

Corrélations de courant dans les structures hybrides mésoscopiques supraconducteur - métal normal

Guillaume BIGNON

LPM2C – CNRS

Université Joseph Fourier – ENS Lyon

10 octobre 2005

Plan de l'exposé

Introduction

Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

Conclusion

Plan de l'exposé

Introduction

Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

Conclusion

Introduction

Un conducteur mésoscopique

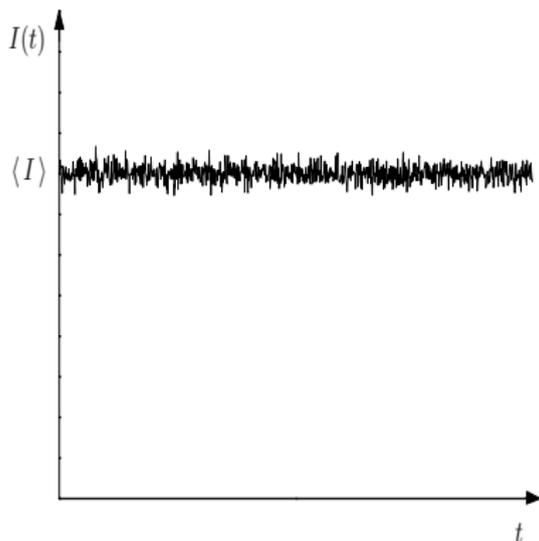
- Un électron se comporte comme une particule et comme une onde (phase).
- Dans un conducteur de petite taille et à basse température, les électrons peuvent garder leur mémoire de phase : c'est un conducteur mésoscopique.

→ Les phénomènes d'interférences deviennent importants.

Objectif

Étudier les effets mésoscopiques sur les corrélations de courant dans les jonctions métal normal - supraconducteur.

Le courant dans un conducteur mésoscopique



- Courant moyen :

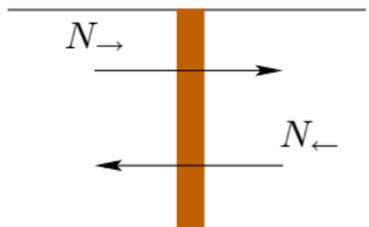
$$\langle I \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T dt I(t)$$

- Bruit :

$$S = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dt [\langle I(0)I(t) \rangle - \langle I \rangle^2]$$

Un exemple : processus de poisson

Jonction tunnel :



→ À $T = 0$, $N_{\leftarrow} = 0$ donc

- N_{\rightleftharpoons} : taux de transfert de deux processus de Poisson *indépendants*.
- q est la charge élémentaire transportée.
- $I = q(N_{\rightarrow} - N_{\leftarrow})$
- $S = 2q^2(N_{\rightarrow} + N_{\leftarrow})$

$$F = \frac{S}{2I} = q$$

Plan de l'exposé

Introduction

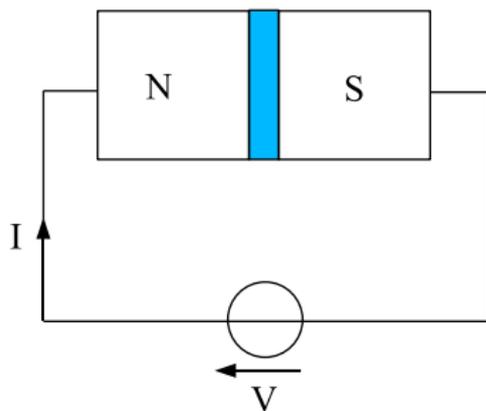
Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

Conclusion

Jonction NIS : modélisation

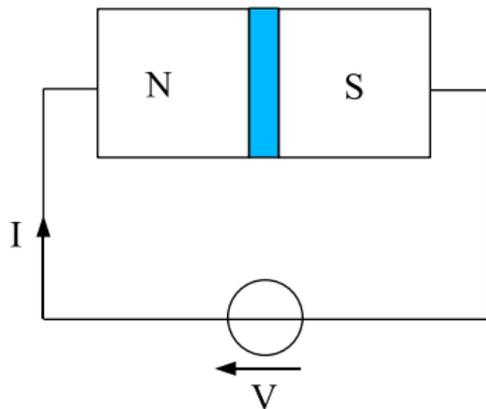


- La dynamique du métal normal est modélisée par un hamiltonien H_N ,
- un hamiltonien BCS de gap Δ pour le supraconducteur : H_{BCS} ,
- et un hamiltonien tunnel modélise la fine couche d'isolant :

$$H_T = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} [t_{\mathbf{k}\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger d_{\mathbf{q}\sigma} + t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^* d_{\mathbf{q}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}] ,$$

→ hamiltonien total : $H = H_N + H_{\text{BCS}} + H_T$.

Jonction NIS : modélisation

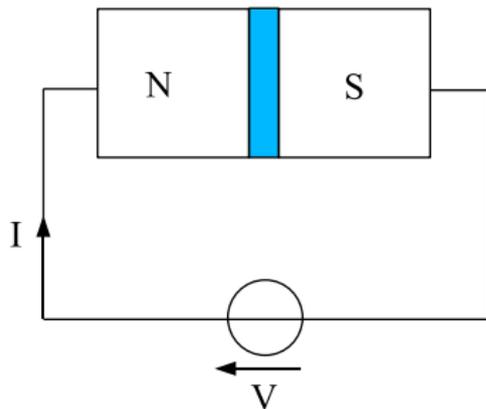


- La dynamique du métal normal est modélisée par un hamiltonien H_N ,
- un hamiltonien BCS de gap Δ pour le supraconducteur : H_{BCS} ,
- et un hamiltonien tunnel modélise la fine couche d'isolant :

$$H_T = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} [t_{\mathbf{k}\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger d_{\mathbf{q}\sigma} + t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^* d_{\mathbf{q}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}] ,$$

→ hamiltonien total : $H = H_N + H_{\text{BCS}} + H_T$.

Jonction NIS : modélisation

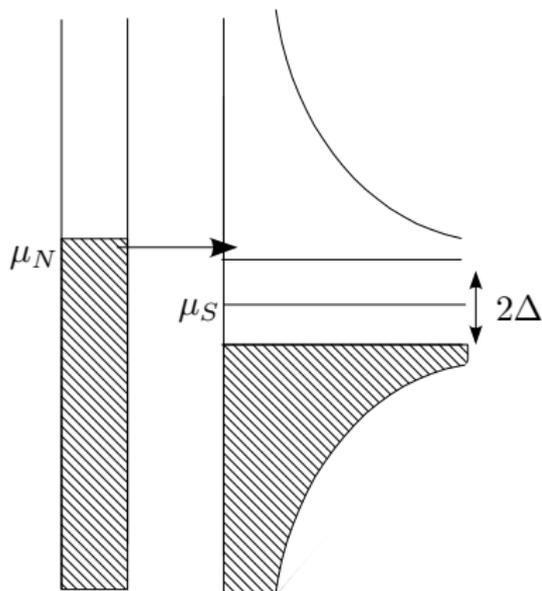


- La dynamique du métal normal est modélisée par un hamiltonien H_N ,
- un hamiltonien BCS de gap Δ pour le supraconducteur : H_{BCS} ,
- et un hamiltonien tunnel modélise la fine couche d'isolant :

$$H_T = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, \sigma} [t_{\mathbf{k}\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger d_{\mathbf{q}\sigma} + t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^* d_{\mathbf{q}\sigma}^\dagger c_{\mathbf{k}\sigma}] ,$$

→ hamiltonien total : $H = H_N + H_{\text{BCS}} + H_T$.

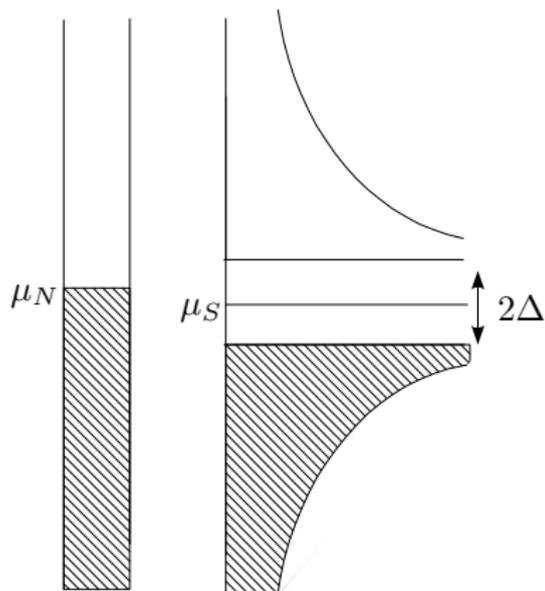
Transport par les quasi-particules



- $eV = \mu_N - \mu_S$.
- Si $eV > \Delta$, les quasi-particules peuvent traverser la jonction.
- Si $eV < \Delta$, aucune quasi-particule ne peut traverser la jonction :
 $I_{\text{quasi}} = S_{\text{quasi}} = 0$.

⇒ Quand $eV \ll \Delta$ et $k_B T \ll \Delta$, les quasi-particules ne contribuent pas au transport de charge.

Transport par les quasi-particules



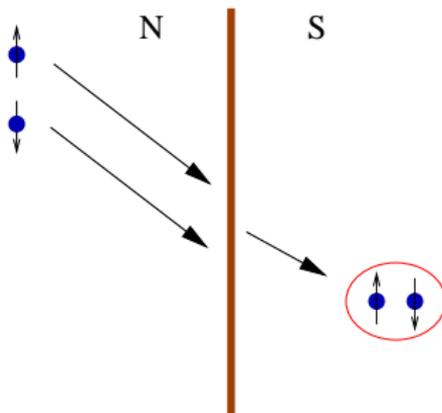
- $eV = \mu_N - \mu_S$.
- Si $eV > \Delta$, les quasi-particules peuvent traverser la jonction.
- Si $eV < \Delta$, aucune quasi-particule ne peut traverser la jonction :
 $I_{\text{quasi}} = S_{\text{quasi}} = 0$.

☞ Quand $eV \ll \Delta$ et $k_B T \ll \Delta$, les quasi-particules ne contribuent pas au transport de charge.

La réflexion Andreev

→ Deux électrons de spin opposés entrent simultanément ($\sim \hbar/\Delta$) dans le supraconducteur et créent une paire de Cooper.

- ordre supérieur en perturbation ($\sim |t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}|^4$),
- mais pas de coût en énergie.



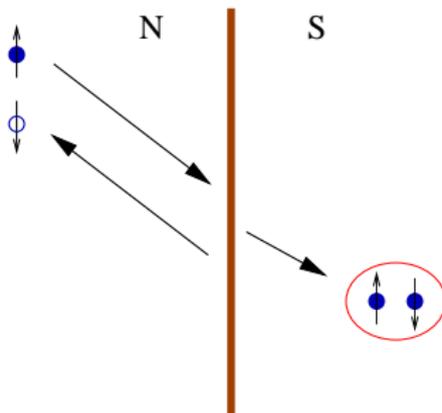
C'est le processus qui domine à basse énergie.

[A. F. Andreev (1964)]

La réflexion Andreev

→ **Point de vue équivalent** : un électron est réfléchi en trou et une paire de Cooper est créée.

- ordre supérieur en perturbation ($\sim |t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}|^4$),
- mais pas de coût en énergie.



C'est le processus qui domine à basse énergie.

[A. F. Andreev (1964)]

Hamiltonien effectif

- Amplitude de réflexion Andreev

$$A_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^* t_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^* u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left\{ \frac{1}{\xi_{\mathbf{k}} + eV - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{k}'} + eV - E_{\mathbf{q}}} \right\} .$$

- hamiltonien effectif :

$$H_{\text{eff}} = H_N + J + J^\dagger \quad \text{avec} \quad J = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} A_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^* c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}'\downarrow}^\dagger .$$

→ Décrit correctement le transport de charges à faible énergie.

Hamiltonien effectif

- Amplitude de réflexion Andreev

$$A_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^* t_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^* u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left\{ \frac{1}{\xi_{\mathbf{k}} + eV - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{k}'} + eV - E_{\mathbf{q}}} \right\} .$$

- hamiltonien effectif :

$$H_{\text{eff}} = H_N + J + J^\dagger \quad \text{avec} \quad J = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} A_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^* c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{\mathbf{k}'\downarrow}^\dagger .$$

→ Décrit correctement le transport de charges à faible énergie.

Le bruit

À l'équilibre thermodynamique, nous trouvons :

$$S(V, T) = 4e \coth(eV/k_B T) I(V, T).$$

- Comme les métaux normaux avec $e \rightarrow 2e$.
- Valable pour les caractéristiques $I(V)$ non linéaires.
- à l'équilibre ($eV \ll k_B T$) : $S = 4k_B T G$, bruit thermique.
- hors équilibre ($eV \gg k_B T$) : $S = 4eI$, bruit de grenaille.

[F. Pistolesi, G. Bignon et F. W. J. Hekking, PRB (2004)]

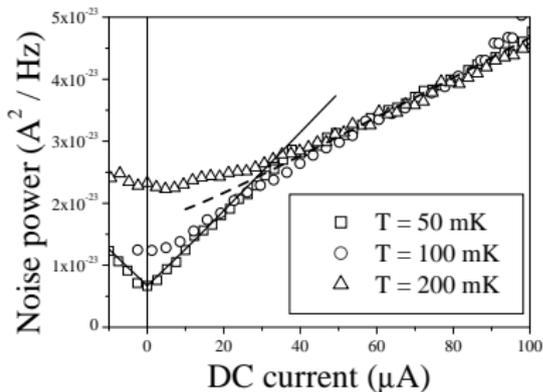
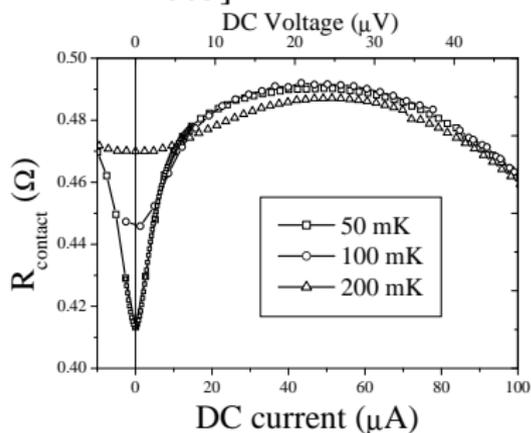
Le bruit

À l'équilibre thermodynamique, nous trouvons :

$$S(V, T) = 4e \coth(eV/k_B T) I(V, T).$$

- Valable pour les caractéristiques $I(V)$ non linéaires.

Contact supraconducteur (TiN) - Semiconducteur Si^{++} [F. Lefloch *et al.* PRL 2003]



Le bruit

À l'équilibre thermodynamique, nous trouvons :

$$S(V, T) = 4e \coth(eV/k_B T) I(V, T).$$

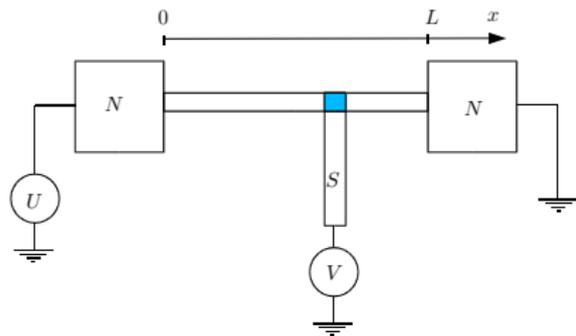
Remarque :

La démonstration utilise uniquement la relation $[Q_N, J] = 2eJ$,
où Q_N est l'opérateur « charge dans le réservoir normal ».

☞ Ce résultat reste valable en présence de désordre et d'interactions
(par exemple : blocage de Coulomb).

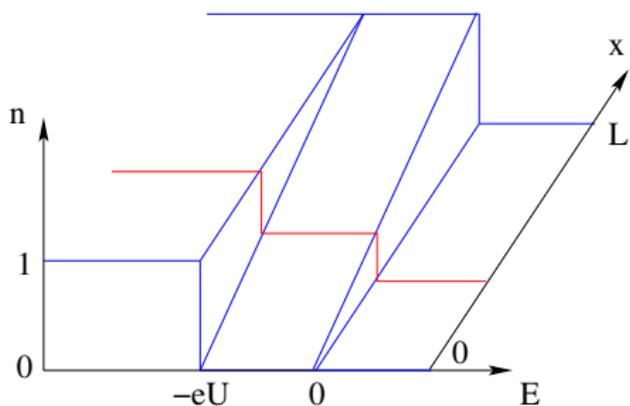
Un fil métallique hors-équilibre I

- ➞ Hors équilibre thermodynamique I et S sont indépendants.
- ➔ Exemple simple d'un fil métallique hors-équilibre.



[H. Pothier *et al.* *Z. Phys. B* (1997)]

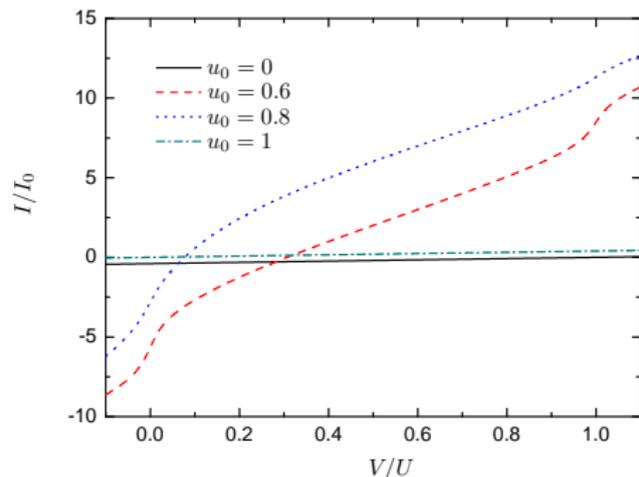
Pas collisions inélastiques et $T = 0$:



Un fil métallique hors-équilibre II

- Faible désordre dans le fil : $E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$,
- On fixe $eU = 200E_{\text{Th}}$,
- $u_0 = x/L$ détermine la position de la jonction NIS.

$$I_0 = \frac{G_T^2 E_{\text{Th}}}{4e G_W}$$

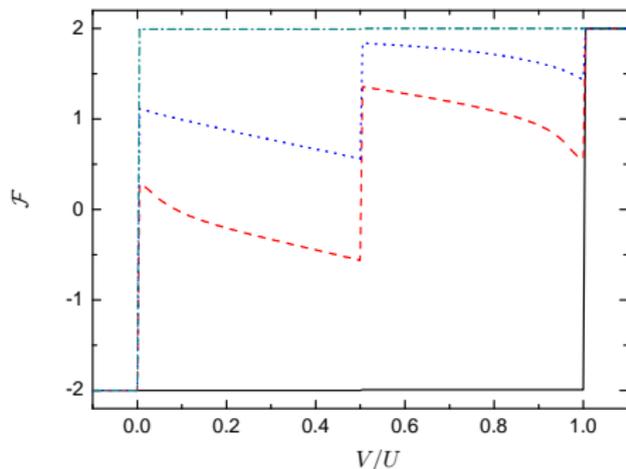
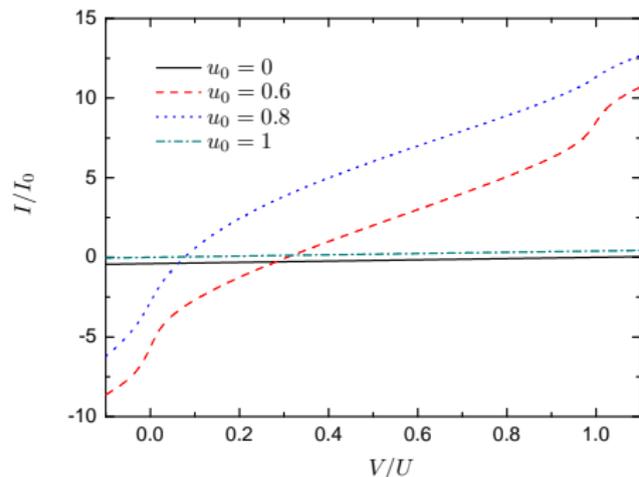


Un fil métallique hors-équilibre II

- Faible désordre dans le fil : $E_{\text{Th}} = \hbar D/L^2$,
- On fixe $eU = 200E_{\text{Th}}$,
- $u_0 = x/L$ détermine la position de la jonction NIS.

$$I_0 = \frac{G_T^2 E_{\text{Th}}}{4e G_W}$$

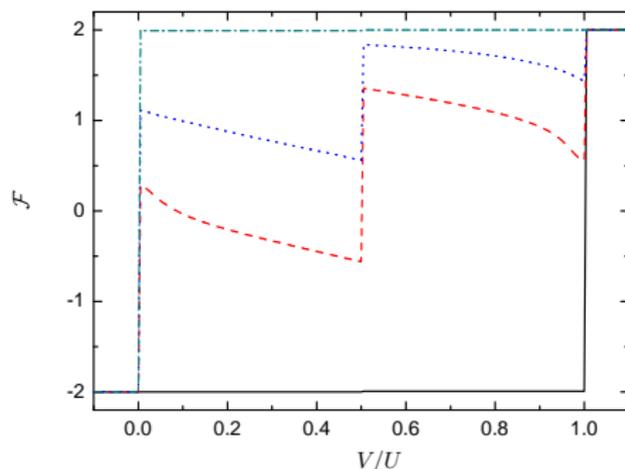
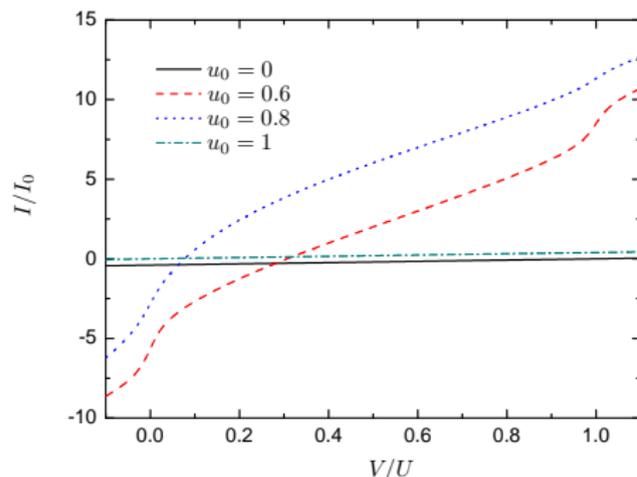
$$\mathcal{F} = \frac{\partial S / \partial V}{2e \partial I / \partial V}$$



Un fil métallique hors-équilibre II

$$I_0 = \frac{G_T^2 E_{\text{Th}}}{4e G_W}$$

$$\mathcal{F} = \frac{\partial S / \partial V}{2e \partial I / \partial V}$$

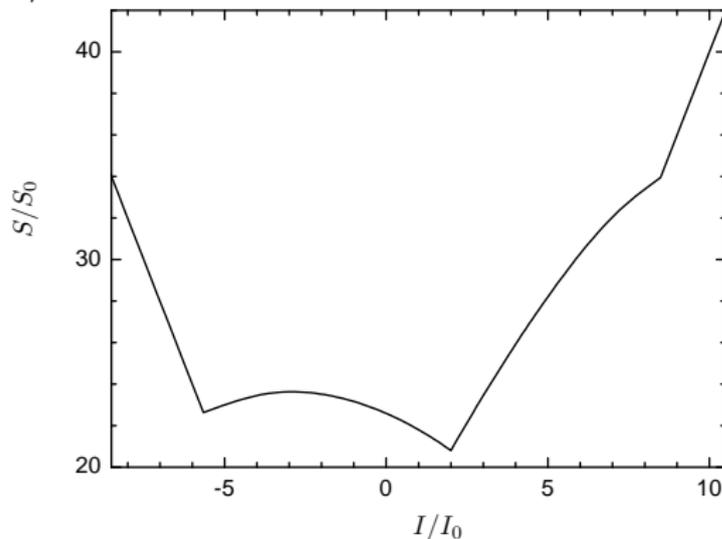


- Origine des discontinuités : $n(\xi)$ à $T = 0$.
- $\partial N_{\leftrightarrow} / \partial V$ ont les mêmes discontinuités.
- $I \propto N_{\rightarrow} - N_{\leftarrow} \Rightarrow \partial I / \partial V$ lisse.

Un fil métallique hors-équilibre III

Maximum local de $S(I)$

$x/L = 0.6$ et $S_0 = eI_0$



- Relation linéaire quand $N_{\rightarrow} = 0$ ou $N_{\leftarrow} = 0$:
 $S = \pm 4eI$.

→ Résultats contrôlés avec la théorie des circuits.

Plan de l'exposé

Introduction

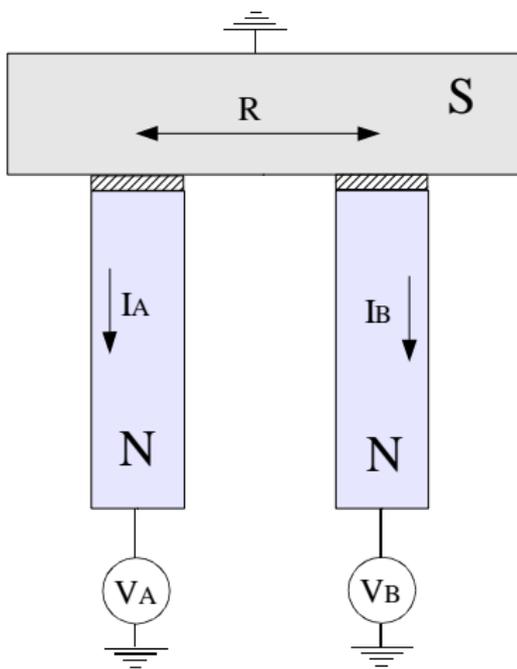
Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

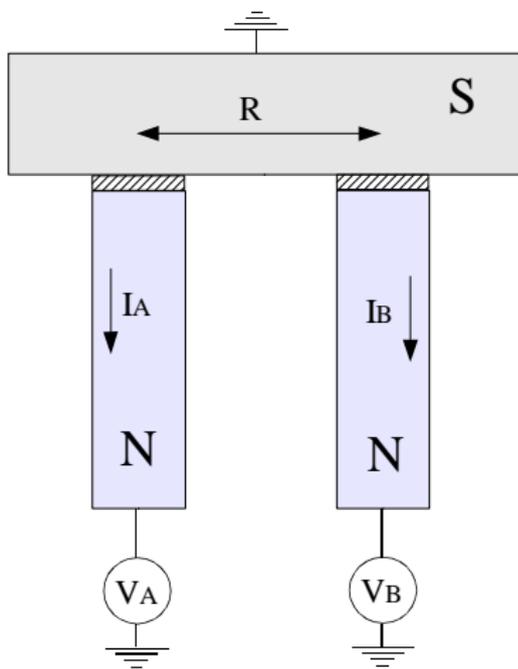
Conclusion

Supraconducteur connecté à deux métaux normaux



$$S_{AB} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt [\langle \{I_A(t), I_B(0)\} \rangle - 2\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle]$$

Supraconducuteur connecté à deux métaux normaux



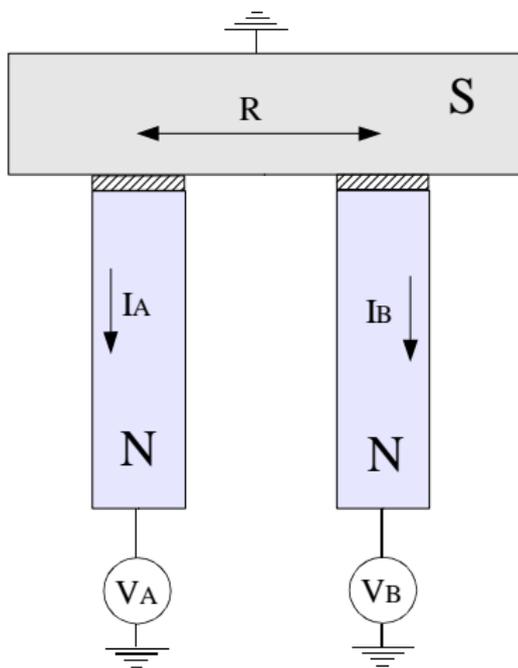
$$S_{AB} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt [\langle \{I_A(t), I_B(0)\} \rangle - 2\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle]$$

Signe de la corrélation croisée

- Pour des fermions sans interaction $S_{AB} < 0$ [M. Büttiker, PRB (1992)]
- Avec réservoir supraconducteur, il a été prédit [T. Martin, Phys. Lett. A (1996)] que $S_{AB} > 0$ est possible.

☞ Cette structure permet d'observer simplement (ajustement de V_A et V_B) un changement de signe de S_{AB} .

Supraconducteur connecté à deux métaux normaux



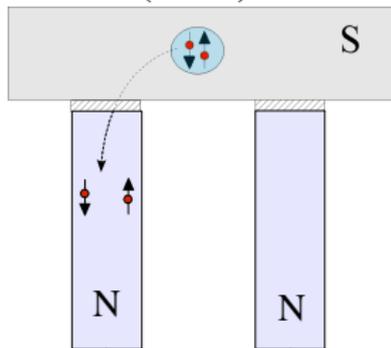
$$S_{AB} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt [\langle \{I_A(t), I_B(0)\} \rangle - 2\langle I_A \rangle \langle I_B \rangle]$$

☞ Structure qui permet de sonder la taille des paires de Cooper :

- Par des mesures de conductance [G. Falci *et al.*, EPL (2001)],
- par la mesure de **la corrélation croisée**.

Processus qui dominant sous le gap

Réflexion Andreev Directe (DAR)



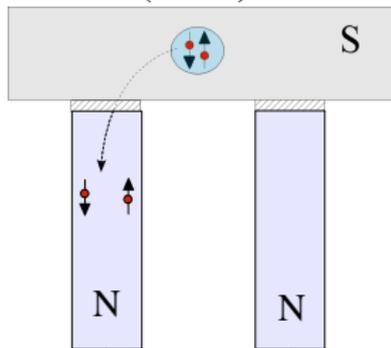
Réflexion Andreev
Croisée (CAR)

Cotunneling Elastique
(EC)

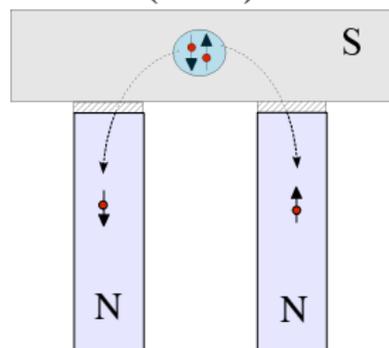
← CAR et EC dépendent du rapport $\frac{\text{distance entre les jonctions}}{\text{taille des paires de Cooper}} = \frac{R}{\xi_0}$

Processus qui dominant sous le gap

Réflexion Andreev
Directe (DAR)



Réflexion Andreev
Croisée (CAR)

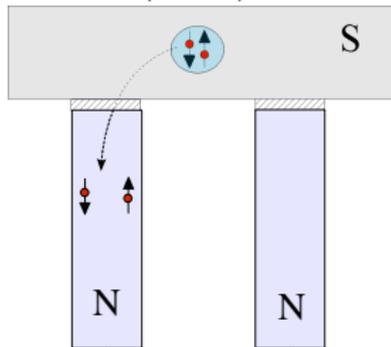


Cotunneling Elastique
(EC)

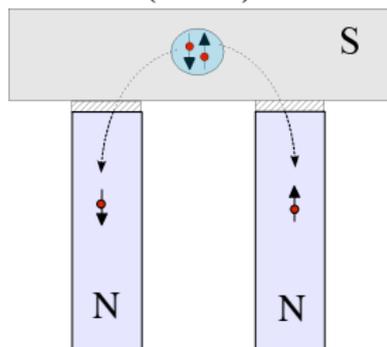
← CAR et EC dépendent du rapport $\frac{\text{distance entre les jonctions}}{\text{taille des paires de Cooper}} = \frac{R}{\xi_0}$

Processus qui dominant sous le gap

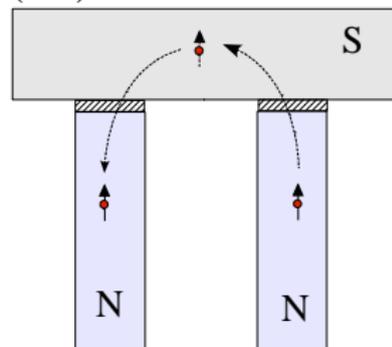
Réflexion Andreev
Directe (DAR)



Réflexion Andreev
Croisée (CAR)



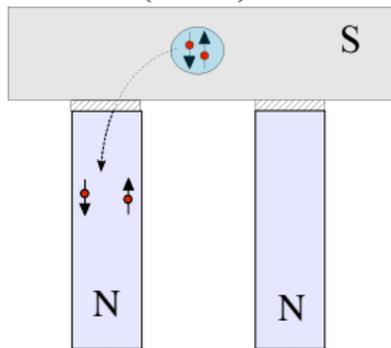
Cotunneling Elastique
(EC)



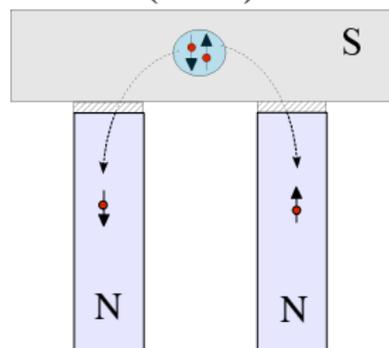
← CAR et EC dépendent du rapport $\frac{\text{distance entre les jonctions}}{\text{taille des paires de Cooper}} = \frac{R}{\xi_0}$

Processus qui dominant sous le gap

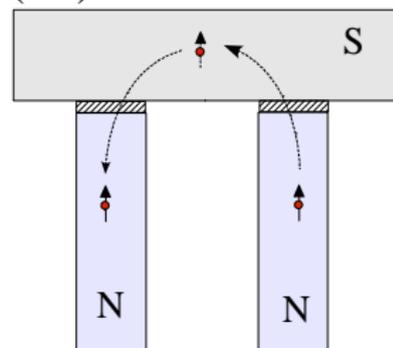
Réflexion Andreev
Directe (DAR)



Réflexion Andreev
Croisée (CAR)



Cotunneling Elastique
(EC)



➔ CAR et EC dépendent du rapport $\frac{\text{distance entre les jonctions}}{\text{taille des paires de Cooper}} = \frac{R}{\xi_0}$

Modélisation

Modèle : deux hamiltoniens tunnel d'amplitude tunnel $t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A$ et $t_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^B$

→ Amplitudes des processus à basse énergie ($eV_A, eV_B, k_B T \ll \Delta$) :

$$\text{DAR : } A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{AA} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^A u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left[\frac{1}{\xi_{\mathbf{k}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{p}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} \right]$$

$$\text{CAR : } A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{AB} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^B u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left[\frac{1}{\xi_{\mathbf{k}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{p}}^B + eV_B - E_{\mathbf{q}}} \right]$$

$$\text{EC : } T_{\mathbf{k}\mathbf{p}} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^{B*} \left[\frac{u_{\mathbf{q}}^2}{E_{\mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{p}} - eV_B} - \frac{v_{\mathbf{q}}^2}{E_{\mathbf{q}} + \xi_{\mathbf{k}} + eV_A} \right]$$

$$H^{\text{eff}} = H_N^A + H_N^B + \sum_{\alpha, \beta} [J_{\alpha\beta} + h.c.] + T + T^\dagger$$

$$\text{avec } J_{\alpha\beta} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}} A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{\alpha\beta} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\alpha\dagger} c_{\mathbf{p}\downarrow}^{\beta\dagger} \quad \text{et} \quad T = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}\sigma} T_{\mathbf{k}\mathbf{p}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{A\dagger} c_{\mathbf{p}\sigma}^B$$

Modélisation

Modèle : deux hamiltoniens tunnel d'amplitude tunnel $t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A$ et $t_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^B$

→ Amplitudes des processus à basse énergie ($eV_A, eV_B, k_B T \ll \Delta$) :

$$\text{DAR : } A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{AA} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^A u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left[\frac{1}{\xi_{\mathbf{k}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{p}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} \right]$$

$$\text{CAR : } A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{AB} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}^B u_{\mathbf{q}} v_{\mathbf{q}} \left[\frac{1}{\xi_{\mathbf{k}}^A + eV_A - E_{\mathbf{q}}} + \frac{1}{\xi_{\mathbf{p}}^B + eV_B - E_{\mathbf{q}}} \right]$$

$$\text{EC : } T_{\mathbf{k}\mathbf{p}} = \sum_{\mathbf{q}} t_{\mathbf{k}\mathbf{q}}^A t_{\mathbf{p}\mathbf{q}}^{B*} \left[\frac{u_{\mathbf{q}}^2}{E_{\mathbf{q}} - \xi_{\mathbf{p}} - eV_B} - \frac{v_{\mathbf{q}}^2}{E_{\mathbf{q}} + \xi_{\mathbf{k}} + eV_A} \right]$$

$$H^{\text{eff}} = H_N^A + H_N^B + \sum_{\alpha, \beta} [J_{\alpha\beta} + h.c.] + T + T^\dagger$$

$$\text{avec } J_{\alpha\beta} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}} A_{\mathbf{k}\mathbf{p}}^{\alpha\beta} c_{\mathbf{k}\uparrow}^{\alpha\dagger} c_{\mathbf{p}\downarrow}^{\beta\dagger} \quad \text{et} \quad T = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{p}\sigma} T_{\mathbf{k}\mathbf{p}} c_{\mathbf{k}\sigma}^{A\dagger} c_{\mathbf{p}\sigma}^B$$

Courant et corrélation croisée

Courant

$$I_A = I_A^0(V_A, T) + G_{CAR}(V_A + V_B) + G_{EC}(V_A - V_B)$$

→ Conductance non-locale : $G_{AB} = \partial I_A / \partial V_B = G_{CAR} - G_{EC}$.
 G_{CAR} et G_{EC} dépendent de la géométrie des jonctions [G. Falci *et al.* EPL (2001)].

Courant et corrélation croisée

Courant

$$I_A = I_A^0(V_A, T) + G_{CAR}(V_A + V_B) + G_{EC}(V_A - V_B)$$

→ Conductance non-locale : $G_{AB} = \partial I_A / \partial V_B = G_{CAR} - G_{EC}$.

G_{CAR} et G_{EC} dépendent de la géométrie des jonctions [G. Falci *et al.* EPL (2001)].

Corrélation croisée :

$$S_{AB} = 2e \left[G_{CAR}(V_A + V_B) \coth \left(\frac{eV_A + eV_B}{2k_B T} \right) - G_{EC}(V_A - V_B) \coth \left(\frac{eV_A - eV_B}{2k_B T} \right) \right]$$

- Si $V_A = V_B = V$ et basse température :

$$S_{AB} = 4e^2 (G_{CAR}|V| - k_B T G_{EC}) \approx 4e^2 G_{CAR}|V|, \quad \text{positif.}$$

- Si $V_A = -V_B = U$ et basse température :

$$S_{AB} = -4e^2 (G_{EC}|U| - k_B T G_{CAR}) \approx -4e^2 G_{EC}|U|, \quad \text{négatif.}$$

Courant et corrélation croisée

Corrélation croisée :

$$S_{AB} = 2e \left[G_{CAR}(V_A + V_B) \coth \left(\frac{eV_A + eV_B}{2k_B T} \right) - G_{EC}(V_A - V_B) \coth \left(\frac{eV_A - eV_B}{2k_B T} \right) \right]$$

- Si $V_A = V_B = V$ et basse température :

$$S_{AB} = 4e^2 (G_{CAR}|V| - k_B T G_{EC}) \approx 4e^2 G_{CAR}|V|, \quad \text{positif.}$$

- Si $V_A = -V_B = U$ et basse température :

$$S_{AB} = -4e^2 (G_{EC}|U| - k_B T G_{CAR}) \approx -4e^2 G_{EC}|U|, \quad \text{négatif.}$$

☞ Prédiction quantitative d'un changement de signe par simple ajustement des potentiels.

☞ Mesure sélective de G_{CAR} et G_{EC} qui dépendent de R/ξ_0 .

[G. Bignon, M. Houzet, F. Pistolesi et F. W. J. Hekking, EPL (2004)]

Calcul de G_{CAR} et G_{EC}

- Limite balistique ($l \gg \xi_b = \hbar v_F / \Delta$)

Pour des jonctions ponctuelles [G. Falci *et al.*, EPL (2001)] :

$$\begin{pmatrix} G_{CAR} \\ G_{EC} \end{pmatrix} = \frac{G_{TA} G_{TB}}{g_Q} \frac{\mathcal{S}_A k_F^2}{3\pi} \frac{\mathcal{S}_B k_F^2}{3\pi} \frac{e^{-2R/\xi_b}}{(k_F R)^4} \begin{pmatrix} \cos^2(k_F R) \\ \sin^2(k_F R) \end{pmatrix}.$$

→ Moyenne sur les canaux $\Rightarrow G_{CAR} = G_{EC}$, $G_{AB} = 0$.

- limite diffusive ($l \ll \xi_d = \sqrt{\hbar D / \Delta}$) [D. Feinberg, EPJB (2003), G. Bignon *et al.*, EPL (2004)] :

$$G_{CAR} = G_{EC} = \frac{1}{4\pi \nu_S g_Q} \iint_{S_A, S_B} d^2 \mathbf{r}_A d^2 \mathbf{r}_B g_{TA}(\mathbf{r}_A) g_{TB}(\mathbf{r}_B) \text{Re} [P_{2i\Delta}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)]$$

P est un Cooperon, solution de : $[-i\varepsilon - \hbar D \Delta_{\mathbf{r}}] P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

→ Pour avoir $G_{AB} \neq 0$: réservoirs ferromagnétiques [G. Falci *et al.* EPL (2004)], interfaces transparentes [R. Mélin, D. Feinberg PRB (2004)].

Calcul de G_{CAR} et G_{EC}

- Limite balistique ($l \gg \xi_b = \hbar v_F / \Delta$)

Pour des jonctions ponctuelles [G. Falci *et al.*, EPL (2001)] :

$$\begin{pmatrix} G_{CAR} \\ G_{EC} \end{pmatrix} = \frac{G_{TA} G_{TB}}{g_Q} \frac{\mathcal{S}_A k_F^2}{3\pi} \frac{\mathcal{S}_B k_F^2}{3\pi} \frac{e^{-2R/\xi_b}}{(k_F R)^4} \begin{pmatrix} \cos^2(k_F R) \\ \sin^2(k_F R) \end{pmatrix}.$$

→ Moyenne sur les canaux $\Rightarrow G_{CAR} = G_{EC}$, $G_{AB} = 0$.

- limite diffusive ($l \ll \xi_d = \sqrt{\hbar D / \Delta}$) [D. Feinberg, EPJB (2003), G. Bignon *et al.*, EPL (2004)] :

$$G_{CAR} = G_{EC} = \frac{1}{4\pi \nu_S g_Q} \iint_{S_A, S_B} d^2 \mathbf{r}_A d^2 \mathbf{r}_B g_{TA}(\mathbf{r}_A) g_{TB}(\mathbf{r}_B) \operatorname{Re} [P_{2i\Delta}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)]$$

P est un Cooperon, solution de : $[-i\varepsilon - \hbar D \Delta_{\mathbf{r}}] P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

→ Pour avoir $G_{AB} \neq 0$: réservoirs ferromagnétiques [G. Falci *et al.* EPL (2004)], interfaces transparentes [R. Mélin, D. Feinberg PRB (2004)].

Calcul de G_{CAR} et G_{EC}

- Limite balistique ($l \gg \xi_b = \hbar v_F / \Delta$)

Pour des jonctions ponctuelles [G. Falci *et al.*, EPL (2001)] :

$$\begin{pmatrix} G_{CAR} \\ G_{EC} \end{pmatrix} = \frac{G_{TA} G_{TB}}{g_Q} \frac{\mathcal{S}_A k_F^2}{3\pi} \frac{\mathcal{S}_B k_F^2}{3\pi} \frac{e^{-2R/\xi_b}}{(k_F R)^4} \begin{pmatrix} \cos^2(k_F R) \\ \sin^2(k_F R) \end{pmatrix}.$$

→ Moyenne sur les canaux $\Rightarrow G_{CAR} = G_{EC}$, $G_{AB} = 0$.

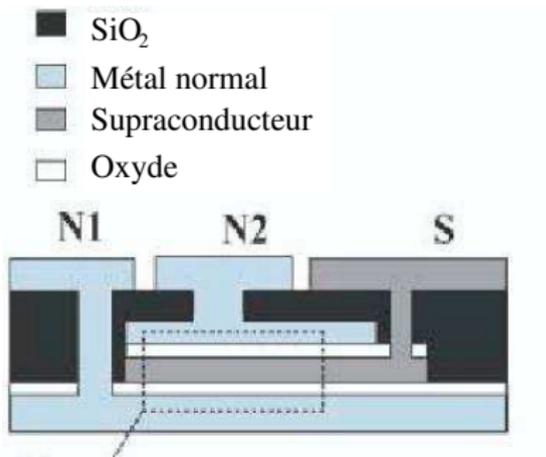
- limite diffusive ($l \ll \xi_d = \sqrt{\hbar D / \Delta}$) [D. Feinberg, EPJB (2003), G. Bignon *et al.*, EPL (2004)] :

$$G_{CAR} = G_{EC} = \frac{1}{4\pi \nu_S g_Q} \iint_{S_A, S_B} d^2 \mathbf{r}_A d^2 \mathbf{r}_B g_{TA}(\mathbf{r}_A) g_{TB}(\mathbf{r}_B) \operatorname{Re} [P_{2i\Delta}(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)]$$

P est un Cooperon, solution de : $[-i\varepsilon - \hbar D \Delta_{\mathbf{r}}] P(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

→ Pour avoir $G_{AB} \neq 0$: réservoirs ferromagnétiques [G. Falci *et al.* EPL (2004)], interfaces transparentes [R. Mélin, D. Feinberg PRB (2004)].

Une expérience récente



[S. Russo, M. Kroug, T. M. Klapwijk et A. F. Morpurgo PRL (2005)]

Environnement électromagnétique I

Hypothèse : $G_{AB} \neq 0$ à cause des interactions.

☞ Quel est l'effet du blocage de Coulomb sur G_{AB} ?

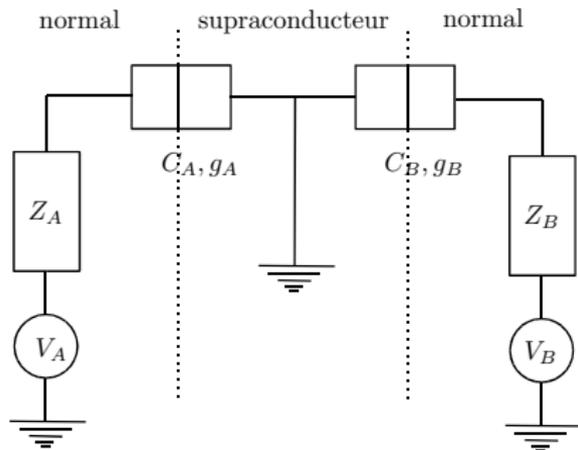
- Théorie du « $P(E)$ » ([G. L. Ingold et Y. V. Nazarov (1992)]).
- Lors d'un passage tunnel, il y a échange d'énergie avec l'environnement.
- Les courants élémentaires CAR et EC ne sont plus linéaires.

☞ N'explique pas les observations de Russo *et al.* car $k_B T \gg E_c = e^2/(2C)$ dans leur expérience.

Environnement électromagnétique I

Hypothèse : $G_{AB} \neq 0$ à cause des interactions.

☞ Quel est l'effet du blocage de Coulomb sur G_{AB} ?

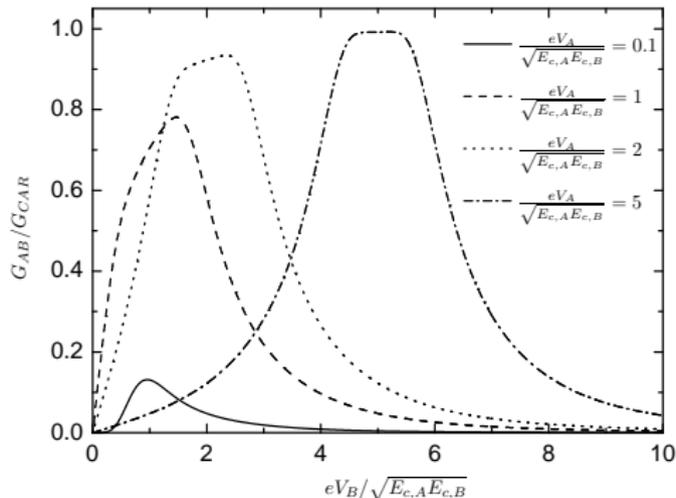
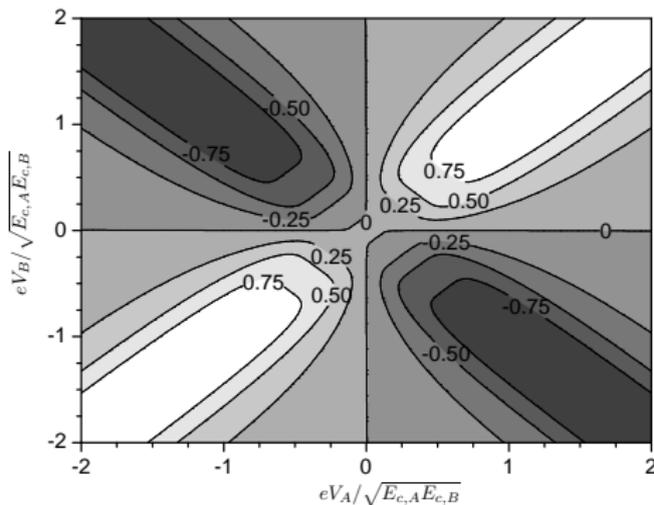


- Théorie du « $P(E)$ » ([G. L. Ingold et Y. V. Nazarov (1992)]).
- Lors d'un passage tunnel, il y a échange d'énergie avec l'environnement.
- Les courants élémentaires CAR et EC ne sont plus linéaires.

☞ N'explique pas les observations de Russo *et al.* car $k_B T \gg E_c = e^2 / (2C)$ dans leur expérience.

Environnement électromagnétique II

Environnement ohmique, on a posé $T = 0$ et $G_{CAR} = G_{EC}$,
 $E_{c,A} = E_{c,B}$, $g_A/g_Q = 0.2$ et $g_B/g_Q = 5$.



☞ Une conductance non locale finie est créée par les interactions.

Plan de l'exposé

Introduction

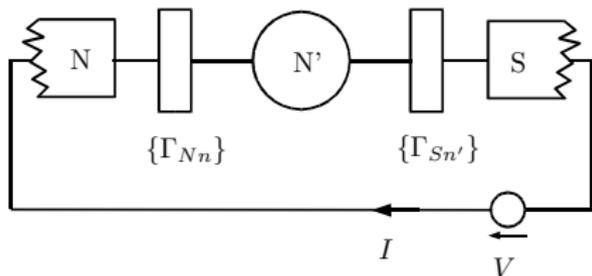
Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

Conclusion

Double barrière N-N'-S



$$(eV, k_B T) \ll \Delta,$$

$\{\Gamma_{Nn}\}$ et $\{\Gamma_{Sn'}\}$ caractérisent les interfaces.

- Structure de type Fabry-Perot où les interférences doivent être maximales \Rightarrow forte dépendance en énergie du bruit et du courant.
- Conductance étudiée pour des transparences constantes [A. A. Clerk, P. W. Brouwer et V. Ambegaokar, PRB (2000)].
- *Full Counting Statistics* obtenue pour des barrières tunnels [P. Samuelsson, PRB (2003)]

☞ On étudie la dépendance en énergie du bruit pour des interfaces quelconques.

Modélisation d'un supraconducteur diffusif

Équation d'Usadel

La fonction de Green quasi-classique \check{G} (matrice 4×4 dans l'espace de Nambu-Keldysh) dans un supraconducteur diffusif est solution de [K. D. Usadel, PRL (1970)] :

$$[\varepsilon\check{\tau}_3 + \check{\Delta}, \check{G}] - iD\nabla_{\mathbf{R}} (\check{G}\nabla_{\mathbf{R}}\check{G}) = 0, \quad \text{avec} \quad \check{G}^2 = \check{\mathbb{1}}$$

Conditions aux bords

- \check{G} est connu dans les réservoirs,
- On introduit un champ de comptage λ [Y. V. Nazarov, Ann. Phys. (1999)] : transformation de jauge de \check{G} dans un réservoir qui permet d'obtenir la statistique complète du transport de charge (*Full Counting Statistics*) :

$$\bullet \quad I = I(\lambda)|_{\lambda=0} \quad , \quad S = 2ei \frac{\partial I(\lambda)}{\partial \lambda} |_{\lambda=0}$$

Modélisation de N-N'-S II

Equation donnant \check{G} (Théorie des circuits [Y. V. Nazarov (1999)]) :

$$\check{I}_N + \check{I}_S + \check{I}_E = 0 \text{ avec}$$

- $\check{I}_N = g_Q \sum_n \frac{2 \Gamma_{Nn} [\check{G}_N(\lambda), \check{G}(\lambda)]}{4 + \Gamma_{Nn} (\{\check{G}_N(\lambda), \check{G}(\lambda)\} - 2)}$
- $\check{I}_S = g_Q \sum_n \frac{2 \Gamma_{Sn} [\check{G}_S, \check{G}(\lambda)]}{4 + \Gamma_{Sn} (\{\check{G}_S, \check{G}(\lambda)\} - 2)}$
- $\check{I}_E = -g_Q \frac{2i\pi E}{\delta} [\check{G}_E, \check{G}(\lambda)]$

→ \check{G}_N , \check{G}_S et \check{G}_E sont connus, il faut trouver \check{G} qui décrit l'état de N'.

☞ Solution simple dans le cas tunnel [P. Samuelsson, PRB (2003)] mais inconnue pour des interfaces quelconques.

Résolution

Développement au voisinage de $\lambda = 0$:

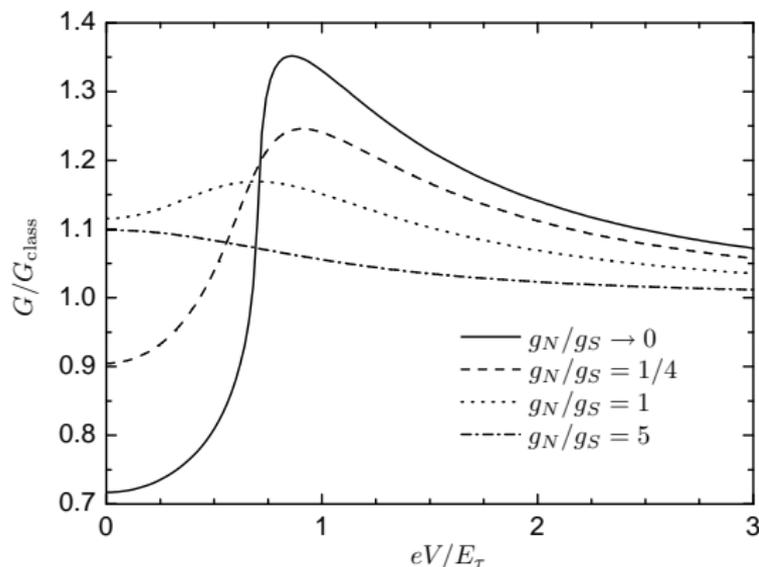
$$\check{G}(\lambda) = \check{G}_0 - i\frac{\lambda}{2}\check{G}_1 + \mathcal{O}(\lambda^2)$$

- \check{G}_0 donne le courant, paramétrisation connue,
- \check{G}_1 donne le bruit, paramétrisation de [M. Houzet, F. Pistolesi PRL (2004)] .

⇒ On obtient la dépendance en énergie du courant et du bruit pour n'importe quelle interface.

Conductance ($T = 0$)

N-N' et N'-S sont des barrières désordonnées :

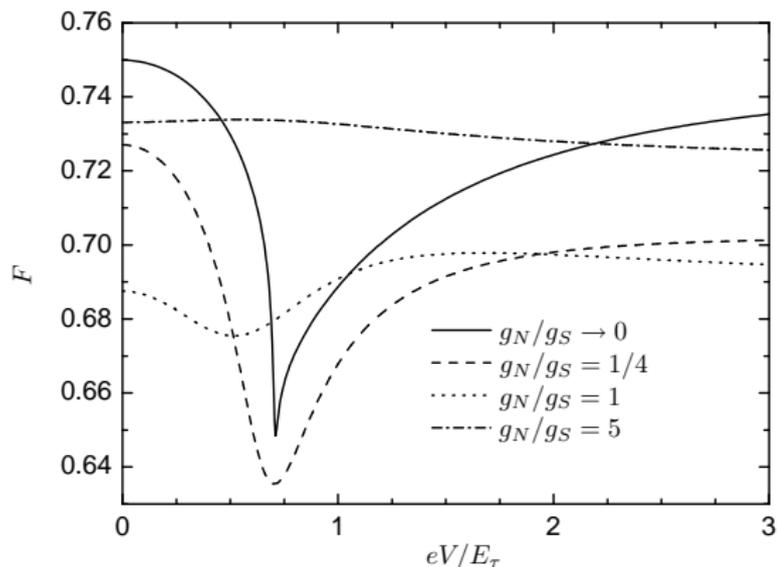


$$\rho(\Gamma) = \frac{g}{g_Q} \frac{1}{\pi \Gamma^{3/2} \sqrt{1-\Gamma}}$$

[K. M. Schep et
G. E. W. Bauer, PRL
(1999).]

Le bruit ($T = 0$)

N-N' et N'-S sont des barrières désordonnées :



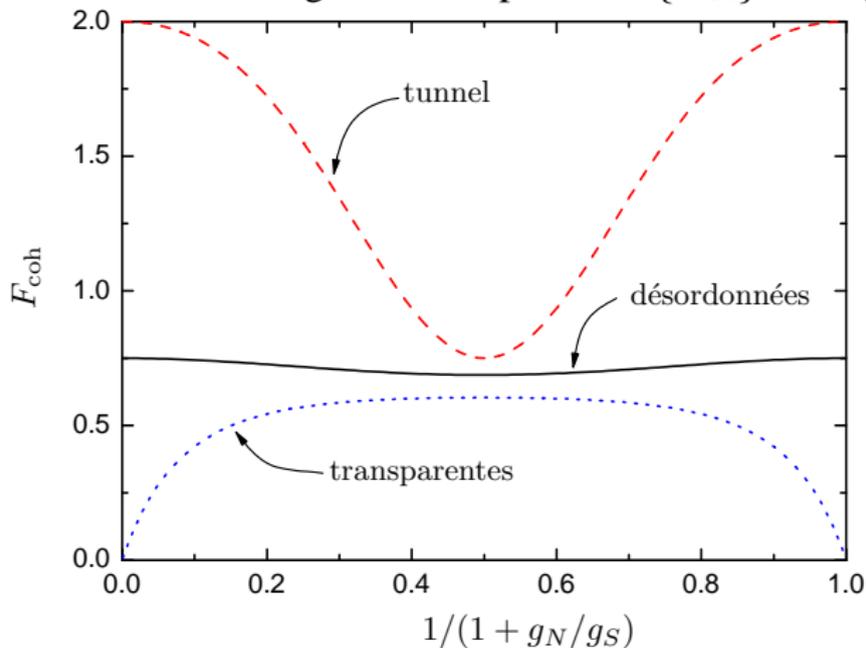
Facteur de Fano
différentiel :

$$F = \frac{1}{2e} \frac{\partial S / \partial V}{\partial I / \partial V}$$

Le bruit ($T = 0$)

Limite cohérente ($eV \ll E_\tau$)

Invariance sous l'échange des transparences $\{\Gamma_{Nn}\} \longleftrightarrow \{\Gamma_{Sn}\}$



Le bruit ($T = 0$)

Effets des transparences

→ En pratique, la distribution des transparences d'une interface est inconnue.

☞ La dépendance en énergie du bruit aide à déterminer la distribution des transparences.

Plan de l'exposé

Introduction

Bruit dans une jonction tunnel métal normal - supraconducteur

Corrélations croisées dans les jonction NIS

Bruit en courant dans une double barrière N-N'-S

Conclusion

Conclusion et perspectives

Conclusion

- Relation universelle entre le bruit et le courant dans une jonction NIS. Elle peut être cassée par une mise hors-équilibre thermodynamique.
- La corrélation croisée change de signe et est une mesure directe des amplitudes de la réflexion Andreev croisée et du cotunneling élastique.
- La dépendance en énergie du bruit dans une double barrière apporte des informations nouvelles sur la transparence des interfaces.

Perspectives

- Expliquer les observations de Russo *et al.*,
- Mesurer la corrélation croisée.

Conclusion et perspectives

Conclusion

- Relation universelle entre le bruit et le courant dans une jonction NIS. Elle peut être cassée par une mise hors-équilibre thermodynamique.
- La corrélation croisée change de signe et est une mesure directe des amplitudes de la réflexion Andreev croisée et du cotunneling élastique.
- La dépendance en énergie du bruit dans une double barrière apporte des informations nouvelles sur la transparence des interfaces.

Perspectives

- Expliquer les observations de Russo *et al.*,
- Mesurer la corrélation croisée.