-5} W$

Tableau E-8 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse métallique éclairée en polarisation verticale à une incidence de 85°

Les deux puissances diminuent régulièrement, mais nous pouvons noter qu'à partir de $s_{\chi} = \lambda / 10$, elles varient beaucoup plus lentement (voir §II.2.3 du chapitre II, partie B).

Comme nous l'avons souligné pour une incidence de 40° , les composantes principales s'affaiblissent, alors que les composantes croisées augmentent.

II. PUISSANCE DIFFUSEE PAR UNE SURFACE EN ASPHALTE A L'INCIDENCE BREWSTERIENNE

II.1. CALCUL DE L'ANGLE DE TRANSMISSION

II.1.1. Cas du milieu sans pertes

D'après les lois de la réfraction (loi de Snell-Descartes), nous avons :

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_2 \quad (\text{E-1})$$

où θ_i est l'angle d'incidence et θ_2 l'angle de transmission.

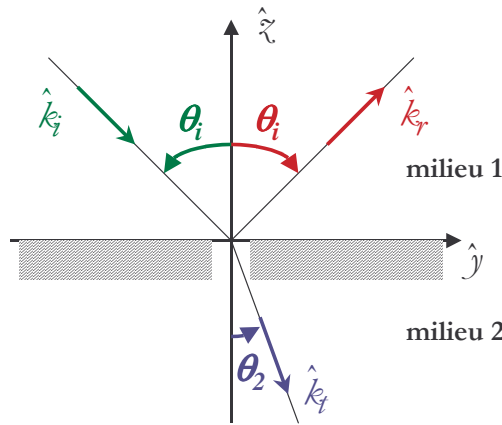


Figure E-1 : Réflexion et réfraction de l'onde incidente

Dans notre cas (**fig E-1**), le milieu 1 est représenté par de l'air ($n_1 = 1$) ; ainsi (**E-1**) se simplifie et s'écrit :

$$\sin \theta_i = \sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2 \quad (\text{E-2})$$

En définitive, nous pouvons en déduire l'angle réfracté θ_2 dans le cas d'un milieu sans pertes [14].

$$\theta_2 = \arcsin \left(\frac{\sin \theta_i}{\sqrt{\epsilon_r}} \right) \quad (\text{E-3})$$

II.1.2. Cas du milieu avec pertes

Dans le cas du milieu avec pertes, la constante diélectrique ϵ_r est complexe.

Nous rappelons les lois de la réfraction :

$$\sin \theta_i = \sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2' \quad (\text{E-4})$$

L'angle θ_2' est complexe et ne représente pas l'angle de réfraction θ_2 , qui lui est réel.

Nous allons rechercher ce dernier [14], [20], [21].

Le champ réfracté, en polarisation horizontale par exemple, s'écrit sous la forme :

$$E_t = |E_t| e^{-jk_t(k_{tx}\hat{x} - k_{tz}\hat{z})} \hat{y} \quad (\text{E-5})$$

k_{tx} et k_{tz} sont donnés dans l'équation (**II.B-2**) du chapitre II, partie B.

D'après les lois de la réfraction $\sin \theta_i = \sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2'$

$$\text{Donc } k \sin \theta_i = k \sqrt{\epsilon_r} \sin \theta_2' = k_t \sin \theta_2' \text{ est réel.}$$

Nous devons donc déterminer l'angle réel de transmission à partir de $k_{t\tilde{x}}$.

$$k_{t\tilde{x}} = k_t \cos \theta_2' \quad (\text{E-6})$$

Nous pouvons aussi écrire :

$$k_{t\tilde{x}} = k_t \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2'} = \sqrt{k_t^2 - k^2 \sin^2 \theta_i} \quad (\text{E-7})$$

Or k_t est un nombre complexe, nous le remplaçons par :

$$k_t = \alpha - j\beta \quad (\text{E-8})$$

Ainsi, en reportant (E-8) dans (E-7) :

$$k_{t\tilde{x}} = \left[(\alpha^2 - \beta^2 - k^2 \sin^2 \theta_i) - j2\alpha\beta \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{E-9})$$

$$k_{t\tilde{x}} = \left[(\alpha^2 - \beta^2 - k^2 \sin^2 \theta_i)^2 + (2\alpha\beta)^2 \right]^{\frac{1}{4}} e^{-j\frac{\gamma}{2}} \quad (\text{E-10})$$

$$\text{où } \gamma = \arctan \frac{2\alpha\beta}{\alpha^2 - \beta^2 - k^2 \sin^2 \theta_i} \quad (\text{E-11})$$

Nous posons, pour alléger les expressions :

$$p = 2\alpha\beta \quad (\text{E-12})$$

$$q = \alpha^2 - \beta^2 - k^2 \sin^2 \theta_i \quad (\text{E-13})$$

Ainsi :

$$k_{t\tilde{x}} = \left[p^2 + q^2 \right]^{\frac{1}{4}} \left(\cos \frac{\gamma}{2} - j \sin \frac{\gamma}{2} \right) \quad (\text{E-14})$$

$$\text{or } \cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \gamma)} \text{ et } \sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos \gamma)}$$

$$\text{Nous rappelons aussi que } \cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Après quelques calculs, nous obtenons finalement :

$$k_{t\tilde{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{\sqrt{p^2 + q^2} + q} - j \sqrt{\sqrt{p^2 + q^2} - q} \right] \quad (\text{E-15})$$

où p et q sont donnés par (E-12) et (E-13).

Avec ces notations, le champ transmis **(E-5)** devient :

$$E_t = |E_t| e^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}-q}z} \times e^{-jk_x x + j\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}+q}y} \hat{y} \quad (\text{E-16})$$

Nous pouvons alors distinguer le terme d'atténuation du terme de phase :

Le facteur d'atténuation est :

$$e^{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}-q}z} \quad (\text{E-17})$$

Le facteur de phase est donné par :

$$e^{-jk_x x + j\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}+q}y} \quad (\text{E-18})$$

Les plans équiphasse de l'onde réfractée sont alors définis par :

$$-jk_x x + j\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}+q}y = cte \quad (\text{E-19})$$

Ces plans font avec l'interface un angle identique à l'angle recherché θ_2 .

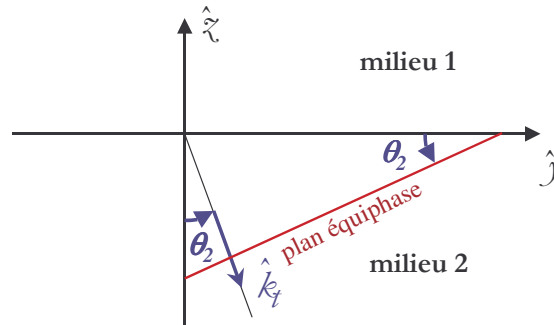


Figure E-2 : Plan équiphasse de l'onde réfractée

Nous différencions la relation **(E-18)** pour calculer cet angle :

$$\tan \theta_2 = \frac{dz}{dx} = \frac{\sqrt{2}k \sin \theta_i}{\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}+q}} \quad (\text{E-20})$$

Ainsi, dans le cas d'un milieu à pertes, l'angle réfracté est tel que :

$$\tan \theta_2 = \frac{\sqrt{2}k \sin \theta_i}{\sqrt{\sqrt{p^2+q^2}+q}} \quad (\text{E-21})$$

où p et q sont donnés par **(E-12)** et **(E-13)**.

Les figures (**fig E-3**) et (**fig E-4**) montrent l'effet des pertes diélectriques sur la valeur de l'angle de transmission dans le cas des surfaces en asphalte et en béton que nous considérons dans notre étude.

Nous rappelons que, dans le cas de l'asphalte $\epsilon_r = 3.18 - 0.1i$, dans le cas du béton $\epsilon_r = 4.17 - 0.36i$.

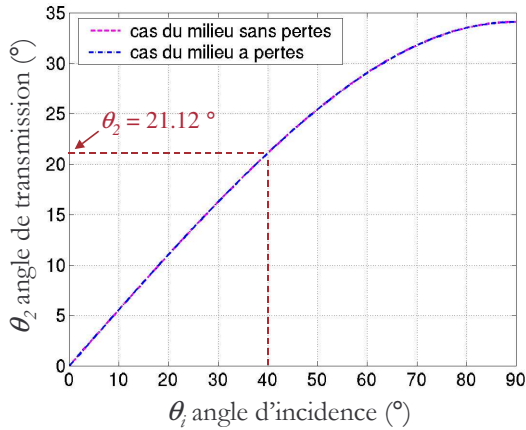


Figure E-3 : Effet des pertes diélectriques sur la valeur de l'angle de transmission dans le cas de l'asphalte à 94 GHz

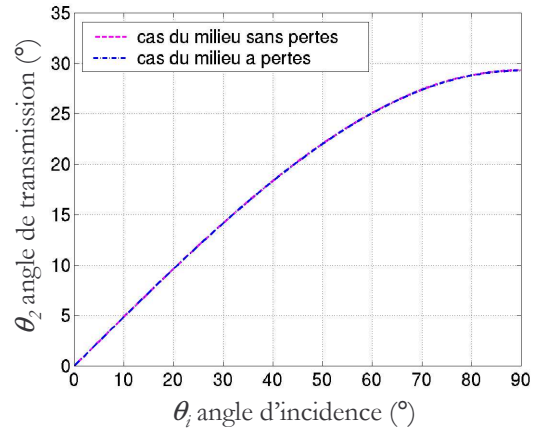


Figure E-4 : Effet des pertes diélectriques sur la valeur de l'angle de transmission dans le cas du béton à 94 GHz

Il apparaît très clairement, sur les deux graphes, que les pertes diélectriques sont suffisamment faibles et qu'elles n'ont aucune influence sur la valeur de l'angle de transmission.

Notons que dans le cas de la surface en asphalte, pour $\theta_i = 40^\circ$, nous obtenons $\theta_2 = 21.12^\circ$. Cette valeur est utilisée lors de l'étude effectuée dans le dernier paragraphe de la partie B du chapitre II.

II.2. DEFINITION DE L'ANGLE DE BREWSTER

C'est l'angle pour lequel la réflexion est nulle en polarisation V. Nous ne définirons cet angle que dans le cas d'un milieu sans pertes, puisque nous avons vérifié que les pertes influent peu sur l'étude en transmission.

Pour calculer l'angle de Brewster, considérons l'expression du coefficient de réflexion en polarisation verticale :

$$\mathfrak{R}_v = \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_2} \quad (\text{E-22})$$

Nous pouvons nous reporter à la figure (**fig E-1**) pour la définition des angles.

Dans le cas d'un milieu sans pertes, l'angle de Brewster est en fin de compte défini par l'égalité suivante [14] :

$$\theta_B = \arctan(\sqrt{\epsilon_r}) \quad (\text{E-23})$$

Nous présentons, sur les figures ci-dessous, l'évaluation de l'incidence de Brewster pour les surfaces en asphalte et en béton.

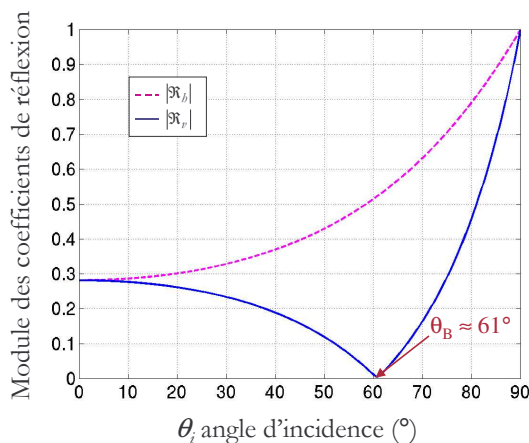


Figure E-5 : Evaluation de l'incidence de Brewster dans le cas de l'asphalte

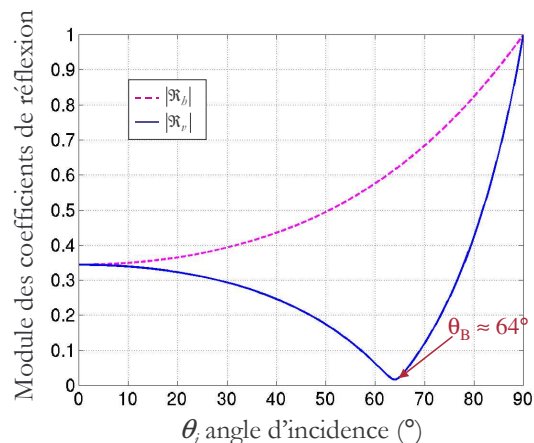


Figure E-6 : Evaluation de l'incidence de Brewster dans le cas du béton

Nous présentons dans la suite de cette section une étude effectuée sur la surface en asphalte lorsqu'elle est éclairée à un angle égal à l'angle de Brewster [25], [46], [48].

II.3. ETUDE SUR LA SURFACE LISSE

II.3.1. Représentation graphique du diagramme de diffusion

La diffusion dans la demi-sphère par la surface lisse en asphalte éclairée en incidence brewsterienne est illustrée sur les graphes a) et b) des figures (**fig E-7**) et (**fig E-8**).

La diffusion selon le plan $\varphi_s = 180^\circ$ est présenté en polarisations horizontale et verticale sur les graphes c).

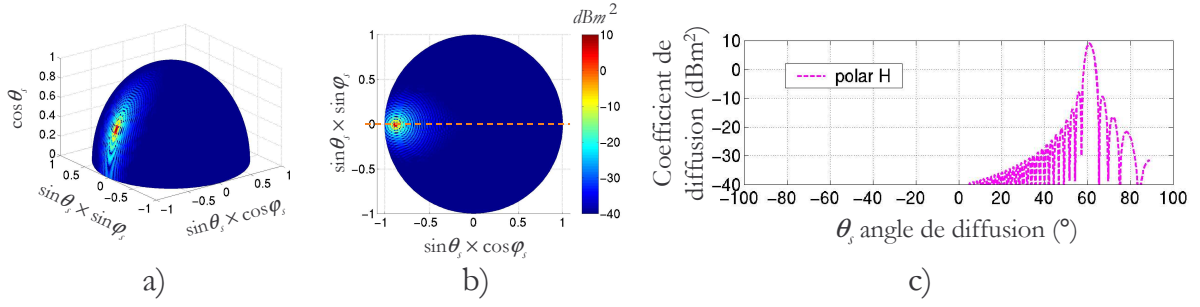


Figure E-7 : Diffusion par la surface lisse métallique lorsque la polarisation incidente est horizontale

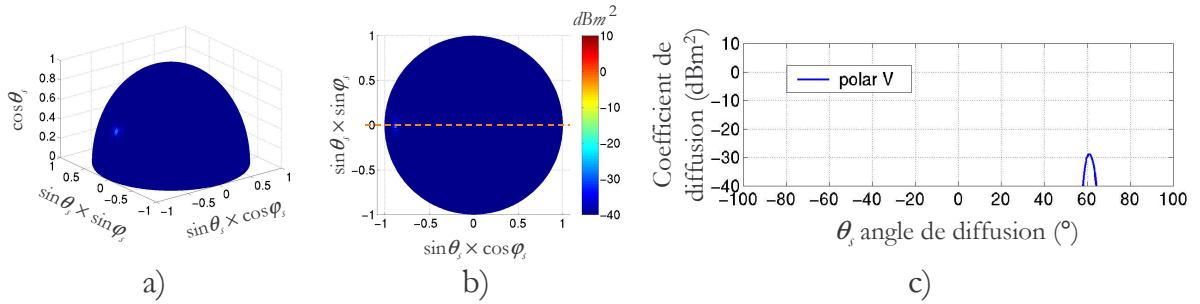


Figure E-8 : Diffusion par la surface lisse métallique lorsque la polarisation incidente est verticale

Il apparaît très nettement, sur toutes les représentations graphiques de la figure (**fig E-8**), que le champ diffusé est très faible.

II.3.2. Calcul de la puissance totale diffusée

Calculons premièrement la puissance incidente sur la surface, elle est égale à :

$$P_p^i = 0.01 \times \cos \theta_i = 4.848 \times 10^{-3} \mathcal{W}$$

Les coefficients de réflexion de Fresnel, en polarisation horizontale, puis en polarisation verticale, sont donnés par :

$$\mathfrak{R}_h = -0.525 + 7.499 \times 10^{-3} i \Rightarrow |\mathfrak{R}_h|^2 = 0.275$$

$$\mathfrak{R}_v = (-3.955 - 5.372 i) \times 10^{-3} \Rightarrow |\mathfrak{R}_v|^2 = 4.450 \times 10^{-5}$$

$|\mathfrak{R}_v|^2$ est très faible puisque nous sommes situés à l'angle de Brewster (**fig E-5**).

Ainsi, théoriquement, les valeurs des puissance diffusées P_{tot}^{sb} et P_{tot}^{sv} devraient respectivement être égales à $1.333 \times 10^{-3} \mathcal{W}$ et à $2.157 \times 10^{-7} \mathcal{W}$.

Dans le tableau (**tab E-9**), sont reportés nos résultats numériques.

Pour une polarisation incidente horizontale, nous obtenons bien le résultat escompté. Pour une polarisation incidente verticale, la diffusion est très faible et négligeable devant P_{tot}^{sb} , comme nous nous y attendions, cependant nous ne retrouvons pas la valeur théorique précédemment donnée. Ceci peut s'expliquer par le fait, que les valeurs mise en jeu dans ce cas étant très faibles, il est difficile de distinguer nos erreurs de calcul de la valeur réelle de la puissance diffusée.

Polarisation incidente horizontale	Polarisation incidente verticale
$P_{hb}^s = 1.316 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{vv}^s = 2.128 \times 10^{-7} \mathcal{W}$
$P_{vb}^s = 4.448 \times 10^{-6} \mathcal{W}$	$P_{bv}^s = 4.448 \times 10^{-6} \mathcal{W}$
$P_{tot}^{sb} = 1.321 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$P_{tot}^{sv} = 4.661 \times 10^{-6} \mathcal{W}$

Tableau E-9 : Puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface lisse en asphalte éclairée à une incidence de 61° – cas des polarisations horizontale et verticale

II.3.3. Calcul de la puissance totale transmise

Il paraît alors intéressant de vérifier, que si la polarisation incidente est verticale, l'incidence brewsterienne correspond bien au cas de la réfraction totale. Il s'agit donc de s'assurer que la quasi-totalité de la puissance incidente est bien transmise dans le milieu.

Nous répertorions nos résultats pour la transmission.

Polarisation incidente horizontale	Polarisation incidente verticale
$(P_{hb}^s)_t = 1.986 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$(P_{vv}^s)_t = 2.739 \times 10^{-3} \mathcal{W}$
$(P_{vb}^s)_t = 1.587 \times 10^{-5} \mathcal{W}$	$(P_{bv}^s)_t = 1.522 \times 10^{-5} \mathcal{W}$
$(P_{tot}^{sb})_t = 2.002 \times 10^{-3} \mathcal{W}$	$(P_{tot}^{sv})_t = 2.755 \times 10^{-3} \mathcal{W}$

Tableau E-10 : Puissance totale transmise par une surface lisse en asphalte éclairée à une incidence de 61° – cas des polarisations horizontale et verticale

Dans le cas de la polarisation verticale, la puissance transmise est donc bien plus importante que la fréquence réfléchi. L'incidence brewsterienne correspond bien au phénomène de réfraction totale.

Calculons, en polarisation horizontale puis en polarisation verticale, la puissance qui, théoriquement, devrait être transmise dans le milieu.

Pour cela, nous déterminons d'abord les coefficients de transmission :

$$T_h = 1 + \Re_b = 0.457 + 7.499 \times 10^{-3} i \quad (\text{E-24})$$

$$T_v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (1 + \Re_v) = 0.559 - 3.012 \times 10^{-3} \quad (\text{E-25})$$

Par analogie avec les résultats de l'étude en diffusion, P_{tot}^{th} et P_{tot}^{tv} devraient être alors égales à :

$$P_{tot}^{th} = |T_h|^2 \cos \theta_2 A_0 p_b^i = 1.967 \times 10^{-3} \mathcal{W}$$

$$P_{tot}^{tv} = |T_v|^2 \cos \theta_2 A_0 p_v^i = 2.720 \times 10^{-3} \mathcal{W}$$

sachant que si $\theta_i = 61^\circ$, alors $\theta_2 = 29.37^\circ$

Ainsi, les valeurs trouvées à partir du modèle d'IEM sont bien conformes aux résultats théoriques.

Evaluons enfin la puissance totale diffusée dans les deux hémisphères pour vérifier que le bilan de puissance est bien satisfait.

$$P_{tot}^{sb} + \sqrt{\epsilon_r} (P_{tot}^{sb})_t = 4.890 \times 10^{-3} \mathcal{W} \quad (\text{E-26})$$

$$P_{tot}^{sv} + \sqrt{\epsilon_r} (P_{tot}^{sv})_t = 4.917 \times 10^{-3} \mathcal{W} \quad (\text{E-27})$$

Ainsi, dans les deux cas, le bilan de puissance est satisfait, la totalité de la puissance incidente est diffusée dans la sphère entourant la surface. Les faibles écarts observés sont surtout dus à des erreurs informatiques.

II.4. SURFACE RUGUEUSE

Dans le cas de la surface rugueuse, nous ne présenterons pas de diagramme de diffusion, puisque les phénomènes physiques dus à la rugosité sont les mêmes qu'à une incidence de 40° . Nous présentons plutôt les résultats numériques que nous avons obtenus pour le calcul dans la demi-sphère supérieure ((**tab E-11**) et (**tab E-12**)).

Les deux puissances diminuent là aussi régulièrement. Notons aussi, que quelle que soit la rugosité de la surface, P_{tot}^{sv} reste négligeable devant P_{tot}^{sb} .

s_{φ}	P_{bb}^s	P_{vb}^s	$P_{tot}^{sb} = P_{bb}^s + P_{vb}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$1.297 \times 10^{-3} W$	$1.333 \times 10^{-5} W$	$1.310 \times 10^{-3} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$1.157 \times 10^{-3} W$	$7.349 \times 10^{-5} W$	$1.231 \times 10^{-3} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$7.945 \times 10^{-4} W$	$1.382 \times 10^{-4} W$	$9.327 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$6.342 \times 10^{-4} W$	$1.585 \times 10^{-4} W$	$7.927 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$4.478 \times 10^{-4} W$	$1.711 \times 10^{-4} W$	$6.189 \times 10^{-4} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$2.542 \times 10^{-4} W$	$1.544 \times 10^{-4} W$	$4.086 \times 10^{-4} W$

Tableau E-11 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation horizontale à une incidence de 61°

s_{φ}	P_{vv}^s	P_{bv}^s	$P_{tot}^{sv} = P_{vv}^s + P_{bv}^s$
$\lambda / 30 = 0.1mm$	$6.291 \times 10^{-7} W$	$4.173 \times 10^{-6} W$	$4.802 \times 10^{-6} W$
$\lambda / 10 = 0.3mm$	$5.668 \times 10^{-7} W$	$2.589 \times 10^{-6} W$	$3.156 \times 10^{-6} W$
$\lambda / 6 = 0.5mm$	$3.918 \times 10^{-7} W$	$1.040 \times 10^{-6} W$	$1.413 \times 10^{-6} W$
$\lambda / 5 = 0.6mm$	$3.131 \times 10^{-7} W$	$6.122 \times 10^{-7} W$	$9.253 \times 10^{-7} W$
$\lambda / 4 = 0.75mm$	$2.208 \times 10^{-7} W$	$2.869 \times 10^{-7} W$	$5.077 \times 10^{-7} W$
$\lambda / 3 = 1.0mm$	$1.250 \times 10^{-7} W$	$1.160 \times 10^{-7} W$	$2.410 \times 10^{-7} W$

Tableau E-12 : Puissance diffusée dans l'hémisphère supérieur par une surface rugueuse en asphalte éclairée en polarisation verticale à une incidence de 61°

III. FONCTION D'OMBRE

La fonction d'ombre, souvent notée S est définie comme le rapport de la surface réellement illuminée sur la surface totale éclairée.

Dans le cadre du calcul de la puissance totale diffusée dans l'hémisphère supérieur, nous avons dû la prendre en compte pour des angles importants d'incidence ou de diffusion [49].

Nous avons décidé d'utiliser une fonction d'ombre ayant une écriture peu complexe et dont l'introduction dans nos modules n'entraînerait pas des temps de calcul prohibitifs. Nous avons opté pour la fonction d'ombre de Smith [6], [10] donc l'écriture est donnée page suivante.

$$S(\theta, m) = \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\cot \theta}{m\sqrt{2}} \right) \right] \frac{1}{1 + f(\theta, m)} \quad (\text{E-28})$$

$$\text{où } f(\theta, m) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m}{\cot \theta} \exp\left(\frac{\cot^2 \theta}{2m^2}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{\cot \theta}{m\sqrt{2}}\right) \right] \quad (\text{E-29})$$

m est la pente rms. Son expression varie selon la fonction d'autocorrélation considérée.

Si la fonction d'autocorrélation est **gaussienne** [57] :

$$m = \sqrt{2} \frac{s_z}{l_c} \quad (\text{E-30})$$

Si la fonction d'autocorrélation est **exponentielle** [19] :

$$m = \sqrt{2} \frac{s_z}{l_c} \times \sqrt{5kl_c - \arctan(5kl_c)} \quad (\text{E-31})$$

Sur les figures suivantes, nous montrons l'évolution de $S(\theta, m)$ en fonction de l'angle θ , qui représente l'angle d'incidence ou de diffusion, et de la rugosité.

Le graphe de gauche (**fig E-9**) concerne une fonction d'autocorrélation gaussienne, tandis que celui de droite (**fig E-10**) s'applique à une fonction ayant une fonction d'autocorrélation exponentielle.

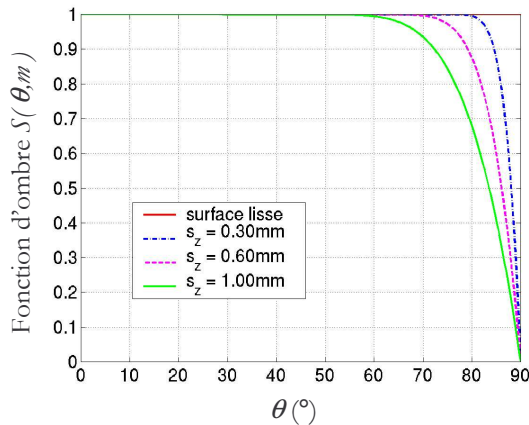


Figure E-9 : Evolution de la fonction d'ombre pour une surface ayant une fonction d'autocorrélation gaussienne

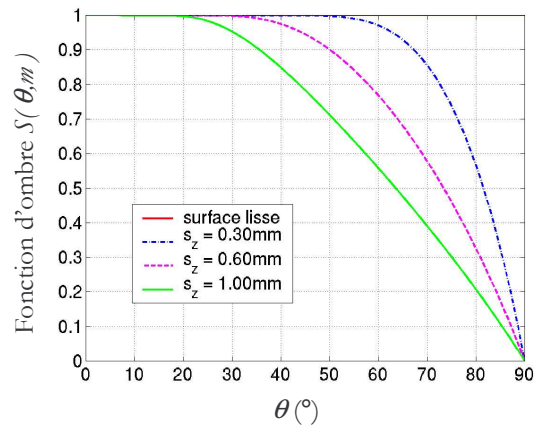


Figure E-10 : Evolution de la fonction d'ombre pour une surface ayant une fonction d'autocorrélation exponentielle

Plus la rugosité va augmenter et plus l'angle sera grand, plus la fonction d'ombre sera influente. L'effet de la fonction d'ombre est plus important pour une surface présentant une fonction d'autocorrélation exponentielle.

ANNEXE F :

LA THEORIE DU TRANSFERT RADIATIF

I. INTRODUCTION

La théorie du transfert radiatif permet de quantifier les variations du vecteur de Stokes d'une onde électromagnétique se propageant dans un milieu contenant des particules et possédant des propriétés d'absorption, d'émission et de diffusion.

La propagation de l'onde dans le milieu est régie par une équation appelée équation du transfert radiatif (F-1).

Les variations du vecteur intensité incident sont dues à trois phénomènes différents : l'**extinction** due aux particules et au milieu environnant, l'**émission thermique** du milieu global (négligée dans les problèmes de détection active radar) et le **couplage des ondes** par diffusion des particules [8], [54], [56].

$$\frac{d\vec{I}(z, \theta, \varphi)}{dz} = -\frac{\kappa_e(\theta, \varphi)}{\mu} \vec{I}(z, \theta, \varphi) + \frac{1}{\mu} \int_{4\pi} P(z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') \vec{I}(z, \theta, \varphi, \theta', \varphi') d\Omega' \quad (\text{F-1})$$

– $\kappa_e(\theta, \varphi)$ est une matrice 4×4 . C'est la matrice d'extinction due aux particules et au milieu environnant (ce milieu étant non diffusant, ce phénomène d'extinction se limite à un phénomène d'absorption).

Son expression est donnée ci-dessous :

$$\kappa_e = \begin{pmatrix} -2\Re(M_{vv}) & 0 & \Re(M_{vb}) & \Im(M_{vb}) \\ 0 & -2\Re(M_{bb}) & -\Re(M_{bv}) & \Im(M_{bv}) \\ -2\Re(M_{bv}) & -2\Re(M_{vb}) & -\Re(M_{vv} + M_{bb}) & \Im(M_{vv} - M_{bb}) \\ 2\Im(M_{bv}) & -2\Im(M_{vb}) & -\Im(M_{vv} - M_{bb}) & -\Re(M_{vv} + M_{bb}) \end{pmatrix} \quad (\text{F-2})$$

$$\text{avec } M_{m,n} = \frac{-2j\pi V_0}{k_0} \langle S_{mn}(\theta_i, \varphi_i; \theta_i, \varphi_i) \rangle ; m, n = v, b \quad (\text{F-3})$$

– $P(\hat{z}, \theta, \varphi, \theta', \varphi')$ est une matrice 4×4 . C'est la matrice de phase, elle caractérise le couplage entre des ondes incidente et diffusée se propageant dans deux directions différentes.

Elle s'exprime de la façon suivante :

$$P(\hat{s}, \hat{s}') = \nu_0 [L_m] \quad (\text{F-4})$$

avec :

$$[L_m] = \begin{pmatrix} |S_{vv}|^2 & |S_{vb}|^2 & \Re(S_{vv}S_{vb}^*) & -\Im(S_{vv}S_{vb}^*) \\ |S_{bv}|^2 & |S_{bb}|^2 & \Re(S_{bv}S_{bb}^*) & -\Im(S_{bv}S_{bb}^*) \\ 2\Re(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Re(S_{vb}S_{bb}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & -\Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \\ 2\Im(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Im(S_{vb}S_{bb}^*) & \Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \end{pmatrix} \quad (\text{F-5})$$

ν_0 est la densité par unité de volume des particules du milieu considéré.

Le calcul de $[L_m]$ est proposé en §III.

Nous présentons dans cette annexe la méthode de résolution de l'équation du transfert radiatif dont nous nous sommes inspirés pour calculer la puissance diffusée. Cette méthode est la méthode dite « méthode itérative » ; elle est souvent utilisée quand le milieu considéré est non diffusant [61]. Nous supposons que les milieux étudiés satisfont tous cette condition (l'albedo ϖ est considéré comme faible).

où $\varpi = \frac{\kappa_s}{\kappa_e}$, κ_s et κ_e sont respectivement les coefficients de diffusion et d'extinction.

II. RESOLUTION DE L'EQUATION DU TRANSFERT RADIATIF

II.1. CONFIGURATION DU MILIEU ETUDIE

Avant d'entamer la résolution de l'équation (F-1), nous allons dans un premier temps caractériser les milieux auxquels nous allons nous intéresser.

Représentons donc un milieu constitué de deux couches immergé dans de l'air dont les caractéristiques diélectriques sont donc bien connues (milieu 1). La première couche (milieu 2) contient les diverses particules diffusantes, la seconde couche considérée (milieu 3) est quelconque ; dans diverses expérimentations, il est soit remplacé par un milieu absorbant ou un milieu conducteur, soit n'existe pas (cas d'un milieu semi-infini) [21].

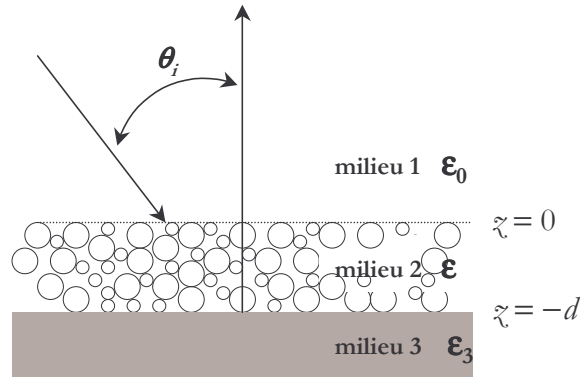


Figure F-1 : Géométrie de la diffusion par un milieu multi-couche

Pour résoudre l'équation (F-1), nous séparons l'intensité en ses composantes **ascendante** $I^+(\mu, \phi, z)$ et **descendante** $I^-(\mu, \phi, z)$. Ces intensités sont définies sur la figure (fig F-2).

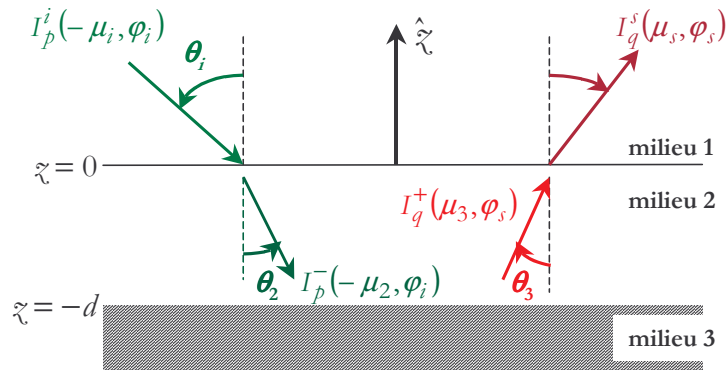


Figure F-2 : Géométrie du milieu pour une analyse par la théorie du transfert radiatif

Ainsi, à l'intérieur du milieu 2, les deux équations du transfert radiatif suivantes (F-6) sont couplées et doivent donc être satisfaites simultanément [29].

$$\begin{cases} \frac{dI^+(\mu, \varphi, z)}{dz} = -\frac{1}{\mu} \kappa_e(\mu) I^+(\mu, \varphi, z) + F^+(\mu, \varphi, z) \\ -\frac{dI^-(-\mu, \varphi, z)}{dz} = -\frac{1}{\mu} \kappa_e(-\mu) I^-(-\mu, \varphi, z) + F^-(-\mu, \varphi, z) \end{cases} \quad (\text{F-6})$$

$$\text{avec } \mu = \cos \theta \quad (\text{F-7})$$

θ_2 est l'angle réfracté calculé par les lois de Snell-Descartes ; nous posons aussi : $\mu_2 = \cos \theta_2$.

Les fonctions $F^+(\mu, \varphi, z)$ et $F^-(-\mu, \varphi, z)$ sont appelées **fonctions sources**.

$$F^+(\mu, \varphi, \zeta) = \frac{1}{\mu} \left[\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I^+(\mu', \varphi', \zeta) d\mu' d\varphi' \right. \\ \left. + \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(\mu, \varphi; -\mu', \varphi') I^-(-\mu', \varphi', \zeta) d\mu' d\varphi' \right] \quad (\text{F-8})$$

$$F^-(-\mu, \varphi, \zeta) = \frac{1}{\mu} \left[\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(-\mu, \varphi; \mu', \varphi') I^+(\mu', \varphi', \zeta) d\mu' d\varphi' \right. \\ \left. + \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(-\mu, \varphi; -\mu', \varphi') I^-(-\mu', \varphi', \zeta) d\mu' d\varphi' \right] \quad (\text{F-9})$$

où $d\mu' d\varphi' = \sin \theta' d\theta' d\varphi' = d\Omega'$

Enfin, avant de commencer la résolution, nous déterminons les conditions aux limites au niveau des interfaces $\zeta = 0$ et $\zeta = -d$:

$$\begin{cases} I_p^-(-\mu, \varphi, \zeta = 0^-) = T_{12}(-\mu_i) I_p^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) \\ I_q^+(\mu, \varphi, \zeta = -d) = R_{23}(-\mu) I_p^-(-\mu, \varphi, \zeta = -d) \\ I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \zeta = 0^+) = T_{21}(\mu_s) I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \zeta = 0^-) \end{cases} \quad (\text{F-10})$$

où $I_p^i(\mu_i, \varphi_i, \zeta = 0^+)$ est l'intensité incidente sur le milieu.

$T_{12}(\mu_i)$ est la matrice de transmission à $\zeta = 0$ et à l'angle défini par μ_i .

$R_{23}(\mu)$ est la matrice de réflexion à $\zeta = -d$ et à l'angle défini par μ .

Les indices « p » et « q » représentent respectivement les polarisations des ondes incidente et diffusée.

Nous rappelons ci-dessous les expressions des matrices de transmission et de réflexion :

$$T_{ij} = \frac{n_j^2 \eta_i \cos \theta_j}{n_i^2 \eta_j \cos \theta_0} \begin{bmatrix} |t_{v_{ij}}|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |t_{h_{ij}}|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Re}(t_{v_{ij}} t_{h_{ij}}^*) & -\text{Im}(t_{v_{ij}} t_{h_{ij}}^*) \\ 0 & 0 & \text{Im}(t_{v_{ij}} t_{h_{ij}}^*) & \text{Re}(t_{v_{ij}} t_{h_{ij}}^*) \end{bmatrix} \quad (\text{F-11})$$

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} |r_{v_{ij}}|^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & |r_{h_{ij}}|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{Re}(r_{v_{ij}} r_{h_{ij}}^*) & -\operatorname{Im}(r_{v_{ij}} r_{h_{ij}}^*) \\ 0 & 0 & \operatorname{Im}(r_{v_{ij}} r_{h_{ij}}^*) & \operatorname{Re}(r_{v_{ij}} r_{h_{ij}}^*) \end{bmatrix} \quad (\text{F-12})$$

n_i est l'indice de réfraction du milieu i .

η_i est l'impédance intrinsèque du milieu i .

$r_{v_{ij}}$ et $r_{h_{ij}}$ sont les coefficients de réflexion de Fresnel en polarisation verticale et horizontale ; $t_{v_{ij}}$ et $t_{h_{ij}}$ sont les coefficients de transmission de Fresnel.

$$t_{h_{ij}} = 1 + r_{h_{ij}} \quad (\text{F-13})$$

$$t_{v_{ij}} = 1 + \sqrt{\frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_{ni}}} r_{v_{ij}} = 1 + \sqrt{\epsilon_{ij}} r_{v_{ij}} \text{ car le milieu 1 est de l'air.} \quad (\text{F-14})$$

II.2. LA METHODE ITERATIVE

Comme nous l'avons annoncé précédemment, nous utilisons une méthode dite « méthode itérative » pour résoudre l'équation du transfert radiatif. Dans la méthode itérative, la diffusion est traitée comme une perturbation. Les solutions des équations du transfert radiatif sont décomposées en séries de perturbations **(F-15)** dont chaque ordre est calculé par itération de l'ordre précédent [29], [54], [56].

$$I(\mu, \varphi, z) = I^{(0)}(\mu, \varphi, z) + I^{(1)}(\mu, \varphi, z) + I^{(2)}(\mu, \varphi, z) + \dots \quad (\text{F-15})$$

$I^{(0)}(\mu, \varphi, z)$ représente l'intensité incidente réduite, elle s'atténue de façon exponentielle à l'intérieur du milieu.

$I^{(1)}(\mu, \varphi, z)$ représente les diffusions simples et $I^{(2)}(\mu, \varphi, z)$ les diffusions doubles.

Le calcul commence avec la détermination de la solution à l'ordre 0 qui ne tient pas compte de la diffusion. Cette solution permet de calculer la solution à l'ordre 1 et ainsi de suite. Nous supposons que la solution au premier ordre suffit à décrire totalement la diffusion de volume dans les milieux que nous étudierons.

Les équations couplées **(F-6)** sont des équations différentielles du 1^{er} ordre. Une résolution adéquate permet de définir la forme des solutions générales des deux équations.

Déterminons dans un premier temps l'expression de $I^-(-\mu, \varphi, \xi)$.

$$\frac{dI^-(-\mu, \varphi, \xi)}{d\xi} - \frac{1}{\mu} \kappa_e(-\mu) I^-(-\mu, \varphi, \xi) = -F^-(-\mu, \varphi, \xi) \quad (\text{F-16})$$

d'où

$$I^-(-\mu, \varphi, \xi) \times e^{-\int_0^\xi \frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} d\xi'} = -\int_0^\xi F^-(-\mu, \varphi, \xi') \times e^{-\int_0^{\xi'} \frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} d\xi''} d\xi' + A(\mu_i, \varphi_i) \quad (\text{F-17})$$

$A(\mu_i, \varphi_i)$ est déterminée en appliquant les conditions aux limites à l'interface $\xi = 0$.

$$I^-(-\mu, \varphi, \xi) \times e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} \xi} = \int_\xi^0 F^-(-\mu, \varphi, \xi') \times e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} \xi'} d\xi' + I^-(-\mu, \varphi, \xi = 0^-) \quad (\text{F-18})$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} I^-(-\mu, \varphi, \xi) &= \int_\xi^0 F^-(-\mu, \varphi, \xi') \times e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} (\xi' - \xi)} d\xi' \\ &+ T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_i', \varphi_i, \xi = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} \xi} \end{aligned} \quad (\text{F-19})$$

Nous obtenons enfin :

$$\begin{aligned} I^-(-\mu, \varphi, \xi) &= e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} \xi} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \xi = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) \\ &+ \int_\xi^0 e^{-\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu} (\xi' - \xi)} \times F^-(-\mu, \varphi, \xi') d\xi' \end{aligned} \quad (\text{F-20})$$

De la même façon, nous déterminons ensuite l'expression de $I^+(\mu, \varphi, \xi)$:

$$\frac{dI^+(\mu, \varphi, \xi)}{d\xi} + \frac{1}{\mu} \kappa_e(\mu) I^+(\mu, \varphi, \xi) = F^+(\mu, \varphi, \xi) \quad (\text{F-21})$$

d'où

$$I^+(\mu, \varphi, \tilde{z}) \times e^{-\int_{\tilde{z}}^{\tilde{z}'} \frac{\kappa_e(\mu)}{\mu} dz'} = \int_{-d}^{\tilde{z}'} F^+(\mu, \varphi, \tilde{z}') \times e^{-\int_{\tilde{z}'}^{\tilde{z}} \frac{\kappa_e(\mu)}{\mu} dz'} d\tilde{z}' + B(\mu, \varphi, \tilde{z} = -d) \quad (\text{F-22})$$

$B(\mu, \varphi, \tilde{z} = -d)$ dépend des conditions aux limites à l'interface $\tilde{z} = -d$; ainsi :

$$I^+(\mu, \varphi, \tilde{z}) \times e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}+d)} = \int_{-d}^{\tilde{z}} F^+(\mu, \varphi, \tilde{z}') \times e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}'+d)} d\tilde{z}' + I^+(\mu, \varphi, \tilde{z} = -d) \quad (\text{F-23})$$

Finalement, d'après (F-10) :

$$I^+(\mu, \varphi, \tilde{z}) \times e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}+d)} = \int_{-d}^{\tilde{z}} F^+(\mu, \varphi, \tilde{z}') \times e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}'+d)} d\tilde{z}' + R_{23}(-\mu) I^-(-\mu, \varphi, \tilde{z} = -d) \quad (\text{F-24})$$

$$\begin{aligned} I^+(\mu, \varphi, \tilde{z}) = & e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}+d)} R_{23}(-\mu) e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}d} \\ & \times T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \tilde{z} = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) \\ & + e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}+d)} R_{23}(-\mu) \int_{-d}^0 e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}(\tilde{z}'+d)} F^-(-\mu, \varphi, \tilde{z}') dz' \\ & + \int_{-d}^{\tilde{z}} e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{z}'-\tilde{z})} F^+(\mu, \varphi, \tilde{z}') d\tilde{z}' \end{aligned} \quad (\text{F-25})$$

Nous devons à présent calculer l'intensité diffusée à partir des équations (F-20) et (F-25) en utilisant la méthode de résolution itérative.

II.2.1. Evaluation de la solution à l'ordre 0

Nous obtenons les solutions à l'ordre nul en annulant les fonctions source et en appliquant les conditions aux limites (F-10).

Nous obtenons :

$$I^{-(0)}(-\mu, \varphi, \tilde{z}) = e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}\tilde{z}} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \tilde{z} = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) \quad (\text{F-26})$$

$$\begin{aligned}
 I^{+(0)}(\mu_s, \varphi_s, \zeta_s) &= e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu) e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}d} \\
 &\times T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta_i = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i)
 \end{aligned} \tag{F-27}$$

II.2.2. Evaluation de la solution à l'ordre 1

La solution à l'ordre 0 permet de calculer la solution à l'ordre 1 en remplaçant les intensités à l'ordre 0 dans les expressions des fonctions sources (F-8) et (F-9).

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 F^{+(0)}(\mu, \varphi, \zeta) &= \frac{1}{\mu} \left[\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') e^{-\frac{\kappa_e(\mu')}{\mu'}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu') \right. \\
 &\times e^{\frac{\kappa_e(-\mu')}{\mu'}d} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta_i = 0^+) \delta(\mu' - \mu_2) \delta(\varphi' - \varphi_i) d\mu' d\varphi' \\
 &+ \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(\mu, \varphi; -\mu', \varphi') \\
 &\left. \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu')}{\mu'}\zeta} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta_i = 0^+) \delta(\mu' - \mu_2) \delta(\varphi' - \varphi_i) d\mu' d\varphi' \right]
 \end{aligned} \tag{F-28}$$

Nous pouvons calculer et réduire les intégrales de l'équation (F-28) grâce à la présence des fonctions de Dirac. De plus, dans notre cas de calcul, l'intensité incidente est une constante ; donc :

$$I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta_i = 0^+) \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) = I^i \delta(\mu - \mu_2) \delta(\varphi - \varphi_i) \tag{F-29}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned}
 F^{+(0)}(\mu, \varphi, \zeta) &= \frac{1}{\mu} \left[P(\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) \times e^{-\frac{\kappa_e(\mu_i)}{\mu_i}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu_i) \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} \right. \\
 &+ \left. P(\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}\zeta} T_{12}(-\mu_i) I^i \right]
 \end{aligned} \tag{F-30}$$

Nous réalisons les mêmes calculs pour la seconde fonction source.

$$\begin{aligned}
 F^{-(0)}(-\mu, \varphi, \zeta) = & \frac{1}{\mu} \left[\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(-\mu, \varphi; \mu', \varphi') e^{-\frac{\kappa_e(\mu')}{\mu'}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu') \right. \\
 & \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu')}{\mu'}d} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta=0^+) \delta(\mu'-\mu_2) \delta(\varphi'-\varphi_i) d\mu' d\varphi' \\
 & + \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\mu'=0}^1 P(-\mu, \varphi; -\mu', \varphi') \\
 & \left. \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu')}{\mu'}\zeta} T_{12}(-\mu_i) I^i(-\mu_2, \varphi_i, \zeta=0^+) \delta(\mu'-\mu_2) \delta(\varphi'-\varphi_i) d\mu' d\varphi' \right]
 \end{aligned} \tag{F-31}$$

Enfin, en considérant les fonctions de Dirac et en introduisant (F-29) dans l'équation précédente (F-31), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 F^{-(0)}(-\mu, \varphi, \zeta) = & \frac{1}{\mu} \left[P(-\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) e^{-\frac{\kappa_e(\mu_i)}{\mu_i}(\zeta+d)} \times R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} \right. \\
 & \left. + P(-\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) \times e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}\zeta} \right] T_{12}(-\mu_i) I^i
 \end{aligned} \tag{F-32}$$

Nous avons donc calculé les expressions des deux fonctions sources à l'ordre nul. Nous les reportons dans les expressions générales des intensités, (F-20) et (F-25), ceci afin de calculer les solutions à l'ordre 1.

Nous ne calculerons que l'intensité montante car elle seule, évaluée à l'interface supérieure, permet de calculer l'intensité diffusée en direction du récepteur.

$$\begin{aligned}
 I^{+(1)}(\mu, \varphi, \zeta) = & e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu) e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}d} T_{12}(-\mu_i) I^i \delta(\mu-\mu_i) \delta(\varphi-\varphi_i) \\
 & + e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\zeta+d)} R_{23}(-\mu) \int_{-d}^0 e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}(\zeta'+d)} F^{-(0)}(-\mu, \varphi, \zeta') dz' \\
 & + \int_{-d}^{\zeta} e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\zeta'-\zeta)} F^{+(0)}(\mu, \varphi, \zeta') d\zeta'
 \end{aligned} \tag{F-33}$$

Remplacer alors $F^{+(0)}(\mu, \varphi, \zeta')$ et $F^{-(0)}(-\mu, \varphi, \zeta')$ respectivement par (F-30) et (F-32) dans l'équation précédente, nous conduit alors à :

$$\begin{aligned}
 I^{+(1)}(\mu, \varphi, \tilde{\chi}) = & e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}+d)} R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}d} T_{12}(-\mu_i) I^i \delta(\mu - \mu_i) \delta(\varphi - \varphi_i) \\
 & + \frac{1}{\mu} e^{-\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}+d)} \left[R_{23}(-\mu) A_1(-\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} \right. \\
 & \quad \left. + R_{23}(-\mu) A_2(-\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) \right] T_{12}(-\mu_i) I^i \\
 & + \frac{1}{\mu} \left[A_3(\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} \right. \\
 & \quad \left. + A_4(\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) \right] T_{12}(-\mu_i) I^i
 \end{aligned} \tag{F-34}$$

où nous avons posé :

$$\begin{aligned}
 A_1(-\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) &= \int_{-d}^0 e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}'+d)} P(-\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) e^{-\frac{\kappa_e(\mu_i)}{\mu_i}(\tilde{\chi}'+d)} d\tilde{\chi}' \\
 A_2(-\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) &= \int_{-d}^0 e^{\frac{\kappa_e(-\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}'+d)} P(-\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}\tilde{\chi}'} d\tilde{\chi}' \\
 A_3(\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) &= \int_{-d}^{\tilde{\chi}} e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}'-\tilde{\chi})} P(\mu, \varphi; \mu_i, \varphi_i) e^{-\frac{\kappa_e(\mu_i)}{\mu_i}(\tilde{\chi}'+d)} d\tilde{\chi}' \\
 A_4(\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) &= \int_{-d}^{\tilde{\chi}} e^{\frac{\kappa_e(\mu)}{\mu}(\tilde{\chi}'-\tilde{\chi})} P(\mu, \varphi; -\mu_i, \varphi_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}\tilde{\chi}'} d\tilde{\chi}'
 \end{aligned} \tag{F-35}$$

Nous rappelons enfin la dernière condition aux limites qui nous permettra de déterminer l'intensité diffusée à partir de l'expression (F-35) :

$$I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \tilde{\chi} = 0^+) = T_{21} I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \tilde{\chi} = 0^-)$$

L'intensité diffusée s'exprime alors par :

$$\begin{aligned}
 I_q^s(\mu_s, \varphi_s, \tilde{\chi} = 0^+) = & T_{21}(\mu_s) e^{-\frac{\kappa_e(\mu_s)}{\mu_s}d} R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} T_{12}(-\mu_i) I^i \delta(\mu_s - \mu_i) \delta(\varphi_s - \varphi_i) \\
 & + \frac{1}{\mu_s} T_{21}(\mu_s) \left\{ e^{-\frac{\kappa_e(\mu_s)}{\mu_s}d} \left[R_{23}(-\mu_s) A_1(-\mu_s, \varphi_s; \mu_i, \varphi_i) R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(\mu_i)}{\mu_i}d} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + R_{23}(-\mu_s) A_2(-\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) \right] \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\mu_s} \left[A_3(\mu_s, \varphi_s; \mu_i, \varphi_i) R_{23}(-\mu_i) e^{\frac{\kappa_e(-\mu_i)}{\mu_i}d} + A_4(\mu_s, \varphi_s; -\mu_i, \varphi_i) \right] \right\} T_{12}(-\mu_i) I_p^i
 \end{aligned} \tag{F-36}$$

Les $A_i(\dots)$ ($i = 1, \dots, 4$) sont données par (F-35).

L'équation (F-36) met ainsi en avant quatre mécanismes différents de diffusion représentés sur la figure (fig F-3).

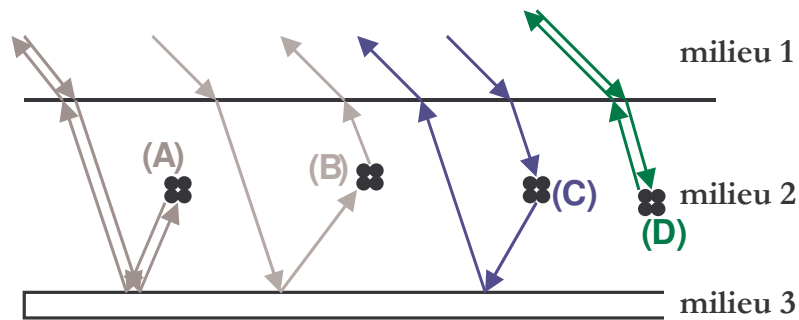


Figure F-3 : Mécanismes de diffusion de volume pris en compte au 1^{er} ordre.

- ☞ Mécanisme (A) : - transmission entre les milieux 1 et 2,
- réflexion à l'interface des milieux 2 et 3,
- diffusion par une particule,
- réflexion à l'interface des milieux 2 et 3,
- transmission entre les milieux 2 et 1.
- ☞ Mécanisme (B) : - transmission entre les milieux 1 et 2,
- réflexion à l'interface des milieux 2 et 3,
- diffusion par une particule,
- transmission entre les milieux 2 et 1.
- ☞ Mécanisme (C) : - transmission entre les milieux 1 et 2,
- diffusion par une particule,
- réflexion à l'interface des milieux 2 et 3,
- transmission entre les milieux 2 et 1.
- ☞ Mécanisme (D) : - transmission entre les milieux 1 et 2,
- diffusion par une particule,
- transmission entre les milieux 2 et 1.

II.3. CONCLUSION

Nous avons reporté, dans cette dernière section, tout le développement théorique relatif à la théorie du transfert radiatif. Dans la première partie du chapitre III, nous avons

présenté les caractéristiques des milieux étudiés et la technique d'évaluation des matrices de phase et d'extinction.

Dans la section suivante, nous proposons les grandes lignes du calcul effectué pour déterminer la matrice de Mueller à partir de la connaissance du vecteur de Stokes et de la matrice de diffusion.

III. CALCUL DE LA MATRICE DE MUELLER

Considérons une onde plane monochromatique polarisée elliptiquement et se propageant dans un milieu dont l'impédance intrinsèque est égale à η .

$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}}$ où μ_0 et ϵ sont respectivement la perméabilité magnétique et la permittivité du milieu.

Cette onde est définie par son champ électrique qui peut s'exprimer dans le repère direct $(\vec{k}, \vec{v}, \vec{b})$.

$$\vec{E} = (E_v \hat{v} + E_b \hat{b}) e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} e^{j\omega t} \quad (\text{F-37})$$

où \hat{k} est la direction de propagation.

Homogènes à une puissance mais conservant les informations sur la polarisation de l'onde, les quatre paramètres de Stokes sont définis de la façon suivante :

$$I = \frac{1}{\eta} [|E_v|^2 + |E_b|^2] \quad (\text{F-38})$$

$$Q = \frac{1}{\eta} [|E_v|^2 - |E_b|^2] \quad (\text{F-39})$$

$$U = \frac{2}{\eta} \Re \{ E_v E_b^* \} \quad (\text{F-40})$$

$$V = \frac{2}{\eta} \Im \{ E_v E_b^* \} \quad (\text{F-41})$$

Dans la théorie du transfert radiatif, on définit les paramètres de Stokes modifiés et le vecteur de Stokes \vec{F}_m .

$$\vec{F}_m = \frac{1}{\eta} \begin{pmatrix} I_v \\ I_b \\ U \\ V \end{pmatrix} \quad (\text{F-42})$$

$$\text{avec } \begin{cases} I_v = |E_v|^2 \\ I_b = |E_b|^2 \end{cases} \quad (\text{F-43})$$

U et V restent inchangés et sont donnés dans les relations (F-40) et (F-41).

D'autre part, considérons que cette même onde électromagnétique est incidente sur une surface quelconque. Le champ électrique diffusé s'exprime en fonction du champ électrique incident à partir de la matrice de diffusion notée [S].

$$E^s = \frac{e^{-jkr}}{r} [S] E^i \quad (\text{F-44})$$

$$\begin{pmatrix} E_v^s \\ E_b^s \end{pmatrix} = \frac{e^{-jkr}}{r} \begin{pmatrix} S_{vv} & S_{vb} \\ S_{bv} & S_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_v^i \\ E_b^i \end{pmatrix} \quad (\text{F-45})$$

$$\text{où } S_{qp} = |S_{qp}| e^{j\varphi_{qp}} \quad (\text{F-46})$$

[S] permet de caractériser la surface par la façon dont elle modifie le champ incident lors d'une diffusion.

Les ondes incidente et diffusée peuvent chacune s'exprimer en fonction de leurs vecteurs de Stokes modifiés $\vec{F}_m^i(\theta_i, \varphi_i)$ et $\vec{F}_m^s(\theta_s, \varphi_s)$. De plus, connaissant la relation entre les champs incident et diffusé, nous recherchons la matrice $[L_m]$ telle que :

$$\vec{F}_m^s(\theta_s, \varphi_s) = \frac{1}{r^2} [L_m] \vec{F}_m^i(\theta_i, \varphi_i) \quad (\text{F-47})$$

Dans les paragraphes suivants, nous exposons les étapes du calcul qui nous a permis de déterminer la matrice de Mueller.

III.1.1. Calcul de I_v^s et de I_b^s

D'après (F-43) et (F-45) :

$$\eta I_v^s = |E_v^s|^2 = E_v^s \cdot E_v^{s*} = \frac{1}{r^2} (S_{vv} E_v^i + S_{vb} E_b^i) \cdot (S_{vv}^* E_v^{i*} + S_{vb}^* E_b^{i*}) \quad (\text{F-48})$$

Après développement,

$$\eta I_v^s = \frac{1}{r^2} \left(|S_{vv}|^2 |E_v^i|^2 + |S_{vb}|^2 |E_b^i|^2 + S_{vv} S_{vb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vv}^* S_{vb} E_v^{i*} E_b^i \right) \quad (\text{F-49})$$

Calculons le terme $S_{vv} S_{vb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vv}^* S_{vb} E_v^{i*} E_b^i$:

Sachant que tous les paramètres rentrant en jeu sont complexes, pour alléger les calculs, nous poserons pour la suite :

$$\begin{cases} S_{vv} = a + ib & E_v^i = v_1 + iv_2 \\ S_{vb} = c + id & E_b^i = b_1 + ib_2 \end{cases} \quad (\text{F-50})$$

ainsi d'une part :

$$\begin{aligned} S_{vv} S_{vb}^* &= (a + ib)(c - id) = (ac + bd) + i(bc - ad) \\ &= \Re(S_{vv} S_{vb}^*) + i\Im(S_{vv} S_{vb}^*) \end{aligned} \quad (\text{F-51})$$

$$\begin{aligned} S_{vv}^* S_{vb} &= (a - ib)(c + id) = (ac + bd) - i(bc - ad) \\ &= \Re(S_{vv} S_{vb}^*) - i\Im(S_{vv} S_{vb}^*) \end{aligned} \quad (\text{F-52})$$

et d'autre part :

$$\begin{aligned} E_v^i E_b^{i*} &= (v_1 + iv_2)(b_1 - ib_2) = (v_1 b_1 + v_2 b_2) + i(v_2 b_1 - v_1 b_2) \\ &= \Re(E_v^i E_b^{i*}) + i\Im(E_v^i E_b^{i*}) \end{aligned} \quad (\text{F-53})$$

et

$$\begin{aligned} E_v^{i*} E_b^i &= (v_1 - iv_2)(b_1 + ib_2) = (v_1 b_1 + v_2 b_2) - i(v_2 b_1 - v_1 b_2) \\ &= \Re(E_v^i E_b^{i*}) - i\Im(E_v^i E_b^{i*}) \end{aligned} \quad (\text{F-54})$$

A partir des relations précédentes, nous pouvons écrire le terme

$$\begin{aligned} &S_{vv} S_{vb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vv}^* S_{vb} E_v^{i*} E_b^i : \\ &S_{vv} S_{vb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vv}^* S_{vb} E_v^{i*} E_b^i = \\ &\quad \left(\Re(S_{vv} S_{vb}^*) + i\Im(S_{vv} S_{vb}^*) \right) \left(\Re(E_v^i E_b^{i*}) + i\Im(E_v^i E_b^{i*}) \right) \\ &\quad + \left(\Re(S_{vv} S_{vb}^*) - i\Im(S_{vv} S_{vb}^*) \right) \left(\Re(E_v^i E_b^{i*}) - i\Im(E_v^i E_b^{i*}) \right) \end{aligned} \quad (\text{F-55})$$

Le résultat final, après développement de l'expression (F-55), est :

$$\begin{aligned} &S_{vv} S_{vb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vv}^* S_{vb} E_v^{i*} E_b^i \\ &= 2\Re(S_{vv} S_{vb}^*) \Re(E_v^i E_b^{i*}) - 2\Im(S_{vv} S_{vb}^*) \Im(E_v^i E_b^{i*}) \end{aligned} \quad (\text{F-56})$$

Finalement, nous obtenons une expression de I_v^s fonction des paramètres de Stockes de l'onde incidente :

$$\eta I_v^s = \frac{1}{r^2} \left(|S_{vv}|^2 I_v^i + |S_{vb}|^2 I_b^i + 2\Re e(S_{vv} S_{vb}^*) U^i - 2\Im m(S_{vv} S_{vb}^*) V^i \right) \quad (\text{F-57})$$

De la même façon et en réalisant le même calcul, nous pouvons trouver que :

$$\eta I_b^s = \frac{1}{r^2} \left(|S_{bv}|^2 I_v^i + |S_{bb}|^2 I_b^i + 2\Re e(S_{bv} S_{bb}^*) U^i - 2\Im m(S_{bv} S_{bb}^*) V^i \right) \quad (\text{F-58})$$

Il nous reste maintenant à calculer les termes U^s et V^s en fonction de I_v^i , I_b^i , U^i et V^i .

III.1.2. Calcul des termes U^s et V^s

Nous écrivons d'après (F-45) que :

$$E_v^s \cdot E_b^{s*} = \frac{1}{r^2} (S_{vv} E_v^i + S_{vb} E_b^i) \cdot (S_{bv}^* E_v^{i*} + S_{bb}^* E_b^{i*}) \quad (\text{F-59})$$

Nous développons et réduisons alors l'équation (F-59) :

$$E_v^s \cdot E_b^{s*} = \frac{1}{r^2} \left(S_{vv} S_{bv}^* |E_v^i|^2 + S_{vb} S_{bb}^* |E_b^i|^2 + S_{vv} S_{bb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vb} S_{bv}^* E_b^i E_v^{i*} \right) \quad (\text{F-60})$$

Calculons alors le terme $S_{vv} S_{bb}^* E_v^i E_b^{i*} + S_{vb} S_{bv}^* E_b^i E_v^{i*}$:

Comme nous l'avons déjà fait précédemment, dans un souci de commodité, nous poserons pour la suite des calculs :

$$\begin{cases} S_{vv} = a + ib \\ S_{bb} = c + id \\ S_{vb} = e + if \\ S_{bv} = g + ik \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} E_v^i = v_1 + iv_2 \\ E_b^i = b_1 + ib_2 \end{cases} \quad (\text{F-61})$$

Nous calculons les divers produits.

$$\begin{aligned} S_{vv} S_{bb}^* &= (a + ib)(c - id) = (ac + bd) + i(bc - ad) \\ &= \Re e(S_{vv} S_{bb}^*) + i\Im m(S_{vv} S_{bb}^*) \end{aligned} \quad (\text{F-62})$$

$$\begin{aligned} S_{vb} S_{bv}^* &= (e + if)(g - ik) = (eg + fk) + i(fg - ke) \\ &= \Re e(S_{vb} S_{bv}^*) - i\Im m(S_{vb} S_{bv}^*) \end{aligned} \quad (\text{F-63})$$

En utilisant aussi les équations (F-53) et (F-54), nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
 S_{vv}S_{bb}^*E_v^iE_b^{i*} + S_{vb}S_{bv}^*E_v^{i*}E_b^i = \\
 \left(\Re(S_{vv}S_{bb}^*) + i\Im(S_{vv}S_{bb}^*) \right) \left(\Re(E_v^iE_b^{i*}) + i\Im(E_v^iE_b^{i*}) \right) \\
 + \left(\Re(S_{vb}S_{bv}^*) - i\Im(S_{vb}S_{bv}^*) \right) \left(\Re(E_v^iE_b^{i*}) - i\Im(E_v^iE_b^{i*}) \right)
 \end{aligned} \tag{ F-64 }$$

Ainsi

$$\begin{aligned}
 S_{vv}S_{bb}^*E_v^iE_b^{i*} + S_{vb}S_{bv}^*E_v^{i*}E_b^i = \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)\Re(E_v^iE_b^{i*}) \\
 - \Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)\Im(E_v^iE_b^{i*}) \\
 + i\Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)\Re(E_v^iE_b^{i*}) \\
 + i\Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)\Im(E_v^iE_b^{i*})
 \end{aligned} \tag{ F-65 }$$

En reportant ce dernier résultat dans l'équation (F-60), nous avons alors :

$$\begin{aligned}
 E_v^sE_b^{s*} = S_{vv}S_{bv}^*|E_v^i|^2 + S_{vb}S_{bb}^*|E_b^i|^2 \\
 + \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)\Re(E_v^iE_b^{i*}) \\
 - \Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)\Im(E_v^iE_b^{i*}) \\
 + i\Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)\Re(E_v^iE_b^{i*}) \\
 + i\Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)\Im(E_v^iE_b^{i*})
 \end{aligned} \tag{ F-66 }$$

D'autre part, nous pouvons déduire l'équation suivante ((F-67)) de (F-40) et (F-41) :

$$2E_v^s.E_b^{s*} = 2\Re(E_v^s.E_b^{s*}) + i2\Im(E_v^s.E_b^{s*}) = \eta U^s + i\eta V^s \tag{ F-67 }$$

En identifiant alors (F-66) et (F-67), et compte tenu des expressions (F-40) à (F-43), nous exprimons enfin U^s et V^s en fonction des paramètres de Stockes de l'onde incidente :

$$\begin{aligned}
 \eta U^s = 2\Re(E_v^sE_b^{s*}) = 2\Re(S_{vv}S_{bv}^*)I_v^i + 2\Re(S_{vb}S_{bb}^*)I_b^i \\
 + \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)U^i - \Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)V^i
 \end{aligned} \tag{ F-68 }$$

$$\begin{aligned}
 \eta V^s = 2\Im(E_v^sE_b^{s*}) = 2\Im(S_{vv}S_{bv}^*)I_v^i + 2\Im(S_{vb}S_{bb}^*)I_b^i \\
 + \Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*)U^i + \Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*)V^i
 \end{aligned} \tag{ F-69 }$$

En définitive, en reportant les relations (F-57), (F-58), (F-68) et (F-69) dans l'expression du vecteur de Stockes diffusé, nous calculons la matrice de Mueller.

$$\vec{F}_m^s(\theta_s, \varphi_s) = \frac{1}{r^2} [L_m] \vec{F}_m^i(\theta_i, \varphi_i) \quad (\text{F-70})$$

$[L_m]$ est la **matrice de Mueller**.

$$[L_m] = \begin{pmatrix} |S_{vv}|^2 & |S_{vb}|^2 & \Re(S_{vv}S_{vb}^*) & -\Im(S_{vv}S_{vb}^*) \\ |S_{bv}|^2 & |S_{bb}|^2 & \Re(S_{bv}S_{bb}^*) & -\Im(S_{bv}S_{bb}^*) \\ 2\Re(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Re(S_{vb}S_{bb}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & -\Im(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \\ 2\Im(S_{vv}S_{bv}^*) & 2\Im(S_{vb}S_{bb}^*) & \Im(S_{vv}S_{bb}^* + S_{vb}S_{bv}^*) & \Re(S_{vv}S_{bb}^* - S_{vb}S_{bv}^*) \end{pmatrix} \quad (\text{F-71})$$

Etude des diffusions de surface et de volume par une surface rugueuse diélectrique. Calcul des interactions entre un objet 3D et une surface naturelle.

Le problème de la modélisation de la diffusion d'une onde électromagnétique par une surface rugueuse naturelle (océan, sable...) ou artificielle (routes...) intervient dans de nombreuses applications radar. La nature géométrique et physique des contributeurs ainsi que leur répartition sur la surface entraînent souvent des interactions difficiles à quantifier par des méthodes exactes et/ou asymptotiques numériques. D'autre part, nous avons établi, à partir de nos recherches bibliographiques dans le domaine des surfaces rugueuses, que la diffusion totale par de telles surfaces est la somme d'une diffusion de surface (fonction des irrégularités sur la surface) et d'une diffusion de volume (due aux inclusions dans le sol).

Au cours de cette thèse, nous avons développé une méthode analytique rigoureuse de calcul de la puissance totale diffusée par des sols rugueux basée sur l'utilisation conjointe de la *Méthode de l'Equation Intégrale* ou IEM (diffusion de surface) et de la *Théorie du Transfert Radiatif* (diffusion de volume).

Dans nos applications, nous nous sommes intéressés à des surfaces rugueuses en asphalté et en béton. Nous avons évalué le coefficient de rétrodiffusion en considérant aussi le cas rarement traité de l'incidence rasante (pour des applications radar d'assistance à la conduite). Nous avons ensuite généralisé cette étude au comportement de la diffusion bistatique (diffusion dans des directions autres que la direction d'incidence).

Une autre partie intéressante de ces travaux a concerné l'évaluation du comportement d'un objet dans son environnement proche. Il s'avère en effet nécessaire, sous certaines incidences, de prendre, de plus, en compte la contribution du couplage entre un objet et son environnement immédiat. Les interactions directes onde électromagnétique - objet sont évaluées par les modules de calcul de la surface équivalente radar (SER) d'objets complexes 3D réalisés au laboratoire. L'environnement (surface rugueuse dans notre cas) est caractérisé par son coefficient de diffusion bistatique déterminé par les méthodes électromagnétiques étudiées et précitées. Ainsi, il a été possible d'élaborer une méthode de calcul de la SER d'un objet complexe 3D en tenant compte de l'influence de son environnement naturel.

Mots-clés : rétrodiffusion, incidence rasante, diffusion bistatique, IEM, Théorie du Transfert Radiatif

Modelling of surface and volume scattering from a dielectric rough surface. Study of the EM scattering interaction between an 3D-object and a natural surface

Systematic characterisation of scattering behaviour of natural (oceans, snow, sand) and manmade (roads...) rough surfaces is required in many radar applications. The scattering elements of such surfaces have complex geometry and are randomly distributed; so their radar scattering involves complex interactions.

Moreover, in general, it is found that the overall scattering response of such surfaces is composed of surface (which is function of the surface height statistics) and volume scattering components (due to inclusions underneath the rough interface).

During this thesis, we propose and set out rigorous analytical formulations to calculate the scattered power by rough surfaces: Integral Equation Method (IEM) is used to work out the *surface scattering* and the Radiative Transfer Theory (RTT) is applied to model the *volume scattering*.

The applications of our work are focused on road surfaces such as asphalt and concrete. We studied the evolution of the monostatic scattering coefficients from the nadir *to the hardly ever developed grazing incidence, even at millimeter-waves frequencies*, in response to large requirements in modeling from remote sensing up to safety in road traffic. Then we evaluated the general bistatic scattering coefficients (scattering in the directions other than incidence direction).

An other interesting stage of our work was focused on the evaluation of the behaviour of an object in its close environment. Actually, it is sometimes necessary to take into account the contribution of the coupling of the targets and their immediate environment. We developed a method which evaluates the Radar Cross Section (RCS) of target considering their immediate environment influence, using both the bistatic scattering coefficients from the target and the terrain around it.