



**HAL**  
open science

# Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications

Delphine Grison

## ► To cite this version:

Delphine Grison. Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins: un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1992. Français. NNT: . tel-00011883

**HAL Id: tel-00011883**

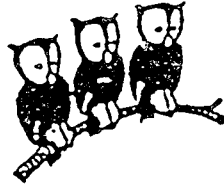
**<https://theses.hal.science/tel-00011883>**

Submitted on 9 Mar 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
**Delphine GRISON**

pour obtenir le titre de  
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :  
**ATOMES PIEGES ET REFROIDIS PAR LASER  
A QUELQUES MICROKELVINS :  
UN PIEGE MAGNETO-OPTIQUE DANS UNE CELLULE  
DE CESIUM ET QUELQUES APPLICATIONS**

Soutenue le 6 février 1992 devant le jury composé par :

<b>MM. C. COHEN-TANNOUJJI</b>	Président
<b>J.M. RAIMOND</b>	Rapporteur
<b>Ph. GRANGIER</b>	Rapporteur
<b>G. GRYNBERG</b>	Examineur
<b>C. BORDÉ</b>	Examineur
<b>Ch. SALOMON</b>	Directeur de Thèse

**DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE**



**THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI**  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
**Delphine GRISON**

pour obtenir le titre de  
**Docteur de l'Université Paris VI**

Sujet de la thèse :  
**ATOMES PIEGES ET REFROIDIS PAR LASER  
A QUELQUES MICROKELVINS :  
UN PIEGE MAGNETO-OPTIQUE DANS UNE CELLULE  
DE CESIUM ET QUELQUES APPLICATIONS**

Soutenue le 6 février 1992 devant le jury composé par :

<b>MM. C. COHEN-TANNOUJDI</b>	<b>Président</b>
<b>J.M. RAIMOND</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Ph. GRANGIER</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>G. GRYNBERG</b>	<b>Examineur</b>
<b>C. BORDÉ</b>	<b>Examineur</b>
<b>Ch. SALOMON</b>	<b>Directeur de Thèse</b>

“C’est en vain que j’ai accumulé en moi tous les trésors de l’esprit humain : quand à la fin je viens m’asseoir, aucune force nouvelle ne jaillit de mon être intime ; je ne suis pas d’un cheveu plus haut, je ne suis pas plus proche de l’Infini.”

Goethe, Faust

“Il m’est advenu en science comme à celui qui se lève de bonne heure, qui au crépuscule attend avec impatience l’aurore, puis à l’aurore le lever du soleil, et qui pourtant est ébloui lorsque celui-ci paraît.”

Goethe, Sentences en prose



## Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'Ecole Normale Supérieure. Je remercie son directeur, Jacques Dupont-Roc, de m'y avoir accueillie.

Je tiens à remercier tout particulièrement Claude Cohen-Tannoudji, qui a accepté de présider le jury : il m'a fait profiter de toute son expérience et sa rigueur pour la compréhension des phénomènes, mais aussi de ses qualités pédagogiques qui ont grandement facilité mon introduction au domaine du refroidissement laser.

Christophe Salomon a dirigé ces recherches. Sa patience, son enthousiasme et sa volonté de toujours essayer les idées nouvelles ont été un stimulant important, en particulier lorsque les expériences tardaient à aboutir. Merci.

Je ne saurais oublier tous les membres de l'équipe : Alain Aspect, pour sa capacité à poser les bonnes questions, toujours empreintes de bon sens, Jean Dalibard, Yvan Castin et tous les autres thésards : Brahim Lounis, Olivier Emile et François Bardou, dont l'aide a souvent permis de résoudre des problèmes quotidiens.

Toute la partie optique non-linéaire présentée dans ce mémoire a été réalisée en collaboration avec des spécialistes. Je remercie Gilbert Grynberg et son foisonnement d'idées pour l'attention qu'il a bien voulu consacrer à ce travail, ainsi que Philippe Verkerk pour son aide à faire tourner l'expérience et Jean-Yves Courtois pour avoir mené avec diligence les calculs des signaux.

André Clairon a également été très présent pendant ce travail : je le remercie pour ses conseils judicieux (et tout le matériel prêté). Une partie des résultats présentés dans ce mémoire ont été obtenus en collaboration avec son équipe au L.P.T.F. : Michael Drewsen et Philippe Laurent y ont participé.

Merci également à Christian Bordé, Jean-Michel Raimond et Philippe Grangier de l'intérêt qu'ils ont bien voulu témoigner à ces recherches en acceptant de faire partie du jury.

Enfin, je remercie tous les personnels du laboratoire pour leur soutien logistique et tout spécialement Mmes Celton et Sanchez qui ont assuré la frappe, ainsi que Melle Gazan et M. Manceau pour la reproduction et la reliure de ce mémoire.

## RESUME

Ce mémoire s'inscrit dans le domaine du piégeage et du refroidissement radiatifs. Il présente la réalisation et l'étude d'un piège magnéto-optique dans une cellule à faible pression de vapeur de césium. Le remplissage du piège est décrit par un modèle Monte-Carlo sur une transition  $F = 0/F' = 1$ . Néanmoins une compréhension plus détaillée du fonctionnement du piège fait intervenir la structure des niveaux de l'atome, les nouveaux mécanismes de refroidissement sub-Doppler, ainsi que des effets de densité liés en particulier à la diffusion multiple de photons. Le piège réalisé est très profond (jusqu'à plusieurs Kelvin de profondeur) et permet d'obtenir de fortes densités d'atomes (quelques  $10^{10}$  à  $10^{12}$  atomes par  $cm^3$ ) à de très basses températures (5 à  $100 \mu K$ ). Nous présentons également une première utilisation de ces atomes froids pour une expérience d'optique non-linéaire mettant en évidence un nouvel effet Raman entre sous-niveaux du niveau fondamental déplacés par la lumière. Nous discutons finalement quelques applications potentielles d'un tel dispositif.

## ABSTRACT

Laser cooled and trapped atoms are the subject of this thesis : we built and studied a magneto-optical trap in a glass cell with a low pressure cesium vapor. The filling of the trap is described by a Monte-Carlo simulation on a  $F = 0/F' = 1$  transition. But a more detailed understanding of the behaviour of the trap requires that one takes into account the structure of the ground level of the transition, the new laser cooling mechanisms and density effects such as the ones originating in multiphoton scattering. In this very deep trap (the depth is up to a few Kelvin), high densities of atoms ( $10^{10}$  to  $10^{12}$  atoms per  $cm^3$ ), at a low temperature (5 to  $100 \mu K$ ) are obtained. We also present a first experiment of non-linear optics on this cold sample of atoms : we observed Raman transitions between the light-shifted Zeeman sublevels of the ground state. Finally, we discuss a few possible applications of the magneto-optical trap.

## INTRODUCTION GENERALE

L'idée fondamentale à l'origine des processus de refroidissement et piégeage radiatifs est l'échange possible d'impulsion lors de l'interaction entre la matière et le rayonnement [1]. Pour une particule légère isolée, comme un atome, on peut ainsi jouer sur sa vitesse. Et la première expérience dans ce sens a été réalisée par Frisch en 1933 [2] : il a mis en évidence l'impulsion du photon en observant la déflexion d'un jet de sodium sous l'effet du rayonnement d'une lampe à décharge de sodium. Mais c'est l'avènement des sources laser qui est à l'origine de l'essor de ce domaine. En effet, si le transfert d'impulsion du photon à l'atome correspond pour ce dernier à de faibles vitesses  $-3,5 \text{ mm/s}$  pour le césium, à comparer à des vitesses thermiques à température ambiante de  $200 \text{ m/s}$ , ce qui rend son observation spectroscopique difficile [3]— la possibilité, grâce aux laser, de saturer une transition atomique fortement permise, comme une raie de résonance, et par conséquent de répéter ce processus élémentaire un grand nombre de fois par unité de temps, permet d'agir de façon appréciable sur l'atome [4].

On sait ainsi, depuis presque une dizaine d'années, ralentir des jets atomiques [5,6], en envoyant dans la direction opposée au jet un faisceau laser, exerçant une force dite de pression de radiation : lorsque l'atome absorbe un photon laser, il recule dans la direction du laser alors que lors de l'émission spontanée la direction de recul est aléatoire et un sens est aussi probable que le sens opposé. En moyenne donc, l'atome recule dans la direction du faisceau laser à l'absorption d'un photon et sa quantité de mouvement, ne varie pas à l'émission, d'où une force moyenne dans la direction du faisceau laser et opposée à la direction du jet atomique. Mais, à cause de l'effet Doppler, l'atome lorsqu'il est ralenti ne reste pas en résonance avec le laser. Pour pallier ceci, diverses solutions peuvent être adoptées : utiliser un laser dont le spectre en fréquence est blanc, changer la fréquence du laser au fur et à mesure que l'atome est décéléré [6] ou encore changer la fréquence de la transition atomique par un champ magnétique [5].

Si la notion selon laquelle la lumière peut être à l'origine d'un refroidissement date de 1950 [7], l'idée d'utiliser l'effet Doppler pour refroidir une distribution de vitesses  $a$ , quant à elle, été proposée dès 1975 [8,9]. A une dimension, si un atome est éclairé par deux ondes

lumineuses se propageant en sens inverse l'une de l'autre, et désaccordées en-dessous de la résonance atomique, l'effet Doppler conduira l'atome à être plus résonnant avec le faisceau laser se propageant dans le sens opposé à sa vitesse. Il absorbera donc préférentiellement des photons dans cette onde, ce qui crée une force opposée à la vitesse. On peut l'écrire pour les faibles vitesses  $\mathbf{f} = -\alpha\mathbf{v}$  où  $\alpha$  est un coefficient de friction. Un tel système, généralisé à trois dimensions par trois paires de faisceaux laser se contre-propageant suivant les trois axes d'un repère d'espace, prend le nom de mélasse optique [10] : le rayonnement crée pour les atomes un milieu visqueux, ce qui permet de garder les atomes en une région de l'espace pendant des temps relativement longs (de l'ordre de la seconde). Mais quelle est la limite du refroidissement ? Pour décrire le mouvement d'un atome, il faut tenir compte du fait que la force ci-dessus n'est qu'une force moyenne et que l'absorption et l'émission spontanée ont un caractère aléatoire, en introduisant un coefficient de diffusion en impulsion  $D$  :

$$\frac{d \langle p^2 \rangle}{dt} = 2D - 2 \frac{\alpha}{m} \langle p^2 \rangle$$

On a ainsi compétition entre le refroidissement dû à la friction et l'échauffement lié aux fluctuations [11,12]. En écrivant une équation de Fokker-Planck, on obtient une distribution des vitesses gaussienne dont la température  $T_D$ , appelée température d'une mélasse Doppler, est donnée par  $k_B T_D = D/\alpha$ . Le minimum de température est obtenu pour un désaccord laser  $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$  et est  $k_B T_D = \hbar \frac{\Gamma}{2}$  [13], où  $\Gamma$  est la largeur naturelle du niveau excité de la transition.

Cependant, si une mélasse permet de refroidir des atomes et de les confiner par pure viscosité, elle ne constitue pas un piège à proprement parler : il n'y a pas de force de rappel en position. Le confinement visqueux des atomes dans une mélasse optique conduit à une densité de l'ordre de  $10^8 \text{at/cm}^3$ . Réaliser un piège pour ces atomes permettrait de gagner quelques ordres de grandeur sur la densité. Pour des atomes électriquement neutres, un piège ne peut reposer sur les forces coulombiennes. Cependant, on peut réaliser un piégeage magnétique où un champ magnétique courbe les niveaux atomiques [14]. On peut également utiliser à nouveau la lumière. On sépare traditionnellement la force exercée par un champ lumineux sur un atome en deux composantes [15] : la première, liée au gradient de phase du champ électrique, est la force de pression de radiation ; la seconde, liée au gradient d'intensité, est la force dipolaire. Cette dernière dérive d'un potentiel et,

par exemple, le waist d'un faisceau laser focalisé peut constituer un piège. Mais si un tel piège a été réalisé avec succès sur du sodium [16], il présente, comme le piège magnétique, deux difficultés : il est difficile de réaliser des pièges profonds (on obtient typiquement des profondeurs de quelques dizaines de milliKelvin), et il ne comporte pas de mécanisme de refroidissement alors que, pour le piège dipolaire, subsiste un chauffage dû aux fluctuations de la force. Ces difficultés peuvent bien sûr être contournées en alternant des phases de mélasse et des phases de piégeage, mais ne serait-il pas possible de réaliser un piège stable avec uniquement la force de pression de radiation ? En 1983, après diverses propositions, la réponse semblait être un non définitif : le théorème de Gauss optique énonce qu'il est impossible de piéger de façon stable un atome ou une particule diélectrique isotrope en utilisant uniquement les forces de pression de radiation linéaires en intensité, créées par un ensemble statique d'ondes laser monochromatiques [17,18]. On peut en effet montrer que la force qui résulte d'un tel ensemble d'ondes est proportionnelle au vecteur de Poynting. Or, la divergence de ce vecteur est nulle dans une région de l'espace où il n'y a pas de charges : la force ne peut donc pas pointer vers un point dans tout le voisinage de celui-ci, elle n'est donc pas confinante à trois dimensions.

Pour s'affranchir de ce théorème et réaliser un piégeage, on peut par exemple alterner dans le temps diverses configurations de champs laser [19] ou, en tirant parti du pompage optique créé par des ondes lasers de polarisations différentes, briser la linéarité de la force en intensité [20].

C'est dans ce contexte que, en 1987, fut proposé par Jean Dalibard le piège magnéto-optique. L'ajout d'un champ magnétique à une configuration statique d'ondes laser monochromatiques permet de s'affranchir du théorème de Gauss car la force n'est plus proportionnelle au vecteur de Poynting. Nous verrons dans une première partie en quoi consiste exactement ce piège : nous présenterons un calcul de type Monte-Carlo à une et deux dimensions permettant d'extraire quelques caractéristiques du piège puis nous décrirons notre montage expérimental et les premiers résultats obtenus. Jusqu'alors, toutes les expériences de refroidissement et piégeage réalisées utilisaient un jet atomique ralenti. Un premier piège magnéto-optique a d'ailleurs été réalisé en 1987 sur un jet pré-ralenti d'atomes de sodium [21]. Mais le piège magnéto-optique peut être, comme nous l'avons fait, mis en oeuvre dans une cellule à faible pression de vapeur de césium, ce qui présente un avantage important du point de vue de l'encombrement, de la simplicité et de la maniabilité de l'expérience (qui peut être par exemple embarquée dans un avion). La grande profondeur du piège magnéto-optique —de l'ordre du Kelvin— permet en effet de le remplir efficacement

à partir de l'aile basse vitesse d'une distribution thermique d'atomes.

Mais si notre description dans cette première partie se limite aux mécanismes Doppler que nous avons esquissés ci-dessus, on sait désormais qu'ils ne suffisent pas à décrire le comportement d'un atome réel dans une onde lumineuse. L'indice de ce fait inattendu provient des mesures de température effectuées sur les mélasses. Pour la première fois en 1987, le groupe de W.D. Phillips à Washington a mesuré des températures de  $40 \mu K$  sur le sodium alors que le minimum de température attendu était de  $240 \mu K$  [22]. D'autres mesures sont venues le confirmer puisque, à l'E.N.S.,  $2,5 \mu K$  ont été mesurés sur du césium au lieu du minimum de  $120 \mu K$  attendu [23]. L'explication de ce résultat repose sur la structure interne de l'atome [24,25]. Alors que pour les mécanismes Doppler on considère un atome à deux niveaux, pour le césium, par exemple, on travaille sur la transition  $F = 4/F' = 5$ . Et cette multiplicité de sous-niveaux Zeeman dans le fondamental allié au gradient de la polarisation lumineuse, introduit dans le problème des temps de pompage optique qui peuvent être longs devant  $\Gamma^{-1}$ . On peut montrer alors la possibilité de réaliser des températures plus basses que  $\hbar\Gamma/2$ . Nous verrons dans la deuxième partie de ce mémoire comment les nouveaux mécanismes de refroidissement interviennent dans le piège magnéto-optique. Si les mécanismes Doppler décrivent correctement le remplissage du piège, nous ne pouvons négliger les nouveaux mécanismes de refroidissement pour rendre compte du comportement des atomes à l'équilibre dans le piège. Ces nouveaux mécanismes nous donneront une nouvelle image du fonctionnement du piège et nous obtiendrons des prédictions de sa taille et de sa température. De plus, nous verrons que pour décrire ce fonctionnement nous devons prendre en compte des effets de densité qui sont à l'origine d'une force répulsive entre les atomes [26].

Nous consacrerons enfin notre troisième partie à décrire une première expérience d'optique non-linéaire réalisée sur les atomes piégés. Il s'agit de l'observation de résonances, dont la largeur est petite devant  $\Gamma$ , que nous interprétons en termes de résonances Raman entre sous-niveaux Zeeman du fondamental [27]. Le modèle des nouveaux mécanismes montre en effet que ceux-ci ont des déplacements lumineux, des largeurs et des populations différents les uns des autres. Cette expérience de résonances Raman est donc une confirmation indirecte de la validité des nouveaux mécanismes. Elle donne surtout un premier aperçu de l'utilisation des atomes froids qui peut être faite en optique non-linéaire. Nous terminerons ce mémoire par quelques idées d'expériences où l'utilisation du piège magnéto-optique comme source d'atomes froids est intéressante.

## Références de l'Introduction

- [1] A. Einstein, Phys. Z. 18, 121 (1917).
- [2] R. Frisch, Z. Phys. 86, 42 (1933).
- [3] J. Hall, C. Bordé, K. Uchida, Phys. Rev. Lett. 37, 1339 (1976).
- [4] J. Piqué, J. Vialle, Opt. Comm. 5, 402 (1972).
- [5] J. Prodan, A. Migdall, W. Phillips, I. So, H. Metcalf, J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. 54, 392 (1985).
- [6] W. Ertmer, R. Blatt, J. Hall, M. Zhu, Phys. Rev. Lett. 54, 996 (1985).
- [7] A. Kastler, J. Phys. Rad. 11, 255 (1950).
- [8] D. Wineland, H. Dehmelt, B.A.P.S. 20, 637 (1975).
- [9] T. Hänsch, A. Schawlow, Opt. Comm. 13, 68 (1975).
- [10] S. Chu, M. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable, A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985).
- [11] R. Cook, Phys. Rev. Lett. 44, 976 (1980).
- [12] J. Gordon, A. Ashkin, Phys. Rev. A 21, 1606 (1980).
- [13] D. Wineland, W. Itano, Phys. Rev. A 20, 1521 (1979).
- [14] A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergeman, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 54, 2596 (1985).
- [15] Cours C. Cohen-Tannoudji au Collège de France (1982-83).
- [16] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, Phys. Rev. Lett. 57, 314 (1986).
- [17] V. Minogin, J. Javanainen, Opt. Comm. 43, 119 (1988).
- [18] A. Ashkin, J. Gordon, Opt. Lett. 8, 511 (1983).

- [19] A. Ashkin, *Opt. Lett.* 9, 454 (1984).
- [20] D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman, R. Watts, *Phys. Rev. Lett.* 57, 310 (1986).
- [21] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* 59, 2631 (1987).
- [22] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* 61, 169 (1988).
- [23] Ch. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, *Europhys. Lett.* 12, 683 (1990).
- [24] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* 6, 2023 (1989).
- [25] P. Ungar, D. Weiss, E. Riis, S. Chu, *J. Opt. Soc. Am. B* 6, 2056 (1989).
- [26] T. Walker, D. Sesko, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* 64, 408 (1990).
- [27] D. Grison, B. Lounis, Ch. Salomon, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, *Europhys. Lett.* 15, 149 (1991).



**CHAPITRE I**

**LE PIEGE MAGNETO-OPTIQUE EN TERMES  
DE FORCE DOPPLER**

## INTRODUCTION

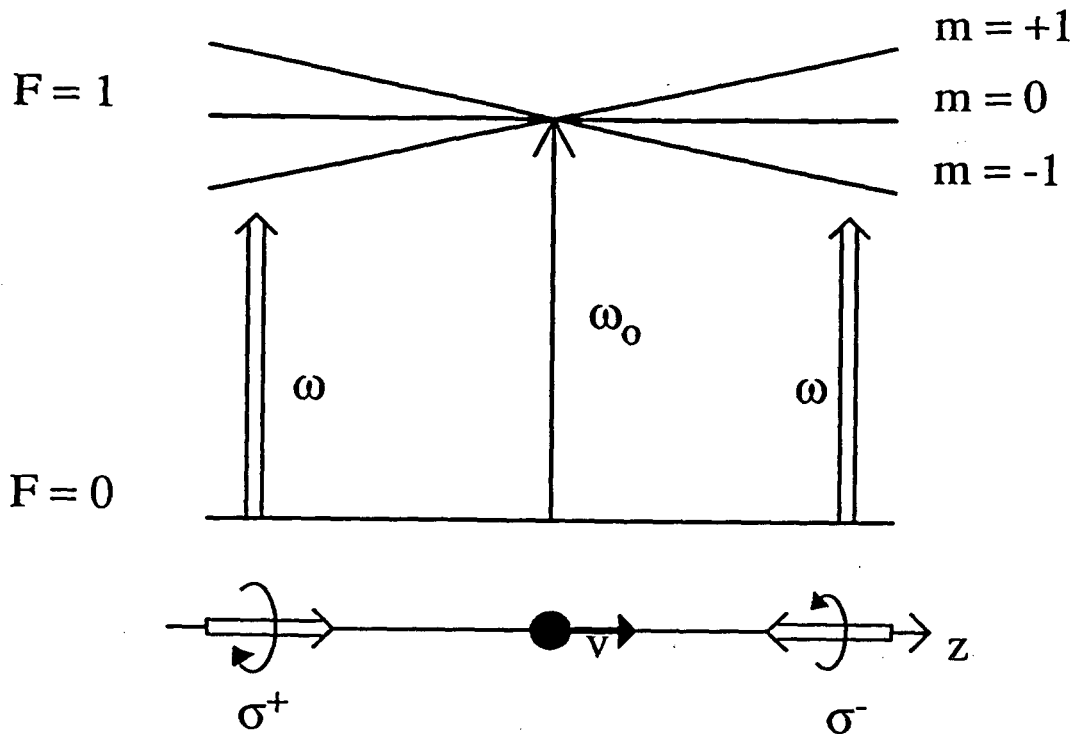
Exposons pour commencer de manière qualitative le principe de fonctionnement du piège magnéto-optique.

Plaçons-nous à une dimension suivant l'axe  $Oz$ . Soit un atome à deux niveaux,  $F = 0/F' = 1$ , placé dans un champ magnétique de gradient constant  $\mathbf{B} = bz\mathbf{e}_z$  ( $b > 0$ ) et soient deux faisceaux laser se propageant suivant  $+\mathbf{e}_z$  et  $-\mathbf{e}_z$ , polarisés  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ , et désaccordés en-dessous de la résonance atomique en  $z = 0$ ,  $\omega_0$  :  $\delta = \omega - \omega_0 < 0$  (fig. 1).

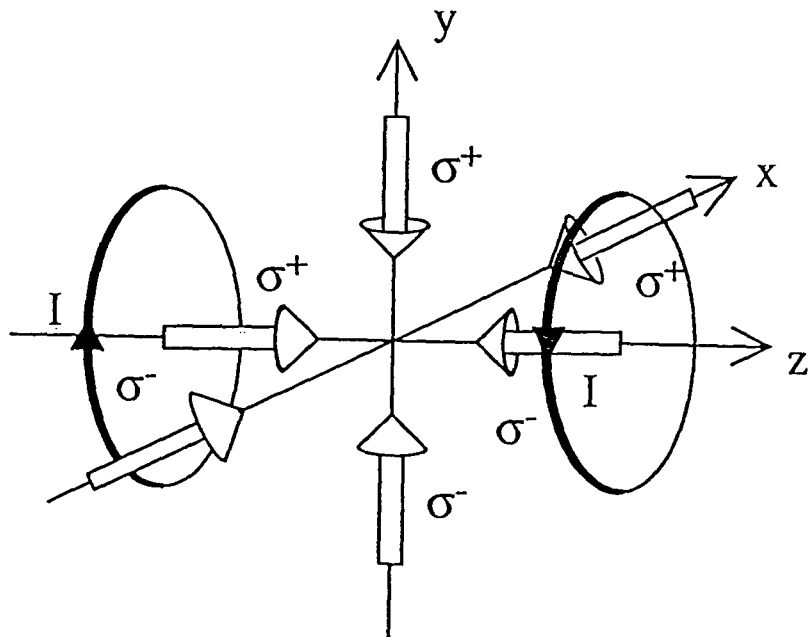
Supposons que l'atome est en  $z$  avec une vitesse  $v$ . L'onde  $\sigma^+$  couple le niveau fondamental au niveau  $m = +1$  et l'écart à résonance est  $\delta_+ = \omega - kv - (\omega_0 + \mu z) = \delta - kv - \mu z$ . L'onde  $\sigma^-$ , quant à elle, couple le niveau fondamental au niveau  $m = -1$  et l'écart à résonance est  $\delta_- = \omega + kv - (\omega_0 - \mu z) = \delta + kv + \mu z$ . Donc si  $v > 0$  et  $z > 0$  par exemple,  $|\delta_+| > |\delta_-|$  et l'atome absorbera préférentiellement des photons dans l'onde se propageant suivant  $-\mathbf{e}_z$ . La force, développée au voisinage de  $v = 0$  et  $z = 0$  peut s'écrire sous la forme  $f = -\alpha(v + \frac{\mu}{k}z) = -\alpha v - \kappa z$ . On a donc ici l'analogie d'un oscillateur harmonique amorti. Cette analogie est cependant valable uniquement au centre du piège et nous devons réaliser une simulation numérique pour décrire son remplissage.

Pour passer à trois dimensions, il suffit de reproduire la situation à une dimension suivant les trois axes d'un repère d'espace. Si on prend le champ magnétique créé par deux bobines, d'axe  $Oz$ , parcourues par des courants en sens inverse, il est au voisinage de  $z = 0$  de la forme  $\mathbf{B} = b(z\mathbf{e}_z - \frac{1}{2}\mathbf{r})$  en coordonnées cylindriques (fig. 2). La configuration laser qui généralise la situation à une dimension est représentée sur la figure 2. On remarque que, sur les axes  $x$  et  $y$ , comme le gradient de champ magnétique est négatif, il faut inverser les polarisations par rapport à l'axe  $z$  : le laser se propageant suivant  $-\mathbf{e}_x$  (respectivement  $-\mathbf{e}_y$ ) sera  $\sigma^+$ , celui suivant  $+\mathbf{e}_x$  (respectivement  $+\mathbf{e}_y$ ) sera  $\sigma^-$ .

Pour finir ces considérations qualitatives, intéressons-nous un instant à l'atome de césium. Le schéma des niveaux du césium est donné sur la figure 3. Nous allons travailler sur la transition  $F = 4/F' = 5$  qui est une transition fermée : excité sur le niveau  $F' = 5$ ,



**Figure 1** : Schéma de principe du piège magnéto-optique sur une transition  $F = 0/F' = 1$ . Le faisceau laser se propageant suivant  $+e_z$  est polarisé  $\sigma^+$ , celui se propageant suivant  $-e_z$  est  $\sigma^-$ , et tous deux sont désaccordés en-dessous de la résonance atomique :  $\delta = \omega - \omega_0 < 0$ . Le champ magnétique est de la forme  $\mathbf{B} = \frac{dB}{dz} z e_z$  où  $\frac{dB}{dz} > 0$  et constant.



**Figure 2** : Schéma de principe du piège magnéto-optique à trois dimensions.

l'atome ne peut se désexciter que vers le niveau  $F = 4$ . Certes, des phénomènes plus complexes apparaissent à cause de la multiplicité des sous-niveaux Zeeman, mais nous n'en tiendrons pas compte dans cette première partie. Contentons-nous donc pour l'instant de montrer que le principe du piège n'est pas affecté. Le déplacement Zeeman des sous-niveaux magnétiques  $m$  sous l'effet d'un champ  $B$  est  $m\hbar\omega_b B$  où  $\omega_b$  est la pulsation Zeeman : elle est de 0,56 MHz/Gauss pour  $F = 5$  et de 0,35 MHz/Gauss pour  $F = 4$ . Supposons, à nouveau à une dimension, que l'atome est situé en  $z > 0$  avec  $v > 0$  et dans le niveau  $F = 4, m = 4$ . La transition correspondant à  $\Delta m = -1$  est plus probable que la transition  $\Delta m = +1$  car l'écart à résonance est  $\delta + kv - 0,28bz$  contre  $\delta - kv - 1,4bz$  pour  $\Delta m = +1$ . Une fois dans le niveau  $F' = 5, m' = 3$ , l'atome se désexcite avec  $\Delta m = -1, 0$  ou  $+1$ . Il y a donc pompage optique vers les niveaux  $F = 4, m = 3$  ou  $2$ , où la transition  $\Delta m = -1$  est toujours la plus probable ... et l'atome se retrouve pompé dans le niveau  $F = 4, m = -4$ . On peut ajouter qu'au fur et à mesure que  $m$  décroît, l'écart à résonance, à  $z$  et  $v$  constants, diminue et les rapports des coefficients de Clebsch-Gordan deviennent de plus en plus favorables à la transition  $\Delta m = -1$ . Celle-ci correspond à une force dirigée dans le sens opposé au mouvement qui a donc un effet de piégeage aussi bien que de friction.

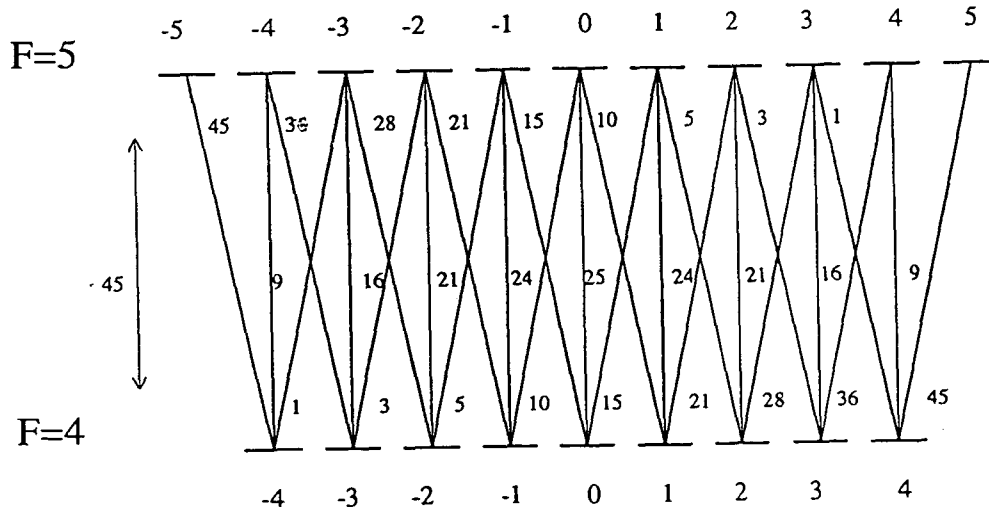
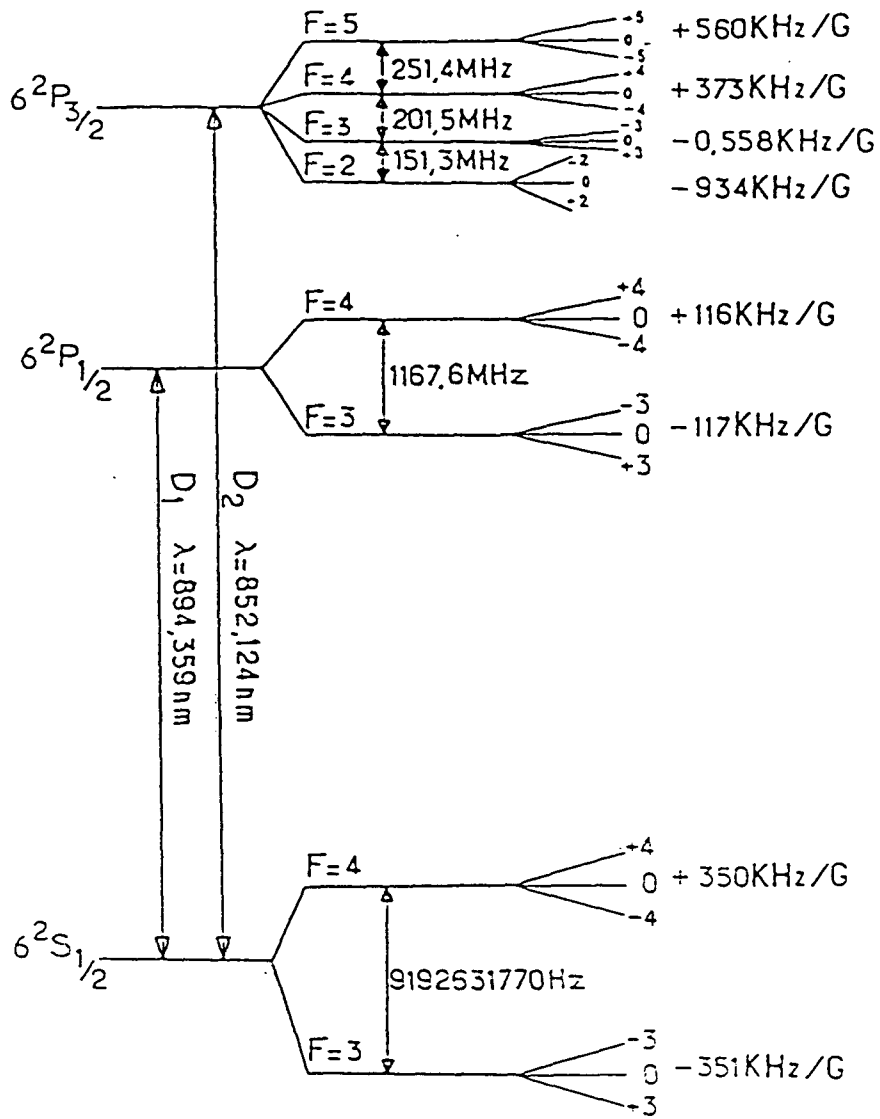
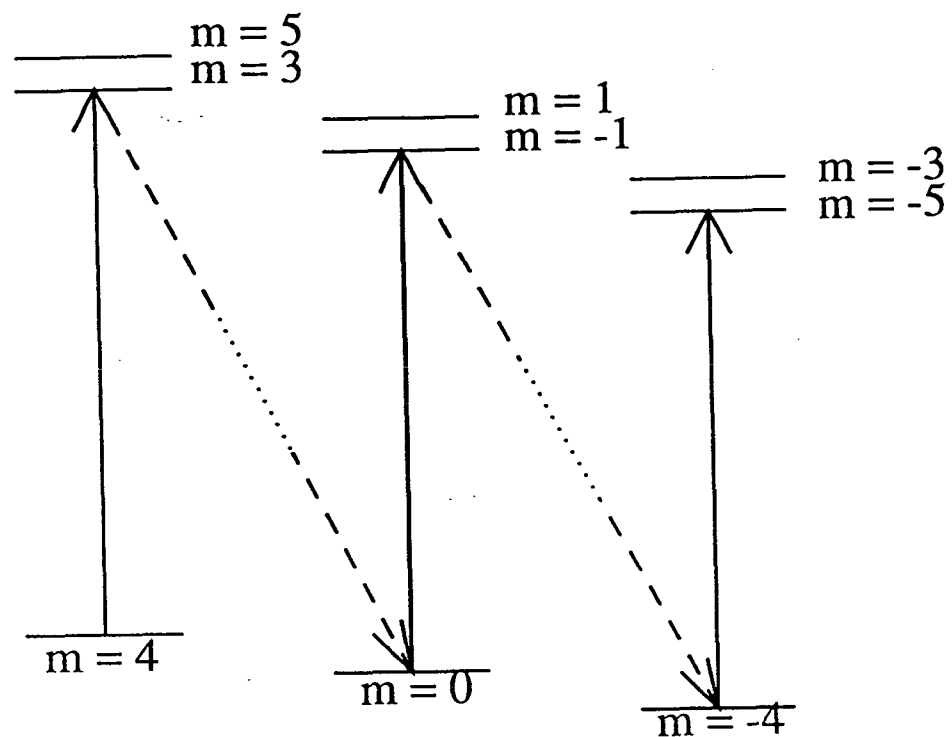


Figure 3 : Schéma des niveaux du césium et coefficients de Clebsch-Gordan associés aux transitions.



*Figure 4 : Principe du piège pour le césium : si l'atome est en  $z > 0$ , avec une vitesse  $v > 0$ , il est pompé dans le sous-niveau Zeeman fondamental  $m = -4$  puis subit des cycles d'absorption/émission spontanée entre les niveaux  $m = -4, m' = -5$  où une force négative s'exerce alors.*

## A - MODELE MONTE-CARLO DU MOUVEMENT D'UN ATOME DANS UN PIEGE MAGNETO-OPTIQUE

Nous allons, dans cette partie, présenter un modèle simple qui permet de décrire l'évolution d'un atome  $F = 0/F' = 1$  dans un piège magnéto-optique. Les forces entrant en jeu seront uniquement liées à l'interaction avec la lumière et nous ne tiendrons pas compte, en particulier, de la gravité. Un bilan, à faible pression de vapeur de césium, du terme source et des pertes en cellule nous permettra d'évaluer le nombre d'atomes dans le piège. Nous nous intéresserons ici avant tout au remplissage du piège : le comprendre, et ce, plus précisément, par la généralisation à deux dimensions du modèle élaboré à une dimension et les renseignements sur les corrélations entre vitesses et positions qu'il fournit, est important pour expliquer l'existence du piège en cellule alors que les mélasses optiques n'ont pas été observées sur la lumière de fluorescence dans cette situation [1] (\*).

### 1/ Description du modèle à une dimension [2-6]

#### a) Mouvement d'un atome à deux niveaux dans une onde lumineuse

Nous allons utiliser un modèle semi-classique, c'est-à-dire traiter quantiquement le degré de liberté interne de l'atome et classiquement les degrés de liberté externes (position, vitesse) et le champ laser [7-8]. On ajoutera phénoménologiquement l'émission spontanée

---

(\*) Les mélasses optiques n'ont en fait, pas été observées sur la lumière de fluorescence faute d'un contraste suffisant avec les atomes de la vapeur de césium : l'augmentation de la densité par rapport au fond n'est pas assez importante. Elles n'ont été mises en évidence que très récemment (1991) par A. Clairon, en utilisant une technique de temps de vol, c'est-à-dire en observant l'accroissement de la fluorescence d'un faisceau laser placé à quelques centimètres au-dessous de la mélasse lorsque les atomes froids tombent sous l'effet de la gravité une fois la mélasse coupée.

qui n'apparaît pas dans ce modèle [9].

Les conditions de validité d'un tel traitement sont les suivantes :

- pour traiter classiquement la position de l'atome, il faut remplacer l'opérateur position  $R$  par sa valeur moyenne et cela nécessite que l'étalement  $\Delta R$  soit petit devant la longueur d'onde :  $k \cdot \Delta R \ll 1$  ;

- pour traiter classiquement la vitesse, il faut que la largeur Doppler correspondant à la dispersion cohérente en vitesse  $k\Delta v$  soit petite devant la largeur naturelle du niveau excité  $k \cdot \Delta v \ll \Gamma$ .

Comme  $\Delta v \cdot \Delta R \sim \hbar/m$ , il faut que  $\frac{\hbar^2 k^2}{m} \ll \hbar\Gamma$ , c'est-à-dire que l'énergie de recul due à un seul photon  $E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  soit petite devant  $\hbar\Gamma$ . C'est le cas pour le césium où  $\Gamma/2\pi = 5,3 \text{ MHz}$  et  $\lambda = 852 \text{ nm}$  donc  $\frac{\hbar\Gamma}{2E_R} = 1,3 \cdot 10^3 \gg 1$ .

Le hamiltonien considéré est  $H = H_A - D \cdot E$  avec un champ électrique scalaire. Prenons :

$$E = E_0 \left( e^{i(kz - \omega t)} + e^{-i(kz - \omega t)} \right) = E^+ + E^-$$

$$D = D^+ + D^- \quad \text{ou} \quad D^+ = d|e\rangle\langle f| \quad \text{et} \quad D^- = (D^+)^+$$

Ecrivons les équations d'évolution de la matrice densité [10] :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \text{relaxation par émission spontanée}$$

En faisant l'approximation du champ tournant, on a alors :



$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{ef} = \rho_{fe}^* \\ \rho_{ee} + \rho_{ff} = 1 \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{ef} = -i\omega_0 \rho_{ef} + i \frac{E_0 d}{\hbar} (\rho_{ee} - \rho_{ff}) e^{-i(kz - \omega t)} - \frac{\Gamma}{2} \rho_{ef} \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{ff} = -i \frac{E_0 d}{\hbar} (\rho_{ef} e^{-i(kz - \omega t)} - \rho_{fe} e^{+i(kz - \omega t)}) + \Gamma \rho_{ee} \end{array} \right.$$

En posant  $\Omega_1 = 2 \frac{dE_0}{\hbar}$ ,  $\tilde{\rho}_{ef} = e^{-i(kz - \omega t)} \rho_{ef}$  et  $\delta = \omega - \omega_0 - kv$ , il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \tilde{\rho}_{ef} = -\frac{\Gamma}{2} \tilde{\rho}_{ef} - i \frac{\Omega_1}{2} (\rho_{ee} - \rho_{ff}) + i\delta \tilde{\rho}_{ef} \\ \frac{d}{dt} \rho_{ff} = \Gamma \rho_{ee} - i \frac{\Omega_1}{2} (\tilde{\rho}_{ef} - \tilde{\rho}_{fe}) \end{array} \right.$$

La solution stationnaire est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{ee} = \frac{s}{2(s+1)} \\ \tilde{\rho}_{ef} = \frac{\Omega_1/2}{\delta + i\Gamma/2} \frac{1}{1+s} \\ \text{avec } s = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \end{array} \right.$$

Supposons maintenant que  $s$ , le paramètre de saturation, est petit devant 1 et négligeons les cohérences. La probabilité pour un atome d'être dans l'état fondamental et d'effectuer une transition vers l'état excité entre  $t$  et  $t + dt$  est alors :

$$P = \Gamma/2 s \rho_{ff} dt$$

A l'aide de ces hypothèses, nous obtenons donc un modèle simple d'équations de taux : l'atome ne peut être que dans l'état fondamental ou dans l'état excité et nous

disposons des probabilités de transition. Un calcul Monte-Carlo est alors adapté au problème car il permet de simuler l'excitation aléatoire de l'atome.

### b) Calcul numérique

Considérons donc deux ondes se propageant suivant  $+e_z$  et  $-e_z$ , polarisées respectivement  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Entre  $t$  et  $t + dt$ , un atome a la probabilité  $P_+ = \frac{\Gamma}{2} s_+ \rho_{ff} dt$  d'être dans l'état fondamental et d'effectuer une transition vers l'état excité  $m = +1$  et la probabilité  $P_- = \frac{\Gamma}{2} s_- \rho_{ff} dt$  d'être dans l'état fondamental et d'effectuer une transition vers l'état excité  $m = -1$ , avec :

$$s_{\pm} = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta_{\pm}^2 + \Gamma^2/4} \quad \text{et} \quad \delta_{\pm} = \omega_0 - \omega \pm \mu z \pm kv$$

A partir de là, deux voies de calcul s'offrent à nous.

#### $\alpha$ ) 1<sup>ère</sup> méthode

Choisir un pas  $dt \ll \Gamma^{-1}$  et tous les  $dt$  tirer au hasard le sort de l'atome. Plus précisément, si on part d'un atome dans l'état fondamental à  $t$ , tirer un nombre aléatoire  $\alpha$  entre 0 et 1 et décider que :

- si  $\alpha > \frac{\Gamma}{2}(s_+ + s_-)dt$ , l'atome est en régime de vol libre entre  $t$  et  $t + dt$

$$\text{avec} \quad \begin{cases} v(t + dt) = v(t) \\ z(t + dt) = z(t) + v(t)dt \end{cases}$$

- si  $\alpha < \frac{\Gamma}{2}s_+dt$ , l'atome effectue une transition vers l'état excité  $m = +1$  sous l'action de l'onde  $\sigma^+$  se propageant suivant  $+e_z$  et donc :

$$\begin{cases} v(t + dt) = v(t) + \frac{\hbar k}{m} \\ z(t + dt) = z(t) + v(t)dt \end{cases}$$

- si  $\frac{\Gamma}{2}s_+dt < \alpha < \frac{\Gamma}{2}(s_+ + s_-)dt$  l'atome effectue une transition vers l'état excité  $m = -1$  sous l'action de l'onde  $\sigma^-$  se propageant suivant  $-\mathbf{e}_z$  et donc :

$$\begin{cases} v(t + dt) = v(t) - \frac{\hbar k}{m} \\ z(t + dt) = z(t) + v(t)dt \end{cases}$$

Pour la désexcitation de l'atome, on suit le même procédé avec une probabilité de désexcitation  $\Gamma dt$ . Si  $\alpha > \Gamma dt$  il y a vol libre et si  $\alpha < \Gamma dt$  il y a désexcitation. Se pose alors le problème du diagramme de rayonnement à une dimension. Une solution consiste à dire que le photon spontané est émis soit suivant  $+\mathbf{e}_z$ , soit suivant  $-\mathbf{e}_z$ . Une autre, qui est celle que nous avons adoptée, est de projeter le diagramme de rayonnement à trois dimensions sur l'axe  $z$  : le photon est émis avec la même probabilité suivant  $+\mathbf{e}_z$  et  $-\mathbf{e}_z$  et emporte une quantité de mouvement  $\pm 0,7\hbar k$ .

L'inconvénient de cette méthode de calcul est sa longueur (temps de calcul). Aussi avons-nous adopté une méthode plus rapide et dont nous avons vérifié qu'elle donne les mêmes résultats.

### $\beta$ ) 2<sup>ème</sup> méthode

Elle consiste à tirer au hasard non pas la réalisation ou non d'un évènement à chaque instant, mais l'instant auquel cet évènement est réalisé. Pour cela, déterminons  $P(t)$ , la probabilité que l'atome effectue sa première transition après l'instant  $t$  si à  $t = 0$  il est dans l'état fondamental.

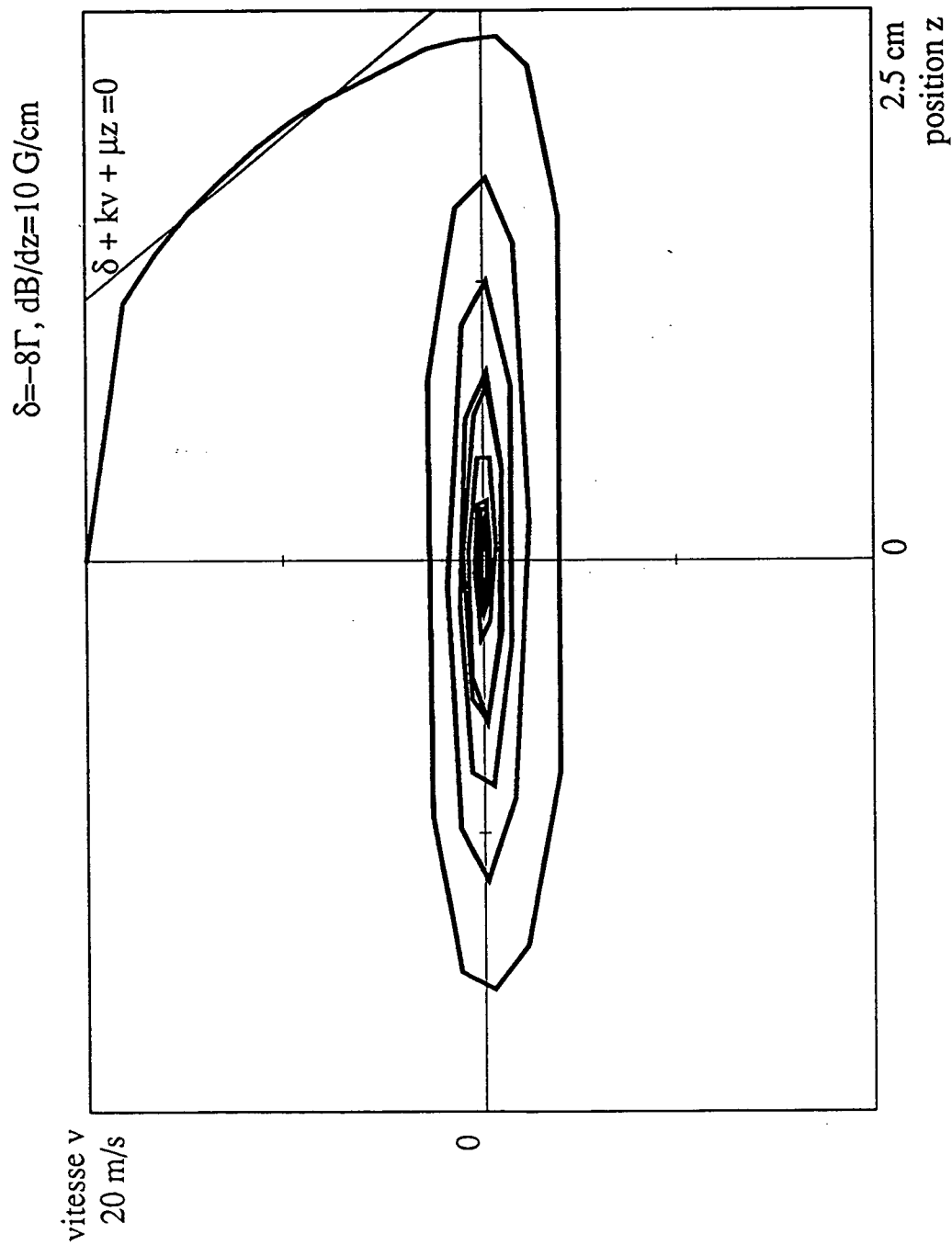


Figure 1 : Trajectoire d'un atome lancé en  $z = 0$  avec  $v = 20$  m/s dans l'espace des phases  $(z, v)$ . Les paramètres du piège sont  $\delta = -8\Gamma$ ,  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{2}$  et  $dB/dz = 10$  G/cm.

$$\dot{P}(t) = -\frac{\Gamma}{2}(s_+ + s_-)P(t)$$

$$\text{donc } P(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}(s_+ + s_-)t}$$

Soit alors  $\alpha$  un nombre aléatoire entre 0 et 1 ; le temps correspondant auquel l'atome effectue sa première transition est  $t = -\frac{2\ln\alpha}{\Gamma(s_+ + s_-)}$  donc, entre 0 et  $t$  on a un régime de vol libre

$$\begin{cases} z(t) = z(0) + v(0)t \\ v(t) = v(0) \end{cases}$$

et à  $t$  une transition. Comme la probabilité que la transition s'effectue vers l'état excité  $m = \pm 1$  est proportionnelle à  $s_{\pm}$ , si  $\alpha < \frac{s_+}{s_+ + s_-}$  la transition s'effectuera vers l'état  $m = +1$  avec une variation pour la vitesse de  $+\hbar k/m$  et si  $\alpha > \frac{s_+}{s_+ + s_-}$ , elle s'effectuera vers l'état  $m = -1$  avec une variation de vitesse  $-\hbar k/m$ .

Pour l'émission spontanée, on procède de façon analogue. Moyennant une translation dans le temps, on se retrouve à  $t = 0$  avec un atome excité et une probabilité pour que l'atome émette son photon après  $t$  en  $e^{-\Gamma t}$ . Donc, si  $\alpha$  est un nombre aléatoire, l'instant auquel l'atome se désexcite est  $t = -\frac{\ln\alpha}{\Gamma}$  avec une même probabilité 1/2 que sa vitesse varie de  $+0,7\hbar k/m$  ou  $-0,7\hbar k/m$ .

## 2/ Résultats du modèle à une dimension

Voici un exemple de trajectoire d'atome dans l'espace des phases  $(z, v)$  (fig. 1). La droite tracée est donnée par  $\delta + kv + \mu z = 0$  et correspond au maximum de la force. On constate la présence simultanée d'une force de rappel et du refroidissement des mélasses Doppler : on obtient une contraction importante de l'espace des phases. Les paramètres que nous pouvons faire varier sont le gradient de champ magnétique, l'intensité du laser

et le désaccord. Les caractéristiques de la trajectoire sont la distance au centre du premier rebond, la vitesse maximale capturée, le temps mis à atteindre le régime final, l'excursion en  $z$  de ce régime final et la température correspondante. Examinons comment, dans ce modèle simple, ces caractéristiques varient et établissons un bilan, en cellule de vapeur de césium à température ambiante, du terme source et des pertes afin de déterminer le nombre d'atomes pouvant être piégés.

a) Le régime final

$\alpha$ ) *Description du régime final*

Pour décrire les mouvements des atomes piégés, écrivons une équation de Fokker-Planck, en se situant dans le domaine où la force est linéaire en vitesse et en position, c'est-à-dire  $kv, \mu z \ll \left| \frac{\delta^2 + \Gamma^2/4}{2\delta} \right|$ .

Si  $\pi(z, p)$  est la distribution en position-impulsion, elle vérifie dans l'état stationnaire

$$v \frac{\partial}{\partial z} \pi(z, p) = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \alpha \left( v + \frac{\mu}{k} z \right) \pi(z, p) \right] + \frac{\partial^2}{\partial p^2} D\pi(z, p)$$

Nous ne calculerons pas ici les valeurs de  $\alpha$  et  $D$  qu'on peut trouver dans les références [11-13]. Contentons-nous d'en rappeler les valeurs :

$$\alpha = -2\hbar k^2 \frac{\delta\Gamma \Omega_1^2/2}{(\delta^2 + \Gamma^2/4)^2}$$

$$D(z=0, v=0) = \hbar^2 k^2 \Gamma \frac{\Omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

Et la solution de l'équation ci-dessus peut être factorisée en  $z$  et  $p$  et s'écrire :

$$\pi(z, p) = A e^{-\frac{p^2}{2mk_B T}} e^{-\frac{z^2}{2z_c^2}}$$

où

$$\begin{cases} A \text{ est un facteur de normalisation} \\ k_B T = \frac{D}{\alpha} \\ z_c^2 = \frac{Dk}{\alpha^2 \mu} \end{cases}$$

### Remarques

- $z_c^2 = \langle z^2 \rangle$  est inversement proportionnel au gradient de champ magnétique ;
- sa dépendance en désaccord est  $\frac{1}{\delta^2} (\delta^2 + \Gamma^2/4)^3$  donc il augmente avec  $|\delta|$  pour  $|\delta| > \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma}{2}$ .

Les figures 2 et 3 représentent les variations de  $T$  et  $\langle z^2 \rangle$  obtenues par le calcul numérique, en fonction du désaccord. On remarque que l'accord est bon avec les valeurs obtenues grâce aux expressions ci-dessus. Pour fixer les idées, donnons les valeurs numériques :

$$\text{pour } \begin{cases} \Omega_1^2/\Gamma^2 = 0,25 \\ \frac{dB}{dz} = 10 \text{ G/cm} \\ \delta = -2\Gamma \end{cases} \quad \begin{cases} T = 260 \text{ } \mu\text{K} \\ \sqrt{\langle z^2 \rangle} = z_c = 130 \text{ } \mu\text{m} \end{cases}$$

### $\beta$ ) Temps pour atteindre le régime final

Il est temps de définir ce que nous entendons par régime final, par opposition à la phase de capture, et le temps  $\tau_p$  mis pour atteindre ce régime. Mais nous resterons à un niveau qualitatif : c'est l'ordre de grandeur de  $\tau_p$  qui nous intéresse. Nous considérons que l'atome est piégé, ou a atteint le régime final, lorsqu'il a perdu la mémoire des conditions initiales avec lesquelles il a été lancé. Plus concrètement, nous voyons sur la courbe représentant  $z$  en fonction du temps, que pour les temps très longs devant le temps moyen entre deux rebonds (on dit que l'atome rebondit lorsque  $z$  passe par un extremum),  $|z|$  reste inférieur à  $z_{\max}$  : nous dirons que l'atome atteint son régime final à  $\tau_p$  si pour  $t > \tau_p$ ,  $|z| \leq z_{\max}$  (fig. 4).

L'ordre de grandeur obtenu pour  $\tau_p$  est de 10 à 100 ms.

#### Remarque

Si nous considérons classiquement que l'atome obéit à une équation d'oscillateur harmonique amorti :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \gamma \frac{dz}{dt} + \Omega^2 z = 0 \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{\alpha}{m} \quad \text{et} \quad \Omega^2 = \frac{\alpha \mu}{mk}$$

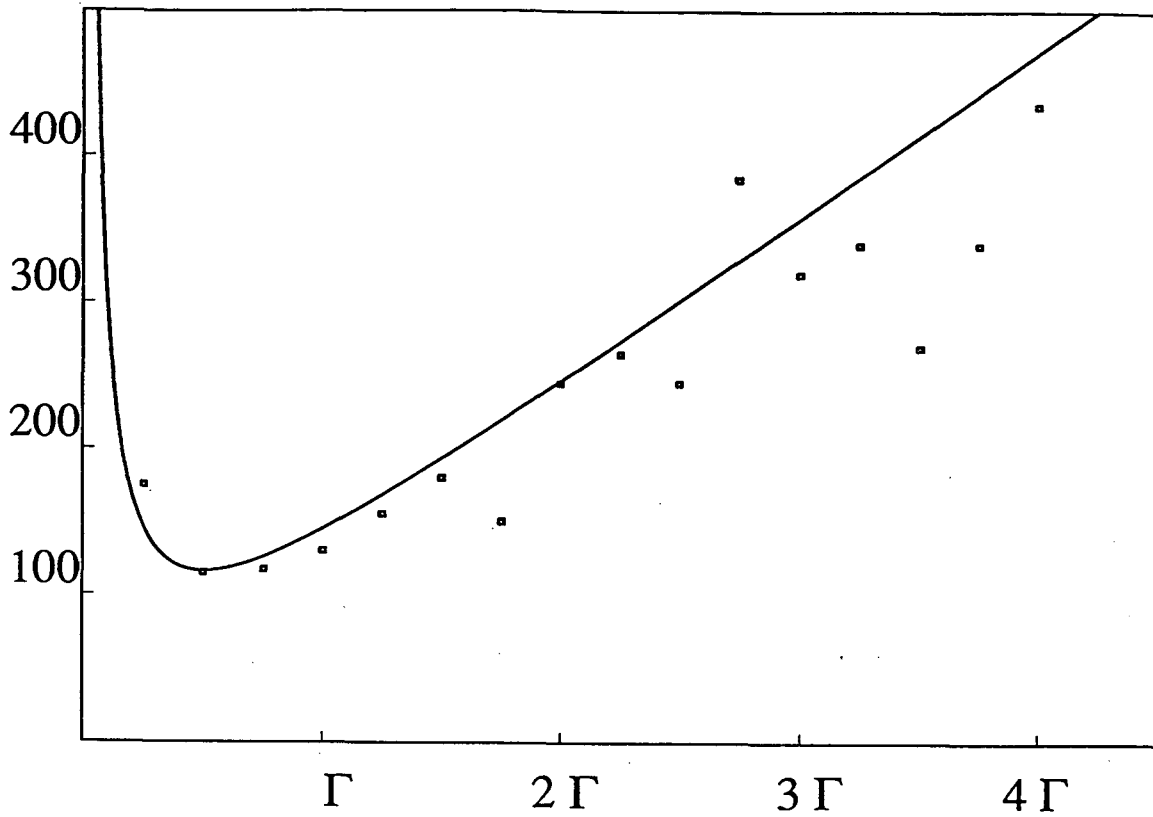
On distingue alors trois régimes (fig. 5) :

- le régime sur-amorti, si  $\gamma > 2\Omega$  où

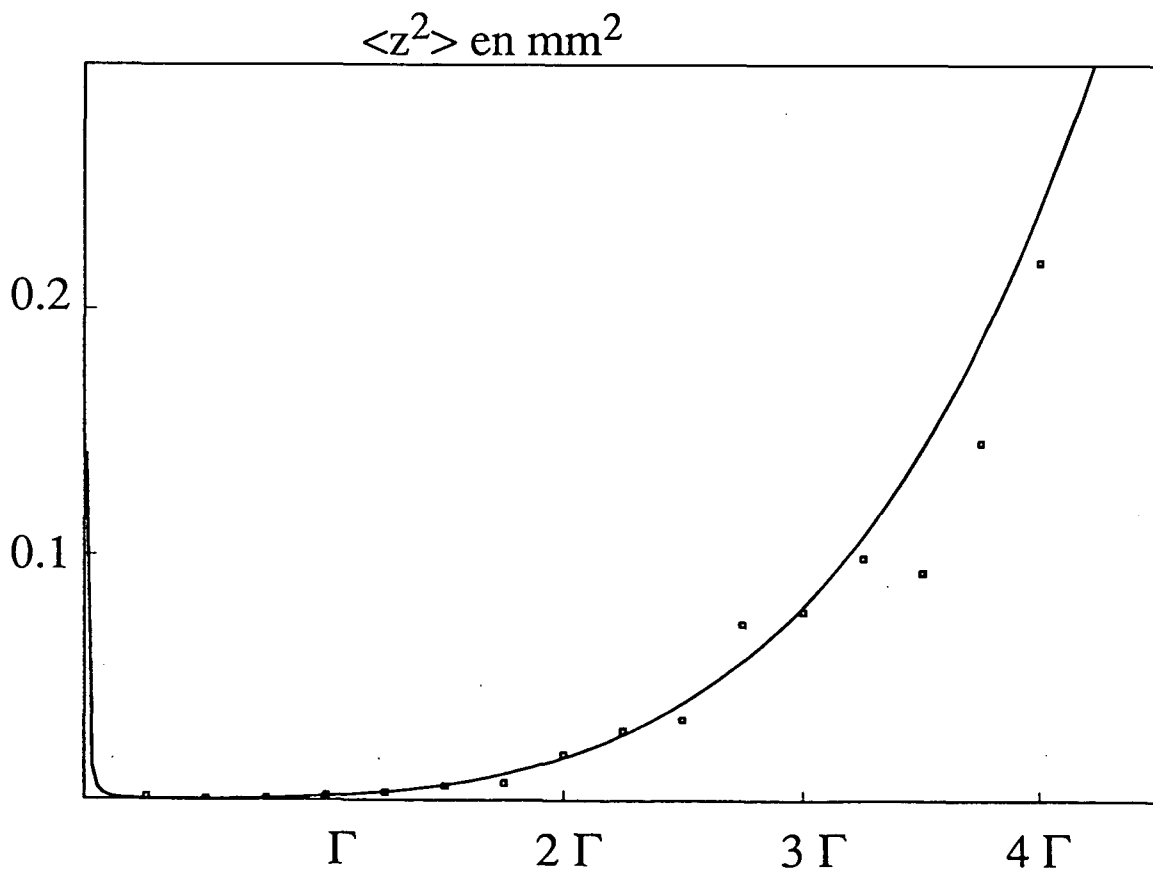
$$z(t) = a e^{-\frac{\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 4\Omega^2}}{2} t} + b e^{-\frac{\gamma - \sqrt{\gamma^2 - 4\Omega^2}}{2} t}$$



## Température en $\mu\text{K}$ en fonction du désaccord



*Figure 2* : Température dans le piège en  $\mu\text{K}$  en fonction du désaccord du laser piège (on a en fait tracé  $T$  en fonction de  $-\delta$ ). La courbe représente la température Doppler attendue, les carrés représentent des valeurs calculées numériquement.



*Figure 3* : Carré de la taille du piège  $\langle z^2 \rangle$  en fonction du désaccord. La courbe représente la taille Doppler attendue, les carrés des valeurs calculées numériquement.

- le régime critique, si  $\gamma = 2\Omega$  où

$$z(t) = (a + bt)e^{-\frac{\gamma}{2}t}$$

- le régime sous-amorti, si  $\gamma < 2\Omega$  où

$$z(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left( a \cos \left( \frac{\sqrt{\Omega^2 - \gamma^2}}{2} t \right) + b \sin \left( \frac{\sqrt{4\Omega^2 - \gamma^2}}{2} t \right) \right).$$

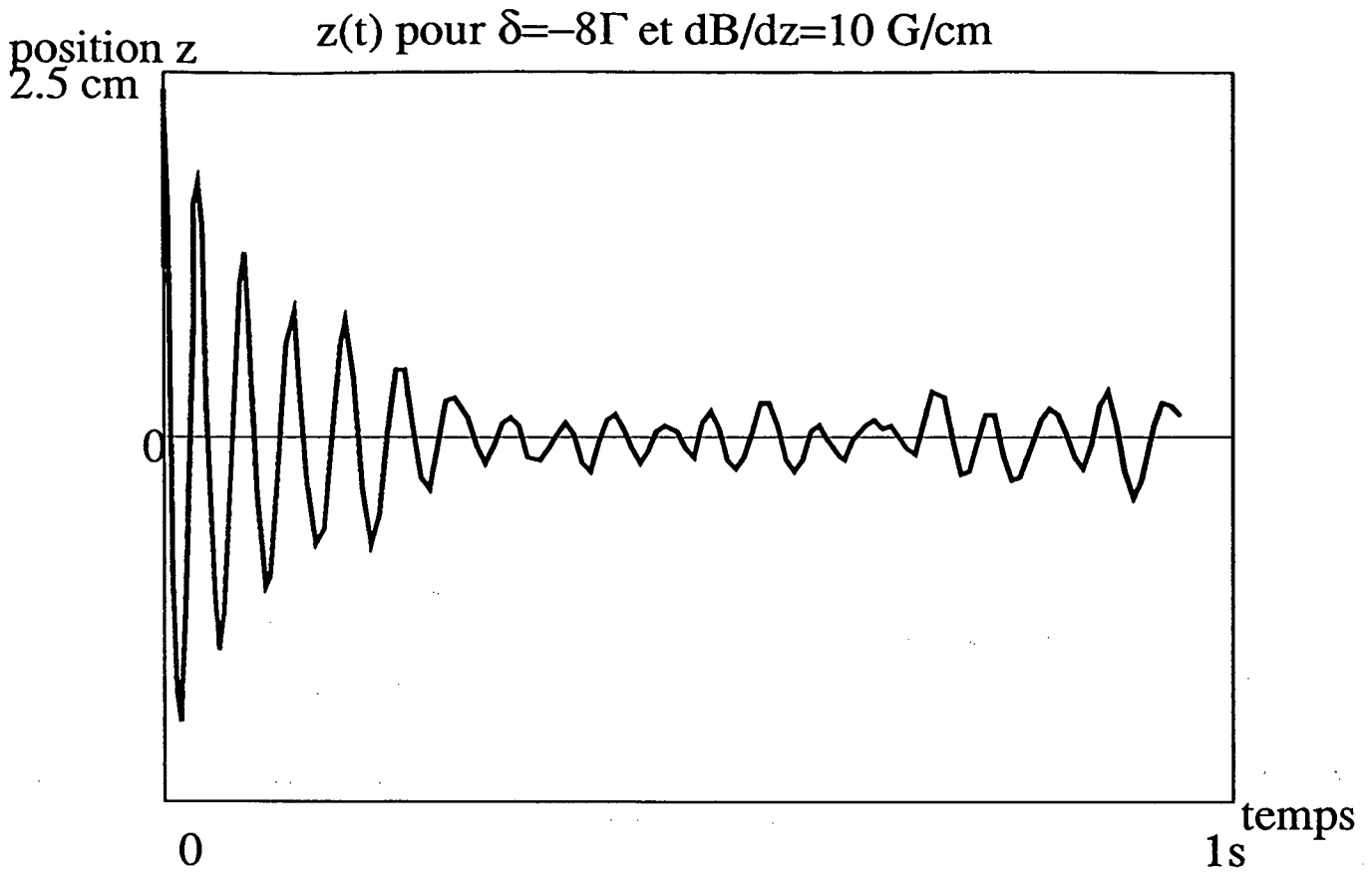
En regardant la forme de la trajectoire, on peut effectivement voir ces différents régimes :

- si  $\delta = -8\Gamma$  et  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  (fig. 6) on est dans le régime sous-amorti et effectivement on voit que l'atome effectue plusieurs rebonds avant de venir se confiner au centre. On peut alors avoir l'image d'un puits de potentiel aux parois "molles" dans lequel l'atome oscille : chaque fois qu'il rebondit sur la paroi, celle-ci absorbe une partie de l'énergie de l'atome en un choc mou ;

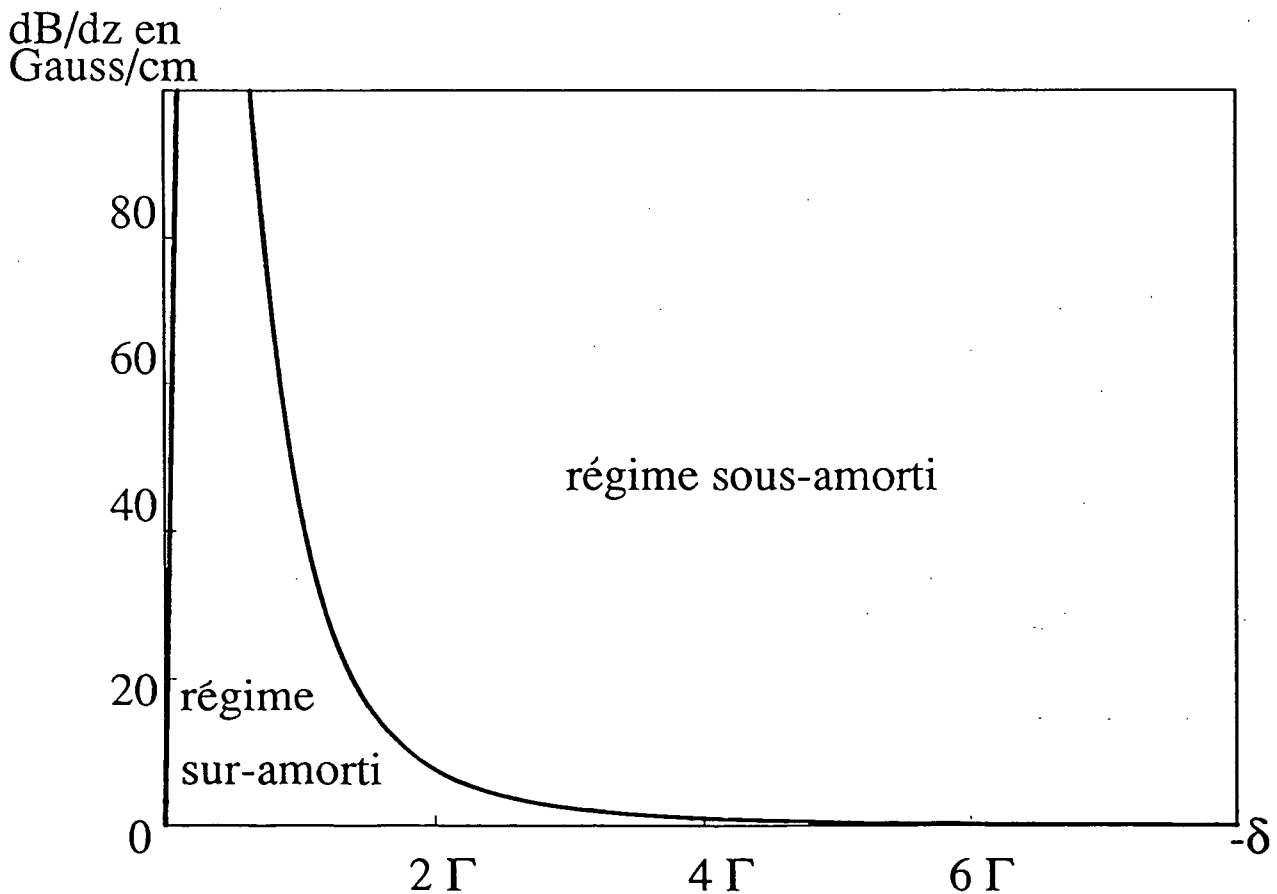
- au contraire, si  $\delta = -2\Gamma$  et  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  (fig. 7), on est dans le régime sur-amorti et l'atome vient très rapidement, après un ou deux rebonds, se verrouiller au centre. On peut alors avoir l'image qu'en tout point de l'espace s'établit un équilibre local : en un point  $z$ , l'atome verrouille sa vitesse autour de  $v_B(z)$  avec  $v_B(z) = -\frac{\mu}{k}z$  ; il est ensuite ramené au centre du piège car la vitesse de verrouillage  $v_B$  le dirige vers le centre.

#### b) Vitesse maximale capturée

Intuitivement, plus cette vitesse  $v_c$  sera grande, plus le nombre d'atomes susceptibles d'être capturés par le piège sera grand. Etudions sa dépendance avec les divers paramètres.



*Figure 4* : Position de l'atome dans le piège en fonction du temps. L'atome est lancé à  $t = 0$ , en  $z = 0$  avec une vitesse de 20 m/s. Les paramètres du piège sont  $\delta = -8\Gamma$ ,  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{2}$  et  $dB/dz = 10$  G/cm.



*Figure 5* : Nature du régime en fonction du désaccord et du gradient de champ magnétique. La courbe correspond au régime critique.

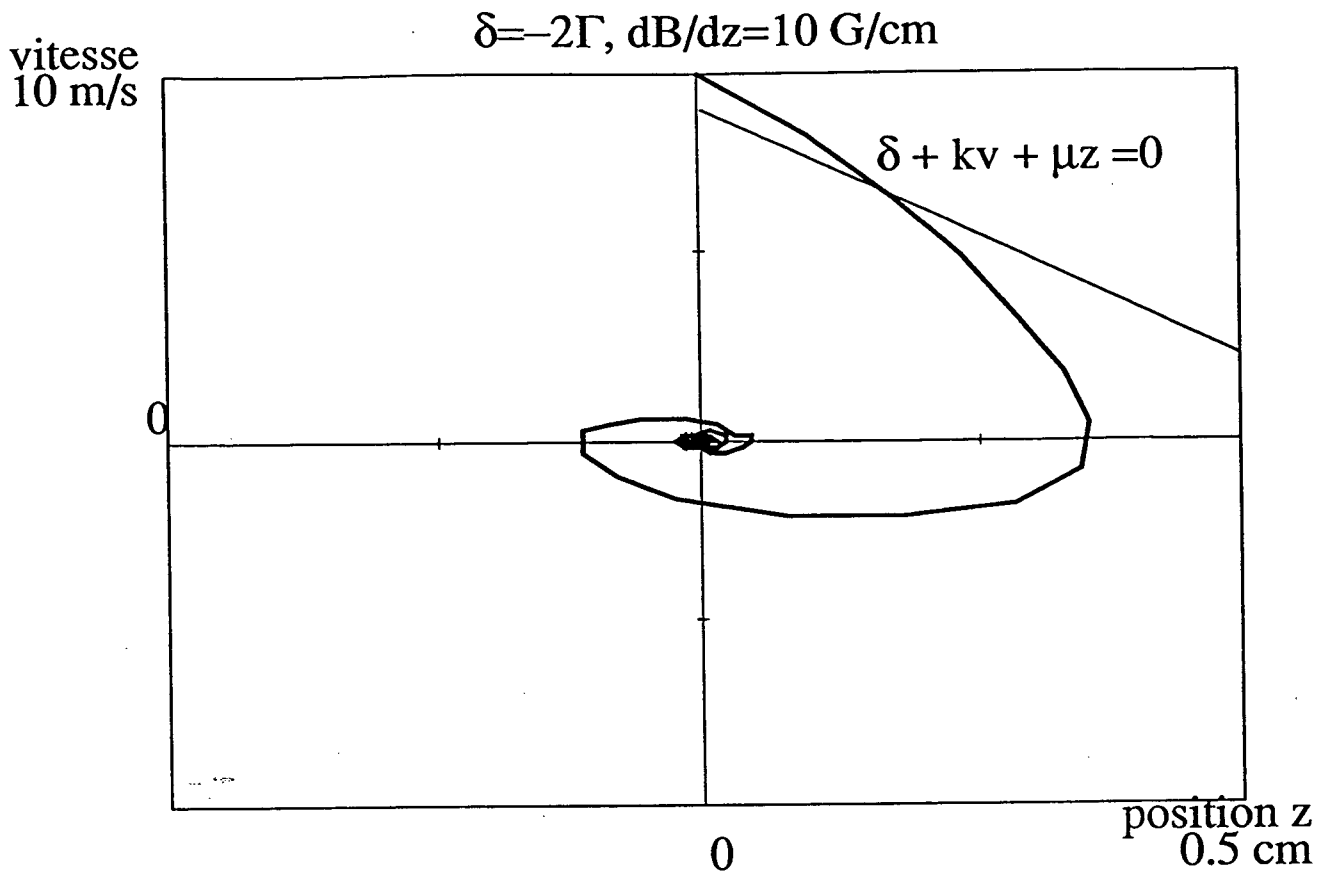
### *α) Problème des limites*

Il s'agit de déterminer en regardant la trajectoire d'un atome quelle est la vitesse maximale qu'il peut avoir initialement pour venir se verrouiller au bout d'un certain temps au centre du piège. Mais cette vitesse  $v_c$  dépend de la position initiale d'où on lance l'atome.

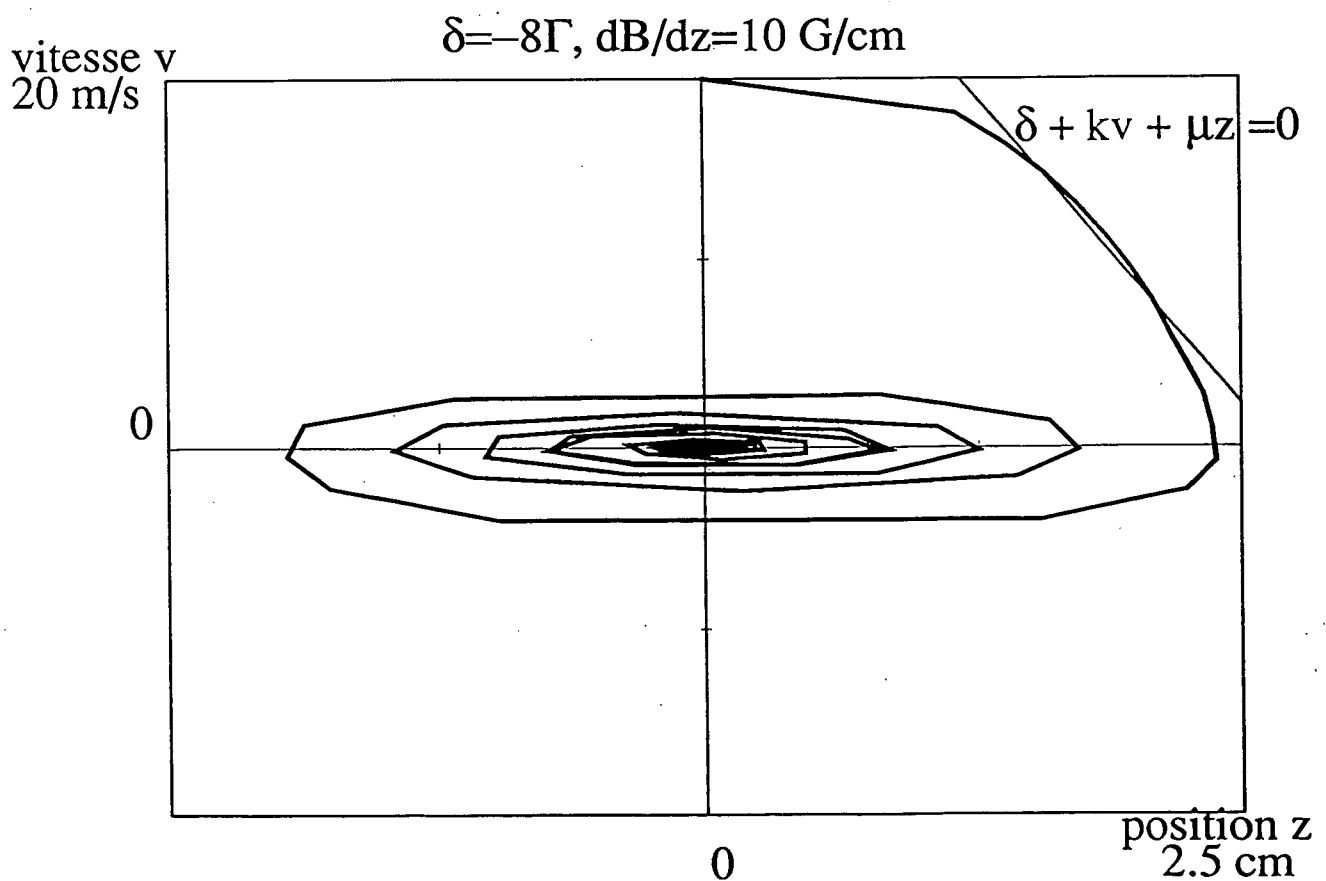
A une dimension, la procédure correcte consisterait à chercher un "diagramme de capture" dans l'espace des phases : chercher les points de l'espace des phases tels qu'un atome initialement en  $z$  et  $v$  puisse être piégé. Outre que cette procédure serait assez longue, elle rendrait mal compte de la situation à trois dimensions. Et ce que nous cherchons à travers ce modèle à une dimension c'est à décrire le piège réel qui est à trois dimensions. En effet, prenons un atome en  $z = 0$  par exemple lancé à la vitesse  $v > 0$ . Supposons que l'atome est effectivement capturé à terme (à une dimension) mais que pour cela il va rebondir en  $z > w$  où  $w$  est le rayon du faisceau laser (nous prendrons  $w = 6\text{mm}$  tout au long de ce mémoire). Certes, à une dimension, l'atome reste dans le faisceau, mais, dans les autres dimensions, il est sorti des faisceaux suivant les axes  $Ox$  et  $Oy$  et donc n'est plus soumis à une force suivant  $Ox$  et  $Oy$ . Comme ses composantes de vitesse  $v_x$  et  $v_y$  ne sont plus affectées, il sort rapidement du faisceau laser suivant  $Oz$  et il est donc fort peu probable qu'un tel atome soit capturé à trois dimensions.

De là vient l'idée de se limiter à la région de l'espace où les trois faisceaux sont présents, c'est-à-dire à une dimension au segment  $[-w, w]$ . On lance alors l'atome à une extrémité de ce segment et on considère qu'il est perdu pour le piège si au cours de son mouvement il est amené à sortir de  $[-w, w]$ . Nous négligeons ainsi les atomes qui peuvent être produits par collision à l'intérieur du segment avec une vitesse susceptible d'être capturée, mais cette approximation est justifiée du moment que le volume défini par les faisceaux est petit devant le volume de la cellule.

Nous verrons, dans la généralisation à deux dimensions, comment nous pouvons préciser ce modèle de remplissage. Cependant, la plus grande complexité des calculs rendra alors mal aisée l'étude des variations des caractéristiques des trajectoires, et donc du nombre d'atomes dans le piège, en fonction des différents paramètres (intensité laser, désaccord, gradient du champ magnétique). Aussi nous nous limiterons pour étudier ces variations au modèle de remplissage que nous avons décrit ci-dessus.



*Figure 6* : Trajectoire d'un atome dans l'espace des phases  $(z, v)$ . L'atome est lancé en  $z = 0$  avec  $v = 10 \text{ m/s}$ . Les paramètres du piège sont  $\delta = -2\Gamma$ ,  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{2}$  et  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .



*Figure 7* : Trajectoire d'un atome lancé en  $z = 0$  avec  $v = 20 \text{ m/s}$  dans l'espace des phases  $(z, v)$ . Les paramètres du piège sont  $\delta = -8\Gamma$ ,  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{2}$  et  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .

### *β) Vitesse maximale capturée en fonction de l'intensité*

La courbe de la figure 8 montre la variation de la vitesse maximale capturée  $v_c$  en fonction du paramètre de saturation à résonance  $s = \frac{2\Omega_1^2}{\Gamma^2}$  donc de l'intensité laser, dans le domaine  $s \ll 1$  de validité de nos calculs. On voit que la vitesse maximale capturée croît avec  $s$ . Si on ne tient pas compte du champ magnétique, la distance pour arrêter un atome de vitesse  $v_0$  est  $\Delta z \sim \frac{m}{\alpha} v_0$  donc comme  $\Delta z < 2w$ ,  $v_{0\max} \sim 2w \frac{\alpha}{m}$  et le coefficient de friction  $\alpha$  est proportionnel à l'intensité laser.

En réalité, hors du domaine où  $s \ll 1$ ,  $\alpha$  s'exprime en fonction de  $\frac{s}{1+s}$  et la vitesse maximale capturée ne croît pas indéfiniment mais sature à haute intensité ( $s \gg 1$ ).

### *γ) Vitesse maximale capturée en fonction du désaccord et du gradient de champ magnétique*

La figure 9 présente des variations de la vitesse maximale capturée en fonction du désaccord du laser pour divers gradients de champ magnétique.

- Pour un gradient de champ magnétique donné, on remarque que  $v_c$  croît avec le désaccord, atteint un maximum puis chute brutalement.

Essayons de comprendre qualitativement ce comportement. Pour cela, traçons à  $z$  fixé la force en fonction de la vitesse (fig. 10). L'atome subit donc une force opposée à la vitesse mais celle-ci est appréciable si la vitesse  $|v|$  est au maximum de l'ordre de grandeur de  $|\delta|/k$ . On en déduit que plus  $|\delta|$  est grand, plus les vitesses capturées par le piège peuvent être grandes d'où la croissance de la courbe 9. Traçons maintenant à  $v = 0$  la force en fonction de la position (fig. 11).  $v = 0$  signifie que l'atome est en train de rebondir pour repartir vers le centre du piège. Et il partira se piéger s'il subit à ce moment une force non négligeable l'attirant vers le centre du piège. Donc la distance au centre du premier rebond est de l'ordre de  $|\delta|/\mu$ . Si elle est supérieure à  $w$ , le rayon du faisceau laser, d'après le choix de notre modèle, les atomes ne pourront être piégés, ce qui explique la décroissance

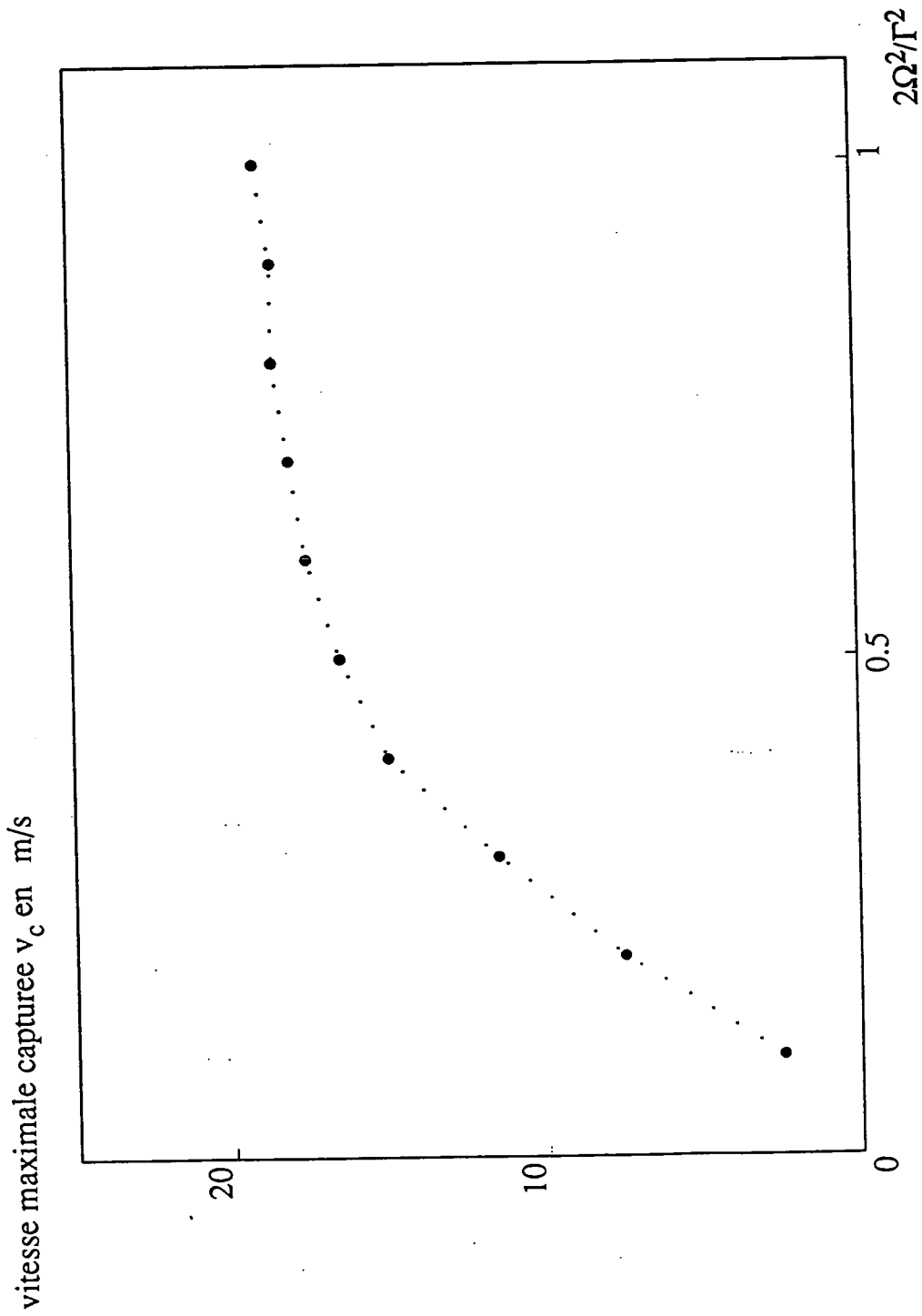


Figure 8 : Vitesse maximale capturée en fonction de l'intensité du laser. Le gradient de champ magnétique est  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  et le désaccord laser  $\delta = -2\Gamma$ .

brutale de  $v_c$  passé un certain désaccord critique. Et on vérifie de plus sur la figure 3 que ce désaccord critique est d'autant plus grand que le gradient de champ magnétique est important.

- A désaccord donné maintenant, si le gradient de champ magnétique est faible, on est dans un régime sur-amorti. En regardant la trajectoire d'un oscillateur harmonique sur-amorti ( $\Omega \ll \gamma$ ), on voit que pour des conditions initiales données, la position du premier rebond est en  $1/\Omega^2$  : il est d'autant plus proche du centre que le gradient de champ magnétique est grand. S'il est proche du centre, on peut alors augmenter la vitesse initiale jusqu'à ce que la distance du premier rebond soit de l'ordre de grandeur de la taille du faisceau. Donc lorsqu'on augmente le gradient de champ magnétique, on augmente la vitesse maximale capturée  $v_c$ .

Mais lorsque le gradient devient trop important, on se heurte au fait que la force n'est linéaire en  $z$  que sur un domaine d'autant plus petit que  $dB/dz$  est grand (fig. 11). Avec quelle vitesse l'atome peut-il alors suivre la droite de résonance c'est-à-dire subir la décélération maximale ?

$$\text{Si } \delta + kv + \mu z = 0 \text{ au cours du mouvement, } k \frac{dv}{dt} = -\mu \frac{dz}{dt} = -\mu v.$$

$$\text{Or, dans ce cas, } m \frac{dv}{dt} = -\frac{\Gamma}{2} \frac{2\Omega_1^2}{\Gamma^2} \text{ donc } v = \frac{k}{m} \frac{\Omega_1^2}{\Gamma \mu}.$$

$v$  est donc inversement proportionnelle au gradient de champ magnétique.

On voit sur la figure 9 qu'effectivement la vitesse maximale capturée croît avec le gradient  $dB/dz$  puis passe par un maximum avant de décroître.

### Remarque

Si on écrit  $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}mv_c^2$  pour déterminer la profondeur du piège, on trouve pour  $v_c = 18 \text{ m/s}$  qu'elle est de  $5K$ . Le piège magnéto-optique est donc considérablement plus profond que d'autres pièges lumineux comme les pièges dipolaires [14-16] et il présente, de plus, l'avantage de comporter un mécanisme de refroidissement : c'est un piège dissipatif.



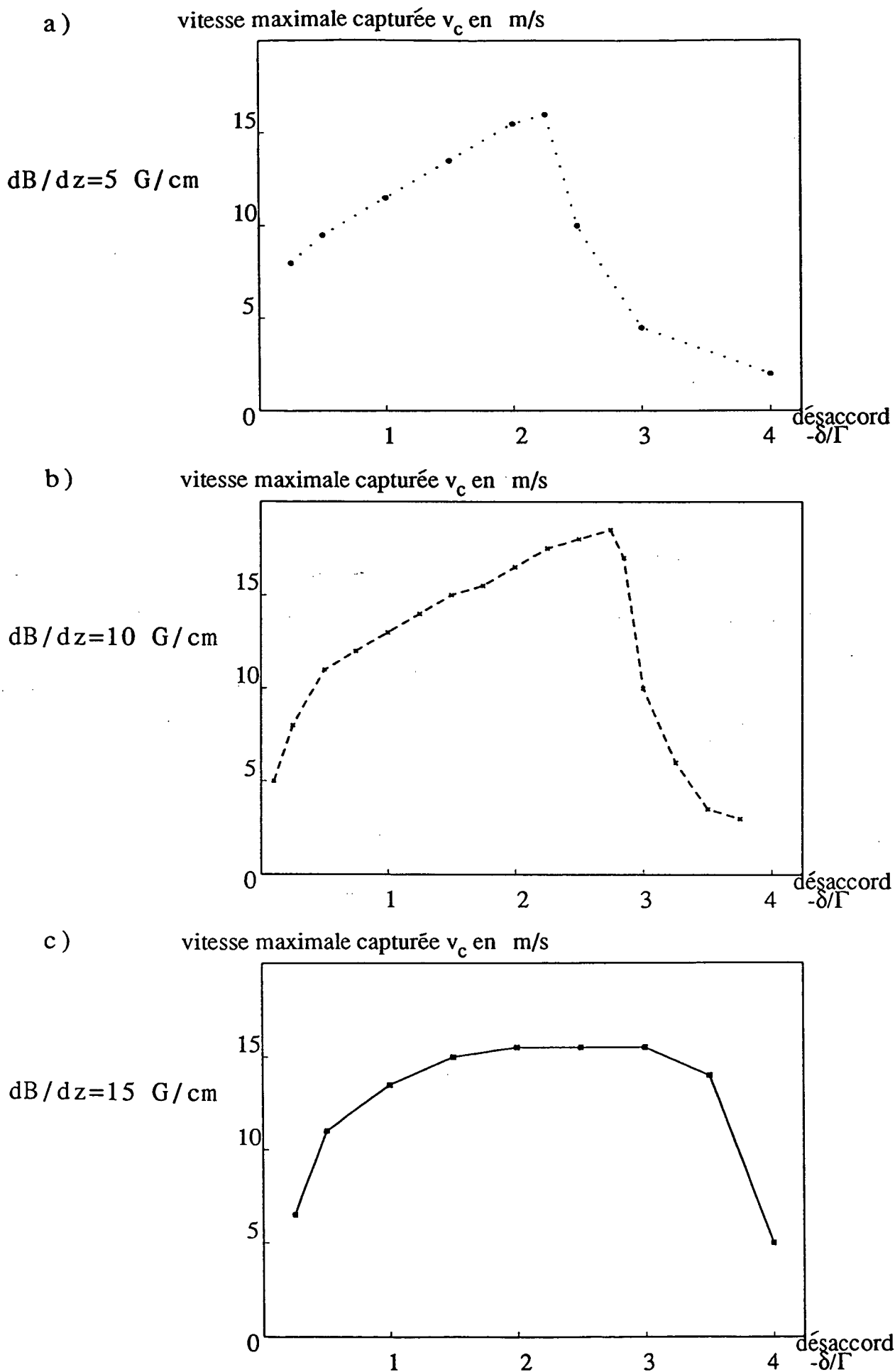


Figure 9 : Vitesse maximale capturée en fonction du désaccord pour divers gradients de champ magnétique. Les trois courbes ont été tracées avec  $\Omega_1 = \frac{1}{2}\Gamma$ . La courbe en pointillés (ronds) correspond à  $dB/dz = 5 \text{ G/cm}$ , la courbe avec des tirets (croix) à  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  et la courbe en trait plein (carrés) à  $dB/dz = 15 \text{ G/cm}$ .

### c) Bilan en cellule du piège magnéto-optique

En cellule, le nombre d'atomes dans le piège résulte d'un équilibre entre deux flux : le flux des atomes qui sont capturés par le piège et le flux sortant des atomes qui subissent des collisions les faisant échapper au piège :

$$\frac{dn}{dt} = - \text{pertes} + \text{remplissage}$$

#### *α) Terme de pertes*

Nous ne considérons ici que les collisions des atomes du piège avec des atomes du gaz résiduel dans la cellule. Il s'agit donc de collisions entre des atomes rapides et des atomes lents (quasi-immobiles) piégés. Nous supposons que toute collision de ce type produit deux atomes qui échappent au piège. Nous négligeons alors en particulier les collisions entre atomes froids : ceci n'est valable que si la densité d'atomes dans le piège est faible. Si elle devient importante, ces collisions imposeront une limite sur la densité maximale qu'il est possible d'atteindre.

Soit  $n$  le nombre d'atomes dans le piège et  $\rho$  la densité atomique dans la cellule. Pour une distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann de la vapeur de césium, le terme de pertes s'écrit avec ces hypothèses

$$\int \frac{d\sigma}{d\Omega} n \rho \frac{p}{m} \frac{e^{-\frac{p^2}{2mk_B T}}}{(2m\pi k_B T)^{3/2}} d^3\mathbf{p} = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma n$$

où  $\sigma$  est la section efficace de collision et  $\bar{v} = \left(\frac{2k_B T}{m}\right)^{1/2}$ .

force en fonction de la vitesse pour  $z=0$

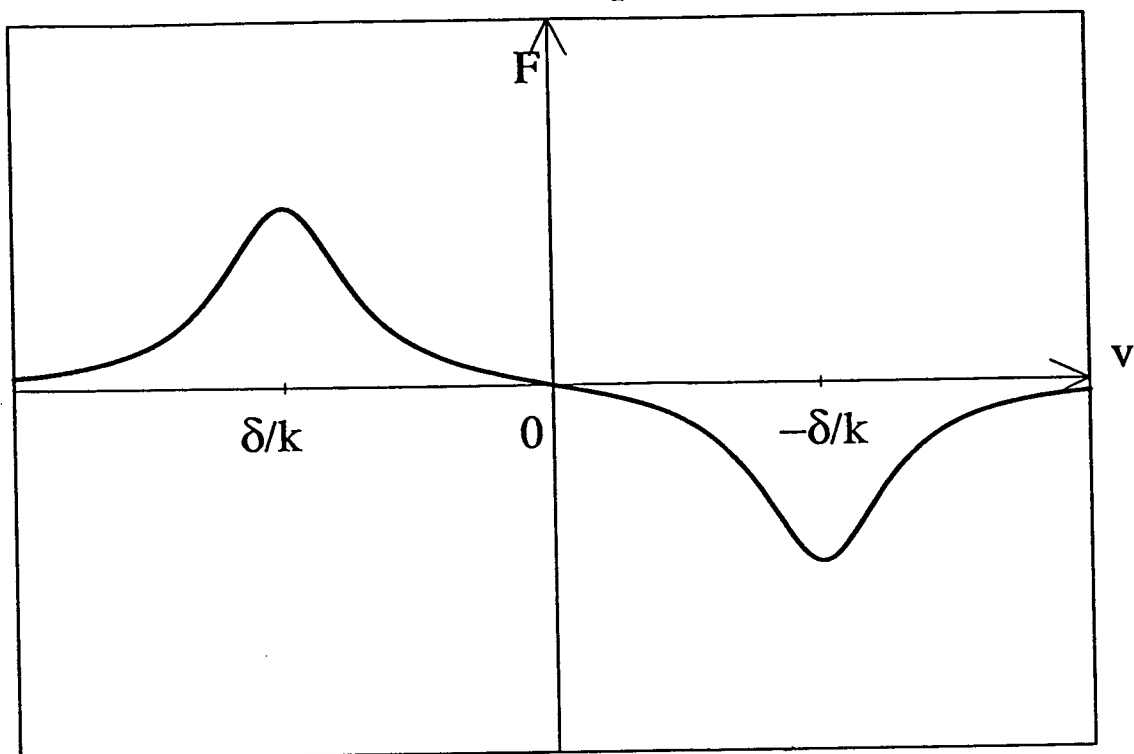


Figure 10 : Force Doppler en fonction de la vitesse pour  $z = 0$ .

force en fonction de la position pour  $v=0$

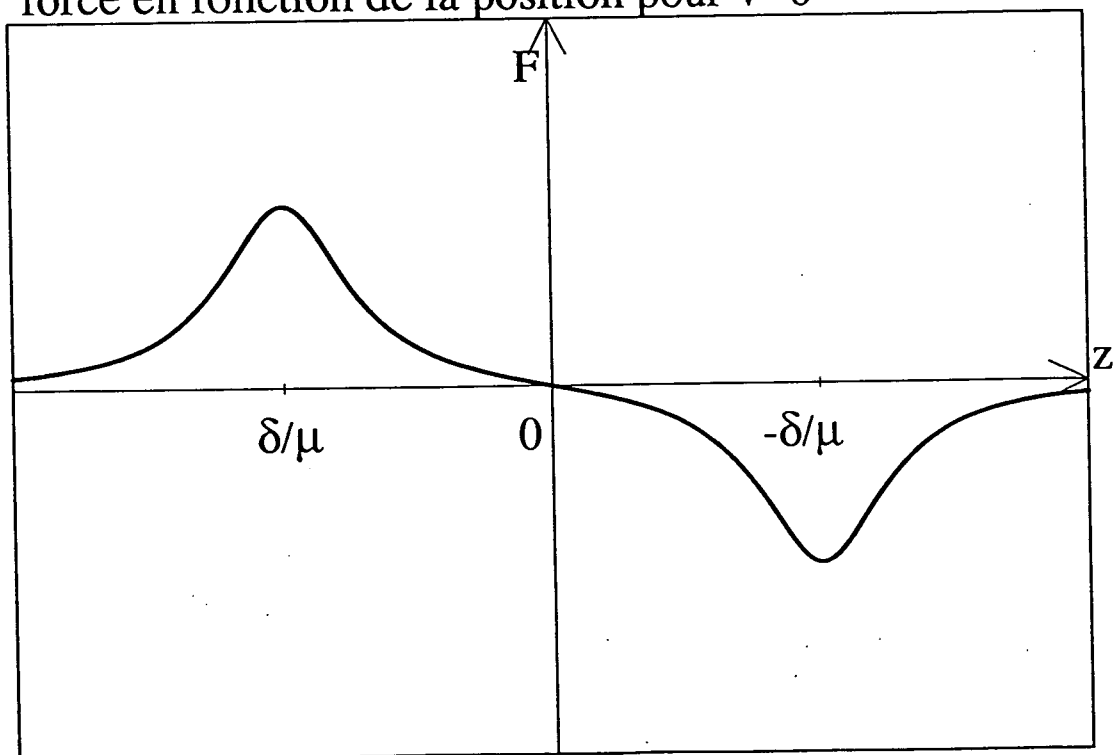


Figure 11 : Force Doppler en fonction de la position pour  $v = 0$ .

*β) Terme de remplissage*

L'écriture de ce terme dépend du modèle de remplissage adopté. Si nous poursuivons la démarche décrite dans le paragraphe b)α, les atomes capturés entre  $t$  et  $t + dt$  sont ceux qui sont entrés dans la région de l'espace délimitée par les faisceaux (zone de capture) avec une vitesse inférieure en module à la vitesse maximale capturée  $v_c$  entre  $t - \tau_p$  et  $t - \tau_p + dt$ , —où  $\tau_p$  est le temps moyen nécessaire pour qu'un atome atteigne son régime final— et n'ayant pas subi de collisions avec le gaz résiduel entre  $t - \tau_p$  et  $t$ .

Le nombre d'atomes entrant dans la zone de capture avec  $v < v_c$  par unité de temps est :

$$\rho \int dS \int_{\mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} > 0} v \cdot d^3\mathbf{v} \frac{e^{-\frac{v^2}{\bar{v}^2}}}{(\pi\bar{v}^2)^{3/2}} \quad v < v_c$$

où la première intégrale porte sur la surface de la zone de capture que l'on suppose de forme sphérique. On peut récrire ce terme ainsi :

$$\rho \int dS \int_{\theta < \pi/2} v^3 \cos\theta \, d\Omega \, dv \frac{e^{-\frac{v^2}{\bar{v}^2}}}{(\pi\bar{v}^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi^{1/2}} \rho S \bar{v} \left(\frac{v_c}{\bar{v}}\right)^4$$

$v < v_c$

Parmi ces atomes, une fraction  $\frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma$  subit, pendant l'unité de temps, une collision avec le gaz résiduel.

Le terme de remplissage est donc

$$\frac{1}{4\pi^{1/2}} \rho S \bar{v} \left(\frac{v_c}{\bar{v}}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma \tau_p\right)$$

### $\gamma$ ) Solution stationnaire

Si on écrit maintenant l'équation d'évolution pour le nombre d'atomes dans le piège, on obtient :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{4\pi^{1/2}} \rho S \bar{v} \left(\frac{v_c}{\bar{v}}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma \tau_p\right) - \frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma n$$

La solution stationnaire est  $n_{\text{stat}} = \frac{\pi}{2} \frac{S}{\sigma} \left(\frac{v_c}{\bar{v}}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{2\pi^{3/2}} \rho \bar{v} \sigma \tau_p\right)$

et le régime transitoire lorsqu'on branche le piège est donné par :

$$n(t) = n_{\text{stat}} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{2\pi^{3/2}}{\rho \bar{v} \sigma}$$

### Remarques

- il ne faut pas que la densité dans la cellule soit trop élevée : le temps moyen entre deux collisions doit être long devant le temps moyen nécessaire pour piéger un atome. On obtient donc une borne supérieure sur la pression pouvant régner dans la cellule pour qu'il y ait un piège ;
- le régime transitoire suit une loi exponentielle ;
- dans le cas où la pression dans la cellule est faible, le nombre d'atomes dans le piège n'en dépend pas ;
- on a intérêt pour augmenter le nombre d'atomes piégés à avoir une grande zone de capture, c'est-à-dire des faisceaux de taille importante ;
- le paramètre crucial pour le nombre d'atomes est  $v_c$  la vitesse maximale capturée. Comme elle intervient à la puissance 4, les variations du nombre d'atomes sont beaucoup plus marquées que celles que nous avons étudiées au paragraphe b ;

- à très faible pression, on retrouve une solution stationnaire similaire à celle de la référence [17].

- Applications numériques :

- Prenons :

$$\begin{cases} \bar{v} = 200 \text{ m/s} \\ \sigma = 4\pi \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2 \\ \tau_p = 100 \text{ ms} \end{cases}$$

la densité atomique maximale autorisée dans la cellule est alors  $\rho = 5 \cdot 10^{15}$  atomes par  $m^3$  ce qui correspond à une pression de  $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Torr}$ .

### Remarque

La valeur de la section efficace de collision que nous donnons ici est en fait déduite de l'expérience. Nous expliquerons dans la partie C comment nous l'avons extraite des données.

- Pour les paramètres typiques suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_1 = 0,5\Gamma \\ \delta = -2,5\Gamma \\ \frac{dB}{dz} = 10 \text{ G/cm} \\ w = 0,6 \text{ cm} \\ \text{une pression dans la cellule} \ll 10^{-7} \text{ Torr et} \\ \text{la valeur de } \sigma \text{ donnée ci - dessus} \end{array} \right.$$

On trouve  $v_c = 18 \text{ ms}$  et un nombre d'atomes dans le piège de  $4 \cdot 10^8$  avec une taille du piège de  $350 \mu\text{m}$ .

### 3/ Généralisation à deux dimensions

#### a) Méthode

##### $\alpha$ ) Configuration des champs

Soit deux bobines d'axe  $Oz$ , centrées en  $z = +d$  et  $z = -d$ , parcourues par des courants en sens inverses. Sur l'axe, au voisinage de  $z = 0$ , le champ magnétique est de la forme  $\mathbf{B} = bze_z$ . Nous prendrons  $b > 0$  par la suite. Pour calculer le champ au voisinage de l'axe, il suffit d'écrire que  $\text{div}\mathbf{B} = 0$  et de tenir compte de la symétrie cylindrique pour trouver  $\mathbf{B} = b(ze_z - \frac{1}{2}\mathbf{r})$ .

Nous nous plaçons désormais dans le plan  $(O, x, z)$  où  $\mathbf{B} = b(ze_z - \frac{1}{2}xe_x)$  et nous considérons quatre faisceaux laser de même intensité et polarisés ainsi : celui se propageant

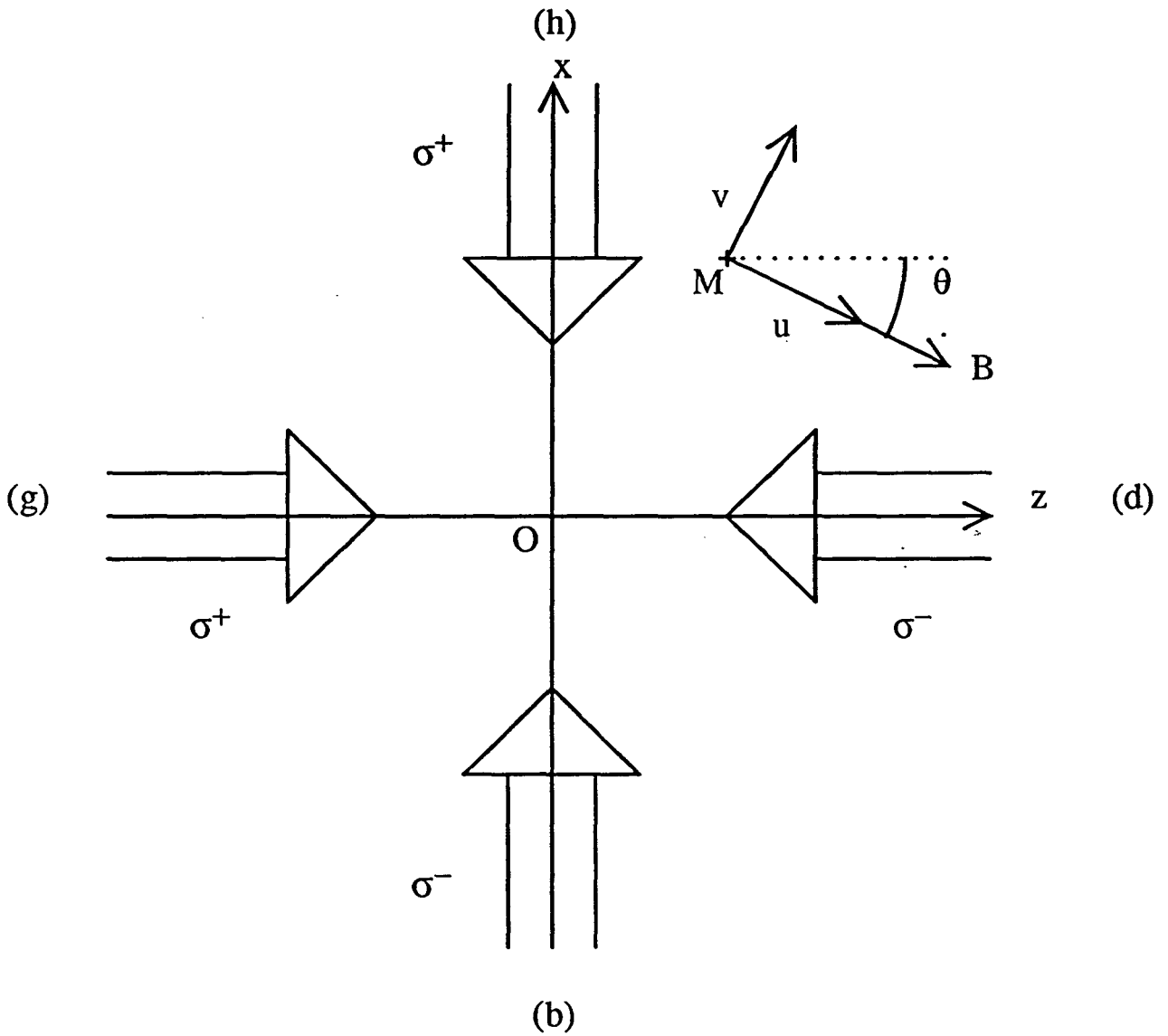


Figure 12 : Configuration laser du piège à deux dimensions pour un champ magnétique de la forme  $B = \frac{dB}{dz}(ze_z - \frac{x}{2}e_x)$  avec  $\frac{dB}{dz} > 0$  et constant.



suivant  $\pm e_z$  est  $\sigma^\pm$  (respectivement  $\pm e_x, \sigma^\mp$ ).

### $\beta$ ) Probabilités de transition

Nous allons faire le même genre de calcul qu'à une dimension  $(1/b)\beta$  mais pour cela, il nous faut déterminer les probabilités de transition  $\sigma^+, \sigma^-, \pi$ .

La première étape consiste à choisir les directions de quantification. Si à une dimension ce choix était implicite (l'axe  $Oz$ ), à deux dimensions il nous faut préciser quel sera en un point  $(z, x)$  l'axe de quantification : nous prendrons en tout point la droite portant le champ magnétique comme axe de quantification et l'orienterons vers les  $z$  croissants, et pour  $z = 0$ , vers les  $x$  croissants.

Soit un point  $M(z, x)$ ,  $\mathbf{u}$  le vecteur directeur de l'axe de quantification en  $M$  et  $\mathbf{v}$  tel que  $(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{e}_y)$  soit un trièdre orthonormé direct (fig. 12).

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \cos\theta \mathbf{e}_z + \sin\theta \mathbf{e}_x \\ \mathbf{v} = -\sin\theta \mathbf{e}_z + \cos\theta \mathbf{e}_x \end{cases} \quad \text{et} \quad \mathbf{B} = b \mathbf{u}$$

Décomposons maintenant les polarisations des différents faisceaux, indicés  $g, b, d, h$  sur la base locale des polarisations :  $\epsilon_0 = \mathbf{u}$  (lumière  $\pi$ ),  $\epsilon_1 = \frac{\mathbf{v} - i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$  (lumière  $\sigma^+$ ) et  $\epsilon_{-1} = \frac{\mathbf{v} + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$  (lumière  $\sigma^-$ ). Prenons par exemple le laser se propageant suivant  $+e_z$  dont la polarisation est  $\epsilon_g = \frac{\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}}$

$$\epsilon_g = \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \epsilon_0 + \frac{1 + \cos\theta}{2} \epsilon_1 - \frac{1 - \cos\theta}{2} \epsilon_{-1}$$

A partir de là, on peut écrire les probabilités de transition  $P_i^m$ , probabilités de transition par unité de temps vers l'état  $m = -1, 0$  ou  $1$  sous l'effet de l'onde  $i = g, d, b$  ou  $h$ .

$$\text{Ainsi } \left\{ \begin{array}{l} P_{g_d}^{+1} = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{1 \pm \cos\theta}{2} \right)^2 \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_z - \mu_0 b)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \\ P_{g_d}^0 = \frac{\Gamma}{2} \frac{\sin^2\theta}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_z)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \\ P_{g_d}^{-1} = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{1 \mp \cos\theta}{2} \right)^2 \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_z + \mu_0 b)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \end{array} \right.$$

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} P_{b_h}^{+1} = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{1 \mp \sin\theta}{2} \right)^2 \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_x - \mu_0 b)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \\ P_{b_h}^0 = \frac{\Gamma}{2} \frac{\cos^2\theta}{2} \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_x)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \\ P_{b_h}^{-1} = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{1 \pm \sin\theta}{2} \right)^2 \frac{\Omega_1^2/2}{(\delta \mp kv_x + \mu_0 b)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \end{array} \right.$$

La démarche est alors la même que celle suivie à une dimension : on tire un nombre aléatoire  $\alpha$ . Le temps au bout duquel un atome dans l'état fondamental est excité est  $-\frac{\ln\alpha}{\sum_{j,q} P_j^q}$ . Et il est excité vers l'état  $m$  en absorbant un photon de l'onde  $i$  avec la probabilité  $\frac{P_i^m}{\sum_{j,q} P_j^q}$ .

Pour l'émission spontanée, nous prenons un rayonnement isotrope et tirons au hasard dans le plan  $(x, z)$  la direction dans laquelle le photon spontané est émis.

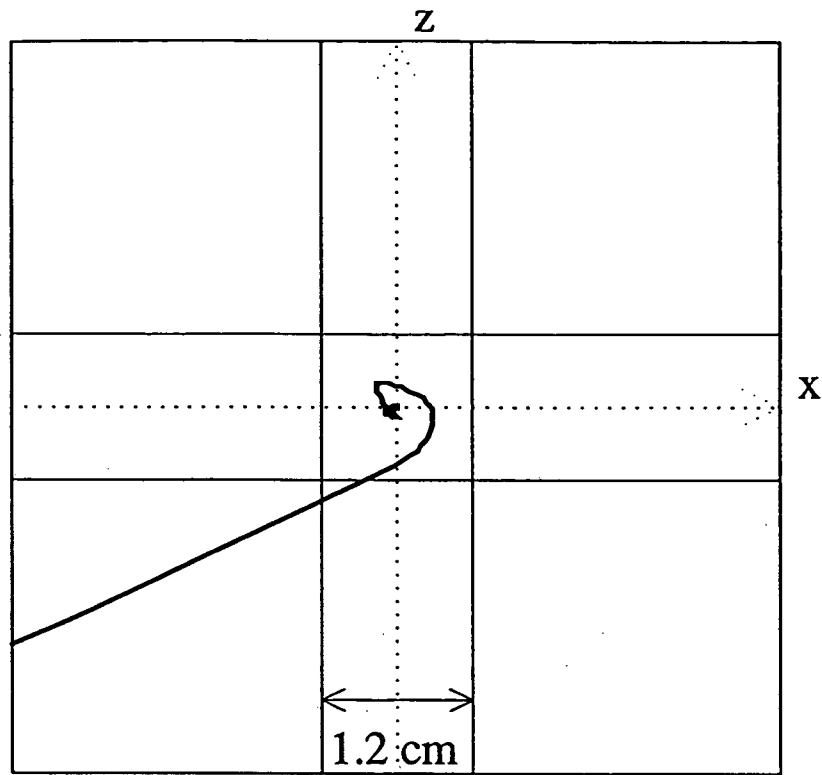


Figure 13 : Exemple de trajectoire d'atome dans l'espace réel. L'atome est lancé en  $x = -2,1 \text{ cm}$ ,  $z = -3 \text{ cm}$  avec une vitesse  $v_x = 5 \text{ m/s}$ ,  $v_z = 10 \text{ m/s}$ . Le rayon des faisceaux est de  $0,6 \text{ cm}$ . Les paramètres du piège sont  $\delta = -2,5\Gamma$ ,  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  et  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{2}$  par onde.

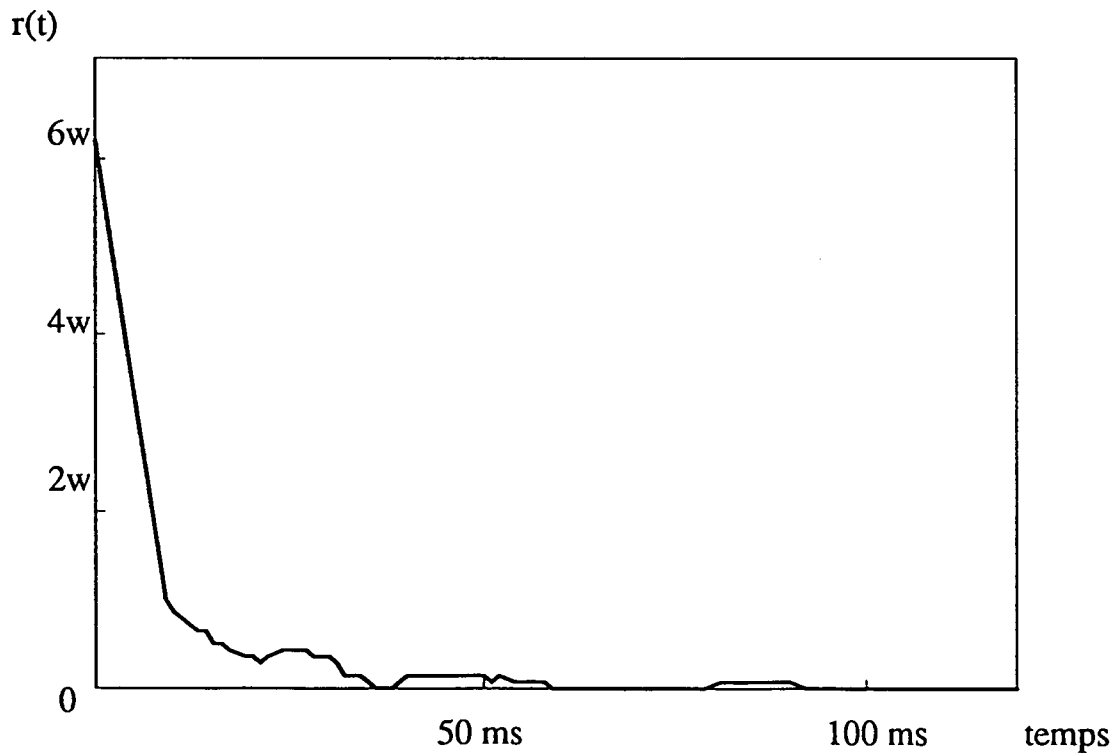


Figure 14 : Evolution de la distance au centre de l'atome de la figure 13 en fonction du temps.  $w$  est le rayon du piège et vaut  $0,6 \text{ cm}$ .

## b) Résultats

Voici un exemple de trajectoire dans l'espace réel (fig. 13 et 14). Que pouvons-nous tirer de l'examen de ces trajectoires ?

- Le premier enseignement, qui est d'ailleurs le résultat essentiel, est que le piège fonctionne à deux dimensions. Il n'y a pas de différence fondamentale : l'atome oscille en position avant de venir se piéger au centre. Cependant, ce modèle à deux dimensions est plus riche parce qu'il met en évidence les corrélations entre positions et vitesses, ce qui nous amène au deuxième enseignement.

- Ce modèle à deux dimensions nous donne un nouvel éclairage du problème des limites que nous avons abordé au paragraphe 2/b)α et donc une meilleure compréhension du remplissage du piège. L'exemple suivant de trajectoire (fig. 15) montre en effet que la zone où les deux faisceaux se recouvrent n'est pas la seule intéressante. Pour préciser cela, nous allons regarder quel est le domaine des vitesses  $v_z, v_x$  que peut avoir un atome pour que s'il rentre en  $M(z, x)$  dans une région où il voit au moins un faisceau laser, il soit finalement capturé. Mais là aussi nous allons nous restreindre à un domaine borné  $D$ , même s'il est plus grand que la zone de recouvrement des deux faisceaux : nous avons pris ici  $|z|$  et  $|x| < 3 \text{ cm}$  alors que le rayon des faisceaux est  $w = 0,6 \text{ cm}$ . Comme là où les faisceaux ne sont pas présents, l'atome ne subit pas de force dans notre modèle, il est équivalent de partir des bords des faisceaux ou des bords du domaine  $D$ . Par symétrie enfin, nous pouvons restreindre notre étude aux points de lancement  $x_0, z_0$  donnés par  $-3 \text{ cm} < x_0 < 0, z_0 = -3 \text{ cm}$  et  $v_z > 0$  ou  $-3 \text{ cm} < z_0 < 0, x_0 = -3 \text{ cm}$  et  $v_x > 0$ .

On voit sur la figure 16 que les atomes capturés sont approximativement ceux qui se dirigent initialement vers la zone de recouvrement des faisceaux. Si ce résultat n'est pas, en soi, surprenant, il reste néanmoins important. Et le champ magnétique joue un rôle essentiel pour cela : dans une trajectoire comme celle de la figure 15, il est clair que c'est l'existence de la force de rappel qui permet à l'atome d'être piégé. Sa vitesse  $v_x$  vient se verrouiller sur une vitesse imposée par le champ magnétique qui dirige l'atome vers le centre du piège. Et l'importance du rôle du champ magnétique dans la façon dont les atomes sont capturés est, comme nous l'avions annoncé dès l'introduction, confirmée

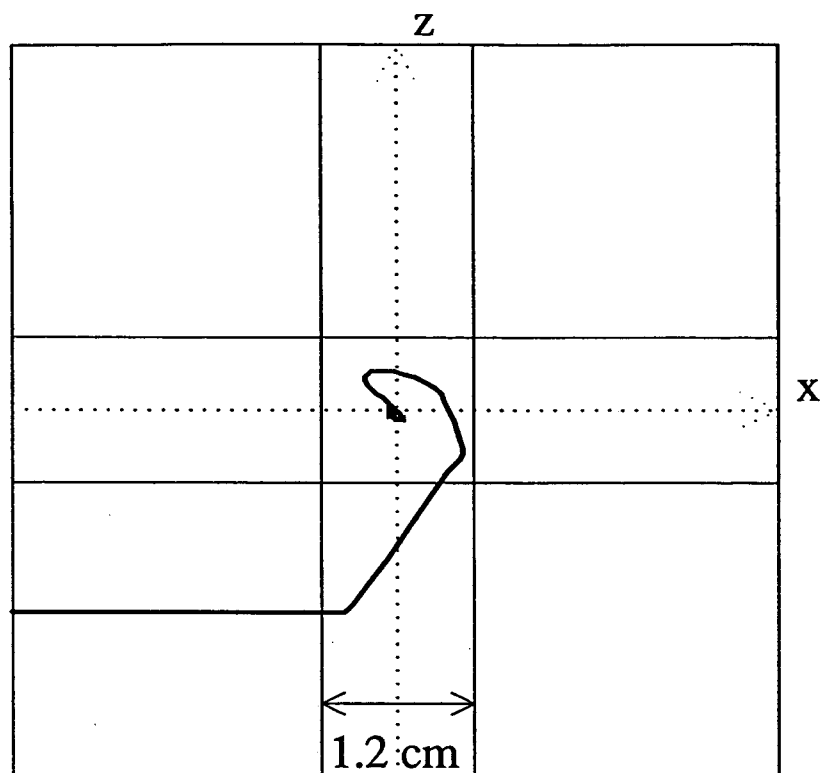


Figure 15 : Trajectoire d'un atome lancé en  $z = -3\text{cm}$ ,  $x = -2,1\text{ cm}$  avec  $v_z = 5\text{ m/s}$ ,  $v_x = 0$ . Les paramètres du piège sont  $\delta = -2,5\Gamma$ ,  $dB/dz = 10\text{ G/cm}$  et  $\Omega_1 = \Gamma/2$ . Le rayon des faisceaux est de  $0,6\text{ cm}$ .

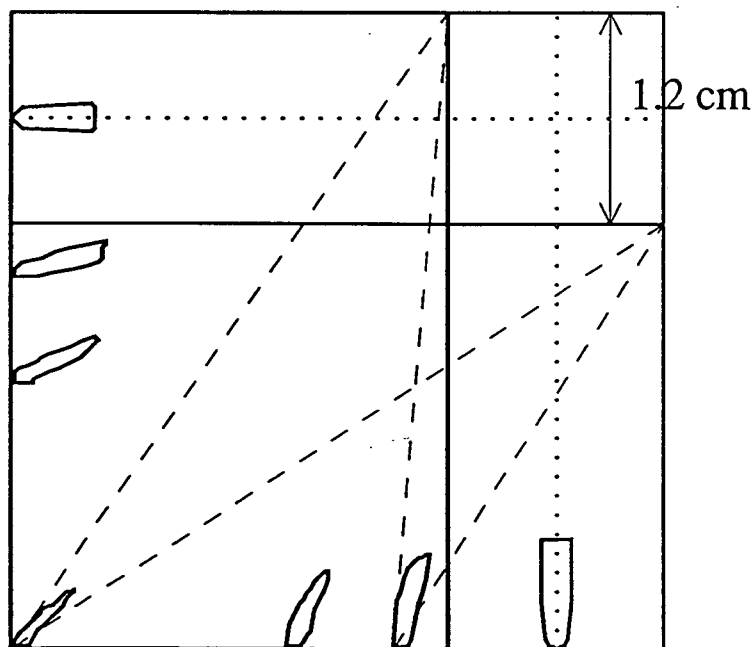
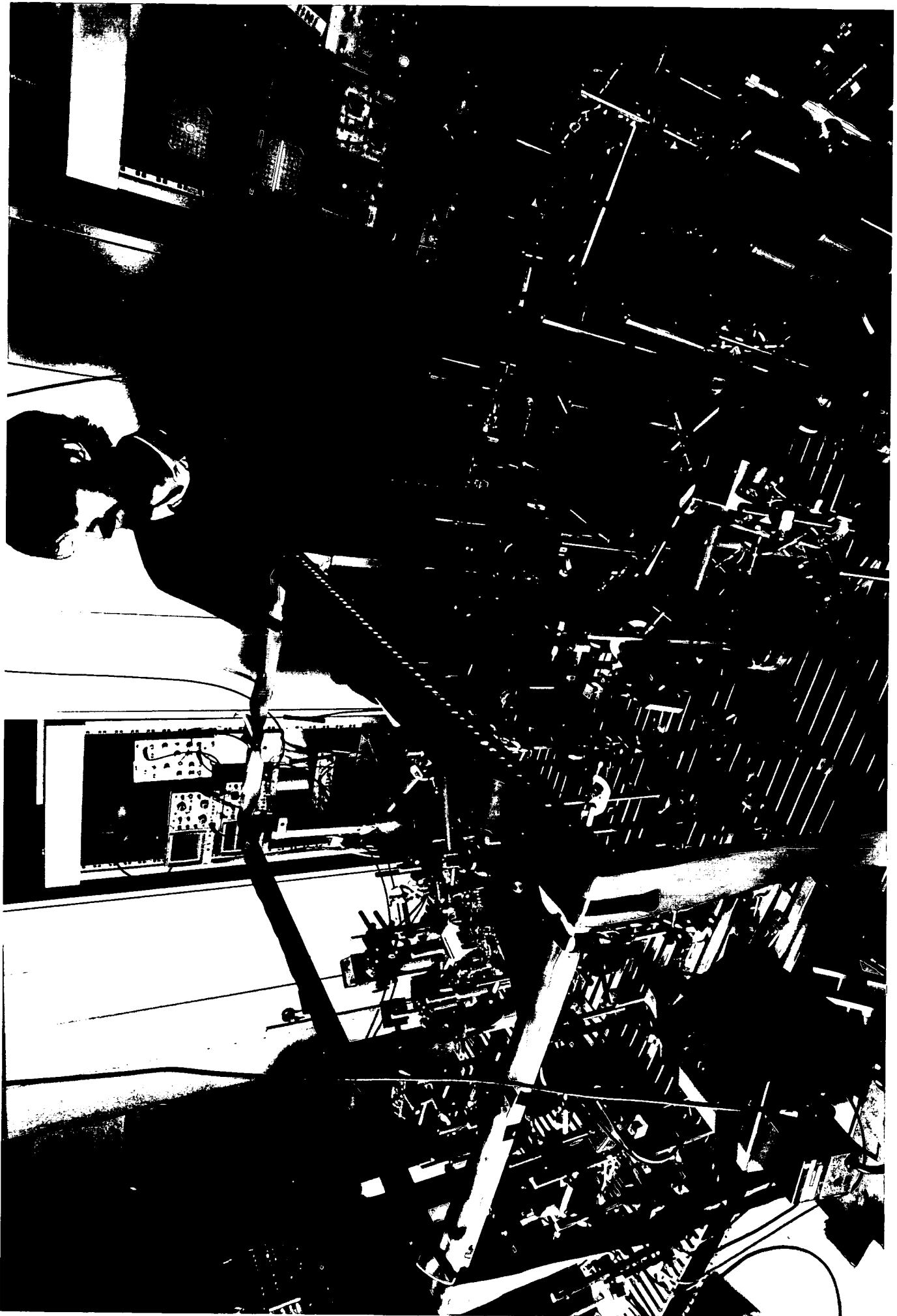


Figure 16 : Diagramme de capture suivant le point de lancement. En chaque point de lancement considéré, le domaine délimité par la courbe représente les vitesses capturées : dans ce domaine, l'abscisse est proportionnelle à  $v_x$ , l'ordonnée à  $v_z$ . Comme le montrent les droites avec des tirets, ces domaines ont une divergence approximativement telle qu'un atome à vitesse constante passe dans son mouvement par l'intersection des faisceaux.

par le fait qu'expérimentalement les mélasses n'ont pu être observées directement sur la lumière de fluorescence en cellule, faute d'une densité suffisante d'atomes.

Enfin, si on évalue le nombre d'atomes capturés à l'aide des résultats obtenus par ce modèle et si on le compare au nombre calculé de la même manière qu'au paragraphe 2/c) $\beta$  (mais en se plaçant à deux dimensions et non à trois) on trouve qu'il est deux fois plus grand. Comme le périmètre du domaine  $D$  considéré est cinq fois plus grand que celui du domaine de recouvrement des deux faisceaux qui intervient dans le calcul du paragraphe 2, on peut penser que si le domaine  $D$  est suffisamment grand, le nombre d'atomes capturés ne dépend plus du périmètre de  $D$ . On peut donc en conclure que l'évaluation faite par le calcul du paragraphe 2 donne le bon ordre de grandeur : le nombre d'atomes capturé est probablement sous-évalué par un facteur de l'ordre, au plus, de quelques unités.

Nous allons maintenant nous intéresser à la réalisation du piège magnéto-optique dans une cellule à faible pression de vapeur de césium : la partie B décrit le montage expérimental utilisé.



*Vue de l'ensemble du dispositif expérimental.*

## B - DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le piège magnéto-optique se compose de trois éléments : les atomes de césium, le champ magnétique et les lasers. Chacun est caractérisé par une grande simplicité et une grande souplesse. Nous utilisons une cellule à faible pression de vapeur de césium et non pas la technologie plus compliquée d'un jet atomique ; l'ordre de grandeur des gradients de champ magnétique ( $10 \text{ G/cm}$ ) ne pose pas de problème technique ; les lasers sont des diodes laser : la puissance souhaitée est suffisamment faible (quelques dizaines de  $mW$ ) pour ne pas avoir recours à des lasers à colorant ou des lasers solides d'un maniement plus délicat. L'ensemble du montage tient ainsi sur une table de  $1,5 \text{ m}^2$ .

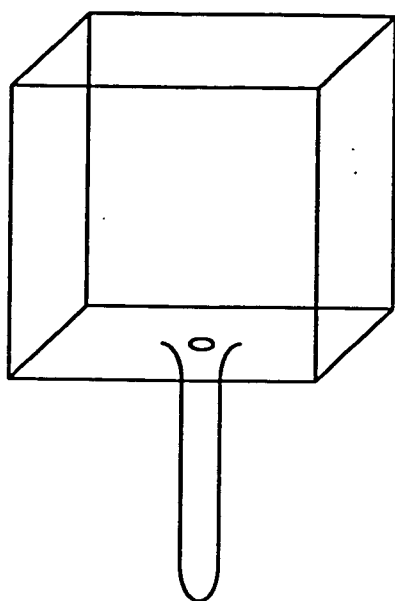
### 1/ Le champ magnétique et la source de césium

#### a) La cellule à faible pression de vapeur de césium

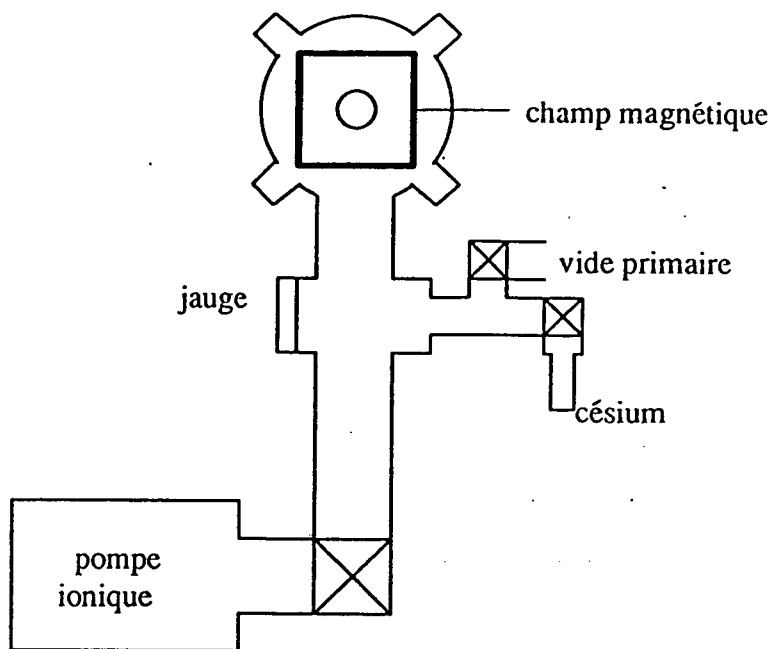
Nous avons vu précédemment que la seule contrainte était que la pression de vapeur de césium dans la cellule soit suffisamment basse pour que le temps moyen entre deux collisions soit long devant le temps moyen nécessaire à la capture d'un atome par le piège.

Aussi notre première cellule (fig. 1) était-elle simplement un cube de verre avec un queue dans lequel se trouve un peu de césium liquide. La pression partielle de césium résulte d'un équilibre entre les phases liquide et gazeuse et la pression de vapeur saturante dépend de la température. Donnons quelques valeurs numériques : à  $25^\circ\text{C}$ ,  $p = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ mmHg}$  et la pression varie avec la température suivant la loi phénoménologique dite loi de Nesmeyanov [18] :

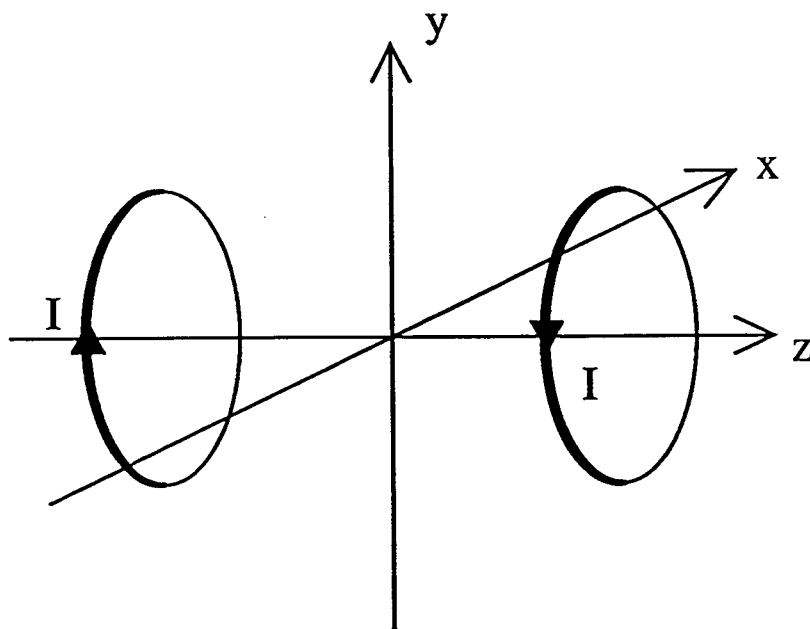




*Figure 1* : Schéma de la première cellule de césium utilisée pour l'expérience.



*Figure 2* : Schéma du montage de la deuxième cellule, pompée par une pompe ionique. Cette figure est une vue de dessus.



*Figure 3* : Création d'un champ magnétique de gradient constant par deux bobines parcourues par des courants en sens opposés.

$$\log p_{mmHg} = 11,0531 - 1,35 \log T - \frac{4041}{T}$$

donc à  $0^{\circ}C$

$$p = 9.10^{-8} \text{ mmHg}$$

et à  $-10^{\circ}C$

$$p = 3.10^{-8} \text{ mmHg}$$

En refroidissant le queusot, par exemple à l'aide d'une cellule à effet Peltier, on doit donc pouvoir faire baisser la pression dans la cellule.

Mais nous nous sommes heurtés à ce stade au fait que le temps d'établissement de l'équilibre thermodynamique est très long : le système met un temps infiniment long à répondre à un changement de température et ce d'autant plus que l'ouverture du queusot est étroite (de l'ordre de 1 à 2 *mm* de diamètre pour une cellule de 4 *cm* de côté).

Par ailleurs, si on peut imaginer contrôler la pression de césium par la température avec une cellule plus adaptée et de la patience, il faut également avoir une pression partielle basse pour les autres gaz présents dans la cellule. Or, si lorsque la cellule est scellée ce vide est bon (entre  $10^{-8}$  et  $10^{-7}$  *Torr*), il se détériore au cours du temps par diffusion à travers le verre, notamment d'atomes légers comme l'hélium.

Pour toutes ces raisons, nous sommes alors passés à une cellule reliée à une pompe ionique (fig. 2) qui permet de maintenir un vide résiduel suffisamment bas. La cellule elle-même est un ballon de pyrex de 0,5 *litre* avec six fenêtres en quartz de 2 *cm* de diamètre. Le césium se trouve dans un queusot séparé de la cellule par une vanne, de même que la pompe ionique est séparée de la cellule par une vanne.

Avant l'introduction du césium dans la cellule et après avoir étuvé à  $150^{\circ}C$  pendant plusieurs jours, on obtient au niveau de la jauge un vide de l'ordre de  $3 \times 10^{-9}$  *Torr*.

### Remarque

Le vide au niveau de la pompe est encore meilleur : il est inférieur à  $10^{-9}$ .

Pour régler ensuite la pression de césium dans la cellule, on ouvre la vanne en contrôlant la température du queusot. Mais à nouveau, le temps pour atteindre l'équilibre thermodynamique est très long et à température ambiante, il faut attendre plusieurs jours pour avoir du césium dans la cellule. Aussi, en utilisant la pompe ionique, avons-nous décidé de travailler hors équilibre : nous ouvrons quelques instants la vanne et si besoin chauffons même le queusot pour mettre du césium dans la cellule. Pour diminuer ensuite rapidement la pression de césium, nous ouvrons la vanne qui relie la pompe ionique à la cellule et qui, en temps ordinaire, est quasiment fermée.

### Remarque

Pour mesurer la pression de césium dans la cellule, nous ne pouvons pas utiliser la jauge Bayard-Apert : le césium se dépose en effet sur celle-ci et l'empêche de fonctionner correctement. La méthode employée consiste à mesurer l'absorption d'un faisceau laser et à comparer celle-ci avec l'absorption, dans les mêmes conditions de polarisation, dans une cellule où on connaît la pression de césium parce que l'équilibre thermodynamique est réalisé. Si  $\alpha$  est l'absorption, on a  $1 - \alpha = e^{-n\sigma\ell}$  et comme dans les deux cas on est à température ambiante,  $p = p_0 \frac{\ell_0}{\ell} \frac{\ln(1 - \alpha)}{\ln(1 - \alpha_0)}$  où  $\ell$  et  $\ell_0$  sont les longueurs des deux cellules. On trouve ainsi

$$\text{pour } \left\{ \begin{array}{l} \ell = 32 \text{ cm} \\ \text{polarisation } \sigma^+/\sigma^- \text{ (onde stationnaire)} \\ \alpha = 10\% \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} p = 1, 2 \cdot 10^{-8} \text{ mmHg} \\ \text{densité : } n = 4 \times 10^8 \text{ atomes/cm}^3 \\ \text{nombre total d'atomes} \\ \text{dans la cellule : } 2 \times 10^{11} \end{array} \right.$$

b) Le champ magnétique

α) *Le champ magnétique du piège*

Nous avons déjà mentionné comment nous allons créer le champ magnétique nécessaire au fonctionnement du piège. Nous allons donner ici les conditions pratiques et les valeurs numériques.

Calculons pour commencer le champ sur l'axe (fig. 3). La symétrie cylindrique du problème rend le calcul très simple et on trouve, avec les notations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} N \text{ spires par bobine} \\ I \text{ courant dans les bobines} \\ a \text{ rayon des bobines} \\ 2d \text{ distance entre les bobines} \end{array} \right. \quad \mathbf{B} = -\frac{1}{2}\mu_0 N I a^2 \left[ \frac{1}{((z+d)^2 + a^2)^{3/2}} - \frac{1}{((z-d)^2 + a^2)^{3/2}} \right]$$

donc au voisinage de  $z = 0$ ,  $\mathbf{B} = b z \mathbf{e}_z$  avec  $b = \mu_0 N I \frac{3a^2 d}{(a^2 + d^2)^{5/2}}$ .

• Application numérique

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 100 \\ a = 4 \text{ cm} \\ d = 5 \text{ cm} \\ I = 1 \text{ A} \end{array} \right. \quad b = 2,8 \text{ G/cm}$$

Remarque

Pour avoir un gradient plus fort avec les mêmes bobines et le même courant, il faudrait par exemple rapprocher les bobines mais la forme et les dimensions de la cellule ne nous le permettent pas.

En écrivant maintenant que  $\text{div}\mathbf{B} = 0$  et en utilisant la symétrie cylindrique, on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{B} = B_r \mathbf{u}_r + B_z \mathbf{e}_z \\ \frac{1}{r} \frac{\partial r B_r}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{donc à l'ordre le plus bas} \\ \mathbf{B} = b(z \mathbf{e}_z - \frac{1}{2} \mathbf{r}) \end{array}$$

*β) Compensation des autres champs magnétiques*

Regardons pour commencer quel serait l'effet d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  constant sur le volume du piège. Le champ total serait alors :

$$\mathbf{B} = b \left( z + \frac{B_{0z}}{b} \right) \mathbf{e}_z - \frac{b}{2} \left( x - \frac{2B_{0x}}{b} \right) \mathbf{e}_x - \frac{b}{2} \left( y - \frac{2B_{0y}}{b} \right) \mathbf{e}_y$$

L'effet serait donc de déplacer le centre du piège et ce déplacement dépendrait du gradient de champ magnétique du piège. Pratiquement, ce déplacement pose deux problèmes : pour

l'observation du piège et pour son fonctionnement même. On a en effet intérêt à ce que le piège soit situé au centre des faisceaux car leur taille est finie, et un champ de 1 *Gauss* déplacerait le piège de 0,2 *cm* pour un gradient de 10 *G/cm*.

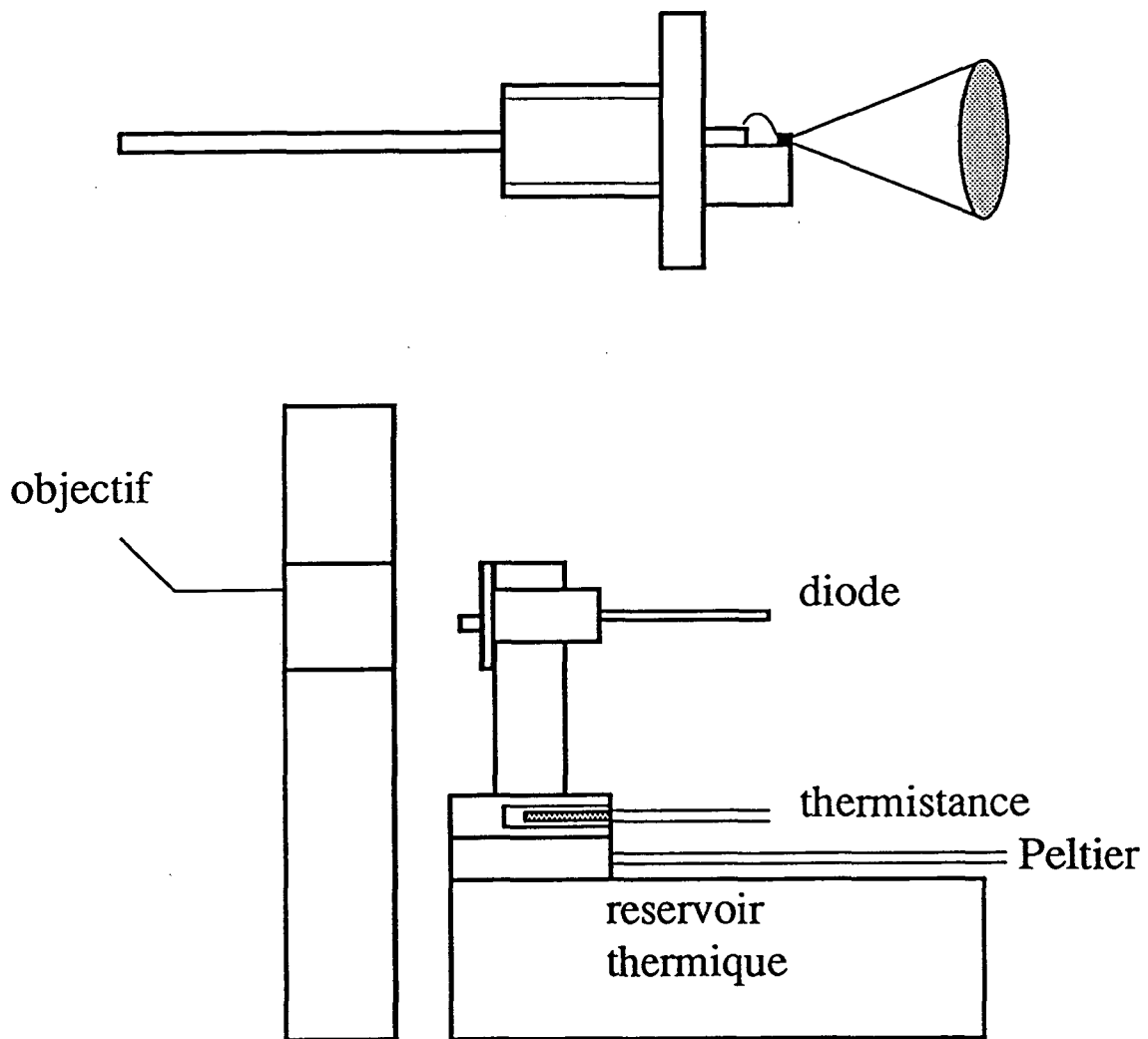
Nous allons donc compenser les autres champs magnétiques à l'aide de 3 paires de bobines, d'axes, respectivement,  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ . Pour chaque paire, les bobines sont à la même distance du centre et parcourues par le même courant. Ainsi, le gradient est nul au voisinage de 0 et le champ constant.

Quels sont les champs qu'il nous faut compenser ? Il y a bien sûr le champ magnétique terrestre, mais surtout le champ (et le gradient) créé par les aimants de la pompe ionique. Malgré une feuille de  $\mu$  métal autour de la pompe, elle est à l'origine de la principale contribution au champ total. La difficulté réside alors dans l'absence d'accès à la zone où se situera le piège : on ne peut mesurer le champ magnétique qu'à l'extérieur de la cellule. On réussit ainsi à avoir un champ magnétique résiduel inférieur à  $\pm 30$  *mG*, soit un gradient inférieur en valeur absolue à 5 *mG/cm*.

## 2/ Les laser

### a) Généralités

Nous allons travailler sur la transition  $6S_{1/2} F = 4 / 6P_{3/2} F' = 5$  du césium qui correspond à une longueur d'onde  $\lambda$  de 852,11 *nm*. Le niveau excité  $F' = 4$  est séparé du niveau  $F' = 5$  par une énergie d'environ  $50\hbar\Gamma$ , où  $\Gamma$  est la largeur naturelle du niveau excité. Il peut donc être excité par le laser, bien qu'avec une probabilité plus faible. Un atome excité sur le niveau  $F' = 4$  peut se désexciter vers le niveau  $6S_{1/2} F = 3$ , distant de 9*GHz* de l'état  $6S_{1/2} F = 4$ , et est alors perdu pour le piège. Nous avons donc besoin d'un deuxième laser, sur la transition  $F = 3/F' = 4$  qui correspond à une longueur d'onde



*Figure 4 : Allure d'une diode STC (la diode elle-même est le petit carré noir) et de son montage.*

de 852,09 nm, qui maintienne les atomes sur la transition où le mécanisme de piégeage fonctionne. Nous l'appelons le laser repompeur.

A ces longueurs d'onde, il existe plusieurs types de laser : laser à colorant, laser titane-saphir et diodes laser. Si les deux premiers présentent un avantage quant à la puissance fournie —1 W contre quelques dizaines de mW pour les diodes— ils n'ont pas la même simplicité et souplesse d'utilisation (ni le même prix). Comme la puissance nécessaire pour saturer la transition du césium est de 2,2 mW/cm<sup>2</sup>, l'argument de la puissance disponible n'est pas crucial pour nos expériences et nous avons opté pour les diodes laser.

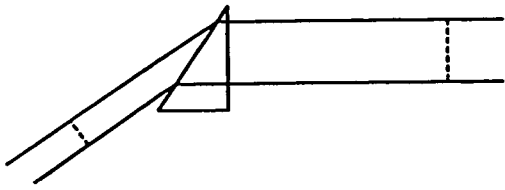
La région spectrale autour de 850 nm est celle de la première génération des liaisons par fibres optiques. Comme le développement des fibres optiques est lié au secteur des télécommunications, les diodes lasers dans cette gamme de fréquence ont connu un rapide essor. Ses étapes successives : diodes hétérostructures, diodes guidées par le gain, diodes guidées par l'indice et diodes à puits quantiques, correspondent à des améliorations des caractéristiques du laser : abaissement du courant seuil, augmentation de la puissance de sortie, caractère monomode du champ. Nous utilisons pour notre part deux types de diodes : Hitachi, référence HLP1400, guidées par l'indice et STC, modèle LT50A3U, à puits quantiques. Elles sont composées de AlGaAs.

Les diodes Hitachi sont de structure CSP (Channel Substrate Planar...) : la zone active du cristal est réduite latéralement par une variation de l'indice du milieu grâce à une structure de type crête. Le mode optique est ainsi confiné latéralement. Ces diodes laser sont monomodes longitudinales aussi bien que transverse électro-magnétique. Elles ont un courant de seuil d'environ 60 mA et émettent 10 mW par facette pour un courant d'alimentation de 100 mA.

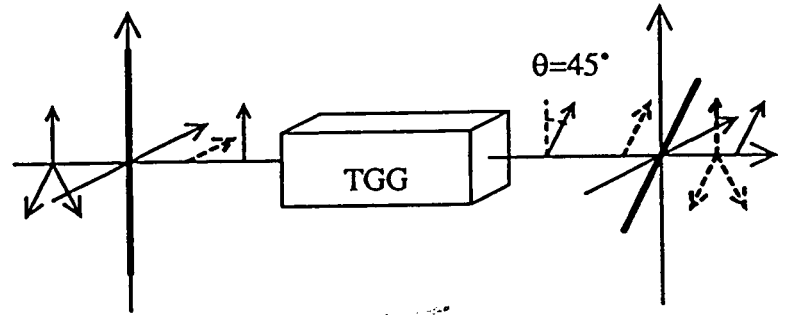
Les diodes STC sont à double puits quantique (DQW-SCH : double-quantum-well separate confinement heterostructure). La zone active est si étroite qu'elle devient comparable à la longueur d'onde associée aux porteurs et les niveaux d'énergie de ceux-ci sont alors quantifiés dans le puits. Ces diodes sont également monomodes mais le courant de seuil est plus faible,  $\lesssim 40$  mA, et la puissance disponible plus importante : 50 mW typiquement pour un courant d'alimentation de 100 mA.

Une grande accordabilité en fréquence est possible sur ces diodes. La longueur d'onde

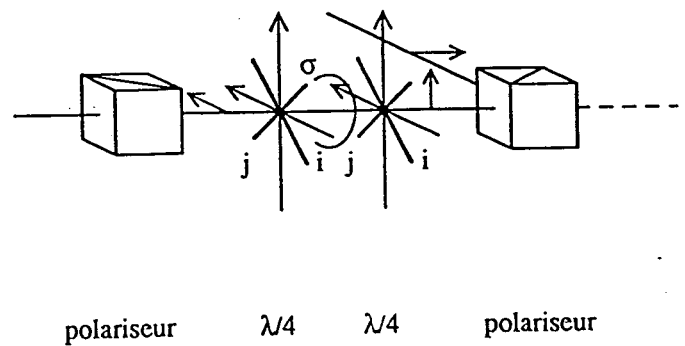
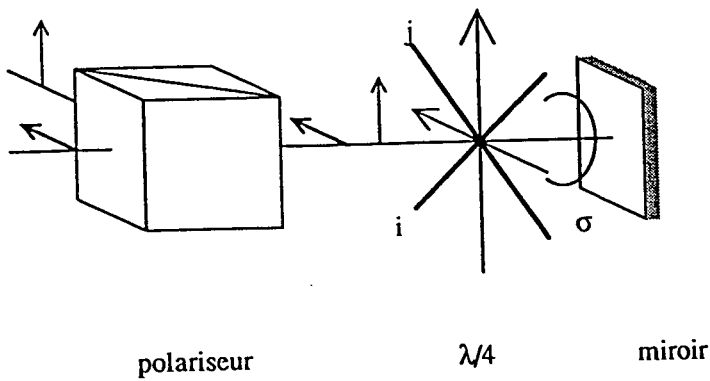




**Figure 5** : Déflexion d'un faisceau par un prisme anamorphique : la dimension du faisceau est augmentée dans le plan de la feuille et inchangée dans la direction perpendiculaire.



**Figure 6** : Schéma de principe d'un isolateur optique.



**Figures 7 et 8** : Détermination des axes neutres d'une lame  $\lambda/4$ .

émission dépend en effet du courant d'alimentation et de la température. Pour les diodes Hitachi, les coefficients correspondants sont de  $3,5 \text{ GHz/mA}$  et de  $30 \text{ GHz/}^\circ\text{C}$ . La température est donc régulée et asservie autour d'une valeur que l'on peut choisir au moyen d'une cellule à effet Peltier et d'un asservissement électronique.

Les diodes laser sont donc d'une grande maniabilité et par là-même agréables à utiliser mais elles présentent quelques inconvénients. Sur un échantillon de diodes donné toutes ne fonctionnent pas à la fréquence de résonance du césium. De plus, l'accordabilité est limitée par les sauts de mode. Ils constituent une difficulté dans l'utilisation des diodes laser, d'autant plus que la fréquence à laquelle la diode fonctionne à un instant donné dépend de l'histoire précédente (courant et température). Il n'est donc pas toujours évident de retrouver la fréquence de résonance du césium.

Notons, pour clore ce paragraphe, que la faible taille de la zone émettrice est à l'origine d'une divergence importante du faisceau laser émis par la diode. Il est donc collimaté par un objectif et le faisceau obtenu est de forme elliptique : environ  $4 \text{ mm}$  sur  $10 \text{ mm}$ .

#### b) Configuration laser piégeante

Pour plus de simplicité nous allons suivre le trajet des faisceaux :

##### $\alpha$ ) *Laser principal*

- Le faisceau laser possède des tailles de cols  $w_x$  et  $w_y$  très différents. Nous allons commencer par les rendre plus proches en faisant passer le faisceau par un prisme anamorphique : alors que, dans la configuration de la figure 5, le col perpendiculaire au plan de la feuille n'est pas affecté, le col dans le plan de la feuille est augmenté.

- L'élément suivant est une lentille de grande focale qui sert à faire passer le faisceau dans l'ouverture de l'isolateur optique. Le retour optique affecte le fonctionnement de la diode, aussi devons-nous effectivement utiliser un isolateur optique, c'est-à-dire un système

transmettant la lumière dans un sens uniquement (fig. 6). L'élément central de l'isolateur est un barreau de TGG (Terbium Gallium Garnet), qui, en présence d'un champ magnétique  $B$ , fait tourner la polarisation de la lumière d'un angle  $\theta(B)$  indépendant du sens de propagation de la lumière. Si le champ est réglé pour que  $\theta = 45^\circ$  et si le cristal est placé entre deux polariseurs dont les axes sont à  $45^\circ$  l'un de l'autre, le système obtenu est un isolateur optique. En effet, si la lumière est transmise lorsqu'elle se propage suivant  $+Oz$ , lorsqu'elle se propage suivant  $-Oz$ , elle est, après le premier polariseur et le barreau de TGG, polarisée orthogonalement à l'axe du second polariseur et n'est donc pas transmise. On peut ainsi obtenir une extinction de la lumière de retour allant jusqu'à  $10^{-5}$ , mais cela n'est pas toujours suffisant pour une diode laser.

- Comme nous avons vu dans la partie A que nous avons intérêt à avoir de gros faisceaux, sachant que le diamètre des fenêtres de la cellule est de  $2\text{ cm}$ , nous utilisons un télescope composé de deux lentilles de focale respectivement  $80$  et  $250\text{ mm}$ . La taille du col du faisceau est alors approximativement de  $0,6\text{ cm}$ . Le faisceau laser est ensuite divisé en trois bras : chacun sera suivant un des axes  $Ox, Oy, Oz$  pour réaliser le piège à trois dimensions.

- Sur chaque bras, on trouve les éléments suivants :

- une lame demi-onde suivie d'un polariseur afin d'obtenir une polarisation linéaire et de régler l'intensité des faisceaux pour qu'elle soit identique dans chaque bras ;

- une lame quart d'onde dont les axes sont à  $45^\circ$  de l'axe de polarisation déterminé par le cube polariseur. La lumière est ainsi  $\sigma^+$  pour les deux faisceaux horizontaux et  $\sigma^-$  pour le faisceau vertical. Les axes des lames  $\lambda/4$  ne sont pas indiqués lorsqu'elles sont livrées : nous avons dû les déterminer. Nous avons procédé pour cela en deux étapes. La première consiste à trouver quels sont les deux axes. Il suffit pour cela d'un polariseur suivi de la lame  $\lambda/4$  et d'un miroir de renvoi (fig. 7). La deuxième étape consiste à différencier l'axe rapide de l'axe lent. Nous ne pouvons faire cela de manière absolue, mais si nous supposons que sur une des lames un des axes est l'axe  $i$  ( $i$  rapide ou lent), nous pouvons déterminer sur les autres lames quel est l'axe  $i$  en utilisant un polariseur suivi de deux lames  $\lambda/4$  et d'un deuxième polariseur (fig. 8). Il ne reste alors plus qu'une question : l'axe  $i$  est-il l'axe rapide ou l'axe lent ? La réponse est donnée par le fonctionnement du piège. Si on suppose par exemple que l'axe  $i$  est l'axe rapide et qu'on place les lames dans la configuration découlant de cette hypothèse pour  $dB/dz > 0$ , l'hypothèse est validée si

le piège fonctionne. Dans le cas contraire, il suffit de changer le sens du courant dans les bobines de champ magnétique ( $dB/dz < 0$ ) pour que le piège fonctionne ;

- après la cellule, nous avons une autre lame  $\lambda/4$  pour laquelle la position de ses axes importe peu, suivie d'un miroir à réflexion maximale pour une incidence normale. Si la lumière est  $\sigma^+$  avant la lame quart d'onde, elle devient linéaire et le reste après réflexion puis  $\sigma^-$  après un deuxième passage par la lame  $\lambda/4$ . On réalise ainsi la configuration de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$  désirée. Rappelons que la polarisation est définie par rapport à un axe fixe de quantification (la direction de la lumière à l'aller par exemple) et non pas par rapport à la direction de propagation de la lumière. Le miroir est réglé de telle sorte que le faisceau retour soit superposé au faisceau aller avec un angle typiquement de l'ordre de ou inférieur à  $10^{-3}$  rad.

#### Remarque

L'utilisation de lames  $\lambda/4$  pour réaliser la configuration de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$  présente l'avantage de permettre de passer très simplement à d'autres polarisations (par exemple linéaire/linéaire orthogonale) si cela s'avère nécessaire pour d'autres expériences, ou de superposer au faisceau piège un autre faisceau avec des polarisations différentes comme nous pourrons le faire dans le chapitre III.

#### *$\beta$ ) Le repompeur*

Nous retrouvons sur le trajet du repompeur un prisme anamorphique et un télescope avec des lentilles de focale 50 et 100 mm. Nous superposons ensuite le repompeur à 1 ou 2 bras du laser principal en le faisant entrer sur la deuxième voie du cube polariseur qui se trouve au début de chaque bras.

Sur le repompeur, comme sur le laser principal d'ailleurs, une réflexion parasite est

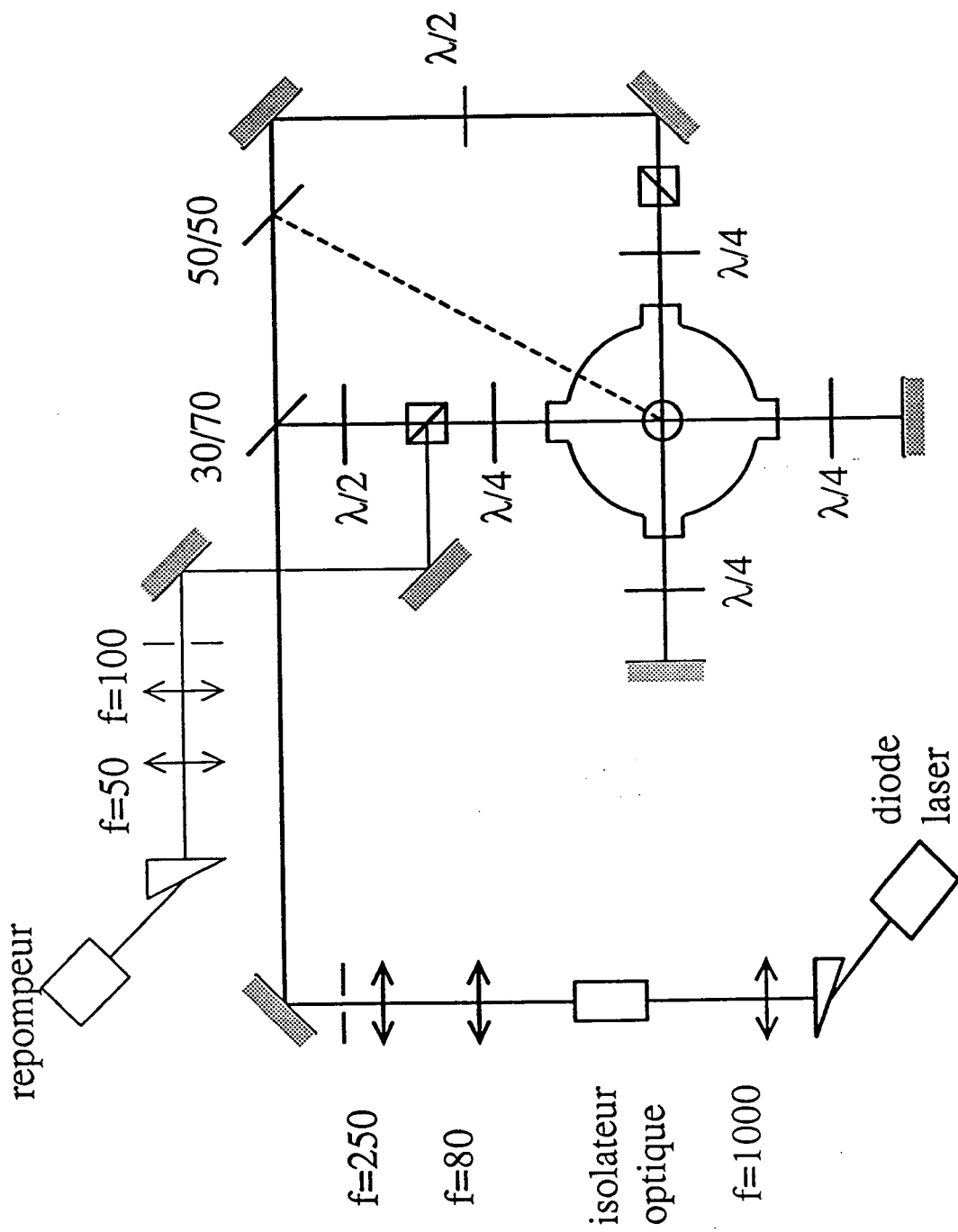


Figure 9 : Schéma général du montage expérimental du piège magnéto-optique.

utilisée pour vérifier que la diode fonctionne à la fréquence souhaitée : ce faisceau parasite est envoyé à travers une cellule de césium sur une photodiode et nous détectons le signal d'absorption.

### 3/ Asservissement en fréquence du laser principal

Pour que le piège fonctionne, il faut que la fréquence du laser soit définie à mieux que la largeur  $\Gamma/2\pi$  du niveau excité. Pour le césium,  $\Gamma/2\pi = 5,3 \text{ MHz}$ . Or, les diodes laser libres ont une largeur typiquement de  $20 \text{ MHz}$ . Nous allons donc utiliser une méthode, décrite en détail dans la thèse de P. Laurent [19], qui va nous permettre d'asservir la fréquence laser à mieux que  $1 \text{ MHz}$  par couplage avec un Fabry-Perot confocal. Notre but ici n'est pas de faire un exposé complet de la théorie, élaborée dans les références [20-23], du couplage de la diode et du Fabry-Perot, mais d'en donner les points saillants pour comprendre les phénomènes en jeu.

#### a) Fonctionnement de la diode laser libre

Considérons la cavité longitudinale formée par le cristal de longueur  $\ell_d$ . Soit  $R_1$  et  $R_2$  les coefficients de réflexion des facettes (fig. 10). La condition de résonance pour le champ électrique dans la cavité s'écrit :

$$E_0 = \sqrt{R_1 R_2} E_0 e^{-2ik\ell_d}$$

avec  $k^2 = \bar{\epsilon}k_0^2$  où  $\bar{\epsilon}$  est la constante diélectrique effective et  $k_0 = \omega_0/c$ . Si on sépare la partie imaginaire de la partie réelle de l'indice effectif, on trouve  $k = (\eta_{OR} + i\eta_{OI})k_0$  et donc l'équation ci-dessus devient :

$$\begin{cases} \sin(2\eta_{OR}k_0\ell_d) = 0 \\ \sqrt{R_1R_2} e^{2\eta_{OI}k_0\ell_d} = 1 \end{cases}$$

Et dans la partie imaginaire  $2\eta_{OI}k_0$  on peut distinguer deux termes : un gain  $g$  lié à la partie imaginaire de la susceptibilité et des pertes internes  $a_{\text{int}}$  liées à la conductivité du milieu. Si de plus, on assimile les pertes locales dues aux miroirs à une distribution de pertes moyennes le long de la cavité  $e^{-a_m\ell_d} = \sqrt{R_1R_2}$ , on trouve :

$$\begin{cases} \sin(2\eta_{OR}k_0\ell_d) = 0 \\ e^{(g - a_{\text{int}} - a_m)\ell_d} = 1 \end{cases}$$

- la deuxième équation donne la condition de seuil d'émission laser qui est que le gain doit être égal aux pertes ;
- la première donne les différentes fréquences lasers  $\nu_{oq}$  possibles :

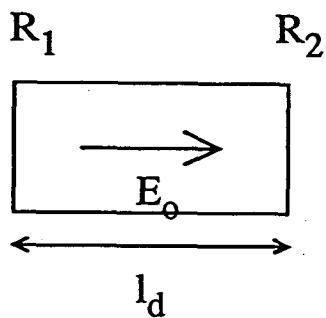
$$\nu_{oq} = q \frac{c}{2\eta_{OR}\ell_d}$$

### Remarque

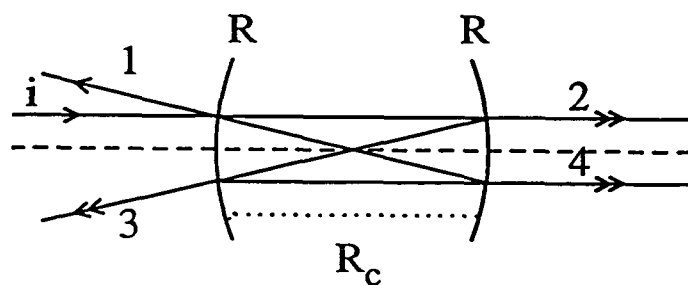
$\eta_{OR}$  est l'indice réel effectif donc en présence du champ laser et dépend de la fréquence laser.

## b) Couplage avec le Fabry-Perot confocal

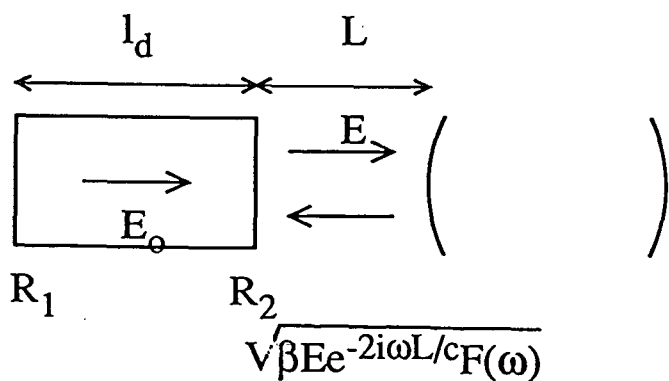
### $\alpha)$ *Rappels sur le Fabry-Perot confocal*



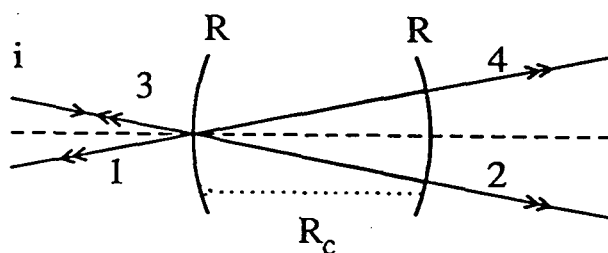
**Figure 10** : Cavité laser pour une diode laser non couplée.



**Figure 11** : Génération de quatre faisceaux par un Fabry-Perot confocal : un faisceau de type réflexion et trois faisceaux de type transmission.



**Figure 12** : Schéma du couplage de la cavité laser avec une cavité extérieure.



**Figure 13** : Schéma du Fabry-Perot confocal réglé de telle manière que le faisceau transmis 3 soit parallèle au faisceau incident afin de coupler le laser avec le Fabry-Perot.



Il est constitué de deux miroirs sphériques de rayon  $R_c = 10 \text{ cm}$ , placés à une distance égale au rayon de courbure  $R_c$  l'un de l'autre, et de coefficient de réflexion  $R = 0,99$ . Il génère 4 faisceaux : un de type réflexion, c'est-à-dire présentant un minimum d'intensité lorsque le laser est résonnant avec la cavité Fabry-Perot et trois de type transmission, présentant un maximum à résonance (fig. 11). En particulier, si on considère le faisceau 3 et si  $E$  et  $I$  sont le champ laser incident et son intensité

$$E_3 = E \frac{\sqrt{R}(1-R) e^{i\omega\tau_p}}{1-R^2 e^{2i\omega^2\tau_p}}$$

$$I_3 = I \left( \frac{1-R}{1-R^2} \right)^2 \frac{R}{1+F^2 \sin^2 \omega\tau_p} \quad \text{avec} \quad F = \frac{2R}{1-R^2} \quad \text{et} \quad \tau_p = 2\frac{R_c}{c}$$

$I_3$  présente donc des pics de résonances, espacés de  $750 \text{ MHz}$  et de largeur totale à mi-hauteur de  $4,7 \text{ MHz}$ .

Nous allons utiliser ce faisceau 3 pour coupler la diode avec le Fabry-Perot. Pour cela, il faut que le faisceau 3 soit superposé avec le faisceau incident mais distinct du faisceau 1 de type réflexion qui perturberait le fonctionnement de la diode. Ceci est réalisé si le faisceau incident vient frapper le centre du miroir d'entrée avec un angle non-nul par rapport à l'axe du Fabry-Perot (fig. 12).

### $\beta$ ) Fonctionnement de la diode couplée

Soit  $L$  la distance entre la diode laser le Fabry-Perot,  $\beta$  le taux de couplage, qui caractérise la quantité d'énergie réinjectée dans la cavité, et  $F(\omega)$  la fonction de transfert complexe du Fabry-Perot confocal (fig. 13).

La condition de résonance s'écrit maintenant :

$$E_0 = \sqrt{R_1 R_2} E_0 e^{-2ik\ell_d} \left( 1 + \sqrt{\beta} \frac{1-R_2}{\sqrt{R_2}} e^{-i\omega \frac{2L}{c}} F(\omega) \right) \quad (2)$$

La réinjection modifie l'indice et le gain par rapport au fonctionnement libre. Mais, en supposant que le couplage est faible ( $\beta \ll 1$ ) et en développant à l'ordre le plus bas l'expression (2), on trouve, avec  $k = \eta_R \frac{\omega}{c} + \frac{i}{2}(g - a_{\text{int}})$ ,

$$(g - g_0)\ell_d + 2i\eta_{OR} \frac{\ell_d}{c} \left( \omega_0 - \frac{\eta_R}{\eta_{OR}} \omega \right) + \sqrt{\beta} \frac{1 - R_2}{\sqrt{R_2}} e^{-i\omega \frac{2L}{c}} F(\omega) = 0$$

où l'indice 0 se réfère au fonctionnement libre de la diode laser. A ce stade, il est temps de définir le coefficient  $\alpha$  de couplage phase-amplitude

$$\alpha = \frac{\text{Re}(\delta\chi)}{\text{Im}(\delta\chi)} = \frac{2\omega(\eta_R - \eta_{OR})}{c(g - g_0)} = \text{tg}\theta$$

Si on pose alors

$$\begin{cases} F(\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) \\ \tau = \frac{2L}{c} \end{cases}$$

on trouve

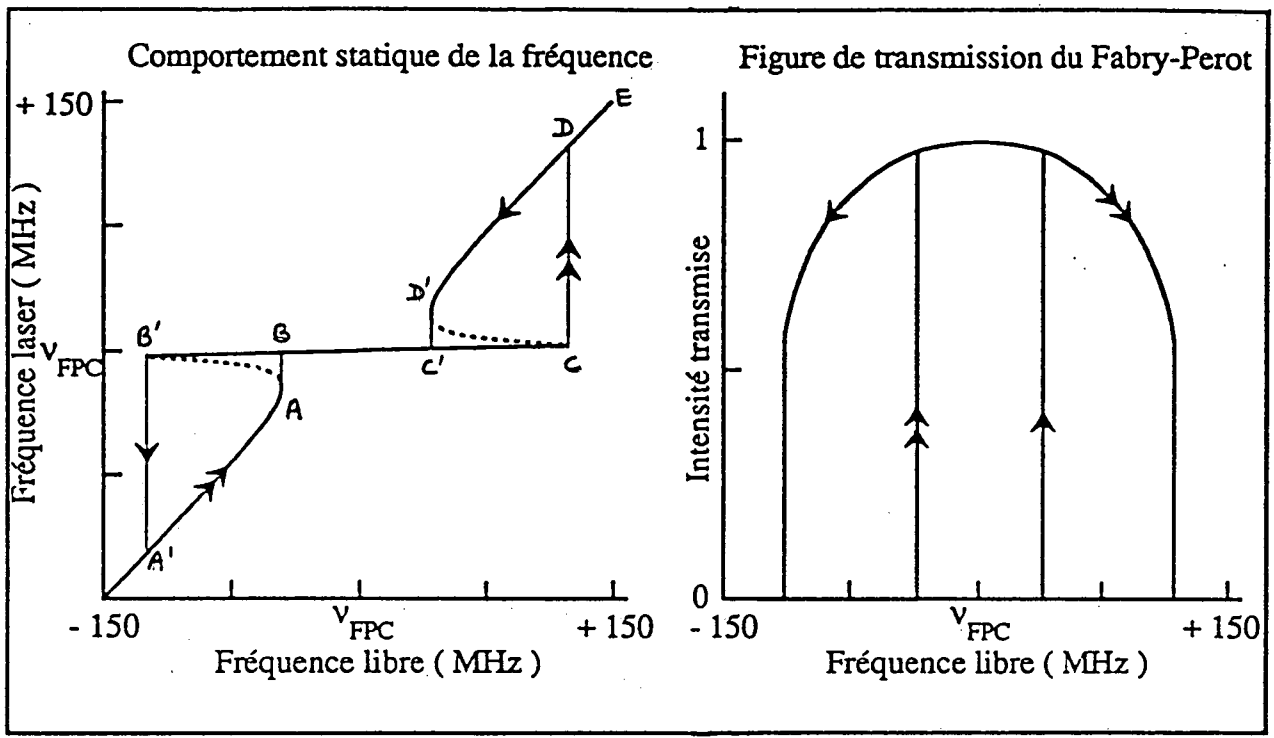
$$\omega_0 - \omega = \kappa(P(\omega) \sin(\omega\tau + \theta) - Q(\omega) \cos(\omega\tau + \theta))$$

avec

$$\kappa = \frac{c\sqrt{\beta} \sqrt{1 + \alpha^2}}{2\eta_{OR}\ell_d} \frac{1 - R_2}{\sqrt{R_2}}$$

La distance  $L$  entre la diode et le Fabry-Perot donc le temps  $\tau$  définissent la phase avec laquelle le champ électrique est réinjecté dans la diode. Les figures 14, extraites de la thèse de P. Laurent (p.153-154) montrent la raie transmise du Fabry-Perot et la fréquence de la diode couplée en fonction de la fréquence de fonctionnement libre pour deux valeurs de  $\tau$ . On remarque que la fréquence de la diode s'accroche sur celle du Fabry-Perot sur une certaine plage. La largeur de cette plage dépend du taux de couplage : elle est d'autant plus grande que le couplage est fort. Par ailleurs, cette courbe n'est pas de façon générale symétrique et le degré d'asymétrie dépend de la phase avec laquelle le champ électrique

a)



b)

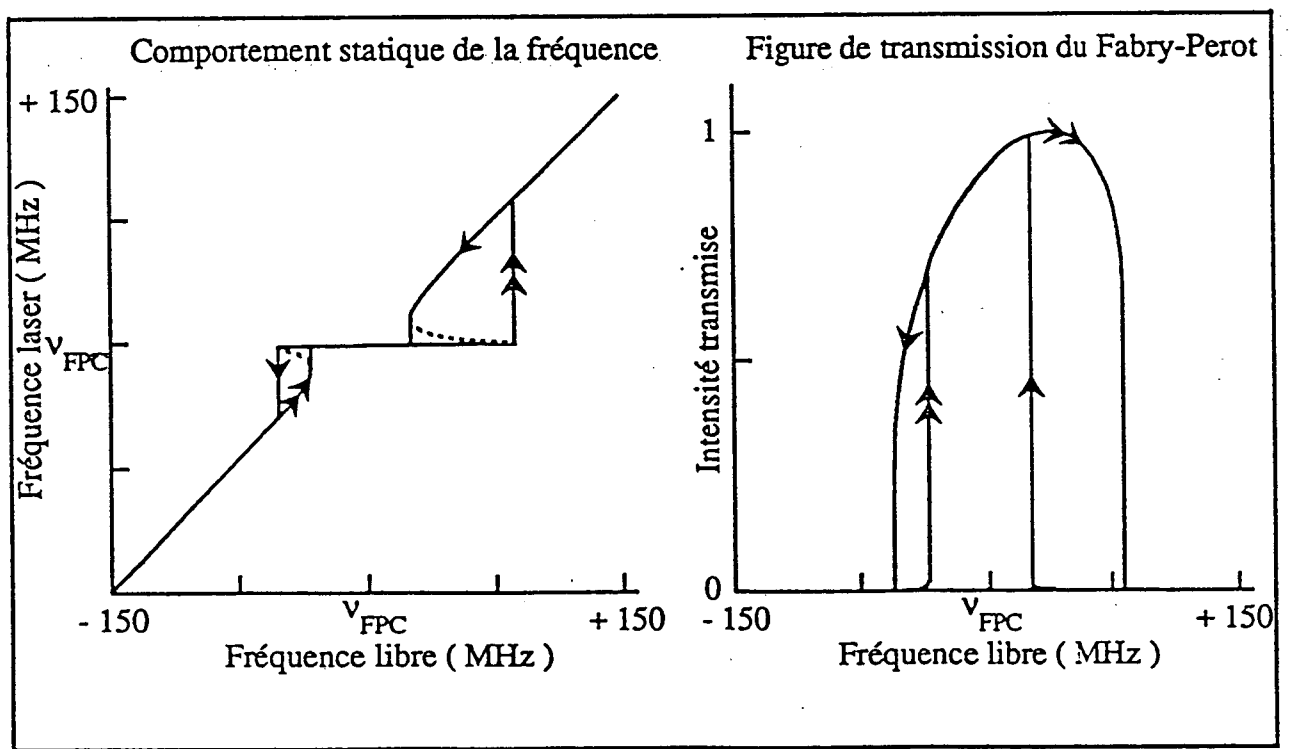


Figure 14 : Intensité d'un faisceau transmis par le Fabry-Perot lorsque le couplage est effectif en fonction de la fréquence de la diode libre (proportionnelle au courant d'alimentation) et fréquence laser correspondante.

est réinjecté dans la diode. Pour un déphasage de  $-\theta$ , la courbe devient parfaitement symétrique.

A première vue sur ces courbes, il peut exister plusieurs fréquences couplées pour une même fréquence libre. En réalité, la partie en pointillé de la courbe est instable et la fréquence couplée suit un cycle d'hystérésis. Lorsqu'on augmente la fréquence de la diode libre (c'est-à-dire, en pratique, lorsqu'on augmente le courant d'alimentation de la diode), la fréquence couplée suit la courbe jusqu'en  $A$ . Là elle saute en  $B$ , suit à nouveau la courbe jusqu'en  $C$  puis saute en  $D$  avant de continuer à suivre la courbe vers  $E$ . Dans l'autre sens, lorsqu'on diminue la fréquence libre, la fréquence couplée suit le chemin  $ED'C'B'A'$ .

Passons maintenant à la réalisation du montage et à l'asservissement du laser.

### c) Asservissement du laser

#### $\alpha$ ) *Description du montage*

Nous allons asservir la fréquence sur la raie du césium. Le montage est celui de la figure 15 : la diode est suivie d'un diaphragme, qui permet de couper le retour du faisceau 1 de type réflexion sur le Fabry-Perot. Puis le faisceau laser est divisé en deux par une lame  $R = 35\%$ ,  $T = 65\%$  : le faisceau réfléchi  $i$  et le faisceau transmis  $t$ .

■ Examinons le trajet du faisceau réfléchi ; il comporte :

- une lentille de focale 200 située à 150 mm du miroir d'entrée du Fabry-Perot. Sa fonction est d'adapter le faisceau laser à la cavité. Une adaptation propre [24] nécessiterait bien sûr deux lentilles puisque partant d'un faisceau donné nous voulons obtenir un waist de taille et de position définies par la cavité Fabry-Perot. En tenant compte de la lentille divergente que constitue le miroir plan convexe d'entrée du Fabry-Perot, il nous faut produire en effet un col de 90  $\mu\text{m}$  à 46 mm de l'entrée du Fabry-Perot. Or par cette

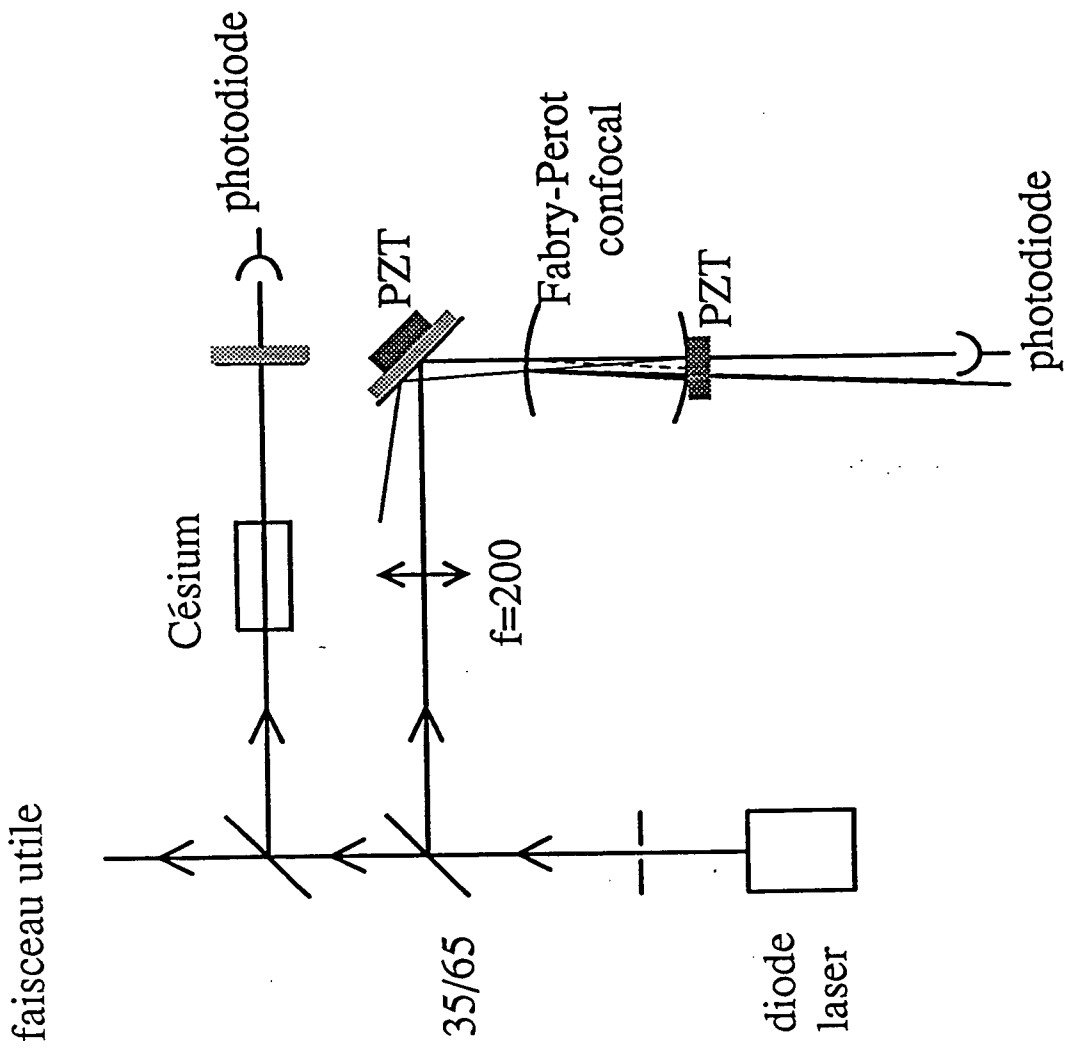


Figure 15 : Schéma du montage de stabilisation d'une diode laser à une fréquence choisie.

lentille, nous obtenons en cet endroit un col de  $60 \mu m$ , qui est donc déjà plus adapté que le millimètre du faisceau initial ;

- le second élément est un miroir de renvoi monté sur cale piézo-électrique. A l'aide de ce miroir et de la séparatrice utilisée en réflexion, nous pouvons aligner les faisceaux de telle manière que le faisceau soit incident au centre du miroir d'entrée du Fabry-Perot et que faisceau  $t_3$  revienne dans la diode. L'intérêt de la cale piézo-électrique est de permettre de moduler la distance entre la diode laser et le Fabry-Perot. Nous avons vu en effet que la largeur de la plage d'accrochage de la fréquence laser sur la fréquence de résonance du Fabry-Perot dépendait de la phase avec laquelle le champ était réinjecté dans la diode et donc de la distance entre celle-ci et le Fabry-Perot. Par l'intermédiaire de cette cale piézo, nous pouvons donc en particulier maximiser cette plage ;

- vient ensuite le Fabry-Perot. L'un de ses miroirs est également monté sur cale piézo-électrique. Nous pouvons ainsi moduler la longueur de la cavité Fabry-Perot et donc sa fréquence de résonance. Ceci sera particulièrement utile pour faire coïncider la fréquence du Fabry-Perot et donc celle du laser avec une fréquence décalée d'une quantité choisie par rapport à la résonance  $F = 4/F' = 5$  du césium ;

- enfin, une photodiode permet de détecter l'un des faisceaux transmis par le Fabry-Perot.

■ Le faisceau transmis quant à lui est divisé en deux : une partie constituera le faisceau utile, l'autre est envoyé sur une cellule de référence de césium dans un montage d'absorption saturée [25]. On détecte le faisceau transmis par le miroir à 98% et, en balayant la fréquence du laser, en l'absence de couplage avec le Fabry-Perot, on observe l'absorption dans la cellule de césium (fig. 16). On reconnaît le profil Doppler, de largeur à mi-hauteur d'environ  $500 MHz$ . Et sur ce profil on remarque plusieurs raies d'absorption saturée, de largeur  $\Gamma$  (durée de vie du niveau excité :  $5,3 MHz$ ). Au fond du profil se trouve la raie  $F = 4/F' = 5$  à laquelle contribuent les atomes de vitesse nulle. Les deux pics les plus importants sont ce que nous appelons, de façon un peu malheureuse peut-être, des croisements de niveaux par effet Doppler [26-27]. Le premier correspond à la sélection des atomes qui ont une vitesse telle qu'ils soient résonnants avec la transition  $F = 4/F' = 5$  pour une onde laser et avec la transition  $F = 4/F' = 4$  pour l'onde laser se propageant dans l'autre sens (fig. 17). Ce premier croisement de niveaux est donc distant de  $125 MHz$  de la raie  $F = 4/F' = 5$ . Le deuxième croisement de niveaux,  $125 MHz$  plus loin, cor-

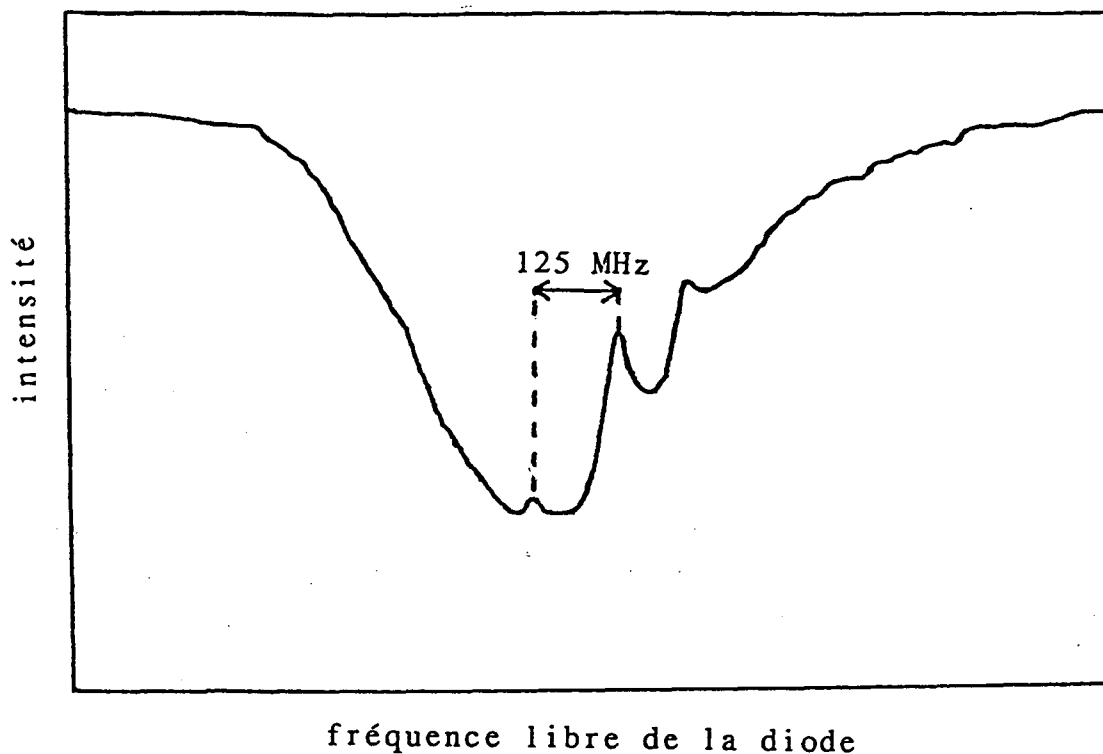
respond au même phénomène pour les résonances  $F = 4/F' = 5$  et  $F = 4/F' = 3$ . Il se superpose quasiment à la résonance  $F = 4/F' = 4$  obtenue pour des atomes de vitesse nulle. Plus loin dans l'aile du profil Doppler on peut remarquer d'autres croisements de niveaux et raie de résonance, mais ces derniers sont beaucoup plus faibles.

■ Pour finir cette description, expliquons brièvement comment nous avons réglé le système. L'alignement des divers éléments est assez délicat mais voici la procédure suivie. Pendant toute la phase de réglage, nous balayons le courant d'alimentation de la diode laser à quelques dizaines de Hertz, donc la fréquence libre de la diode, sur l'ensemble du profil Doppler d'absorption du césium. Nous balayons ainsi plus que l'intervalle spectral libre du Fabry-Perot et nous voyons alors les faisceaux transmis par le Fabry-Perot clignoter lorsque la fréquence laser passe sur la fréquence de résonance du Fabry-Perot. Nous allons procéder en plusieurs étapes :

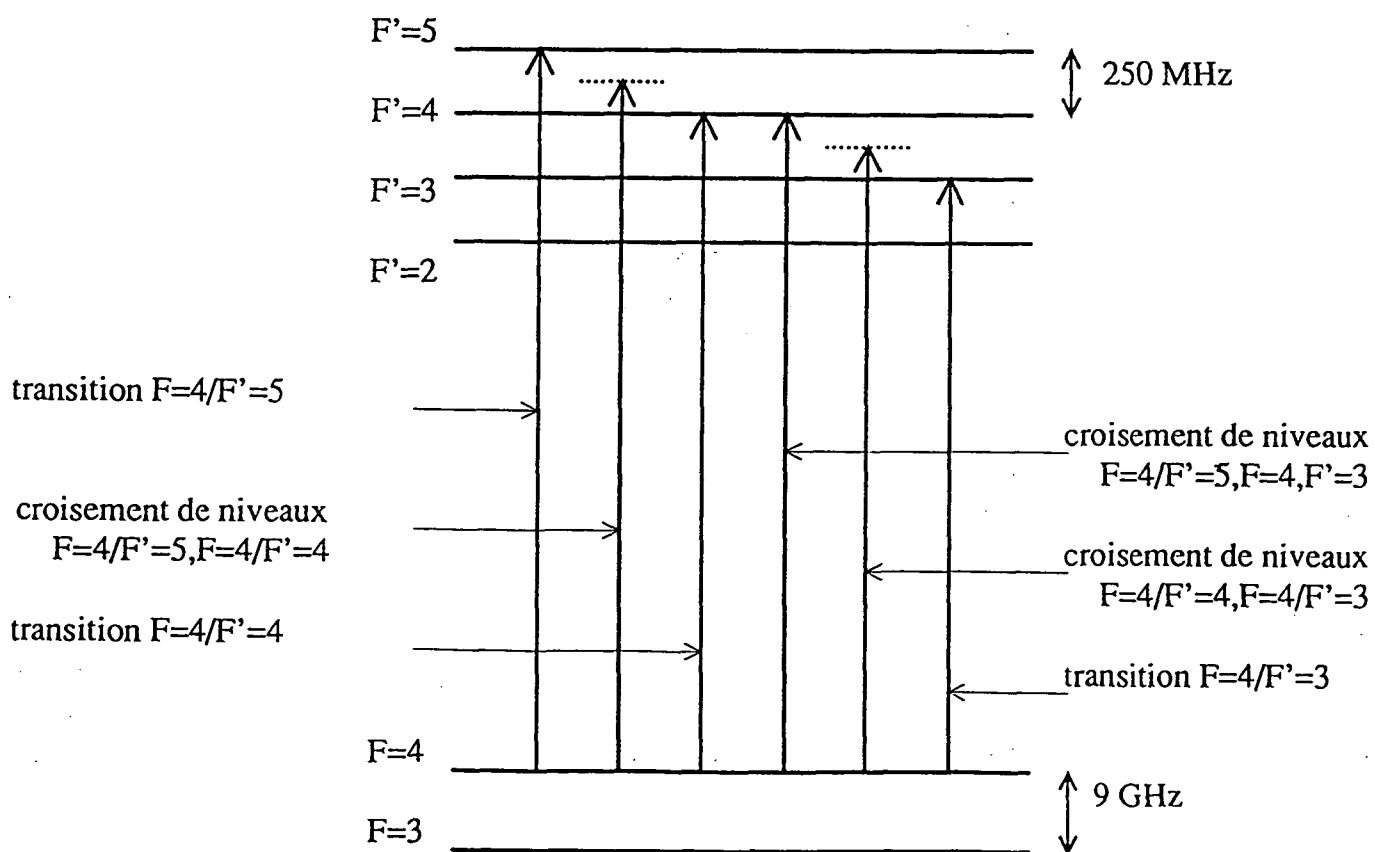
- d'abord, nous alignons le faisceau laser de telle sorte qu'il soit superposé à l'axe du Fabry-Perot : lorsque cet alignement est réalisé, les deux faisceaux transmis  $t_2$  et  $t_4$  sont confondus, de même que les faisceaux réfléchis  $r$  et transmis  $t_3$  qui reviennent dans la diode;

- puis nous tournons légèrement l'axe du Fabry-Perot avec comme centre de rotation le centre du miroir d'entrée  $M_1$ . Ainsi, nous séparons les faisceaux  $r$  et  $t_3$  de telle sorte que  $r$  soit coupé par le diaphragme, en conservant un bon alignement de  $t_3$  ;

- nous optimisons enfin le réglage à l'aide de la séparatrice utilisée en réflexion et du miroir de renvoi. Notre signal de contrôle pour cette dernière phase est l'intensité du faisceau  $t_2$  (ou  $t_4$ ) en fonction de la fréquence libre du laser. Lorsque le couplage est effectif, le pic de résonance est en effet élargi : la fréquence de la diode s'accroche sur celle du Fabry-Perot. Nous optimisons donc l'alignement pour avoir un pic le plus intense, le plus large et le plus symétrique possible. Une autre manifestation du couplage est observée sur le profil d'absorption du césium. Nous voyons en effet apparaître un plateau lorsque la fréquence laser se verrouille sur le Fabry-Perot (fig. 18-19). Optimiser le réglage revient également à accroître la largeur de ce plateau.



*Figure 16* : Absorption d'un faisceau transmis, à travers une cellule de césium en montage d'absorption saturée, en fonction de sa fréquence.



*Figure 17* : Schéma des niveaux du césium et résonances possibles en absorption saturée.

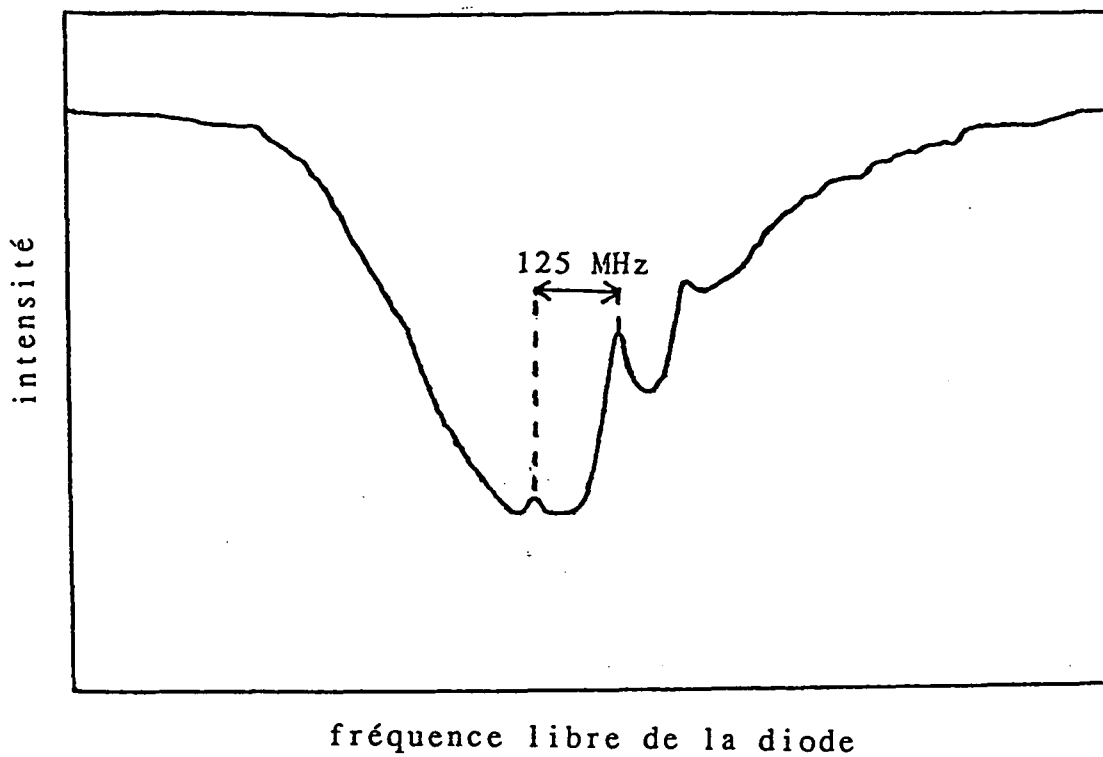


## *β) Asservissement de la phase et du Fabry-Perot confocal*

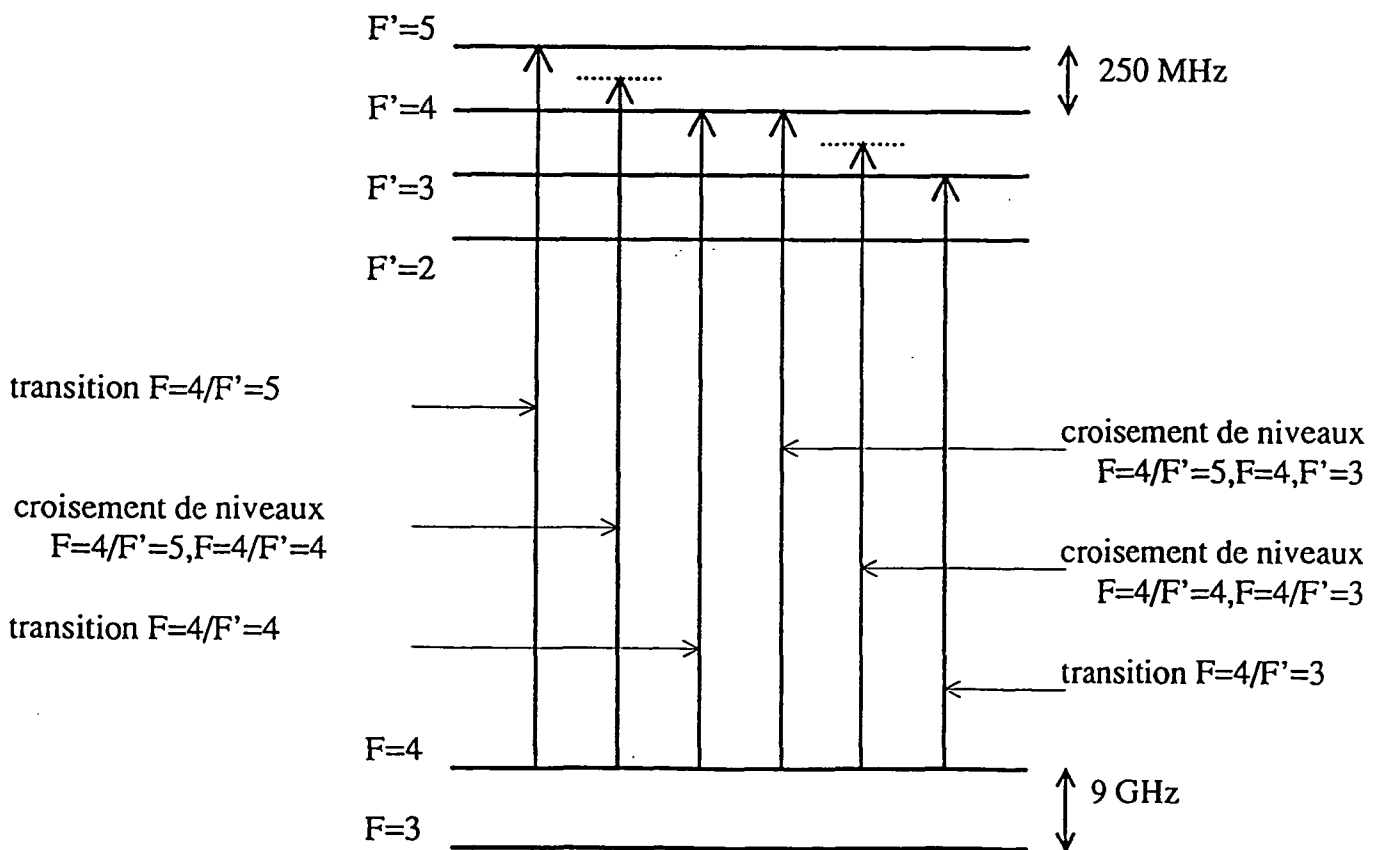
Ne perdons pas de vue le but de tout ce montage : avoir un laser stable et étroit à mieux que la largeur naturelle du césium. Et qu'avons-nous obtenu ? Sans exposer ici les calculs correspondants, qui se trouvent toujours dans la thèse de P. Laurent [19bis], on peut montrer que lorsque la fréquence de la diode est verrouillée sur celle du Fabry-Perot et que le champ est réinjecté déphasé de  $\theta$ , on a une réduction spectaculaire du bruit du laser. On obtient ainsi une largeur de raie réduite à  $\lesssim 100 \text{ kHz}$ , partant d'une largeur "naturelle" de la diode qui est plutôt elle de l'ordre de  $20 \text{ MHz}$ . Et le problème qui se pose alors est avant tout celui de la stabilité du couplage et de la fréquence du Fabry-Perot. C'est pourquoi nous allons asservir cette dernière et la phase avec laquelle le champ est réinjecté qui sont très sensibles aux vibrations mécaniques des différents éléments ainsi qu'aux fluctuations acoustiques qui changent les longueurs optiques.

Ces deux asservissements sont très similaires aussi allons-nous les décrire parallèlement. Balayons pour commencer les tensions de commande des deux cales piézo-électriques avec un signe et une amplitude telles que le pic de transmission  $t_2$  (ou  $t_4$ ) du Fabry-Perot ressemble à un créneau le plus large possible. Nous balayons ainsi la fréquence de verrouillage en conservant un déphasage pour le champ réinjecté dans la diode la plus proche possible de  $\theta$ . Nous continuons pendant ce réglage à balayer le courant d'alimentation de la diode. Ainsi, nous effectuons le réglage de telle sorte que la fréquence de verrouillage  $\omega_p$  reste au centre de la plage d'accrochage : si nous déplaçons  $\omega_p$ , nous déplaçons la fréquence libre  $\omega_0$  également pour que la diode reste dans la plage d'accrochage pour des fluctuations sur le courant d'alimentation les plus grandes possibles (fig. 20).

Passons maintenant aux asservissements eux-mêmes (fig. 21) :



*Figure 16* : Absorption d'un faisceau transmis, à travers une cellule de césium en montage d'absorption saturée, en fonction de sa fréquence.



*Figure 17* : Schéma des niveaux du césium et résonances possibles en absorption saturée.

## *β) Asservissement de la phase et du Fabry-Perot confocal*

Ne perdons pas de vue le but de tout ce montage : avoir un laser stable et étroit à mieux que la largeur naturelle du césium. Et qu'avons-nous obtenu ? Sans exposer ici les calculs correspondants, qui se trouvent toujours dans la thèse de P. Laurent [19bis], on peut montrer que lorsque la fréquence de la diode est verrouillée sur celle du Fabry-Perot et que le champ est réinjecté déphasé de  $\theta$ , on a une réduction spectaculaire du bruit du laser. On obtient ainsi une largeur de raie réduite à  $\lesssim 100 \text{ kHz}$ , partant d'une largeur "naturelle" de la diode qui est plutôt elle de l'ordre de  $20 \text{ MHz}$ . Et le problème qui se pose alors est avant tout celui de la stabilité du couplage et de la fréquence du Fabry-Perot. C'est pourquoi nous allons asservir cette dernière et la phase avec laquelle le champ est réinjecté qui sont très sensibles aux vibrations mécaniques des différents éléments ainsi qu'aux fluctuations acoustiques qui changent les longueurs optiques.

Ces deux asservissements sont très similaires aussi allons-nous les décrire parallèlement. Balayons pour commencer les tensions de commande des deux cales piézo-électriques avec un signe et une amplitude telles que le pic de transmission  $t_2$  (ou  $t_4$ ) du Fabry-Perot ressemble à un créneau le plus large possible. Nous balayons ainsi la fréquence de verrouillage en conservant un déphasage pour le champ réinjecté dans la diode la plus proche possible de  $\theta$ . Nous continuons pendant ce réglage à balayer le courant d'alimentation de la diode. Ainsi, nous effectuons le réglage de telle sorte que la fréquence de verrouillage  $\omega_p$  reste au centre de la plage d'accrochage : si nous déplaçons  $\omega_p$ , nous déplaçons la fréquence libre  $\omega_0$  également pour que la diode reste dans la plage d'accrochage pour des fluctuations sur le courant d'alimentation les plus grandes possibles (fig. 20).

Passons maintenant aux asservissements eux-mêmes (fig. 21) :

Fréquence  
Grandeur asservie

fréquence de résonance du Fabry – Perot  
signal détecté :  $s(u)$   
raie d'absorption saturée sur  
le césium

Phase

déphasage du champ réinjecté dans  
la diode  
pic de résonance du faisceau  $t_2$   
du Fabry – Perot  
(au sommet le champ est  
déphasé de  $\theta$ )

Grandeur commandée

longueur de la cavité Fabry – Perot  
par l'intermédiaire de la  
tension de commande d'une  
cale piézoélectrique  
sur le miroir de sortie  $M_2$

distance entre la diode laser et  
le Fabry – Perot par l'intermédiaire  
de la tension de commande d'une  
cale piézoélectrique sur  
le miroir de renvoi

Génération du signal d'erreur  $\epsilon$

Nous faisons une détection synchrone de  $s$  :  
– modulation de  $u$  à  $\sim 20$  kHz  
– réglage de la phase de la détection synchrone  
– dérivée de  $s(u)$ .

id.

L'étalonnage en fréquence est donné par le fait  
que les deux raies sont distantes de 125 MHz.  
Comme on veut verrouiller la fréquence sur le  
rouge de la transition 4/5, on ajoute un décalage  
et on va se verrouiller dans l'aile de la raie.  
(fig.22)

fig. 23

On veut ici se verrouiller au  
sommet du pic de transmission  
donc pas de décalage sur le signal  
signal d'erreur

Gain variable sur  $\epsilon$  (pour pouvoir se situer un peu en – dessous de  
la limite d'oscillation des asservissements).

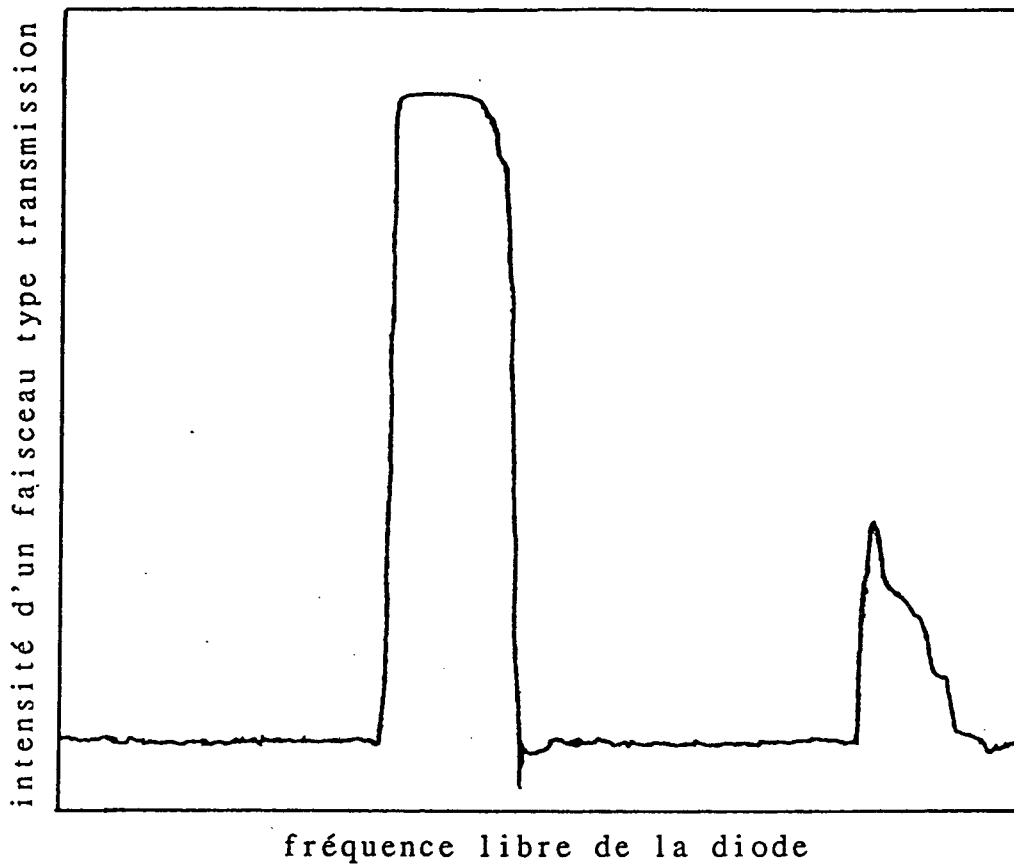
Arrêt des différents balayages et fermeture des boucles d'asservissement.

On peut ainsi verrouiller le laser pendant plusieurs heures (sauf accident) avec des fluctuations résiduelles, pour une fréquence de verrouillage de  $\omega_{at} - 2\Gamma$  (où  $\omega_{at}$  est la fréquence de résonance atomique), de l'ordre de  $0,8 \text{ MHz}$ . Mais, si on veut travailler à de plus grands désaccords, l'asservissement présente quelques difficultés. Au-delà de  $\delta = -3$  à  $-4\Gamma$ , on se situe vraiment dans l'aile de la résonance et l'asservissement a du mal à fonctionner : il devient assez instable et le laser a tendance à sauter sur un autre point de fonctionnement à une fréquence différente de celle voulue. Cependant, nous avons utilisé uniquement des désaccords du laser entre  $-1$  et  $-4\Gamma$  environ dans la première phase de nos expériences qui fait l'objet de la première partie de ce mémoire, et cette limitation ne nous a pas gênée. Ultérieurement, nous travaillerons occasionnellement à de plus grands désaccords mais nous verrons alors quelle solution nous adopterons.

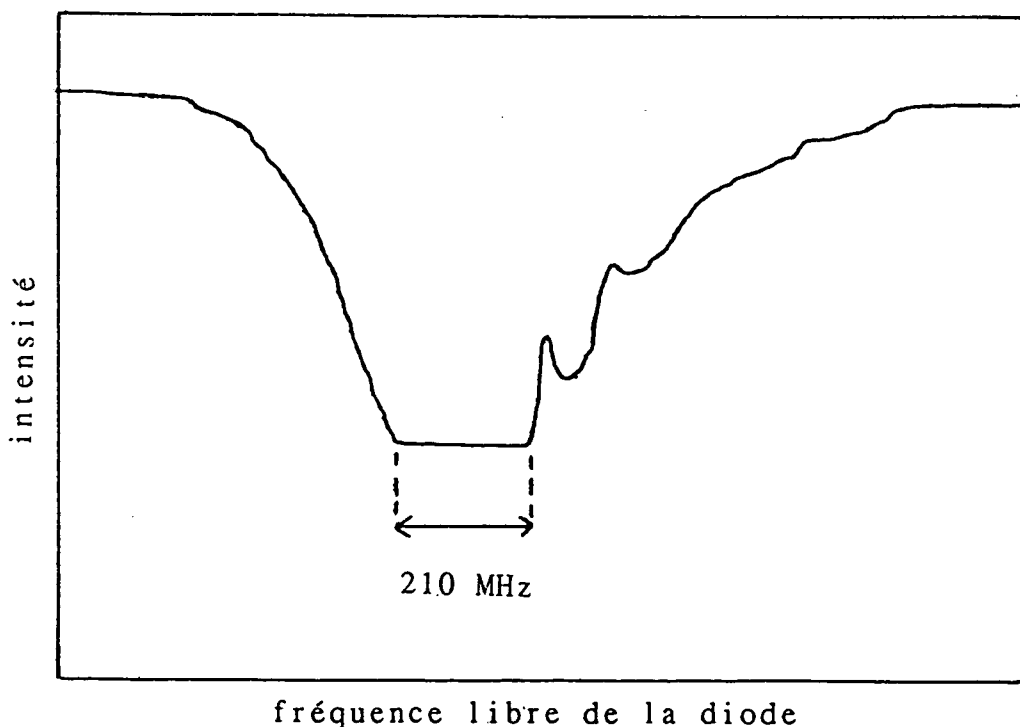
#### d) Injection

La diode laser stabilisée par cette méthode n'est pas en réalité la diode dont dérivent les faisceaux pièges. Elle sert en fait à injecter le laser piège (et éventuellement d'autres diodes lasers). Le principe de l'injection est le même que celui du couplage avec le Fabry-Perot : le faisceau laser stabilisé remplace le faisceau transmis par le Fabry-Perot  $t_3$  (fig. 24). Lorsque le courant d'alimentation est dans une certaine plage, la diode s'accroche en fréquence sur le laser stable. Pour optimiser cette plage d'injection, il faut optimiser le couplage en alignant les faisceaux, en les adaptant l'un à l'autre à l'aide d'un télescope et en travaillant avec des polarisations parallèles (utilisation d'une lame  $\lambda/2$ ).

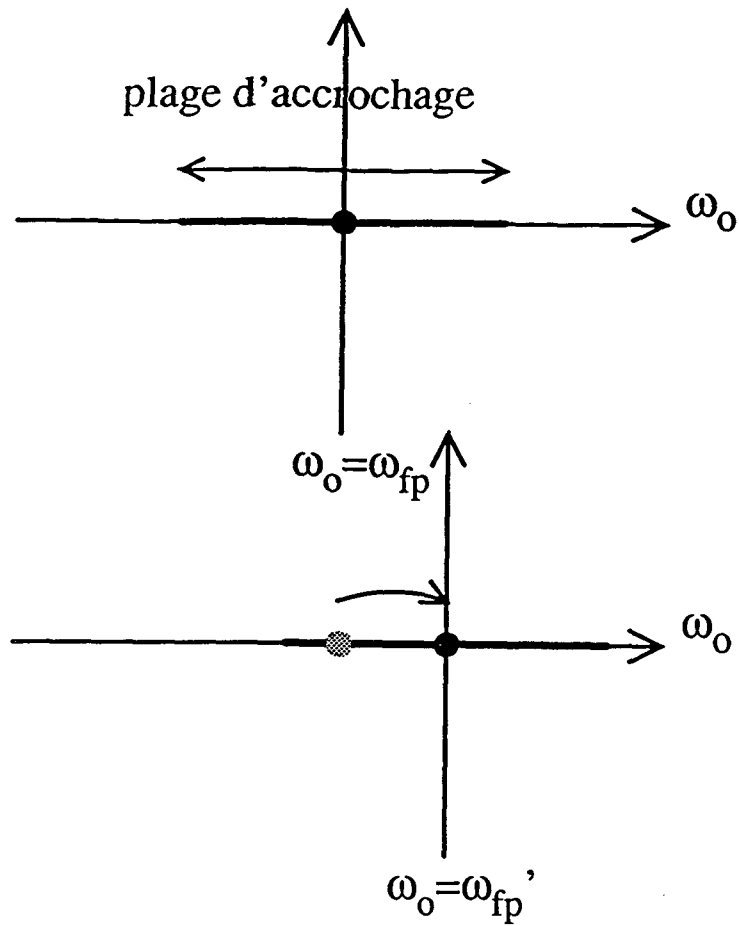
Cependant, deux phénomènes limitent l'injection. D'une part, lorsque le taux de couplage devient trop important, le fonctionnement de la diode laser est instable et elle a tendance à sauter sur un autre mode. D'autre part, si nous voulons que le laser piège soit asservi sur le laser stable, il ne faut pas que l'inverse se produise et que le dernier soit affecté par la présence du premier. La présence d'un isolateur optique ( $33 \text{ dB}$ ) entre les deux diodes n'est pas toujours suffisante : nous sommes amenés à atténuer les faisceaux afin que l'effet sur le laser stable du laser piège soit négligeable devant le couplage avec le Fabry-Perot, tout en continuant à injecter convenablement le laser piège.



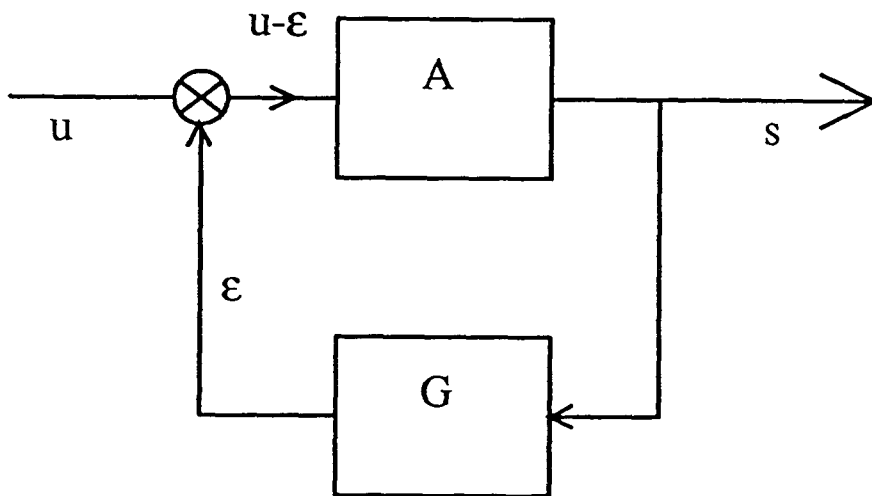
*Figure 18 : Intensité d'un faisceau transmis par le Fabry-Perot lorsque le couplage avec la diode laser est effectif, en fonction du courant d'alimentation de la diode.*



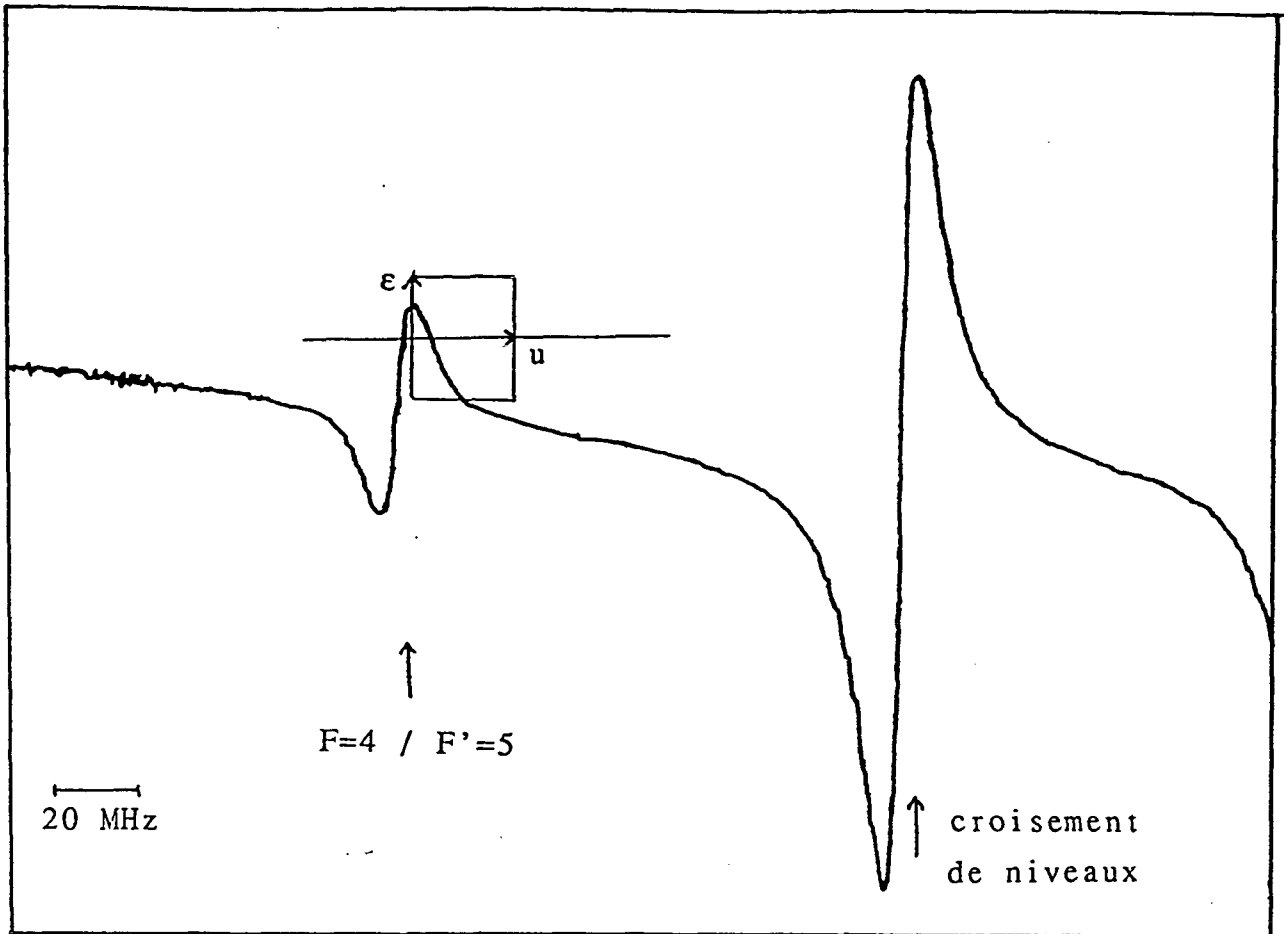
*Figure 19 : Profil d'absorption à travers une cellule de césium. La droite correspond à la plage sur laquelle la fréquence de la diode est imposée par la cavité Fabry-Perot : la fréquence laser ne dépend plus alors du courant d'alimentation.*



*Figure 20 : Déplacement de la plage d'accrochage lorsqu'on change la fréquence de résonance de la cavité Fabry-Perot.*

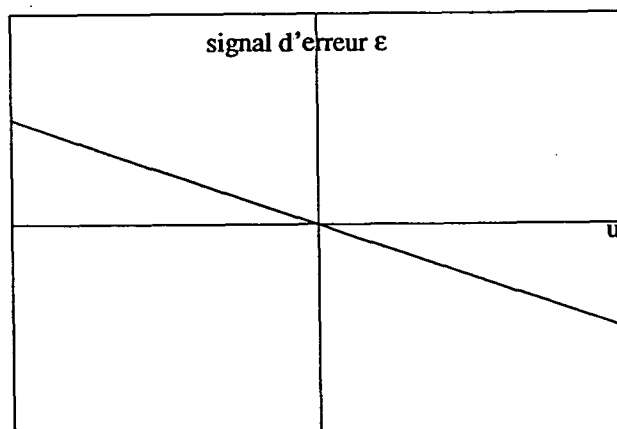


*Figure 21 : Schéma de principe d'un asservissement.*



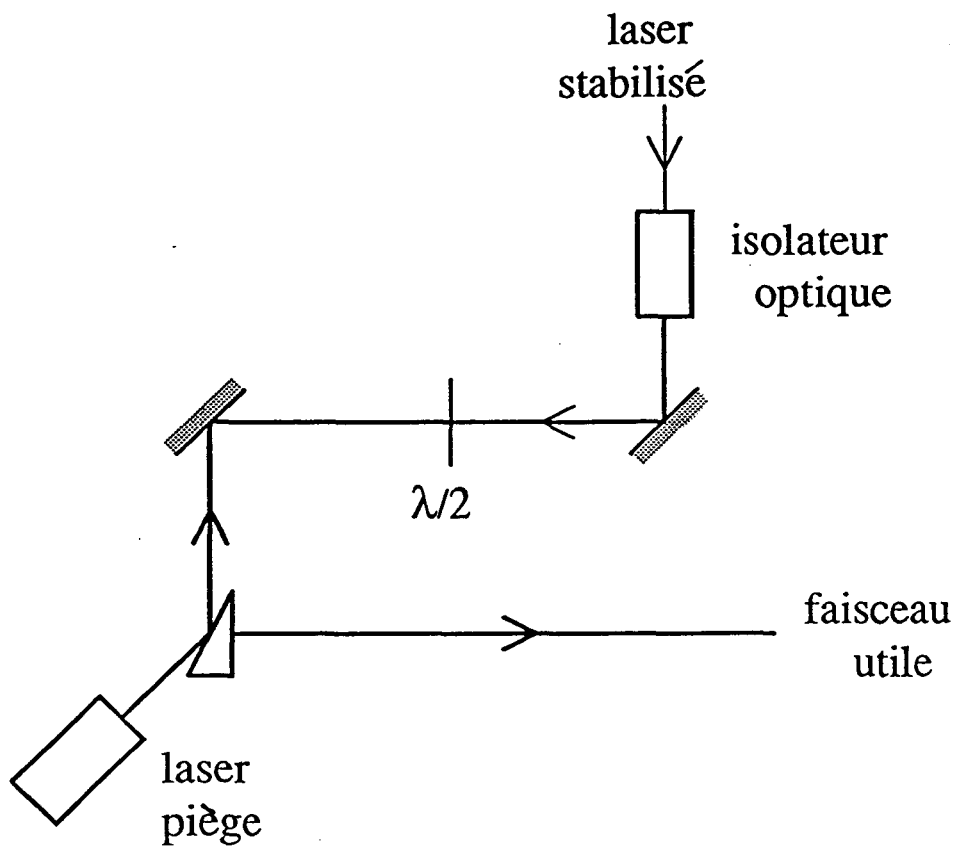
fréquence laser

*Figure 22 : Génération du signal d'erreur pour l'asservissement de la fréquence de résonance de la cavité Fabry-Perot : dérivée du profil d'absorption saturée. La petite dispersion correspond à la transition  $F = 4/F' = 5$ , la grande au premier croisement de niveaux, distant de 125 MHz.*



*Figure 23 : Signal d'erreur pour la phase.*





*Figure 24 : Schéma du montage d'injection du laser piège par le laser stable.*



Atomes piégés au centre de la cellule.

## C - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le moyen le plus immédiat dont nous disposons pour voir que des atomes sont piégés est un viseur infrarouge. Les atomes diffusent en effet des photons laser et l'accumulation du césium dans le piège se manifeste par l'apparition d'un point brillant au centre de la zone d'intersection des six faisceaux laser.

Avant de nous pencher sur les résultats expérimentaux et leur comparaison avec nos prévisions théoriques, décrivons les méthodes que nous utilisons pour observer le piège.

### 1/ Outils pour analyser le piège

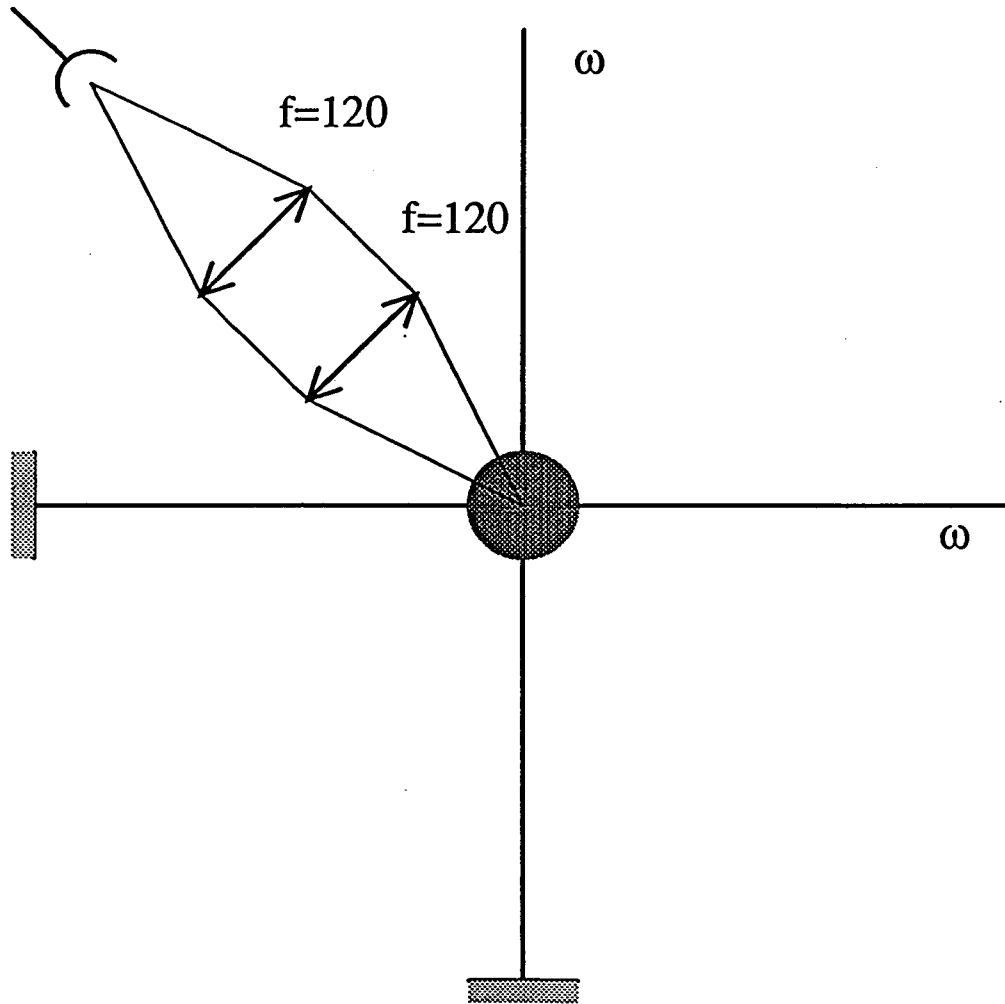
Les grandeurs que nous voulons mesurer sont essentiellement le nombre d'atomes dans le piège, la taille de celui-ci et donc la densité. Il est également intéressant de mesurer la température et la raideur du piège mais nous aborderons ce sujet plus particulièrement dans la deuxième partie.

#### a) Signaux détectés

Comme nous l'avons mentionné, les atomes dans le piège émettent des photons de fluorescence qui peuvent être détectés. En faisant l'image des atomes sur une photodiode, nous pouvons ainsi :

- si nous utilisons une barrette de photodiodes, déterminer l'extension spatiale du piège suivant une dimension, ou suivant deux dimensions avec une caméra C.C.D. ;
- avec une photodiode calibrée, mesurer la puissance des photons de fluorescence

photodiode



*Figure 1* : Détermination du nombre d'atomes dans le piège grâce à l'observation de la fluorescence. L'image du piège est faite sur une photodiode : l'angle solide de la lumière collectée est  $\frac{\delta\Omega}{4\pi} = 8,5 \cdot 10^{-3}$ .

émis par les atomes et en extraire le nombre d'atomes dans le piège ;

- enregistrer le niveau de fluorescence en fonction du temps lorsqu'on branche brusquement le piège et observer ainsi la façon dont s'effectue son remplissage et en particulier le temps de chargement.

Une autre méthode consiste à mesurer l'absorption d'un faisceau laser supplémentaire. Le profil d'absorption de cette sonde faible par les atomes du piège donne accès au produit de la densité par la longueur. De plus, en déplaçant d'une quantité calibrée la sonde sur le piège, on peut évaluer les dimensions transverses de celui-ci.

Disposer de deux méthodes différentes présente en outre un avantage quant à la fiabilité des résultats. Nous devons en effet émettre quelques hypothèses pour analyser les signaux bruts et obtenir le nombre d'atomes piégés. Aboutir par deux voies différentes à des nombres proches ne peut qu'augmenter notre confiance en la validité de ces estimations.

Enfin, la mise en oeuvre d'une mesure de temps de vol pour déterminer la température des atomes dans le piège permet également d'obtenir le nombre d'atomes piégés. Si on suppose que la distribution des vitesses dans le piège est gaussienne, on peut en effet, à l'aide du signal de temps de vol et en utilisant un modèle simulant l'expansion du nuage d'atomes lorsque le piège est coupé (faisceau laser et champ magnétique), évaluer le nombre d'atomes dans le piège.

#### b) Analyse du signal de fluorescence

• Nous allons évaluer, à partir du signal  $S$  (en volts) de la photodiode placée comme sur la figure 1, le nombre d'atomes dans le piège.

$S$  est proportionnel au nombre de photons de fluorescence détectés par unité de temps avec un coefficient  $A\hbar\omega$  où  $A$  fait intervenir la détectivité de la photodiode et le gain du circuit convertisseur courant-tension. Le nombre de photons détectés est lui-même égal au produit du nombre d'atomes dans le piège par le nombre de photons de fluorescence émis pendant l'unité de temps par un atome unique  $N_{\text{fluo}}$  et par la fraction d'angle solide collecté par la première lentille  $\delta\Omega/4\pi$ .

C'est pour déterminer  $N_{\text{fluo}}$  qu'il nous faut faire des hypothèses. S'il s'agissait d'un atome à deux niveaux,  $N_{\text{fluo}}$  s'écrirait simplement comme le produit du taux de relaxation  $\Gamma$  par la population de l'état excité  $\frac{s_0}{2(1+s_0)}$

$$N_{\text{fluo}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1+s_0}$$

Mais la transition du césium est une transition  $F = 4/F' = 5$  et la polarisation du champ laser varie dans l'espace sur des distances de l'ordre de  $\lambda$  suivant une fonction compliquée à trois dimensions. Or  $N_{\text{fluo}}$  est une moyenne sur tous les atomes du piège. Si l'on moyenne le vecteur polarisation sur le piège, on ne trouve pas de direction privilégiée. Nous avons donc supposé que les atomes sont également répartis sur tous les sous-niveaux Zeeman du fondamental et que le champ laser n'est pas polarisé. Ceci nous conduit à prendre un coefficient de Clebsch-Gordan moyen au carré  $c^2 = 0,4$  pour le césium.

Donc

$$N_{\text{fluo}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \quad \text{avec} \quad s = c^2 \frac{\Omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

Au fond du piège, nous ne tenons plus compte de la vitesse et du champ magnétique pour les photons de fluorescence.

Ainsi

$$S = A \hbar \omega \frac{\delta\Omega}{4\pi} \frac{\Gamma}{2} c^2 \frac{\Omega_1^2/2 N_{at}}{\delta^2 + \Gamma^2/4 + c^2 \frac{\Omega_1^2}{2}}$$

$$\text{avec} \quad \frac{c^2\Omega_1^2}{2\Gamma^2} = 6 \times 0,4 \times \frac{3\pi}{\hbar\omega k^2} \Phi$$

où  $\Phi$  est le flux d'énergie pour un seul faisceau.

### Application numérique :

- Pour un coefficient de Clebsch-Gordan de 1 et un seul faisceau,  $\Omega_1 = \Gamma$  pour  $\Phi = 2,2 \text{ mW/cm}^2$ .
- L'angle solide dans notre montage est  $\frac{\delta\Omega}{4\pi} = 8,5 \cdot 10^{-3}$ .
- Pour  $\delta = -2\Gamma$ ,  $\Phi = 5 \text{ mW/cm}^2$ , le signal est de  $0,3 \text{ pA}$  par atome.

### Remarque

Il ne faut pas oublier que, à nombre d'atomes piégés constant, l'amplitude du signal de fluorescence dépend du désaccord. Aussi, si lorsqu'on augmente le désaccord le piège paraît moins brillant, cela ne signifie pas forcément que le nombre d'atomes soit plus faible : il peut même, au contraire être plus important.

- Pour évaluer la taille du piège, nous pouvons utiliser une barrette de photodiodes. Comme nous avons un grandissement 1, la limite de résolution est imposée par la taille des pixels :  $26 \mu\text{m}$  longitudinalement par  $23 \mu\text{m}$  transversalement. Ce que nous déterminerons est la largeur à  $1/e$ .

Avec une barrette de photodiodes, nous obtenons la taille du piège suivant une dimension. Avec une caméra infrarouge, nous pouvons la mesurer suivant deux dimensions.

### c) Analyse du signal d'absorption

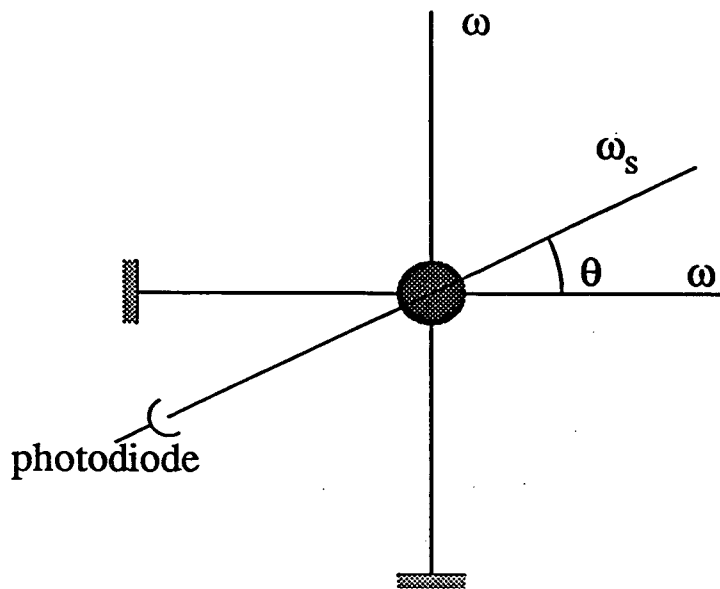
Nous avons, dans un premier temps, utilisé une diode laser en fonctionnement libre pour générer le faisceau sonde (fig. 2). On mesure une absorption à résonance de 85% sur la figure 3 en présence du champ magnétique, mais une largeur à mi-hauteur de la courbe d'absorption d'environ 30 MHz, notablement plus grande que la largeur naturelle du niveau excité (5,3 MHz). Or, nous savons que les diodes laser libres ne sont pas étroites relativement à la largeur naturelle du niveau excité (fig. 3). Il est donc tentant d'attribuer la largeur du spectre d'absorption au laser. Pour confirmer ou infirmer cette hypothèse, nous avons alors utilisé comme sonde un laser étroit devant la largeur  $\Gamma$  du niveau excité. Ceci nous permet d'éliminer l'incertitude liée à la largeur de la diode.

#### *$\alpha$ ) Mise en place de la sonde étroite*

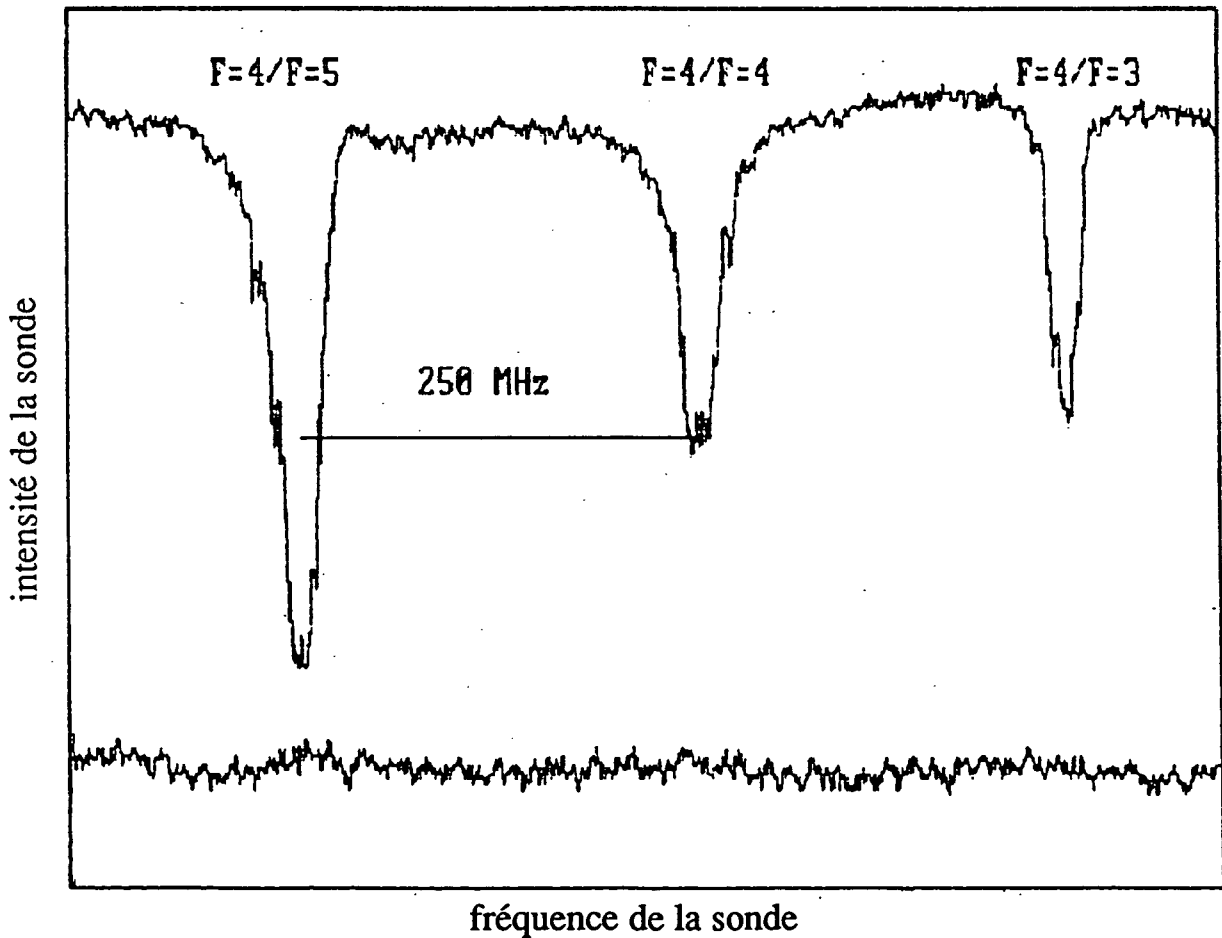
Le faisceau sonde étroit est obtenu en injectant une diode laser par un faisceau prélevé sur le laser stabilisé sur le Fabry-Perot confocal. Pour pouvoir balayer la fréquence de la sonde et obtenir le spectre d'absorption, le faisceau injectant est amené à la fréquence choisie par deux modulateurs acousto-optiques. Entrons un peu dans les détails pour dégager les avantages que présente cette solution.

Un modulateur acousto-optique est un cristal parcouru par une onde acoustique. Le faisceau optique peut subir une réflexion de Bragg dans le cristal lorsque l'angle d'incidence est adapté et être ainsi défléchi et déplacé en fréquence de plus ou moins la fréquence de l'onde acoustique (fig. 4). L'efficacité de la déflexion dépend de la fréquence de l'onde acoustique mais un chiffre typique est d'environ 80% d'intensité défléchie. L'angle dépend également de la fréquence de l'onde acoustique mais pour s'affranchir des problèmes liés au déplacement du faisceau utile avec sa fréquence, nous pouvons utiliser le modulateur acousto-optique en double passage (fig. 5). Si en effet, nous plaçons, après le modulateur acousto-optique, un oeil de chat c'est-à-dire une lentille et un miroir en son foyer, en ne tenant compte que du faisceau 1 qui a été dévié par l'acousto-optique, il est réfléchi paral-





*Figure 2* : Mise en place d'un faisceau sonde sur le piège. Le rayon de la sonde sur le piège est d'environ 100 à 200  $\mu\text{m}$ . Elle est dans le plan horizontal et fait un angle de  $\theta = 25^\circ$  avec le plus proche des faisceaux pièges.



*Figure 3* : Spectre d'absorption du faisceau sonde sur le piège lorsque le laser est en fonctionnement libre. La ligne de base est obtenue en coupant le champ magnétique.

lèlement à lui-même, indépendamment de son angle d'incidence sur la lentille. Il est donc réglé automatiquement pour être à nouveau défléchi par l'acousto-optique et le faisceau une nouvelle fois défléchi est parallèle au faisceau incident, quelle que soit la fréquence de l'onde acoustique. Pour séparer le faisceau utile du faisceau incident, nous utilisons un cube polariseur et une lame quart d'onde.

Les acousto-optiques que nous utilisons fonctionnent pour une fréquence acoustique autour de  $80\text{ MHz}$  (balayable, en gardant une bonne efficacité, entre environ  $60$  et  $100\text{ MHz}$ ). Le faisceau dont nous sommes partis, est asservi sur le Fabry-Perot confocal à quelques largeurs naturelles de la résonance atomique. Le faisceau utile obtenu pour l'instant est déplacé de  $160\text{ MHz}$ . Pour revenir à un faisceau injectant proche de la résonance atomique il faut donc le faire passer par un deuxième modulateur acousto-optique en double passage.

Mais pourquoi ne pas utiliser le faisceau injectant comme sonde ? Il y a trois avantages à l'utiliser pour injecter une autre diode laser qui, elle, servira de sonde. Le premier est qu'on peut ainsi disposer de beaucoup de puissance pour la sonde : toute la puissance de la diode et non pas les quelques fractions de  $mW$  du faisceau injectant. Et même si le faisceau sonde doit être par nature peu intense, il est beaucoup plus confortable pour son réglage dans la cellule et sur le piège de disposer de puissance dans la phase de la mise en place du faisceau (cela permet en particulier de le "voir" grâce à la fluorescence des atomes de la vapeur de césium dans la cellule). Les deuxième et troisième avantages sont de ne pas souffrir des inconvénients des modulateurs acousto-optiques : déplacement du faisceau avec la fréquence (même si l'oeil de chat permet de s'en affranchir au premier ordre, il est rarement parfaitement réglé) et surtout variation d'intensité avec la fréquence. L'injection n'y est pas sensible de façon critique.

### *$\beta$ ) Calcul du profil d'absorption*

La figure 6 présente un profil d'absorption typique. Nous remarquons trois structures. Nous passerons sous silence, pour l'instant, la structure centrale étroite. Nous y reviendrons longuement dans la troisième partie de ce mémoire. Les deux autres struc-

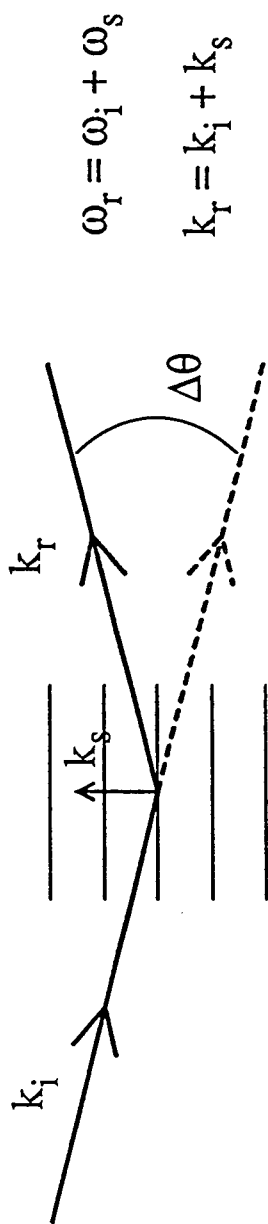


Figure 4 : Principe de la déflexion d'une onde lumineuse par un modulateur acousto-optique.

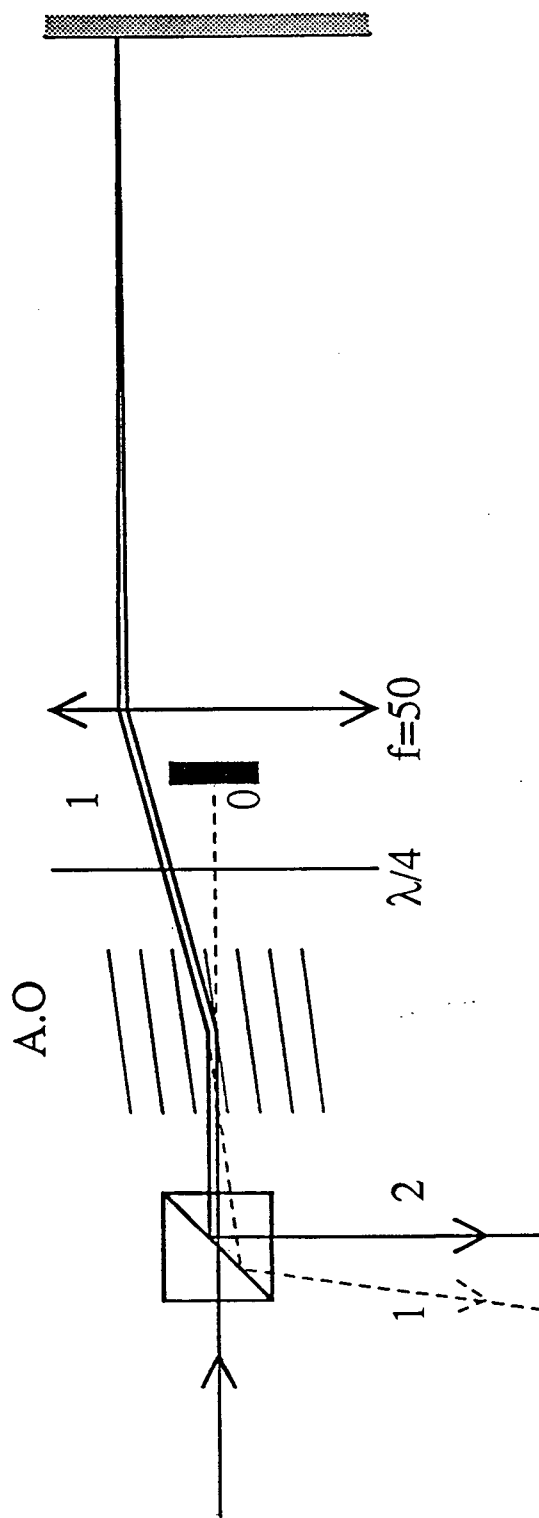


Figure 5 : Schéma du montage de l'acousto-optique en double passage. Par rapport au faisceau incident  $i$ , le faisceau 0 n'a pas été dévié, le faisceau 1 a été dévié une seule fois (il est donc déplacé en fréquence de  $80 \text{ MHz}$ ) et le faisceau 2 a été dévié deux fois soit un déplacement en fréquence de  $160 \text{ MHz}$ .

tures, de largeur comparable à  $\Gamma$ , sont situées près de  $\omega_s = \omega_0$  et  $\omega_s = 2\omega - \omega_0$  où  $\omega_0$  est la fréquence de résonance atomique et  $\omega$  la fréquence du laser. Elles correspondent à la structure attendue pour un atome à deux niveaux en présence des faisceaux intenses que sont les faisceaux piégeants [28-29].

Pour décrire théoriquement ces résonances, considérons un atome à deux niveaux dans le cadre de l'atome habillé [30]. Supposons donc que nous avons un atome à deux niveaux  $g$  et  $e$ , une onde laser intense (le laser piège) et une onde laser faible que nous traiterons comme une perturbation. Nous nous plaçons également dans le cadre de champs scalaires donc nous ne nous préoccupons pas des polarisations du laser sonde et du laser piège. Nous prenons pour celui-ci une intensité égale à six fois l'intensité d'un seul faisceau et évaluons comme au paragraphe 1b le carré du coefficient de Clebsch-Gordan de la transition à  $c^2 = 0,4$ .

■ Calcul de l'état stationnaire à l'ordre zéro (fig. 7)

Les deux états habillés sont

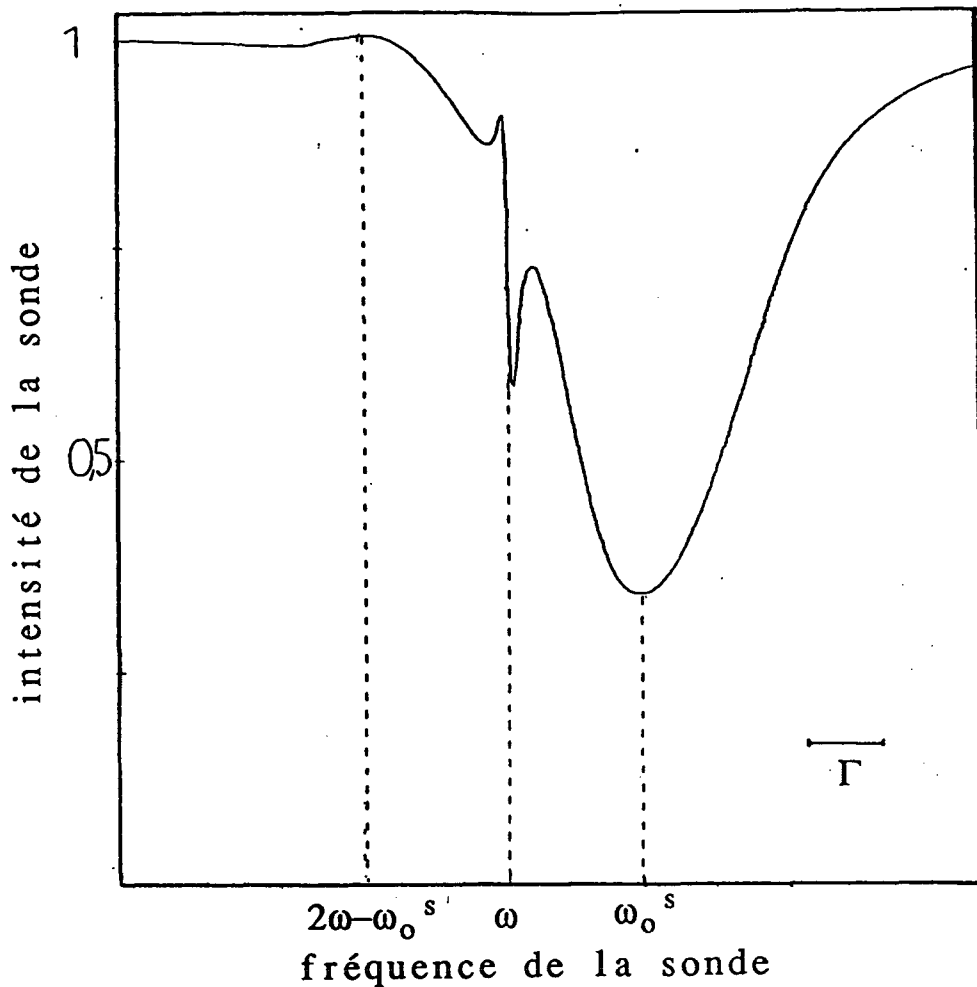
$$\begin{cases} |1N\rangle = \sin\theta |g, N+1\rangle + \cos\theta |e, N\rangle \\ |2N\rangle = \cos\theta |g, N+1\rangle - \sin\theta |e, N\rangle \end{cases}$$

et sont séparés de  $\Omega = \sqrt{\delta^2 + \Omega_1^2}$ .

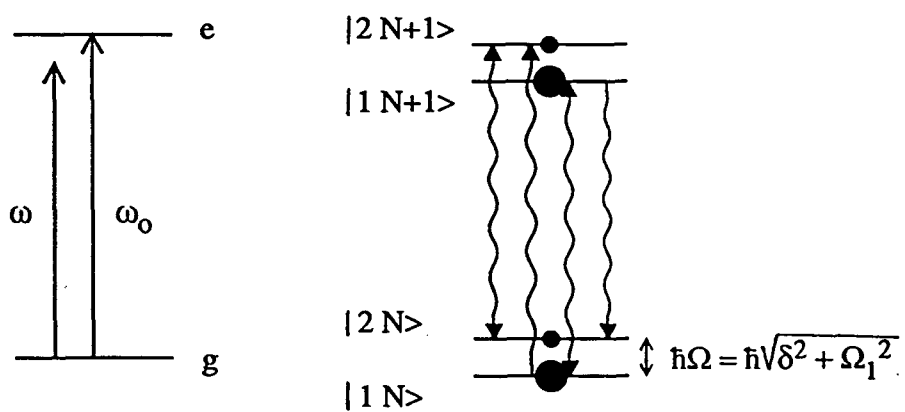
où

$$\left\{ \begin{array}{l} N \text{ désigne le nombre de photons laser} \\ \cotg 2\theta = -\frac{\delta}{\Omega_1} \quad 2\theta = [0, \pi[ \quad \text{et} \quad \delta = \omega - \omega_0 \text{ est l'écart à résonance} \\ \text{du laser intense,} \\ \Omega_1 \text{ la pulsation Rabi du} \\ \text{laser intense} \end{array} \right.$$

L'état stationnaire est donné par l'équation



**Figure 6** : Profil d'absorption de la sonde par le piège lorsqu'elle est injectée par le même laser que le laser piège. On observe trois structures : une absorption autour de  $\omega_s = \omega_0$ , une amplification autour de  $\omega_s = 2\omega - \omega_0$  et une structure étroite à  $\omega_s = \omega$ .



**Figure 7** : Schéma de principe de l'atome habillé. Le système considéré est constitué de l'atome et du champ laser. Le hamiltonien associé est  $H_{AL} = H_A + H_L + V_{AL}$  où  $H_A$  décrit l'évolution atomique.  $H_L$  l'évolution du champ laser et  $V_{AL}$  le couplage atome-laser. Il y a une infinité de niveaux d'énergie discrets associés à  $H_{AL}$  que l'on peut étiqueter en  $|1N\rangle$  et  $|2N\rangle$ .

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [H_{AL}, \sigma] - \frac{\Gamma}{2} (\mathcal{S}_+ \mathcal{S}_- \sigma + \sigma \mathcal{S}_+ \mathcal{S}_-) + \Gamma \mathcal{S}_- \sigma \mathcal{S}_+ = 0 \quad (1)$$

avec  $\mathcal{S}_- = (\mathcal{S}_+)^+$  et  $\mathcal{S}_+$  de matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  dans la base  $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ .

Négligeons les couplages non-séculaires entre populations et cohérences.

- Populations

Posons

$$\pi_i = \sum_N \langle iN | \sigma | iN \rangle \quad \text{avec} \quad i = 1, 2$$

On obtient

$$\dot{\pi}_i = -\Gamma_{i \rightarrow j} \pi_i + \Gamma_{j \rightarrow i} \pi_j = 0 \quad \text{avec} \quad \Gamma_{i \rightarrow j} = \Gamma |\langle iN | \mathcal{S}_+ | jN - 1 \rangle|^2$$

Comme  $\pi_i + \pi_j = 1$ , il vient :

$$\pi_i^0 = \frac{\Gamma_{j \rightarrow i}}{\Gamma_{j \rightarrow i} + \Gamma_{i \rightarrow j}}$$

- Cohérences

Posons de même

$$\sigma_{12}^q = \sum_N \langle 1N | \sigma | 2N + q \rangle$$

$$\pi_i^q = \sum_N \langle iN | \sigma | iN + q \rangle$$

On obtient en éliminant les couplages non-séculaires

$$\dot{\sigma}_{12}^q = -i(\Omega - q\omega) \sigma_{12}^q - \Gamma_{\text{coh}} \sigma_{12}^q$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma_{\text{coh}} &= \Gamma \left( \frac{1}{2} \sum_{i,j} |\langle jN | \mathcal{S}_+ | iN - 1 \rangle|^2 - \langle 1N | \mathcal{S}_- | 1N + 1 \rangle \langle 2N + 1 | \mathcal{S}_+ | 2N \rangle \right) \\ &= \frac{\Gamma}{2} (1 + \sin^2 \theta \cos^2 \theta) \end{aligned}$$

et

$$\dot{\pi}_i^q = iq\omega \pi_i^q - \Gamma_{i \rightarrow j} \pi_i^q + \Gamma_{j \rightarrow i} \pi_j^q$$

#### ■ Perturbation : l'onde sonde

Ajoutons maintenant une sonde à la fréquence  $\omega_s$  que nous traitons comme une perturbation. Avant de nous lancer dans un calcul, précisons ce que nous voulons connaître.

Nous voulons calculer la variation d'intensité du faisceau sonde due à la présence des atomes dont la densité est  $n(z)$ , c'est-à-dire  $\frac{\partial I_s}{\partial z}$ .

$$\text{Or, si } E_s = E^+ + E^- \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E^+ = E e^{+i(kr - \omega_s t)} \\ E^- = E e^{-i(kr - \omega_s t)} \end{cases}$$

$$I_s = \langle 2E^- E^+ \rangle$$

Comme

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E^\pm = \pm \frac{ik}{2\varepsilon_0} P^\pm$$

avec  $P$  la polarisation macroscopique,

$$\frac{\partial I}{\partial z} = \frac{k}{\varepsilon_0} (-iP^- E^+ + iP^+ E^-)$$

donc

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial z} &= n(z) \frac{k}{\varepsilon_0} \hbar \omega_1 (-i \text{Tr} \mathcal{S}_- \sigma e^{i\omega_s t} + i \text{Tr} \mathcal{S}_+ \sigma e^{-i\omega_s t}) \quad \text{avec} \quad \omega_1^2 = E^- E^+ d^2 \\ &= n(z) \frac{k}{\varepsilon_0} \hbar \omega_1 2 \text{Re}(-i \text{Tr} \mathcal{S}_- \sigma e^{i\omega_s t}) \end{aligned} \quad (1)$$

Il nous faut donc calculer

$$\text{Tr} \mathcal{S}_- \sigma e^{i\omega_s t} = \sum_{j,i,N} \langle iN | \mathcal{S}_- | jN+1 \rangle \langle jN+1 | \sigma e^{i\omega_s t} | iN \rangle$$

Notons, pour plus de commodité,  $\hat{\sigma} = \sigma e^{i\omega_s t}$  et calculons les équations d'évolution des populations et des cohérences.

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \hat{\pi}_i^{-1} = -\Gamma_{i \rightarrow j} \hat{\pi}_i^{-1} + \Gamma_{j \rightarrow i} \hat{\pi}_j^{-1} - \frac{i}{\hbar} \sum_N \langle iN | [H_s, \hat{\sigma}^0] | iN-1 \rangle$$

où  $H_s$  est le hamiltonien de couplage de l'atome avec le laser sonde. En calculant le dernier terme on le trouve nul ;

donc

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum_i \langle iN | \mathcal{S}_- | iN+1 \rangle \hat{\pi}_i^{-1} &= \sin\theta \cos\theta \frac{d}{dt} (\hat{\pi}_1^{-1} - \hat{\pi}_2^{-1}) \\ &= -(\Gamma_{1 \rightarrow 2} + \Gamma_{2 \rightarrow 1}) \sin\theta \cos\theta (\hat{\pi}_1^{-1} - \hat{\pi}_2^{-1}) \end{aligned}$$



Ce terme relaxe donc avec une constante de temps  $\frac{1}{\Gamma_{1 \rightarrow 2} + \Gamma_{2 \rightarrow 1}}$  et donc n'intervient plus dans l'état stationnaire.

- $$\frac{d}{dt} \hat{\sigma}_{12}^{-1} = (i(\omega_s - \omega - \Omega) - \Gamma_{\text{coh}}) \hat{\sigma}_{12}^{-1} - \frac{i}{\hbar} \sum_N \langle 1N | [H_s, \hat{\sigma}^0] | 2N - 1 \rangle$$

Le dernier terme donne  $-i\omega_1 \cos^2 \theta (\pi_2^0 - \pi_1^0)$ .

Dans l'état stationnaire,

$$\hat{\sigma}_{12}^{-1} = + \frac{i\omega_1 \cos^2 \theta (\pi_2^0 - \pi_1^0)}{i(\omega_s - \omega - \Omega) - \Gamma_{\text{coh}}}$$

- $$\frac{d}{dt} \hat{\sigma}_{21}^{-1} = (i(\omega_s - \omega + \Omega) - \Gamma_{\text{coh}}) \hat{\sigma}_{21}^{-1} - \frac{i}{\hbar} \sum_N \langle 2N | [H_s, \hat{\sigma}^0] | 1N - 1 \rangle$$

Le dernier terme s'écrit  $-i\omega_1 \sin^2 \theta (\pi_2^0 - \pi_1^0)$

d'où dans l'état stationnaire

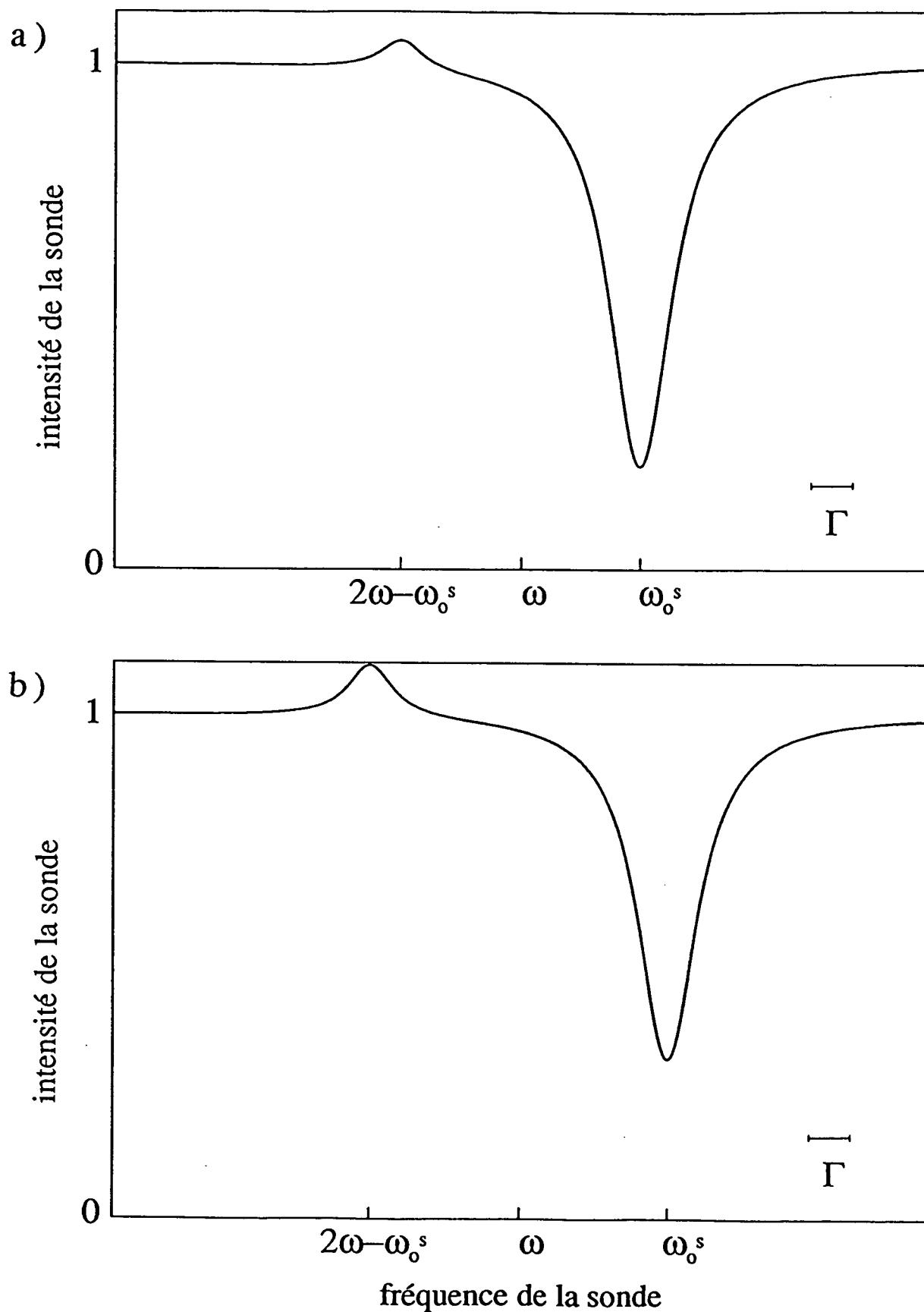
$$\hat{\sigma}_{21}^{-1} = + \frac{i\omega_1 \sin^2 \theta (\pi_2^0 - \pi_1^0)}{i(\omega_s - \omega + \Omega) - \Gamma_{\text{coh}}}$$

En reportant maintenant dans (1), on trouve, en posant  $\delta_s = \omega_0 - \omega_s$ ,

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -n(z) \frac{k}{\varepsilon_0} \hbar \omega_1^2 (\pi_2^0 - \pi_1^0) 2\Gamma_{\text{coh}} \left\{ \frac{\cos^4 \theta}{(\delta_s - \delta - \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} - \frac{\sin^4 \theta}{(\delta_s - \delta + \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} \right\}$$

Exprimons enfin  $\omega_1^2$  en fonction de  $I$

$$\hbar \omega_1^2 = \frac{3\pi\Gamma\varepsilon_0}{2k^3} I c^2$$



**Figure 8** : Profil théorique d'absorption d'un faisceau sonde de faible intensité par un nuage de  $5 \cdot 10^7$  atomes froids, d'extension à  $1/e$   $\Delta z = 2$  mm, éclairé par une onde laser intense. Le désaccord de celle-ci est  $\delta = -2\Gamma$  et son intensité est telle que la pulsation de Rabi est  $\Omega_1 = \Gamma$  (a) ou  $\Omega_1 = 3\Gamma$  (b).

donc

$$\frac{1}{I} \frac{\partial I}{\partial z} = -n(z) \frac{3\lambda^2}{2\pi} c^2 \frac{\Gamma}{2} \Gamma_{\text{coh}} \left( \frac{\cos^4\theta - \sin^4\theta}{\sin^4\theta + \cos^4\theta} \right) \\ \times \left\{ \frac{\cos^4\theta}{(\delta_s - \delta - \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} - \frac{\sin^4\theta}{(\delta_s - \delta + \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} \right\}$$

où  $c^2$  est le carré du coefficient de Clebsch-Gordan de la transition considérée.

### Remarques

- On trouve donc bien deux résonances : l'une, centrée autour de  $\omega_s = \omega + \Omega = \omega_0^s$ , c'est-à-dire la résonance atomique déplacée par la lumière, est en absorption ; l'autre, centrée autour de  $\omega_s = \omega - \Omega = \omega_0^s - 2\Omega$ , est en amplification. Cette dernière correspond à un processus à 3 photons : absorption de deux photons du laser piège et émission stimulée d'un photon à  $\omega_0 + \delta - \Omega$ .
- La largeur de ces deux résonances est  $2\Gamma_{\text{coh}} = \Gamma(1 + 2\sin^2\theta\cos^2\theta)$ .

### *γ) Confrontation avec les spectres expérimentaux*

Commençons par fixer les ordres de grandeur. Comme nous l'avons fait pour le signal de fluorescence, prenons une intensité totale moyenne égale à six fois l'intensité d'un seul faisceau et un carré du coefficient de Clebsch-Gordan de la transition  $c^2 = 0,4$ .

$$\text{Pour } \begin{cases} I = 8 \text{ mW/cm}^2 & \text{donc } \Omega_1 \simeq 3\Gamma \\ \delta = -2\Gamma \end{cases}$$

On trouve :

$$\theta = 28^\circ \quad \text{donc } 2\Gamma_{\text{coh}} = \Gamma(1 + 0,34) = 1,34\Gamma = 7,1\text{MHz},$$

et deux raies de poids respectifs 0,39 et 0,03  
centrées en  $\omega_0 + 1,57\Gamma$  et  $\omega_0 - 5,57\Gamma$

En prenant un nombre d'atomes de  $5 \times 10^7$  et une extension du nuage d'atomes piégés à  $1/e$  de  $2\text{ mm}$ , on obtient la courbe de la figure 8b.

La première remarque qu'il convient de faire est qu'étant donné les absorptions typiques (70–80%), on ne peut pas se situer dans la limite des faibles absorptions et effectuer un développement limité. Il faut tenir compte du fait que les courbes obtenues sont des exponentielles de lorentzienne et que, par conséquent, la largeur à mi-hauteur des spectres observés n'a pas de signification.

En effectuant cette déconvolution, on obtient un comportement satisfaisant pour les spectres expérimentaux comme celui de la figure 6 : comme nous l'attendons, la largeur de la lorentzienne ainsi que l'écart en fréquence du maximum d'absorption par rapport à la résonance atomique augmentent avec l'intensité des faisceaux laser piègeants.

Cependant, la largeur de la lorentzienne est typiquement de  $11\text{ MHz}$  donc plus importante que les  $7\text{ MHz}$  estimés avec les paramètres typiques ci-dessus. Mais on peut montrer que cet élargissement est lié au champ magnétique : il décroît lorsque le gradient de champ magnétique diminue et lorsqu'on coupe celui-ci on trouve des largeurs déconvoluées de l'ordre de grandeur attendu ( $7\text{ MHz}$ ). On ne peut donc pas, en toute rigueur, oublier la structure interne de l'atome de césium dans un champ magnétique inhomogène et le considérer comme un atome à deux niveaux. Pour une extension du nuage de  $2\text{ mm}$  et un gradient de champ magnétique de  $10\text{ G/cm}$ , le déplacement maximal de la fréquence de résonance à cause du champ magnétique est en effet de  $\pm 1,4\text{ MHz}$ . Un élargissement de l'ordre de  $3$  à  $4\text{ MHz}$  n'est donc pas déraisonnable. On peut penser qu'un moyen simple de contourner ce problème consisterait à faire la mesure après avoir coupé le champ magnétique. Mais lorsqu'on coupe le piège, même si l'on conserve une mélasse, le nuage d'atomes explose en des temps relativement courts (quelques millisecondes). Plus exactement, pour des raisons que nous verrons dans la partie II, la taille du nuage s'accroît brutalement en

quelques millisecondes avant de retrouver une diffusion spatiale typique d'une mélasse de faible densité. Comme il est difficile d'effectuer la mesure en un temps court devant la milliseconde (à cause par exemple du temps de coupure minimal du champ magnétique) et de modéliser précisément l'explosion du nuage d'atomes, les spectres obtenus en situation de mélasse ne nous permettraient pas d'évaluer facilement le nombre d'atomes initialement dans le piège.

Nous ferons donc nos mesures en situation de piège. Nous n'avons tenu compte de la multiplicité des niveaux Zeeman et du champ magnétique que comme source globale d'un élargissement et n'avons pas été au-delà. Si cela ne nous permet donc pas d'obtenir une valeur précise du nombre d'atomes, l'erreur n'est pas telle qu'elle affecte les ordres de grandeur obtenus. Nous confirmons ce fait par la concordance des ordres de grandeur du nombre d'atomes dans le piège déduits de cette méthode et de ceux obtenus à partir du signal de fluorescence.

#### Remarque

Une source supplémentaire d'incertitude de cette méthode de mesure vient de ce que la quantité qui est accessible est en fait l'intégrale de la densité d'atomes dans le piège sur le trajet de la sonde. On focalise en effet la sonde sur le piège de manière à ce que ses dimensions transverses soient petites devant la taille du piège. Il faut donc faire des hypothèses sur la distribution des atomes dans le piège. Nous supposons que, conformément à ce qui est attendu, la densité est

de la forme  $n_0 e^{-\frac{x^2 + y^2 + 2z^2}{2x_c^2}}$ . Et nous prendrons pour  $x_c$  la valeur mesurée sur la barrette de photodiodes ou sur l'image de la caméra.

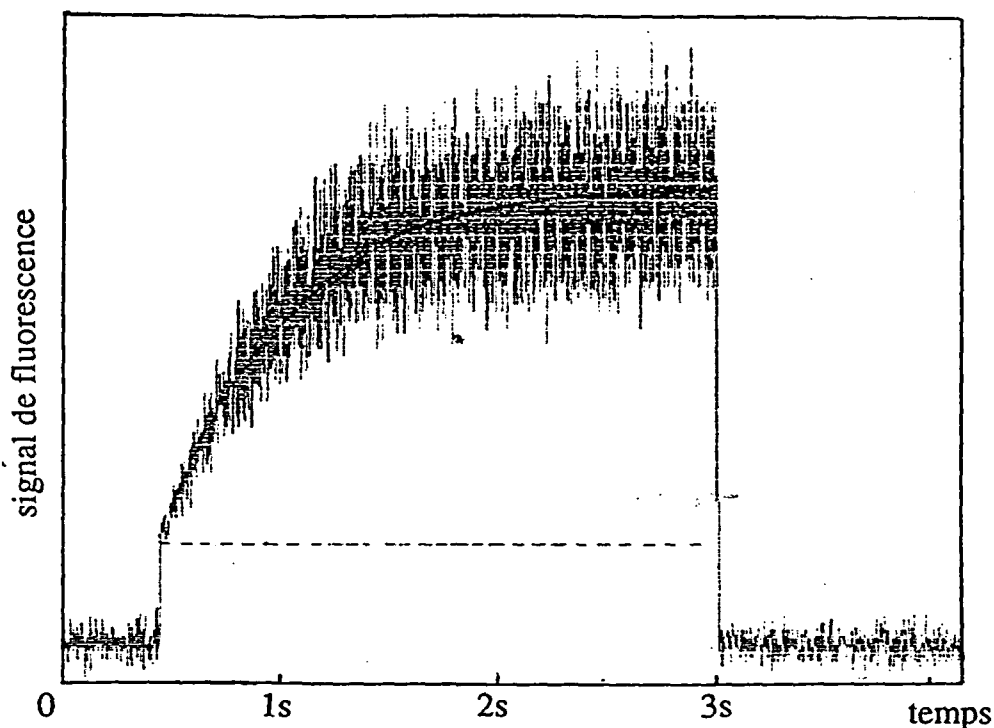
## 2/ Nombre d'atomes dans le piège

Pour les valeurs typiques des paramètres : intensité du laser piégeant de  $8 \text{ mW/cm}^2$  et par faisceau, désaccord de 2 à  $3\Gamma$ , gradient vertical du champ magnétique de  $10 \text{ G/cm}$ , le nombre d'atomes dans le piège est d'environ  $10^8$  atomes. Il est sensiblement plus élevé que celui annoncé dans la référence [17] ( $1,8 \cdot 10^7$  atomes). Cette augmentation peut s'expliquer par une taille des faisceaux plus grande dans notre cas et donc une surface  $S$ , que nous avons définie au paragraphe A-2/c, environ 6 fois supérieure. Rappelons toutefois que la surface de capture intervient également indirectement sur le nombre d'atomes dans la mesure où elle peut limiter la vitesse maximale capturée (cf. A-2/b). Le nombre d'atomes dans le piège n'a donc pas une simple relation de proportionnalité avec  $S$ . Précisons maintenant comment le nombre d'atomes varie avec la pression de la vapeur de césium dans la cellule, avec l'intensité laser, le désaccord et le gradient de champ magnétique, et confrontons ces résultats expérimentaux avec ceux annoncés au paragraphe A-2/b.

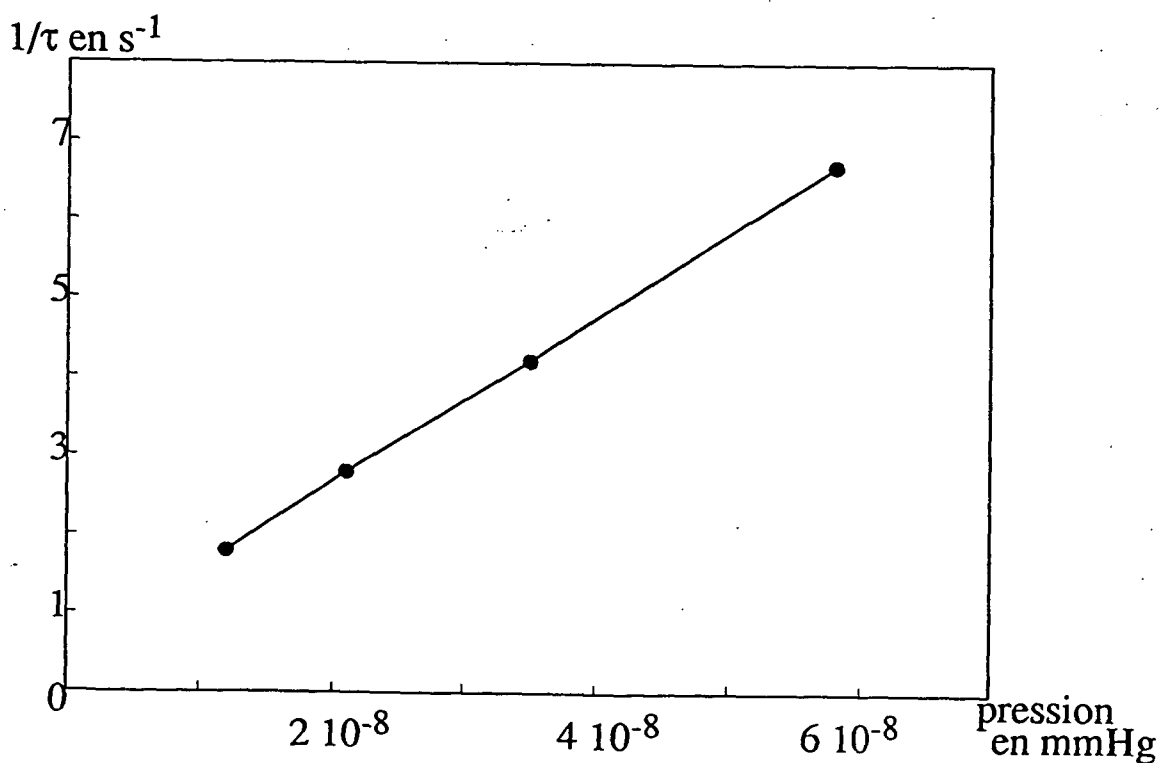
### a) Variation avec la pression de la vapeur de césium dans la cellule

Comme nous l'attendons, le nombre d'atomes dans le piège ne dépend pas de la pression si celle-ci est assez basse (inférieure à environ  $10^{-7}$  Torr). Le fait que la vapeur de césium dans la cellule n'est pas en équilibre thermodynamique rend difficile le choix de sa pression. Aussi est-il difficile d'étudier le régime limite haute pression de fonctionnement du piège. Nous allons nous restreindre dorénavant au domaine des basses pressions : typiquement  $10^{-8}$  Torr.

Si le nombre d'atomes dans le piège ne dépend pas de la pression, ce n'est pas le cas du temps de remplissage du piège. L'observation de la fluorescence en fonction du temps, si à  $t = 0$  les faisceaux laser sont mis en place, montre que le nombre d'atomes piégés croît comme  $1 - e^{-t/\tau}$  (fig. 9). Cette loi correspond à celle que l'on peut déduire du modèle que nous avons élaboré dans la partie A. Le temps de chargement  $\tau$  est, de plus, inversement proportionnel à la pression (fig. 10). Ceci est conforme à notre prédiction, et de la loi



**Figure 9** : Signal de fluorescence enregistré par la photodiode de la fig. 1. Le niveau de fluorescence croît brutalement lorsque les faisceaux lasers sont mis en place, ce qui correspond à la fluorescence du fond c'est-à-dire des atomes de la vapeur de césium, puis avec une constante de temps  $\tau$ . Cette dernière augmentation de la fluorescence correspond au signal des atomes dans le piège. Le bruit sur le signal est un effet de modulation de la fréquence du laser nécessaire pour son asservissement sur le césium.



**Figure 10** : Variation de l'inverse de la constante de temps de chargement du piège  $1/\tau$  en fonction de la pression de la vapeur de césium dans la cellule. Cette variation est linéaire et la pente nous donne une estimation de la section efficace de collision entre atomes lents du piège et atomes rapides de la vapeur de césium de  $\frac{\sigma}{4\pi} \sim 2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$ . L'ordonnée à l'origine est due aux collisions avec les gaz résiduels autres que le césium.

$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \bar{v} \sigma \rho$ , on peut extraire une estimation de la section efficace de collision entre un atome piégé et un atome de la vapeur de césium. On trouve ainsi  $\frac{\sigma}{4\pi} \sim 2 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$ .

### Remarque

La droite tracée ne passe pas par zéro. L'existence d'une ordonnée à l'origine non-nulle correspond aux collisions avec les gaz résiduels autres que le césium qui font sortir des atomes du piège.

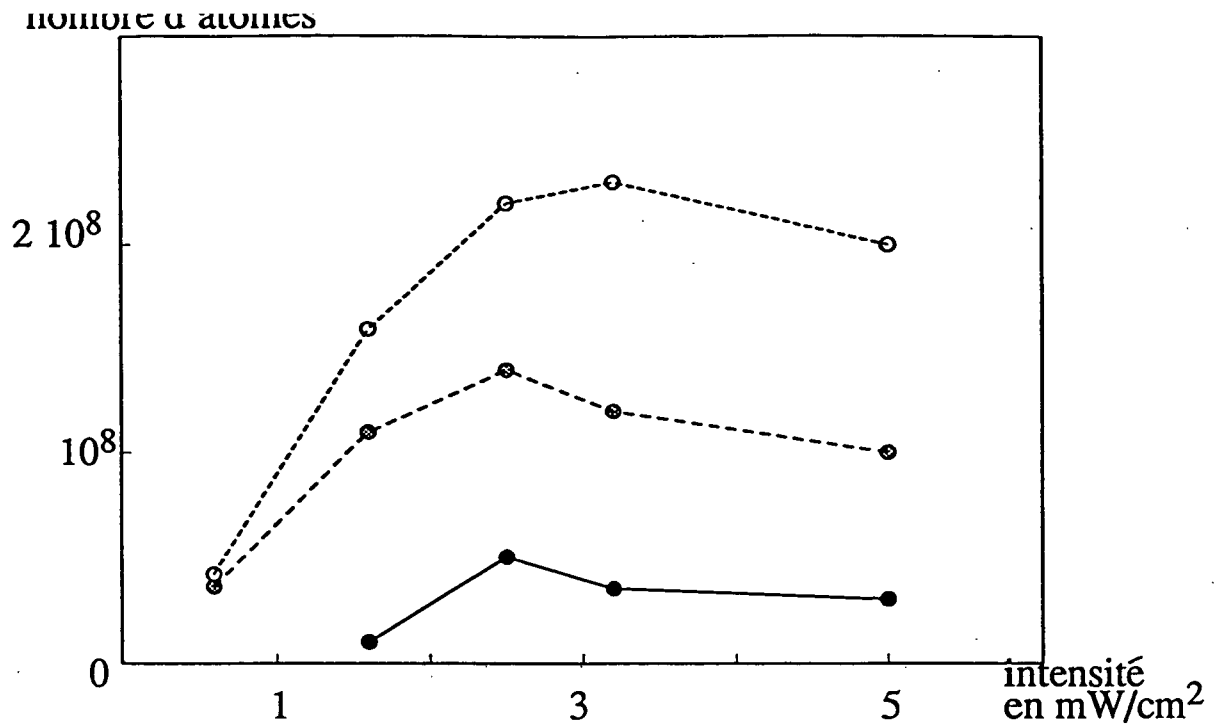
Revenons au bilan que nous avons établi au paragraphe A-2/c pour déterminer le nombre d'atomes dans le piège. Pour une vitesse maximale capturée de  $17 \text{ m/s}$  et un rayon des faisceaux de  $0,6 \text{ cm}$ , on trouve avec cette valeur mesurée de  $\sigma$ , que le nombre d'atomes dans le piège doit être  $10^8$ . Les ordres de grandeur obtenus par le calcul, par le biais d'un calcul numérique de la vitesse maximale capturée, sont donc concordants avec les nombres d'atomes mesurés expérimentalement.

### b) Variation avec l'intensité des faisceaux pièges

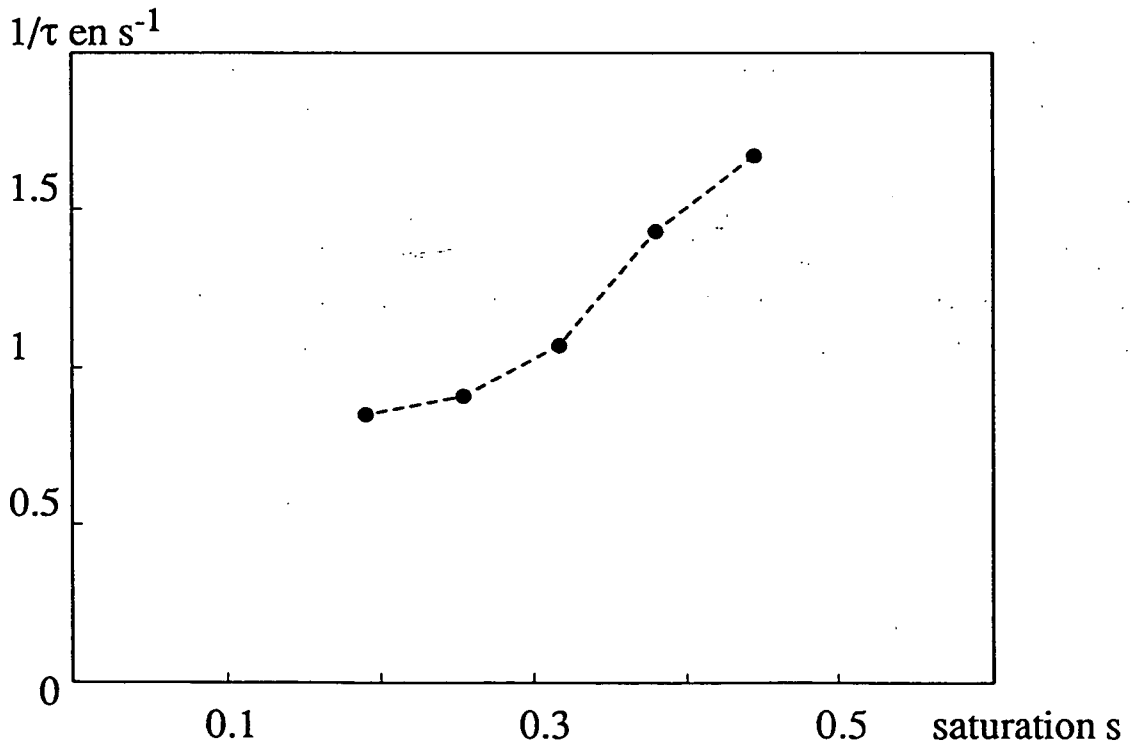
Les calculs effectués au début de cette partie sont toujours restés dans le domaine des faibles intensités, c'est-à-dire avec un paramètre de saturation  $s$  petit devant 1. Ceci n'est pas toujours le cas ici, cependant, en extrapolant les résultats obtenus, on peut s'attendre à ce que le nombre d'atomes dans le piège croisse avec l'intensité pour saturer aux fortes intensités.

Or, sur les courbes de la figure 11, il semble que si le nombre d'atomes croît avec l'intensité à basse intensité, il commence à décroître pour une intensité trop élevée. Une





**Figure 11** : Variation du nombre d'atomes dans le piège avec l'intensité des faisceaux laser piégeants. La valeur de  $I$  donnée est celle mesurée sur un bras ; les trois paires d'ondes ont la même intensité mais les ondes rétro-réfléchies sont un peu moins intenses à cause de l'absence de traitement des fenêtres de la cellule. Les courbes ont été tracées pour un gradient de champ magnétique  $dB/dz \simeq 10$  G/cm et pour trois désaccords différents :  $\delta = -1,3\Gamma$  (ronds noirs);  $\delta = -1,7\Gamma$  (ronds gris) et  $\delta = -2,1\Gamma$  (ronds blancs).



**Figure 12** : Variation de l'inverse du temps de chargement du piège  $1/\tau$  en fonction de l'intensité des faisceaux pièges. Nous avons porté en abscisse le paramètre de saturation  $s = \frac{\Omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$ . Le désaccord est  $\delta = -2\Gamma$ .

explication de ce comportement pourrait résider dans une dépendance des processus de collision avec l'intensité. L'étude des mécanismes de collisions pouvant intervenir dans le piège et de leur importances respectives n'est pas notre propos ici. Elles ont fait l'objet de nombreuses publications [31-35]. Notons en particulier que l'importance des collisions entre atomes froids a été montrée pour un piège magnéto-optique [36]. Elles sont à l'origine, dans l'équation bilan visant à déterminer la densité d'atomes  $n$  dans le piège, d'un terme de départ en  $n^2$  : il ne peut être négligé pour une forte densité et limite celle-ci.

Si on néglige ces collisions et, comme nous l'avons fait jusqu'à présent, on ne considère que les collisions entre atomes lents du piège et atomes rapides de la vapeur de césium, la section efficace de collision est probablement différente dans l'état fondamental et dans l'état excité. Donc la section efficace effective de collision  $\sigma_{\text{eff}}$  est la somme du produit de la section efficace dans l'état fondamental  $\sigma$  par la population de l'état fondamental et du produit de la section efficace dans l'état excité  $\sigma_e$  par la population de l'état excité

$$\sigma_{\text{eff}} = \sigma_e \frac{s}{2(1+s)} + \sigma \left(1 - \frac{s}{2(1+s)}\right) = \sigma + \frac{s}{2(1+s)}(\sigma_e - \sigma)$$

Sans préjuger des variations de  $\sigma_e$  avec l'intensité, pour lesquelles il faudrait entrer dans le détail des processus impliqués, ce qui, répétons-le, n'est pas notre propos, nous voyons déjà apparaître une dépendance de  $\sigma_{\text{eff}}$  avec l'intensité. Expérimentalement, nous avons accès à  $\sigma_{\text{eff}}$  par l'inverse du temps de chargement  $1/\tau$ . La figure 12 montre ses variations avec l'intensité : la section efficace de collision croît donc avec l'intensité. A flux entrant d'atomes dans le piège constant, cette augmentation des pertes conduit à une diminution du nombre d'atomes piégés. Cela peut donc expliquer la légère baisse constatée du nombre d'atomes à haute intensité (fig. 11).

### c) Variations avec le désaccord et le gradient de champ magnétique

La figure 13 représente les variations du nombre d'atomes dans le piège en fonction du désaccord pour divers gradients de champ magnétique (nous donnons toujours la valeur

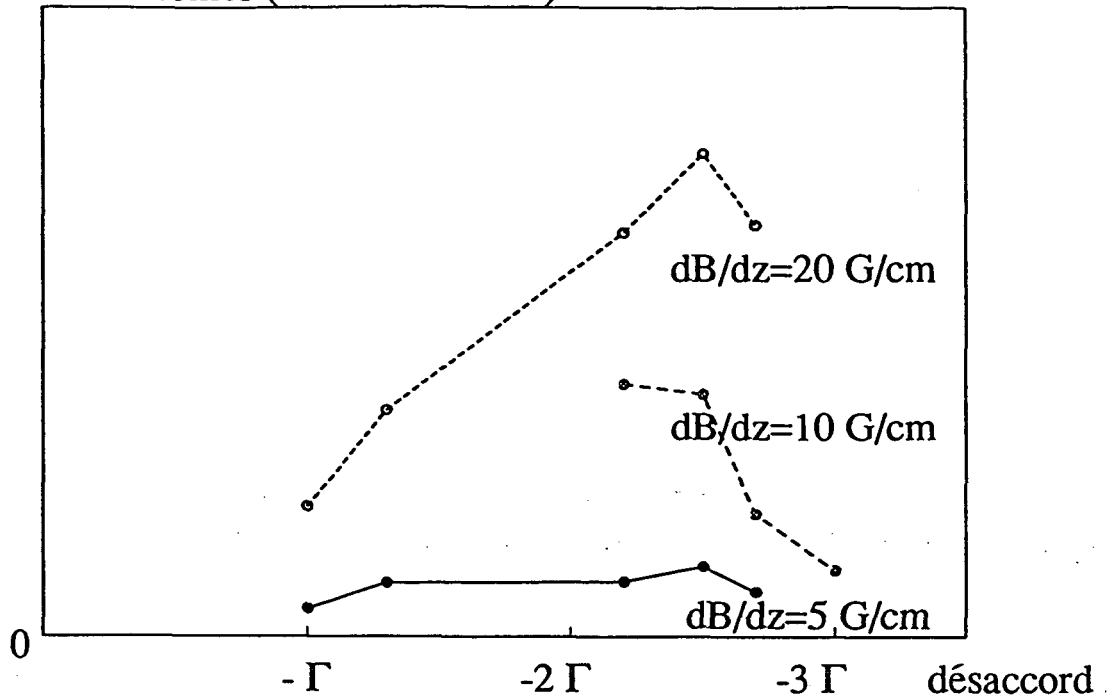


Figure 13 : Variation du nombre d'atomes dans le piège en fonction du désaccord à résonance  $\delta$  du laser piège. Le nombre d'atomes est en unité arbitraire. Les courbes ont été tracées pour trois valeurs du gradient de champ magnétique :  $dB/dz = 5 \text{ G/cm}$ ,  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  et  $dB/dz = 20 \text{ G/cm}$ . L'intensité du laser piège est de  $5 \text{ mW/cm}^2$  et par onde.

nombre d'atomes

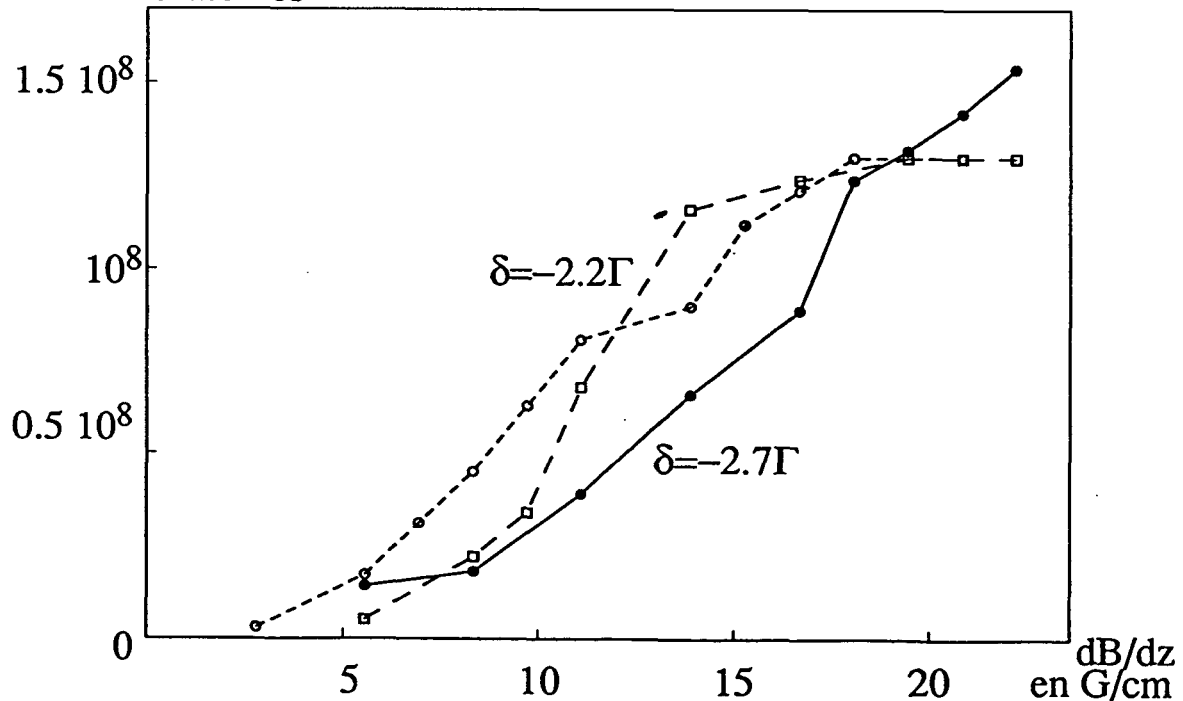


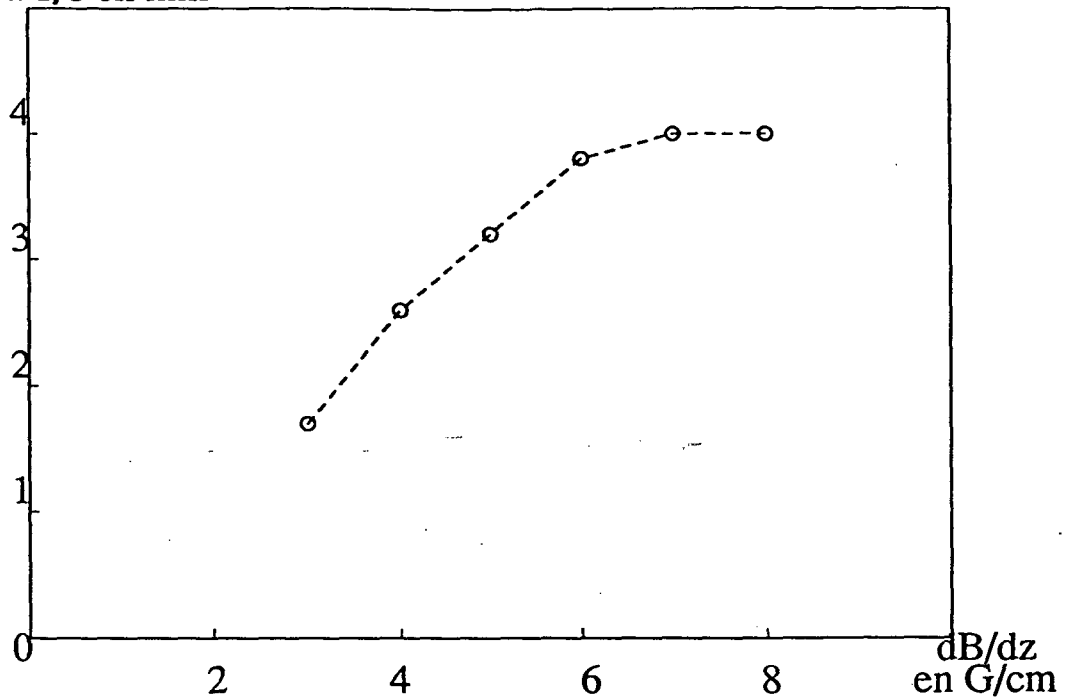
Figure 14 : Variation du nombre d'atomes dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique  $dB/dz$ . Les carrés sont des points déduits de l'absorption du faisceau sonde pour  $\delta = -2,2\Gamma$ . Les ronds sont des points déduits de la fluorescence sur la barrette de photodiodes pour  $\delta = -2,2\Gamma$  et  $\delta = -2,7\Gamma$ . Comme ces derniers signaux n'étaient pas calibrés, l'unité a été ajustée de telle sorte que pour  $\delta = -2,2\Gamma$  les ronds correspondent à haut gradient de champ magnétique avec les carrés. Si ceci est discutable, son intérêt est néanmoins de montrer que le même type de variation est observé pour les deux méthodes de mesure. Dans tous les cas, l'intensité des faisceaux piège est de  $5 \text{ mW/cm}^2$  et par onde.

du gradient vertical  $dB/dz$  qui est 2 fois plus important que le gradient horizontal). A plus grand désaccord, le nombre d'atomes décroît très rapidement et devient difficile à mesurer. En expliquant ces variations par celles de la vitesse maximale capturée, ces courbes sont en bon accord qualitatif avec les variations calculées dans la partie A (fig. A-9). Notons cependant, pour la comparaison de ces figures, que le nombre d'atomes est proportionnel à la puissance 4 de la vitesse de capture aussi les variations sur la figure 13 sont-elles plus accusées que sur la figure A-9.

La figure 14 correspond à la variation du nombre d'atomes  $N$  dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique. Elle montre pour commencer que les deux méthodes de mesure que nous avons décrites conduisent aux mêmes variations de  $N$ . De plus, elle est en bon accord qualitatif avec les prédictions de la partie A. Remarquons cependant qu'il serait intéressant de pouvoir travailler avec des gradients de champ magnétique plus importants (mais l'alimentation en courant des bobines donnait ici un gradient maximal de  $20 G/cm$ ) afin de rechercher l'optimum du nombre d'atomes. Aux gradients auxquels nous avons travaillé, nous n'avons pas atteint la zone de décrochage où la vitesse capturée est limitée par la décélération maximale que peut subir l'atome et qui correspond à une baisse du nombre d'atomes dans le piège (cf. A-2/b) $\gamma$ ).

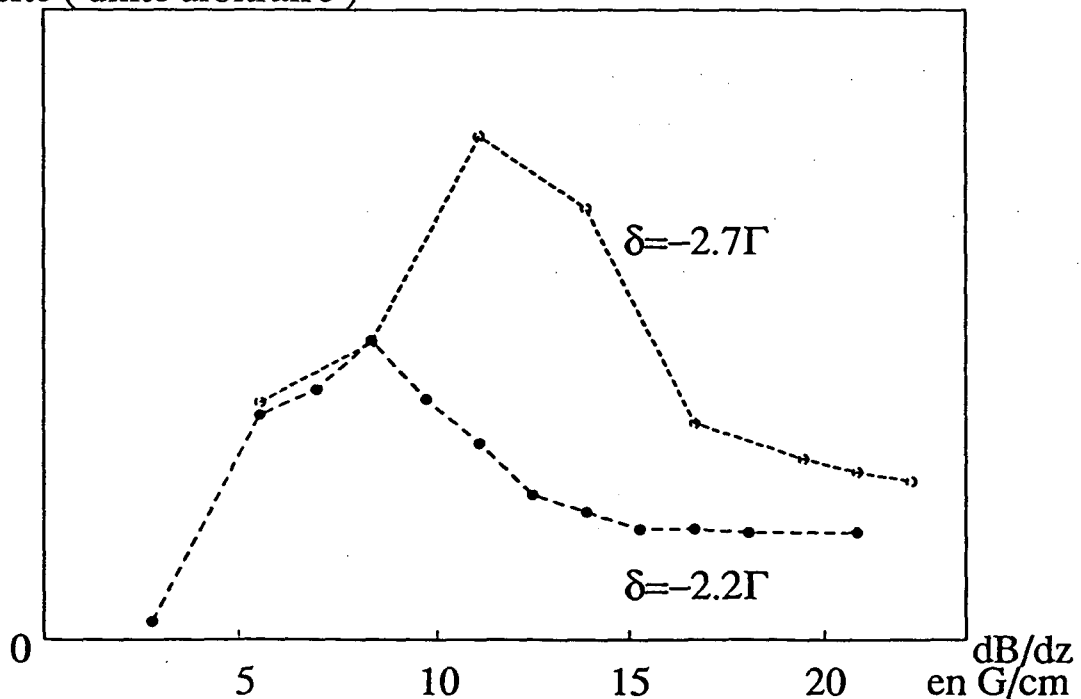
Tirons quelques idées générales de ces courbes sur les conditions pour avoir un grand nombre d'atomes dans le piège. A faible désaccord ( $1$  ou  $2\Gamma$ ) le nombre d'atomes dépend peu du gradient de champ magnétique. A plus grand désaccord, plus le laser est loin de résonance, plus le gradient doit être important. Répétons que nous n'avons pas pu étudier les situations où  $dB/dz > 20 G/cm$  et que par conséquent ce que nous pouvons dire ici ne s'applique peut-être pas au comportement du piège à des gradients plus élevés. Ainsi, le problème du nombre d'atomes maximal que l'on peut mettre dans le piège reste un problème ouvert. Il peut, notamment, être intéressant d'utiliser un laser piège plus puissant et des faisceaux de taille plus importante. Remarquons qu'alors la taille de la cellule peut devenir un facteur limitant. En effet, pour un volume de  $100 cm^3$  et une pression de césium de  $10^{-8} mmHg$ , le nombre d'atomes ayant une vitesse inférieure en module à  $20 m/s$  est environ  $10^7$ . Il est donc possible que le remplissage du piège soit limité par la vitesse à laquelle le réservoir d'atomes se remplit, c'est-à-dire la vitesse à laquelle le trou creusé par le piège dans la distribution de vitesses des atomes de la vapeur est comblé.

$\Delta x$  à  $1/e$  en mm



*Figure 15* : Variation de la taille du piège en fonction du champ magnétique. La taille est mesurée grâce au signal de fluorescence sur la barrette de photodiodes (ou sur la caméra) : c'est la distance entre les deux points correspond à une fluorescence de  $1/e$  fois la fluorescence maximale. L'intensité dans cette situation est de  $5 \text{ mW/cm}^2$  et par bras, le désaccord de  $\delta = -1,8\Gamma$ .

densité (unité arbitraire)



*Figure 16* : Variation de la densité d'atomes dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique  $dB/dz$ . Les courbes sont tracées pour  $I = 5 \text{ mW/cm}^2$  et par onde et pour des désaccords de  $\delta = -2,2\Gamma$  et  $\delta = -2,7\Gamma$ .

### 3/ Densité d'atomes dans le piège et dimensions de celui-ci

Rappelons pour commencer que nous nous attendons à ce que la taille du piège soit proportionnelle à l'inverse de la racine carré du gradient de champ magnétique. En particulier, la dimension verticale doit être  $\sqrt{2}$  fois plus grande que la dimension horizontale.

Or, si le piège est effectivement plus petit suivant la verticale que suivant l'horizontale, le rapport entre les deux dimensions n'est pas  $\sqrt{2}$  et surtout, la taille n'est pas celle attendue. Elle est, typiquement, prise à  $1/e$  de la fluorescence maximale, de 2 à 3 *mm*, soit plusieurs ordres de grandeur d'écart avec les chiffres avancés dans la partie A. De plus, si nous traçons cette taille en fonction du gradient de champ magnétique, le comportement est radicalement différent de celui annoncé (fig. 15). La traduction de cela sur la densité (fig. 16) d'atomes dans le piège est une diminution passé un certain gradient alors que le nombre d'atomes (cf. fig. 7) continue de croître avec le gradient.

Si on observe le signal sur la barrette de photodiodes, on remarque, par ailleurs, que lorsqu'on augmente brutalement le gradient de champ magnétique, le niveau de fluorescence au centre augmente dans un premier temps puis, dans un deuxième temps, la taille du piège augmente.

Nous consacrerons tout un passage de la deuxième partie de ce mémoire à une description plus détaillée de ces phénomènes et à leur explication. Il est d'ores et déjà clair que les mécanismes dont nous avons parlé jusqu'à présent ne suffisent pas pour comprendre complètement le fonctionnement du piège. En particulier, s'ils s'appliquent bien pour la capture des atomes, ce n'est pas le cas pour le régime final et le mouvement des atomes dans le piège.

## Références du Chapitre I

- [1] W. Phillips, communication privée.
- [2] Cours de C. Cohen-Tannoudji au Collège de France : 1982-83 et 1984-85.
- [3] R. Cook, Phys. Rev. A 22, 1078 (1978).
- [4] A. Kazantsev, G. Surdutovich, V. Yakovlev, J. Physique 42, 1231 (1981).
- [5] V.S. Letokhov, V.G. Minogin, B.D. Pavlik, Sov. Phys. J.E.T.P. 45, 698 (1977).
- [6] S. Stenholm, Appl. Phys. 15, 287 (1978).
- [7] R. Cook, Phys. Rev. A 20, 224 (1979).
- [8] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B : At. Mol. Phys. 18, 1661 (1985).
- [9] B. Mollow, Phys. Rev. A 12, 1919 (1975).
- [10] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg : Processus d'interaction entre photons et atomes. Editions du C.N.R.S., chapitre V.
- [11] R. Cook, Phys. Rev. Lett. 44, 976 (1980).
- [12] J. Gordon, A. Ashkin, Phys. Rev. A 21, 1606 (1980).
- [13] J. Dalibard, S. Reynaud, C. Cohen-Tannoudji, J. Phys. B : At. Mol. Phys. 17, 4577 (1984).
- [14] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 40, 729 (1978).
- [15] V.S. Letokhov, V.G. Minogin, Phys. Rep. 73, 1 (1981).
- [16] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, Phys. Rev. Lett. 57, 314 (1986).
- [17] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990).
- [18] Handbook of Physics
- [19] Thèse de P. Laurent, chapitre IV.

(bis), thèse de P. Laurent, IV-8

- [20] B. Dahmani, L. Hollberg, R. Drullenger, *Opt. Lett.* 12, 876 (1987).
- [22] F. Mogensen, H. Olesen, G. Jacobsen, *I.E.E.E. J. Quantum Electron.* QE-22, 784 (1985).
- [23] P. Spano, S. Piazzola, M. Tamburrini, *I.E.E.E. J. Quantum Electron.* QE-22, 427 (1986).
- [24] H. Kogelnik, T. Li, *Appl. Opt.* 5, 1550 (1966).
- [25] W. Lamb, *Phys. Rev.* A6, 1429 (1964)  
C. Bordé, L. Henry, *C.R. Acad. Sc., Paris*, 265, 1251 (1967)  
M. Levenson, *Introduction to nonlinear laser spectroscopy*, Academic Press (1962)
- [26] H. Schlossberg, A. Javan, *Phys. Rev.* 150, 267 (1966).
- [27] T. Hänsch, I. Shahih, A. Schawlow, *Phys. Rev. Lett.* 27, 707 (1971).
- [28] S. Haroche, F. Hartmann, *Phys. Rev. A* 6, 1280 (1972).
- [29] F. Wu, S. Ezekiel, M. Ducloy, B. Mollow, *Phys. Rev. Lett.* 38, 1077 (1977).
- [30] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes - Editions du C.N.R.S. chapitre VI.*
- [31] J. Vigué, *Phys. Rev. A* 34, 4476 (1986).
- [32] P. Gould, P. Lett, P. Julienne, W. Phillips, H. Thorsheim, J. Weiner, *Phys. Rev. Lett.* 60, 788 (1988).
- [33] P. Julienne, *Phys. Rev. Lett.* 61, 698 (1988).  
P. Julienne, dans *Advances in Laser Science III*, édité par A. Tam, J. Gole, W. Stwalley, AIP Conference Proceedings n°172, p.308.
- [34] D. Pritchard, dans *Electron and Atom Collisions*, édité par P. Lorents p.593.
- [35] A. Gallagher, D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* 63, 957 (1989).



- [36] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, C. Wieman, Phys. Rev. Lett. **63**, 961 (1989).

**CHAPITRE II**

**UNE NOUVELLE DESCRIPTION DU PIEGE  
MAGNETO-OPTIQUE**

## INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons apporter de nouveaux éclairages sur le fonctionnement du piège magnéto-optique. Ces nouveaux éléments de compréhension des phénomènes impliqués dans le piège ne vont pas cependant rendre complètement caduque la description en termes de mécanismes Doppler du chapitre I mais l'affiner et la compléter. Si celle-ci rend bien compte, en effet, du remplissage du piège et de la capture des atomes, nous verrons que le mouvement des atomes dans le piège nécessite une autre description.

Cette recherche d'autres mécanismes repose essentiellement sur deux motivations. La première que nous avons exposée brièvement à la fin du chapitre précédent, est l'écart manifeste entre les prédictions et le comportement du piège du point de vue de sa taille. La différence de plusieurs ordres de grandeur entre les valeurs attendues et les dimensions mesurées impose une approche nouvelle qui fasse intervenir des forces répulsives à longue portée. Initiée par les travaux de l'équipe de C. Wieman [1], cette démarche repose sur la prise en compte de la diffusion multiple, c'est-à-dire la possibilité pour un atome d'absorber un photon déjà diffusé par un autre atome du piège. Nous verrons cela en détail dans la partie A. La deuxième motivation de la recherche d'une nouvelle description du piège magnéto-optique repose sur ce que nous savons déjà des mécanismes entrant en jeu dans une mélasse optique, ainsi que sur l'effet d'un champ magnétique tel qu'il est mis en lumière dans les références [2-4], et sur les travaux sur le piège magnéto-optique de C. Foot et A. Steane [5] qui ont suivi la mise en évidence de nouveaux mécanismes dans les mélasses. Les mesures de température effectuées à partir de 1988 [6-7], donnant des résultats au-dessous de la limite Doppler attendue, ont en effet conduit à une réinterprétation de la mélasse et ont montré qu'il était impératif de prendre en compte la structure interne des niveaux de l'atome [8-9]. A la différence du cas d'un atome à deux niveaux, la multiplicité Zeeman dans le niveau fondamental pour un atome réel de césium, par exemple, introduit dans le problème une autre échelle de temps que celle d'un cycle de fluorescence, qui est celle du temps de pompage optique d'un sous-niveau de la multiplicité à l'autre. Et cette deuxième échelle de temps qui peut être beaucoup plus longue peut conduire à des températures plus basses, de même que l'échelle de temps Doppler  $\Gamma^{-1}$  conduisait à une température minimale de  $\hbar \frac{\Gamma}{2}$  [10]. A une dimension, deux nouveaux types de mécanismes ont ainsi été

introduits, suivant la configuration de polarisation considérée : la configuration linéaire-linéaire orthogonale (les deux ondes se propageant suivant  $e_z$  et  $-e_z$  ont des polarisations linéaires orthogonales l'une à l'autre) qui introduit des gradients d'ellipticité pour la polarisation dans la mélasse, ou la configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ , comme pour le piège magnéto-optique, qui fait intervenir une rotation de la polarisation. Les nouveaux mécanismes conduisent donc à des températures sub-Doppler et, plus précisément, la nouvelle échelle de température est liée à l'énergie de recul dû à un seul photon ( $2E_R/k_B = \frac{\hbar^2 k^2}{mk_B} = 0,2\mu K$  pour le césium) : comme ces mécanismes continuent à faire intervenir des processus aléatoires d'absorption-émission spontanée de photons, l'énergie de recul  $E_R$  est une limite naturelle.

Qu'en est-il du piège magnéto-optique ? Quel est le rôle des nouveaux mécanismes dans le piège et comment le gradient de champ magnétique intervient-il ? Quelle est la température des atomes dans le piège ? Sur ce dernier point en particulier, l'argument suivant peut être utilisé pour réfuter la possibilité de températures sub-Doppler. Comme, au premier ordre, le champ magnétique crée un potentiel harmonique, on peut écrire  $\frac{1}{2}k_B T = \frac{1}{2}\kappa \langle z^2 \rangle$  où  $\kappa$  est la constante de rappel du piège. La taille importante du piège semble alors impliquer des températures élevées.

Nous verrons dans la partie B comment les nouveaux mécanismes peuvent être intégrés dans la description du piège puis dans la partie C comment les deux éléments décrits dans les deux sous-parties précédentes rendent compte du comportement effectif du piège.

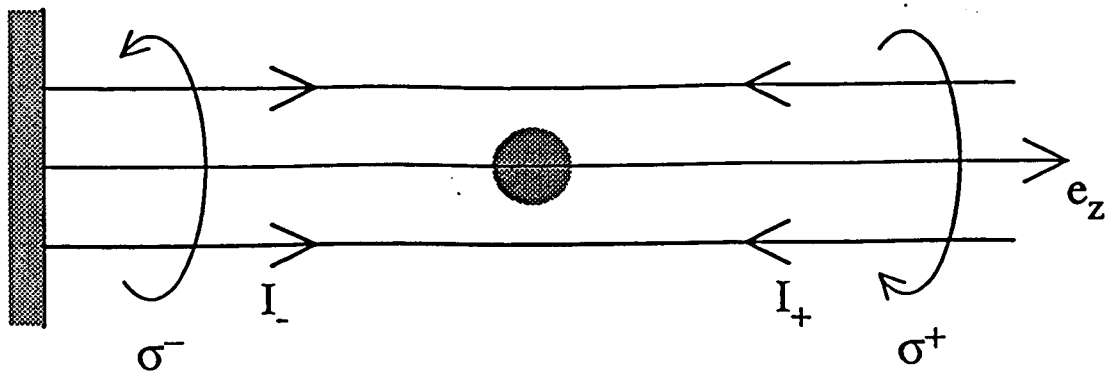
## A - AUTRES FORCES POUR UN ATOME A DEUX NIVEAUX

Nous allons, dans cette partie, essayer de mettre en évidence d'autres forces que la force de rappel et la force de friction du piège magnéto-optique. Nous ne tiendrons toujours pas compte, à ce stade, des multiplicités Zeeman de l'atome de césium. Ces forces auront pour origine soit des imperfections expérimentales (déséquilibre d'intensité entre les deux faisceaux se propageant suivant des directions opposées, non colinéarité de ces faisceaux), soit la densité d'atomes dans le piège (un atome subit une force provenant de la présence des autres atomes du piège).

### 1/ Déséquilibre des intensités

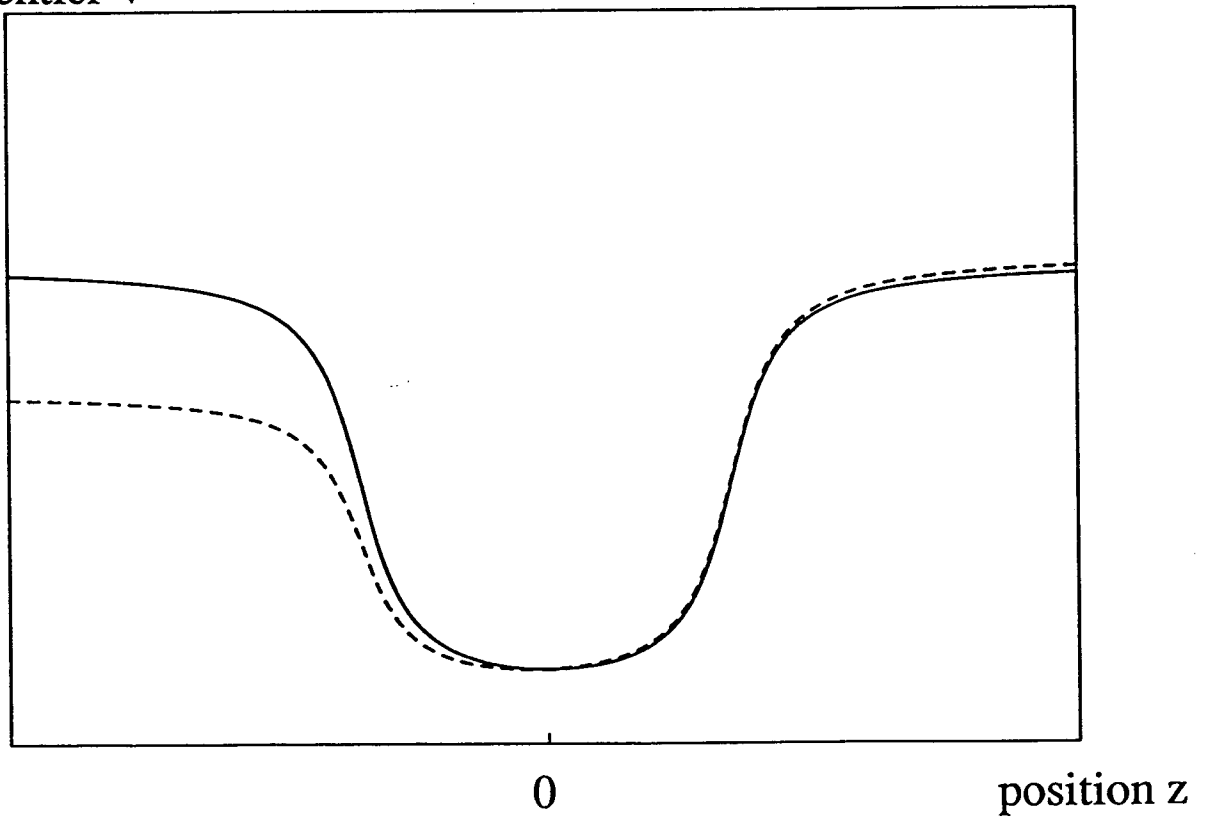
#### a) Origine du déséquilibre

Une paire d'ondes, dans notre dispositif expérimental, est constituée d'une onde incidente et de l'onde rétro-réfléchie sur un miroir à coefficient de réflexion maximal pour un angle d'incidence nul. Considérons l'axe  $z$  : soit  $I_+$  l'onde incidente se propageant suivant  $-e_z$  et  $I_-$  l'onde réfléchie se propageant suivant  $+e_z$  (fig. 1). Indépendamment de la présence du piège, il y a deux raisons pour que l'onde rétro-réfléchie soit moins intense que l'onde incidente : l'absorption par les atomes de la vapeur de césium et les pertes sur les fenêtres d'entrée de la cellule (les autres éléments optiques : miroir, lame quart d'onde, sont traités anti-reflet à 850 nm). L'absorption correspond à une atténuation qui dans notre régime de fonctionnement habituel est faible : au plus de l'ordre de 2 à 3 %. La seconde est plus importante : entre l'aller et le retour sur le piège, le faisceau traverse deux fois la fenêtre de la cellule ce qui correspond à 4 dioptries. Si les pertes sont de 4 % par dioptrie, l'onde rétro-réfléchie est atténuée de 15 % par rapport à l'onde incidente.



**Figure 1** : Schéma du montage expérimental : le laser d'intensité  $I_+$  se propageant suivant  $-e_z$  est rétro-réfléchi sur le miroir. Le laser réfléchi, se propageant suivant  $+e_z$  est d'intensité  $I_-$ .

potentiel V



**Figure 2** : Modification du potentiel due à un déséquilibre des intensités : la courbe en trait plein représente le potentiel créé par le champ magnétique de gradient constant ; la courbe en pointillés représente le potentiel modifié par un déséquilibre de 20 % des intensités.

b) Effet du déséquilibre

La force Doppler du piège s'écrit comme la différence entre les pressions de radiation des deux ondes. Si celles-ci n'ont pas la même intensité, il faut donc ajouter au premier ordre à la force Doppler de I-A la pression de radiation créée par une onde d'intensité  $I_+ - I_-$ .

$$F = \underbrace{\frac{\Gamma}{2} \left( \frac{I_+/I_S}{\frac{\delta_-^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} - \frac{I_+/I_S}{\frac{\delta_+^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} \right)}_{\text{Force Doppler du piège}} \hbar k \quad \underbrace{- \frac{\Gamma (I_+ - I_-) / I_S}{2 \left( \frac{\delta_-^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4} \right)}}_{\text{Force de déséquilibre } F_D}$$

Force Doppler du piège

Force de déséquilibre  $F_D$

où  $I_S$  est l'intensité de saturation :  $I/I_S = \Omega_1^2/2\Gamma^2$ .

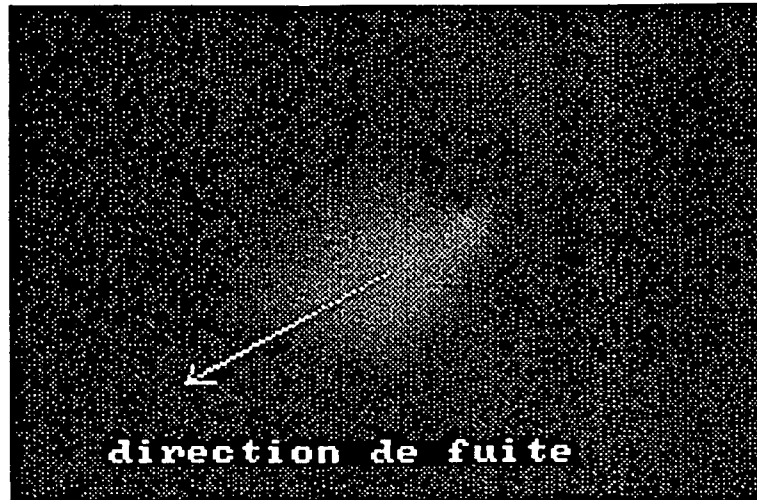
Négligeons, pour commencer, dans la force de déséquilibre  $F_D$  la dépendance en vitesse et en position. Si l'on écrit la force Doppler sous la forme  $-\alpha \left( v + \frac{\mu}{k} z \right)$ , il est clair que l'effet de la force de déséquilibre est de déplacer le centre du piège. Il passe en effet de  $z = 0$  à  $z = -\frac{\hbar k^2}{\alpha \mu} \frac{\Gamma (I_+ - I_-) / I_S}{2 \left( \frac{\delta_-^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4} \right)}$ . Le déplacement dépend donc du désaccord.

Si on tient compte maintenant de la dépendance en position, et du comportement à l'infini des forces c'est-à-dire du fait que le puit de potentiel n'est pas infini, on se rend compte aisément que le déséquilibre a pour effet de rendre asymétrique le potentiel : il abaisse le potentiel du côté des  $z < 0$  c'est-à-dire du côté du miroir de rétro-réflexion. Il y aura ainsi une direction privilégiée de fuite des atomes hors du piège. En effet, si on prend l'origine des potentiels en  $z = 0$ , le potentiel lorsque les faisceaux sont équilibrés est de la forme

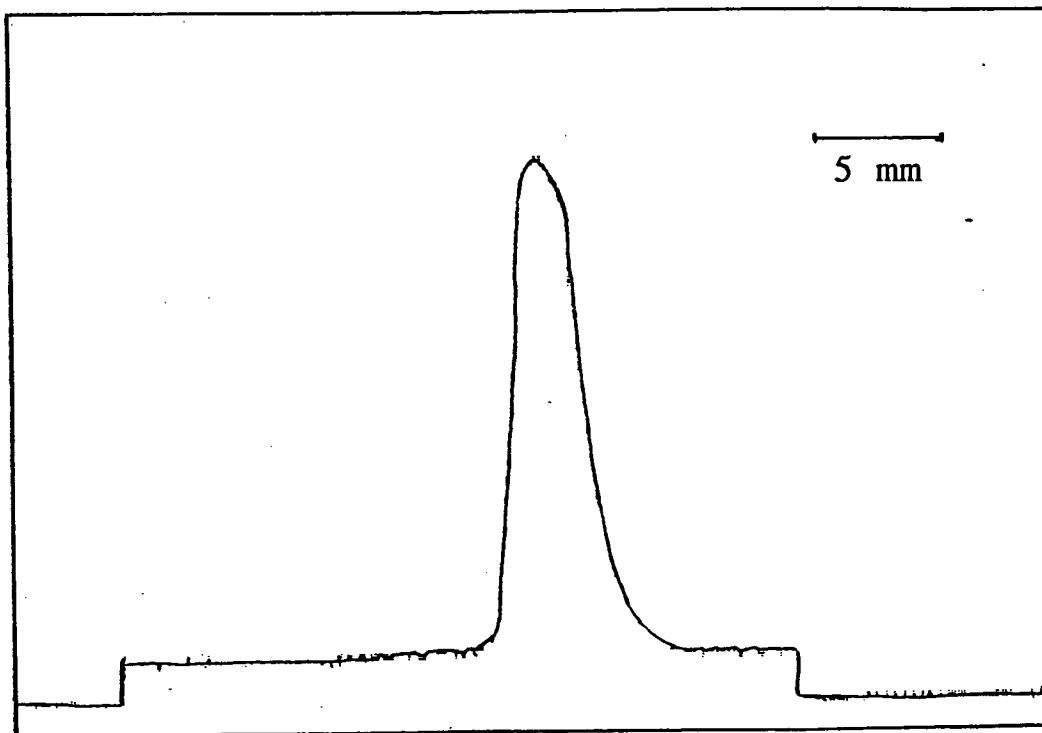
$$V = 4 \frac{I_+}{I_S} \hbar k \mu \left( \text{Arctg} \frac{\delta + \mu z}{\Gamma/2} + \text{Arctg} \frac{\delta - \mu z}{\Gamma/2} - 2 \text{Arctg} \frac{2\delta}{\Gamma} \right)$$

et si on ajoute l'effet du déséquilibre, il devient

a)



b)



*Figure 3 : Image du piège : l'asymétrie observée est due au déséquilibre et correspond à une direction de fuite privilégiée.*



$$V_D = \frac{I_+}{I_S} 4\hbar k \mu \left[ \text{Arctg} \frac{\delta + \mu z}{\Gamma/2} + \text{Arctg} \frac{\delta - \mu z}{\Gamma/2} - \frac{I_+ - I_-}{I_+} \text{Arctg} \frac{\delta - \mu z}{\Gamma/2} - \left( 2 - \frac{I_+ - I_-}{I_+} \right) \text{Arctg} \frac{2\delta}{\Gamma} \right]$$

Cette apparition d'une direction de fuite privilégiée liée à un déséquilibre d'intensité est en accord avec des observations expérimentales : si on regarde le nuage d'atomes piégés avec la caméra CCD, on voit en effet qu'il a une forme allongée et une espèce de traîne dans la direction correspondant à la bissectrice des ondes du plan horizontal et vers les miroirs de rétro-réflexion (fig. 3a). Comme le gradient vertical du champ magnétique est deux fois plus important que le gradient horizontal et donc le potentiel est deux fois plus élevé, il est compréhensible que les phénomènes de fuite apparaissent d'abord dans le plan horizontal. Cela se traduit sur la barrette de photodiodes par une asymétrie du profil spatial des atomes piégés (fig. 3b).

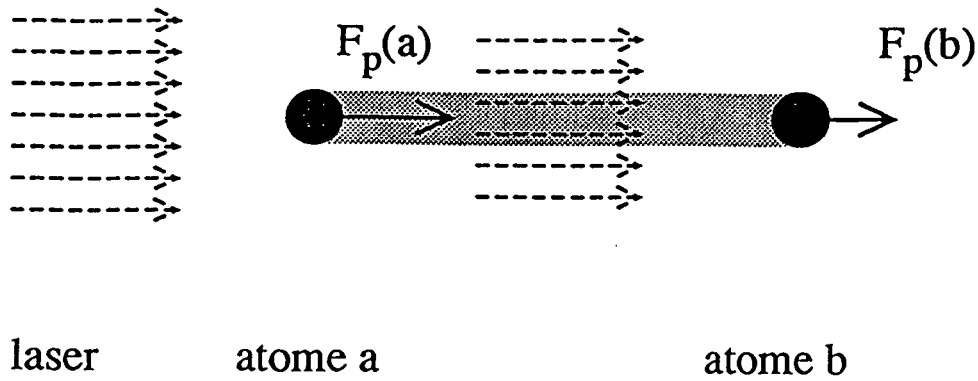
Passons maintenant aux forces qui font intervenir la densité d'atomes dans le piège.

## 2/ Force attractive : effet d'ombre

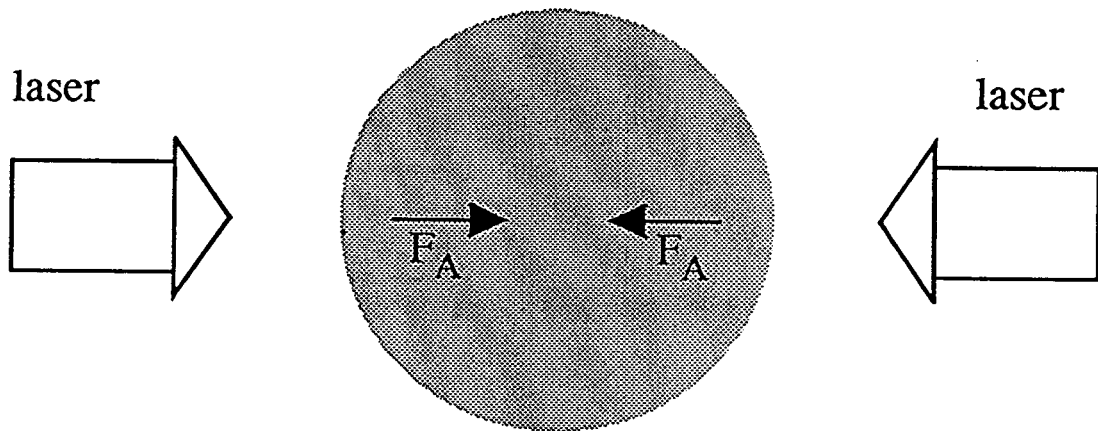
Cette force a été initialement exprimée dans le cas des mélasses optiques [11-12] et de sa prise en compte a été déduite la distribution d'atomes à l'équilibre.

Prenons deux atomes  $a$  et  $b$  dans une onde laser comme sur la figure 4. L'atome  $b$  voit une intensité laser moins importante que l'atome  $a$  car celui-ci diffuse une partie des photons laser. Par conséquent, l'atome  $b$  subit une force de pression de radiation  $\mathbf{F}_P(b)$  moins importante que l'atome  $a$ ,  $\mathbf{F}_P(a)$ . On peut donc dire qu'il y a entre l'atome  $a$  et l'atome  $b$  une force attractive  $\mathbf{F}_A(a-b) = \mathbf{F}_P(b) - \mathbf{F}_P(a)$ , car l'atome  $a$  "fait de l'ombre" à l'atome  $b$ .

Essayons, à une dimension, de chiffrer la force attractive qui résulte de cet effet, dans la configuration du piège magnéto-optique et pour une densité d'atomes  $n(z)$ . Gardons pour cela les mêmes notations que dans le paragraphe 1 mais sans plus tenir compte maintenant des facteurs de perte qui nous ont occupés alors. La force qui s'exerce sur un atome s'écrit :



*Figure 4 : Effet d'ombre de l'atome a sur l'atome b : l'atome b voit une intensité laser plus faible et est donc soumis à une force plus faible :  $F_p(b) < F_p(a)$ .*



*Figure 5 : Génération d'une force attractive vers le centre du nuage d'atomes par l'effet d'ombre.*

$$F = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{I_-/I_S}{\frac{\delta_-^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} - \frac{I_+/I_S}{\frac{\delta_+^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} \right) \hbar k$$

Mais nous allons maintenant tenir compte des variations des intensités dans l'espace dues à la présence des atomes.

$$I_+(z) = I_{+\infty} e^{-\int_z^{+\infty} n(z)\sigma dz} \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

$$I_-(z) = I_{-\infty} e^{-\int_{-\infty}^z n(z)\sigma dz} \quad \text{avec} \quad I_{-\infty} = I_{+\infty} e^{-\int_{-\infty}^{\infty} n(z)\sigma dz}$$

Les courbes d'absorption du faisceau sonde (cf. partie I-C) nous montrent, qu'à la fréquence du laser, l'absorption par le piège est faible. Nous pouvons donc développer linéairement les exponentielles des expressions ci-dessus et

$$I_+(z) = I_+(0) \left( 1 + \int_0^z n(z)\sigma dz \right)$$

$$I_-(z) = I_+(0) \left( 1 - 2 \int_{-\infty}^0 n(z)\sigma dz - \int_0^z n(z)\sigma dz \right)$$

Si l'on reporte cela dans l'expression de la force, on trouve à l'ordre le plus bas

$$F = \frac{\Gamma}{2} \left( \frac{I_+(0)/I_S}{\frac{\delta_-^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} - \frac{I_+(0)/I_S}{\frac{\delta_+^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} \right) \hbar k \quad \text{Force magnéto - optique Doppler}$$

$$-2 \frac{\Gamma}{2} \frac{I_+(0)/I_S}{\frac{\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} \hbar k \int_{-\infty}^0 n(z)\sigma dz \quad F'_D$$

$$-2 \frac{\Gamma}{2} \frac{I_+(0)/I_S}{\frac{\delta^2}{\Gamma^2} + \frac{1}{4}} \hbar k \int_0^z n(z)\sigma dz \quad F_A$$

Commentons brièvement ces deux forces supplémentaires :

La force  $F'_D$  ne dépend pas, à l'équilibre, de la position. C'est, comme dans le paragraphe 1, une force de déséquilibre dont l'effet est de déplacer le centre du piège dans la direction du miroir de rétro-réflexion. Elle est également liée à la rétro-réflexion mais a la particularité de dépendre du nombre d'atomes dans le piège : quand le nombre d'atomes piégés augmente, le centre du piège se déplace. Or expérimentalement, si le temps de chargement du piège est long (de l'ordre de plusieurs secondes), nous pouvons voir les modifications sur la taille et la forme du piège lorsque le nombre d'atomes augmente avec cette échelle de temps-là, sans que les paramètres du piège (intensité laser, désaccord, gradient du champ magnétique) ne varient. Et l'on constate que lorsque le nombre d'atomes croît, non seulement le piège augmente en volume mais aussi son centre se déplace vers les miroirs de rétro-réflexion.

La force  $F_A$  est la force attractive liée à une absorption différentielle en un point  $z$  entre les ondes venant de droite et de gauche en ayant éliminé toute différence d'intensité due à la rétro-réflexion : si  $z < 0$  l'onde venant de la droite a vu moins d'atomes sur son trajet donc est moins absorbée en  $z$  que l'onde venant de la gauche et vice-versa si  $z > 0$  (fig. 5). La force résultante pointe donc bien vers le centre du piège. A trois dimensions, nous pouvons l'écrire comme la somme des trois forces correspondant aux trois paires d'ondes, que nous prenons d'intensité égales :

$$F_A = -2\hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_S}{\delta^2 + \frac{1}{4}} \sigma \left( \int_0^x ndxe_x + \int_0^y ndye_y + \int_0^z ndze_z \right)$$

Nous avons déclaré dans l'introduction que ce chapitre II était motivé, entre autres, par la différence entre les tailles de piège prédites et celles observées : quel phénomène peut expliquer qu'il fasse jusqu'à plusieurs millimètres de diamètre ? Or pour l'instant, la force que nous avons présentée ici est une force attractive dont l'effet serait plutôt une contraction du piège. Venons-en donc à la force répulsive qui permet d'expliquer l'extension du nuage d'atomes.

### 3/ La diffusion multiple de photons [1,13]

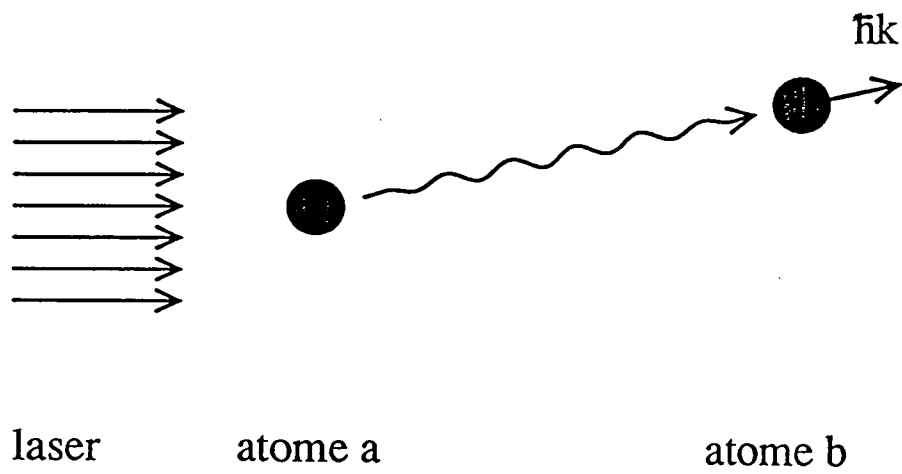
La diffusion multiple de photons, c'est-à-dire la possibilité pour un photon diffusé par un atome d'interagir avec un deuxième atome, ce que l'on peut encore appeler l'emprisonnement de radiation, a été initialement prise en compte par C. Wieman : la référence [1] montre qu'elle est à l'origine de forces à longue portée qui peuvent expliquer l'importance de la taille des pièges magnéto-optiques obtenus.

#### a) Expression de la force

Considérons deux atomes  $a$  et  $b$  éclairés par une onde laser. L'atome  $a$  diffuse des photons du laser et l'atome  $b$  peut absorber des photons diffusés par  $a$ . Si tel est le cas, l'atome  $b$  recule par rapport à l'atome  $a$  lorsqu'il absorbe le photon diffusé et sa quantité de mouvement change de  $\hbar k$  (fig. 6).

#### Remarque

Lors de ce processus, l'atome  $a$  a reculé de  $\hbar k$  par rapport à l'atome  $b$  lors de l'émission du photon de fluorescence qui sera absorbé par l'atome  $b$ . On peut donc penser que la variation de la quantité de mouvement est au total de  $2\hbar k$ . En fait, ce raisonnement revient à comptabiliser deux fois la force entre les deux atomes. Les arguments suivants montrent clairement que comptabiliser le recul de l'atome  $a$  est une erreur. En effet, cela revient à distinguer parmi les photons de fluorescence de l'atome  $a$  ceux qui seront réabsorbés par l'atome  $b$  de ceux qui ne le seront pas. Or, nous avons vu au début de ce mémoire que lorsqu'on détermine la force exercée par un laser sur un atome, on considère qu'il n'y a



**Figure 6** : Diffusion multiple : lorsque l'atome *b* absorbe un photon diffusé par l'atome *a*, il acquiert une quantité de mouvement  $\hbar k$  qui l'éloigne de l'atome *b*.

pas de force due à l'émission spontanée car les deux directions opposées d'émission étant équiprobables, la variation moyenne de l'impulsion est nulle. Si on a maintenant séparé les photons de fluorescence réabsorbés par l'atome  $b$  des autres, le diagramme de fluorescence des autres n'est plus symétrique ce qui conduit à une force opposée à celle qu'on obtient en tenant compte du recul de l'atome  $a$  pour la diffusion multiple. Ce que nous pouvons aussi formuler de la manière suivante : l'ensemble des photons de fluorescence de l'atome  $a$  conduit à une force moyenne nulle, quelque soit le destin ultérieur de ces photons (qu'ils soient absorbés par un autre atome ou non).

La force exercée sur l'atome  $b$  par un atome  $a$  distant de  $d$  est donc en  $\hbar k \frac{\sigma_d}{4\pi d^2} \Gamma \Pi_e$  où  $\Gamma \Pi_e$  est le nombre de photons de fluorescence émis par seconde par l'atome  $a$  et où, si  $\mathcal{I}(\omega')$  est la densité spectrale de rayonnement normalisée à 1 ( $\int \mathcal{I}(\omega') d\omega' = 1$ )  $\sigma_d$  s'écrit ainsi :

$$\sigma_d = \int d\omega' \mathcal{I}(\omega') \sigma(\omega') \quad \text{avec } \sigma(\omega') \text{ la section efficace d'absorption}$$

d'un photon de fréquence  $\omega'$

### Remarque

$\sigma(\omega')$  tient compte du fait que le diagramme d'absorption de l'atome est modifié par la présence de l'onde laser intense comme nous l'avons vu lors du calcul du spectre d'absorption du faisceau sonde dans la partie I-C.

Si on néglige les processus d'ordres supérieurs c'est-à-dire la possibilité pour un atome d'absorber un photon qui a été diffusé par  $n$  atomes ( $n \geq 2$ ), la force répulsive pour une densité  $n(\mathbf{r})$  d'atomes dans le piège est :

$$\mathbf{F}_R(\mathbf{r}) = \int \hbar k \Gamma \Pi_e \frac{\sigma_d}{4\pi} n(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 \mathbf{r}'$$

### Remarque

L'expression ci-dessus est analogue à l'expression de la force électrostatique exercée sur une particule en  $\mathbf{r}$  par une distribution de charges  $\rho(\mathbf{r}')$  : il suffit de remplacer  $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$  par  $\hbar k \Gamma \Pi_e \frac{\sigma_d}{4\pi}$  et  $\rho(\mathbf{r}')$  par  $n(\mathbf{r}')$ .

### b) Effet global sur le piège

Nous avons montré dans le paragraphe 2 l'existence d'une force attractive due à des différences d'absorption par une densité  $n$  d'atomes. Il nous faut donc maintenant déterminer quelle force prédomine : la force attractive ou la force répulsive liée à la diffusion multiple. Comme les expressions des forces sont compliquées, nous allons, pour simplifier, prendre leur divergence. En effet, si  $\mathbf{F}_T$  est la force totale, le signe de  $\text{div}\mathbf{F}_T$  indique la nature de la force : une force attractive (respectivement répulsive) aura une divergence négative (respectivement positive).

Or,

$$\text{div}\mathbf{F}_A = -3\hbar k \Gamma \frac{I/I_S}{\delta^2} \frac{1}{\Gamma^2 + \frac{1}{4}} \sigma n$$
$$\text{div}\mathbf{F}_R = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I_T/I_S}{\delta^2} \frac{1}{\Gamma^2 + \frac{1}{4}} \sigma_d n$$

Comme  $I_T$  est l'intensité totale, et  $I$  l'intensité pour une onde,  $I_T = 6I$  et donc la divergence de la force totale est :

$$\text{div}\mathbf{F}_T = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I_T/I_S}{\delta^2} \frac{1}{\Gamma^2 + \frac{1}{4}} n(\sigma_d - \sigma)$$

### Remarque

On notera que les expressions que nous donnons de  $\mathbf{F}_A$  et  $\mathbf{F}_R$  diffèrent d'un facteur 2 par rapport aux expressions de la référence [1]. Le facteur 2 sur  $\mathbf{F}_A$



provient de ce que l'intensité qui intervient au numérateur est celle d'un faisceau et non de deux, celui sur  $F_R$  correspond à notre première remarque du paragraphe 3a. Comme la différence est la même pour  $F_A$  et  $F_R$ , la force totale a la même forme que dans la référence [1], à un facteur multiplicatif 2 près.

La nature de la force dépend donc du signe de  $(\sigma_d - \sigma)$  : si  $\sigma_d > \sigma$  la force est répulsive. L'argument suivant peut rendre compte de cette différence des sections efficaces : les photons de fluorescence n'ont pas la même fréquence que les photons lasers et donc pas la même probabilité d'être absorbés. En effet, le diagramme de fluorescence (Fig. 7) d'un atome présente trois composantes - les composantes du triplet de Mollow [14,16] - l'une à la fréquence laser, la deuxième plus proche de résonance et la troisième plus éloignée. Cette deuxième composante, étant plus proche de résonance, est plus favorablement absorbée et peut donc rendre compte du fait que  $\sigma_d$  soit plus importante que  $\sigma$ .

Essayons maintenant d'évaluer  $\sigma_d$  afin, en particulier, de déterminer la dépendance avec le désaccord laser de la force totale.

### c) Evaluation de $\sigma_d$

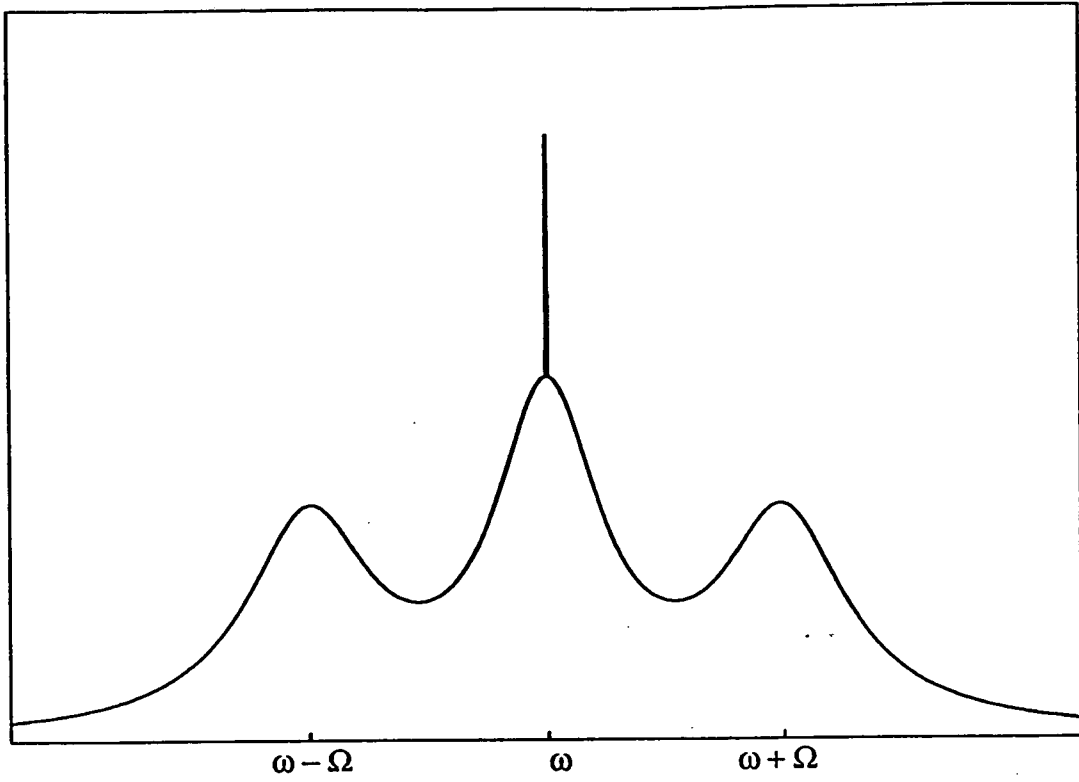
Les calculs qui permettent d'obtenir le triplet de fluorescence pour l'atome habillé sont très semblables à ceux que nous avons effectués pour déterminer le profil d'absorption du faisceau sonde. On trouve donc, en conservant les mêmes notations que dans la partie I-C [17] :

- deux raies latérales centrées respectivement en  $\omega_L + \Omega$  et  $\omega_L - \Omega$ , de largeur à mi-hauteur  $2\Gamma_{\cos} = \Gamma(1 + 2\cos^2\theta\sin^2\theta)$  et de poids chacune  $\cos^2\theta\sin^2\theta$ .

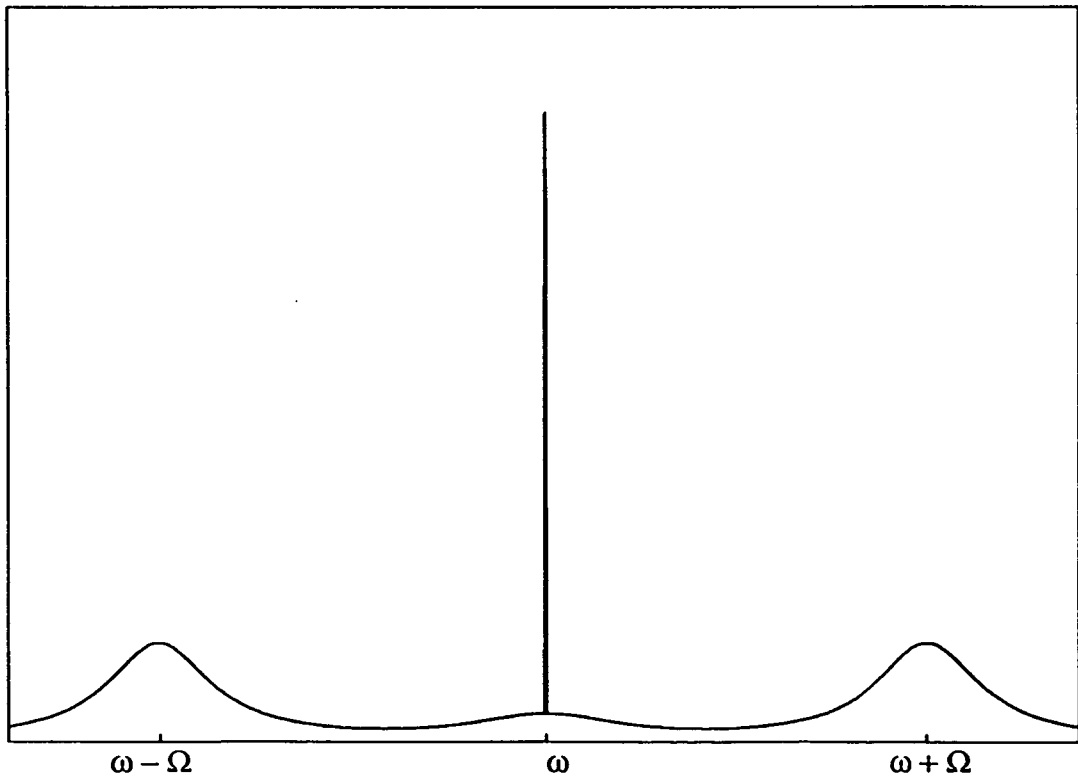
- une raie centrale à la fréquence laser qui elle-même a deux composantes :

. une composante élastique de poids  $\frac{(\cos^4\theta - \sin^4\theta)^2}{\cos^4\theta + \sin^4\theta}$

Triplet de Mollow pour  $\Omega_1=2\Gamma$  et  $\delta=-\Gamma$



Triplet de Mollow pour  $\Omega_1=2\Gamma$  et  $\delta=-3\Gamma$



*Figure 7* : Diagramme de fluorescence d'un atome soumis à une onde laser à la fréquence  $\omega$ . Le trait représente le pic de diffusion élastique.

. une composante inélastique de largeur  $2\Gamma_{\text{pop}} = 2\Gamma(\cos^4\theta + \sin^4\theta)$  et de poids  $\frac{4\cos^4\theta\sin^4\theta}{\cos^4\theta + \sin^4\theta}$

Le profil d'absorption quant à lui est donné par

$$\sigma(\omega') = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\Gamma}{2} \frac{\cos^4\theta - \sin^4\theta}{\cos^4\theta + \sin^4\theta} \left\{ \frac{\cos^4\theta\Gamma_{\text{coh}}}{(\delta' - \delta - \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} - \frac{\sin^4\theta\Gamma_{\text{coh}}}{(\delta' - \delta + \Omega)^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} \right\}$$

En ne considérant que le terme entre crochets de l'expression précédente, déterminons les contributions des différentes composantes :

– composante élastique	$\frac{(\cos^4\theta - \sin^4\theta)^3}{\cos^4\theta + \sin^4\theta} \frac{\Gamma_{\text{coh}}}{\Omega^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2}$
– composante inélastique	$\frac{4\cos^4\theta\sin^4\theta(\cos^4\theta - \sin^4\theta)}{\cos^4\theta + \sin^4\theta} \frac{\Gamma_{\text{coh}} + \Gamma_{\text{pop}}}{\Omega^2 + (\Gamma_{\text{coh}} + \Gamma_{\text{pop}})^2}$
– raies latérales	$\frac{1}{2}\cos^2\theta\sin^2\theta(\cos^4\theta - \sin^4\theta) \left( \frac{1}{\Gamma_{\text{coh}}} + \frac{\Gamma_{\text{coh}}}{\Omega^2 + \Gamma_{\text{coh}}^2} \right)$

On peut donc obtenir une expression de  $\sigma_d$  quels que soient l'intensité et le désaccord. Plaçons nous pour aller plus loin à grand désaccord, c'est-à-dire à  $|\delta| \gg \Gamma$  et  $|\delta| \gg \Omega_1$  et posons  $\varepsilon = \frac{\Omega_1^2}{\delta^2}$  et  $\alpha = \frac{\Gamma^2}{\delta^2}$ . On montre alors qu'à l'ordre le plus bas en  $\varepsilon$  et en  $\alpha$ , la différence des sections efficaces est

$$\sigma_d - \sigma = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\varepsilon}{8} = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{\Omega_1^2}{8\delta^2}$$

### Validité

Rappelons d'abord les hypothèses qui nous ont permis de mener à bien le calcul tant de la force attractive que de la force répulsive. Nous avons considéré un atome à deux niveaux immobile dans une onde laser d'intensité constante. Nous allons revenir sur ce point un peu plus loin mais avant cela, revenons sur le calcul de la force attractive. Nous avons fait, à ce moment-là, une hypothèse implicite qui est celle d'une faible saturation. Cette hypothèse n'est pas, en fait, nécessaire. Prendre une saturation quelconque revient

simplement à changer les deux dénominateurs :  $\left(\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}\right)$  dans l'expression de la force en  $\left(\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + \frac{I_T \Gamma^2}{I_S}\right)$ , et  $I_T$  ne dépend pas de la position dans le piège à l'ordre 1 et à une dimension car :

$$I_+(z) + I_-(z) = I_+(0) \left(1 + \int_0^z n(z') dz'\right) + I_+(0) \left(1 - \int_0^z n(z') dz'\right) = 2I$$

C'est en effet  $I_T$  qui intervient au dénominateur et non pas  $I$ . Les termes qui interviennent correspondent au nombre de photons échangés avec une onde par unité de temps : c'est, dans le cadre d'un atome à deux niveaux dans un champ laser constant, le nombre total de photons échangés multiplié par le rapport des intensités  $I/I_T$  donc

$$\frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_T} \frac{I_T/I_S}{\delta^2 + \frac{1}{4} + \frac{I_T}{I_S}} = \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_S}{\delta^2 + \frac{1}{4} + \frac{I_T}{I_S}}$$

La possibilité de rester à l'ordre 1, quant à elle, nous a été assurée par le fait qu'aux désaccords où nous travaillons l'absorption est faible c'est-à-dire  $\int_0^z n \sigma dz' \ll 1$ . Comme le montrent les profils d'absorption de la partie I-C, l'absorption à faible désaccord peut être importante et donc ceci impose que le désaccord soit grand devant la largeur du profil d'absorption :  $|\delta| \gg \frac{\Gamma}{2}$ .

Revenons maintenant sur l'hypothèse d'une intensité laser constante. L'intensité laser est en fait modulée dans l'espace avec une périodicité  $\lambda$ , et sa moyenne est  $I_T = 6I$ . Nous avons donc remplacé dans tous nos calculs l'intensité totale par sa valeur moyenne. Prenons l'exemple de la force de répulsion. La force exercée par un atome en  $\mathbf{r}'$  sur un atome en  $\mathbf{r}$  est

$$\int \hbar k \Gamma \Pi_e(\mathbf{r}') \mathcal{I}(\omega', \mathbf{r}') \sigma(\omega', \mathbf{r}) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\omega'$$

Il faut ensuite, pour obtenir la force exercée sur l'atome en  $\mathbf{r}$ , multiplier par  $n(\mathbf{r}')$  et intégrer sur  $\mathbf{r}'$ . On obtient donc une expression inextricable. On peut la simplifier en supposant qu'il y a deux échelles spatiales de variation, c'est-à-dire que la densité ne varie pas à l'échelle de la longueur d'onde et donc remplacer  $\int d\omega' \Pi_e(\mathbf{r}') \mathcal{I}(\omega', \mathbf{r}') \sigma(\omega', \mathbf{r})$  par sa valeur

moyenne qui peut être calculée numériquement. Mais il n'est pas impossible que la densité soit modulée à l'échelle de  $\lambda$  du moins au centre du piège où l'effet du champ magnétique est très faible. Des calculs théoriques montrent en effet que, à une dimension, dans une onde stationnaire modulée en intensité, la densité est modulée avec la même périodicité et présente des maxima au fonds des puits (là où l'intensité est minimale). Par ailleurs, il n'est pas justifié, à notre avis, de tenir compte des variations d'intensité si on néglige de toute façon les effets liés aux variations de polarisation du champ électrique et au pompage optique qui peut en résulter entre les sous-niveaux Zeeman de l'atome de césium. Le carré du coefficient de Clebsch-Gordan peut varier entre 1 et 45 pour la transition  $F = 4/F' = 5$  et il en est donc de même pour l'intensité effective d'une transition. Nous négligeons également dans le calcul de ces deux forces tout effet lié à la présence du champ magnétique et à la vitesse des atomes.

#### d) Distribution des atomes dans le piège

Restons donc dans le cadre des hypothèses que nous nous sommes fixées. Pour étudier l'état d'équilibre du piège, écrivons une équation de Fokker-Planck faisant intervenir la force supplémentaire  $F_T$  à laquelle nous nous intéressons. La probabilité  $\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  de trouver un atome en  $\mathbf{r}$  avec une impulsion  $\mathbf{p}$  obéit à l'équation :

$$\frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla \Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \Phi(\mathbf{r}) \frac{\partial \Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\alpha}{m} \frac{\partial \Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} + D \frac{\partial^2 \Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}^2}$$

où  $\Phi(\mathbf{r})$  est la force totale à laquelle est soumis l'atome. Supposons pour l'instant que le coefficient de diffusion n'est pas affecté par la force de répulsion. Nous pouvons alors chercher la distribution à l'équilibre sous la forme

$$\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = n(\mathbf{r}) \frac{e^{-\frac{p^2}{2mk_B T}}}{(2\pi mk_B T)^{3/2}} \quad \text{avec } k_B T = \frac{D}{\alpha}$$

La partie dépendant de la position obéit alors à l'équation :

$$\nabla n(\mathbf{r}) + \frac{1}{k_B T} \Phi(\mathbf{r}) n(\mathbf{r}) = 0$$

Soit encore

$$\nabla^2 \ln n(\mathbf{r}) = -\frac{1}{k_B T} \nabla \cdot \Phi(\mathbf{r})$$

$$\text{et } \nabla \Phi = 2\alpha \frac{\mu}{k} - \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I_T/I_S}{\delta^2 + \frac{1}{4} + \frac{I_T}{I_S}} (\sigma_d - \sigma) n$$

En posant, comme dans la partie I-A  $z_c^2 = \frac{k_B T}{\alpha \mu / k}$ , on trouve donc

$$\nabla^2 \ln n(\mathbf{r}) = -\frac{2}{z_c^2} \left( 1 - \frac{n(\mathbf{r})}{n_C} \right) \quad (E)$$

$$\text{avec } n_C = \frac{2\alpha \mu / k}{\hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I_T/I_S}{\delta^2 + \frac{1}{4} + \frac{I_T}{I_S}} (\sigma_d - \sigma)}$$

### Remarque

Dans la divergence de la force de rappel du piège nous avons un facteur 2 et non un facteur 3 car le gradient de champ magnétique est deux fois plus faible suivant les directions  $x$  et  $y$ . La force est donc  $\mathbf{F} = -\alpha \frac{\mu}{k} \left( \mathbf{z} + \frac{\mathbf{x}}{2} + \frac{\mathbf{y}}{2} \right)$ . Nous supposons toujours que la distribution des atomes a une symétrie imposée par le champ magnétique donc qu'en termes de dimension  $[x] = [y] = \sqrt{2}[z]$ .

#### • Cas $n = n_C$

$n_C$  est la densité maximale que peut atteindre le piège et une densité constante  $n = n_C$  est une solution possible. Mathématiquement cette solution n'est valable que si

$n = n_C$  dans tout l'espace. Mais la solution d'un piège de dimension finie à l'intérieur duquel  $n = n_C$  peut être une bonne approximation. La taille du piège est alors déterminée par le nombre d'atomes dans le piège. Conformément à la remarque ci-dessus, le piège a alors la forme d'un ellipsoïde  $z^2 + \frac{y^2}{2} + \frac{x^2}{2} = R^2$  et on a alors  $\frac{8}{3}\pi R^3 = \frac{N}{n_C}$ . Dans ce cas, si on accroît le nombre d'atomes dans le piège, on s'attend à ce que sa taille augmente sans que la densité change.

### Remarque

Revenons à la variation de la densité dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique que nous avons présentée à la fin du premier chapitre (I-C-3). Cette courbe peut très bien s'expliquer par les considérations ci-dessus. En effet, supposons que pour un certain gradient de champ magnétique on atteigne le régime où  $n = n_C$ . A un gradient plus élevé on augmente le nombre d'atomes dans le piège. La taille du piège augmente alors mais la densité reste égale à  $n_C$  et peut donc augmenter moins vite que le nombre d'atomes dans le piège.

Cette situation où  $n = n_C$  correspond physiquement à un équilibrage en tout point entre la force de répulsion et la force de rappel du piège.

#### • Cas $n < n_C$

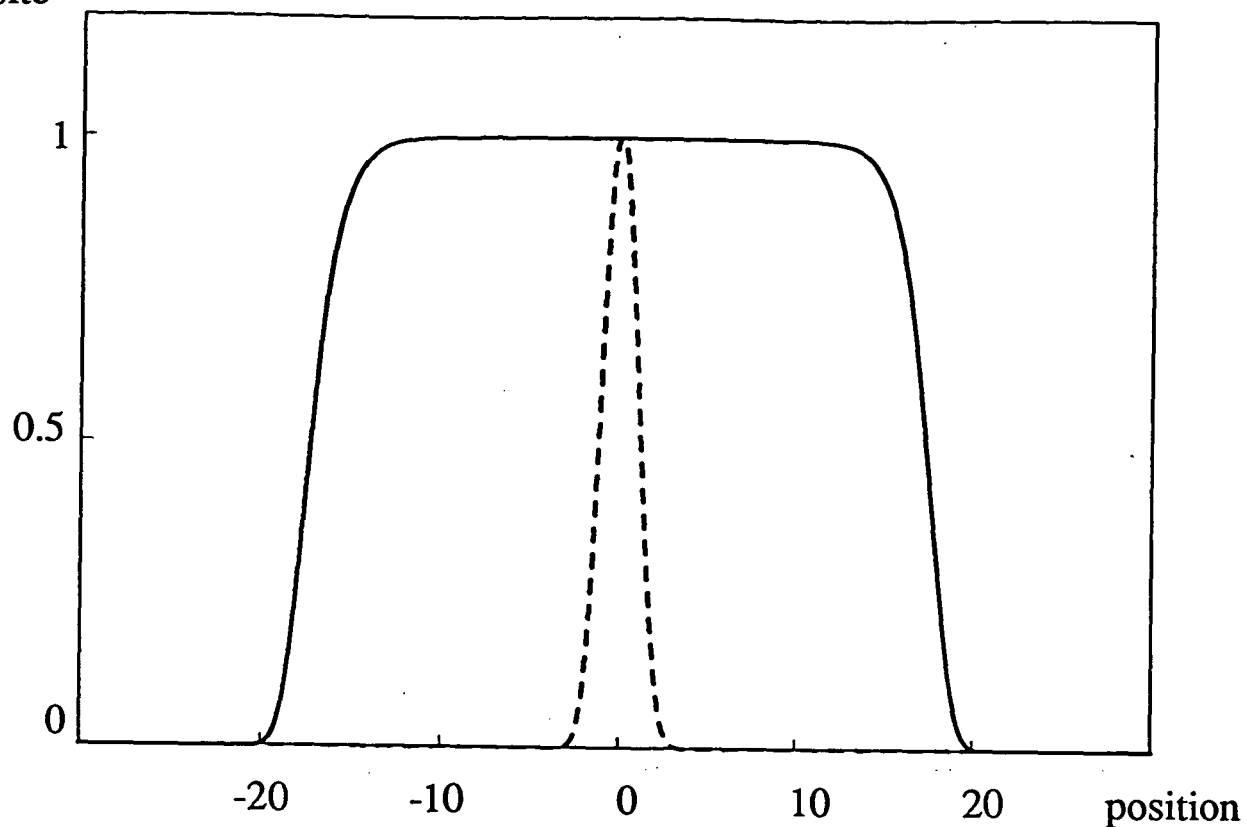
Seule une intégration numérique de l'équation (E) peut donner la forme exacte de la densité pour un nombre total d'atomes dans le piège donné. Mais nous allons essayer d'en donner une forme approchée. Plaçons nous pour cela dans le système de coordonnées  $z' = z$ ,  $x' = \frac{x}{\sqrt{2}}$ ,  $y' = \frac{y}{\sqrt{2}}$  et donc  $r' = x' + y' + z'$  et regardons les cas limites :

$\alpha)$  si  $n(0) = n_0 \ll n_C$  on peut négliger l'effet de répulsion et  $n(r') = n_0 e^{-\frac{r'^2}{2z_C^2}}$

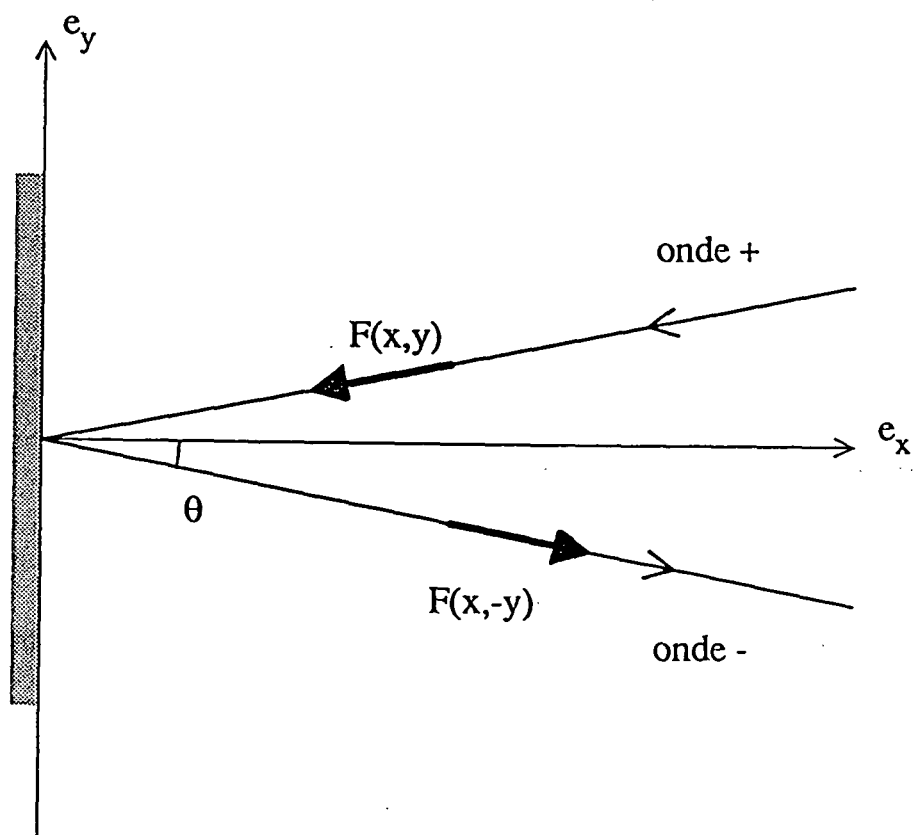
$\beta)$  si  $n_0$  est proche de  $n_C$

- Plaçons nous d'abord au voisinage de  $r' = 0$ . On peut alors supposer le terme

densité



*Figure 8 : Forme de la densité d'atomes dans le piège dans un régime dominé par la force de répulsion due à la diffusion multiple. La courbe en pointillés correspond à la distribution d'atomes dans le piège en l'absence de diffusion multiple.*



*Figure 9 : Apparition d'un moment cinétique lorsque les ondes aller et retour sont désalignées.*



source de l'équation  $E$  constant. Si on pose

$$\frac{1}{z_0^2} = \frac{1}{z_C^2} \left( 1 - \frac{n_0}{n_C} \right)$$

on trouve alors une gaussienne pour la densité :

$$n(\mathbf{r}') = n_0 e^{-\frac{r'^2}{2z_0^2}}$$

Cette expression de la densité est valable pour  $r' \ll z_0$ .

- Si maintenant nous nous situons au bord du piège, la densité devient faible devant  $n_C$  donc on se retrouve dans le cas  $\alpha$ .

En résumé, la densité a grosso-modo la forme d'une gaussienne de rayon  $z_0$  mais avec des ailes plus abruptes : les ailes d'une gaussienne de rayon  $z_C$  (fig. 8).

La force de rappel est quasiment compensée au centre du piège par la force de répulsion. Le potentiel est donc aplati sur une distance de l'ordre de  $z_0$  pour se raccorder au potentiel non modifié par la répulsion sur les bords extérieurs du piège. Le potentiel résultant est non-harmonique.

#### 4/ Effet d'un désalignement des faisceaux retours

Expérimentalement, nous constatons que la forme du piège est sensible au réglage des faisceaux retours. En changeant ces réglages, on modifie la forme du piège mais nous n'avons pas obtenu de formes aussi bien définies et caractéristique que l'équipe de C. Wieman. Celle-ci a observé des anneaux ou des nuages satellites autour d'un nuage central [13]. Dans notre cas, il s'agirait plutôt de variations autour du thème de la boule. Et sans voir apparaître de structure caractéristique, nous remarquons qu'à faible nombre d'atomes le piège a une forme ellipsoïdale stable alors que, lorsque le nombre d'atomes dans le piège augmente, des instabilités apparaissent et la forme est moins bien définie. Deux explications à cette différence s'offrent à nous. La première réside dans la pureté des conditions expérimentales. Dans l'article Sesko et al [13] les auteurs utilisent en effet des faisceaux

spatialement filtrés, ce qui n'est pas notre cas, compensent soigneusement le champ magnétique terrestre afin d'avoir un potentiel aussi proche d'un potentiel harmonique que possible, et vérifient soigneusement que l'intersection des faisceaux coïncide avec le zéro du champ magnétique. Dans notre cas, comme nous le verrons dans la partie B, nous utilisons des champs magnétiques résiduels afin de compenser des déséquilibres d'intensité des faisceaux. Mais la différence essentielle, sur laquelle repose la seconde explication possible, vient du mode de remplissage du piège. L'observation de ces formes particulières du nuage d'atomes a été effectuée sur un piège magnéto-optique rempli, dans une direction bien définie, par un jet ralenti d'atomes de césium. Cette technique a l'avantage de permettre de choisir le nombre d'atomes mis dans le piège. Le remplissage s'effectue en effet à partir d'une source (le jet) qui peut être présente ou non le temps que l'on choisit. Et les phénomènes observés apparaissent pour des nombres d'atomes dans le piège de plusieurs  $10^8$ . Dans notre montage en cellule, qui a par ailleurs le mérite d'être d'une grande simplicité, le remplissage s'effectue suivant toutes les directions de l'espace et nous pouvons plus difficilement contrôler le nombre d'atomes dans le piège pour des conditions (intensité, désaccord, gradient du champ magnétique) données puisque ce nombre résulte d'un équilibre entre remplissage par la vapeur de césium et fuite par collisions. A vrai dire, si nous ne pouvons pas dépasser un nombre d'atomes maximal sur lequel nous avons peu de prise, nous pouvons diminuer le nombre d'atomes dans le piège de plusieurs façons : soit en diminuant le diamètre des faisceaux, soit en travaillant en pulsé (lorsqu'on branche le piège, le nombre d'atomes augmente de 0 à  $n_{\max}$  avec un temps caractéristique qui peut-être de plusieurs secondes), soit encore en désaccordant le repompeur c'est-à-dire en diminuant son efficacité. Cette dernière méthode repose sur la prise en compte du terme de pertes par pompage optique dans le niveau fondamental  $F = 3$ . Notons tout de même que si le temps caractéristique de repompage est du même ordre de grandeur que ou long devant le temps caractéristique d'évolution des atomes dans le piège (quelques dizaines de millisecondes), la dynamique du piège en est probablement affectée : trop désaccorder le repompeur n'est donc pas anodin.

Sans entrer dans le détail des calculs présentés dans la référence [13], essayons de donner brièvement l'origine physique de cette dépendance de la forme du piège avec l'alignement des faisceaux et de l'apparition de structures particulières comme les anneaux. L'origine est la présence de forces de torsion lorsque les faisceaux sont désalignés (fig. 9). En effet, en  $\pm y$  l'onde  $\pm$  est plus intense que l'onde  $\mp$  et on peut montrer qu'il en résulte une force de la forme :  $-\beta y e_x$ . De plus, les pressions de radiations exercées par les onde

+ et - ne sont pas colinéaires : il y a ainsi une composante de la force sur l'axe  $y$  de la forme  $\sin\theta (\alpha v_x + \kappa x) \mathbf{e}_y$ . Un désalignement est donc à l'origine de l'apparition d'un moment cinétique. On peut alors montrer, par exemple, la possibilité d'existence d'anneaux autour d'un noyau central si l'on tient compte, et c'est essentiel ici, de la force de répulsion qu'exerce le noyau central. Cette force de répulsion est une force à longue portée : c'est la force due à la diffusion multiple de photons.

## B - ATOME AVEC MULTIPLICITE ZEEMAN : LES NOUVEAUX MECANISMES

L'étude des mélasses optiques a montré qu'on ne pouvait négliger la structure interne des atomes. Leur comportement relève en effet non pas des mécanismes Doppler mais de nouveaux mécanismes faisant intervenir la multiplicité Zeeman de l'atome. On peut distinguer deux types de nouveaux mécanismes : ceux faisant intervenir une rotation de la direction de polarisation de la lumière et ceux faisant intervenir des gradients d'ellipticité de la polarisation. Les deux types de mécanismes conduisent à des températures comparables et qui présentent les mêmes variations avec l'intensité et le désaccord laser. Nous nous intéressons pour commencer au premier type de nouveaux mécanismes car, à une dimension, la limite du piège magnéto-optique quand le gradient de champ magnétique tend vers zéro est une mélasse à gradient de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$ . Après avoir rappelé le principe des nouveaux mécanismes avec gradient de polarisation dans le cas  $\sigma^+/\sigma^-$ , nous verrons comment le champ magnétique intervient et en tirerons les conséquences pour le piège magnéto-optique. Le paragraphe 2b présentera donc, à une dimension, une réinterprétation du piège magnéto-optique en termes de mécanismes sub-Doppler. Enfin, nous dirons quelques mots sur les mécanismes des mélasses avec gradient d'ellipticité et sur leur intérêt dans notre situation.

### 1/ Principe d'une mélasse $\sigma^+/\sigma^-$ [8,9,18]

#### a) Etat stationnaire pour un atome immobile

Considérons, à une dimension, un atome immobile dans un champ laser constitué d'une onde  $\sigma^+$  se propageant suivant  $+\mathbf{e}_z$  et d'une onde  $\sigma^-$ , de même intensité, se propageant suivant  $-\mathbf{e}_z$ , toutes deux désaccordées sur le rouge de la résonance atomique ( $\delta < 0$ ). Afin d'obtenir des expressions analytiques et de mettre en évidence les phéno-

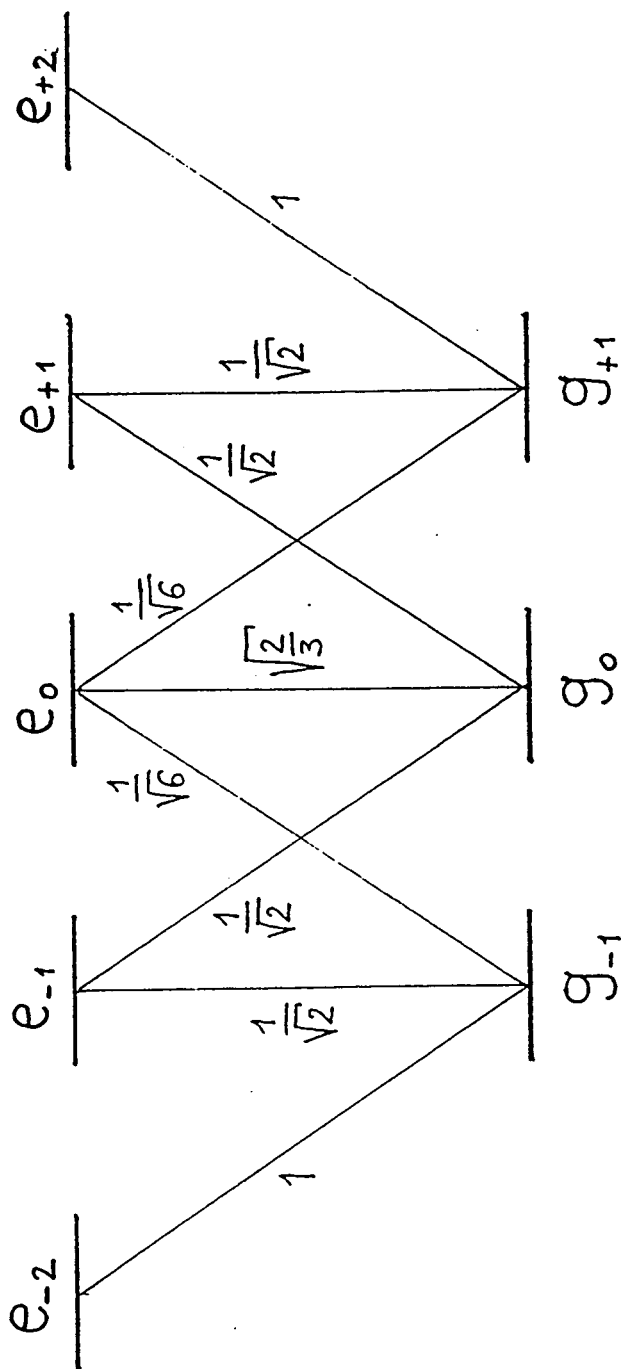


Figure 1 : Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $F = 1/F' = 2$ .

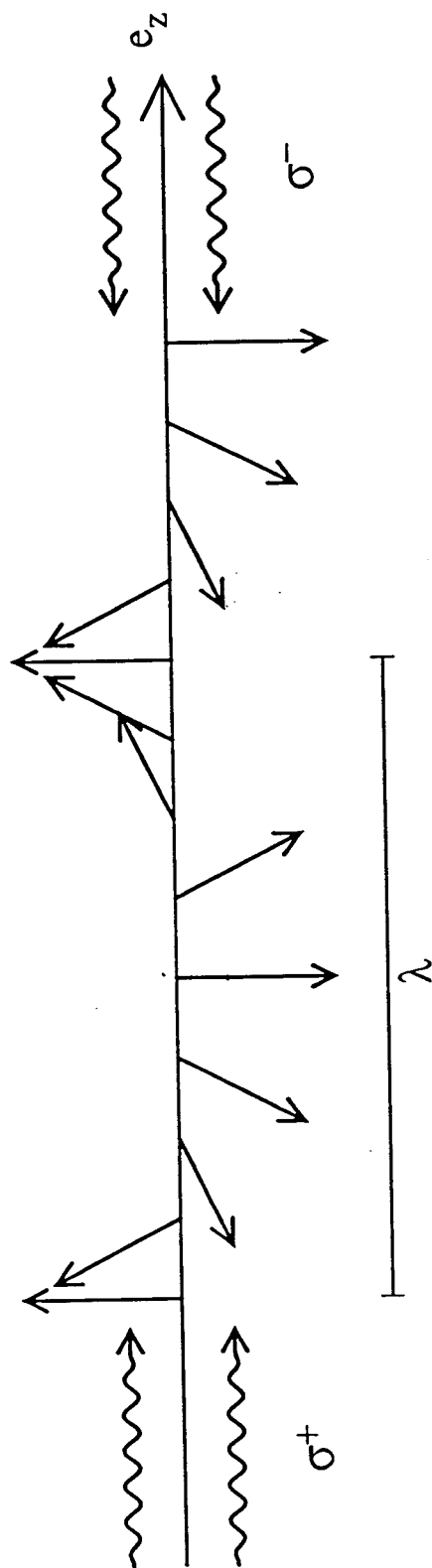


Figure 2 : Rotation de la direction de polarisation le long de l'axe  $z$ . Les extrémités des vecteurs polarisation forment une hélice de pas  $\lambda$ .

mènes physiques, nous nous intéressons à une transition  $F = 1/F' = 2$  (fig. 1) et non pas  $F = 4/F' = 5$ .

### $\alpha$ ) Champ laser

Le champ laser total en un point  $z$  est :

$$E(z, t) = E^+(z)e^{-i\omega t} + E^-(z)e^{i\omega t} \quad \text{avec} \quad E^-(z) = (E^+(z))^+$$

$$\text{et } E^+(z) = E_0 \left( e^{ik(z+d)} \frac{\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} + e^{-ik(z+d)} \frac{\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y}{\sqrt{2}} \right)$$

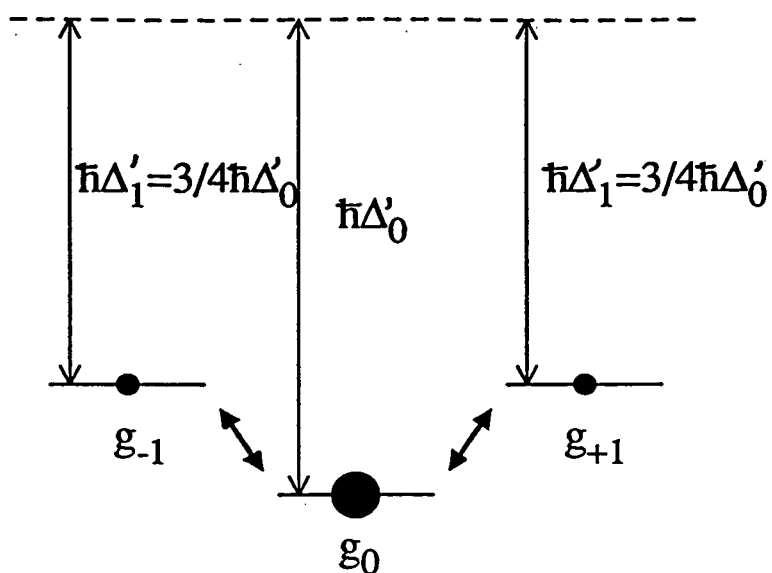
On note ici  $e^{2ikd}$  le facteur de phase entre l'onde incidente et l'onde réfléchie. On a donc :

$$E^+(z) = \sqrt{2}E_0 (\cos k(z+d)\mathbf{e}_x - \sin k(z+d)\mathbf{e}_y)$$

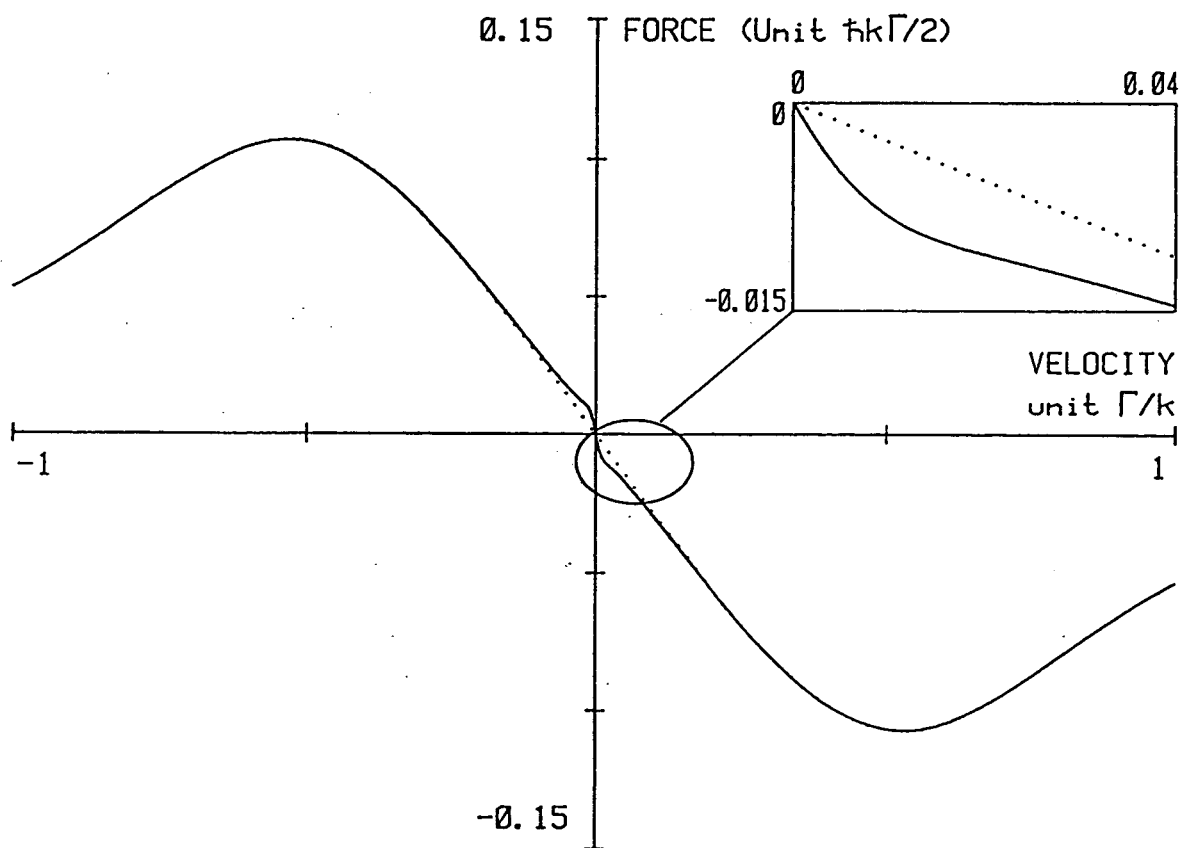
La polarisation est donc linéaire en tout point et tourne dans l'espace : l'extrémité du vecteur de polarisation  $\epsilon(z)$  forme une hélice, d'axe  $Oz$  et de pas la longueur d'onde  $\lambda$ .

### $\beta$ ) Etat interne de l'atome

Prenons en tout point  $z$  l'axe défini par la polarisation  $\epsilon(z)$  comme axe de quantification. Les sous-niveaux Zeeman sont déplacés par la lumière, qui dans la base choisie, est  $\pi$ . A cause des différentes valeurs des coefficients de Clebsch-Gordan, les déplacements lumineux sont différents pour des  $m$  différents. Le sous-niveau  $m = 0$  est le plus déplacé, son déplacement lumineux est  $\frac{2}{3}\hbar\delta'$  avec  $\delta' = \delta\frac{s}{2}$  et  $s$  le paramètre de saturation total



**Figure 3** : Apparition de déplacements lumineux et de populations différentes pour les sous-niveaux Zeeman. On prend comme axe de quantification la direction de la polarisation.



**Figure 4** : Force dans une mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$  en fonction de la vitesse. La courbe en pointillés représente la force Doppler ; la courbe en trait plein représente la force tenant compte des nouveaux mécanismes dont le rôle est essentiel à faible vitesse. On a ici  $\Omega_1 = \frac{\Gamma}{4}$  et  $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$ .

( $s = 2s_0$  où  $s_0$  est la saturation pour une seule onde) ; les sous-niveaux  $m = \pm 1$  sont également déplacés et leur déplacement est moindre :  $\frac{1}{2} \hbar \delta'$ . Les populations stationnaires des sous-niveaux Zeeman pour un atome au repos sont elles aussi différentes : le niveau  $m = 0$  est le plus peuplé :  $\Pi_0 = \frac{9}{17}$ , les niveaux  $m = \pm 1$  ont des populations identiques et égales à  $\frac{4}{17}$  (fig. 3).

### Remarque

Si les niveaux d'énergie ne dépendent pas de la position, il y a en revanche rotation des fonctions d'ondes associées le long de l'axe  $Oz$ .

### b) Atome de vitesse $v$

#### $\alpha$ ) Passage dans le référentiel tournant

Lorsqu'il se déplace à la vitesse  $v$ , l'atome voit au cours de son mouvement une polarisation qui tourne avec une vitesse angulaire  $kz = kv$ . Faisons alors un changement de référentiel : plaçons-nous dans un référentiel tournant dans lequel la polarisation reste suivant une direction fixe. Cela revient à appliquer une transformation unitaire  $T(t) = e^{-\frac{ikvt}{\hbar} J_z}$ . L'équation d'évolution du système devient alors :

$$-i\hbar \frac{d|\psi'\rangle}{dt} = (H'_0 + V) |\psi'\rangle$$

où :



$$\left\{ \begin{array}{l} |\psi'\rangle = T|\psi\rangle \\ H'_0 = TH_0T^+ \\ \text{et } V = i\hbar \left( \frac{dT}{dt} \right) T^+ = kvJ_z \end{array} \right.$$

Il apparaît donc un terme de couplage entre sous-niveaux Zeeman dû à la vitesse. Ce terme de couplage est analogue à celui qui créerait un champ magnétique statique suivant l'axe  $z$ .

*β) Apparition d'une orientation dans l'état fondamental : force de friction*

Même si des calculs peuvent être effectués avec une plus grande généralité, supposons que  $|\delta'| \gg \Gamma$  et  $|\delta'| \gg |kv|$  ce qui permet de traiter perturbativement le couplage  $V$ . On peut alors montrer qu'il apparaît, à l'ordre le plus bas, une orientation. Le calcul de  $\langle J_z \rangle_{st}$  donne en effet  $\langle J_z \rangle_{st} = \frac{60}{17} \frac{\hbar kv}{\delta'}$ . Par conséquent, si on revient dans la base des états avec  $Oz$  comme axe de quantification, les sous-niveaux Zeeman  $m = +1$  et  $m = -1$  n'ont plus la même population :  $\Pi_{+1} - \Pi_{-1} = \frac{60}{17} \frac{kv}{\delta'}$ .

Pour comprendre comment cette différence de population peut donner lieu à une force de friction, supposons que l'atome se déplace vers les  $z > 0$  c'est-à-dire  $v > 0$ . Comme le désaccord est négatif,  $\delta' < 0$  et donc  $\Pi_{+1} < \Pi_{-1}$  : le sous-niveau  $m = -1$  est donc plus peuplé que le sous-niveau  $m = +1$ . Or, un atome pompé dans le sous-niveau  $m = -1$  absorbera préférentiellement des photons  $\sigma^-$  car le carré du coefficient de Clebsch-Gordan est 6 fois plus important sur la transition  $\sigma^-$  que sur la transition  $\sigma^+$ . L'inégalité  $\Pi_{-1} > \Pi_{+1}$  a donc pour conséquence que l'atome absorbera plus de photons  $\sigma^-$  suivant  $-e_z$  que de photons  $\sigma^+$  suivant  $+e_z$ . Il sera donc freiné. L'ordre de grandeur de cette nouvelle force de friction est donné par :

$$F \simeq (\Pi_{+1} - \Pi_{-1}) \hbar k \Gamma' \simeq \hbar k^2 \frac{\Gamma'}{\delta'} v$$

c) Calcul complet : domaine de validité

Nous avons donné ici un aperçu des nouveaux mécanismes  $\sigma^+/\sigma^-$  mettant en relief les points clés des calculs et les phénomènes physiques associés. Toujours avec une approche semi-classique (en traitant classiquement la vitesse de l'atome), des calculs plus complets peuvent être faits [8].

Si l'on se restreint au cas des faibles saturations,  $s \ll 1$ , on trouve deux domaines pour la force (fig. 4). Dans le premier, si  $|kv| \lesssim |\delta'|$ , la force provenant des nouveaux mécanismes prédomine. Dans le second, on retrouve la force Doppler habituelle. La force pour les faibles vitesses s'écrit donc :

$$f = -\alpha v$$

$$\alpha = \frac{120}{17} \frac{-\delta\Gamma}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \hbar k^2$$

Par ailleurs, le calcul du coefficient de diffusion donne :

$$D = \hbar^2 k^2 \Gamma s \left[ \frac{58}{170} + \frac{36}{17} \frac{5\Gamma^2}{4\delta^2 + 5\Gamma^2} \right]$$

Et la température d'équilibre est :

$$k_B T = \frac{\hbar \Omega^2}{|\delta|} \left[ \frac{29}{300} + \frac{254}{75} \frac{\Gamma^2/4}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \right]$$

où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi pour une seule onde.

Donc, dans la limite  $|\delta| \gg \Gamma$ , on trouve :

$$\alpha = \frac{30}{17} \frac{\Gamma}{\delta} \hbar k^2$$

$$k_B T = \frac{29}{300} \frac{\hbar \Omega^2}{|\delta|}$$

Seul un calcul complètement quantique [19,20] où le mouvement externe est lui aussi quantifié, peut donner la limite basse des températures, mais, dans la mesure où des processus aléatoires d'absorption-émission spontanée interviennent, une limite naturelle est donnée par  $k_B T_R = E_R$  où  $E_R$  est l'énergie du recul dû à un seul photon.

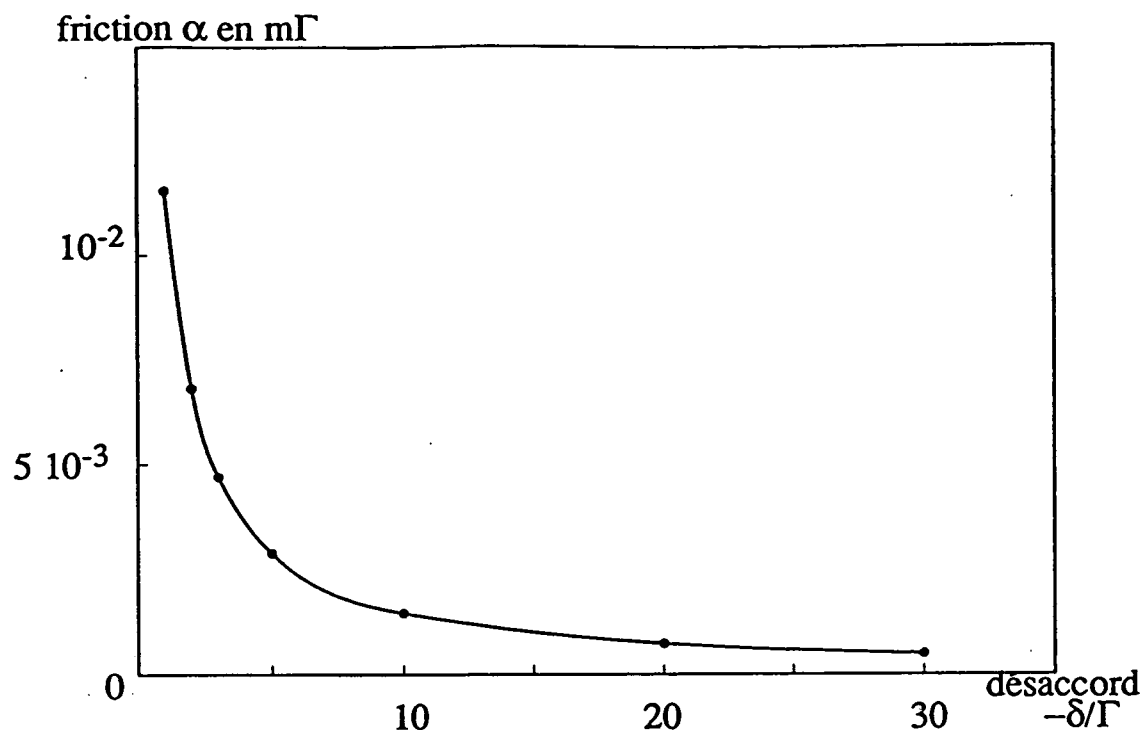


Figure 5 : Coefficient de friction en unité de  $m\Gamma$  en fonction du désaccord.  $\alpha$  est calculé numériquement pour une transition  $F = 4/F' = 5$ , avec  $\Omega_1 = \Gamma$ .

Température en  $\mu\text{K}$

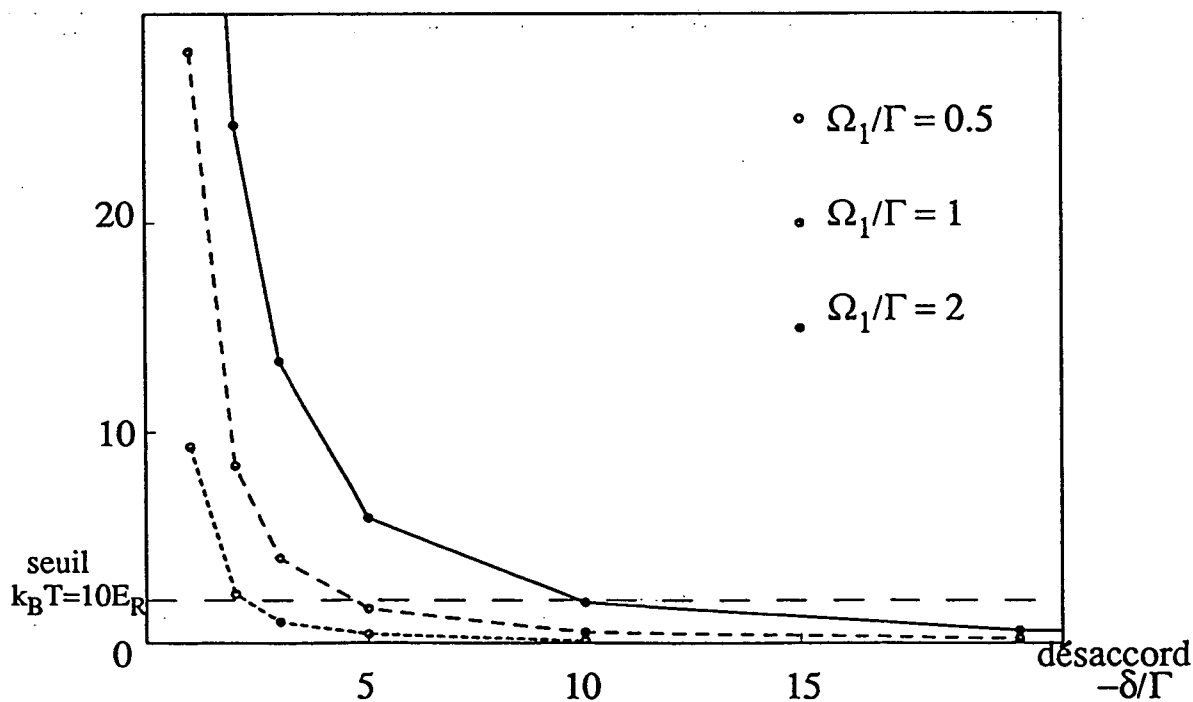


Figure 6 : Température dans la mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$  à une dimension, en fonction du désaccord. Elle est calculée numériquement pour une transition  $F = 4/F' = 5$ , pour trois intensités différentes :  $\Omega_1 = 0,5\Gamma$  (tirets rapprochés),  $\Omega_1 = \Gamma$  (tirets espacés) et  $\Omega_1 = 2\Gamma$  (trait plein).

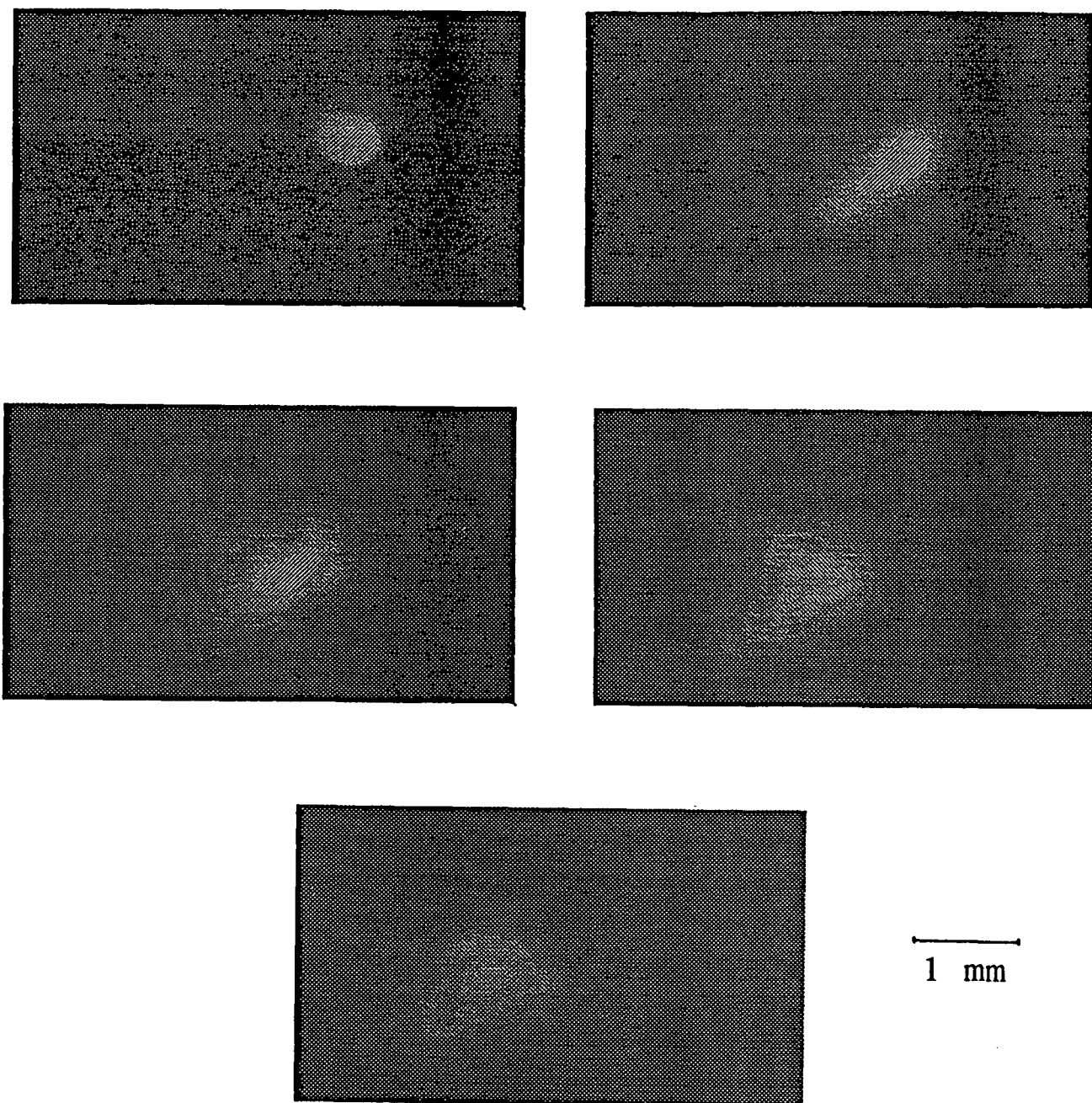
Ce que nous voudrions souligner ici, ce ne sont pas les valeurs des différentes quantités mais leurs variations avec le désaccord et l'intensité. Pour  $s \ll 1$  et  $|\delta| \gg \Gamma$ , nous avons un coefficient de friction  $\alpha$  qui ne dépend pas de l'intensité et qui est inversement proportionnel au désaccord, et une température proportionnelle à l'intensité et inversement proportionnelle au désaccord.

Du reste, les valeurs que nous avons données ici correspondent à une transition  $F = 1/F' = 2$  et non pas  $F = 4/F' = 5$ . De plus, lorsqu'on approche de la température de recul  $T_R$ , le traitement semi-classique n'est plus valable puisqu'à  $T = T_R$  la longueur de de Broglie de l'atome est égale à la longueur d'onde du laser. Des calculs purement quantiques [19,20] ont été faits sur la transition  $F = 4/F' = 5$ . Le mouvement de l'atome est alors traité quantiquement. Le calcul repose sur l'introduction de familles d'états qui sont des familles fermées du point de vue de l'absorption et de l'émission stimulée. Par exemple, sur la transition  $F = 1/F' = 2$ , la famille  $\mathcal{F}(p) = \{|e_{-2}, p - 2\hbar k\rangle, |g_{-1}, p - \hbar k\rangle, |e_0, p\rangle, |g_{+1}, p + \hbar k\rangle, |e_{+2}, p + 2\hbar k\rangle\}$ . Les transferts entre familles sont alors uniquement dûs à l'émission spontanée et la matrice densité est diagonale par blocs : les éléments de matrice de l'opérateur densité entre deux états n'appartenant pas à la même famille sont en effet nuls. Les résultats de ces calculs sont présentés sur les figures 5 et 6. Ce sont ces valeurs que nous utiliserons à plusieurs reprises par la suite, pour obtenir, par exemple, une évaluation de la taille du nuage d'atomes piégés.

## 2/ Effet du champ magnétique

### a) Effet d'un champ constant [2,4]

Nous avons vu ci-dessus que l'effet de la vitesse dans la configuration laser  $\sigma^+/\sigma^-$  était d'ajouter un terme de couplage  $V = kvJ_z$  qu'on peut interpréter en terme de champ magnétique fictif le long de l'axe  $Oz$ . Si maintenant on ajoute un champ magnétique réel le long de l'axe  $z$ , il donne naissance à un couplage  $v' = \omega_L J_z$  où  $\omega_L$  est la fréquence de



*Figure 7 : Dérive de la mélasse sous l'effet d'un champ magnétique résiduel  $B$  homogène : le nuage d'atomes s'étend tout en partant dans la direction définie par le champ magnétique.*

Larmor associée à ce champ magnétique. Le couplage total est donc :

$$V_T = k(v + v_B) J_z \quad \text{avec} \quad v_B = \omega_L/k$$

Il convient donc de remplacer dans l'expression de la force  $v$  par  $v + v_B$ . On obtient donc une force de la forme  $f = -\alpha(v + v_B)$  avec comme condition de validité  $|k(v + v_B)| \ll |\delta'|$ . On obtient donc une mélasse se déplaçant à une vitesse  $-v_B$ . Au lieu d'être refroidie autour de la vitesse nulle, la distribution de vitesse est refroidie autour de la vitesse  $-v_B$ .

Ce résultat a été testé à une dimension sur un jet de Rubidium [4]. Une mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$  était appliquée transversalement au jet et un champ magnétique parallèlement à l'axe de la mélasse. La quantité mesurée était alors la déflexion du jet et la largeur de la distribution transverse en vitesse. Les résultats présentés dans la référence [4] font état d'une déflexion proportionnelle au champ magnétique et d'un refroidissement sub-Doppler autour de cette vitesse de déflexion, en bon accord avec les prédictions que l'on peut déduire des mécanismes que nous avons décrits.

Dans le piège magnéto-optique, un champ constant a juste pour effet de déplacer le zéro du champ magnétique donc le centre du piège. La question est de savoir comment intervient un gradient de champ magnétique. Cependant, lorsqu'on coupe le champ magnétique du piège, nous nous retrouvons en situation de mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$ , et il peut y avoir un champ magnétique résiduel. En toute honnêteté, nous ne disposons pas de prédictions sur le comportement de la mélasse à trois dimensions. Cependant, si on suppose que les résultats à une dimension ne sont pas affectés ou encore que la situation à trois dimensions généralise suivant les trois directions de l'espace la situation à une dimension, on peut s'attendre à ce que la mélasse se déplace dans la direction du champ magnétique résiduel, à une vitesse proportionnelle à celui-ci. Mais nous n'avons pas fait d'étude quantitative pour deux raisons. La première est que l'observation à trois dimensions est difficile : nous intégrons en fait suivant une dimension lorsque nous observons la fluorescence du piège avec une caméra CCD et la cadence d'acquisition des images (une toutes les 20 ms) ne nous permet pas une grande précision. La seconde est que lorsque le piège magnéto-optique est coupé la mélasse s'étend spatialement à cause d'une part de la diffusion, et d'autre part de la force de répulsion que nous avons mise en évidence dans la partie A et qui n'est plus équilibrée par le gradient de champ magnétique lorsque le piège est coupé. Il est difficile d'observer un objet qui change de forme en même temps qu'il se déplace, d'autant plus que l'extension de la mélasse obéirait à une équation compliquée. Nous nous sommes donc

restreints à une étude qualitative.

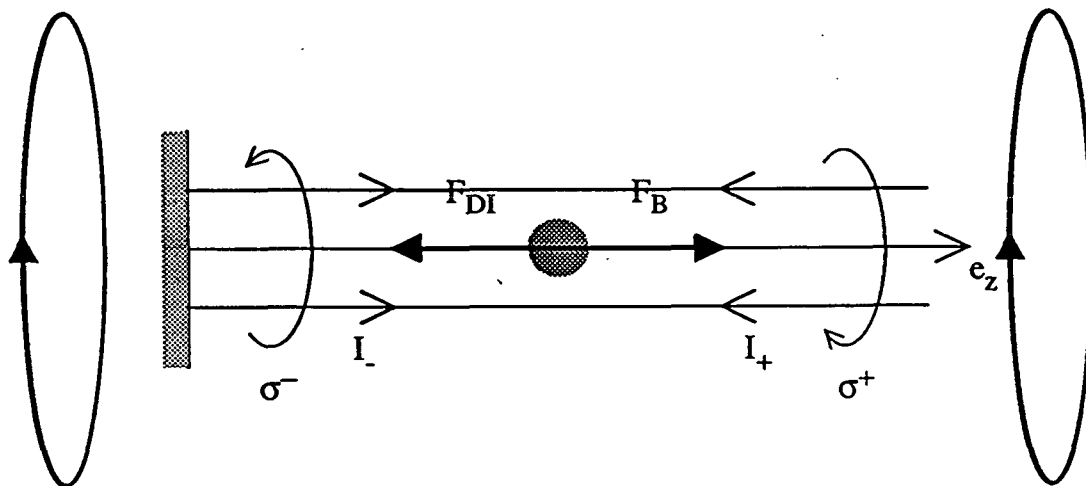
Nous pouvons changer le champ magnétique résiduel en variant le courant dans les bobines de compensation du champ terrestre. Nous avons ainsi vérifié que la mélasse partait dans la direction définie par le champ magnétique lors de la coupure du piège magnéto-optique (fig. 7). Plus précisément — à cause des problèmes géométriques qu'engendre l'observation à deux dimensions par une caméra, la vérification précédente n'est qu'approximative — nous avons vu qu'en changeant le signe du champ magnétique on inversait la direction de départ de la mélasse. De plus, nous avons vérifié que la mélasse se déplaçait d'autant plus rapidement que le champ magnétique appliqué était fort en module.

Ces diverses constatations ont une application pratique intéressante pour le reste de nos expériences. Elles nous permettent en effet de régler les champs magnétiques résiduels, via les courants des bobines de compensation, pour que les atomes restent le plus longtemps possible en  $r = 0$ . Nous pouvons donc maximiser le temps d'interaction pour des expériences où nous avons besoin de couper le champ magnétique piège. La sensibilité sur le champ magnétique pour garder la mélasse en  $r = 0$  est d'environ 20 mG, ce qui correspond à une vitesse de dérive d'environ 2 cm/s.

Nous avons alors remarqué que ce réglage dépendait du désaccord du laser : pour deux désaccords différents, les valeurs des courants correspondant à une dérive minimale de la mélasse sont différentes. Nous interprétons ce résultat en disant que nous compensons en fait au moyen du champ magnétique d'autres forces comme celle dûe au déséquilibre des intensités (fig. 8). En effet, la force totale s'écrit :

$$\mathbf{F} = -\alpha\mathbf{v} - \alpha\mathbf{v}_B + \mathbf{f}_0$$

avec, suivant l'axe  $x$ , par exemple, si  $\mathbf{f}_0$  correspond au déséquilibre des intensités,  $\mathbf{f}_0 = -\frac{\Gamma}{2} \frac{\Delta I/I_S}{\delta^2/\Gamma^2 + 1/4} \hbar k e_x$ . La vitesse de dérive de la mélasse est donc  $\mathbf{v}_0 = \frac{\mathbf{f}_0}{\alpha} - \mathbf{v}_B$ . On peut alors régler le champ magnétique de manière à annuler cette dérive.



**Figure 8** : Compensation de la force créée par un déséquilibre d'intensité  $F_{DI}$  par la force  $F_B$  créée par un champ magnétique constant convenablement choisi.



### Remarque

La gravité intervient ici de la même manière, on peut donc également la compenser grâce à un champ magnétique.

Supposons qu'à un désaccord donné la compensation soit effectuée. Que se passe-t-il alors à un désaccord  $\delta'$  plus grand en valeur absolue, si on ne modifie pas le champ magnétique. On aura dans ce cas une vitesse de dérive  $\mathbf{v}'_0 = \frac{\mathbf{f}'_0}{\alpha'} - \frac{\mathbf{f}_0}{\alpha}$ . Or, à grand désaccord,

$$\frac{\mathbf{f}_0}{\alpha} \sim -\frac{\Gamma^2 \Delta I}{2 I_S} \frac{1}{|\delta|k} \mathbf{e}_x$$

donc si  $|\delta'| > |\delta|$ ,  $\left| \frac{\mathbf{f}'_0}{\alpha'} \right| < \left| \frac{\mathbf{f}_0}{\alpha} \right|$  et la mélasse dérive dans la direction imposée par  $-\frac{\mathbf{f}_0}{\alpha}$  c'est-à-dire suivant  $+\mathbf{e}_x$ . Nous observons effectivement que si le réglage est effectué à un désaccord donné, à un désaccord plus grand la mélasse dérive en s'écartant des miroirs de rétro-réflexion.

Venons en maintenant à l'effet du champ magnétique dans le piège lui-même.

### b) Effet d'un gradient de champ magnétique

#### $\alpha)$ *Expression de la force*

A une dimension, considérons maintenant un gradient de champ magnétique  $dB/dz > 0$ . Le hamiltonien régissant le système dans le référentiel tournant est :

$$H = H'_0 + kvJ_z + \mu z J_z$$

$\mu$  contient ici le gradient de champ magnétique  $dB/dz$ , le magnéton de Bohr et le facteur de Landé dans l'état fondamental.

Supposons que la position  $z$  varie peu pendant le temps de pompage optique  $\Gamma'^{-1}$  ou plus exactement que le gradient de champ magnétique est assez faible pour que les variations d'énergie magnétique pendant le temps de pompage soient petites devant les éléments de matrice de  $H'_0$ , c'est-à-dire :

$$\mu\Delta z = \mu \frac{v}{\Gamma'} \ll |\delta'|$$

Nous reviendrons un peu plus loin sur les conditions de validité.

Mais pour l'instant, l'hypothèse ci-dessus nous permet de considérer un régime forcé où la vitesse en un point  $z$  est rapidement amortie autour d'une valeur déterminée par le champ magnétique  $-\frac{\mu z}{k}$  en ce point. Cette vitesse ramène l'atome vers le centre  $z = 0$  et sa linéarité en position fait que le centre du piège correspond à  $v = 0$ . Il y a alors deux échelles de temps : l'une, courte, du temps d'amortissement de la vitesse ; l'autre, plus longue, du temps de rappel vers le centre  $z = 0$ . Ce régime correspond au régime sur-amorti que nous avons décrit dans le cadre Doppler dans la première partie de ce mémoire (I-A) mais la condition de validité était alors  $\frac{\mu}{k} \ll \frac{\alpha D}{m}$ .

Dans ce régime forcé, la force peut alors s'écrire :

$$F(z, v) = F_{n.m.} \left( v + \frac{\mu}{k} z \right) \quad \text{où } F_{n.m.}(v) \text{ désigne la force des nouveaux mécanismes}$$

En particulier, autour de  $z = 0$  et  $v = 0$ , la force du piège magnéto-optique peut se développer linéairement :

$$F(z, v) = -\alpha \left( v + \frac{\mu}{k} z \right) = -\alpha v - \alpha \frac{\mu}{k} z$$

et se décompose donc comme la somme d'une force de friction et d'une force de rappel qui dérive d'un potentiel harmonique.

*β) Distribution de vitesse et de position dans le piège*

Ecrivons l'équation de Fokker-Planck qui décrit le piège magnéto-optique dans l'état stationnaire :

$$\frac{p}{m} \frac{\partial \Pi(z, p)}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial \left( v + \frac{\mu}{k} z \right)}{\partial p} \Pi(z, p) + D \frac{\partial^2 \Pi(z, p)}{\partial p^2}$$

La distribution à l'équilibre s'écrit donc :

$$\Pi(z, p) = A e^{-\frac{p^2}{2mk_B T}} e^{-\frac{z^2}{2z_C^2}}$$

avec  $k_B T = \frac{D}{\alpha}$  et  $z_C^2 = \frac{k_B T}{\alpha \mu / k}$

Remarque

- La température n'est pas affectée par la présence du gradient de champ magnétique. En fait, il y a ici une approximation, mais c'est la même qui est faite lors du calcul habituel de la température. On considère en effet toujours le coefficient de diffusion à vitesse nulle. Il est alors logique, dans le même esprit, dans le cas du piège magnéto-optique, de considérer le coefficient de diffusion à  $z = 0$  et  $v = 0$ . On n'a pas alors de dépendance avec le gradient de champ magnétique. Si on veut s'affranchir de cette approximation, il faut considérer le coefficient de diffusion  $D_{m.O.}(z, v) = D_{mélasse} \left( v + \frac{\mu z}{k} \right)$  et chercher alors la distribution en position et vitesse des atomes dans le piège. On ne peut plus alors séparer la partie dépendant de la vitesse de celle dépendant de la position.

- Regardons quelles sont, à grand désaccord, les dépendances de la taille du piège  $z_C$ . En reprenant les expressions données pour la transition  $F = 1/F' = 2$ , on trouve au premier ordre en  $\frac{\Gamma^2}{\delta^2}$ ,

$$z_C \simeq 0,23 \sqrt{\frac{\Omega^2}{\Gamma k \mu}} \left( 1 + 5 \frac{\Gamma^2}{\delta^2} \right)$$

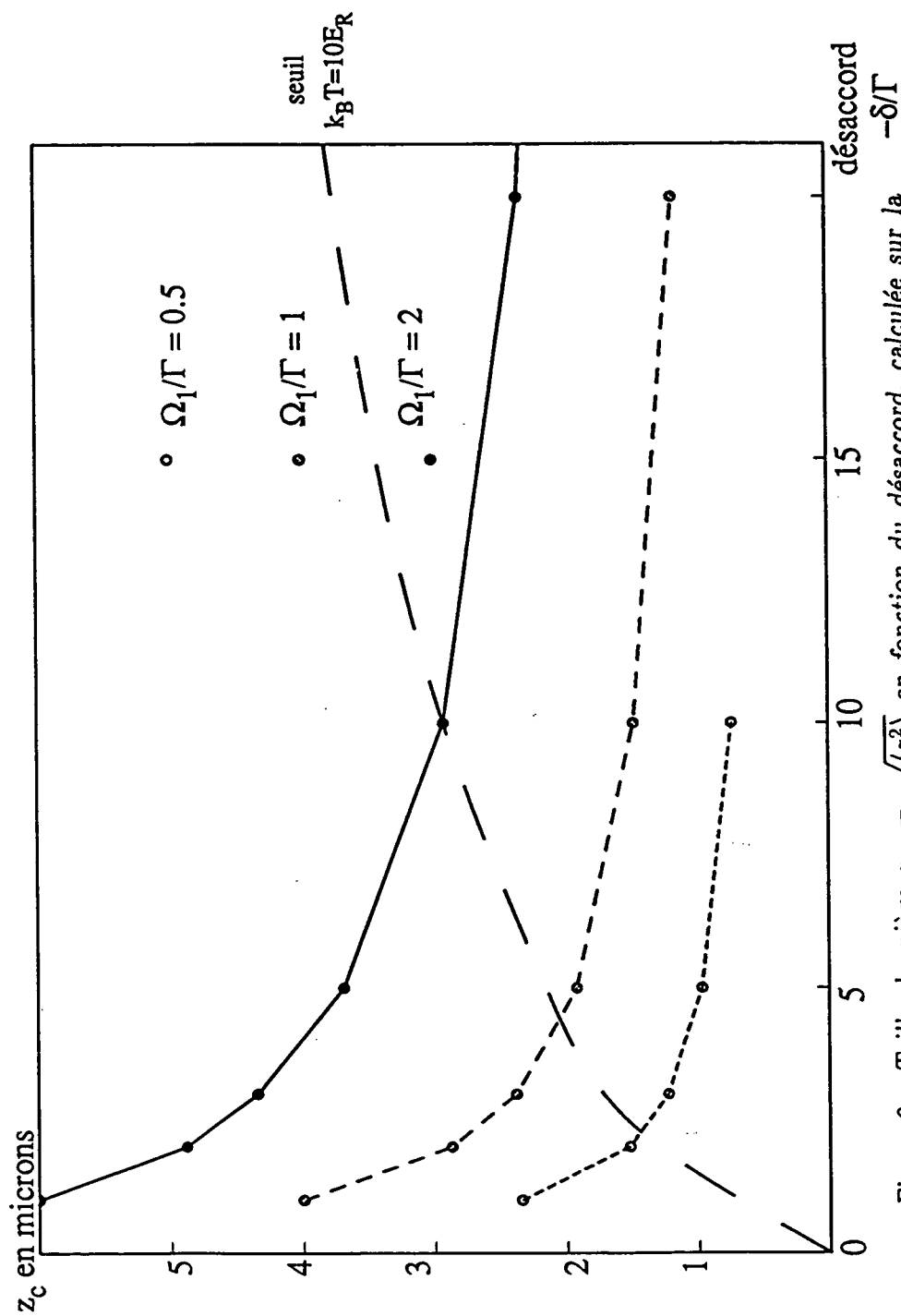


Figure 9 : Taille du piège  $z_c = \sqrt{\langle z^2 \rangle}$  en fonction du désaccord, calculée sur la transition  $F = 4/F' = 5$  pour un modèle à une dimension, pour  $\Omega_1 = 0,5\Gamma$  (tirets rapprochés),  $\Omega_1 = \Gamma$  (tirets espacés) et  $\Omega_1 = 2\Gamma$  (trait plein), avec  $dB/dz = 10G/cm$ .

La taille du piège est donc proportionnelle à la racine de l'intensité, inversement proportionnelle à la racine du gradient de champ magnétique et diminue quand le désaccord augmente. Rappelons qu'en termes Doppler, la taille augmentait avec le désaccord. La figure 9 représente les variations de la taille  $z_C$  avec le désaccord en prenant les valeurs numériques de  $D$  et  $\alpha$  calculées quantiquement à une dimension sur la transition  $F = 4/F' = 5$ . On remarque en particulier qu'on peut descendre à des tailles de piège extrêmement petites, tout en restant dans le domaine de validité des expressions : le micron, c'est-à-dire la longueur d'onde optique, semble réalisable ! On ne tient pas compte pour cela de la force de répulsion de la partie A.

• Remarquons enfin que, comme pour un oscillateur harmonique, la température est liée à la taille par :

$$k_B T = \kappa z_C^2 = \kappa \langle z^2 \rangle$$

avec  $\kappa = \alpha \mu / k$  la constante de raideur

Si l'on est dans cette situation où la force de répulsion est négligeable, la mesure de la taille et de la constante de raideur donne la température. C'est ce qui a été fait par l'équipe de C. Foot [5], à très petit nombre d'atomes dans le piège. La mesure de la constante de raideur est obtenue en ajoutant un faisceau supplémentaire et en observant le déplacement du piège sous l'effet de ce faisceau. Il y a une incertitude sur l'effet que doit avoir ce faisceau additionnel à trois dimensions. Nous ne disposons en effet que d'une théorie unidimensionnelle. Et cette mesure du déplacement du piège semble indiquer que la situation à trois dimensions n'est pas équivalente à la situation à une dimension dans la mesure, par exemple, où on observe une dépendance du déplacement avec la polarisation du faisceau supplémentaire. Néanmoins, les températures obtenues par cette méthode sont sub-Doppler puisque les auteurs annoncent une température de  $20 \mu K$ .

### $\gamma$ ) Conditions de validité

La première condition est celle que nous avons exprimée ci-dessus, à savoir :

$$\left| \frac{\mu v}{\Gamma'} \right| \ll |\delta'| \quad (1)$$

Les conditions de linéarité de la force sont ensuite, comme nous l'avons vu au paragraphe 1 :

$$|kv| \ll |\delta'| \quad (2)$$

$$|\mu z| \ll |\delta'| \quad (3)$$

En particulier, si les conditions 2 et 3 ne sont pas remplies, on retrouve la force Doppler telle que nous l'avons écrite dans la partie I.

### Conséquences :

- Si nous mettons les ordres de grandeur sur les conditions (2) et (3) :

$$\text{pour } \begin{cases} dB/dz = 10G/cm \\ \delta = -3\Gamma \\ \Omega_1^2/\Gamma^2 = 3 \text{ par onde} \end{cases} \quad \begin{array}{l} (2) : \quad v \ll 1m/s \\ (3) : \quad |z| \ll 0,7 \text{ cm} \end{array}$$

Ceci prouve que c'est bien la force Doppler qui effectuera l'essentiel du remplissage du piège. Par contre, la dynamique tout près du centre du piège sera, elle, dominée par les mécanismes sub-Doppler.

- Dans l'état stationnaire  $|z| \sim \sqrt{\frac{Dk}{\alpha^2 \mu}}$  et  $|v| \sim \sqrt{\frac{D}{m\alpha}}$ . Les conditions (1), (2) et (3) deviennent en prenant  $dB/dz = 10G/cm$  et  $\Omega_1^2/\Gamma^2 = 3$  par onde,  $\frac{|\delta|}{\Gamma} \ll 400, 100$  et  $300$  respectivement. Les conditions de validité sont donc bien respectées dans le domaine où nous travaillons.

### 3/ Le refroidissement Sisyphé

#### a) Intérêt pour le piège magnéto-optique

Le refroidissement Sisyphé est un mécanisme qui fait intervenir les gradients d'ellipticité de la polarisation de la lumière qui induisent une modulation spatiale des niveaux d'énergie déplacés par la lumière. Or le piège magnéto-optique, comme la mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$ , est réalisé à trois dimensions. Il y a donc dans le piège des gradients d'ellipticité et d'intensité. Le mécanisme de refroidissement Sisyphé y joue par conséquent un rôle même s'il est difficile de préciser exactement lequel. Notons tout de même que les théories à une dimension prévoient des températures comparables pour le refroidissement Sisyphé et pour le refroidissement  $\sigma^+/\sigma^-$ . Une étude de la température dans une mélasse [7] nous donne une indication intéressante sur le comportement à trois dimensions. Les théories unidimensionnelles prédisent en effet une température  $k_B T \simeq C \frac{\hbar \Omega^2}{|\delta|}$  à grand désaccord, avec  $C \simeq 0,1$  pour les deux types de refroidissement. Or, les mesures de température sur le césium (avec donc une transition plus complexe) donnent une bonne vérification à trois dimensions de la loi, avec un facteur de proportionnalité  $C$  qui vaut 0,35 pour une mélasse linéaire/linéaire orthogonale et 0,45 pour une mélasse linéaire/linéaire parallèle. Il semble donc que dans deux situations où les mécanismes de refroidissement interviennent différemment, le résultat soit comparable pour la mélasse, du moins du point de vue de la température. Nous garderons donc en mémoire par la suite l'existence d'un refroidissement Sisyphé dans le piège magnéto-optique et dans la mélasse  $\sigma^+/\sigma^-$ . Mais exposons pour l'heure le principe de ce refroidissement.

#### b) Principe du refroidissement Sisyphé

Les calculs détaillés du refroidissement Sisyphé sont présentés dans les références [8,9,18].

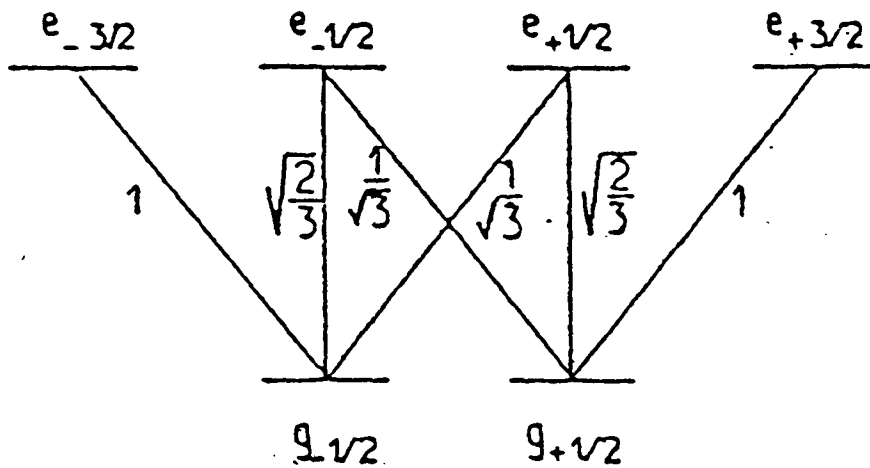


Figure 10 : Coefficients de Clebsch-Gordan pour une transition  $F = 1/2/F' = 3/2$ .

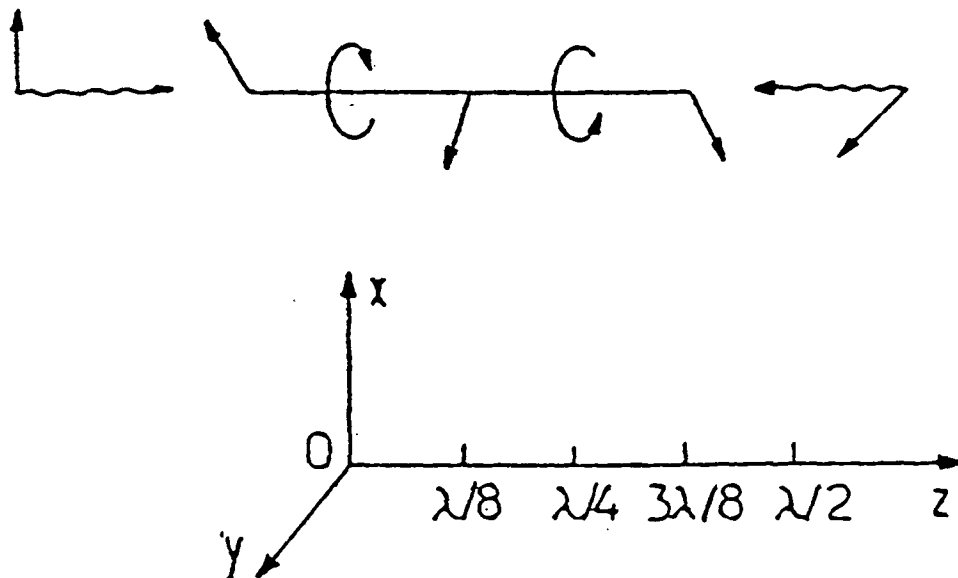


Figure 11 : Polarisation de la lumière : le laser se propageant suivant  $+\hat{e}_z$  est polarisé parallèlement à  $e_x$ , le laser se propageant suivant  $-\hat{e}_z$  est polarisé parallèlement à  $e_y$ . La polarisation totale présente un gradient d'ellipticité de période spatiale  $\lambda/2$ . La figure est extraite de la référence [18].



### $\alpha)$ Etat stationnaire pour un atome immobile

Prenons un atome immobile dans un champ laser constitué de deux ondes désaccordées sur le rouge d'une résonance  $F = 1/2/F' = 3/2$ , (fig. 10), se propageant en sens opposés et de polarisations linéaires orthogonales l'une à l'autre. En conservant les mêmes notations que dans le paragraphe 1, le champ laser, avec un choix adéquat de la phase relative des deux ondes, est donné par :

$$E^+(z) = E_0 (e_x e^{ikz} - i e_y e^{-ikz}) = \sqrt{2} E_0 \left( \cos kz \frac{e_x - i e_y}{\sqrt{2}} + i \sin kz \frac{e_x + i e_y}{\sqrt{2}} \right)$$

La polarisation varie donc dans l'espace avec une périodicité  $\lambda/2$  : elle est  $\sigma^-$  en  $z = 0$ , linéaire en  $z = \lambda/8$ ,  $\sigma^+$  en  $z = \lambda/4$ , linéaire en  $z = 3\lambda/8$  et à nouveau  $\sigma^+$  en  $z = \lambda/2$  (fig. 6).

Les déplacements lumineux sont alors modulés dans l'espace comme sur la figure 12. En  $z = 0$  par exemple le niveau  $g_{-1/2}$  est trois fois plus déplacé que le niveau  $g_{+1/2}$  et leurs populations respectives sont 1 et 0, alors qu'en  $z = \lambda/8$ , ils sont également déplacés et également peuplés. De plus, le taux de départ de l'état  $g_{+1/2}$  par exemple est maximal en  $z = 0$  où la lumière est  $\sigma^+$  et minimal en  $z = \lambda/4$  où la lumière est  $\sigma^-$ .

### $\beta)$ Atome en mouvement - Effet Sisyphé

Prenons un atome de vitesse  $v$  telle que  $kv \ll \Gamma$  afin de négliger la force Doppler. Supposons cependant que cette vitesse est grande devant la profondeur des puits :

$$\frac{1}{2}mv^2 \gg U_0 = -\frac{2}{3}\hbar\delta'$$

Si maintenant l'atome est initialement dans le niveau  $g_{-1/2}$  en  $z = 0$ , il parcourt quelques arches de potentiel avant de passer dans le niveau  $g_{+1/2}$ . Mais ce pompage dans le niveau  $g_{+1/2}$  s'effectue autour d'une position où l'énergie du niveau  $g_{-1/2}$  est la plus grande car

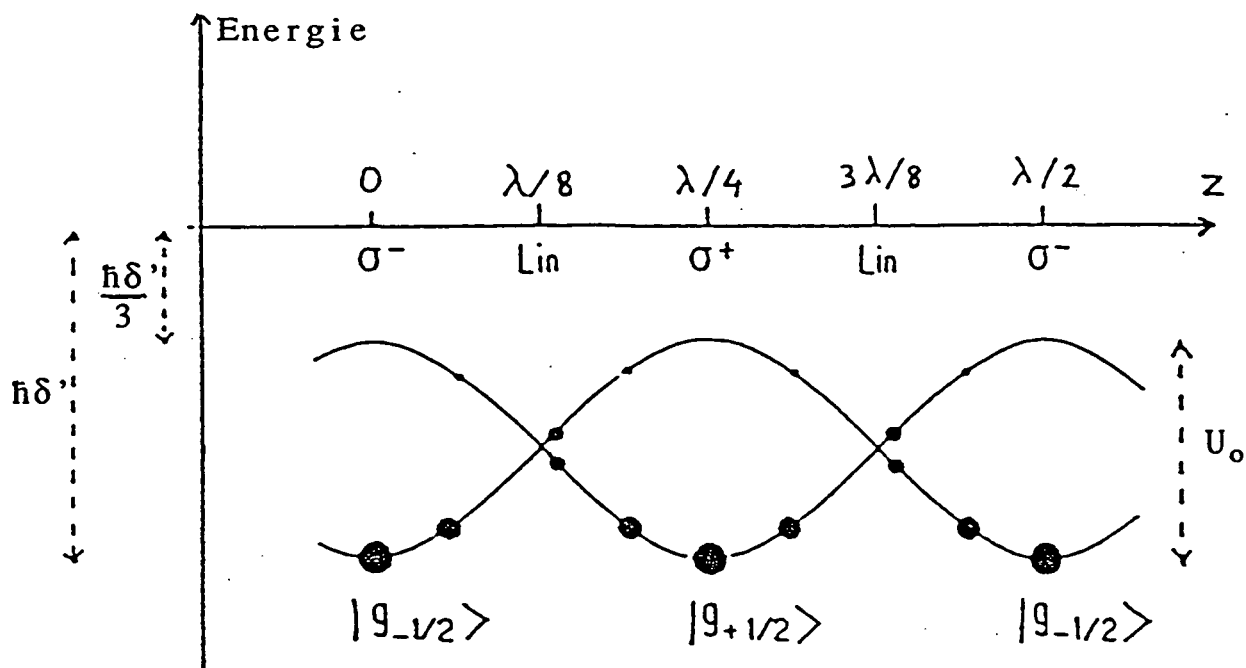


Figure 12 : Modulation dans l'espace des déplacements lumineux des niveaux  $|g_{+1/2}\rangle$  et  $|g_{-1/2}\rangle$  et de leurs populations. La figure est extraite de la référence [18].

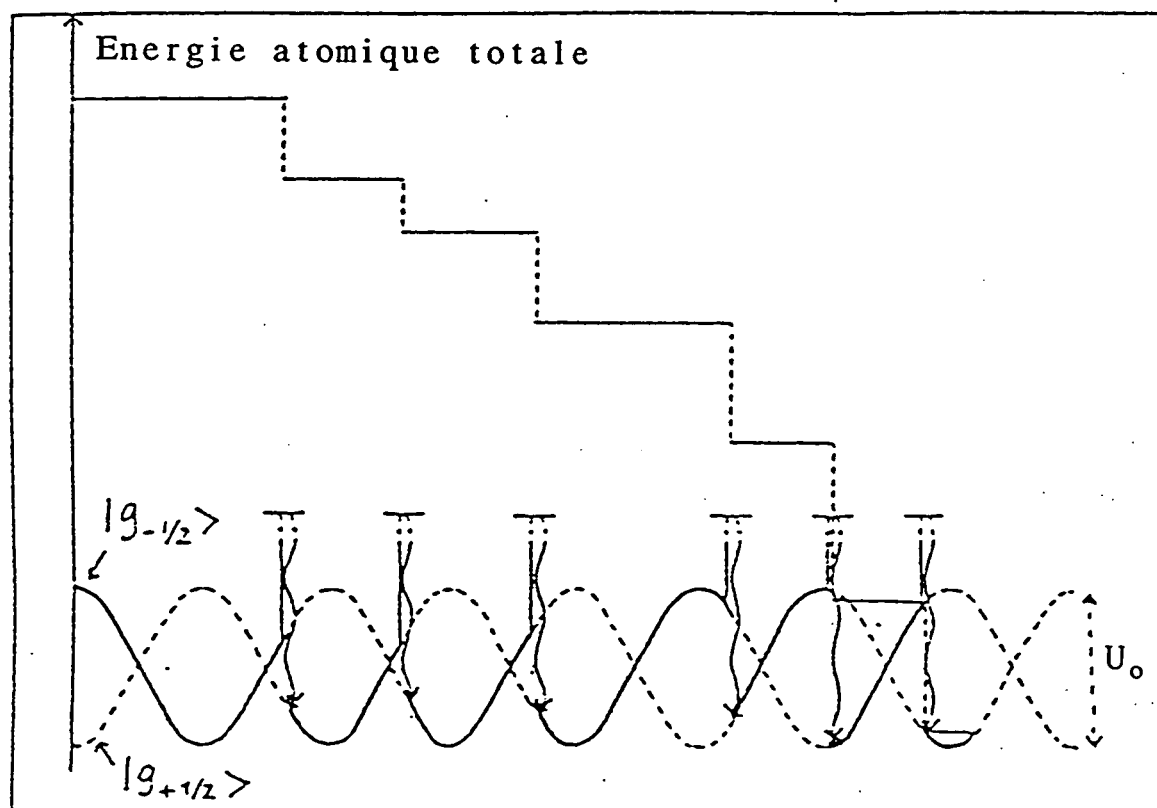


Figure 13 : Principe du refroidissement Sisyphé : l'atome perd de l'énergie potentielle à chaque fois qu'il effectue une transition entre les niveaux  $g_{+1/2}$  et  $g_{-1/2}$  car la probabilité de transition est maximale aux maximums des potentiels lumineux. La figure est extraite de la référence [18].

c'est là que le taux de pompage est maximal. L'atome perd alors de l'énergie en effectuant cette transition vers le niveau  $g_{+1/2}$ . Elle est emportée par le photon de fluorescence qui a une fréquence plus bleue que le laser. Une fois dans le niveau  $g_{+1/2}$ , l'atome parcourt à nouveau quelques arches de potentiel avant d'être pompé vers le niveau  $g_{-1/2}$  autour d'une position correspondant à un maximum de l'énergie du niveau  $g_{+1/2}$  et de perdre à ce moment encore de l'énergie cinétique (fig. 13). L'atome monte donc au cours de son mouvement plus de collines de potentiel qu'il n'en dévale et est donc freiné. L'énergie est dissipée dans les modes vides du champ. L'énergie cinétique diminue jusqu'à ce qu'elle soit de l'ordre de la profondeur des puits  $U_0$ .

Un traitement plus quantitatif du problème donne une force de la forme :

$$F = -\frac{\alpha v}{1 + (v/v_C)^2}$$

avec  $\alpha = -3\hbar k^2 \frac{\delta}{\Gamma}$  et  $v_C = \frac{1}{9} \frac{\Gamma'}{k}$

Le coefficient de diffusion a plusieurs contributions : celles liées aux fluctuations à l'absorption des photons lasers et à l'émission de photons de fluorescence, celle liée aux fluctuations de la force dipolaire lorsque l'atome passe du niveau  $g_{+1/2}$  au niveau  $g_{-1/2}$ . Au total, on trouve, à grand désaccord  $|\delta| \gg \Gamma$ , la température suivante :

$$k_B T = \frac{1}{8} \frac{\hbar \Omega_1^2}{|\delta|}$$

Quelle est la limite de température qu'on peut atteindre ? Dans notre description, nous avons négligé l'effet de recul dû aux photons. Ceci n'est valable que si l'énergie dissipée lors d'une transition entre les deux sous-niveaux du fondamental est grande devant l'énergie de recul :  $U_0 \gg E_R$ . Comme la température est proportionnelle à  $U_0$  à grand désaccord, la température minimale que l'on peut atteindre est  $k_B T =$  quelques  $E_R$ .

Une autre condition est nécessaire pour effectuer ce calcul et obtenir les résultats ci-dessus. Il faut pouvoir séparer les variables internes des variables externes (la vitesse) et donc que le temps d'évolution des variables internes soit court devant le temps d'évolution caractéristique des variables externes. Or, lorsque l'atome est dans le puit de potentiel, le temps externe est donné par  $T_{\text{ext}} = \frac{1}{\Omega_{\text{osc}}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{m}{2U_0}}$ . La condition de validité s'écrit donc :

$$\frac{T_{\text{int}}}{T_{\text{ext}}} = \sqrt{\frac{27\hbar k^2 |\delta|}{m s_0 \Gamma^2}} \ll 1$$

Si elle est remplie, l'atome effectue plusieurs transitions entre  $g_{+1/2}$  et  $g_{-1/2}$  pendant une oscillation au fond du puit. Les auteurs des références [18,19] ont appelé ce régime le "régime sautant".

### $\gamma$ ) *Traitement quantique* [21,22]

Si la condition  $\frac{T_{\text{int}}}{T_{\text{ext}}} \ll 1$  n'est plus remplie c'est-à-dire si  $\frac{\delta^3}{\Omega^2 \Gamma}$  devient grand, on ne peut plus séparer les variables internes et externes et le traitement semi-classique n'est plus valable. Il faut alors effectuer un calcul purement quantique, c'est-à-dire quantifier la quantité de mouvement de l'atome. La référence [22] présente ce calcul. Elle montre que dans le potentiel périodique, on obtient des bandes d'énergies avec des états liés et des états libres. Par exemple pour  $\Omega_1 = 1,5\Gamma$ ,  $\delta = -20\Gamma$ , ce qui donne  $U_0 = 100E_R$ , on trouve six états liés. Les bandes correspondant aux états liés sont étroites et la bande la plus profonde a une largeur due à l'effet tunnel d'environ  $10^{-6}E_R$ . Elles sont bien séparées les unes des autres et l'écart d'énergie entre les deux bandes les plus profondes est  $\hbar\Omega_{\text{osc}} \approx 40\text{kHz}$ . On peut de plus écrire des équations de taux entre les différentes bandes et obtenir ainsi leurs populations. Pour les paramètres ci-dessus, on obtient ainsi plus de 30 % des atomes dans la bande la plus profonde et environ 20 % dans la deuxième bande.

Expérimentalement [23,24], la possibilité de localisation des atomes au fond des puits, et donc sur une échelle plus petite que  $\lambda$ , a été vue dans des mélasses sur le sodium [23] grâce à l'observation sur le spectre de fluorescence de la mélasse d'un pic très étroit (effet Dicke).

#### 4/ Calculs de refroidissement à deux et trois dimensions [25,26]

Une étude théorique du refroidissement à deux et trois dimensions a été entreprise au Danemark par K. Mølmer. Des calculs numériques permettent de déterminer la force à laquelle est soumis un atome se déplaçant à vitesse  $v$  suivant la configuration du champ laser (polarisations des ondes laser, phases relatives des champs), la transition atomique ( $F/F' = F + 1$  avec  $F$  quelconque)... La force, moyennée sur la période spatiale de variation du champ électrique, dépend de la direction du mouvement de l'atome : il apparaît des anisotropies importantes. En moyennant sur toutes les directions, on obtient des coefficients de friction différents suivant les configurations. En particulier, dans certaines situations - selon les phases relatives des champs électriques - on peut avoir une diminution importante du coefficient de friction. La référence [26] donne quelques valeurs numériques à trois dimensions. Prenons, sur une transition  $F = 1/F' = 2$ , deux configurations particulières : le cas où les polarisations sont linéaire/linéaire orthogonale et les champs électriques tous en phase, et le cas où les polarisations sont  $\sigma^+/\sigma^-$  et les champs électriques également tous en phase. A grand désaccord ( $|\delta| > 4\Gamma$ ), les valeurs de la friction  $\alpha$  et de la température  $T$  peuvent être obtenus à 5 % près en multipliant les valeurs à une dimension par un facteur d'échelle :

	$\alpha_{3D}/\alpha_{1D}$	$T_{3D}/T_{1D}$
lin $\perp$ lin	1/6.7	1.8
$\sigma^+/\sigma^-$	1/1.7	4.6

Mais la référence [25] annonce, avec des phases relatives orthogonales, une diminution de deux ordres de grandeur de la friction. (Rappelons que dans notre montage les phases relatives des champs électriques ne sont pas contrôlées).

Pour une configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ , on peut comprendre qualitativement la baisse du coefficient de friction lors du passage de une à deux dimensions. En effet, par rapport à la situation à une dimension, la présence d'une onde laser suivant une direction orthogonale ajoute aux photons  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  des photons  $\pi$ . Ces photons  $\pi$  ont pour effet de diminuer l'orientation dans le niveau fondamental, responsable à une dimension du refroidissement sub-Doppler, donc de diminuer l'efficacité du refroidissement. Cependant, pour la tempé-

rature, il faut tenir compte non seulement de la modification de la friction  $\alpha$  mais aussi de celle du coefficient de diffusion  $D$ . Or, à petit désaccord, le coefficient de diffusion est essentiellement dû, à une dimension aux corrélations, introduites par le pompage optique, entre les directions de deux photons successivement absorbés. Dans l'espace des impulsions, le pas de la marche au hasard n'est plus ainsi  $\hbar k$  mais plusieurs  $\hbar k$  [8]. La présence de photons  $\pi$  réduit ces corrélations et peut donc conduire à une réduction de  $D$  qui compense partiellement celle de  $\alpha$  de telle sorte que la température est, comme le montre les mesures expérimentales, multipliée par un facteur 3 (à 25 % près) en passant de une à trois dimensions.

## C - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans cette partie, nous allons voir dans quelle mesure les considérations des parties A et B s'appliquent aux résultats expérimentaux. Nous allons essayer de comprendre le comportement du piège à la lumière des nouveaux mécanismes de refroidissement et de la force de répulsion liée à la diffusion multiple.

### 1/ Mesures de la taille et de la densité

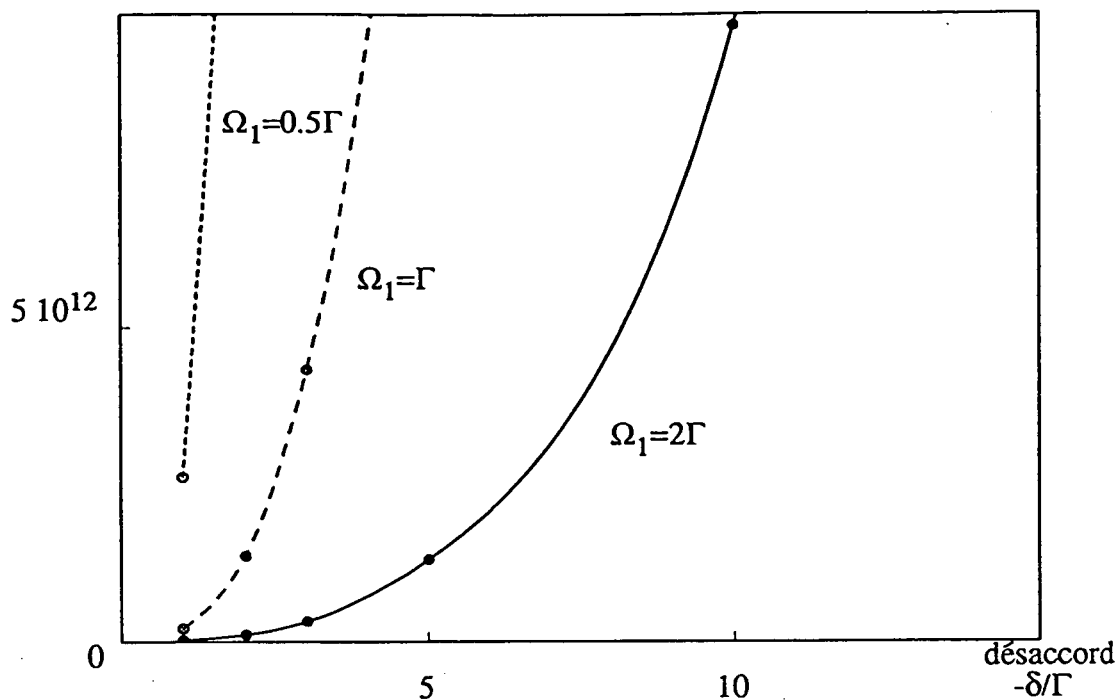
#### a) Expressions de la densité et de la taille. Ordres de grandeur

Nous avons vu dans la partie A qu'il y avait deux régimes pour le piège : l'un où la densité et la taille sont déterminées par la diffusion multiple, l'autre où la diffusion multiple est négligeable et la densité  $n$  d'atomes dans le piège est très petite devant la densité critique  $n_c$ .

#### $\alpha$ ) Régime $n \ll n_c$

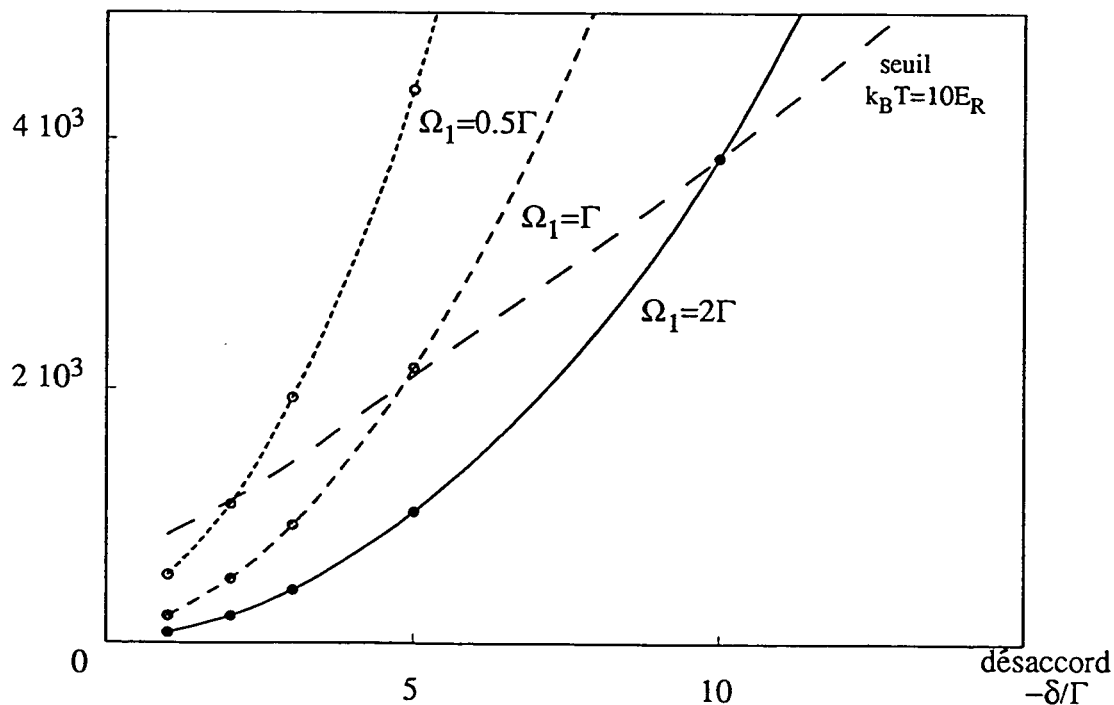
Regardons pour commencer les variations de la densité critique avec le désaccord et l'intensité. Dans l'expression que nous avons donnée dans la partie A intervient le coefficient de friction  $\alpha$ . Nous n'avons pas alors précisé sa valeur mais il est clair qu'il faut considérer le coefficient des nouveaux mécanismes et non pas le coefficient Doppler. Pour avoir une expression analytique, prenons la transition  $F = 1/F' = 2$ , plaçons-nous à grand

densité critique  $n_c$



*Figure 1* : Variation de la densité critique  $n_c$  en fonction du désaccord. Elle est calculée en prenant les valeurs de  $\alpha$  et  $D$  obtenues numériquement sur la transition  $F = 4/F' = 5$  à une dimension. La courbe en tirets rapprochés correspond à  $\Omega = 0,5 \Gamma$ , celle en tirets espacés à  $\Omega = \Gamma$  et celle en trait plein à  $\Omega = 2\Gamma$ .

nombre critique d'atomes  $N_c$



*Figure 2* : Nombre critique d'atomes dans le piège en fonction du désaccord calculé dans les mêmes conditions que pour la figure 1, avec  $\Omega_1 = 0,5\Gamma$  (tirets rapprochés)  $\Omega_1 = \Gamma$  (tirets espacés) et  $\Omega_1 = 2\Gamma$  (trait plein).



désaccord  $|\delta| \gg \frac{\Gamma}{2}, \frac{\Omega_1}{\sqrt{2}}$  et considérons la valeur de  $\alpha$  à une dimension. On a alors, si  $\Omega_1$  est la pulsation de Rabi pour une seule onde,

$$n_c = \frac{320}{17\pi} \frac{\mu}{k\Gamma} \frac{-\delta^3\Gamma}{\Omega_1^4} k^3$$

### Application numérique

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dB}{dz} = 10 \text{ G/cm} \\ \frac{\Omega_1^2}{\Gamma^2} = 0,4 \times 4 \\ \delta = -3\Gamma \end{array} \right\} n_c = 9.10^{11} \text{ at/cm}^3$$

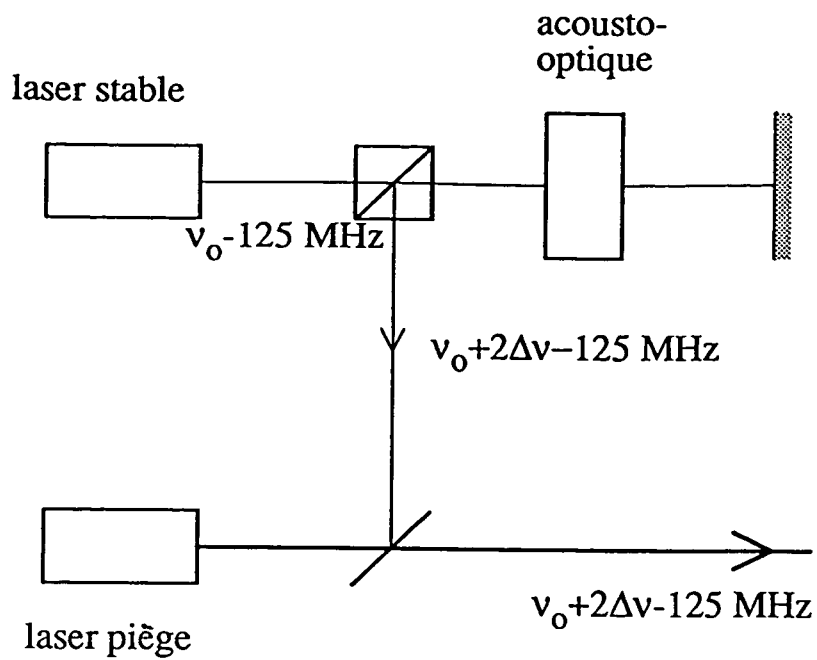
La figure 1 représente les variations de  $n_c$  avec le désaccord à différentes intensités, en prenant pour  $\alpha$  la valeur calculée numériquement à une dimension sur la transition  $F = 4/F' = 5$ .

Si on suppose alors que la distribution des atomes dans le piège est effectivement en  $e^{-z^2/2z_c^2}$ , le nombre d'atomes correspondant est  $N \ll N_c = (2\pi)^{3/2} z_c^3 n_c$ , ce que nous avons tracé sur la figure 2. L'expression analytique est sur la transition  $F = 1/F' = 2$  donnée, à grand désaccord, par :

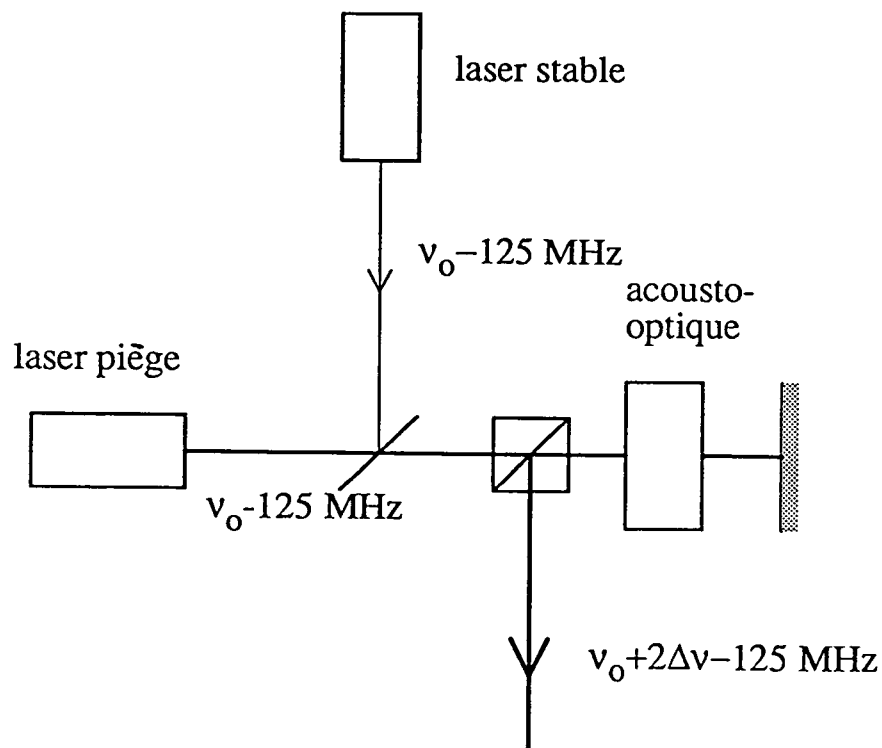
$$N_c \approx 1,15 \times \left( \frac{\Gamma k}{\mu} \right)^{1/2} \frac{-\delta^3}{\Omega_1 \Gamma^2}$$

### *$\beta$ ) Régime où la diffusion multiple domine*

On supposera alors que  $n = n_c$  est constante sur le piège et que la taille de celui-ci est déterminée par le nombre d'atomes  $N = \frac{4}{3}\pi R^3 n_c$ . On a alors, en reprenant l'expression de  $n_c$  donnée au paragraphe  $\alpha$ , à grand désaccord,



*Figure 3 : Montage d'injection où le laser stable est asservi à une fréquence fixe et le laser piège est injecté à cette fréquence fixe déplacée par un modulateur acousto-optique en double passage.*



*Figure 4 : Montage d'injection où le laser stable est asservi à une fréquence fixe, où le laser piège est injecté à cette fréquence, puis sa fréquence est déplacée par un modulateur acousto-optique en double passage.*

$$R \simeq 0,34 \left( \frac{k\Gamma}{\mu} \right)^{1/3} \left( \frac{\Omega_1^4}{-\delta^3\Gamma} \right)^{1/3} \lambda N^{1/3}$$

La taille du piège varie donc comme :

- la puissance 1/3 du nombre d'atomes
- la puissance  $-1/3$  du gradient de champ magnétique
- l'inverse du désaccord
- la puissance 2/3 de l'intensité.

### Application numérique

$$\text{pour } \begin{cases} \frac{\Omega_1^2}{\Gamma^2} = 0,4 \times 4 \\ \delta = -3\Gamma \\ dB/dz = 10 \text{ G/cm} \\ N = 2.10^8 \text{ atomes} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{on trouve un diamètre du piège} \\ 2R \simeq 0,75 \text{ mm} \end{array}$$

On retrouve ici le même ordre de grandeur que les tailles du piège mesurées expérimentalement.

### b) Mesures à nombre d'atomes constant

#### *α) Modification du dispositif expérimental*

Afin de tester ces variations, la taille du piège et sa densité ont été mesurées en maintenant constant le nombre d'atomes piégés. Pour cela, on procède en deux étapes : on

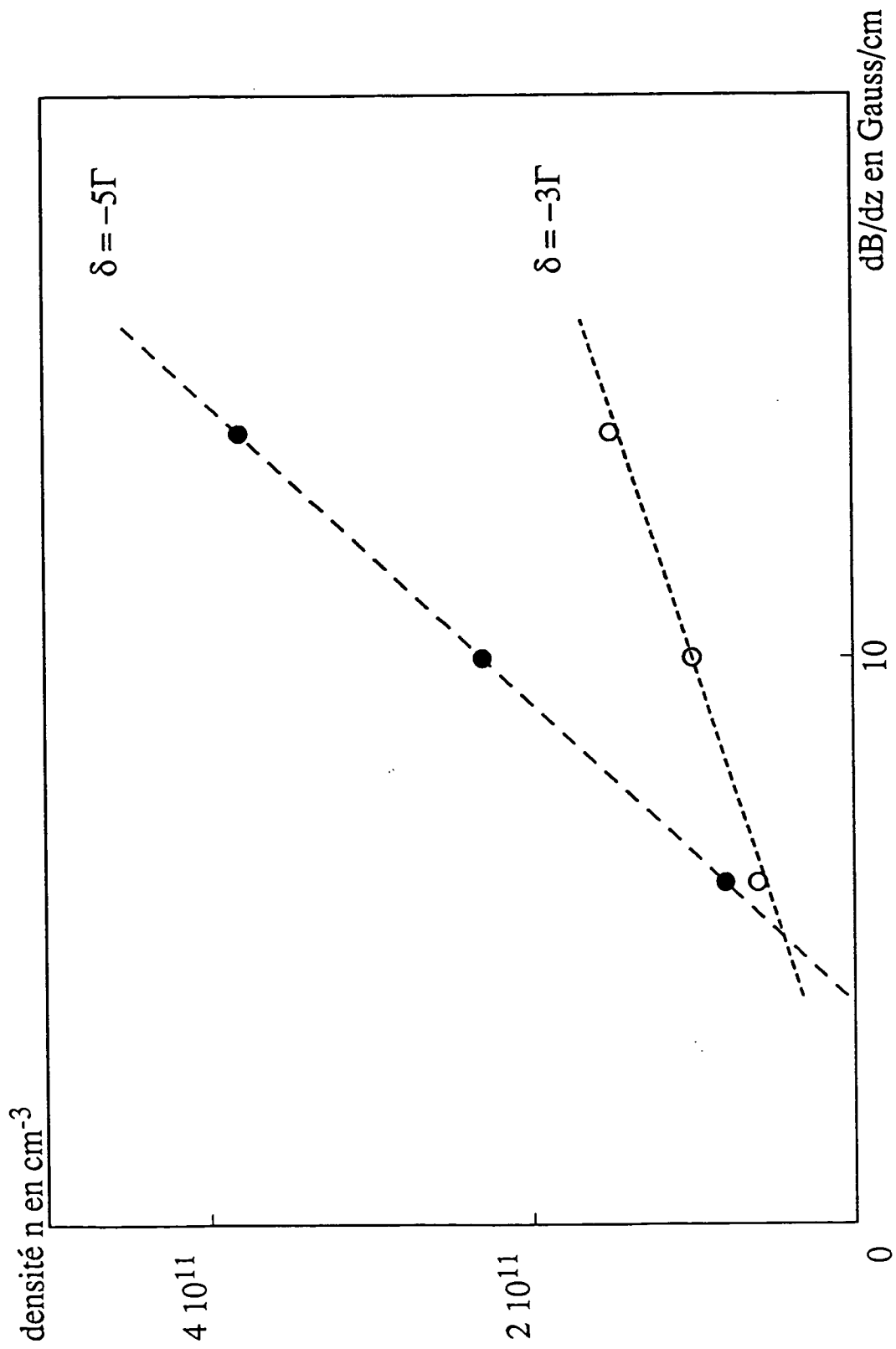


Figure 5 : Densité d'atomes mesurée dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique. Pour les deux désaccords,  $\delta = -3\Gamma$  (o) et  $\delta = -5\Gamma$  (●), on obtient une variation linéaire. L'intensité est  $I = 5mW/\text{cm}^2$ .

remplit d'abord le piège avec un jeu de paramètres (intensité, désaccord) donné pendant un temps  $t_0$ , puis on saute à un autre jeu de paramètres. On effectue alors la mesure, après avoir attendu un temps suffisamment long (environ 10  $ms$ ) devant le temps d'amortissement de la vitesse et de la position. Comme ce temps d'équilibrage est faible devant le temps de remplissage (qui est aussi le temps que met le piège à se vider et est de l'ordre de la seconde), la perte d'atomes entre la fin du chargement (étape 1) et la mesure est faible pour une gamme assez large de paramètres. On peut donc, en jouant sur le chargement par l'intermédiaire de  $t_0$ , obtenir la taille et la densité à nombre d'atomes constant.

Mais pour changer brusquement le désaccord, il faut modifier notre montage expérimental. Tel que nous l'avons décrit dans la partie I-B, le laser stable est en effet asservi à une fréquence donnée et le laser piège est injecté à cette même fréquence. Pour changer le désaccord sans difficulté, il faut trouver une méthode permettant de ne pas toucher à l'asservissement du laser stable. Deux solutions sont possibles : se donner le moyen de changer la fréquence d'injection ou injecter à fréquence fixe et changer la fréquence du faisceau piège. Dans les deux cas, nous utilisons un modulateur acousto-optique en double passage et asservissons le laser stable non plus sur la raie  $F = 4/F' = 5$  dans le profil d'absorption saturée mais au centre du premier croisement niveau donc à 125  $MHz$  de la résonance  $F = 4/F' = 5$ . Dans le premier cas (fig. 3) nous plaçons le modulateur acousto-optique en double passage sur le trajet du faisceau stable. Le faisceau injectant est alors la fréquence  $\nu_0 + 2\Delta\nu - 125 \text{ MHz}$  où  $\nu_0$  est la fréquence de la transition atomique et  $\Delta\nu$  le déplacement en fréquence que produit le modulateur acousto-optique. Le laser piège est donc injecté à cette fréquence et, si la plage d'injection en fréquence est suffisamment grande, il reste injecté lorsqu'on change  $\Delta\nu$ , donc la fréquence du faisceau injectant, en ajoutant un créneau de tension d'amplitude a été déterminée sur le VCO d'alimentation de l'acousto-optique. Dans le deuxième cas (fig. 4), on injecte le laser piège à la fréquence  $\nu_0 - 125 \text{ MHz}$  et on fait passer le faisceau piège dans le modulateur acousto-optique en double passage. On le ramène alors à la fréquence  $\nu_0 + 2\Delta\nu - 125 \text{ MHz}$ . On peut donc changer le désaccord en jouant sur  $\Delta\nu$ , mais également l'intensité en changeant la puissance de commande de l'acousto-optique donc l'efficacité de la déflexion. Il faut cependant être vigilant sur le contrôle de l'intensité du faisceau défléchi car un changement de fréquence induit un changement d'efficacité de la déflexion.

### *$\beta$ ) Variation avec le gradient de champ magnétique*

Sur la figure 5, nous avons tracé la densité d'atomes dans le piège en fonction du gradient de champ magnétique, pour deux désaccords  $\delta = -3\Gamma$  et  $\delta = -5\Gamma$ . Sur cette courbe, on reste donc dans le régime dominé par la diffusion multiple  $n = n_c$  et la densité est effectivement proportionnelle au gradient de champ magnétique.

### *$\gamma$ ) Variation avec l'intensité*

Nous avons tracé sur la figure 6 la variation de la densité atomique dans le piège avec l'inverse du carré de l'intensité pour deux désaccords  $\delta = -2\Gamma$  et  $\delta = -3\Gamma$ . Il semble que nous pouvons également dire que nous sommes dans le régime dominé par la diffusion multiple et comme nous l'attendons alors, la densité est inversement proportionnelle au carré de l'intensité.

Un autre test de ce régime, à nombre d'atomes constant, consiste à regarder les variations de la taille du piège en fonction de l'intensité. Elle doit être proportionnelle à l'intensité à la puissance  $2/3$ , ce qui semble vérifié dans les conditions expérimentales de la figure 7.

### *$\delta$ ) Variation avec le désaccord*

La taille du piège doit dépendre de l'inverse du désaccord si on reste dans le régime où  $n = n_c$  et si le nombre d'atomes dans le piège est constant. La figure 8 semble confirmer cela : pour deux valeurs de l'intensité  $I = 5 \text{ mW/cm}^2$  et  $I = 2 \text{ mW/cm}^2$ , la taille du piège varie linéairement avec l'inverse du désaccord.

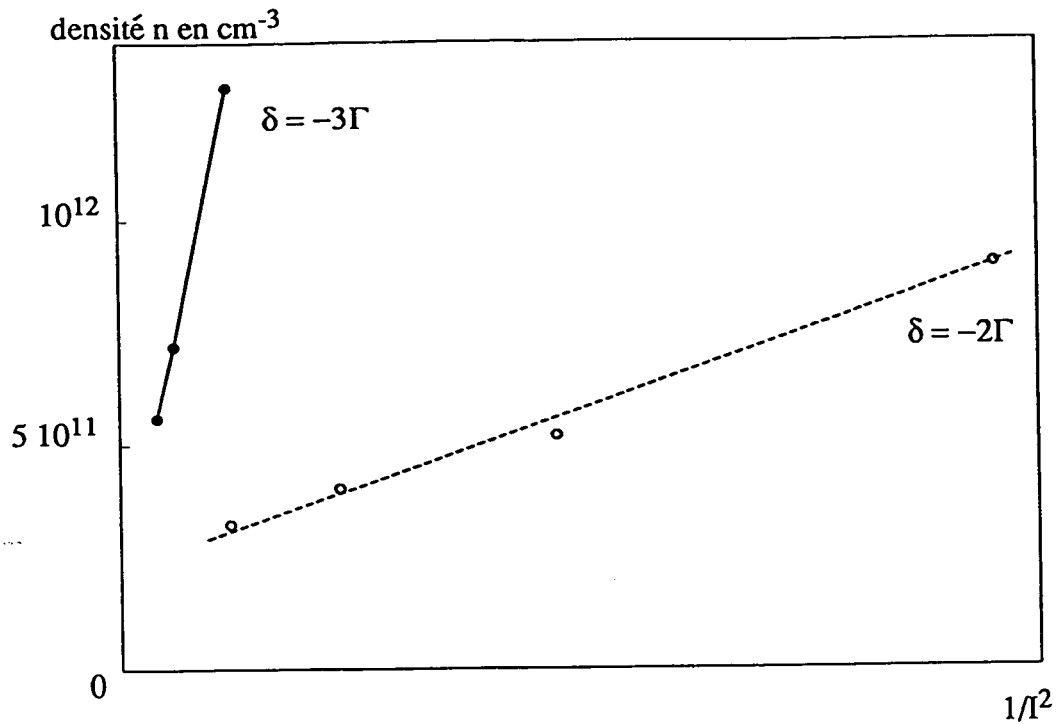


Figure 6 : Densité d'atomes mesurée dans le piège en fonction de l'inverse du carré de l'intensité  $1/I^2$ . Pour les deux désaccords,  $\delta = -2\Gamma$  (o) et  $\delta = -3\Gamma$  (•), on obtient une variation linéaire. Le point à intensité maximale sur cette figure correspond à  $4mW/cm^2$  par onde. Le gradient de champ magnétique est  $dB/dz = 10G/cm$ .

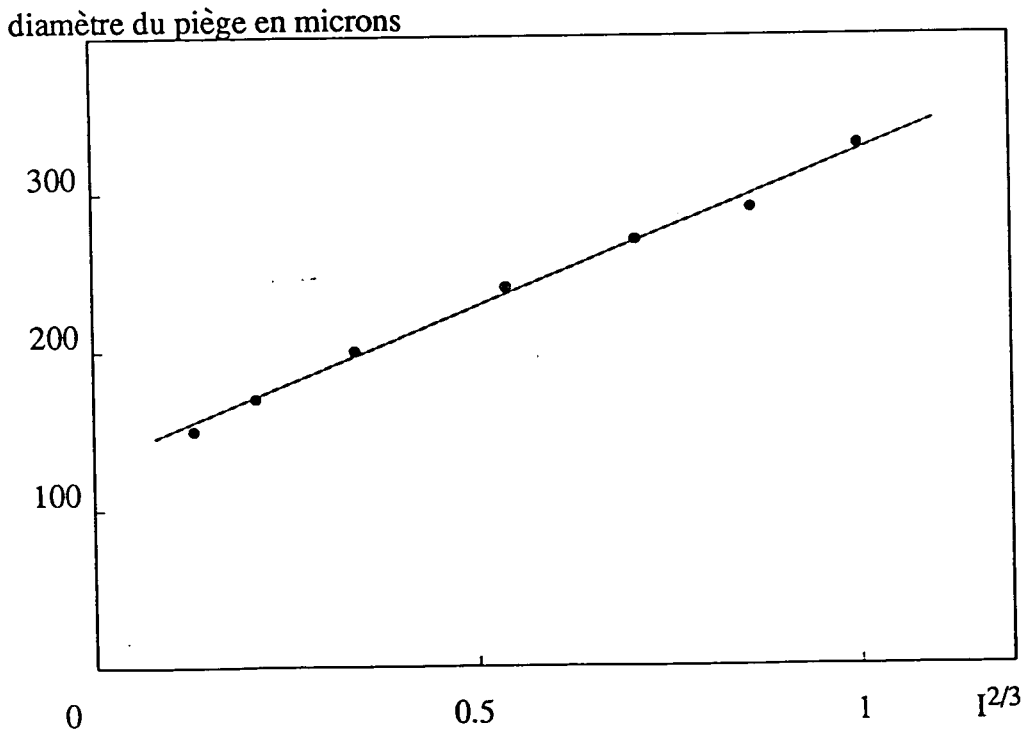


Figure 7 : Diamètre du piège mesuré en fonction de l'intensité à la puissance  $2/3$ . La variation est linéaire. Notons cependant que l'incertitude typique sur les mesures de taille est d'environ 20 %.  $I = 1$  correspond à  $5mW/cm^2$ . Le désaccord est  $\delta = -3\Gamma$  et le gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10G/cm$ . Le nombre d'atomes dans le piège est constant.

### c) Mise en évidence de deux régimes

Revenons dans ce paragraphe à un fonctionnement statique du piège et non plus pulsé comme ci-dessus : le remplissage du piège sera désormais effectué au désaccord auquel la mesure sera faite. Le nombre d'atomes dans le piège dépendra donc du désaccord.

Si on trace la taille du piège en fonction du désaccord (fig. 9), on observe deux régimes: l'un où la taille du piège est importante, probablement limitée par la diffusion multiple, l'autre, à plus grand désaccord, où la taille est nettement plus petite. Pour regarder plus précisément le rôle de la diffusion multiple, revenons aux prévisions du paragraphe a. Si la diffusion multiple domine le comportement du piège, on a  $n = n_c$  et la taille du piège est proportionnelle à la puissance  $1/3$  du nombre d'atomes dans le piège et à l'inverse du désaccord. Nous avons tracé sur la figure 10,  $N^{1/3}/\Delta z$  en fonction du désaccord, où  $\Delta z$  est le diamètre du piège mesuré à  $1/e$ . Il apparaît alors très clairement deux régimes :  $N^{1/3}/\Delta z$  est d'abord proportionnel au désaccord ce qui indique que la force de répulsion liée à la diffusion multiple est ici essentielle pour décrire le piège ; à plus grand désaccord, ce n'est plus le cas et la diffusion multiple n'est plus dominante.

### d) Quelques éléments sur les écarts entre les comportements attendu et observé du piège

Les variations des courbes que nous avons présentées jusqu'ici semblent être bien expliquées par le modèle décrit ci-dessus liant les nouveaux mécanismes à une dimension et la diffusion multiple. Cependant, un certain nombre de résultats ne peuvent être expliqués ainsi et notamment certaines dépendances avec le désaccord. En particulier le régime où la diffusion multiple n'est pas dominante s'écarte du comportement attendu par le modèle des nouveaux mécanismes  $\sigma^+/\sigma^-$  à une dimension et l'ordre de grandeur des tailles minimales du piège mesurées est  $R \simeq 50 \mu$ , à comparer avec les valeurs calculées à une dimension de  $z_c$  de quelques microns.

Nous allons donner ici quelques pistes de recherche pour comprendre le comportement du piège magnéto-optique et les différences avec le modèle utilisé jusqu'à présent.



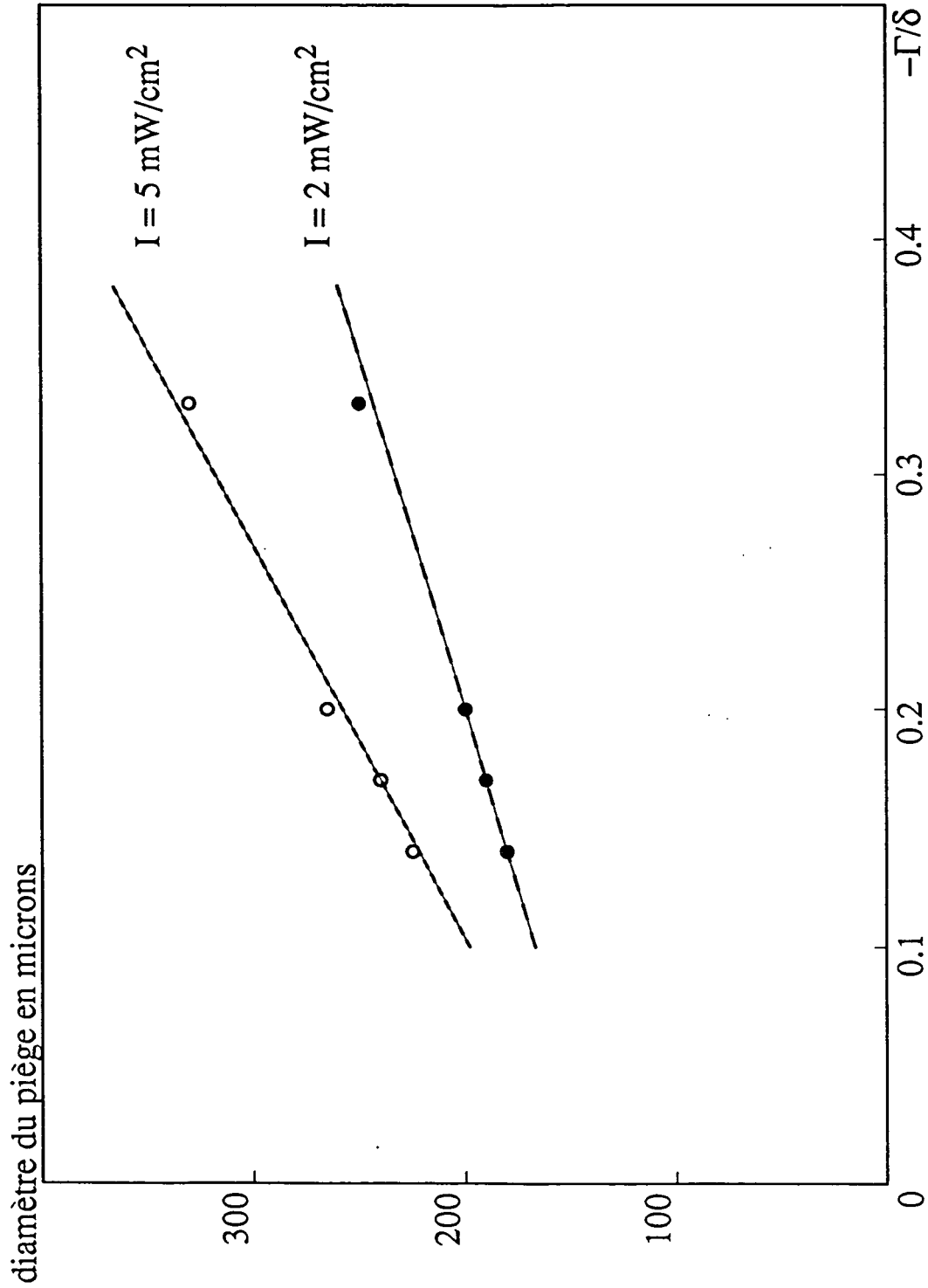


Figure 8 : Diamètre du piège mesuré en fonction de l'inverse du désaccord, pour deux intensités  $I = 5 \text{ mW/cm}^2$  par onde (o) et  $I = 2 \text{ mW/cm}^2$  par onde (•). Le gradient de champ magnétique est  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ . Le nombre d'atomes dans le piège est constant. L'incertitude typique sur le diamètre est d'environ 20 %.

### *$\alpha$ ) Effet des collisions sur la densité*

Nous n'avons, pour l'instant, pas tenu compte des collisions entre atomes froids. Dans l'équation d'équilibre visant à déterminer la densité dans le piège (cf. partie I-A-2/c) elles sont à l'origine d'un terme de départ en  $-\beta n^2$  et limitent donc la densité. On ne peut plus, en effet, les négliger dès que  $\beta n \sim \frac{1}{\tau}$  où  $\tau$  est le temps de chargement du piège :

Ordre de grandeur :

$$\tau = 1s$$

$$\beta = 7,6.10^{-11} \text{ cm}^3/s \text{ [27]} \quad \text{pour} \quad \delta = -\Gamma \quad \text{et} \quad I = 3 \text{ mW/cm}^2$$

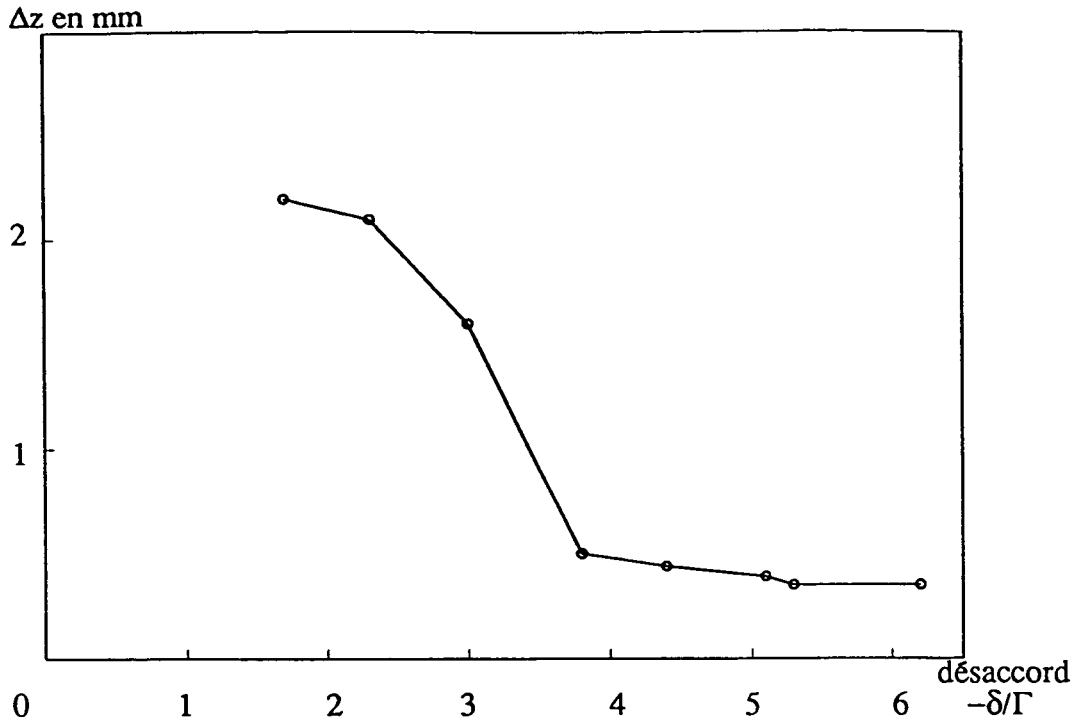
$$\text{donc} \quad n = 1,3.10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

Nous travaillons donc dans un régime (densités entre  $10^{10}$  et  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$ ) où les collisions entre atomes froids ont une importance même si nous ne pouvons pas pour l'instant la quantifier précisément. En effet, le coefficient  $\beta$  dépend du désaccord et de l'intensité laser. La limitation sur la densité qu'imposent les collisions entre atomes du piège varie donc avec  $\delta$  et  $I$ .

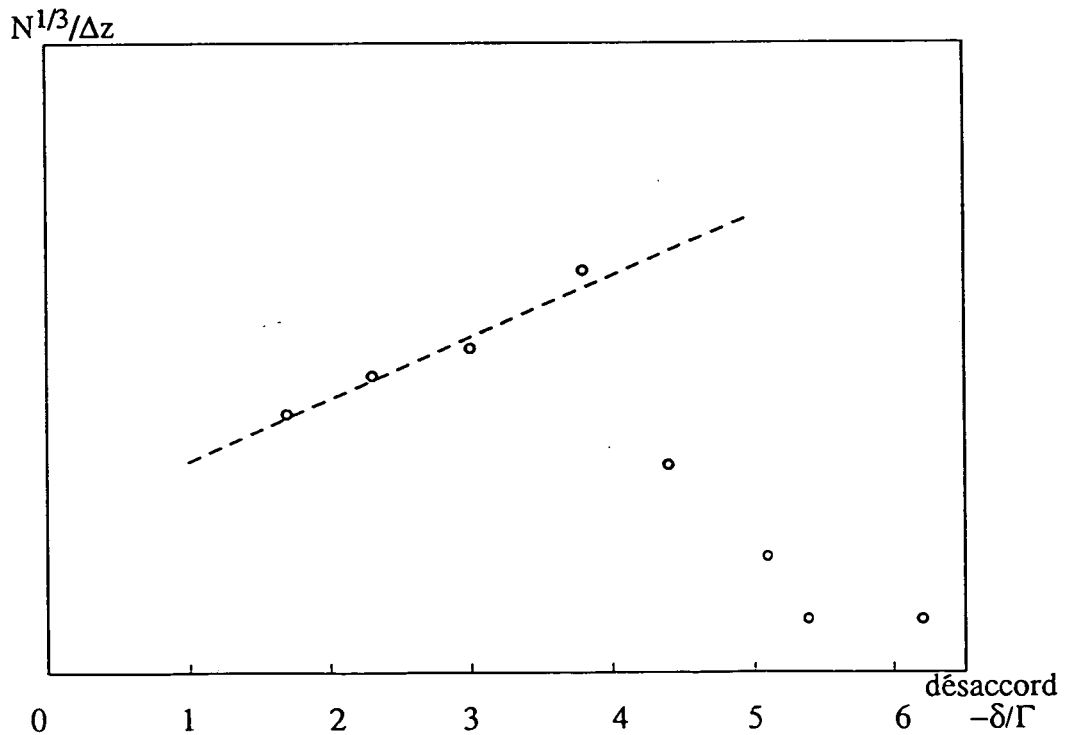
### *$\beta$ ) Mesures de la friction et de la raideur du piège à trois dimensions*

Nous avons mentionné, à la fin de la partie II-B, que le passage de une à trois dimensions pouvait conduire à des réductions importantes du coefficient de friction  $\alpha$ . Ceci pourrait expliquer l'écart persistant entre les tailles minimales du piège mesurées et les valeurs calculées à une dimension car  $z_c^2 \propto \frac{k_B T}{\alpha \mu / k} = \frac{k_B T}{\kappa}$ .

D'un point de vue théorique, les études sont en cours pour déterminer la réduction de  $\alpha$  que l'on peut attendre à trois dimensions et ses variations avec les différents paramètres qui entrent en jeu : désaccord, intensité laser, phases relatives des champs (même si celles-ci ne sont pas contrôlées expérimentalement pour l'instant).



*Figure 9* : Diamètre du piège mesuré à  $1/e$  en fonction du désaccord, alors que le piège est en fonctionnement stationnaire et donc que le nombre d'atomes varie. La diminution brutale de  $\Delta z$  semble indiquer que l'on passe d'un régime dominé par la diffusion multiple à un régime où elle n'est plus essentielle.



*Figure 10* : Variation de  $N^{1/3}/\Delta z$  en fonction du désaccord. La linéarité met en évidence le régime où la diffusion multiple prédomine. A grand désaccord,  $N^{1/3}/\Delta z$  diminue et la diffusion multiple n'est plus essentielle.

D'un point de vue expérimental, des mesures de  $\alpha$  et de la constante de raideur  $\kappa$  du piège ont été entreprises au L.P.T.F. dans l'équipe de A. Clairon. Plusieurs méthodes sont utilisées :

- mesure de  $\alpha$  dans une mélasse à faible densité grâce au coefficient de diffusion spatial de la mélasse car pour un mouvement brownien on doit avoir

$$\langle x^2 \rangle (t) - \langle x^2 \rangle (t_0) = 2 \frac{k_B T}{\alpha} (t - t_0)$$

- mesure de  $\alpha/\kappa$  en observant la manière dont le piège, déplacé par un champ magnétique constant (le zéro du gradient de champ magnétique, donc le piège, est déplacé) revient à sa position d'équilibre lorsqu'on coupe ce champ. On peut également déplacer le piège par la pression de radiation exercée par un faisceau laser supplémentaire ;

- mesure de  $\kappa$  par l'intermédiaire de la température et de la taille du piège, en supposant qu'on est dans un régime où  $\frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} \kappa \langle x^2 \rangle$  ce qui implique en particulier que la répulsion due à la diffusion multiple est négligeable et que le potentiel est harmonique.

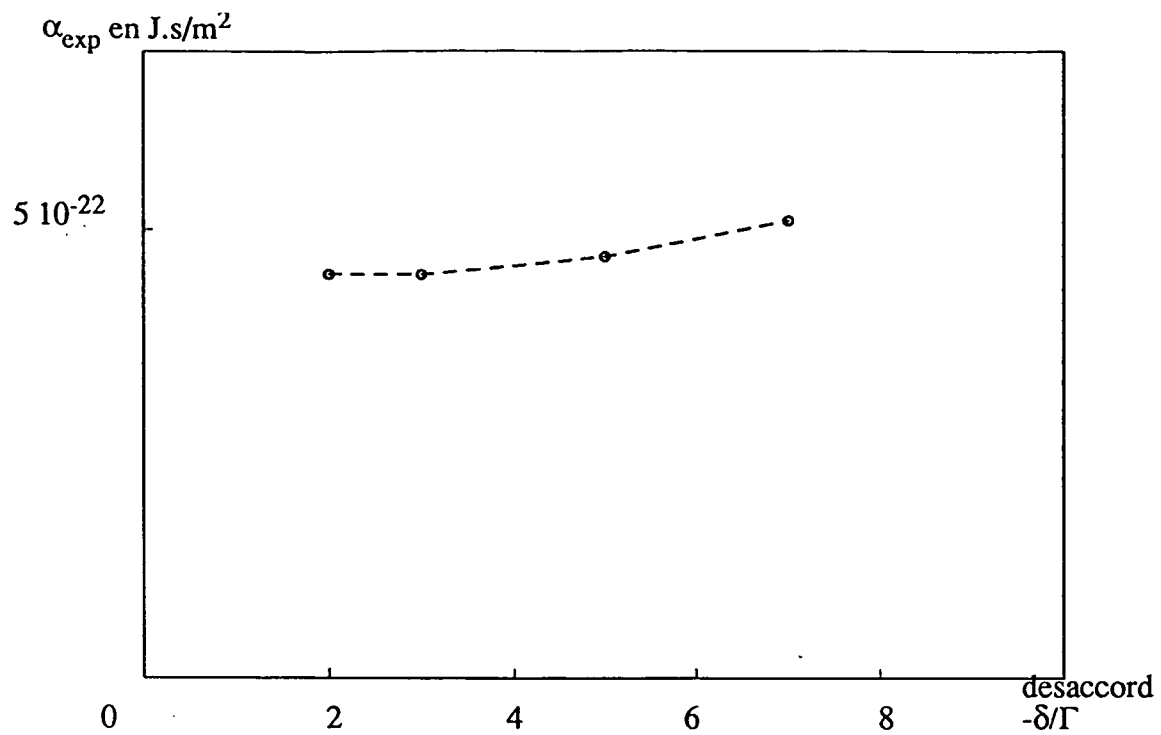
Notons pour commencer que ces mesures sont cohérentes entre elles, c'est-à-dire que les différentes méthodes donnent des résultats consistants, et que les valeurs obtenues sont du même ordre de grandeur que celles, moins complètes, de C. Foot et A. Steane [5].

Les ordres de grandeur obtenus diffèrent des valeurs théoriques calculées à une dimension. Ainsi, à une dimension on trouve pour  $\delta = -3\Gamma$ ,  $\alpha_{th} = 3,7 \cdot 10^{-20} \text{ Js/m}^2$  alors que la valeur mesurée est  $\alpha_{exp} = 5 \cdot 10^{-22} \text{ Js/m}^2$ , soit :

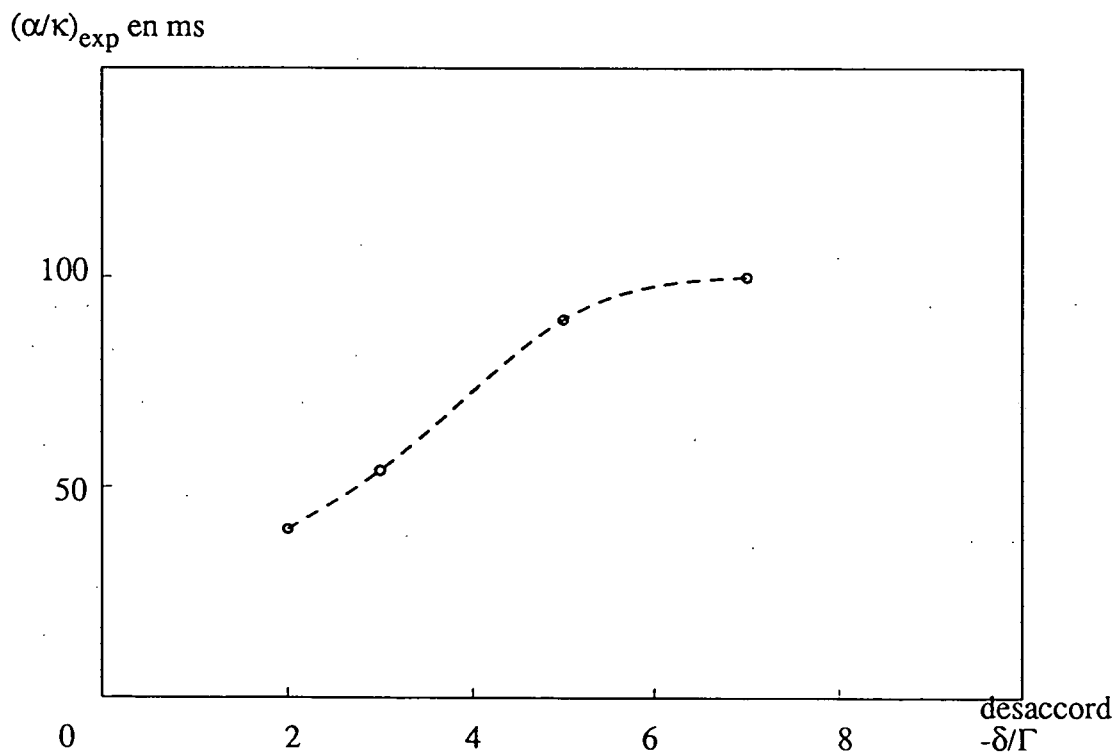
$$\frac{\alpha_{th}}{\alpha_{exp}} \simeq 75$$

Mais on obtient également des variations différentes pour  $\alpha_{th}$  et  $\alpha_{exp}$  : si, comme  $\alpha_{th}$ ,  $\alpha_{exp}$  ne dépend pas de l'intensité laser, il ne semble pas dépendre non plus du désaccord laser (fig. 11) alors que  $\alpha_{th}$  décroît avec la valeur absolue de  $\delta$  (cf. fig. II-B-5).

Quant à la raideur du piège, rappelons que les prédictions du modèle théorique donnent  $\kappa_{th} = \alpha_{th} \times \frac{\mu}{k}$



*Figure 11 : Mesure du coefficient de friction  $\alpha$  en fonction du désaccord pour une intensité de  $2\text{mW/cm}^2$ . On trouve  $\alpha \simeq 0,1\hbar k^2$ . La méthode employée est la mesure de la diffusion spatiale de la mélasse.*



*Figure 12 : Mesure du rapport  $\alpha/\kappa$ , par l'observation du retour à l'équilibre d'un piège déplacé en position par un champ magnétique constant, en fonction du désaccord du laser piège. L'intensité est  $I = 2\text{mW/cm}^2$ .*

donc pour  $dB/dx = 5 \text{ G/cm}$

$$\frac{\alpha_{th}}{\kappa_{th}} \approx 2 \text{ ms}$$

et  $\kappa_{th}$  doit être indépendant de l'intensité laser et varier comme l'inverse du désaccord.

Or, expérimentalement,  $\kappa_{exp}$  est effectivement indépendant de l'intensité laser et varie comme  $1/|\delta|$  mais  $\frac{\alpha_{exp}}{\kappa_{exp}}$  est de l'ordre de 50 à 100 ms. On remarque donc que  $\kappa_{exp}$  n'est pas proportionnel à  $\alpha_{exp}$  car leurs variations en fonction du désaccord diffèrent et que si  $\kappa_{exp}$  varie de la même manière que  $\alpha_{th}$  à une dimension, donc que  $\kappa_{th}$ , l'ordre de grandeur de  $\kappa_{exp}$  diffère de celui de  $\kappa_{th}$  d'un facteur supérieur à mille : pour  $\delta = -3\Gamma$ ,  $\frac{\kappa_{th}}{\kappa_{exp}} \approx 1,5 \cdot 10^3$ .

### Remarque

La constante de raideur est réduite d'un facteur plus important que le coefficient de friction. Ceci n'est pas en contradiction avec le fait qu'alors que le piège ne fonctionne que pour une configuration laser  $\sigma^+/\sigma^-$ , il existe des nouveaux mécanismes de refroidissement aussi bien pour une rotation de la polarisation ( $\sigma^+/\sigma^-$ ) que pour des gradients d'ellipticité et le refroidissement Sisyphe à grand désaccord correspond à une plus grande friction que le refroidissement  $\sigma^+/\sigma^-$ . On peut donc imaginer que  $\kappa_{3D}$  est proportionnel à  $\alpha_{\sigma^+/\sigma^-}$  réduit par le passage à trois dimensions, alors que  $\alpha_{exp}$  est une combinaison de  $\alpha_{Sisyphe}$  et  $\alpha_{\sigma^+/\sigma^-}$  à trois dimensions et est donc supérieur à  $\alpha_{\sigma^+/\sigma^-}$  à trois dimensions.

Pour finir, remarquons que la grande différence entre  $\kappa$  à une et trois dimensions nous incite à penser qu'il existe un moyen d'obtenir des tailles de piège plus petites d'un ordre de grandeur. Il consiste, si l'écart des tailles mesurées avec les valeurs calculées à

une dimension est lié à des effets complexes à trois dimensions, à alterner dans le temps les trois paires d'ondes à une vitesse suffisamment rapide pour que la diffusion dans les directions orthogonales au faisceau présent soit faible, mais telle que la période soit longue devant le temps de thermalisation  $\left(\frac{\alpha}{m}\right)^{-1}$ . Certes, le coefficient de friction moyen, donc également la raideur, sera divisé par trois par rapport au coefficient à une dimension, mais il n'y aura qu'une seule paire d'ondes laser à chaque instant et on s'affranchira donc de la réduction de plusieurs ordres de grandeur liée à la présence des six faisceaux. On doit donc obtenir un piège plus petit.

## 2/ Mesure de la température

### a) Comparaison piège-mélasse

Les températures du piège ou de la mélasse optique sont mesurées par temps de vol. Lorsqu'on coupe les faisceaux laser, les atomes tombent sous l'effet de la gravité. Si quelques centimètres plus bas se trouve un faisceau laser sonde, l'arrivée des atomes se traduit à ce niveau par une augmentation de la fluorescence, et la mesure des temps d'arrivée permet de remonter à la distribution initiale des vitesses. Il est essentiel pour cela de couper rapidement ( $\lesssim 1 \text{ ms}$ ) le champ magnétique afin de ne pas mesurer l'énergie magnétique. L'ordre dans lequel on procède est important : si on coupe les faisceaux laser puis le champ magnétique, on mesure la température du piège magnéto-optique, alors que si on coupe d'abord le champ magnétique puis ensuite, au bout d'un temps de thermalisation  $\tau_{th}$ , les faisceaux laser, on mesure la température d'une mélasse.

La première constatation est que la température du piège magnéto-optique est effectivement sub-Doppler. La plus grande valeur obtenue est de l'ordre de  $70 \mu K$  alors que, rappelons-le, la limite Doppler est de  $120 \mu K$ , et la température minimale mesurée dans un piège est de  $3 \mu K$ . La deuxième observation est cependant que la température de la mélasse est inférieure à celle du piège. La question que l'on peut se poser alors est de

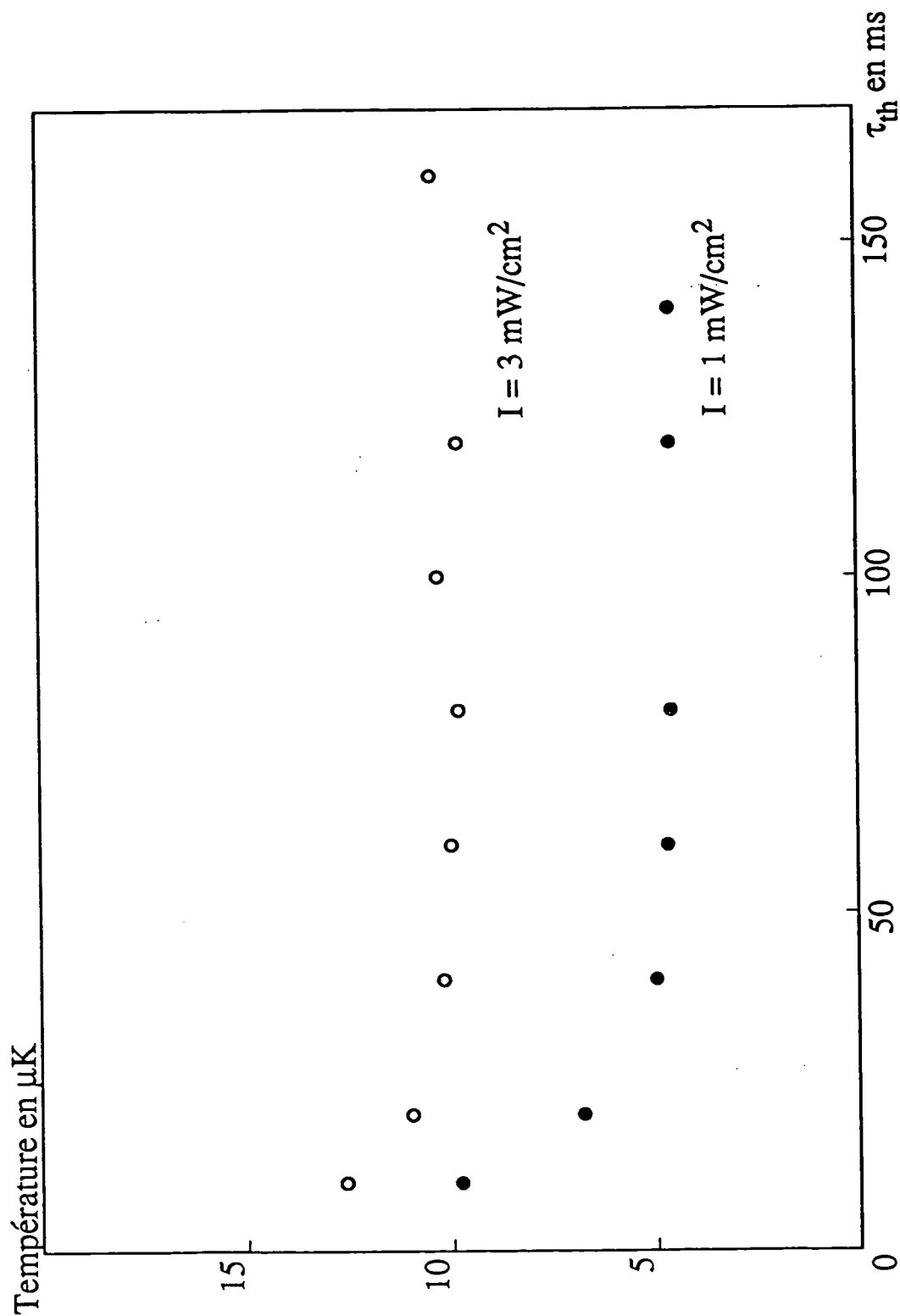


Figure 13 : Variation de la température de la mélasse en fonction du temps de thermalisation  $\tau_{th}$ , temps au bout duquel la mesure est faite si à  $t = 0$  le champ magnétique piège est coupé. Les courbes ont été tracées pour  $\delta = -10\Gamma$  et pour deux valeurs de l'intensité :  $I = 3 \text{ mW/cm}^2$  (o) et  $I = 1 \text{ mW/cm}^2$  (•).



savoir si cet écart de température est lié à la présence du gradient de champ magnétique, qui différencie la situation piège de la situation mélasse —mettant en défaut le modèle du rôle du champ magnétique que nous avons présenté dans la partie B— ou s'il a pour origine un effet de densité pur lié aux photons de la diffusion multiple ou aux collisions entre atomes froids. La température de la mélasse est en effet mesurée au bout d'un temps  $\tau_{th}$  et, pendant ce temps, la densité de la mélasse diminue même si le nombre d'atomes ne varie pas : d'une part, la mélasse subit une diffusion spatiale ; d'autre part, la force due à la diffusion multiple n'est plus compensée par la force de rappel créée par le gradient de champ magnétique et donc il y a une force nette répulsive qui tend à accroître le rayon du nuage. Donc si  $\tau_{th}$  est suffisamment long, on n'est plus dans un régime à haute densité lorsqu'on fait la mesure de température.

#### b) Effet de densité pur

Aussi avons-nous regardé la température de la mélasse en fonction du temps de thermalisation, c'est-à-dire du temps au bout duquel elle est mesurée. La figure 13 montre les résultats obtenus : la température diminue lorsque  $\tau_{th}$  augmente et l'ordre de grandeur du temps nécessaire pour atteindre la température finale est de 50 à 100 *ms*. Cette courbe semble donc indiquer qu'un excès de température est présent dans une mélasse à forte densité par rapport à une mélasse à faible densité. Cependant, il convient d'être prudent : lorsqu'on coupe le piège, la répulsion liée à la diffusion multiple n'est plus compensée par le gradient de champ magnétique et la mélasse explose. Il est possible qu'on ne mesure pas réellement une température et que le temps de vol obtenu soit un reflet de la vitesse d'explosion du nuage d'atomes.

Un effet de densité pur, c'est-à-dire indépendant du champ magnétique, peut avoir plusieurs origines. On peut tout d'abord penser à l'excès de chauffage dû aux photons diffusés plusieurs fois. Essayons de l'évaluer.

*α) Excès de chauffage dû à la diffusion multiple*

Soit  $Q$  le nombre moyen de photons diffusés, absorbés et émis par émission spontanée par unité de temps par un atome  $a$ . Si l'atome  $a$  est au centre du piège, toutes les directions sont équiprobables à l'absorption de la même manière qu'elles le sont à l'émission pour un diagramme de rayonnement isotrope. La contribution au coefficient de diffusion en impulsion est donc  $\frac{1}{2}\hbar^2 k^2 Q$  tant pour l'absorption que pour l'émission. Sur l'ensemble du piège, il faut tenir compte d'un facteur géométrique : en particulier, si l'atome n'est plus au centre du piège, toutes les directions ne sont pas équiprobables à l'absorption. Au total, le coefficient de diffusion sera de la forme  $A\hbar^2 k^2 \bar{Q}$  où  $A$  est un facteur géométrique, ne dépendant que de la forme du piège et, si on suppose qu'il est toujours sphérique, constant, et  $\bar{Q}$  est le nombre moyen de photons diffusés absorbés par un atome quelconque du piège

$$\bar{Q} = \frac{\Gamma}{2} \frac{3\Omega_1^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 3\Omega_1^2} \sigma_d n_c \left\langle \frac{r}{3} \right\rangle$$

Supposons que nous sommes dans un régime dominé par la diffusion multiple et prenons alors l'expression de  $R$  qui en découle ( $\left\langle \frac{r}{3} \right\rangle = \frac{R}{4}$  et  $n_c = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3}$  où  $N$  est le nombre d'atomes dans le piège).

De même que dans le calcul de la force il fallait prendre en compte la force attractive créée par la différence d'absorption entre les ondes  $+$  et  $-$ , de même, il ne faut pas oublier cet effet pour le calcul du coefficient de diffusion. Dans le calcul du coefficient de diffusion lié à la présence de deux ondes laser, intervient la quantité  $\frac{1}{2}\hbar^2 k^2 (P_+ + P_-)$  où  $P_{\pm}$  est le nombre moyen de photons absorbés dans l'onde  $\pm$ .  $P_+ + P_-$  est proportionnel à  $I_+ + I_- \approx I_+(\infty)(1 - 2\sigma \cdot 2Rn_c)$ . Il y a donc un terme correctif en  $-4\sigma n_c R$ .

La correction totale au coefficient de diffusion donne donc

$$D' \approx A \hbar^2 k^2 \frac{\Gamma}{2} \frac{3\Omega_1^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4} + 3\Omega_1^2} (\sigma_d - \sigma) \frac{3N}{16\pi R^2}$$

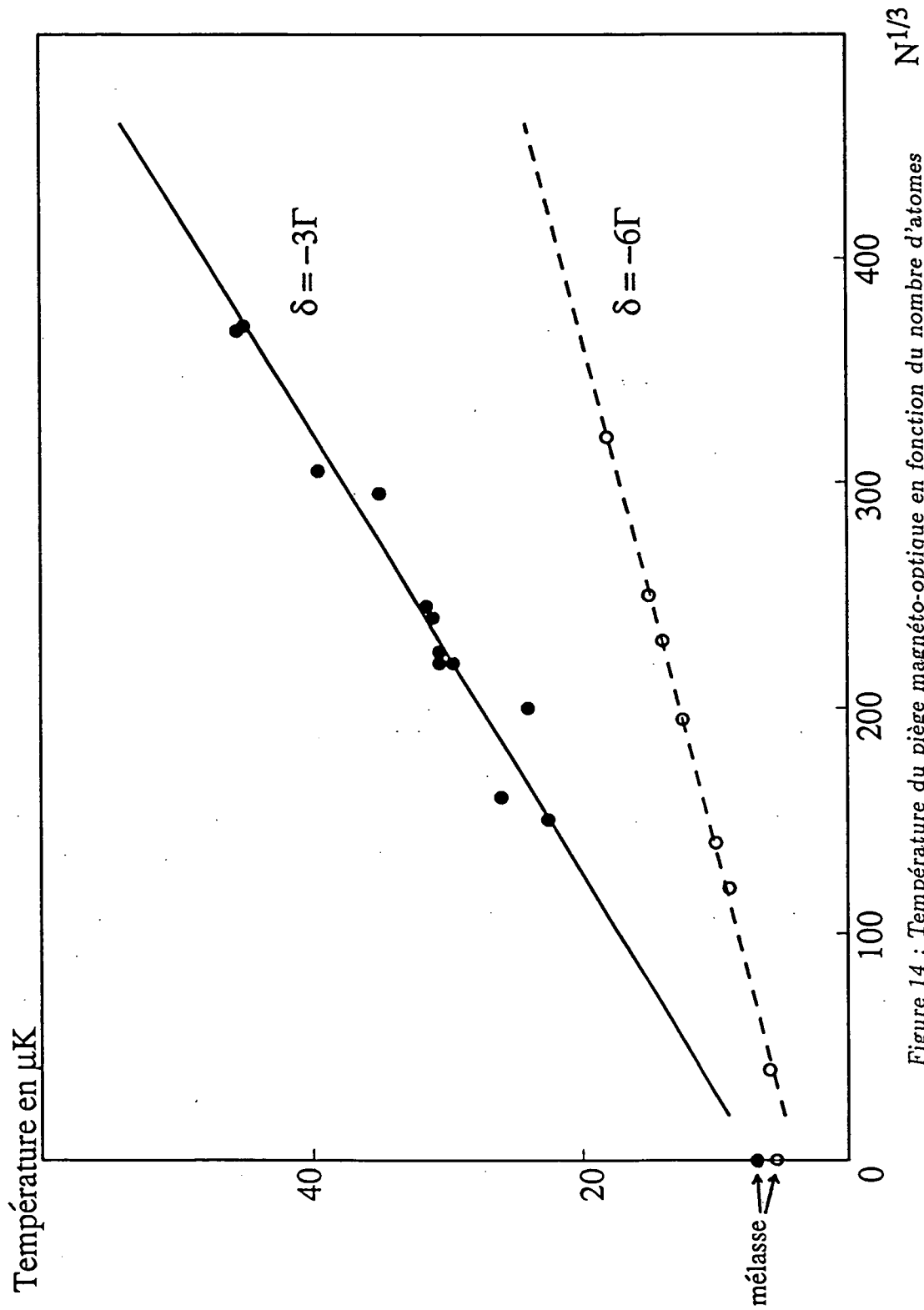


Figure 14 : Température du piège magnéto-optique en fonction du nombre d'atomes qu'il contient à la puissance  $1/3$ . La courbe a été tracée pour  $dB/dz = 10\text{G/cm}$ ,  $I = 1\text{mW/cm}^2$  et  $\delta = -3\Gamma$  ( $\bullet$ ) et  $\delta = -6\Gamma$  ( $\circ$ ). Les points sur l'axe des ordonnées correspondent aux températures de mélasse de faible densité.

Soit, pour la température, en remplaçant  $(\sigma_d - \sigma)$  et  $R$  par leurs valeurs à grand désaccord et en prenant l'expression de  $D$  pour une transition  $F = 1/F' = 2$

$$T_{\text{piège}} = \frac{D}{\alpha} \left( 1 + \frac{D'}{D} \right)$$

$$\text{et } \frac{D'}{D} \approx 0,1 A \left( \frac{\mu}{k\Gamma} \right)^{2/3} \left( \frac{\Gamma^2}{\Omega_1^2} \right)^{1/3} N^{1/3}$$

Si la linéarité de la température dans le piège avec le nombre d'atomes à la puissance 1/3 est une loi bien vérifiée (fig. 14), l'ordre de grandeur du rapport  $D'/D$  ne correspond pas à  $\frac{T_{\text{piège}} - T_{\text{mélasse}}}{T_{\text{mélasse}}}$  mesuré. En effet,

$$\text{pour } \begin{cases} \Omega_1^2/\Gamma^2 = 0,8 \\ \delta = -5\Gamma \\ \frac{dB}{dz} = 10 \text{ G/cm} \\ N = 10^7 \text{ atomes} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{T_{\text{piège}} - T_{\text{mélasse}}}{T_{\text{piège}}} \approx 1 \\ \frac{D'}{D} = 0,03 \end{cases}$$

Si les ordres de grandeur ne correspondent pas par ce calcul, on peut imaginer que les photons diffusés plusieurs fois contribuent aussi d'une autre manière à l'excès de température.

### *$\beta$ ) Modification par les photons de la diffusion multiple de l'efficacité des mécanismes de refroidissement*

De même que nous avons mentionné qu'on pouvait expliquer qualitativement une réduction du coefficient de friction  $\alpha$  en passant d'une à trois dimensions par la présence de photons  $\pi$  qui détruisent en partie l'orientation dans le niveau fondamental et diminuent l'efficacité du refroidissement, de même les photons diffusés plusieurs fois, qui de surcroît

peuvent être plus résonnants que les photons laser, peuvent perturber les mécanismes de refroidissement et être à l'origine d'une modification du coefficient de friction  $\alpha$  aussi bien que du coefficient de diffusion  $D$ , conduisant à une augmentation de température.

### Remarque

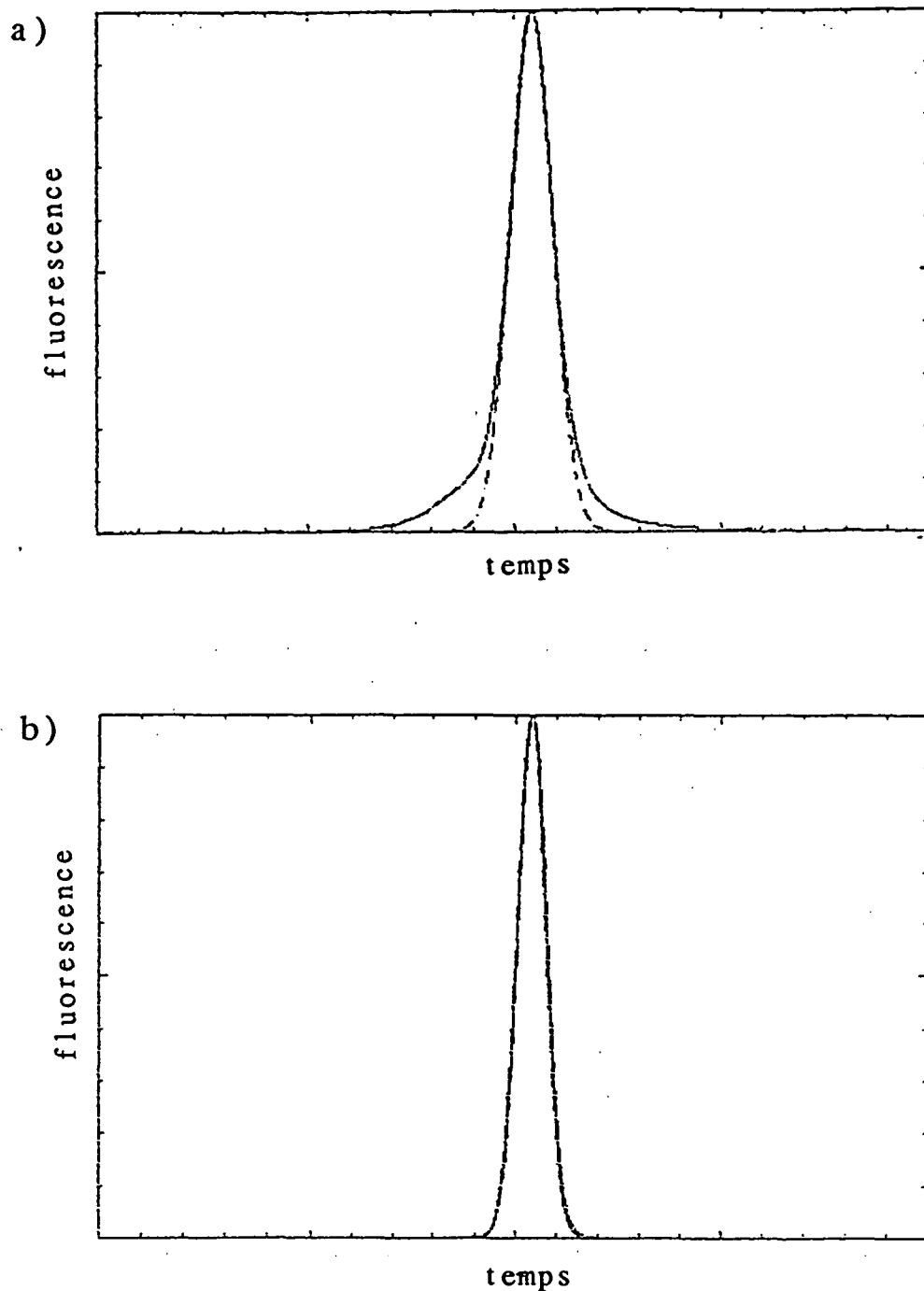
En toute rigueur, il nous faudrait tenir compte de la modification de  $D$  et  $\alpha$  par effet de densité dans la description de la distribution spatiale des atomes dans le piège puisque l'équation que nous avons écrite au paragraphe II-A-3 en dépend par l'intermédiaire de  $z_c$ .

### *$\gamma$ ) Effet des collisions entre atomes froids*

Nous nous sommes pour l'instant intéressés aux collisions entre atomes froids sous l'angle de la densité que l'on peut obtenir dans le piège et donc nous avons considéré les collisions dont les produits ont une énergie cinétique telle qu'ils échappent au piège. Mais il existe également toute une gamme de collisions moins "efficaces" : elles ne dégagent pas une énergie suffisante pour que les atomes sortent du piège mais conduisent à un chauffage.

Il convient également de mentionner ici qu'une étude théorique a été entreprise par A. Smith et K. Burnett [28] pour étudier les collisions entre des paires d'atomes qui subissent un refroidissement dans un champ laser. Les auteurs montrent comment des collisions à grande distance peuvent produire des sauts de vitesse où interrompre le refroidissement. Ces effets vont dans le sens d'une augmentation de la température lorsque la densité devient importante.

S'il peut donc apparaître par effet de densité pur une augmentation de température, il n'est pas cependant exclu qu'une partie de l'excès de température mesuré dans le piège magnéto-optique soit lié à un effet du champ magnétique.



*Figure 15 : Temps de vol du piège magnéto-optique (a) et de la mélasse (b). Le désaccord laser est  $\delta = -3\Gamma$ , l'intensité est  $\Omega_1^2/\Gamma^2 = 0,2$  et le nombre d'atomes  $5 \cdot 10^7$ . La température dans la mélasse est  $T = 17\mu K$ . La température dans le piège  $T = 45\mu K$ , mais la distribution des vitesses dans le piège est non gaussienne comme le montre l'écart du temps de vol et du fit.*

### c) Effet du champ magnétique

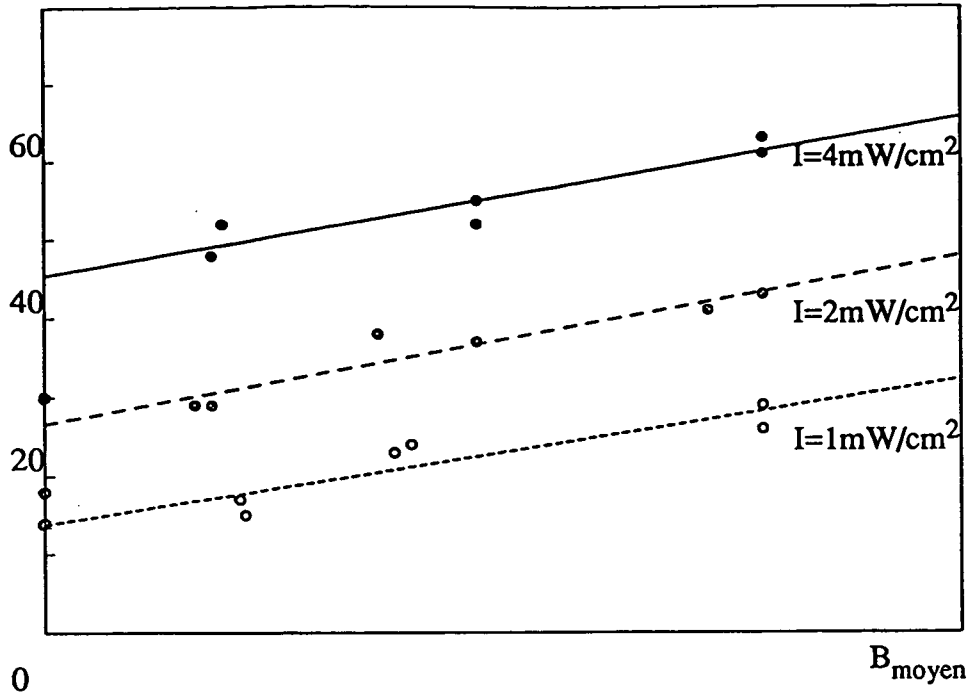
Pour préciser si l'excès de température correspond ou non à un effet du champ magnétique, nous allons comparer les temps de vol obtenus en situation de piège et en situation de mélasse juste après la coupure du champ magnétique (environ 2 *ms*, ce qui est très court devant les 50 à 100 *ms* nécessaires pour atteindre un régime de mélasse à basse densité). On observe alors que les deux temps de vol diffèrent : même juste après la coupure du champ magnétique, la température est plus faible en situation de mélasse que dans le piège. Et à petit désaccord, le temps de vol obtenu dans le piège ne correspond plus à une distribution gaussienne : il apparaît des ailes importantes (fig. 15). On peut comprendre cela comme un effet de densité faisant intervenir le champ magnétique. En effet, à petit désaccord, la diffusion multiple joue un rôle important et elle repousse les atomes dans des régions de champ magnétique élevé. La condition  $|\mu z| \ll |\delta'|$ , qui était une des conditions de validité du modèle que nous avons élaboré au paragraphe II-B-2/b), peut ne plus être alors remplie. De même, à trois dimensions, il est possible que le champ magnétique transverse ne puisse pas être négligé. Le champ magnétique longitudinal et transverse peut alors perturber l'orientation dans le niveau fondamental qui apparaît dans le modèle des nouveaux mécanismes  $\sigma^+/\sigma^-$  et conduire à des températures plus élevées ou à une distribution non gaussienne, une fraction des atomes (ceux qui sont sur les bords du piège) étant plus chauds.

### d) Conclusion

Il est vraisemblable que plusieurs effets sont à l'origine d'une augmentation de température dans le piège magnéto-optique par rapport à une mélasse de faible densité : un chauffage par le biais du champ magnétique, une modification de  $D$  et  $\alpha$  liée à la diffusion multiple, mais aussi, un excès de température lié aux collisions entre atomes froids.

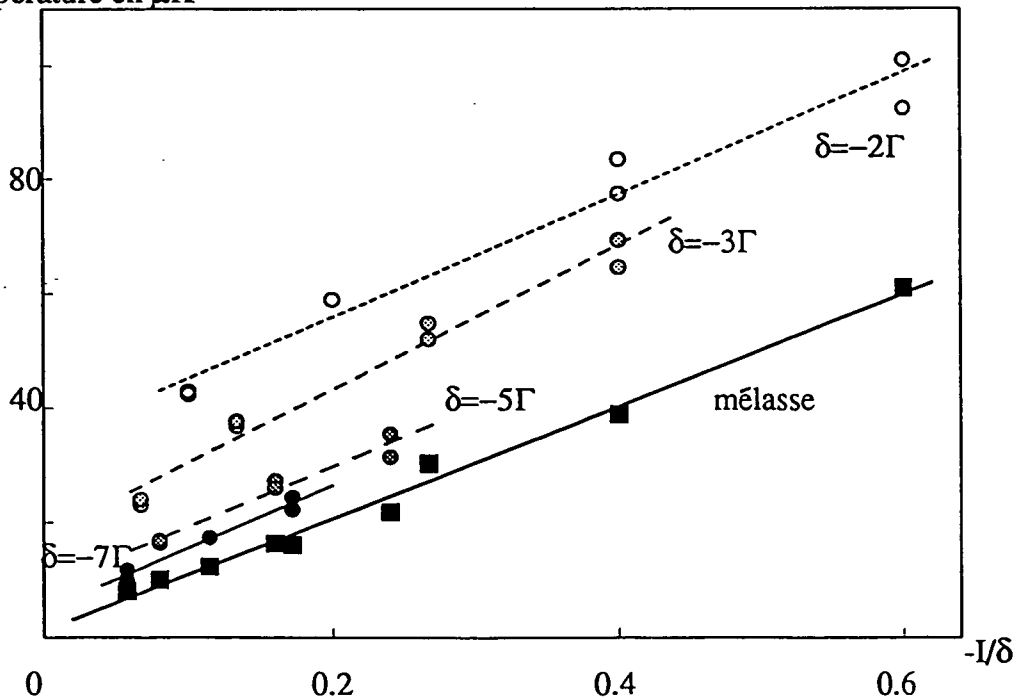
Au stade actuel, il nous est difficile d'aller plus loin. Les données expérimentales brutes existent —les figures 16 et 17 par exemple montrent les variations de la température dans le piège en fonction du champ magnétique moyen et de l'intensité—, mais leur

Température en  $\mu\text{K}$



**Figure 16 :** Température du piège magnéto-optique en fonction du champ magnétique moyen (produit du gradient par le rayon du piège) pour un désaccord laser  $\delta = -3\Gamma$ , diverses intensités laser et un nombre d'atomes dans le piège de  $10^7$ . Notons que la densité varie également avec le gradient de champ magnétique. Les points sur l'axe des ordonnées correspondent aux températures de mélasse mesurées.

Température en  $\mu\text{K}$



**Figure 17 :** Température du piège magnéto-optique ( $\bullet$ ) et de la mélasse ( $\blacksquare$ ) en fonction du rapport de l'intensité sur le désaccord pour divers désaccords, un gradient de champ magnétique  $dB/dz = 6\text{G/cm}$  et un nombre d'atomes dans le piège de  $10^7$ . Lorsque le désaccord augmente, la température du piège se rapproche de celle de la mélasse.



interprétation est difficile en l'absence de modèles quantitatifs qui rendent compte des différents effets que nous avons mentionnés. Des tentatives d'ajustement des courbes obtenues ont été entreprises. Pour l'instant, sans tenir compte d'éventuels effets de collisions, la fonction décrivant le mieux la température serait en :

$$T_{\text{piège}} - T_{\text{mélasse}} = p_1 \frac{I^{p_2}}{|\delta|^{p_3}} \frac{N}{R^2}$$

avec

$$\begin{cases} p_1 \simeq 5,6 \cdot 10^{-3} \\ p_2 = 0,49 \pm 0,06 \\ p_3 = 1,3 \pm 0,06 \end{cases}$$

et l'ajout d'un terme proportionnel à  $B_{\text{moyen}}$  ne donne pas de résultats significatifs. Notons tout de même que cette recherche supposait que les effets de modification de température par la présence du champ magnétique et par effet des photons diffusés plusieurs fois sur  $\alpha$  et  $D$  étaient séparables, ce qui n'est pas forcément évident.

La compréhension des phénomènes en jeu dans le piège magnéto-optique nécessiterait maintenant un travail théorique important afin d'obtenir, à trois dimensions, des modèles quantitatifs permettant de tenir compte de modifications du coefficient de diffusion  $D$  et du coefficient de friction  $\alpha$  par effet de densité (photons de la diffusion multiple ou collisions entre atomes du piège) et d'évaluer le surcroît de chauffage lié à la présence du champ magnétique.

Mais nous arrêterons là notre investigation et nous allons maintenant nous intéresser à l'utilisation du piège magnéto-optique comme source d'atomes froids pour d'autres expériences : nous y consacrerons notre troisième partie.

## Références du Chapitre II

- [1] T. Walker, D. Sesko, C. Wieman, Phys. Rev. Lett. 64, 408 (1990).
- [2] B. Sheehy, S. Shang, P. Van Der Straten, S. Hatamian, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 64, 858 (1990).
- [3] S. Shang, B. Sheehy, P. Van Der Straten, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 65, 317 (1990).
- [4] S. Shang, B. Sheehy, P. Van Der Straten, H. Metcalf, proceeding of the workshop on light induced kinetic effects on atoms, ions and molecules, p. 79, Elba (1990).
- [5] A. Steane, C. Foot, Europhys. Lett. 14, 231 (1991).
- [6] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 61, 169 (1988).
- [7] C. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, Europhys. Lett. 12, 683 (1990).
- [8] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023 (1989).
- [9] P. Ungar, D. Weiss, E. Riis, S. Chu, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2058 (1989).
- [10] Par exemple D. Wineland, W. Itano, Phys. Rev. A 20, 1521 (1979).
- [11] J. Dalibard, Optics Comm. 68, 203 (1988).
- [12] A. Kazantsev, G. Surdutovich, D. Chudesnikov, V. Yakovlev, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2130 (1989).
- [13] D. Sesko, T. Walker, C. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B 8, 946 (1991).
- [14] B. Mollow, Phys. Rev. 188, 1969 (1969).
- [15] B. Mollow, Phys. Rev. A 5, 2217 (1972).

- [16] D. Holm, M. Sargent, S. Stenholm, *J. Opt. Soc. Am. B* 2, 1456 (1985).
- [17] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, Editions du CNRS, Chap. VI.
- [18] C. Cohen-Tannoudji, *Cours à l'école des Houches, Session LIII*, 1990.
- [19] Y. Castin, K. Mølmer, J. Dalibard ET C. Cohen-Tannoudji, *Laser Spectroscopy IX*, M. FELD, J. THOMAS et A. MOORADIAN eds (Academic Press, San Diego, 1989).
- [20] Y. Castin, K. Mølmer, *J. Phys. B* 23, 4101 (1990).
- [21] Y. Castin, J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, *Proceedings of Light induced kinetic effects*, L. MOI et al eds, Isola d'Elba (1990).
- [22] Y. Castin, J. Dalibard, *Europhys. Lett.* 16, 165 (1991).
- [23] C. Westbrook, R. Watts, C. Tanner, S. Rolston, W. Phillips, P. Lett, *Phys. Rev. Lett.* 65, 33 (1990).
- [24] N. Bigelow, M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* 65, 29 (1990).
- [25] K. Mølmer, K. Berg-Sørensen, E. Bonderup, *Proceedings of the workshop on light induced kinetic effects on atoms, ions and molecules, Elba (1990)* p.175.
- [26] K. Mølmer, *Phys. Rev. A* 44 (1991).
- [27] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* 63, 961 (1989).
- [28] A. Smith, K. Burnett, *J. Opt. Soc. Am. B* 8, 592 (1991).

## **CHAPITRE III**

### **UTILISATION DU PIEGE MAGNETO-OPTIQUE**

## INTRODUCTION

Maintenant que nous avons vu comment obtenir une forte densité d'atomes froids dans un piège magnéto-optique, nous allons nous intéresser à l'utilisation que nous pouvons faire de ces atomes dans d'autres expériences de physique. Les avantages du piège pour cela sont les suivants : une forte densité d'atomes (jusqu'à quelques  $10^{12}$  *atomes/cm*<sup>3</sup>) et surtout une faible vitesse. D'une part, elle autorise de longs temps d'interaction, notamment par rapport à un jet atomique : l'échelle des vitesses devient de quelques centimètres par seconde et donc l'échelle de temps d'interaction de l'ordre de la seconde. Ceci est intéressant, par exemple, pour la spectroscopie à très haute résolution. On peut mentionner à cet égard la possibilité de réaliser des fontaines atomiques [1,2]. D'autre part, la faible vitesse a pour conséquence que l'effet Doppler devient petit devant la largeur naturelle du niveau excité  $\Gamma$  : pour le césium,  $\Gamma/2\pi = 5,3$  *MHz*, alors qu'une température de  $50$   $\mu$ *K* correspond à un effet Doppler moyen  $\frac{v}{\lambda} \approx 70$  *kHz*. L'effet Doppler n'est donc plus une limitation. Ceci est important pour l'optique non-linéaire par exemple [3,4]. En effet, dans une cellule à température ambiante, on doit utiliser des désaccords laser de l'ordre du Gigahertz pour éviter l'absorption Doppler par le milieu des signaux non-linéaires créés, si ceux-ci sont générés autour de la fréquence de la transition atomique. Or l'amplitude de signaux non-linéaires décroît rapidement avec le désaccord : la susceptibilité d'ordre trois  $\chi^3$ , par exemple, est en  $1/\delta^3$ . On a alors deux moyens pour avoir des signaux importants : soit augmenter la densité dans la cellule à pression de vapeur saturante en la chauffant et utiliser des cellules de longueur importante car les signaux non-linéaires sont proportionnels au produit  $n\ell$ , soit s'affranchir de la limitation sur le désaccord imposée par l'effet Doppler en ayant recours à des atomes froids. Ainsi, avec des désaccords de quelques  $\Gamma$ , on doit pouvoir obtenir des signaux importants, bien que la longueur du milieu soit petite : de l'ordre du millimètre. Les spécialistes de l'optique non-linéaire commençaient donc à s'intéresser de près au piège magnéto-optique au moment où nous avons débuté les expériences qui font l'objet de cette troisième partie et leur collaboration a été précieuse.

Le point de départ de cette étude est le fruit d'un hasard : pour déterminer le nombre d'atomes dans le piège, nous avons ajouté un faisceau sonde dérivé du même laser stabilisé que le laser piège (cf. 1/c). Nous avons alors observé [5], une résonance étroite devant la largeur naturelle du niveau excité autour de la fréquence du laser piège (fig. 1). (Une

observation similaire a été réalisée simultanément dans le groupe de H. Kimble et publiée dans la référence [6]). Nous consacrerons la partie A à la description de ce signal et nous l'interpréterons en termes de résonances Raman entre sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental de l'atome, déplacés par la lumière. Dans la partie B, nous exposerons les premiers résultats d'une étude plus détaillée et nous intéresserons à d'autres signaux non-linéaires comme le mélange à quatre ondes. Enfin, dans un troisième temps, nous présenterons quelques idées d'expériences utilisant le piège magnéto-optique comme source d'atomes froids.

## A - RESONANCES RAMAN

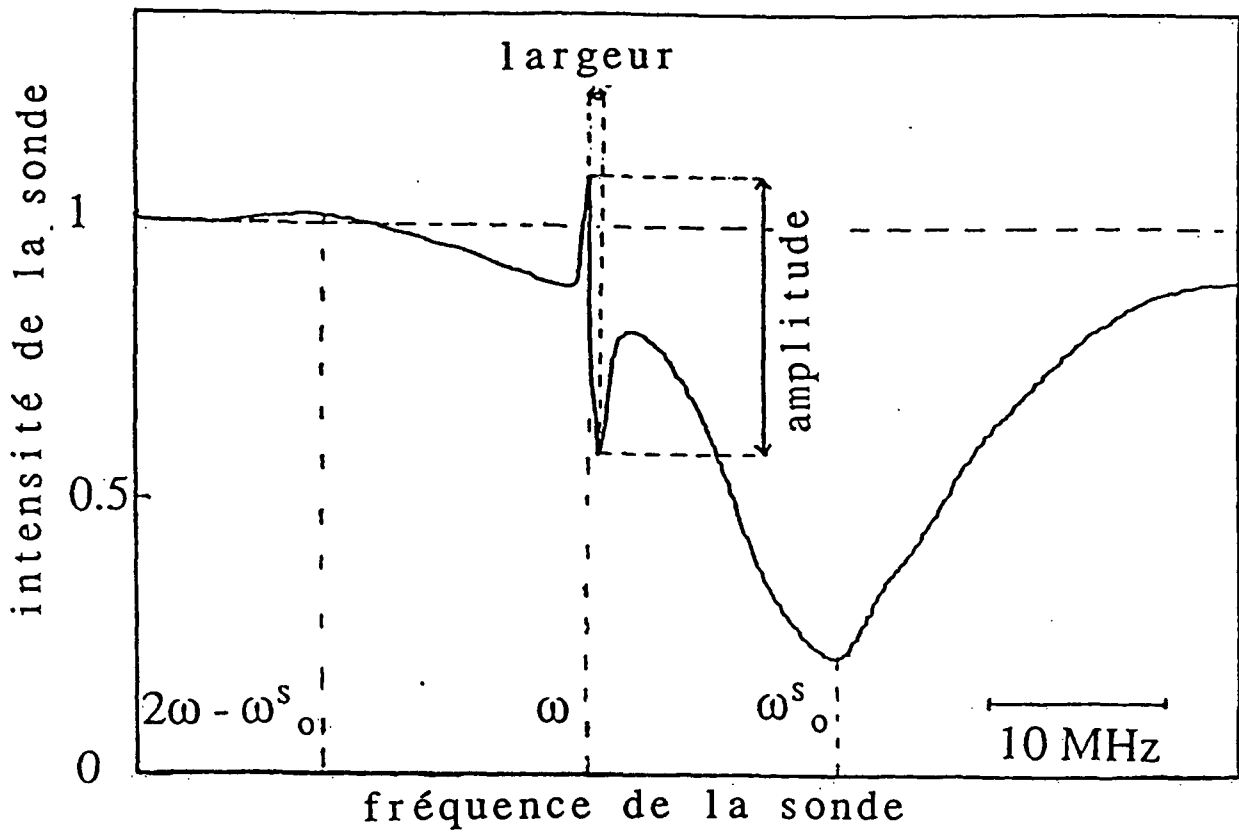
### 1/ Description du signal

Afin d'expliquer la résonance étroite du profil d'absorption du faisceau sonde sur le piège magnéto-optique, nous avons fait varier différents paramètres pour dégager les lois de variation de ce signal. Nous avons pour cela travaillé dans un certain nombre de situations différentes et nous essaierons à chaque fois de préciser dans laquelle nous nous situons. Nous appellerons dans la suite, à moins d'indication contraire,  $L$  la distance en fréquence entre le maximum et le minimum du signal, et  $A$  l'amplitude la différence entre l'intensité de la sonde au maximum et au minimum (fig. 1). Remarquons que cette amplitude est proportionnelle à l'intensité de la sonde  $I_s$ , aussi la donnerons-nous souvent en pourcentage de  $I_s$ .

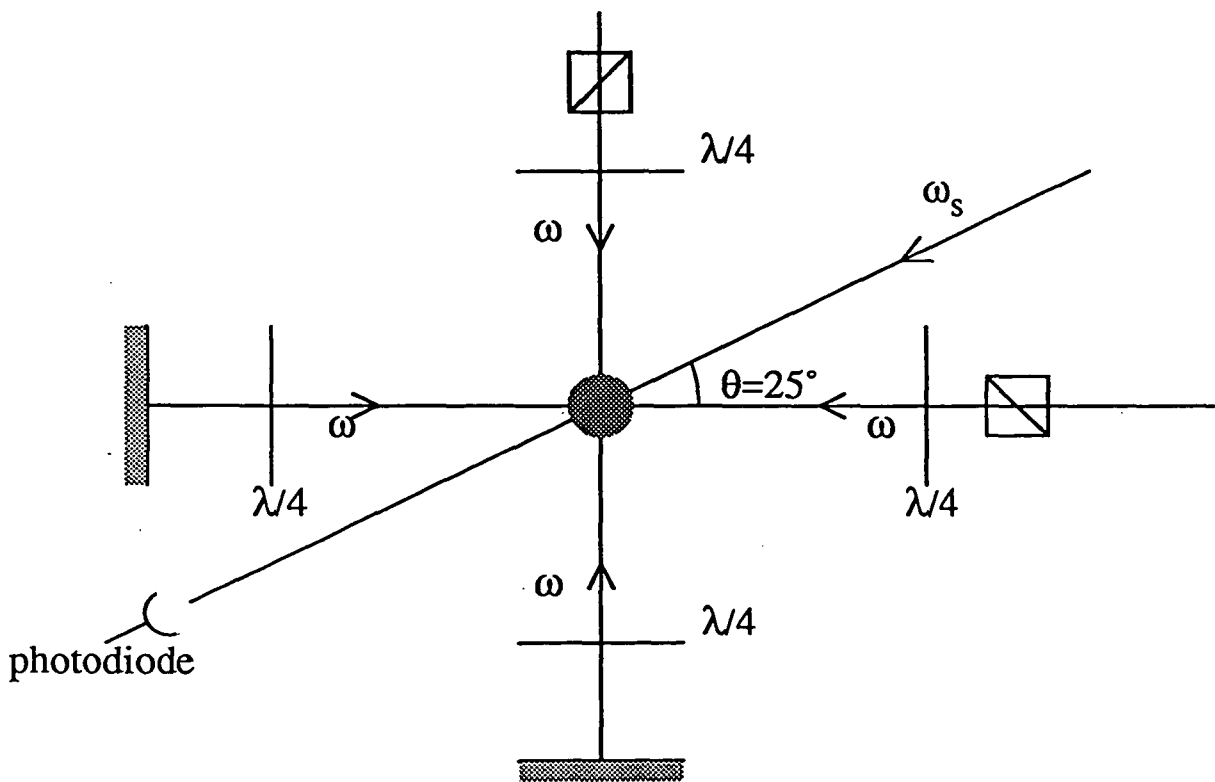
#### a) Description générale - Variation avec le gradient de champ magnétique

Nous nous situons pour l'instant dans la configuration de la figure 2 où une sonde est ajoutée dans le plan horizontal avec un angle de  $25^\circ$  avec le faisceau piège le plus proche. La résonance observée autour de la fréquence laser a alors une largeur de plusieurs centaines de kiloHertz et une amplitude pouvant aller jusqu'à 50% avec un gain maximum mesuré proche de 20%.

La largeur et l'amplitude du signal dépendent du champ magnétique (fig. 3 et 4). Comme le nombre d'atomes varie lorsqu'on change le gradient de champ magnétique, nous avons tracé sur la figure 4 l'amplitude du signal divisé par  $\ln(1 - \alpha)$ , où  $\alpha$  est l'absorption à résonance et  $\ln(1 - \alpha)$  est proportionnel à l'intégrale de la densité atomique sur le trajet de la sonde. Lorsqu'on augmente le gradient de champ magnétique, le signal s'élargit et



*Figure 1 : Profil d'absorption d'un faisceau sonde sur le piège. On remarque autour de la fréquence du laser  $\omega_s \sim \omega$ , une résonance étroite devant la largeur naturelle du niveau excité ( $\Gamma = 5,3 \text{ MHz}$ ).*



*Figure 2 : Vue de dessus du montage : outre les faisceaux laser piège, il y a un faisceau sonde de fréquence  $\omega_s$ , faisant un angle  $\theta = 25^\circ$  avec le faisceau piège le plus proche.*



diminue en amplitude. Inversement, si on coupe le champ magnétique, le signal reste présent, croît légèrement en amplitude et s'affine. Dans l'explication que nous chercherons du signal, nous pourrions donc négliger le champ magnétique et considérer qu'il n'a qu'un effet perturbatif qui n'affecte pas de façon essentielle le signal. Par la suite, nous travaillerons soit avec un faible gradient de champ magnétique, soit en pulsé c'est-à-dire en coupant le champ magnétique le temps de faire la mesure (les atomes ne sont alors plus piégés ; ils se trouvent en situation de mélasse optique. Ils diffusent spatialement et leur densité diminue rapidement).

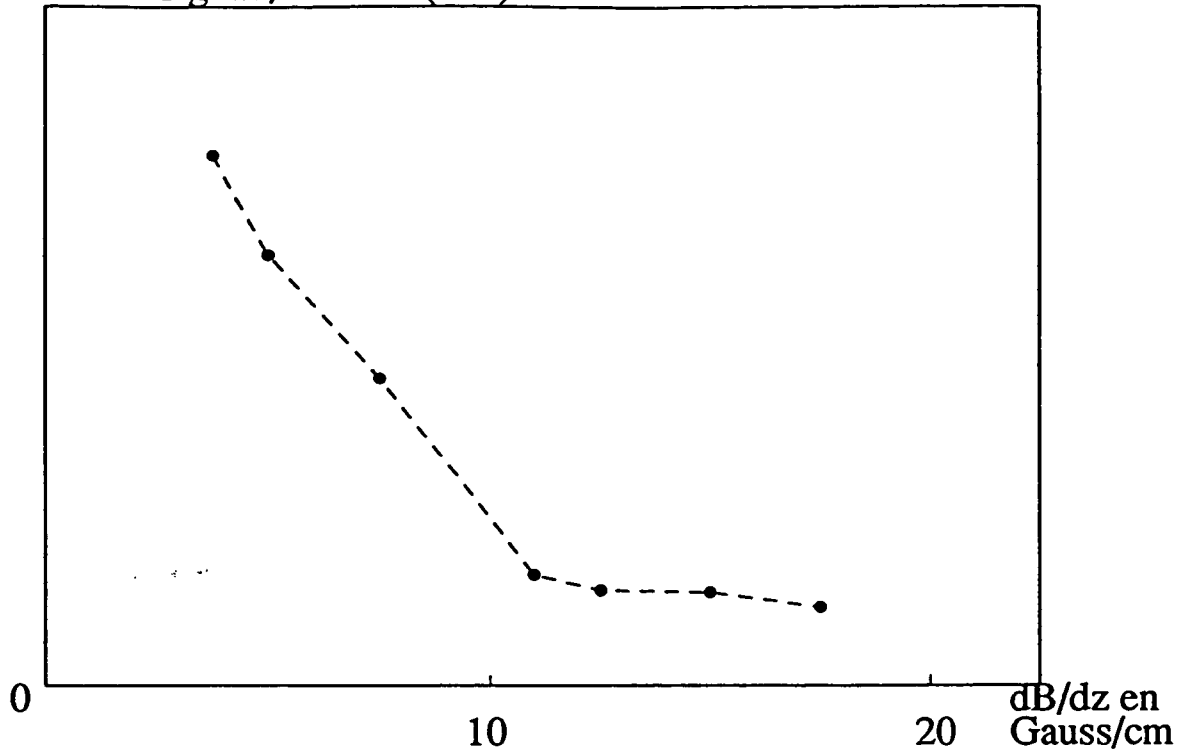
#### Remarque

Lorsque nous balayons en fréquence la résonance, il est important de le faire suffisamment lentement : un balayage trop rapide l'élargit. Il faut en effet que le temps passé sur la résonance soit très long devant le temps nécessaire pour que les mécanismes intervenant dans la résonance conduisent à un équilibre. La figure 5 montre la largeur mesurée de la raie en fonction de la fréquence du balayage de la fréquence de la sonde, pour une amplitude de balayage donnée.

#### b) Variation de l'amplitude avec l'intensité et le désaccord

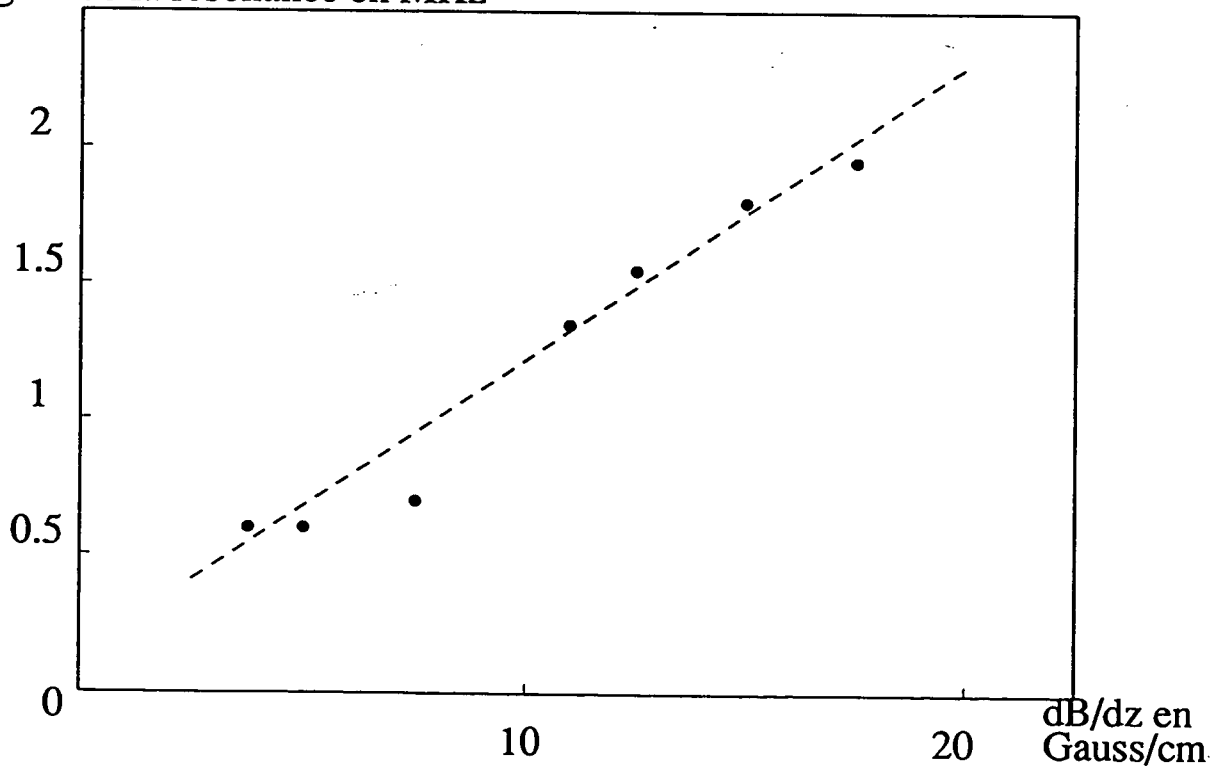
Nous nous sommes très vite heurtés à une difficulté : si l'on change les paramètres du piège (intensité du laser piège, désaccord), on modifie non seulement le nombre d'atomes dans le piège, et plus précisément l'intégrale de la densité sur le trajet du faisceau qui est probablement le paramètre pertinent, mais aussi l'état interne des atomes. Et contrairement à ce que nous avons fait dans le chapitre 2, conserver un chargement constant puis changer brusquement les valeurs des paramètres du piège n'est pas une solution car cela ne conserve ni l'état interne des atomes, ni l'intégrale de la densité sur le trajet de la

amplitude du signal /  $n \cdot l \propto \ln(1-\alpha)$



**Figure 3** : Amplitude de la résonance en fonction du gradient de champ magnétique. On suppose que cette amplitude est proportionnelle à l'intégrale sur le trajet du faisceau sonde de la densité atomique et on renormalise donc cette amplitude en la divisant par  $\ln(1-\alpha)$ , où  $\alpha$  est l'absorption à résonance et est également proportionnel à  $\int ndz$ .

largeur de la résonance en MHz



**Figure 4** : Largeur de la résonance en fonction du gradient de champ magnétique.

sonde. La solution que nous avons trouvée pour résoudre cette difficulté est d'utiliser un faisceau supplémentaire que nous appellerons la pompe annexe. L'idée est de regarder le signal entre cette pompe annexe et la sonde alors que les caractéristiques du piège sont imposées par le laser piège et restent fixes.

#### *α) Dispositif expérimental - Mise en place du faisceau pompe annexe*

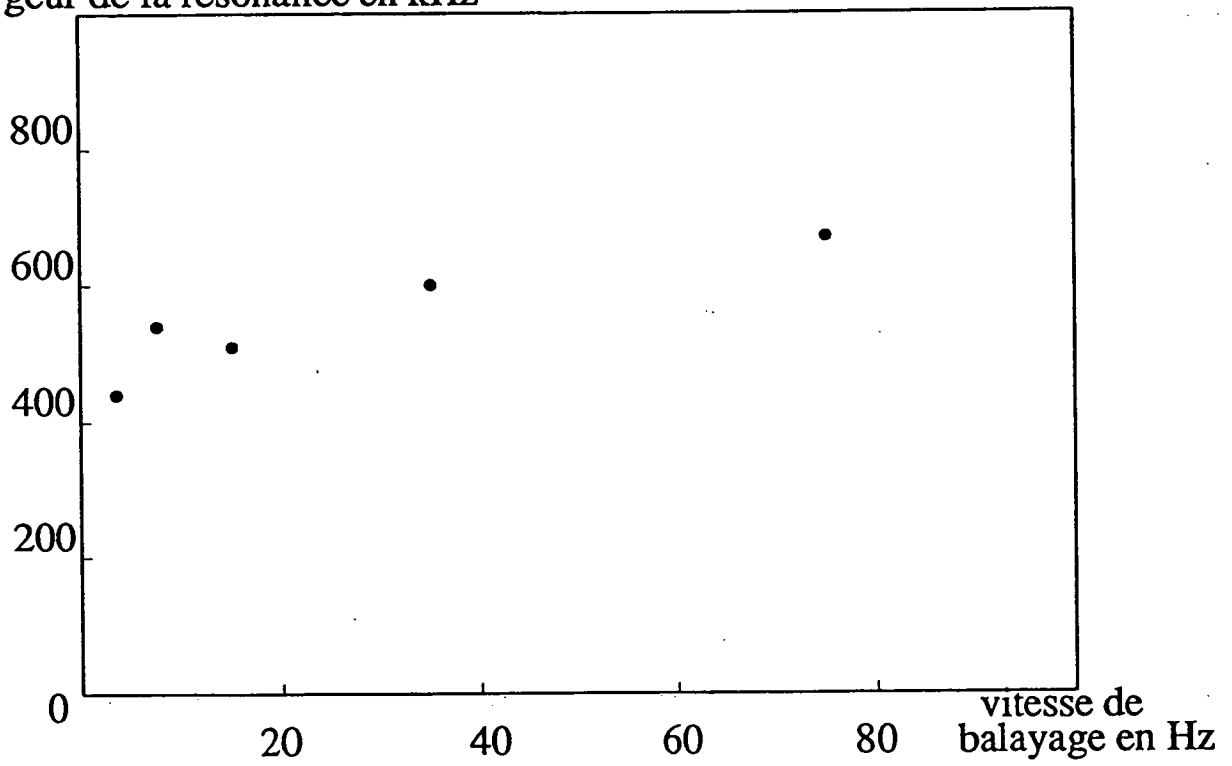
Nous allons donc engendrer un faisceau supplémentaire, dont nous noterons  $I'$  l'intensité et  $\omega'$  la pulsation (et  $\delta' = \omega' - \omega_0$ ), à partir de la diode laser fournissant le faisceau sonde (fig. 6). Partant du dispositif décrit dans la première partie (1/b), nous avons donc une diode laser injectée à la fréquence laser  $\omega_s$ , produite en faisant passer un faisceau laser à la fréquence piège  $\omega$  par deux modulateurs acousto-optiques en double passage. Nous divisons maintenant ce faisceau laser en deux faisceaux : l'un, à  $\omega_s$ , constitue la sonde focalisée sur le piège, l'autre, traversant deux modulateurs acousto-optiques en simple passage, la pompe annexe à la fréquence  $\omega'$ . Ce dernier est parallèle et a un rayon  $w_0$  de 1,2 mm.

Ce faisceau supplémentaire est ensuite aligné sur le piège. Il est en fait superposé au faisceau piège le plus proche de la sonde. Il est mélangé au faisceau piège avant le cube polariseur et la lame quart d'onde de telle sorte qu'il ait la même polarisation que le faisceau piège. La pompe annexe est donc en onde stationnaire, dans la configuration de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$  (fig. 7). Remarquons que si  $\delta' < 0$ , la pompe annexe a alors également un effet piégeant. Pour vérifier qu'elle recouvre bien le piège, on change le désaccord de telle sorte que  $\delta'$  soit positif. La pompe annexe a alors un effet anti-piégeant et si son intensité est suffisante, on voit disparaître le piège magnéto-optique.

#### Remarque

Pour aligner la pompe annexe et la sonde sur le piège, il est commode qu'ils aient une intensité importante. La séparation des deux faisceaux à l'aide d'une

largeur de la résonance en kHz



*Figure 5 : Largeur de la résonance en fonction de la vitesse de balayage. Le balayage a une amplitude constante de 17 MHz.*

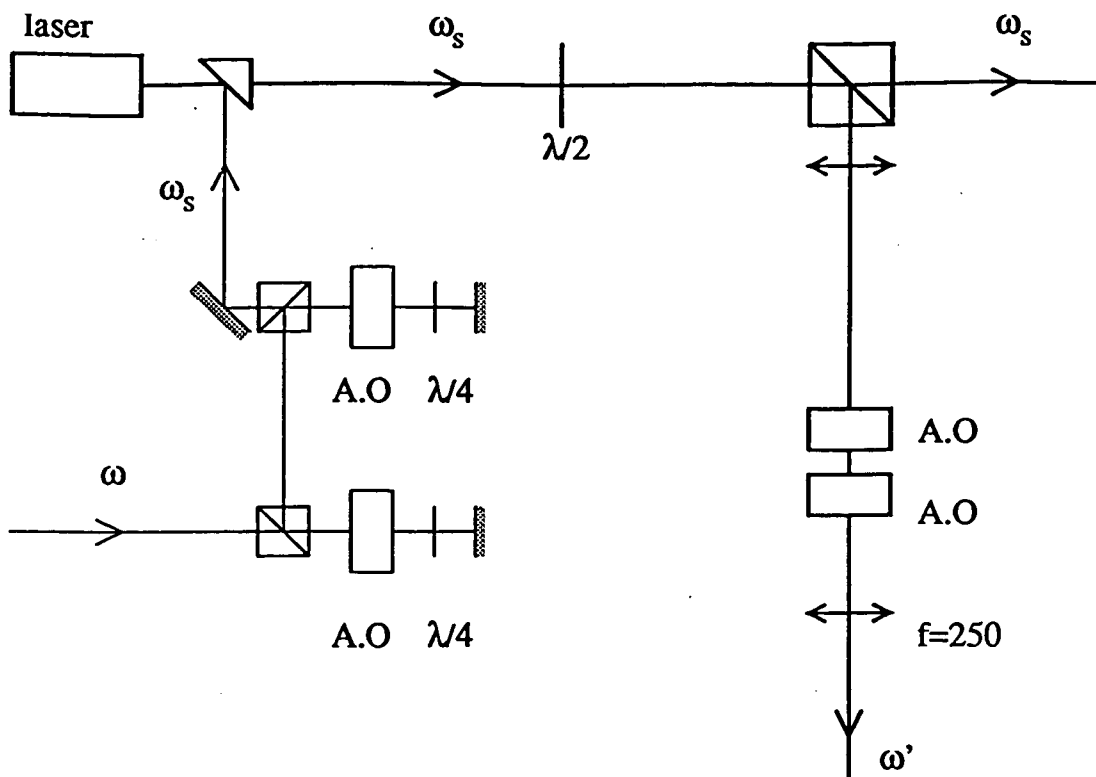
lame demi-onde et d'un cube polariseur permet de mettre toute l'intensité laser dans l'un ou l'autre faisceaux et donc facilite le réglage. Pour observer le signal de résonance par la suite, on atténue les deux faisceaux afin qu'ils ne perturbent pas le fonctionnement du piège.

Notre dispositif expérimental ne nous permet pas de balayer la fréquence de la sonde en laissant celle de la pompe annexe fixe. Nous sommes obligés de choisir la fréquence de la sonde comme fréquence de travail ( $\delta_s = \omega_s - \omega_0$ ) et de balayer la fréquence de la pompe annexe  $\omega'$  autour de  $\omega_s$  en balayant la fréquence de fonctionnement du deuxième modulateur acousto-optique sur le trajet de la pompe annexe. Cependant, nous continuerons à observer la résonance sur le faisceau sonde. Si lorsqu'on change  $\delta_s$  on ne déplace pas les faisceaux, en revanche, lorsqu'on balaye  $\omega'$  on déplace la pompe annexe. L'angle de déflexion du modulateur acousto-optique est en effet  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{nv_A} \Delta\nu_A$  et comme le modulateur acousto-optique est au foyer d'une lentille de focale  $f$ , le déplacement sur le piège est  $d = f\Delta\theta$  (fig. 8).

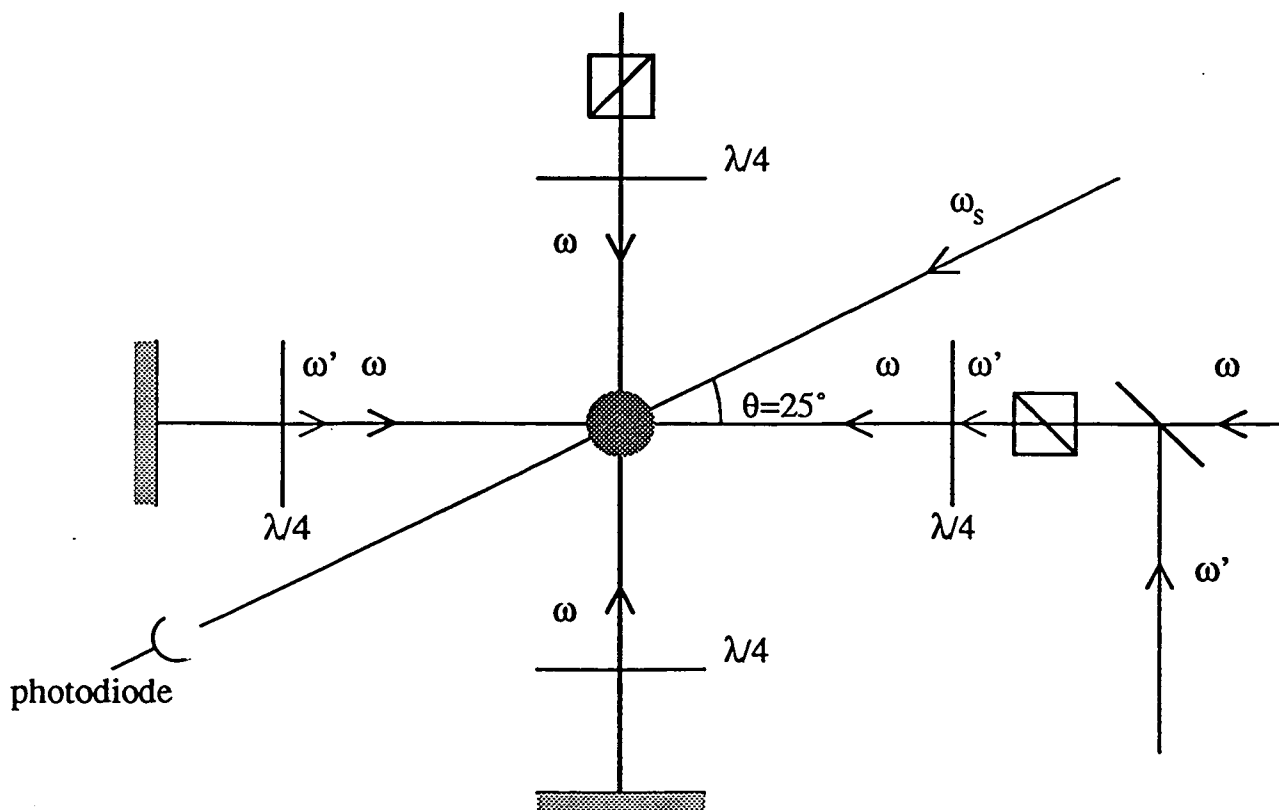
Application numérique :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pour le quartz, } nv_A = 7500 \\ \text{pour un balayage de } 1 \text{ MHz} \\ \text{pour } f = 250 \text{ mm} \end{array} \right\} d = 30 \mu$$

Le déplacement de la pompe annexe sur le piège est donc petit à la fois devant le rayon de la pompe annexe et les dimensions du piège. Nous n'en tiendrons pas compte à l'avenir.



**Figure 6** : Schéma du montage de génération d'un faisceau sonde à la fréquence  $\omega_s$  et d'un faisceau pompe annexe à la fréquence  $\omega'$ . On peut, dans cette configuration, balayer  $\omega'$  autour de  $\omega_s$  ou, simultanément,  $\omega'$  et  $\omega_s$ .



**Figure 7** : Vue de dessus du montage : outre les faisceaux laser piège, il y a un faisceau sonde de fréquence  $\omega_s$  qui fait un angle de  $25^\circ$  avec le laser piège le plus proche et un faisceau pompe annexe, de fréquence  $\omega'$ , superposé à l'un des bras du piège avec la même polarisation que le laser piège qui lui est colinéaire.

### Remarque

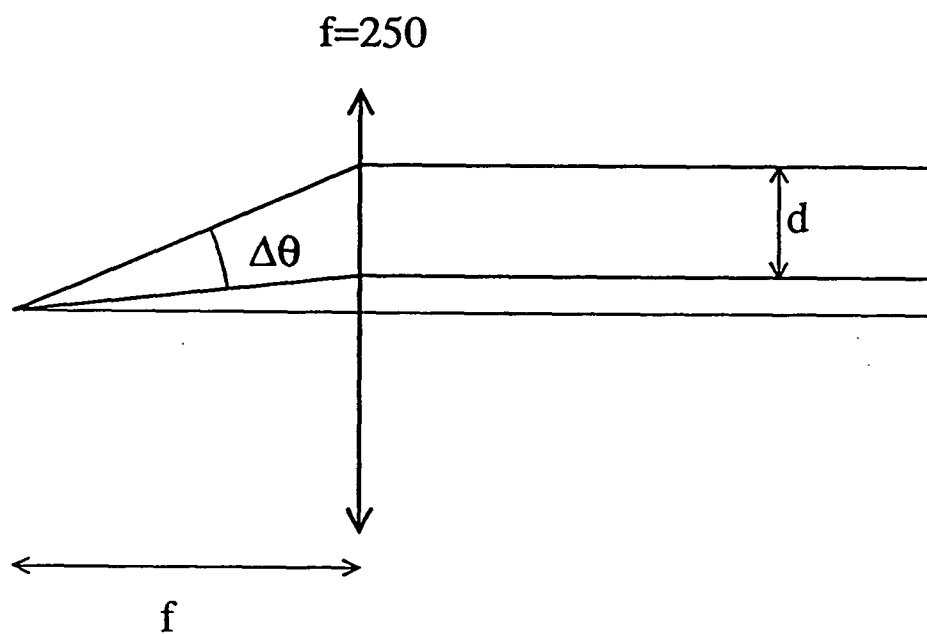
Au départ, nous n'avions pas mis d'isolateur optique sur le trajet de la pompe annexe. En effectuant les réglages pour trouver la résonance, nous avons vu apparaître un signal important qui dépendait peu des paramètres  $I'$ ,  $\delta_s$ ... mais très critiquement de l'alignement et en particulier du réglage du miroir de réflexion. Ce que nous faisons alors était en fait d'injecter la diode laser dont sont issus la sonde et la pompe annexe par le faisceau piège lorsque la superposition du faisceau piège et de la pompe annexe était bien réglée. En balayant le modulateur acousto-optique, on balayait alors la fréquence d'injection autour de  $\omega$  donc  $\omega_s$  était balayé autour de  $\omega$  et on voyait réapparaître le signal entre la sonde et les faisceaux pièges de la situation de la figure 2. L'ajout d'un isolateur optique empêche ce phénomène d'injection.

Toutes les données suivantes ont été prises avec un gradient de champ magnétique constant de  $10 \text{ G/cm}$ .

#### *$\beta$ ) Variation avec l'intensité de la pompe annexe*

Le signal est nettement plus petit que dans la situation de la figure 2 (donc plus difficile à trouver) : au maximum, son amplitude est de quelques pourcents de  $I_s$ , comparé à plusieurs dizaines de pourcents pour le signal entre la sonde et les faisceaux pièges. Il a cependant la même forme : amplification sur la sonde pour  $\omega_s < \omega'$  et absorption pour  $\omega_s > \omega'$ . Il a également une largeur du même ordre de grandeur :  $600 \text{ kHz}$  (fig. 9).

La figure 10 représente les variations de l'amplitude de la résonance en fonction de l'intensité  $I'$  de la pompe annexe pour deux valeurs du désaccord  $\delta_s$  :  $\delta_s = -7 \text{ MHz}$  et  $\delta_s = -32 \text{ MHz}$ . L'intensité maximale est de  $15 \text{ mW/cm}^2$  et l'amplitude la plus importante



**Figure 8** : Déplacement de la pompe annexe sur le piège lorsqu'on balaye sa fréquence donc l'angle de déflexion du modulateur acousto-optique.



est d'environ 10% de l'intensité de la sonde.

A grand désaccord ( $\delta_s = -32 \text{ MHz}$ ), l'amplitude de la résonance est linéaire en  $I'$ . A plus petit désaccord,  $\delta_s = -7 \text{ MHz}$ , cela n'est vrai qu'à faible intensité : à haute intensité l'amplitude s'écarte d'un comportement linéaire. Mais on n'est plus alors dans une situation où l'on peut considérer la pompe annexe comme peu intense devant les faisceaux pièges, même en tenant compte du fait qu'il y a trois bras pour les faisceaux pièges et un seul pour la pompe annexe. Leurs saturations deviennent comparables.

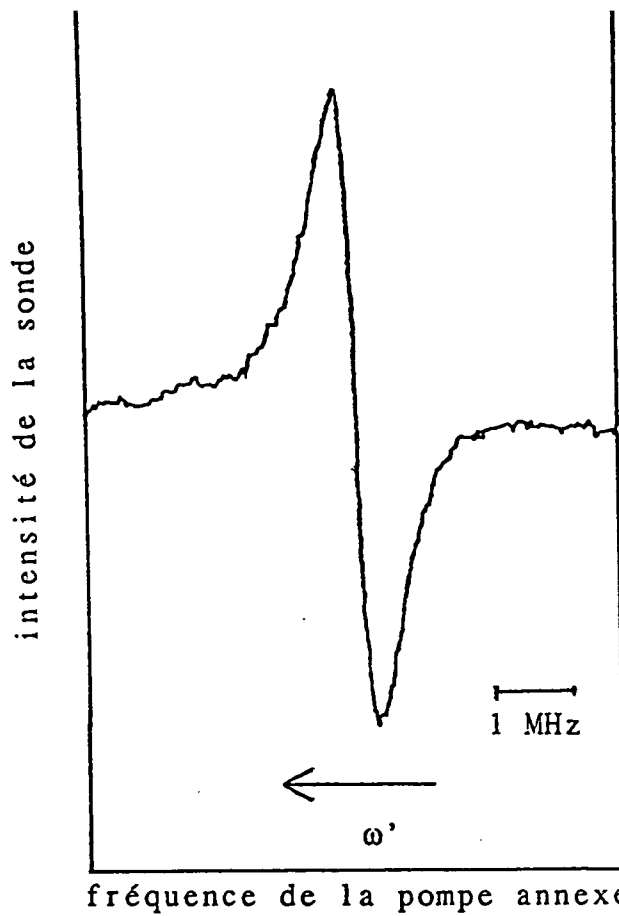
A faible intensité donc, l'amplitude  $S$  du signal est proportionnelle aux intensités des deux faisceaux sonde et pompe annexe :

$$S \propto I_s I'$$

#### $\gamma$ ) Variation avec le désaccord $\delta_s$

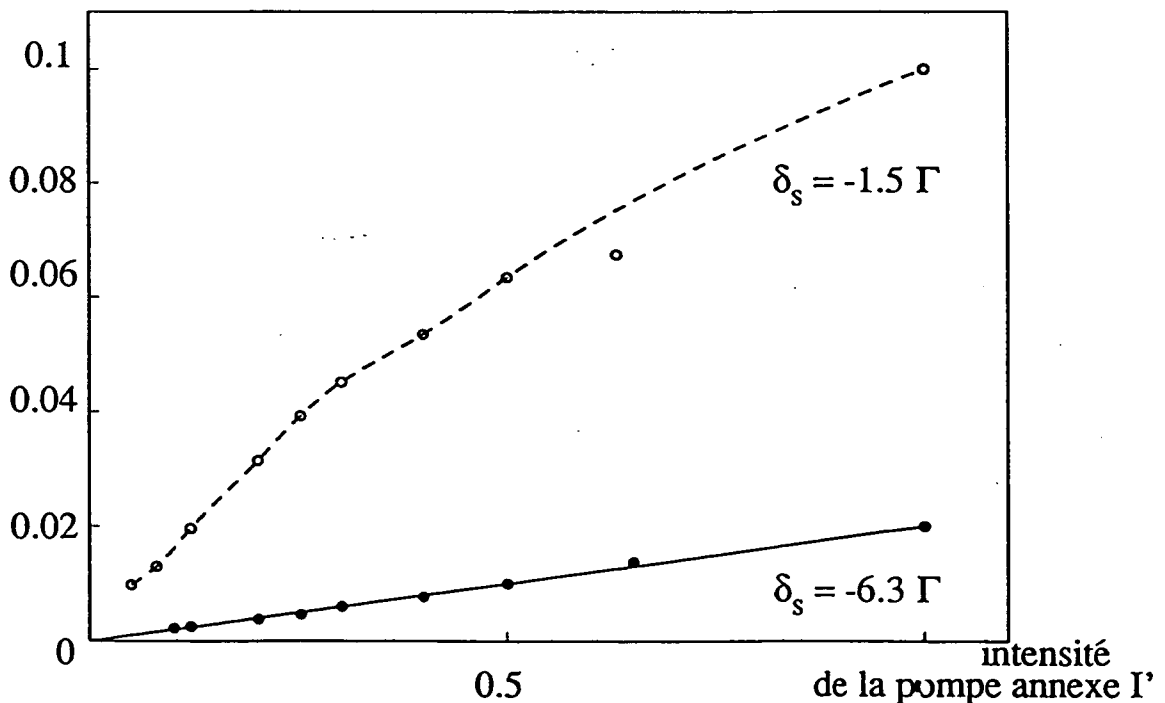
Utiliser une pompe annexe nous permet de travailler à volonté sur le rouge ( $\delta_s < 0$ ) ou sur le bleu de la résonance atomique ( $\delta_s > 0$ ). Nous ne pouvons cependant pas nous approcher trop près de résonance sur le bleu car la pompe annexe a un effet anti-piégeant. Sur le rouge elle a un effet piégeant et nous pouvons travailler plus proche de résonance sans que la perturbation sur le piège soit dramatique.

Un résultat important est que le signal ne change pas de signe avec  $\delta_s$  : pour  $\delta_s > 0$ , on a toujours amplification sur la sonde pour  $\omega_s < \omega'$  et absorption pour  $\omega_s > \omega'$  (fig. 11). Ceci indique qu'une interprétation en termes de mélange à deux ondes seulement est pour le moins insuffisante. Le mélange à deux ondes [7-9] peut être compris, dans le cas de faisceaux de polarisations linéaires orthogonales, grâce à une analogie avec le refroidissement Sisyphe [9,10]. Prenons un atome plongé dans deux ondes laser copropagatives, de polarisations linéaires orthogonales et de fréquences séparées de  $\delta$ . Au cours du temps, l'atome voit successivement une polarisation  $\sigma^+$ , linéaire,  $\sigma^-$ , tout comme dans la configuration Sisyphe un atome voit dans son référentiel propre une polarisation qui change au cours du temps : il suffit de substituer  $\delta$  à  $k v$ . Et tout comme dans la configuration



**Figure 9 :** Exemple de résonance entre la sonde et la pompe annexe. Le gradient de champ magnétique est  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ , le désaccord du laser piège est  $\delta = -2,3\Gamma$ . Son intensité est de  $6 \text{ mW/cm}^2$  par onde. Le désaccord du laser sonde est  $\delta_s = -5,2\Gamma$  et l'intensité de la pompe annexe est de  $15 \text{ mW/cm}^2$ .

amplitude du signal  $I_{si}/I_s$



**Figure 10 :** Amplitude de la résonance en fonction de l'intensité de la pompe annexe, pour deux désaccords de la sonde  $\delta_s = -6,3\Gamma$  (●) et  $\delta_s = -1,5$  (○). L'intensité maximale de la pompe annexe est de  $15 \text{ mW/cm}^2$ . Le désaccord du laser piège est  $\delta = -2,5\Gamma$ , son intensité de  $6 \text{ mW/cm}^2$  et le gradient de champ magnétique est  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .

Sisyphes cela donnait lieu à une redistribution de photons d'une onde à l'autre et à une force de friction [11,12], de la même manière, on a redistribution de photons d'une onde à l'autre pour le mélange à deux ondes et, à faibles intensités, si on regarde l'intensité de l'un des deux laser en fonction de  $\delta$ , une courbe dispersive. Mais le signe de cette courbe dépend de la position des lasers par rapport à la résonance atomique : il s'inverse de part et d'autre de la résonance.

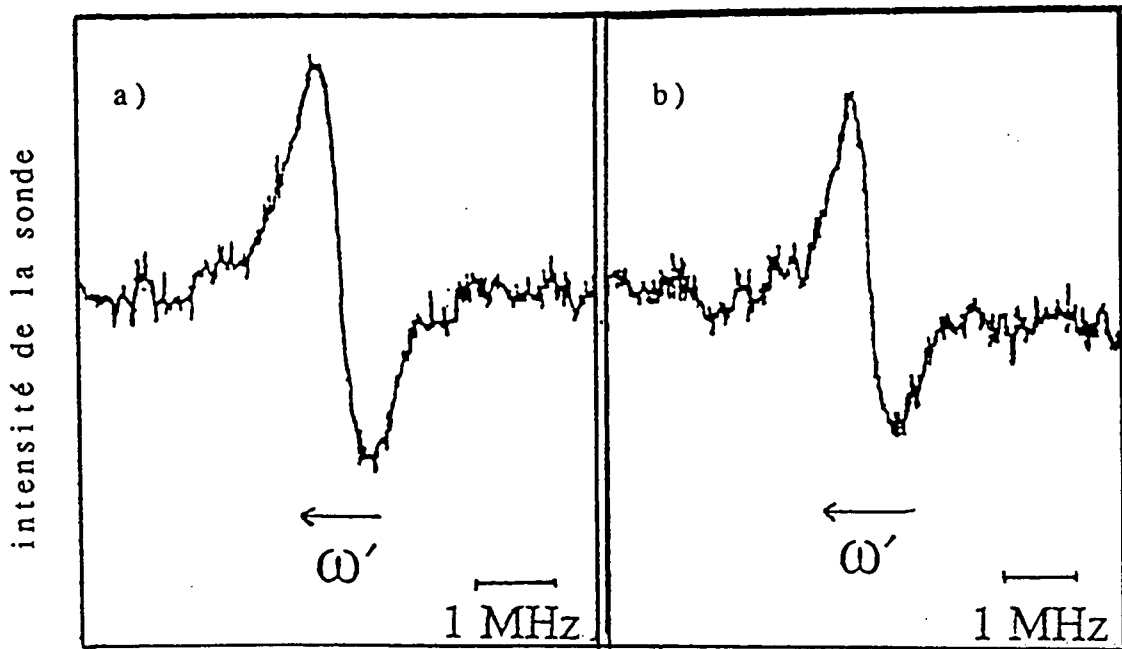
Traçons (figure 12) les variations de l'amplitude du signal en fonction du désaccord  $\delta_s$ . Nous avons reporté les points expérimentaux sur un papier  $\log/\log$  pour, si  $S\alpha \propto |\delta_s|^n$ , déterminer  $n$ . Si on ne tient pas compte des points à faible désaccord, on obtient une droite de pente 2 avec une bonne précision. Et les points à faible désaccord peuvent être sujets à caution dans la mesure où l'approximation qui consiste à dire que la pompe annexe a un effet négligeable sur le piège perd, du fait de la valeur de  $I'$  ( $15 \text{ mW/cm}^2$ ) de sa validité. Si on cherche la valeur de  $n$ , en prenant en compte tous les points de la figure 12, on trouve tout de même  $n = -1,8 \pm 0,2$ .

Pour  $\omega_s$  proche de  $\omega$ , la raie prend une forme totalement différente (fig. 13) : il est clair qu'alors on doit tenir compte de la contribution des faisceaux piège au signal. Si on passe très lentement sur cette raie, on remarque que le piège change de forme : au maximum de la raie on voit que le piège s'allonge et se déplace dans la direction opposée au miroir de rétro-réflexion. Le maximum de la raie correspond à une amplification sur la sonde mais à une absorption sur la pompe annexe ou le faisceau piège. Cette absorption a pour effet de diminuer l'intensité de l'onde laser donc également de la force due au déséquilibre des intensités dont résulte un déplacement du piège vers le miroir de rétro-réflexion. Cela pourrait expliquer le déplacement observé du piège dans la direction opposée pour  $\omega_s$  proche de  $\omega$ .

En résumé, l'utilisation de la pompe annexe nous a permis de déterminer :

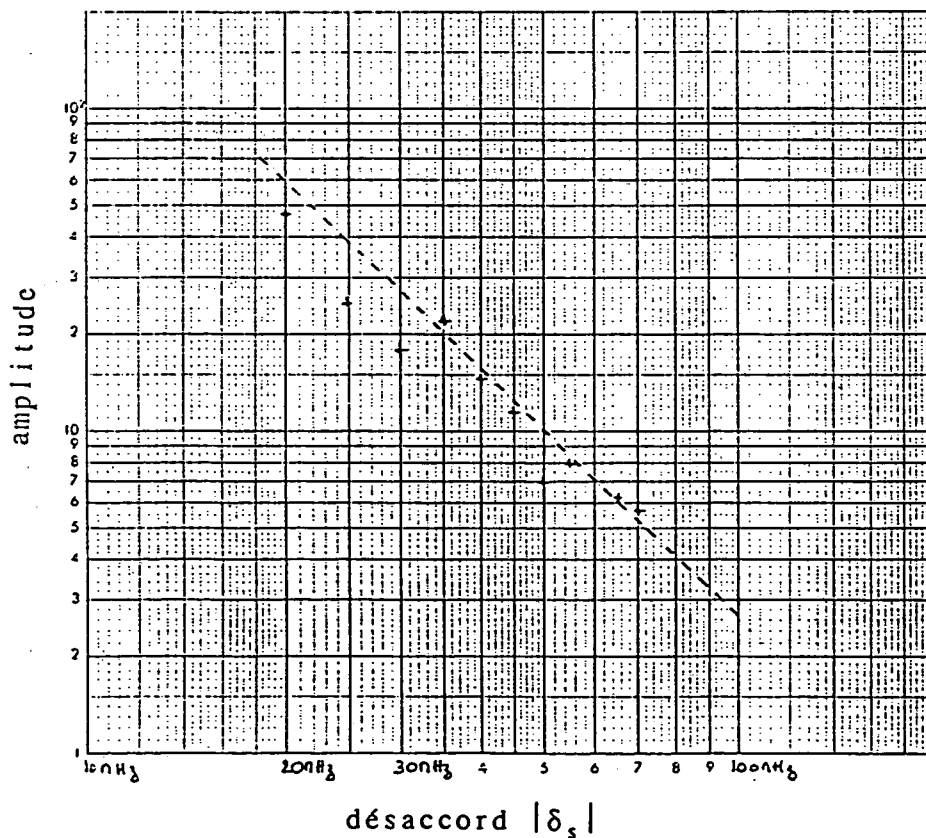
- que le signe de la résonance ne dépendait pas du signe de  $\delta_s$
- que l'amplitude du signal était proportionnelle au rapport du produit des intensités sur le carré du désaccord :

$$S\alpha \propto \frac{I_s I'}{\delta_s^2}$$



fréquence de la pompe annexe

**Figure 11** : Forme de la résonance entre la sonde et la pompe annexe pour un désaccord sonde rouge ( $\delta_s = -5\Gamma$ ) et d'un désaccord sonde bleu ( $\delta_s = +5\Gamma$ ). Les paramètres du piège sont un désaccord  $\delta = -2,3\Gamma$ , son intensité  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  par onde et un gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .



**Figure 12** : Variation de l'amplitude de la résonance avec le désaccord sonde  $\delta_s$ . La droite tracée a une pente -2. Les points ont été enregistrés pour une intensité de la pompe annexe  $I' = 15 \text{ mW/cm}^2$ , un désaccord piège  $\delta = -2,3\Gamma$ , une intensité piège  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  par onde et un gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .

### c) Variation de la largeur

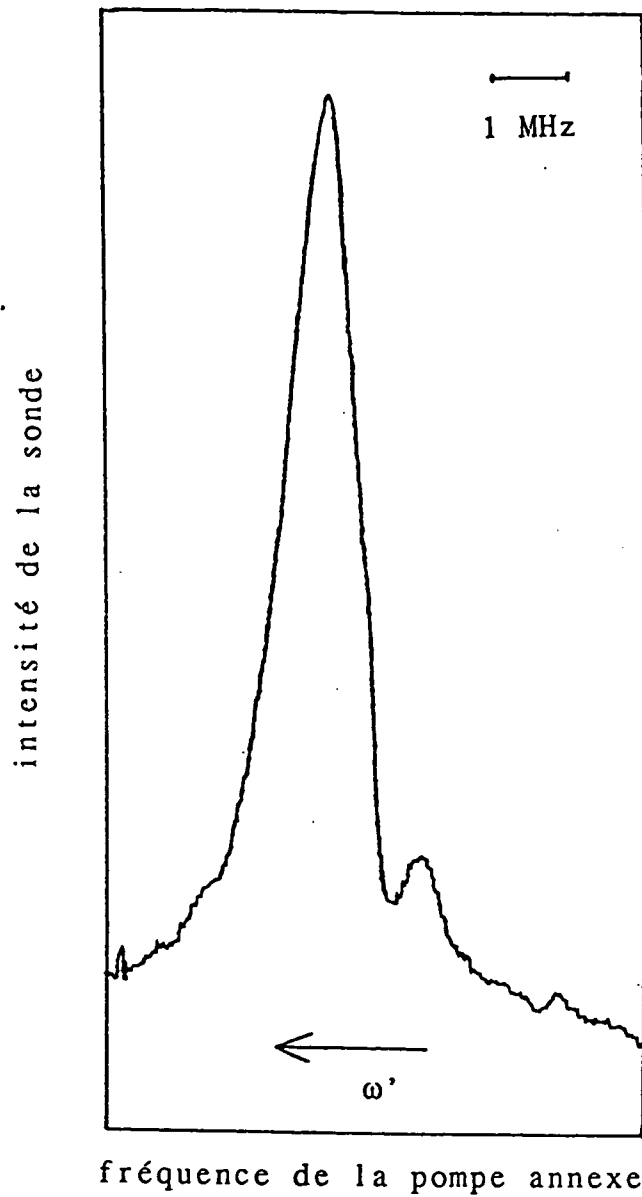
Revenons à la situation de la figure 2, c'est-à-dire sans faisceau pompe annexe. Nous avons vu que la largeur de la résonance dépendait du gradient de champ magnétique. A gradient constant, sa présence ne doit pas être anodine pour autant : en faisant varier les paramètres du piège (intensité  $I$ , désaccord  $\delta$ ), on change en particulier la taille du piège et donc probablement la façon dont le gradient de champ magnétique élargit la résonance. Pour ces mesures de largeur, nous allons donc couper le champ magnétique. Le créneau appliqué à l'alimentation de courant des bobines, asymétrique de telle sorte que la phase de coupure soit courte et la phase de piège suffisamment longue pour qu'il se remplisse, sert également à déclencher une rampe pour le balayage en fréquence de la sonde. Rappelons que le champ magnétique est coupé à moins de 10% de sa valeur initiale en 2 ms. La rampe sur la fréquence de la sonde dure entre 10 et 20 ms.

### $\alpha$ ) *Variation avec l'intensité laser piège*

Lorsqu'on diminue l'intensité du laser piège, le nombre d'atomes diminue. Aussi, pour conserver un nombre d'atomes important, allons-nous baisser l'intensité au moment de faire la mesure (lorsqu'on coupe le gradient de champ magnétique) et charger le piège à intensité constante.

### ■ Mise en place du modulateur électro-optique

Nous allons placer un élément électro-optique au foyer du télescope sur le faisceau piège. C'est un cristal de  $LiTaO_3$  de dimensions  $5 \times 5 \times 12,5mm$  et dont deux faces sont recouvertes d'or et reliées à une alimentation en tension (fig. 14). Son utilisation repose



*Figure 13 : Forme de la résonance observée sur la sonde lorsque sa fréquence est proche de celle du laser piège. La fréquence de la pompe annexe est balayée autour de celle de la sonde. Les paramètres de cette courbe sont un désaccord  $\delta = -2,5\Gamma \approx \delta_s$ , une intensité piège  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  par onde, une intensité de la pompe annexe  $I' = 3 \text{ mW/cm}^2$  et un gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ .*

sur l'effet Pockels : les indices ordinaires et extraordinaires du cristal varient avec le champ électrique appliqué :

$$\begin{cases} \frac{1}{n_a^2} = \frac{1}{n_0^2} + r_{13} E \\ \frac{1}{n_b^2} = \frac{1}{n_0^2} + r_{13} E \\ \frac{1}{n_c^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33} E \end{cases}$$

Pour obtenir une modulation d'amplitude de la lumière, faisons suivre l'élément électro-optique d'une lame quart d'onde, d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur (fig. 15). En l'absence de tension  $V$  appliquée aux bornes de l'élément électro-optique, attaquons-le avec une polarisation linéaire, à  $45^\circ$  des axes  $b$  et  $c$ . Comme  $n_e \neq n_0$ , il sort du cristal une polarisation elliptique qu'on rend à nouveau linéaire avec la lame  $\lambda/4$  puis qu'on fait tourner avec la lame  $\lambda/2$  pour obtenir un maximum de transmission à travers le cube. Le système engendre des pertes et l'intensité maximale ne sera plus désormais que de  $6 \text{ mW/cm}^2$  et par bras.

Lorsqu'on applique une tension  $V$ , comme  $r_{13} \neq r_{33}$ , on peut déphaser les composantes suivant les axes  $b$  et  $c$  l'une par rapport à l'autre et donc obtenir une polarisation elliptique après la lame  $\lambda/2$ . On diminue ainsi l'intensité transmise par le cube polariseur. On obtient un déphasage  $\pi$  et un minimum d'intensité pour une tension appliquée de  $1650 \text{ V}$ . L'intensité résiduelle est alors inférieure à 2% de l'intensité maximale.

### Remarques

- les indices  $n_b$  et  $n_e$  dépendent des dimensions du cristal et donc de la température, ce qui conduit à des dérives plus ou moins importantes au cours du temps;
- il est important d'utiliser tout le système décrit ci-dessus ( $\lambda/4, \lambda/2$ , polariseur) avant la séparation du faisceau piège en trois bras. Dans le cas contraire,

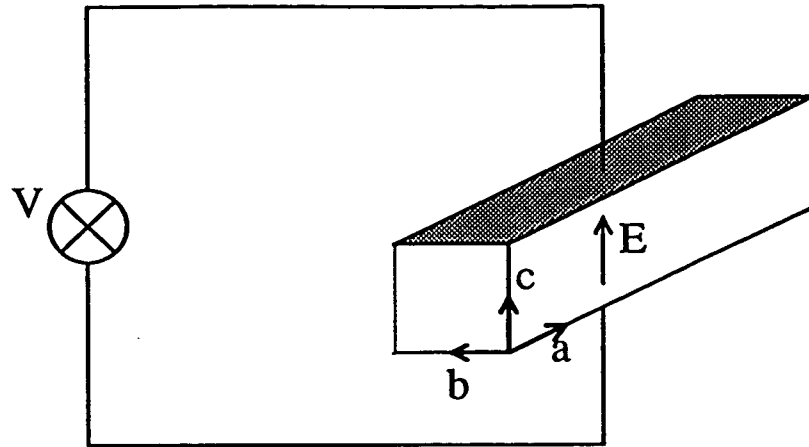


Figure 14 : Élément électro-optique.

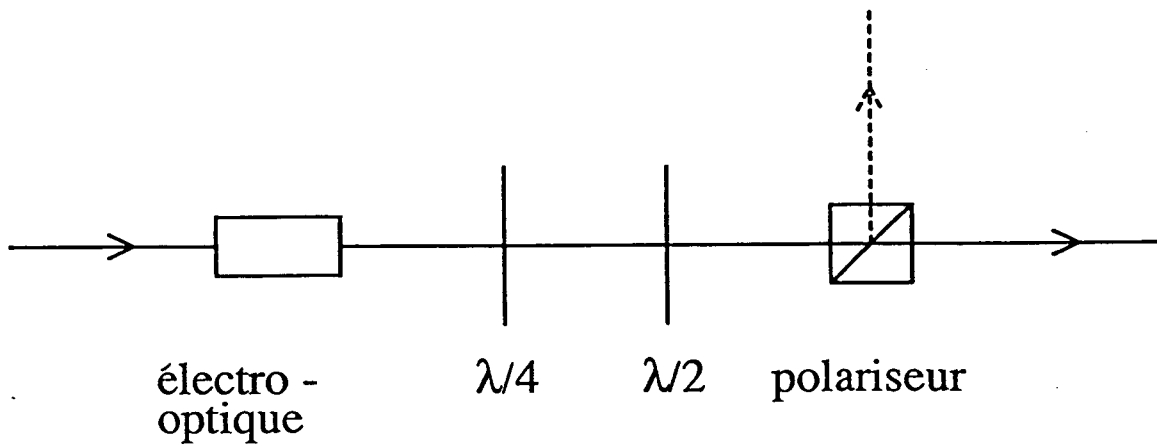


Figure 15 : Montage de l'élément électro-optique pour obtenir une modulation d'intensité.



comme les coefficients de réflexion et transmission des lames séparatrices dépendent de la polarisation de la lumière, si on effectue les réglages pour avoir une intensité égale dans les trois bras pour une tension  $V$  donnée, ce n'est plus le cas pour une autre valeur de la tension.

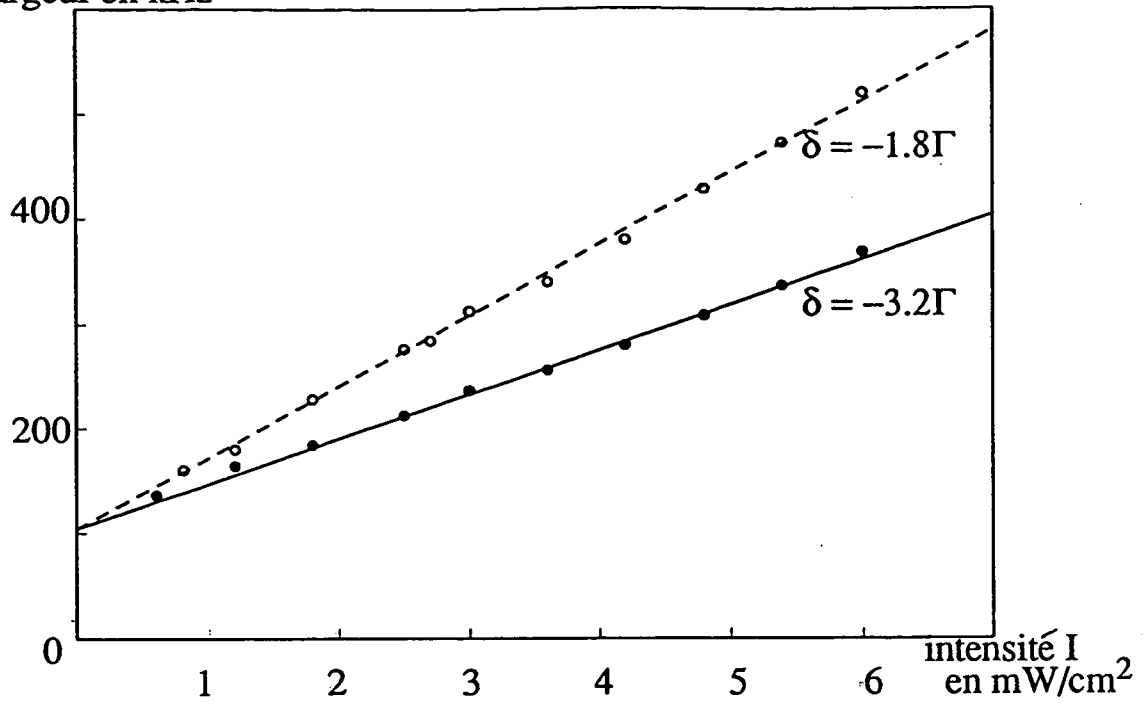
### ■ Mesures de la largeur

La figure 16 présente les variations de la largeur de la résonance en fonction de l'intensité du laser piège pour deux valeurs du désaccord  $\delta = -1,8\Gamma$  et  $\delta = -3,2\Gamma$ . Cette variation est dans les deux cas linéaire. Cependant, les droites ne passent pas par l'origine. Il peut y avoir deux causes à cela : soit il y a effectivement une largeur résiduelle quand l'intensité tend vers zéro, soit il y a un élargissement artificiel d'origine instrumentale. Ce dernier peut provenir d'un balayage trop rapide de la résonance : nous avons vu qu'un balayage rapide élargissait la résonance et la vitesse de balayage doit être d'autant plus réduite que la raie est étroite, ce qui n'est pas le cas ici où nous avons conservé la même vitesse de balayage tout au long de l'enregistrement. Une autre cause d'élargissement artificiel peut être la largeur du *VCO* qui commande le modulateur acousto-optique sur la sonde. En regardant le battement entre le faisceau sonde et le faisceau piège, on voit en effet qu'il a une largeur d'environ 40 kHz alors que, si on remplace le *VCO* par un synthétiseur pour piloter le modulateur acousto-optique, la largeur du battement devient bien inférieure au kHz.

La figure 17 représente les variations de la largeur de la résonance en fonction de l'intensité  $I$  pour  $\delta = -2,5\Gamma$ . On utilise désormais un synthétiseur et on veille à réduire la vitesse de balayage au fur et à mesure que la raie s'affine. La droite obtenue passe maintenant par l'origine. Cependant, nous avons effectué un autre changement par rapport à la figure 16 : la sonde fait, pour l'enregistrement de la figure 17, un petit angle avec le faisceau piège le plus proche ( $\theta \lesssim 3^\circ$ ) et est polarisée  $\sigma^-$  alors que le faisceau piège se copropageant est  $\sigma^+$ .

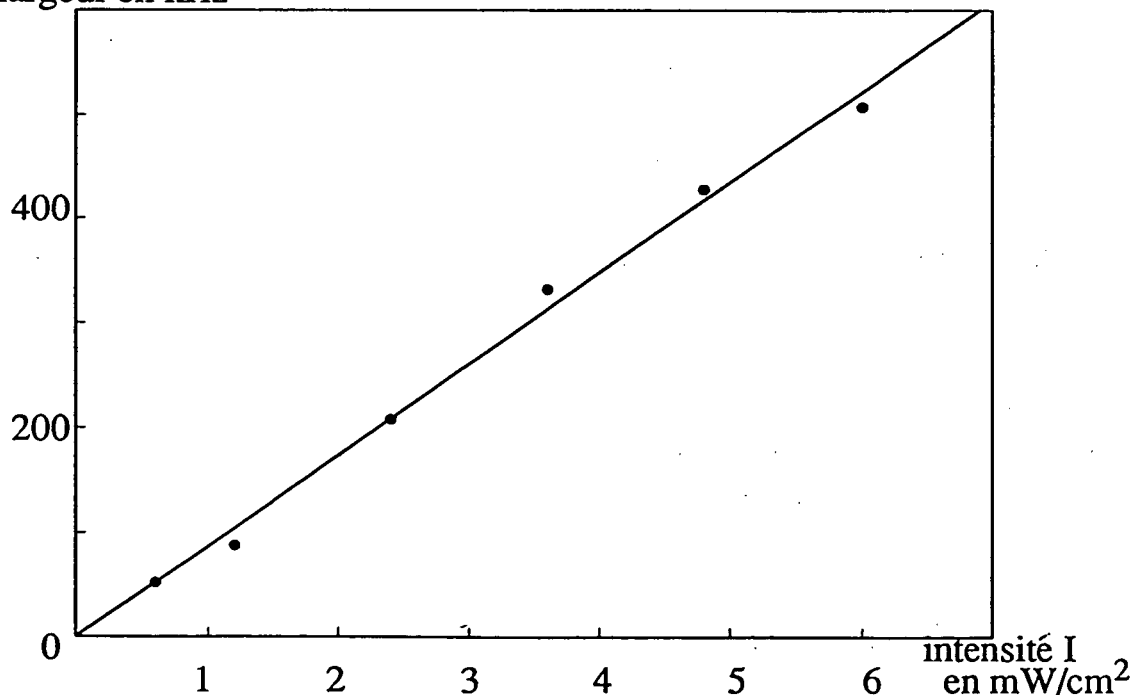
Si on revient à un angle entre la sonde et le faisceau piège de  $25^\circ$  la structure de la raie dont nous parlerons dans la partie B rend les mesures de largeur de la résonance difficiles et nous n'avons pu comparer les deux situations. Il est donc possible que la largeur

largeur en kHz



**Figure 16** : Largeur de la résonance entre la sonde et le laser piège en fonction de l'intensité du laser piège, pour deux désaccords :  $\delta = -1,8\Gamma$  (o) et  $\delta = -3,2\Gamma$  (•). La sonde fait un angle de  $25^\circ$  avec le faisceau piège le plus proche et le champ magnétique est coupé pour la mesure.

largeur en kHz



**Figure 17** : Largeur de la résonance entre la sonde et le laser piège en fonction de l'intensité du laser piège, pour un désaccord  $\delta = -2,5\Gamma$ . Le champ magnétique est coupé pour la mesure, et nous avons pris soin d'éliminer les causes d'élargissement artificiel. Pour cet enregistrement, la sonde est quasi-parallèle à l'un des faisceaux pièges (angle  $< 3^\circ$ ) et a une polarisation  $\sigma^-$  alors que ce dernier est  $\sigma^+$ .

résiduelle soit physique et dépende de l'angle.

L'enseignement que nous pouvons tout de même tirer de ces expériences est que la largeur de la résonance dépend linéairement de l'intensité  $I$  des faisceaux pièges.

### *β) Variation avec le désaccord*

Sur la figure 16, on peut voir que la largeur diminue lorsqu'on augmente le désaccord : le rapport des pentes des deux droites est  $p_2/p_1 = 1,55$  alors que le rapport des désaccords est  $\delta_1/\delta_2 = 1,75$ . Si donc la largeur semble, sur ces deux points, être inversement proportionnelle au désaccord, une étude sur une gamme plus large de désaccords ne permet pas de conclure : il est difficile de faire une étude quantitative car les conditions expérimentales changent avec le désaccord et peuvent jouer sur la largeur de façon détournée, par le biais par exemple de la force liée au déséquilibre des intensités.

Supposons en effet —ce que nous justifierons en donnant l'interprétation de la résonance— que la largeur est inversement proportionnelle au désaccord. Lorsqu'on coupe le champ magnétique pour faire la mesure, la mélasse est soumise à une force due au déséquilibre des intensités. Si le piège est initialement au centre des faisceaux, le centre de la mélasse à l'instant  $t$  de la mesure se sera déplacé et donc verra une intensité plus faible. Lorsque le désaccord est plus grand, la force est plus faible, le déplacement induit par le déséquilibre d'intensités moins important et l'intensité laser vue par les atomes plus grande. Si la largeur est proportionnelle à l'intensité sur le désaccord, si  $|\delta_1| > |\delta_2|$  comme  $I_1 < I_2$ , le rapport de la largeur 2 sur la largeur 1 est supérieur à  $\frac{\delta_1}{\delta_2}$  et la largeur peut augmenter avec le désaccord. D'ailleurs dans les données où nous avons vu une augmentation de la largeur avec le désaccord, nous n'avons pas pu faire de mesure à petit désaccord car les atomes étaient chassés trop vite par le déséquilibre des intensités. Suivant la position initiale du piège par rapport au maximum d'intensité lumineuse, on peut obtenir un comportement différent et une diminution de la largeur avec le désaccord et même un rapport des largeurs plus faible que le rapport des désaccords.

Les mesures de la largeur en fonction du désaccord ne permettent donc pas de conclure. Si l'explication que nous avons avancée est valable il faudrait pour obtenir un résultat probant soit avoir six faisceaux indépendants et équilibrés sur le piège, soit, pour chaque

mesure, compenser la force de déséquilibre par la force de dérive créée par un champ magnétique résiduel (cf. II-B-2).

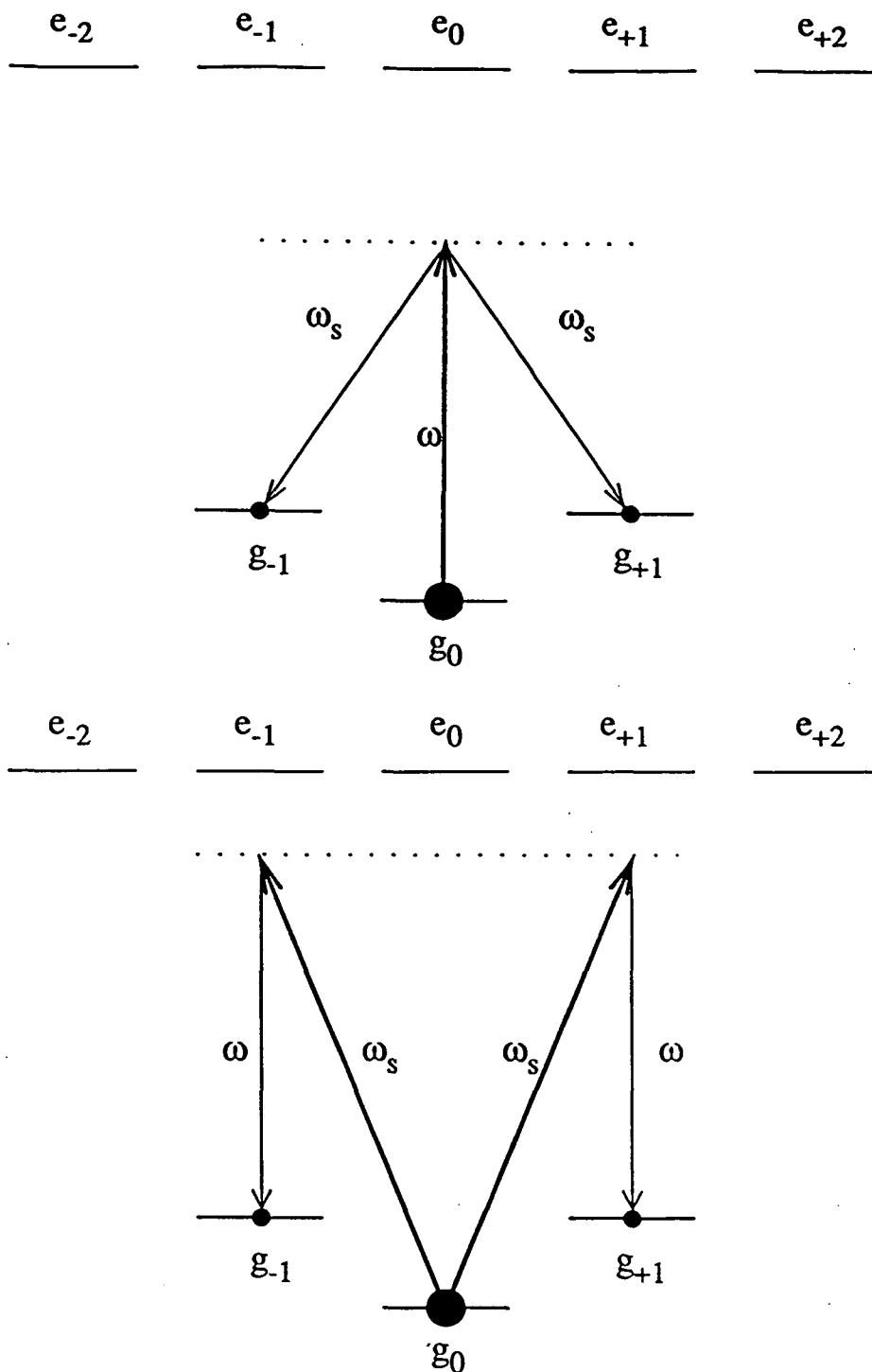
### Remarque

La force de déséquilibre varie également avec l'intensité laser et, en toute rigueur, les courbes 16 et 17 sont affectées par elle. Cependant, la force de déséquilibre varie moins vite avec l'intensité (linéairement) qu'avec le désaccord (en  $1/\delta^2$ ). La dépendance de la largeur avec l'intensité est donc moins affectée que la dépendance avec le désaccord.

## 2/ Interprétation du signal : résonances Raman [5]

### a) Idée de l'interprétation

Le fait que la largeur de la résonance soit petite devant la largeur naturelle du niveau excité nous donne l'idée de chercher des résonances dans l'état fondamental. A une dimension, nous avons vu que le laser piège avait en tout point une polarisation linéaire et qui tourne le long de l'axe  $Oz$  (cf. II-B). Prenons un atome immobile en un point  $z$  et une transition  $F = 1/F' = 2$ . Si on prend comme axe de quantification la direction de la polarisation, le laser piège n'induit que des transitions  $\pi$  et les sous-niveaux Zeeman sont déplacés différemment par la lumière et ont des largeurs et populations différentes (les sous-niveaux  $m = +1$  et  $m = -1$  ont les mêmes déplacement, population et largeur qui sont différents de ceux du niveau  $m = 0$ ). Les coefficients de Clebsch-Gordan sont tels que le niveau  $m = 0$  est le plus déplacé, et, comme le montre un bilan détaillé des départs et alimentations des niveaux, le plus peuplé.



Figures 18 et 19 : Interprétation physique des processus Raman sur une transition  $F = 1/F' = 2$ , pour une seule paire de faisceaux pièges et pour un atome immobile. Les sous-niveaux Zeeman ont des déplacements lumineux et des populations (représentées par les disques) différents. Pour  $\delta < 0$ , le niveau  $g_0$  est le plus déplacé et le plus peuplé.

18 : amplification de la sonde pour  $\omega_s < \omega$ .

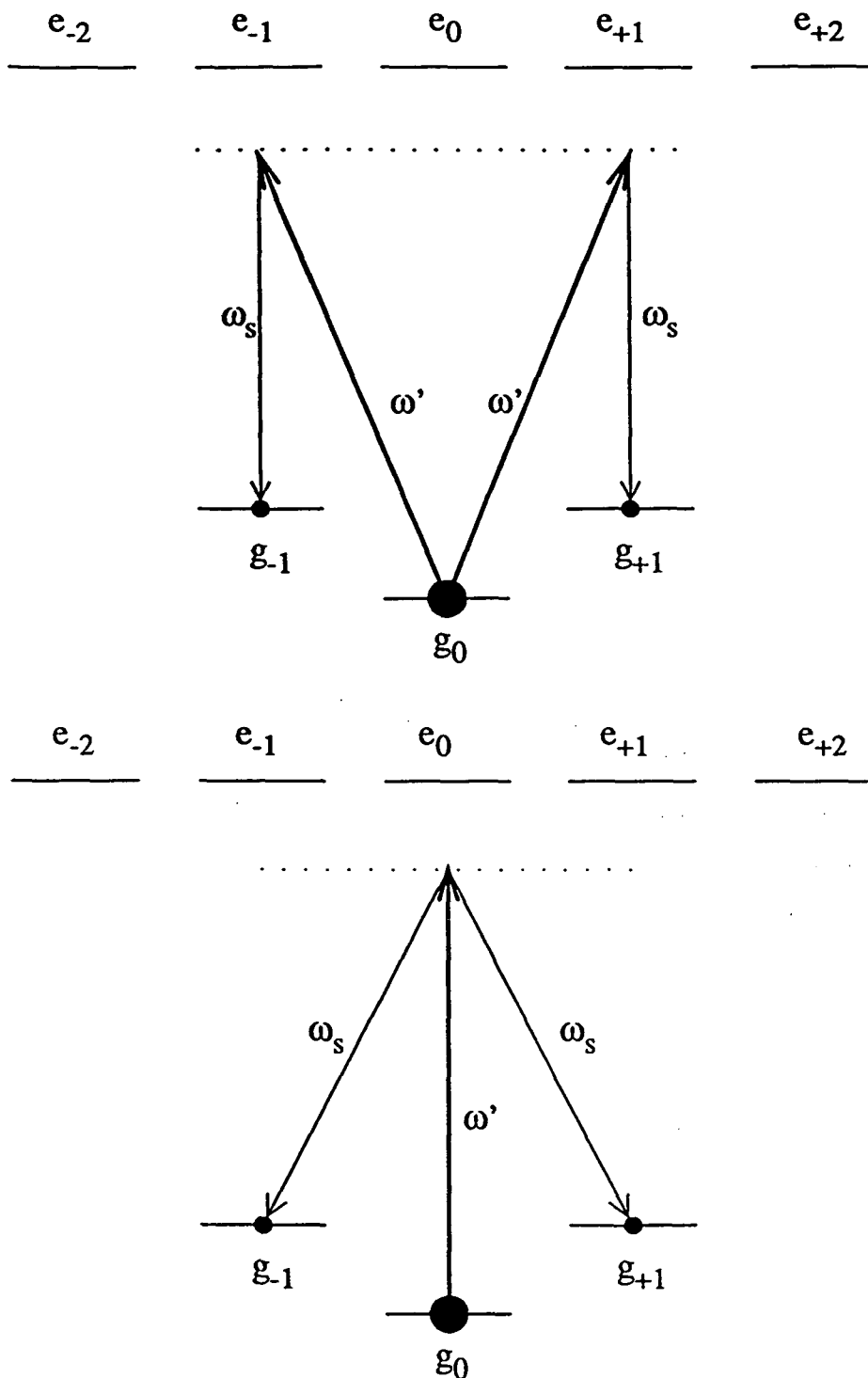
19 : absorption de la sonde pour  $\omega_s > \omega$ .

### *$\alpha$ ) Signal laser piège-sonde*

Si maintenant on ajoute un faisceau sonde, suffisamment peu intense pour n'être qu'une perturbation, sa polarisation a par rapport à l'axe quantique choisi en  $z$ , des composantes  $\pi, \sigma^+, \sigma^-$ . Intéressons-nous à la composante  $\sigma^+$  : celle-ci et le laser piège  $\pi$  peuvent induire des transitions Raman entre les sous-niveaux  $m = 0$  et  $m = -1$ . De même, la composante  $\sigma^-$  et le laser piège  $\pi$  peuvent induire des transitions Raman entre les sous-niveaux  $m = 0$  et  $m = +1$ . Si la fréquence de la sonde est inférieure à celle du laser piège, on a une lorentzienne d'amplification sur la sonde autour de  $\delta_s = \delta + (\delta'_0 - \delta'_1)$  où  $\hbar\delta'_0$  est le déplacement lumineux du niveau  $m = 0$  et  $\hbar\delta'_1$  celui des niveaux  $m = \pm 1$  (fig. 18). Si la fréquence de la sonde est supérieure à celle du laser piège, on a une lorentzienne d'absorption sur la sonde autour de  $\delta_s = \delta - (\delta'_0 - \delta'_1)$  (fig. 19). La résonance se compose donc en fait de deux lorentziennes et non pas d'une courbe de dispersion. Cependant, les deux lorentziennes ne sont pas bien séparées aux désaccords auxquels nous travaillons car la distance qui les sépare est d'un ordre de grandeur comparable à celui de leur largeur. Cette distance justement est une différence de déplacements lumineux et donc est proportionnelle à  $I/\delta$ . Nous retrouvons la variation linéaire avec l'intensité que nous avons constatée expérimentalement. Notons de plus que les poids de l'absorption et de l'amplification ne sont pas les mêmes car les coefficients de Clebsch-Gordan concernés sont différents : le coefficient correspondant à l'amplification de la sonde est  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{9}$  alors que celui correspondant à l'absorption de la sonde est  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ . Nous observons effectivement expérimentalement que l'absorption a un poids plus important que l'amplification.

### *$\beta$ ) Signal pompe annexe-sonde*

Considérons maintenant la pompe annexe, mais de manière perturbative. Les populations et déplacements des niveaux sont toujours déterminés par le laser piège. La pompe annexe a, comme le laser piège, une polarisation linéaire en tout point et qui tourne le long de l'axe  $z$ . Son angle  $\Phi$  avec la polarisation du laser piège est constant.



**Figure 20** : Interprétation des processus Raman entre la sonde et la pompe annexe, pour une amplification sur la sonde. Les déplacements lumineux et les populations sont imposés par le laser piège, dont on ne prend en compte qu'un seul bras. Il y a amplification sur la sonde pour  $\omega_s < \omega'$ , sur les composantes  $\sigma$  pour la composante  $\pi$  de la pompe annexe et sur la composante  $\pi$  pour les composantes  $\sigma$  de la pompe annexe.

### Remarque

Si la fréquence de la pompe annexe est proche de celle du laser piège,  $\Phi$  est nul et l'angle que fait la polarisation en un point avec une direction fixe ne dépend que de la distance de ce point au miroir de rétro-réflexion. Cependant, si leurs fréquences sont différentes, la pompe annexe et le laser piège n'ont pas le même indice linéaire sur le piège (sans parler de l'indice non-linéaire) et  $\Phi$  peut être non-négligeable.

En toute généralité, la polarisation de la pompe annexe a donc sur l'axe de quantification local des composantes  $\pi, \sigma^+, \sigma^-$ . Lorsque  $\delta' = \delta_s - (\delta'_0 - \delta'_1)$ , la fréquence de la pompe annexe est plus grande que celle de la sonde, et il peut y avoir quatre transitions Raman conduisant toutes les quatre à une amplification de la sonde : entre les sous-niveaux  $m = 0$  et  $m = +1$  en faisant intervenir soit la composante  $\pi$  de la pompe annexe et la composante  $\sigma^-$  de la sonde, soit la composante  $\sigma^+$  de la pompe annexe et la composante  $\pi$  de la sonde ; et entre les sous-niveaux  $m = 0$  et  $m = -1$  en faisant intervenir soit la composante  $\pi$  de la pompe annexe et la composante  $\sigma^+$  de la sonde, soit la composante  $\sigma^-$  de la pompe annexe et la composante  $\pi$  de la sonde (fig. 20). Il y a de même une résonance en absorption sur la sonde lorsque  $\delta' = \delta_s + (\delta'_0 - \delta'_1)$  donc  $\omega' < \omega_s$ . Et l'amplitude de l'absorption comme de l'amplification, pour de telles résonances, est proportionnelle à  $\frac{I_s I'}{\delta_s^2}$  comme nous l'avons constaté expérimentalement. L'amplification sur la sonde se produit, de plus, toujours pour  $\omega' > \omega_s$ , quel que soit le signe de  $\delta_s$ .

### b) Éléments du calcul

Nous allons donner ici quelques éléments de la démarche suivie pour faire le calcul théorique des formes de raie. Ces calculs ont été effectués par J.-Y. Courtois. La transition considérée sera la transition  $F = 4/F' = 5$  pour le signal entre la sonde et le laser piège, mais nous nous limiterons à la transition  $F = 1/F' = 2$  pour le signal entre la sonde et



la pompe annexe. Toutes deux seront traitées perturbativement. Nous supposons de plus que l'atome est immobile. Nous écrirons ici les équations uniquement dans le premier cas, c'est-à-dire sans la pompe annexe, mais nous dirons quelques mots de la démarche suivie dans le second cas, qui est très proche.

### $\alpha)$ Ordre zéro - Notations

#### ■ Couplage atome-laser

Pour le laser piège, nous avons vu que le champ électrique s'écrivait

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^+ e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^- e^{i\omega t}$$

avec

$$\mathbf{E}^+ = \sqrt{2} E_0 (\mathbf{e}_x \cos(k(z-d)) + \mathbf{e}_y \sin k(z-d)) = \sqrt{2} E_0 \boldsymbol{\varepsilon}_0(z)$$

et le couplage avec l'atome est

$$V_{AL}^+ = -\frac{\hbar\Omega}{2} \sqrt{2} \hat{d}_0^+ = -\frac{\hbar\Omega}{2} \vartheta_L^+$$

où  $\hat{d}_0^+$  est la composante  $\pi$  de l'opérateur de montée du dipôle.

Quant au champ de la sonde, il s'écrit

$$\mathbf{E}_s = E_s \boldsymbol{\varepsilon}_s e^{i(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z} - \omega t)} + c.c.$$

et le couplage est

$$V_{AS}^+ = -\hbar \frac{\Omega_s}{2} \hat{\mathbf{d}}^+ \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_s e^{i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z}} e^{-i\delta'_s t} = -\hbar \frac{\Omega_s}{2} \vartheta_s^+ e^{i(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z} - \delta'_s t)}$$

en posant  $\delta'_s = \omega_s - \omega$ . Notons également que  $\epsilon_s$  se décompose sur les polarisations locales  $\pi, \sigma^+$  et  $\sigma^-$  :

$$\epsilon_s = \sum_{r=0,\pm 1} \alpha_r(z) \epsilon_r(z)$$

■ Equations de la matrice densité [13,14]

Notons

$$\vartheta^+ = \vartheta_L^+ + \frac{\Omega_s}{\Omega} \vartheta_s^+ e^{i(\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z} - \delta'_s t)}$$

En tenant compte de l'alimentation par émission spontanée, on peut écrire :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{ee}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \frac{p^2}{2m}, \sigma_{ee} \right] - i\frac{\Omega}{2} (\vartheta^+ \sigma_{ge} - \sigma_{eg} \vartheta^-) - \Gamma \sigma_{ee} \\ \frac{\partial \sigma_{eg}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \frac{p^2}{2m}, \sigma_{eg} \right] - i\frac{\Omega}{2} (\vartheta^+ \sigma_{gg} - \sigma_{ee} \vartheta^+) + \left( i\delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \sigma_{eg} \\ \frac{\partial \sigma_{gg}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \left[ \frac{p^2}{2m}, \sigma_{gg} \right] - i\frac{\Omega}{2} (\vartheta^- \sigma_{eg} - \sigma_{ge} \vartheta^+) + \text{alimentation par émission spontanée} \end{cases}$$

Nous allons faire un certain nombre d'approximations et nous restreindre à l'état fondamental :

- pour un atome de vitesse nulle, nous pouvons oublier les commutateurs d'énergie,
- nous allons supposer que les variables lentes sont dans l'état fondamental et faire une élimination adiabatique des variables rapides. Cela suppose que

$$s_0 = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \ll 1$$

- nous allons traiter la sonde perturbativement. Pour que dans l'équation d'évolution de  $\sigma_{eg}$  on puisse éliminer  $\sigma_{ee}$ , il faut que les éléments de matrice de  $\sigma_{ee} \vartheta_L^+$  soit négligeables devant ceux de  $\vartheta_s^+ \sigma_{gg}$  donc  $s_0 \ll \frac{\Omega_s}{\Omega} \ll 1$ .

On peut alors écrire :

$$\frac{\partial \sigma_{gg}}{\partial t} = -i\delta \frac{s_0}{2} [\vartheta^- \vartheta^+, \sigma_{gg}] - \frac{\Gamma}{4} s_0 \{ \vartheta^- \vartheta^+, \sigma_{gg} \} + \text{alim } ES$$

et le terme d'alimentation par émission spontanée est :

$$\text{alim } ES = \frac{\Gamma}{2} s_0 \sum_q \hat{d}_q^- \vartheta^+ \sigma_{gg} \vartheta^- \hat{d}_q^+$$

La matrice  $\sigma_{gg}$  qui décrit l'état fondamental est une matrice  $(2F + 1) \times (2F + 1)$ .

#### ■ Solution $\sigma_0$ à l'ordre zéro

A l'ordre zéro, l'équation d'évolution de  $\sigma_{gg}$  est :

$$\frac{\partial \sigma_{gg}}{\partial t} = \text{Bloch}(\sigma_{gg}) = -i\delta \frac{s_0}{2} [\vartheta_L^- \vartheta_L^+, \sigma_{gg}] - \frac{\Gamma}{4} s_0 \{ \vartheta_L^- \vartheta_L^+, \sigma_{gg} \} + \frac{\Gamma}{2} s_0 \sum_q \hat{d}_q^- \vartheta_L^- \sigma_{gg} \vartheta_L^+ \hat{d}_q^+$$

Dans l'état stationnaire, les éléments non-diagonaux de la solution  $\sigma_0$  sont nuls. Les déplacements lumineux sont

$$\hbar \delta'_m = \hbar \delta s_0 \langle m | \hat{d}_0^- \hat{d}_0^+ | m \rangle$$

et les populations sont données par les équations :

$$\begin{cases} \langle m | \hat{d}_0^- \hat{d}_0^+ | m \rangle \Pi_m = \sum_q \left| \langle m | \hat{d}_q^- \hat{d}_0^+ | m + q \rangle \right|^2 \Pi_{m+q} \\ \sum \Pi_m = 1 \end{cases}$$

Notons également  $\gamma_m = \Gamma s_0 \langle m | \hat{d}_0^- \hat{d}_0^+ | m \rangle$ .

$\beta$ ) Solution à l'ordre 1

Si la solution est  $\sigma_{gg} = \sigma_0 + \sigma_{gg}^{(1)}$ ,  $\sigma_{gg}^{(1)}$  obéit à l'équation :

$$\frac{d\sigma_{gg}^{(1)}}{dt} = \text{Bloch}(\sigma_{gg}^{(1)}) + \frac{\Omega_s}{\Omega} S_+(\sigma_0) e^{-i(\delta'_s t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z})} + \frac{\Omega_s}{\Omega} S_-(\sigma_0) e^{i(\delta'_s t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z})}$$

avec

$$\begin{cases} S_+(\sigma_0) = -i\delta \frac{s_0}{2} [\vartheta_L^- \vartheta_s^+, \sigma_0] - \frac{\Gamma}{4} s_0 \{ \vartheta_L^- \vartheta_s^+, \sigma_0 \} + \frac{\Gamma}{2} s_0 \sum_q \hat{d}_q^- \vartheta_s^+ \sigma_0 \vartheta_L^- \hat{d}_q^+ \\ S_-(\sigma_0) = (S_+(\sigma_0))^+ \end{cases}$$

Posons alors

$$\sigma_{gg}^{(1)} = \frac{\Omega_s}{\Omega} \sigma_+ e^{-i(\delta'_s t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z})} + \frac{\Omega_s}{\Omega} \sigma_- e^{-i(\delta'_s t - \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{z})}$$

On a donc dans l'état stationnaire

$$\text{Bloch}(\sigma_+) + i\delta'_s \sigma_+ + S_+(\sigma_0) = 0 \quad \text{et} \quad \sigma_- = (\sigma_+)^+$$

Pour tenir compte des diverses composantes de polarisation de la sonde, on peut écrire :

$$\sigma_+ = \sum_r \alpha_r(z) \sigma_+(r) \quad \text{avec} \quad (\text{Bloch} + i\delta'_s)(\sigma_+(r)) + S_+^r(\sigma_0) = 0$$

et  $S_+^r(\sigma_0)$  est obtenu en remplaçant dans l'expression de  $S_+(\sigma_0)$   $\vartheta_s^+$  par  $d_r^+$ . On montre alors que :

- pour  $r = 0$  on a pour les éléments de matrice de  $\sigma_+(0)$  un système d'équations homogènes dont la solution est nulle. Seules les composantes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  de la sonde vont donc contribuer au signal ;

- pour  $r \neq 0$  les éléments de matrice  $\langle m | \sigma_+(r) | m' \rangle$  sont nuls si  $m' \neq m - r$ . Il reste donc à résoudre deux systèmes d'équations à 2J inconnues. Notons  $c_m(r)$  les solutions :  $\langle m | \sigma_+(r) | m' \rangle = \delta_{m-r, m'} c_m(r)$ .

$\gamma$ ) *Intensité de la sonde*

Posons  $p^+(r) = d \text{Tr}(\sigma_{eg}^+(r) d_r^-)$  avec, à l'ordre le plus bas :

$$\sigma_{eg}^+(r) = \frac{\Omega/2}{\delta + i\Gamma/2} \left( \sqrt{2} \hat{d}_0^+ \sigma_+(r) + d_r^+ \sigma_0 \right)$$

La composante positive de la polarisation est alors :

$$\mathbf{P}^+ = \sum_r \frac{\Omega_s}{\Omega} \alpha_r(z) p^+(r) \boldsymbol{\epsilon}_r \quad \text{et} \quad \mathbf{P}^+ \cdot \mathbf{E}_s^- = \sum_r \frac{\Omega_s}{\Omega} |\alpha_r(z)|^2 p^+(r) E_s$$

On obtient donc pour l'intensité de la sonde :

$$\frac{1}{I_s} \frac{\partial I_s}{\partial z} = 3\pi \frac{n}{k^2} \sum_r |\alpha_r(z)|^2 \text{Re} \left[ \frac{i\Gamma}{\delta + \frac{i\Gamma}{2}} \text{Tr} \left( \sqrt{2} \hat{d}_0^+ \sigma_+(r) \hat{d}_r^- + d_r^+ \sigma_0 \hat{d}_r^- \right) \right]$$

où  $n$  est la densité d'atomes dans le piège. Pour obtenir le signal sur la photodiode, il faut donc encore faire une intégrale sur la position.

### *δ) Cas du signal entre la pompe annexe et la sonde*

La démarche suivie est très similaire : on commence par calculer l'état stationnaire à l'ordre zéro puis on considère l'effet de la perturbation de la sonde et de la pompe annexe qu'on suppose du même ordre. On va donc chercher la matrice densité dans l'état fondamental, au premier ordre en  $\frac{\Omega_s}{\Omega}$  et  $\frac{\Omega'}{\Omega}$ . On élimine tous les termes à variation rapide et on ne garde que les termes dont la dépendance en temps est  $e^{\pm i(\delta' - \delta_s)t}$ . On calcule alors la matrice densité à l'ordre 1 et on en déduit, après une intégrale sur la position, l'intensité du signal observé pour un  $\delta' - \delta_s$  donné.

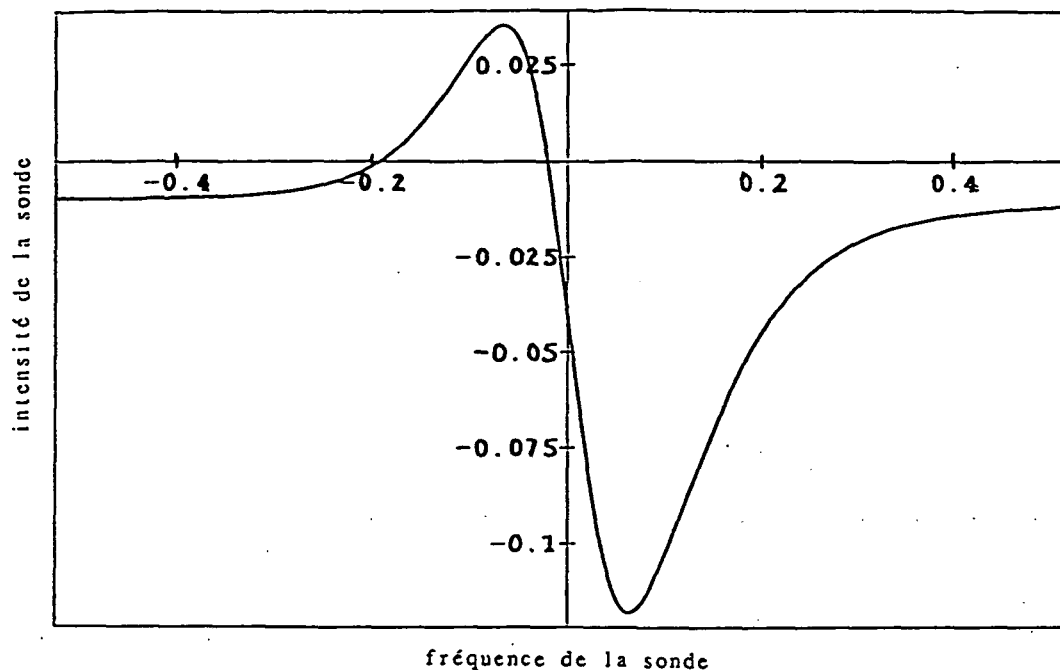
#### Remarque

Nous avons vu que la polarisation de la pompe annexe était linéaire et faisait un angle  $\Phi$  avec celle du laser piège. Or, comme les deux laser ont des fréquences différentes  $\omega' \neq \omega$ , elles n'ont pas le même indice linéaire, et l'angle  $\Phi$  varie de manière appréciable sur la longueur du piège. Nous avons donc procédé ainsi dans le calcul : pour un angle  $\Phi$  donné, nous calculons l'amplitude du signal mais au moment de faire une intégrale sur la position nous effectuons également une moyenne sur l'angle  $\Phi$ .

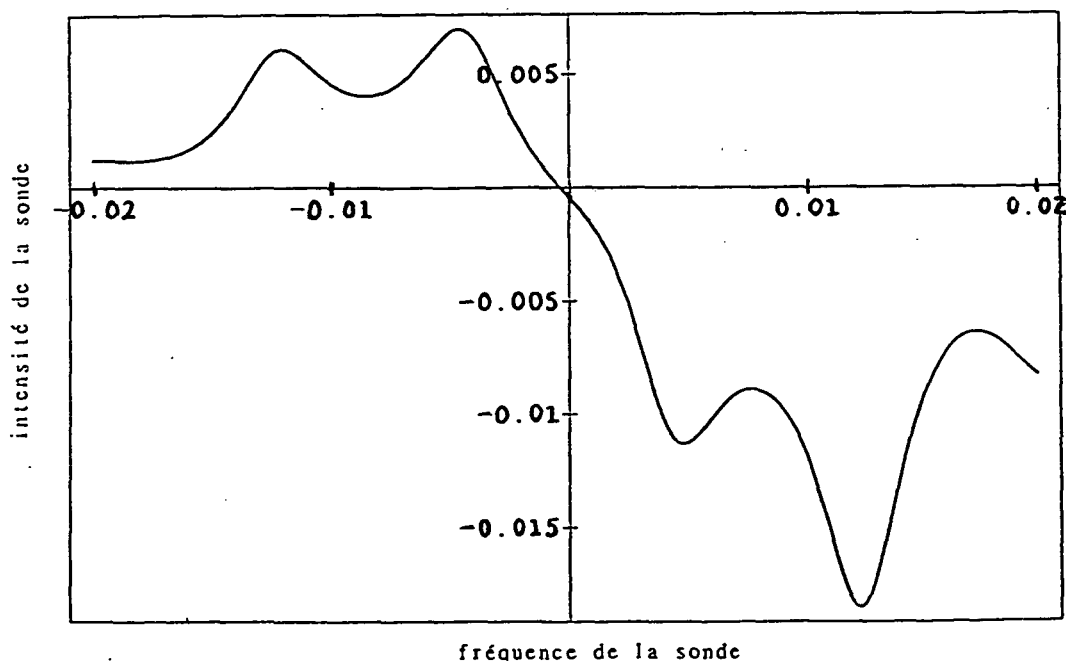
### *c) Forme des raies calculées*

#### *α) Signal entre la sonde et le laser piège*

Sur une transition  $F = 4/F' = 5$ , il y a plusieurs transitions Raman possibles : entre les sous-niveaux Zeeman,  $m$  et  $m \pm 1$ . Les résonances d'absorption et d'amplification entre les niveaux  $m = 0$  et  $m = \pm 1$  sont chacune distantes de  $\frac{1}{45}\delta s_0$  de la fréquence laser, celles entre les niveaux  $m = \pm 1$  et  $m = \pm 2$  de  $\frac{3}{45}\delta s_0$ ... Au total, nous avons huit raies, quatre



**Figure 21** : Courbe théorique sur la transition  $F = 4/F' = 5$ , calculée pour une seule paire de faisceaux pièges et une sonde faisant un angle de  $25^\circ$  avec elle. Le désaccord est de  $\delta = -2\Gamma$  et l'intensité telle que la pulsation de Rabi par onde est  $\Omega^2/\Gamma^2 = 3/2$ .



**Figure 22** : Courbe théorique sur la transition  $F = 4/F' = 5$ , calculée pour une seule paire de faisceaux pièges et une sonde faisant un angle de  $25^\circ$  avec elle. L'intensité correspond à une pulsation de Rabi par onde  $\Omega^2/\Gamma^2 = 3/2$  et le désaccord est  $\delta = -20\Gamma$ . Il apparaît deux composantes dont le rapport des distances au centre est 2,7.

d'amplification, quatre d'absorption, situées aux distances  $-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7$  de la fréquence laser, en unité de  $\frac{1}{45}\delta s_0$ . Elles ont également des poids et des largeurs divers.

Cependant, si on trace la raie calculée numériquement (fig. 21) on ne peut pas séparer les différentes composantes car leurs largeurs sont d'un ordre de grandeur comparable à celui de leurs distances. La figure 21 présente une courbe dont l'allure est remarquablement similaire à celle de nos courbes expérimentales.

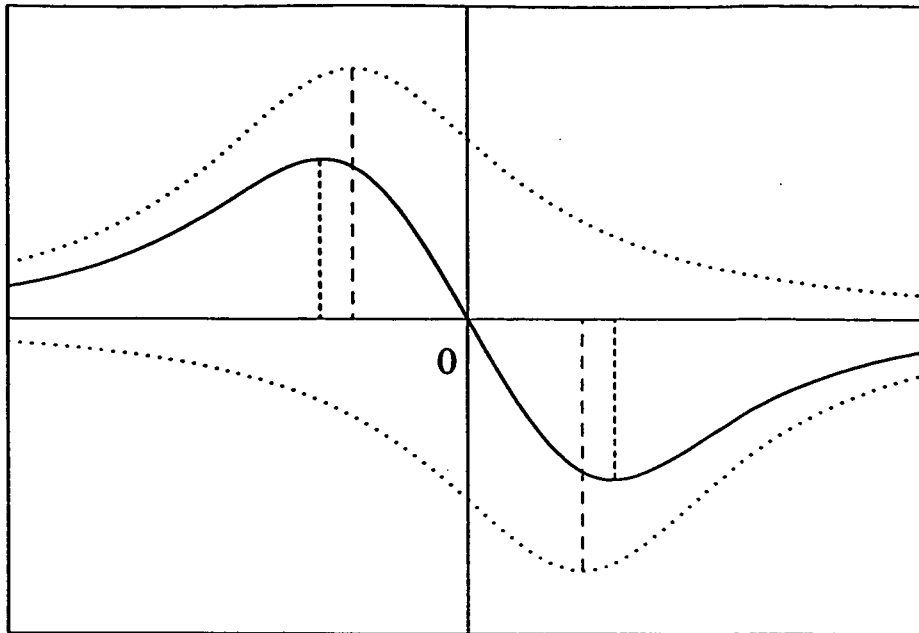
Pour séparer les différentes composantes, il faut travailler à grand désaccord car la distance entre composantes diminue moins vite avec le désaccord (elle est proportionnelle à  $\delta s_0 \sim 1/\delta$ ) que leurs largeurs qui est en  $\Gamma s_0$  donc en  $1/\delta^2$ . La figure 22 représente une courbe calculée pour un désaccord  $\delta = -20\Gamma$ . On voit en effet apparaître sur cette courbe deux composantes en amplification et deux composantes en absorption dont le rapport des distances est 2,7.

### Remarque

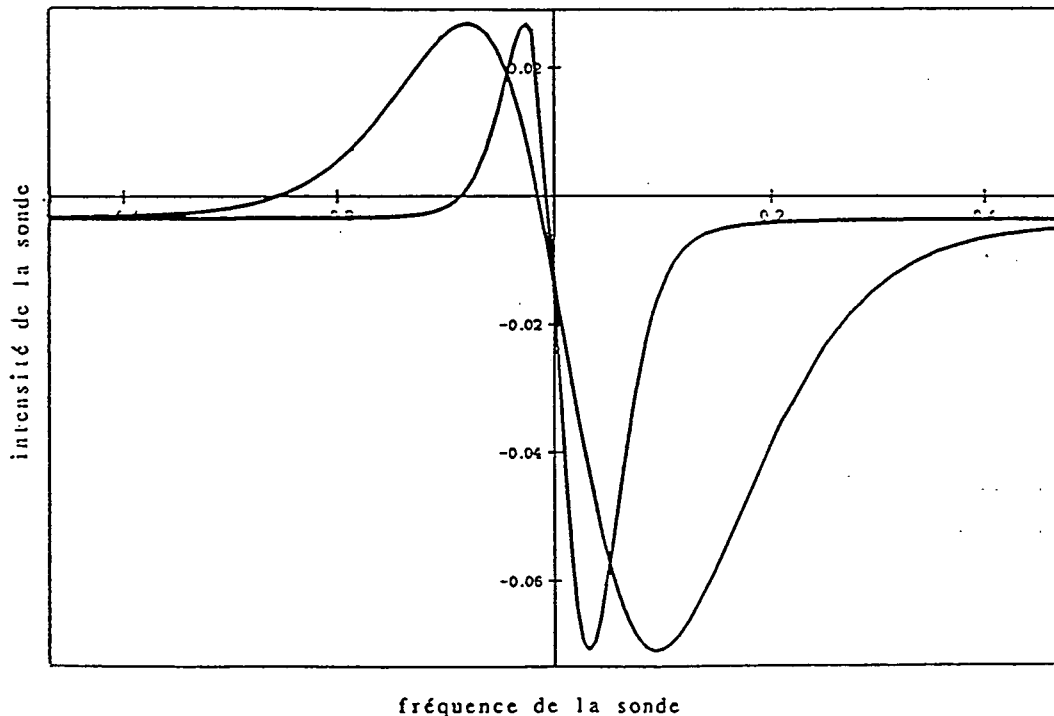
Lorsqu'on fait la somme d'une lorentzienne en absorption et d'une lorentzienne en amplification dont la distance  $D$  n'est pas petite devant leurs largeurs respectives, la distance entre le maximum et le minimum de la courbe obtenue est plus grande que la distance réelle  $D$  entre les deux lorentziennes (fig. 23). Ceci peut notamment expliquer que le rapport des distances de la figure 22 soit 2,7 et non pas 3.

Si on regarde comment évoluent les courbes avec l'intensité (fig. 24), on s'aperçoit tout d'abord que leur largeur, au sens où nous l'avions employé dans le paragraphe a, c'est-à-dire la distance entre les extrema de la courbe, est linéaire avec l'intensité. Comme la largeur des lorentziennes aussi bien que la distance les séparant est proportionnelle à l'intensité, la correction dont nous parlions dans la remarque ci-dessus est également





**Figure 23** : Forme de la différence de deux lorentziennes. Le rapport de la largeur de chaque lorentzienne sur la distance de son extremum à zéro est 1,6. La distance qui sépare les extrema de la courbe différence de zéro est plus grande que la distance au centre de l'extremum de chaque lorentzienne.



**Figure 24** : Courbes théoriques sur la transition  $F = 4/F' = 5$ , calculée pour une seule paire de faisceaux pièges et une sonde faisant un angle de  $25^\circ$  avec elle, pour deux valeurs de l'intensité correspondant à des pulsations de Rabi par onde de  $\Omega^2/\Gamma^2 = 3/2$  et  $\Omega^2/\Gamma^2 = 1/2$ . Le désaccord est  $\delta = -3,5\Gamma$ . La largeur des courbes (distance entre les extrema) est proportionnelle à l'intensité.

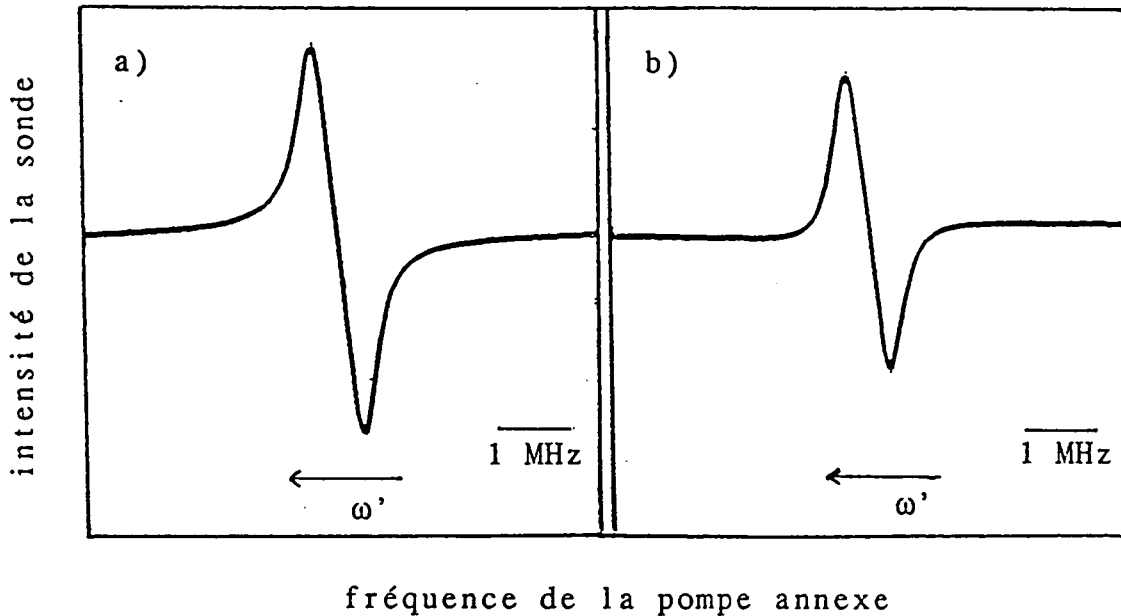
proportionnelle à l'intensité et ce résultat, sans surprise, correspond aux données expérimentales. En revanche, l'amplitude des courbes semble ne pas dépendre de l'intensité (elle est proportionnelle à  $I$  que divise la largeur des lorentziennes qui est elle-même linéaire en intensité). Mais la comparaison avec les courbes obtenues expérimentalement n'est pas possible. Expérimentalement en effet, l'intégrale de la densité atomique sur le trajet de la sonde ne reste pas constante lorsqu'on change l'intensité laser  $I$ , et la vitesse à laquelle le nuage explose lorsqu'on coupe le champ magnétique dépend également de  $I$ . Il y a donc des causes expérimentales de variation de  $\int n dx$  et par conséquent de l'amplitude du signal avec l'intensité laser. Nous observons dans les faits une diminution de l'amplitude du signal Raman quand l'intensité décroît.

*β) Signal entre la pompe annexe et la sonde*

La figure 25 représente les formes de raies calculées sur une transition  $F = 1/F' = 2$ , pour les mêmes valeurs des paramètres que les courbes expérimentales de la figure 11. Le calcul ne rend pas uniquement compte des signaux Raman : il est plus complet et contient en particulier les signaux de mélange à deux ondes. Mais l'amplitude des résonances Raman varie comme la différence des populations entre sous-niveaux Zeeman divisée par le carré du désaccord de la sonde :  $D_p/\delta_s^2$ , alors que le mélange à deux ondes varie comme la somme des populations divisée par le cube du désaccord :  $S_p/\delta_s^3$ . A grand désaccord, le signal Raman prédomine donc mais pour  $|\delta_s| \sim \Gamma$ , le mélange à deux ondes ne doit certainement pas être négligé.

On peut voir une trace de la présence du mélange à deux ondes sur les ailes des résonances. En effet, comme le signe de la dispersion du mélange à deux ondes s'inverse lorsque change le signe du désaccord  $\delta_s$ , les ailes de la résonance sont plus abruptes pour un désaccord bleu ( $\delta_s > 0$ ) que pour un désaccord rouge ( $\delta_s < 0$ ), ce qu'on observe à la fois sur les courbes théoriques (figure 25) et les courbes expérimentales (fig. 11). De plus, pour la même raison, l'amplitude des courbes est moins grande sur le bleu que sur le rouge, ce qui est également observé.

Ce modèle de résonances Raman (et le calcul qui a été effectué) rend donc bien compte de nos résultats expérimentaux. Il a cependant des insuffisances certaines et ne



**Figure 25** : Courbes théoriques calculées sur la transition  $F = 1/F' = 2$ , du signal entre la pompe annexe et la sonde pour une seule paire de faisceaux pièges. La sonde fait un angle de  $25^\circ$  avec celle-ci. Les conditions sont les mêmes que dans la figure 11 : l'intensité du laser piège est  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  par onde, son désaccord est  $\delta = -2,3\Gamma$  et le désaccord de la sonde est soit rouge ( $\delta_s = -5\Gamma$ ), soit bleu ( $\delta_s = +5\Gamma$ ).

nous permet pas d'expliquer la présence ou l'absence d'un certain nombre de signaux comme nous allons le voir dans la partie B.

## B - INSUFFISANCES DU MODELE

Le modèle que nous avons présenté dans le paragraphe 2 de la partie précédente ne prenait en compte qu'une seule paire de faisceaux pièges et supposait les atomes immobiles. La situation est en réalité plus complexe : il y a trois paires de faisceaux pièges et les atomes ont une vitesse, faible certes mais probablement pas négligeable (une température de  $50 \mu K$  correspond à  $v/\lambda = 65 kHz$ ). Aussi, un certain nombre d'observations ne peuvent être expliquées par ce modèle. Dans un premier temps, nous allons examiner les premiers résultats d'une étude plus détaillée des résonances entre sonde et faisceaux pièges ou sonde et pompe annexe, puis nous chercherons d'autres types de signaux comme le mélange à quatre ondes.

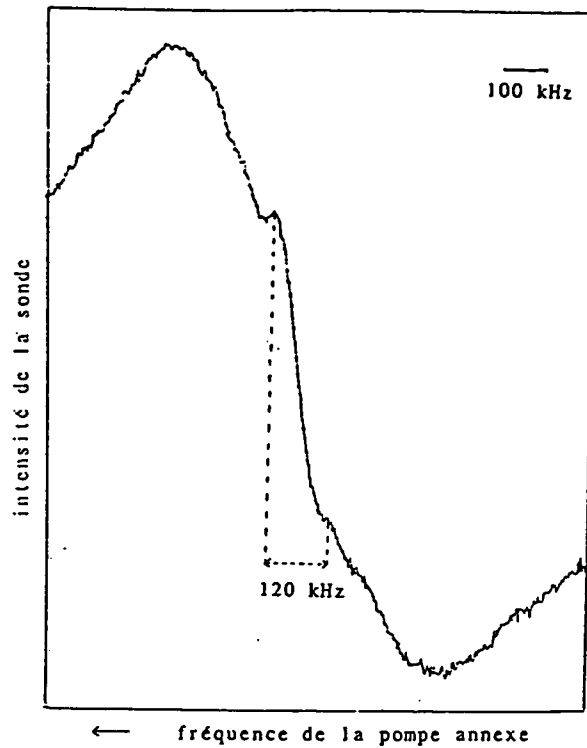
### 1/ Résonances Raman

#### a) Signal entre la pompe annexe et la sonde

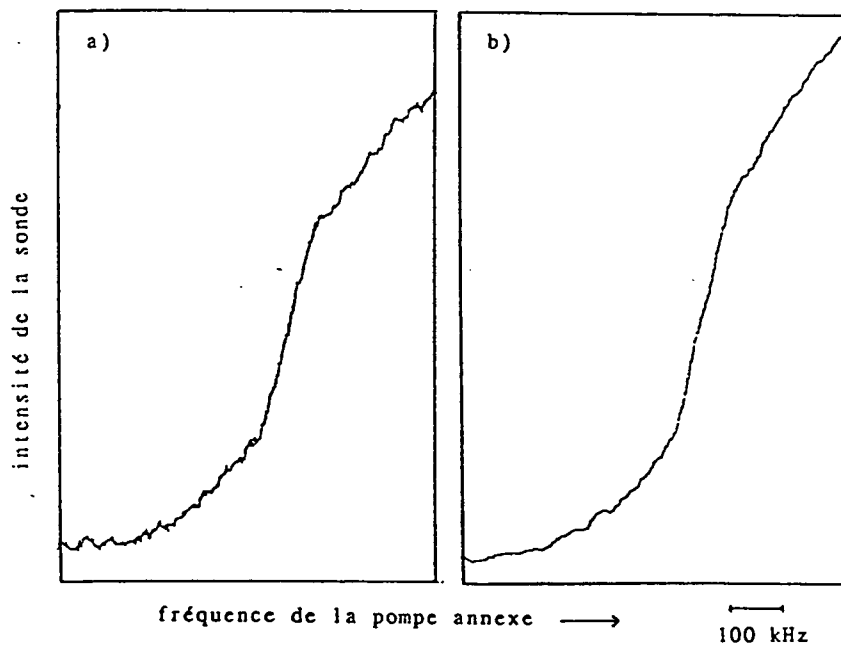
Revenons sur le signal entre la pompe annexe et la sonde. La pompe annexe est superposée à l'une des paires de faisceaux pièges, avec la même polarisation, et la sonde fait un angle de  $25^\circ$  avec elle.

Si on balaye très lentement la résonance entre les deux extrema, on voit apparaître un détail qu'une échelle moins fine n'avait pas permis d'observer : une résonance plus étroite superposée au signal habituel (fig. 1). Sa largeur, c'est-à-dire avec la même terminologie que précédemment la distance entre les deux extrema, dépend du gradient de champ magnétique, du désaccord de la sonde  $\delta_s$ , de l'intensité du laser piège  $I$ . Cependant, le rapport des largeurs des deux résonances (la résonance habituelle et cette nouvelle résonance plus étroite) est à peu près constant et de l'ordre de 5.

La première fois que nous l'avons observée, nous travaillions avec un désaccord de la sonde  $\delta_s$  positif (sur le bleu :  $\delta_s \sim 5\Gamma$ ). Nous avons alors vérifié qu'elle était toujours présente sur le rouge. Les figures 2a et b ont été enregistrées pour deux désaccords sonde :  $\delta_s = -3,3\Gamma$  (fig. 2a) et  $\delta_s = -1,3\Gamma$  (fig. 2b). Si la raie étroite est visible au plus grand



**Figure 1** : Détail de la résonance entre la pompe annexe et la sonde : on voit apparaître une résonance plus étroite, de largeur 120 kHz. Le désaccord de la sonde est  $\delta_s = +5,5\Gamma$ . Le désaccord du laser piège est  $\delta = -2,3\Gamma$ , son intensité  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  et le gradient du champ magnétique est de 10 G/cm.



**Figure 2** : Détail de la résonance entre la pompe annexe et la sonde pour des désaccords sonde rouges :  $\delta_s = -3,3\Gamma$  (a) et  $\delta_s = -1,3\Gamma$  (b). Le désaccord du laser piège est  $\delta = -2,3\Gamma$ , son intensité  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  et le gradient de champ magnétique est de 10 G/cm.

désaccord (en valeur absolue), à petit désaccord on ne perçoit qu'une rupture de pente. Le rapport des largeurs de la raie étroite et de la raie plus large à laquelle elle est superposée est, comme sur le bleu, de 5.

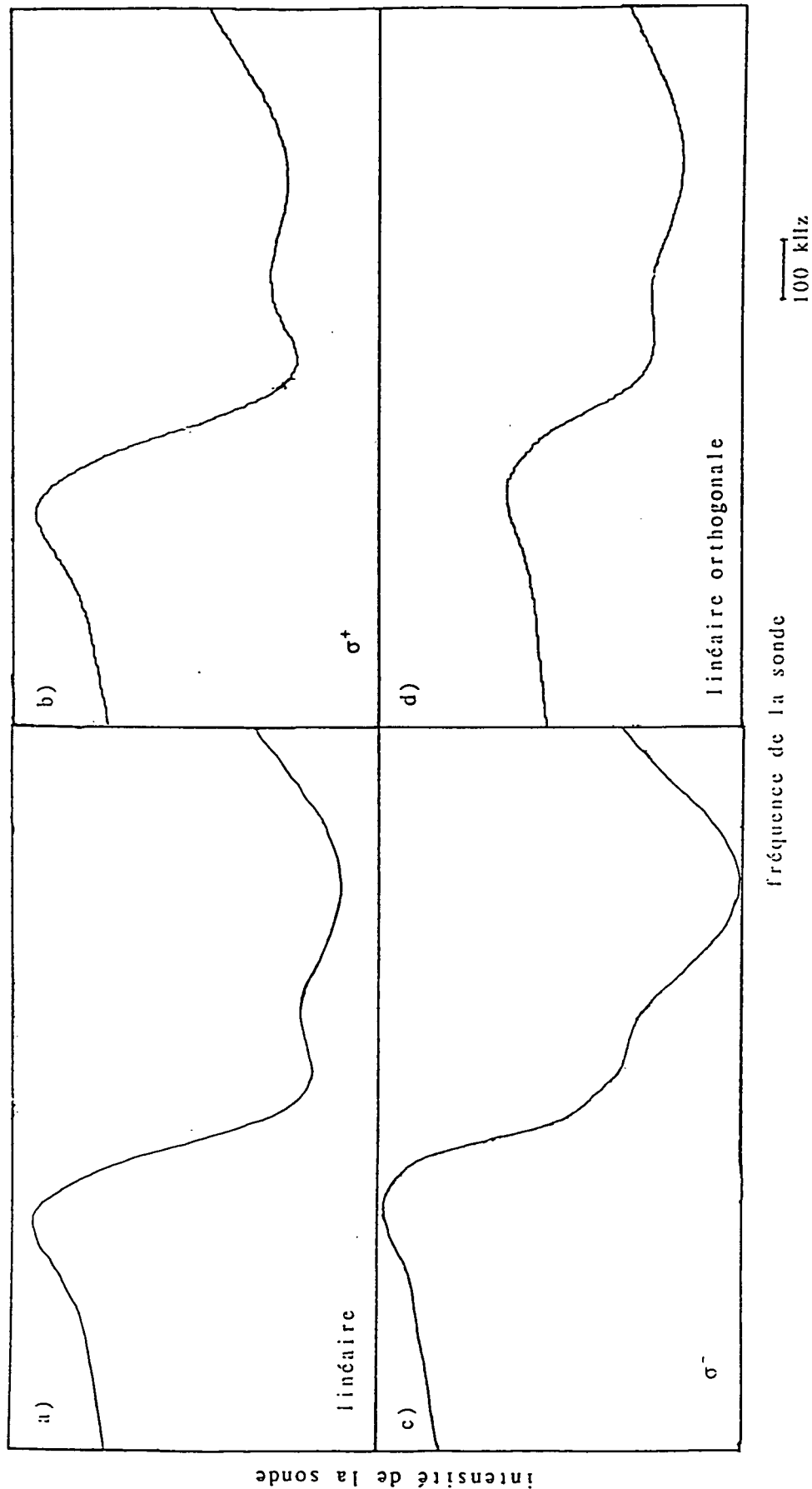
Cette résonance étroite n'est pas présente sur les courbes théoriques calculées dans la partie A. Mais le calcul du signal entre sonde et pompe annexe était effectué sur une transition  $F = 1/F' = 2$ . Pour une transition  $F = 4/F' = 5$ , il y a quatre raies Raman en amplification et quatre raies en absorption dont les positions sont 1,3,5,7, de poids et de largeurs divers, et non pas une seule comme sur la transition  $F' = 1/F' = 2$ . Il est possible, et le fait que le rapport des distances entre extrema semble constant nous incite à le penser, que la présence d'une résonance étroite correspond à une séparation partielle des composantes Raman. Il n'est cependant pas exclu qu'elle soit liée à des phénomènes apparaissant à trois dimensions pour un atome en mouvement.

#### b) Structure du signal entre la sonde et le laser piège

Sur le signal entre le faisceau sonde et le laser piège, on remarque également une structure. Celle-ci est asymétrique : elle est constituée de deux extrema sur l'absorption mais un seul sur l'amplification.

Cette structure dépend de la polarisation : les poids relatifs des deux composantes de l'absorption changent avec la polarisation de la sonde (fig. 3).

Sur la figure 3, l'angle entre la sonde et le faisceau piège le plus proche était de  $25^\circ$ . Regardons cette structure dans le cas où la sonde est quasiment colinéaire avec un des faisceaux pièges (angle inférieur à  $3^\circ$ ). La structure est plus marquée que dans la situation précédente et la dépendance avec la polarisation plus nette : la valeur du maximum d'absorption central est maximale lorsque la sonde est polarisée  $\sigma^+$ , c'est-à-dire à la même



**Figure 3 :** Résonance entre le laser piège et la sonde pour différentes polarisations de la sonde linéaire,  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  et linéaire orthogonale (a,b,c,d). Le faisceau piège le plus proche fait un angle de  $25^\circ$  avec la sonde et est polarisé  $\sigma^+$ . Son désaccord est  $\delta = -3,1\Gamma$ , son intensité  $I = 6 \text{ mW/cm}^2$  et le gradient de champ magnétique est de  $10 \text{ G/cm}$ .

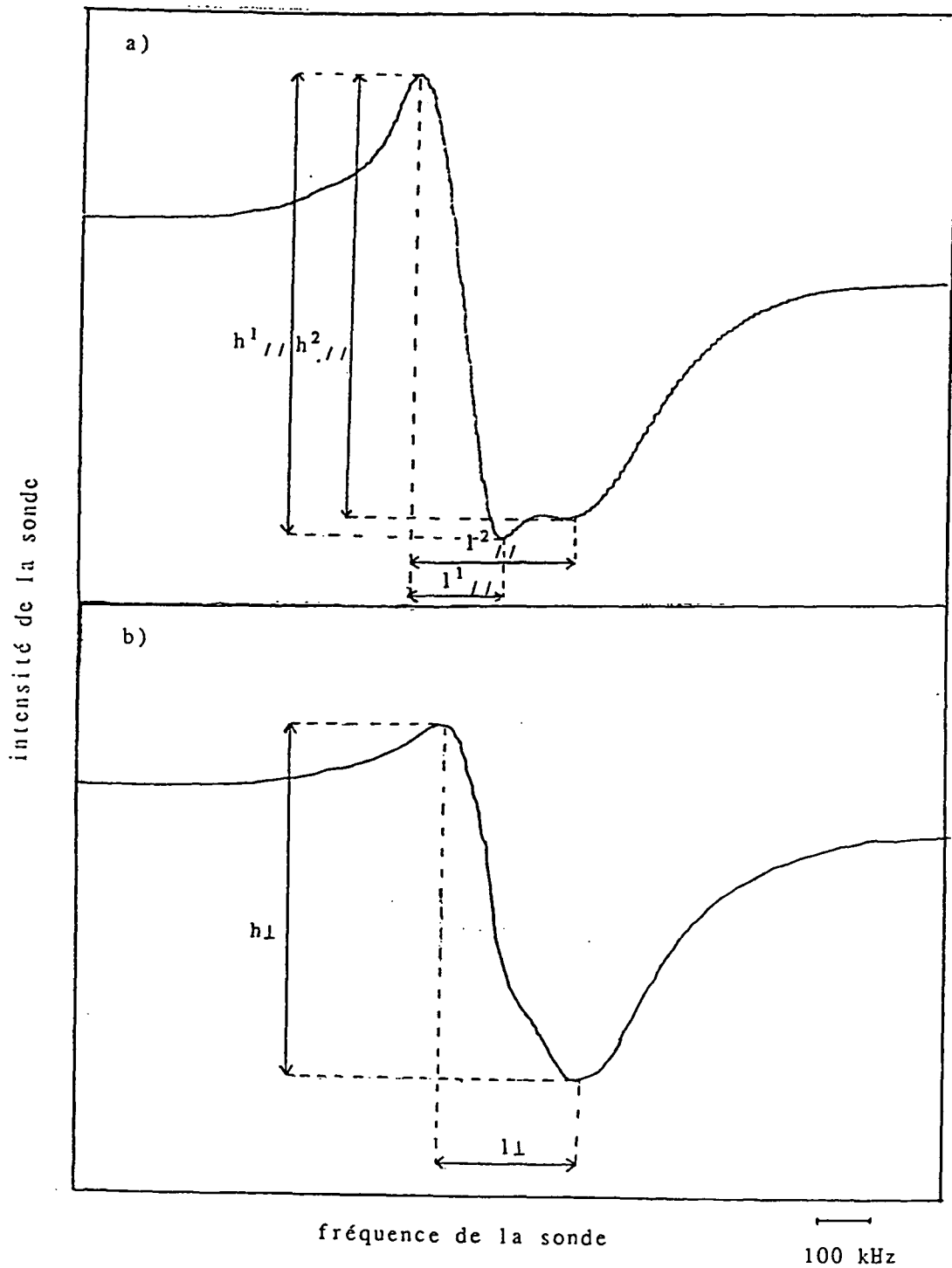


polarisation que le faisceau piège qui se propage dans le même sens qu'elle, et est minimale lorsque la sonde a une polarisation  $\sigma^-$  donc orthogonale à celle du faisceau piège copropagatif (fig. 4).

Comme on ne voit pas apparaître de structure sur l'amplification avec la polarisation de la sonde, on peut penser que la courbe observée pour une sonde  $\sigma^+$  est la somme de deux lorentziennes en absorption et d'une seule lorentzienne en amplification. Cependant, si on fait la différence entre la courbe obtenue pour une sonde polarisée  $\sigma^+$  et celle obtenue pour une sonde  $\sigma^-$ , le résultat est une courbe présentant un maximum aussi bien en amplification qu'en absorption (fig. 5). Il y a donc probablement deux lorentziennes (au moins) en amplification superposées, mais nous ne sommes pas capables de les séparer. D'ailleurs, les courbes obtenues par l'équipe de Kimble en Californie [6], sur un dispositif expérimental similaire, font état d'une double structure aussi bien en amplification qu'en absorption.

Pour déterminer comment varie la structure en fonction de divers paramètres, fixons quelques notations. La lettre  $h$  désignera l'amplitude, la lettre  $\ell$  la largeur (distance entre deux extrema). L'indice  $\parallel$  correspondra aux courbes obtenues pour une sonde  $\sigma^+$ , l'indice  $\perp$  celles obtenues pour une sonde  $\sigma^-$ . Enfin, pour les courbes  $\parallel$ , nous considérerons deux largeurs et deux amplitudes : celles du maximum d'amplification au premier maximum d'absorption,  $h_{\parallel}^1$  et  $\ell_{\parallel}^1$ , et celles du maximum d'amplification au deuxième maximum d'absorption,  $h_{\parallel}^2$  et  $\ell_{\parallel}^2$  (cf. fig. 4).

Traçons par exemple, le rapport  $h_{\parallel}^1/h_{\perp}$  en fonction du désaccord du laser piège (fig. 6). Mis à part peut-être pour  $|\delta| \sim \Gamma$ , ce rapport est constant et vaut en moyenne 1,6. Le rapport  $h_{\parallel}^1/h_{\parallel}^2$  est lui aussi constant mais plus faible : il vaut 1,1. Cette différence provient du fait qu'on ne puisse séparer les composantes en amplification et qu'on surévalue donc  $h_{\parallel}^2$  par rapport à  $h_{\parallel}^1$ . En fonction de l'intensité du laser piège, le rapport  $h_{\parallel}^1/h_{\perp}$  varie peu. Cependant, si on regarde la variation en fonction du désaccord à une intensité piège moitié par rapport à celle de la figure 6, le rapport des amplitudes vaut en moyenne 1,45 au lieu de 1,6.



**Figure 4** : Forme de la résonance entre le laser piège et la sonde, quasiment parallèle à l'un des faisceaux pièges, pour une polarisation de la sonde  $\sigma^+$  (a) identique à celle du faisceau coprogatif, ou  $\sigma^-$  (b). Nous avons indiqué sur ces courbes des conventions que nous utiliserons par la suite. Elles ont été obtenues pour un désaccord  $\delta = -1,6\Gamma$ , pour une intensité  $I = 8 \text{ mW/cm}^2$  et par onde et en l'absence de gradient de champ magnétique.

### Remarque

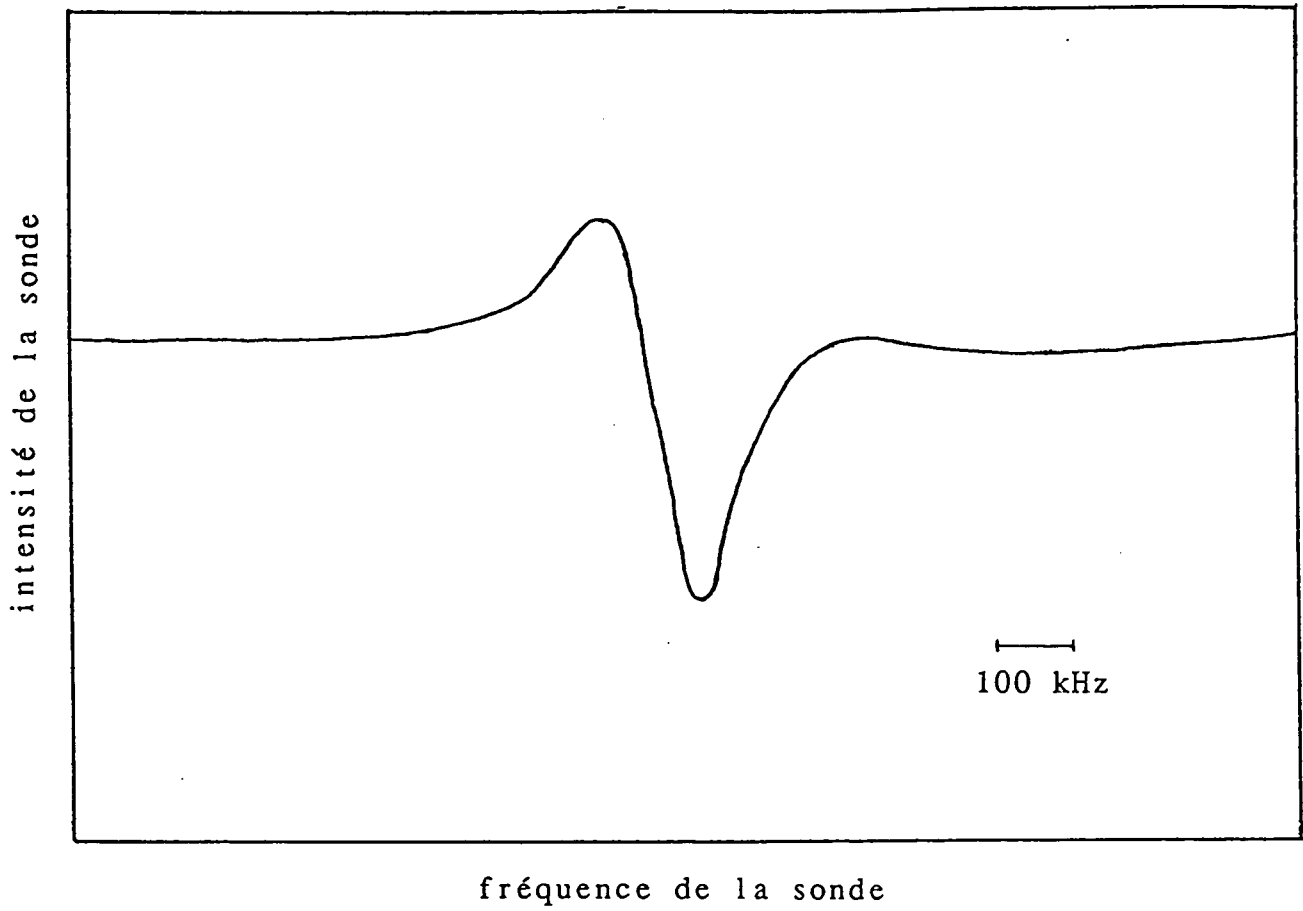
Dans cette série d'expériences, seul le rapport des amplitudes est significatif car le produit de la densité atomique par la longueur d'interaction dépend des paramètres du piège (intensité, désaccord). Le champ magnétique quant à lui est coupé pour la mesure.

Si on s'intéresse maintenant au rapport des largeurs, on retrouve exactement les mêmes variations que pour le rapport des amplitudes.  $\ell_{//}^1/\ell_{\perp}$  ne dépend pas du désaccord et vaut en moyenne 1,7 pour une intensité laser piège qui vaut la moitié de l'intensité maximale (fig. 7). La dépendance du rapport avec l'intensité semble être linéaire : le rapport des largeurs augmente avec l'intensité (fig. 8). La valeur moyenne de la largeur pour différents désaccords à une intensité piège maximale vaut 2,1 contre 1,7 pour une intensité moitié.

### c) Signal entre la sonde et le laser piège : dépendance liée à la géométrie

Nous allons dans ce paragraphe nous intéresser à des effets géométriques et voir si les trois bras du laser piège ont un rôle équivalent. Si ce n'est pas le cas, deux phénomènes peuvent en être la cause : l'effet Doppler pour un atome en mouvement, qui dépend, pour chacun des six faisceaux pièges, de l'angle de la sonde avec ce faisceau piège ; et, pour un atome immobile, un effet purement géométrique lié aux variations spatiales de polarisation et d'intensité.

Faisons d'abord varier la répartition de l'intensité laser dans les trois bras du piège : soit nous atténuons les faisceaux laser colinéaires à la sonde, soit les faisceaux orthogonaux. La première constatation est que la dépendance du rapport des amplitudes  $h_{//}^1/h_{\perp}$  est faible : l'écart à la valeur moyenne n'excède pas 10%. En ce qui concerne les largeurs en revanche, une dépendance avec la répartition de l'intensité apparaît. La figure 9 représente

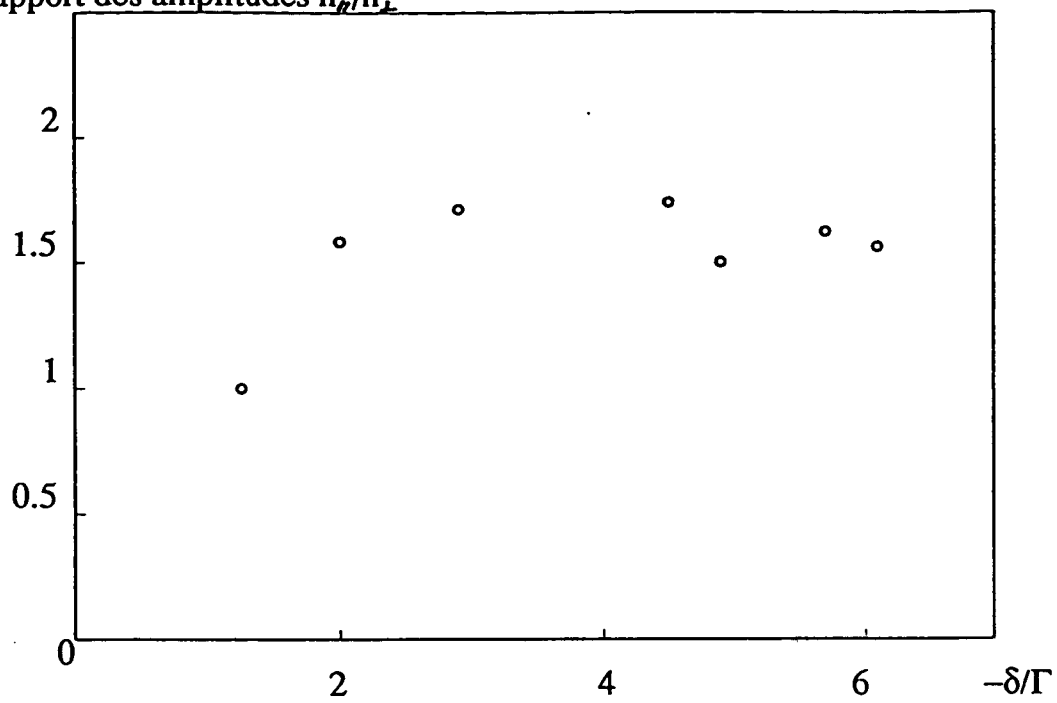


*Figure 5 : Différence entre les résonances entre le laser piège et la sonde obtenues pour une polarisation de la sonde  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Les conditions expérimentales sont celles de la figure 4.*

les variations des largeurs  $\ell_{\perp}$  et  $\ell_{//}^1$ . Nous avons porté en abscisse l'intensité totale. Pour  $\ell_{\perp}$  et  $\ell_{//}^1$  il y a deux séries de points : les ronds correspondent à une atténuation du seul bras colinéaire à la sonde, les carrés à une atténuation des deux bras orthogonaux. Il est clair que les largeurs ne dépendent pas seulement de l'intensité totale et donc que les différents bras ont des contributions différentes au signal. Plus précisément, si la dépendance reste linéaire, la largeur varie moins vite lorsqu'on atténue les faisceaux orthogonaux à la sonde que lorsqu'on atténue le faisceau parallèle. La contribution relative du faisceau parallèle à la largeur totale est donc plus importante que celle des faisceaux orthogonaux. Et le deuxième enseignement que l'on peut tirer de cette figure 9, est que l'importance de la contribution relative du faisceau colinéaire à la sonde dépend de la largeur  $\ell_{\perp}$  ou  $\ell_{//}^1$  considérée : elle est plus grande pour la largeur  $\ell_{//}^1$  que pour la largeur  $\ell_{\perp}$  puisque le rapport de la pente de la variation avec l'intensité totale lorsqu'on atténue le faisceau colinéaire et de celle de la variation avec l'intensité totale lorsqu'on atténue les faisceaux orthogonaux est de 4,2 dans le premier cas contre 2,3 dans le second cas. Les largeurs  $\ell_{\perp}$  et  $\ell_{//}^1$  n'obéissent donc pas aux mêmes lois et donc les résonances correspondent probablement à des mécanismes différents. Les largeurs  $\ell_{//}^1$  et  $\ell_{\perp}$  varient quasiment de la même manière lorsqu'on atténue le faisceau piège parallèle (pentes 0,9 et 1). En revanche,  $\ell_{//}^1$  varie moins vite avec l'intensité des faisceaux orthogonaux que  $\ell_{\perp}$  (pentes 0,2 et 0,4). Autrement dit, si le faisceau parallèle joue le même rôle sur  $\ell_{\perp}$ , c'est-à-dire lorsque la sonde a une polarisation orthogonale, et sur  $\ell_{//}^1$ , c'est-à-dire sur la raie étroite de la résonance avec une sonde de même polarisation que le faisceau se propageant dans la même direction, en revanche les faisceaux orthogonaux ont un rôle moins prononcé sur la largeur  $\ell_{//}^1$  que sur la largeur  $\ell_{\perp}$ .

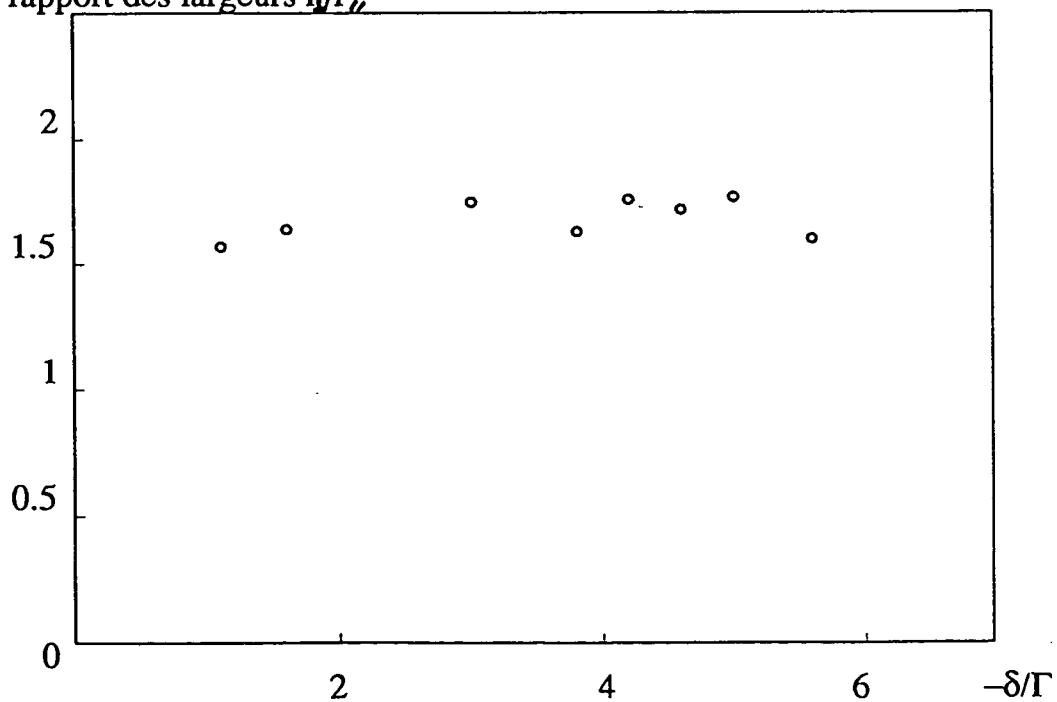
Jusqu'ici, nous avons fait varier les intensités respectives des trois bras du piège. Nous allons maintenant supprimer le bras parallèle à la sonde. Expérimentalement, nous plaçons un bloqueur mécanique sur ce faisceau et procédons en trois étapes : nous remplissons d'abord le piège avec les trois paires de faisceaux, ensuite nous coupons le gradient de champ magnétique puis après un délai d'une dizaine de millisecondes nous coupons le faisceau parallèle à l'aide du bloqueur mécanique placé à un foyer du faisceau. On va donc sonder, dans cette troisième phase le rôle des faisceaux orthogonaux seuls (en fait, à cause de la géométrie de la cellule, les angles de la sonde avec les faisceaux restant sont de  $90^{\circ}$  et  $70^{\circ}$ ). La figure 10 présente le résultat obtenu : la première partie de la courbe correspond à la deuxième phase et la deuxième partie à la troisième phase où le faisceau parallèle a été coupé. La courbe de la figure 10 est en fait une différence entre le résultat brut et la courbe

rapport des amplitudes  $h_{\parallel}^1/h_{\perp}$



**Figure 6** : Rapport des amplitudes  $h_{\parallel}^1/h_{\perp}$  en fonction du désaccord du laser piège. Son intensité est de  $8 \text{ mW/cm}^2$  et par onde et le champ magnétique est coupé pour la mesure.

rapport des largeurs  $\ell_{\perp}/\ell_{\parallel}^1$



**Figure 7** : Rapport des largeurs  $\ell_{\perp}/\ell_{\parallel}^1$  en fonction du désaccord du laser piège. Son intensité est de  $8 \text{ mW/cm}^2$  et par onde et le champ magnétique est coupé pour la mesure.

tracée dans les mêmes conditions mais sans balayer la sonde, afin de corriger, du moins partiellement, la variation du fond au cours du temps dû au changement de fluorescence lorsqu'on coupe le faisceau piège. Si on tient compte du fait qu'on a toujours, malgré la correction, un fond légèrement en pente dans la troisième phase, l'amplitude du signal a été divisée par un facteur 14 lorsqu'on a supprimé le faisceau piège parallèle.

### Remarque

Cette diminution ne peut être entièrement attribuée à une baisse du nombre d'atomes contribuant au signal. En effet, lorsqu'on coupe le faisceau piège parallèle à la sonde, il y a chauffage transverse dû aux faisceaux transverses et surtout dérive due à la pression de radiation exercée par la sonde. Cependant, ces deux effets jouent peu sur l'intégrale de la densité atomique sur le trajet de la sonde  $\int ndz$  à laquelle le signal est proportionnel. En revanche, on peut remarquer que le nuage d'atomes a dans cette situation une vitesse moyenne non-nulle à la différence de la situation où le piège est présent.

Du point de vue de la largeur, la courbe obtenue dans la troisième phase, donc uniquement avec des faisceaux pièges orthogonaux à la sonde, est d'une largeur comparable à  $\ell_{//}^2$ , c'est-à-dire à la distance entre le maximum d'amplification et le deuxième maximum d'absorption dans la deuxième phase. La largeur de la courbe de la troisième phase est légèrement supérieure à  $\ell_{//}^2$  avec un rapport 1,2 mais nous n'avons pas une bonne précision pour ces mesures et, si l'on ne veut pas perdre trop d'atomes pendant la mesure, il est difficile de l'améliorer en augmentant la durée de la rampe.

En conclusion, nous avons montré que les différents faisceaux pièges n'étaient pas équivalents du point de vue du signal observé entre le laser piège et la sonde. En particulier, il semble que la résonance que nous avons indiquée  $1, //$ , est essentiellement liée au faisceau piège colinéaire à la sonde — elle disparaît lorsqu'on le coupe et est moins sensible à l'intensité des faisceaux orthogonaux — alors que la résonance indiquée  $\perp$  dépend

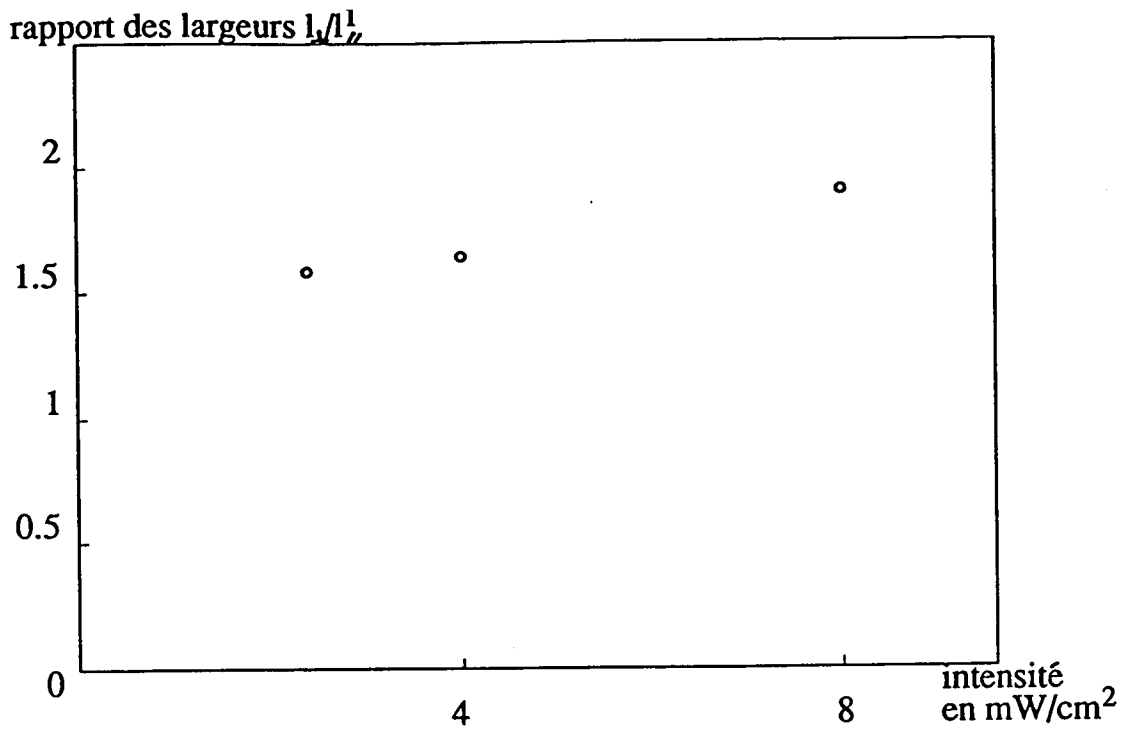


Figure 8 : Rapport des largeurs  $l_{\perp}/l_{\parallel}^1$  en fonction de l'intensité du laser piège : les six faisceaux sont atténués simultanément. Le désaccord est  $\delta = -1,6\Gamma$  et le champ magnétique est coupé pour la mesure.

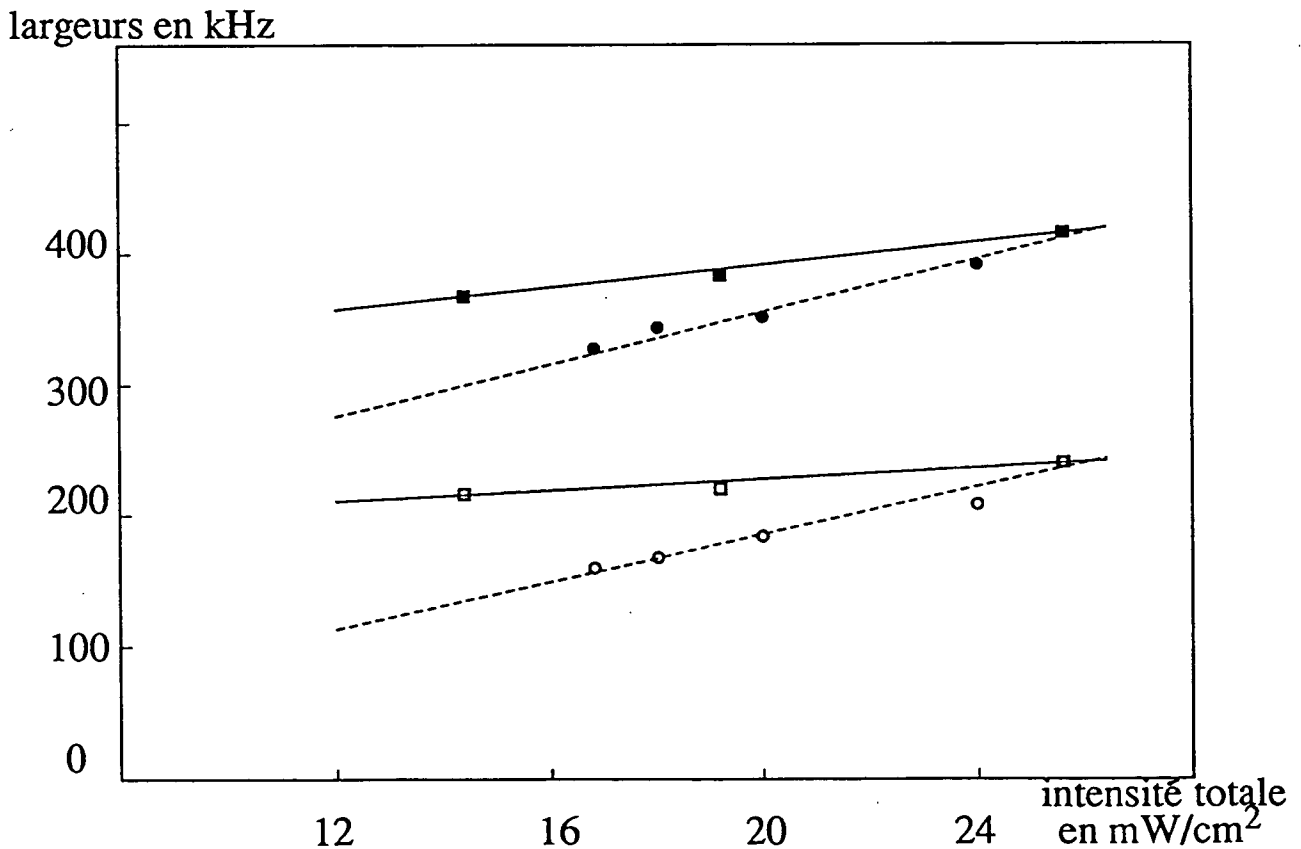


Figure 9 : Largeurs  $l_{\parallel}^1$  (ronds ou carrés blancs) et  $l_{\perp}$  (ronds ou carrés noirs) en fonction de la répartition de l'intensité laser. Les ronds correspondent à une atténuation de la paire de faisceau piège parallèle à la sonde, les carrés à une atténuation des deux paires de faisceaux pièges orthogonales à la sonde.



plus nettement de l'ensemble des faisceaux, même si le bras parallèle du piège a un rôle privilégié. Cette différence sensible de comportement des raies indique probablement des mécanismes différents.

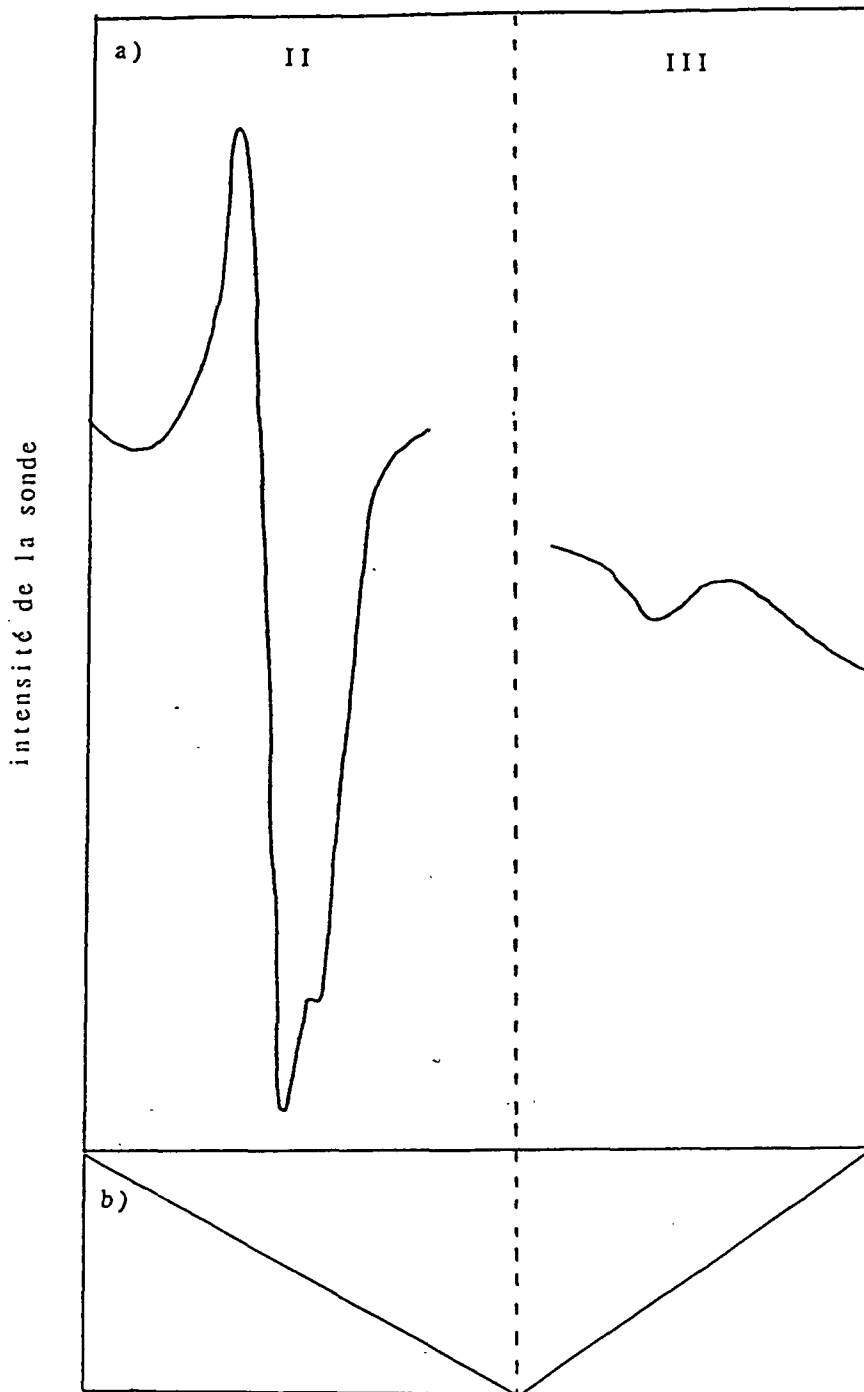
#### d) Piège à deux fréquences

Considérons à nouveau la pompe annexe de fréquence  $\omega'$ , superposée au bras du piège avec lequel la sonde fait maintenant un petit angle. Mais son diamètre est désormais plus grand que dans le paragraphe A-1/b), et est comparable à celui du faisceau piège. Nous avons de plus changé le montage de manière à rendre indépendants la sonde et la pompe annexe : comme dans le paragraphe II-C-1/b), le laser stabilisé est asservi à  $\omega_0 - 125 \text{ MHz}$  ; le laser supplémentaire est injecté à cette fréquence et divisé en deux faisceaux : chacun passe par un acousto-optique en double passage de manière à générer, indépendamment, les fréquences  $\omega'$  et  $\omega_s$ . Par la suite, la fréquence  $\omega'$  de la pompe annexe sera fixe et la fréquence de la sonde balayée.

Nous retrouvons (figure 11) les deux résonances sur la sonde : celle autour de  $\omega$  et celle autour de  $\omega'$ . La figure 12 a été enregistrée, à la différence du paragraphe A-1/b), en coupant le gradient de champ magnétique.

L'objet de ce paragraphe est d'observer les signaux obtenus lorsqu'on coupe le faisceau piège colinéaire à la sonde (fig. 12). On a alors un piège à deux fréquences :  $\omega$  dans les deux bras orthogonaux à la sonde et  $\omega'$  dans le bras parallèle à celle-ci, puisque la pompe annexe est dans la même configuration de polarisations  $\sigma^+/\sigma^-$  que le laser piège auquel elle est superposée.

Dans un premier temps, prenons des fréquences  $\omega'$  et  $\omega$  nettement séparées (de l'ordre



**Figure 10** : Forme de la résonance entre la sonde et le laser piège lorsque le faisceau piège colinéaire à la sonde est présent (II-a) et coupé (III-a). On a en b) la rampe appliquée sur la fréquence : 5,2 MHz sont balayés. Le désaccord du laser piège est  $\delta = -2\Gamma$  et son intensité de  $8 \text{ mW/cm}^2$  et par onde. Le champ magnétique est coupé tant dans la phase II que dans la phase III.

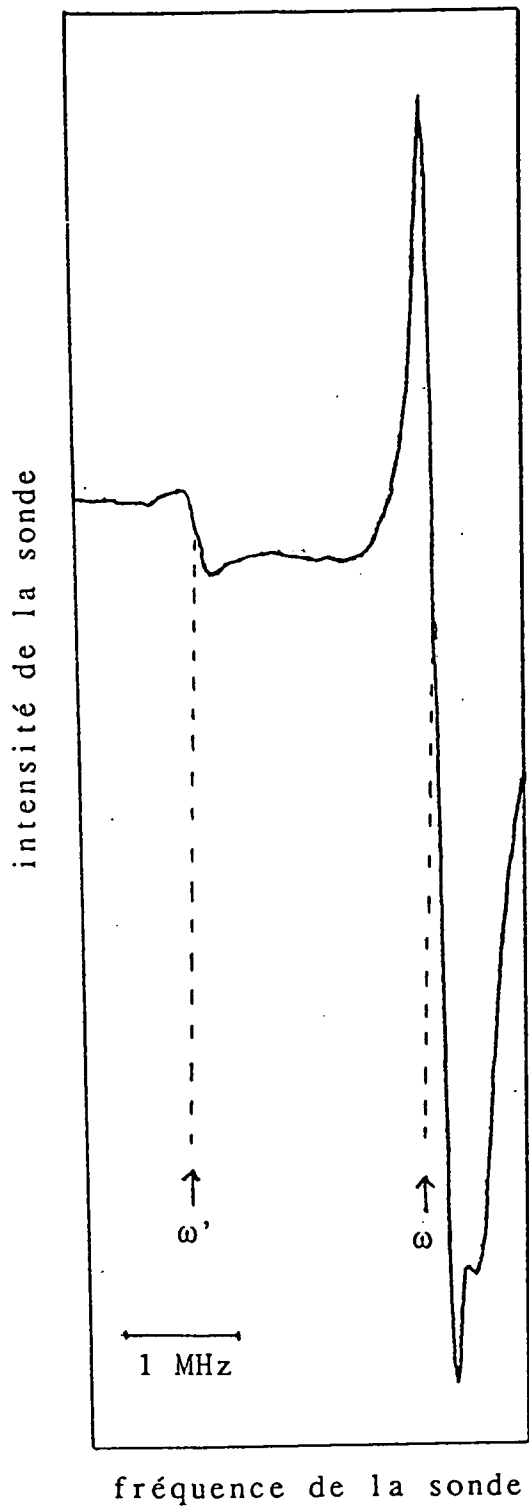
de 2 à 3 MHz). La figure 13 montre les signaux obtenus avec et sans faisceau piège parallèle, dans une situation de piège, c'est-à-dire sans couper le gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$ . Dans cet enregistrement, la sonde a une polarisation  $\sigma^-$ , donc orthogonale à celle du faisceau piège, et de la pompe annexe, se propageant dans le même sens. Si la résonance autour de  $\omega_s \sim \omega$  conserve une largeur du même ordre de grandeur, son amplitude est divisée par un facteur 45. Et la diminution du nombre d'atomes qui intervient lorsqu'on coupe le faisceau piège parallèle ne suffit pas seule à l'expliquer. Sur la figure 14, la sonde a une polarisation  $\sigma^+$  et le champ magnétique est coupé le temps de la mesure. Les deux courbes correspondent à la résonance autour de la fréquence laser piège  $\omega$ , avec et sans faisceau piège parallèle : la structure étroite disparaît lorsqu'on coupe le faisceau piège.

Prenons maintenant des fréquences  $\omega'$  et  $\omega$  très proches et observons comment décroît l'amplitude de la résonance autour de  $\omega$  en fonction de l'écart entre  $\omega$  et  $\omega'$ . Nous avons pour cela conservé le gradient de champ magnétique et travaillé à deux valeurs du gradient:  $dB/dz = 10 \text{ G/cm}$  et  $dB/dz = 20 \text{ G/cm}$ . Lorsque  $\omega' = \omega$ , on retrouve le signal habituel. Mais dès que  $\omega'$  s'éloigne de  $\omega$ , son amplitude diminue. La figure 15 représente la variation de l'amplitude en fonction de l'écart  $\omega' - \omega$  : on obtient une courbe en cloche dont la largeur à mi-hauteur est du même ordre de grandeur que la largeur initiale des résonances (distance entre extrema pour  $\omega' = \omega$ ). En particulier, le signal reste important sur une plage plus grande pour un gradient de champ magnétique plus fort, tout comme la largeur du signal est plus grande dans ce cas.

#### Remarque

Sur la plage sur laquelle nous travaillons, le nombre d'atomes dans le piège est à peu près constant donc on ne peut pas attribuer la diminution du signal à une baisse du nombre d'atomes.

Enfin, la figure 16 a été enregistrée pour un gradient de champ magnétique de



*Figure 11 : Résonances entre la sonde et le laser piège et la sonde et la pompe annexe. Les désaccords sont  $\delta = -2,2\Gamma$  pour le laser piège et  $\delta' = -2,8\Gamma$  pour la pompe annexe. Le champ magnétique est coupé pour cette mesure.*

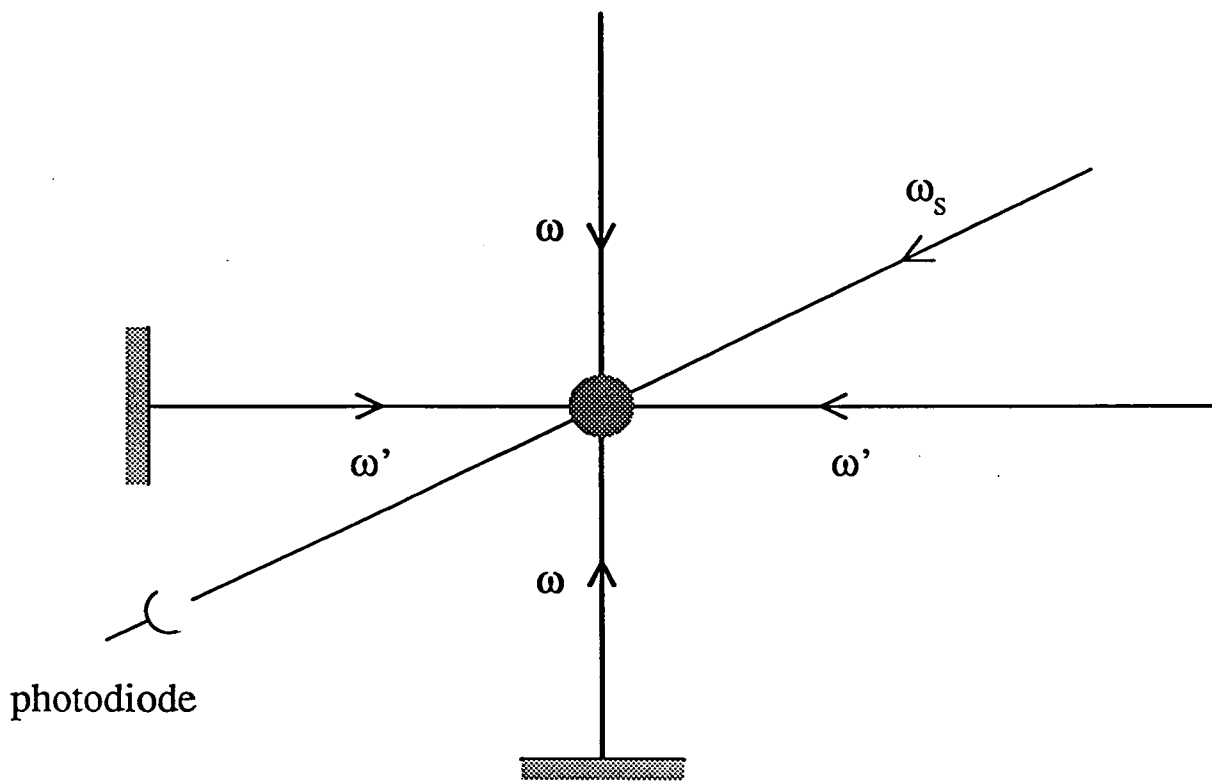
10  $G/cm$  et pour un écart de fréquence  $\omega' - \omega = 0,3\Gamma$ . La résonance autour de  $\omega_s = \omega'$  reste présente et on remarque en plus une résonance en absorption autour de  $\omega_s = 2\omega - \omega'$ . Elle correspond à une résonance hyper-Raman très analogue à celle que nous verrons dans le paragraphe 2/b), aussi en parlerons-nous à ce moment là. On ne voit pas sur la courbe 16 la résonance autour de  $\omega_s = \omega$ , mais il est possible qu'elle soit masquée par les deux résonances voisines.

#### e) Signal obtenu dans une situation quasi-unidimensionnelle

Reprenons le montage que nous avons décrit au paragraphe précédent. Si nous choisissons  $\omega' = \omega$  et coupons le faisceau piège parallèle, nous avons alors un piège où les faisceaux orthogonaux sont à la même fréquence mais indépendants du faisceau parallèle. Nous pouvons ainsi, après une phase de chargement du piège, atténuer fortement les faisceaux orthogonaux à la sonde (on a une intensité résiduelle de 10% environ de l'intensité initiale), sans changer l'intensité du faisceau parallèle. On se rapproche ainsi d'une situation à une dimension. La figure 17 montre le signal obtenu. Elle présente deux pics en absorption et deux pics en amplification nettement séparés et extrêmement étroits (40  $kHz$  environ). Il est possible que la structure étroite observée quand tous les faisceaux sont présents (cf. fig. 4 par exemple), soit une réminiscence des pics centraux les plus fins observés ici. Notons que l'étroitesse de ces pics n'est pas compatible avec les ordres de grandeur des largeurs des sous-niveaux Zeeman. En effet, pour  $\Omega_1^2 = 4\Gamma^2$  et  $\delta = -2\Gamma$ ,  $\Gamma' = \Gamma_s = 2,6 MHz$ . En tenant compte des coefficients de Clebsch-Gordan, on obtient des largeurs de quelques centaines de  $kHz$ , soit d'un ordre de grandeur supérieure aux largeurs des résonances observées sur la figure 17.

#### Remarque

Le fait que les faisceaux orthogonaux soient présents, bien qu'atténués, ne



*Figure 12 : Schéma du montage (vue de dessus) lorsqu'on coupe le faisceau piège colinéaire à la sonde.*

semble pas jouer de rôle : le signal est indépendant de leur intensité si celle-ci est assez faible. On peut alors raisonner à une dimension.

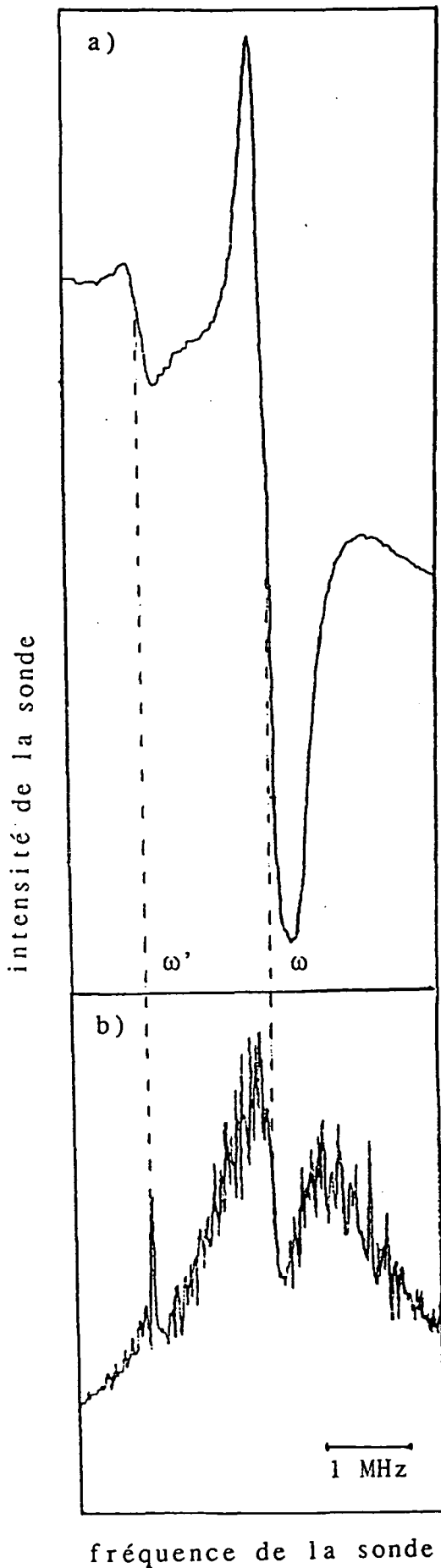
Il semble par ailleurs que ces raies extrêmement étroites soient liées à un défaut de polarisation des faisceaux : elles disparaissent en effet dans une configuration piège  $\sigma^+/\sigma^-$  pure. Ce résultat est probablement à mettre en relation avec la localisation [15-17] qui intervient dans les puits du potentiel lumineux périodique qui correspond à la modulation spatiale des déplacements lumineux des sous-niveaux du niveau fondamental. Le cas  $\sigma^+/\sigma^-$  pur correspond en effet à une disparition de cette modulation spatiale et une absence de localisation.

L'étape suivante pour rechercher une interprétation dans ce sens, et son meilleur test, consiste à se placer à une dimension avec une paire de faisceaux de polarisations linéaire et linéaire orthogonale et une sonde, et à recueillir des données quantitatives sur les résonances observées. Notre dispositif expérimental est bien adapté pour étudier cette configuration. Elle correspond à la situation dans laquelle les calculs théoriques ont été effectués, prédisant l'existence de bandes d'énergie différemment peuplées. La sonde doit permettre d'observer des résonances Raman entre ces bandes.

## 2/ Autres signaux non-linéaires

### a) Mélange à quatre ondes vers l'arrière [18-22]

Le mélange à quatre ondes est un signal important en optique non-linéaire, de par ses propriétés intéressantes sur la phase et ses applications. Nous avons donc cherché à le détecter à deux reprises, de deux manières différentes, mais sans y parvenir. Nous allons



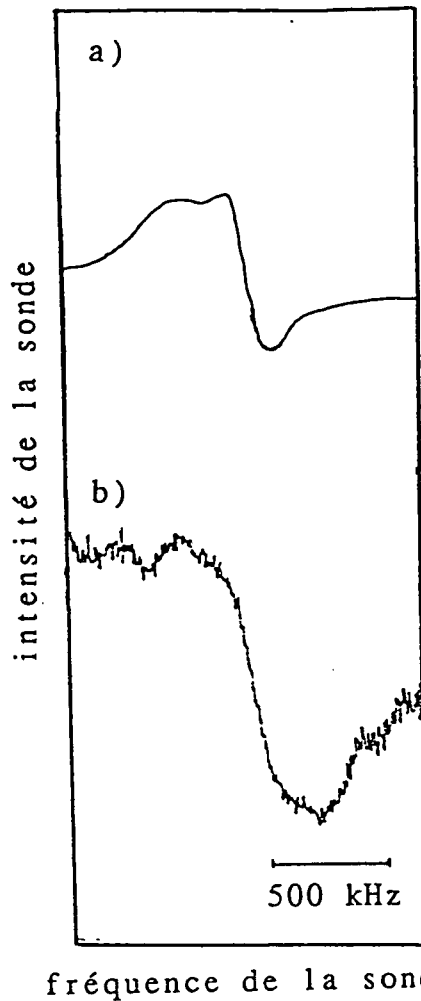
*Figure 13 : Résonance entre la sonde et le laser piège, et la sonde et la pompe annexe, lorsque le faisceau piège colinéaire à la sonde est présent (a) ou non (b). Les désaccords du laser piège et de la pompe annexe sont  $\delta = -2\Gamma$  et  $\delta' = -2,45\Gamma$ . Le gradient de champ magnétique est de 10 G/cm. L'échelle de la courbe b est dilatée d'un facteur 10 par rapport à la courbe a.*



tout de même décrire ici ces deux tentatives infructueuses.

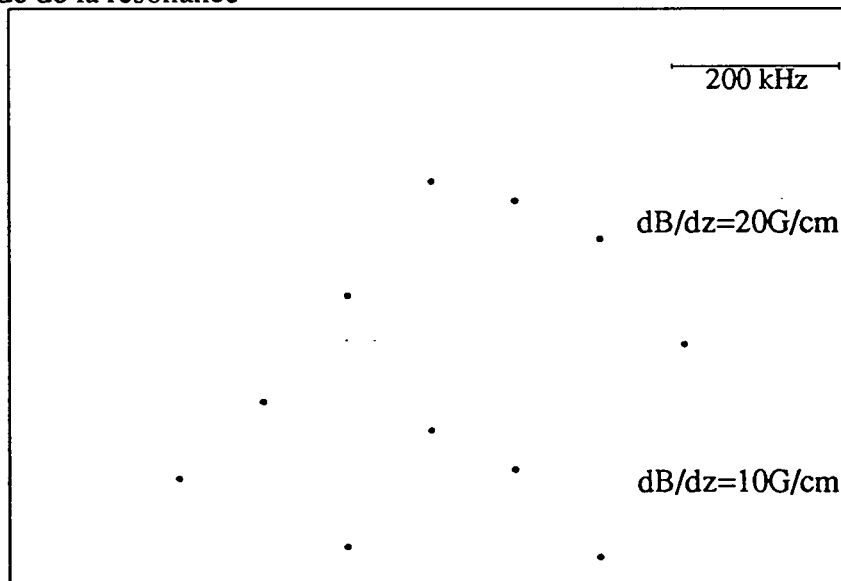
■ La figure 18 représente un schéma du montage expérimental. La sonde est envoyée sur le piège avec un angle de  $25^\circ$  avec le faisceau piège le plus proche. L'intensité transmise est détectée par une photodiode *A*. Une séparatrice 70/30 est placée sur le trajet de la sonde. En ne tenant compte que d'une seule paire d'ondes piégeantes, le processus du mélange à quatre ondes correspond à l'absorption d'un photon suivant  $k_+$ , d'un photon suivant  $k_-$  et à l'émission stimulée d'un photon suivant  $k_s$  et à l'émission d'un photon suivant  $-k_s$ , donc vers l'arrière (fig. 19). La photodiode *C* doit donc détecter un champ conjugué. Sa position a été réglée en renvoyant d'abord le faisceau sonde sur lui-même. Dans le montage de mélange à quatre ondes usuel, les faisceaux pompe (qui est ici le faisceau piège) et sonde sont quasiment colinéaires, mais l'absence d'effet Doppler important dans notre cas ne nous oblige pas à adopter cette géométrie.

Pour améliorer notre détectivité, nous utilisons une détection synchrone. En ajoutant un modulateur acousto-optique travaillant dans l'ordre zéro sur le trajet de la sonde, nous pouvons moduler l'intensité de la sonde. En effet, lorsqu'on ajoute une tension de 5 V à l'alimentation du modulateur acousto-optique, une partie de l'intensité est défléchie dans l'ordre 1 et donc l'intensité dans l'ordre 0 diminue. Le signal que l'on cherche à voir a, comme la résonance Raman, une largeur d'une fraction de MHz. La modulation sur l'intensité doit donc être effectuée à une fréquence lente devant cette largeur. Mais, par ailleurs, nous allons balayer la fréquence du faisceau sonde, sur une plage de quelques MHz. Il faut que la fréquence de ce balayage soit très faible devant la fréquence de modulation. Une fréquence de modulation d'un kHz est donc un bon compromis. Si on regarde sur la photodiode *A*, l'intensité modulée de la sonde donne un signal d'une amplitude de 50 mV et la résonance Raman a en détection synchrone une amplitude de 6 mV. Si maintenant on regarde sur la photodiode *C*, en renvoyant le faisceau sonde sur lui-même, l'intensité sonde modulée donne un signal de 40 mV. On enlève alors le miroir de rétro-réflexion et on regarde le signal sur *C* en détection synchrone. Nous avons essayé une polarisation de la sonde  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$  ou linéaire et une phase nulle ou de  $\pi/2$  sur la détection synchrone. Dans tous les cas, nous n'avons pas vu de signal. Le bruit étant de 25  $\mu V$ , nous pouvons dire qu'un rapport signal sur bruit de 1 correspond à une intensité du faisceau conjugué de  $6 \times 10^{-4}$  fois l'intensité de la sonde. On peut donc raisonnablement conclure que si le signal conjugué existe, le rapport de son intensité  $I_c$  sur l'intensité de la sonde est inférieur à



**Figure 14** : Résonance entre la sonde et le laser piège, lorsque le laser piège colinéaire à la sonde est présent (a) ou coupé (b). Les désaccords du laser piège et de la pompe annexe sont  $\delta = -2,2\Gamma$  et  $\delta' = -2,8\Gamma$ . Le gradient de champ magnétique est coupé pour la mesure. La sonde est polarisée  $\sigma^+$ , comme le faisceau piège se propageant dans la même direction.

amplitude de la résonance



fréquence de la pompe annexe

**Figure 15** : Amplitude de la résonance autour de la fréquence  $\omega$  en fonction de la fréquence  $\omega'$ . Le piège est constitué de deux paires de faisceaux à la fréquence  $\omega$  et d'une troisième, colinéaire à la sonde, à la fréquence  $\omega'$ . La courbe a été tracée pour deux valeurs du gradient de champ magnétique  $dB/dz = 10\text{ G/cm}$  et  $dB/dz = 20\text{ G/cm}$ . La largeur de la courbe en cloche obtenue est comparable à celle de la résonance, qui est plus grande pour un gradient de champ magnétique plus fort.

$10^{-3}$ .

$$I_s^c/I_s < 10^{-3}$$

■ Nous avons ensuite fait une deuxième tentative avec cette fois-ci, une sonde faisant un petit angle avec le faisceau piège et en utilisant une détection hétérodyne. Le schéma du montage est sur la figure 20. Les photons conjugués émis vers l'arrière, ont une fréquence  $2\omega - \omega_s$ . Nous allons donc chercher un signal de battement sur la photodiode rapide FND100, avec un faisceau supplémentaire de fréquence  $\omega'$ , à la fréquence  $2\omega - \omega_s - \omega'$ . La sonde à une polarisation  $\sigma^-$  alors que le faisceau piège a une polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$ . L'onde conjuguée doit donc être polarisée  $\sigma^+$ . Si on met un miroir de rétro-réflexion sur la sonde, l'onde réfléchie est, comme l'onde conjuguée, polarisée  $\sigma^+$ . Le battement de l'onde rétro-réfléchie avec le faisceau supplémentaire, à la fréquence  $\omega_s - \omega'$ , fait  $-25,6 \text{ dBm}$ . On a un bruit de  $-75 \text{ dBm}$ . On supprime à présent l'onde sonde rétro-réfléchie et on fait varier la fréquence de la sonde. Nous avons cherché le signal de battement sur toute une plage de fréquence pour la sonde : nous avons varié  $|\omega_s - \omega|$  entre  $50 \text{ kHz}$  et  $1,3 \text{ MHz}$  mais nous n'avons pas vu de signal conjugué. Un rapport signal sur bruit de 1 correspond pourtant à une intensité du faisceau conjugué environ  $10^{-5}$  fois l'intensité du faisceau sonde. Nous pouvons donc mettre une nouvelle limite sur la réflectivité  $I_s^c/I_s$  :

$$I_s^c/I_s < \text{quelques } 10^{-5}$$

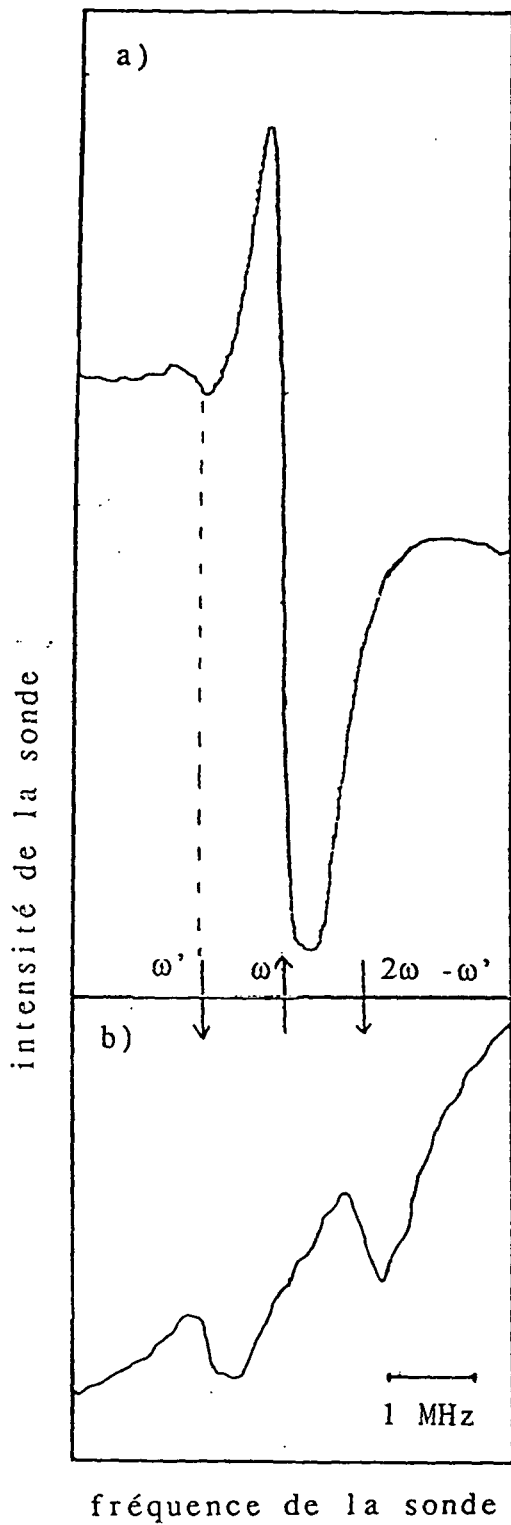
Regardons pour finir les ordres de grandeur. On peut aisément comparer le rapport  $I_s^c/I_s$  au rapport  $I_2/I_s$  où  $I_2$  est l'intensité du signal de mélange à deux ondes. En effet :

$$I_s^c \sim |\chi^3 E_s E^2|^2$$

$$\text{donc } \frac{I_s^c}{I_s} \sim \left(\frac{I_2}{I_s}\right)^2$$

$$I_2 \sim |\chi^3 E^2| I_s$$

Or, nous avons vu que le mélange à deux ondes avait un effet sur la forme des résonances Raman. Son intensité ne doit donc pas être négligeable, à des désaccords de 2 à  $3\Gamma$ , devant



*Figure 16 : Résonance entre la sonde et le laser piège, et la sonde et la pompe annexe lorsque le laser piège colinéaire à la sonde est présent (a) ou non (b). Les désaccords du laser piège et de la pompe annexe sont  $\delta = -2,1\Gamma$  et  $\delta' = -2,4\Gamma$ . Le gradient de champ magnétique est de 10 G/cm.*

l'intensité du signal Raman. Si on suppose que  $\frac{I_2}{I_s}$  est de l'ordre du pourcent, on trouve  $\frac{I_s^c}{I_s}$  de l'ordre de  $10^{-4}$  ce qui est dans la limite de ce que nous pouvons détecter.

La cause de l'absence de détection d'un signal de mélange à quatre ondes n'est pas comprise. Elle pourrait cependant être liée au déséquilibre des intensités des ondes piégeantes qui peut conduire à des indices non-linéaires différents pour les deux ondes et un non respect de la condition d'accord de phase. Il serait donc intéressant de réaliser un piège avec six faisceaux laser indépendants.

#### b) Mélange à quatre ondes vers l'avant - Signal hyper-Raman

Dans le paragraphe précédent, nous avons cherché le mélange à quatre ondes vers l'arrière, mais nous pouvons chercher également le mélange à quatre ondes vers l'avant (fig. 21). Il correspond, par exemple, à l'absorption d'un photon du laser piège et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_+$ , à l'émission stimulée d'un photon de fréquence  $\omega'$  et de vecteur d'onde également  $\mathbf{k}_+$ , à l'absorption d'un photon sonde et à l'émission d'un photon de fréquence  $\omega - \omega' + \omega_s$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_s$  (fig. 22). On doit donc voir un battement sur la photodiode FND100 à la fréquence  $\omega - \omega'$ .

Si nous n'avons pas vu un tel battement, nous avons vu apparaître en revanche un signal à la fréquence  $\omega + \omega' - 2\omega_s$ . Si on trace l'intensité du signal en fonction de  $\omega'$  (fig. 23), on observe deux résonances : une résonance étroite devant la largeur naturelle du niveau excité  $\Gamma$ , autour de  $\omega' = \omega_s$ , et une résonance large, de largeur comparable à  $\Gamma$ , entre  $\omega$  et la fréquence de résonance atomique  $\omega_0$ . Nous interprétons ce signal comme correspondant à un processus hyper-Raman [23] : absorption d'un photon de fréquence  $\omega$  et d'un photon de fréquence  $\omega'$ , émission stimulée d'un photon sonde et émission d'un photon de fluorescence de fréquence  $\omega + \omega' - \omega_s$  (fig. 24). On a alors effectivement deux résonances : une résonance dans l'état fondamental pour  $\omega' \simeq \omega_s$  et une résonance avec l'état excité pour  $\omega + \omega' - \omega_s = \omega_0$ .

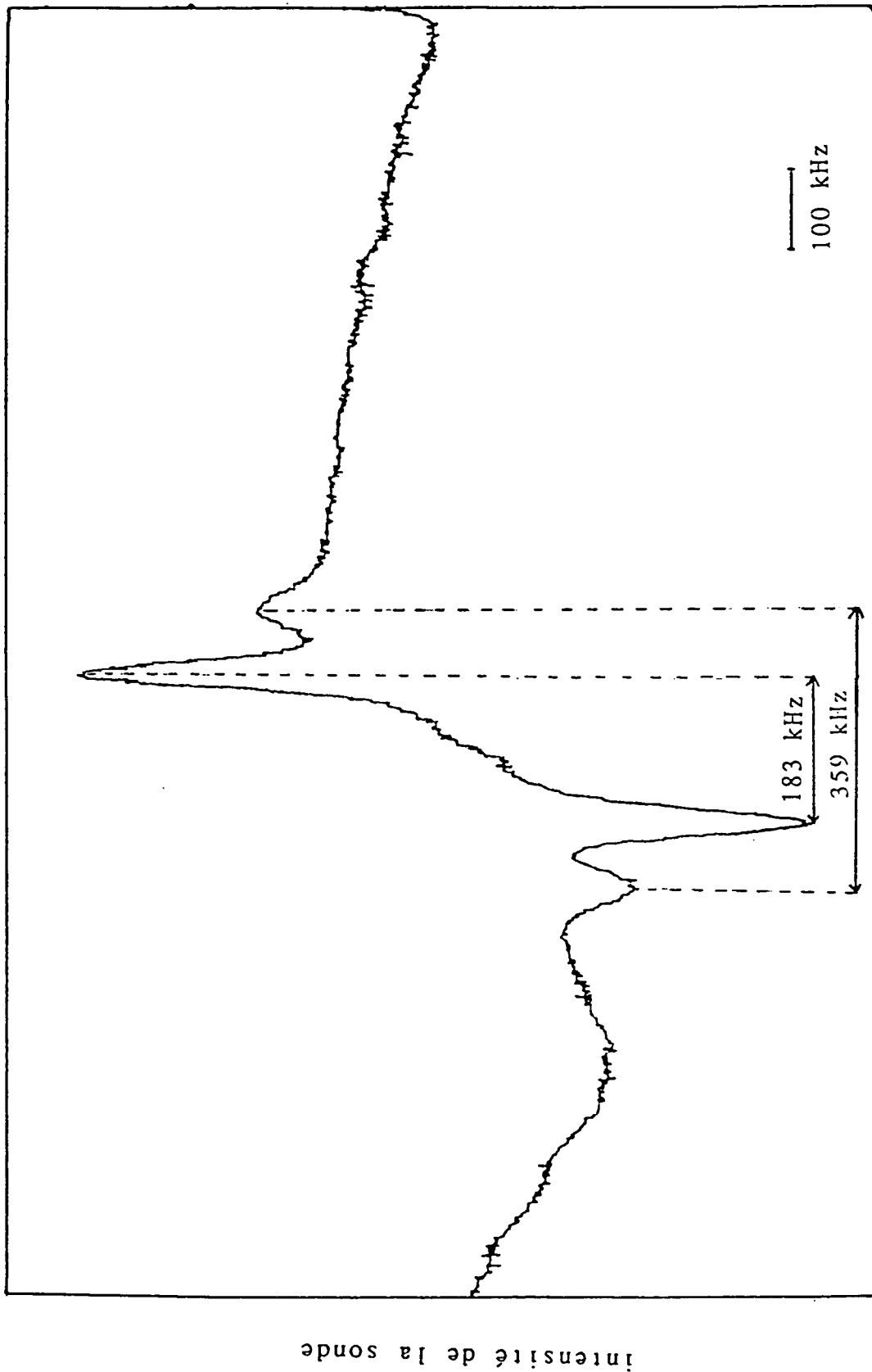


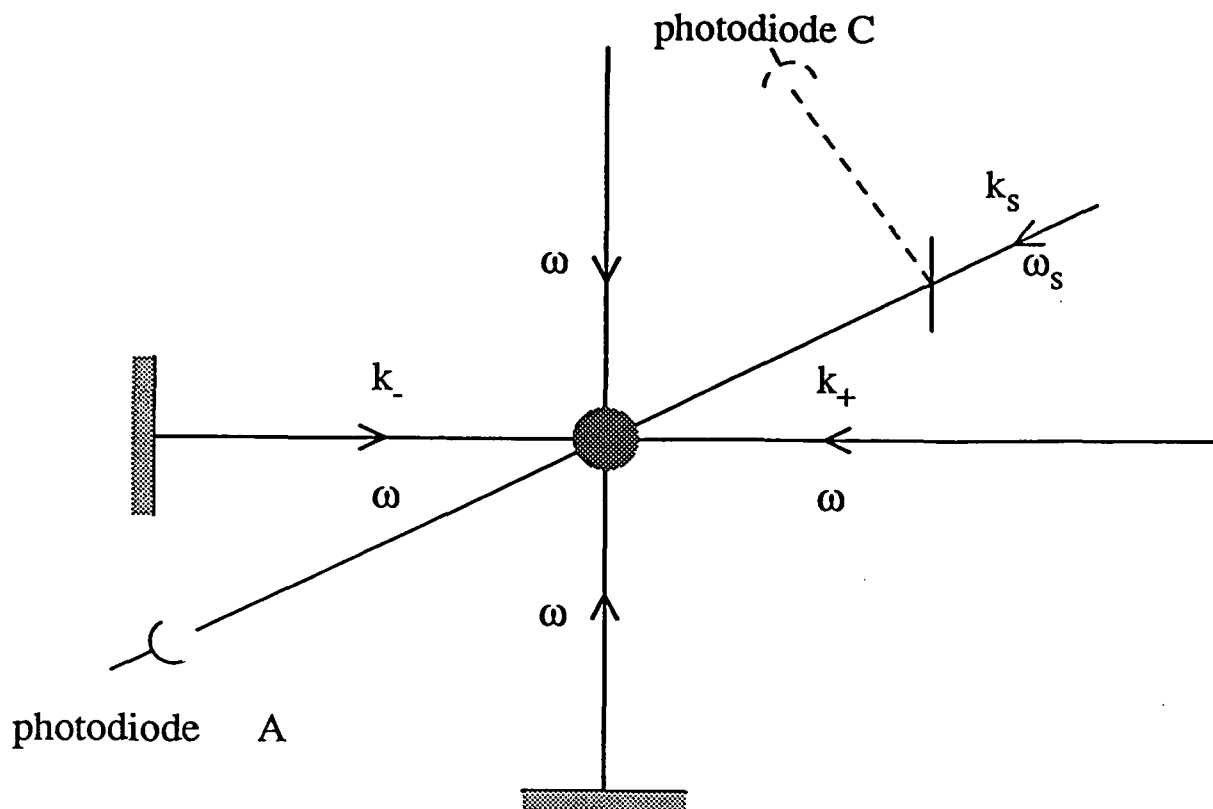
Figure 17 : Résonance entre la sonde et le laser piège colinéaire lorsque les faisceaux orthogonaux sont fortement atténués. Le gradient de champ magnétique est coupé pour la mesure et le désaccord est  $\delta = -2\Gamma$ .

La résonance en absorption à la fréquence  $2\omega - \omega'$  de la figure 16 peut être interprétée de la même façon comme une absorption hyper-Raman. Rappelons que nous sommes alors dans la situation de la figure 12 : nous avons un faisceau sonde de fréquence  $\omega_s$  colinéaire à la pompe annexe de fréquence  $\omega'$  et uniquement les faisceaux pièges, de fréquence  $\omega$ , orthogonaux à la sonde (et à la pompe annexe). Cette absorption hyper-Raman intervient lorsque  $\omega_s \simeq 2\omega - \omega'$ . On a alors, par exemple, absorption d'un photon sonde, émission stimulée d'un photon de fréquence  $\omega$ , absorption d'un photon de fréquence  $\omega'$  et émission stimulée d'un autre photon de fréquence  $\omega$  (fig. 25). Si le niveau de départ est plus peuplé que le niveau d'arrivée, on a bien une résonance en absorption sur la sonde pour  $\omega_s = 2\omega - \omega'$  à une différence des déplacements lumineux du niveau de départ et du niveau d'arrivée près.

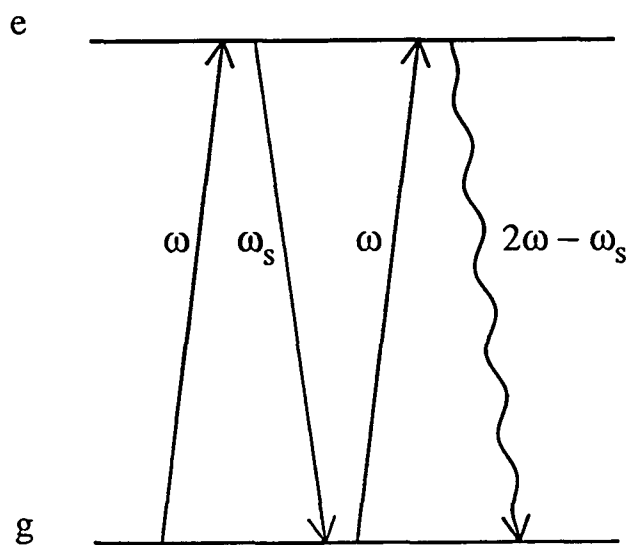
### c) Effet d'un champ radiofréquence

Les résonances Raman que nous avons étudiées dans la partie A correspondent à des transitions entre sous-niveaux Zeeman du fondamental avec  $|\Delta m| = 1$ , au moyen de faisceaux laser. Mais il y a une autre manière d'effectuer des transitions entre sous-niveaux Zeeman qui consiste à utiliser un champ magnétique oscillant et à faire des transitions magnétiques. Comme le fonctionnement du piège magnéto-optique est régi par les nouveaux mécanismes donc par les différences de population entre sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental, si on réussit à l'aide d'un champ radiofréquence à égaliser les différentes populations, on doit pouvoir empêcher le fonctionnement du piège. Sans avoir un effet aussi dramatique, la présence d'un champ magnétique oscillant doit, en affectant les populations, perturber les résonances Raman telles que nous les avons observées.

Le montage utilise donc une petite bobine, parcourue par un courant alternatif, placée comme indiqué sur la figure 26 : l'axe de la bobine est dans le plan horizontal et est à peu près la bissectrice des directions de propagation des faisceaux piège. Alimentée par un amplificateur de puissance de 10 W, la bobine utilisée a les caractéristiques suivantes : son diamètre est de 4 cm, elle comprend 40 tours de bobinage, a une résistance  $R = 25 \Omega$  et une fréquence de coupure  $R/L$  d'environ 200 kHz. Elle est distante de 5 cm du piège magnéto-



**Figure 18** : Schéma du montage expérimental pour observer le mélange à quatre ondes vers l'arrière.



**Figure 19** : Diagramme du mélange à quatre ondes : absorption de deux photons de fréquence  $\omega$ , émission stimulée d'un photon de fréquence  $\omega_s$  et émission vers l'arrière d'un photon de fréquence  $2\omega - \omega_s$ .



optique. Le champ magnétique qu'elle crée est de la forme  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos \omega_b t$  et la valeur de  $B_0$  calculée au niveau du piège correspond à la valeur mesurée en regardant le courant induit dans une spire. On a  $B_0 = 0,3 \text{ G}$ , donc une fréquence de Larmor  $g\mu_B B_0 = 0,1 \text{ MHz}$ , où  $g$  est le facteur de Landé et  $\mu_B$  le magnéton de Bohr. La fréquence de la transition est donnée par la fréquence d'oscillation du champ  $\omega_b$ . Il y a résonance avec une transition magnétique  $m, m + 1$  lorsque  $\hbar\omega_b$  est égal à la différence des déplacements lumineux des niveaux  $m$  et  $m + 1$ . Une idée de la valeur de  $\omega_b$  nécessaire nous est donc donnée par la demi-largeur des résonances Raman. il nous faut donc  $\omega_b$  de l'ordre de 100 à 200  $\text{kHz}$ . Nous avons fait l'expérience de brancher le champ magnétique oscillant en présence et en l'absence du gradient de champ magnétique piège, et nous avons fait varier  $\omega_b$  entre 10  $\text{kHz}$  et 500  $\text{kHz}$ .

Le résultat de cette expérience n'a pas été concluant : nous n'avons pas vu d'effet sur le piège ni de modification notable des résonances Raman. Cependant, étant donné que les largeurs des sous-niveaux Zeeman sont d'un ordre de grandeur comparable à celui des différences de déplacements lumineux, si l'effet du champ radiofréquence est de diminuer légèrement l'amplitude de l'ensemble du signal Raman, d'autres causes de fluctuations (comme une fluctuation du nombre d'atomes dans le piège) ne nous permettent pas de le voir : les fluctuations sur l'amplitude du signal Raman étaient en effet de l'ordre de 10 à 20%.

Nous avons donc présenté dans cette partie B un certain nombre d'expériences dont les résultats, ou l'absence de résultats, ne pouvaient être entièrement compris à l'aide du modèle à une dimension, pour des atomes immobiles, que nous avons établi dans la partie A pour interpréter les résonances observées en termes de résonances Raman. Nous allons maintenant donner quelques idées d'autres utilisations possibles du piège magnéto-optique.

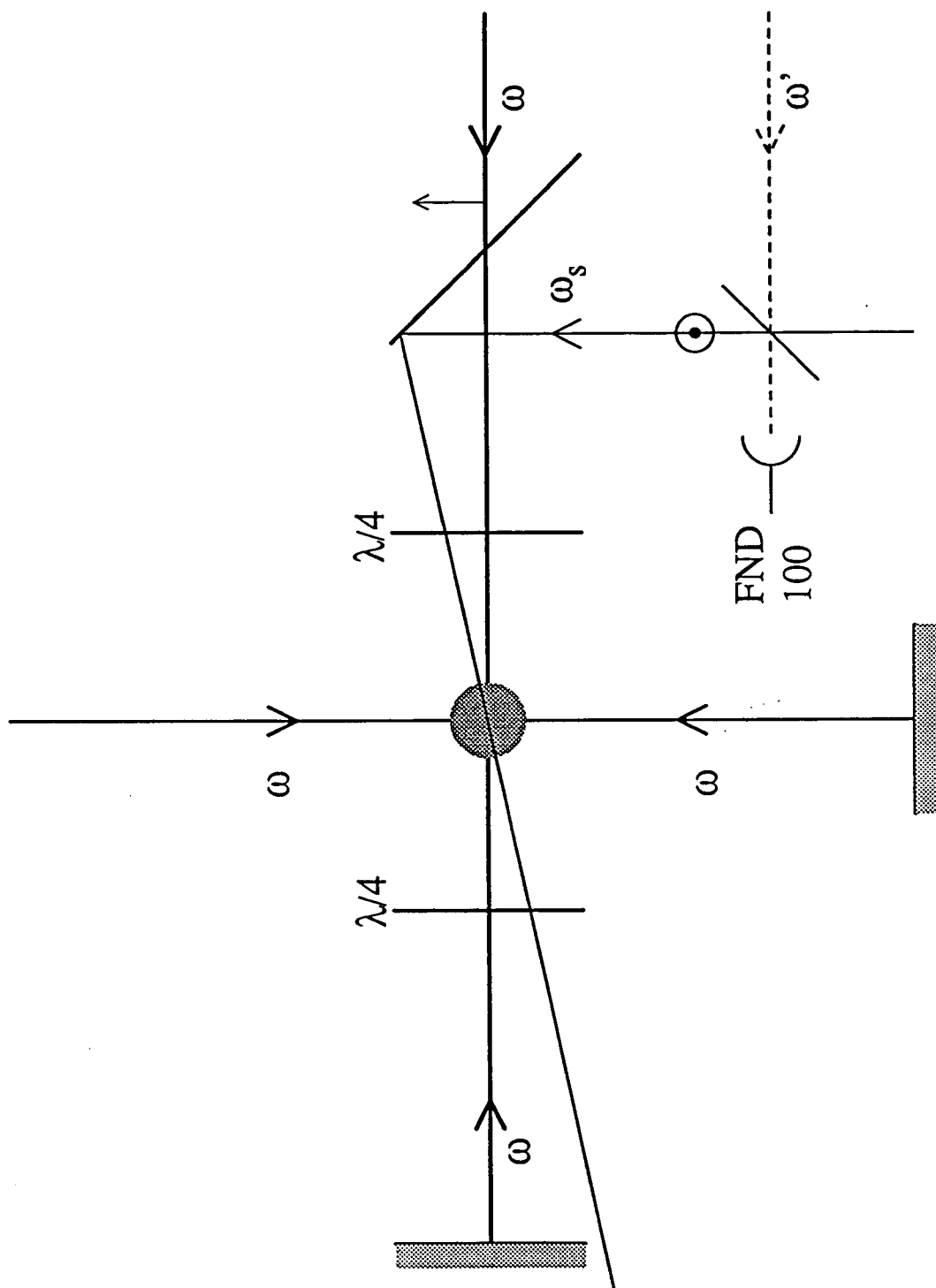
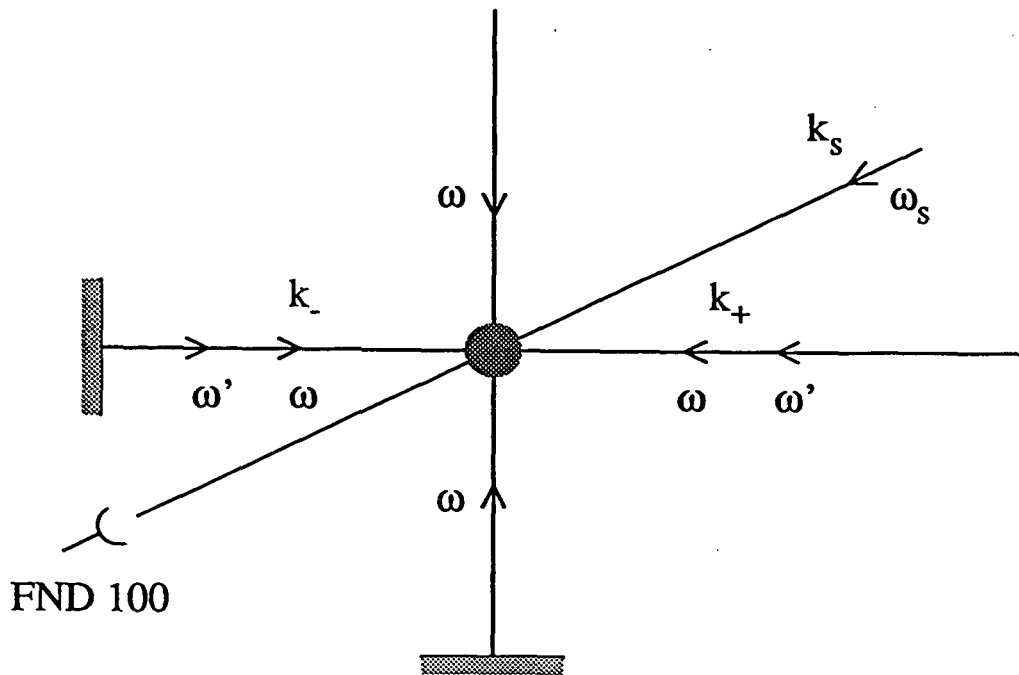
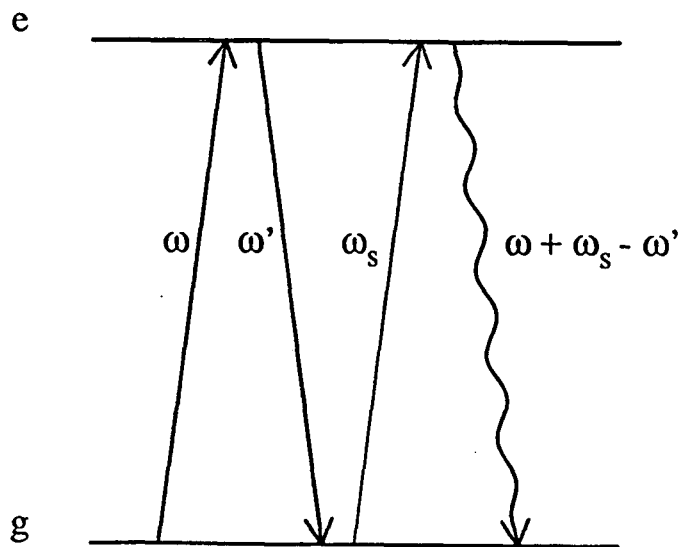


Figure 20 : Schéma du montage expérimental pour observer le mélange à quatre ondes vers l'arrière, lorsque la sonde fait un angle faible avec le faisceau piège. La méthode de détection est une détection hétérodyne.

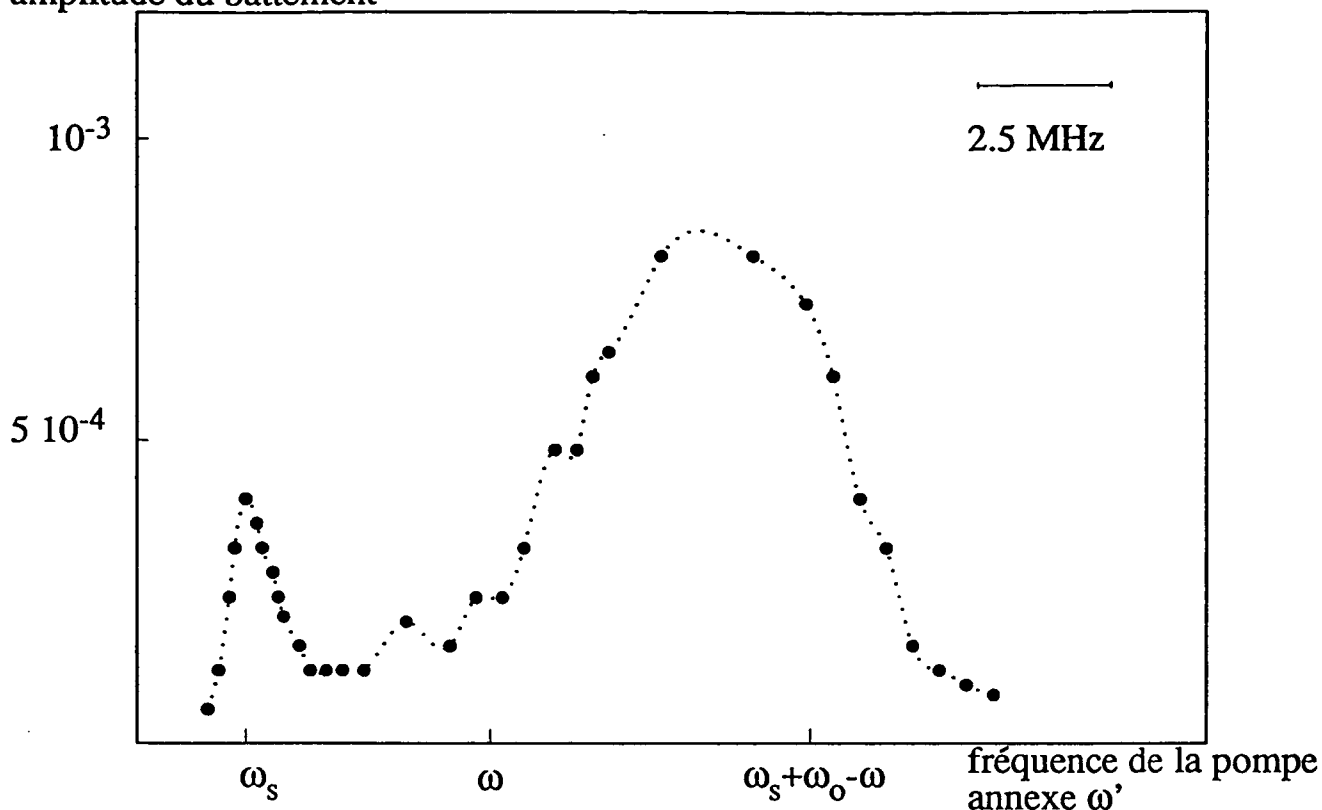


**Figure 21** : Schéma du montage afin d'observer le mélange à quatre ondes vers l'avant en détection hétérodyne.

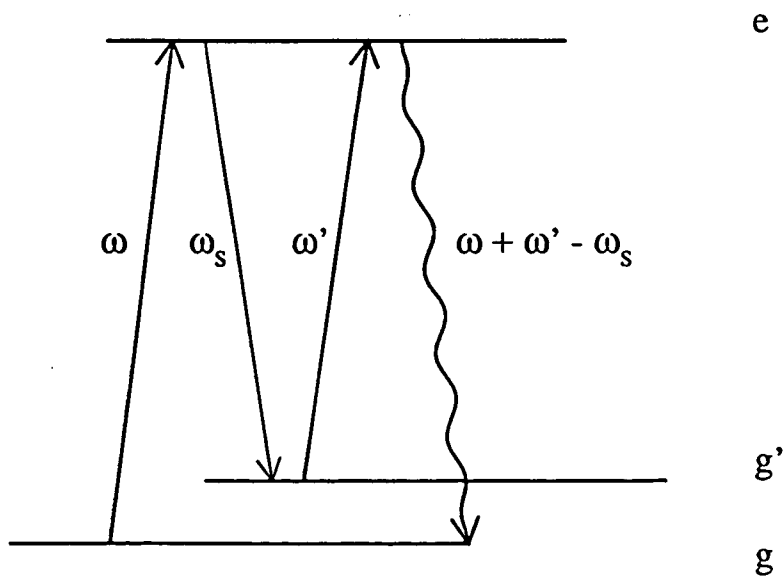


**Figure 22** : Exemple de diagramme du mélange à quatre ondes vers l'avant : absorption d'un photon de fréquence  $\omega$ , émission stimulée d'un photon de fréquence  $\omega'$ , absorption d'un photon de fréquence  $\omega_s$  et émission vers l'avant d'un photon de fréquence  $\omega + \omega_s - \omega'$ .

amplitude du battement



*Figure 23* : Amplitude du battement avec la sonde, à la fréquence  $\omega + \omega' - 2\omega_s$ , en fonction de la fréquence de la pompe annexe  $\omega'$ . On observe une résonance autour de  $\omega' = \omega_s$  et autour de  $\omega' = \omega_0 + \omega - \omega_s$ .



*Figure 24* : Diagramme de la résonance hyper-Raman correspondant par exemple à l'absorption d'un photon de fréquence  $\omega$  et d'un photon de fréquence  $\omega'$ , à l'émission stimulée d'un photon de fréquence  $\omega_s$  et à l'émission d'un photon de fréquence  $\omega + \omega' - \omega_s$ .

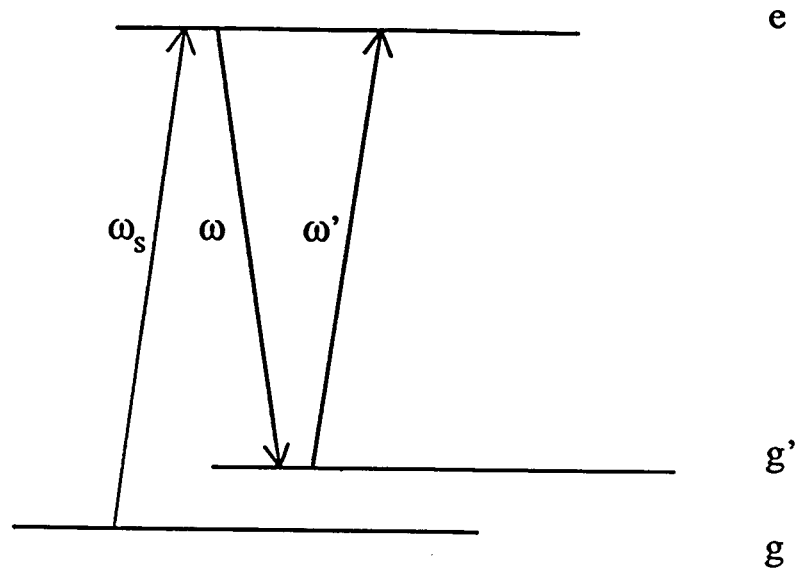


Figure 25 : Diagramme de résonance hyper-Raman correspondant, lorsque  $\omega_s = 2\omega - \omega'$ , à l'absorption de photons aux fréquences  $\omega'$  et  $\omega_s$  et à l'émission de deux photons à la fréquence  $\omega$ .

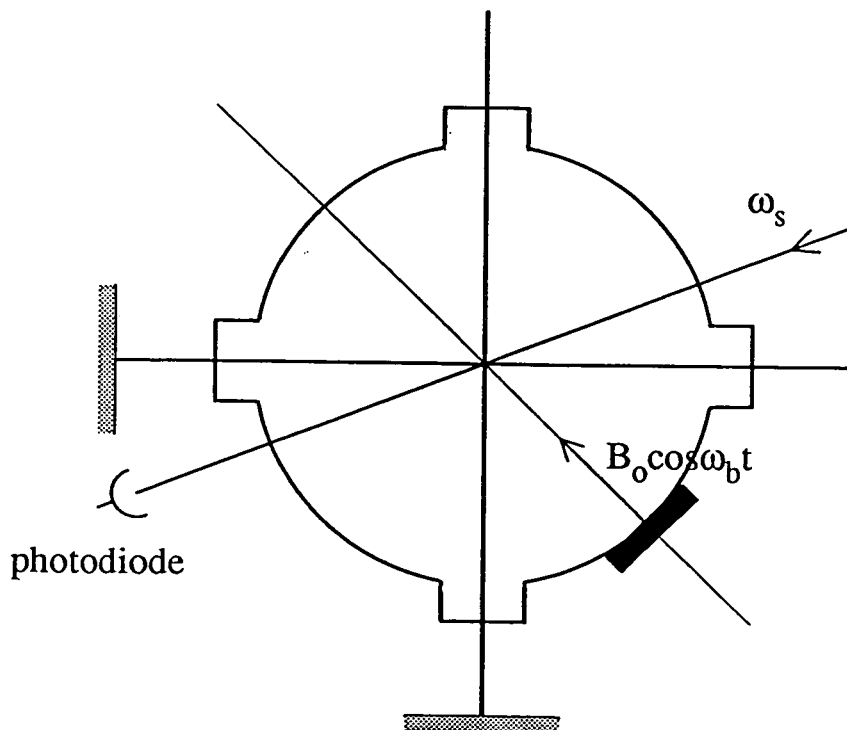


Figure 26 : Schéma (vue de dessus) du montage expérimental où l'on a ajouté une bobine parcourue pour un courant alternatif, créant un champ oscillant  $B_0 \cos \omega_b t$ .

## C - IDEES D'UTILISATION DU PIEGE MAGNETO-OPTIQUE

Nous avons jusqu'à présent mis en évidence l'utilité du piège magnéto-optique pour quelques expériences d'optique non-linéaire, avec quelques signaux inattendus et des problèmes restés ouverts. Mais le piège peut constituer une source d'atomes pour de nombreuses autres expériences. Nous examinerons dans un premier temps les avantages et les inconvénients respectifs d'une cellule, comme dans notre montage, et d'un jet atomique. Nous donnerons, suivant l'utilisation que l'on veut faire des atomes, des possibilités d'aménagement de la source et une comparaison des performances selon qu'on utilise le jet ou la cellule. Nous nous intéresserons dans un second temps à deux possibilités d'utilisation des atomes froids : l'élaboration d'un piège dipolaire très désaccordé et l'interaction des atomes avec une onde évanescente à la surface d'un prisme.

### 1/ Comparaison jet/cellule

#### a) Commodité d'utilisation

Le premier avantage très net de la cellule par rapport au jet atomique, que nous avons mentionné dès le départ et qui a été une des motivations à l'origine de ce travail, est sa très grande simplicité d'utilisation (et son coût relativement modeste). La consommation de césium dans la cellule est par exemple extrêmement faible, ce qui nous permet, une fois que la cellule est scellée, de ne plus intervenir alors que pour le jet atomique il faut périodiquement ouvrir le four, l'alimenter en césium et remettre l'enceinte sous vide. Par ailleurs, le jet atomique est nettement plus encombrant. Il faut en effet commencer par ralentir les atomes pour remplir un piège ou une mélasse et cela implique, outre deux lasers supplémentaires et toute l'optique et l'électronique afférentes à la technique de ralentissement, une longueur de l'expérience au minimum de l'ordre de la distance nécessaire pour arrêter les atomes, c'est-à-dire de l'ordre du mètre. Dans la cellule, nous n'avons pas besoin de cette technique de ralentissement car les atomes ont une distribution de vitesse de Maxwell-Boltzman et nous utilisons la fraction des atomes qui a une faible vitesse (la

queue de la distribution) pour remplir le piège.

La cellule a donc, par rapport au jet atomique, un avantage marqué en ce qui concerne la miniaturisation possible de l'expérience. Ceci est particulièrement intéressant pour une application importante des atomes froids qui est l'horloge à césium de haute précision. Des expériences ont en effet déjà montré que l'utilisation d'atomes froids était une voie prometteuse pour l'amélioration de la précision des horloges [1,2,24]. Dans ce cas, les possibilités de miniaturisation qu'offre la cellule permettent d'envisager de telles horloges transportables ou même en satellite. La réalisation d'un piège magnéto-optique en cellule en microgravité, dans un avion effectuant des paraboles, a d'ailleurs été lancée l'année dernière dans notre groupe.

#### b) Performances pour la production d'atomes froids

Du point de vue de la production d'atomes froids, examinons maintenant ce que peuvent offrir le jet atomique et la cellule, notamment en termes de nombre d'atomes, de densité et de flux.

Dans un piège magnéto-optique en cellule, nous disposons d'environ  $10^8$  atomes et d'une densité variant de quelques  $10^{10}$  à  $10^{12}$  atomes par  $cm^3$ , à une température sub-Doppler de 2 à 100  $\mu K$  suivant le nombre d'atomes, le gradient de champ magnétique, l'intensité laser et le désaccord. Il n'est pas exclu que ces chiffres puissent être améliorés en ayant recours par exemple à des faisceaux laser plus gros ou à un laser plus puissant : l'optimum n'a pas été trouvé en cellule. De plus, on peut procéder par étapes comme nous l'avons fait à plusieurs reprises dans ce mémoire : par exemple charger le piège à faible désaccord pour optimiser la collecte des atomes puis passer brusquement à un désaccord plus important pour diminuer la température et augmenter le confinement et la densité des atomes. Mais si on choisit de procéder par étapes, ou s'il est nécessaire de couper le piège (champ magnétique ou faisceaux lasers) pour faire l'expérience souhaitée, c'est-à-dire si l'on travaille en pulsé, la cadence de répétition est imposée par le temps de chargement du piège donc par la pression de vapeur de césium dans la cellule à laquelle il est inversement proportionnel. Cependant, lorsque la pression est élevée, la présence des atomes de vitesse élevée peut être nuisible pour l'expérience : par exemple, elle peut pour certains signaux

(comme un signal d'horloge) induire des collisions ou simplement détériorer le rapport signal sur bruit. Une solution consiste alors à utiliser deux enceintes : l'une, à pression élevée, où le piège magnéto-optique est réalisé, l'autre avec un meilleur vide, où l'autre expérience est effectuée. Par exemple, si l'on souhaite remplir un autre piège, il s'agit de réaliser ce dernier dans la deuxième enceinte et d'y envoyer les atomes du piège magnéto-optique. On peut pour cela tirer parti de la gravité et laisser tomber les atomes ou utiliser les techniques qui ont été élaborées pour les fontaines atomiques [1,2], par exemple : pour lancer les atomes avec un minimum de chauffage, on réalise, avant de couper les laser, une mélasse en mouvement en changeant les fréquences de la paire d'ondes laser suivant la direction de lancement en  $\omega + \Delta\omega$  et  $\omega - \Delta\omega$  [2,25,26]. Si on suppose que la phase de remplissage du piège est longue (durée  $t$ ) devant la phase de lancement, et si  $\tau$  est le temps de remplissage du piège magnéto-optique, le nombre d'atomes par unité de temps dont on peut disposer est :

$$\Phi = N_0 \frac{1 - e^{-t/\tau}}{t}$$

$\Phi$  est maximal pour  $t \ll \tau$  et vaut alors  $\Phi = \frac{N_0}{\tau}$ . On a donc intérêt à avoir une durée de vie  $\tau$  aussi courte que possible. Rappelons tout de même que lorsque la pression de vapeur de césium dans la cellule est trop élevée ( $\gtrsim 10^{-7}$  Torr), la durée entre deux collisions devient du même ordre que le temps d'amortissement de la position et les atomes sont éjectés hors du piège avant d'être venus se confiner au centre. Lorsque la pression est trop élevée, le nombre d'atomes dans le piège diminue donc. Par conséquent, il nous faut nous limiter à des temps de remplissage  $\tau$  de l'ordre de 10 ms et on dispose alors de quelques  $10^8$  à  $10^9$  atomes par seconde.

Il existe également des possibilités de réaliser une source continue d'atomes en cellule. On peut par exemple imaginer de réaliser non pas un piège magnéto-optique mais une mélasse en mouvement (cf. ci-dessus). La mélasse optique fonctionne effectivement en cellule mais collecte moins efficacement les atomes et surtout n'a pas d'effet piégeant sur la position : on peut obtenir environ  $10^7$  atomes mais sur un volume défini par l'intersection des faisceaux de mélasse, soit une densité de quelques  $10^6$  atomes par  $cm^3$ . Mais si les exigences sur le nombre d'atomes et la densité sont de cet ordre, avoir une source continue d'atomes froids à moindre coût (c'est-à-dire en cellule) peut être intéressant pour certaines expériences.



Sur un jet atomique, nous n'avons pas besoin de cet artifice qui consiste à utiliser deux enceintes. La durée de vie de la mélasse est de l'ordre de la seconde et le nombre d'atomes dans la mélasse d'environ  $3 \cdot 10^7$  [27]. Mais ce dernier chiffre est susceptible d'amélioration en utilisant des faisceaux plus gros par exemple ou en ayant un laser de ralentissement plus puissant et une longueur d'arrêt plus longue. Si le nombre d'atomes disponibles par unité peut donc être comparable pour le jet et la cellule, la densité dans la mélasse est nettement plus faible que dans le piège magnéto-optique. Mais on peut alors réaliser un piège magnéto-optique sur le jet à la place de la mélasse qui, de plus, capturera un plus grand nombre d'atomes du jet ralenti car les vitesses transverses capturées peuvent être plus importantes. On peut également réaliser un "funnel" ou entonnoir à atomes [26]. Il s'agit en fait d'un piège magnéto-optique suivant deux dimensions d'espace et d'une mélasse en mouvement suivant la troisième. Cela permet de diminuer la taille suivant deux dimensions et donc d'obtenir un jet atomique très lent et très bien collimaté. Sur le sodium, sur lequel l'entonnoir a été réalisé par l'équipe de S. Chu à Stanford, le flux d'atomes obtenu sur le jet avec funnel est de  $10^9$  atomes par seconde, à une vitesse de  $2,7 \text{ m/s}$  et les dimensions transverses du jet sont de quelques millimètres ( $1,5 \text{ mm}$  dans la région de confinement maximal).

En résumé, le jet atomique et la cellule sont à peu près équivalents, au stade actuel, pour la production d'atomes froids. Dans les deux cas, il est utile d'apporter des modifications au montage initial pour faciliter l'utilisation des atomes : réalisation d'un funnel par exemple sur jet atomique ou pour la cellule utilisation de deux enceintes avec un vide différentiel. Les deux techniques sont, de plus, encore susceptibles de grosses améliorations pour augmenter le nombre d'atomes froids produits par seconde. La différence entre le jet et la cellule se situe donc plutôt au niveau de la facilité d'utilisation comme nous l'avons annoncé au début de ce paragraphe. Cependant, le jet atomique, parce qu'il dispose de plus de paramètres ajustables et permet ainsi de mieux contrôler le remplissage, peut l'emporter au prix d'une plus grande complexité du dispositif expérimental. La limite est donnée par le flux d'atomes qui peut sortir d'un four : de l'ordre de  $10^{14}$  atomes par seconde pour un jet typique, dont on peut espérer refroidir et collecter quelques pourcents, soit  $10^{12}$  atomes/s.

## 2/ Piège dipolaire très désaccordé

Pour obtenir des densités d'atomes plus élevées, on peut penser à réaliser un piège dipolaire où l'ordre de grandeur de la taille du piège est donnée par la dimension de la tache de focalisation du faisceau et peut donc être de quelques microns, soit d'un ordre de grandeur inférieur aux tailles minimales obtenues pour le piège magnéto-optique (et elles ont été obtenues à petit nombre d'atomes). Par ailleurs, la densité dans le piège magnéto-optique est limitée notamment par la répulsion due à la diffusion multiple de photons et par les collisions entre atomes froids. Et l'un des principaux mécanismes de collision fait intervenir un atome dans l'état excité [28]. Dans un piège dipolaire très désaccordé, la fraction d'atomes dans l'état excité est très faible —puisque'elle est proportionnelle au paramètre de saturation  $s$ — et non seulement l'effet de répulsion dû à la diffusion multiple devient négligeable mais aussi les collisions faisant intervenir un atome excité imposent une limite moins sévère sur la densité.

Après un bref rappel sur la force dipolaire, nous mettrons en évidence tout l'intérêt d'utiliser des atomes froids pour remplir le piège dipolaire et préciserons les caractéristiques du piège que nous envisageons de faire fonctionner.

### a) Généralités sur le piège dipolaire [29,30]

Les forces d'interaction entre la lumière et les atomes à la base du piège magnéto-optique sont les forces dites de pression de radiation qui sont liées au gradient de la phase du champ électrique. Les gradients d'intensité donnent lieu à une autre force, dite force dipolaire car elle est due à l'interaction du champ électrique avec la composante en phase du dipole atomique. Cette force dérive d'un potentiel :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} \text{Log}(1+s) \quad \text{avec} \quad s = \frac{\Omega_1^2(\mathbf{r})/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$$

Pour un désaccord rouge  $\delta < 0$ , elle est attractive vers les zones de forte intensité et répulsive pour un désaccord bleu  $\delta > 0$ . Si on utilise un faisceau laser focalisé, les deux directions transverses sont donc piégeantes pour  $\delta < 0$ . Dans la direction longitudinale, il

existe également un maximum d'intensité mais il faut tenir compte également de la force de pression de radiation. Le potentiel est alors sur l'axe  $Oz$  :

$$U(z) = \frac{\hbar\delta}{2} \text{Log}(1+s) - \frac{\hbar\Gamma}{2} kz_R \frac{s_F}{\sqrt{1+s_F}} \text{Arctg} \frac{z}{z_R\sqrt{1+s_F}}$$

avec  $s_F$  le paramètre de saturation au foyer et  $z_R$  la longueur de Rayleigh. La condition de piégeage est alors donnée par le paramètre  $\mu = \frac{\Gamma}{|\delta|} kz_R$  : il faut  $\mu < 1$ . Et plus  $\mu$  sera petit, plus la barrière de potentiel suivant l'axe  $Oz$  sera élevée.

b) Piège dipolaire très désaccordé rempli par des atomes froids

Comme nous l'avions mentionné dans l'introduction de ce mémoire, le piège dipolaire présente deux difficultés : d'une part, il ne comporte pas de mécanisme de refroidissement et le chauffage limite la durée de vie du piège ; d'autre part, sa profondeur est faible. La profondeur maximale dépend de la puissance laser dont on dispose : pour 50 mW, une focalisation sur  $w = 10 \mu m$  ( $I = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}}$  au foyer), on a  $\Omega_1/\Gamma = 3,7 \cdot 10^3$  et une profondeur maximale de 0,25 K, obtenue pour  $\delta = -1,3 \cdot 10^3 \Gamma$ .

Cependant, si on utilise les atomes froids du piège magnéto-optique pour remplir le piège dipolaire, la profondeur du piège peut être nettement moindre. Fixons-nous une profondeur minimale  $U_0 = \frac{\hbar\Gamma}{2}$  et une durée de vie du piège : choisissons par exemple de n'avoir de transition entre les niveaux habillés 1 et 2 que, en moyenne, au bout d'un temps supérieur à 100 secondes, et étudions le piège dans ce domaine  $D$ . Pour  $|\delta| \gg \Gamma$  et  $\Omega_1 \gg \Gamma$ , ce domaine est limité par les conditions

$$\frac{\Omega_1^2}{|\delta|\Gamma} \geq 2 \quad \text{et} \quad \Gamma_{21} = \Gamma \sin^4\theta < 10^{-2} \quad \text{donc} \quad \frac{\Omega_1}{|\delta|} < 8,5 \cdot 10^{-3}$$

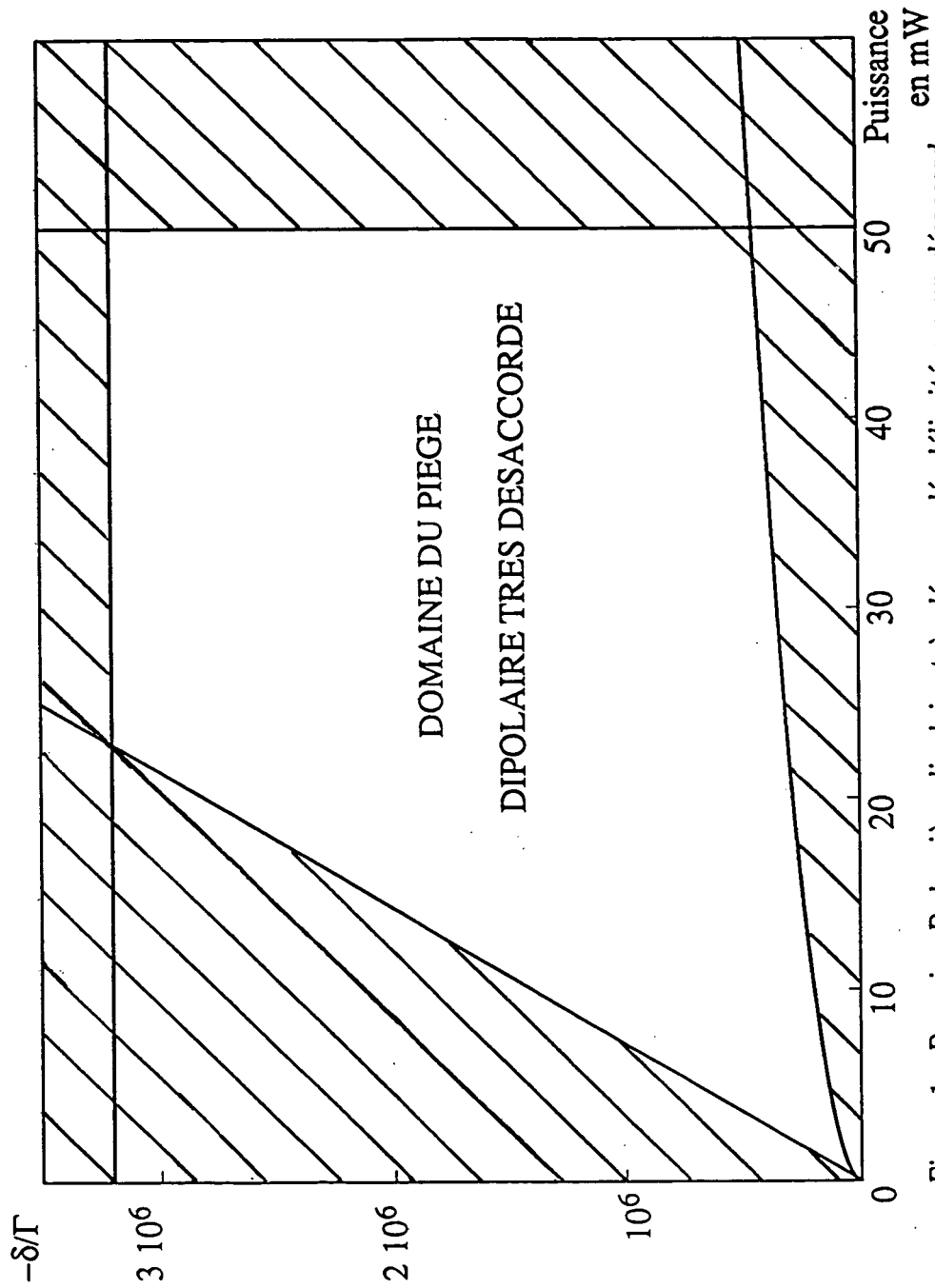


Figure 1 : Domaine  $D$  du piège dipolaire très désaccordé, délimité par un désaccord inférieur à  $|\delta| = 3, 2 \cdot 10^6 \Gamma$  correspondant à la raie  $D_1$  du césium, une puissance maximale disponible de 50 mW, un chauffage tel qu'il y ait moins d'une transition toutes les 100 secondes entre niveaux habillés et une profondeur du piège dipolaire supérieure à  $\frac{\hbar \Gamma}{2}$ .

Si on se fixe un diamètre de focalisation  $w_0 = 10 \mu$ , nous pouvons faire varier deux paramètres à l'intérieur du domaine  $D$  : la puissance laser et le désaccord (fig. 1). Une autre limite sur le désaccord est la présence de la raie  $D_1$  du césium pour  $|\delta| = 3,2 \cdot 10^6 \Gamma$ .

Prenons un point dans ce domaine et étudions alors les caractéristiques du piège dipolaire : par exemple  $|\delta| = 10^6 \Gamma$  et  $P = 30 \text{ mW}$  donc  $\Omega_1/\Gamma = 2900$ .

- Evaluons pour commencer le chauffage :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{D}{m} = \frac{\hbar^2 k^2}{m} \frac{\Gamma}{2} s \quad \text{où } s \text{ est le paramètre de saturation}$$

donc

$$\frac{dT}{dt} \approx 14 \mu\text{K/s}$$

Comme la profondeur du puits de potentiel est  $U_0 = \frac{\hbar\delta}{2} \text{Log}(1+s)$  et correspond à une température de  $525 \mu\text{K}$ , la durée de vie des atomes dans le piège est de plusieurs dizaines de secondes. On peut également réaliser le piège dipolaire en alternant des phases de piégeage avec des phases de refroidissement (mélasse par exemple). On peut alors, par exemple, refroidir les atomes pendant quelques millisecondes puis brancher le piège dipolaire pendant  $100 \text{ ms}$  et ainsi de suite...

- Evaluons maintenant la taille du piège. Si nous utilisons une seule onde progressive, la taille est différente transversalement et longitudinalement, et est donnée par  $k_B T = \kappa_t (\Delta r)^2 = \kappa_\ell (\Delta z)^2$  où  $\kappa_t$  et  $\kappa_\ell$  sont les constantes de rappel, au fond du piège, transversale et longitudinale. Le potentiel s'écrit, transversalement :

$$U_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2}{4\delta} e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} = \frac{\hbar \Omega_1^2}{4\delta} \left(1 - \frac{2}{w_0^2} r^2\right)$$

donc

$$\kappa_t = \frac{\hbar \Omega_1^2}{|\delta| w_0^2}$$

Prenons des atomes, refroidis par une mélasse (ou un piège magnéto-optique) à  $5 \mu K$ . On a alors  $\Delta r = 0,5 \mu$ .

Longitudinalement, le potentiel s'écrit

$$U_0 = \frac{\hbar \Omega_1^2}{4\delta} \frac{z_R^2}{z^2 + z_R^2}$$

donc

$$\kappa_l = \frac{\hbar \Omega_1^2}{2|\delta| z_R^2} \quad \text{et} \quad z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} = 370 \mu m$$

On trouve alors  $\Delta z = 26 \mu m$ .

- La densité critique à laquelle se produisent des effets quantiques est donnée par

$$n \Lambda^3 = 2,61 \quad \text{avec} \quad \Lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}} = 6,7 \cdot 10^{-8} m$$

donc

$$n = 8,7 \cdot 10^{15} \text{ atomes/cm}^3$$

Compte tenu des extensions spatiales calculées précédemment, cette densité correspond à un nombre d'atomes dans le piège

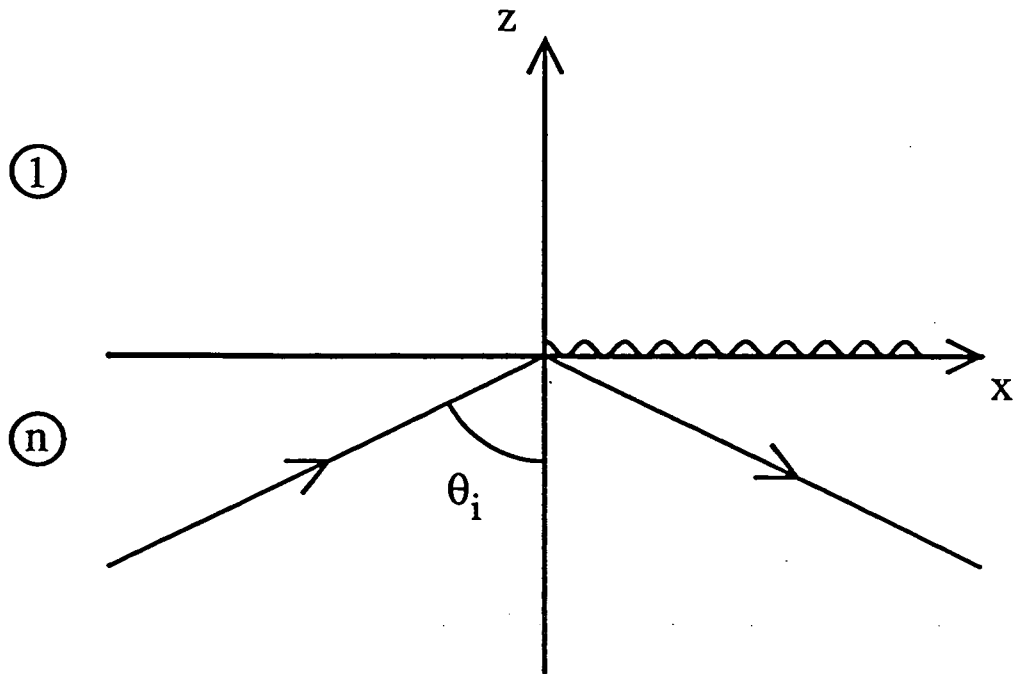
$$N = n \times (2\pi)^{3/2} (\Delta r)^2 \Delta z = 8,9.10^5$$

Rappelons qu'avec le piège magnéto-optique, nous pouvons en fournir, en 100 ms, plusieurs  $10^7$ .

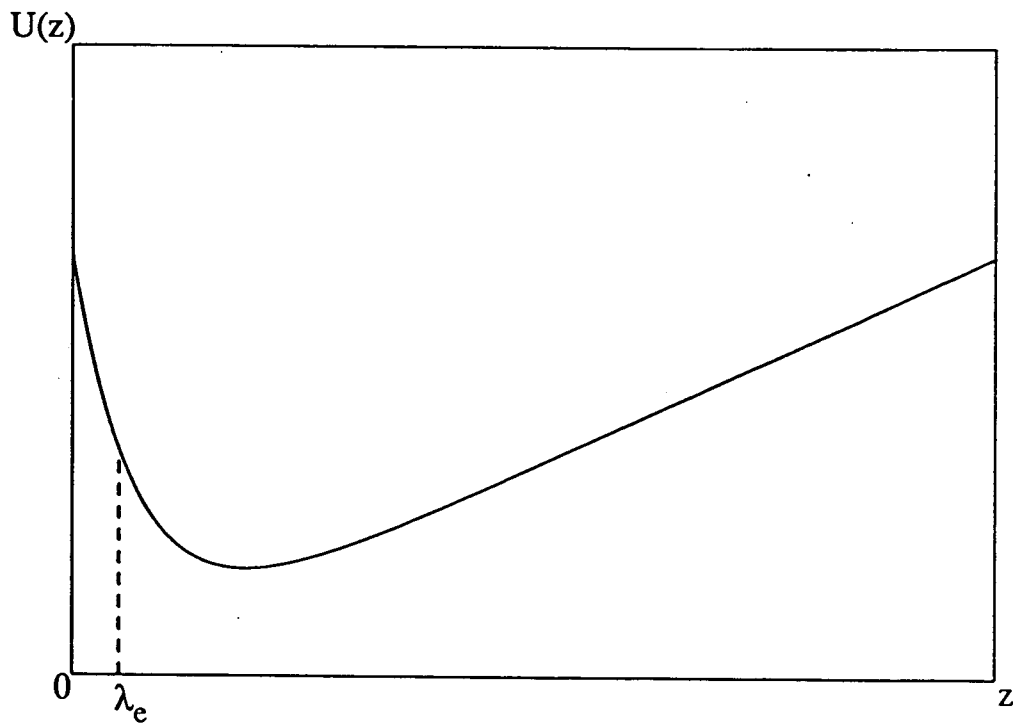
Remarquons qu'à ces densités les collisions entre atomes froids seront bien évidemment le facteur limitant. Un autre mécanisme de collision qu'il est possible d'éviter est celui au cours duquel un atome dans le niveau fondamental  $F = 4$  tombe, lors de la collision, dans  $F = 3$ , l'énergie cédée étant communiquée à l'énergie cinétique totale des deux partenaires de la collision. Il faut pour cela faire fonctionner le piège dipolaire à partir du niveau  $F = 3$  du fondamental, mais alors également réfléchir à un mécanisme de refroidissement à partir du niveau  $F = 3$  qui sera présent en alternance avec le piège dipolaire.

### 3/ Un miroir à atomes froids : rebond sur une onde évanescente

Le piège magnéto-optique permet d'obtenir une source d'atomes bien localisée à une température de quelques microKelvins. Il est alors possible de manipuler ces atomes, par exemple grâce à une onde évanescente produite à la surface d'un milieu d'indice  $n$  supérieur à 1, que nous appellerons prisme par la suite. L'onde évanescente à la surface d'un tel milieu peut en effet se comporter comme un miroir pour les atomes si la puissance de l'onde laser est assez importante et si la vitesse des atomes est assez faible [31]. On peut ainsi observer la réflexion d'une fraction des atomes d'un jet atomique rasant [32] ou la diffraction d'un jet atomique à incidence rasante sur une onde évanescente stationnaire [33]. Mais les atomes froids offrent la possibilité d'observer un rebond sur l'onde évanescente avec une incidence normale [34]. Pour aller plus loin et observer plusieurs rebonds, on peut imaginer de constituer une cavité —la réalisation de cavités atomiques est très intéressante pour l'observation d'interférences entre atomes—, par exemple entre deux prismes à la surface desquels se propage une onde évanescente et jouant le rôle de miroirs [35]. Mais la situation la plus simple consiste à utiliser la gravité et une onde éva-



**Figure 2** : Réflexion totale d'un laser à l'interface entre un milieu d'indice  $n$  et l'air, et apparition d'une onde évanescente.



**Figure 3** : Potentiel total résultant du potentiel dipolaire créé par l'onde évanescente et du potentiel gravitationnel.



nescente : les atomes tombent ainsi sous l'effet de la gravité et rebondissent à la surface du prisme [38]. Nous allons tout d'abord nous intéresser au mouvement des atomes suivant la direction verticale et montrer que même si on n'obtient pas formellement de piégeage stable les temps de sortie hors du piège sont longs, puis nous examinerons l'effet de l'onde évanescente dans le plan horizontal et réfléchirons à la possibilité d'obtenir un piégeage horizontal.

a) Mouvement vertical des atomes soumis à la gravité et à une onde évanescente

Rappelons pour commencer qu'une onde évanescente est produite à la surface d'un élément optique d'indice  $n$  supérieur à l'indice de l'air ( $n > 1$ ) lorsqu'un faisceau laser subit une réflexion totale à l'interface avec l'air. Le champ électrique est alors de la forme:

$$E = E_0 e^{-z/\lambda_e} e^{i(kx - \omega t)} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = n k_0 \sin\theta_i \\ \lambda_e = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{n^2\sin^2\theta_i - 1}} \end{cases}$$

et  $E_0$  dépend du champ électrique incident  $E_i$ , de l'indice du milieu  $n$  et de l'angle d'incidence  $\theta_i$  (fig. 2).

A l'inverse du piège dipolaire, le rebond sur l'onde évanescente utilise un désaccord laser bleu ( $\delta > 0$ ) : l'onde évanescente est alors à l'origine d'une force dipolaire répulsive qui repousse les atomes loin de la surface du prisme.

On peut traiter ce problème du mouvement des atomes soumis à la gravité et à une onde évanescente quantiquement, mais limitons-nous à une approche semi-classique. L'onde évanescente crée un potentiel

$$U(z) = \frac{\hbar\delta}{2} \text{Log}(1 + s(z)) \quad \text{avec} \quad s(z) = s_0 e^{-2z/\lambda_e}$$

et la condition de rebond des atomes s'écrit :

$$\frac{1}{2} m v^2 + m g z_0 < U(0)$$

Pour des atomes d'un piège magnéto-optique à  $5 \mu K$ , à  $5 \text{ mm}$  au-dessus de l'onde évanescente, on peut négliger le terme d'énergie cinétique et à grand désaccord, cette condition porte sur la puissance laser et s'écrit

$$\frac{\Omega_1^2}{\Gamma^2}(0) > 13 \frac{\delta}{\Gamma}$$

Suivant la direction  $Oz$ , l'onde évanescente et la gravité constituent un puits de potentiel (fig. 3) avec une friction mais également un chauffage lorsque les atomes interagissent avec l'onde lumineuse. Les atomes sont donc piégés au fond de ce puits de potentiel, mais le piège n'a qu'une durée de vie limitée : il y a un flux de sortie hors du piège. Si on est dans le régime des frictions faibles, c'est-à-dire si le temps caractéristique de l'amortissement de la vitesse  $\alpha^{-1}$  est long devant la période d'oscillation au fond du puits, on peut utiliser la méthode de Kramers [36,37] et écrire une équation de Fokker-Planck pour l'énergie : on moyenne l'équation de Fokker-Planck pour la densité de probabilité dans l'espace des phases  $\mathcal{P}(z, p, t)$  à une énergie constante car en l'absence de friction et de diffusion, cette densité dépend de  $z$  et  $p$  par l'intermédiaire de l'énergie  $\mathcal{P}(E(z, p), t)$ . Si  $S$  est l'action  $S = \oint_{\mathcal{C}(E)} p dz$ , où  $\mathcal{C}(E)$  désigne une courbe de l'espace des phases correspondant à une énergie constante, on pose alors  $f(S, t) dS = \mathcal{P}(z, p, t) dS$  et on obtient une équation pour  $f$  que l'on peut intégrer. On montre alors qu'on ne peut pas obtenir de solution normalisable et qu'on doit, par conséquent, faire intervenir un flux de sortie. On calcule alors une durée de vie  $\tau$  pour le piège.

Examinons à ce stade les ordres de grandeur. Prenons par exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{température du nuage d'atomes initial} : 5 \mu K \\ \text{altitude du nuage initial par rapport à l'onde évanescente} : 5 \text{ mm} \\ \text{désaccord laser} \quad \delta = 10 \Gamma \\ \text{puissance laser} \quad \Omega_1(0) = 20 \Gamma \end{array} \right.$$

La condition de rebond est alors remplie et on trouve une durée de vie pour le piège de plusieurs dizaines de minutes.

On peut donc avoir des durées de vie extrêmement longues mais donner le détail des calculs et poursuivre ceux-ci plus loin n'a pas de sens pour deux raisons. La première est que pour allonger la durée de vie, il faut augmenter la profondeur du puits de potentiel mais on ne peut plus alors se situer dans le cas des frictions faibles : l'atome peut aussi bien être soumis à une friction faible qu'à une friction forte suivant son énergie dans le puits. La deuxième raison est que jusqu'ici nous n'avons considéré qu'une seule dimension, suivant la direction verticale. Or, ce dispositif ne constitue pas un piège dans le plan horizontal et c'est probablement là que se situent ses limites.

#### b) Mouvement dans le plan horizontal

Deux problèmes se posent à nous dans le plan horizontal : l'effet, dans la direction de propagation de l'onde évanescente, de la réflexion sur celle-ci, et l'absence de mécanisme mettant un frein au vol libre des atomes.

##### *α) Effet de l'onde évanescente dans sa direction de propagation $Ox$*

Si on prend une onde évanescente progressive, et si elle se propage suivant  $Ox$ , elle exerce sur les atomes également une force  $F_x$ , qui est la force de pression de radiation habituelle. Lors d'un rebond sur l'onde évanescente, les variations de vitesses  $\Delta v_x$  et  $\Delta v_z$  sont reliées par

$$\frac{\Delta v_x}{\Delta v_z} = \frac{F_x}{F_z} = R = k \lambda_e \frac{\Gamma}{2\delta} \quad [31]$$

Or, comme  $\Delta v_z = 2v_z$  puisque l'atome passe de la vitesse  $-v_z$  à la vitesse  $+v_z$ , on trouve  $\Delta v_x = 2Rv_z$ .

La question qui se pose alors est de trouver un moyen de compenser cette accélération suivant  $x$ . Remarquons tout de suite qu'utiliser une onde stationnaire n'est pas une réponse dans la mesure où, aux noeuds de l'onde stationnaire, les atomes ne verront plus de force répulsive suivant  $Oz$ . Mais trois possibilités s'offrent à nous :

- utiliser un prisme incliné (fig. 4) d'un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale. Ainsi, la force exercée par l'onde évanescente suivant  $Ox$  est :

$$F_x = F_t \cos\theta - F_n \sin\theta$$

où  $\begin{cases} F_t \text{ et } F_n \text{ sont les forces tangentielle et normale} \\ \frac{F_t}{F_n} = R \end{cases}$

Elle est donc nulle si  $\text{tg}\theta = R$ . La seule force exercée par l'onde évanescente est alors suivant l'axe  $Oz$  et forme avec la gravité un piège ;

- utiliser deux ondes évanescentes progressives, de sens de propagation opposés, et les alterner dans le temps avec une période de l'ordre de la durée entre deux rebonds d'un atome sur l'onde évanescente. On peut montrer que la durée du rebond sur l'onde évanescente est courte devant le temps de chute libre sous l'effet de la gravité. La période d'alternance doit donc être  $2\sqrt{\frac{2z_0}{g}} = 60 \text{ ms}$ , soit une cadence de  $16 \text{ Hz}$ , pour  $z_0 = 5 \text{ mm}$  ;

- enfin, utiliser une onde stationnaire brouillée de la forme  $E = E_0 \cos(kx + \pi \cos\Omega t)$ . Il faut alors que le temps caractéristique du brouillage  $\Omega^{-1}$  soit très court devant le temps nécessaire au rebond sur l'onde évanescente. On peut montrer que celui-ci est de l'ordre de  $2\lambda_e \sqrt{\frac{m}{\hbar\delta s_0}}$ .

Application numérique :

$$\begin{cases} \delta = 100 \Gamma \\ \frac{\Omega_1^2}{\Gamma^2} = 400 \end{cases} \quad \Omega/2\pi \gg 100 \text{ kHz}$$

La force moyenne exercée par l'onde évanescente est alors divisée par 2 à cause de la modulation.

Cependant, si ces méthodes permettent de ne pas avoir d'accélération dans le plan horizontal, elles ne créent pas pour autant de forces de rappel dans ces deux directions  $x$  et  $y$ .

### *$\beta$ ) Piégeage horizontal*

Examinons quelle est la condition pour qu'un atome, initialement en  $z = z_0$ ,  $x = 0$ , avec les vitesses  $v_{x0}$  et  $v_{z0}$  rebondisse parallèlement à lui-même sur l'onde évanescente. Il faut, en ne tenant pas compte de la force tangentielle qui est nulle en moyenne si on utilise par exemple une onde stationnaire brouillée, que l'atome ait une incidence normale par rapport au prisme, donc si  $\theta$  est l'angle que fait le prisme avec le plan horizontal au point d'impact, il faut que  $\text{tg}\theta = -\frac{v_x}{v_z}$ . Dans  $v_z$ , nous pouvons négliger la vitesse initiale devant la vitesse gravitationnelle et donc l'équation de la forme du cristal nécessaire est donnée par

$$\frac{dZ}{dX} = \text{tg}\theta = -\frac{X}{2(Z - z_0)}$$

On trouve alors un prisme de forme elliptique (fig. 5) :

$$(Z - z_0)^2 + \frac{1}{2}X^2 = z_0^2$$

Ainsi, en utilisant un prisme de la forme d'un ellipsoïde, on peut, au premier ordre, piéger les atomes tant horizontalement que verticalement. Cependant, l'onde évanescente sur un tel prisme ne constitue un miroir à atomes que si ceux-ci sont initialement en  $z = z_0$  et  $x = y = 0$ . En partant d'un nuage d'atomes de taille initiale non-nulle, centré en  $z = z_0$  et  $x = y = 0$ , on doit observer après quelques rebonds un étalement du nuage.

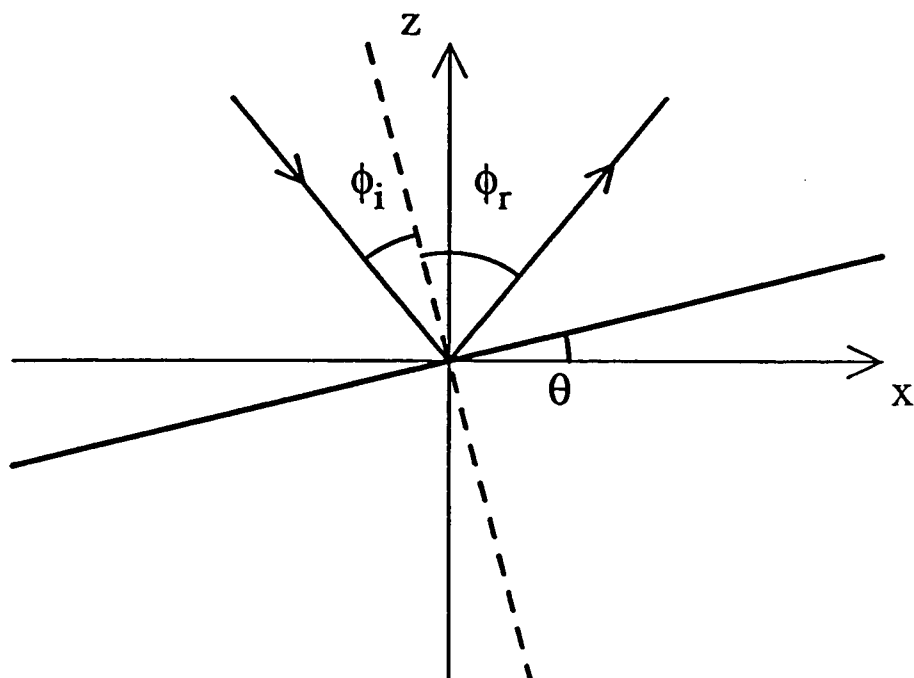


Figure 4 : Rebond d'un atome sur une onde évanescente progressive à la surface d'un prisme incliné d'un angle  $\theta$ .

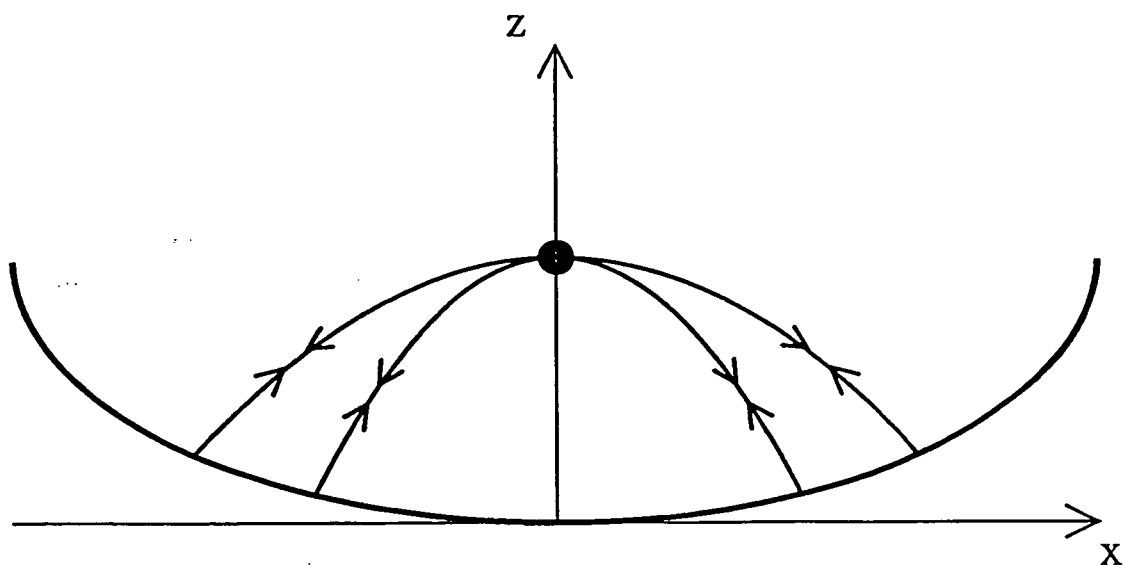


Figure 5 : Rebonds d'atomes à la surface d'un prisme de forme ellipsoïde. La forme du prisme est calculée pour que l'image du nuage d'atomes initial soit lui même.

Ce résultat, en tout cas, nous incite à utiliser le piège magnéto-optique comme source d'atomes froids et non pas une mélasse, la taille du nuage initial étant nettement inférieure pour le premier.

L'interaction des atomes froids avec une onde évanescente est une voie de recherche en développement : d'une part, des calculs quantiques ont été effectués [38] pour déterminer les modes de la cavité constitué d'une onde évanescente et de la gravité et discuter le remplissage de ces modes à partir d'un nuage d'atomes froids ; d'autre part, une réalisation expérimentale d'une cavité à atomes débute dans notre groupe à l'E.N.S.

### Références du Chapitre III

- [1] M. Kasevich, E. Riis, S. Chu, R. de Voe, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 612 (1989).
- [2] A. Clairon, Ch. Salomon, S. Guellati, W. Phillips, *Europhys. Lett.* **16**, 165 (1991).
- [3] N. Bloembergen, *Non Linear Optics* (Benjamin, New-York, 1965).
- [4] Y. Shen, *The Principles of non-linear Optics* (Wiley, New-York, 1984).
- [5] D. Grison, B. Lounis, Ch. Salomon, J.-Y. Courtois, G. Grynberg, *Europhys. Lett.* **15**, 149 (1991).
- [6] J. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. Lee, H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 3245 (1991).
- [7] A. Yariv, *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 301 (1976).
- [8] A. Bogdan, M. Downer, N. Bloembergen, *Opt. Lett.* **6**, 348 (1981).
- [9] G. Grynberg, M. Vallet, M. Pinard, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 701 (1990).
- [10] Y. Shevy, *Laser Spectroscopy IX*, édité par M. Feld, J. Thomas, A. Mooradian (Academic Press, San Diego, 1989).
- [11] J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [12] P. Ungar, D. Weiss, E. Riis, S. Chu, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058 (1989).
- [13] Cours de C. Cohen-Tannoudji au Collège de France (1990-1991).
- [14] Cours de C. Cohen-Tannoudji à l'Ecole d'Eté des Houches, Session LIII, (1990).
- [15] Y. Castin, J. Dalibard, *Europhys. Lett.* **14**, 761 (1991).
- [16] C. Westbrook, R. Watts, C. Tanner, S. Rolston, W. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 33 (1990).
- [17] N. Bigelow, M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 29 (1990).
- [18] W. Lamb Jr, *Phys. Rev. A* **134**, 1429 (1964).



- [19] R. Hellwarth, *J. Opt. Soc. Am.* 67, 1 (1977).
- [20] B. Stepanov, E. Ivakin, A. Rubanov, *Soviet Phys. Dokl.* 16, 46 (1971).
- [21] J. Woerdman, *Opt. Comm.* 2, 212 (1970).
- [22] R. Raj, D. Bloch, J. Snyder, G. Camy, M. Ducloy, *Phys. Rev. Lett.* 44, 1251 (1980).
- [23] Thèse de D. Bloch (1980), chap. III (p. 49).
- [24] C. Monroe, H. Robinson, C. Wieman, *Opt. Lett.* 16, 50 (1991).
- [25] P. Lett., W. Phillips, S. Rolston, C. Tanner, R. Watts, C. Westbrook, *J. Opt. Soc. Am. B* 6, 2084 (1989).
- [26] E. Riis, D. Weiss, K. Moler, S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* 64, 1658 (1990).
- [27] Ch. Salomon, J. Dalibard, W. Phillips, A. Clairon, S. Guellati, *Europhys. Lett.* 12, 683 (1990).
- [28] D. Sesko, T. Walker, C. Monroe, A. Gallagher, C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* 63, 961 (1989).
- [29] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, *Phys. Rev. Lett.* 57, 314 (1986).
- [30] Thèse J. Dalibard, partie D2 (1986).
- [31] R. Cook, R. Hill, *Opt. Comm.* 43, 258 (1982).
- [32] V. Balykin, V. Letokhov, Y. Ovchinnikov, A. Sidorov, *Phys. Rev. Lett.* 60, 2137 (1988).
- [33] J. Hajnal, G. Opat, *Opt. Comm.* 71, 119 (1989).
- [34] M. Kasevich, D. Weiss, S. Chu, *Opt. Lett.* 15, 607 (1990).
- [35] V. Balykin, V. Letokhov, *Appl. Phys. B* 48, 517 (1989).
- [36] H. Kramers, *Physica VII*, 284 (1940).
- [37] Cours de C. Cohen-Tannoudji au Collège de France 1983-1984.

- [38] H. Wallis, J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji, à paraître dans le numéro spécial d'Applied Physics B sur "Optics and Interferometry with atoms".

## CONCLUSION

Le piège magnéto-optique est donc un outil puissant pour collecter des atomes, les refroidir et les piéger. Sa grande profondeur (jusqu'à plusieurs Kelvins) nous permet de prendre comme réservoir d'atomes une distribution thermique telle que celle d'une vapeur de césium dans une cellule à faible pression de vapeur saturante, tout en obtenant des nombres d'atomes piégés de l'ordre de  $10^8$ . La réalisation du piège magnéto-optique à partir d'une cellule rend donc sa mise en oeuvre expérimentale particulièrement simple et peu encombrante, ce qui constitue un atout décisif par rapport à des expériences réalisées à partir d'un jet atomique ralenti.

Si la capture des atomes, et donc le remplissage du piège, peuvent être décrits par un modèle Monte-Carlo sur une transition  $F = 0/F' = 1$ , en revanche, le fonctionnement même du piège nécessite la prise en compte de trois autres éléments. Le premier est la présence d'effets de densité, liés en particulier à la diffusion multiple de photons. Elle est à l'origine d'une force répulsive à longue portée qui explique la taille importante (de l'ordre du millimètre) que peut avoir le nuage dans certaines conditions. Nous n'avons par ailleurs présenté que quelques éléments préliminaires sur la façon dont la diffusion multiple affecte la friction  $\alpha$  et le chauffage : cela mériterait plus ample investigation. Le deuxième élément à prendre en compte pour comprendre le fonctionnement du piège est la structure des niveaux de l'atome de césium pour lequel la transition sur laquelle le piège fonctionne est une transition  $F = 4/F' = 5$ . On ne peut en effet négliger le pompage optique entre sous-niveaux Zeeman qui introduit dans le problème un temps de pompage qui peut être long devant la durée de vie  $\Gamma^{-1}$  du niveau excité et conduire à un refroidissement plus efficace et à des températures sub-Doppler. Mis en évidence initialement dans les mélasses optiques par des mesures de températures anormalement basses, ces nouveaux mécanismes de refroidissement nous ont menés à donner une nouvelle interprétation du piège magnéto-optique à une dimension qui prédit également des températures sub-Doppler dans le piège. Enfin, le troisième élément à prendre en considération est la différence entre les théories à une dimension que nous avons exposées et la situation à trois dimensions du piège. Il semble en particulier que le passage à trois dimensions signifie une réduction du coefficient de friction  $\alpha$ , et donc de la constante de rappel du piège  $\kappa$ , plus importante que la réduction du coefficient de diffusion. Une façon alors d'obtenir des pièges de tailles plus faibles

(la taille du piège est en  $\sqrt{\frac{D}{\alpha\kappa}}$ ) serait d'alterner dans le temps les trois paires de faisceaux piégeants suivant les trois directions de l'espace, de manière à n'avoir à chaque instant qu'un piège à une dimension. Il faudrait pour cela que la cadence d'alternance soit telle que le temps correspondant soit long devant le temps d'amortissement des vitesses mais court devant le temps de chauffage qui intervient dans le plan orthogonal à la direction des faisceaux présents.

Enfin, nous avons présenté dans ce mémoire une première expérience d'optique non-linéaire réalisée sur des atomes froids. L'observation de ces résonances Raman sur le piège magnéto-optique et le gain important obtenu (jusqu'à 20%) démontre l'intérêt d'un nuage dense d'atomes froids comme milieu non-linéaire. Mais une étude plus détaillée, notamment du rôle de la vitesse résiduelle des atomes, serait intéressante. En particulier, une direction d'investigation attractive est donnée par les prédictions de localisation des atomes dans la configuration à une dimension de faisceaux de polarisation linéaire et linéaire orthogonale. Il serait intéressant d'observer des résonances Raman entre les bandes d'énergie que l'on obtient lorsqu'on considère quantiquement les degrés de liberté internes et externes de l'atome dans un potentiel périodique. L'expérience que nous présentons à la fin du paragraphe III-B-1 est un pas dans ce sens : il semble prouvé maintenant que les pics extrêmement étroits obtenus soient liés à des défauts de polarisation  $\sigma^+/\sigma^-$  et disparaissent lorsqu'on est dans une configuration purement  $\sigma^+/\sigma^-$  (rappelons qu'il n'y a pas de localisation à une dimensions en configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ ). Une étude des formes et largeurs des résonances en fonction des polarisations est en cours. Par ailleurs, le mélange à quatre ondes est un signal intéressant en optique non-linéaire, notamment à cause de ses propriétés de rectification de la phase du champ et de ses applications. Comprendre pourquoi nous ne l'avons pas observé serait fort utile pour déterminer dans quelles conditions on peut l'obtenir.

Au cours de ce bilan du travail présenté dans ce mémoire, nous avons annoncé les directions des études envisagées sur le piège magnéto-optique à court terme et qui prolongent la réflexion amorcée ici. Mais les utilisations possibles du piège magnéto-optique en cellule comme source de fortes densités d'atomes froids sont beaucoup plus nombreuses et sont à la mesure de l'intérêt croissant qu'il suscite. Sa simplicité de mise en oeuvre en fait un instrument privilégié, comme en témoigne l'augmentation quasi-exponentielle du nombre de pièges réalisés. Pour donner quelques exemples des expériences en projet ou en cours de réalisation, citons l'étude des atomes froids en microgravité et l'interaction des

atomes avec une surface, le piégeage d'isotopes rares, des expériences de recherche de moment dipolaire anormal sur des fontaines atomiques, sans oublier la réalisation d'horloges à césium de plus grande précision. On peut également envisager des expériences de collision, des expériences d'interaction avec des ondes évanescentes et la constitution de cavités à atomes.

En somme, les possibilités sont telles qu'il pourrait être intéressant de commercialiser des pièges magnéto-optiques en cellule où il suffirait d'appuyer sur quelques boutons !

**PLAN**

**INTRODUCTION GENERALE**

**CHAPITRE 1**

**LE PIEGE MAGNETO-OPTIQUE EN TERMES DE FORCE DOPPLER**

**A - MODELE MONTE-CARLO DU MOUVEMENT D'UN ATOME  
DANS UN PIEGE MAGNETO-OPTIQUE**

<b>1/ Description du modèle à une dimension . . . . .</b>	<b>23</b>
a) Mouvement d'un atome à deux niveaux dans une onde lumineuse . . . . .	23
b) Calcul numérique . . . . .	26
$\alpha$ ) 1 <sup>ère</sup> méthode . . . . .	26
$\beta$ ) 2 <sup>ème</sup> méthode . . . . .	27
<b>2/ Résultats du modèle à une dimension . . . . .</b>	<b>29</b>
a) Le régime final . . . . .	30
$\alpha$ ) Description du régime final . . . . .	30
$\beta$ ) Temps pour atteindre le régime final . . . . .	32
b) Vitesse maximale capturée . . . . .	34
$\alpha$ ) Problème des limites . . . . .	36
$\beta$ ) Vitesse maximale capturée en fonction de l'intensité . . . . .	38
$\gamma$ ) Vitesse maximale capturée en fonction du désaccord et du gradient	

<i>de champ magnétique</i> . . . . .	38
c) Bilan en cellule du piège magnéto-optique . . . . .	42
$\alpha$ ) Terme de pertes . . . . .	42
$\beta$ ) Terme de remplissage . . . . .	44
$\gamma$ ) Solution stationnaire . . . . .	45
<b>3/ Généralisation à deux dimensions</b> . . . . .	<b>47</b>
a) Méthode . . . . .	47
$\alpha$ ) Configuration des champs . . . . .	47
$\beta$ ) Probabilités de transition . . . . .	49
b) Résultats . . . . .	52

\*\*\*\*\*

## B - DESCRIPTION DU MONTAGE EXPERIMENTAL

<b>1/ Le champ magnétique et la source de césium</b> . . . . .	<b>57</b>
a) La cellule à faible pression de vapeur de césium . . . . .	57
b) Le champ magnétique . . . . .	61
$\alpha$ ) Le champ magnétique du piège . . . . .	61
$\beta$ ) Compensation des autres champs magnétiques . . . . .	62
<b>2/ Les laser</b> . . . . .	<b>63</b>
a) Généralités . . . . .	63
b) Configuration laser piégeante . . . . .	67
$\alpha$ ) Le laser principal . . . . .	67
$\beta$ ) Le repompeur . . . . .	69
<b>3/ Asservissement en fréquence du laser principal</b> . . . . .	<b>71</b>
a) Fonctionnement de la diode laser libre . . . . .	71
b) Couplage avec le Fabry-Perot confocal . . . . .	72

$\alpha$ ) Rappels sur le Fabry-Perot confocal . . . . .	72
$\beta$ ) Fonctionnement de la diode couplée . . . . .	74
c) Asservissement du laser . . . . .	77
$\alpha$ ) Description du montage . . . . .	77
$\beta$ ) Asservissement de la phase et du Fabry-Perot confocal . . . . .	82
d) Injection . . . . .	84

\*\*\*\*\*

## C - RESULTATS EXPERIMENTAUX

<b>1/ Outils pour analyser le piège . . . . .</b>	<b>91</b>
a) Signaux détectés . . . . .	91
b) Analyse du signal de fluorescence . . . . .	93
c) Analyse du signal d'absorption . . . . .	96
$\alpha$ ) Mise en place de la sonde étroite . . . . .	96
$\beta$ ) Calcul du profil d'absorption . . . . .	98
- calcul de l'état stationnaire à l'ordre zéro . . . . .	100
- perturbation l'onde sonde . . . . .	103
$\gamma$ ) Confrontation avec les spectres expérimentaux . . . . .	107
<b>2/ Nombre d'atomes dans le piège . . . . .</b>	<b>110</b>
a) Variation avec la pression de la vapeur de césium dans la cellule . . . . .	110
b) Variation avec l'intensité des faisceaux piège . . . . .	112
c) Variation avec le désaccord et le gradient de champ magnétique . . . . .	114
<b>3/ Densité d'atomes dans le piège et dimensions de celui-ci . . . . .</b>	<b>118</b>

\*\*\*\*\*



## CHAPITRE II

### UNE NOUVELLE DESCRIPTION DU PIEGE MAGNETO-OPTIQUE

#### A - AUTRES FORCES POUR UN ATOME A DEUX NIVEAUX

1/	Déséquilibre des intensités . . . . .	127
	a) Origine du déséquilibre . . . . .	127
	b) Effet du déséquilibre . . . . .	129
2/	Force attractive : effet d'ombre . . . . .	131
3/	La diffusion multiple de photons . . . . .	135
	a) Expression de la force . . . . .	135
	b) Effet global sur le piège . . . . .	138
	c) Evaluation de $\sigma_d$ . . . . .	139
	d) Distribution des atomes dans le piège . . . . .	143
4/	Effet d'un désalignement des faisceaux retours . . . . .	147

\*\*\*\*\*

#### B - ATOME AVEC MULTIPLICITE ZEEMAN : LES NOUVEAUX MECANISMES

1/	Principe d'une mélasse $\sigma^+/\sigma^-$ . . . . .	151
	a) Etat stationnaire pour un atome immobile . . . . .	151
	$\alpha$ ) Champ laser . . . . .	153
	$\beta$ ) Etat interne de l'atome . . . . .	153
	b) Atome de vitesse $v$ . . . . .	155
	$\alpha$ ) Passage dans le référentiel tournant . . . . .	155

<i>β</i> ) Apparition d'une orientation dans l'état fondamental : force de friction . . . . .	156
c) Calcul complet : domaine de validité . . . . .	157
<b>2/ Effet du champ magnétique . . . . .</b>	<b>159</b>
a) Effet d'un champ constant . . . . .	159
b) Effet d'un gradient de champ magnétique . . . . .	164
<i>α</i> ) Expression de la force . . . . .	164
<i>β</i> ) Distribution dans le piège . . . . .	166
<i>γ</i> ) Conditions de validité . . . . .	168
<b>3/ Le refroidissement Sisyphe . . . . .</b>	<b>170</b>
a) Intérêt pour le piège magnéto-optique . . . . .	170
b) Principe du refroidissement Sisyphe . . . . .	170
<i>α</i> ) Etat stationnaire pour un atome immobile . . . . .	172
<i>β</i> ) Atome en mouvement. Effet Sisyphe . . . . .	172
<i>γ</i> ) Traitement quantique . . . . .	175
<b>4/ Calculs de refroidissement à deux et trois dimensions . . . . .</b>	<b>176</b>

\*\*\*\*\*

## C - RESULTATS EXPERIMENTAUX

<b>1/ Mesures de la taille et de la densité . . . . .</b>	<b>179</b>
a) Expressions de la densité et de la taille. Ordres de grandeur . . . . .	179
<i>α</i> ) Régime $n \ll n_c$ . . . . .	179
<i>β</i> ) Régime où la diffusion multiple domine . . . . .	181
b) Mesures à nombre d'atomes constant . . . . .	183
<i>α</i> ) Modification du dispositif expérimental . . . . .	183
<i>β</i> ) Variation avec le gradient de champ magnétique . . . . .	186

<i>γ</i> ) Variation avec l'intensité . . . . .	186
<i>δ</i> ) Variation avec le désaccord . . . . .	186
c) Mise en évidence de deux régimes . . . . .	188
d) Quelques éléments sur les écarts entre les comportements attendu et observé du piège . . . . .	188
<i>α</i> ) Effet des collisions sur la densité . . . . .	190
<i>β</i> ) Mesure de la friction et de la raideur du piège à trois dimensions . . . . .	190
<b>2/ Mesure de la température . . . . .</b>	<b>195</b>
a) Comparaison piège-mélasse . . . . .	195
b) Effet de densité pur . . . . .	197
<i>α</i> ) Excès de chauffage dû à la diffusion multiple . . . . .	198
<i>β</i> ) Modifications par les photons de la diffusion multiple de l'efficacité des mécanismes de refroidissement . . . . .	200
<i>γ</i> ) Effet des collisions entre atomes froids . . . . .	201
c) Effet du champ magnétique . . . . .	203
d) Conclusion . . . . .	203

\*\*\*\*\*

**CHAPITRE 3**  
**UTILISATION DU PIEGE MAGNETO-OPTIQUE**

**A - RESONANCES RAMAN**

<b>1/ Description du signal</b>	<b>213</b>
a) Description générale - Variation avec le gradient de champ magnétique	213
b) Variation de l'amplitude avec l'intensité et le désaccord	215
<i>α) Dispositif expérimental - Mise en place du faisceau pompe annexe</i>	217
<i>β) Variation avec l'intensité de la pompe annexe</i>	221
<i>γ) Variation avec le désaccord <math>\delta_s</math></i>	223
c) Variation de la largeur	227
<i>α) Variation avec l'intensité laser piège</i>	227
<i>β) Variation avec le désaccord</i>	233
<b>2/ Interprétation du signal : résonances Raman</b>	<b>234</b>
a) Idée de l'interprétation	234
<i>α) Signal laser piège-sonde</i>	236
<i>β) Signal pompe annexe-sonde</i>	236
b) Eléments du calcul	238
<i>α) Ordre zéro - Notations</i>	239
<i>β) Solution à l'ordre 1</i>	242
<i>γ) Intensité de la sonde</i>	243
<i>δ) Cas du signal entre la pompe annexe et la sonde</i>	244
c) Forme des raies calculées	244
<i>α) Signal entre la sonde et le laser piège</i>	244
<i>β) Signal entre la pompe annexe et la sonde</i>	248

\*\*\*\*\*

## B - INSUFFISANCES DU MODELE

<b>1/ Résonances Raman</b>	251
a) Signal entre la pompe annexe et la sonde	251
b) Structure du signal entre la sonde et le laser piège	253
c) Signal entre la sonde et le laser piège : dépendance liée à la géométrie	257
d) Piège à deux fréquences	263
e) Signal obtenu dans une situation quasi-unidimensionnelle	267
<b>2/ Autres signaux non-linéaires</b>	269
a) Mélange à quatre ondes vers l'arrière	269
b) Mélange à quatre ondes vers l'avant - Signal hyper-Raman	275
c) Effet d'un champ radiofréquence	277

\*\*\*\*\*

## C - IDEES D'UTILISATION DU PIEGE MAGNETO-OPTIQUE

<b>1/ Comparaison jet/cellule</b>	285
a) Commodité d'utilisation	285
b) Performances pour la production d'atomes froids	286
<b>2/ Piège dipolaire très désaccordé</b>	289
a) Généralités sur le piège dipolaire	289

b) Piège dipolaire très désaccordé rempli par des atomes froids . . . . .	290
<b>3/ Un miroir à atomes froids : rebond sur une onde évanescente . . . . .</b>	<b>294</b>
a) Mouvement vertical des atomes soumis à la gravité et à une onde évanescente	296
b) Mouvement dans le plan horizontal . . . . .	298
$\alpha$ ) <i>Effet de l'onde évanescente dans sa direction de propagation <math>Ox</math></i>	298
$\beta$ ) <i>Piégeage horizontal</i> . . . . .	300
<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>307</b>

Delphine GRISON

“Atomes piégés et refroidis par laser à quelques microkelvins : un piège magnéto-optique dans une cellule de césium et quelques applications”

## RESUME

Ce mémoire s'inscrit dans le domaine du piégeage et du refroidissement radiatifs. Il présente la réalisation et l'étude d'un piège magnéto-optique dans une cellule à faible pression de vapeur de césium. Le remplissage du piège est décrit par un modèle Monte-Carlo sur une transition  $F = 0/F' = 1$ . Néanmoins une compréhension plus détaillée du fonctionnement du piège fait intervenir la structure des niveaux de l'atome, les nouveaux mécanismes de refroidissement sub-Doppler, ainsi que des effets de densité liés en particulier à la diffusion multiple de photons. Le piège réalisé est très profond (jusqu'à plusieurs Kelvin de profondeur) et permet d'obtenir de fortes densités d'atomes (quelques  $10^{10}$  à  $10^{12}$  atomes par  $cm^3$ ) à de très basses températures (5 à  $100 \mu K$ ). Nous présentons également une première utilisation de ces atomes froids pour une expérience d'optique non-linéaire mettant en évidence un nouvel effet Raman entre sous-niveaux du niveau fondamental déplacés par la lumière. Nous discutons finalement quelques applications potentielles d'un tel dispositif.

## ABSTRACT

Laser cooled and trapped atoms are the subject of this thesis : we built and studied a magneto-optical trap in a glass cell with a low pressure cesium vapor. The filling of the trap is described by a Monte-Carlo simulation on a  $F = 0/F' = 1$  transition. But a more detailed understanding of the behaviour of the trap requires that one takes into account the structure of the ground level of the transition, the new laser cooling mechanisms and density effects such as the ones originating in multiphoton scattering. In this very deep trap (the depth is up to a few Kelvin), high densities of atoms ( $10^{10}$  to  $10^{12}$  atoms per  $cm^3$ ), at a low temperature (5 to  $100 \mu K$ ) are obtained. We also present a first experiment of non-linear optics on this cold sample of atoms : we observed Raman transitions between the light-shifted Zeeman sublevels of the ground state. Finally, we discuss a few possible applications of the magneto-optical trap.