



HAL
open science

Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm : mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium et détermination de la constante de Rydberg

Béatrice de Beauvoir

► **To cite this version:**

Béatrice de Beauvoir. Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm : mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium et détermination de la constante de Rydberg. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1996. Français. NNT: . tel-00011903

HAL Id: tel-00011903

<https://theses.hal.science/tel-00011903>

Submitted on 9 Mar 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**LABORATOIRE
KASTLER BROSSSEL**



Thèse de doctorat de l'Université Paris 6

Spécialité : Optique et Photonique

présentée par

Béatrice de Beauvoir

Pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet :

Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm :
mesure absolue des fréquences 2S-8S/D
des atomes d'hydrogène et de deutérium
et détermination de la constante de Rydberg

Soutenue le 16 décembre 1996 devant le jury composé de :

M. B. CAGNAC	Président
M. C. CHARDONNET	Rapporteur
M. P. JUNCAR	Rapporteur
M. F. BIRABEN	Directeur de thèse
MME F. VEDEL	
M. A. DUCASSE	

A mon père

REMERCIEMENTS

Dans ces quelques lignes anodines, que j'ai écrites à la fin mais que beaucoup liront en premier, je voudrais faire sentir au lecteur l'ambiance familiale qui règne à Jussieu au laboratoire Kastler Brossel, qui m'a accueillie voici presque quatre ans déjà. A cette occasion, je remercie ses deux directeurs successifs, Jacques Dupont-Roc, Michèle Leduc et le CNRS qui a financé cette thèse par une bourse de docteur-ingénieur.

A Jussieu, vit une grande famille...

Il y a le grand-père, Bernard Cagnac, qu'on peut toujours aller déranger si un problème nous échappe, sans savoir quand on repartira... Je le remercie vivement pour ces nombreuses discussions, pour son dynamisme et sa ténacité pour l'installation de la fibre optique.

François Biraben et Lucile Julien ont joué pour moi le rôle de "parents scientifiques".

Le caractère formidablement optimiste, enthousiaste et rieur de François m'a appris à pondérer mes déceptions et mes a priori et m'a encouragé dans mes efforts aussi bien expérimentaux que théoriques. Par dessus ses humeurs quelque fois bougonnes, il n'a jamais rechigné à m'expliquer trois fois la même chose ou à me convaincre d'un fait expérimental. J'ai aussi admiré sa grande mémoire de l'expérience et sa grande sagesse dans sa politique "des petits pas". Ce mémoire lui doit beaucoup.

Lucile, elle, a su toujours être à mon écoute, disponible pour me réexpliquer un phénomène que je n'avais pas compris. J'ai admiré son sens de la synthèse et sa grande pédagogie. Je lui suis très reconnaissante pour son attention et la clarté de ses explications.

François Nez, lui, a été pour moi un grand frère. Il m'a guidé dans la manip. Son enthousiasme et son expérience m'ont beaucoup aidée. Il a essayé de m'inculquer les bases de l'électronique, qui n'étaient pas "ma tasse de thé". Nous nous disputons de temps en temps car nous sommes tous les deux aussi têtus l'un que l'autre. Après avoir pesté contre les stations de travail, devant l'urgence, il a fait toute la mise en page de ce mémoire critiquant au passage la rédaction. Pour cela et tout le reste, je le remercie de tout coeur.

Sophie Bourzeix, qui finissait sa thèse quand j'ai commencé la mienne, m'a fait découvrir la manip. Je la remercie pour le temps qu'elle a passé à m'initier aux joies de la mécanique ou au secret du doublage.

Je voudrais à présent remercier tous mes oncles, tantes et cousins des autres équipes :

Dominique Delande pour m'avoir rassurée quand le tuyau de prépompage éclatait et qu'il n'y avait personne de l'équipe, pour m'avoir pardonnée quand j'interrompais inconsciemment le réseau alors que des calculs tournaient, pour m'avoir

initiiée au secret des stations SUN et du logiciel AVS, mais aussi pour les discussions maritimes qui nous faisaient rêver et les trésors cachés de son armoire...

Michel Pinard pour m'avoir réappris le formalisme de la matrice densité, pour sa disponibilité à relire mes calculs quelque fois un peu ténébreux,

Nicolas Billy pour m'avoir épaulée dans mon enseignement, soutenue dans la rédaction de ce mémoire et pour les longues discussions sur l'enseignement dans les universités françaises,

Antoine Heidmann, pour m'avoir appris les bases de l'informatique et pour avoir ponctué mes déboires par quelques touches d'humour,

Astrid Lambrecht, Benoît Grémaud et Serge Reynaud pour m'avoir initiée au secret de Tex et de Scientific Word,

Agnès Maître pour avoir été à l'écoute de mes états d'âmes et de mes impressions d'enseignante,

Jean-Michel Courty, pour nous avoir fait chaque jour à la cantine la chronique du temps qui passe,

Francesca, Thomas, Catherine, Pierre-François et tous les autres pour les quelques mots échangés qui font d'un lieu de travail un lieu sympathique,

Bernard Rodriguez, Alexis Poizat et Francis Tréhin pour leur insatiable patience et efficacité devant les problèmes de mécanique ou de plomberie que je leur posais, et Sylvain Pledel pour sa grande serviabilité au magasin,

Guy Flory pour avoir réalisé les cellules à rubidium ainsi que les tubes en pyrex pour la décharge d'hydrogène,

Jean-Claude Bernard, Philippe Pace et Jean-Pierre Okpiz pour les nombreux montages d'électronique,

Jean-Pierre Plaut pour les dépannages informatiques en tout genre,

Blandine Moutiers et Karine Vasseur pour m'avoir aidée pour les commandes et dans toutes les démarches administratives que j'ai pu faire.

Je voudrais aussi remercier toute la famille du L.P.T.F., André Clairon, Ouali Acef, Driss Touahri, et les autres, ainsi que Yves Millérioux de l'I.N.M. pour les longues heures pendues au téléphone à savoir si oui ou non il y avait quelques choses à l'autre bout de la fibre. C'est à eux que l'on doit la mesure de notre étalon de fréquence.

Enfin, je voudrais remercier vivement Christian Chardonnet, et Patrick Juncar qui ont accepté sans hésitation d'être les rapporteurs de cette thèse, en dépit du faible délai qui leur était imparti. Je suis aussi reconnaissante à Fernande Vedel et André Ducasse, pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à l'égard de cette thèse en acceptant de faire partie du jury.

Pour finir, je voudrais remercier chaleureusement toute ma famille et en particulier mon mari et ma fille qui ont accepté mes sautes d'humeur quand la manip ne marchait pas bien, mes discours incompréhensibles et enthousiastes sur l'intérêt

de mesurer une constante fondamentale que presque personne ne connaît avec 12 chiffres significatifs et mes absences répétées durant la rédaction de ce manuscrit qui fut faite à marche forcée. Pour tout cela et simplement pour leur présence, encore une fois merci !

Table des matières

INTRODUCTION	5
1 PRESENTATION DE L'EXPERIENCE	11
1.1 L'intérêt d'une mesure de grande précision dans l'hydrogène	11
1.1.1 Le modèle de Bohr et la constante de Rydberg	11
1.1.2 Le rôle clé de la constante de Rydberg dans l'ajustement des constantes fondamentales	12
1.1.3 L'atome d'hydrogène une échelle atomique naturelle	13
1.1.4 La théorie de l'atome d'hydrogène	14
1.2 Considération générale et choix de l'expérience	16
1.2.1 Les mesures de la constante de Rydberg jusqu'en 1986	16
1.2.2 La spectroscopie à deux photons	18
1.2.3 Considération générale	19
1.3 Métrologie de l'hydrogène à Paris	19
1.3.1 Premières mesures en longueurs d'onde	19
1.3.2 Entre l'interférométrie et la mesure en fréquence	21
1.3.3 Première mesure de la constante de Rydberg tout en fréquence . .	22
1.3.4 Mesure du déplacement de Lamb de l'état fondamental	23
1.3.5 Le principe de notre mesure	25
2 REALISATION D'UN ETALON DE FREQUENCE A 778 NM	31
2.1 Le laser de référence	31
2.1.1 Principe et intérêts	31
2.1.2 Description du montage	31
2.1.3 Quelques points théoriques	36
2.2 La fibre optique	46
2.2.1 Description de la fibre	46
2.2.2 Etude du décalage en fréquence	48
2.2.3 Etude d'un élargissement	51
2.2.4 Etudes de quelques effets non linéaires spécifiques	54
2.3 La mesure de notre étalon de fréquence	55
2.3.1 Le principe de la mesure	55
2.3.2 Etude de notre système	57
2.3.3 Résultats	61
3 MONTAGE EXPERIMENTAL	65
3.1 Le jet atomique de métastables	65
3.1.1 Description	65
3.1.2 Tentatives d'amélioration du flux de métastables	69
3.1.3 Mesure de la distribution de vitesses	74
3.2 Le laser d'excitation	79

3.2.1	Description	79
3.2.2	Les asservissements	80
3.3	Les éléments du montage et la méthode de la mesure	83
3.3.1	La chaîne hyper-fréquence à 13 GHz	83
3.3.2	La diode Gunn	84
3.3.3	La diode Schottky	85
3.3.4	La mesure	87
4	CALCUL DES FORMES DE RAIE	99
4.1	Taux de transition et statistique des trajectoires	99
4.1.1	Taux de transition	99
4.1.2	Statistique des trajectoires	100
4.1.3	Corrections apportées jusqu'à maintenant	105
4.2	Modifications apportées au calcul	107
4.2.1	Structure hyperfine des niveaux excités	107
4.2.2	Ionisation et saturation de la transition	108
4.2.3	L'intégrale des vitesses et l'effet Doppler du second ordre	111
4.2.4	Déroulement du calcul	112
4.3	Effet Stark : mélange des niveaux	112
4.3.1	Introduction	113
4.3.2	Calcul à proprement dit du taux de transition dans un modèle simple	117
4.3.3	Application à notre problème	122
4.4	Conclusion	124
5	DEPOUILLEMENT DES SIGNAUX EXPERIMENTAUX	131
5.1	Ajustement des courbes expérimentales	131
5.1.1	Méthode la plus simple	131
5.1.2	Les causes d'élargissements parasites	133
5.1.3	Ajustement en ajoutant un élargissement gaussien	134
5.2	L'extrapolation à puissance nulle	137
5.2.1	Introduction	137
5.2.2	Exemple d'extrapolations	138
5.2.3	Ajustement du diaphragme	141
5.2.4	Autre moyen de contrôle de la puissance	143
5.2.5	Largeur et élargissement parasite	143
5.3	Mesure des populations des niveaux hyperfins métastables	144
5.4	Analyse de l'effet Stark	146
5.4.1	Détermination du champ électrique	146
5.4.2	Evaluation de l'effet Stark sur la position de la raie	148
5.5	Etude d'un effet malconnu : le désalignement	149
5.5.1	Principe	149
5.5.2	Résultats	151
5.6	Effet de l'intégrale sur la vitesse	152
5.7	Effet de la moyenne sur la puissance	156

5.7.1	Effet de l'interpolation quadratique	156
5.7.2	Effet de la moyenne sur la puissance à proprement dit	157
6	ANALYSE DES RESULTATS	163
6.1	Valeur des fréquences mesurées	163
6.1.1	Détermination des incertitudes	163
6.1.2	Résultats des extrapolations	167
6.1.3	Comparaison des différentes mesures	169
6.2	Analyse des résultats	171
6.2.1	Détermination de la constante de Rydberg dans l'hydrogène . . .	171
6.2.2	Analyse des résultats concernant le déplacement isotopique	172
6.2.3	Détermination de R_∞ dans le deutérium	175
6.2.4	Valeur du rapport m_p/m_e	176
6.2.5	Détermination de R_∞ à l'aide des mesures dans l'hydrogène et dans le deutérium ; comparaison avec les autres mesures	177
6.3	Perspectives	179
	CONCLUSION	185
	APPENDICES	189
A	Appendice 1: Calcul de l'hamiltonien Stark	189
A.1	Calcul de l'hamiltonien dans la base des états propres	189
A.2	Résultats numériques	191
B	Appendice 2: Conservation du barycentre de la raie	195
C	Appendice 3: Données numériques (H et D)	199
C.1	Durée de vie des niveaux excités	199
C.2	Structure hyperfine des niveaux excités	199
C.3	Taux de retombée vers les niveaux hyperfins	201
C.4	Taux d'excitation à deux-photons	202
C.5	Coefficient du déplacement lumineux	202
C.6	Coefficients d'ionisation	207
C.7	Données dépendant du jet	207
D	Appendice 4: La transition $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ du rubidium.	209
D.1	Calcul du taux d'excitation	209
D.2	Calcul du déplacement lumineux	210
	Bibliographie	215

INTRODUCTION

L'atome d'hydrogène a des transitions dans un large domaine de longueurs d'onde (depuis l'ultraviolet jusqu'aux micro-ondes). Ses fréquences de transitions sont toutes reliées entre elles par l'intermédiaire de la constante de Rydberg, et peuvent être calculées avec une très grande précision connaissant cette constante et les corrections à l'énergie des niveaux dues aux effets radiatifs (déplacement de Lamb). La spectroscopie à très haute résolution de l'atome d'hydrogène est un moyen de déterminer la constante de Rydberg ainsi que les corrections radiatives. La connaissance très précise de ces quantités pourrait permettre à l'avenir d'utiliser l'atome d'hydrogène lui-même comme une échelle de fréquences de référence dans le domaine optique.

Depuis maintenant une quinzaine d'années, notre groupe s'est lancé dans une course à la précision dans les mesures de fréquence de l'atome d'hydrogène. Cette aventure a débuté dans les années 70 sous l'impulsion de Bernard Cagnac qui propose la méthode de spectroscopie à deux photons sans effet Doppler dans les expériences de spectroscopie haute résolution. En 1983, François Biraben débute une expérience fondée sur cette méthode dans l'atome d'hydrogène. En étudiant les transitions à deux photons $2S - nS/D$ ($n=8, 10, 12$), François Biraben et Lucile Julien obtiennent en 1986 une première détermination de la constante de Rydberg par comparaison interférométrique des fréquences de transition de l'hydrogène avec le laser hélium-néon stabilisé sur l'iode, utilisé comme étalon de fréquence. D'année en année, l'expérience se complexifie et la précision s'améliore. En 1993, durant la thèse de François Nez, le groupe franchit un pas important en faisant la première mesure uniquement en fréquence de la constante de Rydberg. Le schéma expérimental tire parti de la quasi-coïncidence entre la fréquence d'excitation des transitions $2S - 8S/D$ (à 778 nm) et la différence de fréquence entre le laser He-Ne stabilisé sur l'iode (à 633 nm) et le laser He-Ne stabilisé sur le méthane (à 3,39 μm). L'écart à coïncidence est mesuré par une diode Schottky en utilisant une source micro-onde intermédiaire. La précision sur la constante de Rydberg atteint alors $2,2 \times 10^{-11}$.

Le travail de ce mémoire s'inscrit donc dans un travail de longue haleine. Le but de notre équipe, à présent, est double : d'une part, améliorer encore la précision sur la constante de Rydberg de façon à atteindre les limites de la théorie, d'autre part, mesurer la constante de Rydberg avec différentes transitions, ce qui est une façon de tester la dépendance en $1/r$ du potentiel coulombien. L'idée de départ de mon travail de thèse était de mesurer la fréquence des transitions $2S - 8S/D$ et $2S - 12S/D$ à l'aide

d'un nouvel étalon de fréquence meilleur que l'He-Ne stabilisé sur l'iode. La première mesure fait l'objet de ce mémoire, la seconde en préparation sera présentée dans le dernier chapitre.

Tout au long de ce mémoire, j'ai détaillé des effets observés expérimentalement puis j'ai cherché à les analyser et à les comprendre a posteriori par une approche théorique. Dans mon travail, l'expérience a toujours le rôle principal ; la théorie ne vient au secours de celle-ci que dans le but de mieux la comprendre ou de l'améliorer...

Ce travail se divise en six parties :

Le premier chapitre de ce mémoire développe les différentes motivations de cette thèse. Une brève présentation de la théorie de l'atome d'hydrogène permet de donner au lecteur l'éclairage suffisant pour comprendre l'ensemble des résultats. Je fais ensuite un rappel rapide de l'historique général des mesures de la constante de Rydberg et présente le schéma de l'expérience qui est décrite tout au long de ce mémoire.

Un des points principaux de ma thèse a été la construction du nouvel étalon de fréquence dont les qualités métrologiques sont potentiellement meilleures que celle du laser He-Ne stabilisé sur l'iode. Cet étalon de fréquence est une diode laser stabilisée sur une transition à deux photons entre deux niveaux hyperfins de l'atome de rubidium. La description de cet étalon fait l'objet du second chapitre de ce mémoire. Cet étalon de fréquence a été mesuré au cours de cette thèse grâce à une chaîne de fréquence, mise en place au laboratoire primaire du temps et des fréquences, qui relie cet étalon à l'horloge à césium. Pour cela l'installation d'une fibre optique, entre nos deux laboratoires, a permis de mesurer directement la fréquence de cet étalon. Je décris donc en même temps dans ce second chapitre, l'étude des caractéristiques métrologiques de cette liaison par fibre optique.

Pour atteindre la précision de quelques 10^{-12} sur la valeur de la constante de Rydberg, il faut pouvoir pointer la position des raies étudiées avec plus de précision. Pour cela, nous avons cherché d'une part à améliorer la qualité de nos signaux atomiques, d'autre part à affiner notre modèle théorique du calcul de formes de raie.

Dans le chapitre trois, je présente nos essais d'amélioration des signaux atomiques ainsi que le dispositif expérimental. Ce dispositif tire partie de la quasi-coïncidence entre la fréquence du nouvel étalon et celle des transitions $2S - 8S/D$ dans l'hydrogène (l'écart à la coïncidence est de 40 GHz) ou dans le deutérium (144 GHz), que nous voulons mesurées.

Dans le chapitre quatre, je fais un bref rappel du modèle de calcul des formes de raie, puis je développe les diverses modifications que nous y avons apportées. Enfin je détaille l'étude théorique de l'effet Stark linéaire. En effet, le moindre champ électrique résiduel dans l'expérience peut provoquer le déplacement de la fréquence de la transition que nous étudions. Il est donc important non seulement d'évaluer ce champ électrique mais d'analyser et de quantifier son effet.

Avec l'amélioration de la précision, nous arrivons aux limites de l'expérience. La compréhension et l'analyse des résultats qui mettent en jeu un nombre très important de paramètres sont fondamentales. Le chapitre cinq développe donc notre méthode de dépouillements des résultats ; on y discute les limites de notre modèle théorique. D'autre

part, j'ai aussi effectué un certain nombre de simulations afin de mieux comprendre certains effets observés expérimentalement. Les résultats obtenus sont rassemblés dans ce chapitre.

Le sixième et dernier chapitre rassemble bien sûr les différentes mesures que nous avons faites aussi bien dans l'hydrogène que dans le deutérium. La première partie de ce chapitre est consacrée à l'étude des incertitudes. Par la suite, je donne la nouvelle valeur de la constante de Rydberg ainsi que la valeur du déplacement isotopique et le déplacement de Lamb du niveau métastable du deutérium. Puis, je fais une analyse des différents résultats obtenus dans le monde, les comparant aux nôtres. Enfin je décris la prochaine mesure de la transition $2S - 12S/D$ et présente les différentes perspectives qui font suite à ce travail.

Enfin quatre annexes viennent compléter ce mémoire ; deux de ces annexes donnent des résultats numériques liés à la description de l'effet Stark linéaire faite dans le chapitre quatre ; une annexe est consacrée aux données numériques du calcul des formes de raie pour les transitions $2S - 8S/D$, et la dernière annexe est un complément numérique au chapitre trois sur le nouvel étalon de fréquence.

Tous les chapitres sont séparés par une feuille de couleur ; les références sont classées par ordre alphabétique et sont regroupées en fin de volume.

“Le temps : cette continuité indivise et indestructible d’une mélodie, où le passé entre dans le présent et forme avec lui un tout indivisé.”

Bergson

1 PRESENTATION DE L'EXPERIENCE

Son abondance dans l'univers et sa déconcertante simplicité font de l'hydrogène un atome à part, analysé et étudié aussi bien par les théoriciens que par les expérimentateurs. Cet atome, uniquement constitué d'un proton et d'un électron, possède un spectre de fréquences très riche qui s'étend des radio-fréquences à l'ultra-violet lointain. Depuis une dizaine d'année notre équipe, qui s'est lancée dans la spectroscopie à haute résolution, a fait de l'atome d'hydrogène son cheval de bataille. Aussi je commencerai ce chapitre en décrivant les motivations qui nous poussent encore aujourd'hui à faire des mesures de haute précision dans l'hydrogène. Dans une seconde partie, je dresserai un rapide historique des différentes mesures et j'exposerai un certain nombre de considérations générales qui justifient les choix de notre expérience. Enfin, en dernière partie, j'énumérerai les mesures déjà effectuées dans notre groupe et décrirai plus en détail le principe de notre mesure.

1.1 L'intérêt d'une mesure de grande précision dans l'hydrogène

1.1.1 Le modèle de Bohr et la constante de Rydberg

L'étude expérimentale du spectre de l'hydrogène débute dans la seconde moitié du dix-neuvième siècle avec A.J. Ångström qui identifie les premières raies visibles. En 1889, J.R. Rydberg transforme la formule de Balmer, trouvée quatre ans plus tôt, pour décrire numériquement la régularité observée dans le spectre de l'hydrogène. Il introduit alors les inverses des longueurs d'onde mesurées λ_{np} et écrit :

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (1.1)$$

avec n et p entier et où R_H est la constante de Rydberg pour l'atome d'hydrogène.

Cette découverte complètement empirique ne trouve son aboutissement qu'en 1913, lorsque Bohr donne la première explication physique de l'atome d'hydrogène et calcule la première formule théorique de ce qui deviendra la constante de Rydberg R_∞ . Celle-ci est définie dans la description du mouvement d'un électron unique autour d'un centre

attractif fixe, c'est-à-dire de masse infinie. Les niveaux d'énergie de ce système très simple sont faciles à calculer :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \quad (1.2)$$

où m est la masse de l'électron, e sa charge, ε_0 la permittivité du vide, n un nombre entier appelé nombre quantique principal, et h la constante de Planck. La longueur d'onde de la radiation émise par un atome passant d'un niveau p à un niveau n , s'écrit alors

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = \frac{E_p - E_n}{hc} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (1.3)$$

d'où l'expression théorique de la constante de Rydberg :

$$R_\infty = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \quad (1.4)$$

1.1.2 Le rôle clé de la constante de Rydberg dans l'ajustement des constantes fondamentales

La nature fournit un grand nombre de quantités qui peuvent s'exprimer en fonction des constantes dites fondamentales qui sont par exemple le nombre d'Avogadro, la vitesse de la lumière dans le vide, la constante gravitationnelle, la constante de Boltzmann, la masse du proton, celle de l'électron, sa charge ou la constante de Planck. En combinant ces constantes on obtient des constantes secondaires suffisamment intéressantes pour qu'on leur donne un nom. La constante de Rydberg comme la constante de structure fine en font partie. L'équation 1.4 suffit à montrer l'intérêt de la constante de Rydberg, qui relie entre elles cinq constantes fondamentales qui sont : la masse de l'électron, sa charge, la constante de Planck, la vitesse de la lumière et la permittivité du vide. En 1983, lors de la nouvelle définition du système d'unités internationales, le mètre a été défini comme la longueur parcourue par la lumière dans le vide en $1/299792458^{ème}$ de seconde. Ainsi la vitesse de la lumière prend par la force des choses une valeur exacte et par conséquent la permittivité du vide aussi ($\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$). Le nombre de constantes fondamentales reliées par la constante de Rydberg passe alors de cinq à trois. Ainsi R_∞ relie m , e , et h . Si maintenant on s'intéresse à une autre constante secondaire qui est la constante de structure fine α , elle s'écrit

$$\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc} \quad (1.5)$$

La constante de Rydberg s'exprime alors en fonction de α

$$R_\infty = \frac{\alpha^2 mc}{2h} \quad (1.6)$$

On voit immédiatement que α relie elle aussi m , e , et h . S'il existait une troisième constante secondaire reliant ces trois constantes fondamentales, on obtiendrait trois constantes fondamentales indépendantes. Mais malheureusement ce n'est pas le cas.

Les constantes fondamentales et les constantes secondaires sont régulièrement mesurées par différentes équipes dans le monde avec des incertitudes réduites d'année en année. L'ensemble de ces mesures est utilisé pour faire régulièrement ce qui est appelé "un ajustement des constantes fondamentales". Ce travail consiste, à partir de tous les résultats disponibles, à déterminer par une méthode de moindres carrés les meilleures valeurs possibles pour les constantes fondamentales. Les deux derniers ajustements ont été faits en 1973 [Cohen 1973] et 1986 [Cohen 1986]. Dans cet ajustement, certaines constantes, dont la valeur est connue avec une très grande précision, sont considérées comme fixes et ne sont pas ajustées. On les appelle "constantes auxiliaires". C'est le cas de la constante de Rydberg qui joue donc un rôle clé dans l'ajustement des constantes fondamentales [Petley 1992]. La mesure que je vais décrire dans ce mémoire trouve aussi sa justification dans le nouvel ajustement des constantes fondamentales qui devrait avoir lieu en 1997 ou 1998.

1.1.3 L'atome d'hydrogène une échelle atomique naturelle

L'expression 1.3 montre que le spectre de l'atome d'hydrogène a comme constante de proportionnalité la constante de Rydberg. Ainsi, pour relier le domaine des micro-ondes de ce spectre à celui de l'ultra-violet lointain, il suffit de connaître R_∞ . Cette constante constitue donc un facteur d'échelle naturel des fréquences de l'atome d'hydrogène et du spectre visible "élargi". Pour mesurer ces transitions, il faut se raccorder à l'horloge atomique qui définit l'unité de fréquence. En effet l'inverse de la seconde est aujourd'hui définie par rapport à une transition hyperfine de l'état fondamental du césium (9,2 GHz). Si on veut mesurer précisément une transition atomique, on cherche donc à raccorder sa fréquence à celle du césium en multipliant un grand nombre de fois cette dernière à l'aide de montages complexes mettant en jeu des mélanges non-linéaires. Ces montages, appelés chaînes de multiplication de fréquence, permettent de faire des mesures de transitions atomiques jusque dans le domaine visible. Mesurer plusieurs transitions de l'hydrogène dans des domaines différents du spectre électromagnétique est donc un test de ces chaînes de multiplication de fréquences qui ont l'inconvénient d'être souvent très compliquées. Dans le même ordre d'idée, il a été suggéré [Zhao 1986], [Julien 1986] d'utiliser l'atome d'hydrogène comme une échelle de fréquence. Comme les fréquences des transitions de l'hydrogène peuvent être calculées avec une très grande précision, elles constituent des fréquences de référence de l'infrarouge à l'ultraviolet. Cela peut donc éviter d'utiliser une chaîne de fréquence remontant jusqu'à l'horloge à césium. Mais il reste encore un long chemin à faire pour atteindre la précision des horloges atomiques...

1.1.4 La théorie de l'atome d'hydrogène

Le modèle de Bohr, que j'ai évoqué au début de ce chapitre, introduit la quantification de manière arbitraire. La première description quantique correcte de l'atome d'hydrogène est faite à partir de l'équation de Schrödinger qui permet de décrire exactement le problème à deux corps dans un cadre non relativiste. On introduit pour cela, la masse réduite :

$$\mu = \frac{m}{1 + \frac{m}{M}} \quad (1.7)$$

où M est la masse du proton. L'équation de Schrödinger permet alors de démontrer le résultat donné par le modèle de Bohr :

$$E_n = -hcR_H \frac{1}{n^2} \quad (1.8)$$

où

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}} \quad (1.9)$$

Dans la pratique, l'expérience permet d'avoir accès à la valeur de la constante R_H . La connaissance du rapport m/M est donc nécessaire pour remonter à la valeur de la constante de Rydberg R_∞ . A ce niveau de la théorie, les niveaux d'énergie ne dépendent que du nombre quantique principal n et sont indépendants des nombres quantiques L et m_L . Cette théorie relativement simple permet d'atteindre une précision relative de 10^{-5} sur l'énergie des niveaux. Si on veut une plus grande précision sur les calculs théoriques, il faut tenir compte de différents effets qui sont les effets relativistes, les corrections radiatives, les effets de taille du noyau et la structure hyperfine.

1.1.4.1 Les effets relativistes

Dans la réalité, la vitesse de l'électron n'est pas négligeable devant la vitesse de la lumière et il faut en tenir compte. C'est ce que fait Dirac dans son équation qui donne une description à la fois quantique et relativiste de la dynamique de l'électron dans le champ du proton. L'expression exacte des niveaux d'énergie trouvée par Dirac, en considérant la masse du proton infinie, fait apparaître une correction du premier ordre en α^2 , appelée structure fine, qui est de l'ordre de 10^{-5} en valeur relative. On obtient des niveaux d'énergie qui dépendent du moment angulaire total J . Par exemple, les niveaux $2P_{1/2}$ et $2S_{1/2}$ ont la même énergie.

L'équation de Dirac est soluble exactement pour un potentiel central, mais ne l'est pas pour le problème à deux corps. Pour traiter ce problème, on est donc obligé de partir du résultat obtenu avec l'équation de Dirac et de faire un développement perturbatif en fonction du rapport m/M et de la constante de structure fine α . Le point de départ de ce développement (ordre zéro) noté E_{nJ}^μ (*Dirac*) est le résultat de l'équation de Dirac pour une particule de masse μ , ce qui est arbitraire, mais a l'avantage de tenir compte immédiatement de toute une série de termes en m/M . A partir de là, la première correction relativiste due au recul du noyau est d'ordre α^2 par rapport à l'énergie de

l'état fondamental de l'hydrogène et elle a une expression simple :

$$E_n(\text{recul}) = -\frac{\mu^2 c^2}{M+m} \frac{(Z\alpha)^4}{8n^4} \quad (1.10)$$

Comme le montre l'équation ci-dessus, cette correction ne dépend que du nombre quantique principal n . Au total, on peut écrire l'énergie d'un niveau défini par ses trois nombres quantiques (n, L, J) , comme la somme de trois termes :

$$E_{n,L,J} = E_{nJ}^\mu(\text{Dirac}) + E_n(\text{recul}) + E(\text{Lamb}) \quad (1.11)$$

Le dernier terme $E(\text{Lamb})$ contient par convention tous les autres termes, c'est-à-dire les effets de recul relativiste du noyau d'ordres supérieurs, ainsi que les corrections radiatives et l'effet de la taille finie du noyau dont je vais parler maintenant.

1.1.4.2 L'électrodynamique quantique ou les corrections radiatives

L'interaction entre l'électron et le champ électromagnétique quantifié est traitée par la théorie de l'électrodynamique quantique. La nécessité de celle-ci est apparue pour expliquer la levée de la dégénérescence entre les niveaux $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$, mise en évidence dans l'expérience historique de Lamb et Retherford en 1947 [Lamb 1947]. Ces auteurs observent alors une différence d'énergie entre les deux niveaux de l'ordre de 1 GHz, alors que la théorie de Dirac la prévoyait nulle.

On peut distinguer trois corrections différentes qui sont : la contribution des fluctuations du vide (émission et absorption de photons virtuels) appelée aussi terme d'auto-énergie de l'électron, la contribution du moment magnétique anormal de l'électron, et la contribution de la polarisation du vide (due à la création virtuelle de paire électron-positron). Les plus importantes de ces corrections sont à l'ordre α^3 , soit de l'ordre de 10^{-6} en valeur relative ou dix fois moins que la structure fine. Elles sont importantes pour les niveaux S et varient, en première approximation, comme $1/n^3$. Les calculs des corrections d'ordres supérieurs sont un domaine de recherche en pleine activité. Les résultats les plus récents ont été répertoriés dans les références [Mohr 1988], [Sapirstein 1990] et [Pachucki 1996]. La précision des calculs est de l'ordre de 10^{-11} .

1.1.4.3 L'effet de taille du noyau

Cet effet n'a d'importance que pour les états S où l'équation de Schrödinger prévoit une probabilité de présence non nulle de l'électron à la position du centre attractif. Ceci correspond à une certaine pénétration de l'électron dans le volume fini du proton. L'expression de la correction est proportionnelle à la valeur quadratique de la distribution de charge du proton $\langle r^2 \rangle$. L'incertitude de cette correction est donc liée à celle sur la taille du proton. Aujourd'hui nous disposons de deux mesures indépendantes de la taille du proton qui ne se recoupent pas : la plus ancienne qui date de 1963 donne $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0,805(11)$ fm [Hand 1963] ; la plus récente faite en 1980 à Mayence donne

$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0,862(12)$ fm [Simon 1980]. En utilisant ces deux valeurs, l'effet pour le niveau $1S$ est soit de 1,015 (28) MHz, soit de 1,164 (32) MHz. Il y a donc une différence notable qui est responsable d'une incertitude relative de $4,6 \times 10^{-11}$ pour l'énergie du niveau $1S$ par rapport à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène. L'effet de taille du noyau décroît avec n comme $1/n^3$.

En conclusion, des mesures extrêmement précises des fréquences de l'atome d'hydrogène peuvent permettre soit de vérifier les calculs d'électrodynamique quantique, soit, si on suppose ces calculs exacts, de mesurer la distribution de charge du noyau.

1.1.4.4 La structure hyperfine

Enfin, pour obtenir la valeur exacte des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, il faut rajouter la valeur de la structure hyperfine. Ces corrections sont beaucoup plus importantes que les précédentes mais elles sont bien connues et facilement calculables grâce à l'équation de Fermi (un certain nombre de corrections de structure hyperfine sera donné dans le chapitre quatre de ce mémoire).

Ce rapide inventaire des corrections théoriques montre que la précision de la mesure de la constante de Rydberg atteint maintenant celle des calculs. Par voie de conséquence, en améliorant encore la précision de cette mesure, on confronte la théorie à l'expérience.

1.2 Considération générale et choix de l'expérience

1.2.1 Les mesures de la constante de Rydberg jusqu'en 1986

La première mesure de la constante de Rydberg a été faite par Rydberg lui-même. En corrigeant ce résultat de l'effet de la masse réduite et de l'indice de réfraction de l'air, il obtient :

$$R_{\infty} = 109\,747 \text{ cm}^{-1}$$

La première mesure effectuée dans l'hydrogène date de 1927. Cette mesure faite par Houston dans le même temps sur l'hélium ionisé sera suivie jusqu'en 1973 par sept autres avec une amélioration de la précision en 46 ans d'un facteur deux (la dernière mesure étant celle de Kimble avec une précision de 7×10^{-8}). Cette si faible amélioration s'explique par la limitation due à l'effet Doppler. Pour pallier cet effet, diverses équipes tentent de s'en affranchir. En 1972, la précision gagne un ordre de grandeur grâce à l'absorption saturée, qui n'est rendue possible qu'avec le développement des lasers. Deux autres méthodes font leur apparition à peu près en même temps : l'étude d'un jet atomique par un faisceau perpendiculaire à celui-ci, et la spectroscopie à deux photons, qui est celle que nous utilisons encore aujourd'hui. Les références [Garreau 1989], [Nez 1993a] et [Cagnac 1994] font une comparaison détaillée des différentes expériences. De 1974 à 1980 deux mesures sont faites par absorption saturée à Stanford et au N.P.L.. La figure 1

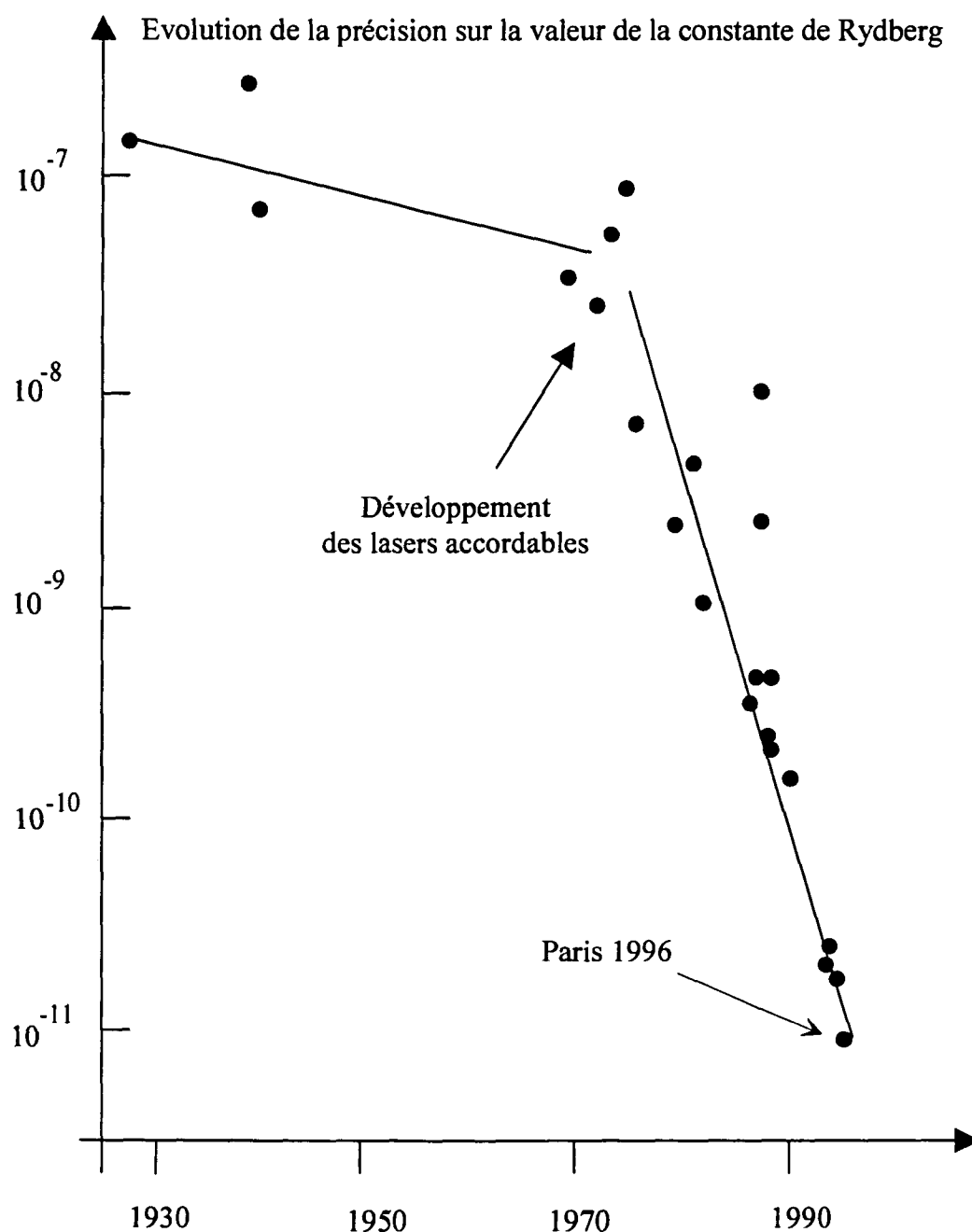


Fig. 1: Evolution de la précision sur la valeur de la constante de Rydberg durant les 60 dernières années.

montre la progression fulgurante de la précision avec l'apparition des lasers qui permettent de s'affranchir de l'effet Doppler. En 1981 la première mesure par jet et faisceau perpendiculaires voit le jour à Yale. Ce n'est qu'en 1986 qu'a lieu la première mesure grâce à la spectroscopie à deux photons. La difficulté de cette méthode réside principalement dans l'intensité des raies à deux photons qui sont nettement moins probables que les raies à un photon. Il faut donc attendre l'avènement de sources lasers

suffisamment puissantes pour que cette méthode fasse ses preuves. Les deux premières mesures auront d'ailleurs lieu en impulsion.

Le dernier point de la figure 1 constitue le résultat de ce mémoire...

1.2.2 La spectroscopie à deux photons

L'agitation thermique dans les gaz ou les vapeurs induit un élargissement des raies optiques émises ; la largeur Doppler induite par cet effet est de l'ordre de 10 à 1000 fois la largeur naturelle. La méthode de spectroscopie à deux photons sans effet Doppler a été proposée indépendamment par Chebotaïev [Vasilenko 1970], et Cagnac [Cagnac 1973] dans les années 70, c'est-à-dire bien avant d'être utilisée expérimentalement dans l'hydrogène.

Considérons un atome interagissant avec une onde stationnaire de fréquence ν_L dans le référentiel du laboratoire. L'atome a une vitesse \vec{v} de composante v_x dans la direction de propagation de l'onde.

Dans son repère propre l'atome est immobile ; il interagit avec deux ondes de fréquences respectives $\nu_L \left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$ et $\nu_L \left(1 - \frac{v_x}{c}\right)$ se propageant en sens contraire. Lorsqu'il absorbe un photon de chacune d'elles, la condition de résonance est la même pour tous les atomes quelle que soit leur vitesse et elle s'écrit :

$$h\nu_{res} = h\nu_L \left(1 + \frac{v_x}{c}\right) + h\nu_L \left(1 - \frac{v_x}{c}\right) = 2h\nu_L$$

Tous les atomes participent ainsi à la résonance, et les décalages dus à l'effet Doppler se compensent au premier ordre. Remarquons cependant que, si la polarisation de l'onde aller est identique à la polarisation de l'onde retour, les règles de sélection sont les mêmes pour l'absorption des deux photons se propageant en sens inverse ou de deux photons se propageant dans le même sens : les deux processus sont donc simultanément autorisés. Pour l'absorption de deux photons d'une même onde progressive, la condition de résonance s'écrit

$$h\nu_{res} = 2h\nu_L \left(1 \pm \frac{v_x}{c}\right)$$

La forme de raie d'absorption à deux photons dans une onde stationnaire sera donc la superposition de deux courbes :

- une lorentzienne étroite de forte intensité ayant en théorie la largeur naturelle correspondant à l'absorption des photons des ondes se propageant en sens inverse, la forte intensité étant due à la participation de tous les atomes à la résonance,
- une gaussienne large (largeur Doppler) de faible intensité, correspondant à l'absorption des photons des ondes se propageant dans le même sens, sa faible intensité étant due à la participation d'une seule classe de vitesse au phénomène.

Pour induire une transition à deux photons, la fréquence du laser est la moitié de celle de la résonance. La probabilité de transition à deux photons se calcule comme je le montre dans les chapitres deux et quatre. Enfin, il faut noter que les transitions à deux photons se font naturellement entre des niveaux de même parité à la différence des transitions à un photon.

1.2.3 Considération générale

Une fois l'effet Doppler du premier ordre éliminé, le principal obstacle à l'amélioration de la précision est la largeur naturelle des niveaux étudiés. Pour cela nous avons le choix entre quatre types de niveaux différents : l'état fondamental est le meilleur candidat mais son déplacement de Lamb est mal connu ce qui constitue une limite pour la mesure de la constante de Rydberg. Le second candidat est bien sûr le niveau métastable $2S_{1/2}$ de largeur naturelle de 1,3 Hz et dont le déplacement de Lamb a été mesuré très précisément par spectroscopie micro-onde [Lundeen 1981], [Hagley 1994]. Les états de Rydberg (n élevés et L petit) constituent le troisième type de niveaux. Enfin les états dits circulaires ($L = n - 1$) sont des candidats potentiels mais la difficulté à les générer limite leur intérêt.

Comme le déplacement de Lamb de l'état fondamental est mal connu, toutes les expériences faites en partant du niveau fondamental sont, plutôt des mesures du déplacement de Lamb que des mesures de la constante de Rydberg. Dans ce cas, on utilise la valeur de la constante de Rydberg déduite d'une autre mesure dans l'hydrogène pour calculer les termes E_{nJ}^{μ} (*Dirac*) et E_n (*recul*). On peut alors déduire le troisième terme de l'équation 1.11. Ainsi de nombreuses mesures ont été faites sur la transition $1S - 2S$, idéale à cause de sa largeur naturelle de 1,3 Hz, par T. W. Hänsch et ses collaborateurs à Stanford, puis à Garching [Wieman 1980], [Weitz 1993], et dans le groupe de D. N. Stacey à Oxford [Boshier 1989] et celui de E.A. Hinds à l'université de Yale [Berkeland 1995].

Pour mesurer la constante de Rydberg, il est donc préférable d'utiliser une transition à partir de l'état métastable $2S_{1/2}$. En effet, le déplacement de Lamb de l'état $2S_{1/2}$ a été mesuré précisément par spectroscopie micro-onde, ce qui permet de réduire l'incertitude due à cet effet. Les premières expériences ont été faites en utilisant les transitions à un photon $2S - 3P$ [Goldsmith 1978], [Zhao 1986] et $2S - 4P$ [Zhao 1987]. Cependant la précision est alors limitée par la largeur naturelle des niveaux excités correspondants (30 MHz et 12 MHz respectivement). C'est ce qui a conduit François Biraben à construire au laboratoire une nouvelle expérience pour observer les transitions à deux photons $2S - nS/D$ où n vaut de 8 à 12. Dans ce cas, la largeur naturelle du niveau excité est beaucoup plus petite, par exemple 144 kHz pour le niveau $8S$. De plus ces transitions tombent dans le proche infrarouge, domaine spectral où l'on dispose de sources accordables facilement utilisables (laser à colorant et laser titane-saphir).

1.3 Métrologie de l'hydrogène à Paris

1.3.1 Premières mesures en longueurs d'onde

L'expérience de notre groupe a commencé en 1983 sur la transition $2S - 8D$ à deux photons dans l'hydrogène. Le laser d'excitation est un laser à colorant déjà existant qui a été développé par François Biraben. Après de nombreuses difficultés dans la

construction du jet atomique les premiers résultats prometteurs apparaissent en 1984 [Biraben 1986a]. Pour mesurer précisément la longueur d'onde d'excitation, F. Biraben, et L. Julien utilisent une méthode interférométrique, qui permet de comparer, via une cavité Fabry-Perot très stable, la longueur d'onde du laser à colorant à celle d'un laser helium-néon à 633 nm stabilisée sur une raie de l'iode (He-Ne/I₂). Avec ce dispositif, ils étudient les transitions vers les niveaux $8D$ et $10D$ dans l'hydrogène et vers le niveau $8D$ uniquement dans le deutérium. Le principe de l'expérience est d'exciter la transition $2S - nD$ par l'intermédiaire d'un laser accordable puis d'observer la diminution du nombre de métastables en fonction de la fréquence du laser. Le signal proportionnel au nombre de métastables est obtenu en mélangeant les niveaux $2S$ et $2P$ à l'aide d'un champ électrique et en détectant à l'aide de photomultiplicateurs la fluorescence Lyman α , comme le montre la figure 2. A la suite de cela, ils obtiennent une mesure

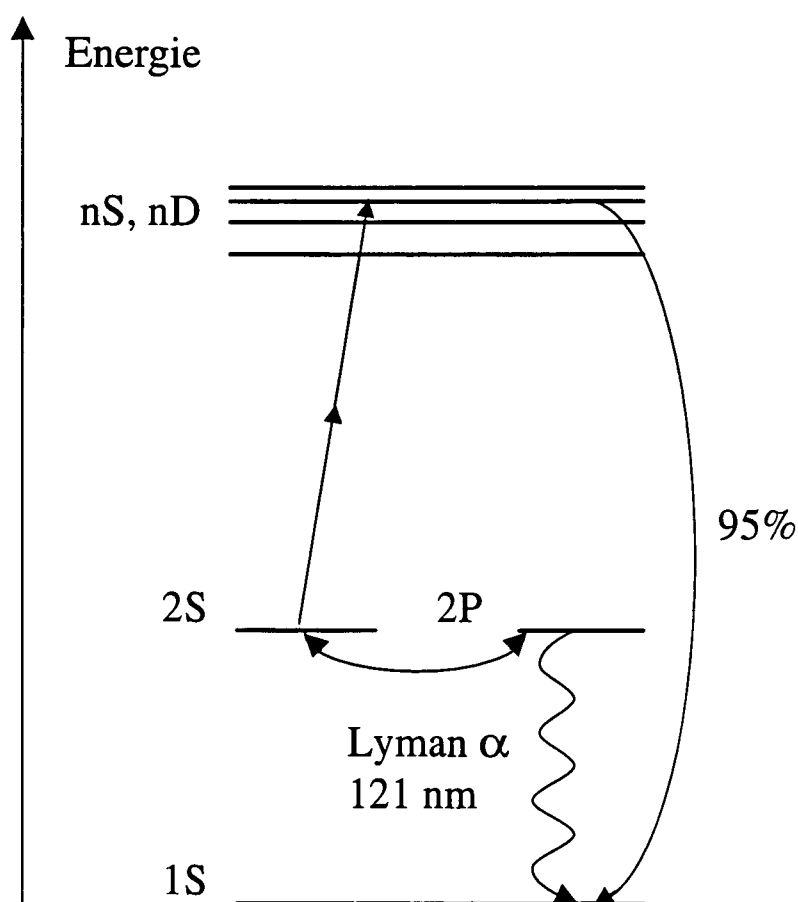


Fig. 2: Diagramme d'énergie des niveaux, de l'atome d'hydrogène, utilisés dans l'expérience.

de la constante de Rydberg avec une précision de $5,2 \times 10^{-10}$ [Biraben 1986b].

Après ces premiers balbutiements, l'équipe confortée par ce résultat modifie plusieurs points clés de l'expérience comme le balayage du laser, la méthode interférométrique et surtout elle développe un modèle théorique pour mieux ajuster les profils

de raie. Enfin elle informatise l'ensemble de l'expérience afin de pouvoir accumuler les données. De tels efforts sont couronnés de succès et en 1989, une nouvelle mesure interférométrique [Biraben 1989] de la constante de Rydberg donne la valeur suivante :

$$R_{\infty} = 109\,737,31\,570\,9(18) \text{ cm}^{-1}$$

soit une précision de $1,7 \times 10^{-10}$; cela constitue la thèse de J.C. Garreau [Garreau 1989].

1.3.2 Entre l'interférométrie et la mesure en fréquence

A présent que les premiers jalons sont posés, l'équipe s'engage dans une course à la précision de longue haleine. Chaque point de l'expérience doit être amélioré afin de gagner sur l'ensemble du tableau. La mesure de 1989 met à jour deux limites intrinsèques à la mesure : la première et principale limite est la précision de la mesure en fréquence du laser hélium-néon stabilisé sur l'iode qui est en valeur relative de $1,6 \times 10^{-10}$, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de la précision de la mesure. En 1992, l'équipe d'André Clairon remesure la fréquence de ce laser par rapport à l'horloge à césium au laboratoire primaire du temps et des fréquences avec une précision de $1,2 \times 10^{-11}$ [Acef 1992]. Cette mesure est faite grâce à une chaîne de multiplication de fréquence qui relie le laser hélium-néon stabilisé sur l'iode au laser à CO_2 stabilisé sur une raie hyperfine de la molécule OsO_4 . Ce dernier a lui-même été mesuré par rapport à l'horloge à césium avec une précision de $1,7 \times 10^{-12}$. Cette mesure, outre le fait d'augmenter la précision, corrige de -137 kHz la fréquence usuellement utilisée du laser hélium-néon stabilisé sur l'iode. La valeur de la constante de Rydberg de 1989 se trouve déplacée de $0,000\,028 \text{ cm}^{-1}$. Pour confirmer ce décalage et améliorer encore la précision, notre équipe décide de refaire une mesure de la transition $2S - 8S/D$ dans l'hydrogène, en utilisant un schéma proposé par André Clairon. Ce schéma tire parti de la quasi-coïncidence entre la fréquence d'excitation à deux photons des transitions $2S - 8S/D$ ($\lambda = 778 \text{ nm}$, soit $\nu = 385 \text{ THz}$) et la différence en fréquence du laser étalon à 633 nm (soit $\nu = 473 \text{ THz}$) et du laser hélium-néon stabilisé sur le méthane à $3,39 \mu\text{m}$ (soit $\nu = 88,4 \text{ THz}$). L'équipe dispose alors de deux lasers étalons de précisions relatives du même ordre. Ainsi en réalisant l'équation :

$$\nu(2S - 8S/D) = \nu(\text{He} - \text{Ne}/I_2) - \nu(\text{He} - \text{Ne}/\text{CH}_4) + 89 \text{ GHz} \quad (1.12)$$

on peut effectuer une nouvelle mesure interférométrique de la transition à deux photons dans l'hydrogène. Le détail de cette mesure est expliqué dans la thèse de François Nez. Cette première mesure n'est pas seulement interférométrique puisqu'on y trouve les prémices d'une chaîne de fréquences. En effet seuls les 89 GHz résiduels, sont mesurés par une méthode interférométrique, alors qu'en 1989 il fallait mesurer par une telle méthode un écart de 89 THz, à présent comblé par le laser He-Ne/ CH_4 . Par ce biais même, l'équipe s'affranchit de la seconde limite de l'expérience de 1989 qui était l'important écart à mesurer entre le laser d'excitation de la transition dans l'hydrogène

et le laser étalon. Plus l'écart à mesurer par interférométrie est faible, meilleure est la précision. Le résultat est remarquable puisque la précision est encore améliorée sur la mesure de la constante de Rydberg. L'incertitude est de $2,9 \times 10^{-11}$ [Nez 1992] et la constante de Rydberg a pour valeur :

$$R_{\infty} = 109\,737,315\,683\,0(31) \text{ cm}^{-1}$$

Cette mesure s'affranchit des limites de la mesure interférométrique pour laquelle le vieillissement des miroirs et le déphasage de Fresnel entrent en compte de façon non négligeable dans l'incertitude.

1.3.3 Première mesure de la constante de Rydberg tout en fréquence

92 sonne le glas des mesures interférométriques et notre équipe se lance dans l'aventure des mesures absolues de fréquence. La figure 3 montre le principe de la mesure qui

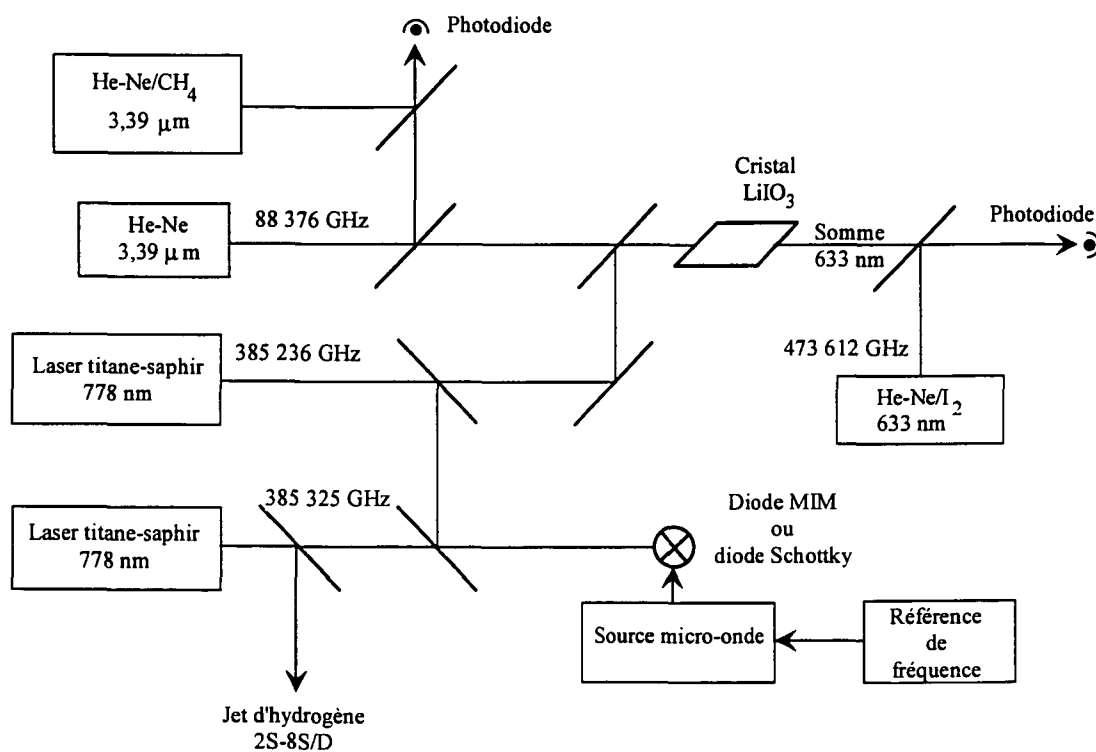


Fig. 3: Schéma général de la mesure de fréquence de 1993.

a constitué la seconde partie de la thèse de François Nez [Nez 1993a]. Ce schéma tire parti de la quasi-coïncidence ci-dessus. Mais à la différence de la mesure de 1992, l'écart restant n'est pas mesuré grâce à un Fabry-Perot mais par l'intermédiaire d'une source hyper-fréquence et d'une diode Schottky. La première partie de l'expérience reste donc identique à la mesure de 1992. C'est la seconde partie qui consiste à mettre au point le

mélange à trois ondes entre les deux lasers et la source micro-onde qui va être la plus délicate. En effet dans un premier temps, le mélange optique+hyper-fréquence est tenté dans une diode MIM. Après de longues semaines infructueuses à essayer d'obtenir un signal grâce à la diode MIM, l'équipe découvre en la diode Schottky un outil fantastique beaucoup plus facile d'utilisation et efficace à nos longueurs d'onde. Dès la mise en place de la diode Schottky, le signal est là avec un rapport signal-à-bruit suffisant pour être compté. La première mesure en fréquence de la constante de Rydberg peut avoir lieu... Ainsi en 1993, la précision sur la constante de Rydberg est encore améliorée : l'incertitude est de $2,2 \times 10^{-11}$ [Nez 1993c]. La valeur de la constante de Rydberg est :

$$R_{\infty} = 109\,737,315\,683\,4 \text{ (24) cm}^{-1}$$

1.3.4 Mesure du déplacement de Lamb de l'état fondamental

Non contente d'avoir gagné sur la précision de la valeur de la constante de Rydberg, notre équipe se lance en 1991 dans une aventure non moins hasardeuse qui est la mesure du déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'atome d'hydrogène. L'idée déjà utilisée à Garching pour les transitions $1S - 2S$ et $2S - 4S/D$, est de comparer les transitions à deux photons $1S - 3S$ et $2S - 6S/D$ dont les fréquences sont dans un rapport quatre. On peut alors, connaissant les déplacements de Lamb des autres niveaux des transitions considérées en déduire celui du niveau fondamental. Le principe de la mesure est fondé sur le quadruplage de la fréquence d'un laser titane-saphir, comme le montre la figure 4. Le laser initial à 820 nm permet l'excitation de la transition $2S - 6S/D$. Le faisceau doublé une première fois dans un cristal de LBO placé dans une cavité, puis une seconde fois dans un cristal de BBO lui aussi placé dans une cavité, permet l'excitation de la transition $1S - 3S$ à 205 nm. Cette expérience constitue la thèse de Sophie Bourzeix [Bourzeix 1995]. Le second doublage se révèle très difficile à mettre en oeuvre et la puissance lumineuse obtenue faible. Malgré cela, après un an de recherche du signal infructueux, le profil tant attendu apparaît enfin. Après de nombreuses heures d'enregistrements, auxquelles j'ai participé mais dont je ne parlerai pas dans ce mémoire, le résultat est là. Nous avons mesuré le déplacement de Lamb du niveau fondamental [Bourzeix 1996], qui vaut :

$$L(1S) = 8172,798 \text{ (46) MHz}$$

Cette mesure est la plus précise à l'heure actuelle.

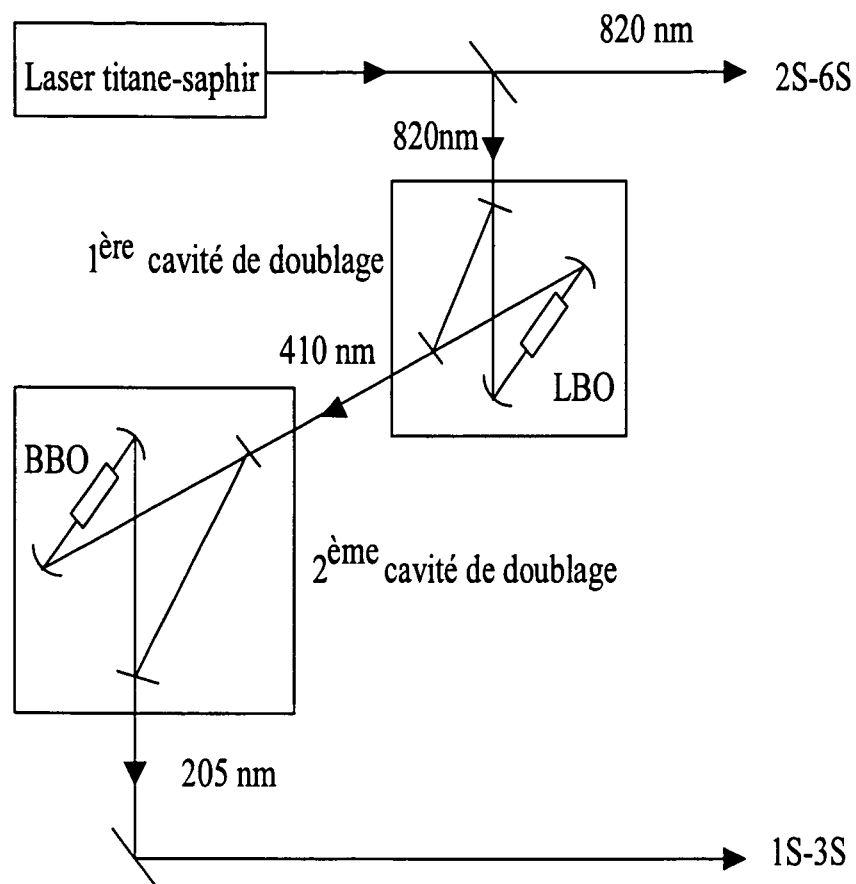


Fig. 4: Schéma de principe de la mesure du déplacement de Lamb de l'état fondamental.

1.3.5 Le principe de notre mesure

En six ans notre équipe a donc fait un bond de plusieurs ordres de grandeur dans la spectroscopie à haute résolution de l'atome d'hydrogène, se maintenant ainsi au premier rang mondial dans la métrologie de l'hydrogène. Mais pour confronter la théorie à l'expérience, la course ne doit pas s'arrêter là. Il faut à présent nous affranchir de la principale limite de l'expérience pour la mesure de la constante de Rydberg qui est l'étalon de fréquence....

1.3.5.1 Le nouvel étalon de fréquence

C'est une coïncidence heureuse de deux transitions à deux photons qui va désigner le nouvel étalon de fréquence. En feuilletant ces gros livres poussiéreux que sont les "data book", François Biraben tombe sur une des transitions à deux photons les plus probables qui a le bon goût de se trouver à seulement 40 GHz de la transition $2S-8S/D$ de l'hydrogène. L'heureux élu est le rubidium et la transition est une transition entre sous-niveaux hyperfins $5S$ et $5D$. On a les équations suivantes :

$$\nu_{Rb} (5S_{1/2} - 5D_{3/2}) = \nu (He - Ne/I_2) - \nu (He - Ne/CH_4) + 5 \text{ GHz} \quad (1.13)$$

$$\nu_{Rb} (5S_{1/2} - 5D_{5/2}) = \nu (He - Ne/I_2) - \nu (He - Ne/CH_4) + 49 \text{ GHz} \quad (1.14)$$

$$\nu_H (2S - 8S/D) = \nu_{Rb} (5S_{1/2} - 5D_{5/2}) + 40 \text{ GHz} \quad (1.15)$$

Très vite, notre équipe fait une première mesure de la transition $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ en "remplaçant" le jet d'atomes d'hydrogène par une cellule contenant du rubidium ; l'expérience ne présente pas de difficulté particulière puisqu'elle est calquée sur la mesure de 1993 en ce sens que, la transition dans le rubidium est suffisamment proche de celle de l'hydrogène, comme le montre l'équation 1.13, pour réutiliser le même schéma de fréquence construit à partir des deux lasers hélium-néon. Il suffit seulement de changer la fréquence de la source micro-onde qui permet de ramener le battement à basse fréquence. Les résultats ne se font pas attendre et sont à la hauteur de nos espérances. Cette transition révèle tout de suite de très bonnes qualités métrologiques comme le montre la référence [Nez 1993b]. Par la suite nous choisirons plutôt la transition $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ qui est plus intense. Ces transitions à deux-photons sont de toutes les façons parmi les plus intenses et on obtient une très bonne stabilité à court terme.

De plus la fréquence de cette référence est particulièrement bien placée :

- elle permet d'une part de faire un triangle avec deux autres étalons de fréquence que sont He-Ne/ I_2 et He-Ne/ CH_4 ;

- d'autre part, en doublant sa fréquence, elle permet de mesurer la transition $2^3P - 3^3P$ dans l'hélium. Cette expérience est réalisée à Florence dans l'équipe de M. Inguscio. Le rubidium semble donc un excellent candidat potentiel comme étalon de fréquence.

Il reste à construire ce laser de référence et à le mesurer par rapport à l'horloge à césium. Trois exemplaires vont être construits sur le même principe : une diode laser stabilisée sur la transition à deux photons du rubidium. Deux seront construits au L.P.T.F., le troisième étant construit durant ma thèse dans notre équipe. L'ensemble du dispositif ainsi que les mesures seront décrits dans le second chapitre de ce mémoire. A présent que la référence est choisie, il faut aussi améliorer le reste de l'expérience si on veut encore gagner en précision. Dans le troisième chapitre de ce mémoire je décris les tentatives d'amélioration que nous avons faites sur le jet atomique ainsi que les différents éléments du montage expérimental. Les chapitres quatre et cinq sont consacrés à l'amélioration du calcul des profils de nos signaux ainsi qu'au dépouillement de l'expérience. Le dernier chapitre donne bien sûr les résultats.

1.3.5.2 Le principe de l'expérience

Le schéma de l'expérience est représenté sur la figure 5. La méthode d'excitation

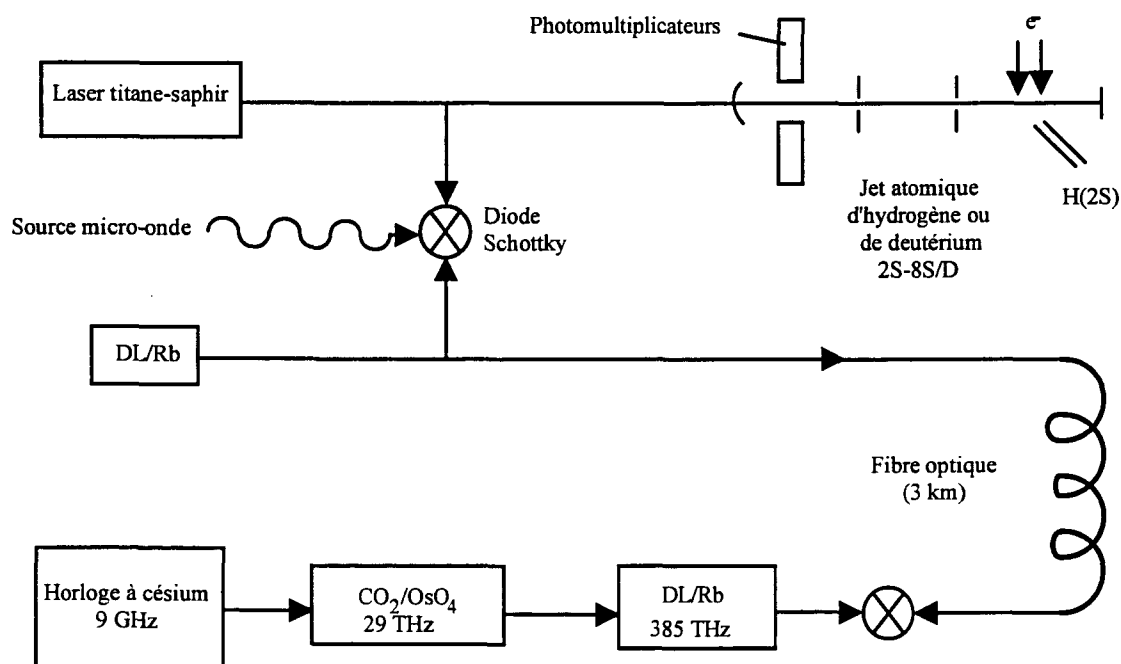


Fig. 5: Schéma général de la mesure de fréquence de 1996.

de la transition atomique reste la même que dans les premières expériences (cf figure 2). Du fait de la coïncidence entre les transitions à deux photons dans l'hydrogène et la fréquence du laser de référence, le schéma de mesure de fréquence ne présente pas de difficulté majeure. Nous mélangeons simplement dans une diode Schottky, une micro-onde, le laser d'excitation, et le laser de référence de façon à ramener le battement en basse fréquence où il est aisément comptable. Par contre, la grande nouveauté est la présence de la fibre optique entre notre laboratoire et le L.P.T.F. qui va révolutionner notre façon d'envisager l'expérience. Après une étude nécessaire des effets de la fibre

sur la fréquence des faisceaux lasers qui la traversent, étude que je détaillerai dans mon second chapitre, cette fibre va se révéler un outil très précieux dont l'utilité au cours de l'expérience ne va cesser de croître. D'une part elle sert à la mesure de notre laser de référence par rapport à l'horloge à césium, mais elle va aussi nous permettre de contrôler l'ensemble des paramètres de notre laser de référence en le comparant régulièrement aux deux autres lasers de références construits au L.P.T.F.. Grâce à cette fibre, nous allons aussi vérifier régulièrement la référence en fréquence de nos compteurs. Cette référence est envoyée par l'intermédiaire d'une porteuse optique dans la fibre et est comptée sur des fréquencesmètres du laboratoire primaire du temps et des fréquences. Ces compteurs ont l'avantage d'être constamment reliés à l'horloge atomique. Ainsi nous vérifions régulièrement l'évolution en fréquence de notre référence pouvant ainsi faire, au cours de la mesure, les corrections qui s'imposent.

Cette mesure de la transition $2S - 8S/D$ à deux photons dans l'hydrogène sera accompagnée de la mesure de la même transition dans le deutérium, qui est suffisamment proche de celle de l'hydrogène pour ne pas modifier considérablement le schéma de fréquence. En effet pour le deutérium, nous avons l'équation suivante :

$$\nu_D (2S - 8S/D) = \nu_{Rb} (5S - 5D) + 144 \text{ GHz} \quad (1.16)$$

Il suffit donc de modifier la source micro-onde qui permet de ramener le battement optique à basse fréquence. Ainsi pouvons-nous facilement mesurer le déplacement isotopique avec une grande précision. La valeur de la constante de Rydberg peut être déterminée soit avec uniquement les mesures dans l'hydrogène soit avec l'ensemble des mesures dans l'hydrogène et le deutérium.

“ Tous les moyens sont bons quand ils sont efficaces.”

Sartre

2 REALISATION D'UN ETALON DE FREQUENCE A 778 NM

2.1 Le laser de référence

2.1.1 Principe et intérêts

Ce laser de référence construit au laboratoire est constitué d'une diode laser stabilisée sur une transition hyperfine à deux photons du rubidium. Les transitions à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ et $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ utilisées sont très intenses, ce qui permet d'avoir un très bon rapport signal-à-bruit et elles sont relativement étroites (600 kHz). L'intérêt métrologique de ces transitions hyperfines a été mis en évidence durant la première mesure absolue en fréquence de ces transitions, en mai 1993 par notre groupe [Nez 1993b]. L'excitation de la transition se faisait alors par un laser titane-saphir. Devant la qualité des résultats obtenus, nous avons décidé en collaboration avec le laboratoire primaire du temps et des fréquences (L.P.T.F.), de construire un laser de référence plus compact stabilisé sur l'une de ces transitions [Millerieux 1994]. En fait l'intérêt d'un tel laser réside d'une part dans ses qualités métrologiques, d'autre part dans sa fréquence proche de celle de la transition $2S_{1/2} - 8S/D$ dans l'hydrogène (l'écart en fréquence est d'environ 40 GHz).

2.1.2 Description du montage

L'ensemble du montage est représenté sur la figure 6.

2.1.2.1 La source laser

La source laser que nous utilisons est une diode laser Spectra-physics modèle 5412-H1, dont la puissance peut aller jusqu'à 100 mW. Elle est accordable sur une plage d'une dizaine de nanomètres, centrée à 778 nm. L'électronique de contrôle de cette diode laser a été mise au point par le L.P.T.F.. Le courant est fourni par une alimentation très stable. Le courant maximum supporté par la diode laser sans dommage est de l'ordre de 100 mA ; nous travaillons de façon générale à 80 mA. La température de la diode laser est contrôlée par un module à effet Peltier placé à l'intérieur du boîtier scellé contenant la diode laser. Grâce à un asservissement du type proportionnel-intégrateur-différentiel,

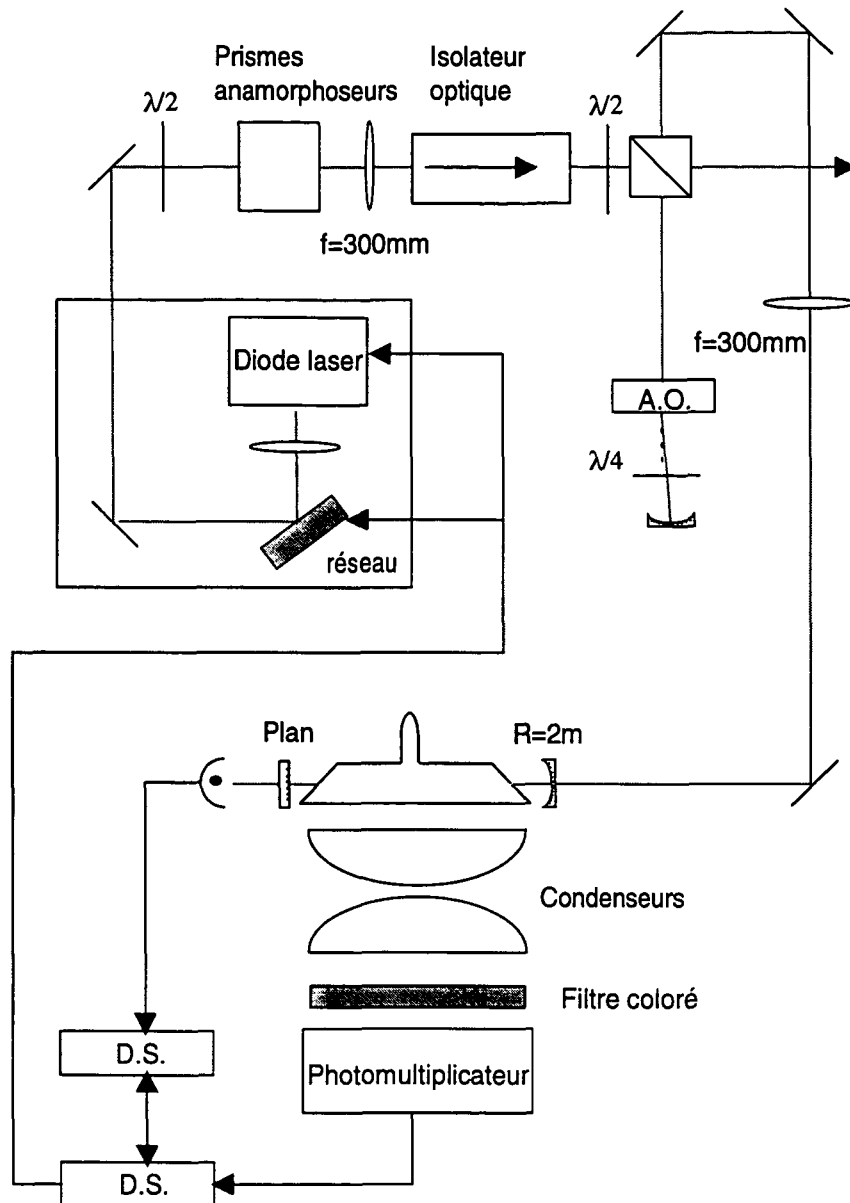


Fig. 6: Montage de l'étalon de fréquence.

elle est fixée à mieux que le millikelvin. Pour des raisons de stabilité, nous essayons de travailler à basse température de l'ordre de $15\text{ }^{\circ}\text{C}$, dans la mesure où la longueur d'onde de la diode libre nous le permet. Dans ces conditions, la largeur de raie de la diode laser est d'une dizaine de MHz. Pour réduire sa largeur spectrale, une partie du faisceau émis est renvoyée dans la diode laser à l'aide d'un réseau de diffraction de 1200 traits/mm, nous faisons ainsi un montage en cavité étendue. La cavité, définie d'une part par la face arrière de la diode, d'autre part par le réseau, a une longueur de 10 cm ce qui

correspond à un intervalle spectral libre de 1,5 GHz. Cette longueur est balayable grâce à la cale piézoélectrique sur laquelle est monté le réseau. Celui-ci est utilisé en configuration Littrow, c'est à dire que nous renvoyons l'ordre 1, soit 30% de la lumière émise, dans la diode. Les traits du réseau sont placés parfaitement verticaux. La diode laser émettant un faisceau de divergence horizontale 60° , et de divergence verticale 20° , il est nécessaire de placer juste derrière celle-ci un objectif (Melles Griot 06GLC002) traité antireflet qui permet d'avoir un faisceau collimaté. Pour optimiser le retour dans la diode ("feedback"), nous modulons le courant de celle-ci avec un générateur basse fréquence et regardons la courbe donnant la puissance laser de sortie en fonction du courant de la diode. Le réglage s'effectue en minimisant le courant de seuil de la diode laser de façon à obtenir la courbe de la figure 7. On commence par régler la hauteur

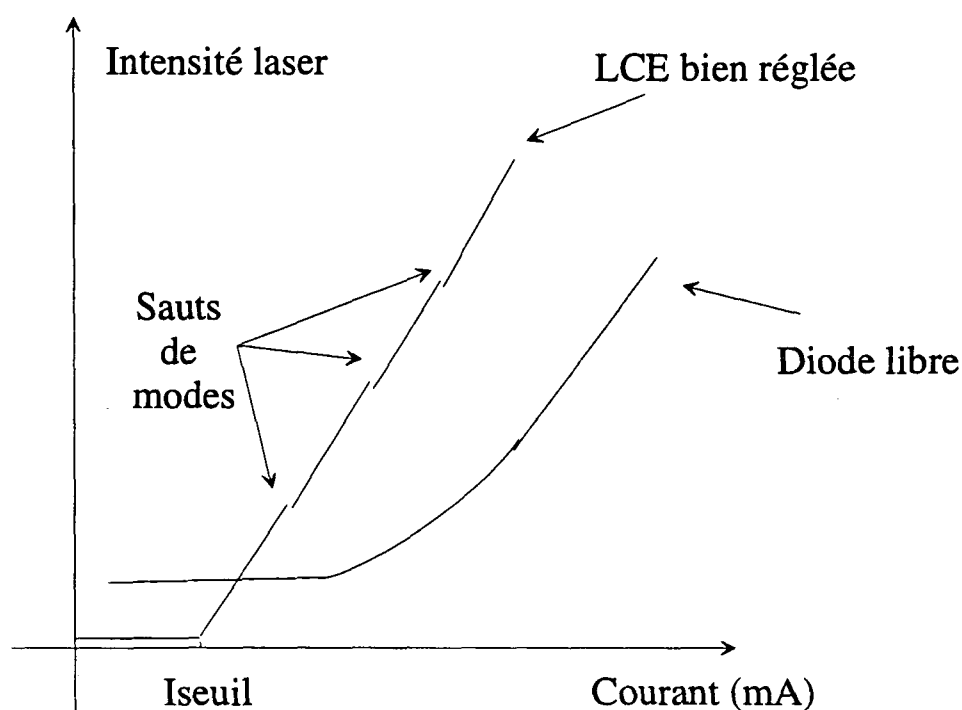


Fig. 7: Schéma des caractéristiques courant-puissance avec et sans retour dans la diode.

du faisceau retour grâce au réglage vertical du réseau. On joue ensuite sur le réglage horizontal (du réseau) ainsi que sur la focalisation de l'objectif. Le réglage vertical du réseau ne sert plus alors que pour rattraper légèrement la hauteur du faisceau en cas de nécessité. En fonctionnement libre, la diode a un courant de seuil de 20 mA, à 15°C ; après réglage, il est de 14 mA et la largeur de raie est d'environ 100 kHz. L'ensemble du système est placé dans une boîte en métal qui est légèrement chauffée à 30°C , de façon à maintenir la température constante, et éviter les dérives thermiques de la cavité étendue (LCE). Cette boîte est fixée sur une plaque en dural qui repose par l'intermédiaire de cales en caoutchouc sur la plaque principale, de façon à limiter les

vibrations. La diode laser étant de plus très sensible au bruit acoustique, nous plaçons l'ensemble du système dans une boîte en plexiglass recouverte de mousse de plomb.

Nous obtenons ainsi une source laser balayable en fréquence et de largeur spectrale égale à environ 50 kHz. Sa longueur d'onde est ajustable grossièrement en jouant sur l'angle du réseau, et plus finement en changeant le couple (courant, température) de la diode. Le faisceau laser ayant une section elliptique horizontale, nous plaçons en sortie du système deux prismes anamorphoseurs pour réduire le diamètre horizontal d'un facteur 3. La diode étant très sensible au retour inverse de la lumière, nous plaçons après les deux prismes, un isolateur optique Gsänger à deux étages (isolation de 60 dB) qui ne modifie pas la polarisation. En fin de parcours, nous disposons donc d'un faisceau laser monomode d'environ 1 mm² de section et d'une puissance de l'ordre de 25 mW à la longueur d'onde voulue. Ce faisceau est polarisé horizontalement.

2.1.2.2 La cellule de rubidium

Ce faisceau laser est envoyé via un certain nombre d'éléments que je décrirai par la suite, dans une cellule en silice remplie de rubidium. Cette cellule est placée dans une cavité optique qui assure d'une part l'excitation à deux-photons, d'autre part la superposition des deux faisceaux se contrepropageant. La longueur de cette cavité est égale à 30 cm, ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 500 MHz. Cette cavité est constituée à l'entrée d'un miroir de rayon de courbure égale à 2 m de transmission 4% et à la sortie d'un miroir plan de réflexion 99,8% monté sur une cale piézoélectrique. Ces miroirs sont montés sur des supports micrométriques, eux-mêmes fixés dans des plaques en dural, reliées entre elles par quatre barreaux d'invar de diamètre 25 mm. Le rayon minimal w_0 du mode fondamental de la cavité est de 0,42 mm. On adapte le diamètre du faisceau ainsi que sa courbure par une lentille de focale 300 mm placée devant la cavité. Sa finesse est alors de 130, vide et de 65, avec la cellule. La finesse théorique est de

$$F = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} = 153 \quad (2.1)$$

où r_1 et r_2 sont les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs. La puissance intracavité est de 18 mW dans l'utilisation courante.

La cellule de longueur 80 mm est fermée par des fenêtres de Brewster. Le queusot de la cellule est maintenu à une température de 90 °C, le corps étant placé dans un four en cuivre amagnétique chauffé à 110°C. Deux thermistances étalonnées permettent de mesurer en permanence cette température. La cellule contient du rubidium naturel constitué de 73% de rubidium 85 et de 27% de rubidium 87. La pression de la vapeur à cette température est d'environ 8×10^{-5} Torr (soit $1,066 \times 10^{-2}$ Pa).

Après l'excitation à deux photons, les atomes sont dans le niveau $5D_{3/2}$ ou $5D_{5/2}$; ils se désexcitent alors par cascade radiative $5D - 6P - 5S$, comme le montre la figure 8. Nous détectons la fluorescence à 420 nm de la transition $6P - 5S$ par l'intermédiaire d'un photomultiplicateur type RCA IP28 alimenté par une tension de 800 V et dont la résistance de charge est de 22 kΩ. Ce photomultiplicateur est refroidi à l'eau, pour éviter l'échauffement dû au four contenant la cellule et réduire son bruit parasite. La

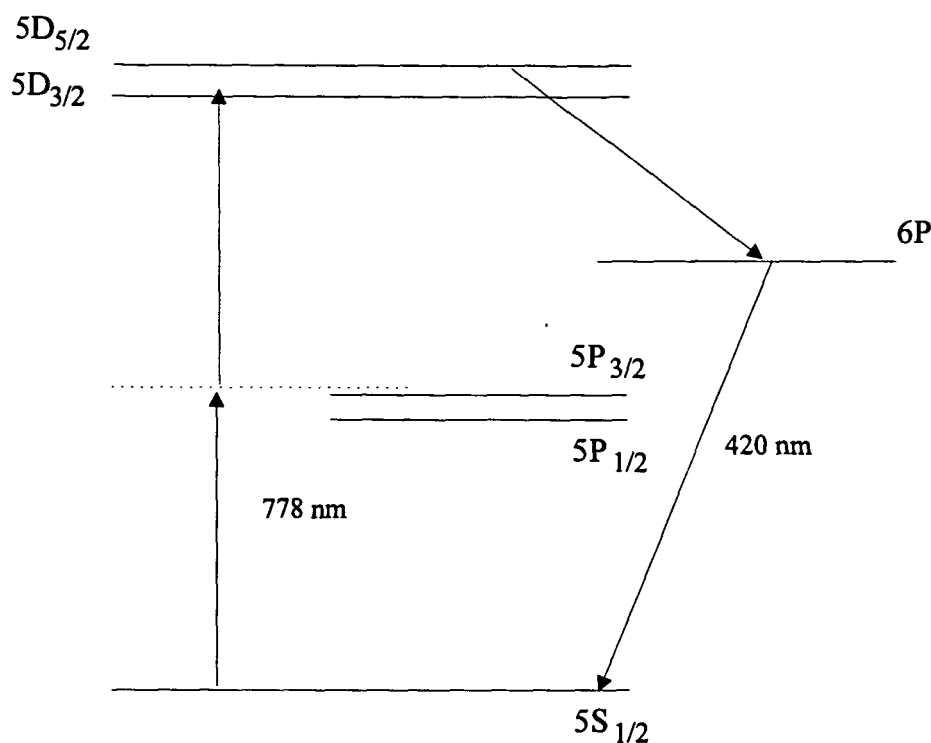


Fig. 8: Diagramme d'énergie de l'atome de rubidium.

lumière de fluorescence est collectée par deux lentilles de grande ouverture, et filtrée spectralement par un verre coloré. L'ensemble {cellule + dispositif de détection} est placé dans un blindage magnétique en mumétal de façon à s'affranchir des champs magnétiques parasites.

L'ensemble du dispositif, à savoir la source laser ainsi que la cellule de rubidium est monté sur une plaque de dural posée sur une dalle de granit par l'intermédiaire de cales de caoutchouc ; de plus, il est enfermé dans une boîte en plexiglass pour éviter la poussière et les courants d'air particulièrement gênants pour la stabilité de la cavité optique de surtension, placée autour de la cellule.

2.1.2.3 L'asservissement

Pour stabiliser la fréquence de notre laser sur la composante hyperfine de la transition à deux photons du rubidium, nous modulons le courant de la diode laser à une fréquence de 100 kHz par l'intermédiaire de l'alimentation et sur une amplitude de 300 kHz (soit la demi-largeur de la transition hyperfine). Le principe est alors le suivant : nous asservissons la cavité de surtension sur la diode laser et la diode laser sur le signal de la transition à deux photons à l'aide de deux détections synchrones. Enfin, pour contrôler parfaitement la puissance, nous faisons un asservissement de la puissance optique injectée dans la cavité, par l'intermédiaire d'un modulateur acousto-optique.

Asservissement de la cavité optique de surtension: Le signal de transmission de la cavité est envoyé dans une détection synchrone qui démodule le signal à 100 kHz. Le signal d'erreur en dispersion passe par un intégrateur et est renvoyé via un amplificateur haute tension sur la cale piézoélectrique du miroir de sortie de la cavité.

Asservissement sur le signal atomique: Une fois la cavité asservie, nous balayons doucement la cavité étendue grâce à la cale piézoélectrique du réseau pour nous mettre exactement sur la transition à deux photons. Le signal détecté par le photomultiplicateur est envoyé dans une détection synchrone qui démodule donc le signal à 100 kHz. Le signal d'erreur est envoyé d'une part via un intégrateur sur l'alimentation de courant de la diode; cette boucle d'asservissement est une correction rapide. D'autre part il est envoyé après ce premier intégrateur sur la cale piézoélectrique du réseau, via un second intégrateur et bien sûr l'amplificateur haute tension. En fait à court terme, la première boucle d'asservissement agissant sur le courant suffit pour asservir la diode sur la transition hyperfine. La seconde boucle est une correction lente qui sert à assurer la stabilité à long terme, c'est-à-dire à empêcher les dérives lentes du mode de la diode laser.

Asservissement de puissance: Sur le trajet entre la diode laser et la cavité, nous plaçons un modulateur acousto-optique monté en double passage qui a deux rôles : le premier est de parfaire l'isolation optique de la diode en rajoutant un facteur de 30 dB d'isolation ; le second, le plus important, est d'éviter les fluctuations de l'intensité vue par les atomes en fixant la puissance à l'entrée de la cavité. Pour cela, nous comparons la tension délivrée par la photodiode placée derrière la cavité, à une tension de référence que nous avons pris soin de fixer selon la puissance désirée. Nous envoyons le signal de différence sur le modulateur acousto-optique via un atténuateur pilotable en tension. Pour une puissance typique à l'entrée de $800 \mu\text{W}$, ce qui correspond à une puissance intracavité de 18 mW, nous avons un signal d'environ 611 mV sur la photodiode. Ce signal est contrôlé grâce à cet asservissement à mieux que le millivolt, ce qui correspond pour la puissance intracavité à un contrôle à mieux que 0,1%. Cet asservissement est très important pour contrôler correctement le déplacement lumineux de la transition atomique.

2.1.3 Quelques points théoriques

2.1.3.1 La structure hyperfine et l'intensité relative de chaque raie

Quand on observe la figure 9 d'après [Nez 1993b], pour chaque groupe de transitions de structure fine ($5S_{1/2} - 5D_{3/2}$, $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$), on obtient un certain nombre de groupes de raies correspondant à la structure hyperfine du niveau du bas $5S_{1/2}$ qui est résolue. Chacun de ces groupes provient soit du rubidium 85, soit du rubidium 87. En fait chaque groupe est lui-même composé de raies qui correspondent à la structure hyperfine du niveau excité que l'on résout également.

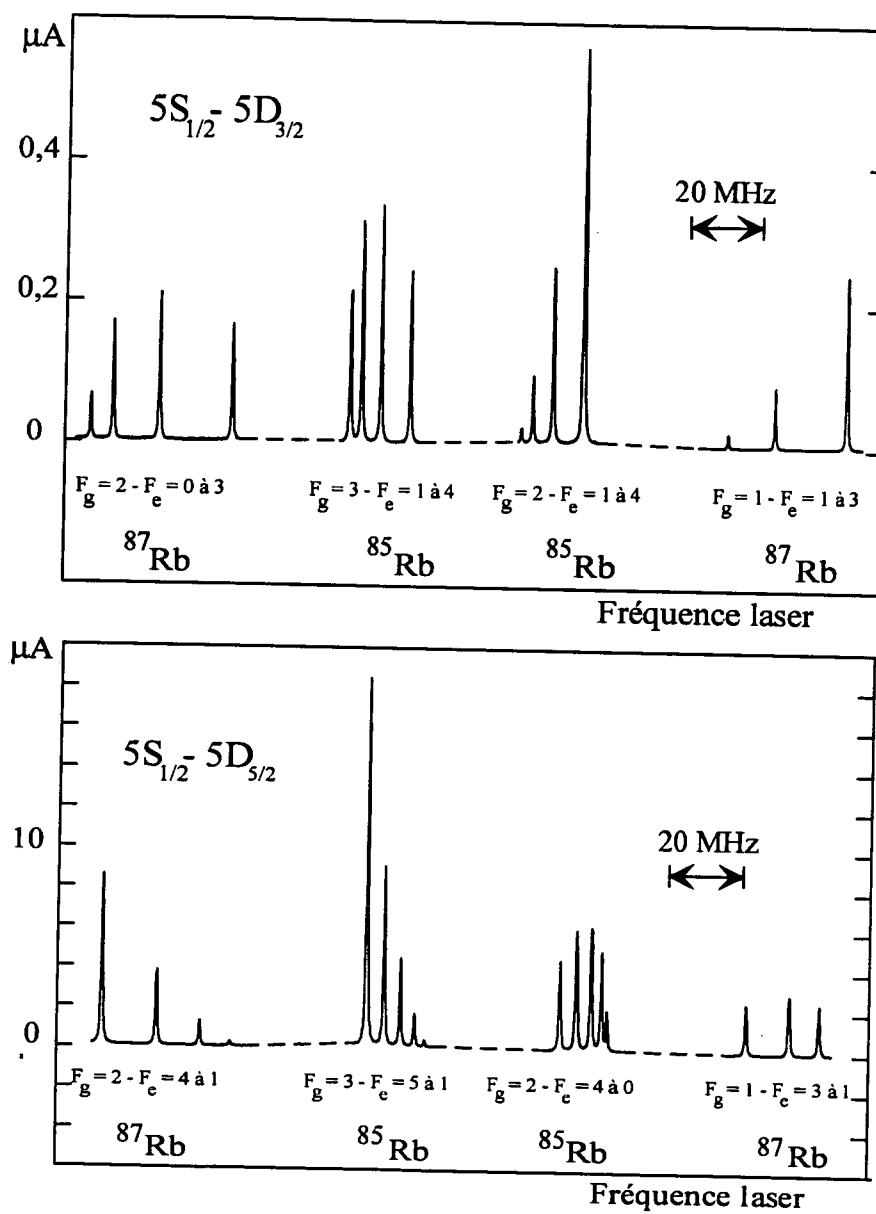


Fig. 9: Spectres des transitions $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$, $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ du rubidium.

Pour le rubidium 85, on a un spin nucléaire $I = 5/2$, soit un moment angulaire total $F_g = 2$ ou 3. Pour le niveau $5S_{1/2}$, la structure hyperfine vaut 3035,732439 (5) MHz.

Pour le rubidium 87, on a un spin nucléaire $I = 3/2$, soit un moment angulaire total $F_g = 1$ ou 2. Pour le niveau $5S_{1/2}$, la structure hyperfine vaut 6834,682614 (1) MHz.

L'opérateur de transition entre S et D étant purement quadripolaire, on a $k = 2$ et l'intensité relative de chaque raie est donnée par

$$\frac{(2F_g + 1)(2F_e + 1)}{(2I + 1)} \left\{ \begin{matrix} J_e & k & J_g \\ F_g & I & F_e \end{matrix} \right\}^2 \quad (2.2)$$

d'où les tableaux suivants :

composante hyperfine ^{85}Rb	intensité
$F_g = 3 \rightarrow F_e = 5$	11/36
$F_g = 3 \rightarrow F_e = 4$	1/6
$F_g = 3 \rightarrow F_e = 3$	7/90
$F_g = 3 \rightarrow F_e = 2$	1/36
$F_g = 3 \rightarrow F_e = 1$	1/180
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 4$	1/12
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$	7/60
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$	1/9
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$	7/90
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 0$	1/36

composante hyperfine ^{87}Rb	intensité
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 4$	3/8
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 3$	7/40
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 2$	1/16
$F_g = 2 \rightarrow F_e = 1$	1/80
$F_g = 1 \rightarrow F_e = 3$	7/60
$F_g = 1 \rightarrow F_e = 2$	7/48
$F_g = 1 \rightarrow F_e = 1$	9/80

Au vu de ces tableaux, la raie la plus intense est la raie $F_g = 3 \rightarrow F_e = 5$ du rubidium ^{85}Rb ; c'est sur cette transition que nous asservissons la diode laser de façon à avoir le meilleur rapport signal-à-bruit.

2.1.3.2 Calcul du signal attendu

Il est intéressant de calculer le nombre de photons de fluorescence attendus afin de vérifier la validité de notre montage. Soit $|g\rangle$ le niveau fondamental, $|e\rangle$ le niveau excité et $|r\rangle$ un niveau relais. D'après l'article [Cagnac 1973], on peut écrire le taux de

probabilité de transition à deux photons à résonance sous la forme

$$\Gamma_p = \frac{36r_e^2 (2J_g + 1) P^2}{\Gamma_e \hbar^2 S^2} \left| \sum_r \sqrt{(2J_r + 1) \frac{\lambda_{gr} \lambda_{re} f_{gr} f_{re}}{\Delta\omega_r^2} \begin{pmatrix} J_g & 1 & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} J_r & 1 & J_e \\ -m_r & q & m_e \end{pmatrix}^2} \right|^2 \quad (2.3)$$

où r_e est le rayon classique de l'électron, P la puissance dans un sens de propagation (on suppose qu'elle est la même dans les deux sens), Γ_e la largeur naturelle du niveau excité, S la section du faisceau laser vue par les atomes, λ_{gr} la longueur d'onde entre les niveaux $|g\rangle$ et $|r\rangle$, f_{gr} la force d'oscillateur entre ces niveaux, $\Delta\omega_r$ l'écart au niveau relais, les autres notations ayant leur signification usuelle. En théorie, on somme sur tous les niveaux relais possibles y compris le continuum. Dans notre cas, on voit d'après le schéma des niveaux (figure 10) qu'en première approximation seuls deux niveaux relais

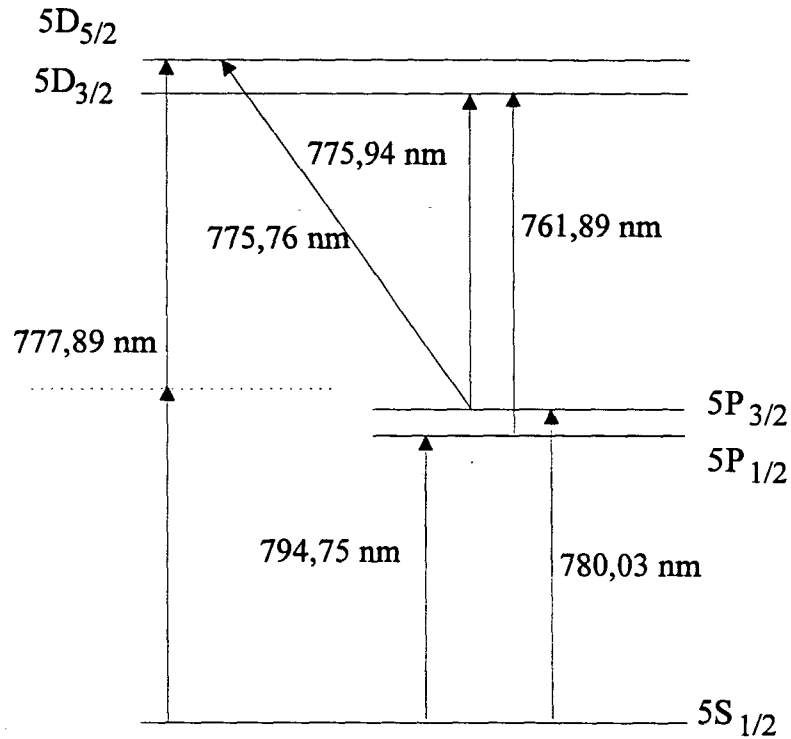


Fig. 10: Niveaux du rubidium et longueurs d'ondes utilisés dans les calculs.

jouent un rôle: le niveau $5P_{3/2}$ (situé à 35 cm^{-1} de la résonance) pour la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$ et les niveaux $5P_{1/2}$ et $5P_{3/2}$ (situés respectivement à 271 cm^{-1} et 34 cm^{-1}

de la résonance) pour la transition $5S_{1/2}-5D_{3/2}$. On posera

$$3j/g = \begin{pmatrix} J_g & 1 & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2$$

$$3j/e = \begin{pmatrix} J_r & 1 & J_e \\ -m_r & q & m_e \end{pmatrix}^2$$

$$r_e = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} = 2,818 \text{ fermi}$$

où r_e est le rayon classique de l'électron. La polarisation du laser étant linéaire, q est nul.

Pour calculer le taux d'excitation de la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$, seul le niveau $5P_{3/2}$ est un niveau relais en première approximation. On a les valeurs numériques suivantes tirées de la table donnée dans la référence [Lindgård 1977] pour le niveau relais $5P_{3/2}$, et des coefficients de Clebsch-Gordan :

$$\lambda_{gr} = 7800,3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{2}{3} \times 1,033$$

$$\lambda_{re} = 7757,6 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{re} = \frac{9}{10} \times 3,44 \times 10^{-2}$$

$$\Delta\omega_r = 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$3j/e = \frac{1}{2 \times 5}$$

$$1/\Gamma_e = 266,7 \times 10^{-9} \text{ s}$$

On obtient donc :

$$\Gamma_p = 2,69 \times 10^{-7} \frac{P^2}{S^2} \quad (2.4)$$

Dans les conditions typiques de l'expérience,

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= 2,69 \times 10^{-7} \frac{(0,018)^2}{10^{-12}} \\ &= 87,1 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Le nombre de photons détectés sur un volume atomique V pour une transition hyperfine donnée est

$$N = n_{Rb} \times V \times p \times \Omega \times \rho_q \times \Gamma_p \times \tau \times C_{shf} \quad (2.5)$$

où n_{Rb} est la densité atomique volumique, p les différentes pertes optiques, Ω l'angle solide des lentilles de collection, ρ_q le rendement quantique du photomultiplicateur, τ le taux de retombée par émission spontanée par la cascade $5D-6P-5S$, et C_{shf} l'intensité relative de la raie que nous considérons soit, dans notre cas, la raie $5S_{1/2} (F_g = 3) - 5D_{5/2} (F_e = 5)$ du rubidium 85.

En faisant l'application numérique suivante, pour un volume atomique de $3 \text{ cm} \times 0,55 \text{ mm}^2$, et une pression à $90 \text{ }^\circ\text{C}$ de $8 \times 10^{-5} \text{ Torr}$, on a :

$$n_{Rb} = \frac{p}{k_B T} = \frac{8 \times 10^{-5} \times \frac{1}{760} \times 1,013 \times 10^5}{1,38 \times 10^{-23} \times 363} = 2,1 \times 10^{18} \text{ atomes/m}^3$$

Soit avec

$$n_{Rb} = 2,1 \times 10^{18} \text{ atomes/m}^3$$

$$V = 1,65 \times 10^{-8} \text{ m}^3$$

$$p \times \Omega \simeq 10^{-1} \times 0,14$$

$$\rho_q = 10^{-1}$$

$$\Gamma_p = 87,1 \text{ s}^{-1}$$

$$\tau = 0,33 \times 0,39$$

$$C_{shf} = \frac{11}{36}$$

on trouve

$$N = 16,6 \times 10^6 \text{ photoélectrons/s}$$

Il faut aussi tenir compte des proportions de rubidium 85 et de rubidium 87 dans le rubidium naturel. Finalement, on obtient

$$N = 0,73 \times 16,6 \times 10^6 = 12,1 \times 10^6 \text{ photoélectrons/s}$$

Le gain du photomultiplicateur étant de l'ordre de 10^6 pour une tension de 800 V . Le courant obtenu vaut

$$I = 12,1 \times 10^6 \times 10^6 \times 1,6 \times 10^{-19} = 1,9 \text{ } \mu\text{A}$$

La résistance de charge étant de 22 k Ω , on devrait obtenir un signal de l'ordre de 43 mV, ce qui est en bon accord avec le signal expérimental que nous obtenons qui est de l'ordre de 35 mV.

2.1.3.3 Calcul du déplacement lumineux pour la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$

Dans une transition à deux photons, le déplacement lumineux est loin d'être négligeable. Il est donc intéressant d'estimer sa valeur théorique. Le déplacement lumineux est une correction à l'énergie de l'électron due à des processus d'absorption et d'émission virtuels des photons du laser. De façon générale, nous sommes l'effet dû à tous les niveaux relais. Soit $\delta\omega$ le déplacement lumineux du niveau $|g\rangle$ en unité de pulsation. On a dans une onde stationnaire, d'après [Cagnac 1973]

$$\delta\omega_g = \sum_r \frac{n\omega}{\varepsilon_0\hbar} \frac{\langle g | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | r \rangle \langle r | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | g \rangle}{\omega_{rg} - \omega} \quad (2.6)$$

où n est le nombre de photons par unité de volume, \mathbf{D} l'opérateur dipolaire électrique, et $\boldsymbol{\varepsilon}$ le vecteur unitaire polarisation du laser d'excitation, les autres symboles ayant leur signification habituelle. On peut écrire au maximum du faisceau gaussien :

$$n\hbar\omega c = \frac{2P}{\pi w_0^2} \quad (2.7)$$

où P est la puissance du laser dans un seul sens, et w_0 le rayon minimal du faisceau laser. On a

$$\delta\omega_g = \sum_r \frac{2P}{\pi w_0^2 \hbar^2 c \varepsilon_0} \frac{|\langle g | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | r \rangle|^2}{\Delta\omega_r} \quad (2.8)$$

avec $\Delta\omega_r = \omega_{rg} - \omega$.

Soit Oz l'axe de quantification. La polarisation du laser est choisie parallèle à cet axe. D'après le théorème de Wigner-Eckart,

$$|\langle g | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | r \rangle|^2 = q_e^2 |\langle J_g | |z| | J_r \rangle|^2 \begin{pmatrix} J_g & k & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2 \quad (2.9)$$

En introduisant la force d'oscillateur,

$$f_{gr} = \frac{2 m \omega_{gr}}{3} \frac{|\langle J_g | |z| | J_r \rangle|^2}{\hbar (2J_g + 1)} \quad (2.10)$$

l'expression 2.8 devient

$$\delta\omega_g = \sum_r \frac{3P}{\pi w_0^2} \frac{q_e^2}{m \hbar c \varepsilon_0} \frac{(2J_g + 1) f_{gr}}{\Delta\omega_r \omega_{gr}} \begin{pmatrix} J_g & k & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2 \quad (2.11)$$

On pose

$$S = \pi \omega_0^2 \quad (2.12)$$

On obtient finalement en passant en unité de fréquence laser, le déplacement du niveau fondamental

$$\delta \nu_g = \frac{\delta \omega_g}{4\pi} = (2J_g + 1) \frac{6P}{4\pi S} \frac{r_e}{\hbar} \sum_r \frac{f_{gr} \lambda_{gr}}{\Delta \omega_r} \begin{pmatrix} J_g & k J_r \\ -m_g & q m_r \end{pmatrix}^2 \quad (2.13)$$

et celui du niveau excité

$$\delta \nu_e = \frac{6P}{4\pi S} \frac{r_e}{\hbar} \sum_r (2J_r + 1) \frac{f_{re} \lambda_{re}}{\Delta \omega_r} \begin{pmatrix} J_r & k J_e \\ -m_r & q m_e \end{pmatrix}^2 \quad (2.14)$$

Déplacement lumineux du niveau du bas : Dans notre cas, le niveau fondamental est le niveau $5S_{1/2}$ et on a $J_g = 1/2$ et $m_g = 1/2$. Il faut calculer la contribution de chacun des niveaux relais.

Pour le $5P_{1/2}$, on a

$$\lambda_{gr} = 7947,5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{1}{3} \times 1,033$$

$$\Delta \omega_r = 51,38 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

et pour le $5P_{3/2}$, on a

$$\lambda_{gr} = 7800,3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{2}{3} \times 1,033$$

$$\Delta \omega_r = 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

Le déplacement lumineux du niveau du bas est essentiellement dû aux deux niveaux relais précités soit

$$\delta \nu_g = +0,3672 \frac{P}{S} \quad (2.15)$$

Déplacement lumineux du niveau excité : On considère le niveau $5D_{5/2}$ qui est celui qui nous intéresse puisque notre laser de référence sera mesuré, asservi sur

la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$. On a donc $J_e = 5/2$ et $m_e = 1/2$. Pour cette transition, en première approximation, seul le niveau $5P_{3/2}$ compte. Les valeurs numériques sont pour ce niveau

$$\begin{aligned}\lambda_{er} &= 7757,6 \times 10^{-10} \text{ m} \\ f_{er} &= \frac{9}{10} \times 3,44 \times 10^{-2} \\ \Delta\omega_r &= 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \\ 3j/e &= \frac{1}{2 \times 5}\end{aligned}$$

Le déplacement lumineux du niveau excité vaut donc dans notre cas

$$\delta\nu_e = +0,0177 \frac{P}{S} \quad (2.16)$$

Déplacement lumineux total : Dans notre expérience, la puissance intracavité mesurée dans un seul sens est de 18 mW et $S = 0,55 \text{ mm}^2$; on trouve donc un déplacement lumineux théorique de

$$\begin{aligned}\delta\nu_{tot} = \delta\nu_e - \delta\nu_g &= -0,349 \frac{0,018}{0,55 \times 10^{-6}} \\ &= -11,4 \text{ kHz}\end{aligned}$$

Ce résultat est le déplacement lumineux au centre du faisceau. Mais il faut tenir compte du fait que le faisceau est gaussien. On peut montrer que tenir compte de la nature gaussienne du faisceau revient à convoluer la probabilité de transition par un triangle rectangle normalisée de base I_0 , où I_0 est l'intensité lumineuse au centre du faisceau. Le barycentre d'un tel triangle est $2I_0/3$. Le déplacement lumineux total doit donc être multiplié par $2/3$ et il vaut

$$\delta\nu_{tot} = -7,6 \text{ kHz}$$

Le résultat obtenu expérimentalement est de $-7,3 \text{ kHz}$, ce qui est en très bon accord.

2.1.3.4 Evaluation du déplacement introduit par collisions

Dans notre cellule, les atomes ont une vitesse de l'ordre de 300 m/s et une densité n_{Rb} de l'ordre de $2,1 \times 10^{12} \text{ atomes/cm}^3$, comme on l'a vu plus haut. Il est donc logique de se poser la question d'un déplacement en fréquence de notre raie dû aux collisions. Deux groupes ont mesuré et étudié l'élargissement et le déplacement des transitions $5S - nD$ [Stoicheff 1980] [Weber 1979] pour des nombres quantiques principaux de

$n = 10$ jusqu'à $n = 70$. Leurs résultats sont en bon accord et donnent pour $n = 10$:

$$\frac{\Delta\nu}{n_{Rb}} = -0,49 \times 10^{-14} \text{ MHz.cm}^3 \quad (2.17)$$

soit pour une pression de 8×10^{-5} Torr,

$$\Delta\nu \simeq -10 \text{ kHz}$$

Pour $n = 5$, les sections efficaces sont plus petites, et les groupes précédents donnent la variation du déplacement $\Delta\nu$ en fonction du nombre quantique effectif n^* :

$$\Delta\nu \propto (n^*)^{2,4} \quad (2.18)$$

et donc

n	n^*	$\Delta\nu$
5	3,7	-1,3 kHz
10	8,7	-10 kHz

On voit que l'effet des collisions rubidium-rubidium est de $-1,3$ kHz sur nos fréquences de transition, ce qui est faible. En fait nous pensons même qu'il est inférieur à cette valeur, car si on baisse la température de façon à diviser le signal par trois, la fréquence se déplace de moins de 300 Hz.

Malgré un remplissage des cellules très soigné, il y a toujours des gaz résiduels dont il est difficile d'évaluer la pression. D'après des mesures faites il y a plusieurs années par Guy Flory, la pression résiduelle immédiatement après scellement est de l'ordre de 2×10^{-8} Torr et croît ensuite linéairement avec le temps d'environ 10^{-7} Torr par semaine. La cellule ayant trois ans au moment de la mesure, la pression de gaz résiduels serait de l'ordre de 10^{-4} Torr. Cependant dans le cas du rubidium, celui-ci joue le rôle de "getter" et la pression est probablement plus faible. Si on suppose que le gaz résiduel le plus abondant est l'argon, on peut évaluer l'effet des collisions entre ce gaz et le rubidium. Cet effet a été étudié dans l'article [Weber 1982] pour des nombres quantiques allant de $n = 7$ jusqu'à $n = 35$. Les auteurs ont montré que

$$\Delta\nu \propto (n^*)^3 \quad (2.19)$$

Pour $n = 7$ et 10^{-4} Torr d'argon (soit une densité volumique $n_{Ar} = 2,66 \times 10^{-18}$ atomes/m³), on trouve:

$$\frac{\Delta\nu}{n_{Ar}} = -0,84 \times 10^{-15} \text{ MHz.cm}^3$$

d'où finalement

n	n^*	$\Delta\nu$
5	3,7	-600 Hz
7	5,7	-2,2 kHz

Les collisions entre rubidium et argon ne déplacent la raie que de -600 Hz.

En conclusion, on estime que le déplacement en fréquence dû aux collisions est au plus de 1 kHz. Et cette estimation entre en compte dans l'exactitude de cet étalon.

2.2 La fibre optique

Pour caractériser notre système du point de vue métrologique, il faut pouvoir le comparer à d'autres systèmes construits sur le même principe. Deux modèles identiques ont été construits au L.P.T.F., pour être mesurés par rapport à l'horloge à césium par l'intermédiaire d'une chaîne de fréquences. Il est donc intéressant de pouvoir se raccorder au L.P.T.F. de façon à pouvoir en permanence comparer nos lasers de référence. De plus un tel lien permet de mesurer directement la fréquence de notre système. Grâce à la ténacité de Bernard Cagnac, France Télécom a fini par installer entre nos deux laboratoires deux fibres optiques standards monomodes à 1,3 μm , longues chacune de trois kilomètres. Avant d'utiliser une telle fibre pour une mesure, nous avons fait une étude préliminaire de façon à quantifier le déplacement ainsi que l'élargissement induit sur la fréquence du laser par la traversée dans la fibre.

2.2.1 Description de la fibre

Il faut préciser que ce que nous nommons sous un terme générique "la fibre" dans ce mémoire est en fait constituée de deux parties : la première partie est une fibre recouverte d'une simple gaine (kevlar et plastique) d'environ 0,1 mm d'épaisseur. Cette fibre est celle qui arrive directement sur l'expérience. Elle a une longueur d'au plus 10 m et est naturellement très sensible aux variations de température, au bruit acoustique et aux vibrations. La seconde partie est la fibre mise à notre disposition par France Télécom. Elle fait partie d'un faisceau de 14 fibres identiques torsadées autour d'une armature rigide et enveloppées dans du kevlar. L'ensemble est placé dans une épaisse gaine de plastique. Cette partie de la fibre est par conséquent très peu sensible à son environnement. La raideur de la gaine limite de plus les courbures de cette dernière. Ces deux parties de fibre sont constamment reliées entre elles par un connecteur Radiall. Tous les effets que nous avons étudiés l'ont donc été sur l'ensemble des deux fibres. En fait ce dispositif est double puisqu'il y a un aller et un retour. Dans la suite de l'exposé, je nommerai "fibre" l'aller ou le retour incluant à chaque fois les deux sortes de fibres. Durant toute l'étude préliminaire, pour des raisons pratiques, on connecte dans l'un des laboratoires la fibre aller et la fibre retour entre elles, de façon

à faire une seule boucle qui nous permet de faire l'étude des effets systématiques dans un seul laboratoire.

Les fibres optiques que nous utilisons sont des fibres en silice dopée phosphore/fluorine, monomodes à 1,3 μm et par conséquent multimodes à 778 nm. Ce sont des fibres à gradient d'indice dont le profil est donné sur la figure 11. L'indice de la gaine est

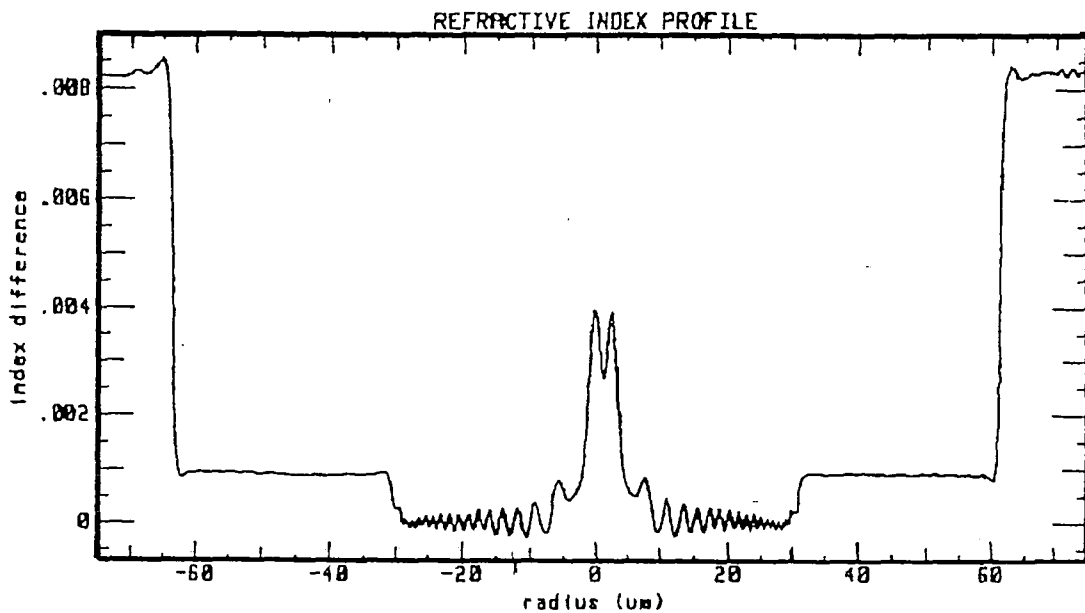


Fig. 11: Profil d'indice de la fibre optique à 1,3 μm .

$n = 1,457$. On pose δn l'écart d'indice entre le cœur et la gaine. D'après [Agrawal 1989], l'indice ne varie que très faiblement avec la longueur d'onde ($7 \times 10^{-3}\%$ au plus pour passer de 0,7 à 1,3 μm). D'après [Palais 1988], on appelle fréquence normalisée du guide le paramètre V défini comme suit

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{2(n + \delta n) \delta n} \quad (2.20)$$

où a est le rayon du cœur, λ la longueur d'onde de la lumière, et $\sqrt{2(n + \delta n) \delta n}$ l'ouverture numérique de la fibre au centre. Le nombre de modes N se propageant dans la fibre en incluant toutes les polarisations, se définit alors de la façon suivante

$$N = \frac{V^2}{2} \quad (2.21)$$

Dans notre cas, les valeurs numériques sont

$$n = 1,457$$

$$\delta n = 0,004$$

$$\lambda = 778 \text{ nm}$$

$$a = 4,25 \text{ } \mu\text{m}$$

d'où

$$N \simeq 7$$

Ce calcul n'est là que pour donner un ordre de grandeur du nombre de modes se propageant. On voit que la fibre est faiblement multimode, si l'on compare ce chiffre à celui obtenu pour une fibre multimode classique à cette longueur d'onde ($N \simeq 1000$). Dans la pratique, nous avons observé trois ou quatre modes se propager (sachant que le laser qui traverse la fibre à une polarisation bien déterminée à l'entrée). Nous mettons ces modes facilement en évidence en imposant à la fibre en un endroit donné des contraintes mécaniques du type torsion. En regardant la tache de sortie, on voit alors les différents modes se succéder suivant la courbure qu'on donne à la fibre. Cette spécificité de nos fibres entraîne aussi des pertes plus importantes au cours du trajet. Nous les avons mesurées et avons trouvé 4 dB/km (ce qui est à comparer aux pertes à 1,3 μm qui sont de l'ordre de 0,3 dB/km). Pour faire entrer la lumière dans la fibre nous utilisons plusieurs systèmes, le meilleur étant d'utiliser une fibre intermédiaire dont l'une des extrémités est directement connectée à un objectif de collimation traité anti-reflet à 778 nm. Le couplage entre le laser et cette fibre nécessite un réglage minutieux qui consiste à réduire le diamètre du faisceau et à le focaliser faiblement à l'entrée de la fibre de façon à avoir une grande longueur de Rayleigh. Finalement, après différents essais plus ou moins infructueux, nous avons réussi à coupler au maximum 70% de la lumière à la fibre.

2.2.2 Etude du décalage en fréquence

Pour faire cette étude, nous faisons un battement entre le faisceau laser envoyé via la fibre optique, et un faisceau issu du même laser dont la fréquence a été décalée par un modulateur acousto-optique de fréquence de modulation 80 MHz, monté en double passage, comme le montre la figure 12. Nous enregistrons simultanément, d'une part le battement entre le faisceau passé dans la fibre optique en aller-retour et le faisceau décalé en fréquence de 2×80 MHz, et d'autre part le battement entre un faisceau issu directement du laser et le même décalé par le modulateur acousto-optique. Nous faisons alors la différence des deux fréquences de battement, de façon à mettre en évidence le décalage introduit par le passage dans la fibre.

La figure 13 montre un enregistrement durant lequel nous avons exercé des contraintes

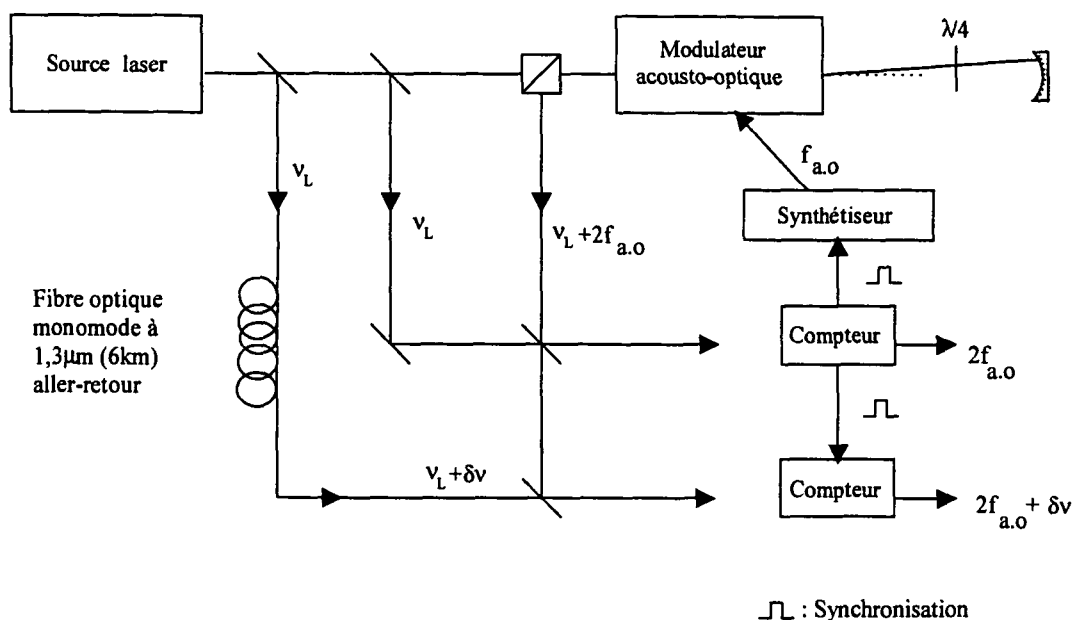


Fig. 12: Dispositif utilisé pour l'étude du décalage de fréquence introduit par la fibre optique.

mécaniques sur la fibre peu protégée (on tord la fibre, on tape dessus, ..). On voit sur la figure de gauche que par moment l'écart en fréquence fluctue énormément. On met ainsi en évidence sa sensibilité aux perturbations mécaniques. Cependant l'histogramme des valeurs mesurées (figure de droite) montre bien que malgré les grandes fluctuations, la valeur moyenne du décalage reste bien inférieure à quelques Hz. La figure 14 montre un enregistrement sans perturbations; l'histogramme des mesures du décalage est très étroit et centré pratiquement sur zéro. En enregistrant ce décalage, pendant plusieurs semaines à différents moments dans l'année, nous avons relevé un déplacement en fréquence de ± 3 Hz. En fait la plupart du temps ce décalage reste même entre $\pm 1,5$ Hz comme le montre la figure 15 enregistrée au mois d'avril 1996. Il faut noter que durant tout le temps de la mesure, on synchronise les deux compteurs et le synthétiseur sur le même quartz. Le signal radiofréquence à 80 MHz, généré par le synthétiseur fluctue de $\pm 0,1$ Hz, au cours de la mesure. Le décalage observé peut être dû à une légère dérive de température sur l'ensemble du trajet. Comme la plus grande partie du parcours est sous terre et dans une gaine très protégée comme je l'ai expliqué plus haut, la variation de température au cours du trajet reste faible.

Finalement, cette étude a mis en évidence un décalage en fréquence inférieur à 3 Hz, tout à fait négligeable au regard de la précision que nous attendons de la mesure qui est de l'ordre de 400 Hz sur la fréquence laser.

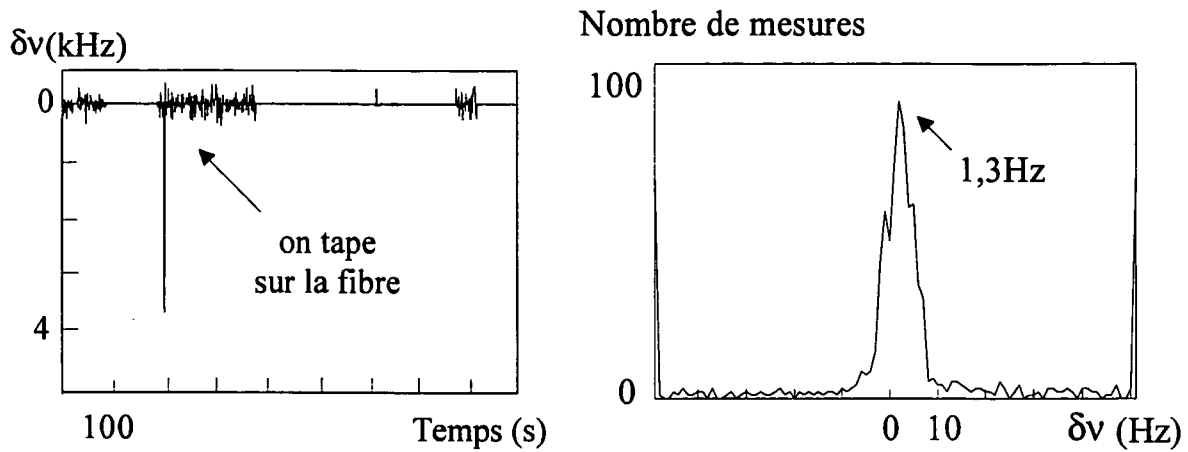


Fig. 13: Mesures du décalage de fréquence introduit par la fibre, histogramme des mesures.

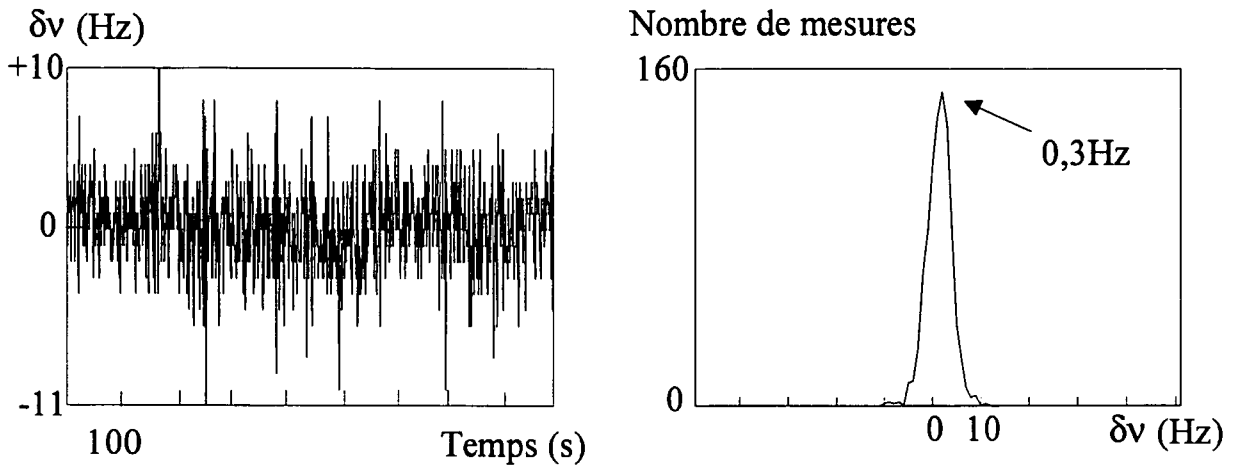


Fig. 14: Mesures du décalage de fréquence introduit par la fibre, histogramme des mesures.

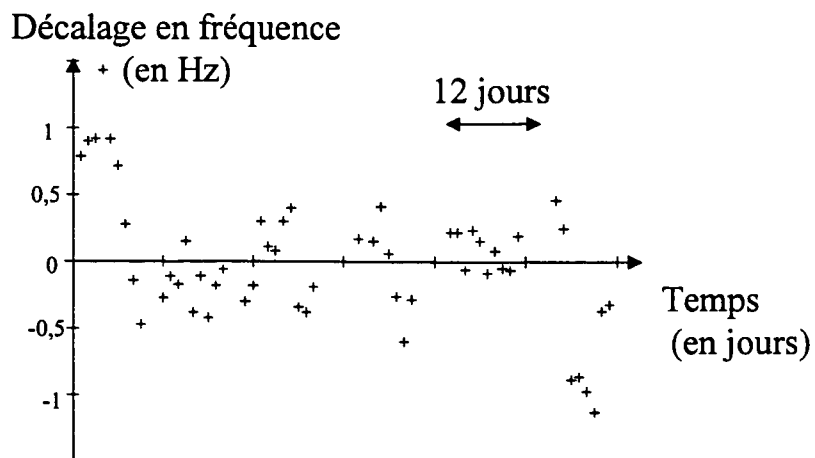


Fig. 15: Décalage de fréquence observé sur plusieurs jours.

2.2.3 Etude d'un élargissement

Pour cette étude, nous avons repris le même montage que précédemment en utilisant diverses sources lasers espérant mettre ainsi en évidence un élargissement induit par la fibre. La longueur de la fibre aller-retour est de l'ordre de 6 km. Le choix de la source laser est conditionné par le problème de la cohérence temporelle entre le faisceau décalé par le modulateur acousto-optique et le faisceau qui a fait l'aller-retour dans la fibre. En première approximation on considère le spectre de la raie lorentzien, et le module de la fonction de cohérence exponentiel décroissant. On peut alors écrire en utilisant le modèle des trains d'onde, que deux trains d'onde d'un laser de largeur spectrale $\delta\nu$ se recouvrent si

$$\pi\delta\nu \times \tau \ll 1 \quad (2.22)$$

soit

$$\pi\delta\nu \frac{nL}{c} \ll 1 \quad (2.23)$$

où L est la longueur de cohérence, c la vitesse de la lumière et n l'indice du milieu de propagation. On voit donc qu'on peut définir pour la fibre "une largeur de cohérence" $\delta\nu_{coh}$ qui vaut

$$\delta\nu_{coh} = \frac{c}{\pi nL}$$

Si on veut obtenir un battement entre deux ondes cohérentes, il faut donc que le laser que nous utilisons ait une largeur de raie très inférieure à $\delta\nu_{coh}$. En faisant l'application numérique, on trouve

$$\delta\nu_{coh} = 11 \text{ kHz}. \quad (2.24)$$

Malgré l'importance de la largeur spectrale de la diode laser (60 kHz), nous avons regardé l'effet sur le battement après traversée dans la fibre dans la mesure où le montage était tout fait. Nous avons obtenu ce que nous attendions, c'est-à-dire un battement équivalent à un battement entre deux lasers indépendants, comme le montre la figure 16. Notre second essai a été fait avec le laser titane-saphir construit par François Biraben et qui sert pour l'excitation de notre jet atomique d'hydrogène. Dans un premier temps, le laser est non asservi. Sa largeur de raie est donc inférieure à 500 kHz. On obtient alors la figure 17. Puis on asservit le laser, réduisant sa largeur spectrale à quelques kHz. Nous sommes donc en limite de cohérence et espérons voir un élargissement dû à la fibre. En fait nous avons retrouvé le battement qu'on obtient entre deux lasers indépendants (cf figure 18), battement identique à celui obtenu par François Nez durant sa thèse entre deux lasers titane-saphir asservis sur deux cavités très stables indépendantes. Nous avons donc simplement vérifié que la largeur spectrale du laser titane-saphir asservi était inférieur à 10 kHz.

En désespoir de cause, nous sommes allés au L.P.T.F., où Driss Touahri a monté durant sa thèse [Touahri 1996b] une diode laser stabilisée sur une cavité Fabry-Perot ultra-stable de très haute finesse. Le battement qu'il a réalisé entre deux diodes lasers asservies sur deux franges successives de la cavité ultra-stable avait une largeur de 10 Hz [Touahri 1995]. Nous avons refait le même montage que précédemment avec comme source cette diode laser. Mais là encore nous n'avons vu que le bruit du laser

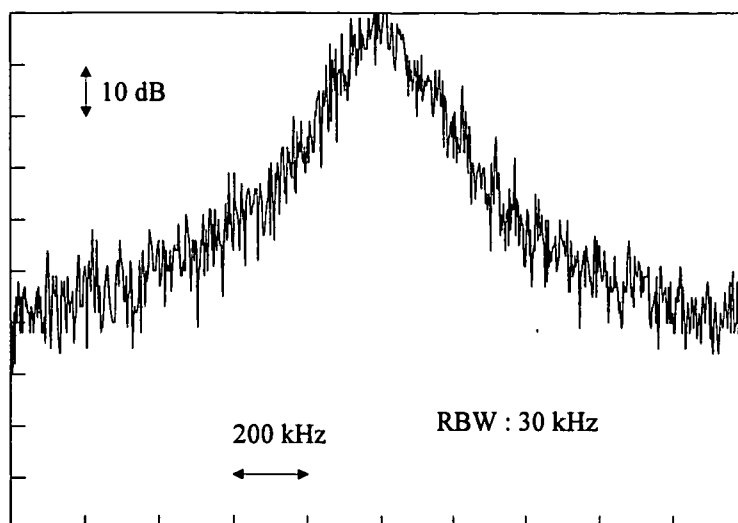


Fig. 16: Battement obtenu avec la diode laser de l'étalon à 778 nm.

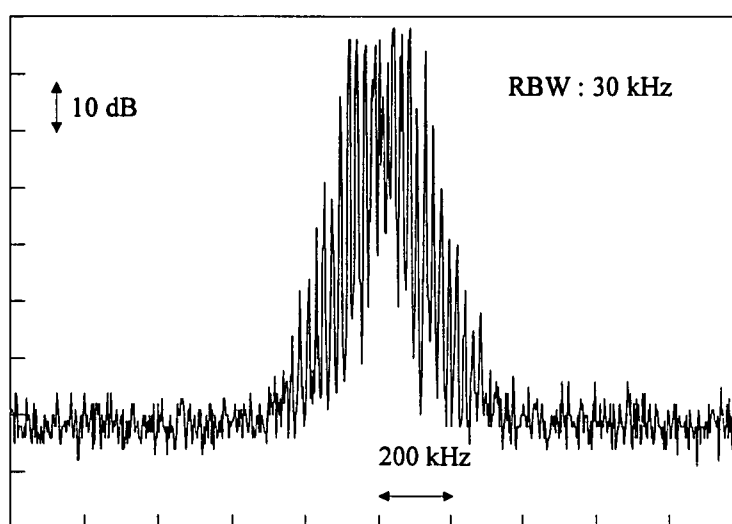


Fig. 17: Battement obtenu avec le laser titane-saphir non asservi.

sans voir d'effet notable dû à la fibre. Le battement que nous avons obtenu (cf figure 19) a une largeur de l'ordre de 3 kHz, qui est probablement dû au jitter de la cavité Fabry-Perot. Le battement montre d'ailleurs un certain bruit de phase.

Finalement nous avons fait un dernier essai en prenant une fibre de 20 m et la diode laser initiale de largeur spectrale de 60 kHz, espérant voir un effet, puisque la longueur de la fibre était nettement plus petite. Sans aucun bruit, le spectre observé est identique à celui du synthétiseur qui pilote le modulateur acousto-optique (soit une largeur inférieure ou égale à 10 Hz). Si l'on tape légèrement sur un miroir qui envoie

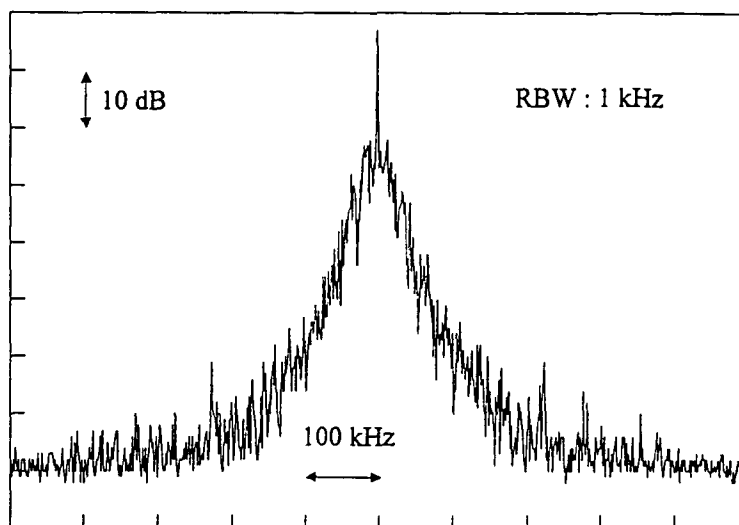


Fig. 18: Battement obtenu avec le laser titane-saphir asservi.

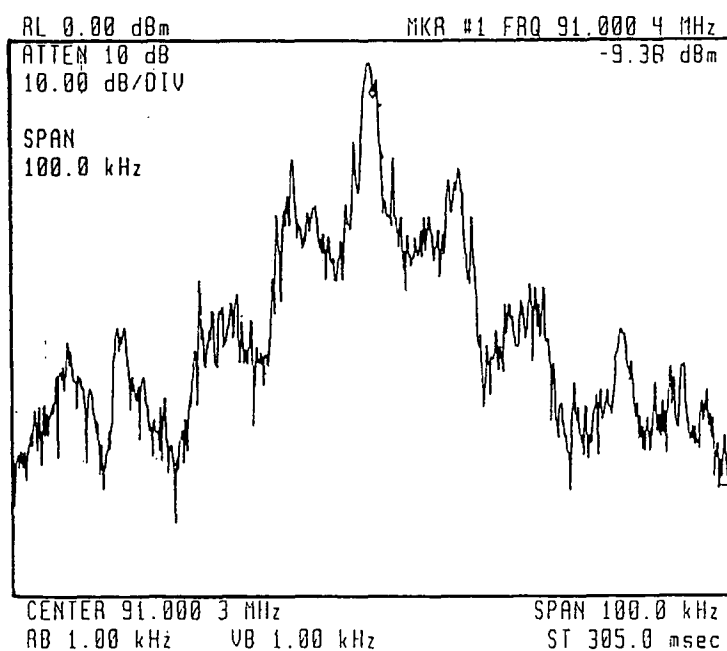


Fig. 19: Battement obtenu avec une diode laser asservie sur une cavité Fabry-Perot de très haute finesse.

la lumière dans la fibre ou si l'on parle, cela se traduit par un élargissement notable du spectre observé (de l'ordre d'une dizaine de kHz). En fait, par ce biais nous avons introduit un bruit de phase sur le trajet optique et c'est lui qu'on retrouve. Ces essais montrent qu'il est difficile de faire la part entre ce qui est dû à la fibre optique et ce qui ne l'est pas.

Nous avons aussi regardé la polarisation du faisceau laser en sortie de la fibre. Après un aller-retour dans la fibre, la polarisation reste linéaire mais comme le mode,

elle évolue au cours du temps. Ces variations modifient le rapport signal-à-bruit du battement. Il est donc indispensable d'observer en permanence ce battement.

La conclusion de cette étude est que dans notre expérience la fibre n'est pas un handicap, d'une part car le décalage en fréquence qu'elle introduit est négligeable pour notre mesure, d'autre part car à chaque battement nous avons retrouvé le bruit et la largeur spectrale du laser initial, à peu de choses près. Cependant il faut rester vigilant tout au long de la mesure de façon à préserver le niveau de comptage du battement, qui fluctue au cours du temps.

2.2.4 Etudes de quelques effets non linéaires spécifiques

2.2.4.1 Diffusion Brillouin stimulée

Les fibres optiques peuvent induire une légère modulation de la lumière qu'elles transmettent due à l'interaction acousto-optique de la lumière dans le coeur de la fibre avec les modes acoustiques induits thermiquement. Il s'agit d'une interaction entre photons et phonons acoustiques, appelée diffusion Brillouin stimulée [Poustie 1993]. Dans la mesure où notre fibre est utilisée pour une mesure de fréquence, il est intéressant de faire un calcul d'ordre de grandeur à ce sujet. L'effet de diffusion Brillouin stimulée apparaît pour une puissance de l'onde laser incidente supérieure à P avec l'équation suivante

$$g_B P \frac{L_{eff}}{A_{eff}} \simeq 21 \quad (2.25)$$

où g_B est le gain Brillouin obtenu d'après [Agrawal 1989], L_{eff} la longueur effective d'interaction, A_{eff} la section du coeur de la fibre. L_{eff} est définie par

$$L_{eff} = \frac{1}{\alpha} [1 - \exp(-\alpha L)] \quad (2.26)$$

où α est l'absorption par unité de longueur et L la longueur de la fibre. Les valeurs numériques sont dans notre cas

$$L = 5 \text{ km}$$

$$\alpha = 4 \text{ dB/km}$$

$$g_B = 5 \times 10^{-11} \text{ m/W}$$

$$A_{eff} = 64 \text{ } \mu\text{m}^2$$

d'où

$$L_{eff} = 1 \text{ km}$$

$$P = 27 \text{ mW}$$

Cette puissance critique correspond à celle qui est couplée à la fibre. Pour obtenir la puissance incidente nécessaire pour voir l'effet Brillouin stimulé il faut tenir compte du coefficient de couplage ce qui porte la puissance nécessaire à 38 mW. La puissance que nous envoyons dans la fibre étant en général de quelques mW, cet effet n'existe donc pas dans notre expérience.

2.2.4.2 Diffusion Raman stimulée

Pour compléter ce calcul, il faut aussi traiter le cas de la diffusion Raman stimulée. Ce phénomène est identique au précédent à la différence que l'interaction a lieu entre photons et phonons optiques au lieu d'être entre photons et phonons acoustiques. En reprenant l'expression du seuil qui s'écrit cette fois-ci [Agrawal 1989]

$$g_R P \frac{L_{eff}}{A_{eff}} \simeq 16 \quad (2.27)$$

où g_R est le gain Raman qui vaut 10^{-13} m/W, les autres symboles ayant la même signification qu'au paragraphe précédent, on a une puissance de seuil qui vaut

$$P = 10,2 \text{ W}$$

ce qui ne sera évidemment jamais atteint. Les autres effets non linéaires étant encore plus petits, nous ne les envisagerons pas ici.

2.3 La mesure de notre étalon de fréquence

2.3.1 Le principe de la mesure

Comme nous l'avons expliqué précédemment, la mesure de notre étalon de fréquence s'est faite par l'intermédiaire de la fibre. En fait une chaîne de multiplication de fréquence a été construite au L.P.T.F. de façon à relier la fréquence de la transition hyperfine à deux photons du rubidium avec celle d'un laser à CO_2 stabilisé sur une transition de la molécule OsO_4 à 29 THz . Cette chaîne est représentée sur la figure 20.

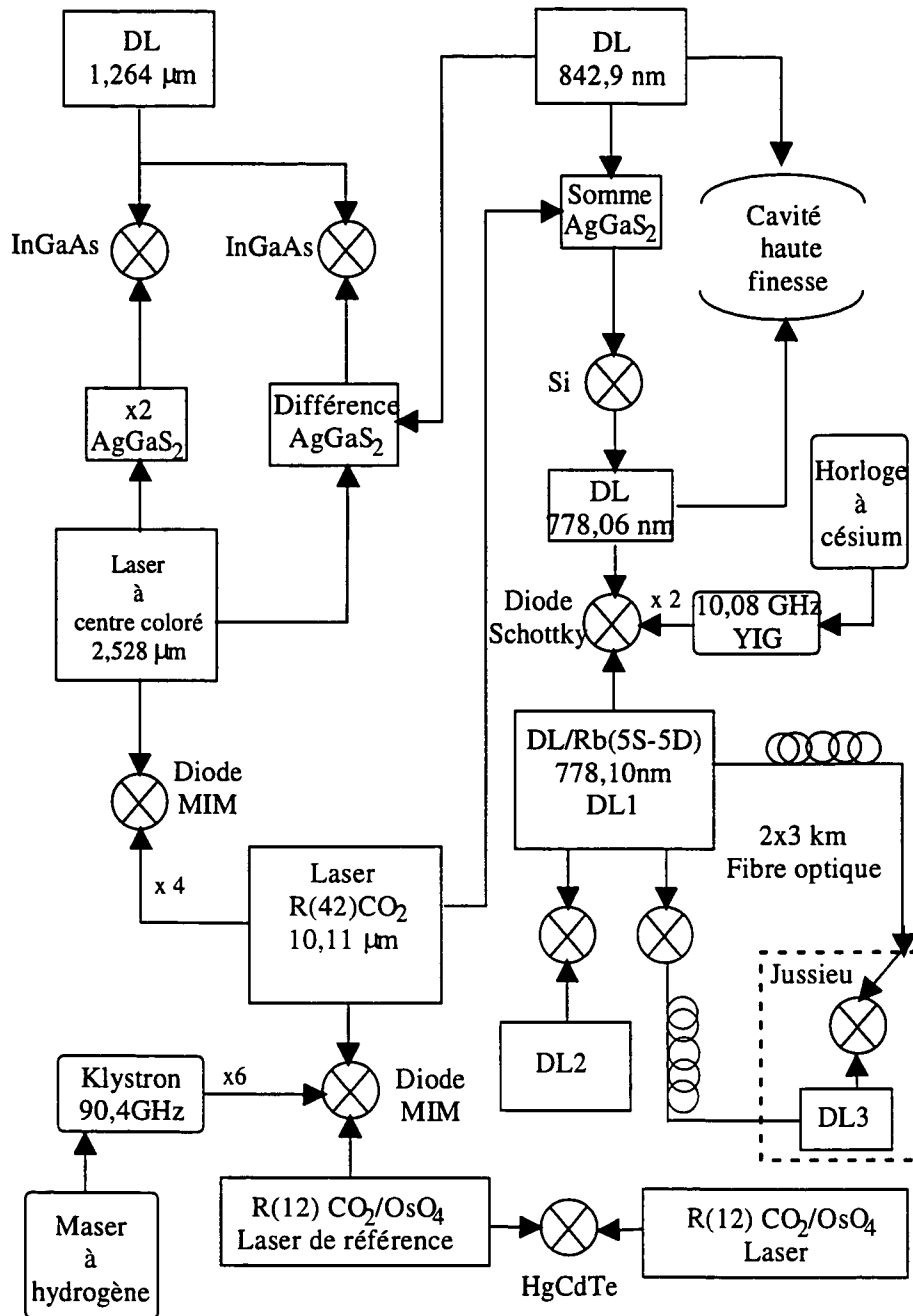


Fig. 20: Chaîne de fréquence utilisée au L.P.T.F pour déterminer la fréquence du laser étalon à 778 nm .

Le laser à CO_2 a été mesuré en 1985 par rapport à l'horloge à césium [Clairon 1985] et en 1988 par rapport au laser He-Ne stabilisé sur le méthane [Clairon 1988]. Deux étalons de fréquence à rubidium L1 et L2 ont été construits au L.P.T.F.. C'est notre étalon de fréquence qui joue le rôle de troisième larron via la fibre. Les fréquences des trois dispositifs ont été mesurées simultanément pendant plus de quatre heures, soit 2348 mesures.

2.3.2 Etude de notre système

Pour définir un étalon de fréquence, il faut d'abord étudier les effets systématiques de façon à pouvoir les évaluer. Tous ces effets sont étudiés en enregistrant le battement entre deux lasers identiques, un des lasers restant fixe tandis qu'on fait varier les paramètres du second. On voit ici l'importance d'avoir trois systèmes identiques de façon à pouvoir faire des intercomparaisons.

2.3.2.1 Calibration des zéros de tension ("offsets")

Pour que la mesure en fréquence de notre laser de référence soit juste, il faut vérifier au préalable que les offsets électroniques introduits par les deux détections synchrones sont correctement réglés. Pour cela nous les avons calibrés en fréquence. Nous mesurons le battement entre le laser L1 du L.P.T.F. et notre système en faisant varier à chaque fois l'offset électronique de l'asservissement sur la cavité (cf figure 21) puis l'offset de l'asservissement sur le signal atomique (cf figure 22). Nous obtenons finalement une pente de 56,5 Hz/mV pour l'asservissement sur la cavité, et une pente de 77,7 Hz/mV pour l'asservissement sur le signal atomique. Lors de la mesure, on vérifie les zéros électroniques, et on estime l'incertitude sur la mesure à 70 Hz.

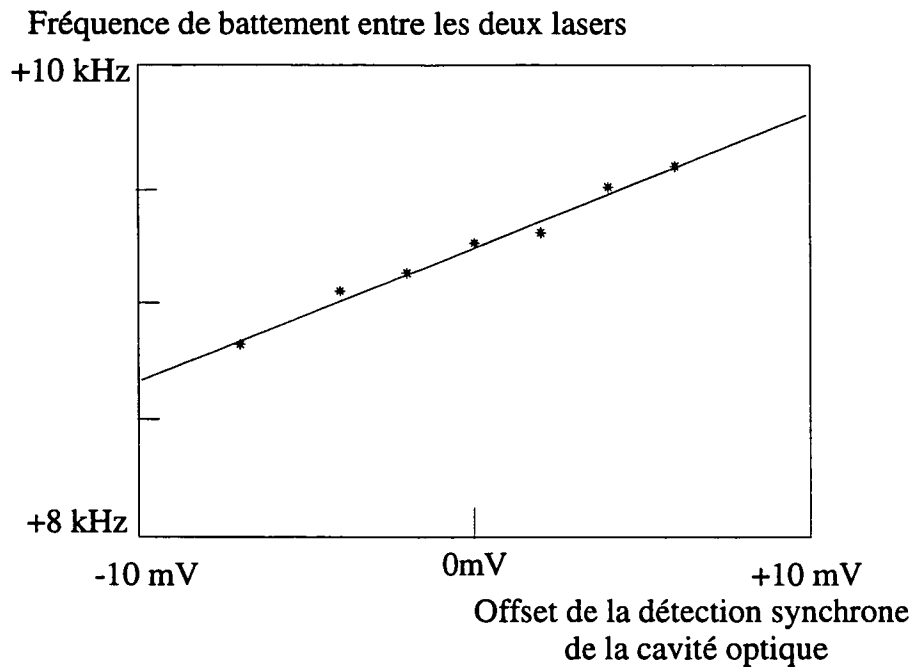


Fig. 21: Evolution de la fréquence du système en fonction du zéro de tension de la détection synchrone de la cavité optique.

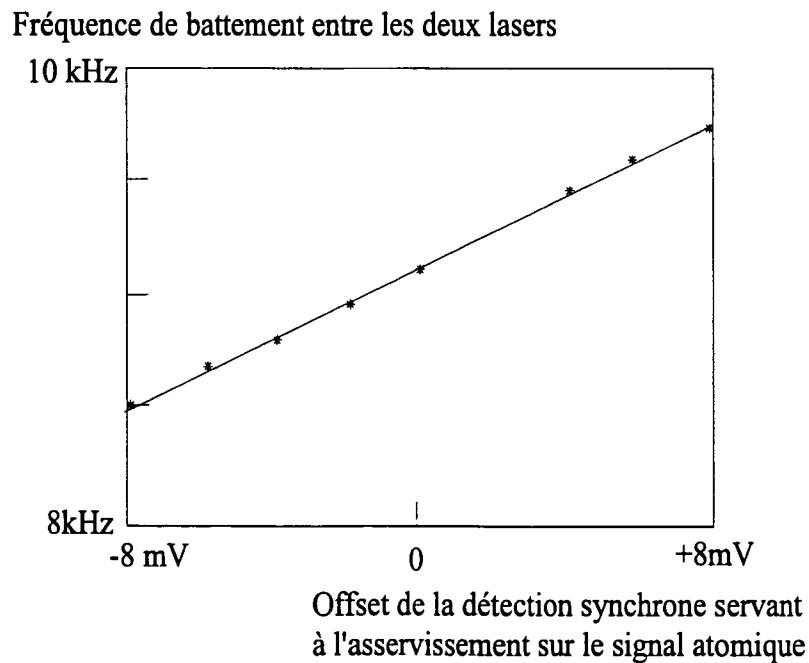


Fig. 22: Evolution de la fréquence du système en fonction du zéro de tension de la détection synchrone d'asservissement sur le rubidium.

2.3.2.2 Mesure du déplacement lumineux

Ce dernier a été mesuré de nombreuses fois au cours de l'année précédant la mesure ainsi qu'après celle-ci. Pour cela, nous enregistrons le battement entre deux lasers en faisant varier la puissance d'un des lasers. Nous obtenons ainsi la courbe de la figure 23 donnant la différence des fréquences entre notre laser et le laser L1 du L.P.T.F.

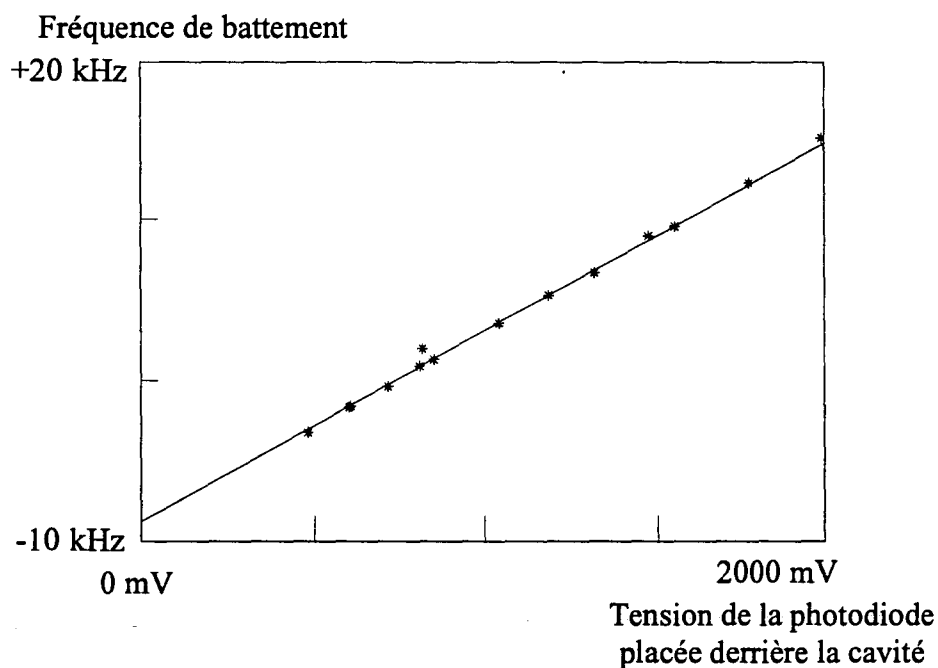


Fig. 23: Evolution de la fréquence du système en fonction de la puissance lumineuse vue par les atomes.

en fonction de la tension délivrée par la photodiode placée derrière la cavité de sur-tension qui entoure la cellule de rubidium de notre montage. En faisant cette courbe pour les trois dispositifs successivement, on s'affranchit de toute mesure absolue de puissance intra-cavité souvent peu précise. On obtient alors l'écart entre systèmes à puissance nulle. D'autre part, la pente de la courbe obtenue pour chaque système permet de déterminer le déplacement lumineux au point de fonctionnement. En vérifiant périodiquement la validité de cette courbe expérimentalement, on s'assure que le miroir arrière de la cavité ne se salit pas. En effet si la pente change, pour une même tension délivrée par la photodiode, le déplacement lumineux change. Pour notre système, dans les conditions habituelles de fonctionnement le déplacement lumineux est de 7,3 kHz.

2.3.2.3 Stabilité

La stabilité d'un oscillateur est définie à l'aide de la racine carrée de la variance d'Allan. C'est la moyenne des écarts entre deux échantillons successifs (échantillons provenant soit de la mesure, soit moyenne de mesures successives sans recouvrement). La variance d'Allan définit d'une part la stabilité du système mais elle nous donne aussi une information sur le bruit caractéristique de notre oscillateur. Ainsi pour notre dispositif nous obtenons une pente en $1/\sqrt{\tau}$, qui est caractéristique d'un bruit blanc de fréquence. Dans la figure 24, on voit les variances d'Allan des deux lasers à CO_2 qui

Racine carrée de la variance d'Allan

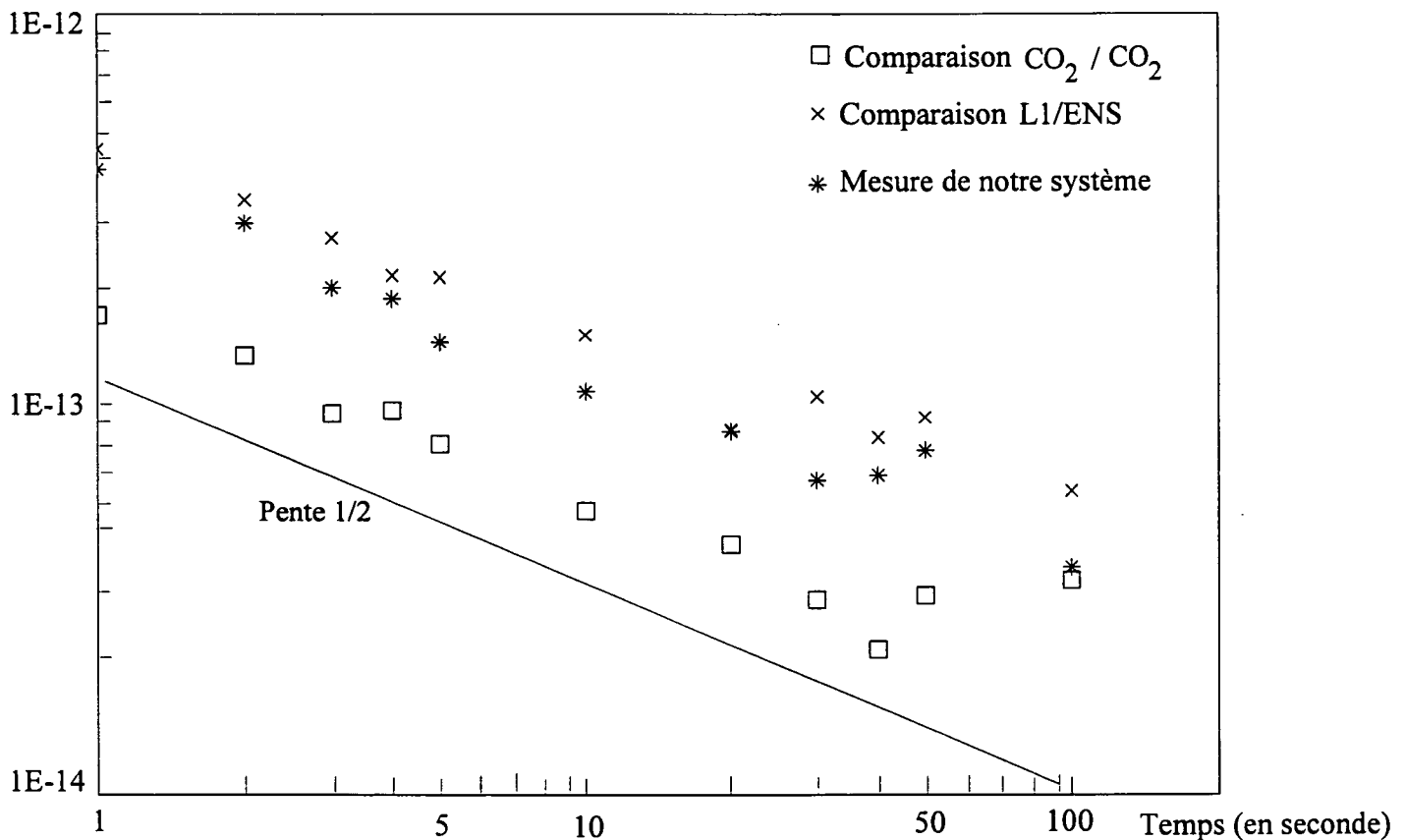


Fig. 24: Variance d'Allan de notre laser étalon durant la mesure faite au L.P.T.F.

ont servi de référence pour la mesure de notre étalon de fréquence, la variance d'Allan relative entre notre système et le laser L1 du L.P.T.F., et bien sûr la variance d'Allan de la valeur en fréquence de notre système. On voit que la stabilité relative de notre système est de 4×10^{-13} mesurée sur une seconde.

2.3.3 Résultats

Aux différents effets étudiés précédemment, il faut ajouter deux caractéristiques métrologiques, d'une part la répétabilité d'autre part la reproductibilité.

La répétabilité d'un oscillateur s'obtient en regardant l'effet de la remise à zéro des asservissements sur la fréquence du battement. On asservit les deux lasers, puis on fait un enregistrement de 10 ; on désasservit alors l'un des deux lasers, on le réasservit aussitôt et on fait un second enregistrement. On compare les deux fréquences de battement mesurées. On obtient ainsi la répétabilité à court terme. On peut faire la même chose d'un jour à l'autre pour obtenir la répétabilité jour à jour. Dans notre cas, la répétabilité est meilleure que 400 Hz (10^{-12}) à court terme et que 1 kHz au jour à jour.

La reproductibilité, elle, représente l'écart en fréquence entre les différents systèmes construits. Dans notre cas, elle est limitée par le petit nombre de dispositifs. Cependant, nous obtenons sur ce nombre une reproductibilité de 1,2 kHz (3×10^{-12}).

Enfin, il ne reste plus qu'à donner la valeur de la fréquence de notre système. On donne sur la figure 25 l'histogramme des mesures absolues de fréquence faites

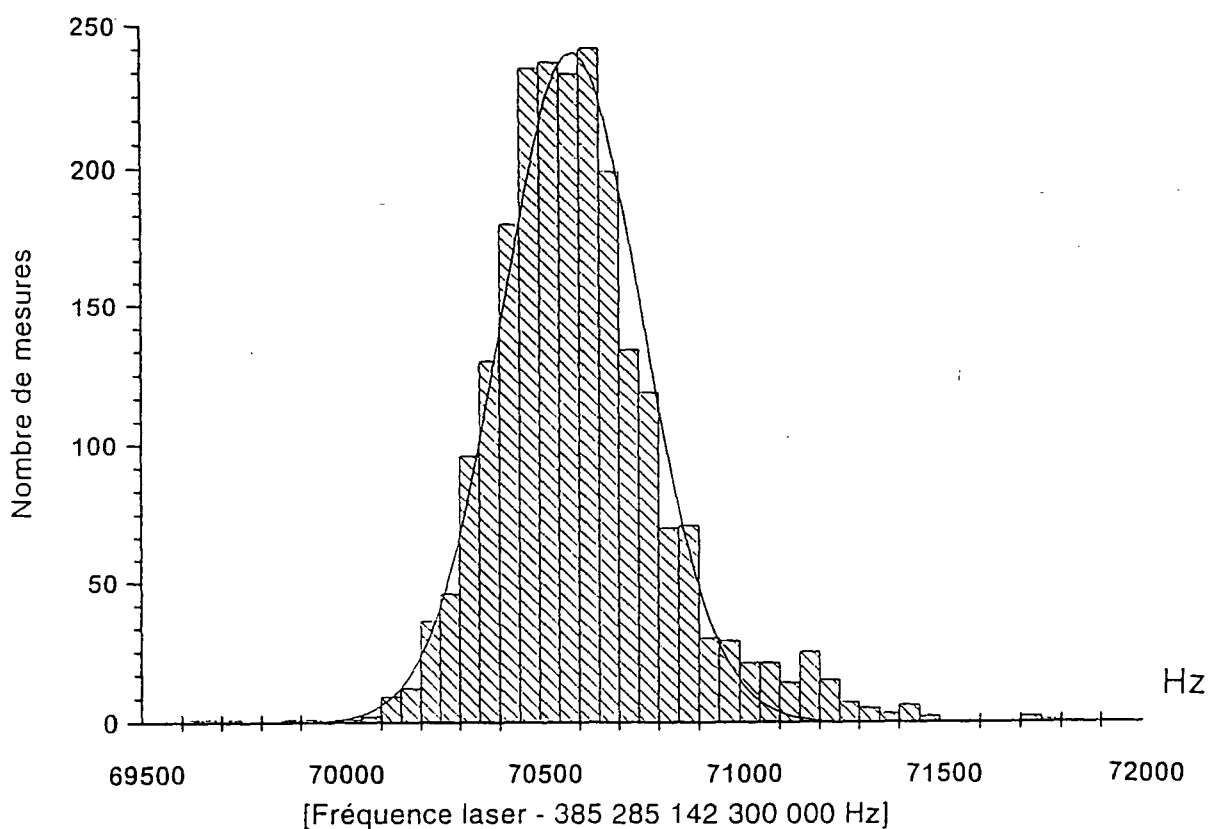


Fig. 25: Histogramme des mesures de notre laser étalon.

au L.P.T.F. de notre système. Après correction du déplacement lumineux, la valeur

mesurée de la fréquence de notre étalon vaut

$$\nu \left(5S_{1/2} (F = 3) - 5D_{5/2} (F = 5) \right) = 385\,285\,142\,377,814 \text{ kHz (1kHz)}$$

L'incertitude indiquée est la somme quadratique de l'incertitude sur le laser à CO₂ qui est de ±700 Hz, et de la répétabilité qui est de ±500 Hz. Cette incertitude est uniquement valable pour un système donné. A partir des mesures faites sur les trois systèmes, on peut déduire que l'exactitude de cet étalon est ±2 kHz [Touahri 1996a].

“ Il y a deux choses que l'expérience doit apprendre : la première est qu'il faut beaucoup corriger; la seconde c'est qu'il ne faut pas trop corriger.”

Delacroix

3 MONTAGE EXPERIMENTAL

Après avoir détaillé dans le chapitre précédent notre laser de référence, je vais maintenant décrire chaque partie de notre montage en insistant sur les modifications apportées depuis la mesure de 1993. Dans une première partie, je m'intéresserai au jet atomique, à ses limites et à nos tentatives d'amélioration, puis je décrirai brièvement dans une seconde partie le laser d'excitation. Enfin je présenterai la procédure expérimentale utilisée pour faire la mesure.

3.1 Le jet atomique de métastables

L'ensemble du jet est décrit en détail dans les références [Biraben 1990], [Garreau 1989]. Je ne développerai ici que les principaux éléments qui sont représentés sur la figure 26, ainsi que les modifications apportées.

3.1.1 Description

3.1.1.1 La dissociation moléculaire

Le jet d'atomes métastables est fabriqué à partir d'hydrogène moléculaire. Dans un premier temps, il est nécessaire de dissocier les molécules de façon à obtenir des atomes dans l'état fondamental. Cette dissociation se fait à l'aide d'une décharge radiofréquence à 30 MHz, dont la puissance est d'environ 50 W. L'hydrogène moléculaire passe dans un tube en pyrex refroidi à l'eau, où a lieu la décharge. La pression y est de l'ordre de 0,3 mbar. Au cours du temps nous avons observé une rapide dégradation du tube : des cristaux se forment sur les parois du tube qui se couvrent d'une pellicule blanchâtre. La rapidité de cette dégradation dépend d'une part de la qualité du tube au départ mais aussi de la pression d'hydrogène. Plus celle-ci est élevée, plus le tube se dégrade vite. En 200 heures d'enregistrement nous avons changé le tube 4 fois, pour garder un nombre de métastables suffisant (en pratique nous démontons le tube et le nettoyons à l'acide fluorhydrique et ne le changeons qu'une fois sur deux). Je décrirai dans la suite de ce chapitre notre façon de détecter le nombre de métastables présents dans notre jet. Cependant, d'ores et déjà on peut noter que nous avons observé des cycles d'oscillation (cf figure 27) dans le nombre de métastables, d'une période très basse de l'ordre de 0,5 Hz que nous avons attribués à un mauvais fonctionnement de

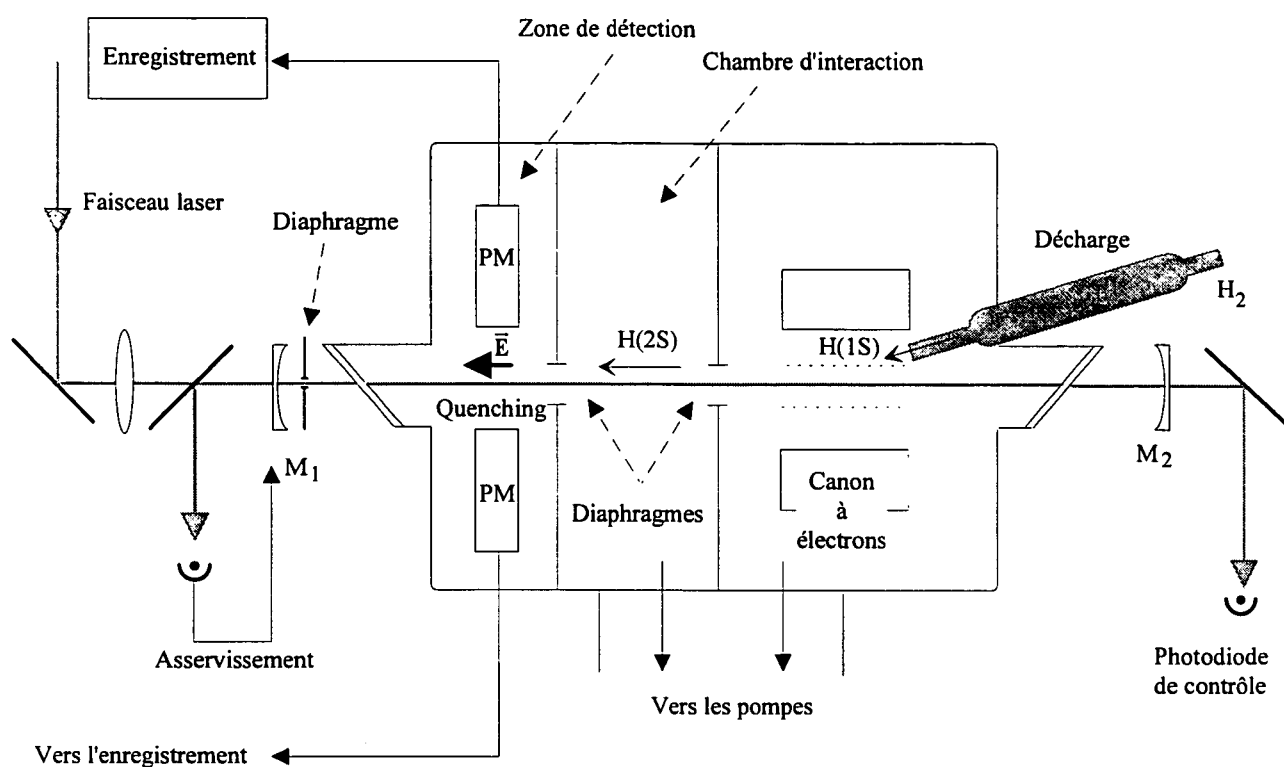


Fig. 26: schéma du jet atomique.

la décharge. Ces cycles qui ressemblent à des cycles de relaxation apparaissent dès que l'on augmente la pression. Ces fluctuations importantes qui peuvent être de l'ordre du signal détecté sont très gênantes car elles dégradent notablement le rapport signal-à-bruit. Nous sommes par conséquent obligés de diminuer la pression d'hydrogène en faisant un compromis entre l'apparition de ces cycles et la diminution du nombre total de métastables produits.

3.1.1.2 Le bombardement électronique

A la sortie de la région de dissociation, nous obtenons un jet thermique d'atomes dans l'état fondamental, qui sort par la buse en téflon fixée à l'embouchure du tube en pyrex. Le jet pénètre alors dans la zone de bombardement électronique qui fait passer les atomes de l'état fondamental vers l'état métastable $2S$. Cette zone est située dans une chambre à vide pompée par une pompe à diffusion. Le système de bombardement des électrons est une triode constituée d'un filament, d'une grille et d'une plaque. Le filament en tungstène est chauffé par le courant (5 A) qui le traverse et émet des électrons qui sont accélérés par une différence de potentiel $V \simeq 12$ V entre la grille et le filament, et recueillis par une plaque mise à un potentiel de 200 V. La grille est constituée d'une trentaine de fils pour la plupart en inox (les sept fils placés devant le filament sont en tantale pour éviter de fondre) disposés régulièrement sur un cylindre de 7 mm de diamètre. Ils sont reliés à la masse et constituent ainsi une zone équipotentielle

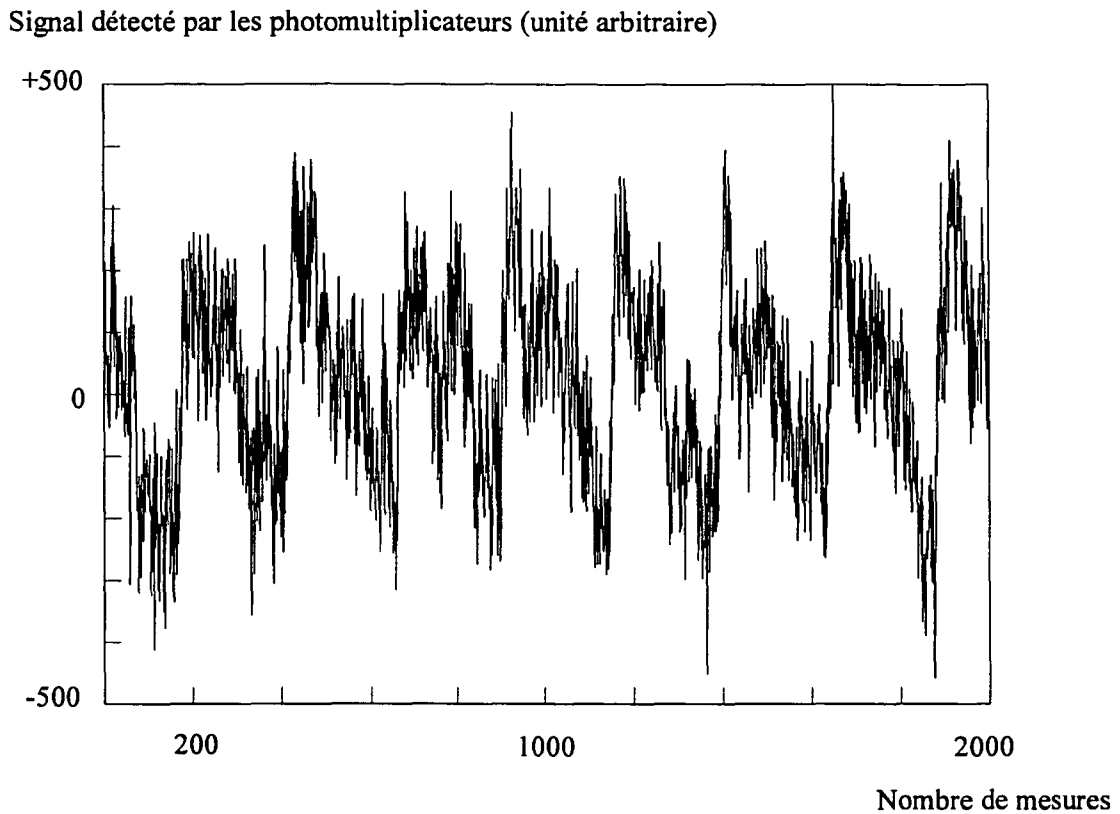


Fig. 27: Oscillations de relaxation observées sur notre dispositif.

de protection pour les atomes métastables qui sont très sensibles au champ électrique parasite. Cette zone est nécessaire pour que les métastables ne soient pas détruits avant d'atteindre la zone d'interaction.

Lors du transfert d'impulsion des électrons aux atomes, le jet est dévié de 20° avec une dispersion de $\pm 7^\circ$. Cette déviation est utilisée pour aligner le jet sur le faisceau laser.

3.1.1.3 Zone d'interaction avec le laser

Après la zone de bombardement électronique, les atomes pénètrent dans la zone d'interaction par l'intermédiaire d'un diaphragme de 7 mm. Cette deuxième chambre à vide est pompée par une pompe cryogénique qui permet de descendre à des pressions de 8×10^{-7} mbar en l'absence d'atomes. En présence d'atomes, pour avoir un nombre de métastables suffisant on règle la pression à $1,2 \times 10^{-6}$ mbar au plus, suivant l'état du tube de décharge, comme je l'ai expliqué précédemment.

La longueur d'interaction est de 56 cm ; les champs électriques parasites sont réduits au mieux en recouvrant l'ensemble des parois d'une suspension colloïdale de graphite (aquadag). Jusqu'à présent les champs magnétiques étaient compensés autant que faire se peut, à l'aide de trois bobines de Helmholtz. Les courants étaient réglés de

façon à annuler le champ magnétique au milieu de la zone d'interaction. Pour éliminer complètement les champs magnétiques le long de toute la zone d'interaction, nous avons placé autour du jet un blindage en mumétal en trois parties (cf figure 28) . Nous

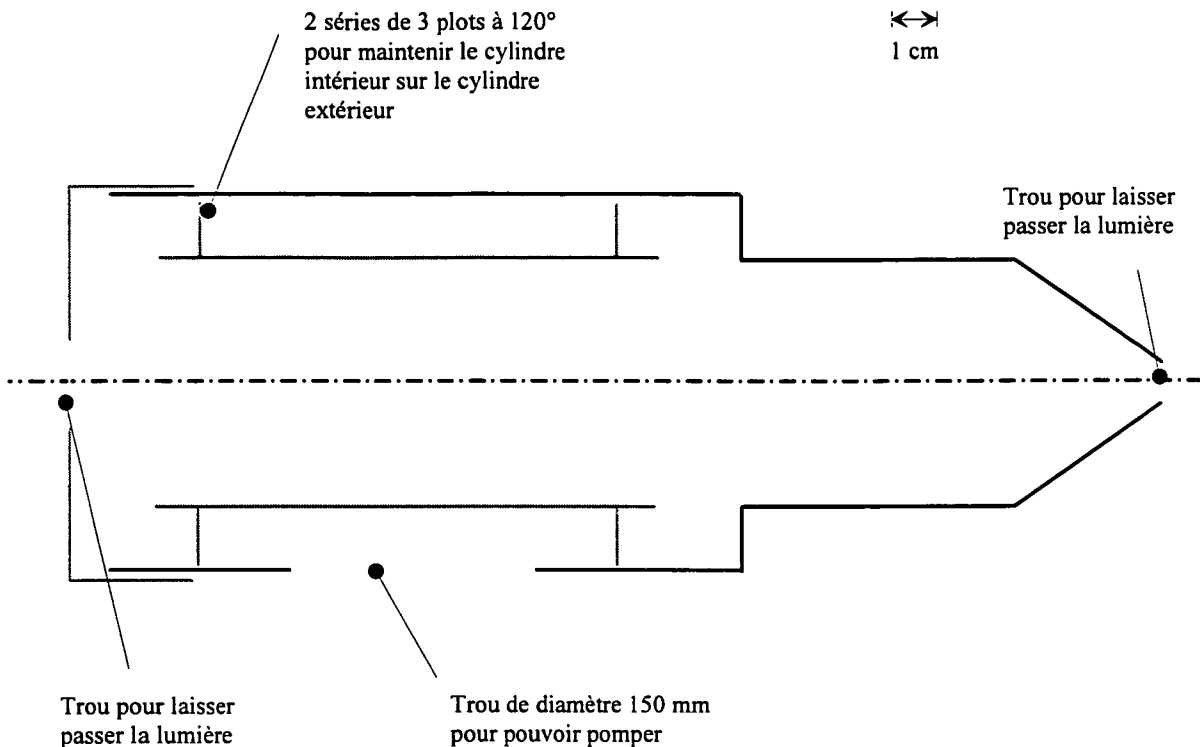


Fig. 28: Schéma des blindages magnétiques placés autour le jet.

avons mesuré au niveau du jet un champ magnétique résiduel dans toutes les directions inférieur au milliGauss.

3.1.1.4 Le système de détection

Après l'interaction, les atomes passent par un diaphragme de 7 mm dans la zone de détection. Celle-ci se fait en appliquant un champ électrique parallèle au jet, qui mélange les états $2S$ et $2P$ (quenching). On détecte avec deux photomultiplicateurs, montés de part et d'autre du jet, les photons Lyman- α qui résultent de la désexcitation radiative du niveau $2P$. Pour augmenter la sensibilité de la détection, on module en amplitude la différence de potentiel qui produit le champ électrique. Les signaux provenant des deux photomultiplicateurs sont démodulés par l'intermédiaire d'une détection synchrone. On obtient ainsi un signal proportionnel au nombre de métastables. Le nombre de métastables estimé à l'extrémité du jet est de l'ordre de 10^7 atomes/seconde.

3.1.1.5 La cavité de surtension

Le jet atomique est placé dans une cavité optique de surtension qui présente un double avantage: d'une part, elle assure le parfait recouvrement des deux faisceaux se contrepropageant, d'autre part elle permet d'augmenter la puissance lumineuse vue par les atomes (jusqu'à 130 W dans chaque sens). Cette cavité est constituée d'un miroir plan et d'un miroir de rayon de courbure 4 m distants de un mètre et chacun monté sur une cale piézoélectrique. La cavité est asservie par la méthode de Hänsch et Couillaud [Hänsch 1980], c'est-à-dire en analysant la polarisation de l'onde réfléchie par la cavité. Le faisceau laser incident est polarisé linéairement suivant une direction proche de l'horizontale. Dans la cavité, les fenêtres du jet atomique sont mises à l'angle de Brewster pour l'horizontale de façon à discriminer une des polarisations. La composante horizontale de l'onde peut donc s'amplifier à l'intérieur de la cavité; la composante verticale, elle, voit une cavité à fortes pertes. L'amplitude et la phase de la composante horizontale sont liées au désaccord en fréquence entre le laser et les modes propres de la cavité. En recombinaison des deux composantes de polarisations horizontales et verticales réfléchies par la cavité, on obtient une vibration elliptique qui peut être analysée à l'aide d'une lame quart d'onde et d'un polariseur. En pratique, après le passage dans la lame quart d'onde, on sépare le faisceau en deux parties que l'on envoie sur deux photodiodes qui détectent chacune une des deux vibrations rectilignes à l'aide d'un polariseur placé suivant l'une ou l'autre des bissectrices. La différence des deux signaux détectés, associés aux composantes circulaires droite et gauche réfléchies par la cavité, produit un signal en dispersion qui est envoyé via un amplificateur haute tension sur la cale piézoélectrique de la cavité. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de modulation.

L'alignement du faisceau laser dans la cavité se fait simplement en regardant les pics de transmission de la cavité dont on balaie la longueur. L'alignement du faisceau laser avec le jet est beaucoup plus délicat et fluctue au cours de l'expérience. Nous avons cependant deux contrôles possibles qui nous permettent de régler cet alignement. Le premier contrôle est la présence d'un diaphragme dans la cavité juste derrière le miroir d'entrée. Ce diaphragme impose la position du faisceau laser à l'entrée. Nous nous servons ensuite des réflexions du faisceau laser sur les fenêtres du jet à l'angle de Brewster pour affiner le réglage. En effet nous avons repéré sur papier, des positions de ces réflexions lorsque l'alignement était bon. Nous cherchons donc par tâtonnement à nous remettre dans cette configuration.

3.1.2 Tentatives d'amélioration du flux de métastables

3.1.2.1 Principes

Le nombre de métastables est sensible à plusieurs paramètres qui sont la fréquence de la décharge radio-fréquence qui est liée à la cavité H.F. résonnante placée autour du tube en pyrex, le flux d'atomes, la tension du filament, la tension de la grille, la distance entre le filament et la grille, et la tension de la plaque. Si on veut améliorer le nombre

de métastables en modifiant un élément du jet, il faut réoptimiser l'ensemble de ces paramètres à chaque essai de façon à être sûr d'être dans la configuration d'efficacité maximale.

Dans la pratique, tous nos efforts se sont portés sur le filament. Dans un premier temps, nous avons pensé réguler le courant passant dans le filament. L'idée est de stabiliser le nombre de métastables en contrôlant mieux l'émission des électrons mais après un certain nombre d'enregistrements simultanés des fluctuations du courant et du nombre de métastables, nous n'avons pas pu mettre en évidence de corrélation entre les deux. Nous avons donc abandonné cette idée pour nous pencher sur le filament lui-même.

Pour chauffer suffisamment le filament utilisé jusque là, nous devons mettre à ces bornes une différence de potentiel de 5 V (le potentiel milieu est lui ajusté aux alentours de 12 V). Or la section efficace d'excitation est maximum pour une énergie de l'électron incident de 11,6 eV d'après [Kauppila 1970] et ce maximum est relativement pointu de largeur $\pm 0,5$ eV de part et d'autre. On voit donc que la configuration du filament telle qu'elle est, entraîne une mauvaise définition de l'énergie des électrons émis. Ainsi on moyenne en quelques sortes la courbe d'excitation au lieu de se placer au maximum de la courbe de section efficace. Le but est donc de remplacer ce filament par une source de potentiel mieux défini c'est-à-dire avec une plus faible différence de potentiel à ses bornes voire une différence nulle. Dans les années 80, François Biraben a fait des essais avec une cathode à oxyde (de potentiel fixé), comme source d'électrons. Pendant la courte durée de vie de cette source, il avait observé une multiplication par un facteur 10 du nombre de métastables. A l'époque le système que j'ai décrit plus haut était un excellent compromis, et l'idée avait été abandonnée. La précision sur la mesure augmentant, il était intéressant d'améliorer le rapport signal-à-bruit de notre système et par conséquent le nombre de métastables. Cette idée fut donc remise à l'ordre du jour.

Dans un premier temps l'idée naturelle est d'utiliser une source d'électrons par chauffage indirect. Cela consiste à utiliser deux rubans en tungstène. Au premier on applique une différence de potentiel pour le chauffer à blanc, et c'est lui qui chauffe le second ruban. Ce dernier a alors un potentiel fixe et émet donc des électrons d'énergie bien déterminée. Le problème est que ce montage nécessite des puissances très importantes.

3.1.2.2 Essais de différents éléments émissifs

Nous avons donc décidé de faire l'essai avec un chauffage direct mais en modifiant le filament de façon à avoir des électrons plus monocinétiques. Pour cela, l'idée première est d'augmenter la section du filament de façon à diminuer la différence de potentiel. Pour un filament de longueur L , de section s , dans lequel on fait passer un courant I , la différence de potentiel à ses bornes vaut :

$$U = \frac{\rho L}{s} I \quad (3.1)$$

Cependant le nombre d'électrons émis dépend de la température. En appliquant simplement la loi de Stefan pour le rayonnement d'un corps dans le vide on a la puissance rayonnée qui vaut

$$P = 4\pi SK_3T^4 = UI \quad (3.2)$$

où S est la surface émissive du filament et K_3 la constante de Stefan égale à $1,8 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$. Voici les différents éléments émissifs que nous avons essayés :

- le filament initial de diamètre 0,3 mm, de longueur 45 mm,
- un ruban d'épaisseur 0,1 mm, de longueur 35 mm, de largeur 5 mm ou 3 mm,
- un barreau de diamètre 0,8 mm, de longueur 50 mm.

Pour le filament initial dans lequel on fait passer un courant de l'ordre de 7 A, et dont la différence de potentiel à ses bornes est de 5 V, en appliquant la formule 3.2, on obtient une température du filament de l'ordre de 1385°K. Si on suppose que toute la puissance fournie sert à chauffer le filament, on peut calculer le courant nécessaire pour que les différents éléments émissifs aient cette température. L'ensemble des résultats est récapitulé dans le tableau suivant :

	filament	ruban	ruban	barreau
diamètre/largeur (mm)	0,3	3	5	0,8
longueur (mm)	45	35	35	50
surface émissive S (mm ²)	42	357	220	126
section s (mm ²)	0,07	0,5	0,3	0,5
courant I (A)	7	62	38	31

Nous avons fait ces essais durant un mois : il faut à chaque fois optimiser tous les paramètres et surtout, à chaque essai, il faut un jour pour remettre le jet à l'air et changer le filament puis au moins une journée ou deux pour avoir un vide suffisamment correct dans l'enceinte.

Nos premiers essais ont été faits sur les deux rubans. Nous nous sommes rapidement aperçus que nous n'arrivions pas à les chauffer suffisamment. En fait, malgré nos efforts, les pertes par conduction thermique aux points de fixation sont importantes et elles limitent le chauffage du filament et par conséquent le nombre d'électrons émis. Nous avons donc rapidement abandonné ces deux éléments pour consacrer nos efforts à l'étude du barreau. Ce barreau nécessite d'une part un courant plus faible, d'autre part la surface de contact aux points de fixation est plus petite que pour les rubans, par conséquent les pertes par conduction devraient être plus faibles.

3.1.2.3 Comparaison des résultats obtenus pour le filament initial et pour le barreau

L'étude consiste à étudier le nombre de métastables en fonction de la tension grille-filament dans diverses conditions :

- décharge allumée ou éteinte,
- chauffage du filament plus ou moins intense.

Pour chaque tension filament-grille, on mesure à la fois le nombre de métastables et le courant collecté par la plaque.

Le filament initial: La figure 29 présente les résultats obtenus pour le filament

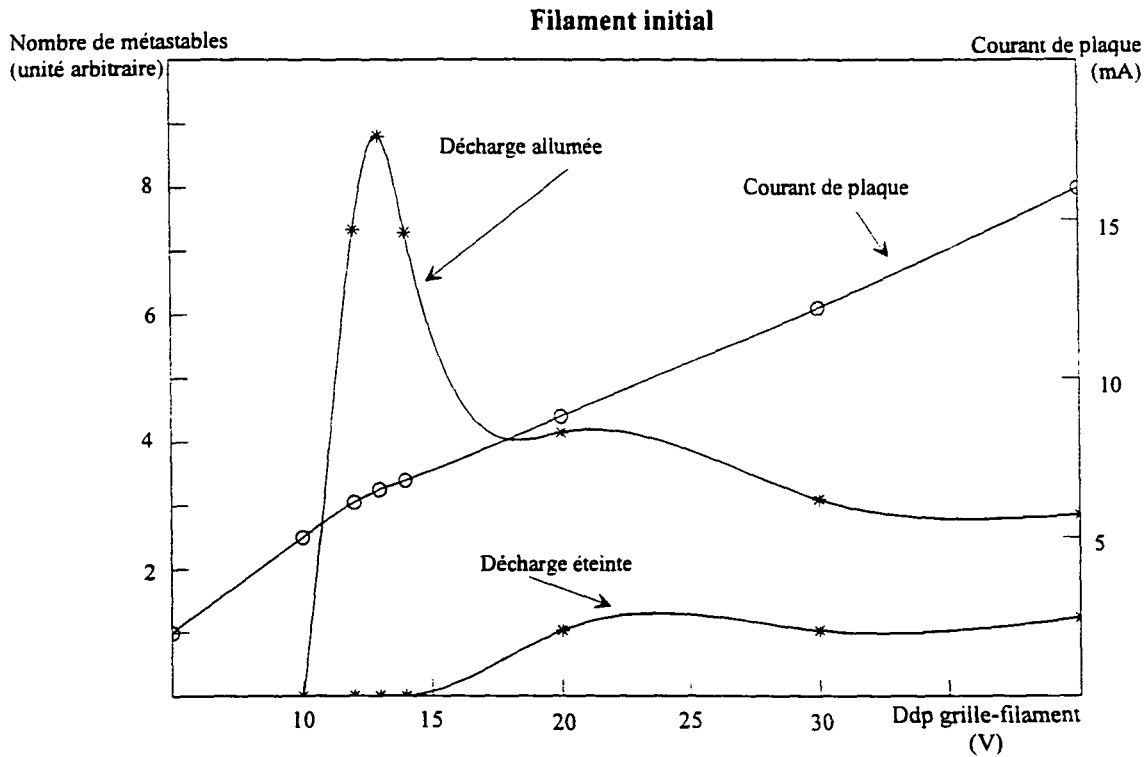


Fig. 29: Evolution du nombre de métastables en fonction de la tension grille-filament.

initial. Trois courbes sont représentées.

La première donne le nombre de métastables en fonction de la tension grille-filament lorsque la décharge est allumée. On retrouve la figure typique donnant la section efficace d'excitation du niveau métastable par collisions électroniques décrite dans la référence [Kauppila 1970]. On a un maximum relativement étroit aux alentours de 12 V.

La seconde courbe est identique à la première mais elle est relevée lorsque la décharge est éteinte. On observe un nombre de métastables nul jusqu'à 15 V puis un plateau relativement faible. Ce plateau est dû à la dissociation directe des molécules avec création de métastables. Ces métastables ont le gros inconvénient d'être beaucoup plus rapides (2 à 3 fois plus que les autres). Pour nous ils ne sont donc pas intéressants car ils sont trop sensibles à l'effet Doppler du second ordre.

La dernière courbe représente le courant de plaque en fonction de la tension grille-filament. Les électrons sont émis avec une vitesse de l'ordre de kT , ce qui fait au maximum 1 eV ; ils sont accélérés sous 10 eV environ et recueillis par la plaque au

potentiel de 200 V. On a donc de bonnes raisons de penser que tous les électrons émis sont collectés par la plaque. Par conséquent le courant de plaque est un bon indicateur du nombre d'électrons émis. On voit que celui-ci croît régulièrement avec la tension grille-filament. Il vaut de l'ordre de 5 mA au maximum du nombre de métastables. Les points sont expérimentaux. Les courbes en continu sont uniquement là comme guide pour l'oeil.

Le barreau : Pour cet élément émissif nous avons fait des essais pour différents courants traversant le barreau. La figure 30 montre les résultats obtenus pour un courant

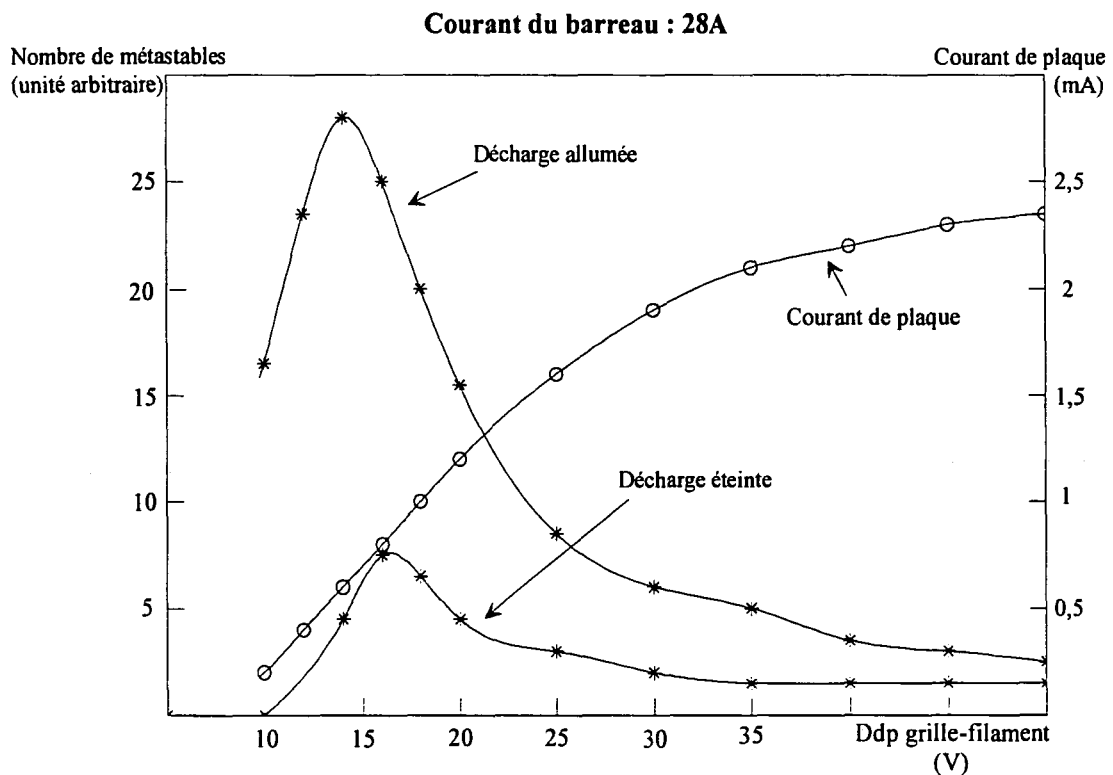


Fig. 30: Evolution du nombre de métastables en fonction de la tension grille-filament.

de 28 A. Les trois courbes obtenues ont la même allure que dans le cas du filament initial. Mais on voit que le courant de plaque est nettement plus faible (de l'ordre de 0,8 mA) ce qui montre qu'on ne chauffe pas assez le filament. Nous avons donc refait la même expérience en augmentant le courant dans le filament qui passe à 32 A. On obtient alors des courbes beaucoup plus larges comme le montre la figure 31 dont l'aspect n'est pas simple à expliquer. Mais si on regarde la valeur du courant de plaque aux alentours de 13 eV qui est le domaine qui nous intéresse pour avoir des "bons métastables", on trouve un courant de plaque très faible de l'ordre de 1 mA. On voit donc que malgré nos efforts, les pertes par conduction thermique sont encore trop grandes ce qui limite l'efficacité du système.

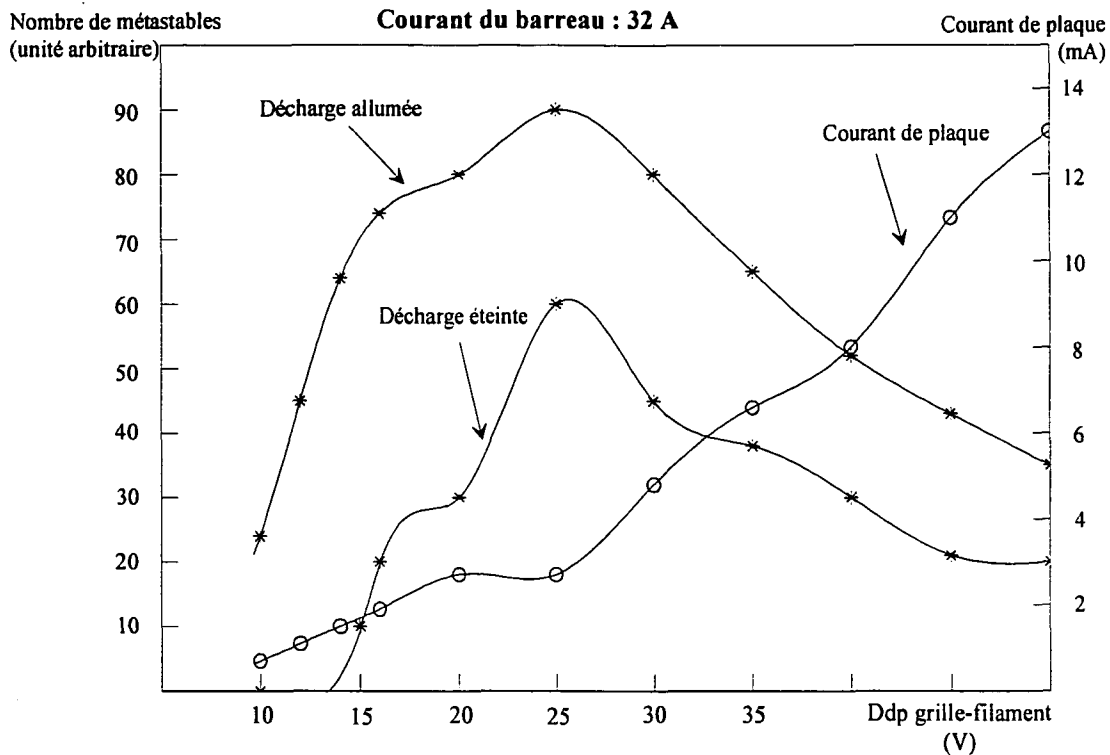


Fig. 31: Evolution du nombre de métastables en fonction de la tension grille-filament.

Pour des questions de temps et au regard des résultats, nous avons dû abandonner momentanément ces essais et remettre l'ancien système en attendant de mieux cerner le problème. Cependant, une idée est de refaire un montage mécanique plus compliqué et en même temps moins compact qui permettrait d'utiliser un ruban de 2,5 mm de large mais moins long (25 mm) de façon à diminuer la différence de potentiel à ses bornes tout en conservant le même nombre d'électrons émis. Ce ruban serait monté de façon à pouvoir avoir un réglage de position dans les deux directions associées à l'approche du filament et à la translation le long de la grille. On pourrait donc mieux le centrer sur l'arrivée du jet thermique. De plus il faudrait améliorer l'isolation thermique. Peut-être pourrions nous gagner ainsi un facteur deux ou trois sur le nombre de métastables.

3.1.3 Mesure de la distribution de vitesses

Dans le jet, les atomes ne sont pas monocinétiques. On peut donc définir une distribution des vitesses de ces atomes. Or dans une transition à deux-photons, il faut tenir compte de l'effet Doppler du second ordre qui induit un déplacement de la raie. Pour calculer les formes de raie, nous avons donc besoin de connaître la distribution de vitesse des atomes métastables de notre jet. Pour cela, nous mesurons cette distribution en étudiant l'absorption à un photon $2S - 6P$ à 410 nm avec un faisceau laser toujours

colinéaire à l'axe du jet. Le principe de la mesure est de dépeupler une classe de vitesses parmi les atomes métastables. Comme la largeur naturelle du niveau $6P$ est de 3,9 MHz, alors que l'élargissement Doppler est de 4 GHz, le signal correspondant à une classe de vitesse est de 0,1% ce qui n'est pas détectable. Pour remédier à cela, on augmente la puissance du laser d'excitation de façon à dépeupler une classe de vitesse plus large. On obtient ainsi un signal de l'ordre de 5% à 10% du nombre de métastables total.

3.1.3.1 Montage expérimental

Le montage expérimental est le suivant : on utilise le même jet atomique que pour la transition à deux photons, en enlevant le miroir d'entrée de la cavité de surtension. Le laser d'excitation est le laser titane-saphir doublé en cavité externe. Cette source a été mise au point par Sophie Bourzeix durant sa thèse pour la mesure du déplacement de Lamb de l'état $1S$ de l'atome d'hydrogène [Bourzeix 1995], [Bourzeix 1993]. Le laser fournit un faisceau à 820 nm. Un cristal de LBO est placé dans une cavité externe résonnante pour le faisceau incident. A partir de 1,2 W de 820 nm, on produit 200 mW de lumière à 410 nm. On détecte comme précédemment le signal Lyman- α par l'intermédiaire des deux photomultiplicateurs. Mais on ne module plus le champ électrique qui sert au mélange des niveaux $2S$ et $2P$. Par contre, on module l'intensité du faisceau laser à l'aide d'une roue dentée. Ceci permet de diminuer le bruit dû aux fluctuations du nombre de métastables.

Une fois le dispositif expérimental en place, on asservit le titane saphir à une fréquence donnée qui est calibrée par rapport aux pics d'un Fabry-Perot FPR de très grande stabilité et dont la longueur est parfaitement connue (cf description du laser titane-saphir dans la suite du chapitre) et on enregistre le signal obtenu. Ceci constitue un point de la distribution de vitesse. On modifie alors la fréquence du laser et on enregistre successivement une quarantaine de points sur un intervalle de plus de 12 GHz (pour la fréquence du laser avant doublage). A chaque mesure, on vérifie la fréquence du laser d'excitation par l'intermédiaire du pic du Fabry-Perot FPR sur lequel il est asservi (la méthode est expliquée dans la suite du chapitre). Les signaux obtenus sont présentés sur la figure 32 . Le faisceau laser se propageant en sens inverse du jet atomique, le premier pic correspond à l'absorption du faisceau laser incident, et le second pic à celle du faisceau laser partiellement réfléchi par le miroir M_2 (qui est traité pour le domaine infrarouge ce qui explique que le second pic soit plus petit que le premier). En renvoyant le faisceau laser sur lui-même, on s'affranchit du zéro de fréquence.

3.1.3.2 Ajustement théorique et résultats

Une fois le signal obtenu, nous ajustons la courbe expérimentale par une courbe théorique de façon à déterminer la forme de la distribution. En effet comme on excite une classe de vitesse plus large, on ne peut pas utiliser directement les points expérimentaux comme distribution de vitesse. Il faut tenir compte dans le calcul de l'élargissement introduit par la saturation de l'absorption de la classe de vitesse en

Signal détecté (en unité arbitraire)

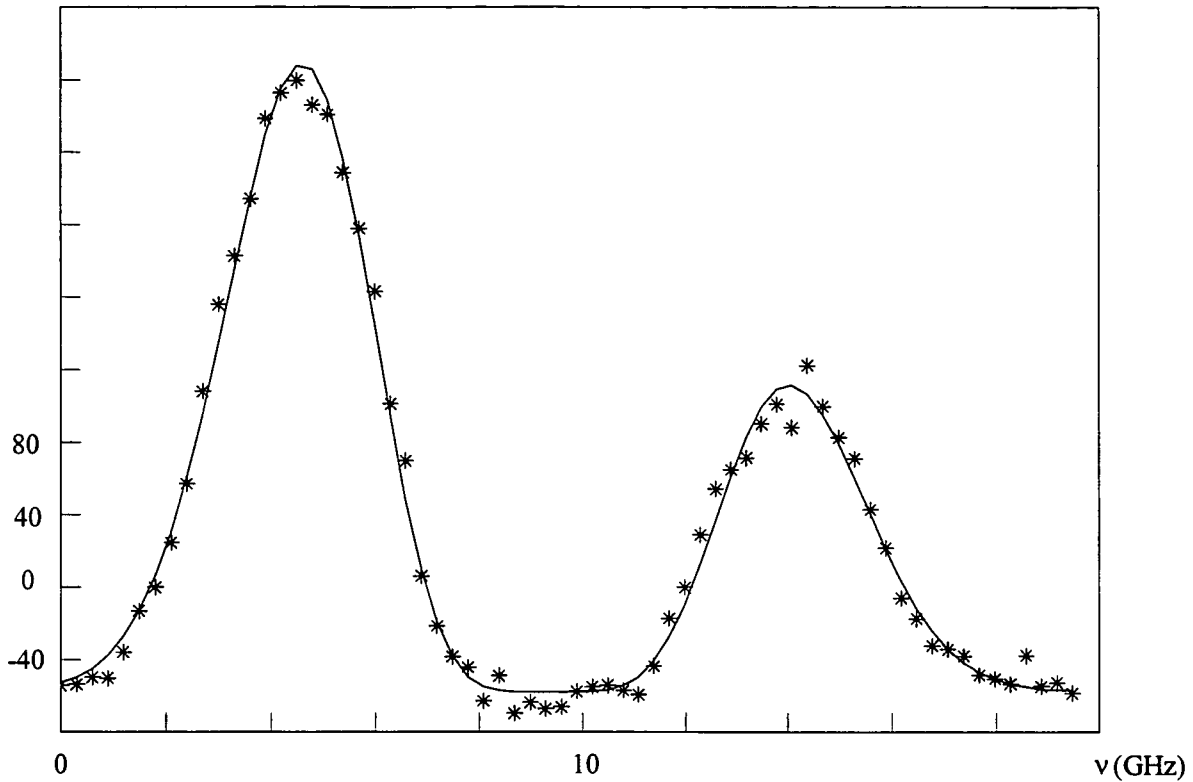


Fig. 32: Raie d'absorption à un photon sur la transition 2S-6P.

résonance avec le laser. La distribution de vitesse du jet atomique peut s'écrire sous la forme

$$f(v) = v^n \exp(-v^2/2\sigma^2) \quad (3.3)$$

où σ est reliée à la température du jet par la relation

$$\sigma = \sqrt{\frac{kT}{M}} \quad (3.4)$$

On pose :

$$\Phi = \exp(-v^2/2\sigma^2)$$

D'après la référence [Garreau 1989], on s'attend à avoir ici $n = 4$. En effet, un jet thermique a une distribution de vitesse en $v^3\Phi$. Mais le temps de transit des atomes devant le filament est en $1/v$ et le bombardement électronique introduit une dispersion angulaire des atomes inversement proportionnelle à la vitesse, ce qui introduit un facteur d'angle solide en v^2 . On retrouve donc bien la dépendance en $v^4\Phi$.

Il serait naturel d'ajuster la courbe expérimentale par la forme de raie suivante

$$F(\omega) = a \int_0^{\infty} f(v) H(v, \omega) dv \quad (3.5)$$

$$H(v, \omega) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{v} \frac{b}{\left(\omega - \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}\right) \quad (3.6)$$

avec a et b qui sont des paramètres ajustables, ω_0 la fréquence de transition $2S-6P$ et Γ la largeur naturelle du niveau excité. Le facteur $\frac{1}{v}$ tient compte du temps d'interaction avec le faisceau laser. En fait, à cause de la saturation de la fonction $H(v, \omega)$, on peut approximer cette fonction par un créneau carré de hauteur 1 centré sur $\omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ et de largeur proportionnelle à $1/\sqrt{v}$. Sur cette largeur, $f(v)$ est considérée comme constante de sorte qu'on peut donc la factoriser. En normalisant, on obtient une forme de raie proportionnelle à $f(v)/\sqrt{v}$. Notre signal expérimental est donc ajusté par l'expression

$$A(\nu - \nu_0)^{n-1/2} \exp\left(-(\nu - \nu_0)^2 / 2\sigma^2\right) + B(\nu_0 - \nu)^{n-1/2} \exp\left(-(\nu + \nu_0)^2 / 2\sigma^2\right) \quad (3.7)$$

Les paramètres que l'on fait varier sont les hauteurs des deux pics A et B correspondant à l'aller et au retour du faisceau, le zéro de fréquence ν_0 , la largeur de la distribution σ et n qui correspond à l'étalement relatif de la distribution. Cette mesure de la distribution est faite avant et après chaque mesure de la transition à deux photons $2S-8S/D$, c'est-à-dire deux fois pour l'hydrogène ainsi que deux fois pour le deutérium. Pour ajuster la courbe, on commence par ajuster les deux pics de façon à déterminer le zéro de fréquence puis on ne considère plus que le pic le plus important pour déterminer les autres paramètres. Plusieurs enregistrements ont été effectués à chaque mesure. Je ne donnerai qu'un tableau de valeurs mais le résultat final tient bien sûr compte de tous les enregistrements. En particulier, on vérifie à la fin de la mesure de la transition à deux photons que la vitesse du jet est toujours la même. L'ajustement de la distribution de vitesse est faite pour diverses valeurs de n .

Pour l'hydrogène, nous avons fait sept enregistrements différents ; voici le tableau de résultats de l'un des enregistrements :

n	4	5	6	7
σ (m/s)	2034,8	1809,4	1641,3	1521,9
Ecart type	17,5	9,3	10	15,2

On voit donc que le meilleur ajustement est pour $n = 5$, ce qui veut dire que la distribution de vitesse mesurée est plus étroite en valeur relative que ce que la théorie prévoit. On peut penser que cela est dû à des effets de quenching des métastables lents dus aux champs électriques parasites au niveau de la zone de bombardement électronique. La moyenne des σ obtenue avec l'ensemble des enregistrements pour $n =$

5, est égale à 1814 m/s. La distribution de vitesse utilisée sera donc de la forme

$$f(v) = v^5 \exp\left(-v^2/2(1814)^2\right) \quad (3.8)$$

Le déplacement en fréquence d'une raie dû à l'effet Doppler du second ordre, pour une transition à deux photons d'un niveau g vers un niveau e , est donné par l'expression suivante :

$$\delta\nu = -\nu_{ge} \frac{\int_0^\infty \frac{v^2}{2c^2} \frac{f(v)}{v} dv}{\int_0^\infty \frac{f(v)}{v} dv} = \frac{-n\sigma^2\nu_{ge}}{2c^2} \quad (3.9)$$

soit pour la transition $2S - 8S/D$ de l'hydrogène

$$\delta\nu = 70,6(1,1) \text{ kHz}$$

A la fin des mesures sur l'hydrogène pour vérifier que la vitesse du jet était restée constante, nous avons refait une mesure de la distribution de vitesse. Nous avons obtenu alors pour l'effet Doppler du second ordre, un déplacement qui vaut :

$$\delta\nu = 70,3(1,1) \text{ kHz}$$

ce qui est très satisfaisant. Par contre, les valeurs sont nettement plus importantes que ce qui a été mesuré en 1993 (~ 40 kHz) et nous n'avons pas eu le temps d'élucider cette question.

Pour le deutérium, nous avons fait quatre enregistrements différents ; voici le tableau de résultats d'un des enregistrements :

n	6	7	8
σ (m/s)	1066,0	984,6	921,2
Ecart type	25,7	17,3	21,6

On remarque que c'est la distribution en v^7 qui fait le meilleur ajustement. En moyennant sur tous les enregistrements, on obtient une valeur de σ égale à 994,7 m/s. La distribution de vitesse est donc la suivante :

$$f(v) = v^7 \exp\left(-v^2/2(994,7)^2\right) \quad (3.10)$$

ce qui nous donne un effet Doppler du second ordre de

$$\delta\nu = 29,7(6) \text{ kHz}$$

Là aussi, nous avons trouvé une valeur nettement plus grande que lors de la dernière mesure en 1989.

3.2 Le laser d'excitation

3.2.1 Description

Le laser d'excitation est un laser titane-saphir conçu par François Biraben. Il est construit en reprenant la plupart des éléments du laser à colorant qu'il avait développé en 1982 [Biraben 1982]. Ce laser est asservi sur une cavité externe pour réduire sa largeur spectrale.

Le laser est décrit en détail dans les références [Bourzeix 1993] [Nez 1993a], et est représenté sur la figure 33. Il est pompé par un laser à Argon ionisé continu (Spec-

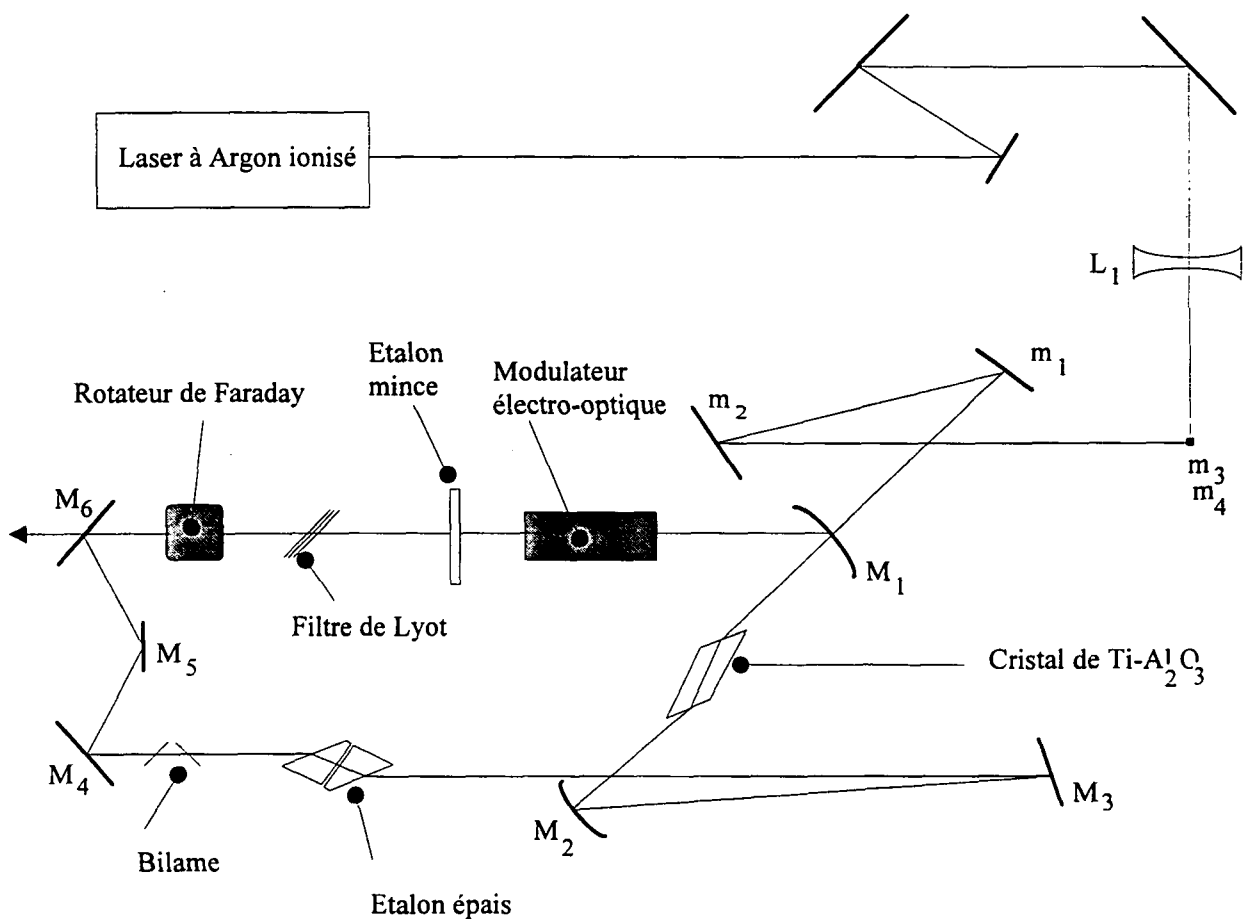


Fig. 33: Schéma du laser titane saphir

tra physics) utilisé en modes multiraies. La qualité du mode du laser à Argon influe fortement sur la puissance infra-rouge obtenue, ce qui impose une optique d'injection de très bonne qualité. La cavité du laser est longue de 1,6 m, ce qui correspond à un intervalle entre ordres de 187,5 MHz. Elle est constituée de six miroirs dont cinq M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 ont un coefficient de réflexion maximum à 778 nm tandis que le sixième M_6 a une transmission de 4%. Le coefficient de transmission des deux pre-

miers miroirs pour la longueur d'onde de pompe est de 97%. Le troisième miroir est monté sur une petite cale piézoélectrique qui permet de faire les corrections rapides de la boucle d'asservissement, tandis que le quatrième miroir est fixé sur une grosse cale piézoélectrique qui permet les corrections lentes. Tous les miroirs sont plans à part M_1 et M_2 qui ont un rayon de courbure de 15 cm pour focaliser dans le cristal de saphir dopé au titane ($Ti : Al_2O_3$). Ce cristal est taillé à l'angle de Brewster pour $\lambda = 780$ nm pour éviter les pertes par réflexion. Sa longueur totale est de 15 mm, et il est refroidi par un système de circulation d'eau.

Le fonctionnement unidirectionnel du laser est assuré par un rotateur de Faraday et un système de trois miroirs non coplanaires M_4 , M_5 et M_6 [Biraben 1979].

La sélectivité spectrale du laser se fait en plusieurs étapes :

- * Un filtre de Lyot assure la sélection en longueur d'onde avec une largeur de 0,05 nm.

- * Une lame mince en silice joue le rôle d'étalon mince d'intervalle entre ordres 150 GHz.

- * Un étalon épais constitué de deux prismes traités en regard, d'intervalle entre ordres 19 GHz assure une sélection plus fine. Son épaisseur est réglable grâce à une cale piézoélectrique qui permet une excursion de 400 GHz.

En plus des cales piézoélectriques décrites ci-dessus, un bilame permet de balayer la longueur de la cavité. Enfin, un modulateur électro-optique monté en modulateur de phase permet une correction des fluctuations hautes-fréquences de la fréquence du laser.

Tous ces éléments (sauf M_3 , M_4 , M_5 et M_6) sont montés sur une plaque en dural elle-même fixée sur un bloc de granit de 8 cm d'épaisseur. Ce dernier est monté sur une dalle en granit plus grande dont il est isolé par des cales en caoutchouc. Le laser est protégé de la poussière par une boîte en plexiglass mise en surpression. Les différents éléments sélectifs sont commandés par des moteurs électriques, et les réglages optiques se font à partir des miroirs de pompe. La boîte est rarement ouverte.

3.2.2 Les asservissements

Dans un premier temps, on stabilise le laser sur un mode propre donné grâce aux différents éléments sélectifs. On asservit l'étalon épais en modulant son épaisseur et en détectant l'intensité laser ainsi modulée sur une photodiode. Ce signal est envoyé sur une détection synchrone qui le démodule, fournissant un signal d'erreur à la cale piézoélectrique de l'étalon épais. On a alors un laser monomode balayable sur 14 GHz, avec le bilame. Durant les enregistrements nous ne balayons le laser que sur quelques mégahertz, de sorte que le filtre de Lyot et l'étalon mince ne sont pas asservis. On optimise simplement leurs orientations pour avoir un maximum d'intensité laser. Le laser est maintenant monomode mais sa fréquence instantanée fluctue au cours du temps, en particulier à cause des vibrations mécaniques. Ces fluctuations de fréquence ont une largeur d'environ 1 MHz, ce qui est du même ordre de grandeur que la largeur des signaux atomiques. Il faut donc les réduire. La méthode utilisée est décrite sur la

figure 34 . Nous asservissons la longueur de la cavité sur une cavité externe "auxiliaire"

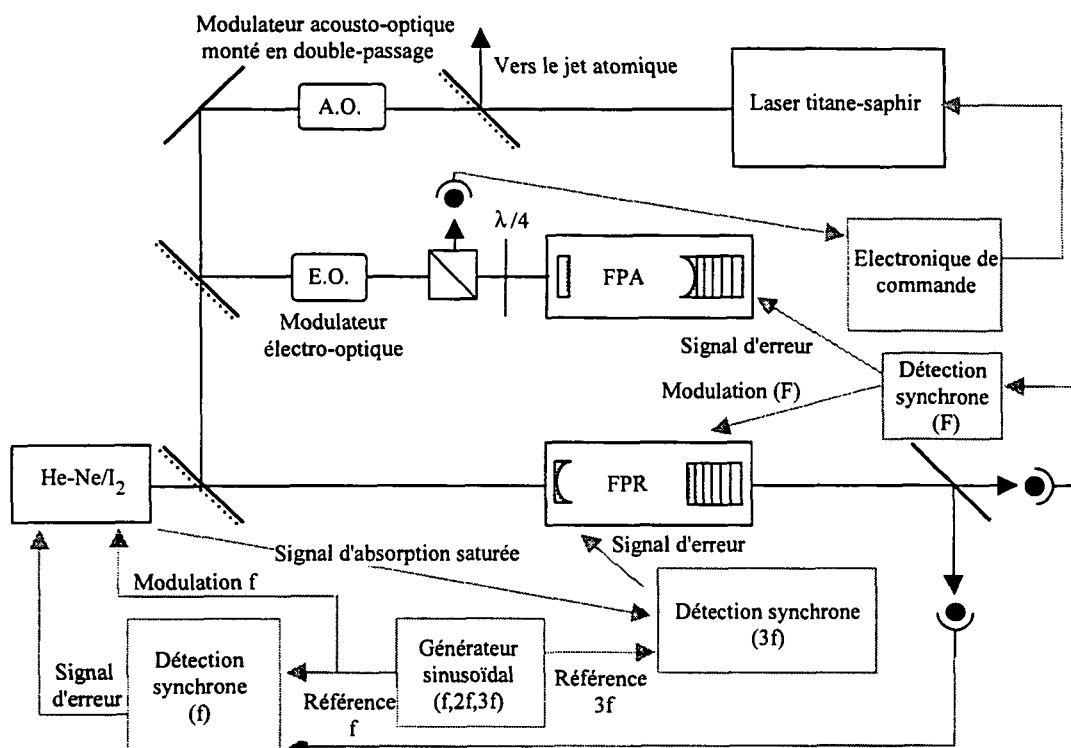


Fig. 34: Schéma des asservissements du laser titane saphir

(FPA) par la méthode des bandes latérales [Drever 1983]. Cet asservissement a été mis au point par François Nez durant sa thèse [Nez 1993a]. FPA est une cavité en invar suspendue dans une enceinte où règne un vide primaire. Son intervalle entre ordres est de l'ordre de 600 MHz et sa finesse de 300. Cet asservissement réduit les fluctuations à court terme. On obtient ainsi une largeur de raie inférieure à 10 kHz.

Comme la longueur de la cavité FPA dérive, le laser titane-saphir n'est pas stable sur le long terme. Aussi celle-ci est asservie sur une autre cavité "de référence" (FPR) dont la longueur est fixe dans le temps, car elle-même asservie sur une raie de l'iode par l'intermédiaire d'un laser helium-néon de référence. La cavité FPR a un intervalle entre ordres de 300 MHz et est constituée de deux miroirs métalliques dont l'un est plan. Ce dernier est monté sur une cale piézoélectrique, ce qui permet de moduler sa longueur à une fréquence de 5,5 kHz. On module ainsi le signal de transmission de la cavité FPR qui est détecté par une photodiode et démodulé par une détection synchrone. Le signal d'erreur est envoyé via un amplificateur haute tension sur la cale piézoélectrique de la cavité FPA.

Le faisceau secondaire du laser titane-saphir est décalé en fréquence de $2\nu_{A.O.}$ grâce à un modulateur acousto-optique monté en double passage placé sur le trajet du faisceau avant les deux cavités FPA et FPR. Lors des enregistrements, on balaie la fréquence de ce modulateur pour décaler celle du laser. Supposons qu'on décale la

fréquence du modulateur de $\delta\nu$. La cavité FPA voit un faisceau laser décalé d'une fréquence de $2\delta\nu$. L'électro-optique ainsi que les cales piézoélectriques du laser réagissent aussitôt pour modifier la fréquence du laser de $-2\delta\nu$. La cavité FPR "voit" la même fréquence laser que la cavité FPA. Mais l'asservissement par les bandes latérales étant suffisamment rapide, l'asservissement du FPA sur le FPR n'a pas le temps d'agir. La cavité FPA reste donc fixe durant les enregistrements. Avec cette technique, la stabilité à long terme de la fréquence du laser titane-saphir est de l'ordre de $\pm 2,2$ kHz.

Il est utile d'avoir, au cours des enregistrements des signaux atomiques, des moyens de contrôle de la fréquence des lasers. En pratique, c'est particulièrement utile pour les enregistrements auxiliaires, c'est-à-dire la mesure du champ électrique résiduel en étudiant la transition $2S - 15D$, et la mesure de la distribution de vitesse décrite plus haut. En effet pour ces mesures nous utilisons une méthode interférométrique alors que pour la mesure de la transition elle-même, nous faisons une mesure absolue de fréquence comme je le décrirai par la suite.

Le contrôle de la fréquence, quand il est nécessaire, se fait donc par l'intermédiaire d'une autre cavité Fabry-Perot "étalon" appelé FPE, de longueur stable très bien connue. On envoie un faisceau secondaire du laser titane-saphir décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique commandé par un V.C.O. (oscillateur commandable en tension), dans cette cavité FPE. Le laser étant asservi sur la cavité FPR et la longueur de la cavité FPE étant fixe, c'est le V.C.O. qui permet de faire l'écart de fréquence entre les deux cavités. Pour cela, il est asservi sur la cavité FPE, à l'aide d'une détection synchrone (cf figure 38). Ainsi au cours des enregistrements nous connaissons la position du laser titane-saphir par rapport aux deux Fabry-Perot FPE et FPR. Comme les deux Fabry-Perot ont presque la même longueur, il y a un effet de vernier (les intervalles entre ordres des deux Fabry-Perot sont distants de 110 kHz), et nous pouvons ainsi vérifier le numéro du pic de la cavité FPR sur lequel est asservi le laser.

3.2.2.1 Les lasers He-Ne

Nous disposons de deux lasers hélium-néon, construits au laboratoire. Le premier est appelé "baladeur". Il est rendu monomode grâce à un interféromètre de Michelson intra-cavité et est balayable sur la largeur Doppler de la raie, soit sur environ 1 GHz. Le second est un laser étalon stabilisé sur une raie hyperfine de l'iode par absorption saturée. La cellule d'iode est placée dans la cavité. On module la longueur de la cavité à la fréquence $f = 470$ Hz par l'intermédiaire d'une cale piézoélectrique et on démodule à la fréquence $3f$ grâce à une détection synchrone pour éliminer le fond gaussien de la courbe de gain du laser.

Au cours des enregistrements, le laser étalon sert à stabiliser la cavité FPR. Pour cela, on asservit le laser sur un pic de la cavité FPR, puis ce pic sur la raie d de l'iode. Pour contrôler les Fabry-Perot FPR et FPE l'un par rapport à l'autre, on asservit le baladeur sur la cavité FPE et on enregistre le battement entre les deux lasers hélium-néon. Ces deux méthodes sont décrites en détail dans [Garreau 1989] et [Nez 1993a].

3.3 Les éléments du montage et la méthode de la mesure

Comme je l'ai expliqué dans le second chapitre, l'intérêt de notre étalon de fréquence est non seulement ses performances métrologiques mais aussi la proximité de sa fréquence par rapport à celle de la transition $2S - 8S/D$ que ce soit dans l'hydrogène ($\simeq 40$ GHz) ou dans le deutérium ($\simeq 144$ GHz). De ce fait, le montage nécessaire à la mesure est relativement simple puisqu'il ne nécessite pas de mélange non-linéaire entre ondes optiques. Pour les deux espèces atomiques, la comparaison en fréquence du laser d'excitation et de l'étalon de fréquence se fait grâce à une diode Schottky. La seule différence entre les deux espèces est la source radio-fréquence qui sert pour ramener le battement optique à un battement basse fréquence que l'on peut compter. Pour l'hydrogène, cette source radio-fréquence est une chaîne hyper-fréquence qui synthétise 13 GHz à partir d'un quartz à 100 MHz. Grâce à la diode Schottky, on réalise le mélange du troisième harmonique de la source hyper-fréquence ($\simeq 39$ GHz) et des deux ondes optiques. Le signal basse fréquence ainsi obtenu est compté après filtrage. Pour le deutérium, c'est une diode Gunn à 48 GHz qui constitue la source hyperfréquence. Là encore la diode Schottky permet de se ramener à un battement basse fréquence en générant le troisième harmonique de 48 GHz soit $\simeq 144$ GHz. Dans la suite, je décrirai l'une puis l'autre des sources, puis j'expliquerai le fonctionnement de la diode Schottky. Enfin je détaillerai la procédure expérimentale.

3.3.1 La chaîne hyper-fréquence à 13 GHz

L'onde à 13 GHz est générée à partir d'un quartz à 100 MHz à très faible bruit de phase, très stable à court terme (5×10^{-11} par seconde) et de taux de vieillissement 5×10^{-7} par an. Par la suite, nous pensons asservir ce quartz en phase sur un quartz à 10 MHz de taux de vieillissement 8×10^{-9} par an. Deux chaînes semblables ont déjà été réalisées au L.P.T.F.. Le principe est décrit sur la figure 35. L'onde à 100 MHz est envoyée via un amplificateur dans une diode SRD (Step Recovery Diode). Cette diode génère un peigne de fréquences de 100 MHz à 30 GHz (les pics étant distants de 100 MHz). On peut alors mesurer le rapport signal-à-bruit pour différents pics du peigne; on obtient le tableau suivant :

fréquence	$\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ dans 300 kHz	niveau
6 GHz	68 dB	-12 dBm
10 GHz	50 dB	-20,4 dBm
18 GHz	38 dB	-30 dBm
20 GHz	32 dB	-31 dBm

La sélection d'un pic de ce peigne se fait grâce à un filtre YIG. L'ensemble SRD-YIG forme en fait une cavité résonnante à la fréquence du filtre qui dans notre cas est accordable sur la bande 6 – 18 GHz. Le filtre YIG est commandé par une alimentation commerciale très stable en courant. Cette alimentation est pilotée par une tension

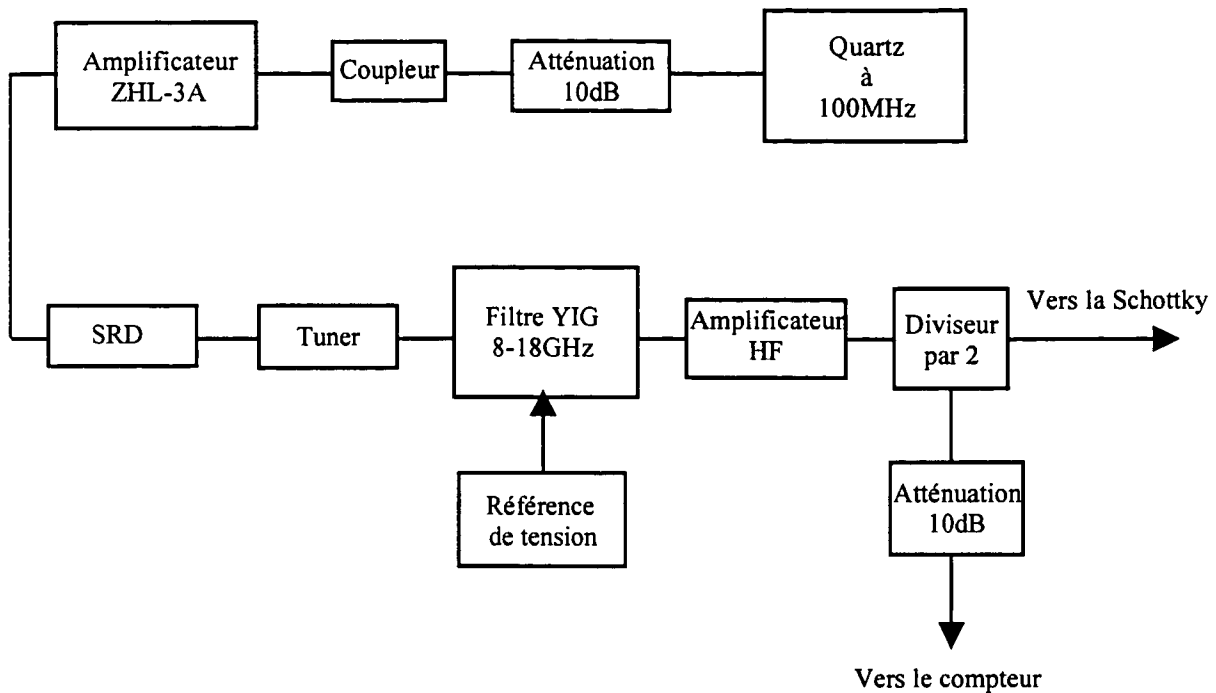


Fig. 35: Schéma de la chaîne de multiplication de fréquence

très stable ajustable (en changeant cette tension, on favorise l'un ou l'autre des pics du peigne de fréquence). Il y a entre la sortie de la diode SRD et le filtre YIG des réflexions parasites qui rajoutent des pics parasites sur le peigne de fréquence. On les élimine en plaçant entre les deux, un "tuner" fonctionnant dans la gamme 11 – 18 GHz, qui adapte leurs impédances. Derrière le filtre, on place un amplificateur haute-fréquence de gain 35 dB, et un diviseur par deux. Une partie de l'onde est envoyée sur la diode Schottky, l'autre est comptée ou visualisée sur un analyseur de spectre après une atténuation de 10 dB et un câble de 40 cm. A 13 GHz, on obtient un pic de l'ordre de 17 dBm, le pic le plus proche étant à -30 dB en dessous.

3.3.2 La diode Gunn

La diode Gunn que nous avons utilisée nous a été prêtée par Ouali Acef du L.P.T.F.. Sa bande d'accordabilité en fréquence va de 48 GHz à 55 GHz. Pour plus de détails sur le fonctionnement de la diode elle-même on se référera à [Chang].

Pour fixer la fréquence de la diode Gunn, on l'asservit sur une référence stable de fréquence qui, dans notre cas, est bien sûr la chaîne de fréquence décrite ci-dessus. Cet asservissement a été réalisé au L.P.T.F. Le schéma est décrit sur la figure 36. Le principe est le suivant : on compare l'onde micro-onde à 48,4 GHz émise par la diode Gunn avec l'onde à 12,1 GHz provenant de la mini-chaîne dans un mélangeur. Ce mélangeur haute fréquence génère un signal de l'ordre de 275 MHz qui est amplifié et filtré avant d'être à son tour mélangé avec un signal de même fréquence généré par un

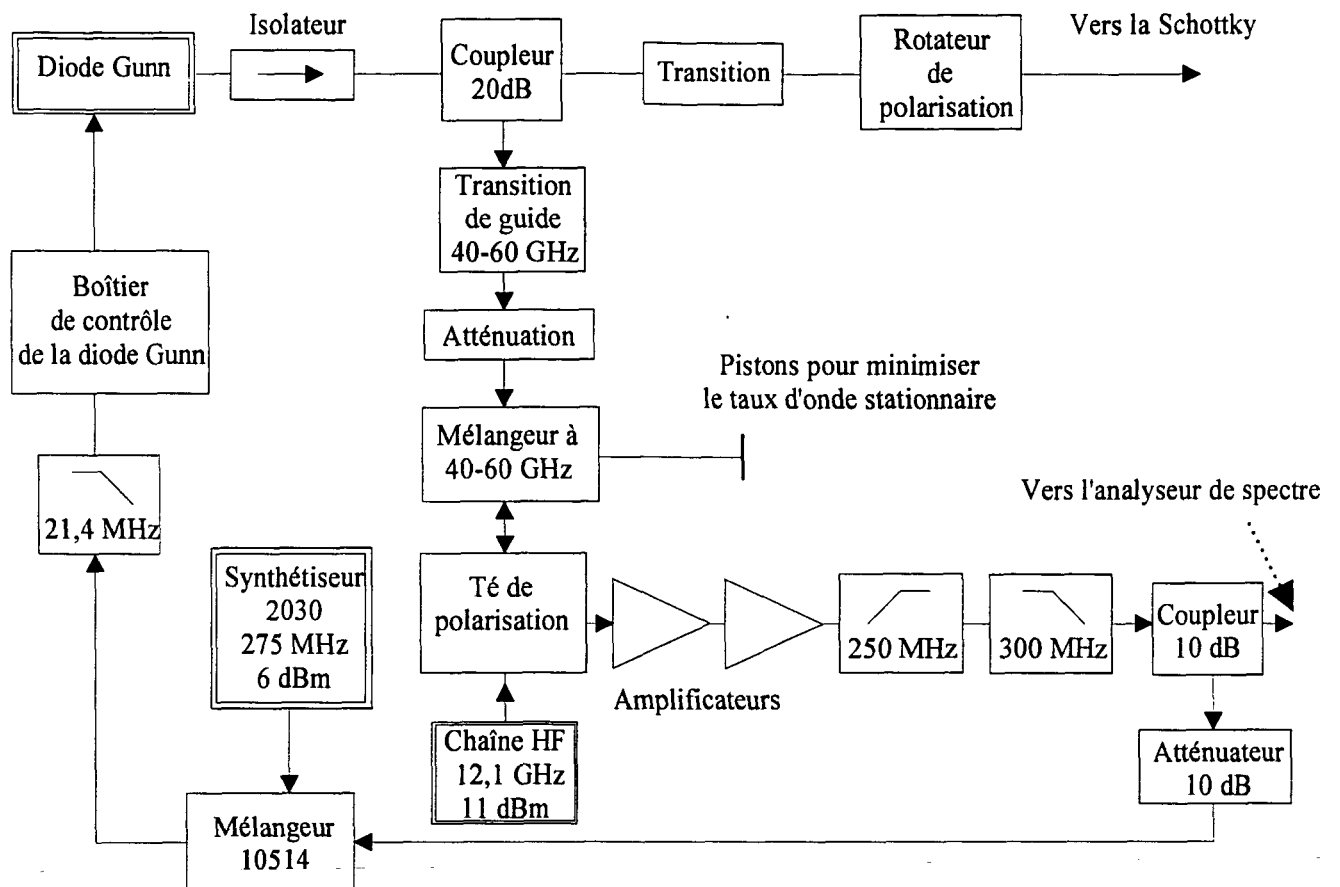


Fig. 36: Schéma d'asservissement de la diode Gunn

synthétiseur 2030. Le signal de sortie de ce mélangeur 10514 est envoyé sur le boîtier de contrôle de la diode Gunn. Ainsi l'onde émise par la diode reste toujours en phase avec l'onde provenant de la mini-chaîne. En comptant la fréquence de la mini-chaîne de fréquence, on compte indirectement la fréquence de la diode Gunn.

3.3.3 La diode Schottky

La diode Schottky est une jonction métal-semiconducteur. Extérieurement, c'est un petit cube de côté 0,1 mm. L'une des faces de ce cube est métallisée afin de la souder sur un support alors que quelques milliers d'anodes sont implantées sur la face opposée. On dispose d'autre part d'une petite pointe de tungstène fabriquée par électrolyse à partir d'un fil de 25 μm de diamètre (le procédé est détaillé dans [Nez 1993a]).

Pour obtenir un battement, il suffit de faire le contact électrique entre la pointe de tungstène et l'une des anodes. Pour notre mesure, nous avons réutilisé le dispositif mis au point par François Nez durant sa thèse de doctorat [Nez 1993a] en refaisant simplement des pointes de tungstène suivant la source micro-onde utilisée. Le schéma

expérimental est décrit sur la figure 37. La diode Schotky permet de faire le battement

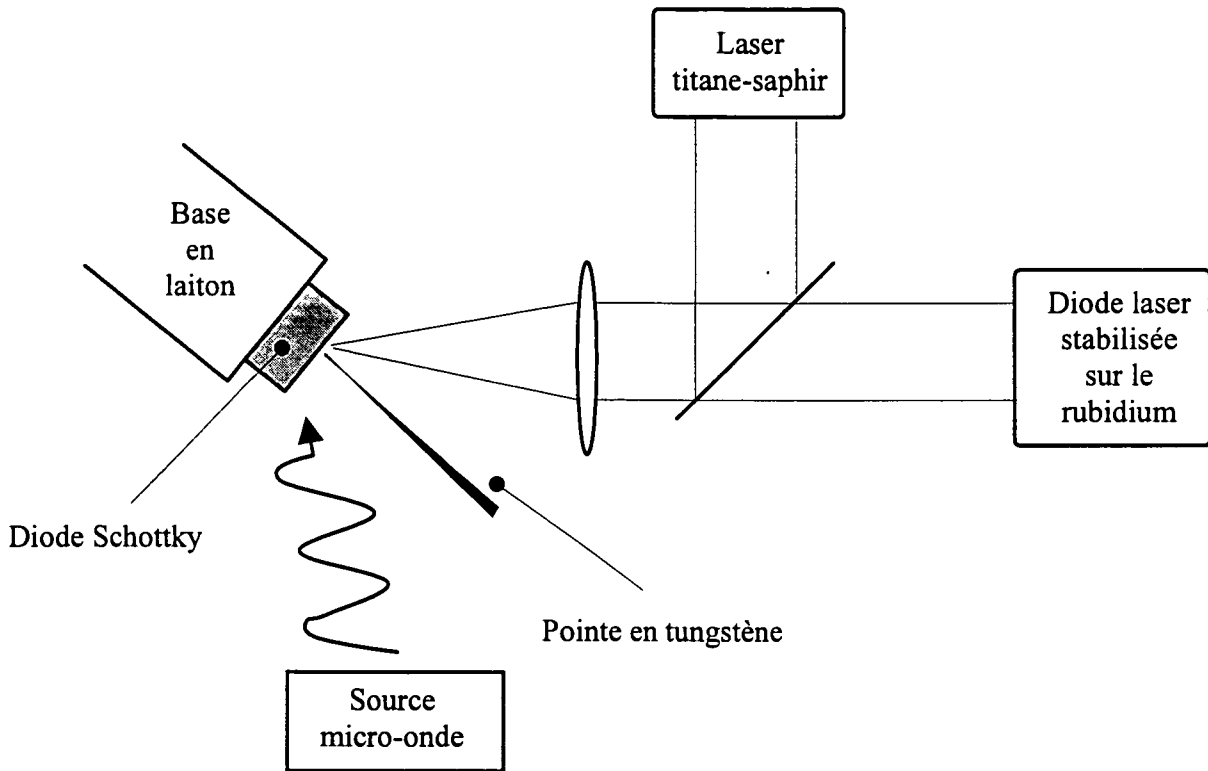


Fig. 37: Schéma de principe de la diode Schotky

entre deux lasers et le n -ième harmonique de la source micro-onde. Dans la pratique nous voulons le troisième harmonique ce qui permet de ramener le battement entre le laser titane-saphir d'excitation et la diode laser stabilisée sur la transition hyperfine du rubidium aux alentours de 500 MHz où il est aisément comptable. Dans un premier temps, on décale artificiellement un des lasers (pour nous le laser titane-saphir), de façon à trouver l'harmonique zéro. Une fois que le couplage optique est optimisé, on décale à nouveau la fréquence du laser pour chercher l'harmonique un puis deux puis trois, et on optimise alors le couplage hyper-fréquence. On ajuste d'une part la taille de la pointe de tungstène de façon à avoir le plus possible de courant hyper-fréquence, d'autre part on détermine la forme et la position de l'antenne hyper-fréquence. Nous avons fait différents essais de forme d'antenne en anneau, tordue ou simple fil de cuivre. C'est la dernière solution qui s'est révélée être la meilleure. Pour l'hydrogène nous obtenons un rapport signal-à-bruit de 35 dB dans 300 kHz pour une pointe de 830 μm de long. Pour le deutérium, nous avons dû essayer plusieurs pointes avant de trouver la bonne. En effet, suivant la taille de la pointe, l'angle d'attaque n'est pas le même. On a la relation suivante :

$$\cos \theta = 1 - 0,371 \frac{\lambda}{l} \quad (3.11)$$

où λ est la longueur d'onde micro-onde, l la longueur de la pointe et θ l'angle d'attaque. Dans notre cas, on veut bien sûr un angle proche de 90° ce qui fait dans le

cas du deutérium où la micro-onde est à 48 GHz une longueur de pointe de 2,3 mm. Finalement, en fabriquant une pointe de 2,4 mm de long (suivant le procédé décrit dans [Nez 1993a]), on obtient un rapport signal-à-bruit de 28 dB dans 300 kHz. Pour avoir une idée de l'impact de la taille de la pointe, voici les rapports signaux-à-bruits obtenus dans une bande passant d'analyse d'un MHz pour le troisième harmonique, suivant la taille de la pointe :

longueur (mm)	$\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ (dB) dans 1 MHz
0,850	14
1,5	17
2,4	23

3.3.4 La mesure

3.3.4.1 Principe

Le schéma général de l'expérience est donné sur la figure 38. Tous les compteurs ainsi que les synthétiseurs et les générateurs de radio-fréquence commandant les modulateurs acousto-optiques sont synchronisés sur le même quartz à 10 MHz de l'un des compteurs. L'expérience est entièrement pilotée par un micro-ordinateur qui envoie à tous les éléments le même signal d'horloge.

3.3.4.2 Procédure expérimentale

Réglage du laser. La première étape de la mesure est de trouver la transition que l'on veut étudier ! La position en fréquence des différents lasers est donnée par les figures 39 et 40. Nous avons étudié les transitions à partir du niveau métastable $2S_{1/2}$ ($F = 1$) vers les niveaux $8D_{5/2}$, $8D_{3/2}$, et $8S_{1/2}$, pour l'hydrogène et pour le deutérium. Pour le niveau $8D_{5/2}$, le rapport signal-à-bruit des signaux fournis par la détection synchrone est important. En coupant le faisceau laser devant le jet on voit tout de suite si on excite ou non la transition. Pour les autres niveaux c'est la présence ou non du battement Schottky qui sert de repère. Pour caler le laser titane-saphir sur la bonne fréquence, on procède en plusieurs étapes. Tout d'abord on règle sa longueur d'onde à 0,01 nm près grâce au lambdamètre. On asservit alors successivement le laser sur les deux ou trois pics les plus proches du FPR et on cherche le battement Schottky. Une fois qu'on a déterminé lequel était le "bon pic" on fait varier la pression à l'intérieur d'un Fabry-Perot à air d'intervalle entre ordres 5 GHz de façon à se placer au sommet d'un pic. Par la suite, on sera sur la résonance atomique lorsque la transmission de ce Fabry-Perot sera maximale.

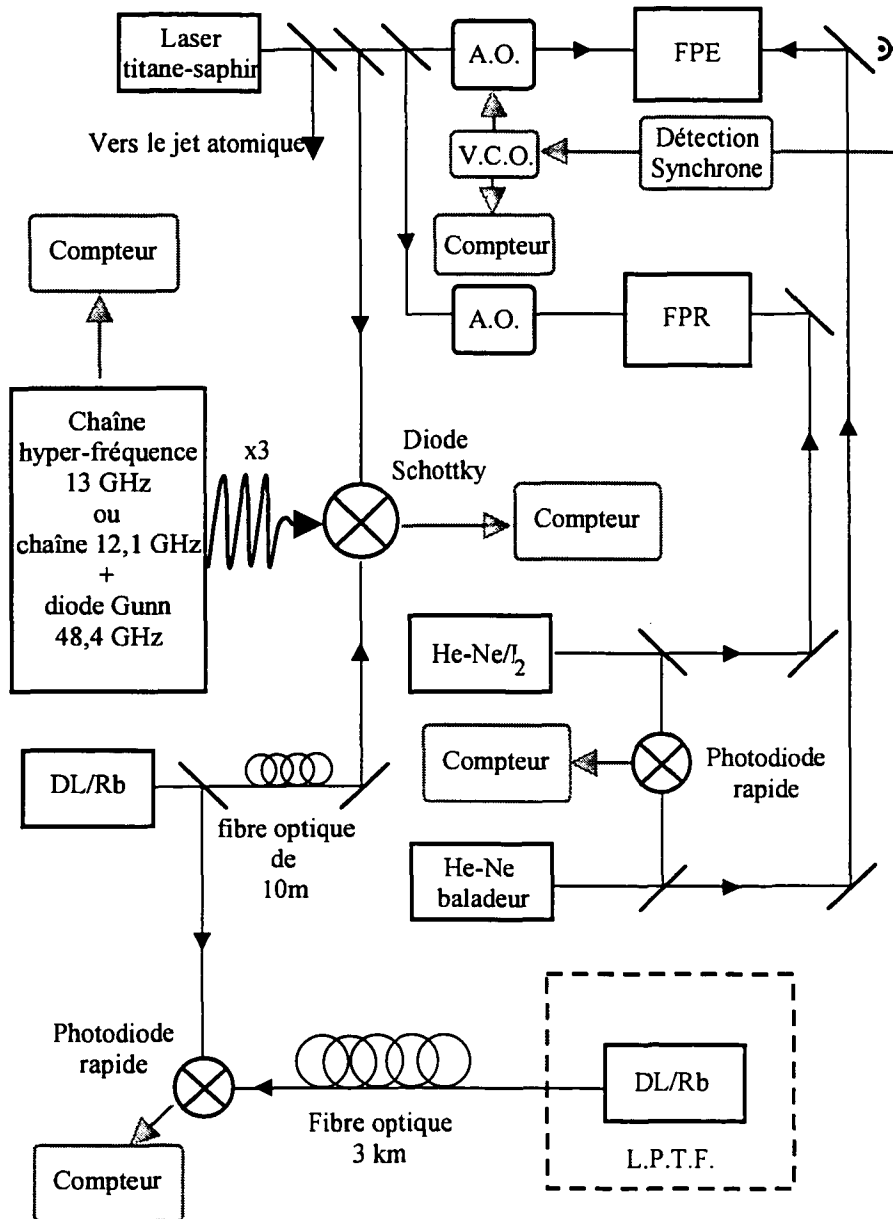


Fig. 38: Schéma général de l'expérience

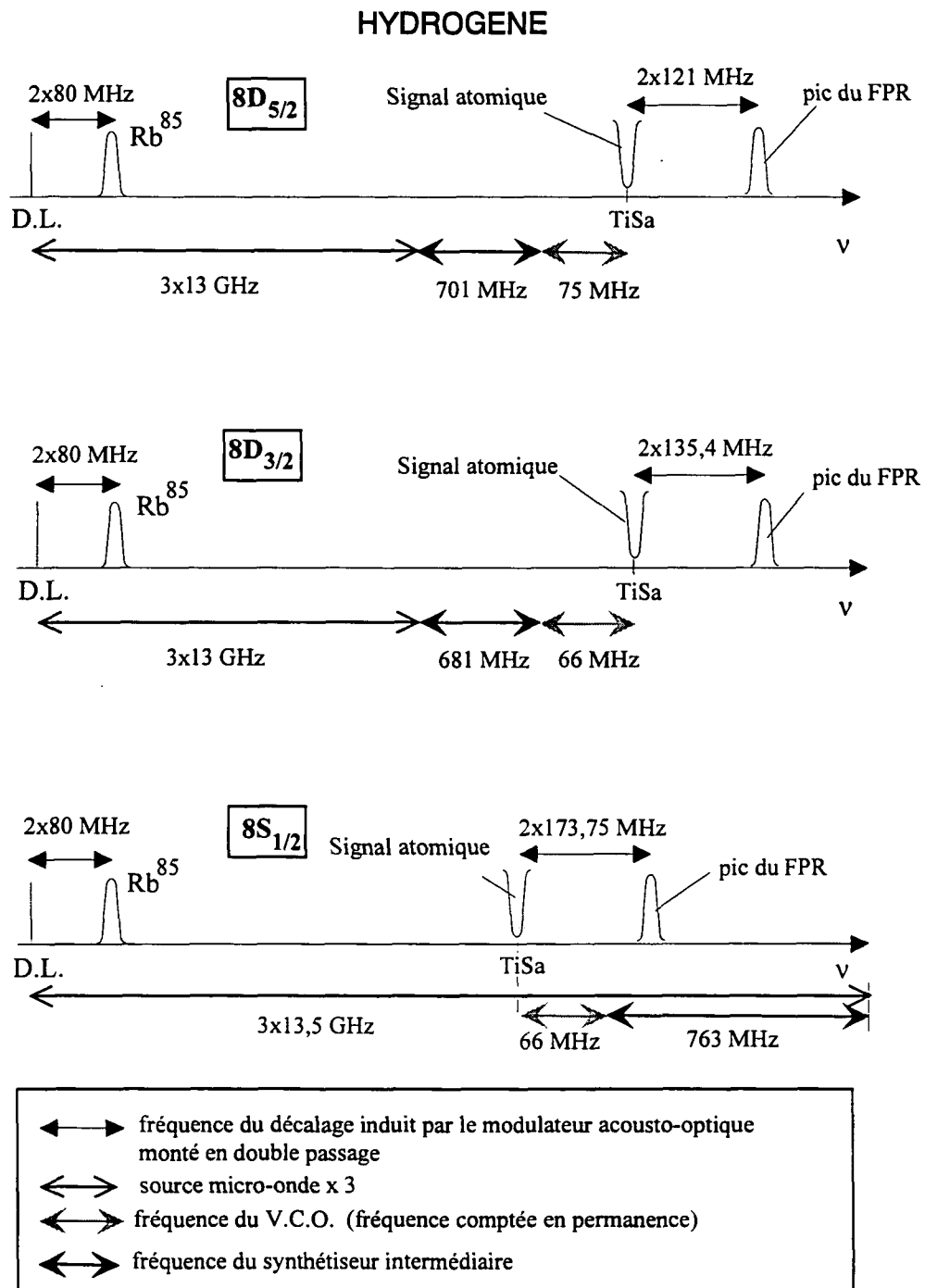


Fig. 39: Position des différents lasers pendant les mesures sur l'hydrogène.

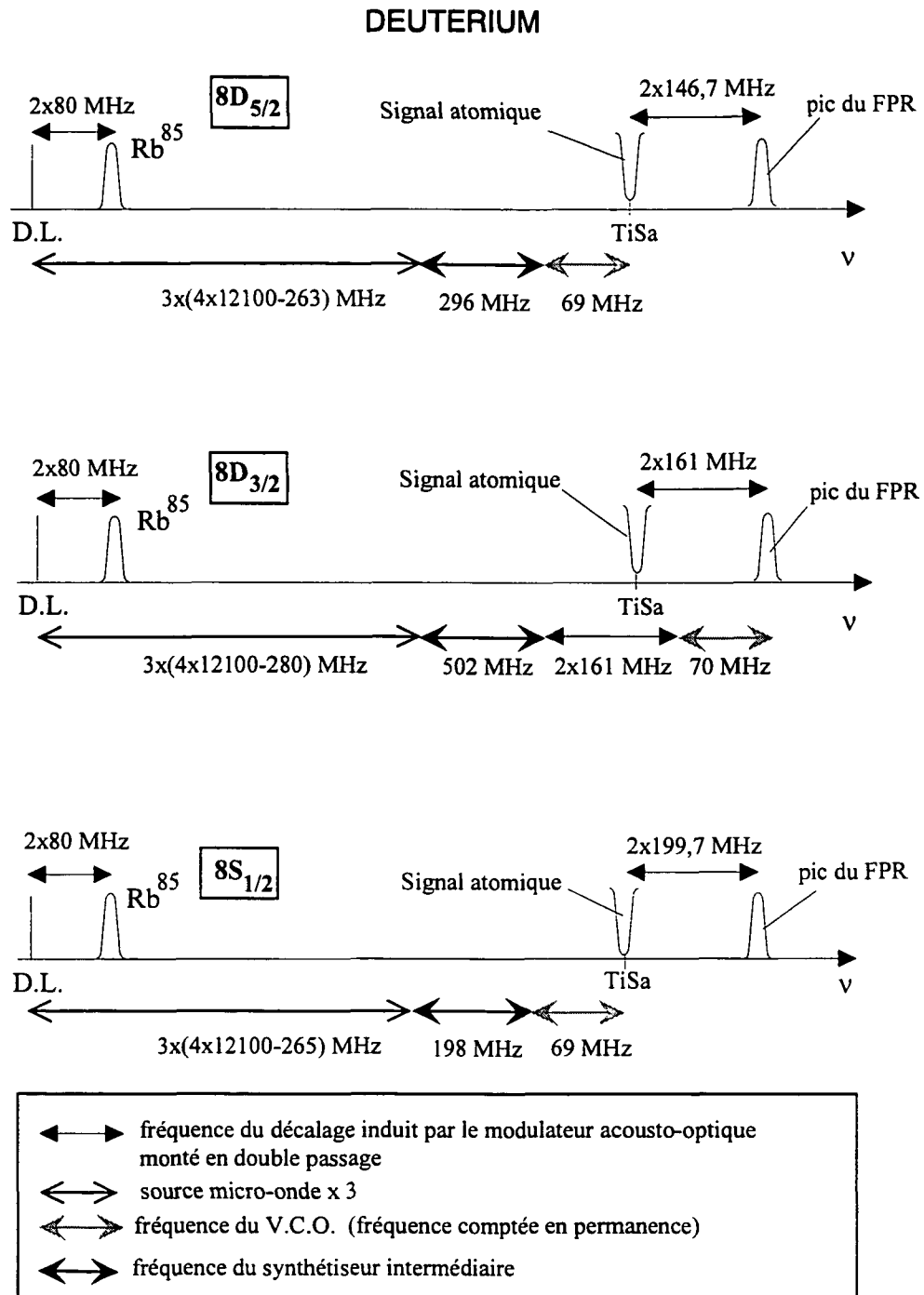


Fig. 40: Position des différents lasers pendant les mesures sur le deutérium.

Balayage pseudo-aléatoire. Jusqu'à présent le laser d'excitation était balayé linéairement en 100 pas sur 4 MHz, dans le cas du $8D_{5/2}$ (2 MHz pour le $8S_{1/2}$). Pour diminuer l'importance des fluctuations à court terme du nombre de métastables, on a réalisé un balayage pseudo-aléatoire en prenant toujours le même pas, mais en le multipliant par une suite de la forme

0	10	20	30.....80	90	100
99	89	79	69.....19	9	
8	18	28	38.....88	98	
....					
91	81	71	61.....11	1	

Le balayage de la totalité de la raie se fait ainsi en cinq allers-retours. On voit donc que l'on couvre mieux en temps toute la plage de fréquence. La taille du pas est en fait limitée par le décrochage des asservissements. En utilisant un asservissement de phase et en compensant le balayage, le battement Schottky n'est plus une limite. Le problème vient essentiellement de l'asservissement de la cavité qui est autour du jet, qui a du mal à suivre.

Un balayage de la raie dure environ deux minutes. On recommence ainsi celui-ci dix fois de suite pour obtenir ce que nous appelons un enregistrement, qui dure vingt minutes.

Le battement Schottky. Quand le niveau du battement entre le laser de référence et le laser d'excitation est optimisé, on obtient typiquement le signal de la figure 41 et le rapport signal-à-bruit est de 40 dB au mieux. Dans la pratique, il fluctue d'une part à cause de la fibre optique qui amène le faisceau de l'étalon de fréquence mais aussi tout simplement à cause des alignements qui se dérèglent petit à petit. Pour éviter d'être limité par le niveau de comptage du battement ce qui entraînerait une erreur de comptage, on utilise un asservissement en phase mis au point sur un modèle du L.P.T.F.. L'idée est d'asservir en phase un oscillateur commandable en tension (V.C.O.) sur le signal de battement. Si le V.C.O. et le battement sont en phase, alors ils oscillent à la même fréquence et on peut compter le signal sortant du V.C.O. à la place du signal. On compte alors une fréquence avec un niveau fixe. Nos V.C.O. ont une plage de fréquence centrée autour de 70 MHz. Or la fréquence ν_{schot} du battement Schottky est en général de quelques centaines de mégahertz. On utilise donc un synthétiseur intermédiaire dont on choisit astucieusement la fréquence $\nu_{synthé}$ de façon à ce que en faisant la différence $\nu_{synthé} - \nu_{schot}$, on se trouve dans la plage de fréquence du V.C.O.. Les différentes fréquences sont indiquées dans les figures 39 et 40 pour toutes les transitions étudiées. En pratique on compte donc d'une part la fréquence du V.C.O.

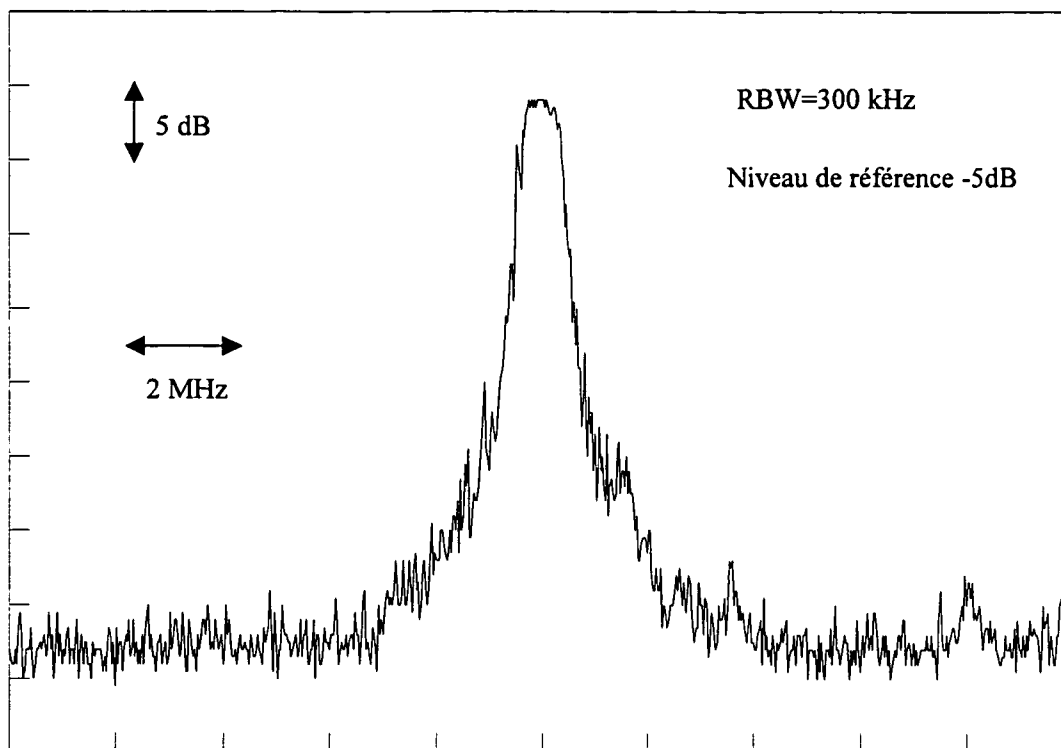


Fig. 41: Battement obtenu sur la diode Schottky entre le laser titane saphir, la diode laser et l'onde issue de la chaine hyperfréquence.

d'autre part on vérifie en début et en fin d'enregistrement la fréquence du synthétiseur intermédiaire qui est stable à mieux que 0,1 Hz.

Au fur et à mesure des enregistrements, en particulier ceux qui nécessitent un balayage large, nous nous sommes aperçus que nous avons du mal à garder un gain constant sur la boucle de phase du battement Schottky. Aussi, pour les dernières séries de mesure sur le deutérium $8D_{3/2}$, nous avons compensé la fréquence du modulateur acousto-optique qui sert à balayer le laser d'excitation (cf figure 40). Pour cela on mélange l'onde à la fréquence du modulateur acousto-optique avec celle du battement détecté par la diode Schottky et on compte la composante fixe, indépendante du balayage. C'est sur cette composante fixe qu'on asservit en phase le V.C.O.. On élimine ainsi la limitation due à la bande passante de cet asservissement.

Les éléments enregistrés durant la mesure. Durant la mesure, en plus bien sûr du nombre de métastables fourni par la détection synchrone et de l'intensité lumineuse intra-cavité fournie par une photodiode placée derrière la cavité du jet, on enregistre :

- la fréquence du synthétiseur Fluke qui commande le décalage en fréquence du laser d'excitation,
- la fréquence du V.C.O. asservi en phase sur le battement Schottky,

- la fréquence synthétisée par la mini-chaîne de fréquence aux alentours de 13 GHz pour l'hydrogène ou 12,1 GHz pour le deutérium, (pour cela on utilise un compteur EIP qui compte jusqu'à 20 GHz),
- la fréquence de battement entre notre étalon de fréquence et celui du L.P.T.F. à travers la fibre,
- le battement entre les deux lasers hélium-néon qui nous donne la position du Fabry-Perot FPR par rapport à l'He-Ne/I₂,
- la fréquence du V.C.O. asservi sur la cavité FPE (uniquement à titre indicatif car cette donnée est inutile pour la mesure absolue de fréquence) qui permet de corriger la position des pics de FPE par rapport à ceux de FPR.

On relève aussi systématiquement à chaque mesure la température de la cellule de rubidium ainsi que la puissance optique intra-cavité (pour connaître le déplacement lumineux). Enfin, on vérifie à chaque fois les zéros de tension des asservissements de notre étalon de fréquence.

Chronologie d'un enregistrement. Pour chaque mesure d'une transition donnée, la position des lasers est donnée sur les figures 39 et 40. Dans la pratique, on agit comme suit :

- On asservit la diode laser sur la cavité optique de surtension qui entoure la cellule de rubidium. On asservit ensuite cette cavité sur la transition à deux photons $5S_{1/2} (F = 3) - 5D_{5/2} (F = 5)$ du rubidium. Puis on met l'asservissement de puissance.
- On asservit la cavité FPR sur la raie de l'iode grâce au laser He-Ne/I₂.
- On asservit le laser He-Ne baladeur sur la cavité FPE.
- On règle le laser titane-saphir à la bonne longueur d'onde; on le rend monomode puis on l'asservit sur la cavité FPR, après avoir réglé la fréquence du modulateur acousto-optique comme sur les figures 39 et 40 suivant la transition que l'on étudie.
- On asservit le V.C.O. qui commande le modulateur acousto-optique placé devant la cavité FPE (à titre indicatif).
- On règle la cavité qui est autour du jet et on l'asservit sur la fréquence du laser.
- On optimise la source hyper-fréquence, puis l'injection de la diode laser dans la fibre qui l'amène jusqu'à la diode Schottky. On optimise alors le couplage optique et par là le battement Schottky. On peut alors asservir en phase le V.C.O. sur le battement.

Toutes les fréquences étant envoyées sur les compteurs, la mesure est prête à commencer. L'enregistrement dure vingt minutes, les fréquences sont comptées toutes les 1,3 secondes. Un enregistrement donne un signal dont un exemple est donné sur la figure 42. De façon à pouvoir déterminer correctement le déplacement lumineux, on fait varier à chaque enregistrement la puissance lumineuse grâce à diverses lames que l'on place devant la cavité du jet.

Chronologie des mesures. Nous avons commencé les enregistrements en septembre 1995. En décembre 1995 alors que nous finissions la série 8S sur l'hydrogène (c'est-à-dire après avoir fait 240 enregistrements), nous avons eu une remise brutale à l'air du jet due à la rupture d'un tuyau de prépompage. Cette remise à l'air a provoqué un

Nombre de métastables

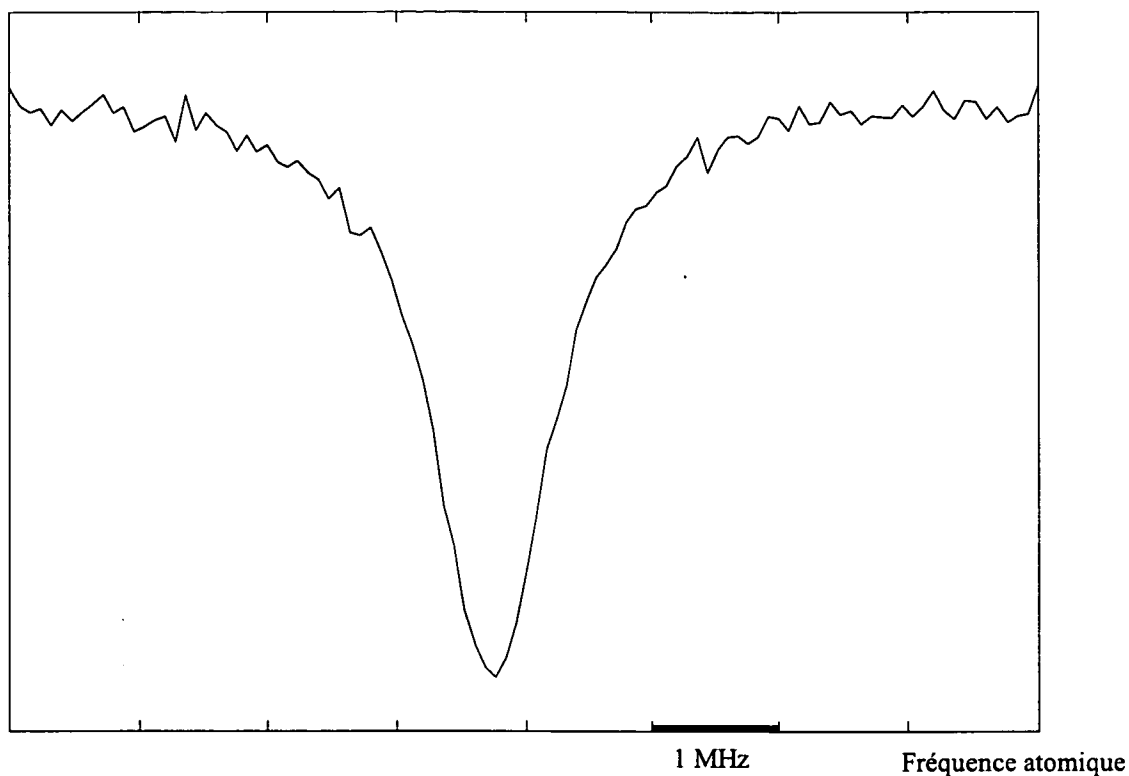


Fig. 42: Exemple de signal obtenu après 10 passages sur la raie étudiée

dépôt d'huile de pompe sur l'ensemble du jet ainsi que la rupture du filament et de la grille. Or nous n'avions pas pu encore mesurer le champ électrique parasite ainsi que la distribution de vitesse. Par conséquent toutes les mesures faites auparavant étaient perdues.

Après une semaine de nettoyage intensif, le jet était enfin prêt. Les mesures que nous avons faites par la suite ont montré, comme je l'ai expliqué plus haut que la vitesse de nos atomes avait beaucoup augmenté. Il semble que ce changement de vitesse soit apparu à ce moment-là. Nous pensons que c'est en changeant le filament que nous avons modifié la vitesse des atomes. Une hypothèse est que pour une raison qui nous est pour le moment inconnue, les atomes lents sont plus "quenchés" qu'auparavant.

Notre nouvelle série de mesures commence donc début janvier 1996. Nous débutons les mesures en contrôlant le champ électrique parasite grâce à la transition $2S - 15D$ de l'hydrogène comme je l'explique dans le chapitre suivant. Nous faisons ensuite les

enregistrements suivants :

transition	nombre d'enregistrements
$8D_{5/2}$ (hydrogène)	47
$8D_{3/2}$ (hydrogène)	53
$8S_{1/2}$ (hydrogène)	77
$8D_{5/2}$ (deutérium)	41
$8S_{1/2}$ (deutérium)	70
$8D_{3/2}$ (deutérium)	49
$8D_{5/2}$ (hydrogène)	41

ce qui fait un total de 378 enregistrements auxquels il faut ajouter les enregistrements permettant de mesurer les populations des niveaux hyperfins métastables (comme je l'explique dans le chapitre suivant), ceux nécessaires pour contrôler le champ électrique parasite au cours des trois mois qu'a duré la mesure. Enfin il faut aussi ajouter les mesures de la distribution de vitesse que nous avons faites au début et à la fin de ces enregistrements.

Pour les niveaux S le rapport signal-à-bruit étant plus faible, nous moyennons plusieurs enregistrements. Finalement le dépouillement des résultats s'est donc fait avec 277 signaux.

“ Qui s’y frotte, s’y pique.”

4 CALCUL DES FORMES DE RAIE

Dans une expérience de haute résolution, il est important non seulement de déterminer très précisément la position en fréquence des raies étudiées, mais aussi de bien comprendre les effets capables de déplacer ou de déformer ces raies. Pour cela, nous ajustons les courbes expérimentales par des courbes théoriques calculées en tenant compte d'un certain nombre d'effets systématiques qui reproduisent plus ou moins fidèlement les conditions de l'expérience.

Dans la première partie de ce chapitre, je décrirai les formes de raie utilisées jusqu'à maintenant, puis je développerai les modifications que nous y avons apportées, enfin je discuterai plus en détail de l'effet Stark linéaire et de l'effet du désalignement du faisceau laser par rapport au jet atomique. La comparaison avec les courbes expérimentales sera faite dans le chapitre suivant.

4.1 Taux de transition et statistique des trajectoires

4.1.1 Taux de transition

Considérons deux états atomiques $|g\rangle$ et $|e\rangle$ dont les énergies sont respectivement E_g et E_e (avec $E_g < E_e$ et $\hbar\omega_{eg} = E_e - E_g$). D'après [Cagnac 1973] le taux de transition entre ces deux états induits par deux photons d'énergie $\hbar\omega$ est :

$$\Gamma_p = \frac{n^2\omega^2}{\varepsilon_0^2\hbar^2} \left| \sum_r \frac{\langle e | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | r \rangle \langle r | \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} | g \rangle}{\omega - \omega_{er}} \right|^2 \frac{\Gamma_e}{(2\omega - \omega_{eg})^2 + \left(\frac{\Gamma_e}{2}\right)^2} \quad (4.1)$$

où n est le nombre de photons par unité de volume dans un sens de propagation, $|r\rangle$ représente n'importe quel état relais possible d'énergie E_r telle que $\hbar\omega_{rg} = E_r - E_g$, Γ_e est la largeur naturelle du niveau excité. \mathbf{D} est l'opérateur associé au moment dipolaire électrique et $\boldsymbol{\varepsilon}$ le vecteur polarisation de l'onde laser incidente. Les fréquences sont comptées à partir de la fréquence de la résonance atomique. Comme cette résonance est déplacée par la puissance lumineuse, il vaut mieux dire à partir de la fréquence de résonance à puissance nulle.

On peut poser :

$$\Omega = 2\omega - \omega_{eg}(0) \quad (4.2)$$

Le déplacement lumineux est une correction à l'énergie de l'électron due à des processus d'absorption et d'émission virtuels des photons du laser. Sa contribution dans la formule s'explique de la façon suivante :

$$\omega_{eg} = \omega_{eg}(0) + C_{ls}I \quad (4.3)$$

où I est la puissance lumineuse par unité de surface transverse du faisceau laser

$$I = n\hbar\omega c \quad (4.4)$$

et C_{ls} le coefficient du déplacement lumineux qui s'écrit :

$$C_{ls} = 2\pi \left(\frac{2a_0^2}{mc^2\alpha} \right) \beta \quad (4.5)$$

a_0 est le rayon de Bohr, α la constante de structure fine, m la masse de l'électron et c la vitesse de la lumière. β est la différence des coefficients de déplacement lumineux β_e et β_g des deux niveaux de la transition en unités atomiques (cf thèse J.C.Garreau [Garreau 1989]). Pour le niveau excité, on a :

$$\beta_e = \sum_r \frac{\langle e|\mathbf{z}|r\rangle \langle r|\mathbf{z}|e\rangle}{\omega_{re} - \omega} + \frac{\langle e|\mathbf{z}|r\rangle \langle r|\mathbf{z}|e\rangle}{\omega_{re} + \omega} \quad (4.6)$$

Pour le niveau fondamental il suffit de remplacer e par g . La formule 4.1 peut alors s'écrire :

$$\Gamma_p = \frac{\gamma_{eg}I^2}{(\Omega - C_{ls}I)^2 + \left(\frac{\Gamma_e}{2}\right)^2} \quad (4.7)$$

avec

$$\gamma_{eg} = 4\pi^2 \left(\frac{2a_0^2}{mc^2\alpha} \right)^2 |\gamma|^2 \Gamma_e \quad (4.8)$$

où

$$\gamma = \sum_r \frac{\langle e|\mathbf{z}|r\rangle \langle r|\mathbf{z}|g\rangle}{\omega - \omega_{rg}} \quad (4.9)$$

en unités atomiques.

4.1.2 Statistique des trajectoires

4.1.2.1 Présentation

Dans notre expérience les atomes se déplacent dans le faisceau laser selon des trajectoires rectilignes quelconques uniquement déterminées par les deux diaphragmes de collimation placés de part et d'autre de la zone de détection (cf schéma 26). La distribution de ces trajectoires sera considérée comme uniforme sur le second diaphragme. La distribution des trajectoires sur le premier diaphragme est plus difficile à analyser car on est plus près de la région de production des atomes métastables et différents effets

mal maîtrisés peuvent jouer un rôle (champs électriques parasites, dispersion spatiale des atomes). Nous faisons une hypothèse sur cette distribution en la représentant par un créneau carré de hauteur 1, de largeur ajustable suivant les courbes expérimentales. Je discuterai de la validité de cette hypothèse dans la suite du chapitre. De façon générale le diamètre du second diaphragme est fixé à 7 mm et celui du premier diaphragme est compris entre 3 et 6 mm. Comme chaque trajectoire est caractérisée par ses points initial et final sur les diaphragmes (cf figure 43), nous prendrons pour les repérer des

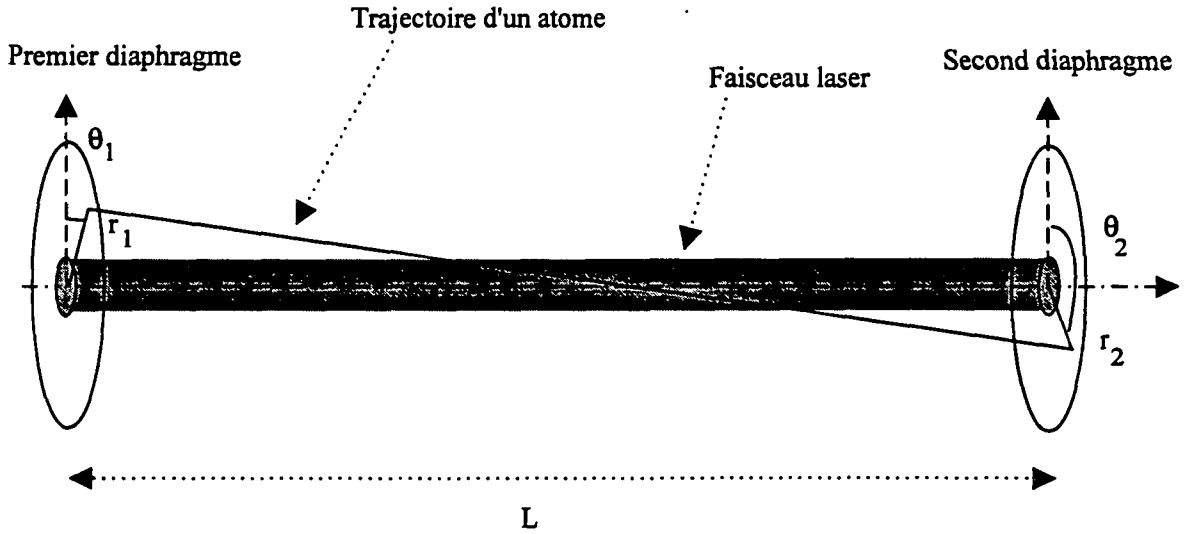


Fig. 43: Paramètres caractérisant une trajectoire atomique

coordonnées cylindriques : r_1 et θ_1 pour le point de départ sur le premier diaphragme, r_2 et θ_2 pour le point final sur le second diaphragme. On suppose de plus que le faisceau laser est parfaitement aligné sur le jet atomique déterminé par les deux diaphragmes (cette affirmation sera discutée par la suite) et on note z la distance mesurée le long de l'axe du faisceau laser. La vitesse des atomes le long de l'axe du faisceau laser est notée v . La probabilité qu'un atome reste dans l'état métastable satisfait l'équation :

$$\frac{dn}{dz} = -\frac{1}{v} \Gamma_p(r, z) n(r, z) \quad (4.10)$$

Si l'on intègre cette équation le long de la trajectoire, on peut en déduire la probabilité qu'un atome métastable parcourt une trajectoire sans subir de transition à deux photons. Soit L la distance entre les deux diaphragmes, la probabilité de transition à la fin d'une trajectoire est égale à

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = 1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L dz \frac{\gamma_{eg} I(z)^2}{(\Omega - C_{ls} I(z))^2 + \left(\frac{\Gamma_c}{2}\right)^2} \right) \quad (4.11)$$

Pour connaître la vitesse v , on mesure la distribution de vitesse $f(v)$ par la méthode décrite dans le chapitre 3. Pour éviter d'intégrer sur la distribution de vitesse ce qui allonge notablement le temps de calcul, nous remplaçons dans un premier temps, $\frac{1}{v}$ par sa moyenne. On a :

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{\int_0^\infty \frac{f(v)}{v} dv}{\int_0^\infty f(v) dv} \quad (4.12)$$

avec

$$f(v) = v^n \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.13)$$

σ et n sont déterminés par la mesure de la distribution. Ces intégrales se calculent facilement par récurrence. D'après le chapitre précédent, on a vu que le meilleur ajustement pour l'hydrogène était obtenu avec $n = 5$. D'où :

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma} \quad (4.14)$$

ce qui donne en reprenant les valeurs numériques du chapitre précédent, une vitesse des atomes de l'ordre de 3,8 km/s. Pour le deutérium, l'ajustement le meilleur est obtenu pour $n = 7$. D'où

$$\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle = \frac{5}{16} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sigma} \quad (4.15)$$

soit une vitesse des atomes de l'ordre de 2,5 km/s.

L'intégrande dans la formule (4.11) dépend de z par l'intermédiaire de l'intensité laser. Le faisceau laser étant gaussien, son intensité est donnée par l'expression suivante :

$$I(z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left[-2 \left(\frac{\rho(z)}{w(z)} \right)^2 \right] \quad (4.16)$$

avec

$$w(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (4.17)$$

où w_0 est le rayon minimal dans la cavité, λ la longueur d'onde du laser dans le vide, et ρ la distance radiale à l'axe du faisceau laser. Pour obtenir notre forme de raie, il faut bien sûr sommer sur toutes les trajectoires possibles des atomes. La symétrie cylindrique du problème (qui sera discutée par la suite) permet d'éliminer l'intégrale sur θ_1 . On obtient donc finalement :

$$P(\Omega, I_0) = \frac{1}{N} \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \int_0^\pi d\theta_2 P(r_1, r_2, \theta_2) \quad (4.18)$$

où N est un facteur de normalisation égal à :

$$N = \frac{\pi R_1^2 R_2^2}{4} \quad (4.19)$$

où R_1 et R_2 sont les rayons des diaphragmes.

4.1.2.2 Discussion des hypothèses

La première hypothèse que nous faisons est sur la forme du premier diaphragme que nous considérons comme un créneau carré avec un diamètre effectif déterminé grâce aux courbes expérimentales. Ce diamètre effectif est bien sûr inférieur au diamètre réel et il s'explique simplement par des effets de "quenching" des atomes dans la zone de production des atomes métastables. Pour vérifier que la forme créneau n'était pas une approximation aberrante, nous avons remplacé le créneau par une distribution de probabilité de présence de l'atome sur le diaphragme réel sinusoïdale comme le montre la figure 44.

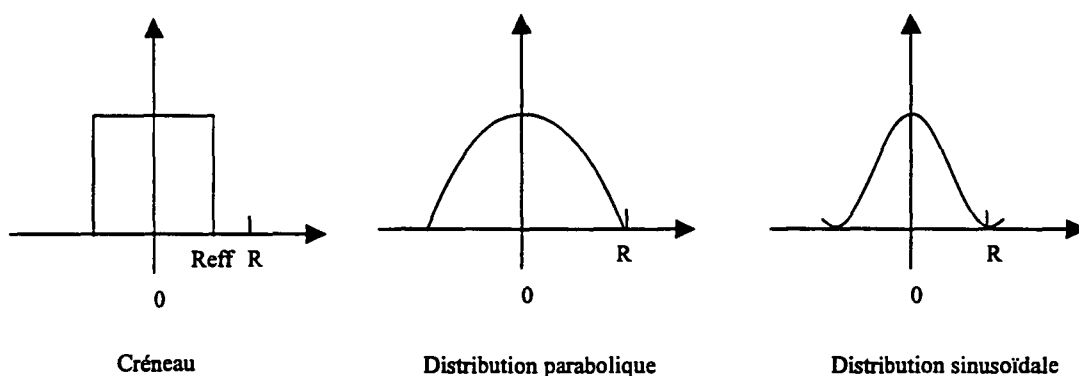


Fig. 44: Différentes formes de distribution de probabilité de présence de l'atome sur le diaphragme réel.

On remplace donc simplement dans 4.18, $\int_0^{R_1} dr_1 r_1$ par

$$\int_0^{R_1} r_1 \cos^2\left(\frac{\pi r_1}{2R_1}\right) dr_1 \quad (4.20)$$

La constante de normalisation devient :

$$N = \frac{\pi R_1^2 R_2^2}{2\pi} \left(\frac{\pi^2}{4} - 1 \right) \quad (4.21)$$

On fait le calcul à 50 W, et on compare les résultats à ceux calculés avec le créneau carré. En fait, on s'aperçoit qu'on arrive à trouver un diamètre effectif pour le créneau tel que les courbes avec le créneau et avec la distribution sinusoïdale soient équivalentes à mieux que 0,1 % (ce qui est du même ordre de grandeur que la précision du calcul). Ce diamètre effectif vaut 4,2 mm.

Nous avons refait la même expérience mais en prenant maintenant une distribution de probabilité parabolique (cf figure 44). On remplace donc maintenant dans 4.18,

$\int_0^{R_1} dr_1 r_1$ par

$$\int_0^{R_1} r_1 \left[1 - \left(\frac{r_1}{R_1} \right)^2 \right] dr_1 \quad (4.22)$$

La constante de normalisation devient :

$$N = \frac{\pi R_1^2 R_2^2}{8} \quad (4.23)$$

De même que précédemment on trouve un diaphragme effectif pour le créneau tel que les deux formes de raie soient équivalentes. Dans ce cas-ci, le diamètre effectif du diaphragme vaut 5,3 mm.

Nous avons alors calculé les courbes associées aux différents profils, pour toutes les puissances et vérifié que ces résultats étaient les mêmes quelle que soit la puissance lumineuse. On voit donc que notre première hypothèse est tout à fait justifiée dans la mesure où l'on choisit le diamètre effectif adapté aux courbes expérimentales.

Notre seconde hypothèse porte sur l'alignement du faisceau laser et du jet. Cette hypothèse est beaucoup plus sujette à caution. Si on suppose que notre jet est désaligné par rapport au faisceau lumineux, cela supprime la symétrie cylindrique. Il faut alors ajouter une quatrième intégrale sur θ_1 de sorte que l'expression 4.18 devient :

$$P(\Omega, I_0) = \frac{1}{N} \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{2\pi} d\theta_2 P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) \quad (4.24)$$

et décentrer les diaphragmes par rapport à l'axe du faisceau lumineux. On introduit donc dans le calcul quatre paramètres supplémentaires $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$ qui sont les positions des diaphragmes par rapport à l'axe du faisceau (cf figure 45). Ces paramètres

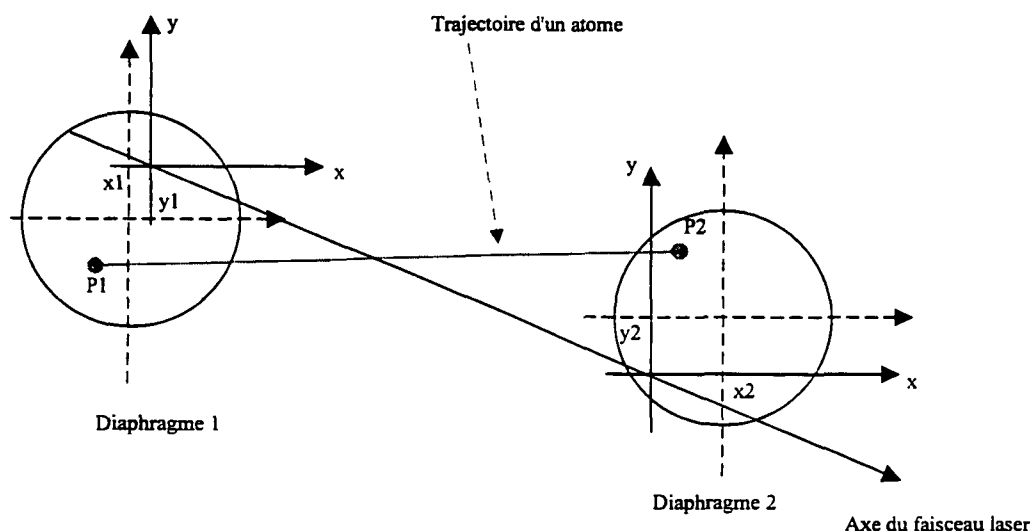


Fig. 45: Paramètres caractérisant une trajectoire atomique avec un désalignement.

interviennent dans le calcul de l'intensité lumineuse vue par les atomes. Nous avons

étudié neuf cas différents pour rendre compte de tous les désalignements possibles. Nous avons calculé la forme de raie théorique pour des puissances différentes puis avec des simulations numériques que je décrirai dans le chapitre 5, nous avons pu donner une borne supérieure à l'erreur introduite par un mauvais alignement. Ainsi notre seconde hypothèse sur l'alignement du laser et du jet se justifie dans la mesure où nous tenons compte du désalignement dans la barre d'erreur.

4.1.3 Corrections apportées jusqu'à maintenant

Dans la réalité, il faut apporter un certain nombre de corrections à l'expression (4.11).

4.1.3.1 Structure hyperfine du niveau métastable

Dans notre expérience, on résout la structure hyperfine du niveau $2S$. Suivant la fréquence du laser, on pompe donc l'un ou l'autre des niveaux métastables hyperfins. Durant le bombardement électronique les deux niveaux hyperfins sont a priori peuplés de la même manière. Leur poids statistique est le suivant :

$$\frac{2F_p + 1}{2F_{np} + 1 + 2F_p + 1} \quad (4.25)$$

où F_p correspond au niveau qui est pompé, et F_{np} au niveau non pompé. Soit dans notre cas :

	F	poids statistique
hydrogène	0	1/4
	1	3/4
deutérium	1/2	1/3
	3/2	2/3

Cependant, le niveau $2S$ étant au-dessus du niveau $2P$, les champs électriques parasites, détruisent plus les métastables de faible F qui sont plus proches du niveau $2P$. En effectuant une comparaison des signaux obtenus à partir des niveaux métastables F_{\min} et F_{\max} dans l'hydrogène et le deutérium, on peut déduire les populations réelles des niveaux métastables F_{\min} et F_{\max} , qui sont décrites par les poids expérimentaux C_{shf} suivants :

	F	C_{shf}
hydrogène	0	0,2
	1	0,8
deutérium	1/2	0,324
	3/2	0,676

par lesquels on doit multiplier $P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2)$. Nous décrirons au chapitre 5, la méthode utilisée pour les déterminer.

4.1.3.2 Effet de la structure fine des niveaux excités

Dans notre expérience, on résout également la structure fine du niveau excité. La règle de sélection $\Delta m_L = 0$ impose d'établir le taux γ_{eg} en ne tenant compte que des sous-niveaux Zeeman $m_L = 0$. Si on veut tenir compte du moment cinétique angulaire, il faut multiplier le taux γ_{eg} par un coefficient C_{sf} . D'après l'appendice IV de la thèse de J.C. Garreau [Garreau 1989], le taux d'excitation à deux photons est proportionnel à $2J_e + 1$, d'où :

$$C_{sf} = \frac{2J_p + 1}{2J_{np} + 1 + 2J_p + 1} \quad (4.26)$$

où J_p correspond au niveau qui est pompé, J_{np} correspondant au niveau non pompé. On obtient 0,6 pour le $8D_{5/2}$ et 0,4 pour le $8D_{3/2}$. Pour les niveaux S, le problème ne se pose évidemment pas.

4.1.3.3 Repopulation de l'état métastable à partir des niveaux excités

Lorsqu'on excite les atomes par une transition à deux photons, une petite partie d'entre eux retombe dans l'état métastable par des cascades radiatives à deux photons (on néglige les autres possibilités de cascades, à quatre photons ou plus). Connaissant le taux d'émission spontanée $A(nL, n'L')$ entre les états $|n, L\rangle$ et $|n', L'\rangle$, on calcule le taux de retombée à deux photons $R(2S)$ vers l'état métastable à partir des niveaux excités [Garreau 1989]. Il faut aussi tenir compte d'un effet de pompage hyperfin dans l'état $2S$. Soit F_p , le niveau hyperfin métastable qui interagit avec l'onde laser et F_{np} , celui qui n'interagit pas. Après l'excitation à deux photons, à partir d'un des deux sous-niveaux hyperfins de l'état $2S$, la cascade radiative ramène l'atome dans l'état F_p avec la probabilité p_p , ou dans l'état F_{np} avec la probabilité p_{np} . Ces probabilités ont été calculées pour les différentes transitions étudiées en tenant compte des différents chemins entre sous-niveaux hyperfins lors de la cascade radiative à deux photons vers le niveau métastable. Lorsqu'on résout le système d'équation des populations des sous-niveaux hyperfins concernés, on trouve que la probabilité pour qu'un atome ne finisse pas sa trajectoire dans un état métastable est :

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) \quad (4.27)$$

$$= C_{shf} \left(1 - \frac{p_{np}}{1 - p_p} \right) \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L dz \frac{(1 - p_p) C_{sf} \gamma_{eg} I(z)^2}{(\Omega - C_{ls} I(z))^2 + \left(\frac{\Gamma_z}{2}\right)^2} \right) \right)$$

4.1.3.4 Remarques

Jusqu'à maintenant seules ces corrections étaient directement incluses dans le calcul théorique des formes de raie. Après l'ajustement des courbes expérimentales par ces courbes théoriques, un certain nombre d'effets systématiques était pris en compte. En fait nous ajoutions ou retranchions sur la position de la raie obtenue des effets comme : l'effet Doppler du second ordre, la structure hyperfine du niveau excité, l'effet Stark ou Zeeman (quand il y en avait). La précision de notre mesure s'améliorant, il devient

intéressant d'essayer d'inclure le maximum d'effets directement dans les courbes théoriques de façon à mieux coller à la réalité de l'expérience. C'est ce dont je vais parler maintenant.

4.2 Modifications apportées au calcul

4.2.1 Structure hyperfine des niveaux excités

Pour la transition que nous étudions la structure hyperfine est très petite devant la largeur naturelle des niveaux. Aussi dans un premier temps, comme je l'ai dit auparavant, elle n'était pas incluse dans le calcul. Une fois la position de la raie d'une transition donnée obtenue, nous ajoutons la correction de structure hyperfine totale du niveau excité. Ces corrections shf tiennent compte de la position des raies hyperfines ainsi que de leurs poids statistiques et elles valent :

	niveau	Γ_e (kHz)	shf (kHz)
hydrogène	$8D_{5/2}$	572,4	+27,7
	$8D_{3/2}$	572,4	-27,7
	$8S_{1/2}$	144,1	-693,6
deutérium	$8D_{5/2}$	572,4	+8,53
	$8D_{3/2}$	572,4	-8,53
	$8S_{1/2}$	144,1	-213,1

Pour les niveaux S , comme on part du niveau $2S_{1/2}$ ($F = 1$), les règles de sélection empêchent l'excitation du niveau hyperfin de F le plus petit. La correction se calcule facilement à partir de la structure hyperfine du niveau $8S$. Pour les niveaux D , on ne résout pas la structure hyperfine des niveaux excités, mais il faut en tenir compte car elle déforme légèrement les raies. Dans le calcul, cette modification revient simplement à remplacer l'expression de la lorentzienne donnée dans 4.7 par une somme de lorentziennes centrées chacune, sur la fréquence ω_f du sous-niveau hyperfin considéré. ω_f est définie par rapport à la position du niveau sans tenir compte de la structure hyperfine. La formule de Fermi donne :

$$\omega_f = 2\pi \frac{\alpha^2 \mu_N}{n^3 \mu_B} g_p c R \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{J(J+1)(2L+1)} \quad (4.28)$$

où α est la constante de structure fine, n le nombre quantique principal, μ_N le moment magnétique du noyau, μ_B le magnéton de Bohr, g_p le facteur gyromagnétique du proton, et R la constante de Rydberg. Les autres symboles ont leur sens habituel. Le poids de chaque lorentzienne a_f est défini par l'amplitude de la transition entre le

niveau métastable $|g\rangle$ et le niveau excité $|e, f = F\rangle$. On a :

$$a_f = (2J_g + 1)(2F_e + 1) \left\{ \frac{J_e J_g 2}{F_g F_e I} \right\}^2 \quad (4.29)$$

Bien sûr, il faut aussi recalculer les coefficients du déplacement lumineux, pour tenir compte de la structure hyperfine. Le calcul sera fait en annexe. On remplace alors C_{ls} par C_{lsf} . Les applications numériques sont données dans l'annexe sur l'hydrogène et le deutérium.

On obtient finalement l'expression du taux de transition :

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = C_{shf} \left(1 - \frac{p_{np}}{1 - p_p} \right) \times \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L dz (1 - p_p) C_{sf} \gamma_{eg} \sum_f \frac{a_f I(z)^2}{(\Omega - \omega_f - C_{lsf} I(z))^2 + \left(\frac{\Gamma_e}{2}\right)^2} \right) \right) \quad (4.30)$$

4.2.2 Ionisation et saturation de la transition

Pour avoir une meilleure précision sur la position de notre raie à puissance nulle, il est intéressant d'étendre notre gamme de puissances vues par les atomes de 10W à 150W. Il faut alors tenir compte de deux phénomènes supplémentaires qui ne jouent pas de rôle à faible puissance : l'ionisation des niveaux excités et la saturation de la transition.

4.2.2.1 Ionisation des niveaux excités

Plus le rayonnement laser est important, plus il couple le niveau excité au continuum. Considérer l'ionisation des états excités consiste donc à prendre en compte cet effet dans le calcul des formes de raies. En fait on peut faire une évaluation de ce phénomène grâce à un calcul fondé sur la "règle d'or de Fermi" avec les éléments de matrice du dipôle de l'hydrogène calculés par J.C.Garreau dans sa thèse. Comme le coefficient du déplacement lumineux, celui de l'ionisation est proportionnel à l'intensité lumineuse vue par les atomes. Il intervient en modifiant la largeur naturelle du niveau excité. Γ_e est remplacée par $\Gamma_e + \Gamma_{io}$. On pose :

$$io = \frac{\Gamma_{io}}{\Gamma_e I} \quad (4.31)$$

Dans le cadre de notre expérience où la configuration de la cavité autour du jet est plan-4 m, si on considère P la puissance lumineuse vue par les atomes dans une direction, on a pour la transition $2S - 8D$ de l'hydrogène :

$$\frac{\Gamma_{io}(\text{Hz})}{2\pi} = 1,8 \times 10^2 P(\text{W})$$

Pour une puissance de 100 W, cela fait :

$$\frac{\Gamma_{io}}{2\pi} = 18 \text{ kHz} \quad (4.32)$$

alors que la largeur naturelle des niveaux 8D est 572 kHz. On voit donc que l'effet de l'ionisation commence à ne plus être négligeable aux puissances auxquelles on travaille.

4.2.2.2 Saturation de la transition

Avant de développer cet effet, je voudrai préciser la différence entre ce que nous appelons "la saturation des signaux" et la saturation de la transition. Pour certaines trajectoires, la probabilité qu'un atome métastable survive à l'extrémité du jet est très faible, de sorte que la contribution de ces trajectoires au signal est "saturée" (le signal que nous détectons est proportionnel au nombre de métastables). Cette saturation se produit quand le temps d'interaction atome-laser τ_{int} est très grand devant l'inverse du taux de transition par unité de temps $1/\Gamma_p$. Par contre, la saturation de la transition intervient pour des puissances lumineuses plus élevées, car elle nécessite que la durée de vie du niveau excité $1/\Gamma_e$ soit du même ordre de grandeur que l'inverse du taux de transition par unité de temps $1/\Gamma_p$. Or on a typiquement dans le cas de la transition $2S - 8D$ pour l'hydrogène :

$$1/\Gamma_e \simeq 0,28 \mu\text{s}$$

$$\tau_{int} \simeq 190 \mu\text{s}$$

$$\text{pour } 100 \text{ W, } 1/\Gamma_p \simeq 14 \mu\text{s}$$

$$\text{pour } 150 \text{ W, } 1/\Gamma_p \simeq 6 \mu\text{s}$$

Pour tenir compte de la saturation de la transition, d'après [Grynberg 1980], on ajoute un paramètre de saturation à deux photons *sat* défini par

$$sat = \frac{\left| \sum_r \frac{\langle e|\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}|r\rangle\langle r|\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}|g\rangle}{\omega - \omega_{eg}} \right|^2 E_L^4}{2\hbar^2 \Gamma_e^2} \quad (4.33)$$

où E_L est l'amplitude de l'onde laser.

On a :

$$E_L^4 = I^2 \frac{4}{\varepsilon_0^2 c^2} \quad (4.34)$$

d'où finalement,

$$sat = \frac{8\gamma_{eg} I^2}{\Gamma_e^3} \quad (4.35)$$

Le taux de transition 4.27 devient :

$$P(r_1, \theta_1, r_2, \theta_2) = C_{shf} \left(1 - \frac{p_{np}}{1 - p_p} \right) \quad (4.36)$$

$$\times \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L dz (1 - p_p) C_{sf} \gamma_{eg} (1 + ioI) \sum_f \frac{a_f I(z)^2}{\Omega_{tot}^2 + \left(\frac{\Gamma_e(1+ioI)}{2} \right)^2 (1 + sat)} \right) \right)$$

avec

$$\Omega_{tot} = \Omega - \omega_f - C_{lsf} I(z) \quad (4.37)$$

Nous avons regardé le déplacement du centre à mi-hauteur ainsi que l'élargissement induit par la saturation sur notre forme de raie. Nous avons fait ceci pour trois puissances. Sans la saturation, on a

P (W)	amplitude (%)	largeur (kHz)	centre (kHz)
50	14,74	1041,77	294,98
100	21,31	1743,28	523,90
150	24,4	2391,56	732,72

(4.38)

Avec la saturation, cela devient

P (W)	amplitude (%)	largeur (kHz)	centre (kHz)
50	14,66	1042,96	294,42
100	21,22	1740,85	522,31
150	24,3	2386,33	730,37

(4.39)

On obtient un effet surprenant, puisqu'en rajoutant l'effet de saturation de la transition, la forme de raie s'affine à forte puissance. En fait ce phénomène s'explique par une compensation des effets de saturation des signaux et de saturation de la transition. Quand la puissance augmente, la saturation de la transition élargit la forme de raie, il y a donc moins de trajectoires qui sont "saturées". L'élargissement dû à la saturation des signaux est moindre. Or globalement c'est ce second effet qui domine sur le premier, par conséquent la forme de raie s'affine quand la puissance augmente. Pour mettre correctement en évidence l'effet de saturation de la transition, nous avons refait le calcul en multipliant par dix la vitesse des atomes pour diminuer le temps d'interaction. On obtient alors sans la saturation :

P (W)	amplitude (%)	largeur (kHz)	centre (kHz)
50	3,12	744,1	316,25
100	7,92	1066,56	586,43
150	11,27	1477,14	838,09

(4.40)

avec la saturation

P (W)	amplitude (%)	largeur (kHz)	centre (kHz)
50	3,06	750,48	314,81
100	7,54	1082,2	579,91
150	10,6	1493,62	825,18

(4.41)

On vérifie bien que la saturation élargit la forme de raie d'autant plus que la puissance augmente. On note toutefois qu'aux puissances auxquelles on travaille l'effet est petit ; de plus dans la mesure où nos atomes vont relativement lentement l'effet de la saturation de la transition est en grande partie masquée par l'effet de la saturation des signaux comme le montrent les tableaux 4.38 et 4.39.

4.2.3 L'intégrale des vitesses et l'effet Doppler du second ordre

Si nous considérons notre jet atomique, tous les atomes ne se déplacent pas avec la même vitesse. Ils suivent une distribution de vitesse du type

$$f(v) = v^n \exp\left(\frac{-v^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.42)$$

comme je l'ai expliqué au chapitre 3 où je décris la mesure de cette distribution. Elle permet de déterminer n et σ pour le deutérium ($n = 7$) et l'hydrogène ($n = 5$).

Jusqu'à présent pour avoir des temps de calcul raisonnable nous ne faisons pas d'intégrale sur la vitesse, mais calculions à partir de la distribution, la vitesse moyenne des atomes, comme je l'ai expliqué plus haut. L'effet Doppler du deuxième ordre était ajouté à la fin directement sur la valeur de la fréquence de la transition mesurée. On obtient alors une fréquence de transition ω_{eg}

$$\omega_{eg} = \omega_{eg}(\text{mesure}) + \omega_{vit} \quad (4.43)$$

$$\omega_{vit} = \frac{\omega_{eg} v^2}{2c^2} \quad (4.44)$$

En changeant le système d'intégration de l'ensemble du programme nous avons nettement gagné en temps de calcul et donc pu envisager de rajouter une quatrième intégrale sur la vitesse. On inclut alors bien sûr l'effet Doppler du second ordre dans l'expression de Ω_{tot} . On a :

$$P(\Omega, I_0) = \frac{1}{N} \int_0^{5\sigma} f(v) dv \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \quad (4.45)$$

$$\int_0^\pi d\theta_2 C_{shf} \left(1 - \frac{p_{np}}{1 - p_p}\right)$$

$$\times \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L \gamma_{tot} \sum_f \frac{a_f I(z)^2}{\Omega_{tot}^2 + \left(\frac{\Gamma_e(1+i0I)}{2} \right)^2 (1 + sat)} dz \right) \right)$$

avec

$$\Omega_{tot} = \Omega - (\omega_f + C_{ls}I(z) - \omega_{vit}) \quad (4.46)$$

et

$$\gamma_{tot} = (1 - p_p) C_{sf} \gamma_{eg} (1 + i0I) \quad (4.47)$$

le facteur de normalisation N s'écrit :

$$N = \frac{\pi R_1^2 R_2^2}{4} \int_0^{5\sigma} f(v) dv \quad (4.48)$$

La borne supérieure de l'intégrale 5σ a été choisie simplement en regardant l'allure de la distribution de vitesse de façon à prendre en compte suffisamment l'aile de la distribution pour les vitesses élevées, c'est-à-dire en négligeant moins que deux millièmes des atomes.

4.2.4 Déroulement du calcul

Voici donc à présent le problème posé. Nous disposons de l'expression de notre taux de transition 6.55. Il faut maintenant le calculer pour les transitions qui nous intéressent. Ce calcul numérique est fait pour 15 puissances variant de 10 W à 150 W et 301 fréquences réparties régulièrement autour de la fréquence de résonance. Enfin nous faisons ce calcul pour différents diamètres du premier diaphragme de façon à pouvoir ajuster sa valeur (cet effet sera discuté dans le chapitre sur les courbes expérimentales). Le calcul nécessite une intégrale quadruple et une intégrale simple interne. De façon à ne pas avoir un temps de calcul trop long, il est nécessaire de calculer l'intégrale la plus interne à savoir celle le long de la trajectoire la plus précisément possible, pour cela nous utilisons une méthode de Gauss à 96 points. Pour l'intégrale multiple après de nombreux essais, nous avons opté pour une méthode utilisant un certain nombre de règles développées par Genz et Malik. Le calcul d'une série de courbes pour un diaphragme et une transition donnée, met environ 30 heures.

4.3 Effet Stark : mélange des niveaux

Malgré tout le soin que nous apportons dans le montage du jet atomique, il reste un petit champ électrique (<10 mV/cm) parasite susceptible de coupler les niveaux nD et nF et donc d'induire une déformation des raies. Nous savons que, si effet il y a, il sera faible, mais il est intéressant dans la mesure où nous cherchons à gagner en précision de quantifier cet effet de façon plus sûre. Dans cette partie je m'intéresse uniquement à l'effet Stark linéaire.

4.3.1 Introduction

Le champ électrique résiduel déplace légèrement les niveaux $8S/D$ et donc les fréquences des transitions observées. La figure 46 montre les différents niveaux qui

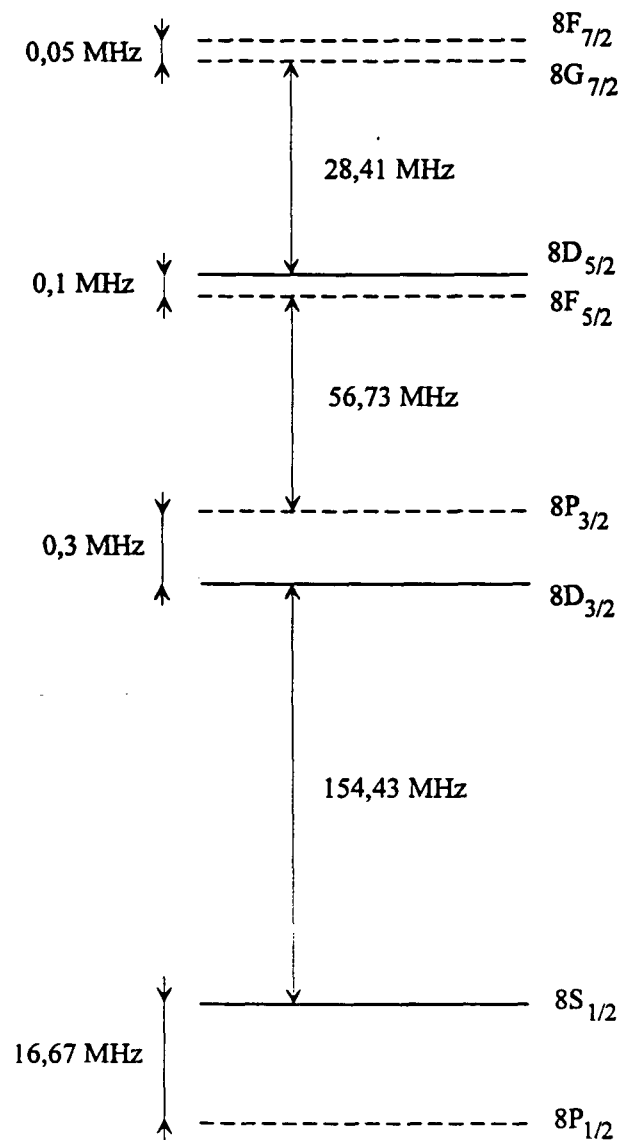


Fig. 46: Niveaux utiles au calcul du déplacement Stark des niveaux $8S/D$

entrent en jeu. Dans la réalité nous ne connaissons pas la valeur et la direction du champ électrique parasite. Pour l'évaluer, nous excitons la transition à deux-photons $2S - 15D$, qui est plus sensible au champ électrique. La figure 47 montre les niveaux concernés. Les niveaux de parités opposées étant très proches le moindre champ électrique les mélange.

Comme on sait par expérience que le champ électrique est faible, on ne considérera que les interactions entre les niveaux D et F , négligeant les couplages avec les autres

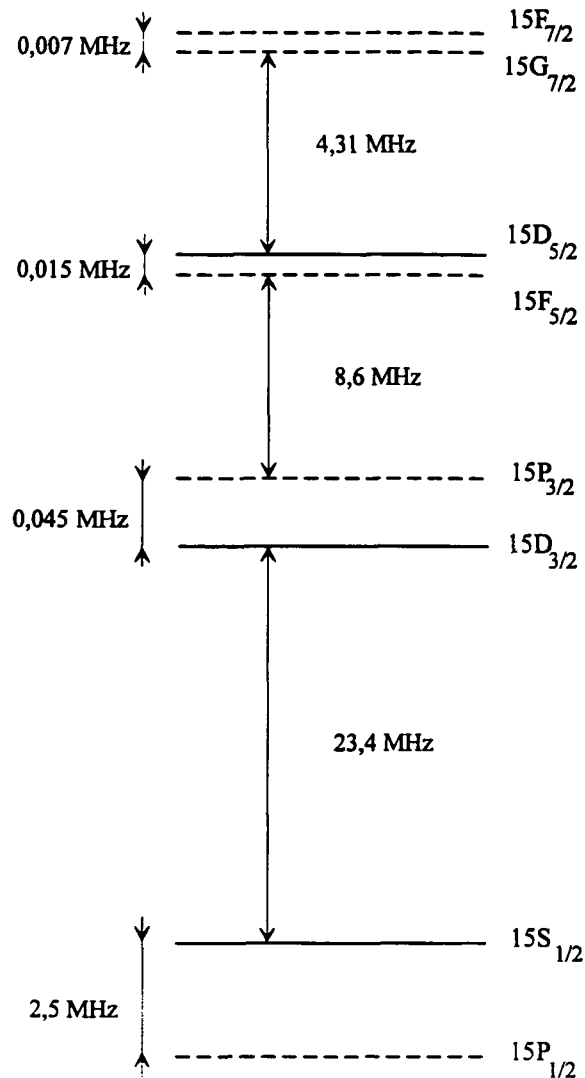


Fig. 47: Niveaux utiles au calcul du déplacement Stark du niveau 15D

niveaux nettement plus éloignés. Par contre, on tiendra compte de la structure hyperfine des deux niveaux qui, comme le montre la figure 48 pour $n = 8$ et la figure 49 pour $n = 15$, est imbriquée.

Si l'on considère des niveaux de parités opposées et de même durée de vie, on peut montrer que, quel que soit le champ électrique vu par l'atome le barycentre de la raie concernée est inchangé (cf appendice 2 de [Nez 1993a]). Soient E_i l'énergie du niveau $|i\rangle$ non perturbé, H_0 l'hamiltonien non perturbé, V la perturbation extérieure, et E'_i l'énergie du niveau $|i'\rangle$ perturbé. On peut écrire :

$$H_0 |i\rangle = E_i |i\rangle \quad (4.49)$$

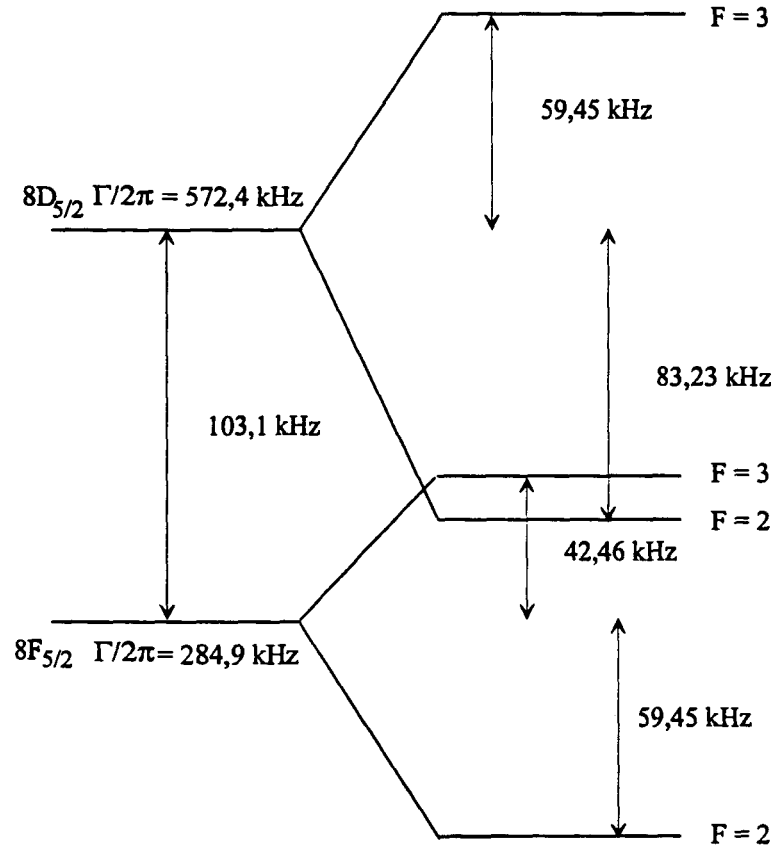


Fig. 48: Structure hyperfine des niveaux $8D_{5/2}$ et $8F_{5/2}$

$$(H_0 + V) |i'\rangle = E'_i |i'\rangle \quad (4.50)$$

On effectue une transition à deux photons entre le niveau de départ $|g\rangle$ et les états finaux à l'aide d'un opérateur à deux photons T , qui ne couple que les états de même parité. Or dans notre cas, le niveau de départ est le niveau métastable $2S$ qui est pair. Par conséquent seuls les niveaux pairs seront excités.

Sans perturbation extérieure, le barycentre de la raie observée est :

$$E_B = \sum_i |\langle g|T|i\rangle|^2 E_i \quad (4.51)$$

En présence de la perturbation extérieure il devient :

$$E'_B = \sum_{i'} |\langle g'|T|i'\rangle|^2 E'_i \quad (4.52)$$

Dans la réalité, les niveaux métastables $2S_{1/2}$ et $2P_{1/2}$ sont très peu couplés par le champ électrique (un champ électrique de 8 mV/cm provoque un déplacement du niveau S de 0,13 Hz). Or notre champ électrique est plutôt de l'ordre de 3 mV/cm comme nous le

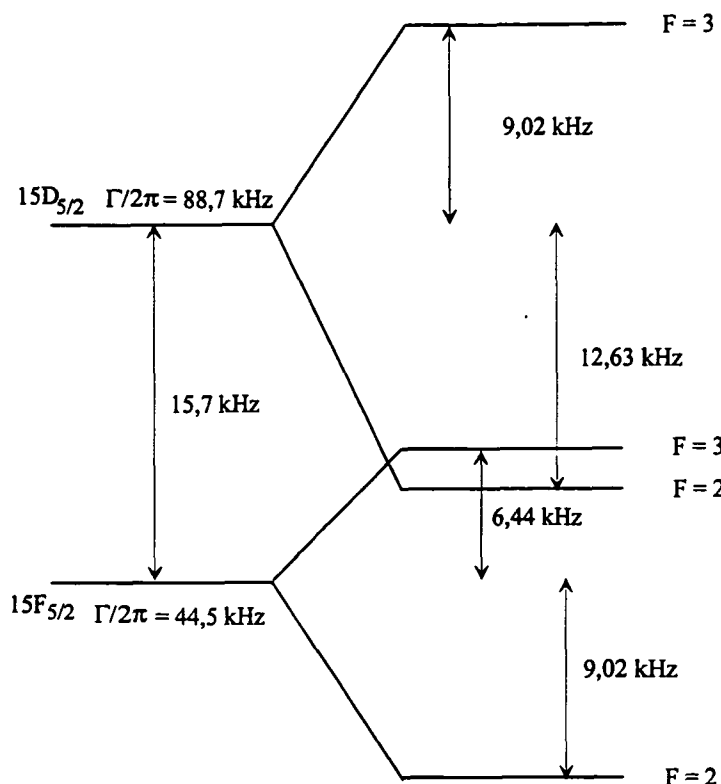


Fig. 49: Structure hyperfine des niveaux $15D_{5/2}$ et $15F_{5/2}$

montrons par la suite). On peut donc considérer que :

$$|g'\rangle = |g\rangle \quad (4.53)$$

Le barycentre en présence de la perturbation peut donc s'écrire :

$$E'_B = \sum_{i'} \langle g | T(H_0 + V) | i' \rangle \langle i' | T^+ | g \rangle \quad (4.54)$$

Si on introduit le projecteur P tel que :

$$P = \sum_i |i\rangle \langle i|$$

et on a :

$$P = \sum_{i'} |i'\rangle \langle i'|$$

d'où :

$$E'_B = \sum_i \langle g | T H_0 | i \rangle \langle i | T^+ | g \rangle + \sum_i \langle g | T V | i \rangle \langle i | T^+ | g \rangle \quad (4.55)$$

Or l'opérateur Stark étant impair, l'opérateur TV est impair et comme les niveaux i sont pairs, on a :

$$\sum_i \langle g|TV|i\rangle \langle i|T^+|g\rangle = 0$$

Par conséquent le barycentre de la raie est conservé en présence de la perturbation.

Dans notre cas, ce n'est pas aussi évident car les durées de vie des niveaux D et F sont pratiquement dans un rapport deux. L'égalité des projecteurs n'est donc plus obligatoirement vérifiée. Le but de la fin de ce chapitre est donc de savoir si on peut toujours considérer que le barycentre est conservé.

4.3.2 Calcul à proprement dit du taux de transition dans un modèle simple

Ce calcul tient compte de la structure fine et hyperfine des niveaux D et F . Pour décrire la perturbation due à l'effet Stark, j'utilise le formalisme de la matrice densité qui décrit correctement l'émission spontanée. Je me place dans le cas d'une transition à un photon uniquement par souci de simplicité, sachant que le passage de un à deux photons est simple.

Pour être plus claire, je fais le calcul sur un modèle simple constitué d'un atome avec cinq niveaux discrets non dégénérés : un état fondamental $|g\rangle$, et quatre états excités $|e1\rangle$, $|e2\rangle$, de largeur naturelle Γ , $|e'1\rangle$, $|e'2\rangle$, de largeur naturelle Γ' . L'onde laser de fréquence ω_L et d'amplitude E_L couple les niveaux $|e1\rangle$ et $|e2\rangle$ avec le niveau fondamental par une transition à un photon. Ce champ laser est polarisé selon l'axe Oz qui est notre axe de quantification. Le champ électrique statique E_S couple les niveaux $|e'1\rangle$ et $|e'2\rangle$, avec les niveaux $|e1\rangle$ et $|e2\rangle$. On considère que ce système est ouvert, et que rien ne retombe vers le niveau fondamental. On pose de plus, pour le i ème niveau et le i ème prime niveau :

$$\hbar\omega_i = E_i - E_g \quad (4.56)$$

$$\hbar\omega_{i'} = E_{i'} - E_g$$

On peut à présent écrire l'équation d'évolution de la matrice densité de façon générale :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \left[\frac{d\rho}{dt} \right]_{e.s.} \quad (4.57)$$

avec $H = H_0 + V$.

H_0 est l'hamiltonien atomique non perturbé ; il est purement diagonal. V est l'hamiltonien Stark qui couple les niveaux par l'intermédiaire du champ électrique. Il est purement non diagonal. On rappelle que :

$$\left[\frac{d\rho_{1g}}{dt} \right]_{e.s.} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{1g} \quad (4.58)$$

$$\left[\frac{d\rho_{1'g}}{dt} \right]_{e.s.} = -\frac{\Gamma'}{2} \rho_{1'g}$$

idem pour les cohérences ρ_{2g} et $\rho_{2'g}$.

Dans la base $\{|g\rangle, |e1\rangle, |e2\rangle, |e'1\rangle, |e'2\rangle\}$, on fait l'approximation du champ tournant (RWA), l'hamiltonien total s'écrit :

$$H = \hbar \begin{bmatrix} 0 & \frac{\Omega_1}{2} e^{i\omega t} & \frac{\Omega_2}{2} e^{i\omega t} & 0 & 0 \\ \frac{\Omega_1}{2} e^{-i\omega t} & \omega_1 & 0 & \frac{V_{11'}}{\hbar} & \frac{V_{12'}}{\hbar} \\ \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\omega t} & 0 & \omega_2 & \frac{V_{21'}}{\hbar} & \frac{V_{22'}}{\hbar} \\ 0 & \frac{V_{1'1}}{\hbar} & \frac{V_{1'2}}{\hbar} & \omega_{1'} & 0 \\ 0 & \frac{V_{2'1}}{\hbar} & \frac{V_{2'2}}{\hbar} & 0 & \omega_{2'} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

La fréquence Ω_1 (resp. Ω_2) est la fréquence de Rabi qui caractérise l'intensité du couplage entre l'atome et l'onde incidente. On pose :

$$\hbar\Omega_1 = -q \langle g | Z | e1 \rangle E_L \quad (4.60)$$

$$\hbar\Omega_2 = -q \langle g | Z | e2 \rangle E_L$$

Dans tout le calcul on suppose que,

$$\Omega_1, \Omega_2 \ll \Gamma \quad (4.61)$$

De plus l'hamiltonien de couplage est symétrique et réel d'où, quelque soit i et j :

$$V_{ij} = V_{ji} \quad (4.62)$$

On peut alors écrire l'évolution des populations et des cohérences optiques de tous les niveaux :

$$\frac{d\rho_{gg}}{dt} = -i \frac{\Omega_1}{2} e^{i\omega t} \rho_{1g} - i \frac{\Omega_2}{2} e^{i\omega t} \rho_{2g} + cc \quad (4.63)$$

$$\frac{d\rho_{1g}}{dt} = -i \frac{\Omega_1}{2} e^{-i\omega t} \rho_{gg} - i\omega_1 \rho_{1g} + i \frac{\Omega_1}{2} e^{-i\omega t} \rho_{11} + i \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\omega t} \rho_{12} \quad (4.64)$$

$$-i \frac{V_{11'}}{\hbar} \rho_{1'g} - i \frac{V_{12'}}{\hbar} \rho_{2'g} - \frac{\Gamma}{2} \rho_{1g}$$

$$\frac{d\rho_{1'g}}{dt} = -i \frac{V_{1'1}}{\hbar} \rho_{1g} + i \frac{\Omega_1}{2} e^{-i\omega t} \rho_{1'1} - i \frac{V_{1'2}}{\hbar} \rho_{2g} + i \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\omega t} \rho_{1'2} \quad (4.65)$$

$$-i\omega_{1'} \rho_{1'g} - \frac{\Gamma'}{2} \rho_{1'g}$$

idem pour les cohérences ρ_{2g} et $\rho_{2'g}$ en remplaçant 1 par 2 et vice versa.

Je me place alors dans le référentiel tournant en posant :

$$\sigma_{1g} = \rho_{1g} e^{i\omega t} \quad (4.66)$$

$$\sigma_{g1} = \rho_{g1} e^{-i\omega t}$$

$$\sigma_{gg} = \rho_{gg}$$

idem pour les cohérences ρ_{2g} , $\rho_{1'g}$, $\rho_{2'g}$ et leurs complexes conjugués.

D'autre part je peux négliger les observables des niveaux excités d'après l'hypothèse 4.61. On a donc :

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = -i\frac{\Omega_1}{2}(\sigma_{1g} - \sigma_{g1}) - i\frac{\Omega_2}{2}(\sigma_{2g} - \sigma_{g2}) \quad (4.67)$$

$$\frac{d\sigma_{1g}}{dt} = (i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2})\sigma_{1g} - i\frac{\Omega_1}{2}\sigma_{gg} - i\frac{V_{11'}}{\hbar}\sigma_{1'g} - \frac{V_{12'}}{\hbar}i\sigma_{2'g}$$

$$\frac{d\sigma_{1'g}}{dt} = (i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})\sigma_{1'g} - i\frac{V_{1'1}}{\hbar}\sigma_{1g} - i\frac{V_{1'2}}{\hbar}\sigma_{2g}$$

idem pour les cohérences ρ_{2g} et $\rho_{2'g}$ en remplaçant 1 par 2 et vice versa; en posant les écarts à résonance :

$$\Delta_1 = \omega - \omega_1 \quad (4.68)$$

$$\Delta_2 = \omega - \omega_2$$

$$\Delta_{1'} = \omega - \omega_{1'}$$

$$\Delta_{2'} = \omega - \omega_{2'}$$

D'après les hypothèses 4.61 faites sur les fréquences de Rabi, les cohérences optiques σ_{eg} suivent adiabatiquement l'évolution lente de la population du fondamental σ_{gg} . On exprime donc les cohérences optiques en régime stationnaire :

$$\frac{d\sigma_{eg}}{dt} = 0 \text{ pour } e = 1, 2, 1', 2' \quad (4.69)$$

On a :

$$\sigma_{1'g} = \frac{i\frac{V_{1'2}}{\hbar}\sigma_{2g} + i\frac{V_{1'1}}{\hbar}\sigma_{1g}}{(i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})} \quad (4.70)$$

$$\sigma_{2'g} = \frac{i\frac{V_{2'1}}{\hbar}\sigma_{1g} + i\frac{V_{2'2}}{\hbar}\sigma_{2g}}{(i\Delta_{2'} - \frac{\Gamma'}{2})}$$

$$\sigma_{1g} = \frac{i\frac{\Omega_1}{2}\sigma_{gg} + i\frac{V_{11'}}{\hbar}\sigma_{1'g} + i\frac{V_{12'}}{\hbar}\sigma_{2'g}}{(i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2})}$$

$$\sigma_{2g} = \frac{i\frac{\Omega_2}{2}\sigma_{gg} + i\frac{V_{22'}}{\hbar}\sigma_{2'g} + i\frac{V_{21'}}{\hbar}\sigma_{1'g}}{(i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2})}$$

En remplaçant par leurs expressions, les cohérences des niveaux prime, on obtient un système 2x2 pour les niveaux non prime qui sont ceux couplés au niveau fondamental par l'onde laser ; ce sont donc eux qui nous intéressent :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1g} \\ \sigma_{2g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\frac{\Omega_1}{2}\sigma_{gg} \\ i\frac{\Omega_2}{2}\sigma_{gg} \end{bmatrix} \quad (4.71)$$

avec

$$A_{11} = (i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2}) + \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{|V_{11'}|^2}{(i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})} + \frac{|V_{12'}|^2}{(i\Delta_{2'} - \frac{\Gamma'}{2})} \right) \quad (4.72)$$

$$A_{12} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{V_{11'}V_{1'2}}{(i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})} + \frac{V_{12'}V_{2'2}}{(i\Delta_{2'} - \frac{\Gamma'}{2})} \right) \quad (4.73)$$

$$A_{21} = \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{V_{22'}V_{2'1}}{(i\Delta_{2'} - \frac{\Gamma'}{2})} + \frac{V_{21'}V_{1'1}}{(i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})} \right) \quad (4.74)$$

$$A_{22} = (i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2}) + \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{|V_{21'}|^2}{(i\Delta_{1'} - \frac{\Gamma'}{2})} + \frac{|V_{22'}|^2}{(i\Delta_{2'} - \frac{\Gamma'}{2})} \right) \quad (4.75)$$

On peut donc à présent exprimer l'évolution de la population du fondamental :

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = -i\frac{\Omega_1}{2}\sigma_{1g} - i\frac{\Omega_2}{2}\sigma_{2g} + cc \quad (4.76)$$

$$\sigma_{1g} = \left(i\frac{\Omega_1}{2} \frac{A_{22}}{\det(A)} - i\frac{\Omega_2}{2} \frac{A_{12}}{\det(A)} \right) \sigma_{gg}$$

$$\sigma_{2g} = \left(i\frac{\Omega_2}{2} \frac{A_{11}}{\det(A)} - i\frac{\Omega_1}{2} \frac{A_{21}}{\det(A)} \right) \sigma_{gg}$$

où $\det(A)$ est le déterminant de la matrice A .

En fait V étant réel symétrique, la matrice A est aussi symétrique et on a :

$$A_{21} = A_{12} \quad (4.77)$$

De plus la population du fondamental varie en $e^{-\Gamma_p t}$ où Γ_p est le taux de transition que nous cherchons à calculer. On a donc tout simplement :

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = -\Gamma_p \sigma_{gg} \quad (4.78)$$

d'où

$$\Gamma_p = -2\text{Réel} \left(\frac{\Omega_1^2}{4} \frac{A_{22}}{\det(A)} + \frac{\Omega_2^2}{4} \frac{A_{11}}{\det(A)} - 2 \frac{\Omega_1}{2} \frac{\Omega_2}{2} \frac{A_{12}}{\det(A)} \right) \quad (4.79)$$

Commentaires Lorsque nous annulons le champ électrique c'est-à-dire l'hamiltonien Stark, on obtient :

$$A_{11} = i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2} \quad (4.80)$$

$$A_{22} = i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2}$$

$$A_{12} = 0$$

$$\det(A) = \left(i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2} \right) \left(i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2} \right)$$

on retrouve bien nos deux lorentziennes habituelles centrées sur les fréquences des états 1 et 2 :

$$\Gamma_p = -2\text{Réel} \left(\frac{\Omega_1^2}{4} \frac{1}{i\Delta_1 - \frac{\Gamma}{2}} + \frac{\Omega_2^2}{4} \frac{1}{i\Delta_2 - \frac{\Gamma}{2}} \right) \quad (4.81)$$

Quand on applique un champ électrique parasite, on voit qu'on ne peut plus exprimer Γ_p comme la somme de lorentziennes.

Par contre, on peut montrer que le barycentre est conservé dans un modèle simple. Le calcul littéral est fait en annexe dans le cas d'un niveau prime et un non prime.

Généralisation A présent que nous connaissons l'expression de notre taux de transition pour 4 niveaux excités, on peut généraliser à un grand nombre de niveaux ce qui est nécessaire pour traiter le problème complètement. On considère donc maintenant n niveaux $|e\rangle$ et n' niveaux $|e'\rangle$. Je rappelle que les niveaux $|e\rangle$ sont couplés au niveau fondamental par l'intermédiaire de l'onde laser et que les niveaux $|e'\rangle$ sont couplés aux niveaux $|e\rangle$ par le champ électrique résiduel. On note σ_{jg} les cohérences optiques des niveaux $|e\rangle$ et $\sigma_{j'g}$ celles des niveaux $|e'\rangle$; $\Delta_j, \Delta_{j'}$, les désaccords à résonance. On a alors :

Quels que soient j et j' ,

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = -\sum_j S_j \sigma_{jg} + cc \quad (4.82)$$

$$(i\Delta_{j'} - \frac{\Gamma'}{2})\sigma_{j'g} - i \sum_k \frac{V_{j'k}}{\hbar} \sigma_{kg} = 0 \quad (4.83)$$

$$(i\Delta_j - \frac{\Gamma}{2})\sigma_{jg} - i \sum_{k'} \frac{V_{jk'}}{\hbar} \sigma_{k'g} = S_j$$

avec S la matrice source telle que :

$$S_j = i \frac{\Omega_j}{2} \sigma_{gg}$$

On obtient donc un système n x n :

$$[A][\sigma] = [S] \quad (4.84)$$

avec les termes de la matrice A qui s'écrivent :

$$A_{jj} = (i\Delta_j - \frac{\Gamma}{2}) + \frac{1}{\hbar^2} \sum_{k'} \frac{|V_{jk'}|^2}{(i\Delta_{k'} - \frac{\Gamma'}{2})} \quad (4.85)$$

$$A_{jk} = \frac{1}{\hbar^2} \sum_{k'} \frac{V_{jk'} V_{k'k}}{(i\Delta_{k'} - \frac{\Gamma'}{2})}$$

Pour calculer Γ_p , on utilise alors une méthode numérique. On inverse la matrice A ; on connaît alors la matrice colonne des cohérences optiques en fonction du terme source. On peut alors exprimer l'évolution de la population du fondamental :

$$\frac{d\sigma_{gg}}{dt} = {}^T S [\sigma] + cc \quad (4.86)$$

On obtient alors Γ_p de même façon que précédemment en écrivant :

$$\Gamma_p = - \frac{{}^T S [\sigma] + cc}{\sigma_{gg}} \quad (4.87)$$

4.3.3 Application à notre problème

Dans notre cas, les niveaux $|e\rangle$ sont les niveaux $nD_{5/2}$ et les niveaux $|e'\rangle$ sont les niveaux $nF_{5/2}$. On se place dans la base des états propres de l'hamiltonien non perturbé qui est ici $\{|n, l, j, F, m_F\rangle\}$. Le champ laser considéré couple les niveaux $nD_{5/2}$ avec le niveau métastable $2S_{1/2}$ ($F = 1$) par une transition à deux photons. Il suffira d'exprimer les fréquences de Rabi en fonction des probabilités de la transition à deux photons. La polarisation du laser impose la règle de sélection suivante :

$$\Delta m_F = 0 \quad (4.88)$$

Nous ferons donc deux calculs en parallèle : le premier en partant du niveau métastable $2S_{1/2} (F = 1, m_F = 0)$, le second en partant du niveau $2S_{1/2} (F = 1, m_F = 1)$. Le taux de la transition $2S_{1/2} (F = 1) - nD_{5/2} (F = 2, 3)$ sera obtenu ainsi :

$$\Gamma_p \left(2S_{1/2} (F = 1) - nD_{5/2} (F = 2, 3) \right) = \frac{1}{3} [\Gamma_p (m_F = 0) + 2\Gamma_p (m_F = 1)] \quad (4.89)$$

On a, dans l'état excité $m_F \in [-F, +F]$, d'où nous avons au plus 12 niveaux concernés. Dans la réalité nous distinguerons deux cas : le champ électrique parallèle à l'axe de quantification c'est-à-dire à la polarisation du laser, et le champ perpendiculaire. En pratique, nous ne connaissons pas la direction du champ électrique résiduel ; une bonne approximation consiste donc à considérer la moyenne c'est-à-dire :

$$\Gamma_p (E_S) = \frac{1}{3} [\Gamma_p (E_{\parallel}) + 2 \times \Gamma_p (E_{\perp})] \quad (4.90)$$

Finalement, nous ferons donc quatre calculs en parallèle : pour les deux directions du champ électrique résiduel, nous calculerons le taux de transition pour les deux sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$ et $m_F = 1$. D'où

$$\begin{aligned} \Gamma_p (E_S) = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3} \Gamma_p (E_{\parallel}, m_F = 0) + \frac{2}{3} \Gamma_p (E_{\parallel}, m_F = 1) \right] \\ + \frac{2}{3} \left[\frac{1}{3} \Gamma_p (E_{\perp}, m_F = 0) + \frac{2}{3} \Gamma_p (E_{\perp}, m_F = 1) \right] \end{aligned} \quad (4.91)$$

4.3.3.1 Le champ parallèle

Lorsque le champ électrique résiduel est parallèle à la polarisation du laser, nous avons comme règle de sélection sur les sous-niveaux Zeeman :

$$\Delta m_F = 0 \quad (4.92)$$

Nous nous retrouvons alors dans le cas où deux niveaux $nD_{5/2}$ sont couplés au niveau métastable par l'onde laser et aux niveaux $nF_{5/2}$ par le champ électrique. Le taux de transition s'écrit alors simplement comme 4.79.

4.3.3.2 Le champ perpendiculaire

Lorsque le champ électrique résiduel est perpendiculaire à la polarisation du laser, le problème se complique car nous avons comme règle de sélection sur les sous-niveaux Zeeman :

$$\Delta m_F = \pm 1 \quad (4.93)$$

Nous devons alors considérer tous les sous-niveaux Zeeman qui sont au nombre de 12 pour chacun des niveaux $nD_{5/2}$ et $nF_{5/2}$. En fait il y a deux groupes indépendants qui correspondent aux deux cas $m_F = 0$ et $m_F = 1$. En effet, à chaque fois on couple :

Pour $m_F = 0$:

$$nD_{5/2}(F = 2, m_F = 0) \begin{cases} nF_{5/2}(F = 2, m_F = \pm 1) \\ nF_{5/2}(F = 3, m_F = \pm 1) \end{cases} \begin{cases} nD_{5/2}(F = 2, m_F = 0, \pm 2) \\ nD_{5/2}(F = 3, m_F = 0, \pm 2) \end{cases}$$

De même pour $m_F = 1$:

$$nD_{5/2}(F = 2, m_F = 1) \begin{cases} nF_{5/2}(F = 2, m_F = 0, 2) \\ nF_{5/2}(F = 3, m_F = 0, 2) \end{cases} \begin{cases} nD_{5/2}(F = 2, m_F = \pm 1) \\ nD_{5/2}(F = 3, m_F = \pm 1, \pm 3) \end{cases}$$

(idem pour $F = 3$). Finalement on voit que les niveaux $nD_{5/2}$ sont couplés entre eux par le champ électrique via les niveaux $nF_{5/2}$ en respectant la règle $\Delta m_F = 0, \pm 2$. On voit donc bien qu'il ya deux groupes de sous-niveaux Zeeman : les pairs pour $m_F = 0$, les impairs pour $m_F = 1$. Nous avons donc un système 6x6 à résoudre dans chacun des cas. Nous utiliserons donc la méthode générale consistant à inverser la matrice A obtenue pour calculer numériquement le Γ_p . Le reste du calcul est semblable au précédent. Nous obtenons finalement les formes de raies pour les différentes puissances.

4.4 Conclusion

Pour être sûr qu'il n'y ait pas de déplacement de la raie, nous avons fait un calcul numérique du barycentre des raies pour la transition vers le niveau $8D_{5/2}$. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant pour des puissances de 10, 50, 100 W et plusieurs valeurs du champ électrique. Ils sont donnés en kHz :

E (mV/cm) / P (W)	10	50	100
0	83,86	298,54	545,88
3	83,85	298,49	545,81
10	83,74	296,85	545,42
100	83,51	294,66	536,79

La position du barycentre en l'absence de champ électrique est donnée par le déplacement lumineux et la structure hyperfine. On voit que plus la puissance lumineuse augmente, plus un faible champ électrique contribue à déplacer le barycentre. Ceci s'explique par le fait que ce barycentre est calculé à partir de notre modèle théorique des formes de raie. Il tient donc compte du temps d'interaction des atomes avec le faisceau laser et en particulier de la saturation des signaux. Cela ne contredit donc absolument pas la conservation du barycentre des raies en absolu.

La figure 50 montre la forme de raie pour un champ électrique moyenné de 3 mV/cm pour la transition $2S_{1/2} - 15D_{5/2}$. La figure 51 montre les contributions à la forme de raie des champs électriques parallèles et perpendiculaires. On voit apparaître deux pics qui correspondent à l'effet Stark linéaire. Ces courbes théoriques seront utilisées au chapitre 5 pour déterminer l'ordre de grandeur du champ électrique parasite. La figure 52 montre la forme de raie pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$, pour un champ électrique moyenné de 3 mV/cm et un de 8 mV/cm ainsi que la forme de raie en l'absence de champ électrique pour une puissance vue par les atomes de 20 W. On voit que pour

Amplitude de transition (%)

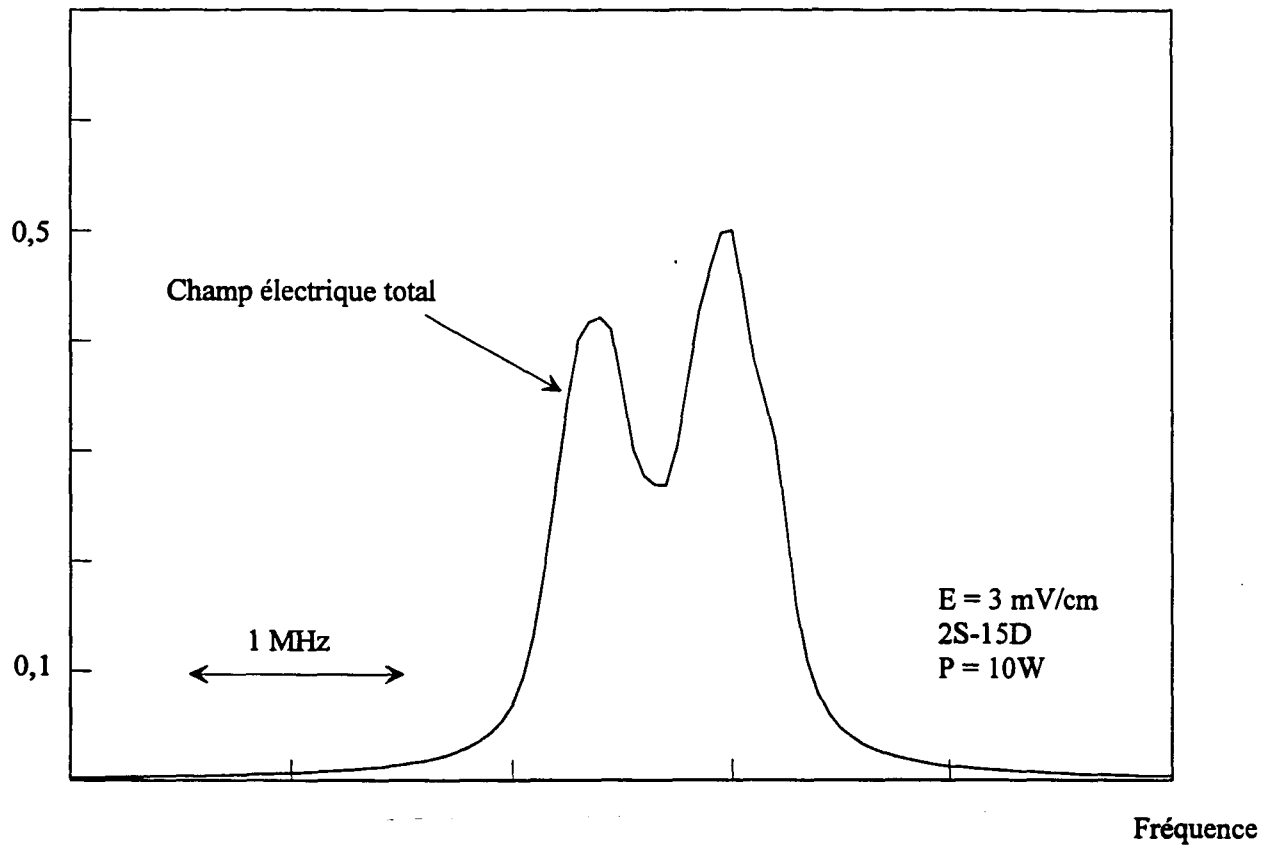


Fig. 50: Forme de raie obtenue pour la transition $2S_{1/2} - 15D_{5/2}$ en considérant un champ électrique total de 3 mV/cm et pour une puissance de 10 W.

cette transition l'effet du champ électrique résiduel est relativement faible. A 50 W, l'effet est complètement masqué par la saturation des signaux.

Ce calcul effectué pour différents champs électriques et diverses puissances ainsi que deux diaphragmes différents, nous a permis de faire des simulations numériques afin de déterminer l'importance du champ électrique dans notre mesure. Je détaillerai les conclusions de ces simulations dans le chapitre 5.

Amplitude de transition (%)

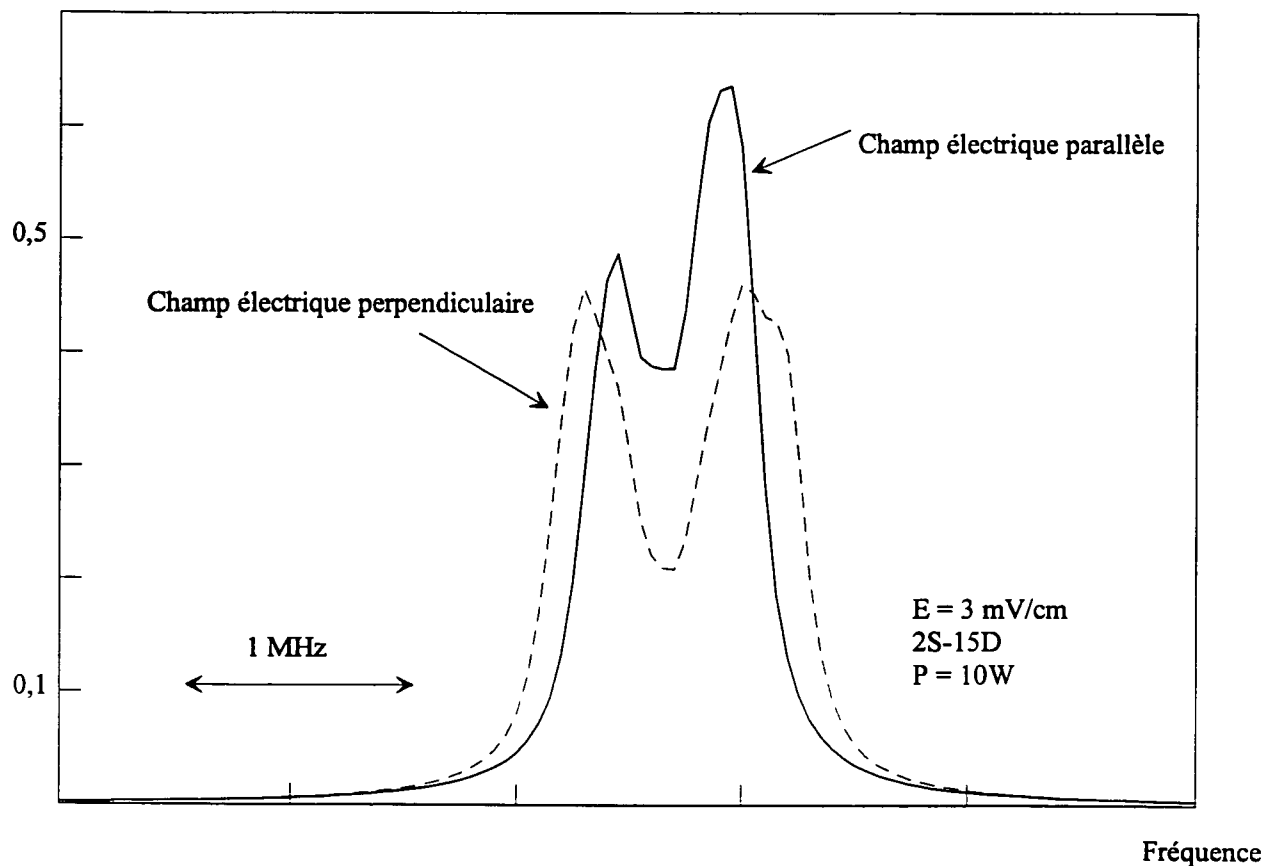


Fig. 51: Détail des formes de raie obtenues dans les mêmes conditions que la figure précédente mais en montrant la contribution des champs parallèle et perpendiculaire.

Amplitude de la transition (%)

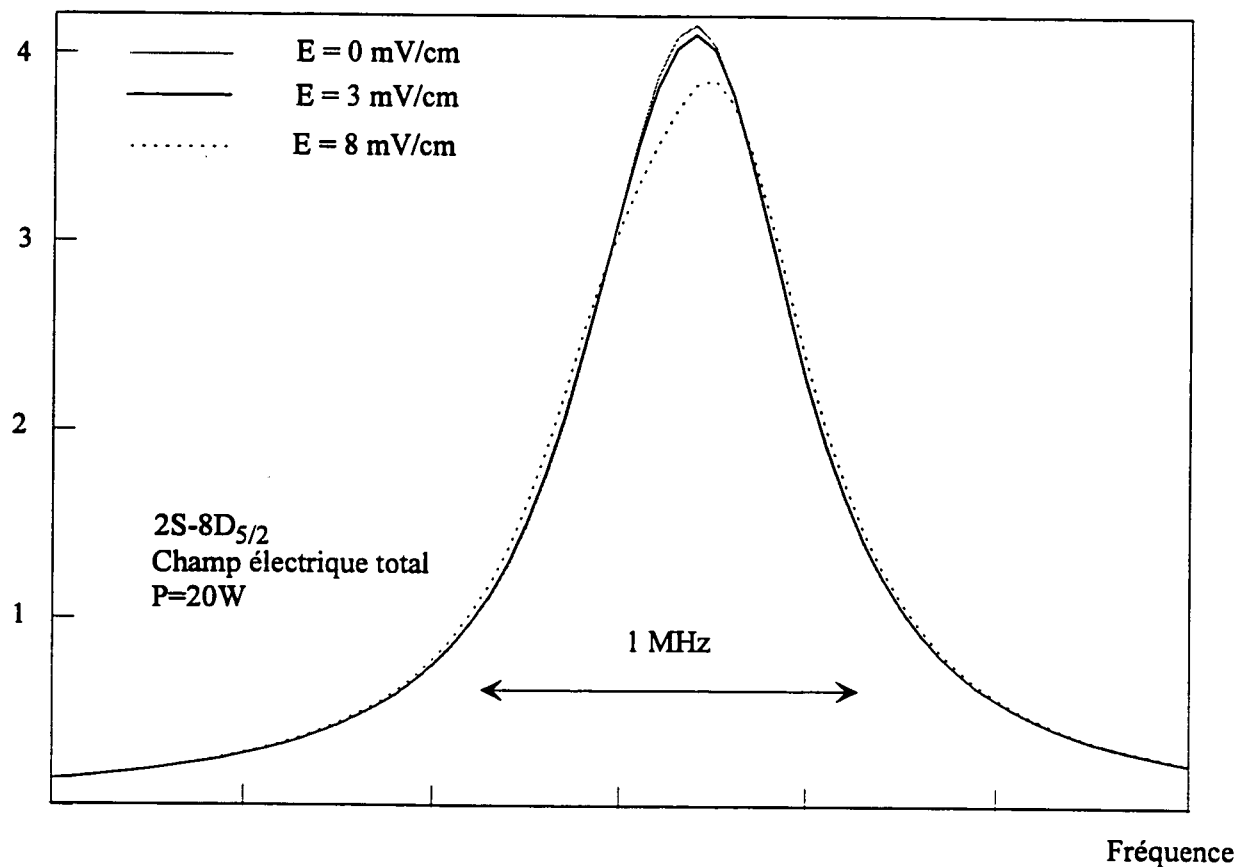


Fig. 52: Formes de raie obtenues pour différents champs électriques pour la transition $2S_{1/2}-8D_{5/2}$ et pour une puissance de 20 W.

“ Il y a du changement, mais il n’y a pas de choses qui changent.”

Bergson

5 DEPOUILLEMENT DES SIGNAUX EXPERIMENTAUX

Dans ce chapitre, je détaille le principe de dépouillement des courbes expérimentales. Je commence par décrire notre méthode d'ajustement des signaux expérimentaux. Dans une deuxième partie, j'explique comment nous déduisons des mesures, la fréquence des transitions atomiques. Enfin, par la suite, je détaille un certain nombre d'effets que nous avons analysés : la population des sous-niveaux hyperfins métastables, l'effet Stark, le désalignement du faisceau laser par rapport au jet, l'effet de l'intégration sur les vitesses, et de la moyenne sur la puissance.

5.1 Ajustement des courbes expérimentales

5.1.1 Méthode la plus simple

Après avoir calculé les courbes théoriques suivant le principe détaillé au chapitre précédent, on les ajuste sur les signaux expérimentaux. Comme nous l'avons vu au chapitre trois, on détecte la transition à deux photons en regardant la diminution du nombre de métastables quand on balaie la fréquence du laser. Pour avoir un bon rapport signal-à-bruit, le signal expérimental que l'on ajuste est la moyenne de 10 enregistrements successifs obtenus durant les vingt minutes que dure une mesure, en passant dix fois de suite sur la résonance atomique. Dans un premier temps, on ajuste ces signaux en faisant varier trois paramètres qui sont :

- la puissance lumineuse P dans la cavité,
- la position de la raie corrigée des différents effets qui la déplacent ($pr0$),
- le nombre de métastables quand le laser est hors résonance ($base$).

Un exemple d'ajustement théorique ainsi que l'écart entre le signal expérimental et la courbe théorique, pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans l'hydrogène est donné sur la figure 53.

Chaque ajustement donne :

- la puissance intra-cavité (P)
- la position de la raie corrigée ($pr0$)
- le centre à mi-hauteur de la raie (cmh)

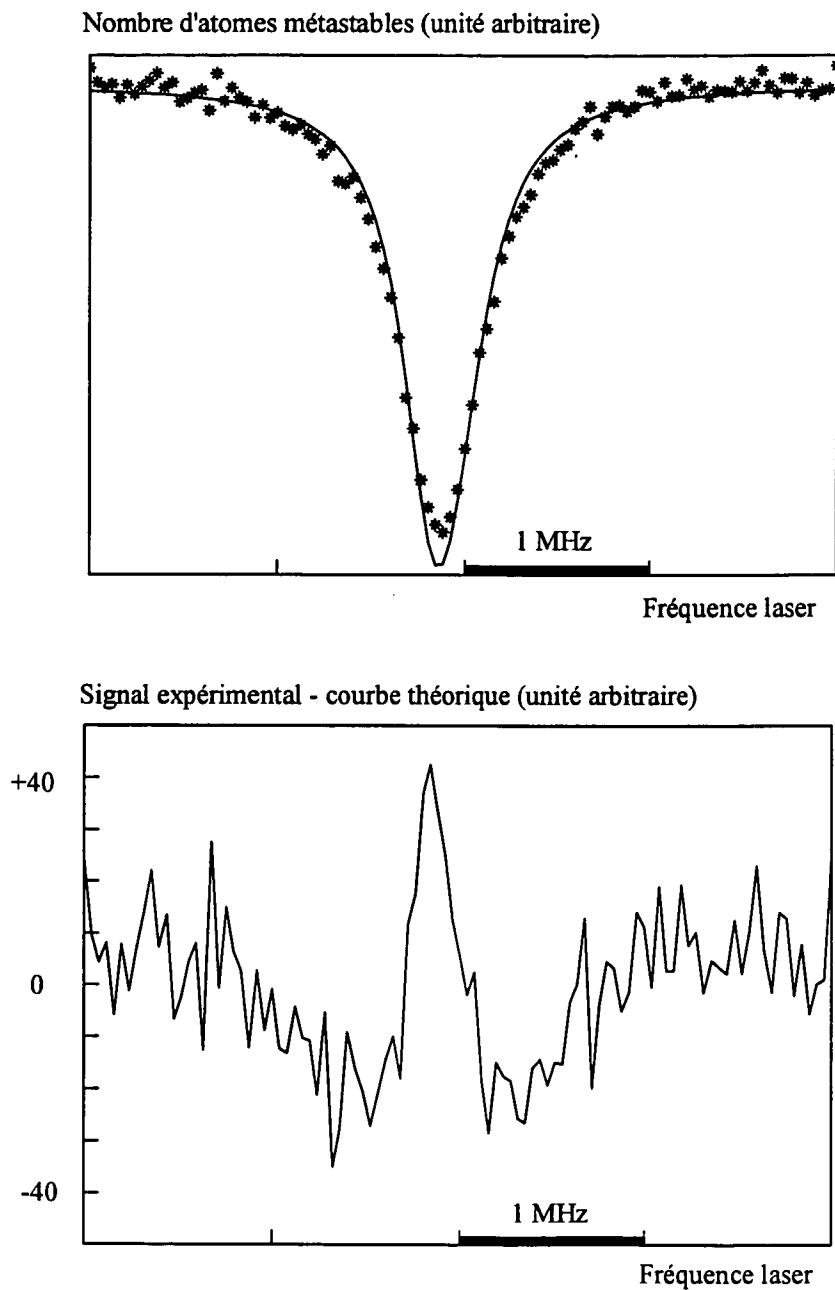


Fig. 53: Exemple d'ajustement théorique et écart entre le signal expérimental et la courbe théorique, pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans l'hydrogène (Puissance donnée par l'ajustement : 48W).

Cette méthode d'ajustement qui est la plus immédiate semble relativement bien adaptée pour la détermination de la puissance lumineuse vue par la cavité. Cependant, l'examen attentif de la courbe 53 montre que l'ajustement du signal n'est pas parfait. Cela est dû au fait que les courbes expérimentales sont plus larges que les courbes calculées. En effet, dans notre calcul de formes de raie, nous ne tenons pas compte d'un certain nombre d'effets parasites, qui peuvent élargir les raies.

5.1.2 Les causes d'élargissements parasites

5.1.2.1 La largeur en fréquence du laser d'excitation

Même si nous réduisons autant que possible la largeur de notre laser d'excitation, comme expliqué au chapitre 3, cette largeur est de l'ordre de 7 kHz. L'élargissement $\Delta\nu_L$ induit par le laser titane-saphir sur la raie de la transition $2S - 8S/D$ à deux photons sera donc de l'ordre de deux fois la largeur de raie du laser soit environ 14 kHz.

5.1.2.2 L'élargissement dû au temps de transit transversal

Le temps de transit des atomes dans le faisceau laser est relativement long car le jet et le faisceau laser sont presque colinéaires. Un atome qui suit une trajectoire qui n'est pas parallèle à l'axe du faisceau voit, en traversant le faisceau, une variation de l'intensité lumineuse. Si on voulait tenir compte de ce temps de transit dans le calcul des formes de raie, il faudrait résoudre l'équation de Schrödinger pour chaque trajectoire. On aurait alors un hamiltonien dépendant du temps. Ceci donnerait un calcul des formes de raie compliqué et très long. En fait, quand on fait un calcul d'ordre de grandeur d'après la référence [Biraben 1979], on a l'élargissement dû au temps de transit $\Delta\nu_{tt}$ pour une trajectoire atomique faisant un angle θ avec l'axe du faisceau laser. Cet élargissement vaut :

$$\Delta\nu_{tt} = \frac{2\sqrt{\ln 2}v \sin \theta}{\pi w_0} \quad (5.1)$$

Dans notre expérience, le rayon minimal du faisceau w_0 vaut 0,6 mm et θ vaut au maximum $0,6^\circ$ (sachant que la zone d'interaction est de 56 cm, et que les deux diaphragmes ont un diamètre respectif de 7 mm et de l'ordre de 4 mm suivant les ajustements comme expliqué dans le chapitre précédent). On trouve pour l'hydrogène ($v = 3,8$ km/s) un élargissement dû au temps de transit de 35 kHz, et pour le deutérium ($v = 2,6$ km/s) de 24 kHz. Ce calcul montre que l'élargissement dû au temps de transit est suffisamment petit devant la largeur naturelle du niveau excité, pour ne pas être pris directement en compte dans le calcul des formes de raie.

5.1.2.3 L'élargissement Zeeman

En plaçant le jet à l'intérieur d'un blindage magnétique, comme je l'ai décrit au chapitre 3, nous avons réduit le champ magnétique à l'intérieur du jet à moins du

milligauss. L'effet Zeeman linéaire ne déplace pas le centre de gravité des raies, il lève simplement la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Cela provoque donc un léger élargissement $\Delta\nu_Z$ de la raie. Un ordre de grandeur de cet élargissement est donné par l'écart entre les sous-niveaux extrêmes. Il est proportionnel au champ magnétique et dans notre cas, il est inférieur à la dizaine de kHz.

5.1.2.4 L'élargissement Stark

Cet élargissement $\Delta\nu_S$ sera détaillé dans la suite du chapitre. Il est de l'ordre de 140 kHz pour un champ électrique de 3 mV/cm.

5.1.2.5 L'élargissement dû aux collisions

Un calcul d'ordre de grandeur de l'effet des collisions entre les atomes métastables et les atomes dans l'état fondamental fait par J.C. Garreau dans sa thèse [Garreau 1989], montre que cet effet est très faible. On peut donc négliger l'élargissement dû aux collisions dans notre expérience.

5.1.2.6 Conclusion

Tous ces calculs d'ordre de grandeur des élargissements parasites montrent qu'ils sont faibles. Si on suppose qu'ils s'ajoutent quadratiquement, on a l'élargissement parasite total $\Delta\nu_{tot}$ qui vaut pour la transition vers le niveau $8D_{5/2}$:

$$\Delta\nu_{tot} = \sqrt{\Delta\nu_L^2 + \Delta\nu_{it}^2 + \Delta\nu_Z^2 + \Delta\nu_S^2} = 145 \text{ kHz} \quad (5.2)$$

Pour les niveaux S, il n'y a pas d'élargissement dû à l'effet Stark ; l'élargissement parasite est donc notablement plus petit et vaut de l'ordre de 40 kHz. Pour tenir compte des élargissements parasites, nous avons ajouté un paramètre supplémentaire d'ajustement.

5.1.3 Ajustement en ajoutant un élargissement gaussien

5.1.3.1 Historique et principe

Lors des premiers dépouillements de l'expérience, François Biraben avait commencé par ajuster les courbes de la façon décrite plus haut. Mais à l'époque les effets d'élargissements parasites étaient beaucoup plus importants à cause de la largeur spectrale du laser d'excitation, et les ajustements n'étaient pas bons. Pour pallier cet effet, il convolua la forme de raie par une gaussienne de largeur variable qui permettait de tenir compte de ce paramètre mal maîtrisé et fluctuant de l'expérience. Même si de nombreux progrès qui tendent à diminuer cet élargissement ont été faits, depuis 1988, sur l'expérience, on voit sur la figure 53 qu'il subsiste encore.

Le principe d'ajustement reste donc le même, à la différence que nous avons maintenant quatre paramètres d'ajustement qui sont donc

- la puissance intra-cavité (P),
- la position de la raie corrigée ($pr0$),
- le nombre de métastables quand le laser est hors résonance ($base$),
- la largeur de la gaussienne ($delta$) qui tient compte des effets parasites.

La figure 54 montre un signal expérimental obtenu pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$

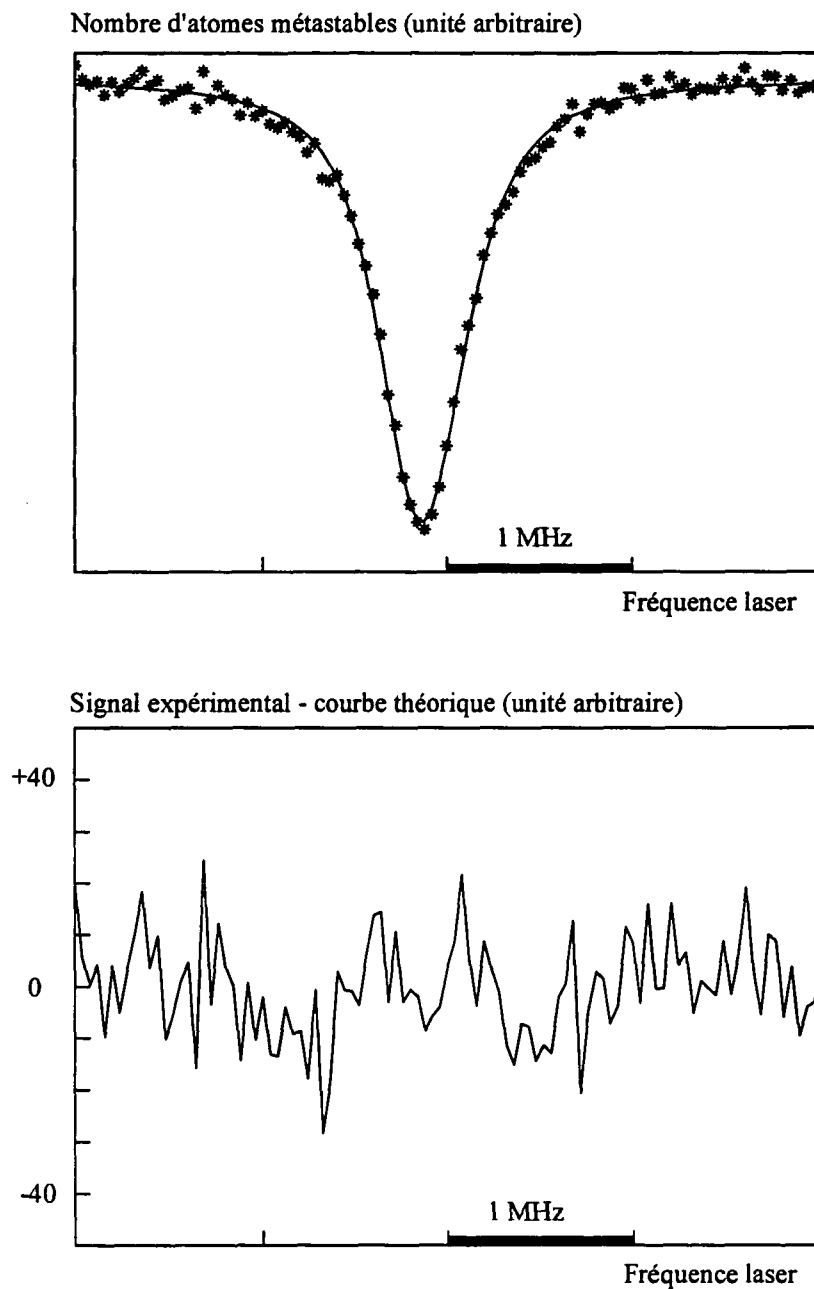


Fig. 54: Exemple d'ajustement tenant compte des élargissements parasites et d'écart entre le signal expérimental et cette courbe théorique, pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans l'hydrogène ($P = 48W$).

de l'hydrogène. C'est le même enregistrement que celui montré sur la figure 53. Il

apparaît clairement au regard de ces courbes, que l'ajustement en tenant compte de l'élargissement parasite est meilleur.

5.1.3.2 Exemples de courbes ; discussion

La figure 55 montre un signal expérimental sur la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ du

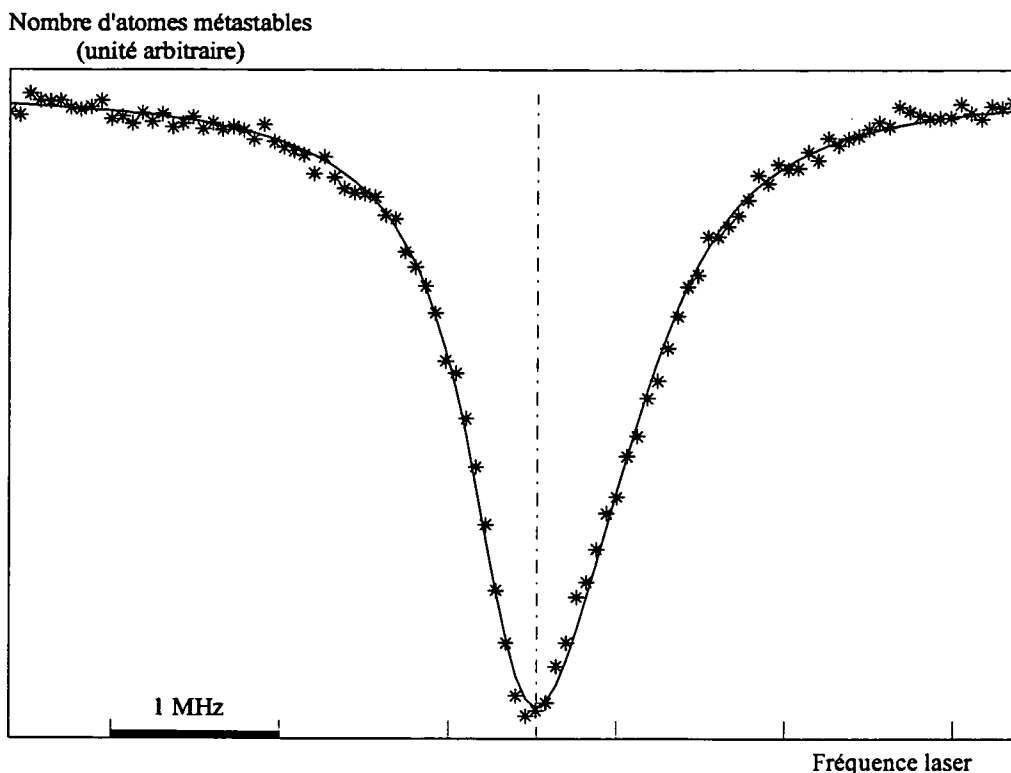


Fig. 55: Signal expérimental sur la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans le deutérium ($P = 111W$) et ajustement sur ce signal expérimental.

deutérium ainsi que son ajustement. La figure 56 montre un exemple de transition $2S_{1/2} - 8S_{1/2}$ de l'hydrogène ; le rapport signal-à-bruit est plus faible. La transition $2S_{1/2} - 8S_{1/2}$ que ce soit dans l'hydrogène ou le deutérium, est en effet moins intense. Par conséquent on n'observe peu ou pas de saturation des signaux. Sur la figure 56, la dissymétrie de la raie est principalement due au déplacement lumineux. Le coefficient du déplacement lumineux étant positif, la fréquence de résonance croît linéairement avec l'intensité lumineuse. Un calcul simple de la forme de raie à deux photons pour des atomes immobiles dans un faisceau gaussien développé dans la référence [Girard 1983] montre que l'on peut approximer la forme de raie observée par un triangle rectangle de base proportionnelle à l'intensité. La contribution au signal la plus importante est celle des atomes qui sont soumis à l'intensité laser la plus forte, ce qui explique la dissymétrie observée. Pour la transition $2S - 8D$, par contre, la contribution au signal

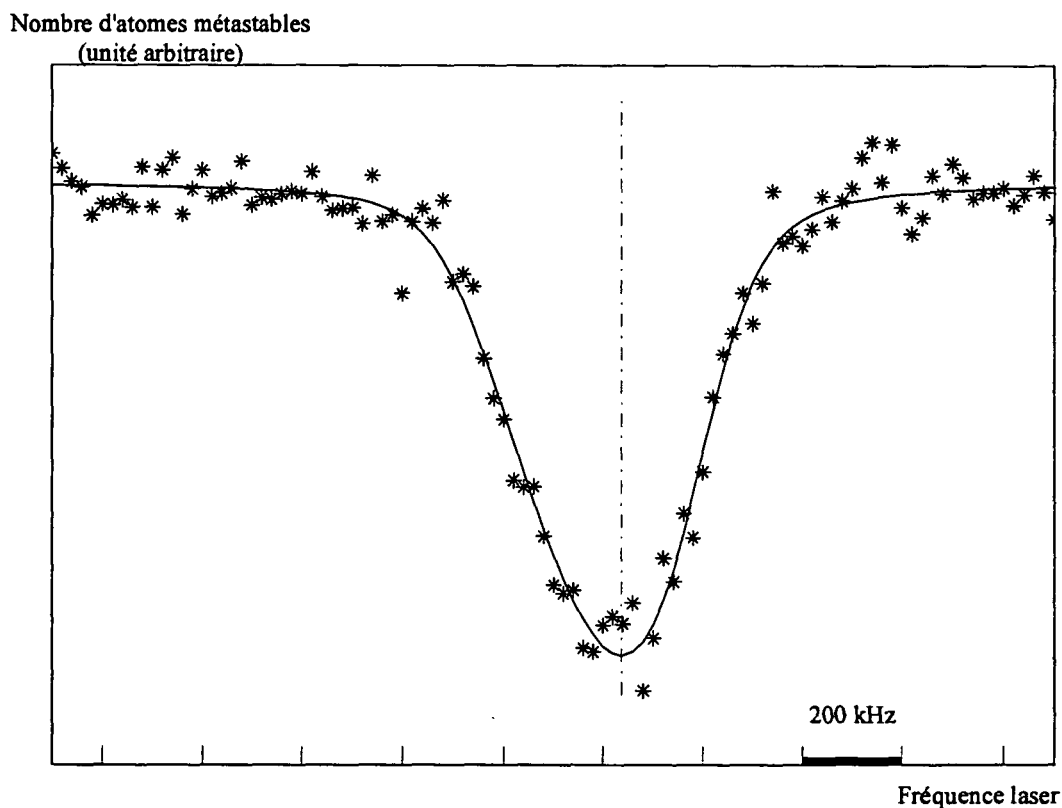


Fig. 56: Signal expérimental sur la transition $2S - 8S_{1/2}$ dans l'hydrogène ($P=114$ W) et ajustement sur ce signal expérimental.

des atomes ayant vu l'intensité laser la plus forte est la plus affectée par la saturation du signal, de sorte que l'on obtient un signal dont la dissymétrie est inversée. Ceci est encore plus visible pour le deutérium (cf figure 55) que pour l'hydrogène car les atomes de deutérium se déplacent moins vite, de sorte que leur temps d'interaction est plus grand et les signaux correspondants plus saturés.

5.2 L'extrapolation à puissance nulle

5.2.1 Introduction

Durant les trois mois qu'a duré la mesure, nous avons fait sept séries d'enregistrements vers les niveaux $8D_{5/2}$, $8D_{3/2}$ et $8S_{1/2}$ dans l'hydrogène puis dans le deutérium, puis à nouveau vers le niveau $8D_{5/2}$ dans l'hydrogène. Pour chaque transition, nous faisons des enregistrements pour des puissances allant de 15 W à 130 W. Chacune de ces séries qui contient entre 30 et 70 signaux, est analysée séparément. Pour chaque enregistrement, la position de notre raie est fortement dépendante du déplacement

lumineux et par conséquent de la puissance vue par les atomes. Comme les raies deviennent dissymétriques pour les fortes puissances, on a choisi de caractériser cet effet non pas par la position du maximum de la raie mais par la position de son centre à mi-hauteur. Pour chaque signal expérimental en faisant varier les quatre paramètres d'ajustement, l'ordinateur obtient en quelques itérations la courbe théorique qui s'approche le plus de ce signal. Dans la mesure où la courbe théorique est proche du signal expérimental, le centre à mi-hauteur de la raie, est à peu de choses près celui du signal expérimental. D'autre part, l'ajustement permet d'obtenir la position de la raie corrigée de tous les effets qui peuvent déplacer celle-ci (structure hyperfine du niveau excité, déplacement lumineux, effet Doppler du second ordre, ionisation, saturation...). Cette position corrigée donne le zéro de fréquence de la raie qui correspond à la fréquence absolue de la transition à deux photons.

5.2.2 Exemple d'extrapolations

Pour analyser les résultats, nous traçons pour chaque série un certain nombre de courbes significatives qui sont :

- $P(IT)$ qui donne la puissance estimée par l'ajustement en fonction de l'intensité lumineuse mesurée par la photodiode placée derrière la cavité. Un exemple est donné sur la figure 57.

Puissance estimée par l'ajustement (W)

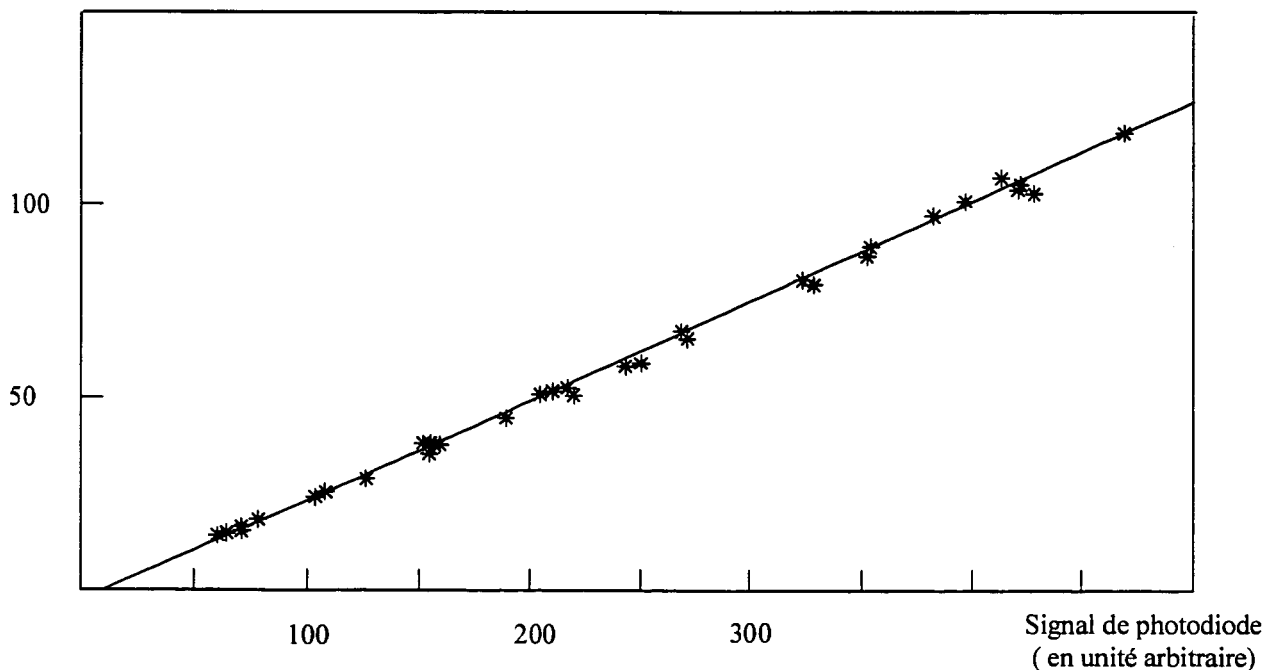


Fig. 57: Puissance estimée par les ajustements en fonction du signal de la photodiode mesurant la transmission de la cavité optique de surtension (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène).

- $pr0(P)$ qui donne la position de la raie corrigée en fonction de la puissance estimée.

- $cmh(P)$ qui donne toujours en fonction de la puissance estimée par l'ajustement, la position du centre à mi-hauteur de la raie. Ces deux courbes sont représentées sur la figure 58.

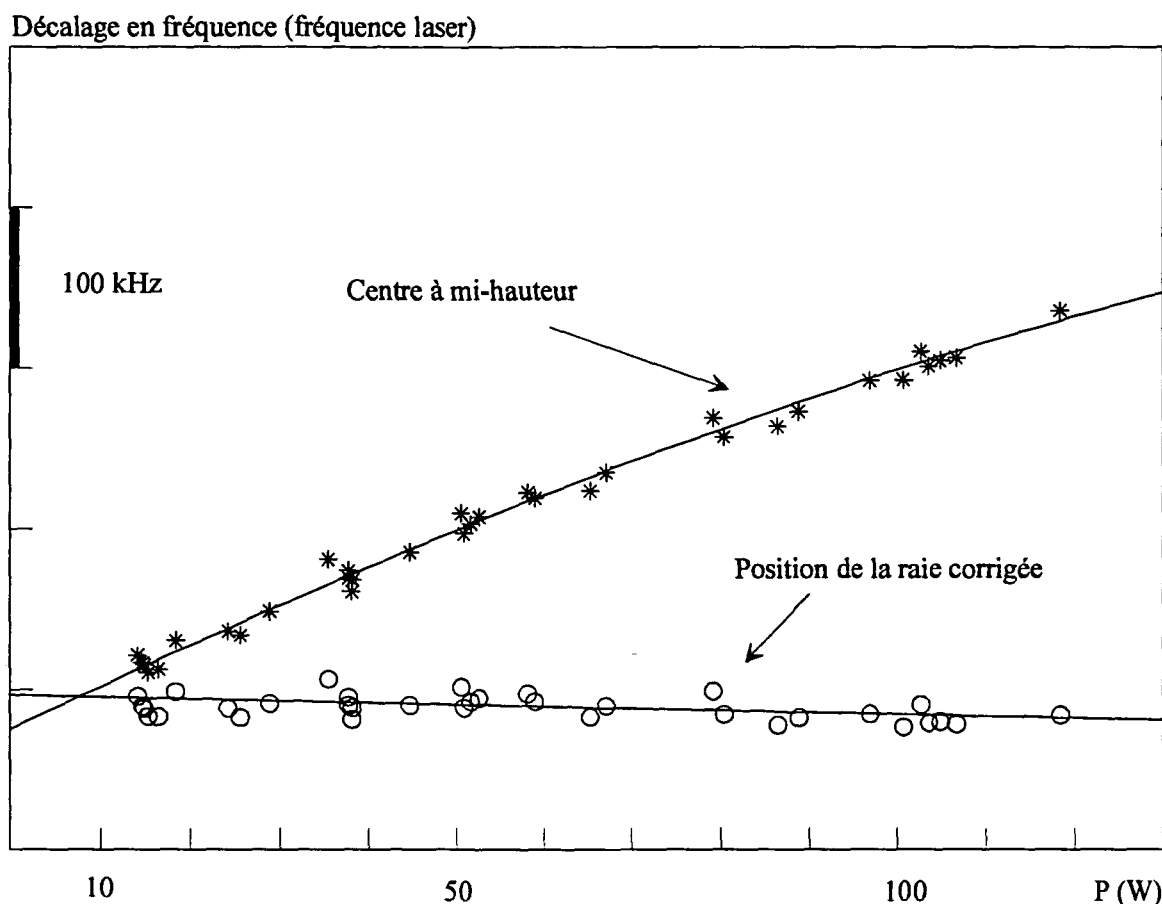


Fig. 58: Position ($pr0$) et centre à mi-hauteur (cmh) en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène).

- $larg(P)$ qui donne la largeur de la courbe calculée par l'ajustement en fonction de la puissance calculée. On compare cette courbe à celle qui nous donne la largeur de la forme de raie sans convolution en fonction de la puissance vue par les atomes. Ces courbes sont données sur la figure 59.

- $el(P)$ qui donne la largeur de la gaussienne soit l'élargissement parasite en fonction de la puissance estimée. Cette courbe est représentée sur la figure 60.

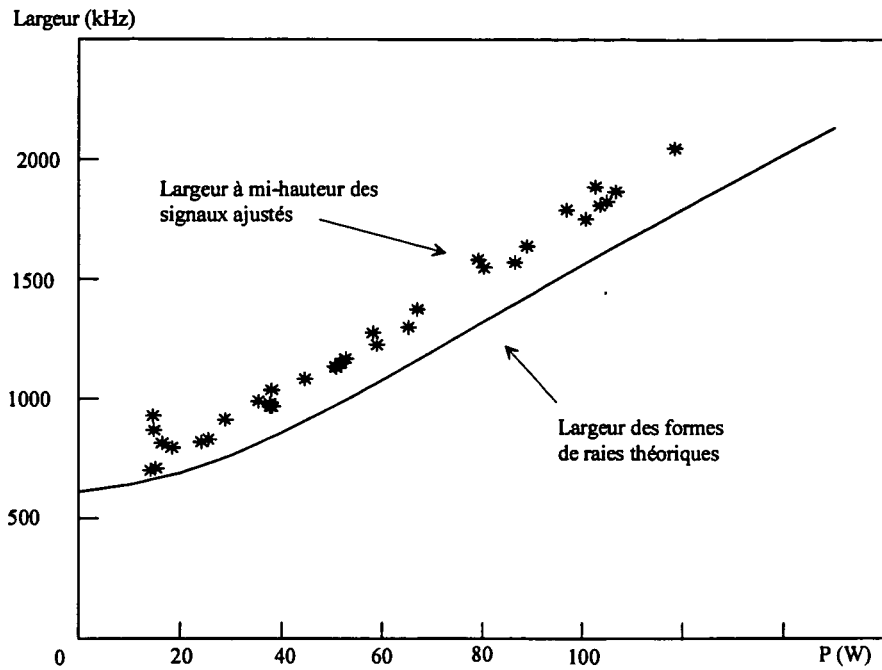


Fig. 59: Largeurs des signaux expérimentaux et largeurs des formes de raies théoriques en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (cas de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène).

Elargissement parasite (kHz)

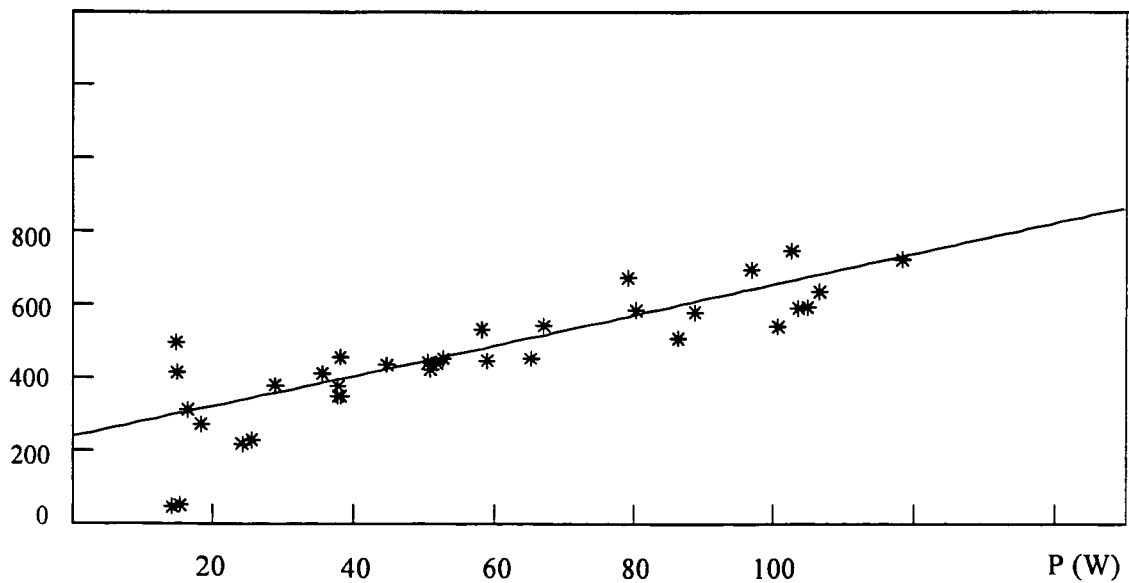


Fig. 60: Elargissement parasite en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène).

La position de la raie est donnée par la figure 58. Normalement, cette position $pr0(P)$ devrait être indépendante de P . Cependant, il peut subsister une légère variation de $pr0$ avec P . Pour cette raison, on obtient la position de la raie en extrapolant à puissance nulle. C'est la droite des moindres carrés tracée sur la figure 58. L'écart $cmh(P) - pr0(P)$ correspond au déplacement lumineux, à la structure hyperfine des niveaux excités et à l'effet Doppler du second ordre. A cause de la saturation des signaux, il est non-linéaire avec la puissance. Cette non-linéarité est plus importante pour les niveaux D qui sont plus saturés que pour le niveau S . Elle est traduite par la courbe en continu visible sur la figure 58. Cette courbe ne rejoint pas la droite des moindres carrés à puissance nulle, à cause du décalage dû à l'effet Doppler du second ordre et à la structure hyperfine du niveau considéré, qui ne s'annulent pas avec la puissance.

5.2.3 Ajustement du diaphragme

Pour rendre la droite des moindres carrés horizontale, on peut ajuster dans le calcul le diamètre du premier diaphragme du jet atomique (cf chapitre quatre). En effet faire varier ce diaphragme revient à faire varier la hauteur du signal théorique calculé. Si on veut que l'extrapolation à puissance nulle soit horizontale, il faut que la puissance calculée par l'ajustement soit juste, de façon à obtenir le bon déplacement lumineux. Si on choisit un diaphragme de diamètre trop grand, on fait intervenir dans le calcul des formes de raies théoriques des trajectoires atomiques interagissant peu avec le faisceau laser. De ce fait, l'amplitude du signal calculée se trouve sous-estimée, ce qui conduit, lors de l'ajustement, à une puissance calculée trop grande et par voie de conséquence à un déplacement lumineux trop important. Si le diaphragme a un diamètre trop grand, on obtient donc une droite $pr0$ ou prc en fonction de la puissance de pente négative. La figure 61 montre l'extrapolation à puissance nulle pour la série de mesures de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans le deutérium avec les ajustements réalisés pour différents diamètres du premier diaphragme : 3,6-4-4,4 mm. On voit qu'en diminuant suffisamment le diaphragme, on arrive à annuler la pente de la droite donnant l'extrapolation. La puissance semble alors correctement définie.

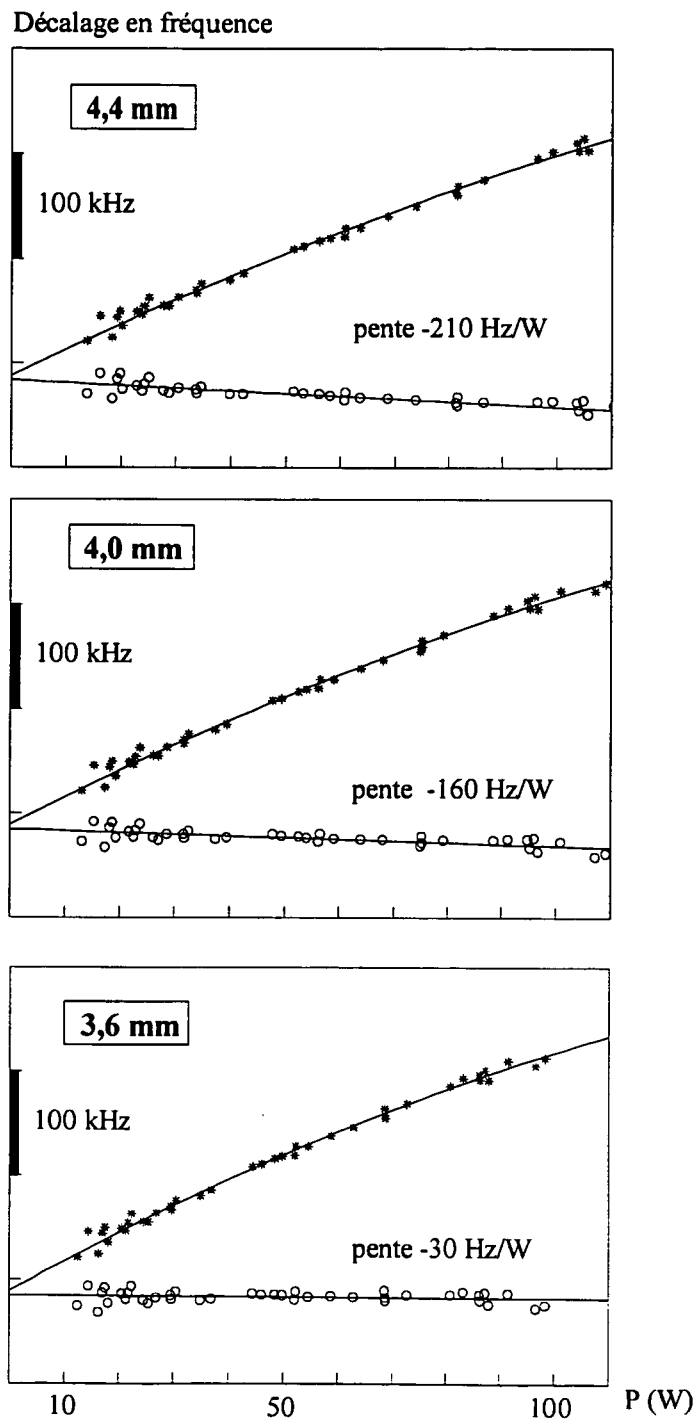


Fig. 61: Exemples d'ajustement en fonction de différents diamètres pour le premier diaphragme (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ du deutérium).

5.2.4 Autre moyen de contrôle de la puissance

Le second moyen de contrôle de la puissance est de tracer la courbe donnant la puissance calculée P en fonction de l'intensité moyenne IT vue par la photodiode placée derrière la cavité du jet. En effet à chaque mesure, on enregistre l'intensité transmise par la cavité placée autour du jet à l'aide d'une photodiode. Cette intensité moyennée permet d'estimer la puissance lumineuse intra-cavité. Pour cela, nous avons calibré la photodiode et mesuré la transmission arrière de la cavité avec une précision de l'ordre de 5 à 10%. On obtient alors la relation suivante :

$$P = 0,259 \times IT \quad (5.3)$$

Si l'ajustement est bon, la courbe $P(IT)$ doit être une droite de pente proche de 0,259. En prenant comme critère de choix le diamètre qui annule la pente de l'extrapolation à puissance nulle, on obtient pour les sept séries de mesures les pentes de la droite $P(IT)$ suivantes :

transition	pente $P(IT)$	diamètre (mm)
hydrogène $8D_{5/2}$	0,2372	3,66
hydrogène $8D_{3/2}$	0,2383	3,81
hydrogène $8S_{1/2}$	0,2671	3,85
deutérium $8D_{5/2}$	0,2293	3,49
deutérium $8D_{3/2}$	0,2298	3,51
deutérium $8S_{1/2}$	0,2596	3,67
hydrogène $8D_{5/2}$	0,2620	3,98

On vérifie qu'il y a un accord raisonnable avec la valeur attendue. Les variations de ces valeurs proviennent probablement des fluctuations de l'alignement du faisceau laser avec le jet. On remarque que les diamètres obtenus pour le deutérium sont toujours légèrement plus petits que ceux obtenus pour l'hydrogène. Une logique de bon sens nous pousse lors des enregistrements à essayer d'obtenir la pente la plus importante. En effet plus celle-ci augmente plus le signal obtenu est important pour une intensité lumineuse égale, c'est-à-dire mieux on est aligné. Je discuterai plus précisément dans la suite de ce chapitre des effets du désalignement sur la position de nos raies.

5.2.5 Largeur et élargissement parasite

La figure 59, qui donne les largeurs en fonction de la puissance pour la première série de mesures vers le niveau $8D_{5/2}$, est à comparer avec la figure 62 équivalente obtenue pour le niveau $8S_{1/2}$; on voit dans le second cas que les largeurs expérimentales sont beaucoup plus proches des largeurs théoriques. Notre modèle théorique semble relativement bon pour les niveaux S . Pour ce qui est des niveaux D , le résultat est nettement moins satisfaisant. En effet l'élargissement parasite trouvé par l'ajustement

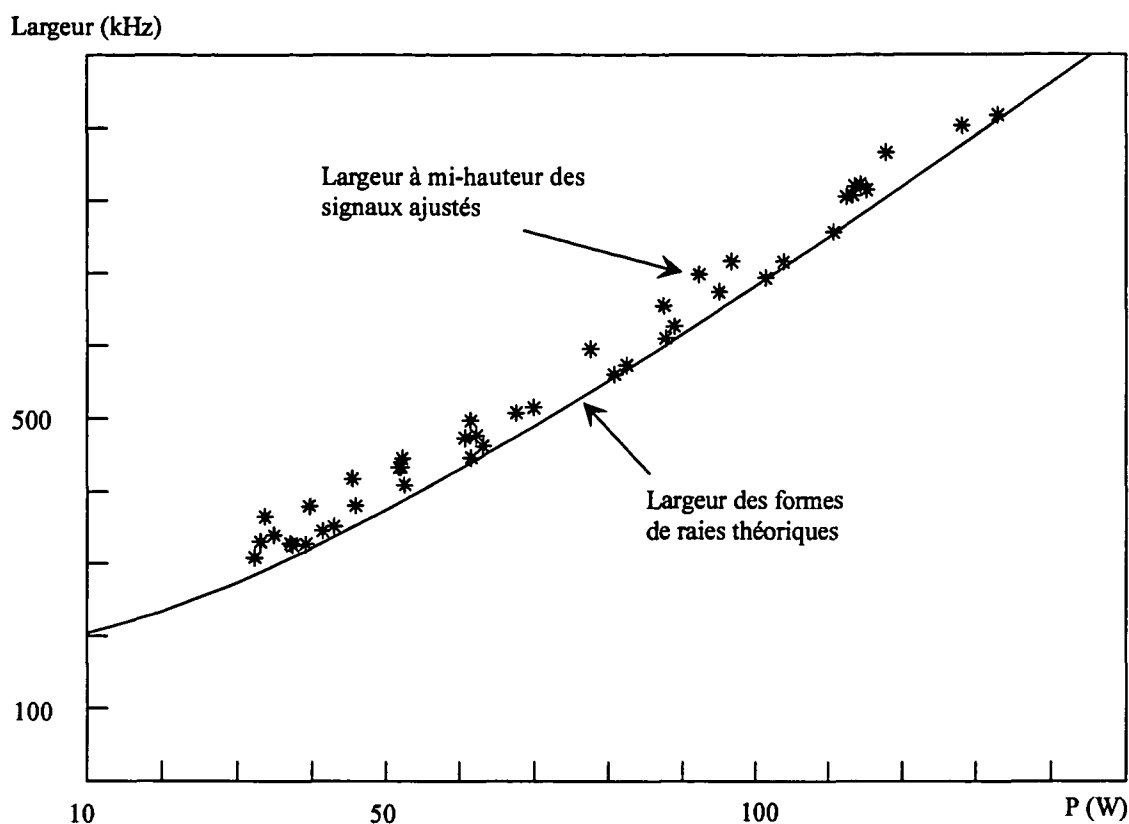


Fig. 62: Largeurs des signaux expérimentaux et largeurs des formes de raies théoriques en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (cas d'une transition $2S_{1/2} - 8S_{1/2}$ de l'hydrogène).

est beaucoup plus important que celui que nous avons estimé par un calcul d'ordre de grandeur dans le début de ce chapitre. La courbe 60 montre que l'élargissement vaut de 200 à 500 kHz suivant la puissance lumineuse au lieu des 145 kHz estimés. Cela montre qu'il est difficile de modéliser les formes de raie pour les transitions $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$, qui sont fortement saturées. Cette étude montre donc les imperfections de cette modélisation. Cependant, dans cette méthode de dépouillement, la puissance lumineuse est calculée à partir des déplacements lumineux, ce qui semble le meilleur critère.

5.3 Mesure des populations des niveaux hyperfins métastables

Pour l'ensemble de nos mesures que ce soit dans l'hydrogène ou le deutérium, nous partons du niveau métastable de F' le plus élevé car ils sont plus peuplés. Cependant comme expliqué au chapitre quatre, la population des niveaux ne correspond pas au poids statistique à cause des destructions de métastables dues au champ électrique parasite. Pour mesurer ces populations nous avons donc procédé de la manière suivante. Nous avons enregistré un certain nombre de mesures de la transition partant du niveau

métastable de F_{\min} , après la série de mesures partant de F_{\max} . Nous regardons ensuite la courbe $P(IT)$ pour les deux transitions, c'est-à-dire celle partant de F_{\min} et celle partant de F_{\max} . Si on admet que l'alignement du faisceau laser par rapport au jet n'a pas bougé entre les deux mesures qui sont faites successivement, cela signifie que les atomes voient la même puissance lumineuse pour un IT donné quelque soit la série de mesures. Si les populations des niveaux hyperfins sont proportionnelles aux poids statistiques des transitions, on devrait trouver pour les deux transitions, la même pente pour la courbe $P(IT)$. Dans la réalité, pour l'hydrogène, si on ajuste les signaux expérimentaux par des courbes calculées en considérant les poids statistiques, on trouve une pente de la droite $P(IT)$ de 0,19 pour la transition partant de $F = 0$ et 0,247 pour la transition partant de $F = 1$ comme le montre la figure 63. Cela veut dire que pour

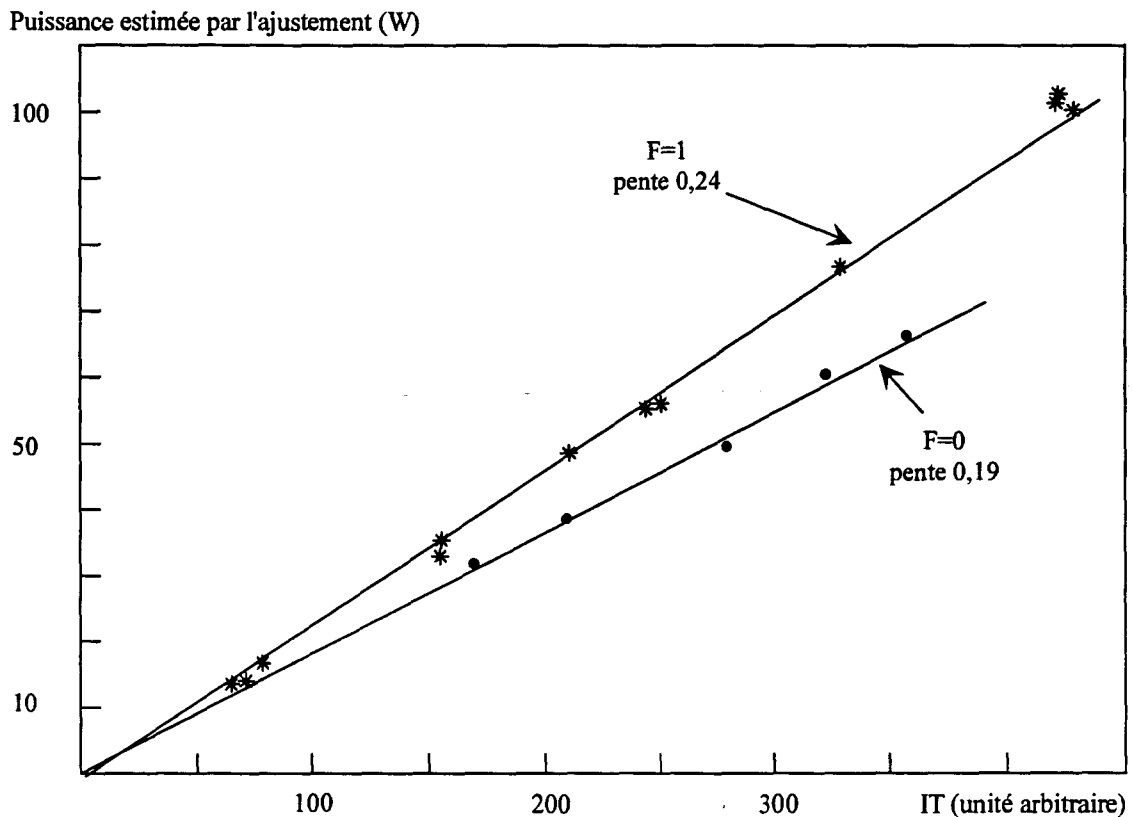


Fig. 63: Puissance estimée par les ajustements en fonction du signal de la photodiode de contrôle mesurant la transmission de la cavité optique de surtension (IT) pour les transitions $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène partant soit de $F = 0$ soit de $F = 1$.

$F = 1$, on a plus d'atomes que l'on ne croit. En modifiant progressivement le coefficient C_{shf} qui tient compte dans les formes de raie des populations hyperfines, nous avons fini par obtenir une pente fixe quelle que soit la transition pour la droite $P(IT)$. Cela donne alors les coefficients C_{shf} récapitulés dans le chapitre quatre (soit le rapport des populations 0,8/0,2 pour l'hydrogène au lieu de 0,75/0,25 si on considère les poids

statistiques). Nous avons refait la même démarche pour le deutérium, où l'effet est moindre.

5.4 Analyse de l'effet Stark

5.4.1 Détermination du champ électrique

Comme je l'ai expliqué précédemment, malgré tout le soin que l'on a pris pour construire le jet atomique, il subsiste un léger champ électrique résiduel que l'on ne connaît pas. Pour l'évaluer, nous avons excité une transition à deux-photons vers une valeur de n plus élevée. En effet plus le nombre quantique principal est grand, plus le niveau est sensible au champ électrique parasite. Dans la pratique, nous faisons en début de cycle de mesures et en fin, une journée d'enregistrements de la transition à deux-photons $2S - 15D$ à une puissance donnée de l'ordre de 40 W. On moyenne l'ensemble de ces enregistrements. Grâce au calcul mené au chapitre quatre, on peut connaître la forme de raie pour différents champs électriques. On ajuste ensuite le signal expérimental par cette courbe théorique dépendant du champ électrique (à la différence des ajustements habituels précédemment décrits, la courbe théorique est utilisée telle quelle sans convolution par une gaussienne). La figure 64 montre les ajustements d'un même signal expérimental pour différents champs électriques (2, 3, 4 mV/cm). Pour cet enregistrement, c'est l'ajustement avec un champ électrique compris entre 2 et 3 mV/cm qui semble le meilleur. En faisant ce dépouillement pour l'ensemble des signaux on trouve plutôt un champ électrique de 3 mV/cm. On vérifie que pour deux diamètres du premier diaphragme différents (4,4 et 3,6 mm), on retrouve la même valeur de champ électrique.

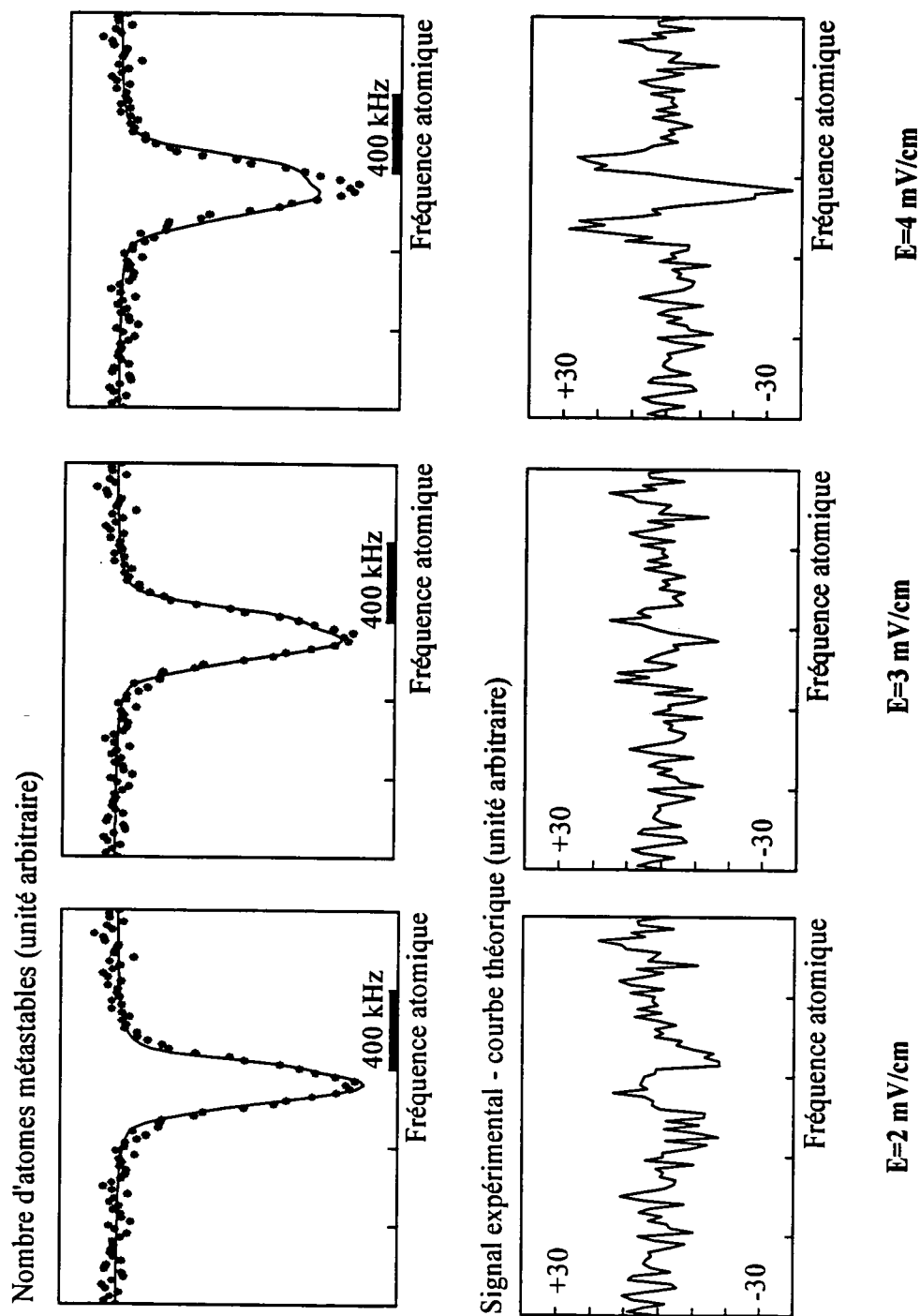


Fig. 64: Exemple d'ajustements d'un même signal expérimental (transition $2S_{1/2} - 15D_{5/2}$ de l'atome d'hydrogène) pour différents champs électriques.

5.4.2 Evaluation de l'effet Stark sur la position de la raie

Pour voir l'effet d'un tel champ sur la position de la raie de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène, nous avons simulé un signal "pseudo-expérimental" en faisant le calcul de la forme de raie pour cette transition avec un champ électrique de 3 mV/cm.

Le principe de la simulation est le suivant : nous calculons des courbes théoriques qui tiennent compte d'un effet particulier de l'expérience que nous voulons analyser (ici le champ électrique résiduel). En convoluant astucieusement par une gaussienne de largeur fixe, nous transformons ces formes de raies en des courbes "pseudo-expérimentales", qui miment en quelque sorte un signal expérimental. Nous plaçons ensuite ces courbes dans des fichiers expérimentaux en prenant une intensité lumineuse IT qui est $1/0,22 \times P$, P étant la puissance que l'on a imposée dans le calcul. On ajuste alors ces courbes par les courbes théoriques habituelles suivant le principe décrit ci-dessus. On regarde l'évolution de $pr0$ en fonction du paramètre qui nous intéresse. Cette méthode permet de nous affranchir des difficultés de l'expérience, car on contrôle parfaitement le paramètre que l'on cherche à analyser. Ces signaux ne comportent évidemment pas de bruit résiduel et la différence entre le signal expérimental et la courbe théorique ajustée est de l'ordre de 10^{-2} . Nous ajustons les signaux pseudo-expérimentaux obtenus pour quinze puissances différentes allant de 10 à 150 W.

La figure 65 montre la courbe donnant la différence $pr0$ (en présence de E) - $pr0$ (en l'absence de E) en fonction de la puissance. L'écart en fréquence est donné pour la fréquence de la transition à deux-photons. Dans un premier temps, nous avons tracé cette courbe pour un champ électrique de 3 mV/cm qui est le champ résiduel que l'on pense avoir dans notre jet d'après les ajustements théoriques des signaux de la transition vers le niveau $n = 15$. Comme le montre la figure 65, le déplacement de la position de la raie corrigée $pr0$ obtenu en présence d'un tel champ électrique est du même ordre que la précision du calcul soit d'au plus 500 Hz.

Pour tenter de voir un effet, nous avons refait la même simulation mais en calculant des courbes pseudo-expérimentales pour un champ électrique de 8 mV/cm de façon à amplifier l'effet dû au champ électrique afin de faire sortir l'effet de la barre d'erreur. Le déplacement est alors de quelques kHz comme le montre la courbe de la figure 65. Ce déplacement s'explique (cf chapitre précédent) par des effets de forme de raie dus entre autres à la saturation des signaux. Ce déplacement dépend effectivement de la puissance lumineuse, comme le montre la figure 65. Cette expérience confirme donc la nécessité de contrôler au mieux le champ électrique à l'intérieur de notre jet. Cependant, elle nous permet d'affirmer que dans le cadre de nos mesures où le champ électrique résiduel est de 3 mV/cm, l'effet dû aux champs électriques est négligeable au regard de la précision de la mesure. Cet effet est uniquement dû au mélange des niveaux $8D_{5/2}$ et $8F_{5/2}$. Les autres niveaux étant beaucoup plus éloignés comme le montre la figure 46 du chapitre cinq, ils ne contribuent pas à l'effet Stark linéaire. Cependant, il faut aussi tenir compte de l'effet Stark quadratique, dont les effets ont été analysés dans la référence [Nez 1993a]. Pour un champ électrique de 3 mV/cm, cet effet déplace

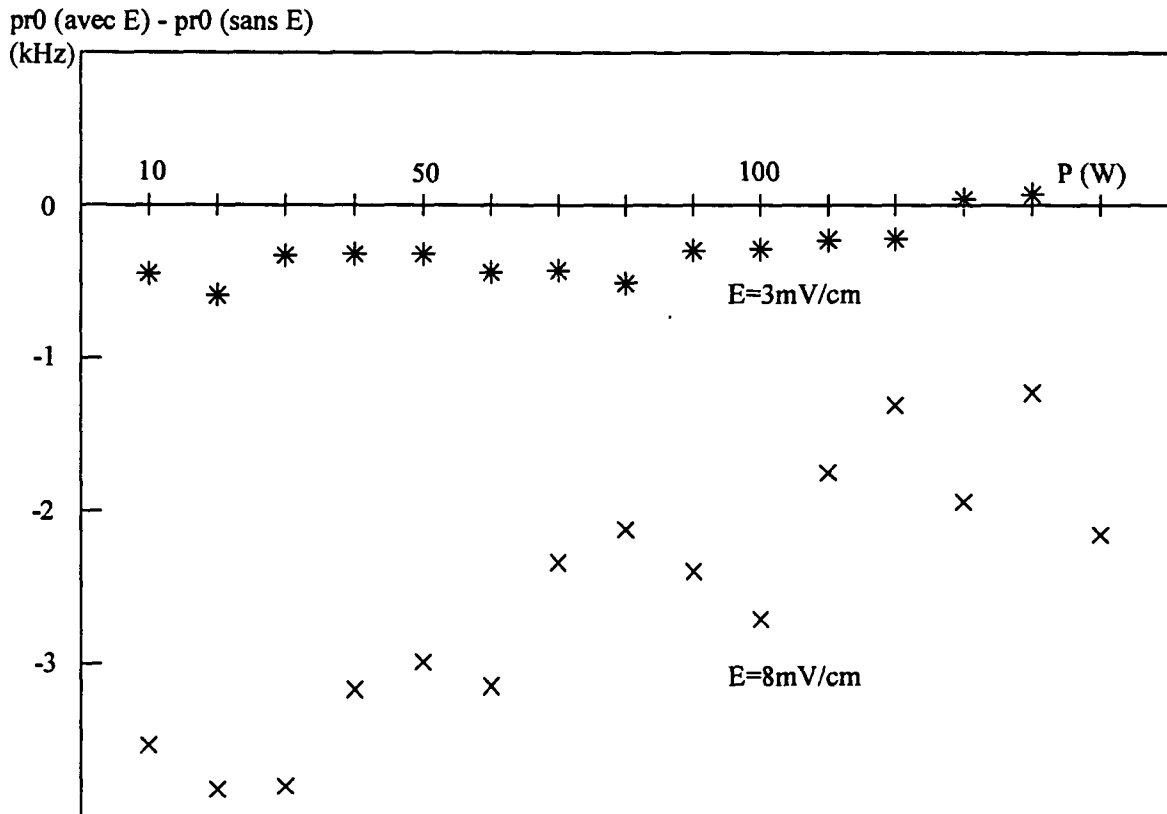


Fig. 65: Ecart sur les positions $pr0$ avec et sans champ électrique en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (cas d'une transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ dans l'hydrogène).

la raie de -480 Hz pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$, de -327 Hz pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{3/2}$ et de $+700$ Hz pour la transition $2S_{1/2} - 8S_{1/2}$.

En ce qui concerne l'élargissement dû à l'effet Stark linéaire, il suffit de comparer les formes de raie obtenues en présence et en l'absence de champ électrique pour les deux transitions étudiées. En faisant cela pour deux transitions et plusieurs champs électriques, on peut vérifier que les largeurs sont bien proportionnelles à n^2 , où n est le nombre quantique principal du niveau excité, et à E la valeur du champ électrique résiduel. Cet élargissement dû à l'effet Stark $\Delta\nu_S$ est de l'ordre de 140 kHz pour la transition $2S - 8D_{5/2}$ dans l'hydrogène et ne dépend pas de la puissance.

5.5 Etude d'un effet malconnu : le désalignement

5.5.1 Principe

L'alignement du faisceau laser par rapport au jet atomique est une des difficultés majeures de l'expérience. D'une part, cet alignement fluctue au cours du temps ;

d'autre part nous n'avons pas beaucoup de moyens pour s'assurer qu'il est effectivement bon ; le bon alignement correspond à l'obtention du signal le plus grand. L'idée de ce travail a donc été de simuler un certain nombre de cas de désalignements possibles de façon à voir l'effet sur la position de la raie et ainsi de pouvoir déterminer une borne supérieure à l'imprécision sur la mesure due à cet effet. Dans la réalité, nous avons étudié neuf cas représentés sur la figure 66 par des lettres allant de (a) à (i) que

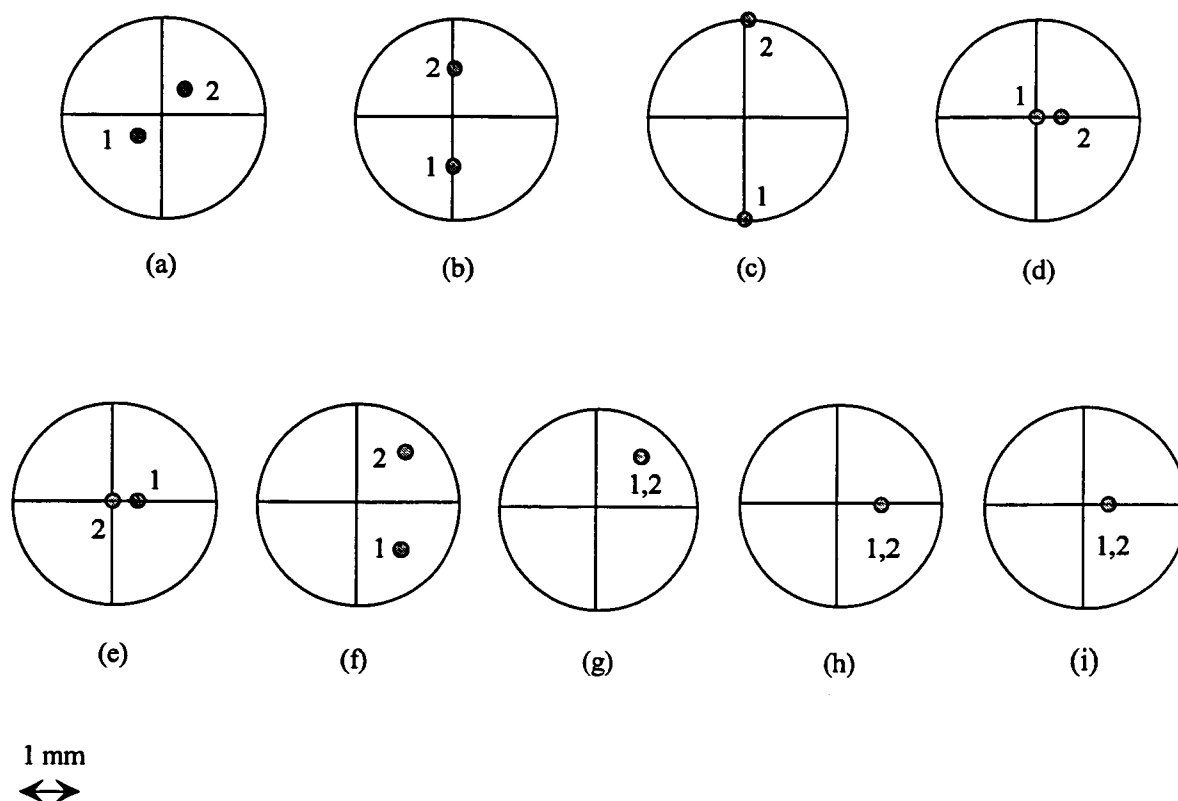


Fig. 66: Cas utilisés pour l'étude du désalignement du faisceau laser par rapport au jet atomique

nous comparons au dixième cas qui est bien sûr celui où le faisceau laser et le jet sont alignés. L'axe du faisceau laser est déterminé par la croix, les deux points représentent la position des centres des deux diaphragmes (pour rappel, cf figure 45 du chapitre 5). Les trois premiers cas représentent des situations où les trajectoires des atomes coupent l'axe du faisceau laser. Les deux cas suivants représentent des cas limites où l'un des diaphragmes est centré. On intervertit le rôle des diaphragmes pour voir si l'un des diaphragmes joue un rôle particulier. Les quatre derniers cas représentent des situations où les trajectoires sont hors d'axe.

La distance des centres des diaphragmes à l'axe du faisceau laser est un paramètre important comme nous le verrons par la suite. Nous l'avons prise au maximum égale à 2 mm ce qui est le cas (c). Dans la réalité un tel désalignement serait détectable dans l'expérience. On pense pouvoir contrôler la position du faisceau laser à 0,5 mm

près. Cependant, nous avons analysé des cas où l'écart était plus grand pour mieux comprendre l'effet.

Une fois les cas définis, nous avons fait le calcul des formes de raie comme expliqué au chapitre précédent, pour quatre puissances P_{in} différentes 10, 50, 100, 130 W et un diamètre effectif du premier diaphragme égal à 4,4 mm. Nous convoluons alors chacune des courbes par une gaussienne de largeur fixe. Ces formes de raie transformées en courbes pseudo-expérimentales sont ensuite ajustées par les courbes théoriques habituelles qui servent au dépouillement. Nous avons fait ceci pour les deux transitions de l'hydrogène ($2S_{1/2} - 8D_{5/2}, 8S_{1/2}$).

5.5.2 Résultats

Les courbes qui servent au dépouillement sont calculées pour un diamètre effectif de premier diaphragme donné. Nous avons ensuite fait varier ce diamètre de façon à rendre la pente de la droite $pr0(P)$ nulle. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous qui donne l'écart des positions extrapolées à puissance nulle par rapport à la valeur attendue, le diaphragme donnant la pente $pr0(P)$ nulle et la pente $P(IT)$:

cas	écart (kHz)	diaphragme (mm)	pente P/IT
a	-3,5	4,6	0,228
b	-2,3	4,8	0,240
c	-16,6	>6	>0,2
d	-2,8	4,6	0,221
e	-3,8	4,8	0,221
f	$\simeq -9$	>6	>0,2
g	$\simeq -10$	>6	>0,2
h	-5,2	5,4	0,222
i	-1,7	4,6	0,211

Certains cas comme le cas (c) sont tellement désalignés que nous n'arrivons pas toujours à l'ajuster (cela dépend du diaphragme et de la puissance). Nous avons donc exclu ce cas. Nous avons aussi trouvé que les diamètres effectifs qui permettaient une pente nulle différaient suivant le cas de désalignement. Pour les cas très désalignés, c'est-à-dire le cas (c) et les cas excentrés, on trouve plutôt un diaphragme supérieur à 5 mm tandis que pour les autres, la pente est nulle pour un diaphragme de diamètre effectif compris entre 4,4 et 4,8 mm. On admet qu'on contrôle la position du faisceau laser par rapport au jet à mieux que le millimètre et par conséquent, on exclut les cas (c), (f), et (g).

A chaque fois, nous vérifions que nous retrouvons à peu de choses près une pente pour la droite $P(IT)$ égale à 0,22. Cependant, le signal le plus grand est obtenu quand il y a un léger désalignement (cas (b)). On remarque que le diaphragme qui correspond à une extrapolation à puissance nulle donne une pente pour la droite $P(IT)$ presque toujours légèrement supérieur à 0,22. Cela veut dire qu'avec notre modèle, nous avons tendance à légèrement surestimer la puissance lumineuse vue par les atomes. L'écart

maximum est obtenu pour le cas (e). On remarque que les deux diaphragmes ne jouent pas tout à fait le même rôle. L'effet est plus important quand c'est le premier diaphragme qui est décentré. Ceci s'explique par le fait que c'est lui dont on fait varier la taille. Or son diamètre étant plus petit, lorsqu'on le décentre, on change notablement la répartition des trajectoires atomiques prises en compte.

Pour les courbes expérimentales, nous trouvons toujours un diaphragme de diamètre inférieur à 5 mm. Nous avons donc éliminé les cas (g) et (h) qui ne semblent pas plausibles. Nous faisons ensuite la moyenne des autres désalignements et obtenons un décalage moyen de -2,35 kHz pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ (la moyenne tient compte du cas aligné).

Pour la transition $2S_{1/2} - 8S_{1/2}$, l'effet de désalignement est du même ordre de grandeur. Au regard des résultats obtenus pour le $8D_{5/2}$, nous ne nous sommes intéressés qu'à un nombre limité de cas qui sont analysés dans le tableau suivant :

cas	écart (kHz)	diaphragme (mm)	penne P/IT
a	-2,3	4,4	0,220
b	-2,2	4,4	0,22
d	$\simeq -1$	4,6	0,22
e	$\simeq -3,8$	5	$>0,22$

On obtient alors un décalage moyen de l'ordre de 1,85 kHz.

Ces simulations sur le désalignement donnent peut-être une des explications des limites de notre modèle d'ajustement des courbes expérimentales qui n'en tient pas compte. On voit en effet, que la puissance lumineuse déterminée par l'ajustement est assez sensible au désalignement.

5.6 Effet de l'intégrale sur la vitesse

Tous les tests que j'ai décrits jusqu'ici, ont été faits en prenant dans le calcul des formes de raie, la vitesse moyenne des atomes. Nous avons commencé le dépouillement de nos signaux expérimentaux à l'aide de ces formes de raie. Nous avons alors obtenu les résultats suivants sur la position de la raie corrigée pour les différentes transitions (les fréquences sont données en fréquence laser, qui est la moitié de la fréquence atomique) :

	transition	ν_0 (MHz)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,558 80
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 324 729,993 69
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 324 653,123 48
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 429 619,588 27
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 429 591,014 05
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 429 513,894 90
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,560 89

Si on corrige de l'effet Doppler du second ordre, selon la méthode décrite dans le chapitre trois, on obtient :

	transition	$pr0_{v_{moy}}$ (MHz)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,594 10
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 324 730,028 99
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 324 653,158 78
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 429 619,603 12
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 429 591,028 90
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 429 513,909 75
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,596 19

Par la suite, nous avons ajouté l'intégrale sur la vitesse. Soit $cmh_{v_{moy}}$, le centre à mi-hauteur de la forme de raie calculée avec une vitesse moyenne, et $larg_{v_{moy}}$ sa largeur à mi-hauteur. Soit $cmh_{distrib}$, le centre à mi-hauteur de la forme de raie calculée en intégrant sur les vitesses, et $larg_{distrib}$ sa largeur à mi-hauteur. Si on regarde uniquement la position des centres à mi-hauteur des formes de raie calculées en tenant compte de la distribution de vitesse, on obtient pour la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène la courbe 67 donnant l'écart ($cmh_{v_{moy}} - cmh_{distrib}$) en fonction de la puissance P vue par

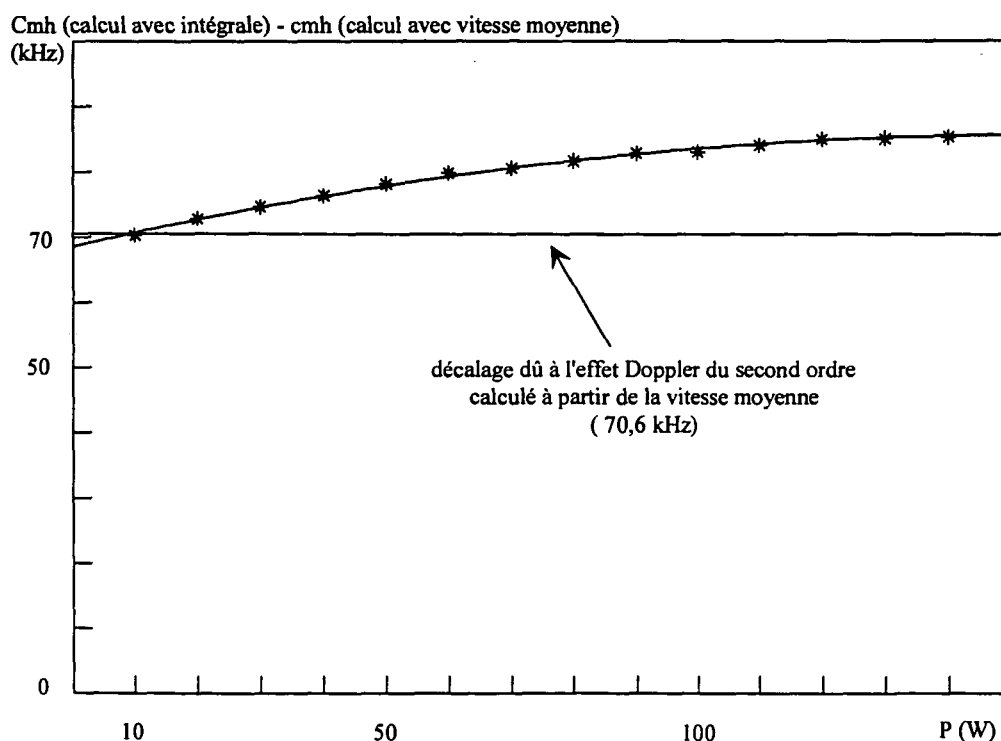


Fig. 67: Ecart entre les centres à mi-hauteur des formes de raie calculées avec intégrale et ceux des formes de raie calculées avec la vitesse moyenne en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (cas de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'atome d'hydrogène).

les atomes. Sur la figure 67, j'ai aussi tracé la position du décalage dû à l'effet Doppler du second ordre que j'ai décrit dans le chapitre trois. La différence des deux courbes montre que l'on retrouve à peu de choses près le décalage de l'effet Doppler du second ordre avec un léger effet à forte puissance dû à la saturation des signaux. Par contre, en ajustant les signaux expérimentaux à partir de ces nouvelles courbes théoriques, on obtient les résultats suivants :

	transition	$pr0_{distri}$ (MHz)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,596 33
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 324 730,030 26
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 324 653,159 17
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 429 619,603 71
	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 429 591,030 01
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 429 513,910 40
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,599 13

soit un écart à la valeur du dépouillement initial :

	transition	$pr0_{vmoy} - pr0_{distri}$ (kHz)
hydrogène	$2S - 8D_{5/2}$	+2,23
	$2S - 8D_{3/2}$	+1,27
	$2S - 8S_{1/2}$	+0,39
deutérium	$2S - 8D_{5/2}$	+0,59
	$2S - 8D_{3/2}$	+1,11
	$2S - 8S_{1/2}$	+0,65
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	+2,94

Nous avons alors tracé la courbe donnant la différence des extrapolations à puissance nulle avec et sans intégrale sur la vitesse en fonction de la puissance P , pour la première série de mesures de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène. On obtient la figure 68. On observe à forte puissance un effet légèrement différent de celui visible sur la figure 67. Pour comprendre cet effet, nous avons aussi tracé la courbe 69 donnant la différence $larg_{distri} - larg_{vmoy}$ en fonction de la puissance P vue par les atomes.

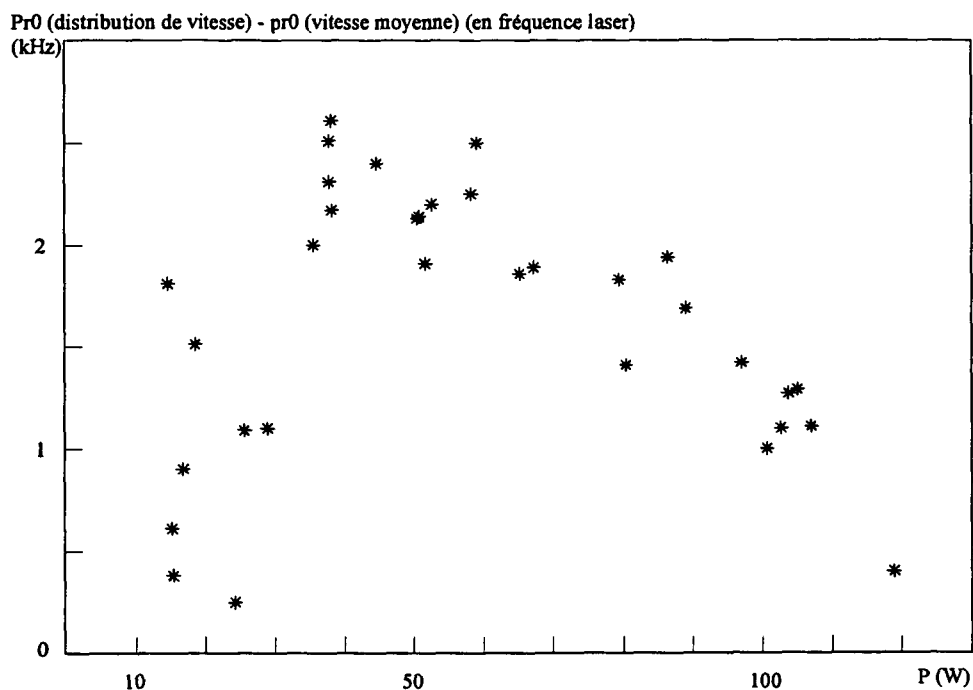


Fig. 68: Différence des extrapolations à puissance nulle avec et sans intégrale sur la vitesse en fonction de la puissance P pour la première série de mesures de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène.

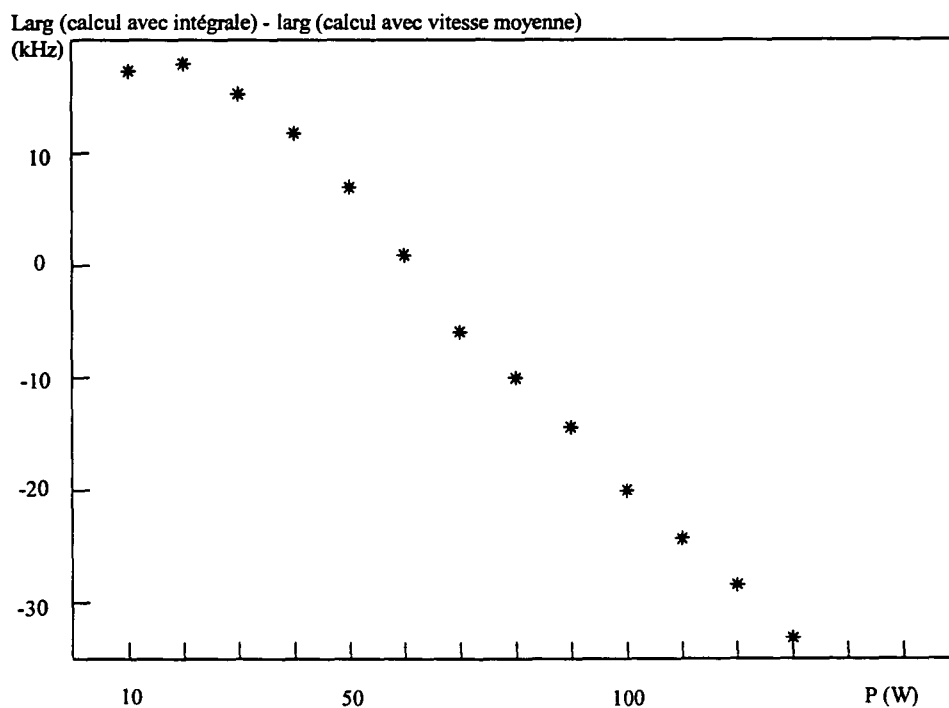


Fig. 69: Ecart entre les largeurs des formes de raie calculées avec intégrale sur les vitesses et celles des formes de raie calculées avec la vitesse moyenne en fonction de la puissance P estimée par l'ajustement (transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ de l'hydrogène).

On voit alors un effet surprenant : lorsque la puissance augmente, le fait de tenir compte de la distribution de vitesses affine la raie. Pour être sûrs de ne pas nous être trompés dans le calcul, nous avons fait une vérification supplémentaire en calculant deux courbes à 150 W pour une vitesse moyenne de 2,637 km/s et 5,662 km/s, ce qui correspond aux deux valeurs de la vitesse à mi-hauteur de la distribution de vitesse pour l'hydrogène. En calculant la moyenne des largeurs, on trouve 2195 kHz, alors que la largeur de la moyenne des deux formes de raie vaut 2179 kHz. Cet affinement s'explique par la compétitivité de deux effets antagonistes. Lorsqu'on tient compte de la distribution de vitesse, on favorise les vitesses élevées. Il y a donc moins de trajectoires saturées. Par contre, il y a un élargissement dû à l'effet Doppler du second ordre. On voit qu'à partir de 50 W, c'est le premier effet qui prend le dessus et globalement l'élargissement diminue pour les fortes puissances. A partir de 70 W, on obtient même une largeur plus étroite, en tenant compte de la distribution de la vitesse, qu'en prenant la vitesse moyenne comme le montre la figure 69. On remarque donc qu'en incluant l'intégrale sur les vitesses, on modifie la largeur des courbes en fonction de la puissance lumineuse. Par conséquent, l'ajustement ne donne pas la même position corrigée. Enfin pour mieux définir la puissance lumineuse vue par les atomes, nous avons étudié l'effet de la moyenne de la puissance sur l'ajustement.

5.7 Effet de la moyenne sur la puissance

5.7.1 Effet de l'interpolation quadratique

Etant donné le temps de calcul nécessaire pour obtenir les formes de raies théoriques, on a choisi de calculer ces courbes théoriques pour quinze puissances variant de 10 W à 150 W. Lorsqu'on ajuste les signaux expérimentaux à l'aide de ces courbes théoriques, la courbe théorique pour une puissance quelconque est obtenue par interpolation linéaire à partir de deux des courbes précédentes. Cette méthode qui a le mérite de la simplicité, fausse un peu la valeur de la puissance calculée par l'ajustement, car le signal ne varie pas linéairement avec la puissance ; la position de la raie obtenue se trouve donc aussi faussée. Pour remédier à cela, nous avons modifié le programme d'ajustements des courbes pour utiliser une interpolation quadratique. Nous avons vérifié, que la précision sur la position du signal résultant de cette interpolation était meilleure que 500 Hz, en calculant le signal théorique pour une puissance intermédiaire de 15 W. Une fois ces vérifications faites, l'ensemble des mesures dans l'hydrogène a été dépouillé avec cette méthode. Voici les résultats obtenus en fréquence ainsi que l'écart

par rapport aux résultats obtenus avec l'interpolation linéaire habituelle :

transitions	fréquences (MHz)	écart (kHz)
$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,599 11	+2,78
$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	385 324 730,032 33	+2,07
$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	385 324 653,160 59	+1,42
$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	385 324 758,600 43	+1,3

Cette nouvelle méthode augmente donc la fréquence mesurée de façon non négligeable. La correction correspondante sur la position $pr0$ de la raie est plus importante à faible puissance qu'à forte puissance. C'est pourquoi on ne s'était pas aperçu du problème auparavant. En effet, les mesures précédentes, en particulier en 1992 et 1993, n'étaient pas faites pour des puissances faibles ($P < 25$ W) ni pour des puissances fortes ($P > 100$ W). L'effet était donc beaucoup moins perceptible.

5.7.2 Effet de la moyenne sur la puissance à proprement dit

Nos enregistrements durent vingt minutes. Or pendant ces vingt minutes, la cavité placée autour du jet se salit et l'intensité lumineuse vue par les atomes fluctue. Jusqu'à présent nous faisons la moyenne des dix passages sur la raie atomique et dépouillons le signal moyen obtenu. Dans la mesure où nous cherchions à mieux pointer les formes de raies, nous avons décidé d'affiner l'ajustement en tenant compte des fluctuations de la puissance dans la cavité. Pour cela, on regarde l'intensité moyenne IT ainsi que l'écart type σ_{IT} de cette valeur, obtenue expérimentalement à partir de l'enregistrement du signal de la photodiode placée derrière la cavité du jet. Soit δ , l'élargissement parasite, ν la fréquence et P la puissance. Pour ajuster les signaux expérimentaux, on construit un tableau de données à partir des courbes théoriques : $F_{théo}(\nu; P, \delta)$. Jusqu'à présent c'est ce tableau qui était utilisé pour ajuster tous les signaux expérimentaux. Ici, pour chaque couple (ν, δ) , on construit de la même façon que ci-dessus la courbe $F_{théo}(\nu, \delta, P)$ et on la convolue par une gaussienne centrée autour de la puissance P d'écart type $\sigma_{IT}P/IT$. On obtient ainsi pour chaque signal à ajuster un tableau de données théoriques particulier qui tient compte des fluctuations de l'intensité lumineuse. On utilise ensuite la méthode habituelle d'ajustement précédemment décrite en utilisant bien sûr l'interpolation quadratique. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant ainsi que l'écart avec les fréquences obtenues avec l'ancienne méthode

d'interpolation linéaire, qui ne tenait pas compte des fluctuations de puissance :

	transitions	fréquences (MHz)	écart (kHz)
	$2S - 8D_{5/2}$	385 324 758,598 72	+2,39
hydrogène	$2S - 8D_{3/2}$	385 324 730,032 17	+1,91
	$2S - 8S_{1/2}$	385 324 653,160 35	+1,18
	$2S - 8D_{5/2}$	385 429 619,605 38	+1,67
deutérium	$2S - 8D_{3/2}$	385 429 591,031 43	+1,42
	$2S - 8S_{1/2}$	385 429 513,911 36	+0,96
hydrogène	$2S - 8D_{5/2}$	385 324 758,599 71	+0,58

On voit que l'effet de moyennage est relativement faible et qu'il tend à s'opposer à l'effet obtenu en remplaçant seulement l'interpolation linéaire par une interpolation parabolique. On peut remarquer que l'écart sur la première série de $8D_{5/2}$ dans l'hydrogène est nettement plus important que celui sur la dernière série. Cela est dû au nombre restreint d'enregistrements à faibles puissances effectués dans la dernière série, alors que les effets pris en compte ici sont spécialement importants pour les faibles puissances. Si on trace la courbe donnant la différence des positions des fréquences absolues avec et sans effet dû à la puissance (interpolation quadratique et moyennage sur la puissance), on obtient la figure 70. On voit que l'effet étudié est très important à faible puissance à cause de la nature quadratique de l'interpolation. Ce sont ces données qui constituent la base des résultats que nous utiliserons dans le chapitre suivant pour déterminer la constante de Rydberg et la valeur du déplacement de Lamb du niveau métastable dans le deutérium.

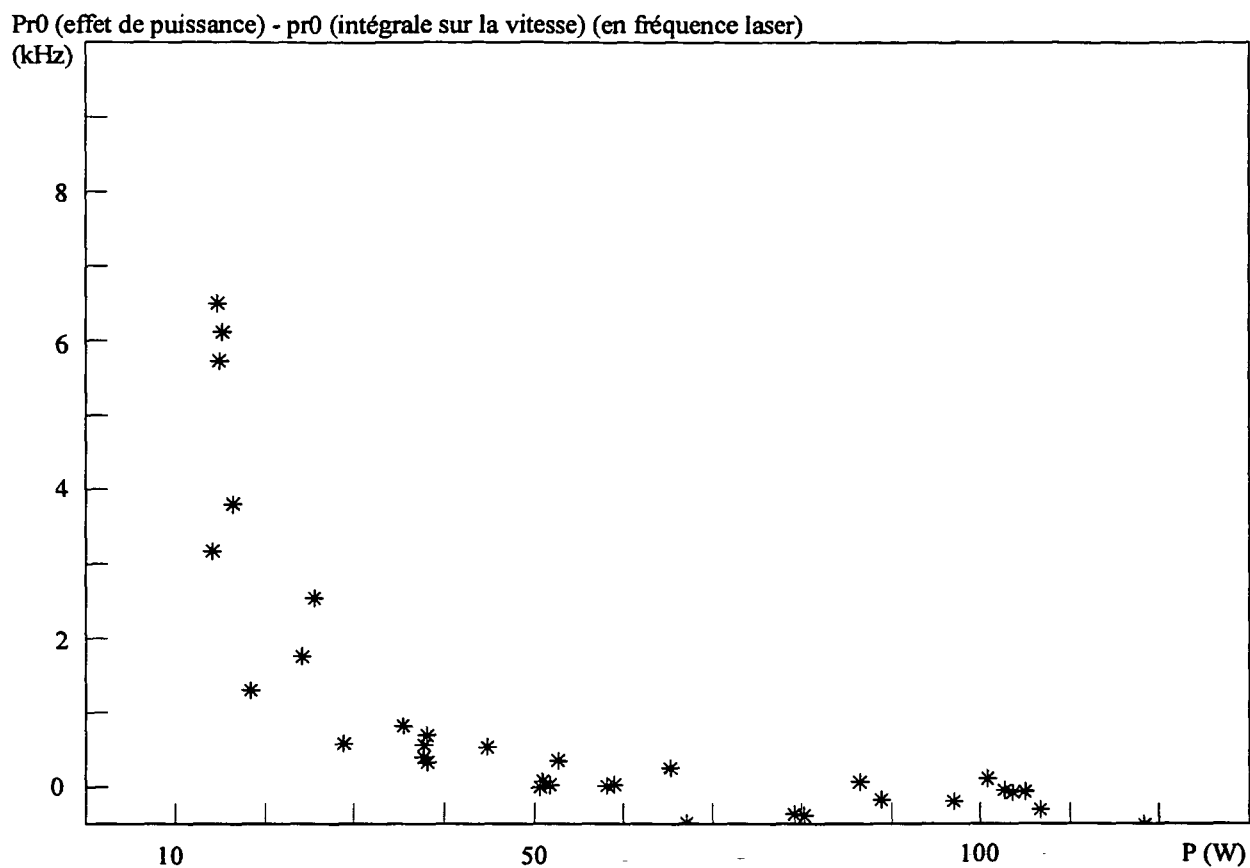


Fig. 70: Différence des positions des fréquences absolues avec et sans effet dû à la puissance (interpolation quadratique et moyennage sur la puissance)

“ The experimental scientist does not regard statistics as an excuse for doing bad experiments.”

Hogben

6 ANALYSE DES RESULTATS

Ce chapitre est consacré aux résultats de la mesure, ainsi qu'aux incertitudes. Dans une première partie, je développe la méthode utilisée pour déterminer l'incertitude sur la position absolue de la transition que nous étudions. Je donne ensuite les fréquences absolues mesurées des différentes transitions dans l'hydrogène et dans le deutérium. Dans une seconde partie, une analyse des résultats est faite de façon à déterminer la valeur de la constante de Rydberg ainsi que le déplacement isotopique et le déplacement de Lamb du niveau 2S du deutérium. Enfin je fais une comparaison de nos mesures avec les mesures précédentes. Dans une dernière partie, je développe les perspectives de ce travail.

6.1 Valeur des fréquences mesurées

6.1.1 Détermination des incertitudes

6.1.1.1 Forme bilinéaire quadratique ; incertitude

L'ajustement des courbes expérimentales se fait comme je l'ai expliqué dans le chapitre précédent en ajustant la courbe expérimentale par une courbe théorique avec quatre paramètres variables. Pour cela, on utilise la méthode des moindres carrés et on cherche à minimiser la fonction :

$$S = \sum_{i=1}^{101} [F_{\text{exp}}(\nu_i) - F_{\text{théo}}(\nu_i; a, b, c, d)]^2 \quad (6.1)$$

où ν_i est la fréquence du laser d'excitation (chaque signal expérimental est constitué de 101 mesures), F_{exp} le signal expérimental, et $F_{\text{théo}}(\nu_i; a, b, c, d)$ la courbe théorique à ajuster. Cette courbe est fonction de quatre variables, qui sont les quatre paramètres habituels d'ajustement : la position de la raie corrigée de tous les effets qui la déplacent, la puissance lumineuse vue par les atomes, le nombre de métastables hors résonance, l'élargissement gaussien. Cette minimisation est faite à l'aide du logiciel ASYST que nous utilisons pour l'acquisition et le dépouillement des données.

A la fin d'un ajustement, nous connaissons les valeurs optimales a_0 , b_0 , c_0 , et d_0 , des paramètres d'ajustement et la valeur S_0 du minimum de la fonction S . Pour déterminer

les incertitudes sur les paramètres a_0 , b_0 , c_0 , et d_0 , il faut étudier les variations de la fonction S au voisinage de S_0 . En fait, on ne sait traiter ce problème que dans le cas d'un système d'équations linéaires par rapport aux paramètres. Dans ce cas, la fonction S s'écrit :

$$S = \sum_i (\alpha_i a + \beta_i b + \gamma_i c + \delta_i d - m_i)^2 \quad (6.2)$$

Dans cette expression, on suppose que les incertitudes sur les coefficients α_i, β_i, \dots sont nulles. Par contre, il y a une incertitude sur la quantité mesurée m_i qui dans notre cas est la différence $F_{\text{exp}}(\nu_i) - F_{\text{théo}}(\nu_i; a_0, b_0, c_0, d_0)$. Au voisinage du minimum, on a :

$$S = S_0 + \begin{bmatrix} \Delta a & \Delta b & \Delta c & \Delta d \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} \Delta a \\ \Delta b \\ \Delta c \\ \Delta d \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

où A est une matrice 4×4 qui s'exprime facilement en fonction des coefficients $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$, et $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \Delta d$, sont les écarts aux minima. Dans le cas d'un système linéaire, les paramètres a_0, b_0, c_0 , et d_0 , s'écrivent de manière linéaire en fonction des mesures m_i ; par exemple, on peut écrire :

$$a_0 = \sum_i c_i m_i \quad (6.4)$$

où les coefficients c_i sont fonctions des $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$. Pour déterminer l'incertitude, on suppose alors que toutes les mesures ont la même incertitude σ qui est déterminée *a posteriori* grâce à la dispersion des mesures. On pose :

$$(\delta m_i)^2 = \frac{S_0}{N-4} = \sigma^2 \quad (6.5)$$

où N est le nombre de mesures effectuées.

En supposant que les mesures sont statistiquement indépendantes, on trouve alors l'incertitude sur a par exemple égale à :

$$\Delta a^2 = \sum_i c_i^2 \sigma^2 \quad (6.6)$$

Cette incertitude s'exprime simplement à partir de la matrice A . Si $B = A^{-1}$, on obtient alors :

$$\Delta a = \sqrt{B_{11} \frac{S_0}{N-4}} \quad (6.7)$$

On peut montrer que cela revient à couper un paraboloïde représenté par l'équation 6.3 par un plan de cote S tel que :

$$\Delta S = S - S_0 = \frac{S_0}{N-4} \quad (6.8)$$

C'est ce que montre la figure 71. Dans la pratique, on détermine numériquement la

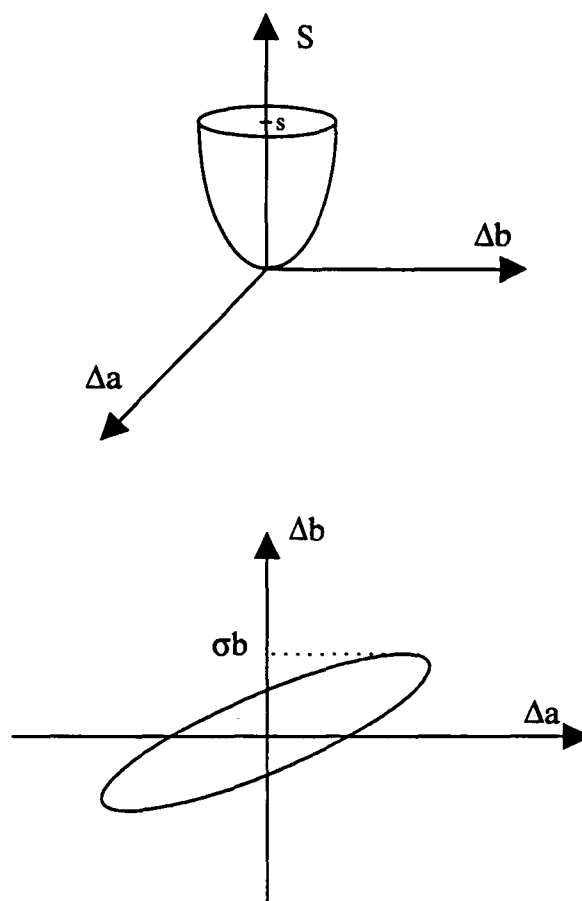


Fig. 71: Schéma du parabolioïde.

matrice A ; on peut ainsi calculer les incertitudes de chaque ajustement.

6.1.1.2 Droite des moindres carrés ; loi du χ^2 , loi de Student

Une fois que nous avons ajusté l'ensemble de nos courbes expérimentales, nous déterminons la position absolue de chaque raie à partir de l'extrapolation à puissance nulle. Pour cela, comme expliqué au chapitre précédent, nous traçons la droite des moindres carrés des extrapolations pour chacune des séries. Pour déterminer l'incertitude de cette détermination, nous utilisons le calcul fait au paragraphe précédent. On n'a alors plus que deux paramètres a et b , qui sont la pente et l'ordonnée à l'origine, pour un ensemble de données de N points (x_i, y_i) . Les x_i jouent le rôle des α_i . Les y_i sont les quantités mesurées avec une incertitude σ_i . Il faut donc pondérer chaque

point par $1/\sigma_i^2$. La fonction S s'identifie alors à une loi du χ^2 à $N-2$ degrés de liberté et s'écrit :

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - ax_i - b)^2}{\sigma_i^2} \quad (6.9)$$

On cherche à minimiser la somme des écarts à la droite, et on trouve la pente et l'ordonnée à l'origine (a_0, b_0) tels que :

$$a_0 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (6.10)$$

$$b_0 = \frac{\overline{yx^2} - (\bar{xy})\bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (6.11)$$

où les moyennes sont pondérées. Je rappelle qu'on a :

$$\bar{y} = \frac{\sum_i \frac{y_i}{\sigma_i^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (6.12)$$

Comme précédemment, b s'exprime simplement en fonction des mesures y_i et vaut :

$$b_0 = \sum_i c_i y_i \quad (6.13)$$

équation analogue à 6.4. Nous avons alors deux méthodes de calcul de l'incertitude.

- Si on fait confiance aux incertitudes σ_i obtenues sur la mesure, on peut déterminer l'incertitude *a priori* σ_b sur b , qui vaut :

$$\sigma_b^2 = \sum_i c_i^2 \sigma_i^2 \quad (6.14)$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\bar{x}^2}{\overline{x^2}}}} \quad (6.15)$$

Cette incertitude est indépendante de la dispersion des points par rapport à la droite des moindres carrés.

- On peut aussi estimer l'incertitude sur les mesures y_i à partir de cette dispersion des points par rapport à la droite comme ce que nous avons fait au premier paragraphe. On obtient alors ce que nous appellerons l'incertitude *a posteriori* et qui vaut :

$$\sigma_b = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\bar{x}^2}{\overline{x^2}}}} \sqrt{\frac{\chi_0^2}{N-2}} \quad (6.16)$$

Dans le cas où le nombre de mesures est inférieur à 30, ce qui n'est pas le cas pour la détermination de la fréquence absolue de chacune des transitions mais le sera pour la détermination de la constante de Rydberg elle-même, il est intéressant d'utiliser la

loi de Student qui permet de donner un intervalle de confiance à la détermination de la valeur lorsque le nombre de mesures est petit. Dans ce cas, il faut multiplier σ_b par t qui est obtenu par la loi de Student $A(t/N)$. Dans le cas où l'on veut un intervalle de confiance à 1σ , on a $A(t/N) = 0,6828$, N étant le nombre de mesures ; t est donné par le tableau suivant :

N	t
2	1,837
3	1,321
4	1,197
5	1,142
6	1,110

Pour les grandes valeurs de N , la loi de Student tend vers la loi normale réduite et t vaut de l'ordre de 1.

Dans les calculs d'incertitude, nous prendrons toujours entre les incertitudes *a priori* et *a posteriori*, l'incertitude la plus grande. A présent que j'ai défini clairement notre méthode de calcul d'erreur, je vais pouvoir exposer les résultats que nous avons obtenus.

6.1.2 Résultats des extrapolations

Pour déterminer la fréquence absolue des transitions que nous étudions, nous utilisons la courbe d'extrapolation à puissance nulle décrite dans le chapitre quatre. La fréquence que nous obtenons grâce à cette courbe est définie comme suit.

L'ajustement des courbes expérimentales donne la position de la raie corrigée de tous les effets qui la déplacent (principalement le déplacement lumineux, l'effet Doppler du second ordre, la structure hyperfine du niveau excité). Cette position ν (*signal/FPR*) est donnée par rapport à un pic du Fabry-Perot FPR, considéré dans le dépouillement comme fixe. On détermine ensuite la position du pic de Fabry-Perot par rapport à la raie du rubidium sur lequel est asservi le laser étalon. Par exemple, dans le cas du niveau $8D_{5/2}$ dans l'hydrogène, on a la relation suivante donnée en fréquence laser (soit la moitié de la fréquence atomique) et en MHz :

$$\nu(2S_{1/2} - 8D_{5/2}) = \nu_{Rb} - 160 + 3 \times 13000 + 701 + 75 + 242 - \nu(\text{signal/FPR}) \quad (6.17)$$

Pour établir cette équation pour l'ensemble des transitions, nous nous reportons aux figures 39 et 40 du chapitre trois.

ν_{Rb} est la fréquence de la raie du rubidium dans les conditions de fonctionnement, c'est-à-dire avec le déplacement lumineux. Elle est déterminée en mesurant à chaque fois l'intensité lumineuse vue par la photodiode placée derrière la cavité qui entoure la cellule de rubidium et en faisant la correction correspondante sur la fréquence du rubidium, qui a été mesurée précédemment pour une puissance donnée. Pour une tension de photodiode de 609 mV, ce qui fait environ 18 mW intra cavité, on a la fréquence de

notre étalon qui vaut :

$$\nu_{Rb} = 385\,285\,142\,370\,520 \text{ Hz}$$

La seconde correction que nous faisons sur la fréquence, est due à notre référence absolue de fréquence. En effet tous les compteurs, ainsi que tous les synthétiseurs, sont synchronisés sur un quartz à 10 MHz. Il importe donc de regarder les dérives de fréquences de cette référence. Pour cela, on envoie celle-ci par l'intermédiaire d'une porteuse optique dans la fibre (cf figure 72), et on compte sa fréquence sur des fréquen-

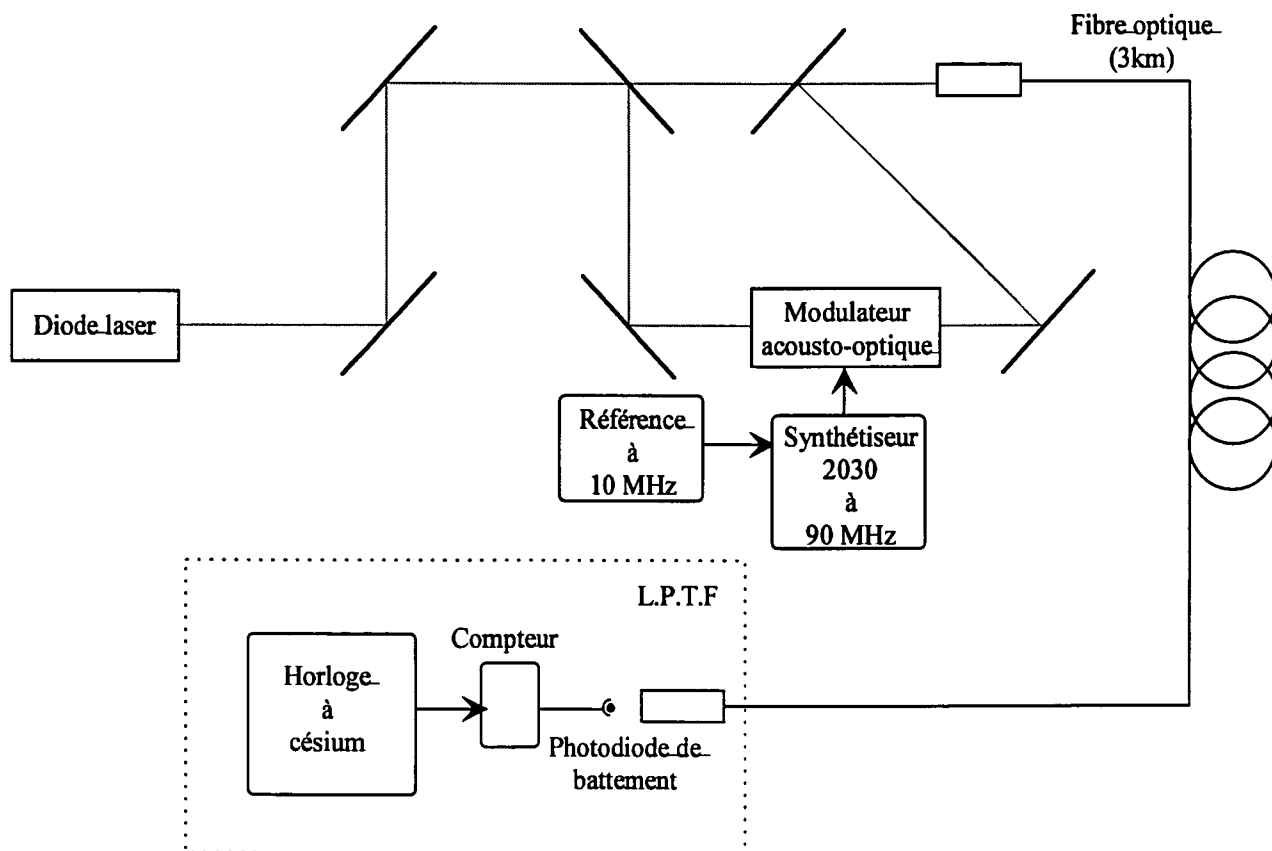


Fig. 72: Dispositif utilisé pour mesurer la fréquence du quartz.

ces du L.P.T.F., qui sont synchronisés sur un maser à hydrogène. Nous faisons cela régulièrement, de façon à corriger de cette dérive, les différentes fréquences de battement que nous enregistrons. C'est le comptage de l'hyperfréquence qui induit la plus forte correction. Pour la première série de mesures par exemple, on fait une correction sur la fréquence laser des transitions de 1369 Hz. Cette correction restera toujours de cet ordre de grandeur avec de légères fluctuations comprises dans ± 300 Hz.

Une fois l'ensemble de ces corrections faites, on obtient le tableau suivant donnant la fréquence de la transition atomique (soit deux fois la fréquence que j'ai donnée à la fin du chapitre cinq) pour les sept séries de mesures, ainsi que les incertitudes a

posteriori et *a priori*. En fait lorsque l'on augmente le nombre de points utilisés pour les extrapolations, l'incertitude *a priori* décroît plus vite que l'incertitude *a posteriori*. Pour chaque extrapolation, nous avons fait suffisamment d'enregistrements pour que l'incertitude *a posteriori* soit la plus grande. Dans la pratique, on garde cette incertitude là (soit la plus élevée) :

	transitions	fréquences (MHz)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 517,197 4 (58) (35)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 649 460,064 3 (66) (50)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 649 306,320 7 (75) (70)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 859 239,210 8 (32) (28)
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 859 182,062 9 (38) (36)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 859 027,822 7 (52) (38)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 517,199 1 (54) (46)

(6.18)

6.1.3 Comparaison des différentes mesures

Dans un premier temps on fait la correction de structure hyperfine des niveaux S (44,3892 MHz pour le niveau $2S_{1/2}$ dans l'hydrogène, 13,6415 MHz dans le deutérium, -0,6936 MHz pour le niveau $8S_{1/2}$ dans l'hydrogène, et -0,2131 MHz dans le deutérium). On obtient alors le tableau suivant :

	transitions	fréquences (MHz)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 561,586 6 (58)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 649 504,453 5 (66)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 649 350,016 3 (75)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 859 252,852 3 (32)
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 859 195,704 4 (38)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 859 041,251 1 (52)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 561,588 3 (54)

Puis nous cherchons à ramener l'ensemble des fréquences à celle de la transition $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$, dans l'hydrogène et le deutérium. Pour cela, nous intercomparons les valeurs expérimentales des différentes transitions en utilisant la valeur théorique de la structure fine et les déplacements de Lamb du niveau excité. Dans la pratique, nous faisons le calcul théorique des fréquences de l'ensemble des transitions en tenant compte des récents calculs des termes d'ordres supérieurs développés dans les références [Sapirstein 1990] et [Pachucki 1996]. En utilisant comme distribution de charges du proton $r_p = 0,862$ fm [Simon 1980] et du deuteron $r_d = 2,115$ fm [Weitz 1995], on a comme valeur

des déplacements de Lamb des niveaux excités :

	hydrogène (MHz)	deutérium (MHz)
$L_{8D_{5/2}}$	0,0714 (2)	0,0715 (2)
$L_{8D_{3/2}}$	-0,0607 (2)	-0,0607 (2)
$L_{8S_{1/2}}$	16,5008(3)	16,5223(3)

On obtient alors l'écart théorique au niveau $8D_{5/2}$, qui tient compte de la structure fine et des déplacements de Lamb et qui vaut :

	hydrogène (MHz)	deutérium (MHz)
$8D_{3/2}$	57,1291	57,1448
$8S_{1/2}$	211,5621	211,6027

En ajoutant cette correction aux fréquences du tableau 6.18, on déduit la fréquence ramenée à la transition vers le niveau $8D_{5/2}$. Les valeurs suivantes sont obtenues :

	transitions	fréquences (MHz)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 561,5866 (58)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 649 561,5826 (66)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 649 561,5784 (75)
	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 859 252,8523 (32)
deutérium	$2S_{1/2} - 8D_{3/2}$	770 859 252,8492 (38)
	$2S_{1/2} - 8S_{1/2}$	770 859 252,8538 (52)
hydrogène	$2S_{1/2} - 8D_{5/2}$	770 649 561,5883 (54)

Ces valeurs sont en bon accord entre elles que ce soit dans l'hydrogène ou le deutérium. On calcule alors la moyenne pondérée de la transition considérée ainsi que les incertitudes *a priori* et *a posteriori*. On obtient :

	fréquence $2S_{1/2} - 8D_{5/2}$ (MHz)	a priori	a posteriori
hydrogène	770 649 561,5849	3,09 kHz	2,49 kHz
deutérium	770 859 252,8515	2,22 kHz	1,63 kHz

L'incertitude que nous avons considérée jusque là est uniquement statistique. Dans la réalité, il faut tenir compte d'un certain nombre d'erreurs systématiques qui sont : l'incertitude sur le laser étalon (2 kHz), celle de la détermination de la distribution de vitesse (1 kHz), celle due aux imperfections du modèle théorique (3 kHz). Cette dernière prend en compte l'effet Stark ainsi que l'effet du désalignement du faisceau laser par rapport au jet. En tenant compte de l'ensemble de ces incertitudes, on obtient

le résultat final sur les fréquences mesurées qui est :

	fréquence $2S - 8D_{5/2}$ (MHz)	incert. totale	incert. relative
hydrogène	770 649 561,5849	4,9 kHz	$6,4 \times 10^{-12}$
deutérium	770 859 252,8515	4,4 kHz	$5,7 \times 10^{-12}$

La valeur dans l'hydrogène est à comparer avec celle trouvée en 1993 qui était :

$$770\,649\,561,567\ (10)\ \text{MHz.}$$

L'écart entre la valeur de 1993 et celle de 1996 trouve son explication dans un certain nombre de modifications des méthodes de dépouillement.

- Les logarithmes de Bethe utilisés pour calculer le déplacement de Lamb des niveaux excités n'étaient pas les plus précis.

- Pour la mesure de 1993, une légère erreur de calcul faite dans l'évaluation de l'effet Doppler du second ordre sous-estimait la fréquence mesurée de 2 kHz.

- D'autre part comme expliqué au chapitre précédent, différentes modifications du dépouillement et du calcul de formes de raie ont été faites (principalement l'intégrale sur la vitesse et l'interpolation quadratique de la puissance lumineuse vue par les atomes).

- Enfin, la mesure de 1993 a été faite par comparaison avec le laser He-Ne stabilisé sur l'iode. De fait la valeur utilisée en 1993 pour la fréquence du laser He-Ne stabilisé sur l'iode était probablement trop petite. En effet, juste après la mesure de 93, une première mesure de la transition à deux photons dans le rubidium avait été faite en utilisant le même schéma de fréquence dans notre laboratoire. Cette mesure est inférieure de 4,4 kHz à celle faite au L.P.T.F. en 1996 [Touahri 1996a]. Comme la reproductibilité de notre laser étalon à 778 nm est de l'ordre du kHz, on peut en déduire que la valeur de la fréquence du laser He-Ne stabilisé sur l'iode utilisée en 1993 était aussi trop petite de 4,4 kHz. Il faut donc probablement augmenter le résultat de la mesure de 1993 de 8,8 kHz.

L'ensemble de ces corrections justifie amplement l'écart entre les deux mesures faites en 1993 et 1996. Cette liste qui semble longue à première vue reflète assez bien la complexité de ce genre de mesure et la nécessité de les multiplier de façon à recouper les résultats.

6.2 Analyse des résultats

6.2.1 Détermination de la constante de Rydberg dans l'hydrogène

Dans l'hydrogène, diverses mesures du déplacement de Lamb du niveau métastable ont été faites dans le domaine micro-onde [Lundeen 1981], [Hagley 1994] ou par spectroscopie optique [Bourzeix 1996]. Cette dernière méthode qui a été développée dans notre groupe tire parti de la loi en $1/n^3$ du déplacement de Lamb [Karshenboïm 1996].

De l'ensemble des mesures de cet effet on peut déduire la valeur moyenne qui vaut :

$$L_{2S-2P} = 1057,8400 (56) \text{ MHz}$$

Ce déplacement, que l'on appelle par abus de langage déplacement de Lamb du niveau métastable, est en fait la différence entre le déplacement de Lamb du niveau 2S et celui du niveau 2P. Pour connaître celui du niveau 2S, nous utilisons ces valeurs expérimentales et la valeur théorique du déplacement de Lamb du niveau 2P qui vaut :

$$L_{2P} = -12,8356 (20) \text{ MHz}$$

Nous connaissons donc la valeur du déplacement de Lamb des deux niveaux de la transition $2S - 8D_{5/2}$, dont nous avons mesuré expérimentalement la fréquence. De l'ensemble de ces données, nous allons pouvoir déduire la constante de Rydberg. Dans la pratique nous rentrons l'ensemble des données numériques entre autres la constante de structure fine qui vaut :

$$\alpha^{-1} = 137,035\,989\,5 (61)$$

d'après le CODATA de 1986 et le rapport de la masse du proton sur la masse de l'électron qui vaut d'après la dernière mesure faite par l'équipe de Van Dyck [Farnham 1995] :

$$m_p/m_e = 1836,152\,666\,5 (40)$$

Nous ajustons alors la valeur de la fréquence théorique de la transition calculée sur la valeur expérimentale en utilisant la constante de Rydberg comme paramètre. Cette détermination est uniquement faite à partir des résultats obtenus pour l'hydrogène et le résultat est :

$$R_\infty = 109\,737,315\,685\,6 (11) \text{ cm}^{-1}$$

Soit une incertitude relative de 10^{-11} .

Cette incertitude tient compte de l'incertitude sur la fréquence mesurée ($6,4 \times 10^{-12}$), de celle des déplacements de Lamb des niveaux considérés ($7,7 \times 10^{-12}$) et de l'incertitude sur le rapport de la masse du proton sur celle de l'électron ($1,3 \times 10^{-12}$) qui est donnée dans la référence [Farnham 1995].

6.2.2 Analyse des résultats concernant le déplacement isotopique

Grâce aux mesures que nous avons effectuées, nous pouvons déduire une mesure du déplacement isotopique pour la transition $2S - 8D_{5/2}$, qui vaut :

$$\Delta\nu_{D-H} (2S - 8D_{5/2}) = 209\,691,266\,5 (50) \text{ MHz}$$

Pour déterminer l'incertitude sur le déplacement isotopique, il faut tenir compte du fait que les incertitudes sur les mesures dans l'hydrogène et le deutérium sont corrélées. Par exemple, dans l'incertitude sur la fréquence de l'étalon, il ne faut prendre en considération que la répétabilité au jour à jour qui vaut 1 kHz pour chacune des mesures. De même, on peut estimer que l'incertitude due à l'effet Doppler du second ordre vaut 1 kHz et celle due au modèle théorique 3 kHz. Sachant que les incertitudes statistiques sur la mesure sont respectivement 3,09 kHz pour l'hydrogène et 2,22 kHz sur le deutérium, on obtient une incertitude totale sur le déplacement isotopique de 5 kHz. Cette mesure est en très bon accord avec la mesure interférométrique faite en 1989 dans notre équipe [Garreau 1990] qui valait :

$$\Delta\nu_{D-H} (2S - 8D_{5/2}) = 209\,691,281 (39) \text{ MHz}$$

De ce déplacement isotopique on peut tirer plusieurs renseignements. Le premier est une mesure du déplacement de Lamb du niveau métastable du deutérium. En effet, grâce à la constante de Rydberg déterminée à l'aide des mesures faites dans l'hydrogène, on peut calculer les termes $E_{nJ}^{\mu} (Dirac)$ et $E_n (recul)$ en unité de fréquence dans l'hydrogène et le deutérium avec une grande précision ; on obtient les valeurs suivantes :

	$E_{nJ}^{\mu} (Dirac) + E_n (recul) \text{ (MHz)}$
hydrogène	770 650 606,5180
deutérium	770 860 299,1752

En combinant correctement les résultats précédents ainsi que la différence des déplacements de Lamb théoriques des niveaux excités, on obtient la valeur des différences des déplacements de Lamb expérimentaux du niveau $2S$:

$$\begin{aligned} [L_{2S}(H) - L_{2S}(D)]_{\text{exp}} &= \Delta\nu_{D-H} (2S - 8D_{5/2}) & (6.19) \\ &+ [E_{nJ}^{\mu} (Dirac) + E_n (recul)]_H - [E_{nJ}^{\mu} (Dirac) + E_n (recul)]_D \\ &- [L_{8D}(D) - L_{8D}(H)] \\ &= -1,3908 (50) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Comme on connaît le déplacement de Lamb du niveau $2S$ dans l'hydrogène très précisément qui vaut :

$$L_{2S}(H) = 1045,0044 (60) \text{ MHz}$$

on peut en déduire une valeur du déplacement de Lamb du niveau $2S$ dans le deutérium, qui vaut :

$$L_{2S}(D) = 1046,3952 (78) \text{ MHz}$$

Ce qui donne le déplacement de Lamb de l'état métastable :

$$L_{2S-2P}(D) = 1059,230 (9) \text{ MHz}$$

sachant que le déplacement de Lamb théorique du niveau $2P_{1/2}$ dans le deutérium vaut $-12,8349(20)$ MHz. Ce résultat est le plus précis à l'heure actuelle et est en bon accord avec la mesure faite dans le domaine micro-onde par les auteurs de la référence [Cosens 1968] en 1968 :

$$L_{2S-2P} = 1059,240 (100) \text{ MHz}$$

Par contre, elle est en désaccord avec la valeur théorique calculée à partir de la distribution de charge du deutéron $r_d = 2,115$ fm donnée dans la référence [Weitz 1995] qui donne :

$$L_{2S-2P} = 1059,210 (7) \text{ MHz}$$

Nous pouvons donc aussi nous placer d'un autre point de vue et chercher à déterminer la distribution de charge du deutéron à partir des données expérimentales et théoriques que nous avons. En effet, on peut calculer la contribution de la différence des déplacements de Lamb du niveau $2S$ sans tenir compte du volume du noyau. On obtient alors une valeur théorique précise :

$$[L_{2S}(D) - L_{2S}(H)]_{\text{horsV.N.}} = 0,6416 (10) \text{ MHz} \quad (6.20)$$

En utilisant le résultat obtenu dans l'expression 6.19 et dans 6.20, on peut en déduire la contribution due au volume du noyau dans la différence des déplacements de Lamb expérimentaux, on a :

$$\begin{aligned} [L_{2S}(D) - L_{2S}(H)]_{\text{V.N.}} &= [L_{2S}(D) - L_{2S}(H)]_{\text{exp}} - [L_{2S}(D) - L_{2S}(H)]_{\text{horsV.N.}} \\ &= 0,7492 (51) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Or cette contribution est proportionnelle à la différence des carrés des distributions de charge du deutéron et du proton ; on obtient donc :

$$r_d^2 - r_p^2 = 3,827 (26) \text{ fm}^2$$

Ce résultat est en bon accord avec le résultat $(3,822 (16) \text{ fm}^2)$ obtenu par le groupe de Hänsch en utilisant le déplacement isotopique de la transition $1S - 2S$ [Weitz 1995].

En prenant comme distribution de charge du proton $r_p = 0,862 (12)$ fm, on obtient une nouvelle valeur de la distribution de charge du deutéron qui vaut :

$$r_d = 2,138 (6) \text{ fm}$$

6.2.3 Détermination de R_∞ dans le deutérium

Si on veut déterminer la constante de Rydberg à partir des mesures que nous avons effectuées dans le deutérium, il faut connaître très précisément la valeur du déplacement de Lamb du niveau métastable. Or la mesure la plus précise que nous avons (à part la nôtre) de ce déplacement date de 1968 [Cosens 1968]. De plus, on ne peut pas utiliser de valeur théorique pour ce déplacement, car chaque année la valeur évolue suivant les termes d'ordres supérieurs qui sont ajoutés dans le calcul. Ceci est aussi vrai pour le calcul des effets dus au volume du noyau. Or tous ces termes rajoutés varient en $1/n^3$. En calculant la combinaison linéaire $L_{1S} - 8L_{2S}$, on élimine ces termes et on obtient une valeur très précise calculée par Karshenboïm [Karshenboïm 1996] qui vaut :

$$L_{1S} - 8L_{2S} = -187,126 \text{ (5) MHz}$$

On peut alors utiliser conjointement les résultats obtenus dans cette expérience et ceux obtenus dans le groupe de Hänsch sur la transition $1S - 2S$ dans le deutérium [Schmidt-Kaler 1993], [Andreae 1992]. On a en appelant D la contribution due à l'équation de Dirac et R la contribution due au recul du noyau :

$$E(1S - 2S) = D_{12} + R_{12} + L_{2S} - L_{1S} \quad (6.21)$$

$$E(2S - 8D) = D_{28} + R_{28} + L_{8D} - L_{2S}$$

d'où :

$$7E(2S - 8D) - E(1S - 2S) = 7(D_{28} + R_{28}) - D_{12} - R_{12} \quad (6.22)$$

$$+7L_{8D} + L_{1S} - 8L_{2S}$$

En utilisant la valeur de L_{8D} théorique, on peut alors déduire de la combinaison des fréquences des deux transitions mesurées dans le deutérium, une valeur du rapport $R_\infty/(1 + m_e/m_d)$. En prenant la valeur de Audi [Audi 1993] pour le rapport de la masse du deutéron sur celle du proton qui est :

$$m_d/m_p = 1,999\,007\,501\,3(14)$$

on obtient une nouvelle mesure de la constante de Rydberg dans le deutérium, qui vaut :

$$R_\infty = 109\,737,315\,687\,1 \text{ (22) cm}^{-1}$$

Cette valeur est en très bon accord avec la valeur obtenue dans l'hydrogène.

6.2.4 Valeur du rapport m_p/m_e

Si maintenant on utilise la même combinaison dans l'hydrogène, en injectant la valeur de la constante de Rydberg qu'on vient de déterminer, on peut en déduire une nouvelle valeur du rapport m_p/m_e de la masse du proton sur celle de l'électron. On obtient :

$$m_p/m_e = 1836,152\ 68\ (10)$$

Cette valeur est en bon accord avec la valeur la plus précise mesurée par le groupe de Van Dyck [Farnham 1995], qui vaut :

$$m_p/m_e = 1836,152\ 666\ 5\ (40)$$

La figure 73 présente les différentes mesures du rapport de la masse du proton sur

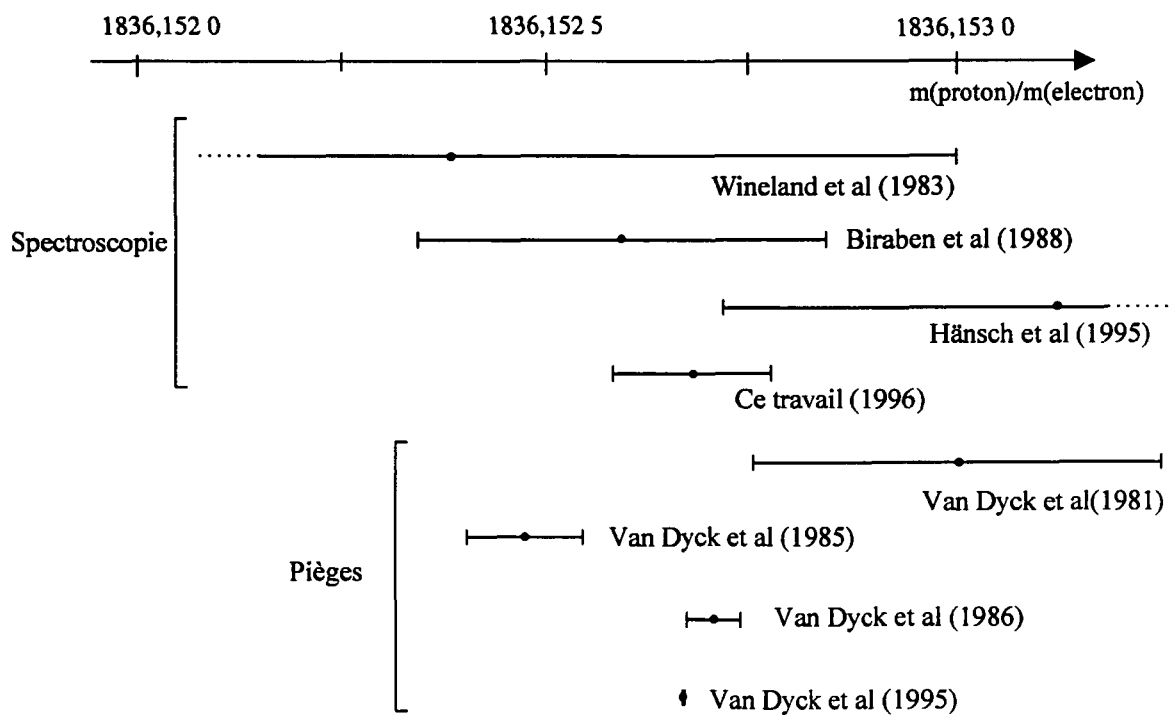


Fig. 73: Comparaison des différentes mesures de m_p/m_e depuis 1981.

celle de l'électron depuis 1981. Les mesures effectuées par le groupe de Van Dyck sont réalisées dans des pièges. Les autres valeurs sont déduites de mesures de fréquence.

6.2.5 Détermination de R_∞ à l'aide des mesures dans l'hydrogène et dans le deutérium ; comparaison avec les autres mesures

Les mesures faites dans l'hydrogène et dans le deutérium sont presque statistiquement indépendantes. Les incertitudes communes aux deux mesures sont celles dues à notre laser étalon et partiellement, celles dues à l'estimation de l'effet Doppler du second ordre et aux calculs des formes de raies théoriques. La valeur moyenne des mesures obtenues dans l'hydrogène et dans le deutérium donne :

$$R_\infty = 109\,737,315\,685\,9 \text{ (10) cm}^{-1}$$

Ce résultat obtenu avec une incertitude relative de 9×10^{-12} est aujourd'hui la détermination de la constante de Rydberg la plus précise. Cette mesure est dans un accord acceptable avec notre mesure de 1993

$$R_\infty = 109\,737,315\,683\,4 \text{ (24) cm}^{-1}$$

et en bon accord avec la mesure obtenue par l'équipe de T.W. Hänsch [Weitz 1995]

$$R_\infty = 109\,737,315\,684\,9 \text{ (30) cm}^{-1}$$

L'écart entre les mesures de 1993 et 1996 est principalement dû aux différences sur les mesures des fréquences (cf paragraphe 6.1.3) mais il est aussi dû au fait qu'on tient compte des nouvelles mesures faites depuis 1993. En effet en 1995, une nouvelle mesure du rapport de la masse de l'électron sur la masse du proton a été faite par le groupe de Van Dyck. Or en 1993 c'était une des principales limites à la précision de la mesure. De plus la valeur que nous utilisons pour le déplacement de Lamb du niveau métastable de l'hydrogène tient compte de deux nouvelles mesures supplémentaires : la nôtre [Bourzeix 1993] et celle de E. Hagley [Hagley 1994].

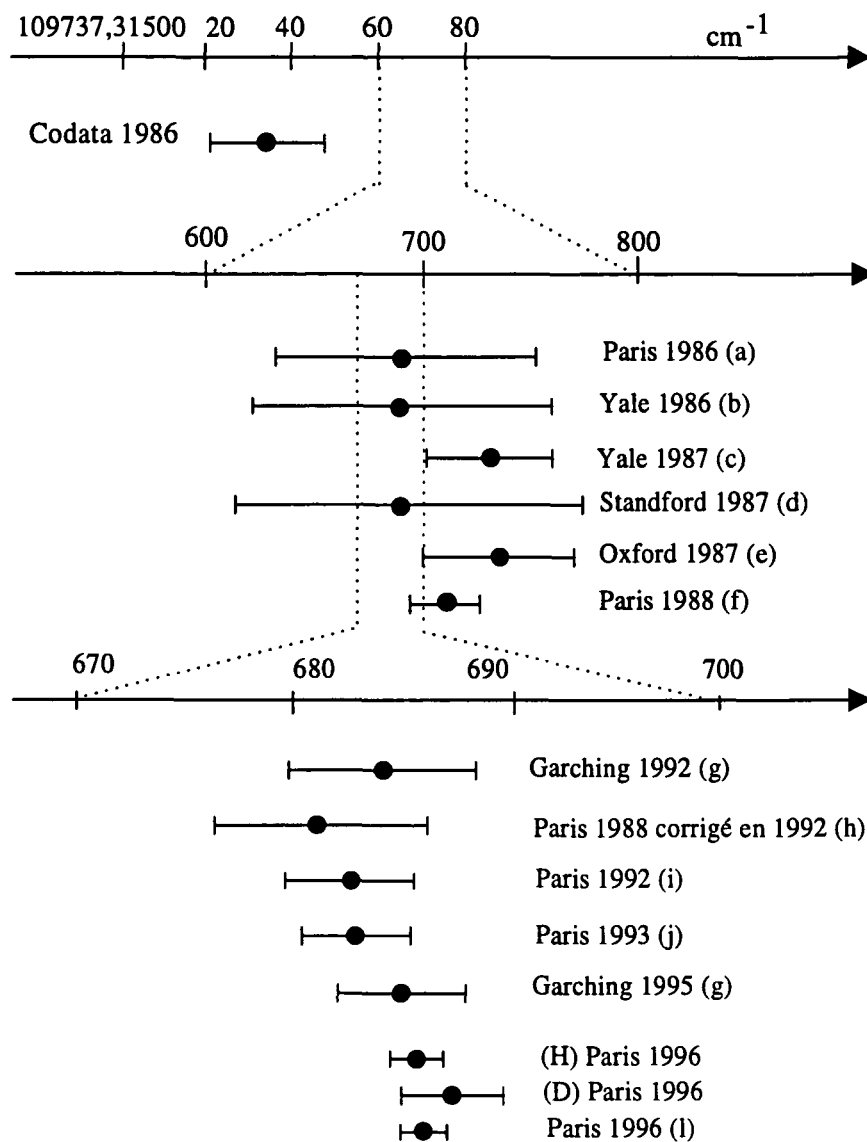


Fig. 74: Comparaison des différentes mesures de la constante de Rydberg depuis 1986. L'écart entre les mesures antérieures à 1992, et celles postérieures à 1992 est dû à la correction de -137 kHz du laser $\text{He} - \text{Ne}/\text{I}_2$.

La figure 74 montre les différentes mesures de la constante de Rydberg depuis le dernier ajustement des constantes fondamentales de 1986. Les valeurs sont rassemblées dans le tableau suivant :

mesure	transition utilisée	$(R_\infty - 109\,737)$ cm
codata 1986	-	0,315 34 (13)
a	$2S - 8D$ et $2S - 10D$	0,315 69 (6)
b	$2S - 3P$	0,315 69 (7)
c	$2S - 4P$	0,315 73 (3)
d	$1S - 2S$	0,315 69 (8)
e	$1S - 2S$	0,315 735 (35)
f	$2S - 8D, 2S - 10D, 2S - 12D$	0,315 709 (18)
g	$1S - 2S$ et $2S - 4D$	0,315 684 1 (42)
h	$2S - 8D, 2S - 10D, 2S - 12D$	0,315 681 (5)
i	$2S - 8S/D$	0,315 683 0 (31)
j	$2S - 8S/D$	0,315 683 4 (24)
k	$1S - 2S$ et $2S - 4D$	0,315 684 9 (30)
l	$2S - 8S/D$	0,315 685 9 (10)

6.3 Perspectives

L'ensemble de ce chapitre montre l'intérêt de faire des combinaisons linéaires de fréquences de transitions atomiques de façon à éliminer les termes du déplacement de Lamb difficiles à déterminer. On voit que grâce à la précision que nous atteignons aujourd'hui dans nos mesures, nos résultats testent les calculs théoriques. Pour cette raison, nous allons dans un avenir très proche déterminer la constante de Rydberg en mesurant la transition $2S - 12S/D$ dans l'hydrogène et dans le deutérium. D'une part cela permettra de tester, avec une plus grande précision, la dépendance en $1/r$ du potentiel coulombien. D'autre part la largeur de raie de cette transition étant plus fine, on devrait pouvoir gagner encore en précision. Enfin cette transition présente l'avantage supplémentaire de pouvoir être comparée à notre étalon de fréquence à 778 nm à l'aide d'un schéma de fréquence (cf figure 75) relativement simple qui réalise les deux équations suivantes :

$$\nu(2S - 12S/D)_{750\text{ nm}} + \nu(DLint)_{809\text{ nm}} \approx 2\nu(DL/Rb)_{778\text{ nm}} \quad (6.23)$$

$$\nu(2S - 12S/D)_{750\text{ nm}} - \nu(DLint)_{809\text{ nm}} \approx \nu(CO_2/OsO_4)_{10\text{ }\mu\text{m}} \quad (6.24)$$

Il utilise deux lasers étalons qui sont la diode laser stabilisée sur la transition à deux photons du rubidium et un laser à CO_2 stabilisé sur une raie de la molécule OsO_4 . Le schéma se sert de la fibre optique de façon à utiliser au mieux les potentiels des deux laboratoires (le nôtre et le L.P.T.F.). La diode laser à 809 nm sert comme re-

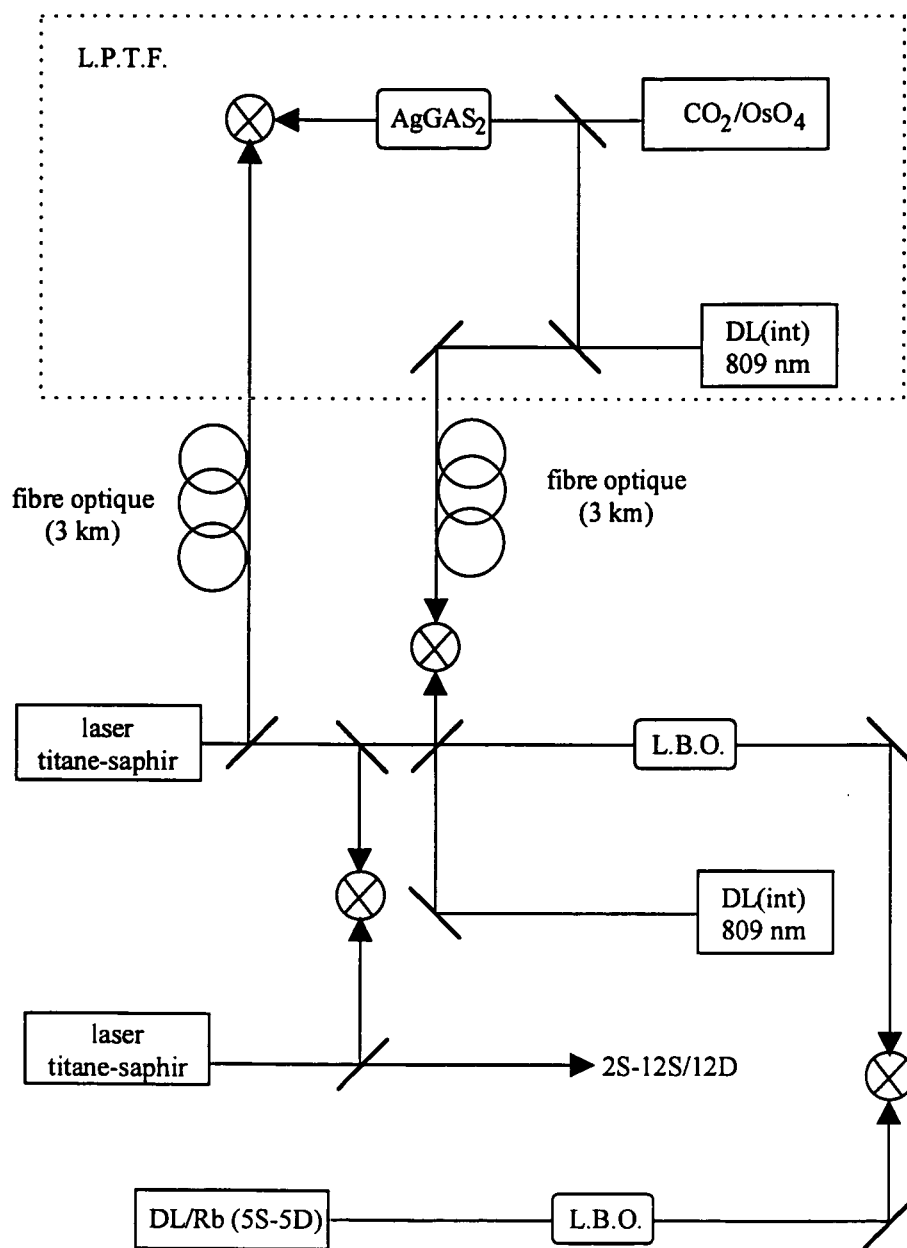


Fig. 75: Schéma de mesure pour la transition 2S-12S/12D.

lais intermédiaire de fréquence. En additionnant les deux équations 6.23 et 6.24, on exprime facilement la fréquence de la transition que nous cherchons à mesurer en fonction des fréquences des étalons de fréquence. Ce schéma met en jeu un doublage de fréquence ainsi que deux mélanges non-linéaires dans les cristaux AgGaS_2 et dans le L.B.O.. Le doublage de fréquence qui est fait dans un cristal de L.B.O. placé dans une cavité externe selon le principe décrit dans la référence [Bourzeix 1993] est en place. Ce doublage de la fréquence de l'étalon à 778 nm permet d'obtenir environ 40 μW d'ultraviolet à 389 nm à partir de 10 mW de rouge, ce qui est très suffisant pour faire un battement optique. La somme du laser titane-saphir d'excitation à 750 nm (200 mW) et de la diode laser intermédiaire à 809 nm (25 mW) est lui aussi en place et permet d'obtenir une puissance de 471 nW à 389 nm. En réalisant le battement entre ces deux faisceaux ultraviolets nous aurons réalisé la première équation. La seconde est en cours de réalisation et le travail expérimental se situe principalement au L.P.T.F..

La seconde expérience qui devrait voir le jour par la suite est la mesure absolue de la fréquence 1S-3S dans l'hydrogène de façon à remesurer le déplacement de Lamb du niveau fondamental de l'hydrogène avec une plus grande précision ainsi que celui du deutérium. Cette dernière mesure permettrait d'infirmer ou de confirmer la mesure faite par l'équipe de Hänsch en 1995. Pour faire une mesure absolue en fréquence de cette transition nous cherchons à réaliser l'équation suivante :

$$\frac{1}{8}\nu(1S - 3S) = \frac{1}{2}\nu(5S - 5D)_{\text{Rb}} + \frac{2}{3}\nu(\text{CO}_2/\text{OsO}_4) \quad (6.25)$$

Le schéma de fréquence est détaillé sur la figure 76. Il met en jeu les deux étalons de fréquence précédents à savoir la diode laser stabilisée sur la transition à deux photons du rubidium et le laser à CO_2 stabilisé sur une raie de la molécule OsO_4 .

En comparant ces schémas de fréquence à celui que nous avons utilisé pour étudier la transition 2S-8S/D dans l'hydrogène, on prend conscience du caractère exceptionnel de la quasi-coïncidence entre le laser étalon et la transition que nous avons étudiée. La complexité de ces chaînes de fréquence montre tout l'intérêt que l'on a à chercher à étendre le nombre d'étalons de fréquence dans le visible.

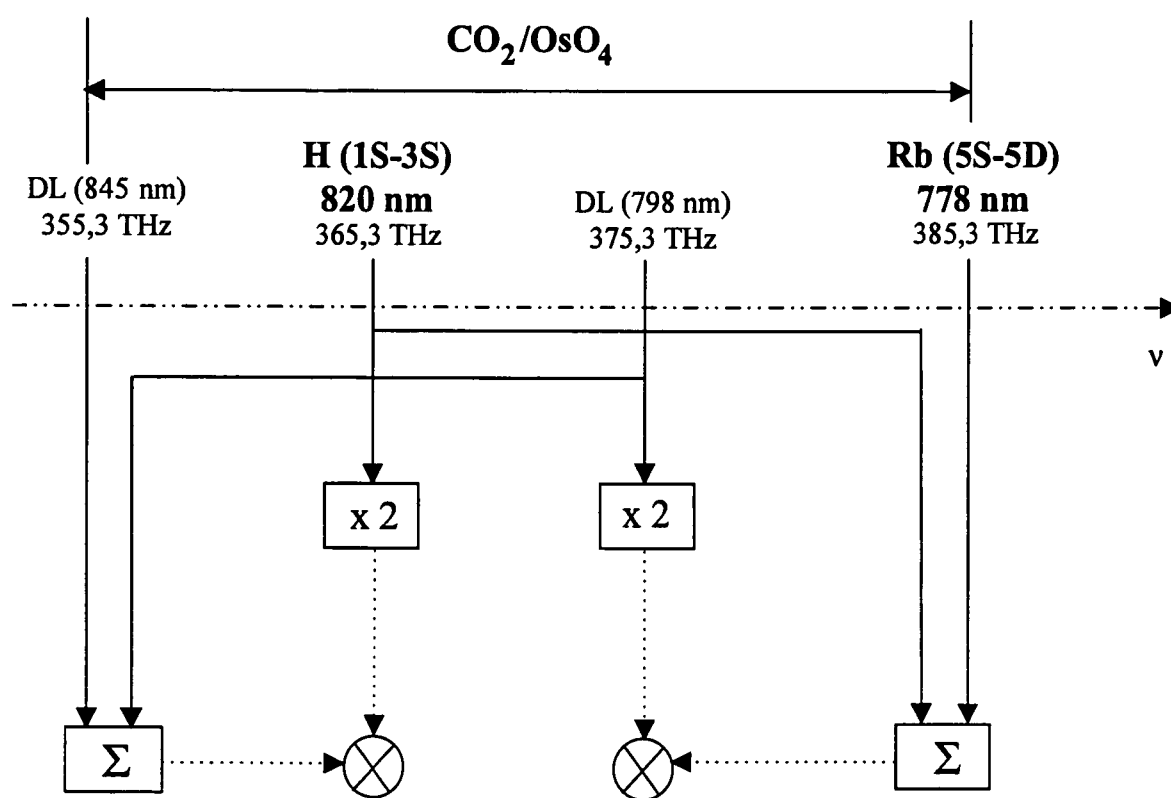


Fig. 76: Schéma de mesure pour la transition 1S-3S.

CONCLUSION

Nous avons décrit dans ce mémoire le montage qui nous a permis de relier une fréquence optique de l'atome d'hydrogène à l'horloge à césium par l'intermédiaire d'une chaîne de fréquence. Ce montage a été l'occasion de construire un nouvel étalon de fréquence, stabilisé sur une transition à deux photons du rubidium à 778 nm. Cet étalon, dont la fréquence a été mesurée au cours de cette thèse, a des caractéristiques métrologiques dix fois meilleures que celles du laser He-Ne stabilisé sur l'iode. Par ailleurs, il est dans un domaine de fréquences particulièrement intéressant.

Une particularité de cette expérience est la présence d'une fibre optique qui relie notre laboratoire au L.P.T.F., où se situe la chaîne de multiplication de fréquence. Cette fibre optique, dont nous avons étudié les performances métrologiques, s'est révélée un outil très précieux pour nos mesures.

Ce travail a abouti à la mesure des fréquences des transitions $2S - 8S/D$ dans l'hydrogène et le deutérium avec des incertitudes de l'ordre de 6×10^{-12} .

Dans l'hydrogène, le résultat a permis d'obtenir une valeur très précise de la constante de Rydberg qui est :

$$R_{\infty} = 109\,737,315\,685\,6 \text{ (11) cm}^{-1}$$

avec une incertitude relative de 10^{-11} .

Dans le deutérium, l'incertitude sur la valeur du déplacement de Lamb du niveau $2S$ ne permet pas d'obtenir directement une valeur de la constante de Rydberg avec une grande précision. Par contre, en utilisant le déplacement isotopique de la transition $2S - 8S/D$, on peut déterminer une valeur du déplacement de Lamb du niveau métastable du deutérium. Cette valeur, qui est la plus précise à l'heure actuelle, est :

$$L_{2S-2P} = 1059,230 \text{ (9) MHz}$$

En la comparant à la dernière détermination expérimentale de cet écart faite en 1968 par Cosens et al, on note un très bon accord et une amélioration de la précision de plus d'un ordre de grandeur. Par contre, la comparaison de ce résultat avec la théorie ne peut être menée à bien à cause des incertitudes dues aux distributions de charge dans le proton et le deutéron. En revanche, en utilisant la différence des valeurs théoriques des déplacements de Lamb dans l'hydrogène et le deutérium, différence qui est connue avec

une grande précision, nous avons déterminé la différence des carrés des distributions de charge du deutéron et du proton qui vaut :

$$r_d^2 - r_p^2 = 3,827 \text{ (26) fm}^2$$

Enfin, si on tire partie de la loi d'échelle en $1/n^3$ du déplacement de Lamb, on peut, en comparant notre mesure à celle de T.W. Hänsch de la transition $1S - 2S$ dans le deutérium, s'affranchir de la connaissance des corrections radiatives et de l'effet de volume du noyau. La valeur de la constante de Rydberg est alors :

$$R_\infty = 109\,737,315\,687\,1 \text{ (22) cm}^{-1}$$

Elle est en excellent accord avec celle obtenue dans l'hydrogène. La moyenne des deux valeurs vaut :

$$R_\infty = 109\,737,315\,685\,9 \text{ (10) cm}^{-1}$$

avec une incertitude de 9×10^{-12} . C'est à l'heure actuelle la valeur la plus précise de la constante de Rydberg.

En utilisant la même technique dans l'hydrogène et le deutérium, on peut mesurer le rapport de la masse du proton sur celle de l'électron. Le résultat obtenu, qui est en excellent accord avec la dernière mesure de Van Dyck, vaut :

$$m_p/m_e = 1836,152\,68 \text{ (10)}$$

L'ensemble de ces résultats montre les potentialités des combinaisons linéaires de fréquences de transitions judicieusement choisies. Aussi dans un avenir proche, nous comptons améliorer encore la précision sur la valeur de la constante de Rydberg et sur celle du déplacement de Lamb en mesurant la fréquence d'autres transitions atomiques comme la transition $2S - 12S/D$ ou la transition $1S - 3S$ dans l'hydrogène et le deutérium.

APPENDICES

A Appendice 1 : Calcul de l'hamiltonien Stark

A.1 Calcul de l'hamiltonien dans la base des états propres

L'action d'un champ électrique \vec{E} sur un électron de charge q_e est décrite par un hamiltonien Stark :

$$\begin{aligned} H_S &= q_e \vec{E} \cdot \vec{r} \\ &= q_e E r \vec{\epsilon} \cdot \vec{D} \end{aligned} \quad (6.26)$$

où $\vec{\epsilon}$ est le vecteur unitaire parallèle au champ électrique et \vec{D} est la partie angulaire de l'opérateur dipolaire électrique.

Les éléments de matrice de l'hamiltonien Stark dans la base des états propres de l'hamiltonien non perturbé à savoir la base $\{|n, S, L, J, I, F, m_F\rangle\}$, s'écrivent :

$$\begin{aligned} &V(nSLJIFm_F, n'SL'J'I'F'm'_F) \\ &= \langle n, S, L, J, I, F, m_F | H_S | n', S, L', J', I, F', m'_F \rangle \\ &= q_e E \langle n, L | |r| | n', L' \rangle \langle S, L, J, I, F, m_F | \vec{\epsilon} \cdot \vec{D} | S, L', J', I, F', m'_F \rangle \\ &= q_e E \mathcal{R}(nL, nL') \mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'I'F'm'_F) \end{aligned} \quad (6.27)$$

La partie radiale des éléments de matrice de V vaut :

$$\mathcal{R}(nL, nL') = \int_0^\infty R_{nL} R_{n'L'} r^3 dr \quad (6.28)$$

Le champ électrique que nous considérons est faible, il ne crée qu'une perturbation vis à vis de la structure hyperfine et des sous-niveaux Zeeman. On se limitera par conséquent aux interactions qu'il provoque à l'intérieur de l'ensemble des états de même nombre quantique principal et on négligera l'interaction due aux niveaux de n différents. L'opérateur Stark étant un opérateur impair dans une symétrie par rapport

à l'origine, il ne couple que des niveaux de parités opposées ($|L - L'| = 1$). On a donc finalement :

$$\mathcal{R}(nL, nL + 1) = -a_0 \frac{3}{2} n \sqrt{n^2 - (L + 1)^2} \quad (6.29)$$

où a_0 est le rayon de la première orbite de Bohr.

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{mq_e^2} \quad (6.30)$$

La partie angulaire quant à elle s'écrit :

$$\mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'IF'm'_F) = \langle S, L, J, I, F, m_F | \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{r}}{r} | S, L', J', I, F', m'_F \rangle \quad (6.31)$$

On la calcule à partir du théorème de Wigner-Eckart. Pour un champ électrique définie à partir des angles θ et φ indiqués sur le schéma 77 : On écrit la partie angulaire comme

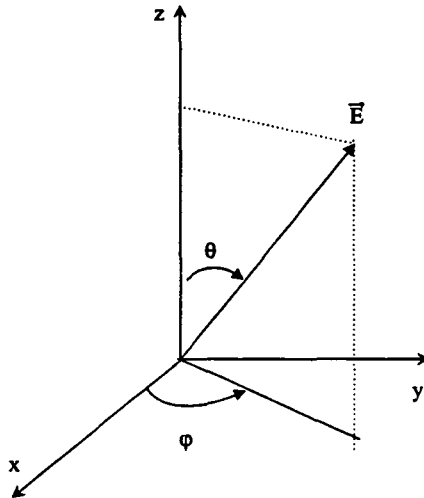


Fig. 77: Direction du champ électrique.

une somme telle que :

$$\frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{r}}{r} = \sum_q \alpha_q C_q^1 \quad (6.32)$$

$$= \left\{ C_0^1 \cos(\theta) - \frac{C_1^1}{\sqrt{2}} \sin(\theta) e^{-i\varphi} + \frac{C_{-1}^1}{\sqrt{2}} \sin(\theta) e^{i\varphi} \right\} \quad (6.33)$$

d'où

$$\mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'IF'm'_F) = \langle S, L, J, I, F, m_F | \sum_q \alpha_q C_q^1 | S, L', J', I, F', m'_F \rangle \quad (6.34)$$

où les C_q^1 sont proportionnels aux harmoniques sphériques. Ils n'agissent que sur les orbitales angulaires.

Le théorème de Wigner-Eckart permet d'écrire :

$$\begin{aligned} & \mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'IF'm'_F) \\ &= \sum_q \alpha_q (-1)^{F+F'-m_F+J+J'+2L+S+2k} \\ & \times \sqrt{(2F+1)(2F'+1)(2J+1)(2J'+1)(2L+1)(2L'+1)} \quad (6.35) \\ & \times \begin{pmatrix} F & k & F' \\ -m_F & q & m_{F'} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & k & J' \\ F' & I & F \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & k & L' \\ J' & I & J \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} L & k & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

k étant l'ordre de l'opérateur, c'est-à-dire 1 dans le cas de l'opérateur Stark, et $q = m_F - m_{F'}$.

A.2 Résultats numériques

Pour plus de facilités, il convient d'exprimer les éléments de matrice de l'hamiltonien Stark en MHz.

$$V(nSLJIFm_F, n'SL'J'IF'm'_F) \quad (6.36)$$

$$= \frac{qEa_0 10^{-4}}{h} \frac{\mathcal{R}(nL, nL')}{a_0} \mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'IF'm'_F) \quad (6.37)$$

où E est en V/cm et a_0 et h en unité SI. Finalement on a V en MHz :

$$\begin{aligned} V(nSLJIFm_F, n'SL'J'IF'm'_F) &= 1,279 \left(-\frac{3}{2}n\sqrt{n^2 - (L+1)^2} \right) \\ & \times \mathcal{A}(LJIFm_F, L'J'IF'm'_F) E(\text{V.cm}^{-1}) \quad (6.38) \end{aligned}$$

Dans notre cas, les niveaux concernés sont les niveaux $nD_{5/2}$ et $nF_{5/2}$. Il faut de plus considérer les règles de sélection imposées par la polarisation du champ électrique :

- si \vec{E} est parallèle à l'axe de quantification (Oz) soit $\theta = 0$, les seuls éléments de matrice non nuls sont ceux pour qui :

$$q = m_F - m_{F'} = 0 \quad (6.39)$$

- si \vec{E} est perpendiculaire à l'axe de quantification (Oz) soit $\theta = \frac{\pi}{2}$, les seuls éléments de matrice non nuls sont ceux tel que

$$q = m_F - m_{F'} = \pm 1 \quad (6.40)$$

Le tableau C donne les coefficients qui nous sont utiles : pour $q = 0$, on a pris \vec{E} parallèle à Oz, et pour $q = \pm 1$, \vec{E} parallèle à Ox. Autrement dit, il manque les dépendances en θ et φ . Pour se ramener au cas général, il suffit de multiplier les coefficients de ce tableau par le coefficient angulaire attaché aux angles polaires de la direction du champ électrique et à la valeur de q , c'est-à-dire par :

$$\cos(\theta) \text{ pour } q = 0$$

$$e^{-i\varphi} \sin(\theta) \text{ pour } q = 1$$

$$e^{i\varphi} \sin(\theta) \text{ pour } q = -1$$

Finalement la matrice C s'écrit comme ci-dessous :

		$nD_{5/2}$	$F = 2$					$F = 3$							
$nF_{5/2}$	$m_{F'} \backslash m_F$		-2	-1	0	1	2	-3	-2	-1	0	1	2	3	
F	-2		$\frac{2}{15}$	$\frac{-1}{15}$					$\frac{-1}{7\sqrt{30}}$	$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{1}{105\sqrt{2}}$				
	-1		$\frac{-1}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{-1}{5\sqrt{6}}$					$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{-2\sqrt{2}}{105}$	$\frac{1}{35\sqrt{6}}$			
	0			$\frac{-1}{5\sqrt{6}}$	0	$\frac{-1}{5\sqrt{6}}$					$\frac{-1}{35\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{35}$	$\frac{1}{35\sqrt{3}}$		
	1				$\frac{-1}{5\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{15}$	$\frac{-1}{15}$						$\frac{-1}{35\sqrt{6}}$	$\frac{-2\sqrt{2}}{105}$	$\frac{1}{21\sqrt{5}}$
	2					$\frac{-1}{15}$	$\frac{-2}{15}$	$\frac{-1}{105\sqrt{2}}$						$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{1}{7\sqrt{30}}$
F	-3		$\frac{-1}{7\sqrt{30}}$						$\frac{1}{7}$	$\frac{-1}{7\sqrt{6}}$					
	-2		$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$					$\frac{-1}{7\sqrt{6}}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{-1}{21}\sqrt{\frac{5}{2}}$				
	-1		$\frac{1}{105\sqrt{2}}$	$\frac{-2\sqrt{2}}{105}$	$\frac{-1}{35\sqrt{3}}$					$\frac{-1}{21}\sqrt{\frac{5}{2}}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{-1}{7\sqrt{3}}$			
	0			$\frac{1}{35\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{35}$	$\frac{-1}{35\sqrt{6}}$					$\frac{-1}{7\sqrt{3}}$	0	$\frac{-1}{7\sqrt{3}}$		
	1				$\frac{1}{35\sqrt{3}}$	$\frac{-2\sqrt{2}}{105}$	$\frac{-1}{105\sqrt{2}}$						$\frac{-1}{7\sqrt{3}}$	$\frac{-1}{21}$	$\frac{-1}{21}\sqrt{\frac{5}{2}}$
	2					$\frac{1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{-1}{21\sqrt{5}}$	$\frac{-1}{21}$						$\frac{-1}{21}\sqrt{\frac{5}{2}}$	$\frac{-1}{7\sqrt{6}}$
	3						$\frac{1}{7\sqrt{30}}$							$\frac{-1}{7\sqrt{6}}$	$\frac{-1}{7}$

Pour avoir l'élément de matrice total, il faut en plus multiplier par

$$1,279 \left(-\frac{3}{2}n\sqrt{n^2 - (L+1)^2} \right) E(\text{V.cm}^{-1})$$

Si on a un champ électrique de 10 mV/cm, on peut calculer l'ordre de grandeur des coefficients de couplage pour les niveaux qui nous intéressent expérimentalement. En considérant les éléments de la matrice les plus élevés, on obtient au maximum :

$$|V| \leq \frac{1}{7} \times 12,79 \times \left(\frac{3}{2}n\sqrt{n^2 - 9} \right)$$

$$n = 8 \Rightarrow V \leq 162,6 \text{ kHz}$$

$$n = 15 \Rightarrow V \leq 604,2 \text{ kHz}$$

B Appendice 2 : Conservation du barycentre de la raie

Cette annexe fait suite au calcul sur l'effet Stark développé dans le chapitre quatre. Dans le cas d'un seul niveau $|e\rangle$ et un niveau $|e'\rangle$, on a l'hamiltonien Stark V qui couple les niveaux $|e\rangle$ et $|e'\rangle$; d'autre part le niveau $|e\rangle$ est couplé au niveau fondamental par une onde laser. Ce couplage est caractérisé par la fréquence de Rabi Ω_1 . Le taux de pompage s'écrit alors :

$$\Gamma_p = 2\text{Réel} \left(\frac{\Omega_1^2}{4} \frac{1}{\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) + \frac{|V|^2}{\frac{\Gamma'}{2} - i\Delta_1'}} \right) \quad (6.41)$$

soit

$$\Gamma_p = 2\frac{\Omega_1^2}{4}\text{Réel} \left(\frac{1}{\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1} - \frac{|V|^2}{\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) \left[\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) \left(\frac{\Gamma'}{2} - i\Delta_1'\right) + V^2\right]} \right) \quad (6.42)$$

On pose :

$$C = -\frac{|V|^2}{\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) \left[\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) \left(\frac{\Gamma'}{2} - i\Delta_1'\right) + V^2\right]} \quad (6.43)$$

Γ_p s'exprime donc comme la somme de la lorentzienne en l'absence de champ et une perturbation C . Le barycentre de la raie vaut :

$$\text{Bary} = \frac{\int_{\omega} \Gamma_p(\omega) \omega d\omega}{\int_{\omega} \Gamma_p(\omega) d\omega} \quad (6.44)$$

Le but de cet annexe est de démontrer que dans ce cas simple le barycentre de la raie considérée est conservé quelque soit le champ électrique parasite. Pour montrer cela, il suffit de montrer que :

$$\frac{\int_{\omega} \Gamma_p(\omega) \omega d\omega}{\int_{\omega} \Gamma_p(\omega) d\omega} = \frac{\int_{\omega} \left[\frac{\Omega_1^2}{4\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right)} + cc \right] \omega d\omega}{\int_{\omega} \left[\frac{\Omega_1^2}{4\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right)} + cc \right] d\omega} \quad (6.45)$$

Il suffit donc de montrer que :

$$\int_{\omega} C(\omega) \omega d\omega = 0$$

$$\int_{\omega} C(\omega) d\omega = 0$$

Je rappelle que :

$$\Delta_1 = \omega - \omega_1$$

$$\Delta'_1 = \omega - \omega'_1$$

On pose :

$$z_1 = \omega_1 - i\frac{\Gamma}{2}$$

$$z_2 = \omega'_1 - i\frac{\Gamma'}{2}$$

$$A = \left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) \left(\frac{\Gamma'}{2} - i\Delta'_1\right) + V^2$$

On cherche les pôles complexes z de C . On a :

$$C(z) = \frac{i|V|^2}{(z - z_1) [(z - z_1)(z - z_2) - |V|^2]} \quad (6.46)$$

et

$$A = (z - z_1)(z - z_2) + V^2 \quad (6.47)$$

Les racines complexes de A sont :

$$z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(z_1 - z_2)^2 + 4V^2} \quad (6.48)$$

On pose :

$$\delta = \omega_1 - \omega'_1 \geq 0$$

$$\Gamma_D = \frac{\Gamma}{2} - \frac{\Gamma'}{2} \geq 0$$

$$\Gamma_S = \frac{\Gamma}{2} + \frac{\Gamma'}{2} \geq 0$$

et

$$\sqrt{(z_1 - z_2)^2 + 4V^2} = \alpha + i\beta$$

en résolvant ce système de deux équations réelles, on trouve facilement que :

$$\alpha = \left[\frac{1}{2} (\delta^2 - \Gamma_D^2 + 4V^2) + \frac{1}{2} \sqrt{(\delta^2 + \Gamma_D^2)^2 + 16V^4 + 8V^2 (\delta^2 - \Gamma_D^2)} \right]^{1/2}$$

$$\beta = -\frac{\Gamma_D \delta}{\alpha}$$

La partie imaginaire des racines complexes de A est donc :

$$Im = -\frac{1}{2}\Gamma_S \pm \frac{\Gamma_D\delta}{2\alpha} \quad (6.49)$$

En champ nul c'est-à-dire quand $V = 0$, on a :

$$\alpha = \delta$$

$$Im = -\frac{1}{2}\Gamma_S \pm \frac{\Gamma_D}{2} \leq 0$$

Montrons que c'est encore le cas dans le cas général c'est-à-dire que $\Gamma_S \geq \Gamma_D\delta/\alpha$ quelque soit V . $\Gamma_D\delta\alpha$ est une fonction monotone croissante de V pour $V \geq 0$. Pour $V = 0$,

$$\frac{\Gamma_D\delta}{\alpha} = \Gamma_D$$

et

$$\lim_{V \rightarrow \infty} \frac{\Gamma_D\delta}{\alpha} = 0$$

en effet quand V est très grand

$$\frac{\Gamma_D\delta}{\alpha} \propto V$$

On voit donc que quelque soit V :

$$-\Gamma_S \leq -\Gamma_D \leq \frac{\Gamma_D\delta}{\alpha} \leq 0$$

d'où

$$\Gamma_S \geq \frac{\Gamma_D\delta}{\alpha}$$

A a donc deux racines complexes de partie imaginaire négative. Or

$$C = -\frac{|V|^2}{\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_1\right) A}$$

d'où

$$C = -i \frac{|V|^2}{(z - z_1) A}$$

C a donc trois pôles de parties imaginaires négatives. Par conséquent ces trois pôles sont situés dans le demi-plan complexe inférieur. Si on considère le contour fermé de la figure 78 on peut écrire :

$$\int_{\text{circuit}} C(z) z dz = \int_{-r}^{+r} C(z) z dz + \int_{\text{demi-cercle}} C(z) z dz \quad (6.50)$$

L'intégrale que nous cherchons à calculer $\int_z C(z) z dz$ est $\lim_{r \rightarrow \infty} (\int_{-r}^{+r} C(z) z dz)$. Or $C(z) z$ est une fonction holomorphe, d'après le théorème des résidus, puisqu'aucun de

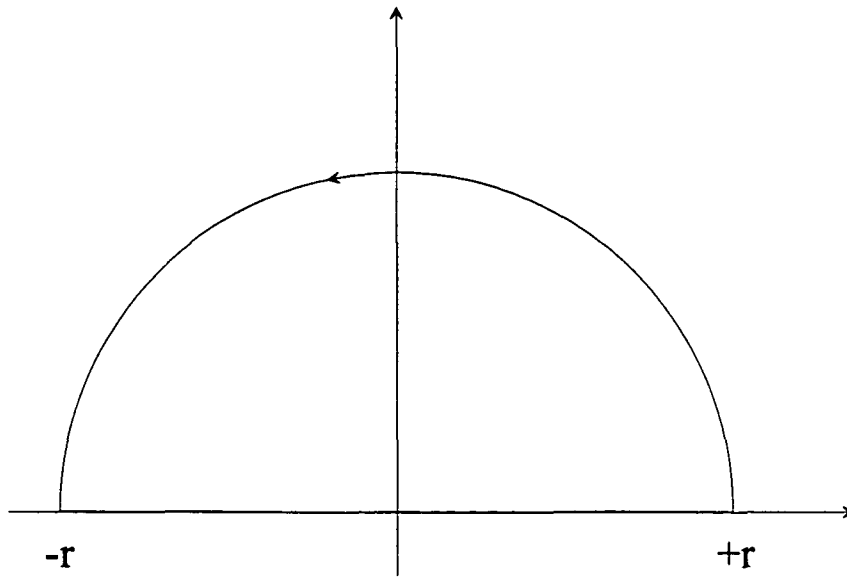


Fig. 78: Contour d'intégration.

ses pôles ne se trouve dans le circuit sur lequel se fait l'intégration, on a :

$$\int_{\text{circuit}} C(z) z dz = 0 \quad (6.51)$$

D'autre part comme $\lim_{|z| \rightarrow \infty} C(z) z^2 = 0$, on a aussi :

$$\int_{\text{demi-cercle}} C(z) z dz = 0 \quad (6.52)$$

d'où :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\int_{-r}^{+r} C(z) z dz \right) = 0 \quad (6.53)$$

a fortiori on voit que de la même façon on aura :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\int_{-r}^{+r} C(z) dz \right) = 0 \quad (6.54)$$

On trouve donc bien que quelle que soit la valeur du champ électrique, dans la mesure où tous les pôles de $C(z)$ sont dans le même demi-plan, on obtient l'égalité 6.45 et par conséquent, le barycentre de la raie est conservé.

C Appendice 3 : Données numériques (H et D)

Le but de cet appendice est de récapituler l'ensemble des données que j'ai utilisées dans le calcul des formes de raie sur les transitions vers les niveaux $n = 8$. Je rappelle la formule de la probabilité de transition développée dans le chapitre quatre de cette thèse. On a :

$$P(\Omega, I_0) = \frac{1}{N} \int_0^{5\sigma} f(v) dv \int_0^{R_1} dr_1 r_1 \int_0^{R_2} dr_2 r_2 \int_0^\pi d\theta_2 C_{shf} \left(1 - \frac{p_{np}}{1 - p_p} \right) \quad (6.55)$$

$$\times \left(1 - \exp \left(-\frac{1}{v} \int_0^L \gamma_{tot} \sum_f \frac{a_f I(z)^2}{\Omega_{tot}^2 + \left(\frac{\Gamma_e(1+ioI)}{2} \right)^2 (1 + sat)} dz \right) \right)$$

avec

$$\Omega_{tot} = \Omega - (\omega_f + C_{ls}I(z) - \omega_{vit}) \quad (6.56)$$

et

$$\gamma_{tot} = (1 - p_p) C_{sf} \gamma_{eg} (1 + ioI) \quad (6.57)$$

C.1 Durée de vie des niveaux excités

Les durées de vie des niveaux excités sont les mêmes pour le deutérium et pour l'hydrogène :

niveaux excités	$\Gamma/2\pi$ (kHz)
$8D_{5/2}$	572,387
$8F_{5/2}$	284,890
$8D_{3/2}$	572,387
$8S_{1/2}$	144,078

Je rappelle aussi la longueur d'onde de la transition 2S-8S/D dans le vide: $\lambda = 7780,25 \text{ \AA}$.

C.2 Structure hyperfine des niveaux excités

La structure hyperfine est donnée par la formule dite de Fermi qui s'écrit :

$$\Delta\nu = \frac{\alpha^2 \mu_N}{n^3 \mu_B} g c R \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{J(J+1)(2L+1)} \left(\frac{\mu}{m} \right)^3 \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} \right) \quad (6.58)$$

où α est la constante de structure fine, n le nombre quantique principal, μ_N le moment magnétique du noyau, μ_B le magnéton de Bohr, g le facteur gyromagnétique qui dépend du noyau, et R la constante de Rydberg. Les autres signes ont leur sens habituel.

Pour l'hydrogène, les principales valeurs numériques sont :

I	1/2
g	2,0023
$\frac{\mu_P}{\mu_B}$	$1,521032 \times 10^{-3}$
$\frac{\mu}{m}$	0,999455679

Pour le deutérium, elles deviennent :

I	1
g	2,0023/2
μ_D/μ_B	$0,4669754 \times 10^{-3}$
μ/m	0,99183114

En même temps que la structure hyperfine des niveaux excités, on donne l'amplitude de la transition à deux photons vers ces niveaux en partant du niveau métastable $2S_{1/2}(F_{\max})$, c'est-à-dire l'amplitude la transition la plus probable. On a pour une transition partant du niveau métastable $|g\rangle$ vers le niveau excité $|e, f = F\rangle$:

$$a_f = (2J_g + 1) (2F_e + 1) \left\{ \begin{matrix} J_e & J_g & 2 \\ F_g & F_e & I \end{matrix} \right\}^2 \quad (6.59)$$

Je ne donnerai pas les valeurs concernant les niveaux excités S car les règles de sélection des transitions à deux photons ne permettent que la transition vers les niveaux de F_{\max} .

C.2.1 Hydrogène

niveau $8D_{5/2}$

	$\Delta\nu$ (kHz)	amplitude de la raie a_f
$F = 2$	-83,232	2/9
$F = 3$	+59,451	7/9

niveau $8D_{3/2}$

	$\Delta\nu$ (kHz)	amplitude de la raie a_f
$F = 1$	-138,719	1/2
$F = 2$	+83,232	1/2

C.2.2 Deutérium

niveau $8D_{5/2}$

	$\Delta\nu$ (kHz)	amplitude de la raie a_f
$F = 3/2$	-25,603	1/15
$F = 5/2$	-7,315	4/15
$F = 7/2$	+18,288	2/3

niveau $8D_{3/2}$

	$\Delta\nu$ (kHz)	amplitude de la raie a_f
$F = 1/2$	-42,672	1/4
$F = 3/2$	-17,069	2/5
$F = 5/2$	+25,603	7/20

C.3 Taux de retombée vers les niveaux hyperfins

Les valeurs numériques qui sont détaillées dans la thèse de J.C. Garreau ne sont données ici que par souci d'aider l'utilisateur des programmes de formes de raie. Toutes ces valeurs entendent que nous utilisons des transitions partant du niveau métastable de F_{\max} .

C.3.1 Hydrogène

	P_p	P_{np}
$2S - 8D_{5/2}$	$3,915 \times 10^{-2}$	$1,216 \times 10^{-2}$
$2S - 8D_{3/2}$	$3,915 \times 10^{-2}$	$1,216 \times 10^{-2}$
$2S - 8S_{1/2}$	$1,208 \times 10^{-2}$	$6,945 \times 10^{-2}$

C.3.2 Deutérium

	P_p	P_{np}
$2S - 8D_{5/2}$	$4,219 \times 10^{-2}$	$9,123 \times 10^{-3}$
$2S - 8D_{3/2}$	$3,510 \times 10^{-2}$	$1,622 \times 10^{-2}$
$2S - 8S_{1/2}$	$6,5425 \times 10^{-2}$	$1,6105 \times 10^{-3}$

Je rappelle par la même occasion le coefficient C_{shf} dû au fait qu'on résout la structure hyperfine du niveau métastable :

	C_{shf} (théorique)	C_{shf} (expérimental)
hydrogène	3/4	0,8
deutérium	2/3	0,676

C.4 Taux d'excitation à deux-photons

Ceci correspond au calcul appelé $C_{sf}\gamma_{eg}$ dans la formule générale 6.55. Dans un premier temps, on donne le coefficient γ_{eg} en unités atomiques d'après la référence [Garreau 1990]. Il est le même pour l'hydrogène et le deutérium et varie pour les niveaux S et D .

n	S	D
8	14,921	92,937

La constante numérique pour être dans les unités internationales est :

$$\left(\frac{4\pi a_0^2}{mc^2\alpha}\right)^2 = 34,692473 \times 10^{-10}$$

On tient compte également de la largeur naturelle du niveau excité. C_{sf} vaut 1 pour les niveaux S et 0,6 pour les niveaux D . Le coefficient $C_{sf}\gamma_{eg}$ se calcule alors comme suit :

$$8S: C_{sf}\gamma_{eg} = 34,692473 \times 10^{-10} \times (14,921)^2 \times 2\pi \times 144,078 \times 10^3 = 0,699212$$

$$8D: C_{sf}\gamma_{eg} = 34,692473 \times 10^{-10} \times (92,937)^2 \times 2\pi \times 572,387 \times 10^3 \times 0,6 = 64,6597$$

C.5 Coefficient du déplacement lumineux

C.5.1 Calcul en tenant compte de la structure hyperfine

Le coefficient dû au déplacement lumineux donné par la référence [Garreau 1990] en unité atomique vaut :

n	$2S$	S	D
8	-355,31	291,35	285,43

Il est établi en ne tenant compte que des sous-niveaux Zeeman $m_L = 0$. C'est celui qu'on utilisait jusqu'à présent dans le calcul des formes de raies. Si maintenant on veut tenir compte de la structure hyperfine des niveaux excités, il faut faire un calcul supplémentaire. Naturellement ce calcul est inutile pour les niveaux S .

Soit Δ l'opérateur qui contribue au déplacement lumineux ; il peut se décomposer en un opérateur d'ordre 0 et un opérateur d'ordre 2. On écrit

$$\Delta = T^0 + T^2$$

On a dans le cas du niveau D en unité atomique

$$\langle L = 3 | T^0 | L = 3 \rangle = 648,5145$$

$$\langle L = 3 | T^2 | L = 3 \rangle = 19,1909$$

On posera par commodité

$$T^0 = \langle L = 3 | T^0 | L = 3 \rangle$$

$$T^2 = \langle L = 3 | T^2 | L = 3 \rangle$$

Si on rajoute la structure hyperfine, on a le coefficient dû au déplacement lumineux pour le niveau excité qui vaut

$$\begin{aligned} \beta_m = \langle JFm_F | \Delta | JFm_F \rangle &= (-1)^{F-m_F} \begin{pmatrix} F & 0 & F \\ -m_F & 0 & m_F \end{pmatrix} \langle JF | T^0 | JF \rangle \\ &+ (-1)^{F-m_F} \begin{pmatrix} F & 2 & F \\ -m_F & 0 & m_F \end{pmatrix} \langle JF | T^2 | JF \rangle \end{aligned} \quad (6.60)$$

et

$$\langle JF | T^k | JF \rangle = \langle J | T^k | J \rangle (-1)^{F+I+J} (2F+1) \begin{Bmatrix} J & k & J \\ F & I & F \end{Bmatrix} \quad (6.61)$$

avec

$$\langle J | T^k | J \rangle = \langle L | T^k | L \rangle (-1)^{J+L+S} (2J+1) \begin{Bmatrix} L & k & L \\ J & S & J \end{Bmatrix} \quad (6.62)$$

Hydrogène

niveau $8D_{5/2}$ les valeurs numériques sont en unités atomiques :

F	m_F	β_m
2	0	286,3545
	1	288,1895
	2	293,6945

F	m_F	β_m
3	0	286,3545
	1	287,272
	2	290,0245
	3	294,6127

niveau $8D_{3/2}$

F	m_F	β_m
1	0	287,1924
	1	291,4405

F	m_F	β_m
2	0	281,5283
	1	285,7764
	2	298,5207

Deutérium

niveau $8D_{5/2}$

F	m_F	β_m
7/2	1/2	286,74771
	3/2	288,05843
	5/2	290,6798
	7/2	292,6731

F	m_F	β_m
5/2	1/2	293,0391
	3/2	289,4216
	5/2	287,6128

F	m_F	β_m
3/2	1/2	292,5935
	3/2	287,4555

niveau $8D_{3/2}$

F	m_F	β_m
5/2	1/2	283,276
	3/2	288,3253
	5/2	298,5207

F	m_F	β_m
3/2	1/2	288,3253
	3/2	291,7237

F	m_F	β_m
1/2	1/2	290,0245

En théorie pour faire un calcul des formes de raie parfaitement juste, il faudrait faire le calcul séparément pour chacun des sous-niveaux Zeeman possibles sachant qu'on part du niveau métastable $2S_{1/2}(F_{\max})$, puis sommer à la fin sur l'ensemble des sous-niveaux. Vu le temps que prend le calcul de chaque forme de raie, cela n'est pas réalisable pour le moment. Une bonne approximation consiste à prendre comme coefficient de déplacement lumineux pour le niveau excité, la somme des coefficients

β_m pondérés par l'intensité relative de chaque raie correspondant à une transition entre sous-niveaux Zeeman donnés sachant qu' on a $\Delta m = 0$.

C.5.2 Calcul des intensités relatives

Ces intensités a_m se calculent facilement de la façon suivante en considérant le niveau prime comme niveau excité et le niveau non prime étant le niveau métastable :

$$a_m \propto \begin{pmatrix} F & 2F' \\ -m_F & 0 & m_{F'} \end{pmatrix}^2 \quad (6.63)$$

On calcule a_m de façon à ce que $\sum_m a_m = 1$

Hydrogène

transition $2S_{1/2}(F=1) - 8D_{5/2}$

	$m = 0$	$m = 1$	$m = -1$
$F = 2$	0	1/2	1/2
$F = 3$	3/7	2/7	2/7

transition $2S_{1/2}(F=1) - 8D_{3/2}$

	$m = 0$	$m = 1$	$m = -1$
$F = 1$	1/2	1/4	1/4
$F = 2$	0	1/2	1/2

Deutérium

transition $2S_{1/2}(F=1) - 8D_{5/2}$

	$m = 1/2$	$m = 3/2$
$F = 3/2$	1/2	1/2
$F = 5/2$	1/7	6/7
$F = 7/2$	9/14	5/14

transition $2S_{1/2}(F=1) - 8D_{3/2}$

	$m = 1/2$	$m = 3/2$
$F = 1/2$	1	
$F = 3/2$	1/2	1/2
$F = 5/2$	1/7	6/7

Finalement, en faisant la pondération, on obtient les déplacements lumineux pour les niveaux excités suivants en unités atomiques :

pour l'hydrogène :

	$8D_{5/2}$	$8D_{3/2}$	$8S_{1/2}$
$F = 1$	-	289,3165	291,35
$F = 2$	288,1895	285,7764	-
$F = 3$	286,8788	-	-

pour le deutérium :

	$8D_{5/2}$	$8D_{3/2}$	$8S_{1/2}$
$F = 1/2$	-	290,0245	291,35
$F = 3/2$	290,0245	290,0245	-
$F = 5/2$	289,1632	287,5971	-
$F = 7/2$	287,2158	-	-

C.5.3 Conclusion

Pour passer en unité S.I. on multiplie par :

$$\left(\frac{4\pi a_0^2}{mc^2\alpha} \right) \times \frac{1}{2\pi} = 9,3743 \times 10^{-6}$$

Le coefficient de déplacement lumineux du niveau métastable en unité atomique est celui donné dans la référence [Garreau 1990], c'est-à-dire :

$$\beta_g = -355,31$$

Le coefficient de déplacement lumineux à mettre dans le calcul de formes de raies est donc le suivant :

pour l'hydrogène :

	$8D_{5/2}$	$8D_{3/2}$	$8S_{1/2}$
$F = 1$	-	$6,04292 \times 10^{-3}$	$6,0620 \times 10^{-3}$
$F = 2$	$6,03236 \times 10^{-3}$	$6,00974 \times 10^{-3}$	-
$F = 3$	$6,02007 \times 10^{-3}$	-	-

pour le deutérium :

	$8D_{5/2}$	$8D_{3/2}$	$8S_{1/2}$
$F = 1/2$	-	$6,04956 \times 10^{-3}$	$6,0620 \times 10^{-3}$
$F = 3/2$	$6,04956 \times 10^{-3}$	$6,04956 \times 10^{-3}$	-
$F = 5/2$	$6,04148 \times 10^{-3}$	$6,02681 \times 10^{-3}$	-
$F = 7/2$	$6,02323 \times 10^{-3}$	-	-

C.6 Coefficients d'ionisation

Ce coefficient est le même pour l'hydrogène ou le deutérium (cf chapitre quatre).
On a en se plaçant dans les unités S.I.

niveau	$i\sigma$
$8D$	$1,8055 \times 10^{-10}$
$8S$	$1,1437 \times 10^{-9}$

C.7 Données dépendant du jet

- plan-4m
- zone d'interaction de 55,8 cm
- distance entre les diaphragmes de 1,03 m
- distribution de vitesse de la forme :

$$f(v) = v^n \exp\left(-v^2/2\sigma^2\right)$$

on normalise par :

$$I = \int_0^{5\sigma} f(v) dv$$

Je rappelle que la correction de l'effet Doppler du second ordre s'écrit :

$$\omega_{vit} = \frac{\omega_{ge}}{c^2} v^2$$

On a les données numériques suivantes, les vitesses sont en km/s et les ω en s^{-1} :

- Pour l'hydrogène :

n	5
σ	1,814 km/s
ω_{vit}	$2,6938 \times 10^4 \times v^2$
I	285,03572

- Pour le deutérium :

n	7
σ	0,9947 km/s
ω_{vit}	$2,6945 \times 10^4 \times v^2$
I	45,9253

D Appendice 4 : La transition $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ du rubidium.

D.1 Calcul du taux d'excitation

Je rappelle la formule que j'ai donné dans le chapitre deux du taux de transition entre deux niveaux g et e :

$$\Gamma_p = \frac{36r_e^2 (2J_g + 1) P^2}{\Gamma_e \hbar^2 S^2} \quad (6.64)$$

$$\left| \sum_r \sqrt{(2J_r + 1) \frac{\lambda_{gr} \lambda_{re} f_{gr} f_{re}}{\Delta\omega_r^2} \begin{pmatrix} J_g & 1 & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} J_r & 1 & J_e \\ -m_r & q & m_e \end{pmatrix}^2} \right|^2$$

Pour cette transition on a deux niveaux relais en première approximation qui sont $5P_{1/2}$ et $5P_{3/2}$.

Pour le niveau $5P_{1/2}$, les valeurs numériques sont :

$$\lambda_{gr} = 7947,5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{1}{3} \times 1,033$$

$$\lambda_{re} = 7618,9 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{re} = 3,44 \times 10^{-2}$$

$$\Delta\omega_r = 51,38 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$3j/e = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$1/\Gamma_e = 266,7 \times 10^{-9} \text{ s}$$

et pour le niveau relais $5P_{3/2}$:

$$\lambda_{gr} = 7800,3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{2}{3} \times 1,033$$

$$\lambda_{re} = 7759,4 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{re} = \frac{1}{10} \times 3,44 \times 10^{-2}$$

$$\Delta\omega_r = 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

$$3j/e = \frac{1}{4 \times 5 \times 7}$$

$$1/\Gamma_e = 266,7 \times 10^{-9} \text{ s}$$

On obtient donc :

$$\Gamma_p = \left[\sqrt{1,02 \times 10^{-9}} + \sqrt{2,10 \times 10^{-9}} \right]^2 \frac{P^2}{S^2} \quad (6.65)$$

$$\Gamma_p = 6,05 \times 10^{-9} \frac{P^2}{S^2} \quad (6.66)$$

Dans les conditions habituelles de l'expérience cela fait :

$$\Gamma_p = 6,05 \times 10^{-9} \frac{(0,018)^2}{10^{-12}} = 1,96 \text{ s}^{-1}$$

à comparer à $85,9 \text{ s}^{-1}$ pour la transition $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$. Pour la transition $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$, le signal attendu est donc quarante fois plus petit. Ce que nous avons effectivement vérifié expérimentalement.

D.2 Calcul du déplacement lumineux

Ce calcul complète celui effectué pour la transition $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ dans le chapitre deux de ce mémoire.

Je rappelle que le déplacement du niveau fondamental vaut :

$$\delta\nu_g = \frac{\delta\omega_g}{4\pi} = (2J_g + 1) \frac{6P}{4\pi S} \frac{r_e}{\hbar} \sum_r \frac{f_{gr}\lambda_{gr}}{\Delta\omega_r} \begin{pmatrix} J_g & k & J_r \\ -m_g & q & m_r \end{pmatrix}^2 \quad (6.67)$$

et celui du niveau excité :

$$\delta\nu_e = \frac{6P}{4\pi S} \frac{r_e}{\hbar} \sum_r (2J_r + 1) \frac{f_{re}\lambda_{re}}{\Delta\omega_r} \begin{pmatrix} J_r & k & J_e \\ -m_r & q & m_e \end{pmatrix}^2 \quad (6.68)$$

D.2.1 Déplacement lumineux du niveau du bas soit $5S_{1/2}$:

Ce déplacement est le même que celui calculé dans le chapitre deux.

Pour le $5P_{1/2}$, on a :

$$\lambda_{gr} = 7947,5 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{1}{3} \times 1.033$$

$$\Delta\omega_r = 51,38 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

Pour le $5P_{3/2}$, on a :

$$\lambda_{gr} = 7800,3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{gr} = \frac{2}{3} \times 1.033$$

$$\Delta\omega_r = 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/g = \frac{1}{2 \times 3}$$

et donc finalement :

$$\delta\nu_g = +0,3672 \frac{P}{S} \quad (6.69)$$

Par contre le déplacement lumineux du niveau excité lui va changé car il ya deux niveaux relais possibles.

D.2.2 Déplacement lumineux du niveau excité :

On a donc $J_e = 3/2$ et $m_e = 1/2$. Pour cette transition, il y a donc deux niveaux relais possibles : le niveau $5P_{3/2}$ et le niveau $5P_{1/2}$. On a pour le niveau $5P_{3/2}$:

$$\lambda_{er} = 7759,4 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{er} = \frac{1}{10} \times 3,44 \times 10^{-2}$$

$$\Delta\omega_r = 6,63 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/e = \frac{1}{4 \times 5 \times 7}$$

d'où

$$\delta\nu_e(5P_{3/2}) = +0,0001 \frac{P}{S} \quad (6.70)$$

Pour le niveau $5P_{1/2}$:

$$\lambda_{er} = 7618,9 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$f_{er} = 3,44 \times 10^{-2}$$

$$\Delta\omega_r = 51,38 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$3j/e = \frac{1}{2 \times 3}$$

d'où

$$\delta\nu_e(5P_{1/2}) = +0,0022 \frac{P}{S} \quad (6.71)$$

d'où le déplacement lumineux total du niveau excité

$$\delta\nu_e = +0,0023 \frac{P}{S}$$

En fait pour cette transition le déplacement lumineux est essentiellement dû à celui du niveau du bas on obtient :

$$\delta\nu = +0,3649 \frac{P}{S}$$

On vérifie donc bien ce que nous avons vu expérimentalement à savoir que les déplacements lumineux pour la transition $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ et $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ sont équivalents, dans la mesure où le déplacement lumineux du niveau inférieur est largement prépondérant.

Bibliographie

- [Acef 1992] O. Acef, J.J. Zondy, M. Abed, D.G. Rovera, A.H. Gérard, A. Clairon, Ph. Laurent, Y. Millerioux, P. Juncar, *Opt. Commun.* **97**, 29 (1992)
- [Agrawal 1989] G.P. Agrawal Govind, *Non linear Fiber Optics*, Academic Press (1989)
- [Andreae 1992] T. Andreae et al, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1923 (1992)
- [Audi 1993] G. Audi, A.H. Waspra, *Nucl. Phys. A* **565**, 1 (1993)
- [Berkeland 1995] D.J. Berkeland, E.A. Hinds, M.G. Boshier, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2470 (1995)
- [Biraben 1979] F. Biraben, *Opt. Commun.* **29**, 353 (1979)
- [Biraben 1979] F. Biraben, M. Bassini, B. Cagnac, *J. Physique* **40**, 445 (1979)
- [Biraben 1982] F. Biraben, P. Labastie, *Opt. Commun.* **41**, 49 (1982)
- [Biraben 1986a] F. Biraben, L. Julien, *Opt. Commun.* **53**, 319 (1986)
- [Biraben 1986b] F. Biraben, J.C. Garreau, L. Julien, *Europhys. Lett.* **2**, 925 (1986)
- [Biraben 1989] F. Biraben, J.C. Garreau, L. Julien, M. Allegrini, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 621 (1989)
- [Biraben 1990] F. Biraben, J.C. Garreau, L. Julien, M. Allegrini, *Rev.Sci.Instrum.* **61** (5), 1468 (1990)
- [Boshier 1989] M. G. Boshier, et al, *Phys. Rev. A*, **40**, 6169-84 (1989)
- [Bourzeix 1993] S. Bourzeix, M.D. Plimmer, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, *Opt. Commun.* **99**, 89 (1993)
- [Bourzeix 1995] S. Bourzeix, Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie. Janvier 1995
- [Bourzeix 1996] S. Bourzeix, B. de Beauvoir, F. Nez, M.D. Plimmer, F. de Tomasi, L. Julien, F. Biraben, D.N. Stacey, *Phys. Rev. Lett.* **76** (3), 384-387 (1996)
- [Cagnac 1973] B. Cagnac, G.Grynberg et F.Biraben, *J.phys.* **34**, 845 (1973)
- [Cagnac 1994] B. Cagnac, M.D. Plimmer, L. Julien, F. Biraben, *Reports on progress in physics* **57** (9), 853-893 (1994)
- [Clairon 1985] A. Clairon, B. Dahmani, A. Filimon, J. Rutman, *IEEE Trans. Inst. Meas. IM* **34**, 265 (1985)
- [Clairon 1988] A. Clairon, B. Dahmani, O. Acef, M. Granveaud, Y.S. Domnin, S.B. Pouchkine, V.M. Tatarenkov, R. Felder, *Metrologia* **25**, 9 (1988)
- [Chang] K. Chang, "Handbook of microwave and optical components" vol 2, Wiley Interscience.
- [Cohen 1973] E.R. Cohen, B.N. Taylor, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **2**, 663 (1973)
- [Cohen 1986] E.R. Cohen, B.N. Taylor, *CODATA Bull.* **63**, 1-32 (1986)
- [Cosens 1968] B. L. Cosens, *Phys. Rev.* **173**, 49 (1968)
- [Doncheski 1991] M; Doncheski, H; Grotch, G.W. Erickson, *Phys. Rev. A*, **43**, 2152-70 (1991)

- [Drever 1983] R.W.P. Drever, Hall J.L. et al., *Appl.Phys.* **B31**, 97 (1983)
- [Erickson 1977] G.W. Erickson, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **6**, 831-52 (1977)
- [Farnham 1995] D. L. Farnham, R. S. Van Dyck, P. B. Schwinberg, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3598 (1995)
- [Garreau 1989] J.C. Garreau, Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie. Septembre 1989
- [Garreau 1990] J.C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, F. Biraben, *J. Phys. France* **51**, 2293 (1990)
- [Garreau 1990] J.C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien, F. Biraben, *J. Phys.* **51**, 2275-2292 (1990)
- [Girard 1983] B. Girard, Thèse de troisième cycle, université Paris VI (1983)
- [Goldsmith 1978] J. E. M. Goldsmith, E. W. Weber, T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 1525 (1978)
- [Grynberg 1980] G. Grynberg, B. Cagnac, F. Biraben. *Coherent non linear optics* **21**,112 (1980)
- [Hagley 1994] E. W. Hagley, F. M. Pipkin, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 384 (1986)
- [Hand 1963] L. N. Hand, D. J. Miller, R. Wilson, *Rev. Mod. Phys.*, **35**, 335 (1963)
- [Hänsch 1974] T. W. Hänsch, M.H. Nayfeh, S. A. Lee, S. M. Curry, I. S. Shahin, *Phys. Rev. Lett.* **32**, 1336 (1974)
- [Hänsch 1980] T.W. Hänsch, B.Couillaud, *Opt.Comm.* **35**, 441 (1980)
- [Julien 1986] L. Julien, F. Biraben, B. Cagnac, *Bull. Bureau Nat. de Métrologie* **66**, 31 (1986)
- [Karshenboïm 1996] S. G. Karshenboïm, *J. Phys. B* **29**, L31 (1996)
- [Kauppila 1970] W.E. Kauppila, W.R. Ott, W.L. Fite, *Phys. rev. A* **1** (4), 1099 (1970)
- [Lamb 1947] W.E. Lamb, R.C. Retherford, *Phys. Rev.* **72**, 241 (1947)
- [Lindgård 1977] A. Lindgård, S.E.Nielsen, *Atomic data and nuclear data tables* **19**, 533 (1977)
- [Lundeen 1981] S. R. Lundeen, F. M. Pipkin, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 232 (1981)
- [Millerioux 1994] Y. Millerioux, D. Touahri, L. Hilico, A. Clairon, R. Felder, F. Biraben, *B. de Beauvoir Opt. Commun.* **108**, 91 (1994)
- [Mohr 1988] P. J. Mohr, *The spectrum of atomic hydrogen: Advances ed. G. W. Series* (Singapore: World Scientific), 113-36 (1988)
- [Nez 1992] F. Nez, M.D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, O. Acef, J.J. Zondy, P. Laurent, A. Clairon, M. Abed, Y. Millerioux, P. Juncar, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2326 (1992)
- [Nez 1993a] F. Nez, Thèse de doctorat de l'université Pierre et Marie Curie. Octobre 1993
- [Nez 1993b] F. Nez, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerioux, *Opt. Commun.* **102**, 432-438 (1993)

-
- [Nez 1993c] F. Nez, M.D. Plimmer, S. Bourzeix, L. Julien, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerioux, P. De Natale, *Europhys. Lett.* **24**, 635 (1993)
- [Palais 1988] Joseph C. Palais, *Fiber Optic Communications*, Prentice-Hall International Editions (1988)
- [Pal'chikov 1985] V. G. Pal'chikov, Yu. L. Sokolov, V.P. Yakovlev, *Metrologia* **21**, 99 (1985)
- [Pachucki 1996] K. Pachucki, et al., *J. Phys.* **29**, 177 (1996)
- [Petley 1992] B. W. Petley, *Metrologia* **29**, 95 (1992)
- [Poustie 1993] A.J. Poustie, *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 691 (1993)
- [Sapirstein 1990] J. R. Sapirstein, D. R. Yennie *Quantum Electrodynamics (Advanced Series on Directions in High Energy Physics)* ed. T. Kinoshita (Singapore: World scientific), **7**, 560-672 (1990)
- [Schmidt-Kaler 1993] F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, M. Weitz, T.W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2261 (1993)
- [Simon 1980] G. G. Simon, C. H. Schmitt, F. Borkowski, V. H. Walther, *Phys. Rev. A*, **333**, 381 (1980)
- [Stoicheff 1980] B.P. Stoicheff, E. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 733 (1980)
- [Touahri 1995] D. Touahri, F. Nez, M. Abed, J.J. Zondy, O. Acef, L. Hilico, A. Clairon, Y. Millerioux, F. Biraben, L. Julien, R. Felder, *IEEE Transactions on instrumentation and measurement* **44** (2), 170 (1995)
- [Touahri 1996a] D. Touahri, O. Acef, A. Clairon, J.J. Zondy, L. Hilico, B. de Beauvoir, F. Biraben, F. Nez, *Opt. Commun. à paraître*
- [Touahri 1996b] D. Touahri, Thèse de doctorat de l'Université Paris XI (Orsay) Juillet 1996
- [Weber 1979] K.H. Weber, K. Niemax, *Opt. Commun.* **31**, 979 (1979)
- [Weber 1982] K.H. Weber, K. Niemax, *J. Phys. A* **307**, 13 (1982)
- [Vasilenko 1970] L. S. Vasilenko, V. P. Chebotayev, A. V. Shishaev *J.E.T.P. Lett.*, **12**, 113 (1970)
- [Weitz 1993] F. Schmidt-Kaler, M. Weitz, T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2261 (1993)
- [Weitz 1995] M. Weitz et al, *Phys. Rev. A* **52**, 2664 (1995)
- [Wieman 1980] C.E. Wieman, T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A*, **22**, 192-205 (1980)
- [Zhao 1986] P. Zhao, W. Lichten, H.P. Layer, J.C. Bergquist, *Phys. Rev. A*, **34**, 5138 (1986)
- [Zhao 1987] P. Zhao, W. Lichten, H.P. Layer, J.C. Bergquist, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 571-4 (1987)

Nom :

Béatrice de BEAUVOIR

Titre :

Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm :
mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium et
détermination de la constante de Rydberg.

Résumé :

L'objet de cette thèse est la construction d'un laser étalon à 778 nm pour réaliser une mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium.

Cet étalon de fréquence est une diode laser stabilisée en fréquence sur une transition à deux photons 5S-5D de l'atome de rubidium. Les performances métrologiques de ce laser étalon sont 10 fois meilleures que celles du laser He-Ne stabilisé sur l'iode. La fréquence de ce laser a été mesurée au cours de cette thèse grâce à une chaîne de multiplication de fréquence située à l'Observatoire de Paris. L'étude des caractéristiques métrologiques de la fibre optique reliant nos laboratoires a montré que le passage du faisceau du laser étalon dans celle-ci ne détériorait pas ses propriétés métrologiques.

Les transitions 2S-8S/8D sont excitées dans un jet atomique par un laser titane-saphir. Plusieurs effets parasites déplacent et élargissent les raies étudiées. Pour s'affranchir de ces effets, une forme de raie théorique est ajustée sur les signaux expérimentaux. Elle tient compte en particulier de l'effet Stark linéaire sur les niveaux excités. La comparaison en fréquence du laser d'excitation et du laser étalon donne la fréquence absolue de la raie étudiée. On en déduit la valeur de la constante de Rydberg :

$$R_{\infty} = 109\,737,315\,6859 (10) \text{ cm}^{-1}$$

Ce résultat est le plus précis à ce jour. En comparant les mesures du deutérium à celles de l'hydrogène, on détermine la valeur du déplacement de Lamb de l'état 2S du deutérium :

$$L_{2S-2P} = 1059,230 (9) \text{ MHz}$$

Cette mesure améliore l'incertitude sur cette valeur de plus d'un ordre de grandeur ; elle est en bon accord avec la dernière mesure de cette quantité.

L'incertitude sur ces résultats approche celle des calculs d'électrodynamique quantique donnant les valeurs théoriques des niveaux d'énergie.

Mots clés :

métrologie des fréquences optiques
spectroscopie à deux photons
hydrogène
deutérium
fibre optique
étalon de fréquence
laser
effet Stark