



HAL
open science

Etude du couplage instationnaire calculs-expériences en écoulements turbulents

Laurent Perret

► **To cite this version:**

Laurent Perret. Etude du couplage instationnaire calculs-expériences en écoulements turbulents. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université de Poitiers, 2004. Français. NNT : . tel-00011370

HAL Id: tel-00011370

<https://theses.hal.science/tel-00011370>

Submitted on 12 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS
Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
(Diplôme National - Arrêté du 25 avril 2002)
Ecole doctorale : Sciences pour l'ingénieur
Secteur de Recherche : Mécanique des Milieux Fluides

Présentée par

Laurent PERRET

ETUDE DU COUPLAGE INSTATIONNAIRE CALCULS-EXPERIENCES EN ECOULEMENTS TURBULENTS.

Directeurs de Thèse

J.-P. BONNET J. DELVILLE

Thèse soutenue le 16 décembre 2004
devant la commission d'Examen

JURY

W.K GEORGE	Professeur, Chalmers University of Technology, Suède	Président
P. SAGAUT	Professeur, Université Paris VI	Rapporteur
M. STANISLAS	Professeur, Ecole Centrale de Lille	Rapporteur
J.-P. BONNET	Directeur de Recherches CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
J. DELVILLE	Ingénieur de Recherches, CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
A. KOURTA	Chargé de recherche CNRS, IMFT, Toulouse	Examineur

INVITES

R. MANCEAU	Chargé de recherche CNRS, LEA, Poitiers
E. PAULOUIN	Ingénieur DGA Spécialiste Aérodynamique

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS
Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
(Diplôme National - Arrêté du 25 avril 2002)
Ecole doctorale : Sciences pour l'ingénieur
Secteur de Recherche : Mécanique des Milieux Fluides

Présentée par

Laurent PERRET

ETUDE DU COUPLAGE INSTATIONNAIRE CALCULS-EXPERIENCES EN ECOULEMENTS TURBULENTS.

Directeurs de Thèse

J.-P. BONNET J. DELVILLE

Thèse soutenue le 16 décembre 2004
devant la commission d'Examen

JURY

W.K GEORGE	Professeur, Chalmers University of Technology, Suède	Président
P. SAGAUT	Professeur, Université Paris VI	Rapporteur
M. STANISLAS	Professeur, Ecole Centrale de Lille	Rapporteur
J.-P. BONNET	Directeur de Recherches CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
J. DELVILLE	Ingénieur de Recherches, CNRS, CEAT/LEA, Poitiers	Examineur
A. KOURTA	Chargé de recherche CNRS, IMFT, Toulouse	Examineur

INVITES

R. MANCEAU	Chargé de recherche CNRS, LEA, Poitiers
E. PAULOUIN	Ingénieur DGA Spécialiste Aérodynamique

Avant-propos

L'étude présentée ici a été effectuée au Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques (L.E.A.), au Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques (C.E.A.T.) de Poitiers, sous la direction conjointe de Messieurs Jean-Paul Bonnet, Directeur de Recherches au CNRS, et de Joël Delville, Ingénieur de Recherches au CNRS.

Je remercie J.P. Bonnet d'avoir accepté la direction de cette thèse et de m'avoir accueilli au L.E.A.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à J. Delville pour son enthousiasme et son dynamisme communicatifs ainsi que pour son aide et sa disponibilité qui m'ont permis de mener à bien cette étude. Je tiens également à le remercier pour m'avoir initié et donné le goût de la recherche.

Je suis particulièrement reconnaissant envers les Professeurs P. Sagaut de l'Université de Paris VI et M. Stanislas de l'Ecole Centrale de Lille d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse et surtout d'en être les rapporteurs.

J'exprime également mes remerciements à Monsieur A. Kourta, Chargé de Recherches CNRS, et à Monsieur W.K. George, Professeur à l'Université de Chalmers, Suède, pour m'avoir fait l'honneur de prendre sur leur temps pour juger de ce travail. Je tiens à associer à ces remerciements Madame E. Paulouin, Ingénieur D.G.A. pour avoir répondu positivement à mon invitation à la soutenance de cette thèse.

Je tiens à remercier spécialement Rémi Manceau pour avoir assisté à la soutenance de cette thèse et surtout pour son aide et sa disponibilité lors de la réalisation des simulations numériques de ce projet.

Ma reconnaissance s'adresse également à Patrick Braud et Laurent David, sans qui une grande partie de cette thèse n'aurait été possible, pour leur disponibilité et leurs compétences.

Que Henri Garem trouve ici l'expression de mes remerciements pour sa précieuse aide technique et pour son accueil chaleureux au C.E.A.T. Je tiens également à remercier particulièrement Carine Fourment pour son aide lors de la réalisation des expériences de cette étude, notamment pour la mise en œuvre des sondes à fils chauds.

Je ne peux oublier l'ensemble du personnel du C.E.A.T. qui a contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ces travaux. Je remercie en particulier Michel Bachelier et sa bonne humeur caractéristique pour ses interventions informatiques. J'adresse un grand merci à François, Caroline, Fabienne, Estelle, Malick et James pour le temps partagé dans le bureau ou ailleurs, et aussi à Anton, Itham, Romain, Ricardo, Steve, Alex, Carine, Samuel, Jean-Marc et tous les autres.

Enfin, je remercie profondément ma famille et mes amis pour leurs encouragements et leur soutien.

Cette étude n'aurait pu être possible sans le soutien financier de la Délégation Générale pour l'Armement par l'intermédiaire des différents contrats de recherche et allocations de recherche. Que les responsables de cet organisme trouvent ici l'expression de notre reconnaissance pour l'intérêt et la confiance qu'ils ont accordé à notre travail.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Revue bibliographique	7
2.1	Simulations numériques et conditions d'entrée	7
2.1.1	Principaux types de simulations instationnaires	7
2.1.2	La génération de conditions amont	10
2.1.3	Synthèse	19
2.2	Notion de structures cohérentes	20
2.2.1	Définitions	20
2.2.2	Méthodes de détection et d'identification	21
2.2.3	Structures et décomposition du champ de vitesse	22
2.2.4	Synthèse	23
2.3	Écoulement étudié : la couche de mélange	23
2.3.1	L'écoulement de couche de mélange	24
2.3.2	Influence de l'effet de sillage sur l'écoulement de couche de mélange	30
2.3.3	Synthèse	37
2.4	Conclusions	37
3	Approches stochastiques	39
3.1	Décomposition Orthogonale (POD)	39
3.1.1	Formalisme mathématique	40
3.1.2	POD classique et Snapshot POD	42
3.1.3	POD et analyse harmonique	43
3.1.4	Formulation discrète	44
3.1.5	Extrapolation des fonctions propres POD	45
3.2	Estimation Stochastique Linéaire (LSE)	47
3.2.1	Introduction	47
3.2.2	Formalisme mathématique	48
3.3	Méthode complémentaire	50
4	Analyse et extension des approches GCA antérieures	53
4.1	Lien POD-LSE	53
4.1.1	Introduction	53
4.1.2	Relation entre les deux approches	54
4.1.3	Conclusions	59
4.2	Choix optimal des sondes	60
4.2.1	Formalisme mathématique	61
4.2.2	Résultats	62

4.3	Modélisation du tenseur des corrélations spatiales	64
4.3.1	Motivations	64
4.3.2	Description du modèle	64
4.3.3	Applications	66
4.3.4	Synthèse	68
4.4	Conclusions	68
5	Développement d'une nouvelle méthode de couplage	71
5.1	Déconvolution sélective et extrapolation	71
5.1.1	Extrapolation et périodicité latérale	72
5.1.2	Formalisme de la déconvolution sélective	72
5.2	Systèmes dynamiques et POD-Galerkin	75
5.2.1	Introduction	75
5.2.2	Projection de Galerkin	76
5.2.3	Formulation	77
5.2.4	Troncature et stabilisation	79
5.3	Identification polynomiale de système dynamique	80
5.3.1	Introduction	80
5.3.2	Méthode d'identification polynomiale	81
5.3.3	Application au système de Lorenz	83
5.4	Conclusions	85
6	Qualification et analyse des écoulements étudiés	87
6.1	Configurations expérimentales	88
6.1.1	Conditions génératrices et repère de l'écoulement	88
6.1.2	Moyens de mesure	90
6.2	Visualisations tomographiques	91
6.3	Statistiques en un point	92
6.3.1	Champs moyens de vitesse	92
6.3.2	Caractérisation de la turbulence	96
6.3.3	Bilan du transport de l'énergie cinétique turbulente	99
6.3.4	Analyse spectrale des écoulements	101
6.3.5	Filtrage spectral par décomposition de Fourier	104
6.4	Structurations des grandes échelles	107
6.4.1	Corrélations spatio-temporelles	107
6.4.2	Analyse POD	111
6.5	Conclusions	113
7	Elaboration d'un GCA à partir de mesures par DT-SPIV	117
7.1	Configuration expérimentale de la campagne de DT-SPIV	118
7.1.1	Chaîne d'acquisition	118
7.1.2	Ensemencement	119
7.1.3	Paramètres de mesure PIV	120
7.2	Précision de la mesure par SPIV deux plans	123
7.2.1	Analyse de la précision de reconstruction des trois composantes	124
7.2.2	Analyse de la précision du système SPIV deux plans	124
7.3	Grandeurs issues des mesures SPIV	127
7.3.1	Tensions de Reynolds	127
7.3.2	Corrélations spatiales en deux points	128
7.4	Analyse POD des champs PIV	130

7.4.1	Valeurs propres	130
7.4.2	Vecteurs propres	131
7.4.3	Influence du bruit de mesure sur la décomposition POD	137
7.4.4	Synthèse	138
7.5	Identification de systèmes dynamiques	139
7.5.1	Extraction des données nécessaires	139
7.5.2	Choix du paramètre τ	139
7.5.3	Formulation et résolution	141
7.5.4	Analyse des résultats	141
7.6	Extrapolation spatiale du champ de vitesse	146
7.6.1	Extrapolation des vecteurs propres POD	146
7.6.2	Validation de la reconstruction	149
7.7	Conclusions	151
8	Simulations numériques en configuration CMC	153
8.1	Présentation de la simulation numérique	154
8.1.1	La simulation aux grandes échelles	154
8.1.2	Code de calcul	156
8.1.3	Configuration d'écoulement simulée	157
8.1.4	Paramètres de calcul et maillage	158
8.1.5	Conditions aux limites	159
8.2	Conditions d'entrée	159
8.2.1	Principe de génération des coefficients temporels POD	161
8.2.2	Champs et dynamiques générés dans la section d'entrée	163
8.3	Résultats des simulations en couche de mélange classique	166
8.3.1	Champ moyen	166
8.3.2	Tensions de Reynolds	167
8.3.3	Champs instantanés	172
8.4	Conclusions	174
9	Conclusions et perspectives	177
9.1	Conclusions	177
9.2	Perspectives	180
	Bibliographie	183
A	Principe des approches GCA antérieures développées au LEA	195
B	POD Based Identification of Dynamical Systems for Flow Control	199
C	Spectres d'énergie des trois composantes de vitesse en configuration CME	205
D	Technique de mesure par imagerie de particules	209
D.1	Vélocimétrie par imagerie de particules bidimensionnelle (PIV)	209
D.1.1	Principe	209
D.1.2	Mise en œuvre	210
D.1.3	Traitement des images	212
D.2	PIV Stéréoscopique	214
D.2.1	Introduction	215
D.2.2	Configurations stéréoscopiques	215

D.2.3	Méthode de reconstruction du champ trois composantes	217
-------	--	-----

Table des figures

2.1	Comparaison entre LES et SDM	9
2.2	Simulation des grandes échelles d'un écoulement de marche descendante	13
2.3	Simulation d'une couche de mélange avec calculs précuseurs	15
2.4	Test de l'influence de la nature des conditions amont	16
2.5	Principe de couplage calculs-expériences	18
2.6	Extraction des structures cohérentes par POD et LSE	22
2.7	Tensions de Reynolds en couche de mélange	25
2.8	Bilan d'énergie cinétique turbulente en couche de mélange plane	26
2.9	Organisation principale en couche de mélange	27
2.10	Visualisation des structures cohérentes en couche de mélange	28
2.11	Scenario de formation des tourbillons longitudinaux	29
2.12	Réponse impulsionnelle d'un écoulement absolument instable et d'un écoulement convectivement instable	31
2.13	Modélisation du profil de vitesse longitudinale en couche de mélange avec effet de sillage	33
2.14	Analyse de stabilité de Wallace et Redekopp en couche de mélange avec effet de sillage	34
2.15	Simulation directe d'une couche de mélange avec bord de fuite de type culot	36
3.1	Extrapolation des trois des premiers modes POD de la composante v	46
3.2	Signaux instantanés originaux et estimés par LSE	49
3.3	Profil d'énergie du champ de vitesse original et estimé	50
4.1	Valeurs propres du champ reconstruit par LSE avec 2, 3 et 5 sondes de référence	55
4.2	Signaux instantanés de vitesse contenant 2 modes POD et estimés à partir de 2 sondes	57
4.3	Evolution de l'erreur E en fonction de N_{LSE} et N_{POD}	58
4.4	Evolution de l'erreur E en fonction de N_{POD} et de la position des sondes de référence	59
4.5	Evolution de l'erreur E_{aa} en fonction de la position des points de référence	63
4.6	Profils d'énergie obtenus par LSE, POD et méthode complémentaire	63
4.7	Corrélations spatiales mesurées and modélisées en configuration CME	66
4.8	Modes POD obtenus à partir des corrélations modélisées	67
4.9	Valeurs propres obtenues à partir des corrélations modélisées	67
5.1	Algorithme d'extrapolation par déconvolution sélective.	73
5.2	Etapes de déconvolution sélective d'un signal	74
5.3	Extrapolation d'une texture synthétique	75

5.4	Nombre de coefficients du système dynamique à déterminer	82
5.5	Echantillon utilisé pour l'identification polynomiale.	84
5.6	Portrait de phase du système identifié.	85
6.1	Coordonnées et notations dans la couche de mélange.	89
6.2	Visualisations instantanées des écoulements	92
6.3	Distribution longitudinale de la vitesse moyenne	93
6.4	Profils moyens de vitesse longitudinale en CMC	94
6.5	Evolution longitudinale du déficit de vitesse \bar{u}	94
6.6	Evolution longitudinale de δ_w	95
6.7	Evolution longitudinale des tensions de Reynolds en CME et CMC.	97
6.8	Superposition des profils de tensions de Reynolds en CMC.	98
6.9	Evolution longitudinale des maxima des tensions de Reynolds en CME et CMC.	98
6.10	Bilan d'énergie cinétique turbulente dans les configurations CME et CMC	100
6.11	Spectres des 3 composantes de vitesse en CMC	102
6.12	Spectres des 3 composantes de vitesse en CME	103
6.13	Spectres original, lissé et filtré	105
6.14	Tensions de Reynolds du champ de vitesse cohérente obtenu par filtrage spectral	106
6.15	Corrélations spatio-temporelles en CME et CMC	108
6.16	Corrélations spatio-temporelles en configuration de couche de mélange à plaque mince	108
6.17	Corrélations spatio-temporelle R_{ii} en CME	109
6.18	Corrélations spatio-temporelle R_{vv} en CME	110
6.19	Evolution longitudinale des deux premiers modes POD spatiale de u	111
6.20	Evolution longitudinale du rapport des deux premières valeurs propres de u en CME	112
6.21	Evolution longitudinale des deux premiers modes POD spatiale de v	112
6.22	Deux premiers modes POD spectrale	114
7.1	Dispositif expérimental de DT-SPIV	118
7.2	Chronogramme des illuminations laser	119
7.3	Modification de la soufflerie Eiffel	120
7.4	Convergence statistique des moments d'ordre 1 et 2	122
7.5	Algorithme de reconstruction des trois composantes en SPIV	123
7.6	Ecart type des mesures de déplacements en SPIV	125
7.7	Fonctions de densité de probabilité des vitesses en SPIV avec ou sans filtres polarisant	126
7.8	Erreur quadratique moyenne entre les champs des deux systèmes SPIV	127
7.9	Tensions de Reynolds obtenues par SPIV et fils chauds	128
7.10	Corrélations spatiales en deux points par SPIV et fils chauds en CME	129
7.11	Corrélations spatiales en deux points par SPIV et fils chauds en CMC	129
7.12	Convergence énergétique de la reconstruction POD	131
7.13	Valeurs propres POD obtenues par SPIV	131
7.14	Modes POD spatiaux 1, 2, 3, 5 en CME	133
7.15	Modes POD spatiaux 10, 12, 15, 20 en CME	134
7.16	Modes POD spatiaux 1, 2, 3, 5 en CMC	135
7.17	Modes POD spatiaux 10, 12, 15, 20 en CMC	136
7.18	Erreur relative $E_{\lambda_{12-34}}^{(n)}$	137

7.19	Produit scalaire $P_{12-34}^{(n)}$	138
7.20	Ecart type de la différence de vitesse en fonction de τ par anémométrie fils chauds	140
7.21	Portraits de phase obtenus en configuration CME	142
7.22	Coefficients $a^{(n)}(t)$ obtenus par système dynamique et spectres corres- pondant en CME	143
7.23	Séquence temporelle du champ de vitesse reconstruite par système dyna- mique en CME	143
7.24	Profil d'énergie cinétique turbulente reconstruite en CME	144
7.25	Portraits de phase obtenus en configuration CMC	145
7.26	Coefficients $a^{(n)}(t)$ obtenus par système dynamique et spectres corres- pondant en CMC	145
7.27	Séquence temporelle du champ de vitesse reconstruite par système dyna- mique en CMC	145
7.28	Vecteurs propres Snapshot POD extrapolés par déconvolution sélective	147
7.29	Vecteurs propres Snapshot POD extrapolés suivant Oy	148
7.30	Vecteurs propres Snapshot POD extrapolés suivant Oy et Oz	149
7.31	Champ de vitesse (v, w) reconstruit obtenu après extrapolation spatiale	149
7.32	Séquence temporelle du champ de vitesse (u, v) reconstruit après extra- polation spatiale	150
7.33	Isosurface de la composante verticale du champ de vitesse généré	150
8.1	Maillage utilisé pour les simulations numériques LES.	158
8.2	Principe de génération des conditions amont.	160
8.3	Isosurface de la composante verticale des conditions amont générées sui- vant les trois méthodes	164
8.4	Tensions de Reynolds normalisées des signaux de vitesse générés en condi- tions d'entrée suivant les trois méthodes	165
8.5	Spectre des signaux de vitesse générés suivant les trois méthodes	165
8.6	Evolution de l'épaisseur de vorticité pour différentes configuration de cal- cul LES. Profil moyen de vitesse longitudinale	166
8.7	Evolution longitudinale des profils des tensions de Reynolds dans les trois configurations de calcul	168
8.8	Evolution longitudinale des profils de $\overline{u'v'}$ dans les trois configurations de calcul	169
8.9	Evolution longitudinale des maxima de tensions de Reynolds pour les trois configurations de calcul	169
8.10	Evolution longitudinale d'énergie cinétique turbulente dans les trois confi- gurations de calcul	170
8.11	Evolution longitudinale du maximum de k pour les trois configurations de calcul	170
8.12	Profils de k et $\overline{u'v'}$ pour les trois configurations de calcul	171
8.13	Evolution longitudinale du maximum de k pour les trois configurations de calcul	172
8.14	Isosurface de la composante verticale pour les trois configurations de cal- cul : a) : SD, b) : RAND, c) : SD-RAND.	173
A.1	Interpolation des corrélations en deux points	196
A.2	Extrapolation des corrélations en deux points	196
A.3	Peigne bidimensionnel de sondes à fils chauds en X	196

A.4	Extrapolation suivant l'envergure des vecteurs propres POD	197
A.5	Extrapolation du champ de vitesse par LSE	198
C.1	Spectres des 3 composantes de vitesse en CME	206
C.2	Spectres des 3 composantes de vitesse en CME	207
C.3	Spectres des 3 composantes de vitesse en CME	208
D.1	Configuration expérimentale de mesure par PIV (d'après Raffel <i>et al.</i> [160]).	210
D.2	Fonction d'autocorrélation a), Fonction d'intercorrélation b) (d'après Raffel <i>et al.</i> [160]).	213
D.3	Déformation de la fenêtre d'analyse en fonction de l'ordre de troncature du champ de déplacement (d'après Scarano [177]).	214
D.4	Configuration stéréoscopique parallèle (d'après Prasad[157]).	216
D.5	Configuration stéréoscopique angulaire (d'après Prasad[157]).	217
D.6	Déformation d'un maillage cartésien dans le plan image lors de la projection sur le plan objet (d'après Prasad[157]).	217

Notations

a, b, n	Coefficients de la loi d'étalonnage d'un fil chaud
$a^{(n)}$	Coefficient de projection d'ordre (n)
$A_i^{(k)}(x)$	Coefficient LSE associé à la composante i , au point de référence k et à la position x
$b^{(n)}$	Coefficient temporel synthétique d'ordre (n)
$C(t, t')$	Corrélation temporelle utilisée en Snapshot POD
C_{ijkl}	Coefficients des termes cubiques associés à $a^{(i)}$ (système dynamique)
C_S	Constante de Smagorinsky
d_i	Déplacement dans la direction i
D_i	Coefficients des termes constants associés à $a^{(i)}$ (système dynamique)
Dt	Intervalle de temps entre deux pulses d'un même laser
\mathcal{D}	Etendue du domaine spatial
$\partial\mathcal{D}$	Frontière du domaine \mathcal{D}
$E(x)^{(k)}$	Condition à la position de référence $x^{(k)}$
$E_{\lambda_{12-34}}^{(n)}$	Erreur relative entre les valeurs propres POD d'ordre (n) des champs de vitesse \mathbf{u}^{12} et \mathbf{u}^{34}
$E_{uu}(f)$	Spectre d'énergie de u
f	Fréquence
$f(s)$	Fonction de corrélation longitudinale
\mathcal{F}	Opérateur différentiel non linéaire des équations de Navier-Stokes
$\bar{\epsilon}$	Déficit de vitesse sans dimension introduit par Wallace et Redekopp
h	Épaisseur du bord de fuite de la plaque séparatrice
$H(f)$	Fonction de transfert de filtrage spectral
$h(s)$	Premier moment de la fonction de corrélation longitudinale
k	Énergie cinétique turbulente
k_c	Nombre d'onde de coupure du filtre LES
k_s	Valeur de l'énergie cinétique turbulente en régime de similitude
L	Echelle intégrale de l'écoulement
L_i	Echelle caractéristique dans la direction i pour la modélisation de R_{ij}
L_{ij}	Coefficients des termes linéaires associés à $a^{(i)}$ (système dynamique)
L_x	Taille du domaine de calcul suivant la direction x
L_y	Taille du domaine de calcul suivant la direction y

L_y^{PIV}	Taille du domaine de mesure SPIV suivant la direction y
L_z	Taille du domaine de calcul suivant la direction z
L_z^{PIV}	Taille du domaine de mesure SPIV suivant la direction z
\mathbf{n}	Normale extérieure à la frontière du domaine \mathcal{D}
N	Nombre de points du maillage utilisé en simulation numérique
N_c	Nombre de composantes
N_e	Nombre d'échantillons
N_{CA}	Nombre de modes POD conservés dans le GCA
N_{LSE}	Nombre de points de référence utilisés en LSE
N_r	Nombre total de coefficients du système dynamique
N_{ref}	Nombre de points de référence considérés en estimation stochastique
N_{tr}	Nombre de modes POD conservés lors de la construction d'un système dynamique
N_y	Nombre de points de mesures suivant la direction y
N_0	Nombre de coefficients des termes constants du système dynamique
N_1	Nombre de coefficients des termes linéaires du système dynamique
N_2	Nombre de coefficients des termes quadratiques du système dynamique
N_3	Nombre de coefficients des termes cubiques du système dynamique
Pr, R et b	Paramètres du système de Lorenz
$P_{12-34}^{(n)}$	Produit scalaire des vecteurs propres POD d'ordre (n) des champs de vitesse \mathbf{u}^{12} et \mathbf{u}^{34}
q_{ij}	Potentiel vecteur associé au tenseur des corrélations spatiales en deux points
Q_{ijk}	Coefficients des termes quadratiques associés à $a^{(i)}$ (système dynamique)
r	Rapport de vitesse
$\mathbf{r} = (x, y, z)$	Vecteur position
$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$	Tenseur des corrélations spatiales en deux points
Re	Nombre de Reynolds
s	Distance entre deux points \mathbf{r} et \mathbf{r}'
sech	Fonction sécante hyperbolique, $\text{sech}(x) = 1/\cosh(x)$
St	Nombre de Strouhal
\mathcal{T}_{ij}	Tenseur de Reynolds
T_e	Température de l'écoulement
T_f	Température du fil chaud
\mathbf{u}	Vecteur vitesse
\mathbf{u}^{12}	Champ de vitesse associé au système SPIV 1-2
\mathbf{u}^{34}	Champ de vitesse associé au système SPIV 3-4
u_1 ou u	Composante longitudinale de vitesse
u_2 ou v	Composante verticale de vitesse
u_3 ou w	Composante de vitesse suivant l'envergure
u_i	Composante de la vitesse suivant la direction i de la vitesse \mathbf{u}
u_c	Partie cohérente de la vitesse
u_r	Partie incohérente de la vitesse
U_a	Vitesse rapide de l'écoulement

U_b	Vitesse lente de l'écoulement
U_c	Vitesse de convection
U_m	Vitesse moyenne de l'écoulement
V_M	Tableau des vecteurs propres (approche numérique de la POD)
W	Fonction de pondération représentative de l'opérateur d'intégration spatiale
x_0	Abscisse de la section de mesure DT-SPIV et de la section d'entrée des simulations
x_1 ou x	Coordonnée suivant la direction longitudinale de l'écoulement
x_2 ou y	Coordonnée suivant la direction verticale de l'écoulement
x_3 ou z	Coordonnée suivant la direction suivant l'envergure de l'écoulement
x_s	Abscisse à laquelle débute la zone de similitude
α	Paramètre de stabilisation du système dynamique
Γ	Fonction gamma
δ_{ω_0}	Épaisseur de vorticité de la couche de mélange dans la section de mesure SPIV (soit dans la section d'entrée de la simulation LES)
Δx	Pas de la discrétisation spatiale suivant la direction longitudinale
ΔU	Différence de vitesses génératrices
δ_{ω}	épaisseur de vorticité
δ_{ω_0}	épaisseur de vorticité dans la section de mesure SPIV
δ_1	épaisseur de déplacement
δ_2 ou θ	épaisseur de quantité de mouvement
δ_{nm}	Symbole de Kronecker : $\delta_{nm} = 1$ si $n = m$, 0 sinon
Δ_c	Longueur caractéristique du filtre LES
Δ	Opérateur laplacien
ϵ	Dissipation
ϵ_{ikl}	Tenseur de permutation : $\epsilon_{ikl} = 1$ si i, j, k sont en ordre cyclique, -1 si i, k, j sont en ordre cyclique, 0 sinon
η	Variable sans dimension de similitude
λ	Paramètre de vitesse
$\lambda^{(n)}$	Valeur propre d'ordre (n)
Λ_M	Tableau des valeurs propres (approche numérique de la POD)
ν	Viscosité cinématique
ν_t	Viscosité turbulente
σ	Taux d'expansion de la couche de mélange
$\phi^{(n)}()$	Vecteur propre d'ordre (n)
$\phi_i^{(n)}()$	Vecteur propre d'ordre (n) relatif à la composante i
ω	Champ de vorticité
τ	Ecart temporel entre les deux systèmes SPIV
τ_{ij}	Tenseur des échelles sous-mailles

Opérateurs

$(,)$	Produit scalaire associé à la POD
$\langle \cdot \rangle$	Opérateur de moyenne d'ensemble
$\overline{(\cdot)}$	Opérateur de moyenne temporelle
\dot{g}	Dérivée temporelle de g
\overline{g}	Moyenne temporelle de la grandeur g
g'	Fluctuation de la grandeur g
\hat{u}^*	Complexe conjugué de \hat{u}
$\ \mathbf{u} \ $	Norme de \mathbf{u}
\tilde{g}	Estimé de g par LSE
\hat{g}	Estimé de g par la méthode complémentaire
$G(x, t)$ ou $\hat{G}(k)$	Filtre LES

Abbréviations

CCD	Charge Coupled Device
CEAT	Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques
CFL	Nombre de Courant-Friedrich-Levy
CMC	Couche de mélange dite "classique", à bord de fuite biseauté
CME	Couche de mélange dite "épaisse", à bord de fuite de type culot
CVS	Coherent Vortex Simulation
DNS	Simulation Numérique Directe ou Direct Numerical Simulation
DT-SPIV	Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique à temps décalés
EDF	Electricité de France
FFT	Transformée de Fourier rapide
FFT^{-1}	Transformée de Fourier rapide inverse
GCA	Générateur de conditions amont
LEA	Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques
LES	Simulation des grandes échelles (Large Eddy Simulation)
LES-TWG	Large Eddy Simulation Technical Work Group
LSE	Estimation Stochastique Linéaire (Linear Stochastic Estimation)
PIV	Vélocimétrie par Imagerie de Particules (Particle Image Velocimetry)
POD	Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (Proper Orthogonal Decomposition)
RANS	Reynolds Average Navier-Stokes Simulation
RAND	Simulation dont les conditions amont sont générées à partir de signaux aléatoires
SD	Simulation dont les conditions amont sont directement issues du système dynamique
SD-RAND	Simulation dont les conditions amont sont la superposition de signaux aléatoires et de signaux du système dynamique
SPIV	Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique
SVD	Décomposition en valeur sigulière (Singular Value Décomposition)
URANS	Unsteady Reynolds Average Navier-Stokes Simulation
VLES	Simulation des grandes échelles (Very Large Eddy Simulation)
WALLTURB	A European synergy for wall turbulence

Chapitre 1

Introduction

Position du problème

Malgré les capacités croissantes des moyens de calcul, tant en termes de mémoire que de rapidité de calcul, la simulation des écoulements turbulents reste un défi, dans la plupart des configurations. En effet, si des domaines comportant 4096^3 points sont maintenant utilisés pour la simulation directe de turbulence homogène isotrope [101], la réalisation de calculs instationnaires de configurations plus complexes, de type industriel, est problématique voire impossible.

La simulation directe des écoulements turbulents présentant un coût de calcul prohibitif, des alternatives pour pallier cet inconvénient ont été développées, notamment grâce à des approches de type Simulation des Grandes Echelles. Cette méthode de calcul, qui consiste à ne résoudre que la partie à grande échelle de l'écoulement et à modéliser les échelles plus fines (ou échelles sous-maillages), présente deux écueils majeurs : la modélisation des échelles non résolues et la prise en compte des conditions aux limites et conditions initiales. Contrairement au problème du traitement des frontières du domaine de calcul, le problème de la modélisation sous-maille a motivé de nombreux travaux de recherche pendant les dernières décennies.

Cependant, la prescription de conditions aux limites correctes est d'autant plus critique que le développement des écoulements turbulents en dépend fortement. De plus, l'utilisation de conditions aux limites inadaptées peut entraîner un coût de calcul supplémentaire important, lié à l'apparition, dans le domaine de calcul, d'une région irréaliste mais nécessaire au développement de la turbulence. Dans le cas des simulations spatiales, l'écoulement simulé est convecté dans le domaine de calcul, phénomène auquel est directement lié la notion de frontière de sortie et de frontière d'entrée. Dans ce type de calcul, les sections d'entrée sont particulièrement importantes puisque c'est par celles-ci que sont injectées dans le calcul les instabilités et les structures tourbillonnaires.

L'objectif des méthodes développées pour répondre au problème de la génération de conditions d'entrée (appelées aussi conditions amont) est de reproduire avec un niveau de détails plus ou moins important l'écoulement amont non pris en compte. Trois principaux types d'approches ont été proposés :

- la génération synthétique de champs de vitesse respectant des statistiques de l'écou-

lement cible dans la section d'entrée (niveaux de fluctuations, spectres temporels ou spatiaux, corrélations en deux points...),

- l'utilisation d'un calcul précurseur dont une section correspond à la face d'entrée du calcul principal,
- le couplage instationnaire d'une base de données expérimentales au calcul principal.

Le principal défaut de la première méthode est de générer des signaux ne présentant pas de cohérence spatio-temporelle réaliste, conduisant systématiquement à l'apparition d'une zone d'adaptation juste en aval de la section d'entrée. La deuxième technique, si elle permet de générer des signaux présentant toutes les caractéristiques requises, en termes de niveaux de fluctuations et de dynamique temporelle, entraîne un coût de calcul supplémentaire non négligeable et est limitée à des configurations accessibles d'un point de vue numérique. La dernière méthode consiste à interfacer, de manière instationnaire, des données expérimentales à un code de calcul. Cela permet *a priori* d'éviter toute phase d'établissement du calcul, la section d'entrée de celui-ci correspondant à la section de mesure. En outre, cette méthode autorise la simulation de configurations complexes, dans la mesure où celles-ci sont accessibles expérimentalement. Ce type de générateur de conditions amont (GCA) nécessite néanmoins la constitution d'une base de données. Par conséquent, une adaptation des données expérimentales à la face d'entrée du calcul est nécessaire, et ce à plusieurs niveaux :

- interpolation et extrapolation spatiales des champs de vitesse mesurés sur le maillage plus raffiné de la simulation,
- interpolation temporelle de manière à ce que la résolution temporelle des données générées corresponde au pas de temps retenu pour le calcul,
- adaptation des données générées dans la section d'entrée afin qu'elles respectent les autres conditions aux limites du calcul (conditions de périodicité, de glissement libre, de symétrie...).

Afin de réduire la quantité d'informations à mesurer, une méthode a été développée au LEA, pour extraire l'organisation à grande échelle de l'écoulement à partir d'un nombre réduit de points de mesures. En effet, les techniques mises en œuvre par Druault [61] et Druault *et al.* [62] consistent à interfacer au code de calcul des signaux de vitesse mesurés simultanément en plusieurs points par anémométrie à fils chauds. Étant donnée la faible résolution spatiale de ce type de mesure, due à l'encombrement et au nombre limité des sondes qu'il est possible d'utiliser, ces auteurs ont développé des outils basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres et l'estimation stochastique linéaire, pour permettre, d'une part l'extraction de l'organisation à grande échelle de l'écoulement et, d'autre part, l'interpolation-extrapolation spatiale des données instationnaires. La bonne résolution temporelle des données acquises par fils chauds permet d'avoir accès à une dynamique convenable.

Dans le cadre de notre étude, nous proposons une nouvelle démarche de génération de conditions amont par couplage instationnaire calculs-expériences, proche des techniques antérieures dans la mesure où on s'attache à reproduire la dynamique des grandes échelles

de l'écoulement dans la section d'entrée de la simulation.

Néanmoins, nous avons tenté de réduire le degré de détails nécessaire dans le domaine temporel, en travaillant, non plus sur des séries temporelles de signaux de vitesse présentant une fréquence d'échantillonnage élevée, mais en modélisant la dynamique temporelle de l'écoulement par une approche de type système dynamique d'ordre bas.

Les différentes phases de construction de notre générateur de conditions d'entrée sont les suivantes :

- constitution d'une base de données expérimentales à l'aide de mesures réalisées par Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique en deux plans décalés en temps, donnant accès au champ de vitesse bidimensionnel trois composantes et permettant le calcul des dérivées temporelles par différences finies,
- construction d'un modèle d'ordre bas, représentatif de la dynamique des grandes échelles dans la section de mesure, à partir de la base de données,
- adaptation du maillage expérimental au maillage de la face d'entrée de la simulation, par interpolation-extrapolation spatiale.

Afin de valider cette nouvelle approche dans une configuration réaliste, les méthodes développées ont systématiquement été mises en œuvre dans deux configurations d'écoulement de couche de mélange présentant une organisation spatio-temporelle et un degré de complexité différents. La première configuration retenue est une couche de mélange plane turbulente se développant en aval d'une plaque à bord de fuite biseauté. Le deuxième écoulement test est une couche de mélange à laquelle est ajouté un fort effet de sillage, par l'utilisation d'une plaque séparatrice à bord de fuite de type culot. La superposition des instabilités de type sillage à celles de la couche de mélange permet de modifier l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement, en créant une importante région dans laquelle l'écoulement est hors équilibre. L'écoulement relaxe ensuite vers un comportement de couche de mélange classique. L'utilisation d'un bord de fuite épais permet en outre de se rapprocher des conditions rencontrées dans des configurations industrielles. Une phase de qualification de ces deux écoulements a donc été nécessaire, pour ensuite permettre la définition de la campagne de mesure pour la construction de la base de données du GCA.

Organisation du document

Ce mémoire est constitué, outre ce chapitre introductif et la conclusion, de sept chapitres principaux et de quatre annexes. Il est organisé de la manière suivante :

- Le chapitre 2 présente une revue bibliographique des principaux thèmes abordés au cours de cette étude. Nous nous intéressons dans un premier temps aux techniques de génération de conditions amont pour les simulations instationnaires d'écoulements turbulents. Le concept de structures cohérentes est ensuite introduit et une brève description des techniques d'identification est faite. Enfin, l'écoulement de couche de mélange canonique est présenté avec, en particulier, une analyse de l'influence de l'effet de sillage sur le développement de l'écoulement.

- Le chapitre 3 est consacré à la présentation des méthodes d'extraction des structures cohérentes que sont la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD), l'estimation stochastique linéaire (LSE) et la méthode complémentaire. En particulier, des éléments bibliographiques concernant ces techniques sont donnés.
- Nous nous attachons à répondre, au chapitre 4, à un certain nombre de questions restées ouvertes lors des précédentes études menées au LEA sur la problématique de la génération de conditions amont. En particulier, nous examinons le lien existant entre la POD et la LSE, ces deux techniques étant basées toutes les deux sur le tenseur des corrélations spatiales en deux points. Nous proposons ensuite une méthode de détermination du placement optimal des sondes de mesure dans le cadre de la mise en œuvre de la méthode complémentaire. Dans la dernière partie de ce chapitre, une méthode de modélisation du tenseur des corrélations spatiales en deux points est décrite.
- Le chapitre 5 est consacré à la description des outils mis en œuvre lors du développement de la méthode de couplage instationnaire calculs-expériences. Dans un premier temps, nous décrivons la technique de la déconvolution sélective qui sera utilisée par la suite pour l'extrapolation des vecteurs propres POD suivant la direction d'homogénéité de l'écoulement. La deuxième partie de ce chapitre concerne la présentation de l'approche POD-Galerkin pour la construction de systèmes dynamiques. Enfin, nous proposons une approche originale d'identification polynomiale de modèle d'ordre bas.
- Les deux configurations d'écoulements de couche de mélange retenues pour la validation des techniques de génération de conditions amont sont présentées au chapitre 6. Une qualification ainsi qu'une analyse de l'organisation spatio-temporelle des écoulements sont proposées.
- Dans le chapitre 7, la nouvelle méthode de construction d'un générateur de conditions amont est mise en œuvre sur les écoulements de couche de mélange. Dans un premier temps, le dispositif expérimental de mesure par DT-SPIV, utilisé pour la constitution de la base de données, est présenté. Une analyse de la précision des mesures est ensuite proposée. Les grandeurs turbulentes des champs de vitesse ainsi mesurés sont analysées afin de valider la technique de mesure par rapport à l'anémométrie à fils chauds. La structuration à grande échelle des deux écoulements est étudiée grâce à une approche de type Snapshot POD. Cette base POD est ensuite utilisée pour développer un modèle d'ordre bas dans les deux configurations d'écoulement. La dernière phase de construction du GCA, c'est-à-dire l'extrapolation dans la direction verticale et transversale des vecteurs propres POD sur le maillage de la section d'entrée de la simulation, est ensuite menée sur la configuration de couche de mélange classique.
- Le chapitre 8 est consacré à la présentation des simulations de type LES effectuées en utilisant les conditions d'entrée générées grâce aux méthodes présentées dans les

chapitre précédents. Les calculs ont uniquement été effectués dans la configuration de couche de mélange classique. Une analyse comparative de trois types de conditions amont avec notamment l'introduction d'une composante aléatoire superposée aux signaux issus du système dynamique est proposée.

- L'annexe A est consacrée à la brève description de la méthode de couplage calculs-expériences développée par Druault [59].
- Dans l'annexe B, nous proposons des exemples de validation de la technique d'identification polynomiale de systèmes dynamiques, dans différentes configurations d'écoulement.
- Les spectres d'énergie des trois composantes de vitesse, obtenus à plusieurs positions longitudinales en configuration de couche de mélange à bord de fuite de type culot sont présentés dans l'annexe C.
- Une revue bibliographique de la technique de mesure du champ de vitesse à deux ou trois composantes par Vélocimétrie par Imagerie de Particules est proposée dans l'annexe D.

Chapitre 2

Revue bibliographique

2.1 Simulations numériques et conditions d'entrée

La simulation d'écoulements turbulents peut être abordée de différentes manières suivant la nature du problème considéré et les résultats escomptés. En effet, si l'on désire avoir accès à toutes les échelles présentes dans l'écoulement, il est nécessaire de réaliser des simulations de type Simulation Numérique Directe. Néanmoins, ce type de calcul, basé sur une discrétisation spatiale et temporelle suffisamment fine, peut entraîner des coûts de calcul prohibitifs. Une alternative est de ne simuler que les échelles les plus énergétiques, en modélisant l'influence des échelles non résolues grâce à une simulation dite des grandes échelles. Cependant, quel que soit le type de simulation retenu, la prescription de conditions aux limites correctes est primordiale pour l'obtention de résultats représentatifs de l'écoulement à simuler.

Dans cette partie, nous nous intéressons plus particulièrement au problème de génération des conditions d'entrée pour des simulations spatiales d'écoulements turbulents.

Tout d'abord, nous présentons brièvement les principales méthodes de modélisation instationnaires des écoulements turbulents. Une revue bibliographique des différentes techniques existant pour la génération des conditions aux limites adaptées est ensuite proposée, avec notamment, un bilan des techniques de couplage calculs-expériences récemment développées.

2.1.1 Principaux types de simulations instationnaires

L'ensemble des méthodes de simulation numérique instationnaire s'appuie sur la résolution des équations de Navier-Stokes qui, pour un fluide incompressible newtonien, s'écrivent de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Ces équations peuvent être résolues de manière directe et complète ou de manière partielle, en introduisant différentes décompositions du champ de vitesse et en modélisant

certains termes. On accède alors à une solution présentant un degré de détails plus ou moins élevé. En particulier, le contenu fréquentiel du champ de vitesse résolu dépend alors directement du type de modélisation retenu.

2.1.1.1 Simulation Numérique Directe

La simulation numérique directe [133] (ou DNS pour Direct Numerical Simulation en anglais) consiste à résoudre explicitement les équations de Navier-Stokes, sans approximation ou modélisation.

Cette méthode présente l'avantage de donner accès à toutes les quantités instantanées de l'écoulement (champs de vitesse et de pression exacts) dans tout le domaine spatial calculé, et couvre toute la gamme d'échelles présentes dans l'écoulement. La principale source d'erreur possible est celle liée aux schémas numériques utilisés.

Néanmoins, le coût de calcul induit par cette méthode constitue une limitation importante. En effet, la nécessité de représenter exactement toutes les structures présentes dans l'écoulement impose le choix d'un pas de temps et d'une discrétisation en espace suffisamment fins pour la description temporelle et spatiale correcte des échelles les plus petites. Une bonne estimation de la taille des plus petites échelles devant être résolues est donnée par l'échelle de Kolmogorov $\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$. Le pas de la discrétisation spatiale Δx de la simulation doit donc être du même ordre que η . De plus, une approximation du rapport entre l'échelle intégrale L et l'échelle de Kolmogorov, en fonction du nombre de Reynolds Re , est donnée par $L/\eta \propto Re^{3/4}$. Ainsi, le nombre de points N du maillage, selon une direction, nécessaire pour décrire toutes les échelles significatives de la turbulence peut être relié au nombre de Reynolds par $N^3 \propto Re^{9/4}$. L'augmentation du nombre de Reynolds s'accompagne donc d'un accroissement du nombre de points nécessaires, qui peut très vite devenir problématique en terme de coût de calcul. Ainsi, malgré l'évolution croissante des performances des calculateurs, la simulation numérique directe reste réservée à des configurations d'écoulements simples à faible nombre de Reynolds, comparés à ceux rencontrés dans des configurations industrielles par exemple.

2.1.1.2 Simulation des grandes échelles

Une solution pour réduire le coût de calcul en permettant l'utilisation de discrétisations temporelle et spatiale moins fines consiste à ne calculer effectivement que les échelles pouvant être décrites sur le maillage choisi. D'un point de vue pratique, le rôle des structures à grande échelle dans les phénomènes de mélange, d'échanges énergétiques ou de génération de bruit étant prépondérant, ce type d'approche est particulièrement intéressant car elle donne accès directement à l'évolution spatio-temporelle des grandes échelles. La Simulation des Grandes Echelles (ou LES pour Large Eddy Simulation en anglais) est basée sur ce principe. Une telle approche nécessite donc de modéliser la partie du champ de vitesse non résolue (les échelles dites sous-maille). Le champ de vitesse résolu est défini comme étant la convolution du champ de vitesse exact et d'un filtre passe-bas (figure 2.1). Sa décomposition en une partie calculée explicitement et une partie sous-maille nécessite donc la définition du filtre correspondant ainsi que l'utilisation d'un modèle (dit modèle sous-maille) pour représenter les plus petites échelles et notamment

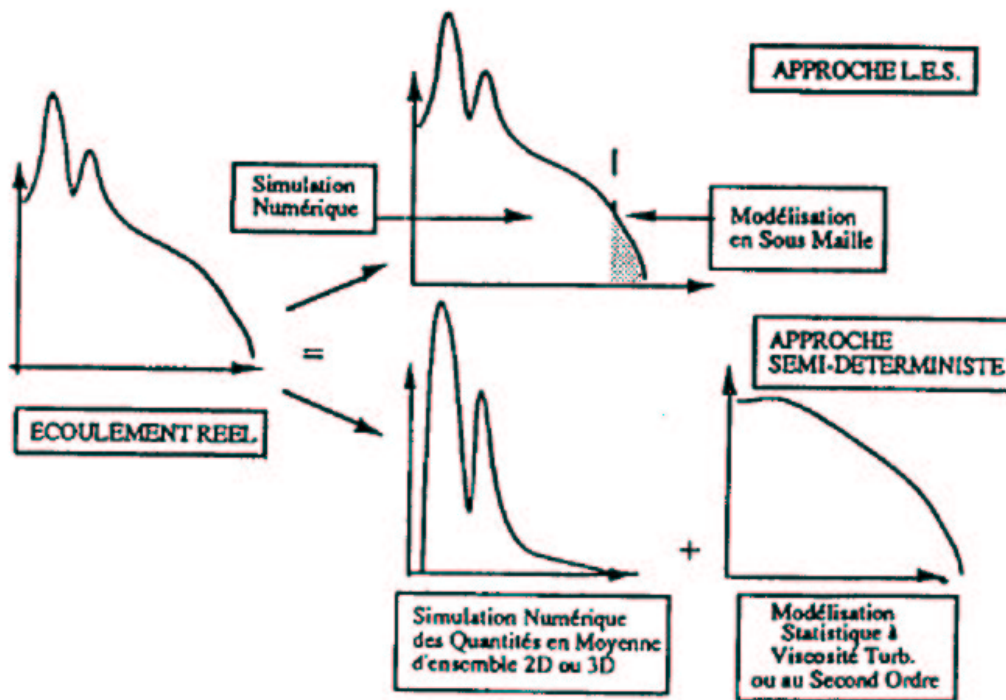


FIG. 2.1 – Comparaison des approches de type simulation des grandes échelles et modélisation semi-déterministe (d'après Ha Minh [132]).

les transferts d'énergie vers les échelles résolues. Ces deux points, qui sont intimement liés, constituent les principales difficultés des calculs par LES et font l'objet de nombreux travaux. La plupart des modèles sous-mailles sont basés sur l'évaluation d'une viscosité turbulente, caractérisée par une échelle de longueur et une échelle de vitesse. Elle peut être déterminée par une analyse dimensionnelle (comme proposée par Smagorinsky [184]) ou grâce à la fonction de structure d'ordre deux des fluctuations de vitesse [137]. Une autre classe de modèle [15] est bâtie, non pas sur le concept de viscosité turbulente, mais sur l'hypothèse d'invariance entre les plus petites échelles résolues et les plus grandes échelles de sous-maille.

La simulation des grandes échelles, grâce à l'utilisation de maillages adaptés aux échelles les plus énergétiques, moins fins que ceux utilisés en DNS, permet la simulation d'écoulements présentant des nombres de Reynolds plus élevés qu'en simulation directe.

Pour de plus amples détails sur la méthode de calcul LES, le lecteur pourra se référer aux travaux de Sagaut [173], Lesieur et Métais [118] ou Pope [156] par exemple.

2.1.1.3 Modélisation semi-déterministe

L'approche semi-déterministe initialement proposée par Ha Minh [132], consiste à décomposer le champ de vitesse exact en une partie déterministe (contenant les structures dites cohérentes) et une partie représentant la turbulence de fond.

Une des approches possibles est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes

moyennées (équations 2.1 dans lesquelles est introduite la décomposition de Reynolds) qui, dans certaines conditions peuvent conduire à des solutions instationnaires (Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes). Dans le cadre de cette approche, l'opérateur de moyenne utilisé peut être assimilé, en première approche, à un opérateur de moyenne de phase. Cette méthode de simulation n'est donc efficace que dans le cas de phénomènes instationnaires se détachant bien de la turbulence aléatoire (figure 2.1). Elle est bien adaptée à la simulation d'instationnarités forcées ou d'écoulements fortement organisés [16]. Néanmoins, la nature de la partie effectivement calculée dans ce type d'approche n'est pas parfaitement connue, l'opérateur de moyenne de phase étant défini implicitement. De plus, la modélisation de la partie non résolue constitue une étape complexe de la simulation. Le lecteur pourra se référer à l'ouvrage de Pope [156] pour plus de détails sur les modèles existant.

Farge et Schneider [66] ont développé une méthode pour la simulation d'écoulements turbulents appelée Coherent Vortex Simulation (CVS). Dans cette approche, ils proposent de ne simuler que la partie cohérente de l'écoulement en utilisant l'analyse par ondelettes pour séparer la turbulence de fond (supposée avoir un comportement gaussien) de la partie effectivement calculée. Une modélisation des coefficients d'ondelettes de la partie incohérente permet de prendre en compte les interactions entre turbulence de fond et structures cohérentes.

2.1.2 La génération de conditions amont

2.1.2.1 Introduction

La réalisation de simulations instationnaires basées sur la résolution des équations de Navier-Stokes (de type DNS ou LES) nécessite la spécification des conditions aux limites du domaine de calcul et des conditions initiales. Deux types de simulation sont à considérer : les simulations temporelles et les simulations spatiales. Dans la première approche, on suit l'évolution temporelle d'un domaine fluide au cours du temps [169]. Il n'y a donc pas convection de structures à travers les frontières du domaine. Des conditions aux limites périodiques longitudinales sont imposées. Dans ce type de calcul, les conditions initiales utilisées prescrivent la nature des instabilités injectées dans le calcul et influent donc directement sur la nature de la simulation. Dans le cas des simulations spatiales, les structures simulées sont convectées dans le domaine de calcul. Il est donc nécessaire de prendre en compte la notion de conditions d'entrée (ou conditions amont) et de conditions de sortie. En effet, l'écoulement dépendant de l'état de l'écoulement amont, il est essentiel de pouvoir imposer, à chaque pas de temps, des conditions aux limites réalistes afin de ne pas altérer le développement du calcul. L'utilisation de données inadéquates se traduit par l'apparition d'une zone irréaliste plus ou moins importante dans le domaine de calcul. De plus, dans le cas d'écoulements compressibles, une grande attention doit être portée au traitement des phénomènes acoustiques qui peuvent polluer, par réflexion sur les frontières du domaine, l'ensemble du calcul. Ce problème de conditions aux limites apparaît clairement lors de l'utilisation de simulations de type hybride combinant simulation stationnaire (de type RANS) et simulation instationnaire de type LES dans un sous domaine. L'interface RANS-LES nécessite alors la génération de conditions aux limites

instationnaires.

Une série d'articles consacrés au problème des conditions aux limites utilisées dans les simulations de type LES a récemment été publiée (AIAA Journal, Vol. 42, 2004) pour tenter de faire un bilan des problèmes subsistant et des solutions proposées. En outre, la multiplication de différents projets et groupes de travail sur le thème de la génération de conditions aux limites témoigne de son importance. Le projet européen WALLTURB, dédié aux écoulements de couche limite, s'intéresse au développement de modèles de turbulence de proche paroi en LES ainsi qu'au problème des conditions frontières. D'un point de vue plus appliqué, la spécification des conditions d'entrée des simulations LES des chambres de combustion des turbines à gaz fait actuellement l'objet d'un groupe de travail international (LES Technical Work Group animé par F. Grinstein).

Dans la suite de notre étude, nous nous intéresserons uniquement au problème de génération de conditions d'entrée pour des simulations spatiales d'écoulements incompressibles (pas de modélisation du champ de pression instationnaire).

Les techniques de génération de conditions amont peuvent être classées en trois catégories principales :

- utilisation de fluctuations aléatoires purement synthétiques respectant un certain nombre de critères en termes d'amplitude et de contenu spectral par exemple,
- alimentation du calcul principal par des données issues d'un calcul précurseur,
- interfaçage du calcul principal à des données instationnaires obtenues expérimentalement.

L'objectif des deux dernières méthodes est de générer des conditions d'entrée présentant non seulement des niveaux et une répartition spectrale d'énergie corrects mais aussi une organisation spatio-temporelle réaliste.

2.1.2.2 Utilisation de fluctuations aléatoires

La première méthode de génération de conditions amont consiste à décomposer le champ de vitesse dans la section d'entrée suivant la décomposition de Reynolds [164] en une partie moyenne $\overline{u_i(\mathbf{x})}$ (ne dépendant que de l'espace) et une partie aléatoire $u'_i(\mathbf{x}, t)$ dépendant du temps :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \overline{u_i(\mathbf{x})} + u'_i(\mathbf{x}, t) \quad (2.2)$$

Le profil moyen $\overline{u_i(\mathbf{x})}$ peut provenir de données expérimentales, d'une autre simulation instationnaire ou d'un calcul stationnaire de type RANS effectué au préalable (dans le cadre d'une approche hybride RANS-LES par exemple). Il peut également être modélisé par une approche analytique si une configuration simple est considérée. Ainsi, par exemple, la simulation d'écoulement de type couche de mélange peut débiter à partir du bord de fuite de la plaque séparatrice ou plus en aval. Dans le premier cas, le profil moyen utilisé représente le champ de vitesse moyenne des couches limites existant au bord de fuite de la plaque [148]. Dans le deuxième cas, le profil moyen de vitesse longitudinale peut être un simple profil monoinflexionnel de type tangente hyperbolique [47] ou plus sophistiqué pour tenir compte de l'effet de sillage de la plaque séparatrice [175]. Le profil moyen de la composante de vitesse normale à la plaque séparatrice peut ensuite être déduit par intégration de l'équation de continuité.

A ce profil de vitesse moyenne, il est nécessaire de superposer un champ de perturbations afin d'initier le développement de la turbulence.

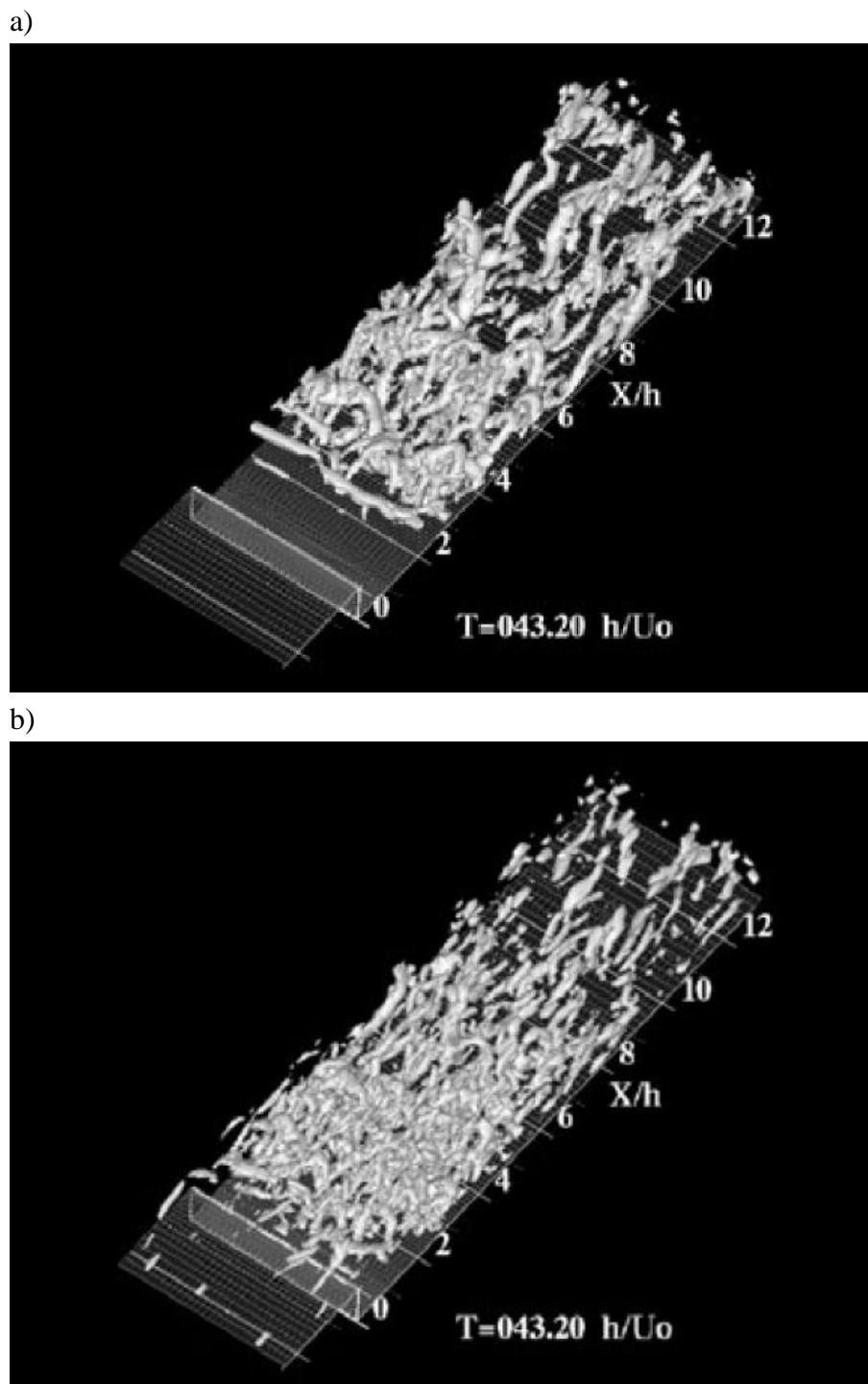
La méthode la plus simple consiste à imposer un bruit blanc, soit de faible amplitude pour reproduire la turbulence résiduelle dans le cas d'écoulements transitionnels [48], soit d'amplitude correspondant à des profils d'énergie de référence [77]. Dans cette approche, toutes les fréquences contiennent la même quantité d'énergie. Par leur nature purement aléatoire et leur répartition spectrale uniforme, les conditions d'entrée ainsi générées ne présentent aucune corrélation spatio-temporelle. Ceci est problématique dans le cas de simulations spatiales d'écoulements pleinement turbulents pour lesquels la sensibilité aux conditions initiales est grande.

L'utilisation de conditions d'entrée synthétiques nécessite donc de pouvoir générer des signaux corrélés à la fois spatialement et temporellement présentant un degré de réalisme plus important. Différentes techniques permettant la génération de signaux respectant certains critères statistiques ou dynamiques ont été développées dans le domaine de la turbulence [62, 114, 124] mais aussi en télécommunication [51], en analyse sismique [136] ou pour l'étude de la réponse des constructions aux sollicitations du vent par exemple [179].

En 1970, Kraichnan [108] propose d'écrire le champ de vitesse de turbulence homogène isotrope comme la somme de modes de Fourier, statistiquement indépendants, dont l'amplitude est calculée à partir d'un spectre cible, dont les nombres d'onde spatiaux sont choisis isotropes et dont la dépendance temporelle provient d'une distribution gaussienne. Smirnov *et al.* [185] reprennent cette approche en ajoutant une fonction de transfert de manière à prendre en compte l'inhomogénéité de l'écoulement et en incluant une anisotropie pour les modes spatiaux. De plus, le champ de vitesse ainsi généré satisfait l'équation de continuité. Ils utilisent cette méthode pour générer des conditions d'entrée pour des simulations de type LES.

Lee *et al.* [115] proposent une méthode similaire pour générer des fluctuations aléatoires à partir d'un spectre cible. Dans l'espace de Fourier, l'amplitude des modes est donnée par celle du spectre cible et une phase aléatoire est générée de manière à assurer une certaine continuité temporelle. Les champs reconstruits sont utilisés comme conditions d'entrée d'une simulation de turbulence isotrope. Cette méthode est étendue par Le et Moin [114] par la prise en compte de l'inhomogénéité de l'écoulement de canal suivant la direction normale à la paroi. Néanmoins, bien que les conditions d'entrée générées présentent des niveaux et une répartition spectrale d'énergie réalistes, l'absence de structuration spatio-temporelle due à la phase aléatoire entraîne l'apparition d'une zone d'adaptation lors de la simulation directe de l'écoulement de canal.

Sur le même principe, diverses méthodes ont été développées pour prendre en compte un niveau de détails plus important (statistiques en deux points, moments d'ordre supérieur à deux) ou pour simplifier les procédures de génération des conditions d'entrée. Mengali et Micheli [129] proposent une approche qui permet, grâce à l'utilisation dans le domaine spectral de fonctions de transfert et de signaux aléatoires gaussiens, de générer des signaux corrélés respectant une répartition spectrale d'énergie mais aussi les moments d'ordre 3 et 4 voulus. Kondo *et al.* [106] mettent en œuvre une procédure permettant de respecter l'équation de continuité ainsi que les interspectres obtenus par l'expérience. Klein *et al.* [104] utilisent des filtres dans le domaine temporel afin de synthétiser des signaux respectant les statistiques en un point ainsi que les fonctions d'autocorrélation de



référence. Ils évitent ainsi les restrictions imposées par l'utilisation de transformées de Fourier, notamment en termes de maillages spatiaux (il n'est plus nécessaire que ceux-ci soient réguliers). Récemment, Jarrin *et al.* [93] ont proposé de combiner la génération de tourbillons aléatoires, pour la modélisation des composantes de vitesse contenues dans le plan d'entrée, à l'utilisation de l'équation de Langevin [144] pour la simulation de la composante de vitesse normale à la section d'entrée. Cette procédure permet de générer des signaux de vitesse dont les composantes dans le plan d'entrée sont corrélés spatialement et dont la composante normale au plan est corrélée temporellement avec elle-même et avec les deux autres composantes.

Bien que permettant la génération de conditions d'entrée respectant les moments d'ordre un et deux, en un ou deux points, ainsi que le contenu spectral désirés, toutes les techniques basées sur l'utilisation de signaux purement synthétiques ne reproduisent pas la cohérence spatio-temporelle observée dans les écoulements turbulents. Cette absence de structures conduit dans la plupart des cas à l'apparition, à l'entrée du domaine de calcul, d'une zone d'adaptation dans laquelle le code de calcul régénère une turbulence réaliste [62] (figure 2.2). Même si la sophistication des méthodes de générations de conditions amont purement synthétiques permet de réduire l'étendue de cette zone [77], il apparaît essentiel pour la qualité de la simulation que les conditions d'entrée soient réalistes aussi bien en termes de niveau de fluctuations qu'en termes d'organisation spatio-temporelle.

2.1.2.3 Utilisation de calcul précurseur

Une alternative à la génération purement synthétique de conditions amont consiste à utiliser des données instationnaires issues d'un calcul précurseur pour alimenter la section d'entrée de la simulation principale. On dispose ainsi de données présentant une organisation spatio-temporelle réaliste, permettant un développement plus rapide des structures turbulentes (figure 2.2). La constitution d'une base de données à partir d'un calcul annexe permet d'envisager la simulation de plusieurs types d'écoulement. En effet, des champs de vitesse issus de calculs de couche limite ou de canal plan peuvent être utilisés par exemple pour la simulation de couche de mélange (figure 2.3), de sillage de plaque plane ou encore de marche descendante.

Friedrich et Arnal [72] ont ainsi simulé un écoulement de marche descendante en utilisant des conditions amont issues d'une section d'un calcul annexe de canal périodique plan. De la même manière, Akselvoll et Moin [6] ont utilisé une simulation auxiliaire d'écoulement en conduites coaxiales pour générer les conditions d'entrée d'un calcul de type LES pour une configuration de jets coaxiaux confinés. Les conditions d'entrée utilisées par Manhart [126] pour la simulation par LES du sillage d'une hémisphère placée dans une couche limite proviennent d'une LES indépendante de couche limite.

Cependant, le recours à une simulation auxiliaire augmente le coût de calcul total. Afin de réduire cet inconvénient, Chung et Sung [42] ont développé une méthode alternative permettant la conservation d'une dynamique et d'une phase représentative des structures turbulentes tout en réduisant le nombre d'itérations du calcul précurseur. Dans cette étude, celui-ci est réalisé grâce à une simulation temporelle de canal. Pendant une période ΔT , les champs de vitesse extraits d'une section de la simulation temporelle sont utilisés comme conditions amont de la simulation principale. A la fin de cette période,

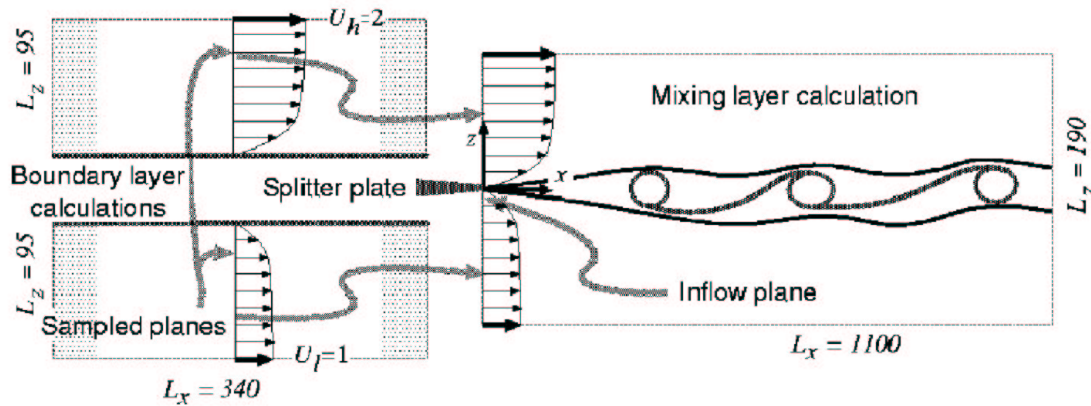


FIG. 2.3 – Principe de l'utilisation d'un calcul précurseur de couche limite pour la simulation d'un écoulement de couche de mélange (d'après Li *et al.* [120]).

l'ensemble des plans de la simulation annexe sont transformés via l'hypothèse de Taylor et générés en entrée du calcul principal. Le nombre de pas de temps de la simulation auxiliaire est ainsi inférieur à celui du calcul principal. Néanmoins, le paramètre ΔT doit être choisi avec attention. S'il est trop important, la méthode se rapproche de la méthode classique d'utilisation de calcul précurseur, le gain en coût de calcul est alors faible. S'il est choisi trop faible, les champs de vitesse ne sont plus indépendants. En outre, ces auteurs ont testé le type de brouillage (phase ou amplitude) à appliquer dans le cas de l'utilisation de conditions amont périodiques en temps : un brouillage aléatoire en amplitude du spectre original de l'ordre de 20% maximum semble être le plus approprié. Par ailleurs, la conservation de la phase, donc de l'organisation spatio-temporelle, permet l'introduction de structures turbulentes réalistes dans le calcul principal. On trouvera en particulier dans les travaux de Druault *et al.* [61] une étude de l'influence de l'organisation des conditions amont sur le développement de l'écoulement simulé (figure 2.4). Cette analyse, menée sur des calculs DNS bidimensionnels, a été réalisée en utilisant des champs de vitesse extraits d'une simulation de référence comme conditions d'entrée d'une simulation d'un domaine réduit. Quatre types de conditions amont ont été générés en dégradant plus ou moins les champs exacts : brouillage spatial et temporel permettant uniquement le respect des tensions de Reynolds (bruit blanc) (fig. 2.4b)), brouillage spatial et conservation du spectre temporel (mais absence de phase réaliste) (fig. 2.4c)), brouillage des phases temporelles uniquement (fig. 2.4d)), traitement des données de référence de manière à ne conserver que la partie des signaux correspondant à la structuration à grande échelle de l'écoulement (fig. 2.4e)). Ces tests mettent en évidence l'importance du respect d'une cohérence spatio-temporelle.

Pour la simulation d'une couche de mélange plane, Li *et al.* [120] utilisent des champs de vitesse extraits d'une simulation temporelle de couche limite (figure 2.3). Ils ne sauvegardent qu'une durée équivalente à l'échelle intégrale temporelle de l'écoulement puis périodisent ces signaux pour alimenter le calcul principal. Les auteurs notent que l'in-

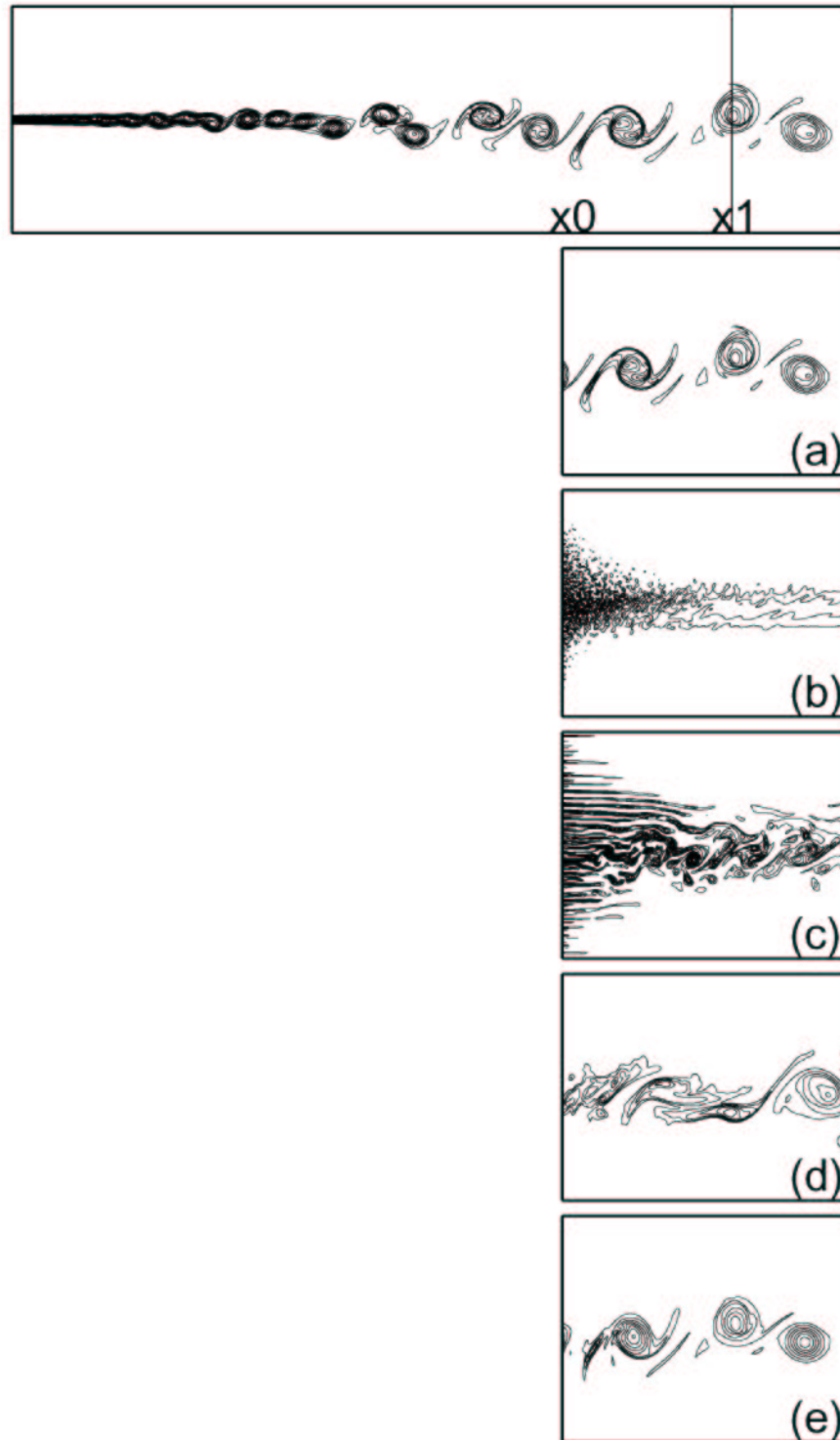


FIG. 2.4 – Test de l'influence de la nature des conditions amont à partir d'une simulation DNS bidimensionnelle. Isocontours du champ de vorticité instantané. Haut : simulation DNS 2D de référence, cas a) à e) : simulations tronquées utilisant différents types de conditions d'entrée (voir texte). (d'après Druault *et al.* [61]).

fluence de la périodicité des conditions amont est faible et rapidement absorbée par le calcul. Ce point reste discutable puisque la technique utilisée introduit une excitation artificielle de l'écoulement correspondant à la période des conditions d'entrée.

Lund *et al.* [124] proposent une technique de génération de conditions amont basée sur l'utilisation d'une simulation auxiliaire spatiale générant elle-même ses propres conditions d'entrée. Celles-ci sont générées en recyclant des plans extraits d'une section proche de la section de sortie, puis renormalisés pour assurer des profils de vitesse moyenne ainsi que des niveaux de fluctuation corrects. Cette méthode est mise en œuvre pour la simulation d'une couche limite turbulente. Le calcul précurseur est initialisé en utilisant des conditions d'entrée générées aléatoirement (profils moyens associés à un bruit blanc). Un nombre d'itérations suffisant est ensuite nécessaire pour éliminer la phase d'initialisation. Cette phase d'initialisation a été améliorée par Ferrante et Elghobashi [68] par l'utilisation de conditions d'entrée basée sur la méthode de Le *et al.* [114]. Le principe de recyclage proposé par Lund a été repris par Terracol [193] pour la simulation du sillage d'une plaque plane à un nombre de mach de 0,5. La procédure de recyclage est utilisée directement dans la simulation principale en simulant une portion de la plaque plane. L'utilisation de données aval comme conditions d'entrée introduit dans ce cas des perturbations du champ de pression ainsi que des fréquences sans signification physique liées à la position aval du plan de recyclage. Récemment, la méthode initialement développée par Lund *et al.* [124] a été étendue à la simulation d'écoulements compressibles par Sagaut *et al.* [174].

Johansson et Andersson [96] ont proposé une méthode de génération de conditions amont couplant un calcul précurseur de type simulation des très grandes échelles (VLES pour Very Large Eddy Simulation) à une simulation de type DNS. La VLES est basée sur une procédure de type POD-Galerkin (voir section 5.2) qui permet de ne simuler la dynamique que d'un nombre réduit de modes POD. Le système dynamique obtenu est donc représentatif du comportement des grandes échelles de l'écoulement. L'évolution temporelle des modes non résolus est modélisée par des signaux aléatoires à distribution gaussienne. Ils appliquent leur méthode à la simulation d'un canal plan. Cependant, une limitation de cette approche est la nécessité de disposer de données complètes afin de pouvoir calculer les modes POD et construire le modèle d'ordre bas pour la VLES.

2.1.2.4 Couplage calcul-expérience

Le dernier type de méthode de génération de conditions amont consiste à générer, à partir d'un faible nombre de signaux de vitesse instationnaires obtenus expérimentalement, un champ de vitesse instationnaire *réaliste* sur le maillage de la section d'entrée de la simulation. Ces approches font donc appel à des procédures d'interpolation et d'extrapolation spatiale.

Maruyama *et al.* [127] ont développé une telle technique pour la simulation de couche limite en aval de rugosités. Ayant réalisé des mesures de vitesse par anémométrie fils chauds en quelques points de la section d'entrée, ils proposent de générer le champ de vitesse sur le maillage complet en interpolant les signaux expérimentaux. Pour cela, les coefficients de la décomposition de Fourier des signaux inconnus sont exprimés en fonction des coefficients des données expérimentales et des interspectres entre tous les points de la section d'entrée [100]. Cette procédure est donc une méthode de génération conditionnelle

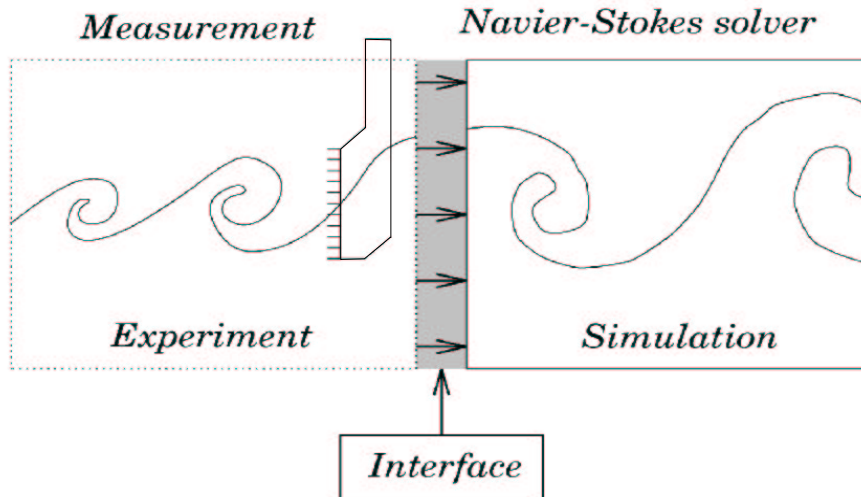


FIG. 2.5 – Principe de la démarche de couplage calculs-expériences adoptée par Druault *et al.* [62].

de signaux aléatoires. Ils utilisent avec succès des données ainsi générées comme conditions amont d'un calcul LES. Néanmoins, la mise en œuvre de cette technique requiert la connaissance des statistiques en deux points dans le domaine spectral sur l'ensemble de la section d'entrée, ce qui peut s'avérer problématique d'un point de vue expérimental. Maruyama *et al.* pallient cet inconvénient en modélisant la forme des interspectres par des fonctions analytiques, ajustées pour correspondre au mieux aux données mesurées.

Une méthode originale de couplage calcul-expérience a été développée au LEA par Druault [61] et Druault *et al.* [62] pour la génération de conditions amont (figure 2.5). La technique consiste à interpoler et extrapoler des données expérimentales mesurées simultanément en un nombre réduit de points du maillage d'entrée. Cette procédure nécessite la connaissance du tenseur des corrélations en deux points sur l'ensemble du maillage expérimental. Il est mesuré sur le maillage expérimental grossier puis interpolé et extrapolé sur le maillage plus fin de la simulation grâce à une modélisation sous forme de polynômes de Gram-Charlier et à l'utilisation de la Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (ou POD) [60]. On reviendra sur ce point au paragraphe 3.1.5. L'estimation stochastique linéaire (ou LSE) est ensuite utilisée afin de reconstituer les signaux instationnaires sur l'ensemble du maillage. Cette méthode a été mise en œuvre pour la simulation d'une couche de mélange turbulente plane en DNS [59] et LES [43]. Dans cet écoulement, le fait que la direction parallèle au bord de fuite de la plaque séparatrice soit homogène et que les conditions aux limites utilisées dans la simulation soient de type périodique dans cette direction, entraînent que les conditions générées doivent respecter ces contraintes. Les données expérimentales ne satisfaisant pas forcément à chaque instant ces critères, des procédures spécifiques basées sur la POD [43] ont été utilisées afin de déterminer une période intrinsèque aux données expérimentales pour réaliser ensuite l'interpolation et l'extrapolation dans la direction homogène. L'ensemble de ces techniques a récemment été validé sur des données purement numériques par Druault *et al.* [63] dans le cas d'une

simulation numérique directe où les données expérimentales sont remplacées par des signaux issus d'un calcul DNS de référence. Cette méthode permet la reconstitution, sur le maillage de la section d'entrée du calcul, de signaux de vitesse turbulents corrélés en temps et en espace, présentant une organisation spatio-temporelle réaliste. On trouvera en annexe A un rappel de la démarche de couplage calculs-expériences mise en œuvre lors de ces études. Ceci conduit à une réduction importante de la zone d'adaptation en début de calcul. Néanmoins, l'utilisation d'un nombre réduit de signaux temporels, combinée aux techniques de LSE et POD, permet de ne régénérer que les grosses échelles présentes dans l'écoulement. Par cet aspect, cette technique est à rapprocher de celle, purement numérique, de Johansson et Andersson [96]. Par conséquent, les niveaux de fluctuations reconstituées sont plus faibles que ceux de l'écoulement original et nécessitent actuellement une étape de renormalisation peu réaliste. De plus, une telle approche fait appel à une phase de mesure de l'écoulement à simuler qui nécessite la mise en œuvre délicate d'un grand nombre de sondes à fils chauds (plus de trente sondes deux composantes dans l'étude de Druault *et al.* [59]).

2.1.3 Synthèse

Les différentes études présentées dans les paragraphes précédents montrent l'importance de la prescription de conditions amont réalistes en termes d'organisation spatio-temporelle (voir notamment page 2.1.2.3). En effet, si la génération purement synthétique de conditions d'entrée permet d'obtenir des signaux présentant les statistiques requises, l'absence de cohérence spatio-temporelle constitue le défaut majeur de telles données et conduit systématiquement à la présence d'une zone d'adaptation dans le calcul.

L'utilisation d'un calcul précurseur semble, à ce niveau, la solution la meilleure en terme de qualité des conditions d'entrée générées. En effet, si la simulation auxiliaire est bien adaptée, les champs de vitesse obtenus correspondent parfaitement (niveaux de fluctuation, répartition spectrale d'énergie, pas de temps entre deux itérations) à ceux nécessaires à l'entrée du calcul principal. Cependant, en nécessitant un calcul précurseur de qualité, ce type d'approche est limité à des écoulements dont la configuration de la face d'entrée reste simple et accessible d'un point de vue numérique. Pour cette raison, l'ensemble des calculs précurseurs utilisés sont actuellement des simulations d'écoulement de paroi. Il faut en outre noter que cette technique augmente le coût total de calcul.

Les premières tentatives de couplage de données instationnaires expérimentales à des simulations de type LES ou DNS ont montré le potentiel de ce type de méthode. Elles permettent en effet de générer, à partir d'une quantité réduite d'information, des conditions d'entrée représentatives de l'organisation des grande échelles de l'écoulement. Actuellement, la principale limitation de telles approches est la mise en œuvre simultanée d'un nombre important de sondes à fils chauds. Néanmoins, les techniques d'interpolation-extrapolation basées sur la POD et la LSE développées par Druault [62] permettent de pallier cet inconvénient en limitant le nombre de sondes nécessaires. La possibilité, offerte par le couplage calcul-expérience, de générer sur un maillage quelconque un champ de vitesse instationnaire bidimensionnel à trois composantes, représentatif des grandes échelles de l'écoulement, permet d'envisager la simulation de configurations plus complexes qu'avec les autres techniques. Le domaine de calcul ne couvre alors que la zone

d'intérêt, évitant ainsi la simulation d'une zone de transition ou de développement de l'écoulement. Cette capacité a notamment été mise en avant par Grinstein au sein du groupe de travail LES-TWG pour la simulation de configurations complexes de jets coaxiaux avec cisaillement azimutal. De plus, l'utilisation de données mesurées permet l'étude, grâce à la simulation numérique, d'événements rares, difficilement reproductibles à l'aide d'une simulation conventionnelle.

L'analyse des différentes techniques de génération de conditions amont pour les simulations instationnaires montre qu'il est essentiel que les signaux générés présentent une cohérence spatio-temporelle réaliste, représentative de l'organisation à grande échelle de l'écoulement à simuler.

2.2 Notion de structures cohérentes

Le caractère organisé des écoulements turbulents est directement lié au concept de structures cohérentes. Celui-ci a notamment été suggéré par Townsend [194] dans son analyse des corrélations spatio-temporelles avant d'être mis en évidence expérimentalement par les visualisations de Brown et Roshko [34]. Bien que leur définition reste controversée, l'existence des structures cohérentes au sein des écoulements turbulents est aujourd'hui reconnue. L'importance du rôle de ces structures sur la dynamique de l'écoulement ainsi que sur les phénomènes de frottement, de vibration, de mélange ou de bruit est admise tant au niveau fondamental qu'industriel. De plus, la compréhension des mécanismes de leur formation et de leurs interactions permet d'envisager et de développer des stratégies de contrôle des écoulements turbulents. Le lecteur pourra se référer, pour plus de détails, aux travaux de Hussain [89, 90], d'Antonia [9] ou encore au compte rendu du symposium de Poitiers sur l'identification des structures cohérentes édité par Bonnet et Glauser [1].

2.2.1 Définitions

La définition du terme *structure cohérente* est encore aujourd'hui délicate. Pour cette raison, les définitions qui existent dans la littérature varient selon les auteurs. Nous rappelons ici les plus courantes :

- Hussain [90] définit une structure cohérente comme étant une masse de fluide à grande échelle dont la vorticité evolue en corrélation de phase sur l'ensemble de son évolution spatiale.
- Selon Lesieur [116], un domaine contenant une concentration de vorticité locale sera considéré comme cohérent s'il garde une forme reconnaissable pendant un temps suffisamment long devant son temps de retournement et si son évolution est très sensible à de petites variations des conditions initiales au sein du fluide.
- Pour Lumley [123], une structure cohérente correspond à un objet spatio-temporel dont la projection sur le champ de vitesse de l'écoulement est maximale au sens des moindres carrés. Il introduit de cette manière la décomposition orthogonale aux valeurs propres.

Ces diverses définitions ne fournissent, *a priori*, pas exactement les mêmes structures mais pointent en général vers des évènements identiques [25].

2.2.2 Méthodes de détection et d'identification

Suite à la prise en compte de l'existence des structures cohérentes, différents types de méthodes de détection et d'identification ont été développés.

La méthode la plus simple à mettre en œuvre expérimentalement est le traitement de mesures en un point. Les études spectrales, calculs de moments ou de densité de probabilité permettent d'accéder à des informations globales telles que la taille moyenne, les fréquences caractéristiques, les séparations moyennes, ou les coefficients d'intermittence. L'analyse des signaux issus de ce type de mesure peut aussi être réalisée grâce à la transformée en ondelettes [65]. Cette technique, par une analyse en temps et en fréquence, permet de filtrer le signal soit en terme de fréquence, soit en terme de contenu énergétique. La technique de filtrage optimal, développée par Brereton et Kodal [33] permet, par filtrage dans l'espace spectral des signaux de vitesse, d'extraire du champ de vitesse l'information correspondant aux structures cohérentes si celles-ci ont une signature fréquentielle particulière. Une approche comparable, basée sur un filtrage fréquentiel dans le domaine de Fourier, peut être retrouvée dans la thèse de De Souza [188].

Le développement des techniques de mesures a permis de mettre en œuvre de manière systématique des mesures en deux points donnant accès aux corrélations spatio-temporelles dans l'écoulement [67]. De ces mesures peuvent être extraites, entre autres, les échelles intégrales, les vitesses de phase, les cohérences caractéristiques de l'écoulement. Townsend [194], dans son travail précurseur, proposa une démarche inverse où, se donnant des modèles analytiques de structures tourbillonnaires *a priori*, il tente de reconstruire les corrélations spatio-temporelles et de les comparer aux résultats expérimentaux. Des méthodes plus objectives, ne nécessitant pas de modélisation *a priori*, ont été développées parallèlement. La décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD), introduite en turbulence par Lumley [123], permet une détermination de la structure dominante au sens énergétique, issue des seules mesures des statistiques en deux points. Dans le cas de l'utilisation de mesures simultanées en plusieurs points, la POD autorise une reconstruction dynamique de la structure dominante [54] (figure 2.6 b)). Une alternative, l'estimation stochastique, proposée par Adrian [2], consiste à estimer l'organisation de l'écoulement à partir de l'information connue en une ou plusieurs sondes de référence. Cette technique conditionnelle permet, à partir de l'histoire temporelle des signaux de références, d'accéder à une image dynamique de la structure estimée (figure 2.6 c)). Plus récemment, ces deux méthodes ont été combinées [24] afin de limiter le nombre de mesures simultanées nécessaires à la mise en œuvre de la POD pour une reconstruction instantanée du champ de vitesse (figure 2.6 d)). On trouvera dans les paragraphes 3.1 et 3.2 une description plus détaillée de ces approches.

Les mesures en deux points à l'aide d'une sonde de référence et d'une sonde mobile permettent l'utilisation des techniques de moyennes conditionnelles [9]. Celles-ci consistent à effectuer des mesures conditionnelles dans l'écoulement liées à la détection de la présence d'une structure à l'aide d'une sonde de référence. La phase de détection peut être basée sur l'analyse de la vorticité [94] ou les signaux de vitesse en associant

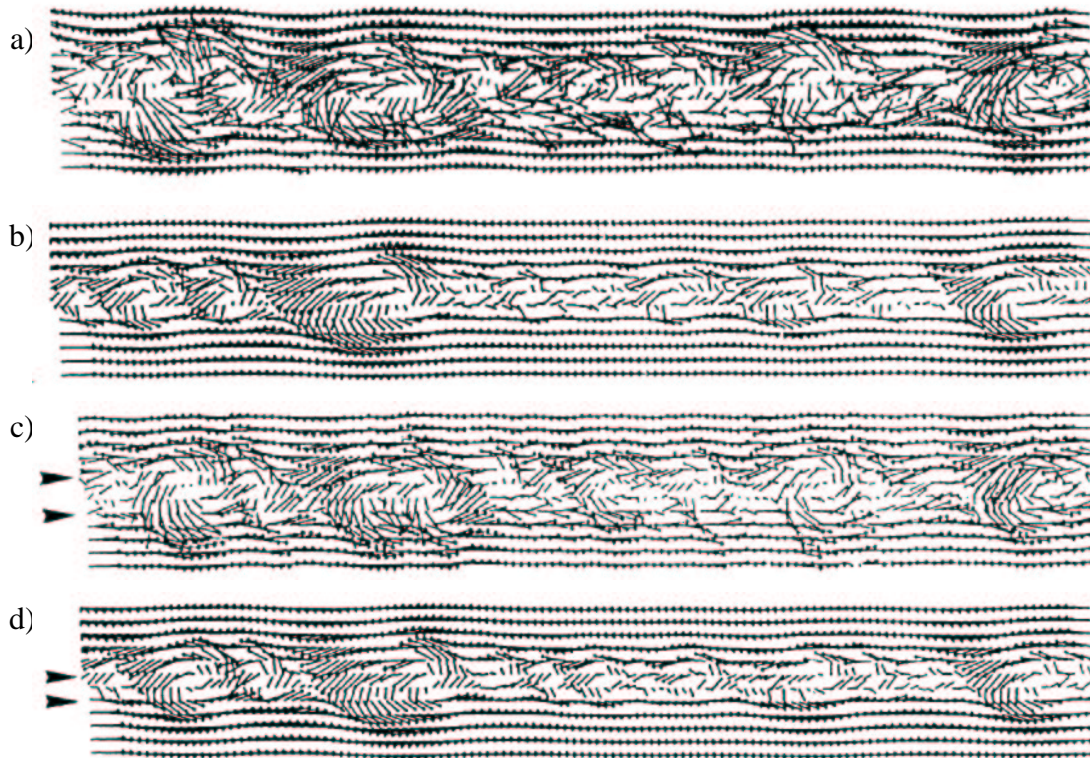


FIG. 2.6 – Extraction des structures cohérentes du champ de vitesse (u, v) mesuré en couche de mélange plane par peigne de sondes à fils chauds en X aligné suivant la direction verticale du gradient (en ordonnée). En abscisse est représentée la variable temporelle. a) champ original ; b) contribution du premier mode POD ; c) estimation par LSE à l'aide de deux sondes (►) ; d) reconstruction par méthode complémentaire à l'aide de deux sondes (►) (d'après Bonnet *et al.* [25]).

le passage d'une structure à un type d'évènement particulier (intensité, signe d'une des composantes de vitesse...) [22].

Une étude comparative de plusieurs de ces techniques a été réalisée par Bonnet *et al.* [25] sur un cas test d'écoulement de couche de mélange.

2.2.3 Structures et décomposition du champ de vitesse

Deux types de décomposition du champ de vitesse peuvent être envisagés en fonction de la nature des évènements à étudier et des concepts utilisés.

La décomposition de Reynolds classique consiste à décomposer toute grandeur instantanée g en une partie moyenne \bar{g} et une partie fluctuante g' : $g = \bar{g} + g'$. Cette approche ne fait donc pas de distinction entre les mouvements turbulents à différentes échelles et n'est pas apte à rendre compte de l'existence des structures cohérentes.

L'introduction de la notion de structures cohérentes a conduit Reynolds et Hussain [165] à introduire le formalisme de la décomposition triple du champ de vitesse. Cette

décomposition consiste à partager dans un premier temps l'écoulement turbulent en une partie moyenne et une partie fluctuante comme la décomposition de Reynolds classique. La partie fluctuante est ensuite décomposée en un champ cohérent et un champ aléatoire décorrélés. Toute grandeur instationnaire g peut donc être décomposée de la manière suivante :

$$g = \bar{g} + g_c + g_r \quad (2.3)$$

où \bar{g} est la partie moyenne de g , g_c la partie cohérente et g_r la partie incohérente. Il est alors possible d'étudier les interactions possibles entre les champs moyen, cohérent et incohérent. Un exemple de mise en œuvre de cette décomposition, basée sur l'utilisation de plusieurs des techniques décrites précédemment, avec notamment la réalisation de bilans de transport de l'énergie cinétique turbulente, a été réalisé par De Souza [188].

2.2.4 Synthèse

Les difficultés de définition des structures cohérentes et la diversité des techniques développées pour leur identification soulignent la complexité de l'appréhension de ces objets. Malgré cela, la communauté scientifique est unanime sur l'importance de leur rôle sur la dynamique des écoulements turbulents.

Le concept de structures cohérentes étant largement utilisé dans le cadre de cette thèse, nous reviendrons en temps utiles sur ces approches, au moment de leur utilisation. En particulier, nous détaillerons dans le chapitre 3 les approches de la décomposition orthogonale aux valeurs propres et de l'estimation stochastique.

2.3 Écoulement étudié : la couche de mélange

La configuration d'écoulement retenue dans le cadre de cette thèse pour le développement de techniques de couplage calculs-expériences est la couche de mélange. Ce type d'écoulement, résultant de la confluence de deux écoulements parallèles de vitesses différentes au bord de fuite d'une plaque séparatrice, peut sembler relativement simple au premier abord, mais est représentatif de nombreuses configurations industrielles. De plus, comme nous le verrons dans les paragraphes suivant, le changement des conditions de génération de l'écoulement permet de modifier son développement et son organisation spatio-temporelle. Cela nous permettra par la suite de générer deux écoulements différents pour la validation des méthodes développées grâce à l'utilisation d'une plaque séparatrice dont le bord de fuite est soit mince soit de type culot. Dans notre approche, l'écoulement sera toujours considéré comme étant de type couche de mélange, perturbé ou non par l'introduction d'un effet de sillage dû au culot.

Dans un premier temps, le développement de la couche de mélange canonique, c'est-à-dire prenant naissance en aval d'une plaque infiniment mince, sera brièvement décrit, ce type d'écoulement étant largement décrit dans la littérature [34, 48, 70, 83]. Nous nous intéresserons ensuite à l'influence de la géométrie du bord de fuite de la plaque séparatrice sur l'organisation et l'évolution de l'écoulement, notamment à travers la modification du profil moyen de vitesse longitudinale qu'elle induit.

2.3.1 L'écoulement de couche de mélange

Dans ce paragraphe, nous rappelons les lois classiques d'évolution des grandeurs caractéristiques de l'écoulement de couche de mélange en régime de similitude. L'organisation principale rencontrée dans ce type d'écoulement est ensuite présentée. Enfin, les paramètres influant le développement de la couche de mélange sont brièvement présentés.

2.3.1.1 Ecoulement canonique

On considère ici un écoulement de couche de mélange plane canonique. Ce type d'écoulement résulte de la rencontre de deux écoulements parallèles de vitesses différentes au bord de fuite d'une plaque plane infiniment mince. Les vitesses maximales et minimales seront notées respectivement U_a et U_b . Le développement des lois d'évolution des grandeurs caractéristiques de l'écoulement à partir des équations de Navier-Stokes est fait en considérant les hypothèses suivantes :

- la direction z , parallèle au bord de fuite de la plaque séparatrice, est une direction d'homogénéité : $\bar{w} = 0$, $\overline{uw} = 0$, $\overline{vw} = 0$, $\frac{\partial}{\partial z}(\overline{\quad}) = 0$;
- l'écoulement est stationnaire, soit $\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\quad}) = 0$;
- les effets visqueux et le gradient longitudinal de pression à l'extérieur de la zone de mélange sont négligeables ;
- on fait l'approximation de couche mince : $\bar{v} \ll \bar{u}$ et $\frac{\partial}{\partial x}(\overline{\quad}) \ll \frac{\partial}{\partial y}(\overline{\quad})$

Sous ces hypothèses, les équations de Navier-Stokes deviennent :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.5)$$

Ce système d'équations peut être résolu (voir Townsend [194]) en introduisant la variable de similitude $\eta = \frac{y - y_v}{x - x_v}$, (x_v, y_v) l'origine virtuelle de la couche de mélange et σ le taux d'expansion de la couche de mélange. En notant η_0 la valeur de η sur l'axe de la couche de mélange, on obtient alors pour la vitesse longitudinale moyenne :

$$\frac{\bar{u}(y) - U_b}{U_a - U_b} = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(\sigma(\eta - \eta_0))) \quad (2.6)$$

La fonction erf est définie de la manière suivante :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt \quad (2.7)$$

L'équation 2.5 peut alors être intégrée et donne accès à la vitesse transversale \bar{v} , en posant $\bar{v}(y = \pm\infty) = 0$:

$$\bar{v}(y) = - \frac{\Delta U}{2\sigma\sqrt{\pi}} \exp(-\sigma^2\eta^2) \quad (2.8)$$

Divers paramètres peuvent être définis pour caractériser la couche de mélange :

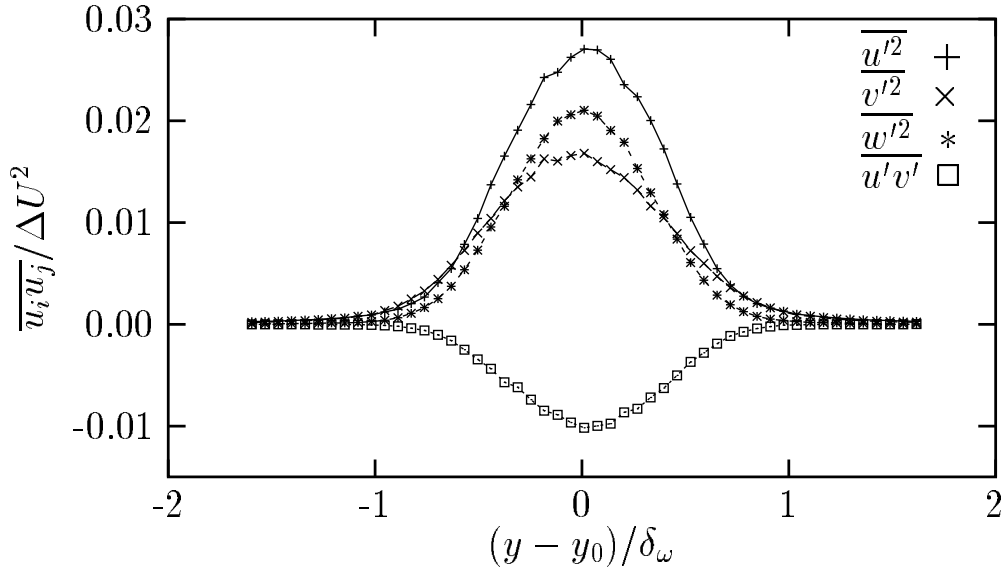


FIG. 2.7 – Evolution typique des tensions de Reynolds en écoulement de couche de mélange plane en régime de similitude (d’après Druault [59]).

- la vitesse moyenne $U_m = (U_a + U_b)/2$;
- la différence de vitesse $\Delta U = U_a - U_b$;
- le rapport des vitesses $r = \frac{U_b}{U_a}$;
- le paramètre de vitesse $\lambda = \frac{U_a - U_b}{U_a + U_b} = \frac{\Delta U}{2U_m} = \frac{1 - r}{1 + r}$;
- l’épaisseur de vorticité $\delta_\omega = \Delta U / \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{max}$;
- le taux d’expansion $\sigma = \sqrt{\pi} / \frac{d\delta_\omega}{dx} = \lambda \sigma_0$ où σ_0 est le taux d’expansion obtenu lorsqu’un côté de la couche de mélange est au repos ;
- l’épaisseur de quantité de mouvement $\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{u}(y) - U_b}{U_a - U_b} \left(1 - \frac{\bar{u}(y) - U_b}{U_a - U_b} \right) dy$

2.3.1.2 Grandeurs turbulentes

a) Tensions de Reynolds En écoulement de couche de mélange, les tensions de Reynolds $\overline{u'_i u'_j}$ atteignent également un régime de similitude. Ces quantités peuvent donc être décrites par une fonction d’une seule variable géométrique, en étant normalisées par une échelle de vitesse et une échelle de longueur caractéristique. L’échelle de longueur généralement choisie est l’épaisseur de vorticité. L’échelle de vitesse utilisée est la vitesse moyenne de l’écoulement principal U_m ou la différence de vitesse ΔU . Cette dernière permet de prendre en compte l’intensité du cisaillement et de comparer différentes configurations d’écoulement.

Des profils typiques des tensions de Reynolds obtenus en couche de mélange sont présentés sur la figure 2.7.

Une comparaison, pour différentes configurations d’écoulement de couche de mé-

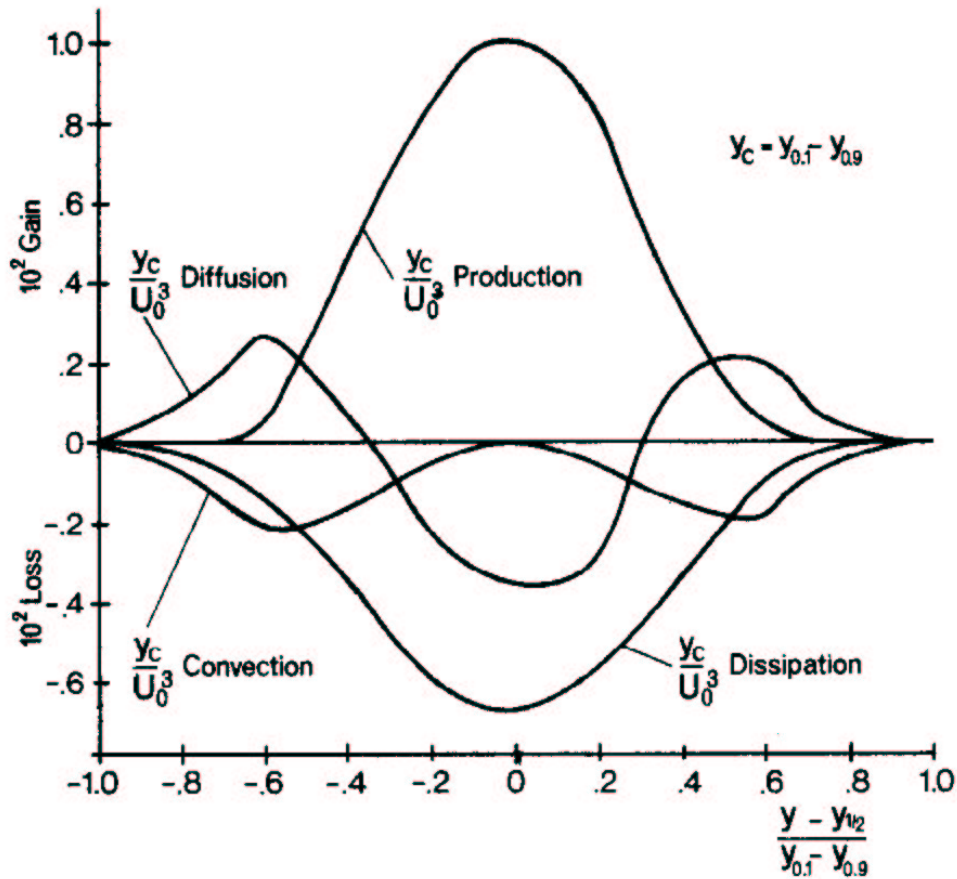


FIG. 2.8 – Bilan d'énergie cinétique turbulente pour le cas d'une couche de mélange plane ayant pour rapport de vitesse $r = 0,61$, d'après Spencer (cf. Rodi [168]).

lange, des rapports des maxima des tensions de Reynolds est rappelée dans la thèse de Druault [59]. Ces rapports sont trouvés être de l'ordre de 1,6 pour $(\overline{u'^2})_{max} / (\overline{v'^2})_{max}$, 1,4 pour $(\overline{w'^2})_{max} / (\overline{v'^2})_{max}$ et 2,7 pour $(\overline{u'^2})_{max} / (\overline{u'v'})_{max}$. Néanmoins, comme souligné par Rodi [168], d'autres paramètres que le cisaillement sont à prendre en compte. En effet, la nature des couches limites se développant de part et d'autre de la plaque séparatrice, le taux de turbulence des écoulements amont, la configuration géométrique de la soufflerie ou encore des excitations parasites de l'écoulement peuvent influencer le développement aval de la couche de mélange et donc son état en régime de similitude.

La distance x_s à laquelle débute la zone de similitude des grandeurs turbulentes peut être estimée à l'aide de la relation proposée par Fiedler [70] :

$$400 < \lambda x_s / \Sigma \theta < 600 \quad (2.9)$$

où $\Sigma \theta = \theta_a + \theta_b + h$ est la somme des épaisseurs de quantité de mouvement des couches limites au bord de fuite de la plaque séparatrice et de h l'épaisseur du bord de fuite.

b) Bilans typiques des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente. L'étude de l'équilibre énergétique d'un écoulement permet une meilleure compréhension des

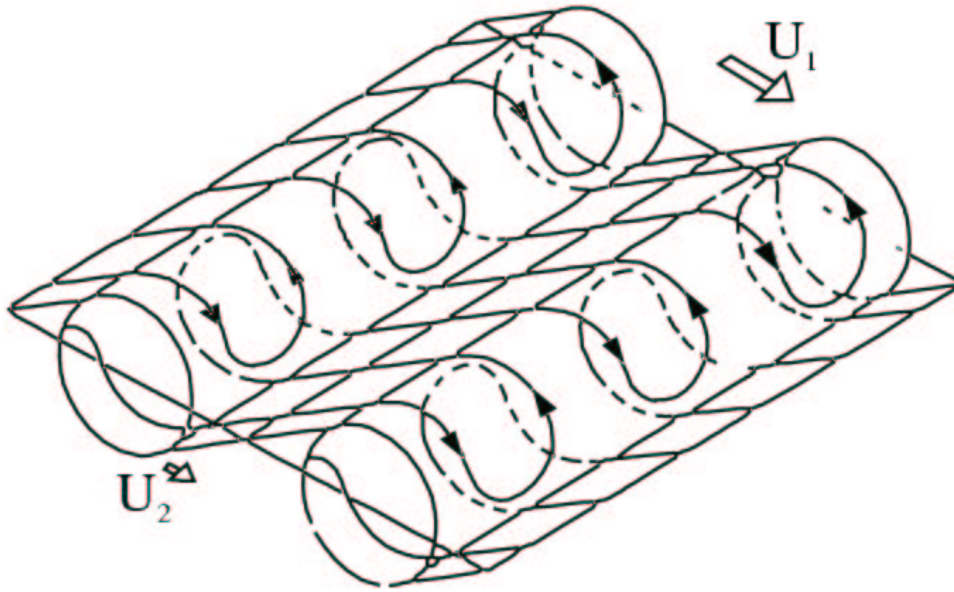


FIG. 2.9 – Schéma de principe de l'organisation principale dans un écoulement de couche de mélange plane d'après Bernal et Roshko [21].

mécanismes des échanges énergétiques ainsi que l'identification des régions où il se produisent.

Le développement des différents termes de l'équation bilan à partir des équations de Navier-Stokes est précisé dans le paragraphe 6.3.3.1. Nous présentons figure 2.8 les bilans d'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ obtenus en écoulement de couche de mélange canonique.

D'une manière générale, on peut constater la symétrie par rapport à l'axe de la couche de mélange des bilans dans cette configuration et l'équilibre entre les termes de production et de dissipation. Plus précisément, la production d'énergie cinétique turbulente est maximale sur l'axe de la couche de mélange puisqu'elle est localisée à l'endroit où le cisaillement est maximum. De plus, la convection représente une perte d'énergie, ce qui est une caractéristique des couches de mélange. Enfin le terme de diffusion symétrique, comporte trois extrema localisés à $(y - y_0)/\delta_\omega = \pm 0,6$ et 0. L'intégrale suivant la direction d'inhomogénéité de ce terme est trouvée nulle [168].

2.3.1.3 Structuration principale

Deux principaux types d'organisation existent dans les écoulements de couche de mélange canonique. On peut distinguer en effet une structuration dite primaire, correspondant à des tourbillons alignés avec le bord de fuite de la plaque séparatrice, et une structuration secondaire, constituée de tourbillons contrarotatifs d'axes longitudinaux. Ces deux types d'organisation sont schématisés sur la figure 2.9.

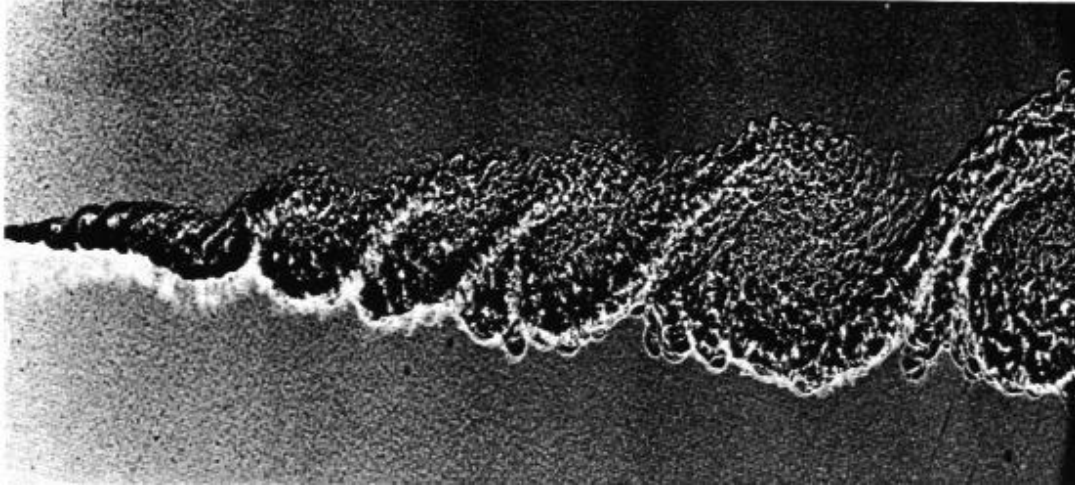


FIG. 2.10 – Visualisation des structures cohérentes en couche de mélange (d’après Brown et Roshko [34]).

i. Structures primaires

L’organisation primaire de la couche de mélange correspond à de gros tourbillons quasi bidimensionnels d’axe transversal, possédant une vorticité globale de signe constant, imposée par le gradient de vitesse moyenne. Ces structures sont convectées à une vitesse quasi constante, de l’ordre de $U_c \lesssim (U_a + U_b)/2$. Notons que, quoique sujet à débat, la valeur de cette vitesse de convection généralement admise dans la littérature est d’environ $0,8 U_m$ [90]. L’apparition de ces structures primaires dans l’écoulement est due à l’instabilité de Kelvin-Helmholtz liée au caractère inflexionnel du profil moyen de vitesse longitudinale [83, 121]. La présence de ces gros tourbillons a été mise en évidence par Brown et Roshko [34] grâce à des visualisations de l’écoulement (figure 2.10). Ces structures cohérentes sont responsables de l’expansion de la couche de mélange par le biais de deux mécanismes principaux. Le premier, analysé par Dimotakis [58], est l’entraînement du fluide irrotationnel de l’écoulement extérieur dans la couche de mélange par les tourbillons bidimensionnels. Le second mécanisme participant à l’épaississement de la couche de mélange est le phénomène d’appariement des structures primaires [34]. Celui-ci résulte de l’interaction de deux structures voisines qui fusionnent pour donner naissance à une structure unique de taille plus importante. La combinaison de deux structures en une nouvelle entraîne un accroissement de la distance inter-structures. Celle-ci est en fait proportionnelle à la distance aval par rapport à l’origine. En conséquence, la fréquence f de passage des structures primaires est aussi fonction de la position longitudinale considérée et décroît avec cette distance. Elle est caractérisée par le nombre de Strouhal $St = f\delta_\omega/U_m$ où δ_ω est l’épaisseur de vorticité locale. Ce nombre est de l’ordre de 0,33, conduisant à un espacement moyen des structures primaires de l’ordre de $3 \delta_\omega$.

ii. Structures secondaires

Dans leurs travaux basés sur des visualisations d’écoulements par tomographie laser, Bernal et Roshko [21] ont mis en évidence l’existence d’une organisation se-

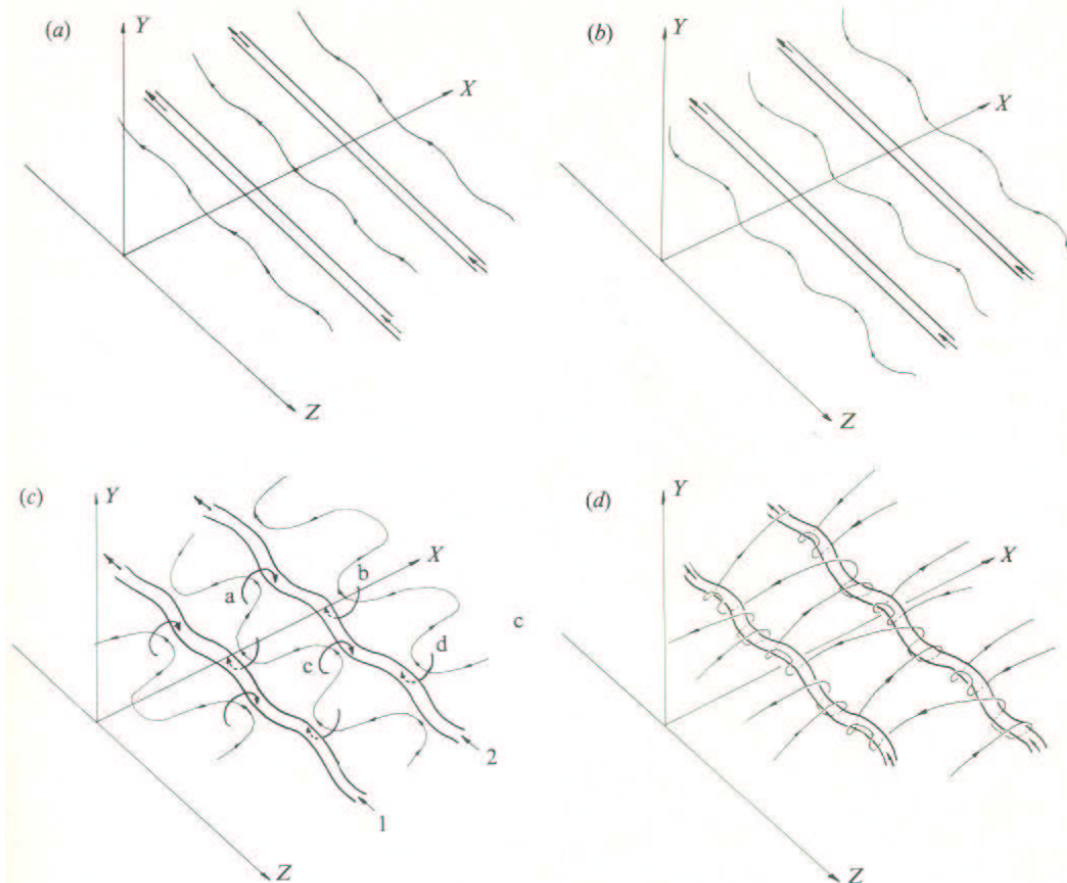


FIG. 2.11 – Scenario de formation des tourbillons longitudinaux par Lasheras et Choi [113].

conculaire. Ces structures correspondent à des tourbillons contrarotatifs de vorticité d'axe longitudinal. Bernal et Roshko montrent que l'espacement transversal moyen de ces structures est de l'ordre de $2/3$ de la distance longitudinale entre deux structures primaires et est indépendant du rapport des vitesses r . Ils suggèrent que c'est une instabilité interne des tourbillons primaires qui est à l'origine de la formation de ces tourbillons. Lasheras *et al.* [112] confirment cette idée et proposent un scénario de formation des tourbillons d'axes longitudinaux basé sur un mécanisme d'auto-induction. Selon ces auteurs, ces structures prennent naissance entre deux tourbillons primaires, région aussi nommée "braids" dans la littérature, suite à la déformation longitudinale de filaments tourbillonnaires d'axe transversal. Cette déformation est ensuite étirée vers l'aval par le cisaillement moyen. Des phénomènes d'auto-induction provoquent l'étirement et la déformation de cette distorsion et conduisent à la formation de tourbillons en épingle à cheveux (figure 2.11).

2.3.1.4 Influence des conditions génératrices

Le développement de l'écoulement de couche de mélange est sensible à la nature des conditions initiales lui donnant naissance. De nombreux paramètres influencent donc

l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement, le taux d'expansion σ de la couche de mélange ainsi que la distance longitudinale à laquelle le régime de similitude est atteint... En effet, Metha [130] montra le rôle du rapport de vitesses $r = U_b/U_a$ sur le développement de la couche de mélange, en particulier sur la distance à laquelle les grandeurs turbulentes atteignent le régime de similitude. Il constate que, pour r compris entre 0,5 et 0,7, cette distance décroît puis, pour $r > 0,7$, elle augmente. Il attribue ce comportement en partie à l'effet de sillage de la plaque séparatrice.

L'influence de la nature des couches limites (laminaires ou turbulentes) qui se développent sur la plaque séparatrice a été étudiée expérimentalement par Bell et Metha [17], Rogers et Moser [169] et Slessor *et al.* [183]. L'écoulement de couche de mélange généré par deux couches limites laminaires présente généralement un taux d'expansion supérieur au cas où les couches limites sont turbulentes. En revanche, cette dernière configuration atteint plus rapidement le régime de similitude.

De nombreux auteurs, dont Dziomba et Fiedler [64], ont étudié l'influence de l'épaisseur du bord de fuite de la plaque séparatrice qui modifie directement la forme du profil moyen de vitesse longitudinale au sein de la couche de mélange. L'apparition d'un effet de sillage peut conduire, dans la région proche du bord de fuite, à la prédominance de la fréquence du lâché tourbillonnaire sur la fréquence d'instabilité de la couche de mélange. Cet effet peut entraîner un retard dans l'apparition du régime de similitude.

Le rôle de la présence d'une composante de sillage dans le profil de vitesse moyenne longitudinale sur la stabilité et l'organisation de l'écoulement est détaillé dans la section 2.3.2. L'utilisation d'une plaque séparatrice dont la géométrie du bord de fuite varie suivant l'envergure, modifie également le développement de l'écoulement. Par exemple, un bord de fuite indented [32], par l'introduction de vorticités longitudinales, permet d'exciter des modes transversaux de la couche de mélange. Enfin, l'intensité de turbulence de l'écoulement libre [64] peut également influencer le développement de la couche de mélange, notamment au niveau de la distance à laquelle la zone de similitude est atteinte.

Certains de ces paramètres, tels que la modification de la géométrie du bord de fuite, peuvent constituer un moyen de contrôle, actif ou passif, de l'écoulement de couche de mélange. On trouvera dans la revue de Fiedler [70] divers moyens de contrôle par soufflage, excitation mécanique ou acoustique.

2.3.2 Influence de l'effet de sillage sur l'écoulement de couche de mélange

Parmi les paramètres influençant le développement des écoulements de type couche de mélange, nous ne nous intéresserons par la suite qu'à celui correspondant à l'utilisation d'une plaque séparatrice à bord de fuite épais. La forme du profil moyen de vitesse longitudinale (donnée par la géométrie du bord de fuite et le rapport de vitesses r) joue en effet un rôle essentiel sur la nature des instabilités qui se développent au sein de l'écoulement et donc sur l'organisation spatio-temporelle. L'utilisation de la théorie de stabilité linéaire, dont les concepts sont brièvement présentés dans le paragraphe §2.3.2.1, apporte des éléments de compréhension de l'influence du profil moyen. Deux types d'études peuvent donc être menés : des analyses à caractère analytique ou des études examinant, de manière expérimentale ou numérique, la modification de l'écoulement induite par l'effet de

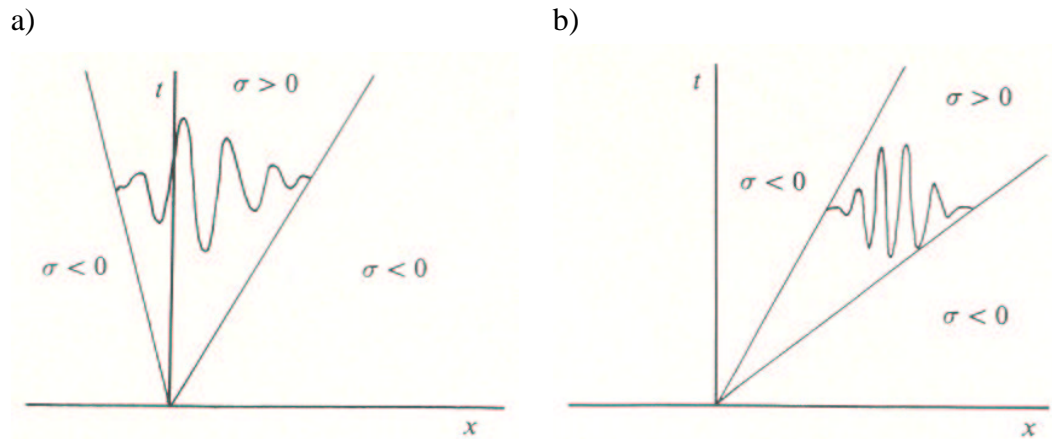


FIG. 2.12 – Schématisation de la réponse impulsionnelle : a) d'un écoulement absolument instable, b) d'un écoulement convectivement instable (d'après Monkewitz et Huerre [135]).

sillage.

2.3.2.1 Analyses de stabilité linéaire

a) Concepts d'instabilité.

i. Stabilité linéaire

Sur la base des travaux de Rayleigh démontrant l'instabilité des profils de vitesse comportant au moins un point d'inflexion [162], des études de stabilité linéaire non visqueuse ont été entreprises afin de déterminer la réponse d'un écoulement, caractérisé par la forme de son profil moyen de vitesse, à des excitations spatiales et temporelles.

Dans de telles études, l'écoulement moyen est considéré bidimensionnel (invariant suivant la direction de l'envergure), les termes de viscosité sont négligés et on fait l'hypothèse que l'écoulement est parallèle, aligné suivant la direction longitudinale. On superpose à cet écoulement moyen des perturbations spatio-temporelles sous la forme d'une fonction de courant dépendant du temps et de l'espace. L'introduction de cette fonction de courant dans les équations d'Euler permet d'obtenir, au premier ordre, l'équation différentielle de Rayleigh. La résolution de cette équation donne accès aux taux de croissance des différents modes d'instabilité en fonction de la fréquence (spatiale ou temporelle) de la perturbation imposée. Le mode d'instabilité peut être temporel ou spatial suivant que le nombre d'onde est réel et la fréquence complexe ou vice versa.

ii. Instabilité absolue-convective

Plus tard, Monkewitz et Huerre [135] ont introduit le concept d'instabilité convective ou absolue afin de déterminer, d'une part, si le choix d'une description spatiale ou temporelle est plus appropriée, et, d'autre part, de préciser la manière dont se propagent les perturbations dans l'écoulement. Un écoulement est dit absolument instable si sa réponse à une impulsion (figure 2.12 a)) devient non-bornée en tous

points de l'espace pour des temps suffisamment grands. Un écoulement est convectivement instable si sa réponse impulsionnelle (figure 2.12 b)) tend vers zéro en tous points de l'espace pour des temps suffisamment grands. En d'autres termes, dans un écoulement absolument instable, une perturbation locale est amplifiée et contamine tout l'espace (vers l'amont et l'aval). En revanche, dans un écoulement convectivement instable, la perturbation est amplifiée tout en étant convectée pour, finalement, ne plus influencer l'écoulement.

iii. Stabilité globale

Ce type d'analyse de stabilité est basé sur la forme locale du profil moyen de vitesse. L'hypothèse d'écoulement parallèle implique que le profil moyen de vitesse ne varie pas avec la direction longitudinale. En réalité, la forme du profil n'est pas constante, en particulier dans la région de proche sillage ou près du bord de fuite de la plaque séparatrice en écoulement de couche de mélange. Dans ces conditions, l'analyse de stabilité peut être conduite à chaque position longitudinale mais ne donnera qu'une information locale. En effet, Chomaz *et al.* [40] ont montré que l'existence d'une instabilité absolue locale est une condition nécessaire mais pas suffisante pour que l'écoulement soit globalement instable. Néanmoins, dans le cas où l'écoulement ne s'écarte pas trop de l'hypothèse d'écoulement parallèle, c'est-à-dire si la longueur d'onde caractéristique de l'évolution de l'écoulement est grande devant la longueur d'onde caractéristique des instabilités considérées, une relation peut être établie entre la nature des instabilités locales et les propriétés de stabilité globale de l'écoulement [87]. Le critère établi par Huerre et Monkewitz [87], basé sur l'étendue de la zone où l'écoulement est absolument instable et le niveau du taux d'amplification, permet de classer les écoulements en quatre catégories. L'écoulement peut être localement stable quelle que soit la position longitudinale considérée. Si une région d'instabilité convective existe, l'écoulement est dit convectivement instable localement. Dans ce cas, l'écoulement est globalement stable car il ne peut pas apparaître de résonances auto-entretenues. L'écoulement peut être presque absolument instable si le taux d'amplification maximale est toujours négatif mais proche de zéro. Une excitation de faible amplitude suffit alors à déstabiliser l'écoulement. Dans le dernier cas, une région d'instabilité absolue locale d'étendue suffisante existe. Cette zone se comporte comme un résonateur excitant le reste de l'écoulement. Celui-ci est alors globalement instable et peut présenter des modes auto-entretenus. Le lecteur pourra se référer aux travaux de Huerre et Monkewitz [87] pour une revue complète sur ce thème.

La plupart des études se sont focalisées sur la nature des instabilités primaires. Brancher et Chomaz [28] ont étudié les caractéristiques de l'instabilité secondaire d'un mode primaire ayant saturé. Ils considèrent l'instabilité secondaire d'appariement après saturation de l'instabilité primaire de Kelvin-Helmholtz.

b) Résultats des analyses de stabilité. Les premières études de stabilité linéaire de l'écoulement de couche de mélange ont d'abord été basées sur une modélisation du profil moyen de vitesse par des fonctions strictement monotones du type tangente hyperbolique. Michalke [131] étudia une couche de mélange dont la vitesse basse est nulle puis Monke-

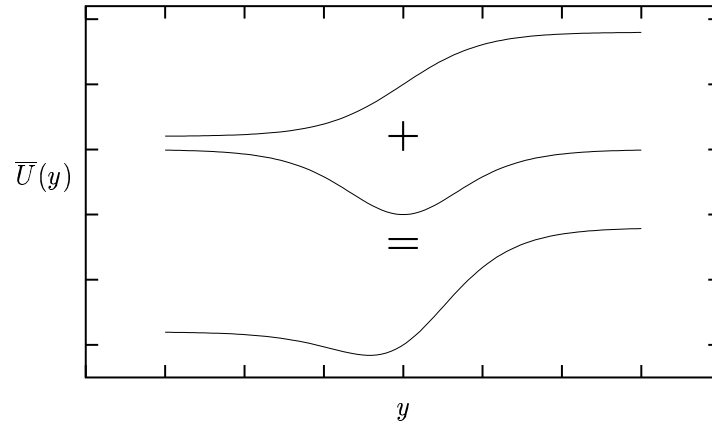


FIG. 2.13 – Prise en compte de l’effet de sillage lors de la modélisation du profil moyen de vitesse longitudinale en couche de mélange dans les études de Koochesfahani et Frierer [107] et Wallace et Redekopp [203].

witz et Huerre [134] prirent en considération l’influence du paramètre de vitesse λ sur la nature de l’instabilité de l’écoulement. Monkewitz et Huerre [135] ont ensuite analysé la nature de l’instabilité en fonction de λ . Pour des valeurs de λ comprises entre 0 et 1, les deux écoulements haute et basse vitesse sont de même sens. Dans ce cas, l’écoulement est convectivement instable. Pour $\lambda > 1,0$, les deux écoulements sont de sens contraires. Si λ reste inférieur à 1,315, l’écoulement est convectivement instable. Pour $\lambda > 1,315$, l’écoulement devient absolument instable.

Néanmoins, la présence d’une composante de sillage dans le profil moyen de vitesse est, d’un point de vue expérimental, inévitable. En effet, l’existence des couches limites se développant sur la plaque séparatrice ainsi que l’épaisseur, parfois non négligeable, du bord de fuite induisent un effet de sillage sur le profil moyen de vitesse.

Afin d’améliorer la compréhension des mécanismes de génération de bruit dû au lâché tourbillonnaire en aval d’obstacles, Koch [105] a étudié la stabilité linéaire de profils moyens de vitesse typiques de sillage de plaque plane et de couche de mélange avec fort effet de sillage. L’analyse de stabilité locale est effectuée en faisant varier le déficit de vitesse et le rapport de vitesse $r = U_b/U_a$. A r fixé, il observe une transition entre une instabilité absolue et une instabilité convective lorsque le déficit de vitesse décroît. Le même comportement existe lorsque r diminue en deçà d’une valeur critique de l’ordre de 0,5. En associant le phénomène de lâché tourbillonnaire dû au sillage à un mécanisme de résonance provoquée par la présence d’une zone d’instabilité absolue, il définit la fréquence du lâché comme la fréquence la plus amplifiée par l’instabilité absolue à la transition entre instabilité absolue et convective. Ainsi, selon Koch [105], un cisaillement trop important superposé au sillage entraîne la disparition du phénomène de résonance. On peut donc s’attendre à un comportement de type couche de mélange classique. De la même manière, la présence d’un effet de sillage important dans un écoulement de couche de mélange peut conduire à l’apparition d’une raie spectrale correspondant à la fréquence critique de l’émission de tourbillons au bord de fuite de la plaque séparatrice.

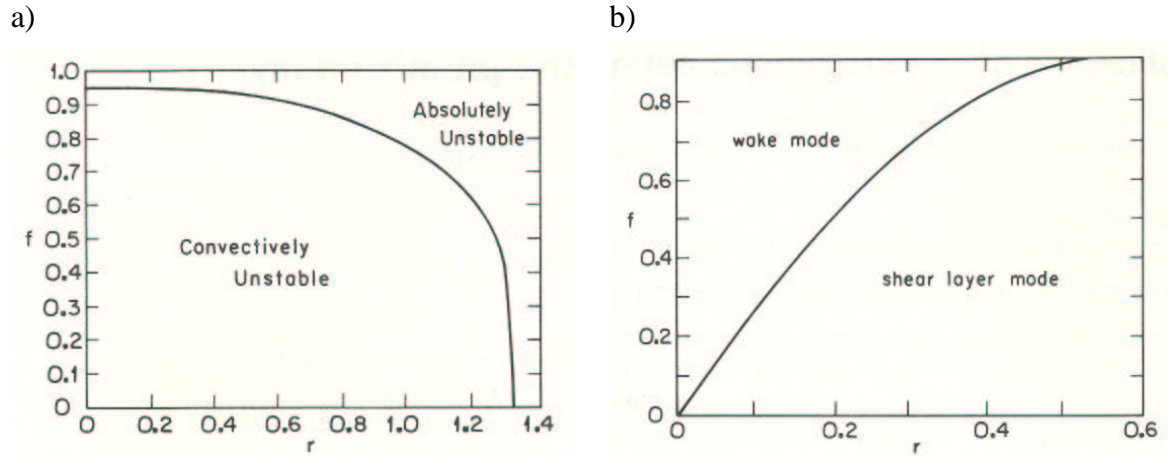


FIG. 2.14 – a) Frontière entre instabilité convective et absolue en écoulement de couche de mélange avec effet de sillage ; b) Domaine de prédominance du mode sillage ou du mode couche de mélange (d’après Wallace et Redekopp [203]).

Koochesfahani et Frieler [107] ont étudié l’influence de la composante de sillage sur l’instabilité de l’écoulement de couche de mélange en fonction de l’importance du déficit de vitesse et du rapport des densités des fluides des écoulements haute et basse vitesses. Dans cette analyse de stabilité linéaire, les auteurs constatent que la superposition d’un profil de sillage, de forme gaussienne, au profil en tangente hyperbolique de couche de mélange (figure 2.13) entraîne l’apparition d’un deuxième mode instable. Néanmoins, la relation entre le nombre de points d’inflexion du profil de vitesse et le nombre de modes instables de l’écoulement n’est pas clairement établie. Dans le cas d’un cisaillement non nul, le calcul des lignes de courant pour les taux d’amplification maximum montre que le premier mode correspond à une organisation de type couche de mélange alors que le deuxième est représentatif d’une structuration d’écoulement de sillage. Dans le cas d’un fluide de densité uniforme, pour la gamme de rapports et de déficits de vitesses étudiés, le taux d’amplification du deuxième mode reste inférieur à celui du premier. En revanche, si la densité du fluide de l’écoulement basse vitesse est supérieure à celle du fluide côté haute vitesse, les taux d’amplifications des deux modes peuvent devenir comparables.

Le même type d’étude a été entrepris par Wallace et Redekopp [203] dans le cas d’un fluide de densité uniforme. Ils proposent de modéliser le profil moyen de vitesse par une fonction du type : $\bar{u}(y) = 1 - f \operatorname{sech}^2(y) + \lambda \tanh(y)$. Le paramètre f représente le déficit de vitesse (adimensionné par la vitesse moyenne U_m) dû au sillage et λ le paramètre de vitesse de la couche de mélange (figure 2.13). Ils montrent l’existence de valeurs critiques des paramètres f et λ pour lesquelles l’instabilité de l’écoulement passe d’une nature convective à une nature absolue. En particulier, si λ reste inférieur à 1,315, la présence d’un déficit de vitesse suffisamment grand est nécessaire pour qu’il existe une région d’instabilité absolue (figure 2.14 a)).

Leur analyse de stabilité permet en outre de déterminer les valeurs de f et λ conduisant à la prédominance du mode de type sillage ou bien celle du mode de type couche de mélange (figure 2.14 b)). En modélisant les profils de vitesse expérimentaux par la forme proposée par Wallace et Redekopp [203], ces diagrammes permettent de déterminer a

priori le type d'instabilité locale et le mode dominant de l'écoulement.

2.3.2.2 Etudes expérimentales

L'influence de l'effet de sillage dû au bord de fuite de la plaque séparatrice a également été étudiée en analysant directement les modifications de l'organisation spatio-temporelle produite.

Zhang *et al.* [207] ont étudié le forçage d'une couche de mélange à deux fréquences, une fréquence fondamentale et sa sous-harmonique, simultanément. Ils ont mené parallèlement des calculs de stabilité sur un profil en tangente hyperbolique auquel était superposé une composante de sillage pour un paramètre de vitesse $\lambda = 0,73$. Ils ont ainsi pu analyser d'une part l'influence du sillage de la plaque séparatrice sur la stabilité de l'écoulement et, d'autre part, comparer les taux d'amplification de perturbations mesurés à ceux prédits par le calcul. L'augmentation du déficit de vitesse entraîne une augmentation du taux d'amplification maximum. Cependant, aucune information n'est donnée sur la nature convective ou absolue de l'instabilité.

Boldman *et al.* [23] ont étudié, par visualisations, un écoulement de couche de mélange plane turbulente dont la vitesse haute est maintenue à 24,4 m/s, le rapport de vitesse étant ajusté en modifiant la vitesse basse. Le bord de fuite de la plaque séparatrice est droit et épais ($\simeq 1,3$ cm). Les couches limites se développant sur cette plaque sont turbulentes pour $r > 0,25$. Etant donnés ces paramètres, on peut estimer que l'épaisseur de la plaque séparatrice est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de déplacement des couches limites. Les rapports de vitesse étudiés sont compris entre 0 et 1. La mesure de la fréquence caractéristique des tourbillons, par anémométrie à fils chauds et par mesure sur les visualisations, montre que celle-ci diminue avec le rapport de vitesse et disparaît pour $r < 0,25$. Lorsqu'elle est présente, cette fréquence caractéristique correspond à un nombre de Strouhal $St = fh/U_m$ de l'ordre de 0,2. La modélisation de l'écoulement par un modèle tourbillonnaire potentiel, comportant deux rangées horizontales de tourbillons, confirme les observations faites quant à l'évolution de l'organisation de l'écoulement en fonction du rapport des vitesses. En effet, l'écoulement évolue d'une organisation de type sillage à une structuration de type couche de mélange lorsque le rapport de vitesse diminue. Ainsi, quand le cisaillement augmente, la taille des tourbillons de la rangée côté basse vitesse décroît et l'organisation typique des allées de Von Karman (alternance de tourbillons de vorticité de signe opposé) laisse place à une structuration où la position des tourbillons côté basse vitesse par rapport à ceux côté haute vitesse est beaucoup plus aléatoire.

Bourgeois [27] examina l'influence d'un cisaillement sur un écoulement de sillage de plaque plane pour différentes géométries de bord de fuite et différents cisaillements. Lorsque le bord de fuite est de type culot, dont l'épaisseur est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de déplacement des couches limites, l'auteur constate qu'il existe deux régimes d'instabilité en fonction du paramètre r . Pour $r > 0,71$, deux nappes tourbillonnaires se développent de part et d'autre du bord de fuite ; l'écoulement est dominé par un comportement de type sillage. Si r est inférieur à la valeur critique, un régime à une nappe tourbillonnaire se développe. Ce comportement est en accord avec les études présentées précédemment. Néanmoins, contrairement à l'analyse de Koch [105], l'analyse spectrale

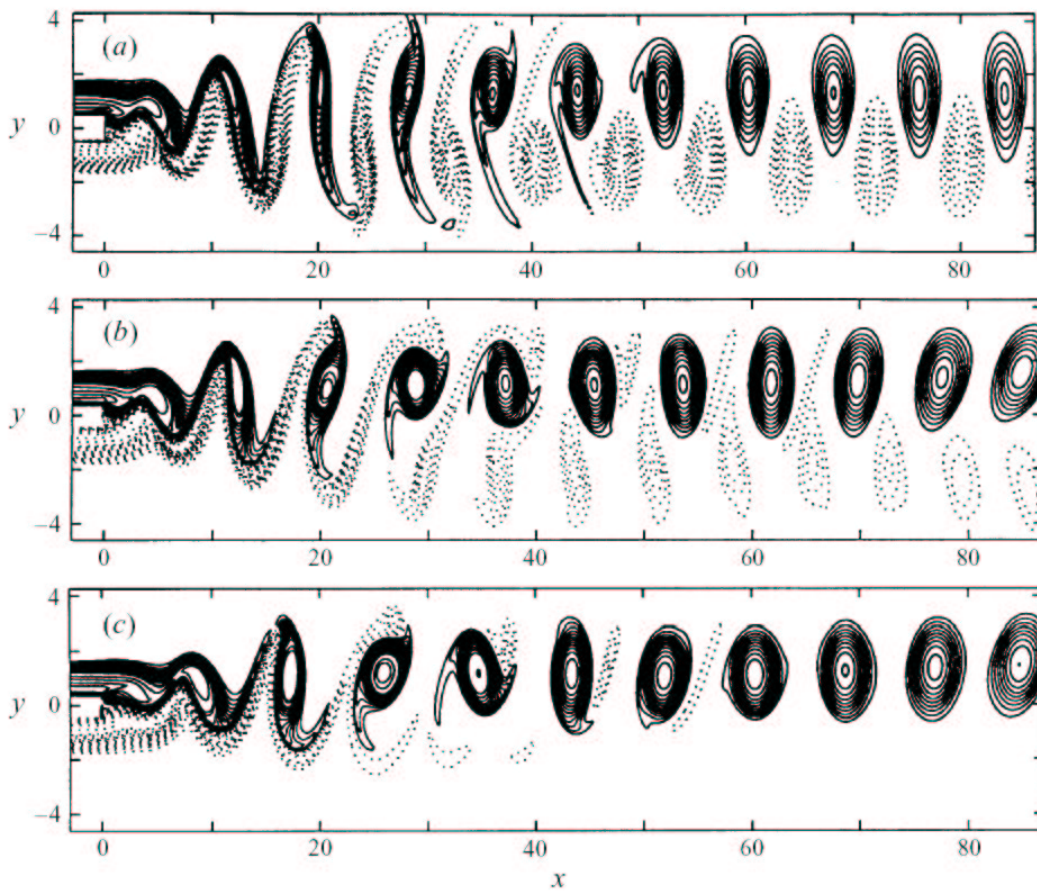


FIG. 2.15 – Simulation directe d’une couche de mélange avec bord de fuite de type culot ($Re = 320$). Contours de vorticité (— : vorticité positive, $\cdot \cdot \cdot$ vorticité négative) pour un paramètre de vitesse a) $\lambda = 0$, b) $\lambda = 0,1$ et c) $\lambda = 0,2$. (d’après Hammond et Redekopp [81]).

de l’écoulement pour $r = 0,9$ et $r = 0,45$ révèle dans les deux cas une forte composante périodique correspondant à un nombre de Strouhal (basé sur l’épaisseur du bord de fuite et la vitesse moyenne) de 0,19. De plus, pour ces deux valeurs de r , les profils d’énergie de la vitesse longitudinale présentent deux extrema de part et d’autre de l’axe de la couche de mélange. Dans les deux cas, la présence d’un fort déficit de vitesse juste en aval du bord de fuite entraîne une modification des profils de couche limite. En effet, au bord de fuite, ceux-ci sont marqués par une accélération de l’écoulement dans la région proche de la paroi et comportent donc un point d’inflexion. Le profil moyen de vitesse longitudinale peut donc comporter jusqu’à quatre points d’inflexion dans la zone proche du bord de fuite.

Hammond et Redekopp [81] ont étudié la dynamique et le contrôle par soufflage ou aspiration au bord de fuite de l’écoulement de sillage de plaque plane en présence de cisaillement par simulation numérique directe. Dans ces calculs, le bord de fuite de la plaque séparatrice est de type culot et son épaisseur est de l’ordre de grandeur de l’épaisseur des couches limites se développant sur la plaque plane. En écoulement non contrôlé, ils ob-

servent qu'une augmentation du cisaillement (diminution de r) entraîne une diminution de l'étendue longitudinale de la région d'instabilité absolue et du taux d'amplification maximum. Le calcul du champ de vorticité (figure 2.15) confirme le changement de nature du mode dominant (sillage ou couche de mélange) prédit par Wallace et Redekopp [203]. On peut en outre noter sur la figure 2.15 le développement de la couche de mélange côté haute vitesses ($y > 0$) lorsque $\lambda > 0$. Dans le cas d'un contrôle par aspiration, l'augmentation de la vitesse d'aspiration entraîne d'une part l'augmentation du déficit de vitesse, donc l'augmentation du taux d'amplification de l'instabilité absolue, dans la région proche du bord de fuite, et, d'autre part, une réduction de l'étendue de la zone d'instabilité absolue. Lorsque la vitesse d'aspiration croît, le nombre de Strouhal décroît jusqu'à la suppression brutale du lâché tourbillonnaire. Ce phénomène s'accompagne d'une réduction de la zone de recirculation. Au delà de cette valeur critique de la vitesse d'aspiration, le sillage devient stationnaire. Inversement, un soufflage de l'écoulement entraîne la disparition de la zone d'instabilité absolue. Leu et Ho [119] tirent les mêmes conclusions de leur étude expérimentale du contrôle du sillage d'une plaque plane par aspiration.

2.3.3 Synthèse

Dans le cas d'un écoulement de couche de mélange, l'utilisation d'une plaque séparatrice, dont l'épaisseur de bord de fuite est du même ordre de grandeur que l'épaisseur des couches limites se développant sur la plaque, a plusieurs effets sur l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement. En effet, si la composante de sillage est suffisamment importante, il se développe en aval du bord de fuite une région d'instabilité absolue jouant le rôle de résonateur. En entraînant l'apparition d'un phénomène d'auto-excitation, cette zone rend l'écoulement globalement instable. On peut alors s'attendre à ce que le contenu fréquentiel des signaux de vitesse soit marqué par une composante harmonique correspondant à la fréquence de lâché tourbillonnaire caractéristique d'un écoulement de type sillage. De plus, la composante de sillage entraîne un changement de la nature du mode dominant avec l'abscisse longitudinale. En effet, à rapport de vitesse constant, une diminution du déficit de vitesse entraînera le passage d'un mode de type sillage à un mode caractéristique de couche de mélange. L'écoulement présente donc différents types d'organisation spatio-temporelle dont l'état asymptotique est la couche de mélange en régime de similitude.

2.4 Conclusions

Nous avons présenté, dans un premier temps, les trois principales approches envisageables pour la génération de conditions amont de calculs instationnaires d'écoulements turbulents : l'utilisation de signaux générés syth tiquement, l'interfaçage d'un calcul précurseur au calcul principal et le couplage calculs-expériences. La première méthode, qui consiste à générer des signaux aléatoires respectant des statistiques correctes, telles que moments d'ordre un et deux ou spectres temporels et spatiaux, s'avère néanmoins incapable de restituer une structuration spatio-temporelle réaliste. Cet inconvénient est la cause de l'apparition d'une zone d'établissement d'une turbulence réaliste en début de do-

maine de calcul. L'utilisation d'un calcul précurseur, si elle présente l'avantage de fournir des conditions amont représentatives de l'écoulement dans la section d'entrée du calcul principal, présente l'inconvénient d'augmenter le coût de calcul de manière non négligeable. En particulier, la simulation de configurations d'écoulement complexes peut devenir problématique. Une alternative à ces techniques consiste à interfacer, de manière instationnaire, des données expérimentales au code de calcul. Les premières tentatives ont montré la faisabilité et le potentiel de telles approches. En effet, grâce aux techniques d'interpolation-extrapolation spatiales développées, notamment au LEA, ces méthodes permettent de coupler des mesures simultanées effectuées en plusieurs points à la face d'entrée d'un calcul. On peut donc envisager, dans la mesure où une base de données expérimentale est disponible, de réaliser des simulations de configurations complexes. De plus, il est possible, en sélectionnant les échantillons utilisés, d'étudier par la simulation des événements particuliers. C'est à ce type de méthode de couplage calculs-expériences que nous nous intéresserons dans la suite de notre étude.

Par ailleurs, l'analyse des différentes techniques de génération de conditions amont et de leurs performances a révélé que la reproduction du caractère organisé de l'écoulement par les conditions d'entrée d'un calcul est essentielle. Nous nous sommes donc intéressés, ensuite, aux méthodes de caractérisation des structures cohérentes au sein des écoulements turbulents. Deux de ces techniques seront décrites plus en détails dans le chapitre 3.

Dans la troisième partie de ce chapitre, ont été présentées les caractéristiques principales de la configuration d'écoulement retenue pour notre étude : la couche de mélange, perturbée ou non par le sillage du bord de fuite de type culot. Après une brève description de l'écoulement canonique, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à l'influence de la géométrie du bord de fuite de la plaque séparatrice sur le développement aval de l'écoulement. Les études antérieures menées sur ce sujet ont en effet montré qu'une composante de sillage suffisamment importante entraîne la prédominance d'un comportement de type sillage dans la région de transition vers le régime de similitude et donc une importante modification de l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement.

Précisons que des éléments bibliographiques sur les différents techniques et concepts mis en œuvre seront présentés, le moment venu, dans les chapitres suivants.

Chapitre 3

Approches stochastiques

Les techniques de couplage calculs-expériences développées au LEA reposent sur l'extraction des structures cohérentes et d'informations sur leur dynamique temporelle à partir d'une base de données expérimentale. Ces approches font largement appel, d'une part, à la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) pour l'identification de la structuration à grande échelle et, d'autre part, à l'estimation stochastique linéaire (LSE) comme outils d'interpolation-extrapolation spatiale du champ de vitesse instantané.

Ces deux méthodes sont présentés dans ce chapitre, ainsi que la technique de la méthode complémentaire, résultant de leur emploi combiné.

3.1 Décomposition Orthogonale (POD)

De nombreuses études antérieures [69, 89, 90] ont mis en évidence l'existence et l'importance des structures cohérentes au sein des écoulements turbulents. Les difficultés à les définir et à les extraire ont conduit au développement de différentes méthodes d'identification [25]. Afin de pallier les problèmes posés par les techniques de mesure conditionnelle (définition du critère de détection), une approche basée uniquement sur un critère énergétique a été proposée par Lumley [123] : la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). Celle-ci consiste à considérer que les structures cohérentes sont celles qui ont la plus grande projection au sens des moindres carrés sur le champ de vitesse. Cette définition conduit à la résolution d'un problème aux valeurs propres dont le noyau est le tenseur des corrélations spatiales en deux points. L'ensemble des modes propres obtenu constitue alors une base orthonormale optimale au sens de l'énergie pour les réalisations de l'écoulement.

Cette approche a ensuite été adaptée par Sirovich [181] (introduisant alors la Snapshot-POD) à des données très bien résolues spatialement mais dont le nombre d'échantillons est limité (de type mesures PIV ou données issues de simulation numérique par exemple). De plus, une généralisation de la méthode appelée décomposition bi-orthogonale a été proposée par Aubry *et al.* [11] qui peut être réalisée sans *a priori* sur la nature de la distribution statistique des signaux considérés (stationnarité, ergodicité...). Le développement des capacités de calcul a favorisé l'acquisition et le calcul des données nécessaires à la mise en œuvre de la POD. Celle-ci est maintenant largement utilisée pour l'analyse des

écoulements complexes aussi bien en écoulements cisailés libres [31, 56, 79, 80] qu'en écoulement de paroi [163, 182], en convection libre [88] ou encore en géophysique [13].

Enfin, la POD a conduit au développement par Maurel *et al.* [128] et Borée [26] de la POD étendue. Celle-ci permet d'extraire d'une grandeur physique quelconque (la concentration, la pression ou le champ de vitesse par exemple) la partie corrélée à une autre grandeur connue sur un domaine différent ou pas. Cette technique est à rapprocher des méthodes d'analyse conditionnelle qui permettent l'étude de la réponse d'une grandeur physique à un ou plusieurs signaux de référence. L'équivalence entre l'estimation stochastique linéaire (voir section 3.2) et la POD étendue a d'ailleurs été démontrée dans [26].

Pour de plus amples détails sur la POD, le lecteur pourra se référer aux travaux de Berkooz *et al.* [20] par exemple.

3.1.1 Formalisme mathématique

L'approche POD consiste à trouver une fonction déterministe $\Phi(\mathbf{x})$ maximisant sa projection sur la variable aléatoire $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. Ces fonctions appartiennent à l'espace des fonctions complexes dont les composantes $\Phi_i(\mathbf{x})$ sont des fonctions complexes continues à variables réelles. En se restreignant à l'espace des fonctions à carré intégrable, on définit le produit scalaire suivant :

$$(\mathbf{u}, \Phi) = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \Phi^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}) \Phi_i^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.1)$$

où N_c représente le nombre de composantes utilisées pour la décomposition et \mathcal{D} le domaine spatial étudié (\mathbb{R}^3 dans le cas le plus général). En outre, \hat{u}^* est le complexe conjugué de \hat{u} . La norme associée à ce produit scalaire est définie par :

$$\|\mathbf{u}\|^2 = \int_{\mathcal{D}} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \mathbf{u}^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.2)$$

L'opérateur noté $\langle \bullet \rangle$ utilisé par la suite pourra être une moyenne spatiale, temporelle ou conditionnelle suivant le type d'approche considéré (POD classique, snapshot ou bi-orthogonale). Le problème de recherche de la fonction Φ est équivalent à la maximisation de :

$$\frac{\langle \|\mathbf{u}, \Phi\|^2 \rangle}{\|\Phi\|^2} \quad (3.3)$$

Ce problème de maximisation conduit à la résolution d'un problème aux valeurs propres qui se présente sous la forme d'une équation intégrale de Fredholm :

$$\sum_{i=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \Phi_j^{(n)}(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

ou $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est le tenseur des corrélations en deux points.

Selon la théorie d'Hilbert Schmidt, il est nécessaire que le domaine d'intégration soit borné et que le tenseur des corrélations utilisé soit hermitien et appartienne à l'espace des

fonctions à carré sommable. S'il existe des directions d'homogénéité ou de stationnarité, la POD ne peut donc pas être appliquée et est généralement remplacée par la décomposition harmonique [54] (cf. 3.1.3).

Sous ces conditions, l'équation (3.4) admet une infinité dénombrable de solutions $\Phi^{(n)}$ associées aux valeurs propres $\lambda^{(n)}$ constituant une base orthogonale pour l'espace des réalisations $\mathbf{u}(\mathbf{x})$. Les fonctions $\Phi^{(n)}$ peuvent être choisies de manière à ce que la base soit orthonormale, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} (\Phi^{(n)}, \Phi^{(m)}) &= \delta_{nm} \\ \text{avec } \delta_{nm} &= \begin{cases} 0 & \text{pour } n \neq m; \\ 1 & \text{pour } n = m \end{cases} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Toute réalisation $u_i(\mathbf{x})$ peut donc être décomposée sur cette base :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)}(t) \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.6)$$

Les coefficients de projection $a^{(n)}$ sont calculés par :

$$a^{(n)} = \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.7)$$

et sont non corrélés entre eux :

$$\langle a^{(n)} a^{(m)} \rangle = \delta_{nm} \lambda^{(n)} \quad (3.8)$$

De plus, le noyau R_{ij} peut être reconstruit à partir des fonctions propres :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^{(n)} \Phi_i^{*(n)}(\mathbf{x}) \Phi_j^{(n)}(\mathbf{x}') \quad (3.9)$$

La valeur propre de rang n traduit le contenu énergétique du mode correspondant, la somme des valeurs propres représentant l'énergie totale dans le domaine de mesure. De plus, par définition, la POD est optimale au sens de l'énergie, elle capture un maximum d'énergie en un minimum de modes.

Etant donné qu'il existe une relation linéaire entre les modes POD et les réalisations instantanées du champ de vitesse (eq. 3.6), les modes propres vérifient les mêmes relations linéaires que l'écoulement. En particulier, si l'écoulement est incompressible, les modes POD sont à divergence nulle. Si les conditions aux limites de l'écoulement sont décrites par des relations linéaires, comme c'est le cas pour des conditions de périodicité ou de non glissement, les modes propres les vérifient aussi.

En revanche, afin d'obtenir les coefficients temporels (équation 3.7) de la projection, il est nécessaire de connaître le champ de vitesse en tout point à tout instant. Par conséquent, la mise en œuvre de la POD sur des données expérimentales est ardue car elle impose l'utilisation d'un grand nombre de sondes. De plus, cela soulève le problème de *l'aliasing spatial*. En effet, il a été montré [53] qu'il existe un nombre de coupure dans le spectre des valeurs propres qui correspond à $N_c \times N_y / 2$ (où N_c est le nombre de composantes de vitesse mesurées et N_y le nombre de points de mesure dans les directions inhomogènes). Ainsi, le nombre de modes POD pouvant être obtenus est une fonction croissante du nombre de points sur lequel est connu le tenseur des corrélations utilisé.

3.1.2 POD classique et Snapshot POD

Deux approches principales POD ont été développées dans la littérature suivant le noyau du problème aux valeurs propres considéré. Elles aboutissent au même type de décomposition dans le cas d'un champ spatio-temporel :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a^{(n)}(t) \Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (3.10)$$

La *POD classique*, telle qu'introduite initialement par Lumley [123], est basée sur l'utilisation du tenseur des corrélations spatiales en deux points. L'opérateur moyenne $\langle \bullet \rangle$ utilisé correspond alors à une opération de moyenne temporelle. En faisant les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité, le noyau POD est alors défini par :

$$R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{T} \int_T u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) dt ; \quad T \rightarrow \infty \quad (3.11)$$

Les fonctions propres obtenues ne dépendent que de la variable spatiale \mathbf{x} . Le calcul du tenseur R_{ij} nécessite un nombre d'échantillons temporels suffisant pour assurer la convergence statistique. Cette approche est donc particulièrement bien adaptée au traitement de données issues par exemple de mesures par peignes de fils chauds ou par antenne de microphones.

La *Snapshot POD* développée par Sirovich [181] est basée sur le tenseur des corrélations temporelles défini par :

$$C(t, t') = \frac{1}{\epsilon} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t') d\mathbf{x} \quad (3.12)$$

où $\epsilon = T \times V$ avec T , la longueur temporelle de l'échantillon et V le volume d'intégration du domaine \mathcal{D} . L'équation de Fredholm à résoudre est la suivante :

$$\int_T C(t, t') a(t') dt' = \lambda a(t) \quad (3.13)$$

Les modes spatiaux $\Phi^{(n)}(\mathbf{x})$ sont alors calculés par projection de la variable aléatoire $u_i(\mathbf{x}, t)$ sur les coefficients $a^{(n)}(t)$:

$$\Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) = \int_T u_i(\mathbf{x}, t) a^{(n)}(t) dt \quad (3.14)$$

Cette approche présente les mêmes propriétés en terme de convergence et de reconstruction du champ de vitesse que la POD classique. Ici, l'opérateur de moyenne étant une moyenne spatiale, cette technique est généralement utilisée dans le cas de données bien résolues spatialement mais présentant un faible nombre d'échantillons temporels comme par exemple les mesures obtenues par PIV [147] ou les résultats de simulations numériques [125].

Remarques concernant les deux types d'approches POD

- contrairement à la POD classique où les corrélations $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$, $i \neq j$, sont explicitement prises en compte lors de la résolution du problème aux valeurs propres, la méthode des snapshots ne fait pas intervenir de corrélation intercomposante.
- la Snapshot POD peut être appliquée à partir de deux types d'échantillons : des échantillons indépendants temporellement ou des échantillons continus en temps sur une durée limitée. Dans le premier cas, si le nombre d'échantillons est suffisant, les deux types de POD sont équivalents. Dans le deuxième cas, les modes POD obtenus par la méthode des snapshots ne sont descriptifs que de l'échantillon retenu. Ce dernier type d'approche est à rapprocher de la décomposition bi-orthogonale proposée par Aubry *et al.* [11].

3.1.3 POD et analyse harmonique

La mise en œuvre de la POD nécessite que le domaine d'intégration soit borné. Les directions d'homogénéité, de stationnarité ou de périodicité nécessitent donc un traitement particulier. Nous traiterons ici uniquement le cas d'une direction d'homogénéité, Ox_3 , l'extension à d'autres directions étant directe. Si l'on suppose que l'écoulement est homogène en moyenne suivant la direction Ox_3 , le tenseur des corrélations ne dépend plus de la position effective x_3 mais uniquement de la distance $r_3 = x'_3 - x_3$. En distinguant la variable x_3 et en introduisant une nouvelle variable $\boldsymbol{\chi}$, la variable d'espace \mathbf{x} devient $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\chi}; x_3)$. On peut alors écrire l'équation de Fredholm sous la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; x_3 - x'_3) \Phi_j^{(n)}(\boldsymbol{\chi}'; x'_3) d\boldsymbol{\chi}' dx'_3 = \lambda^{(n)} \Phi_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; x_3) \quad (3.15)$$

Compte tenu de l'homogénéité, on peut procéder à une décomposition harmonique de $\Phi_i^{(n)}$ suivant la direction Ox_3 , on introduit la décomposition en série de Fourier $\tilde{\Phi}_i^{(n)}$ définie par :

$$\Phi_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; r_3) = \sum_{k_3=-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; k_3) \cdot \exp(2\pi j \cdot k_3 r_3) \quad (3.16)$$

En introduisant la transformée de Fourier Ψ_{ij} de la corrélation dans la direction Ox_3 et en appliquant les propriétés d'unicité des coefficients de Fourier, le problème aux valeurs propres à résoudre devient :

$$\sum_{j=1}^{N_c} \int_{\mathcal{D}} \Psi_{ij}(\boldsymbol{\chi}, \boldsymbol{\chi}'; k_3) \tilde{\Phi}_j^{(n)}(\boldsymbol{\chi}'; k_3) d\boldsymbol{\chi}' = \lambda^{(n)}(k_3) \tilde{\Phi}_i^{(n)}(\boldsymbol{\chi}; k_3) \quad (3.17)$$

Cette forme revient à admettre que l'équation est considérée indépendante pour chaque nombre d'onde k_3 . De plus, la suite des fonctions harmoniques devient solution de l'intégrale de Fredholm. Dans ces directions, la POD se ramène donc à la décomposition

harmonique. Sous cette forme, la transformée de Fourier du champ aléatoire sera donnée en fonction des fonctions propres par :

$$\tilde{u}_i(\boldsymbol{\chi}; k_3) = \sum_n \tilde{a}^{(n)}(k_3) \tilde{\Phi}_i^{(m)}(\boldsymbol{\chi}; k_3) \quad \forall k_3 \quad (3.18)$$

La seule différence avec le problème initial réside dans le fait que, si une fonction $\tilde{\Phi}_i(\boldsymbol{\chi}, k_3)$ est solution du problème aux valeurs propres, alors toute fonction de la forme : $\tilde{\Phi}_i(\boldsymbol{\chi}, k_3) \exp(j\theta(k_3))$ est solution du même problème, satisfaisant également les conditions du théorème de la POD. Il subsiste donc une indétermination pour la direction correspondant à k_3 due au fait que la fonction de phase $\theta(k_3)$ ne peut pas être déterminée à partir des seules corrélations en deux points.

La prise en compte du caractère homogène d'une des directions du domaine d'intégration a été développé ici pour le formalisme de la POD classique. Cependant, à notre connaissance, aucune approche similaire n'a été menée en considérant la snapshot POD, en particulier lors de l'analyse de données issues de simulations numériques où des conditions de périodicité sont fréquemment utilisées. On peut néanmoins s'attendre, dans le cas où une décomposition par la méthode des snapshot est réalisée sur un domaine comportant une direction d'homogénéité, à une diminution de la rapidité de la convergence énergétique de la décomposition POD, celle-ci dégénérant en modes harmoniques dans la direction homogène.

3.1.4 Formulation discrète

Quel que soit le type d'approche POD retenu, la résolution de l'équation de Fredholm nécessite, en pratique, la discrétisation du problème intégral. Nous nous plaçons ici dans le cas de la réalisation d'une POD classique.

En discrétisant le domaine spatial sur lequel on réalise la POD en N points, le problème discret à résoudre peut s'écrire de la manière suivante :

$$\sum_{M=1}^{N_c \times N} A_{LM} V_M W_M = \Lambda_L V_L \quad (3.19)$$

la matrice A_{LM} représente ici la matrice des corrélations $R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$, W_M est une matrice de pondération traduisant la règle d'intégration utilisée, V_M et Λ_M étant respectivement les vecteurs propres et valeurs propres cherchés.

La matrice $A_{LM} W_M$ n'étant pas hermitienne, le problème numérique à résoudre peut s'écrire :

$$\sum_{M=1}^{N_c \times N} B_{LM} V'_M = \Lambda_L V'_L \quad (3.20)$$

où $B_{LM} = \sqrt{W_L} A_{LM} \sqrt{W_M}$, de manière à mettre l'équation 3.19 sous la forme d'un problème aux valeurs propres classiques d'une matrice hermitienne. On peut montrer que la matrice B possède les mêmes valeurs propres que la matrice A . Néanmoins, les vecteurs

propres V' sont affectés par la loi de pondération et sont reliés aux vecteurs propres de A par :

$$V_k = \frac{V'_k}{\sqrt{W_k}} \quad (3.21)$$

On peut remarquer que la taille du problème à résoudre est directement lié au nombre de points retenus dans la discrétisation du domaine d'intégration. Dans le cas d'une POD classique, l'utilisation d'un maillage spatial très fin peut rendre la résolution de l'équation de Fredholm problématique. Pour cette raison, la méthode des snapshots est mieux adaptée au traitement de données issues de simulations numériques ou de mesures par PIV, la résolution étant en général importante et le nombre d'échantillons temporels limité.

3.1.5 Extrapolation des fonctions propres POD

Nous rappelons ici une application de la POD proposée par Druault et Delville [60] pour l'extrapolation du tenseur des corrélations spatiales en deux points des vitesses, qui entre directement dans le cadre de l'approche suivie ici. En effet, la possibilité, offerte par la POD, de décomposer ce tenseur en une combinaison linéaire des vecteurs propres (équation 3.9) permet de ramener le problème d'interpolation-extrapolation bidimensionnelle du tenseur des corrélations à une suite de problèmes d'interpolation-extrapolation monodimensionnelle des vecteurs propres.

En effet, dans la plupart des écoulements libres ou de paroi, l'énergie turbulente devient nulle à l'infinie, les vecteurs propres de la décomposition POD doivent donc aussi tendre vers zéro, la base de vecteurs propres vérifiant les mêmes propriétés que le champ de vitesse (voir §3.1.1). La technique d'extrapolation des corrélations spatiales proposée repose sur ces propriétés.

Dans le cas d'écoulements libres, la décroissance vers l'infini des vecteurs propres est supposée exponentielle. Le tenseur des corrélations est ensuite reconstruit grâce aux vecteurs propres extrapolés.

La figure 3.1 présente un exemple de mise en œuvre de cette technique d'extrapolation. Les vecteurs propres extrapolés (figure 3.1 a)) sont issus d'une décomposition POD de la composante verticale de vitesse mesurée dans la section $x = 300$ mm, sondée par PIV stéréoscopique (cf. §7), qui sera utilisée plus loin. On peut voir sur la figure 3.1 b) la décroissance logarithmique des vecteurs propres.

La méthode proposée permet donc de pallier les inconvénients des procédures expérimentales de détermination du tenseur de corrélation des vitesses en deux points, limitées par l'étendue spatiale de la zone de mesure. En outre, en donnant accès à la connaissance du tenseur des corrélations sur un maillage quelconque, elle permet de mettre en œuvre la LSE (décrite au paragraphe suivant) pour estimer, à partir d'un nombre réduit de positions spatiales de mesure, le champ de vitesse dans un domaine inaccessible expérimentalement, en particulier lors de l'utilisation de peignes de sondes à fils chauds.

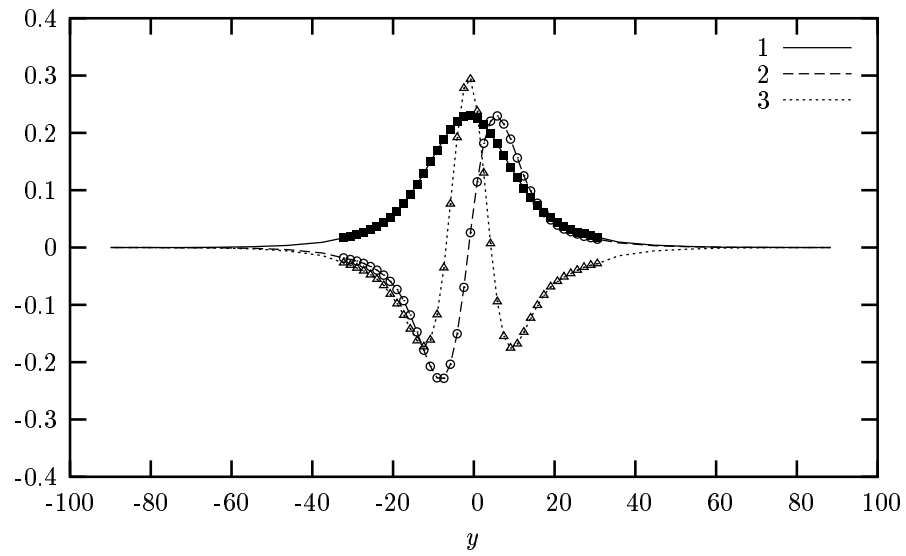
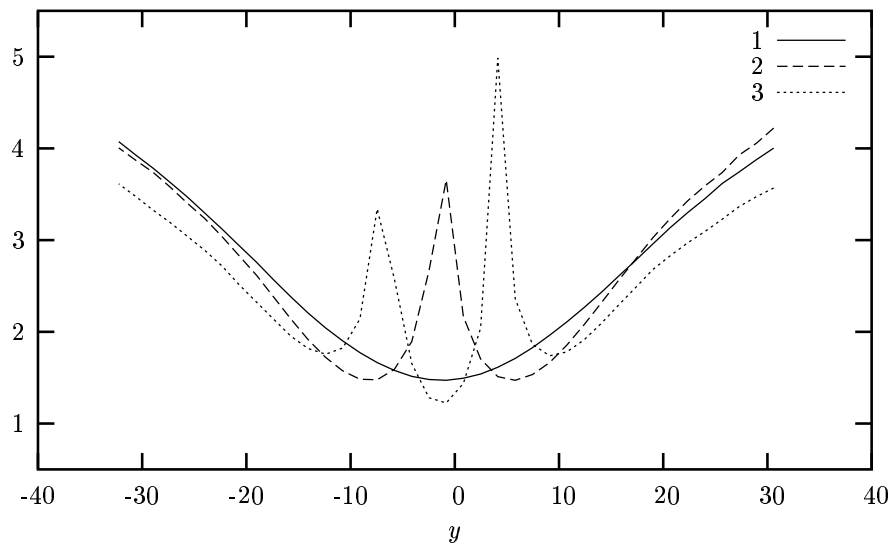
a) $\Phi_v^{(n)}$ b) $-\log(\Phi_v^{(n)})$ 

FIG. 3.1 – a) Représentation trois des premiers modes POD de la composante verticale de vitesse. b) Extrapolation de ces vecteurs propres (symboles : vecteurs propres originaux).

3.2 Estimation Stochastique Linéaire (LSE)

3.2.1 Introduction

L'estimation stochastique a été introduite en turbulence par Adrian [2] en 1977. Grâce à cette technique, il se propose d'estimer à partir d'une information conditionnelle en un ou plusieurs points de l'écoulement, l'information dans le reste du domaine, où les statistiques en deux points de l'écoulement sont connues. Un des principaux intérêts de l'estimation stochastique est de ne faire intervenir que des moments non conditionnels, donc indépendants des signaux conditionneurs utilisés pour la reconstruction du champ complet. Ainsi, d'un point de vue expérimental, seules deux sondes sont suffisantes pour bâtir l'ensemble des statistiques nécessaires à application de l'estimation stochastique, quelle que soit l'étendue du domaine de reconstruction envisagé.

Depuis son introduction par Adrian, l'estimation stochastique, sous sa version linéaire (ou LSE pour Linear Stochastic estimation), a été utilisée à différentes fins dans de nombreuses configurations d'écoulement. En effet, l'estimation stochastique permet par exemple d'extraire les structures de l'écoulement correspondant à certaines conditions. Gieseke et Guezennec [74] proposent, à partir de l'estimation stochastique, dans un écoulement de sillage de barreau, une structure probabiliste tridimensionnelle conditionnée par les valeurs de u et v issues d'une étude de leurs fonctions de densité de probabilité (analyse 4 cadrans). De la même manière, Adrian [5] extrait d'une DNS d'écoulement de canal une structure en forme d'épingle à cheveux (ou hairpin). En 1995, Vincendeau [202] étudie la structuration tridimensionnelle d'une couche de mélange plane et notamment le processus d'appariement des grandes échelles grâce à l'estimation stochastique. Récemment, la LSE a été mise en œuvre par Olsen et Duton [143] pour déterminer la taille, la forme et l'orientation moyennes de structures de type *rollers* et *braids* dans une couche de mélange incompressible. Afin de détecter ces deux types d'évènements, l'estimation est réalisée à partir du tenseur de déformations. Enfin, la LSE permettant l'utilisation de signaux conditionneurs de nature différente du champ à estimer, Picard [152] puis Ricaud [166] estiment le champ de vitesse dans la zone de mélange de jets libres à partir de mesures instantanées de pression dans la zone proche du jet et des corrélations pression-vitesse en deux points. Soulignons également les récents travaux de Murray et Ukeiley [139, 140] qui utilisent l'estimation stochastique développée à l'ordre 2 (QSE pour Quadratic Stochastic Estimation) pour reproduire la dynamique du champ de vitesse d'un écoulement de cavité à partir de mesure de vitesse par PIV et de mesure de pressions pariétales.

D'autre part, l'estimation stochastique peut être utilisée comme outils d'interpolation ou d'extrapolation. En effet, Cole *et al.* [46] montrent qu'il est possible de reconstruire l'organisation spatio-temporelle des structures à grandes échelles dans la couche de mélange d'un jet grâce à l'utilisation de deux sondes de référence. Druault *et al.* [62] interpolent et extrapolent les signaux de vitesse dans la direction transversale d'une couche de mélange plane à partir de trois sondes de référence et de la connaissance du tenseur des corrélations spatiales en deux points. Plus récemment, Coiffet *et al.* [44] reconstituent le champ proche de pression d'un jet libre subsonique sur l'ensemble d'une surface conique de même axe que le jet à partir de mesures microphoniques de la pression en un nombre

limité de points. Adrian [3] proposa en outre d'utiliser la LSE pour estimer les termes sous-mailles dans les approches du type simulations des grandes échelles.

3.2.2 Formalisme mathématique

L'estimation stochastique d'une grandeur $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ sous la condition (\mathbf{E}) , (\mathbf{E}) étant connu au points $(\mathbf{x}^{(k)})$, $k \in [1 : N_{ref}]$, peut être assimilée à une opération de moyenne conditionnelle définie de la manière suivante :

$$\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{g}(\mathbf{x}) | \mathbf{E} \rangle \quad (3.22)$$

où $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x})$ est la valeur escomptée de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ quand la condition (\mathbf{E}) se réalise. En supposant que $\langle \mathbf{g} | \mathbf{E} \rangle$ est une fonction continue de \mathbf{g} , on peut, si on s'intéresse aux fluctuations de \mathbf{g} , développer cette grandeur en série de Taylor autour de la moyenne de (\mathbf{E}) et la tronquer à un certain ordre [2]. L'estimation de la composante i ($i = 1, 2, 3$) de $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ se fait de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{g}_i(x) = \langle g_i(x) | \mathbf{E} \rangle &= \sum_{k=1}^{N_{ref}} A_i^{(k)}(x) E(x^{(k)}) \\ &+ \sum_{k=1}^{N_{ref}} \sum_{l=1}^{N_{ref}} B_i^{(kl)}(x) E(x^{(k)}) E(x^{(l)}) + \dots \end{aligned} \quad (3.23)$$

La détermination des coefficients $A_i(\mathbf{x})$ s'effectue en minimisant l'erreur quadratique moyenne entre le champ original $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ et son estimé $\tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{x})$:

$$\min \left(\left\langle \left[\sum_{k=1}^{N_{ref}} A_i^{(k)}(x) E(x^{(k)}) + \sum_{k=1}^{N_{ref}} \sum_{l=1}^{N_{ref}} B_i^{(kl)}(x) E(x^{(k)}) E(x^{(l)}) + \dots - g_i(x) \right]^2 \right\rangle \right) \quad (3.24)$$

En ne considérant que les termes linéaires du développement en série de Taylor, l'équation (3.24) se ramène au système linéaire suivant (aussi appelé équation de Yule-Walker) :

$$\langle g_i(x) E(x^{(l)}) \rangle = A_i^{(k)}(x) \langle E(x^{(k)}) E(x^{(l)}) \rangle \quad (3.25)$$

L'estimation stochastique linéaire de \mathbf{g} sous la condition \mathbf{E} est donnée par :

$$\tilde{g}_i(x) = A_i^{(k)}(x) E(x^{(k)}) \quad (3.26)$$

La résolution de l'équation (3.24) nécessite donc la connaissance des corrélations en deux points entre le champ à estimer et le champ conditionneur $\langle g_i(x) E(x^{(k)}) \rangle$ mais aussi les corrélations entre les différents points de référence $\langle E(x^{(k)}) E(x^{(l)}) \rangle$.

Si les signaux à estimer et la condition sont de même nature (par exemple lors de l'estimation de vitesse à partir d'autres signaux de vitesse), la LSE présente les propriétés suivantes :

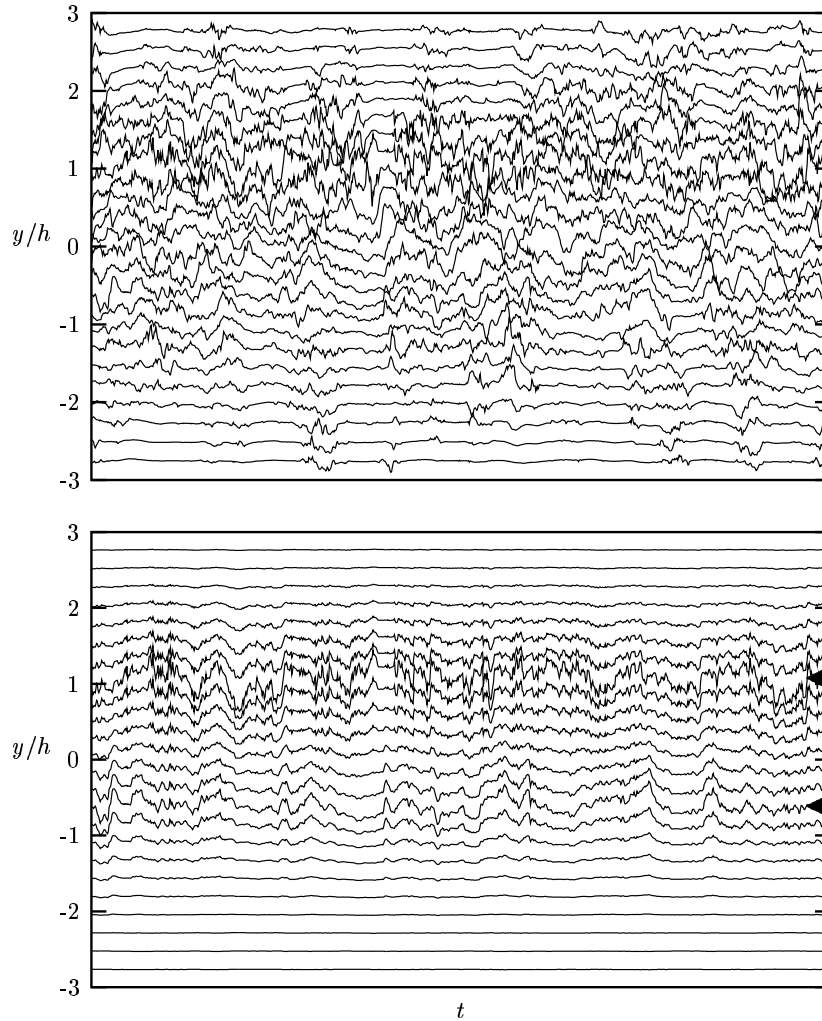


FIG. 3.2 – Signaux instantanés originaux de vitesse longitudinale (haut), estimés par LSE avec 2 points de référence (bas) (\blacktriangleleft : position transversale des sondes de référence). Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

- le champ estimé satisfait l'équation de continuité si elle est respectée par le champ original.
- les échelles intégrales spatiales et temporelles du champ original sont conservées.
- propriété de séparation : quand la condition \mathbf{E} s'éloigne des points de reconstruction, \tilde{g}_i tend vers $\langle g_i \rangle$.
- propriété de coïncidence : si $\mathbf{E} = \mathbf{g}$, alors \tilde{g}_i tend vers g_i quand on se rapproche des points de référence.

Les figures 3.2 et 3.3 présentent un exemple de reconstruction de signaux de vitesses instantanées ainsi que la distribution d'énergie correspondante. Cette estimation a été réalisée grâce à deux sondes de référence placées de part et d'autre de la couche de mélange. La LSE permet de reproduire exactement les signaux aux points de référence et conduit à une sous-estimation du niveau d'énergie aux autres positions. Cette erreur de reconstruction altère également la dynamique du signal comme le montre le tracé des signaux

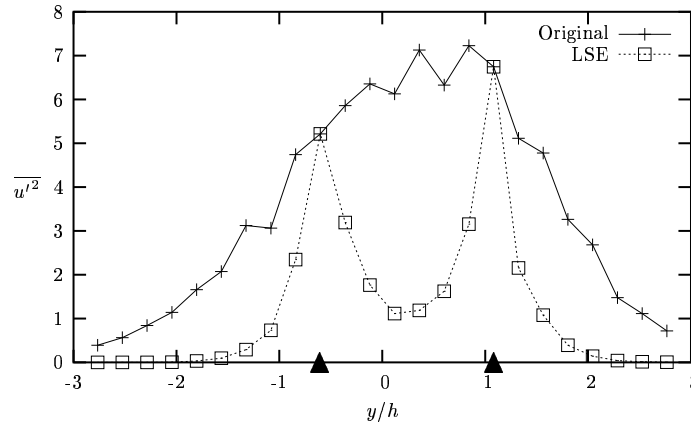


FIG. 3.3 – Profil d'énergie du champ de vitesse original (—) et de son estimé (\cdots) : cas de la LSE avec 2 points de référence (\blacktriangle : position transversale des sondes de référence). Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

instantanés (voir figure 3.2).

3.3 Méthode complémentaire

En utilisant les coefficients temporels de projection, la POD permet la reconstruction dynamique des structures cohérentes extraites de l'écoulement. Néanmoins, pour pouvoir être mise en œuvre, cette procédure requiert la mesure simultanée des signaux de vitesse en tous les points de l'espace. D'un point de vue expérimental, ceci nécessite l'utilisation de nombreuses sondes et peut donc s'avérer extrêmement délicat. Rappelons que la mesure proprement dite du noyau du problème POD, le tenseur des corrélations en deux points, ne nécessite, elle, que l'utilisation de deux sondes.

Pour pallier ce problème, une méthode, appelée technique complémentaire, combinant la LSE et la POD a été développée par Bonnet *et al.* [24]. Elle fut appliquée avec succès en écoulement de couche de mélange plane turbulente et dans une configuration de jet axisymétrique.

Cette méthode peut être décomposée en trois étapes. Premièrement, la base des vecteurs propres POD de l'écoulement $\Phi_i^{(n)}(x)$ est déterminée par décomposition POD du tenseur des corrélations en deux points. La deuxième étape consiste à estimer par LSE le champ de vitesse de l'écoulement $u(x, t)$ à partir d'un nombre réduit de mesures simultanées. Enfin, le champ estimé est projeté sur les vecteurs propres déterminés lors de la première étape. On a ainsi accès à une estimation des coefficients temporels POD $\tilde{a}^{(k)}(t)$:

$$\tilde{a}^{(n)}(t) = \int_{\mathcal{D}} \tilde{u}(x, t) \Phi^{(n)}(x) dx \quad (3.27)$$

où $\tilde{u}(x, t)$ est le champ de vitesse estimé par LSE. La connaissance des $\tilde{a}^{(n)}$ permet ensuite

de reconstruire la contribution des premiers modes POD au champ de vitesse :

$$\ddot{u}(x, t) = \sum_n \ddot{a}^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(x) \quad (3.28)$$

Cette technique permet d'obtenir une information temporelle sur le champ de vitesse en tout point où le tenseur des corrélations est connu, en réduisant la quantité d'information instantanée nécessaire. De plus, la mise en œuvre de la LSE ne nécessite pas forcément la mesure simultanée de signaux de même nature que ceux à estimer. D'une manière similaire, Picard [152] utilise la signature correspondant aux modes POD de la répartition longitudinale de la pression hydrodynamique en champ proche d'un jet axisymétrique turbulent pour estimer, par LSE, le champ de vitesse dans la zone de mélange de ce jet.

Une technique proche a récemment été utilisée et modifiée par Taylor et Glauser [192] pour développer une stratégie de contrôle actif de l'écoulement dans un divergent. Dans cette étude, le champ de vitesse et les vecteurs propres correspondant sont déterminés grâce à des mesures de types PIV. Des signaux instantanés de pression mesurés en paroi sont utilisés pour effectuer la LSE. Ils reconstruisent le champ de vitesse instationnaire correspondant aux premiers modes POD à partir de la dynamique de la pression en paroi du divergent.

Chapitre 4

Analyse et extension des approches GCA antérieures

Les premières approches de couplage calculs-expériences mises en œuvre au LEA (cf. §2.1.2.4) sont basées sur l'utilisation d'une base de données issue de mesures par anémométrie par fils chauds. Grâce à une bonne résolution temporelle, cette technique de mesure permet d'avoir accès à la dynamique temporelle de l'écoulement. Néanmoins, la résolution spatiale des mesures simultanées en plusieurs points correspondant à la section d'entrée du calcul nécessite l'emploi de techniques d'interpolation-extrapolation des données instationnaires. Pour cela diverses techniques ont été développées au laboratoire [43, 59, 62], basée sur l'emploi conjoint de la POD et de la LSE. Leur combinaison permet en effet de reproduire l'essentiel de la dynamique spatio-temporelle de l'organisation à grande échelle de l'écoulement dans la section de mesure.

Nous nous attacherons dans ce chapitre à répondre à un certain nombre de questions restées ouvertes au cours des études antérieures, plus particulièrement dans la thèse de Druault [59]. Nous examinerons dans un premier temps, le lien possible existant entre les approches POD et LSE. Le problème du placement optimal des sondes à fils chauds dans la section de mesures est ensuite analysé, pour une approche combinant la POD et la LSE. Enfin, les techniques mises en œuvre faisant largement appel au tenseur des corrélations spatiales en deux points, nous proposons une technique de modélisation de cette quantité.

4.1 Lien POD-LSE

4.1.1 Introduction

Dans les démarches de génération de conditions amont mises en œuvre dans les études précédentes de couplage calculs-expériences [62], la Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (ou POD pour Proper Orthogonal Decomposition) et l'Estimation Stochastique Linéaire (ou LSE pour Linear Stochastic Estimation) sont utilisées comme moyens d'interpolation/extrapolation des statistiques en deux points mais aussi pour extrapoler le champ instantané des vitesses.

De plus, ces deux techniques ont fait l'objet de nombreuses études et comparaisons [103, 190, 25] quant à leurs capacités à extraire les structures cohérentes en turbulence.

Balachandar et Najjar [14] ont analysé l'influence du nombre de modes POD ainsi que celle du nombre de points utilisés sur l'erreur commise lors de l'utilisation de l'estimation stochastique pour développer des modèles numériques optimaux [111]. Néanmoins, bien que basées sur le même noyau (le tenseur des corrélations spatiales en deux points), leur lien n'a jamais été établi de manière formelle.

L'étude présentée ici a été menée à l'occasion d'un séjour au laboratoire Theoretical and Applied Mechanics (Prof. R.J. Adrian) de l'université d'Urbana-Champaign, Illinois. Une analyse de l'effet de l'estimation stochastique sur le spectre des valeurs propres POD ainsi que l'influence du nombre de modes POD contenus dans les signaux conditionneurs utilisés pour mettre en œuvre la LSE sur l'erreur commise lors de la reconstruction du champ des vitesses fluctuantes par estimation stochastique sont présentés dans les paragraphes suivants. Dans le cas présent, les signaux estimés et les signaux conditionneurs sont de même nature. Les exemples proposés sont basés sur des mesures de vitesse longitudinale dans l'écoulement de type couche de mélange présenté dans le chapitre 6.

4.1.2 Relation entre les deux approches

4.1.2.1 La LSE : un filtre POD ?

La LSE et la POD étant basées toutes les deux sur le tenseur des corrélations en deux points, il semble naturel de vouloir relier les deux techniques. Berkooz *et al.* [20] expriment les coefficients LSE en fonction des modes POD dans le cas de l'utilisation d'un unique signal conditionneur où l'estimé apparaît comme une somme pondérée d'une infinité de modes POD.

Cela soulève en fait le problème du nombre de modes POD contenus dans le champ estimé par LSE en N points grâce à N_{LSE} signaux de référence (avec en général $N_{LSE} \leq N$).

Il est en fait directement lié au rang de la matrice de corrélation $N \times N$ représentant le noyau du problème aux valeurs propres. Ce tenseur est construit à partir du champ estimé qui est en fait une combinaison linéaire de N_{LSE} signaux de référence indépendants. Son rang est donc égal au $\min\{N, N_{LSE}\}$. Ainsi, la LSE peut être considérée comme un filtre POD dont le nombre de coupure est en fait le nombre de signaux de référence retenus pour la reconstruction. Néanmoins, cette opération introduit un biais puisque le signal résultant ne contient pas seulement les N_{LSE} premiers modes POD originaux mais une combinaison de tous les modes présents dans les signaux de référence. Afin d'illustrer cet effet de filtrage du champ reconstruit, une analyse POD du champ estimé à l'aide de 2, 3 ou 5 sondes, a été réalisée. L'effet de filtrage résultant de l'estimation linéaire sur le spectre des valeurs propres est présenté sur la figure (4.1).

4.1.2.2 Influence du nombre de modes POD contenus dans les signaux conditionneurs.

Nous considérons ici le cas de signaux contenant un nombre limité de modes POD afin d'analyser l'influence du nombre et de la position des sondes de référence. Le champ original $u(x, t)$ est donc composé de N_{POD} modes $\Phi^{(n)}(x)$ et permet d'estimer le champ

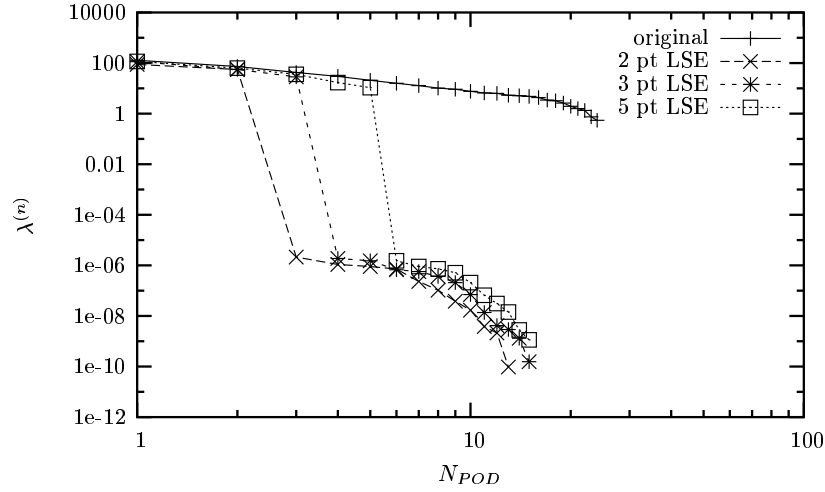


FIG. 4.1 – Spectre des valeurs propres du champ reconstruit par LSE avec 2, 3 et 5 sondes de référence. Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

$\tilde{u}(x, t)$ grâce à N_{LSE} sondes $\tilde{u}(x, t)$:

$$\tilde{u}(x, t) = \sum_{nref=1}^{N_{LSE}} A^{nref}(x) u(x^{nref}, t) \quad (4.1)$$

Le filtrage POD initial est réalisé à partir de l'équation (3.6), avec $n \in [1, N_{POD}]$.

En introduisant la décomposition POD (3.6) du champ de vitesse $u(x, t)$, l'équation (4.1) devient :

$$\tilde{u}(x, t) = \sum_{nref=1}^{N_{LSE}} A^{nref}(x) \left(\sum_{k=1}^{N_{POD}} a^{(k)}(t) \Phi^{(k)}(x^{nref}) \right) \quad (4.2a)$$

$$= \sum_{k=1}^{N_{POD}} a^{(k)}(t) \left(\sum_{nref=1}^{N_{LSE}} A^{nref}(x) \Phi^{(k)}(x^{nref}) \right) \quad (4.2b)$$

On peut alors définir un mode estimé $\tilde{\Phi}_k$ de Φ_k en tout point x par :

$$\tilde{\Phi}^{(k)}(x) = \sum_{nref=1}^{N_{LSE}} A^{nref}(x) \Phi^{(k)}(x^{nref}) \quad (4.3)$$

Ainsi, les équations (4.2b) et (4.3) permettent d'écrire :

$$\langle a^{(k)}(t) \tilde{u}(x, t) \rangle = \lambda^{(k)} \tilde{\Phi}^{(k)}(x) \quad \forall x \in \mathcal{D} \quad \forall k \in [1, N_{POD}] \quad (4.4)$$

Par définition de la LSE (3.25) $\forall x \in \mathcal{D}$, $\forall x^{nref}$, $nref \in [1, N_{LSE}]$, on a :

$$\langle u(x^{nref}) \tilde{u}(x, t) \rangle = \langle u(x^{nref}) \sum_{mref=1}^{N_{LSE}} A^{mref}(x) u(x^{mref}) \rangle \quad (4.5a)$$

$$= \sum_{mref=1}^{N_{LSE}} A^{mref}(x) \langle u(x^{nref}) u(x^{mref}) \rangle \quad (4.5b)$$

$$\Rightarrow \langle u(x^{nref}) \tilde{u}(x) \rangle = \langle u(x^{nref}) u(x) \rangle \quad (4.5c)$$

Si nous substituons $u(x^{nref})$ par sa décomposition sur sa base POD, l'équation (4.5c) devient,

$\forall x \in \mathcal{D}$, $\forall x^{nref}$, $nref \in [1, N_{LSE}]$:

$$\sum_{k=1}^{N_{POD}} \langle a^{(k)}(t) \tilde{u}(x, t) \rangle \Phi^{(k)}(x^{nref}) = \sum_{k=1}^{N_{POD}} \langle a^{(k)}(t) u(x, t) \rangle \Phi^{(k)}(x^{nref}) \quad (4.6)$$

Avec $\langle a^{(k)}(t) \tilde{u}(x, t) \rangle = \lambda^{(k)} \tilde{\Phi}^{(k)}(x)$ et $\langle a^{(k)}(t) u(x, t) \rangle = \lambda^{(k)} \Phi^{(k)}(x)$, nous avons alors :

$\forall x \in \mathcal{D}$, $\forall x^{nref}$, $nref \in [1, N_{LSE}]$,

$$\sum_{k=1}^{N_{POD}} \lambda^{(k)} \Phi^{(k)}(x^{nref}) \left(\tilde{\Phi}^{(k)}(x) - \Phi^{(k)}(x) \right) = 0 \quad (4.7)$$

Le système linéaire (4.7) de N_{POD} inconnues et N_{LSE} équations peut s'écrire :

$$\sum_{k=1}^{N_{POD}} C_{nref}^k X^k = 0 \quad \forall nref \in [1, N_{LSE}] \quad (4.8)$$

où $X^k = \lambda^{(k)} \left(\tilde{\Phi}^{(k)}(x) - \Phi^{(k)}(x) \right)$ (avec $\lambda^{(k)} > 0$) et $C_{nref}^k = \Phi^{(k)}(x^{nref})$.

Il est alors clair que la différence entre le nombre de modes POD contenus dans le champ original (N_{POD}) et le nombre de modes des signaux de référence utilisés pour l'estimation joue un rôle important dans la qualité de la reconstruction. En fait, trois cas sont à considérer :

- Si $N_{LSE} = N_{POD}$, l'équation (4.8) conduit à :
 $\forall k \in [1, N_{POD}]$, $\forall x \in \mathcal{D}$,

$$\det \left(\Phi^{(k)}(x^{nref}) \right) \neq 0 \Rightarrow \tilde{\Phi}^{(k)}(x) = \Phi^{(k)}(x) \quad (4.9)$$

L'unique contrainte est de choisir la position des sondes de référence de manière à ce que le déterminant du système linéaire précédent soit non nul. Par conséquent, étant donné un champ de vitesse contenant N_{POD} modes, il est toujours possible de le reconstruire exactement grâce à la LSE en utilisant N_{POD} signaux de référence .

- Si $N_{LSE} > N_{POD}$, le problème est équivalent au cas précédent. L'unique solution du système linéaire (4.8) est la solution nulle entraînant que $\tilde{\Phi}^{(k)}(x) = \Phi^{(k)}(x)$.
- Si $N_{LSE} < N_{POD}$, le système linéaire (4.7) montre que l'estimation n'est pas exacte et est altérée par la présence des modes POD d'ordre supérieure. De plus, on peut constater que l'erreur commise dépend de la position des sondes de référence.

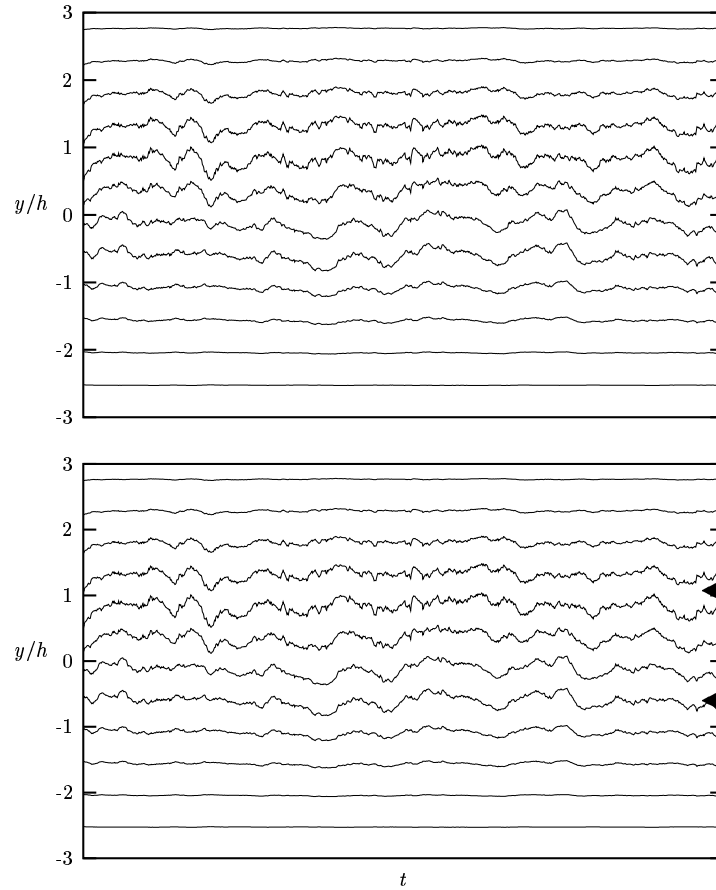


FIG. 4.2 – Signaux instantanés de vitesse longitudinale contenant 2 modes POD (haut) et estimés à partir de 2 sondes de référence (bas) (\blacktriangleleft : position transversale des sondes de référence). Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

Ainsi, si le nombre de signaux de référence utilisés pour la LSE est supérieur ou égal au nombre de modes POD contenu dans le champ original, l'estimé est strictement égal à l'original. La figure 4.2 présente un exemple de reconstruction d'un champ de vitesse instantanée contenant 2 modes POD grâce à deux signaux conditionneurs. De plus, l'estimation ne dépend pas de la position des sondes de référence x^{ref} . Les exemples qui suivent montrent que l'erreur entre un champ de vitesse contenant un grand nombre de modes POD et sa reconstruction par LSE est due uniquement aux modes d'ordre élevés contenus dans les signaux de référence.

Résultats basés sur des données expérimentales.

Pour quantifier la qualité des reconstructions, nous utilisons une erreur globale E définie par l'intégrale sur tout le domaine spatial de l'erreur quadratique moyenne entre le signal original contenant N_{POD} modes et son estimé, normalisée par l'énergie totale :

$$E = \frac{\int_{\mathcal{D}} \langle (u(x, t) - \tilde{u}(x, t))^2 \rangle dx}{\int_{\mathcal{D}} \langle u(x, t)^2 \rangle dx} \quad (4.10)$$

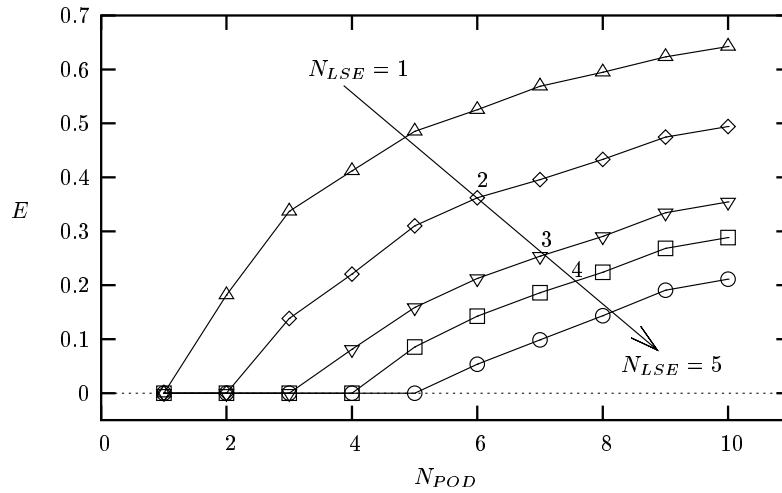


FIG. 4.3 – Evolution de l'erreur globale E en fonction du nombre N_{LSE} de signaux conditionneurs utilisés et du nombre N_{POD} de modes POD retenus. Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME.

Ici, N_{POD} reste inférieur à 10 et N_{LSE} peut varier de 1 à 5, la position des sondes de référence pouvant être choisie sur le domaine entier. Comme le tenseur des corrélations spatiales est connu à toutes les autres positions, la LSE et le calcul de E sont faits en utilisant toutes ces informations. Le tenseur des corrélations et les signaux de référence sont filtrés pour ne contenir que N_{POD} modes. Le champ estimé est systématiquement comparé au champ original contenant N_{POD} modes. L'évolution de E est présentée sur la figure 4.3.

A N_{POD} constant, l'erreur globale décroît lorsque N_{LSE} croît et est nulle lorsque $N_{LSE} = N_{POD}$. Ainsi, le choix de l'échantillonnage spatial est directement lié au nombre de modes POD contenu dans les signaux.

Si le nombre de signaux conditionneurs est fixé ($N_{LSE} = constant$), E est nulle lorsque $N_{POD} \leq N_{LSE}$ puis croît avec N_{POD} . Si les signaux de référence contiennent plus de modes POD qu'il y a de sondes de référence, les modes d'ordre plus élevé ne contribuent qu'à une augmentation de l'erreur globale confirmant les résultats obtenus au paragraphe précédent.

De plus, l'erreur décroît jusqu'à zéro quand N_{LSE} tend vers N_{POD} . On peut noter que seulement N_{POD} sondes sont nécessaires pour estimer exactement le champ sur la totalité du domaine où les corrélations spatiales sont connues.

Ainsi, pour obtenir la meilleure estimation, d'un point de vue global, sur la totalité du domaine étudié à partir de N_{LSE} sondes, il est nécessaire de filtrer les signaux conditionneurs et la matrice des corrélations en ne gardant que N_{LSE} modes POD.

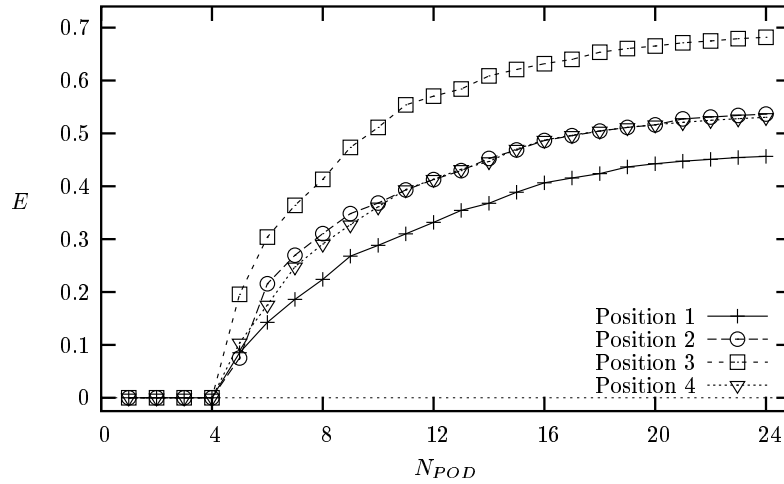


FIG. 4.4 – Evolution de l'erreur globale E en fonction du nombre N_{POD} de modes POD retenus pour quatre positions de sondes de référence différentes ($N_{LSE} = 4$). Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME.

4.1.2.3 Influence de la position des sondes de référence

Cette section présente les résultats de plusieurs LSE effectuées en faisant varier la position des sondes de référence tout en gardant leur nombre constant. Le champ estimé est comparé au champ original contenant N_{POD} en calculant l'erreur E (voir équation 4.10). N_{POD} est compris entre 1 et 24.

Les résultats obtenus pour $N_{LSE} = 4$ et pour quatre combinaisons différentes de la position des sondes sont présentés sur la figure 4.4. On constate que l'erreur est nulle tant que N_{POD} est inférieur à la valeur critique $N_{POD} = N_{LSE}$ puis croît quand $N_{POD} > N_{LSE}$. On peut voir en outre que l'erreur de reconstruction dépend de la position des sondes uniquement lorsque le nombre de modes POD retenus dans les signaux conditionneurs dépasse le nombre de sondes de référence. Dans le cas contraire, l'erreur commise est strictement égale à zéro quelle que soit la position des sondes. Ce dernier paramètre influence la manière dont évolue l'erreur en fonction du nombre de modes POD retenus.

Ainsi, une solution pour limiter l'erreur pourrait être de placer les sondes de référence aux positions des passages par zéro des modes POD parasites. Le nombre de passages par zéro des modes étant une fonction croissante de l'ordre du mode, il est en fait impossible de supprimer l'influence de tous les modes d'ordre plus élevé.

4.1.3 Conclusions

Nous nous sommes d'abord intéressés à l'utilisation de la LSE à partir d'un nombre limité de signaux conditionneurs contenant une infinité de modes POD. Il apparaît que la LSE se comporte comme un filtre passe-bas dont le nombre de coupure dans le spectre des valeurs propres POD est égal au nombre de sondes de référence utilisées. Cette opération de filtrage s'accompagne d'un biais dû à la présence de mode POD d'ordre élevé dans

les signaux de référence qui viennent altérer le contenu énergétique du champ reconstruit ainsi que sa dynamique. Dans ce cas, la position des sondes de référence a une grande influence sur la qualité de la reconstruction.

En fait, si la LSE d'un champ contenant N_{POD} modes est faite à partir de N_{POD} signaux conditionneurs, le champ résultant est alors l'*exacte* reconstruction du champ original sur l'ensemble du domaine où le tenseur des corrélations est connu. Ainsi, pour faire la meilleure LSE possible, l'ensemble des signaux conditionneurs ainsi que le tenseur des corrélations en deux points devraient être filtrés par projection sur la base POD correspondante de manière à garder autant de modes POD qu'il y a de sondes de référence. Le champ reconstruit serait alors l'exacte contribution des premiers modes POD conservés et serait optimal au sens de l'énergie globale contenue dans l'estimé. Néanmoins, cette opération de pré-filtrage n'est possible que si la totalité du champ original est connue. Dans ce cas, la LSE perd tout son intérêt, à savoir éviter la mesure simultanée de vitesses sur un maillage spatial dense...

4.2 Choix optimal des sondes

Dans le but d'extraire de l'écoulement les structures cohérentes (correspondant aux premiers modes POD) en réduisant le plus possible la quantité de données instantanées mesurées, Ukeiley *et al.* [197] et Bonnet *et al.* [24] ont proposé d'utiliser conjointement la LSE et la POD en développant la méthode complémentaire (voir section 3.3). Celle-ci consiste à projeter le champ estimé par LSE sur les modes POD originaux :

$$\ddot{a}^{(k)}(t) = \int_{\mathcal{D}} \tilde{u}(x, t) \Phi^{(k)}(x) dx \quad (4.11)$$

puis à reconstruire la contribution instantanée des premiers modes POD :

$$\ddot{u}(x, t) = \sum_k \ddot{a}^{(k)}(t) \Phi^{(k)}(x) \quad (4.12)$$

L'utilisation de la LSE rend cette technique sensible au choix de la position des sondes de référence utilisées pour l'estimation. Ce problème a été souligné lors d'études précédentes. En effet, lors de l'étude des structures à grandes échelles présentes dans une couche de mélange plane à l'aide de la LSE, Vincendeau [202] a mis en évidence l'influence de la position des sondes de références en fonction de leur nombre et de la nature de l'écoulement étudié sur la qualité de la reconstruction. Il propose des critères de placement des sondes basés sur l'analyse de la topologie des corrélations en deux points et sur une connaissance *a priori* de la structuration de l'écoulement. Récemment, Siegel *et al* [180] ont utilisé la LSE pour estimer en temps réel l'amplitude des modes POD de leur modèle pour faire du contrôle en boucle fermée en écoulement de sillage de cylindre. Pour cela, ils utilisent 7 capteurs placés dans l'écoulement après analyse de la topologie des modes POD issus des champs de vitesse obtenus par mesure PIV. A notre connaissance, aucune approche systématique et objective n'a été proposée pour déterminer la position optimale des sondes de références dans le cas de l'utilisation de la LSE.

Le but de cette partie est d'évaluer la qualité de la reconstruction $\ddot{u}(x, t)$ par la méthode complémentaire d'un signal $u(x, t)$. La méthode proposée ici conduit à l'expression directe des coefficients instantanés de projection POD $\ddot{a}^{(k)}(t)$ en fonction des coefficients originaux $a^{(k)}(t)$ en utilisant seulement la donnée du tenseur des corrélations en deux points et la position des sondes de référence. Ainsi, la matrice de corrélation entre les coefficients originaux et leurs estimés peut être calculée dès que le tenseur des corrélations en deux points du champ original est connu. Aucune reconstruction temporelle n'est donc nécessaire. Par conséquent, le choix des signaux conditionneurs de la LSE conduisant à la meilleure reconstruction en termes de structures cohérentes peut être fait *a priori* en considérant la corrélation maximale entre $\ddot{a}^{(k)}(t)$ et $a^{(k)}(t)$.

4.2.1 Formalisme mathématique

Le champ de vitesse connu en N points de l'espace et à L instants de l'écoulement peut être écrit sous la forme d'une matrice \mathbf{U} de N lignes et L colonnes où $\mathbf{U}_{ij} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t_j)$. Le tenseur des corrélations spatiales en deux points s'écrit alors :

$$\mathbf{R} = \frac{1}{L} \mathbf{U} \mathbf{U}^t \quad (4.13)$$

où \mathbf{U}^t est la matrice transposée de \mathbf{U} . La décomposition POD de \mathbf{R} devient donc :

$$\mathbf{R} = \Phi \Lambda \Phi^t \quad (4.14)$$

où Λ est une matrice diagonal $N \times N$ contenant les valeurs propres de la décomposition et Φ est une matrice de taille $N \times N$ dont les colonnes sont les vecteurs propres de \mathbf{R} .

Dans le but de mettre en œuvre l'estimation stochastique linéaire, une matrice de taille $\mathbf{P}_{N_{LSE}} N_{LSE} \times N$ représentant le choix des points de référence peut être définie. Chaque ligne de cette matrice est un vecteur unitaire dont la $j^{\text{ème}}$ composante est égale à 1 si la position \mathbf{x}_j a été choisie comme position de référence. De plus, un réarrangement de l'ordre des positions spatiales permet de mettre $\mathbf{P}_{N_{LSE}}$ sous la forme d'une matrice dont le premier bloc de taille $N_{LSE} \times N_{LSE}$ est la matrice identité, les autres composantes de la matrice étant nulle :

$$\mathbf{P}_{N_{LSE}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, le système linéaire (équation de Yule-Walker 3.25) donnant accès au coefficients LSE devient :

$$\mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{R} = \mathbf{R}_{N_{LSE}} \mathbf{A} \quad (4.15)$$

où $\mathbf{R}_{N_{LSE}} = \mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{R} \mathbf{P}_{N_{LSE}}^t$ est la matrice de corrélation entre les points de référence et \mathbf{A} est la matrice $N_{LSE} \times N$ des coefficients LSE. L'estimé de \mathbf{U} est donné par :

$$\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{A}^t \mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{U} \quad (4.16)$$

et

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}_{N_{LSE}}^{-1} \mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{R} \quad (4.17)$$

Les coefficients temporels $\ddot{\mathbf{a}}$ de la méthode complémentaire sont calculés de la manière suivante :

$$\ddot{\mathbf{a}} = \Phi^t \mathbf{U} \quad (4.18)$$

Une manière d'évaluer la précision de la reconstruction est d'évaluer le tenseur de corrélation entre les coefficients temporels estimés. Dans le cas idéal, ceux-ci doivent vérifier $\langle \ddot{a}^{(n)} \ddot{a}^{(m)} \rangle = \delta_{nm} \lambda^{(n)}$, soit $\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{a}}\ddot{\mathbf{a}}} = \frac{1}{L} \ddot{\mathbf{a}} \ddot{\mathbf{a}}^t = \Lambda$. D'après les résultats obtenus au paragraphe 4.1, le champ reconstruit par LSE ne peut contenir que N_{LSE} modes POD. Par conséquent, l'optimisation de la reconstruction ne peut porter que sur les N_{LSE} premiers modes POD. En tenant compte du réarrangement spatial des points, il faut donc comparer $\mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{a}}\ddot{\mathbf{a}}} \mathbf{P}_{N_{LSE}}^t$ à $\mathbf{P}_{N_{LSE}} \Lambda \mathbf{P}_{N_{LSE}}^t$.

Il est aisé de montrer que :

$$\mathbf{P}_{N_{LSE}} \mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{a}}\ddot{\mathbf{a}}} \mathbf{P}_{N_{LSE}}^t = \mathbf{Q}_{N_{LSE}} \mathbf{R}_{N_{LSE}}^{-1} \mathbf{Q}_{N_{LSE}}^t \quad (4.19)$$

où $\mathbf{Q}_{N_{LSE}} = \mathbf{P}_{N_{LSE}} \Phi \Lambda \mathbf{P}_{N_{LSE}}^t$ représente les N_{LSE} premiers modes POD estimés aux points de référence pondérés par les valeurs propres correspondantes. Mise sous cette forme, la matrice des corrélations des premiers coefficients POD estimés (le membre de droite de l'équation 4.19) ne fait intervenir que des produits de matrices carrées de taille $N_{LSE} \times N_{LSE}$ qui sont connues dès que le le tenseur des corrélations original \mathbf{R} est connu. En utilisant des procédures d'interpolation du tenseur des corrélations en deux points comme la modélisation par polynôme de Gram-Charlier [60], des configurations qui n'ont pas été effectivement mesurées peuvent être explorées pour définir l'arrangement optimal des sondes de référence.

Ainsi, la position des points de référence peut être choisie sans qu'aucune reconstruction instantanée ne soit nécessaire. La recherche de la position optimale peut être faite en maximisant les N_{LSE} premiers éléments diagonaux de la matrice $\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{a}}\ddot{\mathbf{a}}}$ (c'est-à-dire la quantité d'énergie contenue dans l'estimé) et en minimisant les éléments hors diagonale. Ceci est équivalent à la minimisation du nombre de conditionnement de la matrice (ou le ratio entre sa plus grande et sa plus petite valeur propre) par exemple. La détermination de la configuration optimale peut être faite par calcul de l'erreur commise pour toutes les combinaisons possibles de sondes de référence ou en mettant en œuvre des algorithmes plus complexes mais moins coûteux en temps de calculs comme celui proposé par Alonso *et al.* [8].

4.2.2 Résultats

Les exemples présentés sont basés sur des données issues de mesures de la composante de vitesse longitudinale par peignes de fils chauds dans l'écoulement de couche de mélange présentés dans le chapitre 6. Les développements précédents permettent de déterminer *a priori* le niveau d'énergie restitué grâce à une estimation par la méthode complémentaire. Les résultats obtenus en prenant en compte deux signaux conditionneurs

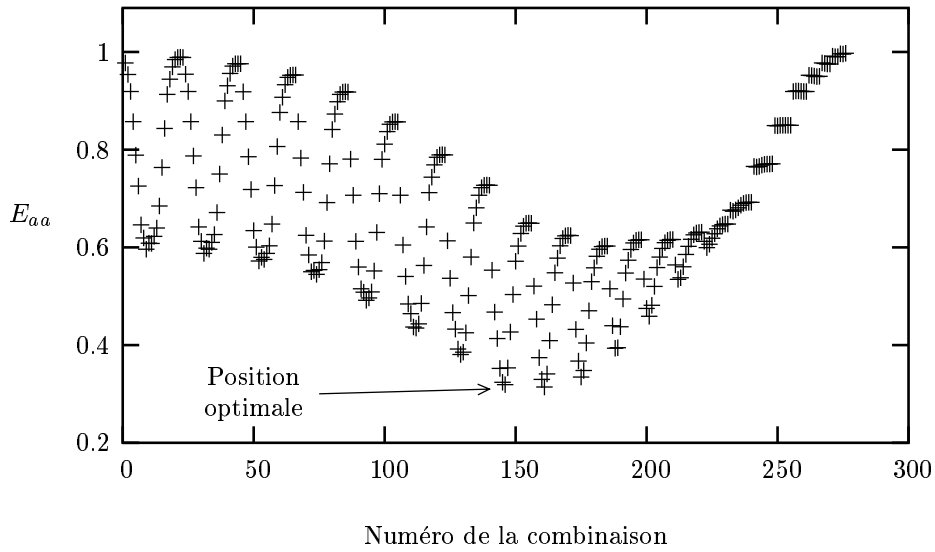


FIG. 4.5 – Evolution de l'erreur E_{aa} en fonction de la position des deux points de référence choisis. Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

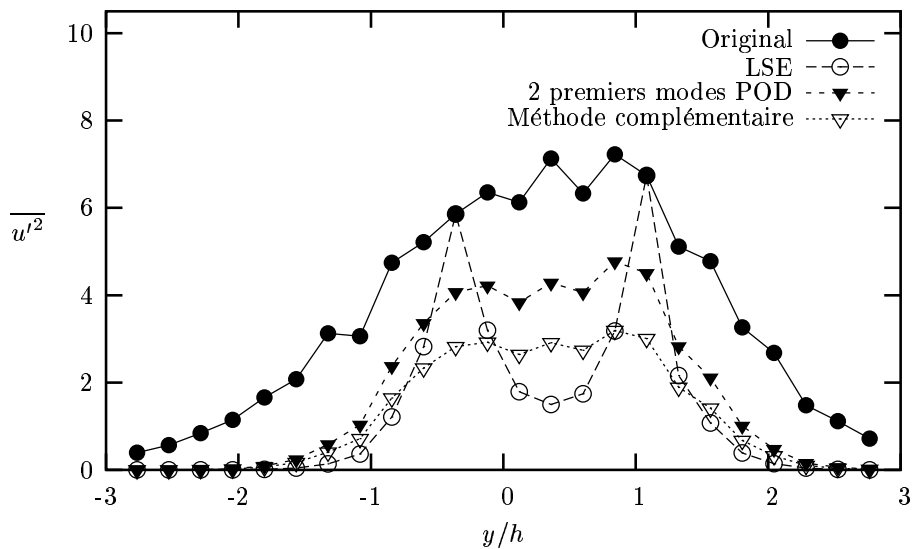


FIG. 4.6 – Profils d'énergie fluctuantes obtenus par LSE, filtrage POD et méthode complémentaire pour la position optimale des sondes de référence. Exemple basé sur les mesures effectuées en configuration CME à $x = 700$ mm.

sont présentés sur la figure 4.5. L'erreur définie par

$$E_{aa} = \frac{\sum_{k=1}^{N_{LSE}} \langle a^{(k)} a^{(k)} \rangle - \langle \ddot{a}^{(k)} \ddot{a}^{(k)} \rangle}{\sum_{k=1}^{N_{LSE}} \langle a^{(k)} a^{(k)} \rangle} \quad (4.20)$$

est fonction de la position des sondes de référence dans l'écoulement. Toutes les combinaisons spatiales possibles avec deux références ont été explorées.

Il a été mis évidence l'existence d'une position optimale pour laquelle plus de 70 % de l'énergie contenue dans les deux premiers modes est reconstruite. Le profil d'énergie estimée correspondant est présenté sur la figure 4.6. A travers ces résultats, il apparaît que la méthode complémentaire combinant POD et LSE est bien appropriée pour extraire les structures à grandes échelles pour un coût expérimental réduit. En effet, par rapport à l'utilisation de la LSE seule, la forme du profil d'énergie restituée par la technique complémentaire est très proche de celle obtenue en calculant la contribution originale des premiers modes POD.

4.3 Modélisation du tenseur des corrélations spatiales

4.3.1 Motivations

Les études antérieures réalisées au sein du laboratoire sur la génération de conditions amont ont permis l'élaboration de procédures permettant de générer des signaux de vitesse réalistes soit à partir d'une base de données expérimentale [62] soit en cherchant à obtenir une représentation de l'écoulement par un modèle d'ordre bas [55]. Ces différents types d'approche sont basés sur la Décomposition Orthogonale aux Valeurs Propres (ou POD) qui nécessite la connaissance du tenseur des corrélations spatiales en deux points des vitesses. L'accès à cette grandeur impose la réalisation de mesures en deux points lourdes à mettre en œuvre (mesures par peignes de fils chauds ou par PIV) ou d'une simulation coûteuse en temps de calcul pour obtenir des statistiques convergées.

Nous présentons dans ce chapitre une technique de modélisation du tenseur des corrélations spatiales en deux points des vitesses en écoulement incompressible ne nécessitant que la connaissance du tenseurs de Reynolds et d'une longueur de référence caractérisant la décroissance de la turbulence. Une telle approche ne requiert que des statistiques mesurées en un point, pouvant être obtenues beaucoup plus facilement expérimentalement ou par simulation RANS par exemple.

4.3.2 Description du modèle

L'objectif de cette approche est la modélisation du tenseur des corrélations spatiales en deux points des vitesses

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \overline{u_i(\mathbf{r})u_j(\mathbf{r}')} \quad (4.21)$$

où $\mathbf{r} = (x, y, z)$ et $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ sont les vecteurs position de deux points de l'espace et $u_i (i = 1, 2, 3)$ la vitesse fluctuante dans les trois directions de l'espace.

D'après Chandrasekhar [39], pour assurer le respect de l'équation de continuité en écoulement incompressible, le tenseur R_{ij} doit être à divergence nulle par rapport aux

deux positions \mathbf{r} et \mathbf{r}' , ce dont on peut s'assurer en écrivant ce tenseur sur la forme suivante [39] :

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{jmn} \frac{\partial^2 q_{ln}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial x_k \partial x'_n}. \quad (4.22)$$

En turbulence homogène isotrope, on peut écrire q_{ij} en fonction de l'intensité de la turbulence u^2 et de $h(s)$, le premier moment de la fonction de corrélation longitudinale, s étant la distance entre les deux points \mathbf{r} et \mathbf{r}' (voir Hinze [82] par exemple) :

$$q_{ij} = -\frac{1}{2} u^2 h(s) \delta_{ij}. \quad (4.23)$$

Plusieurs formes analytiques ont été proposées pour la fonction de corrélation longitudinale $f(s)$ (fonction exponentielle, gaussienne ou encore celle proposée par Von Kármán [82]) permettant de calculer $h(s)$ par

$$h(s) = \int_0^s s' f(s') ds'. \quad (4.24)$$

nécessitant la prescription d'une échelle intégrale de la turbulence. Dans la suite de notre étude, nous avons systématiquement utilisé un spectre de turbulence de Von Kármán de la forme :

$$h(s) = 2^{\frac{2}{3}} \left[\sqrt[3]{2} \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) - (k_e s)^{\frac{4}{3}} K_{\frac{4}{3}}(k_e s) \right] / \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) / k_e^2 \quad (4.25)$$

Pour prendre en compte l'inhomogénéité de l'écoulement, Devenport et al. [57] proposent de remplacer dans l'équation (4.23) l'intensité de la turbulence u^2 par une fonction dépendant des variables d'espace \mathbf{r} et \mathbf{r}' :

$$R_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \varepsilon_{ikl} \varepsilon_{jmn} \frac{\partial^2 a_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h(s)}{\partial x_k \partial x'_n} \quad (4.26)$$

avec

$$a_{ij} = \frac{1}{2} \left[\mathcal{T}_{ij}(\mathbf{r}) - \frac{1}{2} \delta_{ij} \mathcal{T}_{pp}(\mathbf{r}) + \mathcal{T}_{ij}(\mathbf{r}') - \frac{1}{2} \delta_{ij} \mathcal{T}_{pp}(\mathbf{r}') \right] \quad (4.27)$$

où \mathcal{T}_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) est le tenseur de Reynolds. Ainsi, à séparation nulle, le modèle reproduit les valeurs des tensions de Reynolds et la pondération par la fonction $h(s)$ assure la décroissance de la turbulence avec la distance entre les deux points \mathbf{r} et \mathbf{r}' .

Enfin, pour traduire l'anisotropie de l'écoulement, on peut considérer que la longueur caractéristique utilisée dans la fonction de corrélation $f(s)$ est en fait une combinaison des longueurs caractéristiques L_i dans les trois directions de l'espace [97] :

$$L = \sqrt{\frac{L_1^2 L_2^2 L_3^2 (r_1^2 + r_2^2 + r_3^2)}{L_2^2 L_3^2 r_1^2 + L_1^2 L_3^2 r_2^2 + L_1^2 L_2^2 r_3^2}} \quad (4.28)$$

Ainsi, la décroissance spatiale de la turbulence devient une fonction de la direction et le modèle tient compte de l'inhomogénéité et de l'anisotropie de l'écoulement.

Au cours de notre étude, les longueurs L_i ont du être ajustées à partir des échelles intégrales de l'écoulement considéré pour obtenir des résultats satisfaisants. Cependant, dans leurs récents travaux, O'Hara et al. [142] proposent maintenant de déterminer directement ces paramètres en reliant analytiquement les longueurs caractéristiques L_i aux échelles intégrales de l'écoulement.

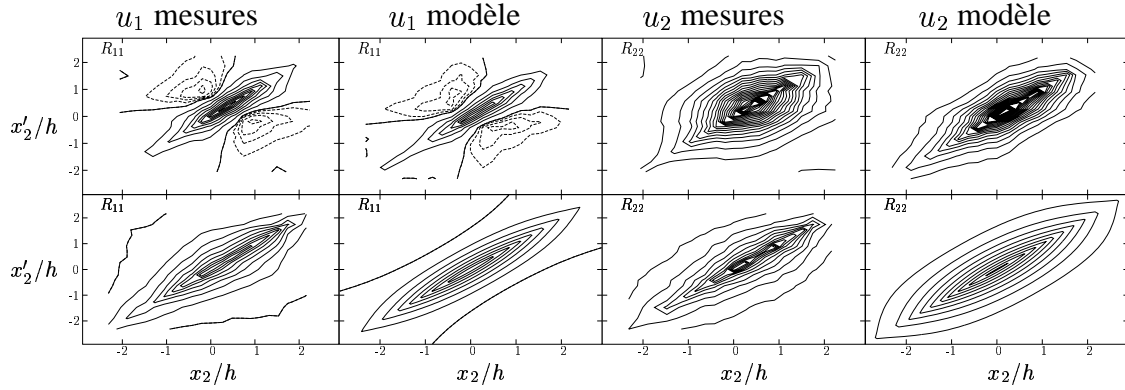


FIG. 4.7 – Corrélations spatiales $R_{ii}(x_2, x'_2)$ ($i = 1$ et 2) mesurées and modélisées en configuration CME à $x_1 = 300$ mm (haut) et $x_1 = 700$ mm (bas). — : corrélations positives, - - - : corrélations négatives.

4.3.3 Applications

Le modèle présenté au paragraphe précédent a été utilisé pour modéliser le tenseur des corrélations spatiales en deux points en configuration CME [151] dans la direction d'inhomogénéité de la couche de mélange x_2 . L'écoulement n'étant pas en régime de similitude, l'hypothèse de similitude des profils de tensions de Reynolds n'est pas applicable pour le calcul des dérivées suivant la direction longitudinale. Celles-ci ont donc été déterminées expérimentalement à partir de profils réalisés à différentes positions longitudinales, de la même manière que pour la réalisation des bilans d'énergie cinétique turbulente (cf. §6.3.3).

Deux positions longitudinales ont été considérées : une position dominée par l'effet de sillage de la plaque séparatrice de la couche de mélange ($x = 300$ mm) et une région plus en aval dominée par le comportement de type couche de mélange ($x = 700$ mm). Nous avons pu ainsi tester la capacité du modèle à prendre en compte différents types d'intabilités superposées, à partir de données exclusivement expérimentales.

Les corrélations spatiales en deux points (figure 4.7) obtenues à la fois expérimentalement et grâce à la modélisation pour les composantes longitudinales et verticales sont trouvées en bon accord. En effet, le modèle permet de retrouver à la fois la forme générale des corrélations ainsi que les longueurs de corrélations correctes. En particulier, dans la région la plus amont ($x = 300$ mm), les lobes négatifs des corrélations R_{11} , caractéristiques de l'effet de sillage, sont bien reproduits. Seules les échelles de corrélation de la composante verticale u_2 sont légèrement surestimées par le modèle à $x = 700$ mm.

Afin de valider la capacité du modèle à reproduire les caractéristiques des structures cohérentes contenues dans le tenseur des corrélations spatiales, une décomposition par POD classique a été effectuée pour chaque composante de vitesse, à la fois à partir des corrélations mesurées et modélisées. La comparaison des vecteurs propres et des valeurs propres obtenus (figure 4.8 et 4.9 respectivement) révèle que le modèle restitue correctement la forme des premiers modes POD ainsi que leur contenu énergétique.

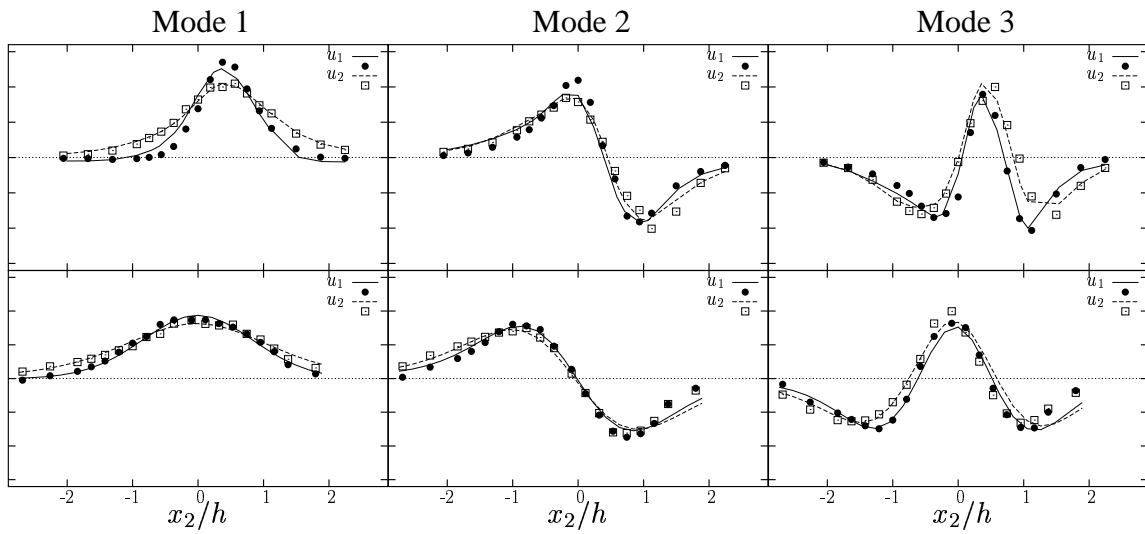


FIG. 4.8 – Trois premiers modes POD en configuration CME. $x_1 = 300$ mm (haut) et $x_1 = 700$ mm (bas). Données expérimentales : symboles, modèle : lignes. (— et ● correspondent à u_1 ; - - - et □ correspondent à u_2).

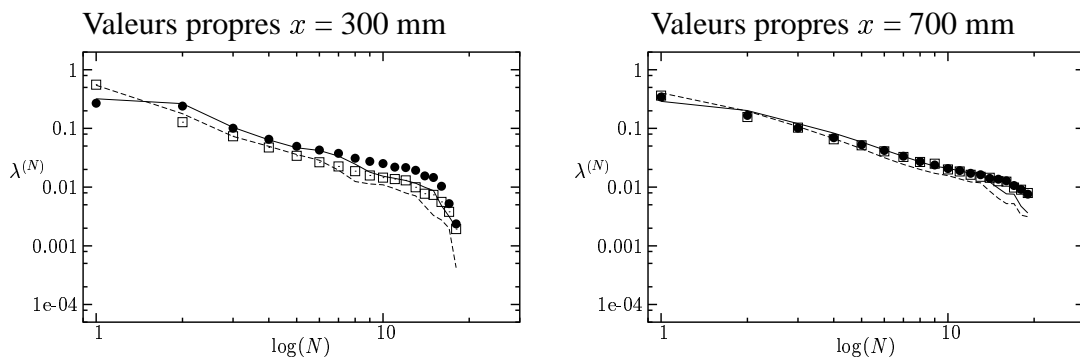


FIG. 4.9 – Représentation en échelles logarithmiques du spectre des valeurs propres POD. $x_1 = 300$ mm (gauche) et $x_1 = 700$ mm (droite). Données expérimentales : symboles, modèle : lignes. (— et ● correspondent à u_1 ; - - - et □ correspondent à u_2).

4.3.4 Synthèse

Le modèle développé permet, à partir de la simple connaissance des statistiques en un point de l'écoulement, d'en modéliser le tenseur des corrélations spatiales en deux points. Le modèle a révélé une très bonne aptitude à reproduire les statistiques dans la direction inhomogène de l'écoulement où les gradients des tensions de Reynolds sont les plus grands, notamment en terme de décomposition POD dans cette direction. Les premiers calculs du tenseur complet ont révélé une sous-estimation du caractère bidimensionnel de l'écoulement suivant l'envergure. De plus, l'organisation alternée dans la direction longitudinale typique d'une couche de mélange est mal reproduite par le modèle. Ces deux derniers points pourraient être la conséquence de l'utilisation d'un spectre de turbulence simplifié (décroissant monotone). Des développements supplémentaires sont donc nécessaires pour perfectionner le modèle de manière à améliorer son comportement dans les directions de convection et d'homogénéité de l'écoulement. D'autre part, la qualité de la modélisation des corrélations à faible distance peut être améliorée par l'utilisation d'un spectre reproduisant correctement le taux de dissipation des petites échelles. En effet, le spectre de Von Kármán utilisé impose une décroissance de l'énergie variant comme $k^{-5/3}$ pour de grands nombres d'ondes dans le domaine inertiel. Le taux de dissipation calculé à partir de cette forme de spectre ne convergeant pas quand le nombre d'onde croît, Pao ou Saffman [82] proposèrent une nouvelle expression pour le spectre de turbulence permettant la convergence du taux de dissipation.

L'utilisation d'un tel modèle dans les approches de génération de conditions amont faisant intervenir la POD ou l'Estimation Stochastique Linéaire (LSE) permettrait de s'affranchir des mesures en deux points nécessaires à l'obtention des corrélations ainsi que des procédures d'interpolation et d'extrapolation de ce tenseur sur le maillage voulu, les tensions de Reynolds, une fois interpolées/extrapolées permettant la modélisation aux points choisis. Par ailleurs, des modèles de ce type ont récemment été développés et mis en œuvre [97, 142] dans des approches de prédiction de bruit d'écoulement basées sur l'analogie de Lighthill.

4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'analyse et l'extension des méthodes développées antérieurement au LEA de cadre du couplage entre un code de calcul et une base de données issues de mesures par anémométrie à fils chauds.

Le premier point adressé a été l'étude du lien existant entre la POD et la LSE, ces deux techniques étant basées toutes les deux sur le tenseurs des corrélations en deux points. Nous avons mis en évidence que la LSE agit comme un filtre passe-bas sur le spectre des valeurs propres POD du signal estimé. Le nombre de coupure de ce filtre a été trouvé égal au nombre de sondes de référence utilisées. Ce filtrage s'accompagne d'un biais dû à l'influence des modes POD d'ordre élevé. Il est apparu qu'un pré-filtrage POD des signaux conditionneurs et du tenseur des corrélations utilisés, en conservant autant de modes que de sondes de référence, était nécessaire pour que l'estimation par LSE soit l'exacte reconstruction des premiers modes POD du champ original.

Dans une deuxième partie, nous avons proposé une procédure de choix de la position

optimale des sondes de référence pour la mise en œuvre de la méthode complémentaire. La méthode proposée est basée uniquement sur des informations statistiques en deux points du champ original, évitant ainsi toute reconstruction temporelle.

La dernière partie de ce chapitre a été consacrée à la modélisation du tenseur des corrélations spatiales en deux points. Le modèle développé ne nécessite que la connaissance des moments d'ordre deux en un point et de trois échelles de longueur caractéristiques. Les tests menés dans deux configurations d'écoulement, présentant ou non un effet de sillage, ont révélé la bonne aptitude de notre approche pour modéliser les corrélations spatiales dans la direction inhomogène de la couche de mélange, confirmée par l'analyse POD des tenseurs modélisés.

Chapitre 5

Développement d'une nouvelle méthode de couplage

Les méthodes présentées ici ont pour but de bâtir un nouveau type d'interface calculs-expériences, non plus basée sur des mesures par anémométrie à fils chauds mais sur des champs de vitesse acquis par vélocimétrie par imagerie de particules (PIV). Cette technique de mesure permet d'accéder à une bonne résolution spatiale mais pas à la dynamique temporelle de l'écoulement. Nous proposons ici de modéliser la dynamique de la structuration à grande échelle par un système dynamique d'ordre bas, construit à partir d'informations extraites par la méthode des snapshots (cf. §3.1.2) de la base de données PIV.

L'ensemble de ce chapitre est consacré à la présentation des différents outils qui ont été développés et mis en œuvre pour permettre, d'une part, l'extraction de la partie "utile" des bases de données expérimentales et, d'autre part, le couplage proprement dit à la face d'entrée de la simulation par extrapolation et interpolation (tant spatiale que temporelle) des données expérimentales.

5.1 Déconvolution sélective et extrapolation

L'utilisation de données expérimentales comme conditions amont d'une simulation numérique impose plusieurs contraintes lors du couplage calcul-expériences. D'une part, il est nécessaire de faire coïncider le maillage expérimental et le maillage de la simulation, opération qui peut nécessiter des phases d'interpolation et d'extrapolation spatiales. D'autre part, les données alimentant le calcul doivent respecter les conditions aux limites de la simulation, par exemple la condition de périodicité suivant l'envergure de la couche de mélange si celle-ci est utilisée lors du calcul. Une grande attention doit être portée à cette étape du couplage car elle peut conduire à une dégradation des données originales ou à la génération de signaux irréalistes dans certaines zones de la section d'entrée.

5.1.1 Extrapolation et périodicité latérale

Lors d'études précédentes, diverses techniques ont été mises en œuvre pour réaliser l'extrapolation et l'interpolation des données expérimentales sur le maillage d'une simulation numérique suivant la direction (homogène) de l'envergure. Une première approche [59] a consisté à utiliser la décomposition de Fourier pour l'adaptation du maillage expérimental au maillage du calcul. Les coefficients de la décomposition de Fourier sont calculés à partir des données de référence et ensuite utilisés pour interpoler-extrapoler le signal en tout point du domaine en conservant la même répartition spectrale d'énergie avant et après transformation. Néanmoins, à cause de l'utilisation de la transformée de Fourier, cette méthode suppose que l'échantillon original est lui-même périodique. Si cette condition n'est pas vérifiée, des hautes fréquences apparaissent alors artificiellement par effet de Gibbs. Ce problème a conduit Druault [59] à introduire une zone tampon aux deux extrémités du domaine expérimental de manière à faire tendre vers zéro le signal aux bords du domaine du calcul. De plus, cette méthode impose d'elle-même les fréquences présentes dans le signal reconstruit, fixées par la taille du domaine expérimental.

Coiffet *et al* [43] ont proposé une méthode combinant analyse harmonique et POD pour générer des données périodiques suivant l'envergure à partir de champs expérimentaux ne présentant pas cette propriété. Les modes POD dégénérant en modes de Fourier dans le cas d'une direction d'homogénéité, la POD est donc utilisée pour détecter les longueurs d'ondes existantes dans la direction de l'envergure de l'écoulement. Une fois la taille minimale du domaine de reconstruction déterminée, les corrélations en deux points sont périodisées et modélisées par une approche Gram-Charlier [60]. De nouveaux modes POD peuvent alors être calculés et approximés par des fonctions sinusoïdales. Ces nouveaux modes sont ensuite utilisés pour la reconstruction instantanée des signaux de vitesse sur le maillage voulu. Cette méthode a montré une bonne aptitude à restituer une taille de domaine correcte dans le cas où celle-ci était connue et ne nécessite pas l'introduction de zone tampon pour assurer la périodicité de l'écoulement. Néanmoins, elle fait apparaître deux zones irréalistes de perte de corrélation et nécessite un traitement indépendant pour chaque position transversale.

5.1.2 Formalisme de la déconvolution sélective

Les inconvénients des méthodes citées dans le paragraphe précédent ainsi que la nécessité de traiter une information dense spatialement dans le cas de l'utilisation de données issues de mesures par PIV stéréoscopique ont imposé l'utilisation de techniques plus robustes et plus systématiques pour l'extrapolation et la périodisation des données expérimentales.

La technique de déconvolution sélective a été initialement proposée par Franke [71] pour extrapoler un segment de signal quelconque. La seule hypothèse émise est que le spectre de Fourier de ce signal contient des fréquences dominantes, ce qui est généralement le cas lors du traitement de signaux physiques. Cette méthode a été appliquée au traitement de signaux monodimensionnels mais aussi au traitement d'images, notamment par Van Droogenbroeck [198]. Celui-ci a en particulier démontré la convergence de l'algorithme et l'unicité de la solution ainsi que son efficacité en termes de codage et de

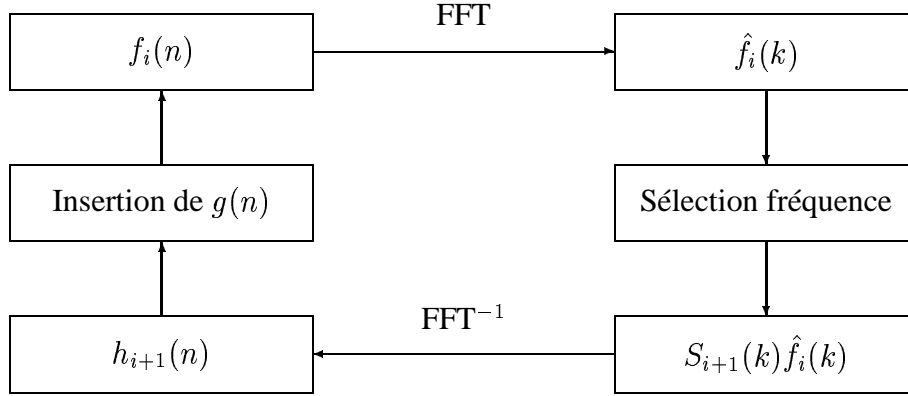


FIG. 5.1 – Algorithme d’extrapolation par déconvolution sélective.

compression d’images de type texture.

Le principe et l’algorithme de la technique sont présentés brièvement ici ; de plus amples détails pourront être trouvés dans les références [71, 198] par exemple.

Le but est d’extrapoler un signal observé $g(n)$ qui peut être considéré comme la multiplication d’un signal original $f(n)$ par une fenêtre rectangle $w(n)$:

$$g(n) = w(n)f(n) \quad n \in [0, N - 1] \quad (5.1)$$

avec

$$w(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \in D_w \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.2)$$

D_w est la partie du domaine de la fonction $w(n)$ sur laquelle la valeur de la fenêtre est 1. L’équation 5.1 se traduit dans le domaine spectral par

$$\hat{g}(n) = \hat{w}(n) \otimes \hat{f}(n) \quad n \in [0, N - 1] \quad (5.3)$$

où la transformée $\hat{g}(n)$ de $g(n)$ devient la convolution des transformées de $w(n)$ et $f(n)$. L’inversion de ces deux équations pour obtenir le signal $f(n)$ ne pouvant se faire directement, elle doit être faite par étape en déterminant une suite de fonction $f_i(n)$ convergeant vers une solution $f(n)$. L’algorithme de la méthode est présenté sur la figure 5.1. L’initialisation est faite de la manière suivante :

$$f_0(n) = g(n) \quad n \in [0, N - 1] \quad (5.4a)$$

$$S_0(k) = 0 \quad k \in [0, N - 1] \quad (5.4b)$$

$S(k)$ est une fonction dont les composantes valent 0 ou 1 qui permet de localiser les raies spectrales sélectionnées. L’étape i de l’algorithme consiste à calculer la transformée de Fourier de la fonction $f_i(n)$, à sélectionner la raie k_s la plus énergétique dans le spectre de $\hat{f}_i(k)$ parmi celles non choisies au cours des étapes précédentes, puis à mettre à jour la matrice S par :

$$S_{i+1}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = k_s \\ S_i(k) & \text{si } k \neq k_s \end{cases} \quad (5.5)$$

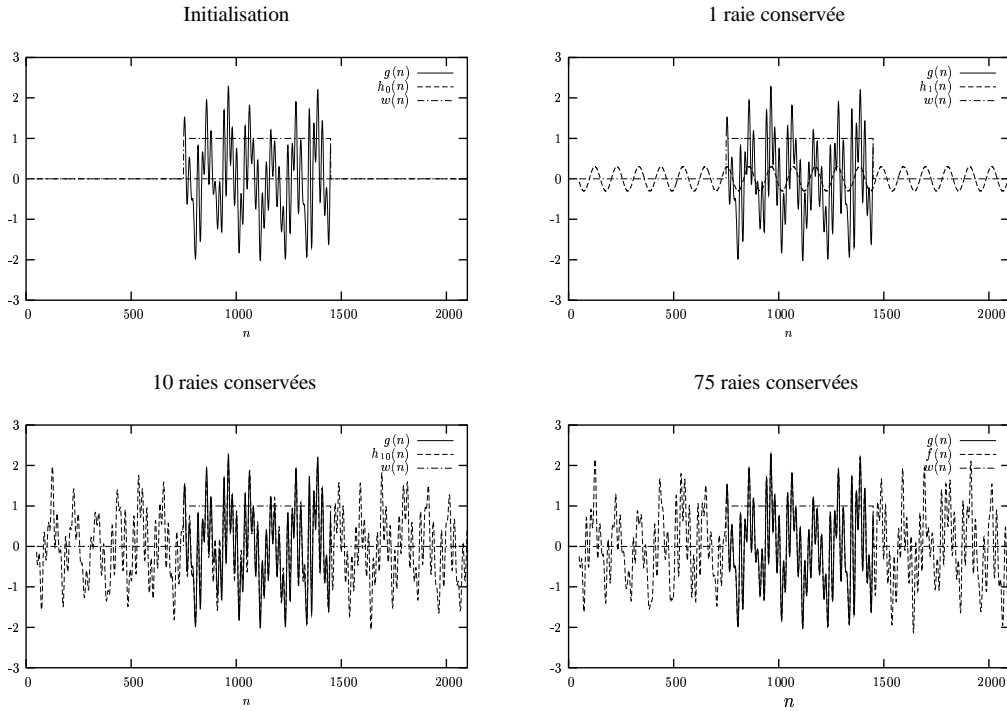


FIG. 5.2 – Etapes de déconvolution sélective d'un signal monodimensionnel contenant 1024 raies spectrales.

Enfin, $f_{i+1}(n)$ est calculée par :

$$f_{i+1}(n) = h_{i+1}(n) [1 - w(n)] + f(n)w(n) \quad (5.6)$$

où $h_{i+1}(n)$ est la transformée inverse du produit $S_{i+1}(k)\hat{f}_i(k)$. $f_{i+1}(n)$ vaut donc $f(n)$ aux points où $f(n)$ est connue (i.e où $w(n) = 1$).

Remarques

- Le nombre d'étapes pour converger vers une solution est limité par le nombre de raies présentes dans le segment de signal $g(n)$.
- Le signal extrapolé $f(n)$ est par construction périodique de période la taille du domaine final (puisque résultant d'une transformée de Fourier inverse).
- Une adaptation de la taille de la fenêtre originale est souhaitable pour améliorer la qualité de la déconvolution [198]. La détermination de la taille optimale peut être déterminée par analyse de la fonction d'autocorrélation de l'échantillon d'origine.

La figure 5.2 présente un exemple d'extrapolation d'un signal monodimensionnel par déconvolution sélective. La convergence de l'algorithme est bien représentée puisque le signal ne contenant que 10 raies spectrales est déjà très proche du signal original notamment dans la zone d'extrapolation où la dynamique reconstruite est déjà très réaliste.

Un exemple d'extrapolation bidimensionnelle d'image, proposé par Van Droogenbroeck et Talbot [199], est présenté sur la figure 5.3.

Cette technique est utilisée dans la section 7.6 afin d'extrapoler et de périodiser suivant la direction l'envergure de la couche de mélange les modes issues de la Snapshot POD (cf. §3.1.2) des champs de vitesse obtenus par mesures PIV.

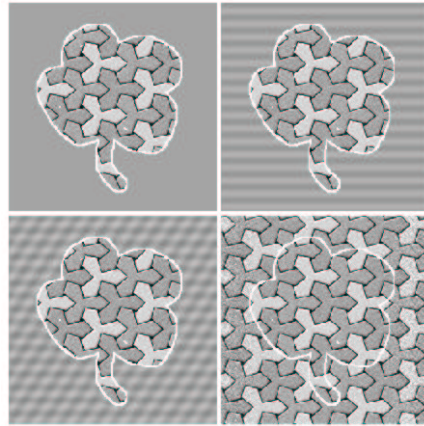


FIG. 5.3 – Extrapolation d’une texture synthétique 256×256 , limitée à un contour de fleur, en retenant successivement 3, 5, et 500 coefficients de Fourier (d’après Van Droogenbroeck et Talbot [199]).

5.2 Systèmes dynamiques et POD-Galerkin

5.2.1 Introduction

La complexité des écoulements turbulents a conduit au développement de modèles d’ordre réduit plus aisés à décrire et à analyser que les équations originales de Navier-Stokes. Une manière de réduire ces équations à un système plus simple d’équations différentielles ordinaires (ODE) consiste à effectuer une projection de Galerkin sur une base orthogonale de l’écoulement et à ne conserver qu’un faible nombre de modes. La POD, par son caractère optimal à capter l’énergie en un nombre réduit de modes, est bien adaptée au développement de modèles d’ordre bas. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à Holmes *et al.* [84]. On peut noter que l’application de telles méthodes ne concerne pas uniquement le domaine de la mécanique des fluides. En effet des approches de type POD-Galerkin sont aussi mises en œuvre pour construire des modèles dynamiques en thermique [145] ou en génie chimique [208] par exemple. Le lecteur pourra trouver de plus amples détails sur la théorie des systèmes dynamiques dans l’ouvrage de Bergé *et al.* [19].

Les premiers travaux utilisant un système dynamique en mécanique des fluides furent réalisés par Lorenz [122] en 1963 qui développa un modèle à trois équations pour l’écoulement de Rayleigh-Bénard. En 1967, Ruelle et Takens [171] établirent un lien théorique entre la turbulence et les systèmes dynamiques d’ordre bas. Depuis, ce type d’approche a été largement utilisé pour l’analyse et la description de différents écoulements turbulents.

Aubry *et al.* [12] ont les premiers appliqué la projection de POD-Galerkin à un écoulement turbulent libre afin de décrire la dynamique des structures cohérentes en couche limite. Ces premiers travaux ont ensuite motivé de nombreuses études sur cette configuration d’écoulement ([176], [163], [155]). Les modèles d’ordre bas basés sur la POD ont été également utilisés en écoulements cisailés libres, notamment par Glauser *et al.* [76] en jet axisymétrique et Ukeiley *et al.* [196] et Rajaei *et al.* [161] en couche de mélange plane. Ces trois études sont basées sur des mesures en deux points par anémométrie

files chauds. Les écoulements de sillage derrière un cylindre ont été étudiés par Noack et Eckelmann [141] et Ma et Karniadakis [125] à partir de données issues de simulations numériques. Braud *et al.* [30] ont construit un système d'ordre bas à partir de données issues de mesures par PIV deux plans pour l'étude de l'interaction couche de mélange-sillage de barreau. Enfin, des modèles d'ordre bas ont été développés pour des écoulements compressibles de type cavité par Rowley *et al.* [170] ou jet rectangulaire par Moreno *et al.* [109].

L'aptitude des systèmes dynamiques à reproduire la dynamique des écoulements turbulents permet d'envisager leur utilisation pour le contrôle d'écoulement. En effet, les simulations instationnaires classiques de type LES ou DNS, par leur coût en temps de calcul, ne permettent pas de mettre en place des procédures de contrôle en temps réel. De plus, dans le cadre du contrôle d'écoulement, il n'est pas nécessaire que le modèle utilisé soit capable de reproduire finement l'écoulement. Dans cette optique, les modèles d'ordre bas semblent de bons outils de prédiction. Gerhard *et al.* [73] ont développé, à partir d'une simulation numérique, un système dynamique dans le but de réduire le phénomène de lâché tourbillonnaire laminaire en aval d'un cylindre par l'action d'une force volumique dans la région de proche sillage. Plus récemment, Siegel *et al.* [180] ont mis en œuvre le même type d'approche mais dans un cadre expérimental. Sept capteurs placés dans le sillage du cylindre leur permettent, en pilotant les oscillations du cylindre suivant la direction normale à l'écoulement principal, de réduire les fluctuations de traînée et de portance. Smith *et al.* [186] modélisent par un système dynamique un écoulement de Couette et proposent, grâce à l'analyse de la dynamique du modèle, des stratégies de contrôle des streaks.

5.2.2 Projection de Galerkin

La projection de Galerkin est une technique qui permet de résoudre des équations dont les solutions font partie d'un espace de dimension infinie (comme les équations de Naviers-Stokes en mécanique des fluides). En décomposant le champ solution sur une base en une somme infinie de termes et en troncant cette décomposition, la méthode de Galerkin permet de réduire l'ordre du problème à résoudre [163]. Il est donc nécessaire de connaître un ensemble de fonctions linéairement indépendantes constituant une base, si possible orthonormale, de l'espace solution. De plus, les éléments de cette base doivent vérifier les conditions aux limites du problème original. Il apparaît que les fonctions propres issues de la POD, qui permettent de décomposer le champ de vitesse (équation 3.10) sont bien adaptées. De plus, leur convergence optimale au sens de l'énergie permet une bonne représentation de l'écoulement en peu de modes.

Dans le cas d'un fluide incompressible, les équations de Navier-Stokes peuvent être mise sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathcal{F}(\mathbf{u}), \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \quad t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in \mathcal{D} \quad (5.7)$$

où \mathcal{F} est un opérateur différentiel non linéaire. De plus, les conditions aux limites du problèmes peuvent s'écrire :

$$\mathcal{R}(\mathbf{u}(\mathbf{x})) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\mathcal{D} \quad (5.8)$$

Le problème est complété par des conditions initiales $\mathbf{u}(\mathbf{x}, 0)$.

On peut alors injecter dans l'équation (5.7) la décomposition du champ \mathbf{u} sur sa base (eq. 3.10).

$$\sum_n \frac{da^{(n)}(t)}{dt} \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) = \mathcal{F} \left(\sum_n a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) \right) \quad (5.9)$$

En effectuant le produit scalaire de l'équation (5.9) avec chaque mode spatial $\Phi^{(n)}(\mathbf{x})$, on obtient :

$$\frac{da^{(n)}(t)}{dt} = F_n(a^{(1)}(t), a^{(2)}(t), \dots) \quad (5.10)$$

où

$$F_n = \left(\Phi^{(n)}, \mathcal{F} \left(\sum_m a^{(m)} \Phi^{(m)} \right) \right) \quad (5.11)$$

Dans les cas des équations de Navier-Stokes, l'opérateur F_n est de forme polynomiale au plus cubique suivant la formulation et le type de fermeture retenus.

Les conditions initiales du nouveau problème peuvent être dérivées de celles du problème original par projection sur la base choisie. Dans le cas de conditions aux limites homogènes ou décrites par des relations linéaires, les fonctions de la base les vérifient aussi. Si les conditions aux limites ne sont pas homogènes ou linéaires, des précautions sont à prendre pour leur traitement [12, 163].

5.2.3 Formulation

La nature de l'opérateur \mathcal{F} décrit dans le paragraphe précédent dépend de la formulation choisie pour les équations de Naviers-Stokes. En effet, celles-ci peuvent être écrites en formulation vitesse-pression, pour le champ de vitesse total ou uniquement le champ fluctuant, ou en formulation vorticité. Allery [7] propose également une formulation en contrainte des équations de Naviers-Stokes pour s'affranchir du terme de pression. Seuls les principaux résultats sont présentés ici, de plus amples détails pouvant être trouvés dans Cordier [50] ou Rempfer [163].

5.2.3.1 Formulation en vitesse-pression basée sur le champ de vitesse total

Sous forme adimensionnelle, les équations de Naviers-Stokes s'écrivent de la manière suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathit{grad} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = -\mathit{grad} p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad (5.12)$$

En effectuant la projection de Galerkin de cette équation sur la base issue de la décomposition POD du champ de vitesse total, on obtient :

$$\frac{da^{(n)}}{dt} = -(\Phi^{(n)}, \mathit{grad} p) + \frac{1}{Re} (\Phi^{(n)}, \sum_m a^{(m)} \Delta \Phi^{(m)}) - (\Phi^{(n)}, \sum_{m,k} a^{(m)} a^{(k)} \Phi^{(m)} \Phi^{(k)}) \quad (5.13)$$

pour $1 \leq n, m, k \leq N_{tr}$ où N_{tr} est le nombre de modes retenus dans la troncature. Le système dynamique obtenu est au plus quadratique.

Dans cette équation, le terme de pression est une inconnue supplémentaire qui ne peut s'exprimer directement en fonction des coefficients temporels et des modes POD. Les fonctions propres $\Phi^{(n)}$ étant à divergence nulle, l'intégration du terme de pression sur le domaine \mathcal{D} peut s'écrire :

$$(\Phi^{(n)}, \text{grad } p) = \int_{\partial\mathcal{D}} p \Phi^{(n)} \cdot \mathbf{n} \, dS \quad (5.14)$$

où \mathbf{n} est la normale à la frontière $\partial\mathcal{D}$ du domaine d'intégration. Ce terme peut être calculé directement si la pression est connue, ce qui peut être le cas si on travaille sur des données issues de simulations numériques [12]. Par ailleurs, le fait d'imposer des conditions aux limites périodiques ou des conditions sur le champ de vitesse entraînant $\Phi^{(n)} \cdot \mathbf{n} = 0$ (condition de glissement à la paroi par exemple) permettra d'annuler directement la contribution de la pression. Rempfer [163] propose d'écrire le système dynamique en utilisant l'équation de transport de la vorticit   afin de s'affranchir du terme de pression (section 5.2.3.3).

5.2.3.2 Formulation en vitesse-pression bas  e sur le champ de vitesse fluctuante

L'introduction de la d  composition de Reynolds qui consiste    d  composer le champ de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$ dans l'  quation de Naviers-Stokes ajoute une inconnue suppl  mentaire : le champ de vitesse moyenne. Apr  s projection de Galerkin, cette inconnue se traduit par l'apparition du terme $\overline{a^{(k)}(t)a^{(k)}(t)}$ qu'il est n  cessaire de mod  liser. Plusieurs approches sont possibles :

- Une premi  re m  thode consiste      valuer ce terme au cours de l'int  gration num  rique du syst  me dynamique par une moyenne temporelle des pas de temps d  j    calcul  s ;
- Une deuxi  me technique est d'imposer aux coefficients $a^{(n)}(t)$ d'  tre non corr  l  s entre eux et solution du probl  me POD, soit $\overline{a^{(n)}(t)a^{(m)}(t)} = \delta_{nm}\lambda^{(n)}$;
- Une troisi  me solution est de consid  rer que le champ moyen temporel est stationnaire. On obtient alors, en moyennant l'  quation (5.7),

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} = 0 \quad \text{soit} \quad \mathcal{F}(\bar{\mathbf{u}}) = \sum_{m,k} \overline{a^{(m)}a^{(k)}} \text{grad}(\Phi^{(m)}\Phi^{(k)}) \quad (5.15)$$

La projection de Galerkin de l'  quation (5.15) permet de calculer le terme $\overline{a^{(n)}(t)a^{(m)}(t)}$.

Le fait de consid  rer que le champ moyen est stationnaire permet de r  soudre le probl  me du terme suppl  mentaire $\overline{a^{(n)}(t)a^{(m)}(t)}$ mais supprime tout couplage entre le champ moyen et le champ turbulent. Le champ moyen $\bar{\mathbf{u}}$ intervient notamment dans les m  canismes de production d'  nergie turbulente. Pour conserver un tel couplage, des relations de fermeture bas  es sur l'  quation de Boussinesq [50] ou sur l'  quation de quantit   de mouvement [12], permettant de relier $\bar{\mathbf{u}}$ aux tensions de Reynolds $u'_1u'_2$, peuvent   tre utilis  es. Ces approches introduisent des termes cubiques dans le syst  me dynamique qui peuvent entra  ner la saturation des non-lin  arit  s et emp  cher le syst  me de diverger.

5.2.3.3 Formulation en vorticité

Afin de s'affranchir des termes de pression, Rempfer [163] propose d'écrire le système dynamique en utilisant l'équation de transport de la vorticité $\omega = \mathbf{rot} \mathbf{u}$:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathit{grad} \omega \cdot \mathbf{u} - \mathit{grad} \mathbf{u} \cdot \omega = \frac{1}{Re} \Delta \omega \quad (5.16)$$

En utilisant la décomposition POD du champ de vitesse, le champ de vorticité peut être décomposé de la manière suivante :

$$\omega = \sum_n a^{(n)}(t) \xi^{(n)} \quad (5.17)$$

avec $\xi^{(n)} = \mathbf{rot} \Phi^{(n)}$. On dispose donc d'une base de fonctions linéairement indépendantes (mais non orthogonales) pour le champ de vorticité. Après projection de Galerkin de l'équation (5.16) sur cette ensemble de fonctions, on obtient [50] un système dynamique quadratique régissant la dynamique des $a^{(n)}(t)$ de la forme :

$$\frac{da^{(n)}}{dt} = \sum_m B_{nm} a^{(m)}(t) + \sum_{m,k} G_{nmk} a^{(m)}(t) a^{(k)}(t) \quad (5.18)$$

5.2.4 Troncature et stabilisation

La troncature réalisée lors de la projection de Galerkin pour réduire l'ordre du système élimine de fait toute interaction entre les modes conservés dans la modélisation et ceux rejetés. Par nature de la POD, les modes d'ordre supérieurs représentent en général les petites échelles et ne contiennent qu'une faible partie de l'énergie. Néanmoins, celles-ci participent activement au mécanisme de dissipation de l'énergie turbulente. La non prise en compte de ces modes dans les modèles d'ordre bas conduit souvent à des systèmes dynamiques divergeant car incapable de dissiper l'énergie cr e e par les premiers modes. Plusieurs solutions ont été proposées pour pallier ce problème.

L'ajout d'une viscosité tourbillonnaire supplémentaire permettant de modifier les coefficients des termes linéaires a été utilisée par Aubry *et al.* [12], Cordier [50] et Braud *et al.* [30] pour stabiliser leur système dynamique. Elle permet, en modifiant artificiellement le nombre de Reynolds, d'ajuster la dissipation du modèle et d'obtenir ainsi une solution non divergente et non triviale.

Cazemier *et al.* [38] proposent le même type de modification mais en agissant uniquement sur les termes diagonaux des coefficients des termes linéaires par l'ajout d'un coefficient d'amortissement. Ils ajustent ce paramètre en s'assurant que le modèle soit toujours dissipatif.

Vigo [201] réalise une stabilisation de son système dynamique en apportant une correction des coefficients $a^{(n)}(t)$ basée sur l'utilisation de l'information sur le champ de vitesse en un point. Cette technique est à rapprocher des méthodes de contrôle d'écoulement en boucle fermée.

Récemment, Couplet *et al.* [52] ont étudié le transfert d'énergie entre les différents modes POD en écoulement de marche descendante et proposent l'utilisation d'un modèle de pseudo viscosité tourbillonnaire dépendant de l'ordre des modes interagissant.

5.3 Identification polynomiale de système dynamique

5.3.1 Introduction

L'application d'une approche de type POD-Galerkin aux équations de Navier-Stokes conduit à l'obtention d'un système dynamique d'équations différentielles ordinaires de forme polynomiale au plus cubique (section 5.2.3) dont l'expression générale est la suivante :

$$\frac{da^{(i)}}{dt} = D_i + \sum_{j=1}^{N_{tr}} L_{ij} a^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=1}^{N_{tr}} Q_{ijk} a^{(j)} a^{(k)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=1}^{N_{tr}} \sum_{l=1}^{N_{tr}} C_{ijkl} a^{(j)} a^{(k)} a^{(l)} \quad (5.19)$$

Les coefficients D_i , L_{ij} , Q_{ijk} et C_{ijkl} sont obtenus après projection des équations originales sur la base POD, ce qui nécessite d'avoir accès à l'ensemble du champ de vitesse ou de vorticité et la connaissance parfaite des conditions aux limites du problème (en particulier pour le terme de pression). De plus, le calcul de ces coefficients fait intervenir les dérivées spatiales des fonctions propres génératrices de bruit numérique dans le cas d'une résolution spatiale insuffisante. La détermination des coefficients du modèle peut donc devenir problématique, en particulier si une approche expérimentale est envisagée.

Différentes méthodes ont été développées pour modéliser la dynamique des modes POD et éviter de calculer directement les coefficients du système dynamique obtenu par projection de POD-Galerkin. Ces techniques sont souvent mises en œuvre dans un contexte de contrôle où il est nécessaire de disposer d'un outils de prédiction. L'obtention de celui-ci repose dans la plupart des cas sur une étape d'observation de la réponse du système à différentes excitations permettant alors l'identification des paramètres du modèle.

Dans le but de contrôler l'écoulement autour d'un cylindre, Gillies [75] construit un modèle d'ordre bas basé sur la POD. La dynamique des fonctions propres est modélisée grâce à un réseau neuronal nécessitant une période d'apprentissage. Ce modèle est ensuite utilisé comme prédicteur dans la procédure de contrôle. Jeong et Bienkiewicz [95] décomposent le champ de pression autour d'une maquette d'immeuble sur sa base POD. Ils utilisent ensuite un modèle auto-régressif (AR-model) pour modéliser la dynamique temporelle des premiers modes. Plus récemment, Park *et al.* [146] développent un système dynamique d'ordre bas pour le contrôle, grâce à un jet synthétique, de la combustion dans un écoulement d'ordre bas. Dans cette étude expérimentale, le modèle n'est pas basé sur le champ de vitesse mais sur l'intensité lumineuse de la flamme mesurée par un ensemble de capteurs photodiode. Ils utilisent un modèle auto-régressif incluant le signal de contrôle (la commande du jet synthétique) pour reproduire l'évolution temporelle des modes POD. Le modèle temporel et la base POD sont identifiés en pilotant le jet de contrôle grâce à un bruit blanc. Ce type d'approche combinant AR-model et POD a aussi été utilisé par Rigopoulos et Arkun [167] pour le contrôle de qualité dans les processus de mise en forme de feuilles de papier ou de métal. Tang *et al.* [191] construisent un modèle d'ordre bas linéaire basé sur la POD pour étudier l'aérodynamique instationnaire d'une aile delta. Pour cela, ils utilisent des séries temporelles issues d'un modèle tourbillonnaire. Enfin, Campbell *et al.* [36] utilisent la POD pour générer des séquences vidéo à partir d'un échantillon. Dans le cas d'une dynamique simple, ils proposent de

modéliser le portrait de phase des coefficients temporels des modes POD par des fonctions splines. L'extrapolation des fonctions obtenues leur permet d'obtenir de nouvelles séquences d'images.

Il apparaît que la majorité des techniques d'identification de paramètres de modèle d'ordre bas reposent sur la connaissance de signaux temporels suffisamment bien échantillonnés pour pouvoir construire des modèles auto-régressifs. Cette condition peut s'avérer trop restrictive quant à la nature des données nécessaires. Elle interdit entre autre l'utilisation de données mesurées par PIV pour des écoulements où les fréquences caractéristiques sont trop élevées par rapport à celles accessibles par cette technique de mesure¹. La méthode proposée dans les paragraphes suivants ne présente pas cet inconvénient. En effet, les seuls prérequis sont la connaissance de la forme des équations du système dynamique à identifier ainsi que celle d'un nombre suffisant de valeur des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ et de leur dérivée $da^{(n)}(t)/dt$.

5.3.2 Méthode d'identification polynomiale

Le principe de la méthode d'identification initialement développée par Verdet [200] est de construire un système linéaire dont les inconnues sont les coefficients D_i , L_{ij} , Q_{ijk} et C_{ijkl} de l'équation (5.19) dont la résolution se fera par une méthode statistique : la minimisation de l'erreur quadratique. L'intérêt d'une telle approche est qu'elle ne repose pas sur un processus d'identification itératif et ne nécessite pas de séquences temporelles échantillonnées à fréquence élevée. De plus, elle permet de ne s'intéresser qu'à un sous-système de l'écoulement considéré (sous domaine spatial ou information partielle ne concernant qu'un scalaire par exemple). En effet, en postulant que la dynamique du sous-système considéré est régie par des équations de la même forme que le système original, un système dynamique peut être identifié à partir d'un ensemble de réalisations alors que la projection de Galerkin n'est plus possible.

Pour chaque coefficient temporel $a^{(i)}(t)$, l'équation différentielle à résoudre est de la forme (supposée au plus cubique) :

$$\dot{a}^{(i)}(t) = D_i + \sum_{j=1}^{N_{tr}} L_{ij} a^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=j}^{N_{tr}} Q_{ijk} a^{(j)} a^{(k)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=j}^{N_{tr}} \sum_{l=k}^{N_{tr}} C_{ijkl} a^{(j)} a^{(k)} a^{(l)} \quad (5.20)$$

avec

- $\dot{a}^{(i)}(t) = da^{(i)}(t)/dt$, la dérivée temporelle de $a^{(i)}(t)$ à l'instant t ,
- N_{tr} la dimension du problème soit le nombre de modes POD retenus dans la réduction d'ordre du modèle,
- D_i les coefficients des termes constants,
- L_{ij} les coefficients des termes linéaires,
- Q_{ijk} les coefficients des termes quadratiques,
- C_{ijkl} les coefficients des termes cubiques.

Le nombre d'inconnues $N_r = N_0 + N_1 + N_2 + N_3$ à déterminer est donc le suivant, $\forall i \in [1, N_{tr}]$:

¹ Néanmoins, les récents développements techniques permettent aujourd'hui d'envisager de réaliser des mesures par PIV à des fréquences d'échantillonnage supérieures au kHz

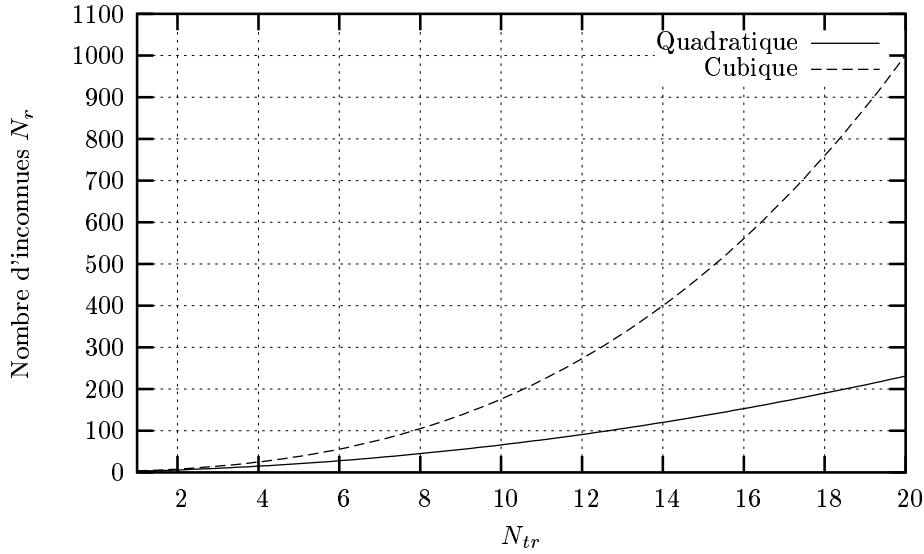


FIG. 5.4 – Evolution du nombre N_r d'inconnues à déterminer en fonction du nombre de modes retenus et de l'ordre du système dynamique (— : système quadratique, - - - : système cubique).

- $N_0 = 1$ pour les termes constants D_i ,
- $N_1 = N_{tr}$ pour les termes linéaires L_{ij} ,
- $N_2 = \frac{N_{tr}(N_{tr} + 1)}{2}$ pour les termes quadratiques Q_{ijk} ,
- $N_3 = \frac{N_{tr}(N_{tr} + 1)(N_{tr} + 2)}{6}$ pour les termes cubiques C_{ijk} .

Le nombre d'inconnues N_r croît de manière quadratique ou cubique suivant l'ordre du système dynamique et peut devenir très vite prohibitif en termes de nombre d'échantillons nécessaires à leur détermination (figure 5.4)

On peut noter que l'approche proposée, en tenant compte des symétries qui existent dans les termes du type $a^{(i)}a^{(j)}$, fait intervenir un nombre plus faible de coefficients que la méthode classique de projection de Galerkin.

L'équation (5.20) est donc de la forme :

$$\dot{a}^{(i)} = \sum_{k=1}^{N_r} x_k A_k(a^{(1)}, \dots, a^{(N_{tr})}) \quad (5.21)$$

où x_k sont les coefficients recherchés et les fonctions A_k , des fonctions polynomiales de degré au plus 3.

Si l'on dispose de N_e échantillons des coefficients $a^{(i)}(t_p)$ et de $\dot{a}^{(i)}(t_p)$ à des instants t_p , $p \in [1, N_e]$, l'équation (eq. 5.21) peut être résolue par méthode des moindres carrés en minimisant la fonction suivante :

$$\chi^2 = \sum_{p=1}^{N_e} \left[\dot{a}^{(i)}(t_p) - \sum_{k=1}^{N_r} x_k A_k(a^{(1)}(t_p), \dots, a^{(N_{tr})}(t_p)) \right]^2 \quad (5.22)$$

soit $\chi^2 = |AX - B|^2$ où X est le vecteur des coefficients inconnus, B le vecteur contenant les valeurs des dérivées temporelles $da^{(i)}(t_p)/dt$ et A la matrice contenant les termes $a^{(j)}(t_p)$, $a^{(j)}(t_p)a^{(k)}(t_p)$ et $a^{(j)}(t_p)a^{(k)}(t_p)a^{(l)}(t_p)$:

$$\begin{aligned}
 X &= (D_i, \dots, L_{ij} \dots \dots, Q_{ijk} \dots \dots, C_{ijkl} \dots \dots)^t \\
 A &= \begin{pmatrix} 1 & \dots & a^{(j)}(t_1) \dots & \dots & a^{(j)}(t_1)a^{(k)}(t_1) \dots & \dots & a^{(j)}(t_1)a^{(k)}(t_1)a^{(l)}(t_1) \dots \\ \vdots & & & & & & \\ 1 & \dots & a^{(j)}(t_p) \dots & \dots & a^{(j)}(t_p)a^{(k)}(t_p) \dots & \dots & a^{(j)}(t_p)a^{(k)}(t_p)a^{(l)}(t_p) \dots \\ \vdots & & & & & & \\ 1 & \dots & a^{(j)}(t_{N_e}) \dots & \dots & a^{(j)}(t_{N_e})a^{(k)}(t_{N_e}) \dots & \dots & a^{(j)}(t_{N_e})a^{(k)}(t_{N_e})a^{(l)}(t_{N_e}) \dots \end{pmatrix} \\
 B &= (\dot{a}^{(i)}(t_1), \dots, \dot{a}^{(i)}(t_p), \dots, \dot{a}^{(i)}(t_{N_e}))^t
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Ce problème de minimisation d'erreur quadratique peut être résolu directement en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice A [159]. Contrairement à l'étude de Braud [29], cette technique évite tout calcul de statistiques sur les coefficients POD originaux et n'est pas confrontée aux problèmes pouvant survenir lors d'inversion de matrices mal conditionnées.

Remarque : Une approche similaire a récemment été développée par Gómez et Baeyens [78] pour l'identification de systèmes non linéaires en génie chimique. Ils utilisent une base orthonormale de fonctions pour transformer le système original en un système linéaire. Les coefficients de ce nouveau système sont identifiés par une méthode des moindres carrés à partir de mesures des entrées et sorties du système.

La technique d'identification proposée a fait l'objet de validations dans différentes configurations [150] (cf. Annexe B), basées sur des visualisations d'écoulement, des données issues d'une simulation numérique directe, ou encore champ de vitesse mesurés par PIV. Une application peut également être trouvée dans la thèse de Ricaud [166] qui identifie un système dynamique modélisant la dynamique des modes POD du champ de pression, issue d'une décomposition par la méthode des snapshots (cf. §3.1.2) de données d'un calcul DNS ou partir de mesure de pression par antenne de microphones. Nous proposons dans le paragraphe suivant un exemple de validation sur un système simple : le système de Lorenz.

Cette méthode sera mise en œuvre dans la section 7.5 afin d'identifier un modèle reproduisant la dynamique d'une section normale à l'écoulement principal.

5.3.3 Application au système de Lorenz

La méthode proposée ici pour l'identification de système dynamique de forme polynomiale a d'abord été testée sur un système connu [19] : le système de Lorenz.

Le système de Lorenz est un modèle développé pour décrire les phénomènes de convection naturelle dans une cavité rectangulaire à laquelle on impose une différence entre deux de ses parois. Ce modèle est un système dynamique quadratique d'ordre 3

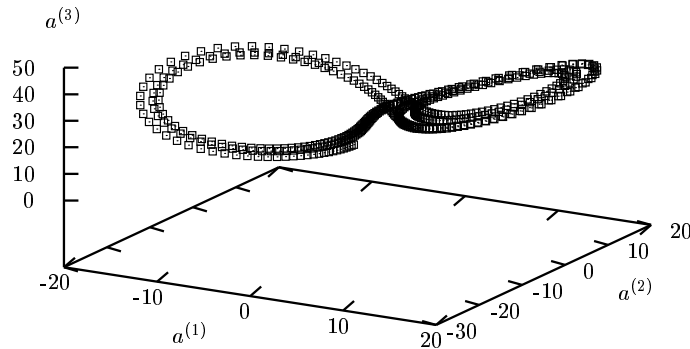


FIG. 5.5 – Echantillon utilisé pour l'identification polynomiale.

Coefficients	$i = 1$		$i = 2$		$i = 3$	
	Lorenz	identifiés	Lorenz	identifiés	Lorenz	identifiés
L_{i1}	-10.0000	-10.0133	28.0000	27.9737	0.0000	-0.0277
L_{i2}	10.0000	10.0031	-1.0000	-0.9939	0.0000	0.0065
L_{i3}	0.0000	0.0130	0.0000	0.0256	-2.6667	-2.6397
Q_{i11}	0.0000	0.0027	0.0000	0.0053	0.0000	0.0056
Q_{i12}	0.0000	-0.0014	0.0000	-0.0028	1.0000	0.9971
Q_{i13}	0.0000	0.0003	-1.0000	-0.9993	0.0000	0.0007
Q_{i22}	0.0000	-0.0003	0.0000	-0.0007	0.0000	-0.0007
Q_{i23}	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0001	0.0000	-0.0001
Q_{i33}	0.0000	-0.0005	0.0000	-0.0011	0.0000	-0.0011

TAB. 5.1 – Coefficients du système de Lorenz théoriques et identifiés.

dont le comportement dépend du nombre de Prandtl du fluide Pr , du nombre de Rayleigh R et des caractéristiques géométriques de la cavité décrites par le paramètre b . Pour $Pr = 10$, $R = 28$ et $b = \frac{8}{3}$, le système de Lorenz présente une dynamique chaotique. Il est régi par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{a}^{(1)} = -Pra^{(1)} + Pra^{(2)} \\ \dot{a}^{(2)} = Ra^{(1)} - a^{(2)} - a^{(1)}a^{(2)} \\ \dot{a}^{(3)} = -ba^{(3)} + a^{(1)}a^{(2)} \end{cases} \quad (5.24)$$

Ce système d'équations différentielles a été intégré en temps à l'aide d'un algorithme Runge Kutta d'ordre 4 afin de générer des échantillons des coefficients $a^{(n)}(t)$. Les séquences temporelles, présentées figure 5.5 dans l'espace des phases, sont ensuite utilisées pour l'identification polynomiale du système.

La mise en œuvre de la méthode d'identification de système dynamique proposée permet de déterminer, à partir de ces séquences d'apprentissage, les paramètres des trois

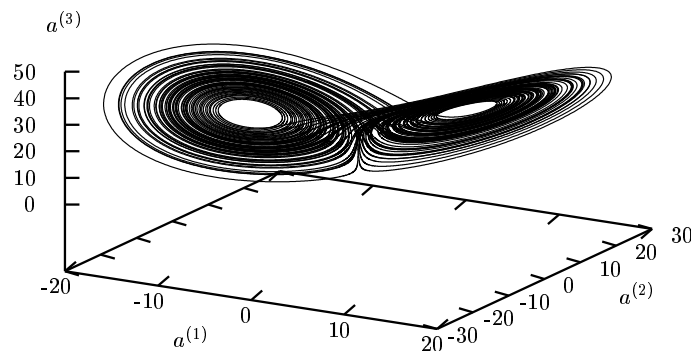


FIG. 5.6 – Portrait de phase du système identifié.

équations différentielles du système de Lorenz. L'identification a été faite en supposant *a priori* que les polynômes de l'équation 5.20 étaient au plus d'ordre deux. Les paramètres obtenus sont comparés aux paramètres théoriques dans le tableau 5.1. On peut constater que les coefficients du système original sont très bien estimés. Néanmoins, l'identification étant basé sur une méthode au moindres carrés, il subsiste une imprécision qui entraîne l'apparition de coefficients inexistant dans le système de référence. Bien qu'étant de très faible amplitude, ceux-ci peuvent, à long terme, conduire à un écart entre les évolutions temporelles du système identifié et du système original.

Les paramètres identifiés permettent de reconstruire l'évolution temporelle du système (figure 5.6). La dynamique du modèle de Lorenz [19] avec le parcours des deux lobes caractéristiques de l'attracteur est retrouvée.

5.4 Conclusions

Ce chapitre a été consacré au développement d'une nouvelle procédure de génération de champ de vitesse instationnaires pour le couplage calculs-expériences. Des outils ont donc été développés dans l'optique d'interfacer des données issues de mesures par SPIV à un code de calcul.

Nous avons tout d'abord présenté une méthode d'extrapolation de signal, la déconvolution sélective, qui permettra d'extrapoler dans la direction d'homogénéité de l'écoulement les champs de vitesse mesurés afin qu'ils correspondent à la face d'entrée du code de calcul.

Les principes de la construction de systèmes dynamiques par projection de Galerkin sur la base POD de l'écoulement ont ensuite été présentés.

Nous avons enfin proposé une méthode originale d'identification polynomiale de système dynamique, permettant de développer un modèle d'ordre bas d'une région de l'écoulement. Une telle approche peut être mise en œuvre sur un domaine ne permettant pas for-

cément le calcul des coefficients de la projection de Galerkin. En effet, les seuls prérequis sont la connaissance de la forme des équations du système dynamique à identifier ainsi que celle d'un nombre suffisant de valeurs des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ et de leur dérivée $da^{(n)}(t)/dt$.

L'ensemble des outils présentés ici seront mis en œuvre dans le chapitre 7.

Chapitre 6

Qualification et analyse des écoulements étudiés

Deux types d'écoulement de couche de mélange ont été considérés afin de pouvoir valider les outils développés dans le but de réaliser un couplage instationnaire calcul-expérience. En effet, il est apparu nécessaire de pouvoir appliquer ces méthodes, non seulement à un écoulement de type académique, mais aussi à un écoulement plus réaliste et d'un degré de complexité supérieur. Ainsi, parallèlement à l'étude d'une couche de mélange dite classique (bord de fuite biseauté), appelée configuration CMC, une couche de mélange dont l'épaisseur de la plaque séparatrice est de l'ordre de grandeur de celle des couches limites se développant de part et d'autre de cette plaque a été étudiée (configuration notée CME). Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.3, le changement de géométrie du bord de fuite de la plaque séparatrice constitue un moyen simple de modifier l'organisation spatio-temporelle d'un écoulement de couche de mélange. Grâce à l'ajout d'un fort effet de sillage, l'écoulement de couche de mélange présente une zone hors équilibre jusqu'à l'établissement du régime de similitude et une superposition de plusieurs types d'instabilité. Cet écoulement présente donc des conditions plus proches de celles rencontrées dans les configurations industrielles.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus particulièrement à l'analyse et à la qualification des deux configurations d'écoulement. Cette phase est nécessaire pour plusieurs raisons. Le but final de notre étude étant de construire un générateur de conditions amont et de le valider, il est important de vérifier que les deux configurations de couche de mélange retenues répondent à nos attentes. En particulier, si la configuration CMC représente *a priori* un cas de référence, il n'est pas certain que l'utilisation d'un bord de fuite biseauté adjoint à une plaque épaisse conduise au même écoulement qu'une couche de mélange à plaque mince. Par ailleurs, la configuration CME a été choisie car elle doit présenter une organisation à grandes échelles plus complexe et hors équilibre. Nous nous attacherons donc à valider la configuration CMC par rapport à la littérature. Cet écoulement servira alors de base de comparaison pour la configuration CME. En outre, nous tenterons d'apporter des éléments de compréhension de l'influence de la géométrie du bord de fuite sur le développement de l'écoulement. Enfin, l'analyse présentée dans ce chapitre fournira des éléments de choix de la position de la section d'entrée des simulations ainsi qu'une base de validation des données générées.

Pour ce faire, une étude expérimentale de ces deux écoulements est menée. Elle consiste tout d'abord en la réalisation de visualisations tomographiques. Le champ moyen de vitesse longitudinale est ensuite qualifié à l'aide de mesure par sonde de pitot. La mise en œuvre de l'anémométrie par fils chauds est utilisé pour la qualification du champ turbulent, notamment grâce à la réalisation de bilan de transport d'énergie cinétique turbulente et à l'analyse spectrale du champ de vitesse. Une méthode d'extraction des structures cohérentes par filtrage spectral est en outre utilisée pour étudiée la contribution énergétique de la partie du champ du vitesse correspondant à l'effet de sillage. A partir des mesures simultanées en plusieurs points par peignes de sondes à fils chauds, une étude de l'organisation spatio-temporelle des écoulements est effectuée. Ces mesures permettent en effet l'analyse des corrélations spatio-temporelles et la mise en œuvre de la POD pour l'étude de la structuration à grande échelles.

6.1 Configurations expérimentales

6.1.1 Conditions génératrices et repère de l'écoulement

Les deux écoulements étudiés sont de type couche de mélange plane turbulente, en régime incompressible. Les expériences ont été réalisées dans la soufflerie subsonique **E300** de type Eiffel implantée au CEAT. Cette soufflerie possède une veine d'essais de section $0,3 \times 0,3 \text{ m}^2$, longue de 2 m. Les écoulements haute et basse vitesse sont obtenus en divisant en deux parties le convergent de la soufflerie au moyen d'une plaque de 19 mm d'épaisseur. Le bord de fuite de cette plaque peut être :

- de type culot droit, d'épaisseur $h = 19 \text{ mm}$, afin de générer un écoulement de couche de mélange dite *épaisse* (CME) avec superposition d'un fort effet de sillage.
- de type biseauté en ajoutant un biseau au bord de fuite droit de la plaque séparatrice pour créer un écoulement de couche de mélange classique (CMC). Le demi-angle au sommet du biseau est de 12° de manière à éviter tout décollement de l'écoulement à ce niveau.

Chaque demi-convergent, de part et d'autre de la plaque séparatrice, est équipé de filtres de type anémométrique afin de générer, par création de pertes de charge différentes, deux écoulements de vitesses différentes.

Les conditions génératrices communes des écoulements CMC et CME sont les suivantes :

- vitesse haute $U_a = 35,2 \text{ m/s}$,
- vitesse basse $U_b = 23,8 \text{ m/s}$,
- rapport de vitesse $r = 0,67$,
- paramètre de vitesse $\lambda = 0,20$,
- différence de vitesses $\Delta U = (U_a - U_b) = 11,4 \text{ m/s}$,
- vitesse moyenne $U_m = (U_a + U_b)/2 = 29,5 \text{ m/s}$,
- nombre de Reynolds basé sur la différence de vitesse et l'épaisseur de la plaque séparatrice h : $Re = h\Delta U/\nu \simeq 14400$.

Le repère de l'écoulement précisé sur la figure 6.1.1 est défini comme suit :

- l'axe (Ox) ou (Ox_1) est dirigé suivant la direction de l'écoulement moyen,

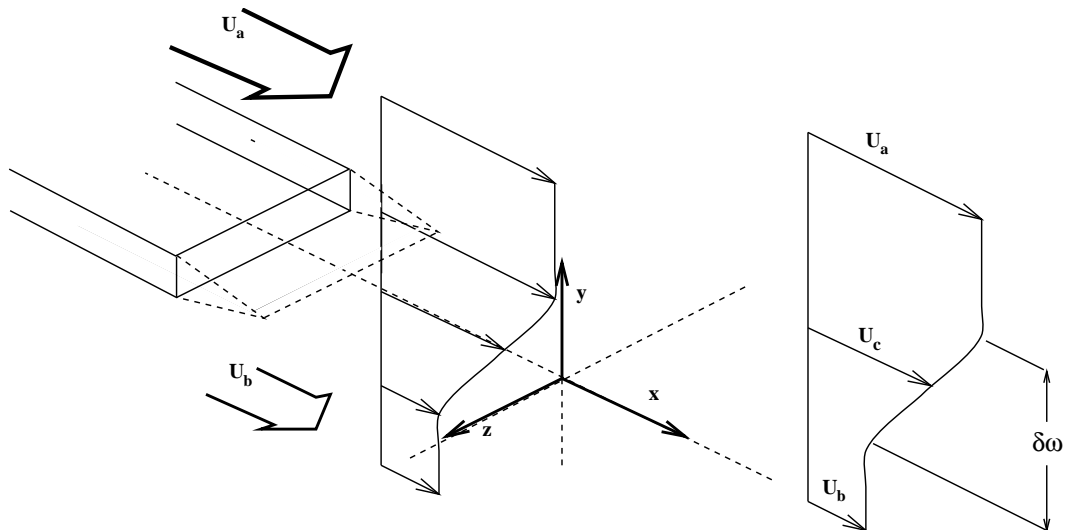


FIG. 6.1 – Coordonnées et notations dans la couche de mélange.

- l'axe (Oy) ou (Ox_2) est perpendiculaire à la plaque de séparation. L'écoulement à haute vitesse correspond aux coordonnées y positives,
- l'axe (Oz) ou (Ox_3) est parallèle au bord de fuite de la plaque de séparation, définissant avec les deux autres axes un repère orthogonal direct.

L'origine du repère est choisie au bord de fuite de la plaque ($x = 0$), au milieu du culot ($y = 0$) et dans le plan de symétrie vertical de la veine d'essais ($z = 0$). Les composantes de vitesse correspondantes seront notées u ou u_1 , v ou u_2 et w ou u_3 respectivement.

En outre, la veine d'essais est équipée d'un plafond réglable, permettant d'ajuster le gradient longitudinale de pression. La paroi supérieure a donc été réglée de manière à compenser l'effet de rétrécissement de la section dû au développement des couches limites sur les parois de la veine d'essais.

Afin d'obtenir des couches limites turbulentes de part et d'autre de la plaque séparatrice, celle-ci est équipée de bandes rugueuses placée à 900 mm en amont du bord de fuite. Les couches limites se développant sur les parois de la plaque séparatrice ont été qualifiées en configuration CMC. Des mesures de profils moyens de vitesse longitudinale ont été réalisés en amont du bord de fuite ($x = -55$ mm) à l'aide d'une sonde à fil

Grandeurs caractéristiques à $x = -55$ mm	Couche limite côté haute vitesse	Couche limite côté basse vitesse
Epaisseur (99%) δ_{99}	12,0 mm	10,4 mm
Ep. de déplacement δ_1	1,66 mm	1,46 mm
Ep. de quantité de mouvement δ_2	1,23	1,06 mm
Facteur de forme $H = \delta_1/\delta_2$	1,35	1,38

TAB. 6.1 – Grandeurs caractéristiques des couches limites se développant de part et d'autre de la plaque de séparation.

chaud droit. Les grandeurs intégrales, résumées dans le tableau 6.1, correspondent à un état turbulent développé.

Les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement sont respectivement définies par $\int_0^\infty (1 - \frac{\bar{u}}{U_\infty}) dy$ et $\int_0^\infty \frac{\bar{u}}{U_\infty} (1 - \frac{\bar{u}}{U_\infty}) dy$. Le facteur de forme H , rapport de l'épaisseur de déplacement à l'épaisseur de quantité de mouvement est trouvé proche de la valeur 1,4, caractéristique d'un état turbulent développé.

6.1.2 Moyens de mesure

Outre la mesure de la vitesse longitudinale moyenne par sonde de pressions statique et totale, la campagne de qualification des écoulements a largement fait appel à l'anémométrie à fils chauds. Cette technique donne accès à une très bonne résolution temporelle, permettant une analyse fine de l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement.

6.1.2.1 Anémométrie à fils chauds

L'anémométrie à fil chaud consiste à placer un fil métallique très fin (de diamètre inférieur à $5 \mu\text{m}$), chauffé par effet Joule, dans l'écoulement à mesurer. Les phénomènes de convection induits par les fluctuations de vitesse entraînent le refroidissement du fil. Dans le cas de l'anémométrie CTA (pour Constant Temperature Anemometry), la température du fil est maintenue constante grâce à un asservissement. La puissance nécessaire à la régulation de la température du fil est alors directement liée aux transferts de chaleur par convection autour de celui-ci, et donc à la vitesse de l'écoulement incident. Le lecteur pourra se référer aux travaux de Comte-Bellot [49] pour plus de détails sur ce type de mesure.

La tension $e(t)$, délivrée par l'anémomètre, est reliée à la valeur instantanée de la composante de vitesse normale au fil u_r par la loi de King, en tenant compte de l'influence de la température de l'écoulement T_e :

$$e^2(t)/(T_f - T_e) = a + b u_r^n(t) \quad (6.1)$$

où T_f représente la température maintenue constante du fil.

Les coefficients a , b et n sont déterminés par étalonnage statique en vitesse et en direction de l'ensemble anémomètre-sonde. Cet étalonnage est réalisé dans la zone potentiel d'un jet dont la gamme de vitesse est comprise entre 0 et 45 m/s, par pas de 5 m/s. Pour chaque niveau de vitesse, un étalonnage en direction est effectué pour une gamme d'angle compris entre $\pm 40^\circ$ avec un incrément de 5° . Un étalonnage *in situ*, à incidence nulle et pour plusieurs niveaux de vitesse, est ensuite réalisé régulièrement au cours de la campagne de mesure, afin de recalibrer les coefficients a , b et n , et tenir compte ainsi du vieillissement des fils chauds.

Dans notre étude, les anémomètres utilisés sont des anémomètres modulaires T.S.I. 1750, intégrés par les soins du laboratoire. Le coefficient de surchauffe appliqué est élevé (1,8), afin de diminuer la sensibilité du fil aux variations de température de l'écoulement.

Deux types de sondes ont été utilisés : des sondes à simple fil et des sondes à deux fils croisés en X. Les premières permettent la mesure de la composante longitudinale de vitesse u alors que les sondes à fils croisés permettent, suivant l'orientation du plan

des fils, la détermination simultanée de deux composantes de vitesse (les composantes longitudinale et verticale (u et v), ou les composantes longitudinale et suivant l'envergure (u et w)) par projection géométrique des vitesses de refroidissement de chacun des fils [54]. Ces sondes subminiatures développées au LEA ont les caractéristiques suivantes :

- longueur de fil de 0,5 mm pour les sondes simples et 0,7 mm pour les sondes à deux fils,
- diamètre du fil de 2,5 μm ,
- corps de la sonde de section carrée (1 mm²).

Afin de réaliser des mesures de vitesse en plusieurs points simultanément, des *peignes* de sondes ont été développés au laboratoire. Ils permettent ici de placer dans l'écoulement plusieurs sondes à fils chauds suivant la direction verticale (y). Au cours de notre étude, des peignes comportant jusqu'à 24 sondes simples ou 20 sondes à fils croisés ont été utilisés.

6.1.2.2 Chaîne d'acquisition

Une chaîne d'acquisition ETEP a été utilisée afin de réaliser l'acquisition des signaux de tension délivrés par les anémomètres. Cette chaîne possède les caractéristiques suivantes :

- 40 voies synchrones d'une résolution de 16 bits,
- dynamique des signaux d'entrée de ± 5 volts,
- les voies sont paramétrables en gains de manière indépendante,
- conversion de type $\Sigma \Delta$ avec filtre anti-repliement,
- fréquence d'échantillonnage paramétrable de 3,125 kHz à 400 kHz,
- stockage en temps réel des signaux numérisés sur disque dur permettant de très longues durées d'enregistrement.

Dans notre cas, jusqu'à 40 voies ont été utilisées pour la mesure de vitesse par peigne de sondes à fils chauds croisés, échantillonnées systématiquement à une fréquence de 50 kHz.

6.2 Visualisations tomographiques

Une première analyse de la différence de comportement et d'organisation a été réalisée en considérant des visualisations obtenues par tomographie laser. L'ensemencement de l'écoulement est ici effectué en injectant de la fumée par une fente horizontale située au centre de la face verticale du culot en configuration CME et au bord de fuite du biseau en configuration CMC.

La figure 6.2 présente des exemples de visualisations instantanées obtenues dans le plan (x, y) pour les deux configurations. On peut constater sur ces photographies des différences notables d'organisation entre les deux configurations d'écoulement. Par rapport à la configuration CMC, la configuration CME présente un caractère fortement organisé avec des structures de taille beaucoup plus importante, et ce dès les premiers développements aval. On peut noter sur ces clichés que des tourbillons se développent à la fois côté haute vitesse et côté basse vitesse dans la région proche du bord de fuite et semblent

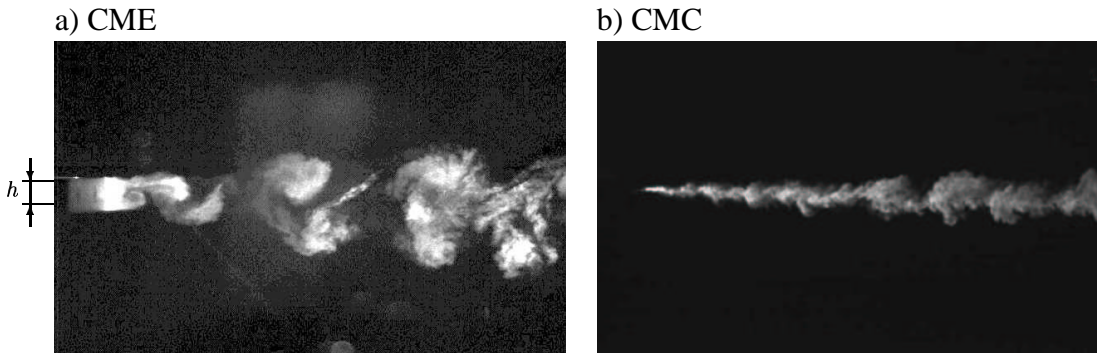


FIG. 6.2 – Visualisations instantanées de l'écoulement : a) Couche de mélange épaisse, b) Couche de mélange classique (zone visualisée : environ $260 \times 160 \text{ mm}^2$).

ensuite s'apparier plus en aval pour ne former qu'une seule structure, préférentiellement côté haute vitesse. De plus, en raison du gradient de vitesse moyen, l'organisation diffère fortement d'un mode de type alterné qui pourrait être rencontré dans un sillage. Ces premières constatations sont en bon accord avec les résultats obtenus expérimentalement par Boldman *et al.* [23] dans une configuration d'écoulement très proche de la CME. Ceux-ci constatent que la différence de vitesse de part et d'autre de la plaque séparatrice ($r < 1$) ne permet pas la coexistence des tourbillons côtés haute et basse vitesses, comme dans un sillage conventionnel. Ce phénomène se traduit par une disparition progressive des tourbillons générés côté basse vitesse, ceux-ci étant absorbés par les tourbillons du côté opposé. Le développement préférentiel des structures côté haute vitesse en configuration CME serait en fait dû à un décalage de l'axe de la couche de mélange, celui-ci s'alignant avec l'arête supérieure de la plaque séparatrice. Le même type de conclusions peut être tiré de l'analyse des résultats obtenus par Hammond et Redekopp [81] lors de leur simulation directe d'une configuration similaire de couche de mélange à bord de fuite épais (figure 2.15).

6.3 Statistiques en un point

6.3.1 Champs moyens de vitesse

Des mesures de profils de vitesse longitudinale moyenne ont été réalisées à l'aide d'une sonde fourche pression statique - totale (pression mesurées aux mêmes positions x , y , à des positions z séparées de 10 mm), à différentes positions longitudinales, dans les deux configurations d'écoulement. Ces mesures permettent d'évaluer l'influence de l'effet de sillage du bord de fuite de la plaque séparatrice sur le développement de l'écoulement, notamment en termes d'épaississement de la couche de mélange.

6.3.1.1 Evolution des profils de vitesse moyenne

L'évolution longitudinale des profils moyens de vitesse longitudinale adimensionnée est présentée sur la figure 6.3. On peut constater que, pour la configuration CMC (figures

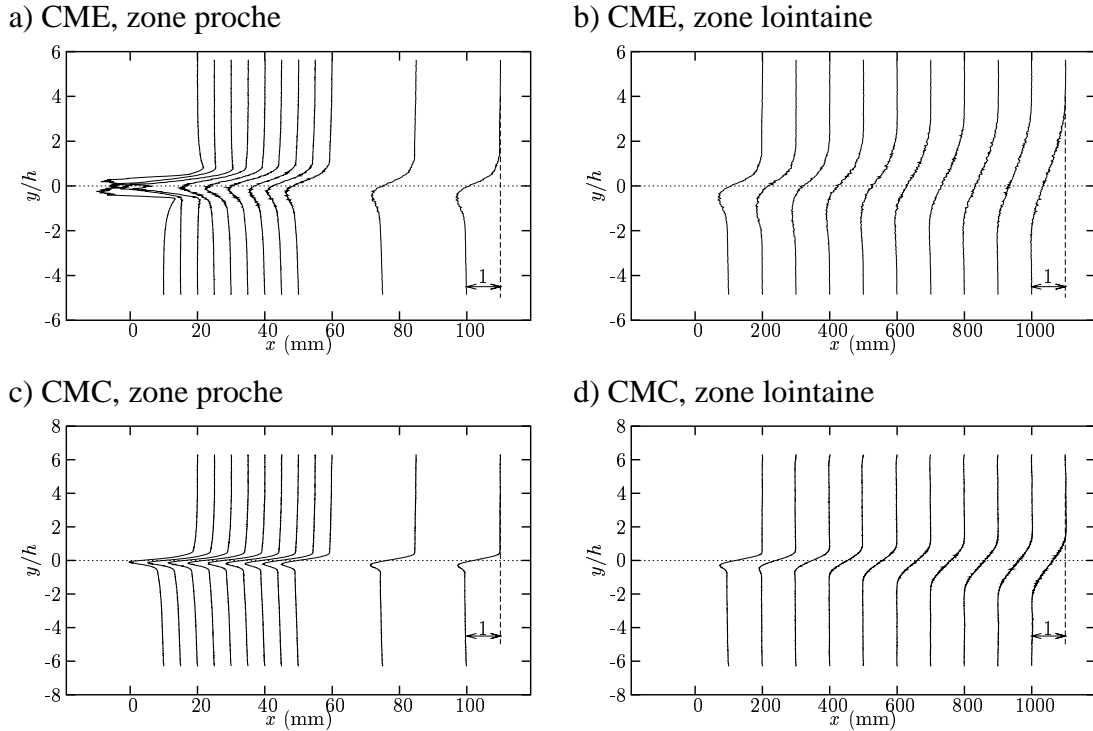


FIG. 6.3 – Distribution de la vitesse moyenne adimensionnée $(\bar{u} - U_b)/(U_a - U_b)$: a) zone proche et b) zone lointaine en couche de mélange épaisse, c) zone proche et d) zone lointaine en couche de mélange classique ($10 \text{ mm} < x < 100 \text{ mm}$ et $1000 \text{ mm} < x < 100 \text{ mm}$)(mesure sonde fourche).

6.3 c) et d)), l'effet de sillage du biseau disparaît à partir de $x \simeq 300 \text{ mm}$. A partir de cette abscisse, le champ moyen de vitesse de la couche de mélange atteint un régime de similitude. En effet, on peut constater (figure 6.4) la bonne superposition des profils moyens de vitesse longitudinale obtenus pour des positions x comprises entre 300 et 1000 mm. De plus, l'écoulement se développe préférentiellement du côté basse vitesse, résultat classique en couche de mélange, dû à un transfert de la quantité de mouvement du côté haute vitesse vers le côté basse vitesse.

En ce qui concerne la configuration CME, les figures 6.3 a) et b) montrent l'existence de trois zones. Dans la zone très proche du culot ($x < 25 \text{ mm}$), une survitesse locale peut être observée de part et d'autre de l'axe de l'écoulement, dans le prolongement des frontières de la plaque de séparation. Cette accélération est due à la présence d'une zone de recirculation se développant juste en aval du bord de fuite. A partir de $x = 25 \text{ mm}$, une zone à vitesse déficitaire, qui est la trace du sillage de la plaque séparatrice, est visible jusqu'à $x \simeq 1000 \text{ mm}$. Ce n'est qu'à partir de cette abscisse que l'on retrouve la forme typique du profil de vitesse moyenne de couche de mélange en régime de similitude. De plus, contrairement à la couche de mélange classique, la couche de mélange se développe ici préférentiellement du côté haute vitesse, confirmant les premières conclusions tirées de l'analyse des visualisations tomographiques de l'écoulement.

Les profils moyens de vitesse longitudinale obtenus permettent de calculer le déficit

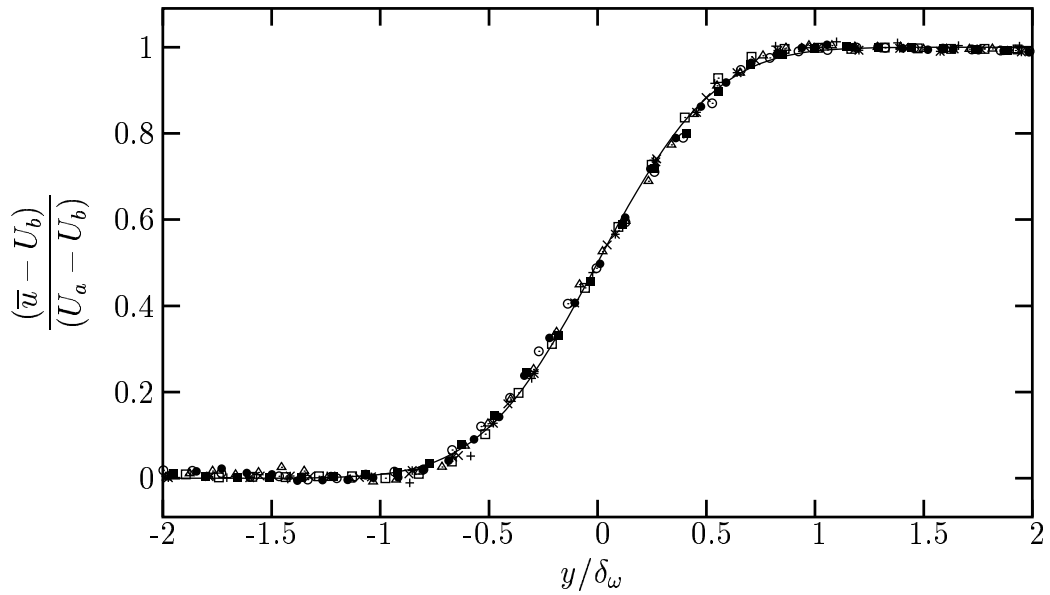


FIG. 6.4 – Superposition de 8 profils moyens de vitesse longitudinale en configuration CMC pour $300 \text{ mm} \leq x \leq 1000 \text{ mm}$.

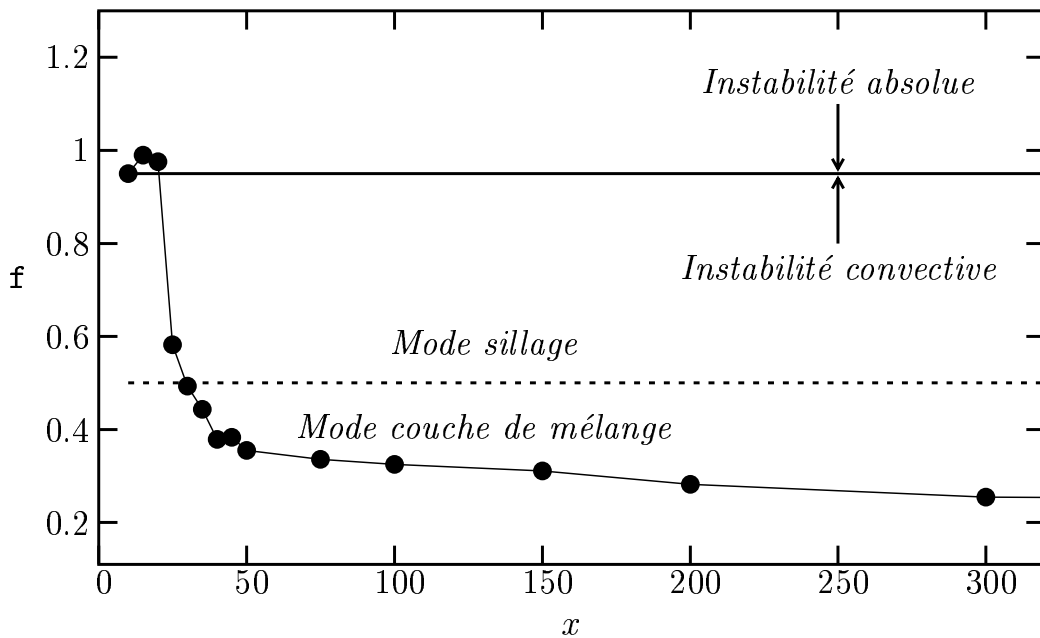


FIG. 6.5 – Evolution longitudinale du déficit de vitesse $f = (U_m - U_{min})/U_m$ dans la configuration CME (paramètre de vitesse $\lambda = 0,20$).

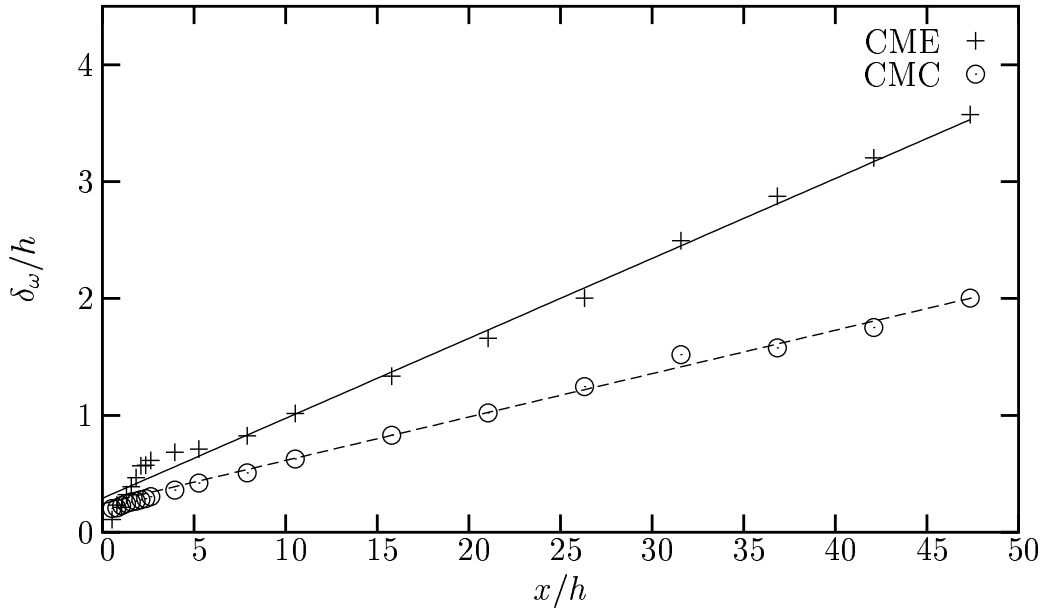


FIG. 6.6 – Evolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité en couche de mélange épaisse (+) et couche de mélange classique (o).

de vitesse local sans dimension $\mathfrak{f} = (U_m - U_{min})/U_m$, afin de déterminer, grâce aux diagramme de Wallace et Redekopp [203] (cf. §2.3.2.1), la nature de l'instabilité locale ainsi que celle du mode dominant, en terme de stabilité linéaire. Les résultats obtenus dans la cas de la configuration CME pour $0 < x < 300$ mm sont présentés sur la figure 6.5. L'important déficit de vitesse dû au bord de fuite droit de la plaque séparatrice entraîne l'apparition d'une zone d'instabilité absolue s'étendant jusqu'à $x \simeq h$. De plus, l'écoulement est dominé par un mode de type sillage dans la région $0 < x < 1,5 h$.

6.3.1.2 Evolution de l'épaisseur de vorticité

Compte tenu du fort effet de sillage en configuration CME, la majorité de la zone sond e n'est pas en régime de similitude. Néanmoins, afin de caractériser l'évolution longitudinale de l'écoulement et son épaississement, il est possible de calculer une épaisseur de vorticité définie par :

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{\left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{max}}$$

L'évolution de l'épaisseur de vorticité pour les deux configurations d'écoulement est présentée sur la figure 6.6. La pente obtenue dans la configuration CMC est de $d\delta_\omega/dx = 0,037$, ce qui correspond à un taux d'expansion $\sigma = \sqrt{\pi}/\frac{\partial \delta_\omega}{\partial x} = 48$, valeur en accord avec les résultats de Sabin [172] et Braud [31] pour des rapports de vitesse similaires. Dans le cas de la configuration CME, $d\delta_\omega/dx$ vaut 0,0684, soit presque le double. Cette augmentation importante du taux d'épaississement de la couche de mélange est une conséquence de l'effet de sillage qui modifie la structuration à grande échelle de l'écoulement.

6.3.2 Caractérisation de la turbulence

Des mesures réalisées à l'aide d'une sonde à fils chauds croisés ont permis de caractériser la turbulence dans les deux configurations d'écoulement. Dans cette campagne d'essais, on utilise successivement des sondes de deux orientations permettant de mesurer les composantes $u - v$ ou $u - w$. Les moments d'ordre deux des trois composantes, incluant les tensions croisées (\overline{uv}) ont pu être déterminés. Par ailleurs, la répartition spectrale d'énergie, pour les trois composantes, a été quantifiée à cette occasion.

6.3.2.1 Moments d'ordre deux

Les tensions de Reynolds normalisées par le carré de la différence de vitesse $\overline{u'^2}/\Delta U^2$, $\overline{v'^2}/\Delta U^2$, $\overline{w'^2}/\Delta U^2$ et $\overline{u'v'}/\Delta U^2$ sont représentées sur la figure 6.7 dans les configurations CME et CMC.

Dans la configuration CMC, l'influence du sillage de la plaque séparatrice biseautée s'estompe rapidement (figure 6.7). On peut constater figure 6.8 que l'évolution longitudinale des moments dans cette configuration est conforme à celle observée dans la littérature [54], les grandeurs fluctuantes de l'écoulement atteignant un régime de similitude pour $x > 400$ mm (voir page 25).

Dans la configuration CME, pour le domaine de mesure retenu (jusqu'à $x = 800$ mm), l'amplitude des extrema de chacun des profils évolue continuellement au cours du développement aval de l'écoulement. Le régime de similitude n'est pas atteint pour les grandeurs fluctuantes dans ce domaine. La présence du bord de fuite droit entraîne donc, outre des niveaux de fluctuations beaucoup plus importants que dans la configuration CMC, une forte évolution longitudinale des profils de tensions de Reynolds. En effet, dans la région $0 < x < 30$ mm, le profil de $\overline{u'^2}/\Delta U^2$ présente trois extrema, situés dans le prolongement des frontières de la plaque de séparation et sur l'axe de l'écoulement $y = 0$. Ce dernier extremum est la signature de la poche de recirculation juste en aval du culot. Il disparaît à la position du basculement d'un mode de type sillage à un mode de couche de mélange prédit par Wallace et Redekopp [203] (figure 6.5). Plus en aval, le profil de $\overline{u'^2}/\Delta U^2$ ne présente plus que deux extrema situés de part et d'autre de l'axe de l'écoulement. Il n'en comporte plus qu'un à partir de $x \simeq 200$ mm. Le même type d'évolution est visible sur les profils de la tension croisée $\overline{u'v'}/\Delta U^2$. Dans la zone proche du bord de fuite, les profils présentent un extremum positif dans la région $y < 0$ et un extremum négatif dans la région $y > 0$. Plus en aval, cette grandeur ne présente plus qu'un seul extremum négatif, comme en écoulement de CMC. Cette évolution longitudinale est moins marquée pour les tensions $\overline{v'^2}/\Delta U^2$ et $\overline{w'^2}/\Delta U^2$ mais on peut néanmoins remarquer le niveau de fluctuation de la composante verticale v qui reste important plus longtemps. Contrairement à la configuration CMC, jusqu'à $x = 400$ mm, celui-ci reste plus élevé que celui de u (figure 6.9) sans toutefois atteindre le régime de similitude pour la zone de mesure retenue.

L'analyse des tensions de Reynolds montre que l'écoulement en configuration CME est fortement marqué par la présence du sillage de la plaque de séparation. De plus, elle confirme l'existence d'une zone dans laquelle l'écoulement est dominé par l'effet de sillage. Plus en aval, l'écoulement se rapproche d'une couche de mélange classique.

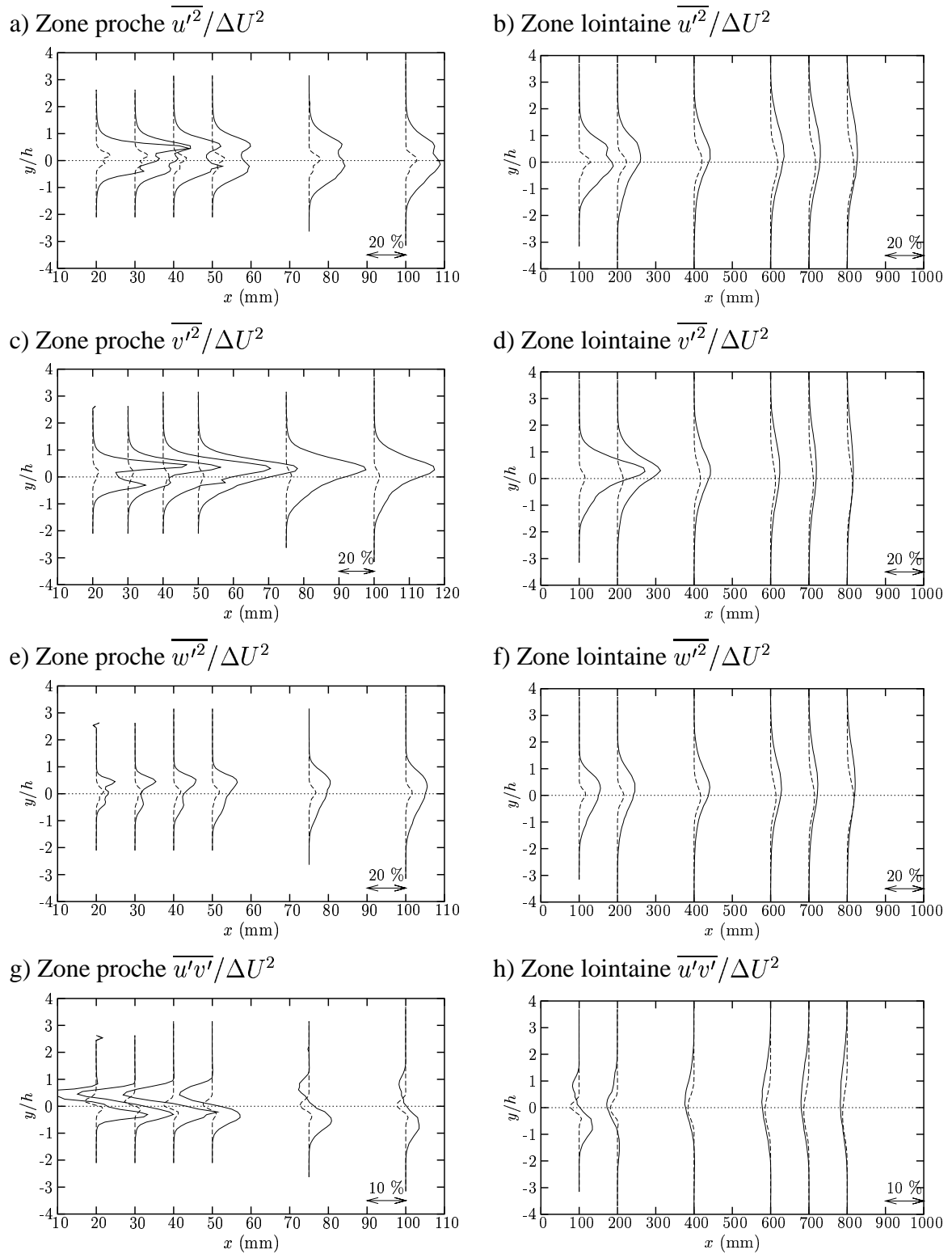


FIG. 6.7 – Evolution longitudinale des tensions de Reynolds en configuration CME (—) et en configuration CMC (- - -). a) et b) $\overline{u'^2}/\Delta U^2$, c) et d) $\overline{v'^2}/\Delta U^2$, e) et f) $\overline{w'^2}/\Delta U^2$, g) et h) $\overline{u'v'}/\Delta U^2$.

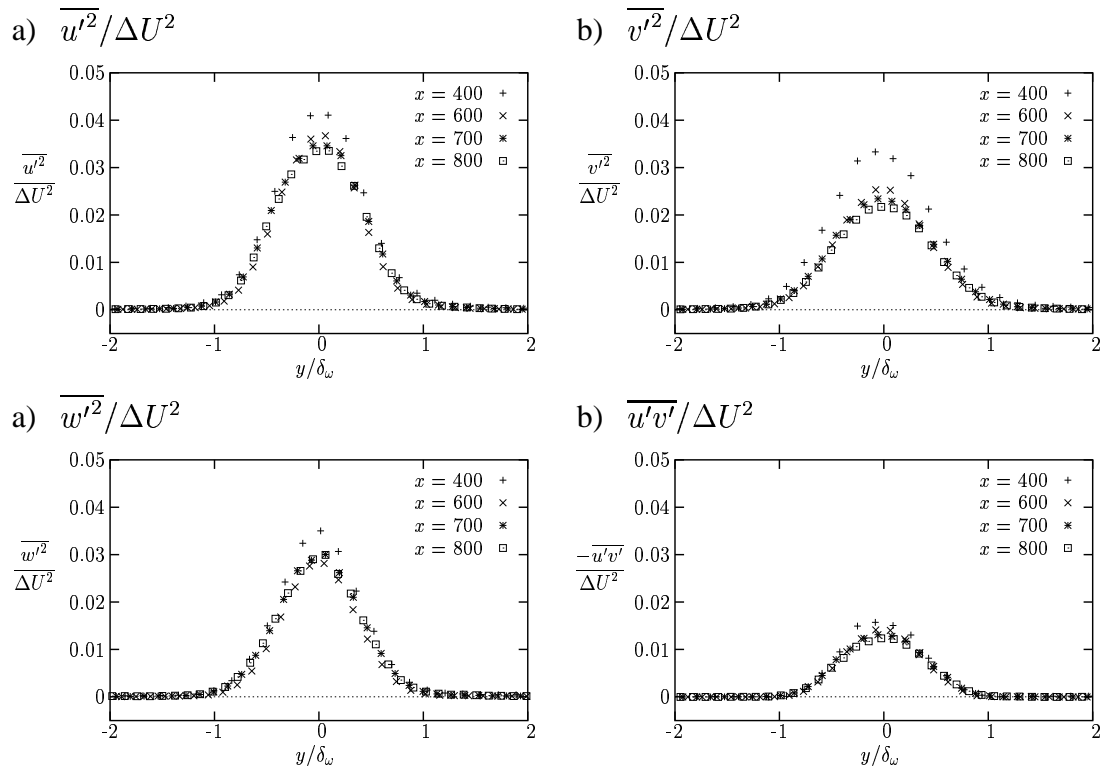


FIG. 6.8 – Superposition des profils de tensions de Reynolds $\overline{u'^2}/\Delta U^2$, $\overline{v'^2}/\Delta U^2$, $\overline{w'^2}/\Delta U^2$ et $-\overline{u'v'}/\Delta U^2$ en configuration CMC pour $400 \text{ mm} \leq x \leq 800 \text{ mm}$.

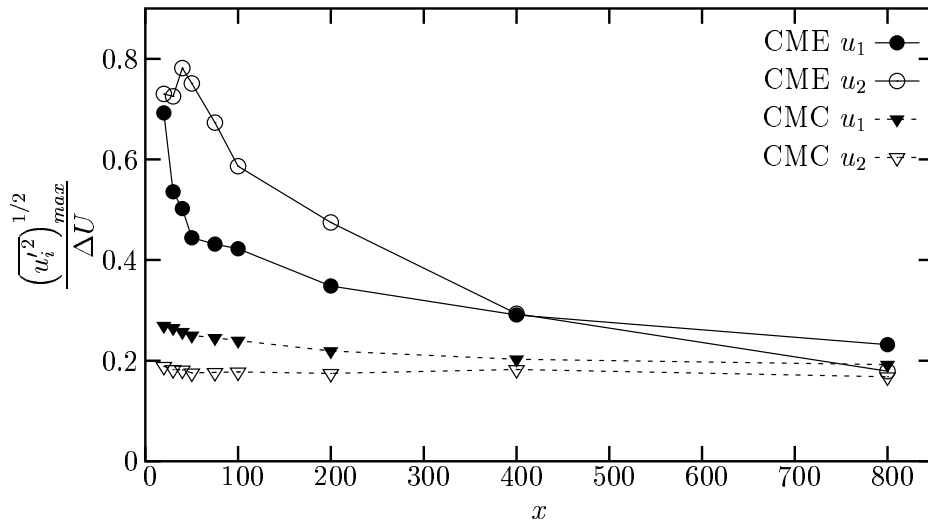


FIG. 6.9 – Evolution longitudinale des maxima des tensions de Reynolds $\overline{u_i'^2}$ en configuration CME et CMC

6.3.3 Bilan du transport de l'énergie cinétique turbulente

Afin de caractériser l'influence de l'effet de sillage sur le comportement de l'écoulement de couche de mélange, une étude de l'équilibre énergétique des deux configurations d'écoulement a été menée. Cette analyse permettra en outre de confirmer le caractère conventionnel de la configuration CMC. Pour cela, les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, accessibles à l'aide de nos moyens de mesures, ont été évalués.

Nous présentons dans cette section les bilans d'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ réalisés dans deux sections de l'écoulement ($x = 220$ mm et $x = 700$ mm), pour les deux configurations d'écoulement CMC et CME.

6.3.3.1 Equations de transport de k

L'équation bilan de l'énergie cinétique turbulente k est obtenue en combinant les équations de Navier-Stokes et de conservation de la masse, auxquelles on a préalablement appliqué la décomposition de Reynolds. Ecrite dans un repère cartésien en tenant compte de l'hypothèse de stationnarité, sa forme générale est la suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \quad (I) = & -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (II) + \frac{\partial \overline{k' u'_j}}{\partial x_j} \quad (III) \\ & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p' u'_j}}{\partial x_j} \quad (IV) + \left(\frac{\nu}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (V) - \frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (VI) \end{aligned}$$

Dans cette équation, on a sommation implicite des indices i et j . De plus, les quantités ρ et ν sont respectivement la masse volumique et la viscosité cinématique du fluide considéré.

La variation totale de l'énergie cinétique (ou *convection*, notée I) correspond à la somme des termes II , III , IV , V et VI représentant :

- II : la *production* d'énergie cinétique par interaction des tensions de Reynolds avec l'écoulement moyen,
- III : la *diffusion* d'énergie cinétique par effet des fluctuations de vitesse,
- IV : le *transfert* d'énergie cinétique par interaction pression-vitesse,
- V : le *transfert* d'énergie cinétique par viscosité,
- VI : la *dissipation* d'énergie cinétique sous forme de chaleur.

L'équation de bilan d'énergie cinétique se résume alors à :

$$\text{CONVECTION} = \text{PRODUCTION} + \text{DIFFUSION} + \text{DISSIPATION} + \text{TERME PRESSION/VITESSE} + \text{TERME VISQUEUX}$$

Dans notre cas, la dissipation et les termes concernant les transferts d'énergie par interaction pression/vitesse et par viscosité n'ont pu être estimés. C'est pourquoi l'équation de l'énergie cinétique turbulente se trouve réduite à :

$$\text{CONVECTION} = \text{PRODUCTION} + \text{DIFFUSION} + \text{RESTE}$$

Les termes non estimés sont alors compris dans le terme appelé "RESTE". Finalement, en tenant compte de l'homogénéité de l'écoulement suivant l'envergure, les différents termes

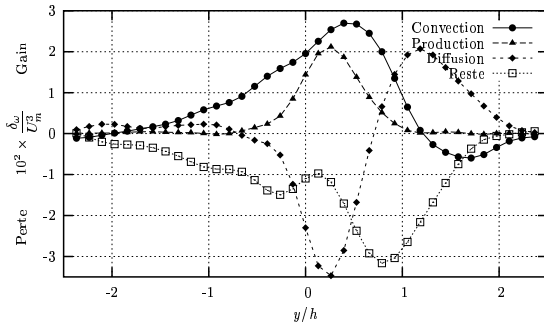
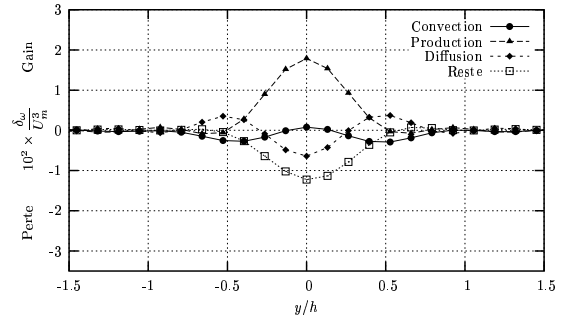
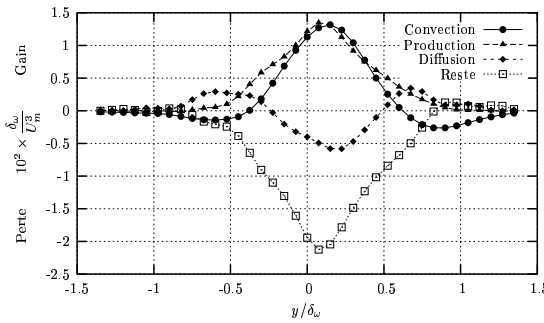
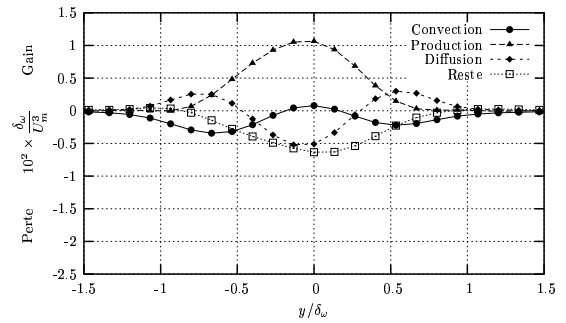
a) CME, $x = 220$ mmc) CMC, $x = 220$ mmb) CME, $x = 700$ mmd) CMC, $x = 700$ mm

FIG. 6.10 – Bilan d'énergie cinétique turbulente à $x = 220$ mm et y/δ_ω à $x = 700$ mm ; a) ($x = 220$ mm) et b) ($x = 700$ mm) : CME ; c) ($x = 220$ mm) et d) ($x = 700$ mm) : CMC.

à estimer sont les suivant :

$$\overline{u} \frac{\partial \overline{k}}{\partial x} + \overline{v} \frac{\partial \overline{k}}{\partial y} \quad (I)$$

$$-(\overline{v'^2} - \overline{u'^2}) \frac{\partial \overline{u}}{\partial x} - \overline{u'v'} \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \quad (II)$$

$$-\frac{\partial \overline{k'u'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{k'v'}}{\partial y} \quad (III)$$

6.3.3.2 Bilans d'énergie cinétique turbulente

Ces trois termes ainsi que le reste ont été calculés à partir de mesures réalisées à l'aide de sondes à fils chauds croisés aux positions $x = 200, 220, 240$ mm et $x = 600, 700$ et 800 mm, de manière à pouvoir évaluer les gradients longitudinaux. Ceux-ci sont évalués par différences finies à l'aide d'un schéma centré du deuxième ordre. Les profils obtenus sont ensuite lissés dans la direction y . La figure 6.10 présente les bilans d'énergie cinétique turbulente obtenus. Les profils obtenus à $x = 220$ mm ont été tracés en fonction de y/h , de manière à pouvoir comparer directement les deux configurations d'écoulement. En effet, les deux configurations n'ayant pas atteint le régime de similitude, l'épaisseur de

vorticité n'est pas représentative des échelles présentes dans l'écoulement. A $x = 700$ mm, l'échelles de longueur caractéristique choisie est δ_ω , la configuration CME se rapprochant d'une couche de mélange conventionnelle.

Les résultats concernant la configuration CMC à $x = 700$ mm (c'est-à-dire en zone de similitude pour cet écoulement) sont en très bon accord avec le bilan obtenu par Spencer (voir Rodi [168]) dans une configuration de couche de mélange à plaque mince (figure 2.8), tant en termes de niveaux qu'en termes de répartition spatiale. On observe le même type de comportement à $x = 220$ mm mais avec des niveaux plus élevés, le régime de similitude n'étant pas encore atteint.

En revanche, dans la configuration de couche de mélange épaisse, les bilans obtenus sont totalement différents.

- à $x = 220$ mm, l'aspect symétrique n'existe plus. Seul le terme de production conserve une forme et une amplitude similaires à celles constatées en couche de mélange classique (symétrie par rapport à $y/h \simeq 0,5$). Le terme de convection présente une grande partie positive, ce qui est caractéristique des écoulements de sillage [195]. Le terme de diffusion ne présente que deux extrema localisés à $y/h \simeq 0,25$ et $y/h \simeq 1,1$, la diffusion côté basses vitesses étant quasiment nulle. Ce terme montre en fait un apport énergétique important côté hautes vitesses (facteur 5 par rapport à la couche de mélange classique). Ceci peut être attribué à l'influence du sillage de la plaque et à la forte intermittence de l'écoulement dans cette zone. Les niveaux des extrema obtenus sont plus élevés que ceux de la configuration CMC. On peut en outre noter que l'utilisation d'un bord de fuite de type culot induit une augmentation conséquente de la zone de mélange ainsi qu'une profonde modification de l'équilibre énergétique.
- à $x = 700$ mm, les différents termes du bilan se rapprochent (qualitativement et quantitativement) de ceux obtenus en couche de mélange classique, mis à part le terme convection qui présente un extremum positif en $y/\delta_\omega \simeq 0,25$ du même ordre de grandeur que le terme de production. Ce phénomène est peut être dû au fait que le régime de similitude n'est pas encore atteint à cette abscisse. L'axe $y/\delta_\omega \simeq 0,25$ semble être axe de symétrie, confirmant ainsi le développement plus important de la couche de mélange épaisse du côté des hautes vitesses.

L'importance du terme de convection (i.e. $\overline{u \frac{\partial k}{\partial x}}$) suggère en fait que l'écoulement est fortement influencé par les conditions amont comme c'est le cas en écoulement de type de sillage (géométrie du corps générant le sillage par exemple). Cet apport énergétique de la part de l'écoulement moyen peut être une des cause du taux de croissance plus important que celui obtenu dans le cas d'une couche de mélange classique.

6.3.4 Analyse spectrale des écoulements

L'analyse spectrale des écoulements turbulents permet de révéler la présence de structures à grande échelle et de quantifier leur importance par rapport à l'ensemble de l'écoulement. En effet, de par leur caractère cohérent, on peut s'attendre à ce que leur signature fréquentielle apparaisse clairement sur les spectres, notamment sous la forme d'extrema locaux.

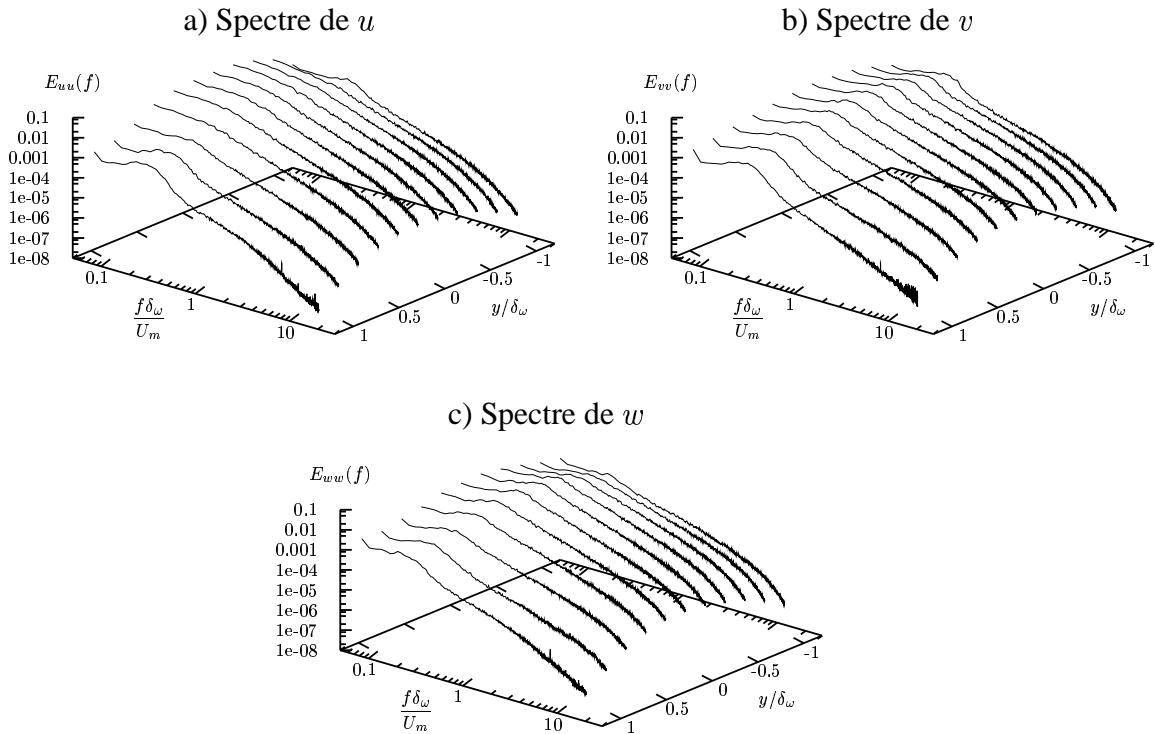


FIG. 6.11 – Spectres d'énergie des composantes u , v et w en configuration CMC, en zone de similitude ($x = 800$ mm).

Une étude du contenu fréquentiel de l'écoulement est donc menée à partir des mesures de vitesse obtenues par sonde à fils chauds croisés pour les trois composantes de vitesse dans les deux configurations d'écoulement.

Les spectres des trois composantes de vitesse obtenus en configuration CMC sont présentés figure 6.11. Une fréquence f_c caractéristique du passage des grosses structures bidimensionnelles apparaît sur ces spectres. On peut noter qu'à la frontière de la couche de mélange $|y| \simeq \delta_\omega/2$, cette fréquence est commune à toutes les composantes et correspond à un nombre de Strouhal $St = f_c\delta_\omega/U_m$ de l'ordre de 0,32, valeur proche de celle rencontrée dans la littérature [54].

La figure 6.12 présente des iso-contours du \log_{10} des spectres d'énergie calculés à $x = 50$ mm (zone dominée par les effets de sillage de la plaque épaisse) et à $x = 800$ mm (zone où le comportement de l'écoulement se rapproche de celui d'une couche de mélange classique). Les spectres obtenus aux positions longitudinales $x = 100, 200$ et 400 mm sont présentés dans l'annexe C.

Une fréquence caractéristique, très énergétique, voisine de $f_c = 380$ Hz, ainsi que sa première harmonique, apparaissent dans la zone sous influence de l'effet de culot. Elle est visible sur les cartographies des spectres des trois composantes de vitesse, à toutes les positions transversales explorées (de $y/h = -2$ à 3). La vitesse transversale v est la plus marquée par cette fréquence et son harmonique située à 760 Hz. Cette fréquence caractéristique n'est plus visible à $x = 800$ mm, ce qui confirme que l'effet de sillage

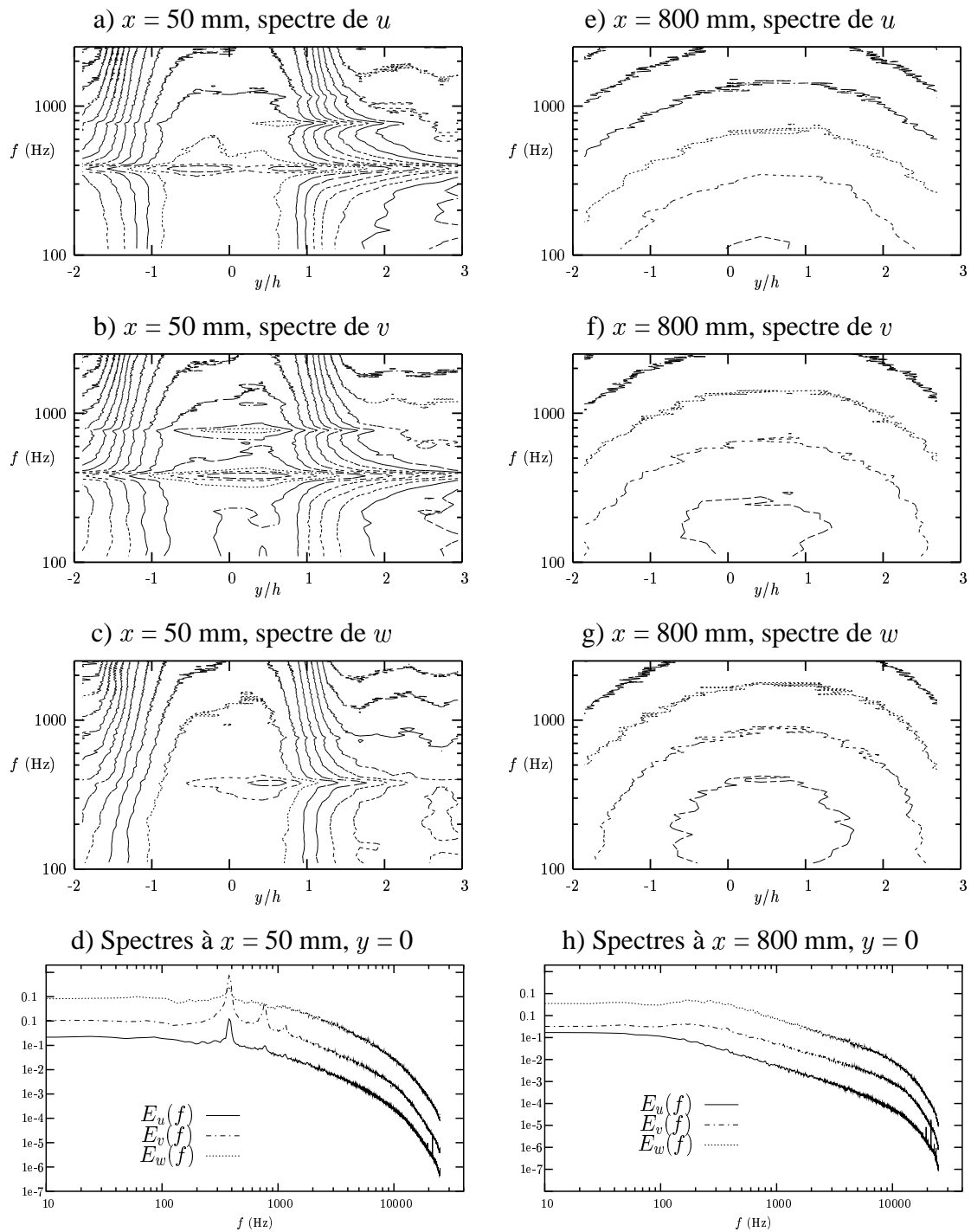


FIG. 6.12 – Spectres d'énergie des composantes u , v et w de la vitesse en configuration CME et spectres caractéristiques sur l'axe de la couche de mélange ($y = 0$), pour deux stations longitudinales (à 50 et 800 mm du bord de fuite) (spectres décalés d'une décade).

s'estompe en aval.

Dans la configuration de bord de fuite épais, la couche de mélange est donc soumise à une excitation fréquentielle à $f_c = 380$ Hz correspondant à un nombre de Strouhal basé sur l'épaisseur de la plaque de séparation et la vitesse moyenne $St = f_c h / U_m = 0,24$, proche de la valeur reconstruite dans la littérature (cf. page 35). Cette excitation, conséquence de la présence d'une zone d'instabilité absolue dans la région proche du bord de fuite, peut être à l'origine du doublement du taux d'épaississement de la couche de mélange par rapport à la configuration CMC. En effet, Zhou et Wygnanski [209] ont montré dans leur étude expérimentale qu'une excitation simultanée d'un écoulement de couche de mélange à une fréquence et à son sous-harmonique permettait d'augmenter son taux d'épaississement.

6.3.5 Filtrage spectral par décomposition de Fourier

En configuration CME, l'analyse spectrale de l'écoulement révèle que les spectres d'énergie du champ de vitesse comportent un pic très marqué à la fréquence correspondant à un nombre de Strouhal de 0,24. De plus, l'étude des statistiques en un point ainsi que l'analyse par POD ont confirmé que, dans cette configuration, l'écoulement est fortement dominé par l'influence du sillage dans la région proche du bord de fuite. L'effet de sillage s'affaiblissant avec la distance longitudinale, l'écoulement évolue progressivement vers un écoulement de couche de mélange classique. Afin d'extraire du champ de vitesse la partie correspondant à ce pic fréquentiel, une technique de filtrage spectral a été mise en œuvre sur les mesures en un point réalisées par sonde à fils chauds croisés. Cette méthode de filtrage a été utilisée par De Souza [188] dans un écoulement de couche limite manipulée par un cylindre et est très similaire à celle développée par Brereton et Kodal [33]. Elle conduit à une décomposition de type décomposition triple du champ de vitesse en une partie moyenne, une partie dite cohérente correspondant à une bande de fréquence centrée sur le pic spectral, et une partie incohérente. Cette approche est à rapprocher du concept de modélisation semi-déterministe [132] mis en œuvre dans les simulations de type URANS par exemple.

6.3.5.1 Principe de la méthode de filtrage spectral

La première étape de la méthode de filtrage spectral consiste à calculer les spectres d'énergie E_u et E_v des composantes u et v respectivement. Les pics correspondant à la fréquence de Strouhal et à ses harmoniques sont ensuite supprimés par une procédure de lissage (figure 6.13a)). Ces spectres lissés, E_{u_r} et E_{v_r} sont alors associés à la partie incohérente du champ de vitesse. Les deux types de spectre complet et lissé permettent de définir une fonction de transfert dans le domaine spectral qui, appliquée à la transformée de Fourier du signal complet de vitesse, permet d'extraire le champ de vitesse incohérent instantané. Cette fonction de transfert est définie, pour chaque composante de vitesse, de la manière suivante :

$$H_u(f) = \left(\frac{E_{u_r}(f)}{E_u(f)} \right)^{1/2} \quad (6.2a)$$

$$H_v(f) = \left(\frac{E_{v_r}(f)}{E_v(f)} \right)^{1/2} \quad (6.2b)$$

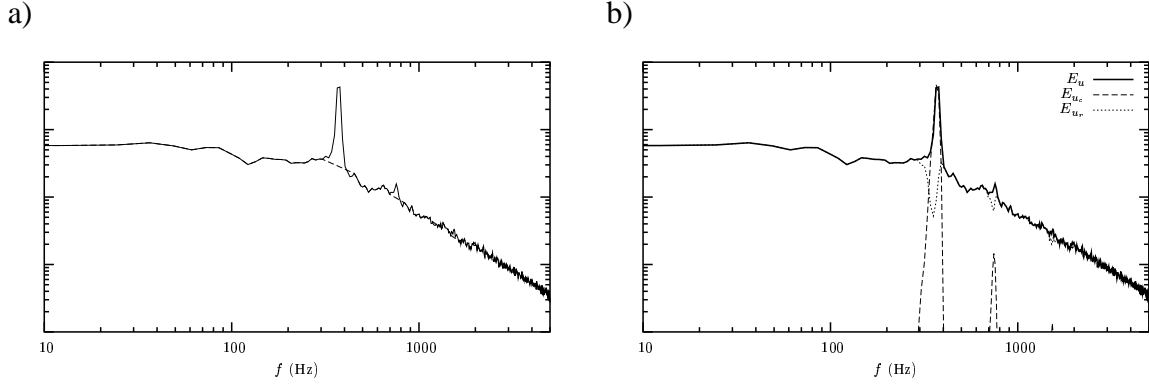


FIG. 6.13 – a) Exemple de spectres original (—) et lissé (- - -). b) Exemple de spectre des champ de vitesse complet (—), cohérent (- - -) et incohérent (· · ·)

Afin d'extraire la partie incohérente des signaux de vitesse, les transformées de Fourier $\hat{u}(f)$ et $\hat{v}(f)$ sont calculées puis multipliées par les fonctions de transfert $H_u(f)$ et $H_v(f)$. Le champ de vitesse incohérent $u_r(t)$, $v_r(t)$ est obtenu par transformée de Fourier inverse. Le champ de vitesse cohérent $u_c(t)$, $v_c(t)$, correspondant au pic fréquentiel (figure 6.13b)), est calculé de la manière suivante :

$$u_c(t) = u(t) - \overline{u(t)} - u_r(t) \quad (6.3a)$$

$$v_c(t) = v(t) - \overline{v(t)} - v_r(t) \quad (6.3b)$$

Une procédure d'orthogonalisation de Schmidt est ensuite utilisée afin d'assurer la décorrélation entre les champs cohérents et incohérents :

$$(u_r(t))_{ortho} = u_r(t) - u_c(t) \frac{\overline{u_c u_r}}{\overline{u_c u_c}} \quad (6.4a)$$

$$(u_c(t))_{ortho} = u_c(t) + u_c(t) \frac{\overline{u_c u_r}}{\overline{u_c u_c}} \quad (6.4b)$$

Cette technique ne reposant que sur la détection et la suppression d'une composante fréquentielle, elle peut être mise en œuvre à partir de mesures en un point, chaque position étant traitée indépendamment.

6.3.5.2 Résultats en configuration CME

La figure 6.14 présente les profils des tensions de Reynolds adimensionnées par la différence de vitesse, pour $x \leq 400$ mm, dans la région où le pic spectral est présent.

Les profils de $\overline{u_c'^2}$ et $\overline{v_c'^2}$ du champ de vitesse correspondant à la bande de fréquence centrée sur le fréquence de Strouhal du sillage présentent les formes typiques des profils obtenus en sillage de plaque épaisse [206]. En effet, hormis la dissymétrie due au cisaillement imposé par la couche de mélange, le profil de $\overline{u_c'^2}$ (figure 6.14a)) comporte deux extrema de part et d'autre de l'axe de la couche de mélange, situés au voisinage du prolongement des frontières de la plaque séparatrice. Les profils de $\overline{v_c'^2}$ (figure 6.14b)) ne présentent quant à eux qu'un unique extremum, légèrement décalé du côté des hautes vitesses. Les niveaux d'énergie associés à ces deux quantités décroissent régulièrement avec la distance longitudinale, signe que l'effet de sillage et sa trace spectrale s'estompent.

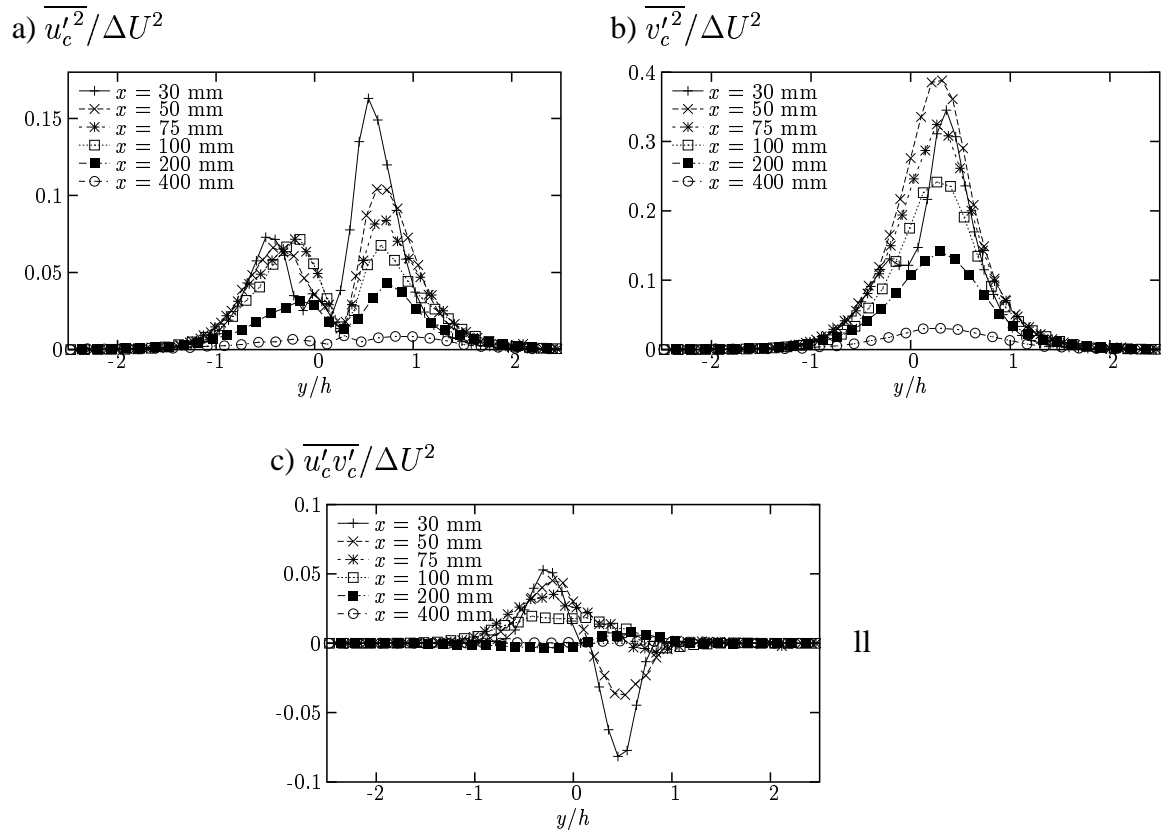


FIG. 6.14 – Tensions de Reynolds du champ de vitesse cohérente obtenu par filtrage spectral : a) $\overline{u'_c'^2}/\Delta U^2$, b) $\overline{v'_c'^2}/\Delta U^2$, c) $\overline{u'_c'v'_c'}/\Delta U^2$.

En revanche, on peut remarquer que la forme et l'amplitude de la tensions $\overline{u'_c'v'_c'}$ évoluent avec la distance au bord de fuite (figure 6.14c)). En effet, si dans la région très proche du bord de fuite ($x \leq 50$ mm), $\overline{u'_c'v'_c'}$ est antisymétrique, comme dans un sillage de plaque plane classique, l'amplitude du lobe négatif côté haute vitesse diminue ensuite progressivement avec la distance aval. Pour $x > 100$ mm, l'antisymétrie est inversée, le lobe négatif se trouvant côté basse vitesse et le positif côté haute vitesse. Compte tenu du signe du gradient de vitesse longitudinale moyenne, ce changement de signe du terme $\overline{u'_c'v'_c'}$ avec la distance au bord de fuite entraîne un changement de signe du terme de production d'énergie cinétique turbulente par la partie cohérente du champ de vitesse $-\overline{u'_c'v'_c'} \partial \bar{u} / \partial y$. Hussain [89, 90] associe le fait que le terme de production d'énergie puisse devenir négatif à deux phénomènes : l'orientation particulière des structures cohérentes ou la répétition à une position spatiale particulière d'un phénomène d'appariement de structures. Ce dernier scénario peut en particulier se produire dans le cas d'une excitation périodique de l'écoulement [89].

L'analyse par filtrage spectral du champ de vitesse révèle que la présence dans les spectres d'énergie d'un pic à la fréquence du Strouhal du sillage f_c est associée à un champ cohérent dont les statistiques correspondent à celle d'un écoulement de sillage de plaque plane dans la région proche du bord de fuite. Plus en aval, l'effet de sillage s'estompant,

l'amplitude du champ de vitesse diminue. De plus, cette évolution s'accompagne d'un changement de signe du terme de production d'énergie turbulente par la partie cohérente, signe d'un changement de l'organisation des structures correspondant à la fréquence f_c .

6.4 Structurations des grandes échelles

On se propose ici d'étudier la structuration à grande échelle des configurations d'écoulement CMC et CME. La comparaison de l'organisation spatio-temporelle des deux écoulements permet en effet d'évaluer l'influence de l'effet de sillage et de préciser la manière dont l'écoulement CME évolue vers un comportement de type couche de mélange avec la distance aval.

Afin de pouvoir mettre en œuvre des techniques d'extraction des structures cohérentes telles que la POD, des mesures par peignes de sondes à fils chauds croisés sont réalisées à différentes positions longitudinales. Grâce à la bonne résolution temporelle de l'anémométrie fils chauds et à la réalisation de mesures simultanées en plusieurs points, nous avons accès aux corrélations spatio-temporelles de l'écoulement. Ainsi, une première analyse de l'organisation à grande échelle, notamment en termes de tailles et de temps caractéristiques est réalisée. De plus, une description plus fine de la répartition énergétique au sein des structures cohérentes est menée grâce à l'analyse POD des statistiques en deux points.

6.4.1 Corrélations spatio-temporelles

Les corrélations spatio-temporelles ont été calculées pour chaque composante de vitesse de la manière suivante :

$$R_{ii}(y, y', \tau) = \overline{u_i(y, t)u_i(y', t + \tau)} \quad (6.5)$$

La figure 6.15 présente les corrélations obtenues en configuration CMC, pour une sonde de référence placée près de l'axe de référence ($y/h = -0,07$), à trois positions longitudinales différentes. Les directions verticale et temporelle sont adimensionnées ici par l'épaisseur de vortacité locale δ_ω . La première position longitudinale est proche du bord de fuite ($x = 100$ mm), où l'écoulement n'a pas encore atteint le régime de similitude. A partir de $x = 400$ mm (figures 6.15 d)-i)), l'écoulement entre en régime de similitude et les corrélations spatio-temporelles des trois composantes de vitesse sont en bon accord avec celles obtenues par Druault [59] dans un écoulement de couche de mélange à plaque séparatrice mince (figure 6.16). En effet, les échelles spatiales et verticales adimensionnées par δ_ω sont identiques. En outre la forme des corrélations, notamment l'alternance de régions de corrélation positive et négative ainsi que l'inclinaison des lobes de $R_{ww}(y, y', \tau)$, est bien retrouvée. Ces mesures confirment donc que la configuration CMC, en régime de similitude, présente bien un comportement classique en couche de mélange : les niveaux de corrélation tendent vers zéro rapidement avec la direction temporelle et l'échelle intégrale temporelle évolue avec la distance longitudinale de manière linéaire (comme l'épaisseur de vortacité).

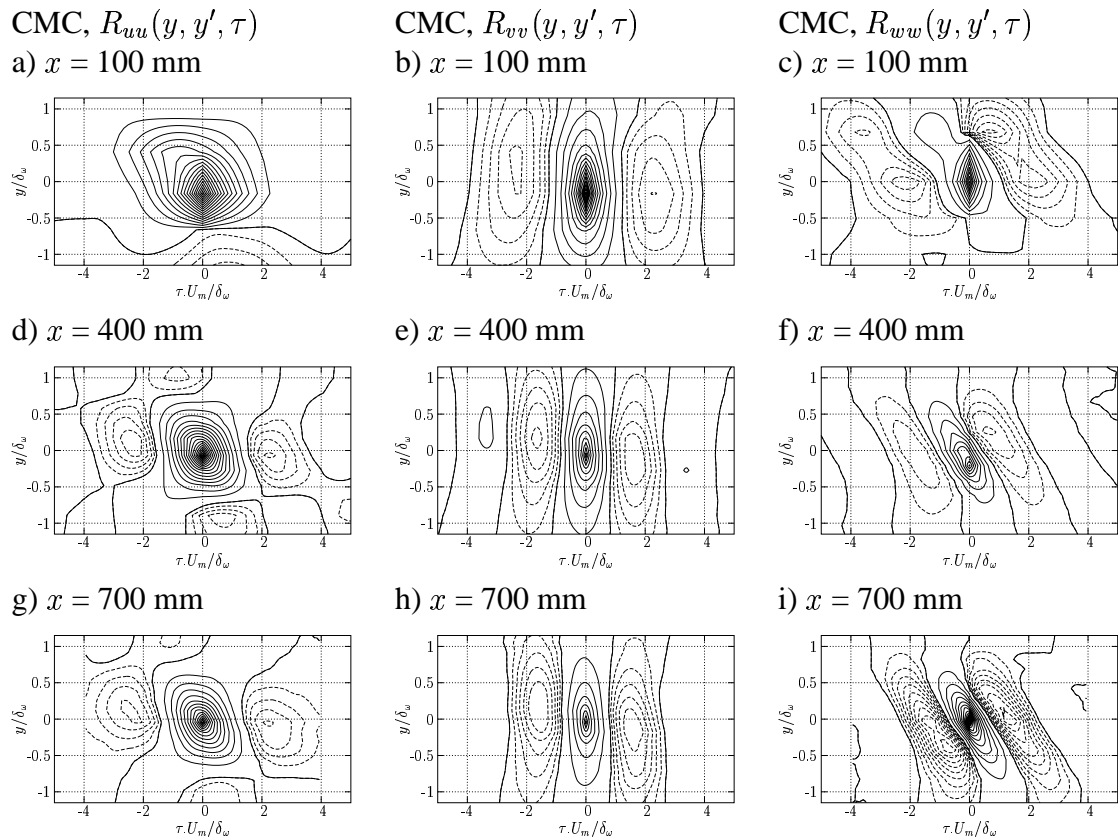


FIG. 6.15 – Corrélations spatio-temporelles pour $x = 100, 400$ et 700 mm (de haut en bas) en configuration CMC. Sonde de référence placée à $y/h = 0$ (+).

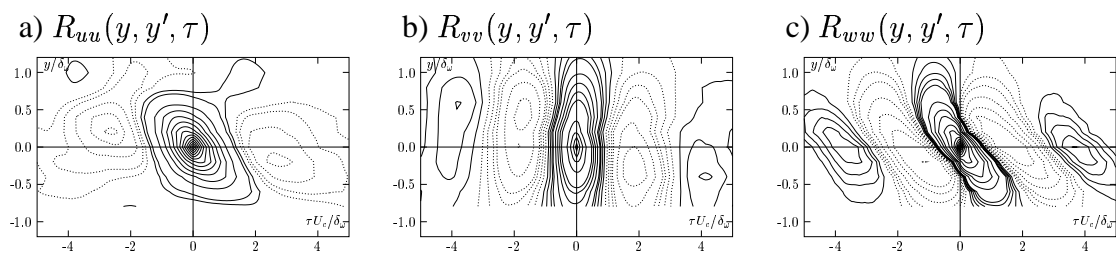


FIG. 6.16 – Corrélations spatio-temporelles en configuration de couche de mélange à plaque mince d'après Druault [59]. $x/\delta_\omega = 16,5$. Sonde de référence en $y/\delta_\omega = 0$ (+).

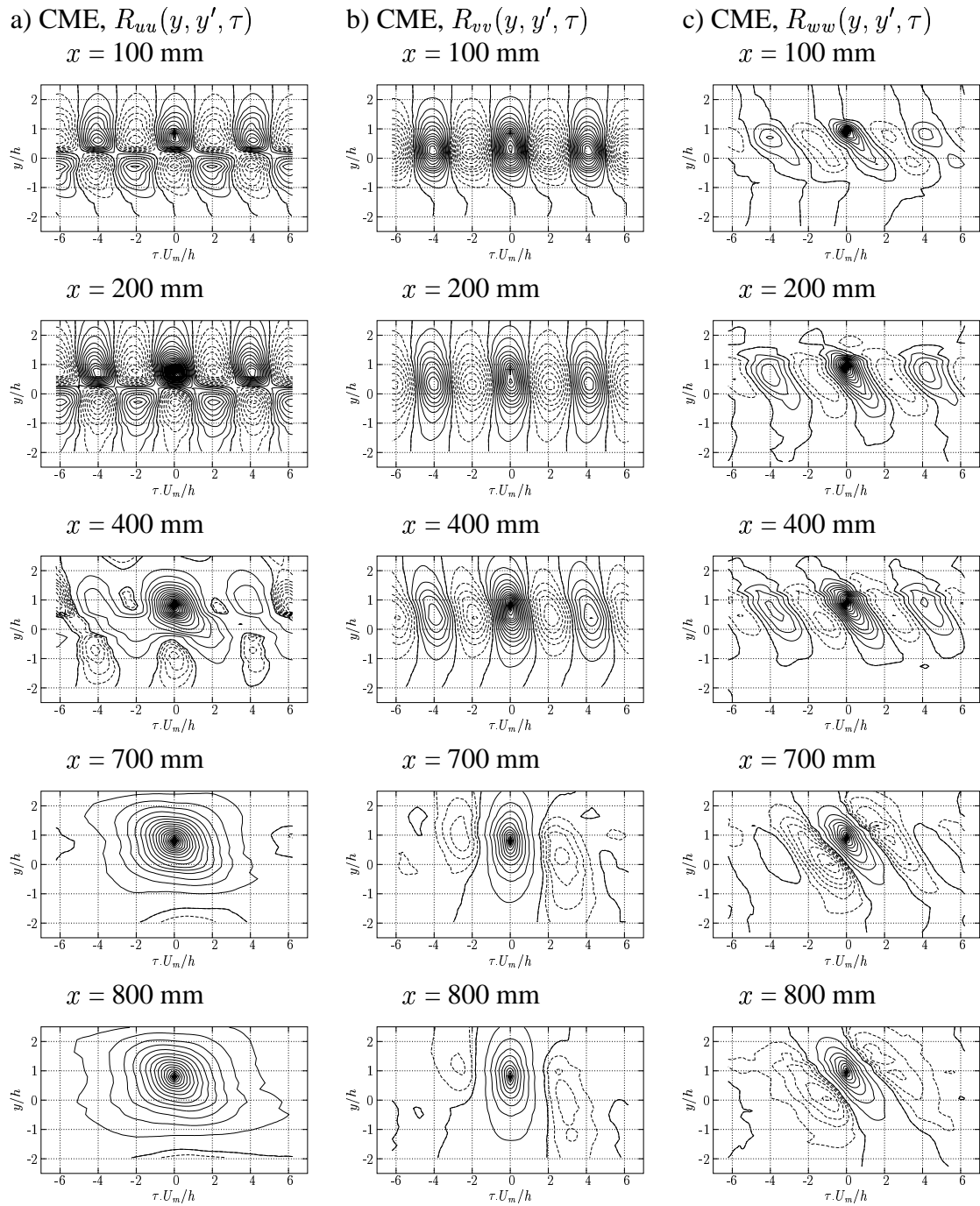


FIG. 6.17 – Corrélations spatio-temporelle $R_{ii}(y, y', \tau)$ en fonction de y/h et $\tau.U_m/h$. Configuration CME pour $x = 100, 200, 400, 600, 700$ et 800 mm. Sonde de référence placée à $y/h = 0,84$ (+).

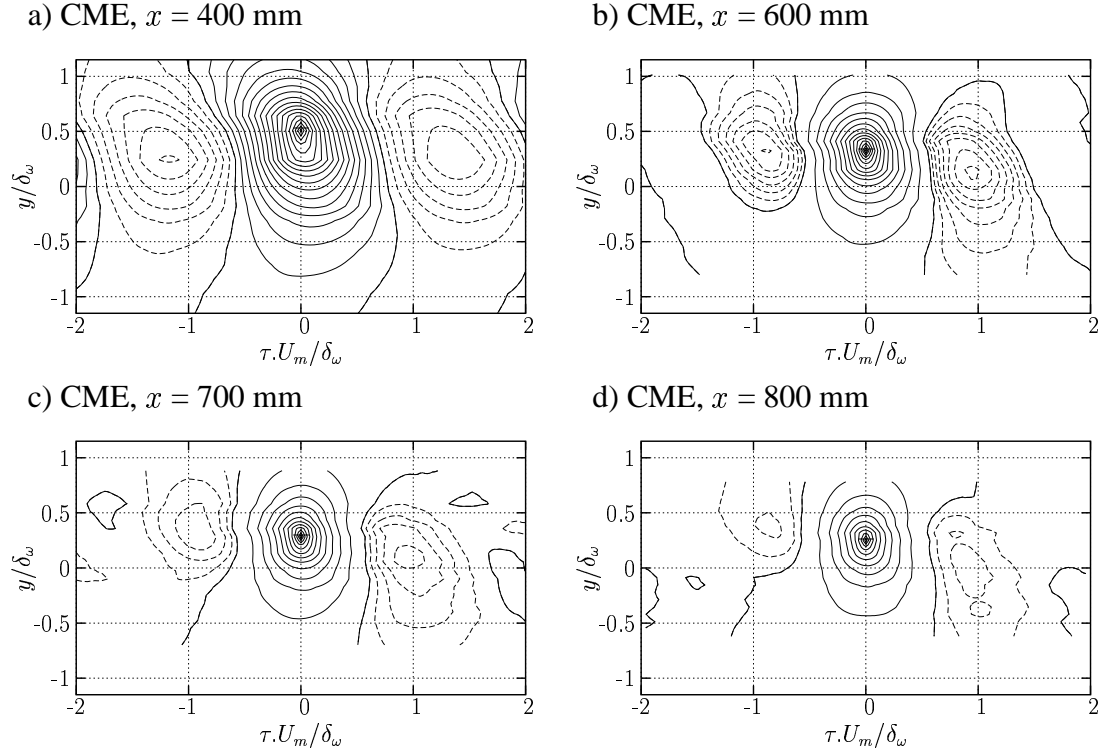


FIG. 6.18 – Corrélations spatio-temporelle $R_{vv}(y, y', \tau)$ en fonction de y/δ_ω et $\tau.U_m/\delta_\omega$. Configuration CME pour $x = 400, 600, 700$ et 800 mm. Sonde de référence placée à $y/h = 0,84$ (+).

Afin d'analyser la structuration de la configuration CME, nous avons tout d'abord représenté les corrélations spatio-temporelles en adimensionnant les échelles verticale et temporelle par l'épaisseur du bord de fuite h (figure 6.17). Dans cette configuration, les corrélations temporelles sont marquées par une alternance de zones de corrélation positive et négative dont les niveaux, suivant la direction temporelle, restent élevés, en particulier pour les composantes v et w . Tant que l'effet de sillage domine ($x \leq 400$ mm), l'échelle temporelle entre deux extrema de corrélation de même signe est constante avec la distance longitudinale et vaut $\tau U_m/h \simeq 4$, quelle que soit la composante de vitesse considérée. Ce temps caractéristique correspond au nombre de Strouhal déterminé par l'analyse spectrale de l'écoulement. De plus, les extrema de corrélation de la composante longitudinale u présentent également une alternance de signe suivant la direction verticale y , caractéristique des écoulements de sillage proche de l'obstacle [188]. A la position la plus aval ($x = 700$ mm), cette organisation particulière a disparu, les échelles temporelles ayant augmenté et les niveaux de corrélation diminué.

Afin de caractériser ce changement de comportement, nous avons représenté (figure 6.18) les corrélations de la vitesse verticale $R_{vv}(y, y', \tau)$ en adimensionnant les échelles verticale et temporelle par l'épaisseur de vorticité locale δ_ω , pour $x \geq 400$ mm. Le tenseur $R_{vv}(y, y', \tau)$ permet en effet de bien visualiser les échelles intégrales grâce aux changements de signe des corrélations. On peut constater qu'à partir de $x = 600$ mm, l'échelle intégrale temporelle adimensionnée $\tau.U_m/\delta_\omega$ devient constante avec la distance longi-

tudinale. L'écoulement retrouve donc un comportement de couche de mélange, comme vu précédemment. Cependant, les temps caractéristiques ne sont pas conformes à ceux relevés en configuration CMC. En effet, dans la zone aval de la configuration CME, le temps caractéristique entre deux extrema négatifs vaut $\tau.U_m/\delta_\omega = 1,85$ contre 3,17 en configuration CMC.

En configuration CME, la présence du bord de fuite épais entraîne donc un blocage de la fréquence de passage des grandes structures sur une échelle spécifique, à savoir l'épaisseur du bord de fuite, dans la zone proche du bord de fuite $x \leq 400$ mm. De plus, les hauts niveaux de corrélation temporelle dans cette configuration indiquent une très forte organisation spatio-temporelle de l'écoulement. Ceci confirme la domination du comportement de type sillage qui s'estompe avec la distance au bord de fuite. Plus en aval, l'écoulement relaxe vers un comportement de couche de mélange conventionnelle.

6.4.2 Analyse POD

On se propose ici d'étudier plus en détails la structuration à grande échelle des deux écoulements, notamment en terme de contenu énergétique. Pour ce faire, la décomposition orthogonale aux valeurs propres, qui a pour noyau le tenseur des corrélations en deux points, a été mise en œuvre dans la direction d'inhomogénéité de l'écoulement y . Deux types de POD [54] ont été effectués sur les mesures par peignes de fils chauds : une POD dite *spatiale* basée sur les corrélations spatiales $\langle u_i(y, t)u_j(y', t) \rangle$ et une POD dite *spectrale* dont le noyau est le tenseur des interspectres $S_{ij}(y, y', f) = \langle \hat{u}_i(y, t)\hat{u}_j^*(y', t) \rangle$ où \hat{u} est la transformée de Fourier de u et \hat{u}^* est le complexe conjugué de \hat{u} .

6.4.2.1 POD spatiale

Une POD de type scalaire a été réalisée, chaque composante de vitesse étant considérée indépendamment, en décomposant les corrélations $\langle u_i(y, t)u_i(y', t) \rangle$, pour $i = 1, 2$ ou 3.

L'évolution longitudinale des deux premiers modes POD de la composante de vitesse longitudinale est présentée sur la figure 6.19. Dans le cas de la configuration CMC, on

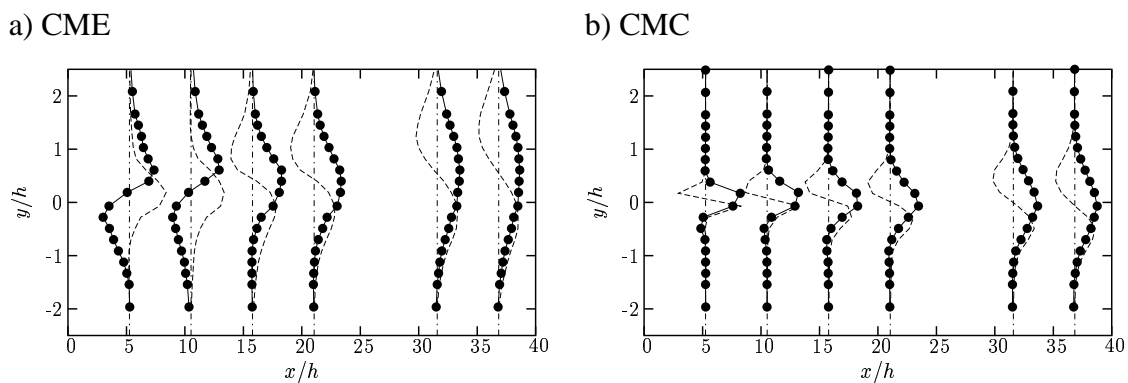


FIG. 6.19 – Evolution longitudinale des deux premiers modes POD spatiale de la composante longitudinale u ; a) CME, b) CMC. —●— premier mode, - - - deuxième mode.

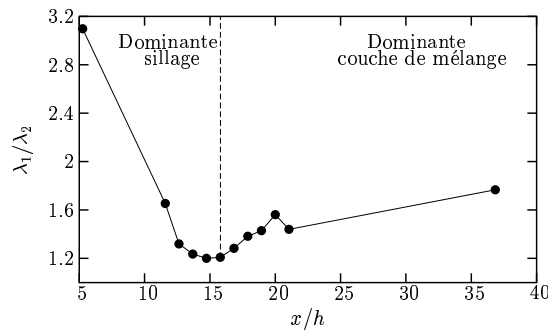
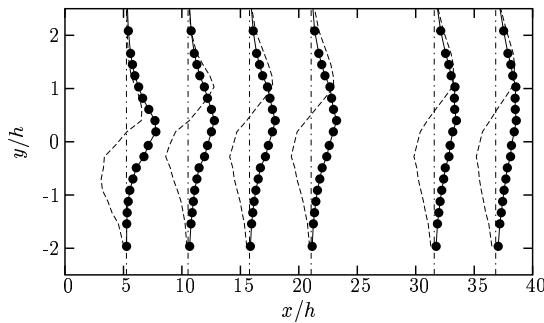


FIG. 6.20 – Evolution longitudinale du rapport des deux premières valeurs propres POD spatiale de la composante longitudinale u en configuration CME.

a) CME



b) CMC

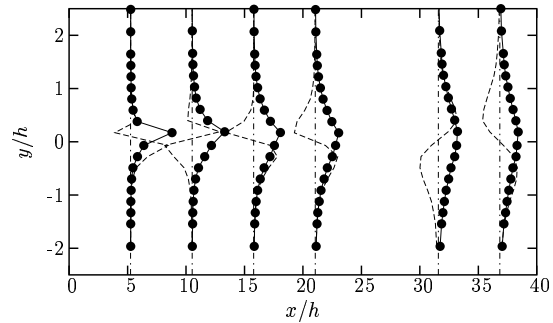


FIG. 6.21 – Evolution longitudinale des deux premiers modes POD spatiale de la composante verticale v ; a) CME, b) CMC. —●— premier mode, - - - deuxième mode.

retrouve la forme classique des modes POD en couche de mélange [56] : le premier mode a une forme approximativement gaussienne alors que le deuxième est de type antisymétrique, quelle que soit la position longitudinale considérée.

En configuration CME, la forme des deux premiers modes POD dépend de l'abscisse longitudinale considérée :

- pour des distances au bord de fuite la plaque de séparation supérieure à $16h$, la forme des deux premiers modes POD est similaire à celle trouvée dans le cas CMC,
- pour $x/h \in [0; 15, 8]$, le premier mode présente un lobe positif côté hautes vitesses et un lobe négatif dans la partie basse vitesse alors que la forme du deuxième mode se rapproche de celle du premier mode en CMC. Dans cette région, la forme des deux premiers modes POD est donc proche de celle obtenue en écoulement de sillage.

Cette évolution de la forme des deux premiers modes POD avec la distance longitudinale est la conséquence de l'évolution de l'organisation à grande échelle de l'écoulement. La région proche du bord de fuite est dominée par un comportement de type de sillage qui évolue progressivement vers un comportement d'écoulement de couche de mélange.

Seuls les deux premiers modes sont affectés par l'effet de sillage, les modes d'ordre supérieur ayant la même forme dans les deux configurations d'écoulement.

Les premiers modes POD étant les plus énergétiques, ils sont considérés comme étant représentatifs de l'organisation à grande échelle de l'écoulement. En configuration CME, on observe un basculement de l'ordre des deux premiers modes de la composante longitudinale (modes symétrique et antisymétrique) avec la position longitudinale. Le rapport des valeurs propres correspondantes λ_1/λ_2 permet de quantifier l'importance relative de ces deux modes en fonction de la distance longitudinale (figure 6.20). Ce ratio décroît d'abord quand la distance au bord de fuite croît, pour atteindre un minimum à $x/h = 15,8$ et augmente ensuite. La région proche du bord de fuite est donc dominée énergétiquement par le premier mode qui est à tendance antisymétrique dans cette zone. Pour $x/h > 15,8$, le mode dominant est le mode symétrique. On peut remarquer que pour $x/h \simeq 15,8$, le contenu énergétique des deux modes ainsi que leur forme sont très voisins.

Les modes POD des deux autres composantes v et w ne subissent pas d'évolution longitudinale comparable à celle de la composante u .

6.4.2.2 POD spectrale

Une analyse POD dans le domaine spectral a été réalisée afin de préciser l'influence de l'effet de sillage sur les structures cohérentes de l'écoulement.

Le calcul des premiers modes POD de la composante de vitesse longitudinale de la configuration CME dans le domaine fréquentiel confirme le changement de forme avec la position longitudinale considérée. La figure 6.22 présente l'évolution des deux premiers modes pondérés par la valeur propre correspondante. Dans la région proche du bord de fuite, à $x/h = 5,25$, le premier mode comporte deux extrema à la fréquence caractéristique $f_c = 380$ Hz, situés de part et d'autre de l'axe de la couche de mélange. Plus en aval, à $x/h = 36,8$, où la signature fréquentielle du sillage n'est plus visible sur les spectres des signaux de vitesse, le premier mode ne présente plus qu'un seul extremum. Le deuxième mode subit quant à lui l'évolution inverse. Dans la zone amont, il comporte un extremum sur l'axe de l'écoulement à $f = f_c$, alors que plus en aval, il présente deux extrema de part et d'autre de l'axe.

Néanmoins, le calcul de la POD spectrale montre que la transition d'un écoulement dominé par le sillage à celui de couche de mélange est plus progressive que l'évolution des modes calculés par POD spatiale. En effet, à $x/h = 21$, le premier mode POD spectral présente encore deux pics à la fréquence f_c caractéristique du nombre de Strouhal du sillage, mais comporte également un extremum à fréquence plus basse sur l'axe de la couche de mélange. Cependant, l'énergie contenue à $f = f_c$ est faible devant l'énergie totale, ce qui peut expliquer que l'effet de sillage n'est plus visible à cette abscisse sur les résultats de la POD spatiale.

6.5 Conclusions

Afin de qualifier les écoulements et de caractériser leur organisation spatio-temporelle, des campagnes de mesures par tube de Pitot et anémométrie à fils chauds ont été menées dans les deux configurations CMC et CME.

Les résultats obtenus dans la couche de mélange dont la plaque séparatrice est à bord de fuite biseauté (configuration CMC) montrent que cet écoulement est conforme à ceux

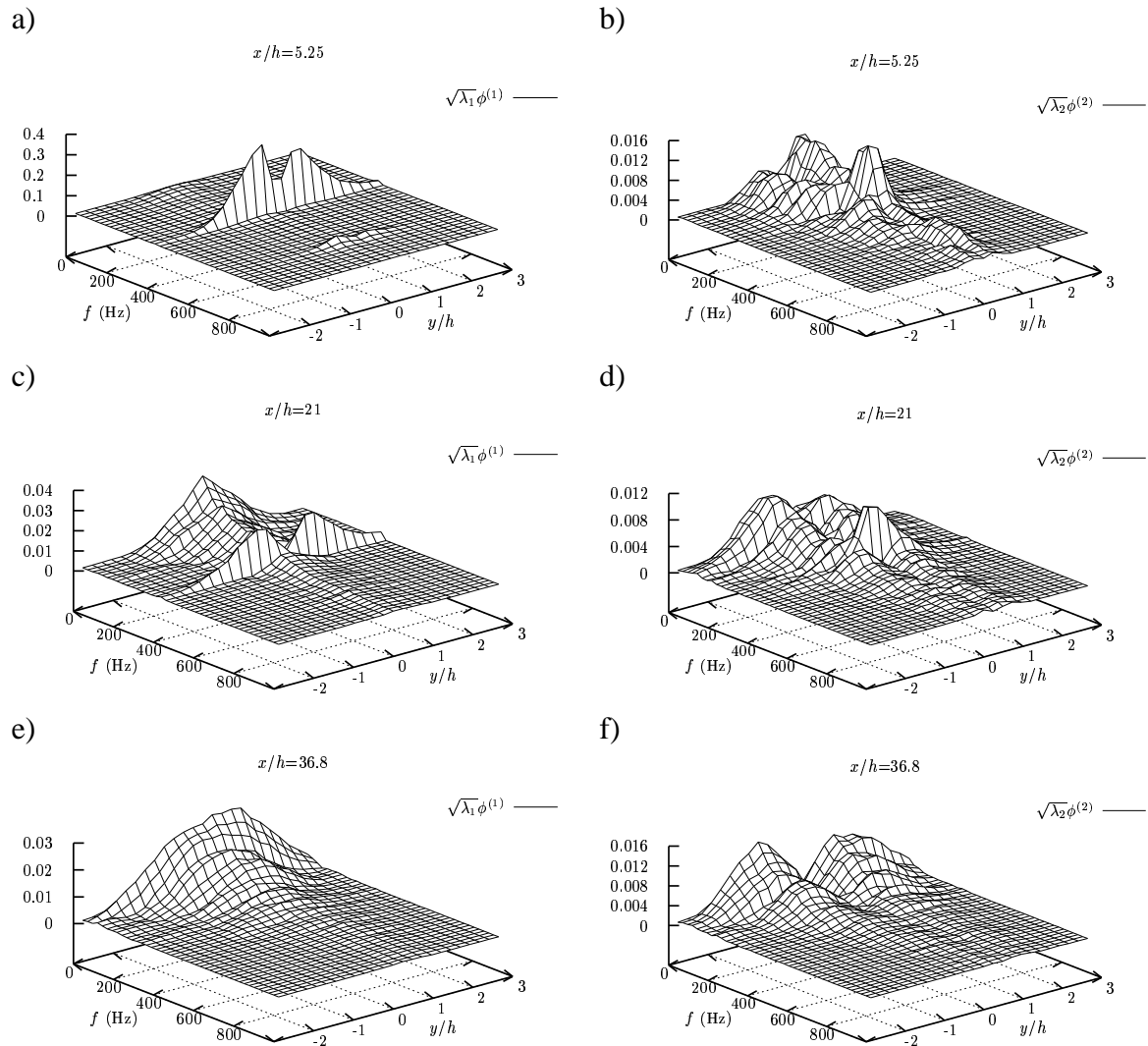


FIG. 6.22 – Deux premiers modes POD ($\sqrt{\lambda^{(n)}}\Phi^{(n)}$) obtenus par POD spectrale de la composante longitudinale u en configuration CME. a) et b) : $x/h = 5,25$, c) et d) : $x/h = 21$, e) et f) : $x/h = 36,8$.

rencontrés dans la littérature, tant d'un point de vue des grandeurs statistiques que de l'organisation à grande échelle.

L'étude, réalisée en parallèle, de la configuration CME a permis d'évaluer et de quantifier l'influence de la géométrie du bord de fuite de la plaque de séparation. Quel que soit le moyen de mesure utilisé, il apparaît que les caractéristiques de l'écoulement évoluent fortement avec la distance longitudinale au bord de fuite. Cette évolution marque non seulement le champ moyen de vitesse mais aussi les grandeurs turbulentes et l'organisation des structures cohérentes. En effet, la région proche du bord de fuite est dominée par un comportement de type sillage. La présence d'un bord de fuite de type culot entraîne l'apparition, sur l'axe de l'écoulement, d'un fort déficit de vitesse, caractéristique des écoulements de sillage. Ceci s'accompagne de la formation d'une zone d'instabilité absolue juste en aval du bord de fuite qui agit comme un résonateur excitant l'écoulement à une fréquence particulière correspondant à un nombre de Strouhal de 0,24. Cette excitation permanente conduit en outre à un épanouissement double de celui d'une couche de mélange classique. L'évaluation des grandeurs turbulentes relatives aux trois composantes de vitesse ainsi que celle des bilans de transport d'énergie cinétique turbulente ont permis de mettre en lumière le caractère fortement évolutif de l'écoulement et de confirmer l'influence du sillage. Grâce aux mesures par peigne de sondes à fils chauds, l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement a pu être étudiée. L'évaluation des corrélations spatio-temporelles ainsi que l'analyse par POD ont mis en évidence la forte évolution longitudinale de la structuration des tourbillons à grande échelle, passant d'une organisation de type sillage à celle typique d'une couche de mélange. Ce phénomène a également été confirmé par l'utilisation de la technique de filtrage du champ de vitesse dans le domaine spectral à la fréquence du Strouhal. Le champ de vitesse fluctuante correspondant à cette fréquence particulière présente en effet des caractéristiques très proche de celles d'un écoulement de sillage.

Chapitre 7

Elaboration d'un GCA à partir de mesures par DT-SPIV

L'ensemble des outils développés, présentés au chapitre 5, permettent d'envisager la réalisation d'une interface entre des données expérimentales sous résolues en temps et un code de calcul instationnaire. En effet, la technique d'identification polynomiale de système dynamique couplée aux méthodes d'interpolation-extrapolation des modes propres POD rend possible la génération de signaux temporels de vitesses dans un domaine de l'écoulement. Ce type d'approche requiert néanmoins la constitution d'une base de données conséquente permettant de calculer les modes POD spatiaux ainsi que les coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ correspondant et leur dérivée temporelle $\dot{a}^{(n)}(t)$.

La technique de Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique (ou SPIV pour Stereoscopic Particle Image Velocimetry) a été retenue pour l'acquisition des données nécessaires. D'une part, cette méthode permet la mesure simultanée des trois composantes de la vitesse dans une section de l'écoulement. D'autre part, comme l'ont proposé Jakobsen *et al.* [92] et Christensen et Adrian [41] dans une configuration de PIV classique (champs de vitesse bidimensionnels à deux composantes), il est possible, en associant deux systèmes de mesure PIV décalés en temps, d'obtenir par différence finie une évaluation du champ d'accélération dans la section de mesure. Nous utilisons cette technique en mettant en œuvre deux systèmes PIV Stéréoscopique décalés en temps (DT-SPIV pour Dual Time Stereoscopic PIV).

Dans un premier temps, nous décrivons la configuration expérimentale choisie pour la mise en œuvre de ce type d'approche. Une analyse de la précision du système de mesure est notamment proposée. Les champs de vitesse obtenus sont ensuite étudiés grâce à une décomposition de type Snapshot POD (cf. §3.1). Les modes ainsi calculés sont utilisés pour bâtir un système dynamique permettant de reconstruire la dynamique temporelle des premiers modes de l'écoulement dans la section de mesure.

Le modèle d'ordre bas obtenu, associé aux méthodes d'extrapolation spatiale présentées au chapitre 5, permet ensuite de générer, dans un plan normal à l'écoulement moyen (la face d'entrée du calcul couplé), un champ vitesse instationnaire bidimensionnel à trois composantes correspondant aux structures les plus énergétiques de l'écoulement.

De plus amples détails sur les techniques de PIV classique et stéréoscopique sont fournis en annexe D.

7.1 Configuration expérimentale de la campagne de DT-SPIV

7.1.1 Chaîne d'acquisition

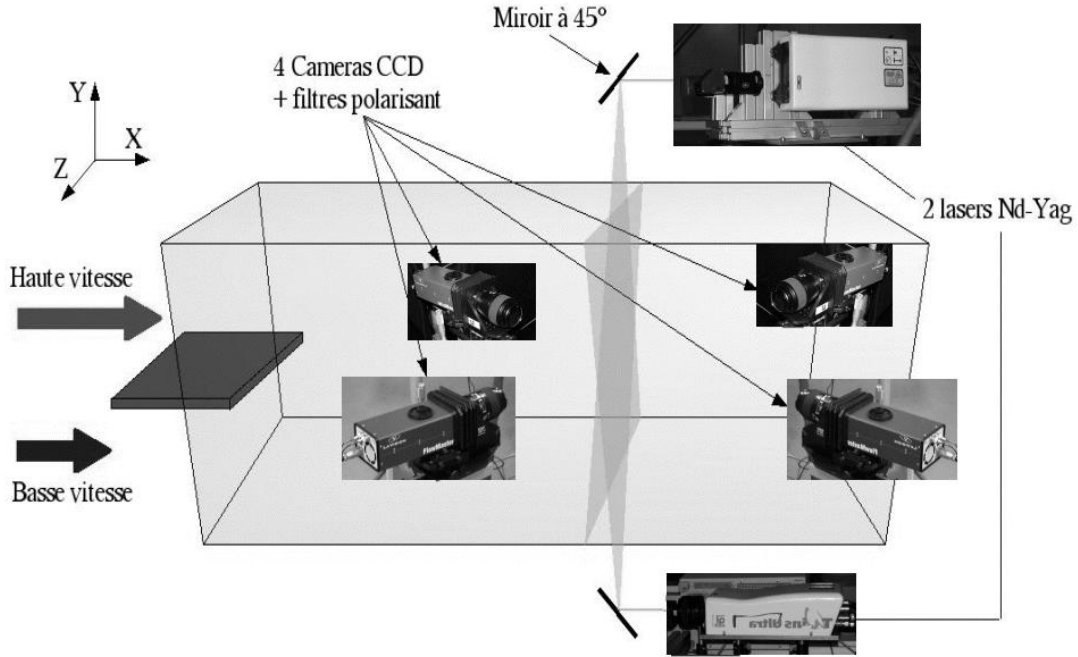


FIG. 7.1 – Dispositif expérimental de mesure du champ d'accélération par PIV stéréoscopique deux plans à temps décalés.

La technique de mesure proposée repose sur l'utilisation de deux systèmes PIV stéréoscopique synchronisés en temps (figure 7.1), afin de réaliser des acquisitions du champ de vitesse trois composantes dans deux plans superposés spatialement, mais décalés en temps (DT-SPIV pour Dual Time Stereoscopic PIV).

Ces systèmes comprennent donc chacun un laser Nd-Yag double cavité de 30mJ (*Quantel*) et deux caméras CCD *Flowmaster* double trame de 1350 par 1049 Pixels codés sur 4096 niveaux de gris. Chaque laser est muni d'un dispositif de déplacement longitudinal permettant le réglage fin de la position relative des deux nappes laser. Celles-ci illuminent des sections transversales de l'écoulement (la normale au plan laser est dirigée suivant l'axe longitudinal de l'écoulement (Ox)) et sont de polarité orthogonale pour permettre la séparation optique des deux séries de pulses 1+2 et 3+4 correspondant respectivement au laser 1 et au laser 2. Pour la mesure des dérivées temporelles, les deux nappes laser sont superposées. Deux paramètres temporels relatifs aux lasers sont ajustables (figure 7.2 a)). L'intervalle de temps Dt entre les pulses d'un même laser est le même pour les deux lasers et est choisi en fonction des caractéristiques de l'écoulement et des paramètres de traitement PIV (cf. §7.1.3). Le second paramètre est l'intervalle de temps τ entre les premiers pulses de chaque système SPIV. Il sera ajusté de manière à pou-

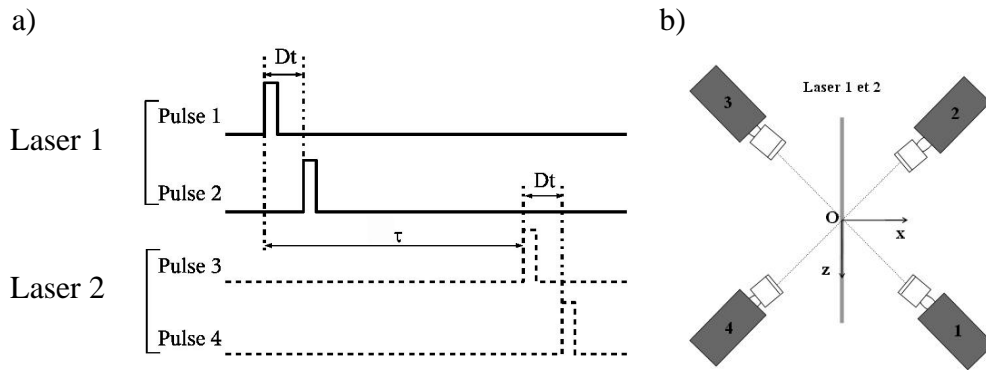


FIG. 7.2 – Chronogramme des illuminations laser (a) et arrangement des quatre caméras (b)).

voir calculer les dérivées temporelles. La précision de ces paramètres, mesurée à l'aide d'un oscilloscope numérique, est de l'ordre de 25 ns.

Les quatre caméras sont quant à elles équipées de trois tables de déplacement micrométrique (deux translations suivant l'axe verticale et l'axe de la caméra et une rotation permettant de contrôler l'angle de plongée). De plus, des tables supplémentaires permettant la rotation des capteurs CCD par rapport aux objectifs de chaque caméra sont utilisées de manière à respecter le critère de Scheimpflug. Les caméras (figure 7.2 b)) sont placées à $\pm 45^\circ$ par rapport aux plans laser en configuration angulaire (cf. §D.2.2.2) et visualisent une section d'environ 130 mm par 105 mm. Afin que chaque paire de caméras soit associée à la nappe laser qui lui correspond, les caméras sont équipées de filtres polarisant, parallèles à la polarisation de la lumière émise par le laser devant les illuminer. Les caméras 1 et 2 sont associées aux pulses laser 1 et 2 du laser 1 (en bas figure 7.1), les caméras 3 et 4 aux pulses laser 3 et 4 du laser 2 (en haut figure 7.1). Pour permettre un accès optique optimal, la veine d'essais de la soufflerie est équipée, sur les quatre faces, de parois en verre.

7.1.2 Ensemencement

Les particules utilisées pour ensemercer l'écoulement sont des particules d'huile d'olive émises à partir d'un générateur développé au sein du laboratoire. Celui-ci est basée sur l'utilisation d'une pressurisation et d'une plaque impactante afin d'homogénéiser la taille, la forme et la distribution des particules. La granulométrie moyenne de ces particules est d'environ $0,5 \mu\text{m}$ ce qui permet la conservation de la polarisation des nappes lasers lors de la diffusion de la lumière par les particules.

En outre, la soufflerie de type Eiffel a été modifiée en lui ajoutant un circuit de retour (figure 7.3), de manière à assurer un ensemencement correct de l'écoulement. Les particules ont en effet été injectées en aval de la section de mesure, ayant ainsi à parcourir l'ensemble du circuit avant d'arriver dans la zone de mesure.

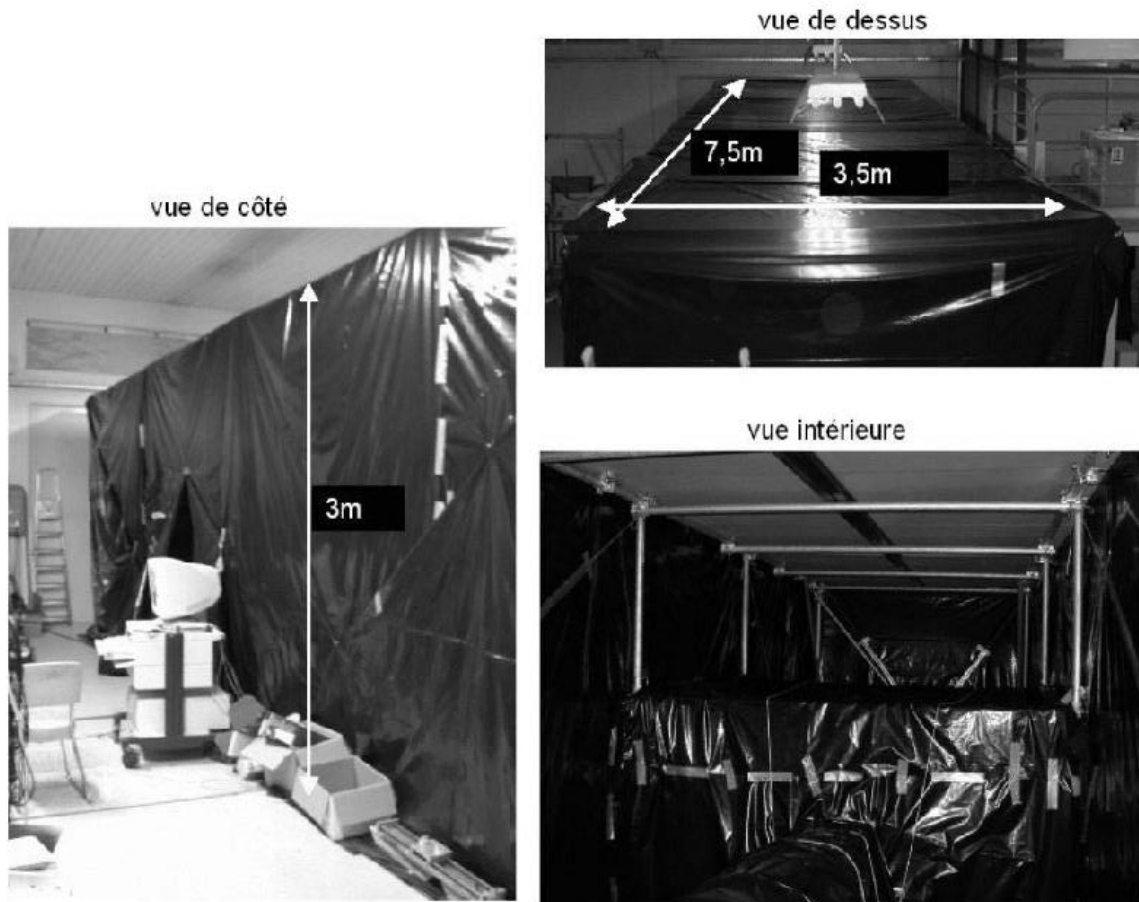


FIG. 7.3 – Adjonction d'un circuit de retour à la soufflerie Eiffel E300.

7.1.3 Paramètres de mesure PIV

La mesure des trois composantes de vitesses est réalisée en deux étapes. Une première étape consiste à déterminer par traitement PIV classique (§D.1.3) les champs à deux composantes de vitesse sur un maillage d'appariement. La seconde étape est la reconstruction des trois composantes des vitesses dans la section d'étude et se base sur un calibrage tridimensionnel (§D.2.3.2).

7.1.3.1 Paramètres de traitement PIV

Le traitement PIV des images est assuré par le logiciel *Davis 6.2 (Lavision)*. Il est fait par inter-corrélations successives à partir d'une fenêtre initiale de 128×128 pixels² et une taille de fenêtre finale de 32×32 pixels² avec un taux de recouvrement de 50%. L'algorithme utilisé est du second ordre.

a) Taille du domaine de mesure Les deux configurations d'écoulement ayant des taux d'expansion différents, il a été nécessaire de réaliser un compromis lors du choix de la

taille du domaine de mesure. Afin de faciliter les procédures d'extrapolation des vecteurs propres spatiaux, le fenêtre de mesure doit en effet couvrir l'ensemble de la zone de mélange de l'écoulement dans la section de mesure. De plus, il doit permettre d'assurer une bonne résolution spatiale pour la bonne définition des échelles de l'écoulement étudiées sur le maillage final. La section de mesure est donc située à une distance $x = 300$ mm du bord de fuite de la plaque séparatrice. La taille du domaine de mesure, après projection des deux champs sur le maillage commun dans le plan objet, est de $L_y^{PIV} \times L_z^{PIV} = 75$ mm \times 115 mm. La résolution spatiale obtenue dans le plan de mesure est de 1,65 mm \times 1,65 mm. L'épaisseur de chaque nappe laser est d'environ 3 mm (évaluée à l'intersection de la nappe laser avec les parois de la veine d'essais).

b) Intervalle de temps entre deux expositions Pour chaque système SPIV, le choix de l'intervalle de temps Dt entre deux expositions est dicté par les vitesses de l'écoulement et la résolution spatiale obtenue avec la taille du domaine de mesure retenu. Le temps entre les pulses laser est choisi de manière à ce que les particules parcourent environ 20 à 30 % de la fenêtre de corrélation [102], soit une dizaine de pixels pour une fenêtre de corrélation de taille 32×32 pixels². Avec une vitesse maximale de l'ordre de 36 m/s, l'intervalle de temps Dt (figure 7.2 a)) entre deux illuminations de chaque laser Nd-Yag double pulses a été fixé à 20 μ s.

c) Nombre d'échantillons Outre la capacité de stockage des données disponible, deux critères sont à prendre en compte lors du choix du nombre de champs de vitesse à acquérir : l'erreur minimale souhaitée lors du calcul des grandeurs statistiques de l'écoulement et le nombre d'inconnues à déterminer lors de l'identification du système dynamique (cf. §5.3.2). D'une part, l'erreur statistique commise lors de l'estimation des moments du champ de vitesse est de l'ordre de $1/\sqrt{N}$ [18] où N est le nombre d'échantillons retenus. D'autre part, la détermination des coefficients inconnus du système dynamique fait appel à la résolution d'un système linéaire par une approche de type moindres carrés. Le nombre d'échantillons utilisés doit donc être supérieur d'un ordre de grandeur au nombre d'inconnues. Si l'on retient 12 modes POD, cela nécessite la détermination d'environ 100 coefficients pour un système quadratique ou 300 pour un système cubique. Un nombre de $N_e = 2000$ réalisations par système SPIV (soit 8000 images au total) a été retenu. On obtient ainsi une précision statistique de l'ordre de 2% (figure 7.4) et un nombre d'échantillons d'un ordre de grandeur supérieur au nombre d'inconnues, si l'on retient une douzaine de modes POD.

7.1.3.2 Reconstruction du champ de vitesse trois composantes

La méthode retenue pour la reconstruction des trois composantes de vitesse dans le plan objet est la technique de reconstruction par *calibrage 3-d* (§D.2.3.2). Elle présente l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance des caractéristiques géométriques du montage et permet, grâce à l'utilisation de fonctions de calibrage, d'obtenir les champs de vitesse des deux systèmes stéréoscopiques sur un maillage commun.

Le calibrage du dispositif est effectué grâce à une mire composée de deux plans décalés en profondeur (direction x) sur lesquels des points de mire sont uniformément répartis.

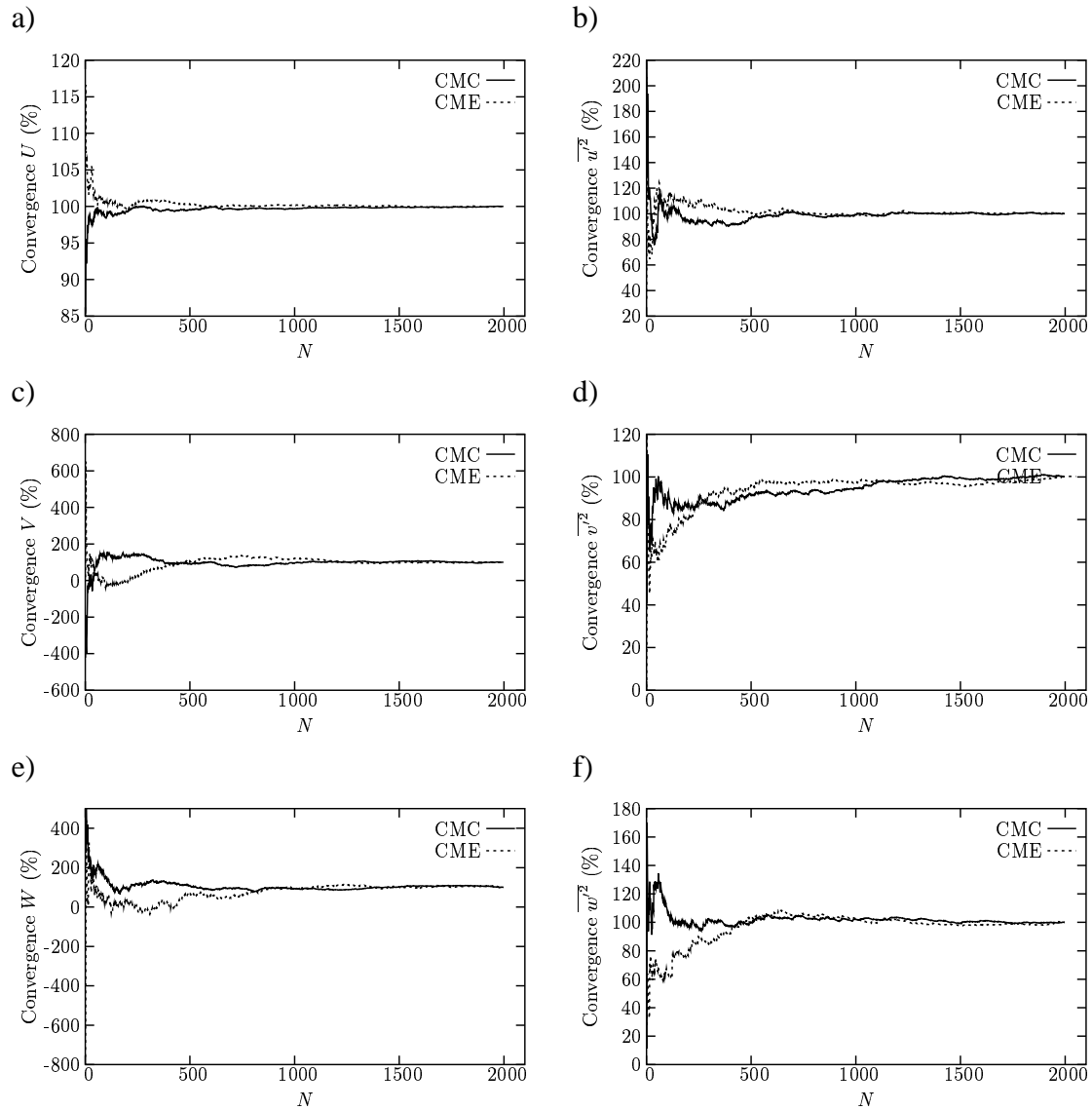


FIG. 7.4 – Convergence statistique des moments du premier ordre U , V et W (respectivement a), c) et e)) et des moments d'ordre deux $\overline{u'^2}$, $\overline{v'^2}$ et $\overline{w'^2}$ (respectivement b), d) et f)) en $y = 0$, pour les configurations CMC (—) et CME (- - -), en fonction du nombre d'échantillons.

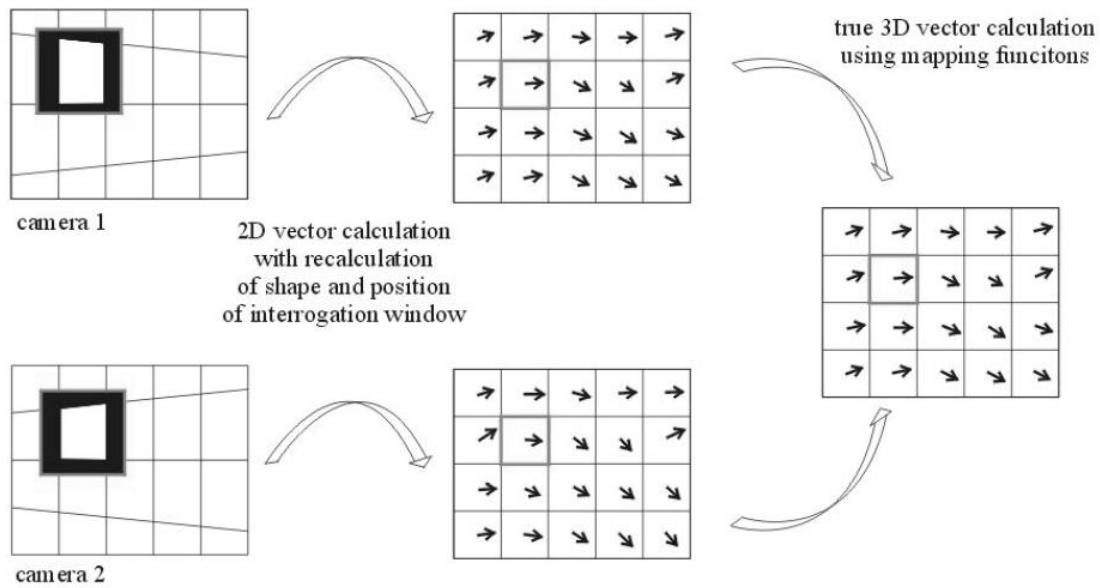


FIG. 7.5 – Algorithme de reconstruction des trois composantes de la vitesse utilisé dans le logiciel *Davis 6.2 (Lavisision)*.

Celle-ci est montée sur un système de trois tables de déplacement micrométriques afin de pouvoir la déplacer précisément dans la veine d'essais. Le calibrage des deux systèmes stéréoscopiques a été réalisé de façon dissociée en raison de la répartition des caméras de part et d'autre du plan de mesure. Néanmoins, les fonctions de calibrage sont calculées, sous forme de polynômes bidimensionnels d'ordre trois dans le plan de mesure et du premier ordre dans la direction normale au plan, de manière à ce que les deux champs fournis par les caméras 1-2 et 3-4 soient reconstruits sur le même maillage 1-2.

Les champs à trois composantes de vitesse sont ensuite reconstruits à partir d'un algorithme (figure 7.5) similaire à celui de Soloff *et al* [187]. Une fois les fonctions de calibrage déterminées par la procédure de calibrage 3-d, la première étape consiste à calculer les coordonnées du maillage commun (dans le plan objet) dans chaque plan image correspondant à chaque caméra. L'étape suivante de la reconstruction est de calculer la position et la forme de la fenêtre d'interrogation sur ce nouveau maillage afin de pouvoir mettre en œuvre les algorithmes de traitement PIV classiques. On obtient alors, pour chaque caméra, un champ de déplacement bidimensionnel deux composantes. La dernière étape consiste à utiliser les fonctions inverses de calibrage pour reconstruire les trois composantes de vitesse dans le plan objet.

7.2 Précision de la mesure par SPIV deux plans

La précision de la technique de mesure du champ de vitesse a été évaluée de différentes manières afin d'estimer l'influence des différents composants de la chaîne de mesure. En effet, les paramètres tels que la précision des algorithmes de PIV ou de reconstruction du champ trois composantes mais aussi la qualité de la phase de calibrage

jouent un rôle important.

Pour chaque système SPIV, la précision de la détermination des trois composantes du champ de vitesse a été évaluée en simulant un déplacement de particules à l'aide d'une feuille de papier de verre en l'absence d'écoulement.

De plus, le but de cette campagne de mesure étant le calcul de dérivées temporelles, des tests ont été effectués en utilisant les deux systèmes de PIV stéréoscopique afin d'évaluer la précision de la mesure des dérivées temporelles calculées par différences finies. Les deux plans de mesures étant superposés, dans le cas idéal, les champs issus des deux systèmes doivent être identiques pour une séparation temporelle nulle.

7.2.1 Analyse de la précision de reconstruction des trois composantes

Cette analyse a été menée en l'absence d'écoulement, en simulant le déplacement de particules à l'aide de papier de verre fixé sur une mire. Le papier de verre a été choisi de manière à ce que l'image des grains soit proche de celle obtenues avec les gouttelettes d'huile utilisées pour l'ensemencement. L'éclairage de la mire est réalisé avec une lumière blanche. La mire est déplacée dans la zone de mesure suivant les trois directions x , y et z au moyen de tables micrométriques. La précision de déplacement de ces tables micrométriques est de l'ordre de $50 \mu\text{m}$. Elle influe uniquement sur la valeur moyenne des déplacements imposés. Les images acquises pour chaque déplacement sont recombinaées pour constituer des paires d'images pouvant être traitées par les algorithmes de SPIV du logiciel *Davis 6.2*. Ces traitements sont identiques à ceux utilisés pour la mesure de vitesse avec ensemencement. Les déplacements obtenus permettent de calculer, en prenant en compte l'ensemble du champ, la moyenne et l'écart type des déplacements calculés par le traitement SPIV afin de les comparer aux déplacements imposés. La valeur de l'écart type représente les variations de mesures sur l'ensemble du domaine dues au traitement PIV et à la phase de reconstruction par stéréoscopie. Cette grandeur doit en théorie être nulle puisque le déplacement a été effectué en bloc.

On peut constater sur la figure 7.6 que dans le cas le plus défavorable correspondant à des déplacements d_i combinés dans les trois directions de l'espace, variant de 0,5 à 2 mm, les écarts obtenus restent inférieurs à $60 \mu\text{m}$. En outre, l'erreur commise par le système caméras 3+4 (figure 7.6 b)) est globalement supérieure à celle obtenues avec les caméras 1+2 (figure 7.6 a)) L'erreur commise sur le déplacement total (figure 7.6 c)) est de l'ordre de 1% mais peut atteindre jusqu'à 7% pour les déplacements les plus faibles.

7.2.2 Analyse de la précision du système SPIV deux plans

Différents tests ont été menés en configuration de mesure finale, c'est-à-dire avec écoulement et ensemencement, en utilisant simultanément les deux systèmes SPIV. Les deux nappes laser étant superposées spatialement, des mesures à décalage temporel nul ont été effectuées pour vérifier leur coïncidence et pour évaluer les erreurs dues à la mise en œuvre de deux systèmes.

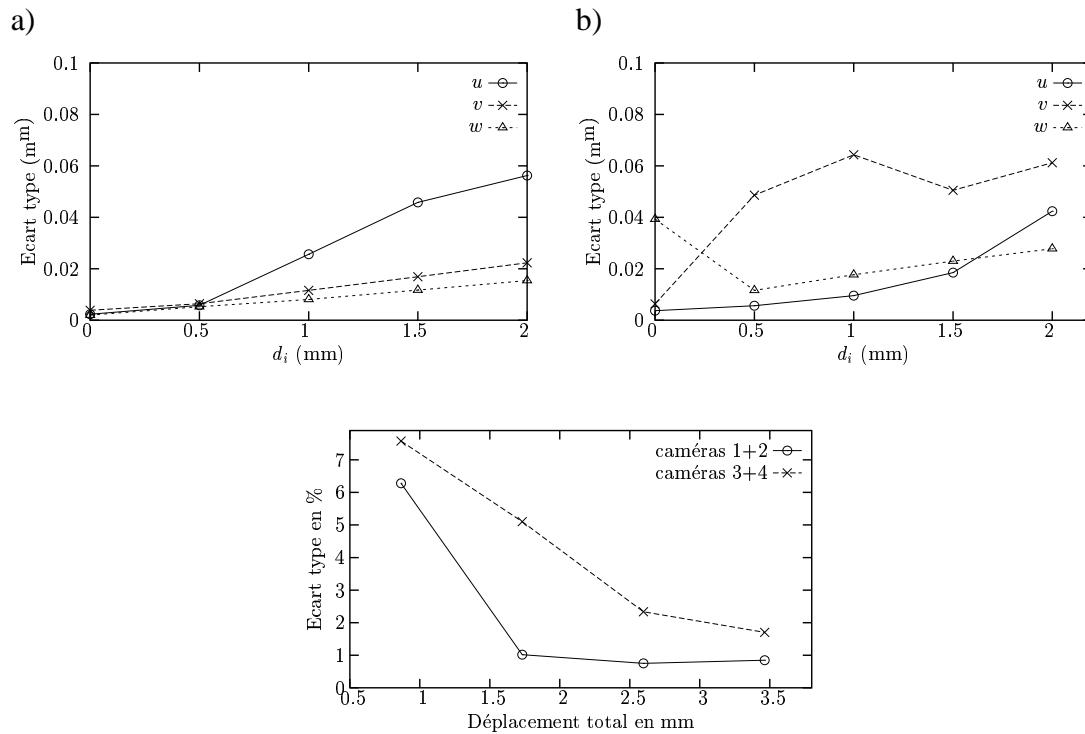


FIG. 7.6 – Ecart type des mesures de déplacements d_i combinés selon x , y et z pour les systèmes stéréoscopiques caméras 1+2 a) et caméras 3+4 b). c) : Ecart type en pourcentage du déplacement total (caméras 1+2 : \circ , caméras 3+4 : \times).

7.2.2.1 Coïncidence des deux nappes lasers

La vérification de l'alignement des deux nappes laser a été effectuée en réalisant des acquisitions sans filtres polarisant de manière à ce que les caméras puissent être illuminées par les deux lasers. Des séries de 200 champs de vitesse pour chaque système SPIV ont été mesurées en utilisant un seul des deux lasers. Un mauvais alignement des deux nappes lasers entraînera un biais systématique sur la valeur des déplacements mesurés. Les statistiques des champs de vitesse issues des images prises par un couple de caméras illuminées par un laser seront alors différentes de celles issues du même couple de caméras illuminées par l'autre laser. Ces mesures ont été effectuées en configuration d'écoulement CMC.

Ces mesures ont permis d'évaluer les fonctions de densité de probabilité des vitesses instantanées en prenant en compte l'ensemble du maillage spatial des 200 échantillons. L'examen de ces statistiques (figure 7.7) révèle une bonne coïncidence des deux nappes laser. En effet, on peut constater que les statistiques obtenues en illuminant les caméras soit par le laser 1, soit par le laser 2, concordent.

Les acquisitions réalisées en utilisant les filtres polarisant et les deux lasers illuminant les caméras au même instant ($\tau = 0 \mu\text{s}$) (figure 7.7) présentent des statistiques en bon accord avec les résultats précédents, confirmant que l'ajout des filtres n'affecte pas les mesures de vitesse.

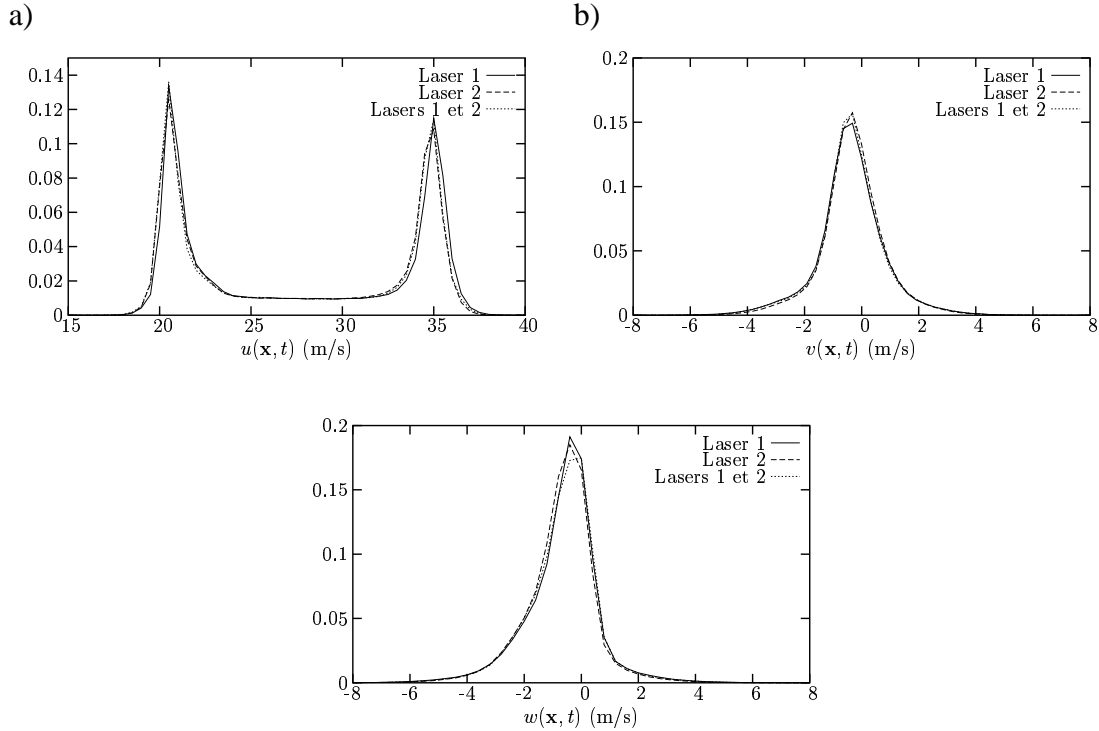


FIG. 7.7 – Fonctions de densité de probabilité des vitesses instantanées obtenues avec le couple de caméras 1-2 sans filtres polarisant, illuminées soit par le laser 1 (—), soit par le laser 2 (- - -) ou munies des filtres polarisant et illuminées par les deux lasers ($\cdot \cdot \cdot$) ($\tau = 0 \mu\text{s}$).

7.2.2.2 Analyse de l'erreur entre les deux systèmes SPIV

Outre la coïncidence des nappes laser, d'autres facteurs tels que la séparation optique des nappes par filtre polarisant ou un défaut de superposition des zones vues par les deux paires de caméras peuvent conduire à l'apparition de différence entre les deux champs mesurés au même instants.

L'efficacité de la séparation par polarisation de la lumière a été vérifiée en examinant visuellement une image prise par une caméra illuminée par un laser dont la lumière est de polarité orthogonale à celle du filtre équipant la caméra.

La vérification de la focalisation des paires de caméras sur la même zone de mesure, notamment dans la direction normale à la nappe laser est rendue délicate par la configuration choisie. En effet, le fait que les paires de caméras soient placées face à face, de part et d'autre des nappes laser, ne permet pas de placer une mire pour régler simultanément les quatre caméras.

Le calcul de l'erreur quadratique moyenne $\langle (u_i^{12}(\mathbf{x}, t) - u_i^{34}(\mathbf{x}, t))^2 \rangle^{1/2}$ pour les trois composantes de vitesse ($i = 1, 2$ ou 3) (figures 7.8 a), b) et c) respectivement) ainsi que celle correspondant au déplacement total, révèlent l'existence d'un bruit de fond de l'ordre de 1 m/s, affectant l'ensemble du domaine de mesure, pour les trois composantes de vitesse. Ce niveau de bruit est néanmoins compatible avec l'imprécision relevée lors de

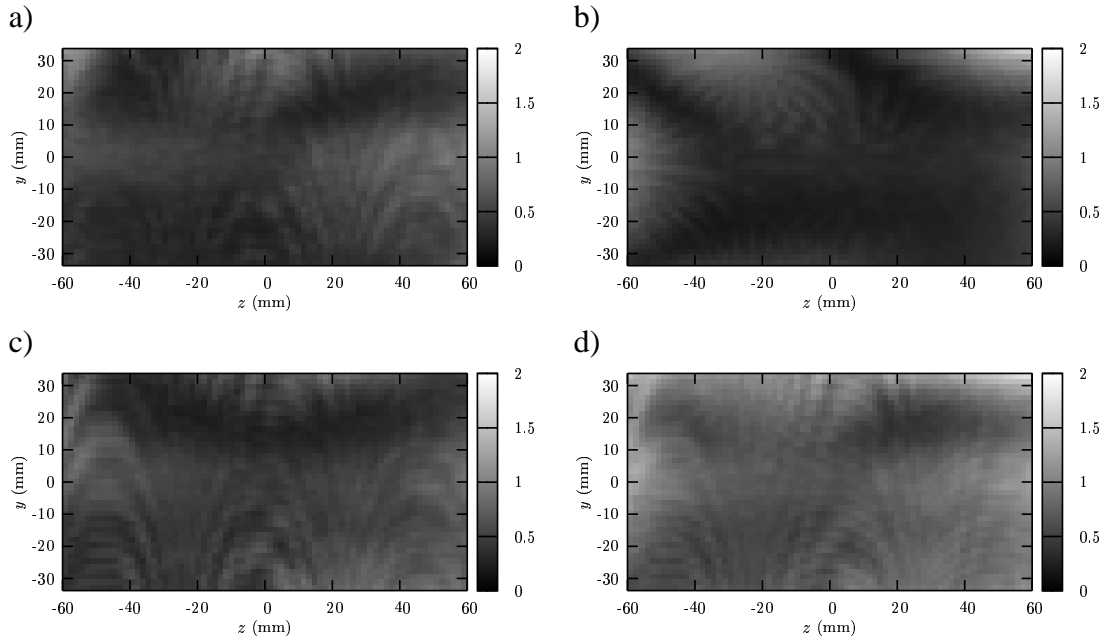


FIG. 7.8 – Erreur quadratique moyenne (en m/s) entre les champs de déplacement obtenus par le couple de caméras 1-2 et le couple 3-4. a) : u ; b) : v ; c) : w ; d) : erreur sur le déplacement total.

l'évaluation de l'erreur commise sur les déplacements à l'aide du papier de verre (§7.2.1).

7.3 Grandeurs issues des mesures SPIV

On se propose ici de comparer les grandeurs caractéristiques des deux écoulements obtenues par SPIV à celle obtenues par mesure par peignes de sondes à fils chauds. On s'intéresse plus particulièrement aux tensions de Reynolds $\overline{u'_i(y)u'_j(y)}$ et aux corrélations spatiales en deux points du type $R_{ij}(y, y') = \overline{u'_i(y, t)u'_j(y', t)}$. Les statistiques obtenues par SPIV ont été intégrées suivant la direction de l'envergure z alors que les mesures fils chauds ont été effectuées suivant une seule direction (y) à $z = 0$. De plus, la réalisation de mesures par sondes à deux fils chauds croisés peut être délicate dans le cas d'écoulements fortement tridimensionnels, en raison de l'influence de la troisième composante non mesurée [54]. Ceci peut expliquer en partie les différences constatées entre les deux techniques de mesures.

L'analyse de ces grandeurs caractéristiques des niveaux énergétiques et de l'organisation transversale de l'écoulement permettra en effet de valider les mesures du champ de vitesse par SPIV.

7.3.1 Tensions de Reynolds

Etant donnée l'homogénéité de l'écoulement de couche de mélange suivant la direction z parallèle au bord de fuite de la plaque séparatrice, les statistiques issues des champs

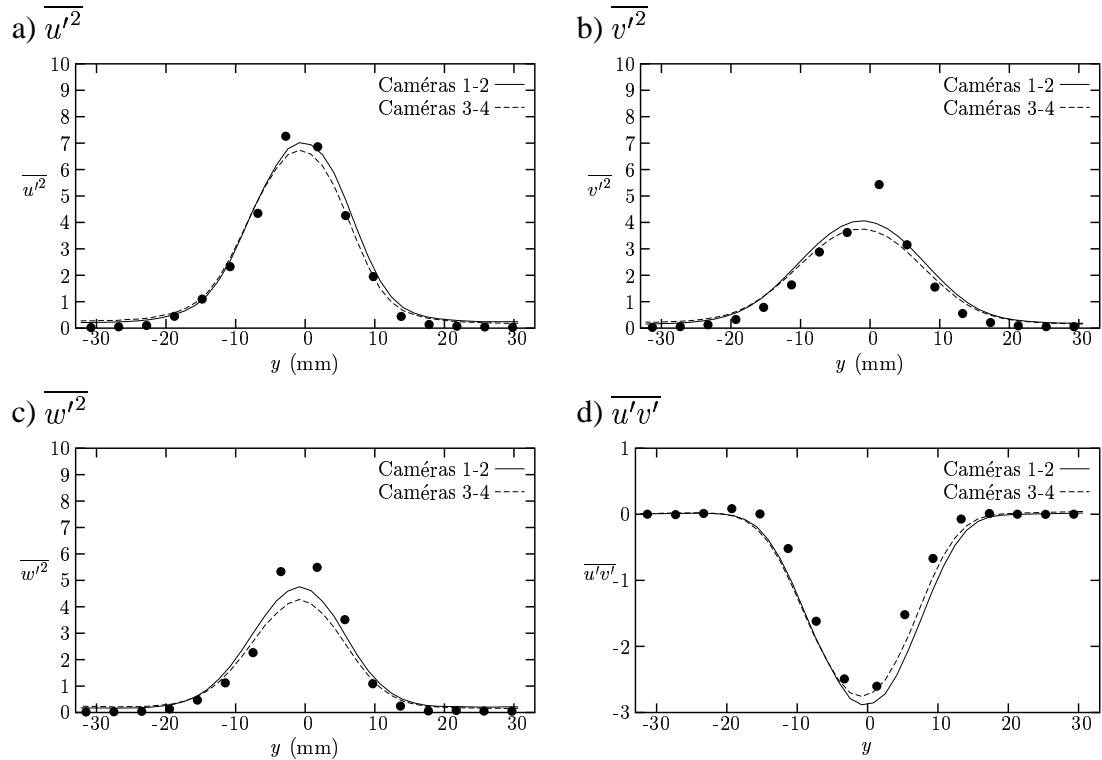


FIG. 7.9 – Tensions de Reynolds obtenues par SPIV (lignes) et par anémométrie fils chauds (●) en configuration et CMC.

SPIV ont été intégrées suivant cette direction.

La comparaison des tensions de Reynolds $\overline{u'_i(y)u'_j(y)}$ (figure 7.9) obtenues d'une part par SPIV et d'autre part par peignes de sondes à deux fils chauds croisés révèle un bon accord entre les deux techniques de mesure. En effet, compte tenu des erreurs de mesure commises, les profils de tensions issus des mesures par SPIV des trois composantes de vitesse présentent, dans les deux configurations d'écoulement, des niveaux et des formes comparables à ceux obtenus par anémométrie fils chauds.

7.3.2 Corrélations spatiales en deux points

Les champs de vitesse bidimensionnels trois composantes issus de la campagne de SPIV ainsi que les mesures en deux points obtenus grâce aux peignes de sondes à fils chauds ont permis l'évaluation des corrélations spatiales en deux points $R_{ij}(y, y') = \overline{u'_i(y, t)u'_j(y', t)}$ dans la section de mesure.

Dans les deux configurations d'écoulement (figure 7.10 pour la configuration CME et figure 7.11 pour la configuration CMC), les corrélations en deux points obtenues par SPIV sont en bon accord avec les mesures par anémométrie à fils chauds. En effet, à la fois les niveaux et les longueurs de corrélation sont correctement reproduits. En particulier, on retrouve la présence de lobes négatifs pour les composantes u et w , caractéristiques de l'organisation transversale des écoulements de couche de mélange [54]. On peut toutefois noter une légère surestimation des longueurs de corrélation sur le tenseur mesurés par

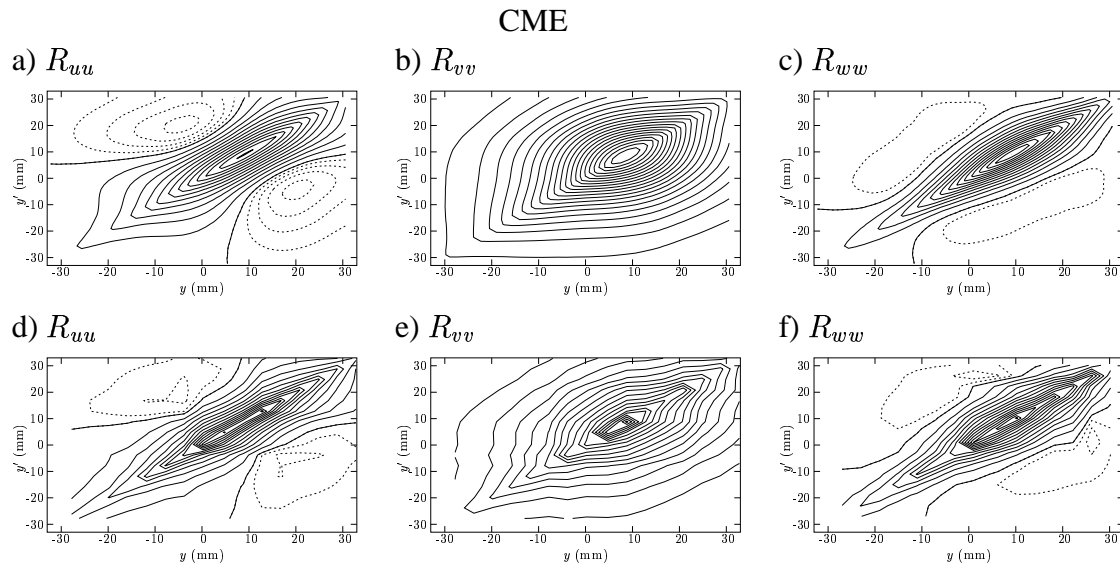


FIG. 7.10 – Corrélations spatiales en deux points $R_{ij}(y, y') = \overline{u'_i(y, t)u'_j(y', t)}$ en configuration CME obtenues par SPIV : a), b), c) et par anémométrie fils chauds d), e), f) (isocontours positifs (—) : pas de $1 \text{ m}^2/\text{s}^2$; isocontours négatifs (- - -) : pas de $-0.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$).

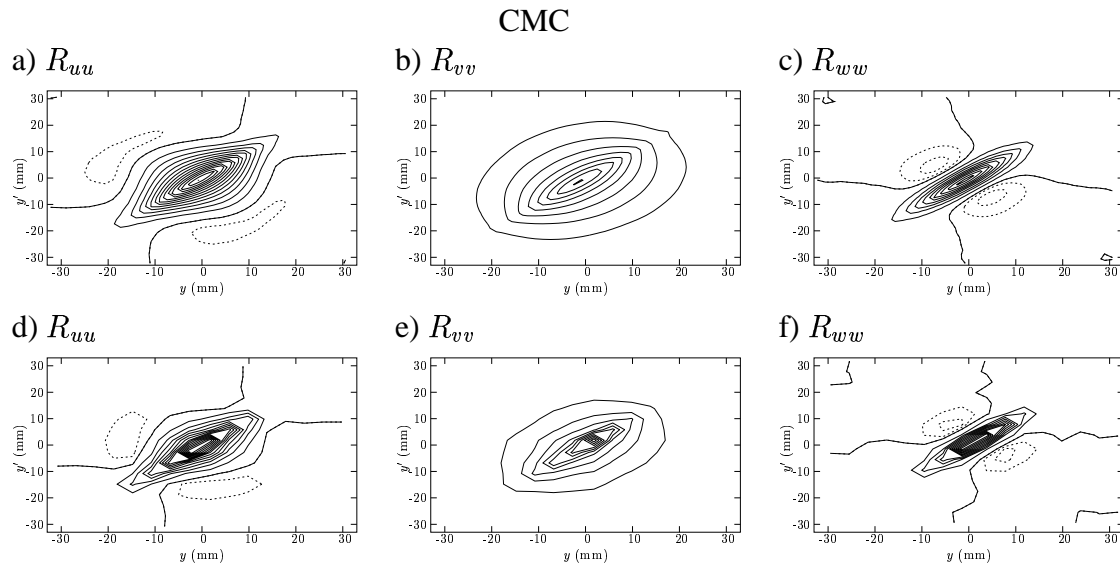


FIG. 7.11 – Corrélations spatiales en deux points $R_{ij}(y, y') = \overline{u'_i(y, t)u'_j(y', t)}$ en configuration CMC obtenues par SPIV : a), b), c) et par anémométrie fils chauds d), e), f) (isocontours positifs (—) : pas de $0.5 \text{ m}^2/\text{s}^2$; isocontours négatifs (- - -) : pas de $-0.2 \text{ m}^2/\text{s}^2$).

SPIV en configuration CMC.

L'analyse des corrélations spatiales confirme la grande influence du rôle de l'effet de sillage sur le développement et l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement. Les deux écoulements constitueront donc deux cas tests distincts pour valider nos approches.

De plus, l'estimation correcte du tenseur des corrélations spatiales en deux points permettra la mise en œuvre de la POD et de la procédure d'extrapolation des modes de cette décomposition (cf. §3.1.5) afin d'adapter le maillage expérimental au maillage de la simulation numérique.

7.4 Analyse POD des champs PIV

L'approche POD retenue pour la décomposition des champs de vitesse est la Snapshot POD [181], mieux adaptée aux données obtenues par SPIV. En effet, le rang du problème est de 2000 (nombre d'échantillons N_e retenus, cf. §7.1.3.1) pour la Snapshot POD contre $N_z \times N_y \times n_c = 71 \times 39 \times 3 = 8307$ pour une approche de type POD classique.

Le noyau utilisé est donc le tenseur des corrélations temporelles défini par :

$$C(t, t') = \frac{1}{\epsilon} \int_{\mathcal{D}} u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t') d\mathbf{x} \quad (7.1)$$

avec $i = 1, 2, 3$. L'équation de Fredholm à résoudre est la suivante :

$$\int_T C(t, t') a(t') dt' = \lambda a(t) \quad (7.2)$$

Les modes spatiaux $\Phi(\mathbf{x})$ sont alors calculés par projection de la variable aléatoire $u_i(\mathbf{x}, t)$ sur les coefficients $a^{(n)}(t)$:

$$\Phi_i^{(n)}(\mathbf{x}) = \int_T u_i(\mathbf{x}, t) a^{(n)}(t) dt \quad (7.3)$$

Cette décomposition a été effectuée sur le champ de vitesse fluctuante, dans les deux configurations d'écoulement CME et CMC. La fréquence d'acquisition des champs SPIV, de l'ordre du Hertz, étant trop faible devant les fréquences caractéristiques des deux écoulements, l'analyse des coefficients $a^{(n)}(t)$, représentant la dynamique des modes POD, ne peut être effectuée. Néanmoins, la résolution des équations 7.2 et 7.3 donnent accès respectivement au contenu énergétique des modes POD via les valeurs propres et aux modes spatiaux de la décomposition. On peut ainsi caractériser l'organisation spatiale de l'écoulement et l'importance relative des différentes structures extraites.

7.4.1 Valeurs propres

L'analyse du contenu énergétique de la reconstruction POD en fonction du nombre de modes retenus (figure 7.12) montre sa rapide convergence. En effet, en configuration CME (figure 7.12 a)), 0,5 % des modes sont nécessaires pour reconstruire 45 % de l'énergie totale et 13,75 % des modes pour 90 % de l'énergie. En configuration CMC (figure 7.12

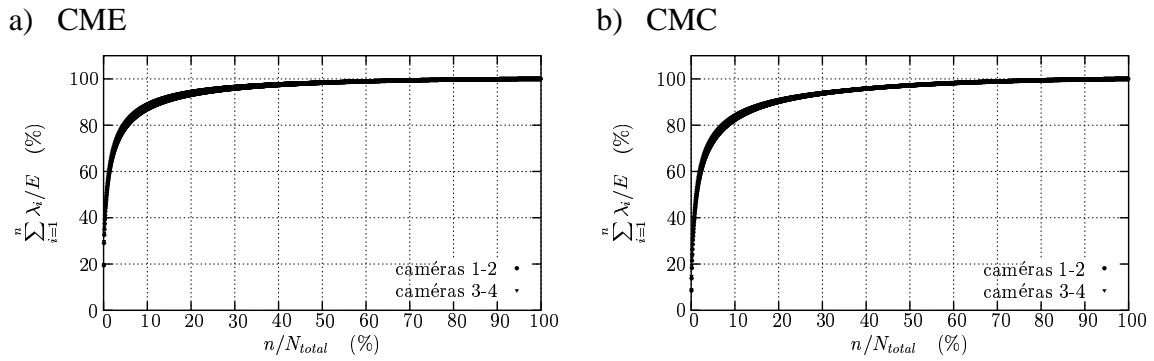


FIG. 7.12 – Convergence énergétique de la reconstruction POD en fonction du nombre de modes POD retenus n en configuration d'écoulement CME a) et CMC b).

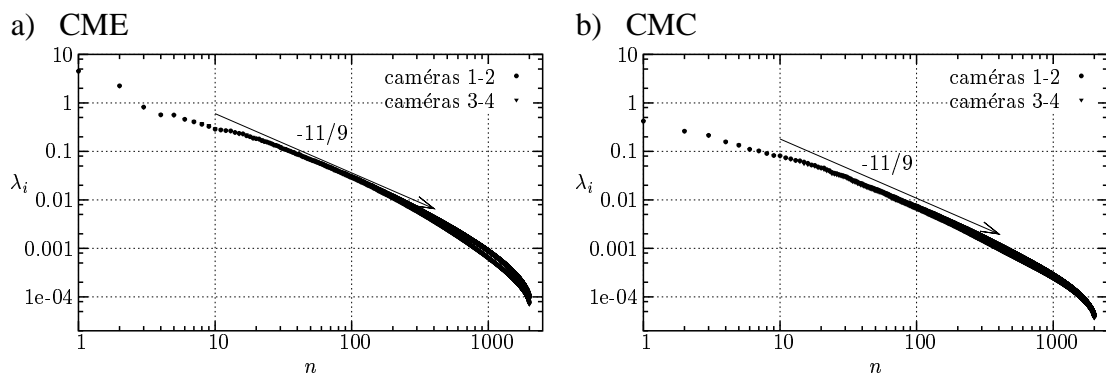


FIG. 7.13 – Evolution des valeurs propres n en fonction du numéro du mode considéré en configuration d'écoulement CME a) et CMC b) (échelle logarithmique).

b)), la convergence est moins rapide, 0,5 % des modes sont nécessaires pour reconstruire 34 % de l'énergie totale et 19,85 % des modes pour 90 % de l'énergie.

La convergence plus rapide de l'écoulement CME traduit son caractère plus organisé par rapport à l'écoulement de couche de mélange classique, conséquence de l'excitation fréquentielle due à la présence du fort effet de sillage.

La pente de décroissance des valeurs propres avec l'ordre du mode considéré (figure 7.13) semblent similaires dans les deux configurations d'écoulement et sont conformes à la loi remarquée par Delville [54] : $\lambda^{(n)} \propto n^{-11/9}$.

7.4.2 Vecteurs propres

Le calcul et l'analyse des premiers vecteurs spatiaux issus de la décomposition POD fournissent une information statistique sur l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement. En effet, le champ de vitesse instantané est une combinaison de ces modes pondérés par les coefficients temporels correspondant, représentatifs de leur dynamique et de leur contenu énergétique. Cependant, l'absence d'information sur la phase entre les différents modes rend délicate la prédiction de l'organisation réelle de l'écoulement.

La comparaison des premiers modes POD obtenus dans les deux écoulements permet néanmoins de préciser les différences d'organisation à grande échelle existant entre les deux configurations.

Les vecteurs propres illustrant les deux paragraphes suivant sont issus des champs mesurés avec les caméras 3-4, les modes obtenus avec l'autre système SPIV présentant une organisation tout à fait comparable.

7.4.2.1 Ecoulement CME

L'examen des deux premiers modes POD de l'écoulement avec bord de fuite de type culot (figure 7.14), dont le contenu énergétique représente 29% de l'énergie totale, révèle la présence de grosses structures bidimensionnelles d'axes parallèles au bord de fuite. En effet, le mode 1 est fortement dominé par la composante de vitesse verticale alors que le caractère bidimensionnel de la composante longitudinale est portée par le mode 2. De plus, les niveaux de la composante v pour le mode 1 et de la composante u pour le mode 2 ne dépendent quasiment pas de la direction transversale z . En configuration CME, près de 30% de l'énergie cinétique totale est donc portée par des structures de type rouleau d'axe z . Celles-ci sont la conséquence de l'excitation de fréquentielle de la couche de mélange par l'effet de sillage, qui entraîne un blocage des longueurs d'ondes spatiales et temporelles de l'écoulement. Ce forçage s'accompagne d'une bidimensionnalisation de l'organisation de l'écoulement.

Les modes suivant (figures 7.14 et 7.15) montrent l'apparition de structures d'axes longitudinaux, marquées par des motifs tourbillonnaires contrarotatifs dans le plan de mesure et une alternance de signe de la composante longitudinale u suivant la direction transversale. Cette tridimensionnalisation de l'écoulement s'accompagne d'une diminution progressive des échelles de longueur caractéristiques avec l'ordre du mode considéré.

7.4.2.2 Ecoulement CMC

En configuration CMC, les deux premiers modes POD (figure 7.16) révèlent une organisation compatible avec l'organisation primaire de la couche de mélange. Le caractère fortement bidimensionnelle trouvé dans l'écoulement CME n'est plus visible.

De la même manière que précédemment, le caractère tridimensionnel de l'écoulement apparaît dans les modes d'ordre supérieur (figures 7.16 et 7.17). Dès le troisième mode, des tourbillons d'axes longitudinaux sont visibles. L'alternance transversale puis verticale d'extrema locaux de signes opposés de la composante longitudinale est la trace de l'existence de structures secondaires de vorticité verticale.

D'une manière générale, les longueurs caractéristiques verticales et transversales observables dans cette configuration sont inférieures à celles trouvées en configuration CME.

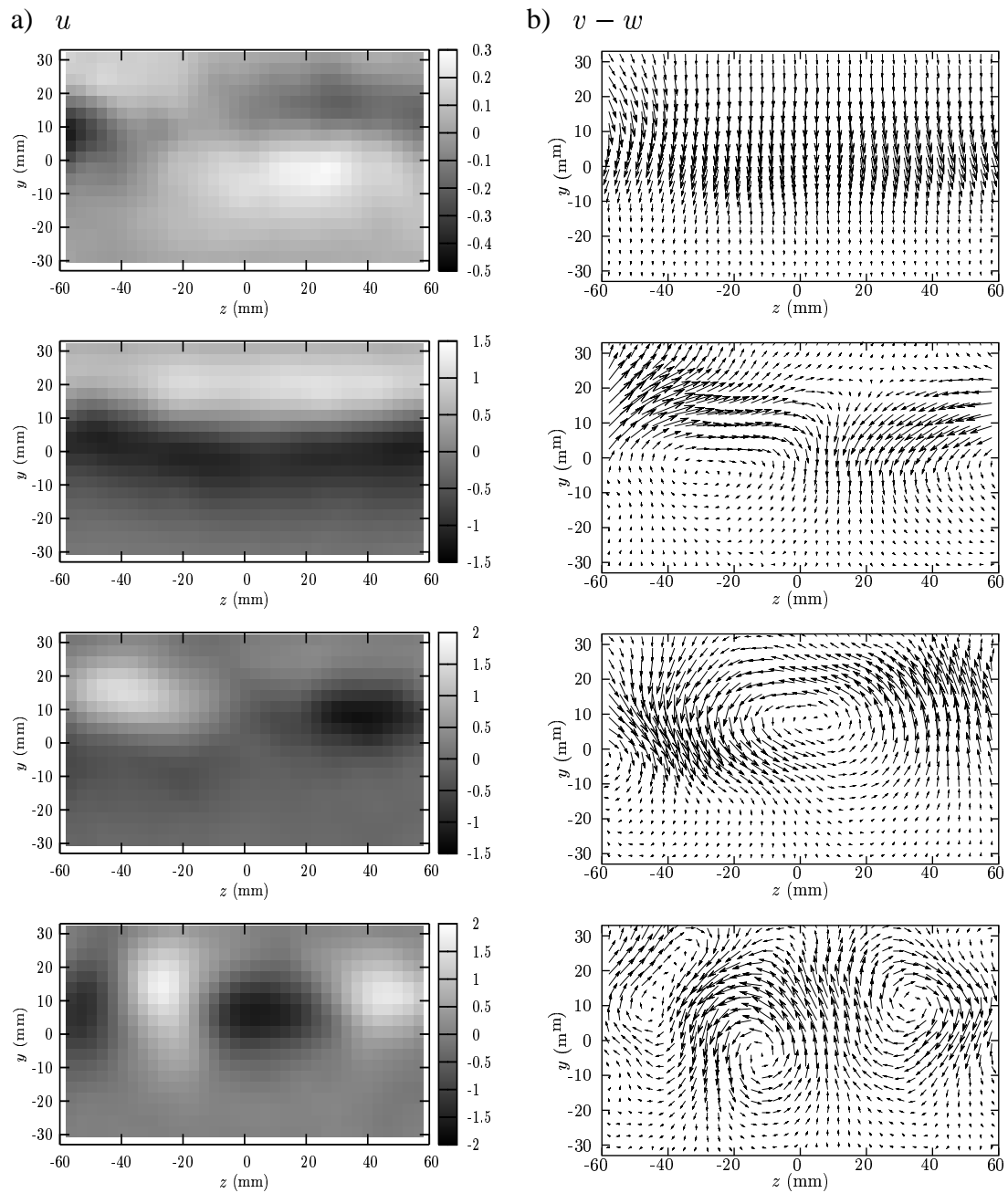
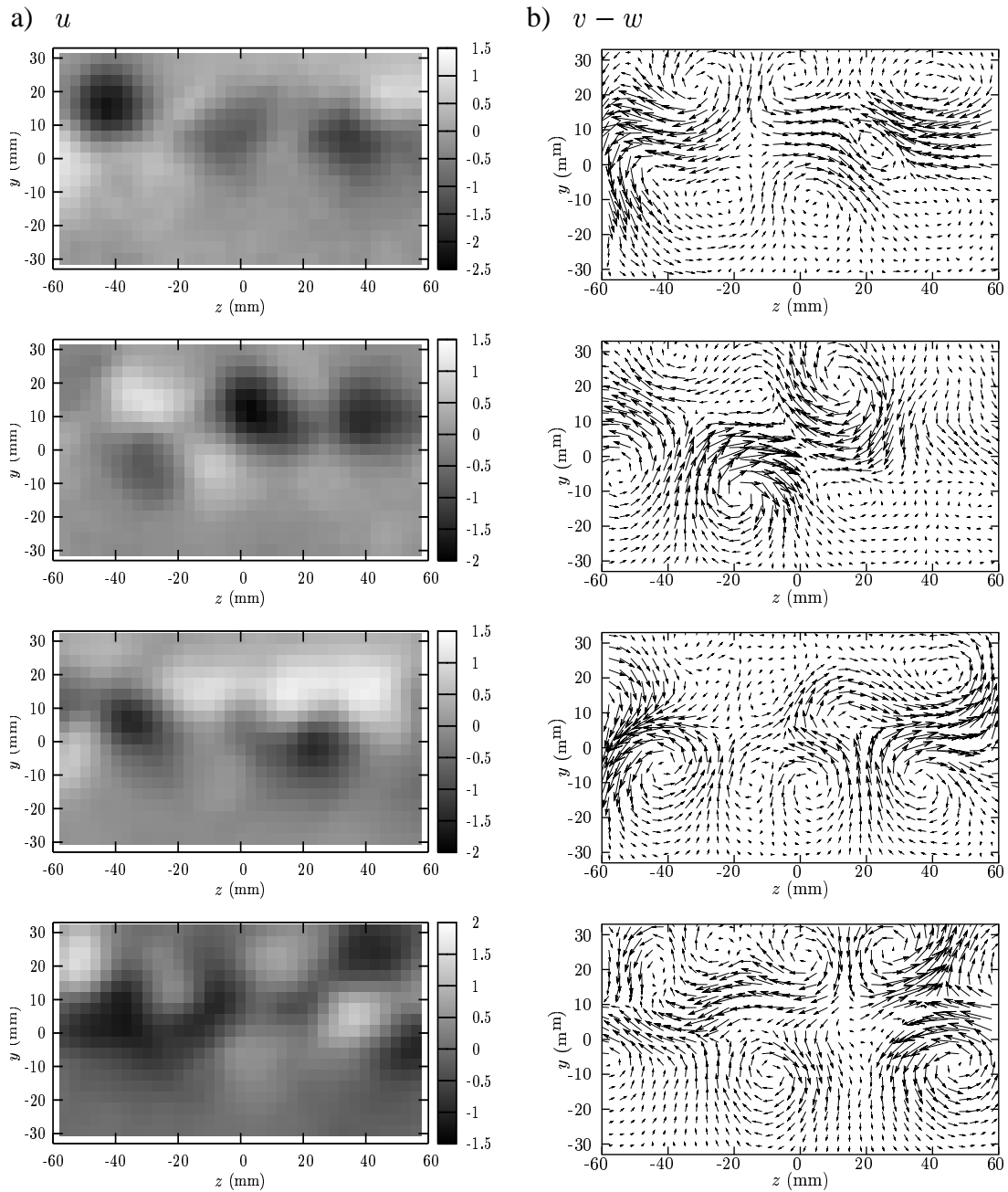
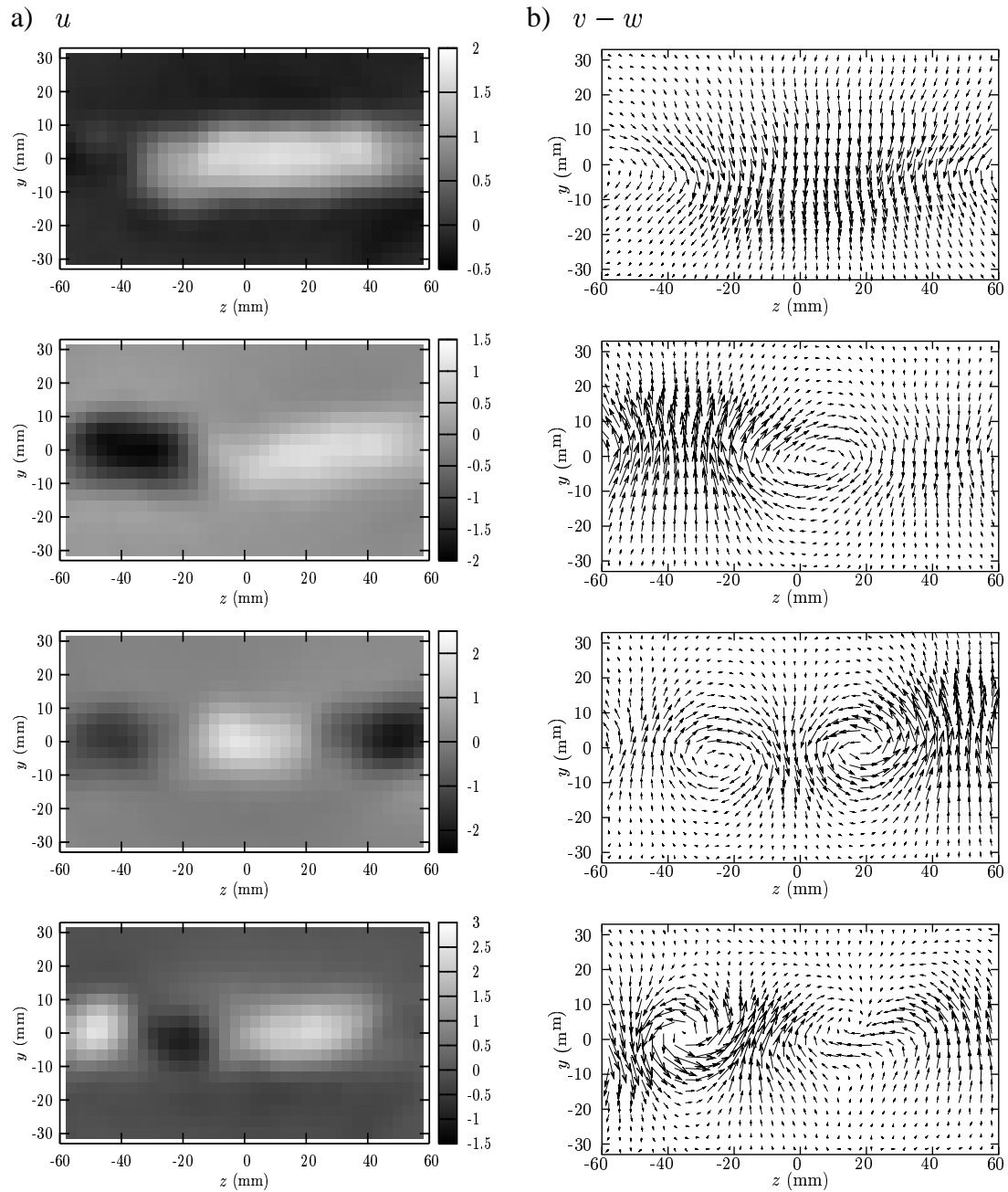
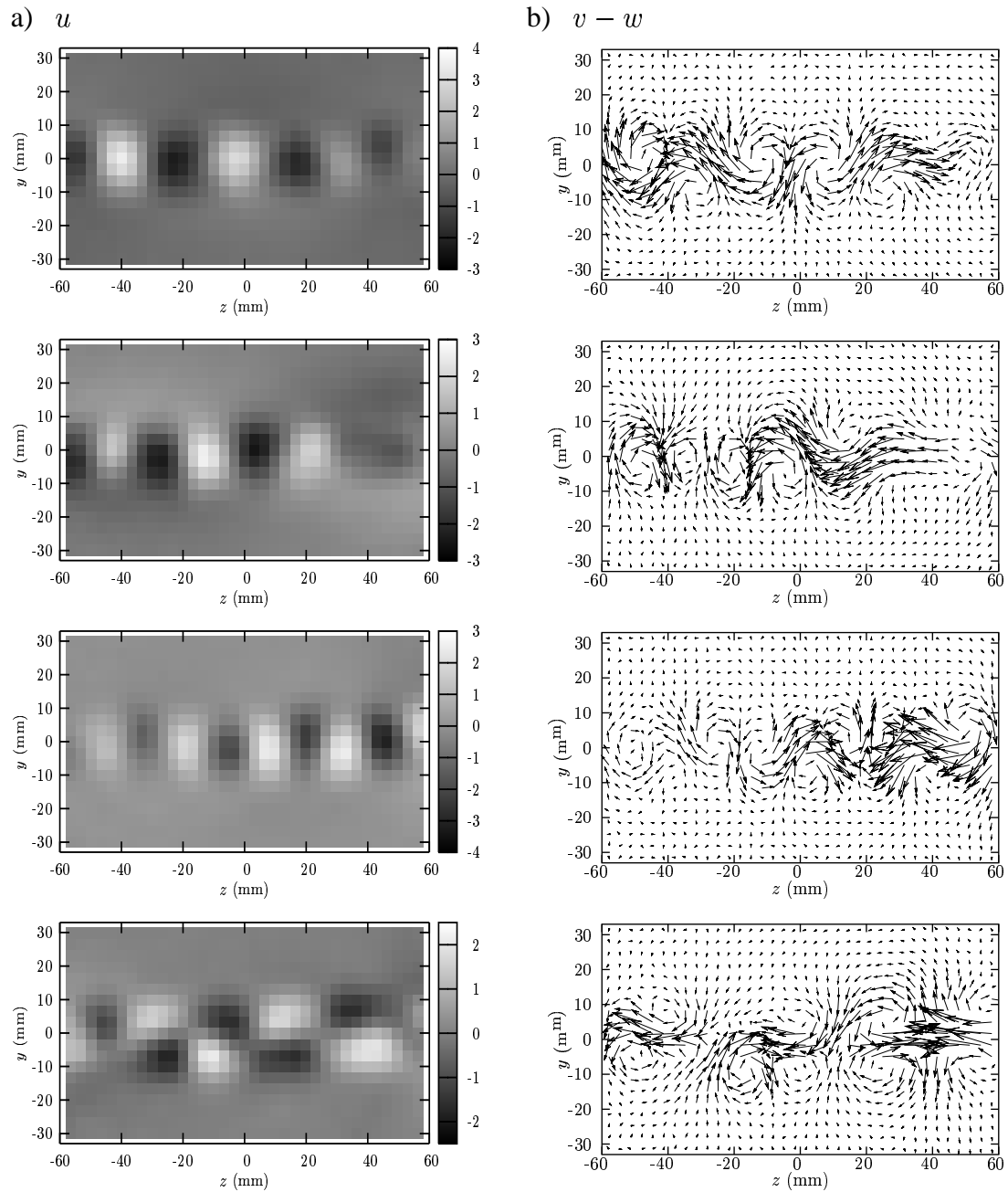


FIG. 7.14 – Modes POD spatiaux 1, 2, 3, 5 en configuration d'écoulement CME ; a) composante de vitesse u , b) composantes de vitesse v et w .







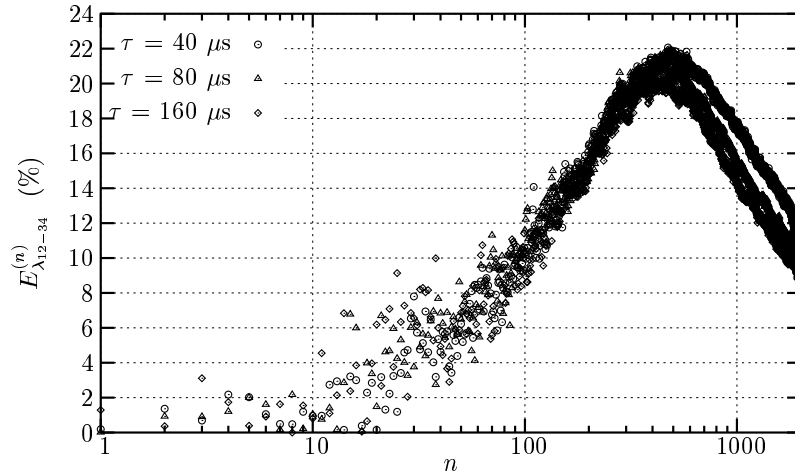


FIG. 7.18 – Erreur relative $E_{\lambda_{12-34}}^{(n)}$ entre les valeurs propres $\lambda_{12}^{(n)}$ issues de la décomposition POD des champs obtenus par les caméras 1-2 et celles $\lambda_{34}^{(n)}$ provenant des mesures avec les caméras 3-4. (exemples en configuration d'écoulement CMC).

7.4.3 Influence du bruit de mesure sur la décomposition POD

La décomposition POD du champ de vitesse est affectée par la présence de bruit de mesure. Ceci peut donc introduire des différences entre les décompositions des champs de vitesse issus des deux systèmes SPIV distincts et entraîner un biais sur les dérivées temporelles des coefficients $a^{(n)}(t)$, nécessaires à la construction d'un système dynamique.

L'évaluation de l'influence de ce bruit peut être réalisée en comparant les deux décompositions POD faites respectivement sur les champs $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ et $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \tau)$.

En effet, le bruit de mesure $n_i(\mathbf{x}, t)$, dû à l'estimation sub-pixel, aux effets de peak-locking, aux algorithmes de reconstruction SPIV et au dispositif expérimental, dépend *a priori* du temps et de l'espace. De plus, étant donné le caractère local des traitements PIV faits sur l'image des particules, on peut considérer que l'échelle spatiale de corrélation du bruit est faible mais non nulle. Le tenseur des corrélations spatiales en deux points est donc aussi influencé par le bruit de mesure. Par conséquent, il affecte non seulement les niveaux d'énergie (donc les valeurs propres) mais aussi la forme des vecteurs propres spatiaux. On peut comparer les valeurs propres et les vecteurs propres des deux décompositions entre eux. Dans le cas idéal, il doivent être équivalents, aux erreurs de convergence statistique près.

L'analyse (figure 7.18) de l'erreur relative entre les valeurs propres

$$E_{\lambda_{12-34}}^{(n)} = 2 \frac{|\lambda_{12}^{(n)} - \lambda_{34}^{(n)}|}{(\lambda_{12}^{(n)} + \lambda_{34}^{(n)})} \quad (7.4)$$

calculée pour différentes valeurs du paramètre τ , révèle que le bruit altère principalement les modes les moins énergétiques. En effet, l'erreur $E_{\lambda_{12-34}}$ est inférieure à 2 % pour les dix premiers modes et atteint un maximum de 22 % pour les modes d'ordre 500. En

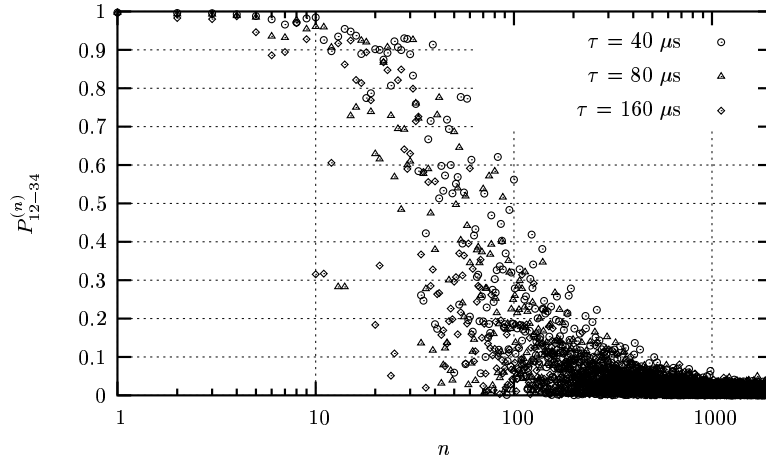


FIG. 7.19 – Produit scalaire $P_{12-34}^{(n)}$ des modes POD $\Phi_{12}^{(n)}(\mathbf{x})$ et $\Phi_{34}^{(n)}(\mathbf{x})$ (exemples en configuration d'écoulement CMC).

revanche l'intervalle de temps τ entre les deux systèmes SPIV semble n'avoir que peu d'influence sur la différence de niveau énergétique.

Un autre élément permettant d'analyser ce bruit de mesure est la comparaison des vecteurs propres POD qui peut être obtenue en calculant le produit scalaire $P_{12-34}^{(n)}$ entre deux modes du même ordre, $\Phi_{12}^{(n)}(\mathbf{x})$ et $\Phi_{34}^{(n)}(\mathbf{x})$, issus de chacune des décompositions :

$$P_{12-34}^{(n)} = \left| \left(\Phi_{12}^{(n)}(\mathbf{x}), \Phi_{34}^{(n)}(\mathbf{x}) \right) \right| \quad (7.5)$$

Celui-ci doit être idéalement égal à 1 si les vecteurs propres sont identiques. Cette quantité scalaire fournit une information globale sur les modes puisqu'elle est obtenue par intégration spatiale et prend en compte la contribution globales des trois composantes de vitesse.

La valeur de $P_{12-34}^{(n)}$ est comprise entre 0,9 et 1 pour les 15 premiers modes (figure 7.19) puis décroît progressivement vers zéro. Une faible valeur de ce produit scalaire indique que la forme des vecteurs propres est très éloignée. D'une manière générale, plus les modes sont d'ordre élevé, plus ils sont altérés par le bruit. En effet, si l'on considère que le bruit de mesure ne présente pas d'organisation spatiale particulière, celui-ci va se répartir uniformément sur l'ensemble du spectre POD. Son influence sera d'autant plus grande que le mode sera peu énergétique. Néanmoins, les mesures effectuées ne nous permettent pas de vérifier cette hypothèse. En effet, elles ne nous donnent pas accès à une mesure de l'erreur commise lors de la mesure des champs de vitesse mais seulement à celle de la différence des erreurs dues aux deux systèmes SPIV.

7.4.4 Synthèse

L'analyse POD des champs SPIV a, d'une part, confirmé les différences d'organisation spatio-temporelle qui existent entre les écoulements CME et CMC, et d'autre part,

fourni des informations pour l'identification de systèmes dynamiques.

L'étude du contenu énergétique de la décomposition a révélé qu'un faible nombre de modes POD permet de reconstruire une grande part de l'énergie cinétique turbulente (12 modes représentant respectivement 47 % et 37 % en configuration CME et CMC) et une organisation spatiale complexe, prenant en compte les structures primaires et secondaires caractéristiques des écoulements de couche de mélange. La POD confirme donc ici son optimalité en terme d'extraction des structures les plus énergétiques dans les écoulements présentant des directions d'inhomogénéité.

De plus, la présence de bruit de mesure sur les champs SPIV ne permet pas de prendre en compte un nombre élevé de modes POD. En effet, l'erreur relative commise croît avec l'ordre du mode considéré. En se limitant aux premiers modes POD, on peut donc espérer limiter l'influence des incertitudes de mesure.

7.5 Identification de systèmes dynamiques

La campagne de mesure par SPIV en deux plans décalés en temps nous a permis de constituer une base de données afin de mettre en œuvre les méthodes d'identification de systèmes dynamiques développées dans le chapitre 5. Des modèles d'ordre bas, représentatifs de la dynamique de l'écoulement dans la section de mesure ont pu être développés dans les deux configurations CME et CMC.

7.5.1 Extraction des données nécessaires

La méthode de construction de systèmes dynamiques développée (cf. §5.3.2) repose sur l'identification des coefficients des équations régissant la dynamique des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$. La technique de résolution retenue nécessite d'avoir accès à des échantillons des coefficients $a^{(n)}(t)$ et de leurs dérivées temporelles $\dot{a}^{(n)}(t)$.

Les coefficients $a^{(n)}(t)$ et $a^{(n)}(t+\tau)$ sont directement extraits de la base de l'ensemble des champs de vitesse mesurés par SPIV grâce à la Snapshot POD (cf. §7.4). Les coefficients temporels POD utilisés pour l'identification sont en fait évalués à $t = t + \tau/2$ par interpolation linéaire :

$$a^{(n)}(t + \tau/2) = \frac{(a^{(n)}(t + \tau) + a^{(n)}(t))}{2} \quad (7.6)$$

Les dérivées temporelles de ces coefficients sont également évaluées à $t = t + \tau/2$ par différences finies :

$$\dot{a}^{(n)}(t + \tau/2) = \frac{(a^{(n)}(t + \tau) - a^{(n)}(t))}{\tau} \quad (7.7)$$

7.5.2 Choix du paramètre τ

Le choix de l'intervalle de temps τ entre les deux systèmes SPIV conditionne la qualité de l'évaluation des dérivées temporelles par différence finie. En effet, si celui-ci est trop faible, la différence entre les deux champs mesurés à t et $t + \tau$ est noyée dans le bruit

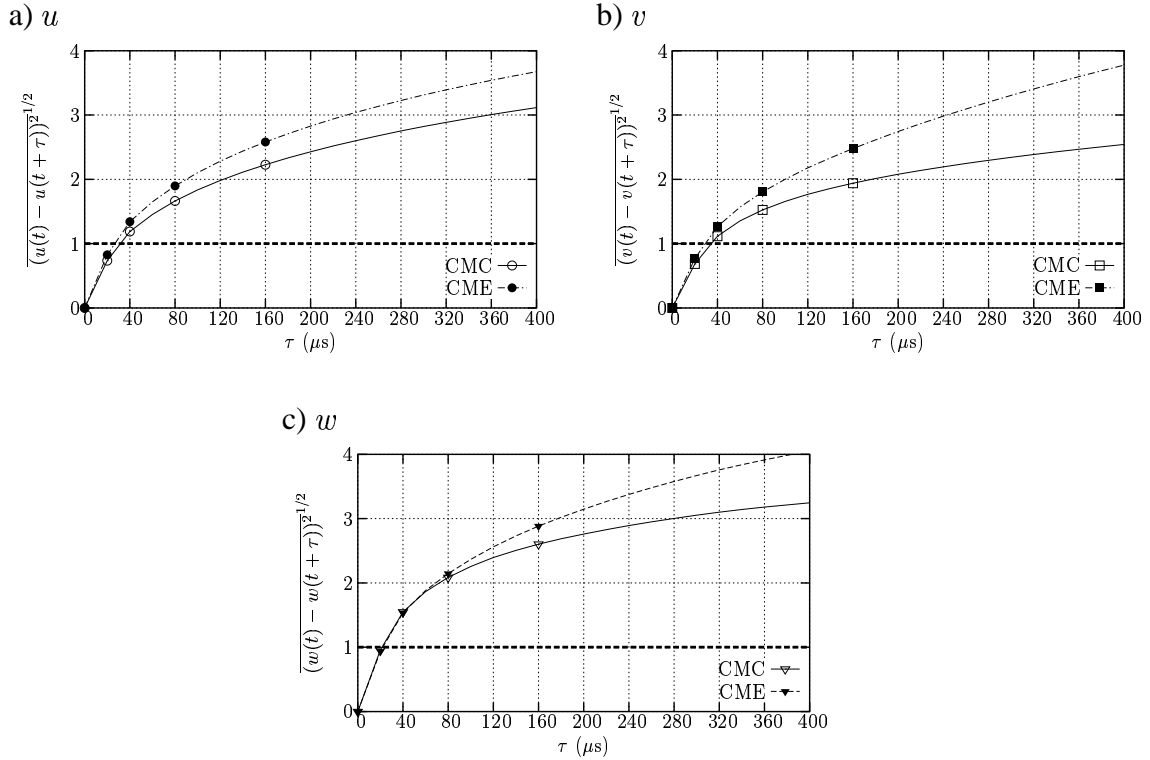


FIG. 7.20 – Estimation de l'écart type de la différence de vitesse (en m/s) en fonction de l'intervalle de temps τ entre les deux systèmes SPIV à partir des mesures réalisées par anémométrie à fils chauds à $y = 0$. (- - : bruit de mesure $\simeq 1$ m/s, symboles : gamme d'écart temporels investigués par DT-SPIV : 20, 40, 80 et 160 μs).

de mesure. Inversement, s'il est choisi trop long, l'écart de vitesse mesuré n'est plus représentatif de l'évolution dynamique de l'écoulement et l'erreur due au schéma de calcul de la dérivée devient trop importante.

L'écart type de vitesse peut être évalué à partir des mesures effectuées par anémométrie à fils chauds de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \overline{(u_i(y, t + \tau) - u_i(y, t))^2} &= \overline{(u_i(y, t + \tau))^2} + \overline{(u_i(y, t))^2} - 2\overline{(u_i(y, t + \tau)u_i(y, t))} \\ &= 2\left(\overline{(u_i(y, t))^2} - \overline{(u_i(y, t + \tau)u_i(y, t))}\right) \end{aligned} \quad (7.8)$$

L'écart type de la différence de vitesse peut donc être directement exprimé en fonction des corrélations spatio-temporelles déjà mesurées (cf. §6.4.1). La figure 7.20 présente l'évolution de cet écart type $\left(\overline{(u_i(t) - u_i(t + \tau))^2}\right)^{1/2}$ en fonction de τ . Compte tenu du niveau du bruit de mesure constaté au paragraphe 7.2 de l'ordre de 1 m/s affectant l'ensemble des composantes de vitesse, on constate que les mesures réalisées par DT-SPIV avec un écart de temps τ inférieur à 30 μs ne sont pas significatives de la dynamique de l'écoulement, mais noyées dans le bruit. De plus, pour des écarts temporels trop importants, l'évolution de l'écart type en fonction de τ s'écarte fortement de l'hypothèse de linéarité sous-entendue lors du calcul des dérivées temporelles par un schéma aux diffé-

rences finies du premier ordre.

Les trois composantes devant être prises en compte, l'intervalle de temps τ retenu pour l'évaluation des dérivées temporelles en configuration CMC est $\tau = 80 \mu s$. On peut noter qu'il reste largement inférieur au temps caractéristique des échelles auxquelles nous nous intéressons, puisqu'il correspond à une fréquence de 12500 Hz. En configuration CME, les niveaux de fluctuations étant plus importants (cf. §7.3.1), l'intervalle de temps a pu être réduit à $\tau = 40 \mu s$.

7.5.3 Formulation et résolution

L'ordre du système retenu est l'ordre deux. Il correspond ainsi à l'ordre obtenu lors d'une approche de type projection de Galerkin en formulation vorticité (cf. §5.3). Le système à résoudre est donc de la forme suivante :

$$\dot{a}^{(i)}(t) = D_i + \sum_{j=1}^{N_{tr}} L_{ij} a^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=j}^{N_{tr}} Q_{ijk} a^{(j)} a^{(k)} \quad (7.9)$$

$i \in [1 : N_{tr}]$, où N_{tr} est le nombre de modes retenus.

Une fois les coefficients du système dynamique identifiés, un paramètre α , agissant sur les termes linéaires de système, est introduit de manière à modéliser l'apport énergétique des modes non pris en compte dans la troncature et stabiliser le modèle [12, 30, 50]. Le système d'équations régissant la dynamique du modèle est finalement de la forme suivante :

$$\dot{a}^{(i)}(t) = D_i + \sum_{j=1}^{N_{tr}} (1 + \alpha) L_{ij} a^{(j)} + \sum_{j=1}^{N_{tr}} \sum_{k=j}^{N_{tr}} Q_{ijk} a^{(j)} a^{(k)} \quad (7.10)$$

Ce système d'équation est intégré temporellement à l'aide d'un algorithme Runge Kutta d'ordre quatre. La condition initiale est choisie parmi les échantillons obtenus expérimentalement, de manière à se placer dans le bassin d'attraction des solutions correspondant à l'écoulement considéré.

Etant donnés les résultats de l'analyse POD des champs de vitesse SPIV (cf. §7.4.4) en termes de convergence énergétique de la POD et de l'influence du bruit de mesure sur les modes POD, le nombre de modes POD N_{tr} retenu pour l'identification de systèmes dynamiques a été fixé à 12 au plus. De plus, les 2000 champs de vitesse mesurés par chaque système SPIV (cf. §7.1.3.1) permettent d'identifier les coefficients du système dynamique à l'aide d'un nombre d'échantillons d'un ordre de grandeur supérieur à celui du nombre d'inconnues.

7.5.4 Analyse des résultats

7.5.4.1 Configuration CME

Le système dynamique présenté dans ce paragraphe a été développé à partir de 11 modes POD du champ de vitesse fluctuante, permettant de reconstruire 48 % de l'énergie cinétique turbulente totale. Le système identifié est stable pour $\alpha = 0$ et divergent pour $\alpha \leq -0,199$. Cette valeur de α a été conservée dans la suite de l'étude.

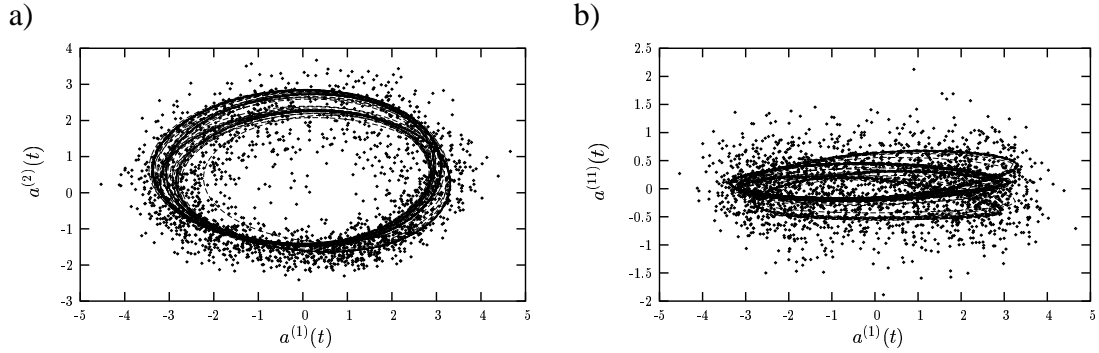


FIG. 7.21 – Portraits de phase obtenus en configuration CME. \diamond : coefficients temporels POD directement issus de la Snapshot POD ; — : coefficients temporels POD du système dynamique. a) : a_1, a_2 , b) : a_1, a_{11} . Durée des échantillons du système dynamique : 400 ms

Analyse de la dynamique

Etant donné la sous-résolution temporelle des mesures par SPIV, il n'est pas évident de comparer directement les séries temporelles des coefficients POD obtenus grâce au système dynamique aux coefficients obtenus directement lors du calcul de la Snapshot POD.

Néanmoins, une comparaison est possible sous forme de portraits de phase représentant $a^{(n)}(t)$ en fonction de $a^{(m)}(t)$.

L'analyse de ceux-ci confirme que le modèle identifié reproduit une dynamique compatible avec celle de l'écoulement. En effet, dans l'espace $(a^{(n)}(t), a^{(m)}(t))$, les données directement issues de l'expérience et celles reconstruites grâce au système dynamique couvrent le même domaine (figure 7.21). De plus, l'évolution des deux premiers modes $a^{(1)}$ et $a^{(2)}$, qui sont caractéristiques des grosses structures bidimensionnelles de l'écoulement, est bien restituée.

Les séries temporelles des modes POD issus du système dynamique ainsi que les spectres correspondant montrent l'existence d'une fréquence prédominante $f \simeq 380$ Hz et de ses harmoniques. Cette fréquence est en bon accord avec celle trouvée lors de l'analyse spectrale de l'écoulement. La structuration bidimensionnelle reproduite par le modèle d'ordre bas évolue donc à une fréquence correspondant à celle trouvée expérimentalement. Les modes d'ordre supérieur sont eux aussi fortement marqués par cette composante fréquentielle.

Champ reconstruit

A partir des coefficients temporels $a^{(n)}(t)$ obtenus après intégration du système dynamique, il est possible de reconstruire le champ de vitesse trois composantes instationnaire dans la section de mesure. La figure 7.23 a) montre un exemple du champ de vitesse (u, v) obtenu au moyen de l'hypothèse de Taylor $x = -t U_m$ afin de faciliter la visualisation des structures tourbillonnaires. Le champ de vecteurs correspond à $u' + \bar{U} - U_m$, tracé en

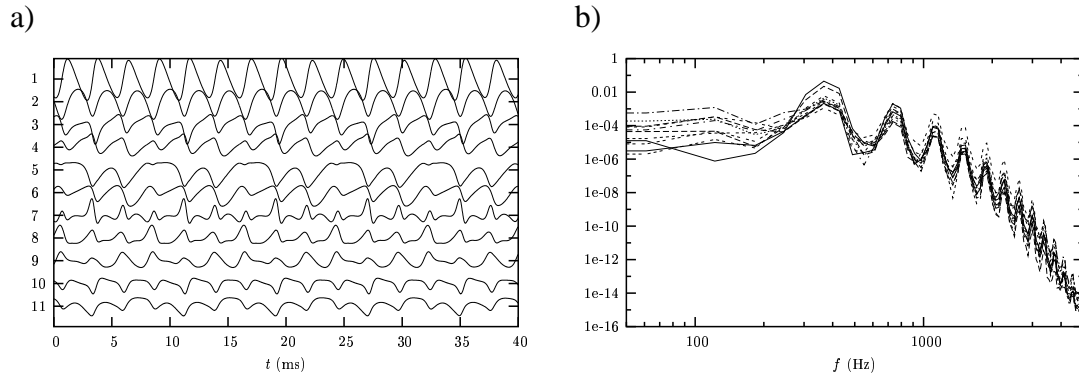


FIG. 7.22 – a) Coefficients $a^{(n)}(t)$ obtenus à partir du système dynamique. b) Spectres des signaux $a^{(n)}(t)$ obtenus à partir du système dynamique. Configuration CME.

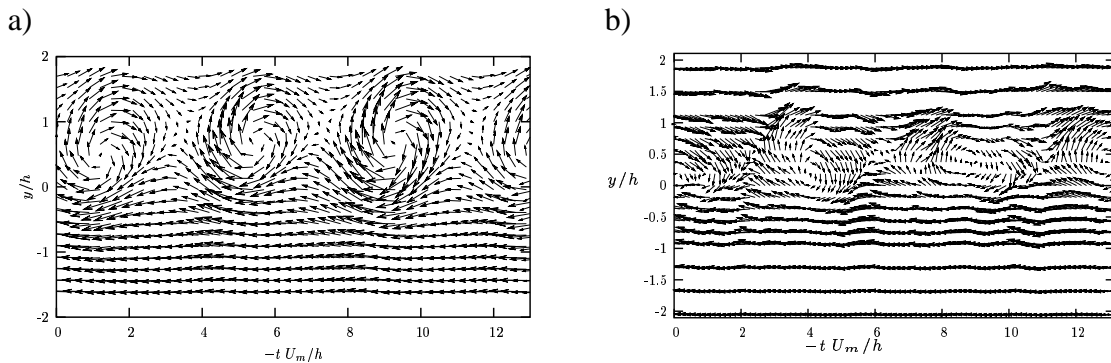


FIG. 7.23 – a) Séquence temporelle du champ de vitesse (u, v) dans un repère convecté avec l'écoulement. b) Contribution des 7 premiers modes d'une POD scalaire au champ de vitesse (u, v) mesuré par peigne de fils chauds, tracé dans un repère convecté avec l'écoulement. Configuration CME.

fonction de $(-t U_m, y)$. L'échantillon temporel choisi correspond approximativement au passage de trois structures primaires. Le champ reconstruit montre une très forte organisation temporelle, conséquence du contenu fréquentiel des modes POD reconstruits. Le temps caractéristique adimensionné entre deux structures est de l'ordre de 4, ce qui est en accord avec la fréquence correspondant au lâché tourbillonnaire dû à l'effet de sillage.

Le champ reconstruit grâce au système dynamique a été comparé au champ de vitesse correspondant à la contribution des 7 premiers modes d'une POD scalaire effectuée sur les mesures par peignes de fils chauds et contenant la même quantité d'énergie (figure 7.23 b)). On peut noter le bon accord entre les deux champs à grande échelle, notamment en termes de taille et d'espacement des structures.

L'énergie cinétique turbulente reconstruite (figure 7.24) représente 48 % de l'énergie totale. Sa répartition spatiale ne présente pas d'irrégularités comme celles qui peuvent apparaître lors de l'utilisation de techniques de reconstruction comme la LSE [62].

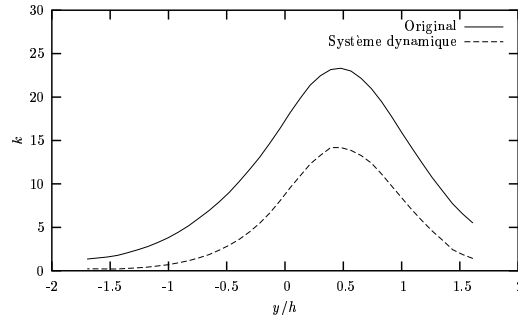


FIG. 7.24 – Energie cinétique turbulente $k = \overline{(u'^2 + v'^2 + w'^2)}/2$ originale (—) et reconstruite (- - -). Configuration CME.

7.5.4.2 Configuration CMC

Le modèle d'ordre bas développé dans la configuration CMC est basé sur la décomposition POD du champ de vitesse fluctuante. 12 modes ont été conservés, ce qui représente 37 % de l'énergie cinétique turbulente totale.

Pour $\alpha = 0$, le modèle est trouvé divergent. L'ajout d'une viscosité artificielle permet de le stabiliser. La stabilisation apparaît pour $\alpha \geq 0,765$. Cette valeur de α a été conservée dans la suite de l'étude.

Analyse de la dynamique La figure 7.25 présente les portraits de phase de quelques modes superposés à ceux obtenus expérimentalement en configuration CMC. La prise en compte de tout les pas de temps calculés permet de vérifier que, dans l'espace $(a^{(n)}(t), a^{(m)}(t))$, les données directement issues de l'expérience et celles reconstruites grâce au système dynamique couvrent le même domaine (figure 7.25). On peut en outre constater que le cycle limite obtenu présente une dynamique plus complexe que celle obtenue en configuration CME. En effet, l'analyse des signaux temporels des $a^{(n)}(t)$ issus du système dynamique et de leur spectre (figure 7.26) révèle l'existence de deux fréquences prédominantes à $f_1 = 490$ Hz et $f_2 = 790$ Hz. On voit ensuite apparaître des pics fréquentiels correspondant soit aux harmoniques de ces fréquences, soit à une combinaison de ces fréquences du type $f_1 + f_2$ ou $f_2 - f_1$. La fréquence f_1 correspond à un nombre de Strouhal $St = f_1 \delta_\omega / U_m$ de 0,31, très proche du nombre de Strouhal de 0,33 relevé dans la littérature.

Champ reconstruit La figure 7.27 a) présente un exemple de reconstruction temporelle du champ de vitesse (u, v) dans le plan $y - t$. La trace de structures d'axe aligné avec le bord de fuite de la plaque séparatrice est visible ainsi que le contenu spectral plus riche qu'en configuration CME. En effet, le champ de vitesse est moins organisé, l'intervalle temporel entre deux tourbillons successifs n'étant pas constant. De plus, l'étendue verticale des structures est inférieure et de l'ordre de l'épaisseur de vortécité locale ($\delta_\omega = 18,7$ mm).

L'énergie cinétique turbulente reconstruite représente ici 37 % de l'énergie totale. Par

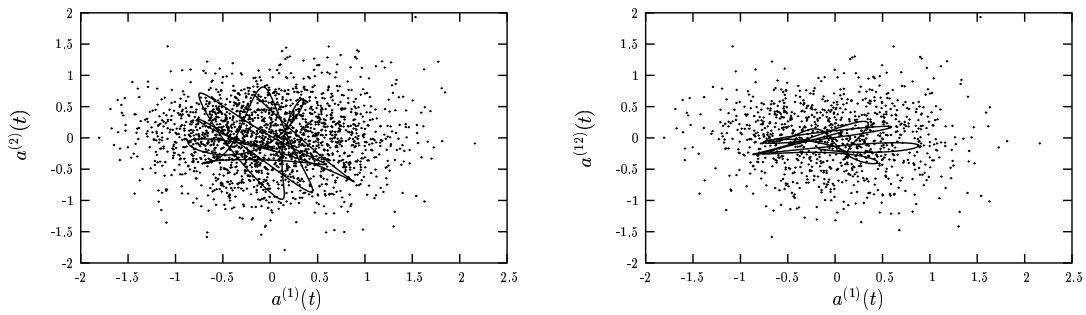


FIG. 7.25 – Portraits de phase obtenus en configuration CMC. \diamond : coefficients temporels POD directement issus de la Snapshot POD ; — : coefficients temporels POD du système dynamique. a) : a_1, a_2 , b) : a_1, a_2 . Durée des échantillons du système dynamique : 10 ms.

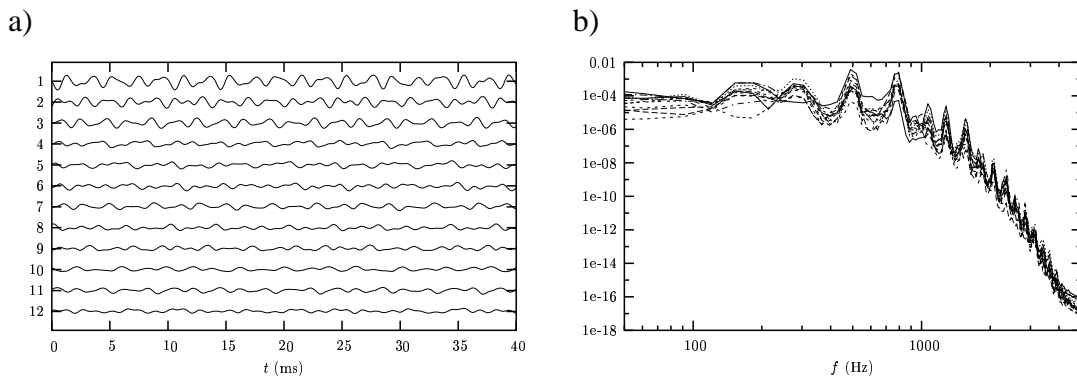


FIG. 7.26 – a) Coefficients $a^{(n)}(t)$ obtenus à partir du système dynamique. b) Spectres des coefficients $a^{(n)}(t)$ obtenus à partir du système dynamique. Configuration CMC.

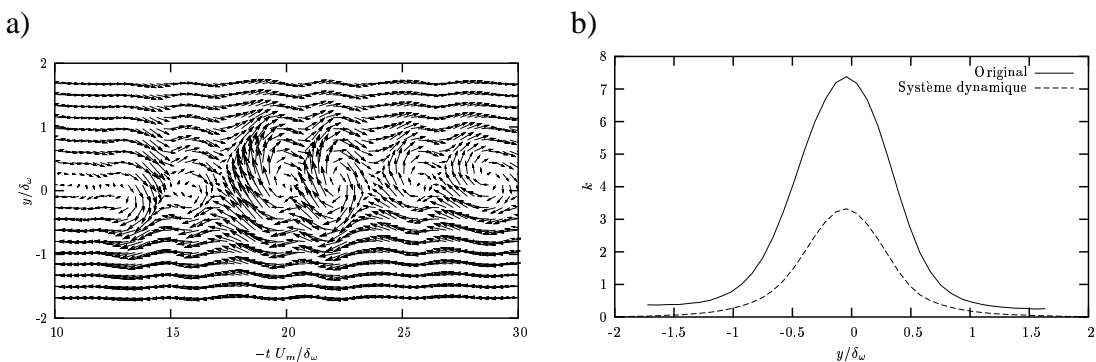


FIG. 7.27 – a) Séquence temporelle du champ de vitesse (u, v) dans un repère convecté avec l'écoulement. b) Energie cinétique turbulente $k = \overline{(u'^2 + v'^2 + w'^2)}/2$ originale (—) et reconstruite (- - -). Configuration CMC.

ailleurs, celle-ci décroît vers zéro aux extrémités du domaine, ce qui permettra la mise en œuvre de la procédure d'extrapolation des modes POD présentée au paragraphe §3.1.5.

7.5.4.3 Synthèse

Les modèles d'ordre bas développés dans les deux configurations d'écoulement se sont révélés aptes à reproduire la dynamique des structures à grande échelle des écoulements originaux. En effet, dans les deux cas, l'utilisation d'environ 0,55 % des modes POD originaux permet de reconstruire 40% de l'énergie cinétique turbulente totale avec une dynamique correcte. Si l'utilisation d'un faible nombre de modes, rejetant les échelles plus fines de l'écoulement, conduit à un contenu fréquentiel relativement pauvre, les fréquences identifiées correspondent bien à celles des grandes échelles de l'écoulement. De plus, la reconstruction des signaux de vitesse à partir des modes POD assure du respect des corrélations spatiales.

On dispose donc d'un outil capable de générer, à partir de données sous résolues en temps, des signaux de vitesse instationnaires respectant la cohérence spatio-temporelle des structures cohérentes de l'écoulement.

7.6 Extrapolation spatiale du champ de vitesse

Dans le but de coupler les champs de vitesse instationnaires, générés grâce à l'approche de modélisation d'ordre bas, à un code de calcul de type LES, il est nécessaire d'adapter le maillage expérimentale à celui de la simulation. Cette phase du couplage requiert l'extrapolation et la périodisation des données suivant l'envergure de la couche de mélange ainsi que l'extension du maillage dans la direction verticale. Ces deux étapes sont réalisées en utilisant respectivement les techniques de déconvolution sélective (cf. §5.1) et d'extrapolation des fonctions propres POD (cf. §3.1.5).

La procédure complète d'identification de système dynamique suivie de l'adaptation du maillage expérimentale au maillage de la face d'entrée d'une simulation de type LES n'a été appliquée qu'à la configuration de couche de mélange CMC.

7.6.1 Extrapolation des vecteurs propres POD

Afin de réaliser l'extrapolation complète du champ de vitesse bidimensionnel trois composantes, nous avons choisi de travailler sur les vecteurs propres spatiaux issus de la Snapshot POD présentés dans le paragraphe 7.4.2. En effet, ceux-ci portent toute l'information spatiale et permettent de s'affranchir de l'évolution temporelle du champ de vitesse. Une fois cette étape d'extrapolation réalisée, il est possible de générer différents champs de vitesse possédant des dynamiques temporelles différentes, mais ayant les mêmes propriétés spatiales (telles que la répartition d'énergie ou les corrélations spatiales en deux points), en ne modifiant que les coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$.

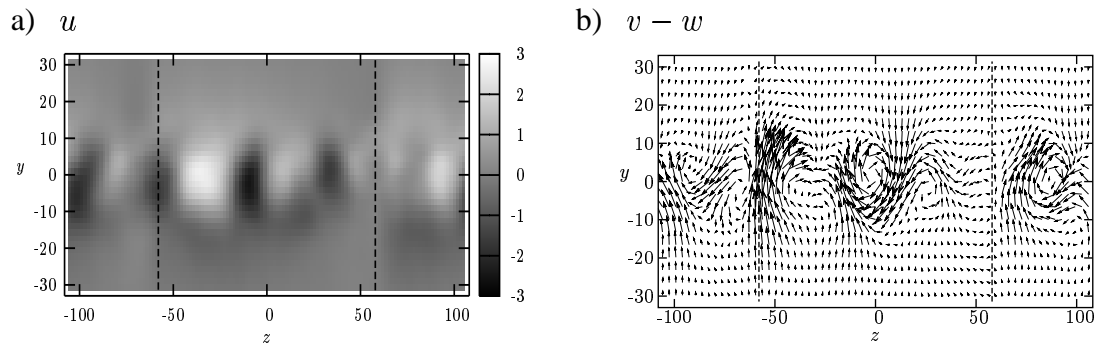


FIG. 7.28 – Exemple de vecteurs propres Snapshot POD extrapolés par déconvolution sélective ; - - - : limites du domaine initial. a) composante de vitesse u , b) composantes de vitesse v et w .

7.6.1.1 Extrapolation horizontale

Les conditions aux limites dans la direction z parallèle au bord de fuite de la plaque séparatrice retenues pour les simulations numériques sont des conditions de périodicité. Les données utilisées comme conditions amont doivent donc également vérifier, à chaque instant, cette condition.

Nous avons mis en œuvre la technique proposée par Coiffet *et al.* [43], et utilisée par Druault *et al.* [62], afin de déterminer la taille minimale à imposer au domaine de simulation permettant d’assurer une période réaliste. Cette approche est basée sur l’utilisation de la POD classique dans la direction z . En effet, dans cette direction, qui est homogène pour un écoulement de couche de mélange, les modes POD dégénèrent en modes de Fourier. Pour chaque position verticale, la base POD du champ de vitesse est donc calculée puis les vecteurs propres sont modélisés analytiquement grâce à des fonctions sinusoïdales. Celles-ci permettent de trouver une longueur d’onde commune qui fixe alors la taille du domaine de calcul. Celle-ci a été trouvée égale à 1,83 fois la taille du domaine de mesure original.

Une fois fixée la taille finale du domaine sur lequel les données doivent être extrapolées, la déconvolution sélective a été utilisée pour extrapoler chaque vecteur propre de la Snapshot POD. Nous avons mis en œuvre une approche bidimensionnelle comme celle proposée par Van Droogenbroeck [198] pour le traitement d’images. Chaque vecteur propre de chaque composante est traité indépendamment par transformée de Fourier bidimensionnelle. La procédure de déconvolution sélective est ensuite mise en œuvre uniquement dans la direction z . Cette technique utilisant des transformées de Fourier directes et inverses, les champs extrapolés respectent automatiquement la condition de périodicité dans la direction z .

La figure 7.28 présente un exemple de vecteurs propres des trois composantes de vitesse extrapolés suivant cette technique. La structuration présente dans la partie originale des vecteurs propres est conservée lors de l’extrapolation. De plus, l’organisation de la partie extrapolée est tout à fait comparable à l’organisation originale. La procédure d’extrapolation suivant l’envergure n’induit donc pas de biais notable sur les vecteurs propres POD et assure leur périodicité.

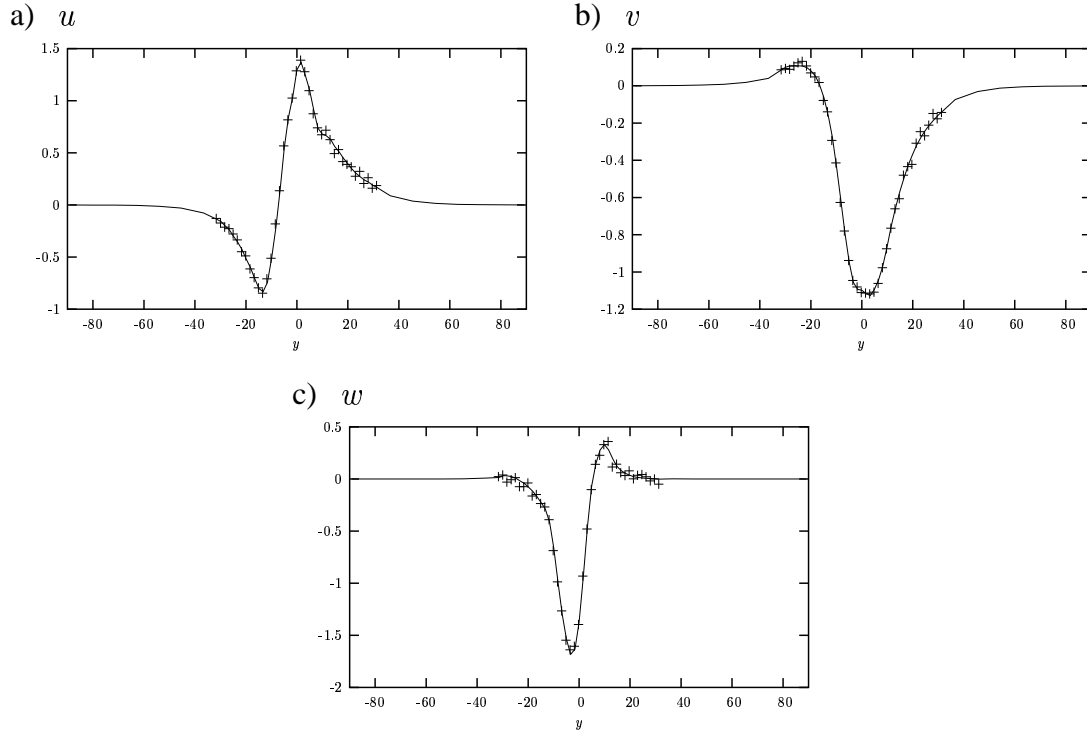


FIG. 7.29 – Exemple de vecteurs propres Snapshot POD extrapolés suivant la direction verticale pour $z \simeq 0$; + : vecteur original, — : extrapolation. a) composante de vitesse u , b) v et c) w .

7.6.1.2 Extrapolation verticale

La méthode présentée au paragraphe §3.1.5 permet d'extrapoler les vecteurs propres monodimensionnels issus d'une POD classique suivant la direction d'inhomogénéité y . Elle consiste à prolonger de manière exponentielle la décroissance énergétique à l'extérieure de la zone de mélange.

Les vecteurs propres issus de la Snapshot POD étant une base de l'écoulement, ils peuvent eux aussi être décomposés, dans la direction y , sur la base de vecteurs propres issus de la POD classique.

La procédure retenue est donc la suivante. Dans un premier temps, le tenseur des corrélations $R_{ij}(y, y')$ est décomposé par POD classique. Chaque vecteur propre bidimensionnel de la Snapshot POD est projeté sur cette base, en traitant chaque position z indépendamment. Ils sont ensuite reconstruits en utilisant les coefficients de projections obtenus précédemment et les vecteurs propres monodimensionnels extrapolés sur le maillage choisi.

La figure 7.29 présente un exemple d'extrapolation, réalisée dans la direction y , d'un vecteur propre bidimensionnels, à $z \simeq 0$. A z fixé, la forme des vecteurs propres à extrapoler est conservée et sa décroissance, lorsque y tend vers les limites du domaine, est assurée de manière continue.

En analysant l'extrapolation d'un vecteur propre complet, on peut constater (figure

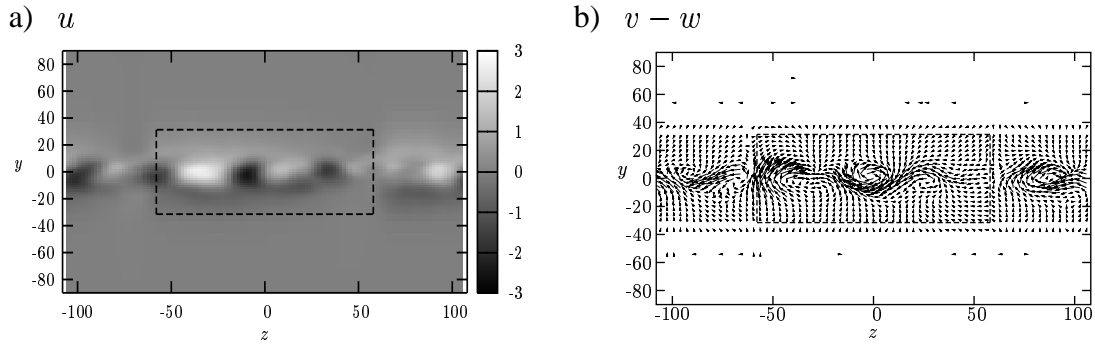


FIG. 7.30 – Exemple de vecteurs propres Snapshot POD extrapolés suivant la direction verticale et horizontale ; - - - : limites du domaine initial. a) composante de vitesse u , b) composantes de vitesse v et w .

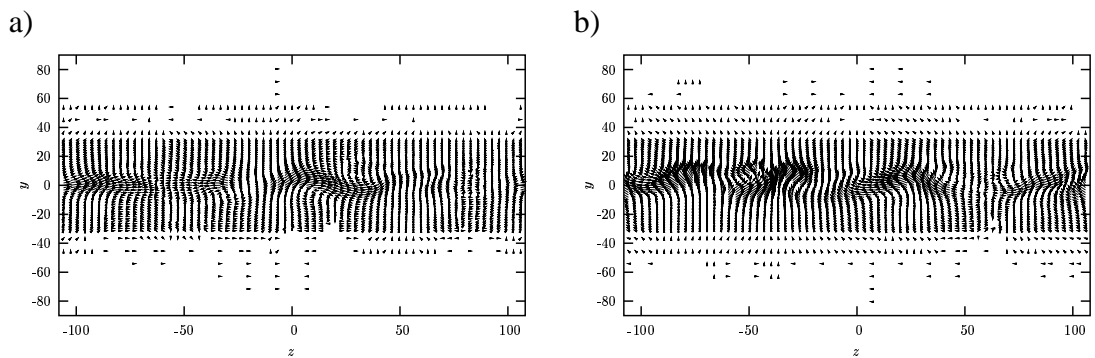


FIG. 7.31 – Champ de vitesse (v, w) reconstruit obtenu après extrapolation spatiale, à a) $-t U_m = 0$ et b) $-t U_m = 30\delta_{\omega_0}$.

7.30) que la procédure mise en œuvre dans la direction y n'entraîne pas de discontinuité suivant la direction z et ne modifie pas la structuration dans la zone originale (figure 7.28).

7.6.2 Validation de la reconstruction

Une fois extrapolés, les vecteurs propres issus de la Snapshot POD permettent de reconstruire, en utilisant les coefficients temporels $a^{(n)}(t)$ obtenus grâce au système dynamique, le champ de vitesse instationnaire trois composantes sur le maillage complet de la section d'entrée de la simulation.

L'analyse de la reconstruction du champ de vitesse $(v - w)$ dans le plan $y - z$ à différents instants (figure 7.31) ne révèle pas d'influence de l'extrapolation spatiale sur l'organisation. On peut en outre noter la présence de tourbillons d'axes longitudinaux, caractéristiques de l'organisation secondaire de la couche de mélange. D'autre part, les niveaux de fluctuations reconstruits hors de la zone de mélange sont très faibles et décroissent bien vers zéro aux frontières supérieure et inférieure du domaine de reconstruction. La périodicité suivant l'envergure du champ instantané est également assurée et visible sur ces reconstructions.

Les reconstructions du champ de vitesse (u, v) dans le plan $y - t$ près de la frontière

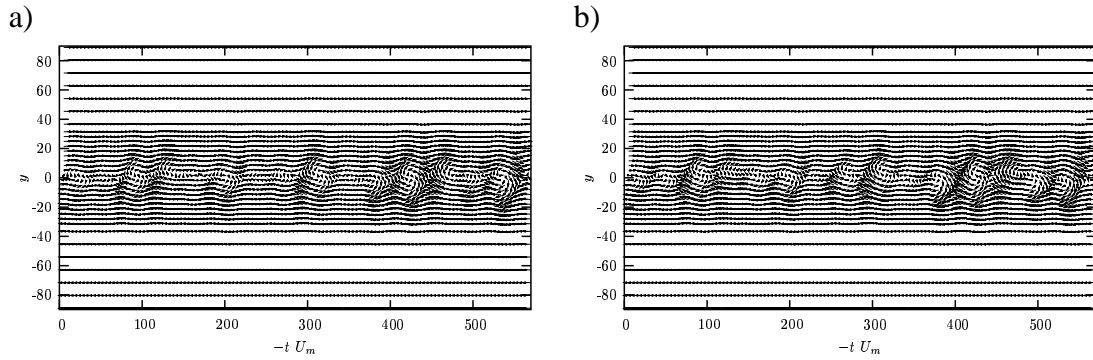


FIG. 7.32 – a) Séquence temporelle du champ de vitesse (u, v) reconstruit après extrapolation spatiale, dans un repère convecté avec l'écoulement, pour deux positions z différentes ; a) : $z = -105$ mm, b) : $9,9$ mm.

du domaine (figure 7.32 a)) et au milieu du domaine (figure 7.32 b)) confirment qu'une structuration réaliste est conservée lors de l'extrapolation spatiale des vecteurs propres POD, notamment en termes de taille des structures principales ainsi que de leur espacement temporel. On peut en outre noter le caractère bidimensionnel du champ de vitesse généré, la forme et la position des tourbillons d'axes horizontaux aux deux positions z étant très proches.

La figure 7.33 montre une reconstruction tridimensionnelle de l'évolution temporelle de la composante verticale de vitesse correspondant aux figures précédentes sur laquelle le caractère bidimensionnel est confirmé. La méthode d'extrapolation et de périodisation suivant l'envergure s'avère être assez performante et ne semble pas introduire de zone non physique dans le champ de vitesse généré.

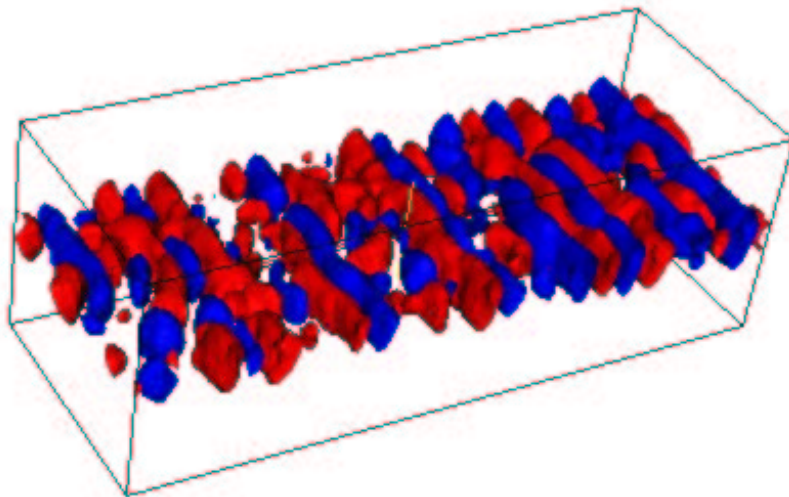


FIG. 7.33 – Isosurface de la composante verticale du champ de vitesse généré, $v \pm 0,02U_m$ dans un repère convecté avec l'écoulement. Taille du domaine : $30\delta_{\omega_0} \times 10\delta_{\omega_0} \times 11\delta_{\omega_0}$.

7.7 Conclusions

L'objet de ce chapitre était la mise en œuvre des méthodes présentées dans le chapitre précédent, afin de réaliser un couplage entre des données sous résolues temporellement, obtenues par SPIV, et un code de calcul instationnaire. Les résultats obtenus ont permis de valider, dans les deux configurations d'écoulement, les étapes expérimentale et de modélisation conduisant à la génération de signaux de vitesse instationnaires représentatifs de l'organisation à grande échelle dans une section transversale de l'écoulement.

La première phase du couplage a été la constitution d'une base de donnée expérimentale, permettant d'avoir accès aux vecteurs propres POD ainsi qu'à des échantillons discrets des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ et de leurs dérivées temporelles $\dot{a}^{(n)}(t)$. Ces données sont en effet nécessaires pour pouvoir utiliser la méthode d'identification polynomiale de système dynamique développée. Cette campagne de mesure a reposé sur l'utilisation de la PIV stéréoscopique à deux plans décalés en temps et a permis l'évaluation du champ de vitesse bidimensionnel trois composantes dans une section normale à la direction principale de l'écoulement ainsi que le calcul du champ d'accélération par différence finie. Une configuration optimale, notamment en termes d'écart temporel entre les deux plans de mesure, a été déterminée grâce à l'évaluation de l'erreur de mesure et de l'influence des différents paramètres d'acquisition.

L'analyse par Snapshot POD des champs de vitesse mesurés a confirmé l'intérêt de la POD pour l'étude de l'organisation des structures cohérentes au sein des écoulements turbulents. La comparaison des modes POD des deux configurations d'écoulement CME et CMC a révélé des structurations différentes et apporté des informations supplémentaires sur l'organisation tridimensionnelle des écoulements.

Un système dynamique d'ordre bas, basé sur la décomposition POD, a été identifié pour chacun des écoulements afin de modéliser la dynamique temporelle des structures cohérentes dans la section de mesure. L'énergie cinétique turbulente reconstruite grâce à cette approche représente environ 40 % de l'énergie totale. Les données expérimentales utilisées étant sous résolues en temps, aucune comparaison directe de la dynamique reconstruite n'a pu être effectuée. Néanmoins, l'analyse des portraits de phase et du contenu spectral des modes POD $a^{(n)}(t)$ modélisés a révélé un comportement temporel réaliste, en accord avec les analyses précédentes, notamment par anémométrie à fils chauds. Ceci a été confirmé lors de la reconstruction de champs de vitesse complets.

La dernière étape, effectuée uniquement en configuration CMC, a consisté en l'extrapolation spatiale bidimensionnelle des champs de vitesse sur un maillage correspondant à celui de la face d'entrée d'une simulation de type LES. Les méthodes mises en œuvre ont permis l'adaptation du maillage ainsi que la périodisation des champs de vitesse suivant la direction de l'envergure, de manière à respecter les conditions aux limites retenues pour la simulation.

Chapitre 8

Simulations numériques en configuration CMC

Ce chapitre présente l'étape finale de la procédure de couplage instationnaire calculs-expérience, c'est-à-dire la réalisation de simulations instationnaires de type LES utilisant comme conditions amont les données générées grâce aux techniques présentées dans les chapitres précédents. Ces calculs ont été menés de manière à démontrer, dans un contexte réaliste, la faisabilité et la viabilité de notre démarche. L'utilisation des conditions d'entrée générées doit en effet permettre de débiter les calculs dans une zone où l'écoulement est pleinement turbulent, avec des niveaux d'énergie turbulente réalistes. Plusieurs calculs sont menés afin d'évaluer l'influence de la nature des signaux injectés, en mettant en jeu des conditions amont au contenu énergétique et à la dynamique différents. Pour cela, trois simulations différentes, selon le type de conditions d'entrée utilisées sont effectuées à l'aide du code de calcul *Code_Saturne* développé par Électricité de France (EDF) :

- Le premier type de conditions d'entrée est constitué des champs de vitesse directement issus du système dynamique développé. Il contient donc uniquement la fraction d'énergie correspondant à la structuration à grande échelle de l'écoulement, afin d'évaluer la capacité du code à régénérer les échelles absentes.
- Les champs de vitesse alimentant la deuxième configuration de calcul présentent des niveaux d'énergie et des corrélations spatiales corrects, mais une dynamique générée aléatoirement.
- Le troisième type de conditions d'entrée est en fait une combinaison des deux premiers. Les champs de vitesse sont en effet constitués de la partie cohérente issue du système dynamique à laquelle est superposée une partie "aléatoire", de manière à présenter des niveaux d'énergie corrects. Ces deux calculs permettront d'évaluer l'importance de la partie cohérente ainsi que celle du respect des niveaux énergétiques.

Dans un premier temps, les méthodes numériques utilisées ainsi que la configuration de calcul retenue sont présentées. Dans une deuxième partie, nous décrivons les trois types de conditions d'entrée générées afin d'alimenter les simulations. Enfin, nous présentons les résultats des calculs effectués. L'ensemble de ces simulations a été effectué dans la configuration d'écoulement CMC uniquement.

Les résultats de calcul présentés dans le cadre de cette thèse sont à considérer comme étant des résultats préliminaires, dans la mesure où aucun tests de l'influence de la géométrie du maillage et du modèle de fermeture utilisé n'ont pu être effectués.

8.1 Présentation de la simulation numérique

8.1.1 La simulation aux grandes échelles

Le type de simulation retenu est la simulation des grandes échelles (LES pour Large Eddy Simulation en anglais). Le principe de cette approche est de ne calculer directement que les grandes échelles de l'écoulement, celles-ci étant extraites par filtrage spatial passe-bas. Un modèle de fermeture est utilisé afin de prendre en compte les effets des échelles plus petites, appelées échelles sous maille. En nécessitant des maillages moins raffinés qu'en DNS, la LES permet d'accéder à des nombres de Reynolds plus élevés ou la simulation de configuration plus complexe.

8.1.1.1 Filtrage spatial

Le principe de filtrage spatial mis en œuvre en LES consiste à décomposer toute grandeur turbulente f en une grandeur correspondant aux grande échelles \bar{f} et une quantité sous-maille f' , \bar{f} étant obtenu par produit de convolution (*) dans l'espace physique avec le filtre passe-bas $G(\mathbf{x})$ choisi :

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = G(x) * f(x) \quad (8.1)$$

ou, dans le domaine spectral :

$$\widehat{\bar{f}}(k) = \widehat{G}(k)\widehat{f}(k) \quad (8.2)$$

Différentes formes de filtre peuvent être utilisées en fonction des méthodes numériques mises en œuvre (utilisation d'un algorithme spectral, emploi des différences finies), les formes de filtres les plus couramment employées étant les suivantes :

– le filtre rectangulaire (ou *top-hat* en anglais) :

$$G(x - x') = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_c} & \text{si } |x - x'| \leq \frac{\Delta_c}{2} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (8.3)$$

– le filtre gaussien :

$$G(x - x') = \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{\Delta_c} \exp\left(-6\frac{(x - x')^2}{\Delta_c^2}\right) \quad (8.4)$$

– le filtre droit dans le domaine spectral :

$$\widehat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } |k| \leq k_c = \frac{\pi}{\Delta_c} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (8.5)$$

Les paramètres Δ_c et k_c sont respectivement la largeur du filtre et le nombre d'onde de coupure.

Le filtre $G(\mathbf{x})$ commute avec l'opérateur de dérivation spatiale dans le cas où la taille caractéristique du filtre est uniforme en espace ; sinon, l'hypothèse de commutation s'accompagne d'une erreur.

8.1.1.2 Equations filtrées

Les équations de Navier-Stokes, auxquelles a été appliqué l'opérateur de filtrage, permettent de décrire les mouvements à grandes échelles de l'écoulement (dans le cas incompressible) :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{cases} \quad (8.6)$$

où τ_{ij} est le tenseur des échelles sous-maille qui s'écrit :

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (8.7)$$

Le tenseur τ_{ij} représente l'influence des échelles dites sous-maille sur la dynamique des grandes échelles. Ce tenseur étant inconnu, il est nécessaire de le modéliser par une fonction ne faisant intervenir que le champ à grandes échelles effectivement résolu.

8.1.1.3 Modèles sous maille

Afin de prendre en compte l'influence des petites échelles non calculées sur la dynamique des grandes échelles, différents modèles sous-maille ont été développés et sont brièvement présentés ici. Le lecteur trouvera une revue exhaustive des différents modèles dans les travaux de Lesieur et Métais [118] et Sagaut [173].

Plusieurs approches existent afin de résoudre le problème de fermeture de la LES. Des modèles, comme celui proposé par Bardina *et al.* [15], cherchent à modéliser directement chaque composante du tenseur sous-maille en utilisant une hypothèse de similarité d'échelle. Ce type de modèle s'avérant trop peu dissipatif, il a été couplé à d'autres modèles ne présentant pas ce défaut [173].

Une seconde catégorie de modèle, la plus répandue, a été développée en utilisant le concept de viscosité turbulente, soit dans le domaine spectral [110], soit dans le domaine physique. Nous ne détaillerons que ce dernier type de fermeture, dont fait partie le modèle utilisé dans notre étude.

Les modèles à viscosité turbulente permettent de représenter le tenseur sous-maille en ayant recours à l'hypothèse de Boussinesq :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = 2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (8.8)$$

avec

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8.9)$$

Le système d'équations 8.6 devient alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \end{cases} \quad (8.10)$$

Le problème de fermeture revient alors à évaluer ν_t en fonction du champ résolu. La méthode la plus simple, proposée par Smagorinsky [184], consiste à déduire l'expression de ν_t par un raisonnement de type longueur de mélange :

$$\nu_t = (C_S \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (8.11)$$

où C_S est la constante de Smagorinsky et $|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2}$. La constante C_S est déterminée par l'étude des échanges énergétiques pour un spectre de Kolmogorov, ce qui donne $C_S \simeq 0,18$. Dans la pratique, cette valeur nécessite d'être réajustée en fonction de l'écoulement considéré.

Pour surmonter l'obstacle de la détermination de la constante appropriée à un écoulement donné, une méthode d'évaluation de cette constante, appelée procédure dynamique, a été développée. Elle repose sur l'hypothèse consistant à considérer que les plus petites échelles résolues présentent des similarités avec les échelles sous-maille à modéliser. Elle consiste à introduire un deuxième filtre ou filtre test, noté $(\tilde{\cdot})$, dont la largeur est supérieure à celle du filtre conventionnel $(\bar{\cdot})$. Ce filtre test permet de définir un nouveau tenseur sous-maille test T_{ij} de la même manière que le tenseur des échelles sous-maille τ_{ij} . L'identité de Germano permet de relier ces deux tenseurs au tenseur effectivement résolu \mathcal{L}_{ij} :

$$\mathcal{L}_{ij} = \tilde{\bar{u}}_i \tilde{\bar{u}}_j - \bar{\tilde{u}}_i \bar{\tilde{u}}_j = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij} \quad (8.12)$$

En utilisant le même modèle de viscosité tourbillonnaire pour les deux tenseurs τ_{ij} et T_{ij} , il est possible de déterminer le coefficient du modèle, qui dépend alors du temps et de l'espace, à partir de l'équation 8.12. Néanmoins, la résolution des équations fournies par 8.12 soulèvent des problèmes d'inconsistance mathématiques de sur-détermination ou de sensibilité aux largeurs des filtres utilisés. De plus, elle peut conduire à l'obtention d'une solution négative, synonyme d'une remontée d'énergie des petites échelles vers les grandes. Une manière de surmonter certains de ces problèmes est de supposer que la constante du modèle ne dépend que du temps et des coordonnées dans les directions inhomogènes de l'écoulement. Afin d'éviter de telles approximations, Piomelli et Liu [154] ont proposé une version locale du modèle dynamique ayant le même coût de calcul que les modèles mettant en œuvre des moyennes spatiales, tout en assurant un meilleur conditionnement du problème, évitant ainsi les instabilités numériques. Pour ces raisons, ce modèle sous-maille a été retenu pour notre étude.

8.1.2 Code de calcul

Les simulations LES ont été menées à bien à l'aide du code parallèle *Code_Saturne* (version 1.1), développé par Électricité de France (EDF) pour ces activités industrielles et

de recherche en mécanique des fluides. *Code_Saturne* permet la résolution des équations de Navier-Stokes en écoulement turbulent incompressible de manière stationnaire (modélisation de type RANS) ou instationnaire (simulation des grandes échelles). La discrétisation est de type volume fini et permet l'utilisation d'une large gamme de maillages non structurés, qu'ils soient hybrides (contenant des éléments de différents types) ou qu'ils présentent des non conformités. Pour plus de détails le lecteur pourra se reporter à l'article d'Archambeau *et al.* [10].

La discrétisation temporelle des équations de Navier-Stokes en fluide incompressible est faite en deux étapes consistant en une prédiction de la vitesse puis une correction de celle-ci calculée afin de tenir compte de la variation de la pression. Le pas de temps est uniforme en espace et constant au cours du calcul. Le schéma en temps est d'ordre deux de type Adams-Bashforth. La discrétisation en espace est effectuée en employant une méthode volume fini non structuré avec une localisation collocative de toutes les variables au centre des cellules. Les schémas convectifs sont centrés d'ordre deux.

Nous rappelons que le modèle sous-maille utilisé pour la LES est le modèle dynamique de Piomelli et Liu [154].

8.1.3 Configuration d'écoulement simulée

L'ensemble des simulations a été effectué dans la configuration d'écoulement CMC uniquement. Nous rappelons brièvement ici les caractéristiques générales de l'écoulement ainsi que celles dans la section d'entrée du domaine de calcul. Le lecteur pourra se reporter au chapitre 6 pour plus de détails sur l'écoulement.

a) Conditions génératrices de l'écoulement CMC

Les conditions génératrices de l'écoulement CMC sont les suivantes :

- vitesse haute $U_a = 35,2$ m/s,
- vitesse basse $U_b = 23,8$ m/s,
- rapport de vitesse $r = 0,67$,
- paramètre de vitesse $\lambda = 0,20$,
- différence de vitesses $\Delta U = (U_a - U_b) = 11,4$ m/s,
- vitesse moyenne $U_m = (U_a + U_b)/2 = 29,5$ m/s,

Pour effectuer les simulations, les vitesses ont été normalisées par la vitesse moyenne U_m , les longueurs par δ_{ω_0} , l'épaisseur de vorticité de la couche de mélange dans la section d'entrée.

b) Caractéristiques de la face d'entrée de la simulation

La face d'entrée du domaine de calcul correspond à la section normale à l'écoulement principal où a été effectuée la campagne de mesure par DT-SPIV, située à une distance longitudinale $x_0 = 300$ mm du bord de fuite. A cette abscisse, l'épaisseur de vorticité locale δ_{ω_0} est de 18,7 mm et le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne U_m et δ_{ω_0} vaut $Re = \delta_{\omega_0} U_m / \nu \simeq 36000$.

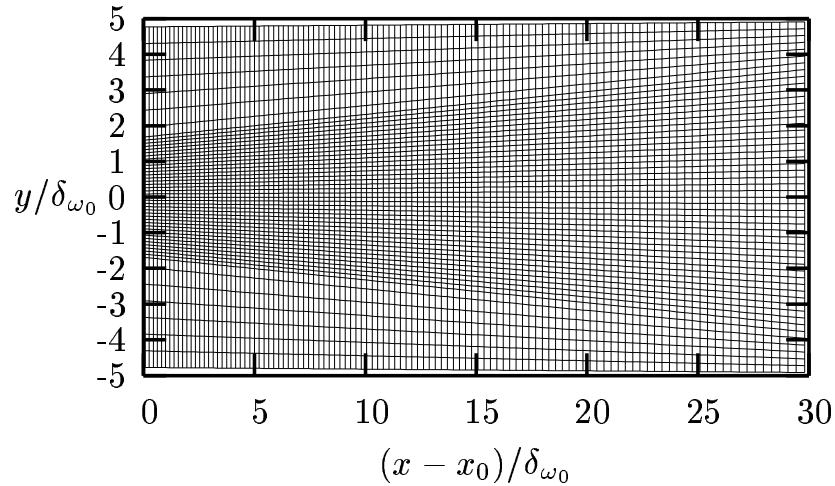


FIG. 8.1 – Maillage utilisé pour les simulations numériques LES.

La zone de mesure par DT-SPIV couvre une surface $L_y^{PIV} \times L_z^{PIV} = 4\delta_{\omega_0} \times 6,1\delta_{\omega_0}$ qu'il a été nécessaire d'extrapoler suivant les deux directions y et z pour obtenir une taille finale de $L_y \times L_z = 10\delta_{\omega_0} \times 11\delta_{\omega_0}$. Cette étape d'extrapolation spatiale permet d'éviter les effets de confinement dans le domaine de calcul. Celui-ci doit en effet être suffisamment étendu pour que les instabilités propres à l'écoulement puissent se développer. En particulier, l'étendue suivant l'envergure de la face d'entrée permet de prendre en compte 4 à 5 structures secondaires d'axe longitudinal, l'espacement transversal moyen ces tourbillons étant de l'ordre de 3 à 4 δ_{ω_0} (cf. §ii).

De plus, une condition de périodicité est imposée suivant la direction z de manière à respecter les conditions aux limites de la simulation (cf. §7.6.1).

Il faut en outre noter que la position x_0 représente le début de la zone de similitude pour l'écoulement moyen. Cependant, les grandeurs turbulentes n'ont pas encore atteint le régime de similitude (figure 6.8).

8.1.4 Paramètres de calcul et maillage

Le nombre de Reynolds, basé sur l'épaisseur de vortacité δ_{ω_0} et la vitesse moyenne, correspond au nombre de Reynolds expérimental et est donc 36000. Le pas temps retenu est de $0,012\delta_{\omega_0}/U_m$, permettant d'avoir un nombre de Courant-Friedrich-Levy (CFL) inférieur à 0,1.

Le domaine de calcul, parallélépipédique, couvre un volume de $L_x \times L_y \times L_z = 30\delta_{\omega_0} \times 10\delta_{\omega_0} \times 11\delta_{\omega_0}$. Il permet de simuler la zone physique comprise entre les abscisses $x = 300$ mm et $x = 860$ mm, à partir du bord de fuite de la plaque séparatrice.

Les capacités en termes de gestion de maillage du code utilisé ont permis d'employer un maillage non cartésien (figure 8.1), en raffinant la discrétisation dans les zones d'intérêt. Les pas du maillage suivant la direction longitudinale et verticale suivent une progression géométrique avec la distance longitudinale dont la raison correspond au taux d'expansion de la couche de mélange mesuré expérimentalement. Le pas suivant la direc-

	Face d'entrée	Face de sortie
L_y/δ_{ω_0}	10	10
L_z/δ_{ω_0}	11	11
$\delta_{\omega}/\delta_{\omega_0}$	1	2,1
L_z/Λ_z	4 à 5	1,95 à 2,3
Δ_x/δ_{ω}	0,18	0,18
Δ_y/δ_{ω}	0,088	0,088
Δ_z/δ_{ω}	0,18	0,18

TAB. 8.1 – Longueurs caractéristiques et résolution du maillage normalisées par l'épaisseur de vorticité locale dans les sections d'entrée et de sorties.

tion de l'envergure z est uniforme dans tout le domaine. Le nombre de cellules utilisées est de $N_x \times N_y \times N_z = 112 \times 53 \times 65$, soit 385 840 points.

Les longueurs caractéristiques et la résolution du maillage sont rappelées dans le tableau 8.1. En particulier est précisé le nombre de longueurs d'onde transversales pouvant être décrites sur le maillage, en considérant un espacement transversal inter-structures de l'ordre de 2/3 de la distance longitudinale entre deux structures primaires et un nombre de Strouhal compris entre 0,25 et 0,3 (cf. §2.3.1.3).

L'étude de l'influence du maillage sur les résultats de la simulation n'a pu être effectuée au cours de cette thèse.

8.1.5 Conditions aux limites

Suivant l'envergure, une condition de périodicité est employée, l'écoulement étant supposé statistiquement homogène dans cette direction.

Pour la face de sortie du domaine, une condition de type "flux nul" a été utilisée :

- Si le flux de masse est sortant, condition de flux nul sur les scalaires (hormis la pression) et sur la vitesse.
- Si le flux de masse est entrant, condition de flux nul sur les scalaires (hormis la pression) et la vitesse est annulée à la face (mais pas le flux de masse).
- Dans les deux cas, la condition limite sur la pression est de type Dirichlet, calculée de telle sorte qu'on ait $\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$.

Sur les deux face horizontales, supérieure et inférieure, du domaine de calcul, une condition de glissement a été imposée.

Le domaine de calcul est initialisé à l'aide du champ de vitesse moyenne.

Les conditions d'entrée utilisées sont de trois types différents et sont détaillées dans les paragraphes suivants.

8.2 Conditions d'entrée

Afin d'évaluer l'influence de la nature des conditions amont imposées au calcul ainsi que l'efficacité de la méthode proposée, différentes conditions d'entrée ont été employés.

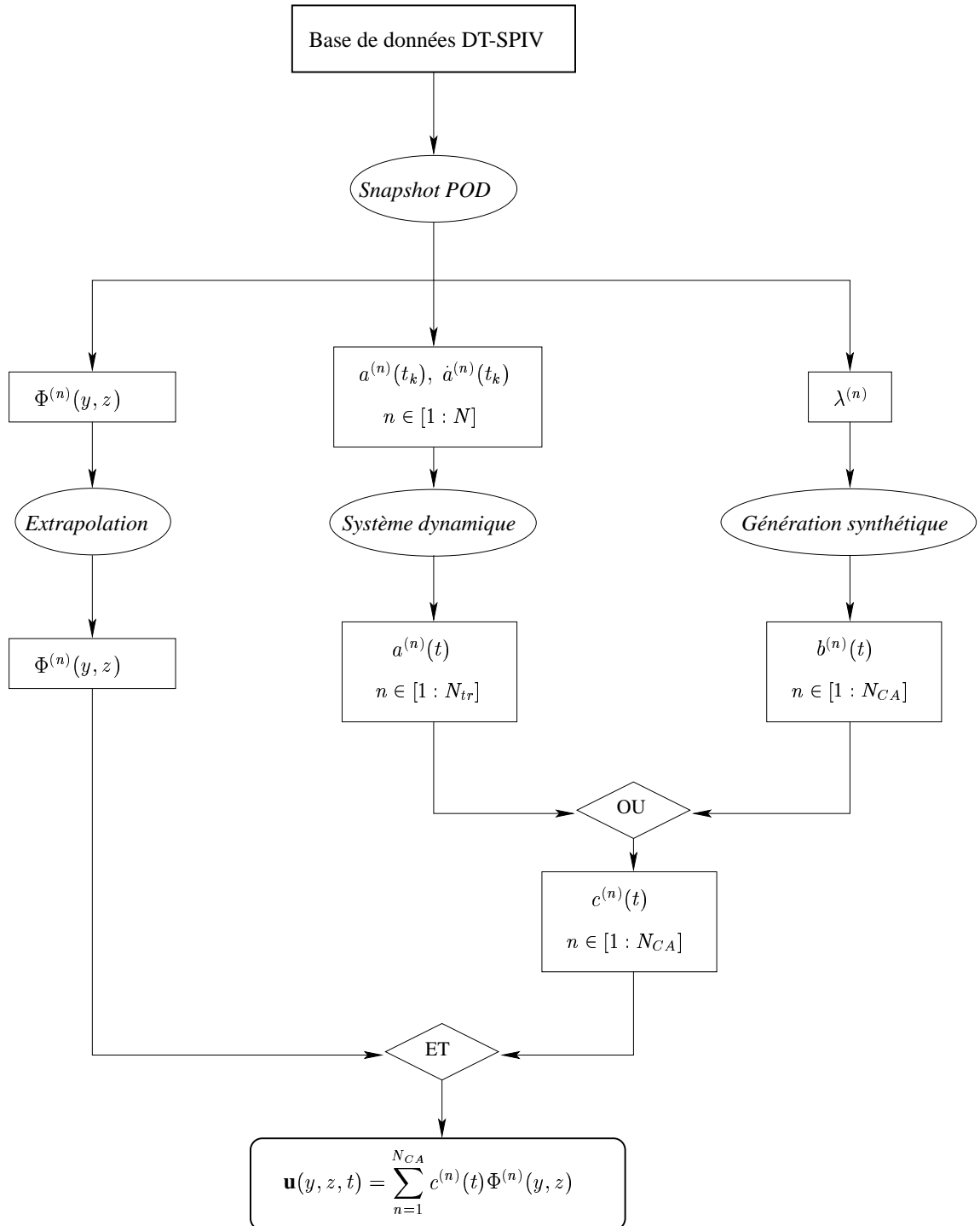


FIG. 8.2 – Principe de génération des conditions amont.

Un schéma de principe de la méthode retenue est présenté figure 8.2. Toutes sont issues de l'approche POD développée au paragraphe 7.4. Cette approche a fourni des vecteurs propres $\Phi^{(n)}(x_0, y, z)$, constituant une base orthogonale du champ de vitesse, dont le contenu énergétique suit le spectre des valeurs propres $\lambda^{(n)}$ (cf. §7.4.1). En outre, grâce aux propriétés de la POD, l'utilisation de cette base permet d'assurer la reconstruction correcte des statistiques spatiales en deux points. On utilisera par la suite trois approches de génération de conditions d'entrée, qui toutes sont basées sur l'utilisation de coefficients $c^{(n)}(t)$ vérifiant la propriété statistique des coefficients temporels POD $\langle c^{(n)} c^{(m)} \rangle = \lambda^{(n)} \delta_{nm}$, telles que le champ de vitesse dans la section d'entrée puisse s'exprimer par :

$$\mathbf{u}(x_0, y, z, t) = \sum_{n=1}^{N_{CA}} c^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(x_0, y, z) \quad (8.13)$$

Etant donnée la rapide convergence de la décomposition POD et le bruit de mesure dont sont affectés les modes POD d'ordre élevé, (cf. §7.4), nous avons choisi de ne modéliser que les $N_{CA} = 500$ premiers modes, ceux-ci permettant de reconstruire 95 % de l'énergie cinétique turbulente totale.

Ainsi, générer la dynamique des champs de vitesse dans la face d'entrée revient à générer, de manière convenable, des séries temporelles de ces coefficients.

Dans le premier cas (SD), les signaux temporels issus du système dynamique (12 modes), ne reproduisant que 37 % de l'énergie cinétique turbulente totale, sont directement utilisés comme conditions amont. Dans le deuxième cas (RAND), les coefficients temporels utilisés correspondent à des signaux générés aléatoirement respectant un spectre cible réaliste. Le troisième cas (SD-RAND) est en fait une combinaison des deux premiers, la dynamique des 12 premiers modes POD étant modélisée par le système dynamique, celles des modes d'ordre supérieur par des signaux aléatoires de même nature que dans le deuxième cas.

8.2.1 Principe de génération des coefficients temporels POD

8.2.1.1 Coefficients temporels POD directement issues du système dynamique (SD)

Le premier type de conditions d'entrée employé, noté SD, comporte seulement N_{tr} modes POD :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_{tr}} a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (8.14)$$

et utilise les coefficients temporels POD **directement issus du système dynamique** développé au paragraphe §7.5.4.2 afin de modéliser la dynamique des 12 premiers modes POD ; $c^{(n)}(t) = a^{(n)}(t)$. Les champs de vitesse fluctuante alimentant le code de calcul correspondent donc à ceux analysés au paragraphe §7.6. Le pas de temps d'intégration temporelle du système dynamique a été ajusté en fonction du pas de temps retenu pour la simulation. Les signaux temporels issus du système dynamique sont donc directement utilisés sans aucun traitement supplémentaire.

8.2.1.2 Coefficients temporels POD purement synthétique (RAND)

Un deuxième type de conditions amont (RAND) a été construit en utilisant des coefficients temporels POD $b^{(n)}(t)$ générés de manière **purement synthétique** suivant la méthode proposée par Lee *et al.* [115] pour la génération de signaux de vitesse. Les coefficients $b^{(n)}(t)$ obtenus permettent de reconstruire le champ de vitesse total grâce aux vecteurs propres POD :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{n=1}^{N_{CA}} b^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x}) \quad (8.15)$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} \langle b^{(n)} b^{(m)} \rangle = \lambda^{(n)} \delta_{nm} \\ E_{bb}(f) : \text{spectre de Pao [82]} \end{array} \right.$

Chaque coefficient $b^{(n)}(t)$ est en fait déterminé à partir d'une série temporelle aléatoire à distribution gaussienne, de moyenne nulle et d'écart type unitaire. Une fonction de transfert lui est ensuite appliquée dans le domaine spectral afin de lui imposer un spectre de type Von Karman modifié comme proposé par Pao [82], permettant la convergence du taux de dissipation avec les grandes fréquences. Les deux fréquences de coupures du modèle de Pao délimitant la région inertielle du spectre ont été déterminées et ajustées à partir des spectres de vitesse obtenus grâce aux mesures par anémométrie par fils chauds. Les signaux obtenus sont ensuite renormalisés par la racine carré de la valeur propre correspondante afin qu'ils aient un contenu énergétique correct.

Ainsi, les coefficients temporels $b^{(n)}(t)$ générés ont tous la même forme de spectre, avec un contenu énergétique correspondant au véritable mode POD. De plus, l'utilisation de séries temporelles aléatoires générées de manière indépendante permet d'assurer la décorrélation temporelle des $b^{(n)}(t)$ ($\langle b^{(n)} b^{(m)} \rangle = \delta_{nm}$). Si l'hypothèse sur la forme des spectres des coefficients temporels POD peut paraître simplificatrice, la méthode employée permet néanmoins de générer des signaux de vitesse ayant un contenu spectral réaliste et respectant les corrélations spatiales en deux points dans la section d'entrée grâce à leur reconstruction à partir des vecteurs propres spatiaux POD.

8.2.1.3 Coefficient temporels POD aléatoires + système dynamique (SD-RAND)

Le dernier type de conditions amont généré (SD-RAND) correspond en fait à la **combinaison des coefficients POD $a^{(n)}(t)$ obtenus par les deux méthodes précédentes**. Cette approche est à rapprocher de celle mise en œuvre par Johansson et Andersson [96], couplant un calcul précurseur de type simulation des très grandes échelles (VLES) à une simulation de type DNS. En effet, la dynamique des 12 premiers modes POD (les plus énergétiques) est modélisée à l'aide du système dynamique, permettant ainsi de reproduire un contenu fréquentiel réaliste en termes des grandes échelles et d'assurer une cohérence temporelle correcte. La dynamique des modes d'ordre supérieur, correspondant à des échelles plus petites, est générée de manière aléatoire, de la même manière que dans

le paragraphe précédent.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \underbrace{\sum_{n=1}^{N_{tr}} a^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x})}_{\text{SD}} + \underbrace{\sum_{n=N_{tr}+1}^{N_{CA}} b^{(n)}(t) \Phi^{(n)}(\mathbf{x})}_{\text{RAND}} \quad (8.16)$$

8.2.2 Champs et dynamiques générés dans la section d'entrée

a) Champs instantanés

Un exemple de reconstruction tridimensionnelle de l'évolution temporelle de la composante verticale de vitesse obtenue en configuration SD est présenté figure 8.3 a). On peut remarquer que la structuration reste limitée aux grandes échelles de l'écoulement, conduisant à un caractère fortement bidimensionnel.

Au contraire, dans la configuration RAND (figure 8.3 b)), le caractère aléatoire dans la direction temporelle se traduit par une perte de l'organisation. Ainsi, la structuration correspondant au passage des structures cohérentes n'est plus visible. En revanche, on peut noter la conservation d'une cohérence spatiale dans les deux autres directions.

Dans la configuration SD-RAND (figure 8.3 a)), l'utilisation des signaux issus du système dynamique permet de régénérer une organisation temporelle réaliste. On peut en effet remarquer la présence de structures à caractère bidimensionnel d'axe z auxquelles se superposent des structures de taille plus réduite.

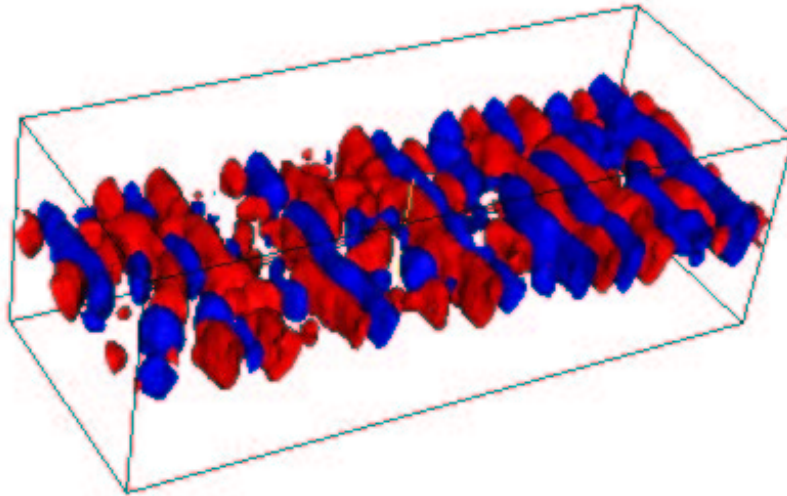
b) Statistiques en un point

Dans la configuration SD, on peut remarquer, figure 8.4, que l'énergie contenue dans les signaux générés est inférieure à celle effectivement contenue dans l'écoulement, les 12 premiers modes POD ne représentant que 37% de l'énergie cinétique turbulente totale. Ce type de calcul permettra donc de tester la capacité du code de calcul à régénérer la part d'énergie manquante.

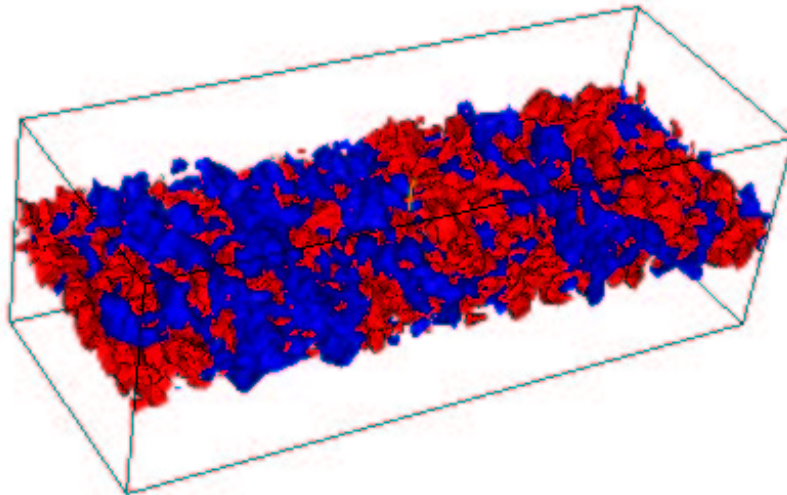
Les deux autres configurations, malgré la nature synthétique des signaux utilisés, permettent de reconstruire des tensions de Reynolds, sans perte énergétique (figure 8.4).

L'analyse des spectres des signaux de vitesse générés, dont un exemple est présenté figure 8.5, confirme le contenu fréquentiel limité de la configuration SD, correspondant à celui aux grandes échelles. Par ailleurs, étant donnée la forme de spectre choisie pour la génération des coefficients temporels POD en configuration RAND, le maximum fréquentiel caractéristique du nombre de Strouhal de la couche de mélange n'apparaît pas dans cette configuration. Les niveaux d'énergie reproduits restent néanmoins réalistes. Enfin, en configuration SD-RAND, l'apport fréquentiel (figure 8.5) du système dynamique permet de retrouver les fréquences caractéristiques des structures cohérentes tandis que l'utilisation de signaux synthétiques permet d'élargir le contenu spectral.

a) Système dynamique seul (12 modes) (SD)



b) Signaux purement synthétiques (500 modes) (RAND)



c) Système dynamique (12 modes) + signaux aléatoires (488 modes) (SD-RAND)

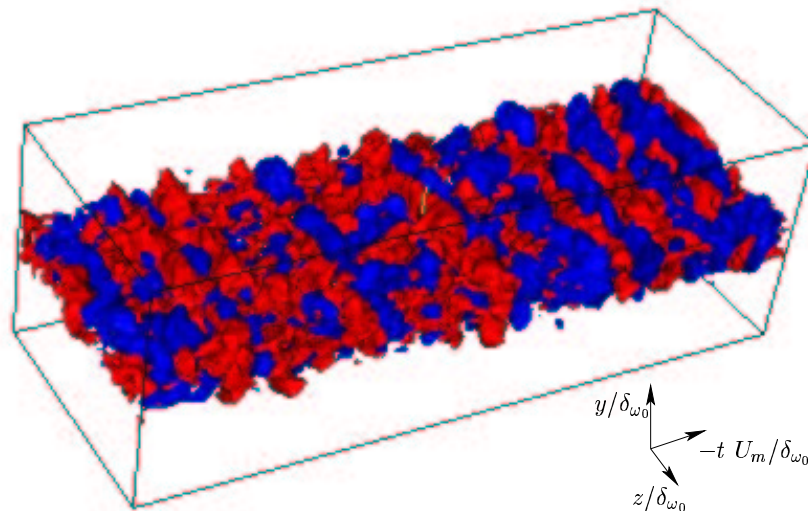


FIG. 8.3 – Isosurface de la composante verticale du champ de vitesse généré, $v \pm 0,02U_m$ dans un repère convecté avec l'écoulement, dans les trois cas : a) : SD, b) RAND, c) : SD-RAND.

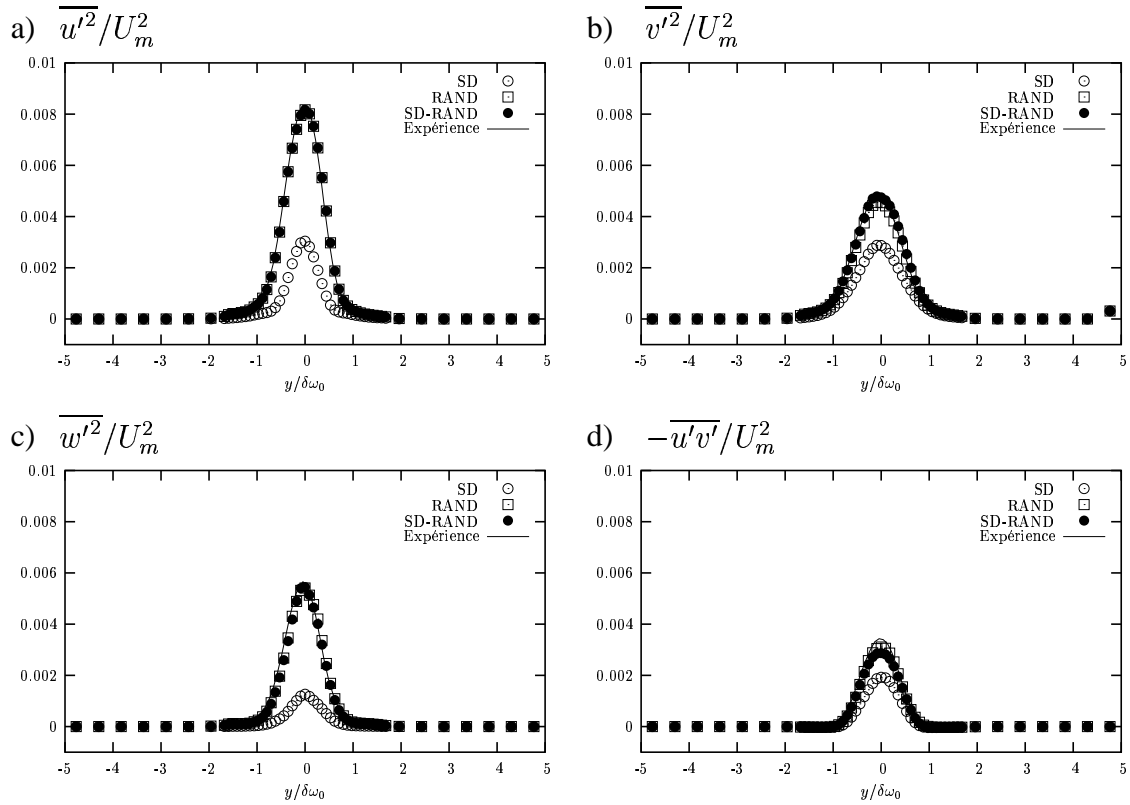


FIG. 8.4 – Tensions de Reynolds normalisées des signaux de vitesse générés en conditions d'entrée suivant les trois méthodes \circ : configuration SD ; \square : configuration RAND ; \bullet : configuration SD-RAND ; — : expérience.

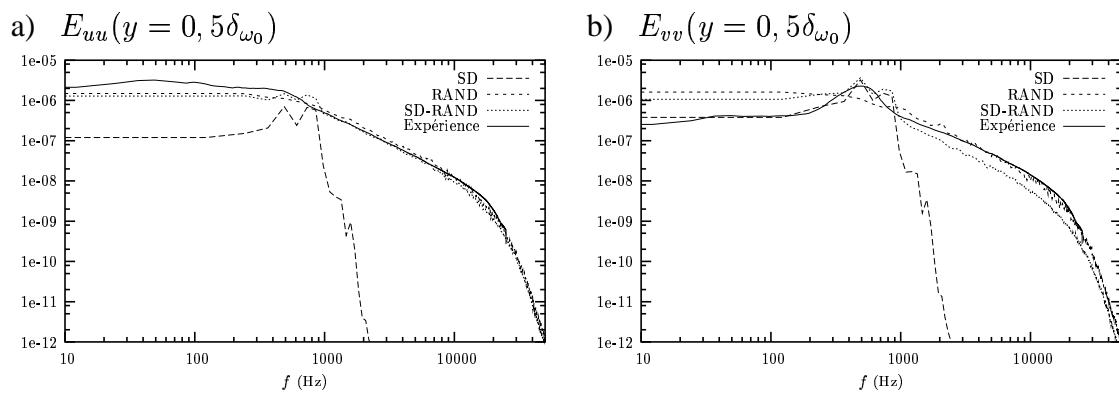


FIG. 8.5 – Spectre des signaux de vitesse générés en conditions d'entrée suivant les trois méthodes et obtenus par anémométrie fils chauds, à $y/\delta_{\omega_0} = 0,5$. a) : vitesse longitudinale, b) : vitesse verticale.

8.3 Résultats des simulations en couche de mélange classique

Afin d'analyser les résultats des simulations effectuées avec les différents types de conditions d'entrée, nous nous sommes intéressés ici aux statistiques du champ moyen ainsi qu'à celles des grandeurs turbulentes.

Pour les trois simulations, 20000 pas de temps ont été calculés. Les 7500 premiers (environ trois fois le temps nécessaire au parcours du domaine de calcul) ne sont pas utilisés, de manière à éliminer l'influence des conditions initiales lors du calcul des statistiques. Les statistiques présentées sont donc calculées à partir de 12500 pas de temps.

8.3.1 Champ moyen

On examine ici l'influence de la nature des conditions d'entrée utilisées sur le développement aval du champ moyen reproduit par le calcul. En effet, la section d'entrée du calcul correspondant au début de la région de similitude pour le champ de vitesse moyenne, la simulation doit reproduire ce régime de similitude.

L'évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité obtenue expérimentalement, caractéristique du profil de vitesse moyenne en couche de mélange, est comparée (figure 8.6 a)) à celle calculée à partir du champ de vitesse simulé. Les simulations RAND et SD-RAND sont en bon accord avec l'expérience, dès le début du domaine de calcul. En revanche, on peut constater une sous-estimation de l'épanouissement de la couche de mélange en configuration SD. Ces résultats sont confirmés par l'examen des profils de vitesse moyenne (figure 8.6 b)) à une position longitudinale correspondant à $x = 700$ mm expérimentalement. Les trois types de simulations reproduisent correctement la forme du profil en erf, mais avec un taux d'expansion trop faible en configuration SD. Néanmoins, on peut noter que dans la partie aval du domaine, la pente de l'évolution de δ_ω en fonction de x prédite dans la configuration SD est proche de celle des deux autres configurations.

Par ailleurs, on constate une augmentation de $d\delta_\omega/dx$ à partir de $(x - x_0)/\delta_{\omega_0} \simeq 21$,

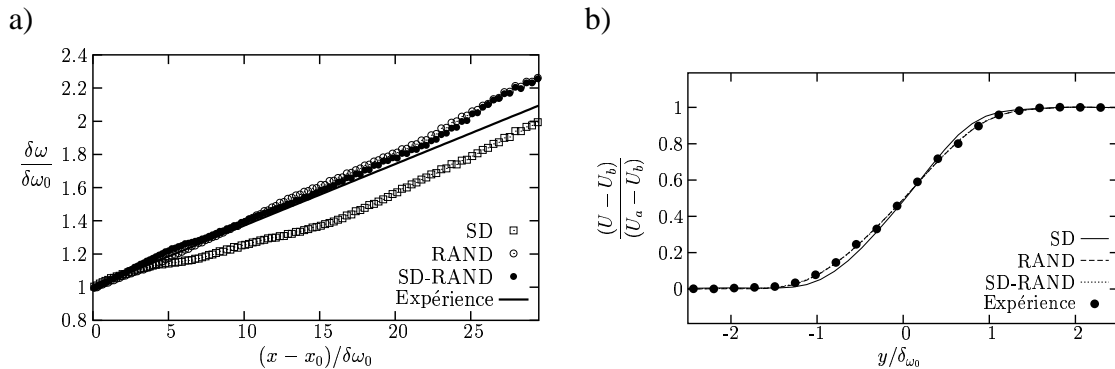


FIG. 8.6 – Comparaison entre les différentes configurations de calcul LES et l'expérience : a) évolution longitudinale de l'épaisseur de vorticité : b) Profil moyen de vitesse longitudinale à $(x - x_0)/\delta_{\omega_0} = 21,4$.

abscisse à partir de laquelle le rapport entre la longueur d'onde transversale caractéristique de l'organisation secondaire et la taille du domaine L_z devient proche de deux. Ce changement de pente pourrait donc être la conséquence d'un confinement spatial suivant l'envergure.

Le contenu énergétique et fréquentiel des conditions amont semble donc un paramètre important pour la reproduction correcte du champ moyen. En effet, l'absence de partie cohérente dans la simulation RAND n'entraîne pas de différence majeure, pour la prédiction du champ moyen, par rapport à la configuration SD-RAND comportant la superposition de signaux à la dynamique temporelle correcte et de signaux aléatoires.

8.3.2 Tensions de Reynolds

La comparaison de l'évolution longitudinale des profils des tensions de Reynolds permet de préciser l'influence de la nature des conditions amont sur le calcul.

Dans la configuration SD, uniquement 12 modes POD ayant été conservés dans les champs de vitesse en entrée, les tensions de Reynolds sont sous-estimées au cours de la simulation. En effet, les petites échelles non prises en compte dans les conditions d'entrée doivent être régénérées par le code. On peut remarquer que l'énergie turbulente de la composante longitudinale ainsi que la tension $\overline{u'v'}$ (figures 8.7 a) et d)) atteignent des niveaux corrects plus rapidement, à environ la moitié du domaine de calcul. Ces deux quantités sont surestimées dans la partie aval de la simulation. L'énergie des deux composantes de vitesse (figures 8.7 b) et c)) ne convergent qu'en fin de domaine. Ces phénomènes sont confirmés lors de l'examen de l'évolution longitudinale des maxima des tensions de Reynolds (figure 8.9).

Dans les deux autres configurations de calcul (SD et SD-RAND), la section d'entrée est suivie d'une zone d'adaptation où l'amplitude des tensions de Reynolds (figure 8.7) décroît pour ensuite augmenter vers des niveaux plus réalistes. Ici encore, les amplitudes des tensions $\overline{u'^2}$ et $\overline{u'v'}$ sont surestimées dans la deuxième moitié du domaine. D'une manière générale, la zone d'adaptation en entrée du domaine de calcul est plus réduite dans le cas SD-RAND (voir figure 8.9) et les valeurs atteintes sont plus proches des valeurs obtenues expérimentalement en régime de similitude.

Néanmoins, l'énergie cinétique turbulente k est globalement bien prédite, aussi bien en termes de niveaux que de répartition spatiale (figure 8.10). En outre, on peut remarquer que l'utilisation de conditions amont comportant une partie cohérente réaliste associée à une partie incohérente (configuration SD-RAND), permettant de représenter des niveaux de fluctuations corrects, entraîne une réduction de la zone d'adaptation du calcul ainsi qu'une amélioration sensible de la prédiction des niveaux d'énergie. Les profils de la tension $\overline{u'v'}$ figure 8.10 confirment la surestimation de cette grandeur, conséquence de la mauvaise répartition énergétique entre les composantes déjà constatée.

La surestimation du niveau de fluctuation de la composante longitudinale de vitesse et la sous-estimation du niveau de fluctuation des deux autres composantes sont constatées dans les trois configurations de calcul. On peut donc penser que cette mauvaise prédiction n'est pas due à la nature des conditions d'entrée utilisées mais à un effet de la géométrie du maillage retenu. En particulier, il est possible que le déraffinement de celui-ci dans la direction entraîne une différence de résolution trop grande suivant les trois directions.

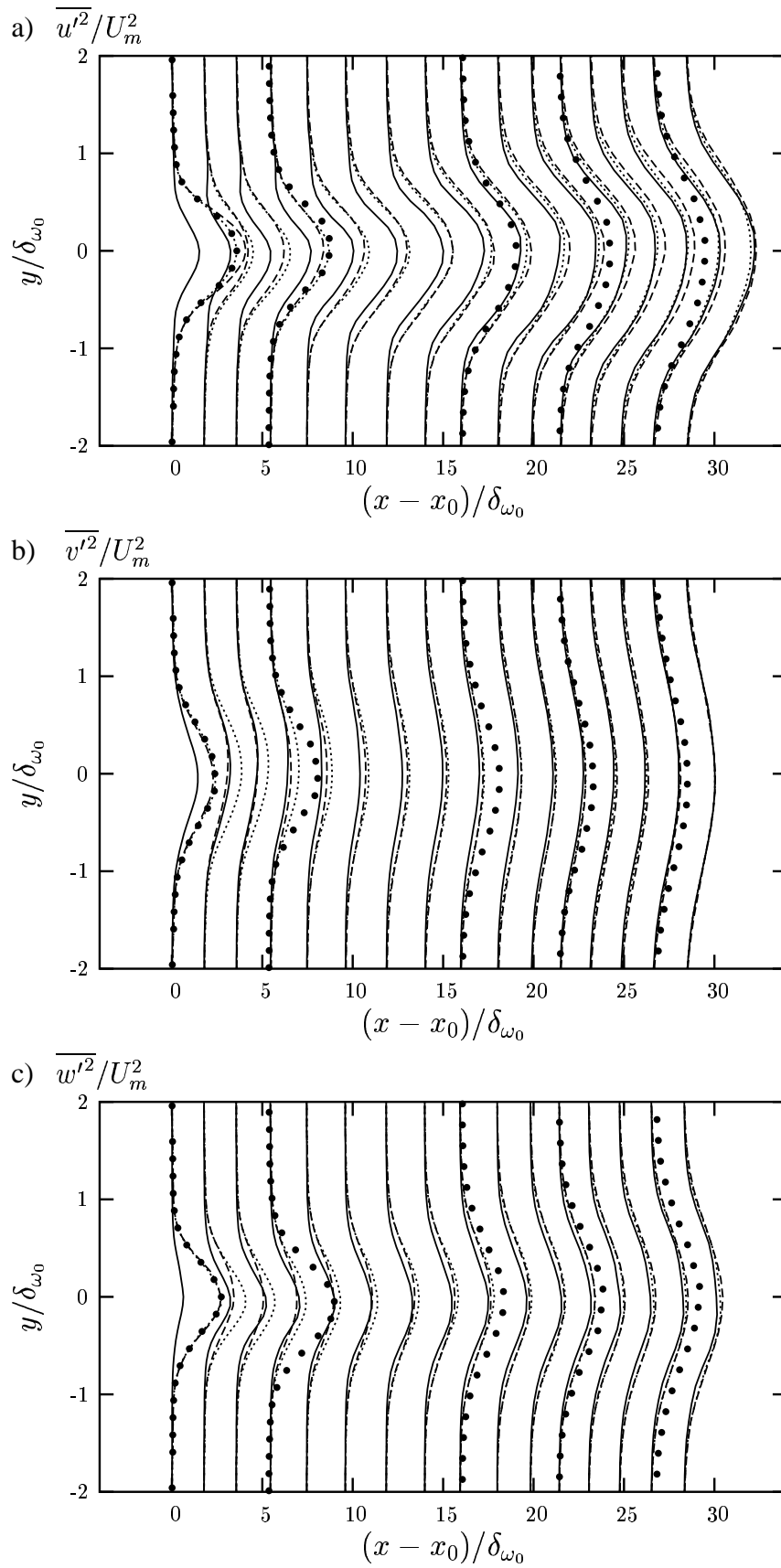


FIG. 8.7 – Evolution longitudinale des profils des tensions de Reynolds dans les trois configurations de calcul (— : SD, - - - : RAND, . . . : SD-RAND) et expérimentales (symboles).

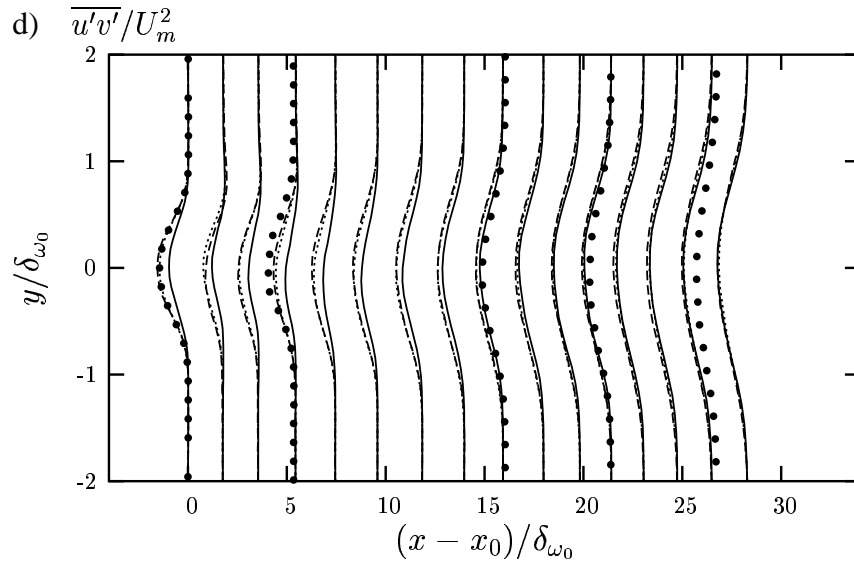


FIG. 8.8 – Evolution longitudinale des profils de $\overline{u'v'}$ dans les trois configurations de calcul (— : SD, - - - : RAND, $\cdot \cdot \cdot$: SD-RAND) et expérimentales (symboles).

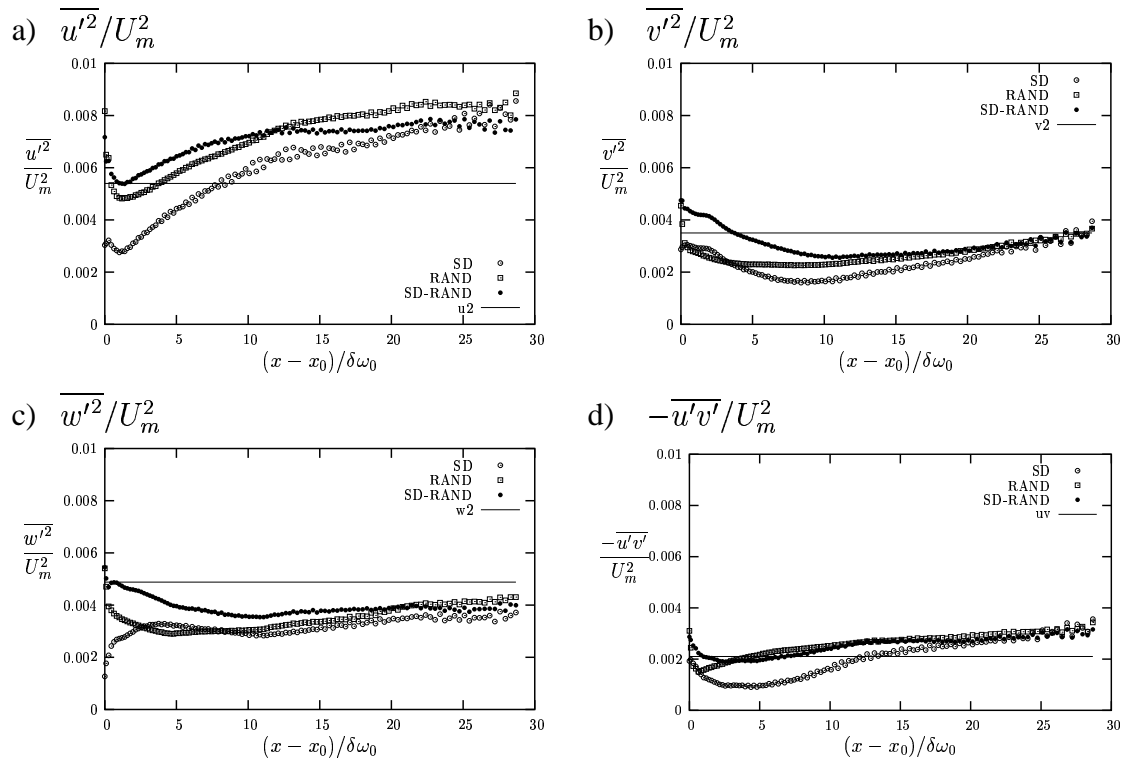


FIG. 8.9 – Evolution longitudinale des maxima de tensions de Reynolds pour les trois configurations de calcul \circ : configuration SD ; \square : configuration RAND ; \bullet : configuration SD-RAND ; — : valeur expérimentale en régime de similitude.

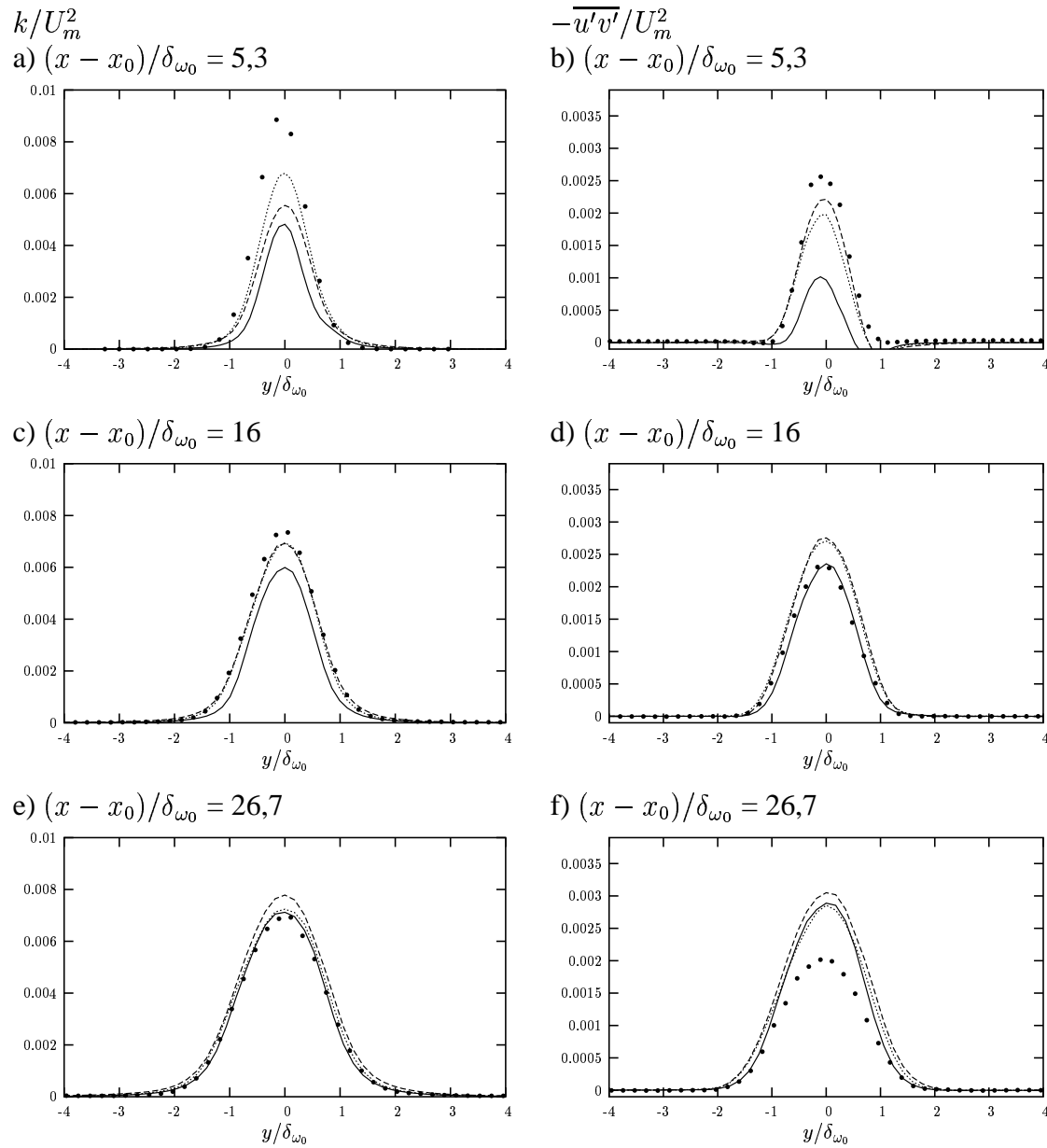


FIG. 8.12 – Profils d'énergie cinétique turbulente k (gauche) et de la tension de Reynolds $-\overline{u'v'}$ (droite) pour les trois configurations de calcul (— : SD, --- : RAND, ··· : SD-RAND) et expérimentales (symboles) à $(x - x_0)/\delta_{\omega_0} = 5,3, 16$ et $26,7$.

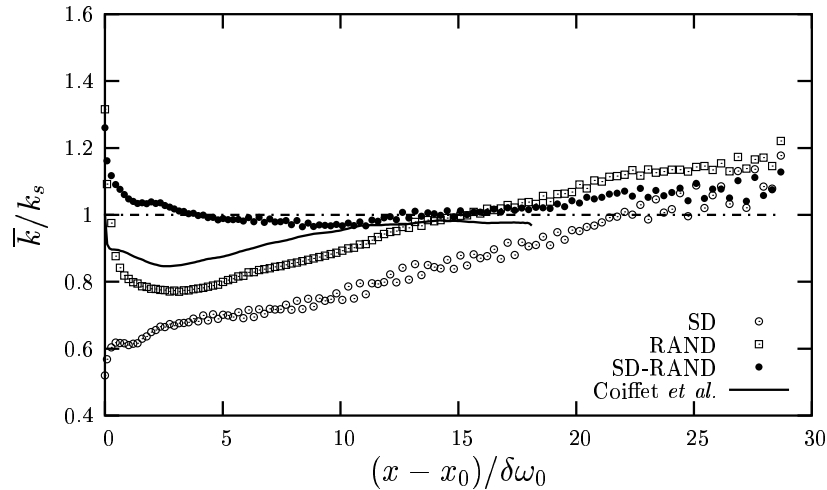


FIG. 8.13 – Evolution longitudinale du maximum d'énergie cinétique turbulente, normalisée par la valeur obtenue expérimentalement en régime de similitude k_s : \circ : configuration SD ; \square : configuration RAND ; \bullet : configuration SD-RAND ; — : calcul LES de Coiffet *et al.* [43] (— · — valeur asymptotique expérimentale).

Cependant, ce dernier point reste à vérifier, aucun test de l'influence du maillage sur la simulation n'ayant pu être effectué dans le cadre de cette thèse.

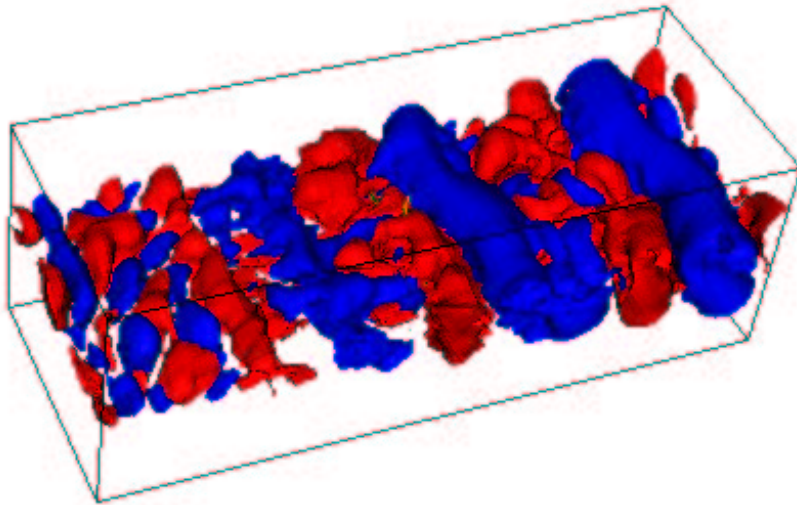
Les résultats obtenus ici sont comparés à ceux de Coiffet *et al.* [43], issus d'une simulation LES dans une configuration de couche de mélange plane très proche de celle de notre étude. Les conditions amont utilisées dans leur étude sont générées suivant la méthode proposée dans la thèse de Druault [59], à partir de mesures réalisées par anémométrie à fils chauds dans la région de similitude des grandeurs turbulentes. L'étendue longitudinale du domaine simulé est de $18 \delta_{\omega_0}$. La comparaison (figure 8.13) des deux méthodes, en termes d'énergie cinétique turbulente, à ceux de Coiffet *et al.* [43] illustre les bonnes performances des configurations RAND et SD-RAND. En effet, si le calcul RAND présente une zone d'adaptation légèrement supérieure, la configuration présente très rapidement un niveau d'énergie très proche de celui observé expérimentalement.

8.3.3 Champs instantanés

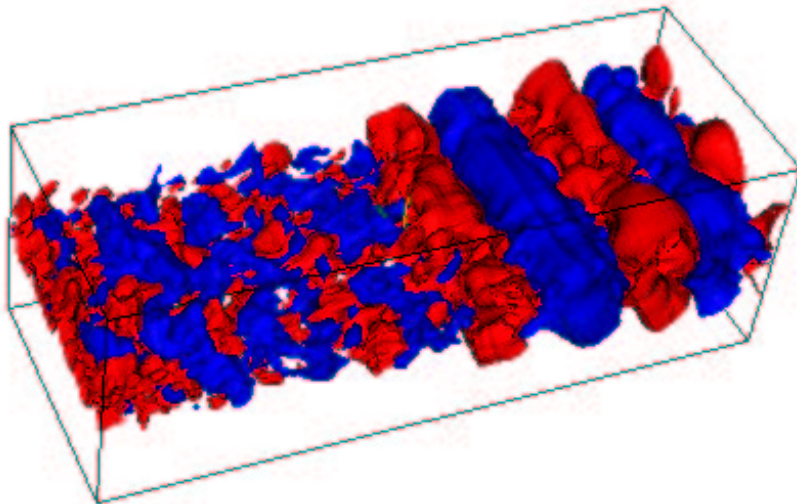
Une première analyse des champs instantanés simulés a été menée en examinant les surfaces d'isovaleur de la composante verticale v . Par rapport aux deux autres configurations, le calcul SD (figure 8.14 a)) présente une organisation beaucoup moins riche en termes d'échelles dans la moitié amont du domaine de calcul. Les données injectées en entrée ne correspondant qu'aux plus grosses structures de l'écoulement, le code de calcul doit générer les petites échelles et combler le déficit énergétique.

Si l'on compare les champs obtenus en configuration RAND (figure 8.14 b)) et SD-RAND (figure 8.14 c)), le code semble régénérer une organisation réaliste plus rapidement dans le cas SD-RAND. On peut en outre noter le caractère fortement bidimensionnel des structures dans la partie aval du domaine de calcul dans les deux configurations. Ce phé-

a) Configuration SD : système dynamique seul en entrée



b) Configuration RAND : signaux aléatoires en entrée



c) Configuration SD-RAND : système dynamique + signaux aléatoires en entrée

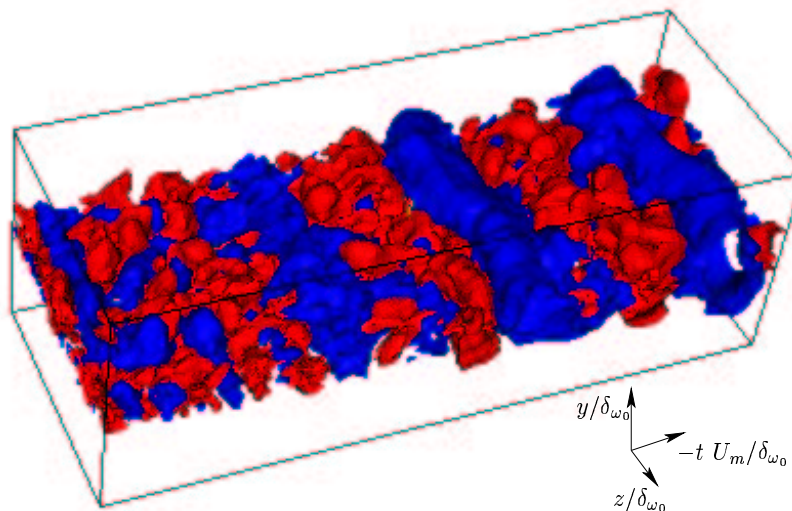


FIG. 8.14 – Isosurface ($v \pm 0, 02U_m$) de la composante verticale pour les trois configurations de calcul : a) : SD, b) RAND, c) : SD-RAND.

nomène est peut être le signe que la résolution du maillage dans cette zone n'est pas assez bonne, entraînant un filtrage des échelles plus fines. Un autre effet à prendre en compte est l'éventuel confinement spatial suivant la direction z , déjà remarqué au paragraphe 8.3.1, qui pourrait bloquer le développement des structures suivant l'envergure.

8.4 Conclusions

Trois simulations LES différentes, selon le type de conditions d'entrée utilisées, ont été effectuées en configuration CMC afin de valider les approches de couplage calculs-expériences développées au cours de cette thèse. Les trois jeux de conditions amont ont été générés à partir des vecteurs propres spatiaux POD, obtenus grâce à la décomposition POD de la base de données expérimentale. De cette manière, les champs générés dans la section d'entrée reproduisent une organisation spatiale réaliste et présentent des corrélations spatiales en deux points conformes à l'écoulement original. Seule la manière dont ont été générés les coefficients temporels POD diffère d'une simulation à l'autre. Dans le premier cas, les signaux temporels issus du système dynamique, ne reproduisant que 37 % de l'énergie cinétique turbulente totale, ont directement été utilisés comme conditions amont. Le deuxième type de coefficients temporels utilisé correspond à des signaux générés aléatoirement, respectant un spectre cible réaliste. Le troisième cas résulte d'une combinaison des deux premiers, la dynamique des 12 premiers modes POD étant modélisée par le système dynamique, celles des modes d'ordre supérieur par des signaux aléatoires. On a ainsi pu évaluer l'influence du contenu énergétique des conditions d'entrée ainsi que l'importance d'une dynamique temporelle réaliste.

Les résultats obtenus en configuration SD, où n'est injectée en entrée du calcul que la partie du champ vitesse modélisée par le système dynamique (soit 12 modes POD), ont montré des limitations. En effet, le contenu énergétique et fréquentiel de ce type de conditions amont sont trop faibles pour représenter de manière réaliste l'écoulement. L'absence des petites échelles spatiales et temporelles entraîne une sous-estimation de l'épaisseur de vorticités de la couche de mélange ainsi que l'apparition d'une zone du domaine de calcul où la structuration semble limitée aux grandes échelles.

L'emploi de conditions d'entrée présentant des niveaux d'énergie corrects ainsi qu'une gamme d'échelles spatiales et temporelles plus large améliore sensiblement la prédiction de l'écoulement par le calcul. En effet, malgré l'existence d'une zone en début du domaine de calcul où les tensions de Reynolds sont sous-estimées, les configurations RAND et SD-RAND reproduisent correctement le champ de vitesse moyen ainsi que les niveaux d'énergie cinétique turbulente k . Néanmoins, il apparaît un déséquilibre dans la répartition de l'énergie au sein des trois composantes de vitesse. En effet, dans les deux configurations, les niveaux de fluctuation de la composante longitudinale de vitesse sont surestimés alors que ceux des deux autres composantes sont sous-estimés. Ce phénomène s'accompagne d'une surestimation du cisaillement \overline{uv} . Cependant, ce comportement étant observé quel que soit le type de conditions amont employées, il pourrait être la conséquence d'une géométrie mal adaptée, en particulier, l'utilisation d'une résolution trop faible dans la direction longitudinale. Ceci pourrait en partie expliquer le caractère fortement bidimensionnel observé sur les visualisations du champ de vitesse instantanée. Une étude, qui n'a

pu être menée dans le cadre de cette thèse, de l'influence de la géométrie du maillage sur les résultats des simulations permettrait de confirmer ce point.

Il apparaît dans la configuration SD-RAND que la superposition d'un champ de vitesse cohérent, présentant une dynamique temporelle réaliste, à une composante incohérente réduit la zone d'adaptation en entrée de calcul et favorise l'apparition de structures réalistes juste en aval de la section d'entrée.

Les résultats des calculs présentés ici ont été comparés à ceux obtenus par Coiffet *et al.* [43] dans une configuration proche de la notre. Leur simulation est basée sur la procédure développée au LEA au cours de la thèse de Druault [59], interfaçant au code de calcul des mesures résolues en temps (issues de l'anémométrie à fils chauds) mais sous-résolues en espace. Il apparaît que la prédiction des niveaux d'énergie cinétique turbulente est similaire pour la configuration RAND, et sensiblement meilleure dans la configuration SD-RAND.

Ainsi, les méthodes mises en place au cours de cette thèse ont permis de réaliser un calcul LES d'une couche de mélange plane turbulente, dont la section d'entrée est située hors régime de similitude, reproduisant correctement l'organisation spatio-temporelle de l'écoulement. Les résultats obtenus lors de cette première tentative d'interfaçage entre un code de calcul LES et des données expérimentales issues de mesures SPIV sous résolues temporellement, sont encourageant quant aux possibilités offertes par ce type d'approche. En particulier, les résultats obtenus dans la configuration RAND montrent que le couplage de mesures classiques par SPIV est possible à l'aide d'une procédure de génération purement synthétique des modes temporels POD. Enfin, on peut envisager, grâce aux développements rapides des techniques expérimentales, le couplage direct entre des données issues de mesures par PIV stéréoscopique rapide à un code de calcul instationnaire.

Chapitre 9

Conclusions et perspectives

Afin de répondre au problème de la génération de conditions amont pour les simulations instationnaires d'écoulements turbulents, nous avons entrepris, au cours de cette étude, de développer une nouvelle approche de couplage calculs-expériences. L'ensemble des étapes de cette procédure a été systématiquement validé dans deux configurations différentes d'écoulement de type couche de mélange présentant des degrés de complexité différents.

9.1 Conclusions

Nous nous sommes intéressés dans un premier temps aux approches de couplage calculs-expériences étudiées antérieurement au LEA. Un premier type d'interface a en effet été développé, reposant sur le couplage de données issues de mesures par anémométrie fils chauds résolues temporellement mais sous-résolues spatialement.

Cette méthode nécessite une étape importante d'interpolation-extrapolation spatiale des données expérimentales, basée sur l'utilisation conjointe de la POD et de la LSE. Ces dernières étant basées toutes les deux sur le tenseurs des corrélations en deux points, nous avons étudié le lien possible existant entre ces deux méthodes. Nous avons mis en évidence que la LSE agit sur le spectre des valeurs propres POD du signal estimé comme un filtre passe-bas dont le nombre de coupure correspond au nombre de sondes utilisées. Cet effet de filtrage entraîne un biais sur l'estimation du champ de vitesse, dû à l'influence des modes POD d'ordre élevé. Il est apparu qu'un pré-filtrage POD des signaux conditionneurs et du tenseur des corrélations utilisés, en conservant autant de modes que de sondes de référence, était nécessaire pour que l'estimation par LSE soit l'exacte reconstruction des premiers modes POD du champ original. Cette opération n'est néanmoins possible qu'à condition de connaître *a priori* l'ensemble du champ instantané, enlevant tout intérêt à l'estimation.

Les méthodes de GCA initialement proposées reposant sur la réalisation de mesures simultanées en plusieurs points de l'écoulement, nous nous sommes ensuite intéressés au placement des sondes dans l'écoulement pour la mise en œuvre de la méthode complémentaire. Le critère de placement optimal retenu vise à maximiser l'énergie reconstruite par la méthode complémentaire. La méthode proposée est basée uniquement sur des infor-

mations statistiques en deux points du champ original, évitant ainsi toute reconstruction temporelle.

En faisant largement appel aux techniques POD et LSE, les approches développées au LEA requièrent la connaissance du tenseur des corrélations spatiales en deux points afin de pouvoir reconstruire le champ de vitesse instationnaire sur le maillage de la section d'entrée du calcul. Dans le but de simplifier la phase de détermination expérimentale des statistiques en deux points, nous avons proposé une méthode de modélisation du tenseur des corrélations basée sur la seule connaissance des tensions de Reynolds et de trois échelles caractéristiques de l'écoulement. Les tests menés dans deux configurations d'écoulement, présentant ou non un effet de sillage, ont révélé la bonne aptitude de notre approche à reproduire les corrélations spatiales dans la direction inhomogène de la couche de mélange, confirmée par l'analyse POD des tenseurs modélisés.

Parallèlement à l'analyse des techniques déjà existantes, nous avons entrepris de développer une procédure originale de génération de données instationnaires pour le couplage calculs-expériences. L'objectif était de modéliser la dynamique de l'écoulement par un modèle d'ordre bas déterminé à partir d'une base de données expérimentales. Nous avons pu ainsi interpoler-extrapoler temporellement les données issues de mesures par SPIV pour les interfacer à un code de calcul.

Nous avons tout d'abord présenté une méthode d'extrapolation de signal, la déconvolution sélective, qui permettra d'extrapoler dans la direction d'homogénéité de l'écoulement les champs de vitesse mesurés afin qu'ils correspondent à la face d'entrée du code de calcul.

Une méthode originale d'identification polynomiale de système dynamique a été présentée, permettant de développer un modèle d'ordre bas d'une région de l'écoulement basé sur la décomposition POD du champ considéré. Une telle approche peut être mise en œuvre sur un domaine ne permettant pas forcément le calcul des coefficients de la projection de Galerkin. En effet, les seuls prérequis sont la connaissance de la forme des équations du système dynamique à identifier ainsi que celle d'un nombre suffisant d'échantillons des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ et de leur dérivée $da^{(n)}(t)/dt$. Cette méthode d'identification de modèle d'ordre bas a notamment été validée sur différentes bases de données de type visualisations d'écoulement ou champs de vitesse, prouvant sa capacité à identifier la dynamique des grandes échelles de l'écoulement.

Afin de valider les outils de construction d'un GCA, il est apparu nécessaire de pouvoir appliquer ces méthodes, non seulement à un écoulement de type académique, mais aussi à un écoulement plus réaliste et d'un degré de complexité supérieur. Ainsi, parallèlement à l'étude d'une couche de mélange dite classique (bord de fuite biseauté), une couche de mélange dont l'épaisseur de la plaque séparatrice est de l'ordre de grandeur de celle des couches limites se développant de part et d'autre de cette plaque a été étudiée.

Une campagne de mesure, incluant des visualisations tomographiques, des mesures de pression et des mesures par peignes de sondes à fils chauds, a été menée. Elle a permis, d'une part, de vérifier que l'utilisation d'un bord de fuite biseauté adjoint à une

plaque épaisse permettait d'obtenir un écoulement présentant les caractéristiques classiques d'une couche de mélange à plaque mince. D'autre part, il est apparu que la superposition d'un fort effet de sillage à une couche de mélange modifiait fortement l'organisation spatio-temporelle à grande échelle de l'écoulement et entraînait l'apparition d'une région où l'écoulement est dominé par un comportement de type sillage, retardant le développement du régime de similitude.

Suite à cette étape de qualification des écoulements, nous avons mené une campagne de mesure par PIV stéréoscopique en deux plans décalés en temps dans une section normale à la direction principale de l'écoulement. Nous avons ainsi pu constituer une base de données nécessaire à la construction d'un GCA, donnant accès aux vecteurs propres POD des trois composantes de vitesse, ainsi qu'à des échantillons discrets des coefficients temporels POD $a^{(n)}(t)$ et de leurs dérivées temporelles $\dot{a}^{(n)}(t)$ par différences finies.

Pour les deux configurations d'écoulements, un modèle d'ordre bas, basé sur la décomposition POD, a été identifié pour chacun des écoulements afin de modéliser la dynamique temporelle des structures cohérentes dans la section de mesure. L'énergie cinétique turbulente reconstruite grâce à cette approche représente environ 40 % de l'énergie totale. Les données expérimentales utilisées étant sous résolues en temps, aucune comparaison directe de la dynamique reconstruite n'a pu être effectuée. Néanmoins, l'analyse des portraits de phase et du contenu spectral des modes POD $a^{(n)}(t)$ modélisés a révélé un comportement temporel réaliste, en accord avec les analyses précédentes, notamment par anémométrie à fils chauds.

La dernière étape, effectuée uniquement en configuration de couche de mélange classique, a consisté en l'extrapolation spatiale bidimensionnelle des champs de vitesse sur un maillage correspondant à celui de la face d'entrée d'une simulation de type LES.

Enfin, afin de vérifier la faisabilité et la viabilité de nos approches, des calculs préliminaires LES ont été effectués en configuration de couche de mélange classique en employant différents types de conditions amont. Ces dernières sont systématiquement générées à partir des vecteurs propres spatiaux POD, permettant ainsi de reproduire les statistiques en deux points dans la section d'entrée. La dynamique des coefficients temporels POD a été modélisée de trois manières différentes :

- utilisation des 12 coefficients temporels directement issus du système dynamique (37 % de l'énergie cinétique turbulente reconstruite),
- utilisation des coefficients temporels générés aléatoirement (95 % de l'énergie cinétique turbulente reconstruite),
- combinaison des coefficients temporels issus du système dynamique à ceux générés aléatoirement (95 % de l'énergie cinétique turbulente reconstruite).

Les simulations réalisées ont révélé qu'en dépit d'une dynamique réaliste, la troncature à 12 modes était trop sévère en termes de contenu énergétique et fréquentiel, l'énergie et les échelles turbulentes manquantes devant être régénérées par le code.

L'emploi de conditions d'entrée présentant des niveaux d'énergie corrects ainsi qu'une gamme d'échelles spatiales et temporelles plus large améliore sensiblement la prédiction

de l'écoulement par le calcul. En effet, malgré l'existence d'une zone en début du domaine de calcul où les tensions de Reynolds sont sous-estimées, le champ moyen de vitesse ainsi que les niveaux d'énergie cinétique turbulente k sont correctement reproduits. L'utilisation combinée de coefficients temporels aléatoires et issus du système dynamique entraîne une amélioration de la prédiction des niveaux énergétiques par le code.

En outre, il est apparu un déséquilibre de la répartition de l'énergie au sein des trois composantes de vitesse, conduisant à une surestimation du niveau de fluctuation de la composante longitudinale et à une sous-estimation des niveaux des deux autres composantes. Néanmoins, ce phénomène étant observé dans les trois configurations de calcul, ceci semble plus être dû à une géométrie de maillage inadaptée qu'à un effet des conditions d'entrée. Une étude, qui n'a pu être menée dans le cadre de cette thèse, de l'influence du maillage sur les résultats des simulations permettrait de confirmer ce point.

9.2 Perspectives

Les résultats obtenus grâce à la méthode d'identification polynomiale présentée ont prouvé qu'il était possible d'identifier des modèles d'ordre bas d'écoulements turbulents, dans des configurations complexes, à partir de bases de données réduites, accessibles expérimentalement. Outre l'étude de la dynamique des grandes échelles de l'écoulement, une telle approche peut être utilisée pour développer des stratégies de contrôle d'écoulement. En particulier, on peut envisager de mettre en œuvre de telles approches dans un contexte expérimental ou industriel grâce à la possibilité de développer un système dynamique, représentatif de la dynamique des mouvements à grande échelles, à partir d'informations facilement accessibles telles que des visualisations d'écoulement.

La réalisation de simulations à l'aide de conditions amont générées à partir des techniques développées au cours de cette thèse a permis de démontrer la possibilité d'interfacer à un code de calcul instationnaire des données expérimentales.

En particulier, les techniques d'interfaçage développées rendent possibles le couplage spatial de données issues de mesures par SPIV. Grâce aux récents développements des techniques de mesures par PIV rapide, la dynamique temporelle de l'écoulement pourrait être directement accessible, à condition que les fréquences d'échantillonnages restent compatibles avec les fréquences caractéristiques de l'écoulement et de la résolution temporelle des simulations.

Pour ces raisons, l'utilisation d'une approche de type POD, permettant de séparer les problématiques spatiales et temporelles, associée à une procédure de modélisation de la dynamique des coefficients temporels reste intéressante. En particulier, les premiers résultats obtenus à partir des conditions d'entrée générées aléatoirement sont encourageants. L'utilisation d'une modélisation temporelle plus sophistiquée que celle utilisée ici, sans atteindre la complexité de l'approche système dynamique, rendrait possible la génération de conditions amont à partir de données expérimentales mesurées à l'aide d'un système SPIV classique. Des études complémentaires de la dynamique des coefficients temporels de projection POD permettrait de préciser le type de modélisation adapté.

La mise en œuvre de techniques d'estimation stochastique des coefficients temporels POD du champ de vitesse dans la section d'entrée du calcul à partir de mesures de pression ou de frottement pariétal dans le cas d'écoulement de paroi, telles que celles développées par Coiffet *et al.* [45] ou Taylor et Glauser [192], pourraient également constituer une alternative à la phase de modélisation de la dynamique temporelle.

Bibliographie

- [1] Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows. J.P. Bonnet and M.N. Glauser eds) Kluwer Academic Press, 1993.
- [2] Adrian R.J. On the role of conditionnal averages in turbulence theory. *Turbulence in Liquids*. Science Press, Princeton, NJ, pp 323-332., 1977.
- [3] Adrian R.J. Stochastic estimation of sub-grid scale motions. *Appl. Mech. Rev.*, 43 :214–218, 1990.
- [4] Adrian R.J. Particule-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23 :261–304, 1991.
- [5] Adrian R.J. Stochastic estimation of conditionnal structure. Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows. (Bonnet J.P. and Glauser M.N. eds) Kluwer Academic Press, 1993.
- [6] Akselvoll K. and Moin P. Large-eddy simulation of turbulent confined coannular jets. *J. Fluid Mech.*, 315 :387–411, 1996.
- [7] Allery C. *Contribution à l'identification des bifurcations et à l'étude des écoulements fluides par des systèmes dynamiques d'ordre faible (POD)*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2002.
- [8] Alonso A.A., Kevrekidis I.G., Banga J.R., and Frouzakis C.E. Optimal sensor location and reduced order observer design for distributed process systems. *Computers Chemical Engineering.*, 28(1-2) :27–35, January 2004.
- [9] Antonia R.A. Conditional sampling in turbulence measurement. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 13 :131–156, 1981.
- [10] Archambeau F., Mehitoua N., and Sakiz M. Code Saturne : a finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows. *Int. J. Finite Volumes, ISSN 1634-0655, Electronical edition : <http://averoes.math.univ-paris13.fr/html>*, 2004.
- [11] Aubry N., Guyonnet R., and Lima R. Spatio-temporal analysis of complex signals : theory and applications. *J. Stat. Physics*, 64 :683–739, 1991.
- [12] Aubry N., Holmes P., Lumley J.L., and Stone E. The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 192 :115–173, 1988.
- [13] Balachandar S. Eigendecomposition of the two-point correlation tension tensor for optimal characterization of mantle convection. *Geophys. J. Int.*, 132 :111–127, 1998.
- [14] Balachandar S. and Najjar F.M. Optimal two-dimensional models for wake flows. *Phys. Fluids*, 13(1) :157–176, January 2001.
- [15] Bardina J., Ferziger J.H., and Reynolds W.C. Improved subgrid models for large eddy simulation. AIAA paper 80-1357, 1980.

- [16] Bastin F., Lafon P., and Candel S. Computation of jet mixing noise due to coherent structures : the plane jet case. *J. Fluid Mech.*, 1997.
- [17] Bell J.H. and Metha R.D. Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layer. *AIAA Journal*, 28(12) :2034–2042, 1990.
- [18] Bendat J.S. and Piersol A.G. *Random Data : Analysis and Measurement Procedure*. Second Edition, Wiley-Interscience Publication, 1986.
- [19] Bergé P., Pommeau Y., and Vidal C. *Ordre dans le chaos, vers une approche déterministe de la turbulence*. Hermann, éditeurs des sciences et des arts, Paris, 1988.
- [20] Berkooz G., Holmes P., and Lumley J.L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 25 :539–575, 1993.
- [21] Bernal L.P. and Roshko A. Streamwise vortex structure in plane mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 170 :499–525, 1986.
- [22] Bisset D.K., Antonia R.A., and Browne L.W.B. Spatial organization of large structures in the turbulent far wake of a cylinder. *J. Fluid Mech.*, 218 :439–461, 1990.
- [23] Boldman D.R., Brinich P.F., and Goldstein M.E. Vortex shedding from a blunt trailing edge with equal and unequal external mean velocities. *J. Fluid Mech.*, 75(4) :721–735, 1976.
- [24] Bonnet J.P., Cole D.R., Delville J., Glauser M.N., and Ukeiley L. Stochastic estimation and proper orthogonal decomposition : complementary techniques for identifying structure. *Experiments in Fluids*, 17 :307–314, 1994.
- [25] Bonnet J.P., Delville J., Glauser M.N., Antonia R.A., Bisset D.K., Cole D.R., Fiedler H.E., Garem J.H., Hilberg J.H., Jeong J., Kevlahan N.K.R., Ukeiley L.S., and Vincendeau E. Collaborative testing of eddy structure identification methods in free turbulent shear flows. *Exp. Fluids*, 25 :197–225, 1998.
- [26] Borée J. Extended proper orthogonal decomposition : a tool to analyse correlated events in turbulent flows. *Exp. Fluids*, 35 :188–192, 2003.
- [27] Bourgeois M. *Analyse des instabilités de sillage en écoulement cisailé*. PhD thesis, Université de Toulouse, 1986.
- [28] Brancher P. and Chomaz J.M. Absolute and convective secondary instabilities in spatially periodic shear flows. *Phys. Rev. Letters*, 78(4) :658–661, January 1997.
- [29] Braud C. Identification de systèmes dynamiques. Diplôme d’Etudes Approfondies, Université de Poitiers, 2000.
- [30] Braud C., Heitz D., Arroyo G., Perret L., Delville J., and Bonnet J.P. Low-dimensional analysis, using POD, for two mixing layer-wake interactions. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(3) :351–363, June 2004.
- [31] Braud C., Heitz D., Braud P., Arroyo G., and Delville J. Analysis of the wake/mixing-layer interaction using multiple plane PIV and 3D classical POD. *Exp. Fluids*, 37(1) :95–104, 2004.
- [32] Breidenthal R. Response of plane shear layers and wakes to strong three-dimensional disturbances. *Phys. Fluids*, 23(10) :1929–1934, 1980.
- [33] Brereton G.J. and Kodal A. An adaptative turbulence filter for decomposition of organized turbulent flows. *Phys. Fluids*, 6(5) :1775–1786, 1994.
- [34] Brown G. L. and Roshko A. On density effects and large structures in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 64 :775–814, 1974.

- [35] Calluau D. and David L. Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the flow around a surface-mounted block. *Exp. Fluids*, 36 :53–61, 2004.
- [36] Campbell N., Dalton C., Gibson D., Oziem D., and Thomas B. Practical generation of video textures using the auto-regressive process. *Image and Vision Computing*, 22(10) :819–827, September 2004.
- [37] Carlier J. *Etude des structures cohérentes de la turbulence de paroi à grand nombre de Reynolds par vélocimétrie par images de particules*. PhD thesis, Université de Lille, 2001.
- [38] Cazemier W., Verstappen R.W.C.P., and Veldman A.E.P. Proper orthogonal decomposition and low-dimensional models for driven cavity flows. *Phys. Fluids*, 10(7) :1685–1699, 1998.
- [39] Chandrasekhar S. The theory of axisymmetric turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A : Mathematical and Physical Sciences*, 242 :557–577, 1950.
- [40] Chomaz J.M., Huerre P., and Redekopp L.G. Bifurcations to local and global modes in spatially developing flows. *Phys. Rev. Letters*, 60(1) :25–28, January 1988.
- [41] Christensen K.T. and Adrian R.J. Measurement of instantaneous eulerian acceleration fields by particle image accelerometry : method and accuracy. *Exp. Fluids*, 33 :759–769, 2002.
- [42] Chung Y.M. and Sung H.J. Comparative study of inflow conditions for spatially evolving simulation. *AIAA Journal*, 35(2) :269–274, February 1997.
- [43] Coiffet F., Delville J., and Lamballais E. DNS/LES of a turbulent mixing layer using instantaneous experimental data. In Castro I.P., Hancock P.E., and Thomas T.G., editors, *Advances in Turbulence IX. Proceedings of the Ninth European Turbulence Conference*, 2002.
- [44] Coiffet F., Delville J., Ricaud F., and Valière J.C. Near field pressure of subsonic free jet, estimation and separation of hydrodynamic and acoustic components. In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [45] Coiffet F., Fourment C., Braud P., Delville J., and Jordan P. Correlation of nearfield pressure with mixing layer velocity in a supersonic jet. In *XXI ICTAM, 1521 August 2004, Warsaw, Poland*, 2004.
- [46] Cole D.R., Glauser M.N., and Guezennec Y.G. An application of the stochastic estimation to the jet mixing layer. *Phys. Fluids*, 4(1) :192–194, January 1992.
- [47] Comte P., Silvestrini J.H., and Bégou P. Streamwise vortices in large-eddy simulations of mixing layers. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 17(4) :615–637, 1998.
- [48] Comte P., Y.Dubief, Brun C., Meinke M., Schulz C., and Rister Th. Simulation of spatially developing plane and round jets. Notes on Numerical Fluid Mechanics. Numerical Flow Simulation 1. CNRS-DFG Collaborative Research Programme, results 1996-1998. Hirshel E. H. editor.
- [49] Comte-Bellot G. Hot-wire anemometry. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 8 :209–231, 1976.
- [50] Cordier L. *Etude de systèmes dynamiques basés sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). Application à la couche de mélange turbulente et à l'écoulement entre deux disques contra-rotatifs*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1996.

- [51] Corte A. La. Generation of crosscorrelated random processes. *Signal processing*, 79 :223–234, 1999.
- [52] Couplet M., Sagaut P., and Basdevant C. Intermodal energy transfers in a proper orthogonal decomposition–Galerkin representation of a turbulent separated flow. *J. Fluid Mech.*, 491 :275–284, 2003.
- [53] Delville J. Characterization of the organization in shear layers via the proper orthogonal decomposition. *Applied Scientific Research*, 53 :263–281, 1994.
- [54] Delville J. *La décomposition orthogonale aux valeurs propres et l'analyse de l'organisation tridimensionnelle des écoulements turbulents cisailés libres*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1995.
- [55] Delville J., Lamballais E., and Coiffet C. Braud F. Rapport final de la convention PEA 982610, ayant pour thème la génération de conditions amont, mai 2001.
- [56] Delville J., Ukeiley L., Cordier L., Bonnet J.P., and Glauser M. Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer. Part 1. Proper orthogonal decomposition. *J. Fluid Mech.*, 391 :91–122, 1999.
- [57] Devenport W.J., Muthanna C., Ma R., and Glegg S.A.L. Two-point description of wake turbulence with application to noise prediction. *AIAA Journal*, 39(12) :2302–2307, December 2001.
- [58] Dimotakis P.E. Two-dimensional shear layer entrainment. *AIAA Journal*, 24(11) :1791–1796, 1986.
- [59] Druault P. *Développement d'interfaces expériences/simulation. Application à l'écoulement de couche de mélange plane turbulente*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1999.
- [60] Druault P. and Delville J. Représentation du tenseur de corrélation spatiale de vitesse en écoulements turbulents libres. *C.R. Acad. Sci. Paris, Série IIb*, 328 :135–141, 2000.
- [61] Druault P., Delville J., and Bonnet J.P. Development of experiment/simulation interfaces for hybrid turbulent results analysis via the use of DNS/LES. First International Symposium on Turbulence Shear Flow Phenomena. Santa Barbara, USA, 12–15 September, 1999.
- [62] Druault P., Lardeau S., Bonnet J.P., Coiffet F., Delville J., Lamballais E., Largeau J.F., and Perret L. A methodology for the generation of realistic 3D turbulent unsteady inlet conditions for LES. *AIAA*, 42(3) :447–456, 2004.
- [63] Druault P., Largeau J.F., Coiffet F., Lardeau S., and Bonnet J.P. Numerical validation of a new methodology for the generation of realistic turbulent inflow conditions for LES. ASME Heat Transfer/Fluids Engineering Summer Conference : July 11–15, 2004, North Carolina, USA.
- [64] Dziomba B. and Fiedler H.E. Effect of initial conditions on two-dimensional free shear layers. *J. Fluid Mech.*, 152 :419–442, 1985.
- [65] Farge M. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 24 :395–457, 1992.
- [66] Farge M. and Schneider K. Coherent Vortex Simulation (CVS), a semi-deterministic turbulence model using wavelets. *Flow, Turbulence and Combustion*, 66 :393–426, 2001.
- [67] Favre A., Gaviglio J.J., and Dumas R. Space-time double correlations and spectra in a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 2 :313–342, 1957.

- [68] Ferrante A. and Elghobashi S.E. A robust method for generating inflow conditions for direct simulations of spatially-developing turbulent boundary layers. *J. Comput. Phys.*, 198(1), 372–387 2004.
- [69] Fiedler H.E. Coherent structures. *Advances in Turbulence*. (G. Comte-Bellot and J. Mathieu eds.) Springer-Verlag, 1987.
- [70] Fiedler H.E. *Flows control : Fundamentals and practices*, chapter Control of free turbulent shear flows, pages 335–431. Berlin, New-York : Springer-Verlag, 1998.
- [71] Franke U. Selective deconvolution : a new approach to extrapolation and spectral analysis of discrete signals. *Int. Conf. on Acoustics, Speech Signal Processing. IEEE*, 1987.
- [72] Friedrich R. and Arnal M. Analysing turbulent backward-facing step flow with the lowpass-filtered navier-stokes equations. *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 35 :101–128, 1990.
- [73] Gerhard J., Pastoor M., King R., Noack B.R., Dillmann A., Morzyński M., and Tadmor G. Model-based control of vortex shedding using low-dimensional Galerkin models. In *33rd AIAA Fluids Conference and Exhibit*, Orlando, Florida, U.S.A., June 23–26, 2003. Paper 2003-4262.
- [74] Gieseke T.J. and Guezennec Y.G. Stochastic estimation of multipoint conditional averages and their spatio-temporal evolution. *Eddy Structure Identification in Free Turbulent Shear Flows*. (Bonnet J.P. and Glauser M.N. eds) Kluwer Academic Press, 1993.
- [75] Gillies E.A. Low-dimensional control of the circular cylinder wake. *J. Fluid Mech.*, 371 :157–178, 1998.
- [76] Glauser M.N., Zheng X., and Doering C.R. *Turbulence and Coherent Structures*. Kluwer, 1989.
- [77] Glaze J.D. and Frankel S.H. Stochastic inlet conditions for large-eddy simulation of a fully turbulent jet. *AIAA Journal*, 41(6) :1064–1073, June 2003.
- [78] Gómez J.C. and Baeyens E. Identification of block-oriented nonlinear systems using orthonormal bases. *J. Process Control*, 14(6) :685–697, September 2004.
- [79] Gordeyev S.V. and Thomas F.O. Coherent structure in the turbulent planar jet. Part1. Extraction of proper orthogonal decomposition eigenmodes and their self-similarity. *J. Fluid Mech.*, 414 :145–194, 2000.
- [80] Gordeyev S.V. and Thomas F.O. Coherent structure in the turbulent planar jet. Part2. Structural topology via POD eigenmode projection. *J. Fluid Mech.*, 460 :349–380, 2002.
- [81] Hammond D.A. and Redekopp L.G. Global dynamics of symmetric and asymmetric wakes. *J. Fluid Mech.*, 331 :231–260, 1997.
- [82] Hinze J.O. *Turbulence, 2nd ed.* McGraw-Hill, New York, 1975.
- [83] Ho C.M. and Huerre P. Perturbed free shear layers. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 16 :365–422, 1984.
- [84] Holmes P., Lumley J.L., Berkooz G., Mattingly J., and Wittenberg R. Low-dimensional models of coherent structures in turbulence. *Physics Reports*, 287 :337–384, 1997.
- [85] Hu H., Saga T., Kobayashi T., and Taniguchi N. A study on a lobed jet mixing flow by using stereoscopic particle image velocimetry technique. *Phys. Fluids*, 13(11) :3425–3441, November 2001.

- [86] Hu H., Saga T., Kobayashi T., and Taniguchi N. Simultaneous measurements of all three components of velocity and vorticity vectors on a lobed jet flow by means of dual-plane stereoscopic particle image velocimetry. *Phys. Fluids*, 14(7) :2128–2138, July 2002.
- [87] Huerre P. and Monkewitz P. Local and global instabilities in spatially developing flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 22 :473–537, 1990.
- [88] Hung V. and Tran H. Modeling and control of physical processes using proper orthogonal decomposition. *Math. and Comp. Modelling*, 33 :223–236, 2001.
- [89] Hussain A.K.M.F. Coherent structures-reality and myth. *Phys. Fluids*, 26(10) :2816–2850, October 1983.
- [90] Hussain A.K.M.F. Coherent structures and turbulence. *J. Fluid Mech.*, 173 :303–356, 1986.
- [91] Hutchins N., Hambleton W., and Marusic I. Inclined cross-stream stereo PIV measurements in turbulent boundary layers. In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [92] Jakobsen M.L., Dewhirst T.P., and Greated C.A. Particle image velocimetry for predictions of acceleration fields and force within flows. *Meas. Sci. Technol.*, 8 :1502–1516, 1997.
- [93] Jarrin N., Benhamadouche S., Addad Y., and Laurence D. Synthetic turbulent inflow conditions for Large-Eddy Simulation. In *Proc. 4th Int. Conf. Turb., Heat and Mass Transfer (to appear in Progress in Computational Fluid Dynamics)*, 2003.
- [94] Jeong J. and Hussain F. On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.*, 285 :69–94, 1995.
- [95] Jeong S.H. and Bienkiewicz B. Application of autoregressive modeling in proper orthogonal decomposition of building wind pressure. *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 69-71 :685–695, 1997.
- [96] Johansson P.S. and Andersson H.I. Generation of turbulent inlet-boundary conditions using POD-modes. Third International Symposium on Turbulence Shear Flow Phenomena. Sendai, Japan, 25-27 June, 2003.
- [97] Jordan P. and Gervais Y. Modelling self- and shear-noise mechanisms in inhomogeneous, anisotropic turbulence. *Journal of Sound and Vibration*, 279(3-5) :529–555, January 2005.
- [98] Kähler C.J. and Kompenhans J. Fundamentals of multiple plane stereo particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, Suppl. :S70–S77, 2000.
- [99] Kähler C.J. and Stanislas M. Investigation of wall bounded flows by means of multiple plane stereo PIV. 10th Symposium International Applications of laser techniques to fluid mechanics, Lisbon, Portugal., 2000.
- [100] Kameda H. and Morikawa H. An interpolating stochastic process for simulation of conditional random fields. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 7 :243–254, 1997.
- [101] Kaneda Y. High resolution direct numerical simulation of turbulence. In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [102] Keane R. and Adrian R.J. Optimization of particle image velocimeters. Part 1 : double pulsed systems. *Meas. Sci. Technol.*, 2 :963–974, 1990.

- [103] Kevlahan N. K.-R., Hunt J.C.R., and Vassilicos J.C. A comparison of different analytical techniques for identifying structures in turbulence. *Applied Scientific Research*, 53 :339–355, 1994.
- [104] Klein M., Sadiki A., and Janicka J. A digital filter based generation of inflow data for developing direct numerical or large eddy simulations. *J. Comput. Phys.*, 186 :652–665, 2003.
- [105] Koch W. Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows. *J. Sound and Vibration*, 99(1) :53–83, 1985.
- [106] Kondo K., Murakami S., and Mochida A. Generation of velocity fluctuations for inflow boundary condition of LES. *Journal of Wind engineering and industrial Aerodynamics*, 67 and 68 :51–64, 1997.
- [107] Koochesfahani M.M. and Frierler C.E. Instability of nonuniform density free shear layers with a wake profile. *AIAA Journal*, 27(12) :1735–1740, 1989.
- [108] Kraichnan R.H. Diffusion by a random velocity field. *Phys. Fluids*, 13(1) :22–31, January 1970.
- [109] Krothapalli D. Moreno A., Alkislar M.B., and Lourenco L.M. Low-dimensional model of a supersonic rectangular jet. *Phys. Review E*, 2004.
- [110] Lamballais E. *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [111] Langford J.A. and Moser R.D. Optimal LES formulations for isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 398 :321–346, 1999.
- [112] Lasheras J.C., Cho J.S., and Maxworthy T. On the origin and evolution of stream-wise vortical structures in a plane, free shear layer. *J. Fluid Mech.*, 172 :231–258, 1986.
- [113] Lasheras J.C. and Choi H. Three-dimensional instability of a plane, free shear layer : an experimental study of the formation and evolution of streamwise vortices. *J. Fluid Mech.*, 189 :53–86, 1988.
- [114] Le H. and Moin P. Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. CTR Rept. TF-58. Thermosciences Division, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford Univ., CA, December 1994.
- [115] Lee S., Lele S.K., and Moin P. Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor’s hypothesis in compressible flow. *Phys. Fluids*, 4(7) :1521–1530, July 1992.
- [116] Lesieur M. Turbulence et structures cohérentes dans les fluides. Non Linear Partial Differential Equations and their Applications, Séminaire Collège de France 1989-1990, Pitman Research Notes in Mathematics, 11, Longman, H. Brezis and J.L. Lions eds, 1990.
- [117] Lesieur M., Begou P., Briand E., Danet A., Delcayre F., and Aider J.L. Coherent-vortex dynamics in large-eddy simulations of turbulence. *J. of Turbulence*, 4(16), 2003.
- [118] Lesieur M. and Metais O. New trends in Large-Eddy Simulations of turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 28 :45–82, 1996.
- [119] Leu T.-S. and Ho C.-M. Control of global instability in a non-parallel wake. *J. Fluid Mech.*, 404 :345–378, 2000.

- [120] Li N., Balaras E., and Piomelli U. Inflow conditions for large-eddy simulations of mixing layers. *Phys. Fluids*, 12(4) :935–938, April 2000.
- [121] Liu J.T.C. Coherent structures in transitional and turbulent free shear flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 21 :285–315, 1989.
- [122] Lorenz E.N. Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20 :130–141, 1963.
- [123] Lumley J.L. The structure of inhomogeneous turbulent flows. *Atm. Turb. And Radio Wave Prop.*, Nauka, Moscow, ed. Yaglom and Tatarsky, pp. 166–178, 1967.
- [124] Lund T.S., Wu X., and Squires K.D. Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations. *J. Comput. Phys.*, 140 :233–258, 1998.
- [125] Ma X. and Karniadakis G.E. A low-dimensional model for simulating three-dimensional cylinder flow. *J. Fluid Mech.*, 458 :181–190, 2002.
- [126] Manhart M. Vortex shedding from a hemisphere in a turbulent boundary layer. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 12 :1–28, 1998.
- [127] Maruyama T., Rodi W., Maruyama Y., and Hiraoka H. Large eddy simulation of the turbulent boundary layer behind roughness elements using an artificially generated inflow. *J. Wind Eng.*, 83 :381–392, 1999.
- [128] Maurel S., Borée J., and Lumley J.L. Extended proper orthogonal decomposition : Application to jet/vortex interaction. *J. Flow Turbulence Combust.*, 67 :125–136, 2001.
- [129] Mengali G. and Micheli M. Simulation of turbulent fluctuations. *AIAA Journal*, 32(11) :2210–2216, November 1994.
- [130] Metha R.D. Effect of velocity ratio on plane mixing layer development : influence of the splitter plate. *Exp. Fluids*, 10 :194–204, 1991.
- [131] Michalke A. On the inviscid instability of the hyperbolic-tangent velocity profile. *J. Fluid Mech.*, 19(4) :543–556, 1964.
- [132] Minh H. Ha. La modélisation statistique de la turbulence : ses capacités et ses limitations. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 327(2 b) :343–358, 1999.
- [133] Moin P. and Manesh K. Direct numerical simulation : A tool in turbulence research. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 30 :53978, 1998.
- [134] Monkewitz P. and Huerre P. Influence of the velocity ratio on the spatial instability of mixing layers. *Phys. Fluids*, 25 :1137–1144, 1982.
- [135] Monkewitz P. and Huerre P. Absolute and convective instabilities in free shear layers. *J. Fluid Mech.*, 159 :151–168, 1985.
- [136] Morikawa H. and Kameda H. Conditional random fields containing non-stationary stochastic processes. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16 :341–347, 2001.
- [137] Métais O. and Lesieur M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *J. Fluid Mech.*, (239) :157–194, 1992.
- [138] Mullin J.A. and Dahm W.J.A. Direct assessments of multifractal scale-similarity in true dissipation and enstrophy fields from dual-plane stereo PIV (DSPIV). In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [139] Murray N.E. and Ukeiley L. S. Estimation of the flowfield from surface pressure measurements in an open cavity. *AIAA Journal*, 41(5) :969–972, 2003.

- [140] Murray N.E. and Ukeiley L. S. Low-dimensional estimation of cavity flow dynamics. In *42th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV.*, January 2004.
- [141] Noack B.R. and Eckelmann H. A low-dimensional Galerkin method for the three-dimensional flow around a circular cylinder. *Phys. Fluids*, 6 :124–143, 1994.
- [142] O’Hara D., Andersson N., Jordan P., Billson M., Eriksson L., and Davidson L. A hybrid analysis methodology for improved accuracy in low cost jet noise modeling. 33rd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering. Prague, Czech Republic, August 22-25., 2004.
- [143] Olsen M.G. and Dutton J.G. Stochastic estimation of large structures in an incompressible mixing layer. *AIAA Journal*, 40(12) :2431–2438, December 2002.
- [144] Papoulis A. *Probability, random variables and stochastic processes*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- [145] Park H.M. and Jung W.S. The Karhunen Loève Galerkin method for the inverse natural convection problems. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 44(1) :155–167, January 2001.
- [146] Park S., Wachsman A., Yi T., Wee D., Annaswamy A.M., and Ghoniem A.F. A backward-facing step combustor : Reduced-order modeling and control. In *IEEE Conference on Decision and Control*, December 9-12 2003.
- [147] Pedersen J. and Meyer K. POD analysis of flow structures in a scale model of a ventilated room. *Exp. Fluids*.
- [148] Pellerin S., Dulieu A., Phuoc L. Ta, and Tenaud C. Incompressible 3-D mixing layer using LES : influences of subgrid scale models and upstream perturbations. L.I.M.S.I. - UPR CNRS 3251.
- [149] Perret L., Braud P., Fourment C., David L., and Delville J. Mesure du champ d’accélération par vélocimétrie par imagerie de particules stéréoscopique deux plans. In *9^{eme} Congès Francophone de Vélocimétrie Laser*, Bruxelles, Belgique, 2004.
- [150] Perret L., Collin E., and Delville J. POD based identification of dynamical systems for flow control. In *First European Forum on Flow Control*, Poitiers, France, October 11-14 2004.
- [151] Perret L., Delville J., and Bonnet J.P. Two point correlation tensor modelling in the turbulent mixing layer downstream a thick plate. In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [152] Picard C. *Etude expérimentale de l’identification des sources acoustiques dans les jets par analyse de la fluctuation de pression en champ proche*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2001.
- [153] Piirto M., Saarenrinne P., Eloranta H., and Karvinen R. Measuring turbulence energy with PIV in a backward-facing step flow. *Exp. Fluids*, 35(3) :219–236, 2003.
- [154] Piomelli U. and Liu J. Large-eddy simulation of rotating channel flows using a localized dynamic model. *Phys. Fluids*, 7(4) :839–848, April 1995.
- [155] Podvin B. On the adequacy of the ten-dimensional model for the wall layer. *Phys. Fluids*, 13(1) :210–224, 2001.
- [156] Pope S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.

- [157] Prasad A.K. Stereoscopic particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 29 :103–116, 2000.
- [158] Prasad A.K. and Adrian R.J. Stereoscopic particle image velocimetry applied to liquid flows. *Exp. Fluids*, 15 :49–60, 1993.
- [159] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., and Flannery B.P. *Numerical Recipes in Fortran : the art of scientific computing*, chapter 15. Cambridge University Press, 2nd edition, 1992.
- [160] Raffel M., Willert C., and Kompenhans J. *Particle Image Velocimetry, a practical guide*. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [161] Rajae M., Karlsson S.K.F., and L. Sirovich. Low-dimensional description of free-shear-flow coherent structures and their dynamical behaviour. *J. Fluid Mech.*, 258 :1–29, 1994.
- [162] Rayleigh J.W.S. On the stability, or instability, of certain fluid motions. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 9 :57–70, 1880.
- [163] Rempfer D. Investigations of boundary layer transition via Galerkin projections on empirical eigenfunctions. *Phys. Fluids*, 8(1) :175–188, January 1996.
- [164] Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous flows and the determination of the criterion. *Philos. Trans. R. Soc. London*, A 186 :123–161, 1894.
- [165] Reynolds W.C. and Hussain A.K.M.F. The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. Part 3. Theoretical models and comparisons with experiments. *J. Fluid Mech.*, 54 :263–288, 1972.
- [166] Ricaud F. *Etude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2003.
- [167] Rigopoulos A. and Arkun Y. KLE-(V)AR : A new identification technique for reduced order disturbance models with application to sheet forming processes. *J. Process Control*, 11(6) :679–698, 2001.
- [168] Rodi W. *A review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layers*, volume 1. Academic Press, 1975.
- [169] Rogers M.M. and Moser R.D. Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Phys. Fluids*, (2) :903–923, 1994.
- [170] Rowley C.W., Colonius T., and Murray R.M. Model reduction for compressible flows using POD and Galerkin projection. *Physica D*, 189(1-2) :115–129, February 2004.
- [171] Ruelle D. and Takens F. On the nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.*, 20 :167–192, 1971.
- [172] Sabin C. M. An analytical and experimental study of the plane incompressible, turbulent free shear layer with arbitrary velocity ratio and pressure gradient. Technical report, Stanford University, October 1963.
- [173] Sagaut P. *Large Eddy Simulation for incompressible flows - An introduction*. Springer-Verlag, Heidelberg, Germany, 2nd edition, 2002.
- [174] Sagaut P., Garnier E., Tromeur E., Larcheveque L., and Labourasse E. Turbulent inflow conditions for large-eddy-simulation of compressible wall-bounded flows. *AIAA Journal*, 42(3), 2004.

- [175] Sandham N.D. and Reynolds W.C. Some inlet-plane effects on the numerically simulated, spatially-developing mixing layer. In *Proceedings Turbulent Shear Flows 6*, pages 441–454. Springer-Verlag, 1989.
- [176] Sanghi S. and Aubry N. Mode interaction model for near-wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 252 :239–264, 1993.
- [177] Scarano F. Iterative image deformation methods in PIV. *Meas. Sci. Technol.*, 13 :R1–R19, 2002.
- [178] Schröder A. and Kompenhans J. Investigation of a turbulent spot using multi-plane stereo particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 36 :82–90, 2004.
- [179] Seong S.H. and Peterka J.A. Digital generation of surface-pressure fluctuations with spiky features. *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 73 :181–192, 1998.
- [180] Siegel S., Cohen K., and McLaughlin T. Feedback control of a circular cylinder wake in a water tunnel. 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting, Reno, AIAA 2004-0580, 2004.
- [181] Sirovich L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part I : coherent structures. *Quarterly of Applied Mathematics*, **XLV**, 1987.
- [182] Sirovich L., Ball K., and Keefe L. Plane waves and structures in turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 2(2) :2217–2226, 1990.
- [183] Slessor M.D., Bond C.L., and Dimotakis P.E. Turbulent shear-layer mixing at high Reynolds numbers : effects of inflow conditions. *J. Fluid Mech.*, 376 :115–138, 1998.
- [184] Smagorinsky J. General circulation experiments with primitive equations. I : the basic experiment. *Mon. Weath. Rev.*, 1963.
- [185] Smirnov A., Shi S., and Celik I. Random flow generation technique for large eddy simulations and particle-dynamics modeling. *Trans ASME, Journal of Fluids Engineering*, 123 :359–371, 2001.
- [186] Smith T.R., Moehlis J., King R., and Holmes P. Modeling and control of minimal flow unit turbulence in plane couette flow. In *IEEE 42nd Conf on Decision and Control*, pages 2322–2327, 2003.
- [187] Soloff S.M., Adrian R.J., and Liu Z-C. Distortion compensation for generalized stereoscopic particle image velocimetry. *Meas. Sci. Technol.*, 8(12) :1441–1454, December 1997.
- [188] Souza F. De. *Etude expérimentale de l'interaction sillage/paroi dans une couche limite turbulente manipulée par un cylindre circulaire*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1996.
- [189] Stanislas M., Okamoto K., and Kähler C. Main results of the First International PIV Challenge. *Meas. Sci. Technol.*, 14 :R63–R89, 2003.
- [190] Sullivan P. and Pollard A. Two-dimensional Gram-Charlier reconstruction of velocity correlations. *Phys. Fluids*, 8(10) :2671–2677, 1996.
- [191] Tang D., Kholodar D., Juang J., and Dowell E.H. System identification and proper orthogonal decomposition method applied to unsteady aerodynamics. *AIAA Journal*, 39(8) :1569–1576, August 2001.
- [192] Taylor J. and Glauser M.N. Towards practical flow sensing and control via POD and LSE based low-dimensional tools. Proceedings of FEDSM02. 2002 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, July 14-18.

- [193] Terracol M. A zonal LES approach for acoustic noise sources prediction. In Anderson H.I. and Krogstad P.-A., editors, *Advances in Turbulence X. Proceedings of the Tenth European Turbulence Conference*, 2004.
- [194] Townsend A.A. *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge University Press, 1956.
- [195] Uberoi M.S. and Freymuth P. Turbulent energy balance and spectra of the axisymmetric wake. *Phys. Fluids*, 13 :2205–2210, 1970.
- [196] Ukeiley L., Cordier L., Manceau R., Delville J., Glauser M., and Bonnet J.P. Examination of large-scale structures in a turbulent plane mixing layer. Part 2. Dynamical systems model. *J. Fluid Mech.*, 441 :67–108, 2001.
- [197] Ukeiley L., Glauser M., and Wick D. Downstream evolution of proper orthogonal decomposition eigenfunctions in a lobed mixer. *AIAA Journal*, 31(8) :1392–1397, August 93.
- [198] Van Droogenbroeck M. *Traitement d'images numériques au moyen d'algorithmes utilisant la morphologie mathématique et la notion d'objet : application au codage*. PhD thesis, Catholic University of Louvain, Belgium, May 1994.
- [199] Van Droogenbroeck M. and Talbot H. Segmentation by adaptive prediction and region merging. In *Digital Image Computing Techniques and Applications, Volume II*, pages 561–570, Sydney, Australia, December 2003.
- [200] Verdet P. Etude expérimentale de la signature thermique des structures turbulentes d'un jet subsonique, axisymétrique, chauffé. Diplôme D'Etudes Approfondies, Université de Poitiers, 1998.
- [201] Vigo G. *Méthodes de décomposition orthogonale aux valeurs propres appliquées aux écoulements instationnaires compressibles complexes*. PhD thesis, Université de Paris IX Dauphine, 2002.
- [202] Vincendeau E. *Analyse conditionnelle et estimation stochastique appliquées à l'étude des structures cohérentes dans la couche de mélange*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1995.
- [203] Wallace D. and Redekopp L.G. Linear instability characteristics of wake-shear layers. *Phys. Fluids*, 4(1) :189–191, January 1992.
- [204] Willert C. Stereoscopic digital particle image velocimetry for application in wind tunnel flows. *Meas. Sci. Technol.*, 8 :1465–1479, 1997.
- [205] Willert C. and Gharib M. Digital particle image velocimetry. *Exp. Fluids*, 10 :181–193, 1991.
- [206] Yao Y.F., Sandham T.G. Thomas N.D., and Williams J.J.R. Direct numerical simulation of turbulent flow over a rectangular trailing edge. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 14 :337–358, 2001.
- [207] Zhang Y.Q., Ho C.H., and Monkewitz P. The mixing layer forced by fundamental and subharmonic. In *Laminar-turbulent transition, proceedings of IUTAM symposium, Novosibirsk, USSR*, pages 385–395. Springer-Verlag, New York, July, 9-13 1984.
- [208] Zheng D. and Hoo K.A. Low-order model identification for implementable control solutions of distributed parameter systems. *Computers and Chemical Engineering*, 26(7-8) :939–1169, 2002.
- [209] Zhou M. and Wygnanski I. The response of a mixing layer formed between parallel streams to a concomitant excitation at two frequencies. *J. Fluid Mech.*, 441 :139–168, 2001.

Annexe A

Principe des approches GCA antérieures développées au LEA

Les premières approches de génération de conditions amont développées aux LEA, en particulier dans le cadre de la thèse de Druault [59], sont basées sur l'utilisation de signaux de vitesse expérimentaux connus simultanément en un nombre réduit de positions spatiales, mais ayant une bonne résolution temporelle. Ce type d'approche est donc particulièrement adapté à l'utilisation d'une base de données issue de mesures par peignes de sondes à fils chauds. Les phases d'interpolation-extrapolation spatiales nécessaires à l'adaptation des données expérimentales au maillage de la section d'entrée de la simulation font largement appel aux techniques de la POD et de la LSE et sont donc basées sur la connaissance du tenseur des corrélations spatiales en deux points. Les techniques développées ont été mises en œuvre pour la génération de conditions amont dans une configuration de couche de mélange plane turbulente.

Les principales étapes de cette méthode sont les suivantes :

- **mesure du tenseur des corrélations spatiales en deux points** du champ de vitesse suivant la direction verticale $R_{ij}(y, y')$, par peigne de sondes à fils chauds, sur un maillage grossier (12 points de mesures).
- **modélisation de $R_{ij}(y, y')$ par polynômes de Gram-Charlier** afin d'interpoler le tenseur des corrélations [60] avec une résolution spatiale correspondant à celle de la simulation numérique (figure A.1).
- **extrapolation du tenseur des corrélations** par extrapolation des modes POD extraits de ce tenseur (cf §3.1.5). Les modes POD extrapolés permettent ensuite de reconstruire le tenseur $R_{ij}(y, y')$ (figure A.2).
- **constitution d'une base de données** permettant d'accéder au champ de vitesse à trois composantes en un nombre réduit de points (3 points de mesures suivant la direction verticale y en 11 positions suivant l'envergure z) dans une section transversale de l'écoulement correspondant à la section d'entrée de la simulation. Un peigne bidimensionnel (figure A.3 a)) (couvrant une section y - z de l'écoulement) de sondes à deux fils chauds croisés est utilisé pour cette phase de mesure. Chaque sonde donne accès à la composante longitudinale de la vitesse u et à une des deux autres composantes. Les composantes v et w sont donc connues alternativement une sonde sur deux (figure A.3 b)).

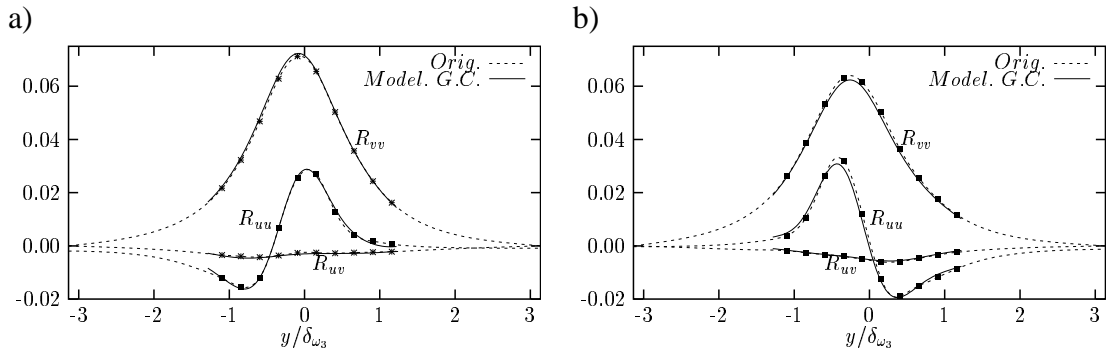


FIG. A.1 – Comparaison des corrélations originales $R_{ij}(y_0, y)$ (- - -) à celles interpolées par polynômes de Gram-Charlier (—). a) $y_0 = 0$ et b) $y_0 = -\delta_\omega/2$. ■ : points ayant servis à la modélisation (d’après Druault [59]).

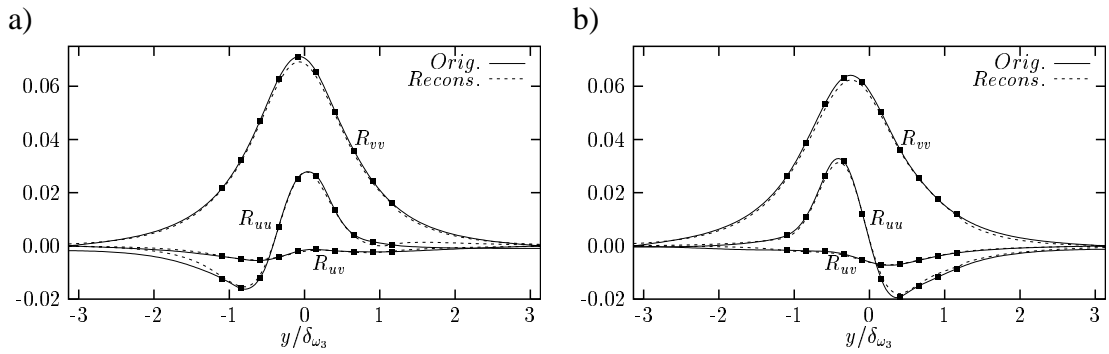


FIG. A.2 – Comparaison des corrélations originales $R_{ij}(y_0, y)$ (- - -) à celles extrapolées (—). a) $y_0 = 0$ et b) $y_0 = -\delta_\omega/2$. ■ : points ayant servis à la modélisation (d’après Druault [59]).

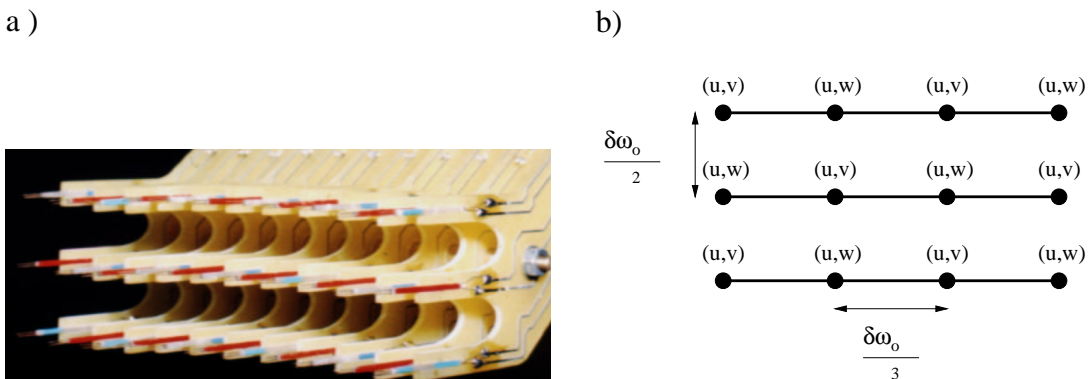


FIG. A.3 – a) Peigne bidimensionnel de sondes à fils chauds en X ; b) Configuration de sondes retenue. (d’après Druault [59]).

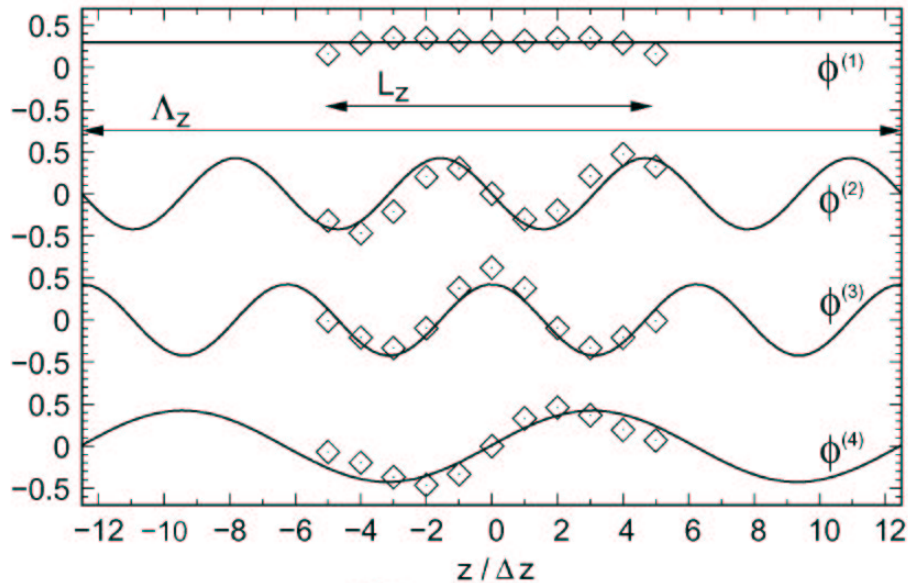


FIG. A.4 – Exemple des quatre premiers vecteurs propres POD suivant l’envergure originaux (\diamond) et modélisés sur le domaine périodique (—) (d’après Coiffet *et al.* [43]).

- **traitement par POD de la direction statistiquement homogène z** suivant l’envergure de l’écoulement de couche de mélange. Suivant cette direction, les données générées doivent respecter la condition de périodicité imposée dans la simulation. Les champs de vitesse de la base de données sont décomposés par POD dans cette direction. Celle-ci étant statistiquement homogène, les modes POD obtenus dégènerent en fait en modes harmoniques (cf chapitre 3). L’avantage de la mise en œuvre de la POD dans cette direction est que la longueur d’onde des modes POD ne dépend *a priori* pas de la taille du domaine sur lequel est effectué la décomposition. Les modes obtenus dans cette direction sont donc modélisés analytiquement par des fonctions sinusoïdales et extrapolés [43] ensuite sur un domaine périodique de taille supérieure à l’étendue du peigne suivant la direction z (figure A.4). Le champ de vitesse peut alors être reconstruit à partir des modes POD extrapolés sur le maillage de la face d’entrée du calcul. Il est en outre périodique à chaque instant suivant la direction de l’envergure de l’écoulement.
- **interpolation-extrapolation verticale par LSE du champ de vitesse suivant la direction.** L’estimation est faite pour chaque position z , à partir de trois signaux de référence et du tenseur des corrélations $R_{ij}(y, y')$ précédemment interpolé et extrapolé sur le maillage de la face d’entrée du calcul (figure A.5).
- **renormalisation des signaux de vitesse.** En effet, l’utilisation conjointe de la POD et de la LSE introduit un effet de filtrage du champ de vitesse, la partie reconstruite correspondant aux grandes échelles de l’écoulement. Cela conduit à une baisse globale des niveaux d’énergie. Une renormalisation des signaux de vitesse est donc effectuée afin que les signaux reconstruits présentent des tensions de Reynolds correctes.

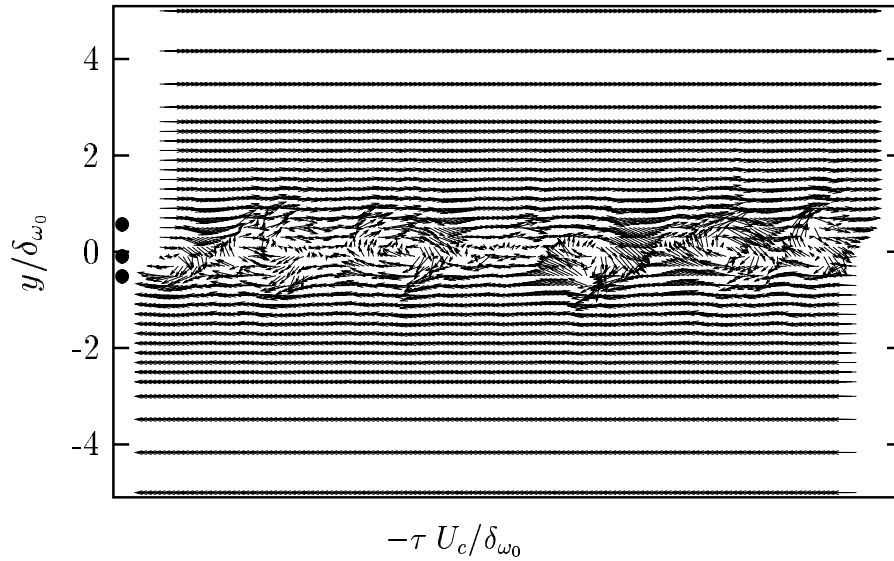


FIG. A.5 – Estimation du champ de vitesse par LSE à partir de trois points de référence (●) (d'après Druault [59]).

Cette méthode de génération de conditions amont a été mise en œuvre en écoulement de couche de mélange par Druault [59] et Druault *et al.* [62] pour l'interfaçage de données expérimentales à un code de calcul de type LES. Elle a également été validée dans un contexte purement numérique en interfaçant des données issues d'un calcul DNS de référence, dégradées spatialement afin de reproduire les conditions expérimentales, à une simulation DNS [63].

Annexe B

POD Based Identification of Dynamical Systems for Flow Control

First European Forum on Flow Control, October 11-14, 2004

Laurent PERRET, Erwan COLLIN and Joël DELVILLE¹

LEA UMR CNRS 6609, Poitiers University, ENSMA.
43 route de l'Aérodrome F-86036 Poitiers cedex - France

The detection and analysis of *Large scale organised turbulent structures* as well as the prediction of their dynamical behaviour is of great interest for the control of turbulent flows. In the framework of a simple closed-loop control strategy for a convective flow, a typical configuration can be considered : sensors are used to determine the state of the flow ; taking into account this information, actuators located downstream of these sensors modify the state of the flow ; correcting sensor(s) located downstream of the actuation are possibly used to adjust the actuator behavior. All of the sensors and actuators are linked to a *Black Box* (BB) that defines the rules of actuation. This simple example highlights several problems : *i*) for practical considerations, the sensors are required to be as few and as simple as possible (scalar quantity) ; for physical considerations they have to describe as accurately as possible the *global* feature of the flow surrounding them (at least in terms of the *Large Scale Organisation* of the Flow). *ii*) in its predictive part, the BB requires a dynamical model of how what is incoming will evolve. For practical and realistic considerations, this prediction needs to remain as simple as possible which is what *Low Order Dynamical System* (LODS) permits.

Obtaining a *global, low order*, description of turbulent flows is possible from the Proper Orthogonal Decomposition (POD), where the flow field is projected in such a manner that it can be decomposed on a limited number of N significant modes $u_i(x, y, z, t) = \sum_n^N a_n(t) \phi_i^{(n)}(x, y, z)$ [4, 6], where $\phi_i^{(n)}(x, y, z)$ is an intrinsic basis of the flow. The coefficients obtained a_n are *global*, in the sense that they describe for each time t a typical *global* information (ie for the whole spatial domain where the flow field is addressed).

¹ corresponding author joel.delville@lea.univ-poitiers.fr

The governing equations of the flow can be projected in these spatial modes, through a Galerkin Procedure (GP), leading to LODS and reduced order models (ROM). For divergence free flows, most POD-GP procedures investigated in the literature have shown that the LODS is by nature polynomial. The LODS is quadratic if based on a Snapshot-POD approach [5] and can become cubic if closure assumptions have to be considered (eg in a classical POD approach [1, 7]). However these approaches are limited, due to the fact that the GP requires, most of the time, that the flow be known everywhere for every velocity component, pressure, ... including boundary conditions, or requires closure assumptions, related to the mean flow behavior or to the neglected modes contribution.

In an experimental or industrial framework, it seems that the notion of subsystem has to be considered, where only partial information is available. We suppose here that, in a subset of a flow configuration (eg based only on scalar quantities, or based on a representative slice or zone of the flow), the nature of that subset is comparable to the one that would be obtained from a full knowledge of the flow. In this context, deriving a ROM is performed in two steps : identification of the coefficients of the LODS (learning) – use of the identified LODS to make initial values of the coefficients a_n evolve with time.

In the identification procedure, we postulate that the LODS describing a properly chosen subset of the flow can *a priori* be written as : $\dot{a}_i = A_i + L_{ij} a_j + Q_{ijk} a_j a_k + C_{ijkl} a_j a_k a_l$, where implicit summation rules are applied and where $\dot{a}_i = da_i/dt$. The terms A , L , Q and C are unknown and have to be estimated from samples of the subset. If the a_i coefficients and their time derivative \dot{a}_i can be obtained, this leads to an optimisation problem, that can be solved by least mean square (LMS) or singular value decomposition (SVD) procedures, where correlations $\langle \dot{a}_i \Pi a_j \dots a_k \rangle$ and $\langle \Pi a_j \dots a_k \rangle$ are involved. Practically, addressing this approach requires the projection coefficients $a_i(t_k)$ which are classically obtained from the snapshot POD and their time derivatives $\dot{a}_i(t_k)$ to be known at uncorrelated times t_k . This last quantity can be obtained by considering series of pairs of snapshots separated by a short time delay τ , so that this time derivative can be estimated : $\dot{a}_i(t_k) \simeq (a_i(t_k + \tau) - a_i(t_k))/\tau$. Once these A , L , Q , C coefficients are estimated, it becomes trivial starting from initial a 's to get their temporal evolution (eg. by using a Runge-Kutta algorithm).

This approach has been tested at LEA and was found to be efficient, for several very different configurations based on flow visualizations, on DNS, or on stereoscopic PIV as well. Typical obtained results are described hereafter, based on three configurations.

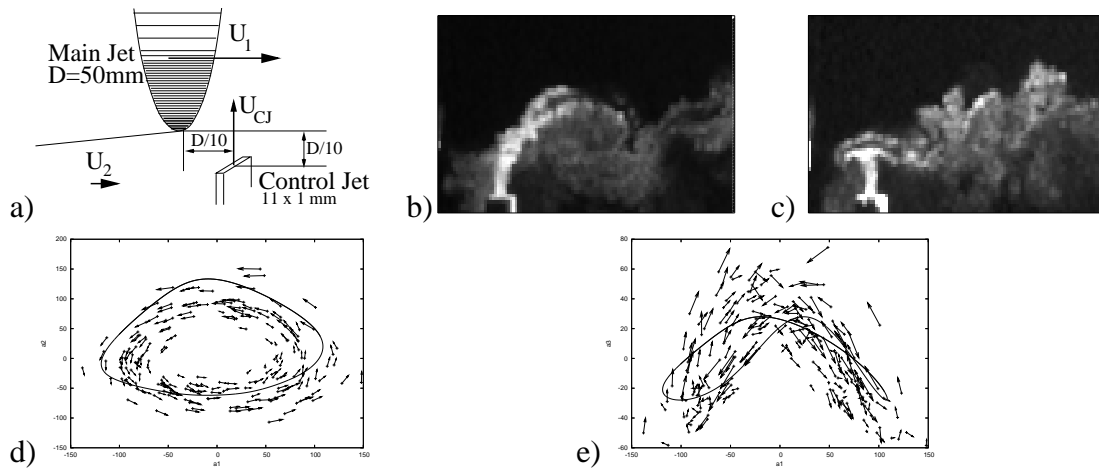


Fig.1 : LODS identification based on dual time flow visualizations of a supersonic CJ – supersonic mixing layer interaction a) ; b) and c) arbitrary snapshots [2] : on these visualizations, only the CJ is seeded ; d) phase portrait in the a_1 – a_2 and a_1 – a_3 planes resp. The a 's of each individual flow realization are plotted as an arrow that starts at (a_1, a_2) and ends at $(a_1 + \dot{a}_1, a_2 + \dot{a}_2)$, the solid line corresponds to the trajectory of the identified LODS. e) same as d) in the a_1 – a_3 plane.

1- LODS asymptotic, experimental description of a $M=1.4$ jet–jet interaction. In this flow configuration, where a small rectangular control jet (CJ) interacts with an axisymmetric mixing layer (Fig. 1.a), a very strong unsteady coupling has been identified : the CJ is found either to penetrate the mixing layer (Fig. 1.b) or to be deviated (Fig. 1.c) [2]. In order to understand the dynamics of this behavior, flow visualizations are performed using a PIV system². A set of 400 statistically non correlated pairs of images is obtained. The time separation between the two images of each pair is $5\mu s$. A snapshot POD is applied to the local fluctuating gray levels of this set of images, and the identification procedure is achieved. A LODS is identified (4 quadratic equations) that exhibits a limit cycle behaviour whose characteristic frequency is of the order of 15 kHz (Fig. 1.d, 1.e) and a ROM “movie” of this interaction can then be proposed. Note that in the present example of identification, while each (a_i, \dot{a}_i) pairs are estimated at a very slow rate, there is no way using only the initial samples to confirm the scenario of this movie. However recently, high speed visualization sequences have been performed that confirm the typical frequency and this scenario [2].

In the present case of identification, the convective character of the flow, and the fact that the streamwise direction is included in the directions of analysis, *a priori* facilitates the procedure : in terms of POD this character implies a temporal coupling of the first POD modes which evolve by pairs of modes in quadrature (Fig. 1.d, e).

² We use this PIV system only to get pairs of visualizations of the flow, separated from a short time delay : ie we do not address velocity, only gray levels. Note that the very low frequency rate at which these pairs of images are obtained (10Hz) insures statistical independancy of these samples

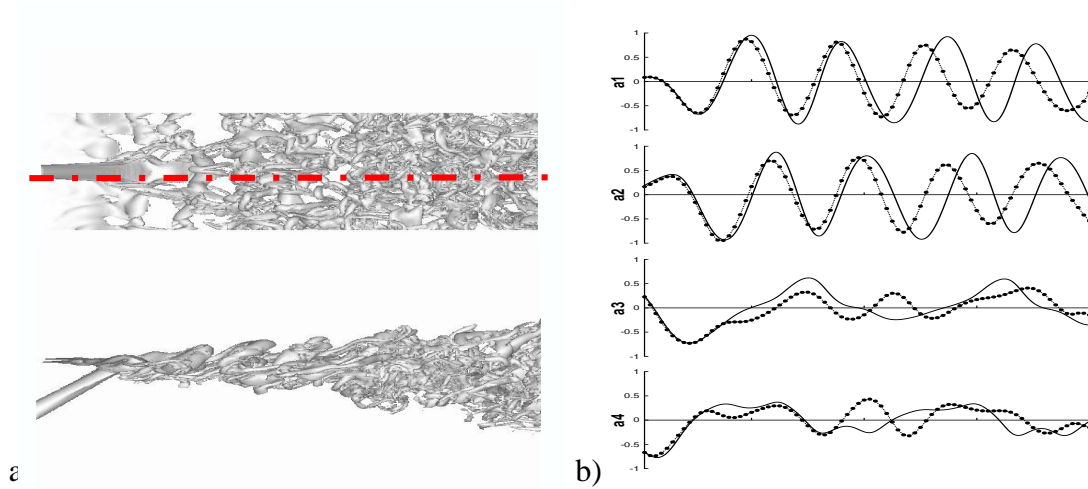


Fig.2 : LODS identification based on the DNS of a low Reynolds jet-mixing layer interaction. a) Top view (top) and side view (bottom) of the instantaneous modulus of the vorticity [8]. The red dashed-dotted line in the top view corresponds to the trace of the 2D slice on which the LODS identification procedure is applied (symmetry plane of the CJ); b) Temporal evolution of the first four POD modes projection coefficients $a : a_1$ to a_4 (top to bottom) compared with the LODS model. True coefficients are $-+-$, Runge-Kutta prediction from the LODS identified coefficients are plotted as solid lines.

2- LODS short time prediction, from a DNS. In order to check how the proposed technique can be used in the context of flow control, it is necessary to compare how the derived model behaves compared to time resolved events. This can be done if one applies this procedure to data obtained from a 3D-DNS (where all is supposed to be exactly known at every time). The chosen flow configuration is very close to the one used in the previous test-case : DNS of the interaction of a round CJ with a plane mixing layer [8], as illustrated on Fig. 2.a. In this approach, only a 2D slice in the symmetry plane of the CJ and only the velocity components in this plane are considered to apply a snapshot POD. The identification procedure, based on a 4 equation system, is applied on the fluctuating field. A typical plot of the temporal evolution of the estimated a 's is compared to their *true* values in Fig. 2.b. In this figure, starting from the same initial conditions, corresponding to initial values of the a 's arising directly from the DNS, the temporal evolutions of these 4 POD mode are compared : LODS (solid line) and *real* (symbols). For a relatively long time corresponding roughly to the first oscillations of the first two POD modes (ie corresponding to the convection of one large scale structure), the LODS model follows the DNS very well. Afterwards, a phase loss appears. However the dynamic behavior of the modelled modes remains very close to the real ones.

This feature is representative of the behavior of LODS obtained by the identification procedure, where a convective direction is addressed. Whatever the time resolved application considered ie : simulation (DNS, LES) or experimental (rakes of probes) where it has been attempted, this typical short time “representativity” has been retrieved (in more than 90% of the applications considered and the ranges of initial conditions).

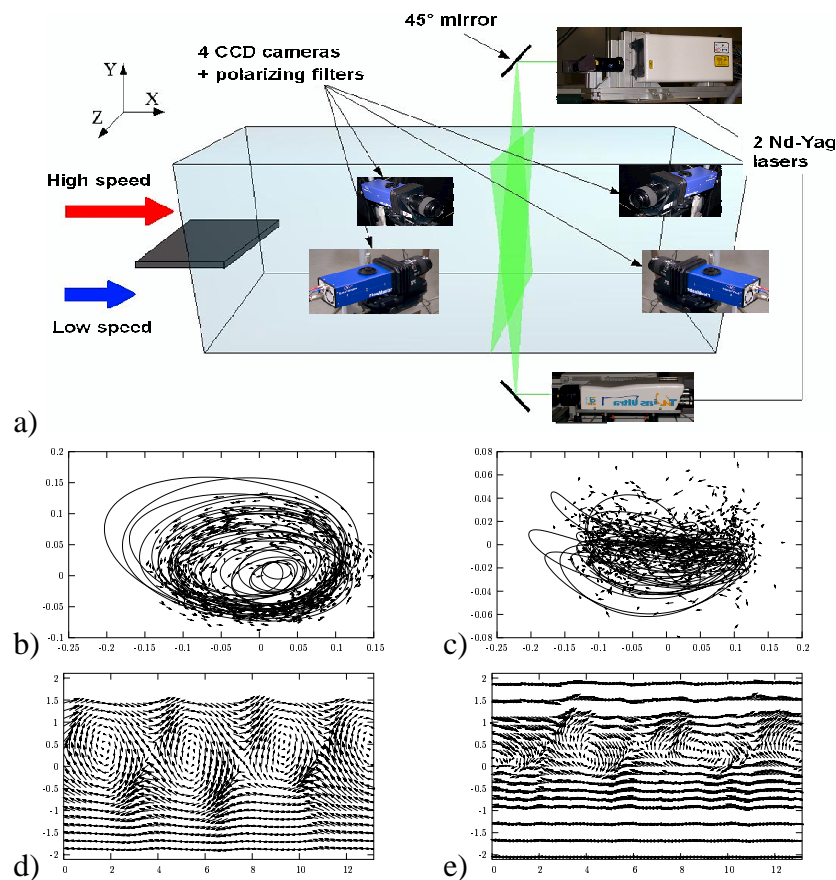


Fig. 3 : LODS identification based on dual time stereo PIV in the mixing layer arising from a thick plate. a) Two stereo PIV planes are superposed at the same location, the planes are normal to the mean flow direction ; b) Phase portrait in the a_1 – a_2 plane ; c) same plot as b) but in the a_1 – a_9 plane ; d) Temporal evolution of the velocity obtained from the LODS : u_x and u_y velocity components in a t – y plane ; e) Temporal evolution of the velocity obtained at the same location from direct measurement by using a rake of X-wires [3], here the contribution of the first POD modes containing the same energy ratio as d) is plotted.

3- ROM in a longitudinal-flow-normal section of a mixing layer, from dual-time stereo PIV The common characteristics of the two previous examples are that the convective feature of the flow is in the streamwise direction which is included in the POD decomposition, and that the two spatial directions on which the POD is performed are strongly inhomogeneous. Low order POD based approaches are therefore particularly well suited to these cases. The proposed identification procedure can therefore be questionable for applications where such properties are not respected.

The last example (Fig. 3) shows that the identification procedure seems robust despite extracting LODS coefficients from data acquired in an unfavorable configuration. The LODS is derived from a dual stereo PIV experiment performed in a turbulent air–air plane mixing layer arising from a thick splitter plate [3]. In this experiment, 2000 pairs of time delayed 2D planes of 3 velocity components are obtained and a snapshot POD applied. The PIV planes are normal to the mean flow direction and are located at the same streamwise position. A LODS is identified (11 quadratic equations). It exhibits a

quasi-periodic behaviour, dominated by the shedding arising from the thick plate. Phase portraits obtained from both experiment and model are in good agreement. To confirm the ability of the model to correctly reproduce the dynamics of the flow, temporal reconstruction of the flow field obtained from the ROM is compared to the data obtained using a rake of hot-wires [3] that have been POD filtered by keeping the first few modes containing the same amount of energy (Fig 3. d-e)). The characteristic time-scale of the vortex shedding as well as the vertical extent of the vortices are retrieved. The PIV data being under-resolved in time, no direct comparison of the time evolution of the a_n coefficients is possible. Nevertheless, the developed LODS proves to be able to represent the correct dynamical characteristics of the flow.

Conclusions

The LODS identification based on subsets of complex flows, that we propose, seems very promising for flow control, as well as for the characterisation of large scale structure dynamics. The results obtained in the three tested configurations show that this procedure can identify very different aspects of LODS or ROM description : **asymptotical behaviours** like limite cycles, evidenced in case 1, are very easily detected (eg. this property has been intensively used in a parametric study to analyse the unsteadiness of the CJ – Jet interaction) ; **short time prediction** of the a coefficients is possible and remains accurate for a duration that is of the order of the convection time of the large scale structures ; **deriving a ROM** from temporally under-resolved in time experimental data is possible to retrieve the global dynamical features of the large scale structures.

References

- [1] AUBRY, N., HOLMES, P., LUMLEY, J.L. STONE, E., 1988. *J. Fluid Mech.* **192**, 115–173.
- [2] COLLIN E., BARRE S., BONNET J.P., 2004. *Physics of Fluids*, **16**, 3, 765–778.
- [3] PERRET L., DELVILLE J. BONNET J.P., 2003. *Proc. TSFP3, Sendai, Japan*. 1205–1210.
- [4] LUMLEY, J. 1967 *Atm. Turb. and Radio Wave Prop.*, Nauka, Moscow, ed. Yaglom & Tatarsky, 166–178.
- [5] RAJAEI, M., KARLSSON, S., SIROVICH, L., 1994. *J. Fluid Mech.*, **258**, 1–29.
- [6] SIROVICH, L., 1987 *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. XLV, No. 3, 561–590.
- [7] UKEILEY L., CORDIER L., MANCEAU R., DELVILLE J., BONNET J.P, 2001, *J. Fluid Mech.*, **441**, 67–108.

Annexe C

Spectres d'énergie des trois composantes de vitesse en configuration CME

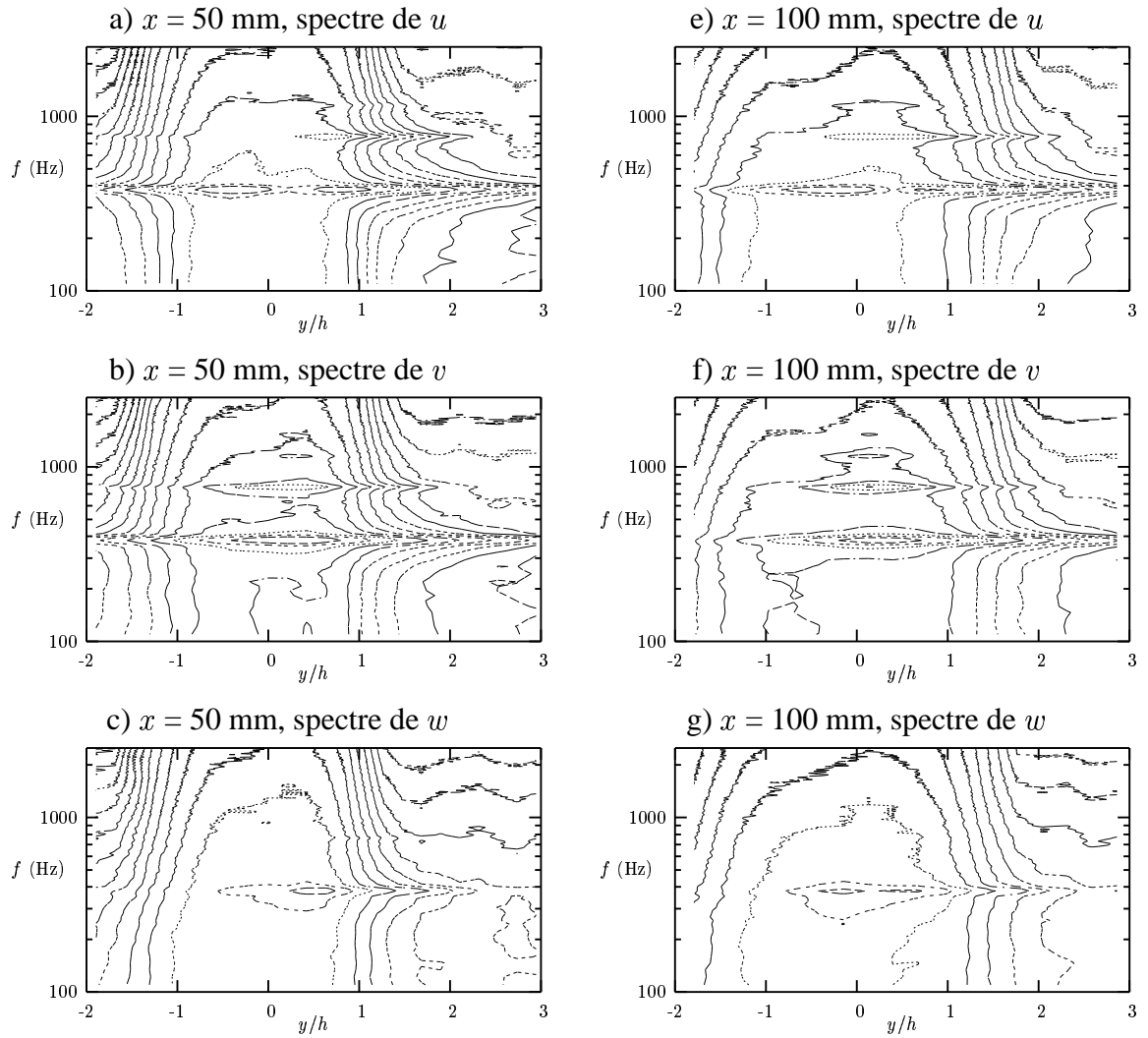


FIG. C.1 – Spectres d'énergie des composantes u , v et w de la vitesse en configuration CME à $x = 50$ et 100 mm.

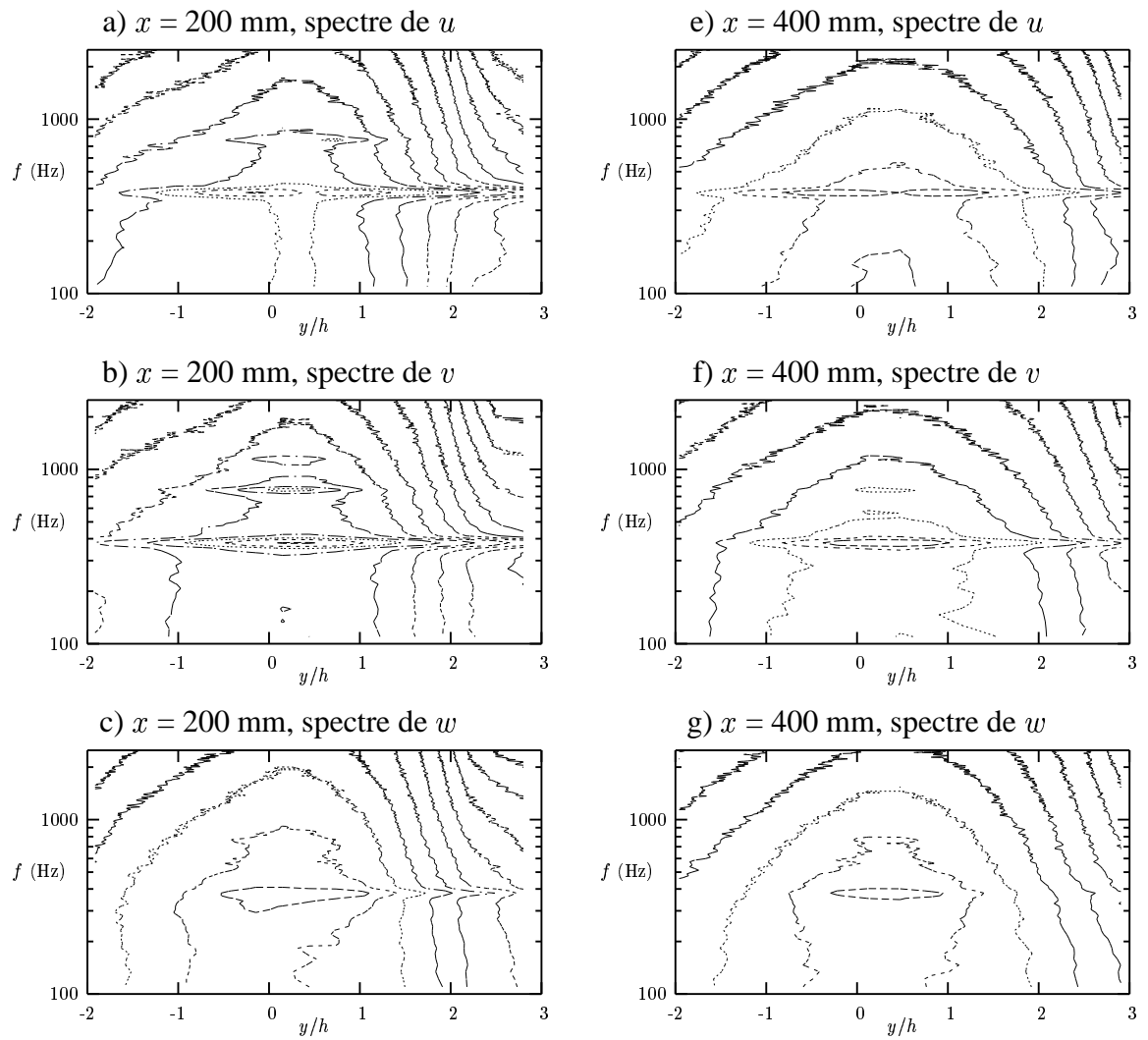


FIG. C.2 – Spectres d'énergie des composantes u , v et w de la vitesse en configuration CME à $x = 200$ et 400 mm.

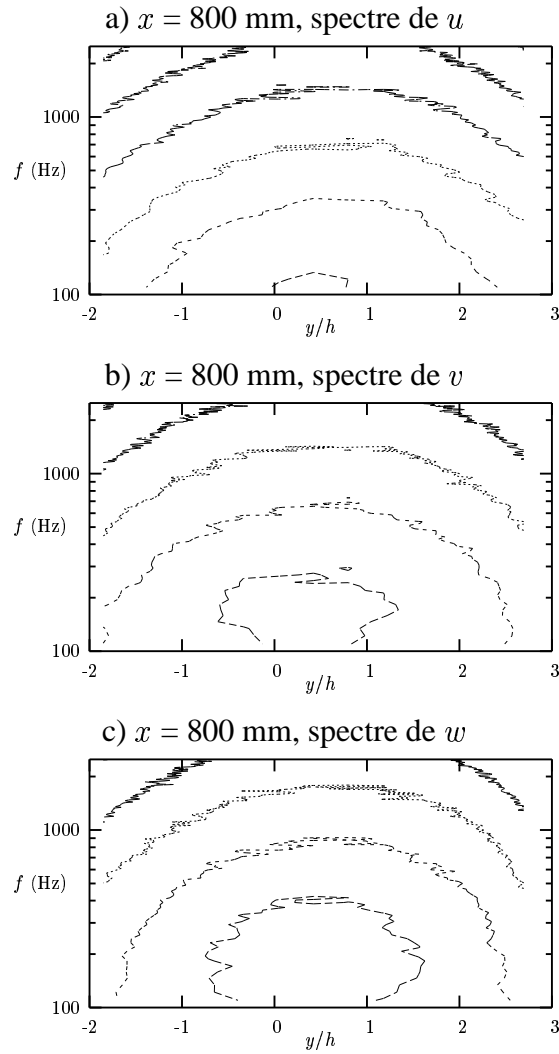


FIG. C.3 – Spectres d'énergie des composantes u , v et w de la vitesse en configuration CME à $x = 800$ mm .

Annexe D

Technique de mesure par imagerie de particules

La Vélocimétrie par imagerie de particules (ou PIV, terme anglais pour Particule image Velocimetry) est une technique de mesure de vitesse en écoulements turbulents capable de fournir une carte instantanée du champ de vitesse de l'écoulement. Les paragraphes suivants sont consacrés à la description de cette technique et de son extension à la mesure de champs de vitesse trois composantes.

D.1 Vélocimétrie par imagerie de particules bidimensionnelle (PIV)

D.1.1 Principe

La technique de mesure de vitesse par imagerie de particules (ou PIV) est basée sur l'évaluation du déplacement d de particules présentes dans l'écoulement au court d'un bref intervalle de temps Δt . La vitesse de l'écoulement U_f est alors assimilée à celle des particules et est calculée par $U_f = d/\Delta t$. Une configuration expérimentale typique de mesure par PIV est présentée sur la figure D.1. L'écoulement investigué estensemencé à l'aide de particules dont les caractéristiques sont choisies de manière à ne pas altérer la dynamique de l'écoulement. La section de mesures est alors illuminée deux fois en un court intervalle de temps afin d'enregistrer (sur film photographique ou capteur CCD) la lumière diffusée par les particules sur une ou plusieurs images. Le déplacement des particules est ensuite déterminé à l'aide d'algorithmes de traitement d'images. Si les deux illuminations sont enregistrées sur une même image, celle-ci sera traitée par auto-corrélation pour déterminer le déplacement. Si deux images sont enregistrées, le traitement PIV se fera alors inter-corrélation de celles-ci.

La PIV est donc une technique **non-intrusive** : elle ne nécessite pas l'introduction de sonde dans l'écoulement pouvant le perturber. Elle est **indirecte** puisqu'elle est basée sur la mesure du déplacement de particules le plus souvent ajoutées au fluide considéré. On fait alors l'hypothèse que les particules se déplacent à la vitesse locale du fluide entre les deux illuminations.

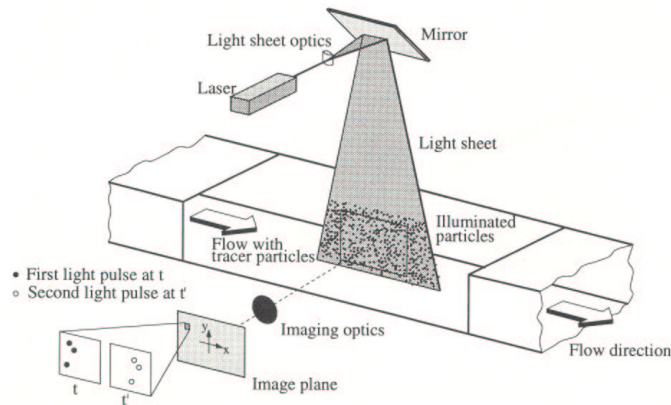


FIG. D.1 – Configuration expérimentale de mesure par PIV (d’après Raffel *et al.* [160]).

Pour de plus amples détails sur la technique, le lecteur pourra se référer aux travaux de Adrian [4] ou Raffel *et al.* [160] par exemple.

D.1.2 Mise en œuvre

La mise en œuvre de la PIV requiert l’ensemencement de l’écoulement, son illumination ainsi que l’enregistrement d’images de haute qualité qui permettront la détermination du champ de vitesse dans la section de mesure. Ces divers éléments doivent répondre à certaines contraintes de manière à assurer une mesure correcte et fiable.

D.1.2.1 L’illumination de l’écoulement

La source lumineuse utilisée pour la PIV doit être capable de fournir une lumière monochromatique, de grande puissance (la direction d’observation est le plus souvent de 90° , direction défavorable en ce qui concerne l’intensité lumineuse diffusée par les particules) qui puisse être transformée en une fine nappe lumineuse la plus homogène possible en terme d’intensité. Pour ces raisons, les lasers sont les sources lumineuses les plus utilisées en PIV. Si les lasers continus conviennent pour des applications dans l’eau ou l’air à faibles vitesses, l’utilisation de lasers à impulsion est préférable car ils permettent un niveau de puissance bien supérieur. Ainsi, en écoulement rapide où les temps d’expositions doivent être réduits, l’intensité lumineuse doit être suffisamment importante pour garantir une bonne qualité d’images. Les lasers de type Hélium-Néon (He-Ne, de longueur d’onde $\lambda = 633 \text{ nm}$) sont les plus communément utilisés ainsi que les plus efficaces dans le domaine du visible. Le laser Néodym-YAG (Nd-YAG, $\lambda = 532 \text{ nm}$) est aussi très utilisé pour sa puissance. La longueur d’onde naturelle émise est de $\lambda = 1064 \text{ nm}$ et est divisée grâce à un doubleur de fréquence. La longueur d’onde obtenue est alors bien adaptée à la sensibilité des films ou des caméras CCD utilisés en PIV. La lumière émise est polarisée linéairement, horizontalement ou verticalement. Des filtres polarisant peuvent donc être utilisés pour séparer optiquement deux nappes laser. De plus, par l’utilisation d’un interrupteur (Q-switch) dans la cavité laser, la lumière émise peut être pulsée, permettant de produire deux illuminations successives à un intervalles de temps ajustable par

l'utilisateur. Le laser peut ainsi fournir des impulsions doubles à une fréquence de l'ordre de 10 Hz. L'intervalle de temps entre les deux impulsions est à choisir en fonction des échelles temporelles de l'écoulement étudié, notamment afin que les particules visibles sur la première image soient encore visibles sur la deuxième.

Enfin, le faisceau issu du laser est transformé en une tranche grâce à un jeu de lentilles permettant de contrôler son étendue et son épaisseur.

D.1.2.2 L'ensemencement

Les principales contraintes imposées aux particules choisies pour ensemencher l'écoulement sont au nombre de trois.

Premièrement, la vitesse du fluide étant déterminée par la mesure du déplacement des particules, celles-ci doivent suivre au mieux les mouvements du fluide étudié. Le temps de réponse d'une particule soumise à une accélération du fluide doit donc être la plus faible possible. Une estimation de ce temps de réponse peut être dérivée de l'équation de Stokes [160]. La loi de réponse de la vitesse de la particule est une loi exponentielle dont le temps caractéristique est une fonction croissante de la taille des particules et de leur densité. Ainsi, en termes de suivi de l'écoulement, la taille des particules a intérêt à être la plus faible possible.

La deuxième caractéristique importante des particules est la manière dont elles diffusent la lumière incidente. En effet, ce phénomène dépend du rapport entre l'indice de réfraction des particules et celui du milieu dans lequel elles se trouvent, de leur taille, de leur forme et de la direction d'observation par rapport à celle de la lumière incidente. Une manière d'augmenter l'intensité de la lumière diffusée est d'augmenter la taille des particules. Un compromis entre la taille de particule satisfaisant le critère précédent et celle permettant une bonne diffusion de la lumière est donc nécessaire. De plus, pour des angles d'observations compris entre 0° et 180° , la polarisation de la lumière peut être réorientée, ce qui peut poser des problèmes dans le cas de l'utilisation de filtres polarisant pour la séparation d'images par exemple. Néanmoins, il est à noter que cette technique donne de bons résultats dans l'air avec des particules d'huile d'olive d'un diamètre de l'ordre de $1 \mu\text{m}$.

Enfin, l'homogénéité de l'ensemencement est un paramètre important afin d'assurer un nombre suffisant de particules dans la fenêtre d'interrogation pour le calcul des auto ou inter-corrélations entre les illuminations et une intensité de lumière diffusée homogène dans toute la zone de mesure.

D.1.2.3 L'enregistrement des images

L'acquisition des images PIV peut se faire de deux manières : soit sur film photographique, soit par caméra électronique CCD.

L'enregistrement sur film photographique nécessite des films présentant une bonne sensibilité et un fort contraste. En général, la sensibilité spectrale la plus grande est obtenue pour des longueurs d'onde de l'ordre de 500 nm, ce qui correspond bien à la fréquence doublée des lasers Nd-YAG par exemple. Un autre critère important pour le choix d'un film photographique est sa résolution spatiale ou la fréquence spatiale maximale enregis-

trable. Celle-ci est fonction de l'émulsion utilisée et est une fonction décroissante de la sensibilité du film. Bien que présentant des caractéristiques compatibles avec une utilisation en PIV, l'enregistrement sur film présente des traitements plus longs et laborieux (développement, numérisation des images...) qui rendent leur utilisation pratique plus pénible, notamment s'il est nécessaire d'acquérir un grand nombre d'images.

Pour ces dernières raisons et grâce aux progrès réalisés dans le domaine de l'électronique, l'acquisition des images PIV est maintenant réalisée à l'aide de caméras CCD (ou *charged coupled device* en anglais). L'un des principaux avantages est la disponibilité immédiate de l'image sans aucun traitement photo-chimique. L'élément de base du capteur CCD est le pixel dont la dimension typique est de $10 \times 10 \mu\text{m}^2$. Exposé à la lumière, le pixel se charge électriquement. Durant l'exposition, cette charge est linéaire jusqu'à un seuil de saturation qui se traduit par une pollution des pixels voisins. Des registres de stockage temporaire sont utilisés pour la sauvegarde de la charge de chaque pixel pour permettre une nouvelle exposition. Cette opération ayant une durée de l'ordre de la micro-seconde, ces caméras permettent d'acquérir deux images en un intervalle de temps très court. Les deux images sont ensuite stockées définitivement après lecture des registres. La dynamique de codage des caméras est d'environ 100 à 200 niveaux de gris codés sur 7 à 8 bits par pixels, ce qui permet l'utilisation de petites fenêtres d'interrogation (32^2 pixels). Actuellement, la cadence d'enregistrement d'une paire d'image est de l'ordre de 30 Hz. Cette fréquence constitue une limite pour l'étude des écoulements à haut nombre de Reynolds, les fréquences typiques mises en jeu étant trop importantes pour obtenir des mesures bien résolues en temps par PIV.

D.1.3 Traitement des images

D.1.3.1 Détermination du déplacement

La détermination du déplacement des particules entre deux expositions successives dépend de la manière dont ces dernières sont enregistrées.

Si les deux illuminations sont enregistrées sur la même image, la détermination du déplacement se fait par corrélation de l'image avec elle-même (**auto-corrélation**) sur un sous domaine (la fenêtre d'interrogation). La corrélation obtenue présente généralement trois pics (voir figure D.2a) :

- le pic le plus important (R_p) qui correspond à l'auto-corrélation de l'image avec elle-même (déplacement nul),
- deux pics secondaires (R_{D-} et R_{D+}) correspondant à la corrélation des particules de la première exposition avec leurs images dues à la seconde exposition et vice-versa. La position de ces pics donne alors accès à l'amplitude et à la direction du déplacement.
- des pics d'amplitude plus faible dûs au bruit de mesure.

L'apparition de deux pics R_{D-} et R_{D+} symétriques par rapport au pic central conduit à l'indétermination du sens du déplacement. De plus, en cas de déplacement de faible amplitude, les pics de corrélation R_{D-} et R_{D+} peuvent être masqués par le pic central. Néanmoins, ces inconvénients peuvent être contournés en imposant un déplacement systématique lors de la seconde exposition avant le calcul de la fonction d'auto-corrélation.

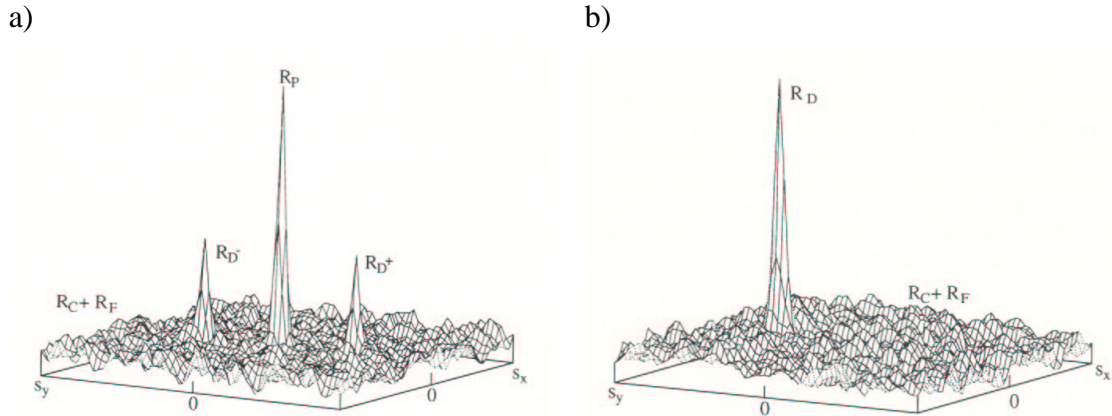


FIG. D.2 – Fonction d'autocorrélation a), Fonction d'intercorrrelation b) (d'après Raffel *et al.* [160]).

Dans le cas où les deux expositions sont enregistrées sur deux images différentes, le calcul du déplacement le plus probable des particules d'une illumination à l'autre se fait par **inter-corrélation**. La fonction d'inter-corrélation obtenue (voir figure D.2b)) ne présente plus qu'un seul pic R_D . Cette méthode permet donc de déterminer sans ambiguïté l'amplitude, la direction et le sens du déplacement des particules d'une exposition à l'autre.

Le calcul des corrélations ou inter-corrélations par méthode directe implique un grand nombre d'opérations $((n \times m)^2)$ pour des fenêtres de taille $n \times m$ et donc un coût en temps de calcul important. Une alternative aujourd'hui couramment utilisée consiste à effectuer ces calculs via l'utilisation de transformées de Fourier rapide (FFT) (nombre d'opérations de l'ordre de $N \log_2 N$ pour des fenêtres carrées). Cela impose néanmoins l'utilisation de fenêtres d'analyse dont les dimensions sont des puissances de 2. De plus, l'utilisation de transformées de Fourier suppose que les données sont périodiques. Les images utilisées ne l'étant pas, il est nécessaire d'utiliser des fenêtres de pondération avant le calcul afin de ne pas introduire de bruit à haute fréquence. Enfin, le critère de Nyquist doit être respecté pour éviter les effets d'aliasing. Celui-ci apparaît si le déplacement mesuré est supérieur à la moitié de la fenêtre d'interrogation. Une solution à ce problème consiste à augmenter la taille de la fenêtre ou à réduire l'intervalle de temps entre les deux expositions pour obtenir un déplacement plus faible.

Les images acquises par capteurs CCD fournissent une information discrète en espace dont le pas est la taille du pixel. Ainsi, le déplacement déterminé à partir de telles données est connu avec une incertitude d'un pixel. Néanmoins, différentes techniques existent pour déterminer une approximation sub-pixel [205] de la position du pic de corrélation et donc du déplacement. Une des plus robustes consiste à interpoler la fonction de corrélation à l'aide d'une fonction continue (de type centroïde, parabole ou gaussienne) déterminée à partir de trois positions : la position correspondant au maximum de corrélation et deux points de part et d'autre. Il est à noter que l'utilisation de tels estimateurs à trois points peut induire un effet de *peak-locking* biaisant l'estimation du déplacement si les particules utilisées sont de taille insuffisante.

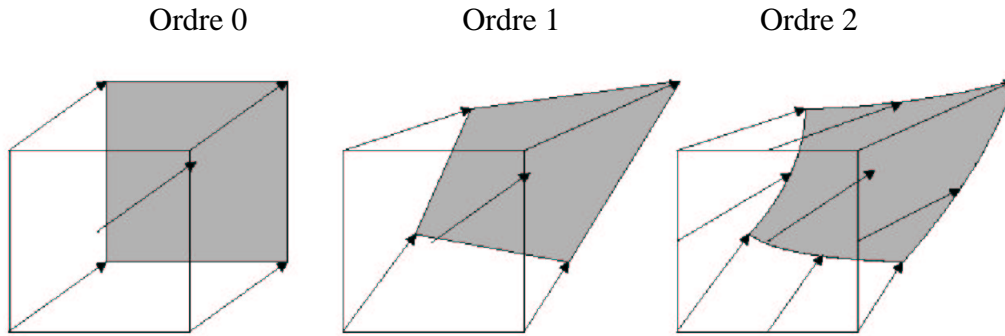


FIG. D.3 – Déformation de la fenêtre d’analyse en fonction de l’ordre de troncature du champ de déplacement (d’après Scarano [177]).

D.1.3.2 Algorithmes de PIV

Le déplacement des particules est déterminé par inter-corrélation des deux expositions successives. Toutefois, la précision de cette opération peut être affectée par différents facteurs tels que la perte de particules entre la première et la deuxième exposition, l’existence d’un gradient de déplacement dans la fenêtre, l’effet de peak-locking ou encore l’amplitude trop faible du pic de corrélation due à un déplacement trop grand. Afin de réduire les limitations de la méthode, divers algorithmes itératifs plus ou moins sophistiqués ont été développés au cours de ces dernières années. Scarano [177] propose de classer ces algorithmes (ou prédicteurs du champ de déplacement) suivant leur degré de complexité mesurée par l’ordre du développement en série de Taylor du champ de déplacement. La figure D.3 présente l’influence de l’ordre de la troncature sur la déformation imposée à la fenêtre. Les prédicteurs d’ordre 0 n’impliquent qu’un décalage constant de toute la fenêtre d’interrogation. Les prédicteurs d’ordre 1 mettent en jeu une déformation distribuée linéairement dans la fenêtre d’interrogation. Enfin, les algorithmes entraînant une déformation non linéaire de la fenêtre sont les prédicteurs d’ordre 2. Ces algorithmes sont en général précédés d’une analyse classique utilisant des fenêtres de grande taille. Les passes suivantes utilisent ensuite le champ de déplacement déterminé à la première étape pour optimiser le décalage et la déformation de la fenêtre d’analyse. Les décalages peuvent se faire d’une valeur entière de pixels ou d’une fraction de pixel, une interpolation des images étant alors nécessaire. Une analyse de l’efficacité de différents algorithmes a été réalisée par Stanislas *et al.* [189] sur différents cas tests.

D.2 PIV Stéréoscopique

Cette section présente l’extension de la technique de vélocimétrie par imagerie de particules à la mesure de champs de vitesse bidimensionnels trois composantes.

D.2.1 Introduction

Une des principales restrictions de la méthode PIV classique (décrite dans la section D.1) est de ne donner accès qu'à deux des trois composantes du champ de vitesse. En effet, les vecteurs vitesse obtenus sont en fait la projection dans le plan de mesure des vecteurs vitesse réels. La troisième composante orthogonale au plan est donc inaccessible et peut, à cause des erreurs de perspectives, fausser la mesure des deux autres composantes. La mesure par PIV classique en écoulements fortement tridimensionnels peut donc être affectée d'une erreur conséquente.

Pour réduire ces inconvénients, la PIV par vision stéréoscopique a été développée et permet, en utilisant deux prises de vue de la même zone de mesure sous des angles différents, de reconstruire les trois composantes du champ de vitesse.

Les récents progrès accomplis dans le domaine des techniques PIV ont permis à la PIV stéréoscopique de devenir un outils fiable permettant l'investigation détaillée d'écoulements à caractère fortement tridimensionnel et la mesure de quantités difficiles voire impossibles à obtenir à l'aide techniques plus conventionnelles. En effet, de nombreuses études ont maintenant recours à cette technique de mesure. Piirto *et al.* [153] ont par exemple pu réaliser des bilans d'énergie turbulente en écoulement de marche descendante et analyser ainsi la contribution des différents termes de production, convection, dissipation d'énergie. Calluau et David [35] ont utilisé la PIV stéréoscopique afin d'étudier l'écoulement fortement 3D qui se développe autour d'un obstacle cubique monté sur une plaque plane. Plus récemment, Hutchins *et al.* [91] ont étudié la structuration d'un écoulement de couche limite à l'aide d'un plan incliné à 45° par rapport à la paroi. L'utilisation combinée de deux systèmes de PIV stéréoscopique permet aussi la mesure de corrélations spatio-temporelles. Les principes de telles mesures ont été décrits par Kähler et Kompenhans [98]. La technique de PIV stéréoscopique multi-plan a été ensuite appliquée à des écoulements de couche limite [99, 37, 178] ou de jet à tuyère lobée [85]. Hu *et al.* [86] et Mullin et Dahm [138] ont pu mesurer le tenseur complet du gradient de la vitesse et avoir accès en particulier à toutes les composantes de la vorticit e simultan ement. Enfin, l'utilisation de deux plans de mesures superposées en espace mais d ecal es en temps permet la mesure du champ bidimensionnel trois composantes de l'acc el eration au sein de l'écoulement. Cette technique a  t e mise en œuvre par Perret *et al.* [149] dans un écoulement de couche de m elange plane turbulente.

D.2.2 Configurations st er oscopiques

Le principe de mesure par st er oscopie repose sur l'acquisition simultan ee de deux images du m eme objet de deux points de vue diff erents. Deux configurations principales existent : la configuration *parall ele* et la configuration dite *angulaire*. Pour une description plus d etaill ee des configurations st er oscopiques, le lecteur pourra se r ef erer à la revue de Prasad [157].

D.2.2.1 Configuration parall ele

Dans cette configuration, les axes des deux cam eras sont parall eles et orthogonaux au plan laser (figure D.4). L'un des principaux avantages de cette configuration est sa simpli-

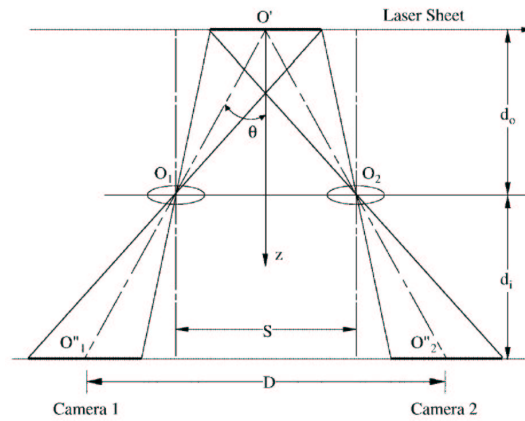


FIG. D.4 – Configuration stéréoscopique parallèle (d’après Prasad[157]).

cité. En effet, le plan objet, les lentilles et les plans images étant parallèles, le grandissement est uniforme pour chaque image. La profondeur de champ est également constante, l’axe des caméras étant perpendiculaire au plan de mesure. De plus, les images des deux caméras peuvent être superposées sans opérations complexes dues à un grandissement non uniforme. Ainsi, la superposition des deux champs pour la reconstruction tridimensionnelle est facilitée. Néanmoins, un des inconvénients de cette configuration est la taille relativement petite de la zone commune aux deux images des deux caméras. Pour réduire ce défaut, les axes des capteurs CCD peuvent être décalés et éloignés de l’axe des lentilles. Une autre limitation en configuration parallèle vient de l’existence d’une limite supérieure pour l’angle θ (voir figure D.4) due aux performances des lentilles limitées à une certaine gamme angulaire. La précision de mesure de la composante normale au plan de mesure étant une fonction croissante de l’angle θ [157], elle sera limitée par les performances des lentilles.

D.2.2.2 Configuration angulaire

La configuration angulaire permet d’éliminer le problème due à la limitation en angle qui existe en configuration parallèle. En effet, dans cette configuration, les axes des caméras sont sécants (figure D.5), permettant d’utiliser des angles θ plus grands. La précision de mesure de la troisième composante peut ainsi être améliorée. Cependant, dans cette configuration, le facteur de grandissement n’est plus uniforme et, pour assurer une bonne netteté sur tout le plan objet, le système doit vérifier la condition de Scheimpflug. Cette condition nécessite une rotation du capteur d’un angle α par rapport à la lentille (figure D.5) afin de rendre sécants le plan objet, le plan contenant la lentille et celui contenant le capteur. Cette rotation supplémentaire accentue la non uniformité du grandissement de l’image.

Le fait que le plan objet et le plan image ne soient pas parallèles induit une déformation des images (figure D.6). Cette déformation se fait de manière opposée pour chaque caméra. La zone commune est donc réduite et la phase de reconstruction des vitesses nécessitera la mise en correspondance des deux images sur un même maillage.

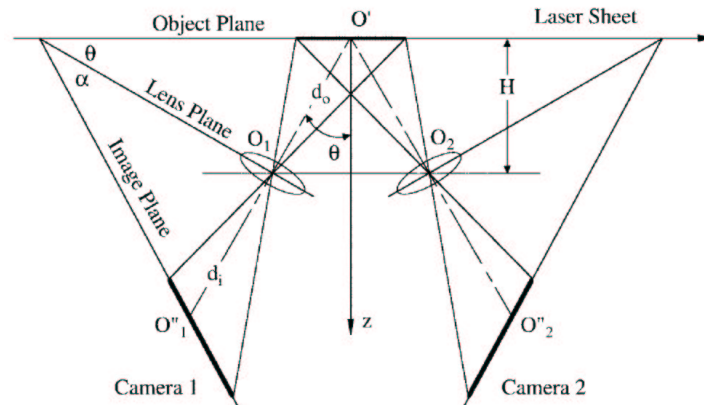


FIG. D.5 – Configuration stéréoscopique angulaire (d'après Prasad[157]).

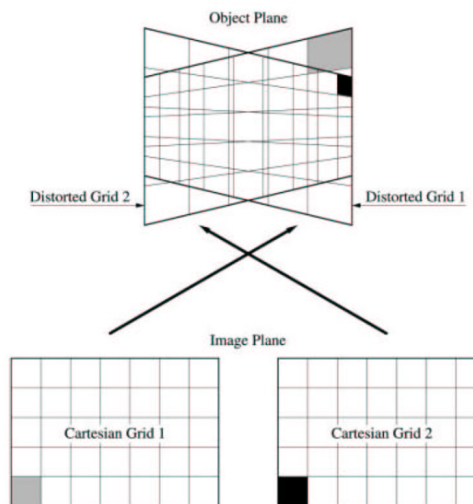


FIG. D.6 – Déformation d'un maillage cartésien dans le plan image lors de la projection sur le plan objet (d'après Prasad[157]).

D.2.3 Méthode de reconstruction du champ trois composantes

S'il existe plusieurs configurations de systèmes stéréoscopiques, la reconstruction du champ de vitesse tridimensionnel nécessite toujours de projeter les champs de déplacements obtenus dans les plans images sur le plan objet et de les combiner afin d'avoir accès aux trois composantes du déplacement. Cette procédure peut être faite de manière géométrique ou peut reposer sur une phase de calibrage du système. Ces techniques sont brièvement décrites ici, de plus amples détails pourront être trouvés dans les travaux de Prasad et Adrian [158] et Prasad [157] par exemple.

D.2.3.1 Reconstruction géométrique

La reconstruction dite *géométrique* consiste à exprimer le déplacement dans le plan objet en fonction du déplacement dans le plan image et des caractéristiques géométriques

du système stéréoscopique. Cette opération nécessite donc de déterminer avec précision les paramètres tels que la position et l'orientation des capteurs CCD, le facteur de grandissement, la distance entre les axes des lentilles des caméras dans le cas d'une configuration parallèle, l'angle de visée et l'angle de Scheimpflug dans le cas d'une configuration angulaire. De plus, il est nécessaire que les maillages de mesure issus des deux caméras correspondent dans le plan objet. Cette condition est obtenue directement dans le cas d'une configuration parallèle symétrique. Dans le cas de configurations dissymétriques ou angulaires, il est nécessaire de déterminer la zone commune aux deux images et d'interpoler les données sur le maillage commun. Ce type de méthode de reconstruction se complexifie lorsqu'il est nécessaire de prendre en compte l'interface entre deux milieux différents (air-liquide par exemple) ou que le grandissement n'est pas uniforme [158]. De plus, les erreurs commises dans la détermination des paramètres géométriques affectent directement la précision des mesures et rendent les changements de configuration de mesures plus problématiques.

D.2.3.2 Reconstruction par calibrage

La reconstruction par *calibrage* constitue une méthode plus simple à mettre en œuvre et présente une précision accrue. Deux types de calibrage existent : les calibrages 2-d et 3-d. Ils permettent respectivement d'obtenir une relation entre chaque plan image et le plan objet et une relation directe entre la position tridimensionnelle d'une particule au voisinage du plan objet et sa position dans chaque plan image. Ces deux méthodes reposent sur l'utilisation d'une mire placée avec précision dans le plan objet. En général, les mires utilisées représentent un ensemble de points blancs disposés suivant un maillage cartésien sur fond noir ou un maillage cartésien de lignes noires sur fond blanc. La première étape du calibrage consiste à acquérir des images de la mire avec le système stéréoscopique positionné en configuration finale de mesure. Les points de la mire sont ensuite localisés sur les images au moyen de méthodes par corrélation de motifs ou par seuillage des images puis localisation par une fonction de barycentre. La deuxième étape du calibrage consiste à déterminer la fonction reliant la position des points de la mire dans le plan objet à celle obtenue dans chaque plan image.

Dans le cas d'un *calibrage 2-d*, cette fonction est cherchée sous la forme d'un polynôme du premier ordre ou d'ordre plus élevé si des effets de non-linéarité sont à prendre en compte (grandissement non uniforme, distorsions optiques...). Les coefficients de ce polynôme sont déterminés par minimisation de l'erreur quadratique en utilisant les coordonnées des points de la mire. Cette fonction polynomiale relie donc les coordonnées des points de chaque plan image à celles des points du plan objet (on ne dispose pas d'information 3-d dans le plan objet). La dernière phase de reconstruction des trois composantes de la vitesse est faite en utilisant la connaissance de la géométrie du système stéréoscopique. Par rapport à la reconstruction géométrique, le calibrage 2-d simplifie donc la phase de mise en correspondance des plans images et du plan objet mais est encore sujet aux imprécisions de détermination des caractéristiques géométriques du système stéréoscopique.

Dans le cas d'une reconstruction par *calibrage 3-d* comme celle proposée par Soloff *et al.* [187], aucune donnée géométrique du système n'est nécessaire. Pour cela, la mire de

calibrage est placée à différentes positions suivant la normale au plan objet. La séparation entre les plans de calibrage est comparable à l'épaisseur de la nappe laser. La relation entre chaque plan image et le champ tridimensionnel objet est alors décrite par un polynôme d'ordre 3 suivant les directions contenues dans le plan objet et dont l'ordre suivant la direction normale au plan objet dépend du nombre de positions retenues lors du calibrage (ordre 2 avec trois positions). Les coefficients des quatre polynômes exprimant chaque coordonnée dans les plans images en fonction de l'information tridimensionnelle dans le domaine objet sont déterminés par une méthode des moindres carrés. Par un développement limité au premier ordre, le champ de déplacement dans chaque plan image peut ensuite être relié au déplacement tridimensionnel dans le plan objet par l'intermédiaire du gradient des fonctions polynomiales déterminées à l'étape précédente [187]. Ainsi, par résolution d'un système surdéterminé (deux composantes dans les deux plans images pour trois composantes dans le plan objet), les trois composantes de vitesse peuvent être reconstruites sans aucun paramètre géométrique. Dans cette approche, les effets de distorsion optique sont pris en compte directement dans les fonctions de calibrage, celles-ci étant calculées à partir d'images prises en configuration finale de mesures.

Le calibrage 3-d peut aussi être effectué en modélisant le système de mesure à l'aide des relations caractérisant les différents composants optiques [35].

Dans les deux types de calibrage (2-d ou 3-d), le traitement PIV des images peut être effectué avant ou après projection des plans images dans le plan objet (Willert [204]).

Résumé : Le but de cette étude est la génération de conditions d'entrée réalistes pour des simulations numériques instationnaires d'écoulements turbulents. La stratégie retenue consiste à générer, à partir de données expérimentales sous-résolues temporellement et d'une approche de type système dynamique d'ordre bas, des conditions d'entrée représentatives de la dynamique des structures à grande échelle de l'écoulement dans la section de mesure. Trois phases sont nécessaires à la réalisation d'un tel couplage : constitution d'une base de données expérimentale par mesures par Vélocimétrie par Imagerie de Particules Stéréoscopique deux plans décalés en temps (DT-SPIV), construction d'un modèle d'ordre bas (LODS) à partir de la base de données, adaptation du maillage expérimental au maillage de la face d'entrée de la simulation. La méthode de couplage proposée est testée dans deux configurations d'écoulement de couche de mélange plane turbulente se développant en aval d'une plaque au bord de fuite de type biseauté ou de type culot. La qualification de ces deux écoulements est réalisée à l'aide de mesures en deux points par anémométrie à fils chauds, permettant, entre autres, une analyse par décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). Pour chaque écoulement, une base de données est constituée par DT-SPIV afin de pouvoir construire, par une méthode originale d'identification polynomiale de système dynamique, un modèle reproduisant la dynamique temporelle des structures cohérentes de l'écoulement. Finalement, les données instationnaires obtenues sont utilisées comme conditions d'entrée d'une simulation de type simulation aux grandes échelles d'une couche de mélange turbulente.

Study of the unsteady coupling between computations and experiments in turbulent flows

Abstract : This work comes within the framework of the generation of realistic unsteady inlet conditions for Large Eddy Simulations (LES) of turbulent flows. The strategy developed consists in generating from under resolved in time experimental data and a low dimensional modelling approach, some inflow conditions representative of the large scale structures of the flow in the inlet section of the computational domain. This approach involves three steps : acquisition of an experimental database by dual time stereoscopic particle image velocimetry (DT-SPIV), development of a low order dynamical system (LODS) from the database, adaptation of the experimental data to the grid of the inlet section of the simulation. The method proposed is tested on two turbulent mixing layer flows developing downstream of a splitter plate that can be either bevelled or blunt. The investigation of these two flows is made through two-point hot wire measurements, permitting the proper orthogonal decomposition (POD) to be used. In the two configurations, a database is acquired by DT-SPIV and a LODS, reproducing the temporal dynamics of the coherent structures of the flow, is derived by a novel method of polynomial model identification. Finally, the data obtained are used as inflow conditions of a LES of a turbulent plane mixing layer.

Discipline : Mécanique des milieux fluides

Mots-clés : Turbulence, couche de mélange, système dynamique, simulation des grandes échelles, décomposition orthogonale aux valeurs propres, estimation stochastique linéaire, vélocimétrie par imagerie de particules stéréoscopique, anémométrie à fils chauds.

Adresse du laboratoire : Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques UMR CNRS 6609
Centre d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques
43, route de l'aérodrome
86036 Poitiers cedex