



**HAL**  
open science

## Analyse spatiale de texture non stationnaire dans les images SAR.

Olivier d'Hondt

► **To cite this version:**

Olivier d'Hondt. Analyse spatiale de texture non stationnaire dans les images SAR.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Rennes 1, 2006. Français. NNT: . tel-00012123

**HAL Id: tel-00012123**

**<https://theses.hal.science/tel-00012123>**

Submitted on 12 Apr 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 3348

# Thèse

présentée devant

L'UNIVERSITÉ DE RENNES I

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Rennes I**

Mention : *Traitement du Signal et Télécommunications*

par

Olivier D'HONDT

Équipe d'accueil : Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes

École doctorale : MATISSE

Composante universitaire : Structure et Propriétés de la Matière

## Analyse spatiale de texture non stationnaire dans les images SAR

Soutenue le 9 février 2006 devant la commission d'Examen

### COMPOSITION DU JURY

*Président*

Henri Maître                      Professeur - ENST, Paris

*Rapporteurs*

Mihai Datcu                      Professeur - DLR, Oberpfaffenhofen, Allemagne

René Garello                      Professeur - ENSTB, Brest

*Examineurs*

Jordi Inglada                      Ingénieur de Recherche - CNES, Toulouse

Laurent Ferro-Famil              Maître de Conférences - Université de Rennes I

*Directeur de thèse*

Eric Pottier                      Professeur - Université de Rennes I

*Membre invité*

Carlos Lòpez Martínez          Chargé de Recherches - UPC, Barcelone, Espagne



# Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements à M. Eric Pottier pour avoir accepté de diriger ces travaux de thèse ainsi que pour sa disponibilité, sa gentillesse et les discussions passionnantes que nous avons eu, parfois à des heures fort tardives.

Je remercie aussi M. Laurent Ferro-Famil pour avoir co-encadré ce travail. Sa disponibilité, son enthousiasme, son ouverture d'esprit ainsi que sa créativité débridée ont été de précieux alliés durant ces trois années de thèse.

Je tiens à remercier les membres de mon jury, tout d'abord M. Henri Maître pour avoir accepté de présider la soutenance, ensuite M. René Garello et M. Mihai Datcu, qui ont bien voulu accomplir la lourde tâche qu'est la rédaction des rapports. Je remercie ensuite M. Jordi Inglada et M. Carlos Lòpez Martínez de l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.

Je tiens aussi à remercier toutes les personnes affiliées de près ou de loin à la «troupe polar» (parfois surnommée «SAR academy») et en particulier : Stéphane, Paul, Sophie, Sandrine, Nicolas, Stefan, Tadashi, Audrey, Maxim, Gianfranco et Shaharyar.

Comment exprimer ma reconnaissance à Joelle ? Merci, pour tout ! A quand la nomination à Barcelone ?

Je remercie aussi tous les autres membres de l'IETR et en particulier mes compagnons de restau U : Sylvain, Yoann, Sébastien C., J-C., Sébastien R., Gilles, Franck, Olivier, Divitha, Stéphanie, Benjamin, Mathieu, Loïc.

Un grand merci au «grand Yaka» Dominique, sans qui mes deux vocations (batterie et recherche) n'auraient peut-être jamais vu le jour.

Je remercie les amis de Rennes et d'ailleurs pour m'avoir soutenu (et fait rire) durant toutes ces années : Dimitri (dit «postal»), «Magic» Cyril, Yoann, Ludo (dit «le furet»), Solenne, Simon, Isabl, Steph («t'y es rrréné, fils!»), Ghislain, Arnaud, Carlos (dit «El chevalier des temps modernes»), Gautier...

Enfin, je tiens à remercier tout particulièrement mon père et ma mère pour m'avoir toujours soutenu.



# Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	v
Introduction	1
<b>1 Généralités sur les images SAR</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction	5
1.2 Principes de l'imagerie SAR	5
1.2.1 Concepts de base du Radar à Synthèse d'Ouverture	6
1.2.2 Géométrie d'une mesure SAR	7
1.2.3 Traitement du signal SAR dans le cas d'une cible ponctuelle	9
1.2.4 Modèle de signal dans le cas de cibles distribuées	13
1.3 Statistiques des images SAR	14
1.3.1 Statistiques de l'amplitude complexe	15
1.3.2 Statistiques de l'amplitude et de la phase	17
1.3.3 Statistiques de l'intensité	19
1.3.3.1 Données mono-vue	19
1.3.3.2 Données multi-vues	20
1.3.4 Statistiques d'ordre deux : corrélation spatiale	20
1.3.4.1 Corrélation spatiale de l'amplitude complexe	20
1.3.4.2 Corrélation spatiale de l'intensité	22
1.3.4.3 Distribution conjointe de N amplitudes complexes	23
1.4 Données polarimétriques	23
1.5 Conclusion	24
<b>2 Généralités sur l'analyse de texture</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction	25
2.2 Analyse de la texture en traitement d'image	26
2.2.1 Définitions de la texture	26
2.2.2 Les matrices de cooccurrence	27
2.2.3 Analyse fréquentielle de la texture par transformée de Fourier	31
2.2.4 Analyse temps-fréquence et filtrage de Gabor	32
2.2.4.1 Transformée de Fourier à court terme	32

2.2.4.2	Transformée en ondelettes et filtrage de Gabor . . . . .	34
2.3	L'analyse de la texture dans les images SAR . . . . .	38
2.3.1	Le modèle produit et la distribution en K . . . . .	38
2.3.1.1	Le modèle produit pour l'intensité . . . . .	38
2.3.1.2	La distribution en K . . . . .	40
2.3.2	Mesures statistiques de la texture . . . . .	41
2.3.2.1	Statistiques d'ordre un . . . . .	41
2.3.2.2	Statistiques d'ordre deux . . . . .	43
2.4	Conclusion . . . . .	44
<b>3</b>	<b>Modèle de texture et estimation des paramètres</b>	<b>45</b>
3.1	Introduction . . . . .	45
3.2	Modélisation paramétrique de la corrélation spatiale . . . . .	46
3.2.1	Champs aléatoires gaussiens . . . . .	48
3.2.1.1	Processus stationnaire . . . . .	49
3.2.1.2	Covariance non stationnaire . . . . .	50
3.2.2	Modèle des noyaux gaussiens anisotropes . . . . .	50
3.2.3	Approximation de stationnarité locale . . . . .	52
3.3	Simulation de textures SAR . . . . .	56
3.4	Estimation des paramètres de la covariance sur les données SAR . . . . .	57
3.4.1	Moments géométriques . . . . .	57
3.4.2	Choix d'un estimateur pour la fonction d'autocovariance . . . . .	63
3.4.3	Prise en compte du modèle multiplicatif . . . . .	65
3.4.4	Stabilisation de l'estimée par seuillage . . . . .	66
3.4.5	Algorithme d'estimation des paramètres . . . . .	67
3.5	Evaluation de la méthode sur des données simulées . . . . .	69
3.5.1	Données stationnaires . . . . .	69
3.5.1.1	Configuration des tests . . . . .	69
3.5.1.2	Discussion des résultats . . . . .	70
3.5.2	Données non stationnaires . . . . .	71
3.5.2.1	Configuration des tests . . . . .	71
3.5.2.2	Discussion des résultats . . . . .	71
3.6	Application aux données réelles . . . . .	75
3.6.1	Données mono-canal . . . . .	75
3.6.2	Données polarimétriques . . . . .	93
3.7	Conclusion . . . . .	96
<b>4</b>	<b>Méthodes d'estimation de l'orientation basées sur les dérivées</b>	<b>97</b>
4.1	Introduction . . . . .	97
4.2	Estimation de l'orientation par filtres orientables . . . . .	98
4.2.1	Principe de base des filtres . . . . .	98
4.2.2	Analyse de l'orientation par filtres en quadrature . . . . .	100
4.2.2.1	Position du problème . . . . .	100
4.2.2.2	Choix des filtres . . . . .	100

4.2.2.3	Calcul de l'orientation locale . . . . .	101
4.3	Estimation par le tenseur de structure . . . . .	104
4.3.1	Description de l'orientation d'un champ de vecteurs . . . . .	106
4.3.2	Modèle de voisinage linéaire . . . . .	107
4.3.3	Lien avec le modèle des noyaux gaussiens . . . . .	111
4.3.3.1	Tenseur de structure adapté aux signaux aléatoires . . . . .	111
4.3.3.2	Lien avec les paramètres du modèle . . . . .	115
4.3.3.3	Cas du modèle multiplicatif . . . . .	117
4.3.4	Algorithme d'estimation des paramètres du modèle . . . . .	126
4.4	Validation des méthodes . . . . .	127
4.4.1	Textures stationnaires . . . . .	127
4.4.2	Textures non-stationnaires . . . . .	135
4.4.3	Données réelles . . . . .	137
4.4.3.1	Données mono-canal . . . . .	137
4.4.3.2	Données polarimétriques . . . . .	139
4.5	Conclusion . . . . .	148
<b>5</b>	<b>Application : filtrage adaptatif du speckle</b>	<b>149</b>
5.1	Introduction . . . . .	149
5.2	Méthodes de filtrage des données SAR . . . . .	149
5.2.1	Filtre Moyenne . . . . .	150
5.2.2	Filtre Médian . . . . .	150
5.2.3	Filtres basés sur le critère MMSE . . . . .	150
5.2.3.1	Filtre de Lee . . . . .	151
5.2.3.2	Filtre de Kuan . . . . .	151
5.2.3.3	Filtre de Frost . . . . .	152
5.2.3.4	Filtre de Lee modifié . . . . .	153
5.2.4	Filtre MAP . . . . .	154
5.3	Filtrage basé sur l'analyse de l'orientation . . . . .	155
5.3.1	Principe du filtre . . . . .	155
5.3.2	Application aux données SAR . . . . .	158
5.4	Conclusion . . . . .	161
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>165</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>169</b>
	<b>Annexe</b>	<b>177</b>
<b>A</b>	<b>Résultats d'estimation obtenus par la méthode du tenseur de structure</b>	<b>179</b>
A.1	Estimation sur des signaux stationnaires . . . . .	179
A.1.1	Estimation du moment d'ordre deux . . . . .	179
A.1.2	Inversion des longueurs de corrélation . . . . .	183

A.1.3	Influence de l'estimation des valeurs propres . . . . .	189
A.2	Estimation sur des signaux non stationnaires . . . . .	191
A.3	Inversion des longueurs de corrélation réelle sur des données réelles . .	198
<b>B</b>	<b>Démonstration des calculs théoriques</b>	<b>201</b>
B.1	Calcul des intégrales utilisées pour la correction des moments géométriques	201
B.2	Calcul des moments théoriques d'ordre deux . . . . .	202

# Introduction

Le radar à ouverture synthétique, plus communément appelé SAR (Synthetic Aperture Radar) constitue un outil puissant pour l'observation terrestre. A l'instar des systèmes satellitaires optiques, l'image obtenue est la résultante de l'interaction entre l'onde électromagnétique incidente et le milieu imagé. Cependant, le SAR possède la particularité d'être un système «actif», c'est à dire qui émet lui même l'onde électromagnétique, contrairement aux systèmes optiques dits «passifs» qui se contentent de recevoir la résultante de l'interaction entre la lumière du soleil et le milieu au sol. Cette particularité possède l'avantage de rendre les systèmes SAR opérationnels de jour comme de nuit. De plus, si les systèmes optiques sont rendus inefficaces par la présence de couvert nuageux, les micro-ondes émises par un système SAR traversent la couche nuageuse et permettent l'observation des sols pour des conditions météorologiques défavorables. Les systèmes SAR peuvent être embarqués sur des satellites (on parlera alors d'imagerie SAR satellitaire) ou bien sur des avions et l'on parlera de systèmes aéroportés. L'information contenue dans les données SAR est complémentaire de celle fournie par les systèmes optiques puisque les micro-ondes sont sensibles aux propriétés physico-chimiques intrinsèques des milieux ainsi qu'à leur structure géométrique. A titre d'exemple, dans certaines gammes de fréquence, l'onde électromagnétique traversera un couvert végétal et la réponse reçue par le SAR sera un mélange entre la réponse de la végétation et celle du sol.

De plus, ces dernières années ont connu l'essor des systèmes polarimétriques et interférométriques élargissant considérablement le champ des applications du SAR. Cependant, ces systèmes font intervenir des données multi-dimensionnelles ce qui augmente la complexité d'interprétation ainsi que le volume de données à traiter. De plus, dans le cas de cibles distribuées, c'est à dire lorsqu'un grand nombre de diffuseurs est présent dans la cellule de résolution, ce qui est le cas pour une grande partie des milieux naturels, les images seront affectées par un fort bruit multiplicatif appelé «*bruit de chatoiement*» ou plus communément «*speckle*». Ce phénomène est en réalité déterministe car il résulte de l'interaction multiple de l'onde avec les diffuseurs présents dans la cellule, mais sera traité de manière statistique à cause de la complexité physique de cette interaction. Le speckle nuit grandement à l'interprétation visuelle ainsi qu'à l'exploitation qualitative de l'information physique contenue dans les images. C'est pourquoi la modélisation de ce dernier a fait l'objet de nombreuses recherches. Ainsi, la particularité des données SAR fait que le traitement des images SAR est une

discipline à part entière et les algorithmes utilisés sont en général spécifiques à la nature statistique de ces dernières.

Si l'analyse de texture connaît de nombreux développements dans le domaine du traitement des images et de la vision par ordinateur et utilise des approches très diverses, la nature des données SAR rend impossible, dans le cas général, l'utilisation directe des algorithmes classiques. Souvent, des méthodes statistiques d'estimation de textures sont employées et des hypothèses sur le signal sont émises, telles que la stationnarité des statistiques et l'isotropie des indicateurs spatiaux tels que l'autocorrélation. Cependant, la simple observation des données suggère que ces hypothèses ne permettent pas d'exploiter toute l'information spatiale contenue dans les scènes imagées.

Le but de cette thèse est de montrer que l'extension des modèles usuels de texture utilisés pour la description des images SAR au cas non stationnaire et anisotrope permet une meilleure représentation de l'information spatiale contenue dans les données. Pour cela un modèle paramétrique pour les statistiques d'ordre deux de l'image d'intensité est introduit. Ce modèle pouvant être décrit en terme d'orientation locale, plusieurs méthodes d'estimation de cette dernière sont développées. Ces méthodes sont ensuite validées sur des simulations et des données réelles. Afin de montrer l'intérêt résidant dans l'analyse des fluctuations spatiales dans les images SAR, une application au filtrage du speckle est proposée.

L'organisation de ce mémoire est la suivante :

- Le chapitre 1 est une introduction aux principes de l'imagerie SAR ainsi qu'aux modèles statistiques couramment utilisés dans le domaine du traitement des images SAR. Le modèle du speckle pleinement développé est introduit, ainsi que les lois statistiques impliquées, pour des données d'amplitude complexe et d'intensité mono- et multi-vues. Ce chapitre est clôt par quelques notions de polarimétrie SAR.
- Le chapitre 2 est une introduction aux méthodes d'analyse de texture. En premier lieu, la notion de texture est introduite et l'absence de définition mathématique rigoureuse est mise en avant. Puis, quelques méthodes d'analyse utilisées en traitement classique des images sont décrites. Enfin, les méthodes courantes spécifiques aux données SAR sont présentées.
- Le chapitre 3 introduit un modèle original nommé «*noyaux gaussiens anisotropes*» pour la description spatiale de la texture dans les images SAR. La pertinence d'un tel modèle est justifiée par des exemples de mesures statistiques sur des données réelles. Une méthode de simulation de textures cohérente avec les lois statistiques généralement mesurées sur l'intensité des images SAR et basée sur le modèle précédemment introduit permet d'étendre les méthodes existantes au cas de textures *non stationnaires* et *anisotropes*. Puis, une méthode originale d'estimation des paramètres est proposée pour ce type de textures. L'algorithme présenté est d'abord évalué sur des simulations de données stationnaires, puis sur

des données non stationnaires simulées par la méthode proposée précédemment. Enfin, la méthode d'estimation est appliquée aux données réelles. On examine tout d'abord le cas d'un canal polarimétrique, puis on compare les résultats d'estimation obtenus sur les différents canaux polarimétriques.

- Le chapitre 4 aborde l'estimation de l'orientation locale d'une image SAR par des méthodes de type *filtrage dérivatif* issues du domaine de la vision. La première méthode utilise des filtres dits «*orientables*» permettant une estimation de l'orientation grâce à un faible nombre de filtres de base. La seconde est basée sur un opérateur statistique nommé «*tenseur*» de structure. Cet opérateur est généralement appliqué à des signaux déterministes affectés par un bruit. Nous adaptons ici l'utilisation du tenseur aux images SAR en adoptant une re-écriture montrant que celui-ci peut aussi s'appliquer à des signaux stochastiques. Le lien entre cet opérateur et notre modèle est ensuite établi, d'abord pour une texture seule, puis pour une image d'intensité SAR, c'est à dire une texture affectée de speckle. Il est montré que le modèle multiplicatif entraîne une non-linéarité et une indétermination sur l'estimation des paramètres du modèle. Cette non-linéarité est vérifiée par étude sur simulations de signaux stationnaires. L'étude sur simulations non stationnaires est ensuite effectuée. Enfin, la formulation d'une approximation permet l'application aux données réelles. Les deux méthodes présentées dans ce chapitre sont comparées sur les données utilisées au chapitre 3.
- Enfin, le chapitre 5 présente une application de l'estimation de l'orientation locale par le tenseur de structure au filtrage de speckle. Après une introduction aux techniques de filtrage les plus courantes en traitement des images SAR, une méthode originale de filtrage est proposée. Les performances de cette méthode sont comparées à celles du filtre de Lee modifié [Lee81].

Ce mémoire se termine par les conclusions tirées de cette étude ainsi que par les perspectives éventuelles ouvertes par ce travail.

L'image choisie pour les tests est issue de la scène «*Trauntstein*» acquise par le système ESAR du DLR (Centre Aérospatial Allemand) en bande L. La zone sélectionnée pour les tests est représentée sur la figure 1.



**Fig. 1:** Image de puissance (SPAN) de la zone de test issue de la scène «*Trauntstein*» acquise par le capteur ESAR du DLR (Centre Aérospatial Allemand) en bande L.

# Chapitre 1

## Généralités sur les images SAR

### 1.1 Introduction

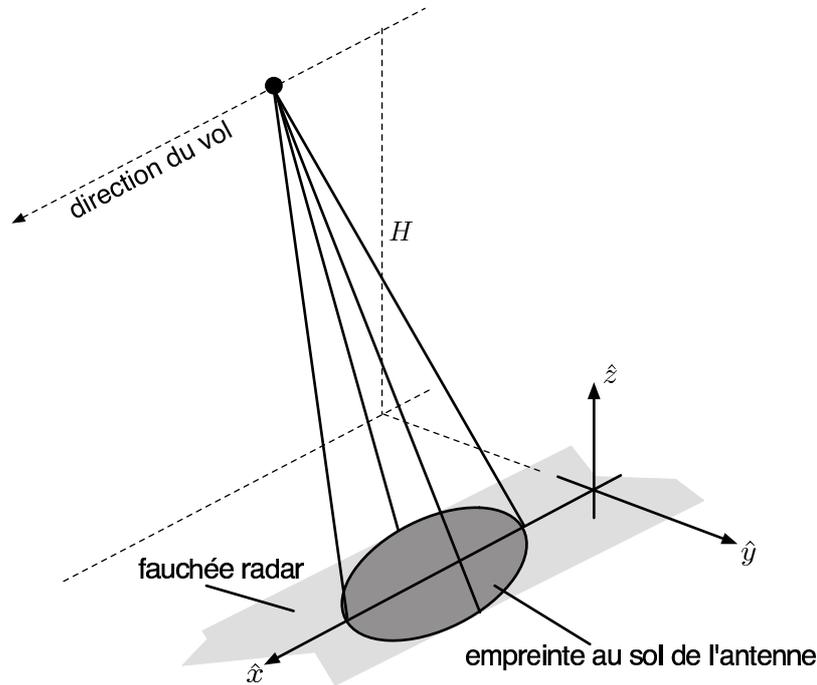
Ce chapitre présente en premier lieu les notions de bases nécessaires à la compréhension de la formation des images par un système SAR ou ROS (Radar à Ouverture Synthétique) et notamment les traitements qui permettent d'aboutir à l'approximation de Born [LBM<sup>+</sup>93]. Ensuite, partant de cette approximation qui décrit l'amplitude complexe de l'image comme le résultat de la convolution entre la réflectivité de la scène et la fonction de transfert du SAR, les hypothèses menant au phénomène de speckle pleinement développé sont énumérées. Ainsi, les lois statistiques de l'amplitude, de l'intensité et de la phase sont dérivées menant au modèle de bruit multiplicatif. Ensuite les statistiques d'ordre un de l'intensité sont données pour le cas des images multivues, puis les statistiques d'ordre deux telles que l'autocorrélation et la distribution conjointe de  $N$  amplitudes complexes relatives au phénomène de speckle sont décrites. Enfin, le cas des données polarimétriques est brièvement abordé avec l'introduction des matrices de rétrodiffusion Sinclair et de covariance polarimétrique.

### 1.2 Principes de l'imagerie SAR

Le processus de génération d'une image SAR peut être divisé en deux étapes : l'acquisition et la compression. L'acquisition des données s'effectue par une émission d'impulsions électromagnétiques par l'antenne du système. Ces impulsions sont ensuite rétrodiffusées par la surface imagée, reçues par l'antenne du système, enregistrées et forment le signal radar, appelé vidéo brute. L'information de la réflectivité est obtenue au moyen d'une focalisation de la vidéo brute, appelée compression. Une première étape consiste à formuler la réponse d'un diffuseur, puis la formation complète d'une image SAR complexe est obtenue par superposition des contributions de l'ensemble des diffuseurs constituant la scène observée [BH98].

### 1.2.1 Concepts de base du Radar à Synthèse d'Ouverture

Il existe différents types de système SAR : spatial si le capteur est embarqué sur un satellite ou navette spatiale, ou aéroporté si le porteur est un avion. Un système SAR illumine une scène de la façon présentée par la figure 1.1. Le capteur se déplace le long d'un trajet rectiligne, appelé azimut, à une altitude  $H$ , au-dessus d'un plan de référence  $(x, y)$ . Comme le montre la figure 1.1, la trace du faisceau au sol est nommée l'empreinte et la zone décrite par le faisceau en se déplaçant est nommée la fauchée. La direction de l'axe de visée du radar est appelée direction radiale ou distance.



**Fig. 1.1:** Illumination d'une scène par un SAR.

La résolution en distance est définie comme la distance minimale de séparation de deux points pouvant être distingués par le radar dans la direction distance. Ainsi, la résolution en distance,  $\delta_r$ , dépend de la durée du pulse d'émission,  $\tau_p$ , ou inversement de la largeur de bande du signal,  $W$  :

$$\delta_r = \frac{c\tau_p}{2} = \frac{c}{2W} \quad (1.1)$$

où  $c$  représente la célérité de la lumière dans le vide.

La résolution en azimut dépend de la taille de l'antenne dans la direction azimutale,  $D_a$  ainsi que de l'angle d'ouverture de l'antenne,  $\theta_{ap}$ , reliés par la relation :

$$\theta_{ap} \propto \frac{\lambda}{D_a} \quad (1.2)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde. Ainsi, la résolution en azimut,  $\delta_a$ , devient :

$$\delta_a = r_0 \frac{\lambda}{D_a} \quad (1.3)$$

où  $r_0$  est la distance radiale entre l'antenne et la cible. La résolution dépend de la taille de l'antenne. Ainsi comme physiquement la taille d'une antenne ne peut être infinie, la résolution en azimut est relativement médiocre. Elle peut être améliorée en employant le concept de la synthèse d'ouverture. Le principe SAR est basé sur l'utilisation d'une plateforme en mouvement afin de synthétiser une antenne effective plus longue et améliorer ainsi la résolution en azimut. Ceci est réalisé en effectuant plusieurs mesures de la réflectivité d'une scène à différentes positions azimutales, permettant ainsi, grâce à une technique de compression des données, d'obtenir une résolution plus fine en azimut. Comme pour un radar à ouverture réelle, le faisceau de l'antenne synthétique entraîne une ouverture  $\theta_{sa}$ , avec une longueur d'antenne synthétique  $L_{sa}$  :

$$\theta_{sa} = \frac{\lambda}{2L_{sa}} \quad (1.4)$$

Le facteur 2 prend en compte le trajet aller-retour entre le radar et la cible. La résolution en azimut devient donc, en tenant compte des nouveaux paramètres du SAR :

$$\delta_a = r_0 \frac{\lambda}{2L_{sa}}. \quad (1.5)$$

La longueur maximale pour l'antenne synthétique est limitée par le temps d'illumination de la cible, donnée par la taille de l'empreinte au sol, ainsi :

$$L_{sa} \leq \frac{\lambda r_0}{D_a}. \quad (1.6)$$

En conséquence, la limite inférieure de la résolution qu'il est possible d'obtenir en utilisant un système SAR devient :

$$\delta_a \geq \frac{D_a}{2}. \quad (1.7)$$

### 1.2.2 Géométrie d'une mesure SAR

La géométrie d'un système d'acquisition de données SAR est présentée par la figure 1.2. Le capteur se déplace suivant la direction  $\hat{x}$ .  $P$  représente une cible ponctuelle située à la position  $(x_0, y_0, z_0)$  par rapport à l'origine des coordonnées. La position du capteur est donnée par les coordonnées  $(x, y_S, H)$ , où  $x = v \cdot t$  représente la position suivant la direction azimutale,  $v$  étant la vitesse du porteur et  $t$  le temps.  $y_S$  représente la position du porteur suivant  $\hat{y}$  et  $H$ , l'altitude du porteur.  $\theta$  est l'angle d'incidence

du signal émis lorsque le radar se trouve à la même position azimutale que la cible. Enfin  $R(x - x_0; r_0)$  est la distance entre la cible et le radar et s'écrit :

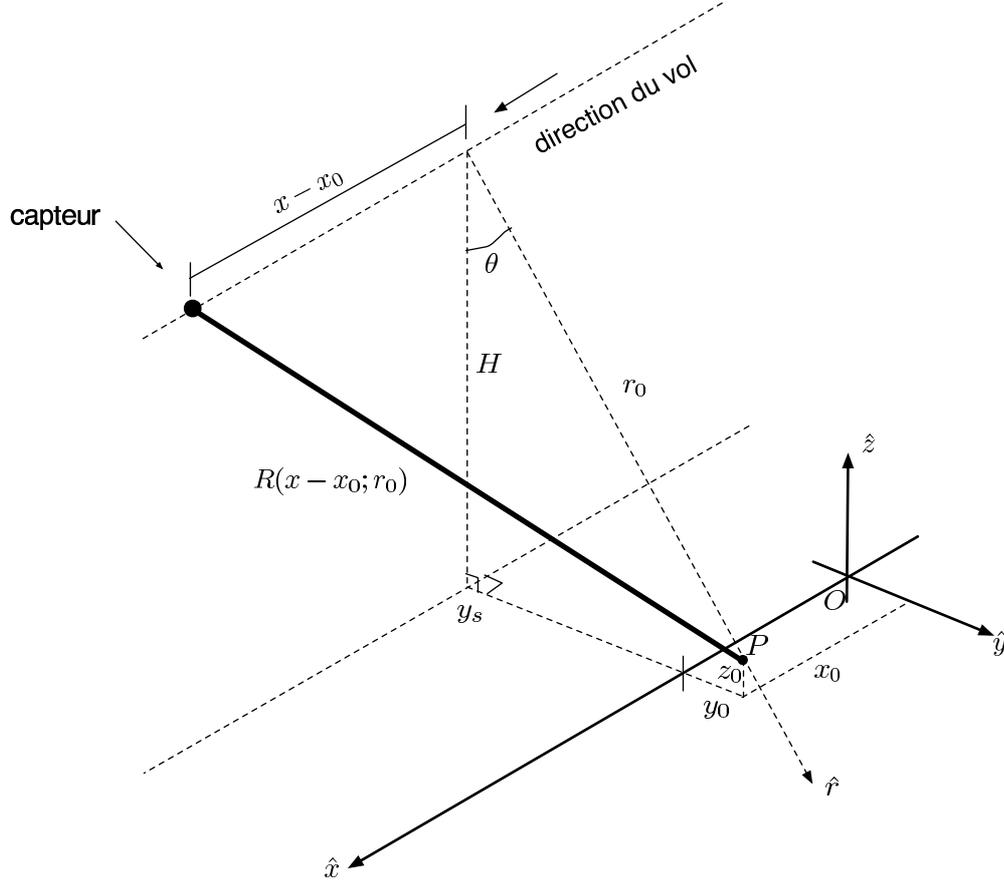
$$R(x - x_0; r_0) = \sqrt{r_0^2 + (x - x_0)^2} \quad (1.8)$$

Les données SAR sont représentées dans un espace à deux dimensions défini par la direction azimutale et la direction radiale  $(x, r)$ .

En utilisant cette représentation, un diffuseur ponctuel est défini par son amplitude complexe  $\sigma_S(x_0, r_0)$ , à la position  $(x_0, r_0)$  :

$$\sigma_S(x_0, r_0) = e^{j\phi_{obj}} \sqrt{\sigma} \delta(x - x_0, r - r_0) \quad (1.9)$$

où  $\delta(x, r)$  est la distribution de Dirac bidimensionnelle,  $\sigma$  représente la section efficace radar (SER) et  $\phi_{obj}$  le déphasage subit par l'onde lors de la réflexion sur l'objet.



**Fig. 1.2:** Géométrie d'une mesure SAR.

### 1.2.3 Traitement du signal SAR dans le cas d'une cible ponctuelle

L'antenne d'un système SAR transmet une série d'impulsions électromagnétiques avec une certaine fréquence de répétition (*PRF*) modulée par une fréquence porteuse  $f_0$ . Le signal émis,  $s_e(t)$ , lors du survol de la zone illuminée est donc :

$$s_e(t) = A(t)e^{j(2\pi f_0 t + \psi(t))} \quad (1.10)$$

où  $A(t)$  représente l'enveloppe de l'impulsion et  $\psi(t)$  la phase. L'impulsion donnée par (1.10) interagit avec un diffuseur ponctuel, (1.9), localisé à la position  $(x_0, r_0)$ . En faisant l'hypothèse d'une propagation de l'onde dans l'espace libre, l'écho reçu peut s'écrire de la façon suivante :

$$s_r(x, r; r_0) = \sigma_S(x_0, r_0)G_0(x - x_0; r_0)A\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right) \cdot \exp\left(j\frac{4\pi f_0}{c}(r - R(x - x_0; r_0)) + j\psi\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right)\right) \quad (1.11)$$

où  $G_0(x - x_0; r_0)$  symbolise le gain de l'antenne à l'émission et à la réception (incluant l'atténuation en distance, les pertes du système, ...). Après une démodulation en quadrature cohérente, le signal reçu (1.11) devient :

$$s'_r(x, r; r_0) = \sigma_S(x_0, r_0)G_0(x - x_0; r_0)A\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right) \cdot \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x - x_0; r_0) + j\psi\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right)\right) \quad (1.12)$$

Ainsi, la réponse d'un diffuseur local mesurée par un système d'acquisition de données SAR peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s'_r(x, r; r_0) = \sigma_S(x_0, r_0) \cdot h_a(x, r; r_0) \quad (1.13)$$

avec :

$$h_a(x, r; r_0) = G_0(x - x_0; r_0) \cdot A\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right) \cdot \exp\left(j\psi\left(\frac{2}{c}(r - R(x - x_0; r_0))\right)\right) \cdot \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x - x_0; r_0)\right) \quad (1.14)$$

L'expression précédente peut être exprimée comme la convolution de deux fonctions, suivant :

$$h_a(x, r; r_0) = h_{a_1}(x - x_0, r; r_0) * h_{a_2}(r) \quad (1.15)$$

avec :

$$h_{a_1}(x, r; r_0) = G_0(x; r_0) \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x; r_0)\right)\delta(r - R(x; r_0)) \quad (1.16)$$

$$h_{a_2}(r) = A\left(\frac{2r}{c}\right) \exp\left(j\psi\left(\frac{2r}{c}\right)\right) \quad (1.17)$$

où  $*$  représente l'opérateur de convolution. La fonction de transfert  $h_{a_2}(r)$  dépend seulement de la distance radiale  $r$ . La fonction  $R(x - x_0; r_0)$  introduit un couplage entre la distance radiale  $r$  et la distance azimutale  $x$  comme cela est montré par (1.8). Le premier effet de cette double dépendance est que le lieu de l'écho retourné ne suit pas une ligne droite mais une courbe hyperbolique définie par  $R(x - x_0; r_0)$ . Cet effet se nomme la migration en distance. Le second effet de la fonction  $R(x - x_0; r_0)$  est l'introduction d'un terme de phase dépendant de la position relative du capteur et de la cible. Le couplage existant entre la distance radiale et la distance azimutale implique que le processus de formation de données SAR est un problème bidimensionnel non séparable.

Le processus de focalisation des données SAR est le plus souvent divisé en 2 étapes : la compression radiale et la compression azimutale. Des techniques de filtrage adapté sont employées puisqu'il existe une connaissance exacte de la fonction de transfert à compenser, donné par l'équation (1.14). Sous l'hypothèse que le capteur est considéré immobile pendant l'émission et la réception des impulsions individuelles, la compression radiale peut être simplement effectuée en corrélant le signal reçu avec la réponse complexe  $h_{a_2}(r)$ , formant ainsi l'enveloppe compressée en distance  $A_c(\tau)$  :

$$A_c(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{a_2}^*(\tau - \tau')A(\tau')e^{j\psi(\tau')}d\tau' \quad (1.18)$$

Le plus souvent, des impulsions à modulation de fréquence linéaire sont utilisées. Le signal émis s'écrit alors :

$$s_e(\tau) = \mathbf{1}_{[-\tau_p/2, \tau_p/2]} \exp\left(j\left(2\pi f_0\tau + \frac{\beta\tau^2}{2}\right)\right) \quad (1.19)$$

où  $\mathbf{1}_{[-\tau_p/2, \tau_p/2]}$  représente la fonction rectangle d'une durée  $\tau_p$  et  $\beta$  est la pente de la modulation de fréquence linéaire du chirp, relié à la largeur de bande  $W$  par  $\beta\tau_p \approx W$ . Dans ce cas, le filtre  $A_c(\tau)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} A_c(\tau) &= \frac{\sin(\pi\beta\tau(\tau_p - |\tau|))}{\pi\beta\tau} \\ &\approx \tau_p \frac{\sin(\pi\beta\tau_p\tau)}{\pi\beta\tau_p\tau} = \tau_p \text{sinc}(\beta\tau_p\tau) = \tau_p \text{sinc}(W\tau) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Après l'application du processus de compression radiale (1.18) sur la vidéo brute (1.12), le signal suivant est obtenu :

$$s'_{rc}(x, r; r_0) = \sigma_S(x_0; r_0)G_0(x-x_0; r_0)A_c\left(\frac{2}{c}(r-R(x-x_0; r_0))\right) \exp\left(-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x-x_0; r_0)\right) \quad (1.21)$$

La seconde étape dans le processus de formation d'une image SAR est la compression azimutale. Cette étape fait usage de la dépendance de phase entre la distance radiale et l'azimut (1.14). Le signal de référence est obtenu à partir de l'expression de  $h_{a_1}(x, r; r_0)$  dans (1.14). La fonction  $R(x; r_0)$ , donnée par (1.8) pour une position azimutale particulière, est :

$$R(x-x_0; r_0) = \sqrt{r_0^2 + (x-x_0)^2} \quad (1.22)$$

Cette fonction représente l'équation d'une conique dans le plan  $(x, r)$ , qui peut être approchée par une courbe parabolique, déterminée par un développement en série de TAYLOR :

$$R(x-x_0; r_0) = r_0\sqrt{1 + \left(\frac{x-x_0}{r_0}\right)^2} = r_0 + \frac{(x-x_0)^2}{2r_0} + \dots \quad (1.23)$$

La compression azimutale est effectuée en corrélant le signal (1.21) avec le filtre adapté en azimut et en distance. Le signal de référence  $h_{a_1}(x, r; r_0)$  pour un point particulier  $(x_1, r_1)$  est trouvé grâce à l'équation (1.14). Si  $G_{ref}$  est défini comme une fonction de pondération azimutale de référence, l'image complexe  $u(x_1, r_1)$  est :

$$\begin{aligned} u(x_1, r_1) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s_{rc}(x, r)h_{a_1}^*(x-x_1, r; r_1)dxdr \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_S(x_0, r_0)G_0(x-x_0; r_0) \\ &\quad \cdot A_c\left(\frac{2}{c}(r-R(x-x_0; r_0))\right)e^{-j\frac{4\pi}{\lambda}R(x-x_0; r_0)} \\ &\quad \cdot G_{ref}(x-x_1; r_1)\delta(r-R(x-x_1; r_1)) \\ &\quad \cdot e^{j\frac{4\pi}{\lambda}R(x-x_1; r_1)}dxdr \\ &= \sigma_S(x_0, r_0) \int_{-\infty}^{\infty} G_{ref}(x-x_1; r_1)G_0(x-x_0; r_0) \\ &\quad \cdot A_c\left(\frac{2}{c}\left(R(x-x_1; r_1) - R(x-x_0; r_0)\right)\right) \\ &\quad \cdot e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(R(x-x_1; r_1) - R(x-x_0; r_0))}dx \end{aligned} \quad (1.24)$$

Pour obtenir un signal SAR compressé, les approximations suivantes sont faites :

hypothèse 1 : les variations du gain d'antenne sont négligeables à l'intérieur du lobe principal :

$$G_0(x-x_0; r_0)G_{ref}(x-x_1; r_1) \approx G_0(x-x_0; r_0)G_{ref}(x-x_0; r_0) = G_{eff}(x-x_0; r_0) \quad (1.25)$$

hypothèse 2 : Lorsque  $r_1 \approx r_0$ , la différence radiale est obtenue en utilisant (1.23), comme :

$$R(x-x_1; r_1) - R(x-x_0; r_0) \approx \Delta r - \frac{x\Delta x}{r_0} + \frac{1}{2r_0}(x_1^2 - x_0^2) \quad (1.26)$$

où  $\Delta r = r_1 - r_0$  et  $\Delta x = x_1 - x_0$ .

hypothèse 3 : le premier terme de (1.26) permet de décrire la différence de distance radiale au voisinage de la position  $(x_0, r_0)$ ,  $(x_1, r_1)$  et le résultat suivant est obtenu :

$$A_c\left(\frac{2}{c}\left(R(x-x_1; r_1) - R(x-x_0; r_0)\right)\right) = A_c\left(\frac{2}{c}\Delta r\right) \quad (1.27)$$

En prenant (1.24) et suivant les approximations (1.25), (1.26) et (1.27), l'expression de l'image générée peut se mettre sous la forme :

$$u(x_1, r_1) = \sigma_S(x_0, r_0)A_c\left(\frac{2}{c}\Delta r\right)e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\Delta r} \int_{-\infty}^{\infty} G_{eff}(x-x_0; r_0)e^{-j2\pi fx} dx \quad (1.28)$$

avec  $f = 2\Delta x/\lambda r_0$ . Comme il est possible de le constater dans l'équation (1.28), la réponse en azimuth s'exprime comme la transformée de Fourier de la caractéristique du rayonnement des antennes. Ainsi plus la bande passante des antennes est large plus la réponse est étroite. Pour des raisons de simplicité, l'ouverture de l'antenne est supposée de forme carrée. Ainsi, pour une antenne de largeur  $D_a$ , à la longueur d'onde  $\lambda$ , la transformée de Fourier du faisceau est :

$$\int_{-\frac{\lambda r_0}{2D_a}}^{\frac{\lambda r_0}{2D_a}} G_{eff}(x-x_0; r_0)e^{-j2\pi fx} dx = \frac{\lambda r_0}{D_a} \frac{\sin\left(\pi f \frac{\lambda r_0}{D_a}\right)}{\pi f \frac{\lambda r_0}{D_a}} = \frac{\lambda r_0}{D_a} \text{sinc}\left(2\frac{\Delta x}{D_a}\right) \quad (1.29)$$

Les bornes de l'intégrale correspondent à la taille de l'empreinte au sol du faisceau de l'antenne, donnée par l'équation (1.6).

En utilisant (1.20), (1.28) et (1.29), l'image SAR complexe, dans le cas d'un diffuseur ponctuel localisé à la position  $(x_0, r_0)$  prend la forme :

$$u(x, r) = \sigma_S(x_0, r_0)e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(r-r_0)} \text{sinc}\left(\frac{r-r_0}{\delta_r}\right) \text{sinc}\left(\frac{x-x_0}{\delta_a}\right) \quad (1.30)$$

avec  $\delta_r$  et  $\delta_a$  représentant les résolutions radiales et azimutales respectivement.

Finalement, la réponse impulsionnelle d'une chaîne SAR, englobant aussi bien l'acquisition des données que le processus de formation de l'image, est proportionnelle à :

$$h(x, r) \propto e^{i\frac{4\pi}{\lambda}r} \operatorname{sinc}\left(\frac{r}{\delta_r}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{x}{\delta_a}\right) \quad (1.31)$$

### 1.2.4 Modèle de signal dans le cas de cibles distribuées

Comme il a été montré dans la section précédente, la réponse impulsionnelle d'un système SAR résulte de la convolution de la réflectivité de la scène avec un filtre passe-bas. Le concept de cellule de résolution est défini comme l'aire donnée par la réponse impulsionnelle du SAR, c'est-à-dire l'aire  $\delta_a \times \delta_r$ . Dans le cas réel, le signal reçu n'est pas dû à la diffusion d'une seule cible, mais résulte de la combinaison d'un nombre important de diffuseurs à l'intérieur de la cellule de résolution. Ces diffuseurs caractérisés par leur comportement aléatoire, sont appelés cibles distribuées, et sont opposés aux diffuseurs ponctuels pour lesquels le comportement de diffusion est complètement déterministe [BH98].

Ces cibles distribuées peuvent être décrites, dans un espace à trois dimensions, par la moyenne d'une fonction de réflectivité complexe  $a(x, y, z)$ , de nature aléatoire. Le développement d'un modèle de système SAR nécessite de connaître la fonction  $a(x, y, z)$  pour chaque diffuseur ponctuel.

Le développement du modèle d'un système SAR est basé sur l'approximation de BORN. Dans ce cas, le champ diffusé total résulte de la superposition des champs diffusés par chaque diffuseur simple, négligeant ainsi les interactions d'ordre supérieur telles que les doubles réflexions.

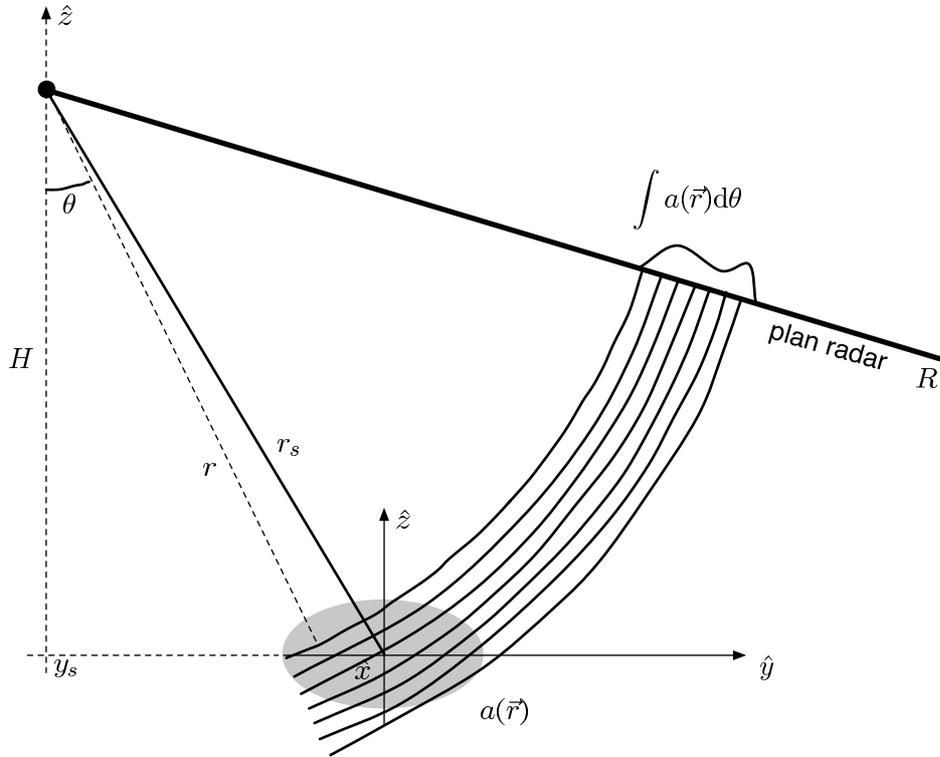
Ainsi l'opérateur linéaire qui caractérise le processus de l'imagerie SAR est une projection géométrique de  $a(x, y, z)$  définie dans un espace à trois dimensions des fonctions de réflectivité vers un espace à deux dimensions  $(x, r)$  :

$$a(x, r) = \int a(x, y_0 + r \sin \theta, z_0 - r \cos \theta) r d\theta \quad (1.32)$$

où  $\theta$  représente l'angle d'incidence de l'onde. Sous l'approximation de BORN, l'opérateur linéaire caractérisant le processus de formation d'une image SAR est une projection géométrique de la fonction de réflectivité  $a(x, y, z)$  donnée par (1.32) suivie par une convolution avec la réponse ponctuelle d'un SAR :

$$u(x, r) = \left( e^{-j2kr} \int a(x, y_0 + r \sin \theta, z_0 - r \cos \theta) r d\theta \right) * * h(x, r) \quad (1.33)$$

Le processus de projection de (1.32) n'a aucun effet dans la dimension azimutale  $x$ . Par contre, il introduit plusieurs distorsions dans la dimension radiale  $r$ . Un système SAR mesure des données selon son axe de visée, nommé aussi le plan radar. De plus, l'intégration suivant  $\theta$  entraîne que les réponses des points situés à une même distance sont intégrés ensemble et localisés à la même position dans l'image SAR (figure 1.3).



**Fig. 1.3:** Projection cylindrique de la cible.

L'image SAR complexe, sous l'approximation de Born, peut être écrite :

$$u(x, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a(x', r') e^{-j2kr'} h(x - x', r - r') dx' dr' \quad (1.34)$$

Dans cette équation, les variables  $(x, r)$  désignent les dimensions de l'image, tandis que les coordonnées  $(x', y')$  indiquent la position d'un diffuseur particulier à l'intérieur de la cellule de résolution.

### 1.3 Statistiques des images SAR

Si le SAR permettait historiquement de détecter des cibles ponctuelles, il est de plus en plus exploité comme imageur des milieux naturels, qui ont bien souvent une structure physique complexe et sont qualifiés de cibles distribuées. Ce type de cible entraîne des mécanismes de diffusion par surface rugueuse ou volumique et dont la complexité empêche de prédire la valeur du champ électromagnétique rétrodiffusé sans une connaissance complète de la scène imagée, ce qui est en pratique impossible. Pour cette raison, on décrira ce type de cibles et de mécanismes par des comportements statistiques.

Une façon simple de décrire la réponse d'une zone éclairée par l'onde électromagnétique est de considérer que sa réponse est due à un nombre fini de diffuseurs élémentaires présents à l'intérieur de la cellule de résolution. La réponse totale de

la zone éclairée sera alors le résultat de la sommation cohérente des contributions élémentaires de chaque diffuseur, pondérée par la fonction d'appareil du SAR. Les dimensions de la cellule de résolution étant très supérieures à la longueur d'onde du signal illuminant la zone, un grand nombre de diffuseurs sont présents à l'intérieur de celle-ci. Les positions et les contributions de ces derniers sont *a priori* inconnues mais leur nombre important permet de décrire leur comportement d'ensemble par des propriétés statistiques.

On considère alors que la réponse totale de la zone est la réalisation d'une variable aléatoire dont la distribution est relative aux propriétés physiques du milieu. Quelques hypothèses simplificatrices permettent d'aboutir au modèle bien connu appelé speckle pleinement développé, introduit par Goodman [Goo76, Goo84].

### 1.3.1 Statistiques de l'amplitude complexe

Même pour une zone imagée homogène, c'est à dire dont les propriétés physiques ne varient pas spatialement, on peut constater que les images SAR ont un aspect granuleux qui nuit à leur interprétation visuelle. Ce phénomène, dû au caractère aléatoire des milieux naturels est appelé bruit de chatoiement ou speckle. Nous en donnons ici une justification mathématique et étudions ses propriétés dans un cadre probabiliste.

Il a été établi que l'amplitude complexe des images SAR pouvait être vue comme la résultante de la convolution entre la réflectivité de la scène et un filtre passe-bas bi-dimensionnel représentant la fonction de transfert du système imageur :

$$z(x, y) = \epsilon * h(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \epsilon(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy' \quad (1.35)$$

où  $z$  est la réflectivité complexe du pixel centré en  $(x, y)$  (couple de valeurs représentant les coordonnées spatiales dans l'image et remplaçant  $(x, r)$  défini précédemment),  $h$  est la réponse impulsionnelle complexe du système SAR donnée par l'équation (1.31),  $\epsilon$  est la densité surfacique de rétrodiffusion de la zone éclairée par l'onde électromagnétique ce point, on émet l'hypothèse que la réponse de la cible distribuée peut être modélisée par la somme des réponses d'un grand nombre  $N$  de diffuseurs élémentaires.

La densité de rétrodiffusion ainsi discrétisée s'exprime de la manière suivante :

$$\epsilon(x, y) = \sum_{k=1}^N \epsilon_k \delta(x - x_k, y - y_k) \quad (1.36)$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac, et les couples  $(x_k, y_k)$  sont les coordonnées spatiales des  $N$  contributeurs d'amplitudes complexes  $\epsilon_k$ .

Cela nous permet de re-écrire l'intégrale 1.35 comme une somme discrète :

$$z(x, y) = \sum_{k=1}^N \epsilon_k h(x - x_k, y - y_k) \quad (1.37)$$

qui peut encore être notée avec des exponentielles complexes :

$$z = A \exp(-j\Phi) = \sum_{k=1}^N a_k \exp(-j\Phi_k) \quad (1.38)$$

où  $a_k = |\epsilon_k h(x - x_k, y - y_k)|$ . Les positions et les amplitudes complexes des diffuseurs étant inconnues, on modélise les  $a_k$  et les  $\Phi_k$  par des variables aléatoires. La somme de ces contributions est équivalente à une marche aléatoire de  $N$  pas dans le plan complexe comme illustré sur la figure 1.4.

Les hypothèses sur les amplitudes et les phases des contributeurs qui permettront ensuite d'aboutir au modèle dit du "speckle pleinement développé" [Goo76] sont :

- le nombre  $N$  de diffuseurs par cellule de résolution est grand.
- pour chaque diffuseur  $k$ , l'amplitude  $a_k$  et la phase  $\Phi_k$  sont statistiquement indépendantes de celles des autres diffuseurs présents dans la cellule de résolution.
- pour chaque diffuseur  $k$ , l'amplitude  $a_k$  et la phase  $\Phi_k$  sont mutuellement statistiquement indépendantes.
- les amplitudes  $a_k$  sont identiquement distribuées et leurs moments d'ordre un et deux sont  $E[a]$  et  $E[a^2]$ .
- les phases  $\phi_k$  sont uniformément distribuées sur  $[-\pi, \pi]$ .
- il n'existe aucun diffuseur possédant une réponse prédominante par rapport aux autres.

On peut reformuler l'équation 1.38 en séparant partie réelle et imaginaire :

$$z_{\Re} = \sum_{k=1}^N a_k \cos \Phi_k \quad (1.39)$$

$$z_{\Im} = \sum_{k=1}^N a_k \sin \Phi_k. \quad (1.40)$$

Les hypothèses formulées précédemment permettent de calculer les moments des parties réelle et imaginaire. En effet, la dernière affirmation entraîne :

$$E[\cos \Phi_k] = 0 \text{ et } E[\sin \Phi_k] = 0 \quad (1.41)$$

$$E[\cos \Phi_k \cos \Phi_l] = E[\sin \Phi_k \sin \Phi_l] = \begin{cases} \frac{1}{2} & k = l \\ 0 & k \neq l \end{cases}. \quad (1.42)$$

La combinaison de ces conditions avec les hypothèses d'indépendance permet d'obtenir les moments d'ordre un.

$$E[z_{\Re}] = \sum_{k=1}^N E[a_k] E[\cos \Phi_k] = 0 \quad (1.43)$$

et

$$E[z_{\Im}] = \sum_{k=1}^N E[a_k] E[\sin \Phi_k] = 0 \quad (1.44)$$

L'hypothèse sur la distribution des amplitudes donne les moments d'ordre deux :

$$E[z_{\Re}^2] = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N E[a_k a_l] E[\cos \Phi_k \cos \Phi_l] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N E[a_k^2] = \frac{N}{2} E[a^2] \quad (1.45)$$

et

$$E[z_{\Im}^2] = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N E[a_k a_l] E[\sin \Phi_k \sin \Phi_l] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N E[a_k^2] = \frac{N}{2} E[a^2] \quad (1.46)$$

ainsi que la corrélation :

$$E[z_{\Re} z_{\Im}] = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N E[a_k a_l] E[\cos \Phi_k \sin \Phi_l] = 0. \quad (1.47)$$

De plus, le nombre de diffuseurs étant supposé grand, les parties réelles et imaginaires sont les sommes d'un grand nombre de variables aléatoires identiquement distribuées et l'application du théorème de la limite centrale [Pap91] nous permet d'affirmer que leur distribution est normale. Si l'on pose  $x = z_{\Re}$  et  $y = z_{\Im}$ , alors les densités de probabilités de  $x$  et  $y$  sont :

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \quad (1.48)$$

et

$$p_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y^2}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (1.49)$$

où

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \frac{N}{2} E[a^2]. \quad (1.50)$$

Si l'on définit  $\sigma = NE[a^2]$  la réflectivité du pixel, alors les variables  $x$  et  $y$  étant décorréelées, leur distribution conjointe conditionnellement à cette réflectivité est le produit  $p_x(x)p_y(y)$  :

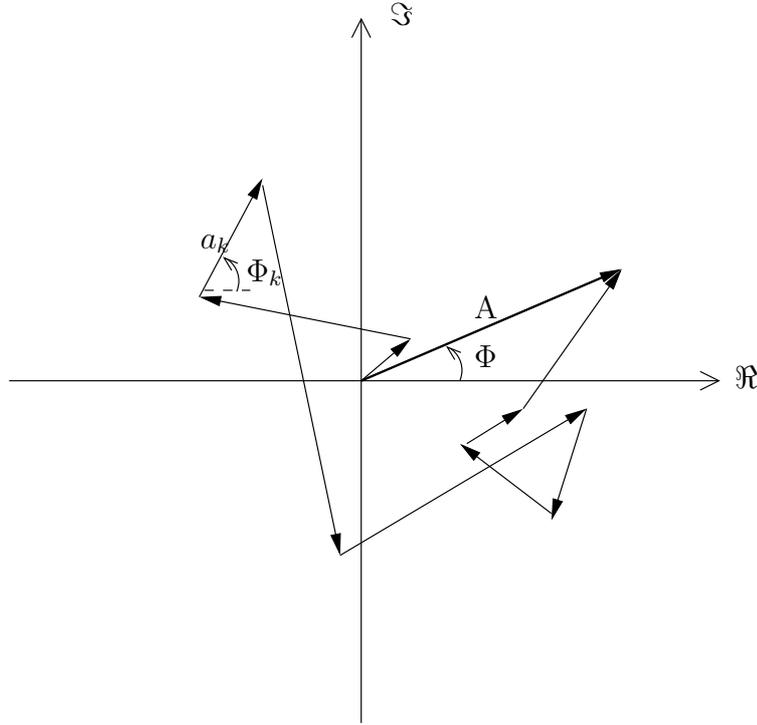
$$p_{x,y}(x, y|\sigma) = \frac{1}{\pi\sigma} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\sigma}\right) \quad (1.51)$$

où l'amplitude complexe du pixel considéré est  $z = x + jy$ .

### 1.3.2 Statistiques de l'amplitude et de la phase

A partir de la densité conjointe des parties réelle et imaginaire, il est possible de calculer la densité de probabilité de l'amplitude  $A = |z|$  et de la phase  $\phi = \arg(z)$  en utilisant la relation  $z = A \exp(-j\phi)$  et l'on peut montrer que  $p_z(A, \phi|\sigma) = p_A(A|\sigma)p_\phi(\phi)$  [UHA88]. La phase est uniformément distribuée entre  $-\pi$  et  $\pi$  :

$$p_\phi(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad \phi \in [-\pi, \pi] \quad (1.52)$$



**Fig. 1.4:** Illustration de la marche aléatoire dans le plan complexe aboutissant au phénomène de speckle : le vecteur représentant l'amplitude complexe est obtenu par sommation des contributions des différents diffuseurs présents dans la cellule de résolution.

et l'amplitude suit une loi de Rayleigh :

$$p_A(A|\sigma) = \frac{2A}{\sigma} \exp\left(-\frac{A^2}{\sigma}\right) \quad A \geq 0. \quad (1.53)$$

On peut donc constater que seule l'amplitude  $A$  contient une information exploitable *a priori* sur les diffuseurs présents dans la cellule de résolution. Les moments d'ordre  $m$  de la loi de Rayleigh s'écrivent :

$$E[A^m] = \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right) \sigma^{\frac{m}{2}}. \quad (1.54)$$

La moyenne de l'image d'amplitude d'une scène de réflectivité  $\sigma$  est donc

$$\mu_A = \frac{1}{2} \sqrt{\pi \sigma} \quad (1.55)$$

et sa variance

$$\sigma_A^2 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \sigma. \quad (1.56)$$

Une statistique communément utilisée pour ce type de loi est le coefficient de variation en amplitude qui est l'écart-type normalisé par la moyenne :

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} = \sqrt{\frac{\pi}{4} - 1} \approx 0,553. \quad (1.57)$$

### 1.3.3 Statistiques de l'intensité

#### 1.3.3.1 Données mono-vue

Il est souvent commode de visualiser et de travailler sur l'intensité des images SAR, qui est le carré de l'amplitude c'est à dire  $I = A^2 = zz^*$ , où  $*$  dénote le complexe conjugué. On obtient par changement de variable la loi de l'intensité qui est une distribution exponentielle :

$$p_I(I|\sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(-\frac{I}{\sigma}\right). \quad (1.58)$$

et dont les moments d'ordre  $m$  sont :

$$E[A^m] = \Gamma(m+1) \sigma^m. \quad (1.59)$$

La moyenne de l'intensité est alors directement la réflectivité :

$$\mu_I = \sigma, \quad (1.60)$$

et la variance

$$\sigma_I^2 = \sigma^2. \quad (1.61)$$

Cette distribution peut aussi être caractérisée par son coefficient de variation en intensité puisque :

$$CV_I = \frac{\sigma_I}{\mu_I} = 1. \quad (1.62)$$

Les courbes des lois statistiques des données mono-vues pour une valeur de réflectivité moyenne donnée sont tracées sur la figure 1.5.

**Le modèle du speckle multiplicatif :** Pour une zone homogène de réflectivité  $\sigma$ , nous avons montré que la valeur moyenne et l'écart-type de l'intensité étaient tous deux égaux à  $\sigma$ . Cette propriété intéressante des images SAR permet de décomposer leur intensité comme le produit de deux variables :

$$I = \sigma F. \quad (1.63)$$

La variable  $F$  représente le speckle dont la distribution est une loi exponentielle de moyenne et variance unitaires  $\mu_F = 1$  et  $\sigma_F^2 = 1$ . La variable  $\sigma$  est quand à elle liée aux propriétés physiques et représente la partie déterministe de l'image, que l'on cherche à estimer.

Ceci explique le fait que le speckle soit couramment interprété comme un bruit multiplicatif, bien qu'il soit intrinsèquement lié au processus physique de la rétrodiffusion, et donc déterministe dans l'absolu.

### 1.3.3.2 Données multi-vues

Nous avons vu précédemment l'intensité d'une image SAR était fortement affectée par un bruit de nature multiplicative appelé speckle. Afin de réduire la variance de l'intensité, il est courant de pratiquer une moyenne incohérente, c'est à dire sur l'intensité, de  $L$  échantillons indépendants. Plusieurs méthodes existent pour cela : si l'on possède plusieurs vues successives de la scène, on peut réaliser cette moyenne sans perte de résolution. Dans le cas où l'on ne possède qu'une seule image, la moyenne peut être effectuée dans le domaine spatial en sommant  $L$  échantillons voisins, ou bien dans le domaine fréquentiel par sommation de sous-spectres indépendants.

Chaque pixel de l'image multi-vue résulte de la sommation incohérente de  $L$  pixels indépendants dont chacun suit une loi exponentielle :

$$\bar{I} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L I_l. \quad (1.64)$$

L'image multi-vue suit alors une loi Gamma :

$$p_{\bar{I}}(\bar{I}|\sigma) = \frac{1}{\Gamma(L)} \left(\frac{L}{\sigma}\right)^L \exp\left(-\frac{L\bar{I}}{\sigma}\right) \bar{I}^{L-1} \quad (1.65)$$

dont les moments s'expriment :

$$E[I^m] = \frac{\Gamma(L+m)L^m\Gamma(L)^m}{\sigma}. \quad (1.66)$$

La moyenne de l'image multi-vue est alors :

$$\mu_{\bar{I}} = \sigma \quad (1.67)$$

et la variance :

$$\sigma_{\bar{I}}^2 = \frac{\sigma^2}{L}. \quad (1.68)$$

Le coefficient de variation devient :

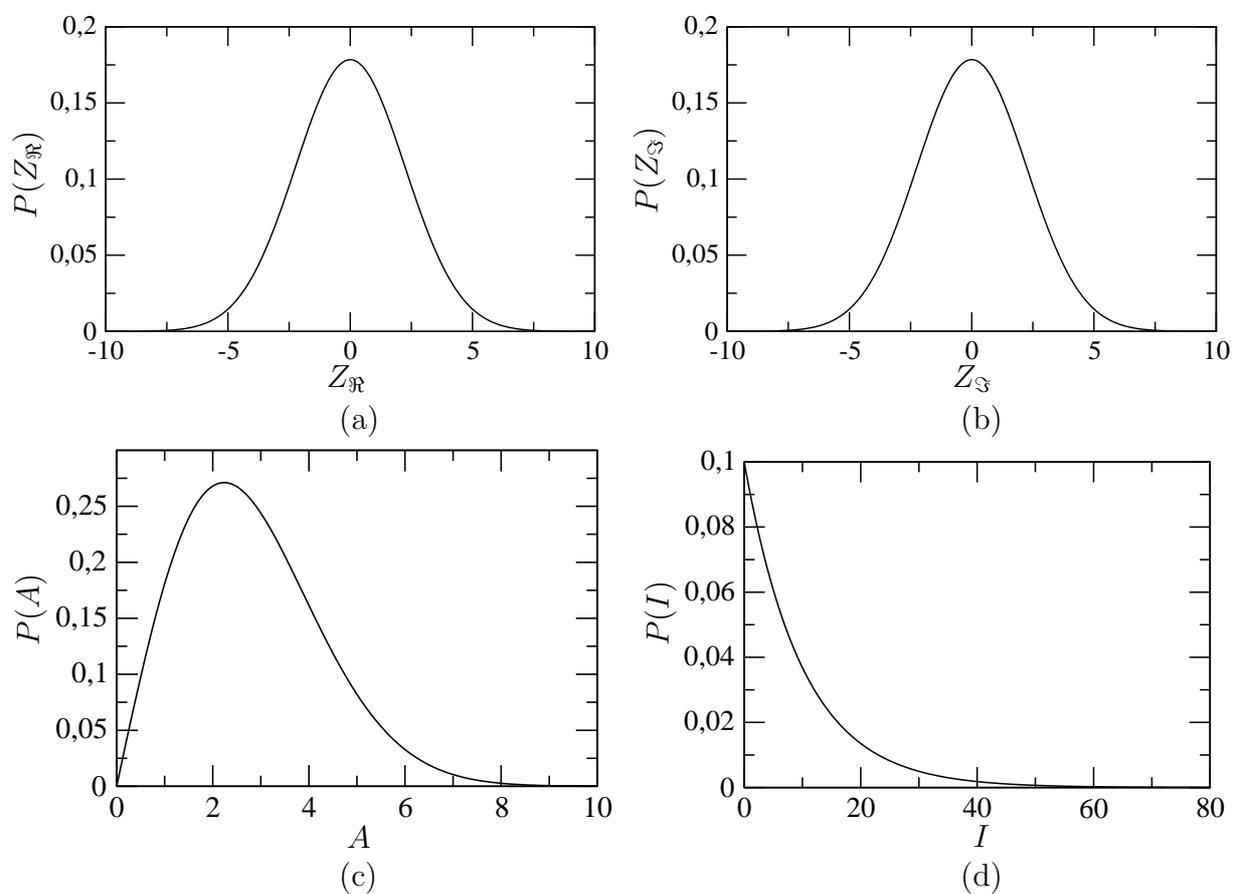
$$CV_{\bar{I}} = \frac{\sigma_{\bar{I}}}{\mu_{\bar{I}}} = \frac{1}{\sqrt{L}}. \quad (1.69)$$

La variance de l'intensité multi-vues est donc réduite d'un facteur  $L$  par rapport à l'intensité mono-vue. La figure 1.6 représente des tracés de la loi Gamma pour différentes valeurs du paramètre  $L$ .

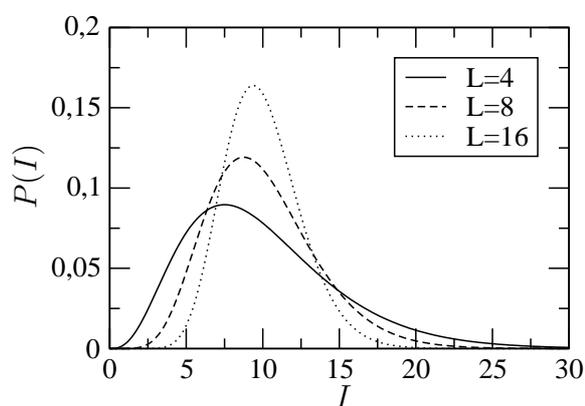
## 1.3.4 Statistiques d'ordre deux : corrélation spatiale

### 1.3.4.1 Corrélation spatiale de l'amplitude complexe

Nous avons étudié précédemment le comportement statistique de l'image SAR en considérant les mécanismes intervenant dans une cellule de résolution. Cependant,



**Fig. 1.5:** Distributions relatives aux images mono-vues pour une réflectivité  $\sigma = 10$  : (a) partie réelle et (b) partie imaginaire de l'amplitude complexe, (c) amplitude, (d) intensité.



**Fig. 1.6:** Exemples de tracés de la distribution Gamma pour une image de réflectivité  $\sigma = 10$  et des nombres de vues de  $L = 4$ ,  $L = 8$  et  $L = 16$ .

l'équation 1.35 modélise la réponse du SAR comme la convolution spatiale de la densité de réflectivité avec la réponse impulsionnelle du système SAR. Cette réponse impulsionnelle introduit donc entre les cellules de résolution une corrélation spatiale qui pourra être étudiée à travers les statistiques d'ordre deux et plus particulièrement l'autocorrélation complexe bidimensionnelle qui, dans l'hypothèse de stationnarité du signal, est donnée par l'expression :

$$R_z(\Delta x, \Delta y) = E(z^*(x, y)z(x + \Delta x, y + \Delta y)) \quad (1.70)$$

En introduisant l'expression de l'amplitude complexe donnée par 1.35, il vient :

$$R_z(\Delta x, \Delta y) = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h^*(u, v)h(u - \Delta x, v - \Delta y)dudv \quad (1.71)$$

où l'on peut définir la corrélation complexe du speckle :

$$R_h(\Delta x, \Delta y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h^*(u, v)h(u - \Delta x, v - \Delta y)dudv \quad (1.72)$$

Il est à remarquer que l'expression de cette corrélation complexe est entièrement déterminé par la fonction de transfert  $h$  du SAR, et ne donne aucune information supplémentaire sur les propriétés statistiques du milieu. Ceci est vrai pour une zone homogène, c'est à dire dont la réflectivité est constante. Dans le cas où la zone n'est plus homogène, la corrélation de la réflectivité est à prendre en compte et l'expression devient plus compliquée.

### 1.3.4.2 Corrélation spatiale de l'intensité

L'intensité  $I$  étant le module au carré de la réflectivité complexe  $Z$ , sa corrélation spatiale peut aussi être obtenue puisque l'on peut montrer [Goo84] que pour des amplitudes complexes gaussiennes circulaires, les deux corrélations sont liées par la relation :

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \sigma^2 + |R_z(\Delta x, \Delta y)|^2 \quad (1.73)$$

et pour une ouverture d'antenne carrée uniforme cette autocorrélation est [Dai75] :

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \sigma^2 \left[ 1 + \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta x}{r_x} \right) \text{sinc}^2 \left( \frac{\Delta y}{r_y} \right) \right] \quad (1.74)$$

où  $r_x$  et  $r_y$  sont les résolutions spatiales en  $x$  et  $y$  du capteur. De même l'expression de la corrélation spatiale pour une image  $L$  vues est données dans [UKBW86] en fonction de la corrélation mono-vue :

$$R_I(\Delta x, \Delta y; L) = \frac{1}{L} [R_I(\Delta x, \Delta y) + \sigma^2(L - 1)] \quad (1.75)$$

### 1.3.4.3 Distribution conjointe de N amplitudes complexes

Nous séparons cette partie de celle traitant de la corrélation spatiale, car la distribution conjointe présentée ci-dessous est plus générale puisqu'elle permet de décrire aussi bien des variables corrélées spatialement que des données SAR multi-canal, comme par exemple les données polarimétriques.

On considère ici N amplitudes complexes corrélées ordonnées dans un vecteur complexe  $\mathbf{z}$ . Dans le cas du modèle de speckle pleinement développé, chacune des composantes du vecteur est une variable aléatoire gaussienne centrée. La distribution conjointe de ce vecteur de dimension N est alors une loi gaussienne multivariées complexe circulaire :

$$p_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = \frac{1}{\pi^N |\mathbf{C}_{\mathbf{z}}|} \exp(-\mathbf{z}^* \mathbf{C}_{\mathbf{z}}^{-1} \mathbf{z}) \quad (1.76)$$

où  $\mathbf{C}_{\mathbf{z}} = E[\mathbf{z}\mathbf{z}^*]$  est la matrice de covariance du vecteur complexe  $\mathbf{z}$ .

## 1.4 Données polarimétriques

La télédétection SAR polarimétrique est l'étude de la réponse électromagnétique d'une cible ou d'un milieu naturel à un signal SAR polarisé incident. La polarisation d'une onde diffusée est très fortement liée aux caractéristiques géométriques et à la structure physique intrinsèque de la cible observée.

Le système SAR émet une onde plane polarisée et considérée monochromatique donc le champ électrique peut s'exprimer comme une fonction du temps  $t$  et de la direction de propagation  $z$  sous la forme complexe :

$$\vec{E}(z, t) = \Re \left[ \begin{array}{c} E_{0x} e^{j(\omega t - kz + \delta_x)} \\ E_{0y} e^{j(\omega t - kz + \delta_y)} \end{array} \right] = \Re \left[ e^{j(\omega t - kz)} \begin{array}{c} E_{0x} e^{j\delta_x} \\ E_{0y} e^{j\delta_y} \end{array} \right] \quad (1.77)$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $k$  le nombre d'onde,  $\delta_x$  et  $\delta_y$  les phases absolues des deux composantes. Les paramètres liés au temps et à l'axe de propagation n'apportant pas d'information sur l'état de polarisation de l'onde, on utilise souvent le vecteur de Jones de l'onde qui s'exprime :

$$\underline{\vec{E}} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{j\delta_x} \\ E_{0y} e^{j\delta_y} \end{bmatrix}. \quad (1.78)$$

La polarimétrie étudie le changement d'état de polarisation entre l'onde incidente  $\underline{\vec{E}}_i$  et l'onde reçue  $\underline{\vec{E}}_s$  par le SAR qui peut s'exprimer [PS92], dans la base de polarisation linéaire horizontale/verticale  $HV$  souvent utilisée, par la relation :

$$\underline{\vec{E}}_s = [S] \underline{\vec{E}}_i = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \underline{\vec{E}}_i \quad (1.79)$$

où  $[S]$  est appelée matrice de diffusion cohérente ou matrice de Sinclair.

La puissance totale associée à une cible, ou span, sera alors définie par :

$$\text{span} = |S_{HH}|^2 + |S_{HV}|^2 + |S_{VH}|^2 + |S_{VV}|^2. \quad (1.80)$$

En configuration monostatique, c'est à dire lorsque l'émetteur et le récepteur sont à la même position, la matrice est symétrique par principe de réciprocité,  $|S_{HV}| = |S_{VH}|$ .

L'information de phase absolue étant souvent difficile à exploiter pour des cibles fluctuantes, des représentations incohérentes sont souvent utilisées pour représenter l'information. L'une d'elles est la matrice de covariance polarimétrique qui s'exprime [CP96] :

$$[C] = \begin{bmatrix} \langle S_{HH}S_{HH}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{HH}S_{HV}^* \rangle & \langle S_{HH}S_{VV}^* \rangle \\ \sqrt{2}\langle S_{HV}S_{HH}^* \rangle & 2\langle S_{HV}S_{HV}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{HV}S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VV}S_{HH}^* \rangle & \sqrt{2}\langle S_{VV}S_{HV}^* \rangle & \langle S_{VV}S_{VV}^* \rangle \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

où  $\langle . \rangle$  représente l'opération de moyenne spatiale et le coefficient 2 permet d'assurer la relation  $\text{span} = \text{Trace}[C]$

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les bases de l'imagerie SAR permettant d'appréhender la nature des images formées par ce type de système. Les statistiques des images SAR sont fortement liées à la nature physique de l'interaction entre l'onde électromagnétique émise par le SAR et le milieu imagé. Ainsi, il a été montré que les données étaient fortement affectées par un bruit de nature multiplicative nommé speckle et pouvaient être décrites par leur réflectivité moyenne. Afin de réduire la variance des observations, une opération de moyenne nommée multi-vue et effectuée dans le domaine spatial ou fréquentiel peut être nécessaire. Les implications de cette opération sur la statistique ont été données. Il a aussi été montré que les statistiques d'ordre deux décrivaient les interactions entre pixels voisins induites par la fonction de transfert du SAR. Enfin, la nature des données polarimétriques a été brièvement abordée, avec l'introduction des matrices de rétrodiffusion cohérente et de covariance polarimétrique.

# Chapitre 2

## Généralités sur l'analyse de texture

### 2.1 Introduction

L'analyse de texture dans le domaine de la vision est, depuis de quelques dizaines années, l'objet de nombreuses études. Les applications peuvent prendre des formes très diverses, de la reconnaissance pour des systèmes de vision «intelligents» à l'estimation de l'orientation d'une surface en passant par la détection de défauts dans des matériaux. En ce qui concerne les images SAR, l'état de l'art est nettement moins avancé du fait de la spécificité de ce type de données [Maï01] et de la nécessité d'adapter les algorithmes classiques à ces données. Néanmoins, en plus de méthodes d'analyse spécifiquement développées pour les images SAR, un certain nombre de méthodes issues du traitement d'image classique ont été importées avec succès.

Après une introduction à la notion de texture, nous présentons dans ce chapitre une sélection des méthodes d'analyse de texture issues du traitement des images et de la vision par ordinateur qui ont été appliquées avec succès aux images SAR. Le but de cette présentation n'est pas de faire une liste exhaustive de toutes les méthodes existant en traitement d'images (nous renvoyons pour cela le lecteur à des ouvrages tels que [Maï03], [CP95]), mais plutôt de présenter les méthodes générales ayant motivé notre approche. En premier lieu, nous présentons la matrice de cooccurrence qui est l'un des outils les plus populaires pour la caractérisation de texture. Puis la caractérisation dans le domaine de Fourier est présentée, logiquement suivie des méthodes de type ondelettes et temps-fréquence. Quelques schémas généraux d'exploitation de l'information obtenue par ces méthodes sont enfin décrites.

La deuxième partie du chapitre porte sur l'analyse de la texture spécifique à l'intensité des images SAR. Tout d'abord le modèle produit étendu aux zones non homogènes est présenté et les statistiques découlant de ce modèle sont introduites. Puis nous présentons les estimateurs statistiques d'ordre un communément utilisés pour la quantification de la texture. Enfin, une brève description des hypothèses et des modèles généralement employés pour les statistiques d'ordre deux sont décrits.

## 2.2 Analyse de la texture en traitement d'image

### 2.2.1 Définitions de la texture

Il n'existe pas, dans les domaines du traitement des images et de la vision, de définition universelle de la texture. S'il est aisément possible d'en donner une définition intuitive, il est difficile de trouver une formulation mathématique pour une notion aussi subjective, puisque relative à la perception visuelle de l'être humain et pouvant être différente d'un individu à l'autre. On peut, malgré cette absence de définition unique, énoncer quelques principes permettant de mieux cerner cette notion :

- La texture est liée à l'arrangement spatial des niveaux de gris dans l'image.
- Une zone texturée est considérée comme un tout par le système psychovisuel et peut donc être qualifiée de zone "homogène". L'homogénéité se traduit alors par l'invariance de certains paramètres (par exemple statistiques) sur la zone considérée.
- La texture est fortement liée à la notion d'échelle. En effet, il est possible qu'une région soit vue comme hétérogène à une échelle et homogène à une autre. Prenons l'exemple d'un parterre d'herbe : à petite échelle on observe les brins d'herbe qui sont des structures et forment des hétérogénéités. A grande échelle l'ensemble des brins est vu comme un tout formant une texture.
- Une texture peut être structurée ou à caractère aléatoire et constituée ou non de primitives, c'est à dire de structures élémentaires. Pour la pelouse, le brin d'herbe est la primitive, mais l'agencement des brins ne possède pas de périodicité, et est donc aléatoire. Un mur de briques possède une structure périodique. Vu de loin, du sable ne possédera pas de structure apparente, ni de primitive et sera donc vu comme une texture purement aléatoire.

Les figures 2.1 et 2.2 présentent des exemples de textures structurées, périodiques et aléatoires. La figure 2.3 illustre la notion d'échelle.

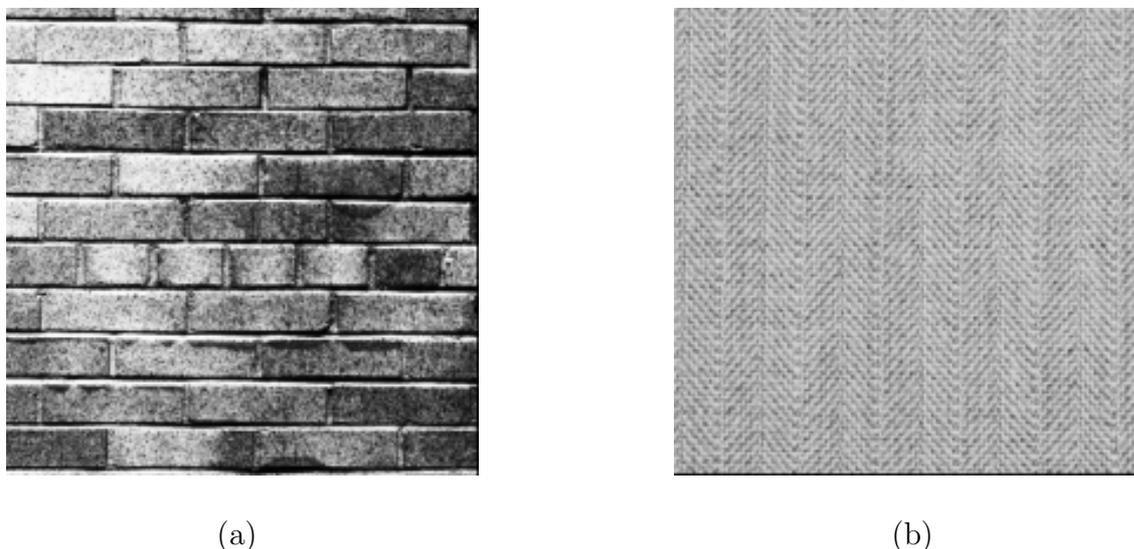
Différentes définitions de texture peuvent être trouvées dans [TMY78, Skl78, Har79, RP74, ZK81, Haw70].

Il existe un grand nombre de méthodes permettant d'analyser la texture, mais il est cependant possible de séparer ces méthodes en plusieurs grandes catégories :

- Les méthodes dites statistiques sont basées sur l'étude d'une ou plusieurs statistiques calculées sur les niveaux de gris ou le placement des primitives. (ex : matrices de cooccurrence, cooccurrence généralisée...)
- Les méthodes structurelles prennent en compte les propriétés géométriques de la texture. (ex : moments géométriques de régions...)
- Les méthodes basées sur un modèle dont on estime les paramètres. (ex : modèles ARMA, champs de Markov, représentations fractales...)
- Les méthodes où l'information est représentée et traitée dans un domaine transformé (ex : transformée de Fourier, DCT, ondelettes, filtrage de Gabor...)

Ces catégories ne sont pas strictes et souvent une méthode appartient à plusieurs d'entre elles, comme par exemple les champs de Markov, qui font à la fois partie

des méthodes statistiques et des méthodes basées sur un modèle. Il est bien entendu possible de combiner entre elles ces différentes approches.



**Fig. 2.1:** Exemples de textures extraites de la base de données de référence de Brodatz [Bro66] et présentant une structure périodique. Textures «Brick»(a) et «Woolen» (b).

Dans [Maï03] un schéma général pour l'analyse de texture est proposé :

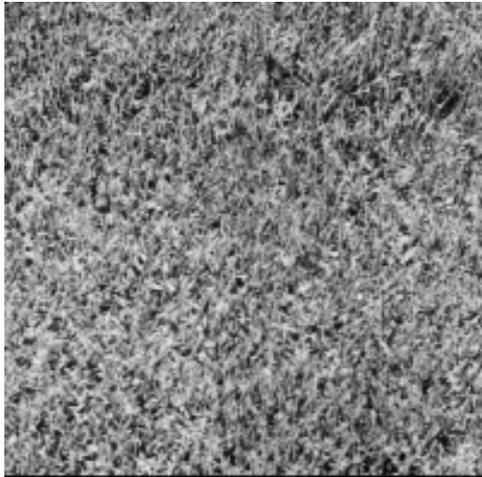
1. On définit un voisinage  $\nu_{ij}$  pour tout pixel  $(i, j)$  (fenêtre carrée ou non, avec pondération spatiale ou non.)
2. On mesure une ou plusieurs propriétés sur  $\nu_{i,j}$  pour chaque pixel  $(i, j)$ . Ces propriétés sont les attributs de la texture à la position  $(i, j)$
3. On effectue le post-traitement désiré (classification où segmentation), avec une éventuelle préalable réduction de dimension de l'espace des attributs (méthodes de type analyse en composantes principales.)

### 2.2.2 Les matrices de cooccurrence

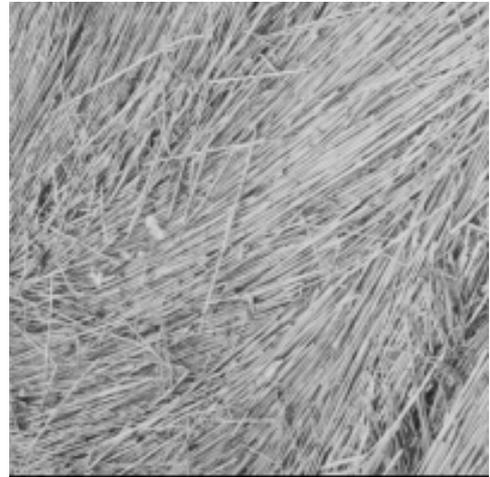
La matrice de cooccurrence est l'un des outils les plus utilisés en analyse de texture et en particulier pour l'application de classification. En effet la quantité conséquente d'information extraite par cette méthode fait qu'elle permet une combinaison aisée avec les méthodes de type fouille de données et de clustering (agrégation).

Parce qu'elle fait intervenir des couples de pixels dans l'image, la cooccurrence est relative aux statistiques d'ordre deux. Chaque entrée de la matrice est en fait la fréquence relative d'apparition des niveaux de gris  $i$  et  $j$  pour chaque paire  $(\mathbf{s}, \mathbf{t})$  de pixels séparés par le vecteur translation  $\mathbf{d}$ . La définition formelle de la cooccurrence est :

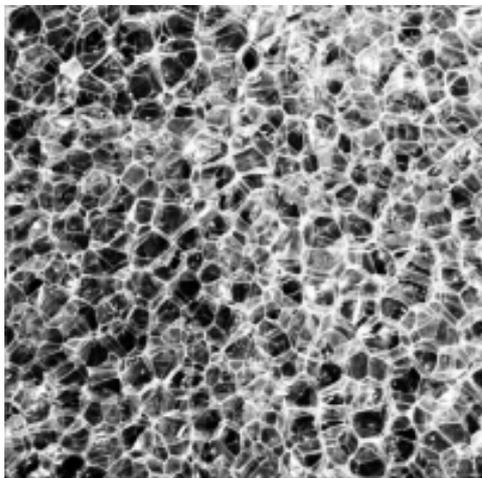
$$P_{\mathbf{d}}(i, j) = |\{(s, t) : I(s) = i, I(t) = j\}| \quad (2.1)$$



(a)



(b)

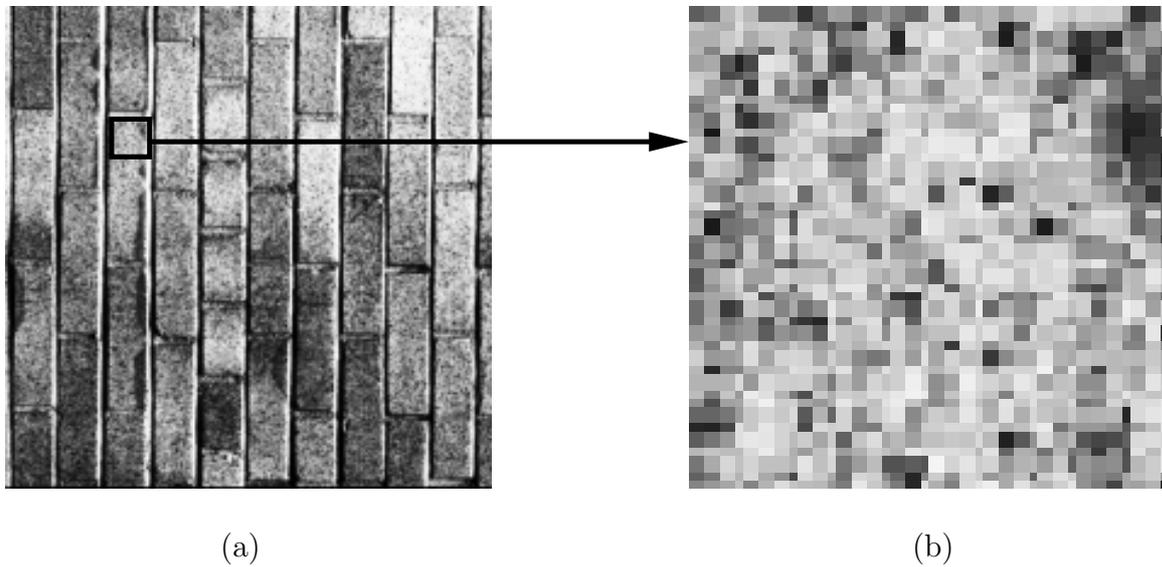


(c)

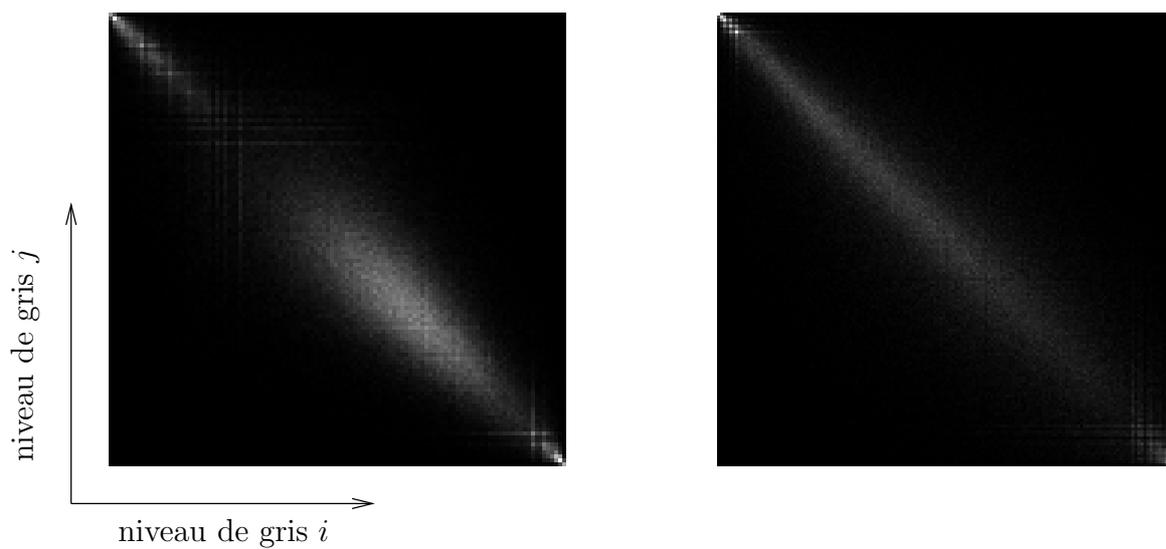


(d)

**Fig. 2.2:** Exemples de textures présentant des structures de type aléatoire. La texture «Grass» présente une structure très aléatoire (a), alors que la texture «Straw» possède localement une structure orientée (b). On peut définir des primitives pour les textures «Plastic bubbles» (c) et «Bark»(d), mais ces dernières ne possèdent pas à proprement parler de structure périodique.



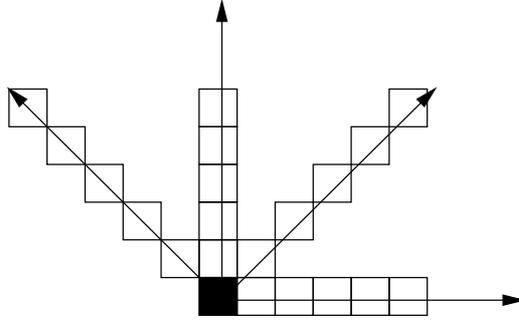
**Fig. 2.3:** Illustration de la notion d'échelle : à une échelle grossière, l'on peut observer une certaine régularité dans l'agencement des primitives (ici, les briques) (a), alors qu'un agrandissement de l'une de ces primitives montre une structure désordonnée (b). La texture ne peut ainsi être identifiée par le système cognitif humain que prise dans son ensemble.



**Fig. 2.4:** Exemples de matrices de cooccurrences représentées pour les textures «Brick» (gauche) et «Plastic bubbles» (droite), pour un vecteur déplacement  $\mathbf{d} = [0, 1]^T$ .

où l'opérateur  $|\cdot|$  représente la cardinalité d'un ensemble discret, et  $I(\mathbf{u})$  l'intensité du pixel à la position  $\mathbf{u} = (x, y)$ . La quantité d'information est donc importante puisqu'une matrice est définie pour chaque couple de positions  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{t}$ . On peut en outre noter le fait que la cooccurrence est définie pour une image quantifiée et que le nombre d'entrées de cette matrice est égal au carré du nombre de niveaux de quantification de l'image.

Généralement, le vecteur  $\mathbf{d}$  est paramétré par sa longueur  $d$  et par l'angle  $\theta$  formé avec un axe de référence, ce qui permet d'analyser les caractéristiques de la texture pour différentes orientations. Cependant, pour des raisons de complexité, on ne calcule la cooccurrence que pour quelques valeurs de  $\theta$ , et généralement, la longueur  $d$  est prise égale à 1. La figure 2.5 représente quelques configurations usuelles pour le calcul de la cooccurrence.



**Fig. 2.5:** Exemples de directions et de paires de pixels utilisées pour calculer la cooccurrence. Le pixel central (en noir) peut être associé à l'un des pixels périphériques (blancs). Les matrices sont en général calculées pour un nombre restreint de vecteurs déplacement, en raison du nombre important de combinaisons possibles.

Afin de réduire encore l'information à traiter, on pourra symétriser la matrice en faisant la moyenne des cooccurrences pour des directions opposées. La matrice symétrique sera donc  $P = P_{\mathbf{d}} + P_{-\mathbf{d}}$ . Une possibilité supplémentaire de réduire la complexité est de supposer que la texture est isotrope, c'est à dire que ses propriétés sont indépendantes de l'angle  $\theta$ , ce qui permet de faire la moyennes des cooccurrences sur l'ensemble des orientations.

Malgré ces simplifications, la quantité d'information contenue dans les matrices de cooccurrence reste importante et difficilement manipulable telle quelle. C'est pour cette raison que Haralick [HSD73, Har79] propose 14 indices permettant de quantifier les caractéristiques de la texture. Ces indices sont répertoriés dans le tableau 2.1

La caractérisation de texture par matrices de cooccurrence a été appliquée aux images SAR [UKBW86] et s'est notamment révélée efficace pour la classification de zones de glace [BL91, Cla01, Sho90, ST99].

Pour des images offrant une dynamique élevée, le choix du type de quantification (linéaire ou logarithmique, par exemple) ainsi que le nombre de niveaux est crucial.

**Tab. 2.1:** Exemples d'indices de Haralick couramment utilisés

Nom de l'indice	Formule
Energie	$\sum_i \sum_j P_{\mathbf{d}}^2(i, j)$
Entropie	$-\sum_i \sum_j P_{\mathbf{d}}(i, j) \log P_{\mathbf{d}}(i, j)$
Contraste	$\sum_i \sum_j (i - j)^2 P_{\mathbf{d}}(i, j)$
Homogénéité	$\sum_i \sum_j \frac{P_{\mathbf{d}}(i, j)}{1 +  i - j }$
Correlation	$\frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \sum_i \sum_j (i - \mu_x)(j - \mu_y) P_{\mathbf{d}}(i, j)$

Les paramètres de Haralick étant fortement corrélés entre eux, il convient de choisir un sous ensemble des attributs les plus pertinents, selon l'application désirée.

Dans le cas des images SAR, l'inconvénient principal de la matrice de cooccurrence est la quantité d'information qu'elle transporte. En effet, le volume de données à traiter est en général très important et à plus forte raison avec l'avènement des méthodes utilisant des images multi-dimensionnelles (polarimétriques, interférométriques, multifréquentielles, etc.). L'information contenue dans les matrices est difficilement exploitable par un utilisateur et doit être simplifiée par des méthodes automatiques de type classification. Deux exemples de telles matrices sont représentés sur la figure 2.4.

### 2.2.3 Analyse fréquentielle de la texture par transformée de Fourier

Il a été vu que la matrice de cooccurrence prenait en compte les caractéristiques spatiales de la texture. Le paramètre d'autocorrélation permet de quantifier le degré de dépendance linéaire entre deux pixels, en fonction du vecteur déplacement. Ce paramètre est défini, dans le cas d'un signal stationnaire et pour l'écart  $(p, q)$ , par la relation :

$$R(p, q) = E[I(m, n)I(m + p, n + q)] \quad (2.2)$$

et peut être estimé par une moyenne spatiale sous l'hypothèse d'ergodicité du signal puisqu'en limite on a :

$$R(p, q) = \lim_{M, N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2M + 1)(2N + 1)} \sum_{m=-M}^{+M} \sum_{n=-N}^{+N} I(m, n)I(m + p, n + q) \quad (2.3)$$

Une autre approche consiste à étudier le contenu fréquentiel de la texture en formant sa densité spectrale de puissance, c'est à dire la transformée de Fourier de son

autocorrélation, qui s'exprime pour un signal 2D discret :

$$S(u, v) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} R(p, q) \exp(-2\pi j(pu + qv)) \quad (2.4)$$

dont une estimée pour un signal ergodique est le périodogramme :

$$\hat{P} = \frac{1}{(2M+1)(2N+1)} \left| \sum_{m=-M}^{+M} \sum_{n=-N}^{+N} w(m, n) I(m, n) \exp(-2\pi j(mu + nv)) \right|^2 \quad (2.5)$$

où  $w(m, n)$  est une fenêtre de pondération destinée à réduire les lobes secondaires introduits par le fenêtrage carré.

La densité spectrale de puissance, contrairement à la transformée de Fourier de l'image ne dépend pas de la phase, qui est plus difficile à interpréter. Elle représente l'énergie contenue dans les différentes composantes fréquentielles de l'image. On peut voir des exemples d'autocorrélations estimées sur quelques textures et leurs spectres correspondants sur la figure 2.6.

Dans le cas de textures périodiques, il est souvent plus aisé d'extraire la période dans le domaine transformé. Une méthode pour définir des attributs de texture consiste à sommer l'énergie sur des régions du domaine spectral. On peut voir des exemples de partitionnement sur la figure 2.7.

L'analyse de Fourier utilisée seule ne fournit pas une description suffisante de la texture dans les images SAR en raison de son incapacité à localiser les transitoires contenus dans les images. De plus le spectre de l'intensité est généralement peu exploitable directement en raison de la présence de speckle qui perturbe fortement les valeurs de son estimée sur une réalisation unique de l'image.

## 2.2.4 Analyse temps-fréquence et filtrage de Gabor

### 2.2.4.1 Transformée de Fourier à court terme

Si l'on veut analyser le contenu fréquentiel d'une image contenant plusieurs textures différentes, on doit introduire la notion de spectre local. La voie la plus directe, historiquement introduite par Gabor [Gab46] pour des signaux 1D temporels, consiste à calculer la transformée de Fourier à chaque position  $t_0$  sur une portion du signal  $f(t)$ , pondérée par une fenêtre  $w(t)$  :

$$Sf(f, t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)w(t - t_0)\exp(-2\pi jft)dt. \quad (2.6)$$

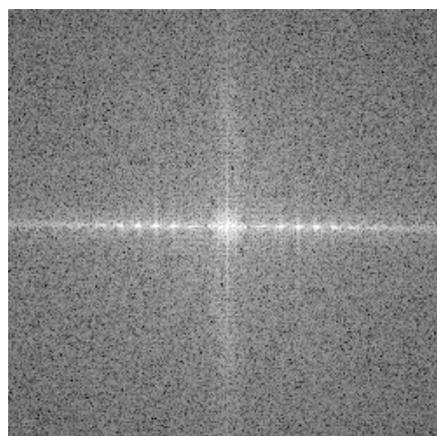
Les résolutions en fréquence et en temps,  $\Delta f$  et  $\Delta t$ , dépendront des propriétés temporelles et fréquentielles de la fonction de pondération choisie. La limite que l'on peut atteindre est donnée par l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}. \quad (2.7)$$

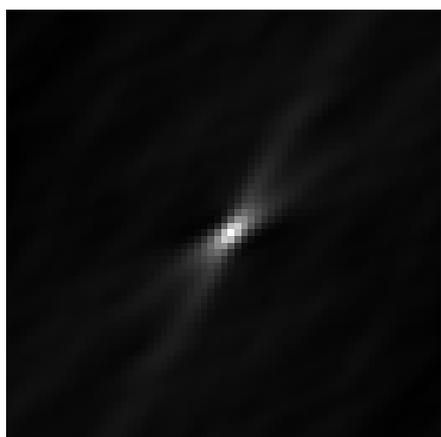
Si la fonction  $w(t)$  est de forme gaussienne, alors cette inégalité devient une égalité et l'intégrale 2.6 sera appelée transformée de Gabor.



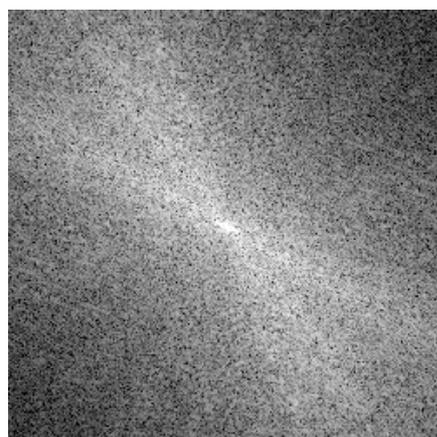
(a)



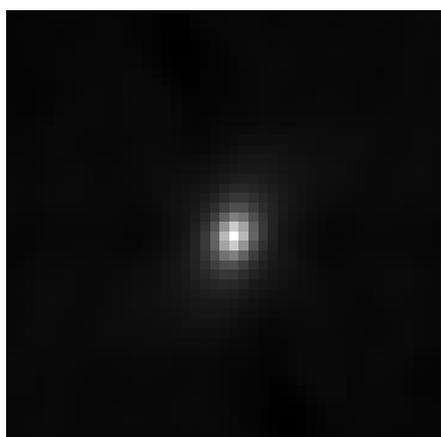
(b)



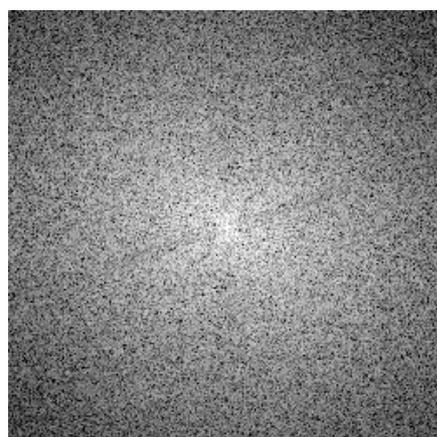
(c)



(d)

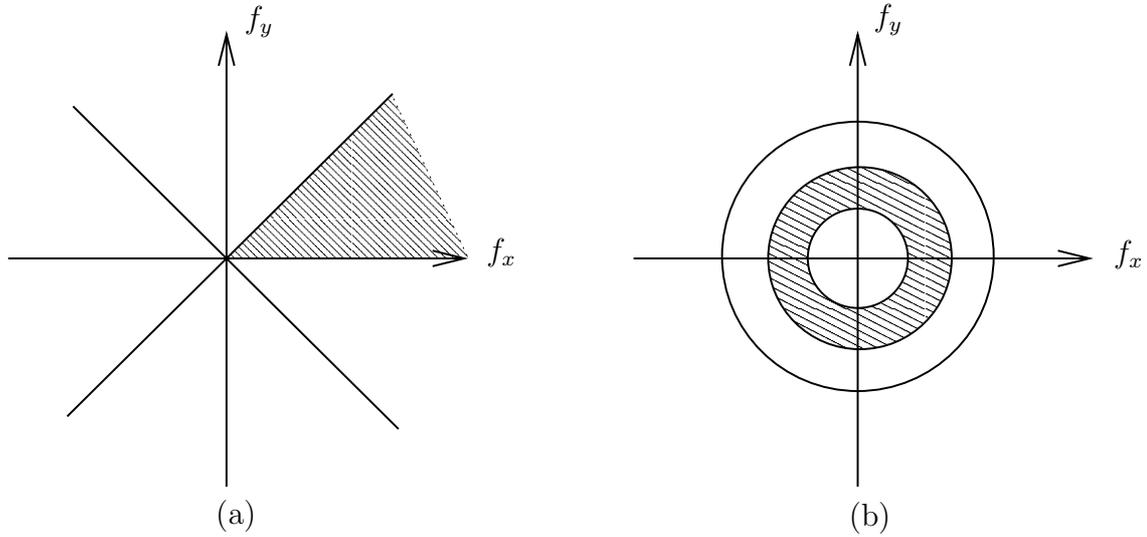


(e)



(f)

**Fig. 2.6:** Exemples d'autocorrélations (colonne de gauche) et de spectres (colonne de droite). Texture «Brick» (a) et (b), texture «Straw» (c) et (d), texture «Grass» (e) et (f).



**Fig. 2.7:** Exemples de partitions du plan fréquence en secteurs angulaires afin d'étudier les propriétés d'orientation (a), en anneaux concentriques afin d'étudier le contenu fréquentiel (b).

#### 2.2.4.2 Transformée en ondelettes et filtrage de Gabor

L'inconvénient de la transformée de Fourier à court terme est qu'une fois choisie la fonction de pondération  $w(t)$ , les résolutions fréquentielle et temporelle sont fixes. L'analyse de plusieurs types d'évènements, dont les échelles de temps sont différentes, devient alors impossible avec une bonne résolution pour chaque échelle. De plus cette transformée est assez coûteuse en puissance de calcul puisqu'il faut calculer une transformée de Fourier en chaque point du signal.

Les ondelettes sont des familles de fonctions réelles ou complexes qui permettent de pallier ces inconvénients. Ce sont des fonctions oscillantes qui sont construites par translation et dilatation/contraction d'une ondelette de base  $\Psi(t)$  appelée «ondelette mère». De plus ces fonctions sont de moyenne nulle :

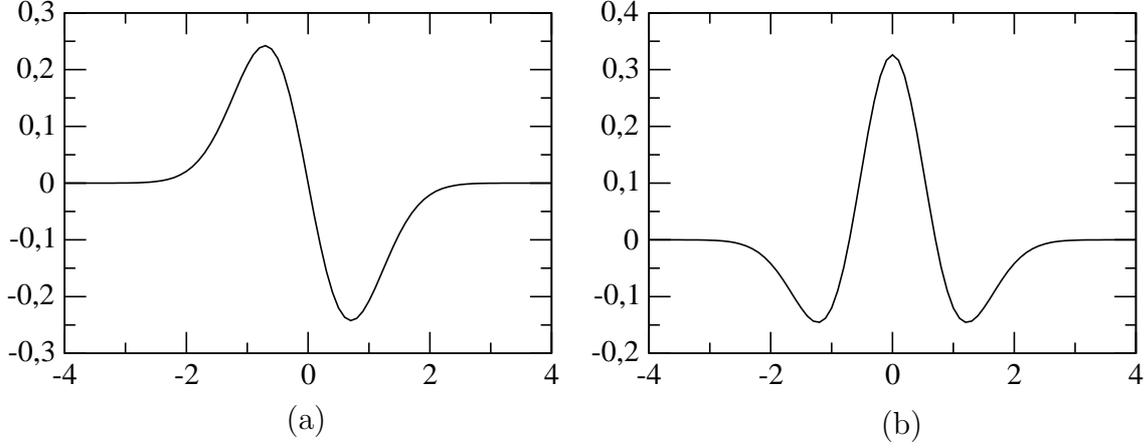
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (2.8)$$

et de norme unitaire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(t)|^2 dt = 1 \quad (2.9)$$

La transformée en ondelette est une fonction du temps et de l'échelle obtenue par projection du signal sur la famille de fonctions ondelettes :

$$Wf(u, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi^* \left( \frac{t-u}{s} \right) dt \quad (2.10)$$



**Fig. 2.8:** Exemples d'ondelettes basées sur les dérivées première (a) et seconde (b) de gaussienne.

où les variables  $u$  et  $s$  représentent la position temporelle et l'échelle. On pourra noter  $\Psi_s(u) = 1/\sqrt{|s|}\Psi((t - u/s))$  est la version translatée et dilatée de l'ondelette mère  $\Psi(u)$ , et  $*$  dénote le complexe conjugué.

La transformée en ondelette est souvent citée dans le cadre des méthodes d'analyse par filtrage linéaire et par bancs de filtres, puisqu'on peut la réécrire comme une convolution :

$$Wf(u, s) = f * \overline{\Psi}_s(u) \quad (2.11)$$

avec

$$\overline{\Psi}_s(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}}\Psi^*\left(\frac{-t}{s}\right). \quad (2.12)$$

La figure 2.8 montre deux exemples bien connus de fonctions utilisées pour la transformée en ondelettes.

La transformée en ondelettes peut être étendue au cas des signaux bidimensionnels et Mallat, dans son ouvrage [Mal98] (p. 156), décrit une méthode d'analyse de texture utilisant  $K$  familles d'ondelettes dyadiques  $\{\Psi^k\}_{k=1, \dots, K}$ , c'est à dire dont les échelles sont des puissances entières de 2. Les versions dyadiques de l'ondelette bidimensionnelle  $\Psi^k$  sont :

$$\Psi_{2^j}^k(x, y) = \frac{1}{2^j}\Psi^k\left(\frac{x}{2^j}, \frac{y}{2^j}\right) \quad (2.13)$$

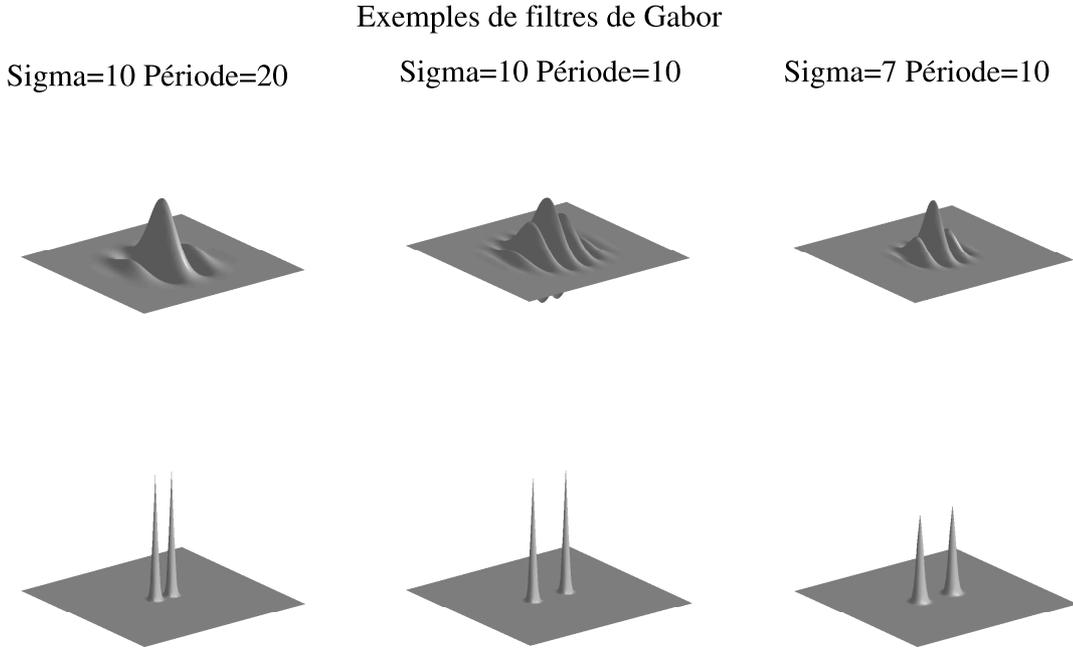
Un type d'ondelette en particulier très employé dans le domaine est l'ondelette de gabor :

$$\Psi^k(x, y) = g(x, y) \exp(-2\pi j f_0(x \cos \theta_k + y \sin \theta_k)) \quad (2.14)$$

où l'index  $k$  de la famille détermine une certaine orientation  $\theta_k$  transverse aux oscillations de fréquence  $f_0$  et où la fonction  $g(x, y)$  est de forme gaussienne :

$$g(x, y) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma^2} + \frac{y^2}{\sigma^2}\right)\right). \quad (2.15)$$

La figure 2.9 représente des exemples d'ondelettes de Gabor pour quelques valeurs des paramètres de période spatiale et d'écart-type de la fonction de pondération gaussienne.

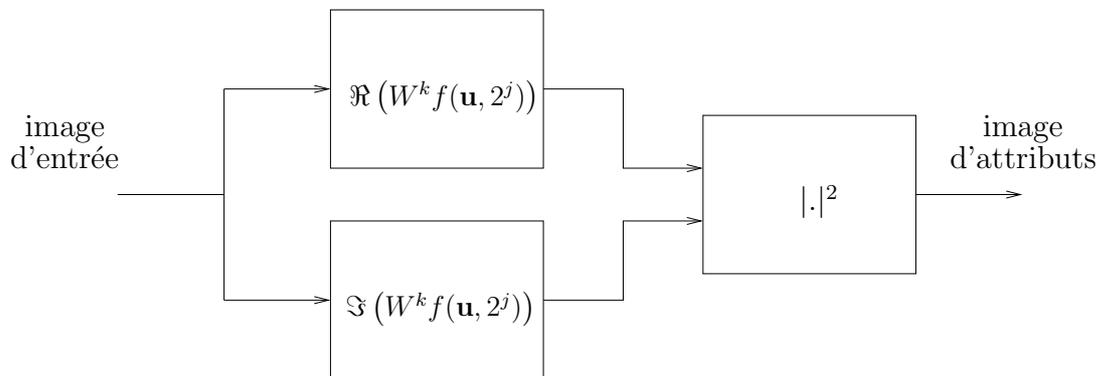


**Fig. 2.9:** Exemples de filtres de Gabor pour différentes valeurs de l'écart-type  $\sigma$  de la gaussienne et de la période des oscillations de la sinusoïde.

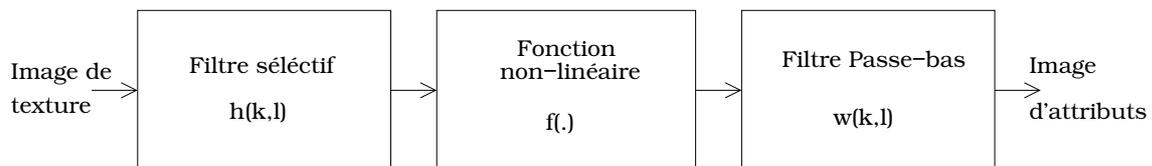
L'emploi de telles fonctions est justifié par le fait qu'elles fournissent de bonnes approximations pour la modélisation des mécanismes biologiques de la vision [Dau80]. En outre, ces fonctions sont à la fois sélectives en fréquence et en orientation, ce qui permet de détecter dans une texture les orientations privilégiées des oscillations ainsi que leurs échelles respectives. Le choix judicieux des angles  $\theta_k$  permet de couvrir le plan fréquence de manière à réaliser une analyse similaire à celle présentée en 2.2.3, mais en incluant cette fois-ci la dépendance spatiale recherchée. Afin d'obtenir une mesure de texture indépendante de la phase, on pourra calculer à chaque position  $\mathbf{u}$  le module au carré de la transformée  $|W^k f(\mathbf{u}, 2^j)|^2$ , c'est à dire l'énergie dans un voisinage de taille  $2^j$  de  $\mathbf{u}$ . En appliquant ce filtrage pour les différents angles  $\theta_k$  et les échelles  $2^j$ , on obtiendra en chaque point un vecteur de mesures que l'on pourra mettre en entrée d'un classifieur.

Une autre méthode d'analyse couramment utilisée [BCG90, WHD96, RH99] pour discriminer deux textures, consiste à opérer un traitement non linéaire en sortie du filtre, puis à appliquer un filtre passe-bas.

Le filtre passe-bas sert à diminuer les fluctuations de la sortie de manière à pouvoir effectuer un seuillage afin de choisir entre deux modèles de texture. Des méthodes plus élaborées permettent de discriminer un plus grand nombre de textures en combinant



**Fig. 2.10:** Attributs de texture par ondelettes



**Fig. 2.11:** Illustration des méthodes d'analyse de texture par filtrage : le signal passe tout d'abord par un filtre sélectif en fréquence, souvent de nature dérivative, puis à travers un filtre non-linéaire et est enfin lissé par un filtre passe-bas. L'utilisation de bancs de filtres sélectifs permet de définir différents attributs de texture.

les sorties de plusieurs filtres, comme par exemple plusieurs familles d'ondelettes de Gabor. Le filtrage passe-bas peut être vu comme une moyenne spatiale et donc comme le calcul d'une statistique pondérée spatialement de la sortie du premier filtre. Les filtres de sortie communément appliqués sont la fenêtre carrée ou la fenêtre gaussienne. Ce traitement non-linéaire peut être par exemple le module, le carré ou bien une sigmoïde. Plusieurs méthodes de classification par filtrage sont présentées et comparées dans [RH99]. Les figures 2.10 et 2.11 schématisent le principe de telles méthodes de formation d'images d'attributs.

## 2.3 L'analyse de la texture dans les images SAR

### 2.3.1 Le modèle produit et la distribution en K

#### 2.3.1.1 Le modèle produit pour l'intensité

Il a précédemment été vu que l'intensité SAR d'une zone homogène présentait d'un pixel à l'autre des variations importantes dues à la fluctuation du nombre et de la configuration des diffuseurs d'une cellule de résolution à une autre. Cependant, une zone homogène peut être caractérisée par sa réflectivité moyenne, grandeur statistique relative au nombre moyen de diffuseurs présents dans la cellule de résolution. Or, dans le cas général, on peut constater que certaines zones présentent des variations spatiales de niveau moyen d'intensité, à une échelle supérieure à celle de la cellule de résolution. Ceci est confirmé par le fait que l'on mesure sur de telles zones un coefficient de variation supérieur à  $1/\sqrt{L}$ .

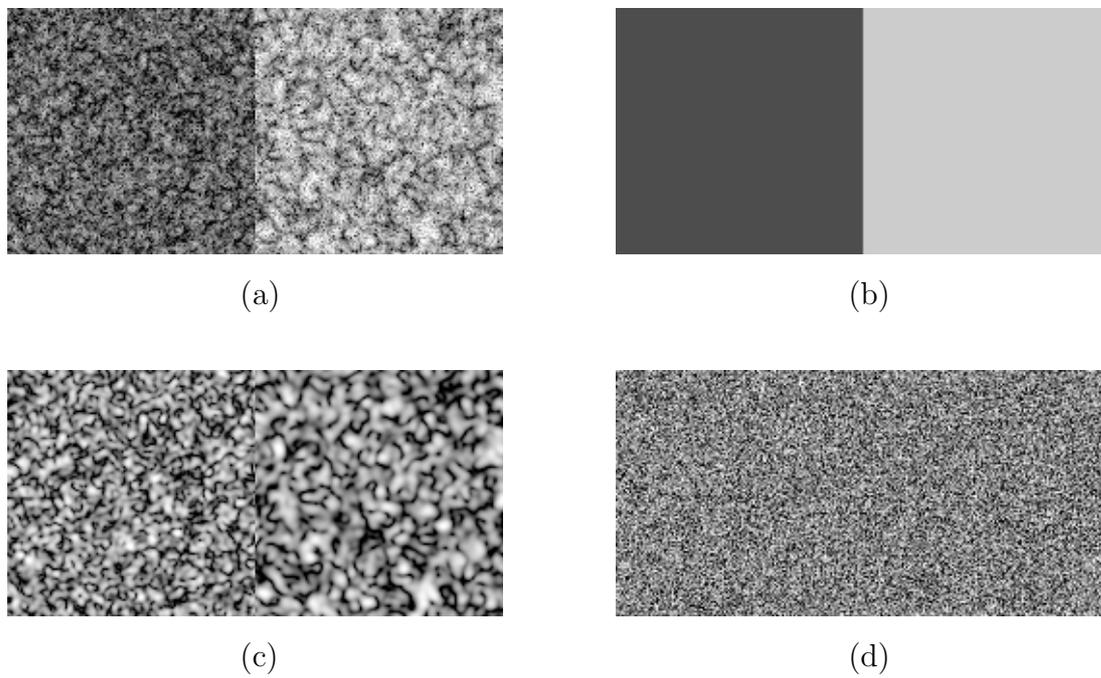
Cette variabilité intrinsèque de la scène représente la texture. Il a été vu que l'intensité d'une image SAR pouvait être modélisée par le produit de la réflectivité locale et d'une variable aléatoire correspondant au speckle. Afin de prendre en compte la texture intrinsèque de la scène, une nouvelle décomposition a été introduite [UKBW86], séparant l'influence du speckle et de la texture :

$$I(x, y) = \mu_I T(x, y) F(x, y) \quad (2.16)$$

où la fonction  $T(x, y)$  représente la variabilité spatiale de la réflectivité  $\sigma$  autour de sa valeur moyenne  $\mu_I$  et  $F(x, y)$  le speckle. De plus  $T(x, y)$  et  $F(x, y)$  sont considérées statistiquement indépendantes. Ce modèle permet donc d'introduire, par l'intermédiaire de la variable  $T$  une fluctuation du nombre de diffuseurs d'une cellule de résolution à l'autre.

Cette décomposition permet donc d'identifier trois échelles distinctes. A l'échelle la plus grossière, on trouve les différentes zones de l'image, délimitées par l'étendue spatiale des milieux physiques et représentées par leur valeur moyenne  $\mu_I$ . A l'échelle la plus fine, on trouve le speckle  $F$ , responsable des fluctuations d'une cellule à l'autre. Enfin, l'échelle intermédiaire  $T$  représente la variabilité intrinsèque de la réflectivité du milieu, c'est à dire la texture. Cette décomposition est illustrée par la figure 2.12

Dans le cas général, puisqu'on ne dispose pas *a priori* sur la structure spatiale de  $T$  et que les milieux naturels ont dans la plupart des cas des propriétés aléatoires,



**Fig. 2.12:** Illustration du modèle produit : l'image (a) représente deux zones texturées qui sont caractérisées par leur valeur moyenne (b) et leur texture (c) c'est-à-dire les variations dont l'échelle spatiale est supérieure à celle du speckle (d).

cette fonction est modélisée par une variable aléatoire de l'espace. De même que le speckle, la texture sera caractérisée par ses propriétés statistiques.

Pour l'estimation de la texture, l'image sera balayée par une fenêtre glissante et les statistiques locales seront calculées pour chaque position, en supposant que les propriétés statistiques sont stationnaires et ergodiques à l'intérieur de la fenêtre. Les espérances mathématiques pourront donc être estimées par des moyennes spatiales.

### 2.3.1.2 La distribution en K

Le modèle présenté précédemment permet de tenir compte à la fois du speckle et de l'influence de la texture sur l'intensité, mais ne présuppose pas de modèle pour la texture. Des études sur la rétrodiffusion par la mer [War81, War82], puis pour d'autres types de milieux [Jao84] ont montré que les fluctuations de réflectivité moyenne pouvaient être modélisées par une loi gamma de paramètre de forme  $\nu$  et de valeur moyenne  $\sigma$  :

$$p(\sigma) = \frac{\sigma^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)} \left( \frac{\nu}{\langle \sigma \rangle} \right)^\nu \exp \left( -\frac{\nu\sigma}{\langle \sigma \rangle} \right) \quad (2.17)$$

où  $\langle . \rangle$  représente l'espérance et  $\Gamma(.)$  est la fonction Gamma. Connaissant la loi de l'intensité  $I$  pour une nombre  $L$  de vues conditionnellement à  $\sigma$ , il est alors possible de dériver la densité de probabilité de l'ensemble en utilisant la règle de composition des densités :

$$p(I) = \int_0^\infty p(I|\sigma)p(\sigma)d\sigma \quad (2.18)$$

où la loi conditionnelle associée au speckle suit aussi une loi Gamma :

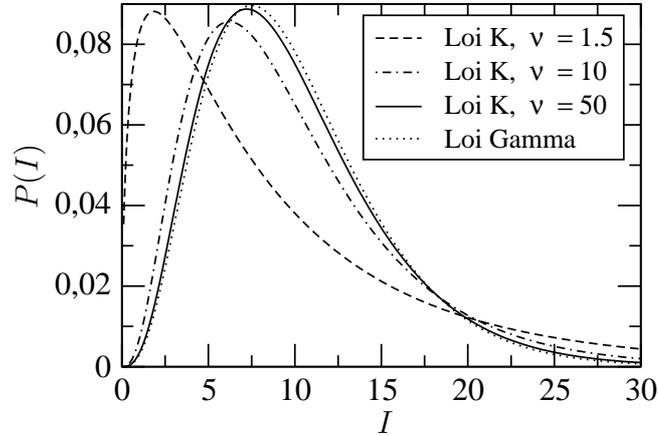
$$p(I|\sigma) = \frac{1}{\Gamma(L)} \left( \frac{L}{\sigma} \right)^L I^{L-1} \exp \left( -\frac{\nu\sigma}{\sigma} \right). \quad (2.19)$$

La densité ainsi obtenue est appelée *distribution en K* [JP78, Jak80] et s'exprime :

$$p(I) = \frac{2}{I} \left( \frac{L\nu I}{\langle I \rangle} \right)^{L+\nu} \frac{1}{\Gamma(L)\Gamma(\nu)} K_{\nu-L} \left( 2 \left( \frac{L\nu I}{\langle I \rangle} \right)^{1/2} \right) \quad (2.20)$$

où  $K$  est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce. La figure 2.13 représente des tracés de cette loi pour différentes valeurs du paramètre de forme  $\nu$ . On peut mettre en correspondance les paramètres de la loi K avec le modèle produit 2.16 présenté précédemment. En effet,  $\langle I \rangle$  correspond à l'intensité moyenne  $\mu_I$  et la variance du speckle  $F$  est  $1/L$ . Le paramètre  $\nu$  est quand à lui appelé paramètre de forme de la distribution et est relatif aux moments de la variable  $T$ . Quand  $\nu \rightarrow \infty$ , la distribution tend vers une loi Gamma et l'on retrouve les statistiques d'une zone homogène. Les moments de cette distribution sont donnés par :

$$\langle I^M \rangle = \langle I \rangle^M \frac{\Gamma(L+m)\Gamma(\nu+m)}{L^m \nu^m \Gamma(L)\Gamma(\nu)} \quad (2.21)$$



**Fig. 2.13:** Courbes de densités K pour une réflectivité moyenne  $\sigma = 10$ , un nombre de vues  $L = 4$  et plusieurs valeurs du paramètre de forme  $\nu$ . On peut, constater que lorsque  $\nu$  augmente la courbe de la loi en K se rapproche de celle de la loi Gamma.

Si la représentation des données par la loi K est une étape supplémentaire dans la description des images SAR, elle présente l'inconvénient d'être difficilement manipulable mathématiquement. On peut en outre noter qu'il n'existe pas d'expression analytique connue pour l'estimateur du maximum de vraisemblance pour  $\nu$ .

## 2.3.2 Mesures statistiques de la texture

### 2.3.2.1 Statistiques d'ordre un

**Mesure indépendante de la distribution :** L'avantage de la décomposition 2.16 est qu'elle permet de séparer les statistiques de la texture de celles du speckle en supposant ces dernières connues. En effet, on sait que pour des données L-vues, le speckle  $F$  peut être modélisé par un bruit blanc de moyenne  $\mu_F = 1$  et dont la variance est  $\sigma_F^2 = 1/L$ . La variable  $T$  est normalisée  $\mu_T = 1$  puisque l'information relative à l'intensité moyenne est contenue dans  $\mu_I$ . L'expression de la variance de la texture peut donc être dérivée de celle de l'intensité :

$$\sigma_I^2 = E(I^2) - E(I)^2 = \mu_I^2 [E(T^2 F^2) - E(TF)^2]. \quad (2.22)$$

Les variables  $T$  et  $F$  étant supposées indépendantes, on a [UKBW86] :

$$\left(\frac{\sigma_I}{\mu_I}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_T}{\mu_T}\right)^2 \left(\frac{\sigma_F}{\mu_F}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\mu_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_F}{\mu_F}\right)^2 \quad (2.23)$$

et l'on obtient finalement l'expression :

$$\sigma_T^2 = \frac{\left(\frac{\sigma_I}{\mu_I}\right)^2 - \frac{1}{L}}{1 + \frac{1}{L}}. \quad (2.24)$$

La variance de la texture est donc obtenue directement en fonction du coefficient de variation mesuré sur les données d'intensité.

**Mesures basées sur la distribution en K :** Pour une image multi-vues, la loi K dépend de trois paramètres dont l'un est en général supposé connu *a priori* puisqu'il s'agit du nombre de vues de l'image L. Les deux paramètres restant à estimer sont donc l'intensité moyenne  $\mu_I = \langle I \rangle$  ainsi que le paramètre de forme de la texture  $\nu$ . La manière la plus directe est d'estimer ces grandeurs directement à partir des moments de l'intensité  $m_n = \langle I^n \rangle$ , où le moment  $m_n$  est estimé par la grandeur :

$$\widehat{m}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i^n \quad (2.25)$$

avec  $\{I_i\}_{i=1\dots N}$ , les  $N$  échantillons contenus dans la fenêtre d'estimation. L'estimée de  $\mu$  est donc le moment d'ordre un, et le paramètre  $\nu$  peut être trouvé grâce à l'égalité :

$$CV_i^2 = \left( \frac{\sigma_I}{\mu_I} \right)^2 = \frac{1}{L} + \frac{1}{\nu} + \frac{1}{L\nu} \quad (2.26)$$

qui permet d'identifier la variance de la texture avec l'inverse de  $\nu$  :

$$\sigma_T^2 = \frac{\left( \frac{\sigma_I}{\mu_I} \right)^2 - \frac{1}{L}}{1 + \frac{1}{L}} = \frac{1}{\nu}. \quad (2.27)$$

Comme nous l'avons mentionné précédemment, il n'existe pas de forme analytique pour l'estimateur du maximum de vraisemblance de cette distribution. Il est cependant possible de trouver des approximations des estimateurs  $\widehat{\mu}_{ML}$  et  $\widehat{\nu}_{ML}$ , en supposant un nombre élevé de vues L et en approximant la densité de probabilité [Oli93] :

$$\widehat{\mu}_{ML} = \langle I \rangle \left( 1 + \frac{1}{L} \left( 1 + \nu - \frac{\nu \langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} \right) \right) \quad (2.28)$$

et  $\widehat{\nu}_{ML}$  est solution de l'équation non-linéaire

$$\ln \nu - \Psi^{(0)} + \frac{\nu}{L} \left( \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} \right) = \ln \langle I \rangle - \langle \ln I \rangle + \frac{1}{2L} \quad (2.29)$$

où  $\Psi^{(0)}$  est la fonction digamma. La quantité

$$U \equiv \langle \ln I \rangle - \ln \langle I \rangle \quad (2.30)$$

peut être utilisée comme mesure directe de la texture, ou bien pour l'inversion du paramètre  $\nu$ . Les performances de tels estimateurs sont évaluées dans [Oli93] et comparées à d'autres mesures dans [LO94] et [Bla94a]. Joughin propose même une évaluation numérique du maximum de vraisemblance dans [JPW93] et compare les résultats aux estimateurs basés sur les moments de l'intensité.

Les méthodes basées sur des approximations donnent des estimateurs dont le biais dépend de la valeur réelle et l'on ne peut dégager de méthode supérieure aux autres.

### 2.3.2.2 Statistiques d'ordre deux

Les statistiques d'ordre deux font intervenir des couples de pixels et sont donc bien adaptées pour décrire les interactions spatiales intrinsèques à la texture.

L'autocorrélation spatiale introduite en 2.2.3 est complétée par deux autres mesures fréquemment utilisées en traitement des images SAR. L'autocovariance est la version centrée de l'autocorrélation et s'exprime pour un processus stationnaire :

$$C_I(p, q) = R_I(p, q) - \mu_I. \quad (2.31)$$

La valeur en (0,0) de l'autocovariance est  $\sigma_I^2$  la variance du processus. Pour avoir un indicateur normalisé de la corrélation spatiale, on divisera  $C_I$  par la variance du signal, de manière à obtenir le coefficient de corrélation, souvent nommé par abus de langage fonction d'autocorrélation dans le domaine des images SAR. Ses valeurs sont comprises entre 0 pour des variables non corrélées et 1 pour une corrélation totale. Son expression est :

$$\rho_I(p, q) = \frac{C_I(p, q)}{\sigma_I^2}. \quad (2.32)$$

De la même manière que la variance de la texture, la fonction d'autocorrélation de la texture peut être calculée à partir des données [UKBW86] :

$$\rho_I(p, q) = \frac{1}{\sigma_T^2} \left( \rho_I(p, q) \left( \frac{(\sigma_I/\mu_I)^2 + 1}{R_F(p, q)} - 1 \right) \right) \quad (2.33)$$

où  $R_F$  est l'autocorrélation du speckle induite par la fonction de transfert du système SAR.

Telles quelles, ces fonctions spatiales sont difficilement exploitables, à cause du grand nombre de coefficients qu'elles comportent (un pour chaque paire de pixels). Afin d'en extraire l'information pertinente, on peut soit ne s'intéresser qu'à des coefficients particuliers (par exemple ceux correspondant à un écart spatial d'un pixel) ou bien considérer des formes paramétriques d'autocorrélation, réduisant ainsi l'information à seulement quelques paramètres.

Bien souvent les modèles utilisés viennent du domaine de l'étude de la rétrodiffusion par une surface rugueuse, en particulier le modèle gaussien :

$$\rho(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{l^2}\right) \quad (2.34)$$

et le modèle exponentiel :

$$\rho(x) = \exp\left(-\frac{|x|}{l}\right) \quad (2.35)$$

où le paramètre  $l$  satisfait la condition  $\rho(l) = e^{-1}$  et se nomme longueur de corrélation.

Ces modèles mono-dimensionnels sont facilement étendus au cas bi-dimensionnel :

$$\rho_1(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{l^2}\right) \quad (2.36)$$

$$\rho_1(x, y) = \exp\left(-\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{l}\right) \quad (2.37)$$

Ces fonctions peuvent être utilisées pour modéliser la corrélation de l'intensité, c'est à dire l'ensemble speckle/texture ou bien seulement la corrélation de la texture. Dans ce dernier cas, pour simplifier l'étude on supposera que la longueur de corrélation du speckle est très inférieure à celle de la texture et le speckle sera donc modélisé par un bruit blanc.

Une méthode très simple d'estimation des paramètres est de calculer l'autocorrélation de la texture en utilisant la relation 2.33, puis d'ajuster le modèle choisi au sens des moindres carrés.

Le choix du type de fonction d'autocorrélation dépend de l'*a priori* sur les données ou du type d'application. Par exemple, Frost [FSSH82] choisit un modèle d'autocorrélation exponentielle pour l'intensité ce qui lui permet de calculer le filtre optimal de Wiener pour ce type de fonction. Oliver choisit lui le modèle gaussien dans [OQ98] (chapitre 9), car ce type de texture est aisé à simuler.

## 2.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre différentes méthodes générales d'analyse de la texture dans les images. Certaines de ces méthodes, comme les matrices de cooccurrence ou les filtres de Gabor, ont été appliquées avec succès sur les images SAR. La deuxième partie du chapitre porte sur l'estimation de la texture spécifique aux images SAR et montre que les modèles communément utilisés exploitent les statistiques d'ordre un et deux de l'intensité mono- ou multi-vue. Cette étude préliminaire permet de mettre en évidence le manque de liens entre les méthodes issues du traitement d'image classique et les méthodes spécifiques au domaine SAR. En effet, bien souvent les techniques sophistiquées employées en traitement d'image ne sont pas adaptées à la nature multiplicative des données. Si de telles méthodes, telles que la cooccurrence ou le filtrage de Gabor appliquées telles quelles aux images SAR permettent d'en extraire de l'information, on peut alors raisonnablement penser qu'une prise en compte du modèle statistique des images permettra encore d'améliorer les résultats. En ce qui concerne les modèles de texture spécifiques au SAR, on peut constater que ceux-ci sont très généraux et supposent un faible *a priori* sur les données.

# Chapitre 3

## Modèle de texture et estimation des paramètres

### 3.1 Introduction

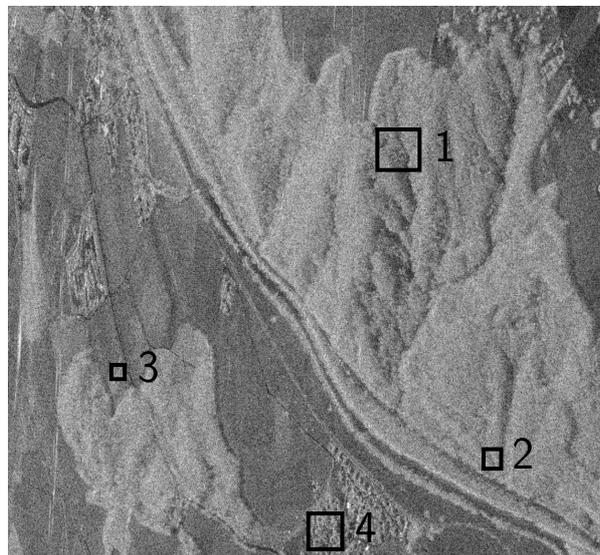
Après une introduction à la notion de texture, nous avons présenté au chapitre précédent quelques approches générales permettant d'analyser les fluctuations spatiales dans une image, ainsi que les méthodes couramment utilisées pour décrire la texture dans les images SAR. Cette mise en parallèle des techniques génériques de traitement d'image avec les méthodes adaptées aux données SAR nous a permis de mettre en évidence les spécificités de ces dernières ainsi que l'impossibilité quasi systématique d'application directe des méthodes classiques pour le traitement de telles données. Nous avons en outre montré que les modèles développés pour l'étude des statistiques spatiales des images SAR résultaient de simplifications telles que les hypothèses de stationnarité et d'isotropie. Dans ce chapitre, après avoir montré que, dans le cas général, ces hypothèses ne sont pas vérifiées et entraînent une perte d'information sur les fluctuations spatiales, nous introduisons un nouveau modèle pour les statistiques d'ordre deux de l'intensité. Ce modèle nommé «*Noyaux Gaussiens Anisotropes*» où «*Anisotropic Gaussian Kernel*» (AGK) [HSK98, DFFP04b, DFFP04a] permet de représenter localement des textures dont l'autocovariance est spatialement non stationnaire et présente des directions privilégiées. Nous abordons ensuite le problème de l'estimation des paramètres du modèle sur des données dégradées par le speckle. La méthode ici présentée est basée sur l'estimation locale directe des moments d'ordre deux de l'image : après estimation de ces moments sur une fenêtre glissante l'autocovariance est corrigée de manière à prendre en compte l'influence du speckle puis seuillée afin de ne garder que sa partie centrale. Enfin, les moments géométriques estimés sur cette autocovariance bidimensionnelle permettent de retrouver les paramètres du modèle AGK.

## 3.2 Modélisation paramétrique de la corrélation spatiale

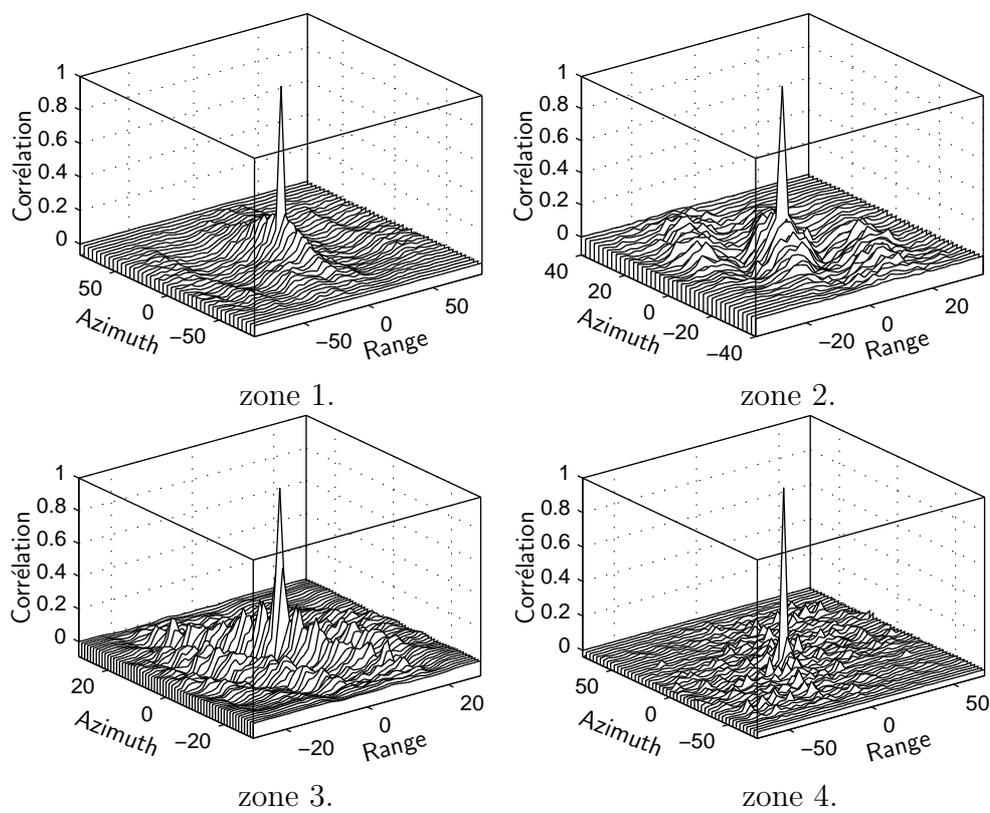
La figure 3.1 montre une partie de l'intensité mono-vue de la scène «*Traunstein*» mesurée par le capteur ESAR en bande L et en polarisation HH. L'observation de cette image d'intensité nous suggère qu'un modèle sur les statistiques spatiales d'une image SAR doit être suffisamment général pour pouvoir décrire de nombreux types de structures engendrées par la diversité des milieux pouvant être imagés par le capteur. De plus, un observateur humain sera capable d'identifier sur l'images des zones plus ou moins homogènes, ainsi que les transitions entre ces différentes zones et les hétérogénéités situées à l'intérieur de ces zones. Face à cette complexité un modèle local simple semble mieux adapté qu'un modèle global sophistiqué. L'observation des estimées de l'autocorrélation normalisée sur plusieurs sous-zones de l'image représentées en figure 3.2, permet de remarquer deux faits :

- l'autocovariance du signal peut prendre des formes très diverses selon l'endroit de l'image où elle est calculée ce qui montre que l'hypothèse de stationnarité sur toute l'image engendre une grande perte d'information.
- l'hypothèse d'isotropie n'est en général pas vérifiée puisque les estimées présentent clairement des directivités.

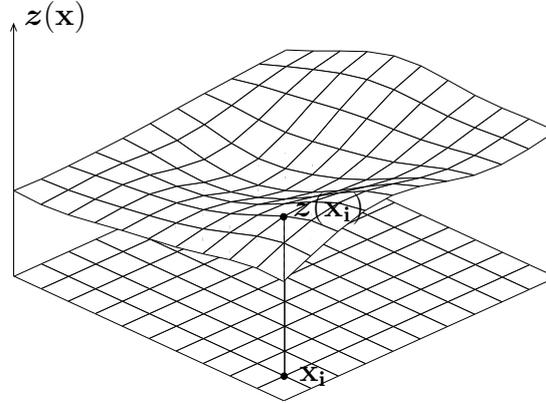
Ces deux constatations motivent le choix d'un modèle non stationnaire et anisotrope que nous allons décrire par la suite.



**Fig. 3.1:** Zone de  $1162 \times 1255$  pixels prise dans la scène «*Traunstein*» mesurée par le capteur ESAR en bande L.



**Fig. 3.2:** Exemples de coefficients d'autocorrélation spatiale normalisée mesurée sur les sous-zones délimitées par les rectangles noirs de la figure 3.1.




---

**Fig. 3.3:** Discretisation d'un processus gaussien aléatoire sur une grille régulière.

### 3.2.1 Champs aléatoires gaussiens

Le but de ce travail est d'analyser le comportement spatial de la texture dans les images SAR. Si l'on ne dispose pas d'*a priori* sur la nature de ces fluctuations, il est naturel de se placer dans un contexte statistique. La texture sera donc modélisée par un processus aléatoire bidimensionnel spatialement corrélé. Un type de processus souvent utilisé en statistiques bayésiennes est le processus gaussien, notamment dans le contexte de la régression [WR95, HSK98, Pac03, PS04] et de la classification [GM00]. De plus, on verra par la suite qu'il est possible de simuler, à partir de tels processus, des textures dont les statistiques suivent les mêmes lois que celles de la texture des données SAR. Les modélisations seront effectuées sur les données d'intensité, et l'on se restreindra à des variables aléatoires réelles.

Dans un premier temps, on considère que la texture est un vecteur aléatoire  $\mathbf{z} = [z(\mathbf{x}_1), \dots, z(\mathbf{x}_N)]^T$  obtenus par l'échantillonnage de la variable continue  $z(\mathbf{x})$ , fonction de la position  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ , aux positions  $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}$ . Pour le cas d'une image, on se place sur une grille bidimensionnelle régulièrement échantillonnée, comme illustré par la figure 3.3.

Pour un processus gaussien, la loi du vecteur  $\mathbf{z}$  est alors une loi normale multivariée :

$$P_{\mathbf{z}}(\mathbf{z}) = (2\pi)^{-N/2} |\Sigma_{\mathbf{z}}|^{-1/2} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma_{\mathbf{z}}^{-1} (\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu}) \right]. \quad (3.1)$$

Cette loi est entièrement déterminée par le vecteur moyenne  $\boldsymbol{\mu} = E[\mathbf{z}]$  et la matrice de covariance  $\Sigma_{\mathbf{z}} = E[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T]$ . Ces deux paramètres peuvent aussi être obtenus par l'intermédiaire de la variable continue  $z(\mathbf{x})$ . En effet, les termes du vecteur moyenne et de la matrice de covariance sont donnés par  $\mu(\mathbf{x}_i) = E[z(\mathbf{x}_i)]$  et  $C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = E[(z(\mathbf{x}_i) - \mu(\mathbf{x}_i))(z(\mathbf{x}_j) - \mu(\mathbf{x}_j))]$  qui sont la valeur moyenne et l'autocovariance du processus continu pour les positions discrètes  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{x}_j$ . Le coefficient de

corrélation permet d'avoir une mesure normalisée de la corrélation et s'écrit :

$$\rho(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \frac{C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)}{\sigma(\mathbf{x}_i)\sigma(\mathbf{x}_j)} \quad (3.2)$$

où  $\sigma^2(\mathbf{x}_i) = C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i)$  est la variance du processus au point  $\mathbf{x}_i$ .

### 3.2.1.1 Processus stationnaire

Une hypothèse souvent faite en traitement du signal est celle de la stationnarité au sens large (SSL) donnée par les trois conditions :

$$\begin{aligned} (i) \quad & E[|z(\mathbf{x})|^2] < \infty, \\ (ii) \quad & E[z(\mathbf{x})] = \mu, \\ (iii) \quad & C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = C(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j). \end{aligned} \quad (3.3)$$

La deuxième condition indique que la moyenne  $\mu$  est une valeur constante ne dépendant pas de la position spatiale  $\mathbf{x}$ . La valeur moyenne ne contenant alors pas d'information sur les propriétés spatiales du processus, on pourra imposer la condition  $\mu = 0$  sans perte de généralité. L'autocovariance se confond alors avec l'autocorrélation :

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = R(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j). \quad (3.4)$$

La troisième condition indique le fait que la covariance ne dépend que du vecteur translation  $\mathbf{d} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$  entre deux positions considérées.

Enfin, on considère souvent des processus stationnaires isotropes, c'est à dire dont l'autocovariance spatiale est uniquement fonction de la distance euclidienne entre deux positions spatiales :

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = C(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|). \quad (3.5)$$

Il est alors possible de construire des champs aléatoires gaussiens stationnaires par la convolution d'un bruit blanc gaussien  $b(\mathbf{x})$  centré avec un filtre linéaire de réponse impulsionnelle  $k(\mathbf{x})$  appelé noyau de convolution :

$$z(\mathbf{x}) = \int_{R^2} k(\mathbf{x} - \mathbf{u})b(\mathbf{u})d\mathbf{u}. \quad (3.6)$$

La version discrète d'un tel processus correspond au modèle bien connu MA (Moving Average) puisque :

$$z(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^n k(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)b(\mathbf{x}_j). \quad (3.7)$$

Si l'on suppose le filtre symétrique  $k(\mathbf{x}) = k(-\mathbf{x})$  et la variance du bruit unitaire  $\sigma_b^2 = 1$ , alors le processus  $z(\mathbf{x})$  est un processus gaussien centré dont l'autocorrélation est donnée par l'autoconvolution du noyau :

$$C(\mathbf{d}) = \int_{R^2} k(\mathbf{u} - \mathbf{d})k(\mathbf{u})d\mathbf{u}. \quad (3.8)$$

Cette relation permet de simuler des textures aléatoires corrélées spatialement à partir d'un simple bruit blanc. En particulier, pour le noyau gaussien isotrope :

$$k(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp -\frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{x}\|^2}{\sigma^2} \quad (3.9)$$

la propriété d'autoconvolution de la gaussienne permet de générer des textures stationnaires dont l'autocovariance est de forme autocovariance gaussienne isotrope. La figure 3.4 représente quelques exemples de simulation de tels processus.

### 3.2.1.2 Covariance non stationnaire

L'information d'autocorrélation calculée sur toute l'image SAR ne donne qu'une information très limitée sur la structure spatiale de la scène. Pour pouvoir analyser les propriétés des différentes zones présentes dans l'image, une analyse locale des statistiques est nécessaire. De plus, les covariances mesurées sur une région hétérogène de l'image peuvent varier d'une position spatiale à une autre, ce qui suggère une modélisation non stationnaire des statistiques d'ordre deux. Ce type de modèle a été introduit dans le domaine des géostatistiques par Higdon [HSK98]. Il s'agit de l'extension du modèle donné par l'équation (3.6) à des noyaux dont les paramètres varient spatialement. Le processus à covariance non stationnaire est obtenu par filtrage d'un bruit blanc comme précédemment, mais les paramètres du filtre  $k_{\mathbf{x}}$  varient en fonction de la position spatiale :

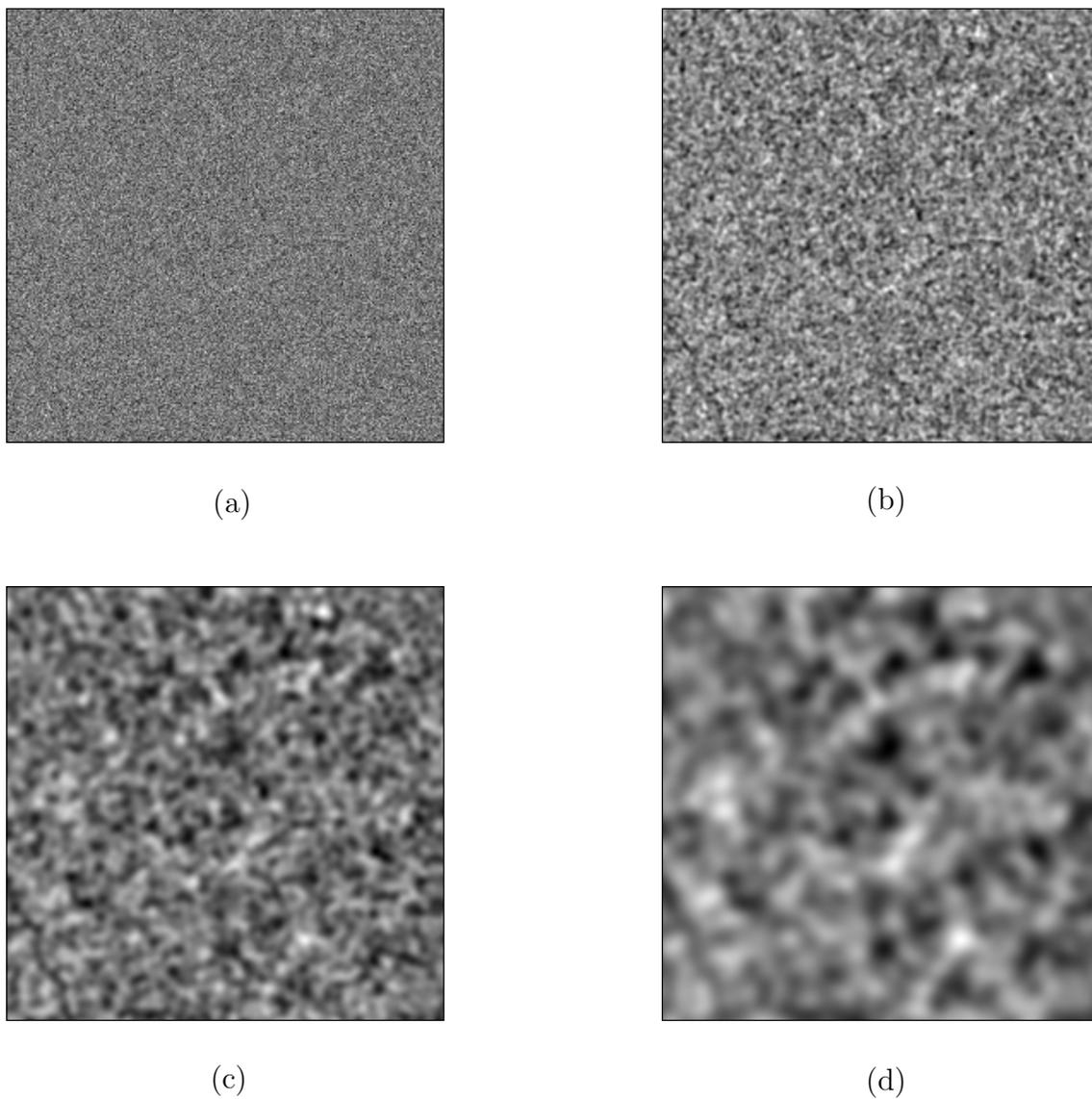
$$z(\mathbf{x}) = \int_{R^2} k_{\mathbf{x}}(\mathbf{u})b(\mathbf{u})d\mathbf{u}. \quad (3.10)$$

La covariance spatiale du processus peut toujours être obtenue à partir des noyaux mais ne s'exprime plus par une convolution stationnaire et fait intervenir le produit des noyaux aux positions spatiales  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{x}_j$  considérées :

$$C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \int_{R^2} k_{\mathbf{x}_i}(\mathbf{u})k_{\mathbf{x}_j}(\mathbf{u})d\mathbf{u}. \quad (3.11)$$

### 3.2.2 Modèle des noyaux gaussiens anisotropes

Nous avons vu précédemment qu'il était possible de générer des textures isotropes de longueur de corrélation désirée à partir de noyaux gaussiens. Cette modélisation a ensuite été étendue au cas non stationnaire, pour lequel les paramètres des noyaux sont autorisés à varier spatialement. Les exemples d'autocovariance calculés sur des données SAR réelles montrent que la corrélation spatiale n'est pas dans le cas général isotrope et que des textures et des structures orientées sont en général présentes dans l'image. Afin de prendre en compte ces observations, nous considérons que la texture provient du filtrage du bruit blanc gaussien par un champ de noyaux gaussiens anisotropes dont les paramètres sont une fonction de la position  $\mathbf{x}$ , comme décrit dans l'équation (3.10). L'expression de tels noyaux est donc une gaussienne bivariée définie par deux



**Fig. 3.4:** Simulations de processus gaussiens isotropes et stationnaires de différentes longueurs de corrélation. Bruit blanc gaussien (a), processus isotropes corrélés :  $l_1 = 2$  pixels (b),  $l_2 = 5$  pixels (c),  $l_3 = 10$  pixels (d).

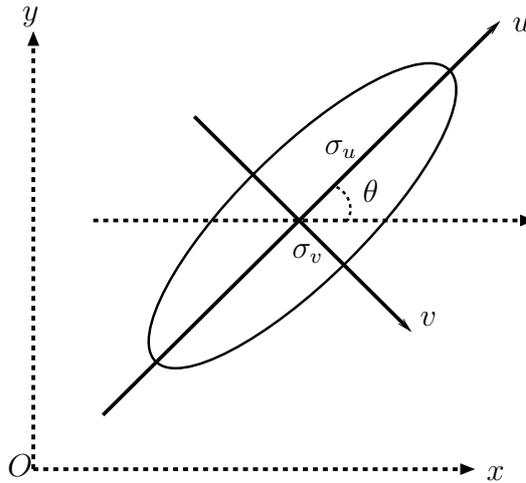
écart-types  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$  ainsi qu'un angle d'orientation  $\theta$  :

$$k(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{u(x, y)^2}{\sigma_u^2} + \frac{v(x, y)^2}{\sigma_v^2} \right] \right\} \quad (3.12)$$

où les coordonnées spatiales  $u$  et  $v$  sont définies par une rotation des coordonnées  $x$  et  $y$  :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

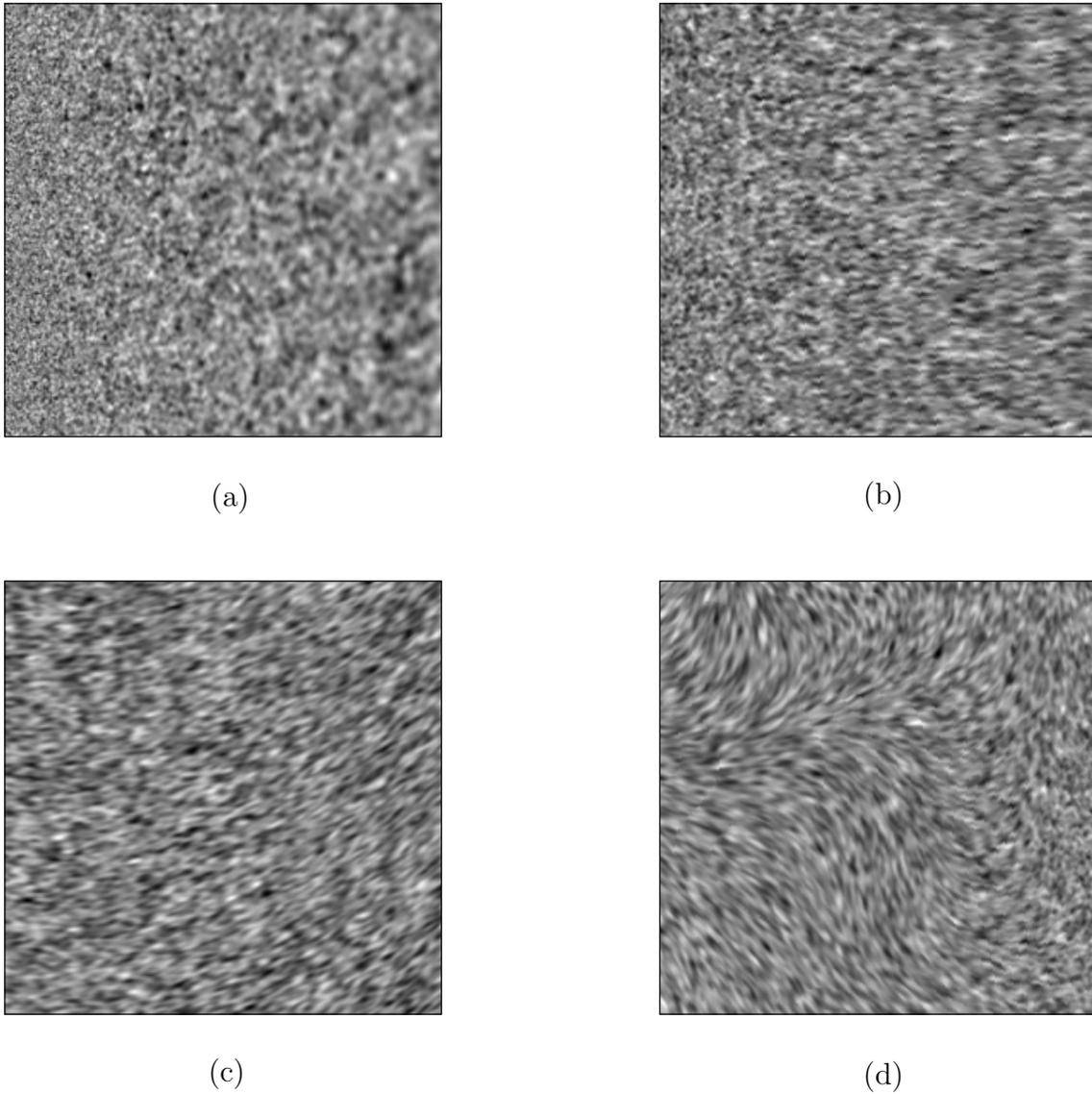
La figure 3.5 illustre la paramétrisation des noyaux gaussiens. Des exemples de simulations de processus gaussiens non stationnaires générés par la méthode des noyaux sont présentés sur la figure 3.6. En jouant sur l'un ou l'autre des paramètres, on peut obtenir une grande diversité de textures par cette méthode. La figure 3.7 montre un exemple de longueur de corrélation principale et de l'angle d'orientation variables utilisés pour générer le processus de la figure 3.8.



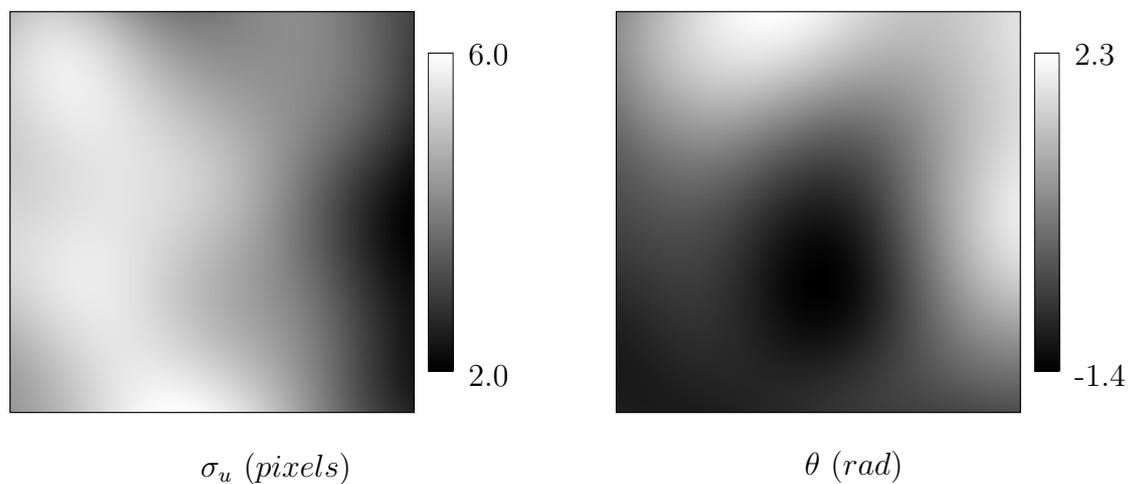
**Fig. 3.5:** Paramétrisation géométrique des noyaux gaussiens anisotropes. L'ellipse représente une courbe de niveau du noyau gaussien orienté avec l'angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale et caractérisé par les écarts types  $\sigma_u$  et  $\sigma_v$ .

### 3.2.3 Approximation de stationnarité locale

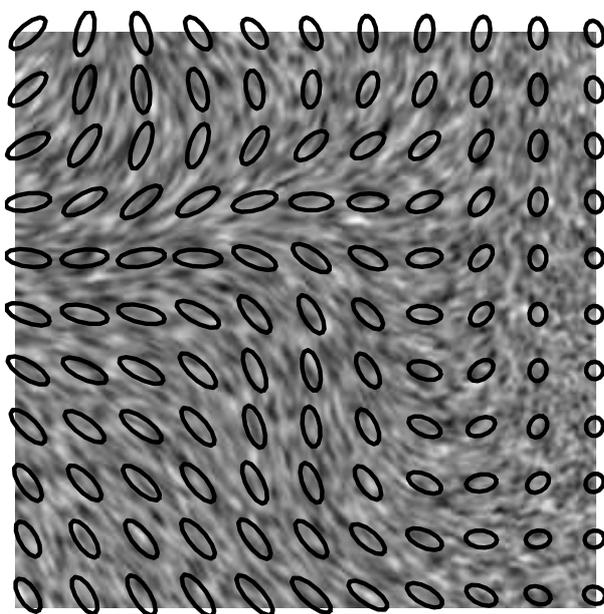
Nous avons montré qu'il était possible, à l'aide des noyaux gaussiens anisotropes, de simuler une grande diversité de textures prenant en compte les variations spatiales pouvant être présentes dans les images SAR. Cependant, si les statistiques d'ordre deux de telles textures peuvent être calculées à partir de l'expression des noyaux (3.12) et de l'équation de filtrage non stationnaire (3.10), la fonction d'autocovariance ne présente pas dans le cas général d'expression analytique simple. De plus, on ne dispose en général que d'une seule réalisation de l'image, ce qui rend l'estimation



**Fig. 3.6:** Simulations de processus gaussiens non stationnaires : (a) processus isotrope dont la longueur de corrélation varie spatialement, (b) processus anisotrope dont seule la longueur de corrélation principale varie linéairement en fonction de la position, (c) processus anisotrope dont les longueurs de corrélation sont fixes  $l_u = 5$ ,  $l_v = 2$  mais dont l'angle varie linéairement en fonction de la position, (d) processus non stationnaire générés par des noyaux dont l'axe principal et l'angle varient selon les processus gaussiens stationnaires représentés sur la figure 3.7.



**Fig. 3.7:** Longueur de corrélation principale et orientation variables suivant une loi gaussienne corrélée stationnaire utilisées pour simuler le processus (d) de la figure 3.6.



**Fig. 3.8:** Représentation des noyaux gaussiens échantillonnés sur une grille de 25 pixels d'arête, pour une texture non stationnaire.

des paramètres statistiques non stationnaires impossible. En effet, ces paramètres ne peuvent être estimés que par des opérations de moyenne spatiale, dans l'hypothèse d'ergodicité, et donc de stationnarité. Afin de rendre possible cette estimation, on est donc contraint de supposer la stationnarité locale des statistiques afin d'estimer les paramètres sur une fenêtre spatiale glissante. On doit donc supposer que dans une telle fenêtre la variation de paramètres est suffisamment minime pour pouvoir faire l'approximation de stationnarité de la texture et utiliser les estimateurs ergodiques usuels des statistiques d'ordres deux. Cette hypothèse implique la validité de l'équation (3.8), ce qui permet de formuler un modèle d'autocovariance gaussienne bivariée pour la texture SAR :

$$C_T(\mathbf{d}) = \sigma_T^2 \exp(-\mathbf{d}^T \Sigma_T^{-1} \mathbf{d}) \quad (3.14)$$

où  $\sigma_T^2$  est la variance du processus et  $\Sigma_T$  la matrice de covariance spatiale, qui ne doit pas être confondue avec la matrice de covariance  $\Sigma_{\mathbf{z}}$  de la densité de probabilité multivariée. Cette matrice peut être décomposée en un produit :

$$\Sigma_T = \mathbf{R}_\theta^T \Lambda \mathbf{R}_\theta \quad (3.15)$$

où la matrice de rotation unitaire

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

détermine l'angle d'orientation de la texture et la matrice diagonale :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} l_u^2 & 0 \\ 0 & l_v^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

permet de définir un équivalent bidimensionnel anisotrope à la longueur de corrélation couramment utilisée pour les statistiques d'ordre deux monodimensionnelles. En effet les valeurs  $l_u$  et  $l_v$  définissent l'intersection entre la gaussienne et le plan d'altitude  $\exp(-1)$ .

Enfin, le paramètre  $\sigma_T^2$  est la variance de la texture, et caractérise l'amplitude des variations de celle-ci autour de sa valeur moyenne.

Il est évident que cette hypothèse de stationnarité locale sur les données n'est pas systématiquement valide dans le cas de données réelles et constituera une limitation de la méthode présentée. Sa validité dépendra du rapport entre l'échelle des variations spatiales de la texture et la taille de la fenêtre utilisée pour l'estimation des paramètres.

**Paramètres caractéristiques de la texture** A partir de ce modèle d'autocovariance, il pourra être utile de définir d'autres paramètres permettant de caractériser les propriétés spatiales du processus. En particulier, la somme  $l_u + l_v$  des deux longueurs de corrélation permet de décrire l'étendue spatiale moyenne de la corrélation et la différence  $l_u - l_v$  sa directivité. De manière à avoir une mesure de directivité bornée entre zéro et un, on pourra préférer utiliser la mesure :

$$A = 1 - \frac{l_v}{l_u} \quad (3.18)$$

que l'on nommera anisotropie spatiale. Ces paramètres utilisés conjointement à l'angle  $\theta$  peuvent donc être vus comme une mesure de l'orientation locale du voisinage d'un pixel. Cette idée sera reprise au chapitre 4 pour la recherche de nouvelles méthodes de caractérisation de la texture dans images SAR.

### 3.3 Simulation de textures SAR

Nous avons jusqu'à présent considéré uniquement des textures dont les statistiques étaient de type gaussien. Comme expliqué au chapitre 1, les images d'intensité SAR sont de nature multiplicative et font intervenir des lois statistiques telles que les lois exponentielles, Gamma, et K. Les images étant décrites par le modèle produit 2.16, la simulation consiste à générer deux processus aléatoires indépendants, l'un correspondant au speckle et l'autre à la texture. Ces processus seront ensuite multipliés pour obtenir l'intensité SAR désirée. La simulation de speckle L-vues ne présente pas de difficulté puisqu'il a été vu précédemment qu'il suffisait de prendre le module au carré d'une variable gaussienne circulaire complexe pour obtenir le speckle mono-vue suivant une loi exponentielle, puis de sommer L réalisations indépendantes pour obtenir le speckle L-vues suivant une loi Gamma. La génération du processus de texture semble moins triviale, puisqu'il faut simuler une variable suivant une loi Gamma corrélée. Différents types de méthodes de simulation de texture SAR corrélée sont recensés dans [BFF01]. La premier type d'approche [Ron77, Bla94b] consiste à générer un processus Gamma non corrélé et à le rendre corrélé par le biais d'un filtrage linéaire. L'inconvénient d'une telle méthode est la dépendance entre le paramètre de forme  $\nu$  de la texture et la corrélation appliquée au processus. Une autre approche basée sur l'application d'une transformation non linéaire à un processus corrélé suivant une certaine distribution a aussi été proposée [OQ98]. Cependant, la corrélation subissant elle aussi une transformation, il faut appliquer la corrélation appropriée sur le premier processus, à la condition qu'il en existe une forme analytique, ce qui n'est pas toujours le cas. Nous choisissons pour notre application d'utiliser une troisième méthode [BFF01, OQ98] faisant intervenir des sommes de carrés de processus gaussiens corrélés. Cette technique ne permet de générer des lois Gamma corrélées que pour des valeurs discrètes du paramètre de forme  $\nu$ . Cependant, elle permet de simuler simplement des processus de covariance gaussienne anisotrope puisqu'elle fait intervenir la racine carrée de l'autocovariance qui est aussi une gaussienne anisotrope.

L'objectif est de simuler une variable corrélée  $\sigma \sim \Gamma(\alpha, \beta)$  où

$$p(\sigma) = \frac{\sigma^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha \exp(-\beta\sigma). \quad (3.19)$$

Pour cela, on filtre avec un champ de noyaux gaussiens  $k_{\mathbf{x}}(\mathbf{u})$  un nombre  $2\alpha$  de vecteurs gaussiens non-corrélés  $\{\mathbf{n}_i, i = 1, \dots, 2\alpha\}$  de dimension  $N^2$ . On obtient donc  $2\alpha$  vecteurs gaussiens corrélés  $\{\boldsymbol{\xi}_i, i = 1, \dots, 2\alpha\}$  de la dimension désirée avec  $\boldsymbol{\xi}_i \sim$

$N(0, \Sigma)$  où  $\Sigma$  est de la forme  $\Sigma = \frac{1}{2}\Sigma_1$ . Cette dernière matrice est de la forme :

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,N^2} \\ \rho_{1,2} & 1 & \cdots & \rho_{2,N^2} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \rho_{1,N^2} & \rho_{2,N^2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Les termes  $\rho_{i,j}$  de cette matrice sont tels que  $0 \leq |\rho_{i,j}| < 1$ . Alors, on peut montrer que le vecteur  $\boldsymbol{\eta} = \sum_{i=1}^{2\alpha} \boldsymbol{\xi}_i^2$  suit une loi Gamma corrélée dont les éléments sont distribués selon  $\eta_j \sim \Gamma(\alpha, 1)$ . Les éléments de la matrice de corrélation de ce vecteur sont  $\{\rho_{i,j}^2; i = 1, \dots, N^2, j = 1, \dots, N^2\}$ . Le paramètre d'échelle  $\beta$  peut aussi être contrôlé et les éléments du vecteur  $\boldsymbol{\sigma} = \beta^{-1}\boldsymbol{\eta}$  sont distribués selon  $\Gamma(\alpha, \beta)$ .

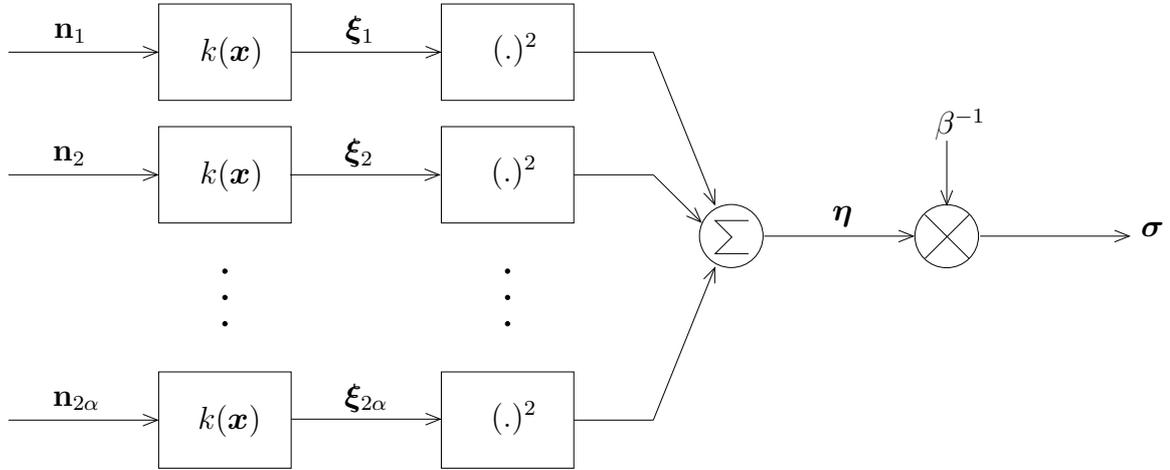
La loi à simuler pour obtenir une texture dont la valeur moyenne est  $\langle \sigma \rangle$  et le paramètre de forme  $\nu$  est une loi gamma  $\Gamma(\nu, \nu/\langle \sigma \rangle)$ . On forme ainsi la somme de  $2\nu$  variables gaussiennes corrélées dont la résultante est normalisée par  $\langle \sigma \rangle/\nu$ . Afin d'obtenir une texture non stationnaire, on peut employer la méthode des noyaux gaussiens pour former les processus gaussiens corrélés, en prenant soin de multiplier les longueurs de corrélations correspondant aux noyaux par  $\sqrt{2}$  de manière à obtenir localement la longueur de corrélation souhaitée après élévation au carré des gaussiennes. La texture ainsi générée présente alors une moyenne  $\mu_T = \langle \sigma \rangle$  et une variance  $\sigma_T^2 = \langle \sigma \rangle^2/\nu$ .

La texture est ensuite bruitée par multiplication avec une loi Gamma  $\Gamma(L, L)$  modélisant le speckle de l'intensité  $L$  vues. Les figures 3.9 et 3.10 schématisent cette méthode de simulation. Des images d'intensité SAR corrélées stationnaires et non stationnaires simulées par cette méthode sont représentées en figure 3.11 avec les histogrammes correspondants. Les autocorrélations normalisées des deux textures stationnaires de la figure 3.11 sont représentées en figure 3.12 où l'on peut observer l'influence du speckle qui ajoute un delta de Dirac au centre de la fonction d'autocorrélation. Les différentes composantes d'une texture SAR non stationnaire sont représentées avec leurs histogrammes respectifs par la figure 3.13. L'autocorrélation estimée sur plusieurs zones de la texture gaussienne d'autocovariance non stationnaire sont montrées en figure 3.14 et la figure 3.15 montre la transformation subie par la fonction d'autocorrélation après élévation au carré, puis multiplication par la variable de speckle.

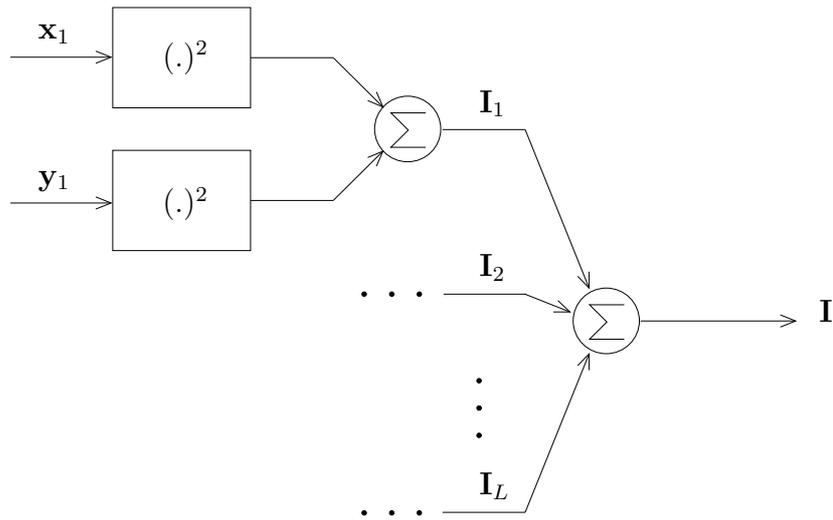
## 3.4 Estimation des paramètres de la covariance sur les données SAR

### 3.4.1 Moments géométriques

On considère dans un premier temps que l'on a directement accès à la texture  $T$  d'autocovariance  $C_T$ . La méthode la plus directe pour estimer les paramètres de notre modèle est basée sur le calcul explicite de l'estimée de l'autocovariance  $C_T(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  sur une fenêtre locale pour chaque position dans l'image. Pour cela, l'hypothèse de

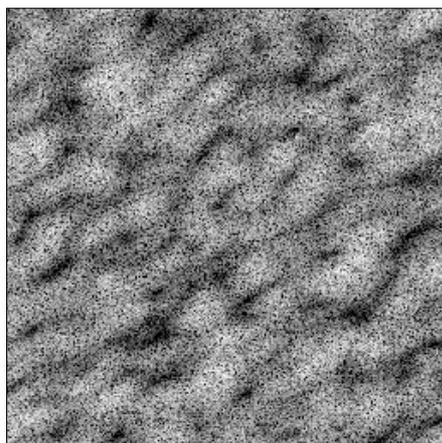


**Fig. 3.9:** Simulation de texture d'intensité SAR par sommation de variables gaussiennes au carré. On part de  $2\alpha$  variables gaussiennes décorréliées qui sont convoluées par le noyau gaussien  $k$  dont les paramètres peuvent varier comme une fonction de l'espace. Après élévation au carré les champs gaussiens corrélés obtenus sont sommés afin de simuler une texture gamma corrélée  $\Gamma(\alpha, 1)$ . La texture  $\Gamma(\alpha, \beta)$  est ensuite obtenue en multipliant par  $\beta^{-1}$ .

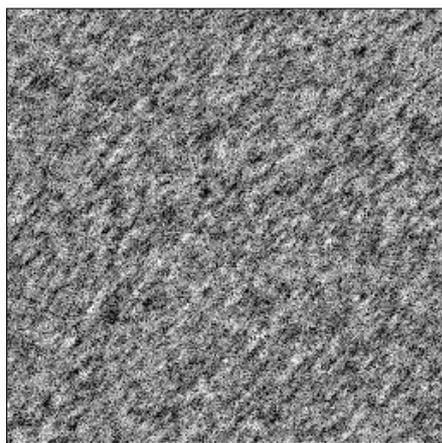
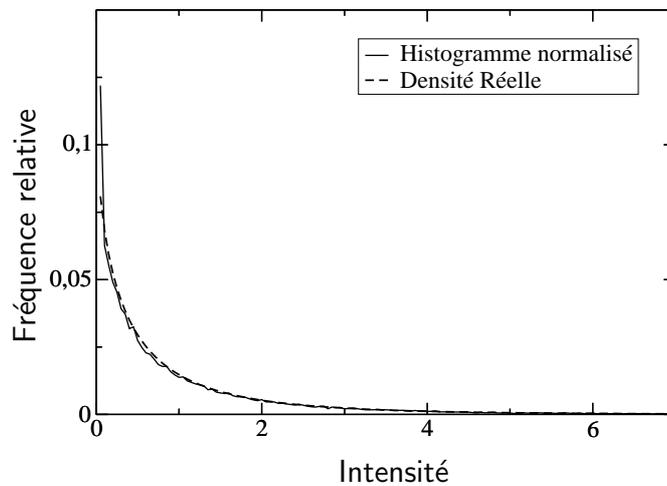


**Fig. 3.10:** Simulation de speckle d'images L-vues. Les variables gaussiennes décorréliées  $\mathbf{x}_i$  et  $\mathbf{y}_i$  où  $i = 1 \dots L$  sont sommées deux à deux puis élevées au carré pour obtenir  $L$  intensités mono-vues qui sont à leur tour sommées.

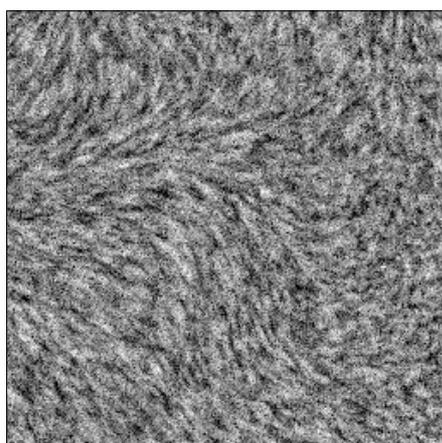
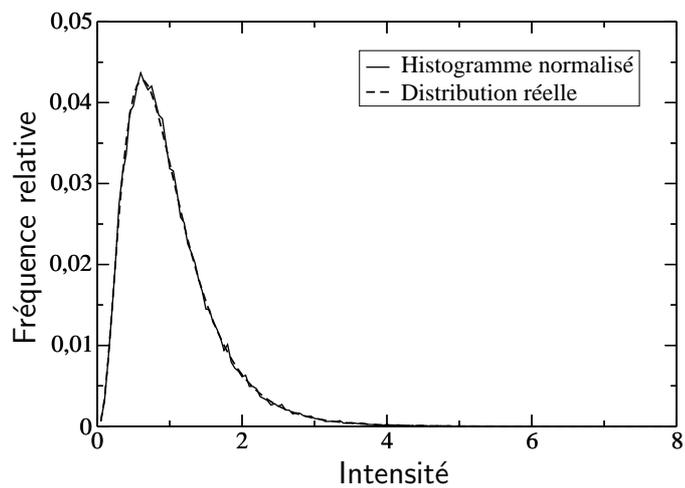
### 3.4 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE LA COVARIANCE SUR LES DONNÉES SAR59



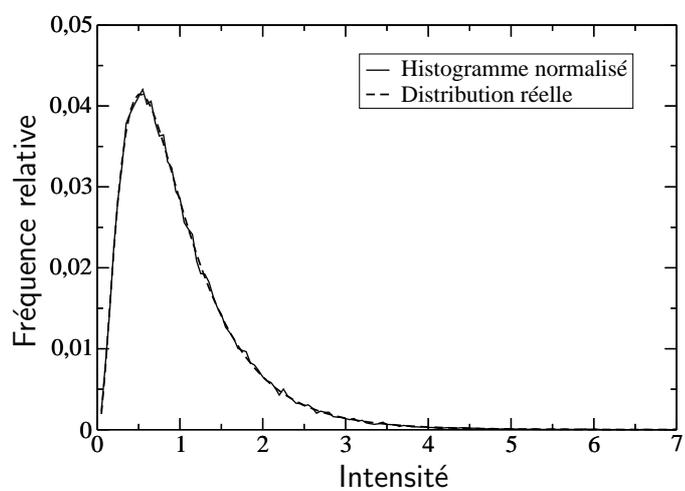
$\nu = 2, L = 1$   
 $l_u = 15, l_v = 8, \theta = \pi/6$



$\nu = 10, L = 4$   
 $l_u = 5, l_v = 2, \theta = \pi/4$

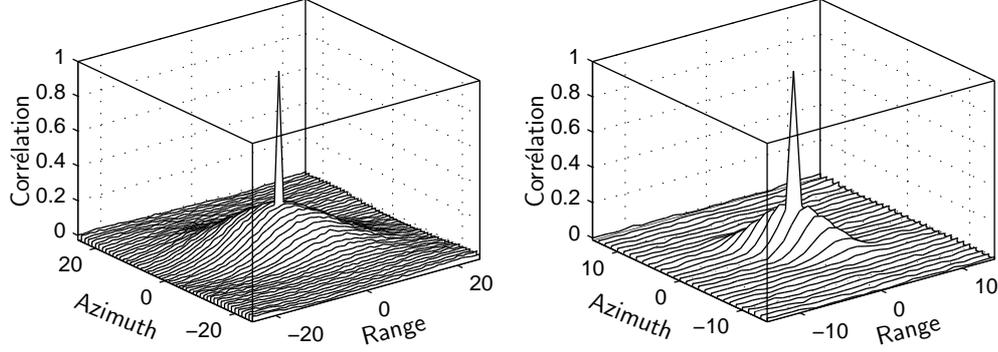


$\nu = 5, L = 4$



Paramètres spatiaux non stationnaires

**Fig. 3.11:** Exemples de simulations de textures par la méthode des sommes de variables gaussiennes et des noyaux gaussiens.



**Fig. 3.12:** Statistiques d'ordre deux estimées pour les deux simulation stationnaires de texture SAR de la figure 3.11.

stationnarité locale sur la fenêtre de taille  $N^2$  nous ramène à l'estimation de l'autocovariance ergodique  $\hat{C}_T(\mathbf{d})$  dont l'expression est donnée par l'équation (3.14). Il faut ensuite, à partir de cette estimée retrouver les valeurs des paramètres spatiaux, à savoir les deux longueurs de corrélation  $l_u, l_v$  et l'angle d'orientation  $\theta$ . Pour cela, on calcule les moments géométriques d'ordre un et deux de la fonction d'autocorrélation bi-dimensionnelle estimée. Les moments sont des attributs très largement utilisés dans le domaine de la vision et notamment en reconnaissance de forme [Hu62, Alt62] et possèdent souvent des propriétés d'invariances par transformation affine ou rotation [Flu00]. L'expression des moments géométriques non centrés est, pour une variable continue :

$$m_{pq} = \frac{\int_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} x^p y^q C_T(x, y) dx dy}{\int_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} C_T(x, y) dx dy}. \quad (3.21)$$

Les moments centrés s'expriment quant à eux de la manière suivante :

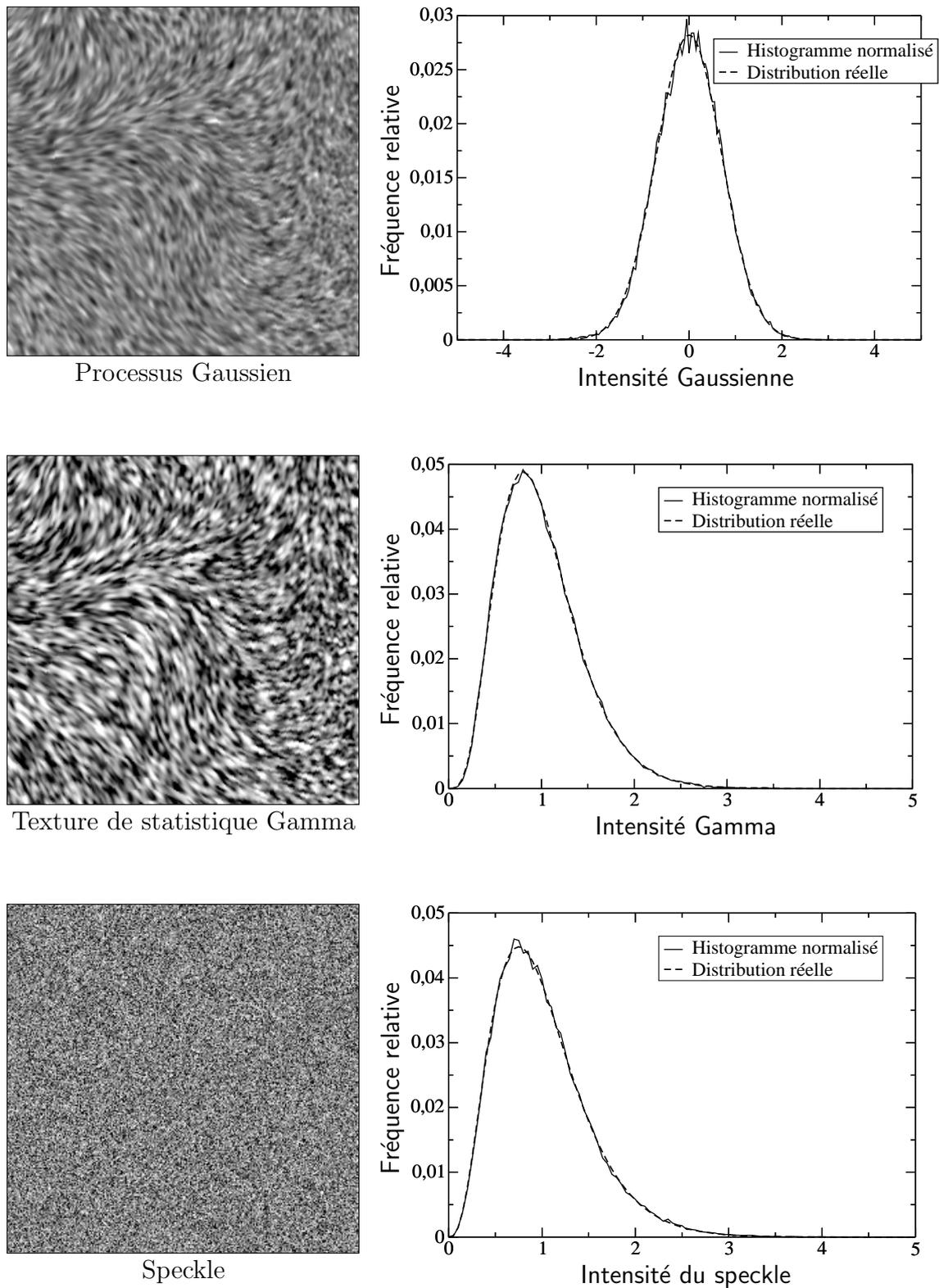
$$\mu_{pq} = \frac{\int_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} (x - m_{10})^p (y - m_{01})^q C_T(x, y) dx dy}{\int_{(x,y) \in \mathbb{R}^2} C_T(x, y)}. \quad (3.22)$$

Les moments d'ordre un  $m_{01}, m_{10}$  correspondent au barycentre géométrique de l'ensemble bi-dimensionnel considéré, tandis que les moments d'ordre deux  $m_{02}, m_{11}, m_{20}$  correspondent à la dispersion spatiale de la forme. Il est aisé de constater que les moments géométriques d'ordre deux se confondent avec ceux de la matrice de covariance  $\Sigma$  du modèle gaussien anisotrope (3.14). Ainsi, à partir de ces moments, on forme la matrice de dispersion  $\mathbf{V}$  :

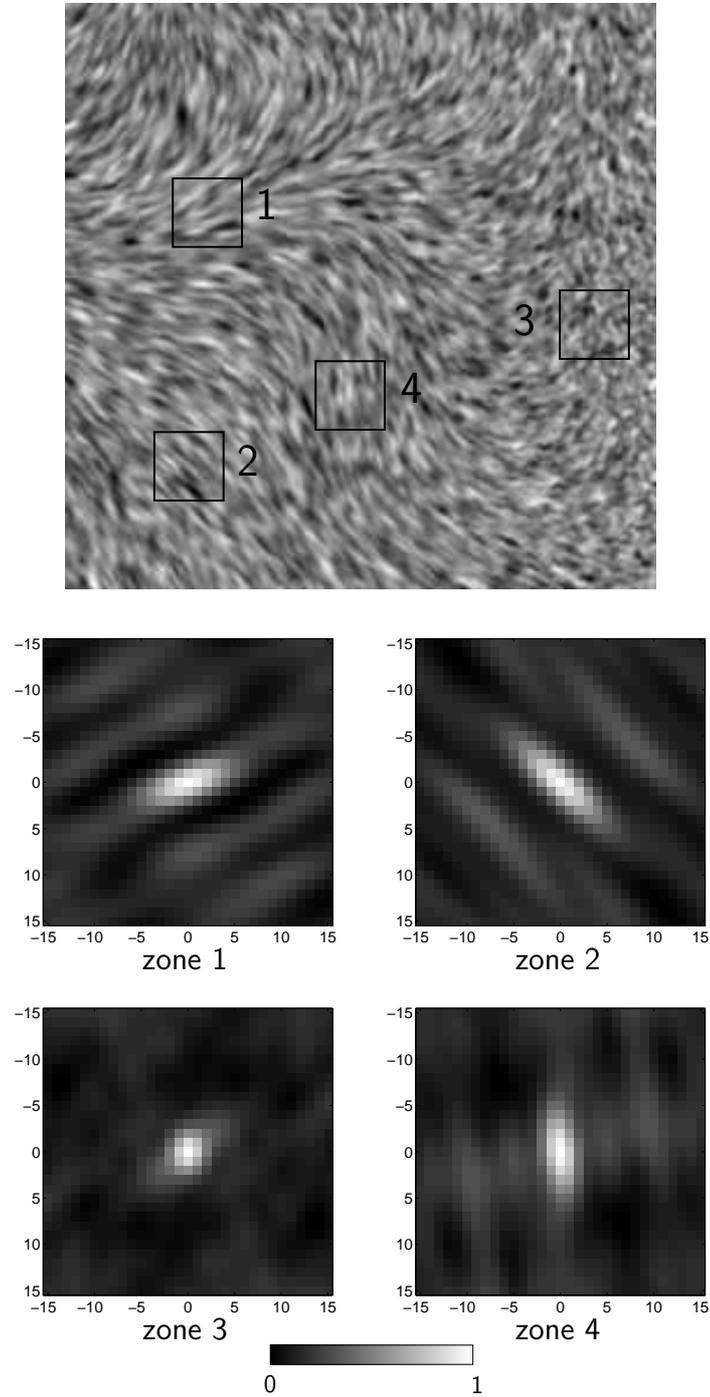
$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Cette matrice est calculée dans la base cartésienne  $[x, y]^T$ , mais sa diagonalisation permet de retrouver la décomposition (3.15) dans la base  $[u, v]^T$  des axes principaux puisque les valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  de cette matrice sont égales aux variances  $\sigma_u^2 = \frac{l_u^2}{2}$

### 3.4 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE LA COVARIANCE SUR LES DONNÉES SAR61

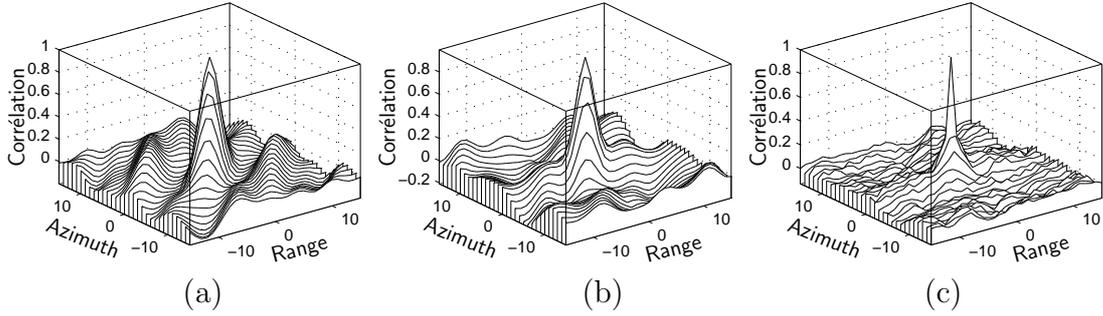


**Fig. 3.13:** Distributions des différentes composantes de l'intensité SAR d'autocovariance non stationnaire simulée par la méthode décrite.



**Fig. 3.14:** Statistiques d'ordre deux des zones choisies sur l'image non stationnaire gaussienne.

### 3.4 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE LA COVARIANCE SUR LES DONNÉES SAR63



**Fig. 3.15:** Statistiques d'ordre deux des données simulées à la figure 3.13 sur la zone 2 définie à la figure 3.14. Coefficient de corrélation estimé sur (a) le processus gaussien, (b) la texture de densité Gamma, (c) l'intensité de densité K.

et  $\sigma_u^2 = \frac{l_n^2}{2}$  de la fonction d'autocovariance  $C_T$ . De plus, l'angle d'orientation  $\theta$  est donné par le vecteur propre  $\mathbf{k}_1 = [k_{1,x} k_{1,y}]^T$  correspondant à la plus grande valeur propre  $\lambda_1$  puisque :

$$\theta = \arctan \left( \frac{k_{1,y}}{k_{1,x}} \right). \quad (3.24)$$

#### 3.4.2 Choix d'un estimateur pour la fonction d'autocovariance

L'estimation ergodique de la fonction d'autocovariance sur un nombre fini d'échantillons conduit en général à des déformations spatiales de l'estimée par rapport à la valeur réelle, dues à l'incertitude sur chaque coefficient  $\hat{C}(p, q)$ . De plus, les estimateurs couramment utilisés de la fonction d'autocovariance ne font pas intervenir un nombre constant de paires d'échantillons et leurs performances sont en général évaluées pour des variables de densité gaussienne centrée. Les expressions de ces estimateurs pour une variable de moyenne nulle sont, pour l'estimateur biaisé :

$$\hat{C}_1(p, q) = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{M-|p|} \sum_{j=1}^{N-|q|} X_{i,j} X_{i+p,j+q} \quad (3.25)$$

et pour l'estimateur non biaisé :

$$\hat{C}_2(p, q) = \frac{1}{M-|p|} \frac{1}{N-|q|} \sum_{i=1}^{M-|p|} \sum_{j=1}^{N-|q|} X_{i,j} X_{i+p,j+q}. \quad (3.26)$$

Il est aisé de vérifier que :

$$E[\hat{C}_1(p, q)] = \frac{M-|p|}{M} \frac{N-|q|}{N} C(p, q) \quad (3.27)$$

et que :

$$E[\hat{C}_2(p, q)] = C(p, q). \quad (3.28)$$

L'estimateur biaisé est souvent préféré à l'estimateur non biaisé car on peut montrer [SM97], dans le cas où la densité du processus est gaussienne, que pour un même nombre d'échantillons sa variance est inférieure. Cependant, le nombre d'échantillons étant variable selon l'écart spatial  $[p, q]^T$ , les variances de ces estimateurs seront elles aussi dépendantes de cet écart.

Dans le cas de la présente étude on souhaite, afin d'estimer les paramètres de la texture, utiliser l'ensemble des coefficients de l'autocovariance et l'on préférera utiliser un estimateur à nombre d'échantillons constant. De plus, ces estimateurs sont souvent considérés dans la littérature pour des processus centrés ou de moyenne connue, alors que dans le cas des données d'intensité SAR la moyenne  $\mu_I$  est inconnue et doit donc être estimée. Pour ces raisons, l'autocovariance est ici évaluée en utilisant l'estimateur :

$$\widehat{C}_3(p, q) = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X_{i,j} - \widehat{\mu}_I)(X_{i+p,j+q} - \widehat{\mu}_I) \quad (3.29)$$

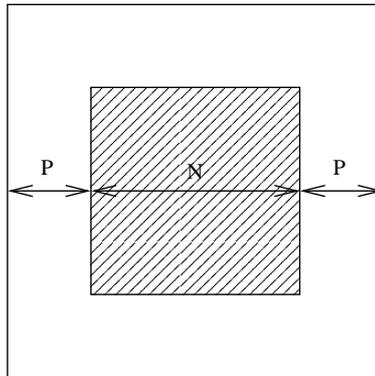
où  $\widehat{\mu}_I$  est l'estimée de la moyenne par l'estimateur classique des moments,  $p \in [-P, P]$  et  $q \in [-Q, Q]$ . Pour réaliser cette estimation, on calcule l'intercorrélacion des signaux obtenus en multipliant l'image par les indicatrices

$$\mathbf{1}_{[p-M/2-P, p+M/2+P]; [q-N/2-Q, q+N/2+Q]}$$

et

$$\mathbf{1}_{[p-M/2, p+M/2]; [q-N/2, q+N/2]}.$$

On garde de cette estimée uniquement la zone contenue dans le rectangle délimité par  $[-P, P]$  et  $[-Q, Q]$ . La moyenne  $\widehat{\mu}$  est évaluée par l'estimateur classique de la moyenne ergodique du signal sur la première des indicatrices. On obtient ainsi une estimée de l'autocorrélacion à nombre constant d'échantillons. En pratique une fenêtre carrée est utilisée et l'on fixe  $P = Q$  et  $M = N$  comme illustré sur la figure 3.16.



**Fig. 3.16:** Fenêtre d'estimation de l'autocovariance pour l'estimateur sélectionné.

En réalité, un abus de langage est souvent fait lorsque l'on fait référence aux estimateurs biaisés et non-biaisés pour la covariance d'un processus de moyenne inconnue,

### 3.4 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE LA COVARIANCE SUR LES DONNÉES SAR65

puisque la corrélation spatiale des données implique en fait un biais sur les estimateurs ergodiques. Il est montré dans [Fur05] que pour un processus stationnaire corrélé spatialement, l'autocovariance est sous-estimée. L'expression du biais est uniquement fonction de la somme des coefficients de l'autocovariance réelle du processus et du nombre d'échantillons, donc difficilement corrigé pour un nombre fixé d'échantillons et ne dépend pas de l'écart spatial défini par le couple  $(p, q)$  considéré. Ce biais additif n'affecte donc pas la forme spatiale de l'autocovariance estimée mais peut avoir une influence sur la valeur estimée des moments géométriques.

#### 3.4.3 Prise en compte du modèle multiplicatif

La présence de speckle empêche l'estimation directe des moments géométriques sur les statistiques d'ordre deux de l'intensité puisqu'elles sont affectées par la contribution de celui-ci. En effet, l'hypothèse du speckle décorréolé correspond à une fonction d'autocorrélation :

$$R_F(p, q) = \sigma_F^2 \delta(p, q) + \mu_F^2, \quad (3.30)$$

où

$$\delta(p, q) = \begin{cases} 0 & p = 0; q = 0 \\ 1 & p \neq 0; q \neq 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

est le delta de Kronecker.

L'expression de l'autocorrélation de l'intensité prenant en compte texture et speckle suivant le modèle (2.16) est :

$$R_I(p, q) = \mu_I^2 R_T(p, q) R_F(p, q). \quad (3.32)$$

La combinaison de ces expressions permet de trouver la fonction d'autocovariance de l'intensité, sachant que la texture est de moyenne normalisée  $\mu_T = 1$  et que la variance de la variable correspondant au speckle F est  $\sigma_F^2 = 1/L$  :

$$C_I(p, q) = \mu_I^2 \left[ \frac{\delta(p, q)}{L} (\sigma_T^2 + 1) + C_T(p, q) \right]. \quad (3.33)$$

On constate donc que la contribution due au speckle est additive mais dépendante de la variance de la variable de texture. De plus, cette contribution agit uniquement sur le coefficient  $C_I(0, 0)$ . Il suffit de corriger cette contribution pour retrouver à un facteur multiplicatif près l'autocovariance du speckle. Pour l'écart  $(0, 0)$ , l'autocovariance de  $I$  vaut :

$$C_I(0, 0) = \mu_I^2 \left[ \frac{1}{L} (C_T(0, 0) + 1) + C_T(0, 0) \right]. \quad (3.34)$$

La correction à appliquer est donc :

$$C_T(0, 0) = \frac{\frac{C_I(0, 0)}{\mu_I^2} - \frac{1}{L}}{1 + \frac{1}{L}} \quad (3.35)$$

et se simplifie dans le cas de données mono-vues :

$$C_T(0,0) = \frac{\frac{C_I(0,0)}{\mu_I^2} - 1}{2}. \quad (3.36)$$

### 3.4.4 Stabilisation de l'estimée par seuillage

Les incertitudes liées à l'estimation de l'autocovariance peuvent perturber de façon importante l'estimation des moments géométriques permettant de calculer les paramètres de texture. De plus, la forme bi-dimensionnelle recherchée de l'autocovariance étant gaussienne, les coefficients tendent assez rapidement vers zero et pour des écarts importants, on ne mesure que les fluctuations dues à la perturbation du speckle. Afin d'obtenir une mesure plus précise de l'orientation et des longueurs de corrélation, il convient de pratiquer un seuillage sur la fonction d'autocovariance estimée afin de n'en garder qu'une certaine partie des coefficients. Les moments estimés sur cette covariance seuillée seront alors une fraction des moments réels. En effet, le seuillage des coefficients correspond à restreindre la sommation à l'intérieur d'un domaine limité par une ellipse d'équation

$$\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = 1. \quad (3.37)$$

Afin de simplifier les calculs, on choisit les valeurs particulières  $a = l_u$  et  $b = l_v$ , qui correspondent à la courbe de niveau  $\exp(-1)$ , et on se place dans la base  $[u, v]^T$  des axes principaux trouvée par diagonalisation de la matrice  $\mathbf{V}$ . En effet, la résolution de l'intégrale

$$I_{20}(l_u, l_v) = \int_{\frac{x^2}{l_u^2} + \frac{y^2}{l_v^2} \leq 1} x^2 \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{l_u^2} + \frac{y^2}{l_v^2} \right) \right] dx dy \quad (3.38)$$

permet de connaître la fraction de  $l_u$  que l'on estime. On obtient le résultat suivant (voir annexe B.1) :

$$I_{20}(l_u, l_v) = \frac{\pi}{2} l_u^3 l_v (1 - 2e^{-1}). \quad (3.39)$$

Puisqu'on utilise les moments normalisés, ce résultat est à diviser par l'intégrale des coefficients, c'est à dire le résultat de :

$$I_{00}(l_u, l_v) = \int_{\frac{x^2}{l_u^2} + \frac{y^2}{l_v^2} \leq 1} \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{l_u^2} + \frac{y^2}{l_v^2} \right) \right] dx dy. \quad (3.40)$$

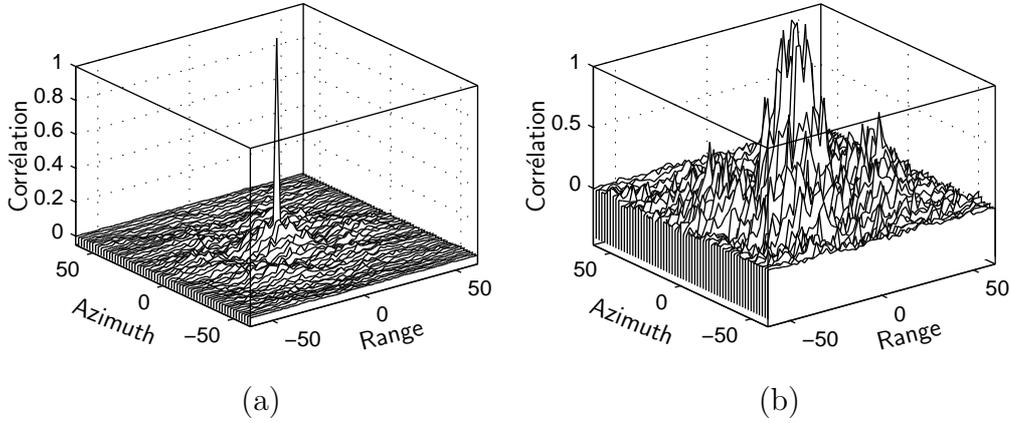
Cette intégrale étant égale à (voir annexe B.1) :

$$I_{00}(l_u, l_v) = \pi l_u l_v (1 - e^{-1}) \quad (3.41)$$

la relation entre le moment total  $l_u$  et le moment estimé  $\tilde{l}_u$  sur l'autocovariance seuillée à  $\exp(-1)$  est :

$$\tilde{l}_u = \sqrt{\frac{I_{20}(l_u, l_v)}{I_{00}(l_u, l_v)}} = l_u \sqrt{\frac{(1 - 2e^{-1})}{2(1 - e^{-1})}}. \quad (3.42)$$

### 3.4 ESTIMATION DES PARAMÈTRES DE LA COVARIANCE SUR LES DONNÉES SAR67



**Fig. 3.17:** Illustration de l'estimée de la covariance sur des données SAR simulées avant (a) et après (b) correction de la contribution du speckle.

L'expression du moment  $\tilde{l}_v$  est calculée de manière identique :

$$\tilde{l}_v = \sqrt{\frac{I_{02}(l_u, l_v)}{I_{00}(l_u, l_v)}} = l_v \sqrt{\frac{(1 - 2e^{-1})}{2(1 - e^{-1})}}. \quad (3.43)$$

En réalité, comme illustré sur la figure 3.18, l'opération de seuillage n'est pas suffisante pour ne prendre en compte que le lobe central de l'autocovariance. En effet, à cause des perturbations de l'estimée due au speckle, d'autres parties que le lobe central peuvent se trouver au dessus du seuil et l'estimée des moments est perturbée. Pour remédier à ce problème, on utilise un algorithme simple d'étiquetage en composantes connexes [HS92] qui permet, à partir de l'image binaire correspondant aux valeurs supérieures au seuil, d'identifier et d'isoler la partie centrale de l'autocovariance par connaissance du label du pixel central.

#### 3.4.5 Algorithme d'estimation des paramètres

Au final la procédure d'estimation des paramètres spatiaux de l'autocovariance est la suivante pour chaque position successive dans l'image :

1. Choix des paramètres  $N$  (nombre d'échantillons) et  $l_{max}$  écart maximal pour l'estimée de l'autocovariance.
2. Calcul de la variable centrée normalisée :

$$I_N = \frac{I - \mu_I}{\mu_I}. \quad (3.44)$$

3. Estimation de la fonction 2D d'autocorrélation de la variable  $I_N$  :

$$\begin{aligned} R_N(p, q) &= E [I_N(i, j) I_N(i + p, j + q)] \\ &= \frac{1}{\mu_I^2} (R_I(p, q) - \mu_I^2) \end{aligned}$$

4. Correction de la valeur centrale selon

$$C_T(0,0) = \frac{R_N(0,0) - \frac{1}{L}}{1 + \frac{1}{L}} \quad (3.45)$$

pour obtenir l'autocovariance  $C_T$  de la texture.

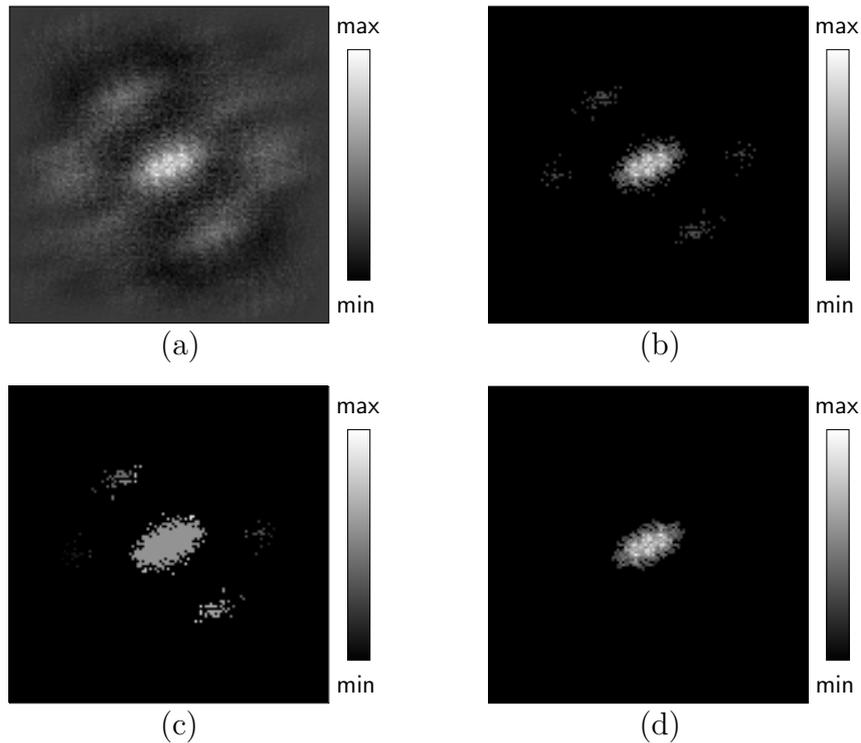
5. Seuillage de l'estimée à  $\exp(-1)$ .

6. Application d'un algorithme d'étiquetage en composantes connexes [HS92] afin de ne garder que le lobe central de l'autocovariance.

7. Estimation des moments géométriques (3.21), (3.22) et décomposition en valeurs/vecteurs propres de la matrice de dispersion  $V$  (3.23). Extraction des paramètres  $\tilde{l}_u$ ,  $\tilde{l}_v$  et  $\theta$ .

8. Correction des moments  $\tilde{l}_u$  et  $\tilde{l}_v$  par (3.42), (3.43) pour obtenir les moments totaux  $l_u$  et  $l_v$ .

Les étapes de cet algorithme sont illustrées par les figures 3.17 et 3.18.



**Fig. 3.18:** Illustration des étapes de l'algorithme d'estimation après correction de la contribution du speckle. Estimée corrigée (a), estimée seuillée à  $\exp(-1)$  (b), identification des composantes connexes (c), partie centrale conservée pour l'estimation des moments géométriques.

## 3.5 Evaluation de la méthode sur des données simulées

Dans cette partie, les performances de notre algorithme d'estimation de paramètres de textures sur des données SAR sont évaluées. Des textures de covariances stationnaires et non stationnaires sont simulées par la méthode présentée en section 3.3. Afin de simplifier l'étude, et dans l'optique d'application de notre méthode à des données réelles, seul le cas de données mono-vues est considéré. En effet, si la production d'une image multi-vue permet de réduire la variance du bruit en conservant la valeur moyenne, elle affecte de la même manière la variable aléatoire modélisant la texture. Les performances statistiques de l'algorithme en terme d'estimation de paramètres est tout d'abord évalué sur des réalisations multiples de données dont la covariance est stationnaire afin d'étudier le biais et la variance des estimateurs.

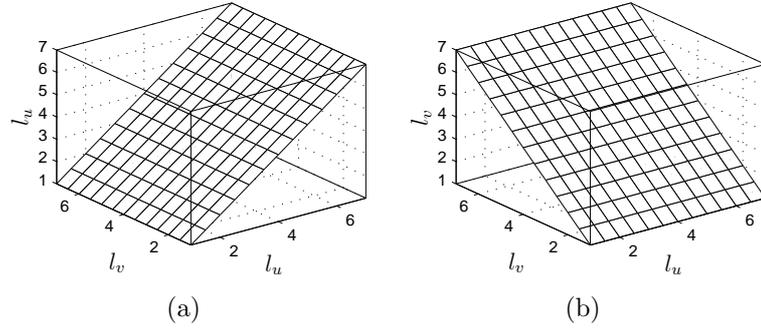
Ensuite, les performances en terme d'estimation de la variation spatiale de covariance seront évaluées sur quelques textures test produites artificiellement de manière à couvrir les principales possibilités de variation spatiale des différents paramètres. Cette partie permet de discuter l'hypothèse de stationnarité locale du modèle introduite en section 3.2.3.

### 3.5.1 Données stationnaires

#### 3.5.1.1 Configuration des tests

Les performances de l'algorithme d'estimation décrit dans la section précédente ont été évaluées en calculant les moyennes et variances des valeurs estimées des paramètres de texture sur un nombre  $N = 100$  de réalisations. Afin de réduire le nombre de paramètres et de focaliser l'étude sur le caractère spatial de la méthode, les paramètres de texture correspondant aux statistiques de la loi K générée ont été fixés aux valeurs suivantes : la valeur moyenne de l'intensité est  $\mu_I = 1$ , le paramètre d'ordre est  $\nu = 1$ , ce qui correspond à une variance  $\sigma_T$  égale à 1 et pour les raisons données précédemment, le nombre de vues est  $L = 1$ . L'estimateur d'autocovariance à nombre d'échantillons constant décrit en (3.29) est utilisé. En vue de futures extensions à des méthodes multi-résolution, nous utilisons des fenêtres d'estimation de tailles proches de puissances de 2 dont les cotés mesurent  $N_s = 15, 31$  et  $63$  pixels. L'écart maximal pour lequel est calculée l'autocovariance est  $N_{max} = 9$  pixels. Les paramètres spatiaux de la texture à étudier sont les longueurs de corrélation  $l_u, l_v$  et l'angle  $\theta$ . L'évaluation quantitative des longueurs de corrélation est tout d'abord étudiées en faisant varier ces deux paramètres dans une plage de 0 à 7 (figure 3.19), qui semble réaliste par rapport à la taille des fenêtres d'estimation et à l'écart maximal fixés au préalable. Pour des raisons d'affichage, les valeurs propres n'ont pas été ordonnées, ce qui rend dans le cas de nos simulation  $l_u < l_v$  possible.

$$\bar{\theta} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp(j\hat{\theta}_i). \quad (3.46)$$



**Fig. 3.19:** Valeurs de longueurs de corrélation simulées sur un champ stationnaires de densité  $K$  avec  $\mu_I = 1$ ,  $\nu = 1$ ,  $L = 1$ . Longueur  $l_u$  (a), longueur  $l_v$  (b).

Ensuite, l'estimation de l'angle  $\theta$  est évaluée pour des valeurs de longueurs de corrélation fixées à  $l_u = 5$  et  $l_v = 2$ ,  $\theta$  variant dans une plage de 0 à  $\pi/2$  radians par pas de  $\pi/12$ . Les figures 3.20 à 3.22 représentent les valeurs moyennes et les variances des estimées des deux longueurs de corrélation pour les trois tailles de fenêtres choisies. Les figures 3.20 à 3.22 représentent le biais et le biais élevé au carré correspondants.

La figure 3.26 représente l'angle d'orientation moyen estimé en fonction de la valeur simulée pour les trois tailles de fenêtres. Afin de s'affranchir de problèmes de déroulement de phase, la valeur de cet angle est calculée par sommation d'exponentielles complexes avec l'estimateur suivant :

### 3.5.1.2 Discussion des résultats

Dans l'ensemble, la valeur moyenne estimée pour chaque longueur de corrélation suit bien la tendance et l'ordre de grandeur de la valeur réelle. La précision de cette estimation dépend logiquement du nombre d'échantillons  $N_s$  utilisés pour estimer les coefficients de l'autocovariance. En effet, on constate que l'estimation est mieux réalisée pour les grandes dimensions de fenêtres d'estimation, le biais et la variance diminuant globalement quand  $N_s$  augmente. On peut donc conjecturer que l'estimation est asymptotiquement non biaisée. L'observation du biais en fonction des valeurs simulées de  $l_u$  et  $l_v$  montrent que la longueur de corrélation correspondant à la valeur propre supérieure de la matrice des moments géométriques tend à être surestimée alors que la valeur propre inférieure tend à être sous-estimée. Dans le cas présent, les estimateurs des longueurs de corrélations sont non triviaux et leur distribution théorique n'est pas connue. On peut cependant, afin d'expliquer de manière qualitative leur comportement, se référer à l'estimation de valeurs propres pour des matrices de covariance de vecteurs suivant une distribution normale [Mui82, Jam64, LMPC05]. En effet, pour ce type de distribution il a été montré que l'espérance mathématique de l'estimée  $\hat{\lambda}_i$  pouvait être approximée, dans le cas d'un grand nombre  $M$  d'échantillons, par le développement asymptotique :

$$E[\hat{\lambda}_i] = \lambda_i + \frac{\lambda_i}{M} \sum_{j \neq i} \frac{\lambda_j}{\lambda_i - \lambda_j} + \dots \quad (3.47)$$

Cette relation justifie, bien que valable uniquement dans le cas de variables normales, les écarts entre valeur estimée et valeur théorique ainsi que l'évolution de ces écarts en fonction du nombre d'échantillons dans le cas présent. On peut en outre justifier par cette approximation l'augmentation du biais lorsque  $\lambda_2 \rightarrow \lambda_1$  qui est accrue lorsque la taille  $N_s$  de la fenêtre diminue. Une relation similaire est dérivée pour la variance [Mui82], montrant que la valeur de cette dernière croît avec la valeur du carré de la valeur propre et comporte, de même que le biais, une singularité dans le cas valeurs propres égales.

L'observation de ces courbes montre que l'on ne peut espérer obtenir une estimation acceptable des longueurs de corrélations que dans le cas de fenêtres de 31 et 63 pixels. En effet, l'augmentation significative de l'écart-type, atteignant un ordre de grandeur comparable à celui de la valeur réelle et du biais montrent que l'emploi d'une fenêtre 15 est à proscrire dans notre cas.

De même, l'observation de la figure 3.26 montre que la valeur moyenne de l'angle  $\theta$  est légèrement sous-estimée pour cette dernière taille de fenêtre, alors que sa valeur est très proche de la valeur théorique dans le cas des fenêtres 31 et 63. La fenêtre 15 ne sera donc plus utilisée dans la suite de nos expérimentations.

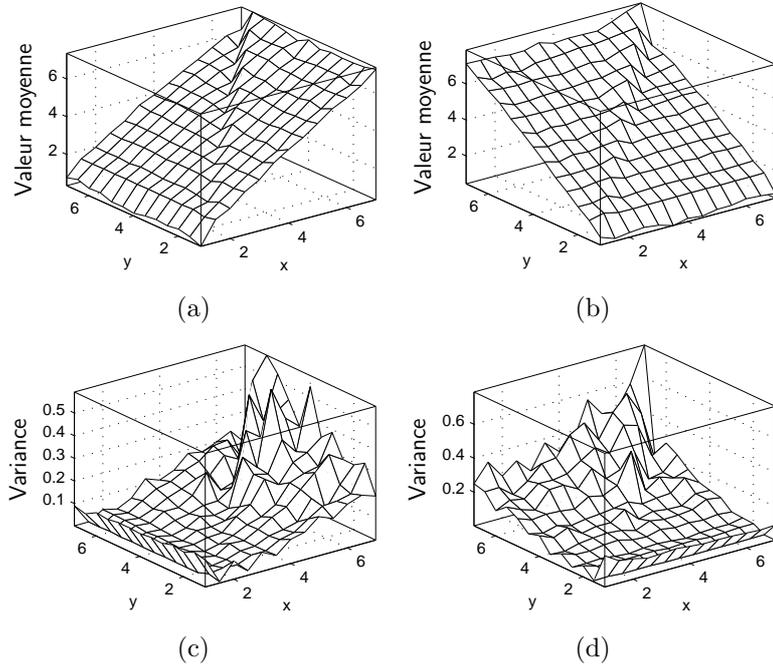
## 3.5.2 Données non stationnaires

### 3.5.2.1 Configuration des tests

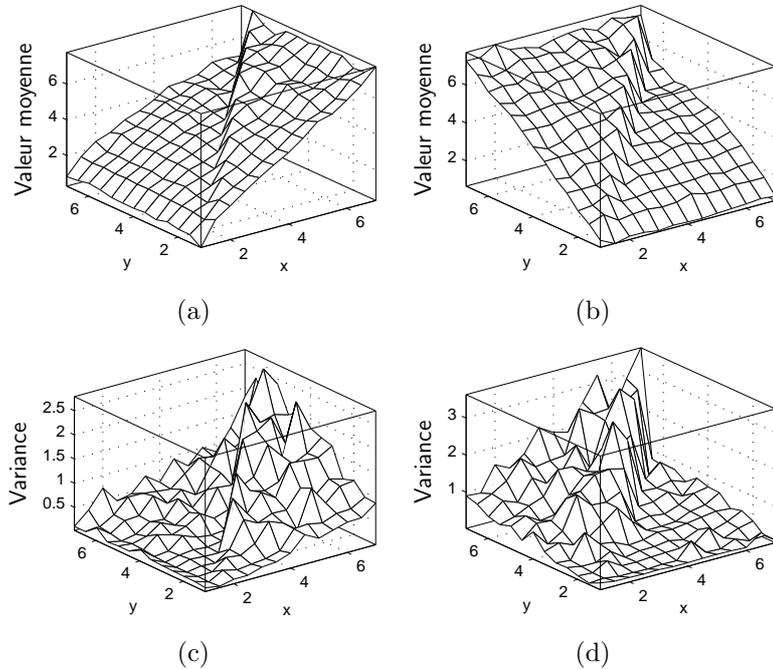
Afin d'évaluer la capacité de notre algorithme à capturer les fluctuations spatiales de la covariance, des intensités test de dimensions 256 basées sur les champs gaussiens non stationnaire de la figure 3.6 ont été simulées au moyen de la méthode décrite à la section 3.3. Les paramètres de la loi K sont similaires à ceux utilisés précédemment, à savoir  $\mu_I = 1$ ,  $\nu = 1$ ,  $L = 1$ . Ces textures sont représentées sur la figure 3.27. Cette fois, afin de se rapprocher du cas de données réelles, les paramètres sont estimés sur une unique réalisation du processus. La texture 1 est isotrope mais possède une longueur de corrélation variant spatialement de façon linéaire. La texture 2 est obtenue de la même manière mais en augmentant seulement la longueur de corrélation principale. La texture 3 possède des longueurs de corrélations fixes  $l_u = 5$  et  $l_v = 2$  mais une orientation variant linéairement entre 0 et  $\pi/2$ . Enfin, les paramètres  $l_u$  et  $\theta$  de la texture 4 sont des processus aléatoires spatialement corrélés alors que  $l_v$  est fixée à 2.

### 3.5.2.2 Discussion des résultats

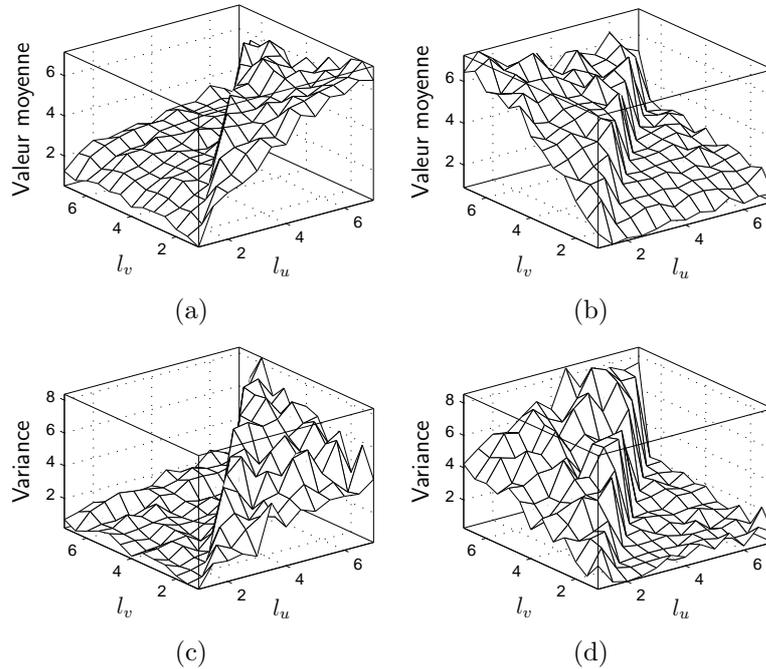
Les figures 3.28 à 3.30 représentent les estimées des différents paramètres pour la fenêtre 63 et les figures 3.31 à 3.33 pour la fenêtre 31. Globalement on peut remarquer l'aspect bruité des estimées du fait qu'une unique réalisation est utilisée. Dans le cas de la texture 1 on peut remarquer que les estimées des longueurs de corrélation suivent la variation spatiale des valeurs simulées, avec cependant comme pour le cas stationnaire une surestimation globale de  $l_u$  et une sous-estimation  $l_v$ , puisque l'on



**Fig. 3.20:** Moyenne et variance des longueurs de corrélation estimées par la méthode des noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 63$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Valeurs moyennes des estimées de  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Variances des estimées de  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).

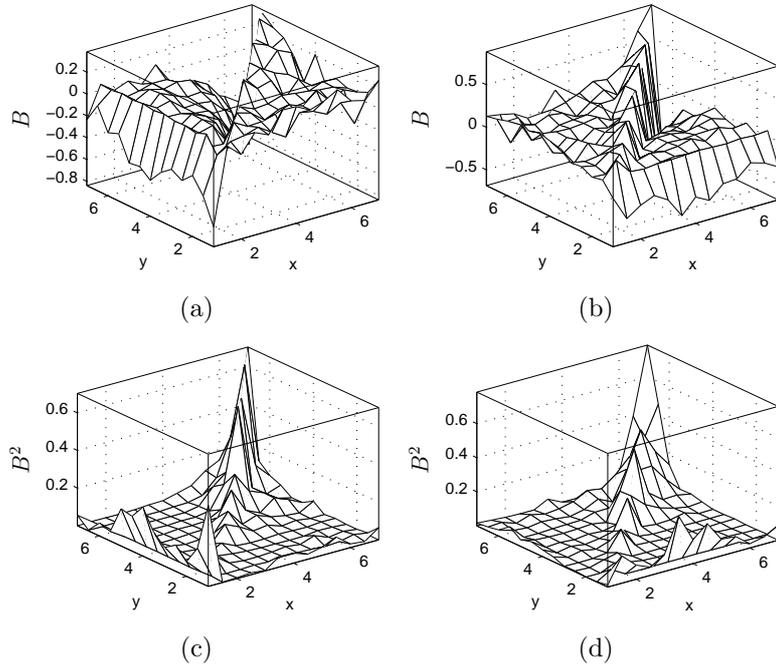


**Fig. 3.21:** Moyenne et Variance des longueurs de corrélation estimées par la méthode des Noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 31$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Valeurs moyennes des estimées de  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Variances des estimées de  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).

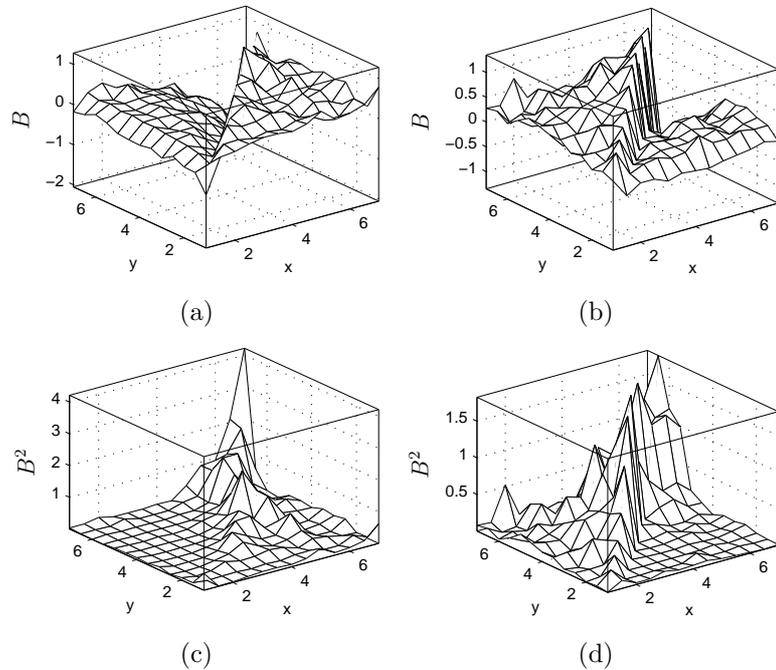


**Fig. 3.22:** Moyenne et Variance des longueurs de corrélation estimées par la méthode des Noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 15$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Valeurs moyennes des estimées de  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Variances des estimées de  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).

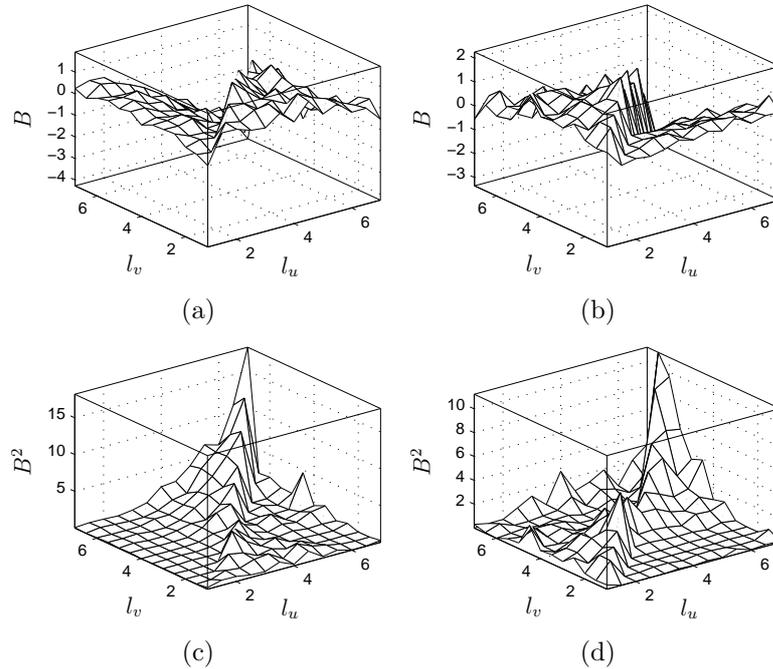
est précisément dans le cas où le biais est théoriquement maximal. De plus, l'approximation de stationnarité locale est susceptible de provoquer une estimation inexacte des longueurs de corrélation. L'estimée de l'angle semble uniformément distribuée, ce qui paraît logique dans la mesure où ce paramètre n'est pas défini pour une texture isotrope. Dans le cas de la texture 2, la variation de la longueur principale est respectée même s'il subsiste une tendance à la sous-estimation, sans doute provoquée par la moyenne spatiale effectuée dans le cadre de l'approximation de stationnarité locale et d'ergodicité locale du signal. L'estimée de  $\theta$  est caractérisée par une variance plus forte pour les petites valeurs de  $l_u$  car la texture tend dans ce cas vers l'isotropie, alors que sa valeur se rapproche de zéro quand  $l_u$  augmente. Les résultats d'estimation sur la troisième texture montrent une bonne performance de l'algorithme en terme d'estimation angulaire. On peut remarquer que le comportement de la variance en fonction de la valeur réelle des longueurs de corrélation constatée dans le cas de signaux stationnaires semble ici confirmée puisque les fluctuations de l'estimée de la longueur de corrélation principale sont plus importantes que celles de la longueur de corrélation secondaire. De plus, les longueurs de corrélation réelles étant bien distinctes, le biais est globalement faible. Enfin, la texture 4 comporte des variations non linéaires d'orientation et de corrélation et montre les limites de l'hypothèse de stationnarité locale. En effet, si le niveau moyen de l'estimée de  $l_u$  est proche de la valeur réelle, elle est globalement sous estimée et ses variations ne sont pas fidèlement reproduites.



**Fig. 3.23:** Biais et biais au carré des longueurs de corrélation estimées par la méthode des Noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 63$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Biais estimé sur  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Biais carré estimé sur  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).



**Fig. 3.24:** Biais et biais au carré des longueurs de corrélation estimées par la méthode des Noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 31$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Biais estimé sur  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Biais carré estimé sur  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).



**Fig. 3.25:** Biais et biais au carré des longueurs de corrélation estimées par la méthode des Noyaux gaussiens, pour une fenêtre de  $N_s = 15$  pixels, un écart maximal de  $N_{max} = 9$  pixels et un nombre de réalisations  $N = 100$ . Biais estimé sur  $l_u$  (a),  $l_v$  (b). Biais carré estimé sur  $l_u$  (c),  $l_v$  (d).

En revanche, on peut remarquer que l'angle  $\theta$  et ses variations spatiales sont toujours estimés de manière très acceptable. Le comportement pour une réduction de fenêtre semble être une augmentation de la variance et en contrepartie une valeur moyenne plus proche de la valeur réelle, ce qui est en particulier observable pour la texture 4.

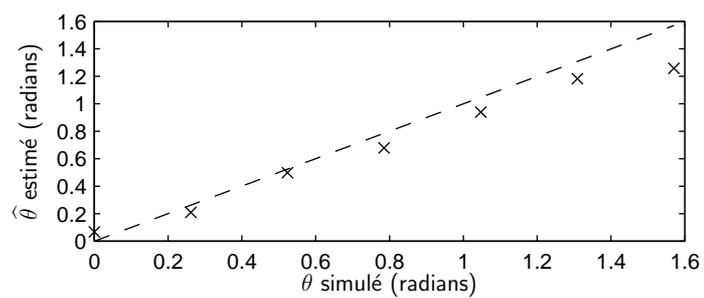
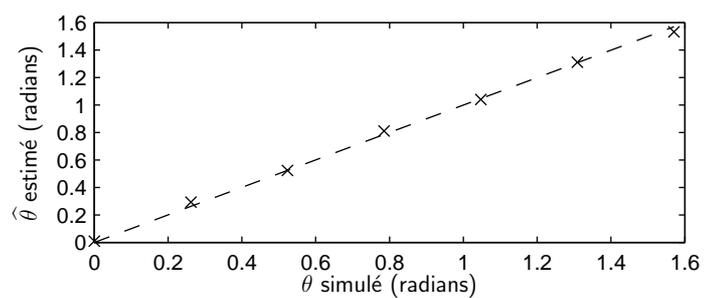
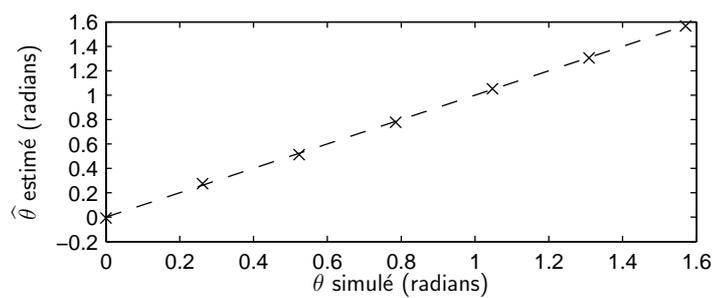
Afin de visualiser l'ensemble des paramètres et les performances qualitatives de l'estimation, les ellipses correspondant aux paramètres des noyaux gaussiens réels et estimés ont été affichés pour des positions séparées de 10 pixels sur les figures 3.34 à 3.41.

Au final, ces simulations montrent que malgré certaines limitations dues à des problèmes d'estimation de valeurs propres et à l'hypothèse de stationnarité locale, l'algorithme d'estimation développé permet de capturer les variations significatives de la covariance dans des données affectées par le speckle sans nécessiter le filtrage préalable des données.

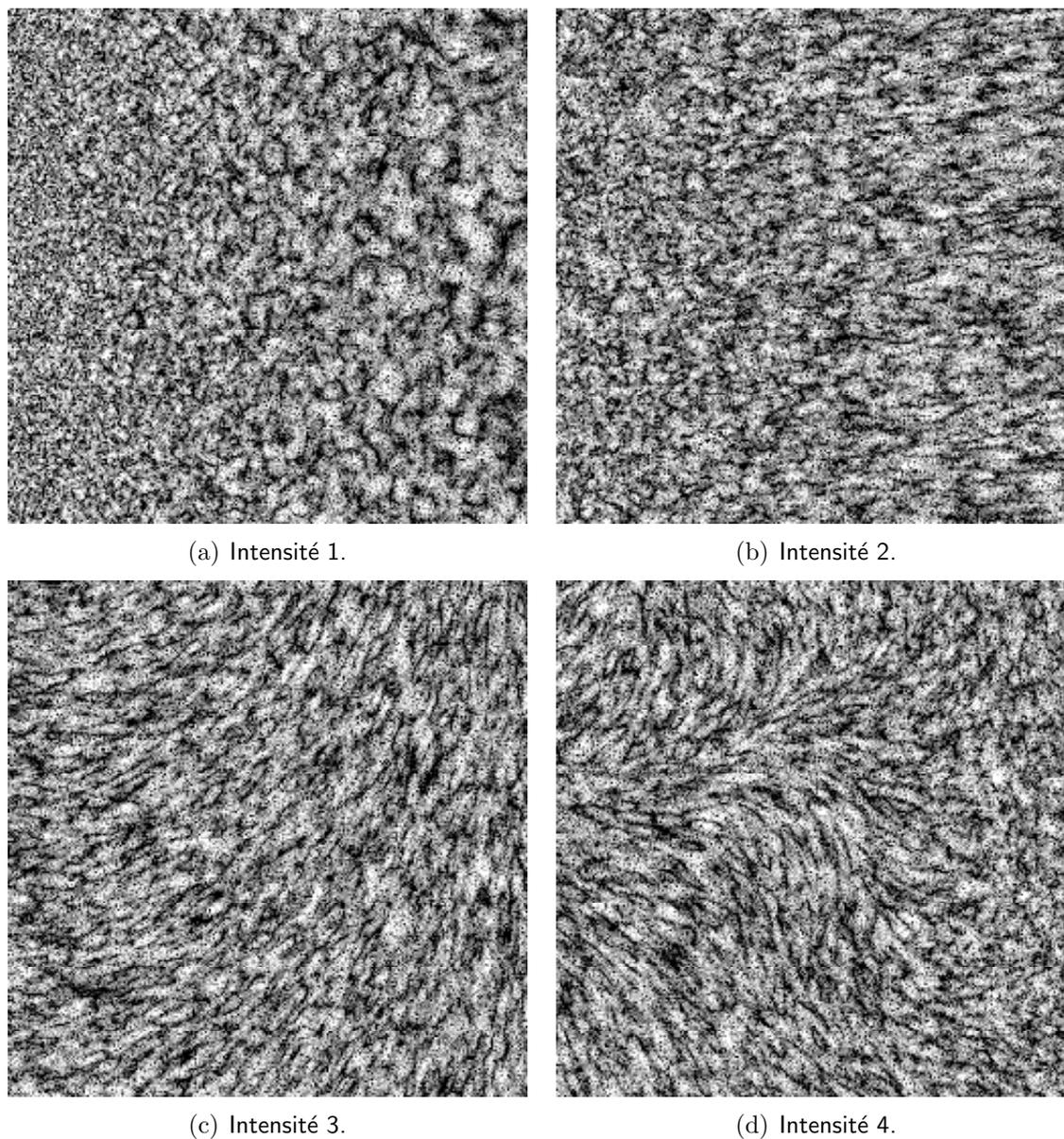
## 3.6 Application aux données réelles

### 3.6.1 Données mono-canal

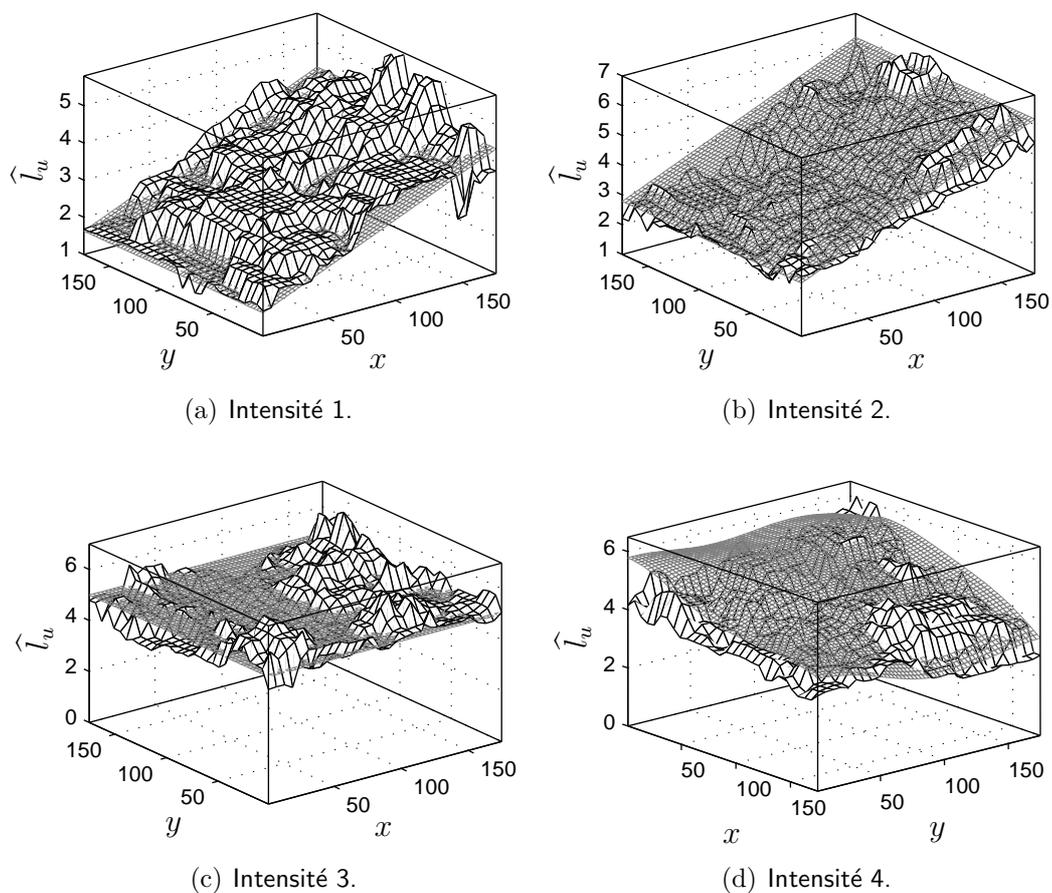
L'algorithme d'estimation des paramètres de la fonction d'autocovariance locale a été appliqué à la zone de test présentée sur la figure 3.1. Rappelons que cette zone est

(a)  $N_s = 15$ (b)  $N_s = 31$ (c)  $N_s = 63$ 

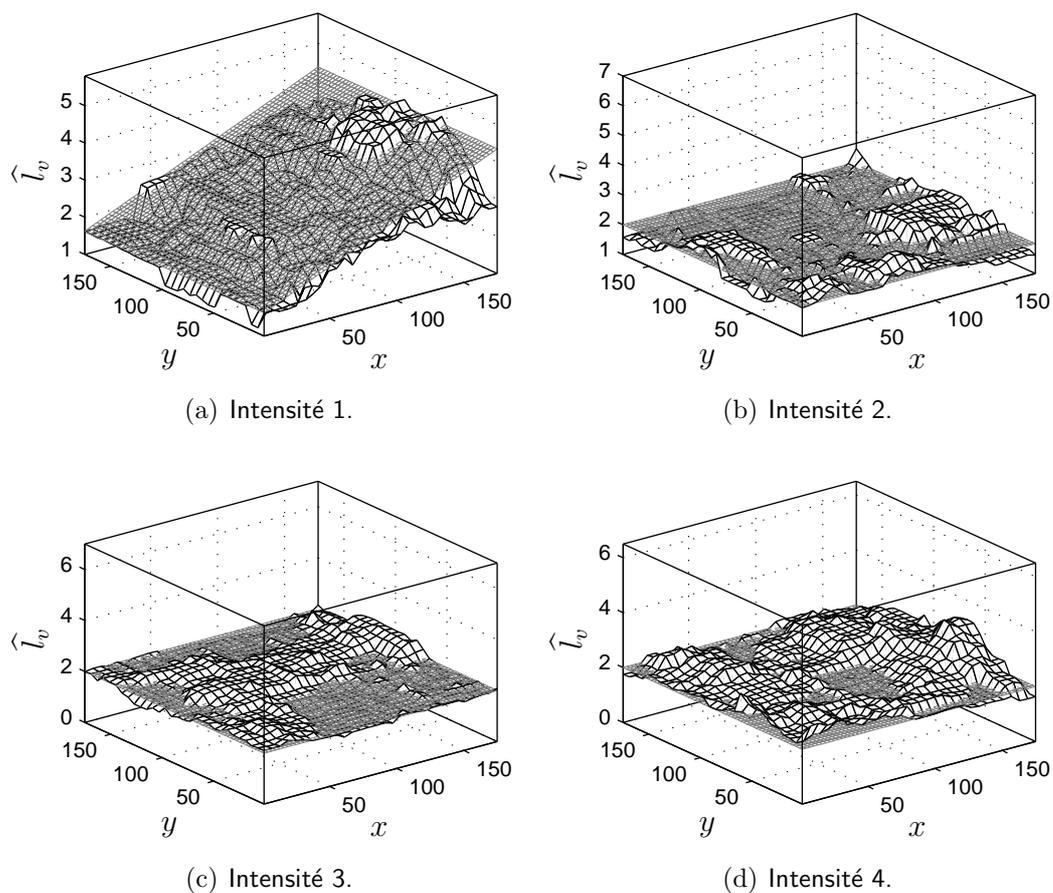
**Fig. 3.26:** Orientation moyenne estimée pour une texture (les traits pointillés représentent les valeurs réelles et les croix les valeurs moyennes estimées)



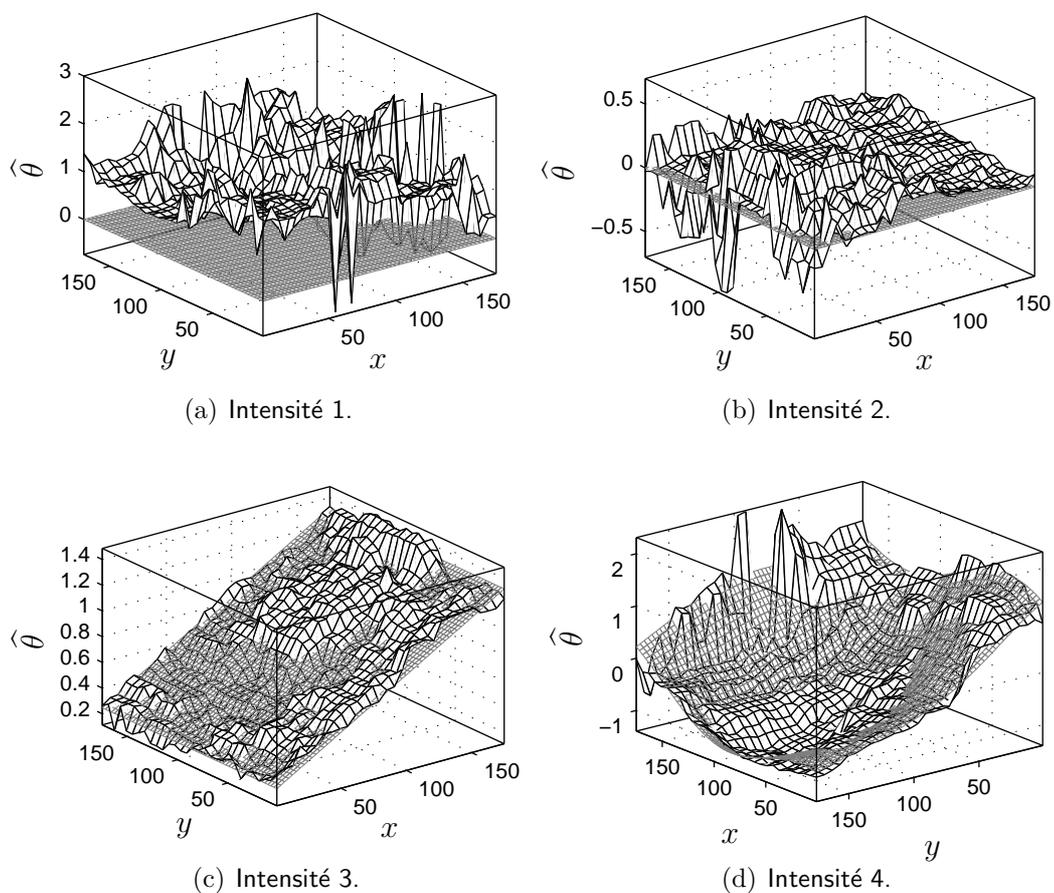
**Fig. 3.27:** Intensités test de covariance non-stationnaire de densité  $K$  simulées pour l'évaluation de la méthode d'estimation des Noyaux gaussiens. Les paramètres statistiques d'ordre un de l'intensité sont  $\mu_I = 1$ ,  $\nu = 1$ ,  $L = 1$ .



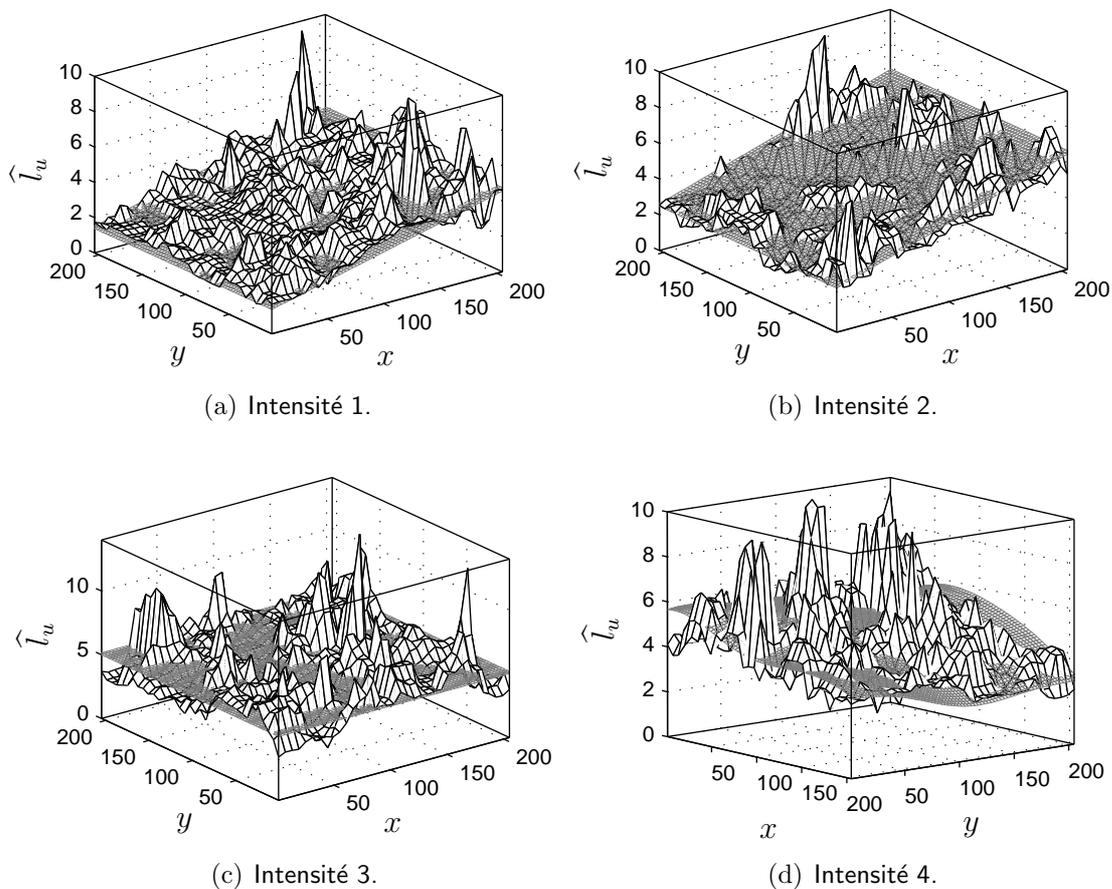
**Fig. 3.28:** Estimées des longueurs de corrélation principales des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



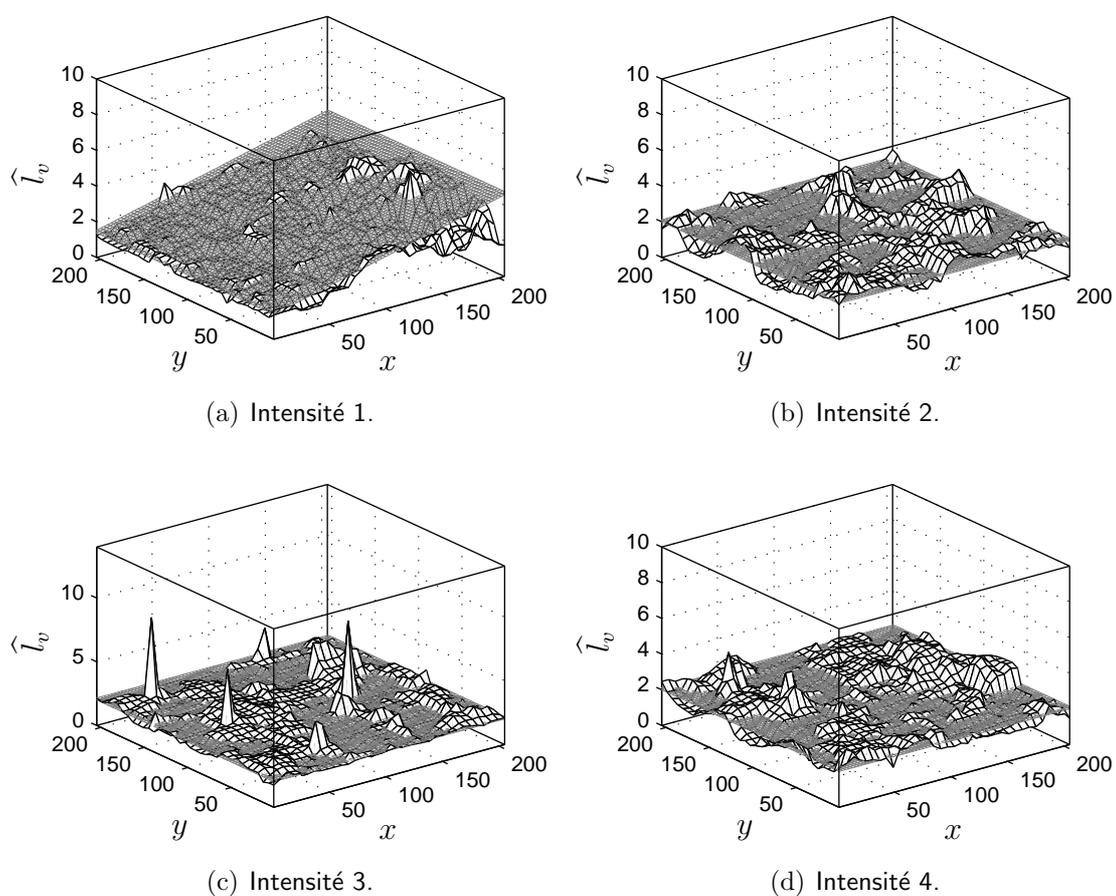
**Fig. 3.29:** Estimées des longueurs de corrélation secondaires des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



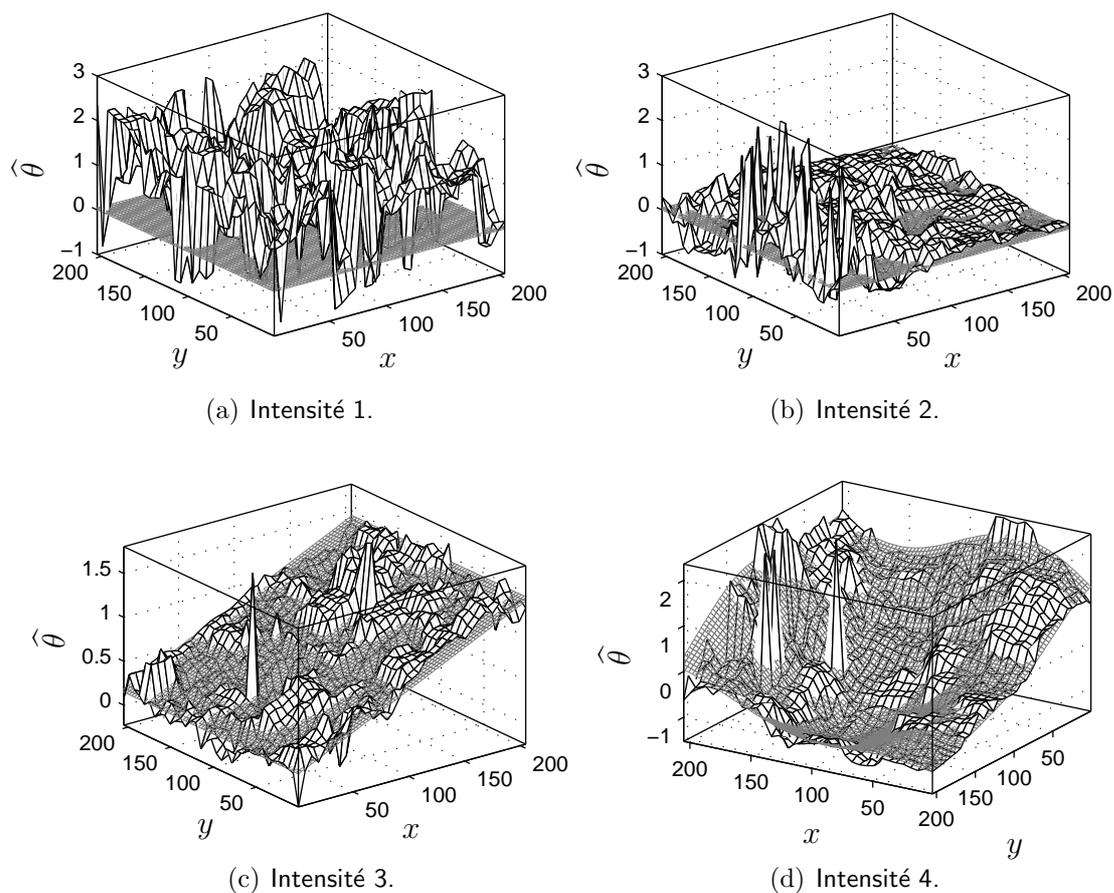
**Fig. 3.30:** Estimées des angles d'orientations des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



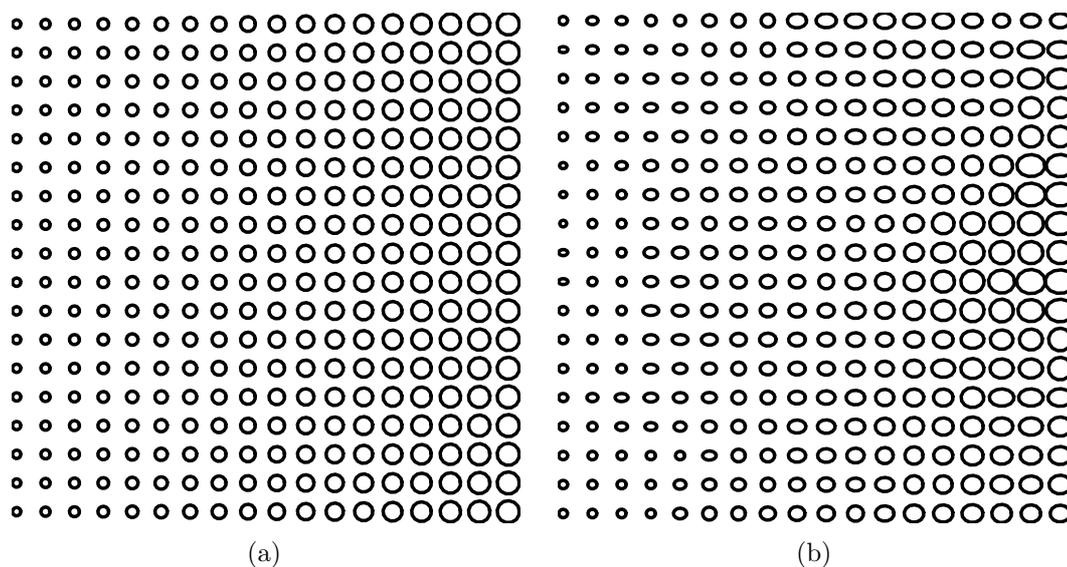
**Fig. 3.31:** Estimées des longueurs de corrélation principales des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



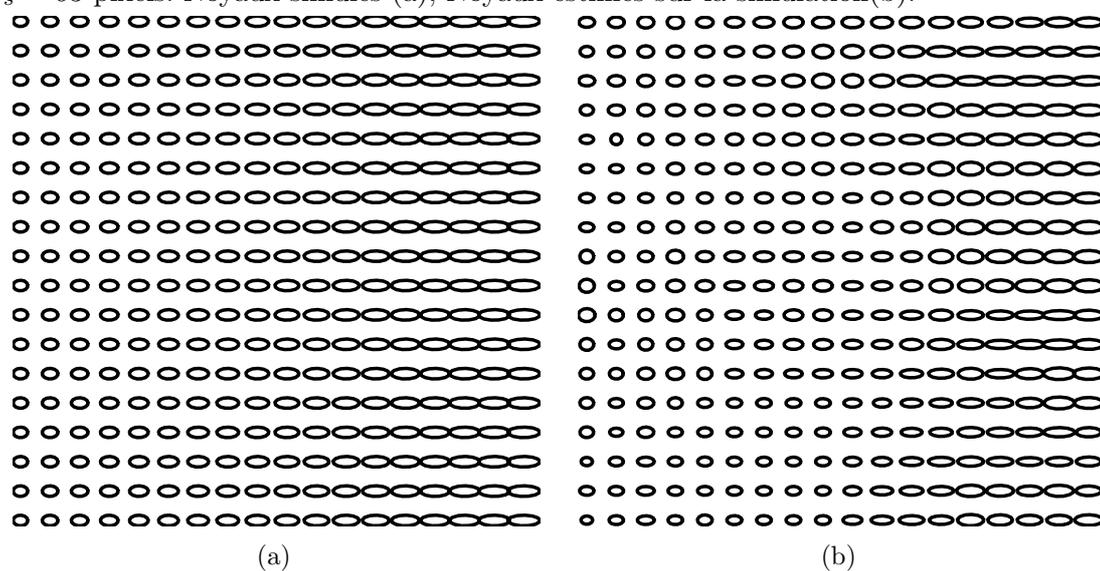
**Fig. 3.32:** Estimées des longueurs de corrélation secondaires des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



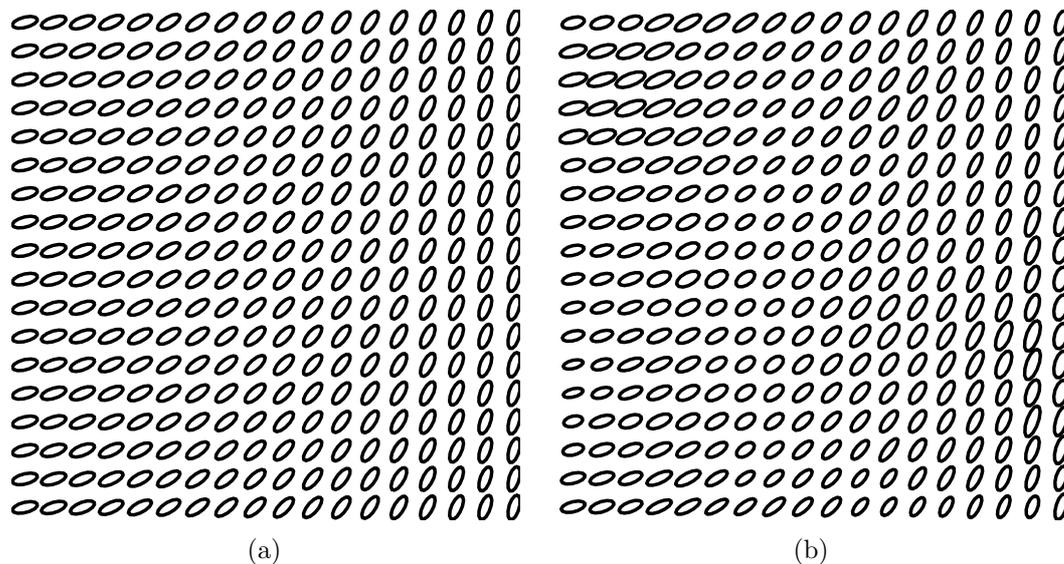
**Fig. 3.33:** Estimées des angles d'orientations des quatre intensités simulées pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. L'estimée est donnée en fonction de la position spatiale  $\mathbf{x} = [x, y]^T$ .



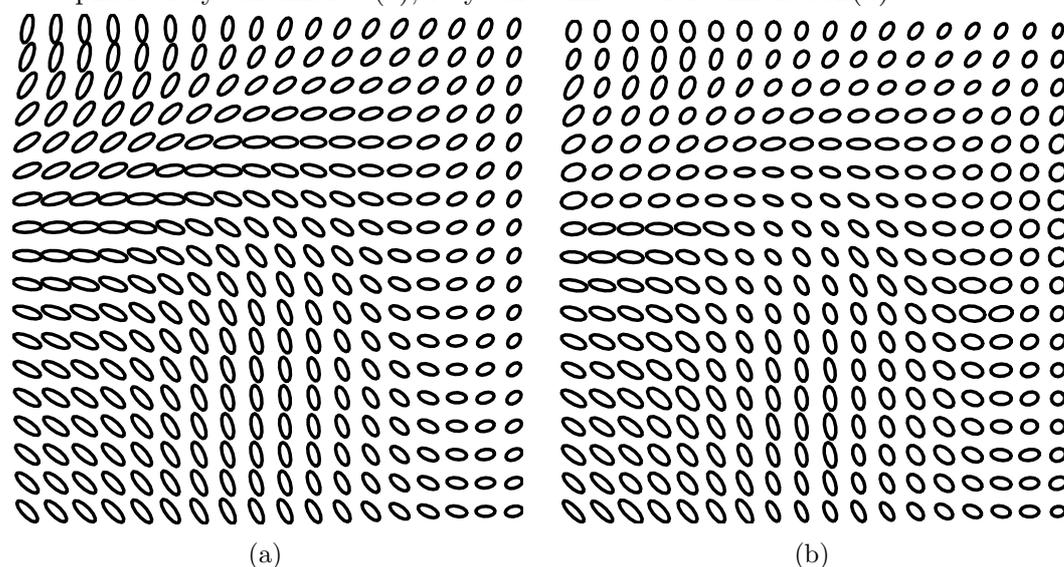
**Fig. 3.34:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 1, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



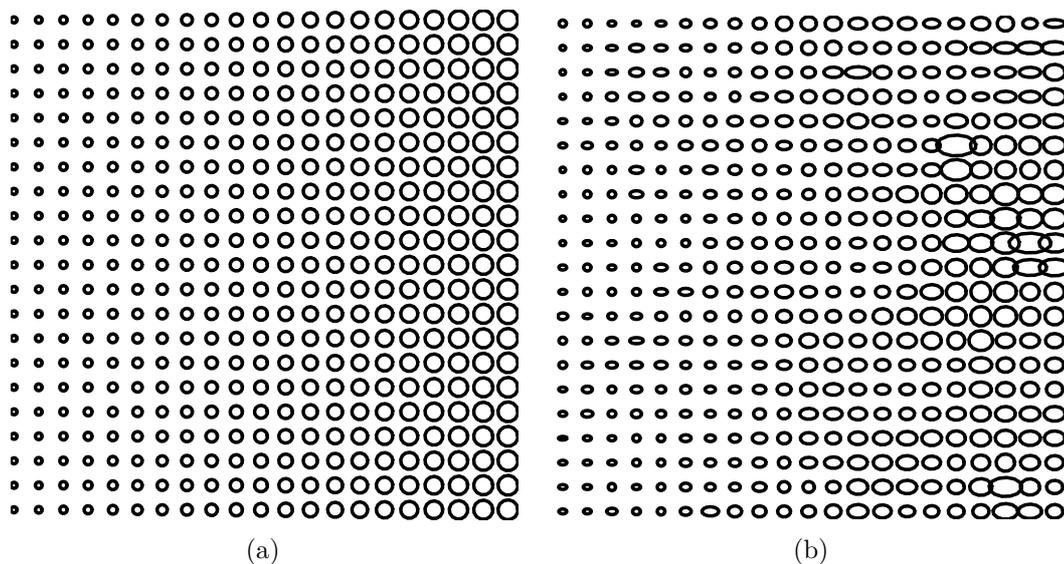
**Fig. 3.35:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 2, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



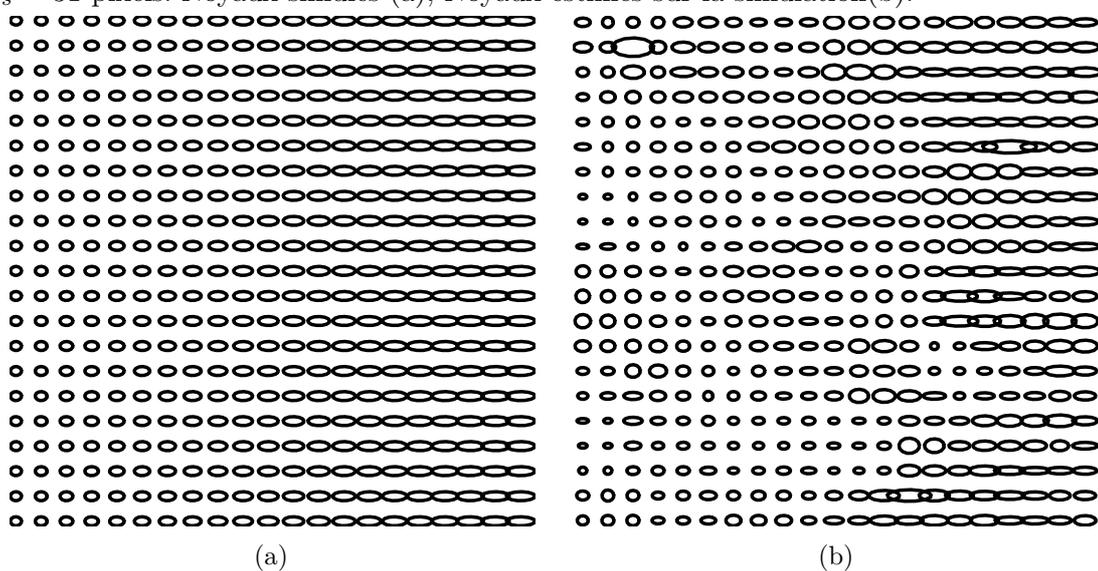
**Fig. 3.36:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 3, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



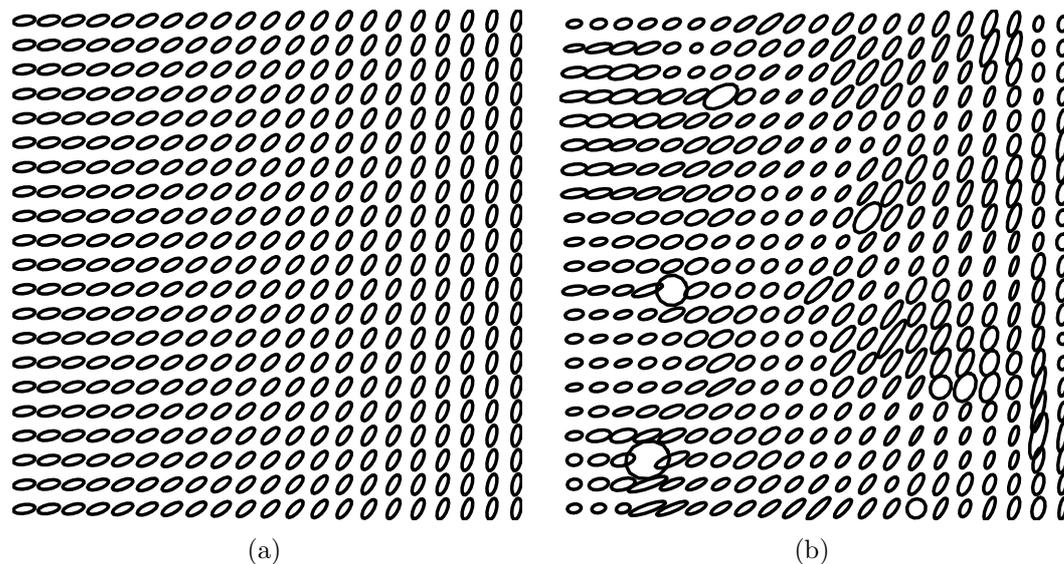
**Fig. 3.37:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 4, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 63$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



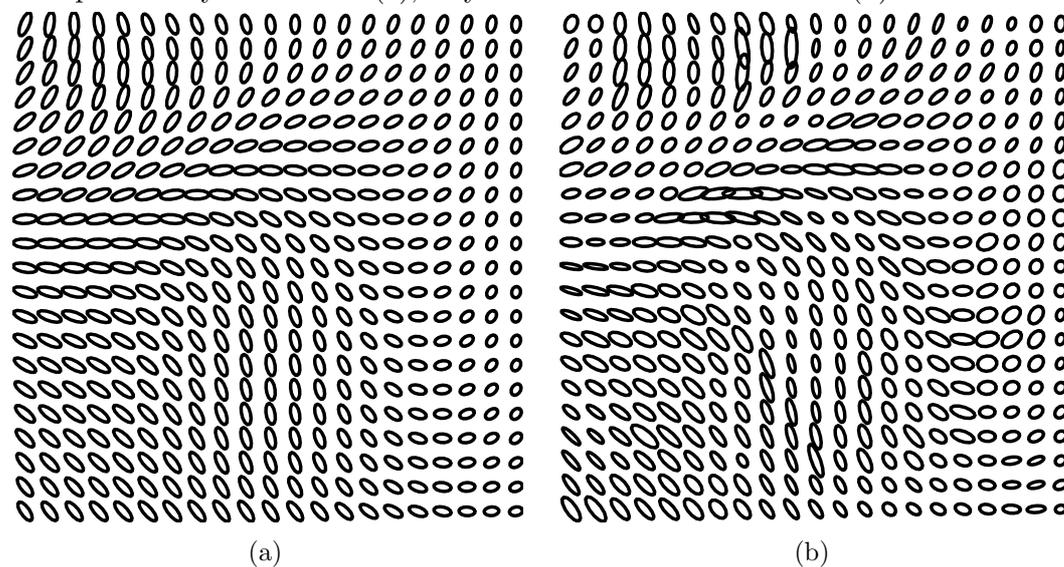
**Fig. 3.38:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 1, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



**Fig. 3.39:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 2, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



**Fig. 3.40:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 3, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).



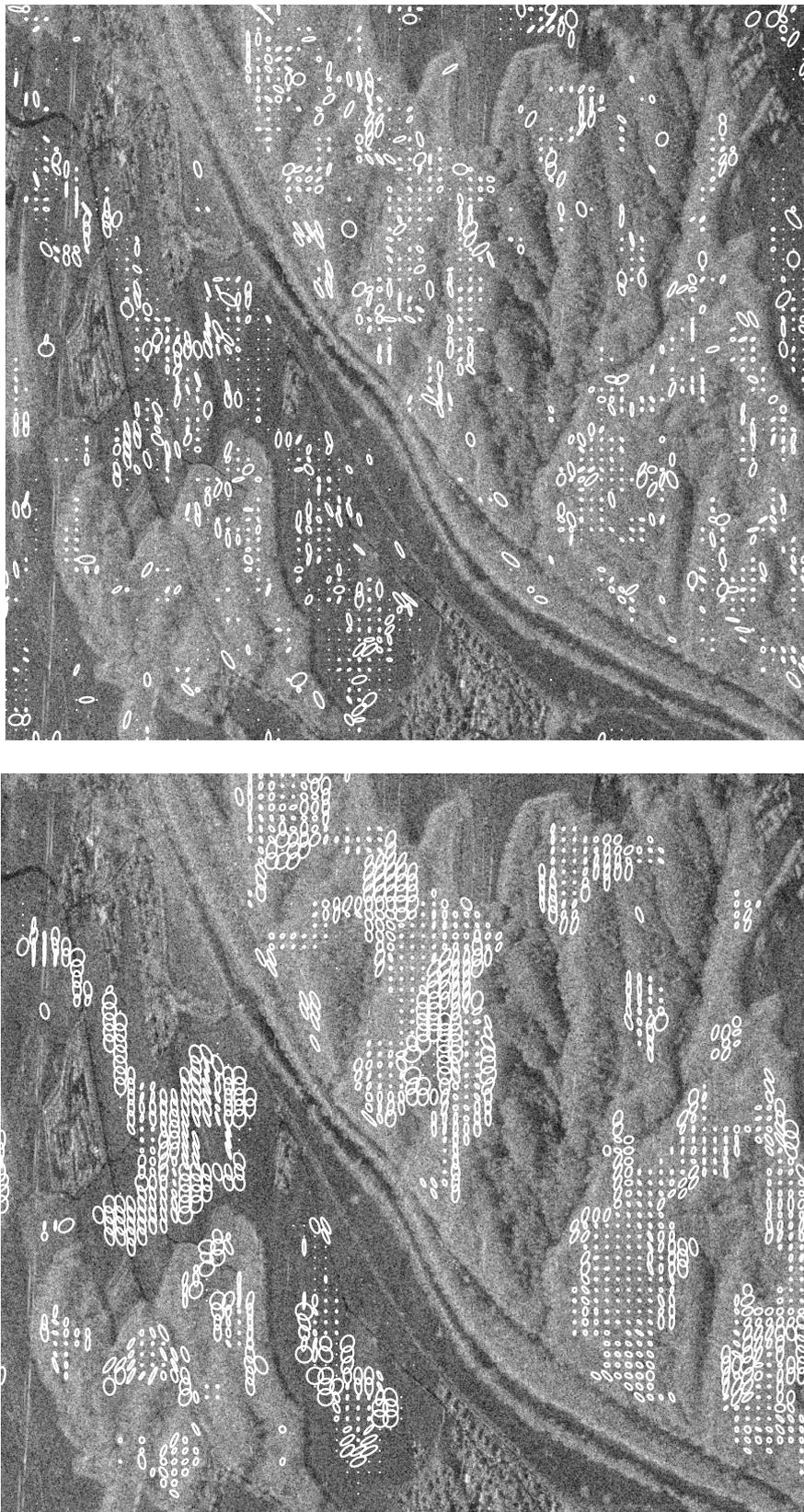
**Fig. 3.41:** Noyaux gaussiens estimés sur l'intensité 4, pour une fenêtre carrée de dimension  $N_s = 31$  pixels. Noyaux simulés (a), Noyaux estimés sur la simulation(b).

une partie de l'intensité mono-vue de la scène «*Traunstein*» mesurée par le capteur ESAR en bande L et en polarisation HH. L'information à représenter étant de taille importante nous avons appliqué un sous-échantillonnage des paramètres et les noyaux gaussiens sont représentés à des intervalles spatiaux de 15 pixels. De plus, pour une présentation plus claire, les noyaux ont été représentés à chaque fois pour 25% des points de l'image choisis en fonction de leur coefficient de variation. La valeur médiane des estimées du coefficient de variation a tout d'abord été calculée sur l'image donnant deux plages contenant chacune 50% des pixels de l'image, puis ces deux plages ont à leur tour été subdivisées en deux par leur médiane. Ceci permet de définir 4 plages contenant chacune 25% des points de l'image. Les plages 1 et 2 correspondent aux zones faiblement texturées et les plages 3 et 4 aux zones contenant la texture et les hétérogénéités.

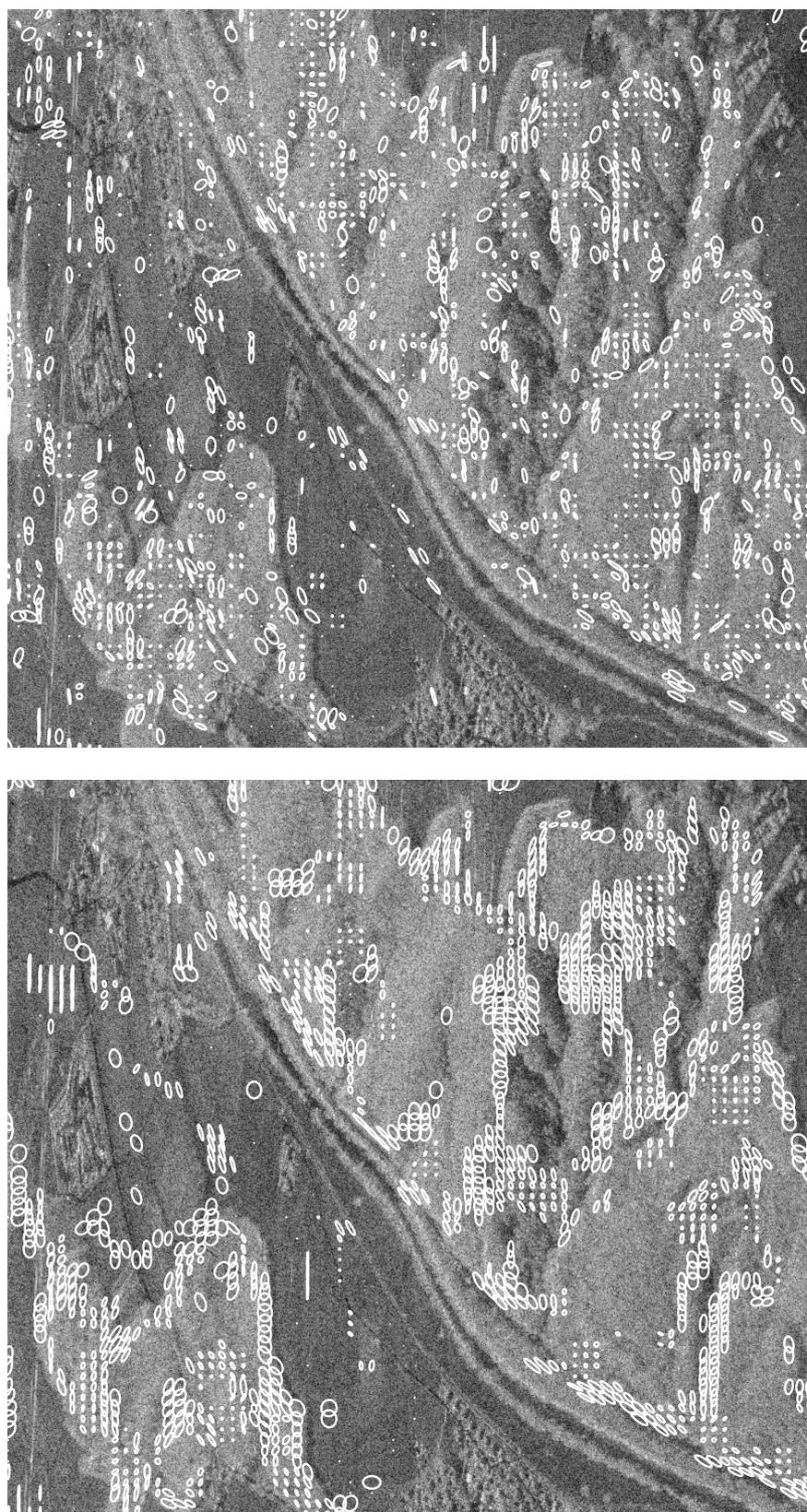
Les figures 3.42 à 3.45 représentent les noyaux estimés avec des fenêtres  $31 \times 31$  et  $63 \times 63$  et un écart maximal  $N_{max} = 15$  pixels pour ces quatre plages de coefficient de variation. On peut constater que l'algorithme développé permet bien d'obtenir l'information spatiale locale des variations de réflectivité moyenne dans l'image.

La fenêtre de 63 pixels donne une estimée des noyaux visuellement plus stable car moins affectée par le speckle, au prix d'une perte considérable de résolution spatiale. La fenêtre de taille 31 permet de représenter plus finement les structures et l'orientation de celles-ci semble mieux estimée par cette taille de fenêtre. On peut remarquer que la taille des noyaux n'est pas forcément corrélée avec la plage de coefficient de variation. On peut en effet trouver de fortes corrélations spatiales et des anisotropies importantes dans la plage 1 ainsi que des textures très faiblement corrélées spatialement dans la plage 4. Ceci semble confirmer le fait que le coefficient de variation ne contient qu'une partie de l'information caractérisant la texture et met en évidence l'importance de l'analyse spatiale de l'image. Les structures pouvant être qualifiées de déterministes comme les contours, surtout présentes dans les plages 3 et 4, sont aussi détectées par l'algorithme. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre 2 la notion de texture est surtout liée à la perception humaine et dans le cas particulier des images SAR il est difficile de décider par notre algorithme si un pixel appartient à un contour où une texture orientée. Cependant, l'utilisation d'algorithmes de détection de contours peuvent être utilisés conjointement à notre méthode afin de compléter cette caractérisation spatiale de l'image.

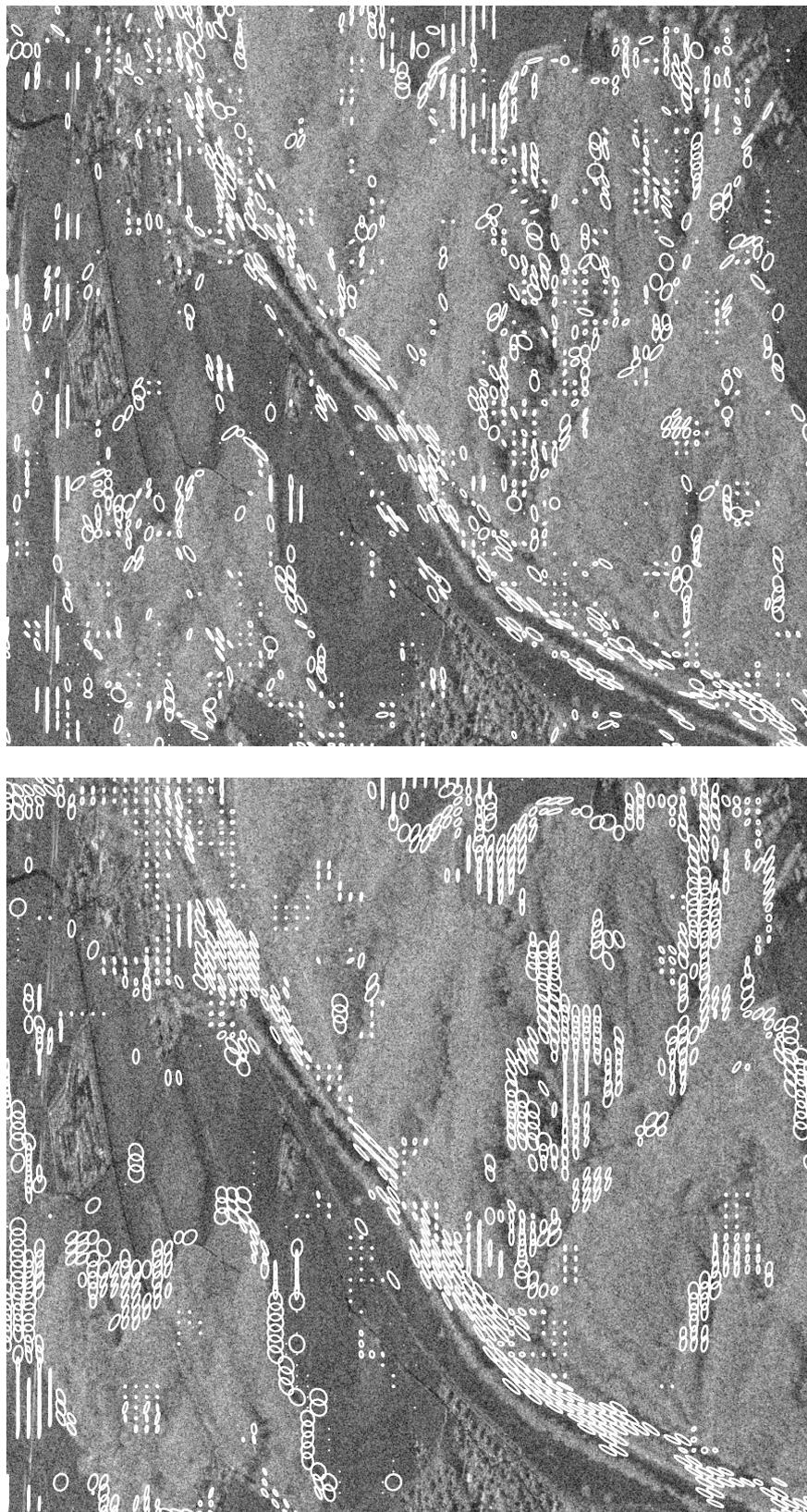
La nature multiplicative et la grande dynamique des images SAR rend parfois leur caractérisation par simple observation visuelle incomplète car celle-ci dépend fortement de la façon de représenter l'image. La méthode d'analyse spatiale ici présentée donne un résultat indépendant de la dynamique puisque seuls les paramètres liés à la corrélation spatiale sont obtenus. Cette méthode peut donc fournir un bon complément à l'analyse visuelle et permet de détecter des changements de structure sur des zones paraissant homogènes.



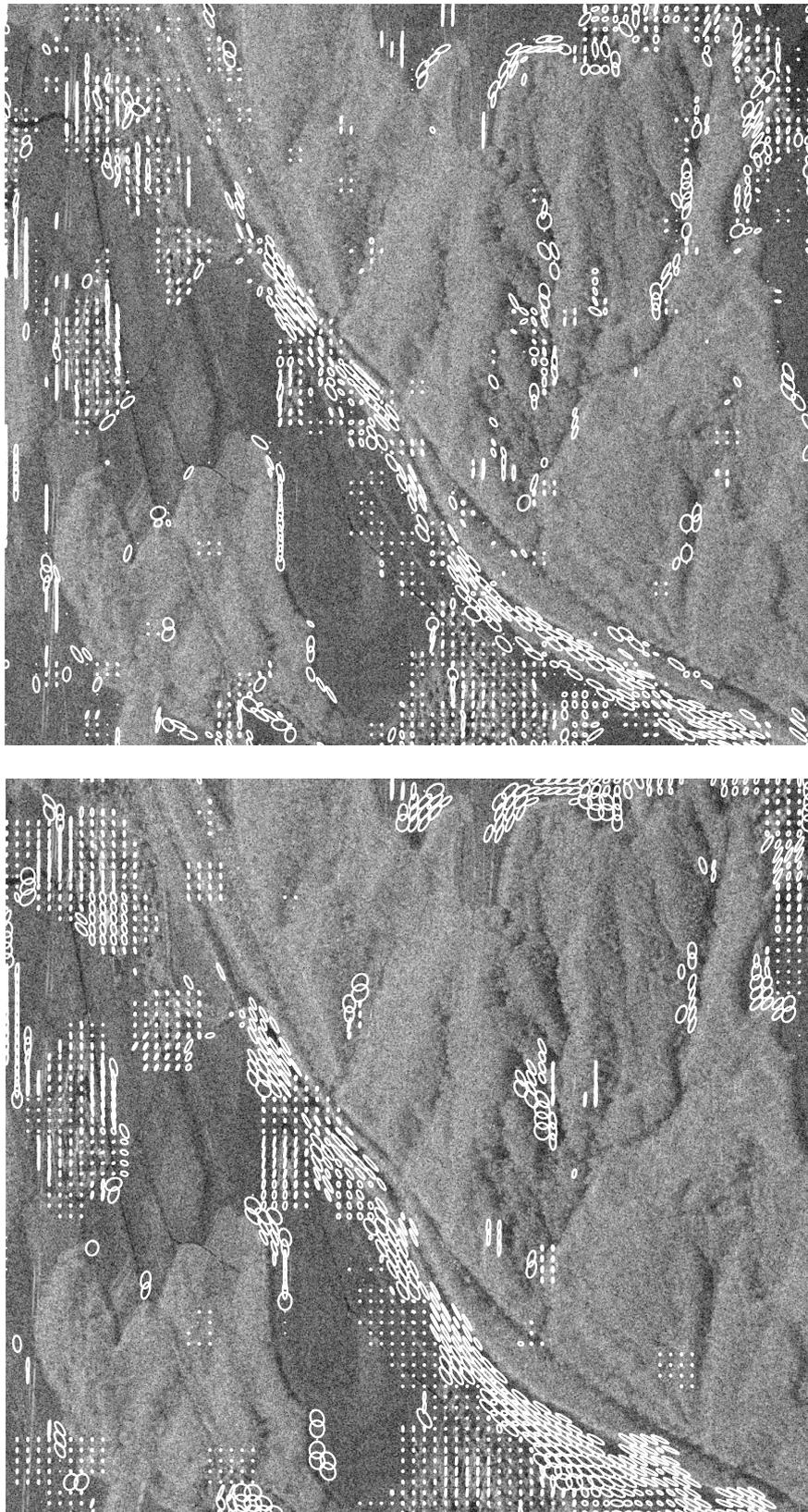
**Fig. 3.42:** Noyaux gaussiens estimés sur la zone de test pour la plage 1 des coefficients de variation. Tailles de fenêtres :  $N_s = 31$  (*haut*),  $N_s = 63$  (*bas*)



**Fig. 3.43:** Noyaux gaussiens estimés sur la zone de test pour la plage 2 des coefficients de variation. Tailles de fenêtres :  $N_s = 31$  (*haut*),  $N_s = 63$  (*bas*)



**Fig. 3.44:** Noyaux gaussiens estimés sur la zone de test pour la page 3 des coefficients de variation. Tailles de fenêtres :  $N_s = 31$  (*haut*),  $N_s = 63$  (*bas*)

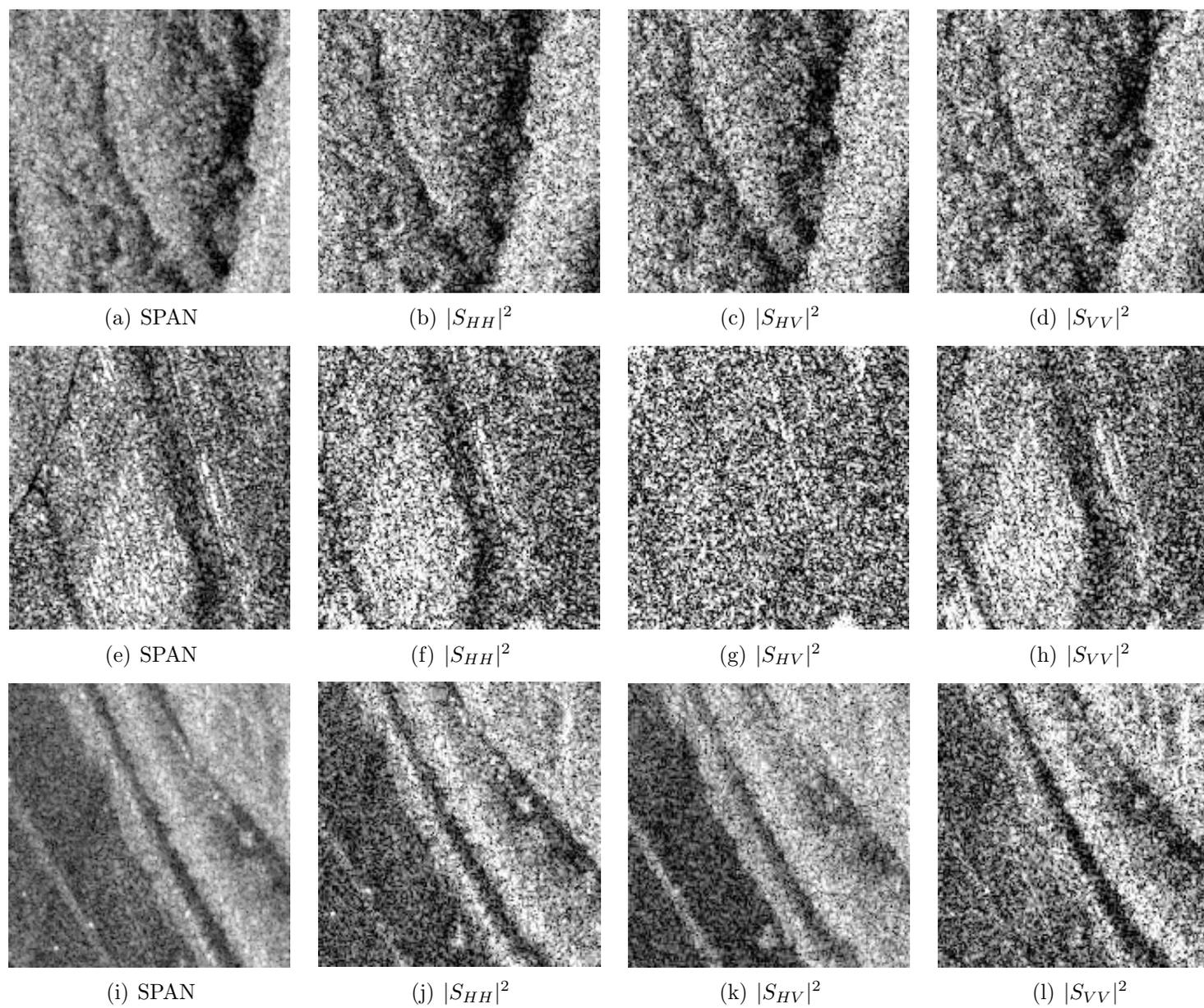


**Fig. 3.45:** Noyaux gaussiens estimés sur la zone de test pour la plage 4 des coefficients de variation. Tailles de fenêtres :  $N_s = 31$  (haut),  $N_s = 63$  (bas)

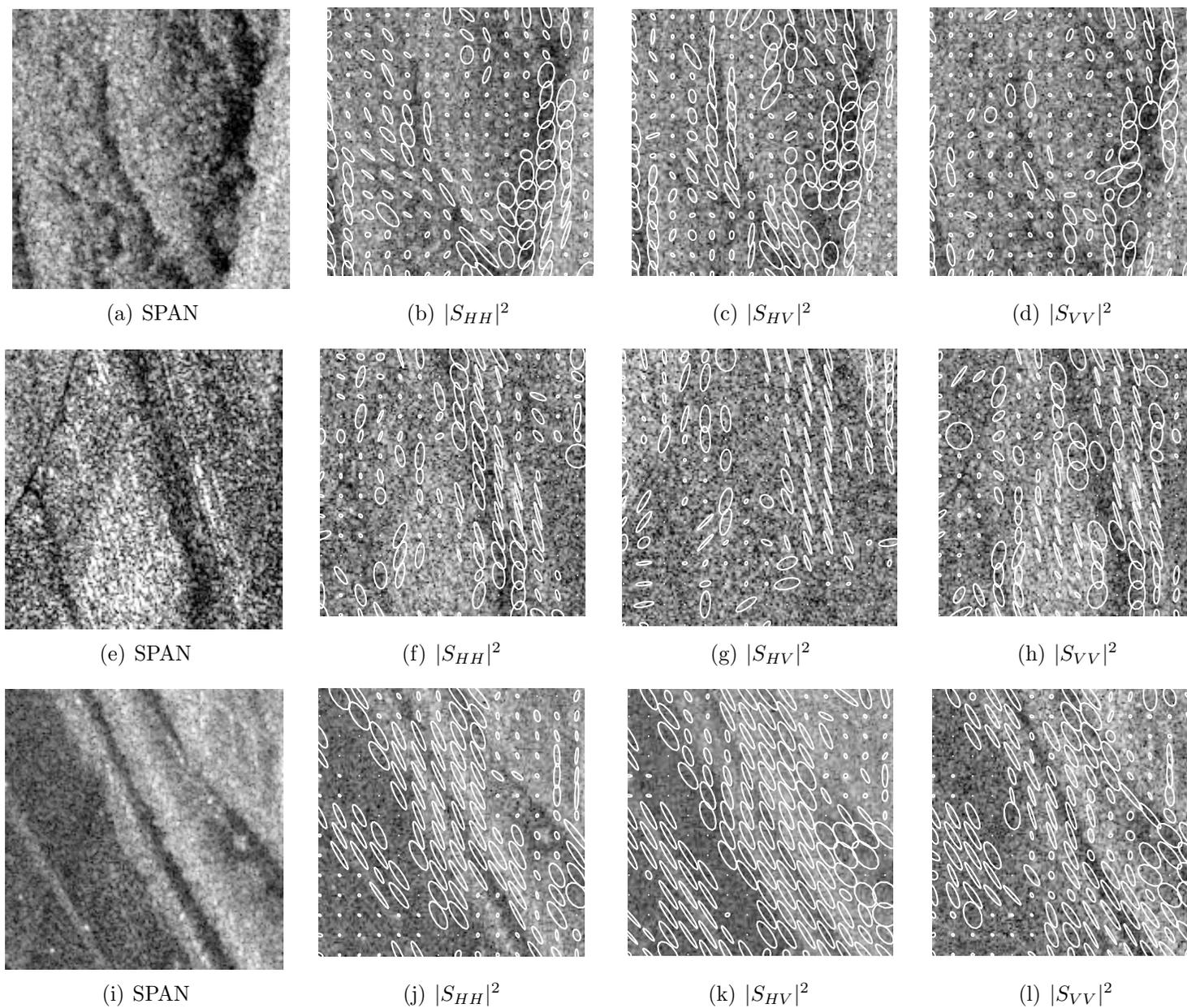
### 3.6.2 Données polarimétriques

La modélisation de la texture sur des données polarimétriques est rendue complexe par le caractère vectoriel des données. On considère en général des matrices de covariances polarimétriques caractérisant la corrélation entre les canaux polarimétriques. Ces mesures ne tiennent pas compte des interactions spatiales entre les pixels voisins. La texture est définie par opposition à la zone homogène par une variation de la matrice de covariance moyenne dans la zone. Souvent le modèle employé pour caractériser cette texture est la généralisation de la densité  $K$  scalaire à une densité  $K$  vectorielle [YKJ<sup>+</sup>89]. Or, pour parvenir à cette loi statistique, le modèle produit [LS97] est issu de l'hypothèse que la texture est identique sur l'ensemble des canaux polarimétriques. Certaines études discutent de cette hypothèse [QR94] et montrent que la mesure du paramètre  $\nu$  de la densité  $K$  scalaire sur les différents canaux d'intensité polarimétrique peut donner des valeurs différentes. En revanche, il n'existe pas à notre connaissance d'étude équivalente sur la corrélation spatiale.

Nous avons donc appliqué notre algorithme d'estimation spatiale sur les différents canaux d'intensité mono-vue polarimétrique  $|S_{HH}|^2$ ,  $|S_{HV}|^2$ ,  $|S_{VV}|^2$ . La figure 3.47 montre le résultat de l'estimation pour ces trois canaux sur trois sous-zones de l'image test. La première image de chaque ligne correspond à la puissance  $SPAN = |S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2$  et les trois suivantes à la superposition de l'estimée des noyaux avec l'image d'intensité du canal correspondant. Les résultats montrent clairement des différences dans la corrélation spatiale estimée des trois canaux et tendent à confirmer l'idée qu'une partie importante de l'information présente est perdue lorsque l'hypothèse d'une texture indépendante du canal polarimétrique est appliquée.



**Fig. 3.46:** Zones de test de dimensions  $160 \times 160$  choisies pour l'étude de l'influence du canal polarimétrique sur la corrélation spatiale.



**Fig. 3.47:** Influence du canal polarimétrique sur la texture spatiale. Méthode directe, pour une fenêtre d'estimation  $N_s = 31$  pixels.

### 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la nécessité de définir de nouveaux modèles pour la description des fluctuations spatiales de la texture dans les images SAR a été mise en évidence. Des exemples de fonctions d'autocorrélation mesurées à différentes positions spatiales ont montré que les hypothèses de stationnarité et d'isotropie pour l'autocovariance de la scène pouvaient engendrer une perte considérable d'information. Après quelques généralités sur les processus aléatoires gaussiens corrélés, un nouveau modèle basé sur le filtrage non stationnaire d'un bruit blanc gaussien par un champ de noyaux gaussiens anisotropes a alors été introduit, afin de modéliser le caractère anisotrope et non stationnaire de la texture des images SAR. Il a été montré que, sous une hypothèse de stationnarité locale pour l'autocovariance, il était possible de simuler, à partir de ces champs aléatoires gaussiens, des textures suivant une densité de probabilité en  $K$ , étendant ainsi cette loi au cas de données d'autocovariance non stationnaire. Le problème de l'estimation des paramètres du modèle a ensuite été abordé et décomposé en plusieurs étapes. Le choix d'un estimateur à nombre fixé d'échantillons a été précisé ainsi que la correction à appliquer à l'autocovariance estimée pour la prise en compte du modèle multiplicatif. Une procédure d'estimation des paramètres du modèle à partir de l'estimée de l'autocovariance a ensuite été proposée. L'algorithme résultant est basé sur le seuillage de la fonction d'autocovariance et la diagonalisation de la matrice des moments géométriques d'ordre deux de cette dernière. Une expression théorique pour la correction à appliquer à ces moments en fonction du seuillage appliqué a été dérivée.

Cet algorithme a été validé sur des simulations de données stationnaires, puis sur des réalisations uniques de textures non stationnaires. Les tailles de fenêtres à utiliser pour obtenir des résultats satisfaisant en terme de biais et de variance de paramètres ont été proposées.

Enfin, la méthode d'estimation a été appliquée à l'intensité mono-vue d'une zone de test extraite de l'image Trauntstein acquise par le capteur ESAR en bande L. Après la présentation des résultats sur l'intégralité de la zone en polarisation HH, les paramètres estimés ont été comparés sur plusieurs sous-zones pour les polarisations HH, HV et VV. Cette analyse a montré que la corrélation spatiale des images polarimétrique dépend dans le cas général du canal polarimétrique.

# Chapitre 4

## Méthodes d'estimation de l'orientation basées sur les dérivées

### 4.1 Introduction

Jusqu'à présent, il a été vu que l'on pouvait caractériser les fluctuations spatiales de la texture dans les images SAR par les statistiques d'ordre un et deux. Un modèle a été défini pour la fonction d'autocovariance de la texture, permettant d'extraire des paramètres caractéristiques tels que les longueurs de corrélation, l'angle d'orientation ou encore l'anisotropie spatiale. La définition d'orientation locale est cependant largement utilisée en traitement d'image pour la caractérisation des fluctuations spatiales. Il a été vu au chapitre 2 que l'on pouvait analyser localement le contenu spectral du signal en utilisant des bases de filtres linéaires comme par exemple les ondelettes de Gabor. Ces fonctions permettent de séparer le plan des fréquences 2D en secteurs angulaires ce qui autorise une analyse des fréquences spatiales selon différentes orientations. Cependant, ce type d'approche présente des inconvénients lorsque le volume de données à traiter est important. Il faut en effet effectuer un nombre conséquent de convolutions afin de paver entièrement l'espace 2D des fréquences si l'on veut obtenir une analyse de l'orientation avec une bonne sélectivité angulaire.

Pour cette raison, ce type de traitement requiert une puissance de calcul et des ressources mémoires considérables si l'on souhaite l'appliquer sur des données SAR qui sont souvent multi-dimensionnelles et de grande taille. Afin d'alléger le traitement, il est nécessaire de réduire le nombre de filtres orientés analysant le signal. Une approche intéressante consiste à utiliser un nombre réduit de filtres d'orientations différentes et à interpoler entre les différentes réponses afin d'être capable de synthétiser la réponse du filtre pour une orientation arbitraire.

Dans ce chapitre, deux méthodes d'analyse basées sur cette approche et nommées filtres orientables et tenseur de structure sont présentées.

## 4.2 Estimation de l'orientation par filtres orientables

Certains types de filtres permettent d'effectuer l'interpolation mentionnée précédemment et sont regroupés sous le nom de «*steerable filters*» ce qui est parfois traduit par l'expression «*filtres orientables*». Les filtres orientables ont été introduits sous diverses formes et appellations, mais quelques articles de synthèse donnent un formalisme mathématique général de ce type de méthodes ainsi que des applications possibles. Une synthèse sur l'emploi des filtres orientables est présentée dans [FA91, Fre92] et [Per95]. L'utilisation de ce type de représentation dans un contexte multi-résolution (nommée «*pyramides orientables*») est décrite dans [SFAH92, SF95]. Enfin on peut trouver des applications à l'analyse de l'orientation [SF96], la détection de contours [JU04] et notamment une application à l'analyse de texture invariante par rotation [GBPG94].

### 4.2.1 Principe de base des filtres

Les filtres orientables sont construits à partir de fonctions mathématiques bidimensionnelles  $f(x, y)$  qui possèdent la propriété d'orientabilité, c'est-à-dire qui peuvent être écrites comme une combinaison linéaire de fonctions obtenues par rotation d'un modèle de base. Cette propriété se traduit par l'équation :

$$f^\theta(x, y) = \sum_{j=1}^M k_j(\theta) f^{\theta_j}(x, y). \quad (4.1)$$

La fonction  $f(x, y)$  doit donc être décomposable en une somme où les  $k_j(\theta)$  sont appelées fonctions d'interpolation. On recherche alors des fonctions qui peuvent être représentées par leur développement en série de Fourier et en coordonnées polaires  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\phi = \arg(x, y)$  de la manière suivante :

$$f(r, \theta) = \sum_{n=-N}^N a_n(r) e^{jn\phi} \quad (4.2)$$

afin de pouvoir écrire la condition d'orientabilité qui impose que les fonction d'interpolation  $k_j(\theta)$  soient solutions de l'équation matricielle :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta} \\ \vdots \\ e^{iN\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{i\theta_1} & e^{i\theta_2} & \dots & e^{i\theta_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{iN\theta_1} & e^{iN\theta_2} & \dots & e^{iN\theta_M} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1(\theta) \\ k_2(\theta) \\ \vdots \\ k_M(\theta) \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

On peut montrer [FA91] que le nombre minimal de fonctions de bases pour reconstruire  $f^\theta(x, y)$  à une orientation arbitraire est égal au nombre de coefficients non nuls du développement en série de Fourier. De plus, pour une fonction s'exprimant sous la forme :

$$f(x, y) = W(r) P_N(x, y) \quad (4.4)$$

où  $W(r)$  est une fonction de fenêtrage et  $P_N$  un polynôme de degré  $N$ , le nombre minimal de fonctions de base requis est  $2N + 1$ . Si de plus le polynôme ne contient que des termes de degré pair (ou impair), le nombre de fonctions nécessaire est seulement de  $N + 1$ .

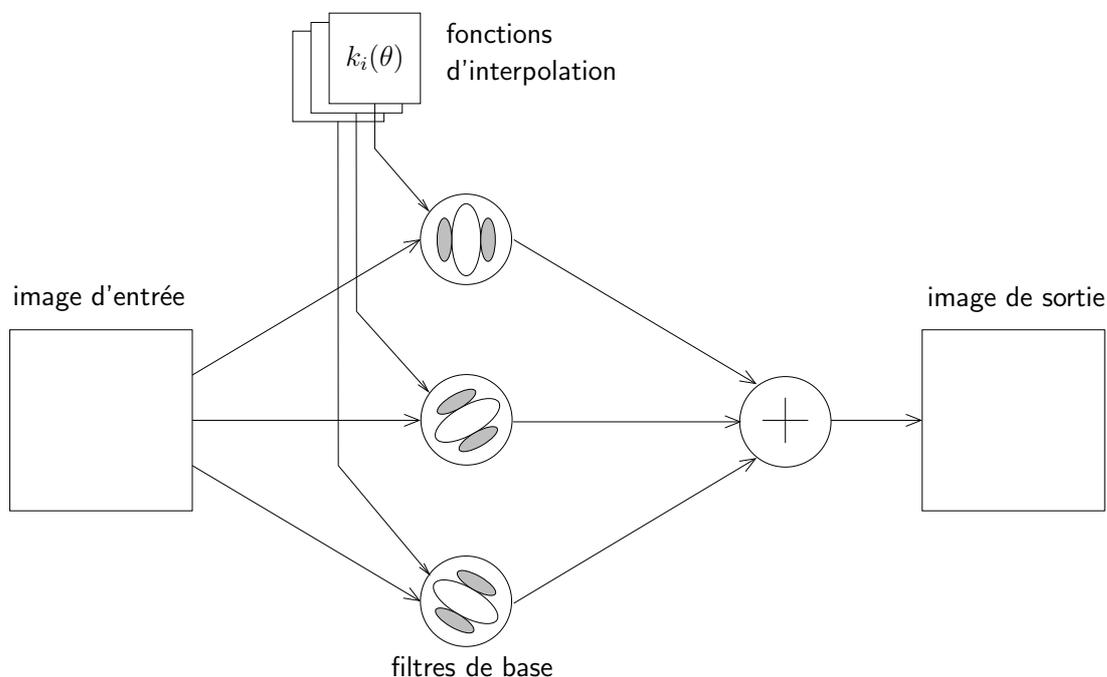
La propriété d'orientabilité est très avantageuse puisqu'à partir de l'image intensité filtrée par la  $j$ -ième fonction :

$$I_{\theta_j} = f^{\theta_j} * I(x, y) \quad (4.5)$$

il est possible de synthétiser l'image  $I_{\theta}$  filtrée par la fonction d'orientation arbitraire  $f^{\theta}(x, y)$ . En effet, la convolution étant un opérateur linéaire on obtient l'expression de  $I_{\theta}$  en combinant (4.1) et (4.5) :

$$I^{\theta}(x, y) = \sum_{j=1}^M k_j(\theta) I^{\theta_j}(x, y). \quad (4.6)$$

Connaissant le développement en série de Fourier d'une fonction  $f(x, y)$ , il est donc possible de construire les fonctions d'interpolation permettant de synthétiser  $f^{\theta}(x, y)$ . Le principe d'interpolation par ces filtres de bases est résumé par le schéma de la figure 4.1 .



**Fig. 4.1:** Principe d'interpolation de l'orientation grâce à un nombre réduit de filtres de base.

**Un exemple de fonction orientable : la dérivée première de gaussienne** Un exemple simple de filtre orientable est la dérivée première de la gaussienne 2D. En effet, il suffit de deux fonctions de base :

$$G_1^{0^\circ} = \frac{\partial}{\partial x} e^{-(x^2+y^2)} \quad (4.7)$$

et

$$G_1^{90^\circ} = \frac{\partial}{\partial y} e^{-(x^2+y^2)} \quad (4.8)$$

il est possible de construire par combinaison linéaire la dérivée première d'orientation  $\theta$  puisque :

$$G_1^\theta = \cos(\theta)G_1^{0^\circ} + \sin(\theta)G_1^{90^\circ} \quad (4.9)$$

## 4.2.2 Analyse de l'orientation par filtres en quadrature

Il est possible à l'aide de tels filtres d'analyser l'orientation locale de l'image, sans avoir à calculer l'image filtrée pour un grand nombre d'orientations. Une méthode mise au point par Knutsson et Granlund [KG83] et reprise par Freeman [FA91] permet de retrouver l'orientation grâce à des filtres en quadrature possédant la propriété d'orientabilité décrite précédemment.

### 4.2.2.1 Position du problème

Dans le contexte décrit précédemment, l'orientation est définie par l'angle  $\theta^*$  qui maximise la réponse du filtre  $f^\theta(x, y)$  par rapport au paramètre  $\theta$ , ce qui peut se traduire par :

$$\theta^*(x, y) = \arg \max_{\theta} (I * f^\theta(x, y)). \quad (4.10)$$

L'amplitude  $s^*$  en sortie du filtre pour  $\theta^*$  est appelé force d'orientation et caractérise le degré d'orientation locale de l'image :

$$s^* = I(x, y) * f^{\theta^*}(x, y). \quad (4.11)$$

### 4.2.2.2 Choix des filtres

**Dérivée seconde de gaussienne :** En théorie, toute fonction ayant une bande-passante finie en fréquence angulaire peut-être utilisée comme un filtre orientable. Cependant, pour des raisons pratiques on recherche généralement des fonctions pouvant être synthétisées par un faible nombre de fonctions de base. Les dérivées de gaussiennes sont des fonctions très couramment utilisées en traitement d'image, notamment pour la détection d'attributs comme les contours où les paramètres de texture. En effet, ces fonctions sont simples à synthétiser, possèdent une sélectivité fréquentielle croissant avec l'ordre de la dérivée, et leur forme mathématique permet de nombreux développements analytiques. La méthode décrite dans [FA91] utilise des dérivées secondes de

gaussienne, présentant un bon compromis entre sélectivité fréquentielle et nombre de fonctions de base. La fonction s'écrivant :

$$G_2^{0^\circ} = (4x^2 - 2)e^{-(x^2+y^2)} \quad (4.12)$$

est sous la forme donnée par l'équation (4.4) où le polynôme ne contient que des termes de degré pair. Ainsi, le nombre de fonctions nécessaires pour synthétiser la dérivée seconde de gaussienne à une orientation arbitraire est 3. Le système (4.3) se réécrit alors :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ e^{i2\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{j2\theta_1} & e^{j2\theta_2} & e^{j2\theta_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1(\theta) \\ k_2(\theta) \\ k_3(\theta) \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

La résolution du système avec pour choix d'orientations  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 60^\circ$ ,  $\theta_3 = 120^\circ$  donne les fonctions d'interpolation :

$$k_j(\theta) = \frac{1}{3} (1 + 2 \cos(2(\theta - \theta_j))). \quad (4.14)$$

Ainsi, la dérivée seconde de gaussienne peut être synthétisée pour une orientation arbitraire par la somme pondérée de trois fonctions de base :

$$G_2^\theta = k_1(\theta)G_2^{0^\circ} + k_2(\theta)G_2^{60^\circ} + k_3(\theta)G_2^{120^\circ}. \quad (4.15)$$

**Filtres en quadrature :** Afin de pouvoir détecter la direction principale d'oscillation d'un signal indépendamment de la phase, on utilise des filtres en quadrature. L'énergie d'un tel filtre s'exprime de la manière suivante :

$$E_2(\theta) = (G_2^\theta)^2 + (H_2^\theta)^2 \quad (4.16)$$

où  $H_2^\theta$  est la transformée de Hilbert de  $G_2^\theta$ , présentant un spectre identique mais déphasé de  $\pi/2$ . Cette transformée est approximée par une gaussienne multipliée par un polynôme de degré 3 ajusté aux moindres carrés, dont tous les termes sont impairs. Il faut donc 4 fonctions de base pour générer ce filtre. Le comportement des filtres en quadrature est illustré pour le cas monodimensionnel par la figure 4.2 et les filtres de base bidimensionnels sont représentés sur les figures 4.3 pour la composante en phase et 4.4 pour la composante en quadrature.

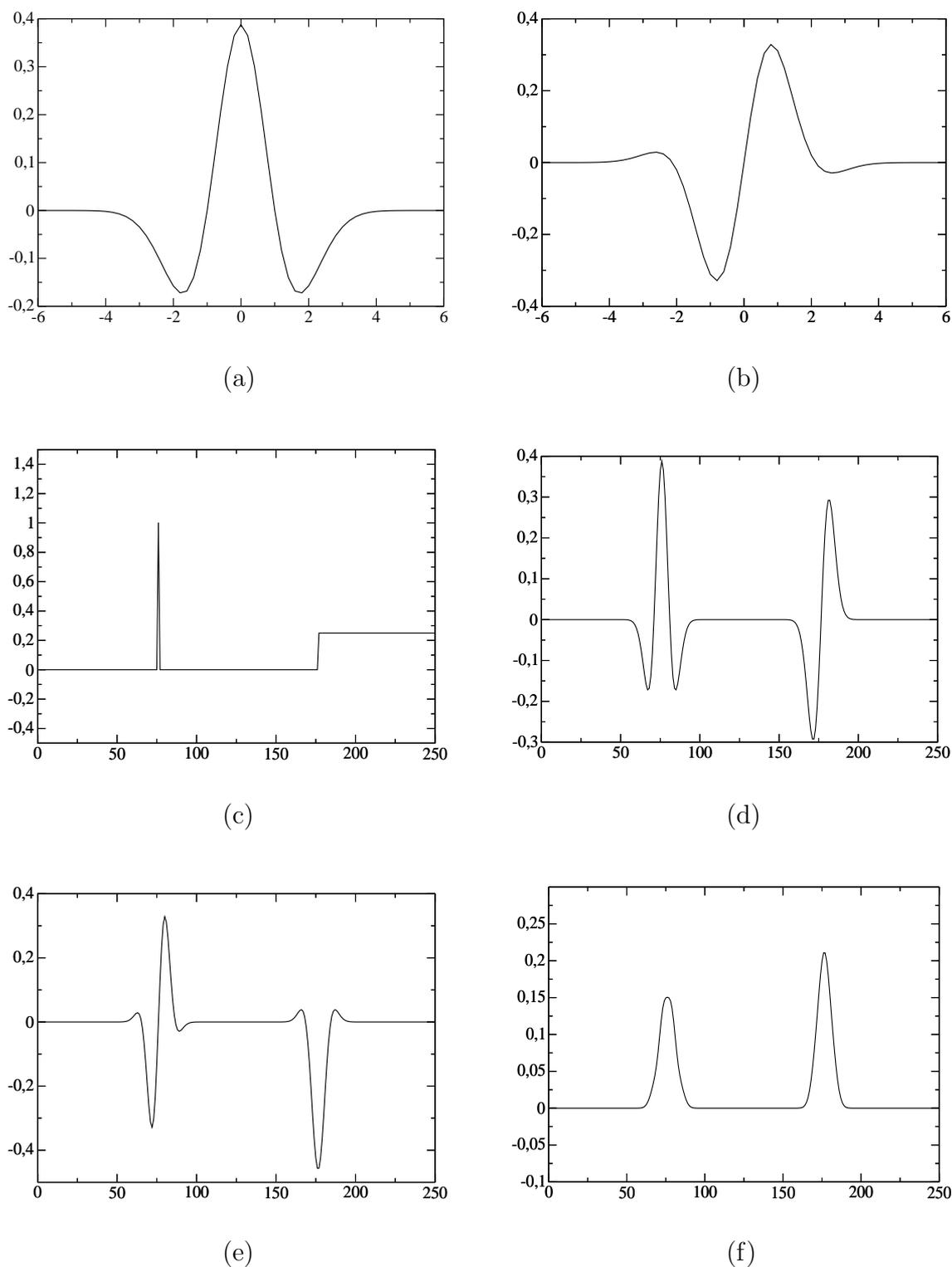
### 4.2.2.3 Calcul de l'orientation locale

Afin de trouver l'orientation locale, on doit trouver l'angle  $\theta^*$  qui maximise l'énergie. En réécrivant  $E_2^\theta$  en fonction des coefficients d'interpolation et des filtres de base, on obtient une expression dont les termes d'ordres supérieurs peuvent être négligés :

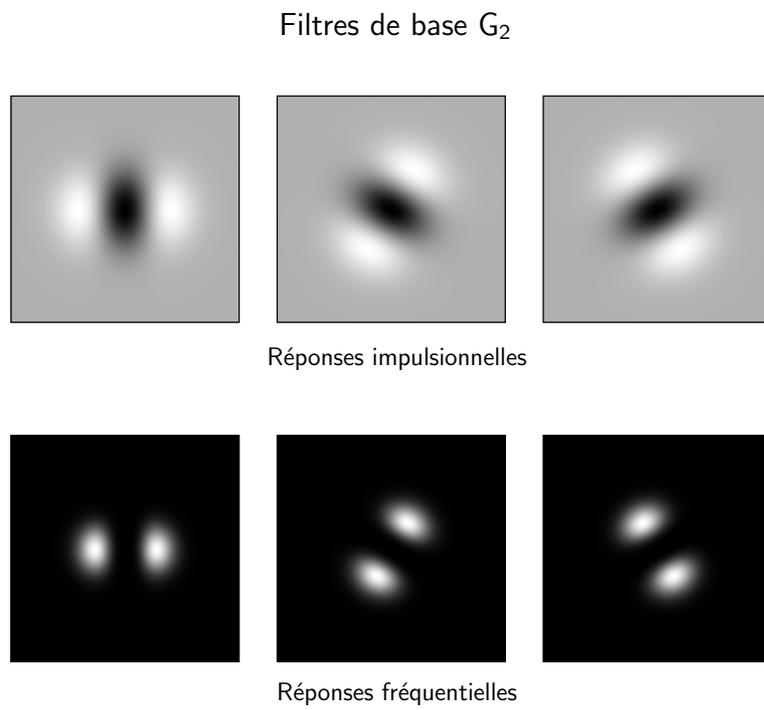
$$E_2(\theta) = C_1 + C_2 \cos(2\theta) + C_3 \sin 2\theta + [\text{termes d'ordre supérieur ...}]. \quad (4.17)$$

L'expression de l'angle optimal peut alors s'approximer par :

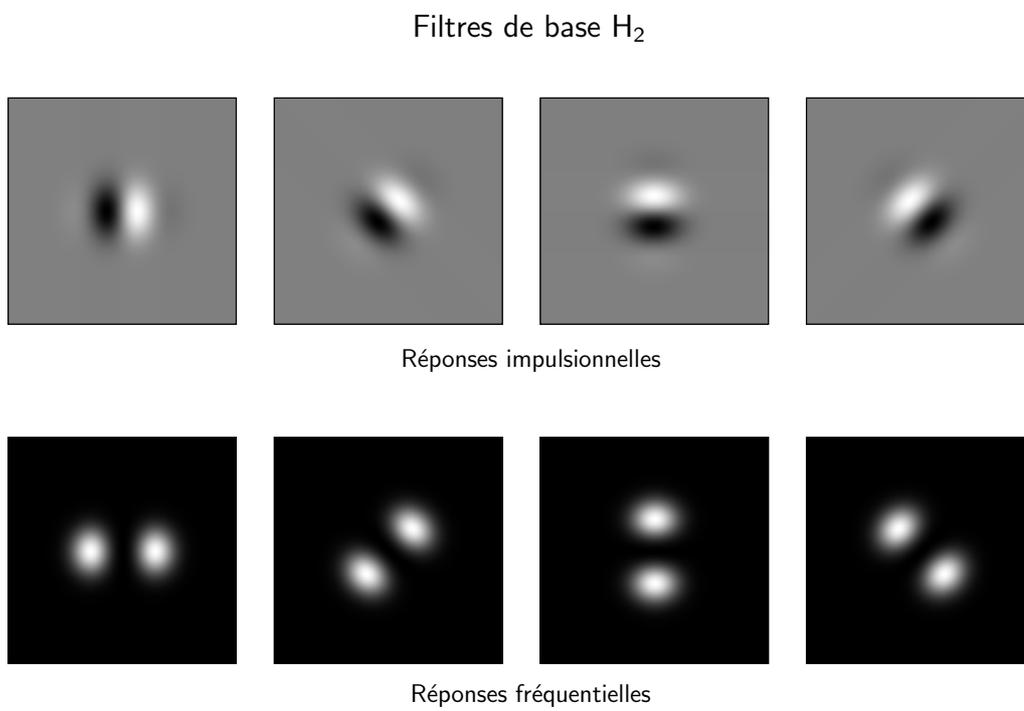
$$\theta^* = \frac{\arg(C_2, C_3)}{2} \quad (4.18)$$



**Fig. 4.2:** Illustration du comportement des filtres en quadrature. Le filtre est composé des parties  $G_2$  (a) et  $H_2$  (b) en quadrature. Le signal test (c) comprend une impulsion et une transition de type Heaviside. Individuellement, les réponses du signal aux filtres  $G_2$  (d) et  $H_2$  (e) ne permettent pas d'identifier la position des structures. Par contre l'énergie de sortie  $E^2 = (G_2)^2 + (H_2)^2$  (f) permet de localiser les structures puisqu'elle est maximale à leurs positions.



**Fig. 4.3:** Composante en phase des filtres de bases



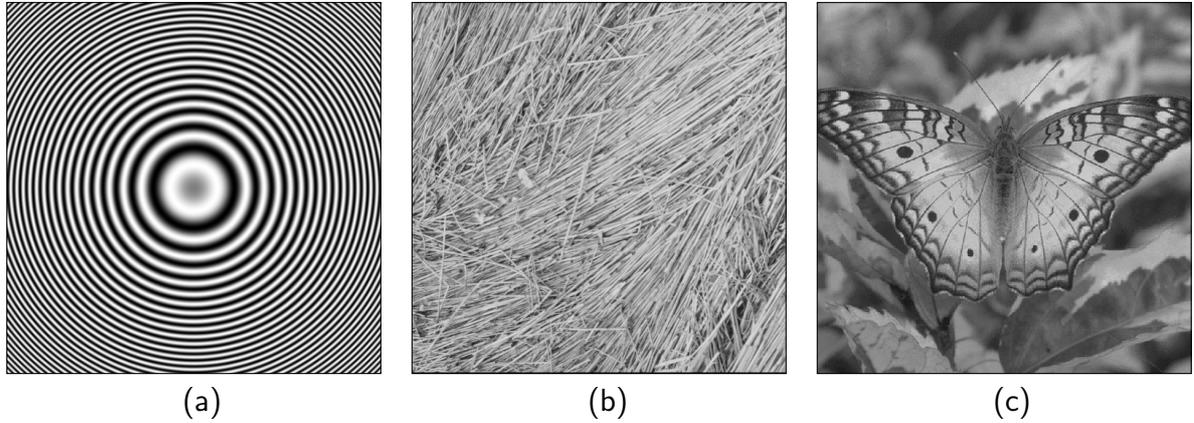
**Fig. 4.4:** Composante en quadrature des filtres de bases

et la force d'orientation est :

$$s^* = \sqrt{C_2^2 + C_3^2}. \quad (4.19)$$

Il est donc possible de calculer l'orientation locale des structures dans l'image en combinant les sorties de 7 filtres de base.

Des exemples d'estimées des paramètres d'angle  $\theta$  et de la force d'orientation  $s$  correspondante sont montrés sur les figures 4.6 et 4.7 pour trois images possédant des propriétés d'orientation différentes (figure 4.5). La figure 4.8 représente les paramètres estimés sur la première image test mais en utilisant des filtres de plus grande échelle. Ainsi, l'angle d'orientation estimé est toujours le même, par contre la force d'orientation est maximale pour une autre plage de fréquences de l'image.

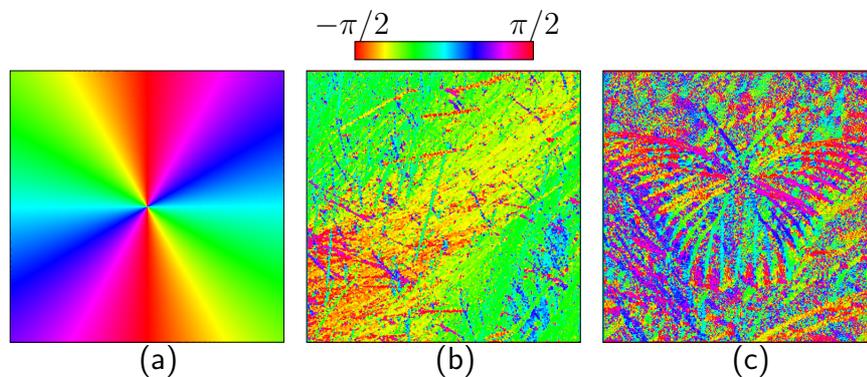


**Fig. 4.5:** Images de test «Circles», «Straw» et «Papillon» utilisées pour illustrer l'estimation de l'orientation locale.

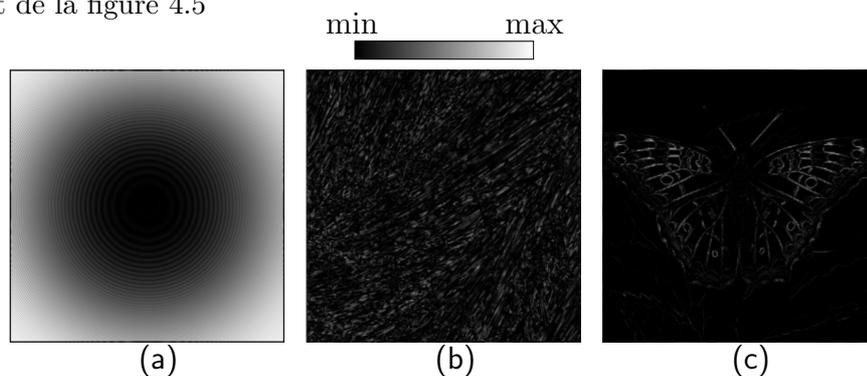
Des formes séparables de ces filtres ont été dérivées afin d'obtenir une exécution algorithmique plus rapide. Nous renvoyons à ce sujet, ainsi que pour l'expression des coefficients d'interpolation, le lecteur à la référence [FA91].

### 4.3 Estimation par le tenseur de structure

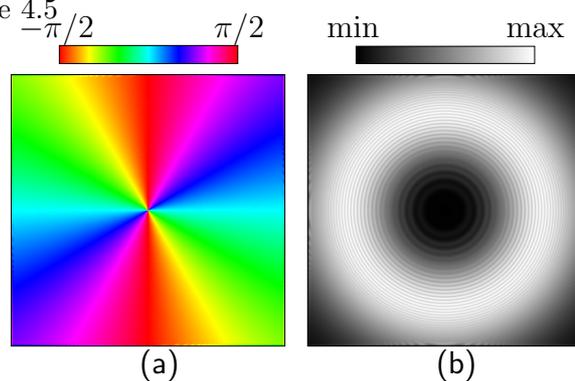
Jusqu'à présent deux méthodes permettant d'estimer l'orientation locale d'un signal ont été présentées. La première méthode repose sur l'estimation de l'autocovariance du signal, et prend en compte la caractéristique multiplicatif des données SAR. La seconde est basée sur une propriété des filtres sélectifs en fréquence permettant de calculer l'orientation d'un signal bidimensionnel à partir d'un nombre réduit de filtres de base mais ne repose pas sur un modèle mathématique de signal. Il serait intéressant de trouver un opérateur alliant les avantages des deux méthodes, c'est-à-dire permettant de retrouver les paramètres de texture du signal aléatoire à partir du modèle de signal présenté précédemment à partir d'une estimation directe sur les données, c'est-à-dire ne nécessitant pas le calcul explicite de la fonction d'autocovariance.



**Fig. 4.6:** Estimées de l'angle d'orientation  $\theta$  par la méthode des filtres orientables sur les images test de la figure 4.5



**Fig. 4.7:** Estimées de la force d'orientation  $s$  par la méthode des filtres orientables sur les images test de la figure 4.5



**Fig. 4.8:** Estimées des paramètres  $s$  et  $\theta$  sur l'image «Circles» pour une échelle de filtres supérieure : l'angle (gauche) n'est pas affecté mais la force d'orientation (droite) atteint son maximum pour une plage de fréquences plus basses.

### 4.3.1 Description de l'orientation d'un champ de vecteurs

L'analyse de l'orientation est depuis longtemps un centre d'intérêt dans le domaine de la vision par ordinateur et permet notamment d'analyser des textures anisotropes dans des buts de segmentation, classification ou encore, estimation de l'orientation spatiale d'une surface [MR97]. Une grande partie des opérateurs dédiés à l'estimation de l'orientation est basée sur des filtres dérivatifs (comme c'est le cas des filtres orientables), du fait que les variations d'intensités d'un signal bidimensionnel peuvent être aisément décrites par ses dérivées spatiales. Cependant, dans le cas de l'analyse de texture, l'information est en général complexe et nécessite une description statistique. Kass et Witkin [IKW87] puis Rao et Schunck [RS91] ont développé des méthodes d'estimation d'orientation d'un signal basées sur le gradient et dont les principes sont issus de la théorie des statistiques directionnelles [MJ00].

L'orientation locale d'une zone est ici décrite par la présence d'une composante dominante dans le champ de vecteurs formé par le gradient de la zone. Cependant il est impossible de trouver l'orientation dominante de ce champ par une moyenne spatiale des mesures, puisque deux gradients de même direction mais de sens opposé vont s'annuler mutuellement alors qu'ils contribuent en réalité également à l'orientation de la zone. Ce problème est résolu en considérant la méthode suivante.

On considère  $N$  vecteurs  $\{\mathbf{v}_i, i = 1 \dots N\}$  dont les normes sont désignées par  $R_i$  et qui forment un angle  $\theta_i$  avec un axe de référence lui-même formant un angle  $\theta$  avec l'horizontale (figure 4.9). La projection du vecteur  $\mathbf{v}_i$  sur l'axe est donc  $R_i \cos(\theta_i - \theta)$ . L'orientation principale du groupe de vecteurs pourra être définie par l'angle  $\theta$  qui maximise la somme des modules des projections :

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^N |R_i \cos(\theta_i - \theta)|. \quad (4.20)$$

Puisqu'on doit maximiser cette somme par rapport à  $\theta$ , on considère la somme des carrés qui est dérivable partout, plutôt que des modules :

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} \sum_{i=1}^N R_i^2 \cos^2(\theta_i - \theta). \quad (4.21)$$

Afin de trouver l'angle qui maximise la somme des projections au carré, on doit résoudre l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \sum_{i=1}^N R_i^2 \cos^2(\theta_i - \theta) = 0. \quad (4.22)$$

Le calcul de la dérivée donne

$$- \sum_{i=1}^N 2R_i^2 \cos(\theta_i - \theta) \sin(\theta_i - \theta) = 0, \quad (4.23)$$

ce qui aboutit à la relation suivante :

$$\tan 2\theta = \frac{\sum_{i=1}^N R_i^2 \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^N R_i^2 \cos 2\theta_i}. \quad (4.24)$$

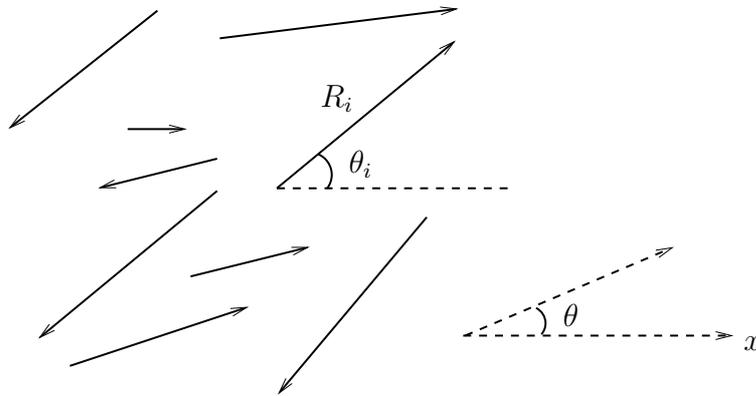
L'angle de l'orientation dominante des vecteurs  $\mathbf{v}_i$  est donc donné par :

$$\theta^* = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{\sum_{i=1}^N R_i^2 \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^N R_i^2 \cos 2\theta_i} \right). \quad (4.25)$$

Ce problème se généralise sous un formalisme matriciel pour des vecteurs de dimensions arbitraires puisqu'on peut montrer que l'orientation dominante d'un groupe de vecteurs peut se calculer à partir du tenseur des moments :

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^T \quad (4.26)$$

L'orientation dominante est donnée par l'axe principal du tenseur des moments, c'est-à-dire l'orientation du vecteur propre principal de la matrice  $\mathbf{M}$ .



**Fig. 4.9:** Calcul de l'orientation dominante d'un champ de vecteurs

### 4.3.2 Modèle de voisinage linéaire

Une définition intuitive de l'orientation dominante d'un groupe de vecteurs a été donnée dans la section précédente. Cette approche ne suppose pas de modélisation particulière du signal. Nous allons maintenant décrire un modèle de signal 2D introduit par Bigün [BG87] permettant d'aboutir à une formulation très similaire à celle décrite précédemment. Cette méthode s'applique à des signaux de dimension arbitraire, mais nous nous restreindrons ici à notre cadre d'étude, c'est-à-dire celui des signaux bidimensionnels. Il s'agit de considérer un signal  $g$  qui, localement possède la propriété

de symétrie linéaire, c'est-à-dire dont les courbes à niveaux de gris constant sont des lignes parallèles. Cela se traduit par l'égalité :

$$g(\mathbf{r}) = h(\mathbf{k}^T \mathbf{r}) \quad (4.27)$$

où  $\mathbf{k}$  est un vecteur constant dans  $R^2$  indiquant la direction dans laquelle le signal est linéairement symétrique et  $h$  est une fonction monodimensionnelle  $h : R \rightarrow R$ ,  $\mathbf{r}$  étant le vecteur position dans  $R^2$ . Tous les points satisfaisant la propriété  $\mathbf{k}^T \mathbf{r} = C$  où  $C$  est une constante, auront donc le même niveau de gris. La méthode d'analyse suivante est réalisée dans le domaine fréquentiel sans toutefois nécessiter le calcul explicite de la transformée de Fourier du signal. On peut montrer qu'un signal possédant une symétrie linéaire peut s'exprimer dans le domaine fréquentiel sous la forme :

$$\mathcal{G}(\mathbf{f}) = \mathcal{H}(\mathbf{f}^T \mathbf{k}) \delta(\mathbf{f}^T \mathbf{u}) \quad (4.28)$$

où  $\mathcal{G}$  dénote la transformée de Fourier de  $g$ ,  $\mathcal{H}$  la transformée de Fourier monodimensionnelle de  $h$  et  $(\mathbf{k}, \mathbf{u})$  forme une base orthonormée. L'interprétation géométrique de cette propriété est que le spectre du signal est concentré dans une droite passant par l'origine. Détecter la présence d'une orientation dominante dans le signal se réduira donc à détecter la présence d'une concentration d'énergie autour d'une ligne dans le domaine spectral, ce qui peut se traduire par la minimisation d'une fonctionnelle :

$$\arg \min_{\|\mathbf{k}\|=1} = \int_{R^2} d^2(\mathbf{f}, \mathbf{k}) |\mathcal{G}(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f} \quad (4.29)$$

où la fonction  $d^2(\mathbf{f}, \mathbf{k})$  est la distance Euclidienne dans  $R^2$  entre le vecteur fixe  $\mathbf{k}$  et le vecteur représentant la variable spatiale  $\mathbf{f}$ . Cette distance s'exprime de la manière suivante :

$$d^2(\mathbf{k}, \mathbf{f}) = \|\mathbf{f} - (\mathbf{f}^T \mathbf{k}) \mathbf{k}\|^2. \quad (4.30)$$

On peut montrer que pour des signaux 2D, la minimisation revient à trouver le vecteur propre secondaire de la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

dont les termes sont les moments spatiaux d'ordre deux du spectre :

$$A_{11} = \int_{R^2} f_x^2 |\mathcal{F}(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f}, \quad (4.32)$$

$$A_{22} = \int_{R^2} f_y^2 |\mathcal{F}(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f} \quad (4.33)$$

et

$$A_{12} = A_{21} = \int_{R^2} f_x f_y |\mathcal{F}(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f}. \quad (4.34)$$

Si l'on transpose ces termes dans le domaine spatial en utilisant le théorème de Parseval [Pap91], on constate que les termes de l'opérateur  $\mathbf{A}$  ont des expressions très simples :

$$A_{11} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 dx dy, \quad (4.35)$$

$$A_{22} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 dx dy, \quad (4.36)$$

$$A_{12} = A_{21} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) dx dy. \quad (4.37)$$

Les vecteurs propres de l'opérateur permettront alors d'obtenir l'angle de l'orientation dominante de la structure et les valeurs propres son degré de symétrie linéaire. En effet, pour une structure à symétrie linéaire idéale, c'est-à-dire suivant parfaitement le modèle (4.27), la valeur propre secondaire  $\lambda_2$  est nulle, l'énergie du spectre étant parfaitement concentrée dans une droite. Des mesures de degré de symétrie, appelées *cohérence* ou *anisotropie spatiale* peuvent alors être définies à partir des valeurs propres. Plusieurs expressions peuvent être utilisées :

$$C_1 = \left( \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{\alpha_1}, \quad (4.38)$$

$$C_2 = \left( 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^{\alpha_2} \quad (4.39)$$

avec  $\alpha_1, \alpha_2 \in R$  choisis par l'utilisateur selon l'application pour contrôler la sensibilité. Plus simplement on trouve

$$C_3 = (\lambda_1 - \lambda_2). \quad (4.40)$$

Les deux premières expressions fournissent des mesures bornées entre 0 et 1, ce qui permet une meilleure interprétation de la mesure : pour un signal ne comportant aucune directivité  $\lambda_1 \approx \lambda_2$  l'anisotropie est nulle alors que pour un signal à symétrie linéaire  $\lambda_1 \gg 0, \lambda_2 \approx 0$  sa valeur est égale à 1. Cet opérateur est ici calculé pour des fonctions continues, mais on peut constater que si l'on discrétise en remplaçant les intégrales par des sommes discrètes, l'opérateur décrivant les signaux à symétrie linéaire est identique à un facteur près à la matrice des moments (4.26) dans le cas où le champ de vecteurs est un champ de gradients.

Pour cette raison, l'opérateur communément appelé «*tenseur de structure*» est très utilisé pour des tâches telles que la détection de points singuliers, le filtrage de bruit par diffusion anisotrope et l'analyse de texture. Pour un signal stationnaire, le tenseur de structure est une moyenne spatiale du produit extérieur du vecteur gradient  $\nabla g = [\partial g / \partial x, \partial g / \partial y]^T$  avec lui-même :

$$\mathbf{J} = \int_{R^2} \nabla g \nabla g^T dx dy. \quad (4.41)$$

En pratique, afin de pouvoir estimer localement la structure sur une image présentant des variations, l'estimée du tenseur est pondérée par une fenêtre de type gaussienne isotrope :

$$\mathbf{J}_\rho = \int_{\mathbf{x} \in R^2} K_\rho(\mathbf{x}) \nabla g \nabla g^T d\mathbf{x}. \quad (4.42)$$

Le tenseur de structure deviendra donc une fonction de l'espace et pourra s'exprimer par la convolution d'une fenêtre gaussienne isotrope avec la matrice formée par le produit extérieur des gradients en chaque position :

$$\mathbf{J}_\rho(\mathbf{x}) = [K_\rho * \nabla g \nabla g^T](\mathbf{x}) \quad (4.43)$$

où le paramètre  $\rho$  détermine la dimension spatiale de la fenêtre de pondération. Il est par conséquent désigné par le terme de paramètre d'*intégration*. Dans le cas d'images bruitées, donc non dérivables, l'opérateur gradient est approximé par une dérivée de gaussienne :

$$G_\sigma^{(x)}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} K_\sigma(x, y)$$

ce qui revient à convoluer l'image par une gaussienne puis à la dériver. Le tenseur de structure est donc contrôlé par un paramètre supplémentaire dit d'«échelle» puisqu'on considère le gradient de l'image  $g_\sigma$  à l'échelle  $\sigma$ ,  $g_\sigma(x, y) = K_\sigma * g(x, y)$  :

$$\mathbf{J}_\rho(\mathbf{x}) = [K_\rho * \nabla g_\sigma \nabla g_\sigma^T](\mathbf{x}). \quad (4.44)$$

la figure 4.10 montre l'influence des paramètres d'échelle  $\sigma$  et  $\rho$  du tenseur sur les paramètres de texture estimés sur l'image «*Circles*». La comparaison entre la magnitude du gradient et la somme des valeurs propres du tenseur permet de remarquer que les valeurs propres de celui-ci fournissent une mesure qui n'est pas perturbée par les oscillations spatiales de la texture. Le paramètre  $\sigma$  est équivalent au paramètre d'échelle des filtres orientables, alors que le paramètre  $\rho$  agit comme une moyenne spatiale stabilisant la mesure des valeurs propres. On peut constater que les mesures d'angle et d'anisotropie spatiale ne sont pas perturbés par  $\sigma$  et  $\rho$ . Les figures 4.11 et 4.12 montrent l'estimation des mêmes paramètres sur les deux autres images test. L'image «*Straw*» est très proche du modèle à symétrie linéaire et possède une anisotropie globalement très proche de 1, ce qui n'est pas le cas pour l'image «*Papillon*» dont la structure est plus représentée par des contours que de la texture. Cependant, les contours étant aussi à symétrie linéaire, le tenseur permet aussi leur détection.

### Remarques :

- La forme présentée ici du tenseur de structure n'est pas unique. En effet, Knutsson [Knu89] introduit un tenseur de structure supposant le même modèle de signal mais utilisant des filtres en quadrature polairement séparables dans le domaine fréquentiel, permettant aussi de détecter les symétries linéaires présentes dans les signaux 2D. Nous avons ici choisi de présenter la version du tenseur basée sur le gradient car nous montrons par la suite qu'il est possible de relier cet opérateur aux paramètres du modèle des noyaux gaussiens anisotropes présenté dans le chapitre 3.

- L'utilisation de la fenêtre gaussienne en pondération de l'opérateur est justifiée par le fait qu'une telle estimée n'est pas affectée par une rotation angulaire de l'image. Ainsi, l'amplitude du gradient mesurée, c'est-à-dire la somme des valeurs propres du tenseur est dite *invariante par rotation*.

### 4.3.3 Lien avec le modèle des noyaux gaussiens

#### 4.3.3.1 Tenseur de structure adapté aux signaux aléatoires

La méthode d'estimation des noyaux gaussiens présentée au chapitre 3 nécessite une grande puissance de calcul puisque la fonction d'autocovariance doit être estimée au voisinage de chaque pixel de l'image. Or, les scènes imagées par un capteur SAR étant de grande dimension, il est souhaitable d'alléger au maximum les traitements. Il a été montré qu'à partir d'un opérateur simple, il était possible d'estimer l'orientation locale d'une image à partir d'un modèle de signal à symétrie linéaire. Cependant, la diversité physique des milieux rencontrés dans la nature implique que la description spatiale des images SAR nécessite un modèle plus général. Nous allons montrer que le tenseur de structure peut, sous cette forme basée sur le gradient, être relié aux paramètres du modèle statistique de texture présenté dans le chapitre précédent. Le tenseur de structure est mesuré par une intégrale sur une zone spatiale finie ou délimitée par une fenêtre de forme gaussienne. Si l'on considère sa limite quand le paramètre d'intégration  $\rho \rightarrow \infty$  sous l'hypothèse d'ergodicité du signal, il pourra être confondu avec l'espérance du produit extérieur du gradient :

$$\mathbf{J}_\infty = E [\nabla g \nabla g^T]. \quad (4.45)$$

Sous cette forme, il est alors possible de définir cet opérateur pour un processus stochastique et calculer sa valeur en fonction des paramètres de notre modèle. En effet, l'opérateur dérivée  $\partial/\partial x$  est un opérateur linéaire dont la réponse en fréquence est  $H(f) = 2\pi j f$  et la relation entre la densité spectrale de puissance  $S_g(f)$  d'un signal  $g(x)$  et le spectre  $S_{g'}(f)$  de sa dérivée  $g'(x) = \partial g/\partial x$  est :

$$S_{g'}(f) = |2\pi j f|^2 S_g(f) = 4\pi f^2 S_g(f) \quad (4.46)$$

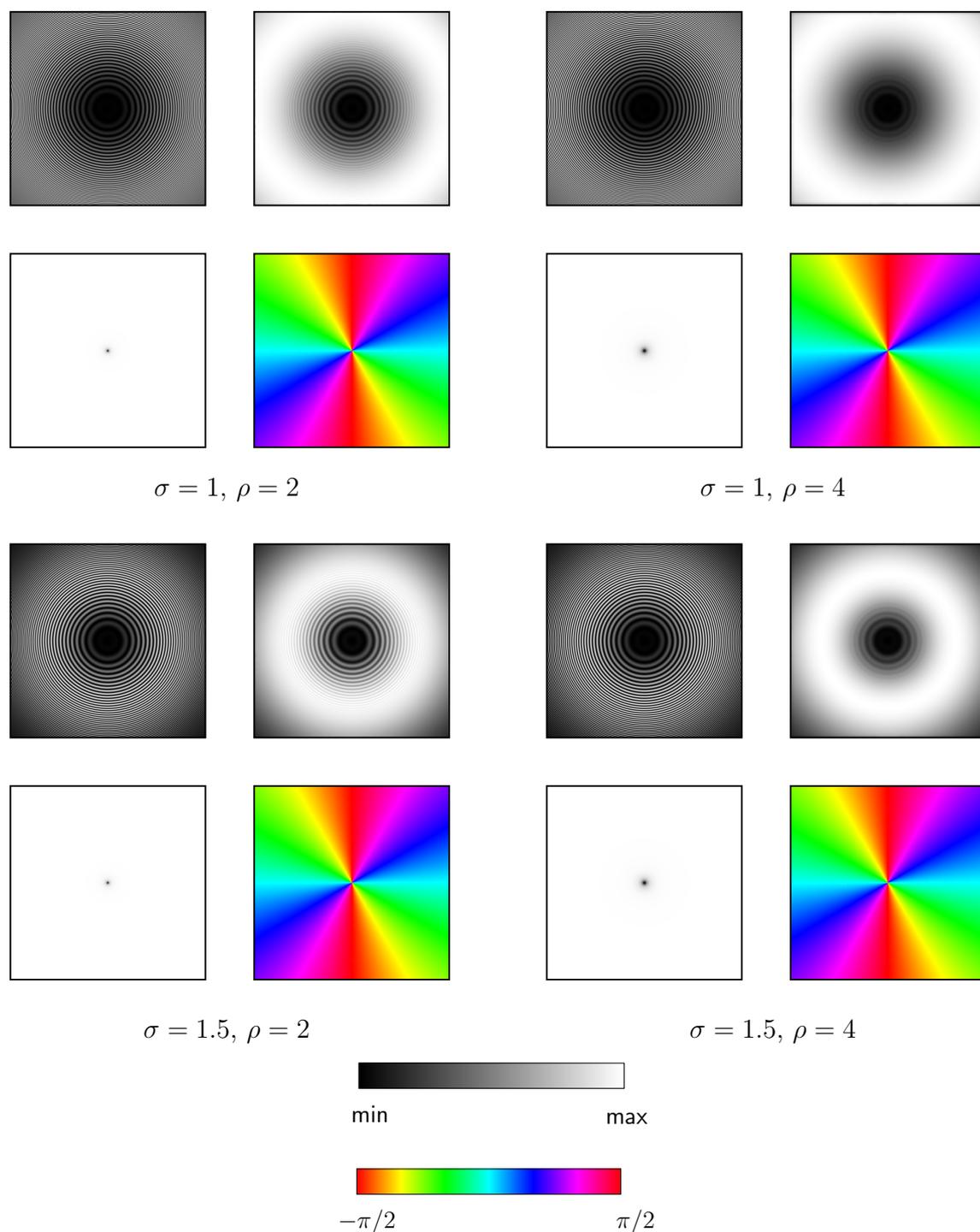
De plus le théorème de Wiener-Kinchine [Pap91] p. 327 appliqué à la variable aléatoire formée par la dérivée du signal permet d'affirmer que :

$$E [g'(x)^2] = R_{g'}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{g'}(f) df. \quad (4.47)$$

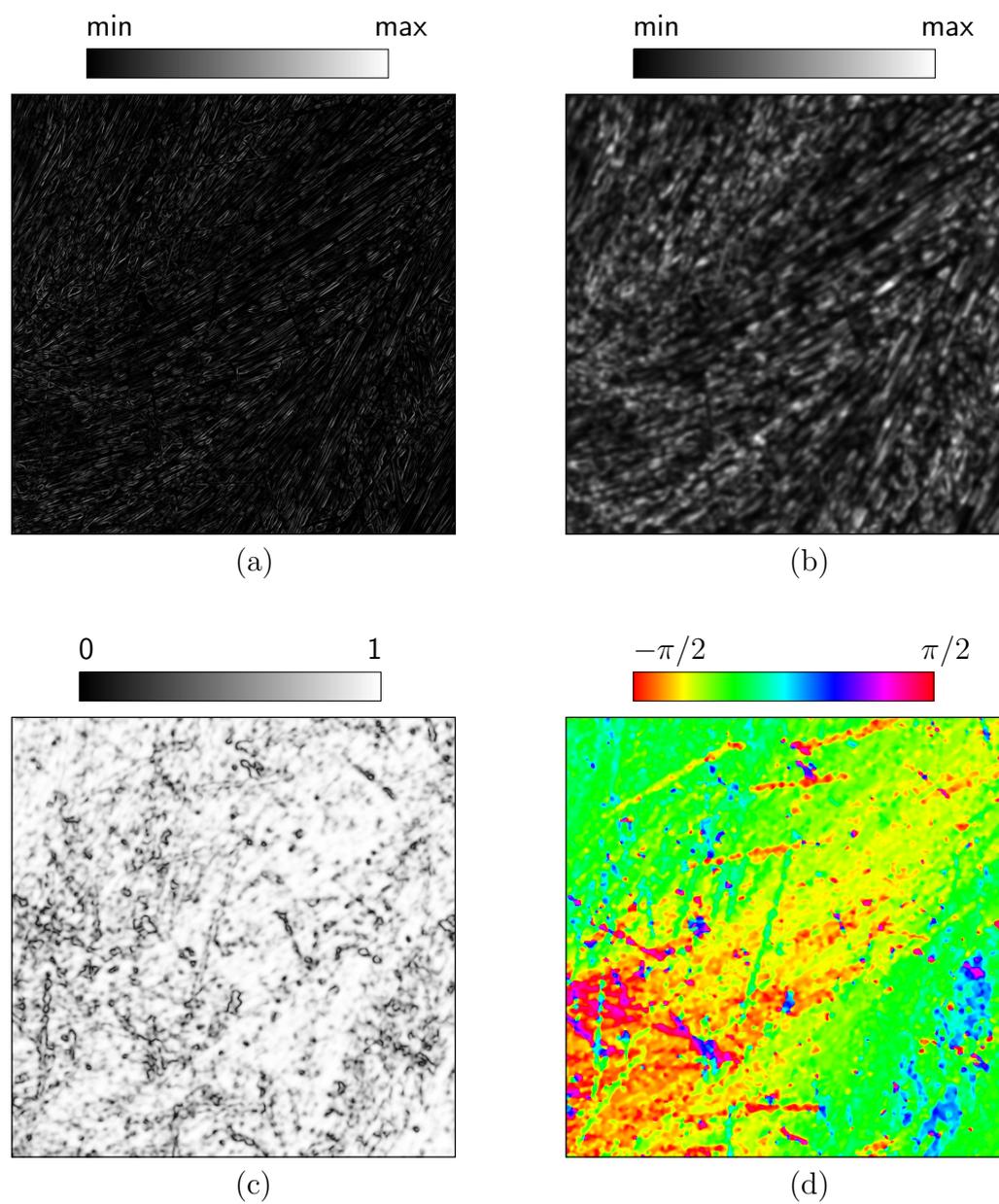
Cette propriété est intéressante puisque l'espérance du gradient d'un processus stochastique est directement proportionnelle au moment d'ordre deux de sa densité spectrale :

$$E [g'(x)^2] = 4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 S_g(f) df. \quad (4.48)$$

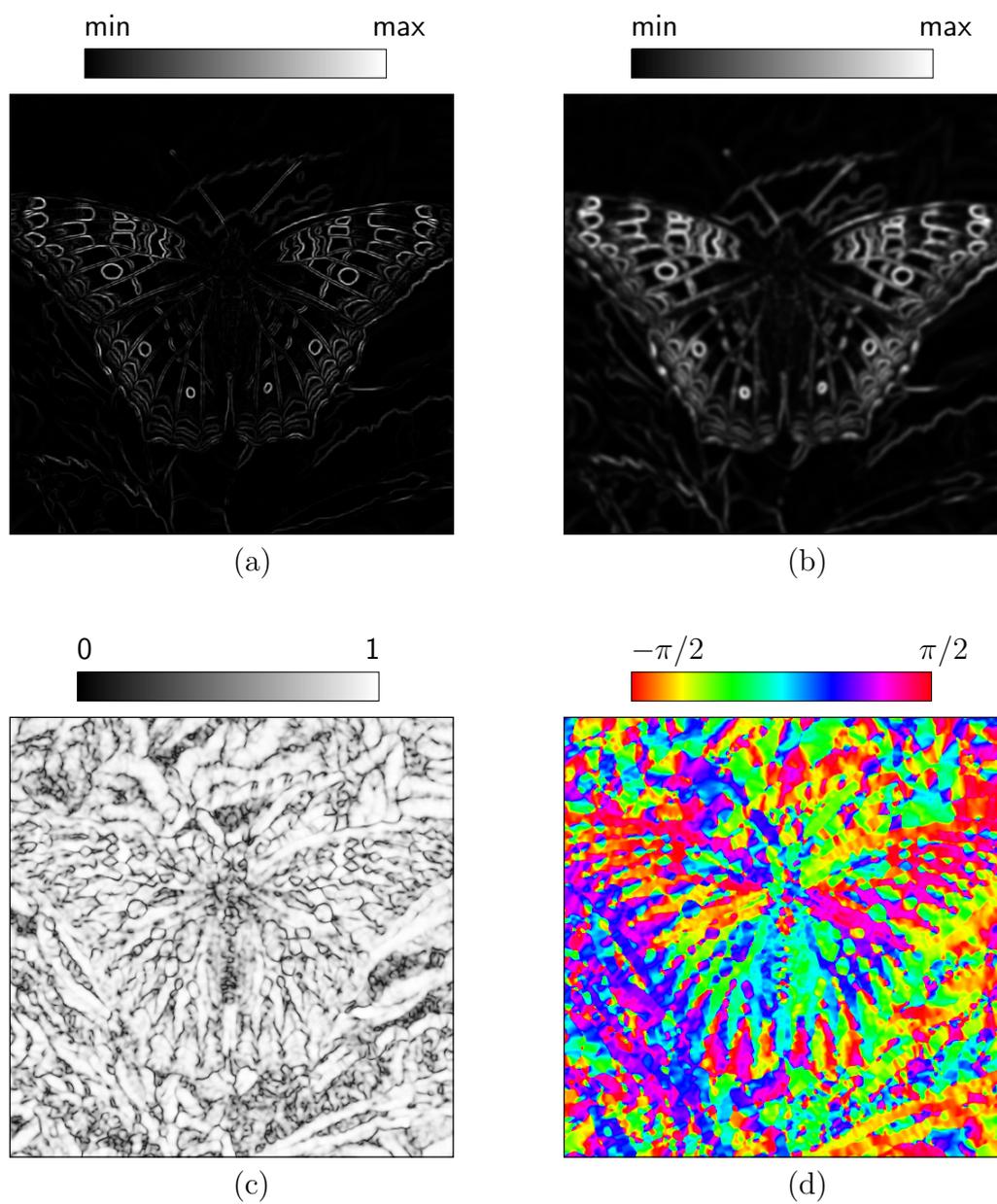
Pour une fonction  $g(\mathbf{x})$  bidimensionnelle, si l'on dénote le gradient  $\nabla g(\mathbf{x}) = [g_x(\mathbf{x}), g_y(\mathbf{x})]^T$ , ce résultat se généralise puisque l'on peut montrer en utilisant les résultats sur les



**Fig. 4.10:** Influence des paramètres d'échelle  $\sigma$  et  $\rho$  sur les paramètres de texture. Pour chaque valeur des paramètres d'échelle on a représenté : la magnitude du gradient  $M_g = g_x^2 + g_y^2$  (haut gauche), la somme des valeurs propres du tenseur  $E = \lambda_1 + \lambda_2$  (haut droite), l'anisotropie  $C_2$  (bas gauche) et l'angle d'orientation  $\theta$  (bas droite).



**Fig. 4.11:** Paramètres de texture calculés sur la texture «Straw». Magnitude du gradient  $M_g = g_x^2 + g_y^2$  (a), somme des valeurs propres du tenseur  $E = \lambda_1 + \lambda_2$  (b), anisotropie  $C_2$  (c) et angle d'orientation  $\theta$  (d).



**Fig. 4.12:** Paramètres de texture calculés sur l'image «Papillon». Magnitude du gradient  $M_g = g_x^2 + g_y^2$  (a), somme des valeurs propres du tenseur  $E = \lambda_1 + \lambda_2$  (b), anisotropie  $C_2$  (c) et angle d'orientation  $\theta$  (d).

systèmes linéaires à entrées/sorties multiples de [BP00] (p 185.) que l'intercorrélacion  $E[g_x g_y]$  du gradient correspond au moment croisé en  $x$  et  $y$  du spectre. En effet, si l'on note  $H_x = 2\pi j f_x$  et  $H_y = 2\pi j f_y$  les réponses en fréquence des gradients dans les directions  $x$  et  $y$ , la densité spectrale croisée des sorties de ces deux filtres est alors :

$$S_{g_x g_y}(\mathbf{f}) = H_x^* H_y S_g(\mathbf{f}) \quad (4.49)$$

où  $\mathbf{f} = [f_x, f_y]$  est le vecteur fréquence 2D. En combinant ce résultat avec la relation :

$$E[g_x(\mathbf{x})g_y(\mathbf{x})] = R_{xy}(\mathbf{0}) = \int_{R^2} S_{g_x g_y}(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \quad (4.50)$$

on obtient :

$$E[g_x(\mathbf{x})g_y(\mathbf{x})] = \int_{R^2} 4\pi^2 f_x f_y S_g(\mathbf{f}) d\mathbf{f}. \quad (4.51)$$

De même on peut montrer que les expressions pour les autocorrélacions  $E[g_x^2]$  et  $E[g_y^2]$  correspondent aux moments d'ordre deux en  $x$  et en  $y$  du spectre. Ces relations sont très similaires à celles des équations (4.32), (4.34) et (4.33) mais sont désormais applicables à des processus stochastiques puisque relatives à la densité spectrale de puissance du signal. Le tenseur de structure peut alors être exprimé dans le domaine spectral :

$$\mathbf{J}_\infty = \int_{R^2} \mathbf{f} \mathbf{f}^T S_g(\mathbf{f}) d\mathbf{f}. \quad (4.52)$$

### 4.3.3.2 Lien avec les paramètres du modèle

Le modèle de texture défini au chapitre 3 peut ainsi être relié au tenseur de structure. Nous considérons en premier lieu le cas où la texture  $T$  n'est pas affectée par le speckle. De même qu'au chapitre précédent, une unique réalisation du signal étant disponible, on suppose la stationnarité locale du signal et les statistiques de ce dernier seront estimées par une fenêtre glissante.  $T$  est un signal de moyenne  $\mu_T$  dont la fonction d'autocovariance suit le modèle des noyaux gaussiens anisotropes (3.14). La fonction d'autocorrélacion de  $T$  est :

$$R_T(\mathbf{x}) = \sigma_T^2 \exp(-\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}_T^{-1} \mathbf{x}) + \mu_T^2. \quad (4.53)$$

Par propriété de la transformée de Fourier, la densité spectrale de puissance bidimensionnelle correspondante est aussi de forme gaussienne anisotrope. En effet, la transformée de Fourier 2D conservant les rotations, le calcul de la transformée de Fourier de la gaussienne anisotrope dans la base de ses axes principaux se résume au calcul de deux transformées de Fourier monodimensionnelles de fonctions de forme gaussienne. Cependant, l'autocovariance n'étant pas une gaussienne normalisée, on trouvera un terme contenant le déterminant de la matrice  $\boldsymbol{\Sigma}$  en facteur :

$$S_T(\mathbf{f}) = \sigma_T^2 \pi |\boldsymbol{\Sigma}_T|^{1/2} \exp(-\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_T \mathbf{f}) + \mu_T^2 \delta(\mathbf{f}). \quad (4.54)$$

On peut noter que la contribution de la valeur moyenne  $\mu_T$  pondère une fonction de Dirac dont les moments d'ordre  $n > 0$ ,  $n \in N$  sont nuls :

$$\int_{R^2} f_x^n \delta(\mathbf{f}) d\mathbf{f} = 0.$$

La valeur moyenne du signal n'intervient donc pas dans les moments d'ordre deux du spectre. La matrice des moments d'ordre deux de la contribution de la texture est calculée par un simple changement de variable et le tenseur de structure s'exprimera en fonction de la matrice  $\Sigma_T$  :

$$\mathbf{J}_\infty = 2\sigma_T^2 \Sigma_T^{-1}. \quad (4.55)$$

Puisque par construction la matrice  $\Sigma_T$  est obtenue par la rotation unitaire  $\mathbf{R}$  d'une matrice diagonale  $\Lambda$ , son inverse  $\Sigma_T^{-1}$  est obtenue par application de la même rotation à la matrice inverse  $\Lambda$  :

$$\Sigma_T^{-1} = \mathbf{R}_\theta^T \Lambda^{-1} \mathbf{R}_\theta. \quad (4.56)$$

L'orientation locale  $\theta$  est donc obtenue par diagonalisation du tenseur de structure :

$$\mathbf{J}_\infty = \lambda_1 \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \lambda_2 \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 \quad (4.57)$$

où  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  sont les vecteurs propres et  $\lambda_1 > \lambda_2$  les valeurs propres ordonnées. Le tenseur étant proportionnel à l'inverse des moments, l'orientation principale est calculée à partir des coordonnées du second vecteur propre  $\mathbf{e}_2$ . On montre [vVV95] que l'angle peut être estimé par l'expression :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{2J_{12}}{J_{11} - J_{22}}. \quad (4.58)$$

La relation entre les valeurs propres et les longueurs de corrélation réelles seront :

$$\lambda_1 = \frac{2\sigma_T^2}{l_v^2}, \lambda_2 = \frac{2\sigma_T^2}{l_u^2} \quad (4.59)$$

De même que pour le modèle linéaire il est possible d'utiliser les mesures de l'anisotropie spatiale. Dans ce cas, on choisit :

$$A = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}. \quad (4.60)$$

car cette mesure est en relation directe avec les paramètres du modèle et contient une information indépendante de la variance  $\sigma_T^2$  du signal et donc uniquement relative à la corrélation spatiale. En effet :

$$A = 1 - \frac{l_v^2}{l_u^2}. \quad (4.61)$$

Une autre mesure utile quantifiant à la fois l'amplitude et la portée spatiale des fluctuations du signal, nommée «*énergie de texture*» est souvent employée :

$$E = \lambda_1 + \lambda_2. \quad (4.62)$$

Cette mesure est équivalente au module au carré moyen du gradient. Il est donc possible de calculer les paramètres du modèle à partir du tenseur de structure sans passer ni par l'estimation de la densité spectrale de puissance, ni par celle de la fonction d'autocovariance, ce qui est très avantageux au niveau de la puissance de calcul requise.

### 4.3.3.3 Cas du modèle multiplicatif

Nous avons montré comment estimer les paramètres spatiaux d'une texture modélisée par les noyaux gaussiens grâce à un opérateur simple nommé tenseur de structure. Nous allons maintenant établir la relation entre ce tenseur de structure et l'intensité mesurée par un capteur SAR, c'est-à-dire le modèle produit défini par l'équation (2.16) prenant en compte le speckle. Rappelons tout d'abord les caractéristiques de ce modèle.

L'intensité d'une zone non-homogène, c'est-à-dire comprenant de la texture, peut être décrite statistiquement par un produit de trois signaux aléatoires : l'intensité moyenne de la zone  $\mu_I$  considérée comme constante sur toute la zone, la variable correspondant au speckle  $F$ , modélisée comme un bruit blanc de moyenne unitaire  $\mu_F = 1$  et de variance  $\sigma_F^2 = 1/L$  et enfin la texture, champ aléatoire de moyenne unitaire  $\mu_T = 1$  et de fonction d'autocovariance  $C_T$  suivant le modèle (3.14). On notera  $P_T(\mathbf{f})$  la transformée de Fourier de la  $C_T(\mathbf{x})$ , c'est-à-dire la contribution de la texture à la densité spectrale de puissance  $S_T(\mathbf{f})$  dont l'expression a été donnée en (4.54). Le tenseur de structure correspond aux moments d'ordre deux de la densité spectrale de l'intensité. La fonction d'autocorrélation de l'intensité étant donnée par :

$$R_I(\mathbf{x}) = \mu_I^2 R_T(\mathbf{x}) R_F(\mathbf{x}) \quad (4.63)$$

avec

- $R_F(\mathbf{x})$  : fonction d'autocorrélation du speckle. Dans l'hypothèse d'un speckle decorréolé elle s'exprime suivant  $R_F(\mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x})\sigma_F^2 + \mu_F^2 = \frac{1}{L}\delta(\mathbf{x}) + 1$ .
- $R_T(\mathbf{x})$  : fonction d'autocorrélation de la texture, donnée en (4.53).

Par application de la transformée de Fourier, la densité spectrale de puissance de l'intensité est proportionnelle à la convolution spatiale de la densité spectrale de la texture avec celle du speckle :

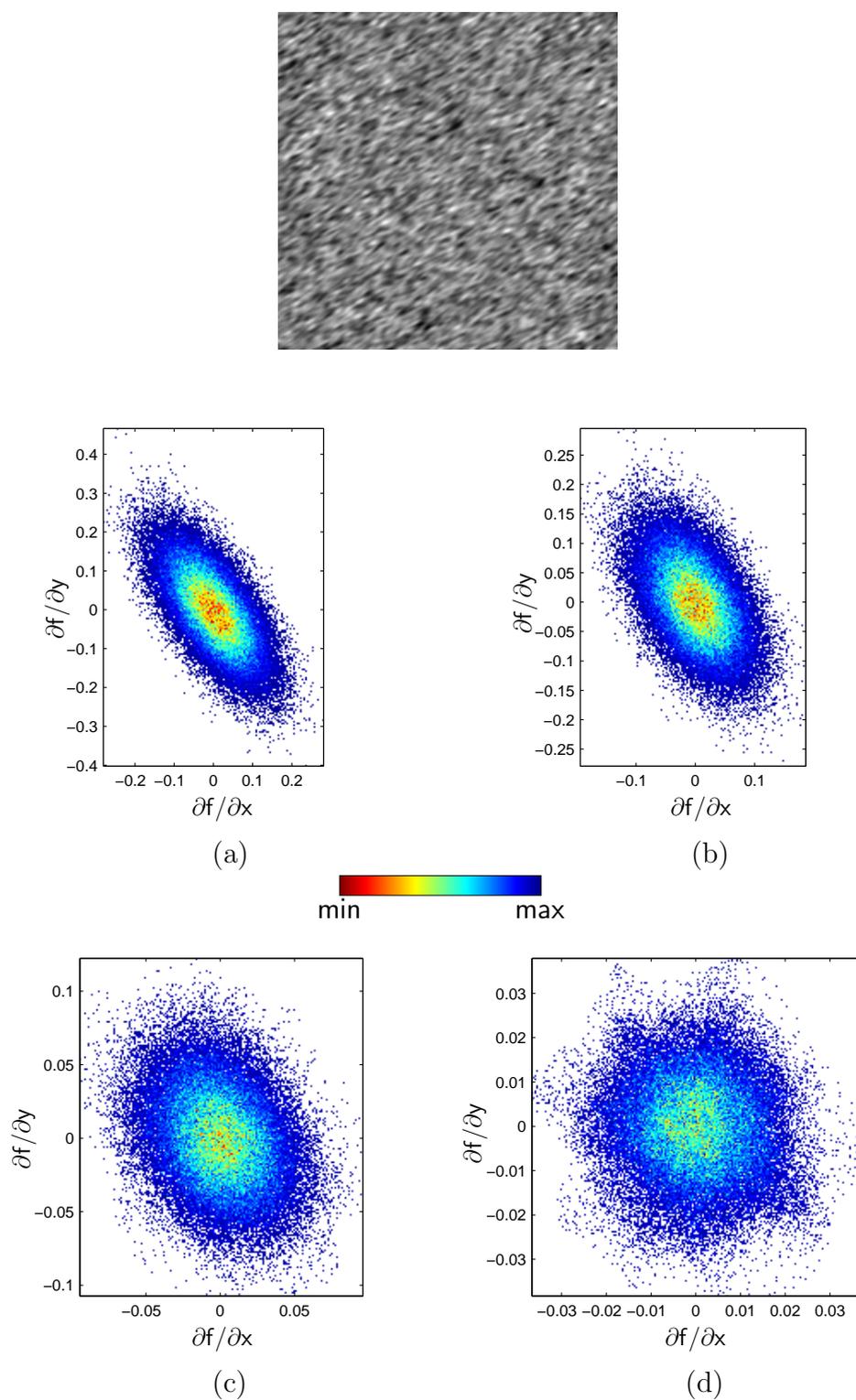
$$S_I(\mathbf{f}) = \mu_I^2 (S_T * S_F). \quad (4.64)$$

En remplaçant  $S_F = \delta(\mathbf{f}) + \frac{1}{L}$  par son expression, en introduisant  $P_T$  et en considérant le fait que  $\mu_T = 1$  on obtient l'expression de la densité spectrale de l'intensité  $I$  :

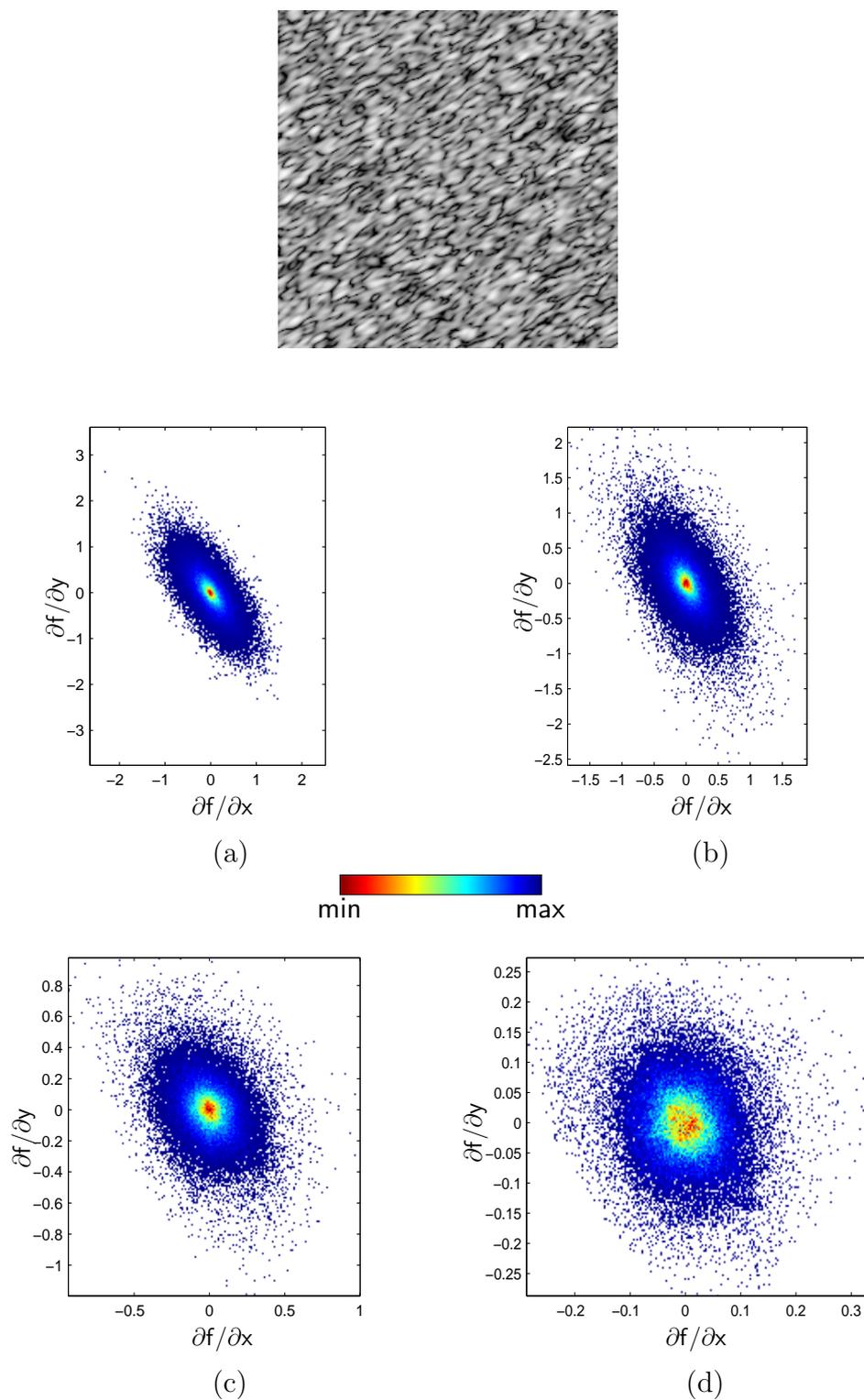
$$S_I(\mathbf{f}) = \mu_I^2 \left[ P_T(\mathbf{f}) + \delta(\mathbf{f}) + \frac{\sigma_T^2 + 1}{L} \right]. \quad (4.65)$$

où  $P_T(\mathbf{f}) = \sigma_T^2 \pi |\Sigma|^{1/2} \exp(-\pi^2 \mathbf{f}^T \Sigma \mathbf{f})$ . Le moment spatial d'ordre deux  $m_{pq}$  où les indices  $p$  et  $q$  peuvent être égaux à  $x$  ou  $y$ , est donc de la forme :

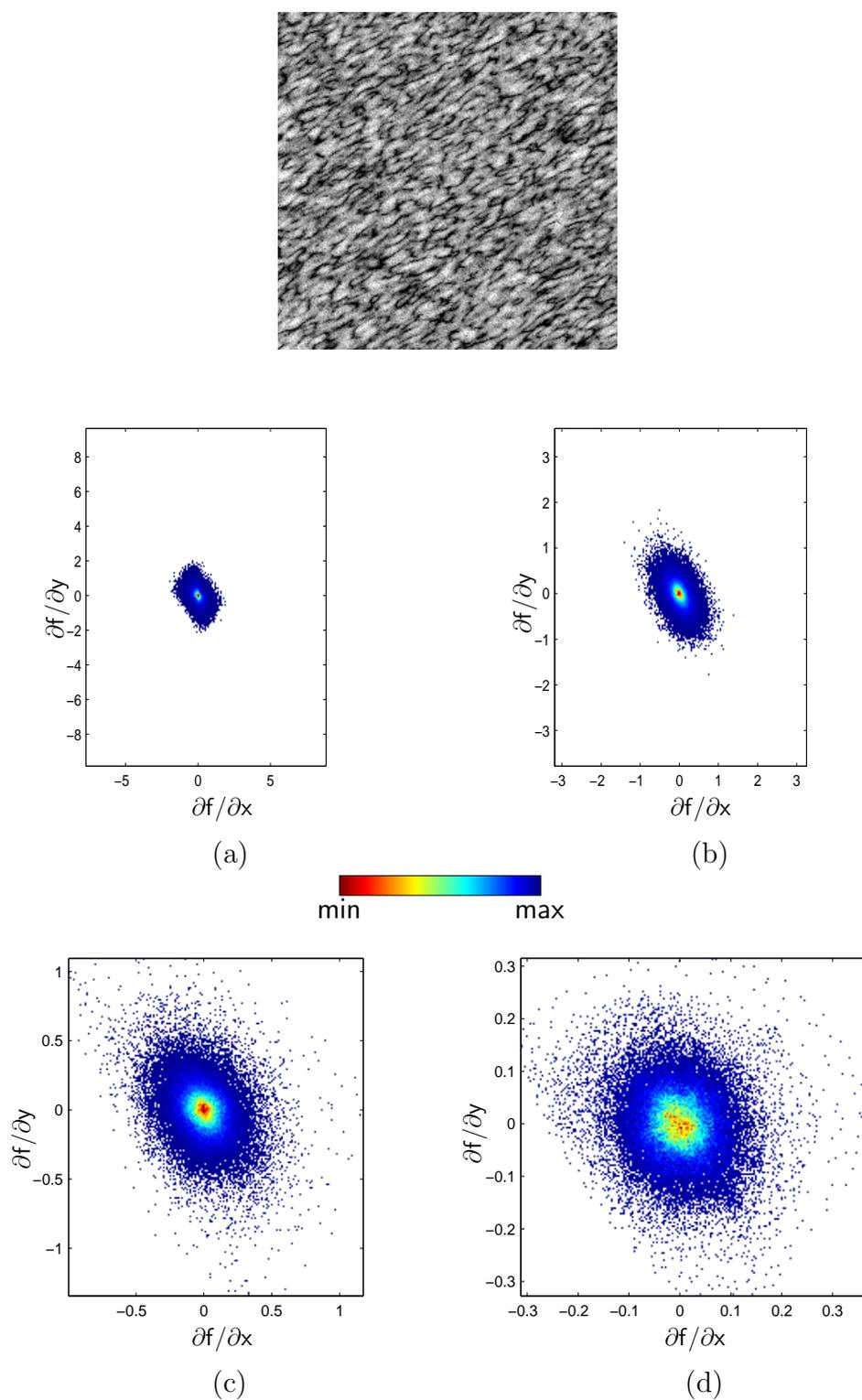
$$m_{pq} = \mu_I^2 \left( \int_{R^2} f_p f_q P_T(\mathbf{f}) d\mathbf{f} + \int_{R^2} f_p f_q \frac{\sigma_T^2 + 1}{L} d\mathbf{f} + \int_{R^2} f_p f_q \delta(\mathbf{f}) d\mathbf{f} \right). \quad (4.66)$$



**Fig. 4.13:** Histogrammes bidimensionnels des composantes du gradient sur une texture suivant une loi normale de moyenne et variance unitaires, de covariance gaussienne anisotrope avec  $l_u = 5$ ,  $l_v = 2$ ,  $\theta = \pi/6$ . Echelle du signal :  $\sigma = 0$  (a),  $\sigma = 1$  (b),  $\sigma = 2$  (c),  $\sigma = 4$  (d).



**Fig. 4.14:** Histogrammes bidimensionnels des composantes du gradient sur une texture suivant une loi gamma de covariance gaussienne anisotrope avec  $l_u = 5$ ,  $l_v = 2$ ,  $\theta = \pi/6$ , de moyenne unitaire et de paramètre de forme  $\nu = 1$ . Echelle du signal :  $\sigma = 0$  (a),  $\sigma = 1$  (b),  $\sigma = 2$  (c),  $\sigma = 4$  (d).



**Fig. 4.15:** Histogrammes bidimensionnels des composantes du gradient sur une texture suivant une loi K de covariance gaussienne anisotrope avec  $l_u = 5$ ,  $l_v = 2$ ,  $\theta = \pi/6$ . Paramètres de la loi K :  $\nu = 1$ ,  $\mu_I = 1$ ,  $L = 1$ . Echelle du signal :  $\sigma = 0$  (a),  $\sigma = 1$  (b),  $\sigma = 2$  (c),  $\sigma = 4$  (d).

Le premier terme de la somme concerne l'information de texture et le troisième terme est nul puisque pour toute fonction  $g(\mathbf{x})$ ,  $\int_{R^2} g(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x})d\mathbf{x} = g(\mathbf{0})$ . En outre, le deuxième terme pose un problème dans l'estimation des moments puisque dans le cas où  $p = q$  l'intégrale diverge.

On peut donc constater que la présence de speckle dans le signal empêche l'estimation de l'information spatiale grâce au tenseur de structure. En effet, l'opérateur dérivée n'est pas défini pour un processus stochastique affecté par du bruit car sa fonction d'autocorrélation comporte une singularité en son centre. Pour pouvoir appliquer un tel opérateur, il faut que le signal soit différentiable au sens des moindres carrés [Pap91] (p. 336-338) et cette condition n'est remplie que si sa fonction d'autocorrélation est deux fois dérivable. Afin de rendre le signal dérivable on pourra lui appliquer un filtrage avant l'estimation du tenseur de structure, ce qui revient à utiliser un tenseur similaire à celui indiqué par l'expression (4.44) mais dont l'expression adaptée à la nature stochastique de l'intensité  $I$  est :

$$\mathbf{J}_\infty = E [\nabla I_\sigma \nabla I_\sigma^T]. \quad (4.67)$$

où  $I_\sigma = K_\sigma * I$  est l'intensité filtrée par une gaussienne  $K_\sigma$  isotrope d'écart-type  $\sigma$ . A partir de cette expression, il est possible de recalculer les moments d'ordre deux de la densité spectrale en fonction des paramètres du modèle puisque la densité spectrale de l'intensité  $I_\sigma$  représentée à l'échelle  $\sigma$  s'exprime :

$$S_{I_\sigma} = S_I(\mathbf{f})|\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})|^2 \quad (4.68)$$

où  $\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})$  est la transformée de Fourier du noyau gaussien  $K_\sigma(\mathbf{x})$ .

**Cas monodimensionnel :** Afin de simplifier l'étude, nous allons dans un premier temps étudier l'influence du filtrage gaussien sur le moment spectral d'ordre deux d'une intensité monodimensionnelle  $I(x)$  suivant le modèle multiplicatif (2.16).

Suite à l'application d'un filtrage gaussien, le moment d'ordre 2 du spectre de l'intensité devient :

$$\begin{aligned} m_2 &= \int_R f^2 S_I(f) |\mathcal{K}_\sigma(f)|^2 df \\ &= \mu_I^2 \int_R f^2 \left( P_T(f) + \frac{\sigma_T^2 + 1}{L} + \delta(f) \right) |\mathcal{K}_\sigma(f)|^2 df \\ &= \mu_I^2 \left\{ \int_R f^2 P_T(f) |\mathcal{K}_\sigma(f)|^2 df + \int_R f^2 \frac{\sigma_T^2 + 1}{L} |\mathcal{K}_\sigma(f)|^2 df \right\}. \end{aligned}$$

Cette expression suggère la décomposition suivante pour le moment spectral d'ordre deux :

$$m_2 = \mu_I^2 (m_e + m_r) \quad (4.69)$$

qui mène à une conclusion importante sur l'influence du speckle et d'un filtrage gaussien sur un processus multiplicatif comprenant de la texture : à un facteur  $\mu_I^2$  près, le

moment est décomposable en une somme de deux termes  $m_e$  et  $m_r$  que nous appellerons respectivement partie *effective* et partie *résiduelle*. En effet, toute l'information concernant les paramètres spatiaux du modèle est contenue dans  $m_e$ .

De plus, pour une texture non affectée par du speckle  $m_2 = m_e$ , ce qui conduit à penser que la partie résiduelle  $m_r$  est uniquement due à la présence de la variable  $F$ . Cette dernière est relative à la variance de la texture  $\sigma_T^2$  et à celle du speckle  $\sigma_F^2 = 1/L$  mais ne contient aucune information sur les propriétés spatiales de l'image. Si le speckle est un processus de nature multiplicative, on peut noter que sa contribution sur les moments spatiaux de la densité spectrale est vue comme un terme additif dépendant des statistiques du signal.

Le filtrage gaussien du signal a pour effet de rendre l'intégrale  $m_r$  convergente puisque le moment d'ordre deux d'une gaussienne normalisée est toujours défini. L'expression de ce filtre est :

$$K_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.70)$$

et sa transformée de Fourier :

$$\mathcal{K}_\sigma(f) = \exp(-\pi^2 2\sigma^2 f^2) \quad (4.71)$$

est aussi de forme gaussienne mais non normalisée. Par changement de variable, on peut calculer le moment d'ordre deux de cette fonction afin de connaître la contribution résiduelle. On trouve (voir annexe B.2) :

$$m_r = \frac{1}{L} \frac{1 + \sigma_T^2}{16\pi^{5/2}\sigma^3}. \quad (4.72)$$

De même si l'on suppose le processus de fonction d'autocovariance gaussienne :

$$C_T = \sigma_T^2 \exp\left(-\frac{x^2}{l^2}\right) \quad (4.73)$$

où  $l$  est la longueur de corrélation du processus dont la densité spectrale centrée est :

$$P_T = \sigma_T^2 \sqrt{\pi l^2} \exp(-\pi^2 l^2 f^2), \quad (4.74)$$

en considérant le fait que le produit de deux fonctions de forme gaussienne est encore une forme gaussienne, l'expression de la partie effective est (voir annexe B.2) :

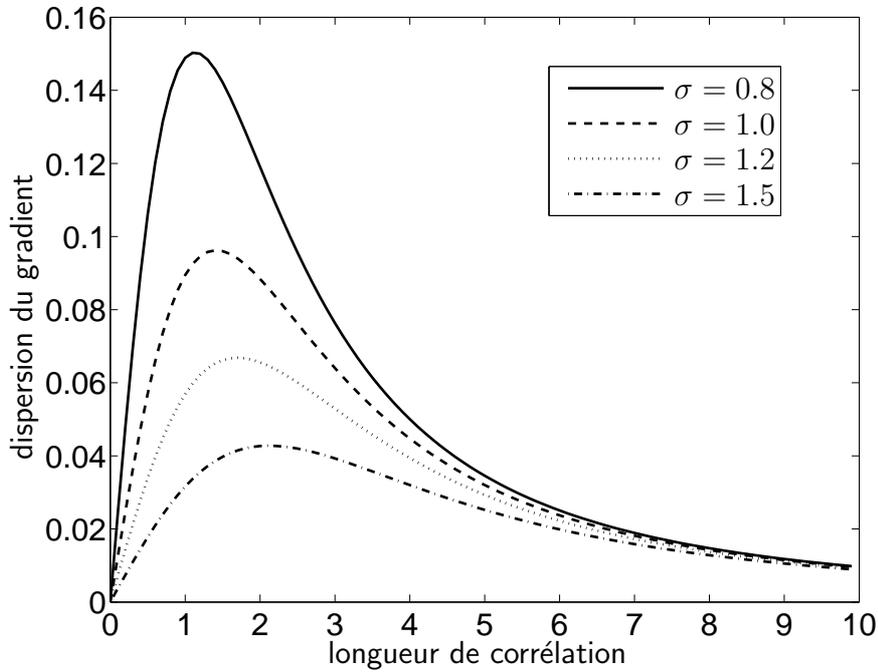
$$m_e = \frac{\sigma_T^2}{2\pi^2} \frac{l}{(l^2 + 4\sigma^2)^{3/2}}. \quad (4.75)$$

La figure 4.16 représente plusieurs tracés de cette fonction pour différentes valeurs de  $\sigma$ . On peut donc constater que le fait d'effectuer un filtrage gaussien sur l'intensité multiplicative modifie considérablement l'expression du moment d'ordre deux de la densité spectrale du processus. Le calcul de la longueur de corrélation du processus

nécessite de ce fait la résolution non triviale d'une équation non linéaire. De plus, on constate en traçant cette fonction que le nombre de ses racines est deux, ce qui permet d'affirmer que le filtrage de l'image entraîne une indétermination sur la longueur de corrélation. Cette indétermination est due au fait que les moments d'ordre deux d'un produit de gaussiennes non normalisées n'est pas la somme des moments d'ordre deux.

Au final, la relation entre le moment statistique d'ordre deux de la dérivée de l'intensité et le moment spatial d'ordre deux du spectre est :

$$E[g'(x)^2] = \mu_I^2 \left[ 2\sigma_T^2 \frac{l}{(l^2 + 4\sigma^2)^{3/2}} + \frac{1}{L} \frac{1 + \sigma_T^2}{4\sqrt{\pi}\sigma^3} \right] \quad (4.76)$$



**Fig. 4.16:** Valeur de la partie efficace de la dispersion du gradient en fonction de la longueur de corrélation dans le cas d'un signal monodimensionnel.

**Cas bidimensionnel** Nous avons montré l'influence du filtrage sur l'expression du moment spectral d'ordre deux de l'intensité SAR pour un signal monodimensionnel. Nous allons maintenant étudier cette influence lorsque l'on applique un filtrage gaussien isotrope à un signal bidimensionnel dont la fonction d'autocovariance suit le modèle des noyaux gaussiens. Cette fois-ci la quantité contenant l'information spatiale n'est plus un scalaire mais la matrice  $\mathbf{M}$  des moments d'ordre deux du spectre s'exprimant :

$$\mathbf{M} = \int_{R^2} \mathbf{f} \mathbf{f}^T S_I(\mathbf{f}) |\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f} \quad (4.77)$$

De même on obtient une décomposition équivalente à (4.69) mais en version matricielle :

$$\mathbf{M} = \mu_I^2 (\mathbf{M}_e + \mathbf{M}_r) \quad (4.78)$$

en remplaçant les expressions de  $P_T(f)$  et  $\mathcal{K}_\sigma(f)$  par leurs équivalents bivariés  $P_T(\mathbf{f})$  et  $\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})$  où

$$\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f}) = \exp(-2\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_\sigma \mathbf{f}) \quad (4.79)$$

est la transformée de Fourier bidimensionnelle du filtre gaussien isotrope normalisé :

$$K_\sigma(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_\sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}_\sigma^{-1} \mathbf{x})\right) \quad (4.80)$$

avec  $\boldsymbol{\Sigma}_\sigma = \sigma^2 \mathbf{I}_2$ ,  $\mathbf{I}_2$  étant la matrice identité  $2 \times 2$ . La matrice résiduelle est donnée par l'intégrale :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_r &= \frac{1 + \sigma_T^2}{L} \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} |\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f} \\ &= \frac{1 + \sigma_T^2}{L} \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \exp(-4\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_\sigma \mathbf{f}) d\mathbf{f}. \end{aligned}$$

Cette intégrale est calculée par un changement de variable basé sur le moment d'ordre deux d'une gaussienne multivariée (voir annexe B.2) :

$$\mathbf{M}_r = \frac{1}{L} \frac{1 + \sigma_T^2}{32\pi^3 \sigma^4} \mathbf{I}_2. \quad (4.81)$$

La matrice effective s'exprime quand à elle de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_e &= \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} P_T(\mathbf{f}) |\mathcal{K}_\sigma(\mathbf{f})|^2 d\mathbf{f} \\ &= \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \sigma_T^2 \pi \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_T|} \exp(-\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_T \mathbf{f}) \exp(-4\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_\sigma \mathbf{f}) d\mathbf{f} \\ &= \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \sigma_T^2 \pi \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_T|} \exp(-\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_S \mathbf{f}) d\mathbf{f}. \end{aligned}$$

avec  $\boldsymbol{\Sigma}_S = \boldsymbol{\Sigma}_T + 4\boldsymbol{\Sigma}_\sigma$ . On peut remarquer que le filtrage modifie les paramètres de la fonction d'autocovariance mais utiliser un filtre gaussien isotrope présente l'avantage considérable de conserver une forme gaussienne d'autocorrélation et donc de densité spectrale. En effet, le fait d'ajouter à la matrice de corrélation spatiale  $\boldsymbol{\Sigma}_T$  une matrice  $\boldsymbol{\Sigma}_\sigma$  proportionnelle à l'identité ajoute cette constante de proportionnalité aux valeurs propres, et laisse les vecteurs propres inchangés. De même que pour un signal monodimensionnel, le filtrage gaussien appliqué sur un signal bidimensionnel modifie de façon conséquente ses statistiques d'ordre deux. Ainsi, la matrice effective des moments de la densité spectrale s'exprime comme une équation matricielle non-linéaire en fonction des paramètres du signal non bruité et non filtré (voir annexe B.2) :

$$\mathbf{M}_e = \frac{\sigma_T^2}{2\pi^2} \frac{|\boldsymbol{\Sigma}_T|^{1/2}}{|\boldsymbol{\Sigma}_S|^{1/2}} \boldsymbol{\Sigma}_S^{-1}. \quad (4.82)$$

L'effet du filtrage sur le moment affecte donc les valeurs propres mais laisse l'orientation inchangée car l'on peut toujours écrire la matrice  $\Sigma_S$  comme étant issue de la rotation  $\mathbf{R}_\theta$ . En effet :

$$\Sigma_S = \mathbf{R}_\theta^T \Lambda_S \mathbf{R}_\theta \quad (4.83)$$

où la matrice  $\Lambda_S$  est diagonale :

$$\Lambda_S = \begin{pmatrix} l_u^2 + 4\sigma^2 & 0 \\ 0 & l_v^2 + 4\sigma^2 \end{pmatrix} \quad (4.84)$$

Si l'on exprime les déterminants  $|\Sigma_T| = |\Lambda_T|$  et  $|\Sigma_S| = |\Lambda_S|$ , l'expression de la matrice des moments d'ordre deux devient :

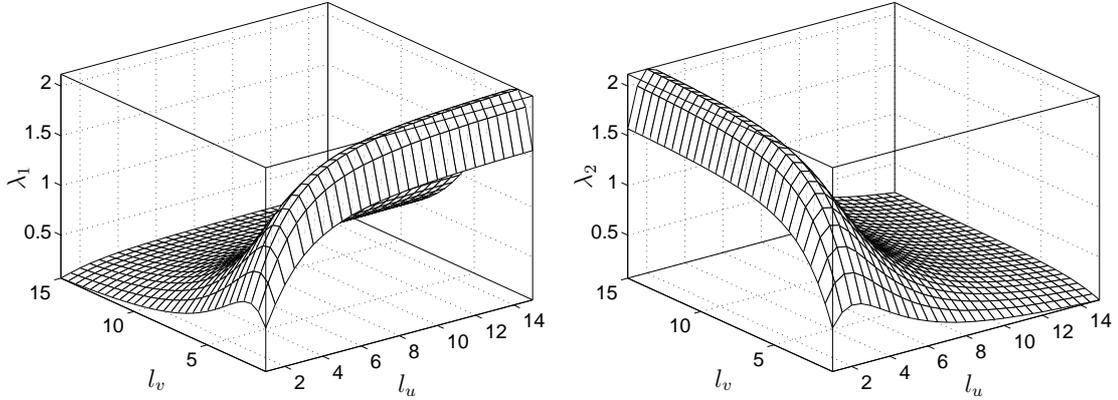
$$\mathbf{M}_e = \frac{\sigma_T^2}{2\pi^2} \sqrt{\frac{l_u^2 l_v^2}{(l_u^2 + 4\sigma^2)(l_v^2 + 4\sigma^2)}} \Sigma_S^{-1}. \quad (4.85)$$

Le tenseur de structure mesuré sur une telle intensité étant directement proportionnel à la matrice des moments puisque  $\mathbf{J}_\infty = 4\pi^2 \mathbf{M}$ , il vient au final :

$$\mathbf{J}_\infty = \mu_I^2 \left[ 2\sigma_T^2 \sqrt{\frac{l_u^2 l_v^2}{(l_u^2 + 4\sigma^2)(l_v^2 + 4\sigma^2)}} \Sigma_S^{-1} + \frac{1}{L} \frac{1 + \sigma_T^2}{8\pi\sigma^4} \mathbf{I}_2 \right] \quad (4.86)$$

Il apparaît donc que la relation entre la matrice des moments spectraux d'ordre deux de la texture bruitée par du speckle et pré filtrée n'est plus triviale comme dans le cas d'une texture non bruitée (*cf.* équation (4.55)). En effet, non seulement l'équation matricielle (4.86) est fortement non linéaire, mais le problème n'est plus séparable puisque la valeur d'une des valeurs propres du tenseur de structure dépend à la fois des deux longueurs de corrélation du modèle gaussien anisotrope. Puisqu'il n'existe pas de solution analytique triviale pour ce type d'équation, il est nécessaire d'appliquer un algorithme de résolution numérique afin d'obtenir la valeur des longueurs de corrélation. De plus, le tracé des valeurs propres du terme effectif (la somme des termes effectif et résiduel est la même fonction à une constante près) en fonction des longueurs de corrélation présenté sur la figure 4.17 suggère que chaque couple de valeurs propres peut correspondre à deux couples de longueurs de corrélation distinctes. Il faudra donc tenir compte de la non-unicité de la solution dans la procédure d'inversion numérique de l'équation.

Les figures 4.13, 4.14 et 4.15 représentent les histogrammes bidimensionnels du vecteur gradient pour respectivement une texture de loi gaussienne, une texture de loi Gamma, et une texture de loi K dont les paramètres sont précisés dans le texte des légendes. On peut constater l'effet du filtrage sur l'histogramme du gradient, qui devient de moins en moins anisotrope à mesure que l'on augmente le filtrage d'échelle  $\sigma$ . On peut aussi observer l'influence du speckle, qui modifie fortement la distribution spatiale du gradient. Un filtrage avec une valeur faible de  $\sigma$  de la texture affectée de speckle permet de retrouver une certaine anisotropie. Une valeur de  $\sigma$  trop importante causera une perte d'information sur l'orientation locale.



**Fig. 4.17:** Valeurs propres de la matrice effective en fonction des longueurs de corrélation pour une valeur de préfiltrage  $\sigma = 1.2$ .

#### 4.3.4 Algorithme d'estimation des paramètres du modèle

Afin de pouvoir évaluer le comportement du tenseur de structure sur des textures SAR de covariance spatiale non-stationnaire, nous définissons, comme dans le chapitre précédent un algorithme d'estimation des longueurs de corrélation, basé cette fois sur l'estimation du tenseur de structure et l'inversion numérique du système non-linéaire (4.86). Pour l'estimation locale, on pourra utiliser la formule classique du tenseur de structure avec une fenêtre gaussienne (4.44) ou bien, afin d'obtenir des résultats plus aisément comparables avec les méthodes classiques spécifiques au SAR, le tenseur pourra être calculé sur une fenêtre carrée de dimension  $N_s \times N_s$ .

La procédure est la suivante :

1. Choix de la valeur du paramètre de préfiltrage  $\sigma$  et de la taille de la fenêtre d'estimation (ou de l'échelle d'estimation  $\rho$  si l'on choisit une fenêtre de pondération gaussienne.)
2. Estimation du tenseur de structure et de ses valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  pour chaque position  $\mathbf{x} = [x, y]^T$  de l'image. L'estimée  $\hat{\theta}$  de l'angle est directement donnée par la relation (4.58).
3. Estimation des statistiques locales  $\hat{\mu}_I$  et  $\hat{\sigma}_T^2$ .
4. Calcul de la partie effective du tenseur par correction des valeurs propres. L'expression des valeurs propres corrigées est :

$$\tilde{\lambda}_j = \frac{1}{2\hat{\sigma}_T^2} \left( \frac{\lambda_j}{\hat{\mu}_I^2} - \frac{1}{L} \frac{1 + \hat{\sigma}_T^2}{8\pi\sigma^2} \right) \quad (4.87)$$

5. Résolution numérique de l'équation avec deux initialisations différentes :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\lambda}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{\lambda}_2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{l_u^2 l_v^2}{(l_u^2 + 4\sigma^2)(l_v^2 + 4\sigma^2)}} \begin{pmatrix} (l_u^2 + 4\sigma^2)^{-1} & 0 \\ 0 & (l_v^2 + 4\sigma^2)^{-1} \end{pmatrix} \quad (4.88)$$

pour obtenir deux couples de solutions  $(l_{u,1}^*, l_{v,1}^*)$  et  $(l_{u,2}^*, l_{v,2}^*)$ .

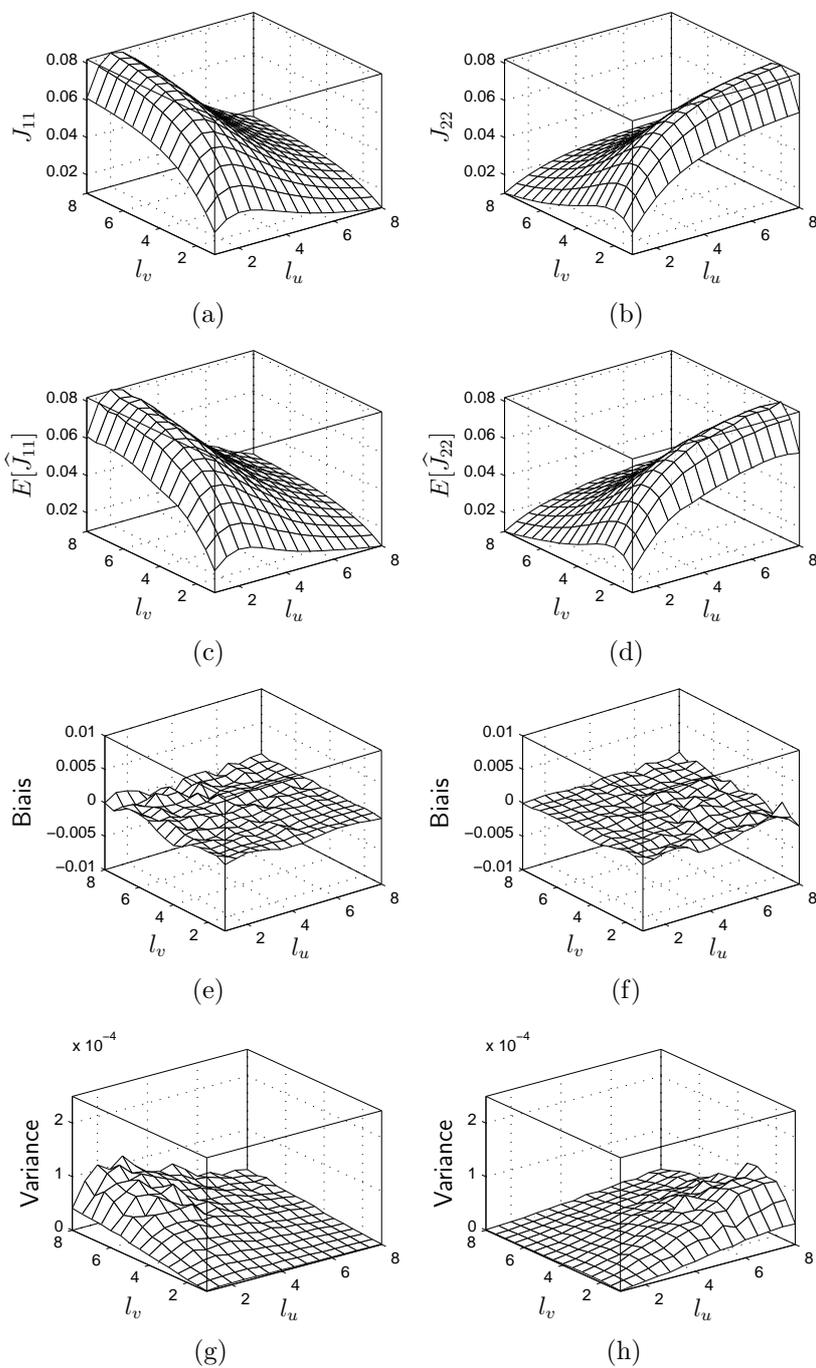
## 4.4 Validation des méthodes

### 4.4.1 Textures stationnaires

Il a été vu précédemment que l'inversion des paramètres du modèle à partir du tenseur de structure était rendue complexe à cause de la nécessité d'introduire un préfiltrage dans la procédure afin de rendre le gradient estimable. De plus, la distribution théorique du tenseur de structure étant inconnue, l'étude du comportement de cet estimateur est effectuée grâce à des simulations sur signaux stationnaires. La procédure d'estimation peut être subdivisée en trois étapes principales qui sont le calcul du tenseur, la diagonalisation de ce dernier et l'inversion des valeurs propre conduisant aux longueurs de corrélation du modèle gaussien anisotrope. Le nombre de paramètres pouvant varier étant très important (nombre d'échantillons, puissance du bruit, échelle du préfiltrage, etc.), il convient de décomposer l'étude afin d'étudier le comportement des estimées pour chaque étape de l'algorithme.

**Moment d'ordre deux** Nous avons en premier lieu étudié l'estimation des moments d'ordre deux du gradient indépendamment de l'angle d'orientation. Nous avons donc simulé des textures pour un angle  $\theta$  fixé à zéro et pour un nombre  $N = 300$  de réalisations de texture nous avons étudié l'influence des différents paramètres sur l'estimée de ces moments. Les résultats sont présentés sur les figures 4.18 à 4.21 dans ce chapitre et pour des raisons de clarté, le reste des figures, étudiant l'influence des paramètres  $L$  et  $\sigma$  ont été reportées en annexe A. La figure 4.18 montre les valeurs réelles et estimées des moments en  $x$  et en  $y$ , ainsi que le biais et la variance de ces estimateurs pour un grand nombre d'échantillons et une puissance de bruit faible. On constate de premier abord que les deux estimateurs se comportent de façon symétrique, aussi l'étude est effectuée uniquement sur le moment en  $y$  par la suite. L'observation de la valeur estimée et du biais dans ces conditions montrent bien que la valeur des moments en fonction des longueurs de corrélation vérifie bien l'équation 4.86.

L'influence du nombre d'échantillons est ensuite évaluée figures (4.19 à 4.21). L'observation du biais montre que l'estimateur des moments d'ordre deux du gradient possède le comportement d'un estimateur asymptotiquement non biaisé. Le biais est globalement nul quand les deux longueurs de corrélation atteignent de grandes valeurs. On peut en revanche noter une augmentation du biais conduisant à une sous-estimation importante pour une petite taille de fenêtre et une grande valeur de la longueur de corrélation dans la direction orthogonale au moment. La variance de l'estimateur semble très fortement liée à la valeur réelle et croît avec cette dernière. Elle affiche donc un comportement multiplicatif, ce qui n'est pas surprenant si l'on considère la nature statistique du modèle de bruit. Sa valeur diminue globalement avec le nombre d'échantillons et devient rapidement d'un ordre de grandeur négligeable par rapport à la valeur moyenne de l'estimée. Les figures A.1 à A.3 reportées en annexe montrent l'influence du nombre de vues de la texture simulée sur l'estimation. Cette influence semble assez faible, ce qui laisse supposer que l'effet du speckle est suffisam-



**Fig. 4.18:** Estimation des moments pour les paramètres  $N = 300$ ,  $N_s = 128$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .

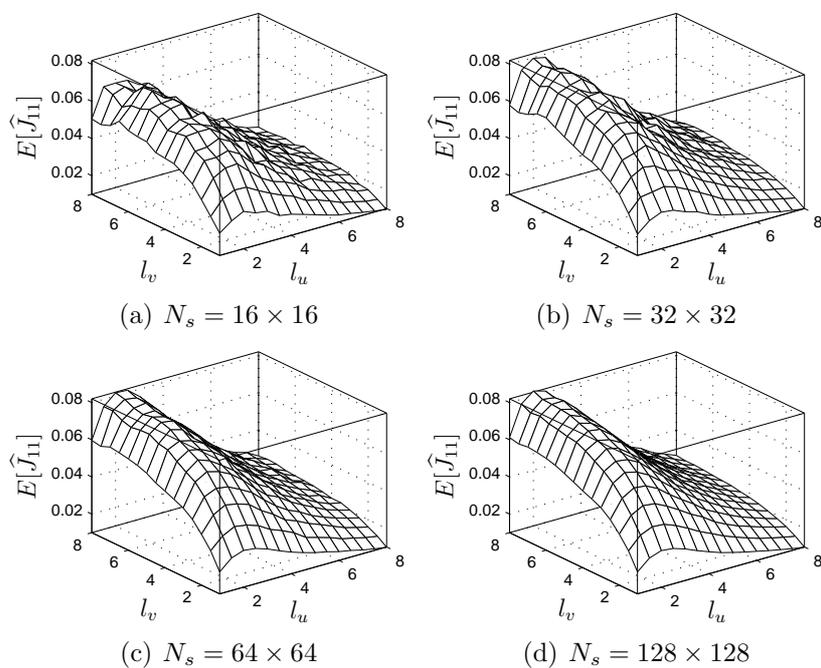
ment réduit, même pour les tailles de fenêtre les plus petites. Cela conduit à penser que les erreurs éventuelles sur l'estimée sont principalement dues au processus aléatoire de texture. En effet, un processus corrélé spatialement nécessite un plus grand nombre d'échantillons pour parvenir à une estimation non biaisée de ses statistiques, comme exposé en section 3.4.2 et dans la référence [OQ98] p. 106.

Un autre paramètre important est l'échelle  $\sigma$  du filtre gaussien appliqué avant l'estimation du gradient. En effet, ce terme intervient dans la partie effective du moment et change considérablement la forme de la fonction, comme illustré par la figure A.4. On constate en effet que pour des valeurs faibles de  $\sigma$  la fonction est presque monotone décroissante dans la direction de  $l_u$  alors que pour des grandes valeurs la courbe varie de façon beaucoup plus lente et l'équation non linéaire présente deux solutions bien distinctes. L'observation des figures A.5 à A.7 montre que le biais est peu dépendant de la valeur de sigma et reste globalement nul. En revanche la variance dépend fortement de ce paramètre, surtout pour de petites valeurs de  $l_u$  et  $l_v$  et augmente lorsque l'on réduit  $\sigma$ .

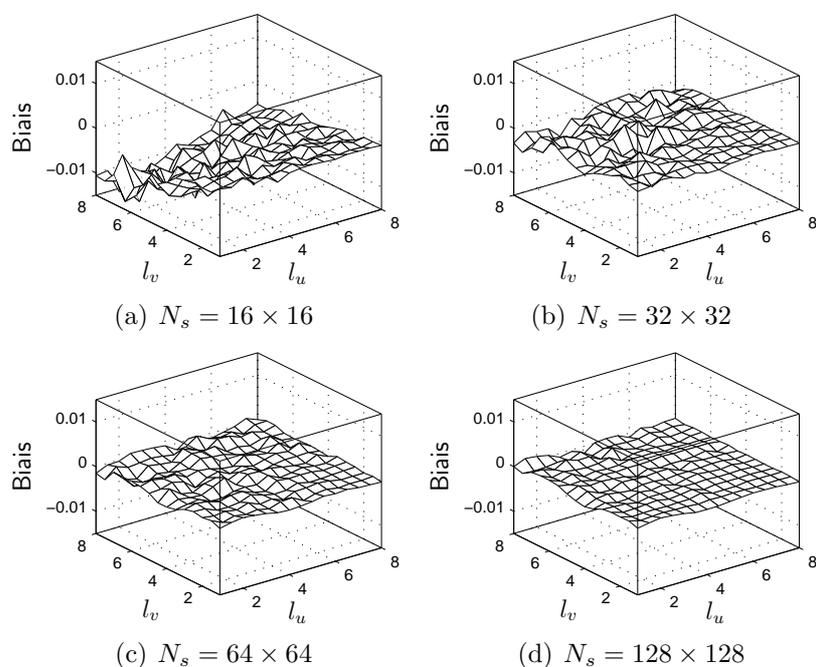
**Inversion des moments d'ordre deux** L'inversion des moments d'ordre deux conduisant à la valeur estimée de la longueur de corrélation a été étudiée, sans tenir compte dans un premier temps de l'influence de l'estimation des valeurs propres. L'inversion numérique de l'équation non linéaire est donc effectuée sur des textures présentant un angle d'orientation nul comme au paragraphe précédent, ce qui permet de s'affranchir du calcul des valeurs propres puisqu'elles se confondent avec les termes diagonaux de la matrice des moments. L'algorithme de recherche des zéros utilisé dans cette section est la fonction de minimisation `lsqnonlin` de la boîte d'outils d'optimisation du logiciel MATLAB. Deux couples de valeurs de corrélations ont été estimés pour chaque couple de valeurs propres en initialisant de deux manières différentes l'algorithme de recherche des zéros. Les valeurs initiales choisies sont les couples (1, 1) et (5, 5).

Les figures 4.22 à 4.24 et A.8 à A.13 montrent les résultats d'inversion de la solution obtenue à partir de la première valeur d'initialisation et les figures 4.25 à 4.27 et A.14 à A.19 correspondent à la seconde valeur initiale. Les résultats de biais et de variance des valeurs estimées peuvent être expliqués de manière qualitative par l'observation de la forme de la fonction non linéaire des moments d'ordre deux en fonction des longueurs de corrélation réelles. En effet, la variance dépendra non seulement de la variance de l'estimée du moment, mais aussi de la pente de la fonction non linéaire. Plus la pente est élevée plus la localisation de la racine est précise et moins elle est perturbée par le caractère aléatoire des signaux (speckle et variance du processus de texture spatiale), la variance de l'estimée est donc d'autant plus faible.

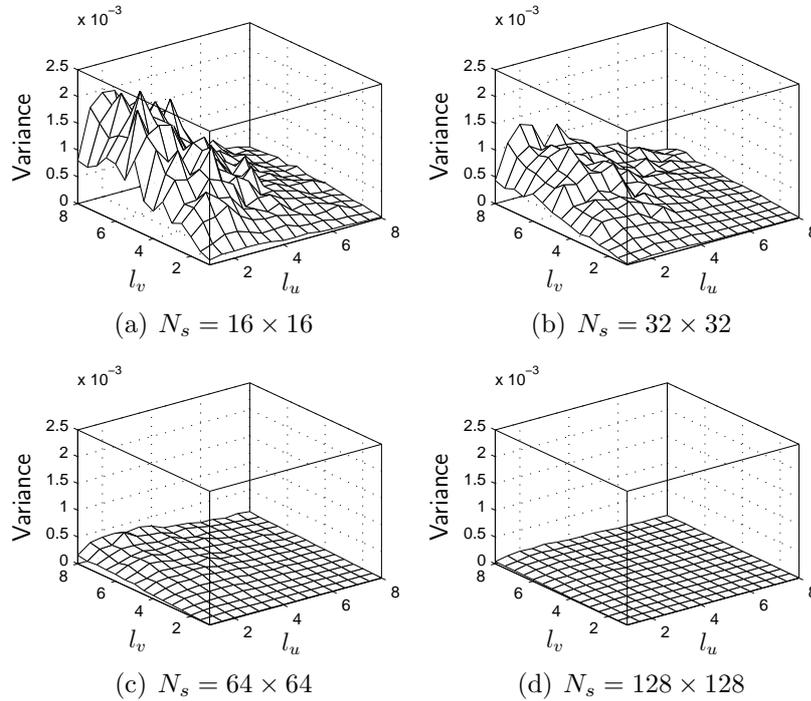
**Solution 1.** On peut observer que globalement la variance semble augmenter avec la valeur réelle de la longueur de corrélation. L'observation de la fonction linéaire montre que pour la solution 1 la pente de la fonction diminue quand  $l_u$  augmente, ce qui peut expliquer cette augmentation. Le biais est nul pour de petites valeurs des longueurs de corrélation ou des anisotropies importantes, mais un biais négatif



**Fig. 4.19:** Estimée de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre d'échantillons  $N_s$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



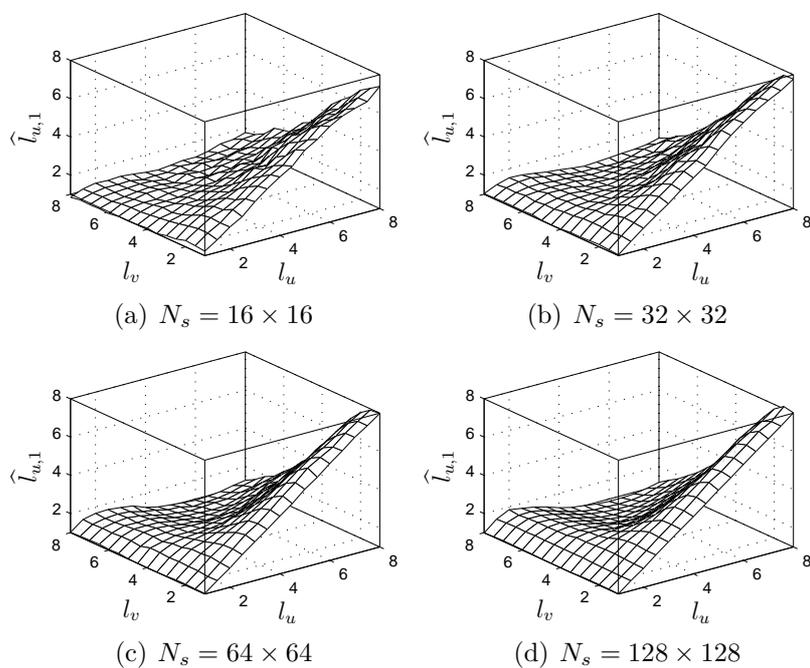
**Fig. 4.20:** Biais de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre d'échantillons  $N_s$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



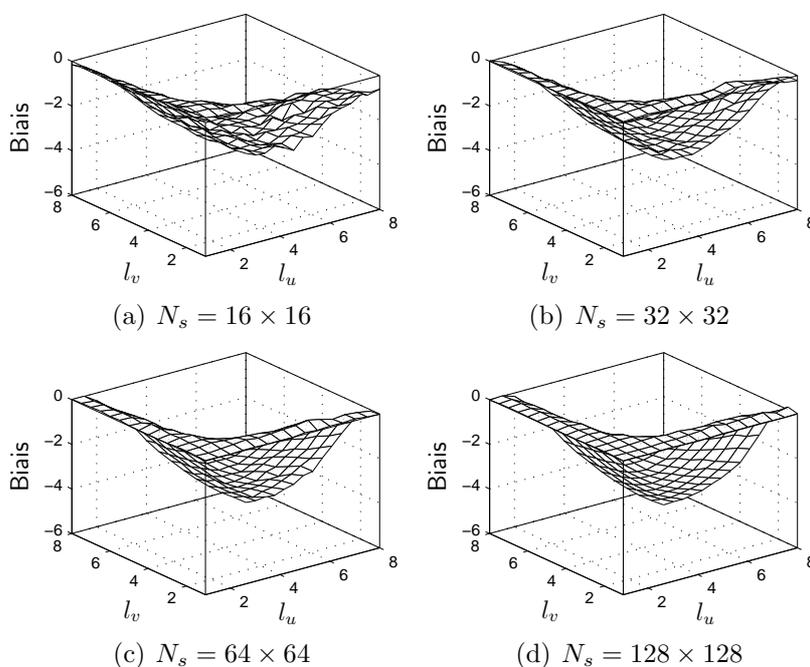
**Fig. 4.21:** Variance de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre d'échantillons  $N_s$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .

apparaît pour les valeurs qui ne peuvent plus être estimées par la première solution. L'influence du nombre d'échantillons sur l'estimée est une diminution globale de la variance de l'estimée lorsque l'on augmente  $N_s$ . L'augmentation du nombre de vues  $L$  possède une influence très réduite sur le biais, et provoque une diminution de la variance mais son influence est minime par rapport à celle du nombre d'échantillons. Au contraire, le fait de changer la paramètre de pré-filtrage  $\sigma$  a une influence très forte sur le biais et la variance ce qui est attendu dans la mesure où ce paramètre influe sur la forme de la fonction non linéaire.

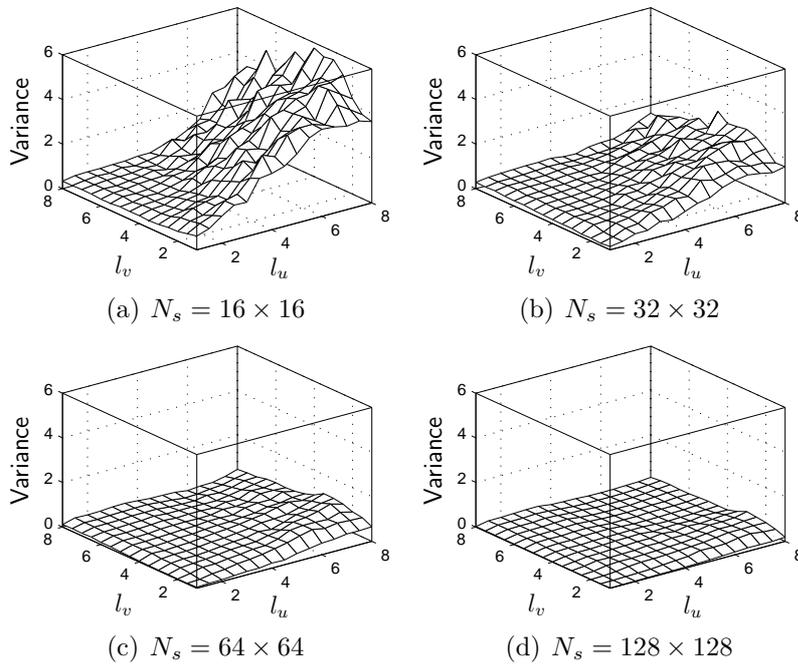
**Solution 2.** On peut formuler la même remarque que précédemment sur la variance qui augmente globalement en fonction de la pente observée de la fonction non-linéaire. Le biais devient lui globalement positif, car la solution 2 est définie sur un domaine où les valeurs des longueurs de corrélation sont globalement plus importantes. On peut formuler les mêmes remarques que celles émises pour la solution 1, à savoir une diminution de variance et de biais en valeur absolue pour une augmentation du nombre d'échantillons. Il est à noter que les axes ont été inversés pour une meilleure visualisation du biais. Le nombre de vues  $L$  conditionne cette fois-ci de manière plus importante la variance puisque les pentes sont globalement plus faibles dans la région de la solution 1, l'inversion est perturbée de manière plus importante par le bruit. La réduction de la puissance du speckle entraîne donc une diminution significative de variance. On peut en outre noter le fait que la solution 2 estime de



**Fig. 4.22:** Estimée de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



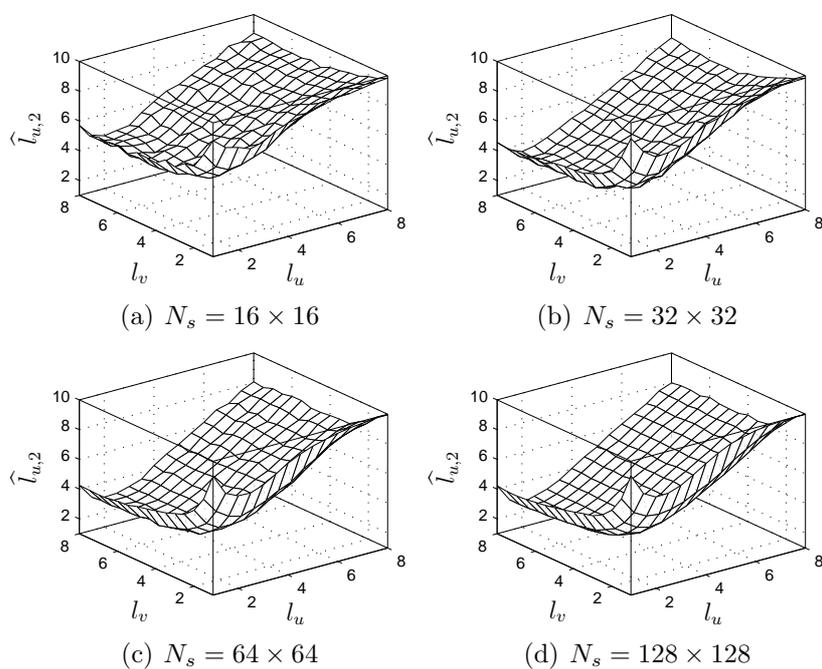
**Fig. 4.23:** Biais de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



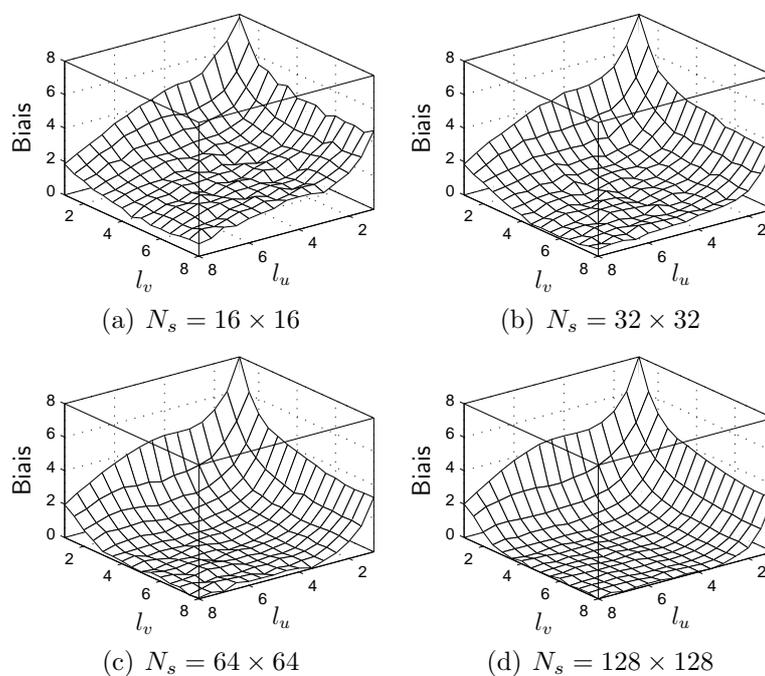
**Fig. 4.24:** Variance de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .

manière quasi uniforme la bonne valeur de longueur de corrélation pour des petites valeurs du paramètre  $\sigma$ . Ceci est expliquable par le fait que pour de petites valeurs des longueurs de corrélation, les deux solutions de l'équation non-linéaire sont très proches l'une de l'autre. En revanche, l'augmentation de la variance en fonction de la longueur de corrélation est très gênante pour l'estimation avec de telles valeurs de  $\sigma$ .

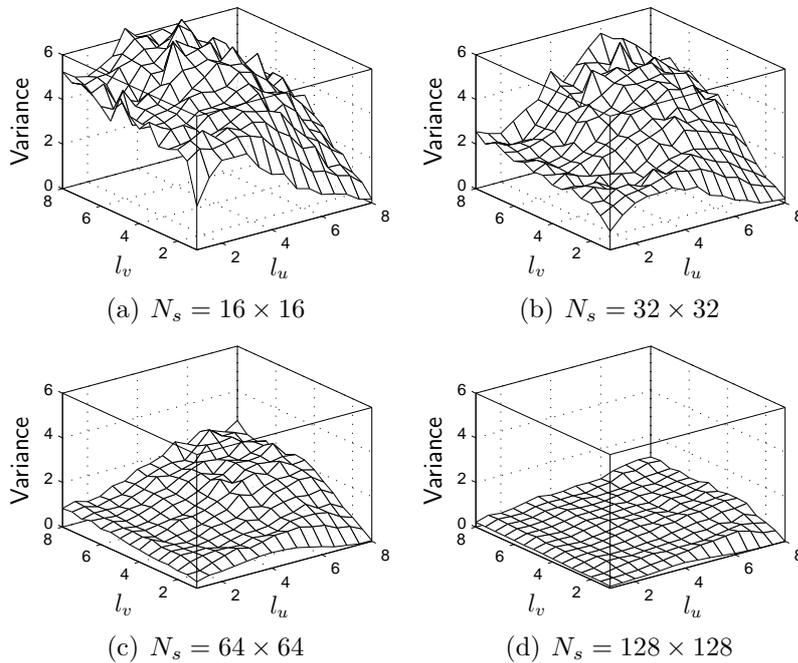
**Valeurs propres** Enfin, pour compléter cette étude sur les signaux stationnaires, nous avons étudié l'influence de l'estimation des valeurs propres et des statistiques locales  $\hat{\mu}_I$  et  $\hat{\sigma}_T^2$  nécessaires à l'inversion des longueurs de corrélation sur données réelles (figures A.20 et A.21). Les textures ont été cette fois simulées pour une puissance maximale du speckle ( $L = 1$ ) afin de se placer dans une situation proche du cas applicatif de l'estimation des paramètres sur des données mono-vue. On constate que les valeurs propres estimées suivent bien le comportement décrit au chapitre précédent, à savoir une surestimation de la valeur la plus élevée et une sous-estimation de la valeur la plus faible, ainsi qu'une singularité pour le cas  $\lambda_1 = \lambda_2$ . En ce qui concerne l'inversion, on peut remarquer que la nécessité d'estimer les statistiques locales provoque une forte augmentation de la variance, qui devient gênante pour des grandes valeurs de  $l_u$ . On peut donc globalement conclure que, si l'équation non linéaire liant les valeurs propres du tenseur de structure aux longueurs de corrélation décrit bien la texture multiplicative affectée par le speckle et que les valeurs du biais sont quasi-nulles pour un nombre suffisant d'échantillons, la variance des estimées dépend fortement de la valeur réelle, ce qui pose des problèmes de stabilité en ce qui



**Fig. 4.25:** Estimée de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



**Fig. 4.26:** Biais de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .



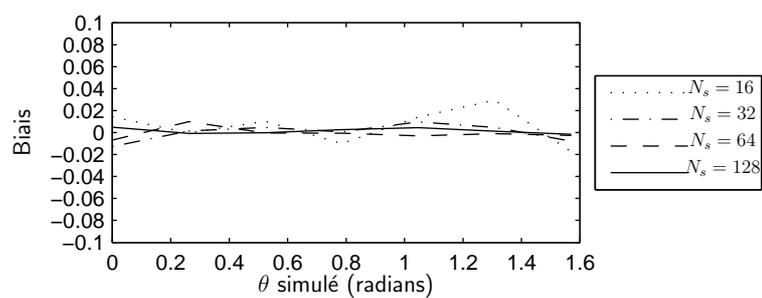
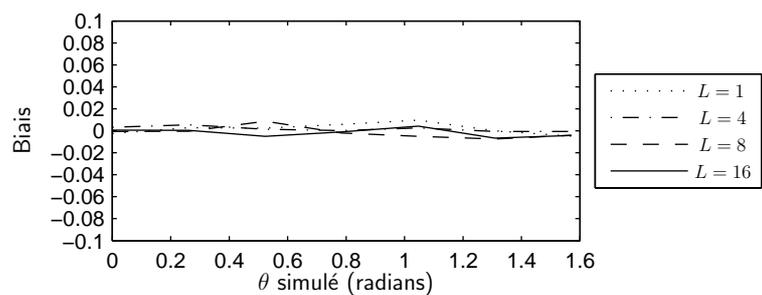
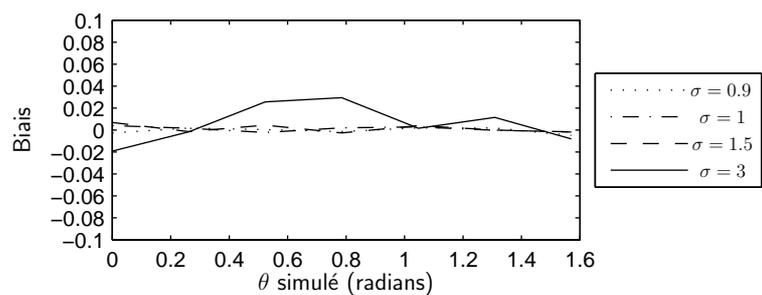
**Fig. 4.27:** Variance de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre d'échantillons. Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $L = 8$  et  $\sigma = 1.5$ .

concerne l'inversion numérique de la fonction. De plus, la non-unicité des solutions due à la perte d'information suite au pré-filtrage constitue une difficulté supplémentaire quant à l'estimation des longueurs de corrélation par le tenseur de structure. L'application de l'inversion des longueurs de corrélation à partir du tenseur de structure sur une réalisation est donc problématique.

**Angle d'orientation** La figure 4.28 montre le biais estimé de l'angle d'orientation pour une série de  $N = 300$  réalisations d'une texture stationnaire de paramètres  $L_u = 5$ ,  $L_v = 2$  et  $\theta$  variant de  $0$  à  $\pi/2$ . L'influence des paramètres  $N_s$ ,  $L$  et  $\sigma$  est étudiée. On peut tout d'abord constater, que le biais ne dépasse jamais  $0.04$  radian en valeur absolue, ce qui est faible. L'angle est donc bien estimé pour toutes les valeurs des paramètres, avec de meilleures performances pour un nombre élevé d'échantillons. L'estimation semble légèrement dégradée quand la valeur de  $\sigma$  est élevée, ce qui n'est pas surprenant car le filtrage gaussien isotrope tend à diminuer l'anisotropie de la texture, rendant ainsi l'estimation de  $\theta$  plus incertaine. Le nombre de vues  $L$  n'influe quand à lui quasiment pas sur l'estimation de ce paramètre.

#### 4.4.2 Textures non-stationnaires

La méthode d'inversion a été étudiée dans le cas des quatre simulations de textures non stationnaires de la même manière qu'au chapitre précédent. Afin d'alléger le contenu seuls les paramètres d'intérêt ont été retenus pour chaque texture. On étudiera donc

(a)  $L = 8, \sigma = 1.5$ (b)  $N_s = 64, \sigma = 1.5$ (c)  $N_s = 64, L = 8$ 

**Fig. 4.28:** Influences des paramètres  $N_s$ ,  $L$  et  $\sigma$  sur le biais estimé de l'angle d'orientation  $\theta$  pour  $N = 300$  réalisations d'une texture de paramètres  $\nu = 1, \mu_I = 1$ .

l'estimation d'une des longueurs de corrélation pour la texture 1, les valeurs réelles étant identiques. Pour la texture 2 seule l'estimation de la longueur de corrélation variable  $l_u$  est étudiée. La texture 3 possédant des longueurs de corrélations fixes et un angle  $\theta$  variable, on représentera l'estimée de ce dernier. De la même manière, on représentera pour la texture 4 seulement  $l_u$  et  $\theta$ . Les résultats sont montrés pour quatre valeurs différentes du paramètre de préfiltrage  $\theta = 0.9, 1, 1.5, 3$  et une taille de fenêtre  $N_s = 63 \times 63$  sur les figures, reportées en annexe, A.22 à A.29. Le domaine de recherche des longueurs de corrélation a été limité entre 0 et 10, les valeurs réelles simulées étant comprises dans ce domaine.

On peut globalement conclure que l'estimation des longueurs de corrélation par inversion de l'équation linéaire liant le tenseur de structure à ces dernières est peu fiable. Il est en effet difficile de prévoir laquelle des deux solutions va estimer de façon correcte la longueur de corrélation réelle. On peut en outre noter des instabilités numériques d'inversion dues à la nature bruitée des textures. On constate cependant que pour les textures test 1, 2 et 3 les meilleurs résultats sont donnés par la solution 2 pour de petites valeurs de  $\sigma$ . En revanche, on peut noter la très bonne performance de cette méthode pour l'estimation de l'angle d'orientation  $\theta$ , quelque soit la valeur de  $\sigma$ , puisque dans tous les cas l'évolution spatiale de l'angle est fidèlement reproduite.

### 4.4.3 Données réelles

#### 4.4.3.1 Données mono-canal

La figure A.30 montre les deux solutions obtenues par inversion numérique de la longueur de corrélation basée sur la méthode proposée en 4.3.4. On constate que les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants car les deux solutions sont très différentes des résultats obtenus par la méthode directe présentée au chapitre 3. Ceci peut être dû à des problèmes d'inversion numérique, au fait que les moments spectraux se comportent différemment pour une texture non stationnaire et à la complexité de la fonction à inverser.

L'estimation des longueurs de corrélation par inversion de l'équation non linéaire précédemment présentée étant peu fiable à cause des raisons évoquées précédemment et de l'absence d'existence d'une solution unique à ce problème, nous proposons une approximation afin de retrouver des caractéristiques spatiales du signal à partir du tenseur. On considère, en accord avec la théorie du *scale-space linéaire gaussien* [Lin94], que l'image peut être représentée à différentes échelles, ces échelles étant obtenues par convolution du signal avec un noyau gaussien isotrope. Ainsi, le paramètre de pré-filtrage  $\sigma$  du tenseur peut être vu comme un paramètre de contrôle d'échelle. Au lieu d'estimer les longueurs de corrélation de la texture sous-jacente de l'image SAR, on pourra caractériser les variations spatiales de l'ensemble speckle/texture représenté à l'échelle  $\sigma$ . On suppose alors, que pour un filtrage suffisant, le speckle n'influe plus et que l'on estime les longueurs de corrélation de la texture vue à cette échelle. On peut

alors appliquer les relations (4.59) qui nous permettent d'obtenir directement :

$$l_u = \sqrt{\frac{2\sigma_T^2}{\lambda_2}}, l_v = \sqrt{\frac{2\sigma_T^2}{\lambda_1}}. \quad (4.89)$$

Si ces grandeurs ne correspondent pas aux longueurs réelles de corrélation, elle permettent d'observer de façon qualitative les fluctuations spatiales du signal.

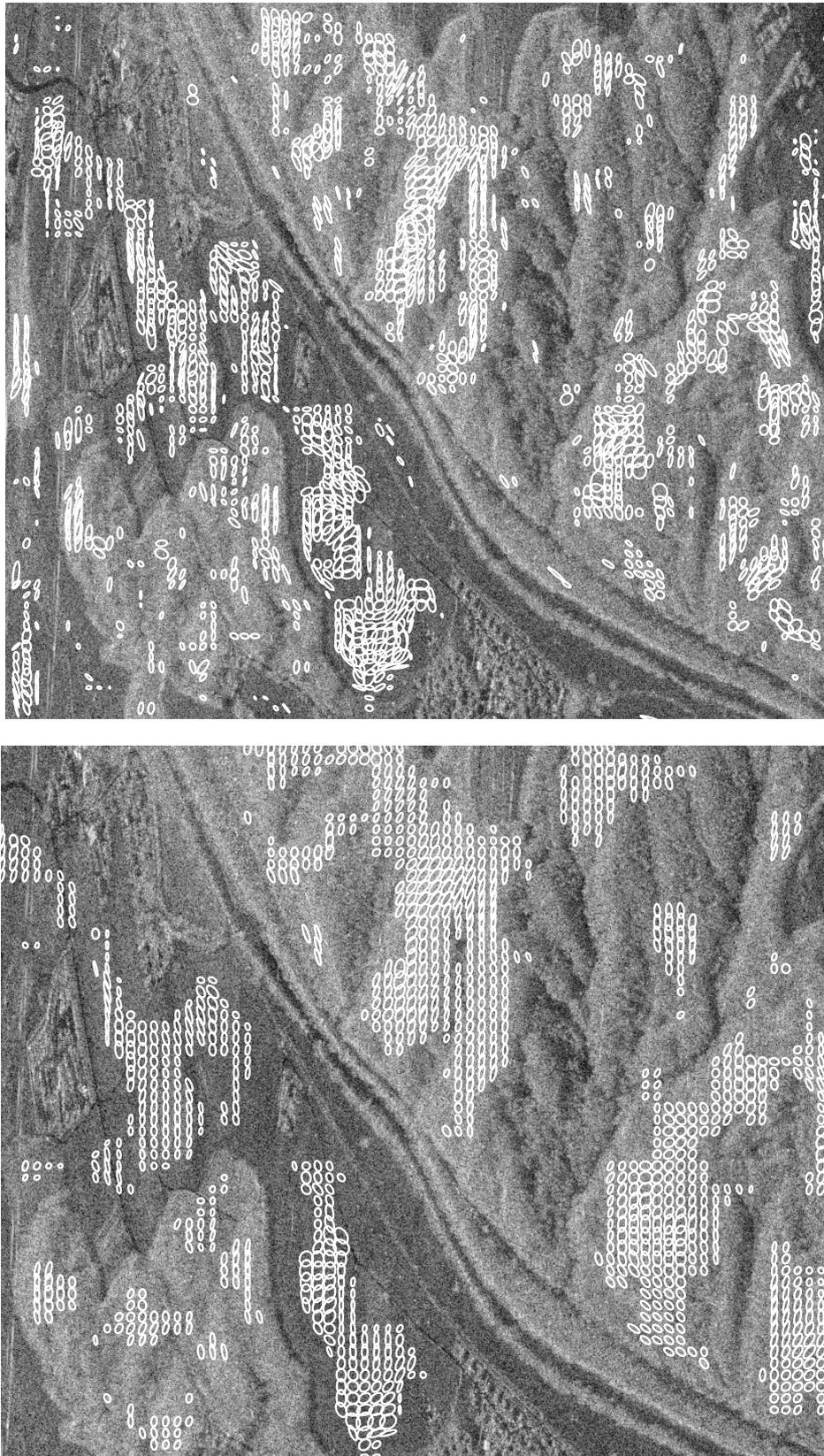
Cette approximation a été appliquée sur les mêmes données qu'au chapitre précédent et le même seuillage sur le coefficient de variation a été effectué afin de diviser l'image en quatre plages contenant chacune 25% des pixels. Les filtre orientables ont eux aussi été appliqués à ces même données afin de comparer le comportement des deux méthodes. Puisque cette approximation conduit à estimer une caractéristique non plus de la texture seule, mais de l'ensemble texture/speckle, on va choisir une valeur de paramètre d'échelle  $\sigma$  plus importante que celles utilisées en simulation, de manière à ce que l'image soit suffisamment filtrée pour obtenir une estimée peu perturbée par le speckle. Les inconvénients de cette approximation sont une perte de résolution supplémentaire et l'introduction d'une corrélation par le filtrage préalable. Si les résultats obtenus avec une échelle  $\sigma = 8$  (figures 4.29 à 4.32) ne sont pas comparables quantitativement avec ceux obtenus par la méthode d'estimation directe présentée au chapitre 3 (en effet, comme indiqué sur les figures, l'échelle de représentation des noyaux n'est pas la même), on peut observer que qualitativement cette nouvelle méthode permet bien de retrouver les directivités présentes dans l'image ainsi que leur variabilité spatiale, ce qui montre qu'un grand nombre des phénomènes à caractère anisotrope se trouvent à une échelle proche de l'échelle d'analyse utilisée. Tout comme précédemment, on peut aussi remarquer que toutes les plages de coefficient de variation peuvent contenir des structures anisotropes. On peut aussi remarquer que, malgré la perte de résolution engendrée par le pré-filtrage, les structures anisotropes restent bien localisées par l'algorithme pour la fenêtre  $N_s = 31$ . Les résultats obtenus pour  $N_s = 63$  sont, comme pour la méthode d'estimation directe, plus stables mais il semble qu'une partie de l'information d'angle et de variabilité spatiale. On pourra donc préférer le choix de la fenêtre de 31 pixels, qui est d'autant plus justifié dans ce cas que le filtrage préalable diminue la variance du bruit.

Nous avons représenté dans les figures 4.33 à 4.36 les résultats d'estimation obtenus avec la première méthode présentée dans ce chapitre, faisant intervenir les filtres orientables. Les barres sont orientées dans la direction optimale trouvée par la méthode et leur longueur est proportionnelle au logarithme de la force d'orientation trouvée. L'échelle logarithmique est choisie pour une meilleure représentation car ce paramètre présente une forte dynamique comparable à celle de l'image. Comme cette méthode repose sur un unique filtrage sans opération de moyenne spatiale, elle est plus sensible au bruit. Afin d'obtenir une estimée stable de l'orientation, nous avons donc choisi pour l'écart-type de la gaussienne à la base des filtres de  $\sigma = 16$ . Cette méthode n'étant pas basée sur le calcul des statistiques locales, nous avons appliqué afin d'obtenir des représentations équivalentes à celles des méthodes précédentes le même type de seuillage que précédemment à la force d'orientation  $s$  (4.11) trouvée

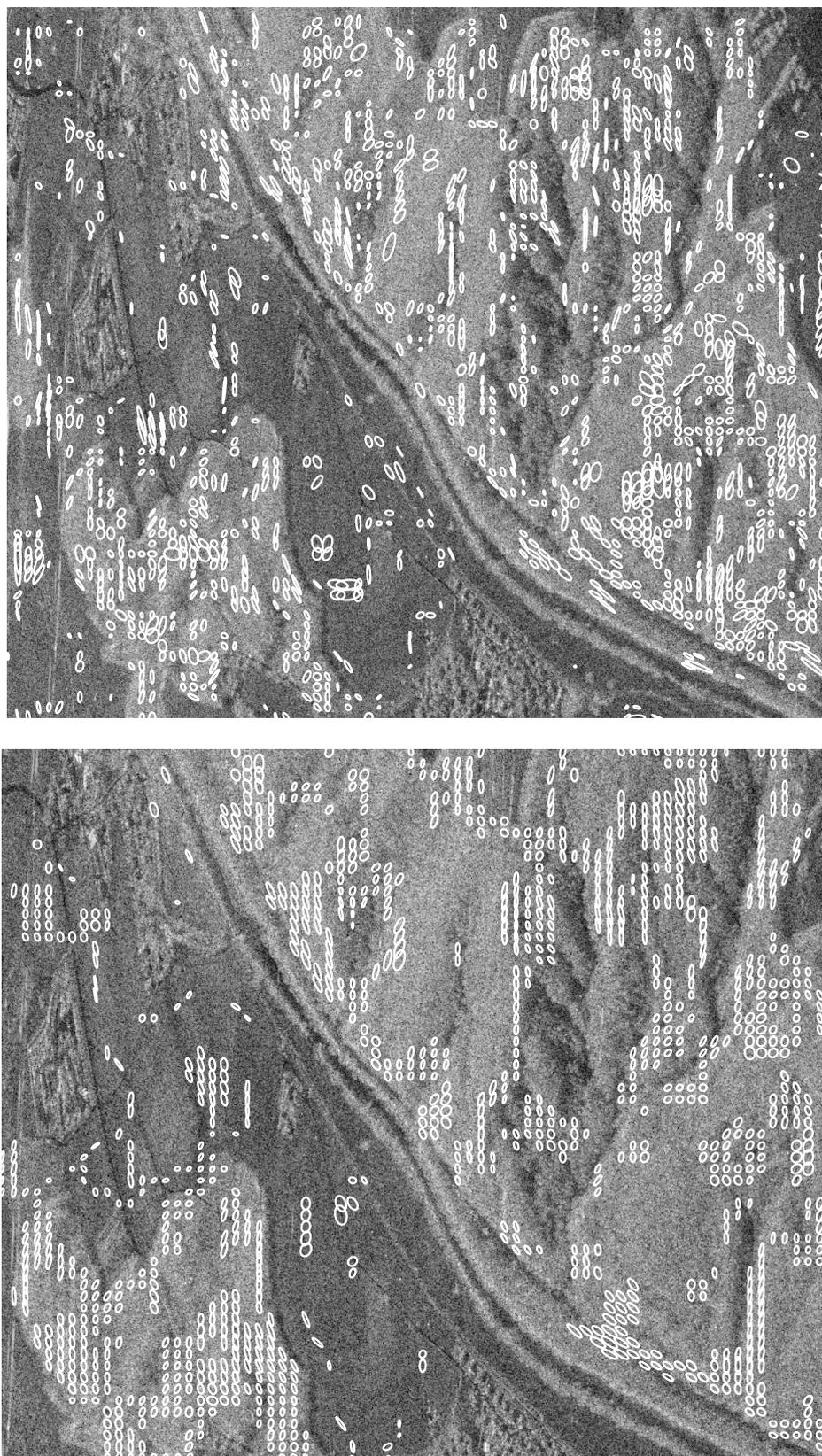
pour l'orientation optimale  $\theta$  (4.10), définissant ainsi quatre plages de forces d'orientation contenant chacune 25% des pixels. Le paramètre de force d'orientation étant la valeur de corrélation entre le filtre d'orientation optimale et le signal, il est dépendant de la puissance du signal, ce qui explique que les plages trouvées correspondent aux niveaux de réflectivité moyenne dans l'image, au lieu du degré d'hétérogénéité comme dans le cas du coefficient de variation. Contrairement aux méthodes précédentes, qui sont réactives à la fois aux structures déterministes et aux orientations dues à la corrélation de textures aléatoires, les filtres orientables ne sont pas des opérateurs statistiques et sont uniquement sensibles aux structures orientées déterministes. Ceci explique la structure désordonnée des barres dans les zones ne présentant pas d'hétérogénéité marquée. Cependant, les filtres orientables permettent d'analyser la structure spatiale déterministe de l'image avec une meilleure résolution spatiale que les deux méthodes précédentes. En revanche, la valeur du paramètre  $s$  est moins facilement interprétable en termes d'orientation locale seule, du fait qu'elle dépend à la fois du degré d'anisotropie de la structure et de la puissance du signal analysé.

#### 4.4.3.2 Données polarimétriques

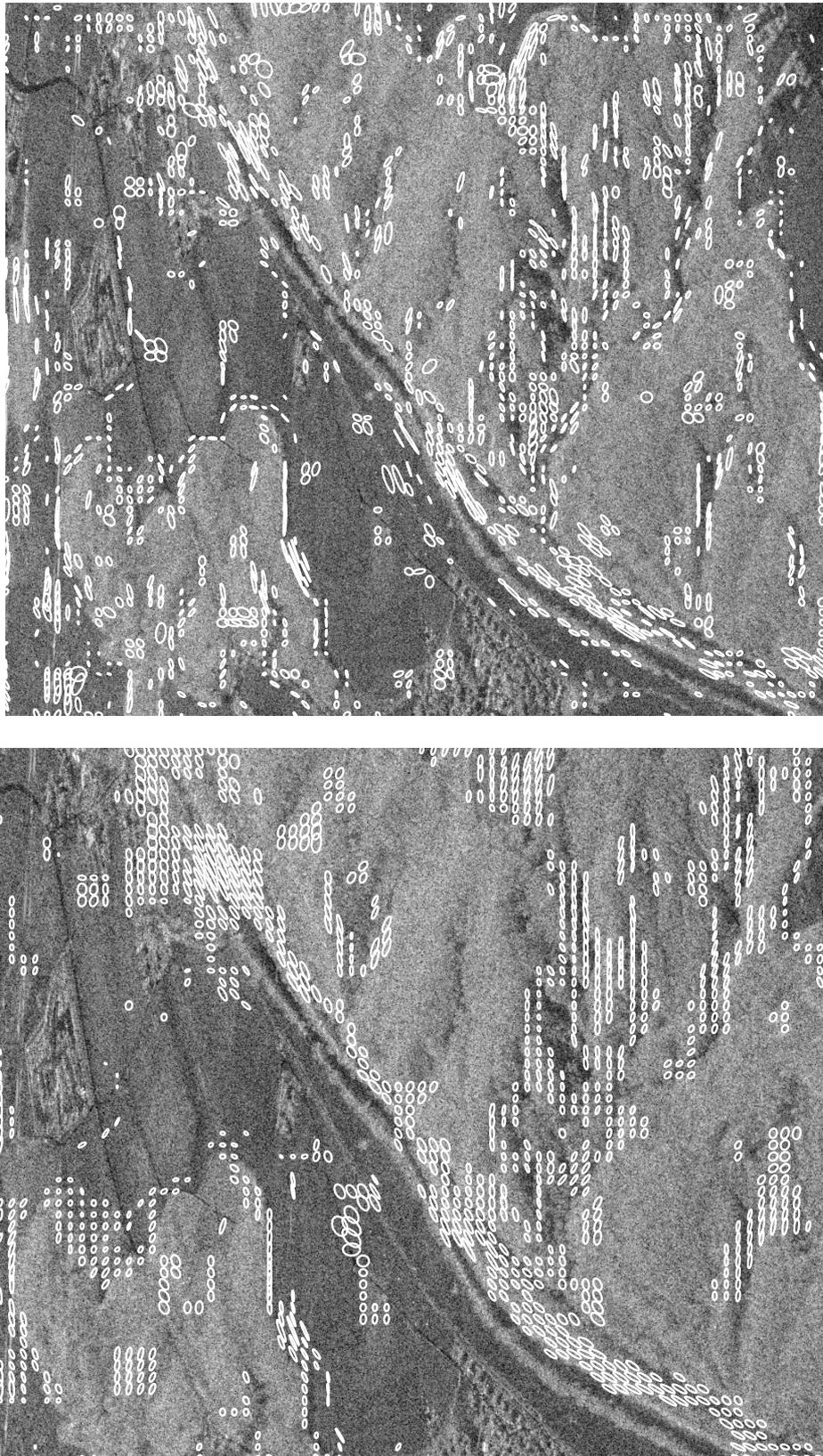
L'observation des résultats d'analyse avec filtres orientables et le tenseur de structure (figures 4.37 et 4.38) tendent à confirmer l'hypothèse émise dans le chapitre précédent que la structure spatiale de l'image et la texture sont dépendantes du canal de polarimétrie, contrairement aux hypothèses généralement utilisées pour traiter et modéliser ces données. Les filtres orientables donnent des estimées d'orientation très voisines d'un canal à l'autre car sensibles uniquement aux structures déterministes marquées, alors qu'on pourra noter plus de dissimilarités dans le cas du tenseur de structure. Cette dernière méthode donne des résultats comparables à ceux trouvés par la méthode d'estimation directe de l'autocovariance en terme de variabilité entre canaux.



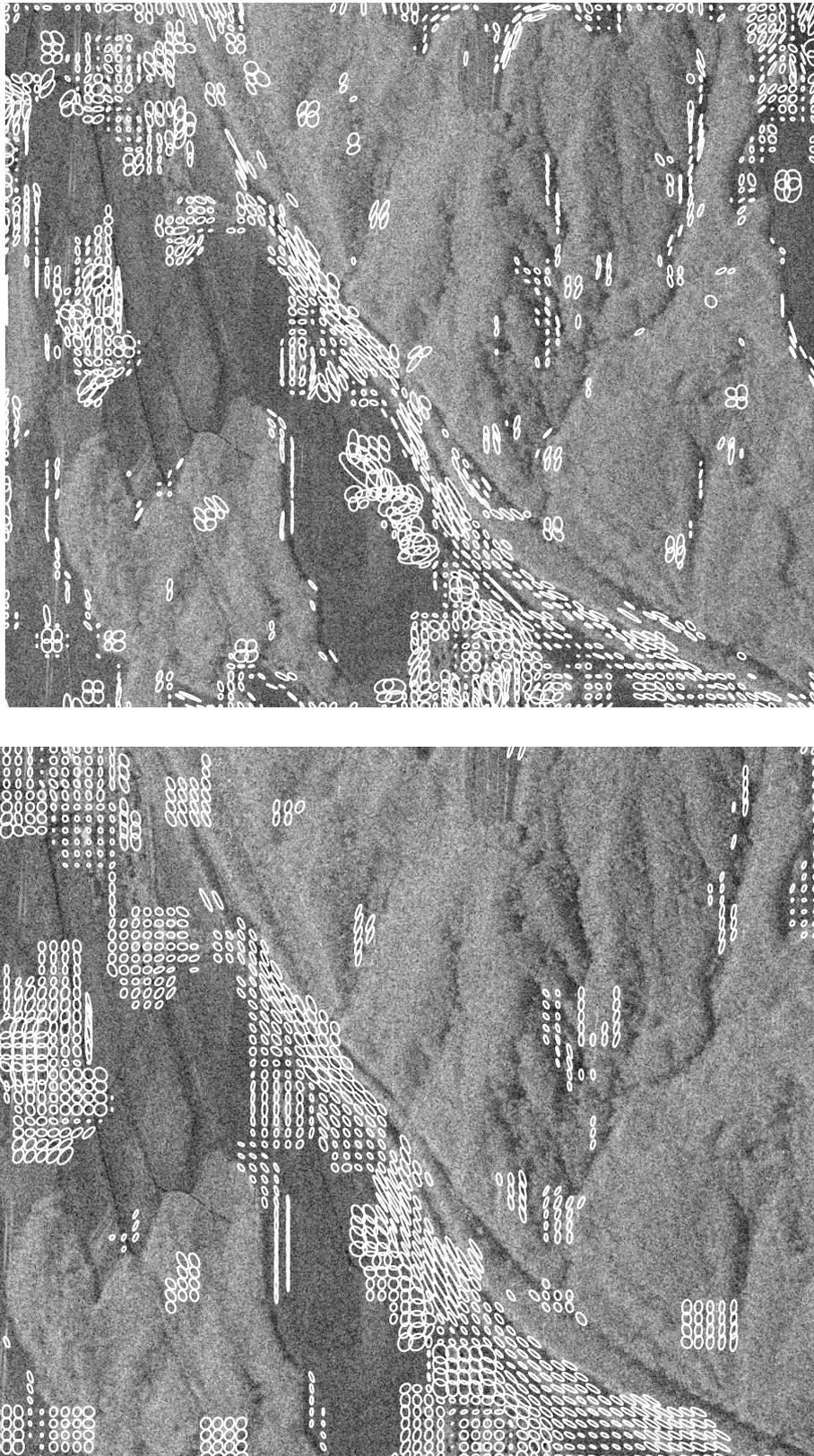
**Fig. 4.29:** Noyaux gaussiens estimés au moyen du tenseur de structure pour la page 1 du coefficient de variation à l'échelle spatiale  $\sigma = 8$  avec des fenêtres d'estimation de formes carrées  $N_s = 31$  (haut) et  $N_s = 63$  (bas). Les noyaux sont représentés à l'échelle 0.05 par rapport à leur taille dans l'image.



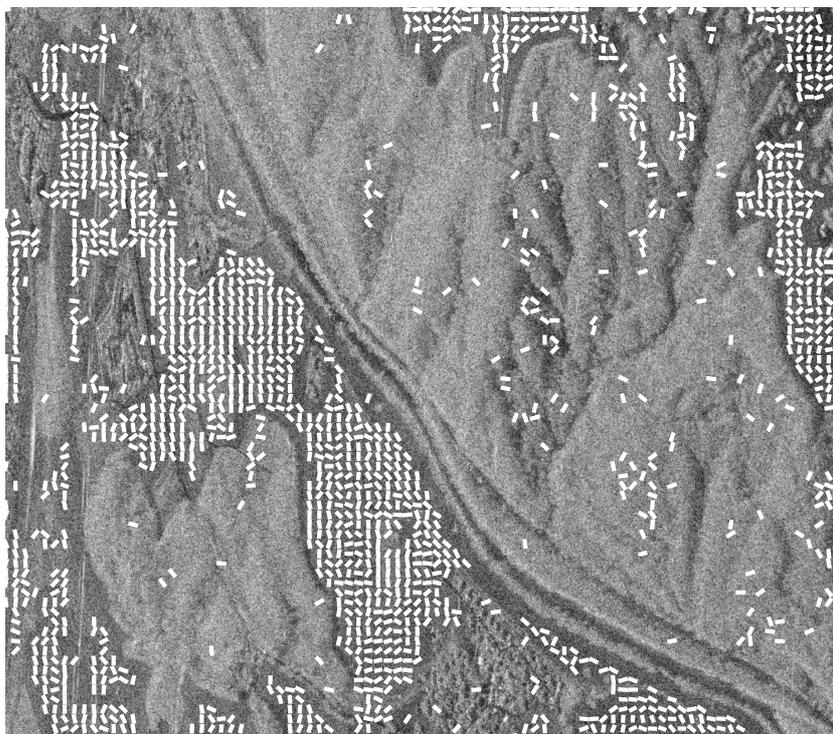
**Fig. 4.30:** Noyaux gaussiens estimés au moyen du tenseur de structure pour la page 2 du coefficient de variation à l'échelle  $\sigma = 8$  avec des fenêtres d'estimation de formes carrées  $N_s = 31$  (haut) et  $N_s = 63$  (bas).



**Fig. 4.31:** Noyaux gaussiens estimés au moyen du tenseur de structure pour la page 3 du coefficient de variation à l'échelle  $\sigma = 8$  avec des fenêtres d'estimation de formes carrées  $N_s = 31$  (haut) et  $N_s = 63$  (bas).

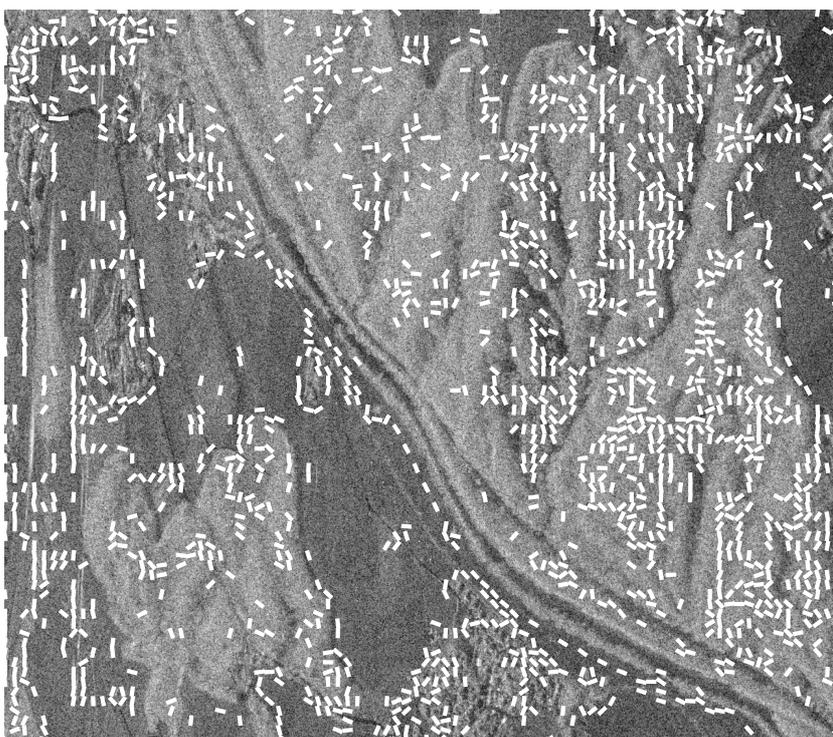


**Fig. 4.32:** Noyaux gaussiens estimés au moyen du tenseur de structure pour la page 4 du coefficient de variation à l'échelle  $\sigma = 8$  avec des fenêtres d'estimation de formes carrées  $N_s = 31$  (haut) et  $N_s = 63$  (bas).

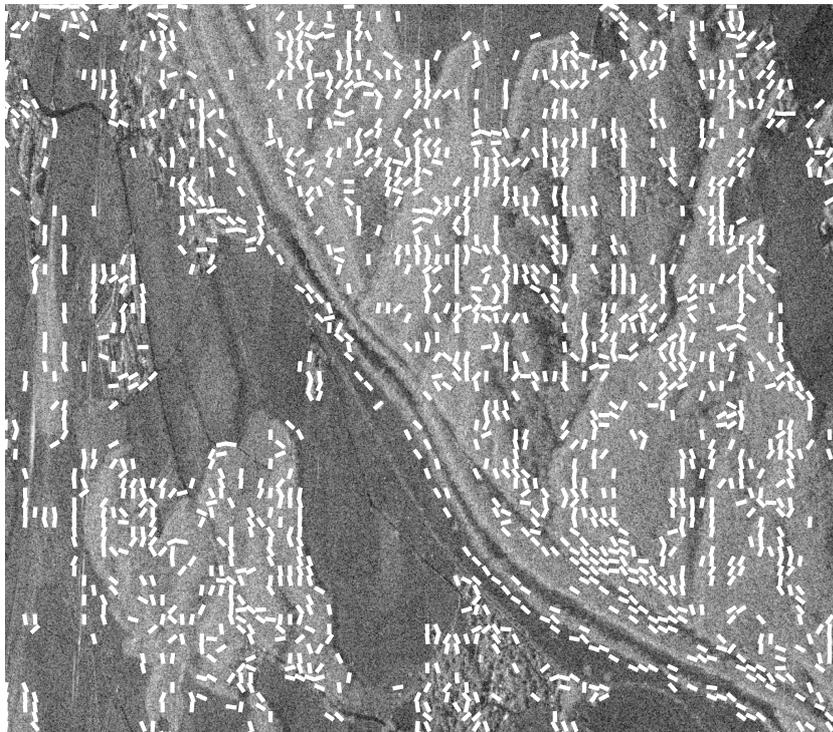


(a)

**Fig. 4.33:** Orientation estimée par les filtres orientables (échelle du filtre :  $\sigma = 16$ ) pour la plage 1 de la force d'orientation. La taille des barres est proportionnelle au logarithme de la force d'orientation  $s$

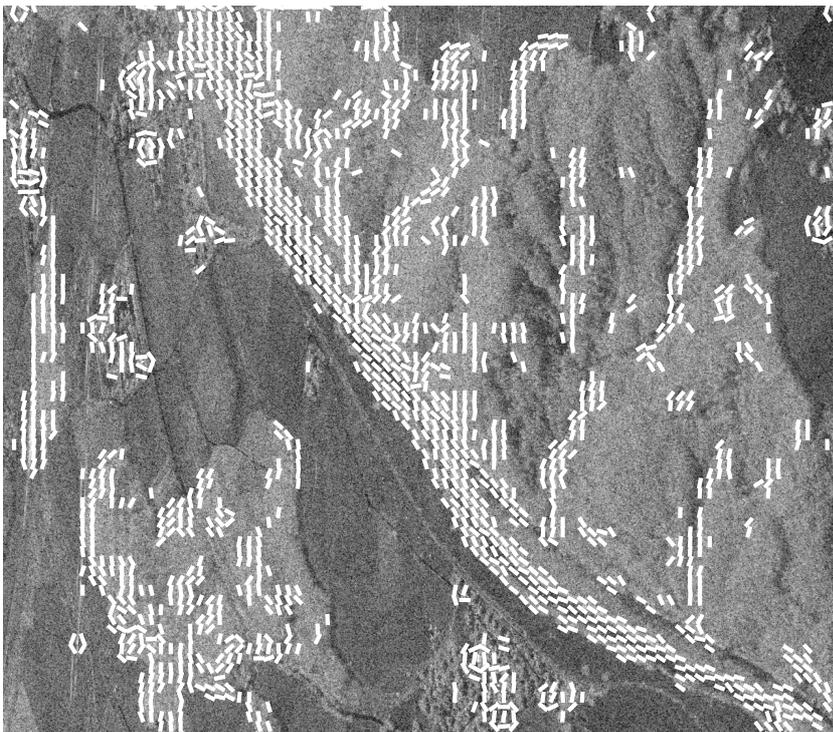


**Fig. 4.34:** Orientation estimée par les filtres orientables (échelle du filtre :  $\sigma = 16$ ) pour la plage 2 de la force d'orientation. La taille des barres est proportionnelle au logarithme de la force d'orientation  $s$

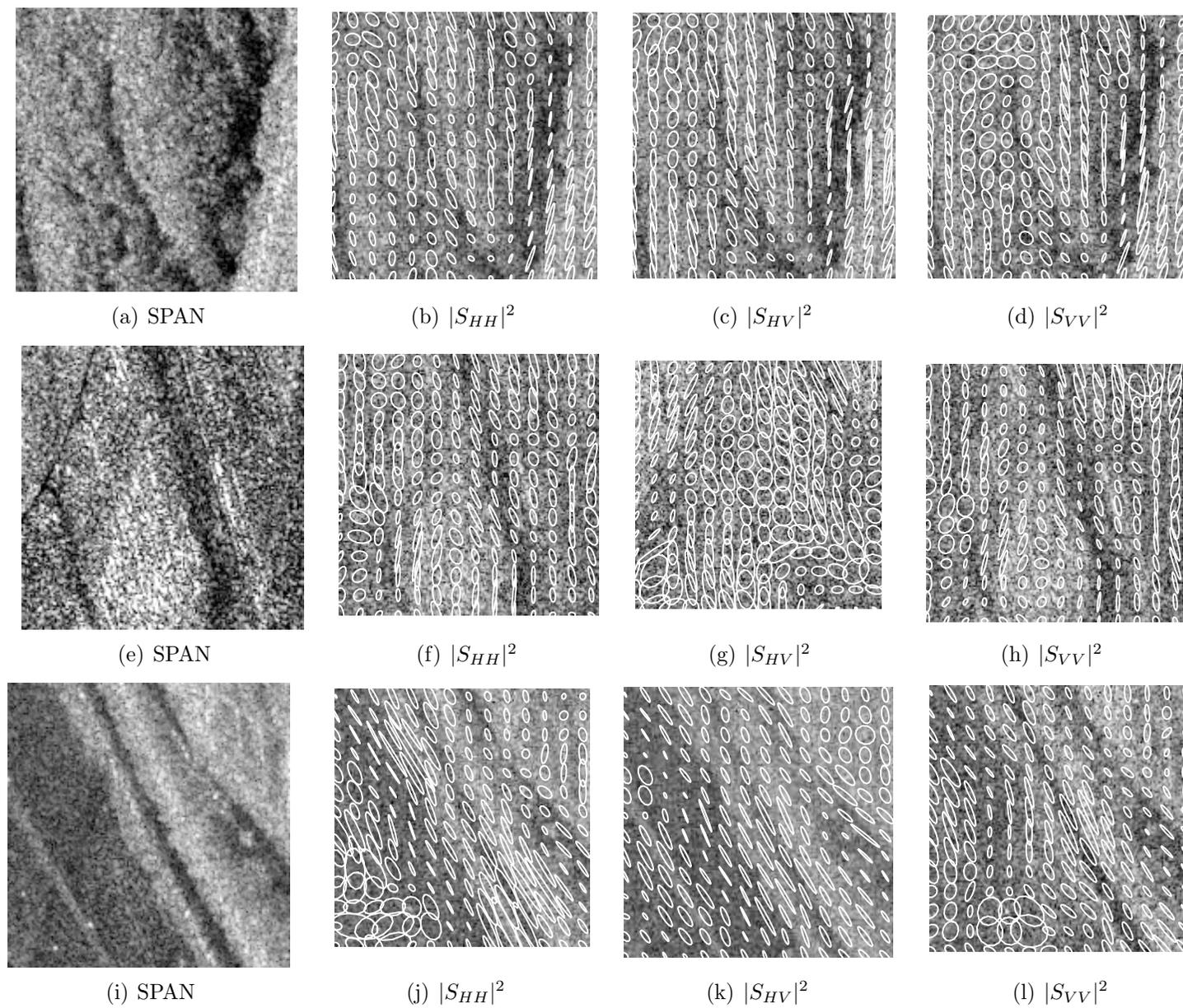


(a)

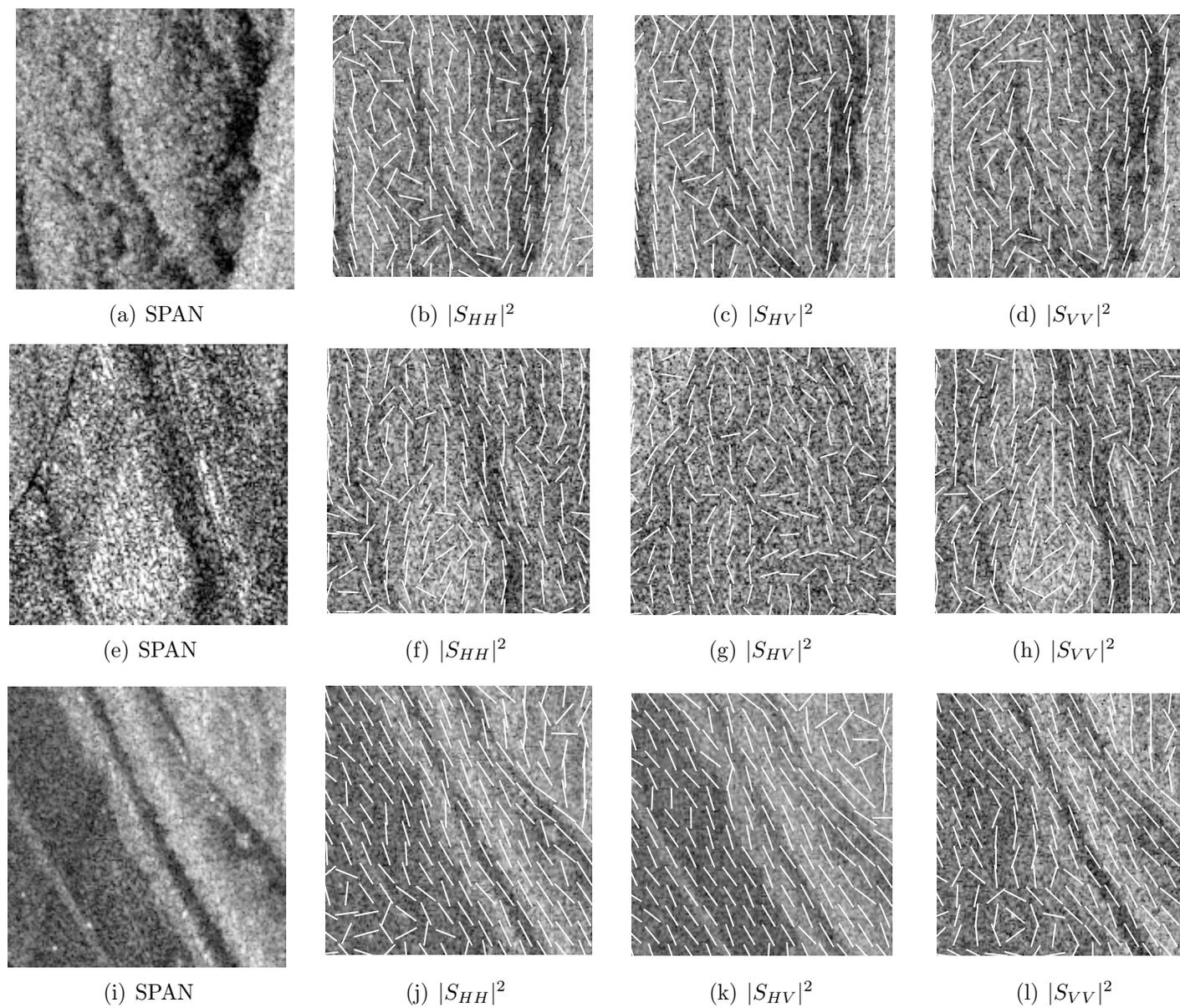
**Fig. 4.35:** Orientation estimée par les filtres orientables (échelle du filtre :  $\sigma = 16$ ) pour la plage 3 de la force d'orientation. La taille des barres est proportionnelle au logarithme de la force d'orientation  $s$



**Fig. 4.36:** Orientation estimée par les filtres orientables (échelle du filtre :  $\sigma = 16$ ) pour la plage 4 de la force d'orientation. La taille des barres est proportionnelle au logarithme de la force d'orientation  $s$



**Fig. 4.37:** Influence du canal polarimétrique sur la texture spatiale. Méthode du tenseur de structure avec approximation d'échelle, avec une fenêtre de  $N_s = 31 \times 31$  pixels et un préfiltrage  $\sigma = 8$ .



**Fig. 4.38:** Influence du canal polarimétrique sur la texture spatiale. Méthode des filtres orientables pris avec l'échelle  $\sigma = 16$ .

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté deux approches basées sur un filtrage de type dérivatif permettant d'estimer l'orientation de la texture dans les images SAR. Les deux méthodes utilisent des dérivées de gaussiennes. D'une part les filtres orientables reprennent dans le principe l'approche d'estimation des filtres de Gabor évoqués dans le chapitre 2, c'est-à-dire la recherche de l'orientation qui maximise la réponse du filtre, mais avec l'avantage d'utiliser un nombre de filtres réduit. Cette méthode ne supposant pas de modèle particulier pour le signal, elle a été évaluée uniquement pour des données réelles. D'autre part, le tenseur de structure, opérateur habituellement utilisé en vision, permet d'estimer la dispersion spatiale des gradients et sa diagonalisation donne aussi une estimée de l'orientation locale. Un modèle utilisé conjointement avec cet opérateur et nommé modèle de voisinage linéaire a ensuite été introduit. Nous avons montré que cet opérateur pouvait être adapté pour des signaux aléatoires en réécrivant son expression théorique en terme d'espérance mathématique, ce qui nous a permis de montrer que l'on pouvait établir un lien entre les valeurs/vecteurs propres du tenseur et les paramètres d'une texture non bruitée suivant le modèle des noyaux gaussiens anisotropes introduit au chapitre 3. Afin de pouvoir appliquer le tenseur de structure aux images SAR, nous avons ensuite établi l'expression qui lie ce dernier aux paramètres du modèle dans le cas d'une texture affectée par un bruit de speckle multiplicatif. Cette expression est une équation non linéaire et le tracé de la relation entre valeurs propres du tenseur et paramètres du modèle indique qu'il existe deux solutions de longueurs de corrélations pour chaque valeur propre. Ceci est confirmé par une étude sur des simulations de textures SAR stationnaires. Cette indétermination rend l'estimation des paramètres au moyen de cette méthode d'inversion peu fiable en pratique, ce qui a été confirmé par son application sur des données non stationnaires simulées. Une approximation a alors été établie afin d'appliquer l'opérateur sur les données réelles. Les résultats obtenus permettent d'observer qualitativement les variations d'orientation locale des structures et textures orientées dans les images SAR.

Les deux méthodes ont ensuite été appliquées aux canaux d'intensité polarimétriques et les résultats obtenus ont confirmé la nécessité de prendre en compte la dépendance entre la corrélation spatiale et la canal polarimétrique dans de futures recherches.

Au final, on peut remarquer que les deux méthodes présentées dans ce chapitre sont complémentaires puisque les filtres orientables permettent de localiser précisément les structures déterministes de l'image, alors que le tenseur de structure permet l'observation des fluctuations de la corrélation spatiale.

# Chapitre 5

## Application : filtrage adaptatif du speckle

### 5.1 Introduction

Le filtrage du speckle est une opération de pré-traitement des images importante dans le domaine du SAR. Si le speckle est effectivement lié au phénomène physique de rétro-diffusion d'une onde électromagnétique par un milieu aléatoire, il n'en est pas moins considéré comme un bruit qui affecte les données et rend ardues certaines applications telles que l'inversion de paramètres physiques et la détection de structures dans l'image. En effet, sur une image d'intensité simple-vue, c'est à dire non filtrée, l'écart-type pour un pixel est égal à la réflectivité moyenne sous-jacente, ce qui implique que l'information portée par un seul pixel est quasiment inexploitable. Dans l'idéal, on souhaite travailler sur des images dont les pixels sont les résultantes de moyennes entre différentes vues incohérentes, ce qui a pour effet de réduire la variance et de fournir une estimée de la réflectivité moyenne. Cependant, on ne dispose pas dans le cas général d'un grand nombre de vues indépendantes. Dans le cas extrême où une seule vue est disponible ce qui rend cette opération impossible, la solution la plus directe est de calculer une image dont les pixels sont obtenus par moyenne spatiale des pixels voisins. Selon l'application désirée, on choisira de former ces moyennes de façon plus ou moins adaptative en fonction de la structure non stationnaire de l'image. Les algorithmes utilisés pour cette tâche sont regroupés sous l'appellation *filtres de speckle*.

### 5.2 Méthodes de filtrage des données SAR

Une description de quelques méthodes usuelles de filtrage de speckle est ici présentée. Notre but n'est pas de fournir une liste exhaustive de méthodes (le lecteur pourra se référer à [Ogo97] pour plus d'information sur les différents travaux existants dans ce domaine), mais d'exposer les méthodes classiques pouvant être améliorées par notre approche d'estimation de paramètres spatiaux.

On peut regrouper les algorithmes de filtrage de speckle en plusieurs grandes classes dont la plus connue est celle des filtres statistiques dont nous allons ici traiter. Il existe aussi d'autres classes tels que les filtres morphologiques, mais étant plus éloignées de notre approche. Les performances des filtres de speckle sont en général évaluées par rapport aux critères suivants :

- la quantité d'échantillons sommés sur une zone homogène, généralement estimée par le nombre équivalent de vues  $NEV = E[I]^2/Var[I]$ .
- l'absence de biais sur l'estimée de la réflectivité
- la préservation des diffuseurs isolés
- la préservation des contours
- la préservation de la texture

### 5.2.1 Filtre Moyenne

La méthode la plus simple pour filtrer les données est de former une moyenne spatiale en convoluant l'image par un masque de forme carrée donnant une estimée de la réflectivité moyenne pour chaque pixel. Un des critères les plus utilisés pour l'évaluation d'une méthode de filtrage étant le nombre d'échantillons sommés, puisque pour une zone homogène ce nombre est inversement proportionnel à la variance du bruit. Selon ce critère, on peut affirmer que ce filtre est le meilleur pour les zones homogènes. Malheureusement, une image SAR présente un grand nombre d'hétérogénéités, pouvant être dues aux transitions entre les zones, à la présence de structures déterministes et enfin à la texture. Sur ce type de zone, le filtre moyenne possède de piètres performances et l'image résultante apparaît comme une version floue de l'image originale. Pour cette raison on utilise en général des filtres plus sophistiqués à caractère adaptatif.

### 5.2.2 Filtre Médian

Au lieu de calculer la moyenne des réflectivités, le filtre médian ordonne les valeurs des pixels situés dans la fenêtre d'analyse et retient la valeur médiane. Ce filtre possède la particularité d'être robuste aux valeurs aberrantes (appelées «*outliers*»). Il est donc adapté au filtrage de bruits de type impulsif. Ce filtre permet une bonne préservation des structures dans l'image, mais il n'effectue pas un lissage des zones homogènes aussi performant que les filtres basés sur l'estimation de la valeur moyenne. Cependant, sa simplicité fait que de nombreuses variantes de ce filtre ont été développées et appliquées dans le cadre de la restauration des images SAR.

### 5.2.3 Filtres basés sur le critère MMSE

Cette classe de filtres est sans aucun doute la plus connue et la plus appliquée à ce jour dans le domaine du traitement des images SAR. Cette popularité est due au bon compromis entre performance et simplicité de principe. Ces filtres sont basés sur le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale (Minimum Mean Square Error.)

### 5.2.3.1 Filtre de Lee

Le filtre de Lee est basé sur une approximation linéaire du modèle multiplicatif. L'intensité multiplicative  $I = RF$  est linéarisée, c'est à dire qu'on suppose qu'elle peut être approximée par :

$$\tilde{I} = aR + bF + c. \quad (5.1)$$

Les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont ensuite trouvés par minimisation de l'erreur quadratique moyenne  $E[(I - \tilde{I})^2]$  sous la contrainte de biais nul  $E[\tilde{I}] = E[I]$ . L'approximation linéaire de l'intensité est alors donnée par :

$$\tilde{I} = \mu_F R + \langle R \rangle (F - \mu_F). \quad (5.2)$$

Par application de l'algorithme de filtrage de Kalman à l'expression (5.2), Lee [Lee80] obtient l'expression de la réflectivité estimée par son filtre :

$$\hat{R} = \mu_I + k(I - \mu_I) \quad (5.3)$$

où le coefficient de filtrage  $k$  s'exprime :

$$k = 1 - \frac{\sigma_F^2}{CV_I^2} \quad (5.4)$$

Le coefficient de variation  $CV_I^2 = \sigma_I^2/\mu_I^2$  est remplacé par son estimée et la variance du speckle est donnée par le nombre de vues de l'image puisque  $\sigma_F^2 = 1/L$ .

Ce filtre est appliqué pour chaque pixel de l'image en utilisant les statistiques locales  $\hat{\mu}_I$  et  $\hat{\sigma}_I^2$  calculées dans une fenêtre carrée autour du pixel (figure 5.1). Pour une zone homogène, le coefficient  $k$  est nul et la valeur estimée sera la moyenne  $\hat{\mu}_I$ . Par contre, si le pixel central appartient à une zone hétérogène, le coefficient de variation sera très supérieur à  $1/L$  et le coefficient  $k$  tendra vers 1. L'estimée de la réflectivité sera donc proche de la valeur du pixel mesurée dans la scène originale. Ce filtre permet donc un lissage maximal des zones homogènes et une préservation des hétérogénéités comme les diffuseurs ponctuels. On peut en outre remarquer qu'aucune hypothèse n'est introduite sur les distributions de probabilités du signal ou du bruit.

### 5.2.3.2 Filtre de Kuan

Le filtre de Kuan [KSSC85] est très proche du filtre de Lee puisqu'il est aussi basé sur le critère d'erreur quadratique minimale. Il est cependant plus général que ce dernier puisque cette fois-ci le signal est considéré sans faire d'approximation. Le signal mesuré est ici considéré comme la somme du signal original avec un bruit qui peut dépendre du signal :

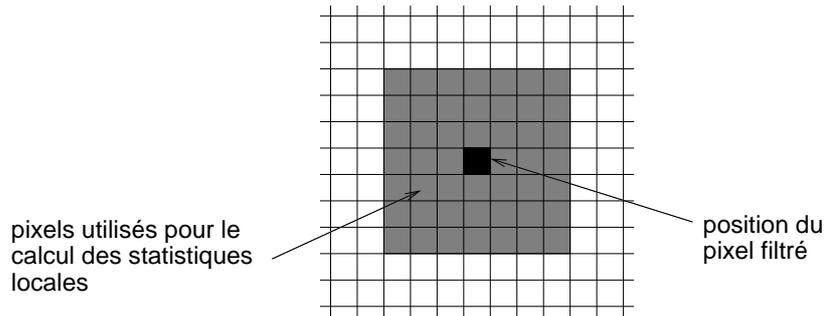
$$I = R + B. \quad (5.5)$$

Dans le cas d'un signal affecté par le speckle  $F$ , le bruit additif est donné par la relation  $B = R(F - 1)$  et le modèle (5.5) est bien équivalent au modèle multiplicatif. Cette réécriture permet d'appliquer directement l'expression de l'estimateur au sens

des moindres carrés pour un signal affecté de bruit additif qui en introduisant les statistiques locales de l'image permet de retrouver une expression proche de celle du filtre de Lee, différant uniquement par l'expression du coefficient de filtrage :

$$k = \frac{CV_I^2 - \sigma_F^2}{CV_I^2(1 + \sigma_F^2)}. \quad (5.6)$$

Les performances de ces filtres sont à peu près identiques à celles du filtre de Lee, avec une meilleure préservation des structures mais un lissage moins important sur les zones homogènes. Dans le cas d'images mono-vues, le filtrage de Kuan est recommandé car l'approximation linéaire de Lee est plus hasardeuse pour du speckle pleinement développé. Ces deux filtres constituent une évolution significative par rapport aux filtre moyenne et médian précédemment introduits grâce à leur caractère adaptatif qui assure la préservation des hétérogénéités fortes. Cependant, les fluctuations douces de réflectivité au sein d'une zone non-homogène n'étant pas prises en compte, ils ne garantissent pas une bonne restauration de la texture.



**Fig. 5.1:** Fenêtre glissante employée par les filtres de Lee et Kuan pour l'estimation des statistiques locales

### 5.2.3.3 Filtre de Frost

Le filtre de Frost se base aussi sur le critère de l'erreur quadratique minimale, mais la recherche du filtre optimal est différente. Le modèle suivant est considéré :

$$I(x, y) = \{R(x, y)F(x, y)\} * h(x, y). \quad (5.7)$$

où  $h(x, y)$  est la réponse impulsionnelle du système imageur. Cette réponse impulsionnelle étant indépendante des données, elle est supposée constante sur une bande de fréquence et on se ramène au modèle précédent

$$I(x, y) = R(x, y)F(x, y) \quad (5.8)$$

Le filtre optimal recherché est celui dont la réponse impulsionnelle  $m(x, y)$  minimise l'erreur :

$$\epsilon = E[(R(x, y) - I(x, y) * m(x, y))^2]. \quad (5.9)$$

De plus, la réflectivité de la scène est modélisée par un processus autorégressif de paramètre  $a$  dont la fonction d'autocorrélation est :

$$R_R(\mathbf{x}) = \sigma_R^2 \exp(-a|\mathbf{x}|) + \mu_R^2 \quad (5.10)$$

ce qui permet d'aboutir à la réponse du filtre optimal :

$$m(\mathbf{x}) = K\alpha \exp(-\alpha|\mathbf{x}|) \quad (5.11)$$

avec

$$\alpha = \sqrt{2a \left( \frac{\mu_F^2}{\sigma_F^2} \right) \cdot \left[ \frac{1}{1 + \left( \frac{\mu_R^2}{\sigma_R^2} \right)} \right]} + a \quad (5.12)$$

Après de nombreuses simplifications, Frost aboutit à une réponse optimale ne dépendant plus du paramètre  $a$  de la fonction d'autocorrélation mais uniquement du coefficient de variation de l'intensité :

$$m(\mathbf{x}) = Ka \exp(-b CV_I |\mathbf{x}|). \quad (5.13)$$

où  $b$  est le paramètre du filtre, choisi par l'utilisateur. Le coefficient de variation est donc calculé dans une fenêtre centrée sur le pixel à filtrer et détermine la largeur de l'exponentielle décroissante du filtre. Pour une zone homogène, le coefficient de variation sera minimal ce qui entraînera un filtrage maximal. Par contre, si une hétérogénéité est présente, le filtre sera d'autant plus étroit que la valeur du coefficient de variation sera élevée. Cela permet, à l'instar des filtres de Lee et Kuan, de lisser au maximum les zones homogènes et d'effectuer un filtrage moins important sur les hétérogénéités.

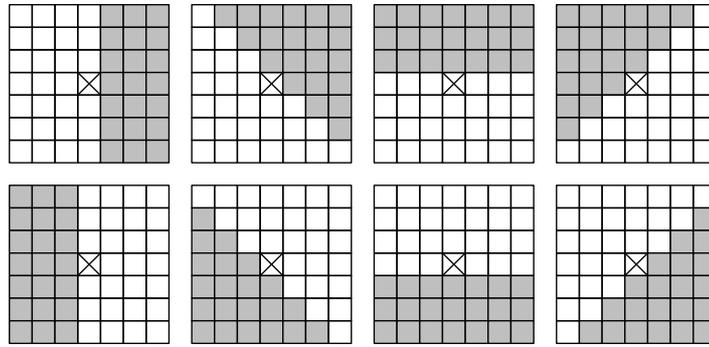
Si le modèle de signal supposé pour ce filtre prend en compte les statistiques d'ordre deux du speckle et de la scène, les simplifications effectuées afin d'obtenir une expression analytique simple du filtre optimal rendent ces paramètres spatiaux absents de l'expression du filtre.

#### 5.2.3.4 Filtre de Lee modifié

Une limitation importante des filtres statistiques MMSE est l'utilisation d'une fenêtre de forme et de taille fixe. En effet, le filtre repose sur le calcul des statistiques locales sur une fenêtre dans laquelle ces dernières sont supposées stationnaires. Si une transition brusque comme un contour se situe au sein de la fenêtre d'analyse, alors la valeur moyenne spatiale calculée est fortement perturbée et ne donne pas une bonne estimation de la réflectivité locale. Les contours de l'image filtrée ne sont donc pas restaurés de façon optimale. Afin d'améliorer les performances de ce filtre, une version modifiée [Lee81] prenant en compte l'information de contour est introduite. Pour cela, une fenêtre  $3 \times 3$  des moyennes locales est formée et un gradient est calculé afin de déterminer l'orientation d'un éventuel contour. Cette orientation détermine le choix de l'un des 8 sous masques présentés à la figure 5.2 pour le calcul des statistiques locales. Ce type

d'approche peut également être adapté au filtrage de Kuan ainsi que d'autres types de filtres. De plus, les gradients étant assez peu adaptés à un signal multiplicatif, d'autres critères de choix du masque optimal ont été proposés [LNTL90, LNTL93, Tou02] basés sur des mesures de rapport de vraisemblance ou du coefficient de variation de l'intensité.

Cette modification entraîne une amélioration significative des performances des filtres en termes de restauration de structures. Cependant, ce type de filtrage introduit des transitions spatiales brusques dans la moyenne estimée des zones présentant une variation douce de la réflectivité. Ces filtres sont donc inadaptés pour la restauration de la texture.



**Fig. 5.2:** Masques utilisés par le filtre de Lee modifié

### 5.2.4 Filtre MAP

Les filtres statistiques MMSE ne font pas d'hypothèse sur la densité de probabilité des données. Ces lois de probabilités étant connues, il est aussi possible de concevoir des algorithmes de filtrage prenant en compte ces dernières. C'est le cas des filtres basés sur le critère du maximum de vraisemblance *a posteriori* (MAP) qui utilisent la loi de Bayes

$$p(R|I) = \frac{p(I|R)p(R)}{p(I)} \quad (5.14)$$

pour la détermination de l'équation de filtrage. Une grande quantité de filtres de ce type utilisant le critère du MAP a été développée et nous citons ici seulement les méthodes originelles, c'est à dire le filtre Gaussien-Gamma MAP [KSSC87] et le filtre Gamma-Gamma MAP [LNTL90]. Le filtre Gaussien-Gamma MAP suppose une densité de probabilité gaussienne pour la texture et nécessite la résolution d'une équation non linéaire, alors que le filtre Gamma-Gamma MAP modélise la scène par une loi gamma, plus adéquate puisqu'elle correspond à l'hypothèse aboutissant à la loi en K. L'estimée de la réflectivité pour le filtre Gamma-Gamma MAP est :

$$\hat{R} = \frac{(\alpha - L - 1)\mu_I + \sqrt{\mu_I^2(\alpha - L - 1)^2 + 4\alpha LI\mu_I}}{2\alpha} \quad (5.15)$$

Comme dans le cas des filtres MMSE, la réflectivité estimée est une combinaison entre les statistiques locales et la valeur du pixel non filtré. De nombreuses améliorations des filtres MAP ont été proposées, notamment définissant des règles de décision quand au choix de la taille et de la géométrie de la fenêtre d'estimation [BP95].

Les filtres décrits dans cette section ont été l'objet de nombreux travaux et des algorithmes élaborés sont apparus, combinant plusieurs de ces méthodes ainsi que des techniques de détection de structures afin d'obtenir un résultat optimal sur la plus grande diversité de zones possibles [LTN90, LNTL93, Tou02].

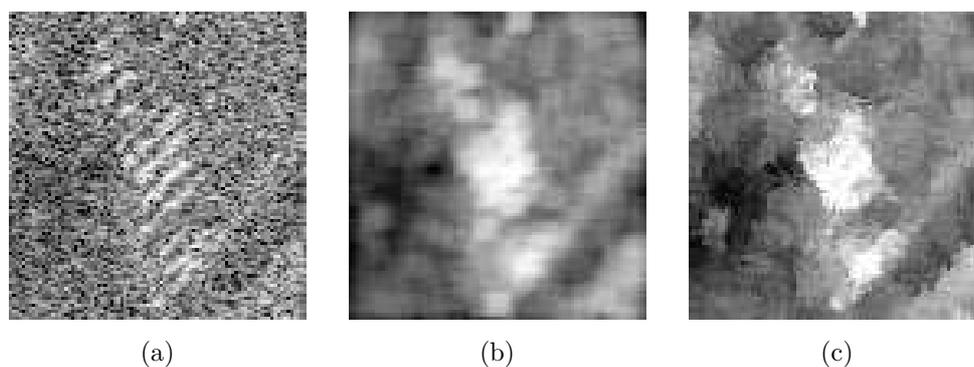
## 5.3 Filtrage basé sur l'analyse de l'orientation

### 5.3.1 Principe du filtre

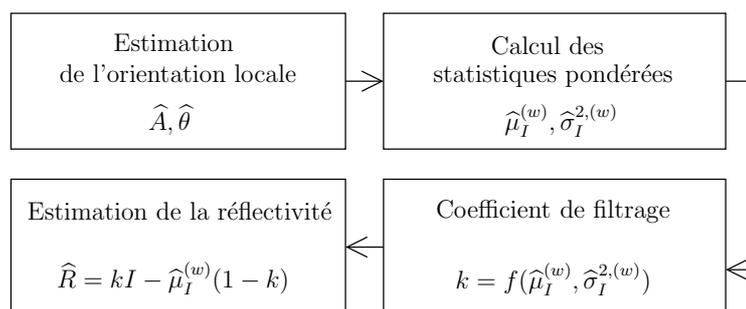
Nous avons présenté précédemment quelques types de filtres couramment utilisés dans le domaine du traitement des images SAR. La plupart reposent sur un concept identique : l'estimation de la réflectivité d'un pixel par une combinaison des statistiques locales avec la valeur du pixel original. Nous pouvons cependant constater qu'aucun de ces filtres n'exploite, dans sa version originale, l'information spatiale contenue dans l'image. Un modèle pour la texture spatiale des images SAR ayant été précédemment introduit, nous proposons une approche [DFFP05a, DFFP05c, DFFP05b, DFFP05d] permettant d'améliorer la capacité d'adaptativité spatiale des méthodes présentées. Il a été vu que l'utilisation d'une fenêtre glissante de forme carrée donnait des estimées peu fiables des statistiques locales dans les zones non homogènes. Si l'introduction de masques de différentes formes permet d'améliorer les performances de filtrage, l'estimation optimale de l'orientation d'une structure par cette méthode nécessite un nombre infini de masques afin de couvrir toutes les orientations et formes possibles. Cette condition n'étant pas réalisable en pratique, il existe de nombreux cas dans lesquels la structure est mal restaurée (voir l'exemple de la figure 5.3). Afin d'assurer une meilleure qualité de filtrage en terme de préservation de structure spatiale, nous proposons une méthode de filtrage basée sur une pré-estimation de l'orientation locale et l'utilisation de fenêtres adaptées à cette orientation.

L'idée de notre approche est d'utiliser l'information d'orientation et d'anisotropie locales calculées à l'aide du tenseur de structure afin de construire une fenêtre d'analyse pondérée spatialement mieux adaptée à la structure locale de l'image. Cette méthode est appliquée aux filtres MMSE, mais agissant uniquement sur le choix de la fenêtre d'estimation, elle pourra aussi être appliquée sur d'autres types de filtres. Dans la suite, le filtre est nommé AGK-MMSE. Notre méthode consiste en quatre étapes décrites par la figure 5.4.

Dans un premier temps, l'orientation et l'anisotropie locales sont déterminées par diagonalisation du tenseur de structure  $\mathbf{J}_\rho$  calculé sur l'image à l'échelle  $\sigma$ . Dans cette application, on préfère utiliser la fenêtre de forme gaussienne et de paramètre  $\rho$  en guise de fenêtre d'estimation. En effet, cette fenêtre possède la propriété d'invariance par rotation et semble mieux adaptée au filtrage qu'une fenêtre carrée. On suppose,



**Fig. 5.3:** Exemple de structure orientée mal préservée. Image d'intensité (a), filtrage avec fenêtre carrée  $7 \times 7$  (b), filtre de Lee modifié fenêtre de coté 7 pixels (c).



**Fig. 5.4:** Etapes de la méthode de filtrage AGK-MMSE.

afin d'alléger les traitements que l'information de texture spatiale est contenue dans l'intensité préfiltrée  $I_\sigma$ . L'orientation  $\theta$  est donnée par l'équation (4.58) et la mesure d'anisotropie  $A$  par la relation (4.60).

La carte  $(A, \theta)$  ainsi obtenue est utilisée pour former la fenêtre de pondération utilisée pour l'estimation des statistiques locales. Afin de filtrer dans la direction où l'intensité varie le moins, une pondération plus forte est affectée aux pixels situés dans la direction de l'orientation locale. Pour cela on définit une fenêtre gaussienne anisotrope normalisée déterminée par les paramètres estimés  $\hat{A}$  et  $\hat{\theta}$  :

$$w(\mathbf{x}) = \frac{1}{K} \exp\left(-\mathbf{x}^T \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{A}, \hat{\theta}}^{-1} \mathbf{x}\right) \quad (5.16)$$

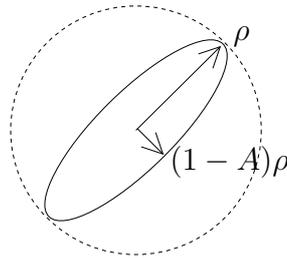
où  $K$  est une constante de normalisation calculée de manière à ce que l'intégrale sur l'espace du filtre soit unitaire :

$$K = 2\pi |\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{A}, \hat{\theta}}|^{1/2}. \quad (5.17)$$

La covariance de ce filtre gaussien anisotrope est donnée par :

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{A}, \hat{\theta}} = \mathbf{R}_{\hat{\theta}}^T \begin{bmatrix} \rho^2 & 0 \\ 0 & \rho^2(1 - \hat{A}) \end{bmatrix} \mathbf{R}_{\hat{\theta}} \quad (5.18)$$

où  $\mathbf{R}_\theta$  est la matrice unitaire de rotation d'angle  $\theta$ . Comme illustré à la figure 5.5 l'écart-type de cette fenêtre adaptative est limité par le paramètre d'estimation de texture  $\rho$ . En effet, l'utilisation directe des longueurs de corrélation estimées pour la définition de la fenêtre peut entraîner des valeurs de fenêtre de filtrage supérieures à celle de la fenêtre d'estimation de texture  $K_\rho$ , ce qui n'est pas souhaitable puisque ce qui est en dehors de cette dernière ne suit pas forcément la statistique locale. L'utilisation de la mesure d'anisotropie, bornée entre zéro et un, permet d'éviter ce problème.



**Fig. 5.5:** Fenêtre d'estimation adaptative

La seconde étape de la méthode est l'estimation des statistiques locales pondérées. Le filtre MMSE requiert l'estimation de la moyenne et de la variance locales, qui seront données par les relations :

$$\hat{\mu}_I^{(w)}(\mathbf{u}_0) = \int_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2} w(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) I(\mathbf{u}) d\mathbf{u}, \quad (5.19)$$

et

$$\widehat{\sigma}_I^{2,(w)}(\mathbf{u}_0) = \int_{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2} w(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \left[ I(\mathbf{u}) - \widehat{\mu}_I^{(w)}(\mathbf{u}_0) \right]^2 d\mathbf{u}. \quad (5.20)$$

La troisième étape est la formation, à partir de ces statistiques, de la constante de filtrage :

$$k^{(w)}(\mathbf{u}) = f(\widehat{\mu}_I^{(w)}(\mathbf{u}), \widehat{\sigma}_I^{2,(w)}(\mathbf{u})) \quad (5.21)$$

permettant de prendre en compte les fortes hétérogénéités présentes dans la zone considérée. En effet, la formulation de la fenêtre 5.16 permet de définir une direction de filtrage mais pas de prendre en compte une cible ponctuelle, dont l'anisotropie spatiale est théoriquement nulle.

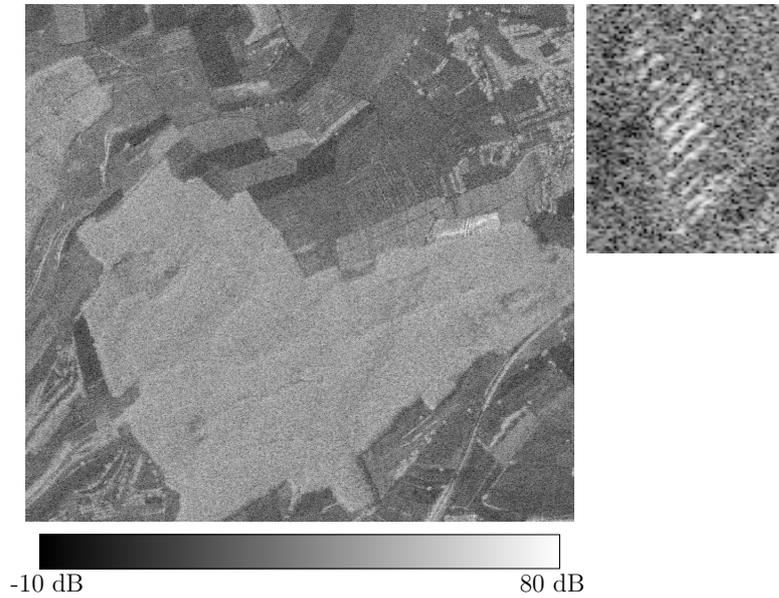
L'étape finale est le filtrage proprement dit, c'est à dire la combinaison entre la moyenne pondérée estimée et la valeur originale du pixel central selon la règle de filtrage MMSE choisie ((5.4) ou (5.6)), donnant l'estimée de la réflectivité locale

$$\widehat{R}(\mathbf{u}) = k^w(\mathbf{u})I(\mathbf{u}) + \widehat{\mu}_I^{(w)}(\mathbf{u}) [1 - k(\mathbf{u})]. \quad (5.22)$$

### 5.3.2 Application aux données SAR

Le filtre AGK-MMSE a été validé sur les données d'intensité mono-vue en bande L du jeu de données «*Weiherbachtal*» acquis par le capteur ESAR du DLR (Centre Aérospatial Allemand). Une sous image de cette scène contenant à la fois des structures fines orientées et des textures (forêt non homogène) a été choisie pour le test du filtre. Comme les propriétés de ce dernier résident dans sa capacité à s'adapter spatialement aux structures, ses performances ont été comparées à celles du filtre de Lee modifié décrit au paragraphe 5.2.3.4. La zone de test est présentée sur la figure 5.6.

Le filtre AGK-MMSE est commandé par deux paramètres qui sont l'échelle du préfiltrage  $\sigma$  et l'échelle d'estimation  $\rho$ . Afin de simplifier l'usage du filtre, l'influence de ces paramètres a été étudiée sur une petite zone contenant une structure fortement anisotrope et orientée de l'image montrée en figure 5.6. Le rôle de  $\sigma$  est de filtrer l'image afin de stabiliser l'estimation du gradient, l'opération de dérivée ayant tendance à amplifier les hautes fréquences et donc les effets du speckle. Cependant, si on augmente  $\sigma$  pour une valeur fixe de  $\rho$ , la seconde valeur propre du tenseur  $\lambda_2$  tend à diminuer car le filtrage réduit la variance du gradient. Par conséquent, pour des valeurs de  $\sigma$  supérieures ou égales à  $\rho$ , le tenseur de structure tend à agir comme un détecteur de contour. On peut voir sur la figure 5.7 que pour le cas  $\sigma > \rho$  (ligne du haut), le paramètre d'énergie décrit bien les contours alors que le paramètre d'anisotropie perd sa signification puisque toujours très proche de 1 et l'estimation de l'angle  $\theta$  est très instable. Le second paramètre  $\rho$  est équivalent à une fenêtre d'estimation statistique sur le signal à l'échelle  $\sigma$ . Il paraît donc raisonnable de fixer  $\rho > \sigma$ . On peut voir sur la même figure que l'augmentation de  $\rho$  tend à stabiliser l'estimation de l'orientation. De plus, avec de grandes valeurs de  $\rho$  le caractère orienté de la structure est bien décrit par le paramètre d'anisotropie  $A$ . Cependant, le choix d'une trop grande valeur pour  $\rho$  engendre, en plus d'une perte de résolution spatiale, une mauvaise estimation

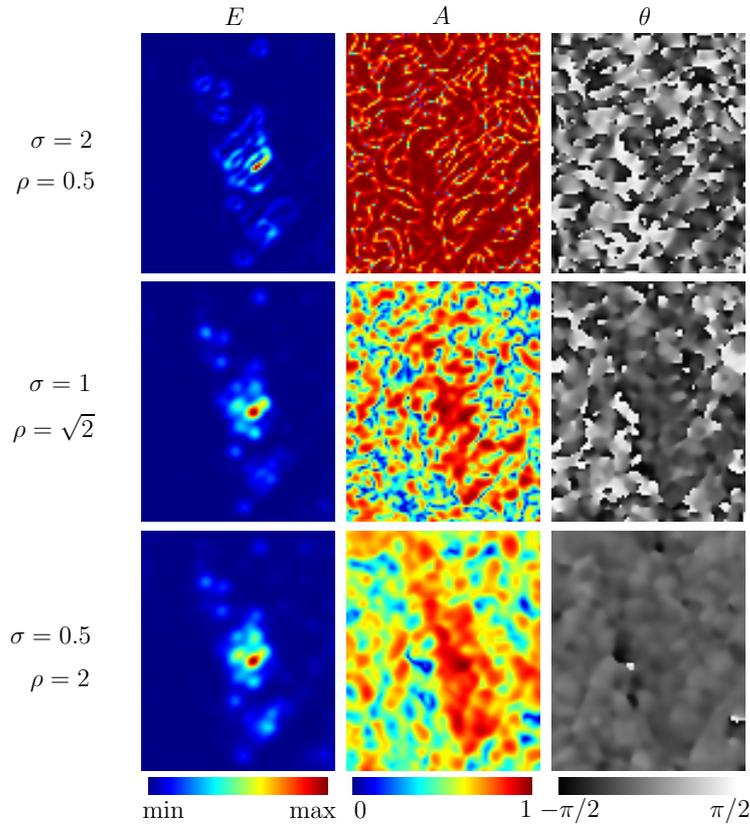


**Fig. 5.6:** Zone de test mono-vue extraite des données «*Weierbachtal*» (ESAR, DLR.) utilisée pour l'évaluation qualitative du filtre (*image de gauche*), zone orientée extraite des mêmes données utilisée pour l'étude de l'influence des deux paramètres d'échelle  $\sigma$  et  $\rho$  (*image de droite*).

du paramètre d'angle  $\theta$  dû à un filtrage trop important (ligne du bas). Nous avons trouvé expérimentalement que le fait de doubler la variance de la fenêtre gaussienne d'estimation par rapport à la fenêtre de pré-filtrage, ce qui équivaut à la relation  $\rho = \sqrt{2}\sigma$  (ligne centrale) formait un bon compromis entre la résolution spatiale et la stabilisation nécessaire du gradient. De plus, ce choix simplifie l'utilisation du filtre puisqu'il réduit le nombre de paramètres d'entrée à une taille de fenêtre, comme le filtre de Lee.

Le paramètre spatial d'anisotropie  $A$  est très sensible au bruit et vaut en pratique rarement 0 pour un voisinage isotrope si l'image est bruitée. Ainsi, afin d'améliorer les performances du filtre sur les zones homogènes, les statistiques du coefficient de variation  $CV_f^2$  ont été calculées sur une zone homogène de l'image. Ensuite, le paramètre  $A$  a été considéré non informatif et sa valeur forcée à zéro pour les pixels remplissant la condition  $CV_f^2 < MOYENNE(CV_f^2) + ECART - TYPE(CV_f^2)$ . Si l'on approxime la distribution de  $CV_f^2$  par une loi normale [LNTL93], cette condition correspond à un intervalle de confiance de 68% dans l'hypothèse d'une zone homogène. Les estimées de l'anisotropie et de l'angle d'orientation utilisées pour le filtrage de l'image sont montrés sur la figure 5.8.

Le filtrage maximal de notre filtre est atteint pour une zone homogène et sa valeur théorique égale à  $NEV_{AGK-MMSE} = 2\pi\rho^2$  où  $NEV$  signifie Nombre Equivalent de Vues, c'est-à-dire le nombre d'échantillons sommés pour obtenir l'estimation de la moyenne locale. Par conséquent, pour comparer la performance de notre filtre avec



**Fig. 5.7:** Etude de l'influence des paramètres d'échelle  $\sigma$  et  $\rho$  sur les estimées des paramètres de texture  $E$  (énergie d'orientation),  $A$  (anisotropie) et  $\theta$  (angle d'orientation).

le filtre de Lee modifié nous avons choisi une valeur  $\sigma = 1.9$  pour obtenir un nombre de vues équivalent maximal proche de celui du filtre modifié de Lee pour des demi-fenêtres d'une longueur de 9 pixels.

L'évaluation quantitative des performances du filtre sur zone homogène sélectionnée sur l'image sont reportées dans le tableau 5.1 où il peut être observé que le filtre AGK-MMSE possède un nombre effectif de vues légèrement supérieur à celui du filtre de Lee modifié alors que le biais sur la valeur moyenne est faible pour les deux filtres.

Comme le filtre AGK-MMSE est basé sur l'analyse de l'orientation locale, il est attendu qu'il préserve les structures dans l'image. Ainsi, afin d'évaluer cette propriété, les résultats de filtrage obtenus avec une simple fenêtre carrée, le filtre de Lee modifié et le filtre AGK-MMSE ont été comparés sur la figure 5.9. Le rapport entre l'image originale et l'image filtrée est un bon indicateur de la qualité de filtrage et est présenté sur la figure 5.10. L'observation de ces deux figures permet de formuler les remarques suivantes. D'une part, si le filtre de Lee modifié préserve les contours de façon plus nette, grâce à l'utilisation de fenêtres asymétriques, il introduit cependant des taches caractéristiques sur les zones homogènes ce qui rend l'interprétation visuelle de l'image plus difficile. D'autre part, le filtre AGK-MMSE introduit des rides orientées le long des

	Image bruitée	Filtre de Lee Modifié	AGK-MMSE
NEV théorique	1	45	45.36
NEV estimé	0.95	15.8	17.9
Moyenne estimée	45.0 dB	45.1 dB	45.0 dB

---

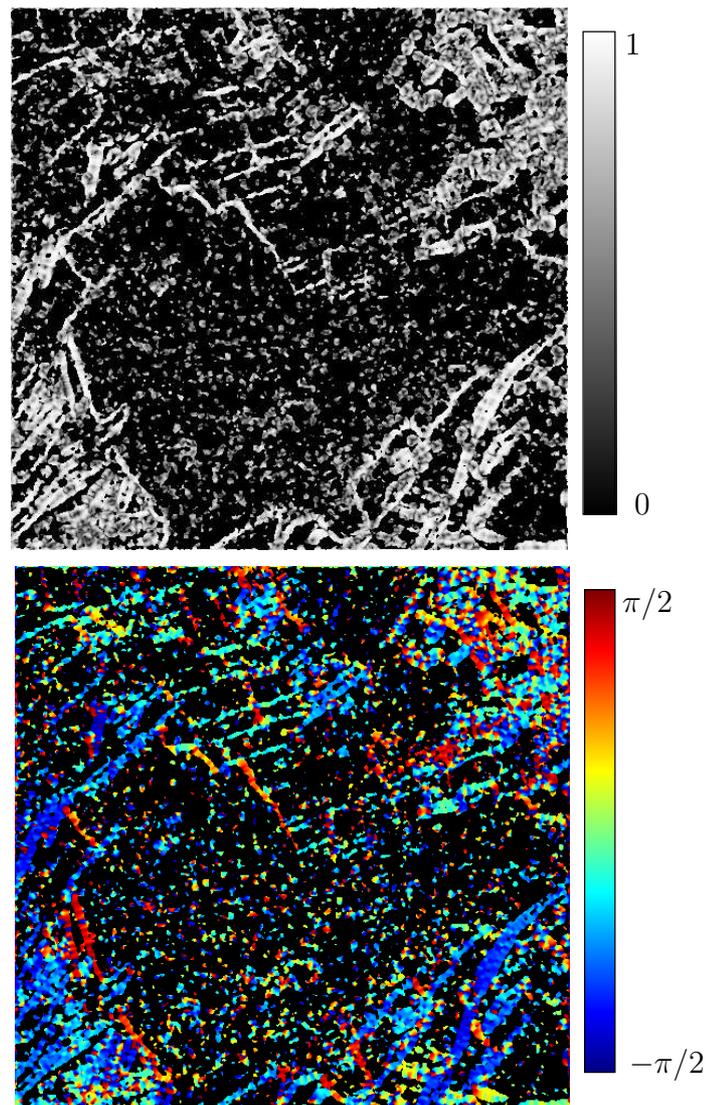
**Tab. 5.1:** Performances sur une zone homogène

---

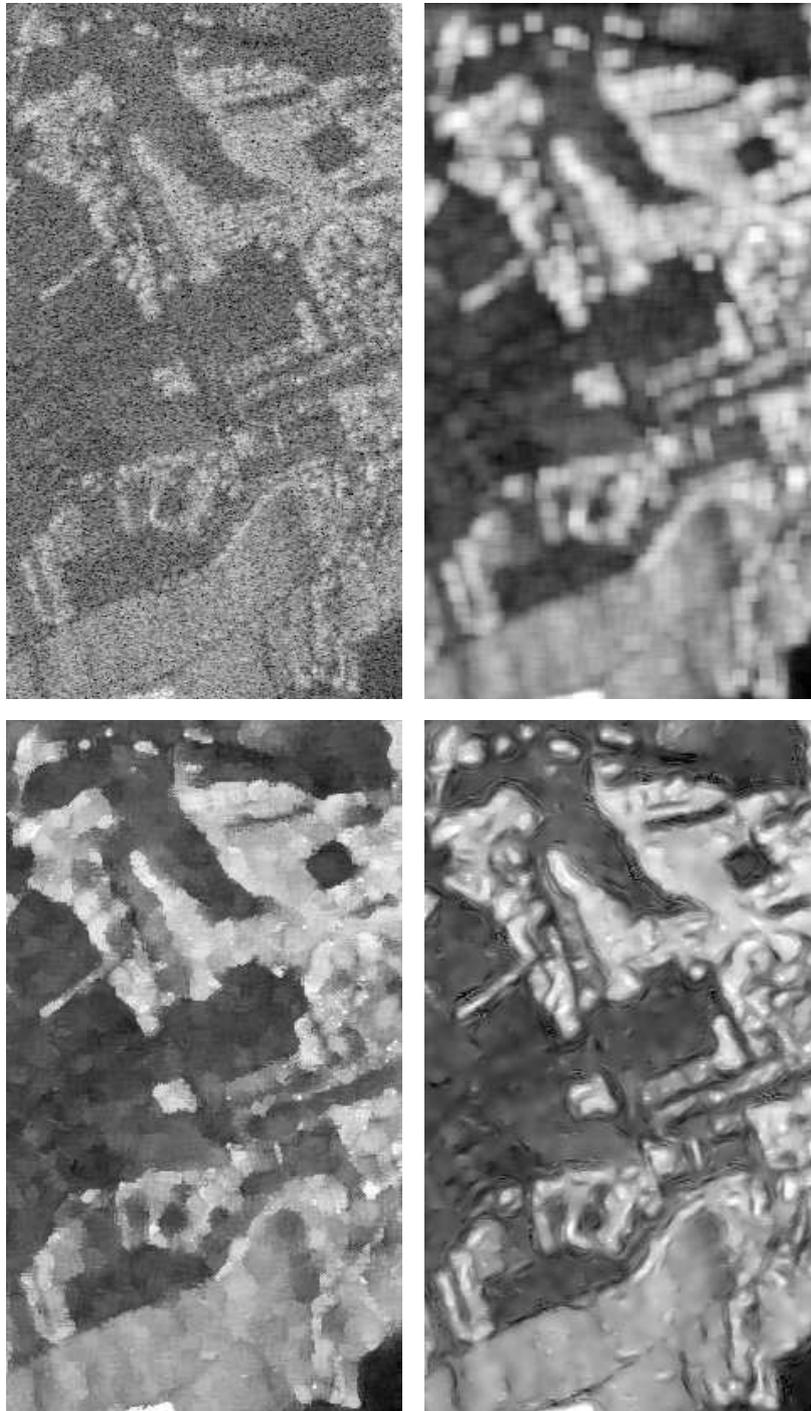
contours. Ceci est dû à l'augmentation du paramètre d'anisotropie au voisinage d'une zone orientée qui fait diminuer la taille de la fenêtre d'estimation. Ainsi, le filtrage au voisinage des contours est moins important. Cependant, grâce à l'utilisation de cette fenêtre adaptative de forme gaussienne anisotrope, le filtrage AGK-MMSE aboutit à un résultat plus lisse ainsi qu'une meilleure préservation des hétérogénéités et des zones texturées. L'observation des rapports entre image originale montre que notre approche dégrade moins la structure de l'image que le filtre de Lee modifié, puisque le rapport possède une apparence plus homogène dans le cas du filtre AGK-MMSE.

## 5.4 Conclusion

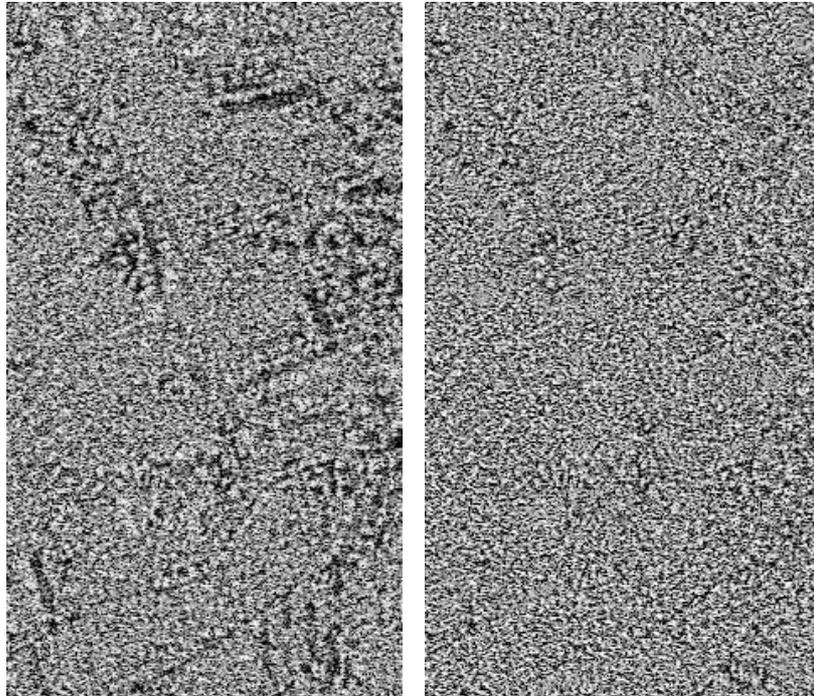
Après avoir présenté les principales méthodes de filtrage des images SAR, ce chapitre a introduit une nouvelle méthode basée sur l'estimation des paramètres spatiaux d'anisotropie et d'orientation obtenus à partir du tenseur de structure présenté précédemment. Ce filtre diffère des méthodes traditionnelles par l'utilisation de fenêtres gaussiennes anisotropes s'adaptant à l'orientation locale du voisinage du pixel. Ainsi, les statistiques locales sont pondérées plus fortement dans la direction de l'orientation locale dominante, ce qui permet une meilleure adaptation spatiale du filtre. Cette approche a ensuite été validée sur des données réelles mono-vues et comparée au filtre de Lee modifié dont l'utilisation est très répandue en traitement des images SAR. L'approche ici introduite a montré des performances équivalentes à celles du filtre de Lee modifié sur les zones homogènes, ainsi qu'une meilleure préservation des structures fines de l'image ainsi que l'obtention d'une image à l'aspect plus lisse par opposition au filtre de Lee modifié qui introduit des sauts dans l'estimation de la moyenne sur les zones homogènes.



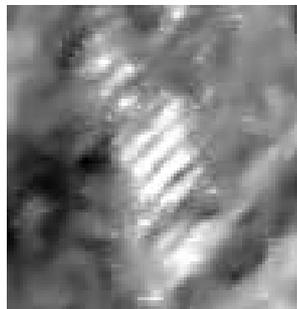
**Fig. 5.8:** Valeurs seuillées pour des valeurs significatives du coefficient de variation (voir texte) de l'anisotropie  $A$  estimée (haut) et de l'angle d'orientation  $\theta$  (bas) avec les échelles  $\sigma = 1.9$  et  $\rho = \sqrt{2}\sigma$ . Ici la référence pour  $\theta$  est un axe vertical.



**Fig. 5.9:** Résultat de filtrage : sous-zone sélectionnée (haut gauche), fenêtre carrée  $9 \times 9$  (haut droite), filtre de Lee modifié (bas gauche), filtre AGK MMSE (bas droite).



**Fig. 5.10:** Rapport entre l'image originale et l'image filtrée pour : le filtre de Lee modifié (gauche) et le filtre AGK-MMSE (droite).



**Fig. 5.11:** Structure orientée filtrée par la méthode AGK-MMSE.

## Conclusions et perspectives

La contribution apportée par ce travail, axé sur l'analyse spatiale de la texture dans les images SAR, concerne essentiellement l'introduction d'un nouveau modèle permettant de prendre en compte le caractère non stationnaire et parfois orienté spatialement de ce type de texture, ainsi que l'élaboration de méthodes d'estimation relatives aux paramètres de ce modèle. Cette étude ne prétend cependant pas fournir une description optimale pour toute texture spatiale de l'intensité SAR, mais permet de mettre en avant certains points non abordés lors de précédents travaux et ainsi d'ouvrir de nouvelles voies d'exploration dans ce domaine.

Le chapitre 1 a introduit les principes de formation des images SAR ainsi que les propriétés statistiques de ces données, inhérentes aux phénomènes physiques de rétrodiffusion des ondes électromagnétiques par des milieux aléatoires. Le chapitre 2 présente quelques méthodes d'analyse de texture issues du domaine de la vision par ordinateur, puis les méthodes couramment utilisées pour décrire la texture dans les images SAR. Ces préliminaires permettent de justifier la nécessité d'adapter les techniques classiques de traitement d'image pour les rendre applicables aux images SAR.

Les chapitres 3, 4 et 5 constituent la partie originale de ce travail. La contribution du chapitre 3 est l'extension de modèles existants en analyse de texture SAR, alors que le chapitre 4 est tourné vers l'application d'opérateurs communément utilisés en traitement d'image et l'adaptation de l'un d'entre eux au modèle multiplicatif décrit dans les deux premiers chapitres. Enfin, le chapitre 5 montre l'application de l'un des opérateurs décrits précédemment au filtrage de speckle.

Le chapitre 3, après avoir montré des mesures des statistiques d'ordre deux sur des données réelles, remet en question les hypothèses de stationnarité et d'isotropie généralement supposées pour l'étude de la texture dans les images SAR, justifiant ainsi l'emploi d'un nouveau modèle à la fois spatial et statistique pour cette texture. Ce modèle appelé «*noyaux gaussiens anisotropes*» suppose que la texture est issue du filtrage d'un bruit blanc de densité normale par un champ de noyaux gaussiens anisotropes dont les paramètres peuvent varier comme une fonction de l'espace. L'hypothèse de stationnarité locale du signal permet une modélisation paramétrique de la fonction d'autocovariance locale sous sa forme stationnaire par une gaussienne anisotrope. La densité d'un processus ainsi obtenu étant normale, il est montré comment l'application d'une méthode de simulation choisie dans la littérature à de tels processus permet d'obtenir des images d'intensité ayant les caractéristiques statistiques

généralement mesurées sur ce type de données, mais dont la fonction d'autocovariance est non stationnaire. Par la suite, le problème d'estimation des paramètres du modèle est abordé. Un algorithme original d'estimation, basé sur les moments géométriques et permettant de retrouver les paramètres de l'autocovariance spatiale est présenté. Les performances de cette méthodes sont alors évaluées pour des simulations de données stationnaires. Puis l'application à des données non stationnaires simulées par la méthode introduite précédemment valident l'hypothèse que dans certaines limites, l'approximation de stationnarité locale permet bien de retrouver les fluctuations spatiales de l'autocovariance. Enfin, la validation de l'algorithme sur des données réelles permet de mettre en évidence l'utilité de l'approche choisie, par sa capacité à décrire les fluctuations spatiales présentes dans les images SAR. On peut en effet constater qu'une quantité importante d'information est extraite par notre méthode, confirmant ainsi la pertinence du modèle.

La méthode d'estimation précédemment introduite nécessite le calcul d'un grand nombre de coefficients de la fonction d'autocovariance. Elle requiert donc une puissance de calcul considérable et les données SAR étant de grande dimension, le temps d'exécution pour une image entière est très important. Ceci est d'autant plus regrettable que le nombre de paramètres du modèle à estimer est faible. Se basant sur la considération que le modèle des noyaux gaussiens anisotropes peut être vu comme une mesure de l'orientation et de l'anisotropie locale du voisinage du pixel courant, nous avons alors recherché d'autres méthodes d'estimation de cette caractéristique. Deux de ces méthodes ont été retenues, et sont l'objet du chapitre 4. Les filtres orientables fournissent tout d'abord une alternative avantageuse au filtrage de Gabor présenté au chapitre 2 pour l'estimation de l'orientation locale, puisque seulement un nombre réduit de filtres est nécessaire. Cependant, cette approche ne suppose pas de modèle pour le signal. Un opérateur possédant des propriétés très similaires à celles des filtres orientables et nommé «*tenseur de structure*» est alors introduit. Nous montrons ensuite comment un tel opérateur peut être utilisé pour caractériser l'orientation locale de textures spatiales aléatoires, puisque les éléments de celui-ci sont ici établis proportionnels aux moments d'ordre deux de la densité spectrale de puissance de la texture. Nous établissons ensuite une relation directe entre les paramètres du modèle des noyaux gaussiens et les valeurs/vecteurs propres du tenseur de structure pour une texture non bruitée. Dans le cas d'une texture affectée par du speckle, la relation est moins directe et fait apparaître une équation matricielle non linéaire compliquée. Afin d'appliquer cette estimation sur des données réelles, un algorithme basé sur l'inversion numérique de l'équation non linéaire est proposée. L'analyse sur des simulations stationnaires valide la relation non linéaire entre paramètres du modèle des noyaux et tenseur de structure. L'inversion permettant de retrouver les longueurs de corrélation est étudiée, et il apparaît que la relation n'est pas bijective puisque numériquement, deux solutions distinctes à l'équation peuvent être trouvées. L'application aux simulations non stationnaires montre le manque de fiabilité de cette méthode, dû aux instabilités numériques et à l'absence de solution unique. Une approximation, consistant à considérer l'image à une échelle donnée, est alors introduite et l'application sur

des données réelles montre un résultat convaincant car qualitativement comparable à celui obtenu par la première méthode. La méthode d'estimation par filtres orientables est aussi appliquée à ces mêmes données. On peut alors constater que cette dernière fournit une bonne estimation de l'orientation des structures déterministes présentes dans l'image.

Les résultats obtenus sur les données polarimétriques par les méthodes d'analyse des chapitres 3 et 4 montrent la dépendance entre la corrélation spatiale et le canal polarimétrique, ce qui suggère la remise en question de la validité du modèle produit généralement utilisé, supposant une texture identique et commune à tous les canaux.

Enfin, le chapitre 5 montre comment utiliser l'information extraite par la méthode du tenseur de structure pour effectuer un filtrage de speckle adapté à l'orientation locale du voisinage d'un pixel. Cette nouvelle méthode de filtrage est comparée au filtre modifié de Lee et présente de meilleures performances que ce dernier en termes de préservation des structures spatiales de l'image. Une évaluation quantitative plus poussée des caractéristiques de ce filtre, notamment en terme de préservation des forts diffuseurs, pourra être menée sur des données simulées.

L'étude réalisée et les résultats obtenus soulèvent bon nombre de questions qui sont autant de perspectives pour la poursuite future de ces travaux. En effet, s'il a ici été montré que l'anisotropie et l'orientation représentaient de manière pertinente l'information spatiale et pas seulement celle des contours, la nature de la texture spatiale reste encore inconnue. L'analyse de texture sur les données a en effet montré que des zones à faible coefficient de variations pouvaient présenter une forte corrélation spatiale, ce qui remet en question l'utilisation unique du modèle produit et de la distribution en  $K$  pour décrire la texture des images SAR. Une étude sur la relation entre la loi statistique ( $K$ , Gamma ou autre) et les paramètres de celle-ci en fonction de la corrélation spatiale semble donc une suite logique de ce travail. Un modèle reliant ainsi ces différentes caractéristiques reste à établir. D'autres modèles de fonction d'autocovariance pourraient être étendus au cas anisotrope. Les classes de Matérn introduites en géostatistiques fournissent une classe de covariance plus générale que les classes gaussienne et exponentielle décroissante et ont été appliquées à des données spatiales non stationnaires dans [PS04]. Cependant l'estimation des paramètres de telles fonctions pose une difficulté supplémentaire due à leur plus grande complexité.

De plus, on pourra s'interroger sur les causes d'apparition d'anisotropie spatiale dans l'image. Pour une grande partie, l'anisotropie semble due à des changements de comportement dans les mécanismes de rétrodiffusion. Une étude liant les propriétés physiques du milieu à la corrélation spatiale mesurée sur une image SAR semble être un vaste champ d'investigation, dû à la diversité des milieux rencontrés.

L'aspect d'échelle lié à la notion de texture reste aussi à examiner. Le tenseur de structure semble alors un outil approprié et prometteur pour cette étude. En effet, les dérivées de gaussiennes utilisées pour former cet opérateur possèdent la propriété d'admissibilité des ondelettes de même que les dérivées secondes de gaussiennes utilisées pour les filtres orientables. Des représentations pyramidales utilisant ce type de filtres existent [SF95, KS96] et pourraient être appliquées à cette d'analyse.

On peut aussi imaginer appliquer des méthodes de sélection locale de l'échelle, c'est-à-dire représentant au mieux l'information selon un critère mathématique. De telles approches ont été étudiées pour le tenseur de structure sur des images naturelles dans [GL96, Lin98] et pour la sélection de taille de fenêtre d'estimation dans un cadre de régression non paramétrique [AKE03, KEA05]. Ce type d'approche pourrait éventuellement constituer une amélioration de la méthode de filtrage présentée au chapitre 5.

On pourra en outre remarquer que les deux méthodes décrites au chapitre 4 peuvent être reliées aux méthodes de classification de texture décrites en 2.2.4.2 et illustrées par les figures 2.10 et 2.11. Ainsi la sortie de ces opérateurs calculés pour différentes échelles pourrait fournir des attributs à mettre en entrée d'un classifieur.

La résolution analytique de l'équation non linéaire liant le tenseur de structure aux paramètres du modèle des noyaux gaussiens reste un point délicat et la possibilité d'approximation par une fonction plus simple reste à étudier. Ceci pourrait en outre rendre possible le calcul d'une expression pour le biais et la variance des valeurs inversées, ce qui permettrait un meilleur contrôle sur l'estimation. De plus, un critère sur le choix de la solution à retenir reste à trouver.

En ce qui concerne l'application au filtrage, l'estimation des paramètres réels de l'autocovariance (c'est-à-dire indépendamment du préfiltrage définissant l'échelle) pourrait aboutir à un filtre optimal pour les statistiques d'ordre deux.

Enfin, l'application aux canaux d'intensité polarimétriques est prometteuse et un modèle de texture spatiale pour les canaux d'intercorrélation polarimétrique permettrait de compléter la description de la texture polarimétrique. La méthode pourra aussi être appliquée à l'analyse d'images multi-modales (bande X, C, L, P...) afin de permettre la comparaison des corrélations spatiales estimées pour les différentes fréquences.

# Bibliographie

- [AKE03] E. Alban, V. Katkovnik, and K. O. Egiazarian. Adaptive window size gradient estimation for image edge detection. In *Image Processing : Algorithms and Systems II. Edited by Dougherty, Edward R. ; Astola, Jaakko T. ; Egiazarian, Karen O. Proceedings of the SPIE, Volume 5014, pp. 54-65 (2003).*, pages 54–65, May 2003.
- [Alt62] F.L. Alt. Digital pattern recognition by moments. In *OCR62*, pages 153–179, 1962.
- [BCG90] A.C. Bovik, M. Clarke, and W.S. Geisler. Multichannel Texture Analysis Using Localized Spatial Filters. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 12 :55–73, 1990.
- [BFF01] O. Bustos, A. Flesia, and A. Frery. Generalized method for sampling spatially correlated heterogeneous speckled imagery. *EURASIP*, 2001(1) :89–99, 2001.
- [BG87] J. Bigun and G. H. Granlund. Optimal orientation detection of linear symmetry. In DC IEEE Computer Society Press, Washington, editor, *First International Conference on Computer Vision, ICCV*, pages pages 433–438, June 1987.
- [BH98] R. Bamler and P. Hartl. Synthetic aperture radar interferometry’. *Inverse Problems*, 14 :R1 – R54, 1998.
- [BL91] D.G. Barber and E.F. LeDrew. Sar sea ice discrimination using texture statistics : a multivariate approach. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 57(4) :385–395, 1991.
- [Bla94a] D. Blacknell. Comparison of parameter estimators for k-distribution. *IEE Proc., Radar, Sonar, Navig.*, 141(1) :45–52, 1994.
- [Bla94b] D. Blacknell. New method for the simulation of correlated k-distributed clutter. *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings -*, 141(1) :53–58, 1994.
- [BP95] A. Baraldi and F. Pannigiani. A refined gamma map sar speckle filter with improved geometrical adaptivity. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 33(5) :1245–1257, 1995.
- [BP00] J. S. Bendat and A. G. Piersol. *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 2000.

- [Bro66] P. Brodatz. *Textures : A Photographic Album for Artists and Designers*. Dover, New York, 1966.
- [Cla01] D.A. Clausi. Comparison and fusion of co-occurrence, gabor, and mrf texture features for classification of sar sea ice imagery. *Atmosphere&Oceans*, 39(4) :183–194, 2001.
- [CP95] J.-P. Cocquerez and S. Philipp. *Analyse d'images : filtrage et segmentation*. Masson, Paris, 1995.
- [CP96] S. R. Cloude and E. Pottier. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 34(2) :498–518, 1996.
- [Dai75] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Topics in Applied Physics, Berlin : Springer, 1975, edited by Dainty, J.C., 1975.
- [Dau80] J.D. Daugman. Two-dimensional spectral analysis of cortical receptive field profiles. *Vision Research*, 20 :847–856, 1980.
- [DFFP04a] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Local orientation analysis of spatial texture from polarimetric SAR data'. In *IGARSS Symposium*, September 2004.
- [DFFP04b] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Nonstationary texture analysis from polarimetric SAR data. In *EUSAR Symposium*, May 2004.
- [DFFP05a] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Analyse de la texture dans les images sar appliquée au filtrage de speckle. In *GRETSI*, 2005.
- [DFFP05b] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Nonstationary spatial texture estimation applied to adaptive speckle reduction of sar data. Accepted for publication in *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2005.
- [DFFP05c] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. A speckle filter based on spatial texture analysis of sar data. In *IGARSS Symposium*, 2005.
- [DFFP05d] O. D'Hondt, L. Ferro-Famil, and E. Pottier. Texture analysis of sar images applied to speckle filtering. In *EURAD Symposium*, 2005.
- [FA91] W.T. Freeman and E.H. Adelson. The design and use of steerable filters. *PAMI*, 13(9) :891–906, September 1991.
- [Flu00] J. Flusser. On the independence of rotation moment invariants. *Pattern Recognition*, 33(9) :1405–1410, September 2000.
- [Fre92] W.T. Freeman. *Steerable Filters and Analysis of Image Structure*. PhD thesis, MIT, 1992.
- [FSSH82] V. S. Frost, J. Abbot Stiles, K. S. Shammugan, and L. C. Holtzman. A model for radar images and its application to adaptive digital filtering of multiplicative noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, PAMI-4(2) :157–166, Mar 1982.
- [Fur05] R. Furrer. Covariance estimation under spatial dependence. *Journal of Multivariate Analysis*, 94(2) :366–381, June 2005.

- [Gab46] D. Gabor. Theory of communication. *J. Inst. Electr. Eng.*, 93 :429–457, 1946.
- [GBPG94] H. Greenspan, S. Belongie, P. Perona, and R. Goodman. Rotation invariant texture recognition using a steerable pyramid. In *ICPR*, volume 2, page ICPR 1994, 1994.
- [GL96] J. Garding and T. Lindeberg. Direct computation of shape cues using scale-adapted spatial derivative operators. *Int. J. Comp. Vis.*, 17(2) :163–191, Feb 1996.
- [GM00] M. N. Gibbs and D. J. C. MacKay. Variational gaussian process classifiers. *IEEE-NN*, 11(6) :1458, November 2000.
- [Goo76] J. W. Goodman. Some fundamental properties of speckle. *Journal of the Optical Society of America A*, 66(11) :1145–1150, November 1976.
- [Goo84] J. W. Goodman. Statistical properties of laser speckle patterns. In J. C. Dainty, editor, *Laser Speckle and Related Phenomena*. Springer-Verlag, New York, second edition, 1984.
- [Har79] R.M. Haralick. Statistical and Structural Approaches to Texture. *Proceedings of the IEEE*, 67 :786–804, 1979.
- [Haw70] J.K. Hawkins. Textural properties for pattern recognition. In *PPP70*, pages 347–370, 1970.
- [HS92] R. M. Haralick and L. G. Shapiro. *Computer and Robot Vision, Volume I*, pages pp. 28–48. Addison-Wesley, 1992.
- [HSD73] R.M. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein. Textural Features for Image Classification. 3(6) :610–621, November 1973.
- [HSK98] D. Higdon, J. Swall, and J. Kern. *Bayesian Statistics*, chapter Non-stationary spatial modeling. Oxford University Press, 1998.
- [Hu62] M.K. Hu. Visual pattern recognition by moment invariants. *IEEE Trans. Information Theory*, 8(2) :179–187, February 1962.
- [Jak80] E. Jakeman. On the statistics of K-distributed noise. *J. Phys. A. : Math. Gen.*, 13(1) :31–48, 1980.
- [Jam64] A. T. James. Distributions of matrix variates and latent roots derived from normal samples. *Ann. Math. Statist*, 35 :475–501, 1964.
- [Jao84] J. K. Jao. Amplitude distribution of composite terrain radar clutter and the K-distribution. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 32(10) :1049–1062, October 1984.
- [JP78] E. Jakeman and P. N. Pusey. Significance of k distributions in scattering experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 40(9) :546–550, 1978.
- [JPW93] I. R. Joughin, D. B. Percival, and D. P. Winebrenner. Maximum likelihood estimation of k distribution parameters for sar data. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 31(5) :989–999, Sep 1993.

- [JU04] M. Jacob and M. Unser. Design of steerable filters for feature detection using Canny-like criteria. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(8) :1007–1019, August 2004.
- [KEA05] V. Katkovnik, K. Egiazarian, and J. Astola. A spatially adaptive nonparametric regression image deblurring. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 14(10) :1469–1478, 2005.
- [KG83] H. Knutsson and G. H. Granlund. Texture Analysis Using Two-Dimensional Quadrature Filters. pages 388–397, October 1983.
- [Knu89] H. Knutsson. Representing local structure using tensors. In *The 6th Scandinavian Conference on Image Analysis*, pages 244–251, Oulu, Finland, June 1989. Report LiTH-ISY-I-1019, Computer Vision Laboratory, Linköping University, Sweden, 1989.
- [KS96] A Karasaridis and E P Simoncelli. A filter design technique for steerable pyramid image transforms. In *ICASSP*, volume IV, pages 2389–2392, Atlanta, GA, May 1996. IEEE Sig Proc Society.
- [KSSC85] D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand, and P. Chavel. Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, PAMI-7(2) :165–177, 1985.
- [KSSC87] D. Kuan, A. Sawchuk, T. Strand, and P. Chavel. Adaptive restoration of images with speckle. *Acoustics, Speech, and Signal Processing [see also IEEE Transactions on Signal Processing]*, *IEEE Transactions on*, 35(3) :373–383, 1987.
- [LBM<sup>+</sup>93] K.J. Langenberg, M. Brandfass, K. Mayer, T. Kreutter, A. Brull, P. Felinger, and D. Huo. Principles of microwave imaging and inverse scattering. *EARSeL Advances in Remote Sensing*, 2(14) :163–186, 1993.
- [Lee80] J-S. Lee. Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, PAMI-2(no. 2) :165–168, 1980.
- [Lee81] J.-S. Lee. Refined filtering of image noise using local statistics. *Comput. Vision, Graphics, Image Process*, 15(2) :380–389, 1981.
- [Lin94] T. Lindeberg. Scale-space theory : A basic tool for analysing structures at different scales. *J. of Applied Statistics*, 21(2) :224–270, 1994.
- [Lin98] Tony Lindeberg. Feature detection with automatic scale selection. *Int. J. Comput. Vision*, 30(2) :79–116, 1998.
- [IKW87] M. I. Kass and A. Witkin. Analyzing oriented patterns. *Comput. Vision Graph. Image Process.*, 37(3) :362–385, 1987.
- [LMPC05] C. Lopez-Martinez, E. Pottier, and S. R. Cloude. Statistical assessment of eigenvector-based target decomposition theorems in radar polarimetry. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 43(9) :2058–2074, 2005.

- [LNTL90] A. Lopes, E. Nezry, R. Touzi, and H. Laur. Maximum a posteriori speckle filtering and first order texture models in sar images. pages 2409–2412, 1990.
- [LNTL93] A. Lopes, E. Nezry, R. Touzi, and H. Laur. Structure detection and statistical adaptive speckle filtering in SAR images. *Int. J. Remote Sensing*, 14(9) :1735–1758, 1993.
- [LO94] P. Lombardo and C.J. Oliver. Estimation of texture parameters in K-distributed clutter. *IEE Proc., Radar, Sonar, Navig.*, 141(4) :196–204, 1994.
- [LS97] A. Lopes and F. Sery. Optimal speckle reduction for the product model in multilook polarimetric sar imagery and the wishart distribution. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 35(3) :632–647, 1997.
- [LTN90] A. Lopes, R. Touzi, and E. Nezry. Adaptive speckle filters and scene heterogeneity. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 28(6) :992–1000, 1990.
- [Mal98] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1998.
- [Maî01] H. Maître. *Traitement des images de RSO*. Hermes - Paris - Collection IC2, 2001.
- [Maî03] H. Maître. *Le traitement des images*. Hermès - Paris - Collection IC2, 2003.
- [MJ00] K. V. Mardia and P. E. Jupp. *Directional statistics*. Wiley, new ed. edition, 2000.
- [MR97] J. Malik and R. Rosenholtz. Computing local surface orientation and shape from texture for curved surfaces. *Int. J. Comput. Vision*, 23(2) :149–168, 1997.
- [Mui82] R. J. Muirhead. *Aspects of Multivariate Statistical Theory*, page 388. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1982.
- [Ogo97] B. Ogor. *Etude comparative de méthodes de filtrage de speckle et de segmentation en imagerie radar à synthèse d'ouverture : application à la région des polders du Mont-Saint-Michel*. PhD thesis, INSA de Rennes, décembre 1997.
- [Oli93] C. J. Oliver. Optimum texture estimators for sar clutter. *J. Phys. D : Appl.*, 26 :1824–1835, 1993.
- [OQ98] C. J. Oliver and S. Quegan. *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*. Artech House, Norwood, MA, 1998.
- [Pac03] C.J. Paciorek. *Nonstationary Gaussian Processes for Regression and Spatial Modelling*. PhD thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 2003.

- [Pap91] A. Papoulis. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill International Editions, 1991.
- [Per95] P. Perona. Deformable kernels for early vision. *PAMI*, 17(5) :488–499, May 1995.
- [PS92] E. Pottier and J. Saillard. Fondements mathématiques de la polarimétrie et son application au domaine radar. *Annales des télécommunications*, 47(7-8) :314–336, 1992.
- [PS04] C. J. Paciorek and M. J. Schervish. Nonstationary covariance functions for gaussian process regression. In Sebastian Thrun, Lawrence Saul, and Bernhard Schölkopf, editors, *Advances in Neural Information Processing Systems 16*. MIT Press, Cambridge, MA, 2004.
- [QR94] S. Quegan and I. Rhodes. Statistical models for polarimetric data : consequences, testing and validity. *Int. J. Remote Sensing*, 32, 1994.
- [RH99] T. Randen and J. H. Husoy. Texture segmentation using filters with optimized energy separation. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 8(4) :571–582, 1999.
- [Ron77] G. Ronning. A simple scheme for generating multivariate gamma distributions with nonnegative covariance matrix. *Technometrics*, vol. 19 :pp. 179–183, 1977.
- [RP74] W. Richard and A. Polit. Texture matching. *Kybernetik*, 16 :155–162, 1974.
- [RS91] A. R. Rao and B. G. Schunck. Computing oriented texture fields. *CVGIP : Graph. Models Image Process.*, 53(2) :157–185, 1991.
- [SF95] E.P. Simoncelli and W.T. Freeman. The steerable pyramid : A flexible architecture for multi-scale derivative computation. pages 444–447, 1995.
- [SF96] E. P. Simoncelli and H. Farid. Steerable wedge filters for local orientation analysis. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 5(9) :1377–1382, 1996.
- [SFAH92] E. P. Simoncelli, W. T. Freeman, E. H. Adelson, and D. J. Heeger. Shiftable multi-scale transforms. *IEEE transactions on information theory*, 38(2), 1992.
- [Sho90] M.E. Shokr. On sea-ice texture characterization from sar images. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 28(4) :737–740, 1990.
- [Sk178] J Sklansky. Image segmentation and feature extraction. 8(4) :337–347, 1978.
- [SM97] P. Stoica and R. Moses. *Introduction to Spectral Analysis*. New Jersey : Prentice-Hall, 1997.
- [ST99] L-K. Soh and C. Tsatsoulis. Texture Analysis of SAR Sea Ice Imagery Using Gray Level Co-occurrence Matrices. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 37(2) :780–795, 1999.

- [TMY78] H. Tamura, T. Mori, and T. Yamawaki. Textural features corresponding to visual perception. *SMC*, 8 :460–473, June 1978.
- [Tou02] R. Touzi. A review of speckle filtering in the context of estimation theory. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 40(11) :2392–2404, 2002.
- [UHA88] F. T. Ulaby, T. F. Haddock, and R. T. Austin. Fluctuation statistics of millimeter-wave scattering from distributed targets. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 26(3) :268–281, 1988.
- [UKBW86] F. T. Ulaby, F. Kouyate, B. Brisco, and T.H.L. Williams. Textural information in SAR images. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 24(2) :235–245, 1986.
- [vVV95] L.J. van Vliet and P.W. Verbeek. Estimators for orientation and anisotropy in digitized images. In *Proc First Conf. Advanced School for Computing and language*, pages 442–451, 1995.
- [War81] K. D. Ward. Compound representation of high resolution sea clutter. *Electron. Lett.*, 17 :561–565, 1981.
- [War82] K. D. Ward. A radar sea clutter model and its application to performance assessment. In *Int. Conf. Radar '82*, pages 203–207, London : IEE, 1982. IEE Conf. Pub 216.
- [WHD96] T. P. Weldon, W. E. Higgins, and D. F. Dunn. Efficient gabor filter design for texture segmentation. *Pattern Recognition*, 29(12) :2005–2015, December 1996.
- [WR95] C. K. I. Williams and C. E. Rasmussen. Gaussian processes for regression. In David S. Touretzky, Michael C. Mozer, and Michael E. Hasselmo, editors, *Proc. Conf. Advances in Neural Information Processing Systems, NIPS*, volume 8. MIT Press, 1995.
- [YKJ<sup>+</sup>89] S. H. Yueh, J. A. Kon, J. K. Jao, R. T. Shin, and L. M. Novak. K-distribution and polarimetric terrain radar clutter. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 3 :747–768, 1989.
- [ZK81] S.W. Zucker and K. Kant. Multiple level representations for texture description. In *McGill Univ. TR*, 1981.



# Annexe

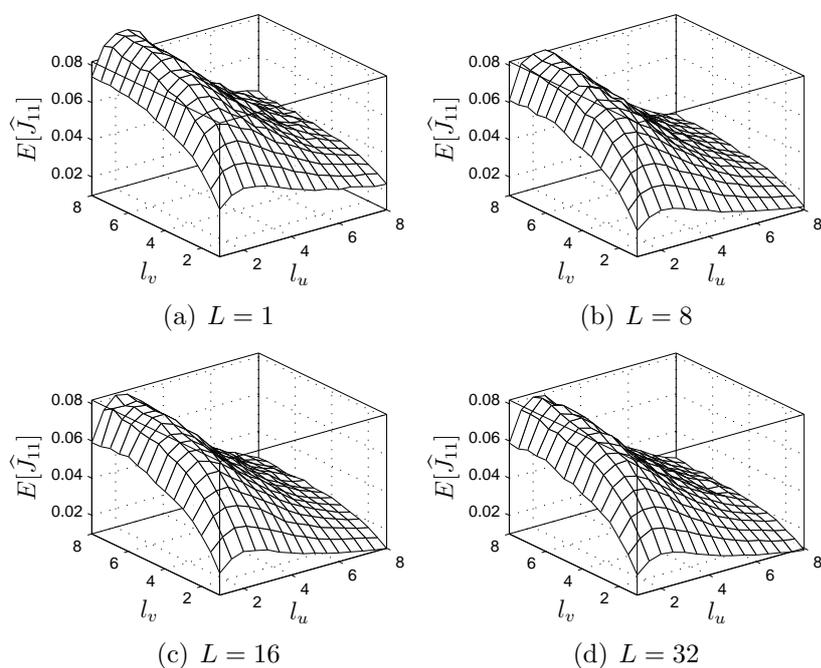


# Annexe A

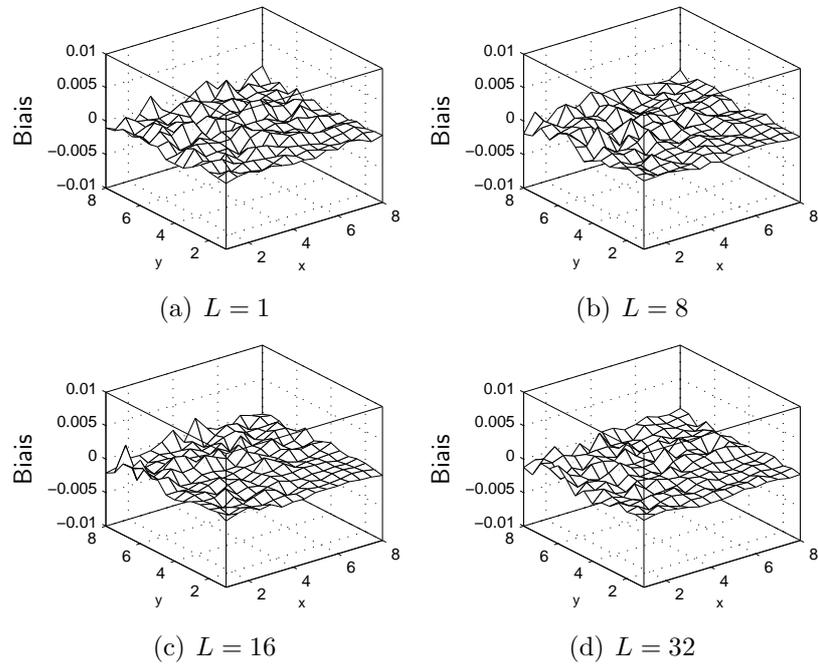
## Résultats d'estimation obtenus par la méthode du tenseur de structure

### A.1 Estimation sur des signaux stationnaires

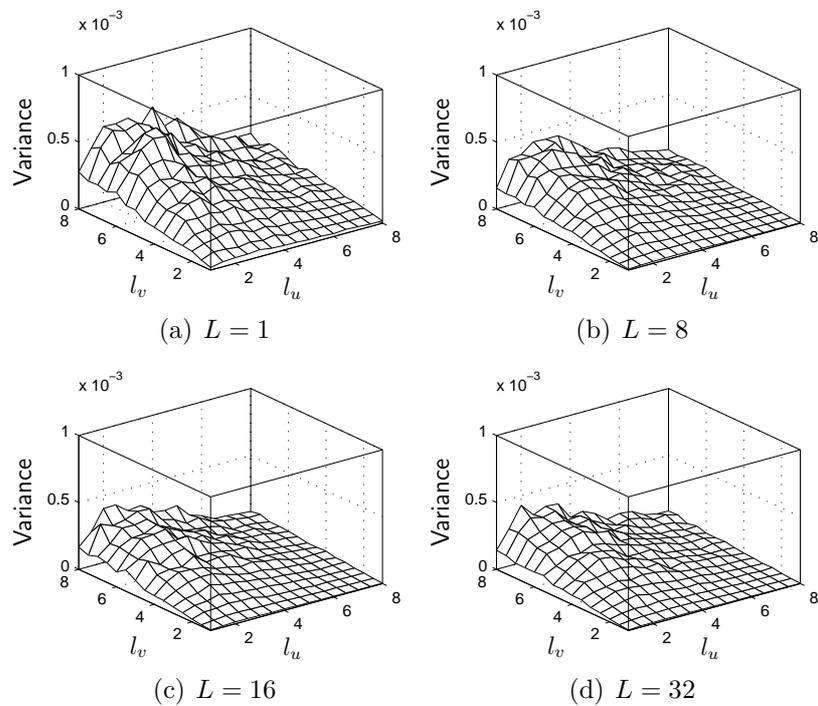
#### A.1.1 Estimation du moment d'ordre deux



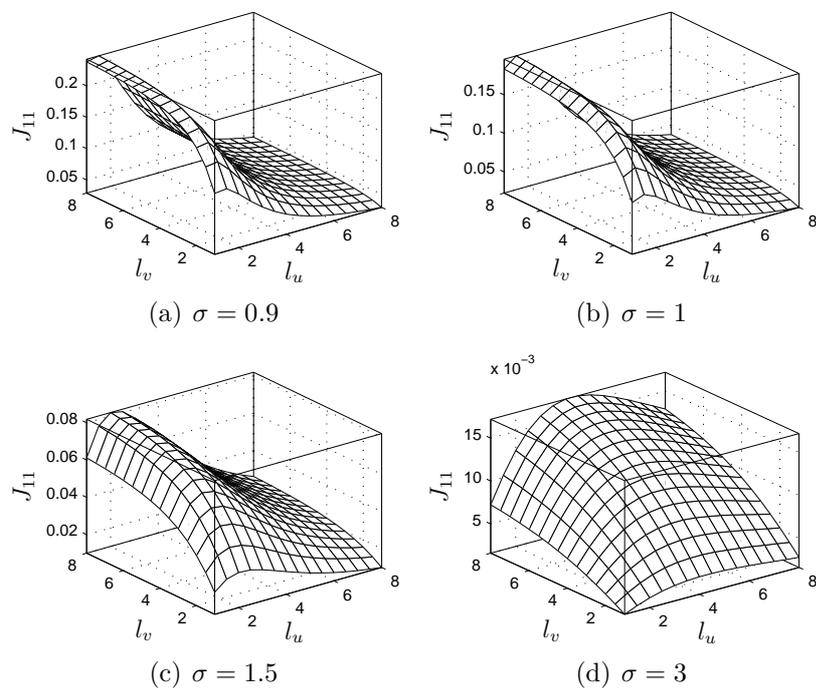
**Fig. A.1:** Estimée de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



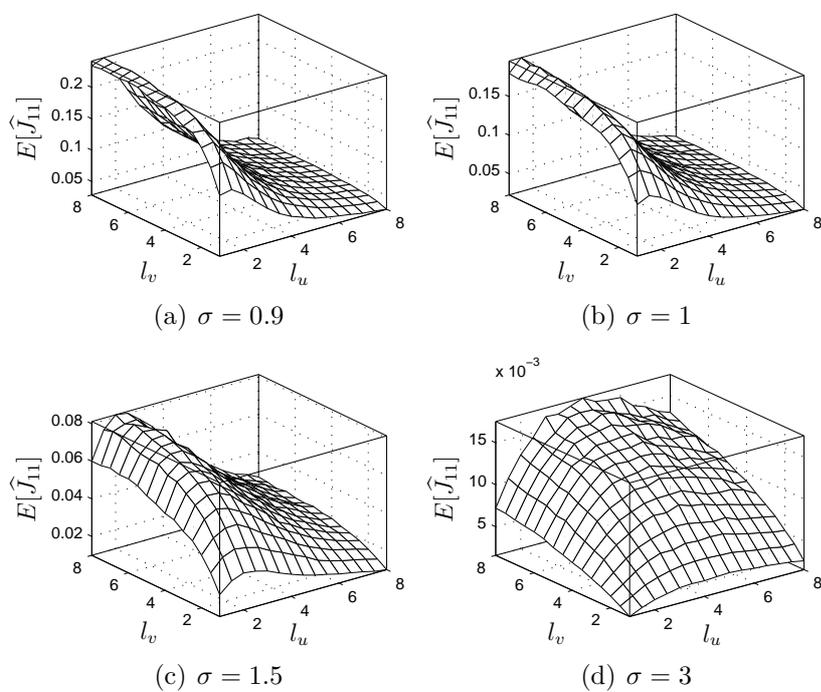
**Fig. A.2:** Biais de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



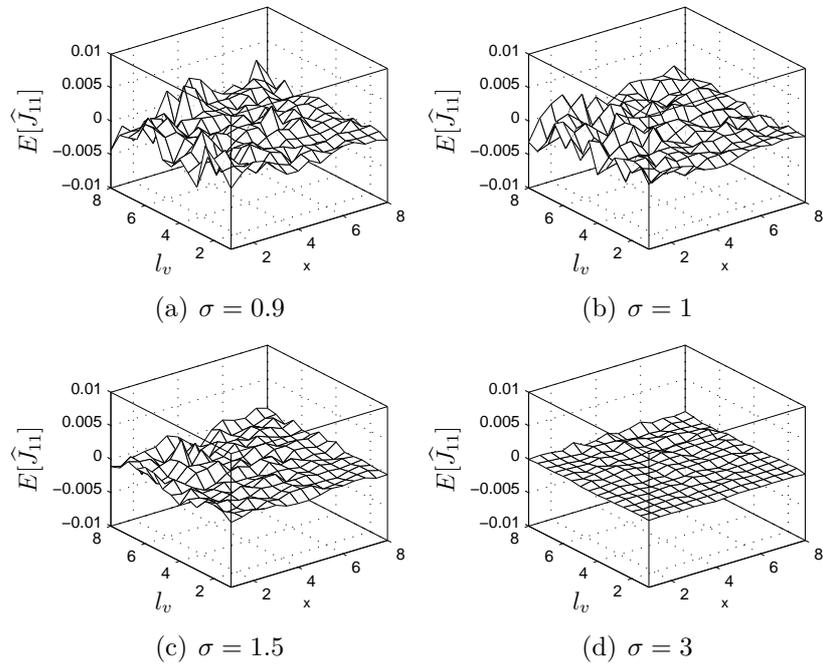
**Fig. A.3:** Variance de la statistique  $J_{11}$ . Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



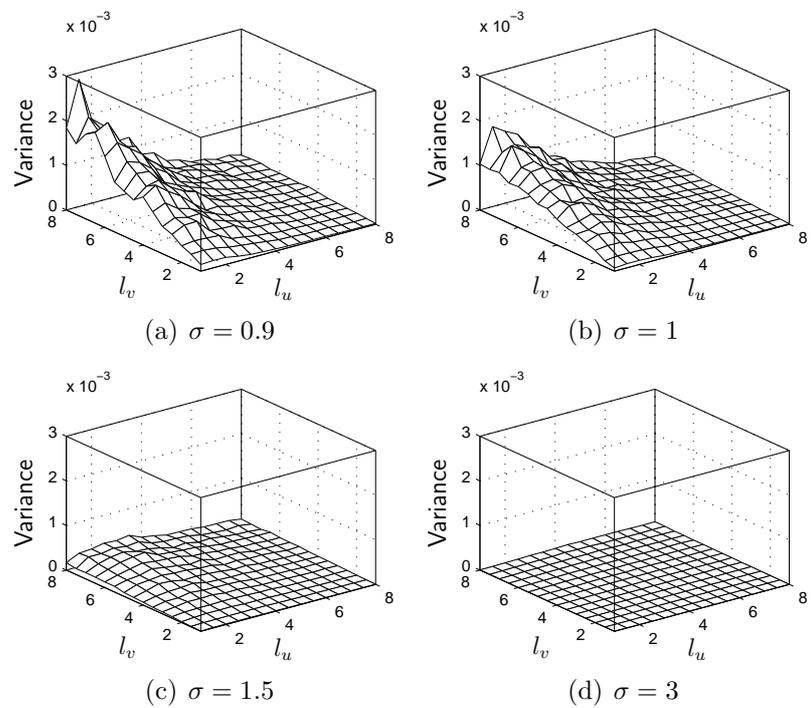
**Fig. A.4:** Valeur réelle de  $J_{11}$ . Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $L = 8$ .



**Fig. A.5:** Estimée de la statistique  $J_{11}$ . Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $L = 8$ .

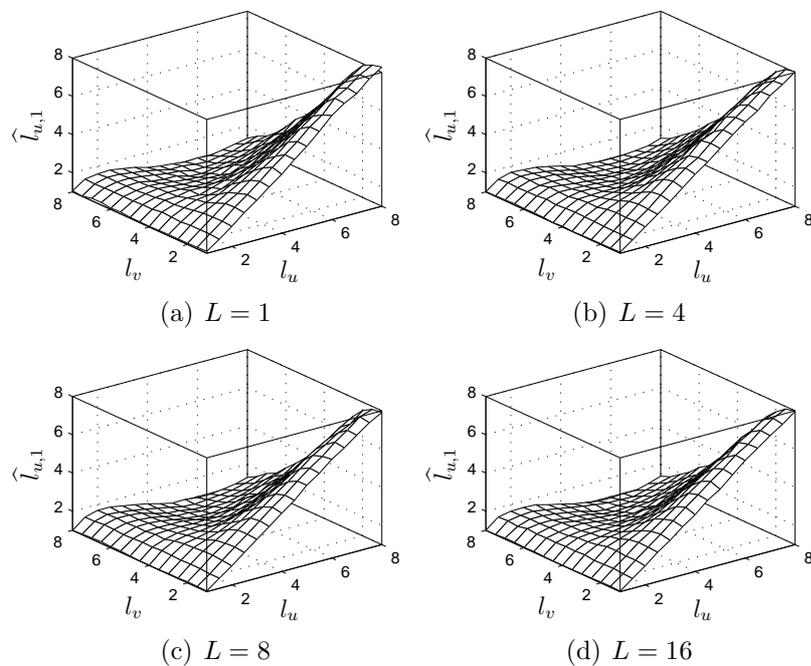


**Fig. A.6:** Biais de la statistique  $J_{11}$ . Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $L = 8$ .

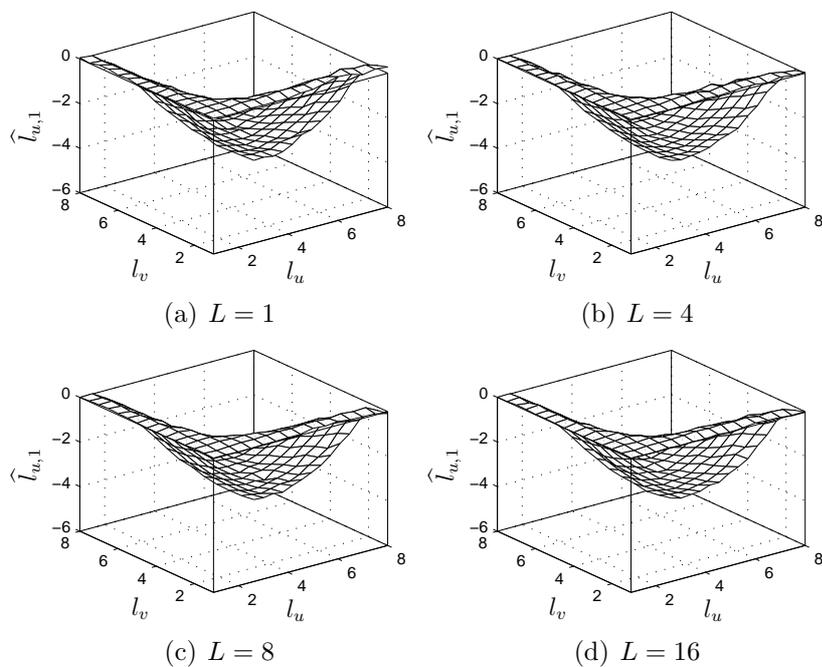


**Fig. A.7:** Variance de la statistique  $J_{11}$ . Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $L = 8$ .

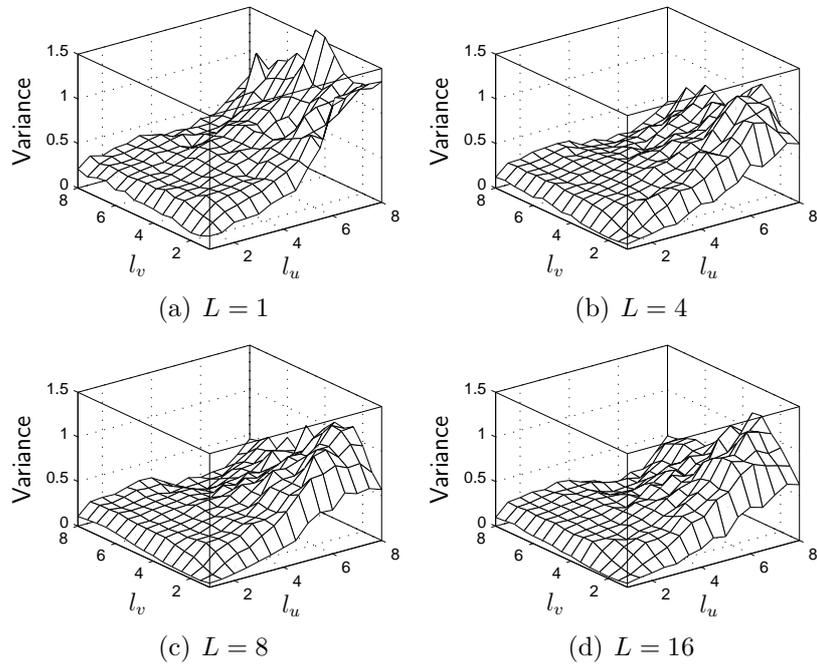
### A.1.2 Inversion des longueurs de corrélation



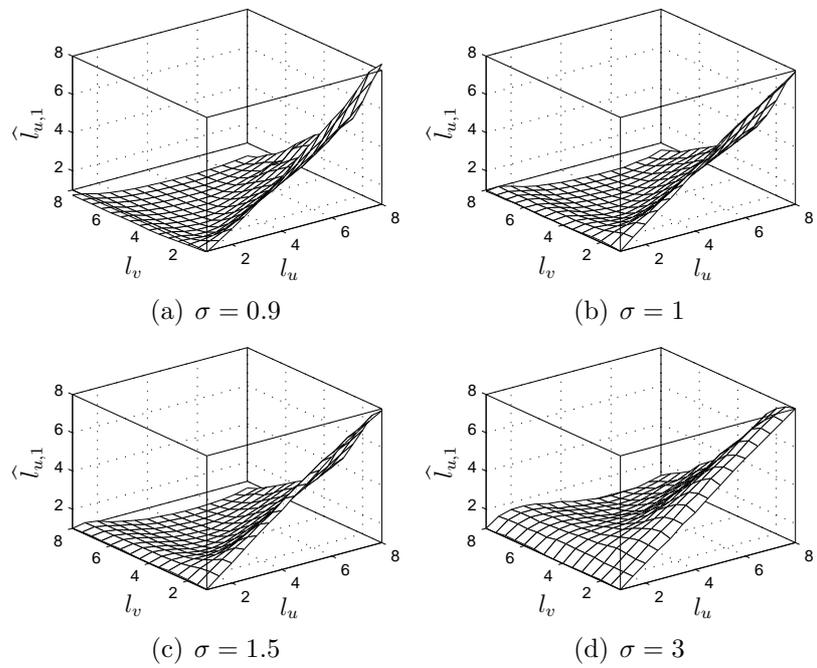
**Fig. A.8:** Estimée de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



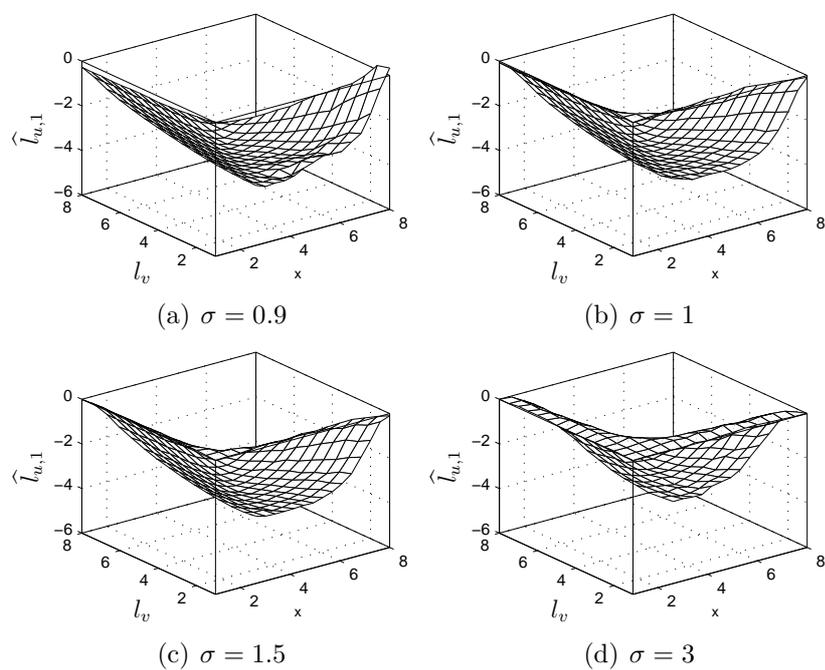
**Fig. A.9:** Biais de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



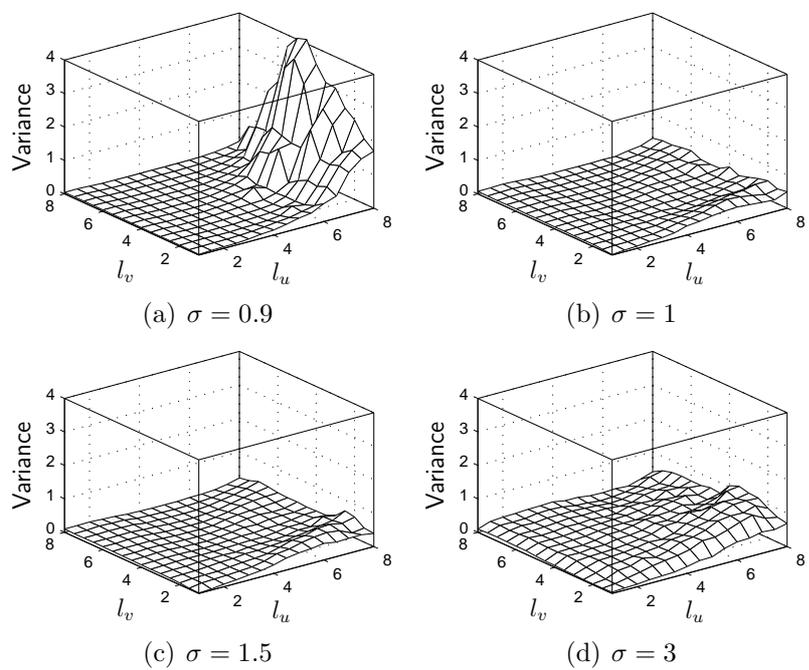
**Fig. A.10:** Variance de  $l_u$ , solution 1. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



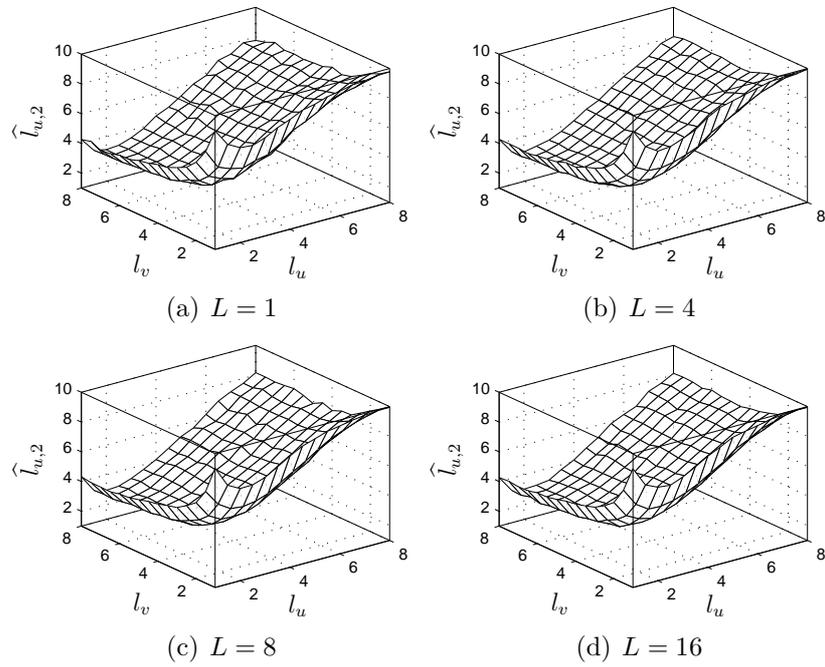
**Fig. A.11:** Estimée de  $l_u$ , solution 1. Influence du paramètre  $\sigma$ .



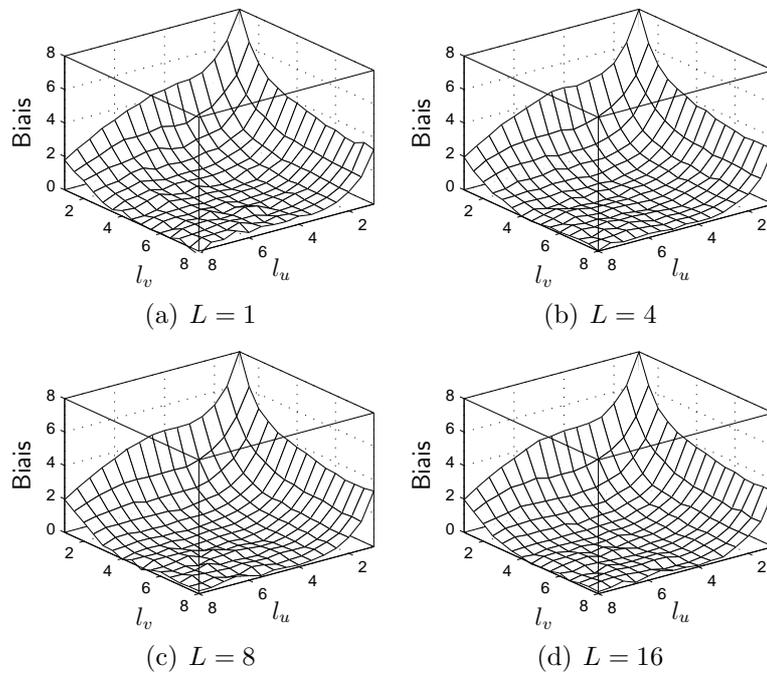
**Fig. A.12:** Biais de de  $l_u$ , solution 1. Influence du paramètre  $\sigma$ .



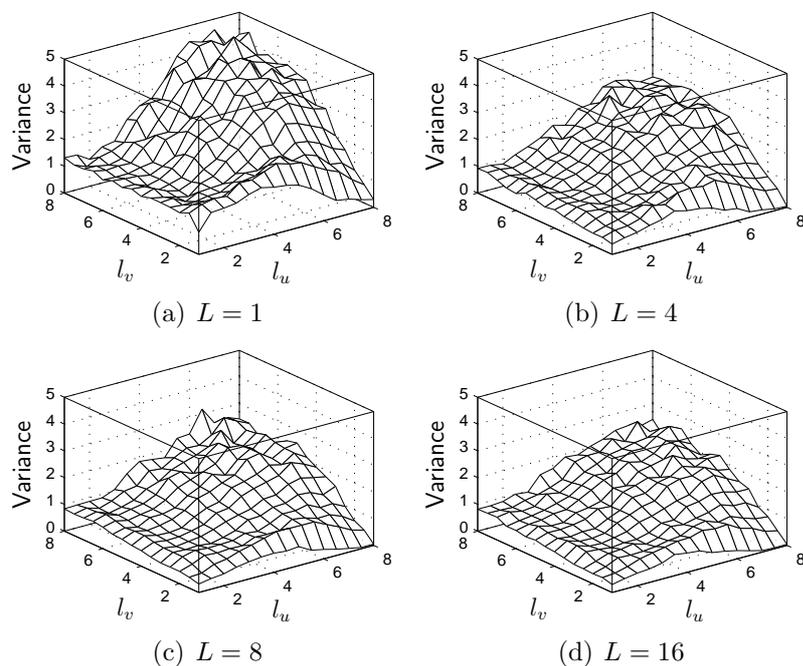
**Fig. A.13:** Variance de  $l_u$ , solution 1. Influence du paramètre  $\sigma$ .



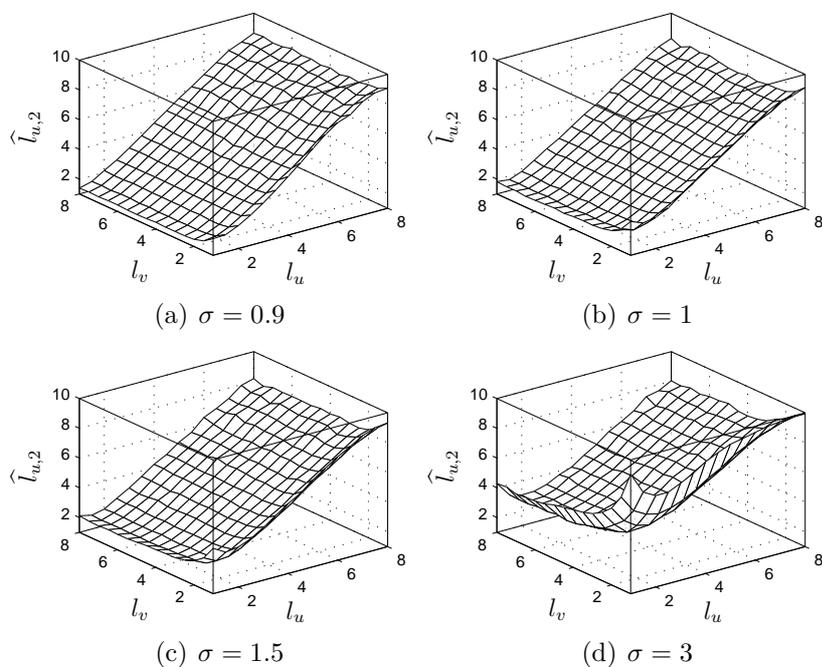
**Fig. A.14:** Estimée de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



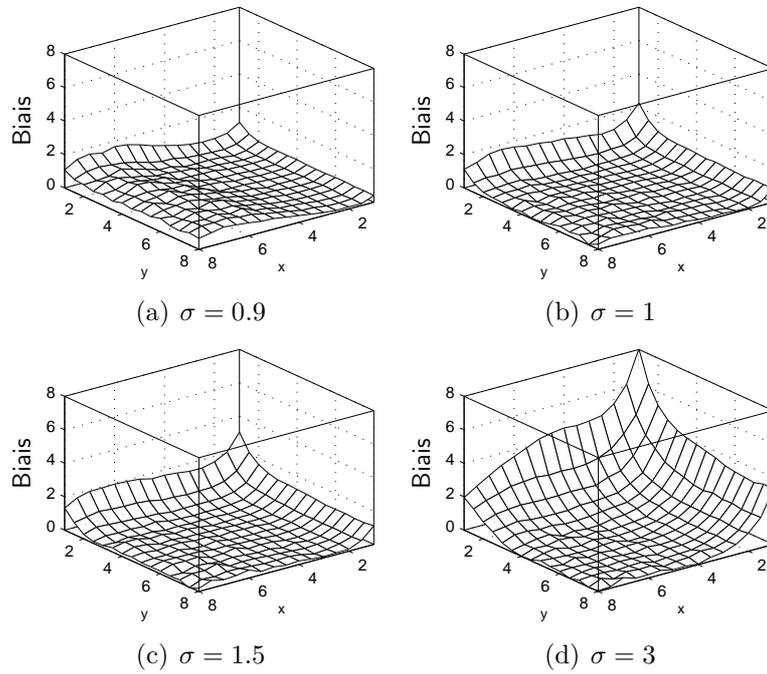
**Fig. A.15:** Biais de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



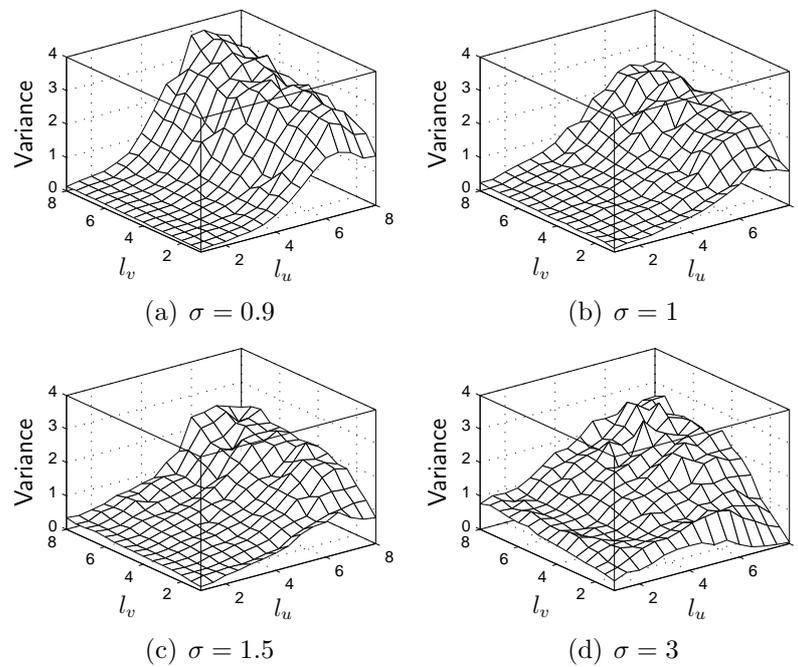
**Fig. A.16:** Variance de  $l_u$ , solution 2. Influence du nombre de vues  $L$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .



**Fig. A.17:** Estimée de  $l_u$ , solution 2. Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .

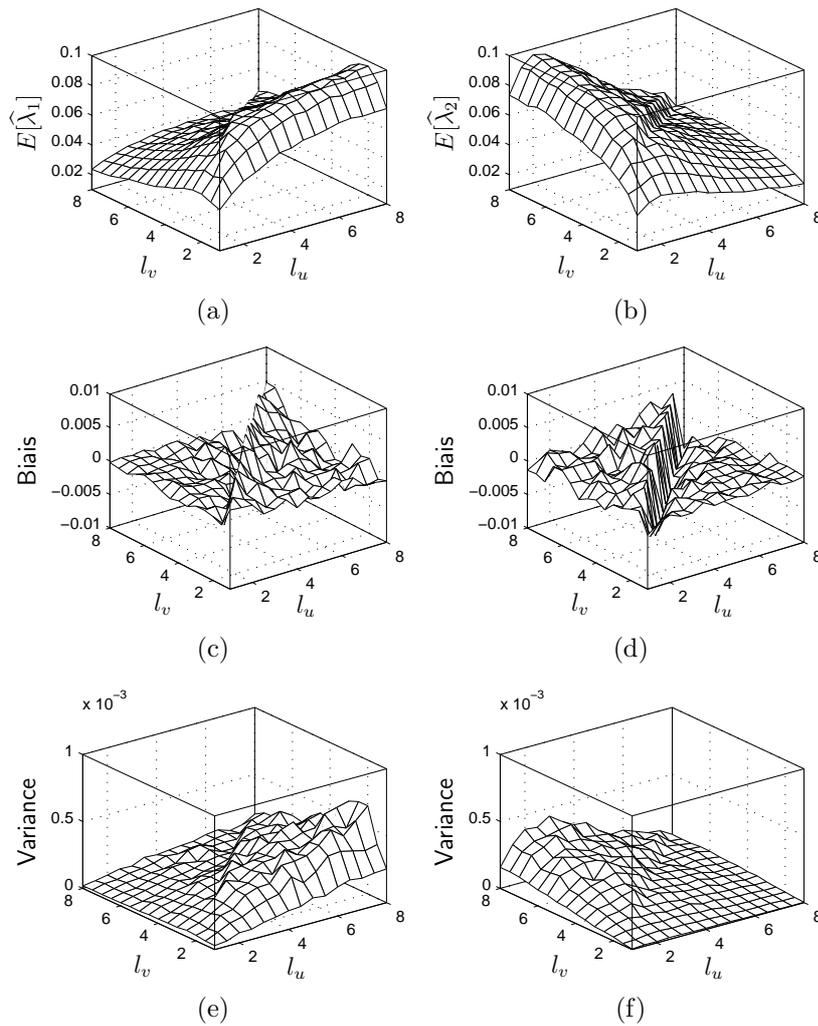


**Fig. A.18:** Biais de  $l_u$ , solution 2. Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des autres paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .

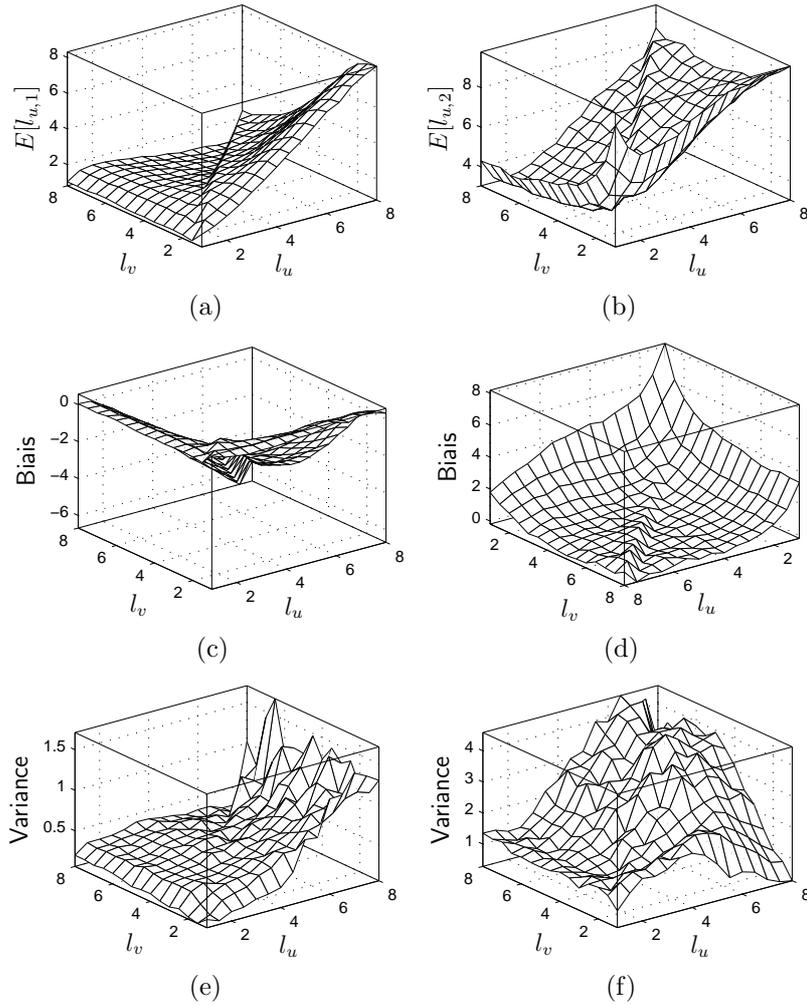


**Fig. A.19:** Variance de  $l_u$ , solution 2. Influence du paramètre  $\sigma$ . Valeurs des paramètres :  $N = 300$ ,  $N_s = 64$  et  $\sigma = 1.5$ .

### A.1.3 Influence de l'estimation des valeurs propres

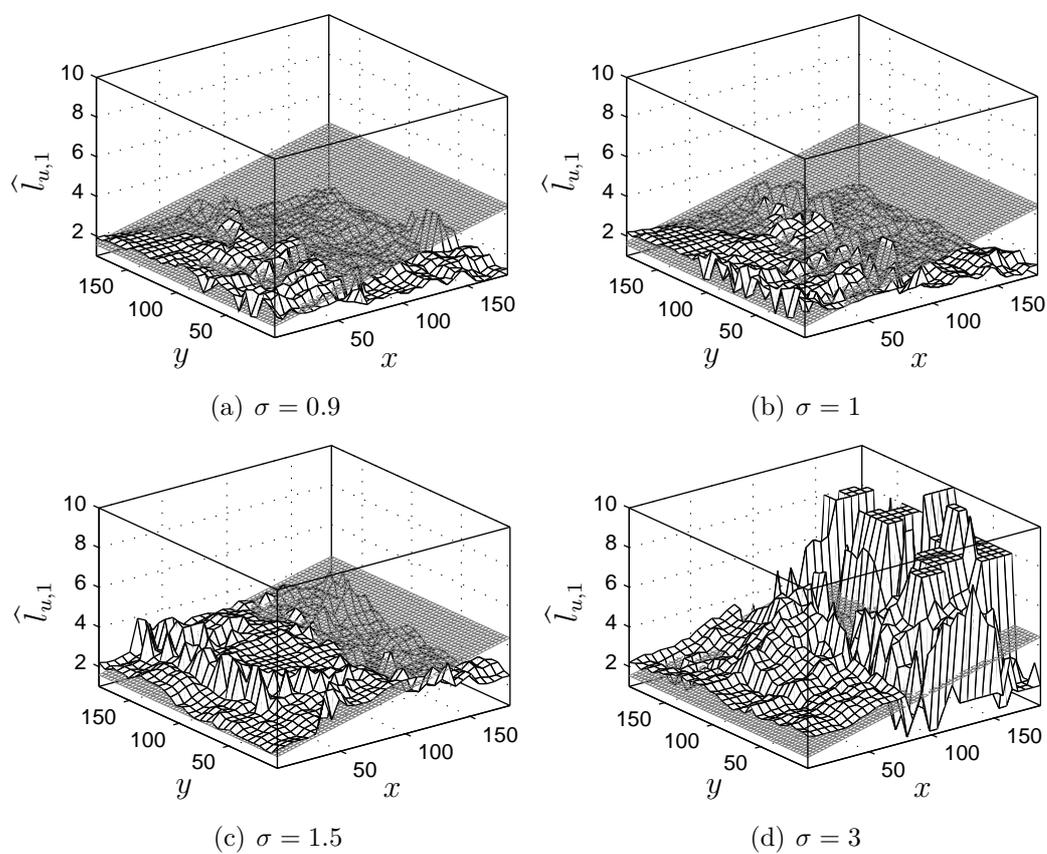


**Fig. A.20:** Influence de l'estimation des valeurs propres et des statistiques locales  $\widehat{\mu}_I, \widehat{\sigma}_T^2$  sur les moments d'ordre deux pour un angle  $\theta$  arbitraire. La texture est simulée pour des paramètres  $N = 300, N_s = 64, L = 1, \sigma = 1.5$ . Valeurs moyennes des valeurs propres estimées  $\hat{\lambda}_1$  (a) et  $\hat{\lambda}_2$  (b). Biais sur les valeurs propres estimées  $\hat{\lambda}_1$  (c) et  $\hat{\lambda}_2$  (d). Variances des valeurs propres estimées  $\hat{\lambda}_1$  (e) et  $\hat{\lambda}_2$  (f).

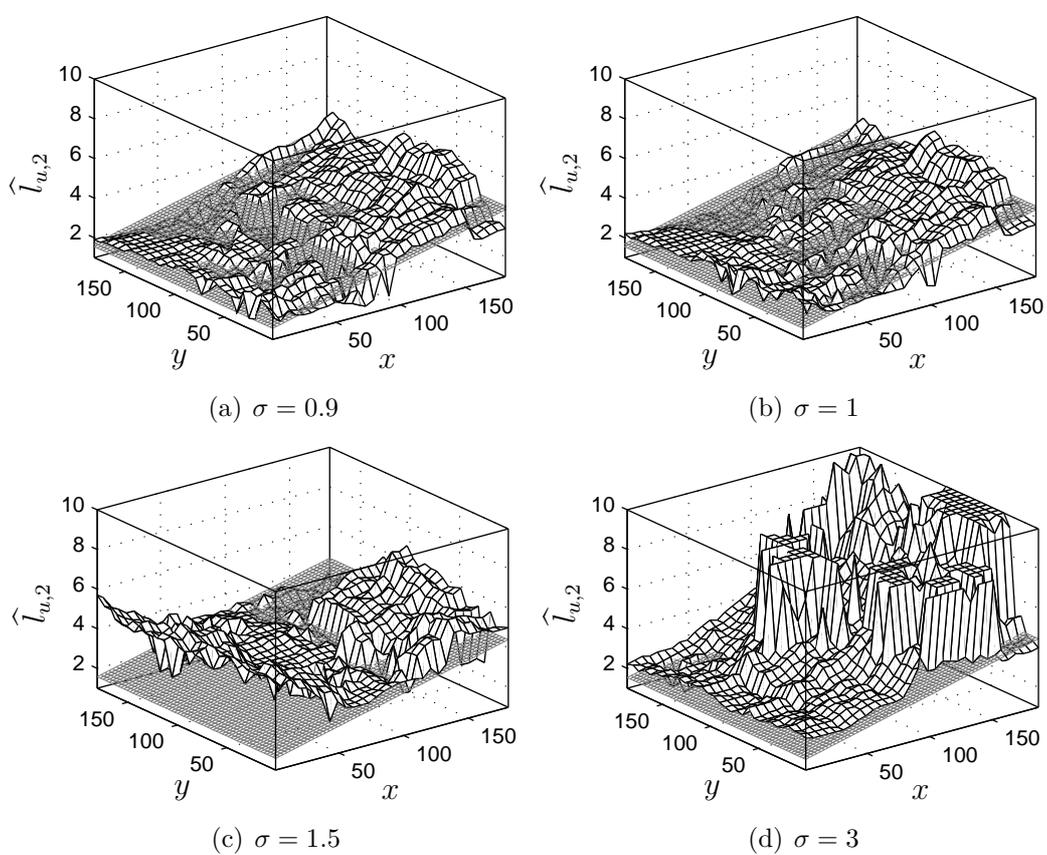


**Fig. A.21:** Influence de l'estimation des valeurs propres et des statistiques locales  $\widehat{\mu}_1, \widehat{\sigma}_T^2$  sur l'estimation de la longueur de corrélation  $l_u$  pour un angle  $\theta$  arbitraire. La texture est simulée pour des paramètres  $N = 300, N_s = 64, L = 1, \sigma = 1.5$ . Valeurs moyennes des longueurs estimées  $\hat{l}_{u,1}$  (a) et  $\hat{l}_{u,2}$  (b). Biais sur les longueurs estimées  $\hat{l}_{u,1}$  (c) et  $\hat{l}_{u,2}$  (d). Variances des longueurs estimées  $\hat{l}_{u,1}$  (e) et  $\hat{l}_{u,2}$  (f).

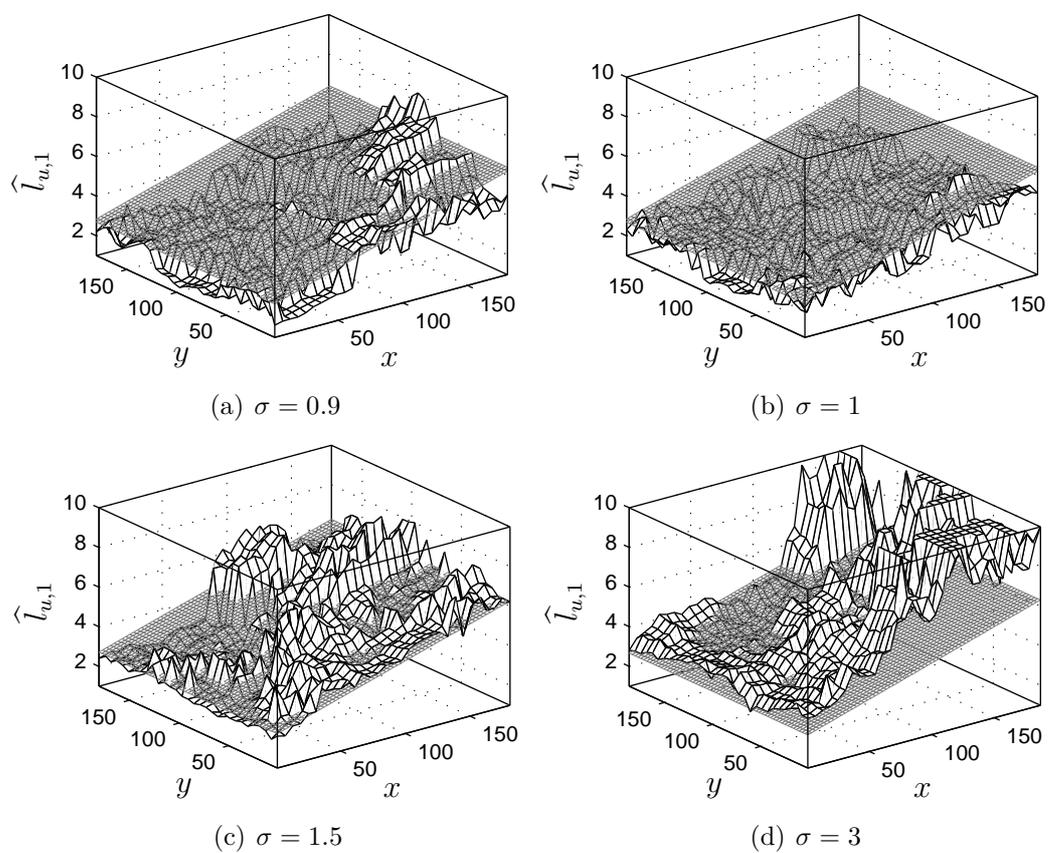
## A.2 Estimation sur des signaux non stationnaires



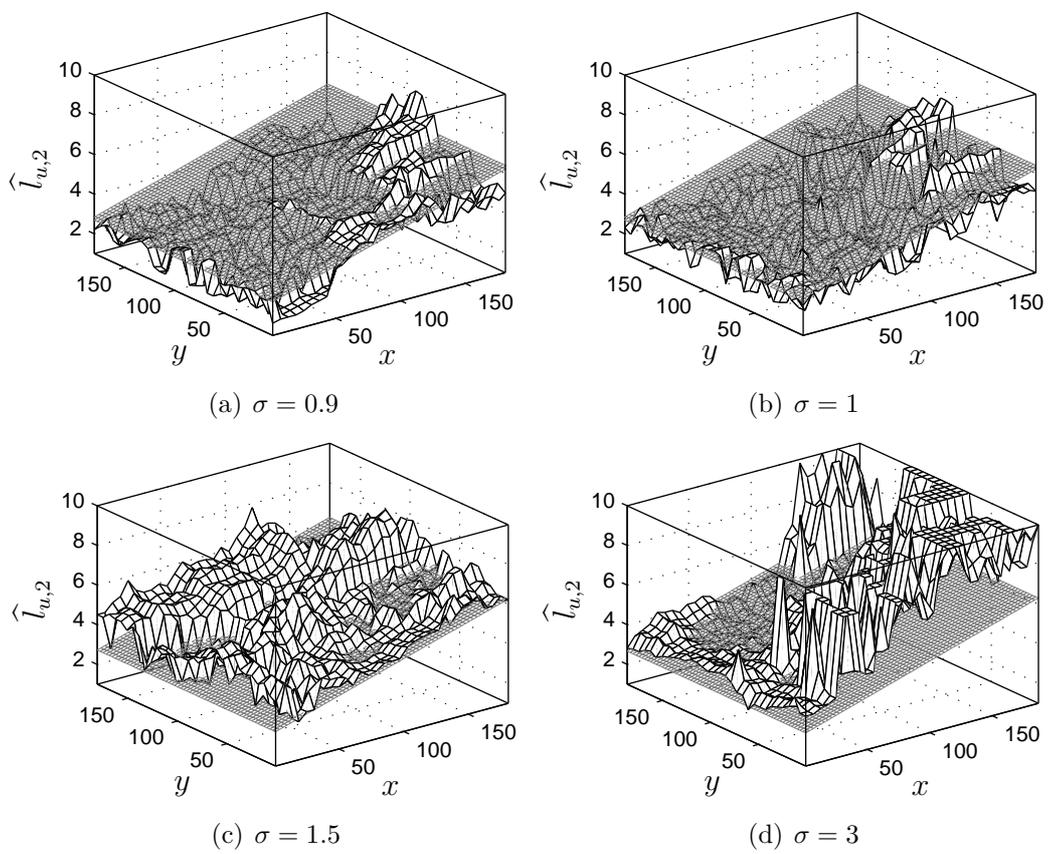
**Fig. A.22:** Texture 1. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la première solution  $l_{u,1}$  estimée.



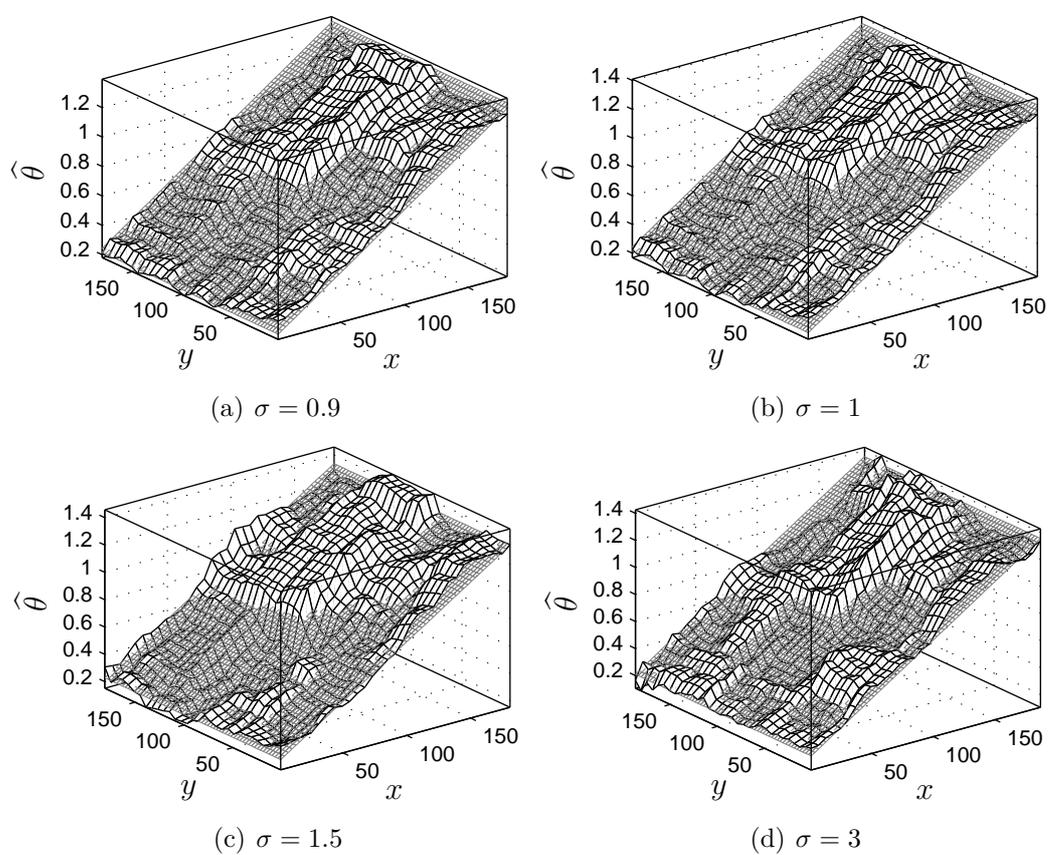
**Fig. A.23:** Texture 1. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la seconde solution  $l_{u,2}$  estimée.



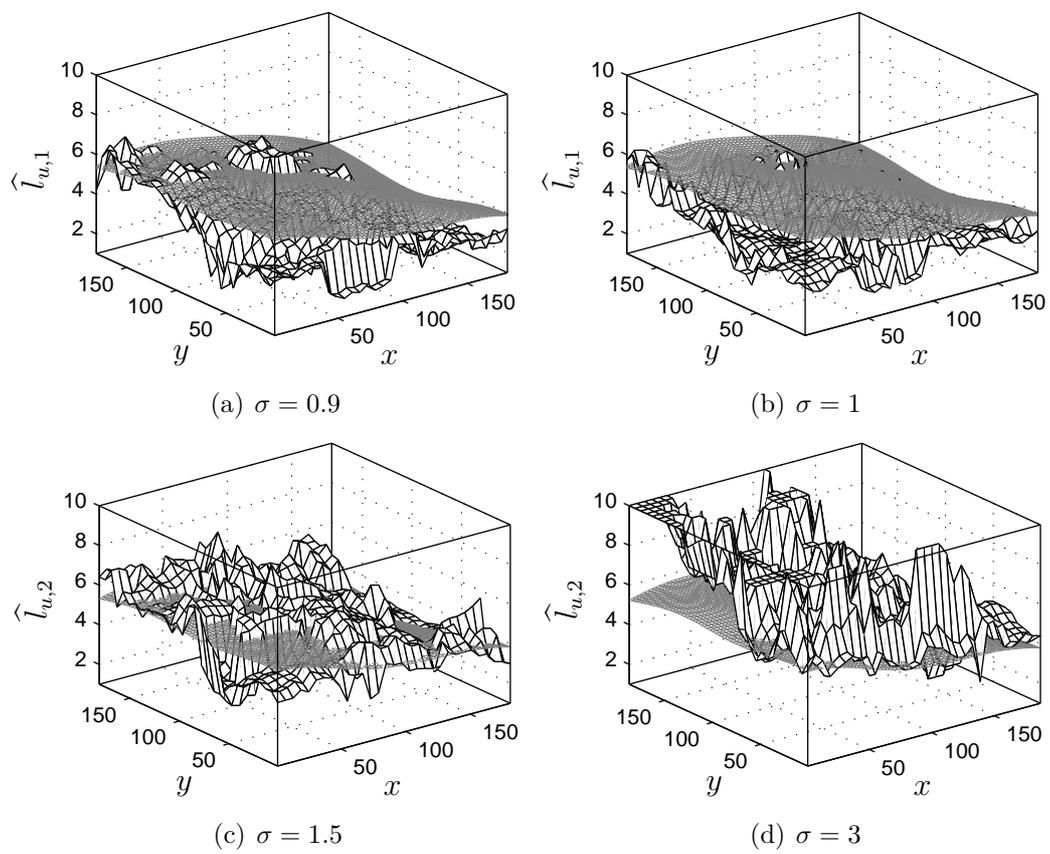
**Fig. A.24:** Texture 2. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la première solution  $l_{u,1}$  estimée.



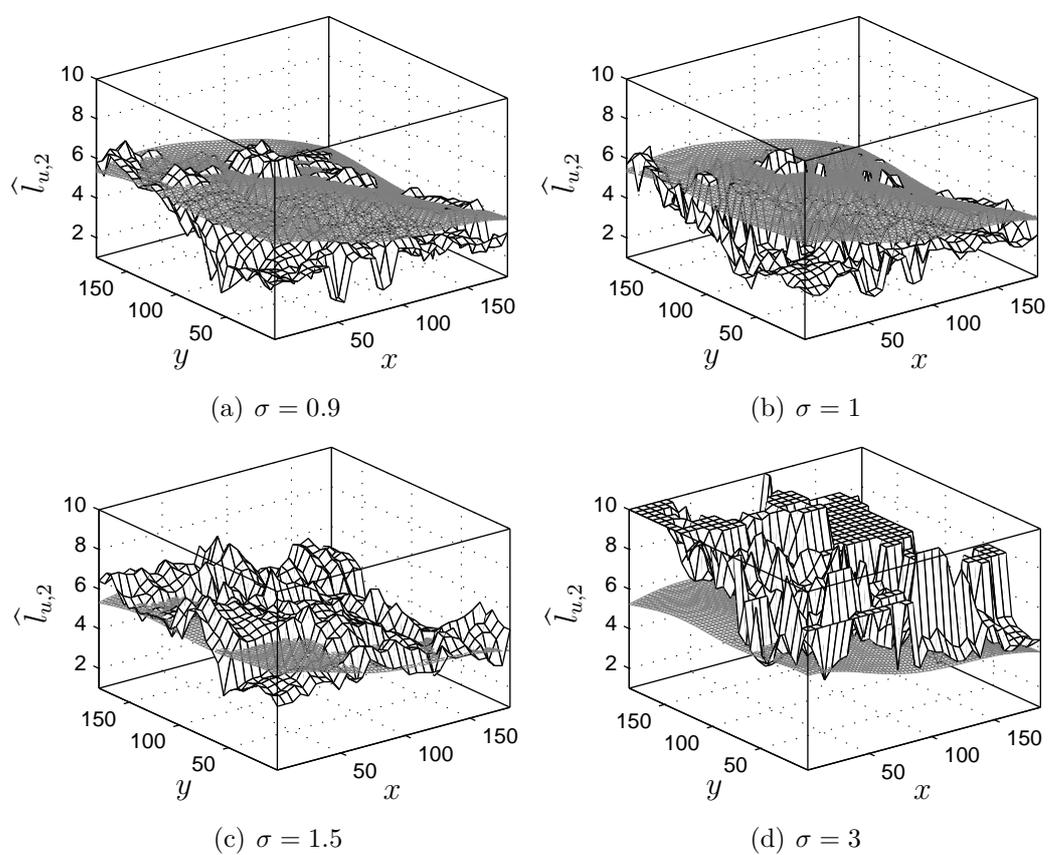
**Fig. A.25:** Texture 2. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la seconde solution  $l_{u,2}$  estimée.



**Fig. A.26:** Texture 3. Influence du paramètre  $\sigma$  sur l'angle  $\theta$  estimé.



**Fig. A.27:** Texture 4. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la première solution  $l_{u,1}$  estimée.



**Fig. A.28:** Texture 4. Influence du paramètre  $\sigma$  sur la seconde solution  $l_{u,2}$  estimée.

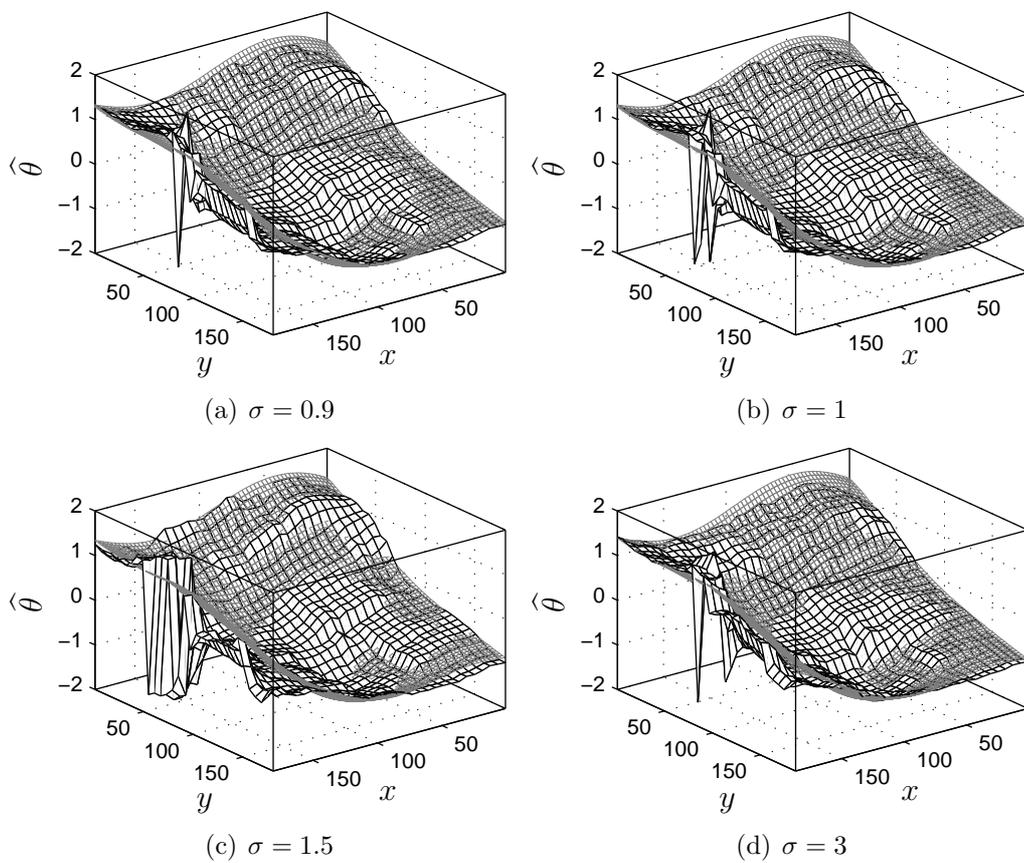
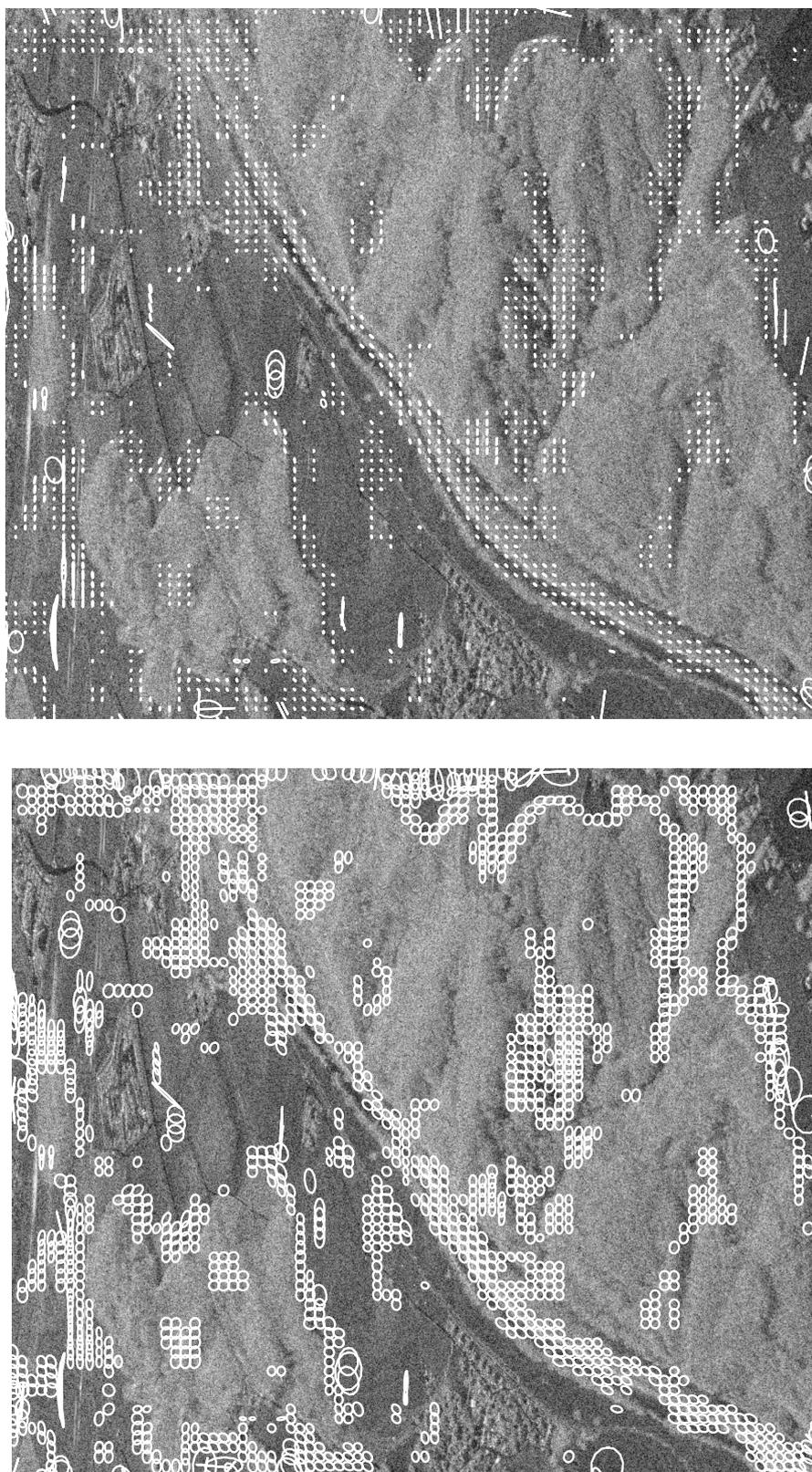


Fig. A.29: Texture 4. Influence du paramètre  $\sigma$  sur l'angle  $\theta$  estimé.

### A.3 Inversion des longueurs de corrélation réelle sur des données réelles



**Fig. A.30:** Noyaux gaussiens estimés par inversion numérique non linéaire du tenseur de structure pour la page 3 du coefficient de variation avec une fenêtre d'estimation de formes carrée  $N_s = 63$  et  $\sigma = 1.5$ .



# Annexe B

## Démonstration des calculs théoriques

### B.1 Calcul des intégrales utilisées pour la correction des moments géométriques

On doit résoudre les intégrales suivantes :

$$I_{20}(a, b) = \int_{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1} x^2 \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] dx dy \quad (\text{B.1})$$

et

$$I_{00}(a, b) = \int_{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1} \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right] dx dy. \quad (\text{B.2})$$

Ces intégrales sont à symétrie elliptique, leur résolution pourra donc être simplifiée par l'application du changement de variables adéquat :

$$u = b/ax$$

$$v = y.$$

Leurs expressions en fonction des nouvelles variables sont :

$$I_{20}(a, b) = \int_{u^2 + v^2 \leq b^2} \frac{a^2}{b^2} u^2 \exp \left( -\frac{u^2 + v^2}{b^2} \right) \left( \frac{a}{b} du dv \right) \quad (\text{B.3})$$

et

$$I_{00}(a, b) = \int_{u^2 + v^2 \leq b^2} \exp \left( -\frac{u^2 + v^2}{b^2} \right) \left( \frac{a}{b} du dv \right) \quad (\text{B.4})$$

Il est donc maintenant possible d'appliquer le changement de variables permettant de passer en coordonnées polaires :

$$u = r \cos \theta$$

$$v = r \sin \theta$$

et les intégrales deviennent :

$$I_{20}(a, b) = \frac{a^3}{b^3} \int_{r=0}^{r=b} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} r^2 \cos^2 \theta \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) r dr d\theta \quad (\text{B.5})$$

$$I_{00}(a, b) = \frac{a}{b} \int_{r=0}^{r=b} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right) r dr d\theta \quad (\text{B.6})$$

$$(\text{B.7})$$

L'intégrale  $I_{20}$  est séparable en  $r$  et  $\theta$  et peut alors être intégrée de façon triviale en  $\theta$  et par parties en  $r$ . Au final on trouve l'expression :

$$I_{20}(a, b) = \frac{\pi}{2} a^3 b (1 - 2e^{-1}). \quad (\text{B.8})$$

Après intégration en  $\theta$ ,  $I_{00}(a, b)$  est proportionnelle à la primitive de

$$-\frac{b^2}{2} \exp\left(-\frac{r^2}{b^2}\right)$$

et l'intégration en  $r$  entre les bornes 0 et  $b$  donne l'expression finale :

$$I_{00}(a, b) = \pi ab (1 - e^{-1}). \quad (\text{B.9})$$

## B.2 Calcul des moments théoriques d'ordre deux

On doit établir les relations :

$$\frac{1 + \sigma_T^2}{L} \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \exp(-4\pi^2 \mathbf{f}^T \Sigma_\sigma \mathbf{f}) d\mathbf{f} = \frac{1}{L} \frac{1 + \sigma_T^2}{32\pi^3 \sigma^4} \mathbf{I}_2 \quad (\text{B.10})$$

et

$$\sigma_T^2 \pi \sqrt{|\Sigma_T|} \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \exp(-\pi^2 \mathbf{f}^T \Sigma_S \mathbf{f}) d\mathbf{f} = \frac{\sigma_T^2}{2\pi^2} \frac{|\Sigma_T|^{1/2}}{|\Sigma_S|^{1/2}} \Sigma_S^{-1}. \quad (\text{B.11})$$

Il suffit de partir de l'expression du moment  $\mathbf{C}$  d'ordre deux d'une fonction gaussienne multivariée normalisée et centrée :

$$\mathbf{C} = (2\pi)^{-1} |\mathbf{C}|^{-1/2} \int_{R^2} \mathbf{f}^T \mathbf{f} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{f}\right) d\mathbf{f}. \quad (\text{B.12})$$

Dans le cas de la première expression, on pose le changement de variable  $(1/2)\mathbf{C}^{-1} = 4\pi^2 \Sigma_\sigma$  qui, après calcul du déterminant de  $\mathbf{C}$  en fonction de celui de  $\Sigma_\sigma$ , permet d'aboutir à l'égalité :

$$\int_{R^2} \exp(-4\pi^2 \mathbf{f}^T \Sigma_\sigma \mathbf{f}) d\mathbf{f} = \frac{|\Sigma_\sigma|^{-1/2}}{32\pi^3} \Sigma_\sigma^{-1}. \quad (\text{B.13})$$

Comme  $\Sigma_\sigma = \sigma^2 \mathbf{I}_2$ , on aboutit après multiplication par le terme  $(1 + \sigma_T^2)/L$  à l'expression B.10.

On utilise la même identité pour la deuxième expression où l'on pose cette fois-ci  $(1/2)\mathbf{C}^{-1} = \pi^2 \boldsymbol{\Sigma}_S$  menant à l'égalité :

$$\int_{R^2} \exp(\pi^2 \mathbf{f}^T \boldsymbol{\Sigma}_S \mathbf{f}) d\mathbf{f} = \frac{|\boldsymbol{\Sigma}_S|^{-1/2}}{2\pi^3} \boldsymbol{\Sigma}_\sigma^{-1} \quad (\text{B.14})$$

qui, multipliée par le terme  $\sigma_T^2 \pi \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}_T|}$ , donne l'expression B.11.

Les relations dans le cas d'un signal monodimensionnel s'obtiennent de façon similaire en remplaçant les moments d'ordre deux de la gaussienne multivariée par la variance de la gaussienne univariée et les constantes de normalisation appropriées.



**Résumé :**

Ce travail porte sur l'analyse et la caractérisation de la texture spatiale non stationnaire dans les images SAR. La plupart des études considérant la texture dans les images SAR utilisent les hypothèses de stationnarité statistique et d'isotropie spatiale. Cependant, l'observation des images montre que des orientations spatiales privilégiées peuvent être présentes. De plus, la mesure à différentes positions de la fonction d'auto-corrélation suggère l'emploi de modèles non stationnaires. On introduit ici un modèle paramétrique basé sur des noyaux gaussiens anisotropes pour les statistiques d'ordre deux des images d'intensité SAR. Ce modèle prend à la fois en compte le caractère non stationnaire ainsi que la présence d'anisotropie spatiale. Ensuite, différentes méthodes d'estimation relatives à l'orientation locale dans les images SAR sont proposées, puis l'une de ces méthodes est appliquée au filtrage du speckle.

**Mots Clefs :** SAR, analyse d'image, texture, non stationnaire, télédétection, auto-corrélation, processus stochastique, bruit de chatoiement, statistiques spatiales.

**Abstract :**

This work deals with the analysis and characterization of nonstationary spatial texture in SAR images. Most studies considering texture in SAR images are using stationary statistics and spatial isotropy hypotheses. However, visual observation of data shows that dominant orientations may appear in the image. Moreover, measures of autocorrelation at different locations in the image suggest the use of a non-stationary model. In this work, a parametric model based on anisotropic gaussian kernels is introduced for the second order statistics of SAR intensity. This model is simultaneously taking into account the non-stationary and spatially anisotropic behaviour of the data. Hence, different estimation methods related to this model are presented, then one of these methods is applied to speckle filtering.

**Keywords :** SAR, image analysis, texture, nonstationary, remote sensing, auto-correlation, stochastic process, speckle, spatial statistics.