



**HAL**  
open science

# Etude expérimentale des écoulements granulaires immergés

Cyril Cassar

► **To cite this version:**

Cyril Cassar. Etude expérimentale des écoulements granulaires immergés. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2005. Français. NNT : . tel-00012103

**HAL Id: tel-00012103**

**<https://theses.hal.science/tel-00012103>**

Submitted on 10 Apr 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PROVENCE  
Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille  
IUSTI UMR CNRS 6595

**THÈSE DE DOCTORAT**

*présentée par*

**Cyril CASSAR**

*pour obtenir le grade de*

**Docteur de l'Université de Provence**

Ecole doctorale Physique, Modélisation, et Sciences pour l'Ingénieur

*intitulée*

**Étude expérimentale des  
écoulements granulaires  
immergés**

soutenue le 7 novembre 2005 devant le jury composé de :

|              |                          |                    |
|--------------|--------------------------|--------------------|
| É. Clément   | (Paris 6)                | Président du jury  |
| M. Naaim     | (CEMAGREF)               | Rapporteur         |
| M. Nicolas   | (Université de Provence) | Directeur de thèse |
| O. Pouliquen | (Université de Provence) | Examineur          |
| M. Rabaud    | (Paris 11)               | Rapporteur         |
| L. Tadrif    | (Université de Provence) | Examineur          |



# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Préambule</b>   | <b>7</b>  |
| <b>2</b> | <b>Introduction</b>  | <b>11</b> |
| 2.1      | Avalanches sous-marines en milieu naturel . . . . .                | 11        |
| 2.2      | Concept de pression de pore . . . . .                              | 14        |
| 2.3      | Expériences géophysiques en laboratoire . . . . .                  | 14        |
| 2.3.1    | Propagation de front . . . . .                                     | 14        |
| 2.3.2    | Écoulement à surface libre . . . . .                               | 15        |
| 2.3.3    | Modèles simples d'étude de pression de pore . . . . .              | 15        |
| 2.4      | Écoulements granulaires : . . . . .                                | 16        |
| 2.4.1    | Plan incliné . . . . .   | 17        |
| 2.4.2    | Rhéologie . . . . .  | 18        |
| 2.5      | Influence du fluide interstitiel sur les écoulements granulaires . | 19        |
| 2.6      | Notre approche : . . . . .   | 21        |
| <b>3</b> | <b>Dispositif expérimental</b>                                     | <b>23</b> |
| 3.1      | Plan incliné . . . . .   | 23        |
| 3.2      | Particules et fluides . . . . .                                    | 24        |
| 3.3      | Procédure expérimentale . . . . .                                  | 27        |
| 3.4      | Techniques de mesure . . . . .                                     | 28        |
| 3.4.1    | Mesure des épaisseurs . . . . .                                    | 28        |
| 3.4.2    | Mesure des vitesses de front . . . . .                             | 30        |
| 3.4.3    | Mesure de la pression . . . . .                                    | 30        |
| <b>4</b> | <b>Résultats expérimentaux</b>                                     | <b>33</b> |
| 4.1      | Régimes d'écoulement . . . . .                                     | 33        |
| 4.2      | Épaisseur de dépôt . . . . .                                       | 34        |
| 4.3      | Vitesse d'écoulement . . . . .                                     | 37        |
| 4.3.1    | Influence des paramètres $h$ et $\theta$ . . . . .                 | 37        |
| 4.3.2    | Influence de la taille des billes . . . . .                        | 37        |
| 4.3.3    | Comparaisons sec/mouillé . . . . .                                 | 37        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.4      | Pression interstitielle . . . . .                        | 37         |
| 4.4.1    | Corrélation surpression/écoulement . . . . .             | 39         |
| 4.4.2    | Surpression . . . . .                                    | 41         |
| 4.5      | Quelques expériences annexes . . . . .                   | 42         |
| 4.5.1    | Influence du cisaillement extérieur . . . . .            | 42         |
| 4.5.2    | Comportement du fluide interstitiel . . . . .            | 43         |
| <b>5</b> | <b>Analyse des résultats</b>                             | <b>45</b>  |
| 5.1      | Introduction . . . . .                                   | 45         |
| 5.2      | Description théorique . . . . .                          | 46         |
| 5.2.1    | Exemple : chute d'une bille seule sous gravité . . . . . | 48         |
| 5.2.2    | Chute d'une bille confinée dans un granulaire . . . . .  | 50         |
| 5.2.3    | Nombres de Stokes et de Reynolds . . . . .               | 52         |
| 5.3      | Loi constitutive . . . . .                               | 53         |
| 5.3.1    | Introduction du nombre I . . . . .                       | 53         |
| 5.3.2    | Confrontation avec l'expérience . . . . .                | 57         |
| 5.3.3    | Dépendance en I de la surpression . . . . .              | 63         |
| 5.4      | Article . . . . .  | 64         |
| <b>6</b> | <b>Instabilité de l'écoulement : ondes de surface</b>    | <b>97</b>  |
| 6.1      | Introduction . . . . .                                   | 97         |
| 6.2      | Equations . . . . .                                      | 99         |
| 6.3      | Analyse spatiale . . . . .                               | 101        |
| 6.4      | Comparaison théorie/expérience . . . . .                 | 103        |
| 6.4.1    | Discussion . . . . .                                     | 104        |
| 6.4.2    | Mesure de la longueur d'onde . . . . .                   | 105        |
| 6.4.3    | Conclusion . . . . .                                     | 106        |
| <b>7</b> | <b>Dynamique d'un bloc poreux</b>                        | <b>107</b> |
| 7.1      | Introduction . . . . .                                   | 107        |
| 7.2      | Résumé des résultats . . . . .                           | 109        |
| 7.2.1    | Vitesse et angles d'écoulement . . . . .                 | 109        |
| 7.2.2    | Trajectoires . . . . .                                   | 111        |
| 7.2.3    | Écoulements à vitesse initiale non nulle . . . . .       | 112        |
| 7.2.4    | Pression moyenne . . . . .                               | 114        |
| 7.3      | Discussion . . . . .                                     | 114        |
| 7.4      | Article . . . . .  | 115        |
| <b>8</b> | <b>Perspectives</b>                                      | <b>133</b> |
| 8.1      | Étude du régime inertiel . . . . .                       | 133        |
| 8.2      | Écoulements instationnaires . . . . .                    | 133        |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| <i>TABLE DES MATIÈRES</i>             | 5          |
| <b>9 Conclusions</b>                  | <b>139</b> |
| <b>10 Références bibliographiques</b> | <b>141</b> |



# Chapitre 1

## Préambule

Le mélange de grains avec de l'eau, sous l'effet de la gravité, est encore mal compris. Que ce soit à l'échelle macroscopique (dynamique d'avalanche) ou microscopique (comportement d'un grain), la physique des phénomènes qui interviennent est riche et complexe.

Mais loin de ces considérations, des enfants nettoyant leurs "outils" de travaux sur la plage ne se posent guère autant de question. Pourtant, le nettoyage du seau montre une interaction fluide/grains intéressante : le moyen le plus efficace d'enlever le sable qui reste au fond du seau est de rajouter de l'eau, et de remuer jusqu'à ce que les grains de sable ne touchent plus le fond. Il suffit alors de verser l'eau, et il ne reste plus de sable dans le seau. Le moyen d'avoir un seau propre est de mélanger les grains avec l'eau : tant que les particules sont en contact, l'écoulement est plus difficile. L'incorporation de fluide dans les sédiments augmente leur mobilité. Nous avons donc une interaction non triviale de la matière solide avec le fluide, qui pourrait expliquer des phénomènes surprenants tels que des écoulements sur faible pente, ou encore la mise en mouvement d'une masse initialement stable, par incorporation de fluide. Ces problématiques trouvent surtout leur intérêt dans les écoulements géologiques. En effet, des avalanches pouvant parcourir plusieurs centaines de kilomètres sur des sols de faible inclinaison (moins de 10 degrés d'angle) ont été observées. Cette propriété surprenante a levé des interrogations sur leurs propriétés physiques.

Ce travail de thèse s'inscrit dans ce cadre. Notre but a été de mieux comprendre les écoulements de grains sous l'eau à l'aide d'une expérience faite en laboratoire, avec des paramètres bien contrôlés. Cette configuration, bien que simplifiée, se rapproche de la configuration des avalanches sous-marines.



Dans le chapitre 2, l'étude bibliographique montre comment les observations en milieu naturel et les expériences en laboratoires ont permis une première avancée dans la compréhension des avalanches. La suite montre l'importance des contacts pour des écoulements qui n'ont pas encore incorporé une grande quantité de fluide (écoulements denses).

Le chapitre 3 expose notre travail expérimental sur les écoulements granulaires immergés. Tout d'abord, nous présentons la configuration d'étude, les matériaux utilisés, et les mesures faites pendant les expériences (vitesse du front, épaisseur, pression du fluide interstitiel).

Les résultats expérimentaux sont ensuite présentés dans le chapitre 4, en mettant d'abord en évidence les observations faites pendant les expériences, puis en donnant les résultats des mesures, pour deux fluides interstitiels (air et eau), et deux tailles de particules.

Nous analysons ensuite les résultats dans le chapitre 5, par une approche microscopique de l'écoulement : le bilan des forces qui s'exercent sur une bille au sein d'un écoulement permet de définir un temps de réarrangement microscopique. En comparant avec la déformation macroscopique de l'écoulement (le cisaillement), nous pouvons définir un coefficient de friction  $\mu(I)$ , fonction du paramètre sans dimension  $I$ . La définition de ce coefficient de friction permet de décrire les écoulements granulaires dans toutes les configurations possibles avec notre dispositif expérimental.

Les premières observations expérimentales montrent une instabilité de surface (ondes) qui apparaît pour des angles d'inclinaison importants. Dans le chapitre 6, nous avons utilisé des équations moyennées sur l'épaisseur pour faire une étude de stabilité linéaire de notre écoulement. En introduisant le coefficient de friction apparu dans nos expériences dans les équations, nous avons pu tester sa robustesse. L'accord partiel entre la théorie et les quelques observations expérimentales laisse présager que le coefficient de friction  $\mu(I)$ , même s'il décrit le phénomène physique principal, ne décrit pas entièrement les écoulements granulaires immergés.

Les forces de contact ne semblant pas être les seules actrices de l'écoulement, nous avons modélisé l'interaction fluide/particule par une force de traînée visqueuse dans le Chapitre 7. Pour cela, nous avons considéré le milieu granulaire comme un bloc poreux qui s'écoule sur un fond sinusoïdal, simulant le fond rugueux. La rugosité du fond provoque un mouvement montant/descendant

au bloc poreux durant l'écoulement, induisant une force visqueuse perpendiculaire à l'écoulement. L'étude montre comment la viscosité du fluide, *via* cette force poreuse, modifie la vitesse et la trajectoire du bloc pendant la coulée.

Le chapitre 8 présente une étude préliminaire des écoulements instationnaires, à travers l'étude expérimentale de l'étalement d'un tas granulaire sous l'eau. Nous verrons notamment l'importance du fluide interstitiel (à travers la pression de pore), et de l'arrangement initial du tas granulaire.

Enfin, nous faisons un résumé des principaux résultats dans le chapitre 9, sur leur signification et leurs limites.



# Chapitre 2

## Introduction

Les écoulements granulaires immergés sont au carrefour de plusieurs domaines de recherche. Une de leur applications se trouve dans les avalanches sous-marines qui sont un problème géophysique important. Nous allons voir que les relevés sur le terrain font apparaître des caractéristiques surprenantes, justifiant des études en laboratoires. Ces études ont permis de mettre en évidence le rôle du fluide dans l'incrément de mobilité reconnu des mélanges particules/fluide. Notre étude porte sur le régime d'écoulements denses, pour lequel les particules sont en contact, et nous verrons dans quelle mesure ils sont importants.

### 2.1 Avalanches sous-marines en milieu naturel

Les écoulements sous-marins existent sous différentes formes. On peut observer des courants de gravité dont les particules sont en suspension, et coulent comme un fluide visqueux. Dans le cas où les particules ne sont plus en suspension, l'écoulement est alors une avalanche dense dont la contrainte de cisaillement est alors bien plus importante que pour un courant de gravité. Il existe beaucoup d'écoulements dans la nature ( Simpson 1997 ), et leurs causes ou conséquences sont souvent importantes (tremblements de terre, raz-de-marée...).

Le tremblement de terre qui a eu lieu aux Grands Bancs de Terre Neuve (Canada) en 1929 a eu une conséquence inattendue : la secousse a déclenché une avalanche sous-marine qui durant son écoulement, a brisé des câbles sous-marins télégraphiques. La fréquence des ruptures a permis de mesurer sa vitesse, et de voir qu'une avalanche sous-marine coule à vitesse constante.

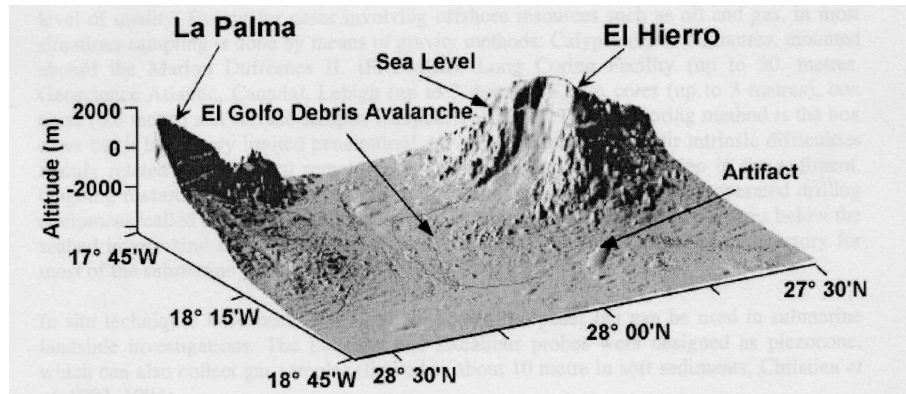


FIG. 2.1 – Exemple de visualisation d'un fond marin. (Locat et Lee 2001)

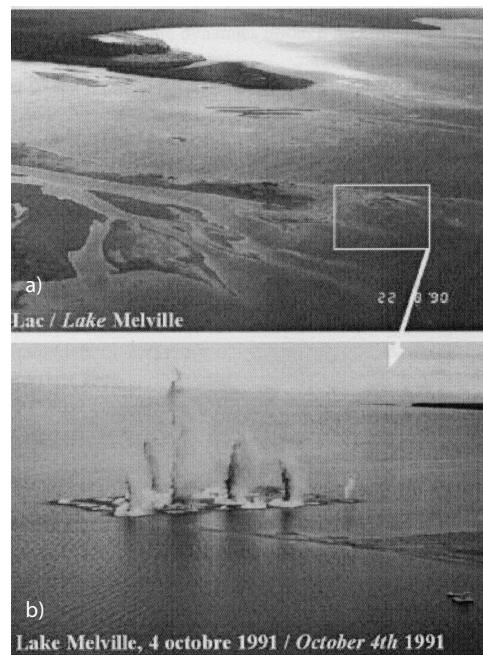


FIG. 2.2 – Expérience "grandeur nature" sur les avalanches sous-marines. a) Photo du site de travail b) Photo de l'explosion supposée déclencher l'avalanche. Sa puissance fut insuffisante. (Locat et Lee 2001)

L'activité humaine peut suffire à en provoquer : la construction de l'aéroport de Nice en 1979 a provoqué un éboulement qui s'est transformé en avalanche sous-marine, engendrant un raz-de-marée qui était une conséquence inattendue. Les avalanches sous-marines sont devenues une des préoccupations des scientifiques pour leurs particularités étonnantes, et leurs conséquences importantes. Mais elles sont imprévisibles, ce qui complique leur étude en milieu naturel. Le seul moyen d'obtenir des informations est donc d'étudier leur dépôt. Locat et Lee (2001) ont fait un recensement des coulées sous-marines qui se sont produites grâce à une technique permettant de voir de manière très précise les dépôts sous-marins parfois situés à de grandes profondeurs (photo 2.1). Ils ont pu donner une interprétation sur leurs conséquences souvent catastrophiques, et ont pu recenser aussi leurs causes, et décomposer les étapes qui constituent une avalanche sous-marine. Locat et Lee font part aussi des projets mondiaux sur ce sujet, et il est ressorti que malgré les avancées dans la compréhension des avalanches sous-marines, il a été impossible d'en provoquer en milieu naturel. La simple utilisation d'explosifs n'ayant pas été suffisante (photo 2.2) pour provoquer une avalanche, on peut présager de la force de la nature, et donc du danger de son caractère imprévisible.

Une des observations qui a soulevé la question de leur phénoménologie est l'étendue du parcours de certaines avalanches. À partir de données sur les avalanches dans divers milieux (volcaniques, sous-marins, extraterrestres) et des divers modèles proposés pour expliquer de telles longueurs de coulée, Legros (2002) a proposé autre chose qu'un modèle de Coulomb (coefficient de friction) classiquement choisi pour les expliquer, qui sous-estime la distance de coulée. Pour expliquer les distances parcourues, la confrontation de plusieurs modèles semble faire ressortir qu'une fluidisation même partielle de l'avalanche permettrait une meilleure estimation de la longueur de coulée. De plus, il montre par plusieurs expériences de fluidisation que s'il y a une fluidisation pendant la coulée, elle ne peut avoir lieu que par l'intermédiaire d'un liquide (lequel abaisserait le coefficient de friction) et non d'un gaz (il faudrait un apport constant et important à la base). Mais s'il n'y a pas constamment apport de liquide à la base, il faut un flux de sédiments vers le bas afin de maintenir une haute pression des pores, ce qui a effectivement lieu. En effet, nous allons voir que Legros a proposé le mécanisme principal permettant d'expliquer la mobilité plus importante des écoulements immergés : une importante pression du fluide interstitiel dans les pores.

## 2.2 Concept de pression de pore

La pression de pore joue un rôle important dans la contrainte totale d'un mélange de grains et d'eau. En effet, si nous considérons un empilement de matériau granulaire, la contrainte totale de l'empilement est la somme de la contrainte effective (ou la contrainte solide) et de la pression de pore. On peut donc se retrouver dans une situation où à contrainte totale constante, si la pression de pore augmente, la contrainte effective va diminuer. La friction étant la seule résistance d'un matériau granulaire (proportionnelle à la contrainte effective), la résistance effective du tas diminue alors. C'est ce phénomène d'augmentation de pression de pore qui explique la liquéfaction des sols, et la grande mobilité des écoulements géophysiques.

## 2.3 Expériences géophysiques en laboratoire

### 2.3.1 Propagation de front

Une des idées retenues pour expliquer le long parcours des écoulements gravitaires est l'*hydroplaning*. Une couche de fluide sous un écoulement crée une lubrification, et augmente ainsi sa mobilité. Morhig *et al.* (1998) ont fait des expériences d'écoulements gravitaires immergés. Ils ont disposé un plan incliné dans un bassin, et ont étudié la chute d'une masse sur ce plan. Ils ont pu constater l'apparition d'hydroplaning à partir d'un nombre de Froude critique, défini par la mise en balance de la pression dynamique ( $1/2\rho v^2$ ) et de la charge de débris ( $(\rho_d - \rho)gh \cos \theta$ ) :

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{(\rho_d/\rho - 1)gh \cos \theta}},$$

avec  $\rho$  la densité du fluide,  $\rho_d$  la densité des débris,  $v$  la vitesse de l'écoulement, et  $h$  son épaisseur. Ainsi, dès que la pression dynamique du nez de l'écoulement devient suffisamment importante, le fluide peut se "glisser" dessous, et induire une mobilité accrue du front de l'écoulement. L'idée de l'*hydroplaning* suggère que la pression du fluide qui se trouve sous l'écoulement est suffisamment importante pour supporter le poids de l'écoulement. Un modèle numérique a été proposé par DeBlasio *et al.* (2004) pour rendre compte de l'effet de l'*hydroplaning*. Ils ont considéré le milieu comme un fluide de Bingham (viscoplastique), et regardé la distribution des champs de vitesse et de pression autour de l'écoulement, en utilisant les équations de Navier-Stokes stationnaires. Même si leur modèle ne donne pas des résultats en parfait accord avec l'expérience, elle permet quand même de saisir la conséquence essentielle de la présence du fluide dans cet écoulement : une mobilité accrue de

la tête de l'écoulement *via l'hydroplaning*. Le fluide joue donc un rôle important, et l'*hydroplaning* semble ne pas être la seule conséquence. En effet, dans le cas d'un écoulement dont le front est assujéti à l'hydroplaning, la surpression du fluide interstitiel peut rester importante durant tout l'écoulement, et ne pas rester localisée sous son front (Ilstad, 2004). Mais cette surpression dépend de la nature du mélange qui le compose (distribution de la taille des éléments). Une coulée est composée de particules de tailles différentes, et la distribution de leurs tailles peut influencer de manière significative la dissipation de la surpression du fluide interstitiel : les particules de petite taille pouvant remplir les interstices et diminuer la perméabilité du milieu, la surpression du fluide mettra plus de temps à se dissiper. Ce résultat important montre que la surpression du fluide peut donc rester effective même quand la tête de l'écoulement est passée.

### 2.3.2 Écoulement à surface libre

Les résultats précédents sont le fruit d'études pour des écoulements immergés, mais le comportement du fluide semble similaire pour des écoulements à l'air libre. Major et Iverson ont fait des expériences (Major et Iverson 1999, Major 2000) en disposant d'un canal à l'air libre, et en faisant couler un mélange d'eau et de grains. Ils ont pu ainsi montrer l'importance du fluide durant l'écoulement : la pression du fluide interstitiel est suffisamment élevée pour causer une liquéfaction du milieu. Comme dans le cas immergé, la nature du mélange (répartition des tailles des composants) influence la dissipation de la surpression du fluide lorsqu'il y a écoulement (Wang et Sassa 2002).

### 2.3.3 Modèles simples d'étude de pression de pore

Une investigation du phénomène élémentaire qui se produit dans un pore durant un écoulement a été proposée par Iverson et LaHusen (1989). Ils ont proposé une approche expérimentale dans la configuration suivante : des cylindres collés les uns aux autres en 2 groupements qui glissent entre eux, afin d'étudier les fluctuations dynamiques de la pression dans cette zone de glissement, et autour (figure 2.3). Leur dispositif leur a permis de mesurer la pression de pore dans la zone de cisaillement, et dans le bloc supérieur. Cette expérience a permis de faire clairement ressortir un mécanisme essentiel : la pression du fluide augmente quand les pores se contractent, et inversement. Sur cette même configuration, Iverson (1993) a proposé deux approches complètement théoriques :

- une dérivation inductive représentant la physique de l'étude expérimentale ;



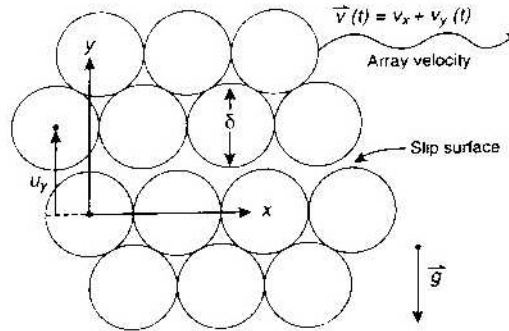


FIG. 2.3 – Schéma de la configuration étudiée. (Iverson 1993)

- une autre déductive montrant que les mêmes équations sont une application des équations de la théorie des mélanges dynamiques de Biot aux déformations macroscopiques.

Dans les deux cas, les équations expliquent l'origine et la propagation des fluctuations de la pression de pore. Musso *et al.* (2004) ont fait une étude numérique de la même configuration que Iverson et Lahusen (1989), en faisant un bilan des forces qui s'exercent sur le bloc mobile, et en introduisant une force poreuse *via* la circulation de fluide causée par le mouvement vertical du bloc. Les résultats donnent un bon accord avec les mesures expérimentales de pression du fluide d'Iverson et Lahusen, et apportent un indice intéressant : les fluctuations de pression de pore mesurées expérimentalement peuvent être modélisées par une loi de Darcy. Nous proposons plus loin (chapitre 7) un modèle analogue faisant intervenir une dissipation visqueuse par une loi de Darcy, mais en remplaçant l'empilement de cylindres par un bloc poreux. Ces premières approches expliquent les mécanismes engendrant une pression de pore, mais il reste à faire une étude plus générale pour expliquer la surpression observée dans des écoulements gravitaires.

## 2.4 Écoulements granulaires :

Notre étude portant sur les écoulements granulaires denses immergés, nous rappelons ici des résultats récents sur les écoulements denses secs. Nous verrons que des analogies nous permettront de mieux comprendre les avalanches sous-marines.

Les études qui ont été menées pour comprendre la physique d'un tel milieu font intervenir un grand nombre de géométries d'étude (cellule de Couette, écoulement sur fond meuble) (GDR Midi). Nous nous concentrons ici sur les écoulements sur plan incliné, qui seront au centre de notre travail.

### 2.4.1 Plan incliné

La configuration qui s'approche des études gravitaires est celle des écoulements sur un plan dont l'inclinaison est contrôlée. Afin de fixer une condition aux limites entre l'écoulement et le plan, des billes sont collées sur le plan pour le rendre rugueux. Plusieurs études expérimentales de ces écoulements en couche mince (Pouliquen 1999, Daerr 2000, Pouliquen et Forterre 2002, Dacruz et al. 2004, GDR Midi 2004) ont montré que les écoulements stationnaires uniformes existent pour une plage d'angles. Cependant, quand l'écoulement s'arrête, l'épaisseur de l'écoulement  $h$  diminue jusqu'à atteindre une valeur limite  $h = h_{stop}$ . La particularité de cette couche est qu'elle ne dépend que de l'angle d'inclinaison et qu'elle est uniforme. Des recherches sur les écoulements stationnaires uniformes ont fait ressortir son importance, car elle apparaît explicitement dans la loi d'écoulement de Pouliquen (1999), qui donne une forme analytique de la vitesse  $u$  d'un écoulement granulaire sec en fonction de l'épaisseur  $h$  et de l'angle d'inclinaison  $\theta$  :

$$\frac{u}{\sqrt{gh}} = \alpha + \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)}. \quad (2.1)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  dépendent des caractéristiques des particules et du fond. Cette loi décrit la dépendance de la vitesse avec l'angle d'inclinaison pour un écoulement stationnaire uniforme.

Une autre approche intéressante pour décrire les écoulements sur pente est celle de Savage et Hutter (1989). Ils ont proposé une approche hydrodynamique des milieux granulaires basée sur des équations moyennées sur l'épaisseur. Pour cela, ils ont considéré que la couche mobile est fine devant les tailles caractéristiques du système (hypothèse réaliste pour les écoulements sur fond immobile), que le profil de vitesse est établi, et des variations temporelles lentes. Une écriture du bilan d'impulsion moyenné dans l'épaisseur est alors proposée. Mais pour tenir compte de la friction entre la couche de grains et le fond, ils ont défini un coefficient de friction  $\mu$  constant, définissant alors une force tangentielle de frottement proportionnelle aux forces normales. Le bilan de quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \left[ \frac{\partial hu}{\partial t} + \beta \frac{\partial hu^2}{\partial x} \right] = (\tan\theta - \mu - \Gamma \frac{\partial h}{\partial x}) \rho gh \cos\theta. \quad (2.2)$$

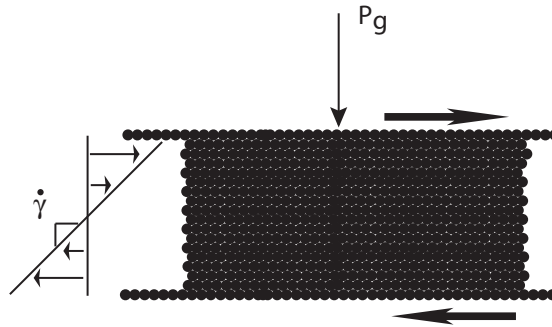


FIG. 2.4 – Schéma d'un milieu granulaire soumis à un cisaillement et à une pression de confinement imposés.

Cette écriture du bilan d'impulsion pour un milieu granulaire sur plan incliné a permis une première description des écoulements granulaires (les différents termes seront discutés dans le chapitre 6). Mais elle est limitée au cas des écoulements sur un plan peu rugueux, les équations ne donnant plus de résultats en accord avec les expériences au-delà de cette limite. L'idée d'un coefficient de friction  $\mu$  constant dans le bilan d'impulsion (2.2) ne permet d'écoulement stationnaire que pour un seul angle d'écoulement, ce qui n'est pas observé. La définition du coefficient de friction doit donc varier avec l'angle d'inclinaison du plan d'écoulement. Pour un écoulement stationnaire, l'équation (2.2), se réduit à  $\tan \theta = \mu$ . On peut alors se servir des résultats sur les écoulements stationnaires uniformes présentés précédemment pour en tirer un coefficient de friction variable. En inversant la loi de vitesse (2.1), nous avons une écriture de  $\theta$  qui donne alors accès à la dépendance de  $\mu$  avec la vitesse et l'épaisseur. Le coefficient de friction ainsi défini donne un premier accès à la rhéologie des écoulements granulaires secs. Cette approche moyennée sur l'épaisseur a donné des résultats (ondes, étalement de masse) (Forterre et Pouliquen 2003, Pouliquen et Forterre 2001), mais des résultats récents ont permis d'aller plus loin que cette approche.

### 2.4.2 Rhéologie

Une centralisation des recherches (GDR Midi 2004) sur la matière granulaire donne une approche différente de ce coefficient de friction, en définissant une rhéologie locale pour les écoulements en couche mince. Da Cruz *et al.* (2005) ont fait une simulation numérique (en utilisant un modèle de dy-

namique moléculaire), et ont regardé comment se comporte une couche de grain soumise à un cisaillement plan, et à une pression de confinement  $P_g$  (figure 2.4). Ils ont observé un profil linéaire, permettant de définir un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Il s'avère que dans cette configuration, la contrainte tangentielle obtenue est proportionnelle à la pression de confinement, et que ce coefficient de proportionnalité est un coefficient de friction qui dépend d'un seul paramètre sans dimension :

$$I = \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{P_g/\rho}}. \quad (2.3)$$

Ce paramètre peut être interprété en terme de rapport entre deux temps caractéristiques :

- un temps de déformation macroscopique, qui est le temps qu'il faut à une bille pour se déplacer de son propre diamètre, dans le sens de l'écoulement,

$$\tau_{macro} = 1/\dot{\gamma}; \quad (2.4)$$

- un temps de "chute" microscopique, qui est le temps qu'il faut à une bille pour tomber dans le creux qu'il y a entre 2 billes consécutives,

$$\tau_{micro} = d\sqrt{\frac{\rho}{P_g}}. \quad (2.5)$$

Ainsi, ils ont pu définir un coefficient de friction qui dépend du rapport de ces 2 temps caractéristiques  $\mu(I) = \mu\left(\frac{\tau_{micro}}{\tau_{macro}}\right)$  permettant une première description locale des écoulements granulaires secs, tout en restant compatible avec les travaux précédents sur plan incliné (GDR Midi).

Les avancées significatives dans ce domaine montrent que les contacts entre les particules sont importants, dans la limite des écoulements denses. Il est alors intéressant de se poser la question de l'influence du fluide sur un tel écoulement.

## 2.5 Influence du fluide interstitiel sur les écoulements granulaires

Bagnold (1954) est le premier à s'être intéressé à la conséquence d'un fluide sur un milieu granulaire. Il a étudié dans une cellule de Couette la contrainte de cisaillement en fonction du cisaillement imposé. Il a ainsi mis en évidence deux régimes :

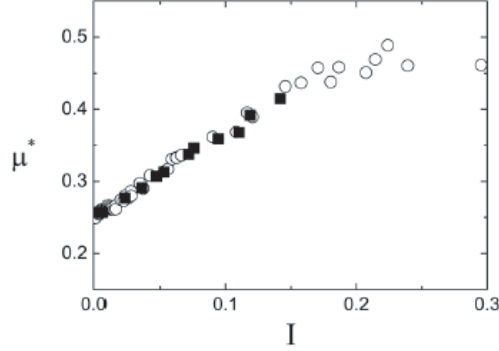


FIG. 2.5 – Graphique de la valeur du coefficient de friction  $\mu$  en fonction du paramètre  $I$  (Da Cruz et al. 2005)

- un régime "macro-visqueux" où la contrainte est proportionnelle à  $\lambda$  (coefficient qui rend compte de la compacité, et augmente avec elle), à la viscosité du fluide  $\eta$ , et au cisaillement  $\dot{\gamma}$  :

$$\tau \propto \lambda \eta \dot{\gamma}, \quad (2.6)$$

- un régime où il y a interaction collisionnelle entre les grains, et où la viscosité du fluide ne joue cette fois-ci aucun rôle :

$$\tau \propto \rho (\lambda d)^2 \dot{\gamma}^2. \quad (2.7)$$

Le milieu ne répond donc pas de la même manière à différentes sollicitations, nous amenant à considérer plusieurs régimes possibles. Une analyse plus profonde montre les régimes accessibles en fonction de la fraction volumique de particules, et du cisaillement du milieu (Coussot et Ancey 1998). Il est intéressant de voir qu'il est question de friction pour les écoulements à très haute concentration de particules ( $\Phi \approx \Phi_{max}$ ), sans plus de détails.

Une étude récente a permis de mieux comprendre les différents régimes possibles pour des écoulements granulaires. Courrech du Pont *et al.* (2002) ont étudié les avalanches sous-marines dans un tambour tournant. Lorsqu'une avalanche se déclenche suite à une rotation du tambour, ils l'ont immobilisé et mesuré le temps nécessaire à l'avalanche pour s'écouler et s'arrêter. En faisant varier les paramètres expérimentaux (viscosité du fluide, diamètre des billes, et rapport de densité entre le fluide et les billes), ils ont pu observer différents régimes en se basant sur le temps d'avalanche. Pour cela, ils ont

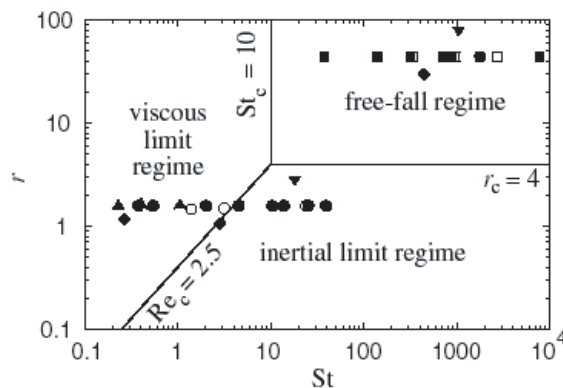


FIG. 2.6 – Diagramme montrant les régimes possibles pour un écoulement granulaire, à partir de deux paramètres : le nombre de Stokes  $St$ , et la racine du rapport de densité bille/fluide  $r$ . (Courrech du Pont et al. 2003)

analysé les résultats en développant le modèle d'une bille qui tombe sous son poids. Différents temps sont ressortis de cette analyse, permettant alors de classer les avalanches dans trois types de régime (cf. figure 2.6) :

- un régime de chute libre où l'avalanche accélère sur tout le diamètre du tambour ;
- un régime inertiel où la durée d'avalanche est liée au temps inertiel ;
- un régime visqueux où la durée d'avalanche est lié à un temps visqueux.

Nous reprendrons cette analyse, mais en l'appliquant à notre cas (écoulement d'une couche uniforme) dans le chapitre 5. Cette analyse capture donc l'origine physique des différents régimes observables.

## 2.6 Notre approche :

L'étude présentée ici porte sur les écoulements granulaires denses et immergés. Nous nous sommes donc placés dans une configuration où le fluide interstitiel va jouer un rôle, ainsi que les contacts. Nous présenterons dans le chapitre 3 un travail expérimental sur un plan incliné, expliquant le dispositif et les techniques de mesure. Les résultats de ces mesures seront exposés dans le chapitre 4, puis nous les analyserons et interpréterons dans le chapitre 5. Nous faisons ensuite une analyse de stabilité de l'écoulement, en utilisant l'équation de Savage et Hutter dans le chapitre 6, testant la robustesse de résultats expérimentaux. Nous avons ensuite fait un travail numérique sur un

modèle simple dans le chapitre 7 pour mieux comprendre la dynamique et les effets du fluide interstitiel. Nous présenterons des résultats préliminaires ainsi que les perspectives dans le chapitre 8, puis ferons enfin un résumé de nos travaux dans le chapitre 9

# Chapitre 3

## Dispositif expérimental

Le dispositif a été conçu pour pouvoir faire des expériences sur un plan incliné rugueux, dans la même configuration que celle utilisée pour des écoulements granulaires secs (Pouliquen 1999, Forterre 2003, GDR Midi 2004). Nous avons deux paramètres : l'épaisseur de l'écoulement et l'angle d'inclinaison de l'écoulement, et mesurons ses grandeurs caractéristiques : sa vitesse, son épaisseur, et la pression du fluide interstitiel.

### 3.1 Plan incliné

Le dispositif expérimental est contenu dans une cuve de verre de 150 litres ( $70 \times 40 \times 50$  cm) remplie d'eau. Afin de limiter le problème de formation de bulles lors de l'immersion du dispositif, nous avons laissé dégazer l'eau plusieurs jours dans un réservoir avant de remplir la cuve.

Pour faire le plan rugueux sur lequel a lieu l'écoulement, nous avons collé les mêmes billes que celles utilisées pour l'écoulement sur une plaque en PVC (49 cm de long et 14 cm de large), en la saturant avec une bombe de peinture. Une fois la plaque saturée, nous l'avons recouverte d'une épaisse couche de billes, puis laissé sécher toute une nuit. En procédant ainsi, on obtient un fond qui a une rugosité de la taille des billes de l'écoulement. Il est important de noter que la couche de bille créée n'est pas strictement uniforme, mais que c'est le seul procédé simple permettant d'avoir un plan rugueux pouvant rester longtemps sous l'eau sans se détériorer. Cependant, les trous créés sur le fond étant de la taille des billes de l'écoulement, les interstices les plus gros sont rapidement comblés par les billes de l'écoulement. Ainsi, les défauts du



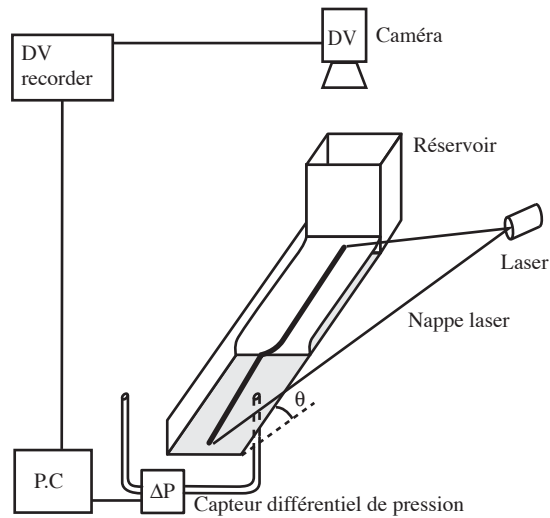


FIG. 3.1 – Schéma du dispositif expérimental.

plan sont compensés par l'écoulement lui-même, créant une couche de bille quasi-homogène servant de base à l'écoulement.

Le plan est posé sur un support en plexiglass qui confine l'écoulement (figure 3.2), et qui l'alimente via un réservoir parallélépipédique, situé en amont. Le support de l'écoulement permet de soutenir le plan rugueux. Le réservoir permet de fixer une épaisseur d'écoulement, en faisant varier la taille de son ouverture.

Le reste du dispositif est un bâti permettant de maintenir le support de l'écoulement à inclinaison contrôlée et parfaitement constante (figure 3.3). Le bâti est en aluminium anodisé, évitant ainsi une oxydation due à une immersion prolongée dans l'eau. Pour monter ce bâti, toute la visserie est en inox, ainsi que les écrous.

## 3.2 Particules et fluides

Les particules sont des billes de verre sphériques pour toutes nos expériences. Nous les avons trié par taille à l'aide de tamis de différentes ouvertures, permettant ainsi de restreindre la fourchette de diamètre des billes, et sélectionner

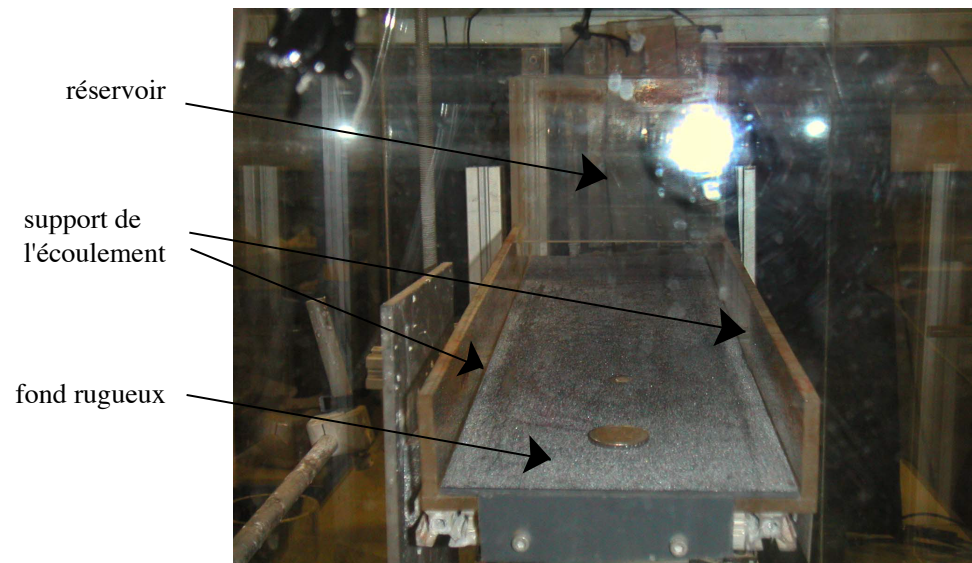


FIG. 3.2 – Photo du support permettant de maintenir le fond rugueux, de confiner l'écoulement, et de fixer l'épaisseur de la coulée.

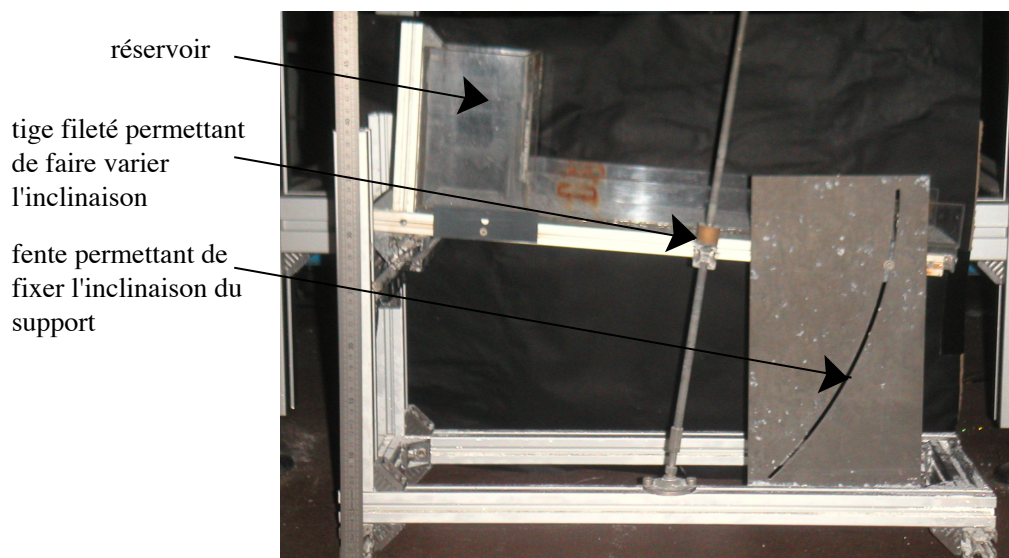


FIG. 3.3 – Photo du bâti permettant de faire varier l'angle, et de le fixer solidement.

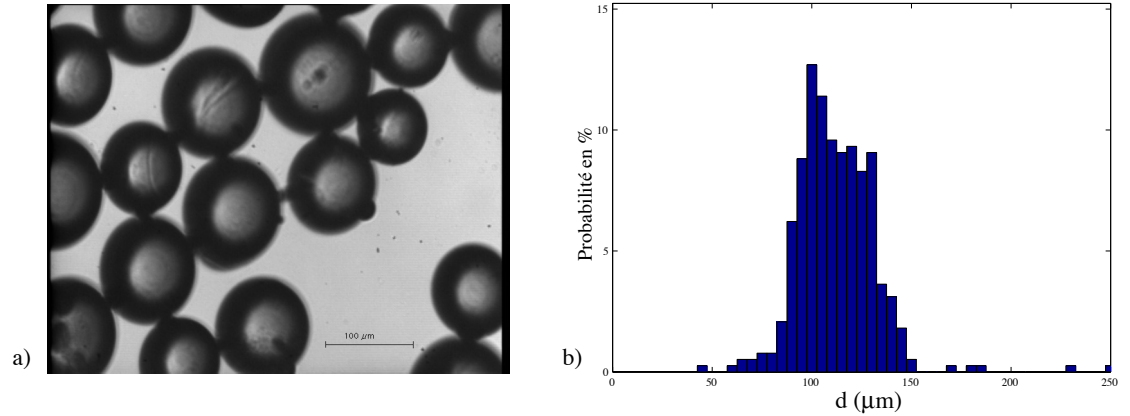


FIG. 3.4 – a) échantillon de billes sphériques utilisé pour mesurer leur taille. b) distribution de la taille des billes de diamètre  $d = 112 \mu\text{m}$  par tranche de  $5 \mu\text{m}$ .

celles qui nous intéressaient. Pour mesurer la taille des billes, nous avons utilisé un microscope relié à un ordinateur. Ainsi, à partir des photos des billes, nous avons pu faire une statistique sur leur taille. L'apparition d'une distribution gaussienne dans la répartition des tailles a permis de définir pour chacune d'entre elle un diamètre moyen et une dispersion (figure 3.4). Nous avons fait varier la taille des billes utilisées d'un facteur deux, et avons donc utilisé des billes de diamètre  $d = 112 \mu\text{m}$  et  $d = 208 \mu\text{m}$  (figure 3.1). Des billes d'un plus gros diamètre ne permettaient pas d'avoir un écoulement établi.

Nous avons étudié ces écoulements pour 2 fluides interstitiels : l'eau et l'air (figure 3.2). Les résultats pourront alors être comparés pour 2 fluides complètement différents, et s'inscrire dans une étude comparative entre les écoulements granulaires secs, et les écoulements granulaires immergés.

| particules | verre                             | verre                             |
|------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| densité    | $2.47 \pm 0.01 \text{ g.cm}^{-3}$ | $2.47 \pm 0.01 \text{ g.cm}^{-3}$ |
| diamètre   | $112 \pm 20 \text{ }\mu\text{m}$  | $208 \pm 19 \text{ }\mu\text{m}$  |

TAB. 3.1 – Tableau indiquant la densité et le diamètre moyen des billes utilisées.

| fluide environnant | eau  | air   |
|--------------------|--|---|
| densité            | $998 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$             | $1.161 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$          |
| viscosité          | $1.002 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ | $18.3 \times 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ |

TAB. 3.2 – Tableau indiquant la densité et la viscosité des fluides utilisés durant les expériences.

### 3.3 Procédure expérimentale

Pour chaque expérience, nous avons suivi un protocole bien particulier afin de travailler à chaque fois dans les mêmes conditions. Tout d’abord, nous avons mouillé et nettoyé les billes dans des récipients. Avant de mettre les billes dans le réservoir, nous réglons son ouverture pour fixer une épaisseur de coulée, puis on obstrue l’ouverture. Ainsi, une fois les billes placées dans le réservoir, nous attendons qu’elles aient fini de sédimenter pour être certain qu’elles sont bien en contact entre elles. Une fois la sédimentation terminée, on enlève la plaque qui retenait les billes, et l’écoulement a lieu.

Nous avons mesuré plusieurs grandeurs : la vitesse d’avancée du front, l’épaisseur de coulée  $h$ , et la pression interstitielle du fluide pendant l’écoulement. L’épaisseur de la coulée est mesurée une fois celle-ci établie. Pour le dépôt  $h_{stop}$ , il faut attendre que l’écoulement soit complètement terminé, ce qui peut prendre plusieurs minutes. Quand l’écoulement est terminé, on ne voit pas clairement de front arrière comme c’est le cas pour un écoulement sec : les billes dégringolent par paquets lents. Ces paquets, s’ils démarrent du haut du plan ne s’arrêtent pas. Nous avons mesuré l’épaisseur du dépôt  $h_{stop}$  une fois l’écoulement complètement terminé.

Pour pouvoir mesurer l’épaisseur des coulées et leur vitesse de front, nous avons filmé le plan avec une caméra DV Canon XM-1 (Digital Video), reliée à un magnétoscope DV SONY DSR-20/20P. Pour cela, nous avons fixé la caméra sur un bâti prenant ses appuis sur le sol plutôt que sur la table où

sont posés la cuve et le capteur de pression. En effet, le bâti posé sur la table amplifie la moindre perturbation au point de la voir apparaître sur le signal de pression (les tuyaux reliant les points de mesure au capteur étant solidaires de ce bâti). La caméra enregistrant avec un taux de 25 images par secondes, lors du transfert vers l'ordinateur, on ne doit pas choisir un taux de saisie supérieur. Nous avons utilisé comme logiciel de saisie vidéo BTV PRO.

## 3.4 Techniques de mesure

### 3.4.1 Mesure des épaisseurs

Pour mesurer l'épaisseur de coulée  $h$  et le dépôt  $h_{stop}$ , nous avons utilisé une nappe laser rouge (longueur d'onde 660 nm, et de puissance 30 mW), placée en incidence rasante, parallèlement au canal. L'épaisseur de la ligne laser obtenue est de l'ordre de 2 à 3 mm. L'avantage d'un tel procédé est qu'il est non-intrusif. Pour pouvoir mesurer l'épaisseur grâce à cette technique, il faut pour chaque inclinaison du plan étalonner le décalage du laser, grâce à celui dû à une épaisseur connue (figure 3.5 a). Ainsi, quand la coulée décale la nappe laser au cours de son passage, nous pouvons déterminer précisément son épaisseur. Nous obtenons alors les épaisseurs  $h$  et  $h_{stop}$  à partir d'images de la coulée. La distorsion observable de la nappe laser sur les photos 3.5 s'explique par la déformation de la cuve. Lorsqu'elle est remplie d'eau, la pression de l'eau est suffisamment forte pour déformer la cuve, qui elle-même déforme la nappe laser qui la traverse.

Plusieurs images sont saisies, et leur traitement se fait avec NIH Image<sup>1</sup>. Toutes les images sont traitées de manière identique. Tout d'abord, on transforme la ligne laser en ligne noire (figures 3.6 a et 3.6 b), qui est ensuite découpée en carrés de  $5 \times 5$  pixels (figure 3.6 c). Cette opération permet de repérer les points dans un repère  $(x,y)$ , et de les exporter vers MATLAB. Pour chaque mesure d'épaisseur, nous devons au préalable faire l'étalonnage. Pour cela, nous identifions la ligne laser visible sur le fond rugueux, et celle visible sur l'objet d'épaisseur connue, à des fonctions linéaires. En faisant la moyenne de la différence entre les deux fonctions, on obtient un facteur en mm/pixel qui va nous permettre d'obtenir l'épaisseur de la coulée. Ensuite,

---

<sup>1</sup>NIH Image Program, développé à l'US National Institute of Health et accessible depuis internet par ftp anonyme zippy.nimh.nih.gov

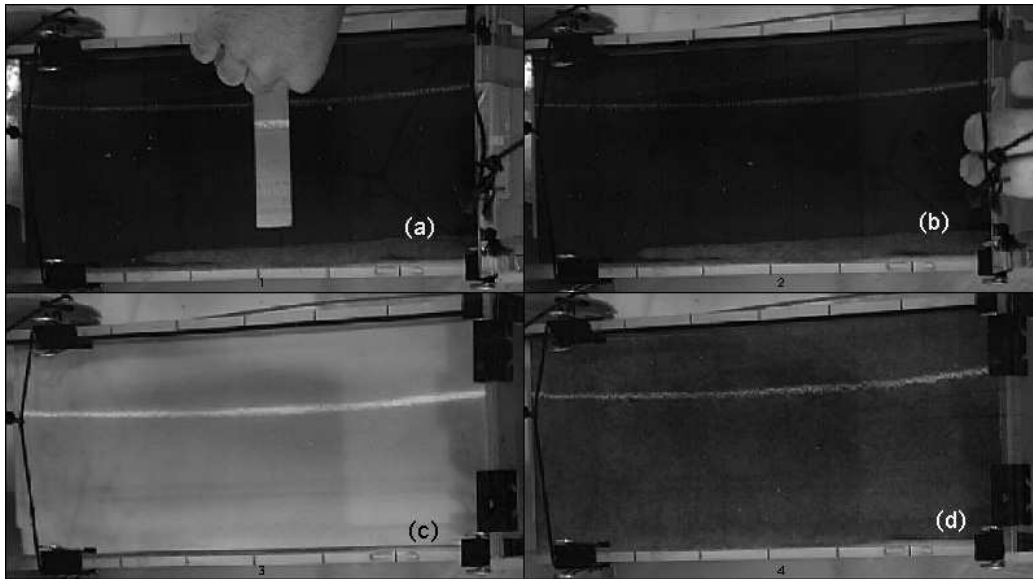


FIG. 3.5 – Images utilisées pour les mesures : (a) étalonnage, (b) image du fond, (c) de l'épaisseur, (d) du dépôt.

nous identifions la ligne laser visible sur le fond, et celle visible sur les billes lors de l'écoulement à deux polynômes d'ordre 5, et on fait la différence entre les deux fonctions obtenues (figure 3.7 a). En prenant la valeur moyenne de cette différence, et en convertissant les pixels en millimètres, nous obtenons la valeur de l'épaisseur, et son incertitude est la déviation standard par rapport à la moyenne (figure 3.7 b). Nous procédons de la même manière pour la mesure de l'épaisseur du dépôt.

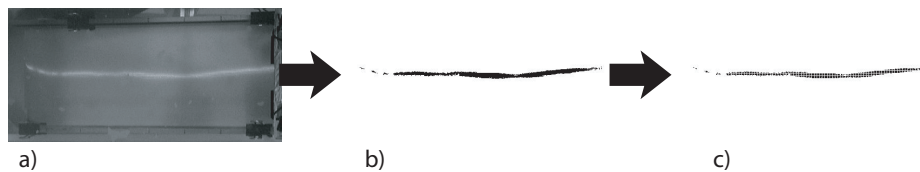


FIG. 3.6 – Exemple du traitement d'une image avec la trace du laser : a) image originale de l'écoulement avec la ligne laser en surbrillance b) après traitement, le laser est transformé en ligne noire c) la ligne noire est découpée en points repérables avec des coordonnées cartésiennes.

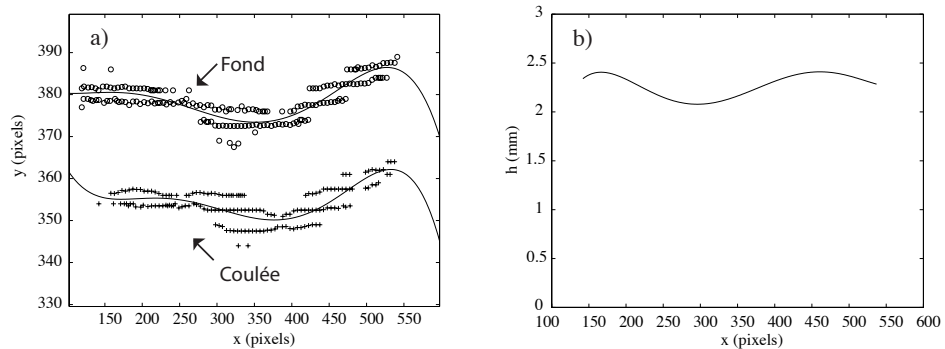


FIG. 3.7 – Exemple de calcul de l'épaisseur d'une coulée, une fois les images traitées. a) comparaison image du fond/ image de la coulée b) épaisseur de l'écoulement en fonction de l'abscisse, déduite de l'image a)

### 3.4.2 Mesure des vitesses de front

La vitesse du front est obtenue par une mesure de pente sur un diagramme spatio-temporel issu d'un traitement d'image (avec NIH image). Pour cela, nous choisissons la ligne de pixel au centre du canal. Grâce au contraste noir (couleur du plan d'écoulement)/blanc (couleur des billes), on peut clairement situer le front.

Le diagramme spatio-temporel (figure 3.8) situe le front (en abscisse, en pixels), au cours du temps (en ordonnée, en pixel). Pour convertir l'abscisse en secondes, le taux d'image lors du transfert du film sur l'ordinateur permet d'obtenir le temps qui sépare 2 images, et donc de convertir le temps qui apparaît sur le diagramme en secondes. Pour convertir l'abscisse en  $mm$ , nous faisons un étalonnage grâce à la mesure faite d'une distance connue en dimension réelle sur le film.

Les axes étant dimensionnés (en  $mm$  pour l'abscisse et en secondes pour l'ordonnée), nous obtenons alors la vitesse d'avancée du front à partir de la pente du diagramme.

### 3.4.3 Mesure de la pression

Pour mesurer la pression du fluide, nous disposons d'un capteur différentiel délivrant une tension de sortie comprise entre 0 et 5 Volts ( $2.5 \pm 2.5$  Volts),

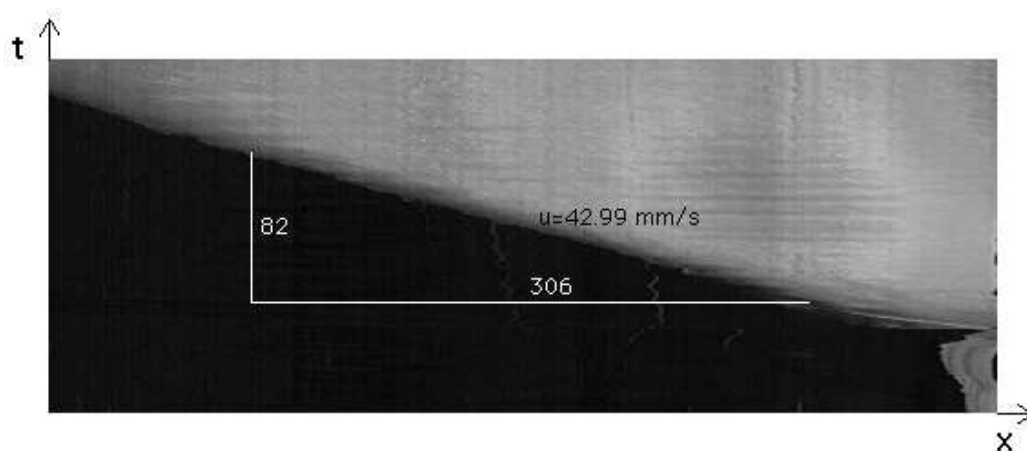


FIG. 3.8 – diagramme spatio-temporel pour une ouverture  $h_g=5.22$  mm, et un angle d'inclinaison  $\theta = 35^\circ$ .

pour des pressions comprises entre - 10 et + 10 Pascals avec une précision de  $\pm 0.04$  Pa (figure 3.9). Le signal de sortie est ensuite numérisé sur ordinateur via une carte d'acquisition 16 bits, à un taux d'acquisition de 100 Hz. Ce taux de saisie s'est avéré suffisant pour observer toutes les variations de pression, et ne masquer aucune information. La tension mesurée à la sortie du capteur ayant un bruit de 10 mV, la carte d'acquisition ne rajoute pas d'incertitude de mesure sur le signal de la pression (la résolution de la carte est de  $1.5 \cdot 10^{-4}$  Volts).

Des tubes en Tygon de 3 mm de diamètre sont raccordés au capteur. Le premier embout qui sert de référence est plongé à côté du plan rugueux, nous permettant d'avoir comme référence la pression hydrostatique du fluide se trouvant au-dessus du point de mesure de pression. Le deuxième sert à mesurer la pression du fluide sous l'écoulement. Pour pouvoir mesurer la pression sous l'écoulement, nous avons fait un trou de 8 mm environ, obstrué avec une grille ayant des trous de 50  $\mu m$  environ. Ainsi, en fixant l'embout raccordé au capteur, nous pouvons mesurer les fluctuations de la pression du fluide sous l'écoulement, sans que les billes pénètrent dans le tube relié au capteur.

La première contrainte était d'utiliser un capteur dont on puisse remplir les chambres (celles qui sont séparées par la membrane et permettant la mesure) de fluide, afin d'optimiser le temps de réponse du capteur à une variation de pression du fluide. Pour obtenir une mesure significative de la pression du



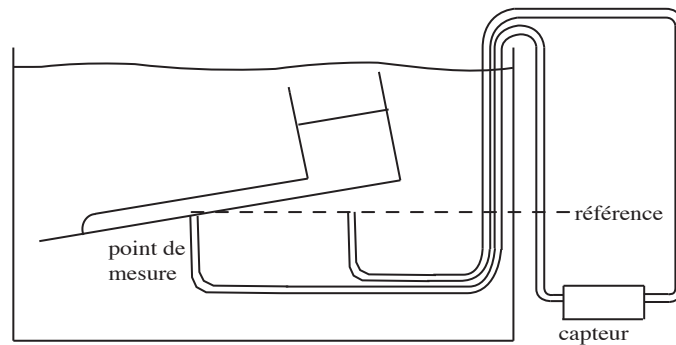


FIG. 3.9 – Dessin de la configuration choisie pour la mesure de la pression du fluide interstitielle.

fluide, il s'est avéré nécessaire d'avoir un dispositif sans aucune bulle d'air entre le point de mesure et l'appareil de mesure. La présence d'air dans les tuyaux ou dans les chambres retardant sensiblement la réponse du capteur à cause de sa compressibilité. Comme nous le verrons, les pressions mesurées étant très faibles, le moindre mouvement des tubes reliant les points de mesure au capteur engendre des fluctuations de pression, perturbant de manière significative le signal. Des tubes rigides permettraient de limiter le mouvement des tuyaux, et donc les fluctuations de pression. Cependant, l'utilisation de tubes rigides implique l'utilisation de raccords (coudes) et favorise le risque de fuites, ou d'infiltration d'air. Nous avons donc opté pour l'utilisation de tubes semi-rigides, fixés à un bâti solide pour éviter des fluctuations de pression par vibrations, et nous permettant ainsi de nous passer de l'utilisation de raccords.

Pour limiter les conséquences des vibrations, nous avons fixé les tuyaux sur un bâti prenant ses appuis sur le sol plutôt que sur la table où sont posés la cuve et le capteur de pression. En effet, le bâti posé sur la table amplifie la moindre perturbation au point de la voir apparaître sur le signal de pression.

# Chapitre 4

## Résultats expérimentaux

### 4.1 Régimes d'écoulement

En faisant varier les deux paramètres d'expérience  $h$  et  $\theta$ , nous avons observé trois régimes d'écoulement différents présentés sur la figure 4.1.

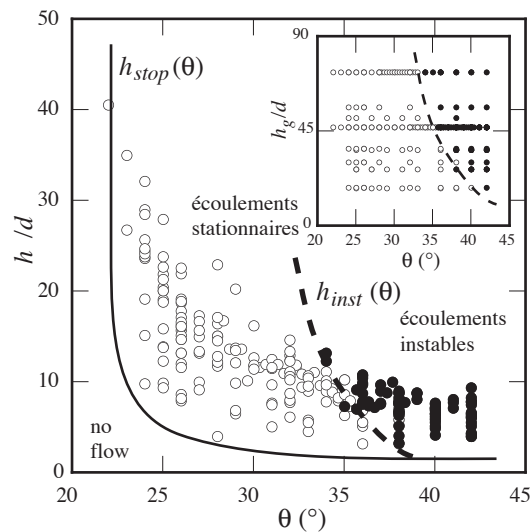


FIG. 4.1 – Graphique montrant les différents régimes de coulée observés pendant nos expériences (avec les billes de diamètre  $d = 112 \mu\text{m}$ ), en fonction de l'épaisseur de coulée normalisée  $h/d$ , et de l'inclinaison du plan  $\theta$ . Le graphique inséré montre aussi les régimes de coulée, mais en fonction de l'ouverture du réservoir normalisée  $h_g/d$  et de l'inclinaison  $\theta$ .

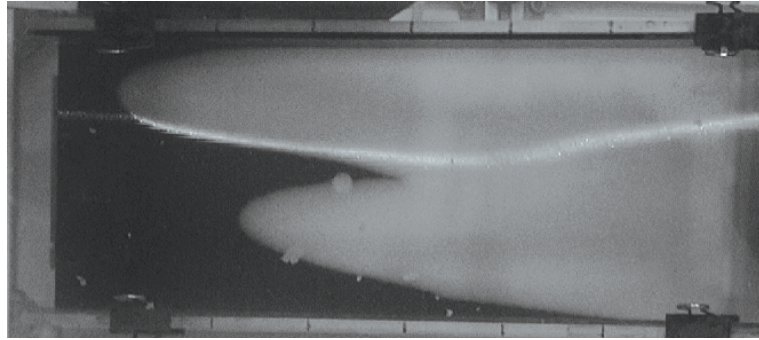


FIG. 4.2 – Photo d’un écoulement arrêté à cause de son épaisseur de coulée insuffisante ( $\theta = 24^\circ$ ).

Un régime d’arrêt est observable si l’épaisseur de la coulée  $h$  est inférieure ou proche de  $h_{stop}$  (figure 4.1). Lorsque l’écoulement commence, des doigts se forment (à cause de la polydispersité des billes), l’écoulement ralentit puis s’immobilise (figure 4.2).

Pour le deuxième régime, l’écoulement ne s’arrête pas. Nous avons mesuré l’avancée du front à différents instants et les graphiques 4.3 nous montrent que le front avance sans se déformer et que sa vitesse d’avancée est constante. L’écoulement est donc stationnaire et uniforme. Dans ce cas, l’épaisseur est uniforme tout le long du plan, jusqu’à ce que le réservoir de billes soit vide. L’écoulement voit alors son épaisseur diminuer jusqu’à ce que  $h = h_{stop}$ . L’étude qui va suivre s’inscrit dans le cadre de ces écoulements, qui n’existent que pour une gamme de nos 2 paramètres  $(h, \theta)$  (figure 4.1).

Le troisième type d’écoulement observé est surprenant : la vitesse d’avancée du front est constante, mais l’épaisseur n’est pas uniforme (figure 4.4). Des ondes de surface se forment à l’interface matière granulaire/fluide clair. Cette instabilité de surface dans notre écoulement, qui semble apparaître à partir d’une valeur critique de nos 2 paramètres  $(h, \theta)$  (figure 4.1), sera étudiée plus loin (chapitre 6).

## 4.2 Épaisseur de dépôt

Le premier fait remarquable est similaire à celui qui a lieu pour un écoulement granulaire sec : l’apparition d’un dépôt  $h_{stop}$  uniforme sur toute la longueur du plan, à la fin de chaque écoulement. Une de ses caractéristiques

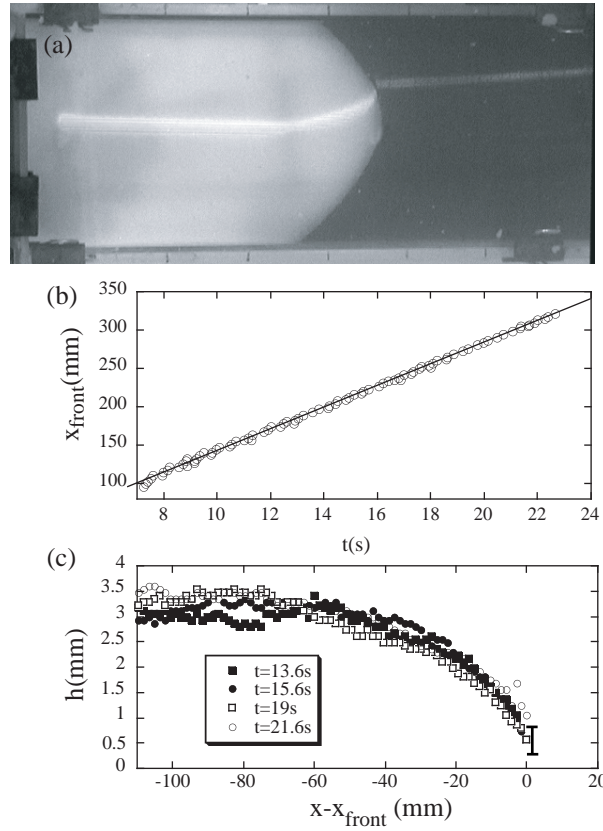


FIG. 4.3 – a) Photo d'un écoulement stationnaire et uniforme en épaisseur b) position du front au cours du temps c) forme du front au cours du temps ( $\theta = 26^\circ$ ).

principales est qu'il ne varie qu'avec l'angle. En effet, à  $\theta$  constant, l'épaisseur du dépôt ne varie pas, quelque soit l'épaisseur de l'écoulement. Ce phénomène fait apparaître un minimum d'épaisseur pour qu'il y ait écoulement :  $h > h_{\text{stop}}$ . Une telle propriété est directement identifiable au phénomène qui a lieu pour les écoulements granulaires secs, et permet de parler d'un minimum de friction.

Nous avons alors comparé les valeurs de  $h_{\text{stop}}$  pour les écoulements secs et immergés (figure 4.5). On peut voir que les courbes se superposent, ce qui signifie que si le fluide intervient sur la dynamique du dépôt (le  $h_{\text{stop}}$  est plus long à se stabiliser dans l'eau), il n'intervient pas sur son épaisseur finale. Cependant, on peut voir une différence importante entre les deux courbes : lorsque le  $h_{\text{stop}}$  atteint une valeur nulle à partir d'un angle critique en sec, sa

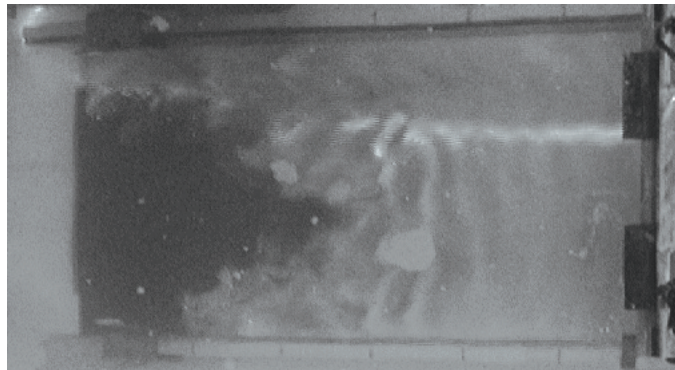


FIG. 4.4 – Photo d'un écoulement dont la surface est instable. Les ondes se déstabilisent, et l'écoulement passe d'une suspension dense à une suspension diluée ( $\theta = 42^\circ$ ).

valeur en mouillé devient constante dans notre gamme de mesure d'angle. La seule hypothèse que nous pouvons avancer est l'apparition d'un force cohésive empêchant les grains de tomber, dans cette gamme d'angle.

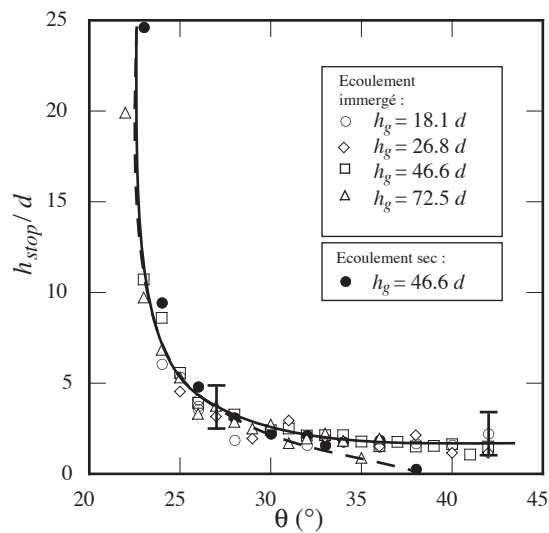


FIG. 4.5 – Valeurs du  $h_{stop}$  pour des écoulements secs et immergés en fonction de l'inclinaison  $\theta$ , pour les billes de  $112 \mu\text{m}$  de diamètre.

## 4.3 Vitesse d'écoulement

### 4.3.1 Influence des paramètres $h$ et $\theta$

Pour chaque expérience, nous avons mesuré la vitesse d'avancée du front, en fonction des paramètres d'expérience  $h$  et  $\theta$ , pour deux tailles de billes. Quel que soit le paramètre que l'on fait varier, la vitesse de coulée augmente avec ce paramètre.

Pour chacune des expériences, nous avons tracé le diagramme spatio-temporel d'avancée du front. Nous avons pu voir que la vitesse du front est constante durant son avancée, quelle que soit la valeur de ces paramètres. De plus, comme l'épaisseur de la coulée varie peu pendant l'expérience, nous pouvons en conclure que nous travaillons dans un cadre d'écoulements stationnaires.

### 4.3.2 Influence de la taille des billes

La comparaison des figures 4.6 a) et 4.6 b) pour les écoulements immergés et 4.6 c) et 4.6 d) pour les écoulements secs nous montre que la taille des billes influe sur la vitesse d'avancée du front. Pour une même épaisseur, nous voyons que la vitesse de l'écoulement est plus élevée quand les billes sont plus grosses (deux fois plus grosses dans notre cas).

### 4.3.3 Comparaisons sec/mouillé

La comparaison des figures 4.6 a) et 4.6 c) pour écoulements avec les billes de  $112 \mu\text{m}$ , et 4.6 b) et 4.6 d) pour les écoulements avec les billes de  $208 \mu\text{m}$  montre que les épaisseurs restent du même ordre de grandeur, mais pas les vitesses lorsque nous changeons de fluide interstitiel. Quand nous passons d'un écoulement granulaire immergé à un écoulement granulaire sec, la vitesse d'avancée du front change d'un ordre de grandeur : elle devient pratiquement dix fois plus importante pour les écoulements secs. Le taux de déformation  $u/h$  est alors lui aussi dix fois plus important.

## 4.4 Pression interstitielle

La mesure de la pression du liquide interstitiel va nous permettre de connaître l'influence d'un liquide (l'eau dans notre cas) sur l'écoulement. La première information sera de savoir si l'écoulement est une suspension de grains ou non. Si les billes sont en contact, les contraintes dûes à la présence

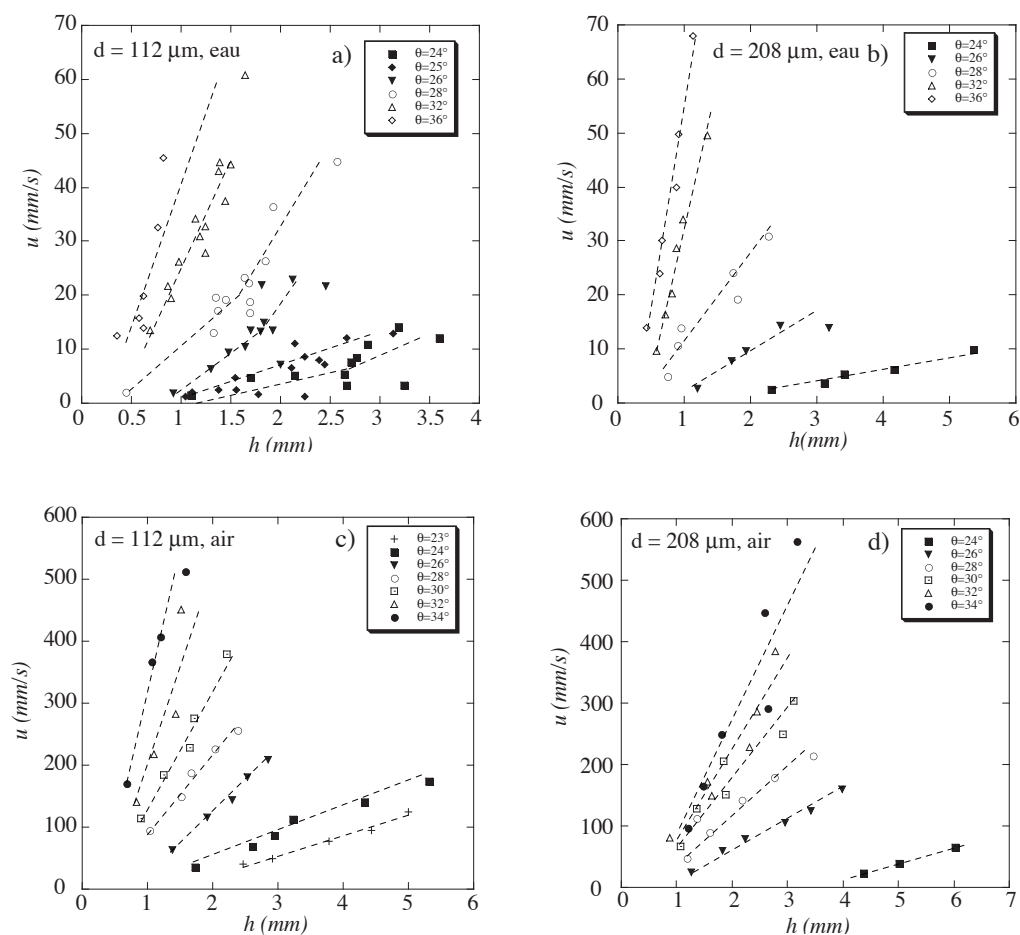


FIG. 4.6 – Vitesse d’avancée du front en fonction de l’épaisseur, pour différents angles d’inclinaison du plan. (a) : Le fluide utilisé est de l’eau, et la taille de des billes est de  $112 \mu\text{m}$ . (b) : Le fluide utilisé est de l’eau, et la taille de des billes est de  $208 \mu\text{m}$ . (c) : Le fluide utilisé est de l’air, et la taille de des billes est de  $112 \mu\text{m}$ . (d) : Le fluide utilisé est de l’air, et la taille des billes est de  $208 \mu\text{m}$

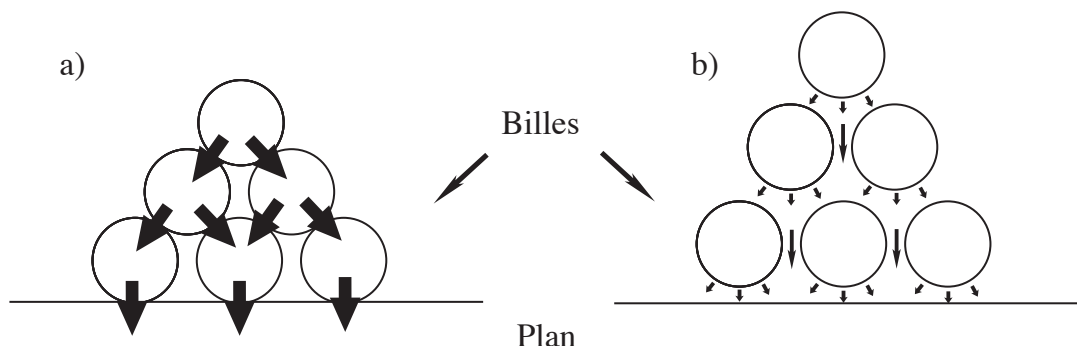


FIG. 4.7 – a) Cas où les billes sont en contact : les contraintes sont ne transmises que par les contacts b) Cas où les billes ne sont pas en contact : les contraintes ne sont transmises que par le fluide.

de la bille sont reportées par le contact entre les billes, jusqu'au plan qui supporte l'écoulement (figure 4.7 a). Dans ce cas, le fluide interstitiel ne porte pas d'information sur la présence des billes, et doit voir sa pression rester constante. Si les billes ne sont pas en contact entre elles, les contraintes dûes à leur présence va être réportée via le fluide interstitiel, et donc créer une surpression du fluide (figure 4.7 b).

#### 4.4.1 Corrélation surpression/écoulement

La pression étant mesurée pendant toute la durée de l'écoulement (figure 4.8), il est essentiel de pouvoir la relier au passage de l'écoulement sur le capteur. Pour cela, nous avons mesuré l'épaisseur de la coulée au-dessus du capteur de la même manière que  $h$ , à la différence que cette fois-ci, nous avons tracé un profil  $h_{\text{capteur}}(t)$  (figure 4.8). Si nous superposons les signaux  $h(t)$  et  $p(t)$ , nous observons bien une augmentation de la pression du fluide au moment exact où l'écoulement passe sur le point de mesure de la pression, et une diminution quand l'épaisseur diminue. Pendant la coulée, la pression se stabilise rapidement vers une valeur finale qui sera la pression mesurée. Nous avons donc une information importante : l'écoulement crée une surpression du fluide interstitiel. Il reste maintenant à savoir dans quelle mesure cette pression varie avec nos paramètres,  $\theta$  et  $h$ .



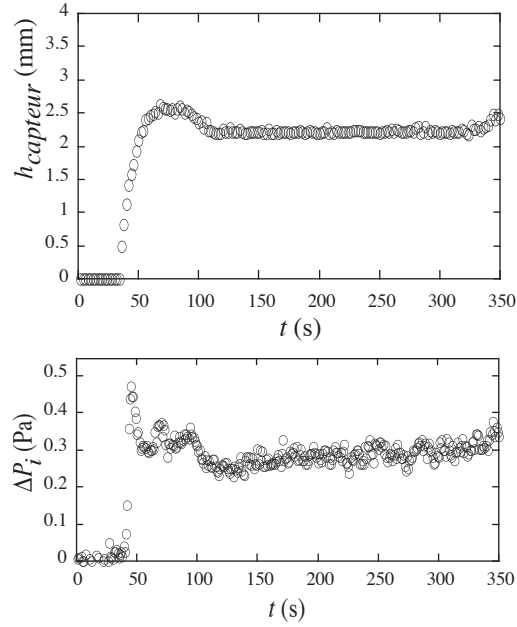


FIG. 4.8 – Mesure de l'épaisseur de l'écoulement, au dessus du point de mesure de la pression du fluide ( $h = 2.1$  mm, et  $\theta = 24^\circ$ ).

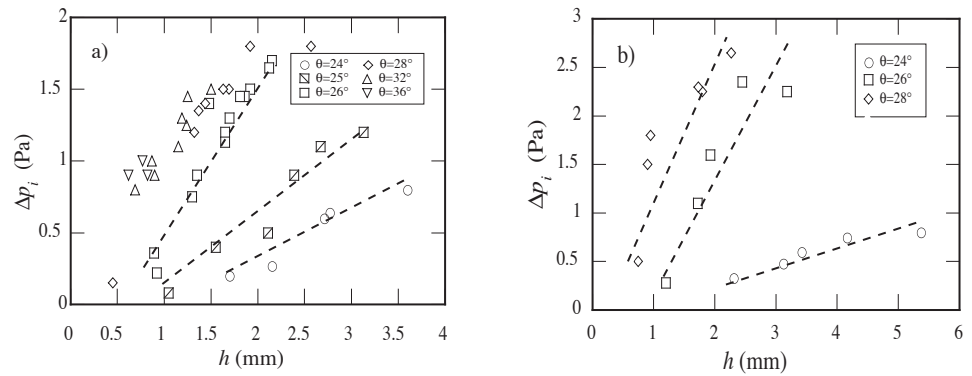


FIG. 4.9 – Surpression du fluide mesurée à la base de l'écoulement en fonction de son épaisseur, pour différents angles d'inclinaison pour les deux tailles de bille étudiées a)  $d = 112 \mu\text{m}$ , b)  $d = 208 \mu\text{m}$ .

### 4.4.2 Surpression

Les figures 4.9 a) et 4.9 b) montrent des valeurs de la pression n'excédant pas la valeur de 3 Pa, ce qui représente de très faibles valeurs de pression. Si nous considérons une couche de 1 mm de bille totalement en suspension, la pression du fluide devrait être de  $\Delta\rho gh \approx 9$  Pa. Cela signifie que dans nos écoulements, les particules ne sont pas majoritairement en suspension, donc que les contacts ont probablement un rôle prépondérant pendant l'écoulement.

Les données tracées sur les figures 4.9 a) et 4.9 b) montrent une relation affine entre la pression mesurée et l'épaisseur de l'écoulement, à angle fixé. Ce qui a 2 significations :

- quand on augmente l'épaisseur  $h$ , chaque couche de bille rajoutée a une contribution identique à la surpression du fluide. Le degré de suspension de l'écoulement (pourcentage de grains en suspension) est donc identique pour chaque couche de grain rajoutée.
- une valeur de pression nulle pour une épaisseur  $h$  non nulle voisine de  $h = h_{stop}$ . Ce point est difficilement interprétable : on pourrait penser que la couche  $h_{stop}$  ne participe pas à la surpression du fluide, et serait donc une couche de grains où il n'y a pas de suspension. On pourrait aussi penser que c'est un effet collectif, et que la couche  $h_{stop}$  participe malgré tout à la suspension, et donc à la surpression. Mais si c'était vrai, la pression  $p = f(h)$  passerait par zéro. Ce point reste sombre, et des expériences supplémentaires sont nécessaires au voisinage de  $h = h_{stop}$  pour mieux comprendre le comportement du fluide interstitiel dans cette limite.

Cette dépendance en angle peut s'interpréter comme une augmentation du degré de suspension à épaisseur donnée, quand on augmente l'angle. Ce qui signifierait que les contacts sont moins effectifs pour un écoulement plus incliné. Il faut noter cependant que ce degré de suspension augmente avec l'angle, jusqu'à une inclinaison limite de  $26^\circ$  environ. Au-delà, il n'augmente plus avec l'angle d'inclinaison du plan.

La mesure de pression du fluide interstitiel, même si elle reste complexe, nous permet de voir de manière évidente qu'il y a une interaction grain/fluide non négligeable. Mais le rôle du fluide peut ne pas se limiter à la mise en suspension de l'écoulement.

## 4.5 Quelques expériences annexes

Dans la configuration de nos expériences (écoulement de grains sur un plan dans une cuve d'eau), une vitesse relative grain/eau peut apparaître à deux endroits, avec pour chaque cas des conséquences différentes :

- lors de l'écoulement, le fluide se trouvant au-dessus des billes se met en mouvement en même temps, créant alors un champ de vitesse cisailé. Il nous est alors apparu important de savoir si ce cisaillement pouvait être suffisamment important pour déstabiliser l'interface écoulement/fluide clair ;
- une vitesse différente entre le fluide interstitiel confiné dans l'écoulement et les grains peut créer des pertes de charges visqueuses, et donc un gradient de pression parallèle à l'écoulement. Nous avons donc cherché à savoir si le fluide interstitiel se déplaçait avec les grains.

### 4.5.1 Influence du cisaillement extérieur

Pour déterminer le cisaillement du fluide se trouvant au-dessus de l'écoulement, nous avons dispersé des traceurs (lightning greenwop) au-dessus du plan juste avant l'écoulement. Pour pouvoir repérer les particules, nous avons éclairé verticalement le plan avec un laser placé au-dessus du dispositif. Ainsi, nous avons pu filmer le déplacement des particules de poudre quand l'écoulement a eu lieu. A partir de leur déplacement, nous avons pu remonter au champ de vitesse du fluide  $u(z)$ . Pour cela, nous avons utilisé la PIV de matlab. La PIV est une méthode qui permet de déterminer le champ de vitesse d'un fluide, à partir du déplacement des particules entre 2 images consécutives du film, connaissant le temps qui sépare 2 images. L'écoulement étant stationnaire, nous avons pu faire un film de 150 images, nous donnant 149 mesures du champ de vitesse. Nous avons donc fait une moyenne temporelle du champ de vitesse sur toute la fenêtre de mesure. Cependant, cette méthode ne permet pas de mesurer les gradients de vitesse trop importants. Nous avons donc procédé d'une autre manière pour mesurer le champ de vitesse au voisinage de l'interface grains/fluide clair. Nous avons utilisé une technique d'imagerie traçant un diagramme spatio-temporel d'une couche de fluide parallèle à l'écoulement, contenant des particules. Ce diagramme nous permet de mesurer le déplacement des particules. Les deux méthodes utilisées pour mesurer le champ de vitesse nous donnent des résultats légèrement différents sur les valeurs des vitesses. Cependant, le taux de cisaillement mesuré est identique. Ainsi, même si les mesures de vitesse diffèrent, les résultats nous permettent de conclure sur la valeur du cisaillement du fluide. Nous avons  $\dot{\gamma} = -0,3s^{-1}$ , ce qui donne

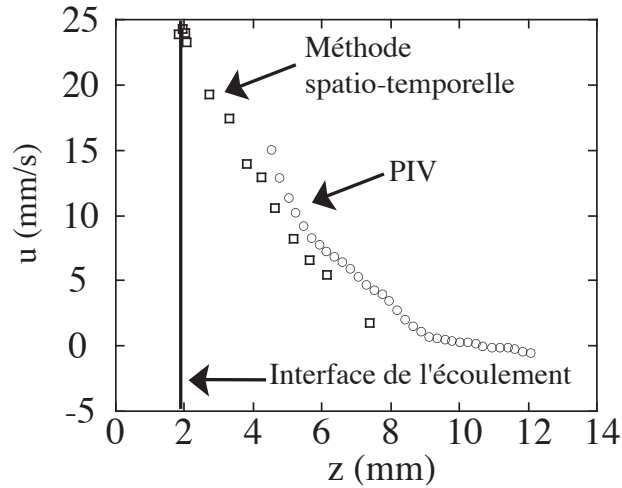


FIG. 4.10 – Graphique du champ de vitesse du fluide au-dessus de l'écoulement, en fonction de  $z$  (direction normale à l'écoulement)

une contrainte de cisaillement  $\tau_{cslmt} = \eta_{eau} \dot{\gamma} = 3 \cdot 10^{-4} Pa$ . Pour savoir si ce cisaillement est suffisant pour déstabiliser l'interface de l'écoulement, il faut le comparer avec la contrainte normale des grains  $\tau_{norm} = \Phi \Delta \rho g h = 18 Pa$ . Comme  $\tau_{norm} \gg \tau_{cslmt}$ , nous pouvons donc en conclure que le cisaillement dû à la présence du fluide au-dessus de l'écoulement ne joue aucun rôle dans la déstabilisation à l'interface de l'écoulement.

#### 4.5.2 Comportement du fluide interstitiel

Maintenant que nous savons que le fluide se trouvant au-dessus de l'écoulement a peu d'influence, il faut s'intéresser au fluide confiné dans l'écoulement : le fluide interstitiel. Pour cela, nous avons coloré le fluide, et observé si celui-ci était éjecté vers l'extérieur, suite à une différence de vitesse entre les grains de l'écoulement, et le fluide interstitiel.

Avant de déclencher un écoulement, nous avons injecté de la fluorescéine pure (choisi pour sa particularité à fluorescer dans le vert) dans le réservoir de bille à l'aide d'une seringue. Pour pouvoir observer les mouvements du fluide coloré, nous avons éclairé le plan avec une nappe laser verte, placée au-dessus de l'écoulement, verticalement. Ainsi, s'il existe une vitesse relative

entre les billes et le fluide interstitiel, le fluide doit être éjecté de l'écoulement dans le fluide se trouvant au-dessus.

N'ayant observé aucune éjection de fluorescéine dans le fluide au-dessus de l'écoulement, nous pouvons en déduire que le fluide interstitiel et les grains de l'écoulement se déplacent à la même vitesse, ce qui limite les gradients de pression transverses à l'écoulement.

# Chapitre 5

## Analyse des résultats

### 5.1 Introduction

Généralement, les écoulements de suspension denses connaissent une approche différente dépendant du domaine d'étude, et de la configuration.

Les écoulements géophysiques (avalanches sous-marines, coulées de laves...), dès que les particules qui constituent l'écoulement sont mélangées à suffisamment de fluide, sont souvent considérés comme un milieu continu avec des grandeurs similaires à celle de fluides (Locat et Lee 2000, Assier *et al.* 1996) de manière à pouvoir leur définir une rhéologie d'écoulement :

$$\tau = \tau_0 + \eta \left( \frac{du}{dy} \right)^n, \quad (5.1)$$

avec un écoulement qui a lieu si  $\tau > \tau_0$ , avec  $\tau_0$  la contrainte minimum, et  $\eta$  la viscosité du fluide. Les paramètres  $\tau_0$ ,  $\eta$  et  $n$  varient sensiblement avec les propriétés de l'écoulement modélisé (granulométrie, homogénéité du mélange...). Les variantes de ce modèle sont nombreuses, chacune adaptée à la situation d'étude, avec généralement une modification des paramètres (exposant du terme de cisaillement, contrainte seuil...).

La représentation la plus utilisée pour un tel écoulement est celle d'un fluide visqueux effectif ( $\tau_0 = 0$ ), dont la viscosité  $\eta$  dépend de la fraction volumique de la suspension  $\Phi$ . Cette approche permet de définir clairement une viscosité pour différentes fractions volumiques, jusqu'à une valeur maximale de  $\Phi \approx 0.6$ . C'est aux environs de cette valeur que la viscosité effective diverge, et n'a plus de définition exacte.

Appliquons ce modèle au plan incliné. Considérons un fluide newtonien de viscosité  $\eta$ , qui s'écoule sur un plan incliné d'un angle  $\theta$ . Si nous considérons un champ de vitesse  $\vec{u} = (u_x, u_y)$ , la forme de la vitesse moyenne de l'écoulement du fluide est :

$$\overline{u_x} = \frac{1}{3\eta} \rho g \sin(\theta) h^2.$$

Nous avons donc une vitesse moyenne de l'écoulement qui a une dépendance  $u \propto h^2$ . Cette forme de la vitesse ne prédit pas de minimum d'angle pour qu'il y ait écoulement : le fluide s'écoule quelle que soit l'inclinaison de son support. Cependant, il ne faut pas oublier que la définition d'une viscosité effective pour une suspension fait intervenir la concentration volumique des particules. À l'approche de la fraction volumique maximum, la viscosité effective varie très fortement pour une faible variation de la fraction volumique des billes. Or, dans la situation de nos expériences, le milieu a une fraction volumique proche de la valeur maximale. Le réarrangement qui a lieu durant l'écoulement engendre des fluctuations sur la valeur de  $\Phi$  ne permettant plus de définir précisément de viscosité effective. Dans les écoulements gravitaire ayant une fraction massique élevée, la définition d'un viscosité effective n'est donc plus adaptée. De plus, la viscosité elle seule n'est plus suffisante pour expliquer la rhéologie de tels écoulements, le rôle des contacts entre particules n'étant alors plus négligeable.

Une approche tenant compte des contacts entre les particules est celle proposée par les études granulaires secs. En s'en inspirant, une vision différente serait possible.

## 5.2 Description théorique

Plusieurs études des écoulements granulaires denses (GDR Midi 2004, Da Cruz *et al.* 2004) ont défini un coefficient de friction à partir d'une approche microscopique, donnant ainsi une première approche de la rhéologie de tels écoulements. Le milieu granulaire est considéré comme un fluide incompressible. Considérons alors le milieu soumis à la pression  $P_g$  et cisailé avec un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Alors la contrainte tangentielle de cisaillement s'écrit :

$$T = \mu(I)P_g \tag{5.2}$$

où  $P_g$  est la force normale qui s'exerce sur l'écoulement, et  $T$  la force tangentielle. Le coefficient  $\mu$  dépend d'un paramètre sans dimension qui tient

compte du réarrangement microscopique des grains :

$$I = \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{P_g/\rho}} \quad (5.3)$$

Ce paramètre peut être interprété en terme de rapport entre deux temps caractéristiques :

- un temps de déformation macroscopique, qui est le temps qu'il faut à une bille pour se déplacer de son propre diamètre, dans le sens de l'écoulement.

$$\tau_{macro} = 1/\dot{\gamma} \quad (5.4)$$

- un temps de "chute" microscopique, qui est le temps qu'il faut à une bille pour tomber dans le creux qu'il y a entre 2 billes consécutives

$$\tau_{micro} = d\sqrt{\frac{\rho}{P_g}} \quad (5.5)$$

Si nous tentons de transposer ce problème au cas où du fluide est présent dans l'écoulement, une hypothèse simple que l'on peut faire est de supposer que la dynamique reste inchangée. L'influence du fluide serait uniquement de modifier le temps de chute de la bille ( $\tau_{micro}$ ). Sous cette hypothèse, pour proposer une rhéologie des écoulements granulaires immergés, il suffirait d'estimer le temps de chute. L'analyse microscopique de Courrech du Pont *et al.* (2003) donne le temps de chute d'une bille soumise à son propre poids, et fait apparaître plusieurs régimes de chute. Nous allons donc généraliser ce calcul au cas où la bille n'est plus soumise à son poids, mais à une pression de confinement. Nous pourrions ainsi calculer le temps nécessaire à une bille pour chuter de son propre diamètre, lorsqu'elle est soumise à une pression  $P_g$ . Pour une bille confinée dans un écoulement, deux temps caractéristiques vont apparaître : le temps macroscopique de déformation ( $1/\dot{\gamma}$ ), et le temps microscopique de réarrangement  $t_{chute}$  (figure 5.1). Pendant le cisaillement la bille va chuter dans un interstice de sa taille. C'est ce temps de chute qui va être utilisé comme temps de réarrangement microscopique. Les nombres de Stokes et de Reynolds détermineront le régime de chute de la bille. L'approche que nous allons développer consiste à proposer la même loi de friction pour les écoulements granulaires immergés que pour les écoulements secs, en changeant simplement la définition du paramètre  $I$  *via* le temps de réarrangement microscopique.

Dans un premier temps, nous nous intéressons au cas d'une bille isolée qui tombe dans un fluide visqueux. Le bilan des forces va se composer de trois



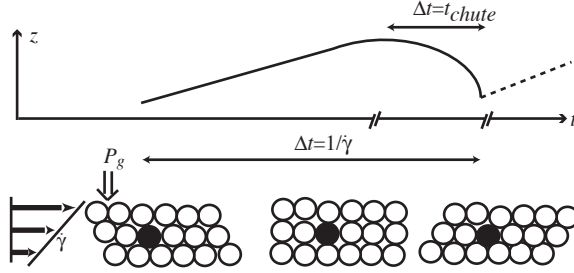


FIG. 5.1 – Illustration du mouvements d'une bille lors d'un écoulement, représentant les forces auxquelles elle est soumise.

termes : le terme inertiel, le poids (affranchi de la poussée d'Archimède), et la force de traînée visqueuse. Ce cas élémentaire va permettre de bien comprendre la signification des différents temps caractéristiques, et de faire clairement la différence entre régime de chute libre, et régime visqueux (ou inertiel suivant le fluide environnant). La deuxième configuration étudiée est celle d'une bille qui chute au sein d'un écoulement granulaire. Le bilan des forces sera différent de la bille isolée : le terme inertiel reste identique, le poids devient une force de confinement (un terme de pression dû à la présence des billes au-dessus de la bille considérée), et un terme de traînée. Suivant le fluide environnant, la traînée pourra être soit visqueuse, soit inertielle.

### 5.2.1 Exemple : chute d'une bille seule sous gravité

Afin de mieux comprendre les différents temps caractéristiques, considérons une bille de diamètre  $d$  qui chute dans un grand volume de fluide visqueux, et demandons nous combien de temps elle met à parcourir son propre diamètre. L'équation de chute de la bille s'écrit :

$$m \frac{dv_p}{dt} = P_{eff} - F_d, \quad (5.6)$$

où  $F_d$  est la force de traînée qui s'exerce sur la bille, dépendante du fluide environnant,

$$F_d = 3\pi\eta_{eau}ud, \quad (5.7)$$

et  $P_{eff}$  le poids de la bille affranchie de la poussée d'Archimède,

$$P_{eff} = \frac{\pi}{6}d^3\Delta\rho g. \quad (5.8)$$

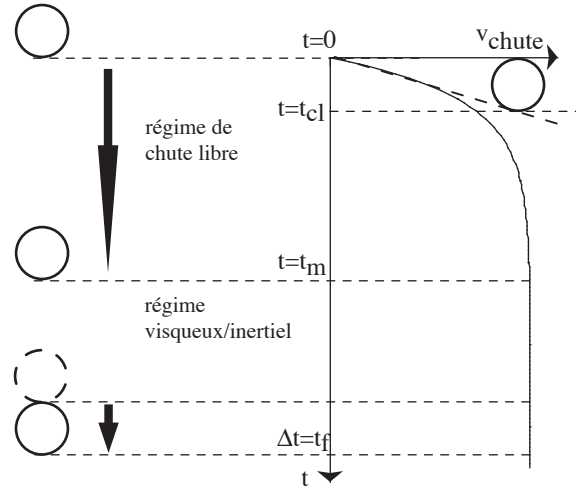


FIG. 5.2 – Illustration de la chute d’une bille, et des différents temps caractéristiques définis.

La solution de l’équation 5.6 est

$$v = \frac{d}{t_f} \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_m}} \right), \quad (5.9)$$

avec deux temps caractéristiques :

$$t_m = \frac{\Delta\rho d^2}{18\eta_f}, \quad (5.10)$$

$$t_f = \frac{18\eta_f}{\Delta\rho g d}. \quad (5.11)$$

$t_m$  est le temps nécessaire à une bille pour atteindre sa vitesse finale de chute à partir d’une vitesse initiale nulle.  $t_f$  est le temps nécessaire à une bille pour parcourir son propre diamètre une fois qu’elle a atteint sa vitesse finale (figure 5.2). Un autre temps caractéristique est le temps que met une bille pour se déplacer de son diamètre sans viscosité, un temps de chute libre :

$$t_{cl} = \sqrt{\frac{d\rho}{\Delta\rho g}}. \quad (5.12)$$

À ce stade, il est intéressant de comparer les différents temps entre eux. Si  $t_{cl} \ll t_m$ , cela signifie que la bille met plus de temps pour atteindre sa vitesse

finale de chute, que pour tomber de sa propre taille en chute libre. Dans ce cas, le temps que met cette bille pour se déplacer de son diamètre est simplement le temps de chute libre, la viscosité ne jouant pas :

$$t_{chute} = t_{cl} \quad (5.13)$$

Au contraire, si  $t_m \ll t_{cl}$ , la bille atteint très rapidement sa vitesse terminale de chute, quasiment dès son lancé, et

$$t_{chute} = t_f \quad (5.14)$$

### 5.2.2 Chute d'une bille confinée dans un granulaire

Considérons maintenant le cas qui nous intéresse d'une bille confinée dans un écoulement granulaire.

#### Régime visqueux

Pour faire l'analyse de notre écoulement en temps caractéristiques nous faisons un bilan des forces pour cette bille :

$$\frac{\pi}{6} \rho_p d^3 \frac{dv_p}{dt} = \frac{\pi}{4} P_g d^2 - F_d \quad (5.15)$$

Le terme de pesanteur change, et devient une force qui découle de la pression de confinement : la bille ne subit plus son poids, mais celui des billes présentes au-dessus d'elle dans l'écoulement.  $F_d$  est la force de traînée qui s'exerce sur la bille. Nous allons définir une force de traînée visqueuse différente du cas classique, qui puisse tenir compte des billes voisines. Dans notre situation, les particules sont toutes confinées dans un écoulement dense, ce qui limite le mouvement relatif des billes. Mais lorsqu'une bille chute dans le trou se trouvant devant elle, elle ressent non seulement les effets du fluide *via* la viscosité, mais aussi indirectement les autres particules à cause du contre-écoulement induit par sa chute. L'écoulement interstitiel étant trop complexe pour être abordé de manière directe avec des équations de type Navier-Stokes, on modélise le contre-écoulement par un écoulement au travers d'un milieu poreux, décrit par une loi de Darcy :

$$F_d = \left(\frac{\pi}{4}\right) \frac{\eta_f d^3}{k} \dot{z}, \quad (5.16)$$

avec une perméabilité  $k = \alpha d^2$ . Elle permet de tenir compte de la dissipation visqueuse durant la chute, et de la présence des autres billes de l'écoulement.

Cette définition de la force de traînée nous donne les temps de chute libre, d'établissement et de chute visqueuse légèrement différents du premier cas :

$$t_{cl} = d\sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}}, \quad (5.17)$$

$$t_{mv} = \frac{2\rho_p\alpha d^2}{3\eta_f}, \quad (5.18)$$

$$t_f = \frac{\eta_f}{\alpha P_g}. \quad (5.19)$$

Le temps de chute libre devient légèrement différent à cause de la force de pesanteur qui a été remplacée par une force de confinement. Pour  $t_m$  et  $t_f$  nous avons une forme identique au cas de chute d'une bille seule avec l'apparition de la viscosité, mais avec en plus le facteur  $\alpha$  relatif à la porosité qui apparaît.

### Régime inertiel

Lorsque le fluide est moins visqueux, la force de traînée n'a plus la même expression : elle ne dépend plus de la viscosité, mais de la pression dynamique créée par la vitesse relative fluide/particule. L'équation du mouvement devient alors

$$\frac{\pi}{6}\rho_p d^3 \frac{dv_p}{dt} = \frac{\pi}{4}P_g d^2 - F_d, \quad (5.20)$$

avec la force de traînée

$$F_d = \left(\frac{\pi}{6}\right)C_d d^2 \rho_f v_p^2, \quad (5.21)$$

où  $C_d$  est le coefficient de traînée constant pour  $10^3 < Re_p < 10^5$  de valeur  $C_d \approx 0.4$ . Dans ce cas, nous obtenons des expressions différentes pour les temps caractéristiques. Nous retrouvons cependant une expression identique pour le temps de chute libre, ce qui se justifie par l'absence de l'influence de la traînée visqueuse dans ce régime.

$$t_{cl} = d\sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}}. \quad (5.22)$$

Le temps qu'il lui faut pour atteindre sa vitesse finale de chute :

$$t_{mi} = \rho_p d (2/3 \rho_f C_d P_g)^{1/2}, \quad (5.23)$$

et le temps qu'il lui faut alors pour parcourir son propre diamètre :

$$t_f = d\sqrt{\frac{2\rho_f C_d}{3P_g}}. \quad (5.24)$$

|          | chute visqueuse d'une bille                                      | écoulement sec  | écoulement immergé   |
|----------|--|---|--|
| $t_{cl}$ | $\sqrt{\frac{md}{P_g}} = 1.9 \cdot 10^{-5} \text{ s}$            | $d\sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}} = 9.8 \cdot 10^{-4} \text{ s}$              | $d\sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}} = 9.7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$               |
| $t_m$    | $\frac{\Delta\rho d^2}{18\eta_f} = 10.2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ | $\rho_p d(2/3\rho_f C_d P_g) = 27.3 \text{ s}$                            | $\frac{2\rho_p \alpha d^2}{3\eta_f} = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$         |
| $t_f$    | $\frac{18\eta_f}{\Delta\rho g d} = 1.1 \cdot 10^{-2} \text{ s}$  | $d\sqrt{\frac{2\rho_f C_d}{3P_g}} = 3.9 \cdot 10^{-4} \text{ s}$          | $\frac{\eta_f}{\alpha P_g} = 4.6 \cdot 10^{-3} \text{ s}$                  |
| $St$     | $\frac{\rho_p U_{inf} d}{\eta_f} \approx 1.2$                    | $\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\rho_p P_g} \approx 15$ | $\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\rho_p P_g} \approx 0.2$ |
| $Re$     | $\frac{\rho_f U_{inf} d}{\eta_f} \approx 0.5$                    | $\frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\frac{2\rho_f C_d P_g}{3}} \approx 0.18$   | $\frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\frac{2\rho_f C_d P_g}{3}} \approx 0.07$    |

TAB. 5.1 – Tableau récapitulatif comparant les différents temps caractéristiques et les nombres sans dimension, dans toutes les configurations. Le diamètre des billes utilisé pour les calculs est de  $112\mu\text{m}$ , et nous avons considéré une épaisseur de coulée de 1 mm. Pour l'écoulement immergé, nous avons pris l'eau comme fluide.

### 5.2.3 Nombres de Stokes et de Reynolds

Pour pouvoir faire une analyse complète de chacune de ces configurations et connaître  $t_{chute}$ , il est intéressant de calculer les nombres de Stokes et de Reynolds. De la même manière que Courrech du Pont et al. (2003), nous allons utiliser les temps caractéristiques précédemment calculés pour les déterminer dans la configuration d'une bille au sein d'un écoulement. On note  $t_{mv}$  le temps  $t_m$  dans le cas visqueux, et  $t_{mi}$  dans le cas inertiel. Nous définissons alors  $St = t_{mv}/t_{cl}$ ,  $Re = t_{mv}/t_{mi}$ , et  $r = t_{mi}/t_{cl}$ . Nous obtenons alors leurs expressions :

$$St = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{\alpha d \sqrt{\rho_p P_g}}{\eta_f}, \quad (5.25)$$

$$Re = \frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\frac{2\rho_f C_d P_g}{3}}. \quad (5.26)$$

$$r = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_f C_d}} = \frac{St}{Re} \quad (5.27)$$

avec  $\rho_p$  la densité des particules utilisées, et  $\rho_f$  la densité du fluide interstitiel.

Le nombre de Reynolds permet de séparer le régime inertiel ( $Re \gg 1$ ) du régime visqueux ( $Re \ll 1$ ). Si  $Re \ll 1$ , alors pour obtenir le temps de chute d'une bille, il faut comparer  $t_{mv}$  et  $t_{cl}$ . Dans ce cas, c'est le nombre de Stokes

qui permet de savoir si la bille est en régime de chute libre, ou en régime visqueux. Si  $St \gg 1$ ,  $t_{chute}$  est le temps de chute libre  $t_{cl}$ , sinon  $t_{chute} = t_{mv}$ . Par contre, si  $Re \gg 1$ , il faut alors comparer  $t_{mi}$  et  $t_{cl}$ . Le nombre qui donne l'information du régime de chute (libre ou inertielle) est dans ce cas le nombre  $r$ . Si  $r \gg 1$ , alors  $t_{chute} = t_{cl}$ . Par contre, si  $r \ll 1$ ,  $t_{chute} = t_{mi}$ . De la même manière que Courrech du Pont *et al.*, il paraît judicieux de repérer les régimes de coulée dans un diagramme( $St, r$ ). Le nombre de Reynolds  $Re$  sert à séparer le régime inertiel du régime visqueux, dans le cas où  $St \ll 1$  et  $r \ll 1$ .

Dans le tableau (5.1), nous avons donné les temps caractéristiques et les nombres sans dimension. La comparaison des temps et des nombres permet de situer dans quel régime nous nous trouvons pour des écoulements secs et immergés. Dans nos deux configurations,  $Re \ll 1$ . Il reste donc à regarder le nombre de Stokes pour voir que pour un écoulement sec,  $t_{chute} = t_{cl}$ , et  $t_{chute} = t_{mv}$  pour un écoulement immergé. Il apparaît qu'aucune de nos expériences ne permet l'étude d'un régime inertiel,

Cette analyse a donc défini différents temps caractéristiques que nous allons utiliser pour calculer un nombre sans dimension  $I$ , et proposer une rhéologie pour des écoulements denses immergés.

## 5.3 Loi constitutive

### 5.3.1 Introduction du nombre I

Maintenant que nous disposons des temps de réarrangement microscopiques  $t_{chute}$ , nous allons les comparer avec la déformation macroscopique du milieu granulaire pendant l'écoulement, à travers l'étude d'un nombre sans dimension :

$$I = \dot{\gamma} t_{chute} \quad (5.28)$$

Nous pouvons donc calculer une valeur différente de  $I$  pour un écoulement sec, et un écoulement immergé.

Comme nous l'avons vu, le temps de réarrangement microscopique pour une bille d'un écoulement sec est un temps de chute libre, que nous allons utiliser pour calculer le  $I_{cl}$  :

$$I_{cl} = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}} \quad (5.29)$$

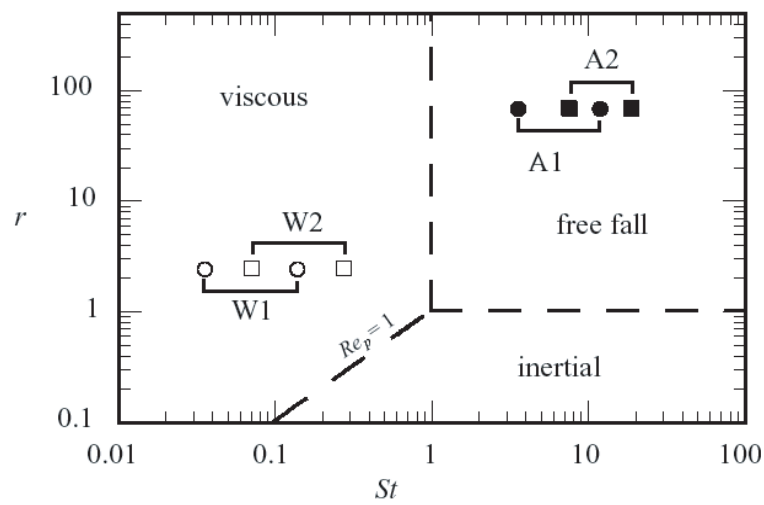


FIG. 5.3 – Diagramme montrant les régimes possibles pour un écoulement granulaire, à partir des deux paramètres  $St$  et  $r$ . Les symboles montrent les valeurs extrêmes atteintes avec les billes de verre de diamètre  $d = 112 \mu\text{m}$  dans l'air (A1, cercles pleins) et dans l'eau (W1, cercles vides), avec les billes de diamètre  $d = 208 \mu\text{m}$  dans l'air (A2, carrés pleins) et dans l'eau (W2, carrés vides).

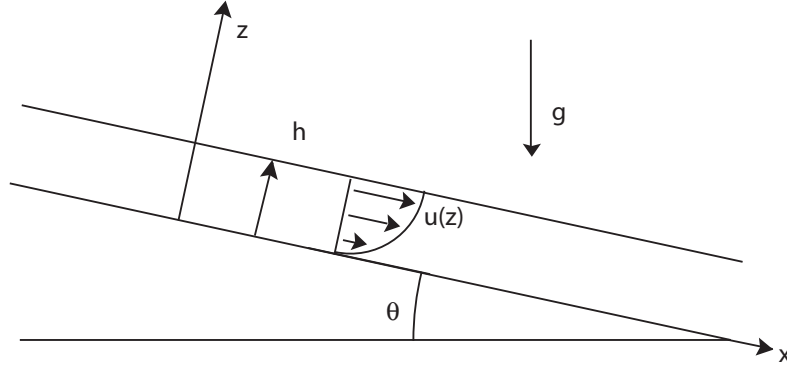


FIG. 5.4 – Schéma de l'écoulement étudié.

Dans le cas d'un écoulement immergé, le temps le plus approprié est celui d'une chute visqueuse :

$$I_{visq} = \dot{\gamma} \frac{\eta_f}{\alpha P_g} \quad (5.30)$$

Cette définition de  $I$  permet, à partir du cisaillement qui apparaît dans son expression, de calculer le profil de vitesse pour un écoulement stationnaire et uniforme  $v(z)$ . Considérons une couche granulaire d'épaisseur  $h$ , coulant sur un plan incliné à un angle  $\theta$  (figure 5.4). Pour un écoulement stationnaire uniforme, l'équilibre des contraintes impose que  $\tan \theta = \mu(I)$ , ce qui signifie que  $I$  est constant dans toutes les couches de l'écoulement et ne dépend pas de  $z$  :

$$I = \mu^{-1}(\tan \theta) \quad (5.31)$$

d'où

$$\dot{\gamma} = \frac{I_{visqueux}(\theta) \alpha P_g}{\eta_f} \quad (5.32)$$

or,

$$P_g = \Delta \rho g \cos \theta (h - z) \quad (5.33)$$

d'où le champ de vitesse :

$$v(z)_{visq} = \frac{I_{visq}}{\eta_f} \alpha \Delta \rho \Phi g \cos \theta \int_0^z (h - z) dz,$$

soit

$$v(z)_{visq} = \frac{I_{visq}}{2\eta_f} \alpha \Delta \rho \Phi g \cos \theta [h^2 - (h - z)^2]. \quad (5.34)$$



On trouve alors un profil de vitesse parabolique, qui rappelle celui d'un fluide newtonien. Dans le cas d'un écoulement granulaire sec, le champ de vitesse s'exprime à partir de  $I_{cl}$  :

$$v(z)_{cl} = \frac{I_{cl}}{d} \sqrt{\frac{3P_g}{2\rho_p}} \int_0^z (h-z)^{1/2} dz,$$

soit

$$v(z)_{cl} = \frac{I_{cl}}{d} \sqrt{\frac{2P_g}{3\rho_p}} [h^{3/2} - (h-z)^{3/2}]. \quad (5.35)$$

Pour un écoulement sec, nous retrouvons un profil de Bagnold pour le champ de vitesse.

La confrontation de ces résultats théoriques avec l'expérience nécessite de mesurer le champ de vitesse dans notre écoulement. N'ayant accès qu'à la vitesse moyenne de l'écoulement (par la mesure de la vitesse d'avancée du front), il faut calculer les vitesses moyennes afin de d'obtenir des  $I_{visq}$  et  $I_{cl}$  significatifs. Pour cela, nous avons calculé la quantité

$$v_{moy} = \frac{1}{h} \int_0^h v(z) dz. \quad (5.36)$$

On obtient ainsi les deux expressions de  $I$  en fonction de la vitesse  $u$  et de l'épaisseur  $h$ , dans le cas visqueux (écoulement granulaire immergé) :

$$I_{visq} = \frac{3u}{h^2} \frac{\eta_f}{\alpha \Delta \rho g \cos \theta} \quad (5.37)$$

et dans le cas de chute libre (écoulement granulaire sec) :

$$I_{cl} = \frac{5}{2} \frac{ud}{h^{3/2}} \sqrt{\frac{2\rho_p}{3\Delta\rho g \cos\theta}} \quad (5.38)$$

Nous pouvons alors essayer de valider cette théorie avec nos expériences. En effet, à partir de nos mesures de  $h$ ,  $u$  et  $\theta$ , nous pouvons calculer les nombres  $I$ .

Or, l'équilibre nous dit que  $\tan \theta = \mu(I)$ . En traçant  $\tan \theta = f(I)$  (donnée par 5.37), pour  $\theta$  constant, nous devrions observer une superposition des données quelles que soient les valeurs des vitesses et des épaisseurs dans chacun des cas. De plus, la définition du coefficient de friction  $\mu(I)$  est indépendante du fluide environnant. Ce qui signifierait que les courbes  $\tan \theta = f(I_{visq})$  pour les écoulements dans l'eau et les courbes  $\tan \theta = f(I_{cl})$  pour les écoulements dans l'air devraient se superposer.

Une dernière remarque concernant les limites de cette approche : il est clair que  $I > 1$  représente une limite : la particule au sein de l'écoulement se déplace plus vite tangentiellement que perpendiculairement.  $I = 1$  apparaît donc clairement comme une limite à la définition du coefficient de friction, qui perd alors de son sens au-delà de cette valeur. En effet, dans le cas où  $I > 1$ , la bille a un déplacement tangentiel plus rapide que sa chute, ce qui serait plus caractéristique d'un régime de coulée collisionnel, ou d'une suspension dans le cas mouillé. Pour  $I < 1$ , la bille tombe plus vite que ce qu'elle se déplace, ce qui conforte l'idée d'une rhéologie frictionnelle pour l'écoulement.

### 5.3.2 Confrontation avec l'expérience

Pour confronter les résultats théoriques avec l'expérience, nous avons donc tracé le graphique  $\mu = \tan \theta$  en fonction de  $I$ , en les calculant à partir de nos mesures de vitesse, d'épaisseur, et d'inclinaison.

#### Écoulement granulaire sec

Les figures 5.5(a) et 5.6(a) nous montrent la superposition des données quel que soit le diamètre des billes utilisées, tant que le rapport de diamètre entre les billes de l'écoulement et du fond rugueux reste le même. Cette figure montre que notre expérience valide les résultats déjà trouvés pour des écoulements granulaires secs.

Nous retrouvons donc à travers nos expériences le coefficient de friction  $\mu(I)$ , définissant la rhéologie des écoulements granulaires en couches minces. Nous allons voir maintenant si l'adaptation du nombre  $I$  au cas d'un écoulement granulaire immergé permet de retrouver un coefficient de friction.

#### Écoulement granulaire immergé

Les graphiques 5.5(b) et 5.6(b) montrent tous nos points expérimentaux correspondant au régime stationnaire uniforme. Le rassemblement des points du graphique 5.6(b) montre que nous pouvons donc définir un coefficient de friction  $\mu(I)$  pour expliquer la rhéologie des écoulements granulaires immergés, pour nos deux tailles de billes. Le graphique 5.6(b) montrent aussi les expériences où des ondes de surface sont apparues, mais ces points sortent du cadre de notre étude d'écoulements stationnaires uniformes.

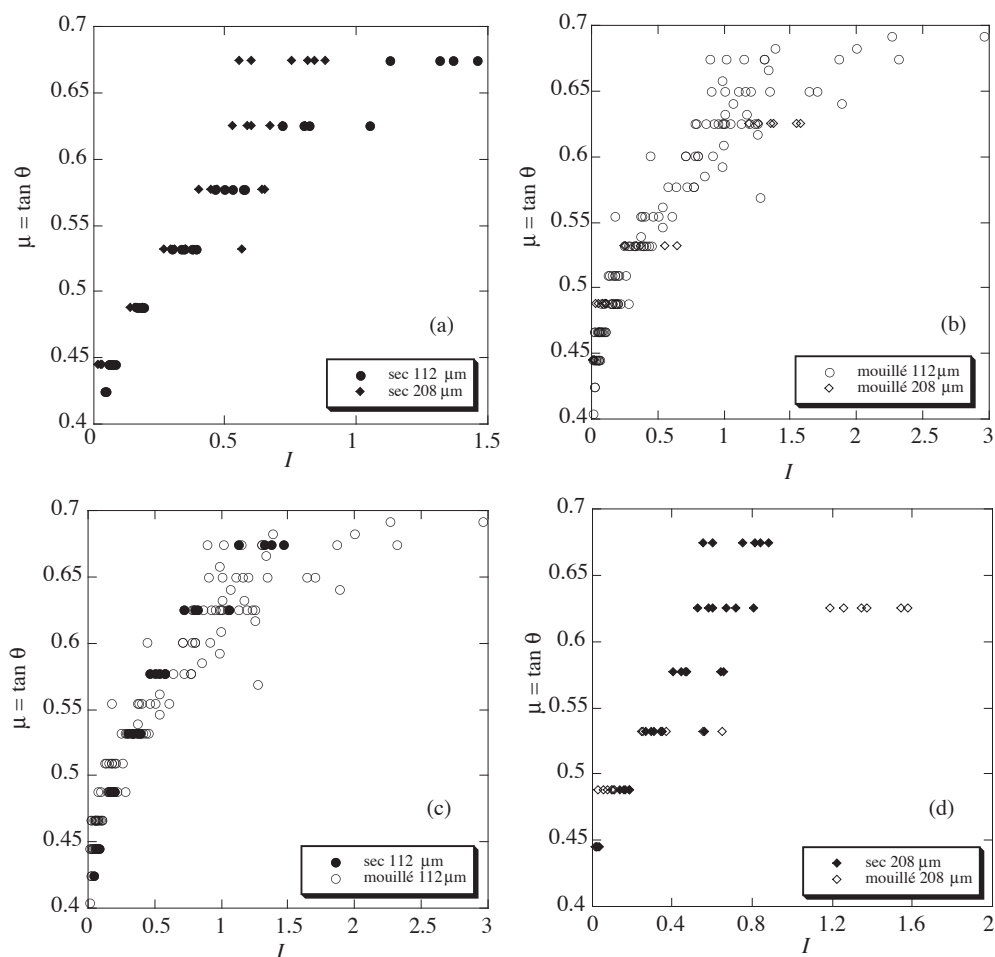


FIG. 5.5 – Graphiques représentant le coefficient de friction  $\mu = \tan \theta$  en fonction de  $I$  dans les différentes configurations d'écoulement : (a) écoulement granulaire immergé pour les deux tailles de billes (b) écoulements avec des billes de 112  $\mu\text{m}$  pour les deux fluides interstitiels (air et eau) (c) écoulement granulaire sec pour les deux tailles de billes (d) écoulements avec des billes de 208  $\mu\text{m}$  pour les deux fluides interstitiels (air et eau).

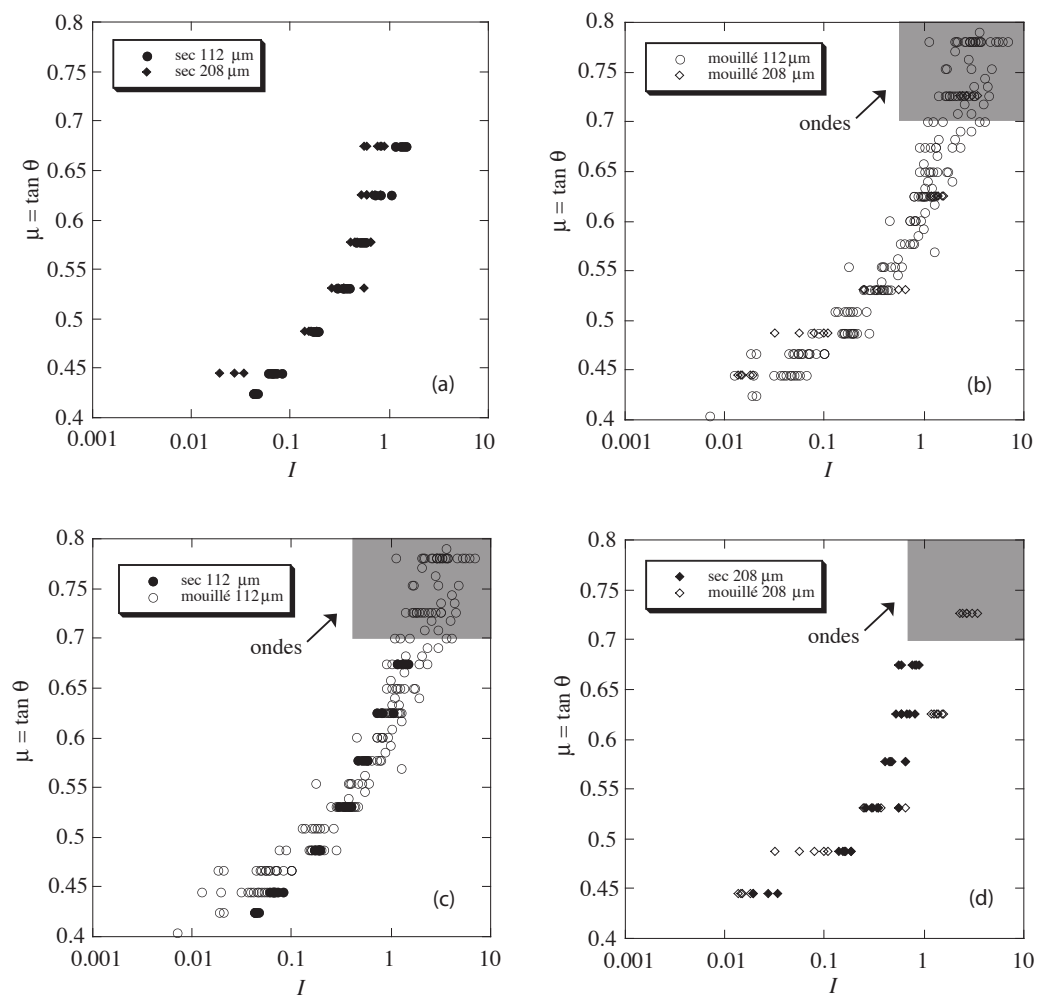


FIG. 5.6 – Même graphique que 5.5, mais en semi-logarithmique.

La pertinence de ce coefficient de friction pour un écoulement immergé montre bien le caractère prédominant des contacts, malgré la présence du fluide interstitiel. Ainsi, d'après la définition du nombre  $I_{visq}$ , le rôle du fluide interstitiel serait seulement une dissipation visqueuse pendant l'écoulement, changeant l'échelle de temps microscopique. Nous avons donc pu déterminer les premières conséquences de la présence d'un fluide interstitiel.

### Rôle du fluide interstitiel

Les graphiques 5.6(c) et 5.6(d) montrent que si nous traçons la courbe  $\mu(I) = \tan \theta$  pour une même taille de bille, mais en changeant le fluide interstitiel, les données se rassemblent pour donner une courbe de tendance globale. Ce résultat important laisse supposer que le coefficient de friction  $\mu(I)$  (en adaptant la définition de  $I$  à la configuration sèche ou mouillée) permet aussi bien de décrire un écoulement granulaire sec qu'immergé. Pour vérifier cela, nous avons tracé une courbe réunissant toutes les données (sec et mouillé pour les deux tailles de billes).

### Une définition universelle ?

La figure 5.7 montre clairement une superposition des deux courbes  $\mu = \tan \theta$  en fonction des nombres  $I_{cl}$  et  $I_{visq}$ , pour les deux tailles de bille étudiées. Une dispersion sur la courbe existe notamment aux grands  $I$  où des ondes apparaissent, mais nous discuterons ce point dans le chapitre 6. Cependant, le fait qu'un ordre de grandeur sépare les taux de cisaillements d'un écoulement sec et d'un écoulement immergé ajoute une importance à la superposition des courbes. Cela signifierait que le coefficient de friction défini est universel, et permettrait donc de décrire tous les écoulements granulaires denses en couche mince, quel que soit le fluide interstitiel. La courbe générale ainsi obtenue permet un bon ajustement si on choisit une fonction de la forme :

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1}, \quad (5.39)$$

avec  $I_0 = 1$ ,  $\mu_1 = 0.43$ , et  $\mu_2 = 0.85$  constantes. Les valeurs de  $\mu_1$  et  $\mu_2$  définissent respectivement un angle minimum et un angle maximum entre lesquels l'écoulement est stationnaire et uniforme, et obéit à une loi de friction  $\mu(I)$ . Nous avons tracé la courbe de tendance avec les points expérimentaux sur le graphique 5.7. La courbe suit bien les points expérimentaux pour un intervalle de valeur sur les trois paramètres :  $\mu_1 \in [0.42; 0.44]$ ,  $\mu_2 \in [0.82; 0.87]$ , et  $I_0 \in [0.95; 1.05]$ .

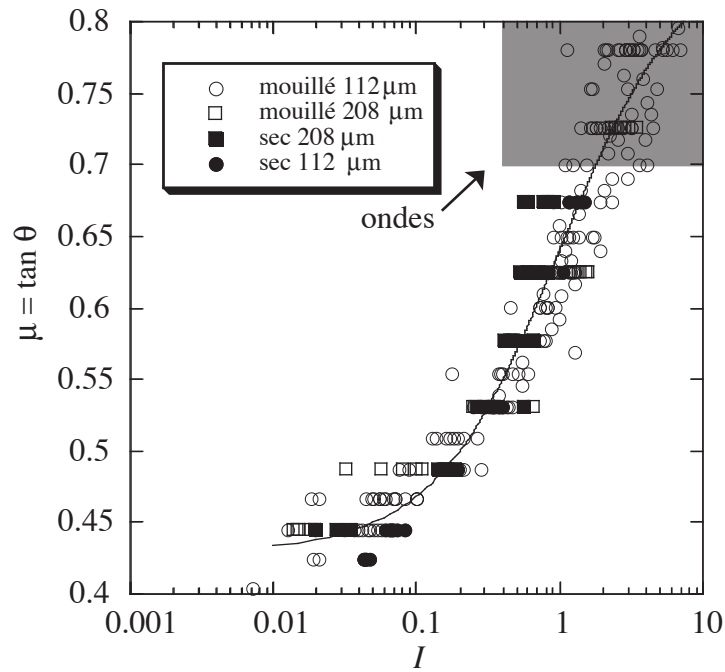


FIG. 5.7 – Graphique regroupant toutes les données pour les deux tailles de billes, et les deux fluides interstitiels. La courbe tracée représente la courbe de tendance  $\mu(I) = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)/(I_0/I + 1)$  avec  $I_0 = 1$ ,  $\mu_1 = 0.43$ , et  $\mu_2 = 0.85$ . Les points dans la zone grisée représentent les expériences pendant lesquelles nous avons observé des ondes de surface.

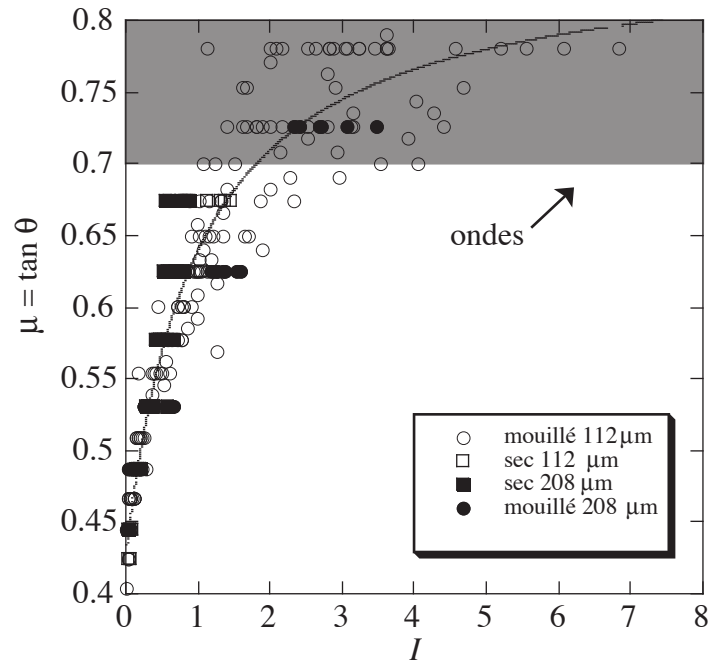


FIG. 5.8 – Même graphique que 5.7, mais en linéaire.

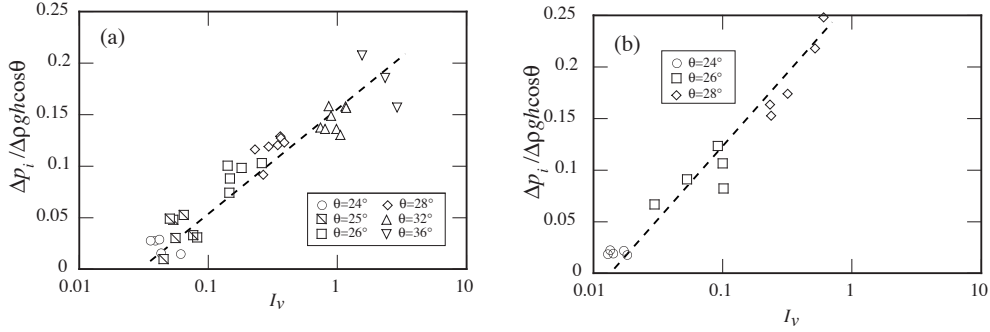


FIG. 5.9 – Graphiques de la surpression de fluide mesurée à la base de l'écoulement adimensionnée par sa valeur dans le cas d'une suspension complète, en fonction du paramètre  $I_\nu$  ( $I_{visq}$ ) pour différents angles, et pour les deux tailles de bille : a)  $d = 112 \mu\text{m}$ , b)  $d = 208 \mu\text{m}$

### Forme analytique de la vitesse

L'expression proposée pour le coefficient de friction fait intervenir trois constantes. À partir de sa forme, nous pouvons écrire une loi pour la vitesse moyenne de l'écoulement pour la configuration du plan incliné :

$$\bar{u} = \frac{\tan \theta - \mu_1}{\mu_2 - \tan \theta} I_0 \frac{\Phi \alpha \Delta \rho g}{3 \eta_f} h^2 \quad (5.40)$$

Cette expression montre une forme quadratique en  $h$  identique à celle d'un fluide newtonien. Si nous comparons notre forme de la vitesse d'avancée à celle d'un fluide newtonien, la seule différence se situe sur le facteur  $\frac{\tan \theta - \mu_1}{\mu_2 - \tan \theta}$  supplémentaire qui interdit les écoulements pour un angle d'inclinaison inférieur à celui défini par  $\mu_1$ , et égaux ou supérieurs à  $\mu_2$ . Cette forme de la vitesse permet donc de voir les coefficients  $\mu_1$  et  $\mu_2$  comme une gamme d'angle qui définit une vitesse constante d'avancée du front pour des écoulements granulaires immergés. Cependant, il faut garder à l'esprit que cette expression perd de sa validité aux alentours de  $I > 1$ . Comme le montre le graphique 5.8, les points expérimentaux se confondent jusqu'à  $I \approx 1$ . Au-delà, la dispersion des points expérimentaux ne permet plus de définir la loi de vitesse que nous avons décrite.

### 5.3.3 Dépendance en $I$ de la surpression

Un résultat remarquable est de voir que la pression du fluide semble elle aussi suivre une loi qui dépend de  $I$  (figure 5.9). Pour tracer ce gra-



phique, nous avons calculé la pression mesurée rapportée à sa valeur maximale théorique correspondant au cas où tous les grains seraient en suspension  $\Delta\rho gh \cos\theta$ , ce qui nous permet d'avoir directement le pourcentage de suspension pour chaque écoulement. Même si nous ne pouvons expliquer cette dépendance, ces deux graphiques montrent que  $I$  est aussi le bon paramètre qui contrôle la pression interstitielle.

Les points au-delà de  $I \gg 1$  n'ont pas été tracés, car c'est à partir de ce moment que les premières ondes de surface apparaissent, et que la rhéologie frictionnelle perd de son sens, comme nous avons pu le discuter précédemment (voir § 5.3.1). La dépendance en  $I$  de la pression n'est donc valable que pour le régime où l'écoulement est en contact.

## 5.4 Article

Ces résultats sont publiés dans l'article "Submarine granular flows down inclined planes", Cassar, Nicolas, and Pouliquen, *Physic of fluids* Octobre 2005, accepté.

# Submarine granular flows down inclined planes

C. Cassar, M. Nicolas & O. Pouliquen

*IUSTI, Université de Provence - CNRS,*

*5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille cedex 13, France*

(Dated: March 3, 2005)

## Abstract

Submarine flows of granular material down a rough inclined plane are experimentally investigated. We focus on the dense flow regime when the whole sediment layer is flowing down the slope and when no deposition nor entrainment occur. In this regime, steady uniform flows are observed for which we systematically measure the depth-averaged velocity, the thickness and the interstitial pore pressure for different inclinations and different flow rates. The experimental measurements are analyzed within a theoretical approach inspired by recent results obtained for dry granular flows. The basic assumption of the model is that the constitutive law obtained in the dry case still hold for submarine flow, if one substitutes the inertial time scale coming into play in the rheology by a viscous time scale. The agreement between the measurements and the theory supports this assumption.

## I. INTRODUCTION

Flows of cohesionless granular materials have been the subject of an intense activity during the recent years. Many studies concern dry granular flows i.e. flows for which the interstitial fluid between grains does not play any role. The rheology is in this case controlled by friction and collisions between particles. Many different configurations have been investigated, like grains flowing down a slope, on a pile, in a silo... Progresses in our understanding of the rheology have been made recently by comparing the different flow configurations<sup>1</sup>. However, in some applications the fluid in which the granular material is immersed can not be neglected, for example when sand flows under water. In this case the viscous interaction between the grains and the surrounding fluid plays a role and has to be taken into account in the rheological properties.

This problem is of importance in many industrial applications as well as in most of the geophysical events involving flow of soils. A debris flow is an example of a hazardous granular flow with a lot of water content<sup>2</sup>. A submarine avalanche occurring on a continental margin is another example<sup>3</sup>. The flow of sediments can be triggered either by an earthquake, human activity or when the sediment deposit is intrinsically unstable. The large amount of material (mud, sand, gravel, rocks) that starts flowing underwater can create a tsunami<sup>4</sup> and can run on very low slopes (a few degrees of inclination)<sup>3</sup> damaging undersea cables, pipelines etc...

Different approaches have been developed in the literature to describe mixtures of grains and fluids. A first approach encountered when modeling both subaqueous or aerial debris flows is to consider the flowing layer of material as a fluid with an empirical non newtonian rheology. The Bingham rheology is a frequent choice found in the literature<sup>5-7</sup> to describe submarine flows. If such a choice can be suitable for pure mud flows, it is certainly less justified when non colloidal particles are involved in the flowing mixture. In this case, the particles experience different kind of interactions<sup>8,9</sup>: hydrodynamic interactions due to the fluid motion, frictional interactions when contact occurs, collisions when strongly agitated... A lot of effort has been devoted to the relatively dilute and viscous case when the suspension dynamics is mainly controlled by hydrodynamics interactions<sup>10-12</sup>. Even in this simple case the rheology is non trivial and characterized by a viscosity which diverges when increasing the volume fraction and by the development of normal stress effects<sup>13</sup>. Attempts to take into account the other contact interactions have been developed<sup>9,14</sup>.

However, most of the approaches to understand dense granular suspensions are based on dilute suspensions and in try to understand how the behavior changes with an increasing the volume fraction. In this paper we adress the problem by starting from the other extreme case i.e. the dry granular case where only contact interactions are present. As our knowledge about dry granular flows has been considerably improved during the last decade, it is worth to investigate how a fluid could modify flow properties in these systems, and hence better understand the dynamics of grains-fluid mixture.

The influence of the interstitial fluid on granular flows has been studied in different configurations. Prasad and Kytomaa have sheared granular suspensions starting from dense packing in Couette cells<sup>15</sup>. They have shown that in the dense case the suspension essentially has a shear-rate-independent behavior. Muite *et al*<sup>16</sup> have investigated how the discharge of a silo can be influenced by the interstitial fluid. Jain *et al*<sup>17</sup> have shown that the major characteristic of a granular flow involving large and heavy beads in a rotating drum are unchanged when the drum is filled with liquid. In the present study, we will refer to the work carried out by Courrech du Pont *et al*<sup>18</sup> in the rotating drum configuration. They have systematically studied the avalanches durations for different particle sizes, different densities, and different interstitial fluid viscosities. They have determined the relevant time scales controlling the flow and were able to find the relevant dimensionless number characterizing the different flow regimes. We will show in this paper that the time scale analysis provided by their study of intermittent avalanches also applies to describe the continuous flow properties.

In this paper, we experimentally study submarine granular avalanches obtained in the inclined plane configuration, see Fig. 1(a): a layer of grains of controlled thickness flows down a rough surface inclined at a constant angle. The whole setup is immersed in a water tank. The experimental procedure is different from classical density current experiments, where a suspension is released on a slope in fresh water<sup>19-21</sup>. In this case deposition occurs during the flow and entrainment of fresh water in the surge also exists. In our experiments, the avalanche is created from a dense packing where the grains are already in contact and the inclination angles are high enough such that the whole granular layer flows down the slope. It is similar to early experiments carried out by Allen<sup>22</sup>. In this regime no deposition nor entrainment occurs. The flows we are studying are then reminiscent of the flows of dry granular materials down inclined plane that have been extensively studied and have provided a lot of information about the rheology of dry particles<sup>1</sup>. Our aim is to compare

the immersed case with the dry case by investigating the different flow regimes and the properties of steady uniform flows. We also measure the interstitial pore pressure which gives an indication of the coupling that exists between the stresses carried by the particles and the stress developed by the fluid flowing through the porous media formed by the grains<sup>2,23,24</sup>.

The experimental setup we use and the measurement techniques are presented in Section II. The different flow regimes and the flow characteristics of the steady uniform flows are given in Section III. Section IV discusses how a simple constitutive law extended from the dry granular constitutive law can be proposed and the comparison between the prediction of this heuristic approach and experiments are shown in Section V. Finally, a summary and some conclusive remarks are given in Section VI.

## II. EXPERIMENTAL SETUP

The sketch of our experimental setup is shown in Fig. 1b. The setup is built from a 49 cm long and 14 cm wide PVC plate linked to a 1120 cm<sup>3</sup> parallelepipedic reservoir. The opening of the reservoir is a slot of controlled height  $h_g$ . We note  $\theta$  the angle between the rough plane and the horizontal. The whole setup is fully immersed in a 150 liters glass tank ( $L \times W \times H = 70 \times 40 \times 50$  cm) filled with water at ambient temperature. The plate is made rough by gluing with black sprayed paint one layer of the same particles as the flowing material. Flowing particles are spherical glass beads of density  $\rho_p = 2.47 \pm 0.01$  g.cm<sup>-3</sup>. Two different sizes are used, small and large particles with diameters  $d = 112 \pm 20$   $\mu$ m and  $d = 208 \pm 19$   $\mu$ m respectively.

The flowing material is lighted with a He-Ne laser sheet at a small angle of incidence, see Fig. 1(b). When the flow occurs, the laser line is distorted, and its horizontal displacement, which is proportional to the flow thickness<sup>26</sup>, provides the granular layer thickness measurement. The flow is recorded using a DV camera placed above the water tank. A typical image is given in Fig. 5(a). Images are analyzed using the image processing software NIH Image<sup>25</sup>. The movie gives measurements of the front velocity  $u(t)$  with an accuracy of 2.5 % and the flow thickness  $h(x, t)$  with an accuracy of 6 %.

The basal liquid pressure below the avalanche is measured as follows. A 5 mm pressure hose is drilled at 25 cm from the reservoir gate. The hole is covered with a 50  $\mu$ m metallic

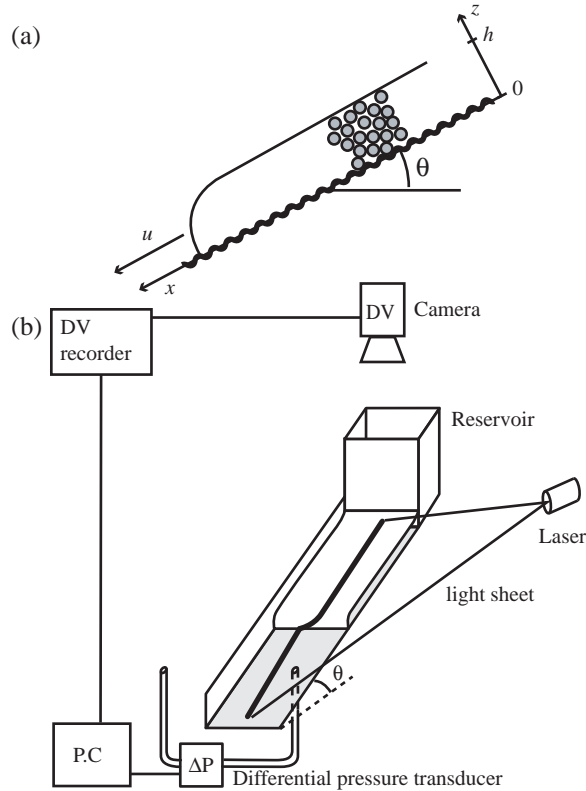


FIG. 1: (a) Sketch of the submarine inclined plane configuration. (b) Sketch of the experimental setup.

mesh to prevent particles from falling in the hose. A second pressure hose is placed beside the rough plane at roughly the same depth from the water surface. Both hoses are connected to a Druck LPM9845 differential pressure transducer with 5 mm inner diameter flexible tubes. The tubes are tightened to a metallic structure to prevent any vibration. A specific care is taken to avoid any air bubble in the pressure transducer body or in the tubes which could alter the pressure signal. The pressure transducer has a  $0 \pm 10$  Pa range with an accuracy of  $\pm 0.04$  Pa. The pressure signal is digitized with a 16-bits digital acquisition board at a 100 Hz rate. With this device we can accurately measure how the hydrostatic liquid pressure is modified by the granular avalanches.

A typical experiment is done as follows. We first pour a mixture of water and particles in the immersed reservoir, the gate being closed, and wait 5 minutes to ensure that the sedimentation of particles is complete. The gate of the reservoir is then opened gently to avoid surface waves in the tank. Pressure measurements and top view images are recorded during the whole emptying of the reservoir which lasts typically between 20 s and 4 min.

Several experiments have been performed, with two particles sizes both in air and in water. The inclination angle was varied from 22 to 42 ° and the gate opening was varied from 2 to 8 mm. A summary of the various experimental conditions is given in table I.

| # Exp. | Particles | Fluid | Flow thickness     | Inclination                    | $St$               | $r$  |
|--------|-----------|-------|--------------------|--------------------------------|--------------------|------|
| W1     | small     | water | $3.2 < h/d < 40.5$ | $22^\circ < \theta < 42^\circ$ | $0.07 < St < 0.27$ | 2.48 |
| A1     | small     | air   | $6.2 < h/d < 60.3$ | $23^\circ < \theta < 38^\circ$ | $7 < St < 23$      | 69.2 |
| W2     | large     | water | $2.1 < h/d < 25.8$ | $24^\circ < \theta < 36^\circ$ | $0.15 < St < 0.55$ | 2.48 |
| A2     | large     | air   | $4.3 < h/d < 30.1$ | $24^\circ < \theta < 34^\circ$ | $15 < St < 37$     | 69.2 |

TABLE I: Experimental parameters. Particles are glass beads ( $\rho_p = 2470 \text{ kg/m}^3$ ) of diameter  $d = 112 \pm 20 \text{ } \mu\text{m}$  (small) and  $d = 208 \pm 19 \text{ } \mu\text{m}$  (large). The characteristics of air are  $\eta = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$  and  $\rho_f = 1.29 \text{ kg/m}^3$ , and the characteristics of water are  $\eta = 10^{-3} \text{ kg/m.s}$  and  $\rho_f = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

### III. MEASUREMENTS

#### A. Different flow regimes

Different flow regimes are observed, depending on the two control parameters in our experiment: the inclination of the plane  $\theta$  and the opening of the gate  $h_g$ . However, to analyze the data in terms of rheological properties, it is more convenient to use the thickness  $h$  of the flowing layer once the flow is developed, rather than the opening of the gate. The phase diagram for the small particles in water (Exp. W1) is plotted in the  $(\theta, h)$  plane in Fig. 2 (the insert is in the  $(\theta, h_g)$  plane). Three different regimes are distinguished: a regime where no flow is possible, a regime where steady uniform flows are observed, and a regime where an instability develops and the flow becomes wavy. Such a phase diagram is very similar to the one observed with dry granular material<sup>27</sup>.

As in a dry granular flow<sup>26</sup>, the border between the static regime and the steady flow regime can be accurately measured by looking at the deposit remaining on the plane once the flow stops. The deposit thickness  $h_{stop}$  is the minimum thickness for which a flow is possible. The results are presented in Fig. 3 for both the submarine and aerial cases for

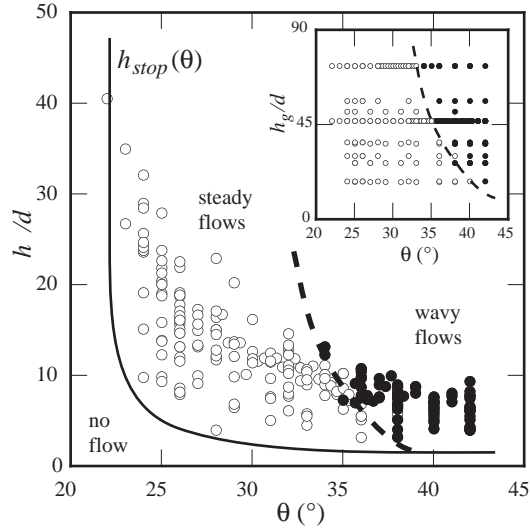


FIG. 2: Map of the different flow regimes in the  $(\theta, h/d)$  plane for experiments W1. Open circles are stationary flows and filled circles are wavy flows. Solid line is the  $h_{stop}(\theta)$  curve and the dashed line is the qualitative boundary between the stationary and wavy flow regimes. The insert shows the same data in the  $(\theta, h_g/d)$  plane.

the small particles. Within the error bars, the deposit thickness remains unchanged when the flow occurs either in water or in air. Whatever the gate opening, the deposit thickness depends only on the inclination angle and is thus a pure material property. However, no deposit is observed after an aerial flow for an inclination larger than  $\theta \approx 38^\circ$ , whereas after an immersed flow a small layer of particles remains on the plane even for a large inclination angle, up to  $45^\circ$ . We do not have any explanation for this difference which could be due to subtle cohesive effects<sup>28</sup>.

Above the  $h_{stop}(\theta)$  curve in the phase diagram, flows are possible. For large inclination (typically above  $38^\circ$ ) and large opening of the gate, the flows are not steady. The front accelerates along the plane and a free surface instability develops. The free surface experiences a



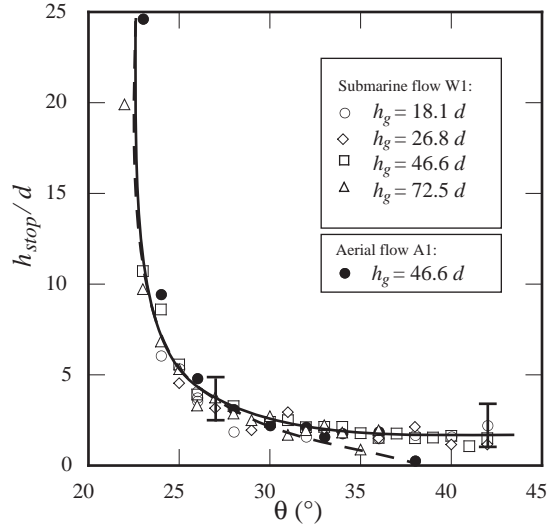


FIG. 3: Deposit thickness  $h_{stop}$  versus inclination angles in the subaqueous (W1) and aerial (A1) cases. The continuous and dashed lines show the qualitative trends for the submarine and aerial flows respectively.

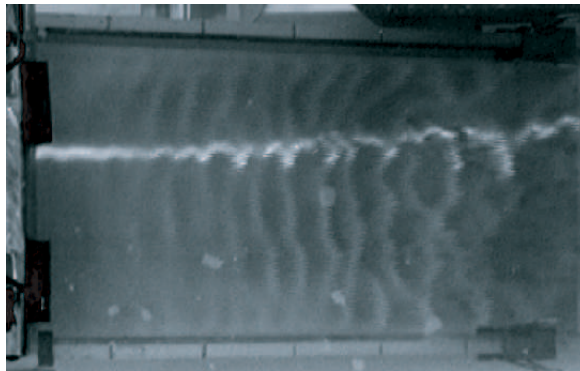


FIG. 4: Snapshot of a wavy flow (W1) for  $\theta = 42^\circ$  and  $h_g = 46.6d$ . The particles reservoir is on the left of the picture (not shown) and the flow is from left to right. The bright distorted line is the reflection of the laser sheet on the flow surface.

wavy deformation which grows along the plane and can ultimately create a suspension flow (Fig. 4). This instability is certainly reminiscent of the long-wave instability observed in the dry case<sup>27</sup>. We have not studied this flow regime in detail yet.

In this study we rather focus on the steady uniform flows, for inclinations ranging between 24 and 38°. Once the gate is opened, a well defined front propagates down the slope at a constant velocity as shown in Fig.5(a). The curved shape of the front observed in Fig. 5(a)

is certainly due to a non homogenous feeding from the reservoir induced by friction on the walls. The measurements presented below are made in the center line, but the same velocity measurements carried out on the side change only by a factor less than 5%. In this range of inclinations the front rapidly reaches a steady shape and propagates down the slope without deforming as shown in Fig. 5(b) and (c). The constant velocity of the front is shown in Fig. 5(b). Behind the front a steady uniform flow develops, with a flat surface and a uniform thickness  $h$  (Fig. 6(a)). The thickness  $h$  remains constant during the whole emptying of the silo as shown in Fig. 6(b) where the thickness measured just above the pressure hose is plotted as a function of time. In Fig. 6(c) we also plot the basal interstitial pressure  $\Delta p_i$  measured during the experiment which stays also constant during the experiments. As the front keeps a stationary shape and the flow that develops behind is steady and uniform, one can conclude from mass conservation that the front velocity  $u$  is equal to the depth averaged velocity of the fully developed flow<sup>26</sup>. We are then able to characterize the steady uniform flows at a given inclination  $\theta$  and a given opening of the gate  $h_g$  by measuring the three following quantities: the mean thickness  $h$ , the mean velocity  $u$  and the interstitial pressure  $\Delta p_i$ . We have systematically studied how these quantities vary when changing the control parameters  $\theta$  and  $h_g$ .

## B. Steady uniform flows properties

The Fig. 7(a) and 8(a) show how the mean velocity  $u$  varies as a function of the thickness for different plane inclinations  $\theta$  for small and large beads respectively. The typical immersed flow velocity is of the order of 1 to 50 mm/s for small particles and 1 to 70 mm/s for large particles. The flow is faster for thick flows and when the inclination is high. As a comparison, we have plotted in Fig. 7 (b) and Fig. 8 (b) the measurements obtained in the aerial case for the same beads. The velocity range is between 10 to 600 mm/s. Although the variations are qualitatively the same in the aerial and in the submarine case, the flow velocity is about 10 times slower in water than in air, indicating a strong influence of the interstitial fluid. We will discuss the physical origin of this dependence in the next section.

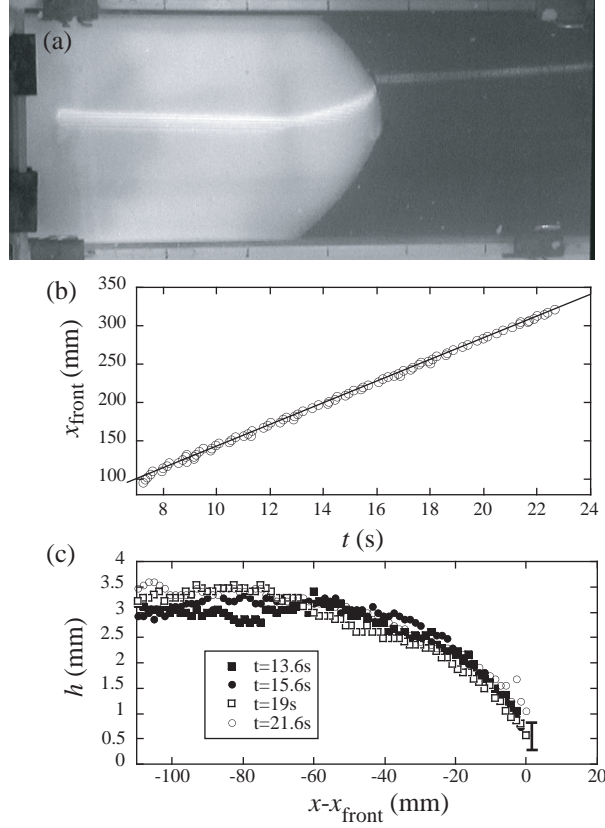


FIG. 5: Front propagation for configuration W1: (a) snapshot of a submarine flow for  $\theta = 25^\circ$  and  $h_g = 72.5d$ . The bright curve is the laser sheet. The particles reservoir is on the left of the picture (not shown) and the flow is from left to right. (b) front position as a function of time for  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$  (c) Shape of the front at 4 different times for  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$ .

### C. Interstitial pressure measurements

The interstitial pore pressure also depends on the control parameters. Fig. 9 shows how  $\Delta p_i$  varies as a function of the flow thickness for different inclinations in submarine experiments for the two particle sizes we used (Exp. W1 and W2). The first remark is that  $\Delta p_i$  is always positive, indicating that the fluid pressure below the avalanche is always higher than the hydrostatic pressure. No negative pore pressure has been measured in the steady uniform flows. The second remark is that the pressure is relatively low in the steady uniform regime compared to what one would expect in the case of a fully suspended flow. If all the particles were suspended, the liquid pressure measured below the flow would be  $\Delta p_i^{\text{susp}} = \Delta \rho g h \cos \theta$  with the density difference defined as  $\Delta \rho = \phi(\rho_p - \rho_f)$ , where  $\phi$  is the

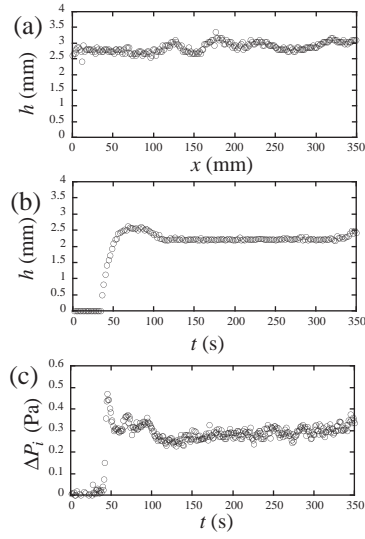


FIG. 6: (a) Free surface profile at  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$  (b) time evolution of the flow thickness  $h$  and the pore pressure  $\Delta p_i$  above the pressure hose for  $\theta = 28^\circ$  and  $h_g = 56d$ .

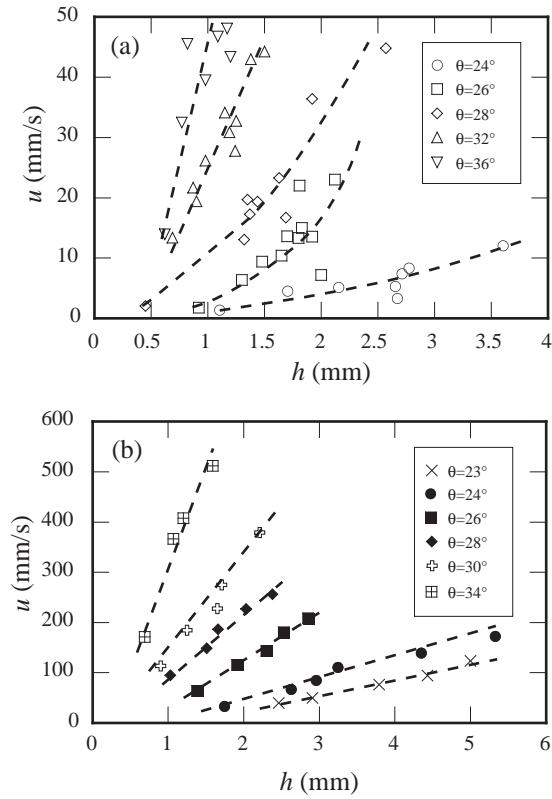


FIG. 7: Velocity measurements for submarine flows W1 (a) and aerial flows A1 (b). The dotted lines show the qualitative trend.

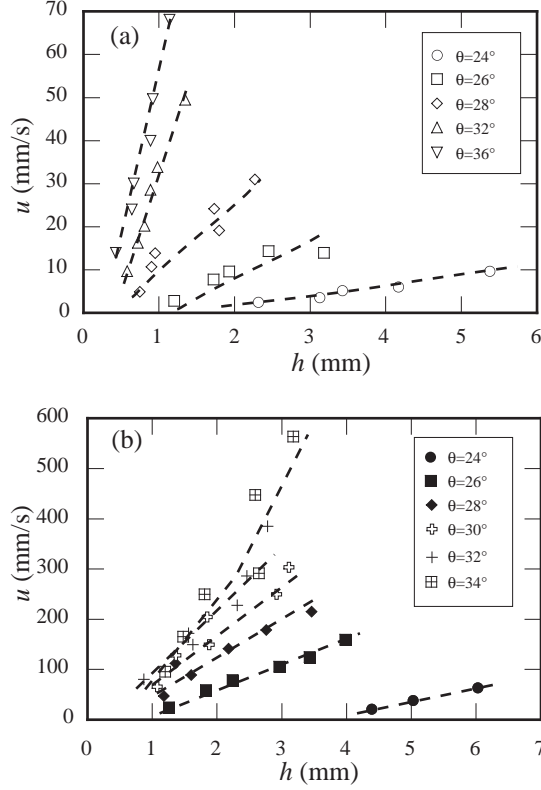


FIG. 8: Velocity measurements for submarine flows W2 (a) and aerial flows A2 (b). The dotted lines show the qualitative trend.

packing volume fraction assumed to be constant and equal to 0.55 in the following.

The maximum relative pressure  $\Delta p_i / \Delta p_i^{susp}$  observed is about 25 %. This means that in the steady uniform flows we observed, contact interactions between particles are important: at least 75% of the weight of the particles is carried by the contact network and not by the pore pressure. Higher values of pore pressure have been measured but in the wavy flow regime only. The waves that developed at the free surface probably promote more and more particles into a suspension. The last remark is that the pressure seems to follow a roughly linear dependence with the thickness (Fig. 9).

#### D. Shear stress at the top of the flow

A source of dissipation in submarine avalanches could be the shear that develops between the clear fluid and the granular layer. In classical gravity current experiments, this shear promotes the destabilization of the interface and an entrainment process<sup>19</sup>. In our experi-

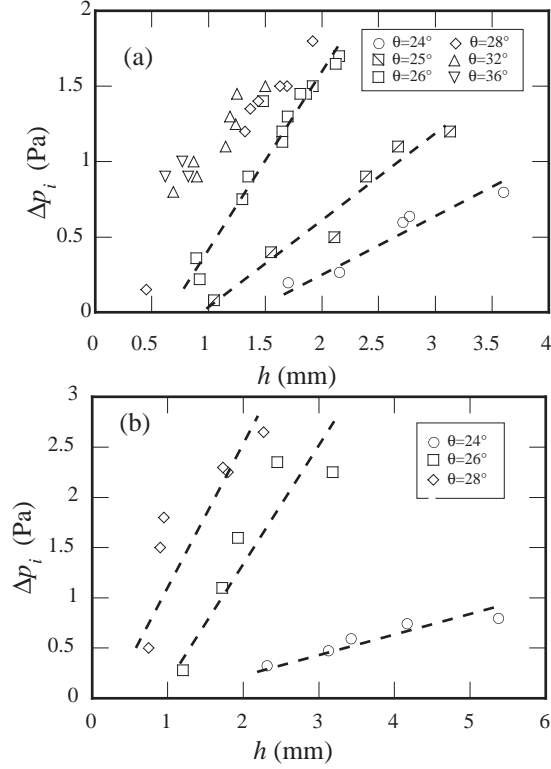


FIG. 9: Pressure vs thickness in physical units for submarine flow W1 (a) and W2 (b).

ments no entrainment is observed in the steady uniform regime. In order to quantify the influence of the shear, the clear fluid is seeded with tiny green fingerprint powder particles, and the tank is lighted with a vertical green laser sheet. Using two successive frames of a video recording, we compute the velocity field of the water flow above the granular layer. The shear rate  $\dot{\gamma}_{out}$  just above the grains is found to be of the order of  $4 \text{ s}^{-1}$ . This implies that the outer shear stress is  $\eta\dot{\gamma}_{out} \approx 4 \times 10^{-3} \text{ Pa}$ , to be compared with the stress induced by the gravity  $\Delta\rho gh \sin\theta$  which is typically of the order of 12 Pa for an immersed flow with  $\theta = 24^\circ$  and  $h = 3.2 \text{ mm}$  thick. As a result, we can conclude that the shear in the outer fluid has no influence on the flow and that the rheology is controlled by the internal deformation of the granular layer. Moreover, no fluid exchange occurs during the flow. When fluoresceine dye is added to the interstitial liquid in the reservoir, no dye get out of the granular layer flowing down the slope. The interstitial liquid is trapped inside the porous material formed by the assembly of the particles.

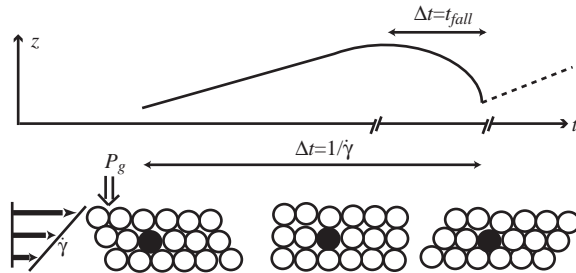


FIG. 10: Sketch of the motion of a grain  $z(t)$  during a simple shear  $\dot{\gamma}$  under a confining pressure  $P_g$ .

#### IV. TIME SCALE ANALYSIS AND CONSTITUTIVE LAW.

In this section we present a simple theoretical approach to analyze our data based on a constitutive law recently proposed to describe dry granular flows. The influence of the water is discussed in terms of time scales of the motion of a single grain. We first summarize the recent results obtained for the rheology of dry granular flows before presenting a generalization of the approach to the submarine case.

##### A. Previous results in dry granular flows

The flow of dry granular flows, when the interstitial fluid plays no role, has recently been the subject of numerous studies. Based on a dimensional analysis, a simple heuristic rheology has been proposed which correctly predicts many of the features observed in dense granular flows<sup>1,29,30</sup>. Let us consider a granular material submitted to a simple shear with a shear rate  $\dot{\gamma}$  and to a confining pressure  $P_g$  (Fig. 10). It has been shown with numerical simulations<sup>29,30</sup> that the shear stress  $\tau$  verifies the following friction law :

$$\tau = P_g \mu(I), \quad (1)$$

with a friction coefficient depending on a single dimensionless parameter  $I$  defined by:

$$I = \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{P_g / \rho_p}}. \quad (2)$$

As discussed in a recent collective paper<sup>1</sup>, an interpretation of the constitutive law can be given in terms of the relevant time scales controlling grains motion. Let us consider the motion of one grain during a simple shear as plotted in Fig. 10. The grain first follows the

mean deformation with a rate  $\dot{\gamma}$  but eventually reaches an unstable position when passing at the crest over the particle just below. It is then rapidly pushed down in the next hole due to the confining pressure  $P_g$ . The time of fall can be estimated by a simple free fall of the particle of diameter  $d$  and density  $\rho_p$  under a force  $P_g d^2$  over a distance  $d$ :  $t_{fall} = d/\sqrt{P_g/\rho_p}$ . The parameter  $I$  is interpreted as the ratio between this rapid time of rearrangement  $t_{fall}$  and the mean time  $t_{\dot{\gamma}} = \dot{\gamma}^{-1}$  spent by the particle to move from one hole to the next one. Notice that the dimensionless number  $I$  is the square root of the Savage number<sup>31</sup> or Coulomb number<sup>9</sup> defined as the ratio between the collisional stress and the total stress. Here, we keep the description in terms of  $I$  as we will see that the interpretation in terms of a time scales ratio helps our understanding of immersed granular flows. If one neglect the time scale related to the elasticity of the particles,  $I$  is the only dimensionless number and the shear stress  $\tau$  has to be proportional to the pressure  $P_g$  multiplied by a function of  $I$ , leading to the constitutive law (1)<sup>1</sup>. Despite the limitation of such a simple description discussed in the collective work<sup>1</sup>, the friction law (1) succeeds in describing a plane shear flow<sup>29,30</sup>, flows on inclined plane<sup>1,26</sup>, flows on a heap<sup>33</sup>. It is then interesting to modify this simple picture introducing the influence of the interstitial fluid.

## B. Times scales for submarine granular flows

In the simple picture presented above, the first influence of the fluid is to change the time scale. If one assumes the flow to be in a regime where the contacts between particles are still important, the motion of the grains in Fig. 10 is going to be the same in the presence of fluid or not, except that the time  $t_{fall}$  it takes to fall in the hole once the crest is passed could be affected by the fluid. This idea suggests that immersed dense granular flows can be described by the same constitutive law (1), using a modified dimensionless parameter  $I$ . Our purpose in the following analysis is to study the validity of this simple assumption.

In order to do that, we need to estimate the time  $t_{fall}$  in the presence of a fluid. We follow the work by Courrech du Pont *et al* who analyzed the free fall of a particle under gravity<sup>18</sup> but we consider that the particle is submitted to a confining pressure instead of the gravity. Let us write the equation of motion along the vertical direction of a particle submitted to the confining pressure  $P_g$  in a fluid of density  $\rho_f$  and viscosity  $\eta_f$  :

$$\frac{\pi}{6}\rho_p d^3 \frac{dv_p}{dt} = \frac{\pi}{4}P_g d^2 - F_d, \quad (3)$$



where  $F_d$  is the drag force due to the fluid. Depending on the particulate Reynolds number  $Re_p$ , the drag force can be either a pure viscous Stokes force ( $Re_p \ll 1$ ) or an inertial force ( $Re_p \gg 1$ ). We can now analyze the motion of the particle for the different cases:

- Dry granular regime: The drag force is negligible. The particle then follows a free fall motion characterized by an accelerated motion. The time it takes for the particle to travel one diameter is then

$$t_{ff} = d\sqrt{2\rho_p/3P_g}.$$

- Viscous regime ( $Re_p \ll 1$ ): In this case, the fall of the grain is hindered by a viscous drag force, and the displaced liquid has to flow through a porous medium of permeability  $k = \alpha d^2$ . Using Darcy's law, the pressure difference across the particle is then equal to  $\eta_f dv_p/k$  and the drag force can be written as follows:

$$F_d = (\pi/4\alpha)\eta_f dv_p. \quad (4)$$

The estimation of the coefficient  $\alpha$  is not easy as it depends on the size distribution of the particles<sup>32</sup> and on the fact that our porous medium is deformable. For spherical particles at volume fraction around 0.55 different estimates in the literature<sup>32</sup> give values in between  $5 \times 10^{-3}$  and  $10^{-2}$ . Our medium being deformable, we have chosen in the following the highest value  $\alpha = 0.01$ . This choice will be discussed in Sec. V C. At short times, the grain first accelerates but because of the drag force, the grain eventually reaches a limit viscous velocity  $v_{\infty v}$  in the characteristic acceleration time  $t_{av}$  given by:

$$v_{\infty v} = P_g \alpha d / \eta_f,$$

$$t_{av} = \frac{2\rho_p \alpha d^2}{3\eta_f}.$$

If  $t_{av} \ll t_{ff}$ , the particle rapidly reaches its limit velocity and the time to travel a diameter is then given by  $t_{fall} = d/v_{\infty v}$ , otherwise  $t_{fall} = t_{ff}$ .

- Inertial regime ( $Re_p \gg 1$ ): When the particulate Reynolds number  $Re_p$  is not small compared to unity, inertial effects must be taken in account. The drag force is equal to  $F_d = (\pi/6)C_d d^2 \rho_f v_p^2$  where  $C_d$  is the drag coefficient which is nearly constant and equal to 0.4 for  $10^3 < Re_p < 10^5$ . In this case the grain will reach a limit velocity  $v_{\infty i}$

in the characteristic time  $t_{ai}$  given by

$$v_{\infty i} = \sqrt{3P_g/2\rho_f C_d},$$

$$t_{ai} = \rho_p d (2/3\rho_f C_d P_g)^{1/2}.$$

If  $t_{ai} \ll t_{ff}$ , the particle rapidly reaches its limit velocity and the time to travel a diameter is then given by  $t_{fall} = d/v_{\infty i}$ , otherwise  $t_{fall} = t_{ff}$ .

In order to classify the different regimes, Courrech du pont *et al*<sup>18</sup> introduced three dimensionless numbers: the Stokes number  $St = t_{av}/t_{ff}$ , the density ratio  $r = t_{ai}/t_{ff}$  and the Reynolds number  $Re = t_{av}/t_{ai}$ :

$$St = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \frac{\alpha d \sqrt{\rho_p P_g}}{\eta_f}, \quad (5)$$

$$r = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_f C_d}}, \quad (6)$$

$$Re = \frac{St}{r} = \frac{\alpha d}{\eta_f} \sqrt{\frac{2\rho_f C_d P_g}{3}}. \quad (7)$$

As shown by Courrech du Pont *et al*, three regimes can be characterized depending on the value of the dimensionless numbers  $St$  and  $r$  (the Reynolds number being the ratio between both of them): a viscous regime ( $St \ll 1$  and  $St \ll r$ ) where the particle reaches the viscous limit velocity during its elementary motion, an inertial regime ( $r \ll 1$  and  $St \gg r$  where it reaches the inertial limit velocity and a free fall regime ( $St \gg 1$  and  $r \gg 1$ ) where it follows an accelerated motion. The three regions in the plane  $(St, r)$  are shown in Fig. 11.

In this analysis, we have computed the time  $t_{fall}$  a particle takes to fall into the hole as a function of the two parameters  $St$  and  $r$  and consequently, we are able to propose constitutive equations for the three different regimes. In all cases the shear stress is proportional to the confining pressure (Eq. 1) with a unique function  $\mu(I)$  but with a time ratio  $I$  that depends on the regimes and is given by  $I = \dot{\gamma} t_{fall}$ :

- in the free fall regime  $St \gg 1$  and  $r \gg 1$ ,

$$I = I_{ff} = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{2\rho_p}{3P_g}}; \quad (8)$$

- in the viscous regime  $St \ll 1$  and  $r \gg St$ ,

$$I = I_v = \frac{\dot{\gamma} \eta_f}{\alpha P_g}; \quad (9)$$

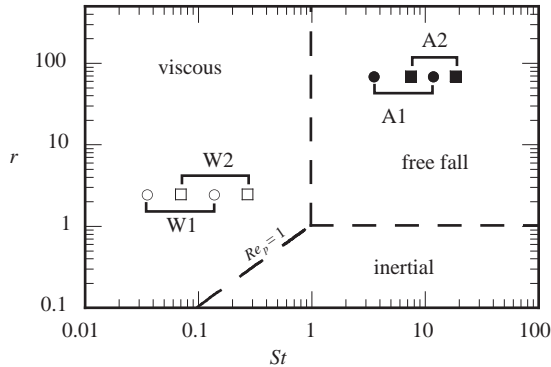


FIG. 11: Different flow regimes in the  $(St, r)$  plane based on the fall of one grain (after Courrech du Pont<sup>18</sup>). The symbols show the extrem values reached for experiments with glass beads  $d = 112 \mu\text{m}$  in air (A1, open circles) and in water (A2, filled circles), with glass beads  $d = 208 \mu\text{m}$  in air (A2, open squares) and in water (W2, filled squares).

- in the inertial regime  $St \gg r$  and  $r \ll 1$ ,

$$I = I_i = \dot{\gamma} d \sqrt{\frac{2\rho_f C_d}{3P_g}}. \quad (10)$$

The strong assumption underlying the proposed constitutive laws is that the interstitial fluid only plays a role by changing the time scale of the microscopic rearrangements. In order to test the validity of this simple approach in our experiment, let us first derive the predictions for the flow down an inclined plane.

### C. Predictions for flows down inclined plane.

In the inclined plane configuration, if one assumes that the pore pressure is negligible, the momentum balance implies that the shear stress and normal stress for a steady uniform flow are  $\tau = \Delta\rho g(h - z) \sin\theta$  and  $P_g = \Delta\rho g(h - z) \cos\theta$ , where  $\Delta\rho = \phi(\rho_p - \rho_f)$  is the effective density of the granular medium. The ratio between the shear stress and the normal stress is then constant across the layer and equal to  $\tan\theta$ . As a result, if the material is described by a constitutive law (1), one obtains  $\tan\theta = \mu(I)$ , meaning that the parameter  $I$  does not vary across the layer and is independent of  $z$ . From the different expressions given in Eqs. (8)-(10), one can then derive the velocity profiles for a layer of thickness  $h$  flowing on a plane inclined at  $\theta$  for the three different regimes:

- in the free fall regime ( $St \gg 1$  and  $r \gg 1$ ),

$$u_x(z) = \frac{I_{ff}}{d} \sqrt{\frac{2\Delta\rho g \cos\theta}{3\rho_p}} [h^{3/2} - (h-z)^{3/2}]; \quad (11)$$

- in the viscous regime ( $St \ll 1$  and  $r \gg St$ ),

$$u_x(z) = \frac{I_v \alpha}{\eta} \Delta\rho g \cos\theta \left(h - \frac{z}{2}\right) z; \quad (12)$$

- in the inertial regime ( $St \gg r$  and  $r \ll 1$ ),

$$u_x(z) = \frac{I_i}{d} \sqrt{\frac{2\Delta\rho g \cos\theta}{3\rho_f C_d}} [h^{3/2} - (h-z)^{3/2}]. \quad (13)$$

In the viscous regime, the velocity profile (12) is half-parabolic and is similar to the flow profile of a layer of a viscous newtonian fluid down an inclined plane. In the other regimes, the velocity profile is Bagnold-like, as for a dry granular flow down a slope. In order to compare the prediction with the experimental data, we compute from these equations the depth averaged velocity  $u = 1/h \int_0^h u_x(z) dz$ . For the three regimes we can then express the parameter  $I$  as a function of the three measured quantities  $u$ ,  $\theta$  and  $h$ :

- in the free fall regime ( $St \gg 1$  and  $r \gg 1$ ),

$$I = I_{ff} = \frac{5}{2} \frac{ud}{h^{3/2}} \sqrt{\frac{2\rho_p}{3\Delta\rho g \cos\theta}}; \quad (14)$$

- in the viscous regime ( $St \ll 1$  and  $r \gg St$ ),

$$I = I_v = \frac{3u}{h^2} \frac{\eta_f}{\alpha \Delta\rho g \cos\theta}; \quad (15)$$

- in the inertial regime ( $St \gg r$  and  $r \ll 1$ ),

$$I = I_i = \frac{5}{2} \frac{ud}{h^{3/2}} \sqrt{\frac{2\rho_f C_d}{3\Delta\rho g \cos\theta}}. \quad (16)$$

We are now able to test experimentally the theoretical approach. Having measured the three quantities  $u$ ,  $h$  and  $\theta$  for different fluids conditions, we can plot for a given configuration the friction coefficient  $\mu = \tan\theta$  as a function of the parameter  $I$  corresponding to the viscous, inertial or free-fall regime respectively. The first prediction is that the data for

different inclinations and different thicknesses should collapse on a single curve  $\mu(I)$ . The second and most crucial prediction is that, because the function  $\mu$  is fluid independent, the collapse should remain unchanged when changing the fluid condition, as long as the computation of the parameter  $I$  is changed according to the flow regime. We compare in the next section these predictions with our experimental results.

## V. COMPARISON BETWEEN THEORY AND EXPERIMENTS

### A. Friction law

The four different configurations we have studied using two sizes of particles in air or water are summarized in table I where the range of Stokes numbers and  $r$  parameters are given. As shown in Fig. 11, it is clear that only two regimes are obtained in our experiments. Aerial granular flows belong to the free fall regime, whereas flows in water belongs to the viscous regime. In order to do experiments in the inertial regime, one has to use larger particles<sup>18</sup>. Unfortunately in our setup, the plane is too short to observe the fully developed uniform flows for particles larger than  $300\mu\text{m}$ , we then have not been able to study the inertial regime.

From the data plotted on Fig. 7, we can compute with equations (14) and (15) the corresponding  $I_{ff}$  number for the aerial experiment A1, and the  $I_v$  number for the subaqueous experiment W1. The correlation between the effective friction  $\tan\theta$  and these  $I$  numbers is shown on Fig. 12, where we have plotted on the same graph the results for aerial and submarine flows for the small beads. A striking feature is that all the data obtained for different inclinations, different flow thicknesses, in water or in air, seem to collapse on a single curve in agreement with the theory. Despite the difference of more than an order of magnitude observed in the velocity measurement between the aerial and the submarine cases, the measurements collapse on the same curve when using the correct estimate for the dimensionless shear rate  $I$ . This result supports the assumption that the same friction law  $\mu(I)$  applies for both aerial and submarine flows, the fluid changing only the time scale of particle rearrangements and thus the definition of  $I$ . The collapse is not perfect and the uncertainties in the measurements do not allow to conclude that the influence of the fluid is entirely captured by this approach. However, the superposition of the data obtained in air

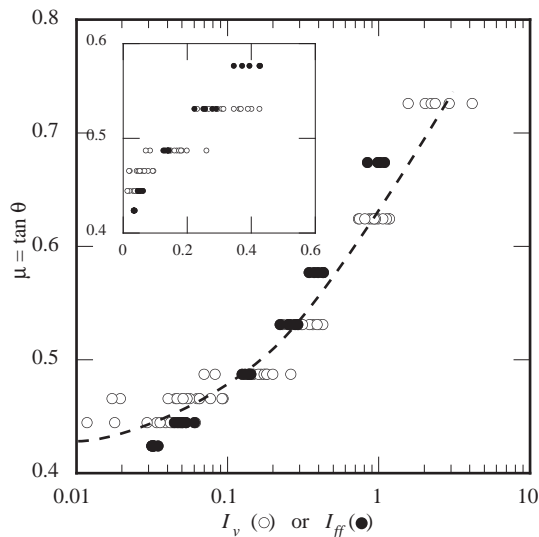


FIG. 12: Correlation between the viscous time ratio  $I_v$  (W1) or  $I_{ff}$  (A1) and the friction coefficient  $\mu = \tan \theta$  for immersed flows W1 and aerial flows A1. The insert shows the same data in linear scale.

and water indicates that the main effect of the liquid is predicted.

The success of the approach is even more striking when plotting on the same graph all our measurements, obtained with different beads sizes, both in air and water (Fig. 13). Whatever the conditions and the beads diameters, the data seem to collapse on a single curve, which is well fitted by an analytical function of the form:

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1}, \quad (17)$$

where  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  and  $I_0$  are constant.

The friction coefficient tends to a minimum value  $\mu_1$  when  $I \rightarrow 0$  and tends to a maximum value  $\mu_2$  at high shear rate. This expression of the friction law together with the expressions of the dimensionless parameter  $I$  given in Eqs. (8)-(10) provide a constitutive law that could be useful to describe more complex configurations.

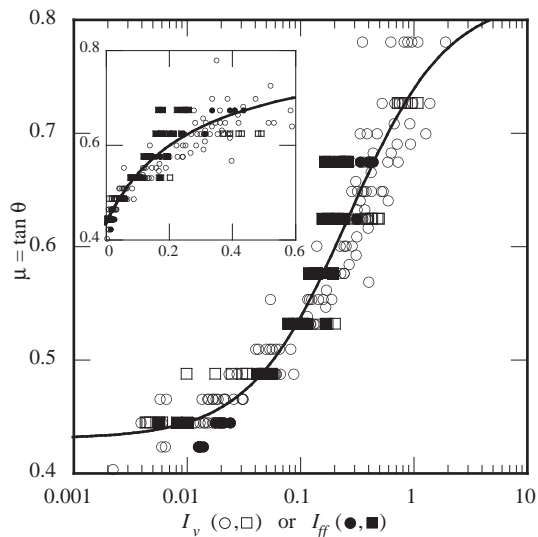


FIG. 13: Correlation between the viscous time ratio  $I_v$  (W1: open circles, W2: open squares) or  $I_{ff}$  (A1: filled circles, A2: filled squares) and the friction coefficient  $\mu = \tan \theta$  for immersed flows W1, W2 and aerial flows A1, A2. The solid line is Eq. (17) with  $\mu_1 = 0.43$ ,  $\mu_2 = 0.82$  and  $I_0 = 0.27$ . The insert shows the same data in linear scale.

## B. Pore pressure

Since the dimensionless parameter  $I$  successfully describes the flow properties and predicts the relation between  $\theta$ ,  $h$  and  $u$ , one can analyze whether this approach can also give information about the pore pressure that develops during the flow. We have seen in section IIIC that the interstitial pressure  $\Delta p_i$  increases linearly with thickness and increases with inclination angle. In order to see if these variations can also be captured through the single dimensionless shear rate  $I$ , we have plotted in Fig. 14 the relative pore pressure  $\Delta p_i / \Delta \rho g h \cos \theta$  as a function of  $I_v$  for the two set of beads in water. The pressure data collapse on a single curve showing that the parameter  $I_v$  also controls the magnitude of the pore pressure. The time scale ratio  $I$  is clearly the relevant dimensionless parameter

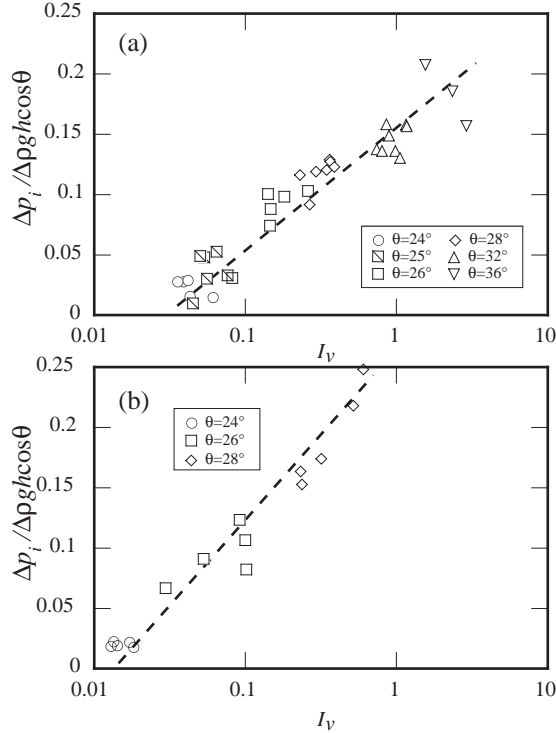


FIG. 14: Relative pressure  $\Delta p_i / \Delta \rho g h \cos \theta$  as a function of  $I_v$  for submarine flows W1 (a) and W2 (b). The dotted lines show the qualitative trend.

controlling submarine dense granular flows.

### C. Discussion

The collapse of all the data on a single friction law strongly supports the assumption of our model stipulating that the major role of the fluid is to change the time it takes for a particles to fall into a hole. It is important to emphasize that the collapse is obtained with no fit parameter. The only parameter in the model which is not accurately determined is the parameter  $\alpha$  introduced in the expression of the viscous drag force to take into account the interaction of the falling particle with its neighbours. In this study  $\alpha$  has been estimated by computing the porosity of the surrounding porous medium, which is a first simple estimate. We have verified that changing  $\alpha$  in the range 0.008 to 0.015 does not strongly change the quality of the collapse. However, a more detailed study of the motion of one particle in the midst of others could help in better understanding and estimating the drag force.

Although the simple scaling arguments presented in this paper works suprisingly well to



describe the rheology of the steady uniform flows, some limitations exist. First, the existence of a deposit and of a critical thickness  $h_{stop}$  below which no flow is possible is not predicted by the theoretical description, both in immersed and dry cases. Second, the role of the fluid is oversimplified. In our description, the complex coupling between the pore pressure and the grains motion is not taken into account. In writing the force balance, the granular stress applying on the particles is assumed to be the total weight of the particles. In the steady regime, this is a reasonable assumption, the measured pore pressure being always small. However, it is well known that for unsteady flows when a change in volume fraction occurs, a large pore pressure can develop and hence change the behavior of the flow<sup>23,24</sup>. Despite this limitation, the scaling approach has shown that the pore pressure is controlled by the dimensionless shear rate  $I$ . This result gives new insights in the physical mechanisms controlling submarine granular flows and could help in developing more complete models coupling fluid motion and grains flow.

## VI. SUMMARY AND CONCLUSIONS

In this paper, submarine flows of granular materials down rough inclined planes have been experimentally investigated. In the regime where steady uniform flows are observed, we have systematically studied the variation of the mean velocity and the pore pressure below the avalanche as a function of the two control parameters: the plane inclination and the layer thickness. The comparison with similar experiments carried out in air shows that the liquid has a strong influence. For the glass beads we used, submarine flows are more than ten times slower than aerial flows. However, we are able to describe both cases in the same framework by modifying the recent rheological description proposed for dry granular material. In this description the constitutive law is a friction law. The coefficient of friction depends on the ratio of the time scale given by the mean shear rate and the time scale related to the rearrangements when a particle falls into a hole. We have transposed this picture to the submarine case by modifying the time scale of rearrangement to take into account the role of the fluid. The striking result is that this simple change of time scale is sufficient to describe both submarine and dry flows using the same friction law. We can then conclude that in the steady uniform regime, the mechanisms controlling the rheology remain the same with or without fluid, the major influence of the fluid on dense granular flows being a change

on the microscopic time scale. This observation allows us to propose a constitutive law for submarine granular flows which is written as a friction Coulomb's law with a coefficient of friction which depends on the shear rate and the fluid properties. This could be of interest for the description of geophysical events. Flows over complex topography like submarine avalanches are often described using depth averaged equations<sup>6,34,35</sup>. However, in these approaches, the expression of the basal stress is not known and Newtonian, Bingham or Coulomb rheologies are often used. The shear-rate-dependent friction law proposed here could represent an alternative.

However, one have to keep in mind that the constitutive laws found in this study are only valid for the steady uniform regime. When unsteady phenomena take place, for example when the avalanche is triggered or when the flow stops, the coupling between the granular and the fluid is certainly more complex. It is known that in these transient regimes, a change of volume fraction occurs (for exemple a dense granular material at the onset of flow will dilate), inducing fluid motions through the grains. The pore pressure associated to this fluid motion could then strongly modify the balance between the stress carried by the fluid and the stress carried by the grains, and thus alter the behavior of the flow<sup>34</sup>. Investigating this transient regime in small scale experiments like the one used in this paper could provide interesting informations and seeds future studies.

## LIST OF REFERENCES

---

- <sup>1</sup> GDR Midi “On dense granular flow,” *Eur. Phys. J. E* **14**, 341-365 (2004).
- <sup>2</sup> R. M. Iverson, “The physics of debris flows,” *Review of Geophysics* **35**, 245 (1997).
- <sup>3</sup> F. Legros, “The mobility of long-runout landslides,” *Engineering Geology* **63**, (3-4), 301 (2002).
- <sup>4</sup> L. Jiang and P. H. LeBlond, ”The coupling of a submarine slide and the surface water waves which it generates,” *J. Geophys. Res.* **97**, 731 (1992).
- <sup>5</sup> S. Assier Rzedkiewicz, C. Mariotti and P. Heinrich, “Modeling of submarine landslides and generated water waves,” *Phys. Chem. Earth* **21** (12), 7 (1996).
- <sup>6</sup> J. Imran, G. Parker, J. Locat, and H. Lee “1D Numerical Model of Muddy Subaqueous and Subaerial Debris Flows,” *J. Hydr. Engrg.* **127**, 959 (2001) .
- <sup>7</sup> M. Pastor, M. Quecedo, E. González, M. I. Herreros, J. A. Fernández Merodo and P. Mira “Simple Approximation to Bottom Friction for Bingham Fluid Depth Integrated Models,” *J. Hydr. Engrg.* **130**, 149 (2004).
- <sup>8</sup> R. A. Bagnold, “Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear,” *Proc. Roy. Soc. A* **225**, 49 (1954) .
- <sup>9</sup> C. Ancey, P. Coussot and P. Evesque, “A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow”, *J. Rheol.* **43**, 1673 (1999) .
- <sup>10</sup> I. Jomha, A. Merrington, L. V. Woodcock, H.A Barnes and A. Lips, “Recent developments in dense suspension rheology”, *Powder Technol.* **65**, 343 (1991) .
- <sup>11</sup> U. Schaffinger, A. Acrivos and K. Zhang, “Viscous resuspension of a sediment within a laminar and stratified flow”, *Int. J. Multiphase Flow* **16**, 567 (1990) .
- <sup>12</sup> M. K. Lyon and L. G. Leal, “An experimental study of the motion of concentrated suspensions in two-dimensional channel flow. Part 1. Monodisperse systems” , *J. Fluid Mech.* **363**, 25 (1998) .
- <sup>13</sup> I. E. Zarraga, D. A. Hill and D. T. Leighton, “The characterisation of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids”, *J. Rheol.* **44**, 185 (2000)
- <sup>14</sup> J. A. G. Aragon, “Granular-fluid chute flow: experimental and numerical Observations ” *J. Hydr. Engrg.* **121**, 355 (1995).
- <sup>15</sup> D. Prasad and H. K. Kytomaa, “Particle stress and viscous compaction during shear of dense

- suspensions ” Int. J. Multiphase Flow. **21**, 775 (1995).
- <sup>16</sup> B. K. Muite, M. L. Hunt and G. C. Joseph, “The effects of a counter-current interstitial flow on a discharging hourglass”, Phys. Fluids **16**, 3415 (2004).
- <sup>17</sup> N. Jain, J. M. Ottino and R. M. Lueptow, “Effect of interstitial fluid on a granular flow layer,” J. Fluid Mech. **508**, 23 (2004).
- <sup>18</sup> S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud, “Granular avalanches in fluids,” Phys. Rev. Lett. **90**, 044301 (2003).
- <sup>19</sup> J. E. Simpson, *Gravity currents in the environment and the laboratory, second edition*, (Cambridge University Press, 1997).
- <sup>20</sup> A. J. Hogg, H. E. Huppert and M. A. Hallworth, “Reversing buoyancy of particle-driven gravity currents”, Phys. Fluids **11**, 2891 (1999).
- <sup>21</sup> A. J. Hogg and H. E. Huppert, “Spreading and deposition of particulate matter in uniform fluids”, J. Hydraul. Res. **39**, 505 (2001).
- <sup>22</sup> J. R. L. Allen, *Sedimentary structures, their character and physical basis Volume II*, (Elsevier, Amsterdam, 1983).
- <sup>23</sup> R. M. Iverson, R. G. Lahusen, “Dynamic pore-pressure fluctuations in rapidly shearing granular materials,” Science **246**, 796 (1989).
- <sup>24</sup> R. M. Iverson, “Differential equations governing slip-induced pore-pressure fluctuations in a water-saturated granular medium,” Math. Geol. **25** (8), 1027 (1993).
- <sup>25</sup> NIH Image Program, developed at the US National Institute of Health and accessible through internet by anonymous ftp at [zippy.nimh.nih.gov](ftp://zippy.nimh.nih.gov).
- <sup>26</sup> O. Pouliquen, “Scaling laws in granular flows down rough inclined planes,” Phys. Fluids **11**(3), 542 (1999).
- <sup>27</sup> Y. Forterre and O. Pouliquen “Long-surface-wave instability in dense granular flows,” J. Fluid Mech. **486**, 21 (2003).
- <sup>28</sup> S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud, “Wall effects on granular Heap stability” Europhys. Lett. **61**, 792 (2003).
- <sup>29</sup> F. Da Cruz, F. Chevoir, J.-N. Roux and I. Iordanoff, “Macroscopic friction of dry granular materials,” in Transient processes in tribology, proceedings of the 30th Leeds-Lyon Symposium on tribology, Tribology and interface Engineering, **43**, A. Lubrecht, G. Dalmaz (eds) (Elsevier, Amsterdam, 2004).

- <sup>30</sup> I. Iordanoff and M. M. Khonsari 2004 “Granular lubrication: toward an understanding between kinetic and fluid regime,” *ASME J. of Tribology* **126**, 137 (2004).
- <sup>31</sup> S. B. Savage, “The mechanics of rapid granular flows” , *Adv. Appl. Mech.* **24**, 289 (1984).
- <sup>32</sup> F. A. L. Dullien, “Fluid transport and pore structure” , Academic Press (1992).
- <sup>33</sup> P. Jop, Y. Forterre & O. Pouliquen “Crucial role of side walls for granular surface flows: consequences for the rheology” accepted for publication in *J. Fluid Mech.* (2004).
- <sup>34</sup> R. P. Denlinger and R. M. Iverson, “Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 1. Coulomb Mixture theory,” *J. Geophys. Res.* **106** (B1), 537 (2001).
- <sup>35</sup> R. P. Denlinger and R. M. Iverson, “Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 2. Numerical predictions and experimental tests,” *J. Geophys. Res.* **106** (B1), 553 (2001).

LIST OF TABLES

| # Exp. | Particles | Fluid | Flow thickness     | Inclination                    | $St$               | $r$  |
|--------|-----------|-------|--------------------|--------------------------------|--------------------|------|
| W1     | small     | water | $3.2 < h/d < 40.5$ | $22^\circ < \theta < 42^\circ$ | $0.07 < St < 0.27$ | 2.48 |
| A1     | small     | air   | $6.2 < h/d < 60.3$ | $23^\circ < \theta < 38^\circ$ | $7 < St < 23$      | 69.2 |
| W2     | large     | water | $2.1 < h/d < 25.8$ | $24^\circ < \theta < 36^\circ$ | $0.15 < St < 0.55$ | 2.48 |
| A2     | large     | air   | $4.3 < h/d < 30.1$ | $24^\circ < \theta < 34^\circ$ | $15 < St < 37$     | 69.2 |

TABLE I: Experimental parameters. Particles are glass beads ( $\rho_p = 2470 \text{ kg/m}^3$ ) of diameter  $d = 112 \pm 20 \text{ }\mu\text{m}$  (small) and  $d = 208 \pm 19 \text{ }\mu\text{m}$  (large). The characteristics of air are  $\eta = 1.85 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s}$  and  $\rho_f = 1.29 \text{ kg/m}^3$ , and the characteristics of water are  $\eta = 10^{-3} \text{ kg/m.s}$  and  $\rho_f = 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

LIST OF FIGURE CAPTIONS :

FIG. 1 : (a) Sketch of the submarine inclined plane configuration. (b) Sketch of the experimental setup.

FIG. 2 : Map of the different flow regimes in the  $(\theta, h/d)$  plane for experiments W1. Open circles are stationary flows and filled circles are wavy flows. Solid line is the  $h_{stop}(\theta)$  curve and the dashed line is the qualitative boundary between the stationary and wavy flow regimes. The insert shows the same data in the  $(\theta, h_g/d)$  plane.

FIG. 3 : Deposit thickness  $h_{stop}$  versus inclination angles in the subaqueous (W1) and aerial (A1) cases . The continuous and dashed lines show the qualitative trends for the submarine and aerial flows respectively.

FIG. 4 : Snapshot of a wavy flow (W1) for  $\theta = 42^\circ$  and  $h_g = 46.6d$ . The particles reservoir is on the left of the picture (not shown) and the flow is from left to right. The bright distorted line is the reflection of the laser sheet on the flow surface.

FIG. 5 : Front propagation for configuration W1: (a) snapshot of a submarine flow for  $\theta = 25^\circ$  and  $h_g = 72.5d$ . The bright curve is the laser sheet. The particles reservoir is on the left of the picture (not shown) and the flow is from left to right. (b) front position as a function of time for  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$  (c) Shape of the front at 4 different times for  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$ .

FIG. 6 : (a) Free surface profile at  $\theta = 26^\circ$  and  $h_g = 47d$  (b) time evolution of the flow thickness  $h$  and the pore pressure  $\Delta p_i$  above the pressure hose for  $\theta = 28^\circ$  and  $h_g = 56d$ .

FIG. 7 : Velocity measurements for submarine flows W1 (a) and aerial flows A1 (b). The dotted lines show the qualitative trend.

FIG. 8 : Velocity measurements for submarine flows W2 (a) and aerial flows A2 (b). The dotted lines show the qualitative trend.

FIG. 9 : Pressure vs thickness in physical units for submarine flow W1 (a) and W2 (b).

FIG. 10 : Sketch of the motion of a grain  $z(t)$  during a simple shear  $\dot{\gamma}$  under a confining pressure  $P_g$ .

FIG. 11 : Different flow regimes in the  $(St, r)$  plane based on the fall of one grain (after Courrech du Pont<sup>18</sup>). The symbols show the extrem values reached for experiments with glass beads  $d = 112 \mu\text{m}$  in air (A1, open circles) and in water (A2, filled circles), with glass beads  $d = 208 \mu\text{m}$  in air (A2, open squares) and in water (W2, filled squares).

FIG. 12 : Correlation between the viscous time ratio  $I_v$  (W1) or  $I_{ff}$  (A1) and the friction coefficient  $\mu = \tan \theta$  for immersed flows W1 and aerial flows A1. The insert shows the same data in linear scale.

FIG. 13 : Correlation between the viscous time ratio  $I_v$  (W1: open circles, W2: open squares) or  $I_{ff}$  (A1: filled circles, A2: filled squares) and the friction coefficient  $\mu = \tan \theta$  for immersed flows W1, W2 and aerial flows A1, A2. The solid line is Eq. (17) with  $\mu_1 = 0.43$ ,  $\mu_2 = 0.82$  and  $I_0 = 0.27$ . The insert shows the same data in linear scale.

FIG. 14 : Relative pressure  $\Delta p_i / \Delta \rho g h \cos \theta$  as a function of  $I_v$  for submarine flows W1 (a) and W2 (b). The dotted lines show the qualitative trend.





# Chapitre 6

## Instabilité de l'écoulement : ondes de surface

### 6.1 Introduction

Au cours de nos expériences, nous avons pu observer une déformation de l'interface milieux granulaire/fluide clair sous forme d'onde. Ces ondes sont transversales, et sont plus rapides que la vitesse (moyennée sur l'épaisseur) de l'écoulement. L'amplitude des ondes de surface augmente jusqu'à ce que l'écoulement soit une suspension lâche où les grains ne sont plus en contact. La mesure d'une importante pression pour le fluide interstitiel confirme que l'écoulement est devenu une suspension. Cette dernière mesure n'a été possible que sur quelques écoulements suffisamment instables pour que l'écoulement soit déjà une suspension sur le point de mesure de la pression du fluide (configuration rare). Cette instabilité semble être le moteur de la mise en suspension d'un écoulement où les grains sont initialement en contact.

D'autre part, les expériences faites sur la contrainte de cisaillement due au fluide se trouvant au dessus de l'écoulement font apparaître que celle-ci est négligeable, nous n'avons pas une instabilité de cisaillement (voir § 4.5.1).

Ce phénomène d'ondes de surface a déjà été observé et étudié pour les fluides newtoniens et pour les écoulements granulaires secs. Dans le cas de fluides newtoniens, lorsqu'un film s'écoule, des "roll waves" semblables à des ondes de surface apparaissent, caractérisées par de grandes longueurs d'onde (par rapport à l'épaisseur de l'écoulement). Les premiers travaux de caractérisation de cette instabilité ont été faits par Kapitza et Kapitza en 1949, suivis par de nombreux travaux expérimentaux et théoriques (Chang en

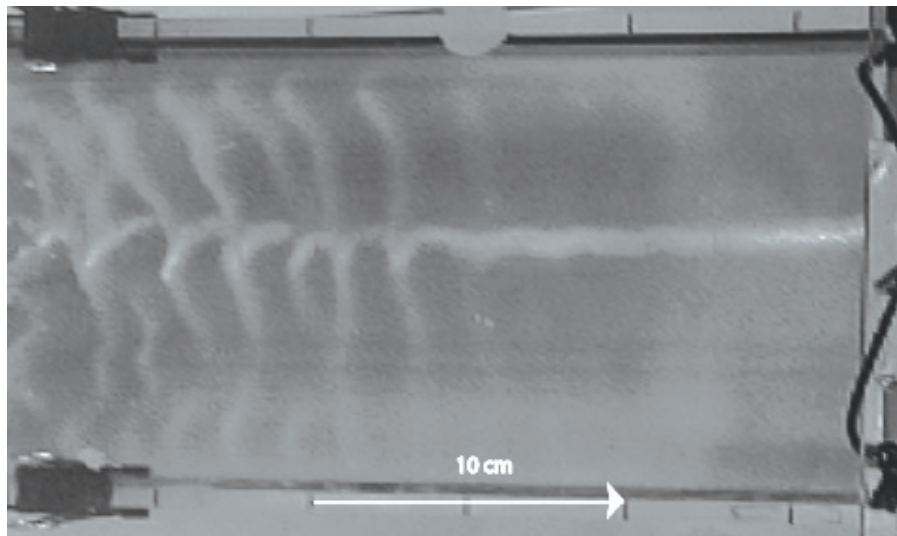


FIG. 6.1 – Écoulement instable filmé par le haut.

1994 et Oron et al. et 1997). Un phénomène semblable a été observé pour des écoulements granulaires secs, dans la même configuration d'écoulement (fine épaisseur) : Savage (1979) rapporte la formation d'ondes de surface pour des écoulements rapides sur fond rugueux, et des études dans des configurations analogues font apparaître ces mêmes ondes durant l'écoulement (Davies 1988, Vallance 1996 et Ancey 1997).

Forterre (2003) a fait une étude linéaire de cette instabilité. Dans son étude, les ondes apparaissent d'autant plus que l'épaisseur d'écoulement est faible. Dans le cas où les billes de verre sont utilisées, un forçage est nécessaire à l'étude expérimentale de l'instabilité : sinon les ondes apparaissent trop tard sur le plan, rendant alors l'étude expérimentale impossible. Or, dans le cas où l'écoulement a lieu sous l'eau avec des billes de verres, les ondes de surface apparaissent très rapidement sur le plan, révélant donc une différence avec l'instabilité pour un écoulement sec.

Nous avons donc repris l'étude de stabilité de Forterre (2003) qui utilise les équations de Savage et Hutter (1989), en utilisant cette fois notre définition du coefficient de friction  $\mu_{visqueux}$  (équation 5.39) dans les équations de bilan d'impulsion moyennées sur l'épaisseur.

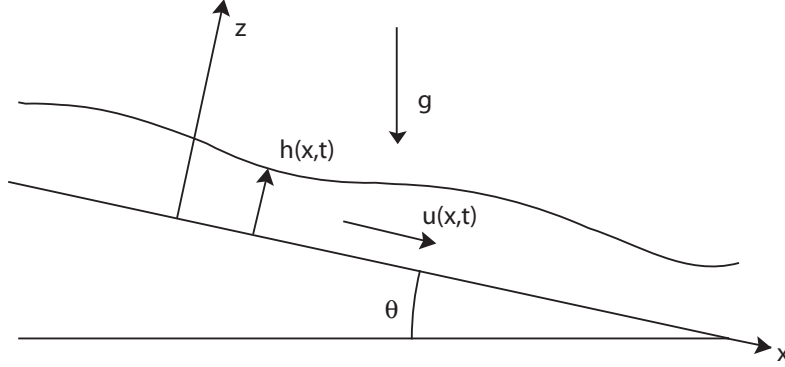


FIG. 6.2 – Schéma de l'écoulement.

## 6.2 Equations

Soient  $h$  et  $u$  l'épaisseur et la vitesse d'écoulement du matériau immergé (figure 6.2). On peut écrire les équations de conservation de la masse et de l'impulsion, moyennées sur l'épaisseur :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0, \quad (6.1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial hu}{\partial t} + \beta \frac{\partial hu^2}{\partial x} \right] = (\tan\theta - \mu - \Gamma \frac{\partial h}{\partial x}) \rho gh \cos\theta. \quad (6.2)$$

Les forces qui apparaissent dans le bilan d'impulsion (6.2) sont respectivement le poids, la contrainte tangentielle à cause de la friction entre le fond et l'écoulement, et une force d'étalement. Le facteur  $\Gamma$  est le rapport entre la contrainte normale selon  $z$  et la contrainte normale selon  $x$ . Pour le calcul, on choisira une pression isotrope ( $\Gamma=1$ ). Le terme  $\beta$  est défini par  $\beta = \bar{u}^2 / \bar{u}^2$  (les moyennes sont calculées sur l'épaisseur). Ce terme permet de fermer le système d'équation, et de choisir un profil de vitesse (figure 6.3).

On écrit ensuite des équations sans dimension en utilisant les vitesses et épaisseurs caractéristiques  $u_0$  et  $h_0$ .

$$h = Hh_0, u = Uu_0, t = T \frac{h_0}{u_0}, x = Xh_0$$

Les équations de conservation de la masse et de conservation d'impulsion deviennent :

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial HU}{\partial X} = 0 \quad (6.3)$$

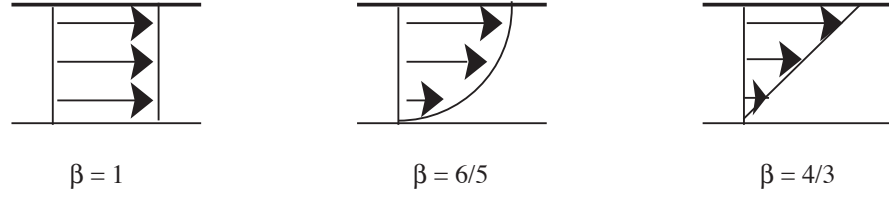


FIG. 6.3 – Valeur du coefficient  $\beta$  défini pour différents profils de vitesse. a) profil uniforme, b) profil parabolique, c) profil linéaire

$$F^2 \left( \frac{\partial HU}{\partial T} + \beta \frac{\partial HU^2}{\partial X} \right) = (\tan\theta - \mu - \frac{\partial H}{\partial X})H, \quad (6.4)$$

avec un nombre de Froude défini selon les grandeurs de l'écoulement non perturbé :

$$F = \frac{u_0}{\sqrt{gh_0 \cos\theta}}. \quad (6.5)$$

Pour simplifier l'écriture, nous injectons des solutions de la forme  $H = 1 + H_1$  et  $U = 1 + U_1$ , en ayant pris  $H_0 = 1$  et  $U_0 = 1$  pour l'état de base de l'écoulement, et avec  $H_1 \ll 1$  et  $U_1 \ll 1$  pour les petites perturbations d'épaisseur et de vitesse. Nous avons aussi défini les termes de dérivation du coefficient de friction par rapport à l'épaisseur et la vitesse de l'écoulement :

$$a = \frac{\partial \mu}{\partial U}, b = \frac{\partial \mu}{\partial H}.$$

Nous obtenons finalement les équations :

$$\frac{\partial H_1}{\partial T} + \frac{\partial H_1}{\partial X} + \frac{\partial U_1}{\partial X} = 0, \quad (6.6)$$

$$F^2 \left( \frac{\partial U_1}{\partial T} + (\beta - 1) \frac{\partial H_1}{\partial X} + (2\beta - 1) \frac{\partial U_1}{\partial X} \right) = -aU_1 - bH_1 - \frac{\partial H_1}{\partial X}, \quad (6.7)$$

pour la conservation de la masse et de l'impulsion respectivement.

Les équations obtenues étant linéaires en perturbation, nous pouvons faire une décomposition des solutions dans une base de Fourier, et injecter des modes normaux de la forme :

$$H_1(x, t) = \hat{H} \exp(i(Kx - \Omega t)), U_1(x, t) = \hat{U} \exp(i(Kx - \Omega t)). \quad (6.8)$$

Après comparaison de (6.6) et (6.7), on obtient

$$-\Omega^2 + 2\beta\Omega K + \frac{i}{F^2}((a - b)K\Omega) + \left(\frac{1}{F^2} - \beta\right)K^2 = 0. \quad (6.9)$$

Cette équation de dispersion permet de procéder à une analyse spatiale et temporelle du problème. Afin de pouvoir confronter nos résultats avec la théorie, nous procéderons uniquement à une analyse spatiale.

### 6.3 Analyse spatiale

Pour l'analyse spatiale, nous considérons la pulsation  $\Omega$  réelle, et le nombre d'onde  $K$  complexe. On note  $K_r$  et  $K_i$  les parties réelles et complexes de ce nombre d'onde. Nous avons alors une expression  $K(\Omega)$  de la forme :

$$K_r^\pm = \frac{\beta}{\left(\beta - \frac{1}{F^2}\right)} \Omega \mp \frac{\sqrt{2}\left(\frac{a}{F^2} - \beta b\right)}{F^2\left(\beta - \frac{1}{F^2}\right)} \Omega \left[-g(\Omega) + \left(g(\Omega)^2 + \frac{16\Omega^2}{F^4}\left(\frac{a}{F^2} - \beta b\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.10)$$

$$K_i^\pm = \frac{a - b}{2F^2\left(\beta - \frac{1}{F^2}\right)} \mp \frac{1}{2\sqrt{2}\left(\beta - \frac{1}{F^2}\right)} \left[-g(\Omega) + \left(g(\Omega)^2 + \frac{16\Omega^2}{F^4}\left(\frac{a}{F^2} - \beta b\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.11)$$

avec  $g(\Omega)$  donné par :

$$g(\Omega) = 4\left(\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}\right)\Omega^2 - \frac{(a - b)^2}{F^4} \quad (6.12)$$

Le graphique obtenu pour  $-K_i(\Omega)$  ne donne aucune fréquence de coupure, et ne sélectionne aucune longueur d'onde (pas de maximum) (Fig.6.4 b). La croissance spatiale tend donc vers une limite finie quand  $\Omega \rightarrow \infty$ . Le calcul asymptotique de  $K_i(\Omega)$  et  $K_r(\Omega)$  nous donne

$$K_r^\pm = \frac{\Omega}{\beta \pm \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}}}, \Omega \rightarrow \infty \quad (6.13)$$

$$K_i^\pm = \frac{\mp a\left(1 - \frac{b}{a} - \beta \mp \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}}\right)}{2F^2\left(\beta \pm \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}}\right)\sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}}}, \Omega \rightarrow \infty \quad (6.14)$$

On peut voir que la branche (-) est toujours stable, et que la branche (+) est instable pour la condition :

$$1 - \frac{b}{a} > \beta + \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}} \quad (6.15)$$

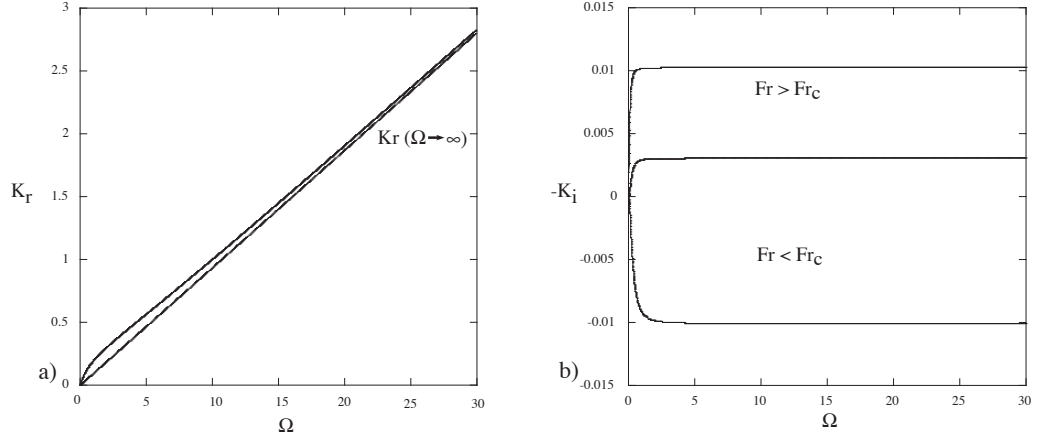


FIG. 6.4 – a) Partie réelle du nombre d'onde en fonction de  $\Omega$ . b) Partie imaginaire du nombre d'onde en fonction de  $\Omega$ .

Si on dimensionne la condition d'instabilité, on a :

$$u_0 + \frac{\partial u}{\partial h} h_0 > \left( \beta + \sqrt{\beta(\beta - 1) + \frac{1}{F^2}} \right) u_0 \quad (6.16)$$

Il ne reste qu'à remplacer le terme de dérivation dans l'inégalité pour confronter cette théorie à l'expérience. Nous utilisons la loi de friction trouvée dans le cas d'un écoulement granulaire immergé de la forme :

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1) \frac{1}{\frac{I_0}{I} + 1} \quad (6.17)$$

avec

$$I = \frac{3u}{h^2} \frac{\eta_f}{\alpha \Delta \rho g \cos \theta} \quad (6.18)$$

et  $\mu_1 = 0.43$  et  $I_0 = 1$ . Connaissant la forme de  $I$ , on décompose les dérivées partielles du coefficient de friction par rapport à ses paramètres  $u$  et  $h$  de la sorte :

$$\frac{\partial \mu}{\partial h} = \frac{\partial \mu}{\partial I} \frac{\partial I}{\partial h}, \quad (6.19)$$

et

$$\frac{\partial \mu}{\partial u} = \frac{\partial \mu}{\partial I} \frac{\partial I}{\partial u}. \quad (6.20)$$

On obtient finalement la forme des dérivées partielles

$$a = \frac{\partial \mu}{\partial u} = \frac{II_0}{u} \frac{\mu_2 - \mu_1}{(I_0 + I)^2}, \quad (6.21)$$

et

$$b = \frac{\partial \mu}{\partial h} = \frac{-2II_0}{h} \frac{\mu_2 - \mu_1}{(I_0 + I)^2}. \quad (6.22)$$

En remplaçant  $a$  et  $b$  sous leur forme sans dimension dans la condition de stabilité, nous obtenons alors une condition qui ne dépend que du profil de l'écoulement  $\beta$  :

$$F^2 > \frac{1}{9 - 5\beta} \quad (6.23)$$

Le nombre de Froude apparaît comme seul critère de stabilité de notre écoulement. L'étude que nous avons faite (voir paragraphe 5.3) laisse présager un profil de vitesse parabolique au sein de l'écoulement, ce qui correspond à une valeur de  $\beta = 6/5$ . Le choix de cette valeur nous donne la valeur du Froude critique au-dessus de laquelle l'instabilité se déclenche :

$$F_c \approx 0.58. \quad (6.24)$$

Dans le cas des écoulements granulaires secs, le paramètre critique est aussi le nombre de Froude. Cependant, sa valeur pour laquelle la déstabilisation est observée est différente, à cause du profil de l'écoulement représenté dans cette étude par la valeur de  $\beta$  (qui est différent selon le cas d'un écoulement sec ou immergé), et de la différence du coefficient de friction entre un écoulement sec et immergé. Les grandeurs  $a$  et  $b$  prennent alors des valeurs différentes. De cette manière, la valeur du Froude critique en sec est  $F_c \approx 2/3$ , qui est une valeur voisine de la valeur critique pour un écoulement immergé.

## 6.4 Comparaison théorie/expérience

La figure (6.5) montre les courbes séparatrices théorique et expérimentale, entre les écoulements stables et instables. Pour tracer la courbe théorique, nous avons calculé, à  $\theta$  fixé, quelle était la valeur de l'épaisseur à partir de laquelle la valeur du Froude critique était atteinte. La courbe expérimentale, elle, ne permet pas de tracer la courbe séparatrice sur une grande plage d'angle. Mais une première comparaison sur le graphique 6.5 nous montre que les points expérimentaux sont en-dessous de la courbe théorique, ce qui signifierait que le seuil semble surestimé par la théorie. Cependant, l'estimation expérimentale étant faite juste à l'oeil, il faudrait forcer et mesurer le taux de croissance pour pouvoir des mesures rigoureuses.



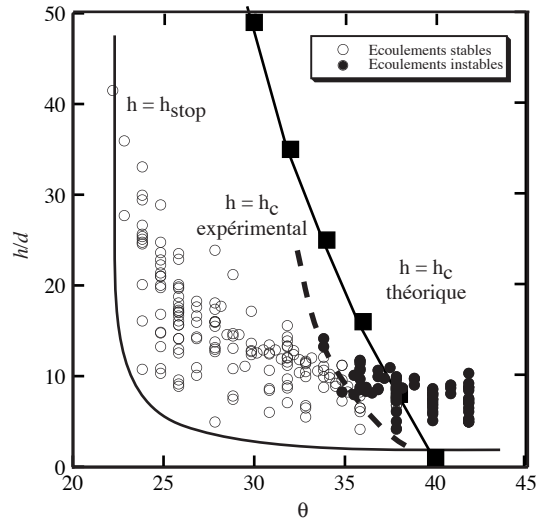


FIG. 6.5 – Graphique comparant la courbe séparatrice expérimentale et théorique, entre les écoulements stables et instables.

### 6.4.1 Discussion

L'étude théorique fait ressortir le nombre de Froude  $F_c$  comme critère de stabilité de l'écoulement avec une valeur critique déterminant l'apparition des ondes de surface (équation 6.23). Une autre façon de comparer les expériences et la théorie est de tracer le nombre de Froude en fonction du paramètre  $I$  (figure 6.6). Les points noirs représentent les écoulements où les ondes sont observées. Nous pouvons voir que les ondes apparaissent en-dessous du seuil prédit ( $F < F_c$ ). Sur ce graphe l'instabilité semble plus contrôlée par un  $I$  critique plutôt qu'un  $F$  critique. Or, nous savons que pour de grandes valeurs de  $I$ , l'écoulement subit une transition vers une suspension. Alors l'écoulement subirait une transition de régime d'un écoulement dense vers une suspension, qui se produirait avant l'instabilité prédite par les équations.

On peut donc supposer que l'écoulement devient une suspension suite à une transition de régime, augmentant alors la pression du fluide interstitiel à partir de  $I \approx 1$ . L'étude de Mohrig *et al.* (1998) a montré que pour un nombre de Froude  $Fr \approx 0.4$ , la vitesse de l'écoulement augmente de manière significative à cause de l'hydroplaning : la pression du fluide augmente suf-

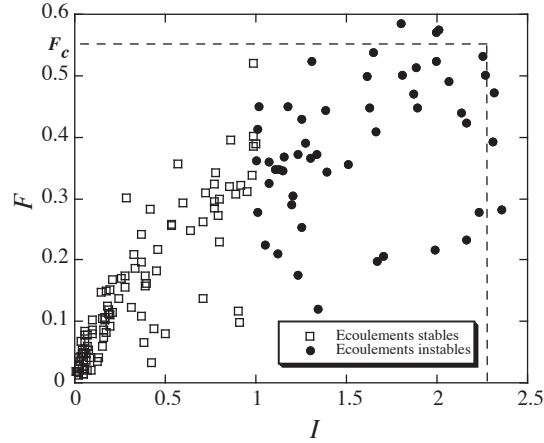


FIG. 6.6 – Graphique représentant le nombre de Froude  $F$  de nos expérience en fonction du nombre  $I$  pour les écoulements granulaires immergés, avec les billes de  $112 \mu\text{m}$

fisamment pour porter l'écoulement. Ce qui signifie que dans ce cas, c'est le nombre de Froude qui permet de déterminer la transition vers une suspension (au lieu d'un nombre  $I$ ). Il est intéressant de voir que même si les mécanismes sont différents dans les deux cas (transition de régime d'une part pour Mohrig *et al.*, instabilité d'écoulement dans notre étude), la suppression du fluide est observée pour une valeur voisine du nombre de Froude critique.

### 6.4.2 Mesure de la longueur d'onde

Pour éprouver la correspondance avec l'expérience, nous avons aussi mesuré la période d'une onde. Pour cela, nous avons filmé un écoulement instable par le haut, avons fixé un point du plan durant l'expérience, et regardé le temps qui sépare deux maxima des ondes de surface. Nous avons obtenu une période  $T = 0.17 \text{ s}$  et donc une pulsation  $\omega \approx 35.7 \text{ s}^{-1}$ . D'après l'équation (6.10), cette fréquence correspond à un nombre d'onde  $k \approx 0.605 \text{ m}^{-1}$  ce qui donne une longueur d'onde  $\lambda \approx 2.3 \text{ cm}$ . La longueur d'onde théorique obtenue est du même ordre de grandeur que celle que nous pouvons observer sur la photo (6.1).

### 6.4.3 Conclusion

L'étude de cette instabilité de surface nous permet de voir que les ordres de grandeur prédits théoriquement (longueur d'onde de déstabilisation et Froude critique) ne sont pas mauvais, mais la correspondance n'est pas satisfaisante pour pouvoir conclure quant aux phénomènes qui régissent exactement l'instabilité observée. Des expériences plus poussées en forçant l'instabilité sont nécessaires. Toutefois, il semble que l'instabilité soit associée à une transition vers une suspension. D'autre part, un autre facteur peut être la cause du manque de coïncidence avec la théorie : le coefficient de friction  $\mu(I_{visqueux})$  est validé pour les écoulements stationnaires et uniformes. Mais pour des écoulements instationnaires, le rôle du liquide interstitiel devient plus compliqué, comme nous le verrons dans le chapitre 9, où nous avons fait quelques expériences instationnaires.

# Chapitre 7

## Dynamique d'un bloc poreux

### 7.1 Introduction

Les expériences que nous avons conduites nous ont permis de mettre en évidence deux phénomènes durant les écoulements granulaires immergés : la friction, et l'interaction fluide/grains à travers la surpression du fluide interstitiel mesurée durant les écoulements. Nous allons utiliser ces deux éléments pour modéliser un écoulement granulaire immergé, et essayer de mieux comprendre le rôle du fluide au sein de l'écoulement. Nous pourrions voir aussi quelles sont les influences de la viscosité du fluide sur la vitesse d'écoulement.

L'ensemble des grains va être modélisé par un bloc poreux infini avec une surface intérieure sinusoïdale, qui va couler sur une surface sinusoïdale imperméable. Pendant l'écoulement, le poreux sera initialement au contact avec le fond, et le mouvement de montée/descente du poreux pendant l'écoulement va engendrer une circulation de fluide dans le poreux et ainsi créer une force visqueuse que nous supposerons perpendiculaire à la direction de l'écoulement. La force visqueuse va donc varier au cours du temps. Cette modélisation se place donc dans le même contexte que l'expérience menée par Iverson et Lahausen (1989), sauf que le bloc mobile est ici modélisé par un milieu poreux effectif.

Nous avons alors trois points communs entre ce modèle et l'expérience :

- la présence de la friction ;
- la forme de la dissipation visqueuse à cause de l'interaction fluide/solide ;
- la vitesse relative horizontale fluide/solide qui est nulle.

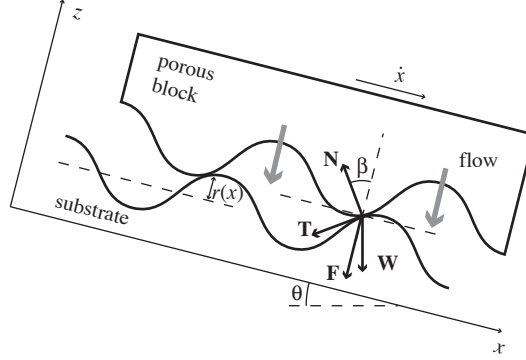


FIG. 7.1 – Figure montrant le bilan des forces qui s'exercent sur un bloc poreux glissant sur un fond sinusoïdal.

Ces hypothèses permettent de faire le bilan des forces qui s'exercent sur le bloc poreux. La force motrice du bloc poreux est son poids :

$$\vec{W} = \Phi \Delta \rho d w H \vec{g}, \quad (7.1)$$

où  $d$ ,  $w$ , et  $H$  sont respectivement la longueur, la largeur et l'épaisseur du bloc. Le mouvement vertical du bloc poreux va créer une circulation de fluide à l'intérieur. Nous allons écrire une force dérivée de l'équation de Darcy. La différence de pression de part et d'autre du bloc est :

$$\frac{\Delta p}{H} \vec{e}_z = -\frac{\eta}{k} \vec{u}_f, \quad (7.2)$$

où  $\eta$  est la viscosité du fluide,  $k$  la perméabilité du poreux, et  $\vec{u}_f$  la vitesse du fluide suivant  $z$ . Le gradient de pression ainsi développé définit une force :

$$\vec{F} = -d w \Delta p \vec{e}_z = \frac{\eta m}{k \Phi \rho_p} \vec{u}_f. \quad (7.3)$$

Pour pouvoir déterminer la trajectoire du bloc poreux à partir du bilan des forces, il faut remplacer la vitesse du fluide par la vitesse verticale du bloc :  $\vec{u}_f = -\vec{u}_z$ , ce qui nous donne la forme finale de la force poreuse :

$$\vec{F} = -\frac{\eta m}{k \Phi \rho_p} \vec{u}_z. \quad (7.4)$$

Le bloc subit aussi la réaction normale du fond  $\vec{N}$ , perpendiculaire au déplacement du bloc tant qu'il y a contact. Ce qui engendre une force tangentielle de frottement  $\vec{T}$ , proportionnelle à la réaction normale :

$$\vec{T} = \mu_g \vec{N} \quad (7.5)$$

avec  $\mu_g = \tan \theta_g$  le coefficient de friction, et  $\theta_g$  l'angle de friction. L'équation du mouvement est donc :

$$m\ddot{\vec{x}} = \vec{W} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}, \quad (7.6)$$

avec  $\vec{x}$  la position. Les détails du calcul sont développés dans l'article (§ II.A), et font apparaître lors de l'adimensionnement un nombre de Stokes qui pondère l'influence de la force poreuse sur l'écoulement. Nous étudierons l'influence du nombre de Stokes sur les angles et vitesses d'écoulement, ainsi que les conséquences des conditions initiales (valeur initiale de la vitesse).

## 7.2 Résumé des résultats

En utilisant la condition de contact (7.5) et des variables d'espaces et de temps sans dimension (voir Article §II.A), l'équation (7.6) peut se ramener à une équation suivant  $X$  :

$$\ddot{X} \left( 1 + \mu(X) \frac{dR}{dX} \right) = \sin \theta - \mu(X) \cos \theta - \mu(X) \left( \dot{X}^2 \frac{d^2 R}{dX^2} + \frac{1}{St} \dot{X} \frac{dR}{dX} \right) \quad (7.7)$$

où  $R$  est la position verticale sans dimension du bloc (uniquement quand il est en contact avec le fond), et  $\mu(X)$  est un coefficient de friction. Pour simplifier l'écriture des équations, nous avons défini un coefficient de friction effectif, en modulant l'angle statique  $\theta_g$  avec la pente locale du plan  $\beta$  :

$$\mu(X) = \tan(\theta_g + \beta(X)). \quad (7.8)$$

avec  $\tan \beta = dR/dX$ . Le nombre de Stokes apparaît aussi dans l'équation 7.7 :

$$St = \frac{k\Phi}{\eta} \sqrt{\frac{g\rho_p \Delta\rho}{d}}. \quad (7.9)$$

Les deux paramètres de contrôle sont  $\theta$  et  $St$ . Le modèle développé fait apparaître un écoulement stationnaire pour le bloc poreux : il atteint une vitesse finale moyenne constante. Cependant, les équations du mouvement font apparaître le nombre de Stokes comme paramètre important : sa valeur fait varier l'importance du terme poreux/visqueux dans le bilan des forces, ce qui va influencer les vitesses et angles d'écoulement du bloc poreux.

### 7.2.1 Vitesse et angles d'écoulement

Pour un nombre  $St^{-1}$  fixe, le bloc poreux ne bouge que pour une gamme d'angles bien déterminés (figure 7.2). Au-dessous de l'angle minimum de

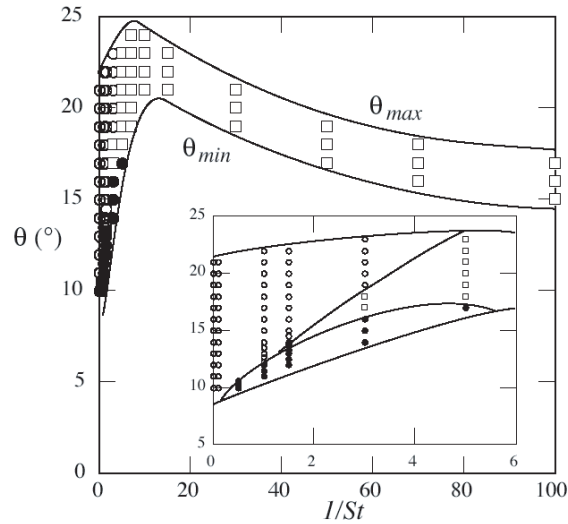


FIG. 7.2 – Graphique montrant les angles d'écoulements possibles à  $St^{-1}$  fixé, ainsi que les trajectoires du bloc poreux correspondant à différents régimes : un régime inertiel (ronds vides), un régime de contact (ronds pleins), et un régime visqueux (carrés vides), illustrés sur la figure 7.4. L'insère donne les vitesses d'écoulement et les trajectoires pour  $0 < St^{-1} < 6$ .

coulée, la friction dissipe trop d'énergie, le bloc ralentit et s'arrête. Au-dessus de l'angle maximum de coulée, les forces ne dissipent plus suffisamment et le bloc accélère. Quand on augmente  $St^{-1}$ , la valeur des angles d'inclinaisons augmente jusqu'à  $St^{-1} = 30$ . Au-delà de cette valeur, les angles d'écoulement rediminuent, ce qui s'explique par la trajectoire du bloc poreux qui reste peu en contact avec le fond durant la phase descendante. Il reprend contact plus haut dans la phase montante du fond, ce qui permet au bloc d'avoir une pente plus faible à remonter (figure 7.4). C'est pour cela que les angles de coulée diminuent pour les grandes valeurs de  $St^{-1}$ .

La vitesse des écoulements diminue quand on augmente  $St^{-1}$  (figure 7.3). En augmentant ce nombre, la dissipation visqueuse augmente aussi. Ainsi, quand le bloc poreux est en contact avec le fond, la force poreuse augmente, augmentant la force normale et donc la friction, ce qui explique la diminution de la vitesse de coulée.

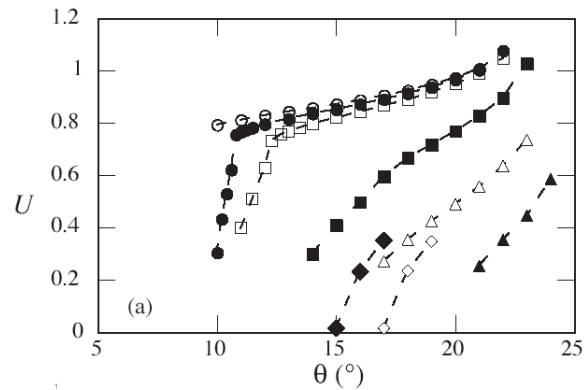


FIG. 7.3 – Graphique donnant la vitesse moyenne d’écoulement en fonction de  $\theta$ , pour différents  $St^{-1}$ .  $St^{-1} = 0$  (cercles vides),  $St^{-1} = 0.5$  (cercles pleins),  $St^{-1} = 1$  (carrés vides),  $St^{-1} = 3$  (carrés pleins),  $St^{-1} = 5$  (triangles vides),  $St^{-1} = 10$  (triangles pleins),  $St^{-1} = 50$  (losanges vides),  $St^{-1} = 100$  (losanges pleins).

### 7.2.2 Trajectoires

En faisant varier la valeur de  $St^{-1}$ , nous avons observé trois types de trajectoires se répartissant sur la gamme des valeurs de  $St^{-1}$  autorisant un écoulement stationnaire. Nous avons alors défini trois régimes d’écoulement. Le premier type d’écoulement est un régime inertiel ( $St^{-1}$  très faible) où le bloc perd contact avec le fond périodiquement avant chaque sommet du fond à cause de son inertie (figure 7.4 a), puis retombe provoquant alors une dissipation par collision inélastique lors du choc avec le fond. Le deuxième type d’écoulement apparaît quand on augmente la valeur de  $St^{-1}$  : le bloc poreux ne perd jamais le contact avec le fond (figure 7.4 b). Sa trajectoire suit alors exactement la forme du fond. La seule source de dissipation est alors la friction. Le troisième type d’écoulement intervient quand le terme visqueux devient grand, à partir de  $St^{-1} \approx 30$  (figure 7.4 c). Le bloc poreux perd alors le contact avec le fond après chaque sommet à cause de la force visqueuse qui devient suffisamment importante pour compenser le poids du bloc. La dissipation par collision inélastique intervient quand le bloc reprend contact avec le fond.



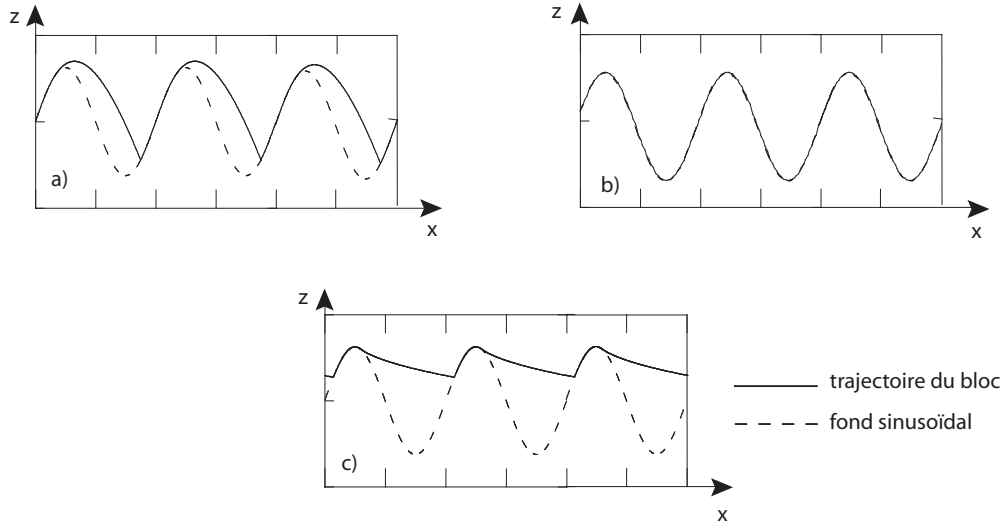


FIG. 7.4 – Trajectoire du bloc poreux pour les trois régimes de coulée : a) régime inertiel, b) régime de contact, c) régime visqueux.

### 7.2.3 Écoulements à vitesse initiale non nulle

Nous avons aussi étudié la stabilité des écoulements en donnant une vitesse initiale au bloc poreux. En donnant une vitesse initiale suffisamment importante, d'autres écoulements stables sont apparus, ayant des vitesses d'écoulement plus importantes, et des trajectoires particulières (figure 7.5). La trajectoire du bloc laisse penser que pour les écoulements les plus énergétiques, c'est le choc lorsque le poreux reprend contact avec le fond qui dissipe suffisamment d'énergie pour que l'écoulement reste stationnaire. En augmentant la valeur de  $St^{-1}$ , ces écoulements de grande énergie apparaissent pour des angles plus faibles que ceux de l'écoulement de base. Mais il est aussi apparu qu'en augmentant encore la vitesse initiale, l'écoulement pouvait ne pas se restabiliser vers un écoulement stationnaire, et accélérer (même pour les angles où le bloc sans vitesse initiale s'arrête). Si la vitesse initiale est trop importante, le bloc glisse sur un film liquide et les chocs ne suffisent donc plus pour le stabiliser, ce qui engendre un écoulement accéléré. Ce dernier résultat nous montre que même pour des inclinaisons où le bloc poreux n'est pas supposé pouvoir couler, une injection d'énergie suffisante peut provoquer un écoulement accéléré. Ce cas pourrait être analogue à un écoulement granulaire arrêté, qui peut redémarrer si on le force, et se déstabiliser vers une suspension (perte de contact entre les grains provoquant une lubrification)

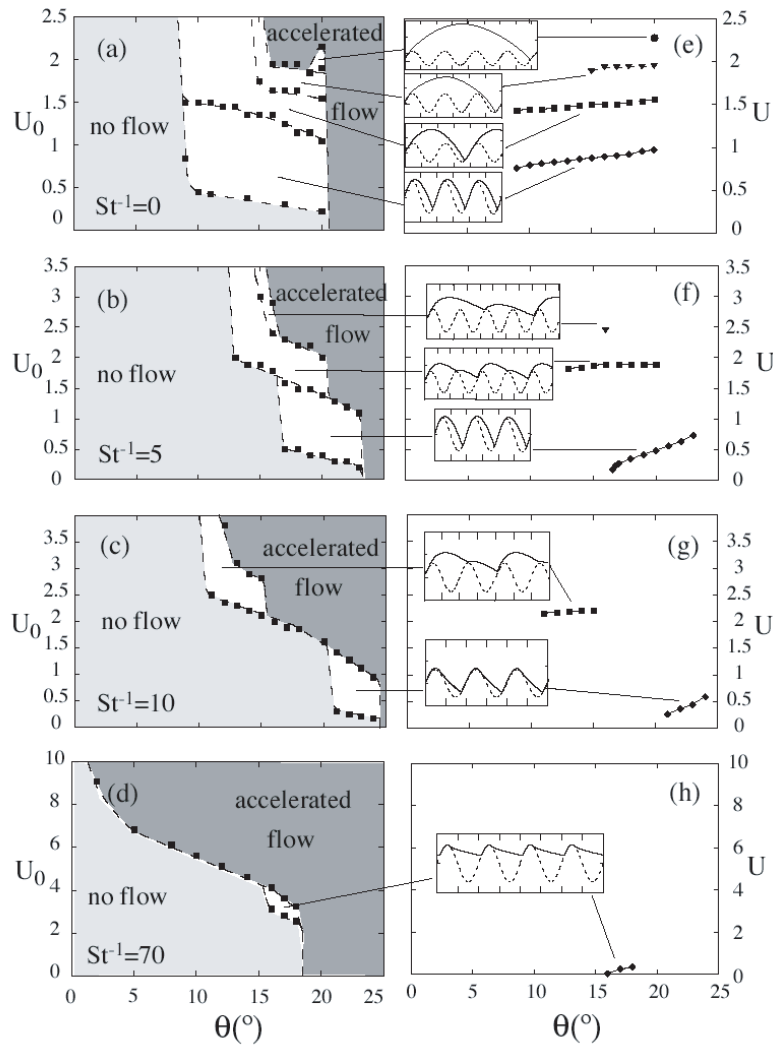


FIG. 7.5 – à gauche : graphiques de stabilité. La vitesse initiale  $U_0$  et  $\theta$  conditionnent le régime (trajectoire et vitesse finale) accessible au bloc. à droite : vitesse de coulée du bloc, dépendant de la vitesse initiale et de l'angle d'écoulement

qui s'écoule pour des inclinaison faibles.

### 7.2.4 Pression moyenne

Pour calculer la pression du fluide, nous avons utilisé l'expression de la force poreuse (equation 7.2). Nous avons calculé sa valeur moyenne sur un nombre entier de périodes du mouvement du bloc poreux.

$$P \propto \frac{1}{T} \int_0^T \dot{z} dt \quad (7.10)$$

Pour un écoulement stationnaire, le mouvement étant périodique, l'intégrale es nulle et la pression moyenne du fluide est alors elle aussi nulle. Dans notre modèle, les effets du fluide ne créent donc pas de surpression pour un écoulement stationnaire. Ce n'est plus le cas pour un écoulement instationnaire où le bloc accélère : la vitesse normale du bloc n'étant plus alors périodique, la pression moyenne du fluide augmente alors.

## 7.3 Discussion

Cette modélisation montre qu'il existe différentes trajectoires pour des écoulements stationnaires. Les plus intéressantes sont celles où le bloc ne décolle pas du fond. Un tel phénomène est rendu possible grâce au couplage entre la friction et la viscosité qui intervient dans la force normale. Ce couplage crée une dissipation alors suffisante pour que le bloc n'accélère pas.

Le fluide a une autre conséquence importante : nous avons pu observer que pour des écoulements arrêtés (inclinaison insuffisante), la présence du fluide peut rendre un écoulement possible, si le bloc poreux a une vitesse initiale suffisante. Le bloc peut alors avoir un écoulement stationnaire ou accéléré (en fonction de l'inclinaison du plan ou de la vitesse initiale). Ce résultat montre que le fluide a un rôle dans la mobilité du bloc, et nous donne peut-être un premier indice en ce qui concerne la grande mobilité des écoulements à faible angle observés dans la nature.

Le fluide joue donc un rôle essentiel dans les dynamiques possibles pour le bloc poreux, mais sa pression moyenne reste nulle pour les écoulements stationnaires.

Le lien entre ces résultats et les avalanches reste toutefois ténu. Le seul lien que nous pouvons peut-être faire est celui de la possibilité d'un écoulement à angle faible, phénomène observé dans la nature. Il s'agit cependant d'un modèle très simplifié, mais qui a permis la mise en évidence d'un couplage entre les forces fluide et la friction.

## 7.4 Article

"Dynamics of sliding porous block : a toy model for submarine avalanches", Cassar Nicolas and Pouliquen, *Phys. Rev. E.*, soumis.

# Dynamics of a sliding porous block: a toy model for submarine avalanches

C. Cassar, O. Pouliquen & M. Nicolas

*IUSTI, Université de Provence - CNRS,*

*5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille cedex 13, France*

(Dated: May 20, 2005)

## Abstract

The role of the interstitial fluid in granular flows is investigated through a toy model consisting in an immersed porous block sliding down a rough substrate. The roughness is modeled by a sinusoidal interface. We show that the up and down motion of the block moving over the sinusoidal substrate induces viscous forces through the porous media which dramatically influence the trajectory. The model is entirely defined by two dimensionless numbers: the Stokes number measuring the relative influence of gravity and viscous effects and the substrate angle  $\theta$ . Depending on the values of these two parameters, three flow regimes are found: a contact regime, a ballistic regime, and a lubricated regime.

## I. INTRODUCTION

The flow of granular material in interaction with a fluid is a topic of great interest for geophysical flows. Snow avalanches, submarine avalanches [1, 2], landslides, debris flows [3] or fault dynamics [4, 5] are typical examples where the fluid has a strong influence on the granular behavior. Hydrodynamic approaches often describe the mixture of solid particles and fluid as an effective fluid with a chosen rheology [6, 7]. However, such an approach appears to be oversimplified in some situations, as it does not precisely take into account the interaction between the particles and the fluid. The coupling between the deformation of the porous solid matrix formed by the grains and the fluid motion through this porous media is complex and may induce important variations of the interstitial fluid pressure, also called the pore pressure [4]. Depending on situations, this coupling may help or hinder the flow of the particles. For example, if the basal pore pressure is sufficiently large to support the material weight, the friction coefficient may drop to zero and this may lead to a strong increase of the flow velocity [8].

Mixture of grains and liquid have been the subject a many studies, mainly focused on the suspension regime, where the particles interact trough hydrodynamics interactions and not through contacts [9, 10]. Recent studies have adressed the dense flow regime where particles are in contact and frictional forces are predominant. The influence of the interstitial fluid in this regime have been investigated in hour glasses [11], in rotating drums [12, 13] or on inclined planes [14]. However the coupling between the grains and the fluid is still not well understood.

One way to improve our understanding of granular flows is to consider toys models and study the motion of a single layer sliding on top of a corrugated plate. Such an approach has been very fruitful for dry granular flows [15]. The detailed analysis of the motion of one grain rolling down a corrugated bottom has helped understanding the source of dissipation and the basic mechanisms responsible to the hysteresis between flow and no flow in dry granular material [15–18]. The same kind of approach for flows in fluid could then give information about the role of the interstitial fluid.

The first study of this kind has been performed by Iverson and Lahusen [19]. They have experimentally measured the variation of the fluid pressure when two porous blocks slide one relatively to the other, the whole setup being immersed in fluid. They have shown that

during the motion, a negative and positive pore pressure alternatively develops corresponding to the motion of the top block on the bumpy surface. A theoretical description taking into account the elastic behavior of the porous block have been proposed for this configuration [20]. A numerical approach of this system has been recently developed [21], showing that the level of pore pressure can be quantified by the Darcyan flow inside the porous media.

In this paper we present a simpler version of this problem for which a detailed analysis of the role of the fluid can be carried out and in which relevant dimensionless numbers can be discussed. We consider the motion of an immersed porous media down an inclined plane (Fig. 1). Both the porous block and the plane have a sinusoidal shape to model the roughness between granular layers. When moving down the slope, the porous block follows the sinusoidal shape and then have an up and down motion which induces a flow through the porous media. The pressure gradient associated to this flow changes the normal force that applies at the contact between the block, and thus changes the friction force between the block and the substrate. Our aim is to study in detail this coupling to improve the understanding of the relation between the fluctuating motion of grains and the rheology of immersed granular material.

The model is presented in section (Sec. II). We then discuss the dry case in section III A before studying in detail the influence of the fluid in section III B. Discussions and conclusions are given in Sections IV and V.

## II. THEORETICAL MODEL

### A. Basic equations

We aim to describe the motion of a porous block sliding down a rough plane. The system is immersed in a bath of fluid of viscosity  $\eta$ . The block is supposed to be infinitely long in the  $x$  direction. The roughness of both the substrate and the sliding block is described by a function  $r(x)$  which is chosen sinusoidal of wavelength  $d$ :  $r(x) = Ad \sin(2\pi x/d)$ , where  $A$  is the relative amplitude of the roughness. The contact between the block and the substrate is then a single point. Let us write the motion equation for a slice of block of size  $d \times w \times H$  in the  $(x,y,z)$  reference frame, where  $w = 1$  is a unit width. The mass of the block is  $m = \phi dwH\rho_p$  where  $\rho_p$  is the density of the solid phase and  $\phi$  is the solid fraction.

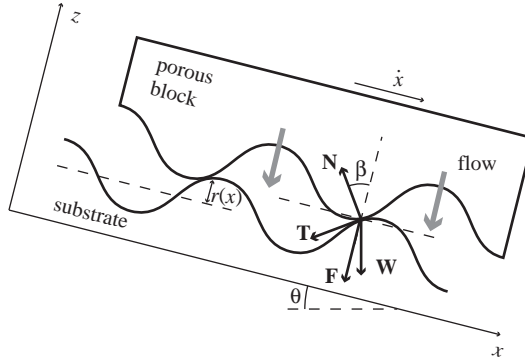


FIG. 1: Sketch of the system and forces acting on the porous block.

The motion of the porous block is governed by four forces: a gravity force  $\mathbf{W} = m'\mathbf{g}$  with  $m' = \phi\Delta\rho dwH$ , which drives the block downwards, a normal reaction force  $\mathbf{N}$  perpendicular to the bottom surface, a tangential friction force  $\mathbf{T}$ , and a viscous force  $\mathbf{F}$  arising from the fluid motion through the porous block (See Fig.1). The Newton's equation is

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \mathbf{W} + \mathbf{N} + \mathbf{T} + \mathbf{F}. \quad (1)$$

During the contact, the magnitudes of the normal and tangential friction forces are assumed to be related through a Coulomb's friction law

$$T = \mu_g N, \quad (2)$$

where  $\mu_g = \tan\theta_g$  is the friction coefficient between the block and the substrate and is written as the tangent of the friction angle  $\theta_g$ . The equation of motion (1) can be written as follows:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m'g \sin\theta - T_{eff} + F_x \\ -m'g \cos\theta + N_{eff} + F_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

with an effective tangential force  $T_{eff}$  and an effective normal force  $N_{eff}$ , related through  $T_{eff} = \mu(x)N_{eff}$  with a  $x$ -dependent friction coefficient

$$\mu(x) = \tan(\theta_g + \beta(x)). \quad (4)$$

We denote  $\beta$  the angle between the normal force and the  $z$  axis. This angle is related to the shape of the substrate through  $\tan\beta = dr/dx$ .



The next step is to model the hydrodynamics interaction  $\mathbf{F}$  between the block and the fluid. A detailed 3D description of the flow induced by the block motion in the open space and in the porous media is beyond the scope of this study. In the following we consider only the hydrodynamic force induced by the vertical motion of the block which induces a Darcy flow through the porous media. Doing so, we neglect the shear stress linked to shear of the fluid in the open space. This assumption is certainly valid when the permeability of the porous media is low, i.e. when the stress due to flow in the porous media is much higher than shear stress due to shear. Under this assumption the viscous force is along  $z$  only ( $\mathbf{F} = F\mathbf{e}_z$ ) and using the Darcy law one can write that the pressure difference between the bottom and the top of the block is  $\Delta p = (\eta/k)Hu_f$ , where  $k$  is the permeability and  $u_f$  is the filter velocity of the fluid through the porous medium simply equal to  $\dot{z}$ . The porous force is then  $F = dw\Delta p$  and can be written as follows:

$$F = -\frac{\eta m}{k\phi\rho_p}\dot{z}. \quad (5)$$

When the block is in contact with the substrate, the block coordinates  $x$  and  $z$  are related through  $z = r(x)$  and hence  $\dot{z} = \dot{x}(dr/dx)$  and  $\ddot{z} = \ddot{x}(dr/dx) + \dot{x}^2(d^2r/dx^2)$ .

The combination of Eqs. (3) and (5) leads to a single differential equation for the block position

$$\begin{aligned} \ddot{x} \left( 1 + \mu(x) \frac{dr}{dx} \right) &= g \frac{\Delta\rho}{\rho_p} (\sin\theta - \mu(x) \cos\theta) \\ &\quad - \mu(x) \left( \dot{x}^2 \frac{d^2r}{dx^2} + \frac{\eta}{k\rho} \dot{x} \frac{dr}{dx} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Introducing dimensionless variables  $X = x/d$ ,  $Z = z/d$  and  $T = t/\sqrt{d\rho_p/g\Delta\rho}$ , Eq. (6) becomes

$$\begin{aligned} \ddot{X} \left( 1 + \mu(X) \frac{dR}{dX} \right) &= \sin\theta - \mu(X) \cos\theta \\ &\quad - \mu(X) \left( \dot{X}^2 \frac{d^2R}{dX^2} + \frac{1}{St} \dot{X} \frac{dR}{dX} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

with a dimensionless parameter

$$St = \frac{k\phi}{\eta} \sqrt{\frac{g\rho_p\Delta\rho}{d}}. \quad (8)$$

This parameter can be interpreted as a Stokes number [12, 14] and gathers all the physical quantities describing the fluid and the porous block. The number  $St$  measures the relative

importance of gravity over viscous forces. High values of  $St$  corresponds to the case where the fluid plays no role, obtained for low viscosity or high permeability. Conversely the motion in a highly viscous liquid or the motion of a low permeability porous block is depicted by low value of  $St$ . In the following we focus on the difference between the dry case and the case with a fluid and will then discuss the dynamics in terms of  $St^{-1}$  instead of  $St$ , the dry case corresponding to  $St^{-1} = 0$ . A typical value of  $St^{-1}$  can be inferred from the flow of spherical particles down a rough plane. For  $100 \mu\text{m}$  glass particles immersed in water and forming a porous medium of permeability  $10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $1/St \approx 30$  ( $St \approx 0.03$ ). Changing the fluid to air gives  $1/St \approx 0.5$  ( $St \approx 2$ ).

Equation (7) is valid as long as the porous block is in contact with the substrate. However, the block can take off and Eq. (7) is no longer valid to describe its motion. This happens when the contact normal force  $\mathbf{N}$  vanishes which is equivalent to say that  $N_{eff}$  vanishes. The contact condition then writes:

$$\dot{X}^2 \frac{d^2 R}{dX^2} + \ddot{X} \frac{dR}{dX} + \cos \theta + \frac{1}{St} \dot{Z} \frac{dR}{dX} \geq 0. \quad (9)$$

Without contact, the block follows a trajectory which is described by the dimensionless equations:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta - St^{-1} \dot{Z} \end{pmatrix} \quad (10)$$

When the contact is renewed, the collision is considered to be fully inelastic, and the component of the velocity normal to the substrate at the point of impact is set to zero. If the collision occurs at time  $T$ , the velocity components  $\dot{X}(T^+)$  and  $\dot{Z}(T^+)$  along the  $x$  and  $z$  axis just after the collision are expressed as a function of velocity just before  $\dot{X}(T^-)$  and  $\dot{Z}(T^-)$ :

$$\begin{pmatrix} \dot{X}(T^+) \\ \dot{Z}(T^+) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & -\cos \beta \sin \beta \\ -\cos \beta \sin \beta & \sin^2 \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}(T^-) \\ \dot{Z}(T^-) \end{pmatrix} \quad (11)$$

where  $\beta$  is defined by  $\tan \beta = dR/dX$ , the local slope of the substrate.

Equations of motion (7) and (10) with the contact condition (9) and the collision rule (11) completely define the dynamics of our system. We have performed numerical simulations of this system for different values of the  $St$  parameter and different inclinations.

## B. Numerical method

Equations (7) for the contact flow or (10) for the flight flow were solved using a 4<sup>th</sup> order Runge-Kutta method. The temporal resolution  $\delta T$  is taken equal  $\delta T = 1/300$  corresponding to the best accuracy/speed ratio during computation. The contact condition (9) is tested at each time iteration, and the solver switches from (7) to (10) when the contact is lost.

We performed the computations with two sets of initial conditions. The first set is a zero initial velocity with an unstable initial position, such as  $X(0) = 1/4$ . The porous block is initially at rest over a crest of the substrate. It then begin to slide down the first valley and can eventually reach a periodic trajectory or remain trapped in the valley. The second set of initial condition we have studied in details consists in launching the block with an initial velocity  $U_0$ . In this case the initial position we choose is the stable position  $X(0) = \arccos(-\tan\theta/A)/2\pi - 1/2$  where the block is at the lowest height in the laboratory reference frame.

For both set of initial conditions we have performed simulations for different values of the Stokes number and different inclination. In each case we have computed the trajectories  $(X(T), Z(T))$  and the velocity  $(\dot{X}(T), \dot{Z}(T))$  and the mean velocity  $U$  defined as the time-averaged velocity over a wavelength.

## III. RESULTS

We have simulated the above equations for different roughnesses conditions such that the maximum slope of the sinusoid ranges between 10 and 30 degrees. The results are qualitatively the same and in the following we present result obtained for a maximum local slope equal to  $20^\circ$  which correspond to  $A = 1/16$ . We first present result obtained for the dry case when the Stokes number is infinite, before studying in details the influence of the fluid.

## A. Dry case: $St^{-1} = 0$

### 1. Dynamics with no initial velocity

When the block is released without initial velocity from a crest, three regimes are observed depending on the inclination. If the inclination is too low  $\theta < \theta_{min}$ , the block when released slides down the slope and stops in the valley. When inclination is too large  $\theta > \theta_{max}$ , the block accelerates, takes off, and never stops accelerating. The stationary regime when the block reaches a periodic trajectory with a well defined mean velocity is observed between the two angles for  $\theta_{min} < \theta < \theta_{max}$ . The existence of this steady regime is due to the balance between the gain of potential energy due to the slope and the loss of energy due to the inelastic collision [15]. As a result, all the trajectories corresponding to a steady motion exhibit a sliding part and a free flight part as shown in Figures 2(e) and 5(c). This is slightly different from the case that has been studied before of a single sphere on a bumpy plane made of particles (the tac-tac problem [15]). In this case the geometrical configuration of the bumpy plane allows collisions and thus dissipation without take off. Periodic trajectories without loss of contact are then observed contrary to the present model where the roughness is modeled by a simple sinusoidal shape.

### 2. Dynamics with an initial velocity

For a given inclination  $\theta$ , other time-periodic solutions can be achieved when the block is launched at a finite initial velocity and not just released from a crest. In order to investigate this dynamics, the block is placed at the position of zero slope in the valley and initiated at a velocity  $U_0$ . Depending on  $U_0$  and  $\theta$ , different trajectories are observed corresponding to the jump over one or more wavelengths during the take off as sketched in Fig. 2(e). The plane  $(\theta, U_0)$  can then be divided in different attraction domains (Fig. 2a). If the inclination is low or the initial velocity too small, the block stops after a transient motion and no flow is observed. At high inclination the block never reaches a periodic trajectory but accelerates along the plane. For an intermediate range of inclination, different trajectories are observed depending on the launch velocity. For a given  $\theta$ , two different initial velocities will lead to the same periodic motion at the same mean velocity  $U$  if they belong to the same domain of Fig. 2(a). To each domain corresponds an attractive branch  $U(\theta)$  which is plotted in Fig.

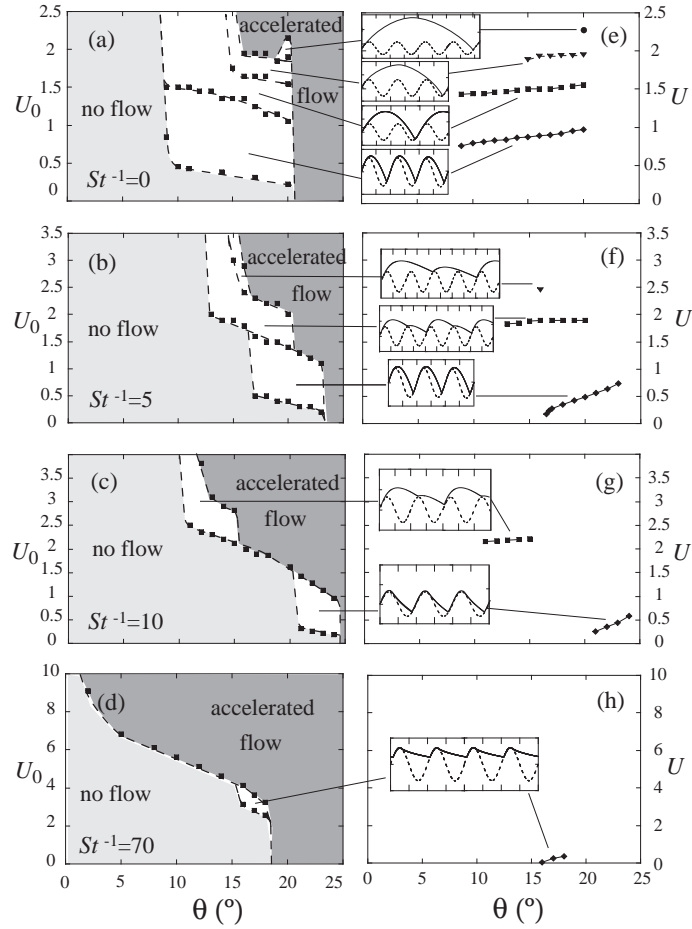


FIG. 2: (a)-(d) Domains in the  $(\theta, U_0)$  plane corresponding to different trajectories observed when launching the block at velocity  $U_0$ . The sketch of the corresponding periodic trajectories and the mean velocity are plotted in (e)-(h) for different value of  $St^{-1}$

2(e). Four domains have been observed corresponding to trajectories where the free flight of the block correspond to a jump over 1, 2, 3 or 4 crests before landing again.

In the following we now investigate the influence of the fluid on this dynamics by considering non zero  $St^{-1}$  parameter .

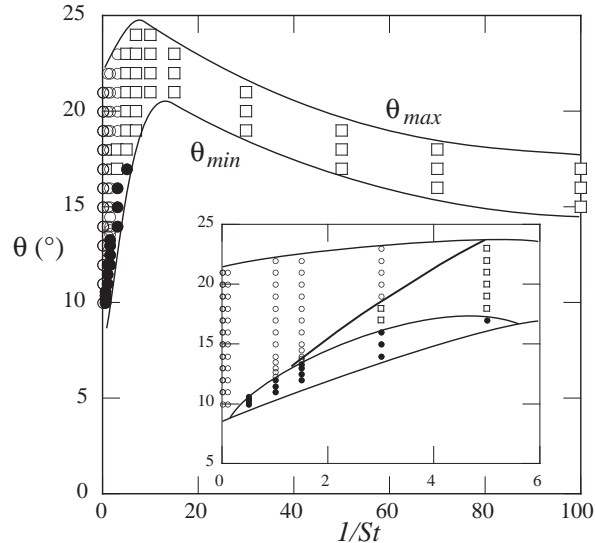


FIG. 3: Minimum and maximum angle for steady flows as a function of the inverse of Stokes number  $1/St$ . The symbols show the different flow regimes: flow with permanent contact (filled circles), ballistic trajectories (open circles) and lubricated flows (open squares).

## B. Role of the fluid: $St^{-1} \neq 0$

### 1. Dynamics with no initial velocity

For the case when the block is simply released from a crest with no initial velocity, the fluid influence is first to change the range of inclination for which the block moves down the slope at a constant mean velocity. As presented in Fig. 3 both the minimum and maximum angles of steady flows are higher with a fluid than in the dry case. But this influence is non monotonic. Starting from  $10^\circ$  for the dry case  $St^{-1} = 0$ , the minimal angle  $\theta_{min}$  first increases up to  $21^\circ$  for  $St^{-1} = 10$  then decreases down to  $15^\circ$  for  $1/St = 100$ . The maximal angle  $\theta_{max}$  follows the same qualitative trend, as shown on Fig. 3. However an important observation is that the range of inclination for which steady flows are observed decreases by more than a factor two as soon as  $St^{-1}$  is greater than 20. This means that accelerated motion are facilitates when fluid is present, meaning that the dissipation seems to be less efficient to balance the gravity forces. We will discuss this point in more details in Section IV.

The corresponding mean velocities are plotted in Figs. 4 where Fig. 4(a) shows the

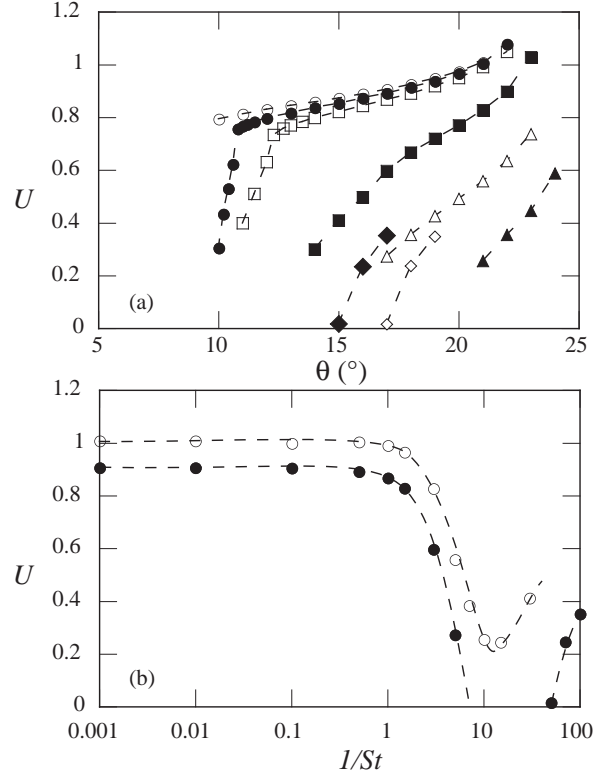


FIG. 4: (a) Mean velocity  $U$  of the porous block starting from rest as a function of  $\theta$  for different values of  $1/St$ :  $1/St = 0$  (open circles),  $1/St = 0.5$  (filled circles),  $1/St = 1$  (open squares),  $1/St = 3$  (filled squares),  $1/St = 5$  (open triangles),  $1/St = 10$  (filled triangles),  $1/St = 50$  (open diamonds) and  $1/St = 100$  (filled diamonds). (b) Velocity as a function of  $1/St$  for  $\theta = 21^\circ$  (open circles) and  $\theta = 17^\circ$  (filled circles).

variation of  $U$  with inclination for different value of  $St$  and Fig. 4(b) shows the variation of  $U$  with  $St$  for two inclinations. The velocity curves are almost undistinguishable for  $St^{-1} \leq 0.1$ , meaning that the fluid, if present, plays no role because of its low viscosity or a large permeability of the porous block. Thus the gravity is balanced only by the friction and the loss of energy during the collisions with the substrate. An effect of the fluid appears for  $St^{-1} \geq 0.5$ : the velocity strongly decreases. However, an interesting observation is that for a given inclination  $\theta$ , the variation of  $U$  with  $St^{-1}$  is non monotonic. Velocity remains constant for  $St^{-1} \leq 0.1$ , dramatically decreases for  $St^{-1} \geq 0.5$  then increases again. The fluid then seems to first hinder the flow for moderated values of  $St^{-1}$  but facilitates it for larger values.

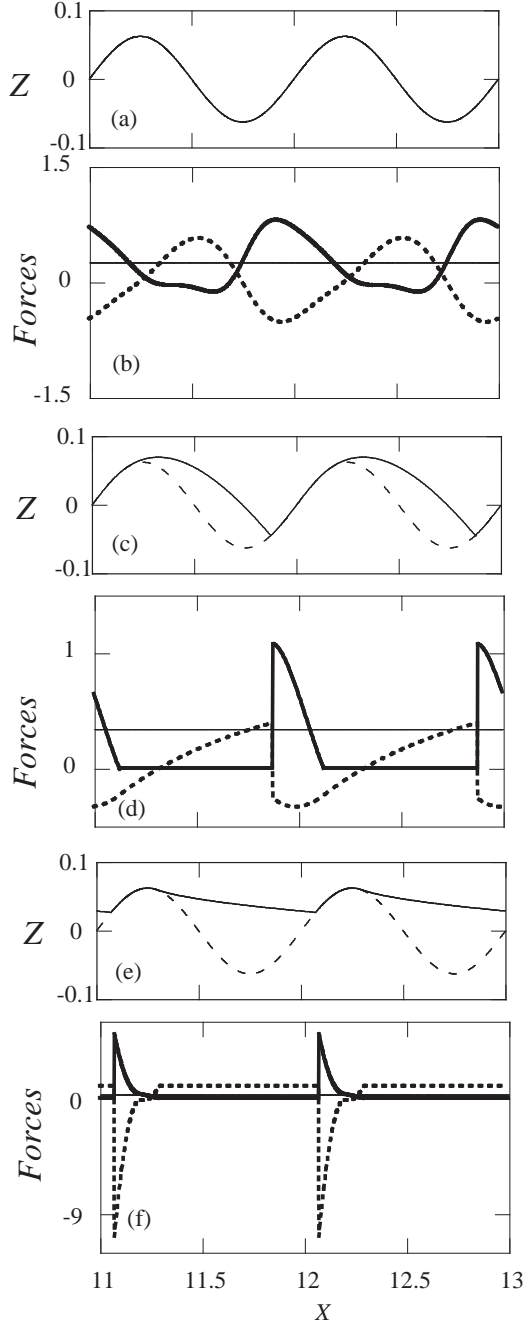


FIG. 5: (a) Block trajectory for contact regime (continuous line) over the substrate (dashed line) for  $1/St = 3$  and  $\theta = 15^\circ$  (b) Corresponding forces: gravity  $\sin(\theta)$  (thin continuous line), effective friction  $T_{eff}/m'g$  (thick continuous line), vertical viscous force  $F/m'g$  (dashed line); (c) and (d): same as (a) and (b) for the ballistic regime,  $1/St = 1$  and  $\theta = 20^\circ$ ; (e) and (f): same as (a) and (b) for the viscous regime,  $1/St = 50$  and  $\theta = 18^\circ$ .



A better understanding of the role of the fluid is given by the analysis of the trajectories. By contrast with the dry case where a single kind of trajectory is observed when the block is not launched, three different regimes exist with liquid depending on the value of  $St^{-1}$  and of the inclination as shown in Fig. 5. At low inclination and for  $St^{-1} < 5$ , a contact regime is observed, where the block remains in contact with the substrate during the whole motion. This is in contrast with the dry case, where no steady motion was possible without take off. When the fluid is present, a coupling exists between the viscous force induced by the up and down motion of the block and the friction force resulting in a stabilization of the motion. The figure 5(b) shows the variation of the different forces along the trajectory in this regime. The gravity force is constant (thin continuous line). The viscous force normal to the slope varies along the trajectory and is negative when the block climbs up a bump and positive when going down (thick dashed line). The effective tangential friction force  $T_{eff}$  varies accordingly along the trajectories (thick continuous line).

At higher inclination but still low values of  $St^{-1}$  (less than 5), the trajectory is a ballistic one, similar to the one observed without fluid, see Fig. 5(c). The block takes off *before* the top of the bump. The take off is due to inertia and is nearly independent of the fluid. The presence of the fluid simply modifies the free flight trajectory by adding a vertical force (Fig. 5(d)).

For higher values of  $St^{-1}$ , the trajectory is lubricated i.e. characterized by a take off *after* the bump as sketched in Fig. 5(e). The loss of contact is no longer due to inertia but is due to the increase of the viscous force when the block accelerates down the slope and squeezes the fluid in the interstice. The viscous force eventually becomes high enough to balance the weight and the block loses contact. The variation of the viscous force is plotted in Fig. 5 (f). It is constant during the flight when no contact exists, which means that the viscous force exactly balance the weight of the block and suddenly changes sign and increases in amplitude when the block land on the back of the bump and starts climbing on it. The friction force follows this pressure change.

## 2. Dynamics with an initial velocity

The dynamics of the block when launched at a finite velocity also dramatically changes when the fluid interaction is present. The different domains of attraction in the plane  $(\theta, U_0)$

are plotted for  $St^{-1} = 5, 10$  and  $70$  in Fig. 2 (b)-(d). A first observation is that the number of periodic trajectories decreases when increasing the role of the fluid, such that for  $St^{-1} = 70$ , only one branch persists corresponding to a lubricated flow. The second information is that the size of the domain shrinks when increasing the role of the fluid. The range of inclination and of initial velocity for which the block reaches a periodic motion is smaller with fluid than in the dry case. The last but most striking result concerns the size of the domain where accelerated motion is initiated. For high values of  $St^{-1}$ , and if the block is launched at a high enough velocity, it will accelerate for ever, even at a very low inclination angle. The lubrication, which is important in this regime, seems to sustain the block in free flight long enough for the block to gain more potential energy than it can dissipate during the next collision and contact.

#### IV. DISCUSSION

Despite the simplicity of the model, the dynamics of the porous block sliding down a wavy substrate appears to be complex. The fluid seems to have two antagonist effects. The first effect is to hinder the flow by introducing an additional dissipation. This effect takes place mainly when the block climbs on the back of the bump. The block then moves away from the substrate and the space between the two blocks sucks fluid. A negative viscous force then develops and presses the block against the substrate and thus increases the frictional dissipation. A second and opposite effect exists when the block move down the hill after a bump. In this case, the fluid is expelled from the pores and the viscous force is positive. The fluid motion then lightens the block and decreases the friction force. In some cases we have shown that the pressure increases up to the point where it can sustains the block which no longer rubs on the substrate. Our results show that the balance between these two effects is far from being trivial. Both effects are always present during the motion but depending on the value of the Stokes number, one or the other of these two effects can predominate. This explains the non monotonic influence of the fluid observed in the plots of the range of inclination (Fig. 3) of for the mean velocity as a function of the Stokes number (Fig. 4). The hindering effect is more important for an intermediate value of  $St^{-1}$  and for example leads to the possibility of a periodic trajectory without loosing contact, although the contact is described by constant solid friction. On the other hand at high value of

$St^{-1}$  which corresponds to a high fluid viscosity or a low permeability, the lubricated effect dominates, allowing accelerated motion at very low inclination.

A last important remark concerns the mean viscous force or equivalently the mean pressure gradient that applies on the flowing block. In our toy model, the viscous force is simply proportional to the  $z$ -component of velocity  $F \propto \dot{Z}$ . As a consequence, as soon as a periodic motion is reached, the time-averaged viscous force is zero, as it is simply given by the time integral of  $\dot{Z}$  over a period of time. In the steady regimes, the model then predicts no build up of the average pore pressure, even if the block loses contact with the substrate. This is no longer true in the accelerated regime. In this regime, the block jumps over more and more bumps during its free flight and the contact time with the substrate is shorter and shorter, leading to an increase of the pore pressure. Within the framework of this toy model, the accumulation of pore pressure is then linked to accelerated motions.

## V. CONCLUSION

In this paper we have studied a toy model of submarine avalanches made of a rigid porous block immersed in a fluid and sliding down a wavy substrate. Although the system is far from real submarine avalanches, it gives informations about the role the fluid. First we have been able to describe the coupling between the up and down motion of the block and the fluid motion. The wavy vertical motion of the block induced by the substrate roughness creates pressure forces that change the friction force at the contact between the porous material and the substrate. As a result the fluid has a non trivial effect along the trajectory. It increases the frictional dissipation in some part of the trajectory when the block moves away from the substrate, and decreases dissipation when the block approaches the substrate. A major result of this study is that the relative importance of both effects is non trivial and depends on the Stokes number. When the viscosity of the fluid is low or the permeability is large, the presence of the fluid hinders the motion compared to the dry case. Conversely, the flow is lubricated at high viscosity or low permeability and if the block is launched at a sufficient velocity an accelerated motion along the plane could be sustained even at very low inclination angle. This result could be relevant to better understand the high mobility observed in some submarine landslide [2]. A last result that could be interesting for the dynamics of submarine avalanches concerns the pore pressure. Within the model, the

pore pressure variations strongly influence the dynamics. However, its mean value remains zero when stationary flow are reached. This suggests that the pore pressure build up is essentially linked to transient phenomena [22].

- 
- [1] L. Jiang and P. H. LeBlond, *J. Geophys. Res.*, **97** 731 (1992).
  - [2] F. Legros, *Engineering Geology* **63**, (3-4), 301 (2002).
  - [3] R. M. Iverson *Rev. Geophysics* **35**, 245 (1997).
  - [4] J. W. Rudnicki and C. H. Chen, *J. Geophys. Res.* **93** 4745 (1988).
  - [5] P. Segall and J. R. Rice, *J. Geophys. Res.* **100**, 239 (1995).
  - [6] J. Imran, G. Parker, J. Locat and H. Lee, *J. Hydr. Engrg.*, **127**, 959 (2001).
  - [7] M. Pastor, M. Quecedo, E. Gonzalez, M. I. Herreros, J. A. Fernandez Merodo and P. Mira, *J. Hydr. Engrn* **130** 149 (2004).
  - [8] D. Mohrig, K. X. Whipple, M. Hondzo, C. Ellis and G. Parker, *GSA Bulletin* **110**, 387 1998.
  - [9] J. A. G. Aragon, *J. Hydr. Engrg.* **121**, 355 (1995).
  - [10] C. Ancey, P. Coussot and P. Evesque, *J. Rheol.* **43**, 1673 (1999).
  - [11] B. K. Muite, M. L. Hunt and G. C. Joseph, *Phys. Fluids* **16**, 3415 (2004).
  - [12] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301 (2003).
  - [13] N. Jain, J. M. Ottino and R. M. Lueptow *J. Fluid Mech.* **508**, 23 (2004).
  - [14] C. Cassar, M. Nicolas and O. Pouliquen, submitted to *Phys. Fluids*.
  - [15] L. Quartier, B. Andreotti, S. Douady and A. Daerr, *Phys. Rev. E* **62**, 8299 (2000).
  - [16] F. X. Rigidel, R. Jullien, G. H Ristow, A. Hansen and D. Bideau *J. Phys* **4**, 261 (1994).
  - [17] S. Dippel, G. G. Batrouni and D. E. Wolf, *Phys. Rev. E* **54**, 6845 (1996).
  - [18] C. Ancey, P. Evesque and P. Coussot *J. Phys.* **16**, 725 (1996).
  - [19] R. M. Iverson and R. G. LaHusen, *Science* **246**, 796 (1989).
  - [20] R. M. Iverson, *Mathematical Geology* **25**, 1027 (1993).
  - [21] A. Musso, F Federico and G. Troiano, *Comp. and Geotech.* **31**, 209 (2004).
  - [22] R. P. Denlinger and R. M. Iverson, "Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 1. Coulomb Mixture theory," *J. Geophys. Res.* **106** (B1), 537 (2001).



# Chapitre 8

## Perspectives

### 8.1 Étude du régime inertiel

Dans notre analyse, le paramètre  $I$  a été adapté à deux configurations (régime de chute libre ou visqueux), correspondant à nos configurations expérimentales (écoulement sec ou immergé). Il reste encore à explorer le régime inertiel. Pour cela, il faudrait travailler avec des billes de densité et de diamètre différents de celles utilisées, afin de se placer dans cette configuration. L'étude de ce dernier régime permettrait de renforcer la description en terme de  $\mu(I)$ .

### 8.2 Écoulements instationnaires

Comme nous avons pu le voir dans nos expériences, la surpression du fluide interstitiel est l'indice qu'il y a une interaction complexe entre les grains et le fluide qui remplit les pores. Au cours des expériences réalisées dans le cadre de cette thèse, nous avons fait des mesures de pression sous un écoulement stationnaire. Pourtant on peut encore se demander comment varie la pression du fluide sous un milieu granulaire initialement au repos qui se met en mouvement en s'étalant sur un fond horizontal.

Pendant l'étalement d'un empilement immergé, le mouvement des grains engendre une variation de la taille des pores qui peut être une dilatation ou une contraction suivant l'état initial. Les variations de fraction volumique engendrent un écoulement du fluide interstitiel, et donc des forces hydrodynamiques supplémentaires. Nous nous sommes donc intéressés à l'importance de la configuration initiale sur l'étalement d'un empilement de grains immergés, par l'intermédiaire de la mesure de pression du fluide interstitiel.

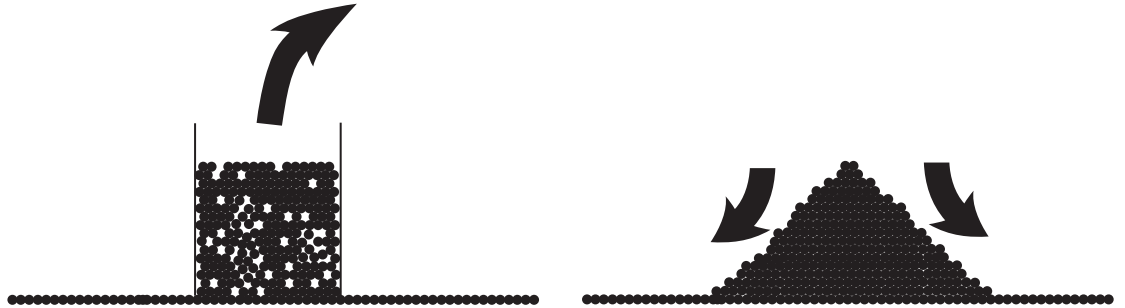


FIG. 8.1 – Figure représentant l'étalement sous-marin d'un empilement granulaire aléatoire.

Nous avons fait quelques expériences sur le comportement d'un empilement granulaire qui s'étale sur un fond rugueux horizontal, dans de l'eau (Figure 8.1). Nous avons filmé l'étalement sur le côté, en même temps que nous mesurons la pression du fluide au centre de l'empilement granulaire. Les expériences d'étalement ont lieu sur le plan rugueux utilisé dans l'étude précédente (placé cette fois-ci à l'horizontale), et sur le point de mesure de pression afin de mesurer la pression basale du fluide. Le capteur de pression utilisé est le même que pour les expériences sur plan incliné. L'expérience est filmée sur le côté afin de pouvoir mesurer l'épaisseur de l'empilement granulaire au-dessus du point de mesure de la pression, au cours du temps.

Nous avons fait varier deux paramètres : l'épaisseur initiale de l'empilement et la nature du matériau utilisé. Nous avons utilisé des billes de verres sphériques (de diamètre  $d \approx 208 \mu\text{m}$ ) et du sable fin (avec un granulométrie comprise entre 200 et  $280 \mu\text{m}$ ). Nous avons aussi travaillé pour 2 configurations initiales différentes : un empilement initialement lâche (nous avons remué le milieu puis attendu que les grains soient en contact), et un empilement compact (grâce à plusieurs secousses du support). Pour la mesure de la pression, nous avons procédé de manière absolument identique au cas des écoulements.

Pour la mesure de l'épaisseur de l'empilement, nous utilisons le contraste blanc/noir qu'il y a entre l'empilement de grains et le fond noir. On choisit une

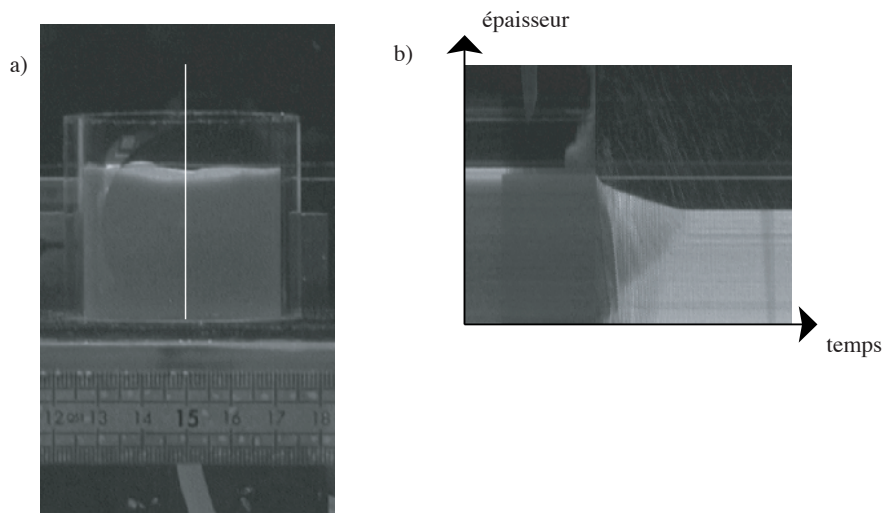


FIG. 8.2 – a) Photo de l’empilement avant l’étalement. La ligne blanche est celle sur laquelle nous traçons le diagramme spatio-temporel b) Diagramme spatio-temporel donnant l’épaisseur au cours du temps.

ligne verticale au dessus du capteur allant de la base à un point se trouvant au-dessus de l’empilement (Photo 8.2 a), et le logiciel trace la couleur de cette ligne au cours du temps, la démarcation blanche nous permettant de voir l’épaisseur de l’empilement au cours du temps (Photo 8.2 b).

Ces mesures vont nous permettre de tracer sur un même graphique la variation de pression, et la variation de l’épaisseur de l’empilement au cours du temps.

Les premières expériences sont réalisées avec des billes de verre. Le premier résultat que nous avons obtenu est que quelle que soit la configuration initiale de l’empilement (lâche ou compact), nous avons observé une dépression au niveau du fluide basal durant l’étalement (Fig.8.3 a), ce qui signifie que du fluide est donc aspiré par le milieu. C’est à travers la valeur de la dépression que la configuration initiale semble intervenir. De plus, si on compare les graphiques 8.4 (a) et 8.4 (b), l’empilement initialement lâche crée une dépression bien plus faible que l’empilement initialement compacté. Cette comparaison est d’autant plus vraie que l’empilement lâche a une épaisseur initialement plus grande (car plus l’épaisseur initiale est grande, plus la dépression est importante). Nous pouvons donc conclure que pour deux préparations de même épaisseur, le milieu initialement compacté crée une dépression beaucoup plus



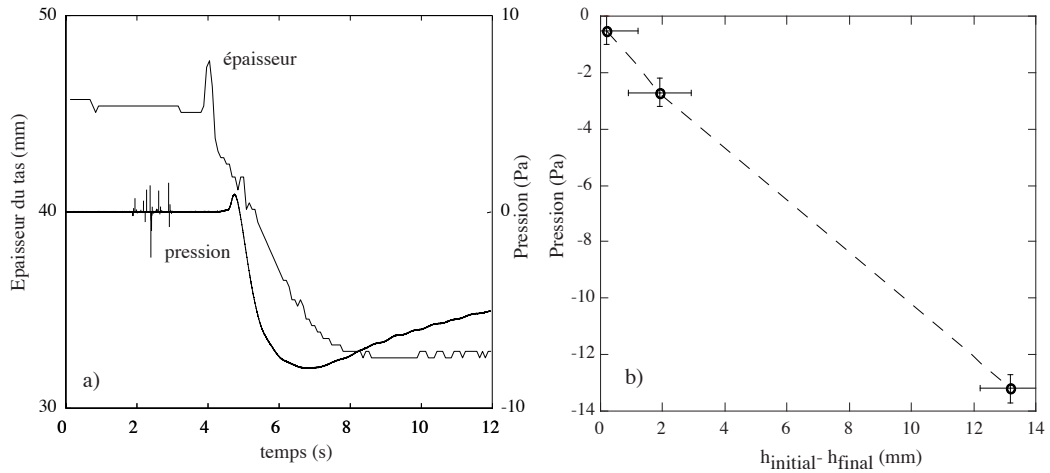


FIG. 8.3 – Graphique montrant la corrélation entre l'épaisseur de l'empilement et la pression du fluide mesuré à sa base.

grande que dans le cas initialement lâche. Le fait d'obtenir systématiquement une dépression signifie que la déformation de l'empilement au-dessus du capteur est toujours de type dilatante.

Un deuxième résultat remarquable est que la pression ne semble pas être une fonction linéaire de l'épaisseur initiale de l'empilement, mais de la différence  $h_{initial} - h_{final}$  (figure 8.3 b). Ce résultat suggère l'idée que la variation de pression du fluide est due à la dilatation des pores se trouvant au dessus d'une épaisseur de l'empilement qui ne se déforme pas.

Nous avons fait aussi quelques expériences de l'étalement d'un empilement granulaire, mais avec un milieu constitué de sable fin. Un problème de reproductibilité est apparu. Pour plusieurs préparations identiques (en épaisseur initiale et configuration initiale), les signaux de pressions étaient différents, et nous avons même observé une surpression lors d'une expérience. La seule explication possible provient de la nature du matériau. En effet, le sable fin a une géométrie anguleuse permettant d'atteindre des configurations initiales bien plus lâches qu'avec des billes sphériques. On peut ainsi disposer d'un milieu "contractant" alors que les billes de verre n'autorisent que des milieux "dilatants".

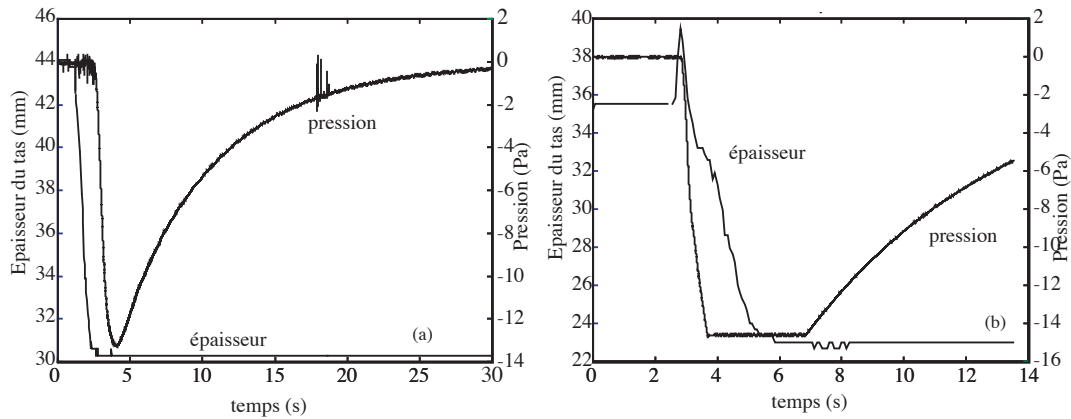


FIG. 8.4 – Graphique (a) : pression et épaisseur en fonction du temps, pour un empilement initialement lâche, Graphique (b) : pression et épaisseur en fonction du temps, pour un empilement initialement compacté (la dépression sort de la gamme de mesure de capteur).

Ces expériences nous ont permis de voir l'importance de l'arrangement initial sur la mesure de la pression du fluide interstitiel, au centre de l'empilement granulaire.

Cette configuration doit être encore exploitée, en étudiant plus systématiquement l'influence de l'épaisseur initiale, la taille des particules. Il faudrait également faire des expériences pour des écoulements instationnaires plus simples : le déclenchement d'une avalanche à partir d'une couche uniforme de billes. Ainsi, nous pourrions connaître la dynamique du fluide, et le rôle de la pression de pore.



# Chapitre 9

## Conclusions

L'intérêt de cette thèse était de mieux comprendre les écoulements granulaires immergés, en essayant de déterminer le rôle du fluide au sein de l'écoulement.

Nous avons d'abord fait un travail expérimental sur plan incliné, pendant lequel nous avons fait une étude systématique des écoulements stationnaires uniformes. Nous avons interprété les résultats en faisant une analogie avec la rhéologie existante pour les écoulements granulaires secs. Ainsi, nous avons pu voir qu'à *l'ordre zéro*, le rôle du fluide est de changer le temps microscopique de réarrangement. Nous avons donc la même loi de friction en sec et en immergé, à condition de changer l'échelle de temps microscopique. La dispersion nous rappelle cependant que cette loi n'est pas parfaite, et que le fluide a peut-être d'autres conséquences que le changement du temps microscopique.

Ayant défini une rhéologie pour les écoulements granulaires immergés, nous avons fait une analyse de stabilité en utilisant des équations moyennées sur l'épaisseur. Cette étude avait pour but de voir si ces équations prédisaient l'instabilité à ondes longues observée expérimentalement. Les équations font bien apparaître une instabilité, mais le seuil théorique prédit est trop grand. Il semble en effet que les ondes soient dues à une transition de l'écoulement vers une suspension, et donc un changement de rhéologie, plutôt qu'à l'instabilité prédite.

Ensuite, afin de mieux comprendre le rôle du fluide, nous avons fait une étude numérique d'un bloc poreux qui glisse sur un plan rugueux. Les résultats ont montré que le fluide stabilise d'une part l'écoulement en augmentant les angles de coulée stationnaire, mais le déstabilise d'autre part si le bloc a une vitesse initiale trop importante.

Enfin, nous avons présenté des expériences préliminaires instationnaires d'étalement de masses, montrant que le rôle de la pression de pore semble encore plus importante dans cette configuration qui reste à travailler en détail.

# Chapitre 10

## Références bibliographiques

ALLEN, J. R. L. *Sedimentary structures, their character and physical basis Volume II*, (Elsevier, Amsterdam, 1983).

ANCEY, C. 1997 "Rhéologie des écoulements granulaires en cisaillement simple : application aux laves torrentielles granulaires", Thèse de l'Ecole Centrale Paris, Chatenay Malabry, France.

ANCEY, C., COUSSOT, P. & EVESQUE, P. 1999 A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *J. Rheol.* **43**, 1673.

ANCEY, C., EVESQUE, P. & COUSSOT, P. 1996 Motion of a single bead on a bead row : theoretical investigations. *J. Phys.* **16**, 725.

ARAGON, J. A. G. 1995 Granular-fluid chute flow : experimental and numerical Observations. *J. Hydr. Engrg.* **121**, 355.

ASSIER RZADKIEWICZ, S., MARIOTTI, C. & HEINRICH, P. 1996 Modeling of submarine landslides and generated water waves. *Phys. Chem. Earth* **21** (12), 7.

BAGNOLD, R. A. 1954 Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear. *Proc. Roy. Soc. A* **225**, 49.

DE BLASIO, F. V., ENGVIK, L., HARBITZ, C. B. & ELVERHØI, A. 2003 Hydroplaning and submarine debris flows. *Journal of geophysical research* **109**, C01002.

CASSAR, C., NICOLAS, M. & POULIQUEN, O. 2005 Submarine granular flows down inclined planes. *Phys. Fluids* to be published.

CHANG, H-C. Wave evolution on a falling film. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **26**, pp.103-136.

COURRECH DU PONT, S., GONDRET, P., PERRIN, B. & RABAUD M. 2003 Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 044301.

COURRECH DU PONT, S., GONDRET, P., PERRIN, B. & RABAUD 2003 Wall effects on granular Heap stability. *Europhys. Lett.* **61**, 792.

DA CRUZ, F., CHEVOIR, F., ROUX, J.-N. & IORDANOFF, I. 2004 Macroscopic friction of dry granular materials, in Transient processes in tribology. *proceedings of the 30th Leeds-Lyon Symposium on tribology, Tribology and interface Engineering*, **43**, A. Lubrecht, G. Dalmaz (eds) (Elsevier, Amsterdam).

DA CRUZ, F., EMAM, S., PROCHNOW, M., ROUX, J.-N., CHEVOIR, F. 2005 Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Phys. Rev. E* **72**, 21309

DAERR, A. 2000 Dynamique des avalanches. thèse, Université Denis Diderot Paris 7.

DAVIES, T. R. H. 1988 Debris flow surges-a laboratory investigation, Mitteilung No. 96 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glazologie an der ETH Zürich.

DELINGER, R. P. & IVERSON, R. M. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 1. Coulomb Mixture theory. *J. Geophys. Res.* **106** (B1), 537.

DELINGER, R. P. & IVERSON, R. M. 2001 Flow of variably fluidized granular masses across three-dimensional terrain. 2. Numerical predictions and experimental tests. *J. Geophys. Res.* **106** (B1), 553.

DIPPEL, S., BATROUNI, G. G. & D. E. WOLF 1996 Collision-induced friction in the motion of a single particle on a bumpy inclined line. *Phys. Rev. E* **54**, 6845.

DULLIEN, F. A. L. 1992 Fluid transport and pore structure. *Academic Press*, San Diego.

FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2003 Long-surface-wave instability in dense granular flows. *J. Fluid Mech.* **486**, 21.

GDR MIDI 2004 On dense granular flow. *Eur. Phys. J. E* **14**, 341-365.

HOGG, A. J. & HUPPERT, H. E. 2001 Spreading and deposition of particulate matter in uniform fluids. *J. Hydraul. Res.* **39**, 505.

HOGG, A. J., HUPPERT, H. E. & HALLWORTH, M. A. 1999 Reversing buoyancy of particle-driven gravity currents. *Phys. Fluids* **11**, 2891.

ILSTAD, T., MARR, J. G., ELVERHØI, A. & HARBITZ, C. B. 2004 Laboratory studies of subaqueous debris flows by measurements of pore-fluid pressure and total stress. *Marine geology*, Vol 213, issues 1-4, pages 403-414.

IMRAN, J., PARKER, G., LOCAT, J. & LEE, H. 2001 1D Numerical Model of Muddy Subaqueous and Subaerial Debris Flows. *J. Hydr. Engrg.* **127**, 959.

IORDANOFF, I. & KHONSARI, M. M. 2004 Granular lubrication : toward an understanding between kinetic and fluid regime. *ASME J. of Tribology* **126**, 137.

IVERSON, R. M. 1993 Differential equations governing slip-induced pore-pressure fluctuations in a water-saturated granular medium. *Math. Geol.* **25** (8), 1027.

IVERSON, R. M. 1997 The physics of debris flows. *Review of Geophysics* **35**, 245.

IVERSON, R. M. & LAHUSEN, R. G. 1989 Dynamic pore-pressure fluctuations in rapidly shearing granular materials. *Science* **246**, 796.

JAIN, N., OTTINO, J. M. & LUEPTOW, R. M. 2004 Effect of interstitial fluid on a granular flow layer. *J. Fluid Mech.* **508**, 23.

JIANG, L. & LEBLOND, P. H. 1992 The coupling of a submarine slide and the surface water waves which it generates. *J. Geophys. Res.* **97**, 731.



JOMBHA, I., MERRINGTON, A., WOODCOCK, L. V., BARNES, H.A. & LIPS, A. 1991 Recent developments in dense suspension rheology. *Powder Technol.* **65**, 343.

JOP, P., FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2004 Crucial role of side walls for granular surface flows : consequences for the rheology. Accepted for publication in *J. Fluid Mech.*.

LEGROS, F. 2002 The mobility of long-runout, landslides. *Engineering Geology* **63**, Issues 3-4, pp. 301-331.

LOCAT, J. & LEE, H. J. 2000 Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Symposium on Landslides, Cardiff.

LYON, M. K. & LEAL, L. G. 1998 An experimental study of the motion of concentrated suspensions in two-dimensional channel flow. Part 1. Mono-disperse systems. *J. Fluid Mech.* **363**, 25.

MAJOR, J. J. & IVERSON, R. M. 1999 Debris-flow deposition : Effects of pore-fluid pressure and friction concentrated at flow margins. *GSA Bulletin* **111**, No.10, p. 1424-1434.

MOHRIG, D., WHIPPLE, K. X., HONDZO, M., ELLIS C. & PARKER, G. 1998 Hydroplaning of subaqueous debris flows. *GSA Bulletin* **110**, No.3, pp. 387-394.

MUITE, B. K., HUNT, M. L. & JOSEPH, G. C. 2004 The effects of a counter-current interstitial flow on a discharging hourglass. *Phys. Fluids* **16**, 3415.

MUSSO, A., FEDERICO, F. & TROIANO, G. 2004 A mechanism of pore pressure accumulation in rapidly sliding submerged porous blocks. *Comp. and Geotech.* **31**, 209.

ORON, A., DAVIES, S. & BANKOFF, S. G. 1997 Long-scale evolution of thin liquid films. *Rev. Mod. Phys.* **69** (3), pp. 931-980.

PASTOR, M., QUECEDO, M., GONZALÉZ, E., HERREROS, M. I., FERNANDÉZ MERODO, J. A. & MIRA, P. 2004 Simple Approximation to Bottom Friction for Bingham Fluid Depth Integrated Models. *J. Hydr.*

*Engrg.* **130**, 149.

POULIQUEN, O. 1999 Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids* **11**(3), 542.

POULIQUEN, O., FORTERRE, Y. 2001 Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough plane. *J. Fluid Mech.* **453**, 133.

PRASAD, D. & KYTOMAA, H. K. 1995 Particle stress and viscous compaction during shear of dense suspensions. *Int. J. Multiphase Flow.* **21**, 775.

QUARTIER, L., ANDREOTTI, B., DOUADY, S. & DAERR, A. 2000 Dynamics of a grain on a sandpile model. *Phys. Rev. E* **62**, 8299.

RIGUIDEL, F. X., JULLIEN, R., RISTOW, G. H., HANSEN, A. & BIDEAU, D. 1994 Behaviour of a sphere on a rough inclined plane. *J. Phys.* **4**, 261.

RUDNICKI, J. W. & CHEN, C. H. 1988 Stabilization of rapid frictional slip on a weakening fault by dilatant hardening. *J. Geophys. Res.* **93** 4745.

SAVAGE, S. B. 1984 The mechanics of rapid granular flows. *Adv. Appl. Mech.* **24**, 289.

SAVAGE, S. B. & HUTTER, K. 1989 The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.* **199**, pp. 177-215.

SEGALL, P. & RICE, J. R. 1995 Dilatancy, compaction, and slip instability of a fluid-infiltrated fault. *J. Geophys. Res.* **100**, 239.

SCHAFLINGER, U., ACRIVOS, A. & ZHANG, K. 1990 Viscous resuspension of a sediment within a laminar and stratified flow. *Int. J. Multiphase Flow* **16**, 567.

SIMPSON, J. E. 1997 Gravity currents in the environment and the laboratory, second edition. *Cambridge University Press*.

STIX, J. 2001 Flow evolution of experimental gravity currents : implications for pyroclastic flows at volcanoes. *The Journal of Geology* **109**, pp. 381-398.

VALLANCE, J. W. 1994 Experimental and field studies related to the behavior of granular mass flows and the characteristics of their deposits. Ph.D Thesis (Michigan Technological University).

WANG, G. & SASSA, K. 2002 Pore-pressure generation and movement of rainfall-induced landslides : effects of grain size and fine-particle content. *Engineering Geology* **69**, Issues 1-2, p. 109-125.

ZARRAGA, I. E., HILL, D. A. & LEIGHTON, D. T. 2000 The characterisation of the total stress of concentrated suspensions of noncolloidal spheres in Newtonian fluids. *J. Rheol.* **44**, 185.