Thèse de doctorat
en
Astronomie Fondamentale, Mécanique Céleste et Géodésie

présentée par :

Jérôme Berthier
à
l'Observatoire de Paris

sujet :

ASTROMÉTRIE DES OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LES ASTÉROÏDES

Rapporteurs :

Nicolaï Emelianov (Institut d'astronomie Sternberg)
Michel Rapaport (Observatoire de Bordeaux)

Soutenue le 10 septembre 1997, devant le jury composé de :

Marcello Fulchignoni (Université Paris VII)	*Président du Jury*
Jean-Eudes Arlot (Bureau des longitudes)	*Directeur de thèse*
Nicolaï Emelianov (Institut d'astronomie Sternberg)	*Rapporteur*
Michel Rapaport (Observatoire de Bordeaux)	*Rapporteur*
Bruno Sicardy (Université Paris VI)	*Examinateur*
William Thuillot (Bureau des longitudes)	*Examinateur*

Résumé

L'étude présentée ici concerne la prédiction et l'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes. Le sujet traité comprend la modélisation et le développement d'algorithmes de prédictions des occultations stellaires complétés par l'amélioration de leur précision à travers des considérations théoriques et observationnelles. Pour cela je développe dans un premier temps toutes les définitions relatives aux éphémérides en m'attachant plus particulièrement aux notions de repères et systèmes de références célestes et terrestres. Je présente ensuite les différentes échelles de temps s'y rattachant pour finalement proposer des algorithmes de calculs d'éphémérides des planètes, des astéroïdes et des étoiles avec une précision interne de l'ordre de 1 mas. Je développe alors un modèle de prédiction des occultations stellaires en présentant une méthode de recherche systématique de ces phénomènes et un algorithme de calcul des lieux sur Terre d'où ils sont observables. Je décris quelles en sont les approximations et montre que dans l'état actuel de la connaissance des orbites des astéroïdes, le taux de réussite observationnel des prédictions d'occultations ne dépasse guère 40% quelque soit le degré de précision du modèle utilisé. Je propose alors des solutions pour améliorer la prédiction de ces phénomènes en complètant le modèle de calcul présenté ici, et en recherchant à travers l'observation astronomique des solutions pour améliorer la connaissance astrométrique et photométrique des astéroïdes. Enfin, je montre qu'il est possible d'atteindre un taux de réussite compris entre 70% et 80%, et présente quelles sont les conditions pour parvenir à un taux de réussite supérieur à 90%.

Abstract

This study shows prediction and observation of star occultations by asteroids. The topic expands prediction modelisation and algorithm development, further improving their precision through theoretical and observational considerations. I stress at first celestial and terrestrial reference notions and systems in all ephemeride related definitions. Then I display the corresponding different time scales, ultimately proposing star, asteroid and planet computation algorithms whose internal precision reaches up to 1 mas. Hence I develop a prediction model for stellar occultations by introducing a systematical research method for these phenomena and a calculation algorithm for spotting the sites on earth from where they can be observed. Describing their approximations I show that from actual knowledge of asteroid orbits, observational success rate for predicting occultations is not exceeding 40 percent whatever the precision of the applied model may be. I offer solutions to improve these phenomena predictions by completing the exposed calculation model, and by looking for answers through astronomical observation to better astrometrical and photometrical knowledge of asteroids. Finally, I show that a success rate between 70 and 80 percent is made possible, and present what conditions are required to achieve a success rate above 90 percent.

Je sais que je pendis
A l'arbre battu des vents
Neuf nuits pleines,
Navré d'une lance
Et offert à l'exaltation,
A moi-même par moi-même,
– A cet arbre
Dont nul ne sait
D'où proviennent les racines.

Point de pain ne me remirent
Ni de coupe ;
Je scrutai en dessous,
Je ramassai les secrets,
Hurlant, les ramassai,
De là, retombai.

Hávamál, str. 138, 139

Table des matières

INTRODUCTION

Parmi les différentes approches possibles de l'étude dynamique et planétologique de la population astéroïdale, l'observation des occultations d'étoiles par ces corps est particulièrement intéressante tant les informations recueillies sont précises et uniques. Malheureusement l'étude des astéroïdes par ce biais est de nos jours encore très peu développée du fait de la difficulté de prédire les occultations stellaires avec suffisamment de précision pour garantir leur observation systématique. Et bien qu'il soit possible d'observer plusieurs dizaines d'occultations stellaires par les astéroïdes chaque année, dans la pratique seules quelques unes sont réussies. De ce fait, l'utilisation de ces phénomènes est aujourd'hui limitée à la seule détermination de la dimension des astéroïdes, alors qu'ils peuvent apporter d'autres renseignements les concernant eux, mais aussi les étoiles.

La principale méthode utilisée pour prédire les lieux sur Terre d'observation des occultations stellaires par les astéroïdes est fondée sur la géométrie bessélienne, largement employée pour prédire les occultations d'étoiles par la Lune, les occultations et les éclipses de Soleil et de Lune ainsi que les passages de Mercure ou de Vénus devant le Soleil. Cette méthode offre l'avantage de réduire la géométrie du phénomène à un plan passant par le centre de la Terre, dont l'orientation est donnée par la position "fixe" de l'étoile occultée, et dans lequel sont projetées les positions successives prises par la petite planète et les observateurs. L'intérêt d'une telle méthode est qu'elle fournit un moyen de rechercher semi-graphiquement (ou numériquement) les paramètres des occultations prédites à partir d'éphémérides tabulées des corps occultants. En revanche, elle est mal adaptée aux prédictions des occultations stellaires par les astéroïdes dans la mesure où son principe réside dans un certain nombre d'approximations simplificatrices dues à la petitesse des angles évalués, incompatibles avec le caractère varié du mouvement de ces petits corps.

Actuellement, on peut estimer la probabilité d'observer une occultation d'étoile par un astéroïde comprise entre 20% et 40%. La cause de ce faible taux de réussite provient pour l'essentiel de l'importance des incertitudes sur les positions des corps célestes et les approximations du modèle de prédiction n'apparaissent que secondaires. Néanmoins, avec l'arrivée de catalogues astrométriques très précis comme Hipparcos ou Tycho, et avec la possibilité de mesurer la position des astéroïdes avec plus de précision qu'auparavant (par exemple par les observations CCD des rapprochements entre étoiles et astéroïdes, ou par les observations méridiennes CCD), il apparait nécessaire de disposer d'une nouvelle méthode de prédiction des occultations stellaires qui réponde à l'attente suscitée par ces précisions.

Mon travail a consisté à rechercher une nouvelle méthode de prédiction des occultations stellaires avec pour objectif de dépasser un taux de réussite de 90% et de disposer en même temps d'un outil pour exploiter les données astrométriques fournies par l'observation de ces phénomènes.

Après une présentation générale de la population astéroïdale, nous présenterons au chapitre 1 les applications liées aux différentes méthodes d'observation des astéroïdes. En particulier nous développerons les applications liées à l'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes, et nous verrons quelles sont les différentes méthodes existantes pour les prédire.

Dans le chapitre 2 nous traiterons des définitions relatives aux éphémérides des corps célestes, dont le calcul et la précision représentent la base même des prédictions des occultations stellaires. On y trouvera les définitions et les liens entre les systèmes de références spatio-temporels, ainsi qu'une étude générale de la précision obtenue à l'issu des calculs d'éphémérides. Les algorithmes de calcul des éphémérides des étoiles et des astéroïdes nécessaires à l'élaboration du modèle de prédiction sont aussi présentés.

Au chapitre 3 nous présenterons une méthode pour prédire les occultations stellaires et nous exposerons un modèle pour calculer les lieux sur Terre de visibilité de ces phénomènes. Nous en étudierons les approximations et nous montrerons comment il est possible d'obtenir un taux de réussite supérieur à 90% dans l'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes.

Enfin, au chapitre 4 nous détaillerons quelles sont les sources d'erreurs des prédictions des occultations stellaires, et nous proposerons des solutions pour les prendre en compte et contribuer à leur observation systématique. En particulier nous étudierons comment procéder à la correction des éphémérides des corps célestes et comment interpréter les résultats observationnels. Nous étudierons aussi l'influence de la réfraction atmosphérique sur la prédiction des occultations stellaires et sur la réduction des observations astrométriques.

Pour finir nous présenterons au chapitre 5 quelques comparaisons entre des prédictions obtenues à l'aide de notre modèle et des observations réussies d'occultations d'étoiles par les astéroïdes. Nous rechercherons alors à améliorer ces prédictions en utilisant les données Hipparcos pour les étoiles et des observations astrométriques pour les astéroïdes. Nous validerons ainsi notre modèle, et indiquerons pour conclure les directions les plus intéressantes pour poursuivre ce travail.

Chapitre 1

L'ÉTUDE DES ASTÉROÏDES

1.1 L'observation des astéroïdes

1.1.1 Historique

Les premières observations du mouvement d'un astéroïde sur la sphère céleste furent réalisées les nuits du 31 décembre 1800 et du 1 janvier 1801 par Guiseppe Piazzi[1] à l'Observatoire de Palerme. Durant les nuits qui suivirent et ce jusqu'au 11 février 1801, il confirma ce mouvement en mesurant un arc d'orbite de près de 3°. Cette planète "manquante", suggérée par J. Kepler en 1596 puis par W. Herschel (découvreur d'Uranus en 1781) et F. von Zach en 1783, venait d'être découverte. Elle fut désignée par la suite sous le nom de (1) Cérès. En novembre 1801, K.F. Gauss publia ses éléments orbitaux d'après sa propre méthode de calcul, qui lui permis un mois auparavant d'observer la petite planète alors que les éphémérides publiées jusqu'alors par J. Burckhardt, H.W. Olbers et G. Piazzi la positionnaient à près de 5°. Le 28 mars 1802, K.F. Gauss découvrit à proximité de Cérès un nouvel astéroïde, (2) Pallas, dont il dit qu'ils étaient "un couple de mottes de terre que l'on appelle planètes". En 1850, dix astéroïdes avaient été découverts et l'on pensait que la liste était complète. Deux ans plus tard le $21^{\text{ème}}$ était découvert par H. Goldschmidt ((21) Lutetia). En 1874 commencèrent les premières observations spectroscopiques des astéroïdes conduites par H. Vogel en Allemagne, alors que H. Parkhurst réalisait les premières observations photométriques à l'Observatoire de Harvard. Il les poursuivit jusqu'en 1900. Face à l'accroissement rapide du nombre des découvertes de petites planètes et face au travail engendré par le calcul de leurs orbites, certains astronomes décidèrent alors de mettre en œuvre des collaborations pour organiser ce travail. C'est ainsi qu'en 1863, il fut décidé que l'Observatoire de Paris observerait les astéroïdes entre la pleine Lune et

[1] G. Piazzi était directeur de l'Observatoire de Palerme entre 1790 et 1826. Hormis l'astéroïde Cérès qu'il découvrit en 1801, il publia deux catalogues d'étoiles, le premier en 1803 contenant 6748 étoiles, suivi en 1813 par un autre en contenant 7646. Les positions des étoiles furent mesurées à l'aide d'un quart de cercle vertical de 1.5 m à l'Observatoire de Palerme.

la nouvelle Lune, tandis que l'Observatoire de Greenwich observerait entre la nouvelle Lune et la pleine Lune. Les années suivantes, ils furent rejoints par l'Observatoire National de Washington [Cun88]. Depuis, plus de 7 000 astéroïdes sont catalogués et près de 35 000 trans-neptuniens de plus de 100 km de diamètre et situés entre 30 UA et 50 UA sont supposés exister, parmis lesquels quelques dizaines sont répertoriés[2] [Jew97], liant de très nombreuses équipes de recherche et d'observateurs à travers le monde. Demain, des centaines d'astéroïdes seront observés chaque nuit et contribueront à établir un cadastre précis du système solaire, indispensable à la compréhension de son passé et de sa formation.

1.1.2 La population astéroïdale

Les astéroïdes représentent une partie des restes transformés par le temps de la matière primordiale du système solaire. Composée de poussières et de planétésimaux issus de l'effondrement gravitationnel de la nébuleuse solaire primitive, cette matière a dans un premier temps subi des phénomènes d'accrétion et de destruction, accompagnés de transformations chimiques, dynamiques et thermiques, conduisant à la formation des protoplanètes, des astéroïdes et autres planétésimaux. Puis, par des phénomènes de différenciation, de volatilisation, d'accrétion et de fragmentation, combinés aux résonances et captures engendrées par le développement des planètes, les astéroïdes et de manière plus générale les planétésimaux se sont lentement transformés pour devenir les petites planètes que l'on connait maintenant : astéroïdes de la ceinture principale, comètes, troyens, centaures, trans-neptuniens, objets de Kuiper, géocroiseurs, météorites, ...

La présente étude porte principalement sur les astéroïdes de la ceinture principale pour l'unique raison que leurs orbites font partie des orbites les mieux connues actuellement. Ils sont situés entre Mars et Jupiter et leurs orbites sont, dans la majorité des cas, proches de l'écliptique (fig. 1.1). De diamètres assez variables, entre quelques kilomètres et 200 km, seuls 1% des astéroïdes (dont la dimension est connue) ont un diamètre supérieur à 200 km, (1) Cérès étant le plus gros d'entre eux avec 913 km (fig. 1.2). Rapporté à la sphère céleste, cela représente des rayons apparents à l'opposition inférieurs à 50 mas[3] dans 95% des cas tandis que les magnitudes absolues (V) s'échelonnent entre 10 et 15 (fig. 1.2). Pratiquement, cela signifie qu'il est relativement aisé d'observer les astéroïdes au même titre que les étoiles, mais qu'il est par contre difficile d'en discerner la forme tant leur aspect sur la sphère céleste est ponctuel. L'image visuelle d'un astéroïde est donc très similaire à celle d'une étoile. Nous pourrons les distinguer uniquement parce que l'astéroïde possède

[2]Cela correspond en fait à la limite actuelle de détection de ces petits corps, mais cela suppose aussi qu'il doit en exister bien plus au delà, comme l'astéroïde 1996 TL66 observé par C. Trujillo, D. Jewitt, J. X. Luu et J. Chen en octobre 1996 dont la distance à l'aphélie serait de 132 UA (orbite MPC 29116).

[3]milliseconde de degré.

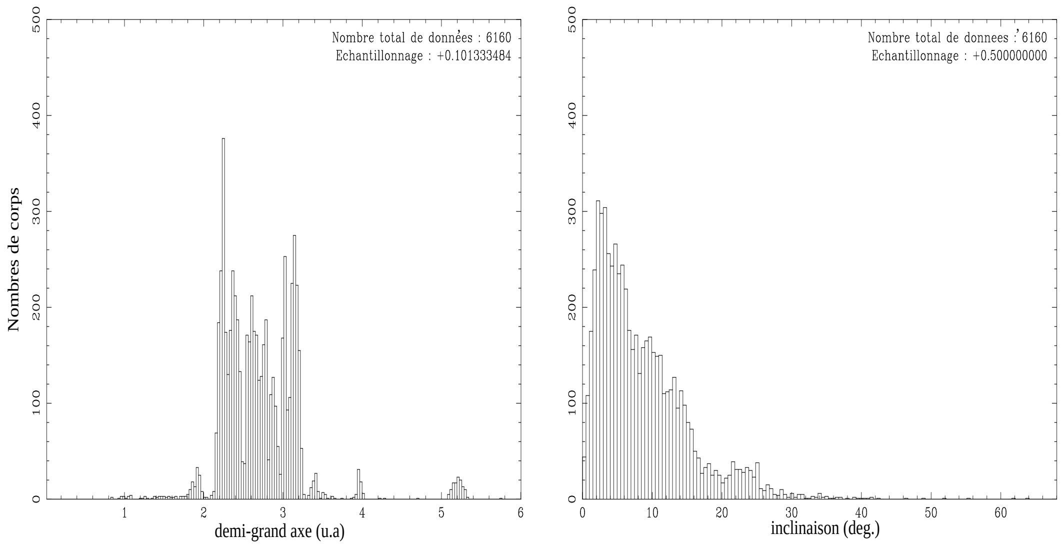


FIG. 1.1 - Distributions des astéroïdes de la ceinture principale en fonction du demi-grand axe de l'orbite et de son inclinaison par rapport à l'écliptique (données tirées de la base EMP-96 [BS95]).

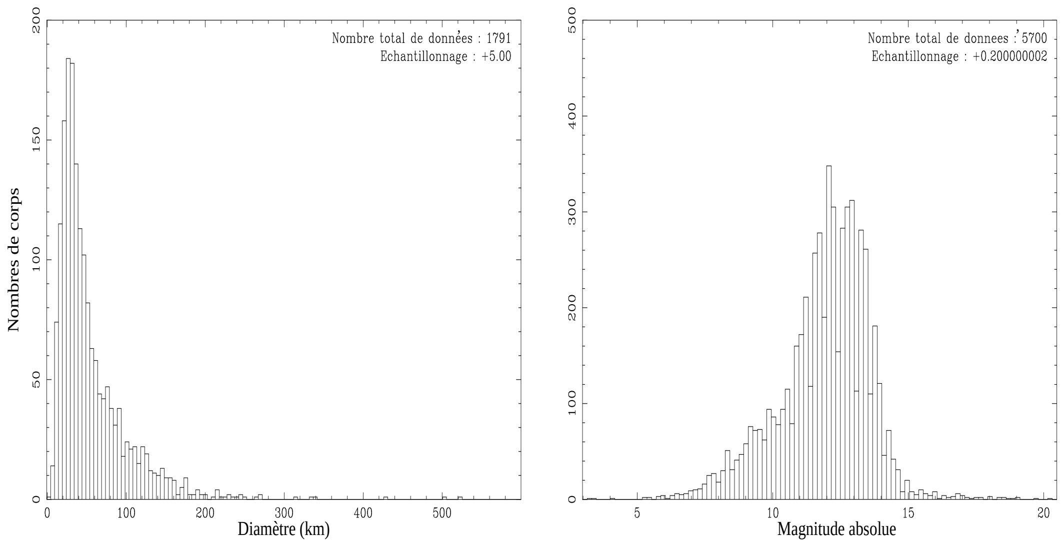


FIG. 1.2 - Distributions des astéroïdes de la ceinture principale en fonction de leurs diamètres (dérivés des mesures IRAS) et de leur magnitude absolue [BGM89].

un mouvement orbital se traduisant par un déplacement apparent sur la sphère céleste (). Les astéroïdes de la ceinture principale ont des moyens mouvements compris entre 0.13 °/j et 0.4 °/j. Les vitesses apparentes sont donc comprises entre 0 et 200 "/h, ce qui permet une détection rapide (en quelques minutes) des objets. Mais lorsque la vitesse apparente est très petite, comme c'est le cas pour les astéroïdes dont le demi grand axe de l'orbite est grand (les trans-neptuniens par exemple dont la vitesse apparente de quelques secondes de degré n'est due, en fait, qu'au mouvement de la Terre), il devient difficile de les distinguer des étoiles, leur mouvement apparent étant trop faible pour être détecté, si ce n'est qu'après plusieurs heures ou plusieurs jours d'observation. A l'opposé, les astéroïdes géocroiseurs dont la vitesse apparente peut atteindre 1000 "/h ou 2000 "/h se distingueront immédiatement des étoiles, mais par contre il sera plus difficile de les observer tant la distance parcourue sur la sphère céleste durant le temps d'exposition de l'image est grande.

1.1.3 Les méthodes d'observation et leurs applications

Pour étudier complètement les astéroïdes et déterminer les paramètres physiques (dimension, forme, composition, structure) et dynamiques (mouvement orbital, mouvements de rotations libres et forcées) qui les caractérisent, il est nécessaire d'employer différentes méthodes observationnelles se distinguant par le fait qu'elles fournissent plus ou moins directement les mesures des paramètres recherchés, et qu'elles nécessitent une mise en œuvre plus ou moins sophistiquée.

Dès leur découverte en 1801, des observations astrométriques sont réalisées pour mesurer les positions des astéroïdes par rapport aux étoiles cataloguées et en déduire leurs orbites dans le système solaire (Gauss, 1802). Pour cela on distingue deux approches : l'astrométrie absolue et l'astrométrie différentielle. L'astrométrie absolue consiste à mesurer la position absolue du corps dans un repère accessible à l'observateur puis, connaissant les paramètres d'orientation de la Terre à l'époque de l'observation, à calculer sa position géocentrique et enfin héliocentrique. L'astrométrie différentielle consiste quant à elle à mesurer la position du corps relativement à des étoiles cataloguées puis, considérant que les étoiles sont à des distances infinies, à calculer directement sa position barycentrique. Dans la pratique, cette approximation n'est pas utilisée et la réduction rigoureuse à des positions héliocentriques (ou barycentriques) nécessite aussi la connaissance précise de la position de l'observateur par rapport à l'objet qu'il observe. Ces deux méthodes sont donc assez proches l'une de l'autre. Elles se distinguent plus par l'instrumentation mise en œuvre que par le protocole de réduction. Néanmoins, parmi les applications de ce type d'observation, certaines apportent des renseignements particuliers. Par exemple les occultations d'étoiles permettent de mesurer directement la dimension et la forme des astéroïdes comme nous le verrons au paragraphe suivant, tandis que les rencontres proches entre deux astéroïdes permettent d'estimer les masses à partir des interactions gravitationnelles, ainsi que la densité à partir de la dimension (Gauss, 1802). Complétées par les observations des rapprochements avec les étoiles, ces méthodes sont en outre parmi les plus précises pour déterminer les caractéristiques orbitales des astéroïdes.

Une autre méthode d'observation utilisée depuis la découverte des astéroïdes est la photométrie. Cette méthode a pour intérêt, entre autre, la simplicité de son objectif : mesurer l'intensité de la lumière reçue. Dans les premiers temps, cette mesure était réalisée par comparaison visuelle avec des étoiles de référence. Depuis, ces mesures se font dans des bandes spectrales privilégiées comme les bandes U, B, V introduites par G. Kuiper dans les années 1950, qui, accompagnées de mesures dans les bandes I, J, H, K, permettent de définir la classe spectrale des objets. Complétée par la spectrophotométrie, cette méthode représente une source de connaissances pour les astéroïdes, en permettant la détermination de nombreux paramètres physiques – comme la magnitude, la phase, l'albédo, le diamètre, la composition du sol et la forme – et celle de paramètres dynamiques comme la période de rotation et la position des pôles. Une description pratique de l'utilisation de ces observations pourra être obtenue en consultant par exemple [KCB+96] ou [MDB+96].

Pour déterminer certains paramètres physiques comme la taille, l'albédo ou les propriétés de surface des astéroïdes, des méthodes spécifiques sont employées depuis la fin des années 1960 pour mesurer ces caractéristiques dans d'autres bandes spectrales que les longueurs d'ondes du visible et du proche infrarouge. Par exemple la radiométrie fournit des mesures du diamètre et de l'albédo à partir d'observations réalisées à 10 et 20 μm, correspondant à l'émission thermique de la surface des corps. La polarimétrie permet quant à elle de déterminer la structure de cette surface et fournit des mesures de l'albédo, du diamètre et de la classe taxinomique. Enfin, les observations radar et radio permettent de déterminer les propriétés physiques et chimiques de la surface de ces corps, tout en fournissant la taille, l'albédo, la forme et le spin dans des longueurs d'ondes centimétriques, décamétriques ou autres.

Une des seules méthodes permettant la détermination directe de la dimension, de la forme et des pôles d'un astéroïde est l'interférométrie des tavelures. Développée dans les années 1970 suite aux travaux d'A. Labeyrie, cette méthode a pour principal avantage de résoudre l'image d'un astéroïde en repoussant la limite de résolution du télescope à sa limite de diffraction. Ainsi par exemple, avec un télescope de 1.5 m cette limite est de $0''.09$, alors qu'avec un télescope de 5 m on peut théoriquement observer des détails jusqu'à $0''.02$, ce qui correspond à environ 30 km pour la plupart des astéroïdes [Cun88]. Par ailleurs, et depuis l'avènement de l'exploration spatiale, il est possible d'aller à leur rencontre grâce aux sondes spatiales et de mesurer *in situ* leurs paramètres physiques et dynamiques, mais aussi d'étudier leur environnement proche avec une précision encore jamais atteinte par les observations terrestres. Néanmoins ces observations restent limitées du fait de leur mise en œuvre, et les observations terrestres représentent la source principale d'informations pour l'étude de la population astéroïdale.

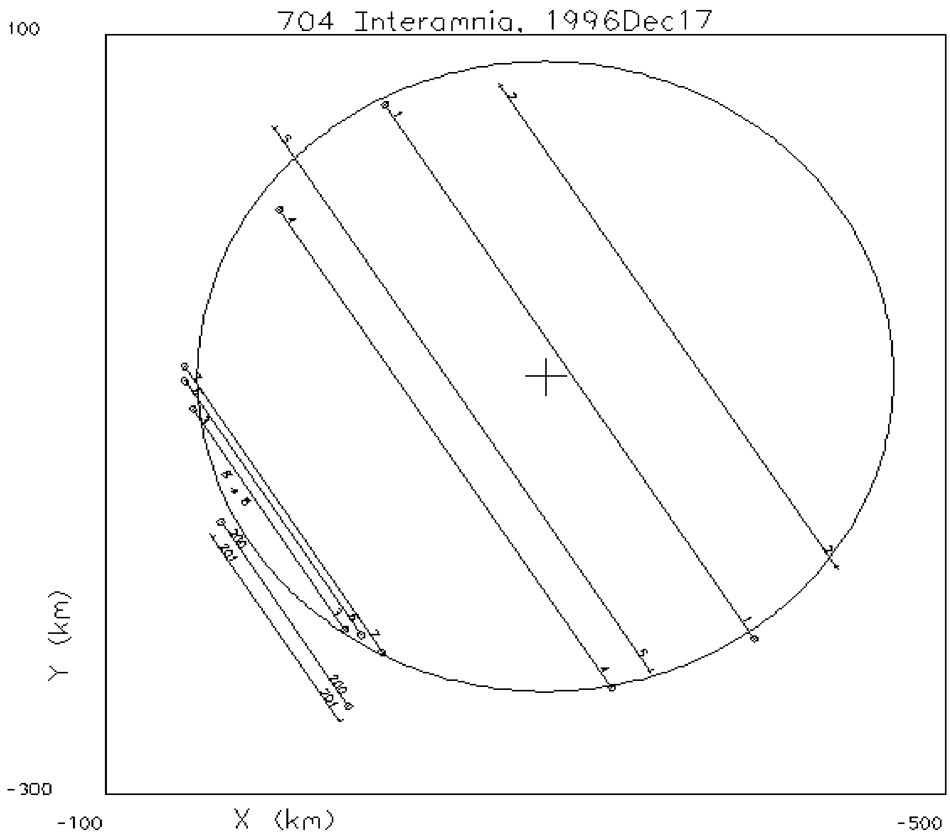
1.2 Les occultations stellaires

1.2.1 Intérêt

L'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes a pour premier objectif de fournir une mesure directe et sans ambiguïté de leurs dimensions physiques à la différence des autres méthodes. La photométrie absolue, la radiométrie infrarouge ou la polarimétrie impliquent, par contre, quelques hypothèses sur la nature de la surface des astéroïdes. De plus, suffisamment d'observateurs bien répartis sur la bande de visibilité et à ses limites supérieures et inférieures permettent d'en déduire le profil de l'astéroïde de manière unique, et sans erreur de modèle (fig. 1.3). A partir de ce profil, il est envisageable de déterminer la forme des astéroïdes. Mais pour être précise, cette détermination doit être basée sur plusieurs profils correspondant aux différentes faces présentées par les astéroïdes lors de leur rotation. Or il est encore rare de pouvoir observer des occultations en assez grand nombre pour aboutir à un résultat satisfaisant. Il est donc nécessaire d'avoir recours aux autres méthodes observationnelles desquelles les mesures indirectes pourront être calibrées à l'aide de celles obtenues par les occultations. Par exemple, les erreurs systématiques de modèle que présentent les déterminations radiométriques et polarimétriques sont estimées à $\approx$ 10% alors que la précision des mesures est de l'ordre de quelques pourcent [Har83]. Pour les occultations stellaires, la précision sur chaque corde qui compose un profil dépend de la vitesse apparente de l'astéroïde comme de la précision temporelle de l'observation des 1^{er} et $2^{ème}$ contacts de l'occultation. Pour une précision de 0.01 s, les erreurs de mesure sur la longueur des cordes peuvent être estimées à moins de 1%, et à près de 10% si cette précision est ramenée à 0.1 s.

Le deuxième intérêt de l'observation des occultations stellaires est l'étude astrométrique qui peut être faite de l'astéroïde par rapport à l'étoile ou bien de l'étoile par rapport à l'astéroïde. En effet : une occultation implique que durant la totalité du phénomène les deux corps sont séparés par une distance angulaire inférieure au rayon de l'astéroïde, soit quelques dizaines de mas dans la majorité des cas. Ainsi, si la position sur la sphère céleste de l'un des deux corps est parfaitement connue, alors la position de l'autre objet peut être déterminée avec la même précision. L'observation de l'occultation d'une étoile Hipparcos, Tycho ou FK5 fournirait donc, en théorie, une position précise à 1 mas ou 10 mas près. L'application immédiate qui en découle est le raccordement des repères de référence dynamiques (basés sur les mouvements planétaires), et absolus (définis à partir des directions "fixes" d'étoiles de référence, le FK5 par exemple) ou extragalactiques (définis à partir de la direction d'objets extragalactiques de référence, l'ICRS par exemple).

Une dernière application des observations d'occultations stellaires est la surveillance de l'environnement proche des astéroïdes et des étoiles, à travers les phénomènes secondaires qui peuvent se produire. Ceux-ci peuvent notamment mettre en évidence la binarité d'étoiles dont la composante proche serait



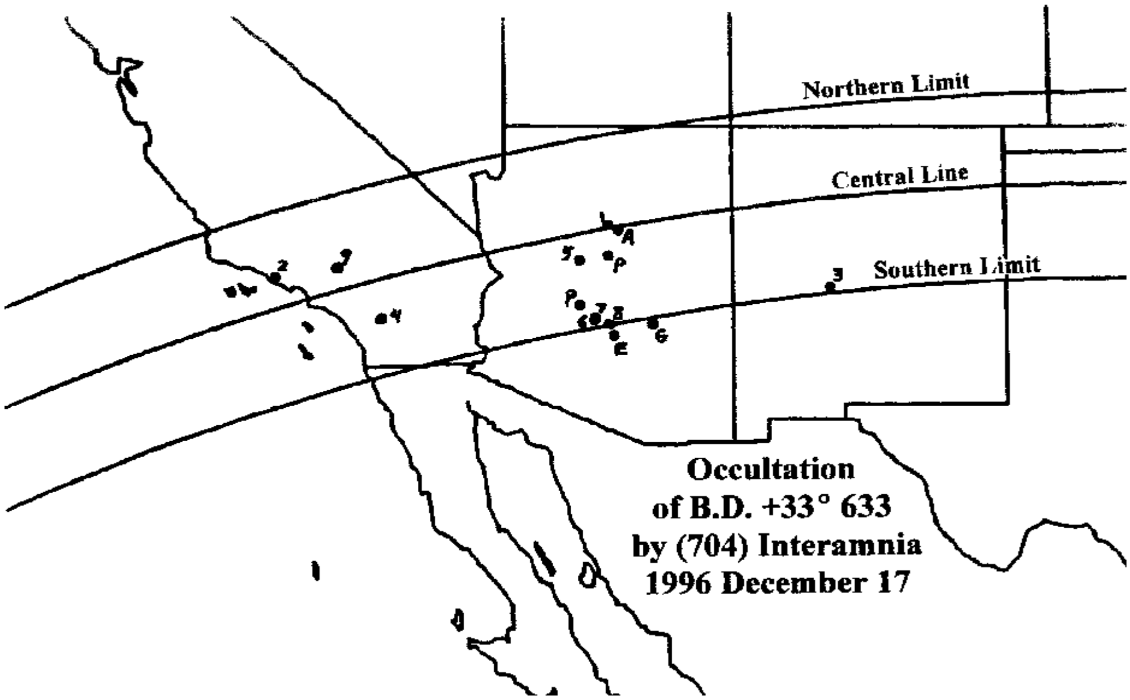


FIG. 1.3 - Profil de (704) Interamnia obtenu à partir de l'occultation de B.D. +33° 633 observée le 17 décembre 1996 par différents observateurs localisés sur la carte de l'ouest des Etats-Unis [Dun97].

indétectable en spectroscopie. Un phénomène secondaire peut aussi révéler la présence d'un autre astéroïde qui serait satellite naturel du premier [LT84], [ALRT85]. Les observations d'occultations peuvent enfin être utilisées pour mesurer des diamètres stellaires en étudiant la diffraction de la lumière au début et à la fin du phénomène. Toutefois, cette méthode de mesure n'est pas avantageuse comparée aux occultations d'étoiles par la Lune. La fréquence de ce type d'évènement est bien plus importante et leur observabilité quasiment garantie. Les occultations par les astéroïdes apportent cependant une couverture sur la sphère céleste plus large que la bande centrée sur l'écliptique décrite par la Lune.

1.2.2 Observation

La première observation visuelle d'une occultation d'étoile par un astéroïde a été réalisée par Gordon Taylor en 1958 à l'occasion d'un phénomène impliquant (4) Vesta. Il est l'auteur d'une prédiction de cette occultation, dont le modèle sert encore de nos jours à prédire les phénomènes majeurs (voir §1.2.3). La première observation photoélectrique d'une occultation fut réalisée en 1961 lors d'un phénomène impliquant (2) Pallas, et la première observation photographique, en 1979, lors d'un phénomène impliquant (9) Métis. En 1982, Maley relève un total de 29 occultations observées. A ce jour, plusieurs dizaines d'autres ont été recensées. Néanmoins cette réussite peut être considérée comme relativement faible dans la mesure où l'occurrence de ces phénomènes est largement plus importante : il existe plusieurs milliers d'astéroïdes connus pouvant occulter chaque année les centaines de milliers d'étoiles cataloguées. Mais il reste peu de phénomènes observables du fait soit des conditions atmosphériques défavorables, soit encore des lieux d'observation inaccessibles (mers, océans, déserts, ...) ; et les incertitudes sur la prédiction des phénomènes restant sont souvent trop importantes pour permettre la réussite de leur observation. Même aujourd'hui, toutes les observations d'occultations réussies le sont à la suite de nombreuses observations préparatoires des deux corps en phénomène (observations astrométriques et photométriques essentiellement).

La condition essentielle pour exploiter l'intérêt que présente une occultation est qu'elle soit observée par plusieurs observateurs répartis géographiquement sur toute la largeur de la bande de visibilité du phénomène. A cette condition seulement il est possible de mesurer suffisamment de cordes à travers la dimension de l'astéroïde pour en déduire un profil unique (fig. 1.3). L'observation des occultations stellaires nécessite donc en premier lieu un réseau coordonné d'observateurs. A.W. Harris suggère environ 15 observateurs pour couvrir de manière efficace les observations typiques des occultations [Har83]. Pour ce faire, il existe depuis la fin des années 1970 un réseau international d'observateurs nommé IOTA (International Occultation Timing Association) et plus récemment un réseau européen dénommé EAON (European Asteroidal Occultation Network), dont les objectifs sont de coordonner les prédictions, les observations et les réductions des occultations d'étoiles par les astéroïdes, la Lune et les planètes. Il existe aussi au Japon un réseau dénommé ILOC (International Lunar Occultation Centre) spécialisé dans la prédiction, l'observation et la réduction des occultations stellaires par la Lune. Les différentes techniques couramment utilisées pour observer les occultations stellaires sont l'observation visuelle, et l'observation photoélectrique (photomètre photomultiplicateur, caméra vidéo intensifiée, caméra CCD, etc.). Les premières ne permettent qu'une précision temporelle de l'ordre de 0.5 s, soit plus de 10% d'incertitudes sur la mesure des durées d'occultations mais elles possèdent l'avantage de la relative simplicité de leurs mises en œuvre, ce qui fait qu'elles sont encore largement utilisées. La précision requise pour exploiter toutes les informations qu'apportent les occultations (cf. §1.2.1) fait recourir aux observations photoélectriques qui, seules, permettent d'obtenir une résolution temporelle proche de 1 ms, soit environ quelques dizaines de mètres sur la mesure des cordes, résolution indispensable pour obtenir une mesure précise des paramètres recherchés.

1.2.3 Méthodes actuelles de prédiction

Chauvenet (1874)

Bien qu'au XIX^{e} on ne réalisait pas ou peu de prédictions d'occultations d'étoiles par les planètes (et *a fortiori* les astéroïdes) à cause du travail considérable que cela nécessitait, on peut toutefois considérer que les méthodes de prédiction qui ont été développées plus tard ont pour origine les méthodes de prédictions des occultations d'étoiles par la Lune décrites par Chauvenet en 1874. Pourtant l'observation des occultations d'étoiles par les planètes intéressait déjà les astronomes, et était utilisée pour calculer la longitude de l'observateur ou estimer la parallaxe d'une planète [Cha74].

Taylor (1955)

G.E. Taylor propose en 1955 deux méthodes simples de calcul des lieux sur Terre de visibilité des occultations d'étoiles par les astéroïdes. L'une semi-graphique, et l'autre mathématique. Toutes les deux se basent sur la géométrie bessélienne appliquée à ces phénomènes, et calculent les éléments de Bessel lors d'une étape préliminaire. La nouveauté est qu'elles permettent le calcul de tous les lieux sur Terre d'observation d'une occultation, alors qu'avant on ne calculait que les occultations visibles depuis un lieu donné (les observatoires astronomiques par exemple). Cette méthode de prédiction des occultations fut validée par G.E. Taylor lui même en observant une occultation par (4) Vesta en 1958. Elle sert encore de référence pour prédire ces phénomènes [Sei92]. Pour plus de détails, on trouvera l'explication de ces méthodes dans [Tay55].

Bowell – Wasserman (1979)

La plus grosse difficulté des prédictions d'occultation stellaires était jusque là la manipulation des catalogues d'étoiles et le calcul des orbites des astéroïdes qui, avant l'apparition des ordinateurs, étaient effectués par des moyens humains. C'est pourquoi les efforts de la communauté scientifique étaient concentrés sur la prédiction des occultations d'étoiles ou de radio-sources par la Lune et les planètes (voir par exemple [Exp61]). Dès la fin des années 1970, le perfectionnement des ordinateurs aidant, la prédiction des occultations d'étoiles par les astéroïdes est rendue plus facile. La sélection des couples astéroïde – étoile susceptibles d'être en phénomène est obtenue graphiquement en traçant les trajectoires des astéroïdes sélectionnés sur des reproductions de cartes du ciel (le Palomar Sky Survey par exemple). Puis, pour chaque couple sélectionné, les coordonnées de l'étoile sont comparées avec les éphémérides géocentriques de l'astéroïde pour rechercher à l'époque considérée le minimum de séparation angulaire entre les deux corps. Si ce minimum de séparation est inférieur à la somme de la parallaxe horizontale de l'astéroïde, de son rayon apparent et des erreurs sur sa position par rapport à l'étoile, alors une occultation de l'étoile est observable quelque part sur Terre à l'époque du minimum de séparation. Les lieux d'observation sont ensuite calculés à partir d'une méthode détaillée par Foxell en 1934 [Fox34], elle-même variante de celle proposée par Chauvenet en 1874 [BW79]. Par la suite, la sélection des couples astéroïde – étoile est informatisée et différentes méthodes pour rechercher le minimum de séparation angulaire sont proposées comme par exemple par Wasserman et al. en 1981 [WBM81] ou par l'Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac en 1992 [Sei92]. Les méthodes de calcul des lieux de visibilé des occultations restent, elles, fondées sur les méthodes de Taylor (1955) ou sur celles de Chauvenet (1874).

Chapitre 2

DÉFINITIONS RELATIVES AUX ÉPHÉMÉRIDES

Pour être en mesure de prédire les lieux d'observation des occultations d'étoiles par les astéroïdes, il nous faut définir le cadre de l'étude en présentant les systèmes de références d'espace et de temps dans lesquels sont exprimées les positions et les mouvements des astéroïdes, des planètes et des étoiles. Nous nous contenterons ici d'en rappeler les grands principes avant de présenter les algorithmes de calculs des éphémérides des astéroïdes et des étoiles nécessaires aux calculs de prédiction des occultations. Nous nous attacherons dans le même temps à estimer la précision avec laquelle sont calculées les positions des corps célestes. Une étude détaillée des systèmes de références et des calculs d'éphémérides des corps célestes pourra être obtenue en consultant [Bdl97] ou [Sei92].

2.1 Repère et système de coordonnées célestes

2.1.1 Repère céleste de référence

Un repère de référence est à distinguer d'un système de référence qui est le concept théorique de la définition et de la construction des systèmes de coordonnées spatiales et temporelles. Le repère de référence est la matérialisation à l'aide d'objets astronomiques du système de référence. Pour le construire il est nécessaire de choisir des corps de référence (planètes, étoiles, sources extragalactiques, ...), un système de constantes et des théories (précession, nutation, mouvements orbitaux héliocentriques, ...). D'un point de vue pratique, nous utiliserons le repère FK5, adopté par l'Union Astronomique Internationale en 1976, et utilisé à partir de 1984. Il est représenté par les coordonnées équatoriales moyennes et les mouvements propres des 1535 étoiles du catalogue FK5 (*Fundamental Katalog 5*), pour la date de référence J2000.0 (date julienne 2451545) [FSL88]. Son plan de référence est voisin du plan équatorial moyen J2000 avec une précision de l'ordre de ± 20 mas [ACFL95] ; son équinoxe représente l'équinoxe dynamique moyen rotationnel à J2000 avec une précision de l'ordre de $0^s.003$ [Fri82]. Les expressions compatibles avec ce repère sont, pour la précession, celles de Lieske et *al.* [LLFM77] et pour le temps sidéral, celles de Aoki et *al.* [AGK+82] (c.f §2.3). Ces expressions reposent sur la théorie du Soleil de Newcomb mais introduisent des valeurs des masses différentes. La valeur de la précession générale en longitude à J2000 est :

$$p_L = 50290''.966 \text{ par millier d'années}$$

avec une indétermination estimée à 3'' par millier d'années [CTFM94]. La valeur de l'obliquité à J2000 associée au repère FK5 est :

$$\epsilon_0^{FK5} = 23^\circ\ 26'\ 21''.448$$

Des déterminations récentes de l'obliquité de l'écliptique dynamique moyen J2000 montrent une différence entre l'écliptique moyen J2000 associé au FK5 et l'écliptique dynamique moyen rotationnel J2000 utilisé par exemple dans les éphémérides du Jet Propulsion Laboratory, DE200/LE200. Cette différence se traduit par une rotation du plan de l'écliptique dynamique moyen J2000 autour de la direction du point γ d'une valeur de [Sta82] :

$$\Delta\epsilon_R^{FK5} = \epsilon_0^{FK5} - \epsilon_0^R = 0''.036\,1$$

Cet écart sur les obliquités est accompagné d'une rotation entre les équinoxes du FK5 et de DE200/LE200, provenant d'une rotation non corrigée entre l'équinoxe du FK4 et celui de DE118 [CTFM94] :

$$\Delta E_R^{FK5} = E^{(FK5)} - E^{(R)} = 0''.005\,87$$

De même, il existe une différence entre les équinoxes et obliquités calculées dans un repère tournant (DE200/LE200) et celles calculées dans un repère inertiel (théories planétaires du Bureau des longitudes, VSOP82 [Bre82], VSOP87 [BF88], ELP2000 [CTC83]). Standish [Sta82] a estimé la différence entre les obliquités en J2000 à :

$$\Delta\epsilon_I^R = \epsilon_0^R - \epsilon_0^I = 0''.003\,34$$

et à :

$$\Delta E_I^R = E^{(R)} - E^{(I)} = 0''.093\,66,$$

pour la rotation entre les équinoxes dans l'équateur moyen J2000.

Dans un premier temps, nous pouvons négliger ces corrections dans la mesure où elles sont bien inférieures à la précision habituelle des positions fournies par les catalogues d'étoiles et la précision des éphémérides des astéroïdes (c.f §2.4.1). Ces approximations sont d'autant plus justifiées que Lindegren et *al.* [LRS+95] ont estimé les erreurs systématiques sur les positions du FK5 de l'ordre de 100 mas. Cependant, avec l'arrivée de catalogues tels que Hipparcos (précisions estimées à 1 mas en position et 1 mas/an en mouvements propres) ou Tycho (précisions estimées à 10 mas et 10 mas/an), ainsi que tous les autres catalogues en usage qui ne manqueront pas d'être mis à jour, il est préférable de faire attention à l'écart possible entre les repères des catalogues d'étoiles (définis à partir de l'observation des étoiles) et les repères des théories planétaires (définis à partir des mouvements des planètes). Lors de l'utilisation des catalogues Hipparcos et Tycho, l'homogénéité des repères dans lesquels sont calculées les positions des étoiles et des planètes pourra être assurée par l'utilisation d'un repère de l'ICRS (*International Celestial Reference System*) commun aux deux catalogues et aux éphémérides DE403/LE403 du JPL (Jet Propulsion Laboratory) (c.f §2.4.1).

La théorie *UAI 1980* de la nutation étant compatible avec les expressions de la précession de Lieske [LLFM77], nous l'associerons au repère FK5 comme théorie de la nutation. Elle est basée sur le modèle de Terre non rigide de Gilbert et Dziewonski [GD75], et assure une précision numérique meilleure que quelques mas. Dans cette théorie [Sei82], le plan équatorial vrai de la date est le plan perpendiculaire à la direction du CEP (*Celestial Ephemeris Pole*), choisie de telle sorte qu'elle ne présente pas de mouvement forcé quasi-diurne dû aux couples extérieurs à la Terre et à son atmosphère (à la fois dans le repère céleste et dans le repère terrestre). Le système de constantes associé au repère FK5 est le système *UAI 1976*. Il est en outre compatible avec la théorie *UAI 1980* de la nutation.

Les diverses sources d'erreurs du FK5 sont estimées à ± 50 mas pour l'orientation de son pôle relativement au pôle moyen à J2000.0 [ACFL95], à ± 80 mas pour l'origine des ascensions droites [ACFL95], et à 100 mas pour les erreurs systématiques sur les positions comme il l'a été dit plus haut. L'ICRS est quant à lui donné avec pour écart entre son pôle et le pôle moyen à J2000.0, -18.0 ± 0.1 mas dans la direction 12^h et -5.3 ± 0.1 mas dans la direction 18^h, et comme écart entre son origine et l'équinoxe moyen de l'époque J2000, 78 ± 10 mas [ACFL95]. Le lien entre le repère de DE403 et celui de l'ICRS est estimé par Folkner et *al.* [Fol93] à ± 3 mas [SNWF95].

2.1.2 Systèmes de coordonnées célestes

Dans le repère FK5, définissons maintenant les différents systèmes de coordonnées attachés à ce repère et couramment utilisés par la suite. Les plans et les origines auxquels sont rapportées ces coordonnées se déduisent du plan de référence (équateur) et de l'origine (équinoxe) du repère uniquement par des transformations de précession et de nutation. Ces transformations sont éventuellement complétées par des translations pour passer d'un centre du repère (par exemple le centre du Soleil) à un autre centre (le centre de la Terre par exemple). Les coordonnées d'un point dans le repère de référence sont matérialisées dans un système barycentrique (BRS) ou inertiel par des coordonnées rapportées à un plan et un équinoxe fixes (équateur et équinoxe moyens d'une date de référence). Nous les appellerons ici les coordonnées géométriques. Elles représentent la position effective qu'a un corps à l'instant t dans le repère de référence. Elles sont généralement issues des théories planétaires pour les coordonnées des corps du système solaire, ou des catalogues pour les étoiles. Rattachées aux FK5, nous parlerons de coordonnées équatoriales rapportées à l'équateur et l'équinoxe moyen J2000. A partir de telles coordonnées on passe alors à des coordonnées moyennes de la date par une transformation faisant intervenir la précession. On passe enfin à des coordonnées vraies de la date par une transformation faisant intervenir la nutation. Ces transformations sont décrites dans [CTFM94], [Sei92], [KHSS89].

Il est d'usage de représenter les coordonnées d'un corps céleste dans un système d'axes orthogonal direct, défini par la donnée d'un centre, d'un pôle (dirigé vers le CEP), et d'une direction de référence dans le plan de référence (direction du point vernal γ). Le vecteur $\vec{r}$ reliant l'origine du repère à l'objet est représenté par ses coordonnées rectangulaires (x, y, z), dont la norme est la distance au centre de l'objet. Une exception est cependant à envisager pour les objets stellaires. Dans ce cas, le vecteur $\vec{r}$ exprime la direction de l'objet depuis le centre du repère (vecteur normé), et lorsque la distance de l'objet est connue, elle est représentée par la parallaxe[1] trigonométrique de l'objet.

Une autre représentation en usage est celle des coordonnées sphériques, qui dans les repères définis précédemment s'expriment par l'ascension droite α (longitude du corps dans le plan de référence) et la déclinaison δ (latitude depuis le plan de référence). Mais l'emploi d'une telle représentation n'a d'intérêt que parce qu'elle est la représentation de la sphère céleste la plus naturelle pour l'homme (concept, observation), et parce qu'elle peut conduire à certaines simplifications dans les calculs d'éphémérides. Nous préférerons à la trigonométrie sphérique l'algèbre vectorielle, dont la mise en œuvre est souvent plus compacte et évidente. Les coordonnées sphériques des corps célestes ne seront calculées qu'en dernière opération des calculs d'éphémérides pour leur lien avec l'observation terrestre.

2.2 Repère et système de coordonnées terrestres

De même qu'un repère céleste de référence matérialise un système de référence céleste, un repère terrestre est associé à un système de référence terrestre. Mais notre propos étant d'étudier les mouvements des corps célestes relativement à la Terre et ses observateurs, nous ne nous attacherons ici qu'à définir les systèmes de coordonnées terrestres nécessaires à notre étude, et à leurs liens avec le repère céleste FK5. On pourra trouver les définitions des systèmes et repères de références terrestres en consultant [KM89], ou [vK86].

[1] le *General Catalogue of Trigonometric Stellar Parallaxes* de l'Observatoire Universitaire de Yale contient dans sa $4^{ème}$ édition 8 112 étoiles.

2.2.1 Coordonnées géocentriques

Les coordonnées géocentriques d'un observateur sont ses coordonnées rapportées à un repère dont le centre est le centre des masses de la Terre, son plan de référence est le plan de l'équateur terrestre, et son origine est dans la direction d'un méridien de référence arbitraire (Greenwich). Dans ce repère, l'observateur est localisé par ses coordonnées rectangulaires (x_o, y_o, z_o), ou par ses coordonnées sphériques : λ' la longitude, ϕ' la latitude, et ρ la distance. La longitude est mesurée positivement vers l'ouest, et nous l'exprimerons de 0^h à 24^h pour des raisons de similitude avec les ascensions droites. La latitude est définie positive vers le nord, et est mesurée depuis l'équateur de $0°$ à $\pm 90°$.

Ainsi définies, ces coordonnées expriment la position d'un observateur par rapport à une Terre supposée rigide, en parfaite rotation autour de son centre des masses. Mais la Terre n'est pas un corps rigide, et est soumise à des modifications périodiques et séculaires de sa forme et donc de sa distribution des masses. En pratique, la Terre est modélisée par une surface ne présentant globalement que des déformations (les résultantes des mouvements de rotation et de translation de chaque élément de surface rapportées à la surface totale sont nulles). Cela revient à considérer la croûte de la Terre comme composée d'un nombre fini de plaques rigides mobiles (plaques tectoniques), et cela permet de réaliser des repères terrestres en adoptant des positions et des mouvements de référence pour un ensemble de points de référence (stations à la surface de la Terre). Il s'ensuit que les coordonnées définies précédemment se rapportent à un repère standard pour une date de référence t_0, différant du repère vrai de la date t dans lequel se situe instantanément un observateur. La transformation entre les deux repères se fait en évaluant les déformations de la croûte terrestre dues aux marées terrestres, à l'action des marées océaniques et aux variations de pression de l'atmosphère [CTFM94]. D'après Boucher [Bou89], l'amplitude des premières est de l'ordre de 30 centimètres, et celles des deux autres de l'ordre de quelques centimètres. La vitesse due au déplacement de la plaque tectonique est quant à elle de l'ordre de 10 cm par an [Bou89]. Evaluées en tant que distance angulaire à la surface de la Terre, ces corrections sont de l'ordre de 10 mas pour les plus importantes, et de 3 mas par an pour la vitesse. Rapportées à la sphère céleste, cela correspond à des corrections inférieures à la micro-seconde de degré. Ces corrections sont négligeables pour les calculs d'occultations stellaires, ainsi nous ne les prendrons pas en compte et adopterons un système standard, celui de l'*IERS 92* pour les constantes se rapportant à la définition de la Terre [McC92] (rayon équatorial, coefficient d'aplatissement).

Nous avons défini les coordonnées géocentriques dans un repère dont l'axe Oz est dirigé suivant l'axe de rotation de la Terre. Or l'observation de la distance zénithale du pôle céleste à différentes époques et différents lieux de la Terre a montré que l'axe de rotation de la Terre n'était pas fixe, mais décrivait un mouvement autour de l'axe de moment d'inertie maximum de la Terre. Rapporté au repère céleste, cet axe décrit autour de l'axe de rotation une courbe complexe rendant impossible la prédiction des positions dans le temps du pôle céleste. L'étude des mouvements du pôle a mis en évidence deux composantes majeures dans ses déplacements sous la forme d'une composante annuelle du mouvement et d'une composante de 14 mois (Chandler). L'observation a par ailleurs montré que l'amplitude du mouvement quasi-circulaire du pôle variait de 0".05 à 0".25 selon un cycle de six ans.

Pour prendre en compte cette séparation entre les deux pôles, on repère les positions dans le temps du pôle céleste vrai par ses coordonnées rectangulaires (x_p, y_p) dans le plan tangent à la sphère céleste au pôle terrestre conventionnel. x_p est mesurée par rapport à la direction du méridien origine (méridien de Greenwich) orientée positivement vers Greenwich, et y_p est mesurée selon la direction perpendiculaire orientée positivement vers l'ouest. Pour transformer les coordonnées géocentriques (x_o, y_o, z_o) rapportées au pôle terrestre en des coordonnées rattachées au repère céleste dont le pôle est le pôle céleste vrai, on applique successivement les deux rotations $R_2(x_p)$ et $R_1(y_p)$. Les coordonnées (x_o^c, y_o^c, z_o^c) dans le repère céleste s'expriment alors à partir des coordonnées géocentriques au moyen de la relation :

$$\begin{pmatrix} x_o^c \\ y_o^c \\ z_o^c \end{pmatrix} = R_1\,(y_p)\;R_2\,(x_p)\begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

Pour compléter le passage au repère céleste de référence, on doit exprimer les coordonnées obtenues précédemment par rapport à l'origine du repère, l'équinoxe, et transformer les coordonnées rectangulaires équatoriales vraies de la date en des coordonnées rectangulaires équatoriales moyennes de la date de référence du repère céleste. Pour cela, nous savons que la position du méridien de Greenwich par rapport à l'équinoxe vrai de la date est définie par le temps sidéral vrai de Greenwich GST (§2.3). De plus les transformations entre les coordonnées se font comme nous l'avons vu précédemment (§2.1.2) à l'aide des corrections pour la précession et la nutation. Finalement, on peut exprimer les coordonnées géocentriques $(x_o^{c_r}, y_o^{c_r}, z_o^{c_r})$ d'un observateur dans un repère céleste de référence à l'aide de la relation :

$$\begin{pmatrix} x_o^{c_r} \\ y_o^{c_r} \\ z_o^{c_r} \end{pmatrix} = R_1\,(y_p)\;R_2\,(x_p)\;R_3\,(-GST)\;N\;P\begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

où N est la matrice de nutation calculée pour la date courante et P la matrice de précession entre la date de référence et la date courante.

Les coordonnées du pôle (x_p, y_p) et le temps universel $UT1$ exprimé à travers les différences $UT1 - TAI$ et $UT1 - UTC$, permettent de fixer à chaque instant la position du repère terrestre par rapport à un repère céleste donné. Ils portent le nom de paramètres d'orientation de la Terre EOP (*Earth Orientation Parameters*). On trouvera dans les bulletins de l'IERS (*Weekly Bulletin*

A, *Weekly Bulletin B*, rapport annuel) les paramètres d'orientation de la Terre permettant de passer du repère FK5 aux repères ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). Dans ce cas, il faudra aussi apporter les corrections nécessaires à la théorie UAI 1980 de la nutation pour prendre en compte les imperfections de la modélisation géophysique de la Terre. On trouvera ces corrections soit sous la forme de corrections empiriques à appliquer aux coefficients, soit sous la forme de corrections numériques globales valables sur un court intervalle de temps.

2.2.2 Coordonnées géodésiques

A un repère terrestre est associé un ellipsoïde de référence (ou géoïde) dont la surface représente une approximation de la surface terrestre. Cet ellipsoïde de révolution est centré au centre des masses de la Terre (celui défini par le repère terrestre), et son axe coïncide avec les pôles du repère. La position d'un observateur à la surface de cet ellipsoïde est définie par les coordonnées géodésiques suivantes : la longitude λ depuis le méridien origine (égale à la longitude géocentrique), la latitude ϕ de la direction de la normale à l'ellipsoïde de référence, et l'altitude h au dessus de l'ellipsoïde suivant la normale à l'ellipsoïde. Les mêmes conventions de signes que pour les coordonnées géocentriques sont adoptées pour ces quantités. Les coordonnées géodésiques sont les coordonnées habituellement employées pour définir les positions des lieux à la surface de la Terre. Nous les emploierons pour localiser les lieux de visibilité sur Terre des occultations stellaires. Nous choisirons comme algorithmes de conversion des coordonnées géocentriques en coordonnées géodésiques et *vice versa* l'algorithme de Borkowski, dont un aperçu est fourni en annexe A. Il est à noter que d'autres méthodes de conversion existent, telles que les méthodes par approximations successives ou la méthode de Bowring [McC92].

2.2.3 Coordonnées géographiques

La dénomination *coordonnées géographiques* est utilisée lorsqu'on se réfère à des coordonnées terrestres déterminées par l'observation astronomique. Elles sont rapportées à l'équateur vrai de la date d'un repère céleste et à l'intersection de ce plan avec le méridien origine du repère terrestre, et calculées pour une altitude donnée au-dessus du niveau moyen de la mer. Ces coordonnées sont parfois appelées *coordonnées astronomiques ou coordonnées terrestres.*

Le méridien astronomique auquel se rapportent ces coordonnées est le plan défini par les directions de la verticale locale et de l'axe de rotation de la Terre. La verticale locale est donnée en un lieu par le champ gravimétrique, affecté localement d'anomalies dues aux influences combinées des champs gravitationnels du Soleil, de la Lune et des océans. Les coordonnées géodésiques rapportées à la normale à l'ellipsoïde diffèrent donc des coordonnées géographiques. La longitude géographique est égale à la différence observée entre le temps sidéral local et le temps sidéral de Greenwich. L'inclinaison entre la verticale locale et la normale à l'ellipsoïde est donnée sous la forme de déviations en longitude et latitude. Les différences correspondantes induites entre les coordonnées géographiques et géodésiques peuvent atteindre 1′, soit environ 1 mille nautique ou 1852 m [Ast95]. On passe d'un système de coordonnées à l'autre au moyen des relations [CTFM94] :

$$\begin{aligned} L + \lambda &= -\eta - (x_p \sin\lambda + y_p \cos\lambda)\tan\phi \\ \varphi - \phi &= \xi + x_p \cos\lambda - y_p \sin\lambda \end{aligned} \tag{2.3}$$

où (ξ, η) sont respectivement les déviations de la verticale en latitude et en longitude, (x_p, y_p) sont les coordonnées du pôle définies au §2.2.1, (L, φ) sont les coordonnées géographiques et (λ, ϕ) sont les coordonnées géodésiques. Les mouvements du pôle provoquent des différences entre les coordonnées pouvant atteindre 0".3. Notons que les marées journalières induisent des variations sur la verticale locale jusqu'à l'ordre de 10 mas.

L'altitude des lieux terrestres est généralement calculée comme la hauteur au dessus d'un niveau moyen représentant le géoïde terrestre (niveau moyen des mers). Cette surface est déterminée comme étant une surface équipotentielle particulière (voisine du niveau moyen des mers) dans le champ de gravité de la Terre. L'altitude géographique diffère donc de l'altitude géodésique des variations de la topographie locale par rapport à la surface du géoïde de référence. Ces différences, connues sous le nom d'*ondulations du géoïde*, sont fournies par la géodésie et sont comprises entre -108 m et 78 m. A ces différences peuvent s'ajouter celles provenant de la séparation entre le géoïde et le niveau moyen des mers. Leur ordre de grandeur est au plus de 1 m en valeur absolue. Pour être encore plus précis, on peut aussi prendre en compte les variations d'altitude dues aux marées terrestres. Elles induisent sur les coordonnées un déplacement radial variant d'environ 6 cm à 12 cm, et un déplacement horizontal (vers le nord) inférieur à 3 cm [MR89].

2.3 Les arguments de temps des éphémérides

Il existe plusieurs échelles de temps employées simultanément dans les calculs d'éphémérides selon que l'on calcule telle ou telle position d'un corps du système solaire (ou d'une étoile) relativement à un autre. Nous ne présenterons ici que les échelles de temps indispensables aux calculs des occultations stellaires, une présentation plus large de la définition et de la matérialisation des différentes échelles de temps étant proposée en annexe B.

Le Temps dynamique barycentrique TDB

Pour calculer la position d'une planète ou d'une étoile par rapport au barycentre du système solaire, on emploie le *Temps dynamique barycentrique*

(TDB). Cette échelle de temps est celle associée au Système de référence barycentrique (BRS), et est déterminée à partir du *Temps dynamique terrestre*[2] (TDT). La transformation entre les deux peut être obtenue avec une précision de 1 ns à l'aide des expressions de L. Fairhead et P. Bretagnon [FB90]. Pour cette étude, nous utiliserons la forme plus simple et suffisante dans la plupart des cas [SF92] :

$$
\begin{aligned}
TDB - TDT = \; & +0^s.0016568 \, \sin(357°.5 + 35999°.37\, T) \\
& +0^s.0000224 \, \sin(246°. + 32964°.5\, T) \\
& +0^s.0000138 \, \sin(355°. + 71998°.7\, T) \\
& +0^s.0000048 \, \sin(25°. + 3034°.9\, T) \\
& +0^s.0000047 \, \sin(230°. + 34777°.3\, T) \\
& + \cdots
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

où T est l'intervalle de Temps terrestre écoulé depuis l'époque J2000.0 exprimé en siècles juliens. Il découle de la volonté de définir le TDB par rapport au TDT en ne conservant que les termes périodiques de leurs différences, que la seconde s_B associée à l'échelle TDB est différente de la seconde SI du TDT, tel que : $s_B = \frac{1}{n_G} s_L$ avec $n_G = 1 - 1.550506\, 10^{-8}$ et s_L l'unité de seconde locale [SF92]. Il en résulte que la longueur du mètre m_B associée à l'échelle TDB est de même plus long que celle du mètre terrestre m_L (unité de mètre locale), et donc que le choix de la valeur des constantes astronomiques dépend du système de référence considéré, géocentrique ou barycentrique, et de son utilisation. Cet inconvénient est maintenant évité en utilisant les échelles TCB, TCG et TT en lieu et place de TDB et TDT. Actuellement, on estime [Moi96] la différence entre les échelles TDB et TCB à :

$$TCB - TDB = 1.5505197604 \; \times \; 10^{-8} \, (JD - 2443144.5) \, 86400$$

Cependant, pour ne pas rompre la continuité avec les travaux antérieurs, nous utiliserons l'échelle TDB comme argument de temps des calculs de positions barycentriques des corps du système solaire et des étoiles. C'est aussi l'échelle de temps de référence des positions du FK5 et celle des théories planétaires.

Le Temps terrestre TT

Par définition, le *Temps terrestre* (TT) est l'argument temporel de référence des éphémérides géocentriques apparentes. Il est défini tel que :

- les différences entre TT et TCG sont représentées par un facteur d'échelle constant de manière unique ;
- son unité de mesure est homogène à la seconde SI sur le géoïde terrestre ;
- à la date du 1 janvier 1977 à $0^h 0^m 0^s$ TAI exactement, TT a pour valeur 1 janvier 1977, $0^h 0^m 32^s.184$ exactement.

[2]désignation du *Temps terrestre* TT entre 1977 et 1991.

La réalisation pratique de l'échelle TT est liée au TAI. De manière précise, TT peut être calculé à partir du TAI au moyen de la relation :

$$TT = TAI + 32^s.184 \tag{2.5}$$

Le *Temps terrestre* est alors interprété comme un temps atomique idéal dont l'unité est la seconde SI telle qu'on la réalise à la surface du géoïde terrestre. Entre 1977 et 1990 on a estimé que TT (=TDT) ne s'était pas écarté de TAI de plus de $\pm 10\mu s$ environ [Sei92].
L'échelle TT est par ailleurs liée au temps-coordonné TCG par le facteur d'échelle :

$$TCG - TT = L_G \times (JD - 2443144.5)\, 86400$$

où L_G peut être pris égal à $6.9692902 \times 10^{-10}$ [Moi96].

Le Temps universel coordonné UTC

Pour être en mesure de rapporter un évènement de la sphère céleste à la position terrestre d'un observateur, nous nous devons d'effectuer un changement de repère impliquant la transformation de l'échelle TT en une échelle de temps homogène à la rotation de la Terre, le *Temps universel* (UT ou TU). Tout lieu d'observation y est intimement lié. Malheureusement, cette échelle de temps n'est pas uniforme. Elle dépend de termes périodiques saisonniers[3], de fluctuations irrégulières de caractère aléatoire et d'un ralentissement séculaire de la rotation de la Terre[4], rendant très difficile la détermination *a priori* du temps universel. Pour ces raisons, on a créé à la fin des années 1960 une échelle de temps dite du *Temps universel coordonné* (UTC). Elle possède les qualités d'uniformité du temps atomique grâce à l'introduction de sauts de secondes appropriés permettant de maintenir en phase la rotation de la Terre et les horloges des laboratoires. Ainsi, on a depuis le 1 janvier 1972 :

$$\begin{aligned} TAI - UTC &= n \text{ secondes} \\ UT1 - UTC &\leq \pm 0^s.9 \end{aligned} \tag{2.6}$$

où n est un nombre entier déterminé tel que UTC ne s'écarte pas plus de $0^s.9$ de UT1, et UT1 est le temps universel calculé *a posteriori* par l'IERS. Depuis le 1 janvier 1996 on a $n = 30^s$. En introduisant la définition du Temps terrestre (eq. 2.5) on a alors comme différence entre les échelles TT et UTC depuis le 1 janvier 1972 :

$$TT - UTC = n + 32^s.184, \tag{2.7}$$

soit $TT - UTC = 62^s.184$ depuis le 1 janvier 1996, et ce jusqu'au prochain saut de UTC (le 1 juillet 1997).

[3] Leur amplitude varie de $+0^s.042$ au début de juin à $-0^s.023$ à la fin de septembre.
[4] La durée du jour croît de $0^s.002$ par siècle environ.

Le temps sidéral

Le *temps sidéral* (TS) en un lieu donné est d'une manière générale l'angle horaire du point γ en ce lieu. Il dépend donc à la fois du mouvement orbital héliocentrique de la Terre fournissant la direction de l'équinoxe dans le repère céleste, et du mouvement de rotation diurne de la Terre mettant perpétuellement en mouvement tout lieu d'observation. Ainsi, comme le Temps universel, le temps sidéral ne peut être exprimé rigoureusement, et la détermination de sa correspondance avec les temps de la dynamique planétaire ne peut être obtenue qu'approximativement. C'est la raison pour laquelle le temps sidéral n'est plus utilisé depuis longtemps comme une échelle de temps, mais seulement comme un angle : l'angle horaire de Greenwich. La seule manière de pouvoir le connaitre avec précision est de l'observer, mais comme le point γ n'a pas de matérialisation précise sur la voûte céleste, on ne peut que le déterminer indirectement à travers des quantités observables. C'est pourquoi, on relie le temps sidéral moyen au Temps universel par la relation algébrique calculant le temps sidéral moyen à Greenwich :

$$GMST = UT + R_S - 12^h$$

où R_S est un polynôme du Temps universel issu de la définition du Temps universel [Exp61]. En utilisant les expressions de Aoki et *al.* (1982) pour leur compatibilité avec le repère FK5, le temps sidéral se calcule à partir d'une date quelconque du Temps universel par la relation :

$$GMST = \mathcal{F}(d_u) + R_S(T_u) \tag{2.8}$$

dans laquelle $\mathcal{F}(d_u)$ est la partie décimale de d_u exprimée en heures et tel que :

$$d_u = JD(UT) - 2\,451\,545,$$

où JD(UT) est la date julienne UT, et $R_S(T_u)$ l'ascension droite[5] du Soleil fictif de la définition du Temps universel égal à [AK83] :

$$R_S(T_u) = 18^h 41^m 50^s.548\,41 + 8\,640\,184^s.812\,866 T_u - 0^s.093\,104 T_u^2 - 6^s.2\,10^{-6} T_u^3$$

où T_u est le nombre de siècles juliens écoulés depuis J2000 UT jusqu'à la date considérée en UT :

$$T_u = \frac{d_u}{36\,525}$$

Le temps sidéral d'un lieu quelconque se déduit du temps sidéral à Greenwich en l'augmentant de la longitude géographique L du lieu par rapport à Greenwich, ce qui s'exprime en tenant compte des conventions de signes (L positif vers l'ouest) :

$$LMST = GMST - L \tag{2.9}$$

[5] augmentée de 12^h.

On distingue le temps sidéral vrai (GST) et le temps sidéral moyen (GMST) selon que l'on se réfère à l'équinoxe vrai de la date ou à l'équinoxe moyen de la date. La transformation de l'un à l'autre s'opère en ajoutant au temps sidéral moyen l'équation des équinoxes [AK83] :

$$GST = GMST + \Delta\psi \cos\epsilon + 0''.002\,64 \sin\Omega_L + 0''.000\,063 \sin 2\Omega_L \qquad (2.10)$$

où les termes en Ω_L (longitude moyenne du noeud de la Lune rapportée à l'équinoxe moyen de la date) sont du deuxième ordre des quantités de la nutation. $\Delta\psi$ représente la *nutation en longitude* et ϵ l'obliquité de l'écliptique moyen de la date. Les termes prépondérants de la nutation en longitude étant $-17''.1996$ et $-1''.3187$, on peut envisager de négliger les termes en Ω_L de l'équation précédente. Aoki et *al.* [AGK+82] rappellent que cette équation (2.10) doit être l'équation des équinoxes intervenant dans la transformation entre le temps sidéral vrai de Greenwich et le temps sidéral moyen de Greenwich.

Le calcul du temps sidéral futur d'un lieu (dans le cas d'une prédiction d'observation d'un phénomène céleste en ce lieu par exemple) implique de connaître *a priori* le Temps universel à cette époque. Or nous l'avons vu, cette échelle de temps n'est pas uniforme. Cela conduit, si nous voulons la remplacer par une échelle de temps "prédictible", à la substituer par le Temps universel coordonné qui, lui, est uniforme. L'erreur commise représente alors une erreur temporelle inférieure à une seconde sur la position d'un lieu vu depuis un point fixe de la sphère céleste. Rapportée à la surface terrestre, cela correspond à une approximation de la position de l'observateur pouvant atteindre 500 m. Exprimée en distance angulaire sur la sphère céleste (située à 1 UA), cela représente une déviation inférieure à 0.7 mas.

2.4 Calculs d'éphémérides

Ce sont les prédictions des éphémérides des corps célestes qui conditionnent pour la majeure partie les prédictions d'occultations stellaires. La première chose à respecter lors du calcul des positions d'un corps céleste relativement à un autre est l'homogénéité des repères tant spatiaux que temporels dans lesquels sont exprimées ces positions. Ainsi, nous veillerons à prendre en compte dans toute transformation de repère toutes les corrections nécessaires pour atteindre une précision de quelques mas. Certaines approximations seront néanmoins réalisées après discussion. Bien qu'il existe des valeurs récentes de certaines constantes astronomiques, nous ne les emploierons qu'avec parcimonie. Les constantes primaires sont celles du système UAI 1976, excepté pour la vitesse angulaire moyenne de rotation de la Terre pour laquelle nous prenons la valeur de Aoki et *al.* [AGK+82]. Le rayon équatorial de la Terre ainsi que son coefficient d'aplatissement sont ceux du système IERS 1992. Les masses des planètes associées aux théories planétaires sont, selon le cas, celles du système UAI 1976 pour DE200 et Bdl82 et celles du système IERS 1992 pour DE403 et VSOP87.

Les paragraphes qui suivent décrivent les différents types d'éphémérides utilisés dans les prédictions d'occultations stellaires (chap. 3). Les algorithmes de calculs sont ceux de Kaplan et *al.* [KHSS89]. Ils sont définis dans les repères décrits précédemment et prennent en compte tous les effets systématiques jusqu'à l'ordre du mas. Le système solaire y est modélisé par un système conventionnel quasi-inertiel ; il permet de décrire les observables (positions, directions) par de petites corrections apportées aux lois classiques. Ce sont les approximations post-newtoniennes. La difficulté actuelle pour exprimer les calculs d'éphémérides dans un contexte entièrement relativiste provient essentiellement du fait qu'il n'existe pas de référentiel privilégié dans le cadre de la relativité générale. Cela a pour conséquence de rendre complexe la résolution et l'interprétation des lois physiques ainsi que la notion de solide de référence. D'autres difficultés sont aussi liées à la géométrie non-euclidienne utilisée en relativité. C'est pourquoi, actuellement, tous les éléments ne sont pas réunis pour construire des théories planétaires des corps étendus entièrement relativistes. Toutefois, il est déjà envisageable de calculer la position d'une planète (ou d'un astéroïde) dans un cadre relativiste en étudiant les géodésiques décrites par les particules ponctuelles. On peut aussi envisager de prédire les positions des corps célestes en étudiant les géodésiques isotropes décrites par les photons lumineux, depuis la planète jusqu'à l'observateur.

2.4.1 Positions géométriques

Théories planétaires

Les positions géométriques des planètes sont calculées à partir des théories planétaires VSOP82 [Bre82], DE200/LE200 ([Sta82], [Sta90b]), DE403/LE403 [SNWF95] ou VSOP87 [BF88]. Toutes ces théories se rapportent à un repère moyen à l'époque J2000 proche du repère FK5. Principalement, les différences entre les repères proviennent du fait que DE200/LE200 est définie dans un repère tournant, que VSOP82 et VSOP87 sont définies dans un repère inertiel et que DE403/LE403 est définie dans un repère cinématiquement non-tournant (repère ICRS de l'IERS [IER96]), alors que l'écliptique moyen J2000 associé au FK5 diffère de l'écliptique dynamique moyen rotationnel. Nous avons vu au §2.1 quelles étaient ces différences. En première approximation, nous considérerons toutes ces théories comme homogènes au FK5, et nous définirons les corrections suivantes pour exprimer les positions géométriques par rapport au plan fondamental (équateur) et à l'équinoxe du FK5. Si $\vec{p}_{xxx}$ désigne la position d'une planète dans le repère de la théorie "xxx", alors sa position $\vec{p}_{FK5}$ dans le repère FK5 est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \vec{p}_{FK5} & = & R_z(\Delta E_R^{FK5})\, R_x(\Delta\epsilon_R^{FK5})\, \vec{p}_{DE200} \\ \Delta\epsilon_R^{FK5} & = & 0''.036\,1 \\ \Delta E_R^{FK5} & = & 0''.005\,9 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} \vec{p}_{FK5} & = & R_z(\Delta E_I^{FK5})\, R_x(\epsilon_0^I)\, \vec{p}_{VSOP\_} \\ \epsilon_0^I & = & 23^\circ\, 26'\, 21''.409\,1 \\ \Delta E_I^{FK5} & = & -0''.099\,5 \end{array}\right. \qquad (2.11)$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} \vec{p}_{FK5} & \approx & \vec{p}_{DE403} \end{array}\right.$$

Les positions $\vec{p}_{xxx}$ ou sans distinction $\vec{p}$ sont calculées selon le cas par rapport au barycentre du système solaire, ou par rapport au barycentre du Soleil. Les positions géométriques sont alors rapportées au barycentre de la Terre, ou géocentre, par addition euclidienne des vecteurs barycentriques ou héliocentriques de la planète considérée et de la Terre.

La précision des positions géométriques des planètes telluriques, obtenue à partir des théories VSOP82 et DE200, peut être estimée comprise entre quelques dizaines de mas à quelques mas sur les longitudes et les latitudes écliptiques et quelques 10^{-8} à quelques 10^{-10} unités astronomiques sur le rayon vecteur [Bre82]. La précision interne de la théorie VSOP87 pour ces mêmes planètes est de quelques mas pour Mercure, Vénus et la Terre, et 23 mas pour Mars [BF88]. La précision de DE403 est quant à elle de l'ordre de 20 mas pour ces planètes [Bre96].

En ce qui concerne les planètes géantes (de Jupiter à Neptune), les théories VSOP82 et DE200 montrent des différences importantes provenant de l'utilisation de masses planétaires différentes, conduisant à modifier les perturbations de Jupiter et surtout de Saturne et de Neptune. Standish présente une approximation des erreurs de DE200 pour ces planètes en les comparant avec la solution DE202 [Sta90a]. D'une manière générale, il estime ces erreurs (en valeurs absolues) entre $0''.1$ et $1''.0$ à notre époque pour les planètes Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, et plus de $3''.0$ à la fin du siècle pour Pluton. Les précisions internes de VSOP82 et DE202 sont estimées respectivement à quelques dizaines de mas et à $0''.05$. La précision interne de la théorie VSOP87 pour l'intervalle 1900-2100 est de $0''.020$ pour Jupiter, $0''.100$ pour Saturne, $0''.016$ pour Uranus et $0''.030$ pour Neptune [BF88]. La comparaison de DE403 avec DE245 pour ces planètes fournit des différences de l'ordre de $0''.1$ [Bre96].

Cas des astéroïdes

Les positions géométriques des astéroïdes sont obtenues par intégration numérique du problème perturbé par les neuf planètes principales. L'algorithme de calcul est celui de Bulirsch et Stoer ([BS66], [SB80]). Les positions et les masses des planètes perturbatrices sont calculées à l'aide des théories décrites précédemment. Les conditions initiales des astéroïdes sont données par les éléments osculateurs tirés des "Ephemerides for Minor Planets" [BS95], ou d'autres bases de données astéroïdales comme "The Asteroid Orbital Elements Database" de T. Bowell [Bow96], ou les bases "IRAS Minor Planet Survey" [ET92] ou "Asteroids II" [ET88].

Les éléments osculateurs des astéroïdes sont exprimés dans le repère écliptique FK5 J2000. On en déduit les positions et les vitesses initiales des astéroïdes dans ce repère [BC61], auxquelles on applique la correction d'obliquité de l'écliptique FK5 J2000 pour obtenir des coordonnées rectangulaires rapportées à l'équateur FK5 J2000. Les positions successives des astéroïdes sont alors obtenues par intégration numérique à partir de cette condition initiale, en prenant soin de corriger le repère de la théorie planétaire utilisée (si besoin est) pour obtenir des positions et vitesses des astéroïdes dans le repère FK5. La précision des positions géométriques ainsi calculées dépend donc de la précision avec laquelle l'orbite osculatrice est définie, de la précision interne de l'intégrateur, et du lien entre les théories planétaires et le repère de référence (c.f §2.1, §2.4.1).

La précision d'une orbite osculatrice peut se définir à partir de la précision individuelle de chacun des six éléments osculateurs a, e, i, ω, Ω et l_0 qui la définissent. Les incertitudes sur ces éléments proviennent pour l'essentiel des erreurs commises lors de l'ajustement des orbites sur les observations astrométriques (erreurs observationnelles et théoriques) et sur le degré de corrélation entre les paramètres orbitaux qui en découle. Ainsi chaque élément osculateur est déterminé avec une précision donnée, et chaque orbite admet ses propres incertitudes. Pour estimer globalement la précision des orbites des astéroïdes, nous pouvons choisir arbitrairement les incertitudes des éléments oscultateurs à partir du degré de troncature des bases de données. Cela correspond pour la base EMP-96 (exprimée en degré pour les angles et en UA pour Δa) à :

Δa	Δe	Δi	$\Delta\omega$	$\Delta\Omega$	Δl_0
10^{-9}	10^{-8}	10^{-6}	10^{-6}	10^{-6}	10^{-6}

TAB. 2.1 - Précision des éléments osculateurs de la base EMP-96.

où a est le demi-grand axe, e l'excentricité, i l'inclinaison, ω l'argument du périhélie, Ω la longitude du nœud, et l_0 l'anomalie moyenne. Ces valeurs représentent une précision idéale, représentative de ce que l'on peut obtenir de mieux à présent. Dans la pratique les incertitudes pourront être jusqu'à 10 fois plus grandes. En utilisant les corrections différentielles d'orbites, on peut alors estimer les écarts sur les positions initiales dûs à la troncature des éléments osculateurs à l'époque de référence. Ces écarts (Δx, Δy, Δz) sont calculés à l'aide des relations [BC61] :

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - \frac{3}{2}t\,\dot{x} \\ y - \frac{3}{2}t\,\dot{y} \\ z - \frac{3}{2}t\,\dot{z} \end{pmatrix} \Delta a/a + \begin{pmatrix} Hx + K\,\dot{x} \\ Hy + K\,\dot{y} \\ Hz + K\,\dot{z} \end{pmatrix} \Delta e + \begin{pmatrix} 0 & +z & -y \\ -z & 0 & +x \\ +y & -x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\psi_x \\ \Delta\psi_y \\ \Delta\psi_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x}\,/n \\ \dot{y}\,/n \\ \dot{z}\,/n \end{pmatrix} \Delta l_0 \tag{2.12}$$

où les $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ représentent la vitesse selon la composante désignée, n est le moyen mouvement, t est l'intervalle de temps depuis une époque arbitraire exprimé en unité de pas d'intégration, et où H et K sont les fonctions :

$$H = \frac{r - a(1+e^2)}{ae(1-e^2)},$$

$$K = \frac{\mathbf{r}\,\dot{\mathbf{r}}}{a^2n^2e}(1 + \frac{r}{a(1-e^2)}),$$

$\mathbf{r}$ étant le rayon vecteur héliocentrique et $\dot{\boldsymbol{r}}$ sa dérivée par rapport au temps. L'influence des erreurs provenant des angles Δi, $\Delta\omega$, et $\Delta\Omega$ est ici interprétée comme un écart de l'orientation de l'orbite dans l'espace euclidien et est modélisée par les trois rotations $\Delta\psi_x$, $\Delta\psi_y$, $\Delta\psi_z$ selon les axes x, y et z.

Pour estimer la précision avec laquelle sont définies les orbites des astéroïdes, étudions statistiquement (histogrammes de distributions) les valeurs des Δx, Δy, et Δz de l'équation (2.12) obtenues à l'époque de référence des éléments osculateurs (le 13 novembre 1996 0^h TT, soit $t = 0$), pour les valeurs des écarts sur les éléments osculateurs données au tableau 2.1, et pour les 6160 astéroïdes de la base EMP-96. Les tableaux 2.2 et 2.4 résument les résultats obtenus. La première partie du tableau 2.2 fournit les fréquences cumulatives (approximatives) des événements : $\Delta x, \Delta y, \Delta z \geq 5.10^{-6}$; $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 3.10^{-6}$; $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 10^{-6}$ et $\Delta x, \Delta y, \Delta z \leq 10^{-7}$. La deuxième partie du tableau fournit les taux d'erreurs des positions correspondants à 95% des cas cumulés dont l'erreur est inférieure ou égale à la valeur indiquée. La dernière ligne du tableau présente une borne supérieure approximative des taux d'erreurs que peuvent atteindre les positions initiales de certains astéroïdes.

Nous en déduisons une estimation globale de la précision des positions initiales des astéroïdes dans le repère héliocentrique (écliptique) de l'ordre de 3.10^{-6} UA, soit environ 500 km sur chaque coordonnée. Pour un petit nombre d'astéroïdes, ces erreurs peuvent atteindre 7.10^{-6} UA, soit environ 1000 km. On remarque aussi que les écarts sur l'axe z sont systématiquement plus grands que ceux obtenus dans le plan de l'écliptique (coordonnées x et y). Ceci peut s'expliquer par le fait que la coordonnée perpendiculaire à l'écliptique dépend directement de i et Ω qui sont moins bien connues. D'autre part, l'étude des erreurs relativement aux distances héliocentriques résumée dans le tableau 2.3

	Δx	Δy	Δz
$\geq$ 5.10^{-6}	0.3%	0.7%	1.3%
$\leq$ 3.10^{-6}	91 %	91 %	66 %
$\leq$ 1.10^{-6}	27 %	26 %	19 %
$\leq$ 1.10^{-7}	15 %	13 %	10 %
95%	3.4 10^{-6}	3.5 10^{-6}	4.4 10^{-6}
b_s	6.10^{-6}	7.10^{-6}	7.10^{-6}

TAB. 2.2 - Ecarts sur les coordonnées rectangulaires exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5 à l'époque de référence des éléments osculateurs de la base EMP-96. L'unité est l'unité astronomique (UA).

	$\Delta x/r$	$\Delta y/r$	$\Delta z/r$
95%	1 10^{-6}	1 10^{-6}	1.4 10^{-6}
75%	0.8 10^{-6}	0.8 10^{-6}	1.3 10^{-6}
50%	0.6 10^{-6}	0.6 10^{-6}	0.9 10^{-6}
b_s	1.5 10^{-6}	2.5 10^{-6}	2.5 10^{-6}

TAB. 2.3 - Ecarts sur les coordonnées relatives exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5 à l'époque de référence des éléments osculateurs de la base EMP-96. r est la distance héliocentrique.

montre que la précision sur les positions initiales dépend fortement de la précision des éléments angulaires de l'orbite (tableau 2.1). Comme dans la réalité toutes les orbites ne sont pas connues avec une telle précision, il s'ensuit que dans de nombreux cas les erreurs sont plus importantes, et que cette estimation n'est qu'une estimation idéale, que l'on peut considérer comme représentative de ce que l'on fait de mieux de nos jours. Rapportés à la sphère céleste héliocentrique, ces écarts se traduisent sur les coordonnées sphériques écliptiques des astéroïdes par des différences inférieures à $0''.3$ dans 99% des cas (tableau 2.4). Les différences des longueurs des rayons vecteurs sont quant à elles de l'ordre de quelques kilomètres à une dizaine de kilomètres au plus. Rapportées à la sphère céleste géocentrique, ces erreurs peuvent être ou non amplifiées selon le degré d'erreur de la détermination de la position de la Terre par rapport au Soleil et selon la configuration géométrique entre le corps considéré, la Terre et le Soleil.

Une autre manière d'estimer la précision sur les positions initiales des astéroïdes consiste à étudier les résidus des ajustements ayant permis le calcul des orbites. Donnés sous la forme de RMS (Root Mean Square) ou de résidu

	$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$	Δr	
$\leq$ 0".30	99%	99%	99%	$\leq 4.10^{-8}$
$\leq$ 0".20	43%	50%	62%	$\leq 2.10^{-8}$
$\leq$ 0".02	0%	6%	28%	$\leq 1.10^{-8}$
99%	0".30	0".30	6 km	99%
b_s	0".35	0".30	10 km	b_s

TAB. 2.4 - Ecarts sur les coordonnées sphériques héliocentriques des positions initiales des astéroïdes de la base EMP-96. $\Delta\lambda$ est la différence en longitude écliptique, $\Delta\beta$ est la différence en latitude écliptique et Δr est la différence entre les normes des rayons vecteurs (en UA).

maximum dans la base EMP-96, nous voyons figure 2.1 que pour la plupart des orbites (95% des cas) les incertitudes sont comprises entre 0".5 et 3". Si l'on ne considère que les orbites pour lesquelles un RMS est donné, c'est à dire les orbites les mieux connues car ajustées sur un échantillon suffisamment grand d'observations, on voit qu'une bonne estimation des incertitudes se situe aux alentours de 1". Cela implique que la précision des éléments osculateurs est moins bonne que 10^{-6} comme nous l'avons estimée précédemment, et que la précision sur les positions initiales est dans la majorité des cas de l'ordre de 1".

Il est assez difficile de calculer exactement l'erreur accumulée au cours d'une intégration numérique [BC61]. La théorie générale de propagation des erreurs fournit une solution en montrant qu'après n pas d'intégration, l'erreur probable d'une intégration numérique est :

$$\epsilon = 0.1124\, n^{3/2} \tag{2.13}$$

exprimée en unités de la dernière décimale significative [BC61]. Cet estimateur implique que 50% des erreurs sont supérieures à ϵ et que les autres 50% sont inférieures à ϵ. On ne peut donc pas en déduire l'erreur réelle après intégration numérique. Cependant, on peut en déduire le nombre de décimales significatives des coordonnées des astéroïdes après n pas d'intégration. Par exemple, si on intégre sur 365 jours avec un pas de un jour, on obtient $\epsilon \simeq 784$ unités de la décimale considérée. Donc si on désire une précision numérique de l'ordre de 1 mas sur la position des astéroïdes, soit 5.10^{-9} radian, alors comparée à l'erreur probable de 784.10^{-9} il est nécessaire de considérer que les composantes (x, y, z) décrivant les positions successives des astéroïdes doivent être significatives jusqu'à l'ordre de 10^{-12}. Avec un pas de 10 jours, cette précision significative est ramenée à l'ordre de 10^{-10} ($\epsilon \simeq 25$), et avec un pas de 40 jours, le nombre de décimales significatives doit être celui de la précision désirée (5.10^{-9} ; $\epsilon \simeq 3$). Cet estimateur nous montre donc que pour un intervalle de temps considéré il est possible de trouver un pas d'intégration minimisant les erreurs finales.

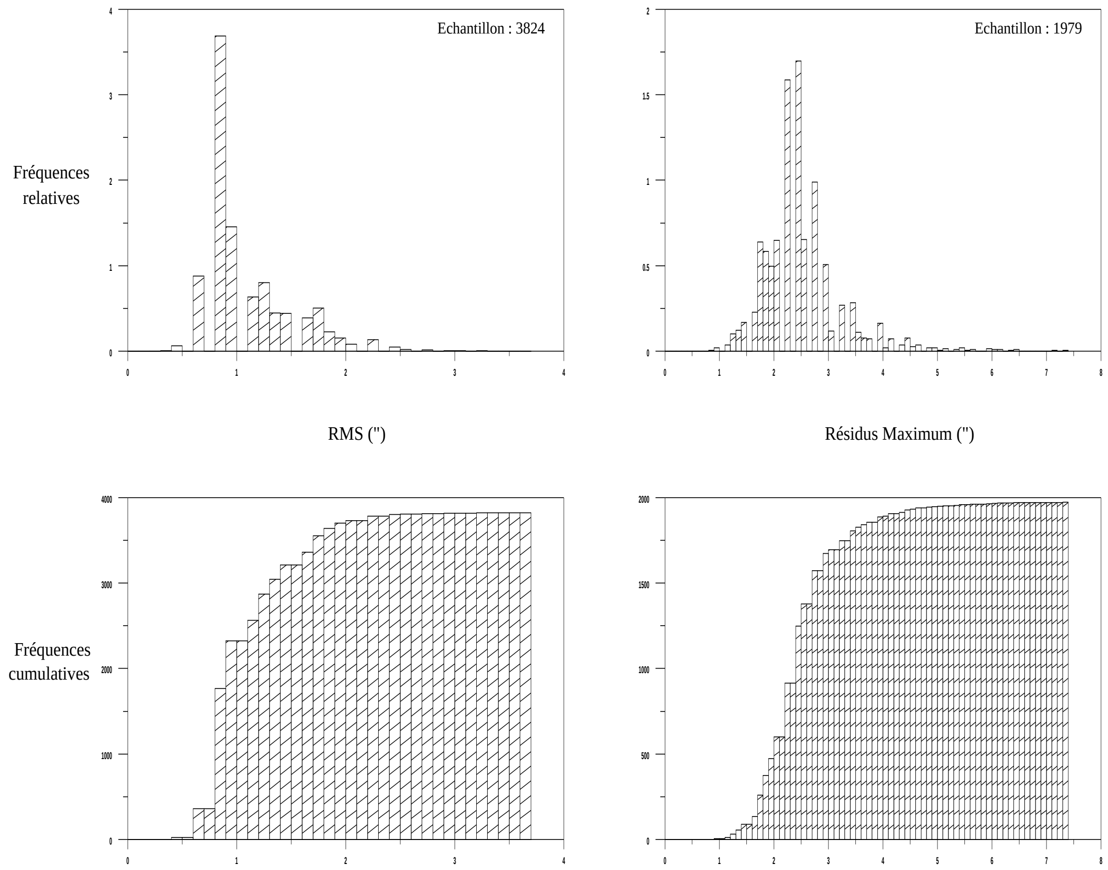


FIG. 2.1 - Distributions des RMS et des Résidus Maximum de la base EMP-96.

Par conséquent on peut considérer que les erreurs après calcul sont du même ordre de grandeur que celles des données initiales, quel que soit l'intégrateur numérique utilisé à la condition qu'il soit adapté au problème planétaire et que le pas soit bien choisi.

L'intégration numérique du problème perturbé par les planètes impose le choix d'une fonction perturbatrice, et donc le choix d'un jeu de masses pour les planètes perturbatrices. Ainsi, il est intéressant de pouvoir estimer les écarts sur les positions dans l'espace dûs au choix de deux jeux de masses planétaires différents et des positions des planètes perturbatrices. Pour cela, étudions de nouveau statistiquement les écarts sur les positions des astéroïdes de la base EMP-96 obtenus en comparant les positions calculées à partir des théories planétaires DE200 et DE403, dont les jeux de masses planétaires sont respectivement UAI 1976 et IERS 1992. Les tableaux 2.5 et 2.6 résument les résultats obtenus. L'étude statistique est basée sur les histogrammes de distributions

	$\overline{\Delta x}$	$\overline{\Delta y}$	$\overline{\Delta z}$
$\leq 4.10^{-8}$	99%	99%	-
$\leq 3.10^{-8}$	96%	96%	100%
$\leq 1.10^{-8}$	50%	45%	87%
99%	4.10^{-8}	4.10^{-8}	$2.2\,10^{-8}$
b_s	$6.5\,10^{-8}$	$6.5\,10^{-8}$	3.10^{-8}

TAB. 2.5 - Ecarts sur les coordonnées rectangulaires exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5, et calculés à partir de la moyenne des écarts obtenus sur 440 jours avec un pas de 40 jours ($N = 11$). L'unité est l'unité astronomique (UA).

	$\overline{\Delta\lambda}$	$\overline{\Delta\beta}$	$\overline{\Delta r}$	
$\leq 1.5\,10^{-8}$	94%	100%	93%	$\leq\ 2.0\,10^{-8}$
$\leq 5.0\,10^{-9}$	55%	96%	60%	$\leq\ 1.5\,10^{-3}$
$\leq 2.5\,10^{-9}$	26%	82%	16%	$\leq\ 1.0\,10^{-8}$
99%	8 mas	2 mas	4 km	99%
b_s	10 mas	3 mas	6 km	b_s

TAB. 2.6 - Ecarts sur les coordonnées sphériques exprimés dans le repère écliptique héliocentrique FK5, et calculés à partir de la moyenne des écarts obtenus sur 440 jours avec un pas de 40 jours ($N = 11$). $\overline{\Delta\lambda}$ est la moyenne des différences en longitude écliptique, $\overline{\Delta\beta}$ est la moyenne des différences en latitude écliptique et $\overline{\Delta r}$ est la moyenne des différences entre les normes des rayons vecteurs (en UA).

des valeurs moyennes de ces écarts pour chaque astéroïde sur une période de 440 jours. Le repère des coordonnées est l'écliptique FK5 J2000, les coordonnées rectangulaires sont exprimées en UA, et les coordonnées sphériques sont en radian. Cette étude nous montre que le choix entre deux jeux de masses planétaires (DE200 et DE403) agit sur les positions des astéroïdes à l'ordre de quelques milli-secondes de degré sur une période moyenne de 220 jours. On remarque aussi que le choix de la théorie planétaire agit plus sensiblement sur les coordonnées dans le plan de référence que selon l'axe z. Ceci est naturel car choisir un jeu de masses planétaires plutôt qu'un autre revient à modifier quelque peu la direction et la norme de la force perturbatrice appliquée à l'astéroïde à chaque itération de l'intégration numérique. Et comme les astéroïdes ainsi que les planètes contribuant aux perturbations sont proches de l'écliptique, la modification de la direction de la force perturbatrice induite se produit principalement dans le plan de l'écliptique. Ces erreurs peuvent être complétées par celles dues à la non prise en compte des perturbations mutuelles entre les astéroïdes, modifiant à l'ordre de quelques mas les positions des astéroïdes perturbés.

A la vue de ces résultats, nous pouvons estimer globalement la précision des calculs d'éphémérides des astéroïdes à quelques 0".1 de manière très optimiste, et plus généralement aux alentours de 0".5 à 1". Nous en concluons qu'en ce qui concerne les occultations stellaires par les astéroïdes, cette imprécision sur les positions des astéroïdes rend difficile la prédiction de ces phénomènes, et que seule une amélioration sensible de la précision des éphémérides conduira à un fort taux d'observabilité des prédictions. Nous verrons au chapitre 4 comment améliorer cette précision à partir des observations.

Les catalogues d'étoiles

Pour pouvoir prédire avec exactitude l'occultation d'une étoile par un astéroïde, il est nécessaire de connaître le mieux possible la position de l'étoile sur la sphère céleste à l'époque de l'observation. Actuellement il existe de nombreux[6] catalogues d'étoiles, plus ou moins spécifiques dans leurs applications et plus ou moins précis. Supposons désormais que la position de l'astéroïde est parfaitement connue dans le même repère de référence que l'étoile. Pour choisir un catalogue pour lequel les prédictions d'occultations stellaires soient fiables, il importe que la précision dudit catalogue soit commensurable avec la dimension angulaire caractéristique des astéroïdes. Nous avons vu §1.1.2 que la population astéroïdale est principalement composée de petits corps, dont les rayons sont bien souvent inférieurs à quelques dizaines de kilomètres. Il s'ensuit que l'on doit pouvoir connaitre à quelques dizaines de mas, voir quelques mas près, la position des étoiles sur la sphère céleste. Cet ordre de précision n'est actuellement disponible que dans deux catalogues d'étoiles, les catalogues Hipparcos et Tycho, dont la disponibilité sera totale dès juin 1997. Il existe en attendant d'autres catalogues astrométriques, dont la précision n'est pas aussi bonne (quelques centaines de mas), mais dont l'utilisation est internationalement reconnue. Certains d'entres eux sont présentés ci-après.

La précision d'un catalogue d'étoiles est fournie par l'étude des erreurs sur les positions et les mouvements propres des étoiles qui le composent. Ainsi on distingue :

- la précision interne, ou précision intrinsèque des positions et des mouvements propres des étoiles à l'époque de référence,

[6]On peut dénombrer fin 1996, 1763 catalogues d'étoiles disponibles au Centre de Données astronomiques de Strasbourg (CDS), dont moins d'une dizaine sont astrométriques.

– la précision externe, ou précision des positions et mouvements propres à l'époque de l'observation.

Le cas idéal est celui où la précision externe du catalogue est égale à sa précision interne quelle que soit l'époque. Or ceci n'est généralement valable que pour des époques proches de l'époque de référence du catalogue, car les mouvements propres des étoiles sont affectés d'erreurs dégradant la précision des positions au cours du temps. La précision interne d'un catalogue est généralement fournie avec le catalogue. On peut alors estimer les erreurs à une époque t différente de l'époque de référence t_0 (c'est à dire évaluer les erreurs externes), en utilisant la forme classique[7] de propagation des erreurs :

$$E^2_{\alpha,\delta}(t) = E^2_{\alpha,\delta}(t_0) + E^2_{\mu_\alpha,\mu_\delta}(t_0) \cdot (t - t_0)^2 \tag{2.14}$$

où $E^2_{\alpha,\delta}(t_0)$ et $E^2_{\mu_\alpha,\mu_\delta}(t_0)$ représentent les erreurs en position et mouvements propres de l'étoile à l'époque de référence. R. Wielen a développé une méthode plus complète et rigoureuse pour déterminer la précision d'un catalogue [Wie95]. Cette méthode est basée sur l'étude statistique des différences d'un nombre suffisant de positions et de mouvements propres fournis par deux catalogues astrométriques indépendants. Il en ressort que l'idée de base généralement admise pour modéliser le mouvement des étoiles dans le repère barycentrique comme un mouvement linéaire dans le temps du centre de masse des étoiles (ou système d'étoiles) peut s'avérer peu précise et conduire à introduire des erreurs de quelques dizaines de mas (par exemple supérieures à la précision interne des catalogues FK5 et Hipparcos) [Wie95]. En fait ce problème concerne uniquement les étoiles binaires (et systèmes multiples) dont les composantes présentent un mouvement non-linéaire par rapport au centre des masses, qui lui, peut être modélisé par un mouvement linéaire dans le temps par rapport au repère barycentrique avec un bon degré d'approximation. Il est à noter que les catalogues de référence FK5 ou Hipparcos ne prennent pas en compte ce type d'erreur par la nature même des observables ayant contribué à les créer. En effet, les mesures de systèmes multiples inclues dans le FK5 représentent les mouvements à longues périodes (le FK5 comprend plus d'un siècle d'observations) de la composante la plus brillante par rapport au centre de masse du système. Tandis que pour Hipparcos, les mesures traduisent les positions et les mouvements propres "instantanés" des systèmes d'étoiles multiples, n'incluant pas le mouvement orbital des composantes du système, mais seulement leurs positions "figées" à l'époque de référence [Wie95].

Les principaux catalogues utilisés pour calculer et tester les prédictions d'occultations stellaires de cette étude sont les catalogues astrométriques PPM (Position and Proper Motion Catalog), ACRS (Astrographic Catalog Reference Stars), HIC (Hipparcos Input Catalog) et TIC (Tycho Input Catalog).

Le **PPM** est un catalogue compilé vers 1990-1991 par Röser et Bastian à

[7]basée sur l'hypothèse d'un mouvement linéaire dans le temps des centres des masses des étoiles et des systèmes d'étoiles par rapport au barycentre du système solaire.

l'Astronomisches Rechen-Institut (Allemagne) et contient 181 731 étoiles jusqu'à la magnitude 13.5 dans l'hémisphère nord (8.6 étoiles par degré carré) et 197 179 étoiles jusqu'à la magnitude 12 dans l'hémisphère sud (9.7 étoiles par degré carré). Les positions et les mouvements propres des étoiles sont donnés dans le repère FK5 à l'époque J2000.0. L'estimation de la précision actuelle (en 1996) du PPM est de $0''.27$ pour les positions de la partie nord et de $0''.15$ pour celles de la partie sud, et de 4.3 mas/an pour les mouvements propres.

L'**ACRS** est le renouvellement du catalogue SAOC (Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalog), compilé par l'USNO (U.S Navy Observatory) en 1991. Il contient les positions et mouvements propres de 320 211 étoiles jusqu'à la magnitude 12 (7.9 étoiles par degré carré) avec une précision estimée en 1996 à $0''.22$ en position, et 4.7 mas/an en mouvement propre. Son repère de référence est le FK5 et son époque de référence est J2000.0. Etant, tout comme le PPM, basé sur le catalogue IRS (International Reference Stars, dont 2100 étoiles étendent le catalogue FK5), et contenant approximativement les mêmes étoiles que le PPM nord (déclinaisons supérieures à $-2°.5$), nous le préfèrerons au PPM pour les calculs dans l'hémisphère nord.

HIC est le catalogue d'entrée de la mission Hipparcos compilé par le consortium européen INCA dans les années 1980. Il contient plus de 118 000 positions et mouvements propres d'étoiles (3 étoiles par degré carré) dont la précision en position est *a priori* inférieure à $1''.5$ à l'époque 1990 [TCE+92]. Comme dans les autres catalogues cités, la précision de certaines étoiles peut être largement meilleure et atteindre quelques centièmes de seconde de degré. Le repère du HIC est le FK5 et son époque de référence est J2000.0. Les magnitudes couvertes par le catalogue HIC sont principalement comprises entre 7 et 10. Il y a peu d'étoiles de magnitude supérieure à 12.

TIC est le catalogue d'entrée de la mission Tycho (satellite Hipparcos). Il est construit sur une partie du Hubble Space Telescope Guide Star Catalog et à partir de la base de données INCA du consortium INCA (INput CAtalogue Consortium). Il contient 3 154 204 positions d'étoiles plus brillantes que la magnitude 12.1 (dont 1 058 332 figureront dans le catalogue final Tycho) données dans le repère FK5 à l'époque 1990. L'erreur interne de ce catalogue peut être assimilée à celle du HIC. Cependant, ne fournissant pas toujours les mouvements propres des étoiles, l'erreur externe du catalogue sera systématiquement plus grande que l'erreur interne de quelques centièmes de seconde de degrés en 1996 (ou ponctuellement plus).

La direction barycentrique d'une étoile exprimée dans le repère FK5 à l'époque de référence du catalogue t_0 se déduit des coordonnées équatoriales $(\alpha,\, \delta)$ fournies par le catalogue à l'aide des relations :

$$\vec{e_b}(t_0) = \begin{pmatrix} \cos\,\alpha\,\cos\,\delta \\ \sin\,\alpha\,\cos\,\delta \\ \sin\,\delta \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Le vecteur vitesse barycentrique de l'étoile peut se calculer en dérivant par rapport au temps le vecteur position de l'étoile $r \cdot \vec{e_b}(t_0)$, r étant la distance barycentrique de l'étoile ($r = 1/\sin p$ où p est la parallaxe de l'étoile). On obtient (en rad./siècle) :

$$\vec{e_b}'(t_0) = \begin{pmatrix} - & \mu_\alpha \cos\delta \sin\alpha & - & \mu_\delta \sin\delta\cos\alpha & + & vp\cos\delta\cos\alpha \\ & \mu_\alpha \cos\delta\cos\alpha & - & \mu_\delta \sin\delta\sin\alpha & + & vp\cos\delta\sin\alpha \\ & & - & \mu_\delta\cos\delta & + & vp\sin\delta \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

où v est la vitesse radiale de l'étoile (en UA/siècle) ; $(\mu_\alpha,\, \mu_\delta)$ sont les mouvements propres en ascension droite et déclinaison (en rad./siècle) ; et p est la parallaxe trigonométrique de l'étoile (en rad.). La position géométrique de l'étoile rapportée au centre des masses de la Terre est alors calculée à une date julienne t (TDB) quelconque au moyen de l'expression :

$$\vec{e_g}(t) = \vec{e_b}(t_0) + (t - t_0)\, \vec{e_b}'(t_0) - p\, \vec{T_b}(t) \tag{2.17}$$

où t et t_0 sont exprimées en siècles juliens, et où $\vec{T_b}(t)$ est la position barycentrique de la Terre à la date t [Ast95].

2.4.2 Positions astrométriques

Les positions astrométriques d'un astre sont depuis 1984[8] les coordonnées, rapportées à un équateur et un équinoxe fixes dont on précise l'époque, de la direction Terre-astre obtenue en retranchant les coordonnées géométriques barycentriques de la Terre à la date t aux coordonnées géométriques barycentriques de l'astre à la date $t - \tau$:

$$\vec{p}_{g_{ast.}}(t) = \vec{p_b}(t - \tau) - \vec{T_b}(t) \tag{2.18}$$

τ est le temps de lumière Terre-astre. Il est calculé par approximations successives selon un processus itératif, dont la convergence est assurée rapidement (en général deux ou trois itérations suffisent) par le fait que les astres et en particulier les objets du système solaire ont des vitesses petites devant la célérité de la lumière c. Il s'exprime par :

$$\tau = \frac{\| \vec{p_g}(t) \|}{c} \tag{2.19}$$

[8]Avant cette date, ces coordonnées étaient nommées coordonnées astrographiques, et les coordonnées astrométriques incluaient la correction d'aberration elliptique (due à l'excentricité de l'orbite de la Terre).

où $\vec{p_g}$ est successivement la position initiale de l'objet puis les positions corrigées à chaque itération. Le choix de la tolérance de convergence (différences $\tau - \tau'$ entre deux itérations) dépend de la précision finale désirée. Pour obtenir une précision de l'ordre du mas, cette tolérance doit être de 10^{-8} jours [KHSS89]. On peut améliorer la précision en ajoutant au temps de lumière le délai supplémentaire dû au champ gravitationnel du Soleil. Cet effet est de l'ordre de quelques dixièmes de mas dans le cas le plus défavorable (planète proche du limbe solaire et donc non observée), et apporte des corrections de l'ordre de quelques microsecondes de degrés sur les coordonnées angulaires [KHSS89].

Cette correction de temps de lumière a pour origine la vitesse orbitale (barycentrique) des astres. Dans le cas des étoiles, cette aberration de la lumière provient de la vitesse spatiale des étoiles au sein de la galaxie, impliquant que le mouvement propre de l'étoile à une date quelconque n'est pas tout à fait égal à son mouvement propre donné par un catalogue. La partie correspondant au mouvement du Soleil est connue sous le nom d'aberration séculaire, et a été traitée par Schwarzschild en 1894 [Sch94]. De manière générale, les vitesses radiales des étoiles sont au plus de l'ordre de 100 km/s. Ainsi les différences dues au temps de lumière entre les mouvements propres réels et ceux fournis par les catalogues sont au plus de quelques mas par an (la correction de temps de lumière pour l'étoile de Barnard est de l'ordre de 3.7 mas/an). D'autre part, les mouvements propres des catalogues incluent la partie principale de cet effet [Stu85], impliquant que les erreurs de positions sont bien plus petites. C'est pourquoi nous n'en tiendrons pas compte, et définirons les positions astrométriques des étoiles par les vecteurs positions et vitesses $\vec{e_b}(t_0)$ et $\vec{e_b}'(t_0)$ précédents. La position et la vitesse corrigées de l'effet de temps de lumière d'une étoile pourront être obtenues en consultant [Stu85].

2.4.3 Positions apparentes

La position apparente d'un corps céleste est la position de ce corps sur la sphère céleste géocentrique définie par l'équateur vrai de la Terre et l'équinoxe vrai de la date d'observation. On la calcule à partir de la position astrométrique en prenant en compte la déflexion des rayons lumineux (symbolisée par $\mathcal{D}(...)$), l'aberration de la lumière ($\mathcal{A}(...)$) et les corrections de précession ($P(t)$) et de nutation ($N(t)$). Soit $\vec{p}_{g_{app.}}(t)$ la position apparente d'un corps, on peut l'écrire sous la forme :

$$\vec{p}_{g_{app.}}(t) = N(t)\, P(t)\, \mathcal{A}\, [\mathcal{D}\, [\vec{p}_{g_{ast.}}(t)]]. \qquad (2.20)$$

où $\vec{p}_{g_{ast.}}(t)$ peut être remplacé par $\vec{e_g}(t)$ dans le cas des étoiles.

L'expression exacte de la transformation de coordonnées astrométriques en coordonnées apparentes est assez complexe, c'est pourquoi il est d'usage de procéder par étapes successives traitant chaque partie du problème. Cet algorithme est présenté par Kaplan et *al.* [KHSS89]. Nous ne décrirons ici que les corrections de déflexion des rayons lumineux et d'aberration de la lumière, les corrections de précession et de nutation étant décrites par exemple dans [CTFM94].

Déflexion des rayons lumineux

Lorsque les photons provenant d'un objet céleste traversent le système solaire avant d'être perçus sur Terre, ils subissent l'influence du champ gravitationnel du Soleil, et dans une moindre mesure ceux des planètes et de la Terre elle-même. L'effet induit correspond à une déviation de la direction de l'objet vu depuis le centre de la Terre (ou de tout autre point), indépendante de la distance de l'objet au Soleil sur une ligne s'étendant radialement depuis le Soleil, et proportionnelle à la séparation angulaire héliocentrique entre la Terre et l'astre, ψ [KHSS89] :

$$\phi = g_1 \, \tan(\frac{\psi}{2})$$

avec $g_1 = 0''.004\,07$. Cet effet représente une déviation sur la direction de l'objet d'environ 50 mas à 10° d'élongation au Soleil, moins de 2 mas à la quadrature et moins de 1 mas à 27° de part et d'autre de l'opposition. Un algorithme de correction de cet effet est proposé par Yalopp [Ast84], adapté de Murray [Mur81], et corrige la position d'un corps de la déflexion des rayons lumineux due au champ gravitationnel du Soleil uniquement. Il est le suivant :

$$\mathcal{D}(\vec{p}_g) = \vec{p}_g + \frac{g_1}{g_2} \left[\, (\vec{\hat{p}}_g \cdot \vec{\hat{p}}_h) \, \vec{\hat{T}}_h - (\vec{\hat{T}}_h \cdot \vec{\hat{p}}_g) \, \vec{\hat{p}}_h \, \right] |\vec{p}_g| \tag{2.21}$$

avec

$$g_1 = \frac{2k^2}{c'^2 |\vec{T}_h(t)|} \quad ; \quad g_2 = 1 + \vec{\hat{p}}_h \cdot \vec{\hat{T}}_h$$

où l'indice h indique la position héliocentrique et g la position géocentrique ; $\vec{p}$ et $\vec{T}$ étant respectivement les positions de l'objet et de la Terre ; ˆ désignant le vecteur normé. k est la constante de Gauss et c' est la célérité de la lumière exprimée en UA/jour. Cette formulation de la déflexion des rayons lumineux est le résultat d'un développement au premier ordre dont les termes négligés valent au plus 0.5 mas pour un objet observé dans la direction du limbe solaire [KHSS89]. Les champs gravitationnels des planètes agissent de manière similaire, et produisent une déviation plus petite d'un facteur proportionnel au rapport de la masse de la planète à celle du Soleil (1/1047 pour Jupiter). Le champ gravitationnel terrestre induit pour sa part un effet de l'ordre de quelques dizièmes de mas pour un observateur au sol.

Aberration de la lumière

A cause de la vitesse finie de propagation de la lumière, la position apparente d'un corps céleste dépend des mouvements de l'objet et de la Terre durant l'intervalle de temps nécessaire aux photons pour parcourir la distance entre les deux corps. L'aberration provoquée par le mouvement orbital de la planète est l'aberration planétaire (§2.4.2) prise en compte lors du calcul des positions astrométriques à partir des positions géométriques. L'aberration provoquée par le mouvement dans l'espace de l'observateur (mouvement orbital de la Terre, environ 30 km/s, et mouvement de rotation diurne de l'observateur, environ 0.5 km/s) est l'aberration stellaire. Elle se décompose suivant ces deux mouvements pour former respectivement l'aberration annuelle et l'aberration diurne. Cette dernière étant un effet intervenant uniquement dans le calcul des positions topocentriques, nous le traiterons au paragraphe suivant.

Pour corriger les positions des objets de l'aberration annuelle dans un cadre relativiste, Murray [Mur81] propose un algorithme fournissant une précision de l'ordre de 1 mas. Si $\vec{\hat{q}}_g$ représente la direction euclidienne géocentrique d'un corps céleste, la direction corrigée de l'aberration annuelle peut se formuler par [Ast95] :

$$\mathcal{A}(\vec{q}_g) = |\vec{q}_g| \left[\frac{\beta^{-1}\vec{\hat{q}}_g + (1+\beta^{-1})^{-1}\,(1+\vec{\hat{q}}_g \cdot \vec{V})\,\vec{V}}{1+\vec{\hat{q}}_g \cdot \vec{V}} \right] \tag{2.22}$$

avec

$$\vec{V} = \frac{\vec{T_b}'}{c} \quad ; \quad \beta^{-1} = (1-v^2)^{\frac{1}{2}}$$

où $\vec{T_b}'$ représente la vitesse barycentrique de la Terre dans le repère barycentrique (BRS), et $v = |\vec{V}|$.

Cas topocentrique

La direction apparente d'un astre observé depuis la surface terrestre[9] diffère de sa direction apparente géocentrique du fait que l'observateur ne possède pas exactement les mêmes position et vitesse que le centre des masses de la Terre dans le système solaire. L'écart entre les directions topocentrique et géocentrique dû à la différence de position est la parallaxe géocentrique, dont l'effet est d'autant plus grand que l'objet est proche de la Terre (loi en $1/r$ où r est la distance géocentrique). La figure 2.2 présente deux histogrammes des fréquences relatives et cumulatives des parallaxes horizontales équatoriales des 6160 astéroïdes de la base EMP-96 à la date du 13 novembre 1996 (époque des éléments osculateurs). La parallaxe horizontale équatoriale représente la parallaxe géocentrique d'un astre après avoir considéré que la Terre est sphérique et que les distances géocentrique et topocentrique sont proches à l'échelle du système solaire. On la calcule à partir de la parallaxe du Soleil $\pi_\odot$ à l'aide de la relation $\pi = \pi_\odot/\Delta$ où Δ est la distance géocentrique du corps. La distance géocentrique des astéroïdes à cette époque est aussi présentée (fig. 2.3). Il en ressort que les parallaxes géocentriques sont de l'ordre de 2 à 3 secondes de degré pour la majorité de ces astéroïdes (représentatifs de la ceinture principale),

[9]dans le cas hypothétique d'une Terre sans atmosphère.

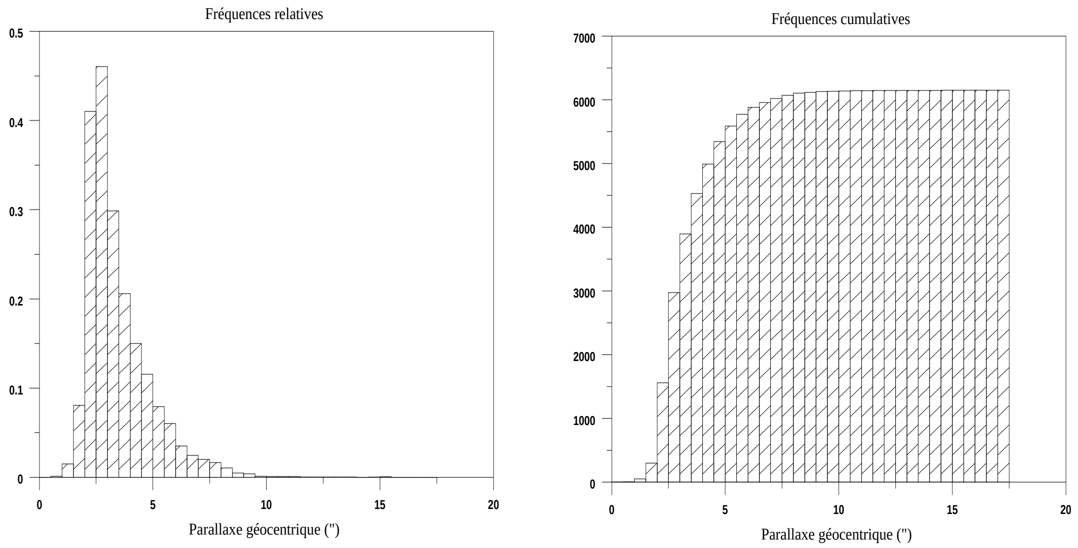


FIG. 2.2 - Fréquences relatives et cumulatives de la parallaxe horizontale équatoriale des astéroïdes de la ceinture principale (6160 astéroïdes issus de la base EMP-96). L'époque des calculs est le 13 novembre 1996 0^h TT.

et que pour environ 86% d'entre eux la parallaxe est inférieure à $5''$ alors que pour 10% d'entre eux elle est inférieure à $2''$. Pour les planètes, la parallaxe géocentrique atteint 1° pour la Lune, et jusqu'à quelques secondes de degrés pour les planètes proches (Vénus, Mars).

La différence entre les directions topocentrique et géocentrique due à la vitesse de l'observateur (la vitesse de rotation sidérale d'un observateur à l'équateur vaut $a\omega = 0.465$ km/s) est connue sous le nom d'aberration diurne. Cet effet est en tout point similaire à celui de l'aberration annuelle. Comme cette dernière, l'aberration diurne est indépendante de la distance de l'objet, mais pas de sa direction. Elle représente un effet pouvant atteindre $0''.32$ lorsque la direction de l'objet est orthogonale au vecteur vitesse de l'observateur [Sei92].

La solution la plus simple pour calculer la position topocentrique apparente d'un corps céleste consiste à calculer sa position apparente (§2.4.3) tout en considérant la position de l'observateur dans le repère barycentrique (BRS) plutôt que celle du centre des masses de la Terre. Ceci s'obtient en ajoutant la position et la vitesse géocentrique de l'observateur rapportées au repère céleste (§2.2.1), au vecteur position/vitesse barycentrique de la Terre :

$$\begin{aligned} \vec{o}_b &= \vec{T}_b(t) + \vec{o}_c(t) \\ \vec{o}_b{}' &= \vec{T}_b{}'(t) + \vec{o}_c{}'(t), \end{aligned} \tag{2.23}$$

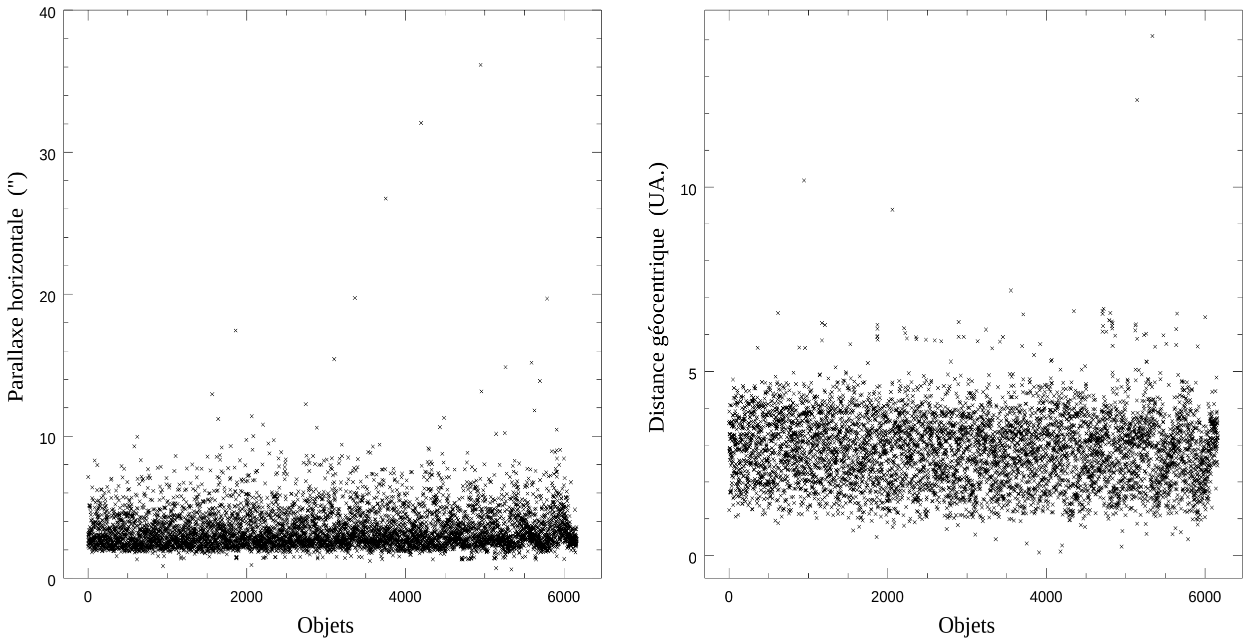


FIG. 2.3 - Parallaxe horizontale équatoriale (en seconde de degré) et distance géocentrique (en UA) de chaque astéroïde à l'époque du 13 novembre 1996 0^h TT. On remarque que ces astéroïdes sont représentatifs de la ceinture principale, leur distance étant comprise entre les distances de Mars (1.6 UA) et Jupiter (5.7 UA).

puis à remplacer dans les équations précédentes (Eq. 2.17, 2.18 et 2.20, 2.21, 2.22) les vecteurs $\vec{T}_b$ et $\vec{T}_b{}'$ par les vecteurs $\vec{o}_b$ et $\vec{o}_b{}'$. D'un point de vue relativiste, cette transformation n'est pas complète, puisqu'elle ne prend pas en compte le lien entre les repères géocentrique (GRS) et barycentrique (BRS) [Bru91]. Cela introduit une approximation en $1/c^2$ sur la position barycentrique de la Terre, soit environ 10^{-8} radian ou 2 mas d'indétermination sur la position barycentrique de l'observateur (sans compter les approximations éventuelles sur sa position géocentrique, telle que par exemple la transformation du TRS au GRS).

2.4.4 Positions observées

La réfraction atmosphérique

La principale différence entre la position apparente d'un corps céleste et sa position observée depuis la surface de la Terre provient de la présence de l'atmosphère terrestre. Cette dernière a pour conséquence de provoquer une déflexion des ondes électromagnétiques et un retard sur les signaux électromagnétiques (figure 2.4). Ainsi, avant d'être captés par un récepteur, les photons lumineux traversent des couches d'air progressivement plus denses correspondant à un indice de réfraction de plus en plus grand, et sont déviés graduellement vers la verticale. L'effet induit est l'observation d'une distance zénithale plus petite que la distance zénithale "vraie" de l'objet (i.e. s'il n'y avait pas d'atmosphère). La différence entre les distances zénithales, ou angle de réfraction, est donnée à partir du principe de Fermat par la relation :

$$\Delta z = \xi_0 - z_0 = \int_1^{n_0} \frac{\tan z}{n} \, dn \tag{2.24}$$

où ξ_0 et z_0 sont les distances zénithales "vraies" et observées des corps célestes et n est l'indice de réfraction atmosphérique, n_0 étant cet indice au niveau de l'observateur [YP95]. Ainsi, si les variations de l'indice de réfraction en fonc-

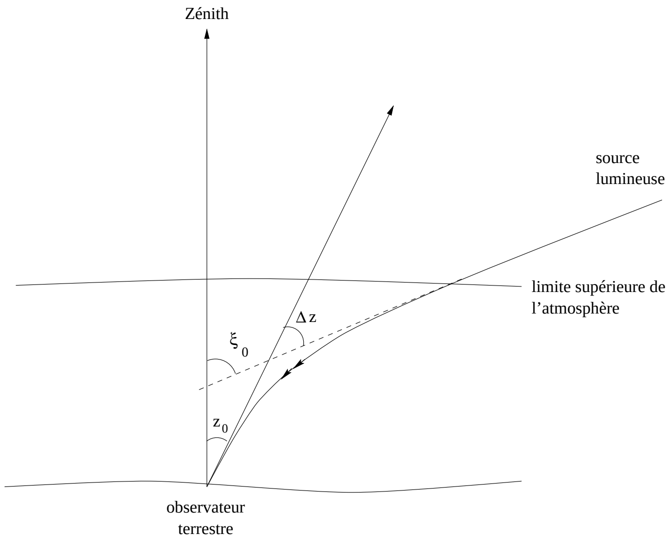


FIG. 2.4 - Déviation des rayons lumineux dans l'atmosphère terrestre. z_0 est la distance zénithale observée, Δz l'angle de réfraction et ξ_0 la distance zénithale "vraie".

tion de l'altitude sont connues dans la direction visée, alors cette équation est intégrable et permet de calculer l'angle de réfraction correspondant à la distance zénithale observée. Cependant la modélisation de l'atmosphère terrestre en un lieu et à une date donnée est fort complexe, dépendant des conditions météorologiques, des saisons, de la géographie du lieu, etc..., ce qui rend difficile l'expression des variations de l'indice de réfraction atmosphérique. Pour le calculer, on modélise généralement l'atmosphère par deux composantes à symétrie sphérique, la troposphère (de 0 à environ 11 km) et la stratosphère (jusqu'à environ 100 km[10]), séparées par la tropopause (d'épaisseur négligeable mais pour laquelle l'indice de réfraction présente une discontinuité). On considère de plus que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique et qu'elle obéit aux lois des gaz parfaits [Sei92]. Dans de telles conditions, on peut modéliser

[10]au delà, la réfraction atmosphérique pour les longueurs d'ondes optiques est de l'ordre de quelques micro-secondes de degré [Gre85].

la courbure des rayons lumineux dans l'atmosphère par un profil exponentiel, correspondant aux variations observées de la réfractivité de l'atmophère en fonction de l'altitude. La loi de la réfraction s'exprime alors sous la forme classique de la loi de Laplace [Bdl97] :

$$\Delta z = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 \tag{2.25}$$

où z_0 représente la distance zénithale observée, et où A et B sont soit des constantes, soit dépendent des conditions atmosphériques du lieu d'observation et de la longueur d'onde des signaux observés. Ces paramètres sont généralement exprimés sous la forme :

$$\begin{aligned} A &= \kappa\alpha\,(1-\beta) \\ B &= \kappa\alpha\,(\beta - \frac{\alpha}{2}) \end{aligned}$$

où α et β représentent le modèle atmosphérique et κ un terme correctif permettant de prendre en compte l'aplatissement de la Terre et par conséquent des couches atmosphériques. κ se calcule comme le rapport entre la gravité mesurée au niveau de l'observateur et celle mesurée au niveau moyen des mers à l'équateur ; $\kappa = 1.0$ pour une terre sphérique [Sto96]. Pour des conditions standard de température et de pression ($0°C$, 1013.25 mb) et sans prendre en compte la longueur d'onde, ces paramètres sont pris égaux à 0.001254 pour β et $60''.37$ pour α, fournissant les constantes de la réfraction $A = 60''.2943$ et $B = -0''.06687$ [Kov90]. Pour des conditions dites "normales" ($15°C$, 1013.25 mb, $p_v = 0$ mb[11], $\lambda = 0.59\mu m$), les constantes de la réfraction sont $A = 57''.085$ et $B = -0''.0666$, déduites des Tables de la réfraction éditées par l'observatoire de Pulkovo en 1985 [Aba85]. Pour tenir compte de conditions atmosphériques et de longueurs d'ondes particulières, ces paramètres peuvent être exprimés comme des fonctions de la température, de la pression, de la pression de vapeur sèche et de la longueur d'onde tel que : $\alpha = n_0 - 1$ représente la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur et $\beta = H_0/r_0$ représente le rapport de la hauteur équivalente d'atmosphère homogène sur le rayon géocentrique de l'observateur [Sto96]. Cette formulation de la réfraction permet d'obtenir une précision meilleure que ± 40 mas pour toute distance zénithale inférieure à 70°, à la condition que la température ambiante soit connue à $\pm 0.1°C$, la pression à ± 0.3 mm et que le degré d'humidité relative soit déterminé à $\pm 12\%$ [Sto96]. Cette expression de la réfraction a cependant pour inconvénient de calculer l'angle de réfraction à partir uniquement de la distance zénithale observée (z_0). Ainsi, dans le cas où l'on veut estimer l'angle de réfraction à partir des coordonnées apparentes (c'est le cas des prédictions d'occultations stellaires), on introduit une approximation supplémentaire en considérant la distance zénithale "vraie" (ξ_0) plutôt que celle observée dans l'équation (2.25). Ce problème est résolu en utilisant la formulation de l'angle de réfraction proposée par Haojian Yan et basée sur l'utilisation de fonctions

[11] p_v est la pression de vapeur sèche.

dites de "mapping" modélisant les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude ([YP95], [Yan96]). L'angle de réfraction s'exprime alors sous la forme :

$$\Delta z = 10^{-6} N_0 \sin \xi_0 \, m'(\xi_0) \tag{2.26}$$

où $N_0 = 10^6\,(n_0 - 1)$ est la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur, ξ_0 est la distance zénithale "vraie" et $m'(\xi_0)$ est la fonction dite de "mapping" de la réfraction faisant intervenir, comme la réfractivité, les paramètres de température, de pression et de pression de vapeur sèche du lieu d'observation ainsi que la longueur d'onde du signal observé [Yan96]. Cette formulation assure une précision sur l'angle de réfraction de l'ordre de 100 mas jusqu'à des distances zénithales de 80°.

Ces expressions de la réfraction se basent sur l'hypothèse que l'atmosphère terrestre peut être modélisée par une symétrie sphérique dont les paramètres sont déterminés à partir d'un certain nombre de données météorologiques moyennes. Cela implique que la déviation des rayons lumineux ne dépend que de la distance zénithale et est indépendante de l'azimut de la direction visée. Cela implique aussi que cette déviation est indépendante des conditions atmosphériques réelles au moment de l'observation et tout le long du chemin parcouru par les photons dans l'atmosphère. Or dans la pratique, les conditions atmosphériques peuvent être très différentes des conditions moyennes ayant déterminé le profil atmosphérique de la loi de réfraction utilisée. En outre, la déviation des rayons lumineux ne se produit pas uniquement selon la verticale et on observe une déviation horizontale affectant la précision des positions mesurées à l'ordre du mas (en interférométrie optique par exemple). Pour calculer la réfraction avec cette précision, A. Y. Yatsenko a développé une solution analytique complète des équations de propagation de la lumière dans un espace euclidien. Cette théorie permet de calculer à partir d'un modèle aérologique arbitraire la réfraction verticale et horizontale pour toute distance zénithale et pour tout azimut [Yat95]. Il reste néanmoins difficile de déterminer avec précision la structure exacte de l'atmosphère en un lieu et une date donnés, et seule une bonne connaissance des conditions météorologiques mesurées en différents points de l'atmosphère entourant l'observateur (de 100 m à 82 km d'altitude) peut conduire à une précision sur la réfraction astronomique à l'ordre du mas.

Systèmes de coordonnées de l'observation

L'observation astronomique, à but astrométrique, fournit une carte d'une portion de la sphère céleste à la surface d'un récepteur, CCD ou photographique par exemple. Cette surface est considérée comme plane et est l'image du plan focal du télescope (exception faite pour les télescopes de Schmidt qui corrigent la courbure du plan focal). En première approximation, le champ observé est le plan tangent à la sphère céleste dans la direction de l'axe optique du télescope (fig. 2.5). On définit dans ce plan les coordonnées tangentielles (ou

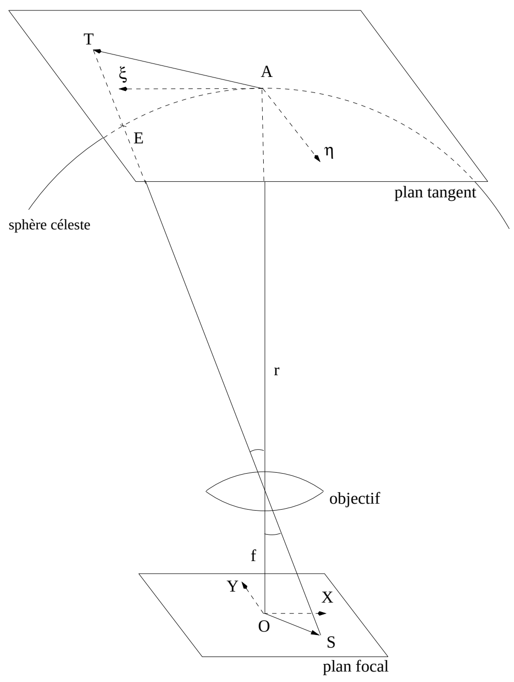


FIG. 2.5 - Image d'un corps céleste dans le plan focal du récepteur. f est la longueur focale du système optique, r est le rayon de la sphère céleste ($r = 1$). ξ et η définissent le repère tangent ; X et Y définissent le repère des coordonnées observées. A est le point tangent à la sphère céleste, E la position de l'objet, O le centre du champ dans le plan focal, S l'image de E dans le plan focal et T l'image de E dans le plan tangent. Géométriquement : $\vec{AT} = -\frac{r}{f}\vec{OS}$

coordonnées standards) dans un repère orthonormé dont le centre est le point tangent et dont les axes sont dirigés respectivement en direction des ascensions droites croissantes (positive vers l'est sur la sphère céleste) et en direction du pôle céleste nord. Elles sont définies à partir des coordonnées équatoriales par les relations [Gre85] :

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\cos\delta \sin(\alpha - \alpha_0)}{\sin\delta \sin\delta_0 + \cos\delta\cos\delta_0\cos(\alpha - \alpha_0)} \\ \eta &= \frac{\sin\delta\cos\delta_0 - \cos\delta\sin\delta_0\cos(\alpha - \alpha_0)}{\sin\delta \sin\delta_0 + \cos\delta\cos\delta_0\cos(\alpha - \alpha_0)} \end{aligned} \tag{2.27}$$

où $(\alpha,\, \delta)$ sont les coordonnées équatoriales mesurées et où $(\alpha_0,\, \delta_0)$ sont les coordonnées équatoriales du point tangent, corrigées ou non de la réfraction astronomique (i.e. coordonnées observées ou coordonnées vraies ou apparentes). Ce repère se projette dans le plan focal selon des axes anti-parallèles et centrés au point d'intersection de l'axe optique et du récepteur, définissant les coordonnées observées (X, Y) souvent exprimées en pixels ou en millimètres. Dans le cas idéal d'un télescope dont la configuration optique est parfaite, on a :

$$\begin{aligned} \xi &= X \\ \eta &= Y \end{aligned}$$

où l'unité de X et Y est la longueur focale du télescope. La réduction astrométrique des observations consiste alors à déterminer la transformation entre les deux repères due aux erreurs observationnelles et théoriques, prenant en considération les défauts de la configuration optique du télescope, du récepteur, et les paramètres observationnels tels que les conditions atmosphériques et la longueur d'onde des astres observés (choix des paramètres de la réfraction).

De manière plus générale, les coordonnées tangentielles sont utilisées pour définir les coordonnées d'un corps relativement à un autre. On les utilise sous

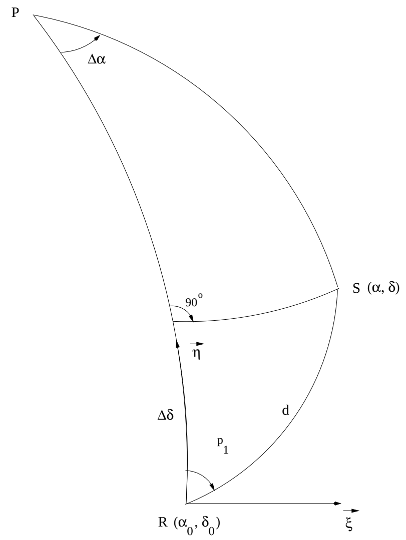


FIG. 2.6 - Coordonnées tangentielles du point S (α, δ) par rapport au point R (α_0, δ_0). P est le pôle céleste nord.

leur forme cartésienne (ξ, η) pour le lien avec le repère de l'observation, et sous leur forme polaire ($\tan d$, p_1) pour décrire la position d'un corps en termes de distance angulaire ($\tan d$) depuis un corps de référence et d'angle de position (p_1) par rapport à la direction du pôle céleste nord (fig. 2.6). Ces coordonnées polaires sont définies à partir des coordonnées sphériques équatoriales par les relations [WC66] :

$$\begin{aligned} \tan d &= \frac{[(\cos\delta\sin(\alpha-\alpha_0))^2 + (\cos\delta_0\sin\delta - \sin\delta_0\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0))^2]^{1/2}}{\sin\delta_0\sin\delta + \cos\delta_0\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0)} \\ \tan p_1 &= \frac{\cos\delta\sin(\alpha-\alpha_0)}{\cos\delta_0\sin\delta - \sin\delta_0\cos\delta\cos(\alpha-\alpha_0)} \end{aligned} \quad (2.28)$$

où $(\alpha,\, \delta)$ sont les coordonnées équatoriales du corps considéré et où $(\alpha_0,\, \delta_0)$ sont les coordonnées équatoriales du corps central. On a aussi :

$$\begin{aligned} \xi &= \tan d \sin p_1 \\ \eta &= \tan d \cos p_1 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Si de plus les distances mutuelles sont petites et que l'on peut négliger l'ordre deux en $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$ et l'ordre trois en $\Delta\delta = \delta - \delta_0$, ces relations s'écrivent [WC66] :

$$\begin{aligned} \xi &\approx d \sin p_1 \approx \Delta\alpha \cos\delta \\ \eta &\approx d \cos p_1 \approx \Delta\delta \end{aligned} \tag{2.30}$$

définissant ainsi les coordonnées relatives du corps par rapport au corps central.

Chapitre 3

MODÈLE DE PRÉDICTION DES OCCULTATIONS STELLAIRES

3.1 Géométrie des phénomènes

Observée sur la sphère céleste, l'occultation d'une étoile par un astéroïde est le résultat d'une conjonction entre les deux astres se produisant lors du déplacement apparent de l'astéroïde. Cette conjonction est suffisamment proche pour que, durant un certain temps, la lumière de l'étoile soit masquée par la dimension apparente de l'astéroïde. Ainsi, on peut définir les occultations stellaires par l'égalité à une certaine époque des ascensions droites et des déclinaisons des deux astres sur la sphère céleste, plus ou moins la dimension apparente de l'astéroïde. Si on se place en un point quelconque du système solaire, une occultation stellaire se produit quand un astéroïde croise la direction observateur–étoile. Tout se passe comme si l'astéroïde en mouvement projetait une zone d'ombre à la surface de la Terre occultant la lumière de tout objet se trouvant derrière. La position dans le temps de cette zone d'ombre dépend alors du mouvement orbital de l'astéroïde, de la Terre et de la direction de l'étoile. Sa dimension est égale à la section de l'astéroïde dans le plan perpendiculaire à la direction Terre–étoile. De ce point de vue, on peut donc définir une occultation par les points d'intersection entre la Terre et la zone d'ombre portée par la direction géocentrique de l'étoile.

Comme on ne connait pas de solution analytique fournissant la position des astéroïdes quelle que soit l'époque considérée, il n'est pas possible de trouver directement des dates pour lesquelles un astéroïde occulte une étoile. Nous sommes donc obligés d'envisager une méthode pas à pas basée sur le déplacement des astéroïdes, c'est à dire sur chaque pas d'intégration numérique fournissant leurs positions successives. Pour pouvoir prédire une occultation nous envisageons alors deux étapes. La première pour rechercher systématiquement tous les phénomènes observables depuis la Terre pour un ou plusieurs astéroïdes sélectionnés – nous pouvons aussi envisager de prédire des occultations pour des observateurs extra-terrestres – et la deuxième pour déterminer les conditions géocentriques d'observabilité des phénomènes ainsi que les lieux géographiques d'où ils sont observables.

3.2 Recherche systématique

Si nous étudions le déplacement apparent des astéroïdes sur la sphère céleste, nous nous rendons compte qu'il est fréquent que des astéroïdes occultent des étoiles durant un instant en fonction de leur vitesse apparente et de la région du ciel traversée. Une solution naturelle pour rechercher tout phénomène observable sur Terre est donc de comparer les positions des étoiles aux positions successives prises dans le temps par les astéroïdes sur la sphère céleste. Puis de rechercher toutes les époques pour lesquelles une étoile et un astéroïde sont séparés par une distance angulaire inférieure à la dimension caractéristique de l'astéroïde. Les occultations stellaires étant des phénomènes apparents observés sur la sphère céleste à une époque donnée, elles imposent d'elles mêmes l'utilisation de coordonnées apparentes de la date dans tout calcul de positions. Mais dans la mesure où l'on ne cherche qu'à détecter l'éventualité de tels phénomènes, et non pas immédiatement à les calculer précisément, nous pouvons décider arbitrairement de travailler dans le repère astrométrique de l'époque J2000.0 pour alléger les calculs d'éphémérides. Pour cela nous considérons que les deux objets sont affectés d'effets similaires lors de la transformation de leurs positions dans le repère choisi. Si on considère les positions A d'un astéroïde et E d'une étoile sur la sphère céleste, données par leurs coordonnées équatoriales géocentriques $(\alpha_A,\ \delta_A)$ et $(\alpha_E,\ \delta_E)$ exprimées dans un repère choisi, on peut définir le vecteur position de l'étoile par rapport à l'astéroïde dans le plan tangent en A à la sphère céleste (fig. 3.1). De plus, comme nous recherchons les phénomènes potentiellement observables, nous n'avons pas besoin de toute la précision des calculs d'éphémérides et nous pouvons nous contenter d'utiliser en première approximation le système des coordonnées relatives (c.f. §2.4.4). Soit $\vec{e}$ le vecteur position de l'étoile dans ce système :

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} (\alpha_E - \alpha_A)\cos\delta_E \\ \delta_E - \delta_A \end{pmatrix} \tag{3.1}$$

De manière similaire, nous pouvons exprimer la direction relative du déplacement de l'astéroïde entre deux époques successives t et $t + \Delta t$, considérant que le mouvement des astéroïdes dans le plan tangent peut être assimilé à un déplacement rectilinéaire sur l'intervalle de temps Δt. Soit $\vec{n}$ le vecteur position de l'astéroïde à l'époque $t + \Delta t$ par rapport à sa position à l'époque t, on a :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} (\alpha_A(t+\Delta t) - \alpha_A(t))\cos\delta_A(t+\Delta t) \\ \delta_A(t+\Delta t) - \delta_A(t) \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Il forme avec le vecteur $\vec{e}$ un angle χ représentant l'angle de position de l'étoile par rapport à la direction du mouvement de l'astéroïde (fig. 3.1). Il peut être

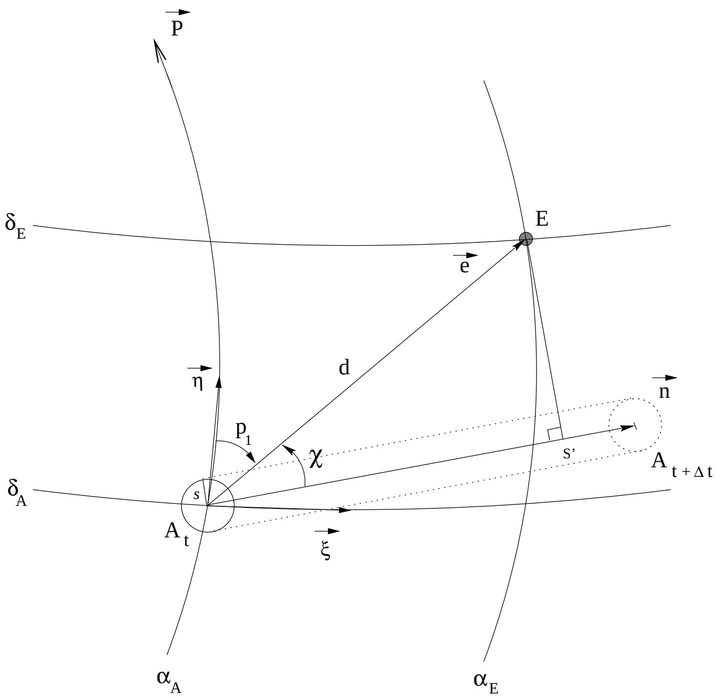


FIG. 3.1 - Position relative de l'étoile E par rapport à l'astéroïde A_t sur la sphère céleste. $\vec{P}$ représente la direction du pôle céleste nord. $\vec{n}$ désigne le vecteur déplacement de l'astéroïde dans le plan tangent (ξ, η). $\vec{e}$ représente le vecteur position de l'étoile dans ce plan.

calculé à l'aide des relations :

$$\begin{cases} \sin\chi = \dfrac{\|\vec{e} \wedge \vec{n}\|}{\|\vec{e}\|\,\|\vec{n}\|} \\[2ex] \cos\chi = \dfrac{\vec{e} \cdot \vec{n}}{\|\vec{e}\|\,\|\vec{n}\|} \end{cases} \tag{3.3}$$

Connaissant ainsi la position relative de l'étoile par rapport à l'astéroïde, nous pouvons écrire que l'étoile est ou sera occultée pendant l'intervalle de temps Δt si la distance séparant l'étoile du vecteur déplacement de l'astéroïde (ES') est inférieure à la dimension caractéristique de l'astéroïde (son rayon apparent s par exemple), et si la distance séparant l'étoile de l'astéroïde projetée sur le vecteur déplacement (A_tS') est inférieure à la distance parcourue par l'astéroïde pendant Δt $(A_tA_{t+\Delta t})$. Ces conditions se traduisent par les équations :

$$\begin{cases} \|\vec{e}\| \;\; |\sin\chi\,| \leq \; s + \varpi \\ \|\vec{e}\| \;\; |\cos\chi\,| \leq \; \|\vec{n}\| \end{cases} \tag{3.4}$$

qui, compte tenu des équations (3.3), s'écrivent :

$$\begin{cases} \|\vec{e} \wedge \vec{n}\| & \leq & (s + \varpi) * \|\vec{n}\| \\ |\ \vec{e} \cdot \vec{n}\ | & \leq & \|\vec{n}\|^2 \end{cases} \tag{3.5}$$

où ϖ représente la parallaxe horizontale équatoriale géocentrique de l'astéroïde et permet d'inclure la possibilité que les occultations soient observables depuis un point quelconque de la Terre, et non uniquement dans la direction géocentrique comme l'imposent les coordonnées des vecteurs $\vec{e}$ et $\vec{n}$. Ainsi, en étudiant systématiquement les positions des étoiles relativement aux trajectoires parcourues par les astéroïdes sur la sphère céleste, nous détecterons toutes les occultations possibles pendant l'intervalle de temps Δt en trouvant tous les couples étoile/astéroïde dont les coordonnées équatoriales à cette époque sont solutions du système d'équations (3.5).

3.3 Prédiction géocentrique

Le critère défini précédemment nous fournit un intervalle de temps Δt durant lequel la distance apparente entre les deux astres doit atteindre un minimum correspondant à la plus petite distance angulaire entre les objets vue depuis le centre de la Terre. Ainsi pour définir la géométrie des phénomènes à leur maximum nous pouvons calculer la date et la valeur de la plus petite distance angulaire géocentrique entre les deux astres. Pour cela, nous écrivons la distance apparente entre l'étoile et l'astéroïde comme une fonction du temps dans le système des coordonnées relatives :

$$d = \left[(\alpha_E(t) - \alpha_A(t))^2 \cos^2 \delta_E(t) + (\delta_E(t) - \delta_A(t))^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.6}$$

La fonction $d = f(t)$ peut alors être assimilée localement à un polynôme du second ordre dont un extremum local représente le minimum de distance recherché. Comme nous ne pouvons calculer les positions des astéroïdes qu'à des dates spécifiques, nous n'avons que la solution de rechercher numériquement le minimum de la fonction f sur l'intervalle de temps Δt. De plus, comme nous recherchons l'époque du minimum plutôt que la distance minimum elle même, nous utilisons une méthode d'interpolation parabolique inverse telle que la méthode de Brent [Bre73]. Cette méthode permet de calculer le minimum de la parabole passant par les trois points $f(a)$, $f(b)$ et $f(c)$ à l'aide de la relation :

$$t_{min} = b - \frac{1}{2}\frac{(b-a)^2[f(b)-f(c)] - (b-c)^2[f(b)-f(a)]}{(b-a)[f(b)-f(c)] - (b-c)[f(b)-f(a)]} \tag{3.7}$$

Excepté le cas où les trois points sont colinéaires (paraboles dégénérées), cette méthode fournit la meilleure abscisse du minimum au milieu de l'intervalle $[a, b]$ tel que :

$$\frac{b-a}{2} = 2 \times t_{min} \times tol$$

où tol est la valeur à partir de laquelle le code de calcul n'évalue plus la différence entre deux nombres [PTVF92]. En d'autres termes, cette méthode calcule l'abscisse du minimum d'une parabole avec une précision de l'ordre de $\pm tol$. Dans la plupart des cas cette tolérance ne peut pas être inférieure à la racine carrée de la précision machine des nombres utilisés. Ainsi, si l'algorithme est programmé en langage Fortran utilisant des réels double précision (15 décimales), on peut estimer la précision du calcul de la date du minimum de distance à environ $0^s.01$. L'erreur commise sur la distance peut alors être estimée à $\dot{\rho} \times tol$ dans le cas le plus défavorable (cas où l'erreur en distance se produit dans le sens du mouvement), $\dot{\rho}$ étant la vitesse rectilinéaire de l'astéroïde. Les vitesses apparentes caractéristiques des astéroïdes de la ceinture principale étant de $20\,''/h$ à $200\,''/h$, nous en concluons que cette méthode fournit une précision meilleure que le mas sur la valeur prédite du minimum de distance. Pour les vitesses élevées caractéristiques des astéroïdes géocroiseurs, cette précision est de l'ordre de quelques mas et atteint environ 5 mas pour des vitesses apparentes de l'ordre de $2000\,''/h$. Cependant, ces estimations ne prennent pas en compte les erreurs sur les positions des objets et en réalité l'erreur commise sera souvent plus grande, dépendant du signe et de la valeur des erreurs de positions. Une discussion sur le sujet est proposée au chapitre 4.

3.4 Circonstances générales

Les circonstances générales des occultations représentent les conditions dans lesquelles elles sont observables depuis la surface de la Terre. Elles sont définies par le calcul des lieux sur Terre d'observabilité des phénomènes (désignés aussi par ligne ou bande de centralité), et par la caractérisation des phénomènes d'un point de vue photométrique (chute en magnitude) et temporel (durée du phénomène). Etant avant tout des phénomènes apparents observés sur la sphère céleste, les occultations stellaires imposent l'utilisation d'un repère vrai de la date pour calculer leurs circonstances générales. De plus, pour un observateur topocentrique une occultation représente l'alignement géométrique des directions observées de l'astéroïde et de l'étoile. Ainsi, si nous voulons déterminer précisément les lieux d'observation d'une occultation, nous devons rechercher les lieux terrestres pour lesquels les positions observées des deux objets sont confondues. Cela implique dans les calculs l'utilisation des coordonnées apparentes des astres (cf. chap. 2 §2.4.3) corrigées de la déviation provoquée par la réfraction atmosphérique. Or le calcul précis de cette déviation dépend des conditions atmosphériques en chaque lieu et à chaque époque d'observation de l'occultation qui ne peuvent pas être prédites de façon réaliste (cf. chap. 2 §2.4.4). Pour ces raisons nous négligerons dans un premier temps la réfraction dans la détermination de la ligne de centralité, et modéliserons la Terre sans son atmosphère. Cette hypothèse est discutée au chapitre 4 §4.3.

Nous avons vu précédemment qu'une occultation se traduit par la projection sur Terre d'une zone d'ombre, dont la section est égale à la dimension caractéristique de l'astéroïde dans la direction Terre–étoile, et dont l'axe est porté par la direction géocentrique de l'étoile. Soient $\vec{a}$ le vecteur position géocentrique apparent d'un astéroïde et $\vec{e}$ la direction géocentrique apparente d'une étoile (fig. 3.2). Nous pouvons définir l'axe de cette zone d'ombre à l'aide

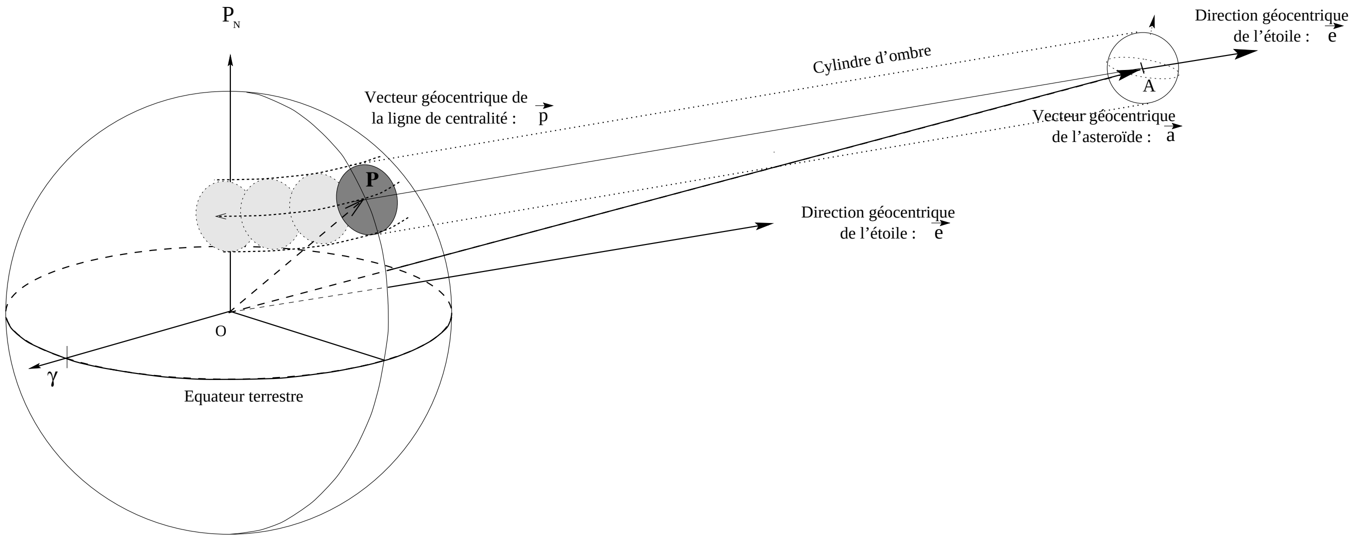


FIG. 3.2 - Circonstances générales d'une occultation.

de l'équation paramétrique :

$$\vec{p} = \vec{a} + \lambda\,\vec{e} \tag{3.8}$$

Le géoïde terrestre peut, quant à lui, être modélisé par un ellipsoïde de révolution dont les demi-grands axes sont : $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ et $\alpha_3 = 1/(1-f)^2$ où f représente le coefficient d'aplatissement de la Terre. Les points de la surface du géoïde terrestre sont alors définis par l'équation cartésienne :

$$Q(\vec{p}) = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i\, p_i^2 - R^2 \;=\; 0 \tag{3.9}$$

où R est le rayon équatorial de la Terre et p_i représente les coordonnées de $\vec{p}$. Les points géocentriques de la ligne de centralité représentent enfin l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient les équations (3.8) et (3.9) et sont donc définis au moyen des relations :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \vec{p_o} & = & \vec{a} + \lambda_m\,\vec{e}, \\ \lambda_m & = & min(\lambda_1, \lambda_2) \end{array} \right. \tag{3.10}$$

où λ_1 et λ_2 sont, quand elles existent, les solutions réelles du polynôme du second degré :

$$\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,(a_i + \lambda\,e_i)^2 \;-\; R^2 \;=\; 0 \tag{3.11}$$

On a :

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,a_i\,e_i \pm D^{1/2}}{\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,e_i^2}$$

avec

$$D = (\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,a_i\,e_i)^2 - \sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,e_i^2 * (\sum_{i=1}^{3} \alpha_i\,a_i^2 - R^2)$$

Ainsi, pour chaque date t pour laquelle l'équation (3.11) possède des solutions réelles, le point correspondant de la ligne de centralité est défini par son vecteur position géocentrique calculé à l'aide de l'équation (3.10). L'intervalle de temps pour lequel ces solutions existent est borné par les époques t_i et t_f pour lesquelles l'axe de la zone d'ombre est tangent au géoïde terrestre. Elles correspondent aux racines doubles de l'équation (3.11) et peuvent être calculées en recherchant les deux solutions réelles de l'équation :

$$D^2(t) = 0 \tag{3.12}$$

D étant le discriminant de l'équation (3.11) calculé précédemment. Comme cette fonction ne peut être évaluée qu'à des époques particulières (du fait des éphémérides des astéroïdes), les deux solutions t_i et t_f doivent de nouveau être calculées par une méthode numérique. Nous employons par exemple la méthode de Ridders [Rid79] de recherche des racines d'une fonction dans laquelle les deux solutions sont encadrées par les intervalles de temps $[t_{min} - \Delta t \ ; \ t_{min}]$ et $[t_{min} \ ; \ t_{min} + \Delta t]$, t_{min} étant la date du minimum de distance angulaire géocentrique défini au §3.3 et Δt étant l'intervalle de temps donné au §3.2.

Pour calculer les limites de la bande de visibilité sur Terre des occultations, il est nécessaire de connaitre la forme exacte des astéroïdes et l'orientation de leurs axes pour en déduire la section correspondant à une direction donnée, puis par projection sur la Terre d'en calculer les limites. Cependant, il n'existe actuellement qu'un petit nombre de modèles triaxiaux d'astéroïdes (on en dénombre 88 à la fin de l'année 1995 d'après P.Magnusson [Mag95]). De plus comme nous recherchons seulement les limites supérieures et inférieures de la zone d'ombre, il est suffisant de modéliser les astéroïdes par des formes sphériques. Les limites supérieures et inférieures sont alors simplement définies sur Terre par deux bandes de part et d'autre de la ligne de centralité de largeur le rayon de l'astéroïde. Pour plus de rigueur, nous pouvons aussi les calculer comme suit : la direction géométrique de l'occultation, c'est à dire la direction dans laquelle les deux objets sont confondus, peut être assimilée à la direction géocentrique de l'étoile. Nous pouvons alors définir les limites de la zone d'ombre par la projection sur Terre des limites de la section de l'astéroïde dans la direction géocentrique de l'étoile. Soit $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ une base orthonormée du plan perpendiculaire à la direction $\vec{e}$ de l'étoile ; dans ce plan, la section de l'astéroïde est un disque de rayon r_A (ou toute autre forme complexe), et la direction du mouvement sur Terre de la zone d'ombre est la projection dans ce plan du vecteur vitesse apparent $\vec{v}$ de l'astéroïde (normé). Soit $\vec{\imath}$ cette direction, on a :

$$\vec{\imath} = \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{e})\, \vec{e} \tag{3.13}$$

Les directions des limites supérieures et inférieures dans ce plan sont alors données par $\vec{\jmath_s}$ et $\vec{\jmath_i}$ les images de $\vec{\imath}$ par les rotations de $+\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ autour de l'axe porté par $\vec{e}$. En appliquant la formule d'Euler, ces deux directions s'écrivent :

$$\vec{\jmath_{s,i}} = (\vec{\imath} \cdot \vec{e})\, \vec{e} \ \pm \ \vec{e} \wedge \vec{\imath} \tag{3.14}$$

Les coordonnées géocentriques des points des limites supérieures et inférieures de la zone d'ombre sont alors calculées à partir des équations (3.8) et (3.9) en résolvant les systèmes :

$$\begin{cases} Q(\vec{p_s}) & = & 0 \\ \vec{p_s} & = & (\vec{a} + \vec{j_s}) + \lambda_s \cdot \vec{e} \end{cases} \tag{3.15}$$

pour les limites supérieures, et

$$\begin{cases} Q(\vec{p_i}) & = & 0 \\ \vec{p_i} & = & (\vec{a} + \vec{j_i}) + \lambda_i \cdot \vec{e} \end{cases} \tag{3.16}$$

pour les limites inférieures. De plus $\|\vec{j_s}\| = \|\vec{j_i}\| = r_A$.

Les coordonnées des points ($\vec{p}$, $\vec{p_s}$, $\vec{p_i}$) définissant la bande de visibilité ainsi calculées sont les coordonnées géocentriques des lieux d'observation de l'occultation dans le repère céleste de référence. Pour exprimer les coordonnées de ces lieux dans un système de référence rapporté au pôle terrestre, nous procèderons comme nous l'avons exposé au chapitre 2 §2.2 en calculant les coordonnées géocentriques dans un repère terrestre par inversion de l'équation (2.2), puis en calculant les coordonnées géodésiques des lieux d'observation à l'aide de l'algorithme de Borkowski. Nous pourrons éventuellement calculer les coordonnées géographiques de ces lieux, mais cela n'a d'intérêt que dans la mesure où l'on possède un modèle topographique précis des lieux d'observation pour prendre en compte au minimum l'altitude au dessus du géoïde. Ces considérations seront étudiées au chapitre 4 §3.5.

Pour permettre aux observateurs de préparer techniquement les observations des occultations stellaires, il est nécessaire de prédire la durée des phénomènes en chaque lieu ainsi que la chute en magnitude des occultations. De manière générale, la durée d'observation d'une occultation stellaire en un lieu est le temps nécessaire au passage de la dimension caractéristique de l'astéroïde par rapport à la position de l'observateur, dans la direction du mouvement de la zone d'ombre, et avec la vitesse apparente topocentrique de l'astéroïde. Pratiquement, nous calculerons cette durée comme étant l'intervalle de temps nécessaire à la zone d'ombre pour parcourir le diamètre de l'astéroïde à la vitesse apparente géocentrique de ce dernier. Soit en secondes de temps par exemple :

$$dur\acute{e}e = \frac{2\, r_A}{v} \tag{3.17}$$

avec $v = \|\vec{v}\|$ exprimée en kilomètres par seconde. Cette durée est en fait la durée de l'occultation telle qu'elle est observée par un observateur fictif placé au centre de la Terre, et diffère donc légèrement de la durée réelle du phénomène pour un observateur à la surface de la Terre. Si l'on considère que les vitesses caractéristiques des astéroïdes sur la sphère céleste sont de l'ordre de 20"/h à 200"/h (soit de 4 km/s à environ 40 km/s), et que la vitesse topocentrique d'un observateur situé à l'équateur est de l'ordre de 0.5 km/s, alors l'approximation faite conduit à des erreurs de l'ordre de 1% à 13% de la durée géocentrique, ce qui est acceptable pour la prédiction de ce paramètre. Par contre, pour la comparaison à l'observation, la durée de l'occultation sera calculée à partir de la vitesse apparente de l'astéroïde dans le repère topocentrique lié à l'observateur.

Pour calculer la chute en magnitude des occultations, nous devons connaitre les magnitudes apparentes visuelles (ou magnitude V) des deux astres. Nous choisissons ces magnitudes plutôt que les magnitudes B couramment utilisées[1] car elles sont plus appropriées aux observations CCD (les caméra CCD ont souvent un rendement quantique faible dans le bleu). Pour les étoiles, la magnitude V est donnée dans les catalogues, ou à défaut est remplacée par la magnitude B ou la magnitude photographique. Elles sont centrées sur des longueurs d'ondes différentes données par :

m_R	0.680 μm	(rouge)
m_V (V)	0.555 μm	(visuel ou jaune)
m_{pg}	0.430 μm	(photographique)
m_B (B)	0.435 μm	(bleu)
m_U (U)	0.350 μm	(ultraviolet)

avec $m_B = m_{pg} + 0.11$ et $m_V = m_R + 0.3$ si m_R est le filtre rouge utilisé pour les galaxies proches [Lan80]. Les conversions entre magnitudes se font alors à partir des indices de couleurs $B - V$ et $U - B$. Pour calculer la magnitude visuelle apparente des astéroïdes, nous utilisons la formule de Bowell adoptée par l'UAI en 1985 [IAU85] :

$$m_A = 5\ \log(r\Delta) + H - 2.5\ \log\left[(1-G)\ \phi_1 + G\ \phi_2\right] \tag{3.18}$$

où r et Δ représentent respectivement les distances héliocentrique et géocentrique de l'astéroïde en UA, H est sa magnitude absolue ($H(1,0)$), G le paramètre de pente, et ϕ_1, ϕ_2 sont des fonctions de phase telles que :

$$\phi_i = \exp\left[-A_i\ (\tan\frac{\beta}{2})^{B_i}\right]\quad ,\quad i = 1, 2$$

avec β l'angle de phase de l'astéroïde à l'époque de l'occultation et les constantes $A_1 = 3.33$, $A_2 = 1.87$, $B_1 = 0.63$ et $B_2 = 1.22$. La chute en magnitude Δm de l'occultation est alors fournie par la différence à l'instant de l'occultation entre la magnitude de l'astéroïde m_A et la magnitude combinée des deux astres m_{A+E} :

$$\Delta m = m_{A+E} - m_A = -2.5\ \log(10^x + 1) \tag{3.19}$$

[1]Ceci vient du fait que les magnitudes B sont proches des magnitudes photographiques desquelles sont issues de nombreuses magnitudes d'étoiles lors de la construction passée des catalogues à l'aide d'observations photographiques.

où 10^x représente le rapport des luminosités l_E et l_A de l'étoile et de l'astéroïde :

$$\frac{l_E}{l_A} = 10^x \quad \text{avec} \quad x = 0.4\,(m_A - m_E)$$

m_E étant la magnitude visuelle de l'étoile.

3.5 Approximations du modèle

Ce modèle de calcul des prédictions géocentriques et topocentriques des occultations stellaires admet pour l'essentiel trois approximations. Ainsi, à l'exception des erreurs d'arrondi et de leur propagation lors des calculs, les prédictions des occultations sont calculées avec toute la précision permise par les calculs numériques. Avant de poursuivre l'étude de ces approximations, définissons la précision requise pour que des prédictions d'occultations soient fiables, ou en d'autres termes pour que chaque occultation prédite soit observable par tout observateur situé sur la bande de centralité. Pour cela, nous pouvons utiliser le facteur de qualité des occultations, Q, défini par Millis et Elliot [ME79] :

$$Q = \frac{2\,\sigma\,\rho}{d}$$

où σ représente l'incertitude sur la position relative entre les deux astres, et où ρ et d sont respectivement la distance géocentrique et le diamètre de l'astéroïde. Ce facteur de qualité nous fournit approximativement le rapport entre la largeur de la zone d'incertitude et le diamètre de l'astéroïde. Il nous permet aussi de calculer la probabilité pour qu'un observateur situé sur la ligne de centralité observe l'occultation prédite :

$$P \simeq \frac{1}{1+Q}$$

Ce facteur de qualité représente de manière assez générale les cas classiques d'occultations stellaires, mais n'est pas représentatif de tous les cas particuliers dépendant des configurations entre la Terre, l'astéroïde et l'étoile. Néanmoins, nous pouvons en déduire un ordre de grandeur de la précision requise pour que la prédiction d'une occultation soit fiable. Pour cela, nous pouvons rechercher les incertitudes maximales sur les positions relatives entre les corps pour que la probabilité P soit égale à 90% et plus. L'étude graphique de l'incertitude σ en fonction du diamètre des astéroïdes et de leurs distances géocentriques nous montre que pour satisfaire une probabilité d'observation de $P = 90\%$, nous devons connaître les positions relatives entre les astéroïdes et les étoiles avec une précision de l'ordre de quelques mas (fig. 3.3). Rapporté à la distance géocentrique des astéroïdes, cela implique de connaître leurs positions avec une précision inférieure à quelques dizaines de kilomètres. Pour arriver à une probabilité de 99%, cette précision doit atteindre l'ordre du mas, soit quelques kilomètres.

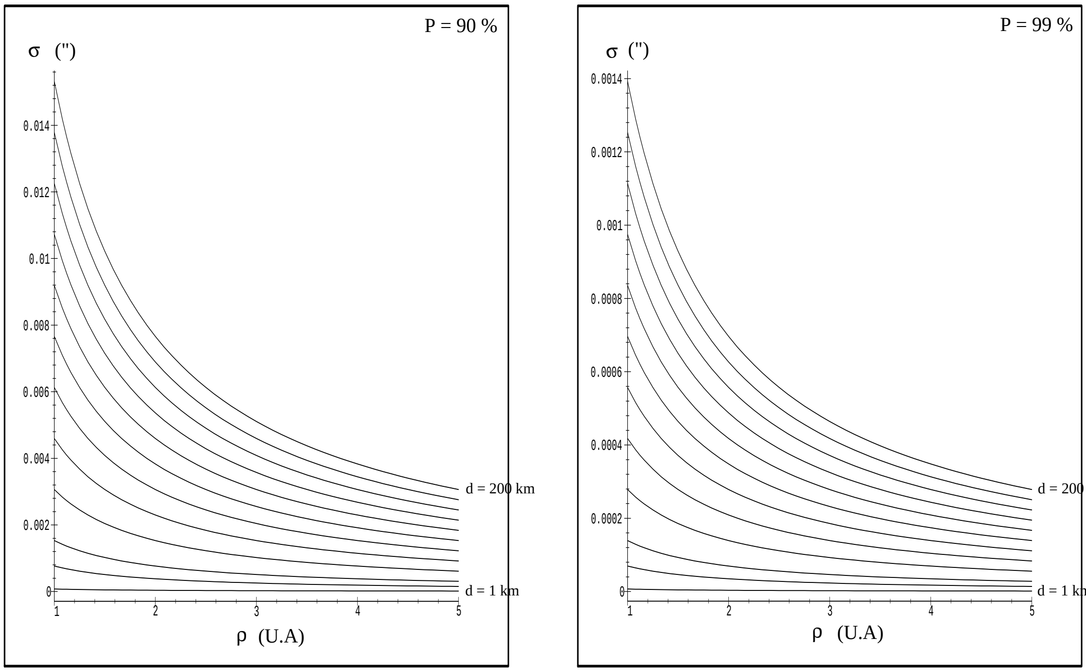


FIG. 3.3 - Incertitudes sur les positions relatives pour les probabilités d'observation de 90% et 99% calculées en fonction des diamètres et des distances géocentriques des astéroïdes représentatifs de la ceinture principale. P est la probabilité issue du facteur de qualité de Millis et Elliot. ρ représente la distance géocentrique des astéroïdes. Les différentes courbes montrent les variations des incertitudes pour les diamètres 1 km, 10 km, 20 km, puis tous les 20 km jusqu'à 200 km (cas de 99% des astéroïdes de dimension connue).

La première approximation du modèle concerne l'utilisation des coordonnées relatives à la place des coordonnées tangentielles dans les calculs de prédictions géocentriques. Pour estimer l'erreur que l'on commet en procédant ainsi, nous pouvons étudier numériquement les différences entre les distances mutuelles calculées dans les deux systèmes de coordonnées. Une telle étude montre que pour des distances mutuelles inférieures à 100", ces différences sont de l'ordre de quelques mas tandis que pour des distances mutuelles allant jusqu'à 10" ces différences sont de l'ordre de 1 mas. Enfin, pour des distances mutuelles inférieures à quelques dizaines de mas, comme c'est le cas dans les occultations stellaires, cette étude montre que l'approximation entre les deux systèmes conduit à des différences inférieures à 10^{-5} mas (fig. 3.4). Nous pouvons en conclure que cette approximation des coordonnées tangentielles par les coordonnées relatives n'induit pas d'erreurs supplémentaires dans l'évaluation des distances mutuelles lors de la recherche des conditions géocentriques des occultations.

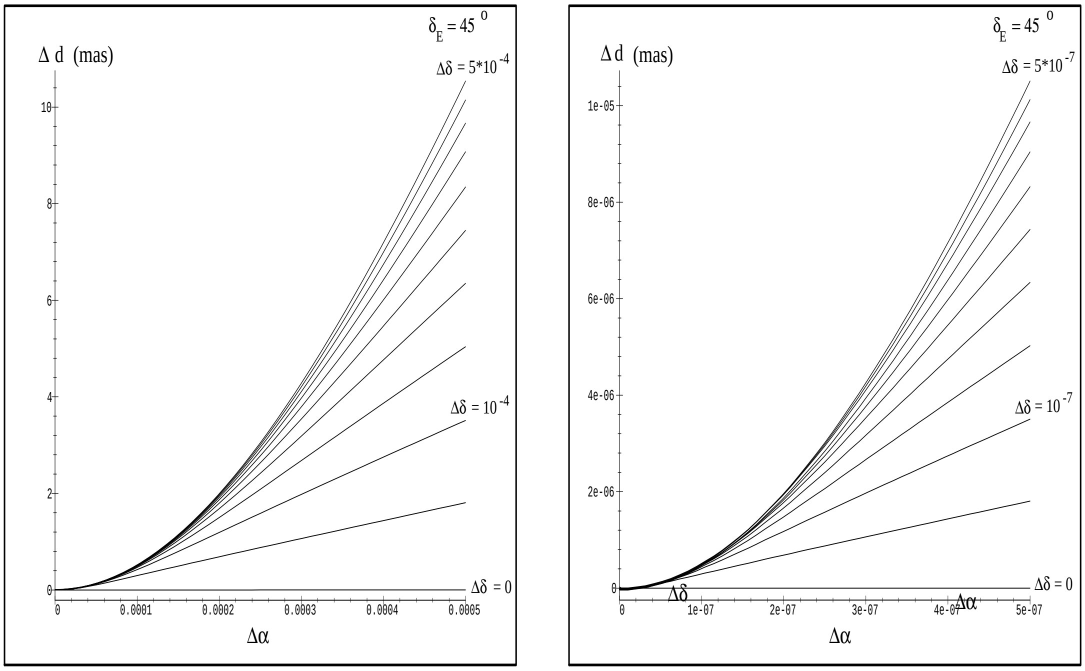


FIG. 3.4 - Différences entre les distances relatives de deux corps calculées dans les systèmes de coordonnées tangentielles et de coordonnées relatives. $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ sont respectivement les différences en ascensions droites et en déclinaisons, et sont exprimées en radians de 0 à 100" pour le graphique de gauche avec un pas de 10", et de 0 à 100 mas pour l'autre avec un pas de 10 mas. Δd représente les différences entre la distance tangentielle et la distance relative et est exprimée en mas. Dans les deux cas, la déclinaison de référence est $\delta_E = 45°$, correspondant aux différences les plus importantes.

La deuxième approximation du modèle est celle qui consiste à considérer les étoiles à une distance infinie du système solaire et donc à considérer que la direction de l'occultation est donnée par la direction géocentrique de l'étoile et non par le vecteur position de l'étoile par rapport à l'astéroïde. Cela revient à négliger la parallaxe trigonométrique de l'étoile observée depuis l'astéroïde, c'est à dire, à l'échelle du système solaire, à négliger sa parallaxe trigonométrique mesurée sur Terre. L'erreur induite se traduit par un écart sur la direction du lieu terrestre d'observation de l'occultation vue depuis l'astéroïde, produisant à la surface de la Terre un décalage de la bande de centralité que l'on peut estimer approximativement à :

$$\varepsilon = \pi\,\rho$$

où π est la parallaxe trigonométrique de l'étoile et ρ la distance topocentrique de l'astéroïde. Nous voyons alors que pour des astéroïdes situés entre 2 et 5 UA de la Terre et des parallaxes d'étoiles comprises entre quelques mas et 100 mas[2], les erreurs induites sur la détermination des lieux d'observation des occultations varient de quelques kilomètres à environ 370 km pour une parallaxe de 100 mas et une distance de 5 UA des astéroïdes. Cette approximation peut donc conduire à des erreurs trop importantes pour assurer des prédictions suffisamment fiables, surtout lorsque les étoiles concernées sont voisines du système solaire. Pour prendre en compte cet effet, lorsque la parallaxe de l'étoile est connue, nous pouvons remplacer dans l'équation (3.8) la direction $\vec{e}$ de l'étoile par la direction :

$$\vec{s} = \frac{\vec{e} - \vec{a}}{\|\vec{e} - \vec{a}\|}$$

représentant la direction de l'étoile depuis l'astéroïde, $\vec{e}$ étant ici le vecteur position géocentrique de l'étoile.

La dernière approximation concerne la modélisation de la Terre par un ellipsoïde de révolution ne possédant pas d'atmosphère. Cette approximation a pour conséquence, dans le calcul des circonstances générales, de ne pas fournir exactement les lieux géographiques de l'observation des occultations mais seulement des lieux dits géométriques par le fait qu'il ne prennent pas en compte la topographie réelle de la Terre ni la déviation des rayons lumineux due à la réfraction astronomique (cf. chap. 2 §2.4.4). Cette deuxième hypothèse ayant déjà été justifiée au §3.4, nous n'aborderons ici que les incertitudes dues à la modélisation de la surface de la Terre. L'influence de l'atmosphère sera néanmoins traitée au chapitre 4 comme amélioration possible des prédictions des lieux d'observation des occultations.

Lorsque nous calculons les circonstances générales des occultations, nous recherchons les points d'intersection entre la direction de l'occultation et un ellipsoïde de référence matérialisant la Terre. Les coordonnées ainsi obtenues sont, après conversion (cf. chap.2 §2.2.2), exprimées dans un repère terrestre conventionnel (ITRF), dans lequel ces coordonnées représentent les coordonnées géodésiques des lieux d'observations. Nous pouvons alors envisager de calculer les coordonnées géographiques de ces lieux pour faciliter le repérage à la surface de la Terre des zones d'observations. Mais comme nous l'avons vu au chapitre 2 §2.2.3, les différences entre les deux systèmes de coordonnées n'excèdent pas environ 100 m en altitude (ondulation du géoïde) et 2 km à la surface de la Terre (déviation de la verticale). Nous pouvons donc, à cet ordre de précision, les négliger et représenter la bande de visibilité des occultations par les coordonnées géodésiques des lieux correspondants. Cependant, ces lieux géodésiques ont tous une altitude nulle du fait même de leurs calculs : ils appartiennent tous à la surface de référence du géoïde, représentant dans un

[2]97% des étoiles du *General Catalogue of Trigonometric Stellar Parallaxes* ont une parallaxe inférieure à 100 mas

système de référence géodésique (Geodetic Reference System) une approximation du niveau moyen des mers. Les points calculés ne prennent donc pas en compte la topographie réelle de la Terre dont les variations en altitude peuvent aller de 0 à 4500 m au dessus du niveau moyen des mers, pour ce qui est des sites usuels d'observations astronomiques, et jusqu'à 8848 m si l'on considère les cas extrêmes. Il s'ensuit, comme le montre la figure (3.5), que si l'observa-

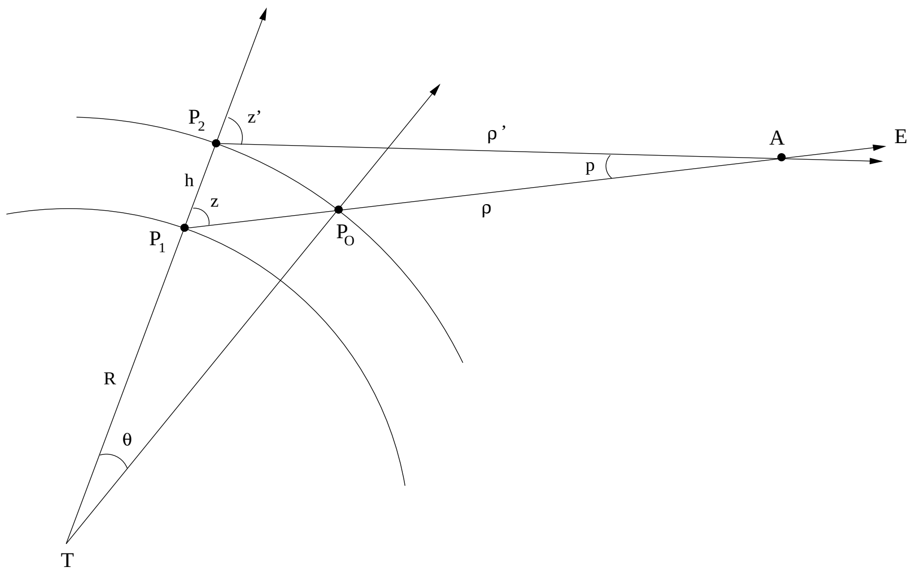


FIG. 3.5 - Influence de la topographie terrestre sur le calcul des circonstances générales des occultations. T représente le géocentre, A représente l'astéroïde, et E la direction de l'étoile.

teur se place aux coordonnées prédites (point P_1) mais avec une altitude non nulle (point P_2) alors, pour cet observateur, la direction de l'astéroïde n'est plus tout à fait la direction de l'occultation mais une direction telle que :

$$z' = z + p$$

En conséquence de quoi, si cette parallaxe p devient supérieure au rayon apparent de l'astéroïde, alors il est possible que l'occultation ne soit pas observable aux lieux prédits, mais qu'elle le soit en des lieux situés à proximité et représentant les intersections entre les directions géométriques de l'occultation et la surface réelle de la Terre (point P_O). Avant d'estimer ces différences de positions, étudions tout d'abord quel est l'ordre de grandeur de la parallaxe p produite par l'altitude h d'un observateur au dessus de la surface de référence. Pour calculer cette parallaxe, nous pouvons procéder comme pour le calcul de la parallaxe géocentrique des corps célestes [Gre85], et écrire :

$$\sin p = \frac{h}{\rho} \sin z' = \frac{h}{\rho'} \sin z \tag{3.20}$$

avec ρ et ρ' les distances astéroïde–observateur respectivement aux points P_1 et P_2, et z, z' les distances zénithales de la direction de l'astéroïde en chaque point (fig. 3.5). Ainsi, nous voyons que cet effet de parallaxe est d'autant plus petit que la distance de l'astéroïde est importante. Nous voyons aussi qu'il dépend de la distance zénithale des objets, impliquant que l'effet est nul dans la direction du zénith et qu'il est maximum dans celle de l'horizon. Pour quantifier plus précisément cette parallaxe, étudions numériquement les valeurs de p en fonction de l'altitude h de l'observateur, de la distance topocentrique ρ de l'astéroïde, et pour des distances zénithales égales à $\frac{\pi}{2}$. Cette étude nous montre que pour les astéroïdes situés entre 1 UA à 5 UA la parallaxe induite est inférieure à 12 mas quelle que soit l'altitude comprise entre 0 et 8800 m. De manière plus usuelle, cette parallaxe est de l'ordre de quelques mas, variant par exemple de 1 à 4 mas pour un observateur situé à 3000 m d'altitude. Pour ce même observateur, cette parallaxe est de l'ordre de 5 à 20 mas pour les astéroïdes situés entre 0.2 UA et 1 UA, et peut atteindre quelques $0''.1$ pour des astéroïdes proches (distances inférieures à 0.1 UA). Comparée aux valeurs imposées par le facteur de qualité décrit précédemment, cette parallaxe due à l'altitude de l'observateur ne peut donc pas être systématiquement négligée dans les calculs de prédictions, surtout si les astéroïdes concernés sont des astéroïdes géocroiseurs et si les lieux d'observations se situent dans des régions montagneuses.

Etudions maintenant jusqu'à quelle distance terrestre les lieux d'observation des occultations stellaires peuvent être décalés en raison de la topographie naturelle de la Terre en ces lieux. En d'autres termes, calculons les différences de positions entre les lieux prédits pour observer une occultation et ceux où on l'observe réellement compte tenu de l'altitude non nulle de la zone d'observation. Pour cela, supposons que la Terre est un corps sphérique de rayon R, et que la topographie des lieux se traduise par une sphère concentrique de rayon $R + h$ (fig. 3.5). Le problème revient alors à rechercher tous les lieux d'observations situés le long de la direction de l'occultation et à exprimer leur distance, à altitude constante, depuis le lieu prédit par le modèle. Pour cela, nous recherchons toutes les intersections entre la direction de l'occultation et les sphères concentriques de rayons $R + h$, h modélisant successivement les dénivellés du relief et pouvant être pris entre 0 et 8800 m. Pour calculer le décalage de la ligne de centralité, nous pouvons nous placer dans le méridien local passant par l'astéroïde et l'étoile occultée et exprimer, dans cette direction, la longueur de l'arc θ à la surface de la Terre ou du géoïde de référence. Soit Δp la longueur de cet arc rapportée à la surface d'altitude nulle, on a :

$$\Delta p = R\,\theta \tag{3.21}$$

où θ peut être calculé à l'aide de la relation trigonométrique dans le triangle TP_1P_O :

$$\sin\theta = \frac{y\,\sin z}{R+h} \tag{3.22}$$

Le terme y représente la position du point P_O par rapport au point P_1 le long de la direction de l'occultation et se calcule à l'aide de l'équation :

$$y^2 = R^2 + (R+h)^2 - 2\,R\,(R+h)\cos\theta \tag{3.23}$$

qui après simplifications et avoir posé $\varepsilon = h/R$, nous permet d'exprimer y comme l'une des deux racines de l'équation :

$$\frac{y^2}{R^2} = 1 + (1+\varepsilon)^2 - 2(1+\varepsilon)\sqrt{1 - \frac{y^2}{R^2}\frac{\sin^2 z}{(1+\varepsilon)^2}}$$

En posant $x = y^2/R^2$, les solutions réelles de cette équation sont les racines réelles d'un polynôme de degré 2 en x. Après calcul nous obtenons ces deux racines :

$$x_{1,2} = \varepsilon^2 + 2\,\varepsilon + 2\,\cos^2 z \pm 2\sqrt{\cos^2 z\,(\varepsilon^2 + 2\,\varepsilon + \cos^2 z)} \tag{3.24}$$

Comme tous les termes de l'expression sont positifs, la plus petite des deux racines qui est solution de notre problème est la racine x_2. Nous en déduisons pour y :

$$y = R\sqrt{\varepsilon^2 + 2\,\varepsilon + 2\,\cos^2 z - 2\sqrt{\cos^2 z\,(\varepsilon^2 + 2\,\varepsilon + \cos^2 z)}} \tag{3.25}$$

Finalement, la déviation de la ligne de centralité est calculée dans la direction de l'azimut du phénomène par la relation :

$$\Delta p = R\,\arcsin\left(\frac{y}{R+h}\,\sin z\right) \tag{3.26}$$

Pour étudier Δp, il peut être suffisant d'en rechercher une approximation et simplifier l'expression précédente. Pour cela, ε représentant le petit paramètre, nous pouvons développer en séries de Taylor à l'ordre 3 la racine x_2 de l'équation (3.24). Elle peut alors s'écrire sous la forme :

$$x_2 = \frac{\varepsilon^2}{\cos^2 z} + O(\varepsilon^3) \tag{3.27}$$

d'où nous en déduisons pour y :

$$y = \frac{h}{\cos z} \tag{3.28}$$

La déviation des lieux d'observation est alors donnée par l'expression :

$$\Delta p = R\,\arcsin\left(\frac{h}{R+h}\,\tan z\right) \tag{3.29}$$

L'étude numérique de cette équation en fonction de l'altitude h et de la distance zénithale z est présentée figure 3.6. Nous voyons que de manière usuelle les incertitudes sur la ligne de centralité peuvent être de l'ordre de quelques kilomètres, et atteindre exceptionnellement 10 à 20 km, soit parce que l'altitude est élevée, soit parce que la distance zénithale est grande. Nous remarquons aussi que pour des altitudes inférieures à 3000 m, cette incertitude ne dépasse pas 5 km quelques soient les distances zénithales plus petites que 60°, et qu'elle

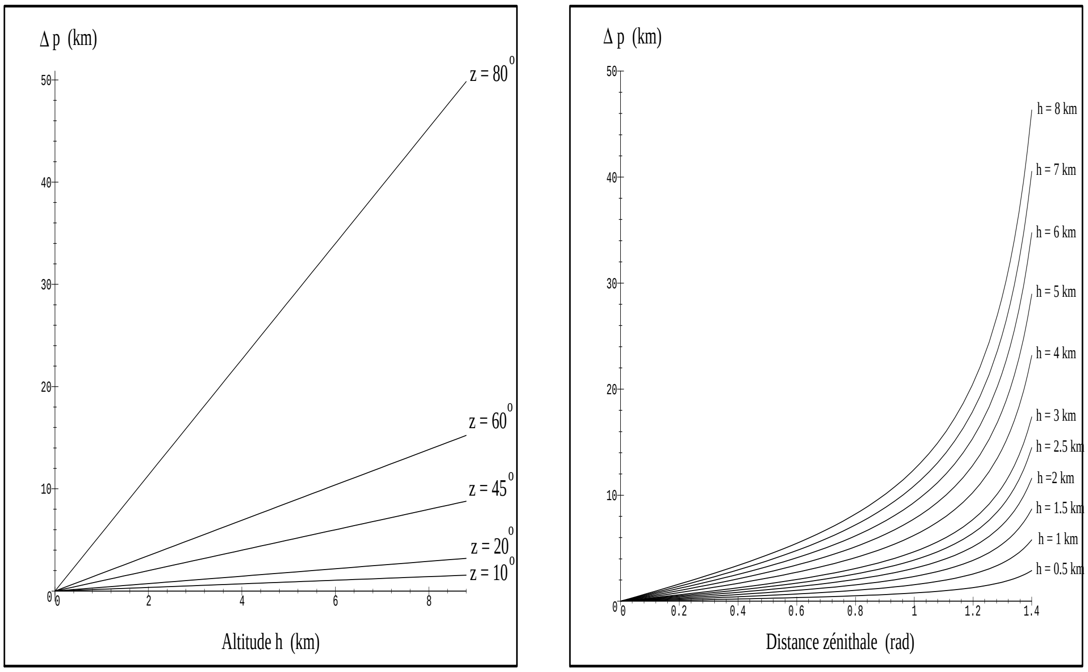


FIG. 3.6 - Incertitudes sur les lieux prédits d'observation des occultations dues à la topographie terrestre. Cette incertitude représente une longueur à la surface du géoïde de référence dans la direction de l'azimut des phénomènes. L'unité est le kilomètre. Le graphique de gauche présente les valeurs de cette incertitude en fonction de l'altitude du lieu d'observation et pour différentes valeurs de la distance zénithale ; celui de droite présente cette incertitude en fonction de la distance zénithale et pour différentes valeurs de l'altitude.

ne dépasse par environ 2 km pour des altitudes inférieures à 1000 m dans les mêmes conditions de distance zénithale. En revanche, cette étude nous montre que lorsque les distances zénithales des occultations sont plus grandes, c'est à dire comprises entre 60° et 80° (de nombreux astéroïdes sont observables pendant l'été depuis l'hémisphère nord à ces distances zénithales), alors l'incertitude sur la ligne de centralité peut devenir importante (quelques dizaines de kilomètres) et rendre très incertaines les observations des phénomènes. Nous en concluons que l'influence de la topographie naturelle de la Terre sur les prédictions des lieux d'observation est généralement négligeable à la précision de l'ordre de quelques kilomètres. Cependant, nous gardons à l'esprit que dans certains cas particuliers comme les altitudes élevées des lieux d'observation et les distances zénithales importantes des corps célestes, il peut s'avérer nécessaire de prendre en compte le relief terrestre lors de la détermination de la bande de visibilité des occultations.

Pour prendre en compte la topographie de la Terre dans le calcul des circonstances générales des occultations, nous pouvons envisager deux méthodes. La première consiste à reformuler l'équation (3.9) en choisissant pour décrire la Terre un modèle géodésique global qui traduise avec plus de précision la topographie terrestre qu'un simple géoïde de référence. Nous pouvons aussi envisager de calculer les circonstances générales en procédant par étapes successives. Comme nous ne connaissons pas *a priori* les lieux d'observations, la première étape consiste à calculer la bande de visibilité à partir d'un géoïde de référence. Nous pouvons alors choisir une modélisation adéquate de la ou les régions d'observation des occultations en utilisant des systèmes de références géodésiques régionaux (Regional Geodetic Datum). Les circonstances générales dans ces systèmes sont ensuite calculées en procédant comme nous l'avons décrit précédemment (c.f. §3.4) en reformulant l'équation (3.9), ou en utilisant les paramètres de conversion existant entre les différents systèmes de références géodésiques.

3.6 Prédiction des rapprochements

Lorsqu'un observateur ne se trouvant pas dans la bande de visibilité d'une occultation observe le phénomène, il voit l'astéroïde passer à proximité de l'étoile sans l'occulter. Nous parlons alors de rapprochement entre l'étoile et l'astéroïde. De manière générale, les rapprochements représentent tout passage apparent sur la sphère céleste d'un astéroïde à proximité d'une étoile. Leurs observations ont pour applications immédiates de fournir des mesures astrométriques précises entre les deux corps et de permettre la surveillance de l'environnement proche de l'astéroïde [ALRT85]. C'est pourquoi il peut être intéressant de prédire ce genre de phénomènes pour assurer leur observation systématique. Pour cela, la méthode de recherche systématique des occultations développée précédemment (cf. §3.2 et §3.3) peut être appliquée à la recherche des rapprochements en substituant la parallaxe horizontale ϖ de l'astéroïde dans l'équation (3.5) par la distance maximale de rapprochement désirée. De plus, pour détecter tous les rapprochements observables depuis un lieu terrestre précis et avec une distance angulaire minimale donnée, les coordonnées géocentriques des astéroïdes et des étoiles seront remplacées par leurs coordonnées topocentriques dans l'équation (3.5) et suivantes.

Chapitre 4

RECHERCHES DES SOURCES D'ERREURS ET AMÉLIORATIONS DES PRÉDICTIONS

4.1 Les sources d'erreurs

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé une méthode de recherche systématique et de calcul des prédictions géocentriques des occultations stellaires, et nous avons vu quelles en étaient les limites et approximations. Nous en avons conclu qu'à l'ordre du mas tout phénomène pouvait être prédit. Nous avons ensuite développé un modèle de calcul des circonstances générales des occultations en définissant les lieux sur Terre d'observabilité des phénomènes. Nous avons alors étudié quelles en étaient les principales approximations, et montré quelle précision nous pouvions obtenir sur la localisation des zones d'observation. Nous avons vu que cette précision était de l'ordre de quelques kilomètres à plusieurs dizaines voir centaines de kilomètres et qu'elle dépendait principalement de la distance à la Terre de l'astéroïde, de la parallaxe de l'étoile, de l'altitude de l'observateur et de la distance zénithale de l'occultation. Nous avons vu aussi que le choix du système de référence géodésique avait son importance.

Ces estimations nous permettent de conclure que le modèle de prédiction des occultations stellaires développé précédemment assure une précision de l'ordre de quelques kilomètres sur la localisation des lieux d'observation après correction des approximations faites (parallaxe des étoiles et modélisation de la Terre). Nous pouvons alors estimer la probabilité d'observer les phénomènes prédits à environ 90%. Cependant, nous n'avons jusqu'à présent pas pris en compte les erreurs de positions des corps célestes. Or nous avons vu chapitre 2 que ces erreurs ne sont pas toujours négligeables, et qu'elles sont comprises entre $0''.1$ et $1''$ dans le meilleur des cas. Rapportées à la surface de la Terre en fonction de la distance des astéroïdes, cela représente des incertitudes de quelques dizaines de kilomètres à environ 725 km si l'erreur vaut 1" et que l'astéroïde est à 1 UA de la Terre. Dans la pratique, ce sont essentiellement les erreurs sur les positions mutuelles des objets qui déterminent la précision sur la localisation des lieux d'observations.

Il apparait évident que cette source d'erreurs sur les éphémérides des corps célestes, et surtout sur les positions des astéroïdes, est la raison principale pour laquelle les prédictions d'occultations stellaires n'ont actuellement qu'une faible probabilité d'être observées aux lieux prédits. De manière courante nous pouvons estimer cette probabilité comprise entre 20% et 40% si les erreurs de positions sont comprises entre 0".2 et 0".5. Dans les cas particuliers où les positions des étoiles et des astéroïdes sont bien déterminées, cette probabilité peut atteindre 50% voire 60% si les erreurs n'excèdent pas 100 mas, et près de 70% si les erreurs sont de l'ordre de 50 mas. Nous voyons donc que c'est en premier lieu par une meilleure détermination des positions des corps célestes que nous pourrons prétendre à un fort taux de réussite des observations des occultations. En second lieu, nous pourrons affiner les prédictions en les corrigeant des effets systématiques non pris en compte par le modèle, à savoir la parallaxe des étoiles et la modélisation géodésique de la Terre décrites précédemment. Nous serons alors en mesure de prédire avec certitude tous les phénomènes impliquant des astéroïdes de taille supérieure à 1 km. Pour cela nous devons aussi posséder des positions des corps célestes à quelques dizaines de mas près. Nous allons voir comment ponctuellement il est possible de tendre vers cette précision. Nous étudierons ensuite l'influence de la réfraction astronomique sur la prédiction des lieux d'observation des occultations et sur la réduction des observations astrométriques. Nous verrons enfin quelles peuvent être d'autres sources d'amélioration des prédictions avant de confronter notre modèle avec des résultats observationnels.

4.2 Améliorations des éphémérides des corps célestes

4.2.1 Les catalogues d'étoiles astrométriques

La solution la plus évidente pour contribuer à l'amélioration des prédictions des occultations stellaires consiste en premier lieu à utiliser des positions des corps célestes les plus précises possible. Dans le cas des étoiles, cela signifie que l'on doit connaitre leurs positions, leurs mouvements propres, leurs parallaxes trigonométriques et le cas échéant leurs vitesses radiales avec assez de précision pour en déduire leurs positions apparentes à l'époque d'une occultation à quelques dizaines de mas près. Actuellement, seuls deux catalogues d'étoiles permettent une telle précision, les catalogues Hipparcos et Tycho. Leur utilisation permet de s'affranchir presque complètement des erreurs sur les positions des étoiles et donc d'augmenter quelque peu la fiabilité des prédictions. Néanmoins, sans une amélioration conjointe de la précision des positions des astéroïdes, cette solution reste insuffisante. Il ne reste plus alors que la solution d'observer le ciel pour y mesurer les positions des étoiles et des astéroïdes et en déduire les corrections appropriées permettant d'améliorer la précision de leurs éphémérides. Ainsi, nous pourrons minimiser les erreurs sur les positions relatives prédites entre les deux corps et être en mesure de calculer avec précision les circonstances générales des occultations.

4.2.2 Les corrections d'éphémérides à partir des observations

L'observation astronomique de la sphère céleste représente l'unique moyen de connaître exactement quelles sont les positions réelles des étoiles et des astéroïdes à une époque donnée. Pour cela, il est nécessaire que la qualité des observations soit suffisante et que la matérialisation des repères de référence spatial et temporel dans lesquels sont exprimées les positions observées soit le plus précis possible. En pratique, cette matérialisation combinée aux impératifs observationnels et théoriques est loin d'être parfaite et ne permet pas toujours d'obtenir des positions astrométriques aussi précises que possible. Néanmoins, l'étude des positions observées des corps célestes comparées à leurs positions prédites permet la plupart du temps de mettre en évidence les écarts systématiques entre leurs mouvements sur la sphère céleste et la modélisation que l'on en a. Nous avons vu au chapitre 3 que les incertitudes sur les positions relatives entre les étoiles et les astéroïdes devaient être inférieures à une dizaine de mas pour atteindre une probabilité d'observation des occultations d'au moins 90%. Il nous faut donc envisager de prendre en compte dans les algorithmes de réduction des observations tous les effets de l'ordre de quelques mas. Mais il est aussi évident que les conditions d'observations telles que la transparence et la stabilité du ciel ne permettront pas toujours d'obtenir des mesures à ce niveau de précision. Nous devons donc bien choisir comment interpréter les résultats observationnels et comment procéder à la correction des éphémérides des étoiles et des astéroïdes pour garantir l'amélioration des prédictions. Les réponses à ces questions sont importantes car elles conditionnent la validité des corrections faites face à la réalité physique des mouvements des corps du système solaire.

Choix de la nature des corrections

Pour corriger les positions des astéroïdes, nous pouvons envisager deux méthodes. La première consiste à ajuster les éléments osculateurs des orbites $(a, e, i, \varpi, \Omega, l_0)$ par corrections différentielles [BC61]. Pour être efficace, ce type de corrections nécessite l'utilisation d'observations couvrant une étendue temporelle la plus vaste possible, et dont la précision interne est déterminante pour obtenir de bonnes corrections [Via95]. De plus il faut que les observations soient bien réparties sur l'orbite héliocentrique du corps ajusté pour que des corrélations n'apparaissent pas entre les éléments osculateurs. Si nous introduisons en plus des corrections sur l'orbite terrestre (positions de l'équateur et de l'équinoxe), alors il est nécessaire que les observations soient aussi obtenues en un nombre de points bien distribués le long de l'orbite de la Terre. Dans le cas contraire, il apparait de fortes corrélations entre les 6 éléments osculateurs ayant pour conséquence de dégrader très rapidement l'orbite lorsqu'on l'évalue dans le temps. En conséquence de quoi E. Bowell a montré que la plus grande efficacité dans l'amélioration des orbites osculatrices des astéroïdes ne pouvait être obtenue qu'à partir d'observations réalisées lorsque les distances géocentriques sont minimales (ce qui correspond aux oppositions pour les astéroïdes de la ceinture principale) ou lorsque les élongations au Soleil sont maximales [BMK96]. K. Muinonen et E. Bowell montrent aussi que pour réaliser de bonnes corrections il faut prendre de nombreuses précautions pour ne pas dégrader l'orbite [MB93].

Même si cette méthode est une méthode de référence pour améliorer la connaissance des orbites des astéroïdes [Hes94], elle n'est pas très bien adaptée au problème de l'amélioration des prédictions d'occultations stellaires. Tout d'abord, une occultation peut se produire dans une direction quelconque des orbites héliocentriques des astéroïdes, des étoiles et de la Terre. Les circonstances dans lesquelles un phénomène se produit peuvent donc être plus ou moins favorables à l'obtention de prédictions précises. Il est alors nécessaire de s'assurer systématiquement que les parties d'orbites couvertes par les corps célestes à l'époque des phénomènes sont connues avec suffisamment de précision pour garantir une grande probabilité d'observation. Ainsi, même s'il existe des erreurs d'ordre séculaire et/ou périodique dans la détermination des orbites, nous pouvons envisager d'en modéliser les incertitudes systématiques en réalisant des observations astrométriques à des époques proches de celle d'un phénomène. Nous pourrons alors corriger en grande partie les erreurs commises sur les calculs d'éphémérides en étudiant les différences en ascension droite et en déclinaison des positions observées et prédites des astéroïdes. Là aussi il faut être vigilant à l'homogénéité des observations ainsi qu'à leur précision interne pour ne pas introduire d'erreurs supplémentaires. Cette méthode est en fait en tout point similaire à la méthode précédente, exception faite de la nature des paramètres à ajuster : 6 éléments osculateurs contre 2 coordonnées, simplifiant largement l'interprétation statistique des corrections recherchées.

Dans le cas des étoiles, seules quelques observations précises suffisent. Nous pouvons estimer que le déplacement apparent des étoiles sur la sphère céleste est négligeable à l'échelle de temps des phénomènes et du temps nécessaire à leur préparation pour les observer. Ainsi nous pouvons rechercher en première approximation un décalage systématique constant des positions calculées des étoiles par rapport à leurs positions observées à une époque proche de celle d'une occultation. Une analyse statistique simple telle que la moyenne peut alors servir à déterminer les corrections à apporter aux calculs d'éphémérides des étoiles.

Modélisation des O-C

Lorsque l'on observe le déplacement des astéroïdes sur la sphère céleste, on se rend compte que leur mouvement apparent est principalement rectiligne ou légèrement courbe sur une échelle de temps caractéristique des mouvements co-orbitaux des astéroïdes et de la Terre. C'est pourquoi nous sommes amenés par l'étude des O–C à ajuster des droites ou des polynômes du deuxième ordre pour modéliser les séries d'observations. De plus, comme nous étudions une petite portion de l'orbite apparente, l'échantillon des observations est souvent de petite taille (de quelques observations à quelques dizaines). Il est donc important de bien choisir la méthode d'ajustement pour ne pas s'écarter de la réalité du mouvement apparent des corps étudiés.

Pour modéliser les O–C, il est d'usage d'utiliser une méthode des moindres carrés (théorème de Gauss-Markoff) utilisant la norme euclidienne pour minimiser les résidus. Les principales raisons de ce choix viennent des propriétés statistiques simples des solutions de moindres carrés, et du fait que cette méthode est la meilleure (sous certaines conditions) pour déterminer si les erreurs de mesures sont indépendantes et normalement distribuées [SB80]. Cependant cet estimateur peut s'avérer être peu robuste sur un échantillon réduit de mesures et la présence d'une seule observation atypique peut fortement influencer l'estimation, soit parce que l'observation est erronée, soit parce que le modèle est mal spécifié [Gon92]. Une alternative à l'étude des O–C est l'analyse en norme L_1 proposée par I. Barrodale et F.D.K. Roberts en 1974 [BR74]. Cette méthode a l'avantage d'être robuste, et donc d'être moins sensible aux observations atypiques isolées. Elle a d'ailleurs été recommandée pour la réduction des observations astronomiques par R.L. Branham [Bra82]. Mais cette méthode possède l'inconvénient de ne pas estimer les erreurs sur les solutions à la différence des moindres carrés qui fournissent les erreurs par l'intermédiaire des matrices de variance-covariance. Pour cela, R.L. Branham propose d'estimer les erreurs en comparant les solutions en norme L_1 et L_2 (moindres carrés) [Bra86a]. Mais cette suggestion n'étant pas suffisante et un peu lourde d'emploi, il propose une estimation des erreurs de la méthode en norme L_1 [Bra86b]. Cette norme et l'estimateur des erreurs qui lui est associé sont décrits en annexe C.

R.L. Branham conseille alors d'utiliser de manière complémentaire les critères L_1 et L_2. On calcule les solutions de l'ajustement des O–C par la méthode L_1 ainsi que les erreurs associées. Cette première solution est robuste et sert à éliminer les observations atypiques. On procède alors à divers ajustements par les moindres carrés, que l'on complète par une étude de la distribution des erreurs et des valeurs singulières de l'équation aux conditions (ou des valeurs propres de l'équation normale). Finallement, ce n'est qu'en étudiant l'ensemble des solutions, des erreurs correspondantes, de la distribution des erreurs et des conditions de linéarité du système que l'on pourra se faire une idée précise de la légitimité des corrections obtenues.

4.3 Influences de la réfraction astronomique

4.3.1 Influence sur les prédictions d'occultations

Soit z_o la distance zénithale observée d'une occultation depuis un point P quelconque de la surface de la Terre (figure 4.1). Pour calculer la distance

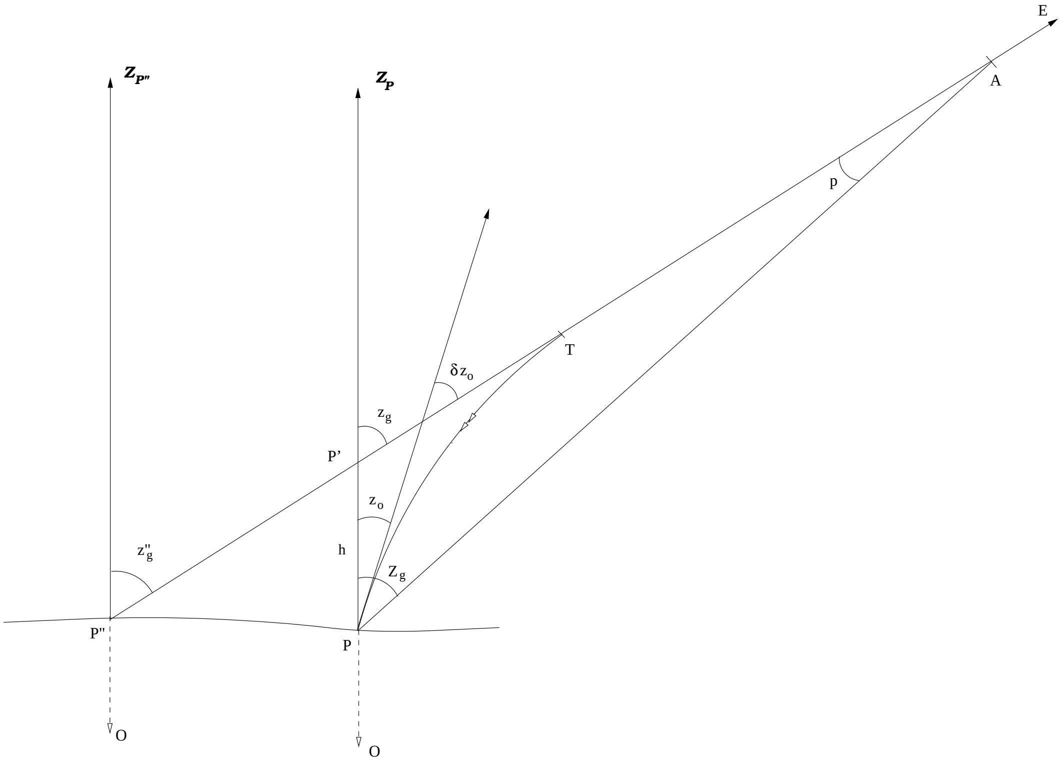


FIG. 4.1 - Influence de la réfraction atmosphérique sur la détermination les lieux d'observation des occultations.

zénithale géométrique correspondante, c'est-à-dire la distance zénithale telle qu'elle serait observée sans l'atmosphère, nous appliquons la correction de réfraction qui consiste à corriger la distance zénithale observée de l'angle total de réfraction. Soit :

$$z_g = z_o + \delta z_o \tag{4.1}$$

où δz_o représente la loi de réfraction (cf. chap. 2 §2.4.4). Rigoureusement, la distance zénithale réelle de l'occultation en P, Z_g, n'est pas égale à la distance zénithale observée corrigée de la réfraction. La valeur de Z_g diffère de celle de z_g de l'angle de parallaxe p de l'objet A entre les points P et P', l'intersection de la verticale en P et de la direction tangente du rayon à la limite de l'atmosphère (point T). La distance zénithale réelle de l'occultation s'écrit :

$$Z_g = z_o + (\delta z_o - p) \tag{4.2}$$

Pour des objets situés à de grandes distances de la Terre, cette parallaxe est très petite et peut être très souvent négligée. En revanche, pour des corps proches de la Terre comme les astéroïdes, cette parallaxe peut être significative. Nous pouvons la traduire par la distinction : quand les points A et E sont alignés pour l'observateur en P, alors ils sont alignés géométriquement pour l'observateur en P' situé à une altitude h en dessus de celle de P. Cette altitude se calcule à partir du triangle OTP', tel que [WC66] :

$$h = r_0 \left[\frac{n_0 \sin z_o}{\sin(z_o + \delta z_o)} - 1 \right] \tag{4.3}$$

où r_0 représente le rayon de la Terre en P et n_0 l'indice de réfraction en P. Pour des distances zénithales inférieures à 60°, cette altitude h reste inférieure à 10 m et peut être négligée. Au delà, cette altitude varie de quelques dizaines de mètre à quelques centaines de mètre pour atteindre environ 1.5 km à l'horizon [Gre85]. La parallaxe p sur l'objet A se traduit aussi par le déplacement à la surface de la Terre des lieux de visibilité des occultations : si P" est le lieu prédit géométriquement alors P est le lieu d'observation de l'occultation compte tenu de la déviation des rayons lumineux dans l'atmosphère. Si nous supposons que les variations de direction de la verticale locale entre les points P et P" sont négligeables, nous pouvons calculer la distance les séparant en écrivant :

$$\Delta P = h \tan z_g \tag{4.4}$$

Cette formulation conduit à des valeurs de ΔP inférieures à 20 m lorsque les distances zénithales ne dépassent pas 60°, et jusqu'à environ 450 m pour $z_g = 80°$. Au regard des autres incertitudes dans les calculs des lieux de visibilité des occultations, ce décalage induit par la réfraction est donc tout à fait négligeable.

4.3.2 Influence sur la réduction des observations astrométriques

Lorsqu'on mesure la position d'un corps céleste par rapport à un champ d'étoiles donné obtenu par l'observation astronomique terrestre, les distances zénithales de chacun des objets sont toutes indépendantes, impliquant que la réfraction modifie différemment les directions observées de chacun d'entre eux. Il en résulte que, mis à part toute autre forme d'erreur, les positions observées du corps mesuré et des étoiles de référence doivent être corrigées des effets de la réfraction pour pouvoir être exprimées dans un repère de la mécanique céleste et ainsi être comparées à des positions prédites comme c'est le cas pour l'amélioration des éphémérides des astéroïdes vue précédemment. Si on procède aux mesures directes des positions des objets sur la sphère céleste, à l'aide d'une lunette méridienne par exemple, on détermine implicitement la distance zénithale et l'azimut des objets. Ainsi la correction des effets dûs à la réfraction s'obtient directement en appliquant aux coordonnées mesurées les expressions présentées au chapitre 2 §2.4.4. Si par contre on procède aux mesures indirectes des positions des corps célestes en les déterminant à partir de positions d'objets connus (astrométrie différentielle), les effets dûs à la réfraction interviennent premièrement dans le calcul des paramètres astrométriques de la réduction du champ observé (paramètres d'orientation et facteur d'échelle du champ CCD ou photographique), et deuxièmement pour rapporter les positions obtenues dans un repère céleste. La réduction astrométrique d'un champ d'étoile nécessite donc d'estimer deux fois la réfraction, dans le sens "vraie" – observée pour calculer les paramètres astrométriques, et dans le sens observée – "vraie" pour construire des $O - C$ indépendants des conditions observationnelles. Dans la pratique, nous pourrons nous abstenir de prendre en compte cette deuxième correction pour ne pas introduire les incertitudes supplémentaires dues à cette deuxième évaluation de la réfraction. Pour cela, nous calculerons directement les coordonnées équatoriales "vraies" des objets mesurés à partir de leurs coordonnées tangentielles (ou relatives) observées et des coordonnées équatoriales prédites d'un ou plusieurs points de référence.

Pour prendre en compte l'influence de la réfraction dans le calcul des paramètres astrométriques d'une observation, nous pouvons envisager deux méthodes. La première consiste à corriger les coordonnées équatoriales prédites de chaque objet puis à calculer les positions dans le repère tangent et enfin déterminer le lien avec celui du récepteur. La deuxième méthode considère que par rapport à la taille de la surface observée de la sphère céleste, toutes les positions des objets sont affectées de la même réfraction que la position de référence, plus ou moins la différence de réfraction entre les deux positions (la réfraction différentielle). On calcule alors les coordonnées tangentielles directement à partir des coordonnées équatoriales prédites, puis on les corrige de la différence de réfraction avec le point de référence avant de déterminer le lien avec le repère du récepteur. L'avantage de cette méthode provient du fait qu'en estimant des différences de réfraction, ou en d'autres termes ces variations locales, l'erreur commise est plus petite qu'en calculant la réfraction elle même. De plus, comme les écarts entre les expressions de la réfraction s'en trouvent réduits, nous pouvons avec une certaine précision confondre totalement les lois entre elles[1]. Pour étudier l'influence de la réfraction sur la réduction astrométrique, choisissons la loi de Laplace affectée des coefficients A et B définis par Stone (§2.4.4). Dans la pratique, nous choisirons entre cette expression ou celle de Yan selon que l'on estime la réfraction à partir d'une position observée ou d'une position calculée. Pour déterminer la réfraction différentielle entre deux distances zénithales z et z', nous pouvons avec suffisamment de précision développer la loi de la réfraction en série de Taylor à l'ordre 3 par rapport à $\Delta z = z - z'$. Après calculs et simplifications, nous obtenons :

$$\Delta R = \frac{\Delta z}{\cos^2 z} \left[A_1 + A_2 \Delta z + A_3 \Delta z^2\right] \tag{4.5}$$

[1] Les différences entre les expressions de Laplace/Stone et de Yan passent par exemple de 1".8 au maximum à 0".35 pour les expressions différentielles pour $z \leq 80°$, $\Delta z \leq 1°$ et pour des conditions standard.

où $z \in [0, \frac{\pi}{2}[$ et avec

$$
\begin{aligned}
A_1 &= A + 3B\,\tan^2 z \\
A_2 &= A\,\tan z + B\,(3\tan z + 6\tan^3 z) \\
A_3 &= A\,(1 + 3\tan^2 z) + B\,(3 + 27\tan^2 z + 30\tan^4 z)
\end{aligned}
$$

où A et B dépendent des conditions atmosphériques locales et de la longueur d'onde du signal observé. L'étude numérique de cette expression dans des conditions standard de température et de pression, présentée figure 4.2, nous montre que la correction de réfraction différentielle est égale à quelques mas

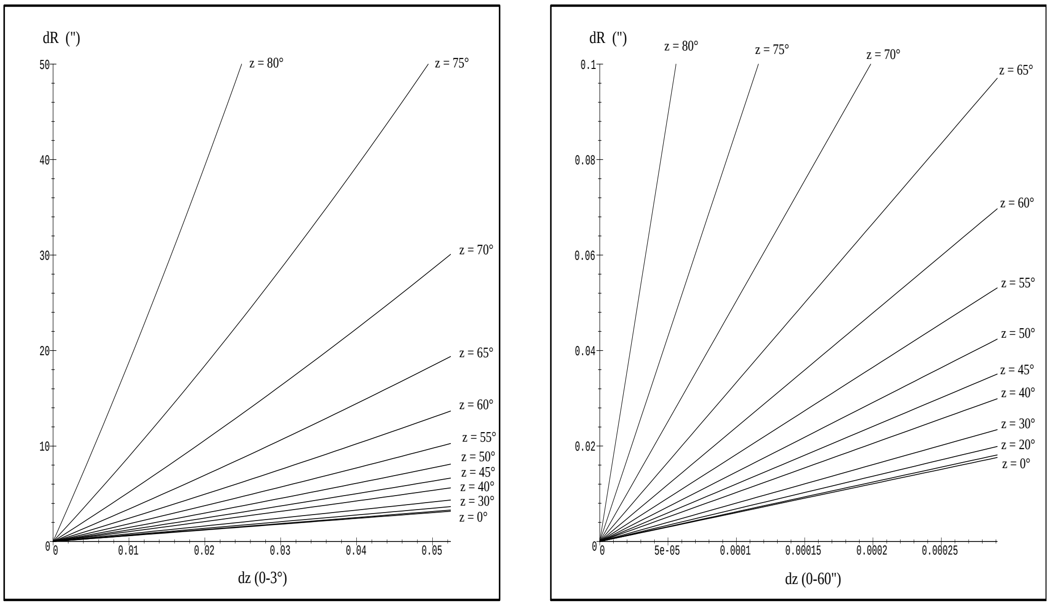


FIG. 4.2 - Réfraction différentielle calculée à partir de la loi de Laplace affectée des coefficients définis par Stone pour des distances mutuelles Δz comprises jusqu'à 3° et pour différentes distances zénithales.

dès que les distances mutuelles sont plus grandes que $2''$ et que les distances zénithales sont supérieures à 45°. Nous voyons aussi que pour des distances mutuelles de l'ordre de 1°, cette correction varie entre 0 et $8''$ pour des distances zénithales inférieures à 70°, représentant moins de 6% de l'effet total de la réfraction verticale. Au delà, la réfraction différentielle peut atteindre plusieurs dizaines de seconde de degré et représenter jusqu'à 20% de la réfraction totale. Cette formulation permet de calculer la réfraction différentielle à mieux que 1 mas jusqu'à des distances zénithales de 70° et $\Delta z = 1°$, c'est-à-dire dans tous les cas pratiques de l'astrométrie à petit champ. Dans le cas où la réduction porte sur des champs plus grands, jusqu'à 3° par exemple, cette précision est conservée en ajoutant le terme d'ordre 4 du développement en série de Taylor, et éventuellement le terme d'ordre 5 si les distances zénithales sont plus grandes que 60°. De même, pour calculer la réfraction différentielle dans le sens "vraie" – observée, l'expression de Yan pourra être développée en série de Taylor á l'ordre 3 ou plus, en fonction de la distance zénithale et de la dimension du champ.

4.3.3 La réfraction chromatique

Une dernière conséquence de la réfraction sur la mesure des distances mutuelles entre les corps célestes provient des variations de l'angle de réfraction en fonction de la longueur d'onde du signal observé. Cette dépendance est traduite dans les expressions de la réfraction par l'intermédiaire de la réfractivité de l'atmosphère et la correction de cet effet est implicitement incluse dans le calcul de la réfraction totale. Néanmoins, il peut être intéressant de l'évaluer indépendamment pour étudier son influence sur les observations astrométriques. Si l'on ne considère que les variations de l'indice de réfraction de l'air en fonction de la longueur d'onde, on peut exprimer les coefficients A et B de la loi de Laplace et calculer la dispersion chromatique en fonction de λ [Kov90]. Le tableau 4.1 présente quelques valeurs pour ces paramètres. On

λ (μm)	A	B	Dispersion chromatique ($\Delta\lambda = 0.01\mu m$)
0.40	61".45	0".0680	−0".112
0.45	60".98	0".0675	−0".079
0.50	60".64	0".0672	−0".057
0.55	60".39	0".0670	−0".043
0.60	60".20	0".0668	−0".033
0.65	60".06	0".0666	−0".026
0.70	59".94	0".0665	−0".021
0.75	59".85	0".0665	−0".017

TAB. 4.1 - Coefficients de la formule de Laplace en fonction de la longueur d'onde, d'après [Kov90].

constate que B est très peu sensible à la longueur d'onde, et que A peut être représenté à l'aide d'une forme analogue à celle des variations de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde. Ainsi on voit qu'à une distance zénithale de 45°, l'allongement d'un point à l'infini sur l'ensemble du spectre visible est de l'ordre de 1".5, ce qui montre l'importance de prendre en compte cet effet dans le calcul des distances mutuelles, surtout si les deux astres ont des spectres très différents et que l'observation couvre un domaine spectral large (bande V par exemple).

4.4 Bilan des recherches

Nous venons d'étudier, au cours de ce chapitre, les différentes sources d'erreurs qui rendent imprécises les prédictions des lieux d'observation des occultations stellaires. Nous avons vu que la principale source d'erreur est l'imprécision des éphémérides des astéroïdes et des étoiles. Ces incertitudes sont complétées dans une moindre mesure par les erreurs systématiques provenant du modèle de prédiction. Dans le cas de notre modèle, ces erreurs viennent des approximations sur la parallaxe des étoiles et sur la modélisation de la Terre (ellipsoïde de révolution). A terme, toutes ces erreurs peuvent représenter plusieurs centaines de kilomètres voire plusieurs milliers. Le tableau 4.2 les présente dans le détail. Dans certains cas favorables, les erreurs peuvent aussi n'être que de

Sources	Erreur angulaire				Erreur sur la position des lieux d'observation		
Ephémérides des astéroïdes	$0''.1$	$\rightarrow$	$1''.0$	(1)	150 km	$\rightarrow$	3625 km
Ephémérides des étoiles	$0''.1$	$\rightarrow$	$0''.3$	(2)	75 km	$\rightarrow$	215 km
Parallaxe des étoiles	$0''.001$	$\rightarrow$	$0''.1$	(1)	1 km	$\rightarrow$	400 km
Ellipsoïde de révolution	$0''.001$	$\rightarrow$	$0''.07$	(2)	1 km	$\rightarrow$	50 km
Atmosphère terrestre		$<$	0.7 mas	(2)		$<$	0.5 km

TAB. 4.2 - Bilan des sources d'erreurs des prédictions d'occultation stellaire. Les erreurs angulaires sont, suivant le cas : (1) erreur sur la position de l'astéroïde par rapport à la Terre (on considère que les astéroïdes sont situés entre 2 UA et 5 UA de la Terre) ; (2) erreur sur la sphère céleste ; Les erreurs sur la position des lieux d'observation sont exprimées en km à la surface de la Terre.

quelques kilomètres et donc permettre l'observation du phénomène. C'est la raison pour laquelle seules quelques occultations sont observées chaque année même si plusieurs phénomènes sont en général observables chaque jour quelque part sur Terre.

Pour inverser cette tendance, il suffit dans un premier temps d'observer systématiquement l'astéroïde et l'étoile d'une occultation prédite à une époque précédant de peu le phénomène (observations dites de dernière minute). De nos jours, l'instrumentation optique et électronique donne aux observateurs les moyens matériels de mesurer des positions précises à quelques dizaines de mas. Des conditions atmosphériques de bonne qualité (seeing $\approx 1''$) permettent de réaliser de telles mesures [Zac96], et l'astrométrie différentielle ou les observations méridiennes nous permettent d'aboutir à de telles précisions. Il est donc tout à fait envisageable d'améliorer par l'observation les éphémérides des corps célestes jusqu'à une précision suffisante pour que la probabilité d'observation d'un phénomène atteigne 70% ou 80%. Cependant, pour être réalisé cela implique deux choses : l'existence d'un réseau d'observateurs pour assurer la couverture géographique d'un tel projet et le choix rigoureux d'un algorithme de réduction astrométrique pour obtenir des mesures précises.

Pour encore améliorer la précision des prédictions des occultations, nous devons corriger les approximations du modèle en introduisant la parallaxe de l'étoile (cf. 3.5) et en modélisant la Terre par un géoïde de référence incluant les variations locales de l'altitude. Par exemple ETOPO5 de l'*U.S. National Geophysical Data Center* fournit les altitudes des continents et des océans selon une grille en longitude et latitude variant en fonction des régions couvertes : une grille de $5'$ couvre les Etats-Unis, l'Europe, le Japon et l'Australie ; et une grille de $1°$ couvre l'Asie, l'Amérique du Sud, le nord du Canada et le continent Africain [ETO97]. La probabilité d'observation peut alors atteindre 90% et plus si l'on considère toutes les autres erreurs jusqu'à l'ordre de 1 mas.

Enfin, l'amélioration de la connaissance dynamique du mouvement des astéroïdes passe aussi par la précision de certains paramètres fondamentaux non mesurés par les observations astrométriques. Ainsi, les observations photométriques et spectroscopiques apportent un modèle physique des corps (forme, dimension, composition) et un modèle dynamique de leur rotation permettant de corriger des erreurs systématiques de l'ordre de quelques mas à plusieurs dizaines de mas comme le décalage entre le photocentre et le centre de gravité des corps planétaires. D'autre part, les observations radar, les rencontres avec les sondes spatiales et toutes les autres méthodes d'observation décrites au chapitre 1 contribuent aussi à la précision des modèles physiques et dynamiques en fournissant des mesures précises sur l'astéroïde et sur son environnement.

Chapitre 5

COMPARAISONS ET RÉSULTATS

L'objectif est ici de confronter notre modèle de prédiction des occultations stellaires avec l'observation. Pour être la plus large possible et bien prendre en compte la nature variée de ces phénomènes, cette confrontation est réalisée sur 14 occultations stellaires observées entre 1982 et 1996 et pour lesquelles des comptes rendus d'observations ont été relevés. Nous procéderons en trois étapes. Tout d'abord nous calculerons les prédictions des occultations à partir des données connues à ce jour pour les astéroïdes et les étoiles, et nous les comparerons aux observations. Nous étudierons en particulier les différences entre les instants observés et prédits de disparition des étoiles, complétés par les différences entre les distances mutuelles observées et prédites au moment de la disparition de l'étoile. En deuxième étape nous rechercherons des corrections aux données stellaires et astéroïdales. Pour cela nous rechercherons les positions des étoiles dans le catalogue Hipparcos et rechercherons, quand elles existent, des observations astrométriques des astéroïdes ou de nouveaux jeux d'éléments osculateurs de leurs orbites. En dernier lieu nous calculerons de nouvelles prédictions à partir de ces données plus précises et les comparerons à nouveau aux observations. Cela nous permettra de conclure sur la validité de notre modèle de prédiction et de discuter sur les orientations futures à prendre en ce qui concerne la prédiction et l'observation des occultations stellaires.

5.1 Recherche et prédiction des occultations

Les occultations d'étoiles par les astéroïdes qui servent de base à cette étude sont tirées de comptes rendus d'observations publiés dans *Occultation NewsLetter* de l'association IOTA, dans les télégrammes de l'UAI, et dans la circulaire CQ92/2 de la Royal Astronomical Society of New Zealand (section *occultation*). Les phénomènes observés sont décrits dans le tableau 5.1. La première colonne présente la date des phénomènes ainsi que les dénominations de l'astéroïde et de l'étoile. La deuxième colonne fournit un code permettant d'identifier les observateurs et leurs lieux d'observations, détaillés par ailleurs dans les tableaux 5.3 et 5.4. Les colonnes suivantes présentent respectivement l'heure en Temps terrestre de la disparition observée de l'étoile, la durée observée de l'occultation et la distance mutuelle entre les deux corps à l'instant de la disparition de l'étoile. Ce dernier paramètre n'étant quasiment jamais estimé lors des observations d'occultations stellaires, nous utiliserons ici la distance correspondant au rayon apparent calculé de l'astéroïde.

Les prédictions de ces phénomènes obtenues à l'aide de notre modèle sont exposées dans le tableau 5.2. Nous y présentons les instants prédits de disparition des étoiles pour les observateurs concernés (t_d) ou, à défaut, les instants des minimums de distance entre l'étoile et l'astéroïde (t_m). La colonne désignée "durée" fournit la durée prédite des phénomènes lorsqu'ils sont détectés. La colonne "distance" fournit la distance entre l'astéroïde et l'étoile dans le système des coordonnées relatives. Les deux dernières colonnes présentent les différences entre observation et prédiction en terme d'écarts sur les instants de disparition de l'étoile ou de minimum de distance, et en terme de différences entre les distances mutuelles à ces dates.

Les astéroïdes et les étoiles impliqués dans ces phénomènes sont décrits respectivement dans les deux tableaux 5.5. On y trouve pour les astéroïdes le diamètre IRAS, la magnitude visuelle, le rayon apparent, la distance géocentrique et la vitesse apparente géocentrique au moment du phénomène, ainsi que le RMS ou le résidu maximum de l'orbite. En ce qui concerne les étoiles, on y trouve leur désignation dans les catalogues PPM et SAO (et dans le catalogue Hipparcos (HIP) lorsqu'elles existent) les erreurs en ascension droite et déclinaison sur les positions PPM à l'époque du phénomène, la magnitude visuelle et le type spectral. Les éphémérides des astéroïdes sont calculées à partir des éléments osculateurs de la base EMP-96 [BS95]. La théorie planétaire utilisée est DE200 ; le repère de référence est le FK5.

Les différences obtenues entre observation et prédiction de ces phénomènes sont présentées graphiquement à la figure 5.1. L'étude de ces différences montre que globalement les erreurs de prédiction sont comprises entre $0''.5$ et $-1''$ pour ce qui est des distances mutuelles au moment des phénomènes, et entre $\pm 0''.5$ pour ce qui est des instants des phénomènes (traduits en distances angulaires en multipliant Δt par la vitesse apparente géocentrique des astéroïdes). Ces valeurs correspondant aux incertitudes actuelles sur la prédiction des occultations stellaires, nous pouvons en conclure que notre modèle est valable. Néanmoins, nous pourrons nous assurer de sa précision uniquement en prédisant toutes les occultations aux lieux d'où elles ont été observées. Or pour l'instant seuls 3 phénomènes sur 14 le sont. Mais ces prédictions réussies ne contribuent pas vraiment à valider notre modèle car, comme nous le verrons par la suite, aussi bien les étoiles que les astéroïdes impliqués dans ces phénomènes présentent des incertitudes non négligeables. Ces 3 cas de réussite s'expliquent par le fait que les incertitudes sur les corps célestes se sont ici compensées. L'étude des graphiques révèle aussi 4 cas pour lesquels les erreurs sont grandes. Il s'agit

Phénomènes	Observations			
	obs.	heure TT [a]	durée [b]	distance
18/04/1982	[Arl]	$t_m = 20^h21^m41.9^s$ ±20.0ˢ	-	0.60" ±0.03"
(146) Lucina - PPM 129230	[Sch]	$t_d = 20^h22^m20.2^s$ ± 0.1ˢ	$+6.0^s$	$\leq$ 0.06"
22/11/1982	[Sic]	$t_d = 03^h32^m25.0^s$ ± 0.2ˢ	$+11.3^s$	$\leq$ 0.05"
(93) Minerva - PPM 92651				
03/02/1983	[Arl]	$t_m = 18^h25^m23.2^s$ ±11.0ˢ	-	0.54" ±0.13"
(19) Fortuna - PPM 117940	[Cha]	$t_d = 18^h25^m29.9^s$	$+5.3^s$	$\leq$ 0.07"
11/03/1990	[DTO]	$t_d = 22^h04^m35.2^s$	$+2.4^s$	$\leq$ 0.05"
(444) Gyptis - PPM 123026				
13/03/1990	[Luc]	$t_d = 23^h23^m53.5^s$	$+4.5^s$	$\leq$ 0.05"
(83) Béatrix - PPM 158867				
02/02/1991	[Smi]	$t_d = 10^h05^m07.7^s$	$+17.2^s$	$\leq$ 0.07"
(5) Astraea - PPM 123009				
13/06/1991	[Dic]	$t_d = 12^h34^m07.3^s$	-	$\leq$ 0.08"
(423) Diotima - PPM 551874				
08/09/1991	[Byr]	$t_d = 12^h52^m17.2^s$	$+3.7^s$	$\leq$ 0.03"
(198) Ampella - PPM 528212				
10/10/1991	[Dic]	$t_d = 11^h22^m59.4^s$	$+3.9^s$	$\leq$ 0.04"
(18) Melpomène - PPM 527431				
20/03/1992	[Smi]	$t_d = 18^h04^m37.1^s$	$+1.0^s$	$\leq$ 0.07"
(48) Doris - PPM 157977				
05/05/1992	[Vin]	$t_d = 11^h21^m04.2^s$	$+11.4^s$	$\leq$ 0.05"
(804) Hispania - PPM 547895	[Byr]	$t_d = 11^h24^m22.5^s$	$+7.5^s$	$\leq$ 0.05"
26/05/1995	[Aka]	$t_d = 19^h19^m32.0^s$ ±0.1ˢ	$+6.3^s$	$\leq$ 0.06"
(7) Iris - PPM 143744				
10/12/1995	[Dem]	$t_d = 00^h41^m48.3^s$	$+20.5^s$	$\leq$ 0.06"
(85) Io - PPM 146634	[Nas]	$t_d = 00^h41^m52.0^s$ ±0.05ˢ	$+18.9^s$	$\leq$ 0.06"
	[Mar]	$t_d = 00^h43^m56.1^s$ ±0.5ˢ	$+19.2^s$	$\leq$ 0.06"
	[San]	$t_d = 00^h43^m57.8^s$ ±0.5ˢ	$+18.5^s$	$\leq$ 0.06"
	[Sta]	$t_d = 00^h45^m54.2^s$ ±1.0ˢ	$+8.7^s$	$\leq$ 0.06"
24/01/1996	[Tom]	$t_d = 16^h01^m41.9^s$	$+2.0^s$	$\leq$ 0.08"
(14) Irène - PPM 98416	[Oht]	$t_d = 16^h01^m42.7^s$	$+12.8^s$	$\leq$ 0.08"

[a] t_m est l'instant du minimum de distance ; t_d est l'instant de disparition de l'étoile.
[b] durée représente le temps écoulé entre les 1^{er} et $2^{ème}$ contacts.

TAB. 5.1 - Phénomènes et paramètres observationnels.

Phénomènes	Prédictions			Différences	
	heure TT	durée	distance	Δt [a]	Δd [b]
18/04/1982	$t_m = 20^h22^m19.2^s$	-	0.58"	-37.3^s	+0.02" ±0.03"
(146) Lucina - PPM 129230	$t_d = 20^h22^m53.5^s$	$+12.7^s$	0.03"	-33.3^s	−0.03" ±0.06"
22/11/1982	$t_m = 03^h32^m10.5^s$	-	0.85"	$+14.5^s$	−0.85" ±0.05"
(93) Minerva - PPM 92651					
03/02/1983	$t_m = 18^h25^m47.9^s$	-	0.21"	-24.7^s	+0.33" ±0.13"
(19) Fortuna - PPM 117940	$t_m = 18^h26^m\ 0.6^s$	-	0.17"	-30.7^s	−0.17" ±0.07"
11/03/1990	$t_m = 21^h51^m09.4^s$	-	0.69"	$+805.8^s$	−0.69" ±0.05"
(444) Gyptis - PPM 123026					
13/03/1990	$t_m = 23^h24^m04.2^s$	-	0.17"	-10.7^s	−0.17" ±0.05"
(83) Béatrix - PPM 158867					
02/02/1991	$t_m = 10^h06^m51.6^s$	-	0.20"	-103.9^s	−0.20" ±0.07"
(5) Astraea - PPM 123009					
13/06/1991	$t_d = 12^h34^m37.8^s$	$+14.4^s$	0.04"	-30.5^s	−0.04" ±0.08"
(423) Diotima - PPM 551874					
08/09/1991	$t_m = 12^h52^m46.8^s$	-	0.14"	-29.6^s	−0.14" ±0.03"
(198) Ampella - PPM 528212					
10/10/1991	$t_m = 11^h22^m57.7^s$	-	0.13"	$+1.7^s$	−0.13" ±0.04"
(18) Melpomène - PPM 527431					
20/03/1992	$t_m = 17^h56^m58.2^s$	-	0.88"	$+458.9^s$	−0.88" ±0.07"
(48) Doris - PPM 157977					
05/05/1992	$t_m = 11^h21^m57.1^s$	-	0.45"	-52.9^s	−0.45" ±0.05"
(804) Hispania - PPM 547895	$t_m = 11^h25^m13.6^s$	-	0.47"	-51.1^s	−0.47" ±0.05"
26/05/1995	$t_m = 19^h18^m41.5^s$	-	0.54"	$+50.5^s$	−0.54" ±0.06"
(7) Iris - PPM 143744					
10/12/1995	$t_m = 00^h42^m21.5^s$	-	0.21"	-33.2^s	−0.21" ±0.06"
(85) Io - PPM 146634	$t_m = 00^h42^m23.9^s$	-	0.22"	-31.9^s	−0.22" ±0.06"
	$t_m = 00^h44^m28.5^s$	-	0.23"	-32.4^s	−0.23" ±0.06"
	$t_m = 00^h44^m29.2^s$	-	0.23"	-31.4^s	−0.23" ±0.06"
	$t_m = 00^h46^m22.8^s$	-	0.15"	-28.6^s	−0.15" ±0.06"
24/01/1996	$t_m = 16^h02^m10.5^s$	-	0.16"	-28.6^s	−0.16" ±0.08"
(14) Irène - PPM 98416	$t_d = 16^h02^m13.3^s$	$+10.6^s$	0.05"	-30.6^s	−0.05" ±0.08"

[a] Δt est l'écart entre les instants de disparition observés et calculés, ou à défaut l'écart entre les instants des minimums de distance observés et calculés. Si l'occultation n'a pas été prédite au lieu d'observation, Δt est l'écart entre l'instant milieu de l'observation et l'instant du minimum de distance.

[b] L'erreur affectée à Δd est le rayon apparent à t_m de l'astéroïde.

TAB. 5.2 - Prédictions et différences.

Code	Observateurs	Lieux	Coordonnées géographiques
[Arl]	Arlot & *al.* (observation astrométrique)	Meudon, France	$\lambda = 0^h\ 8^m\ 55.20^s\ E$ $\phi = 48° 48' 18.0" N$ $h = 162.0\ m$
[Sch]	Carlos Schnabel	Barcelone, Espagne	$\lambda = 0^h\ 8^m\ 32.50^s\ E$ $\phi = 41° 24' 28.0" N$ $h = 140.0\ m$
[Sic]	Sicardy & *al.*	Pic du midi, France	$\lambda = 0^h\ 0^m\ 34.80^s\ E$ $\phi = 42° 56' 12.0" N$ $h = 2877.0\ m$
[Cha]	Chabaudie & *al.*	Caussol, France	$\lambda = 0^h\ 27^m\ 42.40^s\ E$ $\phi = 43° 44' 53.0" N$ $h = 1270.0\ m$
[DTO]	Del Teide Observatory	La Orotova, Espagne	$\lambda = 1^h\ 6^m\ 1.70^s\ O$ $\phi = 28° 17' 56.0" N$ $h = 398.0\ m$
[Luc]	R. Di Luca	Bologne, Italie	$\lambda = 0^h\ 45^m\ 24.48^s\ E$ $\phi = 44° 29' 52.8" N$ $h = 84.0\ m$
[Smi]	Charlie Smith	Woodridge, Queensland	$\lambda = 10^h\ 12^m\ 22.90^s\ E$ $\phi = 27° 38' 18.7" S$ $h = 40.0\ m$
[Dic]	Ross Dickie	Gore, New Zealand	$\lambda = 11^h\ 15^m\ 41.41^s\ E$ $\phi = 46° 6' 22.8" S$ $h = 76.0\ m$
[Byr]	Jeff Byron	Sydney, New South Wales	$\lambda = 10^h\ 4^m\ 20.30^s\ E$ $\phi = 33° 46' 56.0" S$ $h = 75.0\ m$

TAB. 5.3 - Observateurs et lieux d'observations.

Code	Observateurs	Lieux	Coordonnées géographiques
[Vin]	Keith Vincent	Havelock North, New Zealand	$\lambda = 11^h\ 47^m\ 34.45^s\ E$ $\phi = 39° \ 40'\ 17.1"\ S$ $h = 40.0\ m$
[Aka]	Hidehiko Akazawa	Okayama, Japon	$\lambda = \ 8^h\ 54^m\ 50.88^s\ E$ $\phi = 34° \ 34'\ 42.6"\ N$ $h = 8.0\ m$
[Oht]	Isao Ohtsuki	Marumori, Japon	$\lambda = \ 9^h\ 22^m\ 43.93^s\ E$ $\phi = 37° \ 53'\ 47.0"\ N$ $h = 190.0\ m$
[Tom]	Hiroyuki Tomioka	Hitachi, Japon	$\lambda = \ 9^h\ 22^m\ 45.40^s\ E$ $\phi = 36° \ 38'\ 22.0"\ N$ $h = 190.0\ m$
[Nas]	Guy Nason	Ontario, Canada	$\lambda = \ 5^h\ 18^m\ 27.40^s\ W$ $\phi = 44° \ \ 1'\ 27.0"\ N$ $h = 225.0\ m$
[Dem]	Frank Dempsey	Greenwood, Canada	$\lambda = \ 5^h\ 16^m\ 18.30^s\ W$ $\phi = 43° \ 56'\ 13.8"\ N$ $h = 160.0\ m$
[Mar]	Tom Martinez	Cleveland, Etats Unis	$\lambda = \ 6^h\ 18^m\ 23.60^s\ W$ $\phi = 38° \ 40'\ \ 1.8"\ N$ $h = 298.0\ m$
[San]	Robert Sandy	Louisberg, Etats Unis	$\lambda = \ 6^h\ 18^m\ 47.90^s\ W$ $\phi = 38° \ 38'\ 46.0"\ N$ $h = 325.0\ m$
[Sta]	Jim Stamm	Tucson, Etats Unis	$\lambda = \ 7^h\ 23^m\ 51.50^s\ W$ $\phi = 32° \ 25'\ 13.4"\ N$ $h = 842.0\ m$

TAB. 5.4 - Observateurs et lieux d'observations, *suite*.

astéroïde	ϕ (km)	V	$r_{app.}$ (")	ρ (u.a.)	$v_{app.}$ ("/h)	RMS (")
(146) Lucina	136.8	12.1	0.057	1.664	27.45	1.0
(93) Minerva	145.9	12.0	0.049	2.051	34.06	0.9
(19) Fortuna	226.0	11.6	0.076	2.038	62.78	0.7
(444) Gyptis	169.9	13.1	0.046	2.530	14.75	1.1
(83) Béatrix	84.3	11.4	0.046	1.257	34.13	1.0
(5) Astraea	124.7	9.7	0.071	1.208	21.47	0.7
(423) Diotima	217.1	11.2	0.077	1.949	31.89	0.8
(198) Ampella	58.8	11.9	0.028	1.443	25.61	-0.9
(18) Melpomène	147.8	11.0	0.044	2.319	60.38	0.5
(48) Doris	225.4	11.2	0.074	2.103	30.67	-0.6
(804) Hispania	160.6	12.4	0.054	2.063	28.05	1.0
(7) Iris	202.6	10.1	0.057	2.450	81.32	0.6
(85) Io	156.9	11.5	0.064	1.698	26.28	1.0
(14) Irène	155.0	9.2	0.079	1.352	38.38	0.6

Etoile			Erreurs PPM (époque du phénomène)		Photométrie	
PPM	SAO	HIP	$\Delta\alpha$ (")	$\Delta\delta$ (")	V [a]	Sp
129230 [b]	-	61774	0.125	0.126	9.39	G5
92651	76017	16795	0.140	0.136	7.62	A0
117940	-	-	0.123	0.116	10.80	F8
123026	96103	32506	0.054	0.063	7.88	A0
158867	119415	-	0.090	0.090	10.50	K0
123009	96089	32451	0.085	0.095	7.07	B9
551874	1852	-	0.087	0.087	8.10	A3
528212	161512	-	0.088	0.087	9.00	B8
527431	160736	-	0.089	0.086	9.00	F8
157977	-	-	0.107	0.107	10.60	K0
547895	181281	-	0.086	0.086	8.80	K5
143744	109352	-	0.093	0.103	10.70	K0
146634	111235	16380	0.051	0.061	7.61	K0
98416	79988	39985	0.112	0.101	7.49	K5

[a] la magnitude V est issue du HIP ou à défaut du PPM. C'est alors une magnitude V ou P sans distinction.

[b] cette étoile a une parallaxe connue et égale à $0''.0432$.

TAB. 5.5 - Données générales sur les astéroïdes et les étoiles.

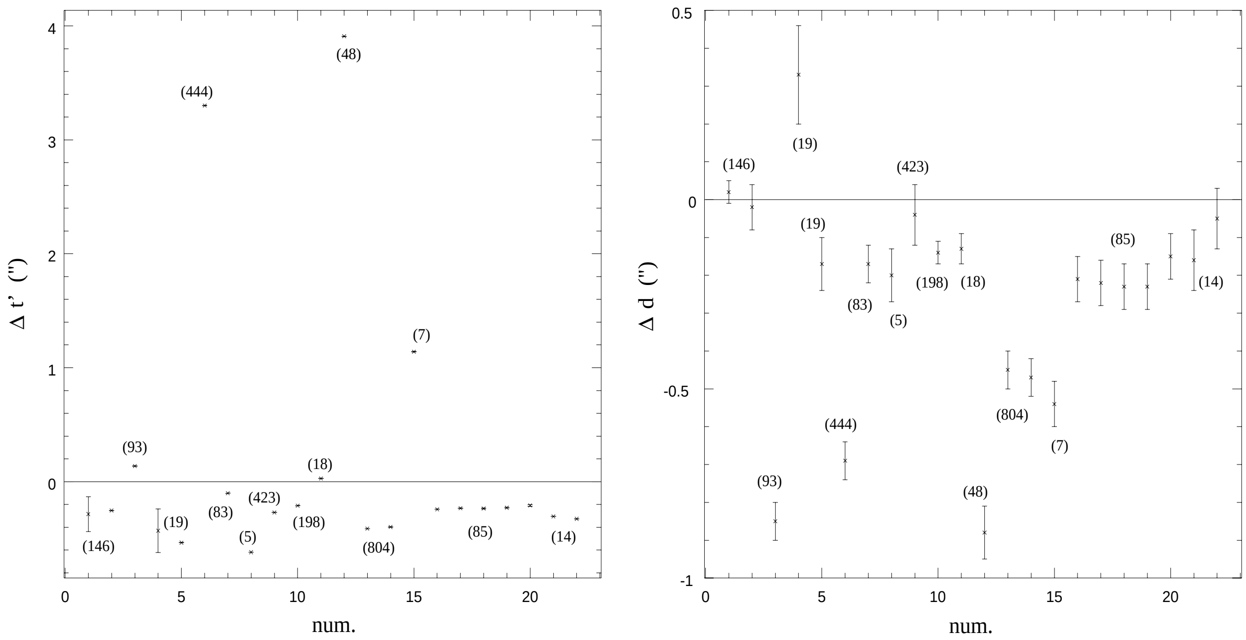


FIG. 5.1 - Différences entre observation et prédiction des occultations (cf. tableaux 5.1 et 5.2) exprimées en terme de différences sur les instants des phénomènes ($\Delta t' = \Delta t * v_{app.}$), et de différences entre les distances mutuelles au moment des phénomènes (Δd). *num.* est le numéro d'ordre des observations. Les numéros entre parenthèses désignent les astéroïdes.

des phénomènes impliquant (444) Gyptis, (48) Doris et (7) Iris pour lesquels les écarts sur les instants des phénomènes sont respectivement 3".3, 3".9 et 1".1. Ces écarts importants traduisent certainement, à l'instar des cas précédents, le cumul des incertitudes sur les positions des étoiles et des astéroïdes qui, ici, tend à augmenter les incertitudes sur les positions relatives.

5.2 Améliorations et nouvelles comparaisons aux observations

5.2.1 Cas des étoiles

Parmi les 14 étoiles des phénomènes étudiés, 6 sont répertoriées dans le catalogue Hipparcos. Cela implique que les données concernant ces 6 étoiles sont précises à l'ordre de 0.6 mas en position à l'époque J1991.25, et à l'ordre de 0.25 mas/an en mouvement propre [Hip96]. On dispose de plus de la parallaxe et de la vitesse radiale des étoiles. Nous sommes donc en mesure de calculer les éphémérides de ces astres avec une précision de l'ordre de quelques mas. Le tableau 5.6 présente les corrections que cela impose sur les données du PPM en terme de différences de positions à l'époque J2000, de différences de mouvements propres et de différences de parallaxes. Ne pouvant disposer de

Etoile		HIP – PPM				
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\Delta\mu_\alpha$	$\Delta\mu_\delta$	$\Delta\pi$
PPM	HIP	(")	(")	(mas/an)	(mas/an)	(mas)
129230	61774	-0.300	-0.18	-6.5	1.3	-29.7
92651	16795	-0.315	-0.31	-0.7	-6.6	9.1
123026	32506	-0.120	0.42	-5.4	2.6	4.7
123009	32451	0.060	-0.32	3.3	-9.2	3.3
146634	16380	0.195	0.06	0.1	-0.9	2.9
98416	39985	0.615	0.42	6.4	1.6	2.5

TAB. 5.6 - Différences entre les données Hipparcos et PPM pour les coordonnées équatoriales à l'époque J2000, les mouvements propres μ_α et μ_δ, et la parallaxe π des étoiles.

données plus précises pour les autres étoiles, nous ne travaillerons désormais que sur ces 6 phénomènes.

5.2.2 Cas des astéroïdes

Pour rechercher des observations astrométriques des astéroïdes en vue d'améliorer leurs éphémérides, nous nous sommes adressés au *Minor Planet Center* (MPC), qui collecte, contrôle et diffuse les observations astrométriques des astéroïdes et des comètes sous la forme de circulaires mensuelles (Minor Planet Circulars) ou électroniques (Minor Planet Electronic Circulars) [MPC97]. Cela nous a permis de trouver des observations à des époques proches de celles des phénomènes pour les 6 astéroïdes concernés. Pour la plupart de ces astéroïdes, nous pouvons aussi disposer de longues périodes d'observations pouvant remonter au XIX^e. Dans la mesure du possible nous choisirons d'étudier les observations réalisées dans le mois ou les mois précédents de peu les phénomènes. Toutes les corrections sur les coordonnées des astéroïdes seront exprimées dans le repère équatorial géocentrique astrométrique à l'époque J2000.

(146) Lucina Nous disposons pour cet astéroïde de 4 positions mesurées entre 3^h et 4^h du matin le 15 avril 1982, soit 3 jours avant l'occultation. L'étude de ces 4 mesures à l'aide des normes L_1 et L_2 nous fournit les corrections suivantes sur les coordonnées de l'astéroïde :

$$\begin{array}{lrcrl} L_1: & \Delta\alpha & = & 0''.093 & \pm\ 0''.429 \\ & \Delta\delta & = & -0''.560 & \pm\ 0''.257 \\ \\ L_2: & \Delta\alpha & = & 0''.275 & \pm\ 0''.170 \\ & \Delta\delta & = & -0''.592 & \pm\ 0''.131 \end{array}$$

Si nous appliquons aux éphémérides de l'astéroïde les corrections obtenues avec la norme L_2, et si nous utilisons les coordonnées HIP de l'étoile, une nouvelle prédiction des circonstances de l'occultation montre que la ligne de centralité est décalée de plusieurs centaines de kilomètres vers le sud. Les minimums de distance relative et les instants de ces minimums calculés pour les observateurs [Arl] et [Sch] sont alors respectivement $1''.44$ et $0''.89$, $-91^s.6$ et $-93^s.9$. Ces corrections ne sont donc pas valables puisque nous devrions retrouver des valeurs proches de la première prédiction. Par contre, en tenant compte des marges d'erreurs nous pouvons trouver un jeu de corrections qui permette de prédire le phénomène dans les circonstances dans lesquelles il a été observé. Néanmoins, ne disposant que de ces 4 mesures à l'époque du phénomène - les autres observations sont antérieures à décembre 1980 - nous ne pouvons pas choisir *a priori* un des jeux de correction. Cela signifie que nous n'aurions pas pu prédire cette occultation de manière satisfaisante.

(93) Minerva Nous trouvons pour cet astéroïde 7 observations réalisées les 11 octobre 1982 et 16 novembre 1982. Leur étude statistique à l'aide des normes L_1 et L_2 fournit les corrections suivantes pour les coordonnées de l'astéroïde :

$$\begin{array}{lrcrl} L_1: & \Delta\alpha & = & -0''.171 & \pm\ 0''.850 \\ & \Delta\delta & = & 0''.250 & \pm\ 0''.335 \\ \\ L_2: & \Delta\alpha & = & -0''.163 & \pm\ 0''.193 \\ & \Delta\delta & = & 0''.226 & \pm\ 0''.096 \end{array}$$

L'application de ces corrections aux éphémérides de l'astéroïde et l'utilisation des coordonnées HIP de l'étoile nous conduisent alors à une prédiction pour l'observateur [Sic] de l'ordre de $0''.28$ pour le minimum de distance entre les deux corps, et $\Delta t = 2^s.2$ pour l'instant de ce minimum par rapport à l'observation. Cette nouvelle prédiction est plus proche de la réalité que la précédente, mais l'écart en minimum de distance par rapport à l'observation reste grand. De même que pour (146) Lucina, nous pouvons trouver un autre jeu de correction en prenant en compte les marges d'erreurs et retrouver ainsi les circonstances de cette occultation. Encore une fois, il aurait été difficile de prédire avec certitude ce phénomène.

(444) Gyptis Il existe pour cet astéroïde 16 observations réparties entre août 1988 et décembre 1989, puis 2 observations en avril 1991. L'étude visuelle des O–C obtenus à partir de ces 18 observations suggère très fortement une déviation linéaire dans le temps des coordonnées équatoriales de l'astéroïde à cette époque. En ajustant à l'aide de la norme L_1 un polynôme de degré 1 en fonction du temps sur les O–C des 16 premières observations, nous trouvons comme corrections sur les éphémérides :

$$
\begin{array}{lrcll}
L_1: & \Delta\alpha & = & 0''.2925 - 3''.21\,10^{-3}\,T & (\pm 0''.6125\,;\ \pm 2''.6\,10^{-3}) \\
 & \Delta\delta & = & 0''.1564 - 0''.97\,10^{-3}\,T & (\pm 0''.9837\,;\ \pm 4''.2\,10^{-3})
\end{array}
$$

avec $T = JD - 2447633.0$. Le calcul de ces corrections à l'époque du phénomène fournit : $\Delta\alpha = -0''.762\ \pm 0''.613$, $\Delta\delta = 0''.476\ \pm 0''.984$. Si nous appliquons ces corrections aux coordonnées de l'astéroïde et si nous utilisons les coordonnées HIP de l'étoile, nous sommes en mesure de prédire l'occultation pour l'observateur [DTO], en trouvant un minimum de distance égale à $0''.04$ et l'instant de disparition de l'étoile à $21^h\,52^m\,31^s.4$ soit $723^s.8$ avant la disparition observée. La durée prédite du phénomène est 11.3 s. Bien que les lieux d'observation de l'occultation soient correctement prédits, l'erreur sur l'instant de disparition de l'étoile est importante. Exprimée en distance angulaire, elle correspond approximativement à $3''$. Cette erreur suggère soit une erreur de datation de l'observation - nous ne pouvons pas vérifier - soit une erreur sur un ou plusieurs paramètres de l'orbite osculatrice de l'astéroïde, notamment parmi ceux qui définissent la vitesse de l'astéroïde (la durée prédite du phénomène est 4.7x plus grande que celle observée). Cette hypothèse pourra être confirmée en étudiant l'influence des O–C sur la détermination des éléments osculateurs.

(5) Astraea Nous disposons pour cet astéroïde de 2 observations les 11 et 30 janvier 1991, soit quelques jours avant l'occultation. L'étude à l'aide de la norme L_1 des O–C correspondant fournit comme corrections sur les coordonnées de l'astéroïde :

$$
\begin{array}{lrcrl}
L_1: & \Delta\alpha & = & -0''.289 & \pm\ 0''.048 \\
 & \Delta\delta & = & 0''.050 & \pm\ 0''.270
\end{array}
$$

En utilisant ces valeurs et les données HIP de l'étoile, nous prédisons le phénomène pour l'observateur [Smi], avec $0''.04$ de distance minimum entre les deux corps, et $-12^s.5$ de différence sur l'instant de disparition de l'étoile. Il est à noter que la seule utilisation des données HIP permet aussi de prédire l'occultation, mais avec des erreurs plus importantes. Cela signifie que les éphémérides de cet astéroïde sont bien calculées en déclinaison (O–C de l'ordre de quelques dizaines de mas), mais que par contre des incertitudes importantes existent sur l'ascension droite du corps. L'occultation est cependant bien prédite.

(85) Io Nous avons trouvé pour cet astéroïde 32 observations astrométriques réparties entre le 11 novembre et le 9 décembre 1995. L'étude statistique en normes L_1 et L_2 des O–C correspondant nous permet d'estimer les corrections sur les coordonnées de l'astéroïde tel que :

$$
\begin{aligned}
L_1\!: \quad \Delta\alpha &= -0''.246 \quad \pm\, 0''.191 \\
\Delta\delta &= 0''.170 \quad \pm\, 0''.207
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
L_2\!: \quad \Delta\alpha &= -0''.256 \quad \pm\, 0''.038 \\
\Delta\delta &= 0''.173 \quad \pm\, 0''.041
\end{aligned}
$$

L'application de ces corrections et l'utilisation des données HIP ne permettent pas de prédire l'observation de l'occultation pour les observateurs [Dem], [Nas], [Mar], [San] et [Sta] tel que cela s'est produit. Nous trouvons pour chacun d'entre eux un minimum de distance entre les corps célestes compris entre $0''.44$ et $0''.51$, et des différences sur l'instant du phénomène comprises entre -50^s et -60^s. Une nouvelle fois, en prenant en compte les marges d'erreurs, il est possible de trouver une solution proche de l'observation, comme par exemple en considérant les corrections : $\Delta\alpha = -0''.055$, $\Delta\delta = 0''.132$. Dans ce cas, nous trouvons des distances mutuelles comprises entre $0''.00$ et $0''.07$, prédisant l'observation de l'occultation pour 4 des 5 lieux d'où il a été observé. Les erreurs temporelles correspondantes sont de l'ordre de -20^s à -30^s par rapport à l'observation.

(14) Irène Nous disposons pour cet astéroïde de 13 observations comprises entre le 6 et le 24 janvier 1996. L'analyse statistique de ces observations nous fournit pour les deux normes les corrections suivantes :

$$
\begin{aligned}
L_1\!: \quad \Delta\alpha &= 0''.099 \quad \pm\, 0''.337 \\
\Delta\delta &= 0''.080 \quad \pm\, 0''.207
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
L_2\!: \quad \Delta\alpha &= 0''.065 \quad \pm\, 0''.063 \\
\Delta\delta &= 0''.088 \quad \pm\, 0''.035
\end{aligned}
$$

Ces corrections appliquées aux éphémérides de l'astéroïde et combinées aux données HIP de l'étoile conduisent à prédire l'occultation pour les 2 observateurs [Tom] et [Oht]. Les minimums de distance trouvés sont respectivement $0''.04$ et $0''.07$, et les différences entre les instants de disparition de l'étoile sont de l'ordre de quelques secondes (à partir des corrections obtenues avec la norme L_1). On remarque cependant que la durée du phénomène en chaque lieu n'est pas très bien prédite (Δdurée $= -10^s$ et $+5^s$). De même, le temps écoulé entre les instants de disparition de l'étoile pour [Tom] et pour [Oht] passe de $0^s.8$ (observation) à $10^s.2$ (prédiction). Cela signifie que la géométrie réelle du phénomène n'est pas tout à fait celle prédite. En revanche, la réussite de la prédiction implique que les erreurs commises sur les positions de l'étoile est de l'astéroïde sont inférieures au rayon apparent de l'astéroïde , soit 80 mas.

5.2.3 Conclusion

Le tableau 5.7 résume les résultats précédents. Nous voyons que dans trois cas de figure les corrections apportées au modèle ont permis la prédiction des occultations de manière satisfaisante (figures 5.2, 5.3, 5.4). Dans les trois

Phénomènes	Prédictions			Différences	
	heure TT	durée	distance	Δt [a]	Δd [b]
18/04/1982	$t_m = 20^h23^m54.1^s$	-	1.44"	-91.6^s	$-1.44"$ ±0.03"
(146) Lucina - PPM 129230	$t_m = 20^h23^m54.1^s$	-	0.89"	-93.9^s	$-0.89"$ ±0.06"
22/11/1982	$t_m = 03^h32^m27.2^s$	-	0.28"	-2.2^s	$-0.28"$ ±0.05"
(93) Minerva - PPM 92651					
11/03/1990	$t_d = 21^h52^m31.4^s$	$+11.3^s$	0.04"	$+723.8^s$	$-0.04"$ ±0.05"
(444) Gyptis - PPM 123026					
02/02/1991	$t_d = 10^h05^m20.2^s$	$+11.5^s$	0.04"	-12.5^s	$-0.04"$ ±0.07"
(5) Astraea - PPM 123009					
10/12/1995	$t_m = 00^h42^m42.4^s$	-	0.50"	-54.1^s	$-0.50"$ ±0.06"
(85) Io - PPM 146634	$t_m = 00^h42^m44.7^s$	-	0.51"	-52.7^s	$-0.51"$ ±0.06"
	$t_m = 00^h44^m49.5^s$	-	0.51"	-63.4^s	$-0.51"$ ±0.06"
	$t_m = 00^h44^m50.1^s$	-	0.51"	-52.3^s	$-0.51"$ ±0.06"
	$t_m = 00^h46^m43.9^s$	-	0.44"	-49.7^s	$-0.44"$ ±0.06"
24/01/1996	$t_d = 16^h01^m40.2^s$	$+12.0^s$	0.04"	1.7^s	$-0.04"$ ±0.08"
(14) Irène - PPM 98416	$t_d = 16^h01^m50.4^s$	$+7.9^s$	0.07"	-7.7^s	$-0.07"$ ±0.08"

[a] Δt est l'écart entre les instants de disparition observés et calculés, ou à défaut l'écart entre les instants des minimums de distance observés et calculés. Si l'occultation n'a pas été prédite au lieu d'observation, Δt est l'écart entre l'instant milieu de l'observation et l'instant du minimum de distance.

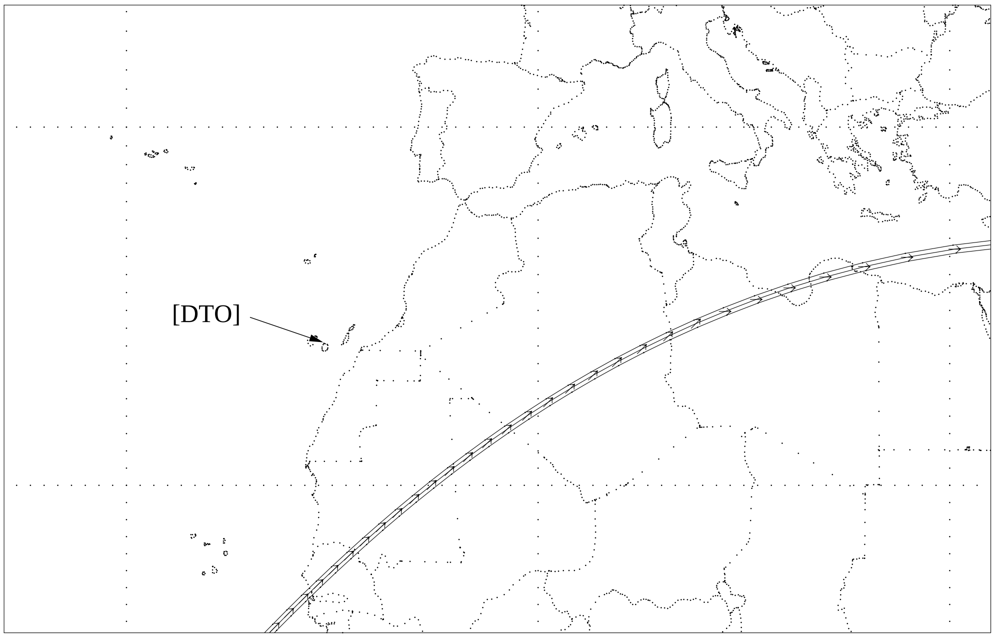
[b] L'erreur affectée à Δd est le rayon apparent de l'astéroïde à l'époque t_m.

TAB. 5.7 - Nouvelles prédictions et différences.

autres cas, nous n'avons pas pu prédire les phénomènes pour les observateurs en question, mais nous avons vu qu'à chaque fois l'observation des phénomènes se produisait dans les marges d'erreurs des prédictions. Ces résultats mettent en évidence l'importance de disposer de corrections astrométriques précises pour pouvoir être sûr des nouvelles prédictions. D'autre part, il faut que ces observations soient réparties sur les quelques jours voire les quelques semaines précédant de peu l'époque des phénomènes (observations dites de dernière minute). Dans le cas contraire, une approche différente de l'étude des O–C doit être envisagée pour pouvoir prendre en compte toute forme de déviation systématique (dérive séculaire ou périodique) inhérente à ce type d'étude lorsqu'elle est réalisée sur de longues périodes de temps. Cela soulève aussi le problème de l'interprétation des vieilles observations par rapport aux calculs modernes quant à la nature des échelles de temps et des systèmes de références utilisés lors de leur réduction. Enfin, l'estimation des erreurs observationnelles et de réduction des observations apporteraient leur contribution en facilitant ou indiquant le choix des corrections à apporter aux éphémérides.

FIG. 5.2 -

Occ. PPM123026 / 444 Gyptis

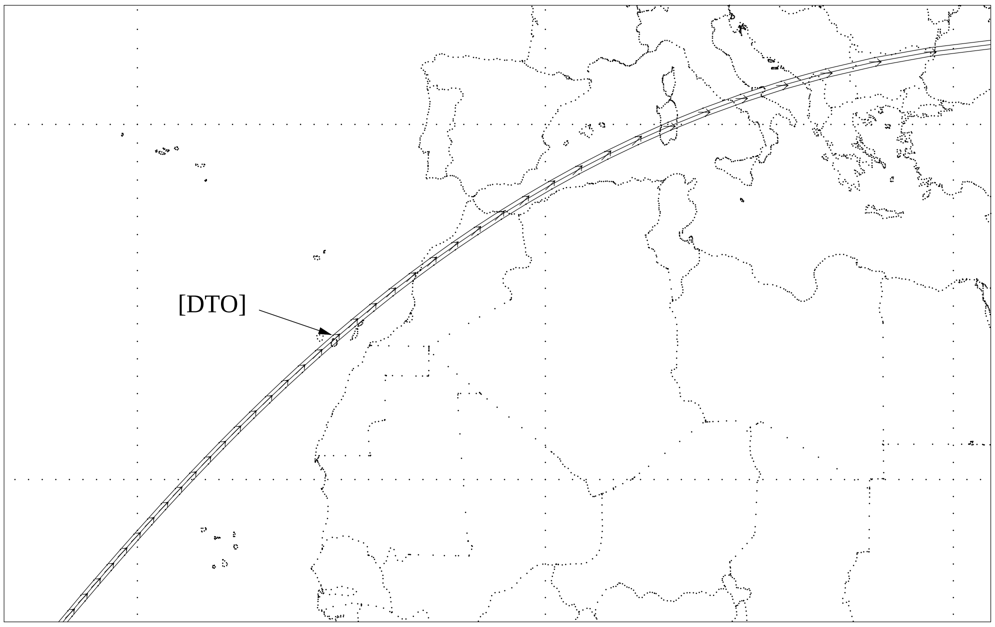


11–3–1990

$21^h\ 31^m\ 18^s$ – $21^h\ 59^m\ 6^s$; inter. = +20.10 sec.

Δm = +5.4 ; Max. dur. = +22.6sec.

Occ. HIP32506 / 444 Gyptis



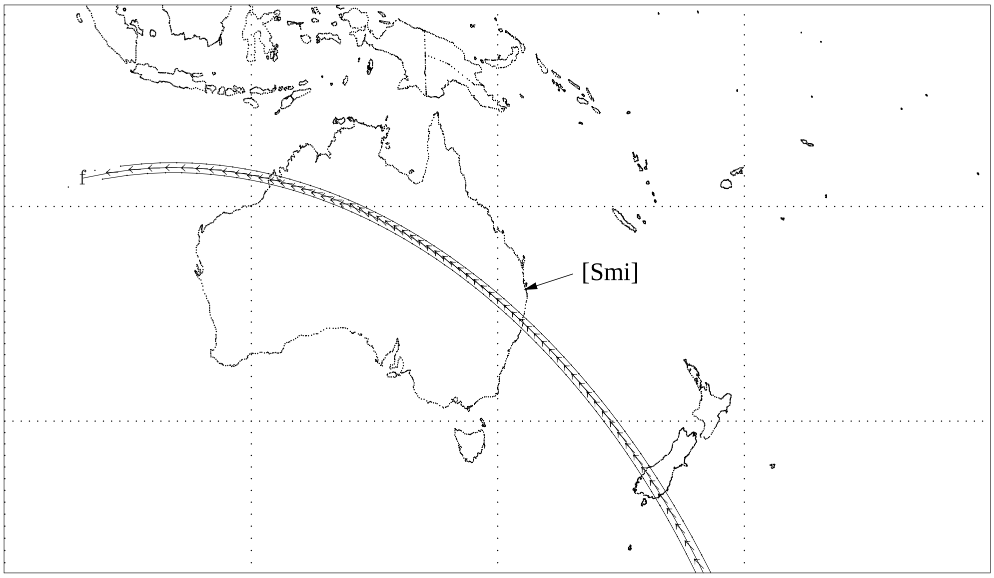
11–3–1990

$21^h\ 32^m\ 36^s$ – $22^h\ 0^m\ 53^s$; inter. = +20.19 sec.

Δm = +5.4 ; Max. dur. = +22.6sec.

Fig. 5.3 -

Occ. PPM123009 / 5 Astraea

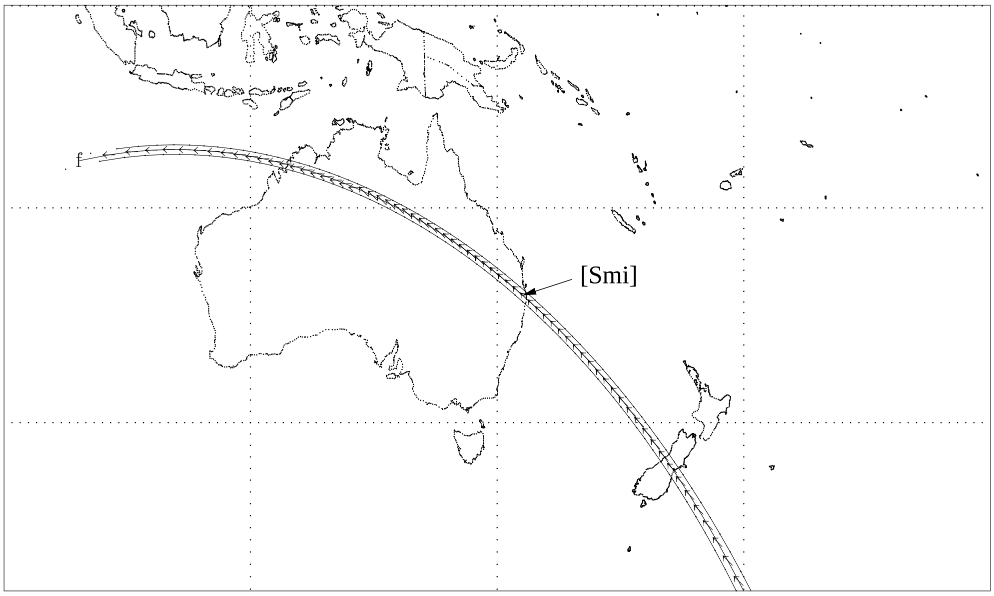


2–2–1991

$9^h\ 56^m\ 47^s$ – $10^h\ 20^m\ 21^s$; inter. = +20.19 sec.

Δm = +3.2 ; Max. dur. = +23.8sec.

Occ. HIP32451 / 5 Astraea



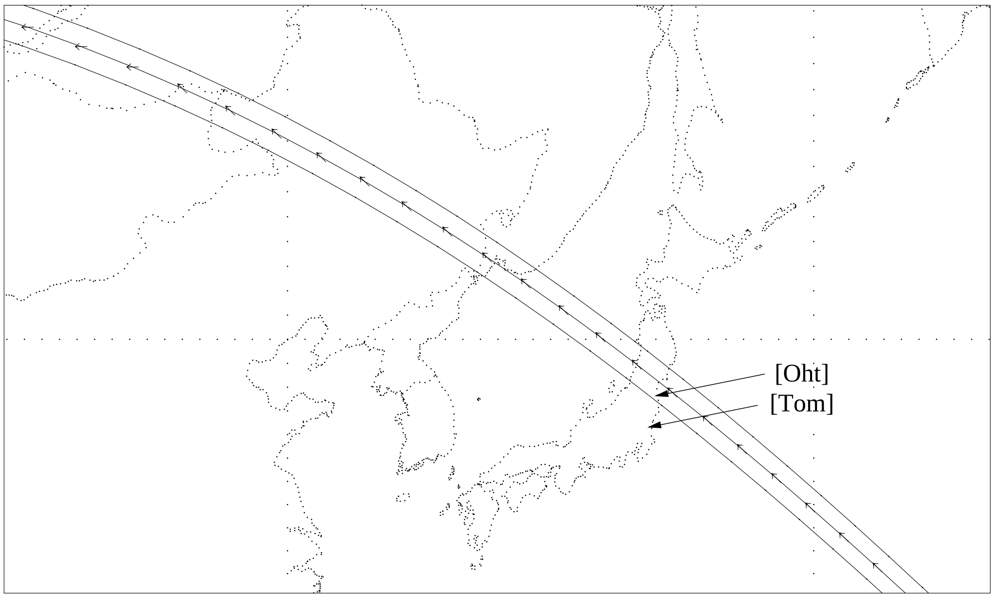
2–2–1991

$9^h\ 54^m\ 46^s$ – $10^h\ 19^m\ 21^s$; inter. = +20.19 sec.

Δm = +3.2 ; Max. dur. = +23.8sec.

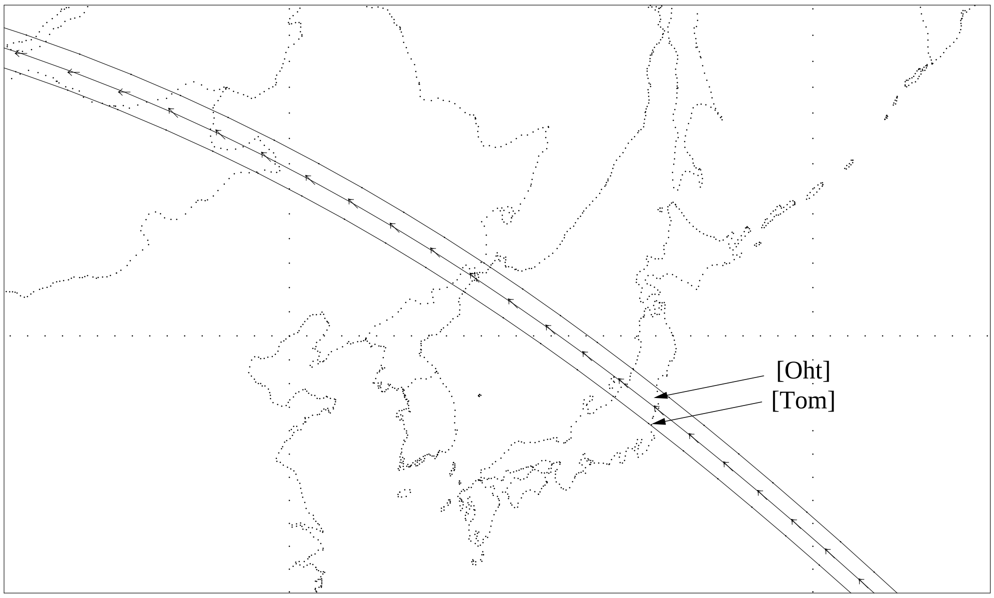
Fig. 5.4 -

Occ. PPM98416 / 14 Irene



24−1−1996
$15^h\ 54^m\ 28^s$ − $16^h\ 13^m\ 54^s$; inter. = +20.10 sec.
Δm = +0.9 ; Max. dur. = +14.8sec.

Occ. HIP39985 / 14 Irene



24−1−1996
$15^h\ 54^m\ 0^s$ − $16^h\ 13^m\ 31^s$; inter. = +20.19 sec.
Δm = +0.9 ; Max. dur. = +14.8sec.

CONCLUSION

Au cours de cette étude nous avons présenté une méthode de recherche et de calcul des occultations d'étoiles par les astéroïdes, et nous avons exposé un nouveau modèle de calcul des circonstances générales relatives à ces phénomènes. Nous avons montré qu'à l'ordre de quelques millièmes de seconde d'arc nous pouvions prédire tout phénomène, et sous quelles conditions la probabilité d'observer une occultation est supérieure à 90%. L'étude des sources d'erreurs nous a révélé que la cause principale d'incertitude pour les prédictions est l'imprécision des calculs d'éphémérides des étoiles et des astéroïdes. Nous avons également vu l'importance de disposer d'un modèle géodésique précis de la Terre pour garantir ces prédictions. Enfin, nous avons montré que l'influence de l'atmosphère terrestre sur le calcul des lieux de visibilité des occultations était négligeable. La comparaison entre prédictions et observations a mis en évidence que, pour améliorer les prédictions, des données astrométriques précises et réparties dans le temps s'avèrent indispensables. A défaut, nous avons constaté que le choix d'une nouvelle prédiction n'est pas possible *a priori*, mais que l'étude des marges d'erreurs de ces prédictions permet de définir les lieux probables d'observation des occultations. Cette comparaison a aussi révélé l'intérêt que présentent les données Hipparcos dans la prédiction des phénomènes célestes. Combinées aux observations astrométriques des astéroïdes diffusées par le MPC, elles nous ont permis de prédire 3 occultations sur 6 étudiées en particulier.

Une amélioration des résultats obtenus passe maintenant par l'étude d'algorithmes plus précis de calcul d'éphémérides des astéroïdes. En particulier, une estimation plus rigoureuse des erreurs dues à l'intégration numérique peut être envisagée. Les perturbations mutuelles entre astéroïdes devront être prises en compte, et l'utilisation des nouvelles échelles de temps et de systèmes de référence être étudiée. Le modèle de prédiction des circonstances générales des occultations pourra être étendu en tenant compte des paramètres physiques des astéroïdes. Il sera alors intéressant de développer la réduction des applications liées à l'observation des occultations stellaires, et de reconstituer ainsi la géométrie des phénomènes. Ceci permettra d'estimer la distance à la Terre des astéroïdes et conduira à fournir des mesures précises de leurs positions et de leurs vitesses dans le système solaire. La confrontation de ces mesures astrométriques avec les solutions du mouvement des petites planètes ou les positions cataloguées des étoiles permettra de contribuer à mieux connaître les orbites des astéroïdes ou à corriger, pour les étoiles, les positions des catalogues. Pour atteindre cet objectif, il apparait nécessaire d'inclure de manière plus rigoureuse les liens entre systèmes de références terrestres et célestes lors de la réduction des observations astrométriques. Aussi, le développement de nouveaux protocoles de réduction de ces observations contribuerait à l'amélioration de la précision des données observationnelles.

Bibliographie

[Aba85] V.K. Abalakin, editor. *Refraction tables of Pulkovo observatory (fifth edition).* Leningrad NAUKA publishing house, 1985.

[ACFL95] E.F. Arias, P. Charlot, M. Feissel, and J.F. Lestrade. The extragalactic reference system of the International Earth Rotation Service, ICRS. *Astron. Astrophys.*, **303**:604–608, 1995.

[AGK+82] S. Aoki, B. Guinot, G.H. Kaplan, H. Kinoshita, D.D. McCarthy, and P.K. Seidelmann. The new definition of Universal Time. *Astron. Astrophys.*, **105**:359–361, 1982.

[AK83] S. Aoki and H. Kinoshita. Note on the relation between the equinox and Guinot's non-rotating origin. *Celes. Mech.*, **29**:335–360, 1983.

[ALRT85] J.E. Arlot, J. Lecacheux, C. Richardson, and W. Thuillot. A possible satellite of (146) Lucina. *Icarus*, **61**:224–231, 1985.

[Ast84] *The Astronomical Almanac.* US Government Printing Office, Washington, 1984.

[Ast95] *The Astronomical Almanac.* US Government Printing Office, Washington, 1995.

[BC61] D. Brouwer and G.M. Clemence. *Methods of celestial mechanics.* Academic Press, 1961.

[Bdl97] Bureau des longitudes, editor. *Introduction aux éphémérides astronomiques.* Les Editions de Physiques, 1997.

[BF88] P. Bretagnon and G. Francou. Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP87 solutions. *Astron. Astrophys.*, **202**:309, 1988.

[BGM89] P. Binzel, T. Gehrels, and M.S. Matthews, editors. *Asteroid II.* The University of Arizona Press, 1989.

[BMK96] E. Bowell, K. Muinonen, and B. Koehn. Orbital and ephemeris accuracy of multi-apparition asteroids. In *Actes* **ACM 96** *Cospar colloquium 10.* (à paraître), 1996.

[Bor89] K.M. Borkowski. Accurate algorithms to transform geocentric to geodetic coordinates. *Bull. Géodésique* **63**, 50, 1989.

[Bou89] C. Boucher. Current intercomparisons between CTS's. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*, page 327. Kluwer, Dordrecht, 1989.

[Bow96] E. Bowell. The asteroid orbital elements database. Technical report, Lowell Observatory, 1996.

[BR74] I. Barrodale and F.D.K. Roberts. In *Commun. ACM* **17**, page 319, 1974.

[Bra82] R.L. Branham. Alternatives to least squares. *Astron. Journal.*, **73**(6):928–937, 1982.

[Bra86a] R.L. Branham. In J.Kovalevsky and V.A.Brumberg, editors, *General Relativity in Celestial Mechanics and astrometry. IAU Symp.* **114**, 363, 1986.

[Bra86b] R.L. Branham. Error estimates with L1 solutions. *Celes. Mech.*, 39:239–247, 1986.

[Bre73] R.P. Brent. *Algorithms for Minimization without Derivatives*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1973.

[Bre82] P. Bretagnon. Théorie du mouvement de l'ensemble des planètes. solution VSOP82. *Astron. Astrophys.*, **114**:278, 1982.

[Bre96] P. Bretagnon. Précision et utilisation des théories planétaires actuelles. In Observatoire de Paris, editor, *Journées Systèmes de Références*. N. Capitaine, 1996.

[Bru91] V. Brumberg. *Essential Relativistic Celestial Mechanics*. IOP Publishing Ltd, 1991.

[BS66] R. Bulirsch and J. Stoer. *Numerische Mathematik* **8**, 1, 1966.

[BS95] Y.V. Batrakov and V.A. Shor. Catalogue of orbital elements and photometric parameters of 6160 minor planets numbered by 18 november, 1994. Technical report, Institute of Theoretical Astronomy, 1995.

[BW79] E. Bowell and L.H. Wasserman. Occultations of stars by solar system objects. I. Predictions for Ceres, 1979/1980. *Astron. Journal.*, **84**:661–667, 1979.

[Cha74] W. Chauvenet. *A manual of spherical and practical astronomy.* J.B. Lippincott & co., 1874.

[CTC83] M. Chapront-Touzé and J. Chapront. The lunar ephemeris ELP2000. *Astron. Astrophys.*, **124**:50, 1983.

[CTFM94] M. Chapront-Touzé, G. Francou, and B. Morando. Les systèmes de référence utilisés en astronomie. *Notes Scientifiques et Techniques* **S046**, Bureau des longitudes, 1994.

[Cun88] C.J. Cunningham. *Introduction to asteroids.* Willmann-Bell, Inc., 1988.

[Dun97] D. Dunham. Occultation of B.D. +33 deg. 633 (GSC 2345-0183) by (704) Interamnia. Technical report, Asteroid occultation section of IOTA : http://www.anomalies.com/iota/more/intera17.htm, 1997.

[Edg88] F.Y. Edgeworth. *Philos. Mag.* **25**, 184, 1888.

[ET88] editor E.F. Tedesco. The IRAS minor planet survey (IMPS) data base. Technical report, Jet Propulsion Laboratory, 1988.

[ET92] editor E.F. Tedesco. The IRAS minor planet survey (IMPS) data base. Technical report PL-TR-92-2049, Philips Laboratory, Hanscom Air Force Base, 1992.

[ETO97] Information about the ETOPO5 5 minute gridded elevation data. Technical report, U.S. National Geophysical Data Center / World Data Center A for MGG :
http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/etopo5.HTML, 1997.

[Exp61] *Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris and the American Ephemeris and Nautical Almanac.* Her Majesty's Stationery Office, Londres, 1961.

[FB90] L. Fairhead and P. Bretagnon. An analytical formula for the time transformation TB TT. *Astron. Astrophys.*, **229**:240–247, 1990.

[Fol93] W.M. Folkner. Results from VLBI measurement of Venus on march 29, 1992. *JPL IOM*, **335**:1–93–22, 1993.

[Fox34] J.T. Foxell. *Mem. Br. Astron. Assoc.*, **30**:43, 1934.

[Fri82] W. Friecke. Determination of the equinox and equator of the FK5. *Astron. Astrophys.*, **54**:363, 1982.

[FSL88] W. Friecke, H. Schwan, and T. Lederle. Fifth Fundamental Catalogue. Veroffentlichungen des Astronomischen **32**, Rechen-Institute Heidelberg, 1988.

[GD75] F. Gilbert and A.M. Dziewonski. Phil. Roy. Soc. London **A278**, 187, 1975.

[Gon92] A.M. Gontier. Orientation de la terre par mesure VLBI. Master's thesis, Observatoire de Paris, 1992.

[Gre85] R.M. Green. *Spherical astronomy.* Cambridge University Press, 1985.

[Gui91] B. Guinot. La nature des échelles de temps, définitions, notations. In Observatoire de Paris, editor, *Journées Systèmes de Références.* N. Capitaine, 1991.

[Har83] A.W. Harris. Asteroid occultations. In *Solar System Photometry Handbook.* Willmann-Bell, Inc., 1983.

[Hes94] D. Hestroffer. Astrométrie et photométrie des astéroïdes observés par le satellite hipparcos. Apport à l'élaboration d'un système de référence dynamique. Master's thesis, Observatoire de Paris, 1994.

[Hip96] The Hipparcos and Tycho catalogues. Volume 1: Introduction and guide to the data. draft version(release 1): 8 august 1996, ESA Hipparcos Space Astrometry Mission, 1996.

[IAU85] *Proceedings of the* 19^{e} *general assembly - Transactions of the IAU*, volume XIXB, 1985.

[IER96] IERS conventions (1996). IERS technical note **21**, Observatoire de Paris, 1996.

[Jew97] D. Jewitt. Kuiper Belt Home Page. Technical report, Institute for Astronomy :
http://www.ifa.hawaii.edu/faculty/jewitt/kb.html, 1997.

[KCB+96] A. Kryszczyńska, F. Colas, J. Berthier, T. Michalowski, and W. Pych. CCD photometry of seven asteroids : new spin axis and shape determinations. *Icarus*, **124**:134–140, 1996.

[KHSS89] G.H. Kaplan, J.A. Hughes, P.K. Seidelmann, and C.A. Smith. Mean and apparent place computations in the new IAU system. III. Apparent, topocentric, and astrometric places of planets and stars. *Astron. Journal.*, **97**(4), 1989.

[KM89] J. Kovalevsky and I.I. Mueller. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, Reference Frames in Astronomy and Geophysics. Kluwer, 1989. Dordrecht.

[Kov90] J. Kovalevsky. *Astrométrie moderne.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.

[Lan80] K.R. Lang. *Astrophysical Formulae.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1974, 1980.

[LLFM77] J.H. Lieske, T. Lederle, W. Friecke, and B. Morando. Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants. *Astron. Astrophys.*, **58**:1, 1977.

[LRS+95] L. Lindegren, S. Roser, H. Schrijver, M.G. Lattanzi, F. van Leeuwen, M.A.C. Perryman, P.L. Bernacca, J.L. Falin, M. Froeschlé, J. Kovalevsky, H. Lenhardt, and F. Mignard. A comparison of ground-based stellar positions and proper motions with provisional Hipparcos results. *Astron. Astrophys.*, **304**:44L, 1995.

[LT84] J. Lecacheux and W. Thuillot. La détection de satellites d'astéroïdes par l'observation des occultations d'étoiles. *l'Astronomie*, février, 1984.

[Mag95] P. Magnusson. Asteroid spin vector determinations. Technical report, Uppsala Astronomical Observatory : ftp://ftp.astro.uu.se/pub/Asteroids/SpinVectors/, 1995.

[MB93] K. Muinonen and E. Bowell. Asteroid orbit determination using bayesian probabilities. *Icarus*, **104**:255–279, 1993.

[McC92] D.D McCarthy. IERS standards (1992). IERS *technical note* **13**, Observatoire de Paris, 1992.

[MDB+96] P. Magnusson, M. Dahlgren, M.A. Barucci, L. Jorda, R. Binzel, S.M. Slivan, C. Blanco, D. Riccioli, B. Buratti, F. Colas, J. Berthier, G. De Angelis, M. Di Martino, E. Dotto, J.D. Drummond, U. Fink, M. Hicks, W. Grundy, W. Wisniewsky, N.M. Gaftonyuk, E.H. Geyer T. Bauer, M. Hoffmann, V. Ivanova, B. Komitov, Z. Donchev, P. Denchev, Y.N. Krugly, F.P. Velichko, V.G. Chiorny, D.F. Lupishko, V.G. Shevchenko, T. Kwiatkowski, Kryszczyńska A., J.F. Lahulla, J. Licandro, O. Mendez, S. Mottola, A. Erikson, S.J. Ostro, P. Pravec, W. Pych, D.J. Tholen, R. Whitteley, W.J. Wild, M. Wolf, and L. Sarounova. Photometric observations and modelling of asteroid 1620 Geographos. *Icarus*, **123**:227, 1996.

[ME79] R.L. Millis and J.L Elliot. Direct determination of asteroid diameters from occultation observations. In T. Gehrels, editor, *Asteroids*, volume CAS-26, pages 98–118. University of Arizona Press, Tucson, 1979.

[Moi96] X. Moisson. Links between time scales using barycentric relativistic ephemerides. In *Proceedings of the* 4^{th} *Von Humboldt Colloquium for Celestial Mechanic*. J.Henrard Publisher, 1996.

[MPC97] IAU: Minor Planet Center. Technical report, Smithsonian Astrophysical Observatory : http://cfa-www.harvard.edu/cfa/ps/mpc.html, 1997.

[MR89] I.I. Mueller and R.H. Rapp. Horizontal and vertical geodetic datums. In J. Kovalevsky, I.I. Mueller, and B. Kolaczek, editors, *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*, page 145. Kluwer, 1989. Dordrecht.

[Mur81] C.A. Murray. Relativistic astrometry. *Mon. Not. R. Astrom. Soc.*, **195**:639–648, 1981.

[PTVF92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery. *Numerical Recipes in Fortran.* Cambridge University Press, 1986, 1992. second edition.

[Rid79] C.J.F. Ridders. In *IEEE Transactions on circuits and systems*, volume CAS-26, pages 979–980. 1979.

[SB80] J. Stoer and R. Bulirsch. *Introduction to numerical analysis.* Springer-Verlag New York Inc., 1980.

[Sch94] K. Schwarzschild. Rigorous treatment of the heliocentric motion of stars. *Astron. Nachr.*, **136**:81, 1894.

[Sei82] P.K. Seidelmann. 1980 IAU theory of nutation. the final report of the IAU working group on nutation. *Celes. Mech.*, **27**:79, 1982.

[Sei92] P.K. Seidelmann, editor. *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac.* University Science Books, 1992.

[SF92] P.K. Seidelmann and T. Fukushima. Why new time scales. *Astron. Astrophys.*, **265**:833–838, 1992.

[SNWF95] E.M. Standish, X.X. Newhall, J.G. Williams, and W.F. Folkner. JPL planetary and lunar ephemerides, DE403/LE403. *JPL IOM*, **314**:10–127, 1995.

[Sta82] E.M. Standish. Orientation of the JPL ephemerides DE200/LE200 to the dynamical equinox of J2000. *Astron. Astrophys.*, **114**:297–302, 1982.

[Sta90a] E.M. Standish. An approximation to the outer planet ephemeris errors in JPL's DE200. *Astron. Astrophys.*, **233**:272–274, 1990.

[Sta90b] E.M. Standish. The observational basis for JPL's DE200, the planetary ephemerides of the Astronomical Almanac. *Astron. Astrophys.*, **233**:252–271, 1990.

[Sto96] R. C. Stone. Accurate method for computing atmospheric refraction. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **108**:1051–1058, 1996.

[Stu85] P. Stumpff. Rigorous treatment of the heliocentric motion of stars. *Astron. Astrophys.*, **144**:232–240, 1985.

[Tay55] G.E. Taylor. The prediction of occultations of stars by minor planets. *J.B.A.A.*, **65**:84–90, 1955.

[TCE+92] C. Turon, M. Crézé, D. Egret, A. Gómez, M. Grenon, H. Jahreiß, Y. Réquième, A.N. Argue, A. Bec-Borsenberger, J. Dommanget, M.O Mennessier, F. Arenou, M. Chareton, F. Crifo, J.C. Mermilliod, D. Morin, B. Nicolet, O. Nys, L. Prevot, M. Rousseau, M.A.C. Perryman, and *al.* The Hipparcos Input Catalogue. A publication of the INCA Consortium, European Space Agency, 1992.

[Via95] B. Viateau. Apport des observations faites à Bordeaux à l'amélioration des orbites des astéroïdes. Utilisation de ces orbites. Master's thesis, Observatoire de Bordeaux, 1995.

[vK86] P. Vaníček and E. Krakiwsky. *Geodesy: the Concepts.* Elsevier Science Publishers B.V., 1986.

[WBM81] L.H. Wasserman, E. Bowell, and R.L. Millis. Occultations of stars by solar system objects. II. Occultations of catalog stars by asteroids in 1982 and 1983. *Astron. Journal.*, **86**:1974–1979, 1981.

[WC66] E.W. Woolard and G.M. Clemence. *Spherical astronomy.* Academic Press Inc., 1966.

[Wie95] R. Wielen. A method for determining the individual accuracy of astrometric catalogues. *Astron. Astrophys.*, **302**:613–622, 1995.

[Yan96] H. Yan. A new expression for astronomical refraction. *Astron. Journal.*, **112**(3):1312–1316, 1996.

[Yat95] A. Y. Yatsenko. Exact theory of astronomical refraction for the real atmosphere. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **111**:579–586, 1995.

[YP95] H. Yan and J. Ping. The generator function method of the tropospheric refraction corrections. *Astron. Journal.*, **110**(2):934–939, 1995.

[Zac96] N. Zacharias. Measuring the atmospheric influence on differential astrometry : A simple method applied to wide-field CCD frames. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **108**:1135–1138, 1996.

Sigles et Acronymes

ACRS	Astrographic Catalogue Reference Stars.
BRS	Barycentric Reference System.
DExxx	Solutions du mouvement des planètes du JPL.
EAON	European Asteroidal Occultation Network.
EMP-96	Ephemeride of Minor Planets, 1996.
FK5	Fundamental Katalog 5.
HIP	Hipparcos star catalog.
ICRS	International Celestial Reference System.
IERS	International Earth Rotation Service.
ILOC	International Lunar Occultation Centre.
IOTA	International Occultation Timing Association.
ITRF	International Terrestrial Reference Frame.
IRAS	Infrared Astronomical Satellite.
JPL	Jet Propulsion Laboratory.
LExxx	Solutions du mouvement de la Lune du JPL.
MPC	Minor Planet Center.
PPM	Position and Proper Motion.
RMS	Root Mean Square.
SAO	Smithsonian Astrophysical Observatory star catalog.
UAI	Union Astronomique Internationale.
VSOPxx	Solutions du mouvement des planètes du Bureau des longitudes.

Annexe A

Algorithme de Borkowski

Les coordonnées cartésiennes géocentriques d'un point quelconque de l'ellipsoïde de référence terrestre s'expriment en fonction des coordonnées géodésiques (λ, ϕ, h) à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_o &= (N_\phi + h)\cos\phi\cos\lambda \\ y_o &= (N_\phi + h)\cos\phi\sin\lambda \\ z_o &= (N_\phi(1 - e^2) + h)\sin\phi \end{aligned} \tag{A.1}$$

où e est l'excentricité de l'ellipsoïde

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2 - f) \tag{A.2}$$

avec a le rayon équatorial de la Terre, b le rayon polaire, f le coefficient d'aplatissement et N_ϕ est le rayon de courbure de l'ellipsoïde dans le méridien local, défini par :

$$N_\phi = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi}} \tag{A.3}$$

Le passage inverse des coordonnées géocentriques aux coordonnées géodésiques se fait d'une manière précise en appliquant l'algorithme de Borkowski. Nous ne rappellons ici que les relations majeures de cet algorithme, sans rentrer dans les détails de la méthode. Un point de vue plus complet pourra être obtenu en consultant [Bor89]. Les coordonnées géodésiques d'un point quelconque de l'ellipsoïde s'expriment en fonction des coordonnées géocentriques (x_o, y_o, z_o) au moyen des relations :

$$\begin{aligned} \lambda &= \arctan\frac{y_o}{x_o} \\ \phi &= \arctan\frac{a\,(1 - t^2)}{2bt} \\ h &= (r - at)\cos\phi + (z - b)\sin\phi \end{aligned} \tag{A.4}$$

où les quantités r et t sont données par les relations :

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x_o^2 + y_o^2} \\ t &= \sqrt{G^2 + \frac{F - \nu G}{2G - E}} - G \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
E &= \frac{bZ - (a^2 - b^2)}{ar} \\
F &= \frac{bZ + (a^2 - b^2)}{ar} \\
P &= \frac{4}{3}\,(EF + 1) \\
Q &= 2\,(E^2 - F^2) \\
D &= P^3 + Q^2 \\
\nu &= (\sqrt{D} - Q)^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{D} + Q)^{\frac{1}{3}} \\
G &= \frac{1}{2}\,(\sqrt{E^2 + \nu} + E)
\end{aligned}$$

Pour des distances au centre de la Terre inférieures à 45 km ($D < 0$), il est recommandé d'utiliser l'expression équivalente pour ν :

$$\nu = 2\,\sqrt{-P}\cos\left(\frac{1}{3}\,\arccos\left(\frac{Q}{P\sqrt{-P}}\right)\right)$$

Pour que cet algorithme puisse être étendu aux latitudes négatives ($z_o < 0$) la valeur de b est remplacée par $sgn(z_o)\,b$.

Annexe B

Les échelles de temps

Le temps est, et a toujours été, une donnée essentielle de l'astronomie car il est un paramètre incontournable de toute observation et de toute étude des corps célestes. Or de nos jours, sa définition et sa réalisation posent encore des difficultés. Ce n'est que depuis une cinquantaine d'années que les physiciens et les astronomes mesurent le temps avec précision et qu'ils ont développé diverses échelles de temps utilisées simultanément. Jusque dans les années 1950, la rotation diurne de la Terre autour de son axe semblait suffisamment uniforme pour qu'on ne définisse pas d'autres systèmes métrologiques. L'unique échelle de temps était alors le *Temps universel*, abrégé UT ou TU. En 1952, les astronomes mirent en évidence diverses irrégularités dans la rotation de la Terre et introduisirent alors, pour le calcul des éphémérides des corps du système solaire, une nouvelle échelle basée sur la théorie du mouvement de la Terre autour du Soleil de Newcomb, le *Temps des éphémérides*, abrégé TE ou ET. C'est alors que les progrès technologiques permirent en juin 1955 à L. Essen et J.V.L. Parry du National Physical Laboratory (NPL, Grande Bretagne) de réaliser, sur une idée originale de Rabi[1], le premier étalon de fréquence au césium digne de ce nom et d'une précision remarquable (quelques 10^{-10}). Ces progrès conduisirent, en 1967, les membres de la treizième conférence générale des poids et mesures à adopter une nouvelle définition de la seconde du Système International d'Unités :

> *La seconde est la durée de* 9 192 631 770 *périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.*

On proposa alors en 1970 la construction d'une échelle de temps basée sur l'observation continue et simultanée d'un certain nombre d'étalons de fréquence. Finalement, en octobre 1971, la quatorzième conférence générale des poids et mesures définit la référence temporelle, le temps atomique international, en ces

[1]Rabi suggéra en janvier 1945 d'utiliser les résonances atomiques pour mesurer le temps au cours d'une lecture de l'American Physical Society.

termes :

> *Le Temps atomique international est la coordonnée de repérage temporel établie par le Bureau International de l'Heure sur la base des indications d'horloges atomiques fonctionnant dans divers établissements conformément à la définition de la seconde, unité de temps du Système International d'Unités.*

Pour construire un système temporel, on doit définir deux quantités : une unité (la seconde, le jour, ...) et une époque d'origine. D'une manière générale, on distingue quatre systèmes majeurs de matérialisation du temps accessibles aux observations astronomiques et à la conception théorique du mouvement des corps célestes :

- le temps atomique, dont l'unité de durée correspond à un nombre fini de transitions atomiques d'un isotope choisi ;

- le temps universel, dont l'unité de durée est représentée par le jour solaire défini le plus uniformément possible ;

- le temps sidéral, dont l'unité de durée est basée sur la période de rotation de la Terre par rapport à un point fixe relativement aux étoiles ;

- le temps dynamique, dont l'unité de durée est donnée par le mouvement orbital de la Terre, de la Lune et des planètes.

Depuis son assemblée générale de Buenos Aires en 1991, l'UAI a redéfini les échelles de temps sur de nouvelles bases issues de la théorie de la relativité générale. Le temps newtonien se voit alors substitué par les notions de temps-coordonnée et temps propre, sous une forme que l'on peut ainsi exprimer :

> *A tout système de masses dans l'univers peut être associé un système de coordonnées spatio-temporelles centré au barycentre des masses considérées et ne présentant pas de rotations globales par rapport aux galaxies lointaines. La coordonnée du genre temps de ce système est le temps-coordonnée correspondant (*TC-*), où le tiret figure à la place d'une lettre caractèrisant le système considéré.*

Les principales de ces nouvelles échelles de temps sont le *temps-coordonnée barycentrique* (TCB) lié au barycentre du système solaire, le *temps-coordonnée géocentrique* (TCG) lié au barycentre de la Terre, et le *temps-coordonnée topocentrique* (TCT) lié aux systèmes de référence topocentriques (TRS). L'aspect théorique de ces échelles de temps pourra être étudié en consultant [SF92], [Gui91], [Bru91]. Les différences entre les principales échelles de temps sont présentées à la figure B.1. Elles couvrent la période 1950 à 2050. Les termes périodiques des échelles TCB et TDB sont amplifiés 100 fois pour les rendre visibles. L'échelle de temps de référence est le TAI.

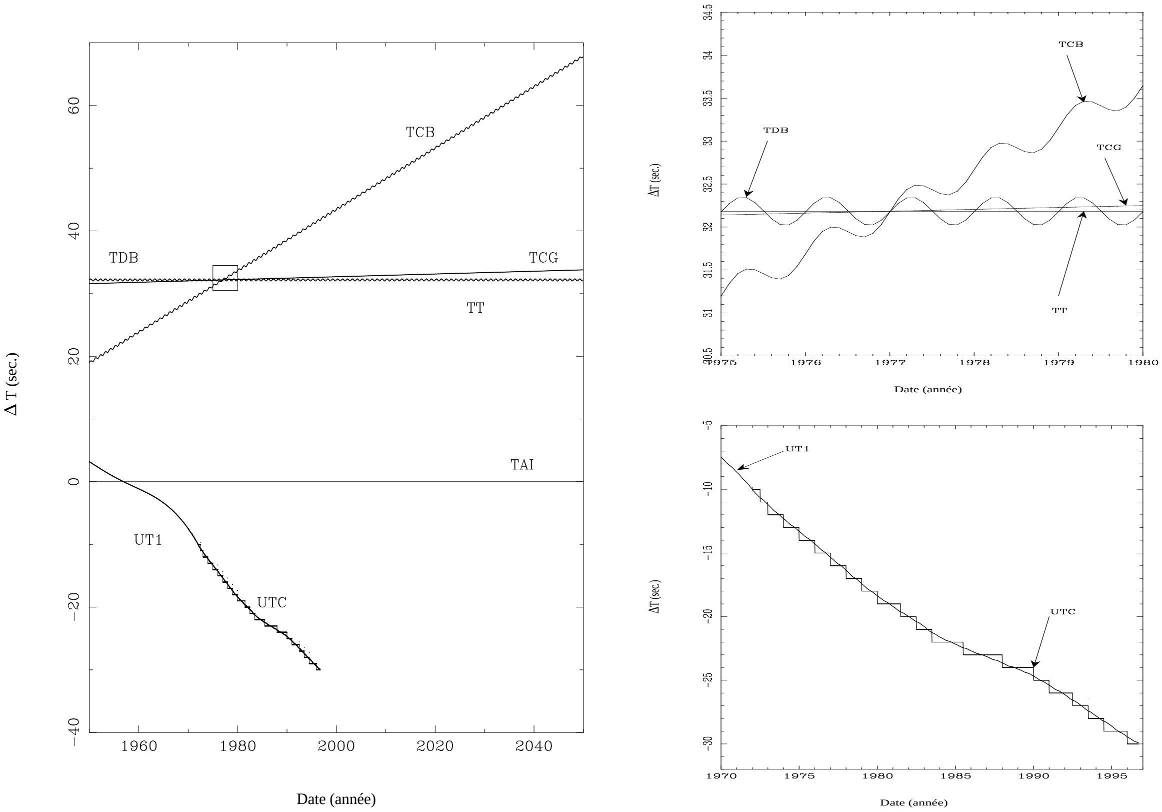


FIG. B.1 - Différences entre les échelles de temps TT, TCG, TDB, TCB, UTC, UT1 et l'échelle TAI. La figure en haut à droite présente en détail l'intersection des échelles TT, TCG, TDB et TCB. Les termes périodiques de TDB et TCB sont amplifiés 100× pour le tracé dans les deux figures. La figure en bas à droite montre en détail les échelles UT1 et UTC.

Annexe C

La norme $L1$

Définition

Soit d de dimension m le vecteur de l'ensemble des observations servant de base à l'étude. La modélisation des résultats d'observations est un problème pouvant s'écrire sous la forme :

$$A.x = d \tag{C.1}$$

où A la matrice des équations aux conditions est de dimension $m \times n$ $(m \geq n)$ et où x est le vecteur des solutions recherchées de dimension n. A cause des erreurs systématiques et aléatoires inhérentes aux observations, ce système d'équation n'est pas consistant et aucun vecteur x peut satisfaire toutes les équations. En pratique, on recherche alors le vecteur r, de dimension m, qui minimise les résidus tel que :

$$r = A \cdot x - d \tag{C.2}$$

Le critère L_p consiste alors à minimiser les normes $L_p \in \mathbb{R}^m$ des résidus :

$$\|r\|_p = \|A.x - d\| = \min$$

pour lesquelles, si $p = 1$, le vecteur norme L_1 minimise la somme des valeurs absolues des écarts à la solution :

$$\min\left(\sum |A.x - d|\right) \tag{C.3}$$

Pour calculer les solutions de ce critère il existe de nombreux algorithmes parmi lesquels un des plus performant est celui de I. Barrodale et F.D.K. Roberts (1974) [Bra86b], connu aussi sous le nom de méthode du simplexe.

Estimation des erreurs

Cet estimateur L_1 possède l'avantage d'être robuste mais a l'inconvénient de ne pas fournir facilement une estimation des erreurs faites sur les inconnues du modèle. C'est F.Y. Edgeworth [Edg88] qui a résolu le problème en montrant que la loi de distribution des erreurs pour une variable z correspondant aux solutions de l'estimateur L_1 prend la forme :

$$f(z) = \frac{1}{2} h \exp^{-h|z|} \tag{C.4}$$

où h est le module de la précision. R.L. Branham propose alors différents algorithmes pour estimer les erreurs du critère L_1 [Bra86b], parmi lesquels on trouve une méthode basée sur des considérations similaires aux moindres carrés, et utilisant comme mesure de la dispersion la déviation moyenne absolue des résidus :

$$\varepsilon_i = MAD \sum_{j=1}^{m} \left| (A^T.A)^{-1}.A_j^T \right| \tag{C.5}$$

où MAD (mean absolute deviation) est donné par la relation :

$$MAD = \sum_{i=1}^{m} \frac{|r_i|}{m-1}$$

Un des seuls inconvénients de cet estimateur des erreurs est qu'il est sensible aux observations atypiques. Mais ceci est une conséquence inséparable de l'utilisation d'une mesure de dispersion : les résidus importants augmentent la dispersion. Il s'ensuit que malgré la robustesse du critère L_1, il est nécessaire de sélectionner les résidus pour obtenir une estimation des erreurs. A titre d'exemple, R.L. Branham a utilisé cette méthode pour améliorer l'orbite de la comète Wilson-Hubbard [Bra86b]. Les erreurs sur les corrections de 6 paramètres orbitaux sont présentées dans le tableau C.1. Les corrections de l'orientation de l'orbite $\Delta\psi_x$, $\Delta\psi_y$ et $\Delta\psi_z$ correspondent à 3 rotations selon les axes (x, y, z) du repère équatorial. ΔT représente une correction sur l'époque de passage au périhélie et $\Delta q/q$ est celle sur la distance du périhélie. Δe représente la correction sur l'excentricité de l'orbite. Cette étude permet de comparer les erreurs obtenues sur chaque paramètre à partir de l'estimateur de la norme L_1 et de celui des moindres carrés. Les erreurs obtenues en utilisant une méthode de Monte Carlo sont aussi présentées à titre de comparaison avec les résultats obtenus par l'estimateur L_1. L'échantillon utilisé pour cet ajustement est composé de 84 observations de la comète dont 3 ont été éliminées à partir de la mesure de leurs déviations moyennes absolues (MAD). Il ressort de cette étude que les corrections faites à partir de l'estimateur L_1 ont des erreurs toujours plus grandes que celles des moindres carrés. Cela provient de la loi de distribution (C.4) qui croît depuis zéro plus lentement que la loi normale des moindres carrés (même pour des mesures de dispersion h identiques). C'est de là que provient la robustesse du critère L_1 : un résidu important, rejeté par l'estimateur des moindres carrés, est considéré comme normal (ou presque) par la loi de distribution (C.4) associée à la norme L_1.

	Critère L_1	Monte Carlo	Moindres carrés
$\Delta\psi_x$	0.00738	0.01468	0.00146
$\Delta\psi_y$	0.00456	0.00986	0.00084
$\Delta\psi_z$	0.00842	0.01895	0.00155
ΔT	0.00262	0.00569	0.00049
$\Delta q/q$	0.00169	0.00374	0.00032
Δe	$1.653\ 10^{-5}$	$3.454\ 10^{-5}$	$0.336\ 10^{-5}$
MAD	1.027	1.027	–
$\sigma(1)$	–	–	1.412

TAB. C.1 - Exemple d'erreurs obtenues à l'issu d'un ajustement de l'orbite de la comète Wilson-Hubbard réalisé par R.L. Branham [Bra86b]. Les variables angulaires sont en degré, ΔT est exprimé en jour, MAD et $\sigma(1)$ sont en seconde de degré.