



**HAL**  
open science

# Modélisation physique des voies aériennes supérieures pour le Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil

Franz Chouly

► **To cite this version:**

Franz Chouly. Modélisation physique des voies aériennes supérieures pour le Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil. Modélisation et simulation. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005. Français. NNT : . tel-00012061

**HAL Id: tel-00012061**

**<https://theses.hal.science/tel-00012061>**

Submitted on 30 Mar 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE**

pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'INPG**

Spécialité : « *Mathématiques et Informatique* »

préparée au Laboratoire des Techniques de l'Imagerie, de la Modélisation et de la Cognition  
(TIMC-IMAG)

et à l'Institut de la Communication Parlée (ICP)

dans le cadre de l'**École Doctorale**

« *Mathématiques, Sciences et Technologies de l'Information, Informatique* »

présentée et soutenue publiquement

par

Franz CHOULY

le 15 Décembre 2005

**Modélisation physique des voies aériennes  
supérieures pour le Syndrome d'Apnées  
Obstructives du Sommeil**

---

Directeur de thèse : Yohan PAYAN  
Co-directeur de thèse : Xavier PELORSON

---

**JURY**

Mme.	Marie-Paule Cani	Président du jury
M.	Christophe Chaillou	Rapporteur
M.	Daniel Isabey	Rapporteur
M.	Jean-Roch Paoli	Examineur
M.	Pierre-Yves Lagrée	Examineur
Mlle.	Annemie Van Hirtum	Invitée



---

# Remerciements

---

D’abord, je tiens à remercier très chaleureusement et très vivement mes deux directeurs de thèse. Yohan, pour m’avoir proposé un sujet si riche et si passionnant, pour la confiance qu’il m’a accordé, pour ses encouragements, sa patience, sa disponibilité, son aide et ses conseils. Xavier, pour avoir sans hésitation accepté ce co-encadrement, et de même pour son enthousiasme, sa patience, son implication. Outre leurs éminentes qualités scientifiques, leur pensée claire et rigoureuse, je souhaite de plus souligner ici leurs qualités humaines qui m’ont permis de passer trois très agréables années en leur compagnie.

Ensuite, un grand merci à Annemie, pour tout le travail qu’elle a réalisé autour de ce projet, les nombreux stagiaires qu’elle a dû supporter, les innombrables relectures d’article qu’elle a partagées avec Yohan et Xavier, le temps qu’elle m’a accordé pour discussions et explications. Par ailleurs, soulignons sa très grande gentillesse, son calme, son sérieux, sa rigueur.

Merci également à Jean-Roch pour le fol enthousiasme qu’il a manifesté au démarrage de cette thèse, pour son aide, pour ses conseils, qui m’ont rendu très sympathiques les contacts avec le milieu clinique. Je le remercie également pour son accueil très amical à Toulouse. Et de même, merci à Pierre-Yves pour son accueil à Paris, sa très grande disponibilité, son intérêt pour notre travail, sa bonne humeur constante. Merci également à lui pour ses explications très claires et très pédagogiques, dont il trouvera une trace, je l’espère fidèle, dans ce manuscrit. Je le remercie également pour le code de calcul qu’il nous a fourni, et sans lequel ce travail ne serait pas ce qu’il est.

Puis, merci aux rapporteurs. Daniel Isabey et Redouane Fodil pour l’abondance de leurs commentaires et l’intérêt qu’ils ont pu porter à ce travail, ainsi que Christophe Chaillou pour son enthousiasme et ses remarques. Enfin, merci à Marie-Paule Cani d’avoir accepté la présidence de cette thèse.

Viennent maintenant les personnes de l’équipe GMCAO avec qui je viens de passer ces quatre années. Commençons par les permanents comme il est de coutume : Jocelyne, pour sa très grande bienveillance et sa très grande gentillesse, Philippe, pour son entrain, son enthousiasme, ses commentaires et idées, Laurent, pour ses discussions de couloir et son thé, Mahnu, pour sa science innée de l’informatique et son humour, Corinne, Chantal, Guy et Maribel pour leur aide. Puis, viennent mes voisins de bureau, qui se sont toujours révélés être de charmante compagnie. Dans l’ordre chronologique, on retrouvera donc Kohji, Raphaël, Thierry et finalement Elise, que je remercie encore pour son assistance à la préparation du pot. Vient finalement

l'incroyable chapelet de noms de thésards, post-docs, ingénieurs et stagiaires que j'ai pu côtoyer (Dieu me pardonne si j'en oublie) : Anne (pouêt !), Maud (merci pour l'aide lors du pot aussi), Etienne, Sandrine, Elise, Christophe M., Antoine, Maxime, Catherine, Adriana, Juan, Vincent D., Vincent L., Christopher, Camille, Eric, Sylvain, Marek, Bruno, Pierre, Stéphane, Christophe M. (de Toulouse), Alexandre, Ingmar, Anja, Benoît, Fabien, Stéphanie, Matthieu N., François, Béatrice, Christian, Johan, Paul, Silvana, Ziad. Je remercie en particulier tout ce petit monde d'avoir supporté un humour d'un niveau plus que variable.

Viennent ensuite les personnes de l'ICP que j'ai également eu le plaisir de connaître. Tout d'abord, Pascal Perrier, pour les discussions que j'ai pu avoir avec lui, sa personnalité et son intérêt très vif pour ce sujet. Puis, Pierre Badin, que je remercie pour les mêmes raisons. Mais aussi, Jean-Luc Schwartz, pour son très cordial accueil, Matth, qui est maintenant là-bas, ce qui ne l'empêche pas de m'appeler encore P'tit Franz, Jean-Michel pour les discussions très riches que j'ai eues avec lui. Et puis, Lucie, Nicolas, Julien, Antoine, Virginie, Véronique, Aude, Nadine, Francesca, Pauline pour la sympathie qu'ils ou elles m'ont témoigné. Surtout, un très grand merci pour les stagiaires qui ont beaucoup contribué à cette thèse. Donc merci à toi, Alice, et à toi, Yves, pour avoir trimé avec maquette, laser, et caméra, et fait preuve de tant de patience, d'ingéniosité, de persévérance. Un grand merci également à Pierre Chardon, sans qui le dispositif in-vitro n'aurait vu le jour.

Au tour maintenant des personnes qui m'ont dispensé des cours importants pour ce travail. Tout d'abord, merci à Xavier (encore !) pour son cours si passionnant sur l'acoustique et l'aéroacoustique du conduit vocal, pour la qualité de ses interventions et de celles de ses invités : Joël Gilbert et Nathalie Henrich. Un grand merci également à Jacques Ohayon pour son introduction à la mécanique des milieux continus et à la méthode des éléments finis, cours fondamentaux pour cette thèse. De même pour les autres mécaniciens dont les commentaires m'ont permis d'avancer dans ce travail : Pascal Swider, du Laboratoire de Biomécanique de Toulouse III, et Joël Frelat, du Laboratoire de Modélisation en Mécanique de Paris VI.

Dans le même ordre d'idée, merci aux enseignants de l'Ensimag qui m'ont accompagné au cours de mes trois années de monitorat. Merci donc à Pierre Berlioux, qui a accepté d'être mon tuteur, mais aussi à Rachid Echahed, Karine Altisen, Xavier Nicollin, Florence Maraninchi, Sylvain Boulme, Jean Della-Dora, Valérie Perrier. Un grand merci de même à tous les élèves que j'ai eus, qui m'ont rendu si vivantes et agréables ces trois années.

Pour terminer cette revue du monde scientifique qui m'a environné, je remercie également d'autres personnes, d'autres équipes, que j'ai croisées à TIMC. En particulier, au sein de l'équipe PRETA, avec qui nous partageons le même couloir, merci à Gila, à Jacques, à Abdelkebir, à Pascale, à Pierre-Yves, à Hervé de s'être intéressé à mon travail. Mentionnons également les autres étudiants : Loïc, Mathieu E., Michael, Julien, Marianne, Corinne, Florence D., Alexandra, Cheick, Nicolas, Patrick. Enfin, je remercie le Dr Tiberge et le Dr Lacassagne pour le temps qu'ils m'ont accordé à Toulouse et pour les discussions que nous avons eues.

Finalement, je remercie très très chaleureusement mes parents, qui m'ont soutenu sans défaillir au cours de cette thèse, ainsi que mes amis proches, sans le soutien desquels l'existence aurait été moins facile. Donc merci à vous : Cédric, Guillaume, Flora, François, Elodie, Claire, Benoît, Prakash, Basile, Alex, Thibault, Florence, Nicolas, Julien, Vincent, Léa, Thierry, Laurent, Charlotte, Jean, Stephan, Joachim, Marc, Marina, Antonin, Yvan, Etienne, Ludovic.

---

# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexte et problématique clinique</b>	<b>5</b>
1.1 Anatomie des voies aériennes supérieures . . . . .	5
1.1.1 Généralités . . . . .	5
1.1.2 La bouche . . . . .	7
1.1.3 Le pharynx . . . . .	16
1.1.4 Le larynx et les fosses nasales . . . . .	17
1.1.5 Conclusion . . . . .	17
1.2 Les voies aériennes supérieures et le cycle respiratoire . . . . .	18
1.2.1 Propriétés passives . . . . .	19
1.2.2 Activité à l'éveil . . . . .	19
1.2.3 Le rôle du sommeil . . . . .	20
1.2.4 Conclusion . . . . .	20
1.3 Le syndrome d'apnées obstructives du sommeil . . . . .	20
1.3.1 Description et définitions . . . . .	20
1.3.2 Prévalence . . . . .	23
1.3.3 Symptômes, conséquences . . . . .	23
1.3.4 Facteurs favorables . . . . .	24
1.4 Diagnostic et traitements du SAOS . . . . .	25
1.4.1 Diagnostic du syndrome d'apnées du sommeil . . . . .	25
1.4.2 Le traitement de référence : la pression positive continue . . . . .	26
1.4.3 Traitements chirurgicaux pour le syndrome d'apnées du sommeil . . . . .	27
1.4.4 Autres traitements . . . . .	31
1.4.5 Conclusion . . . . .	32
1.5 SAOS, aspects physiologiques et physiopathologiques . . . . .	32
1.5.1 Rôle de l'anatomie . . . . .	33
1.5.2 Facteurs mécaniques passifs . . . . .	35
1.5.3 Activité neuro-musculaire . . . . .	35
1.5.4 Deux analogies pour comprendre le SAOS . . . . .	36
1.5.5 Conclusion . . . . .	38

1.6	Problématique clinique du présent travail de thèse . . . . .	38
<b>2</b>	<b>Modélisation physique pour le SAOS. Aspects théoriques et numériques.</b>	<b>41</b>
2.1	Etat de l'art . . . . .	41
2.1.1	Modèles simplifiés pour le SAOS : les masses localisées . . . . .	41
2.1.2	Modèles éléments finis pour le SAOS . . . . .	47
2.1.3	Synthèse et bilan . . . . .	49
2.2	Méthodologie . . . . .	52
2.2.1	Objectif et caractéristiques du modèle . . . . .	52
2.2.2	La démarche générale adoptée . . . . .	52
2.3	Formulation du problème : description des milieux continus solide et fluide . . . . .	54
2.3.1	L'hypothèse du milieu continu . . . . .	54
2.3.2	Description de la paroi . . . . .	57
2.3.3	Description de l'écoulement fluide . . . . .	62
2.3.4	Le couplage entre solide et fluide . . . . .	74
2.4	Résolution numérique du problème de couplage . . . . .	76
2.4.1	Sous-problème solide . . . . .	76
2.4.2	Sous-problème fluide . . . . .	80
2.4.3	L'algorithme de couplage solide-fluide . . . . .	81
2.4.4	Considérations sur le temps de calcul . . . . .	83
2.5	Conclusion du chapitre . . . . .	85
<b>3</b>	<b>Validation sur maquette in-vitro</b>	<b>87</b>
3.1	Présentation de la maquette . . . . .	89
3.1.1	Historique . . . . .	89
3.1.2	Les maquettes rigide et déformable . . . . .	90
3.1.3	La maquette rigide . . . . .	92
3.1.4	La maquette déformable . . . . .	93
3.2	Validation des théories fluides sur maquette rigide . . . . .	95
3.2.1	Protocole de mesure et de simulation . . . . .	96
3.2.2	Prédiction de la pression . . . . .	98
3.2.3	Prédiction des contraintes pariétales . . . . .	102
3.2.4	Validation de la théorie pour des écoulements à très faible nombre de Reynolds . . . . .	103
3.2.5	Conclusion . . . . .	104
3.3	Validation sur maquette déformable. La paroi . . . . .	105
3.3.1	Modèle éléments finis de la paroi déformable . . . . .	105
3.3.2	Détermination expérimentale des propriétés rhéologiques de la paroi . . . . .	107
3.3.3	Conclusion . . . . .	111
3.4	Validation sur maquette déformable. Méthode de couplage fluide-solide . . . . .	113
3.4.1	Aspects méthodologiques . . . . .	113
3.4.2	Comparaisons utilisant les mesures effectuées avec caméra digitale . . . . .	115
3.4.3	Conclusion . . . . .	127
3.5	Sensibilité aux différents paramètres . . . . .	127
3.5.1	Influence des paramètres numériques . . . . .	128
3.5.2	Caractérisation du modèle au travers de l'influence de ses paramètres . . . . .	128
3.6	Bilan . . . . .	129

<b>4</b>	<b>Modèles des voies aériennes supérieures de patients apnéiques</b>	<b>133</b>
4.1	Construction des modèles éléments finis . . . . .	134
4.1.1	Les données . . . . .	134
4.1.2	Méthode de reconstruction . . . . .	136
4.1.3	Les modèles reconstruits . . . . .	137
4.1.4	Propriétés communes à l'ensemble des modèles . . . . .	140
4.2	Influence de la gravité . . . . .	141
4.2.1	Méthode . . . . .	141
4.2.2	Résultats . . . . .	142
4.3	Simulations à partir de données pré-opératoires et post-opératoires . . . . .	143
4.3.1	Protocole de simulation . . . . .	143
4.3.2	Résultats et commentaires . . . . .	143
4.3.3	Bilan et critiques . . . . .	146
4.4	Influence des paramètres . . . . .	146
4.4.1	Protocole . . . . .	147
4.4.2	Influence du calibre pharyngé à la base de la langue . . . . .	148
4.4.3	Influence de la rigidité des tissus . . . . .	148
4.5	Bilan . . . . .	149
	<b>Conclusion</b>	<b>151</b>
<b>A</b>	<b>Conventions de notation</b>	<b>153</b>
<b>B</b>	<b>Calcul des forces équivalentes nodales à partir d'une distribution discrète de la pression</b>	<b>155</b>
<b>C</b>	<b>Méthode de résolution numérique des équations RNSP</b>	<b>157</b>
C.1	Le problème à résoudre . . . . .	158
C.2	Résolution par différences finies . . . . .	159
C.2.1	Changement de variable préliminaire . . . . .	159
C.2.2	Principe de la résolution . . . . .	160
C.2.3	Calcul du profil longitudinal . . . . .	160
C.2.4	Calcul du profil transverse et de la pression . . . . .	162
C.2.5	Obtention des grandeurs associées à l'écoulement . . . . .	163
C.2.6	Le problème de la séparation. L'approximation 'FLARE'. . . . .	163
C.3	Commande . . . . .	163
<b>D</b>	<b>Formules relatives à l'utilisation des modèles éléments finis</b>	<b>165</b>
D.1	Détermination du module d'Young . . . . .	165
D.2	Application des forces de gravité . . . . .	167
<b>E</b>	<b>Déformation de Von Mises</b>	<b>169</b>



---

# Introduction

---

Le sommeil s'accompagne d'une baisse de tonus musculaire. Celle-ci affecte notamment les muscles des voies aériennes supérieures (langue, palais mou) qui deviennent en conséquence plus aptes à se déformer en réponse aux flux d'air inspirés et expirés. Chez certains sujets, la déformation est telle qu'elle peut entraîner une obstruction complète du conduit aérien, pendant plusieurs secondes ou dizaines de secondes. Un tel épisode, d'*apnée obstructive*, s'accompagne d'une cessation du débit d'air. Lorsque l'obstruction est incomplète, mais relativement importante, notamment quand elle s'accompagne d'une limitation sévère du débit, on utilise le terme d'*hypopnée*. Si le nombre d'apnées et d'hypopnées devient anormalement fréquent au cours de la nuit, le sujet est atteint du Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil (SAOS).

Les conséquences les plus graves sont de deux types. D'une part, tout épisode d'apnée est suivi d'un microréveil, qui correspond à un changement de stade de sommeil et qui permet au sujet de reprendre une respiration normale. Une quantité trop élevée de micro-réveils entraîne une fragmentation du sommeil. Le sujet souffre dès lors de somnolence diurne excessive, ce qui se traduit par des endormissements fréquents et incontrôlés au cours de la journée, et par une dégradation générale de la qualité de vie. D'autre part, le SAOS peut accroître à terme les risques de troubles cardiovasculaires sérieux.

Depuis que le SAOS a été identifié, au cours des années 60, une grande diversité de traitements ont été proposés : aide à la respiration nocturne (pression positive continue ou P.P.C.), traitement chirurgicaux ou encore prothèses d'avancement mandibulaire, qui permettent un élargissement du conduit pharyngé. Néanmoins, la complexité du phénomène d'apnée rend délicate la prédiction des conséquences d'un traitement ou d'un geste chirurgical. Tout d'abord, l'interaction entre fluide et paroi déformable qui se produit au cours d'un épisode apnéique est un évènement physique difficile à appréhender. Par ailleurs, à cette couche de phénomènes purement mécaniques, viennent se surimposer des évènements plus spécifiquement biologiques liés à l'activation des muscles par le système nerveux. Des études physiologiques ainsi que des modèles théoriques simples, assimilant les parois pharyngées à des masses localisées, ont permis une meilleure compréhension du SAOS. On peut, dans cette direction, songer dorénavant à élaborer un modèle plus complexe des voies aériennes supérieures, qui permette d'une part de prédire avec précision les conséquences d'un traitement, et qui autorise également à aller plus loin dans la compréhension du phénomène d'apnée.

En conséquence, ce travail de thèse a pour but de proposer un modèle physique pour le SAOS

s'appuyant sur les concepts de la mécanique des milieux continus. Il devient en ce cas possible de concevoir un modèle réaliste des tissus pharyngés, prenant en compte leur morphologie aussi bien que leurs propriétés mécaniques. Il paraît également envisageable d'obtenir une estimation précise de la déformation des tissus qui résulte de leur interaction avec le flux d'air. C'est donc l'aspect exclusivement passif du collapsus des voies aériennes qui est ici envisagé. Les composantes d'ordre neuro-musculaire sont écartées dans un premier temps, pour simplifier l'étude.

La complexité du problème à résoudre découle directement des hypothèses sur les tissus et sur le flux d'air. Celles qui sont introduites au cours de ce travail se sont voulues relativement simplificatrices. Ainsi, il devient possible de déterminer le comportement du modèle à l'aide d'un code de calcul relativement aisé à écrire et qui fournit un résultat au bout d'un temps raisonnable. En effet, compte-tenu de l'application, il est souhaitable d'envisager l'utilisabilité clinique du code de calcul. Si celui-ci est trop coûteux en termes de ressources informatiques, avec par exemple un temps d'exécution de plusieurs jours sur un ordinateur parallèle, il semble difficile de le proposer par la suite à des cliniciens. Afin d'évaluer la pertinence des hypothèses retenues ainsi que la précision du modèle, une confrontation à des données expérimentales est indispensable. Celle-ci est effectuée à l'aide d'une maquette in-vitro. De plus, des données d'imagerie provenant de patients apnéiques permettent dans un deuxième temps d'avoir une idée de la pertinence du modèle pour une application clinique.

Compte-tenu de la problématique, fortement pluridisciplinaire, ce travail a impliqué principalement quatre structures différentes. Tout d'abord, le laboratoire TIMC (Techniques de l'Imagerie, de la Modélisation et de la Cognition, Grenoble), où existe un historique concernant la modélisation des tissus vivants à partir de données d'imagerie. Ensuite, au sein de l'équipe 'acoustique' de l'ICP (Institut de la Communication Parlée, Grenoble), des théories permettant de décrire l'écoulement d'air dans les voies aériennes supérieures sont testées sur des reproductions in-vitro de cette entité anatomique (maquettes de la langue, des lèvres et des cordes vocales en particulier). Ces théories peuvent provenir de l'ICP ou d'ailleurs. En particulier, la théorie que nous avons principalement utilisée provient du LMM (Laboratoire de Modélisation en Mécanique, Paris VI). Enfin, la collaboration avec le milieu médical s'est effectuée avec le CHU Purpan (Toulouse), notamment pour l'obtention de données patient.

Le premier chapitre de cette thèse est dévolu aux aspects cliniques. Le contexte médico-chirurgical ainsi que quelques notions élémentaires sur l'anatomie et la physiologie des voies aériennes supérieures y sont rappelés. Ils permettent en particulier de mieux cerner la problématique scientifique, qui est ensuite formulée.

Le deuxième chapitre se focalise sur les aspects théoriques. Après un état de l'art sur les modèles existants, nous détaillons les hypothèses et la théorie qui sont sous-jacentes à notre approche de modélisation. Ceci permet de spécifier le problème mécanique à résoudre. Les principales étapes de la méthode numérique de résolution sont ensuite explicitées.

Le troisième chapitre est entièrement consacré à la validation sur maquette. Deux types de maquettes in-vitro ont été utilisées. D'abord, une maquette dite 'rigide' permet de valider notre méthode de prédiction de l'écoulement d'air, sans interaction avec la paroi. Dans un deuxième temps, une maquette dite 'déformable' permet de valider la méthode complète de simulation de l'interaction entre fluide et paroi qui a été développée pour prédire le collapsus des tissus, lors d'un épisode apnéique.

Finalement, le quatrième et dernier chapitre est dédié à l'utilisation de données d'imagerie médicale pour la construction de modèles adaptés au patient. Des radiographies de profil

de patients apnéiques, prises avant et après traitement chirurgical, permettent de construire des modèles simplifiés des voies aériennes supérieures. Les modèles issus des radiographies pré-opératoires et post-opératoires sont en particulier comparés, afin de s'assurer qu'ils prédisent des comportements qui soient cohérents avec les conséquences du traitement. Ce travail peut être vu comme préliminaire à une validation plus aboutie à l'aide de données patients.



---

# Contexte et problématique clinique

---

Tout d’abord, sont exposées en (1.1) et en (1.2) les notions d’anatomie et de physiologie qui constituent la base indispensable à la compréhension de cette thèse. Ensuite, nous précisons en (1.3) ce que nous entendons exactement par Syndrome d’Apnées Obstructives du Sommeil. Une revue des différents traitements est effectuée en (1.4). L’amélioration des traitements passe par une connaissance plus approfondie du syndrome. Un point sur les quelques avancées dans ce domaine est fait en (1.5). Finalement, la problématique clinique est formulée en (1.6).

## 1.1 Anatomie des voies aériennes supérieures

Compte-tenu de la complexité anatomique des voies aériennes supérieures, seuls les éléments essentiels sont ici présentés. Pour plus de détails, on pourra se référer à [Rouvière94] ou à [Bouchet et al.91].

### 1.1.1 Généralités

Les voies aériennes supérieures sont constituées de la bouche, des fosses nasales, du pharynx et du larynx (fig. 1.1). Le larynx et les fosses nasales, bien que susceptibles de se déformer jusqu’à obstruction, ne sont que très rarement associées au phénomène d’apnées obstructives [Rama et al.02]. Leur présentation sera donc plus succincte.

En ce qui concerne la nature des constituants, on peut distinguer les parties osseuses, rigides, des parties molles : muscles, glandes, muqueuses, nerfs et vaisseaux. L’innervation et la vascularisation des voies aériennes supérieures ne sera pas mentionnée, on peut se reporter à [Bouchet et al.91] si l’on désire des précisions à ce sujet. Os et muscles seront plus particulièrement objets d’attention.

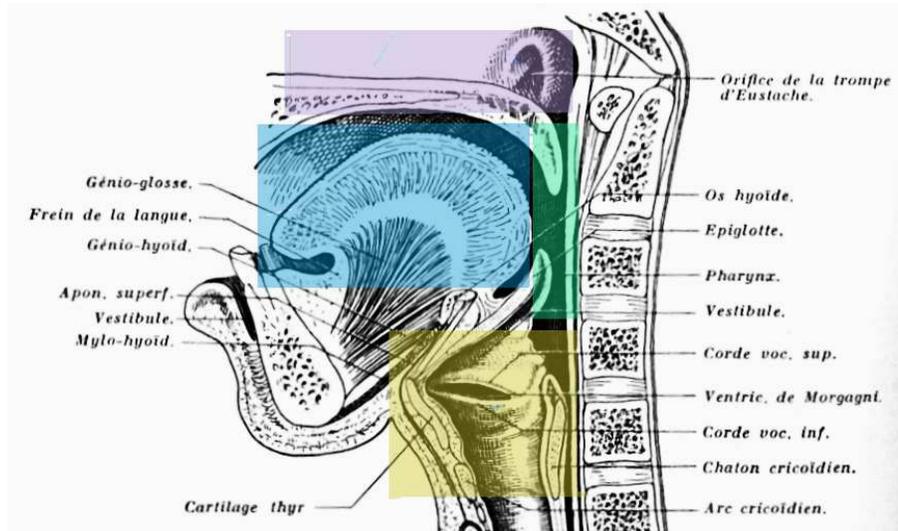


FIG. 1.1 – Vue d'ensemble des voies aériennes supérieures, d'après [Rouvière94]. Les différents segments identifiés en couleurs sont : en violet, les fosses nasales, en bleu, la bouche, en vert, le pharynx, en jaune, le larynx.

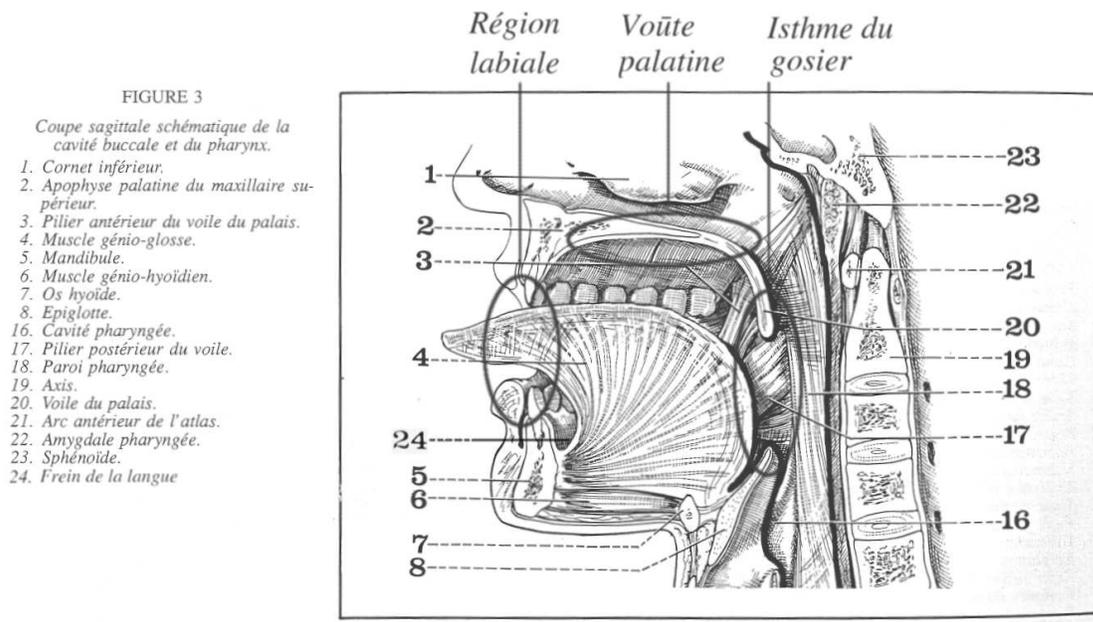


FIG. 1.2 – La bouche d'après [Bouchet et al.91].

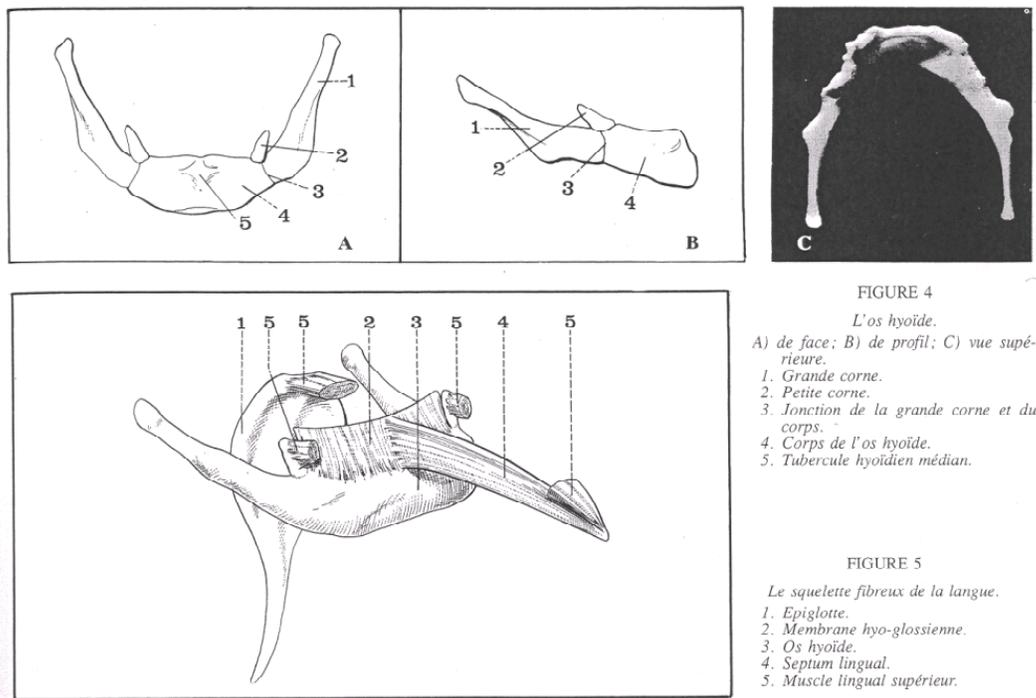


FIG. 1.3 – Racine de la langue : éléments du squelette osseux et fibreux, d'après [Bouchet et al.91].

### 1.1.2 La bouche

La bouche est délimitée en avant par la *région labiale*, en arrière par l'*isthme du gosier* qui la sépare du pharynx, au dessus par la *voûte palatine* qui la sépare des fosses nasales, et latéralement par la *région génienne* (joues) (fig. 1.2) <sup>1</sup>. Pour ce qui est de la limite inférieure, le *muscle mylo-hyoïdien* sépare la bouche de la *région sus-hyoïdienne* (fig. 1.1 et 1.12).

Les arcades dentaires permettent de diviser la bouche en deux parties : le *vestibule* (fig. 1.1)<sup>2</sup>, en dehors et la *cavité buccale* proprement dite à l'intérieur des arcades. La langue occupe la majeure partie de la cavité buccale. Les éléments constitutifs de la bouche sont alors les suivants : les régions labiale et génienne, en avant et latéralement, la région palatine, en haut, la région du plancher buccal en bas, surplombée par la langue, la région gingivo-dentaire latéralement et la région amygdalienne en arrière. Contrairement au reste, les régions labiale, génienne et gingivo-dentaire ne seront pas détaillées. Langue et région palatine seront sujets à plus de développements.

### La langue

D'un point de vue morphologique, la langue est "une masse ovoïde à grosse extrémité postérieure et à pointe antérieure" [Bouchet et al.91]. Elle est constituée d'une partie fixe<sup>3</sup>, postéro-inférieure, la *racine de la langue* (fig. 1.3), et d'une partie mobile.

<sup>1</sup>Les termes *région labiale*, *voûte palatine*, *isthme du gosier*, ainsi que le *frein de la langue* (24) ont été rajoutés manuellement sur l'image initiale.

<sup>2</sup>Deux vestibules sont désignés sur la figure, c'est bien évidemment celui de gauche auquel nous faisons référence.

<sup>3</sup>Relativement "fixe" et "indéformable" plus exactement, car susceptible de déplacements et de déformations passives.

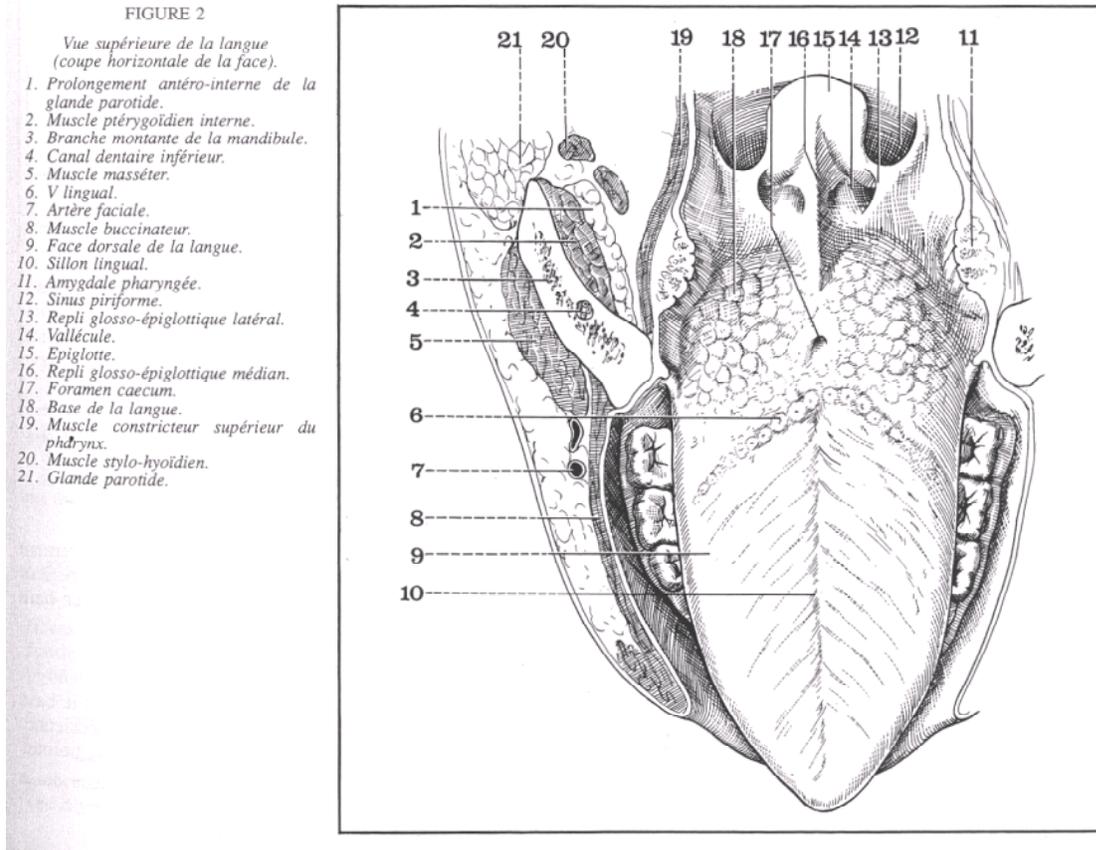


FIG. 1.4 – Langue d'après [Bouchet et al.91].

La partie fixe constitue le squelette ostéo-fibreux de la langue. L'*os hyoïde* (fig. 1.3, images du haut) en est la base osseuse, sur laquelle viennent se greffer deux membranes fibreuses : la *membrane hyo-glossienne* et le *septum lingual* (figure 1.3, image du bas, respectivement (2) et (4)). La partie mobile peut être décomposée comme suit (fig. 1.4) :

- Les bords latéraux sont en vis à vis avec les arcades dentaires.
- La face supérieure comporte les papilles caliciformes, ou gustatives, dont l'importance croît au fur et à mesure qu'on se rapproche de la limite de la base de langue, qui est le *V lingual* (6) , ou *sillon terminal*.
- La face inférieure est aussi appelée *frein de la langue* (fig. 1.1 et 1.2 (24)).
- La *pointe de la langue* est constituée par la partie la plus antérieure.
- La base de la langue forme la paroi antérieure de l'oropharynx (cf. 1.1.3). Elle est en vis à vis avec l'*épiglotte* (15), à laquelle elle est attachée via les trois *replis glosso-épiglottiques* (13,16).

La partie mobile de la langue est essentiellement formée de muscles qu'entoure une muqueuse. Les figures 1.5 et 1.6 montrent comment sont disposés ces muscles. Ils sont au nombre de dix-neuf : neuf paires, disposés symétriquement autour du plan sagittal, et un impair, le lingual supérieur. Le tableau 1.1 précise quels sont ces muscles.

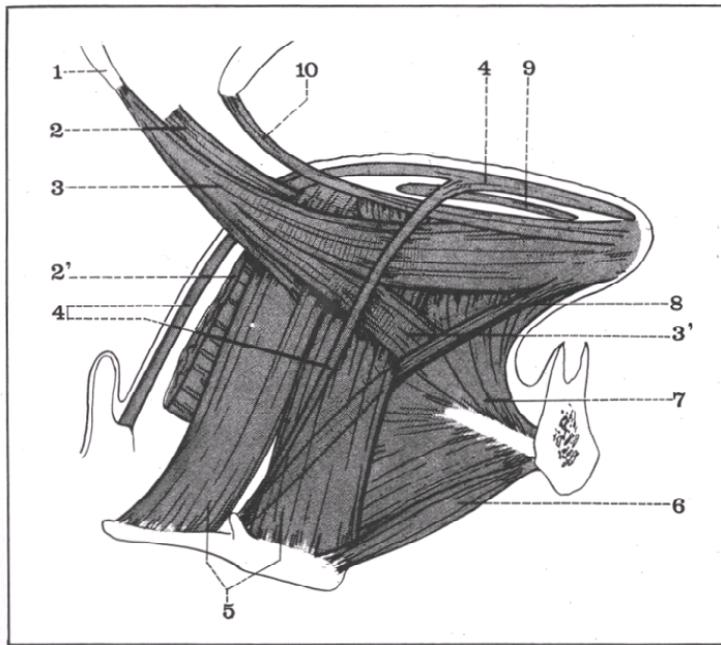


FIGURE 7

Les muscles de la langue  
(vue latérale droite).

1. Apophyse styloïde.
2. Faisceau du muscle constricteur supérieur formant le muscle pharyngo-glosse.
- 2'. Constricteur supérieur du pharynx.
- 3 et 3'. Muscle stylo-glosse.
4. Muscle lingual supérieur.
5. Muscle hyo-glosse.
6. Muscle génio-hyoïdien.
7. Muscle génio-glosse.
8. Muscle lingual inférieur.
9. Muscle transverse de la langue.
10. Muscle palato-glosse.

FIG. 1.5 – Vue latérale des principaux muscles de la langue, d'après [Bouchet et al.91].

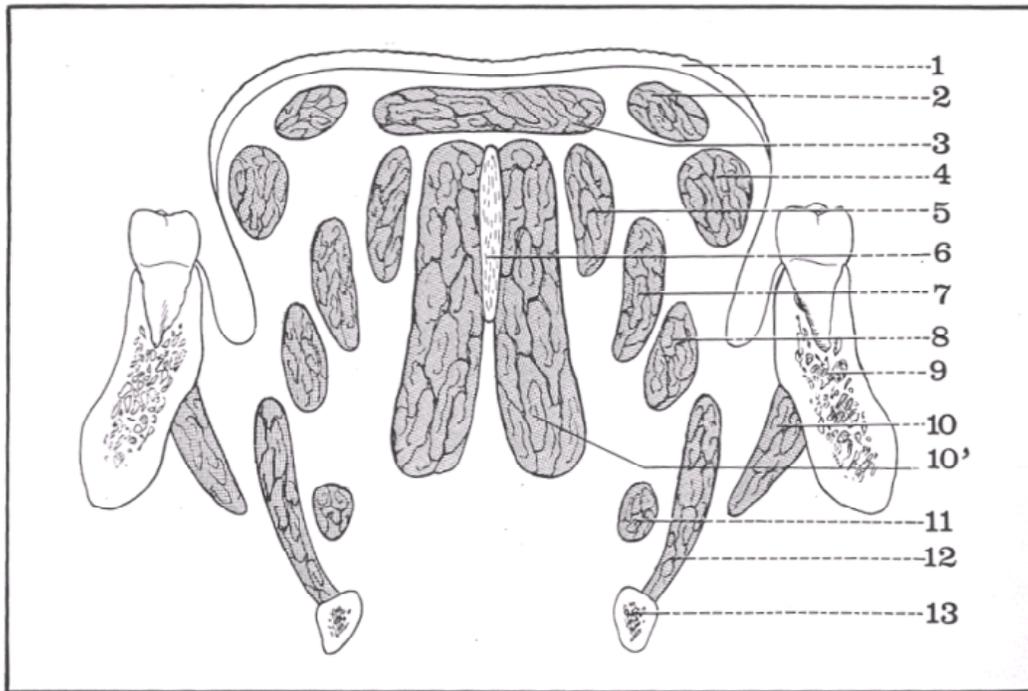


FIGURE 9

Coupe frontale de la langue.

1. Muqueuse linguale.
2. Palato-glosse.
3. Lingual supérieur.
4. Stylo-glosse (faisceau supérieur).
5. Pharyngo-glosse.
6. Septum lingual.
7. Hyo-glosse (faisceau cérato-glosse).
8. Stylo-glosse (faisceau inférieur).
9. Mandibule.
10. Mylo-hyoïdien.
- 10'. Muscle génio-glosse.
11. Lingual inférieur.
12. Hyo-glosse (faisceau basio-glosse).
13. Os hyoïde.

FIG. 1.6 – Vue antérieure des principaux muscles de la langue, d'après [Bouchet et al.91].

Nom du muscle	Informations	
<i>génio-glosse</i>	<i>insertions</i>	Étalé en éventail sur la face latérale du septum lingual, il s'insère en bas et en avant sur l'apophyse géni supérieure.
	<i>fonction</i>	Il abaisse la langue et la plaque contre le plancher buccal (*).
<i>lingual inférieur</i>	<i>insertions</i>	Vient s'insérer sur la petite corne de l'os hyoïde.
	<i>fonction</i>	Il est abaisseur et rétracteur de la langue.
<i>hyo-glosse</i>	<i>insertions</i>	Il est séparé en trois faisceaux qui vont s'attacher chacun à une partie de l'os hyoïde : le faisceau basio-glosse s'insère sur le bord supérieur du corps de l'os hyoïde, le faisceau chondro-glosse sur la petite corne, et le faisceau cérato-glosse sur le bord supérieur de la grande corne (**).
	<i>fonction</i>	Il est abaisseur et rétracteur de la langue.
<i>amygdalo-glosse</i>	<i>insertions</i>	Il naît de la tunique fibreuse du pharynx au niveau de la face latérale de la capsule amygdalienne (cf. 'région amygdalienne').
	<i>fonction</i>	Il est élévateur de la base de la langue (***) .
<i>palato-glosse</i>	<i>insertions</i>	Il s'insère en haut, sur la face inférieure de l'aponévrose du voile du palais (cf. 'région palatine').
	<i>fonction</i>	Il est rétracteur de la langue (***) et rétrécit l'isthme du gosier.
<i>pharyngo-glosse</i>	<i>insertions</i>	C'est un faisceau du constricteur supérieur du pharynx : il se détache du bord antérieur du pharynx pour confondre ses fibres avec celles du génio-glosse et du hyo-glosse.
<i>stylo-glosse</i>	<i>insertions</i>	Il est fixé en haut, sur le bord antérieur de l'apophyse styloïde.
	<i>fonction</i>	Il élève la langue en haut et en arrière.
<i>transverse de la langue</i>	<i>insertions</i>	Difficile à visualiser, il est constitué d'une poignée de fibres reliant le septum lingual aux bords latéraux de la langue.
<i>vertical</i>	<i>insertions</i>	Il est formé de fibres qui vont de l'extrémité de la pointe jusqu'à la base de la langue, et qui s'entrecroisent avec les fibres du transverse.
<i>lingual supérieur</i>	<i>insertions</i>	Il est divisé en trois faisceaux qui se fixent en arrière : le faisceau central se fixe sur la base de l'épiglotte, deux faisceaux latéraux se fixent sur les petites cornes de l'os hyoïde.
	<i>fonction</i>	Il abaisse et raccourcit la langue.

(\*) Le génio-glosse est divisé en trois faisceaux : antérieur, médian et postérieur. Le génio-glosse postérieur n'intervient pas dans la fonction d'abaissement de la langue.

(\*\*) Cette division du muscle en trois faisceaux est tirée de [Bouchet et al.91], mais n'est pas l'objet d'un consensus parmi les cliniciens.

(\*\*\*) Son influence reste toutefois relativement faible.

TAB. 1.1 – Localisation et fonction des différents muscles de la langue (d'après [Bouchet et al.91]).

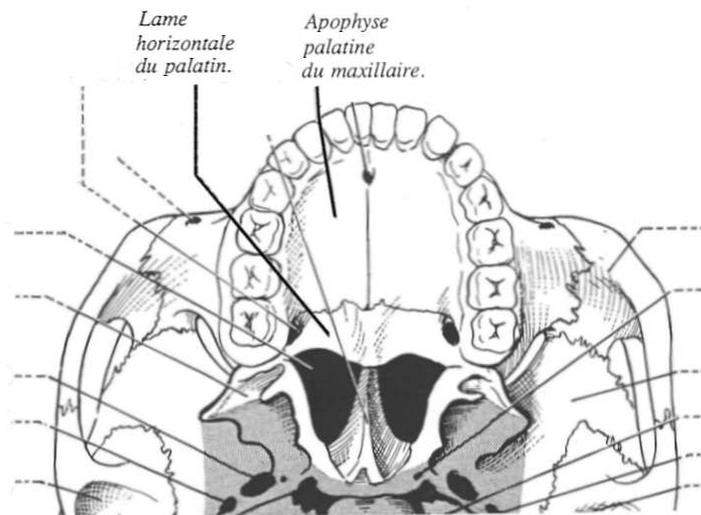


FIG. 1.7 – Vue exocrânienne de la base du crâne, d'après [Bouchet et al.91]. On y perçoit les attaches osseuses du palais.

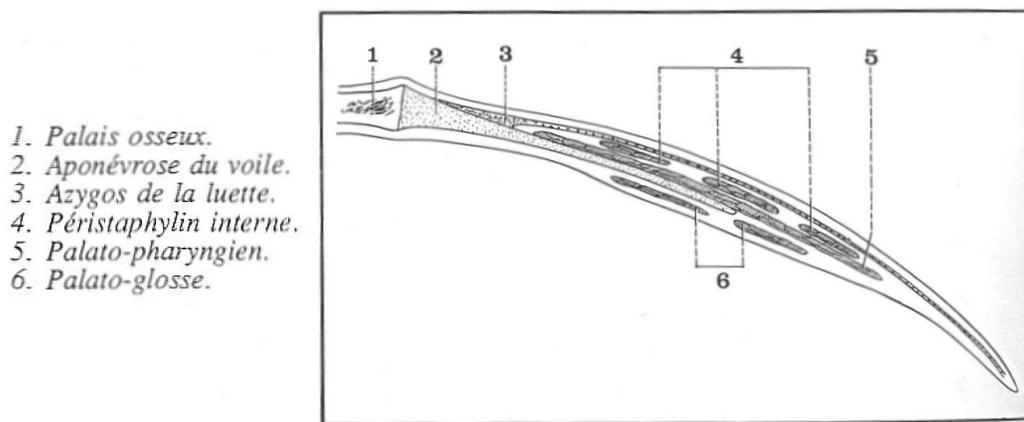


FIG. 1.8 – Vue en coupe sagittale des muscles du voile du palais, d'après [Bouchet et al.91].

En ce qui concerne la muqueuse de la langue, celle-ci est en continuité avec la muqueuse buccale et la muqueuse pharyngée. Elle revêt la totalité de la partie mobile de la langue. Pour ce qui est de la partie dorsale de la langue, elle est épaisse et adhère fortement aux muscles sous-jacents. Elle s'amincit au niveau de la base de la langue, où elle est séparée du plan musculaire par une couche celluleuse. C'est sur elle que se situent les papilles gustatives et les glandes linguales, ou glandes salivaires, qui se divisent en trois groupes : un groupe postérieur, à la base de la langue, un groupe latéral, sur les bords de la langue, et un groupe antéro-inférieur, sur la face inférieure, près de la pointe de la langue.

Pour ce qui est des aspects fonctionnels, la langue a un rôle particulièrement important dans la mastication, la formation du bol alimentaire, la déglutition, et la dégustation. Elle joue aussi un rôle fondamental en phonation.

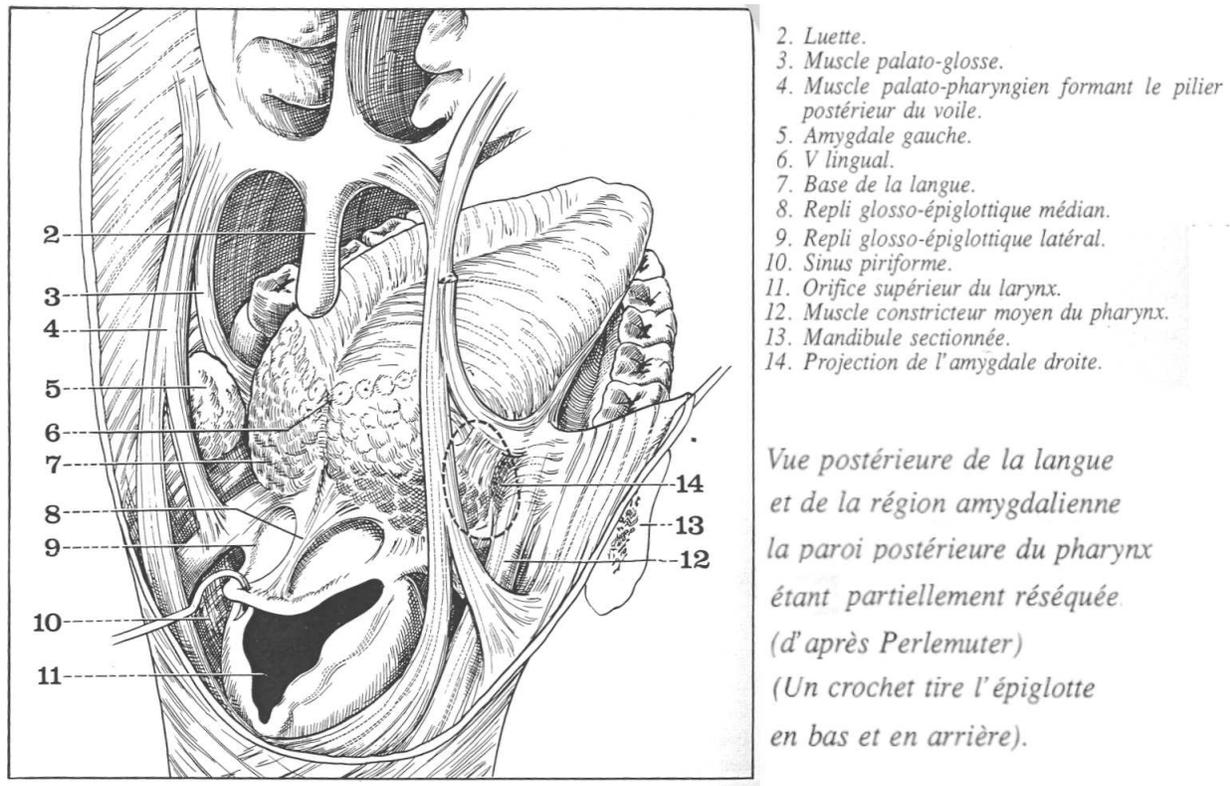


FIG. 1.9 – Vue postérieure de la langue, d'après [Bouchet et al.91]. Les muscles importants du voile du palais y sont visibles (pilier postérieur (4) et pilier antérieur (3) du voile).

## La région palatine

La région palatine constitue la paroi supérieure et en partie la paroi postérieure de la cavité buccale. C'est une cloison qui délimite les fosses nasales de la cavité buccale, qui se termine en avant au niveau de la région des arcades dentaires, et en arrière au niveau du bord supérieur de l'isthme du gosier. Latéralement, cette région est voisine avec la région amygdalienne. Elle se divise en deux entités : le *palais osseux* et le *voile du palais*.

La base osseuse de la voûte palatine est formée d'une part par la face inférieure de l'*apophyse palatine horizontale du maxillaire* et par la *lame horizontale du palatin* (fig. 1.7). Sur cette base viennent se greffer les glandes palatines, sur la partie postérieure. Enfin, le palais osseux est recouvert d'une muqueuse épaisse et résistante. Le voile du palais (*velum palatinum*), est construit autour d'une charpente fibreuse : l'*aponévrose du voile du palais* (fig. 1.8 (2)). Cinq couches successives de muscles viennent ensuite former le voile. Ils sont décrits dans le tableau 1.2 et visibles sur les figures 1.8 et 1.9.

Les deux faces du voile sont recouvertes d'une muqueuse. La muqueuse de la face supérieure est mince, et elle est le prolongement de la muqueuse des fosses nasales. Celle de la face inférieure est lisse et épaisse, elle contient des éléments glandulaires de type salivaire. Le rôle fonctionnel du voile du palais est double. D'une part, il évite, grâce à la contraction des muscles péri-staphylins et palatopharyngiens les "fausses routes nasales" lors de la déglutition. D'autre part, il ferme l'isthme pharyngo-nasal lors de la phonation : une occlusion totale de cet isthme permet l'émission de phonèmes buccaux (a,e,i,o...) et une occlusion partielle autorise l'émission de phonèmes nasaux (on,an,in,...).

Nom du muscle	Informations	
<i>palato-glosse</i>	<i>description</i>	Forme la charpente du pilier antérieur du voile.
	<i>insertions</i>	Il est issu de la face antérieure de l'aponévrose du voile, sur la ligne médiane. Il se termine au niveau de la base de la langue (tab. 1.1).
	<i>fonction</i>	Il abaisse le voile et referme l'isthme du gosier (tab. 1.1).
<i>péri-staphylin externe</i>	<i>description</i>	Appelé aussi tenseur du voile du palais, il constitue une partie importante de l'armature de celui-ci.
	<i>insertions</i>	Il part de la base du crâne. Il se termine au niveau de l'aponévrose du voile.
	<i>fonction</i>	Il élève et tend le voile (déglutition), il ouvre la trompe d'Eustache (fig. 1.1).
<i>palato-pharyngien</i>	<i>description</i>	Il forme la charpente du pilier postérieur du voile.
	<i>insertions</i>	Il naît de trois faisceaux attachés à la base du crâne. Il se termine sur les faces latérales et postérieures du pharynx (faisceau pharyngien), et sur le bord supérieur du cartilage thyroïde (faisceau thyroïdien) (cf. 1.1.3 'Le pharynx').
	<i>fonction</i>	Il élève le voile et rapproche les piliers postérieurs, ce qui ferme l'isthme pharyngo-nasal. Il élève le pharynx et participe à l'ouverture de la trompe d'Eustache.
<i>péri-staphylin interne</i>	<i>description</i>	Egalement nommé élévateur du voile du palais, il longe le bord postérieur de la trompe d'Eustache, à l'intérieur de la musculature pharyngée.
	<i>insertions</i>	Il se fixe sur la base du crâne puis étend ses fibres en éventail sur la face postérieure de l'aponévrose du voile.
	<i>fonction</i>	Il élève le voile et ouvre la trompe d'Eustache.
<i>azygos de la lnette</i>	<i>insertions</i>	Il est fixé sur la face postérieure de l'aponévrose du voile, et sur le bord postérieur du palais osseux. Il se termine dans le tissu cellulaire de la pointe de la lnette.
	<i>fonction</i>	Il élève la lnette et raccourcit le voile.

TAB. 1.2 – Description, localisation et fonction des différents muscles du voile du palais (d'après [Bouchet et al.91]).

## La région amygdalienne

La région amygdalienne est située entre les piliers antérieurs et postérieurs du voile du palais, dans la partie antérieure de l'espace maxillopharyngien, au dessus de la partie postéro-latérale de la langue (fig. 1.10). Elle se subdivise en deux régions symétriques de part et d'autre de la langue : les *loges amygdaliennes*. Ses limites sont bien définies : en avant par le *pilier antérieur du voile du palais* (fig. 1.10 (4)), en arrière par le *pilier postérieur* (fig. 1.10 (2)), en dessous par le *bord latéral de la langue*, et en dedans par la *muqueuse buccale*. Chaque loge amygdalienne est délimitée par des parois, musculaires et aponévrotiques. Elle contient une *amygdale palatine*, des vaisseaux et des nerfs.

La figure 1.11 permet de visualiser la forme et la constitution des parois de la loge amygdalienne. La paroi externe est constituée de deux aponévroses qui entourent une couche musculaire : l'*aponévrose péripharyngée* (1), la plus externe, et l'*aponévrose amygdalienne* (3), coque sur laquelle vient se fixer l'*amygdale*. La couche musculaire est formée par un ensemble de trois muscles : le *constricteur supérieur du pharynx*, le *stylo-glosse* (4) et l'*amygdalo-glosse*. Le *muscle palato-pharyngien* (11), qui forme le pilier postérieur du voile, constitue la paroi postérieure,

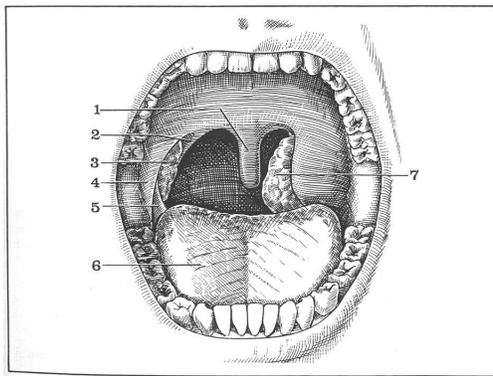


FIGURE 2

Vue antérieure de la région amygdalienne.

1. Luette.
2. Pilier postérieur du voile.
3. Amygdale de dimension normale.
4. Pilier antérieur du voile.
5. Plica triangularis.
6. Langue.
7. Amygdale hypertrophiée et enchâtonnée.

FIG. 1.10 – La région amygdalienne, d'après [Bouchet et al.91]. Vue postérieure depuis la cavité buccale.

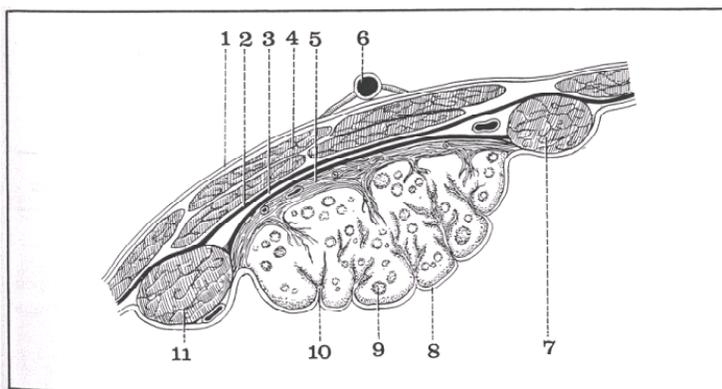


FIGURE 6

Coupe horizontale de la loge amygdalienne.

1. Aponévrose péri-pharyngée.
2. Aponévrose pharyngée.
3. Aponévrose amygdalienne et plan de clivage sous-amygdalien.
4. Muscle stylo-glosse.
5. Capsule amygdalienne.
6. Artère palatine ascendante.
7. Pilier antérieur du voile (muscle palato-glosse).
8. Muqueuse buccale recouvrant l'amygdale.
9. Follicule amygdalien.
10. Crypte amygdalienne.
11. Pilier postérieur du voile (muscle palato-pharyngien).

FIG. 1.11 – Vue en coupe des amygdales, d'après [Bouchet et al.91].

limite latérale de l'isthme nasopharyngé. De même, la paroi antérieure est formée par le *muscle palato-glosse* (7), pilier antérieur du voile. La *muqueuse buccopharyngée* (8) délimite la paroi interne de la loge : elle enveloppe l'amygdale pharyngée.

L'amygdale palatine réside dans la partie inférieure de la loge amygdalienne, elle a la forme d'une grosse amande<sup>4</sup>. C'est un organe lymphoïde dont les dimensions sont de l'ordre de quelques centimètres. L'amygdale n'occupe pas toute la loge et laisse libre deux fossettes : la fossette pré-amygdalienne et la fossette sus-amygdalienne.

<sup>4</sup>“amygdale” vient du grec “amugdale”, qui veut dire “amande”.

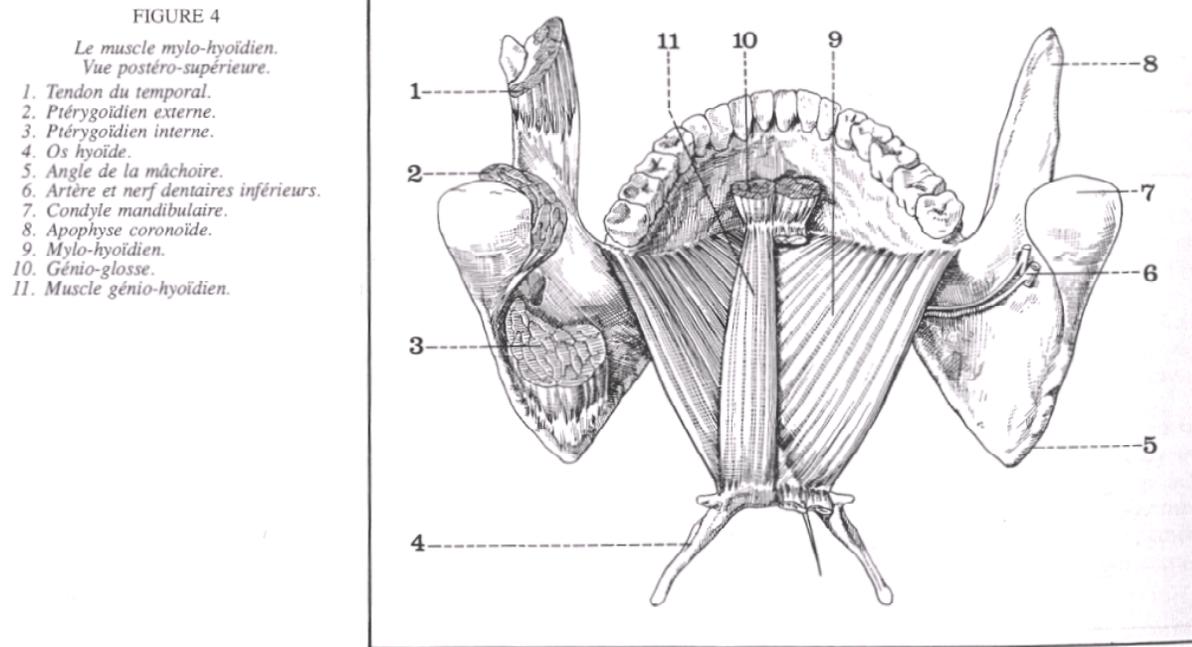


FIG. 1.12 – Vue antérieure du plancher buccal, et en particulier du mylo-hyoïdien, d'après [Bouchet et al.91].

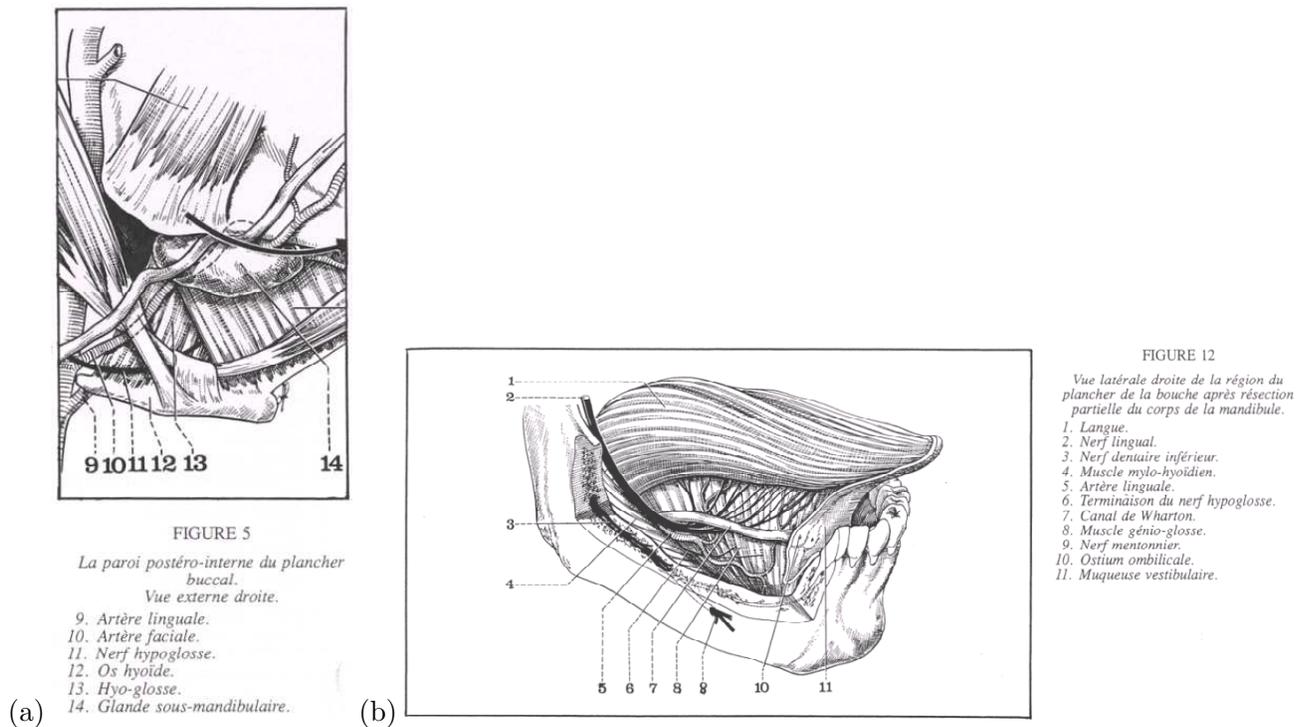


FIG. 1.13 – Plancher de la bouche, vue latérale (a), et de trois quarts (b), d'après [Bouchet et al.91].

## Le plancher de la bouche

Le plancher de la bouche présente une forme de fer à cheval, il est appelé également région sublinguale (fig. 1.12). C'est un espace celluleux délimité par quatre parois. Tout d'abord, une paroi antéro-externe, osseuse, est formée par la face profonde du corps mandibulaire. Elle sépare le plancher de la région gingivo-dentaire en avant et latéralement. Ensuite, une paroi postéro-interne est constituée par la face antérieure de la base de la langue. Elle est subdivisée en trois muscles : le *génio-glosse* (fig. 1.12 (10), fig. 1.13 (b)(8)), le *lingual inférieur* (fig. 1.5) et le *hyo-glosse* (fig. 1.13 (a)(13)). Cette paroi est la frontière entre le plancher et la partie fixe de la langue, en arrière. Deux hiatus, que laissent apparaître les muscles, font communiquer le plancher buccal et la loge sous-mandibulaire. Puis, une paroi inférieure est formée par la face supérieure des deux muscles mylo-hyoïdiens (1.12 (9)). Ces muscles forment une sangle tendue entre l'os hyoïde et la mandibule. Leurs fibres viennent se fixer sur la face antérieure du corps de l'os hyoïde. Les muscles mylo-hyoïdiens séparent le plancher de la région sus-hyoïdienne, même s'ils ne forment pas une paroi étanche entre ces deux régions. La paroi supérieure, formée de la muqueuse buccale, sépare le plancher de la partie mobile de la langue.

Le plancher de la bouche est divisé par une *cloison médiane et sagittale*, qui sépare deux creux sub-linguaux. Ces derniers contiennent les glandes salivaires sublinguales, des canaux excréteurs, dont l'orifice parvient sur la face supérieure du plancher, ainsi que des éléments vasculaires et nerveux importants. Au niveau musculaire, la cloison médiane du plancher de la bouche est formée par le *génio-glosse*, qui constitue la partie supérieure de la cloison, et par le *génio-hyoïdien* (fig. 1.12 (11)), qui charpente la partie inférieure. Ce muscle est abaisseur de la mandibule et élévateur de l'os hyoïde. Le mylo-hyoïdien joue un rôle identique à celui du génio-hyoïdien. En outre, sa contraction permet de relever la langue et de la plaquer contre le palais. Il intervient au premier temps de la déglutition.

### 1.1.3 Le pharynx

Le pharynx<sup>5</sup> est le carrefour des voies aériennes et digestives. C'est un conduit musculo-membraneux qui occupe la partie postérieure de la loge viscérale du cou, de la base du crâne jusqu'à la sixième vertèbre cervicale (fig. 1.1). Le pharynx communique avec les fosses nasales et avec la cavité buccale. Ses fonctions physiologiques sont complexes puisque ce dernier intervient au cours des processus de déglutition, de phonation et de respiration.

Plus précisément, le pharynx est situé comme suit : il est attaché en haut à la face exocrânienne de la *base du crâne* (fig. 1.14 (a) (1)). Il repose en arrière sur la région prévertébrale et en avant débouche sur les fosses nasales, la cavité buccale et le larynx. Latéralement, il est en vis à vis avec les branches montantes de la mandibule et la région carotidienne. Ses limites sont donc bien définies en arrière et latéralement, où le pharynx est séparé des régions avoisinantes par un mince feuillet aponévrotique : l'*aponévrose péri-pharyngée*. Ses limites antérieures sont par contre beaucoup plus imprécises (fig. 1.14 (b)).

Morphologiquement, on peut diviser le pharynx en trois zones étagées de haut en bas (fig. 1.14 (b))<sup>6</sup> : le *naso-pharynx* ou *rhino-pharynx*, en contact avec les fosses nasales, l'*oro-pharynx*, en contact avec la cavité buccale, et l'*hypo-pharynx* ou *laryngo-pharynx*, en contact avec l'œsophage et le larynx<sup>7</sup>. Le pharynx est construit sur un squelette fibreux recouvert d'une tunique musculaire striée, puis de l'aponévrose péri-pharyngée. Le squelette fibreux est constitué de fibres

<sup>5</sup>pharynx : du grec "pharugx", la gorge.

<sup>6</sup>Notations des différentes zones rajoutées manuellement sur l'image initiale.

<sup>7</sup>Cette division en régions peut varier suivant les auteurs. Par exemple, dans [Ayappa et al.03] est introduite une quatrième zone appelée *velo-pharynx* en vis à vis avec le voile du palais.

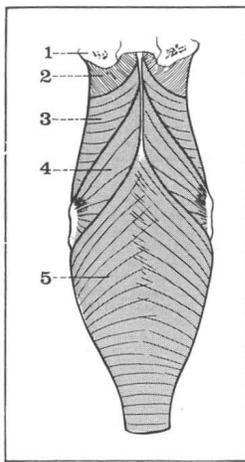


FIGURE 4  
Vue postérieure des muscles du pharynx

1. Base du crâne.
2. Tunique fibreuse du pharynx.
3. Constricteur supérieur.
4. Constricteur moyen.
5. Constricteur inférieur.

(a)

Naso-pharynx

Oro-pharynx

Hypo-pharynx

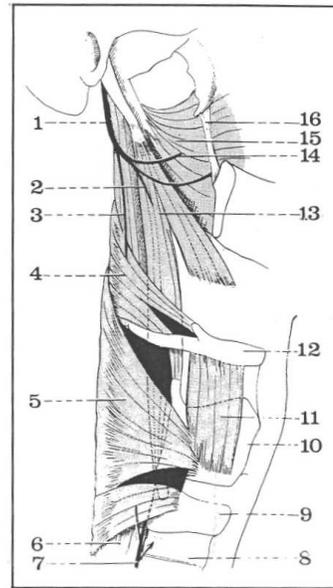


FIGURE 5  
Les muscles du pharynx. Vue schématique latérale droite.

1. Nerf glosso-pharyngien.
2. Nerf du stylo-pharyngien.
3. Nerf du constricteur moyen.
4. Constricteur moyen.
5. Constricteur inférieur.
6. Œsophage.
7. Nerf récurrent.
8. Trachée.
9. Cartilage cricoïde.
10. Cartilage thyroïde.
11. Muscle thyro-hyoïdien.
12. Os hyoïde.
13. Stylo-pharyngien.
14. Rameau destiné au constricteur supérieur.
15. Constricteur supérieur du pharynx.
16. Ligament ptérygo mandibulaire.

(b)

FIG. 1.14 – Vues postérieures (a) et latérales (b) des muscles du pharynx, d'après [Bouchet et al.91]

conjonctives entrecroisées, insérées solidement sur la face exocrânienne de la base du crâne. C'est sur cette tunique fibreuse que sont disposés les muscles, répartis en deux groupes : les muscles constricteurs, ou intrinsèques, et les muscles élévateurs, ou extrinsèques (tab. 1.3 et fig. 1.14).

#### 1.1.4 Le larynx et les fosses nasales

Le larynx joue un rôle particulièrement important lors de la respiration, également au cours de la déglutition et surtout lors de la phonation (cordes vocales). Il forme la partie supérieure du tube aérifère, en contact avec la trachée et le pharynx. C'est une entité mobile, à la fois transversalement et verticalement.

Le larynx est architecturé autour d'un squelette cartilagineux. Il comporte onze muscles intrinsèques, dont cinq paires et un impair. Les cartilages du larynx permettent de délimiter une cavité laryngée, recouverte d'une muqueuse : la muqueuse laryngée. Cette cavité se subdivise en trois étages sus-glottique, glottique et sous-glottique, repérés par rapport à l'épiglotte. L'étage glottique comporte les cordes vocales (fig. 1.1).

Les fosses nasales se situent au dessus de la cavité buccale et sont séparées d'elle par la voûte palatine. Elles sont également en communication avec le pharynx (fig. 1.1).

#### 1.1.5 Conclusion

Les voies aériennes supérieures sont donc assimilables à un conduit, dont la forme demeure néanmoins complexe en raison de l'architecture des tissus qui en constituent la paroi [Proctor86]. Par ailleurs, une partie conséquente de ces tissus est de type musculaire. Ces muscles peuvent être groupés au sein de quatre entités anatomiques plus importantes : la langue, le voile du palais, les parois pharyngées et le massif hyoïdien [Ayappa et al.03]. Le calibre de ce conduit a

Nom	Informations
<i>constricteur supérieur</i>	<p><i>insertions</i> Le premier faisceau, dit ptérygoïdien, s'insère sur la base du crâne. Le faisceau dit ptérygo-mandibulaire s'insère sur le ligament du même nom. Puis le faisceau mandibulo-lingual part de la partie postérieure de la ligne mylo-hyoïdienne. Chaque faisceau se dédouble et les membres de chaque paire partent latéralement dans les deux direction opposées pour se rejoindre plus avant sur une ligne médiane.</p> <p><i>fonction</i> Action de type sphincterien, diminue le calibre pharyngé du conduit.</p>
<i>constricteur moyen</i>	<p><i>insertions</i> Deux faisceau sont issus de l'os hyoïde. Le faisceau supérieur, ou chondro-pharyngien, se fixe sur la partie supérieure de l'os hyoïde et sur le ligament stylo-hyoïdien. Le faisceau inférieur, ou cérato-pharyngien, est attaché à la grande corne de l'os hyoïde (cf. 'La langue'). Les fibres se séparent en trois faisceaux, supérieur, moyen et inférieur, qui se recoupent plus avant sur une ligne médiane.</p> <p><i>fonction</i> Outre une action de type sphincterien, comme le constricteur supérieur, le constricteur moyen peut élever le pharynx ou le larynx.</p>
<i>constricteur inférieur</i>	<p><i>insertions</i> Deux faisceaux viennent se fixer sur la partie cartilagineuse du larynx. Ils viennent recouvrir partiellement les constricteurs moyens et supérieurs, pour finalement entourer l'oesophage.</p> <p><i>fonction</i> Son rôle est identique à celui du constricteur moyen.</p>
<i>stylo-pharyngien</i>	<p><i>insertions</i> Il s'insère sur la partie antéro-interne de la base de l'apophyse styloïde (fig. 1.5). Les fibres musculaires vont ensuite se greffer, d'une part, sur l'aponévrose péri-pharyngée, d'autre part, sur le bord de l'épiglotte et sur le bord supérieur du cartilage thyroïde.</p> <p><i>fonction</i> Il est élévateur du larynx et du pharynx, ainsi que dilatateur de la partie moyenne et inférieure du pharynx.</p>
<i>palato-pharyngien</i>	<p><i>insertions</i> cf. muscles du palais (tab. 1.2).</p> <p><i>fonction</i></p>

TAB. 1.3 – *Les différents muscles du pharynx, d'après [Bouchet et al.91]. Les trois constricteurs sont les muscles intrinsèques. Palato-pharyngien et stylo-pharyngien sont les muscles extrinsèques (ou élévateurs).*

été estimé comme étant de l'ordre de  $1\text{ cm}^2$  environ, avec toutefois une très grande variabilité, aussi bien d'un individu à l'autre que chez un même individu dans des circonstances différentes (position allongée / debout notamment). Le site où la section est minimale est le plus souvent le velo-pharynx, derrière le voile du palais [Ayappa et al.03].

Cependant, les voies aériennes supérieures forment avant tout un ensemble dynamique, dont la configuration évolue au cours des diverses fonctions physiologiques dans lesquelles elles sont impliquées : déglutition, phonation, respiration. Nous allons examiner leur comportement au cours de la respiration.

## 1.2 Les voies aériennes supérieures et le cycle respiratoire

Le comportement des voies aériennes supérieures au cours de l'activité respiratoire chez un sujet sain est ici décrit. Une distinction préliminaire doit être faite entre les propriétés purement

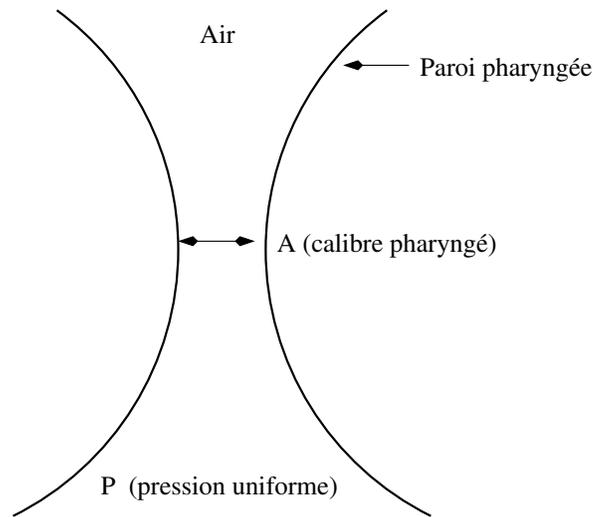


FIG. 1.15 – Représentation schématique en coupe des voies aériennes supérieures. Le calibre pharyngé  $A$  y est représenté, ainsi que la pression  $P$  de l'air compris entre les parois. C'est le rapport de la variation de ces deux grandeurs qui définit la compliance.

passives des tissus, c'est-à-dire leur réponse à des facteurs "externes" tels que la pression ou la gravité, les muscles étant complètement détendus, et leurs propriétés actives, qui résultent de la réponse musculaire à des influx nerveux (activité neuro-musculaire). L'état de veille doit également être distingué de l'état de sommeil. On pourra, pour plus d'informations, se référer à [Ayappa et al.03] et à [Fogel et al.04].

### 1.2.1 Propriétés passives

Les tissus des voies aériennes supérieures sont à même de se déformer en réponse à une distribution de pression. On désigne cette propriété comme étant la *compliance*. Elle peut être mesurée par l'intermédiaire du rapport  $\Delta A/\Delta P$ , où  $\Delta A$  désigne la variation du calibre pharyngé (autrement dit de l'aire minimale de la section pharyngée), et  $\Delta P$  désigne la variation de pression appliquée à l'intérieur du conduit des voies aériennes (voir figure 1.15)<sup>8</sup>. Des mesures de compliance des tissus, dans leur configuration passive, ont été obtenues par [Isono et al.97b], en anesthésiant les muscles<sup>9</sup>. Ainsi, la caractéristique suivante a pu être mise en évidence : les voies aériennes supérieures sont d'autant plus compliantes que le calibre pharyngé  $A$  est petit (voir figure 1.28). De plus, cette propriété de compliance est directement liée aux propriétés élastiques des tissus, et tout particulièrement à leur *rigidité*. Plus les tissus sont rigides, moins les voies aériennes supérieures sont compliantes [Malhotra et al.02b].

### 1.2.2 Activité à l'éveil

À l'éveil, au cours de l'inspiration, on constate qu'en dépit d'une diminution constante de la pression exercée par l'air dans les voies aériennes supérieures, celles-ci se déforment très peu. Pour comprendre ce phénomène, il est nécessaire de s'intéresser à l'activité musculaire. Celle-ci se manifeste au travers de deux types de comportements [Fogel et al.04]. Tout d'abord, certains

<sup>8</sup>On pourra employer le terme de *loi d'état* pour désigner la relation, en toute généralité non linéaire, entre la section pharyngée  $A$  et la pression  $P$ . La compliance, pour une valeur donnée de  $P$ , est alors donnée par la pente locale de la loi d'état.

<sup>9</sup>Les patients subissent une anesthésie générale, et un relaxant musculaire, le vecuronium, permet de paralyser complètement les muscles.

muscles, tels que le péri-staphylin externe<sup>10</sup>, maintiennent un niveau d'activité constant au cours du cycle respiratoire. On emploie alors le terme de muscles toniques ou posturaux. En revanche, d'autres muscles ont leur activité qui augmente au cours de l'inspiration. Ils se contractent et se raidissent, rendant la paroi des voies aériennes supérieures plus rigide. Ils s'opposent ainsi à la pression négative exercée par l'air inspiré. Ils sont désignés par le terme de muscles phasiques inspiratoires. Parmi ces muscles, le génio-glosse est celui le plus étudié, en raison de son influence sur l'ouverture du conduit pharyngé. A l'expiration, l'activité de ces muscles est réduite.

### 1.2.3 Le rôle du sommeil

L'influence du sommeil sur le comportement des voies aériennes est complexe et il s'effectue sur plusieurs plans. L'activité basale, tonique, notamment du péri-staphylin externe, diminue au fur et à mesure que le sommeil devient profond, et atteint finalement 20 à 30 % de l'activité à l'éveil [Fogel et al.04]. Par contre, des mesures EMG (électromyogramme) ont permis d'attester que chez un sujet sain, l'activité phasique est globalement maintenue au cours du sommeil, ce qui permet d'assurer la perméabilité des voies aériennes supérieures. Les périodes durant lesquelles cette activité diminue (début du sommeil puis stades REM<sup>11</sup>), rendant les voies aériennes supérieures plus aptes à se déformer, sont accompagnées d'une diminution de l'activité du diaphragme et des intercostaux, donc de la pression inspiratoire (phase d'hypoventilation). En conséquence, même au cours de ces périodes, la perméabilité est maintenue [Ayappa et al.03].

### 1.2.4 Conclusion

Les voies aériennes supérieures, en raison de leur constitution (tissus adipeux et musculaires principalement) peuvent évoluer dans leur configuration géométrique au cours de la respiration. Elles constituent ainsi un segment très compliant, en opposition à la trachée et aux bronches, dont la paroi cartilagineuse les rend moins aptes à se déformer. Chez un sujet normal, c'est un mécanisme d'activation neuro-musculaire qui permet d'assurer leur perméabilité, aussi bien au cours de l'éveil qu'au cours du sommeil.

## 1.3 Le syndrome d'apnées obstructives du sommeil

Cette partie offre une vue d'ensemble sur les principaux aspects cliniques du syndrome d'apnées obstructives du sommeil (ou SAOS). Nous en donnons d'abord une définition. Des études fournissant une estimation de la proportion d'individus atteints sont ensuite mentionnées. Puis, les symptômes connus qui en découlent sont passés en revue. Pour terminer, les facteurs favorables au développement et à l'aggravation du SAOS sont présentés. Pour des informations plus détaillées, on pourra par exemple se référer à [Roche et al.99], [Flemons02], [Malhotra et al.02b] ou [Fairbanks et al.03].

### 1.3.1 Description et définitions

Comme nous l'avons vu en 1.2, les voies aériennes supérieures se caractérisent par une aptitude à se déformer au cours d'un cycle respiratoire. Lors du sommeil, chez certains individus, cette déformation peut être d'une telle amplitude qu'elle entraîne une obstruction complète du conduit aérien : on emploiera alors le terme de collapsus. Un collapsus est accompagné d'une cessation de la respiration pendant plusieurs secondes, ainsi que d'une diminution significative de la saturation du sang en oxygène. La détection d'un début d'asphyxie par l'organisme déclenche

---

<sup>10</sup>ou *tensor palatini*, dont le rôle consiste à élever et à tendre le voile du palais (voir 1.1) et donc à fermer l'isthme pharyngo-nasal,

<sup>11</sup>Le stade REM ou *Rapid Eye Movement* du sommeil est caractérisé par une intense activité cérébrale (rêves), par des mouvements rapides des yeux, ainsi que par la contraction de certains muscles.

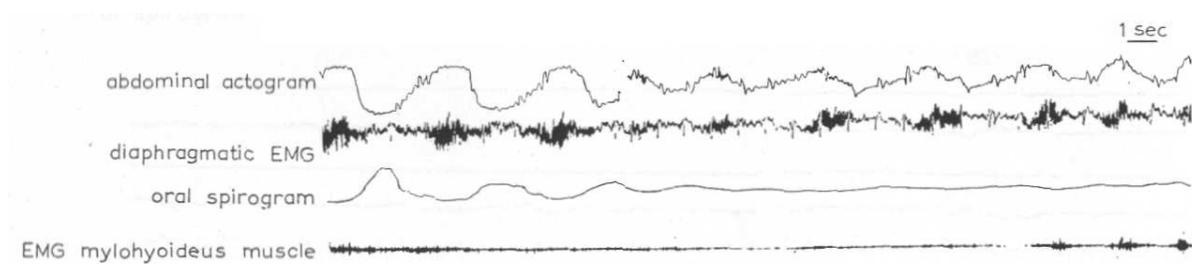


FIG. 1.16 – Mesure de variables caractérisant la respiration chez un patient apnéique (polysomnographie), d'après [Gastaut et al.66]. L'épisode d'apnée obstructive est marqué par la cessation du débit respiratoire (oral spirogram), alors que les mouvements centraux thoraciques sont maintenus, quoique perturbés (abdominal actogram et diaphragmatic EMG). A noter : les activations neurales progressives du mylohyoïdien qui annoncent la fin de l'apnée (EMG mylohyoideus muscle).

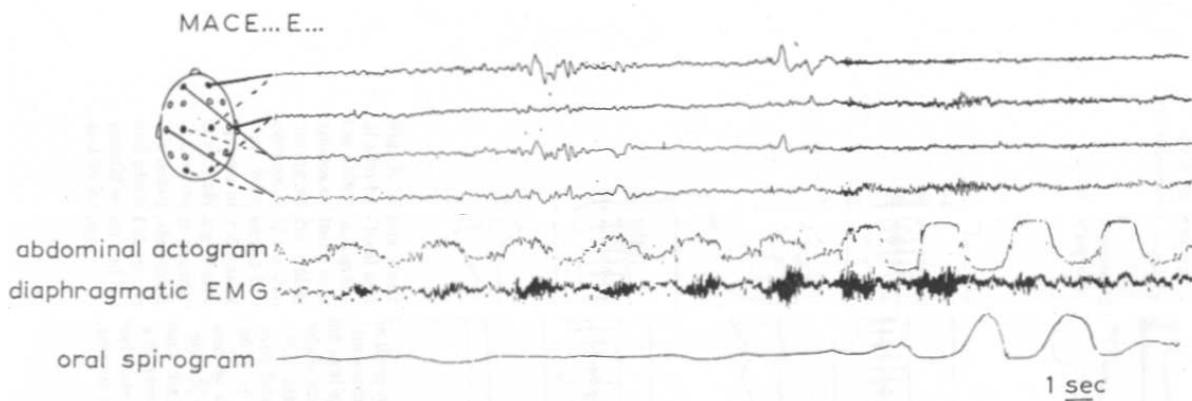


FIG. 1.17 – Fin du phénomène d'apnée, toujours d'après [Gastaut et al.66]. Des activations neuromusculaires progressives des muscles du diaphragme (diaphragmatic EMG) sont manifestes d'un réveil du système respiratoire. Celui-ci est suivi très rapidement par la reprise d'une respiration normale : fluctuations significatives du débit oronasal (oral spirogram) et mouvements thoraciques et abdominaux normaux (abdominal actogram). A noter : le changement de stade de sommeil est ici observé sur les courbes EEG (électrodes sur le crâne accompagnées du sigle "MACE...E...").

un mécanisme réflexe. Celui-ci se traduit par un microréveil<sup>12</sup> accompagné d'une réouverture, souvent brutale, des voies aériennes supérieures. Une respiration normale est ensuite observée. Ce phénomène de collapsus est appelé *apnée obstructive* (fig. 1.16 et 1.17).

Plus précisément, on définit une apnée comme une cessation totale du débit aérien respiratoire pendant plus de 10 secondes ([Roche et al.99] et [Malhotra et al.02b]). Les apnées obstructives, décrites précédemment, sont accompagnées d'une persistance des efforts ventilatoires (fig. 1.16). Elles se distinguent ainsi des apnées centrales, accompagnées d'un arrêt des efforts ventilatoires. Ces deux types d'apnées ne sont pas exclusifs et dans certains cas, on peut observer des apnées mixtes, avec succession de phénomènes centraux et obstructifs [Roche et al.99]. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons uniquement aux apnées obstructives.

Une *hypopnée*<sup>13</sup> correspond à une obstruction partielle des voies aériennes supérieures. Même

<sup>12</sup> passage d'un stade de sommeil profond à un stade de sommeil plus léger.

<sup>13</sup> dorénavant, hypopnée et apnée sous-entendent hypopnée et apnée obstructives.

si la respiration ne s'arrête pas au cours d'un épisode d'hypopnée, les conséquences sur l'organisme sont sensiblement les mêmes que celles engendrées par une apnée : diminution de la saturation en oxygène du sang et microréveil [Gould et al.88]. Il est plus délicat de donner une définition clinique précise de ce qu'est une hypopnée. Selon un consensus actuel, appelé critère de Chicago, une hypopnée se caractérise soit par une réduction du débit ventilatoire de plus de 50% pendant plus de 10 secondes par rapport à une période stable de référence, soit par une diminution significative de ce débit, accompagnée d'une chute d'au moins 3% de la saturation du sang en oxygène ou de preuve électroencéphalographique de réveil [Malhotra et al.02b]. D'autres définitions peuvent être utilisées. Une revue synthétique en est faite dans [Gould et al.88], mais toutes se basent sur au moins un des critères suivants : diminution du débit ventilatoire, réduction de la saturation en oxygène du sang, moindre amplitude des mouvements thoraciques et abdominaux, présence de microréveils.

Ainsi, le *syndrome d'apnées obstructives du sommeil*, ou SAOS<sup>14</sup>, est défini comme la survenue, au cours du sommeil, d'un nombre anormalement élevé d'apnées ou d'hypopnées, accompagnée de symptômes dont le principal est la somnolence diurne excessive. Pour estimer chez un patient la gravité de ce syndrome, le nombre d'apnées ou d'hypopnées qui surviennent par heure au cours du sommeil peut être mesuré. Cet indicateur clinique est dénommé IAH (*indice d'apnées et d'hypopnées*)<sup>15</sup>. Une mesure plus générale est celle des perturbations respiratoires nocturnes (RDI ou *respiratory disturbance index*) qui quantifie le nombre d'évènements nocturnes "anormaux" dans la respiration par heure.

**Note historique :** Le SAOS est la manifestation la plus courante de ce qu'on appelle *trouble respiratoire du sommeil* (ou SDB pour *sleep disordered breathing*), terme qui a vu le jour dans les années soixante. Avant la découverte du SAOS, on pouvait désigner par Syndrome de Pickwick (*the Pickwickian Syndrome*) une manifestation symptomatique de somnolence diurne excessive. Les premières explications invoquaient une narcose à base de dioxyde de carbone. Dans les années soixante, on suggéra, probablement pour la première fois, que la fermeture des voies aériennes supérieures pouvait être la cause de l'hypersomnolence observée. Par exemple, les auteurs de [Gastaut et al.66] en 1966 firent cette remarque. Ceux-ci observèrent à partir d'études polysomnographiques les phénomènes de cessation périodique de débit oronasal, accompagnés de désaturation du sang en oxygène et de microréveils (figures 1.16 et 1.17). D'après eux, la brusque diminution du tonus musculaire observée à l'endormissement était cause d'un mouvement arrière de la langue. En 1972, Walsh et ses collègues observèrent par cinéradiographie<sup>16</sup> les voies aériennes supérieures de patients obèses et hypersomnolents, à l'intérieur desquelles ils virent effectivement la langue se rétracter pour venir s'apposer à la paroi postérieure du pharynx [Walsh et al.72]. Ce fut finalement Remmers en 1978, qui, à l'aide de marqueurs, localisa le site de fermeture au niveau de l'oropharynx et qui analysa ce phénomène comme résultant d'un déséquilibre entre forces de pression engendrées par la respiration et tension des muscles du pharynx [Remmers et al.78]. Cette analyse reste d'actualité, même si par la suite le site d'obstruction s'est avéré variable. Toutes ces informations sont issues de [Ayappa et al.03].

**Note informative :** On trouve souvent dans la littérature le terme de syndrome de haute résistance des voies aériennes supérieures (*upper airway resistance syndrome*) qui se caractérise par une augmentation périodique des efforts respiratoires entraînant des micro-réveils, et qui se manifeste en journée par une somnolence excessive également. Il se différencie du syndrome d'apnées du sommeil par une diminution du débit respiratoire moins importante, inférieure à 50

<sup>14</sup> *obstructive sleep apnea syndrome* ou OSAS en anglais.

<sup>15</sup> *apnea hypopnea index* ou AHI en anglais.

<sup>16</sup> *cinéradiographie* ('*cinéfluoroscopie*' en anglais) : "technique d'enregistrement cinématographique d'images radioscopiques mobiles à la sortie d'un amplificateur de luminance" [Dictionnaire].

% du débit initial. Plus de précisions sur ce syndrome sont données dans [Guilleminault et al.93].

### 1.3.2 Prévalence

Il est très difficile de connaître la proportion de la population atteinte du SAOS. Les quelques études réalisées montrent que 1 à 5 % de la population masculine est atteinte, en Australie et aux Etats-Unis particulièrement [Roche et al.99]. La population féminine est moins touchée. Néanmoins, peu d'études sont réellement concluantes et les résultats sont à prendre avec beaucoup de précautions, d'autant plus que les chiffres trouvés dépendront directement de la définition utilisée [Malhotra et al.02b]. On considère tout de même que la population d'apnéiques est sous-estimée [Roche et al.99]. Par ailleurs, compte-tenu de la complexité du phénomène et de la diversité de ses conséquences, les cliniciens préfèrent dorénavant parler d'un spectre de syndromes, qui va du ronflement aux apnées complètes, plutôt que d'une différence catégorique entre une population normale et anormale [Malhotra et al.02b].

L'étude qui fait généralement référence est celle réalisée par Young et coll. en 1993 sur 602 employés américains de l'état du Wisconsin [Young et al.93]. Elle avait pour but de mesurer la proportion de troubles d'apnées du sommeil non diagnostiqués parmi la population. Les employés, choisis aléatoirement (population non-clinique), ont subi un examen nocturne, permettant de mesurer leur IAH. L'extrapolation des données obtenues a permis de révéler que 9 % des femmes et 24 % des hommes auraient des troubles respiratoires du sommeil (IAH > 5), parmi lesquels respectivement 2 % et 4 % seraient atteints du syndrome d'apnées du sommeil (IAH > 5 et somnolence diurne).

Une autre étude souvent mentionnée, réalisée en Australie, est celle de [Olson et al.95]. Elle évalue la prévalence minimum de ce syndrome à 3% dans la population australienne, en se basant sur un examen nocturne moins précis que celui de [Young et al.93]. Elle porte sur un échantillon de 441 mesures. Un individu est considéré comme apnéique si son RDI est supérieur à 15. En dépit d'un certain nombre de réserves, aussi bien sur la représentativité de l'échantillon que sur la méthode de mesure, le chiffre minimum de 3% y est considéré comme vraisemblable.

### 1.3.3 Symptômes, conséquences

Les principaux symptômes liés au SAOS proviennent essentiellement de deux sources. Tout d'abord, chaque épisode d'obstruction des voies aériennes supérieures est suivi d'un mécanisme réflexe provoquant leur réouverture (voir 1.3.1). Ce mécanisme a pour conséquence d'amener le patient vers des stades de sommeil moins profonds, voire à l'éveil dans des cas chroniques. Ces microréveils conduisent à une fragmentation complète du sommeil, lourde de conséquences neurocognitives et dont la principale est la somnolence diurne excessive : [Deegan et al.95], [Roche et al.99] et [Malhotra et al.02b]. Par ailleurs, la diminution de la saturation du sang en oxygène, ou *hypoxie*, accompagnée d'une augmentation de la teneur en dioxyde de carbone, ou *hypercapnie*, peut mener à long terme à des complications cardiovasculaires, notamment à de l'hypertension artérielle [Malhotra et al.02b].

La somnolence diurne excessive est ainsi le principal symptôme clairement mis en évidence : [Partinen et al.90], [Wright et al.97], [Roche et al.99] et [Malhotra et al.02b]. Celle-ci peut-être diagnostiquée soit par des tests de vigilance, d'endormissement ou de maintien de l'éveil [Roche et al.99], soit par des questionnaires sur la vie quotidienne [Partinen et al.90]. Elle a pour corollaire des difficultés sérieuses rencontrées dans la vie professionnelle et sociale. Elles peuvent se manifester concrètement par des licenciements ou du retard scolaire. On pourra par exemple se reporter à des articles comme [Sullivan et al.81] qui fournissent des informations détaillées sur certains patients. La somnolence diurne excessive peut être accompagnée d'autres conséquences

neurocognitives : diminution des performances à des tests neuropsychologiques, temps de réaction plus élevés, créativité réduite, diminution forte de la qualité de vie [Malhotra et al.02b] ou encore irritabilité [Gastaut et al.66]. Elle serait également susceptible d'accroître les risques d'accidents de la circulation, comme il est suggéré dans [Malhotra et al.02b].

En ce qui concerne les troubles cardiovasculaires, l'impact du syndrome sur l'hypertension artérielle a été prouvé récemment [Malhotra et al.02b]. Ce lien causal fut très difficile à mettre en évidence, d'autant plus que l'hypertension peut être engendrée par d'autres facteurs, tels que l'obésité, fréquente chez les apnéiques. Ainsi, une revue poussée de la littérature sur ce sujet effectuée en 1997 par [Wright et al.97] avait mené à des conclusions différentes : aucune étude n'avait réussi à montrer de lien causal significatif entre syndrome d'apnées du sommeil et hypertension ou maladies cardiovasculaires courantes (cardiopathie ischémique, insuffisance ventriculaire, troubles du rythme cardiaque, infarctus du myocarde et accidents vasculaires cérébraux). Ces conclusions furent reprises dans [Roche et al.99] deux ans plus tard. En résumé, le lien entre apnées du sommeil et maladies cardiovasculaires est complexe, vraisemblablement bidirectionnel, et surtout mal compris : [Mcnicholas03] et [Newman et al.01]. Celui-ci n'est toujours pas démontré pour des symptômes autres que l'hypertension artérielle et est encore objet d'études [Malhotra et al.02b].

En dépit de quelques publications sur le sujet comme [He et al.88], le lien causal entre apnées du sommeil et mortalité n'est pas clair, voire absent : [Partinen et al.92], [Wright et al.97] et [Roche et al.99].

### 1.3.4 Facteurs favorables

Les principaux facteurs du syndrome d'apnées obstructives du sommeil sont énumérés entre autres dans [Deegan et al.95].

Tout d'abord, les hommes sont plus exposés que les femmes. Par exemple, dans l'article de [Young et al.93], des mesures d'IAH ont été corrélées à des facteurs à risque (sexe, âge, obésité), ce qui a permis de montrer que les hommes sont plus touchés dans un rapport de deux à un. Les causes de cette différence sont encore mal élucidées à ce jour. Parmi les pistes proposées, certaines évoquent une différence d'impact de l'obésité sur les deux sexes, le rôle de certaines hormones mâles ou femelles (progestérone) [Deegan et al.95] ou encore des différences d'ordre anatomique [Malhotra et al.02a].

L'obésité apparaît sans ambiguïté comme un facteur de premier ordre. Une forte corrélation entre des mesures d'IAH et des mesures d'obésité a pu en effet être observée. L'obésité peut être quantifiée au travers de l'indice de masse corporelle (BMI<sup>17</sup>) ou encore au travers de la taille du cou [Olson et al.95]. On estime ainsi que 70 % des apnéiques sont obèses.

L'âge est un facteur significatif, dans la mesure où la propension au SAOS augmente avec celui-ci. Toutefois, l'influence de l'âge est moins marquée et moins claire que celle du sexe ou de l'obésité [Malhotra et al.02b]. Il en est de même pour les prédispositions génétiques : on constate la présence du syndrome chez de nombreuses personnes d'une même famille [Deegan et al.95]. L'éthanol comme les substance sédatives (calmants, tranquillisants) accentuent le phénomène, dans la mesure où ils réduisent l'activité et le tonus musculaire [Deegan et al.95]. Des facteurs plus spécifiques peuvent ensuite intervenir comme une constitution anatomique favorable aux apnées (retrognathie<sup>18</sup>, acromégalie<sup>19</sup>) ou des troubles dans le contrôle du système respiratoire

<sup>17</sup>Le BMI ou *Body Mass Index* est le rapport poids/surface (en  $kg/m^2$ ) d'un individu.

<sup>18</sup>dismorphose de la face caractérisée par un recul significatif du menton.

<sup>19</sup>hypertrophie osseuse, due à une affection de l'hypophyse, qui se traduit par un crâne très développé, et une



FIG. 1.18 – Patient s’apprêtant à subir un examen polysomnographique.

[Deegan et al.95].

## 1.4 Diagnostic et traitements du SAOS

Le procédé le plus employé pour diagnostiquer le syndrome d’apnées du sommeil est décrit en 1.4.1. Ensuite, sont exposés les principaux traitements connus à ce jour. Les données dont on dispose quant à leur efficacité sont sommairement discutées. La pression positive continue est d’abord évoquée en 1.4.2. Les traitements chirurgicaux sont détaillés en 1.4.3. Une revue des autres procédés thérapeutiques, moins courants ou plus récents, est effectuée en 1.4.4. En 1.4.5 est esquissée une conclusion quant à l’intérêt que peut présenter cette revue par rapport à nos objectifs. Le lecteur désireux de trouver plus d’informations pourra se référer en particulier à : [Roche et al.99], [Malhotra et al.02b], [Hoffstein96], [Hui et al.00] et [Fairbanks et al.03].

### 1.4.1 Diagnostic du syndrome d’apnées du sommeil

Le protocole standard de diagnostic du SAOS consiste essentiellement pour le patient à rester une nuit complète en laboratoire du sommeil, dans le cadre d’une étude polysomnographique [Malhotra et al.02b]. Ce procédé permet d’avoir connaissance de certains paramètres du comportement nocturne ayant trait particulièrement à l’activité cérébrale et à l’activité du système respiratoire. Il permet entre autres de déterminer l’indice d’apnées et d’hypopnées (IAH).

A cet effet, le patient est muni de capteurs mesurant divers signaux physiologiques, qui sont enregistrés et analysés tout au long de l’examen (figure 1.18)<sup>20</sup>. Tout d’abord, des électrodes captent des signaux EEG (électroencéphalogramme) au niveau de la boîte crânienne et EOG (électrooculogramme) au niveau des yeux. Ce premier dispositif permet de connaître les stades de sommeil que traverse le patient<sup>21</sup> et de détecter les microréveils. Une électrode au niveau du menton permet d’obtenir un signal EMG (électromyogramme) qui indique l’activité musculaire.

---

hypertrophie de la langue et des lèvres [Dictionnaire].

<sup>20</sup>Cette photographie a été prise par X. Pelorson lors d’une visite au CHU de Grenoble, dans le service du Pr. G. Bettega.

<sup>21</sup>Le signal EOG permet de distinguer notamment le stade REM, caractérisé par des mouvements rapides du globe oculaire, du stade NREM, caractérisé par un mouvement lent et périodique de celui-ci.

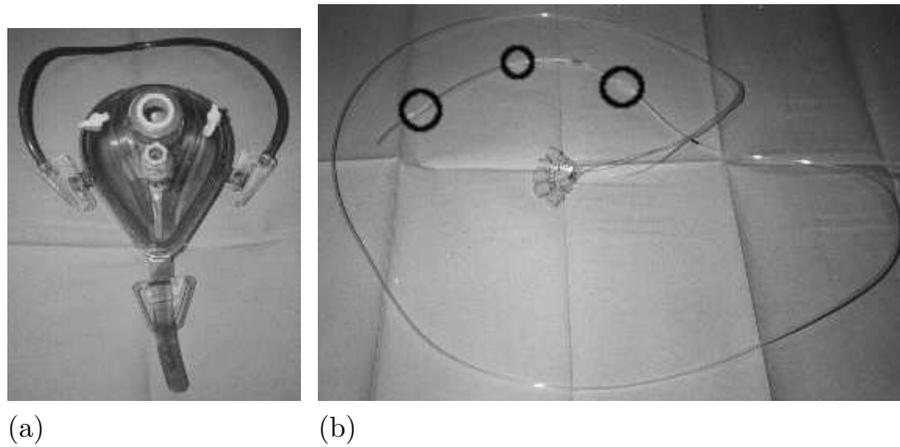


FIG. 1.19 – (a) Masque oronasal pour la polysomnographie, permettant de mesurer le débit d'air inspiré. (b) Capteurs de pression utilisés pour la polysomnographie. Des cercles noirs entourent certains des capteurs, peu visibles sinon. Ceux-ci sont introduits via les fosses nasales dans la cavité pharyngée. (L'utilisation de tels capteurs n'est pas systématique pour les examens polysomnographiques.)

Le ronflement est enregistré à l'aide d'un microphone. Une thermistance mesure le débit respiratoire. La pression nasale peut également être déterminée (figures 1.19 (a) et 1.19 (b)<sup>22</sup>). Un oxymètre permet de connaître la saturation du sang en oxygène. L'activité cardiaque est suivie par électrocardiogramme (ECG). Les figures 1.16 et 1.17 montrent des exemples d'enregistrements polysomnographiques.

La polysomnographie, de par sa durée et le caractère exhaustif des informations obtenues reste la référence en matière de diagnostic. Cette méthode est néanmoins coûteuse en terme de temps et de moyens matériels. En réponse à ce problème, des dispositifs de diagnostic à domicile, effectuant des mesures de la saturation en oxygène du sang (oxymétrie) ou de signaux respiratoires, ont été proposés. Ils restent néanmoins moins fiables que l'étude polysomnographique [Malhotra et al.02b].

#### 1.4.2 Le traitement de référence : la pression positive continue

La pression positive continue ou PPC<sup>23</sup> fut appliquée la première fois pour le traitement du SAOS par Sullivan et coll. en 1981 : [Sullivan et al.81]. Le seul traitement existant alors pour les apnées était la trachéotomie (voir 1.4.3), très invasive. L'introduction de la PPC se base sur le constat suivant : la perméabilité des voies aériennes supérieures résulte d'un équilibre entre des forces qui lui sont favorables, telles que l'action des muscles de la langue et du pharynx, et d'autres qui lui sont défavorables, telles que la force de succion engendrée par l'air inspiré ou la gravité (cf. 1.5.4). La PPC permet de diminuer considérablement l'action défavorable de la force de succion (figure 1.20 (a)) en agissant comme suit : un compresseur envoie de l'air au niveau des narines (figure 1.20 (b)) ou des orifices respiratoires (bouche et narines, PPC oronasale) via un masque. Cette forme de respiration forcée permet de maintenir les parois des voies aériennes supérieures relativement éloignées, et donc d'assurer la perméabilité de ces dernières.

Ce traitement implique l'utilisation quotidienne d'un masque oronasal relié à un compresseur au cours du sommeil, ce qui est une contrainte forte. Son efficacité est clairement démontrée : il diminue significativement l'indice d'apnées et d'hypopnées et supprime les symptômes :

<sup>22</sup>De même que précédemment, ces photographies ont été prises par X. Pelorson lors d'une visite au CHU de Grenoble.

<sup>23</sup>continuous positive airway pressure (CPAP) en anglais.

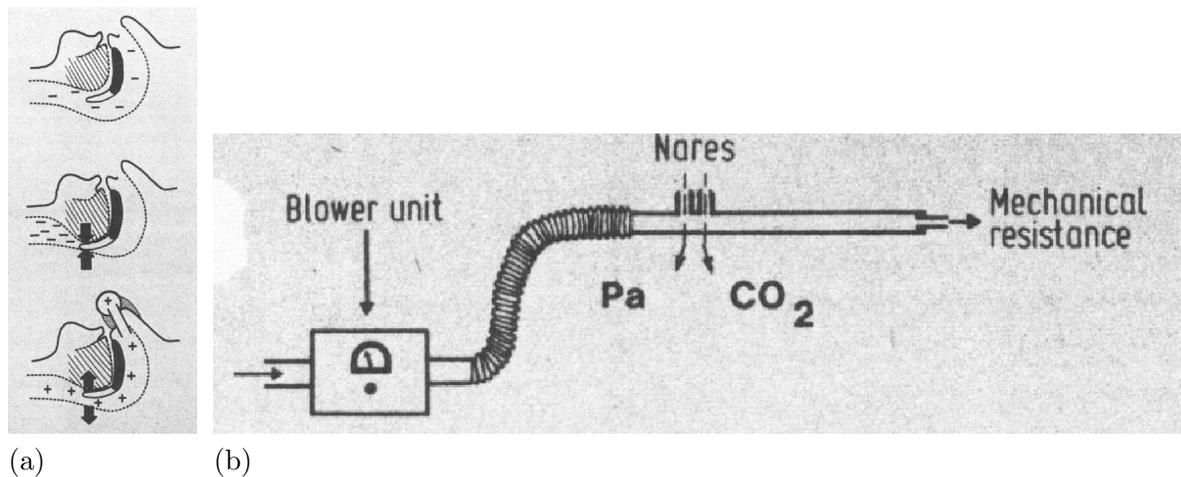


FIG. 1.20 – (a) Principe de la pression positive continue : l’envoi d’air dans les voies aériennes supérieures (schéma du bas) permet de contrebalancer l’effet de succion à l’inspiration (deux schémas du haut). (b) Schéma d’un des premiers dispositifs de pression positive continue pour le SAOS. D’après [Sullivan et al.81] .

[Roche et al.99], [Wright et al.97]. En revanche, ces derniers réapparaissent dès que le traitement est interrompu. Le point faible principal de la PPC réside alors dans son taux d’acceptation par les patients. D’après [Roche et al.99], celui-ci est compris entre 46 % et 93 % selon les études.

### 1.4.3 Traitements chirurgicaux pour le syndrome d’apnées du sommeil

Les techniques chirurgicales les plus courantes pour le syndrome d’apnées du sommeil sont mentionnées ici. Celles-ci sont généralement utilisées pour les cas les plus critiques, ou lorsque la pression positive continue n’est pas tolérée. Par ailleurs, ces techniques chirurgicales peuvent être combinées entre elles. Pour plus d’informations et une étude poussée de l’efficacité de ces différentes chirurgies, on pourra se reporter à [Roche et al.99].

D’une manière générale, la chirurgie vise à modifier la géométrie des voies aériennes supérieures, en augmentant le calibre pharyngé par exemple, ou à agir sur les propriétés mécaniques, par exérèse des tissus gras, très compliants, notamment. Son action se focalise donc essentiellement sur les facteurs “passifs”, et non sur les facteurs “actifs”, neuromusculaires plus particulièrement, du SAOS.

#### La trachéotomie

La trachéotomie fut longtemps le seul traitement chirurgical permettant de mettre fin définitivement aux apnées, et fut pratiqué pour la première fois dans ce contexte par Kuhlo et coll. en 1969 : [Kuhlo et al.69]. De manière schématique, il s’agit de sectionner la trachée par voie d’abord externe, au niveau du cou, et d’y introduire une canule dont une des extrémités est à l’air libre. Le syndrome d’apnées du sommeil étant nocturne, cette extrémité peut être close en journée, ce qui facilite la vie quotidienne (parole, respiration diurne).

La trachéotomie est un traitement très efficace dans la mesure où il permet de contourner le problème. Ainsi, on constate la disparition complète des symptômes chez la très grande majorité des patients [Conway et al.81]. Néanmoins, il a été abandonné progressivement depuis l’arrivée de la PPC et d’autres techniques chirurgicales, compte tenu de son caractère contraignant (nécessité de nettoyer la canule quotidiennement) et d’effets adverses non-négligeables : réaction

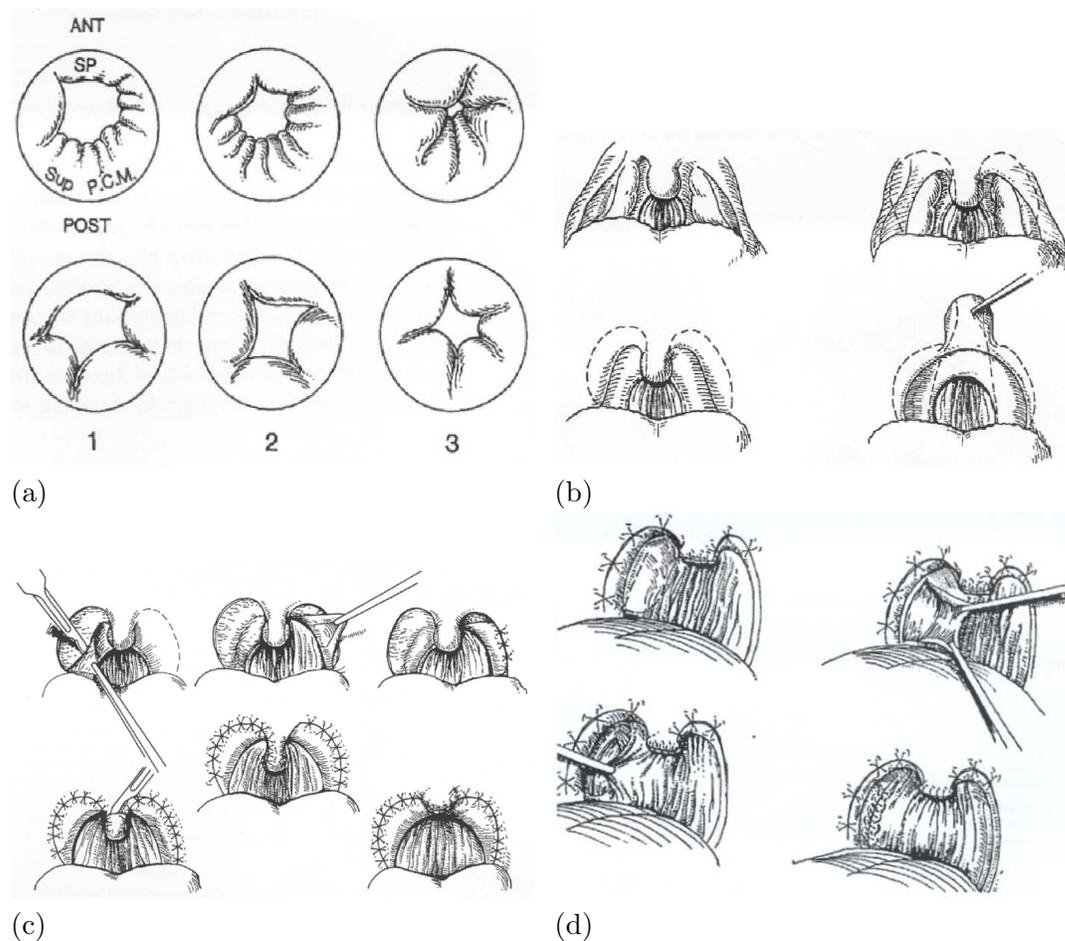


FIG. 1.21 – (a) Principe de l'UPPP : on enlève les tissus redondants qui obstruent le pharynx. Les schémas formant les deux premières colonnes montrent l'allure de l'espace velopharyngé à l'expiration, la phase d'inspiration étant objet de la troisième colonne. Les schémas du haut correspondent à l'étape pré-opératoire, ceux du bas à l'étape post-opératoire. Avant opération, les tissus obstruent complètement les voies aériennes supérieures à l'inspiration (collapsus, visible sur l'image 3, en haut). Après exérèse des tissus, le calibre pharyngé est élargi et reste significativement grand, même à l'inspiration (image 3, en bas). (b) Etape 2 de l'UPPP (incision du palais mou). (c) Etape 3 de l'UPPP (élévation et retrait de la muqueuse). (d) Etape 5 de l'UPPP (excision de la paroi postérieure pharyngée). D'après [Fujita et al.81].

et obstruction partielle de la trachée en réponse à l'irritation causée par la canule, maladies infectieuses (bronchite chronique, pneumonies) et impact psychosociologique sérieux (problèmes de réinsertion sociale, problèmes conjugaux, dépression). On pourra consulter [Conway et al.81] pour plus de détails.

### L'uvulopalatopharyngoplastie (UPPP)

Mise au point en 1981 par Fujita et coll., l'uvulopalatopharyngoplastie (ou UPPP) consiste à dégager les voies aériennes supérieures par suppression des tissus redondants (figure 1.21 (a)) [Fujita et al.81]. Les tissus ciblés sont ceux du palais mou et ceux environnant celui-ci ([Fujita et al.81], [Crampette et al.92]), ce qui permet d'augmenter l'espace velopharyngé et oropharyngé. Schématiquement, les étapes de l'opération sont les suivantes :

1. tonsillectomie<sup>24</sup>,

<sup>24</sup>tonsillectomie : retrait des amygdales.

2. incision du palais mou (figure 1.21 (b)),
3. élévation et retrait de la muqueuse du palais mou (figure 1.21 (c)),
4. troncature, voire amputation de la luette,
5. excision latérale de la paroi postérieure pharyngée, et retrait des tissus redondants (figure 1.21 (d)).

Cette opération permet par ailleurs de préserver la couche musculaire. En dépit de son caractère moins invasif que la trachéotomie, l'UPPP a pour inconvénient par rapport à cette dernière d'engendrer un taux d'échec beaucoup plus important, estimé entre 35 % et 60 %, d'après [Roche et al.99]. De plus, les effets positifs ont tendance à se dégrader avec le temps [Roche et al.99]. D'après [Crampette et al.92] et [Hoffstein96], son principal défaut est d'être une opération trop locale, qui ne s'attaque qu'à un seul site d'obstruction des voies aériennes supérieures (naso-pharynx), laissant la possibilité au collapsus d'avoir lieu ailleurs (oro-pharynx). D'après [Hui et al.00], cette opération n'a tendance qu'à diminuer de 50 % le nombre d'apnées par heure, ce qui est insuffisant dans nombre de cas si on vise une disparition totale des symptômes. En dépit de ces problèmes, l'UPPP a longtemps été le traitement chirurgical le plus employé pour le SAOS [Crampette et al.92].

### La chirurgie du pharynx retro-basi-lingual

Le terme de chirurgie du pharynx retro-basi-lingual est employé ici pour désigner toutes les chirurgies permettant d'avancer la base de la langue dans le plan sagittal, ce qui doit permettre un élargissement du diamètre antéro-postérieur des voies aériennes supérieures. Il est emprunté à [Crampette et al.92], à travers l'acronyme RTBP (*retro-tongue-base-pharynx*), et traduit par [Bettega et al.98]. On distingue deux méthodes pour procéder à cet avancement : l'ostéotomie mandibulaire avec suspension hyoïdienne et l'avancée maxillo-mandibulaire. Celles-ci sont en général combinées, ce qui donne lieu à deux opérations successives chez un même patient. D'après [Roche et al.99], elles ont un taux de réussite de 100 % en ce qui concerne l'impact sur le ronflement et sur la somnolence diurne. Sinon, les mesures d'efficacité oscillent entre 55 % et 97 % selon les critères utilisés. Les effets indésirables ne sont pas très clairement étudiés [Roche et al.99]. Nous allons d'abord examiner le procédé d'ostéotomie mandibulaire avec suspension hyoïdienne, puis l'avancée maxillo-mandibulaire.

#### *Ostéotomie de la mandibule et suspension hyoïdienne*

La langue est rattachée essentiellement à deux structures osseuses : l'os hyoïde et la mandibule (cf. 1.1). Une modification adéquate de ces deux attaches osseuses entraîne une avancée linguale. On peut soit "suspendre" l'os hyoïde, c'est-à-dire le désolidariser de ses attaches musculaires inférieures et l'attacher à la partie avant de la mandibule, soit pratiquer une ostéotomie mandibulaire impliquant une avancée des genio-tubercules et donc de l'attache mandibulaire de la langue [Crampette et al.92]. Ces deux gestes sont combinés au sein d'une même procédure : l'ostéotomie sagittale inférieure de la mandibule accompagnée d'une suspension hyoïdienne, décrite dans [Riley et al.86] et illustrée figure 1.22.

Il existe de nombreuses variantes à ce type d'opération. On peut se reporter par exemple à [Crampette et al.92] pour en avoir un aperçu. Le geste d'ostéotomie mandibulaire est parfois

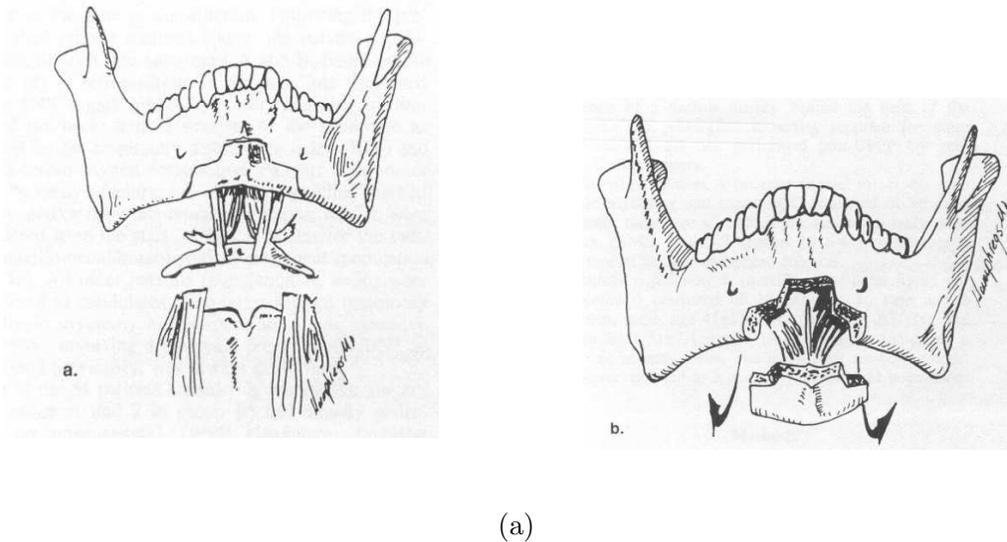


FIG. 1.22 – (a). *Suspension hyoïdienne* : les muscles rattachant l'os hyoïde au cartilage thyroïde sont sectionnés. L'os hyoïde est suspendu à la mandibule à l'aide de facia lata. (b) *Ostéotomie mandibulaire* : le fragment antérieur de la mandibule est avancé, ce qui a pour effet d'entraîner le massif lingual. D'après [Guilleminault et al.89].

appelé AMO (*anterior mandibular osteotomy*). La suspension hyoïdienne est nommée également hyoïdoplexie avec myotomie. Réalisée seule, elle n'est pas efficace [Crampette et al.92]

#### *Avancée maxillomandibulaire*

La chirurgie d'avancée maxillomandibulaire vient souvent compléter l'ostéotomie de la mandibule et la suspension hyoïdienne, au cours d'une deuxième phase, chez un même patient, plusieurs mois après [Guilleminault et al.93], [Bettega et al.98]. Elle consiste en une découpe et un repositionnement de la mandibule et du maxillaire supérieur (figure 1.23). Des informations plus fournies sur les buts, les outils et la procédure de chirurgie maxillomandibulaire en général sont disponibles dans [Richter et al.97], [Richter et al.98b], [Richter et al.98a] ainsi que dans [Lejoyeux98]. Pour ce type de chirurgie, le début de la période post-opératoire peut être parfois accompagné d'un traitement par pression positive continue, voire d'une trachéotomie temporaire [Crampette et al.92].

La méthode d'avancée maxillomandibulaire s'avère très efficace, autant que la pression positive continue [Crampette et al.92], même si peu d'études le démontrent encore clairement [Malhotra et al.02b]. La chirurgie peut parfois être accompagnée d'une correction orthodontique mais cette dernière est le plus souvent bannie car longue, pas forcément nécessaire et mal tolérée chez les adultes [Bettega et al.98]. En effet, préserver absolument l'articulé dentaire n'est pas le but principal, il s'agit surtout d'élargir les voies aériennes supérieures. Cette procédure entraîne également des conséquences esthétiques non négligeables [Richter et al.97], [Richter et al.98b]. Ainsi, elle est encore difficilement acceptée [Malhotra et al.02b].

#### **Autres types de chirurgie**

La chirurgie nasale peut s'avérer utile pour le traitement du syndrome d'apnées du sommeil si elle accompagne une procédure localisée au niveau du pharynx comme l'UPPP ou la chirurgie du pharynx retro-basi-lingual. Elle est notamment préconisée en cas de déviation du septum nasal, d'hypertrophie des cornets ou en présence de polypes<sup>25</sup>. Auxquels cas sont respective-

<sup>25</sup>Polype : formation sessile ou pédiculée développée aux dépens d'une muqueuse [Dictionnaire].

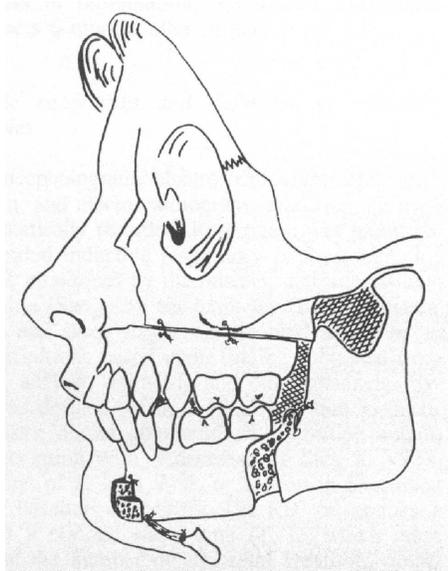


FIG. 1.23 – *Avancée maxillo-mandibulaire. L’ostéotomie du maxillaire supérieur ainsi que de la mandibule est suivie d’une avancée des fragments osseux antérieurs. Les fragments sont finalement resolidarisés (ostéosynthèse). D’après [Guilleminault et al.89].*

ments envisagées une septoplastie<sup>26</sup>, une turbinectomie<sup>27</sup> ou une polypectomie<sup>28</sup> [Hui et al.00]. La diminution de l’encombrement nasal entraîne une perméabilité accrue des voies aériennes supérieures. Son effet sur les apnées, significatif, n’est néanmoins pas suffisant pour pouvoir envisager seulement ce traitement.

Parmi les autres traitements chirurgicaux proposés pour les apnées, l’uvulopalatoplastie laser<sup>29</sup> est souvent mentionnée dans la littérature [Hui et al.00], [Malhotra et al.02b]. Son efficacité à long terme n’a pas encore été évaluée [Hui et al.00].

#### 1.4.4 Autres traitements

D’autres thérapies peuvent être envisagées en rapport aux apnées : traitements conservatifs, prothèses, médicaments ou traitements expérimentaux.

Un traitement conservatif consiste en une modification du mode de vie du patient, sans intervention chirurgicale, ni prise de médicament. On essaye par là de minimiser les facteurs engendrant un syndrome ou une maladie. Concernant le syndrome d’apnées du sommeil, [Hui et al.00] et [Hoffstein96] regroupent diverses approches s’insérant dans ce cadre. Tout d’abord, le changement de position au cours du sommeil, latéral plutôt que dorsal, s’est avéré avoir un effet sensiblement positif, ce qui s’explique par le rôle de la gravité [Hoffstein96]. Compte-tenu de l’importance de l’obésité comme facteur (voir 1.3.4), une perte de poids peut être préconisée : en dépit de son efficacité, celle-ci est difficile à maintenir à long terme [Hui et al.00]. L’alcool ainsi que les substances sédatives telles que calmants ou tranquillisants peuvent être évités car ils induisent une diminution du tonus musculaire [Hui et al.00]. Ce changement n’aboutit cependant pas un arrêt complet du syndrome.

<sup>26</sup>modification du septum nasal.

<sup>27</sup>exérèse d’un cornet des fosses nasales [Dictionnaire].

<sup>28</sup>ablation d’un polype [Dictionnaire].

<sup>29</sup>LAUP : laser assisted uvulopalatoplasty en anglais.

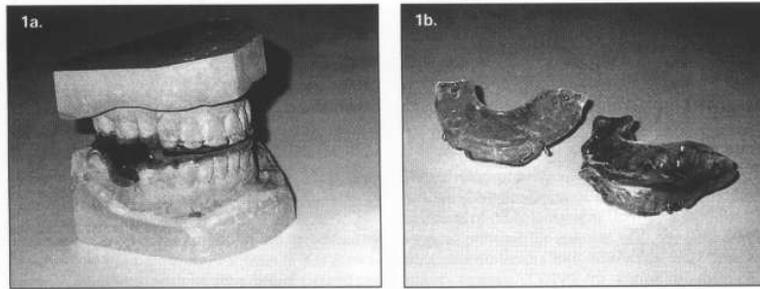


Fig 1. Oral appliances prescribed by the Dental Clinic, Prince of Wales Hospital  
 (1a) Mandibular advancement splint; (1b) Casts of dental and jaw structure of patient that are used to make the splint

FIG. 1.24 – Prothèse d'avancement mandibulaire, d'après [Hui et al.00]

Les prothèses d'avancement mandibulaire ou lingual (figure 1.24) peuvent représenter une alternative viable chez les patients qui ne tolèrent pas la pression positive continue ou qui refusent une intervention chirurgicale. Elles permettent d'élargir l'espace rétroglossal<sup>30</sup>. Leur efficacité est encore objet d'études [Malhotra et al.02b].

[Hoffstein96] mentionne des médicaments ayant pour effet de modifier les réflexes neuromusculaires des muscles pharyngés. Ils se sont montrés inefficaces pour le moment. Parmi les traitements expérimentaux déjà testés ou en cours, on peut mentionner : la stimulation électrique directe des muscles sublinguaux, inefficace, l'ablation des tissus par radio-fréquences (réduction du volume tissulaire), qui reste en cours d'étude, ainsi que l'extension du maxillaire par traitement orthodontique, efficace pour des catégories particulières de patients [Hui et al.00].

#### 1.4.5 Conclusion

La très grande diversité des approches thérapeutiques ayant eu cours pour traiter le syndrome d'apnées du sommeil témoigne d'une recherche clinique très active en ce domaine. Néanmoins, la pression positive continue, plus répandue, n'est pas tolérée par tous les patients. La chirurgie, dont les effets ont pu être évalués et reconnus, reste une procédure longue, délicate. Patients comme chirurgiens souhaiteraient en conséquence qu'elle soit la plus efficace possible (faible taux d'échec) et la plus dépourvue possible d'effets adverses.

### 1.5 SAOS, aspects physiologiques et physiopathologiques

Dans cette section, les mécanismes physiologiques supposés à l'origine du SAOS sont exposés. Nous nous sommes appuyés sur des revues récentes d'études touchant à ce sujet, que l'on pourra consulter pour plus de détails : [Malhotra et al.02b] [Ayappa et al.03] [Fogel et al.04].

Il a déjà été fait mention de la complexité des voies aériennes supérieures en ce qui concerne leur structure, dans la section sur l'anatomie (1.1). Il en est de même pour ce qui est de leur fonction puisqu'elles jouent un rôle déterminant aussi bien dans le processus de respiration que dans ceux de déglutition et de phonation. Pour cette raison, il est commode de séparer les facteurs pouvant intervenir sur la fréquence et l'amplitude des collapsus en différents types. La littérature s'accorde donc pour différencier les facteurs purement anatomiques, tels que l'architecture osseuse ou le volume global des tissus adipeux, des facteurs neuronaux, touchant à l'activation

<sup>30</sup>espace pharyngé postérieur à la base de la langue.

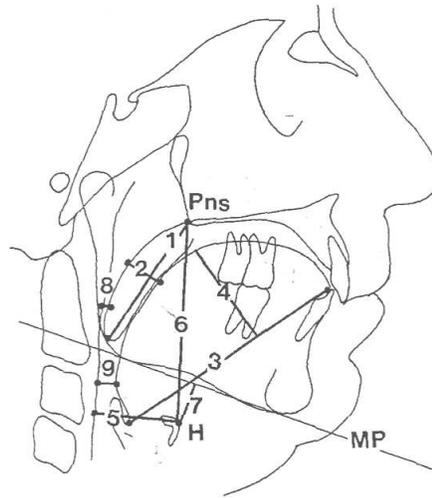


FIG. 1.25 – Exemple d'étude céphalométrique sur patient apnéique. A partir d'une radiographie sagittale, les contours des os et des tissus sont tracés, puis des marqueurs (points, segments) sont positionnés. Les variables étudiées caractérisent d'abord les dimensions des tissus : la longueur (1) et l'épaisseur du palais mou (2), la longueur (3) et l'épaisseur (4) de la langue. Ensuite, la position de l'os hyoïde est évaluée, au travers de sa distance à la paroi postérieure pharyngée (5), à l'épine nasale postérieure (6) et au plan mandibulaire (7). Finalement, la dimension du conduit pharyngé est mesurée au niveau du voile du palais (8) (espace pharyngé postérieur haut) et de la langue (9) (espace pharyngé postérieur bas). Les variables suspectées d'avoir une influence sur la propension au collapsus sont : la longueur du palais mou (1), la distance de l'os hyoïde à la paroi postérieure pharyngée (5) ainsi que la distance de l'os hyoïde à l'épine nasale postérieure (6). D'après [Sforza et al.00].

des muscles par le système nerveux, et qui dépendent de l'état éveil / sommeil. Entre ces deux catégories, il est possible d'en rajouter une troisième qui concerne les facteurs mécaniques passifs, indépendants de l'activation musculaire, et directement liés aux propriétés des tissus, comme le font par exemple [Fogel et al.04] ou [Ayappa et al.03]. Cette division en trois catégories a été retenue ici.

Ainsi, les différences d'ordre anatomique entre les patients apnéiques et les sujets sains sont d'abord examinées (1.5.1). Ensuite, les aspects mécaniques sont envisagés (1.5.2). Enfin, les facteurs neuronaux sont mentionnés (1.5.3). Avant de conclure en (1.5.5), deux analogies couramment citées pour comprendre le SAOS dans sa globalité sont présentées (1.5.4).

### 1.5.1 Rôle de l'anatomie

De nombreuses techniques ont permis d'étudier l'anatomie des patients apnéiques et de la comparer à celle de sujets sains, qui constituent alors un groupe de référence. Les plus employées sont :

- *les études céphalométriques* : à partir de radiographies sagittales, différents repères anatomiques permettent de mesurer des distances et des angles caractéristiques de l'anatomie d'un patient. Parmi les études publiées, on peut citer par exemple celle de E. Sforza et coll. [Sforza et al.00] (voir figure 1.25).
- *l'analyse d'images scanner et IRM* : ces examens permettent d'obtenir des reconstructions tridimensionnelles des voies aériennes supérieures à partir de la segmentation des images.

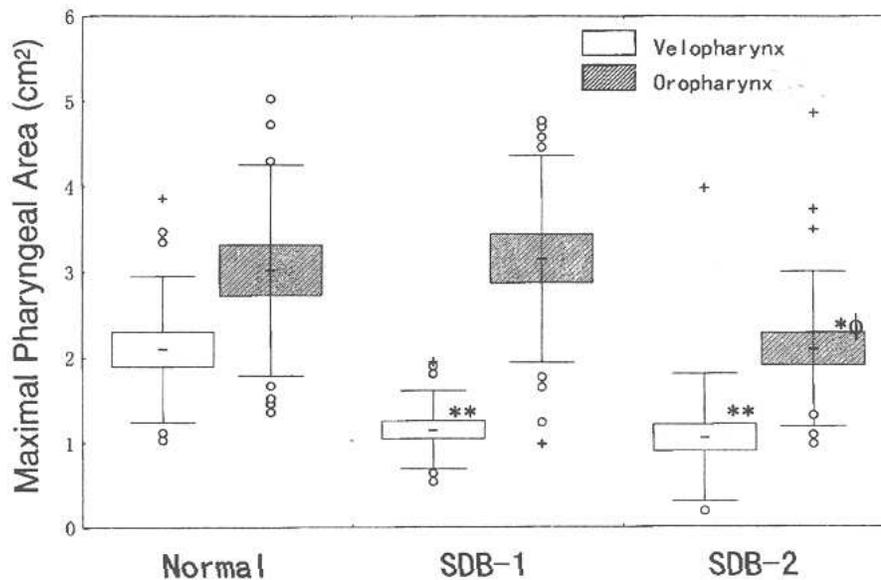


FIG. 1.26 – Aire de la section pharyngée en configuration passive (muscles anesthésiés) chez trois groupes : sujets sains (Normal), apnéiques légers (SDB-1) et apnéiques chroniques (SDB-2). Chez les sujets atteints du SAOS, les voies aériennes supérieures sont plus étroites au niveau du velopharynx. Une différence au niveau de l'oropharynx est perceptible entre apnéiques légers et chroniques, pour lesquels l'aire est plus petite. D'après [Isono et al.97b].

Des mesures d'aires et de volumes d'entités anatomiques peuvent ensuite être effectuées : voir par exemple l'étude de R.J. Schwab et coll. [Schwab et al.93].

- les techniques de réflexion acoustique : l'envoi d'ondes acoustiques dans la cavité pharyngée permet d'estimer l'aire de la section du conduit aérien en fonction de la profondeur. On pourra se reporter par exemple à l'article de J. Huang et coll. pour plus d'informations [Huang et al.00].

La plupart des études s'appuyant sur des techniques d'imagerie sont effectuées à l'éveil [Malhotra et al.02b]. C'est le cas par exemple de [Sforza et al.00] et de [Schwab et al.93]. Elles présupposent donc qu'au cours du sommeil, on puisse observer une différence de configuration similaire entre apnéiques et sujets sains. Une des seules exceptions est celle, déjà citée, d'Isono et coll. [Isono et al.97b], où les mesures sont effectuées après paralysie des muscles, ce qui permet de s'assurer que les voies aériennes supérieures sont dans une configuration de repos, sans activité neuro-musculaire (voir figure 1.26).

D'une manière générale, il a été montré que les voies aériennes supérieures de patients apnéiques sont plus étroites que celles de sujets sains, en particulier au niveau du velopharynx et de l'oropharynx [Ayappa et al.03]. L'origine de cette différence peut se situer dans la conformation osseuse : une mandibule plus petite, un os hyoïde positionné plus bas ou un maxillaire localisé d'avantage postérieurement sont des caractéristiques qu'on retrouve souvent chez les apnéiques, comme l'ont montré des études céphalométriques [Fogel et al.04]. Les études s'intéressant aux tissus mous ont montré que le volume de la langue, du palais mou et des coussins graisseux parapharyngés est plus important chez les apnéiques, notamment [Schwab et al.03] (voir figure 1.27).

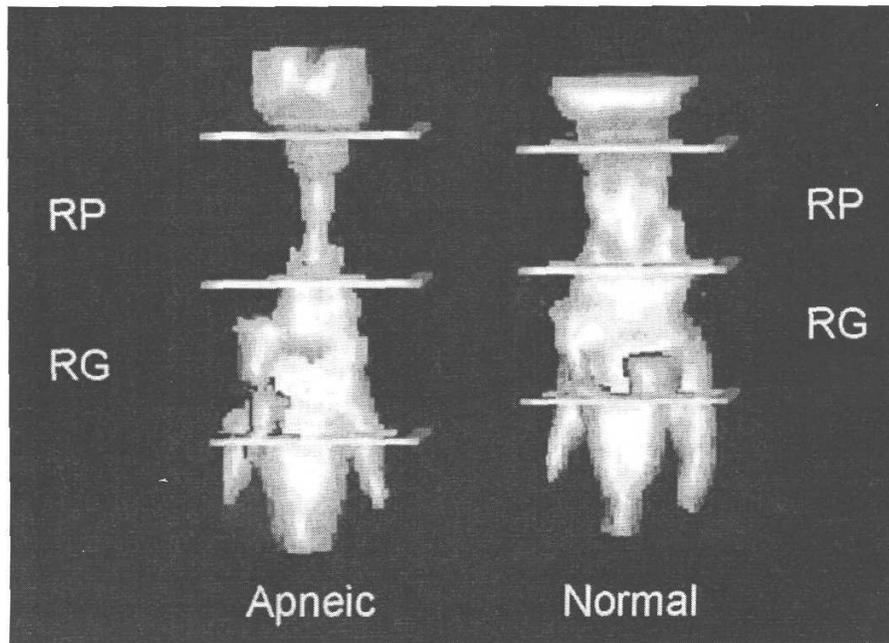


FIG. 1.27 – Reconstruction tridimensionnelle des voies aériennes supérieures à partir d’images IRM. Le conduit pharyngé est plus étroit au niveau du velopharynx que de l’oropharynx. Les longueurs des portions oropharyngées (RG) et velopharyngées (RP) sont différentes chez les apnéiques et chez les sujets sains. Le volume du velopharynx est plus réduit chez les apnéiques. D’après [Schwab et al.03].

On peut expliquer la différence d’anatomie entre les apnéiques et les sujets sains par des facteurs génétiques, qui conditionnent la structure osseuse, la taille de la langue et des tissus amygdaliens, et des facteurs liés au mode de vie du patient, tels que l’obésité, qui favorise les dépôts gras dans le pharynx, ou encore tels que certaines pathologies spécifiques [Fogel et al.04].

Pour terminer, mentionnons que les sites fréquents de collapsus se situent aux endroits où la lumière pharyngée est la plus petite : derrière le voile du palais (velopharynx) et à la base de la langue (oropharynx) [Rama et al.02].

### 1.5.2 Facteurs mécaniques passifs

Des études ont porté sur l’examen des propriétés mécaniques des voies aériennes supérieures d’apnéiques. En ce qui concerne le SAOS, une propriété importante est leur compliance, qui est d’autant plus élevée qu’elles sont aptes à se déformer (cf. section 1.2). Rappelons que celle-ci est liée d’une part à l’anatomie et d’autre part à l’élasticité des tissus mous, couches graisseuses et muscles en configuration non activée. Cette propriété passive est difficile à établir dans la mesure où, aussi bien à l’éveil qu’au cours du sommeil, ces muscles sont activés. Seuls à notre connaissance Isono et coll. ont pu mesurer la compliance du pharynx, dans son état passif, en paralysant les muscles, selon la méthode expliquée en 1.2 [Isono et al.97b]. Il ressort de cette étude que le pharynx est plus compliant chez les apnéiques que chez les sujets normaux, comme on le constate figure 1.28.

### 1.5.3 Activité neuro-musculaire

Chez un sujet apnéique, à l’éveil, la fonction respiratoire est aussi bien assurée que chez un sujet sain, en dépit d’un pharynx plus étroit ou plus facilement collabable. Ce phénomène

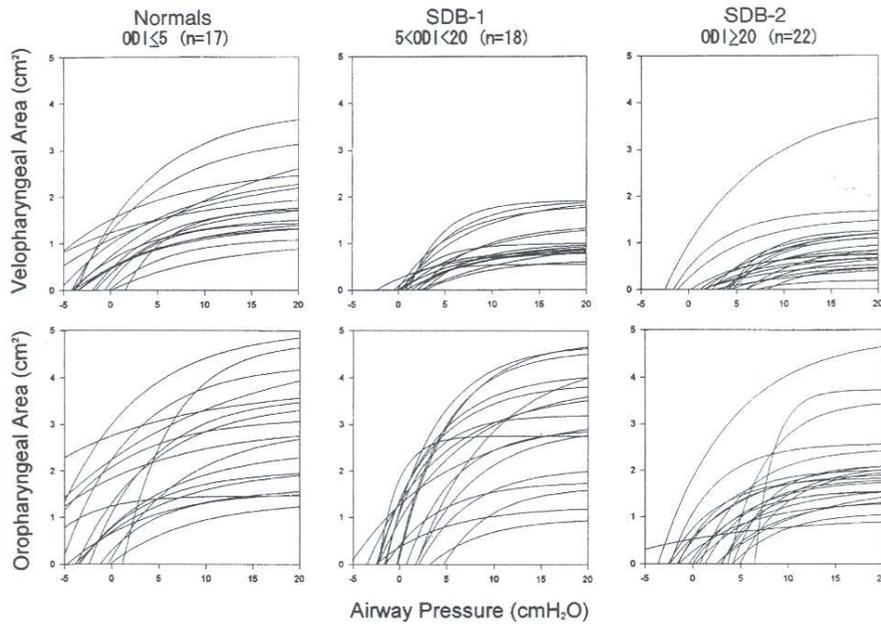


FIG. 1.28 – Relevés de l’aire  $A$  au niveau de l’oropharynx (“oropharyngeal area”) et du velopharynx (“velopharyngeal area”) en fonction de la pression intrapharyngée  $P$  (“airway pressure”). La compliance pour une valeur définie de  $P$  est donnée par la pente de la courbe au point d’abscisse  $P$ . Les courbes présentent une allure exponentielle (courbes de la forme  $A = A_{max} - Be^{-KP}$ ). Chez les sujets apnéiques, légers (SDB-1) et chroniques (SDB-2), les courbes sont translatées en moyenne vers la droite par rapport à celles des sujets sains (Normals). Ceci se traduit par une pression critique d’occlusion (pression lorsque l’aire est nulle) plus élevée, donc une plus forte propension au collapsus. D’après [Isono et al.97b].

s’explique par un niveau d’activité des muscles des voies aériennes supérieures plus important. Cette activité accrue permet de compenser les défauts anatomiques ou mécaniques. En revanche, au cours du sommeil, on constate une diminution très importante de l’activité musculaire. Cette baisse est essentiellement liée à un arrêt des mécanismes réflexes qui assurent l’activité phasique avec l’inspiration [Fogel et al.04]. Les voies aériennes supérieures deviennent alors très vulnérables, avec un risque de collapsus élevé.

#### 1.5.4 Deux analogies pour comprendre le SAOS

##### L’équilibre des forces

Le schéma d’équilibre des forces (ou *balance of forces*) a été proposé par Isono et coll. dans [Isono et al.97b] : il s’agit d’expliquer le phénomène de collapsus par le déséquilibre entre des forces contraires. En effet, la paroi des voies aériennes supérieures est soumise à des forces ‘négatives’, qui ont tendance à favoriser le collapsus : ce sont principalement les forces de dépression exercées par le flux d’air lors de l’inspiration. Des forces ‘positives’ ont tendance à résister aux forces de collapsus et parviennent à les équilibrer dans des circonstances données. Ce sont les forces liées aux parois, aussi bien à leurs propriétés élastiques passives qu’aux forces neuromusculaires qui les raidissent et qui sont activées à l’inspiration (voir figure 1.29).

##### Le tube collable

Un tube collable est un tube fortement déformable, en latex par exemple, fixé à ses deux extrémités à des tubes rigides. A l’intérieur du tube circule un fluide, liquide ou gazeux. Un autre

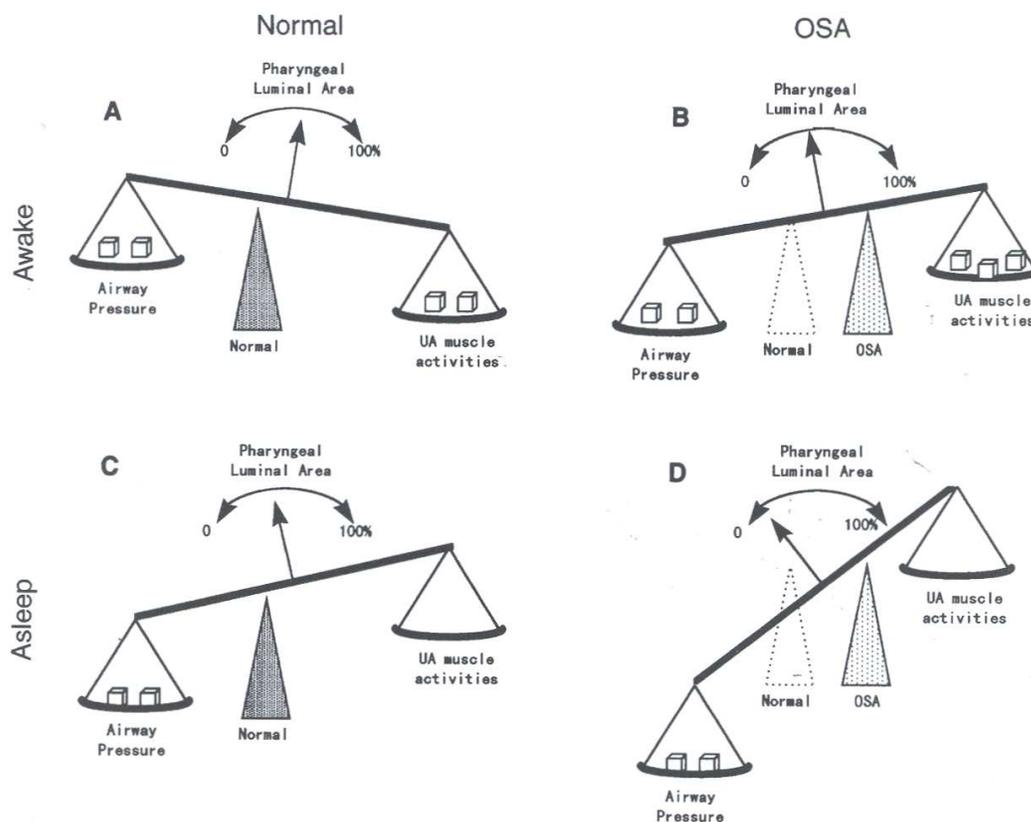


FIG. 1.29 – Schéma "d'équilibre des forces" tel qu'il a été proposé par Isono et coll. [Isono et al.97b]. A l'éveil, l'activité musculaire compense les forces de dépression exercées par l'air, aussi bien chez les sujets normaux que chez les apnéiques (OSA), pour qui l'activité est plus importante. Durant le sommeil, la baisse de l'activité engendre un déséquilibre trop important chez les apnéiques, pouvant causer un collapsus (couteau de la balance déplacé à droite chez les apnéiques).

fluide environne le dispositif. La paroi élastique du tube déformable sert alors d'interface fluide externe / fluide interne. S'il est possible de contrôler le fluide externe en pression, on parlera plus spécifiquement de résistance de Starling<sup>31</sup> [Jensen02]. Un schéma type de la résistance de Starling est donné figure 1.30.

D'une manière générale, ce dispositif est très utilisé en physiologie humaine et animale, car il permet d'étudier la physique d'un écoulement dans un conduit déformable, et de mieux analyser le comportement de flux physiologiques, en particulier au niveau des artères, des veines, des bronches, de l'intestin, de l'urètre et de l'uretère [Shapiro77], [Cancelli et al.85], [Jensen02], [Carpenter et al.05]. Naturellement, l'analogie avec ce dispositif fut rapidement proposée pour décrire le comportement des voies aériennes supérieures au cours d'un épisode d'apnée. Il est ainsi abondamment cité dans les travaux sur le SAOS à dominante médicale ou physiologique. On peut par exemple mentionner les articles suivants qui y font directement référence : [Krieger et al.98], [Deegan et al.95], [Ayappa et al.03], [Hudgel et al.88], [Smith et al.88], [Isono et al.97b] et [Isono et al.97a].

Les tissus mous (langue, velum, parois pharyngées) peuvent alors être assimilés au fluide

<sup>31</sup>Cette dénomination provient de l'étude de F.P. Knowlton et E.H. Starling, qui l'employaient comme pièce au sein d'un dispositif voué à des expérimentations sur le comportement cardiaque [Knowlton et al.12].

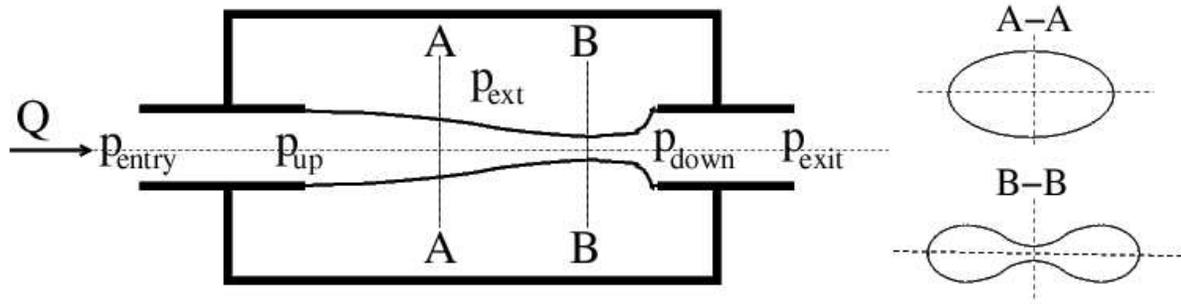


FIG. 1.30 – Schéma d’une résistance de Starling, d’après [Carpenter et al.05]. La figure de gauche montre une vue en coupe longitudinale de la résistance. Celle-ci est constituée d’une boîte rectangulaire dans laquelle est placé un tube collapsible. Un fluide de débit  $Q$  circule entre l’entrée et la sortie du tube.  $p_{up}$  et  $p_{down}$  dénotent respectivement la pression du fluide en amont et en aval du tube. Le tube flexible est relié à ses extrémités à deux tubes rigides.  $p_{entry}$  et  $p_{exit}$  représentent les pressions à l’extérieur de ces extrémités. Le tube collapsible est entouré d’un fluide, que délimite également la boîte. Il est possible de contrôler la pression  $p_{ext}$  de ce fluide extérieur. Les deux schémas de droite représentent des coupes transversales du tube, dans une position de collapsus très faible (en haut, coupe A – A) ou plus fort (en bas, coupe B – B), avec un rétrécissement plus important au milieu de la section, qui prend alors une forme de “huit” (“buckling”).

externe environnant le tube, et l’air respiré au fluide interne. La paroi déformable du tube représente alors l’interface tissu / flux d’air. Un tel dispositif permet de reproduire le phénomène de collapsus des parois qui est observé lors d’une apnée. De plus, ce collapsus est accompagné d’une limitation du débit. Sous certaines conditions, un tube collapsible entre également en auto-oscillation<sup>32</sup>. Cette propriété peut évoquer le phénomène de ronflement.

### 1.5.5 Conclusion

Finalement, deux causes conjointes sont à l’origine du SAOS : d’une part, des voies aériennes supérieures plus vulnérables que celles de la moyenne, plus étroites ou plus collabables, et d’autre part, une diminution de l’activité neuromusculaire au cours du sommeil.

De plus, et comme le montrent très clairement le concept d’équilibre des forces et l’analogie avec le tube collapsible, le collapsus des voies aériennes supérieures peut être vu comme un phénomène physique d’interaction entre un fluide, le flux d’air, et une paroi déformable, les tissus vivants.

## 1.6 Problématique clinique du présent travail de thèse

Pour diminuer la prévalence du SAOS, plusieurs approches sont possibles. On peut tout d’abord essayer de diminuer les facteurs. On peut également tenter de rendre le diagnostic plus simple, plus rapide, et plus précis. On peut enfin jouer sur les traitements, pour qu’ils soient plus efficaces et mieux adaptés. On peut en proposer de nouveaux ou tenter d’améliorer ceux qui existent.

<sup>32</sup>La majorité des études sur la physique du dispositif qui ont été publiées se focalisent d’ailleurs essentiellement sur ce phénomène [Carpenter et al.05].

Ce travail de thèse vise essentiellement le dernier point, c'est-à-dire l'amélioration des traitements du SAOS. Dans cette optique, il est intéressant de mieux comprendre le phénomène d'apnée, afin de savoir plus précisément sur quel(s) aspect(s) agir et comment. C'est en ce sens que de nombreuses études cliniques et physiologiques (cf. 1.5) ont été réalisées sur les voies aériennes supérieures, et plus particulièrement sur celles des apnéiques. C'est à ce titre également qu'ont été utilisées des analogies telles que le tube collable ou le schéma d'*équilibre des forces* d'Isono ([Isono et al.97b]). Ce que nous proposons est en revanche un modèle physique pour le SAOS.

D'abord, un modèle permet d'*expliquer* un phénomène observé, tout comme le schéma d'*équilibre des forces* qui fournit un cadre général permettant de saisir comment se déroule une apnée et comment agit chaque type de traitement. Par ailleurs, un modèle peut être en mesure de fournir une *prédiction*, autrement dit de déterminer ce qu'il va se produire en réponse à un stimuli<sup>33</sup>. Dans notre cas, le but serait de prédire l'amplitude de la déformation des voies aériennes supérieures chez un patient en réponse au passage de l'air qu'induit la respiration. Cet aspect est également intéressant en termes de traitement, si on envisage la possibilité d'intégrer dans le modèle les conséquences induites par une approche thérapeutique donnée.

Dans le cadre de ce travail, nous nous limiterons donc exclusivement à la modélisation du comportement des voies aériennes supérieures au cours d'un épisode apnéique. L'application du modèle à des fins cliniques, d'étude (compréhension) ou de traitement (prédiction), ne peut être pertinente qu'une fois celui-ci soigneusement confectionné et validé. Parmi les multiples traitements proposés pour le SAOS, nous nous focaliserons plus particulièrement sur la chirurgie maxillo-mandibulaire et hyoïdienne, tout simplement car ce fut notre principal contact avec le monde médical, par l'entremise du Dr J.R. Paoli et de la collaboration avec le CHU Purpan. Dans ce cadre, nous avons vu que la chirurgie entraîne une modification morphologique profonde des voies aériennes supérieures, avec pour corrélat une chute significative de l'Indice d'Apnées et d'Hypopnées en cas de réussite. Un modèle permettrait alors de prédire les conséquences des modifications induites par une telle chirurgie. Il s'inscrirait donc en tant qu'aide au planning chirurgical, de même que pour les thèses de M. Chabanas [Chabanas02] et de V. Luboz [Luboz03]. Même si nous sommes encore loin d'une telle application, ce travail représente un premier pas dans cette direction<sup>34</sup>.

Une fois le cadre clinique posé, précisons notre but scientifique : la construction d'un modèle, qui devra rendre compte des principaux mécanismes, d'ordre physique, chimique ou biologique, ayant cours lors d'une apnée. Nous nous limiterons aux phénomènes d'ordre physique, ou mécanique pour être plus précis. En effet, ceux-ci semblent jouer un rôle prépondérant dans le processus d'apnée et même s'ils ne permettent pas de tout expliquer, il est raisonnable de s'y limiter dans un premier temps pour réduire significativement la complexité du problème. D'autre part, pour que ce modèle puisse être utile en terme de compréhension ou de prédiction, il est nécessaire de le confronter à des données expérimentales. Cette démarche fournira une indication sur le degré de confiance qu'on peut lui accorder. En conséquence, l'évaluation par comparaison à l'expérience sera également une problématique majeure.

---

<sup>33</sup>Par la même, la notion de modèle, et en particulier de modèle physique, dépasse la notion de schéma explicatif. Pour le sens exact que nous accorderons au terme 'modèle', on se référera à 2.5.

<sup>34</sup>Même si du point de vue de l'application, nous nous sommes principalement focalisés sur le traitement chirurgical du SAOS, précisons bien que ce n'est pas la seule application possible, l'utilisation du modèle à des fins d'études physiologiques ou pour d'autres types de traitements est tout à fait envisageable.



---

# Modélisation physique pour le SAOS. Aspects théoriques et numériques.

---

Nous nous sommes proposés de construire, pour un patient donné, un modèle physique dédié à l'étude et la prédiction du collapsus de ses voies aériennes supérieures lors d'un épisode d'apnée ou d'hypopnée (cf. 1.6). Il doit simuler l'interaction entre le flux d'air (fluide) et les tissus déformables (parois) qui est à l'origine de ce collapsus, en tenant compte au mieux des propriétés anatomiques et physiologiques connues. Ce chapitre a pour but d'expliquer la théorie qui définit le comportement de ce modèle.

Tout d'abord, d'autres modèles ont déjà été proposés, pour étudier le même phénomène, et dans une optique parfois similaire. Une revue préliminaire des différentes approches et de leur pertinence (2.1) va permettre de nous orienter dans nos choix. Nous expliquons ensuite la méthodologie que nous avons suivie pour construire nos modèles en (2.2). Les hypothèses et formulations adoptées pour décrire les milieux solide et fluide des voies aériennes supérieures sont ensuite explicitées en (2.3). Finalement, la méthode de résolution numérique développée pour effectuer des simulations est donnée en (2.4).

## 2.1 Etat de l'art

On se limitera ici à une revue des modèles physiques des voies aériennes supérieures pour l'étude du Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil. Parmi les modèles proposés, on peut distinguer entre ceux qui simplifient fortement la morphologie des voies aériennes supérieures, tels que les modèles à masses localisées, et ceux, plus réalistes, qui essaient de prendre en compte plus précisément cette morphologie, tels que les modèles éléments finis.

### 2.1.1 Modèles simplifiés pour le SAOS : les masses localisées

Il est possible en première approximation d'assimiler les tissus des voies aériennes supérieures à un ensemble réduit de masses localisées. Sur cette base, des modèles uniquement dédiés

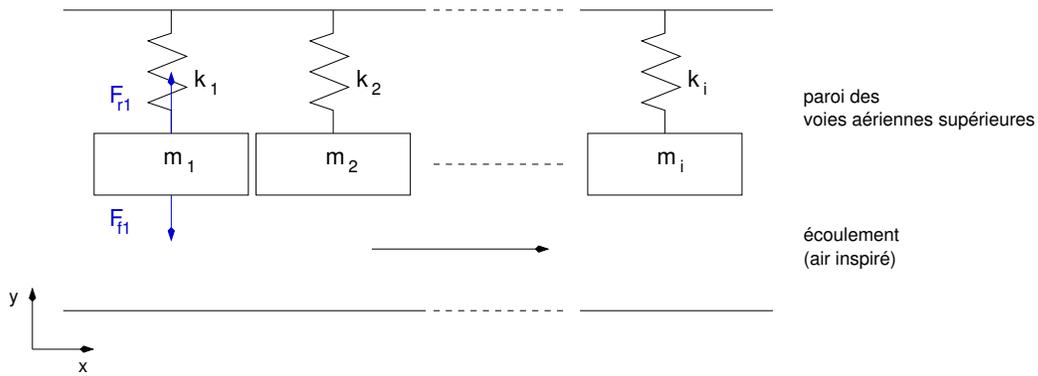


FIG. 2.1 – Principe des modèles à masses localisées. La flèche horizontale désigne le sens de l’écoulement.

à l’étude de la mécanique des apnées ont été proposés. Certains d’entre eux permettent également d’étudier le ronflement. Nous rappelons d’abord le principe des masses localisées, puis présentons les quatre articles recensés dans cette catégorie.

Le principe des modèles à masses localisées<sup>1</sup> est de représenter les parois à l’aide d’un nombre restreint d’entités mécaniques simples, caractérisées par leur géométrie, leur masse, et leur raideur : les masses localisées proprement dites (cf. figure 2.1). Celles-ci sont alignées le long du conduit d’écoulement fluide. Chaque masse se déplace selon un degré de liberté (“pistons”), dans une direction généralement orthogonale à celle de l’écoulement. L’interface entre une masse  $i$  et le fluide est une surface rectangulaire plane d’aire  $A_i$ , sur laquelle le fluide exerce une pression  $p_i$  supposée uniforme. L’application du Principe Fondamental de la Dynamique permet d’obtenir le déplacement de chaque masse en fonction d’une part de la force de pression  $F_{fi}$  exercée par le fluide, et d’autre part d’une force de rappel élastique  $F_{ri}$ . L’expression de ces deux forces est directe :

$$F_{fi} = (p_i \cdot A_i) \mathbf{e}_y, \quad (2.1)$$

$$F_{ri} = -(k_i \cdot \Delta y_i) \mathbf{e}_y, \quad (2.2)$$

avec  $\mathbf{e}_y$  le vecteur unitaire porté par l’axe  $y$ , et  $\Delta y_i$  le déplacement de la masse autour de sa position de repos. Une formulation analytique simple de l’écoulement, comme par exemple l’équation de Bernoulli (détaillée en 2.3.3), permet d’établir la valeur de la pression exercée par le fluide circulant en fonction de la géométrie du conduit et de la différence de pression entre entrée et sortie. La plupart des modèles ne font appel qu’à une seule masse. C’est le cas de celui de Y. Aurégan et N. Meslier [Auregan et al.93], de celui de N. Gavriely et O.E. Jensen [Gavriely et al.93], ainsi que de celui publié par L. Huang et coll. [Huang et al.99]. Un modèle utilisant deux masses a également été proposé par R. Fodil et coll. [Fodil et al.97].

<sup>1</sup>Plusieurs appellations synonymes courantes sont : modèles à masses ponctuelles (*lumped-parameter models* en anglais), modèles à segments compliant, modèles discrets, modèles de type masse-ressort.

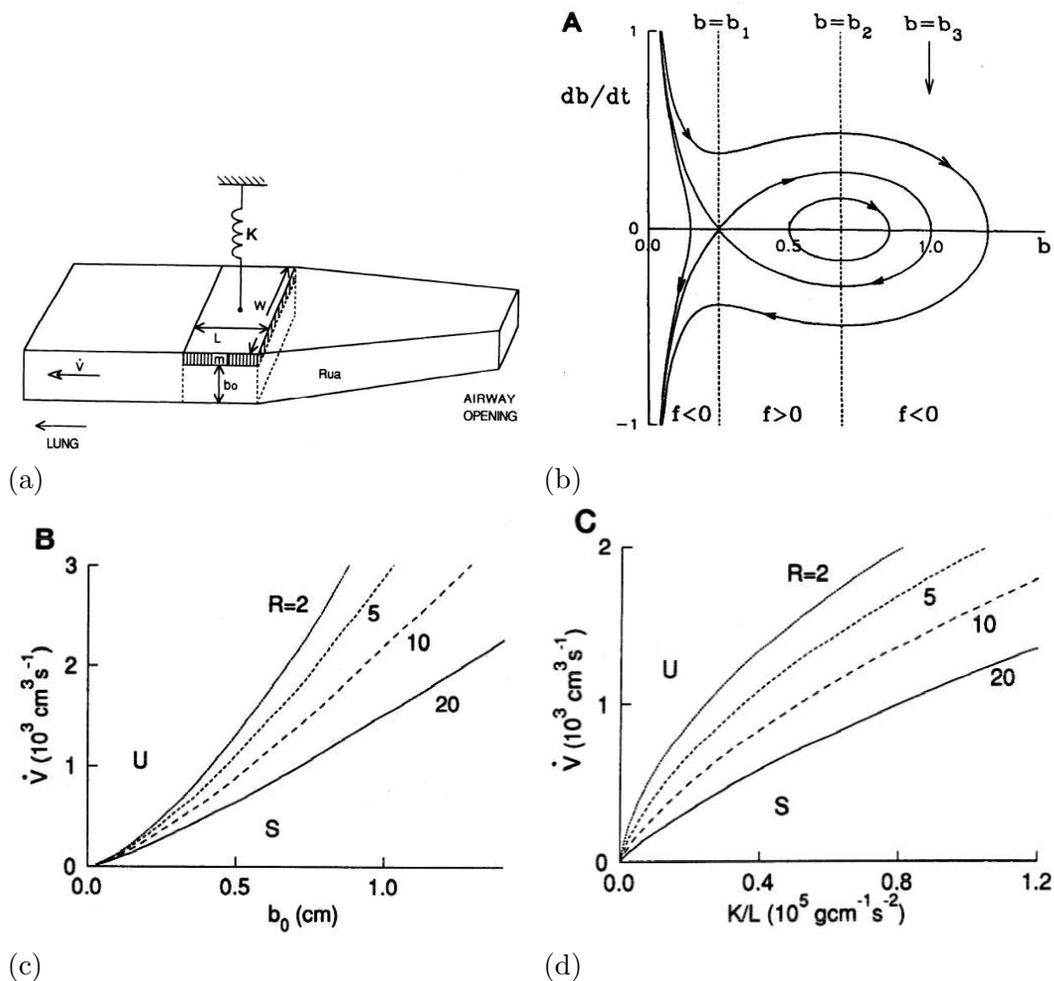


FIG. 2.2 – (a) Modèle à une masse, proposé dans [Gavriely et al.93].  $\dot{V}$  est le débit inspiratoire,  $b_0$  le diamètre antéro-postérieur du pharynx au repos,  $R_{ua}$  la résistance nasale,  $L$  et  $W$  la longueur et la profondeur du conduit. La masse  $m$  est attachée à un ressort de raideur  $K$ . L'air inspiré circule de droite à gauche : des fosses nasales vers les poumons. (b) Trajectoire de la paroi dans le plan de phase  $(b, \frac{db}{dt})$ , où  $b$  est le diamètre antéro-postérieur adimensionné et  $\frac{db}{dt}$  sa vitesse. Le système est en régime conditionnellement stable : si la valeur initiale de  $b$  est proche de  $b_2$ , point d'équilibre stable, la paroi oscille autour de  $b_2$ . En revanche, si  $b$  s'éloigne de cette position d'équilibre, il tend asymptotiquement vers 0. (c) et (d) Influences respectives du diamètre au repos  $b_0$  et de la raideur  $K$  sur la stabilité.  $U$  représente la zone où le système est instable,  $S$  la zone où il est stable. Augmenter le débit  $\dot{V}$  tend à rendre le système instable. C'est le contraire pour le diamètre et la raideur.  $R$  dénote la résistance pharyngée  $R_{ua}$  qui est, comme on le voit, destabilisatrice.

La géométrie du modèle des voies aériennes supérieures de N. Gavriely et O.E. Jensen ainsi que ses différents paramètres physiques sont présentés figure 2.2 (a). Ce modèle est constitué d'une seule masse localisée, qui est la paroi mobile du pharynx. Le principal paramètre est donc le diamètre antéro-postérieur du pharynx  $b$ . L'application du Principe Fondamental de la Dynamique à la masse permet d'obtenir une équation différentielle ordinaire d'inconnue  $b$  traduisant le comportement du système. L'étude de cette dernière permet de dégager deux régimes différents :

- un *régime conditionnellement stable* : pour certaines valeurs initiales de  $b$ , le système oscille périodiquement autour d'une position d'équilibre, ce qui correspond au ronflement (cf. figure 2.2 (b)),
- un *régime inconditionnellement instable* : quelque soit la valeur initiale de  $b$ , celui-ci tend asymptotiquement vers 0, ce qui correspond à une réduction du diamètre antéro-postérieur du pharynx et à un collapsus (apnée).

Les conditions d'instabilité sont fonction des paramètres physiques. Il est par exemple montré que :

$$\frac{\dot{V} R_{ua} W L}{b_0 K} > 1 \quad (2.3)$$

est une condition suffisante d'instabilité. L'influence de chaque paramètre sur la stabilité du conduit est par ailleurs systématiquement étudiée. Il est montré ainsi que le diamètre antéro-postérieur initial  $b_0$  et la raideur  $K$  de la paroi ont une influence stabilisatrice, c'est-à-dire tendent à stabiliser le conduit pharyngé si leur valeur est augmentée. Inversement, la résistance nasale a une influence destabilisatrice (cf. figures 2.2 (c) et (d)). Ce sont des résultats qu'on peut retrouver d'ailleurs à l'aide du critère (2.3).

Le modèle décrit dans [Auregan et al.93] est analogue à celui de N. Gavriely et O.E. Jensen (figure 2.3 (a)), mis à part que les équations sont directement écrites en régime quasi-statique, autrement dit le terme d'inertie est négligé. Il permet de reproduire le phénomène de collapsus accompagné d'une limitation du débit (figure 2.3 (b)). Une maquette similaire au modèle permet de s'assurer de l'adéquation des prédictions à la réalité physique.

Le modèle proposé dans [Huang et al.99] introduit une boucle de rétroaction de type neuromusculaire : une force supplémentaire vient contrebalancer les variations de pression de l'air inspiré, avec un effet retard (figure 2.4). Le modèle à deux segments compliants présenté dans [Fodil et al.97] résulte d'un souci de tenir compte de la complexité anatomique, et donc géométrique, du problème<sup>2</sup> (figure 2.5 (a)). Les sites d'occlusion lors d'un épisode apnéique étant potentiellement multiples, un segment peut par exemple représenter le voile du palais et l'autre la langue. Il est alors possible de simuler un collapsus, comme on peut le voir figure 2.5 (b) : fermeture progressive d'un des segments, avec limitation de débit à mi-chemin puis arrêt du débit<sup>3</sup>. Le modèle permet d'observer de plus d'autres comportements très différents qualitativement. Ceux-ci dépendent en particulier des hypothèses faites sur le fluide et du rapport de compliance entre les deux segments indépendants. La même approche a été appliquée ultérieurement pour définir un modèle d'interaction entre fluide et paroi au sein des fosses nasales, à l'aide de 14 segments compliants [Fodil et al.04].

<sup>2</sup>, autrement dit des *singularités anatomiques*, pour reprendre le terme des auteurs.

<sup>3</sup>Les courbes sont tracées sous l'hypothèse d'un fluide non-visqueux (parfait). Si le fluide est visqueux, le comportement observé est beaucoup plus complexe, et bien plus dépendant du rapport relatif de compliance entre les segments. On pourra consulter [Fodil et al.97] pour plus de détails.

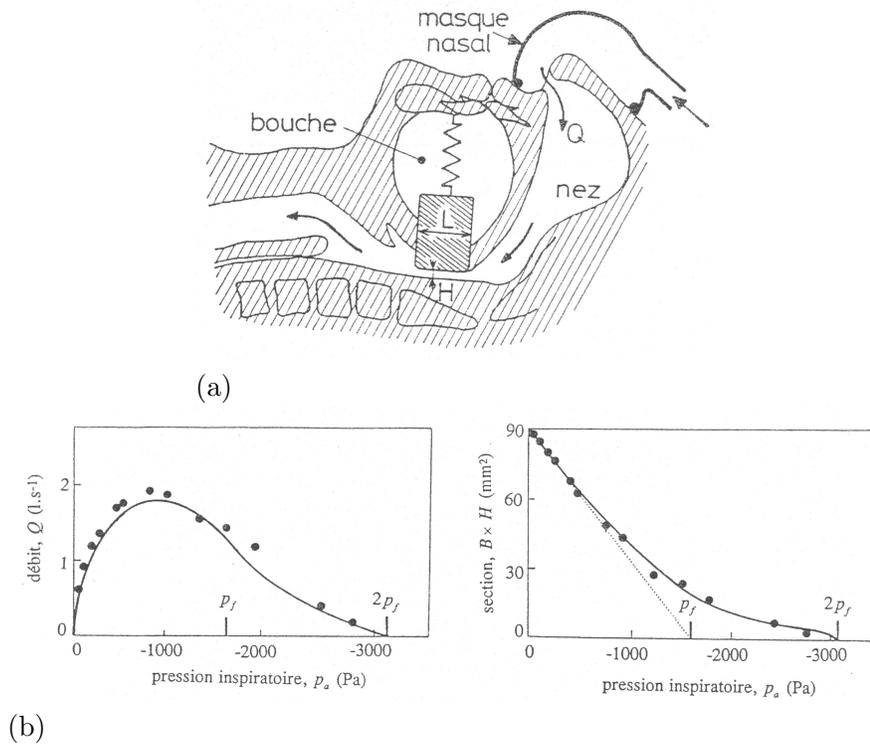


FIG. 2.3 – (a) Modèle à un segment compliant issu de [Auregan et al.93]. Le segment de longueur  $L$  se situe au niveau de l'oropharynx.  $H$  désigne le calibre pharyngé.  $Q$  est le débit inspiratoire. (b) Débit et section en fonction de la pression inspiratoire : simulation d'une apnée (fermeture et cessation du débit). Comparaison entre prédiction du modèle (trait plein) et mesures sur maquette in-vitro (points).

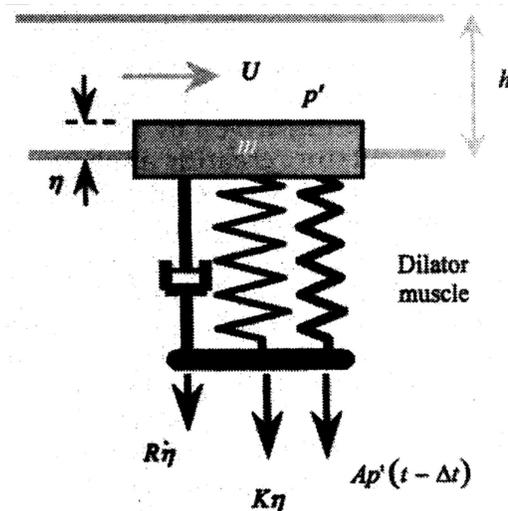
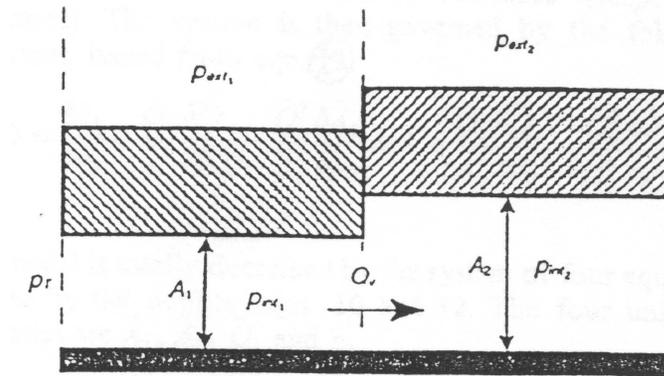
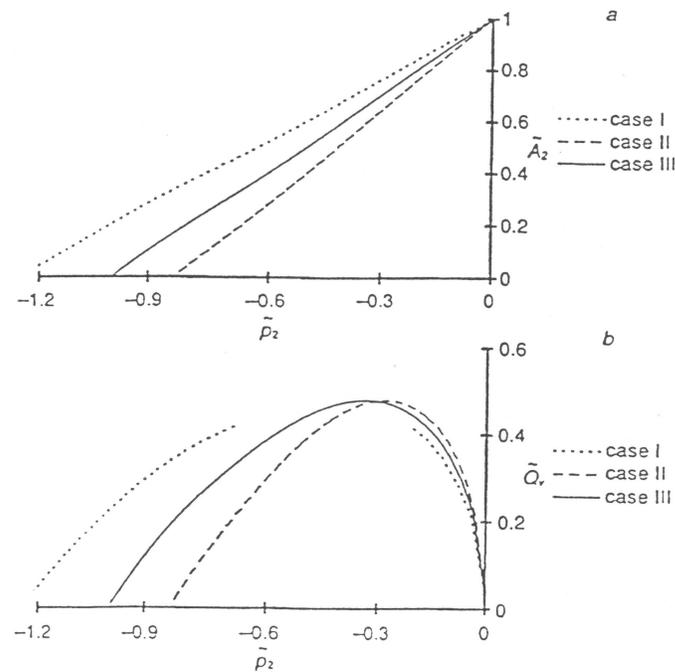


FIG. 2.4 – Modèle à une masse, intégrant une boucle d'activation neuromusculaire. Une force supplémentaire est ajoutée. Elle est proportionnelle à la variation  $p'$  de la pression dans le conduit pharyngé, avec un retard  $\Delta t$ .  $U$  est le débit inspiratoire,  $h$  le calibre pharyngé au repos,  $\eta$  la variation du calibre autour de la position initiale.  $K$  et  $R$  sont respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement de la paroi. D'après [Huang et al.99].



(a)



(b)

FIG. 2.5 – (a) Modèle à deux segments compliants issu de [Fodil et al.97]. Chaque segment représente une section du pharynx.  $Q_v$  est le débit inspiratoire,  $p_{ext_i}$  la pression extérieure,  $p_{int_i}$  la pression intérieure, au niveau du segment  $i$ ,  $A_i$  l'aire de la section du conduit délimité par le segment  $i$ . (b) Simulation d'un collapsus à l'aide du modèle issu de [Fodil et al.97]. Le paramètre de commande est la pression transmurale  $p_2$  au niveau du deuxième segment :  $p_2 = p_{int_2} - p_{ext_2}$ . On observe sur la figure du haut que l'aire  $A_2$  au niveau du segment 2 (à droite sur la figure (a)) décroît jusqu'à obstruction. Cette décroissance est accompagnée d'une limitation puis d'une cessation du débit  $Q_v$ . Les cas I, II et III correspondent à des différences de compliances entre les segments, avec respectivement le segment 1 plus compliant, moins compliant et aussi compliant que le segment 2.

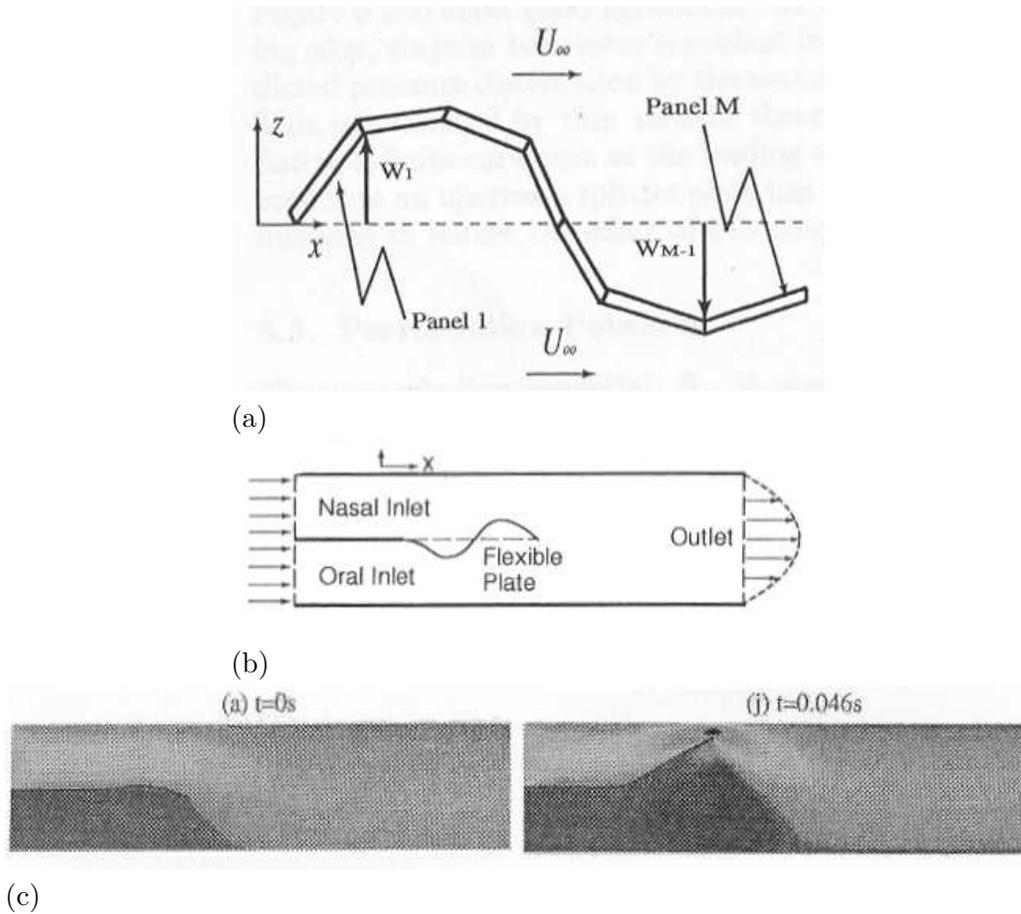


FIG. 2.6 – (a) Modèle de velum en interaction avec un fluide, proposé par [Howell et al.04]. Le domaine fluide est non-borné. (b) Velum (“flexible plate”) en interaction avec un fluide circulant dans un conduit schématisant les voies aériennes supérieures, d’après [Lucey et al.04]. (c) Simulation d’une apnée. L’air inspiré par le nez (la bouche étant fermée) agit sur le velum de telle sorte à ce que celui-ci obstrue le conduit de circulation (image  $t=0.046$  s’). D’après [Lucey et al.04].

### 2.1.2 Modèles éléments finis pour le SAOS

En opposition aux modèles à masses localisées, certaines approches se sont voulues plus réalistes et se sont donc basées sur une description continue des milieux solide et/ou fluide. Ces approches permettent de tenir compte de manière plus fidèle de l’anatomie très spécifique des voies aériennes supérieures, mais aussi d’analyser plus finement le comportement mécanique du fluide et des tissus. En effet, pour ces modèles, les tissus sont conçus comme étant un milieu continu déformable. Un procédé de résolution numérique tel que la méthode des éléments finis est alors utilisé pour le calcul effectif des déformations tissulaires. On se base sur une approximation de la géométrie des tissus à l’aide d’un maillage. A priori, la géométrie réelle des voies aériennes supérieures peut être reproduite aussi précisément qu’on le désire, en utilisant notamment des données d’imagerie : coupes scanner, IRM, radiographies. L’interaction des tissus avec le fluide est intégrée dans le modèle. Selon les hypothèses concernant l’écoulement, les simulations peuvent impliquer une résolution analytique ou numérique du problème fluide.

Plusieurs modèles de velum ont ainsi été proposés. Celui de R.M. Howell et coll. est très schématique : le velum est représenté par une suite de plaques en encorbellement, c’est-à-dire fixées à une seule extrémité (figure 2.6 (a)). Un fluide circulant dans un domaine infini agit sur

ces plaques. Ce travail est présenté dans [Howell et al.04] comme préliminaire, mais pouvant être utile par la suite pour l'étude du ronflement et du SAOS. Un deuxième modèle de velum, similaire au niveau de la géométrie, a été conçu par A.D. Lucey et T.S. Balint [Lucey et al.04]. Il est intégré dans un conduit où circule l'air inspiré (figure 2.6 (b)). Il permet d'expliquer les phénomènes de ronflement et d'apnée [Lucey et al.03], [Lucey et al.04]. Une apnée est vue comme un phénomène de *divergence statique* : un déséquilibre des forces qui s'appliquent sur le velum conduit à l'obstruction (figure 2.6 (c)). Dans ces modèles, même si la mécanique de la paroi est plus complexe que celle des modèles à masse localisée, la géométrie est tellement simplifiée qu'on reste encore dans le domaine qualitatif.

Les modèles éléments finis décrits dans [Malhotra et al.02a] se veulent beaucoup plus réalistes. Ils s'inscrivent dans le cadre d'une étude qui vise à comprendre l'origine de la plus grande prédisposition des individus de sexe masculin au collapsus pharyngé. A cet effet, deux groupes d'individus non-apnéiques, 19 hommes et 20 femmes, ont subi un examen IRM, en position dorsale, à l'éveil. Ces données d'imagerie ont servi, d'une part, à étudier des traits caractéristiques de l'anatomie des voies aériennes supérieures, afin d'effectuer des comparaisons entre hommes et femmes. D'autre part, deux modèles éléments finis ont été construits à partir de ces examens : un représentatif de l'anatomie des sujets masculins, un autre représentatif des sujets féminins. A cet effet, 5 hommes et 5 femmes ont été choisis aléatoirement parmi les sujets de l'étude. Sur chaque coupe mid-sagittale d'IRM, et pour chaque sujet, des points d'intérêt ont été repérés sur les contours des tissus des voies aériennes supérieures. Chaque modèle type a été construit à partir d'une moyenne effectuée sur ces points d'intérêt. Sont intégrés le velum, la base de la langue et l'épiglotte (figure 2.7 (a)).

La simulation d'un collapsus se fait par commande en pression, qui est imposée en entrée et en sortie du pharynx. La pression est de plus en plus négative en sortie de pharynx, de telle sorte à simuler une inspiration. L'écoulement de l'air qui interagit avec les tissus est simulé à l'aide des équations de Navier-Stokes. Les calculs sont effectués grâce au logiciel Adina (TM), en dynamique. L'amplitude du collapsus est mesurée en particulier à l'aide de la distance minimale entre les parois antérieures et postérieures du pharynx, notée  $D_{min}$ , qui est nulle en cas de collapsus total.

Une première étude a permis de comparer le modèle 'homme' et le modèle 'femme'. Les simulations ont montré que pour une même pression de sortie, le collapsus est complet chez l'homme, et partiel chez la femme (cf. figure 2.7 (b)) et qu'il faut une pression d'avantage négative afin d'obtenir un collapsus complet chez la femme. Une deuxième étude avait pour but de déterminer l'origine de cette différence de collapsibilité. A cet effet, un deuxième modèle 'homme' a été construit à partir du premier, en diminuant simplement la longueur des voies aériennes supérieures de 30 %. Cette valeur correspond à la différence de longueur moyenne observée entre les hommes et les femmes. Par longueur des voies aériennes supérieures, les auteurs entendent la distance qui sépare le haut du palais osseux de la base de l'épiglotte. Une simulation réalisée montre que pour le modèle 'homme' ainsi modifié, la pression de sortie nécessaire à l'obtention d'un collapsus est d'avantage négative que celle nécessaire au collapsus du modèle 'homme' original. La valeur de cette nouvelle pression de sortie est d'ailleurs très proche de celle obtenue avec le modèle 'femme'. Les auteurs en concluent qu'un facteur pouvant expliquer la différence de collapsibilité entre le pharynx des hommes et celui des femmes pourrait être la longueur des voies aériennes supérieures. Ainsi, la prédisposition des hommes au collapsus pharyngé, et donc au SAOS, serait explicable par des causes purement anatomiques<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup>Bien évidemment, et comme le soulignent eux-mêmes les auteurs, d'autres causes peuvent être envisagées, notamment une différence d'élasticité des tissus.

Cette étude est la première, à notre connaissance, mettant en avant l'intérêt d'une modélisation éléments finis pour aller plus avant dans la compréhension des mécanismes pharyngés et dans l'étude du SAOS. Les modèles qui y sont décrits sont probablement les plus aboutis à notre connaissance. Néanmoins, hypothèses et méthode de modélisation n'ont pas été validés expérimentalement. Il est alors difficile de tirer des conclusions fermes des simulations car les hypothèses simplificatrices (modèle bidimensionnel, élasticité linéaire notamment) et la méthode de résolution numérique, qui n'est pas détaillée, peuvent être telles que les prédictions soient éloignées de la réalité.

Dans [Payan et al.01a] [Payan et al.01b], un autre modèle de velum est présenté (figure 2.8 (a)). Il est en interaction avec un écoulement fluide, décrit analytiquement par l'équation de Bernoulli. Il peut être considéré comme plus réaliste que les modèles de velum de Howell et coll. et de Lucey et coll. car les contours géométriques ont été définis à l'aide d'une radiographie mid-sagittale. Avec ce modèle, un collapsus peut-être simulé (figure 2.8 (b)). De plus, il permet d'étudier l'influence de certains facteurs tels que la différence de pression amont/aval dans l'écoulement (figure 2.8 (c)) ou encore la rigidité des tissus, définie ici par le module d'Young, ou module d'élasticité,  $E$  (figure 2.8 (d)). Ce sont ces travaux que nous avons repris en début de thèse.

### 2.1.3 Synthèse et bilan

Les modèles à masses localisées s'avèrent peu adaptés vis à vis de nos objectifs, mais leur apport en terme de compréhension est précieux. Ils permettent d'appréhender qualitativement les grandes lignes du phénomène. Ils sont utiles pour voir à quels types de comportement on peut s'attendre pour un jeu de paramètres donné : ouverture ou fermeture du conduit pharyngé, ou encore oscillations. Par ailleurs, le rôle de chaque paramètre physique ou physiologique peut être examiné rapidement : on peut étudier l'influence de la pression inspiratoire, du calibre pharyngé et de la rigidité des tissus en particulier. L'étude de ces modèles est donc une étape utile, voire indispensable, avant toute tentative de modélisation plus précise. En revanche, les modèles éléments finis sont plus appropriés pour tenir compte avec suffisamment de précision de l'anatomie de patients apnéiques. C'est essentiellement pour cette raison que nous avons opté pour la réalisation d'un modèle éléments finis.

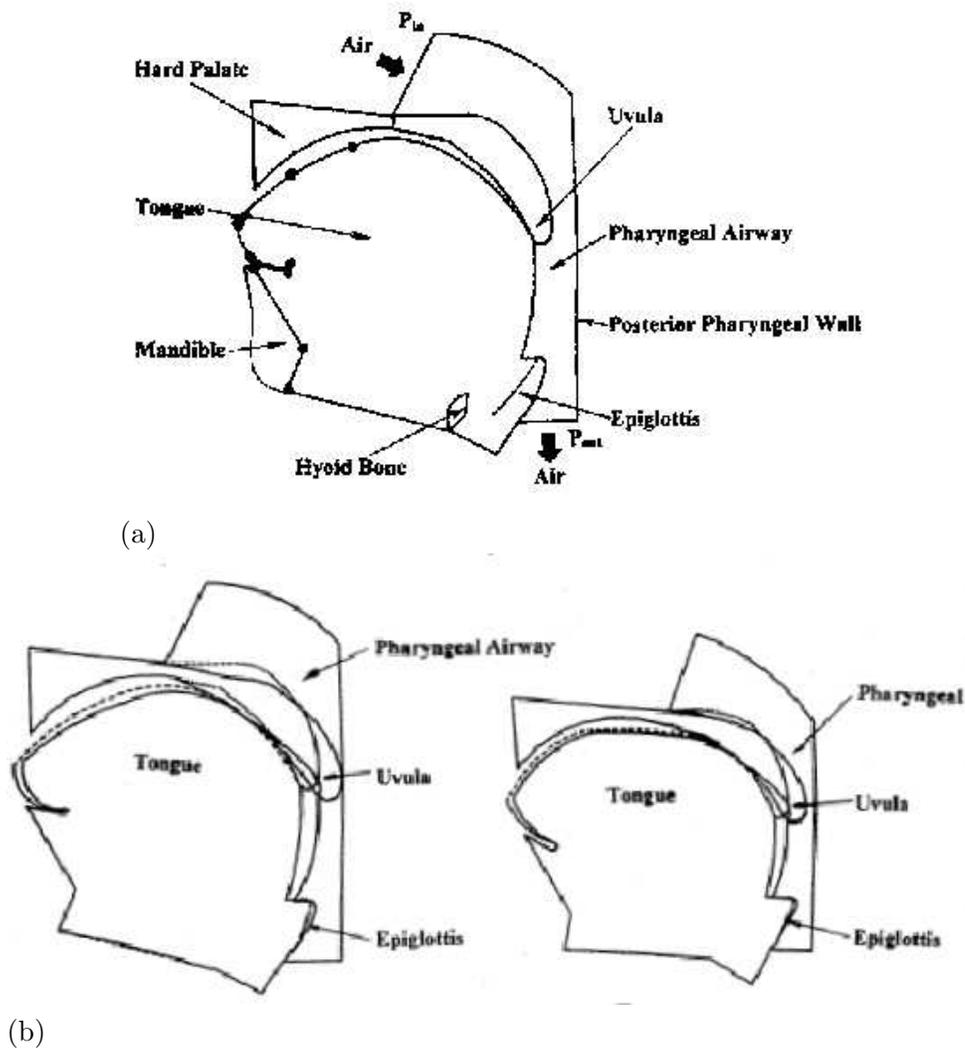


FIG. 2.7 – (a) Modèles éléments finis du velum et de la base de la langue, issus de [Malhotra et al.02a]. Sur cette figure, seuls les contours sont représentés. Les éléments n'apparaissent pas. (b) Simulation de collapsus du velum et de la langue sur le modèle 'homme' (à gauche) et sur le modèle 'femme' (à droite). Pour le modèle 'homme', le collapsus est total alors qu'il ne l'est pas pour le modèle 'femme', la valeur de la pression inspiratoire  $P_{out}$  étant la même. D'après [Malhotra et al.02a].

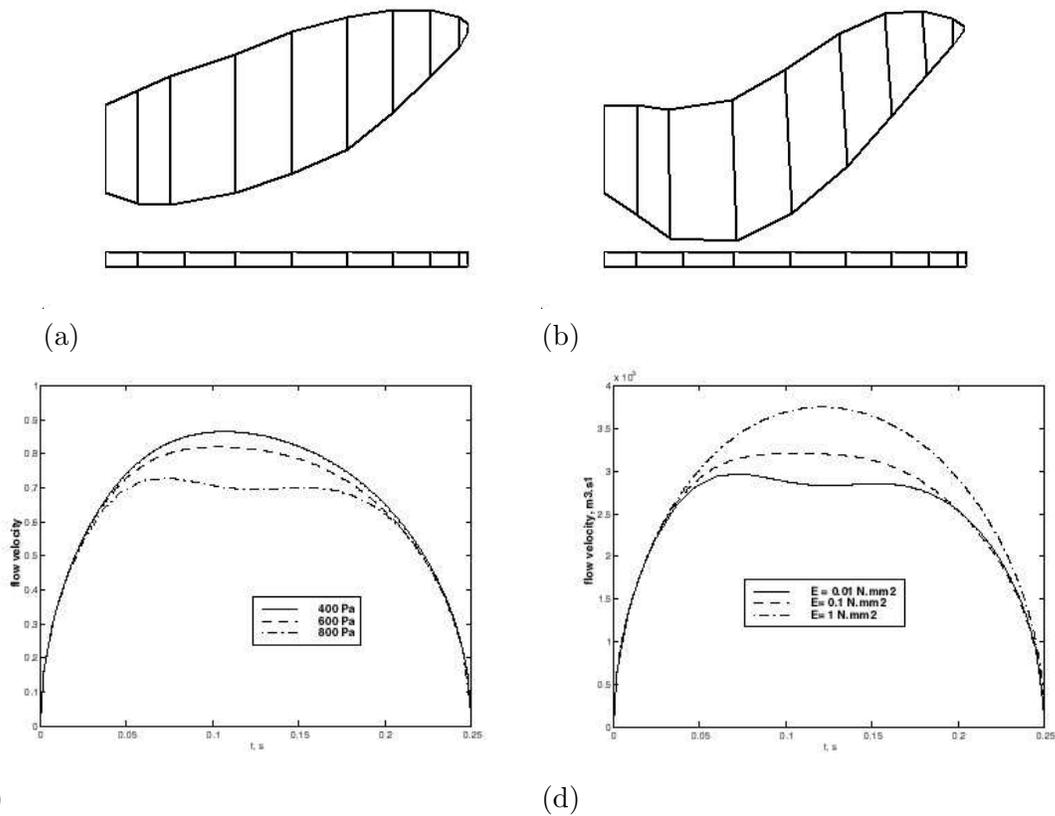


FIG. 2.8 – (a) Modèle éléments finis du velum, issu de [Payan et al.01a]. L'air inspiré circule de gauche à droite. La paroi postérieure pharyngée (segments du bas) est considérée comme rigide. Position de repos. (b) Modèle de velum de [Payan et al.01a] après déformation suite à l'interaction avec l'écoulement d'air : simulation d'un collapsus. (c) Influence de la pression d'entrée sur le débit d'air. (d) Influence de la rigidité des tissus sur le débit d'air. Pour (c) et (d), le débit est tracé en fonction du temps. D'après les simulations de [Payan et al.01a].

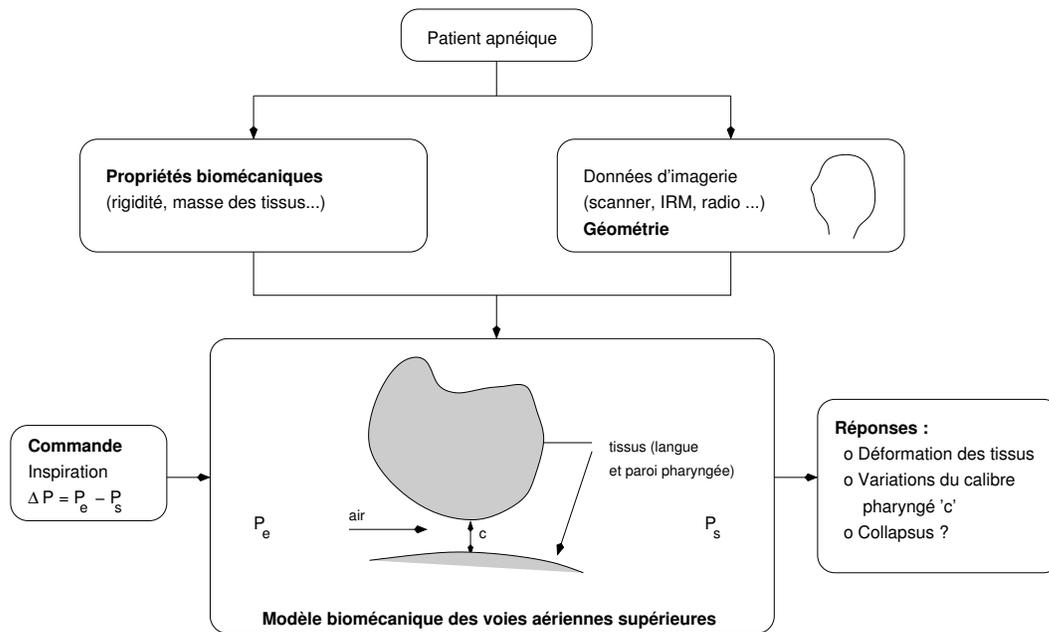


FIG. 2.9 – *Modèle biomécanique pour le SAOS : principales caractéristiques. Les paramètres principaux sont la géométrie et les propriétés mécaniques des voies aériennes supérieures d'un patient apnéique. La commande peut par exemple être une différence de pression entre l'entrée et la sortie  $\Delta P$  des voies aériennes supérieures, ce qui permet de simuler une inspiration - ou une expiration. Les informations issues du modèle en fin de simulation sont essentiellement la position des tissus mous après déformation et la variation du calibre pharyngé 'c', qui permettent de déterminer l'ampleur du collapsus si celui-ci a lieu. A noter que sur ce schéma, seules la langue et la paroi pharyngée ont été représentées, pour des raisons de commodité, mais l'ensemble des tissus des voies aériennes supérieures pourra être également modélisé.*

## 2.2 Méthodologie

Avant de formaliser le comportement mécanique des modèles et de décrire la méthode numérique qui permettra de simuler ce comportement, nous précisons nos objectifs. Ceci permettra de mieux définir un modèle type au travers de ses entrées, de ses sorties et de ses paramètres (2.2.1). Ensuite, nous explicitons notre démarche générale pour la résolution du problème mécanique associé à chaque modèle (2.2.2). La ligne directrice ainsi fournie permettra de saisir l'organisation du reste du chapitre et des chapitres suivants.

### 2.2.1 Objectif et caractéristiques du modèle

On désire, pour un patient donné, construire un modèle de ses voies aériennes supérieures, intégrant leur morphologie précise et les propriétés mécaniques des tissus. Ceux-ci délimitent le conduit dans lequel circule l'air inspiré. En imposant une différence de pression de part et d'autre de ce conduit, il est possible de connaître la déformation des tissus en réponse à l'air inspiré et de prédire s'il va se produire un collapsus partiel (hypopnée) ou total (apnée) (figure 2.9). Par ailleurs, il sera possible d'examiner la réponse à différents paramètres physiques ainsi qu'aux variations de la géométrie (cf. en particulier le chapitre 4).

### 2.2.2 La démarche générale adoptée

Tout d'abord, en ce qui concerne les données du problème, nous savons que la morphologie d'un patient peut être obtenue par imagerie : coupes tomographiques, IRM, radiographies

(cf. chapitre 4). Des mesures rhéologiques permettent en théorie d'obtenir les propriétés mécaniques des tissus<sup>5</sup>. Les propriétés physiques de l'air sont bien connues. Une fois les propriétés mécaniques déterminées et la géométrie connue (conditions aux limites), reste à savoir comment simuler un collapsus des voies aériennes supérieures. La caractéristique fondamentale de ce phénomène est qu'il repose sur une interaction entre fluide et paroi<sup>6</sup>. Il nous faut donc décrire un peu plus précisément en quoi consiste cette interaction.

Un fluide circulant au contact d'une paroi solide (rigide ou déformable) exerce sur celle-ci des contraintes, qui en toute généralité induisent un mouvement de la paroi. Réciproquement, ce mouvement de la paroi modifie la circulation fluide par transmission cinématique (changements des conditions limites d'écoulement causées par le mouvement) ou dynamique (contraintes exercées par la paroi sur le fluide). Comprendre l'interaction entre un fluide et une paroi demande donc de résoudre trois sous-problèmes :

1. la détermination du mouvement de la paroi en réponse à des contraintes extérieures,
2. la détermination des caractéristiques de l'écoulement en fonction de conditions limites, dont certaines sont dépendantes du mouvement de la paroi,
3. la prise en compte simultanée de l'action du fluide sur la paroi et de la paroi sur le fluide, autrement dit la méthode de couplage proprement dite, une fois que les sous-problèmes 1 et 2 sont résolus.

Nous allons détailler ces trois points par la suite, en reprenant systématiquement ce découpage en trois sous-problèmes. Une difficulté qui se pose est de parvenir à déterminer un niveau de complexité approprié pour la description du fluide et du solide. Ainsi, on pourrait imaginer de concentrer tous nos efforts sur la description de la paroi, avec par exemple un modèle éléments finis en grandes déformations et un matériau viscoélastique anisotrope, tout en étant très approximatif sur le comportement fluide, décrit par exemple à l'aide de l'équation de Bernoulli. Cette approche peut s'avérer pertinente si le modèle fluide, malgré sa simplicité, arrive à prédire avec une bonne précision la contrainte exercée sur la paroi. Toutefois, si ce n'est pas le cas, le modèle sera inutilisable et tous les efforts portés sur la paroi auront été vains. Nous avons adopté un "principe de prudence" qui a consisté à maintenir un relatif équilibre entre les niveaux de complexité des descriptions fluides et solides. Seule l'expérimentation permettra de savoir si nous sommes parvenus au moins partiellement à lever cette difficulté.

Par ailleurs, par souci de simplification et compte-tenu des données dont nous disposons (voir chapitre 4), le problème étudié sera considéré comme bidimensionnel<sup>7</sup>. En effet, le phénomène de collapsus se produit essentiellement dans le plan sagittal [Malhotra et al.02a]. Le passage à une résolution entièrement tridimensionnelle pourra être envisagé par la suite.

**Note :** Pour la suite, nous nous intéresserons uniquement à une interaction entre fluide et paroi déformable. L'interaction entre un fluide et une paroi indéformable (mais éventuellement mobile) constitue une autre catégorie de problèmes.

---

<sup>5</sup>Ce n'est toutefois pas si simple, les mesures rhéologiques sur êtres vivants posent de nombreux problèmes scientifiques et techniques, aussi bien qu'éthiques.

<sup>6</sup>Pour parler des tissus mous "du point de vue du mécanicien", on peut employer indifféremment les termes de "paroi", de "solide" ou de "structure" (déformables), qui tous abondent dans la littérature spécialisée.

<sup>7</sup>Dans le cas particulier de la maquette (voir chapitre 3), une description 3D de la paroi s'est avérée nécessaire. Nous détaillerons ultérieurement, en 2.4.2, comment coupler description 2D du fluide et description 3D de la paroi.

## 2.3 Formulation du problème : description des milieux continus solide et fluide

Pour appréhender le comportement du solide et du fluide, nous utilisons les concepts et outils que fournit la mécanique des milieux continus, sur laquelle s'appuient tous les modèles éléments finis, et notamment ceux décrits en 2.1.2. Nous rappelons tout d'abord ce qu'est un milieu continu, puis en suivant le découpage de 2.2.2, nous présentons pour chaque milieu, solide et fluide, hypothèses et équations de comportement mécanique associées. Nous terminons sur les spécificités du problème de couplage dans un milieu continu : points particuliers à bien prendre en compte et hypothèses simplificatrices envisagées sont ainsi énumérés.

### 2.3.1 L'hypothèse du milieu continu

Nous rappelons d'abord ce qu'est un milieu continu, puis quelles sont les deux manières de décrire un système physique dans ce cadre. Les notions élémentaires de cinématique et de dynamique sont ensuite résumées. Pour de plus amples détails, on pourra se référer à [Coirier01], [Gurtin81], [Candel95] ainsi qu'à [Bonet et al.97].

#### Principe et définition

A la différence des modèles dits discrets ou localisés, les modèles continus supposent une répartition spatiale de la matière. Les caractéristiques d'un système physique sont donc distribuées au sein d'un domaine. Les données aussi bien que les inconnues du système, par exemple la masse volumique, les déplacements, les vitesses, les contraintes, sont donc des fonctions de l'espace, autrement dit des champs (scalaires, vectoriels, tensoriels). Ces fonctions sont supposées suffisamment régulières : différentiables plusieurs fois en tout point. Une telle description repose sur l'hypothèse suivante :

**hypothèse du milieu continu :** La matière est observée à une échelle d'un ordre de grandeur supérieur aux distances inter-moléculaires.

Ainsi, la structure moléculaire du système physique n'est pas prise en compte explicitement. Cette hypothèse est couramment vérifiée pour les solides et les liquides de dimension mesoscopique<sup>8</sup>, ainsi que pour les gaz qui sont dans un état de compression suffisant, tels que l'air au niveau du sol.

#### Description lagrangienne / eulérienne

On appelle *système matériel* un système physique constitué par un ensemble fixe et défini de matière, par exemple un solide ou un ensemble de particules fluides que l'on suivra au cours du temps. Pour décrire le mouvement d'un système matériel ( $S$ ), on peut soit se référer à la configuration initiale ( $S$ )<sub>0</sub> de ce système, qui peut être par convention la configuration au temps  $t = 0$ , soit se référer à sa configuration courante ( $S$ ) <sub>$t$</sub>  (figure 2.10).

Dans le premier cas, on exprimera toute grandeur  $\varphi$  en fonction de la position initiale de chaque particule matérielle :  $\varphi = \varphi(\mathbf{X}, t)$ . On emploiera alors le terme de *description lagrangienne ou matérielle*, car toute grandeur est associée à une particule matérielle, dont on suit la trajectoire au cours du mouvement. Cette description est privilégiée pour l'étude des solides. Dans ce cas,  $\varphi$  peut par exemple être le *vecteur déplacement*  $\mathbf{u}$  associé à une particule solide, qui

<sup>8</sup>autrement dit du même ordre de grandeur qu'un observateur humain.

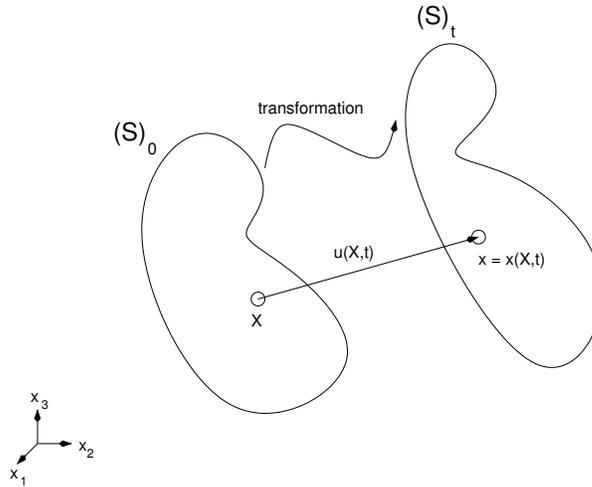


FIG. 2.10 – Transformation d'un système matériel ( $S$ ) entre l'instant 0 et l'instant  $t$ . Un point matériel  $X$  se déplace le long d'une trajectoire jusqu'à une nouvelle position  $x$ , qui dépend de  $X$  et de  $t$ .

est défini ainsi (figure 2.10) :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(X, t) = \mathbf{x}(X, t) - X. \quad (2.4)$$

Dans le deuxième cas, on exprimera une grandeur  $\varphi$  en fonction d'une position spatiale  $\mathbf{x}$  donnée, sans faire référence à la particule matérielle de position initiale  $X$  qui se situe en  $\mathbf{x}$  à l'instant  $t$  :  $\varphi = \varphi(\mathbf{x}, t)$ . Le terme de *description eulérienne ou spatiale* est alors utilisé. Pour l'étude des fluides, cette description est couramment employée.  $\varphi$  peut par exemple représenter le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  de la particule fluide qui passe en  $\mathbf{x}$  à l'instant  $t$  :<sup>9</sup>

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{d\mathbf{x}}{dt}(\mathbf{x}, t). \quad (2.5)$$

### Cinématique dans un milieu continu

Afin de déterminer l'image  $d\mathbf{x}$  d'une particule matérielle infinitésimale  $d\mathbf{X}$  par la transformation  $\mathbf{x}(X, t)$ , on introduit un premier tenseur, d'ordre 2, appelé tenseur gradient de la déformation :

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}, \quad (2.6)$$

qui est donc tel que  $d\mathbf{x} = \mathbf{F}d\mathbf{X}$ . C'est le tenseur le plus élémentaire, qui ensuite sert à construire d'autres tenseurs qui caractérisent de manière plus appropriée la déformation. Ainsi, en coordonnées lagrangiennes, on a l'habitude d'introduire le tenseur de déformation de Green-Lagrange :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}), \quad (2.7)$$

<sup>9</sup>Cette formule, malgré son caractère intuitif, se démontre. En effet, il est plus naturel de définir d'abord la vitesse en coordonnées lagrangiennes, puisque ce sera alors la vitesse associée à une particule matérielle  $X$ , puis d'en dériver une expression en coordonnées eulériennes. Le  $\frac{d}{dt}$  employé dans la formule, nommé dérivée matérielle ou dérivée particulaire, est ainsi différent de la dérivée partielle par rapport au temps  $\partial_t$  (cf. par exemple [Coirier01]).

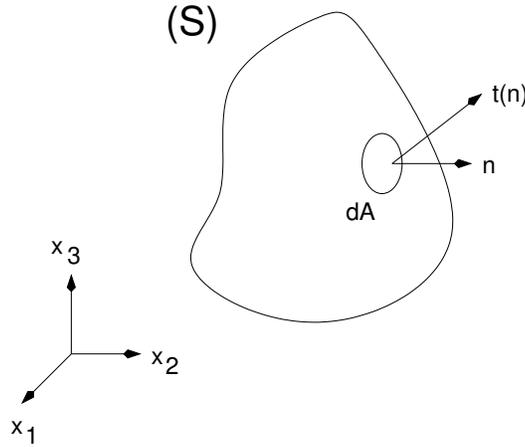


FIG. 2.11 – La force exercée par un système  $(S)$  sur le milieu extérieur au niveau d'une surface élémentaire  $dA$  est  $\mathbf{t}(\mathbf{n}) \cdot dA$ , avec  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  le vecteur contrainte.  $\mathbf{n}$  est la normale sortante à  $(S)$  au niveau de la surface  $dA$ . Le tenseur des contraintes de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$  définit la relation entre  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  et  $\mathbf{n}$  :  $\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ .

avec  $\mathbf{I}$ , tenseur identité, et  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \mathbf{F}$  qui est le tenseur de déformation de Cauchy-Green droit. Ce tenseur a un correspondant en coordonnées eulériennes, le tenseur de déformation d'Almansi-Euler :

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1}), \quad (2.8)$$

avec  $\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^t$  qui est le tenseur de déformation de Cauchy-Green gauche. Ces descripteurs sont introduits car ils permettent de mesurer de manière plus intuitive la déformation, c'est à dire l'écartement de deux particules matérielles l'une par rapport à l'autre au cours de la transformation. Plus précisément, ils permettent de quantifier la déformation au sens strict et par opposition au déplacement, ou transformation rigide. Ils sont d'ailleurs invariants par transformation rigide<sup>10</sup>. En particulier, si c'est uniquement ce type de transformation que subit le système, ces grandeurs sont nulles. De plus, ce sont des descripteurs suffisamment précis pour pouvoir connaître les variations de distances et d'angles entre particules matérielles, en tout point, au cours de la transformation [Gurtin81].

### Contraintes et dynamique dans un milieu continu

Pour caractériser la contrainte en tout point, il est usuel d'employer à nouveau un tenseur d'ordre 2, qui est le tenseur des contraintes de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$ . On peut montrer que :

$$\mathbf{t}(\mathbf{n}) = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma},$$

avec  $\mathbf{n}$  la normale sortante d'une surface fermée donnée et  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  la contrainte (ou force par unité d'aire) qu'exerce le solide sur le milieu extérieur via cette surface (cf. figure 2.11). Ce résultat est connu sous le nom de théorème de Cauchy. Une loi d'équilibre dynamique permet de déterminer le tenseur des contraintes au sein d'un milieu solide. On montre ainsi :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} &= \rho \boldsymbol{\gamma}, \\ \boldsymbol{\sigma}^t &= \boldsymbol{\sigma}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec  $\nabla \cdot$  l'opérateur divergence,  $\mathbf{f}$  le champ des forces massiques externes,  $\rho$  la masse volumique,  $\boldsymbol{\gamma}$  le vecteur accélération :  $\boldsymbol{\gamma} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ .  $\mathbf{f}$  peut être par exemple une force d'attraction

<sup>10</sup>On peut employer alors le terme d' "objectivité", voir par exemple [Bonet et al.97]

gravitationnelle ou une force magnétique. Ces formules ne font qu'exprimer le Principe Fondamental de la Dynamique pour un milieu continu et correspondent respectivement à l'équilibre des forces et à l'équilibre des moments<sup>11</sup>.

### Milieu continu : fluide ou solide ?

L'équation d'équilibre (2.9) porte sur la contrainte  $\sigma$ , qui, une fois déterminée, ne nous permet pas de remonter directement au déplacement de chaque particule  $u$  ou à la vitesse en tout point  $v$ . Il est donc nécessaire d'introduire une loi supplémentaire qui relie la contrainte à des grandeurs cinématiques, et qui traduit la constitution physique du milieu. Nous allons voir par la suite que cette relation, dite loi de comportement, ne fait pas intervenir les mêmes grandeurs selon que le milieu soit solide ou soit fluide.

### 2.3.2 Description de la paroi

Tout d'abord, nous donnons quelques informations sur la nature et sur les propriétés de la paroi à décrire. Ensuite, nous rappelons très succinctement les principes élémentaires que fournit la mécanique des milieux continus pour étudier un solide. Les hypothèses formulées quant aux caractéristiques de ce milieu sont présentées et discutées. On aboutit finalement à la formulation mathématique du problème.

### But

Les parois déformables sont dans notre cas les tissus mous en contact avec l'air au niveau des voies aériennes supérieures : langue, voile du palais, parois pharyngées. Ces tissus, graisseux et musculaires, forment un complexe dont la charpente est de nature osseuse (mandibule, maxillaire, voûte palatine, os hyoïde) ou cartilagineuse (septum lingual par exemple). Ces bases osseuses et cartilagineuses pourront être considérées en première approximation comme parfaitement rigides. Ainsi, elles seront prises en compte en tant que conditions limites au niveau des attaches tissus-os. En conséquence, seul le comportement des tissus mous est analysé ici.

Des modèles des tissus déformables des voies aériennes supérieures utilisant la mécanique des milieux continus ont déjà été proposés, par exemple le modèle de langue de J.M. Gérard et coll. [Gerard et al.03] ou encore le modèle de velum de D.A. Berry et coll. [Berry et al.98]. Néanmoins, ils sont souvent dédiés à des applications différentes du SAOS (parole par exemple) et les hypothèses mécaniques sur lesquelles ils se fondent ne sont pas toujours bien appropriées. Comme nous allons le voir, les hypothèses pertinentes pour le SAOS sont souvent plus simples.

### Mécanique d'un milieu solide

Pour une étude détaillée des milieux solides, on pourra se référer aux nombreux ouvrages existant dans ce domaine, comme par exemple [Bonet et al.97]. Comme nous l'avons mentionné précédemment, ce qui caractérise un milieu solide, et qui le différencie notamment d'un milieu fluide, est sa loi de comportement. Les grandeurs cinématiques (tenseurs de déformation), les contraintes et les lois d'équilibre sont les mêmes que pour n'importe quel autre type de milieu continu.

Dans un milieu solide, la loi de comportement est une relation algébrique entre le tenseur des contraintes et le tenseur de déformation. Elle s'exprime habituellement en coordonnées lagrangiennes. Or, le tenseur des contraintes de Cauchy est eulérien, il faut par conséquent utiliser son équivalent lagrangien, qui est le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff  $S$  :

---

<sup>11</sup>C'est d'ailleurs en appliquant ce Principe à un système matériel qu'on peut parvenir à établir ces formules. Dans [Gurtin81], elles sont même mentionnées au sein du théorème de Cauchy.

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-t}, \quad (2.10)$$

avec  $J = \det(\mathbf{F})$ , et  $\mathbf{F}$  le tenseur gradient de la déformation, vu précédemment. La loi de comportement est donc une relation entre le tenseur de déformation de Green-Lagrange, ou de manière équivalente, le tenseur de Cauchy-Green droit, et le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff :

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{C}(\mathbf{X}), \mathbf{X}), \quad (2.11)$$

avec  $\mathbf{X}$  un point matériel. Cette relation s'écrit en tout point et peut varier en fonction de ce point si le milieu est inhomogène. L'étude des lois de comportement constitue une partie importante et difficile de la mécanique des milieux continus. En exposer les principes élémentaires de construction et en présenter les principaux types nous entraînerait dans une trop longue digression. Pour une présentation synthétique et générale, on pourra se référer à la thèse de M. Chabanas [Chabanas02]. Pour une présentation détaillée d'une catégorie de lois assez générales, les lois hyperélastiques, on pourra se référer par exemple à [Bonet et al.97]. Finalement, pour spécifier complètement le problème mécanique, il reste à indiquer les conditions limites, qui peuvent être cinématiques (de Dirichlet) ou statiques (de Neumann).

Une telle formulation du problème mécanique mène à un système d'équations aux dérivées partielles qu'on peut étudier ou résoudre. La résolution est éventuellement analytique, en particulier si la géométrie du solide étudié est idéalisée. Dans le cas général, on aura le plus souvent recours à une méthode de résolution numérique telle que la méthode des éléments finis [Zienkiewicz et al.89]. Bien entendu, les hypothèses établies concernant les propriétés du solide et de la déformation, en particulier celles ayant trait à la loi de comportement, rendent le système à résoudre plus ou moins complexe. Avant d'aborder la résolution, il nous faut donc préciser et justifier nos choix d'hypothèses.

## Hypothèses

La première hypothèse est celle d'une déformation *quasi-statique*, c'est à dire suffisamment lente pour que les forces d'inertie puissent être négligées. Ainsi, la première équation d'équilibre de la paroi du système (2.9) devient :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0, \quad (2.12)$$

En effet, les mouvements tissulaires lors d'un épisode d'apnée ou d'hypopnée sont en général beaucoup plus lents que ceux occasionnés par exemple lors du ronflement ou de la phonation. De plus, la plupart des modèles à masses ponctuelles dédiés au SAOS font également cette hypothèse : [Auregan et al.93], [Fodil et al.97]. Même si dans [Gavriely et al.93], les auteurs prennent en compte le terme d'inertie, ils montrent que les conditions de stabilité de la paroi sont indépendantes de ce terme (cf. formule (2.3) par exemple). Cette hypothèse facilite beaucoup la résolution numérique du problème car elle dispense d'intégrer les équations par rapport au temps.

La deuxième hypothèse est celle des *petites perturbations*. Elle peut être formulée comme suit, d'après [Coirier01] :

- (1) En tout point, la norme du vecteur déplacement  $\mathbf{u}$  est infiniment petit principal, comparé à une longueur de référence  $L$ , qui correspond à une dimension du système physique étudié :

$$\left\| \frac{\mathbf{u}}{L} \right\| \ll 1. \quad (2.13)$$

- (2) En tout point, toutes les dérivées de  $\mathbf{u}$  sont considérées comme des infiniments petits principaux, en particulier les dérivées spatiales à l'ordre 1 :

$$\forall i, j, \left| \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right| \ll 1. \quad (2.14)$$

L'hypothèse (1) est connue sous le nom d'hypothèse des *petits déplacements*, et l'hypothèse (2) sous le nom d'hypothèse des *petites transformations*. L'hypothèse des petites perturbations constitue une approximation importante, qui n'est valable appliquée aux tissus vivants que pour des déplacements  $\|\frac{\mathbf{u}}{L}\|$  et des transformations  $\|\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}\|$  n'excédant pas 10 à 15 %. Nous constaterons au travers des calculs si celle-ci est valide ou non dans le cas d'un épisode d'apnée. Une conséquence importante et remarquable de l'hypothèse des petits déplacements (1) est la suivante :

*Sous l'hypothèse des petits déplacements*, les points de vue de Lagrange et d'Euler deviennent identiques.

En effet, pour toute grandeur représentée en coordonnées lagrangiennes par une fonction  $F(\mathbf{X})$  et en coordonnées eulériennes par une fonction  $f(\mathbf{x})$ , on peut montrer [Coirier01], en exprimant  $f$  en fonction du vecteur déplacement  $\mathbf{u}$  et en développant l'expression au premier ordre que :

$$F(\mathbf{X}) \simeq f(\mathbf{x}). \quad (2.15)$$

En particulier, les tenseurs des contraintes de Cauchy et de Piola-Kirchhoff deviennent équivalents au premier ordre :

$$\mathbf{S}(\mathbf{X}) \simeq \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}). \quad (2.16)$$

Cette hypothèse se justifie ainsi lorsque la configuration après transformation d'un solide est voisine de sa configuration initiale. Nous verrons par la suite que c'est une hypothèse qui a des conséquences importantes dans le cadre du couplage, et qui justifie certaines simplifications dans la méthode que nous avons implémentée.

De plus, dans le cadre des petites perturbations, la description des déformations se trouve simplifiée. En effet, le tenseur des déformations de Green-Lagrange peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{\mathbf{G} + \mathbf{G}^t}_{\text{lin}(\mathbf{E})} + \underbrace{\mathbf{G}^t \mathbf{G}}_{\text{n-lin}(\mathbf{E})} \right), \quad (2.17)$$

avec  $\mathbf{G}$  qui est le gradient du vecteur déplacement :

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{F} - \mathbf{I}. \quad (2.18)$$

L'hypothèse (2) implique alors immédiatement :

$$\|\mathbf{G}\| \ll 1, \quad (2.19)$$

ce qui permet de négliger le terme quadratique  $\text{n-lin}(\mathbf{E})$  dans l'expression de  $\mathbf{E}$ , pour ne garder que le terme linéaire  $\text{lin}(\mathbf{E})$ . On peut faire la même approximation à partir du tenseur d'Almansi-Euler, ce qui donne :

$$\mathbf{E} \simeq \mathbf{e} \simeq \frac{1}{2}(\mathbf{G} + \mathbf{G}^t) \stackrel{def}{=} \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2.20)$$

Ainsi, sous cette hypothèse, la déformation peut être décrite à l'aide d'un unique tenseur  $\boldsymbol{\varepsilon}$  appelé tenseur des petites déformations ou encore tenseur des déformations linéarisées. L'hypothèse des *petites déformations* consiste à supposer tout simplement (2.20), sans pour autant faire l'hypothèse des petites transformations (2). Ainsi, l'hypothèse des petites perturbations implique celle des petites déformations. La réciproque est fautive : une transformation rigide importante impliquera par exemple de grands déplacements et une déformation nulle. Précisons enfin que la terminologie ici adoptée est celle du livre de J. Coirier [Coirier01], et qu'elle peut varier selon les auteurs, qui sont rarement aussi clairs à ce propos.

L'hypothèse des petites perturbations facilite encore la méthode de résolution dans la mesure où pour une formulation éléments finis, déterminer la déformation en fonction des contraintes revient à résoudre un système linéaire [Zienkiewicz et al.89]. Dans le cas contraire, le problème mécanique est résolu de manière itérative, avec un système linéaire qui est réécrit à chaque étape [Bonet et al.97].

Sous l'hypothèse des petites perturbations, la loi de comportement (2.11) qui exprime  $\mathbf{S}$  en fonction de  $\mathbf{C}$  devient une relation entre le tenseur des contraintes de Cauchy  $\boldsymbol{\sigma}$  et le tenseur des petites déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$  :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}), \mathbf{x}). \quad (2.21)$$

Nous ferons de plus l'hypothèse que les tissus forment un milieu homogène, ce qui permet d'écrire (2.21) indépendamment du point d'application :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}). \quad (2.22)$$

Par ailleurs, on suppose également linéaire la loi qui relie déformation et contrainte. Il existe alors un tenseur, d'ordre quatre<sup>12</sup>, appelé tenseur d'élasticité, noté  $\mathcal{C}$ , qui permet d'exprimer  $\boldsymbol{\sigma}$  en fonction de  $\boldsymbol{\varepsilon}$  [Gurtin81] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathcal{C} : \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.23)$$

avec " :" qui dénote le produit contracté. Autrement dit, cette relation s'exprime en coordonnées cartésiennes comme suit<sup>13</sup> :

$$\sigma_{ij} = \mathcal{C}_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (2.24)$$

Les tenseurs  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , d'ordre 2, ont 9 composantes. Par conséquent, les 81 coefficients de  $\mathcal{C}$  caractérisent la nature du milieu solide. On peut réduire de manière substantielle ce nombre de coefficients en faisant l'hypothèse d'un milieu isotrope. Dans ce cas, on montre [Bellet et al.90] que d'une part, le tenseur d'élasticité ne dépend plus que de deux coefficients,  $\lambda$  et  $\mu$ , appelés coefficients de Lamé, et que la loi de comportement du matériau s'exprime sous la forme suivante, appelée loi de Hooke :

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \varepsilon_I \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2.25)$$

où  $\varepsilon_I$  est l'invariant d'ordre 1 du tenseur des petites déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , autrement dit sa trace. Il est usuel d'exprimer les coefficients de Lamé en fonction de deux paramètres qui ont une interprétation physique, le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  :

<sup>12</sup>Un tenseur d'ordre quatre est une application linéaire qui fait correspondre à tout tenseur d'ordre 2 un autre tenseur d'ordre 2.

<sup>13</sup>en utilisant la convention d'Einstein pour les sommations d'indices

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}, \quad (2.26)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (2.27)$$

Le module d'Young  $E$  (en Pa) est un paramètre de rigidité du matériau : plus il est élevé, plus celui-ci est rigide.  $\nu$  est le coefficient de Poisson, qui est un paramètre sans dimension. Il caractérise le rapport entre déformation dans les direction orthogonales et déformation dans une direction principale lorsque le matériau est contraint dans une direction principale [Bellet et al.90]. Il est fortement lié à la compressibilité du matériau : plus il est proche de 0.5, plus le matériau est incompressible. De manière générale, les tissus vivants sont souvent caractérisés par un comportement non-linéaire, anisotrope, et sont par ailleurs inhomogènes. Cette loi simple est donc une première approximation.

Les tissus vivants sont de plus considérés comme incompressibles. Cette caractéristique est donc traduite en prenant un coefficient de Poisson  $\nu$  proche de 0.5. Donner à ce coefficient une valeur exacte de 0.5, qui correspond en théorie à un matériau parfaitement incompressible n'est pas possible compte tenu de la formulation de la loi de Hooke (voir équation (2.26)). On emploiera le terme de quasi-incompressibilité pour une valeur proche de 0.5. D'autres approches pourraient être envisagées pour prendre en compte l'incompressibilité comme les formulations mixtes, notamment l'adoption d'un principe variationnel de Hu-Washizu, tel qu'exposé dans [Bonet et al.97] (dans le cadre des grandes déformations). Néanmoins, compte-tenu des autres approximations déjà effectuées, le gain en précision ne serait pas forcément garanti.

Pour ce qui est des contraintes initiales, elles sont supposées nulles :  $\boldsymbol{\sigma}_0 = 0$ . Ainsi, le matériau est considéré comme non-précontraint. Finalement, la gravité peut être prise en compte pour étudier la déformation des tissus, car celle-ci joue un rôle significatif dans le phénomène d'apnée. Ainsi, dans (2.9), on pourra prendre  $g = g_{Terre}$  avec  $\|g_{Terre}\| = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ .

### Formulation à l'aide du Théorème des Travaux Virtuels

Sous les hypothèses proposées, il est possible d'aboutir à une écriture finale du problème sous forme énergétique, connue sous le nom de Théorème des Travaux Virtuels :

$$\forall \delta \mathbf{v}, \quad \delta W(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v}) = \underbrace{\int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV}_{\delta W_{int}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})} - \underbrace{\int_{\partial V} \mathbf{t}(\mathbf{n}) \cdot \delta \mathbf{v} dA - \int_V \mathbf{g} \cdot \delta \mathbf{v} dV}_{\delta W_{ext}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})} = 0. \quad (2.28)$$

La signification est la suivante : lorsque le solide étudié atteint une position d'équilibre suite à une déformation  $\mathbf{u}$ , celle-ci est telle que pour tout petite déformation virtuelle  $\delta \mathbf{v}$  autour de la position d'équilibre, le travail  $\delta W_{int}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})$  exercé par les forces internes est rigoureusement compensé par le travail  $\delta W_{ext}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})$  exercé par les forces externes, qu'elles soient surfaciques (deuxième terme intégral) ou volumiques (troisième terme intégral). Ainsi,  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy, vu précédemment,  $\delta \boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur des petites déformations engendrées par le déplacement virtuel  $\delta \mathbf{v}$ . "·" est le produit contracté<sup>14</sup>.  $\mathbf{t}(\mathbf{n})$  est la contrainte externe appliquée à la surface du solide en un point de normale  $\mathbf{n}$  et  $\mathbf{g}$  est la densité volumique des forces externes. Enfin,  $V$  et  $\partial V$  représentent respectivement le volume et la surface du solide étudié. Ce théorème est démontré dans [Zienkiewicz et al.89], par intégration des équations d'équilibre sur le volume du solide, puis en utilisant le théorème de Green (intégration par parties). Il n'est

<sup>14</sup>Pour deux tenseurs  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  d'ordre 2, le produit contracté  $\mathbf{A} : \mathbf{B}$  est la quantité scalaire  $tr(\mathbf{A}^t \mathbf{B})$ . Le produit contracté peut être vu comme une généralisation du produit scalaire de deux vecteurs.

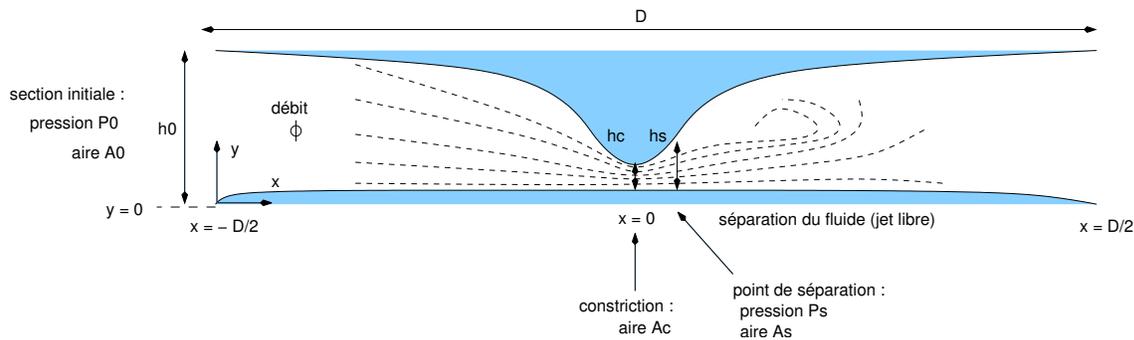


FIG. 2.12 – *Circulation d'un fluide dans une constriction asymétrique : accélération et décollement au niveau de la constriction. Les lignes de courant sont tracées en pointillés.  $h_0$  est la hauteur initiale du conduit,  $h_c$  la hauteur au niveau de la constriction,  $h_s$  la hauteur au niveau du décollement.  $D$  est la longueur totale du conduit.*

valide que dans le cadre des petites perturbations. Dans le cas des grandes perturbations, grands déplacements ou larges déformations, il est toutefois possible d'établir un énoncé de même nature. On pourra se reporter à [Bonet et al.97] pour plus d'informations.

Cette équation a pour avantage de faire apparaître explicitement les contraintes surfaciques externes s'exerçant sur un solide, ce qui n'était pas le cas de (2.9). Par ailleurs, cette formulation, appelée formulation faible, est privilégiée pour la résolution par la méthode des éléments finis.

### 2.3.3 Description de l'écoulement fluide

Tout d'abord, nous précisons quel type d'écoulement est objet d'étude, ainsi que les informations que nous désirons obtenir à partir de la description du fluide. Puis nous rappelons les notions provenant de la mécanique des fluides sur lesquelles nous nous appuyons. Pour simplifier les équations de comportement du fluide, nous avons envisagé trois hypothèses différentes que nous précisons et qui mèneront à trois formulations distinctes.

#### But

L'objectif est de décrire l'écoulement d'air se produisant au niveau des voies aériennes supérieures lors de la respiration. On souhaite tout particulièrement connaître les contraintes exercées par le fluide sur les tissus environnants qui délimitent un conduit de forme complexe. Nous savons que les sites d'obstruction lors d'un épisode d'apnée, qui se situent principalement au niveau de la langue et du palais mou, correspondent à des minima de la section du conduit, autrement dit à des *constrictions* [Rama et al.02]. Ce type de géométrie est reproduit figure 2.12. D'un point de vue qualitatif, le phénomène suivant peut y être observé : le fluide subit une accélération en amont de la constriction, puis une décélération en aval, qui est, pour un débit suffisamment élevé, associée à un phénomène de décollement. Le fluide se sépare ainsi de la paroi pour former un jet libre. La circulation d'un fluide dans une constriction a été abondamment étudiée, notamment au niveau de la glotte [Scherer et al.01] [Hofmans et al.03] [Pelorson et al.95], dans une sténose [Berger et al.00] ou encore dans le pharynx [Shome et al.98]. La figure 2.13 montre en particulier une simulation numérique d'écoulement issue de [Shome et al.98].

#### Mécanique d'un milieu fluide

Ici sont rappelées très brièvement les notions de mécanique des fluides qui serviront par la suite. Pour une présentation et une étude plus complète de ces notions, on pourra se référer par exemple à [Candel95]. Tout d'abord, comme il a été mentionné en 2.3.1, la description eulérienne

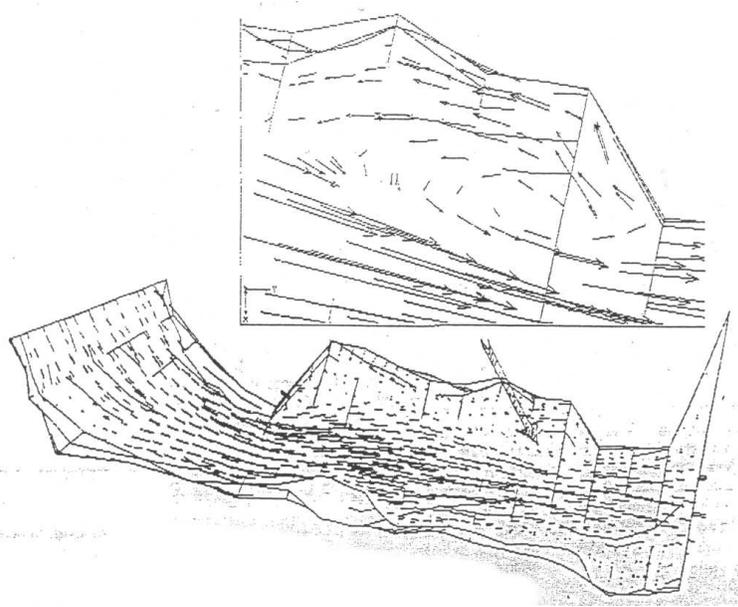


FIG. 2.13 – Simulation numérique d'écoulement d'air dans un pharynx de patient apnéique ayant subi un traitement chirurgical. L'air inspiré circule de gauche à droite. Après la première constriction, qui se situe au niveau de la partie supérieure de la base de la langue, le fluide se décolle de la paroi et forme un jet. Un agrandissement sur cette portion du conduit montre le phénomène de recirculation qui se produit dans la zone au dessus du jet. D'après [Shome et al.98].

est privilégiée en milieu fluide. C'est donc la vitesse  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  en tout point  $\mathbf{x}$  qui doit être connue, plutôt que le déplacement des particules matérielles du fluide. Contrairement à ce qui se produit dans un milieu solide, la déformation en un point s'accroît toujours régulièrement en fonction du temps, sans jamais se stabiliser autour d'une valeur. Ainsi, il est commode pour l'étude de la cinématique d'introduire le *tenseur taux de déformation*  $\mathbf{d}$  qui permet de quantifier le taux de variation de longueur d'un segment matériel par unité de longueur et de temps :

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right) + \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \right)^t \right) \quad (2.29)$$

En ce qui concerne les contraintes, celles-ci sont décrites en coordonnées eulériennes comme pour tout milieu continu à l'aide du tenseur des contraintes de Cauchy<sup>15</sup>  $\boldsymbol{\sigma}$ . Il est intéressant d'un point de vue physique de réécrire ce tenseur sous la forme d'une composante sphérique, isotrope, et d'un déviateur :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}, \quad (2.30)$$

avec  $p$  qui représente la pression au sein du fluide,  $\mathbf{I}$  le tenseur identité, et  $\boldsymbol{\tau}$  le déviateur, nommé dans ce cadre le *tenseur des contraintes visqueuses*. Il est tel que sa trace soit nulle [Coirier01] :

$$\boldsymbol{\tau}_I = \text{tr}(\boldsymbol{\tau}) = 0, \quad (2.31)$$

$$p = -\frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}). \quad (2.32)$$

<sup>15</sup>qui est nommé  $\mathbf{T}$  dans [Candel95].

Ainsi, en tout point du fluide, et en particulier aux frontières du domaine, sur les parois, deux types d'action vont s'exercer :

- la *pression*  $p$  d'une part, orthogonale à la paroi,
- la *contrainte de cisaillement*, ou contrainte pariétale, qui est causée par la viscosité.

Deux principes permettent de déterminer les inconnues. Tout d'abord, le premier principe est celui de conservation de la quantité de mouvement, ou d'équilibre dynamique, qui a été vu précédemment (équation (2.9)), et qu'on peut réécrire sous la forme suivante :

$$\rho(\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \quad (2.33)$$

avec  $g$  la force volumique par unité de volume, en général la gravité, et  $\nabla$  l'opérateur gradient. Pour obtenir cette formule à partir de (2.9), il suffit d'exprimer  $\gamma$ , l'accélération, comme étant la dérivée particulaire de la vitesse, de remplacer le vecteur des forces massiques  $\mathbf{f}$  par  $\rho \mathbf{g}$ , et d'exprimer le tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  sous la forme vue en (2.30).<sup>16</sup>

De même que pour les solides, une loi de comportement doit être supposée pour le fluide, afin de traduire sa constitution physique. Celle-ci s'exprime sous la forme d'une relation entre le tenseur des contraintes visqueuses  $\boldsymbol{\tau}$  et le tenseur taux de déformation  $\mathbf{d}$ . Dans une grande partie des applications, le fluide est supposé newtonien, c'est-à-dire isotrope avec une loi de comportement linéaire :

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \mathbf{d} - \frac{2}{3}\mu \mathbf{d}_I \mathbf{I}, \quad (2.34)$$

avec  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide et  $\mathbf{d}_I$  l'invariant d'ordre 1 du tenseur taux de déformation<sup>17</sup>. En injectant l'expression (2.34) dans (2.33), on obtient une nouvelle expression de la conservation de la quantité de mouvement, qui est l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho(\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}), \quad (2.35)$$

avec  $\nabla^2$  l'opérateur laplacien. On pourra se référer à [Candel95] si on désire savoir comment cette équation est établie. Ensuite, le deuxième grand principe est celui de la conservation de la masse, qui s'écrit comme suit :

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.36)$$

avec  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $\nabla \cdot$  l'opérateur divergence. Ce principe s'obtient par exemple en considérant que la masse d'un volume matériel arbitraire reste constante au cours du temps, puis en appliquant le théorème de transport et le théorème de Green-Ostrogradsky [Candel95]. En supposant le fluide incompressible, on obtient des expressions simplifiées pour les principes de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. En effet, l'équation (2.36) devient :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.37)$$

et l'équation (2.35) devient en conséquence :

<sup>16</sup>On peut également la retrouver directement en appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique à un volume matériel de fluide, puis en utilisant le théorème de Reynolds et le théorème de Green-Ostrogradsky, comme dans [Candel95].

<sup>17</sup>, autrement dit, sa trace

$$\rho(\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (2.38)$$

qui est l'équation de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. Il est intéressant de reformuler cette dernière équation en utilisant des grandeurs adimensionnées :

$$\frac{1}{St} \partial_{t^*} \mathbf{v}^* + (\mathbf{v}^* \cdot \nabla^*) \mathbf{v}^* = -Eu \nabla^* p^* + \frac{1}{Fr} \mathbf{g}^* + \frac{1}{Re} (\nabla^*)^2 \mathbf{v}^*, \quad (2.39)$$

avec  $t^* = t f_0$ ,  $\mathbf{v}^* = \mathbf{v} / v_0$ ,  $p^* = p / p_0$ ,  $\mathbf{g}^* = \mathbf{g} / g_0$  qui sont respectivement le temps, la vitesse, la pression, les forces volumiques adimensionnées.  $\nabla^*$  est l'opérateur gradient adimensionné :  $\nabla^* = \partial_{\mathbf{x}^*}$  avec  $\mathbf{x}^* = \mathbf{x} / l_0$  le vecteur position adimensionné.  $f_0$ ,  $v_0$ ,  $p_0$ ,  $g_0$ ,  $l_0$  sont des grandeurs caractéristiques de l'écoulement, respectivement la fréquence, la vitesse, la pression, la force volumique, la longueur. Ce sont des ordres de grandeur pour chacun de ces termes, estimés a priori. Les nombres sans dimension suivants interviennent dans l'équation (2.39) :

nom	définition	terme associé dans l'équation de Navier-Stokes
nombre de Strouhal	$St = f_0 l_0 / v_0$	terme d'instationnarité
nombre d'Euler	$Eu = p_0 / (\rho v_0^2)$	terme de pression
nombre de Froude	$Fr = v_0^2 / (l_0 g_0)$	forces volumiques (gravité...)
nombre de Reynolds	$Re = \rho v_0 l_0 / \mu$	terme de viscosité

Le système formé par les équations (2.37) et (2.38) est un système d'équations aux dérivées partielles du second ordre, qui peut être résolu une fois les conditions initiales et les conditions limites spécifiées. La présence du terme de convection rend ces équations non linéaires. L'équation de Navier-Stokes (2.38) est de plus elliptique, compte-tenu de l'expression des forces de viscosité. Une autre propriété de cette équation est qu'elle est intrinsèquement instable. En effet, il existe un nombre de Reynolds, dit critique, à partir duquel toute perturbation infinitésimale est amplifiée. Pour des écoulements qui correspondent à des nombres de Reynolds supérieurs à cette valeur critique, on emploie le terme de régime turbulent. En deçà de cette valeur, le régime est dit laminaire. Le passage d'un régime laminaire à un régime turbulent s'appelle 'phénomène de transition' [Cousteix88]. En ce qui nous concerne, le régime est toujours supposé laminaire, compte-tenu des faibles débits d'écoulement d'air lors de la respiration nocturne<sup>18</sup>.

Il est assez rare de pouvoir résoudre les équations de Navier-Stokes analytiquement, mis à part dans des cas très particuliers : écoulements de Poiseuille, de Couette par exemple. Il est toutefois possible de les simplifier en ajoutant d'autres hypothèses sur l'écoulement. Il est également envisageable d'utiliser une méthode numérique pour résoudre ces équations sous leur forme complète ou simplifiée : différences finies, éléments finis ou volumes finis. Nous allons, avant d'envisager la résolution, étudier trois théories simplificatrices dérivées de ces équations : une qui repose sur l'hypothèse d'un fluide parfait, une autre qui se base sur l'existence de couches limites près des parois, et une dernière adaptée à des écoulements lents.

### Hypothèse du fluide parfait

Pour certains types d'écoulements, on peut négliger le terme de viscosité dans l'équation de Navier-Stokes. Cette approximation se justifie en particulier lorsque la viscosité  $\mu$  du fluide est très faible ou lorsque la vitesse d'écoulement est très grande. Ces deux cas correspondent à un nombre de Reynolds élevé. Ainsi, en faisant tendre  $Re$  vers l'infini dans (2.39), on obtient l'équation d'Euler, qui correspond à l'hypothèse du fluide parfait :

<sup>18</sup>Ce n'est par contre pas forcément le cas en parole où des phénomènes turbulents peuvent se produire, par exemple lors de la production de fricatives.

$$\frac{1}{St} \partial_{t^*} v^* + (v^* \cdot \nabla^*) v^* = -Eu \nabla^* p^* + \frac{1}{Fr} g^*. \quad (2.40)$$

Si on peut de plus négliger le terme instationnaire ainsi que le terme de forces volumiques, ce qui correspond respectivement à des nombres de Strouhal et de Froude élevés, on obtient :

$$(v^* \cdot \nabla^*) v^* = -Eu \nabla^* p^*, \quad (2.41)$$

ou encore, avec les quantités dimensionnées :

$$\rho((v \cdot \nabla)v) = -\nabla p. \quad (2.42)$$

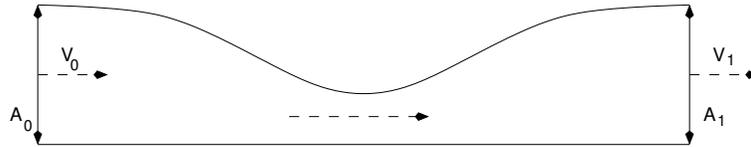
Cette équation peut être intégrée le long d'une ligne de courant<sup>19</sup>, ce qui permet d'obtenir une relation analytique simple entre la vitesse et la pression, qui est la formule de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p = cte(\text{ligne de courant}). \quad (2.43)$$

Si le fluide est irrotationnel<sup>20</sup>, la constante ne dépend plus de la ligne de courant. La démonstration de cette formule peut être trouvée par exemple dans [Candel95]. On peut par ailleurs faire l'hypothèse d'un écoulement unidimensionnel : les variables ne dépendent que d'une direction de l'espace, qui est la direction principale d'écoulement  $x$  (cf. schéma 2.12).

$$\frac{1}{2} \rho v(x)^2 + p(x) = cte. \quad (2.44)$$

Le principal problème de cette formulation est que tous les effets de la viscosité sont négligés. En particulier, cherchons à déterminer la pression au sein d'un écoulement dans une constriction du type ci-dessous :



En appliquant la conservation du débit :  $\phi = A(x)v(x) = cte$ , on remarque que la vitesse d'entrée  $v_0$  est égale à la vitesse de sortie  $v_1$ . En appliquant la formule de Bernoulli entre l'entrée et la sortie, on constate alors que :  $p_0 = p_1$ . Les pressions d'entrée et de sortie sont les mêmes et il n'y a donc pas d'écoulement dans la constriction. Ce paradoxe peut-être évité en faisant l'hypothèse que le fluide se décolle de la paroi après la constriction, et que ce décollement entraîne des pertes de charge. Comme Bernoulli ne nous permet pas de prédire la localisation de la séparation, celle-ci est déterminée à l'aide d'un critère géométrique. On peut supposer par exemple que le rapport est constant entre l'aire du conduit au niveau de la séparation  $A_s$  et l'aire au niveau de la constriction  $A_c$ , ce qui fournit un critère simple (cf. figure 2.12). On introduit alors un coefficient de séparation :

$$c = \frac{A_s}{A_c}, \quad (2.45)$$

avec la valeur de  $c$  qui est fixée arbitrairement. On peut supposer par ailleurs que les pertes de charge dues au décollement sont telles qu'il n'y a pas recouvrement de la pression par la suite. Autrement dit, la pression  $p(x)$  après séparation est constante et égale à la pression de sortie  $p_s$ . C'est cette approche qui est choisie dans le modèle pour le SAOS de Y. Payan et coll.

<sup>19</sup>Une ligne de courant est une courbe portée par les vecteurs vitesses.

<sup>20</sup>Un fluide est irrotationnel si en tout point, le champ des vitesses est tel que :  $\text{rot } v = \nabla \wedge v = 0$ .

[Payan et al.01a] [Payan et al.01b].

En conséquence, le débit au sein de l'écoulement peut être calculé. Il suffit d'appliquer la formule de Bernoulli une fois entre l'entrée du conduit et le point de séparation :

$$\frac{1}{2}\rho v_0^2 + p_0 = \frac{1}{2}\rho v_s^2 + p_s, \quad (2.46)$$

en reprenant les notations de la figure (2.12) pour les pressions et vitesses. En appliquant de plus la conservation du débit entre l'entrée et la séparation  $\phi = A_0 v_0 = A_s v_s$ , on obtient une formule analytique de calcul du débit :

$$\phi = \frac{A_0 A_s}{(A_0^2 - A_s^2)^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{2(p_0 - p_s)}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.47)$$

Pour connaître la pression  $p(x)$  en tout point d'abscisse  $x$  de l'écoulement, situé avant le point de séparation, il suffit d'appliquer Bernoulli entre l'entrée et ce point, en utilisant la conservation du débit pour exprimer la vitesse en fonction du débit et de l'aire, ce qui donne immédiatement :

$$p(x) = p_0 + \frac{1}{2}\rho\phi^2 \left( \frac{1}{A_0^2} - \frac{1}{A(x)^2} \right). \quad (2.48)$$

Cette formule analytique fournit une approximation de la distribution de pression dans le conduit, via un calcul simple et rapide. Le problème est qu'elle dépend de  $c$ , dont la valeur est inconnue. On peut alors se demander s'il existe une valeur de  $c$  telle que la pression soit prédite correctement, et comment déterminer cette valeur. Pour passer outre ce problème, nous allons voir un deuxième type d'approximation qui permet de prédire directement le décollement du fluide.

### Décomposition fluide parfait / couche limite

Pour simplifier les équations de Navier-Stokes en tenant compte de la viscosité, nous introduisons la décomposition fluide parfait / couche limite. Nous expliquons d'abord l'idée sous-jacente à cette hypothèse, puis nous en donnons une formulation mathématique.

### Quelques considérations qualitatives

Même à grand nombre de Reynolds, les effets de la viscosité ne peuvent être complètement négligés. En effet, ils demeurent prédominants au voisinage des parois, où un fort gradient de vitesse est observé, en raison des conditions d'adhérence. Ils se concentrent ainsi dans une couche de faible épaisseur : la couche limite. Hors de celle-ci, le fluide peut être considéré comme parfait et régi par les équations d'Euler (voir figure 2.14).

Dans une constriction, le fluide est accéléré en amont du col, ce qui tend à "plaquer" les couches, c'est-à-dire à réduire leur épaisseur. Après le col, le gradient de pression devient positif et le fluide est décéléré. Les couches limites deviennent plus épaisses. La décélération est par ailleurs telle au niveau des couches que le mouvement des particules fluides peut s'y inverser. Il se produit alors le phénomène de décollement que nous avons évoqué précédemment (voir figure 2.15).

Si on désire plus d'informations, d'autres considérations qualitatives peuvent être trouvées, par exemple dans [Candel95] mais aussi dans [Schlichting79], dans [Cousteix88] et dans [Lagrée96b].

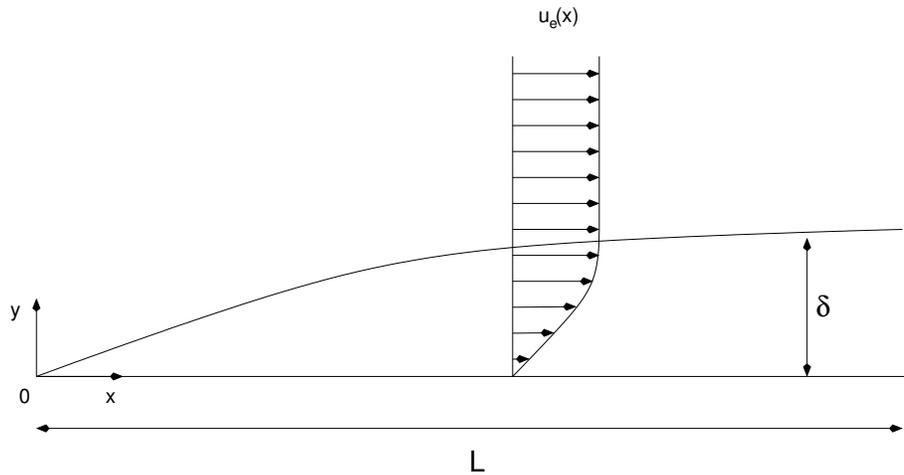


FIG. 2.14 – Formation d’une couche limite au voisinage d’une plaque plane horizontale.  $\delta$  est l’épaisseur de couche limite. A l’intérieur de la couche, le gradient de vitesse longitudinale est très fort. A l’extérieur, les vecteurs vitesse  $u_e(x)$  sont parallèles (fluide parfait).

### Les équations de couche limite - équations de Prandtl

Dans le cadre de la théorie de la couche limite, les équations d’Euler ne constituent plus une approximation acceptable des équations de Navier-Stokes. Il est nécessaire de simplifier moins grossièrement ces dernières. Pour y parvenir, on s’appuie sur le couple d’équations (2.37) et (2.38). Nous rappelons ici la manière classique de procéder, telle qu’elle est présentée dans tout ouvrage de mécanique des fluides, par exemple [Candel95].

On se donne tout d’abord les hypothèses suivantes : l’écoulement est bidimensionnel, stationnaire et les forces volumiques (gravitation) peuvent y être négligées<sup>21</sup>. L’équation (2.38) s’écrit alors :

$$\rho(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (2.49)$$

On note  $(u, v)$  les deux composantes, longitudinale (axe  $x$ ) et transverse (axe  $y$ ), de la vitesse  $\mathbf{v}$ . La théorie consiste premièrement à considérer le fluide comme parfait, en négligeant la viscosité. On obtient alors l’équation d’Euler (2.42). En faisant l’hypothèse supplémentaire d’un écoulement unidimensionnel, celui-ci est alors régi par l’équation de Bernoulli :

$$p(x) + \frac{1}{2} \rho u_e^2(x) = cte, \quad (2.50)$$

avec  $p(x)$  la pression en  $x$  et  $u_e(x)$  la vitesse du fluide, constante dans la direction transverse. Celle-ci est par ailleurs telle que :

$$u_e(x) A(x) = cte,$$

ce qui traduit la condition d’incompressibilité. Toutefois, on ne satisfait pas les conditions d’adhérence à la paroi. Il faut donc, dans un deuxième temps, s’intéresser à la région de couche

<sup>21</sup>Ce n’est pas obligatoire, on peut tout à fait écrire les équations de couche limite en instationnaire, en trois dimensions et/ou avec un terme de forces volumiques, mais ce sont des hypothèses rencontrées couramment dans la littérature sur les couches limites [Candel95].

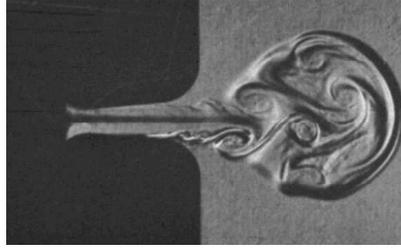
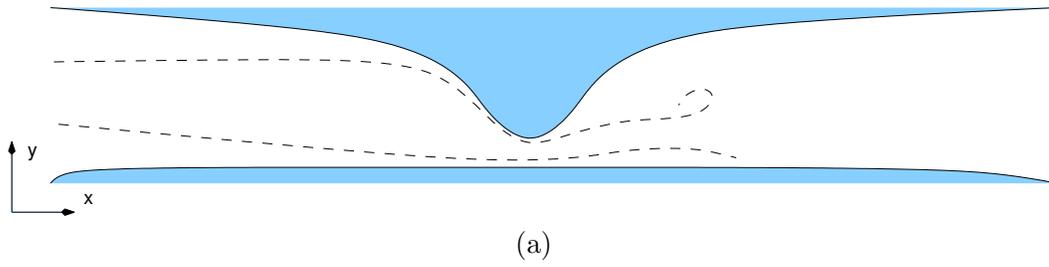


FIG. 2.15 – (a) Evolution de l'épaisseur des couches limites (en pointillés) dans une constriction. En amont, le gradient de pression est négatif et les couches s'amincissent. En aval, le gradient de pression est positif et les couches s'épaississent puis se décolent de la paroi. (b) Photographie du décollement du fluide dans une constriction symétrique. Formation d'un jet et apparition d'un tourbillon. D'après [Pelorson et al.95].

limite. L'hypothèse fondamentale qui va permettre de négliger des termes est la suivante : l'épaisseur moyenne  $\delta$  des couches est d'un ordre de grandeur inférieur à la longueur caractéristique du conduit  $L$  (voir figure 2.14) :

$$\frac{\delta}{L} \ll 1. \quad (2.51)$$

On montre alors, en procédant à une analyse dimensionnelle, que (2.49) devient :

$$\tilde{u}\partial_{\tilde{x}}\tilde{u} + \tilde{v}\partial_{\tilde{y}}\tilde{u} = -\partial_{\tilde{x}}\tilde{p} + \partial_{\tilde{y}}^2\tilde{u}, \quad (2.52)$$

$$-\partial_{\tilde{y}}\tilde{p} = 0, \quad (2.53)$$

avec  $\tilde{x} = x/L$ ,  $\tilde{y} = y/(LRe^{\frac{1}{2}})$ ,  $\tilde{u} = u/U_{\infty}$  et  $\tilde{v} = v/(U_{\infty}Re^{\frac{1}{2}})$  qui sont des quantités adimensionnées.  $U_{\infty}$  est l'ordre de grandeur de la vitesse longitudinale dans le conduit. Le nombre de Reynolds  $Re$  est défini comme suit :

$$Re = \rho \frac{LU_{\infty}}{\mu}. \quad (2.54)$$

Au cours de l'analyse, la relation suivante est établie entre les dimensions caractéristiques du conduit et le nombre de Reynolds :

$$\frac{\delta}{L} = \frac{1}{Re^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.55)$$

ce qui signifie que l'hypothèse initiale (2.51) se traduit par un nombre de Reynolds élevé. L'équation de continuité (2.37) demeure inchangée, et s'écrit :

$$\partial_{\tilde{x}}\tilde{u} + \partial_{\tilde{y}}\tilde{v} = 0. \quad (2.56)$$

On pourra se référer par exemple à [Lagrée96b] pour les détails de l'analyse<sup>22</sup>. Les équations (2.52), (2.53) et (2.56) sont appelées équations de couche limite ou équations de Prandtl. Les conditions limites sont d'une part des conditions d'adhérence à la paroi :

$$\tilde{u}(\tilde{x}, 0) = \tilde{v}(\tilde{x}, 0) = 0, \quad (2.57)$$

si la paroi est plane. Si elle ne l'est pas, il suffit d'effectuer un changement de coordonnées. D'autre part, une dernière condition limite, d'importance, provient du raccord entre les deux régions, qui permet d'assurer la continuité de la vitesse lors du passage de l'une à l'autre :

$$\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{y} \rightarrow \infty) = \tilde{u}_e(\tilde{x}), \quad (2.58)$$

avec  $\tilde{u}_e$  qui est la vitesse du fluide parfait adimensionnée par rapport à  $U_\infty$ . Cette simplification asymptotique des équations de Navier-Stokes complètes est à même de faciliter la résolution du problème fluide. D'une part, l'équation (2.53) signifie simplement que  $p = p(x)$  : la pression ne varie que longitudinalement. D'autre part, on constate dans (2.52) que le système, initialement elliptique, est dorénavant un système parabolique. Cette transformation induit une résolution plus aisée des nouvelles équations obtenues (voir 2.4.2 et annexe C).

Ainsi, le système obtenu peut être résolu analytiquement, par exemple dans le cas particulier où la paroi est plane et où la vitesse de fluide externe  $u_e$  s'exprime simplement. On peut obtenir les solutions de Blasius, dans le cas où  $u_e$  est constante, ou de Falkner-Skan, dans le cas où  $u_e(x) = c_0 x^m$ , avec  $c_0$  et  $m$  constantes. Elles sont détaillées toutes deux dans [Candel95] et [Cousteix88]. Si la paroi n'est pas plane, ou que  $u_e$  ne s'exprime pas simplement, il est possible d'utiliser des méthodes approchées, dites intégrales<sup>23</sup>, décrites par exemple dans [Candel95] [Lagrée96b] [Lagrée96a] [Blevins92]. Il est également envisageable d'utiliser une méthode numérique telle que les différences finies ou les volumes finis [Cousteix88].

Finalement, on remarque que pour résoudre le système obtenu, il est nécessaire de connaître la pression  $p(x)$ , ou la vitesse du fluide parfait  $u_e(x)$ , pour tout  $x$ . C'est un point très problématique dans la mesure où dans notre cas, c'est justement cette distribution de pression qui est inconnue, et que nous souhaitons déterminer en fonction de la différence de pression entrée-sortie du conduit. Nous allons donc voir une deuxième formulation mieux adaptée et qui permet de lever cette difficulté. Elle est voisine de celle présentée ici, mais n'est pas mentionnée dans les ouvrages généraux.

### Les équations de Navier-Stokes réduites / Prandtl - RNSP(x)

Il s'agit ici à nouveau de simplifier les équations de Navier-Stokes, d'une manière similaire à ce qui a été vu précédemment, mais qui soit plus adéquate à l'étude d'un écoulement fluide dans une constriction. Nous nous référons donc de nouveau à la figure 2.12 et non plus à 2.14. La théorie que nous présentons est détaillée dans [Lagrée et al.05a] et [Lagrée et al.05b], pour un conduit axisymétrique<sup>24</sup>. Nous en reprenons ici les principaux points, en adaptant à notre

<sup>22</sup>ou encore à [Schlichting79], à [Cousteix88] ou à [Candel95].

<sup>23</sup>Le principe des méthodes intégrales est le suivant : les équations de couche limite sont intégrées dans la direction transverse, ce qui permet d'obtenir une nouvelle formulation, appelée équation intégrale de Von Kármán, qui peut être résolue à l'aide de différentes méthodes (Thwaites [Blevins92] ou I.B.L. [Lagrée96a] par exemple). Le lecteur désireux d'en savoir plus pourra se reporter à la littérature très abondante à ce sujet, compte-tenu de l'intérêt pratique de ces méthodes. Nous ne prenons pas la peine de les détailler car nous ne n'en avons pas utilisé.

<sup>24</sup>Le but étant initialement d'étudier un écoulement dans une artère sténosée ou dans la glotte.

cas, qui est celui d'un conduit bidimensionnel asymétrique.

L'idée fondamentale consiste à choisir pour dimension transverse caractéristique non plus l'épaisseur moyenne des couches limites mais la hauteur du conduit  $h_0$  (voir figure 2.14). La longueur caractéristique  $D$  du conduit est déterminée de telle sorte à équilibrer les termes convectifs et diffusifs dans (2.49) [Lagrée et al.05b]. Ceci permet de conserver au moins un des termes diffusifs dans l'équation simplifiée. On obtient ainsi :

$$D = Re h_0, \quad (2.59)$$

avec  $Re$  qui est le nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement :  $Re = \rho U_0 h_0 / \mu$ ,  $U_0$  étant la vitesse longitudinale caractéristique.

Pour simplifier les équations de Navier-Stokes, *le nombre de Reynolds introduit ci-dessus sera supposé élevé* ( $Re \gg 1$ ), ce qui implique alors que la *longueur*  $D$  du conduit doit être en théorie d'*un ordre de grandeur supérieur* à la *hauteur*  $h_0$  pour que les équations obtenues soient valables<sup>25</sup>.

Les variables sans dimension suivantes sont ensuite introduites :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{h_0 Re}, \\ \bar{y} &= \frac{y}{h_0}, \\ \bar{p} &= \frac{P}{\rho U_0^2}, \\ \bar{u} &= \frac{u}{U_0}, \\ \bar{v} &= \frac{v Re}{U_0}. \end{aligned}$$

Les dimensionnements sont effectués de sorte à respecter un principe dit de *moindre dégénérescence* : on cherche à conserver un maximum de termes dans les équations de Navier-Stokes [Lagrée96b] [Lagrée et al.05a]. Les équations (2.49) et (2.37) sont réécrites à l'aide des nouvelles variables sans dimension, et, en faisant tendre le nombre de Reynolds vers l'infini, on obtient finalement :

$$\bar{u} \partial_{\bar{x}} \bar{u} + \bar{v} \partial_{\bar{y}} \bar{u} = -\partial_{\bar{x}} \bar{p} + \partial_{\bar{y}}^2 \bar{u}, \quad (2.60)$$

$$-\partial_{\bar{y}} \bar{p} = 0, \quad (2.61)$$

$$\partial_{\bar{x}} \bar{u} + \partial_{\bar{y}} \bar{v} = 0, \quad (2.62)$$

Les conditions limites sont des conditions d'adhérence aux parois supérieures et inférieures du conduit :

$$\bar{u}(\bar{x}, \bar{y}_{inf}) = \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}_{inf}) = 0, \quad (2.63)$$

---

<sup>25</sup>Nous nous apercevrons dans la pratique, en particulier dans le chapitre 3, que le domaine de validité de ces équations est plus étendu. Notamment, il est possible d'être moins sévère sur la valeur du rapport  $h_0/D$ , qui peut à la limite être proche de 1. De même, des écoulements à faible nombre de Reynolds pourront être prédits à l'aide de ces équations.

$$\bar{u}(\bar{x}, \bar{y}_{sup}) = \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}_{sup}) = 0, \quad (2.64)$$

avec  $\bar{y}_{inf}$  et  $\bar{y}_{sup}$  qui sont respectivement les ordonnées sans dimension des parois inférieures et supérieures. *Les conditions limites sont donc différentes de celles associées aux équations de Prandtl*, et en particulier :

- le domaine est borné dans la direction transverse et la condition limite de raccord à l’infini (2.58) n’est plus présente,
- la distribution de pression dans le conduit n’est plus une donnée du problème.

En imposant un profil de vitesse en entrée de conduit (en  $x = -D/2$  sur la figure 2.12), la pression va être prédite en tout point, ainsi que le profil de vitesse en sortie de conduit. Nous verrons en annexe C comment il est possible d’imposer une différence de pression entrée-sortie donnée.

Les équations (2.60) (2.61) (2.62) sont dénommées équations de Navier-Stokes Réduites. Ce sont aussi les équations Prandtl (2.52), (2.53) et (2.56) mais avec des conditions limites différentes. Ceci justifie l’appellation d’équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl ou RNSP(x)<sup>26</sup> [Lagrée et al.05a] [Lagrée et al.05b]. Ce résultat n’est guère surprenant car les calculs qui ont permis d’aboutir aux équations de Prandtl et aux équations RNSP sont similaires, à ceci près que  $\delta$  est remplacé par  $h_0$ .

Le système obtenu, parabolique, est, comme dans le cas précédent, plus facile à résoudre que celui formé par les équations de Navier-Stokes (cf. 2.4.2). Par ailleurs, et contrairement à la formulation basée sur l’hypothèse d’un fluide parfait, la position  $x_s$  du décollement des couches après constriction peut être prédite. Celle-ci correspond en effet à une annulation des contraintes de cisaillement après la constriction [Schlichting79] :

$$\tau_{paroi, x_s} = \mu \partial_y u(x_s, y_{paroi}) = 0. \quad (2.65)$$

Après décollement, les équations présentées ci-dessus restent valables compte-tenu du fait qu’on ne fait plus aucune hypothèse sur l’épaisseur des couches.

### Écoulement à faible nombre de Reynolds. Théorie de la lubrification.

La théorie de la lubrification de Reynolds est adaptée pour décrire des écoulements rampants, et sera utile pour s’assurer par comparaison que RNSP prédit correctement l’écoulement dans ce cas. Elle se base sur deux hypothèses [Deverge et al.03] :

- l’écoulement est quasi-parallèle,
- les effets de l’inertie sont négligeables.

En ce cas, la formule de Poiseuille [Schlichting79] fournit une expression de la vitesse longitudinale  $u$  :

$$u(x, y) = -\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx}(x) (h(x) - y)y, \quad (2.66)$$

---

<sup>26</sup>Le '(x)' provient du fait que la pression est constante dans la direction transverse  $y$ . Nous ne mentionnerons plus ce '(x)' par la suite.

avec  $h$  la hauteur du conduit. La vitesse transverse  $v$  est supposée nulle. L'équation de conservation de la masse peut être reformulée ainsi :

$$\phi = W \int_0^h u \, dy = cte, \quad (2.67)$$

avec  $W$  qui est la profondeur du conduit. Cette formule exprime tout simplement la conservation du débit. En y injectant l'expression de  $u$  donnée par (2.66), on obtient :

$$\phi = -\frac{dp}{dx} \frac{W}{2\mu} \int_0^h (h-y)y \, dy, \quad (2.68)$$

$$= -\frac{dp}{dx} \frac{W}{12\mu} h^3. \quad (2.69)$$

Ce qui permet d'aboutir à une expression du gradient de pression :

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{12\mu}{Wh^3} \phi, \quad (2.70)$$

qui par intégration donne une expression analytique de la distribution de pression dans le conduit :

$$p(x) = p_0 - \frac{12\mu}{W} \phi \int_0^x \frac{dx}{h(x)^3}. \quad (2.71)$$

**Note :** On retrouve la formule (2.66) à partir des équations RNSP. En effet, en faisant l'hypothèse que le terme d'inertie est négligeable dans (2.60), on obtient une relation qui traduit l'équilibre entre gradient de pression et forces de viscosité. Cette formule donne (2.66) après intégration dans la direction transverse.

### Synthèse

Pour résumer nos hypothèses, nous supposons tout d'abord que le régime d'écoulement est *laminaire*, ce qui permet d'écrire les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement sous la forme (2.36) et (2.33). Pour un écoulement turbulent, le plus simple serait de garder les équations (2.36) et (2.33), en changeant l'expression de la viscosité et en mettant à la place de  $\mu$  une viscosité turbulente déterminée, par exemple, à l'aide du modèle de longueur de mélange de Prandtl [Candel95]. Par ailleurs, l'hypothèse d'un *fluide newtonien*, tout à fait valable pour l'air, conduit à l'équation de Navier-Stokes (2.35). De plus, l'écoulement est considéré comme *stationnaire* et *incompressible*. La validité de ces hypothèses sera examinée chapitre 3. Trois théories qui permettent de simplifier les équations de Navier-Stokes complètes ont été envisagées par la suite :

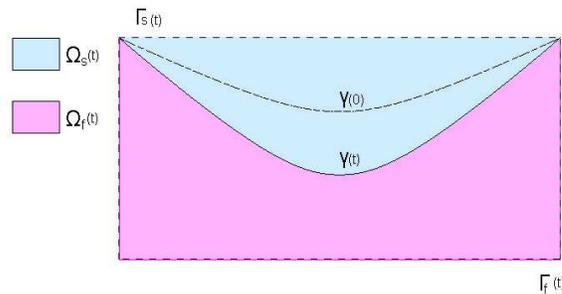
1. Une première théorie est basée sur l'hypothèse d'un fluide parfait et sur une détermination ad-hoc de la séparation dans une constriction. Elle conduit à une expression analytique de la distribution de pression dans le conduit  $p(x)$  (équation (2.48)). Les forces induites sur la paroi sont uniquement dues à la pression, les contraintes de cisaillement, liées à la viscosité, étant négligées dans ce cadre. On pourra nommer pour simplifier cette théorie 'Bernoulli' car elle s'appuie fortement sur le théorème de Bernoulli.
2. Une deuxième théorie, qui sera nommée 'RNSP', tient compte de la formation de couches limites au voisinage des parois. Elle permet de plus de prédire la position du point de séparation. Le système d'équations aux dérivées partielles (2.60) (2.61) (2.62) qui en résulte peut être résolu numériquement, afin d'obtenir les deux composantes de la force qui

s'exerce sur la paroi, normale (pression  $p(x)$ ) et tangentielle (contrainte pariétale  $\tau(x)$ ).

3. Une troisième théorie, la 'lubrification de Reynolds', valable pour les écoulements rampants dans un conduit quasi-parallèle, permet d'aboutir à une formule analytique de la distribution de pression (2.71).

### 2.3.4 Le couplage entre solide et fluide

Nous avons auparavant rappelé les notions qui permettent de résoudre un problème solide ou fluide dans le cadre de la mécanique des milieux continus : descripteurs de la cinématique et des contraintes, équations d'équilibre, hypothèses envisagées. Cette dernière partie est consacrée au problème très spécifique du couplage entre fluide et solide. Elle sera en particulier utile pour comprendre la méthode numérique que nous emploierons. Nous nous sommes fortement inspirés des articles de C. Grandmont et Y. Maday qui présentent ces problèmes dans un cadre très général et développent certains aspects mathématiques et numériques. Le lecteur est invité à s'y reporter s'il désire plus d'informations : [Grandmont et al.98], [Dervieux03]. Un problème d'interaction entre fluide et solide peut être représenté à l'aide du schéma qui suit, où le solide est en bleu et le fluide en violet.



#### Le solide

Le solide occupe un domaine  $\Omega_s(t)$  à l'instant  $t$ , ce qui correspond à sa *configuration courante*. Le domaine  $\Omega_s(0)$  occupé à l'instant initial  $t = 0$  correspond à la *configuration initiale* du solide. Sa frontière peut être séparée en deux parties disjointes :

$$\partial\Omega_s(t) = \Gamma_s(t) \cup \gamma(t), \quad (2.72)$$

où  $\gamma(t)$  est la partie en contact avec le fluide, qui occupe une position initiale  $\gamma(0)$ . Le calcul des déformations en réponse aux contraintes est effectué à l'aide de l'équation d'équilibre (2.9), d'une loi de comportement, de conditions initiales et de conditions limites. Les efforts, notamment ceux exercés par le fluide, sont distribués sur  $\partial\Omega_s(t)$ . En théorie, la déformation du solide doit être calculée à partir de ces efforts appliqués à la configuration courante  $\Omega_s(t)$ , pour obtenir une nouvelle configuration  $\Omega_s(t + dt)$ . Néanmoins, l'hypothèse des petits déplacements, formulée en 2.3.2, nous permet d'effectuer une simplification. Comme nous l'avons vu, cette hypothèse consiste à considérer que la configuration initiale et la configuration courante sont très proches. Les descriptions eulériennes et lagrangiennes deviennent alors identiques au premier ordre. Ainsi, les efforts extérieurs, calculés à partir de  $\partial\Omega_s(t)$ , seront toujours appliqués sur  $\partial\Omega_s(0)$  *sans transformation*<sup>27</sup>.  $\Omega_s(0)$  devient donc la *configuration de référence* à partir de laquelle s'effectue

<sup>27</sup> autrement dit, sans reformulation en coordonnées lagrangiennes des efforts, qui sont exprimés naturellement en coordonnées eulériennes.

tous les calculs. A partir de la déformation obtenue, on remet à jour la frontière du domaine  $\partial\Omega_s(t)$  et notamment celle en contact avec le fluide  $\gamma(t)$  :

$$\gamma(t) = \{\mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) | \mathbf{X} \in \gamma(0)\}, \quad (2.73)$$

avec  $\mathbf{X}$  un point de la frontière  $\gamma(0)$  et  $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$  le déplacement de ce point calculé au temps  $t$  (cf. formule (2.4)).

### Le fluide

Le fluide occupe un domaine  $\Omega_f(t)$ , qui est  $\Omega_f(0)$  à l'instant initial. De même que pour le solide, il est commode de subdiviser en deux sa frontière :

$$\partial\Omega_f(t) = \Gamma_f(t) \cup \gamma(t), \quad (2.74)$$

Sur la partie de la frontière qui n'est pas en contact avec le solide,  $\Gamma_f(t)$ , on applique des conditions aux limites classiques : flux entrant (débit) ou adhérence aux parois immobiles par exemple. Une fois les conditions initiales fixées, le calcul fluide s'effectue en coordonnées eulériennes, à l'aide des équations de Navier-Stokes complètes ou d'une des formulations simplifiées présentées précédemment. La difficulté du calcul fluide provient essentiellement du fait que le domaine soit dépendant du temps :  $\Omega_f(t)$  change en fonction de la déformation du solide. Nous verrons en 2.4.3 comment il est possible de tenir compte de cet aspect dans la résolution numérique du problème.

### L'interface fluide-solide

C'est au niveau de l'interface mobile  $\gamma(t)$  que s'effectue le couplage proprement dit du solide et du fluide. Une première loi mécanique à respecter est celle de la transmission du mouvement, qui fournit une première équation de raccord cinématique :

$$\forall \mathbf{x}(t) \in \gamma(t), \mathbf{v}(t, \mathbf{x}(t)) = \partial_t \mathbf{x}(t), \quad (2.75)$$

avec  $\mathbf{v}(t, \mathbf{x}(t))$  la vitesse du fluide au temps  $t$ , au point  $\mathbf{x}(t)$  de la frontière, et  $\partial_t \mathbf{x}(t)$  la dérivée par rapport au temps de la position du point  $\mathbf{x}(t)$  sur le domaine frontière du solide. Avec l'hypothèse des petits déplacements, cette équation peut être reformulée comme suit :

$$\forall \mathbf{X} \in \gamma(0), \mathbf{v}(t, \mathbf{X} + \mathbf{u}(t, \mathbf{X})) = \partial_t \mathbf{u}(t, \mathbf{X}), \quad (2.76)$$

où  $\mathbf{X}$  est un point à l'interface dans la configuration de référence, et  $\mathbf{u}(t, \mathbf{X})$  le déplacement en ce point. Une deuxième équation est donnée par le principe d'action-réaction qui assure la transmission des efforts à l'interface :

$$\forall \mathbf{x}(t) \in \gamma(t), \boldsymbol{\sigma}_f(\mathbf{v}, p)(\mathbf{x}(t)) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}(t)) = \boldsymbol{\sigma}_s(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}(t)), \quad (2.77)$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}_f$  le tenseur des contraintes fluides, et  $\boldsymbol{\sigma}_s$  le tenseur des contraintes solides,  $\mathbf{n}(\mathbf{x}(t))$  étant la normale en  $\mathbf{x}(t)$ .

### Conclusion

Dans le cadre d'un problème stationnaire, outre les simplifications induites sur les formulations fluide et solide, la condition de raccord (2.75) se simplifie également et devient :  $\mathbf{v}(t, \mathbf{x}(t)) = 0$  sur  $\gamma(t)$ . Résoudre le problème consiste uniquement à trouver une position d'équilibre du système.

D'un point de vue théorique, les problèmes de couplage sont encore des problèmes ouverts. Par exemple, l'existence ou l'unicité des solutions n'a été démontrée pour le moment que dans

des cas très particuliers : absence de variations du domaine fluide, cas stationnaire ou solide mobile mais indéformable entre autres [Grandmont et al.98]. Ce sont d'une manière générale des problèmes difficiles à analyser.

## 2.4 Résolution numérique du problème de couplage

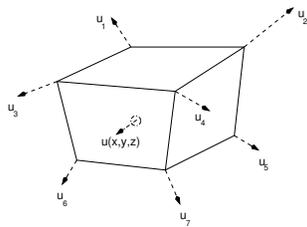
Nous avons vu le cadre théorique dans lequel le problème de couplage entre fluide et paroi a été posé. Une résolution purement analytique de ce problème semble très difficile, si ce n'est impossible. Cette section est donc consacrée à l'exposé de la méthode numérique de résolution. Les approximations qu'elle implique y sont notamment détaillées. En reprenant le découpage proposé dans la section "méthodologie" (2.2), nous séparons la résolution des sous-problèmes solide (2.4.1) et fluide (2.4.2). L'interaction entre les deux entités est assurée par un algorithme qui est ensuite décrit. (2.4.3). Dans une dernière partie, nous résumons les hypothèses et approximations qui simplifient et accélèrent la résolution, et donnons les temps de calcul recensés dans la littérature pour des problèmes similaires.

### 2.4.1 Sous-problème solide

Nous rappelons les principes d'une méthode utilisée couramment pour calculer la déformation de milieux solides : la méthode des éléments finis. Dans le cadre des petites déformations, il est possible de précalculer tous les modes de déformation d'une structure donnée, c'est ce que nous expliquons ensuite. Finalement, nous montrons comment prendre en compte les efforts surfaciques exercés par le fluide sur le solide.

#### La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis s'appuie sur une formulation énergétique telle que les Travaux Virtuels (2.28), en permettant de construire de manière rigoureuse un estimateur de l'énergie  $W$  du solide, puis de le minimiser [Zienkiewicz et al.89] [Dhatt et al.05] [Bonet et al.97]. La première étape consiste à former un maillage du domaine  $V$  du solide, à partir d'éléments. Un élément est un ensemble de noeuds reliés par des arêtes délimitant un volume élémentaire, en général un tétraèdre ou un hexaèdre pour des solides tridimensionnels. A chaque élément ( $e$ ), on associe une matrice d'interpolation  $\mathbf{N}_{(e)}$  qui permet de connaître le vecteur déplacement  $\mathbf{u}$  pour tout point en fonction des déplacements nodaux :



$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{N}_{(e)}(x, y, z)\mathbf{u}_e = \sum_i N_i(x, y, z)\mathbf{u}_i, \quad (2.78)$$

où  $\mathbf{u}_e$  est le vecteur des déplacements nodaux  $u_i$  (cf. schéma ci-dessus) et où les  $N_i(x, y, z)$  sont des fonctions d'interpolation, souvent polynômiales. Ainsi, on remplace une inconnue  $\mathbf{u}$  qui est un champ vectoriel par un ensemble fini d'inconnues que sont les vecteurs de déplacements nodaux.

Dans ce cas, on montre (cf. par exemple [Zienkiewicz et al.89]) que pour tout déplacement virtuel  $\delta\mathbf{v}_m$  des noeuds du maillage, le travail  $\delta W$  s'exprime de la manière suivante :

$$\delta W(\mathbf{u}_m, \delta\mathbf{v}_m) = \delta\mathbf{v}_m^t (\mathbf{K}\mathbf{u}_m - \mathbf{f}_m), \quad (2.79)$$

avec  $\mathbf{u}_m$  et  $\mathbf{f}_m$  respectivement le vecteur des déplacements et le vecteur des forces, contenant chacun tous les déplacements ou forces de l'ensemble des noeuds du maillage.  $\mathbf{K}$  est une matrice dite matrice de rigidité. Elle est construite par intégration numérique du terme de travail des forces internes  $\delta W_{int}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})$  sur chaque élément. De même, le vecteur des forces  $\mathbf{f}_m$  est construit à partir de l'intégration du travail des forces externes  $\delta W_{ext}(\mathbf{u}, \delta \mathbf{v})$ <sup>28</sup>. Déterminer les déplacements inconnus en fonction des forces se ramène donc à trouver un déplacement des noeuds  $\mathbf{u}_m$  tel que le travail soit nul pour tout déplacement virtuel  $\delta \mathbf{v}_m$ , autrement dit :

$$\forall \delta \mathbf{v}_m, \delta W(\mathbf{u}_m, \delta \mathbf{v}_m) = 0 \quad (2.80)$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{K} \mathbf{u}_m = \mathbf{f}_m, \quad (2.81)$$

Il s'agit finalement de résoudre un système linéaire de grande dimension. Toutefois, dans la plupart des cas, les déplacements ne sont pas tous inconnus et les forces toutes connues. Une technique de partitionnement peut alors être utilisée pour déterminer les inconnues en fonction des données<sup>29</sup> [Dhatt et al.05]. On exprime alors (2.81) ainsi :

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \hline \mathbf{K}_{12}^t & \mathbf{K}_{22} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_c \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{f}_c \\ \mathbf{f}_i \end{array} \right\}, \quad (2.82)$$

où la matrice de rigidité  $\mathbf{K}$  a été décomposée en quatre sous-matrices,  $\mathbf{u}_c$  et  $\mathbf{u}_i$  représentant respectivement les déplacements connus et inconnus,  $\mathbf{f}_c$  et  $\mathbf{f}_i$  les forces connues et inconnues. Les déplacements inconnus se calculent alors comme suit :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_{11}^{-1}(\mathbf{f}_c - \mathbf{K}_{12}\mathbf{u}_c) \quad (2.83)$$

$$= \mathbf{M}\mathbf{f}_c + \mathbf{u}_i^0, \quad (2.84)$$

où  $\mathbf{M} = \mathbf{K}_{11}^{-1}$  est l'inverse d'une sous-matrice de la matrice de rigidité, qui pourra être nommée *matrice des déformations nodales*<sup>30</sup>, et  $\mathbf{u}_i^0 = -\mathbf{K}_{11}^{-1}\mathbf{K}_{12}\mathbf{u}_c$  est le *vecteur des déplacements à charge nulle*, qui sont causés uniquement par les déplacements imposés.

En ce qui concerne l'implémentation, il existe de nombreux codes de calculs permettant d'effectuer les étapes décrites précédemment pour une structure donnée, et qui se chargent en particulier de construire la matrice de rigidité puis d'inverser la sous-matrice appropriée. Travailler à partir de codes de calcul déjà existants plutôt que d'en réécrire un se traduit par un gain de temps considérable. Nous avons choisi d'utiliser *Ansys (TM)*, qui est reconnu tant pour l'efficacité de ses méthodes de résolution que pour la fiabilité de ses résultats.

<sup>28</sup>Plus précisément, les termes sont intégrés sur chaque élément du maillage. La matrice globale  $\mathbf{K}$  et le vecteur  $\mathbf{f}_m$  sont ensuite obtenus par une procédure dite *d'assemblage* à partir des matrices et vecteurs élémentaires (voir [Dhatt et al.05]).

<sup>29</sup>Cette technique est appelée 'méthode de suppression des équations' dans [Dhatt et al.05]. Des méthodes alternatives à celle-ci sont également présentées dans cet ouvrage.

<sup>30</sup>C'est un terme que nous nous permettons d'introduire, en espérant qu'il ne produit pas d'interférences avec la terminologie déjà existante concernant la méthode des éléments finis.

Pour résumer, la résolution numérique du sous-problème solide peut être décomposée en deux grandes étapes :

1. La construction de  $\mathbf{K}$  et de  $\mathbf{f}_m$ , pour un maillage donné, en exprimant (2.28) en fonction des forces et déplacements nodaux.
2. Le partitionnement de  $\mathbf{K}$  et l'inversion de la sous-matrice  $\mathbf{M}$  qui permet d'obtenir les déplacements inconnus en fonction des forces connues.

Ces deux étapes sont coûteuses en temps de calcul. Comme nous allons le voir en 2.4.3, pour résoudre le problème de couplage, un nombre conséquent de calculs de la déformation devra être effectué, toujours à partir de la même configuration de référence, autrement dit d'un même maillage du domaine solide, conformément à l'hypothèse des petits déplacements. Un calcul initial (ou précalcul) de  $\mathbf{M}$  effectué avant l'amorce du procédé de résolution du problème de couplage permet donc un gain de temps significatif. En effet, pour chaque jeu de forces exercées par le fluide  $\mathbf{f}_c$ , la déformation du solide peut être ainsi connue par simple multiplication matricielle, sans avoir de nouveau à effectuer les étapes 1 et 2. Nous donnons ci-après la méthode qui permet de réaliser ce précalcul.

### Un algorithme de précalcul des déformations élémentaires

Avec *Ansys (TM)*, la matrice de rigidité ne peut être récupérée directement<sup>31</sup>, et on peut supposer qu'il en est de même pour la plupart des codes éléments finis du commerce. En ce cas, il est possible de contourner le problème en effectuant une série de simulations afin de précalculer cette matrice. En remarquant qu'à chaque simulation, pour un jeu imposé de forces  $\mathbf{f}_c$ , on obtient l'ensemble des déplacements  $\mathbf{u}_i$ , le procédé suivant permet de calculer intégralement  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{u}_i^0$  :

1. Calculer  $\mathbf{u}_i^0$  en appliquant une force  $\mathbf{f}_c = \mathbf{0}$ ,
2. Calculer  $\mathbf{M}$  en imposant une force  $\mathbf{f}_c = \mathbf{\Pi}_j$  pour chaque colonne  $j$  de la matrice, avec

$$\mathbf{\Pi}_j = \{0, \dots, 0, \underbrace{1}_{j^{\text{ème}} \text{ position}}, 0, \dots, 0\}^t, \quad (2.85)$$

d'après (2.84), la  $j^{\text{ème}}$  colonne  $\mathbf{M}^j$  de la matrice  $\mathbf{M}$  est obtenue à partir du vecteur déplacement  $\mathbf{u}_i^j$  :  $\mathbf{M}^j = \mathbf{u}_i^j - \mathbf{u}_i^0$ .

3. Reconstruire et sauvegarder la matrice  $\mathbf{M}$  à partir des vecteurs colonne  $\mathbf{M}^j$ .

Cette méthode peut être rapprochée de celle explicitée dans [Cotin et al.99]. La matrice des déformations nodales  $\mathbf{M}$ , qui est un élément fondamental permettant la résolution de notre problème, est connue parfaitement dès que le maillage de la structure est réalisé et que les conditions limites cinématiques sont déterminées. Il reste encore à obtenir le vecteur des forces externes imposées aux noeuds  $\mathbf{f}_c$ .

<sup>31</sup>En tout cas, nous n'avons pu trouver dans la documentation de commande permettant de l'obtenir.

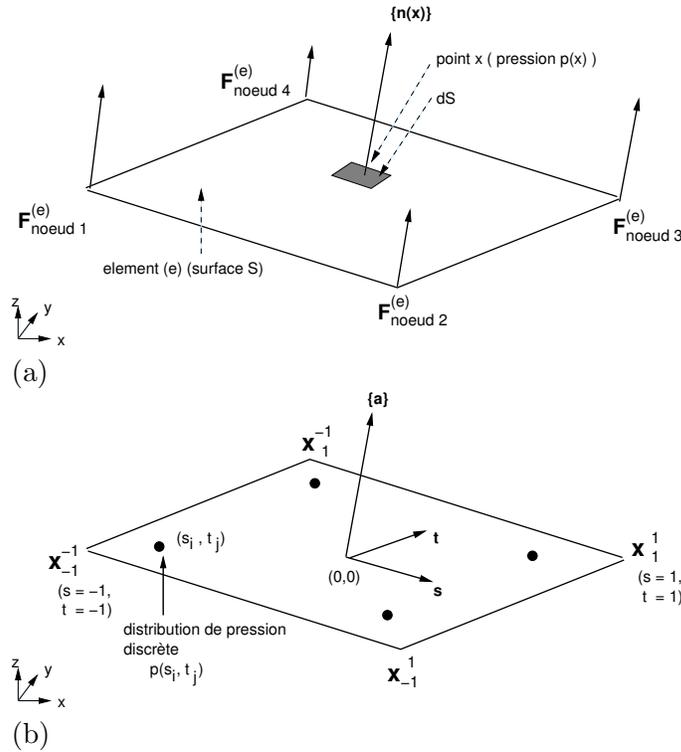


FIG. 2.16 – (a) Pression et forces nodales équivalentes sur un élément (e). (b) Système de coordonnées associé à l'élément (e).

### Calculs des forces imposées aux noeuds à partir des forces fluides exercées sur la surface

Si les forces imposées sur chaque noeud sont déjà connues, la construction du vecteur des forces nodales  $\mathbf{f}_c$  est directe. Sinon, dans le cas où les forces sont réparties, autrement dit surfaciques ou volumiques, il est nécessaire de déterminer des forces nodales de telle sorte à obtenir un effet similaire à celui de ces chargements. Dans notre cas plus particulièrement, la structure est au contact d'un fluide, qui exerce une pression et des contraintes de cisaillement sur ses parois. Il faut en conséquence déterminer les forces nodales pour chaque élément qui présente une surface  $S$  en contact avec le fluide.

Dans le cas où la valeur analytique de la pression  $p(\mathbf{x})$  est connue sur la surface (figure 2.16 (a)), la formule suivante permet le calcul des forces nodales équivalentes :

$$\left\{ \mathbf{F}_{\text{noeuds}}^{(e)} \right\} = \int_S [\mathbf{N}(\mathbf{x})]^t p(\mathbf{x}) \{\mathbf{n}(\mathbf{x})\} dS, \quad (2.86)$$

$\left\{ \mathbf{F}_{\text{noeuds}}^{(e)} \right\}$  est un vecteur colonne qui est, par exemple dans le cas de l'élément présenté figure 2.16 (a), la concaténation des vecteurs  $\mathbf{F}_{\text{noeuds } 1}^{(e)}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{noeuds } 2}^{(e)}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{noeuds } 3}^{(e)}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{noeuds } 4}^{(e)}$ ,  $[\mathbf{N}(\mathbf{x})]$  est la matrice d'interpolation associée à la surface de l'élément<sup>32</sup>,  $\{\mathbf{n}(\mathbf{x})\}$  est la normale à l'élément en  $\mathbf{x}$  et  $dS$  l'aire de la surface infinitésimale sur laquelle s'exerce la pression [Zienkiewicz et al.89] [Bonet et al.97].  $\left\{ \mathbf{F}_{\text{noeuds}}^{(e)} \right\}$  est ainsi déterminé de telle sorte à ce que le travail exercé par les forces nodales lors d'un déplacement virtuel  $\delta v$  soit égal à celui dû à la distribution de pression  $p(\mathbf{x})$  sur  $S$  (cf. (2.28)). Dans le cas simple où les éléments sont des hexaèdres, chaque face est

<sup>32</sup> Autrement dit, la matrice qui permet d'obtenir le déplacement en tout point de la surface en fonction des déplacements nodaux, elle est obtenue directement à partir de la matrice d'interpolation de l'élément (e).

un quadrilatère. On peut alors adopter le système de coordonnées  $(s, t)$  présenté figure 2.16 (b). L'expression (2.86) se simplifie dès lors comme suit :

$$\{\mathbf{F}_{noeuds}^{(e)}\} = \left( \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{N}(s, t)]^t p(s, t) ds dt \right) \frac{\{\mathbf{a}\}}{4}, \quad (2.87)$$

avec

$$\mathbf{a} = (\mathbf{x}_{-1}^1 - \mathbf{x}_{-1}^{-1}) \wedge (\mathbf{x}_1^{-1} - \mathbf{x}_{-1}^{-1}) \quad (2.88)$$

qui est le vecteur d'aire associé à la surface  $S$  de sommets  $\mathbf{x}_{-1}^{-1}$ ,  $\mathbf{x}_{-1}^1$ ,  $\mathbf{x}_1^1$ ,  $\mathbf{x}_1^{-1}$  (fig. 2.16 (b)). Les équations régissant le fluide peuvent être résolues numériquement, ce qui est le cas par exemple des équations RNSP (voir 2.4.2). Ceci nous fournit non pas une valeur analytique de la pression sur la surface mais une distribution discrète de valeurs  $p[s_i, t_j]_{i=1, \dots, n, j=1, \dots, m}$ , associée à une subdivision rectangulaire  $[s_i, t_j]_{i=1, \dots, n+1, j=1, \dots, m+1}$ . Il peut être intéressant en ce cas de développer (2.87) pour obtenir directement une expression en fonction de  $p[s_i, t_j]$ . Après quelques calculs simples, détaillés en annexe B, on obtient :

$$\{\mathbf{F}_l^{k(e)}\} = \left( kl \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p[s_i, t_j] \omega(k s_i, k s_{i+1}) \omega(l t_j, l t_{j+1}) \right) \frac{\{\mathbf{a}\}}{16}, \quad (2.89)$$

avec pour expression de  $\omega$  :

$$\omega(x, y) = \frac{1}{2}(y - x)(2 + x + y). \quad (2.90)$$

$\{\mathbf{F}_l^{k(e)}\}$  est le vecteur force associé au noeud  $\mathbf{x}_l^k$  de coordonnées  $(k, l)$ , avec  $k, l \in \{-1, 1\}$  (figure 2.16 (b)). Pour chaque noeud du maillage, la force résultante est obtenue par sommation vectorielle des forces associées à chaque élément  $(e)$  adjacent. Finalement, on construit le vecteur  $\mathbf{f}_c$  de toutes les forces nodales par simple concaténation. C'est l'étape d'assemblage propre à toute procédure éléments finis.

En ce qui concerne les contraintes pariétales, la démarche est rigoureusement la même, il suffit de remplacer la distribution discrète de pression  $p[s_i, t_j]$  par la distribution discrète des contraintes pariétales  $\tau[s_i, t_j]$  et de remplacer le vecteur  $\mathbf{a}$  par un vecteur  $\mathbf{d}$  orienté dans le sens de l'écoulement. Pour obtenir la distribution de pression  $p[s_i, t_j]$  et de contraintes pariétales  $\tau[s_i, t_j]$ , il nous faut résoudre le sous-problème fluide, ce qui est détaillé dans la partie qui suit.

## 2.4.2 Sous-problème fluide

Il s'agit de calculer ici les contraintes exercées par le fluide sur la paroi. Nous avons vu précédemment (en 2.3.3) trois simplifications de Navier-Stokes qui permettent d'y parvenir.

### Théorie 'Bernoulli' / théorie de la lubrification

Dans le cas d'un fluide parfait, nous avons vu que la formule de Bernoulli accompagnée d'un critère de séparation permettait d'obtenir une expression analytique directe de la pression s'exerçant sur les parois (expressions (2.47) et (2.48)). Le problème n'a pas besoin d'être résolu numériquement. C'est le principal avantage de cette théorie : le calcul est rapide et tous les problèmes qui peuvent être liés à l'utilisation d'un schéma numérique sont évités, par exemple, les erreurs de discrétisation ou encore les problèmes de convergence. Il en est de même pour la théorie de la lubrification.

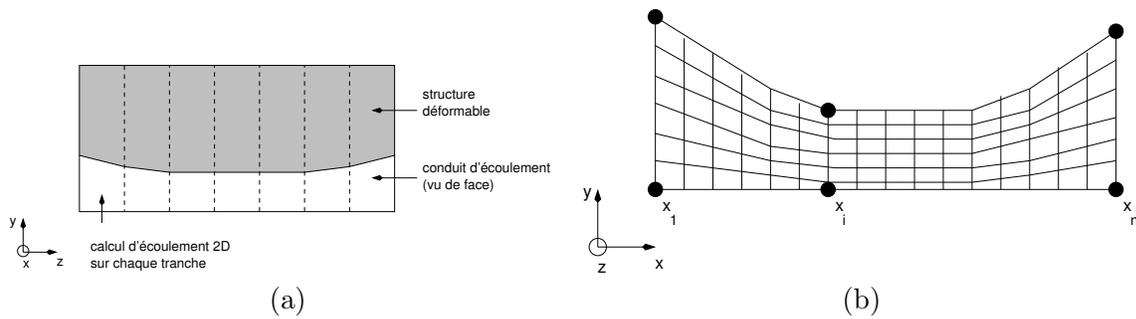


FIG. 2.17 – (a) Subdivision en tranches bidimensionnelles d'un conduit d'écoulement tridimensionnel. (b) Grille de différences finies utilisée sur chaque tranche.

### Théorie des couches limites - équations RNSP

Les équations à résoudre sont les équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl (2.60), (2.61) et (2.62). Notons tout d'abord qu'elles sont bidimensionnelles. Si le modèle éléments finis du solide est également bidimensionnel, le couplage est aisé. Si le modèle solide délimite un conduit tridimensionnel, il est possible de procéder par tranches : le conduit est divisé en tranches de même épaisseur et le calcul fluide est effectué sur chaque tranche directement à partir des équations 2D, comme indiqué sur le schéma 2.17 (a).

Cette méthode n'est valable que si la section d'écoulement est approximativement rectangulaire, avec un côté du rectangle significativement plus grand que l'autre. Pour chaque simulation bidimensionnelle, les équations de Navier-Stokes Réduites ne peuvent être résolues que numériquement si la géométrie est arbitraire. A cet effet, il est possible d'utiliser une méthode de différences finies [Lagrée et al.05b] [Lagrée et al.05a]. Une grille régulière est déformée verticalement de telle sorte à être ajustée à la géométrie du conduit (figure 2.17 (b)). Elle sert ensuite à discrétiser les équations RNSP, de telle sorte à obtenir après résolution la distribution de la pression  $p[x_i]_{i=1,\dots,n}$  et des contraintes pariétales sur les parois du bas  $\tau_{inf}[x_i]_{i=1,\dots,n}$  et du haut  $\tau_{sup}[x_i]_{i=1,\dots,n}$ . On obtient ainsi l'ensemble des contraintes s'exerçant sur le solide. Comme nous le verrons au chapitre 3, les contraintes pariétales pourront être négligées dans notre cas.

La méthode de résolution complète est détaillée en annexe C. Son point fort est sa rapidité [Lagrée et al.05a] [Lagrée et al.05b]. Le code de calcul nous a été gracieusement fourni par Pierre-Yves Lagrée.

#### 2.4.3 L'algorithme de couplage solide-fluide

Les deux sous-problèmes solide et fluide étant résolus, il reste à simuler l'interaction proprement dite. Avant de détailler notre méthode, nous examinons celles qui sont les plus répandues dans la littérature.

#### Généralités sur les méthodes de couplage

Pour résoudre un problème de couplage entre fluide et solide déformable, tel qu'il a été présenté en 2.3.4, il existe deux grandes catégories de méthodes numériques [Carpenter et al.05] :

- les *méthodes directes*. Elles s'appuient sur une formulation globale, qui tient compte à la fois des problèmes fluide et solide. La formulation est ensuite discrétisée. Le système d'équations non linéaires qui en découle est résolu à l'aide d'une méthode de type descente de gradient, qui permet de déterminer de manière simultanée les inconnues du fluide et du

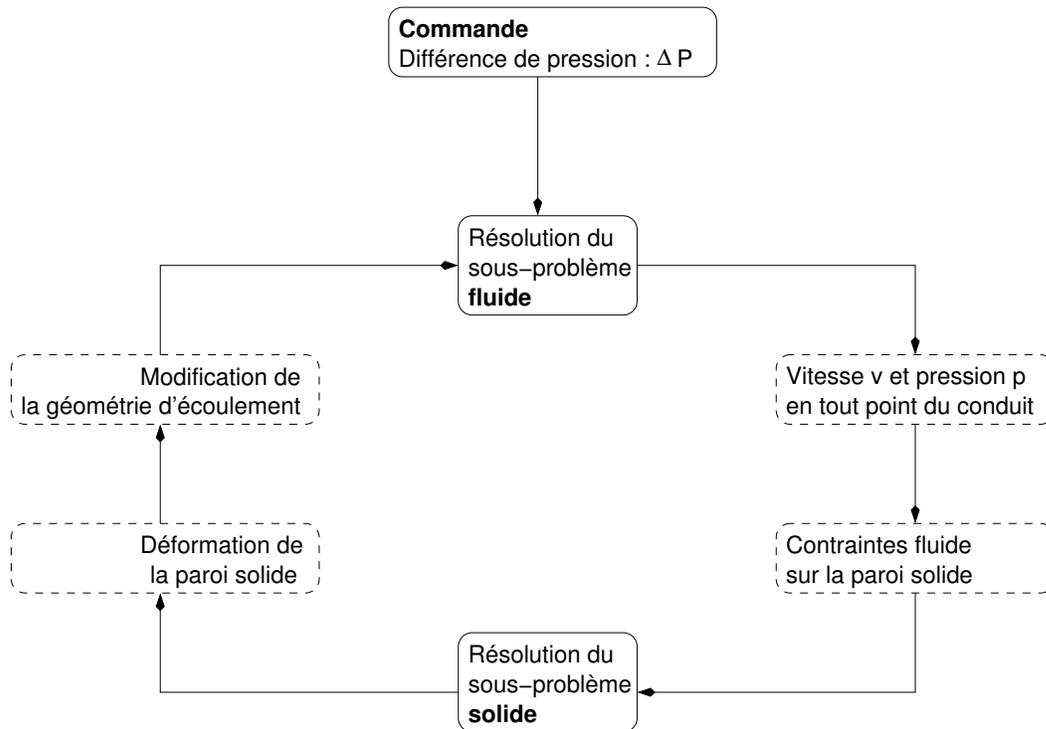


FIG. 2.18 – *Algorithme utilisé pour le couplage entre fluide et solide. C'est un algorithme de point fixe, procédant par partitionnement.*

solide.

- les *méthodes par partitionnement*<sup>33</sup>. Elles consistent en une résolution alternative des problèmes fluide et solide.

Les méthodes directes sont difficiles à implémenter, et à faire converger (problèmes de minima locaux), mais sont souvent plus efficaces lorsque le problème est instationnaire [Carpenter et al.05]. Les méthodes par partitionnement sont plus faciles à implémenter, en particulier si des codes de calculs fluide et solide sont déjà à disposition, ce qui est notre cas. Chaque sous-problème est plus facile à résoudre que le problème global, en particulier le sous-problème solide dans le cadre de l'élasticité linéaire et des petites déformations (construction et inversion d'une matrice). Ces méthodes sont particulièrement adaptées aux problèmes stationnaires [Carpenter et al.05], comme le notre. Dans ce cas, chacun des codes est utilisé successivement au sein d'une boucle, jusqu'à ce qu'il y ait convergence vers une solution. On emploie alors le terme d'algorithme de point fixe<sup>34</sup>. En ce qui nous concerne, nous avons donc utilisé ce type d'algorithme, qui est présenté figure 2.18. Nous allons en décrire le fonctionnement.

### Notre méthode

Le modèle est commandé en pression. Son comportement est en effet prédit à partir d'une différence de pression  $\Delta P$  entre l'entrée et la sortie du conduit. Cette pression est augmentée pas

<sup>33</sup> *segregative methods* ou *partitionned methods* en anglais.

<sup>34</sup> Un algorithme de point fixe est un algorithme itératif qui permet d'obtenir une approximation de la solution d'un problème en convergeant progressivement vers cette dernière, considérée comme le point fixe  $x$  d'une application  $f$  ( $f(x) = x$ ).

à pas :  $\Delta P_1 = 0, \dots, \Delta P_{np} = \Delta P$ , avec  $np$  qui est le nombre de pas. A chaque pas  $i$ , on impose la différence de pression  $\Delta P_i$ . La géométrie du conduit est obtenue à partir de la déformation de la structure au pas  $i - 1$ . Les étapes décrites ci-après sont alors successivement réalisées :

1. Le code de calcul fluide permet d'obtenir la distribution des contraintes le long du conduit, comme expliqué en (2.4.2).
2. Les forces s'exerçant sur la paroi sont déduites de la distribution des contraintes surfaciques, notamment grâce à (2.89) pour la pression.
3. Le code de calcul solide sert alors à prédire la déformation de la paroi, comme expliqué en (2.4.1).

La déformation induit de nouvelles conditions aux limites car le domaine fluide  $\partial\Omega_f$  est modifié (cf. partie 2.3.4). Le calcul doit donc être effectué de nouveau. Ainsi, on itère les étapes 1, 2 et 3 jusqu'à ce qu'il y ait convergence vers une position d'équilibre, qui est le point fixe de notre algorithme. Le critère de convergence porte sur la déformation. L'algorithme s'arrête lorsque la différence entre deux déformations successives calculées devient non-significative :

$$\|\mathbf{u}_1^{it} - \mathbf{u}_1^{it-1}\|_\infty < \varepsilon, \quad (2.91)$$

avec  $\mathbf{u}_1^{it}$  le vecteur des déplacements des noeuds libres du maillage à l'itération  $it$  et  $\varepsilon$  un critère de convergence fixé par l'utilisateur. Ainsi formulé, le critère mesure la différence maximale entre deux déplacements successifs de chaque noeud du maillage. Dans la pratique, on peut soit fixer une valeur de  $\varepsilon$ , soit fixer un nombre d'itérations et s'assurer en fin de simulation que  $\|\mathbf{u}_1^{it} - \mathbf{u}_1^{it-1}\|_\infty$  est suffisamment petit. Une fois l'état stationnaire atteint, une nouvelle différence de pression  $\Delta P_{i+1}$  est imposée.

#### Note. Lien entre notre méthode et la méthode ALE

La méthode ALE (*Arbitrary Lagrangian-Eulerian*) est une des méthodes numériques les plus utilisées pour le couplage fluide-solide [Grandmont et al.98], [Dervieux03]. Dans les grandes lignes, c'est une méthode qui permet de combiner deux codes de calcul éléments finis fluide et solide en déformant le maillage fluide après chaque calcul solide. Lorsque le code de calcul fluide est RNSP, la méthode que nous utilisons peut être vue comme une méthode ALE, à ceci près que le sous-problème fluide est résolu à l'aide de la méthode des différences finies. Dans notre cas, la déformation du domaine fluide est prise en compte via un changement de variable, ce qui ajoute des termes dans le système d'équations à résoudre (cf. annexe C).

#### 2.4.4 Considérations sur le temps de calcul

Nous résumons ci-dessous les principales hypothèses qui ont permis d'accélérer la résolution du problème d'interaction fluide-solide :

référence bibliographique	information	temps de calcul
[Shome et al.98]	simulation d'écoulement fluide dans le pharynx (pas d'interaction avec les parois )	6 à 8 heures (1)
[Li et al.05]	simulation d'interaction fluide-solide dans un anévrisme aortique	2 jours (2)
[Wolters et al.05]	simulation d'interaction fluide-solide dans un anévrisme aortique	6 jours (3)
[Tada et al.05]	simulation d'interaction fluide-solide dans une carotide (bifurcation)	7 jours (4)

(1) Station de travail IBM RS 6000/990

(2) Station de travail IBM p690

(3) Itanium II 900 MHz (SGI Altix system)

(4) Supercalculateur parallèle (Silicon Graphics Origin-2000)

TAB. 2.1 – Temps de calcul pour différentes simulations d'écoulement ou d'interaction fluide-solide relevées dans la littérature.

1. *La variable temps  $t$  n'intervient pas dans la formulation.* Ceci est dû aux hypothèses d'une déformation quasi-statique du solide et d'un écoulement fluide en régime stationnaire. On recherche ainsi une position d'équilibre du système. Comme les équations n'ont pas à être intégrées selon l'axe temporel, leur résolution s'en trouve simplifiée. Par ailleurs, on évite les problèmes d'instabilités pouvant être occasionnés par une mauvaise discrétisation en temps.
2. *L'hypothèse des petites perturbations* est utilisée pour la résolution du sous-problème solide. Combinée avec l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire du matériau, elle nous permet d'une part d'aboutir à une formulation matricielle du problème (hypothèse des petites déformations). D'autre part, elle permet d'utiliser une technique de précalcul (hypothèse des petites perturbations) : la matrice de rigidité n'est calculée et inversée qu'une seule fois. Une simple multiplication matricielle permet ainsi de déterminer la déformation du solide.
3. *Une formulation simplifiée des équations de comportement du fluide* est adoptée. En effet, les équations de Navier-Stokes Réduites permettent d'utiliser un schéma numérique simple pour calculer les contraintes fluides<sup>a</sup>.

<sup>a</sup>La théorie 'Bernoulli' permet d'obtenir directement la distribution des contraintes dans le conduit à l'aide d'une formule analytique, ce qui est encore plus simple, mais nous verrons au chapitre 3 que cette approche sera écartée par la suite.

Toutefois, les considérations ci-dessus sont d'ordre qualitatif. Il est difficile de connaître à l'avance l'impact de ces simplifications sur le temps effectif de résolution pour une machine donnée et il est tout à fait possible que le gain en temps ne soit pas du tout significatif. Nous verrons dans les chapitres ultérieurs quel est l'ordre de grandeur du temps de calcul pour plusieurs simulations.

A titre indicatif, et pour permettre ultérieurement des comparaisons, nous énumérons quelques temps de calculs recensés dans la littérature pour des problèmes similaires au notre (tableau 2.1).

La liste présentée est non exhaustive, et se focalise sur des publications récentes, afin que les machines sur lesquelles sont effectués les calculs ne soient pas obsolètes. La plupart des articles recensés concernent des simulations d'écoulement sanguin. Les temps de calcul relativement longs, et incompatibles a priori avec une utilisation clinique, s'expliquent entre autres par les hypothèses qui sont formulées. Par exemple, dans l'article de Wolters et coll. [Wolters et al.05], la formulation adoptée est tridimensionnelle et dynamique, avec une loi de comportement hyperélastique pour la paroi (matériau néo-hookéen) et des équations de Navier-Stokes complètes pour le fluide.

## 2.5 Conclusion du chapitre

Nous avons vu les bases théoriques nécessaires à la prédiction du comportement des voies aériennes supérieures pour l'étude du SAOS. Nous avons commencé par une revue des modèles existants. Le cadre de la mécanique des milieux continus a été introduit, ainsi que nos hypothèses et équations dans ce cadre. Celles-ci, une fois résolues, permettront, espérons-le, de prédire comment flux d'air et tissus pharyngés vont interagir afin de provoquer un collapsus. Cette résolution ne peut être effectuée que numériquement, compte-tenu de la complexité du problème. Notre méthode numérique a donc également été présentée.

Théorie comme méthode numérique de résolution vont en conséquence nous permettre de construire des modèles des voies aériennes supérieures de patients apnéiques (voir chapitre 4). Pour bien préciser la terminologie, nous entendons par 'modèle' le code de calcul qui sert à effectuer les simulations du comportement mécanique du système étudié. Ainsi, ce terme est employé dans le même sens que celui de 'modèle éléments finis' (cf. 2.1), même si notre méthode de résolution numérique n'est pas à strictement parler une méthode éléments finis, mais plutôt une méthode 'mixte' éléments finis / différences finies<sup>35</sup>.

Néanmoins, nous n'avons aucune garantie a priori que la méthode va donner un résultat satisfaisant une fois appliquée à des données patients. Nous pouvons être d'autant plus critiques qu'une quantité importante d'hypothèses ont été faites afin de simplifier notre formulation. Certaines ne seront peut être pas justifiées : celle d'un écoulement essentiellement unidimensionnel ou bidimensionnel par exemple. En outre, au cours de la résolution numérique, de nombreuses approximations apparaissent inéluctablement. Il faut s'assurer que celles-ci n'induisent pas une prédiction très éloignée de la réalité.

En conséquence, le chapitre suivant est dédié à la validation par confrontation à des mesures expérimentales sur dispositif in-vitro. Un modèle<sup>36</sup> de ce dispositif est ainsi construit, et employé pour valider théories et méthode de résolution numérique.

---

<sup>35</sup>voire éléments finis / analytique si Bernoulli est utilisée pour décrire le comportement du fluide.

<sup>36</sup>dans le sens défini précédemment



---

## Validation sur maquette in-vitro

---

Nous avons détaillé précédemment, dans le chapitre 2, la théorie physique qui nous a semblé a priori pertinente pour l'étude du SAOS. Nous avons de plus exposé une méthode de résolution numérique des équations obtenues. Ce chapitre est dédié à la validation expérimentale aussi bien de la théorie que de la méthode de résolution.

Normalement et compte-tenu de l'application visée, l'idéal pour la validation serait de disposer de mesures in-vivo. Pour un patient apnéique, on pourrait imaginer d'acquérir suffisamment de données sur la morphologie et sur les propriétés mécaniques de ses voies aériennes supérieures pour pouvoir construire un modèle réaliste de ces dernières. On pourrait supposer de plus qu'à l'aide de mesures adéquates, on puisse comparer la prédiction du modèle et le comportement réel des tissus pharyngés au cours d'un épisode apnéique chez ce patient. Un moyen serait par exemple l'acquisition en temps réel par imagerie de la déformation des tissus tout au long de l'épisode. On s'aperçoit d'emblée des difficultés techniques inhérentes à un tel projet. De plus, des inconvénients et limitations majeures propres à toute expérimentation sur le vivant apparaissent. En particulier, se pose le problème du contrôle de l'expérimentation. En effet, il est très difficile d'obtenir des mesures dans des conditions suffisamment contrôlées sur patient. Par ailleurs, on ne peut pas faire varier les paramètres comme on le souhaite. De plus, les incertitudes sur l'estimation de certains paramètres physiques peuvent être très grandes, notamment pour ce qui touche aux propriétés élastiques des tissus. Le problème de la précision apparaît aussi, les mesures pouvant être entâchées d'une erreur assez importante. Enfin, de fortes variations peuvent apparaître d'une session de mesure à l'autre chez un même patient, et à plus forte raison d'un patient à l'autre. Ces variabilités intra-patient et inter-patient peuvent induire un faible taux de reproductibilité, ce qui implique de réaliser une quantité importante de mesures, sur un échantillon important de patients, pour pouvoir aboutir à des conclusions fermes. Finalement, il serait difficile en cas de désaccord entre prédiction théorique et mesures expérimentales de pouvoir identifier la source du problème, et en particulier de savoir si elle est située au niveau de la théorie ou des mesures<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Ces difficultés ne rendent toutefois pas vaines les expériences in-vivo. Celles-ci sont possibles, et même souhaitables, mais ne peuvent que s'effectuer sur une échelle de temps assez large, qui dépasse largement le cadre de cette thèse. Le chapitre suivant présentera d'ailleurs quelques premiers pas dans cette direction.

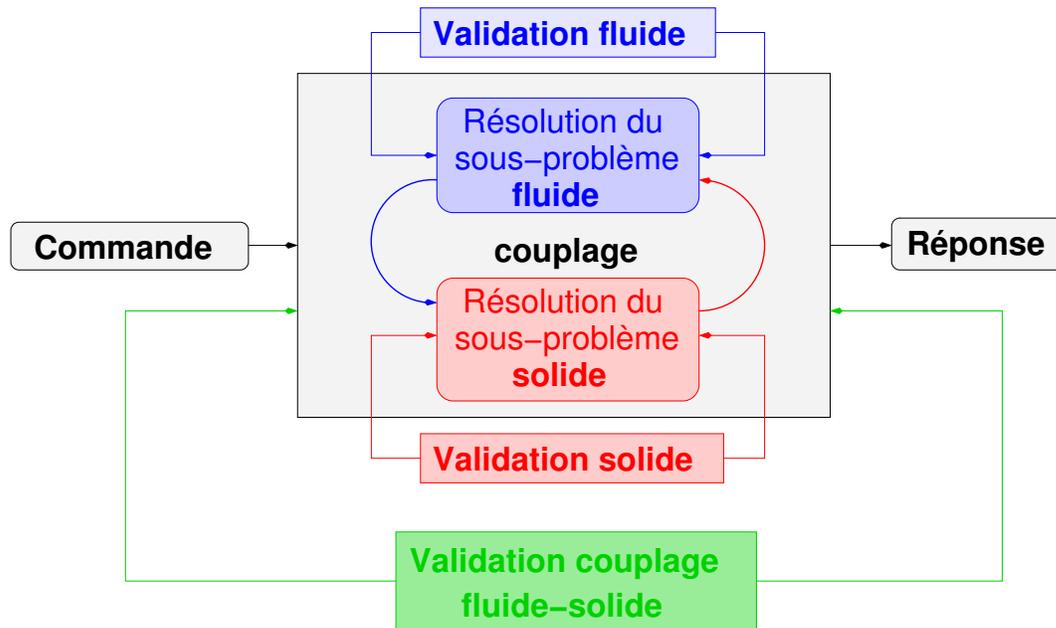


FIG. 3.1 – Validation de la théorie physique pour l'étude du SAOS. Les aspects 'fluide' et 'solide' peuvent être validés séparément comme indiqué. La méthode de couplage fluide-solide peut ensuite faire l'objet d'une validation.

Pour palier à tous ces inconvénients, un moyen est de valider d'abord théories et méthode de résolution sur un dispositif in-vitro. Ainsi, à l'ICP, une maquette reproduisant une interaction fluide-paroi dans des conditions similaires à celles du SAOS a servi de support à une longue série d'expérimentations. Les points forts de cette approche sont principalement la précision des mesures, leur reproductibilité et le contrôle des paramètres au cours d'une expérience. Les mesures obtenues de la sorte peuvent servir de référence fiable pour des comparaisons avec les prédictions théoriques. Le point faible est qu'en procédant de la sorte, on simplifie la réalité anatomique et physiologique.

Nous présentons d'abord la maquette ainsi que les dispositifs de mesure qui ont été utilisés (3.1). Ensuite, nous découpons en plusieurs étapes le procédé de validation. Ce découpage apparaît naturellement compte-tenu des caractéristiques du problème à résoudre. Il est détaillé figure 3.1. La validation porte donc successivement sur chacun des points suivants :

1. la théorie qui sert à décrire l'écoulement fluide, et notamment les forces qu'exerce le fluide sur le solide (section 3.2 et figure 3.8),
2. la théorie qui sert à décrire la déformation du solide en réponse à une contrainte externe (section 3.3 et figure 3.15),
3. la méthode globale de couplage fluide-solide (section 3.4 et figure 3.21).

Ensuite, les résultats d'analyses de la sensibilité aux principaux paramètres sont présentés (3.5). Puis, un bilan en (3.6) vient clore le chapitre.

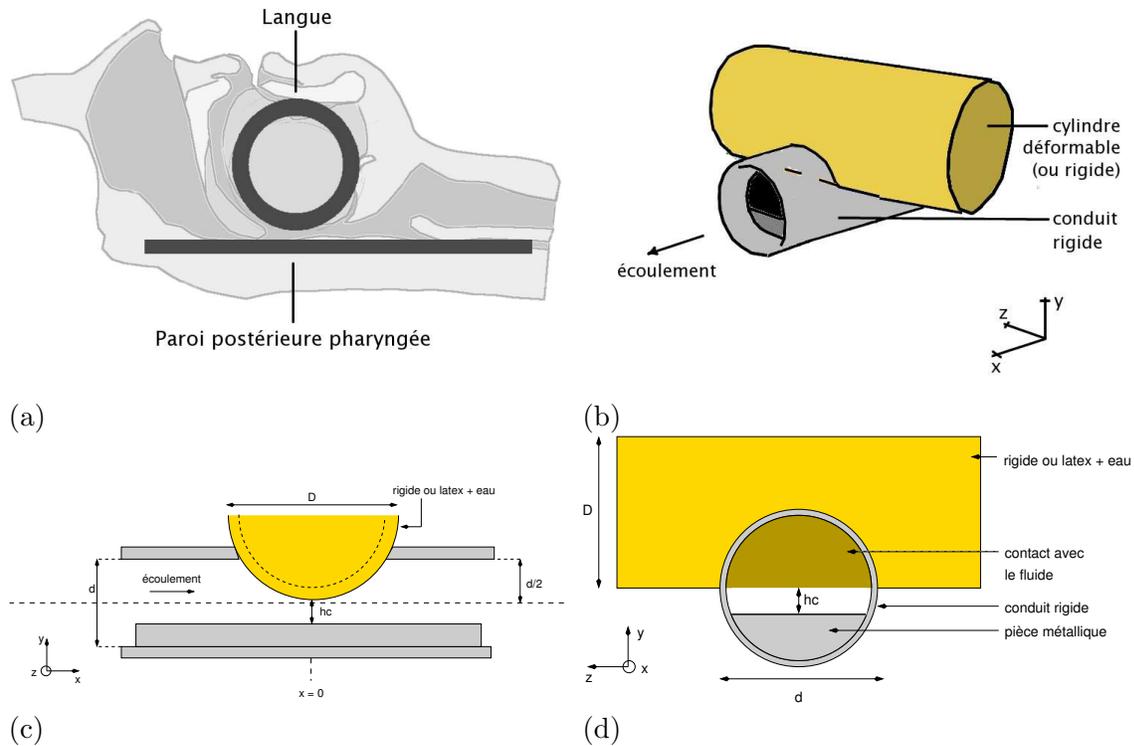


FIG. 3.2 – (a) Coupe sagittale des voies aériennes supérieures et superposition schématique des constituants de base de la maquette. (b) Vue de trois quarts de la maquette. (c) Vue de profil de la maquette. (d) Vue de face de la maquette.

### 3.1 Présentation de la maquette

Après un bref historique des travaux qui ont été réalisés sur différentes maquettes, nous détaillerons les caractéristiques de la maquette, qui se décline en deux versions, rigide et déformable, avant d'aborder les spécificités de chaque version.

#### 3.1.1 Historique

L'utilisation de maquettes in-vitro pour tester la validité de théories physiques est une pratique courante. Ainsi, même en se restreignant au domaine de la modélisation des voies aériennes supérieures (cordes vocales, lèvres), on peut trouver dans la littérature des articles tels que [Berg et al.57], ou plus récemment [Hofmans et al.03] et [Scherer et al.01], qui ont pour thème l'étude d'écoulements fluides au travers de maquettes de glotte, ou encore tels que [Vilain et al.03] pour ce qui est des lèvres. Similairement, les travaux relatés dans [Pelorson et al.95] ainsi que dans [Deverge et al.03] portent sur des mesures fluides, de pression et de vitesse, réalisées sur des maquettes de cordes vocales, respectivement rigides et oscillantes.

Le travail sur dispositif in-vitro a commencé à l'ICP en 1998, et la maquette pour le SAOS a depuis connu un grand nombre de changements et d'évolutions. Pour une revue complète de tous les travaux qui ont été réalisés, on pourra se référer aux rapports des différents stagiaires de l'ICP. Les premières expériences ont eu lieu sur un dispositif appelé tube collable (présenté en 1.5.4). Elles sont détaillées dans les mémoires de X.P. Kroetz et de D. Thomas [Kroetz98] [Thomas99]. La géométrie de ce dispositif est assez éloignée de ce qui a été utilisé par la suite et que nous allons présenter. Dans le mémoire de DEA de C. Pichat sont exposées des mesures de pression et de vitesse sur maquette rigide [Pichat02]. Des expériences sur maquette déformable

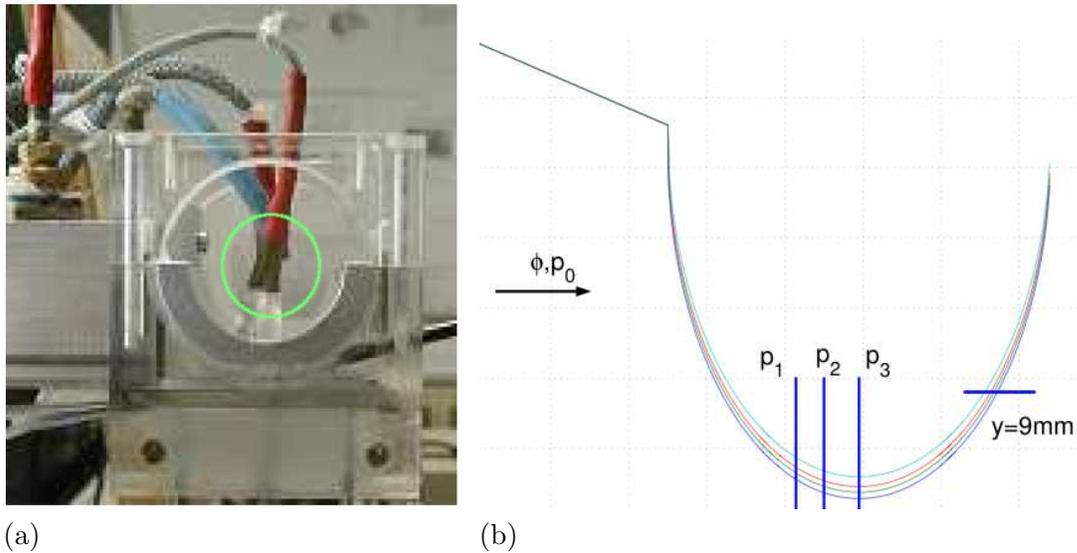


FIG. 3.3 – (a) Photographie de la maquette rigide utilisée dans l'article [Hirtum et al.05], vue de profil. On y voit notamment les trois capteurs de pression positionnés en différents endroits de la paroi supérieure du conduit d'écoulement, au niveau du cylindre rigide (à l'intérieur du cercle vert). (b) Schéma de profil de la maquette rigide de [Hirtum et al.05]. Le cylindre rigide est vu en coupe, pour différentes hauteurs de constriction :  $h_c = 1.45, 1.90, 2.30, 3.00$  mm. La direction du flux d'air est représentée par une flèche horizontale. La position des capteurs de pression  $p_1, p_2, p_3$  y est visible. Le segment "y=9mm" montre la position du fil chaud.

de langue ont également été effectuées : les phénomènes d'hypopnée et de ronflement ont pu être reproduits [Ségoufin et al.02] [Pichat02]. Le travail d'A. Teulé, résumé dans [Teulé03], a consisté principalement à effectuer des mesures de vitesse, de pression, de débit au sein de l'écoulement sur la maquette rigide. Les études menées par V. Pradel, décrites dans [Pradel03], sont dans la continuité de celles d'A. Teulé. Elles ont servi de base à l'article [Hirtum et al.05] qui résume les conclusions essentielles des mesures fluide sur maquette rigide<sup>2</sup>. Dans le mémoire de DEA d'A. Perret sont détaillées les premières mesures laser sur maquette déformable [Perret04]. Le rapport de Y. Garnier présente des mesures effectuées à l'aide d'une caméra digitale sur maquette déformable [Garnier05].

### 3.1.2 Les maquettes rigide et déformable

La dernière maquette utilisée se décline en deux versions, rigide et déformable, qui correspondent à un schéma type donné figures 3.2 (a) à (d). Précisons bien que le but premier des maquettes est de valider la théorie présentée chapitre 2 et non de reproduire de manière la plus réaliste possible un collapsus des voies aériennes supérieures. En conséquence, la morphologie de ces dernières a été fortement idéalisée. Même si ce procédé nous éloigne de l'anatomie et de la physiologie réelles, il a pour avantage d'une part de faciliter le contrôle des paramètres et l'acquisition des mesures, et d'autre part, de permettre une validation dans des circonstances "idéales". En effet, si déjà, dans de telles circonstances, la théorie ne s'avère pas satisfaisante, il est alors inutile de poursuivre la validation dans des conditions moins favorables, par exemple à partir de données patient. Cette validation est donc, comme suggéré en introduction, la première étape d'un long processus de falsification<sup>3</sup>, étape qui nous a paru indispensable.

<sup>2</sup>Ces conclusions seront présentées ultérieurement.

<sup>3</sup>Un processus de falsification consiste à confronter une théorie à une succession de résultats expérimentaux, jusqu'à ce que celle-ci soit invalidée par l'expérience. Tant que l'adéquation théorie/mesures est jugée satisfaisante,

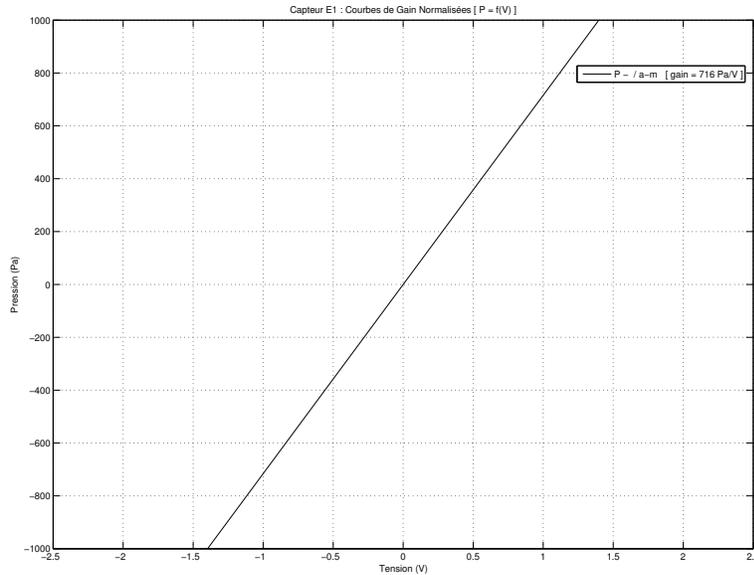


FIG. 3.4 – Courbe de calibration d'un capteur de pression.

Toutefois, dans la mesure du possible, la configuration globale ainsi que les dimensions des voies aériennes supérieures ont été respectées. Nous savons notamment qu'un site où le collapsus a lieu fréquemment est la base de la langue [Rama et al.02]. Ainsi, dans une première approximation, la langue peut être considérée comme un cylindre déformable, matérialisé par un tube en latex rempli d'eau. Pour les mesures portant sur l'écoulement, ce cylindre déformable peut être remplacé par une pièce rigide, ce qui évite le couplage avec la paroi. Cette pièce, métallique, permet de plus d'insérer des capteurs de pression (voir figure 3.3). Le cylindre vient s'apposer perpendiculairement à un tube rigide en métal, qui symbolise la trachée et le pharynx. La géométrie du conduit d'écoulement est donc modifiée au niveau de cette jonction, et a pour forme celle d'une constriction, analogue à celle qu'on peut observer à la base de la langue. L'idée de cette simplification est présentée figure 3.2 (a). La maquette avec cylindre rigide, appelée plus simplement 'maquette rigide', sera donc utilisée pour la partie 'validation fluide' de la figure 3.1. La maquette avec cylindre déformable, ou 'maquette déformable', sera utilisée pour les parties 'validation solide' et 'validation couplage fluide-solide' de la figure 3.1.

Les schémas 3.2 (b) (c) et (d) détaillent la maquette sous différentes vues. Par commodité, les différents axes ont été fixés et seront les mêmes pour toute la suite du chapitre. La direction correspondant à l'axe  $x$  et à l'écoulement sera par convention nommée 'direction longitudinale'. Celle correspondant à l'axe  $y$  sera nommée 'direction transversale'. Les principales dimensions sont le diamètre  $D$  du cylindre représentant la langue, qui est de 49 mm, et celui du tube représentant le conduit pharyngé :  $d = 25$  mm. Ces dimensions sont du même ordre de grandeur que les entités anatomiques correspondantes d'un sujet humain type. Le schéma 3.2 (d) montre tout particulièrement, en orangé sombre, la partie du cylindre en contact avec l'écoulement fluide. Dans le cas de la maquette déformable, c'est la seule partie libre et susceptible de se déformer. Un paramètre important du conduit d'écoulement est sa hauteur minimale, à la base du cylindre, ou hauteur de constriction  $h_c$ . Cette hauteur peut être changée à l'aide d'une pièce métallique amovible de hauteur variable. Ce paramètre correspond physiologiquement au calibre pharyngé

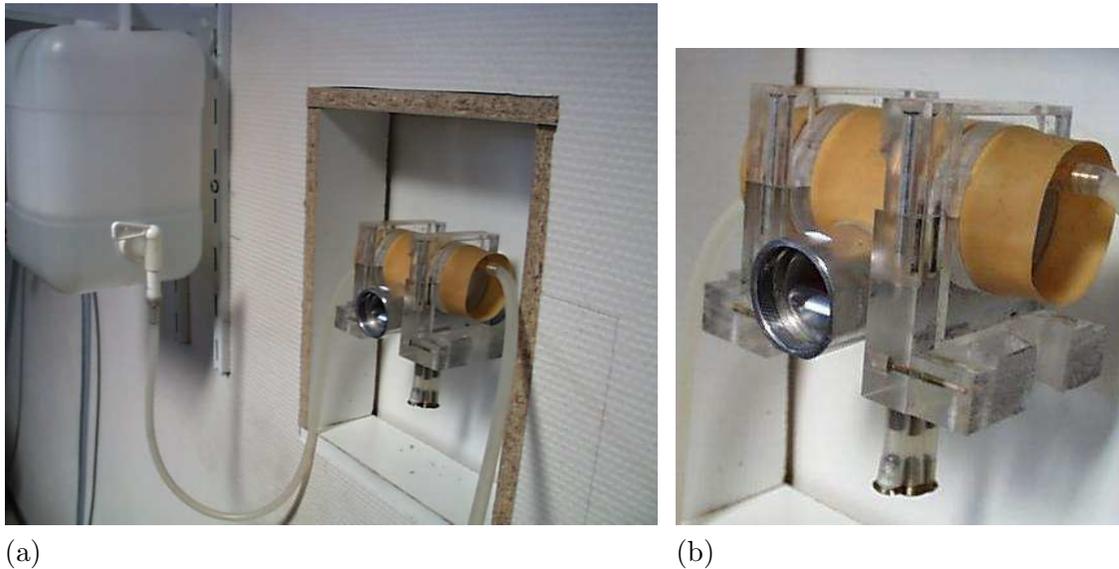


FIG. 3.5 – Photographies de la maquette avec paroi déformable. (a) Vue d'ensemble de la maquette, du réservoir permettant de contrôler la pression d'eau à l'intérieur du cylindre en latex, et des capteurs de pression situés sur la paroi inférieure du conduit d'écoulement. (b) Agrandissement de la maquette, montrant la structure déformable en latex, apposée sur le conduit d'écoulement rigide, en métal. Les trois capteurs de pression sont plus visibles.

minimal (figures 3.2 (c) et (d)). De manière analogue, l'aire au niveau de la constriction  $A_c$  correspond à l'aire pharyngée minimale.

La maquette est alimentée à l'aide d'un réservoir, qui se présente sous la forme d'une boîte rectangulaire d'environ  $0.75 \text{ m}^3$ . Celui-ci est relié à un compresseur, avec un régulateur manuel qui permet de contrôler la pression. Le volume du réservoir est tel qu'une pression constante peut être assurée à l'entrée de la maquette [Ruty et al.05].

### 3.1.3 La maquette rigide

La photographie de la figure 3.3 (a) et le schéma de la figure 3.3 (b) donnent un aperçu de la maquette rigide<sup>4</sup>. Un jeu de cales métalliques d'épaisseur connue permet de mesurer la hauteur de constriction avec une amplitude d'erreur de  $0.01 \text{ mm}$ . La pression d'entrée  $p_0$  est mesurée à l'aide d'un capteur situé en amont. La pression est mesurée en différentes positions  $p_1, p_2, p_3$ , aussi bien sur la paroi plane ( $x=0$ ) que sur la paroi convexe (cylindre rigide) du conduit (cf. figures 3.3 (a) et (b)). Les capteurs se situent dans une zone centrée sur la constriction, à l'intérieur de trous de diamètre égal à  $0.4 \text{ mm}$ . Ce sont des capteurs de type piézo-électrique (*Endevco 8507C*, *Kulite XCS-093*), qui délivrent une tension proportionnelle à la pression mesurée. Une procédure de calibration préliminaire, grâce à un manomètre à liquide, permet de déterminer cette relation et d'obtenir la pression, avec une précision de l'ordre de  $\pm 0.5 \text{ Pa}$ . La figure 3.4 montre un exemple de courbe de calibration.

Le profil de vitesse est mesuré à l'aide d'un fil chaud, avec une précision de  $\pm 0.05 \text{ m/s}$ . Celui-ci peut être positionné en différents points du conduit, à l'aide d'un dispositif approprié, avec une précision micrométrique ( $\pm 2 \mu\text{m}$  selon l'axe  $x$  et  $\pm 1 \mu\text{m}$  selon l'axe  $y$ ). On pourra se référer à [Hirtum et al.05] pour plus de détails.

<sup>4</sup>Ces photos présentent la version de cette maquette telle qu'elle est décrite dans [Hirtum et al.05]. La version que j'ai utilisée et qui est présentée ultérieurement est légèrement différente.

### 3.1.4 La maquette déformable

#### Description de la maquette

En ce qui concerne la maquette avec paroi déformable, le cylindre rigide en métal est remplacé par un tube souple en latex rempli d'eau (cf. figures 3.5 (a) et (b)). La pression d'eau à l'intérieur du tube en latex peut être imposée, à l'aide du dispositif présenté figure 3.5 (a), dont la pièce maîtresse est un réservoir de hauteur variable. La valeur de cette pression peut être connue directement, en  $\text{cmH}_2\text{O}$ , par la mesure de la hauteur d'eau dans le réservoir. Le contrôle de cette pression permet de jouer simultanément sur deux paramètres : la hauteur de constriction, qui diminue lorsque la pression augmente, et la rigidité globale du cylindre, qui augmente avec la pression.

Pour ce qui est des mesures de l'écoulement d'air, un capteur de pression situé en amont permet de mesurer la pression d'entrée dans le conduit. D'autres capteurs peuvent être situés sur la paroi inférieure du conduit rigide, en vis à vis du cylindre en latex, afin de mesurer la pression au niveau de la constriction. Ces capteurs sont les mêmes que ceux décrits pour la maquette rigide.

#### Dispositif de mesures par caméra

La déformation du latex peut être mesurée indirectement via le changement de la hauteur de constriction  $h_c$  au milieu du conduit, telle qu'indiquée sur le schéma 3.2 (d). C'est une mesure ponctuelle, qui ne donne une information que très partielle sur le comportement global de la paroi. Néanmoins, c'est une mesure pertinente par rapport à l'application visée. Pour déterminer cette hauteur, une première méthode employée à l'ICP était basée sur un émetteur laser dont le faisceau traverse le conduit d'écoulement.

Par la suite, nous avons souhaité obtenir une mesure plus complète de la déformation du latex, au travers de la géométrie bidimensionnelle à la constriction, vue de face lorsque l'observateur est placé dans la direction de l'écoulement d'air, et telle qu'elle est présentée sur la figure 3.2 (d). On obtient une information qui est la hauteur de constriction  $h_c(z)$  en tout point de coordonnée  $z$ . Il est ainsi possible de calculer l'aire à la constriction  $A_c$  et d'évaluer sa variation avec la déformation. Cette mesure est encore plus pertinente au vu de l'application que la hauteur de constriction en un point, en particulier pour évaluer le degré de fermeture du conduit. En effet, on peut avoir par exemple un conduit partiellement obstrué ( $A_c > 0$ ) et une hauteur de constriction nulle ( $h_c = 0$ ) si le latex entre en contact avec la paroi inférieure en un point seulement.

Le dispositif employé pour effectuer ce type de relevé bidimensionnel est principalement constitué d'une caméra digitale (cf. figure 3.6). C'est une caméra industrielle (*Inca 311, Philips*) de résolution 1280 x 1024 pixels. Celle-ci est située en aval du conduit d'écoulement et permet d'obtenir une image de face de la géométrie à la constriction (cf. figure 3.7 (a)). Pour améliorer le contraste, une source lumineuse est placée en amont du conduit. Un logiciel dédié (*Clicks*) permet de contrôler les paramètres de la caméra, de visualiser et de stocker les images (cf. figure 3.7 (b)). Celles-ci peuvent de plus être obtenues automatiquement à intervalles de temps réguliers. Leur acquisition peut être synchrone avec des mesures de pression<sup>5</sup>. Chaque image est binarisée par seuillage. Un algorithme de comptage des pixels permet d'obtenir les informations voulues : hauteur  $h_c(z)$  et aire  $A_c$  à chaque pas de temps.

---

<sup>5</sup>La mise en place du dispositif complet est due à Freek van Uittert de la Technische Universiteit Eindhoven.

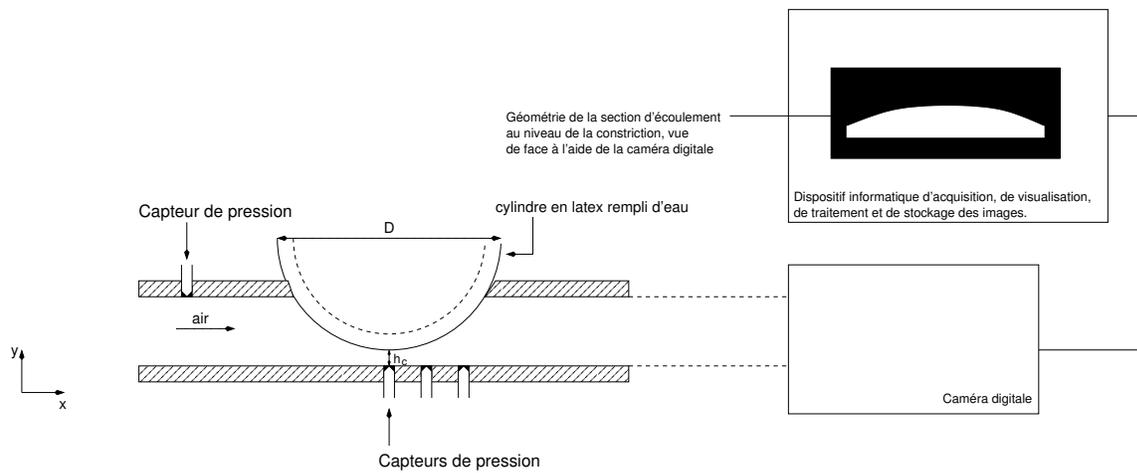
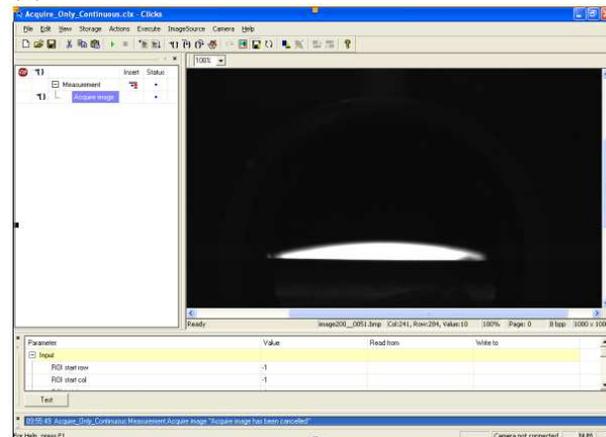


FIG. 3.6 – *Dispositif expérimental de mesure de la déformation de la paroi à l'aide d'une caméra digitale. Les relevés de la caméra sont traités automatiquement à l'aide d'un logiciel dédié. Des capteurs de pression sur la paroi inférieure permettent d'obtenir à chaque pas de temps des informations sur l'écoulement qui viennent s'ajouter à l'information fournie par la caméra.*



(a)



(b)

FIG. 3.7 – (a) Photographie de la caméra digitale, en aval du conduit d'écoulement. (b) Logiciel d'acquisition et de traitement des images. La géométrie à la constriction  $y$  est visible : la partie en blanc (lumière) représente la portion non obstruée du conduit d'écoulement, où le flux peut circuler. L'aire de cette portion blanche est l'aire à la constriction  $A_c$ . D'après [Garnier05].

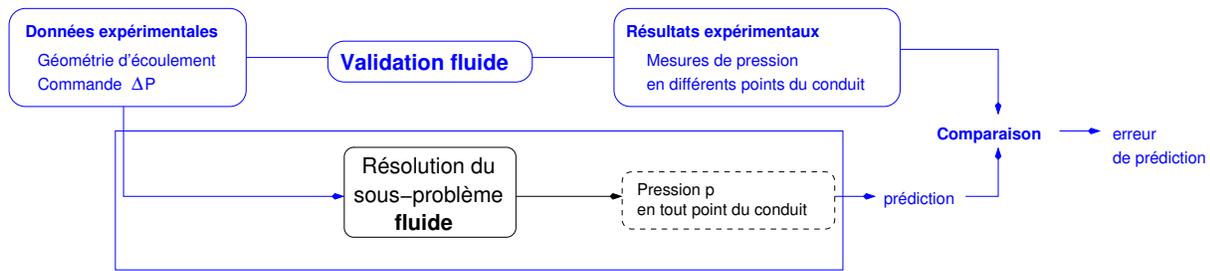


FIG. 3.8 – Validation de la théorie utilisée pour décrire l'écoulement fluide.

Une calibration est indispensable afin de connaître la relation entre distance mesurée en pixels sur l'image et distance réelle en cm sur la maquette. Celle-ci est effectuée en localisant trois points sur l'image dont la distance est connue. Les résolutions horizontale et verticale sont les mêmes :  $r_h = r_v \simeq 6.3 \cdot 10^{-3}$  cm / pixel. Une erreur de un pixel correspond donc à une erreur de 0.06 mm environ. Ce chiffre correspond également à l'erreur de mesure sur la hauteur de constriction  $h_c$  au centre du conduit. Pour avoir une estimation de l'erreur de mesure sur l'aire à la constriction, il suffit d'effectuer le produit suivant :

$$\varepsilon_{\text{aire}} = r_v \times d \simeq 6.3435 \cdot 10^{-2} \times 25 \simeq 1.59 \text{ mm}^2.$$

Cette valeur est à mettre en rapport avec l'aire totale du conduit  $A_c = h_c \times d$ . Ainsi, pour une hauteur de constriction initiale  $h_c$  de 3 mm, le rapport  $\frac{\varepsilon_{\text{aire}}}{A_c}$  est d'environ 2 %. Dans le cas d'une hauteur de 1 mm, ce rapport est de l'ordre de 6 %.

## 3.2 Validation des théories fluides sur maquette rigide

Il est crucial en vue de la modélisation physique d'un épisode d'hypopnée ou d'apnée de disposer d'une théorie adéquate pour décrire l'écoulement fluide dans la mesure où les forces fluides, pression et contraintes visqueuses, exercées sur les tissus sont à l'origine de leur collapsus. En conséquence, la maquette rigide a été utilisée afin d'évaluer les théories présentées en 2.3.3 (voir schéma 3.8). Les principaux résultats expérimentaux sur cette maquette sont dus à A. Van Hirtum et coll., et sont décrits de manière détaillée dans [Hirtum et al.05]. Nous présenterons ici des résultats complémentaires réalisés dans le cadre de cette thèse, qui viennent confirmer ceux de A. Van Hirtum et coll.

Pour mémoire, deux conclusions importantes sont à retirer de l'article [Hirtum et al.05]. Tout d'abord, les hypothèses concernant l'écoulement présentées dans le chapitre 2 sont validées expérimentalement. Des mesures de vitesse pour différentes valeurs de la troisième dimension  $z$  (profondeur) montrent que celle-ci n'influe que très peu : l'hypothèse d'un écoulement bidimensionnel est donc valide. Par ailleurs, des mesures de profils de vitesse pour différentes abscisses montrent l'existence de couches limites près des parois rigides, ainsi que le phénomène de décollement du fluide après la constriction.

De plus, les deux théories qui permettent de simplifier les équations de Navier-Stokes pour un nombre de Reynolds élevé, présentées en 2.3.3, sont évaluées expérimentalement<sup>6</sup>. La distribution de pression prédite par ces théories est comparée aux valeurs mesurées à l'aide des capteurs. Il est montré que la première théorie présentée, qui a été dénommée 'Bernoulli' en 2.3.3 et qui s'appuie sur l'équation de Bernoulli et l'hypothèse d'un point de séparation fixe, ne fournit pas une prédiction satisfaisante, alors que la deuxième théorie, qui correspond aux

<sup>6</sup>D'autres théories sont également envisagées : voir [Hirtum et al.05] pour plus de détails.

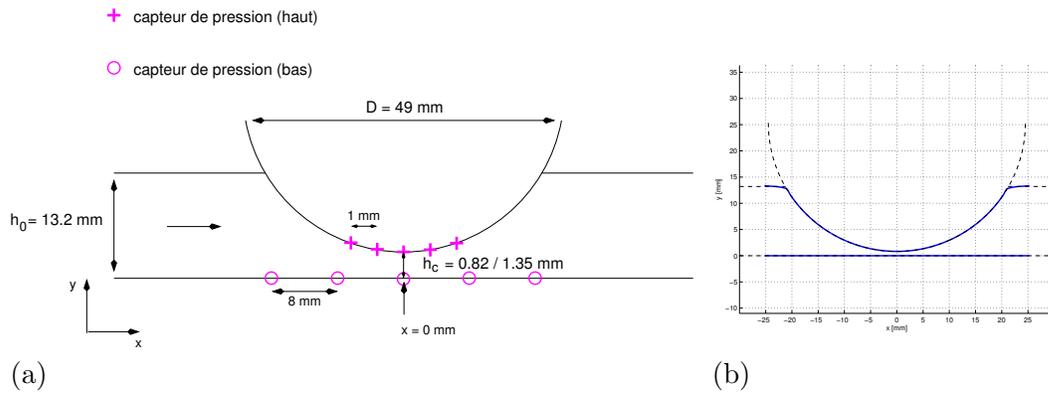


FIG. 3.9 – (a) Schéma de la maquette rigide qui a servi aux mesures, avec position des capteurs. La flèche horizontale indique le sens de l'écoulement. L'origine des abscisses est prise à la constriction. La profondeur  $d$  du conduit d'écoulement est de 25 mm. (b) Superposition de la géométrie réelle de la maquette (en pointillés noirs) et de l'approximation de cette géométrie qui a servi pour les simulations numériques (en bleu). L'erreur d'approximation n'est pas visible, excepté au niveau de la jonction cylindre rigide / conduit rectangulaire, en raison du lissage qui a été effectué.

équations de Navier-Stokes Réduites (RNSP), donne des résultats corrects. Nous aboutirons à une conclusion similaire.

Nous détaillons d'abord les protocoles de mesure et de simulation qui ont été suivis, avant de présenter, puis de commenter nos résultats. La prédiction de la pression par Bernoulli et RNSP est d'abord examinée et comparée aux mesures. Ensuite, il est montré que les contraintes pariétales, telles qu'elles sont prédites par RNSP, sont négligeables devant les forces de pression. Pour terminer, la validité de RNSP est examinée pour des écoulements à faible nombre de Reynolds.

### 3.2.1 Protocole de mesure et de simulation

#### Mesures

Le protocole d'acquisition des mesures est le suivant : un flux d'air circule dans la maquette rigide, pour une pression d'entrée  $P_e$  donnée et imposée. La pression est ensuite mesurée en différents points du conduit. La pression de sortie  $P_s$  correspond à la pression atmosphérique. Le schéma de la maquette, avec la position des différents capteurs de pression est donné figure 3.9 (a)<sup>7</sup>. Les capteurs positionnés sur la paroi supérieure (cylindre rigide) sont séparés d'une distance de 1 mm. Ceux positionnés sur la paroi inférieure plane sont séparés d'une distance de 8 mm. La pression est mesurée en amont et en aval de la constriction. La lecture de la pression fournie par chaque capteur est effectuée à l'aide d'un voltmètre : la relation pression mesurée / tension aux bornes du capteur est linéaire et connue par calibration (cf. 3.1.3). La pression d'entrée imposée  $P_e$  est mesurée à l'aide d'un manomètre à eau.

Les deux paramètres variables sont la pression d'entrée  $P_e$  et la hauteur de constriction  $h_c$ . Les mesures ont été effectuées pour trois valeurs différentes de  $P_e$  (environ 300 Pa, 600 Pa, 900 Pa) et deux valeurs de  $h_c$  (0.82 mm et 1.35 mm). Quatre expériences, ou séries de mesures, sont présentées ici :

<sup>7</sup>Ce schéma est sensiblement différent de celui de la figure 3.3 (b). Pour ces mesures, une version ultérieure de la maquette a en effet été utilisée.

- *expérience no. 1* : hauteur  $h_c$  de 0.82 mm et pression d'entrée  $P_e \simeq 300$  Pa.
- *expérience no. 2* : hauteur  $h_c$  de 0.82 mm et pression d'entrée  $P_e \simeq 600$  Pa.
- *expérience no. 3* : hauteur  $h_c$  de 0.82 mm et pression d'entrée  $P_e \simeq 900$  Pa.
- *expérience no. 4* : hauteur  $h_c$  de 1.35 mm et pression d'entrée  $P_e \simeq 600$  Pa.

Pour chaque expérience, trois mesures successives ont été réalisées afin de s'assurer de la reproductibilité du protocole.

## Simulations

La géométrie bidimensionnelle de la maquette est fournie en tant que paramètre des algorithmes de simulation sous forme d'un tableau de points (figure 3.9 (b)). La méthode de résolution numérique utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl permet d'effectuer une simulation pour n'importe quelle géométrie, pourvu qu'elle soit de continuité  $\mathcal{C}^1$ . Si une discontinuité est présente dans la dérivée du profil géométrique, une instabilité numérique apparaît et se propage (cf. annexe C). La géométrie a donc été reproduite exactement, sauf au niveau de la jonction des pièces métalliques où un raccord lisse a été effectué.

Deux méthodes différentes ont été utilisées pour prédire la distribution de pression dans l'écoulement. D'abord, nous avons utilisé la théorie nommée 'Bernoulli', basée sur l'hypothèse d'un fluide parfait avec point de séparation fixe, ce qui permet d'obtenir directement la pression à l'aide de la formule analytique (2.48). La valeur donnée au coefficient de séparation est 1.2, ce qui correspond à une donnée de la littérature (voir [Payan et al.01a] par exemple). L'autre méthode consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl, autrement dit à effectuer des simulations numériques d'écoulement à l'aide du code de calcul RNSP de P.Y. Lagrée. La densité de l'air  $\rho$  est fixée à  $1.225 \text{ kg/m}^3$ . La viscosité cinématique de l'air  $\nu$  a pour valeur  $1.51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ . La résolution de la grille de différences finies est la suivante :  $nx = 2000$ ,  $ny = 1000$ .

La différence de pression amont-aval imposée  $\Delta P$  est celle mesurée à l'aide du capteur le plus en amont (-16 mm) et du capteur le plus en aval (+16 mm). On ne sera donc pas étonné d'observer sur les figures 3.10 et 3.11 une différence de pression  $\Delta P$  sensiblement différente de  $P_e$  puisque les pertes de charge dans le conduit rigide sont telles que la pression mesurée à l'aide du capteur le plus amont est inférieure à  $P_e$ . De plus, la pression de sortie  $P_s$ , mesurée par le capteur le plus aval n'est pas nulle. Le nombre de Reynolds  $Re$  est calculé selon la méthode expliquée en annexe C.3. Nous donnons sa valeur pour chaque expérience :

- *expérience no. 1* :  $Re = 1035$ .
- *expérience no. 2* :  $Re = 1485$ .
- *expérience no. 3* :  $Re = 1784$ .
- *expérience no. 4* :  $Re = 2610$ .

### 3.2.2 Prédiction de la pression

#### Résultats

Les mesures de pression confrontées aux courbes provenant des simulations numériques sont présentées figures 3.10 et 3.11 pour les quatre expériences mentionnées auparavant. Afin de quantifier l'erreur de prédiction, la différence entre la valeur issue des simulations et la valeur expérimentale a été évaluée au niveau des capteurs. Pour chacune des quatre expériences, et pour chaque capteur  $i$ , on calcule donc :

$$\varepsilon P_i = \frac{P_{th,i} - P_{exp,i}}{\Delta P},$$

où  $P_{th,i}$ ,  $P_{exp,i}$  sont respectivement les valeurs théorique et expérimentale (moyenne sur les trois mesures successives) de la pression au niveau du capteur  $i$ .  $\Delta P$  est la différence de pression entre le capteur le plus amont et celui le plus aval.

Les tableaux 3.1 (a) et (b) présentent une moyenne effectuée sur l'ensemble des capteurs pour les quatre expériences réalisées. Pour chaque expérience,  $E_{moy}^{haut}$  correspond à la moyenne des erreurs  $\varepsilon P_i$  effectuée sur les capteurs du haut :

$$E_{moy}^{haut} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \varepsilon P_{(capteur\ haut\ i)}. \quad (3.1)$$

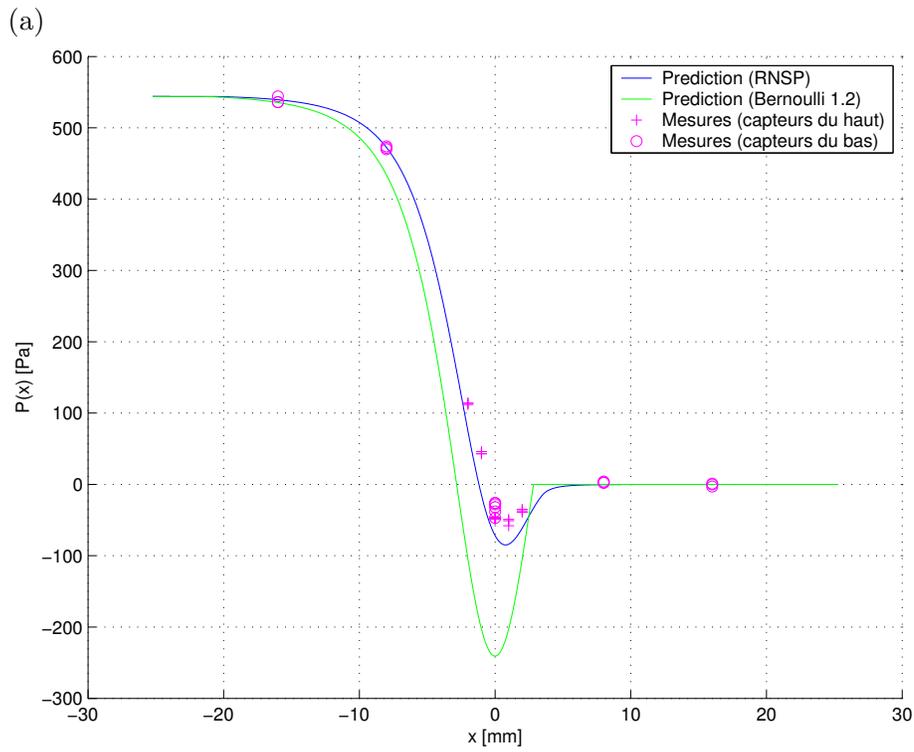
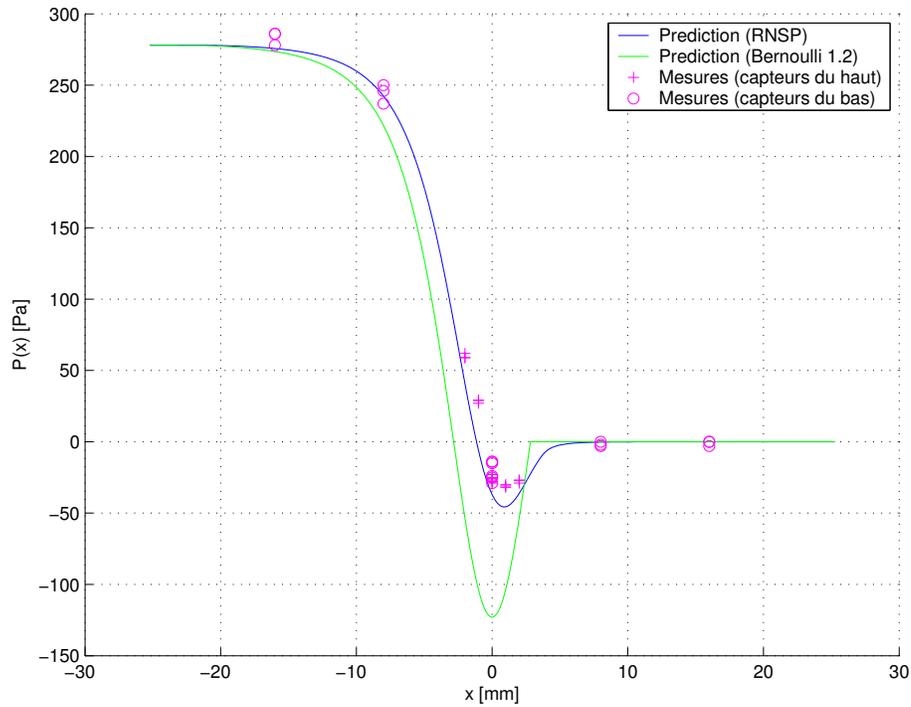
$E_{moy}^{bas}$  est la moyenne des erreurs  $\varepsilon P_i$  sur les capteurs du bas, exceptés le premier et le dernier, qui ont servi à imposer la différence de pression  $\Delta P$ , et pour lesquels l'erreur moyenne est nulle. Intégrer ces capteurs dans l'estimation d'erreur n'aurait donc pas de sens.

$$E_{moy}^{bas} = \frac{1}{4} \sum_{i=2}^5 \varepsilon P_{(capteur\ bas\ i)}. \quad (3.2)$$

$E_{moy}^{tot}$  est la moyenne des erreurs  $\varepsilon P_i$  effectuée sur tous les capteurs, haut et bas, le premier et le dernier du bas exceptés.

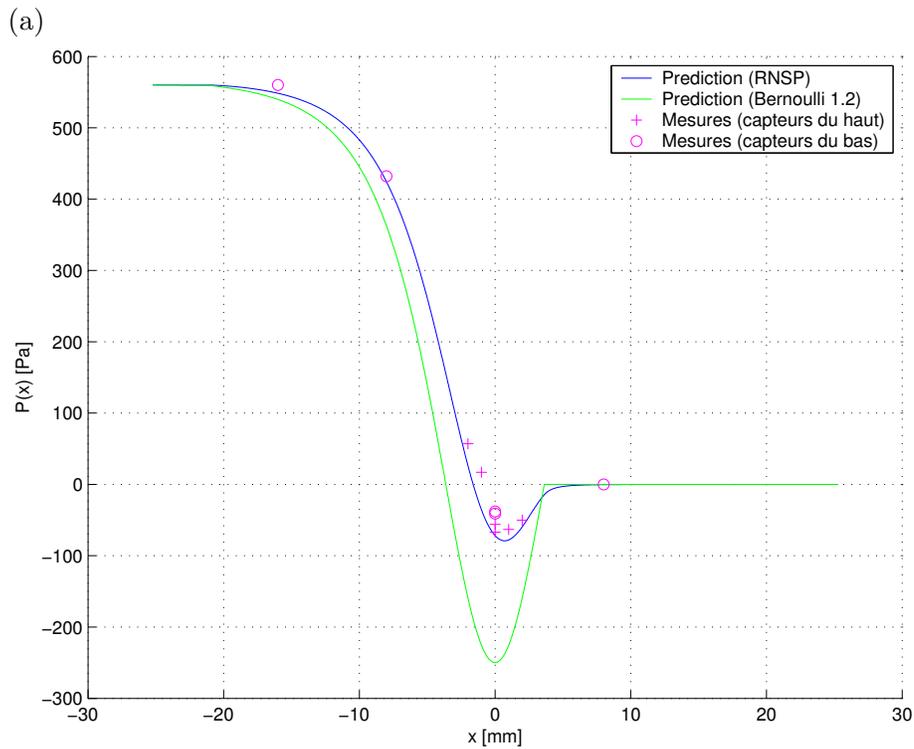
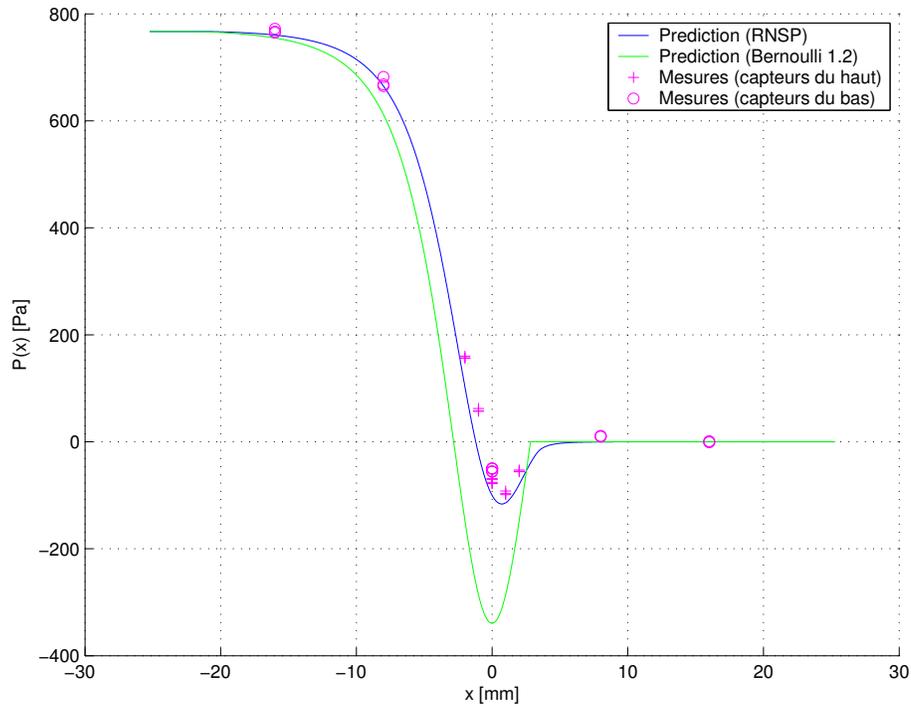
$$E_{moy}^{tot} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \varepsilon P_{(capteur\ i)}. \quad (3.3)$$

La colonne 'Moyenne' est une moyenne pour toutes les expériences. C'est cette valeur qu'on pourra retenir comme erreur globale de prédiction.



(b)

FIG. 3.10 – Comparaison entre prédiction théorique et mesures. Les courbes théoriques (Bernoulli et RNSP) sont en trait plein. Les valeurs mesurées sur les capteurs du haut sont représentées par des marqueurs '+' violets, et celles mesurées sur les capteurs du bas par des marqueurs 'o' violets.  $P(x)$  est la différence entre la pression au point  $x$  et la pression de sortie  $P_s$  (mesurée par le capteur le plus aval). (a) Expérience no. 1. (b) Expérience no. 2.



(b)

FIG. 3.11 – Comparaison entre prédiction théorique et mesures. Les courbes théoriques (Bernoulli et RNSP) sont en trait plein. Les valeurs mesurées sur les capteurs du haut sont représentées par des marqueurs '+' violets, et celles mesurées sur les capteurs du bas par des marqueurs 'o' violets.  $P(x)$  est la différence entre la pression au point  $x$  et la pression de sortie  $P_s$  (mesurée par le capteur le plus aval). (a) Expérience no. 3. (b) Expérience no. 4.

no. de l'expérience	1	2	3	4	Moyenne
$E_{moy}^{haut}$ (%)	5.82	6.16	5.05	3.81	5.21
$E_{moy}^{bas}$ (%)	3.31	3.73	3.71	3.23	3.50
$E_{moy}^{tot}$ (%)	4.82	5.19	4.52	3.58	4.53

(a)

no. de l'expérience	1	2	3	4	Moyenne
$E_{moy}^{haut}$ (%)	32.16	32.73	31.80	32.94	32.41
$E_{moy}^{bas}$ (%)	20.68	20.99	21.03	21.88	21.15
$E_{moy}^{tot}$ (%)	27.57	28.04	27.49	28.52	27.90

(b)

TAB. 3.1 – Synthèse des comparaisons mesure/prédiction de la pression. Moyennes sur les différents capteurs. Méthodes de prédiction : (a) RNSP, (b) Bernoulli.

no. de l'expérience	1	2	3	4	Moyenne
$c$	1.32	1.26	1.24	1.18	1.25

TAB. 3.2 – Prédiction du coefficient de séparation  $c$  à l'aide de RNSP.

### Commentaires

Les figures 3.10 et 3.11 témoignent de la bonne adéquation entre les prédictions à l'aide de RNSP et l'expérience, ceci indépendamment de la valeur de  $h_c$  et de  $P_e$ . Ce résultat est confirmé par le tableau 3.1 (a) puisqu'on peut retenir en moyenne une erreur de 4.5 %. Par ailleurs, il est visible sur les figures 3.10 et 3.11 que la théorie surestime toujours la dépression au niveau de la constriction : on peut faire la même observation à partir des données de A. Van Hirtum & coll. De plus, une pression identique est calculée sur chacune des parois, haut et bas ( $\partial_x p = 0$  d'après l'équation (2.61)), ce qui ne correspond pas tout à fait à ce qui est observé. L'asymétrie du conduit entraîne une différence de pression entre haut et bas qui est faible mais mesurable - de l'ordre de 10 Pa.

En ce qui concerne Bernoulli, il est clair que la prédiction à l'aide de la valeur de 1.2 pour le coefficient de séparation n'est pas satisfaisante. En effet, non seulement les figures 3.10 et 3.11 montrent que la courbe théorique est significativement éloignée des mesures expérimentales, mais on peut retenir aussi du tableau de synthèse 3.1 (b) une valeur de 28 % pour l'erreur moyenne, ce qui est élevé. Pourtant, le calcul du coefficient de séparation effectué à l'aide de RNSP, en utilisant l'équation (2.65), montre que celui-ci a bien une valeur proche de 1.2 (voir tableau 3.2). Il dépend néanmoins des conditions expérimentales et varie entre 1.2 et 1.3. Enfin, Bernoulli prédit toujours une dépression maximale exactement au niveau de la constriction, en  $x = 0$  mm. Cependant, RNSP comme les mesures montrent que le minimum de pression est situé quelques millimètres plus en aval. Le recouvrement de pression qui suit est aussi beaucoup moins brusque tel qu'il est prédit par RNSP.

Finalement, ces résultats confirment la conclusion de l'article [Hirtum et al.05] qui est que RNSP est un bon prédicteur de la pression pour le type de géométrie étudié. Il est donc possible

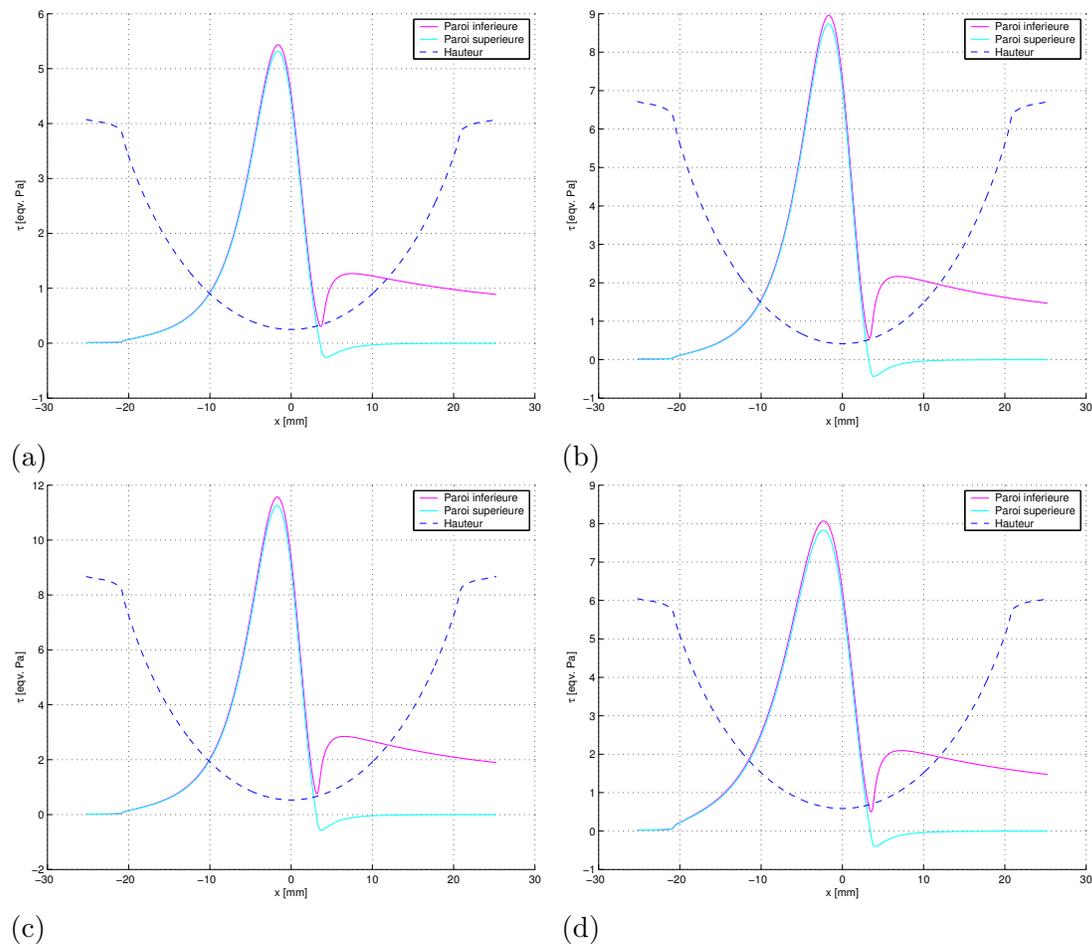


FIG. 3.12 – Contraintes pariétales sur les parois haut et bas du conduit, calculées par RNSP. 'Hauteur' représente le profil géométrique du conduit, qui est donné à titre indicatif. (a) Expérience no.1. (b) Expérience no.2. (c) Expérience no.3. (d) Expérience no.4.

d'utiliser cette théorie bidimensionnelle. En revanche, la théorie unidimensionnelle basée sur Bernoulli et l'hypothèse du point de séparation est insatisfaisante. Elle sera donc écartée.

### 3.2.3 Prédiction des contraintes pariétales

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, la force exercée sur la paroi est la résultante d'une composante de pression et d'une composante de cisaillement. Pour simplifier la résolution numérique du problème de couplage, il est possible de supprimer la composante de cisaillement, à condition toutefois que celle-ci soit négligeable devant la composante de pression.

Les figures 3.12 (a) (b) (c) et (d) permettent de visualiser, pour chaque simulation, la valeur des contraintes de cisaillement exercées par le fluide sur les parois inférieure et supérieure du conduit. Celles-ci sont maximales au niveau de la constriction, ce qui est dû à la faible épaisseur des couches limites dans cette zone. Le point où la contrainte sur la paroi supérieure s'annule correspond au point de séparation : c'est l'endroit où le fluide se décolle de la paroi. Il se situe quelques millimètres après la constriction. Après ce point, le code de calcul continue de prédire une valeur pour les contraintes pariétales.

D'une manière générale, les contraintes de cisaillement sont d'amplitude plus faible que les contraintes de pression. En effet, elles sont à leur maximum de l'ordre de 10 Pa alors que les

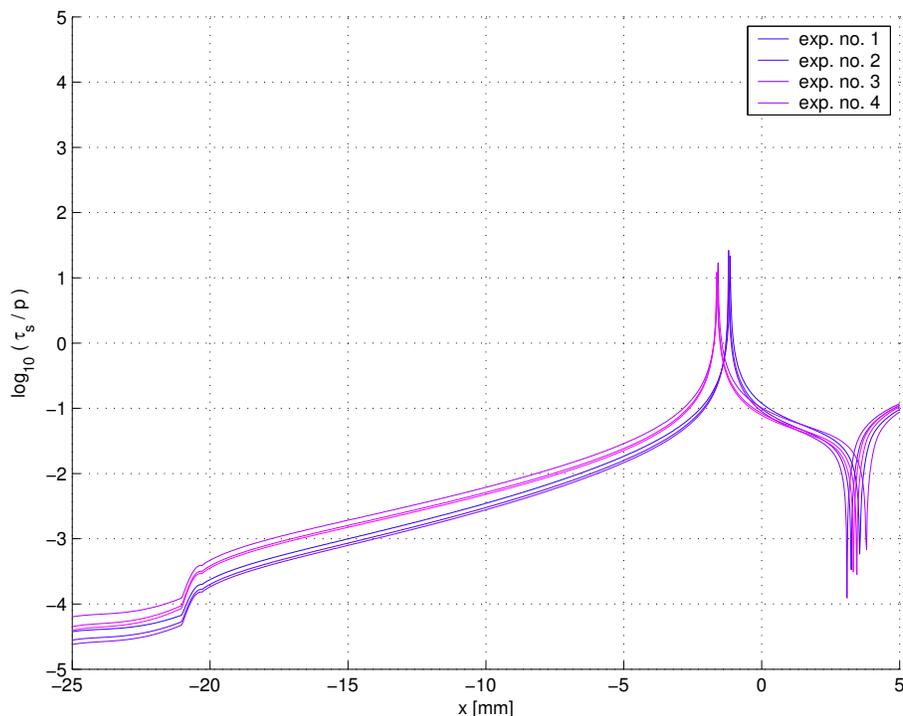


FIG. 3.13 – Pour chacune des simulations qui ont servi pour les comparaisons aux mesures, le rapport entre contraintes pariétales et pression  $\tau/p$  a été calculé, et est affiché en valeur logarithmique. Pour chaque point,  $p$  représente la différence entre la pression en ce point et la pression en sortie.

forces de pression sont de l'ordre de 100 Pa. On pourra donc dans un premier temps les négliger :

$$\tau \ll P.$$

Pour se convaincre tout à fait de cette approximation, la figure 3.13 montre la valeur du rapport  $\tau/p(x)$  en tout point  $x$  du conduit, pour chacune des simulations.  $p$  est la différence entre la pression au point de calcul  $x$  et la pression de sortie (comme pour les figures 3.10 et 3.11). On constate que sur une très large portion du conduit, le rapport  $\tau/p$  est inférieur à 10 %. En particulier, dans la zone proche de l'entrée du conduit, où la différence de pression  $p$  avec la sortie est de l'ordre de 100 Pa, ce rapport est proche de 0 %. En un point de la constriction, où  $p$  est nul, ce rapport tend vers l'infini, mais ce n'est pas lié au fait que les contraintes pariétales deviennent importantes.

Ceci justifie que nous n'ayons pas intégré les contraintes de cisaillement dans l'algorithme de couplage fluide-paroi. Des simulations d'interaction fluide-paroi réalisées ultérieurement avec et sans contraintes pariétales ont confirmé ce résultat : aucune différence notable dans la déformation de la paroi n'a pu être relevée.

### 3.2.4 Validation de la théorie pour des écoulements à très faible nombre de Reynolds

Comme nous l'avons expliqué au chapitre 2, les équations de Navier-Stokes Réduites ne sont valables a priori que pour des nombres de Reynolds relativement élevés. Or, lors du collapsus des voies aériennes supérieures, le rétrécissement du conduit d'écoulement peut être tel que cette hypothèse ne soit pas vérifiée. Il faut donc examiner les prédictions du code de calcul RNSP pour de très faibles nombres de Reynolds, autrement dit pour de faibles hauteurs de constriction

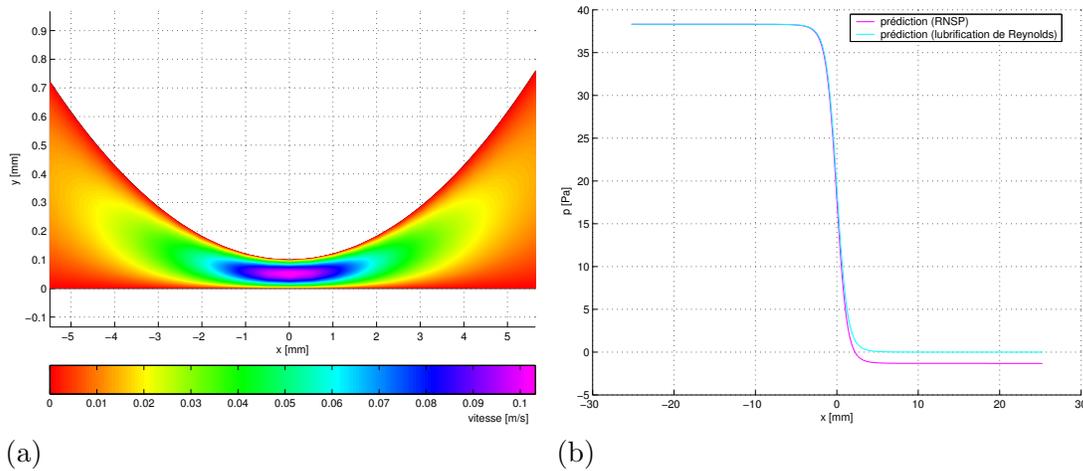


FIG. 3.14 – (a) Simulation d'un écoulement à très faible nombre de Reynolds. Prédiction de la vitesse dans le conduit d'écoulement. (b) Comparaison des pressions prédites par RNSP et par la théorie de la lubrification de Reynolds.

et de faibles débits.

Comme nous ne disposons pas de mesures dans ce cas, les prédictions ont été confrontées à celle d'une théorie qui est connue pour être valide dans ce cadre, la lubrification de Reynolds, que nous avons présentée précédemment (cf. 2.3.3). La géométrie du conduit d'écoulement qui a servi pour les simulations mentionnées auparavant a été reprise. Une hauteur de constriction  $h_c$  de 0.1 mm a été fixée, ainsi qu'une différence de pression entrée-sortie  $\Delta P$  de 40 Pa, ce qui correspond à un débit de 0.1 l/min. Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement est 4.4, ce qui est une valeur typique pour des écoulements rampants.

Les figures 3.14 (a) et (b) montrent les résultats des simulations. La distribution de vitesse dans le conduit, telle qu'elle apparaît sur la figure (a), a été prédite à l'aide de RNSP. Elle est caractéristique d'un écoulement fortement visqueux. Le fluide, essentiellement régi par les forces de viscosité, présente un profil parabolique, de même nature que dans les écoulements de Poiseuille. Par ailleurs, il ne se sépare plus de la paroi. La figure (b) permet de comparer les profils de pression prédits par RNSP et par la lubrification de Reynolds. La pression chute brutalement au niveau de la constriction, mais le phénomène de dépression puis de remontée de la pression, observé lorsqu'il y a séparation, n'apparaît plus. La différence entre les deux pressions prédites est très faible, de l'ordre de quelques pascals.

Il apparaît par conséquent que RNSP prédit correctement l'écoulement pour de faibles nombres de Reynolds. Il sera donc possible de conserver cette théorie, ainsi que le code de calcul correspondant, dans notre algorithme de couplage, même pour des déformations induisant un rétrécissement sévère du conduit (apnées). C'est un point positif dans la mesure où il aurait été délicat de changer brutalement de théorie pour décrire l'écoulement en cours de simulation : la moindre discontinuité introduite serait susceptible d'engendrer des conséquences catastrophiques sur la prédiction du résultat.

### 3.2.5 Conclusion

Cette étude confirme donc les bonnes performances des équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl pour prédire la pression au sein de l'écoulement d'air dans notre cadre. De plus, il ne sera pas nécessaire de prendre en compte les contraintes pariétales qui s'exercent sur la paroi,

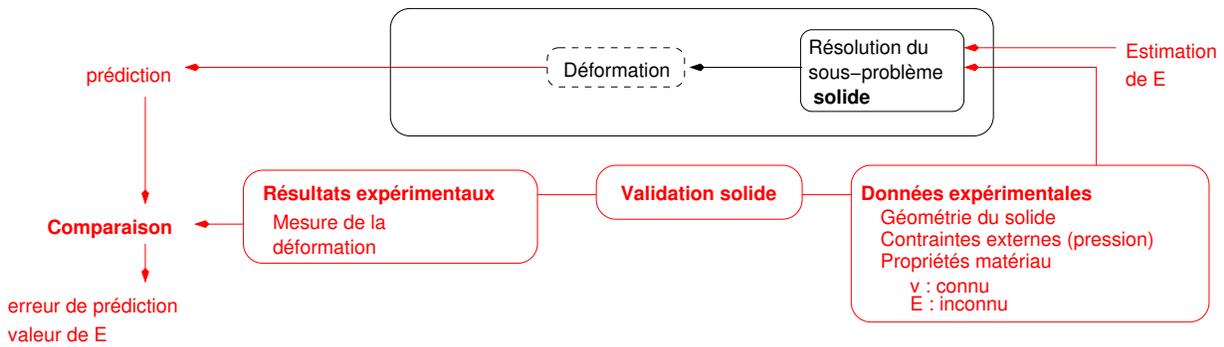


FIG. 3.15 – Méthode suivie pour valider la théorie et les hypothèses concernant le solide. Les paramètres rhéologiques sont partiellement inconnus à l'origine, et déterminés au cours des expériences servant à la validation (module d'Young  $E$  inconnu et coefficient de Poisson  $\nu$  connu).

car elles sont négligeables devant les contraintes de pression. Enfin, même pour des écoulements à faible nombre de Reynolds, les équations RNSP apparaissent encore comme convenables pour prédire la pression.

Avant de valider l'algorithme de couplage utilisant RNSP, il faut d'abord montrer que la théorie proposée au chapitre 2 pour décrire le mouvement de la paroi est également adéquate, ce qui est l'objet de la section suivante.

### 3.3 Validation sur maquette déformable. La paroi

Nous détaillons d'abord les caractéristiques du modèle éléments finis du tube en latex de la maquette (paroi). Puis, nous expliquons comment ses propriétés rhéologiques ont été déterminées. Comme nous le verrons, cette étape pourra être considérée comme une validation préliminaire de la théorie présentée pour décrire le comportement de la paroi (cf. partie 'validation solide' du schéma 3.1 et schéma 3.15).

#### 3.3.1 Modèle éléments finis de la paroi déformable

##### Construction du modèle

Le modèle éléments finis du tube en latex rempli d'eau est présenté figures 3.16 (a) (b) (c) et (d) ainsi que figures 3.17 (a) et (b). Le but a été de reproduire avec un degré de fidélité suffisant la géométrie ainsi que les propriétés mécaniques du dispositif. Tout d'abord, une approximation de la géométrie de la paroi en latex a été obtenue à l'aide d'un maillage régulier constitué uniquement d'éléments hexaédriques à 8 noeuds, qui sont associés à des fonctions d'interpolation linéaires<sup>8</sup>. L'homogénéité et la régularité du maillage, ainsi que les bonnes propriétés de stabilité numérique associées aux hexaèdres à 8 noeuds, sont autant de facteurs contribuant à une résolution numérique entachée d'une faible erreur. En ce qui concerne la densité du maillage, le modèle est constitué de 5 éléments dans la direction  $z$  et de 30 éléments dans la direction longitudinale  $x$ . Un modèle différent est généré pour chaque épaisseur de latex : 0.3 mm et 0.5 mm.

En ce qui concerne les contraintes cinématiques, les noeuds du maillage censés être en contact avec le conduit rigide (cf. figure 3.2 (b)) ont été immobilisés (cf. figures 3.17 (a) et (b)). La

<sup>8</sup>L'élément *Solid45* d'Ansys.

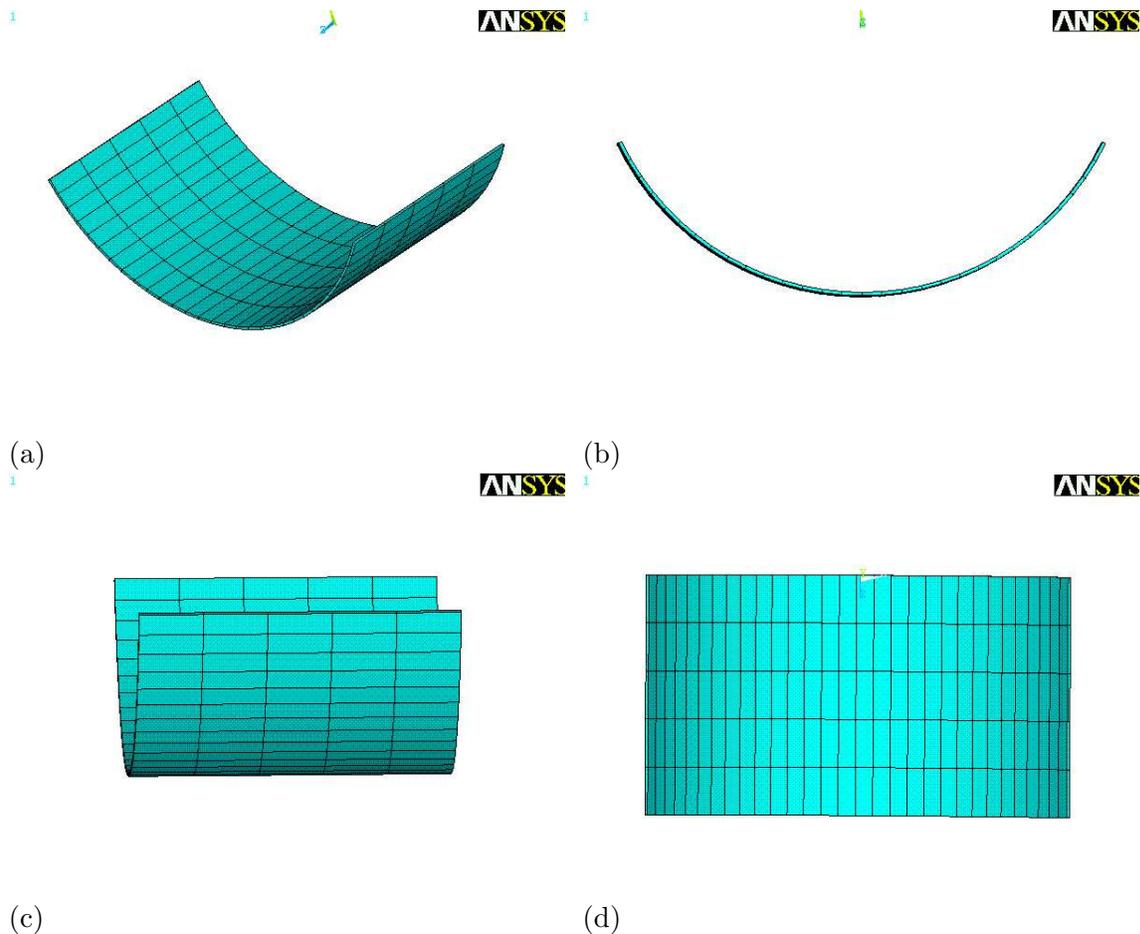


FIG. 3.16 – *Modèle éléments finis de la paroi déformable de la maquette, d'épaisseur 0.3 mm. Différentes vues du maillage : (a) trois quarts, (b) de côté, (c) de face, (d) du bas.*

répartition de ces conditions limites est d'ailleurs telle que nous avons dû opter pour un modèle tridimensionnel, un modèle bidimensionnel ne permettant pas de les prendre en compte de manière satisfaisante. En particulier, les noeuds sur les bords latéraux doivent être immobilisés, ce qui serait impossible en deux dimensions. Pour ce qui est des propriétés matériau du latex, celui-ci étant incompressible, une valeur de 0.499 a été choisie pour le coefficient de poisson  $\nu$ . En revanche, son module d'Young est inconnu et la manipulation décrite en 3.3.2 nous a permis d'obtenir sa valeur.

### Prise en compte de la pression exercée par l'eau

L'eau à l'intérieur du tube en latex a été prise en compte dans les simulations, via des efforts de pression qui s'exercent sur la surface supposée être en contact avec cette eau. Une pression constante est ainsi exercée sur la surface appropriée de chaque élément, la normale permettant de déterminer la direction de la force. Les forces résultantes appliquées aux noeuds sont obtenues par sommation vectorielle des forces sur les éléments adjacents, ce qui est conforme à la procédure d'assemblage propre à la méthode des éléments finis. Ainsi, nous avons procédé de la même manière que celle que nous avons détaillée en 2.4.1 pour les forces de pression exercées par le fluide circulant dans le conduit, à ceci près que nous ne subdivisons pas la surface de l'élément.

Par ailleurs, c'est la configuration courante, obtenue après déformation, qui est utilisée pour le calcul des forces de pression, en particulier de leur direction. Par contre, et conformément à l'hypothèse des petits déplacements énoncée en 2.3.2, ces forces sont appliquées tel quel aux

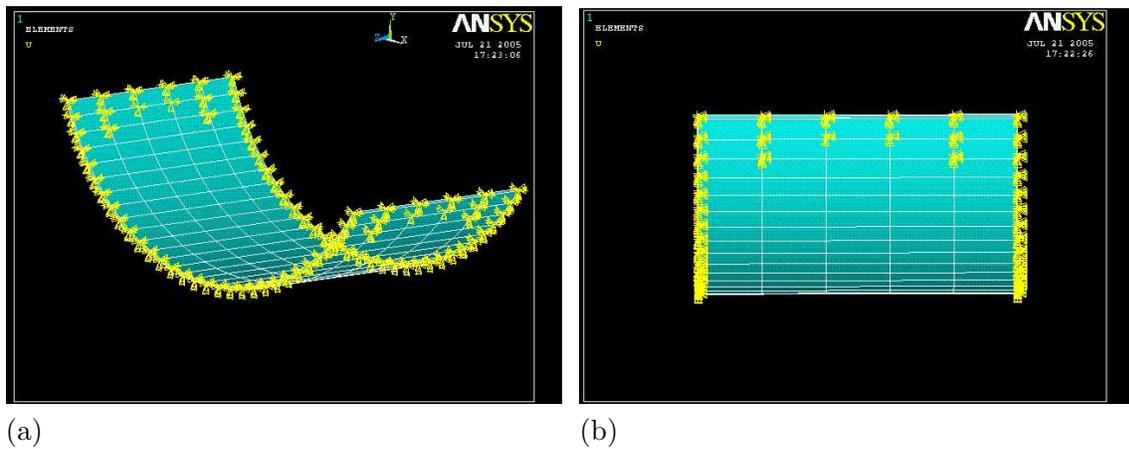


FIG. 3.17 – Modèle éléments finis de la paroi déformable de la maquette, d'épaisseur 0.3 mm. Présentation des conditions limites : les noeuds en jaune, immobiles, sont ceux fixés au conduit rigide. (a) Vue de trois quarts. (b) Vue de face.

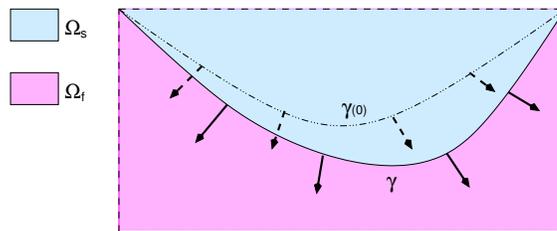


FIG. 3.18 – Prise en compte des forces de pression interne, exercées par l'eau à l'intérieur de la paroi en latex : la configuration courante, correspondant à une position  $\gamma$  de la paroi, sert à calculer les forces (flèches en trait plein gras), qui sont ensuite appliquées sans changement à la paroi en configuration initiale  $\gamma(0)$ , et ne sont par conséquent pas nécessairement orthogonales à cette paroi (flèches en pointillés).

noeuds de la configuration de référence (cf. schéma 3.18). Ainsi, l'hypothèse des petits déplacements nous autorise à prendre en compte de manière "dynamique" la pression exercée par l'eau, autrement dit son poids.

Pour la suite, nous appellerons *fluide interne* l'eau à l'intérieur de la paroi en latex, par opposition au *fluide externe* ou *fluide circulant*, qui correspond à l'air traversant le conduit rigide.

### 3.3.2 Détermination expérimentale des propriétés rhéologiques de la paroi

De nombreux protocoles de mesures rhéologiques permettent de déterminer les propriétés d'un échantillon de matériau élastique, tel que le latex. Le protocole que nous avons employé a le mérite de pouvoir être réalisé facilement à l'aide des instruments dont nous disposions à l'ICP, même s'il est possible qu'il ne garantisse pas une précision optimale. Il repose sur l'idée suivante : la réponse en déformation du latex aux forces de pression interne est directement corrélée à la valeur du module d'Young. La pression interne de l'eau à l'intérieur du cylindre peut être contrôlée et connue (cf. 3.1). La déformation du latex peut être mesurée indirectement via le changement de la hauteur de constriction  $h_c$  ou de l'aire à la constriction  $A_c$ . Le dispositif de mesure par caméra présenté en 3.1 peut être employé à cet effet. Ainsi, une courbe expérimentale reliant la variation de la hauteur de constriction  $h_{c,exp}$  à la pression interne  $P_{int}$  imposée peut être tracée, de même qu'une courbe  $A_{c,exp}(P_{int})$ .

La même manipulation peut être reproduite à l'aide du modèle éléments finis. La pression interne  $P_{int}$  est imposée selon la méthode décrite ci-dessus, en 3.3.1, et la hauteur de constriction  $h_{c,calc}$  calculée après déformation peut être comparée à la valeur expérimentale  $h_{c,exp}$ . Si la valeur du module d'Young définie pour le modèle correspond à celle du latex utilisé pour l'expérience,  $h_{c,calc}$  et  $h_{c,num}$  doivent être identiques (de même pour  $A_{c,calc}$  et  $A_{c,num}$ ).

Nous présentons deux méthodes différentes pour calculer le module d'Young. La première, directe, nécessite uniquement la connaissance de la hauteur de constriction. La deuxième, itérative, permet d'utiliser la mesure d'aire à la constriction.

## Méthode directe

### Principe

Si on désire uniquement utiliser comme information la hauteur de constriction  $h_c$ , on peut employer la méthode qui suit. Les hypothèses de petites déformations et d'élasticité linéaire nous permettent d'écrire (cf. annexe D) :

$$\Delta h_c = h_{c_0} - h_c = \frac{k}{E} P_{int}, \quad (3.4)$$

avec  $\Delta h_c$  qui est la différence entre la hauteur de constriction initiale  $h_{c_0}$  (à pression interne nulle) et la hauteur de constriction  $h_c$  après déformation.  $k$  est une constante positive indépendante de  $E$  et dépendant entre autres de la géométrie de la structure, du maillage, des conditions limites cinématiques, et du coefficient de Poisson. Ainsi, une simple régression linéaire sur la courbe expérimentale permet d'obtenir le coefficient directeur  $c_{exp}$  de la droite  $\Delta h_{c,exp}(P_{int})$  :

$$\Delta h_{c,exp} = c_{exp} P_{int} = \frac{k}{E_{exp}} P_{int}. \quad (3.5)$$

Par ailleurs, une simulation avec un module d'Young  $E_{num}$  choisi arbitrairement donne un résultat identique :

$$\Delta h_{c,num} = c_{num} P_{int} = \frac{k}{E_{num}} P_{int}, \quad (3.6)$$

La valeur de  $c_{num}$  peut être obtenue directement suite à la simulation. A partir des deux formules précédentes, nous voyons que la valeur expérimentale du module d'Young  $E_{exp}$  peut être calculée comme suit :

$$E_{exp} = E_{num} \frac{c_{num}}{c_{exp}}. \quad (3.7)$$

L'avantage de cette méthode est qu'elle permet une estimation directe et rapide de la valeur du module d'Young. L'incertitude sur la valeur finale obtenue dépend à la fois de la précision globale des mesures effectuées et de la validité des hypothèses de petites déformations et d'élasticité linéaire.

### Résultats

La figure 3.19 (a) montre la hauteur de constriction  $h_c$  en fonction de la pression interne  $P_{int}$ . La hauteur de constriction a été mesurée à l'aide du dispositif à caméra digitale présenté en 3.1.4. Pour différentes valeurs de la pression interne  $P_{int}$ , le profil de hauteur  $h_c(z)$  à la constriction a été mesuré, ce qui permet de déterminer la hauteur de constriction au centre du conduit. Pour

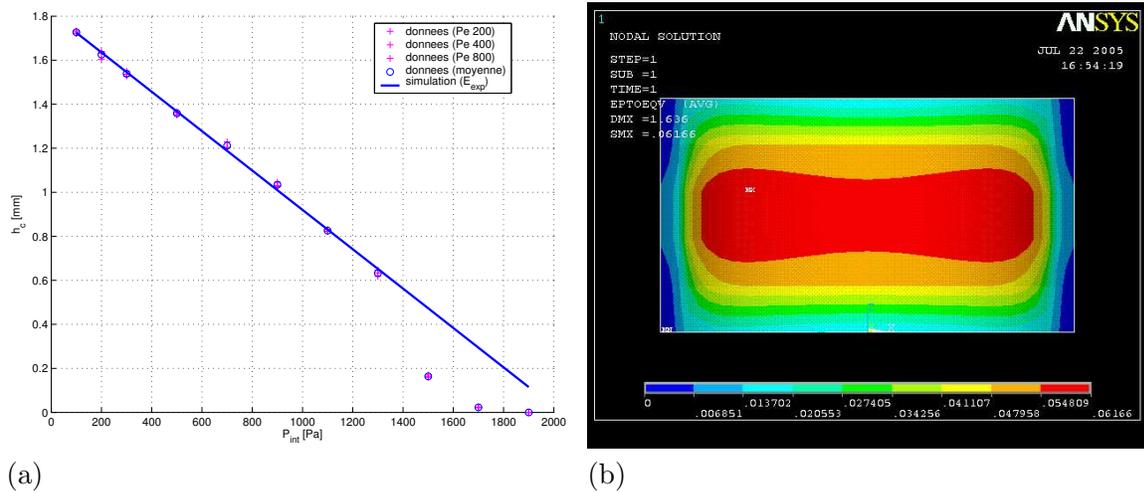


FIG. 3.19 – (a) Hauteur de constriction en fonction de la pression interne. Valeurs expérimentales et théoriques, une fois le module d'Young ajusté. (b) Calcul des déformations en réponse à une pression interne de 1300 Pa. Déformation de Von Mises.

chaque  $P_{int}$ , trois relevés différents ont été effectués. Ils sont visibles sur la figure 3.19 (a) (croix en violet). On constate que la variation est très faible d'un relevé à l'autre. Ce travail a été réalisé par A. Van Hirtum. Un profil moyen a ensuite été déterminé (cercles en bleu). C'est ce profil qui a été utilisé pour la régression linéaire. Seules les valeurs de  $P_{int}$  inférieures ou égales à 1300 Pa ont été utilisées pour cette régression, le comportement devenant manifestement non-linéaire au-delà. Cette non-linéarité entraîne un contact avec la paroi inférieure du conduit pour des pressions de 1700 Pa et de 1900 Pa, comme on peut le voir sur la courbe, où  $h_c = 0$  mm pour ces valeurs. On remarque par contre, que pour  $P_{int} \leq 1300$  Pa, le comportement en déformation du latex est remarquablement linéaire. La droite théorique, une fois le module d'Young obtenu à l'aide de la méthode décrite précédemment, a également été tracée (en trait plein bleu). La valeur finale du module d'Young est  $E_{exp} = 1.84$  MPa.

L'explication la plus simple de la linéarité de la relation  $h_c(P_{int})$  est que pour des valeurs inférieures à 1300 Pa, le système se situe encore dans la zone de petites déformations. Pour s'en assurer, un calcul de la déformation de Von Mises en tout point a été effectué. La figure 3.19 (b) donne un exemple du résultat de ce calcul, pour une pression interne de 1300 Pa. Le tableau 3.3 donne cette déformation pour chacune des différentes valeurs de la pression interne qui sont présentes dans les relevés. La valeur maximale, qui correspond à l'isosurface rouge sur la figure 3.19 (b), est donnée. Pour 1300 Pa, elle est de 6.2 %, ce qui correspond à une déformation maximale<sup>9</sup> de 9.3 %, inférieure au seuil de 10 à 15 % mentionné en 2.3.2.

## Méthode itérative

### Principe

Puisqu'avec la caméra, on dispose également de l'information d'aire à la constriction, on peut vouloir en tirer parti. On ne peut pas utiliser une méthode aussi simple que celle décrite plus haut car la relation entre aire à la constriction  $A_c$  et pression interne  $P_{int}$  n'est pas linéaire a priori. Il faut d'abord déterminer la relation expérimentale :

$$\Delta A_c^{exp}(P_{int}) = A_{c_0}^{exp} - A_c^{exp}(P_{int}),$$

<sup>9</sup>Pour obtenir la déformation (au sens courant) à partir de la déformation de Von Mises, il faut multiplier cette dernière par 3/2 (cf. annexe E)

$P_{int}$ (Pa)	$VM_m$ (%)
100	0.5
200	0.9
300	1.4
500	2.4
700	3.3
900	4.3
1100	5.2
1300	6.2
1500	7.1
1700	8.1
1900	9.0

TAB. 3.3 – Déformation de Von Mises maximale  $VM_m$  en fonction de la pression interne.

pour un ensemble donné de valeurs de  $P_{int} : P_{int}^1, \dots, P_{int}^n$ . Pour ces mêmes valeurs de  $P_{int}$  et un module d'Young  $E_{num}$  fixé arbitrairement, il s'agit ensuite de déterminer par simulation la variation d'aire de constriction associée  $\Delta A_c^{num}$ . On peut ensuite calculer facilement une mesure de distance entre les courbes théoriques et expérimentales :

$$\varepsilon_{num}^{exp} = \sum_{i=1}^n (\Delta A_c^{num}(P_{int}^i) - \Delta A_c^{exp}(P_{int}^i))^2.$$

Cette distance est en principe minimale pour une valeur de  $E_{num}$  qui est égale à la valeur expérimentale  $E_{exp}$ . Ainsi, après une première comparaison des deux courbes  $\Delta A_c(P_{int})$ , il faut déterminer une nouvelle valeur de  $E_{num}$  qui fait décroître  $\varepsilon_{num}^{exp}$ . Une courbe théorique au dessus de la courbe expérimentale correspond à une surestimation de la déformation, et donc à une valeur trop faible de  $E_{num}$  qu'il faut augmenter, et inversement si la courbe théorique est au dessous de la courbe expérimentale. Il est ainsi nécessaire de réitérer les simulations en ajustant la valeur de  $E_{num}$  un nombre déterminé de fois avant d'aboutir à une valeur satisfaisante. Ce procédé est donc plus long que celui utilisant uniquement la hauteur de constriction. Par contre, il est a priori plus fiable, compte-tenu du fait que l'aire donne une information plus globale sur la déformation. Par ailleurs, on peut se servir de la valeur  $E_{exp}$  déterminée à l'aide de la hauteur pour initialiser  $E_{num}$ . Cette méthode est connue sous le nom d' "analyse par synthèse" et a par exemple été utilisée par J.M Gerard [Gerard et al.05] pour estimer la rhéologie de la langue suite à expériences d'indentation.

## Résultats

La figure 3.20 (a) montre les courbes  $\Delta A_c(P_{int})$ , théoriques et expérimentales, pour la valeur précédemment obtenue de  $E : 1.84$  MPa. La figure 3.20 (b) présente les mêmes courbes une fois la valeur du module d'Young  $E$  ajustée pour qu'il y ait la meilleure adéquation possible entre les courbes. La valeur finale de  $E_{exp}$  est 1.68 MPa.

Les valeurs expérimentales de l'aire à la constriction ont été obtenues par A. Van Hirtum, à nouveau à partir du profil de hauteur  $h_c(z)$  mesuré avec la caméra. On dispose donc comme pour la hauteur de constriction de trois relevés différents (croix en violet), à partir desquels sont extraits des valeurs moyennes (cercles en violet). On constate sur la figure 3.20 en observant les valeurs expérimentales et théoriques (cercles en bleu) que la relation aire à la constriction / pression interne est en première approximation linéaire. Ainsi, nous avons pu tracer les droites de régression à la fois pour les points théoriques et expérimentaux. De même que pour les mesures

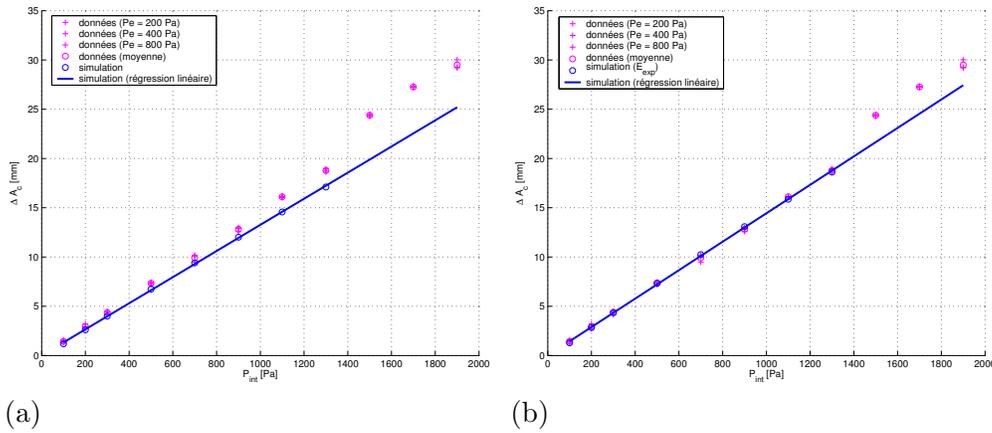


FIG. 3.20 – Variation de l'aire à la constriction  $\Delta A_c$  en fonction de la pression interne  $P_{int}$ . Valeurs expérimentales et théoriques. (a) Initialisation de la procédure itérative, avec la valeur obtenue par la méthode directe ( $E = 1.84$  MPa). (b) Fin de la procédure, une fois la prédiction du modèle ajustée aux données. La valeur finale du module d'Young est  $E_{exp} = 1.68$  MPa.

de hauteur, on s'aperçoit qu'à partir de 1300 Pa, la relation expérimentale n'est plus linéaire. Les valeurs situées dans cette zone n'ont donc pas été prises en compte dans le calcul.

### Commentaire final

Nous retiendrons la valeur de 1.68 MPa pour la suite du chapitre, car la méthode itérative, utilisant l'aire, est a priori plus fiable. Néanmoins, le protocole de mesures ainsi décrit, s'il a pour avantage d'être peu difficile à mettre en oeuvre à l'aide des outils dont nous disposons, n'est certainement pas équivalent en terme de précision à des protocoles plus élaborés. Notamment, le fait d'imposer les contraintes via la pression interne d'eau n'assure pas un contrôle et une mesure très précise de ces dernières. Aussi, la mesure locale de la déformation via la hauteur et l'aire à la constriction n'est qu'une manière très indirecte de connaître celle-ci.

### 3.3.3 Conclusion

Cette étude de la hauteur de constriction en fonction de la pression interne, outre l'information qu'elle apporte sur les propriétés matériau, peut être vue comme une première validation de la théorie et des hypothèses sous-jacentes au modèle éléments finis de paroi. En effet, il s'agit d'une étude du comportement statique et sans interaction avec le fluide circulant. Ainsi, on peut vérifier que dans les conditions propres à la maquette déformable, les hypothèses de petites déformations et d'élasticité linéaire apparaissent comme satisfaisantes, même si pour un matériau tel que le latex, ce n'est pas le cas en toute généralité.

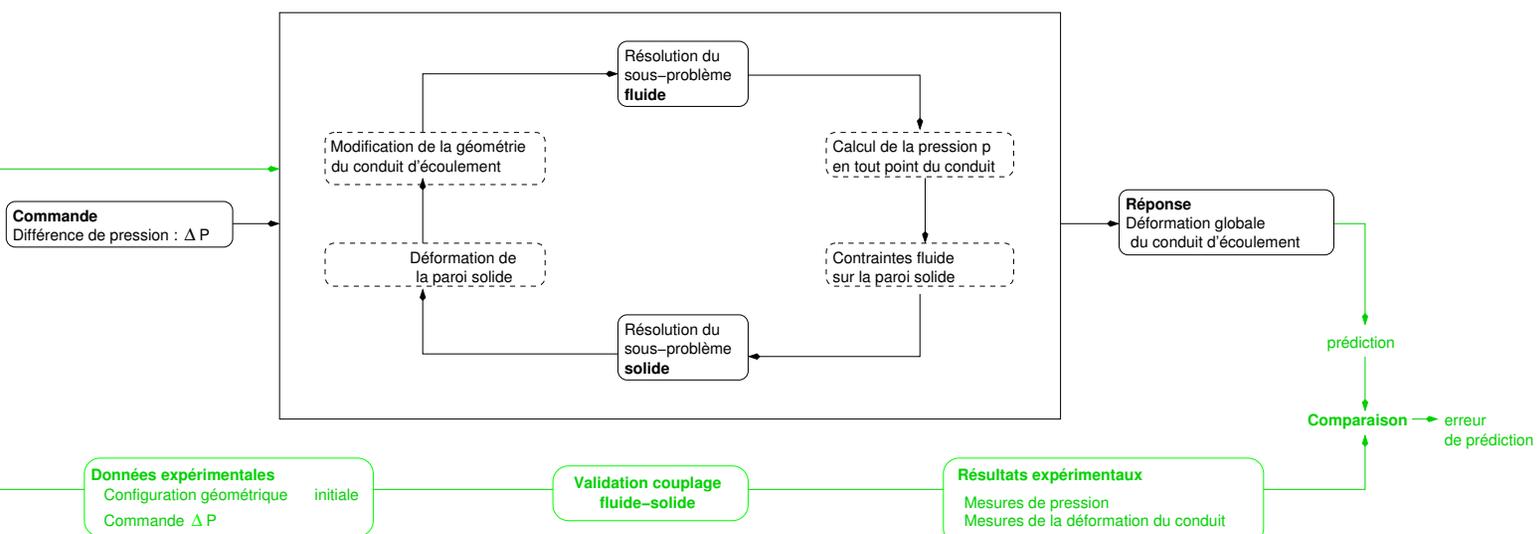


FIG. 3.21 – La théorie est finalement validée dans sa globalité, en s'intéressant à la déformation de la paroi suite à interaction avec le fluide, pour une différence de pression donnée  $\Delta P$ . Cette déformation est quantifiée indirectement, au travers de la variation de l'aire ou de la hauteur minimale de la section d'écoulement, à l'endroit où le conduit est le plus étroit (constriction).

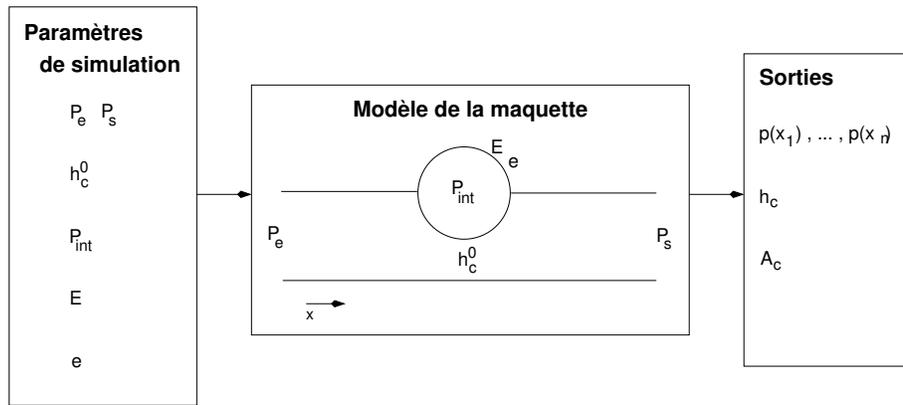


FIG. 3.22 – *Modèle de la maquette. Paramètres physiques et sorties qui seront comparées aux mesures. La signification de chaque paramètre est donnée dans le texte.*

Une fois un modèle éléments finis de la paroi déformable conçu, il reste à valider la méthode de couplage entre fluide et solide, ce qui constitue le point crucial de ces expériences de validation.

### 3.4 Validation sur maquette déformable. Méthode de couplage fluide-solide

Nous disposons dorénavant d'un modèle<sup>10</sup> complet de la maquette, puisque l'algorithme de couplage présenté au chapitre 2 permet de simuler l'interaction entre la paroi en latex et le flux d'air. Ce modèle va permettre de valider notre méthode d'interaction fluide-paroi par confrontation avec les mesures effectuées sur maquette (voir figure 3.21).

Dans un premier temps, nous exposons la méthodologie adoptée pour effectuer cette validation. Ensuite, nous présentons les comparaisons avec les mesures issues de la caméra. Tous les résultats expérimentaux présentés ici sont le fruit du travail d'A. Van Hirtum, de X. Pelorson, et des stagiaires de l'ICP, en particulier A. Perret et Y. Garnier.

#### 3.4.1 Aspects méthodologiques

Pour pouvoir comparer prédictions du modèle et mesures, il est nécessaire de déterminer les paramètres du modèle de telle sorte à reproduire le plus fidèlement possible les conditions dans lesquelles chaque expérience s'est déroulée. Le schéma 3.22 indique les paramètres physiques principaux, susceptibles de varier d'une expérience à l'autre, et qui sont :

- la pression en entrée du conduit  $P_e$ , ainsi que la pression en sortie  $P_s$ . Leur évolution permet de commander le fluide en pression. La loi de commande  $(P_e(t), P_s(t))$  varie d'une expérience à l'autre. La connaissance du couple  $(P_e, P_s)$  peut être également remplacée par celle du couple  $(P_e, \Delta P)$ , où  $\Delta P = P_e - P_s$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie du conduit. On notera  $P_e^{max}$  la valeur maximale de  $P_e$  imposée lors d'une simulation.
- la hauteur de constriction initiale  $h_c$  du conduit. Nous distinguerons la hauteur à pression interne nulle  $h_c^0 = h_c(P_{int} = 0)$ , qui est imposée par la géométrie de la maquette (voir figure 3.2 (d), où  $h_c$  désigne dans ce cas  $h_c^0$ ), de la hauteur  $h_c^{int} = h_c(P_{int})$  pour une pression interne non nulle, qui est la véritable hauteur de constriction en début d'expérience. En effet, comme nous l'avons vu en 3.3.2, une pression interne strictement positive provoque

<sup>10</sup> dans le sens défini en 2.5,

une dilatation du latex, qui se traduit par une diminution de la hauteur de constriction  $h_c$ .

- la pression interne  $P_{int}$  de l'eau à l'intérieur de la paroi en latex.
- le module d'Young  $E$  ainsi que l'épaisseur du latex  $e$ , qui peuvent en théorie varier, même si ce ne sera pas le cas dans la série d'expériences qui seront présentées.

Les autres paramètres physiques, tels que le diamètre du tube en latex ou la section initiale du conduit d'écoulement sont considérés comme constants. Il en est de même pour les valeurs de la densité et de la viscosité de l'air, qui sont les mêmes que celles indiquées en 3.2. Les paramètres numériques principaux, qui sont le nombre d'étapes (*et*) et d'itérations (*it*) de l'algorithme de couplage, peuvent varier d'une simulation à l'autre. Ils sont par conséquent indiqués systématiquement. Les autres paramètres, tels que les dimensions de la grille de résolution des équations RNSP ou le nombre d'éléments du maillage éléments finis sont constants. En ce qui concerne les sorties du programme de simulation, autrement dit les réponses du modèle à un ensemble donné de paramètres, les plus intéressantes au vu de notre application sont :

- la pression en différents points du conduit  $p(x_1), \dots, p(x_n)$ , qui peut être mesurée par des capteurs, et qui permet de s'assurer que la prédiction de l'écoulement est correcte, en particulier au niveau de la constriction.
- la déformation du latex, notamment à l'endroit critique où celle-ci influe le plus sur la section d'écoulement, autrement dit à la constriction. Sont donc prédites suite à une simulation la hauteur de constriction  $h_c$  ainsi que l'aire de la section du conduit à la constriction  $A_c$ .

Le protocole général de comparaison est finalement le suivant :

- Chaque expérience réalisée est reproduite via simulation. La pression interne  $P_{int}$ , le module d'Young  $E$ , l'épaisseur du latex  $e$  ainsi que la hauteur de constriction initiale  $h_c^{int}$  sont connus et fixés en début de simulation.
- Une simulation consiste à faire évoluer  $\Delta P$  en reproduisant la loi de commande  $(P_e, P_s)$  qui a été imposée lors de la manipulation. Ainsi,  $\Delta P$  évolue de 0 Pa à  $\Delta P_{max}$  Pa du début jusqu'à la fin de la simulation.
- A l'aide du modèle, on obtient la loi d'évolution de la hauteur de constriction  $h_c$ . Compte-tenu de nos hypothèses (voir en particulier 2.4.4), il est plus sensé de l'exprimer en fonction de la pression d'entrée  $P_e$  que du temps  $t$  : la courbe théorique  $h_c^{sim}(P_e)$  obtenue après simulation peut ainsi être comparée à la courbe expérimentale  $h_c^{exp}(P_e)$ . Il en est de même pour l'aire  $A_c$  et pour la pression en différents points  $p(x_i)$ .

En ce qui concerne les courbes  $h_c(P_e)$  et  $A_c(P_e)$ , les mesures d'erreur décrites ci-après sont utilisées pour les comparaisons. Tout d'abord, une erreur quadratique moyenne est calculée :

$$\varepsilon_2(h) = \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^n (h_c^{exp}(P_{int}^i) - h_c^{sim}(P_{int}^i))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.8)$$

avec  $n$  le nombre de points présents dans le relevé expérimental,  $(P_{int}^i, h_c^{exp}(P_{int}^i))$  les coordonnées du  $i^{\text{ème}}$  point expérimental,  $(P_{int}^i, h_c^{sim}(P_{int}^i))$  étant les coordonnées de son correspondant

sur la courbe théorique. On peut de même définir l'erreur maximale :

$$\varepsilon_{max}(h) = \max_{1 \leq i \leq n} |h_c^{exp}(P_{int}^i) - h_c^{sim}(P_{int}^i)|. \quad (3.9)$$

On définit de manière tout à fait similaire :  $\varepsilon_2(A)$  et  $\varepsilon_{max}(A)$ , erreurs sur l'aire à la constriction. Si le modèle de maquette arrive à prédire avec une faible erreur  $h_c^{exp}(P_e)$ , ou  $A_c^{exp}(P_e)$ , la méthode de couplage pourra être considérée comme validée.

### 3.4.2 Comparaisons utilisant les mesures effectuées avec caméra digitale

Nous expliquons d'abord comment ont été réalisées les mesures, puis les simulations correspondantes. Les résultats issus des comparaisons sont ensuite présentés, puis discutés.

#### Mesures

Pour la série de mesures qui a été réalisée, l'épaisseur  $e$  du latex est de 0.3 mm et la hauteur de constriction initiale  $h_c^0$  est de 1.84 mm. Les mesures ont été effectuées en faisant varier de manière systématique les paramètres suivants :

- la pression interne de l'eau à l'intérieur du latex  $P_{int}$ ,
- la pression d'entrée maximale  $P_e^{max}$ .

Les valeurs de la pression interne qui ont été explorées vont de 100 Pa à 700 Pa. Pour chaque valeur de  $P_{int}$ , quatre mesures ont été réalisées, correspondant à des valeurs maximales différentes de  $P_e$  :  $P_e^{max} = 200$  Pa, 400 Pa, 600 Pa et 800 Pa. Chaque mesure se déroule selon le même protocole, décrit précédemment en 3.4.1. A partir de la valeur nulle, la pression d'entrée est graduellement augmentée jusqu'à ce que la valeur désirée  $P_e^{max}$  soit atteinte. A pas de temps réguliers (0.25 s), une acquisition synchrone des sorties suivantes est effectuée automatiquement :

- la pression en amont  $P_e$ , à la constriction ( $P_c^0$ ) et à 16 mm ( $P_c^{16}$ ) en aval de la constriction, délivrées par les capteurs décrits en 3.1.3, Au cours de la déformation, la nouvelle configuration géométrique de la paroi peut être telle que  $P_c^0$  ne corresponde plus à la pression mesurée à la constriction.
- le profil complet de la hauteur du conduit  $h_c(z)$  au niveau de la constriction, mesuré par la caméra digitale présentée en 3.1.4.

L'expérience se termine lorsque la valeur observée pour les sorties ne varie plus significativement. L'état stationnaire est ainsi atteint. Environ 10 secondes se sont alors écoulées. L'aire à la constriction  $A_c$  est calculée automatiquement à partir du relevé de hauteur, selon la méthode expliquée en 3.1.4.

#### Simulations

Pour toutes les simulations, le module d'Young est le même : il s'agit de la valeur déterminée en 3.3.2, qui est de 1.68 MPa. La hauteur de constriction initiale,  $h_c^0$ , à pression interne nulle, a été déterminée à l'aide des quatre relevés effectués pour une pression interne  $P_{int}$  de 100 Pa. Le profil de hauteur à l'instant initial, correspondant à une pression d'entrée  $P_e = 0$  Pa a été utilisé à cet effet. A partir de ces profils, un profil moyen est calculé. Une moyenne sur ce profil<sup>11</sup> donne

<sup>11</sup>effectuée sur une fenêtre  $8 \leq x \leq 23$  mm, pour ne pas tenir compte des valeurs nulles

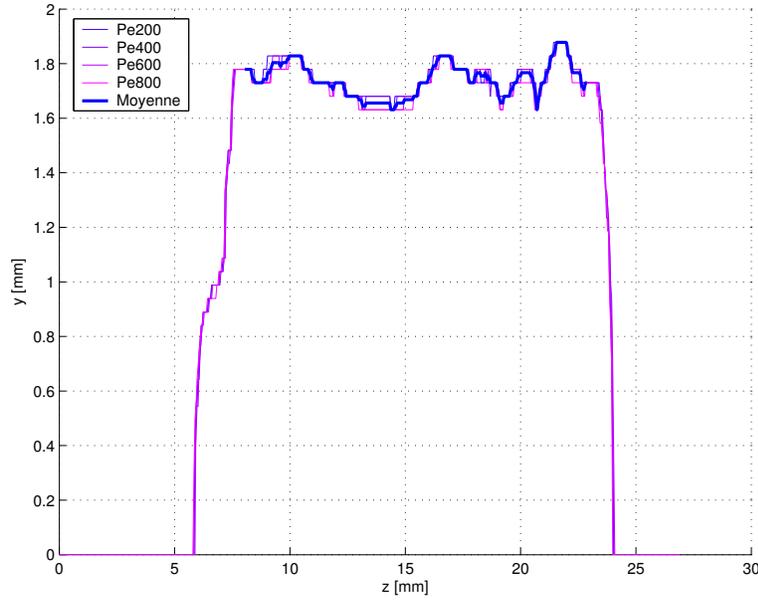


FIG. 3.23 – Profil de hauteur à  $P_{int} = 100$  Pa. Superposition de 4 relevés différents et moyenne.

la hauteur de constriction correspondant à une pression interne de 100 Pa :  $h_c^{100} \simeq 1.74$  mm. Une simple simulation permet de connaître la variation de hauteur associée à une variation de 100 Pa :  $\Delta h_c^{100}$ . Cette variation dépend également du module d'Young. Pour un module d'Young de 1.68 MPa, on trouve :  $\Delta h_c^{100} \simeq 0.1$  mm. La hauteur de constriction initiale est donc  $h_c^0$  :

$$h_c^0 = h_c^{100} + \Delta h_c^{100}.$$

Ce qui donne une valeur finale de 1.84 mm. L'intérêt de disposer directement de la valeur de  $h_c^0$  est de pouvoir utiliser le modèle pour prédire la hauteur et l'aire initiale en fonction de la pression interne  $P_{int}$ . Pour des valeurs différentes de cette pression, nous n'avons donc pas besoin d'ajuster les courbes théoriques et expérimentales  $h_c(P_e)$  pour qu'elles coïncident initialement. On aura alors besoin pour quantifier l'erreur de prédiction sur la hauteur initiale de la formule suivante :

$$\varepsilon_{init}(h) = \frac{1}{n_0} \left[ \sum_{i=1}^{n_0} (h_c^{exp}(P_{int}^i) - h_c^{sim}(P_{int}^i))^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.10)$$

avec  $n_0 \ll n$  de telle sorte à ne prendre en compte que les points situés à l'origine,  $n$  étant le nombre de points contenus dans le relevé expérimental. On a ainsi défini une erreur quadratique moyenne à l'origine, et on peut définir pareillement  $\varepsilon_{init}(A)$ . La mesure de  $h_c^0$  est indirecte. Une mesure directe était difficile à réaliser dans la mesure où en absence d'eau, la paroi du latex n'est pas suffisamment tendue pour assurer un profil de hauteur régulier.

Pour chaque mesure à disposition, qui correspond à une valeur différente du couple  $(P_{int}, P_e)$ , une simulation d'écoulement est effectuée, en imposant graduellement une pression d'entrée égale à  $P_e$  et une pression de sortie égale à  $P_c^{16}$ . Les courbes théoriques  $h_c^{sim}(P_e)$  et  $A_c^{sim}(P_e)$  sont comparées aux courbes expérimentales correspondantes. En ce qui concerne les paramètres numériques, le nombre d'étapes et d'itérations est fixé respectivement à  $et = 8$  et  $it = 6$ . Comme nous le verrons par la suite, ce choix permet d'assurer la convergence de l'algorithme de couplage.

### Résultats d'une simulation

Nous présentons ici les résultats détaillés d'une simulation, pour une pression interne  $P_{int}$  de 500 Pa, et une pression d'entrée  $P_e$  de 400 Pa. Le but est tout simplement de montrer le fonctionnement de l'algorithme de couplage fluide-paroi tel qu'il a été implémenté. Les confrontations entre prédictions des simulations et mesures expérimentales seront présentées et discutées dans le paragraphe suivant.

La figure 3.24 (a) présente tout d'abord le profil de vitesse au sein de l'écoulement d'air. L'accélération du fluide au fur et à mesure que le conduit devient plus étroit est particulièrement visible, ainsi que le décollement et la formation d'un jet libre peu après la constriction. On retrouve donc le comportement qualitatif expliqué en 2.3.3. On y voit aussi la conséquence de l'approximation "FLARE" (cf. annexe C) : après décollement, la vitesse des particules fluides au dessus du jet est très faible. En ce qui concerne la distribution de pression dans le conduit (figure (b)), on voit que celle-ci, de fortement positive en amont, décroît, avec une dépression maximale peu après la constriction. La distribution des efforts sur la paroi déformable (figures (c) et (d)) est conforme à la distribution de pression dans le fluide circulant et à celle dans le fluide interne, qui est uniforme et de valeur  $P_{int}$ . Le mouvement de la paroi résulte du rapport entre ces deux ensembles de forces.

Sur la vue latérale de la structure, prise en coupe au centre du conduit, selon l'axe des  $z$  (figure (e)), on peut observer la configuration après déformation. Le mouvement de la paroi présente principalement deux aspects. Tout d'abord, une déformation dans la direction longitudinale  $x$  affecte principalement la partie amont. Celle-ci est causée par les forces de pression du fluide circulant qui poussent la paroi dans le sens de l'écoulement, comme le montre la répartition des forces figure (c). Ensuite, et ce qui est plus important en vue de l'application, la paroi se déforme au niveau de la constriction de telle sorte à ce que la hauteur  $h_c$  du conduit diminue (figure (f)). Ceci est dû aux forces de dépression exercées par le fluide circulant dans cette zone (figure (d), flèches violettes). Cette analyse de la déformation est confirmée par les figures 3.25 (a) et (b) qui permettent de visualiser, en rouge, les principales zones de déformation. On remarque en particulier une déformation maximale au niveau de la constriction.

L'évolution du critère de convergence avec les itérations, pour chaque étape est donnée figure (g). C'est la valeur logarithmique (en base 10) de ce critère qui est indiquée. La décroissance régulière des courbes montre qu'il y a bien convergence à chaque étape. Par ailleurs, la valeur du critère en fin d'étape est à chaque fois inférieure à  $10^{-4}$  mm environ. En se rappelant que ce critère correspond à la norme du vecteur déplacement du noeud qui se déplace le plus entre deux itérations successives (cf. 2.4.3), on peut conclure positivement quant à la convergence de l'algorithme en fin de simulation.

Finalement, le temps de calcul est d'environ une heure, sur un ordinateur de bureau, pour la simulation présentée. Cette durée peut sembler importante, notamment si à terme l'application visée est le planning chirurgical. Remarquons toutefois que nous nous situons déjà sensiblement en dessous des chiffres mentionnés dans le tableau 2.1. De plus, le code tel qu'il a été développé n'a pas du tout été optimisé<sup>12</sup>, et nous verrons lors du chapitre suivant que ce temps est réduit pour les simulations à partir de données patient.

<sup>12</sup>Notamment, il a été écrit sous *Matlab(TM)*, un langage interprété.

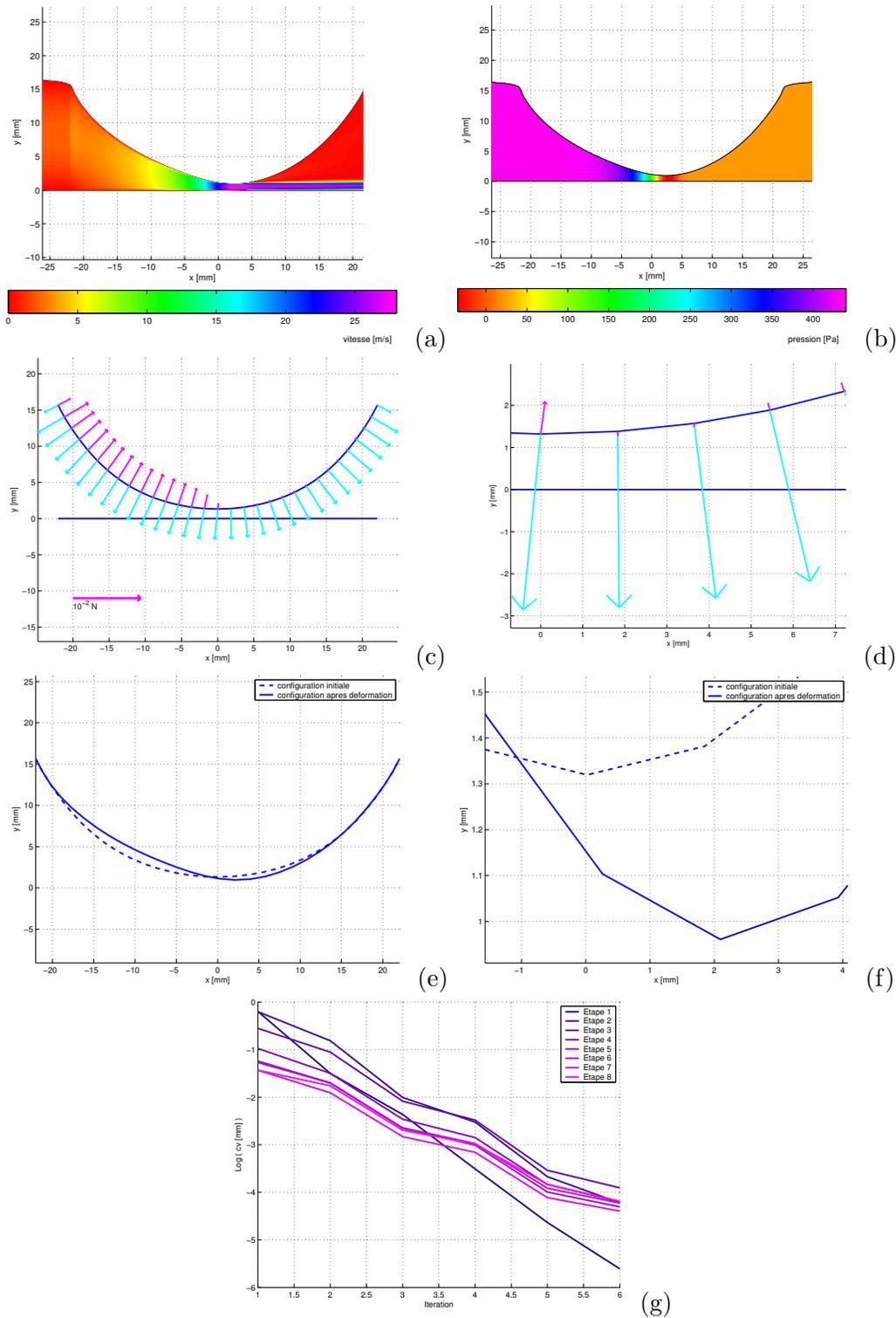


FIG. 3.24 – Simulation d’une interaction fluide-paroi à l’aide du modèle de la maquette déformable. Résultats de la simulation, lorsque la pression  $P_e$  est de 400 Pa. (a) Profil de vitesse. (b) Distribution de pression. (c) Répartition des forces sur le modèle de paroi. Les flèches bleues correspondent au fluide interne, les flèches en violet au fluide externe. (d) Agrandissement de (c), montrant les forces à la constriction. (e) Vue latérale du tube en latex, en position initiale (pointillés) et après calcul de la déformation (traits pleins). (f) Agrandissement de (e), montrant la déformation au niveau de la constriction. (g) Evolution du critère de convergence avec les itérations, pour chaque étape.

$P_e^{max}(Pa)$	200	400	600	800	Moyenne
$\varepsilon_{init}(h)$ (mm)	0.12	0.17	0.14	0.12	0.14
$\varepsilon_2(h)$ (mm)	0.20	0.15	0.14	0.24	0.18
$\varepsilon_{max}(h)$ (mm)	0.22	0.65	0.18	0.43	0.37

(a)

$P_e^{max}(Pa)$	200	400	600	800	Moyenne
$\varepsilon_{init}(A)$ (mm <sup>2</sup> )	0.46	0.59	0.53	0.64	0.56
$\varepsilon_2(A)$ (mm <sup>2</sup> )	0.95	0.66	0.61	1.94	1.04
$\varepsilon_{max}(A)$ (mm <sup>2</sup> )	1.24	0.94	1.30	3.97	1.86

(b)

TAB. 3.4 – Erreur entre prédiction et mesure de la hauteur (a) et de l'aire (b) pour chacune des quatre comparaisons des figures 3.27 et 3.28.

### Comparaison avec une première série de mesures

Toujours pour une pression interne  $P_{int}$  de 500 Pa, nous présentons une série de quatre comparaisons entre simulations et mesures, effectuées pour des pressions d'entrée  $P_e$  de 200, 400, 600 et 800 Pa. Les résultats sont détaillés figures 3.27 et 3.28. Le critère de convergence final est pour chacune des quatre simulations de l'ordre de  $10^{-4}$  mm.

En ce qui concerne la pression  $P_c^0$  à  $x = 0$  mm, les courbes théoriques et expérimentales coïncident pour des valeurs de  $P_e$  comprises entre 0 et 500 Pa, comme on peut le voir figure 3.26. Après, elles divergent et la valeur de la pression calculée est toujours significativement inférieure à la valeur expérimentale. De plus, cette pression, décroissante et négative à l'origine, devient très rapidement croissante et positive. Ceci s'explique par le déplacement de la constriction vers l'aval au fur et à mesure que  $P_e$  augmente et que la paroi se déforme. Ce phénomène est visible figures 3.24 (e) et (f). En conséquence, la pression  $P_c^0$  s'écarte de plus en plus de la valeur au niveau de la constriction, qui elle, demeure négative. L'explication la plus probable de la divergence observée lorsque  $P_e$  dépasse 500 Pa est que le modèle sous-estime le déplacement vers l'aval de la paroi. Compte-tenu de l'allure de la courbe  $P(x)$  dans cette zone (cf. en particulier les figures 3.10 et 3.11), une erreur de l'ordre du millimètre dans la prédiction du déplacement peut entraîner une erreur de l'ordre de 100 Pa dans la prédiction de la pression. La très bonne adéquation entre simulation et expérience pour  $P_c^{16}$  est tout simplement due à l'utilisation de la valeur expérimentale pour imposer la pression de sortie  $P_s = P_c^{16}$ .

Les courbes représentant l'aire et la hauteur en fonction de  $P_e$  montrent qu'en dessous d'une valeur seuil de la pression d'entrée  $P_e$ , de l'ordre de 700 Pa, prédiction et mesure sont en très bonne adéquation. De plus, pour l'aire, les valeurs prédites initialement diffèrent très peu des valeurs mesurées. Les erreurs moyennes sont de 0.18 mm pour la hauteur et de 1.04 mm<sup>2</sup> pour l'aire (cf. tableau 3.4). Rappelons la précision des mesures caméra, qui sont de 0.06 mm pour la hauteur et de 1.6 mm<sup>2</sup> pour l'aire. Ainsi, l'erreur mesurée au niveau de l'aire n'est pas significative. Par ailleurs, même si l'erreur de 0.18 mm sur la hauteur peut sembler importante, en comparaison avec la variation maximale de celle-ci ( $\Delta h_c \simeq 0.3$  mm), elle est essentiellement due à un décalage initial, à  $P_e = 0$  Pa, entre les courbes. Ce phénomène est visible aussi bien sur les courbes des figures 3.27 et 3.28 que sur le calcul d'erreur moyenne initiale  $\varepsilon_{init}(h)$  du tableau 3.4.

Si on observe les courbes un peu plus attentivement, on s'aperçoit qu'il existe une première zone, correspondant à des valeurs de  $P_e$  inférieures à 400 Pa, où  $h_c$  est une fonction décroissante

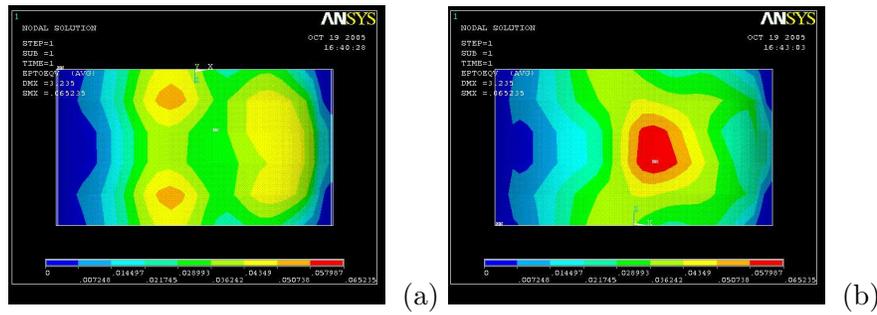


FIG. 3.25 – Déformation de Von Mises ('Von Mises strain') du modèle de paroi pour  $P_e = 400$  Pa. (a) Vue du dessus. (b) Vue du dessous.

de  $P_e$ . Cette fonction peut être vue en première approximation comme linéaire. Le caractère décroissant s'explique facilement par le fait qu'une augmentation de  $P_e$  se traduit par une dépression accrue au niveau de la constriction, ce qui implique une diminution de  $h_c$  en conséquence et donc une obstruction partielle du conduit d'écoulement (cf. [Hirtum et al.05]). Après 400 Pa, on observe un changement de régime, qui se manifeste par une réouverture du conduit, d'abord faible, puis brusque au-delà de 700 Pa. Pour ces valeurs de  $P_e$ , la pression de sortie  $P_s$  devient significativement positive. Jusqu'à 700 Pa, le modèle parvient à reproduire le comportement observé : en imposant une pression de sortie positive, le conduit se réouvre progressivement. Après 700 Pa, les courbes théoriques et expérimentales divergent. Il est délicat de donner une explication sûre de ce phénomène. Une hypothèse envisageable est la suivante : au delà de 400 Pa, le changement de régime observé peut être causé par des phénomènes dynamiques (instabilités). Ceux-ci pourraient éventuellement conduire à une mise en oscillation de la paroi déformable, qui apparaîtrait peu après la zone de remontée brusque à 700 Pa.

Pour terminer, signalons que l'hypothèse des petites perturbations est de plus vérifiée. En particulier, l'hypothèse des petits déplacements l'est. En effet, une estimation du rapport  $u/L$  peut être obtenue en prenant  $L \simeq D = 49$  mm, ce qui correspond au diamètre du tube en latex, et  $u \simeq 2$  mm, en se référant à la figure 3.24 (f). Ainsi, ce rapport est de l'ordre de 4 %. D'autre part, le calcul de la déformation de Von Mises présenté figure 3.25 montre que la déformation maximale est d'environ 4.5 %.

### Autres séries de mesures

Pour les autres valeurs de la pression interne  $P_{int}$ , les résultats des simulations, comparés aux mesures, sont présentés figures 3.29, 3.30 et 3.31. Les valeurs du critère de convergence sont de l'ordre de  $10^{-3}$  mm à la fin de chaque étape. Tout d'abord, on remarquera, sur les quatre relevés expérimentaux une fois superposés, que les mesures sont fortement reproductibles. Ensuite, ces mesures permettent de confirmer ce qui résulte de celles présentées précédemment. En particulier la pression à  $x = 0$  mm, la hauteur et l'aire à la constriction sont correctement prédites par le modèle, pour des valeurs de la pression d'entrée n'excédant pas 700 Pa. Le calcul de l'erreur de prédiction, donné tab. 3.5, montre de plus que l'erreur moyenne est de l'ordre de 0.1 mm pour la hauteur et de  $1 \text{ mm}^2$  pour l'aire, ce qui est de nouveau comparable à l'incertitude sur les mesures. Plus précisément, on s'aperçoit que la hauteur et l'aire sont correctement prédites pour des valeurs de  $P_{int}$  inférieures à 500 Pa. Après, pour  $P_{int} = 700$  Pa, on aperçoit une légère dégradation, avec une adéquation qui est sensiblement moins bonne.

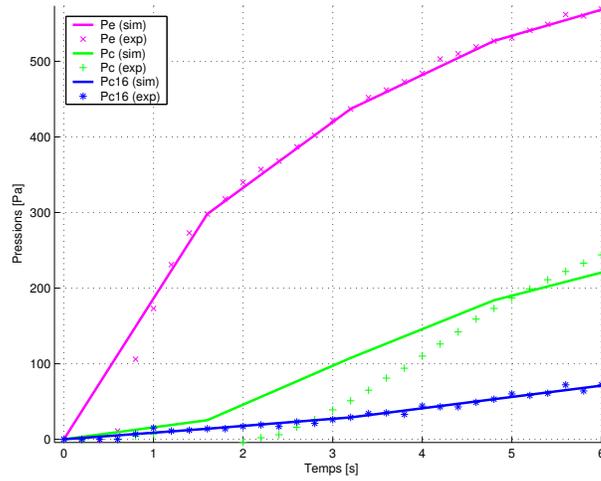


FIG. 3.26 – Comparaisons entre mesures et simulations pour une valeur  $P_{int}$  de 500 Pa et une valeur  $P_e^{max}$  de 600 Pa. Agrandissement des courbes de pression dans la zone où les valeurs théoriques et expérimentales de la pression à la constriction  $P_c^0$  sont proches.

$P_{int}(Pa)$	100	200	300	500	700	(a)
$\varepsilon_{init}(h)$ (mm)	0.06	0.10	0.11	0.14	0.19	
$\varepsilon_2(h)$ (mm)	0.11	0.13	0.15	0.18	0.27	
$\varepsilon_{max}(h)$ (mm)	0.16	0.21	0.22	0.26	0.36	

$P_{int}(Pa)$	100	200	300	500	700	(b)
$\varepsilon_{init}(A)$ (mm <sup>2</sup> )	0.95	0.79	0.54	0.56	0.56	
$\varepsilon_2(A)$ (mm <sup>2</sup> )	0.99	0.92	0.90	1.04	1.62	
$\varepsilon_{max}(A)$ (mm <sup>2</sup> )	1.85	1.80	1.83	1.86	2.83	

TAB. 3.5 – Erreur entre prédiction et mesure de la hauteur (a) et de l'aire (b) pour chacune des comparaisons des figures 3.29, 3.30 et 3.31.

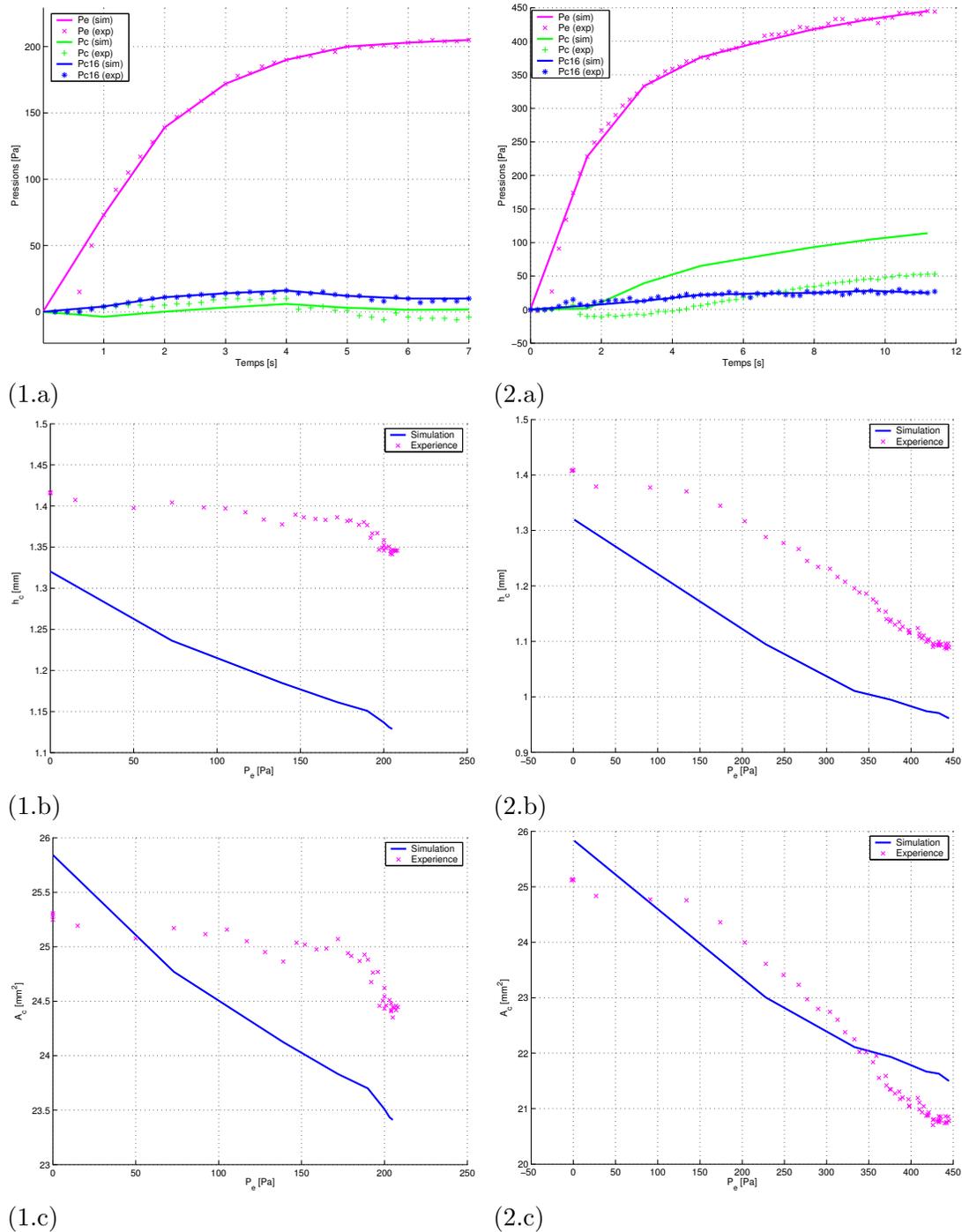
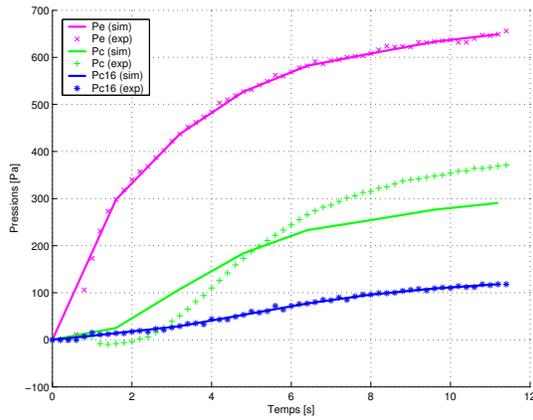
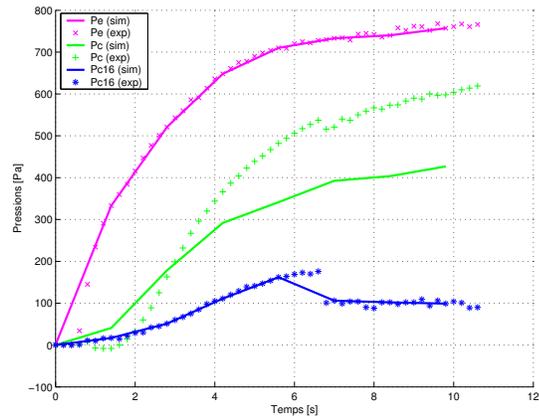


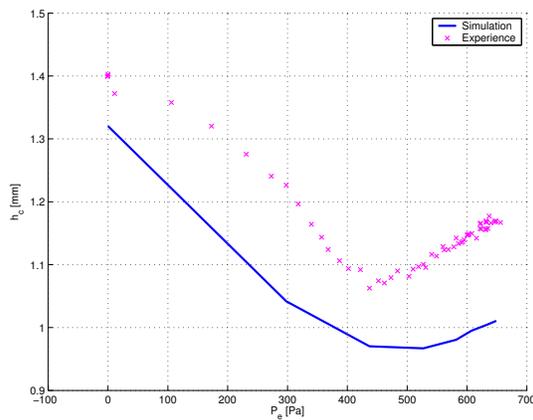
FIG. 3.27 – Comparisons entre mesures avec caméra et simulations pour une valeur de  $P_{int}$  de 500 Pa. Chaque simulation et comparaison correspond à une valeur différente de  $P_e$  : (1.) 200 Pa, (2.) 400 Pa. Sont comparées les pressions (a), la hauteur de constriction au centre (b), et l'aire à la constriction (c).



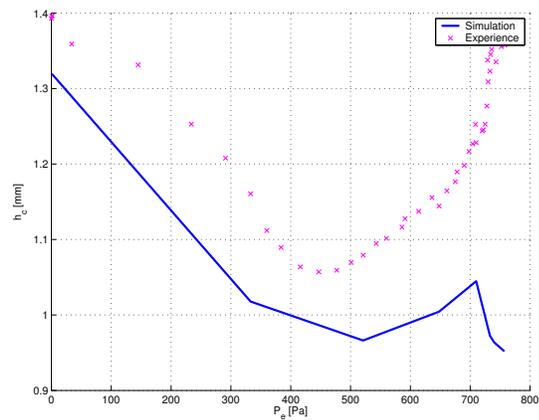
(3.a)



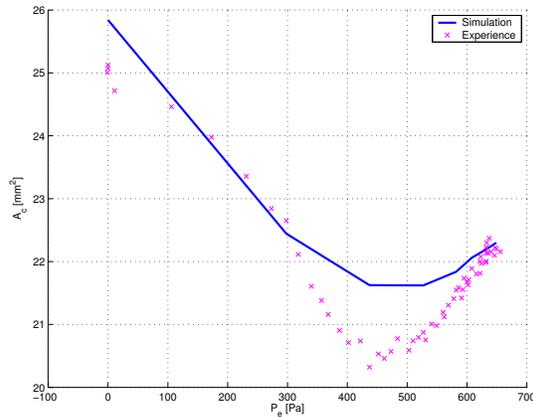
(4.a)



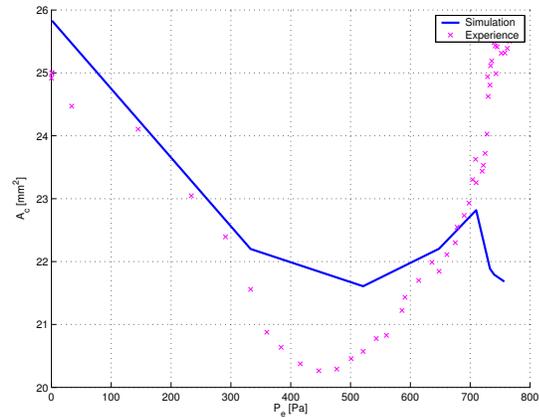
(3.b)



(4.b)



(3.c)



(4.c)

FIG. 3.28 – Comparaisons entre mesures avec caméra et simulations pour une valeur de  $P_{int}$  de 500 Pa. Chaque simulation et comparaison correspond à une valeur différente de  $P_e$  : (3.) 600 Pa, (4.) 800 Pa. Sont comparées les pressions (a), la hauteur de constriction au centre (b), et l'aire à la constriction (c).

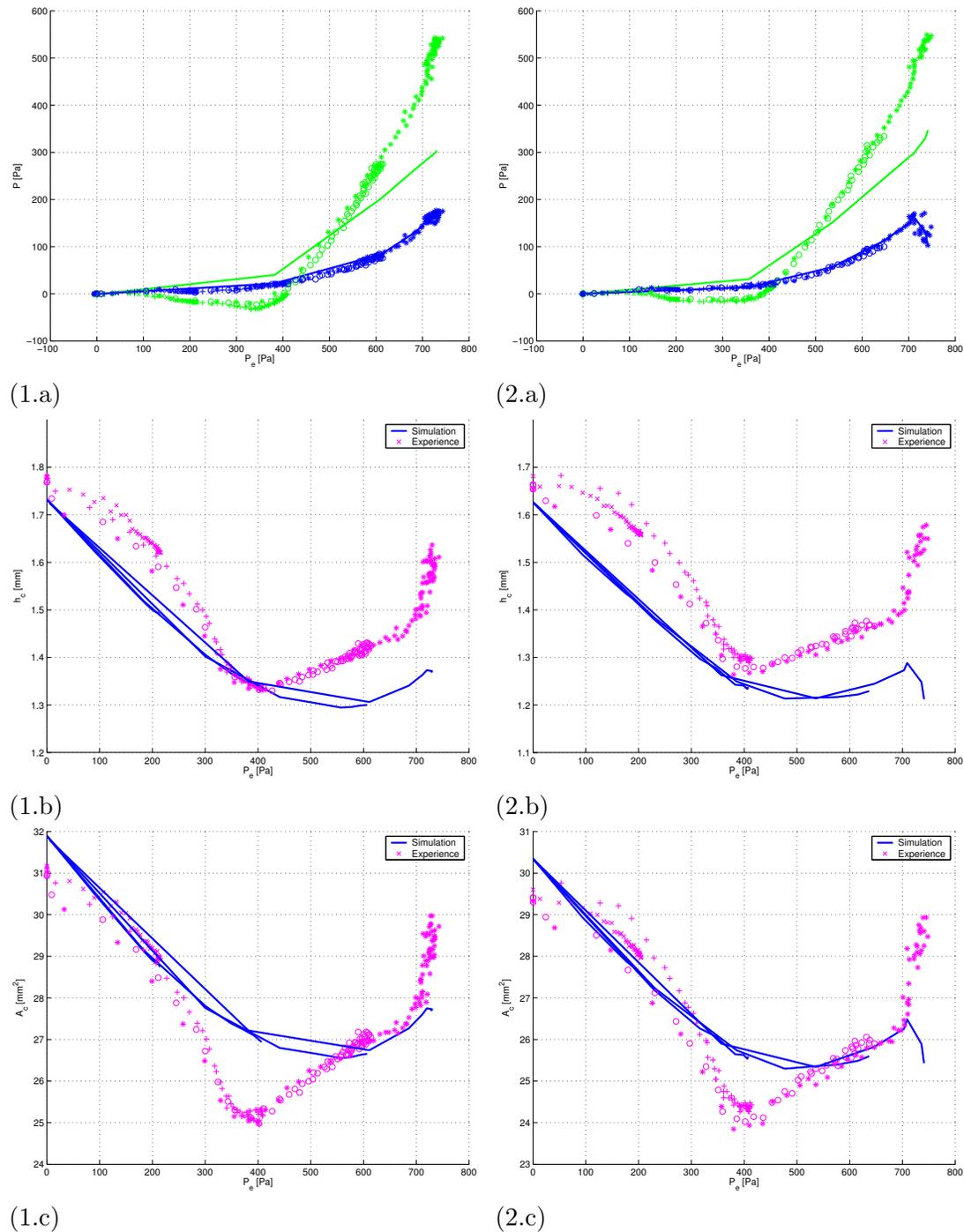


FIG. 3.29 – Comparaisons mesures avec caméra et simulations pour différentes valeurs de  $P_{int}$ , indiquées au moyen des références chiffrées : (1.) 100 Pa. (2.) 200 Pa. Pour chaque valeur, sont comparées les pressions (.a), la hauteur de constriction au centre (.b), et l'aire à la constriction (.c). Concernant les pressions, la couleur vert correspond à  $P_c^0$  et la couleur bleu à  $P_c^{16}$ .

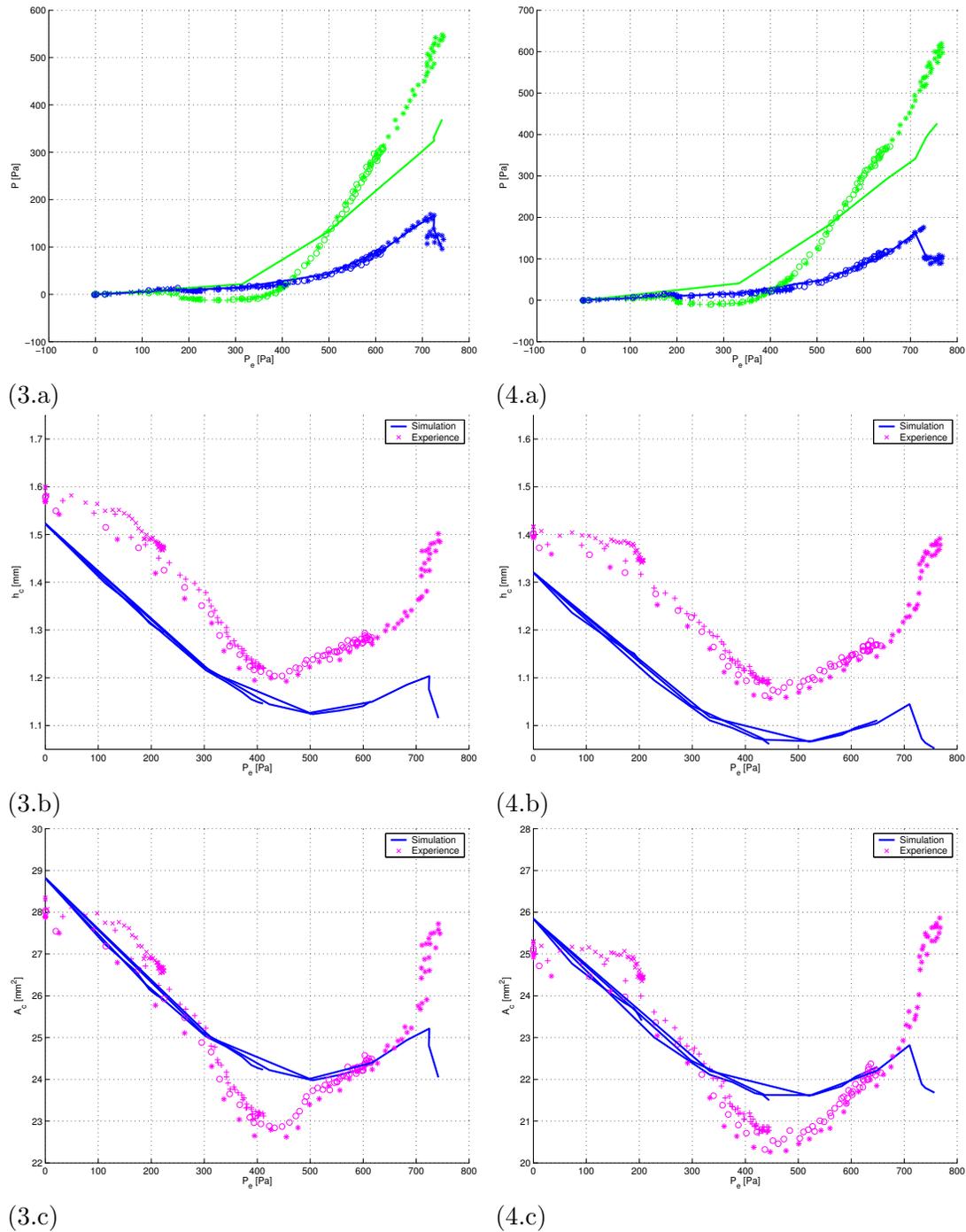
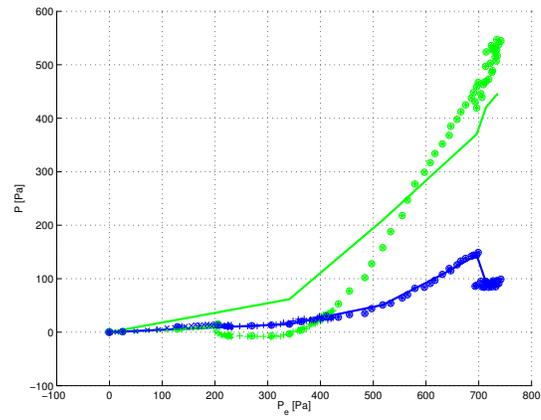
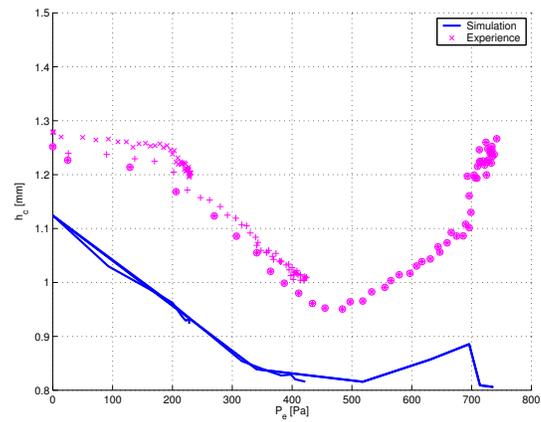


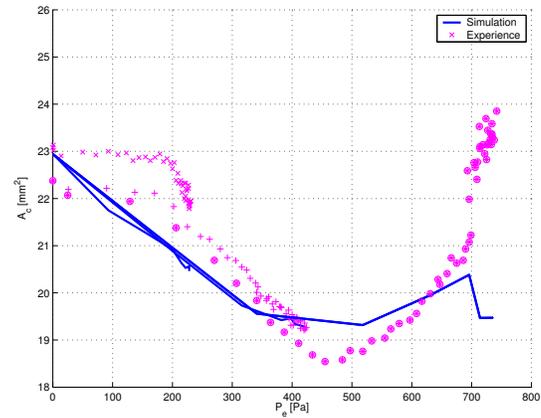
FIG. 3.30 – Comparaisons mesures avec caméra et simulations pour différentes valeurs de  $P_{int}$ , indiquées au moyen des références chiffrées : (3.) 300 Pa. (4.) 500 Pa. Pour chaque valeur, sont comparées les pressions (.a), la hauteur de constriction au centre (.b), et l'aire à la constriction (.c). Concernant les pressions, la couleur vert correspond à  $P_c^0$  et la couleur bleu à  $P_c^{16}$ .



(1.a)



(1.b)



(1.c)

FIG. 3.31 – Comparaisons mesures avec caméra et simulations pour différentes valeurs de  $P_{int}$ , indiquées au moyen des références chiffrées : (1.) 700 Pa. Pour chaque valeur, sont comparées les pressions (.a), la hauteur de constriction au centre (.b), et l'aire à la constriction (.c).

Étapes	2	4	6	8	10
$h_c^f/h_c^i$ (%)	80.5948	80.5578	80.6059	80.5478	80.5468

 (a)

Itérations	1	2	4	6	8
$h_c^f/h_c^i$ (%)	67.7191	80.5655	80.5500	80.5448	80.5449

 (b)

TAB. 3.6 – Rapport entre hauteur de constriction en fin de simulation  $h_c^f$  et hauteur en début de simulation  $h_c^i$ , en fonction du nombre d'étapes et d'itérations. (a) Influence du nombre d'étapes. (b) Influence du nombre d'itérations.

### 3.4.3 Conclusion

Les mesures effectuées à l'aide du dispositif à caméra concordent pour montrer que le modèle de la maquette prédit correctement son comportement pour une valeur de la pression d'entrée  $P_e$  ne dépassant pas un seuil donné. L'inadéquation entre prédictions et mesures au-delà de ce seuil n'est pas problématique car les phénomènes observés expérimentalement ne correspondent plus à ceux d'un épisode apnéique (remontée). Les valeurs des collapsus observés et prédits, qui sont d'amplitude assez modérée (de l'ordre de 20 %), nous éloignent sensiblement de la valeur de 100 % qu'on peut observer lors d'un épisode d'apnée. Néanmoins, ces valeurs sont inhérentes aux propriétés physiques de la maquette. En effet, la géométrie, les conditions limites cinématiques (voir figure 3.2) ainsi que les propriétés matériau du tube en latex sont telles qu'il a été impossible d'obtenir une fermeture complète du conduit uniquement à l'aide des forces exercées par le fluide circulant.

## 3.5 Sensibilité aux différents paramètres

Pour terminer, il est intéressant d'étudier l'influence des principaux paramètres du modèle de la maquette in-vitro. Nous avons différencié auparavant deux types de paramètres : ceux purement numériques, qui, bien choisis, permettent d'assurer la convergence de l'algorithme, et ceux qui ont un sens physique ou physiologique. Une première étude s'attache à montrer qu'à partir d'une certaine valeur, les paramètres numériques assurent systématiquement la convergence de l'algorithme. Une étude s'intéresse ensuite aux paramètres interprétables physiologiquement. Ont donc été retenus la hauteur de constriction initiale et le module d'Young. L'influence de tous ces paramètres est évaluée à travers la prédiction de la variation relative de la hauteur de constriction :

$$\Delta h_c = \frac{h_c^{init} - h_c^f}{h_c^{init}}, \quad (3.11)$$

avec  $h_c^{init}$  la hauteur de constriction en début de simulation, après application de la pression interne<sup>13</sup>, et avant qu'une différence de pression  $\Delta P$  soit imposée entre entrée et sortie du conduit, et  $h_c^f$  la hauteur de constriction en fin de simulation. L'épaisseur du latex, elle, est fixée à 0.3 mm.

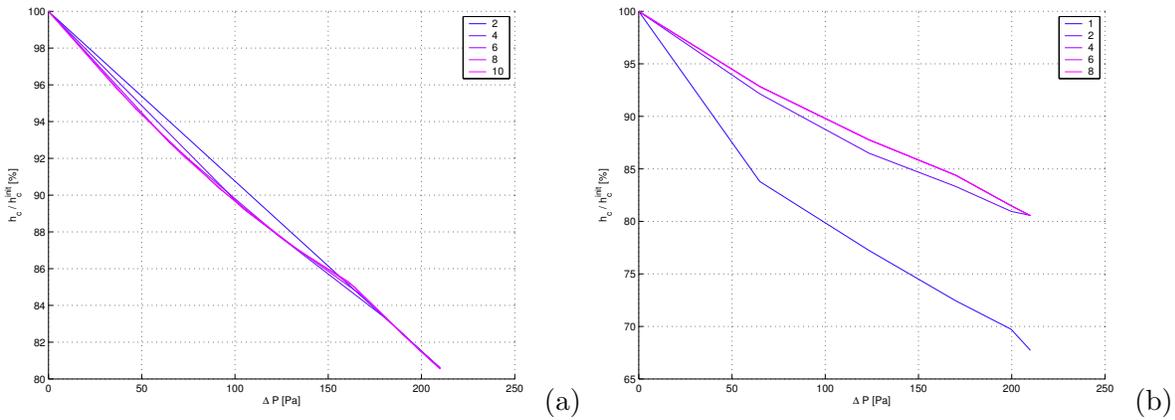


FIG. 3.32 – (a) Influence du nombre d'étapes sur la courbe  $h_c(\Delta P)$ . (b) Influence du nombre d'itérations sur  $h_c(\Delta P)$ .

### 3.5.1 Influence des paramètres numériques

Nous avons fait varier le nombre d'étapes  $et$  et d'itérations  $it$ , afin d'évaluer l'impact de ces paramètres sur le résultat final de la simulation. L'épaisseur du latex  $e$  est de 0.3 mm, la hauteur de constriction  $h_c^{int}$  est de 1.2 mm, la pression interne  $P_{int}$  de 200 Pa, le module d'Young du latex de 1.6 MPa, et la pression d'entrée  $P_e$  de 210 Pa, la pression de sortie étant nulle :  $P_s = 0$  Pa.

Dans un premier temps, le nombre d'itérations a été fixé à 4, le nombre d'étapes pouvant varier. Les résultats sont présentés figure 3.32 (a), qui montre que même à partir de 2 étapes, la courbe  $h_c(\Delta P)$  est correctement prédite. Ce résultat est confirmé par le tableau 3.6 (a). Dans un deuxième temps, le nombre d'étapes ayant été fixé à 6, nous avons fait varier le nombre d'itérations. Sur la figure 3.32 (b), on remarque qu'à partir de 2 itérations seulement, on prédit correctement la courbe  $h_c(\Delta P)$ , qui ne varie plus significativement si on augmente le nombre d'itérations. Le tableau 3.6 (b) confirme cette conclusion.

**Remarque :** Pour cette étude, le nombre d'étapes et d'itérations nécessaires afin d'obtenir une prédiction satisfaisante est relativement faible. On remarquera néanmoins que l'amplitude de la déformation est également peu importante. Le nombre d'étapes et d'itérations doit être augmenté dès que de plus amples déformations sont simulées.

### 3.5.2 Caractérisation du modèle au travers de l'influence de ses paramètres

#### Influence de la hauteur de constriction

Le premier paramètre étudié est la hauteur de constriction initiale, dont on peut observer l'influence sur les figures 3.33 (a) et (b). Les simulations ont été effectuées pour une différence de pression  $\Delta P$  de 150 Pa, un module d'Young  $E$  qui varie de 1 à 2 MPa, et une pression interne  $P_{int}$  qui varie de 100 à 500 Pa. Plus la valeur de la hauteur de constriction initiale est faible, autrement dit plus le conduit d'écoulement est étroit, plus grande est la dépression au niveau de la constriction, et donc les forces négatives qui s'exercent sur la paroi. Ceci explique que la variation de hauteur de constriction est d'autant plus forte que la hauteur de constriction initiale est petite, ce qu'on constate bien sur la figure 3.33. De plus, ce résultat est cohérent avec le modèle simplifié proposé par N. Gavriely et O.E. Jensen [Gavriely et al.93], qui montrent l'influence stabilisatrice du diamètre du conduit pharyngé (cf. figure 2.2 (c)). Nous verrons chapitre 4 une interprétation en termes cliniques de ce comportement.

<sup>13</sup>, qui correspond donc à  $h_c^{int}$  présentée auparavant

Par ailleurs, on peut noter que l'influence de la pression interne  $P_{int}$  est faible. C'est un point positif dans la mesure où ce paramètre est inhérent à la maquette et n'est pas directement relié à la physiologie des voies aériennes supérieures. D'ailleurs, on ne le retrouvera pas dans les modèles construits à partir de patients apnéiques du chapitre 4.

### Influence du module d'Young de la paroi

Le deuxième paramètre examiné est le module d'Young  $E$  de la paroi du tube en latex. Les simulations ont été réalisées avec une pression  $\Delta P$  de 150 Pa, une pression interne  $P_{int}$  qui varie de 100 à 500 Pa et une hauteur de constriction initiale  $h_c$  qui va de 1 à 2 mm. Les valeurs de  $E$  sont comprises entre 1 MPa et 2 MPa. Les courbes qui montrent l'influence de  $E$  sont présentées (figures 3.34 (a) et (b)). A une augmentation du module d'Young correspond un collapsus moins important. En effet, dans ce cas, la paroi devient plus rigide et moins sensible à la pression exercée par le fluide.

Ce résultat est toujours en accord avec l'étude sur modèle à masse localisée de N. Gavriely et O.E. Jensen [Gavriely et al.93], où est montrée l'influence stabilisatrice de la raideur (cf. figure 2.2 (d)). Il en est de même pour les modèles éléments finis décrits dans [Payan et al.01a] et [Malhotra et al.02a]. En effet, dans [Payan et al.01a], l'influence du module d'Young est étudiée (cf. figure 2.8 (d)). Dans [Malhotra et al.02a], on peut voir que le collapsus se produit plus facilement si le module d'Young est plus faible. De même que pour l'influence de la hauteur, nous verrons chapitre 4 comment interpréter ce résultat cliniquement. En ce qui concerne l'influence de la pression interne  $P_{int}$ , on peut faire la même remarque que précédemment : les courbes montrent que ce paramètre influe peu sur le comportement du modèle.

## 3.6 Bilan

Cette étape de validation sur maquette a permis de s'assurer de la pertinence de notre formulation théorique, ainsi que de la correction de la méthode de résolution.

Tout d'abord, nous avons vu que les équations bidimensionnelles de Navier-Stokes Réduites prédisent correctement la distribution de pression dans l'écoulement, et par conséquent la force qui s'exerce sur la paroi déformable. Ce résultat, déjà établi dans [Hirtum et al.05], a été confirmé par des mesures complémentaires. La théorie de l'élasticité linéaire en petites déformations permet de prédire convenablement le comportement de la paroi déformable en latex de la maquette. Ce résultat n'est guère surprenant compte-tenu du faible taux de déformation qui a pu être observé.

La méthode de couplage entre fluide et paroi arrive à prédire avec une faible erreur le mouvement de la paroi, jusqu'à une valeur donnée de la pression d'entrée  $P_e$ . Dans cette zone, on parvient à simuler l'"hypopnée" qui se produit sur la maquette. Néanmoins, au-delà d'une valeur seuil de  $P_e$ , se produit un phénomène fortement non-linéaire qui se traduit essentiellement par une remontée de la paroi. L'origine de ce phénomène n'est pas très clairement établie. Peut-être est-ce un phénomène instationnaire dans le fluide ou au niveau de la paroi? Compte-tenu de nos hypothèses, le modèle, bien que non-linéaire, prédit systématiquement une évolution très régulière de tous les paramètres, si bien qu'il a tendance à "lisser" le comportement réel. Il n'est donc pas en mesure d'intégrer ce phénomène.

Par ailleurs, compte-tenu de l'application visée, il aurait été souhaitable de pouvoir simuler et reproduire une apnée complète (fermeture complète et contact entre parois supérieures

et inférieures). Néanmoins, les conditions limites inhérentes à la maquette n'ont pas permis la reproduction d'un collapsus total. Cette première étape de validation est donc encourageante, puisqu'elle montre que, pour une morphologie simplifiée, nos simulations sont capables de prédire convenablement un collapsus partiel. On peut dorénavant s'interroger sur la pertinence de notre approche lorsqu'elle sera confrontée à des conditions plus réalistes et moins favorables, autrement dit à la réalité clinique.

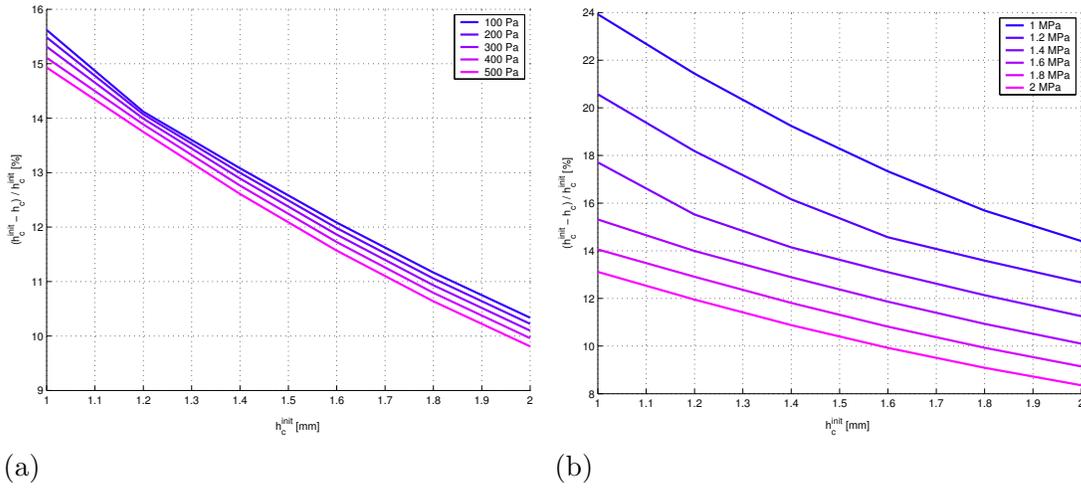


FIG. 3.33 – Influence de la hauteur de constriction initiale  $h_c^{init}$  sur la variation de hauteur de constriction en fin de simulation. (a)  $E = 1.6$  MPa, la pression interne  $P_{int}$  varie de 100 à 500 Pa. (b)  $P_{int} = 300$  Pa.  $E$  varie de 1 à 2 MPa.

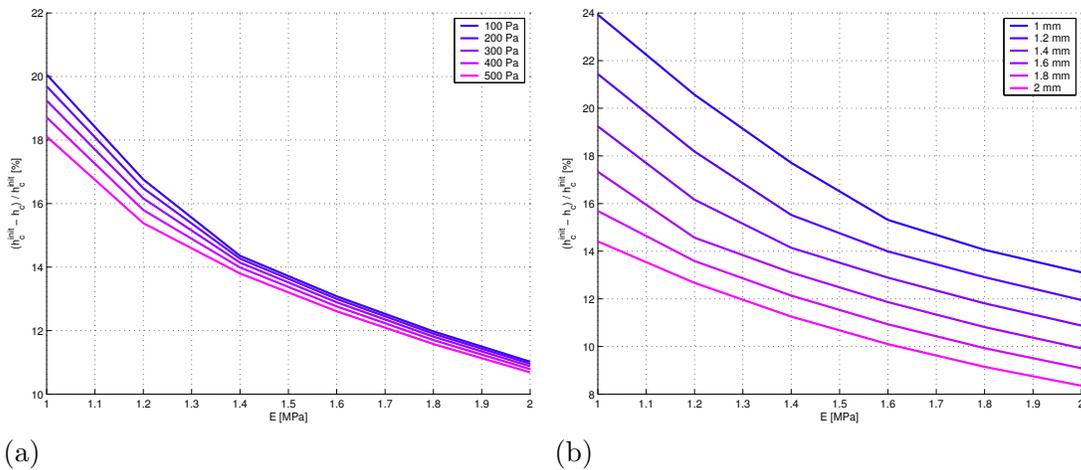


FIG. 3.34 – Influence du module d'Young  $E$  sur la variation de hauteur de constriction en fin de simulation. (a)  $h_c^{init} = 1.4$  mm. La pression interne  $P_{int}$  varie de 100 Pa à 500 Pa. (b)  $P_{int} = 300$  Pa.  $h_c$  varie de 1 à 2 mm.



---

# Modèles des voies aériennes supérieures de patients apnéiques

---

Dans ce chapitre, nous présentons des modèles de voies aériennes supérieures construits à partir de données d'imagerie, dans la lignée des travaux de [Malhotra et al.02a] et de [Payan et al.01a]. Bien évidemment, ces données ne fournissent que des informations incomplètes sur la morphologie des voies aériennes supérieures, et aucune information sur leurs propriétés mécaniques. Il faudra donc être extrêmement prudent quant aux interprétations des résultats de simulation. L'objectif principal des travaux présentés dans ce chapitre est double.

Tout d'abord, pour une géométrie réaliste et des paramètres physiques de simulation qui soient plausibles sur le plan physiologique, il s'agit de montrer que l'algorithme présenté au chapitre 2 peut être utilisé pour simuler un collapsus, autrement dit une fermeture des voies aériennes supérieures accompagnée d'une limitation puis d'une cessation du débit. Ceci correspond à la simulation d'une apnée.

Par ailleurs, une comparaison des résultats de simulations effectuées à partir de géométries pré-opératoires et post-opératoires permettra de s'assurer que les prédictions de l'algorithme sont compatibles avec la réalité clinique. Autrement dit, il s'agit de prédire une propension au collapsus qui est moindre après opération. Même s'il est impropre ou en tout cas exagéré d'employer ici le terme de "validation", cette comparaison est un premier essai ou une première évaluation de la pertinence de notre modèle. Soulignons de plus que l'intérêt de disposer de telles données est de pouvoir tester l'algorithme dans d'autres conditions que celles associées à l'utilisation de la maquette présentée au chapitre 3.

Dans un premier temps, le procédé de construction des modèles éléments finis à partir des données d'imagerie est détaillé (4.1). Les données dont nous disposons proviennent d'acquisitions à l'éveil, le patient étant debout. Il faut donc prendre en compte la gravité afin de déterminer une nouvelle configuration initiale pour chaque modèle (4.2). Puis, nous montrons qu'il est possible de simuler un collapsus et nous effectuons une comparaison entre simulations pré-opératoires et post-opératoires (4.3). Pour terminer, nous étudions l'influence de quelques paramètres signifi-

catifs sur le plan clinique (4.4).

## 4.1 Construction des modèles éléments finis

On peut imaginer des techniques très variées pour construire des modèles biomécaniques à partir de données d'imagerie. Celles-ci seront fonction :

- du type de données, les plus fréquentes étant les coupes tomodensimétriques, les acquisitions IRM, les radiographies, les acquisitions échographiques.
- des outils à disposition pour le traitement des données, en particulier pour effectuer les tâches de segmentation des contours anatomiques et de construction du maillage,
- des exigences requises par l'application visée : simulateurs chirurgicaux dédiés à l'enseignement, à la télémédecine [Cotin et al.99] [Picinbono et al.02], aide au planning chirurgical [Keeve et al.98] [Chabanas et al.03] [Luboz et al.04], assistance per-opératoire au geste chirurgical, recherche fondamentale [Jouk et al.99].

L'application peut nécessiter dans certains cas une très grande précision, ce qui demande à la fois une bonne qualité des données de départ ainsi qu'un soin particulier dans la méthode de construction. Par exemple, pour le modèle des tissus déformables de la face développé au cours de la thèse de M. Chabanas [Chabanas02] [Chabanas et al.03], conçu pour être utilisé dans un protocole de planning en chirurgie orthognatique, une très grande précision est requise afin d'assurer un rendu réaliste du visage après intervention. Dans ce cas, des coupes tomodensimétriques sont utilisées pour reconstruire le visage d'un patient : après segmentation et reconstruction, un modèle générique, intégrant les muscles faciaux, vient s'adapter à la surface reconstruite.

Ou encore, on peut souhaiter pour l'application un très haut degré d'automatisation, permettant ainsi une utilisation aisée en routine clinique. Une préoccupation sera alors de minimiser le nombre d'étapes qu'un opérateur devra réaliser manuellement au cours du procédé de construction du modèle à partir des données. Pour des informations complémentaires sur cette problématique, on pourra se reporter en particulier à [Delingette98], ou encore par exemple aux travaux de M. Chabanas [Chabanas et al.03] et de V. Luboz [Luboz et al.04].

En ce qui nous concerne, compte-tenu du caractère très préliminaire de ces travaux sur données d'imagerie, c'est essentiellement un parti pris de simplicité qui a été retenu. Néanmoins, si les premiers modèles obtenus à l'aide des techniques présentées permettent d'aboutir à des résultats probants, il sera possible de les améliorer, notamment de les automatiser, dans un souci d'utilisation en routine clinique.

Les données proviennent toutes du CHU Purpan et nous ont été fournies par le Pr. Jean Roch-Paoli. Nous disposons pour nos travaux de la modalité d'imagerie la plus couramment utilisée dans la phase de planning : des radiographies sagittales, qui sont d'abord présentées. Puis, nous indiquons les principales étapes de la méthode de reconstruction, avant de montrer les modèles éléments finis finalement obtenus.

### 4.1.1 Les données

Nous disposons de radiographies de patients apnéiques ayant subi une chirurgie d'avancée maxillo-mandibulaire. Il s'agit d'un échantillon de quatre patients. Pour chacun d'entre-eux, une

Patient	1		2		3		4	
Examen	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp
IAH	80	8	49	0	77	1	27	22
ELP (mm)	5/6	14/16	9/13	13/17/18	10/11	15	6/15	6/10/20

TAB. 4.1 – Informations sur chaque patient, qui ont été fournies par le Pr. Jean-Roch Paoli, après examen en pré-opératoire ('PreOp') et en post-opératoire ('PostOp'). 'IAH' est le nombre d'apnées et d'hypopnées par heure de sommeil, mesurées au cours d'une polysomnographie. 'ELP' est la hauteur(\*) du conduit pharyngé au niveau de la base de la langue, obtenue suite à analyse céphalométrique. Les différentes valeurs qui apparaissent dans une même case correspondent à des relevés différents. (\*) Est appelée 'hauteur' du conduit pharyngé sa dimension dans la direction antéro-postérieure. La hauteur a ainsi même signification que pour la maquette présentée chapitre 3.

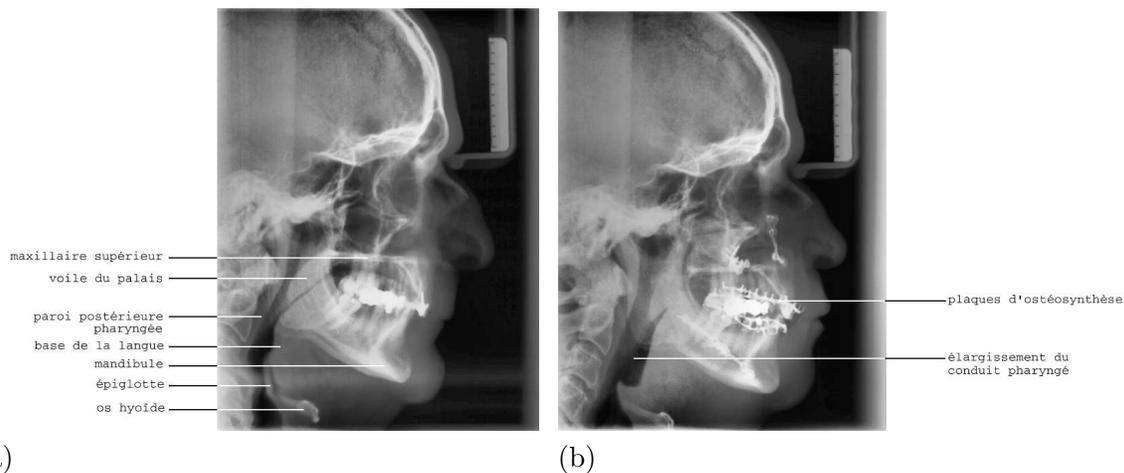


FIG. 4.1 – Données radiographiques : vues sagittales du patient apnéique no.1. (a) Acquisition pré-opératoire. (b) Acquisition post-opératoire.

avancée des maxillaires supérieur et inférieur, de 8 mm à 10 mm, a été effectuée. Deux clichés ont été réalisés : avant et après opération, à un mois d'intervalle environ. Chaque cliché a été pris de profil, le patient étant debout. L'avantage des radiographies réside principalement dans la possibilité de disposer d'une géométrie post-opératoire. En effet, dans le protocole clinique standard de traitement chirurgical des apnées, il n'est pas prévu de réaliser un scanner post-opératoire, qui aurait fourni une information plus précise sur la morphologie des voies aériennes supérieures.

Le tableau 4.1 donne des informations collectées par le chirurgien sur chacun des patients. On observe en particulier que l'indice d'apnées-hypopnées (IAH) chute spectaculairement suite à l'intervention, sauf pour le patient no. 4, qui conserve un indice proche de celui mesuré avant opération. La hauteur du conduit pharyngé à la base de la langue (ELP) augmente suite à l'opération. Les variations observées pour une même mesure de cette hauteur attestent de la difficulté à effectuer des relevés précis sur ce type d'images. En particulier, pour le patient no. 4, on constate que les valeurs mentionnées avant et après opération se chevauchent.

Les figures 4.1 (a) et (b) montrent à titre d'exemple ces radiographies pour un même patient. On peut en particulier noter sur le cliché post-opératoire la présence de plaques d'ostéosynthèse, qui servent à resolidariser les fragments osseux après découpe et avancée. La règle radiographiée en haut à droite, graduée en centimètres, permet de connaître l'échelle et donc les vraies

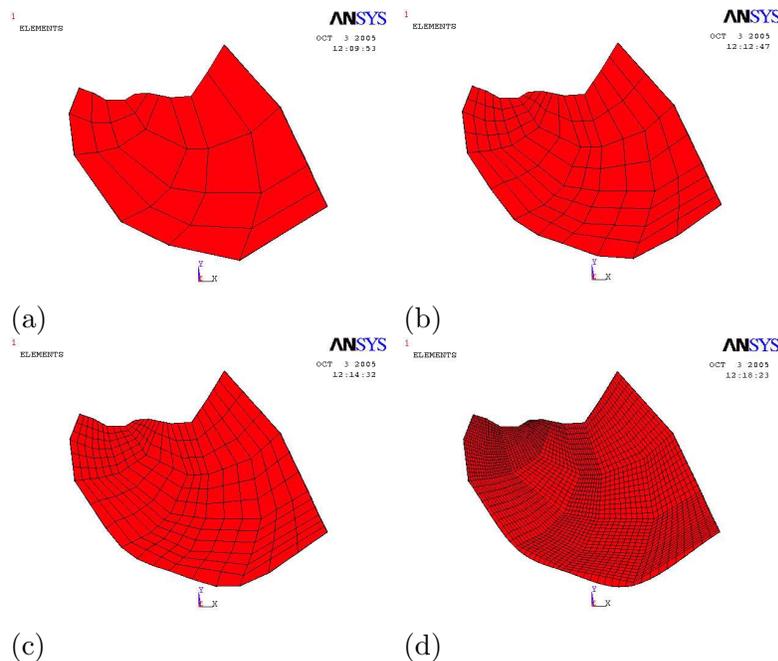


FIG. 4.2 – Différents niveaux de raffinement du maillage pour un même modèle. Patient 1 (pré-opératoire). Chaque élément initial est subdivisé en  $n \times n$  éléments, avec  $n$  pouvant varier. (a) Maillage initial ( $n = 1$ ), (b)  $n = 2$ , (c)  $n = 3$ , (d)  $n = 10$ .

dimensions des entités anatomiques, en négligeant les effets de distorsion liés à l'acquisition<sup>1</sup>. Les contours osseux sont visibles (en blanc), ainsi que les contours des tissus mous (en gris). Le conduit des voies aériennes supérieures peut y être délimité. Le problème principal est qu'il est difficile de discerner sur cette radio bidimensionnelle les contours précis des tissus mous, car toute leur architecture est projetée sur un seul plan. Notamment la partie supérieure de la langue est très largement dissimulée par les arcades dentaires et les dents, et se confond partiellement avec le voile du palais. Les attaches osseuses des tissus ne sont pas non plus évidentes à repérer, notamment l'attache antérieure de la langue, qui se fixe sur l'apophyse geni de la mandibule.

#### 4.1.2 Méthode de reconstruction

Nous avons construit des modèles bidimensionnels, d'une seule entité anatomique, la langue, à partir d'images sagittales radiographiques. Le voile du palais, autre site d'obstruction, aurait pu également être intégré, mais rappelons toutefois que la méthode numérique qui permet de prédire l'écoulement fluide (résolution par différences finies des équations RNSP, présentée chapitre 2 et validée chapitre 3) ne permet de tenir compte que d'un seul site d'obstruction<sup>2</sup>. Le choix de la langue est motivé par une relative similitude avec la géométrie de la maquette du chapitre 3.

D'une manière générale, la méthode suivie est proche de celle décrite dans [Malhotra et al.02a], qui construisent eux aussi un modèle bidimensionnel, à partir d'images IRM cependant. Les différentes étapes que nous avons suivies sont les suivantes :

- Des points d'intérêts sont localisés manuellement sur les contours du massif lingual. Le nuage de points ainsi obtenu constitue l'ensemble des noeuds du maillage situés sur la

<sup>1</sup>Pour information, la distance qui sépare la graduation la plus haute de la plus basse sur cette règle est de 5 cm.

<sup>2</sup>si le fluide se sépare de la paroi, ce qui se produit le plus souvent

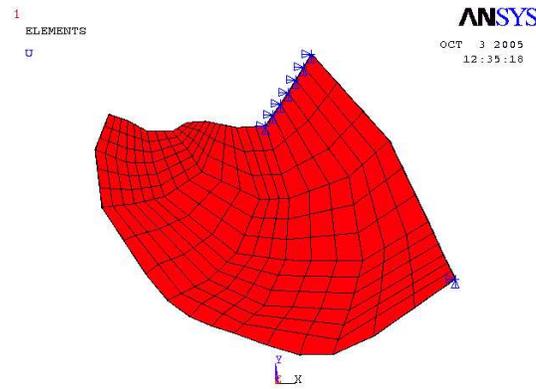


FIG. 4.3 – Conditions limites cinématiques (déplacement nul) sur un maillage : les noeuds immobiles apparaissent en bleu. Ils se situent sur l’apophyse geni de la mandibule et au niveau de l’os hyoïde.

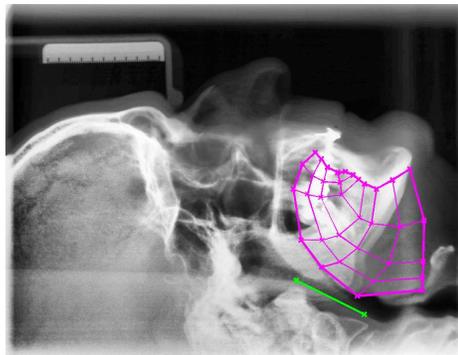
frontière. Deux points sont aussi positionnés sur la paroi postérieure pharyngée, qui est assimilée à une droite rigide (voir figure 4.4).

- D’autres points sont rajoutés à l’intérieur du massif lingual, ce qui permet de définir un premier maillage, comportant peu d’éléments (voir également figure 4.4).
- A partir du nuage de points correspondant aux noeuds du premier maillage, un maillage complet, comportant noeuds et éléments, est généré. C’est un maillage structuré, isoparamétrique, composé d’hexaèdres. Il peut être raffiné à volonté (voir figure 4.2).
- Les conditions limites cinématiques sont ensuite fixées, en immobilisant les noeuds supposés être en contact avec les parties osseuses : mandibule et os hyoïde principalement (voir figure 4.3).

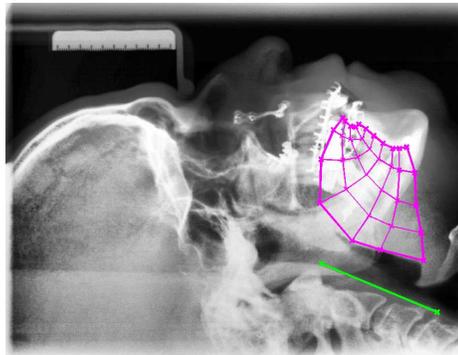
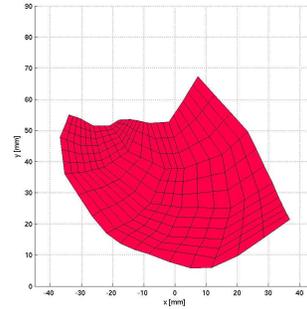
On dispose ainsi d’un modèle éléments finis de la langue adapté à un patient donné. Le conduit d’écoulement est délimité naturellement par la face postérieure de la langue et la paroi postérieure pharyngée. Finalement, le choix d’une modélisation bidimensionnelle rend relativement aisée la construction du modèle.

### 4.1.3 Les modèles reconstruits

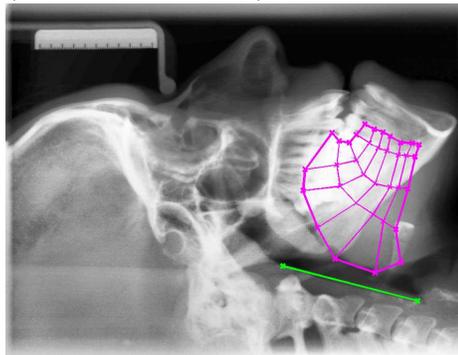
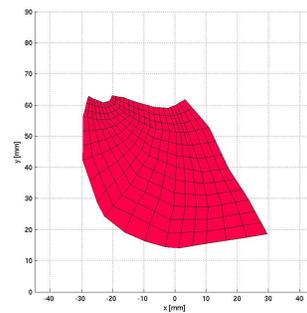
Les figures 4.4 et 4.5 montrent les modèles reconstruits à partir des radiographies sagittales pré-opératoires et post-opératoires pour les quatre patients. Sont présentés en particulier les contours qui ont servi pour la construction du maillage éléments finis initial du massif lingual ainsi que le segment schématisant la paroi postérieure pharyngée. Les points de repère qui ont été utilisés pour la segmentation sont principalement les attaches osseuses : mandibule et os hyoïde. L’erreur liée à la segmentation est certainement plus importante au niveau de la base de la langue, où la frontière avec le conduit ou le voile du palais n’est pas toujours très nette. La zone correspondant à la pointe de la langue a pu difficilement être identifiée, ce qui est d’importance moindre compte-tenu du faible rôle que joue cette zone au cours du phénomène de collapsus.



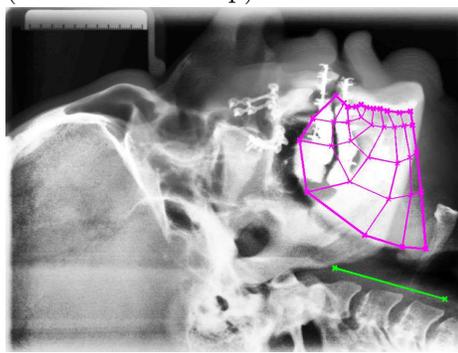
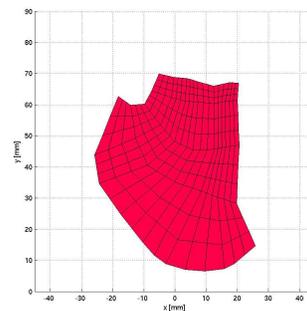
(Patient 1 - PreOp)



(Patient 1 - PostOp)



(Patient 2 - PreOp)



(Patient 2 - PostOp)

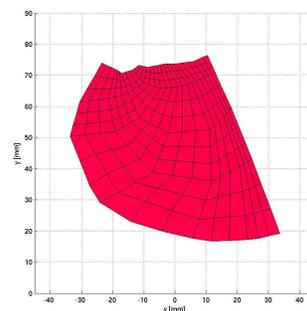
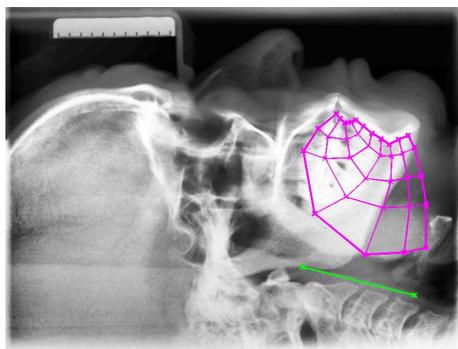
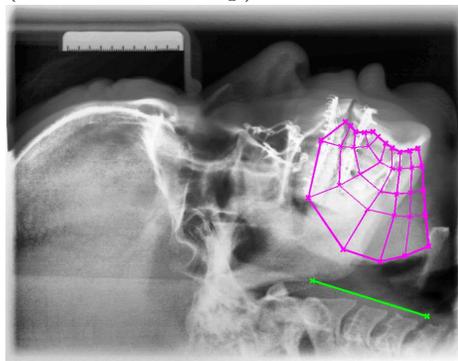
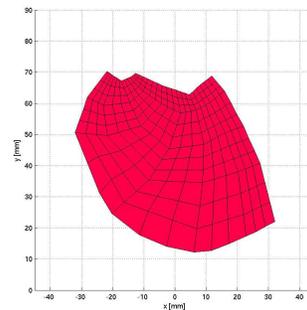


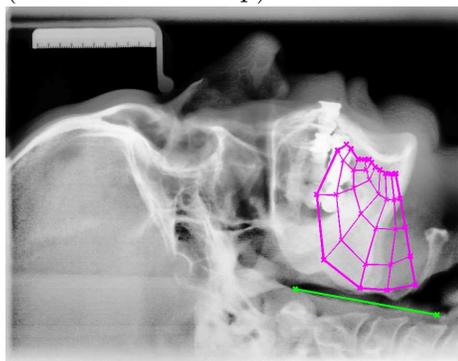
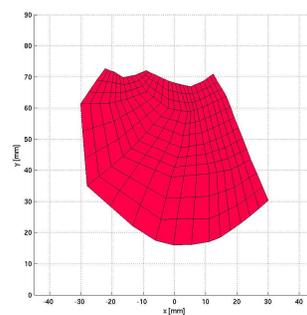
FIG. 4.4 – Segmentation des radios pré-opératoires (PreOp) et post-opératoires (PostOp) de patients apnéiques, et maillages obtenus. Sur les segmentations (images de gauche), le maillage initial et les contours de la langue apparaissent en violet, et la paroi postérieure pharyngée en vert. Sur les maillages (images de droite), l'axe des abscisses représente la paroi postérieure pharyngée.



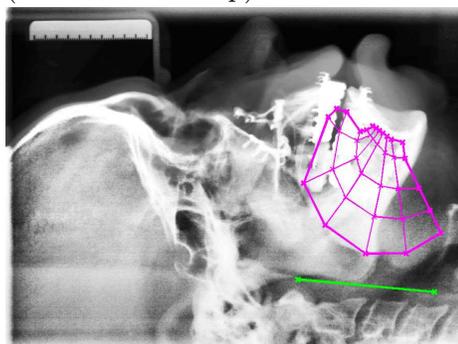
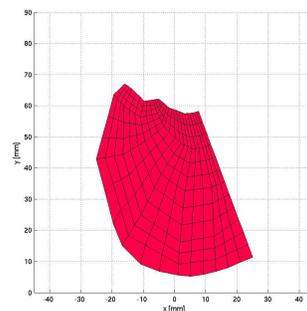
(Patient 3 - PreOp)



(Patient 3 - PostOp)



(Patient 4 - PreOp)



(Patient 4 - PostOp)

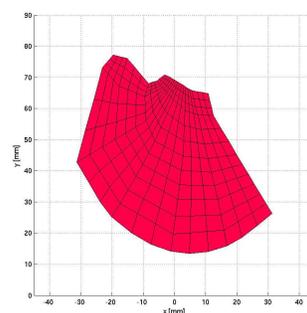


FIG. 4.5 – Segmentation des radios pré-opératoires (PreOp) et post-opératoires (PostOp) de patients apnéiques, et maillages obtenus. Sur les segmentations (images de gauche), le maillage initial et les contours de la langue apparaissent en violet, et la paroi postérieure pharyngée en vert. Sur les maillages (images de droite), l'axe des abscisses représente la paroi postérieure pharyngée.

Le maillage finalement obtenu de chaque modèle de langue a une structure très proche du modèle de Y. Payan et coll. décrit dans [Payan et al.97] [Payan et al.01b]. Il est obtenu à partir du maillage initial suite à une subdivision de chaque élément en 9 sous éléments. On dénombre donc un total de 216 quadrilatères sur chaque maillage des figures 4.4 et 4.5. On observe par ailleurs que la face postérieure de la langue a été lissée sur le modèle final, de telle sorte à ce que la géométrie soit convexe et que le site de constriction soit unique. La qualité de chaque segmentation et maillage reconstruit a été validée par un chirurgien expert<sup>3</sup>, ainsi que les attaches osseuses.

#### 4.1.4 Propriétés communes à l'ensemble des modèles

##### Modèles bidimensionnels en déformations planes

Pour chacun des modèles, c'est l'hypothèse des déformations planes qui a été retenue. On suppose ainsi que le mouvement de chaque noeud a lieu dans un plan  $(xy)$ , la coordonnée  $z$  demeurant constante. La profondeur est fixée à 30 mm, ce qui est une valeur moyenne typique de celle du conduit pharyngé à ce niveau.

##### Propriétés rhéologiques

Tout d'abord, le coefficient de Poisson est fixé à 0.499, ce qui permet d'approximer la quasi-incompressibilité des tissus, constitués en majeure partie d'eau. Par contre, nous ne disposons d'aucune mesure de la rigidité des tissus pour les patients étudiés. Nous supposons donc qu'elle est la même pour tous, en pré-opératoire comme en post-opératoire, bien que nous sachions qu'il existe une variabilité inter-patients et que de plus, cette valeur est à même de changer entre la phase pré-opératoire et la phase post-opératoire. Rappelons de plus que la rigidité n'est pas la même selon l'activité des muscles, et qu'elle est faible en l'absence complète d'activation (muscles paralysés), un peu plus élevée si l'activation est minimale (état de repos, sommeil), et d'autant plus élevée que l'activation est forte (contraction des muscles, à l'éveil notamment) [Payan et al.97] [Chabanas02] [Malhotra et al.02a].

La seule étude de la littérature que nous ayons pu trouver qui donne des valeurs pour le module d'Young, autrement dit pour la rigidité, en se basant sur des données expérimentales, est celle de Malhotra et coll. [Malhotra et al.02a], décrite en 2.1.2. En effet, ce paramètre est aussi inconnu a priori pour leur modèle. Ils envisagent deux configurations différentes, qui correspondent à deux valeurs différentes du module d'Young : un état 'passif' (muscles paralysés et absence complète de tonus musculaire) et un état 'sommeil' (faible tonus).

Pour déterminer la valeur du module d'Young correspondant à l'état 'passif', ils s'appuient sur l'étude d'Isono et coll. que nous avons déjà mentionnée en 1.2 et 1.5 [Isono et al.97b]. Rappelons que cette étude porte sur les propriétés des voies aériennes supérieures de sujets normaux et apnéiques, les muscles étant paralysés. Une pression négative est imposée dans le conduit pharyngé. La valeur  $P_c$  de cette pression pour laquelle le conduit se ferme est déterminée. Elle est en moyenne de -5 cmH<sub>2</sub>O (-500 Pa). Malhotra et coll. reproduisent cette expérience à l'aide de leur modèle et déterminent la valeur du module d'Young telle que la fermeture du conduit se produise pour une pression de -5 cmH<sub>2</sub>O. Ils trouvent une valeur  $E_{passif}$  de 60000 dyn/cm<sup>2</sup> ou 6 kPa<sup>4</sup>. Ils procèdent à l'identique à partir des études de Schwartz et coll. [Schwartz et al.88] [Smith et al.88], qui ont lieu au cours du sommeil. A partir d'une pression de fermeture  $P_c = -13$  cmH<sub>2</sub>O, ils obtiennent une valeur  $E_{sommeil}$  de 124 000 dyn/cm<sup>2</sup>, c'est à dire 12.4 kPa. Le modèle qu'ils utilisent est le modèle 'homme' (cf. 2.1.2). Leur hypothèse est

<sup>3</sup>Le Pr. Paoli lui-même, que nous remercions pour cette contribution.

<sup>4</sup>1 dyn/cm<sup>2</sup> = 0.1 Pa.

alors que le module d'Young est le même chez l'homme et chez la femme.

Une première limitation de cette étude est que la variabilité inter-patients du module d'Young est très importante. On peut observer ce phénomène en particulier sur les courbes de pression de fermeture chez Isono et coll<sup>5</sup>. On obtient ainsi des valeurs moyennes ou des valeurs types, qui ne permettront que d'avoir une idée de ce qui se produit chez un patient donné. Une deuxième limitation est que cette étude suppose une conformité entre les sujets des études physiologiques d'Isono et coll. et de Schwartz et coll. d'une part, et les sujets qui ont servi à construire le modèle 'homme' d'autre part. De même, le protocole de simulation doit être en bonne adéquation avec le protocole utilisé au cours des études expérimentales, ce dont il est difficile de s'assurer compte-tenu du peu de détails qui sont indiqués dans [Malhotra et al.02a].

Toutefois, c'est une des rares publications que nous possédons où une détermination des propriétés rhéologiques de la langue et du voile du palais a été effectuée, selon un protocole qui de plus est cohérent, et distingue bien différents états des muscles correspondant à différents niveaux d'activité. La seule autre publication à notre connaissance sur ce sujet est celle de J.M. Gerard et coll. [Gerard et al.05] où des mesures rhéologiques ont directement été effectuées sur langue de cadavre. La valeur du module d'Young qui est obtenue est de l'ordre de quelques kilopascals, ce qui est cohérent avec l'étude de Malhotra et coll. Par ailleurs, ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles qu'on peut recenser à propos d'autres tissus mous : par exemple, pour la peau en configuration passive, 15 kPa [Fung93] ou 6 kPa [Delalleau et al.05], ou, pour le muscle cardiaque au repos, 30 kPa [Jouk et al.99].

## 4.2 Influence de la gravité

Les clichés radiographiques sont réalisés à l'éveil, le patient étant debout. Au cours du sommeil, le patient est allongé et le tonus musculaire est plus faible qu'à l'éveil. Dans de telles circonstances, les forces de gravité agissent sur la langue de telle sorte à ce qu'elle s'affaisse, provoquant un rétrécissement du conduit pharyngé [Trudo et al.98]. Il est donc souhaitable avant de procéder à des simulations d'interaction entre tissus et air inspiré d'étudier l'influence de la gravité.

### 4.2.1 Méthode

Dans le cadre des petites déformations et de l'élasticité linéaire (loi de Hooke), l'application d'un champ de forces volumiques uniforme  $\rho \mathbf{g}$  se traduit par un déplacement des noeuds du maillage qui est proportionnel à la norme du champ et inversement proportionnel au module d'Young  $E$  du matériau :

$$\mathbf{u}_i = \frac{\rho \|\mathbf{g}\|}{E} \mathbf{u}_i^0, \quad (4.1)$$

avec  $\mathbf{u}_i$  le vecteur des déplacements nodaux de tous les noeuds du maillage (cf. 2.4.1), et  $\mathbf{u}_i^0$  le vecteur déplacement pour un champ volumique uniforme de même direction et sens que  $\rho \mathbf{g}$  mais de norme unité, et un module d'Young unité (cf annexe D.2). Pour simuler la gravité, il suffit donc sous *Ansys (TM)* d'appliquer à la structure un champ d'accélération uniforme, de direction  $y$ , orienté dans le sens des  $y$  décroissants, et de norme unité, en ayant choisi un module d'Young unité. Le code de calcul se charge d'intégrer ce champ sur chaque élément, puis de donner la valeur de  $\mathbf{u}_i^0$ , comme expliqué en 2.4.1. Il suffit ensuite de multiplier le vecteur obtenu par la constante souhaitée pour obtenir la déformation du maillage  $\mathbf{u}_i$  causée par la gravité.

<sup>5</sup>, en se rappelant toutefois que cette pression est fonction à la fois du module d'Young et du calibre pharyngé, variable aussi d'un patient à l'autre.

On peut ainsi obtenir très facilement différentes déformations, correspondant par exemple à des modules d'Young différents.

La norme de  $g$  a été fixée à  $9.81 \text{ m.s}^{-2}$ . La densité volumique du matériau a été choisie comme étant celle de l'eau :  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . On suppose en effet que les tissus en sont constitués en majeure partie. C'est cette valeur qui a également été choisie pour le modèle de langue de J.M. Gerard et coll. [Gerard et al.03]. Le module d'Young a été fixé à 6 kPa, ce qui correspond à des tissus complètement passifs, comme nous l'avons vu précédemment. Une fois le maillage déformé, celui-ci est enregistré afin de servir de nouvelle configuration de référence lors des simulations d'interaction avec le fluide. En outre, la nouvelle hauteur de constriction a été calculée. Comme pour le modèle de maquette, celle-ci correspond toujours à la hauteur minimale du conduit. C'est un paramètre important du modèle, qui est très sensible à la gravité.

## 4.2.2 Résultats

Patient	1		2		3		4	
Examen	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp	PreOp	PostOp
masse (g)	87	63	75	89	84	79	64	80
$h_c^i$ (mm)	5.87	14.11	6.58	16.81	12.21	15.94	5.16	13.43
$h_c^f$ (mm)	1.52	10.49	1.77	12.87	7.06	9.70	1.32	8.49
$\Delta h_c$ (mm)	4.35	3.62	4.80	3.95	5.16	6.24	3.84	4.94

TAB. 4.2 – Influence de la gravité sur la hauteur de constriction, pour chaque patient, avant et après opération.  $h_c^i$  est la hauteur de constriction debout à l'éveil, telle qu'elle est mesurée à partir des radiographies.  $h_c^f$  est la hauteur de constriction dans une configuration qui correspond à une position allongée et à une absence de tonus. La valeur est obtenue après application des forces de gravité.  $\Delta h_c$  est la différence  $h_c^i - h_c^f$ .

Le tableau 4.2 donne pour chaque modèle la hauteur de constriction avant et après application du champ gravitationnel. On remarque que la déformation induite par la gravité est telle que le conduit devient beaucoup plus étroit. La hauteur de constriction diminue d'environ 5 mm. Pour les patients nos. 1, 2 et 4, en pré-opératoire, la valeur finale est de 20 à 30 % celle de la hauteur initiale, qui était assez élevée. La propension au collapsus est ainsi beaucoup plus forte dans la nouvelle configuration. En revanche, pour le patient no. 3, la hauteur de constriction finale a diminué de moitié environ par rapport à la hauteur initiale, et reste proche de la valeur obtenue après application du champ gravitationnel en condition post-opératoire. On peut ainsi s'attendre à ce que les modèles se comportent de la même manière en pré-opératoire et en post-opératoire pour ce patient.

Même si l'ordre de grandeur de la déformation obtenue apparaît satisfaisant, le modèle bidimensionnel traduit peu fidèlement la véritable cinématique de la langue. En effet, les conditions limites en trois dimensions sont telles qu'en réponse à la gravité, celle-ci aurait plutôt tendance à basculer : nous sous-estimerions donc l'amplitude de la déformation, en particulier au niveau de la pointe.

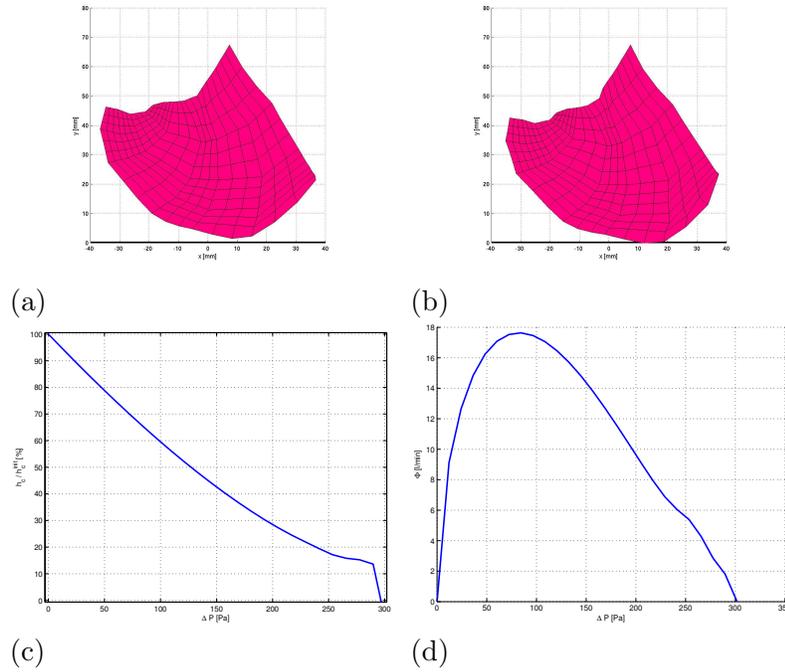


FIG. 4.6 – Simulation d'un collapsus. Patient 1, conditions pré-opératoires. (a) Configuration initiale. (b) Configuration après déformation. (c) Evolution de la hauteur de constriction. (d) Evolution du débit  $\phi$ .

### 4.3 Simulations à partir de données pré-opératoires et post-opératoires

Nous présentons une première tentative pour évaluer la capacité prédictive du modèle dans des conditions "in-vivo". Les radiographies présentées précédemment nous ont permis d'obtenir des modèles du conduit pharyngé au niveau de la base de la langue, avant et après chirurgie maxillo-mandibulaire. Effectuer des simulations d'inspiration sur ces deux géométries, pour des valeurs identiques des paramètres physiques, en particulier de la rigidité des tissus, va permettre de comparer la déformation de la langue qui en résulte et de savoir si les prédictions du modèle sont cohérentes avec nos connaissances sur les modifications induites par la chirurgie.

#### 4.3.1 Protocole de simulation

Comme pour les simulations montrant l'influence de la gravité, le module d'Young est fixé à 6 kPa, ce qui correspond à une absence de tonus. La configuration obtenue après application de la force de gravité est utilisée comme configuration de référence pour les simulations. Pour simuler une inspiration, la pression d'entrée est fixée à 0 Pa, et la pression de sortie décroît progressivement jusqu'à une valeur négative  $P_s$ .

#### 4.3.2 Résultats et commentaires

##### Simulation d'un collapsus complet en pré-opératoire

La figure 4.6 montre les résultats de simulations à partir du modèle correspondant à une radiographie pré-opératoire. La figure (b) indique que pour les conditions de simulation qui ont été choisies, le collapsus est complet (apnée) car la langue vient entrer en collision avec la paroi postérieure pharyngée (trait en gras). Ce résultat est confirmé par la figure (c) sur laquelle on observe une hauteur de constriction qui décroît régulièrement jusqu'à obstruction. Le phénomène

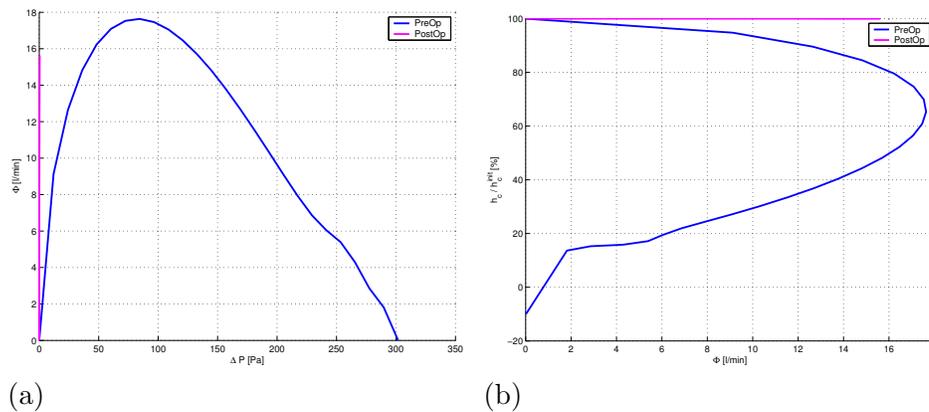


FIG. 4.7 – Comparaison des modèles pré-opératoire et post-opératoire. Patient 1. Réponse à une chute de pression imposée. (a) Débit en fonction de la différence de pression entrée-sortie. (b) Hauteur de constriction en fonction du débit.

de limitation puis de cessation du débit qui apparaît sur la figure (d) est aussi caractéristique d'un collapsus complet. Le nombre d'étapes et d'itérations a été fixé respectivement à 30 et à 5. L'algorithme s'est arrêté à la 26ième étape en raison de la collision avec la paroi postérieure pharyngée. Le critère de convergence final est d'environ  $10^{-5}$  mm.

### Comparaison des simulations pré-opératoires et post-opératoires

La figure 4.7 montre les résultats de simulation en pré-opératoire et en post-opératoire. Tout d'abord, nous nous sommes intéressés à l'évolution du débit  $\Phi$  en fonction de la chute de pression  $\Delta P$  (différence de pression entrée-sortie) (figure (a)). Si nous examinons la valeur de  $\Delta P$  pour une valeur du débit de 10 l/min, qui correspond approximativement à la valeur maximale du débit inspiratoire enregistrée au cours du sommeil<sup>6</sup> [Trinder et al.97], on remarque que :

- pour le modèle pré-opératoire, une chute importante de pression (200 Pa) est associée à cette valeur du débit,
- pour le modèle post-opératoire, un tel débit peut être obtenu avec une différence de pression entrée-sortie quasi nulle (moins de 1 Pa).

Ainsi, en pré-opératoire, les pertes de pression sont importantes, ce qui s'explique par le fort rétrécissement du conduit au niveau de la base de la langue. Ces pertes de pression devront être compensées au niveau de la cage thoracique afin d'assurer un débit convenable. Les voies aériennes supérieures sont donc très résistantes. A l'inverse, en post-opératoire, un débit physiologique peut être atteint sans qu'il y ait pour autant une chute de pression significative. Dans cette configuration, le conduit pharyngé peut être assimilé à un canal droit et les seules pertes de pression sont causées par les forces de viscosité. En conséquence, les voies aériennes supérieures, au niveau de la base de la langue, n'offrent que très peu de résistance à l'écoulement.

Ensuite, il est intéressant d'examiner la variation de la hauteur de constriction en fonction du débit d'air inspiré (figure (b)). On remarque qu'en pré-opératoire, elle diminue très significativement. Dès que le débit atteint une valeur de l'ordre de 18 l/min, elle parvient à une valeur qui correspond à 65 % de la hauteur initiale. Ensuite, elle continue de décroître jusqu'à obstruc-

<sup>6</sup>La valeur du débit peut subir des variations importantes, et change en particulier d'un patient à l'autre ainsi que d'un stade de sommeil à l'autre. En se basant sur [Trinder et al.97], on peut l'estimer comprise entre 1 et 14 l/min au cours du sommeil.

tion. D'autre part, on constate que pour une même valeur du débit inspiratoire, la hauteur de constriction varie beaucoup plus en pré-opératoire qu'en post-opératoire, où elle reste très proche de la valeur initiale. En post-opératoire, la hauteur de constriction initiale est trop importante pour qu'un collapsus, même partiel, puisse se produire.

Patient	1	2	3	4
$P_f$ (Pa)	295	260	1060	220
$\phi_{max}$ (l/min)	17.6	18.1	167.2	12.1
$h_{c,post}^f/h_{c,post}^i$ (%)	99.9	99.9	99.9	99.9

TAB. 4.3 – Résultats des simulations pour chaque patient.  $P_f$  est la pression de fermeture : c'est la valeur de la pression  $P_s$  de sortie pour laquelle la hauteur de constriction devient nulle (en pré-opératoire).  $\phi_{max}$  est la valeur maximale du débit d'air en pré-opératoire.  $h_{c,post}^f/h_{c,post}^i$  est le rapport entre hauteur de constriction pour un débit égal à  $\phi_{max}$  et hauteur de constriction initiale.

Le tableau 4.3 permet de constater que sur les quatre modèles de patients, trois d'entre eux se comportent à l'identique et que les ordres de grandeur des pressions et débits mis en jeu restent les mêmes. La seule exception est le patient no. 3. En effet, la hauteur de constriction en pré-opératoire est beaucoup plus élevée dans ce cas (voir tableau 4.2), ce qui explique que la pression de fermeture ainsi que le débit maximal soient nettement supérieurs aux autres qui ont été calculés. Ainsi, la simulation indique que les voies aériennes supérieures de ce patient sont peu résistantes à l'écoulement en pré-opératoire comme en post-opératoire au niveau de la base de la langue. Ce résultat est apparemment contradictoire avec les données présentées dans le tableau 4.1, où on constate un indice d'apnées-hypopnées élevé (77 évènements par heure) en pré-opératoire et très faible (1 évènement par heure) en post-opératoire. On s'aperçoit par là-même du caractère simplificateur de notre étude. Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cet écart entre prédictions du modèle et données cliniques. Tout d'abord, il se peut qu'effectivement, les voies aériennes supérieures se déforment peu à la base de la langue, et que les épisodes de collapsus se situent majoritairement chez ce patient au niveau du voile du palais. Ensuite, il est possible que le conduit pharyngé soit plus étroit en profondeur que ce qui a été supposé, ce qui le rendrait plus facilement collabable en pré-opératoire. Il resterait néanmoins à savoir comment le traitement chirurgical a modifié cette dimension du conduit. Une autre cause pourrait être que les tissus mous de ce patient soient bien moins rigides que ce que nous avons supposé, ce qui expliquerait la forte propension au collapsus en pré-opératoire, en dépit d'une hauteur de conduit relativement élevée. Dans le même ordre d'idées, l'activation neuro-musculaire pourrait aussi jouer un rôle.

De même, pour le patient no. 4, on s'aperçoit que les résultats des simulations ne concordent pas avec les données polysomnographiques du tableau 4.1. En effet, d'une part, et comme il a été mentionné, l'indice d'apnées-hypopnées demeure élevé après opération (22 évènements par heure contre 27 en pré-opératoire). D'autre part, le modèle prédit une faible propension au collapsus en post-opératoire, comme pour les patients nos. 1 et 2. De même que pour le patient no. 3, les causes envisageables permettant d'expliquer cet écart sont multiples : l'incertitude sur les propriétés rhéologiques des tissus ou sur l'état d'activation neuro-musculaire peuvent en être à l'origine. Il reste toutefois délicat d'avancer une explication précise.

### 4.3.3 Bilan et critiques

On retrouve par simulation les conséquences prévisibles de l'acte chirurgical puisque la propension au collapsus de la langue est nettement moins élevée après opération qu'avant. En effet, la chirurgie d'avancée maxillo-mandibulaire élargit de manière très conséquente le conduit pharyngé, réduisant l'effet de dépression qui se produit au niveau des sites fréquents de collapsus. Les forces de succion s'exerçant sur les tissus sont alors beaucoup moins importantes. Néanmoins, et comme nous avons pu le remarquer à propos des patients nos. 3 et 4, cet élargissement du conduit ne permet pas toujours d'expliquer à lui seul la propension au collapsus et la corrélation entre prédiction des modèles et indice d'apnées-hypopnées n'est pas toujours aisée à établir. Cette évaluation préliminaire permet néanmoins de conforter nos hypothèses et notre méthode de modélisation, même si elle demeure trop simplificatrice et limitée, avec une quantité importante d'inconnues.

Par contre, le même module d'Young a été choisi pour les simulations pré-opératoire et post-opératoire, ce qui peut paraître discutable. En effet, il est possible que l'acte chirurgical modifie également celui-ci. Nous ignorons si cette variation est significative, et il est tout à fait probable que la variabilité inter-patients soit plus importante. De même, la profondeur  $W$  du conduit (dimension dans la direction  $z$ ) est restée inchangée pour le modèle pré-opératoire et pour le modèle post-opératoire. Or, il est possible que celle-ci ait varié significativement<sup>7</sup>. Tout comme pour le module d'Young, nous ignorons cette valeur.

En ce qui concerne les simulations en post-opératoire, nous ignorons si les équations de Navier-Stokes Réduites sont encore valables dans de telles conditions, très éloignées de celles de la maquette sur laquelle cette théorie a été validée<sup>8</sup>. En conséquence, il faut être prudent en ce qui concerne la validité des résultats obtenus, même s'ils paraissent acceptables.

## 4.4 Influence des paramètres

Le but de cette section est de montrer l'intérêt que peut présenter le modèle en situation clinique. En modifiant la valeur de certains paramètres, on simule ainsi, de manière très simplifiée, les conséquences d'un traitement sur le patient virtuel. Ceci permet d'examiner par ailleurs si la réponse du modèle est cohérente avec les connaissances que l'on possède sur le comportement des voies aériennes supérieures et sur l'impact des traitements.

De plus, pour les simulations et les comparaisons effectuées précédemment, nous avons vu que l'incertitude est élevée sur la valeur de certains paramètres, en particulier pour le module d'Young. Aussi, il est intéressant d'étudier l'impact d'une variation de ces valeurs sur les résultats donnés par le modèle, autrement dit la sensibilité du modèle à ces paramètres.

Cette étude est voisine de celle réalisée en 3.5 sur le modèle de la maquette in-vitro. Nous nous apercevons qu'en dépit de différences importantes entre les deux modèles, leur comportement qualitatif est similaire.

---

<sup>7</sup>On observe en effet une différence entre apnéiques et sujets sains en ce qui concerne cette dimension [Ayappa et al.03]

<sup>8</sup>Rappelons que les équations de Navier-Stokes Réduites ont été établies en supposant que la dimension longitudinale  $D$  du conduit d'écoulement est d'un ordre de grandeur supérieur à la dimension transverse  $h_0$  (cf. 2.3.3).

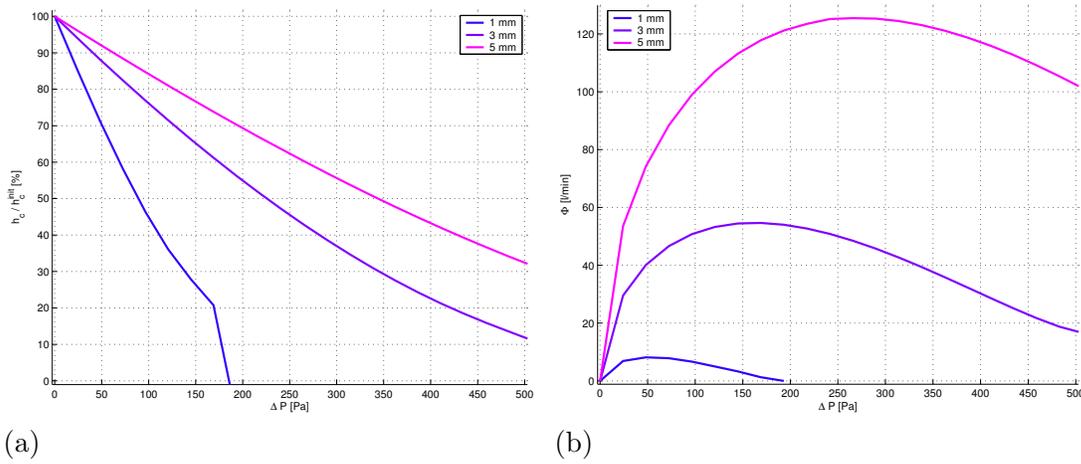


FIG. 4.8 – Influence de la hauteur de constriction initiale. Patient 1. (a) Hauteur de constriction  $h_c$  en fonction de la différence de pression entrée-sortie  $\Delta P$ . (b) Débit d'air  $\phi$  en fonction de la différence de pression entrée-sortie  $\Delta P$ . Les valeurs de la légende correspondent à différentes valeurs de la hauteur de constriction initiale.

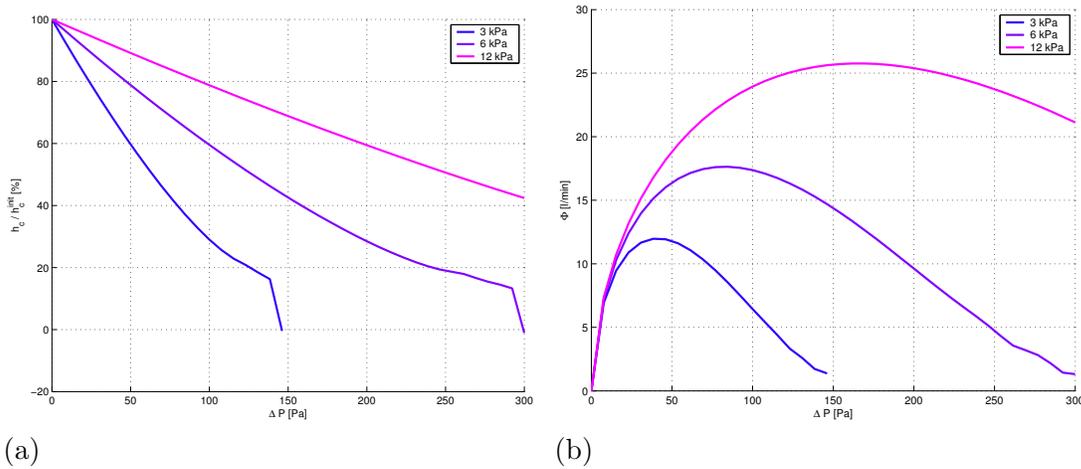


FIG. 4.9 – Influence du module d'Young  $E$ . Patient 1. (a) Hauteur de constriction  $h_c$  en fonction de la différence de pression entrée-sortie  $\Delta P$ . (b) Débit d'air  $\phi$  en fonction de la différence de pression entrée-sortie  $\Delta P$ . La légende indique les différentes valeurs de  $E$ .

#### 4.4.1 Protocole

Nous avons repris un modèle de langue construit à partir d'une radiographie pré-opératoire de patient apnéique. Les paramètres physiques étudiés sont :

- La hauteur de constriction initiale, qui est en principe imposée suite à la segmentation des radiographies et à l'application des forces de gravité. L'incertitude sur cette hauteur est liée d'une part à l'erreur réalisée lors de la segmentation des contours, et d'autre part à l'incertitude sur la valeur du module d'Young, qui influe lors de la simulation de la gravité. La hauteur de constriction initiale correspond sur notre modèle au calibre pharyngé minimal au repos.
- Le module d'Young du modèle éléments finis, qui est déterminé pour nos simulations à partir de données bibliographiques. Néanmoins, l'incertitude sur cette valeur est très élevée, car elle peut varier très fortement d'un patient à l'autre, et de plus, chez un même patient, elle dépend de l'état d'activation des muscles, qui nous est inconnu.

En ce qui concerne les autres paramètres, leur valeur est précisée par la suite pour chacune des simulations.

#### 4.4.2 Influence du calibre pharyngé à la base de la langue

Des simulations ont été effectuées pour différentes valeurs de la hauteur de constriction initiale. Les paramètres sont les suivants : -500 Pa pour la pression de sortie  $P_s$ , 0 Pa pour la pression d'entrée  $P_e$  (inspiration), 30 étapes et 5 itérations. Les résultats sont présentés figures 4.8 (a) et (b). On observe que la variation de hauteur de constriction avec la chute de pression  $\Delta P$  est d'autant moins importante que la hauteur de constriction initiale est élevée. En particulier, pour une hauteur de constriction de 1 mm, on observe un collapsus complet, ce qui n'est pas le cas pour des hauteurs de constriction plus élevées. On constate parallèlement à ce phénomène que la limitation de débit est d'autant moins marquée que la hauteur de constriction initiale est élevée. D'ailleurs, pour les hauteurs de 3 mm et de 5 mm, la chute de pression qui accompagne un débit physiologique, de l'ordre de 10 l/min, est très faible (de l'ordre de 10 Pa), comme pour les simulations à partir de radiographies post-opératoires.

En termes d'apnées obstructives, la hauteur de constriction est analogue au calibre pharyngé minimal, qui est bien connu pour être un facteur anatomique majeur, en relation directe avec la propension au collapsus des voies aériennes supérieures [Deegan et al.95]. Au vu des courbes 4.8 (a) et (b), les simulations semblent être en accord qualitativement avec les observations cliniques et in-vivo. Par exemple, comme cela a été mentionné en 1.5.1, Isono et coll. ont montré que le pharynx de patients apnéiques était généralement plus étroit que celui de non-apnéiques [Isono et al.97b]. De même, une étude clinique menée par Schellenberg et coll. a montré que le rétrécissement du conduit pharyngé, causé par un élargissement de structures telles que la langue, le voile du palais ou les parois du pharynx, était un facteur de risque significatif pour le SAOS [Schellenberg et al.00]. Une augmentation du calibre pharyngé correspond donc à une diminution de la fréquence et de la gravité des apnées et hypopnées. Ceci explique pourquoi les traitements qui élargissent les voies aériennes supérieures, comme la chirurgie d'avancée maxillo-mandibulaire [Guilleminault et al.89] [Bettega et al.00], ou les prothèses d'avancement [Hui et al.00] [Ng et al.03] [Mehta et al.01] sont efficaces.

#### 4.4.3 Influence de la rigidité des tissus

Pour des valeurs différentes du module d'Young  $E$ , des simulations ont été effectuées, avec les paramètres suivants : -300 Pa pour la pression de sortie  $P_s$ , 0 Pa pour la pression d'entrée  $P_e$  (inspiration), 40 étapes et 10 itérations. Les figures 4.9 (a) et (b) montrent les courbes qui en résultent. On observe que plus le module d'Young est élevé et moins le collapsus est important, les tissus étant plus rigides et moins aptes par là-même à se déformer. En ce qui concerne la courbe de débit en fonction de la différence de pression, on remarque une limitation de débit faible pour un module d'Young de 12 kPa, où le conduit pharyngé a d'avantage tendance à se comporter comme un conduit rigide. En revanche, pour une faible valeur de  $E$ , par exemple 3 kPa, la limitation de débit est très importante, en raison du rétrécissement abrupt du conduit d'écoulement.

Ce comportement est en accord avec l'étude d'Isono et coll. que nous avons mentionné précédemment, en 1.5.2, et dans laquelle il est montré que le pharynx de patients apnéiques est plus facilement collabable que celui de sujets sains [Isono et al.97b]. Par ailleurs, la compliance du pharynx a toujours été mentionnée comme étant un facteur mécanique important pour le SAOS [Deegan et al.95].

## 4.5 Bilan

A partir de radiographies de patients apnéiques, pré-opératoires et post-opératoires, il a été possible de construire des modèles éléments finis de langue issus d'une segmentation des contours. Compte-tenu du protocole d'acquisition, il s'est avéré nécessaire de prendre en compte la gravité, afin de déterminer une configuration de référence pour chaque modèle qui correspondrait mieux au cas d'un patient allongé, avec un tonus musculaire faible (sommeil).

Des simulations de déformation des tissus en réponse à l'air inspiré ont été effectuées pour chaque modèle. Nous avons ainsi pu observer la fermeture progressive du conduit accompagnée d'une limitation puis d'une cessation du débit, phénomènes caractéristiques d'épisodes d'hypopnée et d'apnée obstructives. Les simulations ont également montré que la déformation des voies aériennes supérieures pour une même valeur du débit est très différente en pré-opératoire et en post-opératoire. En particulier, les voies aériennes supérieures ne se déforment quasiment plus en post-opératoire et les pertes de pression associées à la circulation de l'air sont très faibles. Elles sont donc de nouveau perméables, ce qui est cohérent avec les conséquences de la chirurgie.

Finalement, une étude des principaux paramètres physiques a permis de montrer en quoi un modèle peut être utile pour la prédiction des conséquences de différents traitements. Tout d'abord, en jouant sur le calibre minimal du conduit pharyngé, on influe fortement sur la propension au collapsus. On peut ainsi évaluer l'impact d'un traitement qui élargit ce calibre : chirurgie maxillo-mandibulaire ou prothèse d'avancement. Il en est de même pour un traitement tel que l'UPPP qui agit sur la rigidité des tissus, contrôlable dans le modèle à l'aide du module d'Young.

Ainsi, en dépit de nombreuses simplifications et limitations, les résultats obtenus sont cohérents, du point de vue physique comme du point de vue clinique. Par ailleurs, mentionnons que le temps de calcul nécessaire pour une simulation est typiquement d'un quart d'heure<sup>9</sup>, ce qui est a priori compatible avec une utilisation clinique.

Parmi les nombreuses perspectives envisageables, il serait tout d'abord souhaitable de construire un modèle complet des voies aériennes supérieures, intégrant en particulier le voile du palais et l'épiglotte. Afin de mieux respecter les conditions limites cinématiques, qui correspondent aux attaches tissus-os, un modèle en trois dimensions des tissus serait plus adapté. Ceci permettrait par ailleurs de lever l'incertitude sur la profondeur du conduit. D'autres modalités d'imagerie, telles que des coupes tomodensimétriques ou des données IRM, seraient nécessaires dans ce cas. Dans le même ordre d'idées, il serait intéressant de tenir compte également de la résistance nasale, et de disposer d'un modèle simple qui permette de prédire la chute de pression dans l'écoulement après traversée des fosses nasales [Proctor86]. Nous savons en effet que la résistance nasale a une influence non négligeable sur le phénomène de collapsus, comme l'a montré le modèle de N. Gavriely et O.E. Jensen [Gavriely et al.93].

La détermination de la configuration de référence correspondant à un patient en état de sommeil est aussi entachée d'une incertitude importante. La solution idéale serait de disposer d'images obtenues en position allongée, et en cours de sommeil. Sinon, un modèle tridimensionnel, tenant mieux compte des attaches osseuses, permettrait de simuler de manière plus adéquate la réponse au champ gravitationnel. De plus, l'incertitude sur le module d'Young se traduit directement par une incertitude sur la détermination de cette configuration.

De même, la valeur de ce module d'Young a une influence déterminante sur la prédiction

---

<sup>9</sup>Temps mesuré sur un ordinateur de bureau, avec de plus les mêmes remarques qu'au chapitre 3 concernant l'implémentation.

du collapsus suite aux simulations. Une des perspectives importantes de ce travail sera donc de mettre au point une méthode de mesure de la rhéologie des tissus pharyngés, qui permette de connaître, avec une précision acceptable, la valeur du module d'Young des tissus d'un patient apnéique. De plus, en ce qui concerne les simulations, ce qui est appelé 'collapsus complet' ou 'apnée' est certainement très simplificateur en regard de ce qui se produit réellement au cours d'un épisode apnéique. En effet, lorsque le conduit se rétrécit significativement, il est raisonnable de penser que l'organisme modifie sa commande inspiratoire et musculaire en conséquence, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle.

Resterait finalement à proposer une plateforme complète pour le planning, qui permettrait par exemple au chirurgien de simuler des découpes osseuses, et d'analyser les modifications correspondantes en ce qui concerne l'interaction entre air et parois déformables.

---

## Conclusion, perspectives

---

Les points décrits ci-après résument nos principales contributions lors de ce travail de thèse sur la modélisation physique des voies aériennes supérieures pour le Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil.

Tout d'abord, un algorithme de couplage entre fluide et paroi a été développé. Il permet de simuler la déformation des tissus pharyngés en réponse à l'air inspiré au cours d'un épisode apnéique. Cet algorithme est rapide car il se base sur une formulation simplifiée du problème mécanique. En effet, une analyse physique du phénomène de collapsus a permis de négliger des termes dans les équations de comportement du fluide et de la paroi. La résolution numérique en a été facilitée. Le temps d'exécution relativement faible (quelques minutes) de cet algorithme le rend compatible avec une utilisation dans un cadre de planning chirurgical<sup>10</sup>.

Ensuite, la précision des prédictions obtenues suite à simulation ont été évaluées, par confrontation à des mesures expérimentales effectuées sur maquette. Celle-ci reproduit une interaction flux d'air / paroi déformable dans des circonstances proches de celles observées lors d'un épisode apnéique. Il ressort de cette évaluation qu'en dépit des très nombreuses simplifications effectuées, l'algorithme de couplage parvient à prédire de manière satisfaisante le comportement de la maquette. Plus précisément, l'erreur de prédiction sur la déformation de la paroi, quantifiée au travers de la variation d'aire du conduit qui en résulte, est du même ordre de grandeur que l'incertitude liée au protocole de mesure.

Finalement, une étude préliminaire à partir de données radiographiques pré-opératoires et post-opératoires de patients apnéiques a été réalisée. Cette étude a permis une première évaluation de la pertinence clinique de notre approche. Même si une quantité importante de travail reste à fournir dans cette direction, les résultats obtenus sont encourageants, bien qu'ils restent uniquement qualitatifs.

En conclusion, le modèle que nous avons développé peut être vu comme une alternative entre des modèles simples à masses localisées, intéressants pour une analyse qualitative du phénomène, mais peu aptes à fournir une prédiction fiable, et des modèles continus basés sur des formulations plus complexes. Ces derniers pourraient être encore plus précis, mais impliquent des méthodes numériques très coûteuses en temps de calcul et en ressources informatiques.

---

<sup>10</sup>Nous avons évoqué le chiffre d'un quart d'heure dans le chapitre 4, mais en se basant sur un code sous-optimal.

Les perspectives de ce travail sont multiples. Elles concernent tout d'abord les aspects 'modélisation physique'. En effet, le modèle que nous avons développé est bidimensionnel. Compte-tenu de la morphologie fortement tridimensionnelle des voies aériennes supérieures, il est souhaitable de parvenir à construire un modèle en trois dimensions. Il serait possible dans un premier temps d'intégrer des avancées réalisées dans le domaine de la modélisation des tissus, comme le modèle de langue de JM Gérard et coll. [Gerard et al.03] [Gerard04]. Puis, dans un deuxième temps, il serait envisageable d'adopter une formulation en trois dimensions pour décrire l'écoulement d'air, en s'aidant éventuellement d'un code de calcul du commerce ou en développant un modèle asymptotique adapté à trois dimensions. En ce qui concerne les données d'imagerie, des coupes tomodensimétriques ou des acquisitions IRM pourraient être utilisées dans ce cas.

De plus, seule la fermeture des voies aériennes supérieures a été simulée pour le moment. Le contact et la réouverture ont été laissés de côté. Pourtant, ce sont deux aspects qu'il est important de prendre en compte lors du phénomène d'apnée. C'est un point difficile en raison de la très forte non linéarité qui se produit lors du contact. A plus long terme, des améliorations sont envisageables sur la maquette, qui permettraient d'aller plus loin dans la validation de l'algorithme de couplage, par exemple en se rapprochant d'avantage de la morphologie des voies aériennes supérieures. La réalisation de telles maquettes est cependant loin d'être simple.

En ce qui concerne le modèle, seuls les aspects mécaniques ont été explorés, mais des phénomènes d'ordre biologique sont également à prendre en compte. L'activation neuro-musculaire semble notamment jouer un rôle de premier ordre, en raison tout particulièrement d'un mécanisme réflexe qui rigidifie les voies aériennes supérieures lorsqu'une dépression trop importante est détectée [Fogel et al.04]. On pourrait intégrer ce mécanisme dans le modèle. Une idée serait par exemple de reprendre le travail de L. Huang et coll. [Huang et al.99], et d'étendre son approche pour qu'elle soit adaptée à un modèle continu.

De plus, avant d'aboutir à une utilisation dans un cadre clinique, il serait nécessaire de poursuivre le processus de validation en travaillant sur données patients. En sus de données d'imagerie, il serait souhaitable de pouvoir récolter des informations sur les propriétés rhéologiques des voies aériennes supérieures, dont la connaissance est cruciale pour prédire correctement un collapsus. Des premiers travaux portant sur l'élastance de la lèvre ont été réalisés par l'équipe de F. Sériès et coll. [Sériès et al.99]. Cependant, la notion d'élastance est avant tout physiologique, et ne peut être reliée qu'indirectement à la rigidité des tissus. De plus, leur étude est réalisée sur des tissus obtenus après dissection. Pour palier à ces limitations, un dispositif de mesure comme celui développé par C. Bruyns et M. Ottensmeyer [Bruyns et al.02] serait tout à fait adapté. Leur appareil permet en effet une mesure directe et ponctuelle de la rigidité via des stimulations appliquées périodiquement sur le tissu à caractériser. Par ailleurs, cet outil est tel qu'il permettrait a priori d'effectuer des mesures directes sur patient.

Finalement, à plus long terme, et en effectuant des modifications appropriées, notre approche pour modéliser les voies aériennes supérieures pourrait servir à analyser d'autres aspects fonctionnels de celles-ci, en particulier la parole (en reprenant des publications telles que [Perrier et al.00]), ou à étudier d'autres pathologies que le SAOS (ronflement par exemple).

---

## Conventions de notation

---

Dans cet annexe, nous précisons juste les conventions que nous avons utilisées pour certains types d'objets mathématiques. Pour ce qui est du domaine de l'algèbre linéaire, vectorielle et tensorielle :

1. les grandeurs scalaires sont notées en caractères normaux, par exemple  $s, t$ ,
2. les vecteurs sont notés en caractères sans sérif, par exemple  $u, v$ ,
3. les tenseurs sont notés en caractères gras, par exemple  $\mathbf{T}, \boldsymbol{\sigma}$ .

Sauf mention contraire, les tenseurs sont toujours des tenseurs d'ordre 2, autrement dit des applications linéaires qui à un vecteur en associent un autre, et caractérisées en conséquence par leur matrice dans une base donnée.



---

## Calcul des forces équivalentes nodales à partir d'une distribution discrète de la pression

---

Le but de cet annexe est de démontrer comment l'expression (2.89) est obtenue pour une distribution de pression discrète sur un élément. D'abord, en reconsidérant la formule (2.87), nous allons expliciter la matrice d'interpolation  $[\mathbf{N}(s, t)]$ , pour un élément quadrilatéral linéaire :

$$[\mathbf{N}(s, t)] = [ \quad Q(-s, -t)\mathbf{I} \quad Q(s, -t)\mathbf{I} \quad Q(s, t)\mathbf{I} \quad Q(-s, t)\mathbf{I} \quad ], \quad (\text{B.1})$$

où les polynômes  $Q(s, t)$  s'expriment ainsi :

$$Q(s, t) = \frac{1}{4}(1+s)(1+t), \quad (\text{B.2})$$

avec  $\mathbf{I}$  qui est la matrice identité en dimension 3 [Ansys02]. Nous savons que  $\{\mathbf{F}_{noeuds}^{(e)}\}$  est un vecteur colonne composé à partir des vecteurs forces nodaux  $\{\mathbf{F}_l^{k(e)}\}$ , pour  $(k, l) \in \{-1, 1\}$ . Il est alors immédiat, d'après (B.1) et 2.87 que :

$$\{\mathbf{F}_l^{k(e)}\} = I_l^k \frac{\{\mathbf{a}\}}{4}, \quad (\text{B.3})$$

avec pour valeur de  $I_l^k$  :

$$I_l^k = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 Q(ks, lt)p(s, t)dsdt. \quad (\text{B.4})$$

Nous nous intéressons à une distribution de pression discrète  $p[s_i, t_j]_{i=1, \dots, n, j=1, \dots, m}$ , autrement dit à une fonction  $p(s, t)$  qui est constante sur chaque portion rectangulaire  $(i, j)$  dont les coordonnées des coins sont  $(s_i, t_j)$  et  $(s_{i+1}, t_{j+1})$ . En ce cas, nous pouvons réécrire l'intégrale (B.4) :

$$I_l^k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P[s_i, t_j] \int_{s_i}^{s_{i+1}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} Q(ks, lt)dsdt. \quad (\text{B.5})$$

Comme  $Q$  est donné par la formule (B.2), l'intégrale peut être calculée analytiquement :

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} Q(ks, lt) ds dt = \frac{1}{4} \int_{s_i}^{s_{i+1}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} (1+ks)(1+lt) ds dt = \frac{1}{4} \int_{s_i}^{s_{i+1}} (1+ks) ds \int_{t_j}^{t_{j+1}} (1+lt) dt. \quad (\text{B.6})$$

Les deux intégrales séparées sont en fait des aires de trapèzes, leur calcul est aisé et permet d'aboutir à :

$$\int_{s_i}^{s_{i+1}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} Q(ks, lt) ds dt = \frac{kl}{4} \omega(ks_i, ks_{i+1}) \omega(lt_j, lt_{j+1}), \quad (\text{B.7})$$

où  $\omega(x, y)$  est la fonction donnée en (2.90). On obtient finalement l'expression suivante pour  $I_l^k$  :

$$I_l^k = \frac{kl}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P[s_i, t_j] \omega(ks_i, ks_{i+1}) \omega(lt_j, lt_{j+1}). \quad (\text{B.8})$$

En utilisant (B.3) et (B.8), la formule recherchée (2.89) est alors obtenue.

---

## Méthode de résolution numérique des équations RNSP

---

Cet annexe expose la méthode de résolution des équations de Navier-Stokes réduites / Prandtl (RNSP) présentées en 2.3.3 (équations 2.60, 2.61 et 2.62). Les lignes directrices de cette méthode sont données en 2.4.2.

Puisque la méthode des éléments finis a été utilisée pour la résolution du sous-problème solide, il aurait été naturel de s'en servir également pour le sous-problème fluide. Le couplage en aurait été facilité. Néanmoins, en raison du caractère spécifique de ces équations, il est peu vraisemblable qu'un code de calcul éléments finis du commerce les prenne directement en compte. Par ailleurs, nous disposons déjà d'un code de calcul écrit par P.Y. Lagrée. Ce code s'appuyait, comme nous l'avons mentionné en 2.4.2, sur une méthode de différences finies. Reprogrammer ce code avec la méthode des éléments finis aurait demandé un temps de développement assez long, pour un intérêt scientifique discutable, dans la mesure où le code existant fournissait déjà une prédiction précise, dans un temps très court, de l'ordre de la seconde.

Une utilisation de ce code comme d'une "boîte noire" présente bien évidemment des dangers, en particulier dans notre cadre, où il est piloté automatiquement par l'algorithme de couplage fluide-paroi. Une connaissance de la méthode de résolution dans ses détails présente donc un intérêt indéniable à ce niveau. De même, elle sera par ailleurs utile aux personnes désireuses de l'améliorer. A notre connaissance, elle n'est détaillée dans aucun ouvrage, même si elle s'inspire de méthodes classiques.

Nous détaillons l'algorithme dans le cas d'une géométrie asymétrique. L'adaptation à une géométrie symétrique se fait sans difficultés. Le problème à résoudre est tout d'abord précisé, en particulier en ce qui concerne les conditions aux limites. Ensuite, la méthode numérique de résolution est détaillée pas à pas. Nous terminons en expliquant comment il est possible de contrôler en pression ou en débit l'écoulement.

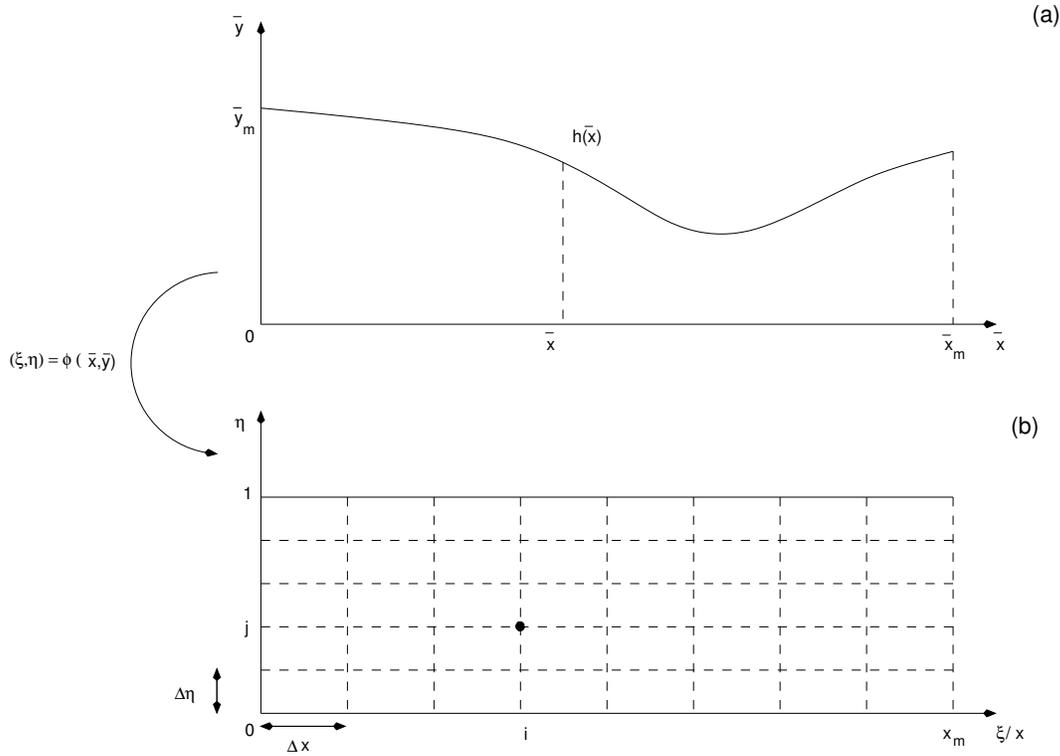


FIG. C.1 – Géométrie d'écoulement (a) et changement de variable permettant d'utiliser une grille régulière (b) pour la résolution par différences finies.

## C.1 Le problème à résoudre

Il s'agit de résoudre le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\bar{u}\partial_{\bar{x}}\bar{u} + \bar{v}\partial_{\bar{y}}\bar{u} = -\partial_{\bar{x}}\bar{p} + \partial_{\bar{y}^2}^2\bar{u}, \quad (\text{C.1})$$

$$-\partial_{\bar{y}}\bar{p} = 0, \quad (\text{C.2})$$

$$\partial_{\bar{x}}\bar{u} + \partial_{\bar{y}}\bar{v} = 0, \quad (\text{C.3})$$

Le domaine de résolution est précisé figure C.1 (a) : c'est le conduit d'écoulement. Les conditions limites d'adhérence à la paroi s'expriment ainsi :

$$\bar{u}(\bar{x}, \bar{y}_{inf} = 0) = \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}_{inf} = 0) = 0, \quad (\text{C.4})$$

$$\bar{u}(\bar{x}, \bar{y}_{sup} = h(\bar{x})) = \bar{v}(\bar{x}, \bar{y}_{sup} = h(\bar{x})) = 0, \quad (\text{C.5})$$

avec la paroi inférieure supposée plane ( $\bar{y}_{inf} = 0$ ) et la paroi supérieure de géométrie arbitraire, connue grâce à la fonction  $h$  ( $\bar{y}_{sup} = h(\bar{x})$ ). Pour que le problème soit bien défini, il faut de plus préciser la valeur de la pression et le profil de vitesse à l'entrée du conduit. La pression étant définie à une constante près, elle est prise comme nulle en entrée :

$$\bar{p}(\bar{x} = 0) = 0. \quad (\text{C.6})$$

Le profil de vitesse est donné. Il peut être parabolique (Poiseuille) ou uniforme<sup>1</sup> :

<sup>1</sup>Il est parabolique dans notre cas.

$$\bar{u}(\bar{x} = 0, \bar{y}) = \bar{u}_0(\bar{y}), \quad (\text{C.7})$$

$$\bar{v}(\bar{x} = 0, \bar{y}) = \bar{v}_0(\bar{y}), \quad (\text{C.8})$$

où  $\bar{u}_0$  et  $\bar{v}_0$  sont des fonctions connues.

## C.2 Résolution par différences finies

### C.2.1 Changement de variable préliminaire

Afin d'approximer chaque différentielle par des formules aux différences, il est plus commode d'avoir un domaine de résolution de géométrie simple, sur lequel il est possible d'adapter une grille régulière. Dans notre cas, un changement de variable (*mapping*) permet de se ramener à un domaine rectangulaire (cf. figure C.1). On introduit à cet effet l'application suivante :

$$(\xi, \eta) = \phi(\bar{x}, \bar{y}), \quad (\text{C.9})$$

avec :

$$\xi = \bar{x}, \quad (\text{C.10})$$

$$\eta = \frac{\bar{y}}{h(\bar{x})}. \quad (\text{C.11})$$

Puis, l'expression de toutes les inconnues  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}$  en fonction du couple  $(\xi, \eta)$  se traduit par des changements dans les équations à résoudre. En effet, en notant  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}$  les nouvelles inconnues, fonction des nouvelles variables, on a par exemple, pour  $\tilde{u}$  :

$$\tilde{u}(\xi, \eta) = \tilde{u}(\xi(\bar{x}, \bar{y}), \eta(\bar{x}, \bar{y})) = \bar{u}(\bar{x}, \bar{y}), \quad (\text{C.12})$$

ce qui se traduit par les changements suivants au niveau des différentielles :

$$\partial_{\bar{x}} \bar{u} = \partial_{\xi} \xi \partial_{\xi} \tilde{u} + \partial_{\bar{x}} \eta \partial_{\eta} \tilde{u}, \quad (\text{C.13})$$

$$= \partial_{\xi} \tilde{u} - \eta \frac{h'}{h} \partial_{\eta} \tilde{u}, \quad (\text{C.14})$$

en remarquant que  $\partial_{\bar{x}} \xi = 1$  et  $\partial_{\bar{x}} \eta = -\bar{y} \frac{h'(\bar{x})}{h(\bar{x})^2} = -\eta \frac{h'(\bar{x})}{h(\bar{x})}$ . De même, en ce qui concerne les différentielles par rapport à  $\bar{y}$  :

$$\partial_{\bar{y}} \bar{u} = \frac{1}{h} \partial_{\eta} \tilde{u}, \quad (\text{C.15})$$

$$\partial_{\bar{y}^2}^2 \bar{u} = \frac{1}{h^2} \partial_{\eta^2}^2 \tilde{u}. \quad (\text{C.16})$$

On obtient des formules similaires pour  $\tilde{v}$  et  $\tilde{p}$ . En renommant, pour simplifier,  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}$  en  $u, v, p$  et  $\xi$  en  $x$ , on obtient finalement le système suivant à résoudre sur le domaine rectangulaire :

$$u \partial_x u + \left( \frac{1}{h} v - \eta \frac{h'}{h} \right) \partial_{\eta} u = -\frac{dp}{dx} + \frac{1}{h^2} \partial_{\eta^2}^2 u, \quad (\text{C.17})$$

$$u (\partial_x u - \eta \frac{h'}{h} \partial_{\eta} u) + \frac{1}{h} \partial_{\eta} v = 0. \quad (\text{C.18})$$

Dans ce système, l'indépendance de  $p$  par rapport à  $\eta$  a été prise en compte, ce qui explique que seules deux équations subsistent. On remarque que dans les nouvelles équations, la dérivée du profil supérieur  $h'$  intervient : ce profil doit donc être continûment dérivable afin d'assurer une résolution correcte.

### C.2.2 Principe de la résolution

L'idée de la méthode des différences finies consiste à approximer les champs continus de pression et de vitesse par une distribution discrète de valeurs calculées en chaque point  $(i, j)$  d'une grille telle que celle présentée figure C.1 (b). L'approximation de chaque opérateur différentiel par des formules aux différences calculées en tout point de la grille permet de se ramener à une résolution d'équations algébriques, dont la solution est d'autant plus proche de celle du problème continu que le nombre de points de la grille est élevé<sup>2</sup> [Sainsaulieu00].

Dans notre cas, la grille est régulière : la distance entre chaque point est la même dans une direction donnée. La distance dans la direction  $x$  est notée  $\Delta x$  et celle dans la direction  $\eta$   $\Delta \eta$ . Pour chaque point indicé par un couple  $(i, j)$ , nous noterons  $x_j^i$  et  $\eta_j^i$  ses coordonnées. En chaque point, il est donc nécessaire de calculer  $u(x_j^i, \eta_j^i)$ , notée plus simplement  $u_j^i$ , ainsi que  $v_j^i = v(x_j^i, \eta_j^i)$ . La pression est calculée pour chaque indice  $i$  :  $p_i = p(x_1^i)$ . On notera  $m$  le nombre de points de la grille dans la direction  $x$  et  $n$  le nombre de points dans la direction  $\eta$ . Par convention, les indices commencent à 1.

L'équation (C.17) est parabolique. Elle est donc de la même famille que l'équation de la chaleur à une dimension. La méthode de résolution employée est en conséquence relativement similaire. En particulier, nous savons que l'équation de la chaleur peut être résolue à l'aide d'une marche avant en temps, à l'aide d'un schéma explicite (conditionnellement stable) ou implicite (inconditionnellement stable) [Sainsaulieu00]. Un algorithme de marche avant est également utilisé, avec une discrétisation implicite du terme du second ordre  $\partial_{\eta^2}^2 u$  [Lagrée et al.05a]. L'axe de propagation de l'information est ici l'axe longitudinal  $x$ , qui correspond à la direction de l'écoulement<sup>3</sup>. Il est imposé par le terme de convection  $u \partial_x u$  [Cousteix88]. Ainsi, à partir de l'entrée du conduit ( $i = 1$ ), on calcule pour chaque indice  $i$  toutes les inconnues, à partir de leurs valeurs pour les indices précédents, et on incrémente ensuite  $i$ . Le calcul se propage jusqu'à la sortie du conduit. La pression et la vitesse de sortie sont donc déterminés automatiquement, et n'ont pas à être imposés. Plus précisément, à chaque étape, pour un indice  $i$  donné :

1. La valeur de  $\frac{dp}{dx}$  est initialisée à partir de sa valeur pour  $i - 1$ .
2. L'équation de la conservation de quantité de mouvement (C.17) permet de calculer  $u_j^i (\forall j)$  en fonction des valeurs précédemment calculées de  $u, v$  et  $p$ .
3. L'équation de continuité (C.18) ainsi que la condition limite sur la paroi inférieure  $v_1^i = 0$  permettent de calculer  $v_j^i (\forall j)$ . La condition limite sur la paroi supérieure  $v_n^i = 0$  n'est alors pas forcément vérifiée.
4. Il faut en conséquence trouver la valeur de  $\frac{dp}{dx}$  qui permette d'obtenir  $v_n^i = 0$ . Une nouvelle estimation de cette valeur est alors calculée (itération de Newton), puis les étapes 2 et 3 sont renouvelées jusqu'à ce que la condition limite soit vérifiée.

### C.2.3 Calcul du profil longitudinal

Nous détaillons ici comment la discrétisation de l'équation du mouvement (C.17) permet de déterminer  $u_j^i$ . C'est le point essentiel de la résolution [Lagrée et al.05b]. Nous précisons d'abord

<sup>2</sup>, à condition toutefois que la discrétisation ait été effectuée correctement, autrement dit que le schéma numérique obtenu soit consistant et stable.

<sup>3</sup>Rappelons que pour l'équation de la chaleur, cet axe est celui du temps.

comment nous discrétisons chaque terme et chaque opérateur différentiel.

$$\underbrace{u \partial_x u}_{(1)} + \underbrace{\left(\frac{1}{h} v - \eta \frac{h'}{h}\right) \partial_\eta u}_{(2)} = \underbrace{-\frac{dp}{dx}}_{(3)} + \underbrace{\frac{1}{h^2} \partial_{\eta^2}^2 u}_{(4)}, \quad (\text{C.19})$$

- *terme (1)* : la valeur de  $u$  est prise au point  $(i-1, j)$  :  $u \rightarrow u_j^{i-1}$ .
- *terme (1)* : la valeur de  $\partial_x u$  est donnée par une discrétisation d'ordre 1 en  $x$  :

$$\partial_x u \rightarrow (\partial_x u)_j^i = \frac{u_j^i - u_j^{i-1}}{\Delta x}.$$

- *terme (2)* : la valeur de  $v$  est prise au point  $(i-1, j)$  :  $v \rightarrow v_j^{i-1}$ .
- *terme (2)* : la valeur de  $h$  est prise en  $i-1$  :  $h \rightarrow h_{i-1} = h(x_{i-1})$ .
- *terme (2)* : le terme  $\eta h'$  est calculé en  $(i-1, j)$  :

$$\eta h' \rightarrow \eta_j \frac{h_i - h_{i-1}}{\Delta x}.$$

- *terme (2)* : la valeur de  $\partial_\eta u$  est donnée par une discrétisation centrée en  $\eta$  :

$$\partial_\eta u \rightarrow (\partial_\eta u)_j^{i-1} = \frac{u_{j+1}^{i-1} - u_{j-1}^{i-1}}{2\Delta\eta}.$$

- *terme (4)* : la valeur de  $h$  est prise en  $i$  :  $h \rightarrow h_i$ .
- *terme (4)* : la dérivée seconde en  $\eta$  est obtenue à l'aide d'un schéma centré dans la direction  $\eta$  en  $(i, j)$  :

$$\partial_{\eta^2}^2 u \rightarrow (\partial_{\eta^2}^2 u)_j^i = \frac{u_{j+1}^i + u_{j-1}^i - 2u_j^i}{\Delta\eta^2}.$$

En injectant ces termes dans l'équation (C.17), et après quelques manipulations algébriques élémentaires<sup>4</sup>, on obtient l'équation suivante :

$$A_{i,j-1} u_{j-1}^i + A_{i,j} u_j^i + A_{i,j+1} u_{j+1}^i = b_{i,j}, \quad (\text{C.20})$$

avec pour valeurs de chaque coefficient :

---

<sup>4</sup>laissées au lecteur à titre d'exercice,

$$A_{i,j-1} = A_{i,j+1} = \frac{1}{(h_i \Delta \eta)^2}, \quad (\text{C.21})$$

$$A_{i,j} = -\frac{2}{(h_i \Delta \eta)^2} - \frac{1}{\Delta x} u_j^{i-1}, \quad (\text{C.22})$$

$$b_{i,j} = \frac{dp}{dx} - \frac{(u_j^{i-1})^2}{\Delta x} + (v_j^{i-1} - u_j^{i-1} \frac{\eta_j}{\Delta x} (h_i - h_{i-1})) \frac{1}{h_{i-1}} (\partial_\eta u)_j^{i-1}. \quad (\text{C.23})$$

On voit ainsi qu'on peut regrouper ces termes dans une matrice et des vecteurs colonnes, qui permettent d'obtenir le système d'équations linéaires suivant :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{u}_i = \mathbf{b}_i, \quad (\text{C.24})$$

avec  $\mathbf{A}_i$  la matrice symétrique tridiagonale constituée des  $A_{i,j}$ ,  $\mathbf{u}_i$  le vecteur des inconnues  $u_j^i$  et  $\mathbf{b}_i$  le vecteur constitué des  $b_{i,j}$ . Les conditions limites sur  $u$  sont également intégrées dans ce système :

$$u_1^i = u_n^i = 0. \quad (\text{C.25})$$

La résolution, à l'aide de l'algorithme de Thomas [Thomas98], fournit le profil de vitesse longitudinale en  $i$ .

#### C.2.4 Calcul du profil transverse et de la pression

Une fois  $u_j^i$  obtenu, l'équation de continuité (C.18) permet d'obtenir  $v_j^i$  pour tout  $j$ . En effet, en remplaçant le terme  $\partial_\eta v$  par la formule aux différences :

$$\frac{v_j^i - v_{j-1}^i}{\Delta \eta}, \quad (\text{C.26})$$

on se rend compte que la valeur inconnue  $v_j^i$  peut être calculée à partir de la valeur  $v_{j-1}^i$ , supposée connue, et du premier terme, dont toutes les valeurs sont dorénavant connues car dépendant de  $h$  et de  $u$ .  $v$  peut ainsi être calculé en incrémentant  $j$  à partir de la condition limite sur la paroi inférieure  $v_1^i = 0$  :

$$v_j^i = v_{j-1}^i + \Delta \eta \varphi(h, u). \quad (\text{C.27})$$

Si la valeur obtenue pour  $v_n^i$  est différente de zéro, ce qui correspond à la condition limite sur la paroi supérieure,  $\frac{dp}{dx}$  est ré-ajusté par itération de Newton de telle sorte à ce que  $v_n^i$  se rapproche de zéro après un nouveau calcul des profils de vitesse. Plus exactement, l'algorithme de résolution procède comme suit :

##### Initialisation :

- $dp_{x_{prec}} = \frac{dp}{dx}_{(i-1)}$  (initialisation à partir de la valeur de  $\frac{dp}{dx}$  obtenue précédemment en  $i-1$ ).

##### Boucle :

- $dp_{x_{cour}} = dp_{x_{prec}} + \varepsilon$  (avec  $\varepsilon$  une valeur constante choisie arbitrairement).
- Calcule  $v_n^i(dp_{x_{prec}})$  et mémorise la valeur obtenue dans  $v_2$  :  $v_n^i \rightarrow v_2$ .

- Calcule  $v_n^i(dp_{x_{cour}})$  et mémorise la valeur obtenue dans  $v_1 : v_n^i \rightarrow v_1$ .
- Calcule  $\Delta v = \frac{v_1 - v_2}{\varepsilon}$ .
- $dp_{x_{prec}} - \frac{v_2}{\Delta v} \rightarrow dp_{x_{prec}}$ .

**Fin boucle.**

### C.2.5 Obtention des grandeurs associées à l'écoulement

Les distributions de pression et de vitesse sont stockées dans des tableaux, retournés par le code de calcul. A partir de ces distributions discrètes, il est possible de calculer différentes grandeurs associées à l'écoulement, en particulier les contraintes pariétales, adimensionnées, sur les parois inférieures et supérieures, qui sont données respectivement par :

$$\tau_{inf} = \frac{u_2^i - u_1^i}{h_i \Delta \eta}, \quad (\text{C.28})$$

$$\tau_{sup} = \frac{u_n^i - u_{n-1}^i}{h_i \Delta \eta}. \quad (\text{C.29})$$

### C.2.6 Le problème de la séparation. L'approximation 'FLARE'.

Nous savons qu'après le point de séparation, le fluide se décolle. Le code peut néanmoins poursuivre son calcul. Il se forme alors un jet, qui peut être accompagné de phénomènes de recirculation. Ceux-ci ne peuvent être prédits tels quels par la méthode numérique, qui par conséquent, donne des résultats complètement erronés en ce cas. En effet, lorsque  $u < 0$ , à cause du terme de convection (1) de C.19, l'équation à résoudre devient similaire à l'équation de la chaleur avec une diffusivité négative. Pour remédier au problème, l'approximation dite 'FLARE' force  $u = 0$  dans ce terme après séparation. Le code prédit alors un jet laminaire au dessus duquel se situe une zone où la vitesse des particules est très faible. Tous les calculs présentés dans ce mémoire ont été réalisés à l'aide de cette approximation.

## C.3 Commande

Le débit d'entrée est imposé au cours du dimensionnement via le nombre de Reynolds. En effet, comme la vitesse caractéristique  $U_0$  est donnée par :

$$U_0 = \frac{\phi}{Wh_0}, \quad (\text{C.30})$$

avec  $\phi$  le débit,  $W$  la profondeur et  $h_0$  la hauteur caractéristique du conduit, on a alors le nombre de Reynolds qui est le suivant :

$$Re = \rho \frac{h_0 U_0}{\mu} = \frac{\rho}{\mu} \frac{\phi}{W}. \quad (\text{C.31})$$

La pression initiale  $p_e$  est prise par convention à 0 Pa. La pression de sortie  $p_s$  est prédite suite au calcul. Ainsi, si on désire commander l'écoulement en pression, il suffit d'ajuster le débit  $\phi$  au cours d'itérations successives de telle sorte à obtenir finalement la différence de pression  $p_e - p_s$  voulue, à l'aide d'un algorithme de Newton. Si on veut une pression d'entrée  $p_e$  différente de 0 Pa, il suffit de translater la courbe obtenue de  $p_e$  Pa.



---

# Formules relatives à l'utilisation des modèles éléments finis

---

Cet annexe est dédié à l'explicitation de formules utilisées dans les chapitres 3 et 4 pour les modèles éléments finis de la maquette et de la langue.

## D.1 Détermination du module d'Young

Nous montrons ici comment est établie la formule (3.4) utilisée en 3.3.2 pour la méthode directe de détermination du module d'Young de la paroi en latex du banc de mesure. Rappelons tout d'abord son expression :

$$\Delta h_c = \frac{k}{E} P_{int}. \quad (\text{D.1})$$

Remarquons que  $\Delta h_c$ , la variation de la hauteur de constriction, correspond exactement au déplacement  $u_n^y$  dans la direction  $y$  du noeud central d'indice  $n$  situé au niveau de la constriction (cf. schéma D.1) :

$$\Delta h_c = -u_n^y. \quad (\text{D.2})$$

Nous allons maintenant exprimer  $u_n^y$  en fonction de la pression interne  $P_{int}$  en nous appuyant sur la relation suivante entre déplacements et forces :

$$\mathbf{K} \mathbf{u}_m = \mathbf{f}_m, \quad (\text{D.3})$$

Cette relation découle de la formulation éléments finis dans le cadre de l'élasticité linéaire et des petites déformations.  $\mathbf{K}$  est la matrice de rigidité,  $\mathbf{u}_m$  le vecteur de tous les déplacements nodaux et  $\mathbf{f}_m$  le vecteur de toutes les forces nodales (cf. 2.4.1).  $\mathbf{K}$  est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires  $\mathbf{K}_{(e)}$ , dont nous rappelons ci-dessous l'expression [Dhatt et al.05] [Zienkiewicz et al.89] :

$$\mathbf{K}_{(e)} = \int_V \mathbf{B}^t \mathbf{D} \mathbf{B} dV, \quad (\text{D.4})$$

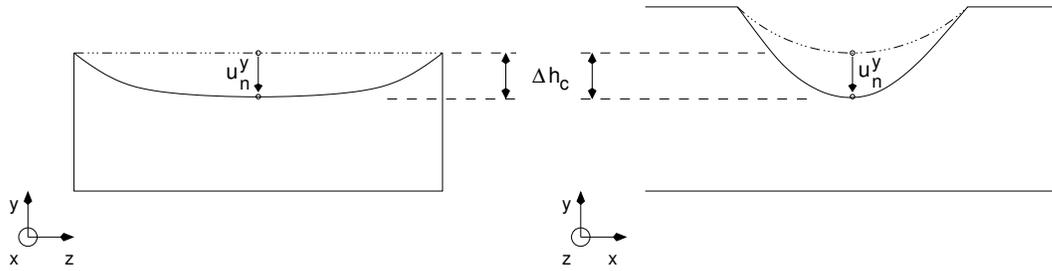


FIG. D.1 – Calcul de la variation de hauteur de constriction  $\Delta h_c$  à partir du modèle éléments finis. Le déplacement  $u_n^y$  dans la direction  $y$  du noeud  $n$  au centre de la constriction, en réponse à une pression interne  $P_{int}$ , permet une lecture directe de cette variation.

avec  $V$  le volume de l'élément (si celui-ci est tridimensionnel) et  $\mathbf{B}$  la matrice de déformation, dérivée à partir de la matrice d'interpolation de l'élément. Elle ne dépend que du choix des fonctions d'interpolation et de la configuration géométrique de l'élément.  $\mathbf{D}$  est la matrice d'élasticité, qui dépend uniquement de la loi de comportement. Lorsque celle-ci est la loi de Hooke, il est alors possible de mettre en facteur le module d'Young du matériau :

$$\mathbf{D} = E \mathbf{D}_0, \quad (\text{D.5})$$

avec  $\mathbf{D}_0$  qui ne dépend que du coefficient de Poisson  $\nu$  (matrice d'élasticité pour un module d'Young unité). Cette factorisation se retrouve alors au niveau de la matrice de rigidité élémentaire :

$$\mathbf{K}_{(e)} = E \mathbf{K}_{(e)0}, \quad (\text{D.6})$$

et au niveau de la matrice de rigidité globale, car elle est conservée par la procédure d'assemblage :

$$\mathbf{K} = E \mathbf{K}_0, \quad (\text{D.7})$$

avec  $\mathbf{K}_{(e)0}$  et  $\mathbf{K}_0$  qui sont les matrices de rigidité, élémentaire et globale, pour un module d'Young unité. En ce qui concerne le vecteur  $\mathbf{f}_m$  des forces nodales, celles-ci correspondent, dans le cas de la simulation qui est effectuée avec le modèle de maquette, aux forces de pression interne exercées sur les noeuds des éléments supposés être en contact avec l'eau à l'intérieur du cylindre. L'intensité de ces forces est directement proportionnelle à la valeur de la pression interne  $P_{int}$ . Tout changement de la valeur de  $P_{int}$  n'aura pas d'incidence sur la direction et l'orientation des forces nodales. Par conséquent, on peut donc écrire :

$$\mathbf{f}_m = P_{int} \mathbf{f}_{m0}, \quad (\text{D.8})$$

avec  $\mathbf{f}_{m0}$  le vecteur des forces nodales correspondant à une pression interne unité. Maintenant, en reprenant le partitionnement donné en 2.4.1 (équation 2.84) :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{M} \mathbf{f}_c + \mathbf{u}_i^0, \quad (\text{D.9})$$

et en remarquant que  $\mathbf{u}_i^0$  est nul dans notre cas (pas de déplacements non-nuls imposés), nous pouvons exprimer  $u_n^y$ , qui est une composante de  $\mathbf{u}_i$ . On obtient ainsi :

$$u_n^y = \mathbf{M}_{n,y} \mathbf{f}_c, \quad (\text{D.10})$$

avec  $\mathbf{M}_{n,y}$  qui est la sous-matrice ligne de  $\mathbf{M}$  correspondant à la composante  $y$  du noeud d'indice  $n$ . En se souvenant que la matrice  $\mathbf{M}$  est l'inverse d'une sous-matrice de la matrice de rigidité ( $\mathbf{M} = \mathbf{K}_{11}^{-1}$ ), une conséquence directe de la formule (D.7) est la suivante :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{E} \mathbf{M}_0, \quad (\text{D.11})$$

avec  $\mathbf{M}_0 = \mathbf{K}_{110}^{-1}$ . En injectant la formule ci-dessus ainsi que la formule (D.8) dans (D.10), on obtient finalement :

$$u_n^y = \frac{1}{E} \mathbf{M}_{0,n,y} P_{int} \mathbf{f}_{c0}. \quad (\text{D.12})$$

En remarquant que le produit  $\mathbf{M}_{0,n,y} \mathbf{f}_{c0}$  est un scalaire, que l'on notera  $-k$ , on obtient finalement la formule (3.4) :

$$\Delta h_c = -u_n^y = \frac{k}{E} P_{int}. \quad (\text{D.13})$$

## D.2 Application des forces de gravité

Il s'agit ici d'établir la formule utilisée en 4.2 pour appliquer un champ uniforme de gravité aux modèles éléments finis de langue. Nous rappelons tout d'abord cette formule :

$$\mathbf{u}_i = \frac{\rho \|\mathbf{g}\|}{E} \mathbf{u}_i^0. \quad (\text{D.14})$$

Pour l'établir, il suffit de se rappeler de la formulation matricielle associée à un modèle éléments finis en élasticité linéaire et en petites déformations (cf. 2.4.1) :

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{M} \mathbf{f}_c, \quad (\text{D.15})$$

en supposant, comme en D.1 que le vecteur des déplacements à charge nulle  $\mathbf{u}_i^0$  est nul (pas de déplacements non-nuls imposés, ce qui est le cas pour les modèles de langue présentés en 4.2). De la même manière qu'en D.1, on peut écrire la matrice des déformations nodales sous la forme suivante :

$$\mathbf{M} = \frac{1}{E} \mathbf{M}_0, \quad (\text{D.16})$$

avec  $E$  le module d'Young et  $\mathbf{M}_0$  la matrices des déformations nodales pour un module d'Young unité. De même qu'en D.1, on peut remarquer que le vecteur  $\mathbf{f}_c$  des forces nodales équivalentes au champ de gravité change uniquement en norme si la norme du vecteur  $\mathbf{g}$  ou si la densité volumique du matériau  $\rho$  sont modifiés. On peut donc écrire :

$$\mathbf{f}_c = \rho \|\mathbf{g}\| \mathbf{f}_{c0}, \quad (\text{D.17})$$

avec  $\mathbf{f}_{c0}$  le vecteur des forces nodales pour un champ volumique de norme unité et de même direction que  $\mathbf{g}$ . En notant :

$$\mathbf{u}_i^0 = \mathbf{M}_0 \mathbf{f}_{c0}, \quad (\text{D.18})$$

et en exprimant  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{f}_c$  à l'aide de (D.16) et (D.17), on obtient directement la formule souhaitée :

$$\mathbf{u}_i = \frac{1}{E} \mathbf{M}_0 \rho \|\mathbf{g}\| \mathbf{f}_{c0} = \frac{\rho \|\mathbf{g}\|}{E} \mathbf{u}_i^0. \quad (\text{D.19})$$



---

## Déformation de Von Mises

---

Pour vérifier si l'hypothèse des petites déformations était respectée dans nos simulations, nous avons utilisé une mesure qui est la déformation de Von Mises ('*Von Mises strain*') et que nous noterons ici  $\varepsilon_{eq}$ . Pour la définir, on utilise le tenseur des petites déformations  $\varepsilon$ , vu chapitre 2, et qu'on peut écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \quad (\text{E.1})$$

L'équation de Von Mises permet alors d'obtenir  $\varepsilon_{eq}$  (voir [Ansys02]) :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)} \left[ (\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{E.2})$$

avec  $\nu$  qui est le coefficient de Poisson du matériau. C'est une mesure de la déformation en distorsion : la composante sphérique n'est pas prise en compte. En effet, si  $\varepsilon = p\mathbf{I}$ , avec  $p$  scalaire, et  $\mathbf{I}$  le tenseur identité, alors on vérifie immédiatement que :  $\varepsilon_{eq} = 0$ . Il est possible de faire le lien entre la déformation de Von Mises et la déformation au sens courant qui est définie comme suit :

$$\varepsilon_c = \frac{ds - ds_0}{ds_0}, \quad (\text{E.3})$$

avec  $ds_0$  la longueur initiale d'une particule matérielle, et  $ds$  sa longueur après déformation. En effet, la déformation au sens courant peut être obtenue en multipliant par  $\frac{3}{2}$  la déformation de Von Mises. Une manière simple de le voir est de considérer le cas particulier d'une particule matérielle orientée dans la direction  $x$  et qui se déforme en ne changeant pas de direction. La déformation au sens courant est donnée par l'unique composante non-nulle de  $\varepsilon$  :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_x. \quad (\text{E.4})$$

Dans ce cas, la déformation de Von Mises s'écrit :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu)} [\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1+\nu} \varepsilon_x = \frac{1}{1+\nu} \frac{ds - ds_0}{ds_0}. \quad (\text{E.5})$$

Si le matériau est quasi-incompressible, alors  $\nu \simeq 0.5$  et donc :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{2}{3} \varepsilon_c, \quad (\text{E.6})$$

d'où la multiplication par  $\frac{3}{2}$  qui est effectuée au chapitre 3.

---

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [Ansys02] Ansys. – *Theory Reference*, 2002. Release 6.1. (cited on pp 155, 169)
- [Auregan et al.93] Auregan (Y.) et Meslier (N.). – Modélisation des apnées obstructives du sommeil. *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences, Série II*, vol. 316, 1993, pp. 1529–1534. (cited on pp 42, 44, 45, 58)
- [Ayappa et al.03] Ayappa (I.) et Rapoport (D.M.). – The upper airway in sleep : physiology of the pharynx. *Sleep Medicine Reviews*, vol. 7 (1), 2003, pp. 9–33. (cited on pp 16, 17, 18, 19, 20, 22, 32, 33, 34, 37, 146)
- [Bellet et al.90] Bellet (D.) et Barrau (J.J.). – *Cours d'Elasticité*. – Cepadues Editions - Collection La Cheveche, 1990. ISBN : 2.85428.245.0. (cited on pp 60, 61)
- [Berg et al.57] Berg (J. Van Den), Zantema (J.T.) et Doornenbal (P.). – On the air resistance and the Bernoulli effect of the human larynx. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 29, 1957, pp. 626–631. (cited on p 89)
- [Berger et al.00] Berger (S.A.) et Jou (L-D). – Flows in stenotic vessels. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 32, 2000, pp. 347–382. (cited on p 62)
- [Berry et al.98] Berry (D.A.), Moon (J.B.) et Kuehn (D.P.). – A histologically-based finite element model of the soft palate. *NCVS Status and Progress Report*, vol. 12, June 1998, pp. 71–77. (cited on p 57)
- [Bettega et al.98] Bettega (G.), Pépin (J.L.), Lévy (P.) et Raphaël (B.). – La chirurgie du pharynx rétro-basi-lingual dans le syndrome d'apnées du sommeil. *Les Cahiers d'O.R.L.*, vol. 22 (7), 1998, pp. 425–432. (cited on pp 29, 30)
- [Bettega et al.00] Bettega (G.), Pépin (J.L.), Veale (D.), Deschaux (C.), Raphaël (B.) et Lévy (P.). – Obstructive Sleep Apnea Syndrome. Fifty-one Consecutive Patients Treated by Maxillofacial Surgery. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 162, 2000, pp. 641–649. (cited on p 148)
- [Blevins92] Blevins (R.D.). – *Applied Fluid Dynamics Handbook*. – Krieger Publishing Company. Malabar, Florida., 1992. (cited on p 70)
- [Bonet et al.97] Bonet (J.) et Wood (R.D.). – *Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis*. – Cambridge University Press, 1997. (cited on pp 54, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 76, 79)
- [Bouchet et al.91] Bouchet (A.) et Cuilleret (J.). – *Anatomie Topographique, Descriptive et Fonctionnelle. Deuxième Edition*. – SIMEP, 1991. (cited on pp 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18)
- [Bruyns et al.02] Bruyns (C.) et Ottensmeyer (M.). – Measurements of soft-tissue mechanical properties to support development of a physically based virtual animal model. *In : MICCAI 2002*, pp. 282–289. (cited on p 152)

- [Cancelli et al.85] Cancelli (C.) et Pedley (T.J.). – A separated-flow model for collapsible-tube oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 157, 1985, pp. 375–404. (cited on p 37)
- [Candel95] Candel (S.). – *Mécanique des fluides - Cours.* – Editions Dunod, 1995. (cited on pp 54, 62, 63, 64, 66, 67, 68, 70, 73)
- [Carpenter et al.05] Carpenter (P.W.) et Pedley (T.J.), editors. – *Flow in Collapsible Tubes and Past Other Highly Compliant Boundaries*, chap. 2. Flows in Deformable Tubes and Channels. Theoretical Models and Biological Applications (M. Heil and O.E. Jensen). – Kluwer, 2005. A paraître. (cited on pp 37, 38, 81, 82)
- [Chabanas et al.03] Chabanas (M.), Luboz (V.) et Payan (Y.). – Patient specific Finite Element model of the face soft tissue for computer-assisted maxillofacial surgery. *Medical Image Analysis*, vol. 7(2), 2003, pp. 131–151. (cited on p 134)
- [Chabanas02] Chabanas (M.). – *Modélisation des tissus mous de la face pour la chirurgie orthognatique assistée par ordinateur.* – PhD thesis, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, Décembre 2002. (cited on pp 39, 58, 134, 140)
- [Coirier01] Coirier (J.). – *Mécanique des milieux continus.* – Dunod - 2e édition, 2001. (cited on pp 54, 55, 58, 59, 60, 63)
- [Conway et al.81] Conway (W.A.), Victor (L.D.), Magilligan (D.J.), Fujita (S.), Zorick (F.J.) et Roth (T.). – Adverse Effects of Tracheostomy for Sleep Apnea. *Journal of American Medical Association*, vol. 246 (4), July 1981, pp. 347–350. (cited on pp 27, 28)
- [Cotin et al.99] Cotin (S.), Delingette (H.) et Ayache (N.). – Real-Time Elastic Deformations of Soft Tissues for Surgery Simulation. *IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics*, vol. 5 (1), January-March 1999, pp. 62–73. (cited on pp 78, 134)
- [Cousteix88] Cousteix (J.). – *Couche Limite Laminaire.* – Editions Cépaduès, 1988. (cited on pp 65, 67, 70, 160)
- [Crampette et al.92] Crampette (L.), Carlander (B.), Mondain (M.), Billiard (M.), Guerrier (B.) et Dejean (Y.). – Surgical Alternatives to Uvulopalatopharyngoplasty in Sleep Apnea Syndrome. *Sleep*, vol. 15 (6), 1992, pp. S63–S68. (cited on pp 28, 29, 30)
- [Deegan et al.95] Deegan (P.C.) et McNicholas (W.T.). – Pathophysiology of obstructive sleep apnoea. *European Respiratory Journal*, vol. 8, 1995, pp. 1161–1178. (cited on pp 23, 24, 25, 37, 148)
- [Delalleau et al.05] Delalleau (A.), Josse (G.), Lagarde (J.M.), Zahouani (H.) et Bergheau (J.M.). – Characterization of the mechanical properties of skin by inverse analysis combined with the indentation test. *Journal of Biomechanics*, 2005, p. (à paraître). (cited on p 141)
- [Delingette98] Delingette (H.). – Towards Realistic Soft Tissue Modeling in Medical Simulation. *Proceedings of the IEEE : Special Issue on Surgery Simulation*, April 1998, pp. 512–523. (cited on p 134)
- [Dervieux03] Dervieux (Alain), editor. – *Fluid-Structure Interaction.* – Kogan Page Science, 2003. (cited on pp 74, 83)
- [Deverge et al.03] Deverge (M.), Pelorson (X.), Vilain (C.), Lagrée (P.Y.), Chentouf (F.), Willems (J.) et Hirschberg (A.). – Influence of the collision on the flow through in-vitro rigid models of the vocal folds. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 114 (6), December 2003, pp. 3354–3362. (cited on pp 72, 89)
- [Dhatt et al.05] Dhatt (G.), Touzot (G.) et Lefrançois (E.). – *Méthode des éléments finis.* – Hermes Science - Lavoisier, 2005. (cited on pp 76, 77, 165)
- [Dictionnaire] Dictionnaire. – Le grand dictionnaire terminologique. – Site internet : <http://www.granddictionnaire.com/>. Géré par l'Office québécois de la langue française. (cited on pp 22, 25, 30, 31)
- [Fairbanks et al.03] Fairbanks (D.N.F.), Mickelson (S.A.) et Woodson (B.T.), editors. – *Snoring and Obstructive Sleep Apnea (3rd Edition).* – Lippincott Williams and Wilkins, 2003. (cited on pp 20, 25)

- [Flemons02] Flemons (W. Ward). – Obstructive Sleep Apnea. *The New England Journal Of Medicine*, vol. 347 (7), August 2002, pp. 498–504. (cited on p 20)
- [Fodil et al.97] Fodil (R.), Ribreau (C.), Louis (B.), Lofaso (F.) et Isabey (D.). – Interaction between steady flow and individualised compliant segments : application to upper airways. *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 35, 1997, pp. 1–11. (cited on pp 42, 44, 46, 58)
- [Fodil et al.04] Fodil (R.), Brugel-Ribere (L.), Croce (C.), Sbirlea-Apiou (G.), Larger (C.), Papon (J.F.), Delclaux (C.), Coste (A.), Isabey (D.) et Louis (B.). – Inspiratory Flow in the Nose : A Model Coupling Flow and Vasoerectile Tissue Distensibility. *Journal of Applied Physiology*, vol. 98, 2004, pp. 288–295. (cited on p 44)
- [Fogel et al.04] Fogel (R.B.), Malhotra (A.) et White (D.P.). – Sleep - 2 : Pathophysiology of obstructive sleep apnoea/hypopnoea syndrome. *Thorax*, vol. 59, 2004, pp. 159–163. (cited on pp 19, 20, 32, 33, 34, 35, 36, 152)
- [Fujita et al.81] Fujita (S.), Conway (W.), Zorick (F.) et Roth (T.). – Surgical Correction of Anatomic Abnormalities in Obstructive Sleep Apnea Syndrome : Uvulopalatopharyngoplasty. *Otolaryngol Head Neck Surg*, vol. 89, Nov-Dec 1981, pp. 923–934. (cited on p 28)
- [Fung93] Fung (Y.C.). – *Biomechanics : Mechanical Properties of Living Tissues*. – Springer-Verlag, New-York, 1993. (cited on p 141)
- [Garnier05] Garnier (Y.). – *Mesures optiques et aérodynamiques sur des maquettes du conduit vocal. Application à l'étude des apnées respiratoires*. – Rapport de stage - projet de fin d'études ensieg - 3e année atis, ICP, 2005. (cited on pp 90, 94)
- [Gastaut et al.66] Gastaut (H.), Tassinari (C.A.) et Duron (B.). – Polygraphic Study of the Episodic Diurnal and Nocturnal (Hypnic and Respiratory) Manifestations of the Pickwick Syndrome. *Brain Research*, vol. 2, 1966, pp. 167–186. (cited on pp 21, 22, 24)
- [Gavriely et al.93] Gavriely (N.) et Jensen (O.E.). – Theory and measurements of snores. *Journal of Applied Physiology*, vol. 74 (6), 1993, pp. 2828–2837. (cited on pp 42, 43, 58, 128, 129, 149)
- [Gerard et al.03] Gerard (J.M.), Wilhelms-Tricarico (R.), Perrier (P.) et Payan (Y.). – A 3d dynamical biomechanical tongue model to study speech motor control. *Recent Res. Devel. Biomechanics*, vol. 1, 2003, pp. 49–64. (cited on pp 57, 142, 152)
- [Gerard et al.05] Gerard (J.M.), Ohayon (J.), Luboz (V.), Perrier (P.) et Payan (Y.). – Non linear elastic properties of the lingual and facial tissues assessed by indentation technique. Application to the biomechanics of speech production. *Medical Eng. Phys.*, 2005. – à paraître. (cited on pp 110, 141)
- [Gerard04] Gerard (J.M.). – *Un modèle biomécanique tridimensionnel de la langue*. – PhD thesis, INPG, Décembre 2004. (cited on p 152)
- [Gould et al.88] Gould (G.A.), Whyte (K.F.), Rhind (G.B.), Airlie (M.A.A.), Catterall (J.R.), Shapiro (C.M.) et Douglas (N.J.). – The Sleep Hypopnea Syndrome. *Am Rev Respir Dis*, vol. 137, 1988, pp. 895–898. (cited on p 22)
- [Grandmont et al.98] Grandmont (C.) et Maday (Y.). – Analyse et méthodes numériques pour la simulation de phénomènes d'interaction fluide-structure. In : *ESAIM (European Series in Applied and Industrial Mathematics) Proceedings vol. 3, p.101-117. Actes du 29e Congrès d'Analyse Numérique : Canum'97*. (cited on pp 74, 76, 83)
- [Guilleminault et al.89] Guilleminault (C.), Quera-Salva (M.A.), Powell (N.B.) et Riley (R.W.). – Maxillo-mandibular surgery for obstructive sleep apnoea. *Eur Respir J.*, vol. 2, 1989, pp. 604–612. (cited on pp 30, 31, 148)
- [Guilleminault et al.93] Guilleminault (C.), Stoohs (R.), Clerk (A.), Cetel (M.) et Maistros (P.). – A Cause of Excessive Daytime Sleepiness - The Upper Airway Resistance Syndrome. *Chest*, vol. 104 (3), September 1993, pp. 781–787. (cited on pp 23, 30)

- [Gurtin81] Gurtin (M.E.). – *An Introduction to Continuum Mechanics*. – Academic Press, Inc., 1981. (cited on pp 54, 56, 57, 60)
- [He et al.88] He (J.), Kryger (M.H.), Zorick (F.J.), Conway (W.) et Roth (T.). – Mortality and Apnea Index in Obstructive Sleep Apnea - Experience in 385 Male Patients. *Chest*, vol. 94 (1), July 1988, pp. 9–14. (cited on p 24)
- [Hirtum et al.05] Hirtum (A. Van), Pelorson (X.) et Lagrée (P.Y.). – In vitro validation of some flow assumptions for the prediction of the pressure distribution during obstructive sleep apnoea. *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 43, 2005, pp. 162–171. (cited on pp 90, 92, 95, 101, 120, 129)
- [Hoffstein96] Hoffstein (V.). – How and Why Should We Stabilize the Upper Airway ? *Sleep*, vol. 19 (9), 1996, pp. S57–S60. (cited on pp 25, 29, 31, 32)
- [Hofmans et al.03] Hofmans (G.C.J.), Groot (G.), Ranucci (M.), Graziani (G.) et Hirschberg (A.). – Unsteady flow through in-vitro models of the glottis. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 113 (3), 2003, pp. 1658–1675. (cited on pp 62, 89)
- [Howell et al.04] Howell (R.M.), Lucey (A.D.) et Carpenter (P.W.). – Numerical simulation of a cantilevered flexible plate embedded in an unbounded inviscid flow. In : *Proceedings of conf. Flow Induced Vibration 2004, Ecole Polytechnique, Paris, 6-9th July*, éd. par Axisa, pp. 167–171. (cited on pp 47, 48)
- [Huang et al.99] Huang (L.) et Williams (J.E. Ffowcs). – Neuromechanical interaction in human snoring and upper airway obstruction. *Journal of Applied Physiology*, vol. 86 (6), 1999, pp. 1759–1763. (cited on pp 42, 44, 45, 152)
- [Huang et al.00] Huang (J.), Itai (N.), Hoshiba (T.), Fukunaga (T.), Yamanouchi (K.), Toga (H.), Takahashi (K.) et Ohya (N.). – A new nasal acoustic reflection technique to estimate pharyngeal cross-sectional area during sleep. *J Appl Physiol*, vol. 88, 2000, pp. 1457–1466. (cited on p 34)
- [Hudgel et al.88] Hudgel (D.W.), Hendricks (C.) et Hamilton (H.B.). – Characteristics of the upper airway pressure-flow relationship during sleep. *Journal of Applied Physiology*, vol. 64 (5), 1988, pp. 1930–1935. (cited on p 37)
- [Hui et al.00] Hui (D.S.C.), Choy (D.K.L.), Ko (F.W.S.), Li (T.S.T.) et Lai (C.K.W.). – Obstructive sleep apnoea syndrome : treatment update. *HKMJ*, vol. 6 (2), June 2000, pp. 209–217. (cited on pp 25, 29, 31, 32, 148)
- [Isono et al.97a] Isono (S.), Feroah (T.R.), Hajduk (E.A.), Brant (R.), Whitelaw (W.A.) et Remmers (J.E.). – Interaction of cross-sectional area, driving pressure, and airflow of passive velopharynx. *Journal Of Applied Physiology*, vol. 83 (3), 1997, pp. 851–859. (cited on p 37)
- [Isono et al.97b] Isono (S.), Remmers (J.E.), Tanaka (A.), Sho (Y.), Sato (J.) et Nishino (T.). – Anatomy of pharynx in patients with obstructive sleep apnea and in normal subjects. *Journal Of Applied Physiology*, vol. 82 (4), 1997, pp. 1319–1326. (cited on pp 19, 34, 35, 36, 37, 39, 140, 148)
- [Jensen02] Jensen (O.E.). – Flows through deformable airways. In : *Biomathematics Euro Summer School, Dynamical Systems in Physiology and Medicine, Urbino 2002*. (cited on p 37)
- [Jouk et al.99] Jouk (P.S.), Ohayon (J.), Usson (Y.) et Cai (H.). – Fibre orientation in human fetal heart and ventricular mechanics : a small perturbation analysis. *Computer Methods in Biomedical Engineering*, vol. 2, 1999, pp. 83–106. (cited on pp 134, 141)
- [Keeve et al.98] Keeve (E.), Girod (S.), Kikinis (R.) et Girod (B.). – Deformable modeling of facial tissue for craniofacial surgery simulation. *Journal of Computer Aided Surgery*, vol. 3, 1998, pp. 228–238. (cited on p 134)
- [Knowlton et al.12] Knowlton (F.P.) et Starling (E.H.). – The Influence Of Variations In Temperature and Blood-Pressure On The Performance Of The Isolated Mammalian Heart. *Journal Of Physiology*, vol. 44, 1912, pp. 206–219. (cited on p 37)
- [Krieger et al.98] Krieger (J.), Petiau (C.), Sforza (E.), Weiss (T.), Thibault (A.) et Bazin (A.). – Résisteur de Starling et stabilité du couple sommeil-ventilation. *Neurophysiologie Clinique*, vol. 28, 1998, pp. 493–506. (cited on p 37)

- [Kroetz98] Kroetz (X.P.). – *Contribution à l'analyse et à l'étude in-vitro de l'apnée du sommeil*. – Rapport de stage, 3e année d'ingénieur ieg, Institut de la Communication Parlée, 1998. (cited on p 89)
- [Kuhlo et al.69] Kuhlo (W.), Doll (E.) et Franck (M.C.). – Erfolgreiche Behandlung eines Pickwick-Syndroms durch eine Dauertrachealkanüle. *Deutsche Medizinische Wochenschrift*, vol. 94 (24), Juni 1969, pp. 1286–1290. (cited on p 27)
- [Lagrée et al.05a] Lagrée (P.Y.), Berger (E.), Deverge (M.), Vilain (C.) et Hirschberg (A.). – Characterization of the pressure drop in a 2D symmetrical pipe : some asymptotical, numerical and experimental comparisons. *ZAMM - Z. Angew. Math. Mech.*, vol. 85 (2), 2005, pp. 141–146. (cited on pp 70, 71, 72, 81, 160)
- [Lagrée et al.05b] Lagrée (P.Y.) et Lorthois (S.). – The RNS/Prandtl equations and their link with other asymptotic descriptions : Application to the wall shear stress scaling in a constricted pipe. *International Journal of Engineering Science*, vol. 43, 2005, pp. 352–378. (cited on pp 70, 71, 72, 81, 160)
- [Lagrée96a] Lagrée (P.Y.). – Couche limite interactive (I.B.L.), 1996. Cours, DEA de Mécanique, Université Paris VI. (cited on p 70)
- [Lagrée96b] Lagrée (P.Y.). – Rappels sur la couche limite, 1996. Cours, DEA de Mécanique, Université Paris VI. (cited on pp 67, 70, 71)
- [Lejoyeux98] Lejoyeux (E.). – Analyse céphalométrique. *Encyclopédie Méd Chir (Elsevier, Paris), Odontologie/Stomatologie*, 1998. – Clé : 23-455-E-20. (cited on p 30)
- [Li et al.05] Li (Z.) et Kleinstreuer (C.). – Blood flow and structure interactions in a stented abdominal aortic aneurysm model. *Medical Engineering and Physics*, vol. 27, 2005, pp. 369–382. (cited on p 84)
- [Luboz et al.04] Luboz (V.), Pedrono (A.), Ambard (D.), Boutault (F.), Payan (Y.) et Swider (P.). – Prediction of tissue decompression in orbital surgery. *Clinical Biomechanics*, vol. 19(2), 2004, pp. 202–208. (cited on p 134)
- [Luboz03] Luboz (V.). – *Chirurgie de l'exophtalmie dysthyroïdienne : planning et assistance au geste*. – PhD thesis, INPG, Décembre 2003. (cited on p 39)
- [Lucey et al.03] Lucey (A.D.) et Balint (T.S.). – Instability of an elastic cantilevered plate in channel flow : An analogue mechanical model for snoring and sleep apnoea. *In : World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering. WC 2003*. – Disponible sur : [www.wc2003.org/pdf/2375.pdf](http://www.wc2003.org/pdf/2375.pdf). (cited on p 48)
- [Lucey et al.04] Lucey (A.D.) et Balint (T.S.). – Instability of a cantilevered flexible plate in viscous channel flow. *In : Proceedings of conf. Flow Induced Vibration 2004, Ecole Polytechnique, Paris, 6-9th July*, éd. par Axisa. (cited on pp 47, 48)
- [Malhotra et al.02a] Malhotra (A.), Huang (Y.), Fogel (R.B.), Pillar (G.), Edwards (J.K.), Kikinis (R.), Loring (S.H.) et White (D.P.). – The Male Predisposition to Pharyngeal Collapse. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 166, 2002, pp. 1388–1395. (cited on pp 24, 48, 50, 53, 129, 133, 136, 140, 141)
- [Malhotra et al.02b] Malhotra (A.) et White (D.P.). – Obstructive Sleep Apnoea. *The Lancet*, vol. 360, July 2002, pp. 237–245. (cited on pp 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 30, 31, 32, 34)
- [McNicholas03] McNicholas (W.T.). – Sleep apnoea syndrome today : much done, more to do. *Sleep Medicine Reviews*, vol. 7 (1), 2003, pp. 3–7. (cited on p 24)
- [Mehta et al.01] Mehta (A.), Qian (J.), Petocz (P.), Darendeliler (M. Ali) et Cistulli (P.A.). – A randomized, controlled study of a mandibular advancement splint for obstructive sleep apnea. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 163, 2001. (cited on p 148)
- [Newman et al.01] Newman (A.B.), Nieto (F.J.), Guidry (U.), Lind (B.K.), Redline (S.), Shahar (E.), Pickering (T.G.) et Quan (S.F.). – Relation of Sleep-disordered Breathing to Cardiovascular Disease Risk Factors. *American Journal of Epidemiology*, vol. 154 (1), 2001, pp. 50–59. (cited on p 24)

- [Ng et al.03] Ng (E.T.), Gotsopoulos (H.), Qian (J.) et Cistulli (P.A.). – Effect of oral appliance therapy on upper airway collapsibility in obstructive sleep apnea. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 168, 2003. (cited on p 148)
- [Olson et al.95] Olson (L.G.), King (M.T.), Hensley (M.J.) et Saunders (N.A.). – A Community Study of Snoring and Sleep-disordered Breathing - Prevalence. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 152, 1995, pp. 711–716. (cited on pp 23, 24)
- [Partinen et al.90] Partinen (M.) et Guilleminault (C.). – Daytime Sleepiness and Vascular Morbidity at Seven-Year Follow-up in Obstructive Sleep Apnea Patients. *Chest*, vol. 97 (1), January 1990, pp. 27–32. (cited on p 23)
- [Partinen et al.92] Partinen (M.) et Telakivi (T.). – Epidemiology of Obstructive Sleep Apnea Syndrome. *Sleep*, vol. 15 (6), 1992, pp. S1–S4. (cited on p 24)
- [Payan et al.97] Payan (Y.) et Perrier (P.). – Synthesis of v-v sequences with a 2d biomechanical tongue model controlled by the equilibrium point hypothesis. *Speech Communication*, vol. 22, 1997, pp. 185–205. (cited on p 140)
- [Payan et al.01a] Payan (Y.), Chabanas (M.), Vilain (C.), Pelorson (X.), Levy (P.), Luboz (V.) et Perrier (P.). – Biomechanical models to simulate consequences of maxillofacial surgery. *C. R. Biologies*, 2001, pp. 407–417. (cited on pp 49, 51, 67, 97, 129, 133)
- [Payan et al.01b] Payan (Y.), Perrier (P.), Vilain (C.) et Pelorson (X.). – Finite Element models of the tongue and velum for a physical understanding of sleep apnea syndrome. In : *Proceedings of the Fifth International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, BBE2001*, éd. par Middleton (J.) et Jones (M.L.). – Rome, Italy, november 2001. (cited on pp 49, 67, 140)
- [Pelorson et al.95] Pelorson (X.), Hirschberg (A.), Wijnands (A.P.J.) et Bailliet (H.). – Description of the flow through in-vitro models of the glottis during phonation. *Acta Acustica*, vol. 3, April 1995, pp. 191–202. (cited on pp 62, 69, 89)
- [Perret04] Perret (A.). – *Mesures optiques et aérodynamiques sur des maquettes du conduit vocal. Application à l'étude des apnées respiratoires du sommeil.* – Rapport de stage. master sipt, ICP, 2004. (cited on p 90)
- [Perrier et al.00] Perrier (P.), Payan (Y.), Perkell (J.), Zandipour (M.), Pelorson (X.), Coisy (V.) et Matthies (M.). – An attempt to simulate fluid-walls interactions during velar stops. In : *Proceedings of the 5th Seminar on Speech Production and CREST Workshop on Models of Speech Production.* – Kloster Seeon, Bavaria, May 1st to 4th 2000. (cited on p 152)
- [Pichat02] Pichat (C.). – *Analyse et étude in-vitro de l'apnée du sommeil.* – Rapport de stage. dea sipt., Institut de la Communication Parlée, 2002. (cited on pp 89, 90)
- [Picinbono et al.02] Picinbono (G.), Delingette (H.) et Ayache (N.). – Modèle déformable élastique non linéaire pour la simulation de chirurgie en temps réel. *C.R. Biologies*, vol. 325, 2002, pp. 335–344. (cited on p 134)
- [Pradel03] Pradel (V.). – *Mesures aérodynamiques sur des maquettes du conduit vocal : application à l'étude de l'apnée du sommeil.* – Rapport de stage - dea acoustique appliquée de l'université du maine, ICP, 2003. (cited on p 90)
- [Proctor86] Proctor (D.F.). – *Handbook of physiology (P.T. Macklem, J. Mead)*, chap. Ch. 6. Form and function of the upper airways and larynx, pp. 63–73. – American Physiological Society, Bethesda, Maryland, 1986. (cited on pp 17, 149)
- [Rama et al.02] Rama (A.N.), Tekwani (S.H.) et Kushida (C.A.). – Sites of Obstruction in Obstructive Sleep Apnea. *Chest*, vol. 122 (4), October 2002, pp. 1139–1147. (cited on pp 5, 35, 62, 91)
- [Remmers et al.78] Remmers (J.E.), Groot (W.J. De), Sauerland (E.K.) et Anch (A.M.). – Pathogenesis of upper airway occlusion during sleep. *Journal of Applied Physiology*, vol. 44 (6), 1978, pp. 931–938. (cited on p 22)

- [Richter et al.97] Richter (M.), Mossaz (C.), de Tonnac (N.), Jaquinet (A.), Laurent (F.) et Goudot (P.). – Chirurgie correctrice des malformations ou "dysmorphies" maxillo-mandibulaires - "avant d'agir". *Encyclopédie Méd Chir (Elsevier, Paris), Stomatologie*, 1997. – Clé : 22-066-C-10. (cited on p 30)
- [Richter et al.98a] Richter (M.), Goudot (P.), Laurent (F.), Jaquinet (A.) et Bidaut (L.). – Chirurgie correctrice des malformations ou dysmorphoses maxillo-mandibulaires : bases chirurgicales. *Encyclopédie Méd Chir (Elsevier, Paris), Stomatologie*, 1998. – Clé : 22-066-E-10. (cited on p 30)
- [Richter et al.98b] Richter (M.), Mossaz (C.), Laurent (F.) et Goudot (P.). – Chirurgie correctrice des malformations ou dysmorphoses maxillo-mandibulaires : approche diagnostique et plan de traitement. *Encyclopédie Méd Chir (Elsevier, Paris), Stomatologie*, 1998. – Clé : 22-066-D-10. (cited on p 30)
- [Riley et al.86] Riley (R.W.), Powell (N.B.), Guilleminault (C.) et Nino-Murcia (G.). – Maxillary, mandibular, and hyoid advancement : An alternative to tracheostomy in obstructive sleep apnea syndrome. *Otolaryngology - Head and Neck Surgery*, vol. 94 (5), June 1986, pp. 584–588. (cited on p 29)
- [Roche et al.99] Roche (N.), Morel (H.), Maisonneuve (H.), Thorat (F.), Charvet-Protat (S.) et Lascols (S.). – *Evaluation clinique et économique de la chirurgie dans le traitement des syndromes des apnées obstructives du sommeil*. – Rapport d'évaluation, Agence Nationale d'Accréditation et d'Evaluation en Santé, 1999. (cited on pp 20, 21, 23, 24, 25, 27, 29)
- [Rouvière94] Rouvière (H.). – *Atlas Aide Mémoire d'Anatomie*. – Editions Masson, 1994. (cited on pp 5, 6)
- [Ruty et al.05] Ruty (N.), Cisonni (J.), Hirtum (A. Van) et Pelorson (X.). – Un dispositif expérimental pour tester des modèles théoriques de cordes vocales. Résultats préliminaires., 2005. Communication personnelle. (cited on p 92)
- [Sainsaulieu00] Sainsaulieu (L.). – *Calcul Scientifique*, chap. 2. La méthode des différences finies, pp. 17–69. – Dunod, 2000. (cited on p 160)
- [Schellenberg et al.00] Schellenberg (J.B.), Maislin (G.) et Schwab (R.J.). – Physical Findings and the Risk for Obstructive Sleep Apnea. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 162, 2000, pp. 740–768. (cited on p 148)
- [Scherer et al.01] Scherer (R.C.), Shinwari (D.), Witt (K.J. De), Zhang (C.), Kucinski (B.R.) et Afjeh (A.A.). – Intraglottal pressure profiles for a symmetric and oblique glottis with a divergence angle of 10 degrees. *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 109, 2001, pp. 1616–1630. (cited on pp 62, 89)
- [Schlichting79] Schlichting (H.). – *Boundary-Layer Theory*. – McGraw-Hill Publishing Company, 1979, 7th edition. Translated by J. Kestin. Original title : "Grenzschicht Theorie". (cited on pp 67, 70, 72)
- [Schwab et al.93] Schwab (R.J.), Geftter (W.B.), Hoffman (E.A.), Gupta (K.B.) et Pack (A.I.). – Dynamic Upper Airway Imaging during Awake Respiration in Normal Subjects and Patients with Sleep Disordered Breathing. *American Review Of Respiratory Disease*, vol. 148, 1993, pp. 1385–1400. (cited on p 34)
- [Schwab et al.03] Schwab (R.J.), Pasirstein (M.), Pierson (R.), Mackley (A.), Hachadoorian (R.), Arens (R.), Maislin (G.) et Pack (A.I.). – Identification of Upper Airway Anatomic Risk Factors for Obstructive Sleep Apnea with Volumetric Magnetic Resonance Imaging. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 168, 2003, pp. 522–530. (cited on pp 34, 35)
- [Schwartz et al.88] Schwartz (A.R.), Smith (P.L.), Wise (R.A.), Gold (A.R.) et Permutt (S.). – Induction of upper airway occlusion in sleeping individuals with subatmospheric nasal pressure. *Journal Of Applied Physiology*, vol. 64, 1988, pp. 535–542. (cited on p 140)
- [Sforza et al.00] Sforza (E.), Bacon (W.), Weiss (T.), Thibault (A.), Petiau (C.) et Krieger (J.). – Upper Airway Collapsibility and Cephalometric Variables in Patients with Obstructive Sleep Apnea. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 161, 2000, pp. 347–352. (cited on pp 33, 34)

- [Shapiro77] Shapiro (A.H.). – Steady Flow in Collapsible Tubes. *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 99, 1977, pp. 126–147. (cited on p 37)
- [Shome et al.98] Shome (B.), Wang (L.P.), Santare (M.H.), Prasad (A.K.), Szeri (A.Z.) et Roberts (D.). – Modeling of airflow in the pharynx with application to sleep apnea. *Journal Of Biomechanical Engineering*, vol. 120, June 1998, pp. 416–422. (cited on pp 62, 63, 84)
- [Smith et al.88] Smith (P.L.), Wise (R.A.), Gold (A.R.), Schwartz (A.R.) et Permutt (S.). – Upper airway pressure-flow relationships in obstructive sleep apnea. *Journal Of Applied Physiology*, vol. 64 (2), 1988, pp. 789–795. (cited on pp 37, 140)
- [Sullivan et al.81] Sullivan (C.E.), Issa (F.G.), Berthon-Jones (M.) et Eves (L.). – Reversal of obstructive sleep apnoea by continuous positive airway pressure applied through the nares. *Lancet*, vol. 1, April 1981, pp. 862–865. (cited on pp 23, 26, 27)
- [Ségoufin et al.02] Ségoufin (C.), Pichat (C.), Payan (Y.), Perrier (P.), Hirschberg (A.) et Pelorson (X.). – In vitro study of the airflow in oral cavity during speech. In : *Proceedings Of The Third European Congress Of Acoustics. Forum Acusticum*. – Séville, 2002. (cited on p 90)
- [Sériès et al.99] Sériès (F.), Côté (C.) et Pierre (S. St.). – Dysfunctional Mechanical Coupling of Upper Airway Tissues in Sleep Apnea Syndrome. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 159, 1999, pp. 1551–1555. (cited on p 152)
- [Tada et al.05] Tada (S.) et Tarbell (J.M.). – A Computational Study of Flow in a Compliant Carotid Bifurcation-Stress Phase Angle Correlation with Shear Stress. *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 33 (9), 2005, pp. 1202–1212. (cited on p 84)
- [Teulé03] Teulé (A.). – *Analyse et étude in-vitro de l'apnée du sommeil*. – Rapport de stage. maîtrise physique et applications, Institut de la Communication Parlée, 2003. (cited on p 90)
- [Thomas98] Thomas (J.W.). – *Numerical Partial Differential Equations. Finite Difference Methods*. – Springer, 1998. (cited on p 162)
- [Thomas99] Thomas (D.). – *Analyse et étude in-vitro de l'apnée du sommeil*. – Rapport de stage de maîtrise, Institut de la Communication Parlée, Mars 1999. (cited on p 89)
- [Trinder et al.97] Trinder (J.), Kay (A.), Kleiman (J.) et Dunai (J.). – Gender differences in airway resistance during sleep. *J. Appl. Physiol.*, vol. 83 (6), 1997, pp. 1986–1997. (cited on p 144)
- [Trudo et al.98] Trudo (F.J.), Gefter (W.B.), Welch (K.C.), Gupta (K.B.), Maislin (G.) et Schwab (R.J.). – State-related Changes in Upper Airway Caliber and Surrounding Soft-Tissue Structures in Normal Subjects. *Am J Respir Crit Care Med*, vol. 158, 1998, pp. 1259–1270. (cited on p 141)
- [Vilain et al.03] Vilain (C.E.), Pelorson (X.), Hirschberg (A.), Marrec (L. Le), Root (W. Op't) et Willems (J.). – Contribution to the physical modeling of the lips. Influence of the mechanical boundary conditions. *Acta Acustica*, vol. 89, 2003, pp. 882–887. (cited on p 89)
- [Walsh et al.72] Walsh (R.E.), Michaelson (E.D.), Harkleroad (L.E.), Zigelboim (A.) et Sackner (M.A.). – Upper Airway Obstruction in Obese Patients with Sleep Disturbance and Somnolence. *Annals of Internal Medicine*, vol. 76, 1972, pp. 185–192. (cited on p 22)
- [Wolters et al.05] Wolters (B.J.B.M.), Rutten (M.C.M.), Schurink (G.W.H.), Kose (U.), de Hart (J.) et van de Vosse (F.N.). – A patient-specific computational model of fluid-structure interaction in abdominal aortic aneurysms. *Medical Engineering and Physics*, 2005, p. in press. (cited on pp 84, 85)
- [Wright et al.97] Wright (J.), Johns (R.), Watt (I.), Melville (A.) et Sheldon (T.). – Health effects of obstructive sleep apnoea and the effectiveness of continuous positive airways pressure : a systematic review of the research evidence. *British Medical Journal*, vol. 314, 1997, pp. 851–860. (cited on pp 23, 24, 27)

- [Young et al.93] Young (T.), Palta (M.), Dempsey (J.), Skatrud (J.), Weber (S.) et Badr (S.). – The Occurrence of Sleep-Disordered Breathing among Middle-Aged Adults. *The New England Journal Of Medicine*, vol. 328 (17), April 1993, pp. 1230–1235. (cited on pp 23, 24)
- [Zienkiewicz et al.89] Zienkiewicz (O.C.) et Taylor (R.L.). – *The Finite Element Method. Basic Formulation and Linear Problems*. – McGraw-Hill Book Company, 1989. (cited on pp 58, 60, 61, 76, 79, 165)

## Résumé

Le Syndrome d'Apnées Obstructives du Sommeil est caractérisé par la survenue fréquente d'épisodes d'obstruction des voies aériennes supérieures. L'intérêt d'une modélisation physique est qu'elle autorise une compréhension plus fine du phénomène, et laisse espérer une amélioration des traitements. Le but a donc été de concevoir, puis de valider, un algorithme de simulation numérique de l'interaction entre les tissus vivants et le flux d'air à l'origine d'un épisode apnéique. Afin d'alléger les calculs et de réduire le temps de simulation, des hypothèses simplificatrices ont été envisagées. D'une part, en ce qui concerne les tissus vivants, la méthode des éléments finis permet une prédiction réaliste de leur déformation. Le cadre des petites perturbations et de l'élasticité linéaire implique de plus un calcul rapide de la réponse mécanique. D'autre part, la simulation de l'écoulement d'air se fait via une formulation asymptotique des équations de Navier-Stokes (équations de Navier-Stokes Réduites / Prandtl), qui facilite la résolution numérique. Afin de valider hypothèses physiques et méthode de résolution numérique, une maquette in-vitro a été utilisée. Celle-ci permet de reproduire, dans des conditions contrôlées, une interaction entre flux d'air et paroi déformable analogue à celle qui se produit à la base de la langue en début d'obstruction. Une mesure précise de la déformation du conduit d'écoulement est obtenue à l'aide d'une caméra digitale. Une série de comparaisons quantitatives a montré qu'en dépit des simplifications effectuées, l'erreur entre prédiction et mesures est faible. Finalement, pour se rapprocher de la réalité clinique, des modèles de voies aériennes supérieures de quatre patients apnéiques ont été construits à partir de radiographies sagittales. Des comparaisons entre simulations à partir de radiographies pré-opératoires et post-opératoires ont montré que les prédictions étaient globalement cohérentes avec les conséquences du geste chirurgical. Elles ont pu également mettre en évidence certaines limites de notre approche, dues à la complexité du phénomène.

**Mots clés :** syndrome d'apnées obstructives du sommeil, geste chirurgical assisté par ordinateur, modélisation physique, méthodes numériques, éléments finis, couplage fluide-paroi.

## Abstract

Obstructive Sleep Apnea Syndrome is caused by frequent episodes of upper airway obstruction during sleep. Physical modelling allows a better insight into this phenomenon which is needed to improve the efficiency of treatments. So, the aim was to build and to validate an algorithm for numerical simulations of the interaction between the soft tissue and the airflow at the origin of an apneic episode. So as to reduce the computational cost, simplificatory assumptions have been stated. First, for the soft tissue, the finite element method allows a realistic prediction of their behaviour. Small perturbations framework combined with linear elasticity theory enable fast computations of their mechanical response. Then, the numerical simulation of the airflow is based on an asymptotic formulation of the Navier-Stokes equations (Reduced Navier-Stokes / Prandtl), which makes easier the numerical solving. For the validation of both the assumptions and the numerical solving method, an in-vitro setup has been used. It allows the reproduction, in a controlled environment, of an interaction between the airflow and a deformable structure, similar to the one that occurs near the tongue during the beginning of an obstruction. An accurate measure of the deformation of the airflow duct has been obtained thanks to a digital camera. A set of quantitative comparisons has revealed that the error between predictions and measurements is small, in spite of the simplifications formulated. Finally, to get closer to clinical reality, upper airway models of four apneic patients have been built from sagittal radiographies. Comparisons between simulations from pre-operative and post-operative radiographies have showed that the predictions were in agreement with the effects of the surgical gesture. Moreover, they put forward some limitations of the method, due to the complexity of the phenomenon.

**Keywords :** obstructive sleep apnea syndrome, computer assisted surgery, physical modelling, numerical solving, finite element, fluid-structure interaction.