



HAL
open science

Expansions des Plasmas poussiéreux en géométrie sphérique

Mourad Djebli

► **To cite this version:**

Mourad Djebli. Expansions des Plasmas poussiéreux en géométrie sphérique. Physique [physics]. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2004. Français. NNT: . tel-00008298

HAL Id: tel-00008298

<https://theses.hal.science/tel-00008298>

Submitted on 19 Mar 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre: 05/2004-E/PH
UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENNE USTHB
/ALGER

FACULTE DE PHYSIQUE

THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de:

Docteur d'Etat

EN: PHYSIQUE

Spécialité: **Physique théorique**

par: **DJEBLI MOURAD**

SUJET

Expansion des Plasmas Poussiéreux en Géométrie Sphérique

Soutenue le 14 Juillet 2004 devant le jury composé de:

CHAMI Ahmed Chafik	Professeur	USTHB	Président
ZERGUINI Taha Houssine	Professeur	USTHB	Directeur de thèse
AMAUCHE Mustapha	Professeur	UAMB	Examineur
AOUCHER Moussa	Professeur	USTHB	Examineur
DJELOUAH Hakim	Professeur	USTHB	Examineur
HAMOUDI Mohamed	Professeur	USTHB	Examineur
FERHAT Belkacem	Professeur	USTHB	Examineur

Dédicace

Je dédie cette thèse à la mémoire de mes parents.

Remerciements

Je tiens à remercier vivement toutes les personnes qui m'ont, de près ou de loin, aidé à mener à terme ce travail de recherche et je cite en particulier:

- Le Pr. T. H. Zerguini mon directeur de thèse, pour m'avoir introduit dans le domaine de la physique des plasmas à travers le sujet de magister et pour avoir accepté de m'inscrire en thèse d'état.
- Le Pr. A. C. Chami qui m'a honoré en acceptant d'être président de jury. Je garde de bons souvenirs de l'excellent cours des techniques expérimentales lors de notre DES.
- Le Pr. M. Amaouche qui a une fois de plus accepté de faire partie de ce jury comme celui de mon magister.
- Le Pr. M. Aoucher pour avoir accepté de faire partie de ce jury et faire le lien entre le présent travail et les expériences qui font appel aux plasmas dans l'élaboration des couches minces.
- Le Pr. H. Djelouah pour la lecture minutieuse du manuscrit et ses remarques sur les méthodes numériques qui m'ont beaucoup aidé pour l'amélioration de la version finale de la thèse.
- Le Pr. M. Hamoudi qui, malgré son emploi du temps très chargé, a consacré une partie de son temps pour lire et commenter ma thèse.
- Le Pr. B. Ferhat spécialiste expérimentateur dans le domaine dont la discussion avec lui m'a permis d'envisager de nouvelles perspectives.

Ma profonde reconnaissance va également au Pr. M. Drir pour son amitié et ses conseils pertinents. Le Pr. M. Drir a été d'un grand soutien moral dans les moments les plus difficiles de mon travail. Je le remercie en particulier pour le soin pris pour corriger l'anglais de certains de mes articles.

Je remercie mes collègues du laboratoire de physique théorique: M. Gallouze , L. Rouighia et S. Bahamida pour leur aide et patience et je cite en particulier L. Amirouche. Mes remerciements vont également à mes amis K. Fezzaa, A. Reda et R. Bourouis pour toute la documentation mise à ma disposition.

La mise en forme de cette thèse a été réalisée sous Latex avec l'aide de mon ami M. Nemouchi. La thèse a été revue et corrigée par Mme F. Akrou. Je tiens à leur exprimer toute ma gratitude.

Ma profonde reconnaissance va à mon ami et collègue R. Annou à qui je dois les idées fondamentales sur lesquelles repose la majeure partie de mon sujet de thèse. Je le remercie en particulier pour m'avoir introduit dans le domaine de la physique des plasmas poussiéreux "dusty plasmas".

Table des matières

1	Introduction	3
2	La physique des Plasmas poussiéreux	9
2.1	Formation des grains de poussière	9
2.1.1	Formation par les phénomènes de surface	9
2.1.2	Formation par transition de phase dans les gaz	10
2.1.3	Grains de poussière naturels	10
2.2	Caractéristiques des grains	11
2.2.1	Longueur de Debye	11
2.2.2	Fréquences caractéristiques	13
2.2.3	Les plasmas poussiéreux	14
2.3	Processus de Charge	16
2.3.1	Collection de particules	16
2.3.2	Emission secondaire des électrons	16
2.3.3	Photo-émission	16
2.4	Applications de la physique des plasmas poussiéreux	17
3	Les mathématiques des plasmas poussiéreux	18
3.1	Equations fluides	19
3.2	Equation de la charge	19
3.3	Transformation self similaire	23
3.4	Les modèles physiques de l'expansion des plasmas	25
3.4.1	Equations de base	25
3.4.2	Approche hydrodynamique	27
3.4.3	Solutions self-similaires pour les plasmas poussiéreux	30
3.4.4	Description à plusieurs espèces fluides	33
3.4.5	Effet de la non-neutralité	33

3.4.6	Effet du champ magnétique sur l'expansion	34
4	L'expansion d'un plasma poussiéreux: Approche non-idéale	35
4.1	Equation de Van der Waals	35
4.2	Interactions des grains	36
4.2.1	Effet d'écran	36
4.2.2	Potentiel de répulsion	38
4.2.3	Potentiel lié au flux du plasma	38
4.3	Effets des collisions sur le grain	40
4.4	Modèle du gaz parfait de l'expansion	41
4.4.1	Distribution ionique	41
4.4.2	Modèle physique	43
4.5	Modèle du gaz réel de l'expansion	45
4.6	Charge du grain	48
4.7	Résolution numérique	48
4.8	Approximation de Boltzmann	50
5	Formulation self similaire de l'expansion d'un plasma poussiéreux	57
5.1	Modèle physique	58
5.2	Etude paramétrique et résultats	63
5.3	Effet de la pression des grains sur l'expansion	70
5.4	Accélération des grains durant l'expansion	75
5.4.1	Injection de particules neutres	75
5.4.2	Expansion adiabatique	78
5.4.3	Investigation numérique	81
5.5	Evolution de la charge d'un grain de poussière pendant l'expansion en présence d'ions négatifs	85
5.5.1	Plasma à plusieurs espèces d'ions	85
5.5.2	Résultats et analyse	86
6	Conclusion	93

Chapitre 1

Introduction

L'étude de la physique des plasmas a connu son vrai début vers la fin des années 1920, suite aux constatations expérimentales de Langmuir [1]. Le plasma a été désigné comme étant le quatrième état de la matière, il représente 99 % de notre univers. Le plasma est un gaz totalement ou partiellement ionisé constitué d'électrons, ions et particules neutres. Le plasma existe à l'état naturel (les étoiles, vent solaire, nébuleuse, ionosphère,...). Il peut aussi exister dans les laboratoires (dans les chambres à décharge, dans les gaz, dans les structures de fusion...). De son point de production le plasma peut se déplacer vers le vide ou vers d'autres milieux, c'est le phénomène d'expansion.

L'expansion des plasmas joue un rôle très important dans différents phénomènes comme ceux intervenant dans les accélérateurs et les rayons cosmiques[2]. L'expansion du plasma dans le vide résulte de la pression thermique. Dans les expériences de fusion par confinement inertiel où une masse très dense est bombardée par des rayons lasers, les électrons chauds s'étendent dans toutes les directions (à l'intérieur comme à l'extérieur du plasma). Par couplage électrostatique, ces électrons accélèrent les ions jusqu'à ce qu'ils atteignent des vitesses proches de celles des électrons. Un tel procédé est à la base des techniques de séparation de charges[3][4][5]. L'étude de l'expansion en physique des plasmas est devenue de plus en plus importante après le lancement des satellites dans l'espace. En 1969, il a été démontré l'existence du lien entre l'expansion du plasma et les phénomènes intervenant lors de l'interaction entre le plasma terrestre (ionosphère) et les objets qui se déplacent à grande vitesse comme les satellites[6].

Le modèle physique qui permet de comprendre et d'interpréter les phénomènes observés lors de l'expansion se base sur deux approches:

- L'approche hydrodynamique: consiste à utiliser les équations fluides (de continuité et de moment). Le plasma contenant des espèces chargées, les équations fluides sont combinées avec les équations de Maxwell. Cette approche a été suivie pour résoudre différents problèmes comme l'expansion des plasmas en l'absence de collisions[7][8][9].
- L'approche cinétique: dans ce cas, on cherche à déterminer la fonction de distribution par la résolution de l'équation de Vlassov. Cette fonction étant connue, toutes les grandeurs mesurables peuvent être calculées par la suite.

La méthode mathématique, appliquée dans les deux cas, se base sur les transformations invariantes du groupe de Lie, dite transformation self-similaire.

Dans le cas simple où le plasma est constitué d'ions légers minoritaires et d'électrons, Gurevich *et al.* ont démontré que la formation d'un plateau correspondait à une concentration d'ions. Dans cette région, les ions légers deviennent majoritaires et pratiquement toutes les grandeurs physiques sont constantes. On dit qu'elles sont à échelle invariante ou self-similaire. La solution hydrodynamique décrit les propriétés du plateau et explique l'expansion au-delà du plateau. La solution analytique ainsi obtenue a été confirmée par des simulations numériques dans différentes situations (plusieurs espèces d'ions, électrons avec différentes températures pour montrer les effets cinétiques). Cette solution a été étendue pour les régions où la quasi-neutralité est observée[10].

En plus des ions, électrons et particules neutres, dans certaines conditions, le plasma peut contenir des particules massives avec des charges considérables, connues sous le nom de grains de poussière ou "dust".

Depuis les premières observations expérimentales des grains de poussière (Hofmane and Wilm 1936, Wolfred and Parker 1949-1950, Pepperhoff 1951) [11], un intérêt particulier a été porté pour étudier et proposer des modèles physiques pour les plasmas poussiéreux "dusty plasmas". La présence des grains de poussière dans le plasma modifie considérablement ses caractéristiques et donne lieu à des effets et phénomènes qui n'existent pas dans les plasmas classiques[12][13] (les grains sont totalement absents ou négligeables). Parmi ces phénomènes on cite: l'apparition de nouveaux modes (dust ion acoustic waves DIA et dust acoustic waves DA)[14]. L'étude de ces effets collectifs remonte aux années 80, après les découvertes dans les anneaux de Saturn réalisées par la sonde "Voyager". Les observations ont révélé l'existence de phénomènes qui ne peuvent pas être interprétés par l'interaction gravitationnelle. Ces effets sont le résultat des interactions fortes entre

grains d'une part, et entre grains et les autres espèces présentes dans le plasma d'autre part[15][16]. Ainsi, le comportement du plasma se trouve modifié[17][18].

Les grains interviennent dans différents dispositifs. On les voit dans les missiles ayant du propylène solide comme combustible. Le mouvement de ces engins s'accompagne par des champs électromagnétiques ayant des effets directs sur les instruments de transmission radio[19]. A l'origine de ce phénomène, les électrons libres qui sont issus des grains de poussière par émission thermo-ionique. La physique des grains trouve aussi son application dans les séparateurs de particules par effet électrostatique. D'autres domaines sont privilégiés pour l'étude des grains comme la recherche spatiale et l'astrophysique. Des simulations ont été réalisées pour prévenir les dommages causés par ces particules lorsqu'elles entrent en interaction avec les satellites. Dans l'industrie, les grains peuvent constituer des impuretés piégées lors de la fabrication de semi-conducteurs générant des répercussions graves sur les propriétés et la qualité des composants [19] [20].

Les grains sont considérés comme une espèce à part entière différente des ions. Les particularités qui les différencient des ions sont:

- Les grains de poussière existent en général à basses températures($\sim eV$).
- Ils sont différents des ions par leur taille (jusqu'au micron), leur masse (des milliers de fois supérieure à la masse du proton: $10^{-15} - 10^{-2}g$) et leur charge (jusqu'à $(10^3 - 10^6)e$).
- Le rapport charge-masse n'est plus une constante mais une variable dynamique.
- La charge peut être positive ou négative selon les conditions expérimentales qui leur ont donné naissance.
- Ils ont des formes très variées, ils peuvent même être fabriqués par l'homme.

L'étude de l'expansion en présence de grains de poussière remonte au début des années 90. Lonngren avait proposé une solution self-similaire pour résoudre le problème de l'expansion non-linéaire dans le cas de l'approximation quasi-neutre[21].

Le travail réalisé dans cette thèse est divisé en quatre parties:

Le deuxième partie est un bref rappel de la physique des plasmas poussiéreux. Nous avons

rappelé les principales caractéristiques des grains ainsi que les différentes méthodes de leur production associées à différentes applications .

Le troisième chapitre est consacré aux mathématiques des plasmas poussiéreux. Nous avons exposé les différents modèles qui ont permis l'étude de l'expansion dans les plasmas. Certains modèles ont été appliqués à l'étude de l'expansion en présence de grains de poussière.

Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation du gaz de grains de poussière. D'une part, le fluide des grains est régi par l'équation d'état du gaz parfait. D'autre part, les effets collectifs et l'interaction entre grains de poussière et entre grains et les autres espèces présentes dans le plasma sont pris en considération par l'équation de Van der Waals des gaz réels. Le modèle que nous avons présenté considère les ions et les électrons en équilibre thermodynamique, leurs densités suivent en premier lieu une distribution de Boltzmann. Le système étant ouvert, nous avons remplacé la densité de Boltzmann des ions par une distribution modifiée qui prend en considération l'accélération des ions au voisinage du grain. Les grains de poussière sont représentés par les équation de continuité et de moment. Dans cette dernière, le terme de pression des grains a été introduit pour prendre en considération les interactions entre les grains. Nous avons calculé le potentiel électrostatique des grains par rapport au plasma en imposant la condition de quasi-neutralité. L'étude a été réalisée pour deux cas différents:

Le premier cas où la pression des grains est modélisée par l'équation du gaz parfait. Le deuxième l'équation d'état est représentée par l'équation de Van der Waals. Nous avons étudié l'effet du potentiel d'interaction pour deux situations différentes du potentiel d'interaction.

Ainsi, les systèmes d'équations non-linéaires obtenus ont été transformés en se basant sur les propriétés des groupes de Lie. Nous avons choisi la méthode d'Euler pour les résolutions numériques des systèmes. Les codes numériques élaborés et la simulation ont permis le choix de paramètres physiques qui gouvernent l'expansion.

Nous avons démontré que l'écart entre le cas idéal et le cas non-idéal dépend essentiellement des paramètres choisis sur la base des simulations numériques. Le paramètre déterminant étant le rayon des grains. Les effets non-linéaires signes du profil non-idéal se manifestent lorsque le rayon est plus important (de l'ordre du sub-micron).

Compte tenu des résultats précédents, nous avons considéré dans le chapitre 5 un plasma avec un rayon relativement petit de l'ordre de $0.1\mu m$, domaine de validité de l'équation

d'état du gaz parfait pour le fluide des grains[22]. Le plasma étant composé de trois espèces ions, électrons et grains de poussière dans une configuration à géométrie sphérique et à cause de l'échange de charge entre grain et les autres espèces, les électrons et les ions ne suivent pas la distribution de Boltzmann[15]. Nous avons représenté chaque espèce par l'équation de continuité et de moment où nous avons inclus les termes de perte due à l'échange de charge. La charge est considérée comme une variable dynamique régie par l'équation de fluctuation de charge où nous avons introduit les courants électronique et ionique dus à l'attachement de charge à la surface du grain. D'autre part le système est pris ouvert avec des limites infinies et un plasma entretenu. Les termes de perte sont dues uniquement à l'échange de charge.

La résolution de l'ensemble des équations est basée sur le formalisme self-similaire et la méthode de Rung-Kutta. Nous avons établi, à travers des investigations numériques, que l'expansion s'étend au delà des limites données par des travaux précédents [23] et nous avons montré l'existence d'un front révélateur d'une brisure de quasi-neutralité.

En l'absence de source d'énergie couplée à un plasma et en présence de grains, la température de ces derniers ne peut être considérée constante. Le fluide des grains n'est plus isotherme. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons considéré les trois espèces présentes dans le plasma ions, électrons et grains adiabatiques. Notre modèle dans ce cas prend en compte le refroidissement des trois espèces du plasma à travers l'équation d'état de chaque espèce. Par échange de charge, en plus des ions formés, nous avons pris en compte la formation d'atomes neutres lorsque les ions captent des électrons issus du grain. De même, le changement de densités ionique et électronique dû à l'ionisation des atome neutres est considéré. Comme le grain se déplace par rapport au plasma, un terme de correction dû à la vitesse relative a été ajouté dans l'équation de courant ionique[24]. L'effet de ce courant est déterminé à travers l'analyse du cas où l'expression simple du courant ionique est utilisée.

L'ensemble du système d'équations différentielles non-linéaires ainsi obtenu a été résolu par le formalisme self similaire. Nous avons constaté l'existence d'oscillations signes révélateurs des ondes acoustiques associées au grain. D'autre part, l'expansion cesse d'être self-similaire au voisinage du front d'ondes.

Des récentes découvertes ont montré la possibilité d'existence d'ions négatifs, en plus des ions positifs dans les plasmas cosmiques ou de laboratoires[25]. La présence des ions négatifs joue un rôle très important dans les propriétés du plasma à travers le potentiel électrostatique et les phénomènes de charge du grain. Dans la dernière section du cha-

pitre 6 nous nous sommes intéressés à l'étude de l'expansion d'un plasma poussiéreux en présence d'ions négatifs. Nous avons utilisé le formalisme self-similaire pour déterminer l'effet de l'expansion sur la charge du grain. Les autres espèces ont été considérées en équilibre thermodynamique où électrons, ions positifs et négatifs suivent des distributions de Boltzmann. L'investigation numérique a été réalisée dans une configuration sphérique pour différentes valeurs de la densité des ions négatifs. Nous avons montré l'existence d'une valeur critique de la charge pour laquelle le profil change en fonction de la densité des ions négatifs.[26]

Chapitre 2

La physique des Plasmas poussiéreux

La connaissance de l'existence des grains dans les plasmas est connue bien avant le lancement des sondes dans l'espace (Voyager, Giotto,.....). Les premières observations remontent à 1885, comme celles constatées dans les nuages noctiluents et les fumées qui accompagnent les météores. Cependant l'idée de considérer une nouvelle espèce à part entière dans les plasmas revient à Spitzer(1941)(c.f Ref.[27]). Les grains ont été considérés comme des ions lourds et de tels plasmas sont dits plasmas colloïdaux.

2.1 Formation des grains de poussière

Les missions spatiales vers les planètes et les comètes n'ont pas montré uniquement l'existence des grains, mais leur indispensable présence dans de tels environnements. Il a été prouvé que les grains portent des charges négatives ou positives comme les ions mais ils avaient des caractéristiques qui permettent de les différencier de ces derniers. Ainsi, on s'intéresse à l'étude de la formation des grains dans la nature et dans les laboratoires pour réaliser des expériences et des simulations dans le but de maîtriser la physique des plasmas poussiéreux .

2.1.1 Formation par les phénomènes de surface

Par traitement de la surface d'un alliage de silicium on peut avoir de petites gravures irrégulières formées sur celle-ci. En présence du champ électrostatique, les parties supérieures des gravures acquièrent une charge négative et sont injectées dans le plasma. Un tel procédé est très utilisé dans l'industrie des semi-conducteurs. Cependant, la présence des grains présente un inconvénient majeur: un seul grain, s'il a la taille d'un réseau, peut

détruire totalement le circuit intégré. Comme la tendance est vers la miniaturisation, l'existence de grains de faible taille peut donner les mêmes conséquences désastreuses.

2.1.2 Formation par transition de phase dans les gaz

La formation passe par trois étapes:

- 1- Par échange de charge, l'ion négatif présent dans le plasma acquiert une charge considérable. L'ion se recombine avec les impuretés du milieu pour former une sorte d'amas avec une charge fluctuante.
- 2- Les amas se combinent, la fluctuation de charge permet de tels processus.
- 3- Les amas atteignant une charge négative suffisante, la force répulsive empêche de nouvelles combinaisons et l'équilibre est réalisé. Ainsi, on obtient un grain avec une forme, taille et charge bien définies.

2.1.3 Grains de poussière naturels

Dans les plasmas de l'espace, les grains sont omniprésents dans tous les environnements, à l'exception de la partie interne du soleil (très haute température). Leur composition dépend du milieu, ils peuvent être constitués de carbone, de silicate, de fer,... ou un mélange de tous ces éléments [28][29][30][27]. Leur présence dans le système solaire a été supposée pour la première fois par Alfvén (1954). Selon sa théorie, les comètes et les planètes sont le résultat de la coagulation de micro-particules ou grains de poussière. Notre système solaire contient une variété de grains dont la forme et la charge dépendent de leur origine. Ils peuvent être issues des micro-météores ou des substances produites par la pollution due à l'homme. On distingue les grains dans les milieux suivants:

Espace interplanétaire: Les grains sont le résultat de la fragmentation par collision des comètes ou des astéroïdes. Ils atteignent notre atmosphère par le biais du vent solaire. Ils sont recueillis par les capteurs qui se trouvent à une altitude située entre 18-20 km. Leur taille est de l'ordre de 5-20 μm . Cependant, ils sont tellement fragiles qu'ils se désintègrent en plusieurs morceaux lorsqu'ils entrent en impact avec les collecteurs.

Comètes: Ceux sont un mélange de grains et de gaz ayant des orbites elliptiques qui les amènent très proches du soleil. Durant leur mouvement les comètes développent un nuage sous forme de queue. Loin du soleil les nucléons qui composent la queue deviennent très froids et se solidifient, lorsque le cycle de rapprochement recommence, l'évaporation libère les gaz et les grains. Ces derniers sont emportés par le vent solaire.

Anneaux planétaires: La plupart des anneaux (comme ceux de Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) sont constitués de grains issus de leurs parties principales.

Atmosphère terrestre: Beaucoup d'observations et de mesures ont été réalisées dans les régions polaires durant la période de l'été à des altitudes situées entre 80-90 km. C'est dans cet environnement que les nuages noctiluents ont été observés. Ces nuages sont constitués de grains ayant des charges positives considérables de même ils contiennent des grains de charge négatives.

2.2 Caractéristiques des grains

La formation d'un grain que ce soit dans la nature ou dans les laboratoires est toujours suivie par les interactions entre grains et le plasma. Comme le grain possède une masse considérable par rapport à toutes les autres espèces (jusqu'à 10^4 la masse d'ion) l'interaction gravitationnelle est prédominante. Le grain étant chargé, les interactions électrostatique deviennent prépondérantes à cause de la charge que peut atteindre le grain (de l'ordre de $10^4 e$). De tels effets donnent des propriétés remarquables pour les plasmas.

2.2.1 Longueur de Debye

En présence de particules chargées, le plasma possède une caractéristique très importante: l'effet d'écran. Celui-ci se résume de la manière suivante: toute particule chargée possède son propre potentiel électrostatique, la présence d'autres particules chargées a pour effet d'annuler ce champ au delà d'une distance critique dite longueur de Debye. Cet effet persiste lorsque le plasma contient les grains de poussière "dust".

Soit une particule test dans un plasma, elle attire les particules de signe opposé qui forment autour d'elle un nuage de charge. Dans le cas d'un effet d'écran parfait, i.e., absence d'agitation thermique, le champ à l'extérieur du nuage est nul. Lorsque la température des particules est prise en compte, les particules à la limite de la sphère de Debye, sphère dont le rayon est égal à la longueur de Debye, possèdent suffisamment

d'énergie pour s'échapper à l'attraction coulombienne. Pour déterminer la longueur de Debye d'un plasma poussiéreux on utilise l'équation de Poisson:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi (en_e - en_i - qn) \quad (2.1)$$

où n_e , n_i , n sont respectivement, densité des électrons, des ions et des grains. $q = Ze$, $Z < 0$ ($Z > 0$) est la charge du grain et ϕ le potentiel électrostatique.

Comme la densité des grains est partout la même, alors,

$$qn = q_o n_o = en_{eo} - en_{io} \quad (2.2)$$

L'indice o désigne les paramètres à l'équilibre.

Pour un équilibre thermique local, les densités des électrons et des ions sont données par:

$$n_e = n_{eo} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right) \quad (2.3)$$

$$n_i = n_{io} \exp\left(-\frac{e\phi}{T_i}\right) \quad (2.4)$$

T_e , T_i étant les températures électronique et ionique.

Pour des distances r mesurées par rapport au grain et lorsque $r \gg \lambda_D$ on a: $\frac{e\phi}{T_e} \ll 1$ et $\frac{e\phi}{T_i} \ll 1$, λ_D étant la longueur de Debye. A partir de l'équation de Poisson on obtient

$$\nabla^2 \phi = 4\pi \left(\frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2} \right) \phi = 4\pi \frac{1}{\lambda_D^2} \phi \quad (2.5)$$

ou $\lambda_{Dj} = \left[\frac{T_j}{4\pi n_{jo} e^2} \right]^{1/2}$ représente la longueur de Debye de l'espèce j ($j = i$ (ion) , e (électron)) .

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De} \lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \quad (2.6)$$

La longueur de Debye représente la distance à partir de laquelle le potentiel électrostatique $\phi = \phi_o \exp(-r/\lambda_D)$ décroît très rapidement. L'expression de λ_D a été obtenue en supposant implicitement que la charge des grains de poussière est constante. Dans le cas contraire, la fluctuation de charge est prise en compte, un terme de correction doit donc

être ajouté. La longueur de Debye est[1] :

$$\lambda_{Dc} = \frac{\lambda_{De}\lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2 + \lambda_{Dc}^2}} \quad (2.7)$$

où λ_{Dc} est le terme de correction dû à la fluctuation de charge:

$$\lambda_{Dc} = \sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2} 4\pi n_o r_o} \quad (2.8)$$

avec

$$\nu_1 = \frac{r_o}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\omega_{pe}}{\lambda_{De}} \exp\left(\frac{eq_o}{T_e r_o}\right) + \frac{\omega_{pi}}{\lambda_{Di}} \left(1 - \frac{eq_o}{T_i r_o}\right) \right] \quad (2.9)$$

$$\nu_2 = \frac{r_o}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\omega_{pe}}{\lambda_{De}} \exp\left(\frac{eq_o}{T_e r_o}\right) + \frac{\omega_{pi}}{\lambda_{Di}} \right] \quad (2.10)$$

où ω_j est la fréquence plasma de l'espèce j et r_o le rayon du grain supposé de forme sphérique.

Cette contribution peut être négligée lorsque le rayon du grain est faible ($\sim \mu m$).

2.2.2 Fréquences caractéristiques

Les valeurs prises par la charge et la masse du grain n'affectent pas seulement la longueur de Debye mais aussi les fréquences et les modes propres du plasma.

La fréquence plasma des grains est définie par

$$\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi nq}{m_d} \quad (2.11)$$

A partir de la condition de neutralité du plasma $n = (n_i - n_e)/Z$, on peut écrire l'équation (2.11) sous la forme:

$$\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi Z n_i e^2}{m_d} - \frac{4\pi Z n_e e^2}{m_d} = \frac{Z}{m_d} m_i \omega_{pi}^2 - \frac{Z}{m_d} m_e \omega_{pe}^2 \quad (2.12)$$

où ω_{pe} , ω_{pi} sont respectivement les fréquences plasma ionique et électronique données par:

$\omega_{pe}^2 = \frac{4\pi n_e e^2}{m_e}$, $\omega_{pi}^2 = \frac{4\pi n_i e^2}{m_i}$. La fréquence ionique est donnée pour des ions de charge +1.

Pour les plasmas poussiéreux on remarque que $Z m_i \ll m_d$ ce qui implique $\omega_{pd} \ll \omega_{pi} \ll$

ω_{pe} . Cette propriété est très importante pour étudier les phénomènes qui évoluent dans le temps en présence de grains de poussières. Le temps caractéristique des grains est très grand par rapport à celui des autres espèces du plasma.

De la même façon la fréquence cyclotronique est donnée par

$$\Omega_d = \frac{|q|B_o}{m_d} = Z \frac{m_i}{m_d} \Omega_i \quad (2.13)$$

où $\Omega_i = eB_o/m_i$ est la fréquence cyclotronique ionique. On note aussi que $\Omega_d \ll \Omega_i \ll \Omega_e$. Les remarques concernant le temps caractéristique restent valables en présence du champ magnétique B_o .

Ces résultats montrent que la présence des grains dans le plasma donne lieu à de nouveaux modes propres de basse fréquence différents des autres modes d'un plasma où la proportion des grains est négligeable.

2.2.3 Les plasmas poussiéreux

La nature de l'interaction entre les grains de poussière dépend de trois paramètres:

- 1- Le rayon du grain r_o .
- 2- La distance entre les grains, liée à leur densité: $d \sim n^{-1/3}$
- 3- La longueur de Debye.

On s'intéresse aux cas où la condition $r_o \ll (d, \lambda_d) \ll L$ est réalisée, L étant la dimension linéaire de la région qui contient le plasma. Dans ce contexte, on distingue deux situations:

1- Une situation qui correspond à $r_o \ll \lambda_d \ll d$, on parle de grains dans le plasma. Les grains sont considérés comme des particules isolées ayant un effet d'écran parfait. Les interactions entre grains ne jouent aucun rôle dans le plasma.

2- Les cas qui correspondent à $r_o \ll d \ll \lambda_d$, et où les effets collectifs ont un rôle déterminant dans le comportement du plasma. C'est cette situation qu'on désigne par "plasmas poussiéreux". Dans ce cas, les processus de charge ont des conséquences directes sur les propriétés physiques ou dynamiques du plasma. Le tableau 2.1 résume quelques caractéristiques des plasmas poussiéreux dans différents milieux [31][29].

Milieu	$n_e(cm^{-3})$	$T(eV)$	$n_d(cm^{-3})$	$a(\mu m)$	$n_n(cm^{-3})$	d/λ_d	$ Z_d $
Anneaux de Saturn	10	10-100	10^{-7}	1	1	0.1	~ 10
Comète de Halley	10^3	~ 1	10^{-3}	0.1-10	10^{10}	> 1	$\sim 10 - 10^4$
Nuage interstellaire	10^{-3}	0.001	10^{-7}	0.2	10^4	0.2	\sim
Flamme	10^{12}	0.2	10^{11}	0.01	10^{18}	< 1	\sim
Gaz d'échappement des missiles	10^{13}	0.3	10^8	0.5	10^{18}	5	\sim
Plasma de laboratoire	10^8	2-4	10^4	5	10^{14}	0.2-0.3	\sim
Microprocesseur (industrie)	10^9	2	$10^3 - 10^8$	< 1	10^{15}	$10^{-3} - 3$	\sim
Plasma "cristal"	10^{10}	2	$10^4 - 10^5$	7	10^{16}	2-4	\sim

TAB. 2.1 – *Quelques caractéristiques des plasmas poussiéreux.*

2.3 Processus de Charge

Une des caractéristiques qui permet de distinguer les grains des autres espèces est la charge. En plus de sa valeur considérable par rapport à celle des ions, les processus de charge jouent un rôle très important dans la physique des plasmas poussiéreux. On peut avoir des grains avec des charges négative ou positive. De même, il est possible d'avoir dans un même milieu les deux espèces en même temps, comme c'est le cas des comètes[28]. La charge des grains varie de zéro jusqu'à des centaines de milliers de fois la charge élémentaire, cela dépend de la taille du grain et des conditions du plasma[32].

2.3.1 Collection de particules

Dans les plasmas la vitesse thermique des électrons lointains est supérieure à celle des ions. Les électrons atteignent la surface du grain de poussière les premiers. Le grain acquiert une charge négative à laquelle correspond un potentiel négatif à la surface. Pour une valeur critique du potentiel négatif les électrons sont repoussés en faveur de l'attachement des ions positifs. Ainsi, le courant transporté par les électrons est réduit, celui transporté par les ions croît. La situation s'inverse lorsque le potentiel à la surface devient positif. L'équilibre est atteint quand les courants électronique et ionique se compensent.

2.3.2 Emission secondaire des électrons

Lorsqu'une particule énergétique entre en collision avec le grain, des électrons peuvent se libérer de ce dernier. La particule peut être un électron qui a suffisamment d'énergie pour ne pas être stoppé lors de l'attachement par le grain. Il cède alors son excès d'énergie à un autre électron qui se libère. Il peut de même s'agir d'un ion de faible énergie. Celui-ci peut être neutralisé par l'électron.

2.3.3 Photo-émission

Le principe est identique à l'effet photo-électrique. Lorsqu'un flux de photons possède une énergie supérieure au seuil du potentiel à la surface du grain, on peut avoir émission d'électrons à partir de la surface. La charge du grain dans ces conditions est positive. Cette situation a été observée dans les astéroïdes et à la surface de la lune. Un tel processus est à la base du phénomène correspondant à l'apparition des étincelles lunaires. Le même effet peut être obtenu quand le grain est bombardé par un flux d'ions énergétiques, il

s'agit de l'émission thermoionique. D'autres processus de charge peuvent avoir lieu mais ils ne jouent un rôle important que dans des situations bien spécifiques.

2.4 Applications de la physique des plasmas poussiéreux

A l'origine, la présence de grains de poussière dans les plasmas était perçue comme un problème pour lequel il est primordial de trouver une solution, en particulier dans l'industrie des semi-conducteurs. Actuellement, avec le savoir acquis et les progrès expérimentaux réalisés, les plasmas poussiéreux constituent un domaine très privilégié dans les laboratoires et même dans l'industrie. Les grains peuvent être utilisés dans les domaines suivants:

Optoélectronique: Les grains chargés peuvent émettre des rayons lumineux dans le spectre visible avec une énergie très grande par rapport à celle des dispositifs photo-électriques classiques. La technologie des plasmas offre de grandes opportunités dans ce sens (écrans à plasma...).

D'autre part, il est possible de réaliser des grains avec des caractéristiques mécaniques bien choisies comme l'élasticité.

Protection: Dans les réacteurs à plasma il est possible de mélanger différents types de gaz pour donner naissance à des grains avec des caractéristiques chimiques intéressantes, comme la stabilité et la résistance à l'oxydation.

Contrôle de contamination: On peut éliminer les impuretés (grains) dans un dispositif à décharge dans les gaz (ou autre) de la manière suivante:

Dans ces dispositifs les particules (autres que les électrons et les ions) confinées, par le potentiel électrostatique, sont celles ayant une charge négative. Par émission secondaire ou photo-électrique, les impuretés peuvent acquérir des charges positives. Les impuretés positives sont éjectées du dispositif suivant la direction radiale. Ainsi, on peut contrôler la contamination des diverses substances par des impuretés indésirables.

Astrophysique: L'existence des grains dans les anneaux a permis de connaître leur composition. Le mouvement des grains est affecté par les forces électriques dues à leur charge. Les observations réalisées ont permis de constater l'élongation radiale dans les anneaux de Saturne ($\sim 10^6 m$) qui est la conséquence directe de ce mouvement.

Chapitre 3

Les mathématiques des plasmas poussiéreux

Le plasma est considéré comme un gaz (fluide) qui contient des espèces chargées. Le modèle mathématique qui décrit le plasma et permet d'interpréter les différents phénomènes se base sur trois approches:[33]

Description orbitale: on s'intéresse à la trajectoire (l'orbite) d'une seule particule sous l'action du champ électromagnétique \mathbf{E}, \mathbf{B} . Ce modèle donne des équations dont les solutions exactes sont très difficiles à obtenir. Elles ne sont obtenues que pour des cas simples. L'inconvénient de cette approche est qu'elle explique le mouvement d'une particule sous l'effet du champ électrique sans donner son origine. Un tel champ est le résultat des effets collectifs de toutes les particules et ne peut être déterminé par une seule.

Modèle fluide: Le plasma est considéré comme un fluide décrit par les équations de moment et de continuité. L'aspect individuel de la particule est négligé. L'espèce est représentée par un élément du fluide. Comme les espèces présentes dans le plasma sont chargées, l'équation de Poisson est ajoutée aux équations précédentes.

Description cinétique: On cherche à déterminer la fonction de distribution de chaque espèce du plasma. La connaissance de cette fonction permet le calcul de toutes les grandeurs mesurables (densité, température, vitesse....) et de faire ainsi une analyse comparative avec les données expérimentales.

3.1 Equations fluides

Les équations fluides découlent de la théorie cinétique. Elles décrivent en général les phénomènes qui sont moins rapides que leur temps de relaxation.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (n\mathbf{v})}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (3.1)$$

C'est l'équation de continuité. Cette équation représente la conservation du nombre de particules de l'espèce.

$$m.n \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla\mathbf{v}) \right] = n.q. (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla P + p_j \quad (3.2)$$

∇P est le tenseur de pression. p_j est le terme de collision avec l'espèce j . L'équation (3.2) représente la conservation du moment. Le terme de collision peut s'écrire sous la forme:

$$p_j = n.m.\nu_j (\mathbf{v} - \mathbf{v}_j) \quad (3.3)$$

ν_j est la fréquence de collision avec l'espèce j dont la vitesse fluide est \mathbf{v}_j

3.2 Equation de la charge

Les processus de charge dans les plasmas poussiéreux, qui permettent aux grains d'acquérir une charge, sont très différents selon le domaine de température, la densité et le type d'interactions qui ont lieu.

Le grain de poussière se charge par les processus suivants, qui peuvent se produire en même temps:

- Interaction grain-particules du plasma: Le grain joue le rôle d'une sonde qui capte les particules du plasma: électrons et ions.
- Interaction grain-particules énergétiques: Les particules énergétiques qui atteignent le grain sont soit réfléchies soit passent à travers le grain. Dans le deuxième cas le passage s'accompagne par la perte de leur énergie totalement ou partiellement. Cette énergie permet à certains électrons de quitter le grain.
- interaction entre le grain et les photons: C'est un effet équivalent à l'effet photo-électrique. Les électrons issus d'un grain peuvent être capturés par un autre.

Le taux de transfert de charge ne dépend pas seulement des caractéristiques du grain, il dépend aussi des paramètres du plasma. Ce taux de transfert est exprimé par les courants I_j dus à la capture de l'espèce j (perte) par le grain. Pour déterminer la contribution de ces courants on doit connaître l'équation de la charge du grain.

Pour un grain de charge q l'équation de la charge est obtenue à partir du principe de la conservation de la charge globale:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_e q_e + n_i q_i + nq) + \frac{\partial}{\partial r} (n_e q_e v_e + n_i q_i v_i + nqv) = 0 \quad (3.4)$$

combinée avec les équations de continuité pour chaque espèce présente dans le plasma:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial n_e v_e}{\partial r} = \frac{I_e}{q_e} n = a_e n_e n \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial r} = \frac{I_i}{q_i} n = a_i n_i n \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v}{\partial r} = 0 \quad (3.7)$$

où nous avons supposé qu'il n'y a pas création de grain. A partir de ces équations on trouve:

$$\frac{dq}{dt} = I_e + I_i \quad (3.8)$$

de façon générale:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla . q = \sum_j I_j = I_d \quad (3.9)$$

I_d est le courant total qui atteint la surface du grain. La sommation est réalisée sur toutes les espèces présentes dans le plasma qui interagissent avec les grains (dust). Ainsi, un grain voit sa charge augmentée de -1 si un électron est attaché et de Z_i si c'est le cas d'un ion. Les courants arrivent au niveau de la surface du grain dans des temps aléatoires ce qui implique la fluctuation de charge. Le courant I_d dépend de la fonction de distribution f_j

de l'espèce:

$$I_d = \sum_{s=e,i} q_j \int_{v_{min}}^{\infty} d^3v \cdot v \cdot \sigma_j(q_j, v) f_j(v) \quad (3.10)$$

σ_j est la section efficace de collision entre le grain et la particule de vitesse v , de charge q_s et de paramètre d'impact b :

$$\sigma_s = \pi b^2 \quad (3.11)$$

Pour une particule qui atteint la surface du grain avec une vitesse tangentielle v^g ($j = s$), à partir des équations de conservation de moment et de l'énergie découle:

$$mvb = mv^g r_o \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^{g2} + \frac{q_s q_d}{r_o} \quad (3.13)$$

Pour un grain de forme sphérique de capacité électrique C , $q = C\phi_s = r_o\phi_s$; r_o étant le rayon du grain.

$$\sigma_s = \pi r_o^2 \left(1 - \frac{2q\phi_s}{mv^2} \right) \quad (3.14)$$

Dans le cas où $q\phi_s < 0$, ϕ_s est le potentiel à la surface du grain par rapport au plasma, la vitesse minimale pour que la particule atteigne la surface du grain est:

$$v_{min} = \left(-\frac{2q\phi_s}{m} \right) \quad (3.15)$$

Dans le cas d'un équilibre thermodynamique, la fonction de distribution est Maxwellienne donnée par:

$$f_j(v) = n \left(\frac{m_j}{2\pi T_j} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m_j v^2}{2T_j} \right\} \quad (3.16)$$

Selon le modèle de la sonde (probe model) les grains de poussière jouent le rôle d'une sonde électrostatique qui capte les électrons et les ions. Cette théorie permet de prédire les courants électronique et ionique qui atteignent la surface du grain. Dans le cas où la

condition $r_o \ll \lambda \ll \lambda_f$ est vérifiée, λ_f étant le libre parcourt moyen, ces courants sont dits à " orbite limitée". Dans un tel cas, le calcul du courant des particules qui rencontrent la sonde suppose l'absence de collisions avant cette rencontre. Ainsi, les courants électronique et ionique sont donnés respectivement par[34][32],

$$I_{eo} = -\pi r_o^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} n_{eo} \exp \left\{ \frac{eq}{r_o T_e} \right\} \quad (3.17)$$

$$I_{io} = \pi r_o^2 e \left(\frac{8T_i}{\pi m_i} \right)^{1/2} n_{io} \left(1 - \frac{eq}{r_o T_i} \right) \quad (3.18)$$

Dans ces expressions, le grain est considéré comme une sphère de rayon r_o et de charge q_o et n_{eo} , n_{io} sont respectivement les densités électronique et ionique initiales (au moment où le grain a été injecté, l'instant où il commence à se charger à partir d'instant initial électriquement neutre). Les expressions précédentes des courants sont valables dans le cas où on a $v_o \gg v_{Ti}$, v_o étant la vitesse du courant ionique et v_{Ti} vitesse thermique ionique. A l'équilibre:

$$\sum_j I_{jo} = I_{eo} + I_{io} = 0 \quad (3.19)$$

Cette équation permet de déterminer le potentiel à l'équilibre à la surface du grain $\varphi_s = q/r_o$, ainsi que la charge à l'équilibre $q_o = eZ_o$.

Les expressions des courants données par (3.17) et (3.18) sont valables pour tout potentiel d'un plasma maxwellien. La vitesse du flux de particules doit être inférieure à la vitesse thermique.

Dans tous ce qui a précédé, le processus de charge a été considéré comme un phénomène continu, alors qu'en réalité il ne l'est pas. La capture ou perte d'une charge est un événement aléatoire, l'approche continue est possible[27].

Pour conclure on note que l'équation de la charge a été obtenue sur la base des hypothèses suivantes:

- Le calcul mathématique a été simplifié en supposant que tous les grains ont la même forme sphérique. En réalité les grains ont des formes différents. Sous l'action du champ électrostatique ils subissent des déformations qui leurs donnent des formes proches de la sphère. Ce que justifie cette hypothèse.

- La distributions de la charge sur la surface du grain est prise uniforme. Dans le cas de grains de faible conduction, cette distribution n'est pas parfaitement uniforme. Prendre cette remarque en considération rend les calculs très compliqués.

3.3 Transformation self similaire

Dans la plupart des cas, la résolution de l'ensemble des équations fluides est très difficile ou impossible à obtenir dans l'espace réel (r,t) . La résolution des équations aux dérivées partielles nécessite la connaissance des conditions aux limites. Dans les problèmes de la physique des plasmas beaucoup de situations concernent des systèmes ouverts ou semi ouverts. Dans ce genre de problème, on fait appel aux transformations self similaires qui se basent sur les propriétés de l'algèbre de Lie. Une telle transformation permet d'obtenir, à partir du système d'équations non linéaires aux dérivées partielles (r,t) , un système d'équations ordinaires. Les solutions ainsi obtenues ne sont que des solutions aux limites qui donnent des informations sur le comportement asymptotique du phénomène physique. Elles reflètent l'absence d'une grandeur de temps caractéristique. Lorsqu'une équation est la combinaison du rapport x/t seulement, toutes les grandeurs qui dépendent de x varient en fonction du temps mais leur profil reste le même. Les courbes obtenues ressemblent à des images figées par rapport au temps. Un tel mouvement où la variable reste similaire à elle même quand le temps change est dite self similaire. Les solutions self similaires existent lorsque les grandeurs initiales ne possèdent pas de longueur ou de temps caractéristiques. Cette caractéristique découle des propriétés de l'algèbre de Lie [35]. Le groupe de Lie est un cas particulier des groupes ayant des éléments dépendant d'un paramètre qui s'exprime à l'aide d'une fonction différentielle. Le problème consiste à rechercher la meilleure représentation. Pour l'ensemble des équations (3.1; 3.2; 3.8) on remarque que:

- La variable temps intervient dans les équations uniquement par le biais des dérivées, une translation $t' = t + t_o$ ne change pas la forme des équations.
- Les variables fondamentales sont uniquement: le temps, la distance et la pression. Les autres sont des combinaisons de ces trois paramètres. Le système admet trois transformations similaires indépendantes.

Compte tenu de ces remarques on pose la transformation de groupe suivante:

$$\begin{aligned} \tilde{t} &= a^{\alpha_1} t; & \tilde{x} &= a^{\alpha_2} x \\ \tilde{n} &= a^{\beta_1} n; & \tilde{v} &= a^{\beta_2} v \end{aligned} \tag{3.20}$$

a, b sont des constantes. $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ sont des paramètres à déterminer pour que la transformation soit absolument invariante et vérifie la propriété:

$$F(y) = F(\tilde{y})$$

Ecrivons les équations (3.1, 3.2) en fonction des nouvelles variables:

$$a^{\alpha_1-\beta_1} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{t}} + a^{\alpha_2-\beta_1-\beta_2} \frac{\partial (\tilde{n}\tilde{v})}{\partial \tilde{x}} = 0 \quad (3.21)$$

$$a^{\alpha_1-\beta_2} \left[\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + a^{-\beta_2+\alpha_2-\beta_2} \left(\tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{x}} \right) \right] = -a^{\alpha_1} \frac{T \partial \tilde{n}}{m \tilde{n} \partial \tilde{x}} \quad (3.22)$$

Ces équations conservent leurs formes si et seulement si

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_2 \\ \beta_2 &= \beta_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

alors,

$$\frac{\tilde{x}}{\tilde{t}} = \frac{x}{t} = \xi(x,t)$$

$\xi(x,t)$ est la variable self-similaire.

Pour écrire les équations fluides avec des grandeurs sans dimensions on pose:

$\xi = \frac{x}{ct}$, $n = \frac{n_0 N}{\alpha t}$, $v = cV$ où c et α sont des constantes, on trouve:

$$(V - \xi) \frac{\partial N}{\partial \xi} - N + N \frac{\partial V}{\partial \xi} = 0 \quad (3.24)$$

$$(V - \xi) \frac{\partial V}{\partial \xi} = -\frac{T}{mc^2} \frac{\partial N}{N \partial \xi} \quad (3.25)$$

On peut choisir $c^2 = \frac{m}{T}$ qui représente une vitesse acoustique.

3.4 Les modèles physiques de l'expansion des plasmas

L'expansion des plasmas relève de différentes disciplines de la physique. elle permet de comprendre l'aspect non-linéaire dans les gaz ionisés. Ces effets résultent de la propagation spontanée dans le vide d'un plasma produit de façon naturelle ou dans les laboratoires. De tels phénomènes interviennent dans les expériences de la fusion inertielle lorsqu'une cible est bombardée par des rayons lasers. La connaissance de la dynamique du plasma produit autour de la cible permet la détermination de son effet sur l'efficacité de l'implosion nécessaire à la réaction de fusion. L'énergie transportée par le rayonnement est absorbée en premier lieu par les électrons qui deviennent chauds. Leur expansion a lieu à l'intérieur vers le plasma de densités élevée comme à l'extérieur vers le vide. L'expansion à l'intérieur du plasma produit un courant qui chauffe les ions, ainsi ces derniers sont accélérés. L'expansion dans le vide permet aux ions d'acquérir des énergies considérables par le biais du champ électrique.

L'expansion fait partie aussi des phénomènes d'accélération des particules dans les plasmas cosmiques[5]. L'expansion peut avoir lieu lorsque le plasma s'étend d'un milieu très dense vers un autre milieu moins dense[2]. L'observation expérimentale de l'expansion remonte aux années 1930, il a été constaté qu'un jet de plasma accéléré dans une chambre à décharge de gaz est éjecté à partir de la cathode[36]. Le jet est soumis à l'action du champ ambipolaire qui résulte de l'accélération des ions par les électrons. Le champ empêche les électrons de sortir de l'enceinte. De même, lorsqu'un solide est soumis à l'étincelle d'une décharge ou d'un laser, un plasma dense chaud apparaît au voisinage du vide. La composition chimique du plasma est déterminée par la spectrométrie de masse. Lors de l'expansion la masse détectée par le spectromètre peut considérablement changer par recombinaison ions-électrons[3].

3.4.1 Equations de base

Le problème de l'expansion a été formulé par Gurevich *et al.*[37]. Dans leur travail, ils ont considéré un plasma constitué d'électrons ayant une distribution de Boltzmann et d'ions décrits par les équations fluides à une dimension et une géométrie plane. Le système est décrit par les équations fluides:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (3.26)$$

$$m_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} \right) = -e \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.27)$$

à ces deux équations est ajoutée la condition de quasi-neutralité $n_i = n_e$, pour un plasma à un seul type d'ions de charge $Z = 1$. En se basant sur le formalisme self similaire et la variable $\xi = x/t$, ils ont trouvé une solution analytique pour le problème de l'expansion:

$$V_i = 1 + \xi \quad (3.28)$$

$$N_i = \exp(-\xi) \quad (3.29)$$

Cette solution montre que la vitesse des ions croît de façon indéfinie, ce qui n'est pas vrai. On remarque aussi que $N \rightarrow 0$ lorsque $\xi \rightarrow \infty$. Pour une distance critique on peut considérer la densité des ions quasiment nulle. Au delà de cette distance la notion de vitesse perd son sens.

Widner *et al.* ont étudié l'expansion dans le vide d'un plasma formé d'ions et d'électrons pour un cas plus général. Les ions sont décrits par les équation fluides et les électrons considérés en équilibre thermodynamique. Dans ces conditions l'hypothèse de quasi-neutralité n'est pas vérifiée. D'autre part, pour maintenir un potentiel constant le plasma est supposé couplé à une source extérieure qui compense la perte d'électrons thermiques et assure l'apport d'énergie pour prévenir le refroidissement du plasma pendant l'expansion. La simulation est réalisée pour le cas à une seule dimension à partir des équations (3.26-3.27) et en introduisant l'équation de Poisson [2] :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = e(n_e - n_i) \quad (3.30)$$

avec

$$n_e = n_o \exp(e\phi/kT_e) \quad (3.31)$$

La solution trouvée représente l'expansion dans le vide pour la partie de l'espace $x > 0$. Comme la formulation mathématique du problème nécessite la connaissance des conditions aux limites, ils ont considéré une région de l'espace dans laquelle se produit l'expansion assez étendue. Ce choix permet de prendre le potentiel électrostatique égale à zéro au voisinage de la limite de la zone d'expansion. Ils ont montré que l'expansion des

électrons se produit bien avant celle des ions. La séparation de charge accélère les ions qui acquièrent des énergies de l'ordre de $3T_e$.

3.4.2 Approche hydrodynamique

Les équations hydrodynamiques permettent d'obtenir le profil de la densité en fonction du déplacement linéaire x pour un temps fixe t . Au système d'équations fluides, lorsque la pression des électrons est considérée, s'ajoute l'équation d'état des gaz:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{p_e}{n_e^3}\right) = -\frac{1}{n_e^3} \frac{\partial w_e}{\partial t} \quad (3.32)$$

et

$$p_e = K n_e^\gamma \quad (3.33)$$

w_e représente la conduction de chaleur électronique.

Dans le cas où $\gamma = 1$

$$T_e n_e^{1-\gamma} = C^{te} \Rightarrow T_e = C^{te} \quad (3.34)$$

qui correspond au cas isotherme. Le plasma étant un bon conducteur de chaleur, lors de l'expansion, la température des électrons reste constante. Pour un cas général de la température des électrons $\gamma \neq 1$, la densité des électrons est donnée par[38]:

$$N_e = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \phi\right)^{1/(\gamma-1)} \quad (3.35)$$

Dans le cas où $\gamma = 1$

$$N_e = \exp(\phi) \quad (3.36)$$

C'est la distribution de Boltzmann. Pour les ions et dans le cas de plasmas à une seule espèce, les solutions analytiques de la densité, vitesse et potentiel en fonction de ξ sont:

$$N_i = N_{io} \exp(-(\xi + 1)\phi) \quad (3.37)$$

$$V_i = (T_e/M_i)^{1/2}(\xi + 1) \quad (3.38)$$

$$\phi = N_{io}(T_e/e(\xi + 1)) \quad (3.39)$$

Cette solution montre que l'expansion se produit dans l'échelle de temps qui correspond aux ondes ioniques acoustiques (la vitesse est proportionnelle à $C_s = (T_e/M_i)^{1/2}$).

Le modèle plan a été généralisé pour d'autres configurations[39], les équations correspondantes sont:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{1}{r^{\gamma-1}} \frac{\partial (r^{\gamma-1} n_i v_i)}{\partial r} = 0 \quad (3.40)$$

$$n_i m_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) + \frac{\partial P_i}{\partial r} = 0 \quad (3.41)$$

Pour $\alpha = 1$ géométrie plane, $\alpha = 2$ cylindrique et $\alpha = 3$ sphérique. Les solutions trouvées correspondent à différentes situations:

1- $\alpha = 1$ et $\gamma = 1$ cas plan isotherme, la solution est donnée pour $0 \preceq \xi \preceq \infty$:

$$N_i = N_{io} \exp(-\xi) \quad (3.42)$$

$$V_i = (T_e/M_i)^{1/2}(\xi + 1) \quad (3.43)$$

Cette solution est identique à celle donnée par Gurevich.

2- $\alpha \neq 1$ et $\gamma = 1$, la solution existe uniquement pour le domaine $\xi_o \preceq \xi \preceq \infty$. ξ_o étant une valeur arbitraire de la variable self similaire tel que $\xi_o > 0$.

a- Au voisinage de la limite ($\xi \rightarrow \xi_o$):

$$N_i = N_{io} \exp(-\phi) \quad (3.44)$$

$$V_i = 1 + \xi + \phi \quad (3.45)$$

$$\phi = [(\alpha - 1)(1 + \xi_o)/\xi_o^{1/2}(\xi - \xi_o)] \quad (3.46)$$

b) pour $\xi \rightarrow \infty$ (solution asymptotique):

$$N_i = N_{io} \exp(-\sqrt{\alpha}\xi) \quad (3.47)$$

$$V_i = \sqrt{\alpha} + \xi \quad (3.48)$$

3- $\alpha = 1$ et $\gamma \neq 1$ cas plan adiabatique, pour $\gamma > 1$ il existe un front pour lequel $N_i = 0$. La solution existe pour $\xi_o \preceq \xi \preceq \xi_f$,

$$N_i = \left(1 - \frac{[\sqrt{\gamma}(\gamma - 1)/(\gamma + 1)](\xi - \xi_o)}{\sqrt{\gamma}}\right)^{2(\gamma-1)} \quad (3.49)$$

$$V_i = \sqrt{\gamma} + \xi - [(\gamma - 1)/(\gamma + 1)](\xi - \xi_o) \quad (3.50)$$

$$\phi = [(\alpha - 1)(1 + \xi_o)/\xi_o^{1/2}(\xi - \xi_o)] \quad (3.51)$$

4- $\alpha \neq 1$ et $\gamma \neq 1$ on obtient:

a- $\xi \rightarrow \xi_o$:

$$N_i = N_{io} \exp(-\phi/\sqrt{\gamma}) \quad (3.52)$$

$$V_i = \sqrt{\gamma} + \xi_o + \phi \quad (3.53)$$

$$\phi = [(\alpha - 1)\sqrt{\gamma}(\sqrt{\gamma} + \xi_o)/\xi_o^{1/2}(\xi - \xi_o)^{1/2}] \quad (3.54)$$

b) pour $\xi \rightarrow \infty$:

$$N_i = N_{io} \left[- \left(\frac{\alpha\Gamma}{\gamma + 1} \right)^{1/2} \frac{(\gamma - 1)}{\gamma + 1} (\xi_f - \xi) \right]^{2/(\gamma-1)} \quad (3.55)$$

$$V_i = \xi_f - [\gamma/(1 + \gamma)]/(\xi_f - \xi) \quad (3.56)$$

avec $\gamma = 2 - (\gamma - 1)(\gamma - 1)$

Toutes les solutions montrent que lors de l'expansion le front se déplace avec une vitesse constante.

3.4.3 Solutions self-similaires pour les plasmas poussiéreux

La solution self-similaire consiste à associer à plusieurs variables, par le biais de transformations de groupes invariants, une seule variable dite variable self-similaire. Ainsi, un système d'équations différentielles à plusieurs variables est ramené à un système d'équations ordinaires à une seule variable[40].

La solution self-similaire a fait l'objet de plusieurs travaux publiés. Elle a été utilisée pour l'étude de l'expansion d'un gaz qui pousse les pistons hydrauliques[41]. D'autres solutions ont été trouvées dans des cas simples où l'expansion a lieu pour des espèces isothermes dans des configurations planes, cylindriques ou sphériques. Pour ces cas, des solutions analytiques ont été aussi obtenues[42]. L'existence de la solution self-similaire, quand la condition de quasi-neutralité est imposée, nécessite la coexistence d'espèces à charges opposées partout dans le plasma [43].

Dans les expériences qui portent sur les phénomènes d'accélération des ions, de refroidis-

sement des électrons et de fronts d'ions, on s'intéresse davantage au profil self-similaire qui se base sur la mesure du flux d'ions d'un plasma en expansion, par la mesure du potentiel[5]. La présence d'un tel potentiel implique la concentration de charge et l'hypothèse de quasi-neutralité cesse d'être valable. La solution self-similaire a été étendue pour des plasmas adiabatiques ayant un rapport de chaleur spécifique ($\gamma > 1$). Les valeurs initiales pour l'étude paramétrique correspondent à une valeur différente de zéro de la variable self-similaire choisie arbitrairement[38].

Une autre approche a été suivie par Manfredi *et al.*: Ils ont proposé un modèle de plasma contenant deux espèces, électrons et ions en l'absence de champ magnétique. La température ionique a été considérée négligeable par rapport à celle des électrons. Ces derniers, à cause de leur faible masse, ont été pris en équilibre thermodynamique. Le modèle physique se base sur la théorie cinétique en l'absence de collisions, il prend en compte tous les détails de l'espace des phases de la fonction de distribution[6]. La solution trouvée a révélé la concordance avec les résultats obtenus par l'approche hydrodynamique à condition que le temps soit suffisamment long. La solution self-similaire est une solution limite qui donne le comportement asymptotique. Ils ont démontré que l'hypothèse de quasi-neutralité cesse d'être valable lorsqu'il s'agit d'une configuration à géométrie sphérique. Ce modèle a été amélioré par Elzein *et al.* qui ont remplacé la condition de quasi-neutralité par l'équation de Poisson[44].

Le modèle à une dimension où un champ magnétique est présent a été considéré pour trouver des solutions self-similaires. Le champ magnétique empêche le plasma de s'étendre dans toutes les directions, imposant l'expansion à suivre une seule direction. Une telle situation est très fréquente lorsque le plasma est produit par rayonnement laser, l'expansion du plasma étant considérablement affectée[45].

En se basant sur les travaux de Rao *et al.* Longreen a déterminé une solution analytique pour le problème de l'expansion non-linéaire des plasmas poussiéreux dans le vide. Cette solution a été obtenue dans le cas d'un problème à une dimension à partir des équations[21]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nv)}{\partial x} = 0 \quad (3.57)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = Ze \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.58)$$

$$n_i = n_{io} \exp(-\phi/T_i) \quad (3.59)$$

$$n_e = n_{eo} \exp(\phi/T_e) \quad (3.60)$$

et la condition de quasi-neutralité $n_i \approx n_e + Zn$. En utilisant le formalisme self-similaire, la solution analytique du système d'équations (3.57-3.60) en fonction des variables normalisées est:

$$V = \xi + \sqrt{Z} \quad (3.61)$$

$$N = N_o \exp\left(-\frac{\xi}{A}\right) \quad (3.62)$$

$$N = N_{io} \exp\left(-\frac{\xi}{Z/A}\right) \quad (3.63)$$

Il a constaté que la densité des grains décroît quand la variable self-similaire ξ augmente. L'expansion s'achève pour une valeur finie du paramètre d'expansion ξ . Par contre la vitesse peut prendre des valeurs infinies. Les équations précédentes sont valables pour un domaine fini du paramètre d'expansion ξ . La dynamique de l'expansion n'a plus lieu d'exister pour une densité nulle.

La solution proposée par Longreen est valable pour une densité des électrons proche de zéro. Leur mobilité favorise l'attachement par le grain dont la charge par conséquent, est négative. On peut négliger la présence des électrons pendant la phase de l'étude de l'expansion.

D'autres travaux [46] [47] ont confirmé que la solution self-similaire obtenue et qui représente l'évolution de la densité des grains en fonction de la variable self-similaire s'achève pour une valeur finie de cette variable.

Dans un autre papier Pillay et *al.* ont proposé un modèle de plasma avec la présence de grains de poussière où électrons et ions sont supposés être en équilibre thermodynamique. La condition de quasi-neutralité est imposée et la charge du grain considérée constante. Pour des configurations sphérique et cylindrique, ils ont démontré que l'expansion des grains s'achève bien avant celle des autres espèces [23].

3.4.4 Description à plusieurs espèces fluides

Le système précédent a été généralisé pour un plasma avec deux espèces de grains[46]. Les ions et les électrons ont été supposés Boltzmanniens et indépendants. La solution numérique a montré que l'expansion dépend du rapport charge-masse du grain. La densité des grains dont le rapport charge-masse est plus petit s'annule la première. Une comparaison a été faite entre le modèle fluide appliqué à basses températures et le modèle cinétique pour les espèces chaudes. Les deux modèles reproduisent les mêmes résultats, ce qui confirme le refroidissement des grains lors de l'expansion. Un autre point essentiel soulevé par ce travail est que les résultats ont été trouvés à partir de conditions initiales différentes. Le choix des paramètres initiaux n'est pas primordial dans les processus self-similaires. Quand la température des ions est négligeable par rapport à celle des électrons, on peut négliger leur pression. $m_e/m_i \rightarrow 0$ les électrons sont en équilibre thermodynamique. La densité des espèces lourdes s'annule pendant l'expansion. Comme les grains se refroidissent très vite, le modèle fluide s'applique. Loin de la source, la quasi-neutralité est assurée par la seule présence des ions et des électrons. Le champ électrostatique s'annule et l'expansion des grains s'achève pour une valeur finie du paramètre d'expansion, donc pour x , quelque soit la valeur prise par le temps. Cette approche n'est pas valable au stade initial de l'expansion, les électrons et les ions n'ont pas eu suffisamment de temps pour assurer la quasi-neutralité.

la solution self similiaire a été appliquée pour le cas de deux plasmas poussiéreux dont l'un s'étend vers l'autre. Cette situation est souvent rencontrée dans le vent solaire ou dans les plasmas de laboratoire produits par les ondes de surfaces. Le déplacement se produit de l'enceinte vers le centre.

3.4.5 Effet de la non-neutralité

Lorsque la condition de quasi-neutralité est remplacée par l'équation de Poisson en présence de grains et en fonction des grandeurs normalisées[44] :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} = (N_e + ZN - N_i) \quad (3.64)$$

la solution self similaire n'est plus possible. La technique utilisée pour résoudre un tel problème considère le plasma composé de deux régions. La première où coexistent les trois espèces ions, électrons et grains de poussière. A cause de leur mobilité, les électrons

et les ions quittent la première région et se trouvent libérés de l'interaction des grains, ils assurent à eux seuls la neutralité dans la deuxième région. La condition de continuité à la limite des deux régions permet la détermination du potentiel électrostatique par la résolution de l'équation de Poisson. Ainsi, on peut connaître les paramètres du grains dans l'hypothèse où électrons et ions suivent la distribution de Boltzmann. Ce Modèle a confirmé l'accélération de certain grains par le potentiel électrostatique.

3.4.6 Effet du champ magnétique sur l'expansion

Le problème de l'expansion en présence d'un champ magnétique extérieure B a été résolu par Rao *et. al.*[48]. Le champ magnétique est présent dans beaucoup de configurations en particulier celle qui se base sur le confinement magnétique (Tokamaks, stellarators....). Dans de telles structures les grains sont formés au voisinage des enceintes de confinement. Le modèle développé considère l'expansion dans la direction perpendiculaire au champ magnétique. La solution analytique a été obtenue pour un plasma isotherme ou adiabatique. Ils ont constaté que la densité des grains décroît très rapidement, au delà d'une certaine distance le plasma est constitué uniquement d'électrons et d'ions. D'autre part, autant les grains sont plus chauds l'expansion est plus rapide.

Chapitre 4

L'expansion d'un plasma poussiéreux: Approche non-idéale

Lorsqu'un plasma contient des espèces à faible charge électrique, il peut être régi par l'équation d'état du gaz parfait,

$$P_j = n_j T_j \quad (4.1)$$

Les observations expérimentales réalisées ces dernières années [49] ont montré que les espèces transporteuses de grandes charges s'écartent du profil du gaz parfait. L'interaction entre les espèces joue un rôle important. Afin de prendre en considération ces effets, on fait appel, au modèle de gaz réel. Dans ce cas deux approches sont utilisées. Lorsque le plasma s'écarte faiblement du profil parfait, la description physique se base sur les effets binaires. Les effets collectifs sont pris en considération par de petites corrections. Par contre, lorsque les interactions sont fortes, la correction de l'interaction binaire ne peut interpréter les phénomènes physiques ayant lieu.

4.1 Equation de Van der Waals

Dans les gaz neutres l'interaction se limite aux proches voisins (atomes, molécules..) et l'interaction est de courte portée. Par contre les propriétés cinétiques des gaz ionisés sont déterminées par les interactions entre les espèces. L'interaction étant de longue portée, les processus physiques ne peuvent pas être le résultat de deux particules. Cette interaction est d'autant plus importante quand la densité augmente. Les grains de poussière qui transportent une charge considérable, sont sujets à différentes formes d'interactions (

coulombienne, de bombardement...) de type de Van der Waals. Afin de prendre en considération le potentiel d'interaction entre les grains, l'équation d'état du gaz parfait est remplacée par l'équation de Van der Waals[50]:

$$(p + an^2)(1 - bn) = nT \quad (4.2)$$

Les coefficients a et b sont donnés par

$$a = -2\pi \int_{2r_o}^{\infty} r^2 U(r) dr \quad (4.3)$$

$$b = 4 \left(\frac{4\pi}{3} r_o^3 \right) \quad (4.4)$$

a représente la portée de la force entre les grains et b est égale à 4 fois le volume du grain. Les différents effets de l'ensemble des particules présentes dans le plasma dépendent de la nature du potentiel $\phi(r)$ ($U(r)$ est l'énergie associée au potentiel) et du nombre de particules présentes dans la sphère de Debye.

4.2 Interactions des grains

Les grains de poussière absorbent les particules du plasma qui se recombinent. L'existence d'un plasma dans les dispositifs de laboratoires en présence de grains de poussière nécessite un apport extérieur de particules soit par une source d'ionisation soit par un flux de plasma à partir de la région où les grains sont absents. Ainsi, le plasma poussiéreux représente un système ouvert. Les échanges de charge et les interactions entre le grain et les différentes espèces présentes dans le plasma ont un rôle très important dans l'expansion. Ces effets sont pris en considération par les potentiels d'interaction.

4.2.1 Effet d'écran

Dans le cas où on considère un seul grain entouré par des électrons et des ions, la résolution de l'équation de Poisson (2.1) suivant la direction radiale donne:

$$\phi(r) = \frac{Z_d e}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (4.5)$$

Il s'agit du potentiel de Yukawa, qui représente l'effet d'écran[51],[52].

Pour prendre en compte la présence des autres grains, un terme de correction a été ajouté[53],[54]

$$\phi_s(r) = Z_d e \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{2\lambda_D} \right] \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (4.6)$$

C'est le potentiel de Yukawa modifié.

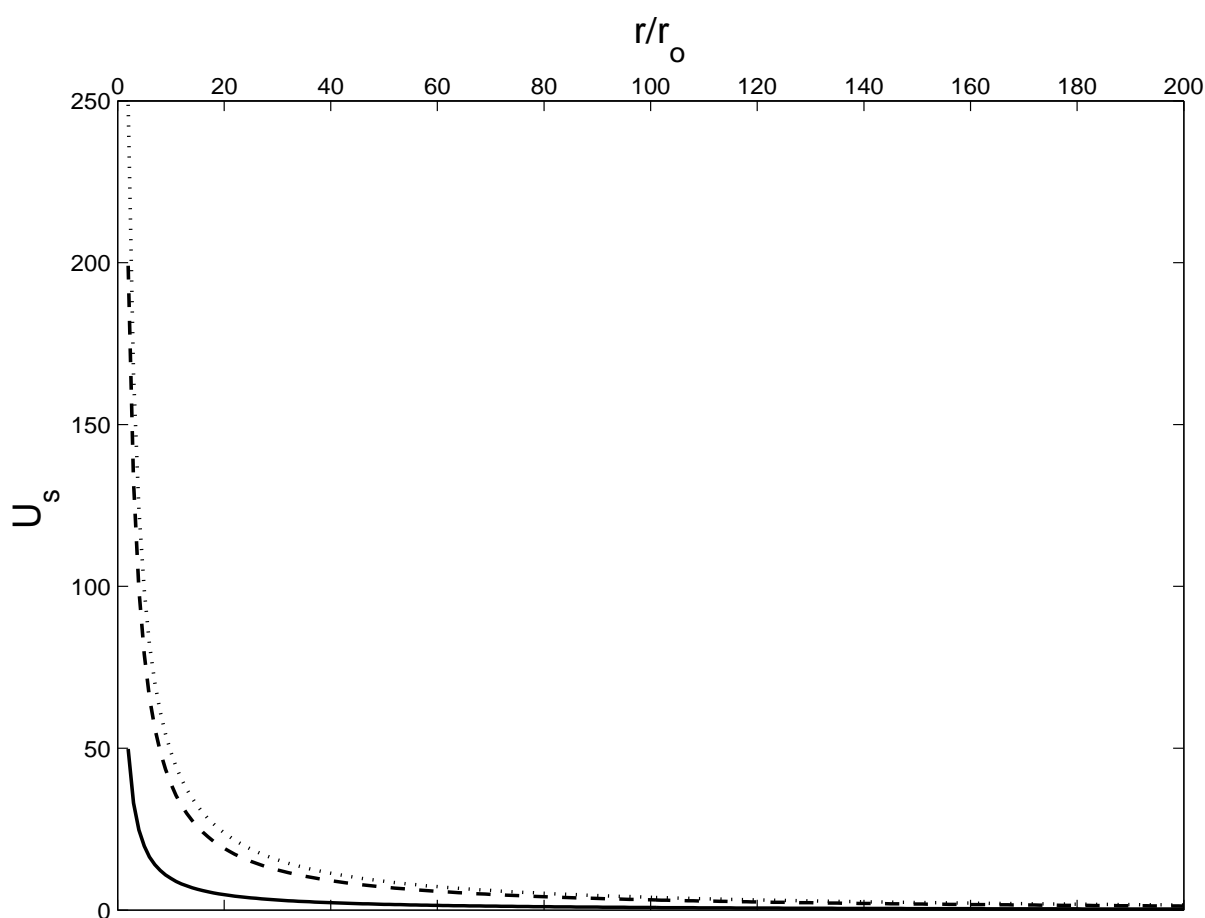


FIG. 4.1 – Potentiel $\phi_s(U_s)$ en fonction de r/r_o pour $Z(1) = -100$ (—), -400 (---), -500 (···) et $r_o = 0.1 \mu m$

A faibles distances par rapport à la longueur de Debye, les effets non-linéaires prédominent. Pour des distances supérieures, on peut appliquer l'approximation linéaire. La figure (4.1) montre l'allure du potentiel en fonction de la distance par rapport au grain pour différentes valeurs de la charge. On peut dire au delà de $r > r_o$ l'effet de ce potentiel est négligeable quelle que soit la charge du grain.

4.2.2 Potentiel de répulsion

Au voisinage de la surface du grain, les densités électronique et ionique sont données par[55]:

$$n_e = n_{eo} \left(1 + \frac{e\phi}{T_e} \right) \quad (4.7)$$

$$n_i = n_{io} \left(1 - \frac{e\phi}{T_i} \right) - n_{io} \frac{a^2}{4r^2} \left(1 + \frac{2e\phi - e\phi_o}{T_i} \right) \quad (4.8)$$

Pour des distances $r \gg \lambda_d \gg r_o$ on a $|e\phi| \ll T_e, T_i$, la condition de quasi-neutralité donne:

$$n_{eo} \left(1 + \frac{e\phi}{T_e} \right) = n_{io} \left(1 - \frac{e\phi}{T_i} \right) - n_{io} \frac{a^2}{4r^2} \left(1 + \frac{2e\phi - e\phi_o}{T_i} \right) \quad (4.9)$$

d'où

$$\phi = -|\phi_o| \frac{T_e}{T_e T_i} \left(1 + \frac{T_i}{2e|\phi_o|} \right) \frac{r_o^2}{r^2} \quad (4.10)$$

ϕ_o est le potentiel qui correspond à $r = r_o$. Dans le cas où $T_e \gg T_i$

$$\phi(r) = \phi_r(r) = -\frac{Z_d e r_o^2}{2r^2} \quad (4.11)$$

C'est le potentiel de répulsion qui représente l'absence d'effet d'écran. Pour des distances $r \gg \lambda_d \gg r_o$ ce potentiel domine le potentiel dû à l'effet d'écran du potentiel coulombien avec un effet opposé comme le montre la figure (4.2). A ce potentiel est associée une force qui tend à réduire la distance entre les grains. L'énergie associée à cette force est:

$$U_r(r) = \frac{Z_d^2 e^2 r_o^2}{2r^2} \quad (4.12)$$

4.2.3 Potentiel lié au flux du plasma

Lorsqu'un flux de plasma pénètre dans la région où les grains sont présents, en plus du transfert de moment direct, il existe un transfert par collision coulombienne. Si la particule n'entre pas en collision directe avec le grain lorsqu'il passe à son voisinage, l'échange de moment entre grain et particule du flux peut avoir lieu pour une distance

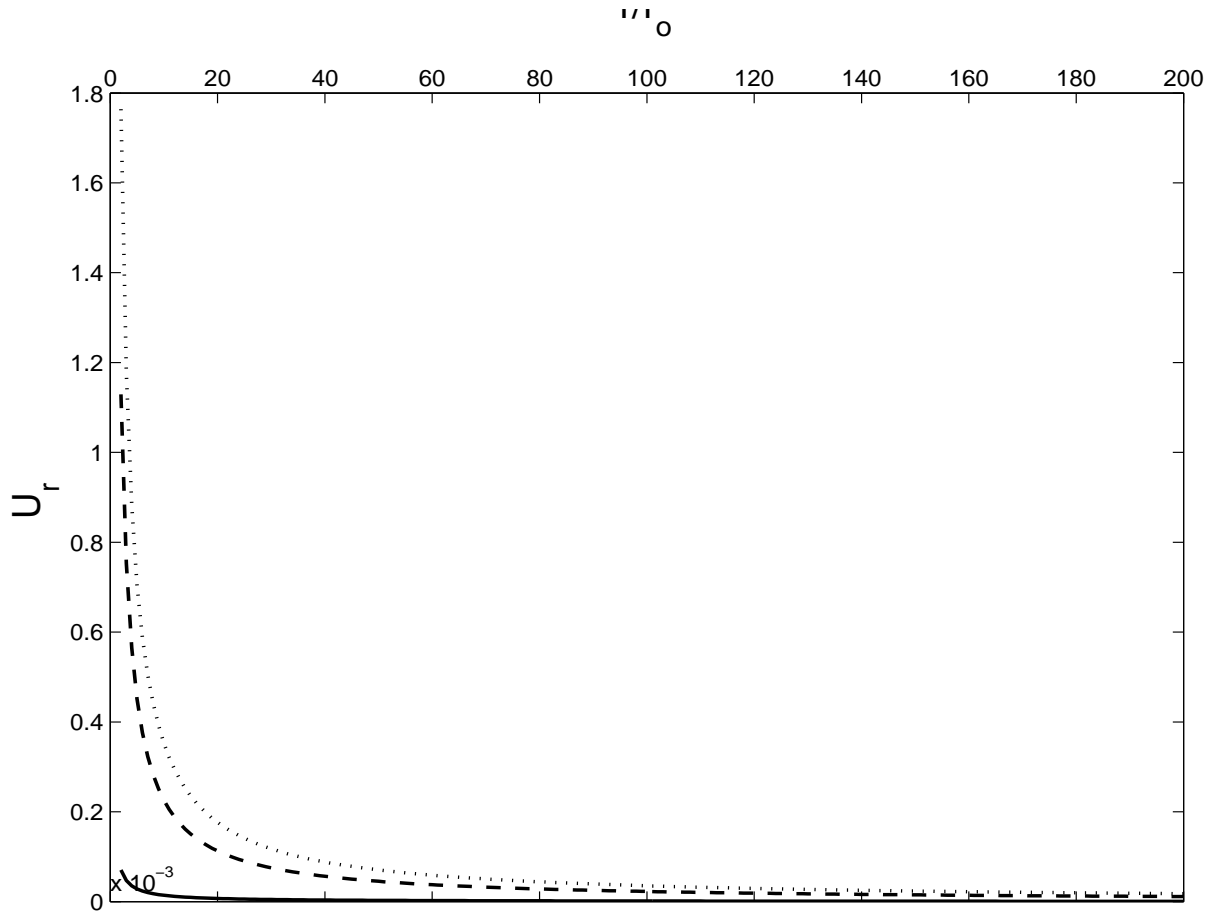


FIG. 4.2 – Potentiel ϕ_r en fonction de r/r_o pour $Z(1) = -100$ (—), -400 (---), -500 (···) et $r_o = 0.1 \mu m$

critique. L'énergie associée à cette interaction est donnée par[55] :

$$U_c = -\eta_c \frac{r_o^2}{\lambda_{Di}} \frac{Z_d^2 e^2}{r} \quad (4.13)$$

où

$$\eta_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(1 + \frac{2e|\phi_o|}{y^2 T_i} \right) \ln \Lambda \exp(-y^2)$$

et

$$\ln \Lambda = \frac{d^2 + Z_d^2 e^2 / (4T_i y^4)}{r_o + (1 + Z_d e |\phi_o|) + Z_d^2 e^2 / (4T_i y^4)}$$

y est la vitesse de la particule du plasma qui entre en collision avec le grain.

Dans le cas où $T_e \gg T_i$ et $r_o \ll 4\lambda_{Di} T_i / T_e$ on a $\ln \lambda \sim 1$.

Nous avons représenté la variation de ce potentiel en fonction de r par la figure (4.3).

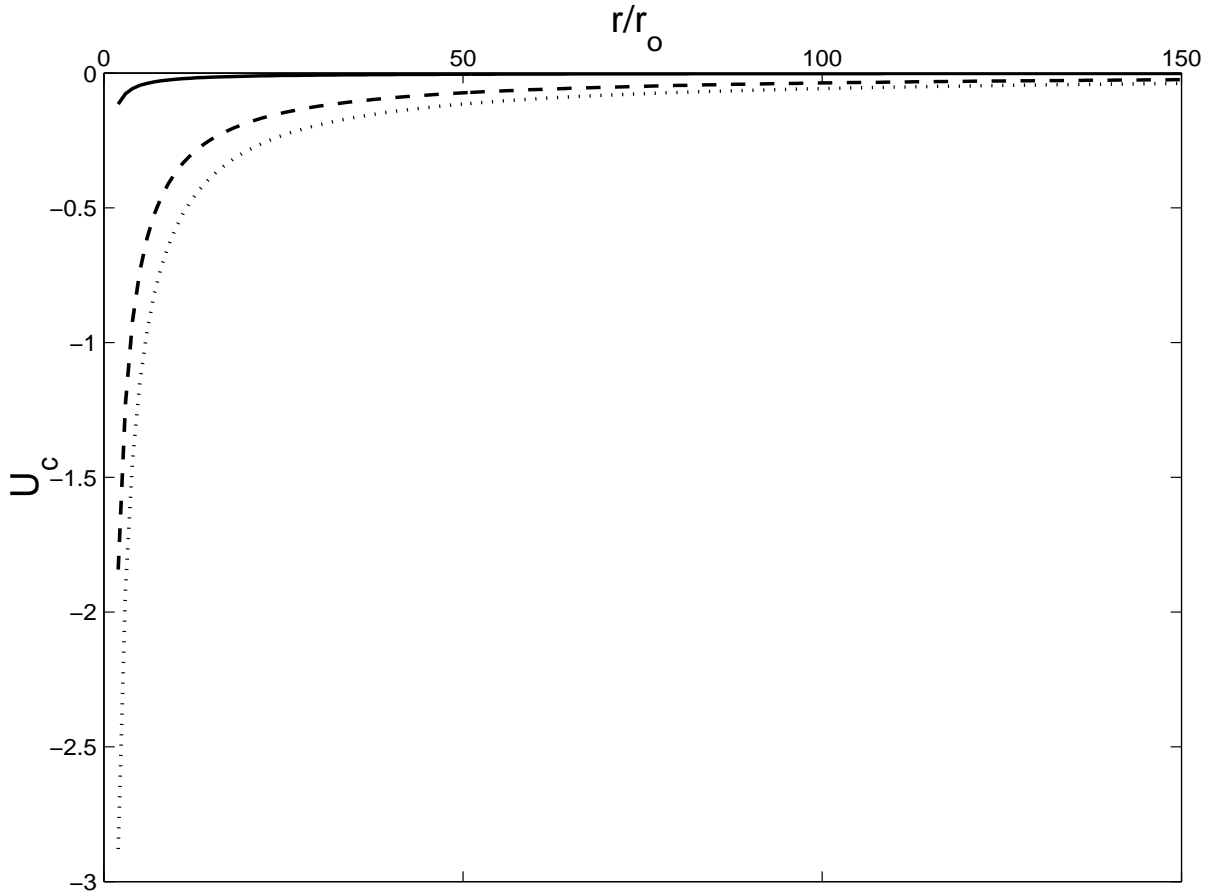


FIG. 4.3 – Potentiel $\phi_c(U_c)$ en fonction de r/r_o pour $Z(1) = -100$ (—), -400 (---), -500 (···) et $r_o = 0.1 \mu m$

4.3 Effets des collisions sur le grain

Avant le début de l'expansion, le plasma se trouve dans une région où la condition de quasi-neutralité est observée. Lorsque l'expansion commence, les particules les plus légères quittent les premières la région de quasi-neutralité sous l'effet de leur propre pression. Le mouvement de ces particules produit un champ électrostatique qui tend à entraîner les particules les plus lourdes, c'est le phénomène de séparation de charges. Le grain subit la force d'entraînement des ions qui tend à l'accélérer. Ainsi, le plasma est constitué de trois régions: la première qui correspond à la situation de départ où les vitesses de dérive sont nulles, la seconde qui vérifie la condition de quasi-neutralité, i.e., $n_i \approx n_e + |Z|n_d$, la troisième région est celle qui ne contient pas de grains de poussière. Les grains ayant une masse considérable à ce stade, n'atteignent pas la troisième région. A partir de l'instant

où l'expansion commence, les électrons et les ions acquièrent des vitesses de dérive qui augmentent en particulier dans la région où les grains sont absents. A cause de cet effet on s'attend à voir dans l'équation de mouvement du grain le terme de collision proportionnel à $\|\vec{v}_i - \vec{v}_d\|$. Nous avons négligé ce terme pour deux raisons:

1- La différence entre la vitesse de dérive des ions et des grains n'est pas très importante pendant l'intervalle de temps τ choisi pour faire l'investigation numérique.

2- Le rapport entre τ et le temps de collision τ_c est très petit par rapport à 1

Par conséquent la force de dérive proportionnelle à $\frac{\|\vec{v}_i - \vec{v}_d\|}{v_d} \frac{\tau}{\tau_c} = \frac{\|\vec{v}_i - \vec{v}_d\|}{v_d} \frac{a_i m_i n_i}{\omega_o m} \ll 1$ (c.f. Ref.[9],[38]) peut être négligée. Pour montrer que cette hypothèse est valable même dans le cas de grains de poussière avec des rayons relativement grands, nous avons tracé le rapport $\frac{\tau}{\tau_c} = \frac{a_i m_i n_i}{\omega_o m}$ où $\tau = \omega_o^{-1} = \omega_{pd}^{-1}$ en fonction du rayon r_o . La Fig. (4.4) montre clairement que le rapport τ_c/τ augmente avec la taille du grain pour les trois charges choisies pour le grain. Le terme proportionnel à $(v_i - v)$ est ainsi négligé par rapport aux autres termes dans tous les cas de figures.

4.4 Modèle du gaz parfait de l'expansion

4.4.1 Distribution ionique

Pour que l'interaction entre grains, en particulier lorsque la charge est très grande par rapport à la charge élémentaire, se limite à l'interaction coulombienne, il faut la réaliser les conditions suivantes:

- L'énergie électrostatique doit être petite par rapport à l'agitation thermique électronique ou ionique: $e\phi < T_e, T_i$.
- Les ions doivent être en équilibre thermodynamique et suivent une distribution Boltzmannienne.
- Le flux de plasma par rapport au grain doit être absent.
- L'absorption des électrons et des ions par le grain doit être négligeable.

La réalisation de toutes ces contraintes, même pour un plasma poussiéreux de laboratoire, est impossible. Le plasma poussiéreux est un système ouvert entretenu[56].

Ainsi, au voisinage du grain les ions possèdent des vitesses très grandes par rapport à la

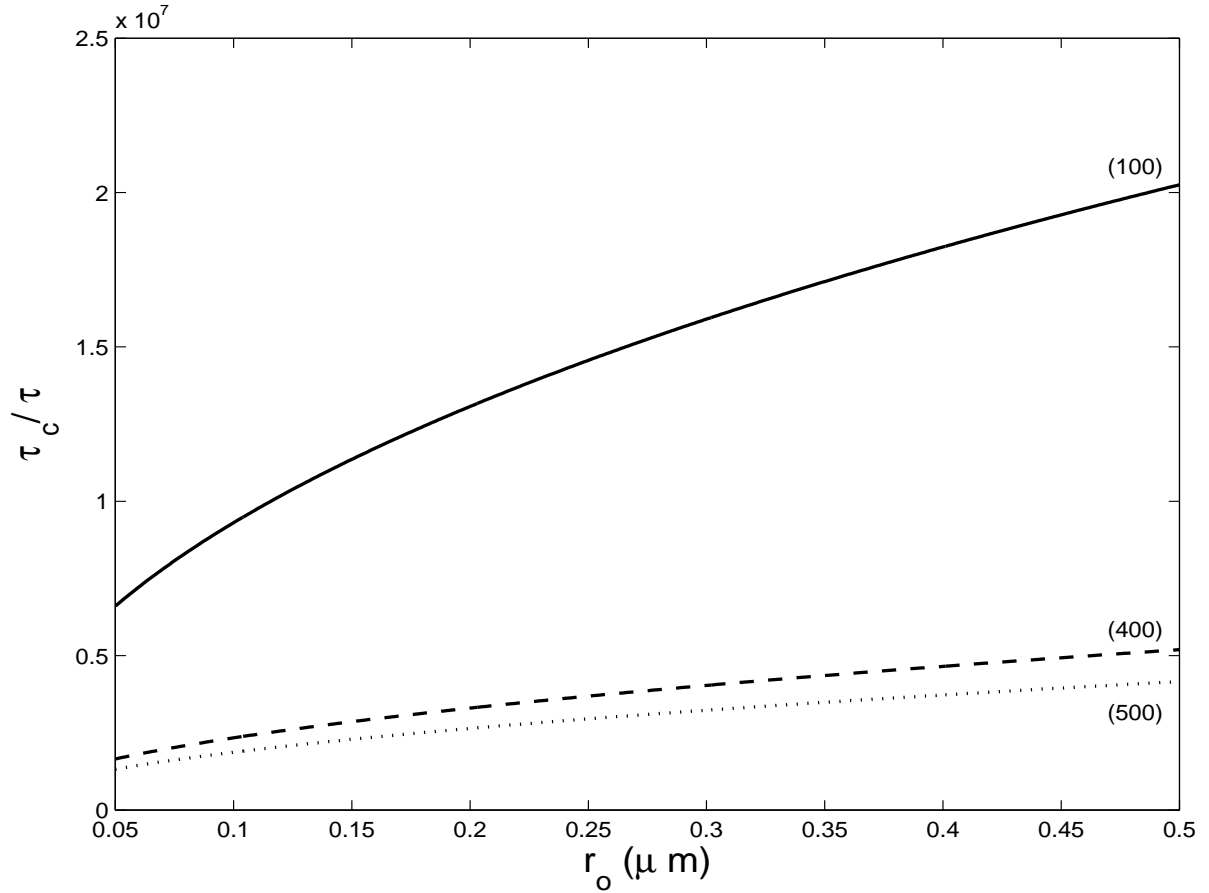


FIG. 4.4 – Le rapport τ_c/τ en fonction de r_o pour $n_{io} = 10^7 \text{cm}^{-3}$ et $\rho = 3 \text{g.cm}^{-1}$. Le paramètre entre parenthèses représente $|Z_o|$

vitesse due à l'agitation thermique.

Les fonctions de distribution ionique et électronique sont obtenues à partir de la résolution de l'équation de Vlasov[57]:

$$f_j = n_{oj} \left(\frac{m_j}{2\pi T_j} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{mv_j}{2T_j} - \frac{e\phi(r)}{T_j} \right\} \quad (4.14)$$

Dans le cas des ions, $|e\phi(r) > T_i|$, l'intégration de la fonction de distribution sur l'espace des phases donne:

$$n_i = n_{io} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} + \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} \right) \right], \quad (4.15)$$

$erfc(x)$ est la fonction erreur complémentaire,

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = 1 - \int_0^x e^{-x^2} dx \quad (4.16)$$

Par contre pour les électrons, nous avons $|e\phi(r) < T_e|$, le facteur de Boltzmann de la fonction de distribution étant prédominant, la densité électronique est:

$$n_e = n_{eo} \exp \left\{ \frac{e\phi}{T_e} \right\}, \quad (4.17)$$

4.4.2 Modèle physique

Considérons un plasma constitué d'ions, électrons et grains de poussière, dans une configuration à géométrie sphérique. Dans le cas où les électrons suivent une distribution de Boltzmann et la distribution ionique est représentée par l'équation (4.15), l'évolution du système lors de l'expansion est régie par l'ensemble des équations différentielles:

$$n_e = n_{eo} \exp \left\{ \frac{e\phi}{T_e} \right\}, \quad (4.18)$$

$$n_i = n_{io} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} + \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\} erf \left(\sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} \right) \right], \quad (4.19)$$

L'expression de la distribution des ions est différente de celle des électrons à cause de l'interaction électrostatique. Les ions étant chargés positivement sont attirés par le grain négatifs.

Le fluide des grains est régi par les équations de continuité et de moment:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial r} + 2\frac{nv}{r} = 0, \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{eZ}{m} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{mn} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (4.21)$$

La pression est reliée à la densité du grain par l'équation d'état du gaz parfait, où nous avons supposé que la température des grains est constante. Le processus est isotherme.

La charge du grain est régie par l'équation:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + v \frac{\partial Z}{\partial r} = a_e n_e + a_i n_i, \quad (4.22)$$

Les coefficients des courants électronique et ionique qui atteignent la surface du grain sont:

$$a_e = -\pi r_o^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{CT_e}\right), \quad (4.23)$$

$$a_i = \pi r_o^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{eq}{CT_i}\right), \quad (4.24)$$

Le potentiel électrostatique du grain par rapport au plasma ϕ est établi à partir de la condition de quasi-neutralité.

$$n_i + Zn = n_e, \quad (4.25)$$

L'ensemble des équations sont normalisées par les variables suivantes $n_j = \frac{n_{jo} N_j(\xi)}{\omega_{pd} \tau}$, $p = \frac{p_o P(\xi)}{\omega_{pd} \tau}$, $Z(\xi) = q/e$, $V(\xi) = v/c_{ds}$ et $\Phi(\xi) = e\phi/T_i$. où $\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi n_{io} e^2}{m}$ et $c_{ds}^2 = T_i/m$. Pour résoudre le système des équations non-linéaires aux dérivées partielles et le transformer en système d'équations à dérivée totale, on fait appel à la variable self-similaire $\xi = \frac{r}{c_{dst}}$. Notons que $\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{-\xi}{t}$ et $\frac{\partial \xi}{\partial r} = \frac{1}{c_{dst}}$, nous obtenons le système suivant:

$$N_e = N_{eo} \exp\left\{\frac{\Phi}{\delta_e}\right\}, \quad (4.26)$$

$$N_i = N_{io} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{-\Phi} + \exp(-\Phi) \operatorname{erfc}(-\Phi) \right], \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{(V - \xi)}{\{(V - \xi)^2 - \delta\}} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{Z}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{1}{(V - \xi)} \{a'_i N_i + a'_e N_e\}, \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{C}{D}, \quad (4.30)$$

avec

$$C = \frac{(V - \xi)NZ}{((V - \xi)^2 - \delta)} \left(1 - 2\frac{V}{\xi}\right) + \frac{N}{(V - \xi)} (-N_e a'_e + N_i a'_i), \quad (4.31)$$

$$D = \left(\frac{N_e}{\delta_e} + N_i\right) - \frac{Z^2 N}{((V - \xi)^2 - \delta)} \quad (4.32)$$

$$a'_e = 0.83r_o^2 \sqrt{\frac{m}{m_e} n_{io} 2 \cdot \delta_e} \exp\left(\frac{1.44 \cdot 10^{-3} Z}{r_o \delta_e}\right) \quad (4.33)$$

$$a'_i = 0.83r_o^2 \sqrt{2 \cdot \delta_i} (1 - 1.44 \cdot 10^{-3} Z) \quad (4.34)$$

avec $\delta = T/T_i$ et $\delta_e = T_e/T_i$

4.5 Modèle du gaz réel de l'expansion

Durant l'expansion d'un plasma contenant des grains de poussière, les grains se déplacent sous l'influence d'un champ self consistant. Ce champ est généré lorsque les électrons et ions, par leur faible inertie, se déplacent les premiers lors de l'expansion. Le fluide des grains se déplace sous l'influence du champ électrique et de sa propre pression. Dans des travaux précédents[23][22], le modèle de l'expansion se base sur l'hypothèse d'une température des grains constante alors que dans d'autres travaux[24] elle était considérée variable. Le premier cas correspond à une situation isotherme par contre, dans le second cas les grains sont considérés adiabatiques. Dans les deux cas l'équation d'état utilisée pour la modélisation est celle du gaz parfait.

Pour des grains ayant des rayons de l'ordre du sub micron, l'approche du gaz parfait n'est plus valable, en particuliers lorsque la distance entre les grains diminue (la concentration augmente) [27][58]. Les effets dus aux interactions sont introduits par le modèle du gaz réel à travers l'équation de Van der Waals. Avec la même normalisation que celle du paragraphe précédent, l'équation Van der Waals est réécrite en fonction des variables

normalisées:

$$\left(\frac{p_o P}{\omega_{pd} \tau} + a \frac{n_{io} N^2}{\omega_{pd} \tau} \right) \left(1 - b \frac{n_{io} N}{\omega_{pd} \tau} \right) = \frac{n_{io} N}{\omega_{pd} \tau} T \quad (4.35)$$

Sachant que $p_o = T_i n_{io}$ on obtient:

$$(P + AN^2)(1 - BN) = N\delta \quad (4.36)$$

avec

$$A = \frac{a n_{io}}{\omega_{pd} T_i \tau} \quad (4.37)$$

et

$$B = \frac{b n_{io}}{T_i \tau} \quad (4.38)$$

A partir de l'équation (4.36) et du système (4.18- 4.22), on obtient le système d'équations non-linéaires en fonction de ξ est qui dépend de τ [59].

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{(V - \xi)(1 - BN)^2 N}{\{(V - \xi)^2(1 - BN)^2 - [\delta - 2Z^2 AN(1 - BN)^2]\}} \times \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{Z}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{2ANZ}{(V - \xi)} \frac{\partial Z}{\partial \xi} \right\}, \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{C}{D}, \quad (4.40)$$

où,

$$C = \frac{N(V - \xi)(1 - BN)^2 Z}{\{(V - \xi)^2(1 - BN)^2 - [\delta - 2ANZ^2(1 - BN)^2]\}} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} - \frac{2ANZ}{(V - \xi)} \frac{\partial Z}{\partial \xi} \right\} + N \frac{\partial Z}{\partial \xi},$$

$$D = \frac{N_e}{\delta_e} + N_i - \frac{Z^2(1 - BN)^2}{(V - \xi)^2(1 - BN)^2 - [\delta - 2AZ^2N(1 - BN)^2]}.$$

Pour calculer le coefficient A, deux cas se présentent:

1- le potentiel $u_s(r)$ est le potentiel de Yukawa modifié(4.15)

$$A = -9.05.10^{-6} \frac{n_{io}}{\tau} \int_{2r_o}^{\alpha} r \exp \left\{ -\frac{r}{\lambda_D} \right\} dr \quad (4.41)$$

$$A = -9.05.10^{-6} \frac{n_{io}}{\tau} \left\{ (2r_o + \lambda_D \exp \left(\frac{-2r_o}{\lambda_D} \right)) - (\alpha + \lambda_D) \exp \left(\frac{-\alpha}{\lambda_D} \right) \right\} \quad (4.42)$$

α est une distance très grande par rapport à r_o .

2- Un potentiel composé d'une partie repulsive $U_r(r)$ (4.24) et d'une partie attractive $U_c(r)$ (4.25), $U(r) = U_r(r) + U_c(r)$

$$A = -9.05.10^{-6} \frac{n_{io}}{\tau} \int_{2r_o}^{\alpha} U(r) dr = A_r + A_c \quad (4.43)$$

où

$$A_r = -9.05.10^{-6} \frac{n_{io}}{\tau} \left\{ (\lambda^2 + 2r_o\lambda^2 + 2r_o^2) \exp(-2r_o/\lambda_D) - (\lambda^2 + \alpha\lambda^2 + \frac{\alpha^2}{2}) \exp(-\alpha/\lambda_D) \right\} \quad (4.44)$$

et

$$A_c = -9.05.10^{-6} \frac{n_{io}}{\tau} \frac{\eta_c}{2} \left(\frac{r_o}{\lambda_D} \{ \alpha^2 - (2r_o)^2 \} \right) \quad (4.45)$$

le facteur η_c est donné par

$$\eta_c = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha} \left(1 + \frac{2e|\phi_o|}{y^{2T_i}} \right) \ln \Lambda \exp(-y^2) dy \quad (4.46)$$

Nous remarquons que $A_c \rightarrow \infty$ quand $\alpha \rightarrow \infty$. Cependant $U_r(r) \rightarrow 0$ pour $r \gg r_o$. Pour ne pas avoir une intégrale divergente, on choisit $\alpha \sim 5000r_o$.

La valeur prise par le temps est $\tau = \omega_o^{-1}$. Cet instant est associé au temps caractéristique des espèces lourdes et qui correspond à la phase appropriée pour l'investigation de l'expansion[9].

En plus de l'interaction coulombienne, d'autres forces entre grains existent, comme celle due au bombardement des grains par le flux des particules. Cependant, dans notre cas ces forces sont négligeables par rapport à l'interaction coulombienne.

4.6 Charge du grain

A l'équilibre La charge du grain Z_o , supposée de forme sphérique, dépend en premier lieu du rayon r_o et est liée à la densité des espèces présentes dans le plasma. Nous avons supposé que l'expansion débute pour une charge $Z(\xi = 1) < Z_o$. Pour déterminer la charge à l'équilibre en utilisant la condition de quasi-neutralité:

$$Z_o n_{do} + n_{io} = n_{eo} \quad (Z_o < 0) \quad (4.47)$$

et l'équation d'équilibre de la charge du grain qui correspond à un flux nul du courant vers la surface du grain:

$$I_e + I_o = 0 \quad (4.48)$$

en combinant les équations (4.47) et (4.48), sachant que les courants électronique et ionique sont donnés par les équations (4.23) et (4.24), on obtient:

$$\left[1 - Z_o \frac{n_o}{n_{io}} \right] \left(\frac{T_e m_i}{T_i m_e} \right) \exp \left\{ \frac{Z_o e^2}{r_o T_e} \right\} = \left(1 - \frac{Z_o e^2}{r_o T_i} \right) \quad (4.49)$$

La résolution de l'équation (4.49) nous a permis de connaître les valeurs maximales qu'on peut choisir pour $Z(1)$ et qui correspondent au choix des paramètres du tableau 4.1 (Fig.4.5).

4.7 Résolution numérique

La résolution numérique des systèmes d'équations (4.26-4.34) et (4.39-4.44) considère un plasma constitué d'argon avec les paramètres du tableau 4.1. La méthode numérique utilisée pour résoudre les systèmes est la méthode d'Euler. Bien que cette méthode ne soit pas très précise en comparaison avec d'autres méthodes, elle est stable. Afin d'atteindre la précision recherchée, nous avons réduit le pas des itérations. Cette procédure ne fait qu'augmenter le nombre d'itérations en d'autres termes le temps de calcul.

Nous avons tracé la densité des grains en fonction de ξ pour trois cas:

- 1- Expansion avec le modèle du gaz parfait.
- 2- Expansion avec le modèle du gaz réel et le potentiel $U(r) = U_r(r) + U_c(r)$

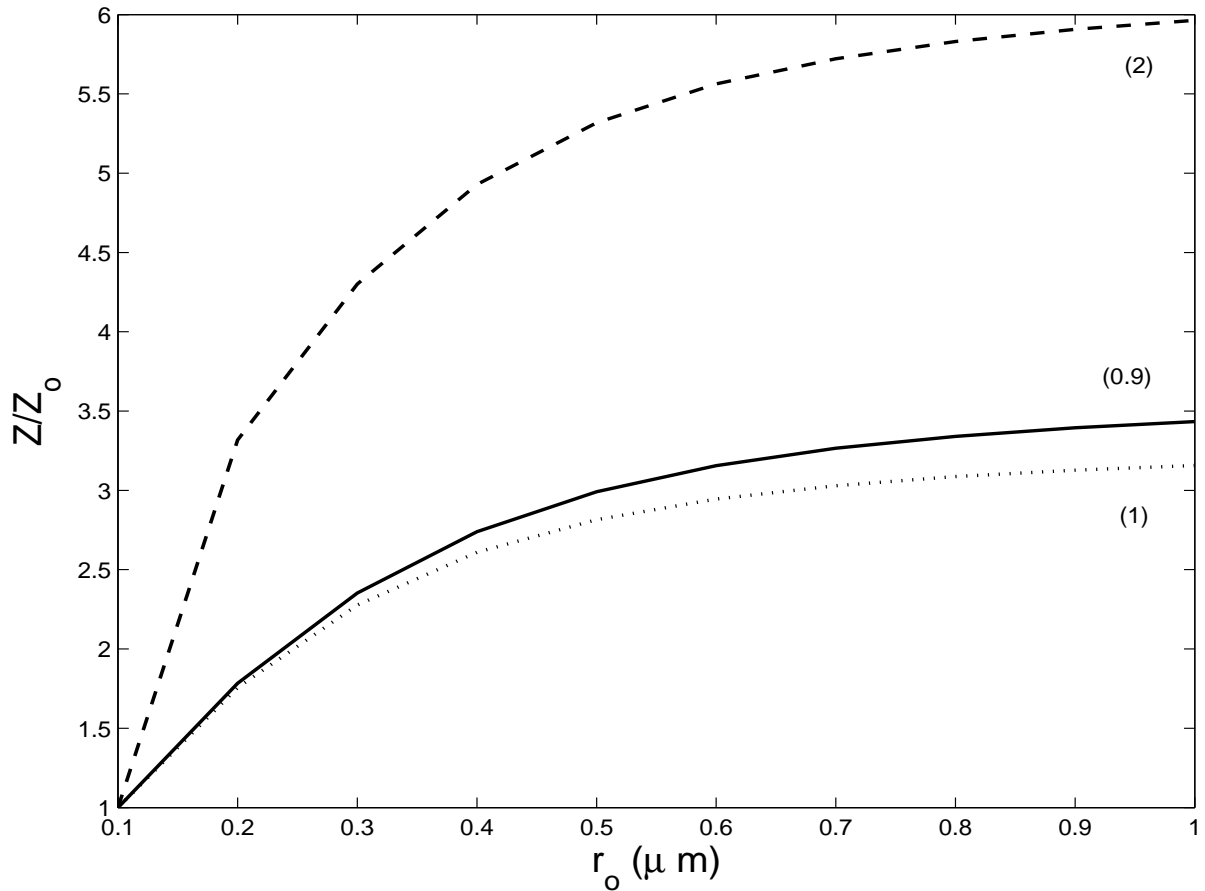


FIG. 4.5 – Charge du grain en fonction de $r_o(\mu\text{m})$, Z_o est la charge pour $r_o = 0.1\mu\text{m}$. Le paramètre indiqué sur les courbes correspond à $\frac{n_o}{n_{i0}} \times 10^{-4}$.

3- Expansion avec le modèle du gaz réel et le potentiel $U_s(r)$

Pour la figure (4.6) les paramètres initiaux qui correspondent à $\xi = 1$ sont $Z(1) = -100$ et $V(1) = 10$. Trois cas de densité initiale des grains ont été considérés: $N(1) = 2, 2.2, 2.35 \times 10^{-4} N_i$. La figure montre clairement que le profil de la densité des grains est très sensible à la valeur initiale. D'autre part il n'y a pas de nette différence entre le cas (1) d'un gaz parfait et (2) où le potentiel est composé de deux parties, l'une attractive et l'autre répulsive qui se compensent mutuellement, donnant ainsi une courbe superposée sur le cas (1). Par contre lorsque le potentiel considéré est celui de Yukawa modifié (3), la densité des grains au départ augmente (voisinage de $\xi = 1$), cela signifie que pour un même volume le nombre de grains croît. Cet effet montre que le couplage entre les grains est plus fort. L'interaction grain-grain prédomine et le profil s'écarte de celui d'un gaz parfait.

Paramètre	valeur
Densité ionique	$10^7 cm^{-3}$
Température ionique	$0.03eV$
Température électronique	$2eV$
Rayon du grain	$0.3\mu m$
Masse volumique du grains	$3g.cm^{-3}$
Temps	ω_o^{-1}

TAB. 4.1 – Paramètres d'entrée des codes numériques.

Ainsi pour des faibles valeurs de ξ , les effets non-linéaires sont plus importants. Ces effets ont pour conséquence de permettre aux grains de résister à l'expansion. Au delà de cette zone, le comportement s'approche de celui d'un gaz parfait.

La figure (4.7) est tracée pour $\rho = 0.4, 1$ et $3gcm^{-3}$. La densité initiale des grains est $N(1) = 2.35 \times 10^{-4} N_i$. Nous constatons que la masse volumique des grains joue un rôle dans l'expansion. Les effets non-linéaires sont plus présents lorsque la masse volumique des grains augmente. Par leur inertie, les grains résistent à l'expansion.

La figure (4.8) montre l'effet de la charge des grains sur l'expansion. Trois valeurs ont été choisies $Z(1) = -100, -400, -500$. La densité des grains s'écarte du profil du gaz parfait quand la charge augmente. L'interaction grain-grain est proportionnelle à la charge.

4.8 Approximation de Boltzmann

Dans le cas $|\frac{e\phi}{T_i}| \ll 1$, on peut réécrire l'équation (4.15) sous la forme suivante $n_i = n_{io} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{e\phi}{T_i}} + \sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{e\phi}{T_i}} erf \left(\sqrt{\frac{-e\phi}{T_i}} \right) \right]$, dans le deuxième terme le facteur $erf(x)$ est dominant. D'autre part pour $x \ll 1$ nous avons $erf(x) \rightarrow 0$, la densité ionique se réduit à:

$$n_i \approx n_{io} \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\}, \quad (4.50)$$

qui n'est autre que la fonction de distribution de Boltzmann. Nous avons tracé les courbes comparatives entre la situation où les ions sont représentés par la distribution de Boltzmann et le cas où l'expression générale est prise (Eq.(4.15)). la différence entre les deux cas est perçue uniquement pour le cas où le potentiel d'interaction entre grains est celui de Yukawa modifié.

La figure (4.9) montre que le profil de la densité ne change pas pour les deux distri-

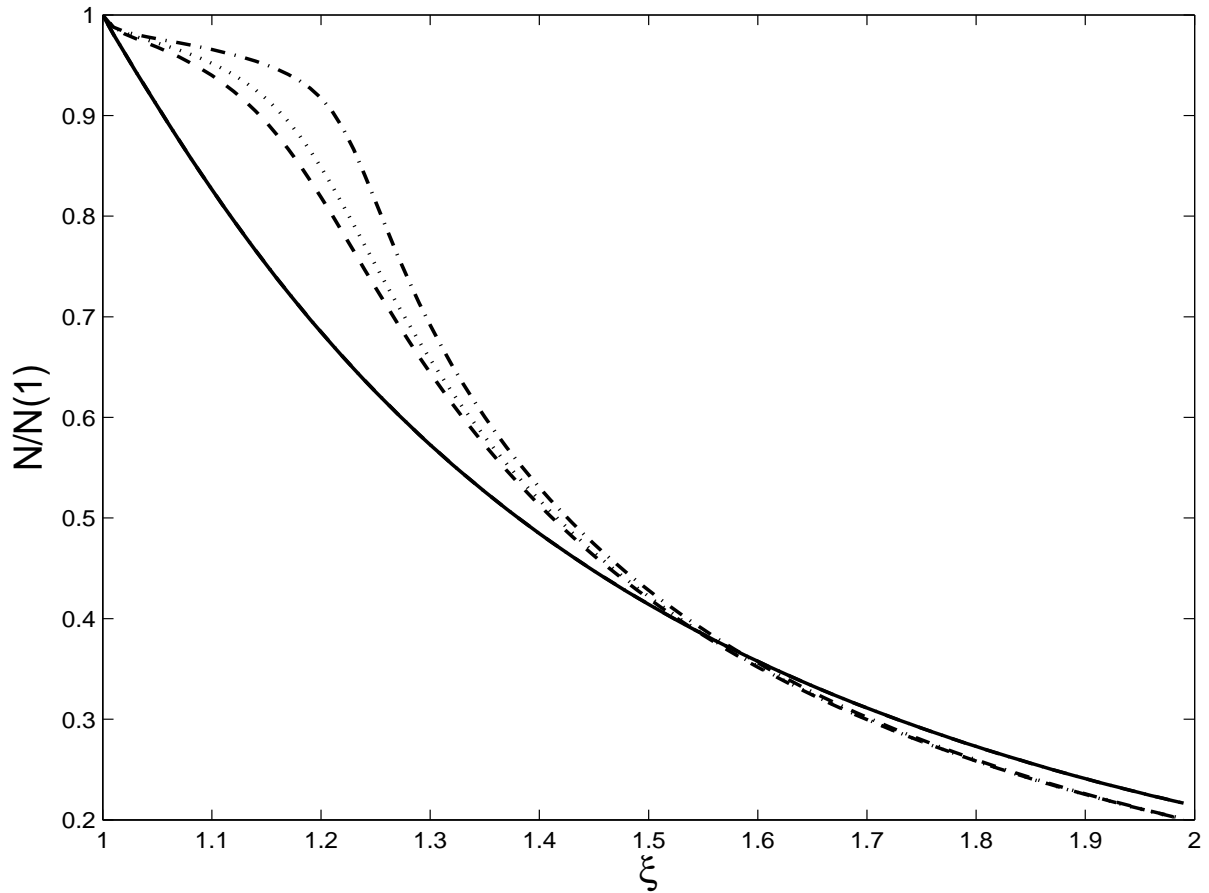


FIG. 4.6 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $Z(1) = -100$ et $\rho = 3g.cm^{-3}$. i/cas parfait (—), (+++), (***). ii/cas réel pour $U_r(r) + U_c(r)$ (-·-·-), (o o o), (x x x). iii/cas réel pour $U_s(r)$ (- - -), (· · ·), (- · -) respectivement pour $N(1)/N_i(1) = 2.2, 2.3, 2.4 \times 10^{-4}$.

butions ioniques. Cependant, l'écart entre les deux est plus important lorsque la densité des grains est très grande. Pour $\xi > 1.8$ les deux courbes se superposent et l'interaction grain-grain décroît. Cet écart n'apparaît pratiquement pas pour des grains de faible masse volumique Fig. (4.10). L'équilibre thermodynamique ionique étant très vite atteint. La distribution de vitesses des ions dépend de l'inertie des grains influents.

Un autre facteur déterminant pour le choix de la distribution ionique est la charge du grain. Pour de grandes charges, les grains sont plus accélérés par le champ électrostatique. L'équilibre thermodynamique est rapidement établi durant la phase de l'étude de l'expansion (Fig. 4.11).

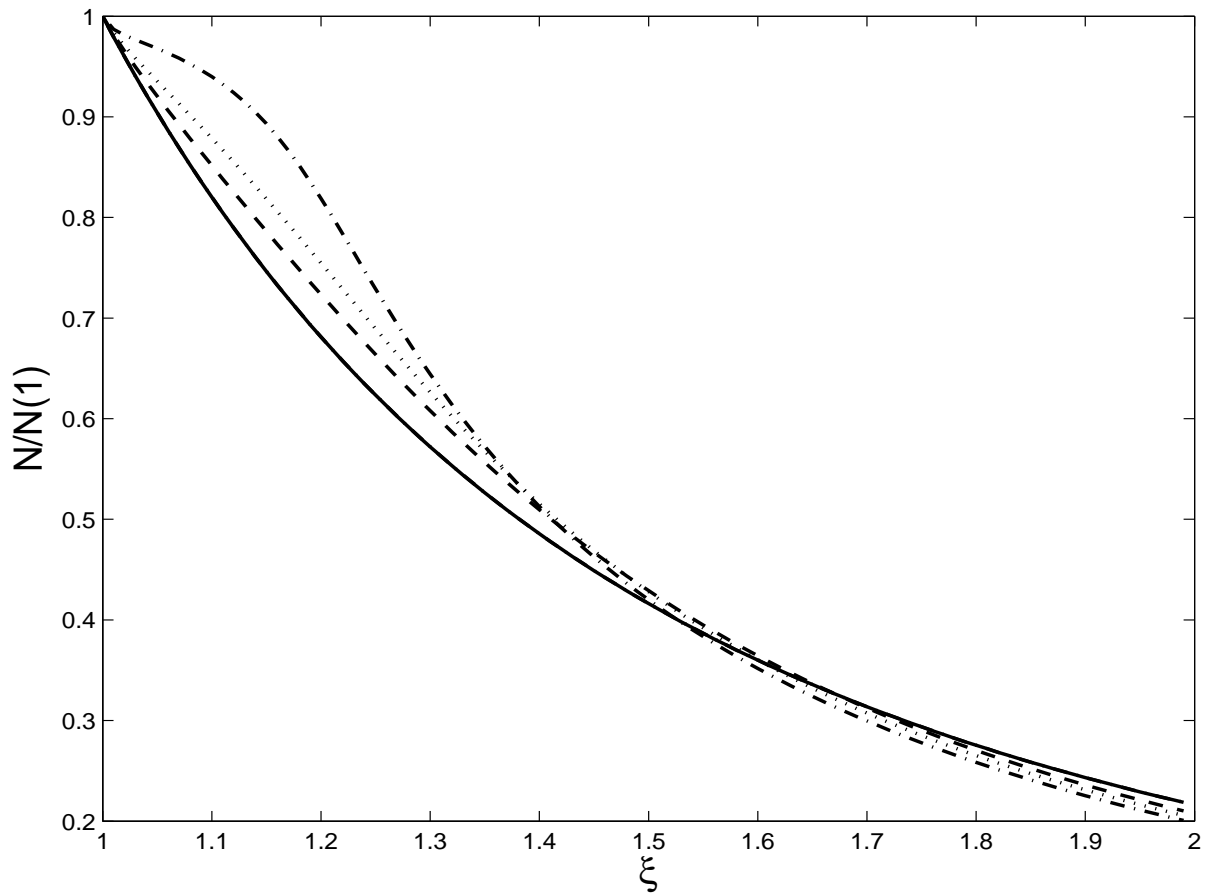


FIG. 4.7 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $Z(1) = -100$ et $N(1)/N_i(1) = 2.2 \times 10^{-4}$. i/cas parfait (—), (+++), (***). ii/cas réel pour $U_r(r) + U_c(r)$ (-·-·-), (ooo), (xxx). iii/cas réel pour $U_s(r)$ (- - -), (···), (-·-·-) respectivement pour $\rho = 0.4, 1, 3 \text{ g.cm}^{-3}$.

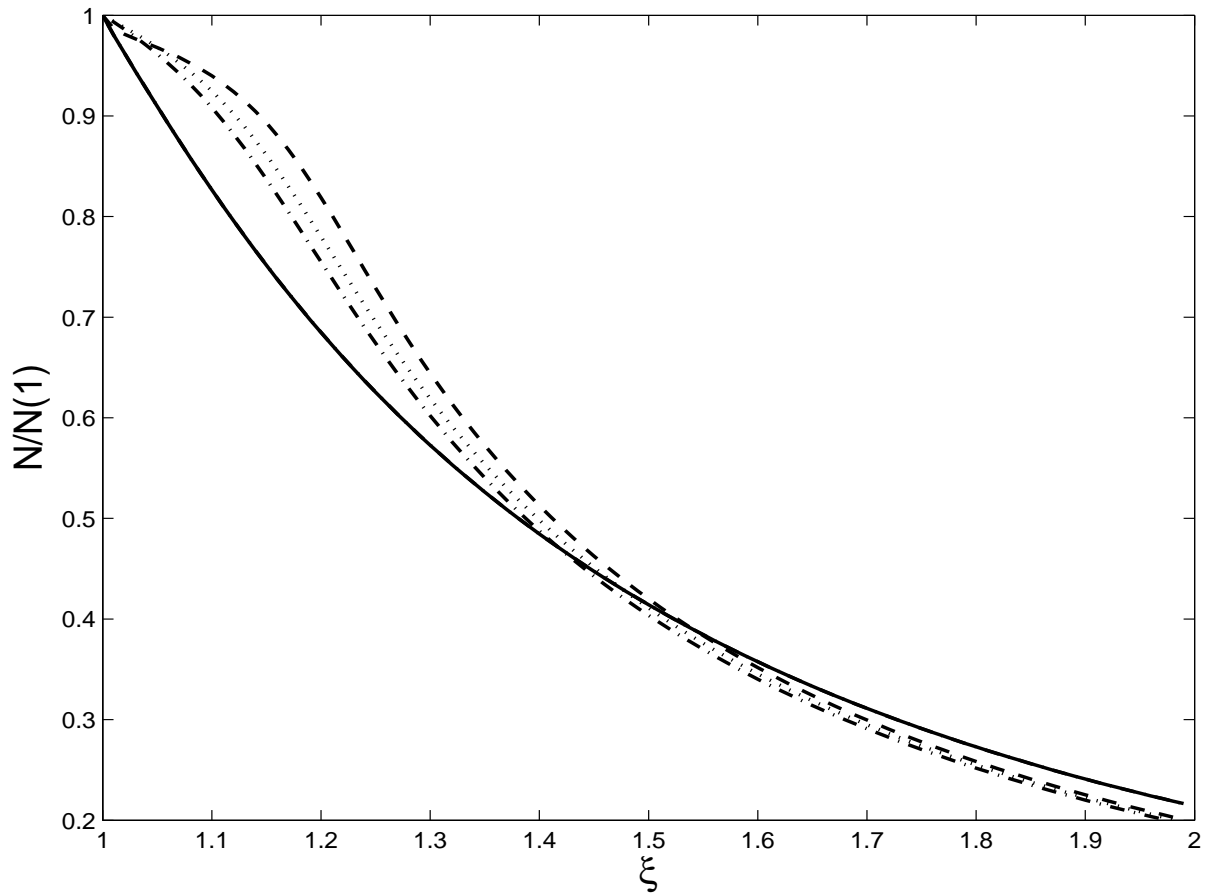


FIG. 4.8 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $\rho = 3g.cm^{-3}$ et $N(1)/N_i(1) = 2.2 \times 10^{-4}$. i/cas parfait (—), (+++), (***). ii/cas réel pour $U_r(r) + U_c(r)$ (-·-·-), (ooo), (xxx). iii/cas réel pour $U_s(r)$ (- - -), (···), (-·-·-) respectivement pour $Z(1) = -100, -400, -500$.

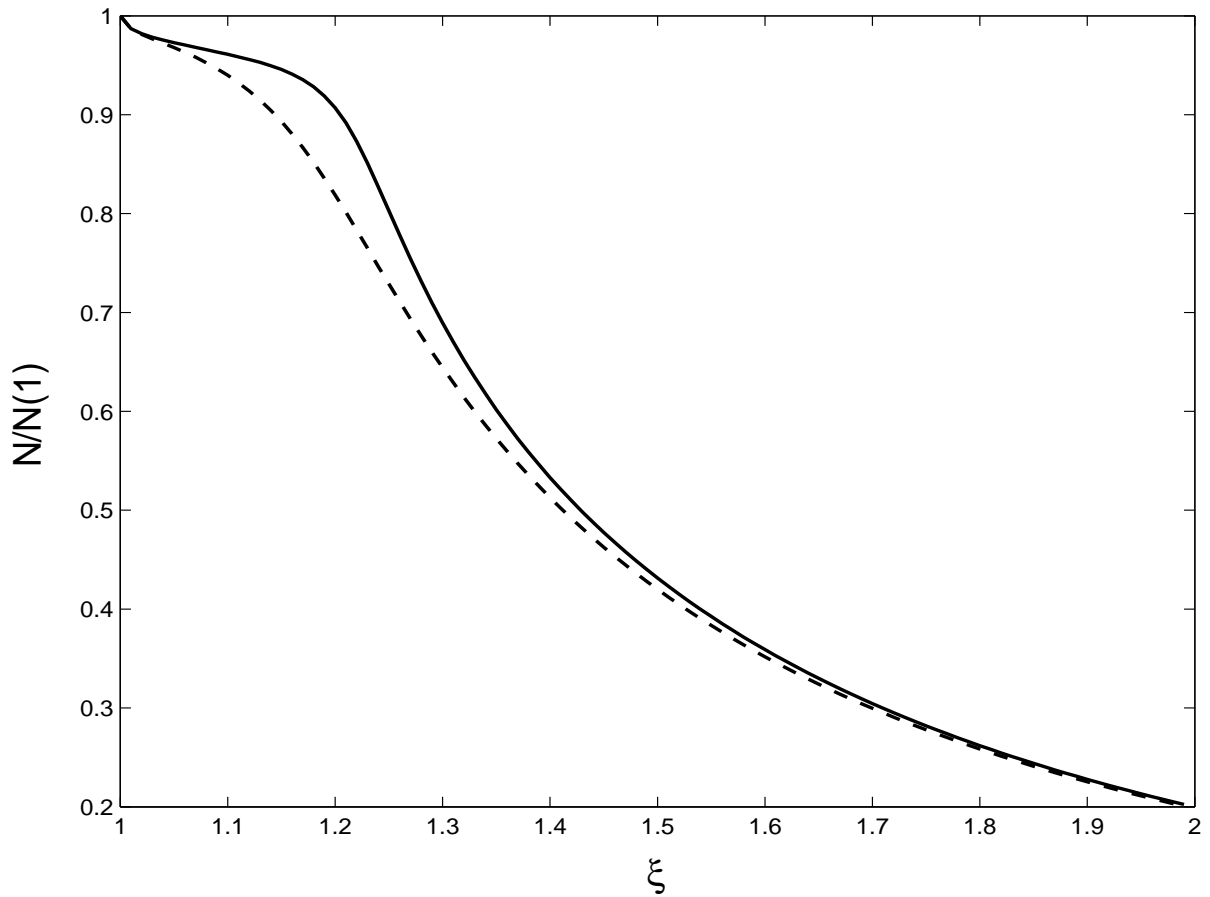


FIG. 4.9 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $\rho = 3g.cm^{-3}$, $Z(1) = -100$ et $N(1)/N_i(1) = 2.2 \times 10^{-4}$ i/distribution ionique de Boltzmann (—). ii/ distribution ionique modifiée (- - -) . Uniquement pour le cas du potentiel de Yukawa modifié.

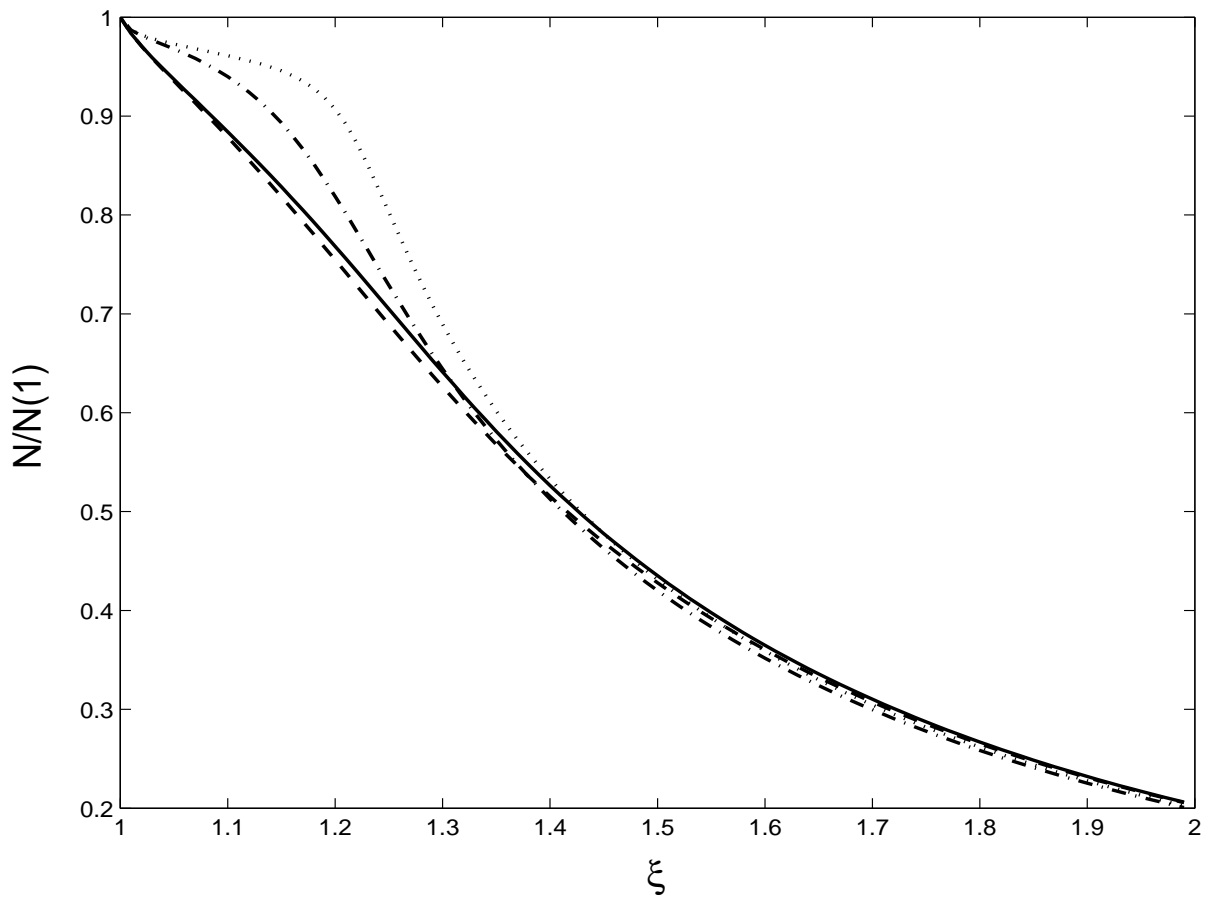


FIG. 4.10 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $Z(1) = -100$ et $N(1)/N_i(1) = 2.2 \times 10^{-4}$ i/distribution ionique de Boltzmann (—), (· · ·). ii/ distribution ionique modifiée (---), (- · -), respectivement $\rho = 0.4, 3g.cm^{-3}$. Uniquement pour le cas du potentiel $U_s(r)$.

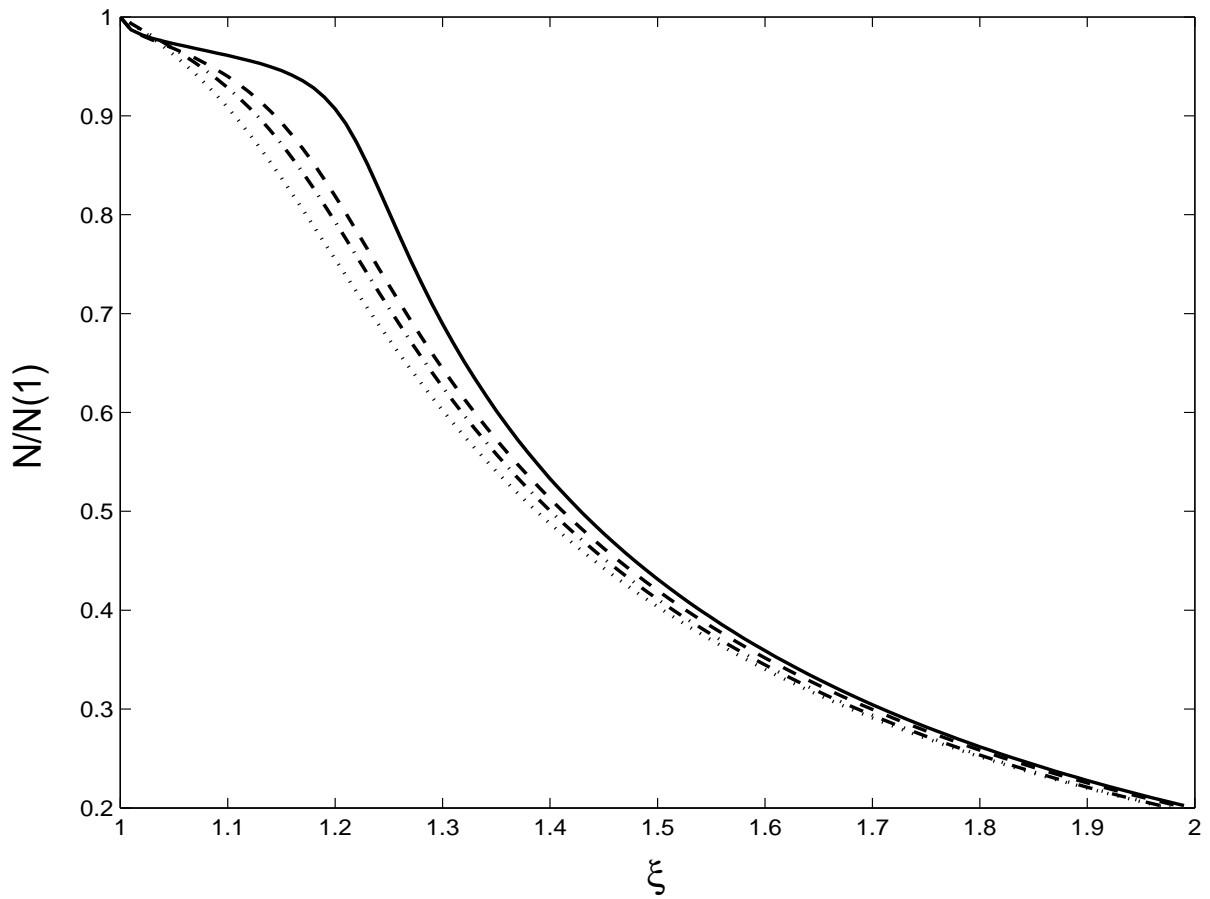


FIG. 4.11 – La densité normalisée des grains en fonction du paramètre d'expansion ξ pour $\rho = 3g.cm^{-3}$ et $N(1)/N_i(1) = 2.2 \times 10^{-4}$ i/ distribution ionique de Boltzmann (—), (\cdots). ii/ distribution ionique modifiée (— — —), (— · —), respectivement $Z(1) = -100, -400$. Uniquement pour le cas du potentiel $U_s(r)$.

Chapitre 5

Formulation self similaire de l'expansion d'un plasma poussiéreux

Le modèle self similaire pour l'étude de l'expansion d'un plasma dans le vide a fait l'objet de plusieurs travaux. Ce modèle a été étendu pour le cas d'un plasma en présence de grains de poussière par Lonngren [21]. Dans son modèle Lonngren a considéré des grains avec une charge uniforme invariante par rapport au temps lors de l'expansion. Les solutions analytiques ont été obtenues pour un cas simple selon lequel les électrons et les ions sont en équilibre thermodynamique, leurs densités suivent une distribution de Boltzmann. Par contre les grains de taille et masse constantes, sont décrits par les équations de continuité et de moment. Le résultat obtenu pour un plasma froid a montré la validité de la solution self similaire pour l'étude de l'expansion des plasmas poussiéreux. Ce modèle a été généralisé pour un plasma avec deux espèces de grains avec des masses et des charges différentes [46] [43] [60]. Il a été constaté que l'expansion du plasma s'achève pour une valeur finie de la variable self similaire. Un autre résultat remarquable: l'expansion est dépendante de la charge et de la taille de l'espèce. Un tel processus peut être utilisé pour la séparation de charge. La solution self similaire est généralement applicable lorsque l'expansion est caractérisée par un temps assez long, comme c'est le cas des queues accompagnant les comètes [47]. L'effet de la température des grains sur l'expansion a été introduit en ajoutant aux modèles précédents l'équation d'état du gaz parfait [19][48]. Une solution analytique a été obtenue pour des grains de charge positive ou négative et un plasma froid. Dans le cas général, la solution numérique a montré que l'expansion des grains s'étend sur une distance plus large lorsque leur pression est non nulle (cas adiabatique). Dans tous les cas précédents l'hypothèse de quasi neutralité est imposée

afin de trouver le potentiel électrostatique. Pour une situation plus générale et où cette condition est remplacée par l'équation de Poisson, le résultat obtenu montre que l'expansion des grains est dominante et suivie par l'accélération des particules due au champ électrostatique généré par les électrons et les ions qui se déplacent les premiers[44]. L'expansion dans des configurations à géométrie cylindrique ou sphérique a été étudiée par Pillay *et al.*[23]. Leur modèle considère des électrons et des ions Boltzmanniens avec un fluide de grains adiabatique. Les solutions numériques montrent une densité des grains qui approche zéro pour une distance finie de la variable self similaire $\xi \sim 10$.

5.1 Modèle physique

Le modèle physique que nous avons proposé pour l'étude de l'expansion en présence de grains de poussière considère la charge des grains variable. Un grain dans un plasma peut être chargé par les courants ionique et électronique qui atteignent sa surface. La charge du grain est une variable dynamique régie par l'équation (3.8). Les densités et moments ionique et électronique sont affectés par cet échange [15]. Par conséquent, dans les équations de continuité et de moment nous avons ajouté les termes de perte correspondants. D'autre part et comme résultat de cet effet, il n'y a plus l'équilibre thermodynamique imposé dans les travaux précédents. La fonction de distribution n'a pas été prise de Boltzmann pour les électrons et pour les ions. Nous avons inclus les équations de continuité pour les électrons et les ions afin de suivre leur expansion. Ces équations contiennent les termes de perte de charge et de moment dus à l'attachement avec le grain. L'approche suivie considère un système ouvert avec des limites infinies pour ne pas imposer des conditions aux limites et prendre en compte les termes de perte autres que ceux dus à l'échange de charge. Le plasma est supposé être alimenté par une source qui compense le flux de particules sortant de l'enceinte de confinement.

Pour une configuration à géométrie sphérique, le plasma est constitué d'électrons, ions et grains de poussière de forme sphérique et de capacité $C = r_o$, le système d'équations différentielles non-linéaires qui décrit l'expansion est:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_e v_e) + 2 \frac{n_e v_e}{r} = a_e n_e n \quad (5.1)$$

Cette équation représente la conservation du nombre d'électrons. Le second membre est le terme de perte dû à l'attachement des électrons par le grain (le coefficient a_e est négatif).

Les ions subissent eux aussi des pertes dû à l'attachement. Cependant, à cause de la mobilité des électrons, le grain acquiert dans la majorité des cas une charge négative. L'équation de continuité des ions est:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_i v_i) + 2 \frac{n_i v_i}{r} = -a_i n_i n \quad (5.2)$$

Comme l'attachement des électrons et des ions s'accompagne par un transfert d'énergie, dans les équations de moment ce transfert est représenté par les termes proportionnels à n

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (n_e T_e) + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n (v_e - v) \quad (5.3)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (n_i T_i) - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n (v_i - v) \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v}{\partial r} + 2 \frac{n v}{r} = 0 \quad (5.5)$$

Dans l'équation de continuité des grains nous avons supposé que leur densité évolue uniquement en fonction du temps et de la position. Il n'y a pas un apport à cette densité de la part de l'extérieur ni production de grains à l'intérieur du plasma.

$$m n \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -q n \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_e a_e n_e n (v_e - v) + a_i m_i n_i n (v_i - v) \quad (5.6)$$

Les deux derniers termes de l'équation de moment des grains sont dus aux transferts d'énergie par les espèces attachées.

L'évolution de la charge du grain est décrite par l'équation:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = e (a_e n_e + a_i n_i) \quad (5.7)$$

Le système est fermé par l'équation de neutralité du plasma

$$n_i + \frac{n q}{e} = n_e \quad (5.8)$$

Les fréquences de collision entre électrons et ions d'une part et grain d'autre part sont respectivement $\nu_e = ea_en_e$, $\nu_i = ea_in_i$. Les coefficients des courants électronique et ionique sont donnés par:

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{CT_e}\right) \quad (5.9)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{eq}{CT_i}\right) \quad (5.10)$$

Pour écrire le système (5.1-5.10), la seule possibilité pour la variable self similaire est $\xi = r/(c_{dst})$. Les différentes variables sont normalisées par les grandeurs (sans dimension) définies par:

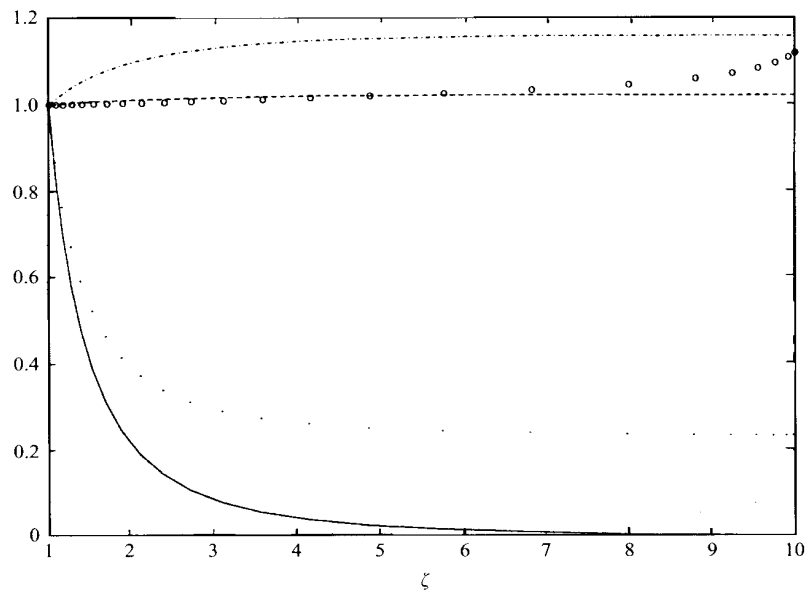
$n_j = \frac{n_{io}N_j(\xi)}{\omega_{pd}}$, où la fréquence plasma du grain est: $\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi n_{io}e^2}{m}$, $Z(\xi) = q/e$ $V(\xi) = v/c_{ds}$ et $\Phi(\xi) = e\phi/T_i$, nous avons normalisé les densités par rapport à la densité initiale des ions n_{io} et les vitesses par rapport à la vitesse acoustique des grains $c_{ds} = \sqrt{T_i/m}$.

Le système d'équations différentielles non linéaires couplées qui gouverne l'expansion self similaire d'un plasma en présence de grains est donné par:

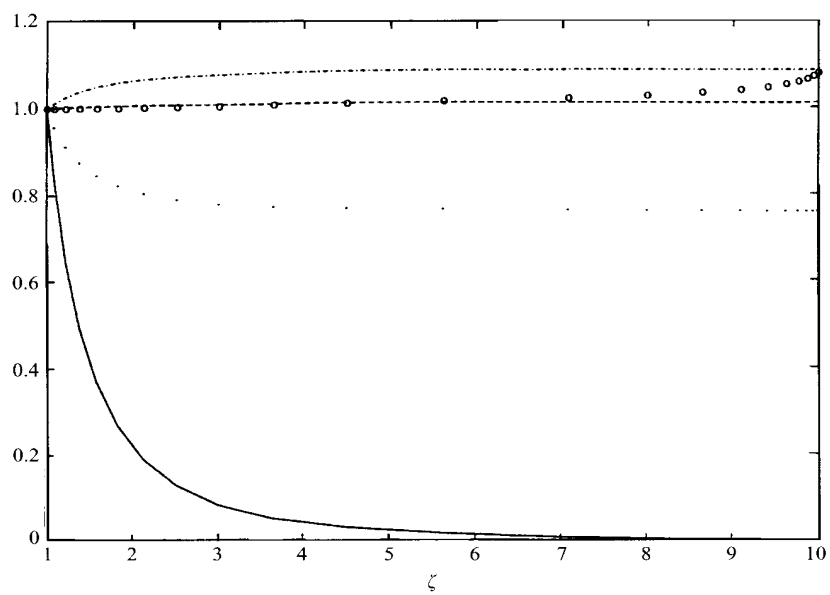
$$\frac{\partial N_e}{\partial \xi} = \frac{N_e (V_e - \xi)}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \left\{ 1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} - \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i (V_i - \xi)}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \left\{ 1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} + \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{N}{(V - \xi)} \times \left(1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{1}{(V - \xi)} \frac{ZT_i}{m c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m_e n_{io} a_e N_e (V_e - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} - \frac{m_i n_{io} a_i N_i (V_i - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} \right), \quad (5.13)$$



(a)



(b)

FIG. 5.1 – Densités des grains, ions, électrons, vitesse et charge du grain respectivement $(-), (\cdot - \cdot), (\cdot \cdot), (---)$ et $+++$ pour a) $Z = -1$ b) $Z = -3$ Ref.[23].

$$\frac{\partial V_e}{\partial \xi} = \frac{a_e n_{io} N (V_e - V)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{T_e/m_e c^2}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \times \left\{ 1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} - \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} + \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \xi} = -\frac{a_i n_{io} N (V_i - V)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{T_i/m_i c^2}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \times \left\{ 1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} + \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} - \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = \frac{1}{(V - \xi)} \left\{ \frac{a_i n_{io} N_i m_i}{\omega_{pd} m} (V_i - V) - \frac{a_e n_{io} N_e m_e}{\omega_{pd} m} (V_e - V) - \frac{Z T_i}{m c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{n_{io}}{(V - \xi) \omega_{pd}} \{a_i N_i + a_e N_e\}, \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{(-A + B - C)}{D}, \quad (5.18)$$

Avec,

$$A = \frac{N_i (V_i - \xi)}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \left(1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} \right),$$

$$B = \frac{N_e (V_e - \xi)}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \left(1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} \right) - \frac{n_{io} N}{(V - \xi) \omega_{pd}} \{a_i N_i + a_e N_e\},$$

$$C = \frac{Z N}{(V - \xi)} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{m_e n_{io} a_e N_e (V_e - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} - \frac{m_i n_{io} a_i N_i (V_i - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} \right\},$$

$$D = \left\{ \frac{N_i T_i/m_i c^2}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} + \frac{N_e T_e/m_e c^2}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} + \frac{Z^2 N T_i/m c^2}{(V - \xi)^2} \right\}.$$

5.2 Etude paramétrique et résultats

L'ensemble des équations différentielles linéaires a été résolu par la méthode de Rung-Kutta généralisée aux systèmes [61] dont l'algorithme est donné par:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dt} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) & y_1(x_o) &= y_{1o} \\ \frac{dy_2}{dt} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) & y_2(x_o) &= y_{2o} \\ & \vdots & & \vdots \\ \frac{dy_n}{dt} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) & y_n(x_o) &= y_{no} \end{aligned} \quad (5.19)$$

ou en notation vectorielle:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}), \quad \mathbf{y}(x_o) = \mathbf{y}_o \quad (5.20)$$

où

$$\mathbf{y}' = \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \vdots \\ y'_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(x, \mathbf{y}) = \begin{bmatrix} f'_1(x, \mathbf{y}) \\ f'_2(x, \mathbf{y}) \\ \vdots \\ f'_n(x, \mathbf{y}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{1o} \\ \mathbf{y}_{2o} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{no} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

La solution numérique s'écrit sous la forme:

$$\mathbf{y}_{j+1} = \mathbf{y}_j + \frac{h}{6} [\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4] \quad (5.22)$$

Les coefficients \mathbf{K}_j sont donnée par

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 &= \mathbf{f}(x_j, \mathbf{y}_j) \\ \mathbf{K}_2 &= \mathbf{f}(x_j + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_j + \frac{h}{2}\mathbf{K}_1) \\ \mathbf{K}_3 &= \mathbf{f}(x_j + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_j + \frac{h}{2}\mathbf{K}_2) \\ \mathbf{K}_4 &= \mathbf{f}(x_j + h, \mathbf{y}_j + \frac{h}{2}\mathbf{K}_3) \end{aligned} \quad (5.23)$$

La méthode de Rung-Kutta, lorsqu'elle converge, donne des résultats très précis. Cependant, pour des systèmes non-linéaires fortement couplés, elle est très instable.

Dans ce genre de situation on fait appel à l'algorithme d'Euler:

$$\mathbf{y}_{j+1} = \mathbf{y}_j + h\mathbf{f}(x_j, \mathbf{y}_j) \quad (5.24)$$

La méthode de Rung-Kutta est d'ordre 5 (la précision est proportionnelle à h^5), par contre la méthode d'Euler est d'ordre 2. Pour avoir une plus grand précision avec cette dernière on doit réduire le pas, en d'autres termes augmenter le nombre d'itérations. Dans des situations pratiques on peut avoir des instabilités numériques ou un problème d'indétermination dû à la capacité de la mémoire de la machine. Un compromis doit être recherché entre précision et nombre d'itérations.

Nous avons écrit les codes numériques sur la base de l'algorithme de Rung-Kutta et nous avons fait l'investigation numérique pour des grains ayant une masse volumique $\rho = 0.4g.cm^{-3}$; $\rho = 1g.cm^{-3}$ et $\rho = 3g.cm^{-3}$ [14]. Les paramètres choisis sont donnés par le tableau ci-dessous:

Paramètre	valeur
Densité ionique	$10^9 cm^{-3}$
Densité électronique	$10^9 cm^{-3}$
Température ionique	$0.02eV$
Densité des grains	$10^5 cm^{-3}$
Charge du grain	$q = Ze = (-1; -3)e$

Le plasma étant composé de lithium et afin d'éviter les divergences dues à l'instabilité de la méthode, le code numérique opère avec des valeurs normalisées par rapport à la première valeur de chaque grandeur. Les résultats obtenus sont de la forme $N/N(1)$; $Z/Z(1)$...

Les courbes obtenues pour les valeurs de la densité du grain et sa charge dépendent essentiellement du choix de la vitesse initiale normalisée du grain. L'investigation numérique a permis de choisir $V(1) = 10$. Les densités, vitesses et charge du grain sont représentées en fonction de la variable self similaire ξ .

En comparant ces résultats avec ceux trouvés par Pillay (Fig.5.1): L'analyse des courbes révèle:

Pour les valeurs de $\xi < 10$ on retrouve , dans l'ensemble, le même profil.

Les courbes des densités montrent la dépendance de ces dernières des valeurs initiales prises par les vitesses électronique et ionique. Compte-tenu des expressions des courants qui interviennent dans les termes de pertes dus à l'échange de charges, il est tout a fait prévisible d'avoir ce lien.

Nous avons tracé les densités des grains, des ions et des électrons en fonction de ξ pour les trois valeurs choisies de la masse volumique des grains (Figs 5.2 a, 5.3 a et b). Les courbes montrent clairement le lien entre l'expansion et la masse volumique du grain. Plus le grain est léger plus l'expansion est rapide. L'inertie du grain joue un rôle dans l'expansion.

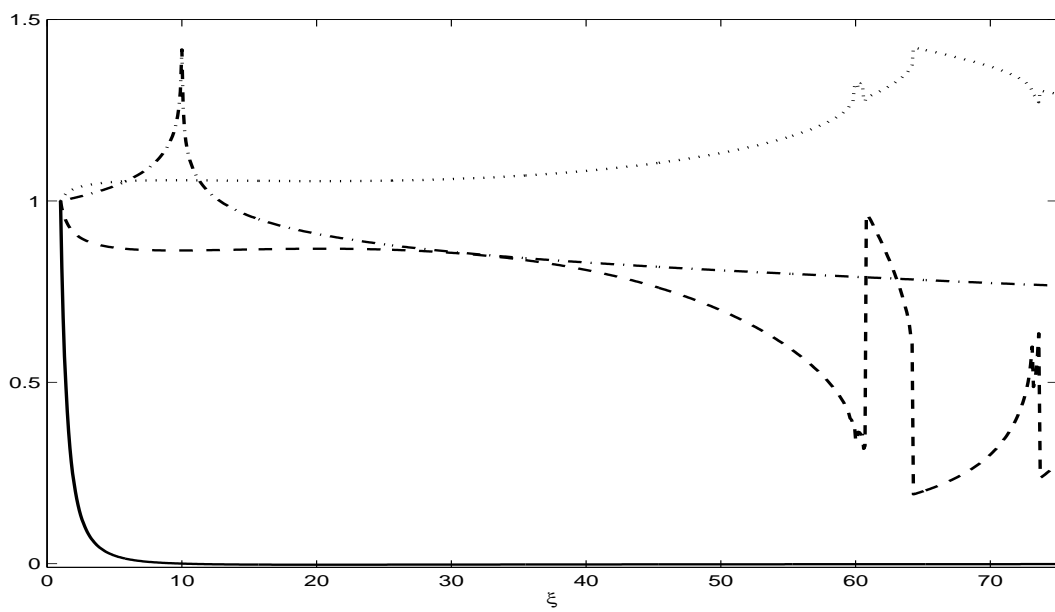
La charge du grain garde le même profil durant l'expansion. Elle commence à décroître pour $\xi > 10$. Les courbes en pointillés (densité électronique) confirment cet effet. En plus, la courbes (5.2-b) montrent une accélération des électrons. Ces derniers sont libérés du grain avec des vitesses initiales.

Pour $Z(1) = -1$ nous avons obtenu des courbes (Figs: 5.4 a, 5.5 a et b) qui montrent un comportement très différent de celui de la Ref.[23](Fig.5.1).

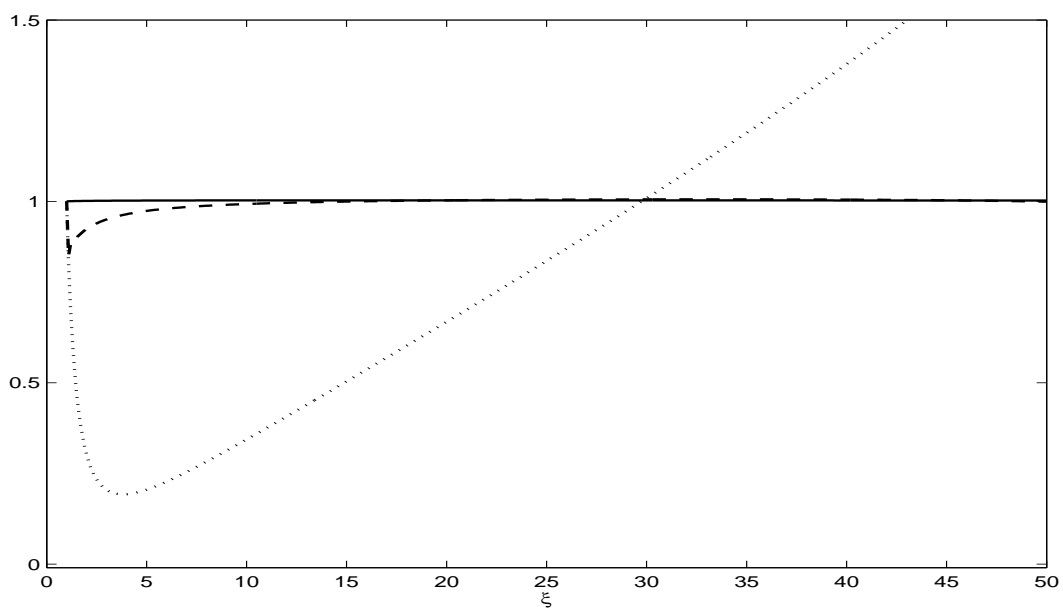
Nous avons constaté que l'expansion des grains se terminait bien avant celle des électrons et des ions. Par contre elle va au delà de $\xi \sim 10$. Le critère d'arrêt dans le travail de Pillay correspond à un dénominateur qui s'annule. Selon notre point de vue, un dénominateur nul n'implique pas nécessairement une indétermination. On peut avoir des points d'inflexion pour lesquels la dérivée est infinie $\partial\psi/\partial\xi \rightarrow \infty$.

Un autre effet important que révèlent les courbes de densité: l'existence d'un front qui correspond aux oscillations électrostatique. Dans cette région, l'hypothèse de quasi-neutralité cesse d'être valable. Cet effet dépend de la masse du grain, les oscillations commencent à apparaître dans tous les cas au voisinage de $\xi = 60$. Comme la densité du grain $N \rightarrow 0$ on s'attend à avoir $N_i \sim N_e$. Mais ce n'est pas le cas. La densité du grain n'est pas totalement nulle. Les courbes de la charge du grain $Z/Z(1)$ confirment cette conclusion, la valeur de la charge est différente de 0 dans cette région. Les grains captent des électrons jusqu'à une valeur critique du potentiel électrostatique où le phénomène inverse se manifeste et ainsi de suite, les oscillations s'établissent.

En comparant les figures (5.2 b) et (5.4 b)ont constate l'accélération des électrons avec un profil qui ne dépend pas de la charge du grain ni de sa masse volumique.

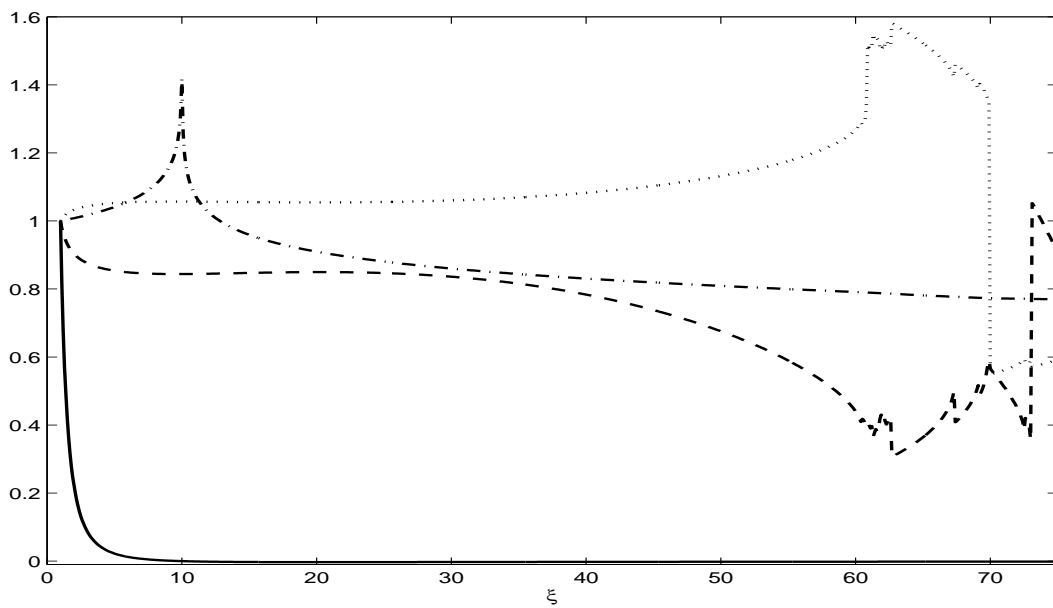


(a)

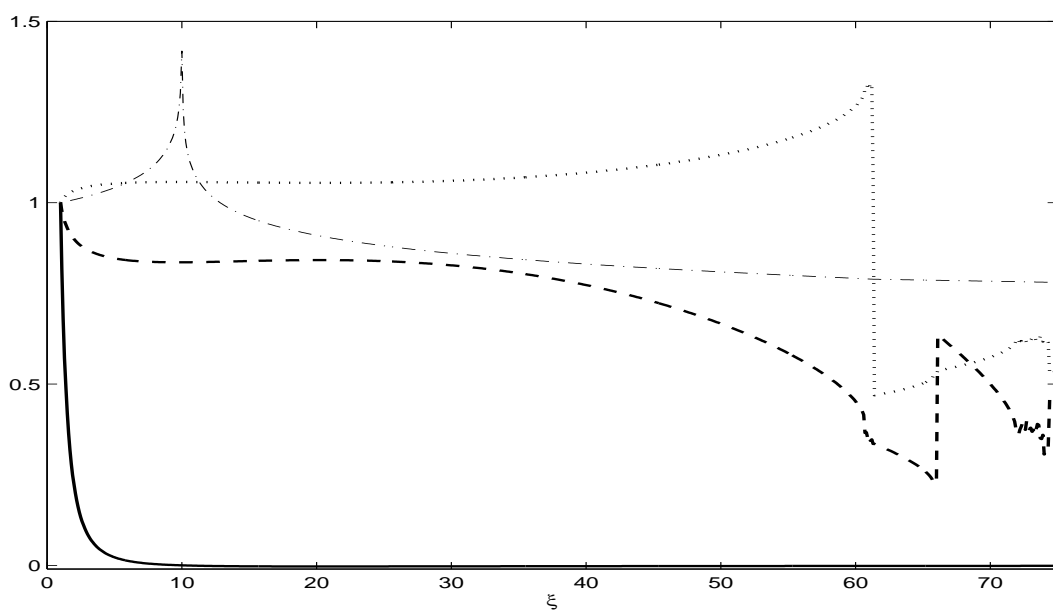


(b)

FIG. 5.2 – *a) Densités des grains, ions, électrons et charge du grain respectivement (—), (⋯), (---), (-·-·-). b) Vitesses des grains, ions et électrons respectivement (—), (⋯), (---) pour $Z(1) = -3$ $\rho = 0.4g.cm^{-3}$*

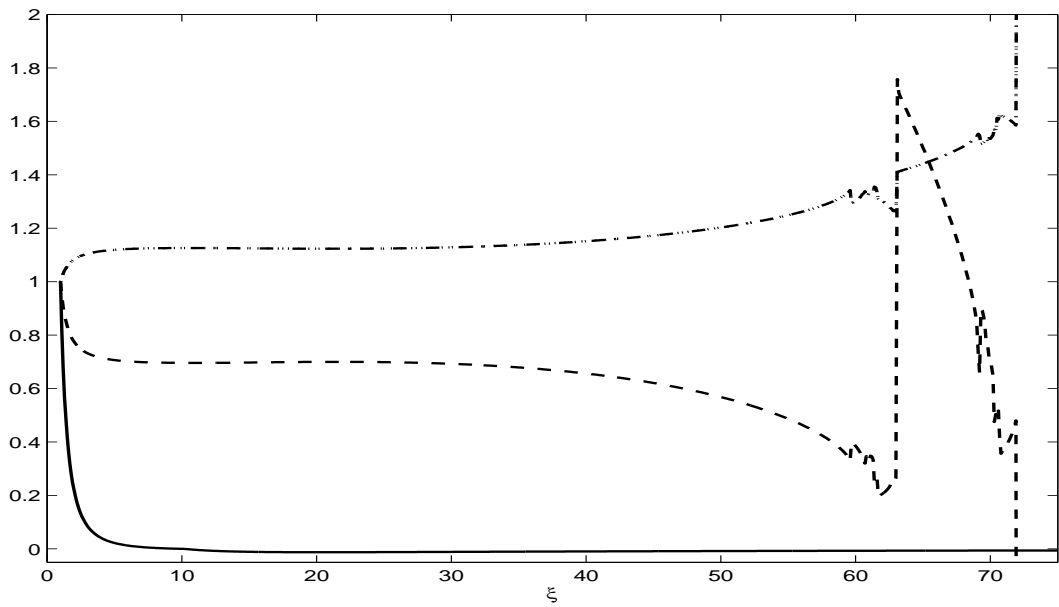


(a)

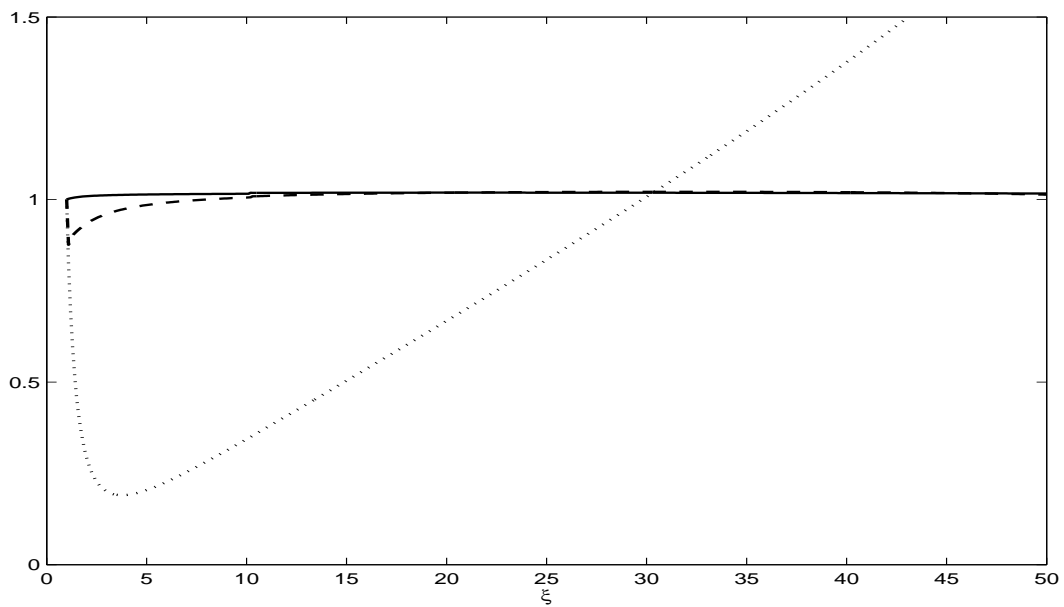


(b)

FIG. 5.3 – Densités des grains, ions, électrons et charge du grain respectivement (—), (\cdots), (---), (-·-) $Z(1) = -3$. a) $\rho = 1g.cm^{-3}$ b) $\rho = 3g.cm^{-3}$

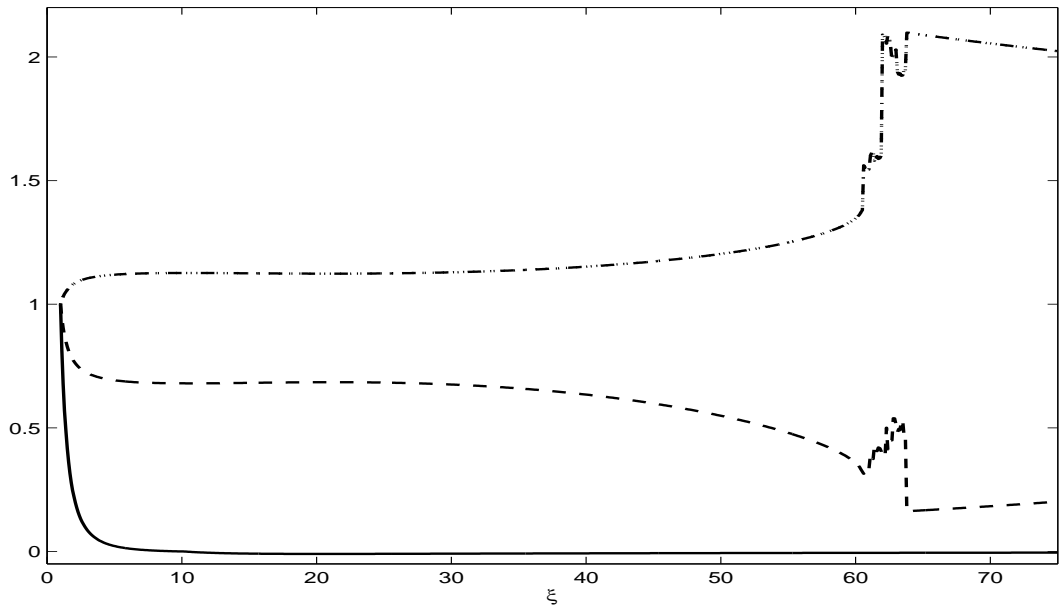


(a)

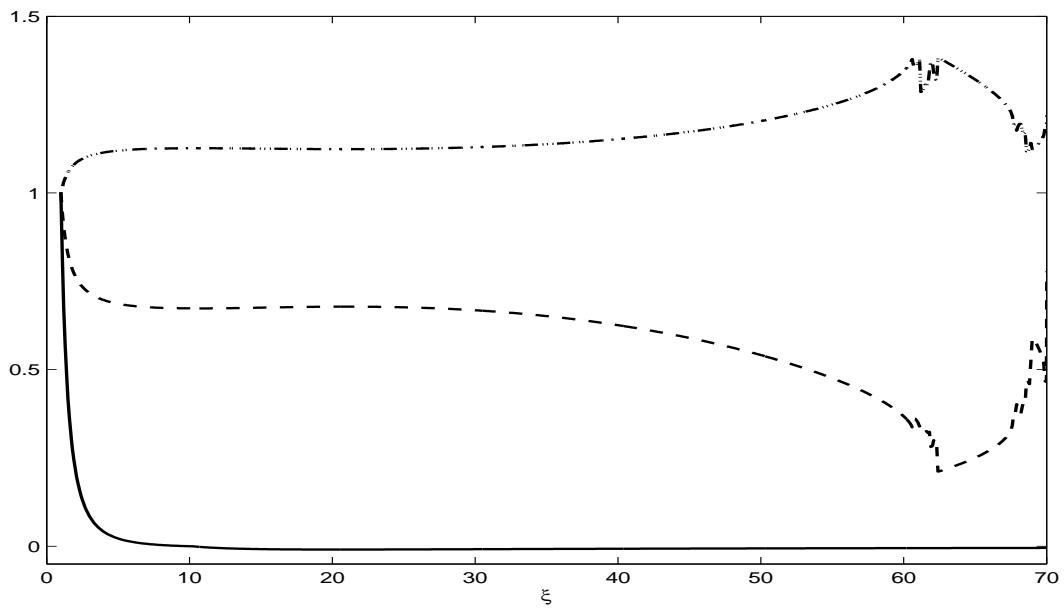


(b)

FIG. 5.4 – *a) Densités des grains, ions, électrons et charge du grain respectivement (—), (⋯), (---), (-·-·-). b) Vitesses des grains, ions et électrons respectivement (—), (⋯), (---) pour $Z(1) = -1$ $\rho = 0.4g.cm^{-3}$*



(a)



(b)

FIG. 5.5 – Densités des grains, ions, électrons et charge du grain respectivement (—), (\cdots), (— —), ($-\cdot-$) pour $Z(1) = -1$ a) $\rho = 1 \text{ g.cm}^{-3}$ b) $\rho = 3 \text{ g.cm}^{-3}$

5.3 Effet de la pression des grains sur l'expansion

A la différence des gaz, le plasma est un système entretenu pour compenser la perte des particules par ionisation. Lorsqu'on injecte des particules chargées ou des particules neutres, on doit tenir compte des effets des pressions dans les équations de moment. Dans le cas d'un équilibre thermodynamique local, la pression est reliée à la température par la relation isentropique. A cause de l'ionisation, le plasma possède un degré de liberté supplémentaire qui doit être pris en compte lors du calcul du rapport des chaleurs spécifiques.

Dans cette partie, le modèle de l'expansion est amélioré en tenant compte de la pression exercée par les grains. Dans l'équation du moment des grains, on a introduit le terme de pression. Nous avons supposé que le grain est un gaz parfait régi par l'équation d'état. Le système d'équations devient[62],

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_e v_e) + 2 \frac{n_e v_e}{r} = a_e n_e n \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (n_i v_i) + 2 \frac{n_i v_i}{r} = -a_i n_i n \quad (5.26)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (p_e) + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n (v_e - v) \quad (5.27)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (p_i) - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n (v_i - v) \quad (5.28)$$

Par rapport au modèle de la section précédente, nous avons introduit dans l'équation de moment des électrons et des ions leurs termes de pressions: $\partial p_j / \partial r$.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v}{\partial r} + 2 \frac{n v}{r} = 0 \quad (5.29)$$

$$m n \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -q n \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_e a_e n_e n (v_e - v) + a_i m_i n_i n (v_i - v) - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (5.30)$$

La pression est liée à la densité par l'équation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r}\right) \frac{p}{n^\gamma} = 0 \quad (5.31)$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques.

$$n_i + \frac{nq}{e} = n_e \frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = e (a_e n_e + a_i n_i) \quad (5.32)$$

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{CT_e}\right) \quad (5.33)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{eq}{CT_i}\right) \quad (5.34)$$

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r}\right) = -\frac{\partial p_e}{\partial r} + e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} + m_e a_e n_e n (v_e - v) \quad (5.35)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r}\right) = -\frac{\partial p_i}{\partial r} - e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - m_i a_i n_i n (v_i - v) \quad (5.36)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial r}\right) \frac{p_e}{n_e^{\gamma_e}} = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial r}\right) \frac{p_i}{n_i^{\gamma_i}} = 0 \quad (5.37)$$

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_{oe}}{\pi m_e}} \left(\frac{p_{eo}}{p_e}\right)^{\frac{1-\gamma_e}{2\gamma_e}} \exp\left(\frac{eq}{CT_e} \left(\frac{p_e}{p_{eo}}\right)^{\frac{1-\gamma_e}{\gamma_e}}\right) \quad (5.38)$$

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_{oi}}{\pi m_i}} \left(\frac{p_{io}}{p_i}\right)^{\frac{1-\gamma_i}{2\gamma_i}} \left(1 - \frac{eq}{CT_i} \left(\frac{p_i}{p_{io}}\right)^{\frac{1-\gamma_i}{\gamma_i}}\right) \quad (5.39)$$

Avec la même transformation self similaire et la même normalisation et en prenant $p_j = p_{jo}P_j(\xi)/(\omega_{pd}t)$, où p_j est la pression de l'espèce j , on obtient le système suivant:

$$\frac{\partial N_e}{\partial \xi} = \frac{N_e (V_e - \xi)}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \left\{ 1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} - \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.40)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i (V_i - \xi)}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \left\{ 1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} + \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \xi} = & \frac{N(V - \xi)}{[(v - \xi)^2 - T/mc^2]} \times \\ & \left(1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{1}{(V - \xi)} \frac{ZT_i}{mc^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m_e n_{io} a_e N_e (V_e - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} - \frac{m_i n_{io} a_i N_i (V_i - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} \right), \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_e}{\partial \xi} = & \frac{a_e n_{io} N (V_e - V)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{T_e/m_e c^2}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \times \\ & \left\{ 1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} - \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} + \frac{T_i/m_e c^2}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = & - \frac{a_i n_{io} N (V_i - V)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{T_i/m_i c^2}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \times \\ & \left\{ 1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} + \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\} - \frac{T_i/m_i c^2}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = \frac{1}{(V - \xi)} \left\{ \frac{a_i n_{io} N_i m_i}{\omega_{pd} m} (V_i - V) - \frac{a_e n_{io} N_e m_e}{\omega_{pd} m} (V_e - V) - \frac{ZT}{mc^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{T/mc^2}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{n_{io}}{(V - \xi) \omega_{pd}} \{ a_i N_i + a_e N_e \}, \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{(-A + B - C)}{D}, \quad (5.47)$$

Avec,

$$A = \frac{N_i (V_i - \xi)}{[(V_i - \xi)^2 - T_i/m_i c^2]} \left(1 - \frac{a_i n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} \right),$$

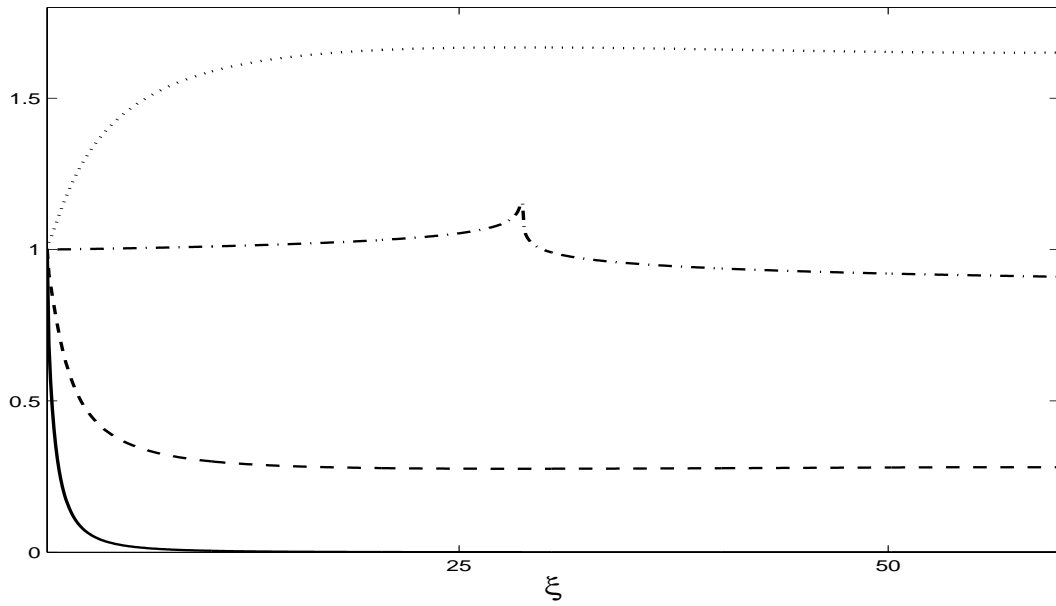
$$B = \frac{N_e (V_e - \xi)}{[(V_e - \xi)^2 - T_e/m_e c^2]} \left(1 + \frac{a_e n_{io} N (V - \xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} \right) - \frac{n_{io} N}{(V - \xi) \omega_{pd}} \{a_i N_i + a_e N_e\},$$

$$C = \frac{ZN}{(V - \xi)} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{m_e n_{io} a_e N_e (V_e - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} - \frac{m_i n_{io} a_i N_i (V_i - V)}{m \omega_{pd} (V - \xi)} \right\},$$

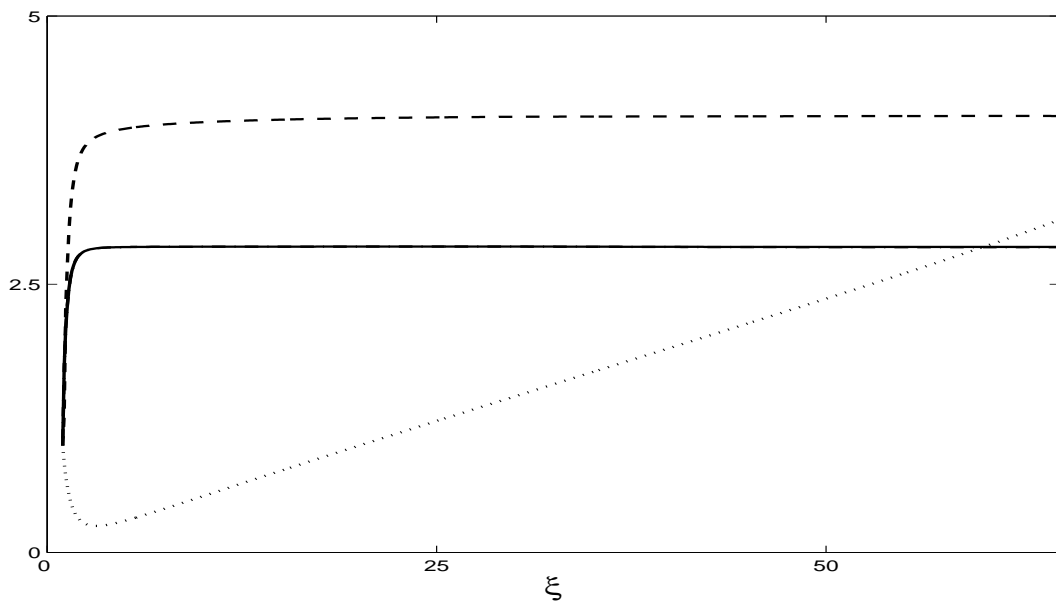
$$D = \left\{ \frac{N_i T_i / m_i c^2}{[(V_i - \xi)^2 - T_i / m_i c^2]} + \frac{N_e T_e / m_e c^2}{[(V_e - \xi)^2 - T_e / m_e c^2]} + \frac{Z^2 N T_i / m c^2}{(V - \xi)^2} \right\}.$$

Le système a été résolu avec les mêmes paramètres que ceux de la section précédente. Les valeurs initiales prises par la pression (normalisée par rapport à celle des ions) sont $P_o = 0.5$; $P_{eo} = 0.21$ et avec un rapport de chaleurs spécifiques pour les grains [63][39] $\gamma = 3$ et $\gamma_e = \gamma_i = 1.16$ pour les ions et les électrons.

Nous avons tracé les courbes qui correspondent à la densité des grains, ions et électrons respectivement N/N_o , N_i/N_{io} , N_e/N_{eo} et charge des grains Z/Z_o , représentées par la figure (5.6-a) pour le cas où la masse volumique des grains est $\rho = 0.4g.cm^{-3}$. On remarque d'une part l'achèvement de l'expansion des grains pour des valeurs du paramètre d'expansion ξ inférieures par rapport à celles données par les cas où la pression des espèces n'a pas été prise en considération ($\xi < 10$). Cet effet est la conséquence directe du refroidissement dû à la pression lors de l'expansion. Un autre phénomène lié à la pression est l'accélération des grains comme le montre la figure (5.6-b). D'autre part, la conséquence de cette accélération est la disparition des oscillations liées au phénomène de séparation de charge comme a été constaté dans les résultats précédents.



(a)



(b)

FIG. 5.6 – a) Densités des grains, ions, électrons et charge du grain respectivement (—), (\cdots), (—), ($-\cdot-$). b) Vitesses des grains, ions et électrons respectivement (—), (\cdots), (—).

5.4 Accélération des grains durant l'expansion

Dans les gaz, la densité, la pression et la température sont reliées par l'équation d'état qui suppose un équilibre thermodynamique local. Lors de cet équilibre, la température des électrons s'écarte peu des espèces les plus lourdes (ions,...). On parle d'équilibre thermodynamique. Dans les plasmas, un tel équilibre ne peut se produire. Pour entretenir les systèmes à plasma, l'ionisation doit avoir lieu. Parmi les méthodes utilisées pour entretenir le plasma, on a l'injection de particules neutres. Cette opération est suivie d'échange de charges entre différentes espèces, ce qui implique l'apparition de gradients de température[63]. Dans le cas où le système n'est pas entretenu, isolé de l'extérieur ou lorsque les processus ayant lieu se réalisent dans un temps très court de sorte que les échanges de chaleur ne se produisent pas, alors il s'agit de transformation adiabatique.

5.4.1 Injection de particules neutres

En plus des degrés de liberté des gaz neutres, le plasma a un degré de liberté supplémentaire dû à l'ionisation des particules neutres par interaction avec le plasma. Dans l'équation d'état:

$$p.n^{-\gamma} = C^{te} \quad (5.48)$$

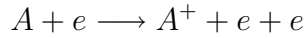
le grain est considéré comme un système complexe dont la valeur la plus commune du rapport de chaleur spécifique γ utilisée pour les transformations adiabatiques est $\gamma = 3$ [64]. Pour modéliser l'expansion d'un plasma en présence de grains dans une configuration sphérique et lorsque l'ionisation est prise en considération, on écrit les équations de continuité pour les trois espèces (électron, ion et grain):

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial n_e v_e}{\partial r} + 2 \frac{n_e v_e}{r} = a_e n_e n + \alpha_e n_a n_e \quad (5.49)$$

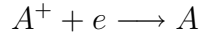
$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial r} + 2 \frac{n_i v_i}{r} = -a_i n_i n + \alpha_e n_a n_e \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial r} + 2\frac{nv}{r} = 0 \quad (5.51)$$

Nous avons ajouté dans les équations de continuité des électrons et des ions l'apport des atomes neutres n_a . Par échange de charge par collisions avec les électrons du plasma, il est possible d'avoir la réaction d'échange de charge de l'atome neutre A:



D'autre part, l'atome ionisé A^+ peut capter un électron à partir du grain



α_e étant le taux d'ionisation des atomes neutres, leur densité est régie par l'équation:

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} = a_i n_i n - \alpha_e n_a n_e \quad (5.52)$$

L'ionisation s'accompagne par échange d'énergie exprimé dans les équations de moment par les termes proportionnels à n_a

$$m_e n_e \left(\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial r} \right) = e n_e \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p_e}{\partial r} + a_e m_e n_e n (v_e - v) + \alpha_e m_e n_a n_e v_e \quad (5.53)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial r} \right) = -e n_i \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p_i}{\partial r} - a_i m_i n_i n (v_i - v) + \alpha_e m_e n_a n_e v_i \quad (5.54)$$

$$m n \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = -q n \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} - m_e a_e n_e n (v_e - v) + a_i m_i n_i n (v_i - v) \quad (5.55)$$

Dans ce modèle nous n'avons pas négligé les pressions des espèces chargées présentes dans le plasma. Pour des transformations adiabatiques les équations d'état sont:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial r} \right) (p_e n_e^{-\gamma_e}) = 0 \quad (5.56)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial r}\right) (p_i n_i^{-\gamma_i}) = 0 \quad (5.57)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial r}\right) (pn^{-\gamma}) = 0 \quad (5.58)$$

Le système est fermé par la condition de quasi- neutralité:

$$n_i + \frac{nq}{e} = n_e \quad (5.59)$$

et l'équation de fluctuation de charge:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = e (a_e n_e + a_i n_i) \quad (5.60)$$

où

$$a_e = -\pi a^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{eq}{aT_e}\right) \quad (5.61)$$

Dans le courant ionique $I_e = ea_i n_i$ nous avons pris en compte le mouvement relatif des ions par rapport au grain avec la vitesse v_{io} , la fonction de distribution est[65]:

$$f_i(v_i) = n_i \left(\frac{m_i}{2\pi k_B T_i}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m_i}{2k_B T_i} (v_i - v_{io})^2\right] \quad (5.62)$$

alors,

$$a_i = \pi a^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left[F_1(u) - F_2(u) \frac{eq}{aT_i} \right] \quad (5.63)$$

avec $F_1(u) = (\sqrt{\pi}/4u) (1 + 2u^2) \operatorname{erf}(u) + 0.5 \exp(-u^2)$ et $F_2(u) = (\sqrt{\pi}/2u) \operatorname{erfc}(u)$, $\operatorname{erf}(u)$, $\operatorname{erfc}(u)$ représentent la fonction erreur et $u = |v - v_i|/\sqrt{2}v_{ti}$, $v_{ti} = (T_i/m_i)^{1/2}$ est la vitesse thermique ionique.

5.4.2 Expansion adiabatique

L'ensemble des équations (5.48-5.60) est réécrit en utilisant la formulation self-similaire(c.f. §4). Nous obtenons le système suivant:

$$\frac{\partial N_e}{\partial \xi} = \frac{N_e (V_e - \xi)}{\left[(V_e - \xi)^2 - \gamma_e m/m_e \frac{P_e}{N_e} \right]} \times \left\{ 1 - \frac{2V_e}{\xi} + \frac{a_e n_{io} N}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{(V_e - \xi)} - \frac{m/m_e}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{m}{m_e} \frac{P_e (\gamma_e - 1)}{N_e (V_e - \xi)^2} - \frac{\alpha_e n_{io} N_a}{\omega_{pd}} \frac{\xi}{(V_e - \xi)} \right\}, \quad (5.64)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{N_i (V_i - \xi)}{\left[(V_i - \xi)^2 - \gamma_i m/m_i \frac{P_i}{N_i} \right]} \times \left\{ 1 - \frac{2V_i}{\xi} - \frac{a_i n_{io} N}{\omega_{pd}} \frac{(V - \xi)}{(V_i - \xi)} + \frac{m/m_i}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{m}{m_i} \frac{P_i (\gamma_i - 1)}{N_i (V_i - \xi)^2} - \frac{\alpha_e n_{io} N_a N_e}{\omega_{pd} N_i} \frac{\xi}{(V_i - \xi)} \right\}, \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{N (V - \xi)}{\left[(V - \xi)^2 - \gamma \frac{P}{N} \right]} \times \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{1}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m_e}{m} \frac{n_{io} a_e N_e}{\omega_{pd}} \frac{(V_e - V)}{(V - \xi)} - \frac{m_i}{m} \frac{n_{io} a_i N_i}{\omega_{pd}} \frac{(V_i - V)}{(V - \xi)} - \frac{P (\gamma - 1)}{N (V - \xi)^2} \right\}, \quad (5.66)$$

$$\frac{\partial N_a}{\partial \xi} = \frac{N_a}{\xi} \left\{ \frac{\alpha_e n_{io}}{\omega_{pd}} N_e - \frac{a_i n_{io}}{\omega_{pd}} N_i \frac{N}{N_a} - 1 \right\} \quad (5.67)$$

$$\frac{\partial V_e}{\partial \xi} = \frac{a_e n_{io} N}{\omega_{pd}} \frac{(V_e - V)}{(V_e - \xi)} + \frac{m}{m_e} \frac{1}{(V_e - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m}{m_e} \frac{P_e (\gamma_e - 1)}{N_e (V_e - \xi)^2} + \frac{\alpha_e n_{io} N_a}{\omega_{pd}} \frac{V_e}{(V_e - \xi)} - \frac{m}{m_e} \frac{\gamma_e}{(V_e - \xi)} \frac{P_e}{N_e^2} \frac{\partial N_e}{\partial \xi}, \quad (5.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i}{\partial \xi} = & -\frac{a_i n_{io} N (V_i - V)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{m}{m_i} \frac{1}{(V_i - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \frac{m}{m_i} \frac{P_i (\gamma_i - 1)}{N_i (V_i - \xi)^2} \\ & + \frac{\alpha_i n_{io} N_a N_e}{\omega_{pd} N_i} \frac{V_i}{(V_i - \xi)} - \frac{m}{m_i} \frac{\gamma_i}{(V_i - \xi)} \frac{P_i}{N_i^2} \frac{\partial N_i}{\partial \xi}, \end{aligned} \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \xi} = & \frac{a_i n_{io} N (V_i - V)}{\omega_{pd} (V - \xi)} - \frac{a_e n_{io} N (V_e - V)}{\omega_{pd} (V - \xi)} + \frac{Z}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} + \\ & \frac{P (\gamma - 1)}{N (V - \xi)^2} - \frac{\gamma}{(V - \xi)} \frac{P}{N^2} \frac{\partial N}{\partial \xi}, \end{aligned} \quad (5.70)$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \xi} = \frac{\gamma_e P_e}{N_e} \frac{\partial N_e}{\partial \xi} - \frac{(\gamma_e - 1)}{(V_e - \xi)} P_e, \quad (5.71)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \xi} = \frac{\gamma_i P_i}{N_i} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - \frac{(\gamma_i - 1)}{(V_i - \xi)} P_i, \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{\gamma P}{N} \frac{\partial N}{\partial \xi} - \frac{(\gamma - 1)}{(V - \xi)} P, \quad (5.73)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{n_{io}}{(V - \xi) \omega_{pd}} \{a_i N_i + a_e N_e\}, \quad (5.74)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \frac{A}{B}, \quad (5.75)$$

Avec,

$$\begin{aligned}
A = & -Z \frac{N(V-\xi)}{\left[(V-\xi)^2 - \gamma \frac{P}{N} \right]} \times \\
& \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{m_e n_{io} a_e N_e (V_e - V)}{m \omega_{pd} (V-\xi)} - \frac{m_i n_{io} a_i N_i (V_i - V)}{m \omega_{pd} (V-\xi)} - \frac{P(\gamma-1)}{N(V-\xi)^2} \right\} \\
& - \frac{N_i (V_i - \xi)}{\left[(V_i - \xi)^2 - \gamma_i m / m_i \frac{P_i}{N_i} \right]} \times \\
& \left\{ 1 - \frac{a_i n_{io} N (V-\xi)}{\omega_{pd} (V_i - \xi)} - \frac{2V_i}{\xi} - \frac{m P_i (\gamma_i - 1)}{m_i N_i (V_i - \xi)^2} - \frac{\alpha_e n_{io} N_a N_e \xi}{\omega_{pd} N_i (V_i - \xi)} \right\} \\
& + \frac{N_e (V_e - \xi)}{\left[(V_e - \xi)^2 - \gamma_e m / m_e \frac{P_e}{N_e} \right]} \times \\
& \left\{ 1 + \frac{a_e n_{io} N (V-\xi)}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} - \frac{2V_e}{\xi} - \frac{m P_e (\gamma_e - 1)}{m_e N_e (V_e - \xi)^2} - \frac{\alpha_e n_{io} N_a \xi}{\omega_{pd} (V_e - \xi)} \right\}
\end{aligned}$$

$$B = \frac{m}{m_e} \frac{N_e}{\left[(v_e - \xi)^2 - \frac{m}{m_e} \frac{\gamma_e P_e}{N_e} \right]} + \frac{m}{m_i} \frac{N_i}{\left[(v_i - \xi)^2 - \frac{m}{m_i} \frac{\gamma_i P_i}{N_i} \right]} + \frac{Z^2 N}{\left[(v - \xi)^e - \frac{\gamma P}{N} \right]}$$

Les coefficients des courants électronique et ionique écrits avec les variables sans dimension sont donnés par:

$$a_e = \alpha \left[\frac{m_i}{m_e} \frac{P_e}{\gamma_e N_e} \right]^{1/2} \exp \left\{ \beta Z \frac{\gamma_e N_e}{P_e} \right\}$$

$$a_i = \alpha \left[\frac{P_i}{\gamma_i N_i} \right]^{1/2} \left\{ \operatorname{erf}(U) \left[\frac{1}{2U} + U - \frac{1}{U} \beta Z \frac{\gamma_i N_i}{P_i} \right] \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \frac{1}{2} \exp \{ -U^2 \} \right\}$$

$$\text{Ou } \alpha = \frac{n_{io} \pi r_o^2}{4\pi n_{io} e^2} \left[\frac{m_i T_{io}}{m_i} \right]^{1/2}, \quad \beta = \frac{e^2}{r_o T_{io}} \text{ et } U = |V_i - V| \left[\frac{m_i \gamma_i N_i}{m} \frac{1}{2P_i} \right]^{1/2}$$

Dans l'équation de moment des grains, nous avons négligé la force exercée par la déviation des ions f_d par rapport à la force de collection f_c . Au fait, nous avons $f_c/f_d = 4(1+\chi)/\Gamma\chi^2 \gg 1$ avec $2\Gamma = \ln[(\lambda_D^2/a^2 + \chi^2/4)/(1+\chi + \chi^2/4)]$ et $\chi = e^2 Z/(aT_i)$ (c.f. Ref.[34]).

5.4.3 Investigation numérique

L'ensemble des équations différentielles (5.64- 5.75) a été résolu numériquement pour un plasma d'argon. Les valeurs numériques initiales considérées pour démarrer le code de calcul sont données par le tableau 5.1.

Paramètre	valeur
Densité ionique	$10^7 cm^{-3}$
Densité des grains	$10^3 cm^{-3}$
Température ionique	$0.1 eV$
Température électronique	$2 eV$
Température du grain	$1 eV$
Rayon du grain	$0.1 \mu m$
Rapport de chaleur spécifique électronique	1.2
Rapport de chaleur spécifique ionique	1.2
Rapport de chaleur spécifique du grain	3
Charge du grain	-200

TAB. 5.1 – Paramètres d'entrée des codes numériques pour un plasma d'Argon .

Nous avons considéré trois cas de figure:

- 1- Le mouvement relatif des ions par rapport au grain est pris en compte dans l'expression du courant ionique. Nous avons nommé cette situation dans les courbes de densité: expression exacte du courant ionique.
- 2- Le courant ionique est celui utilisé dans le §3.
- 3- Nous avons négligé le terme de collision correspondant au transfert de moment lors de l'ionisation des atomes neutres. Les ions sont supposés être produits à faible énergie cinétique.

Dans la Fig.5.7 Nous avons tracé le rapport de densité normalisée N par rapport à la première valeur afin de réduire les divergences dues à la méthode numérique. Dans cette figure la masse volumique des grains est prise égale à $\rho = 3g.cm^{-3}$. Cette courbe confirme l'existence du front de grain au-delà duquel les ondes sont excitées. Nous remarquons aussi que les pics qui apparaissent au voisinage de $\xi \sim 2.4$ sont un signe d'accélération du grain. Par rapport aux résultats précédents, le fait de prendre en compte l'existence d'atomes neutres accompagnée par des réactions d'échange de charge avait comme implication directe l'achèvement de l'expansion du grain de façon plus rapide. En effet cette courbe

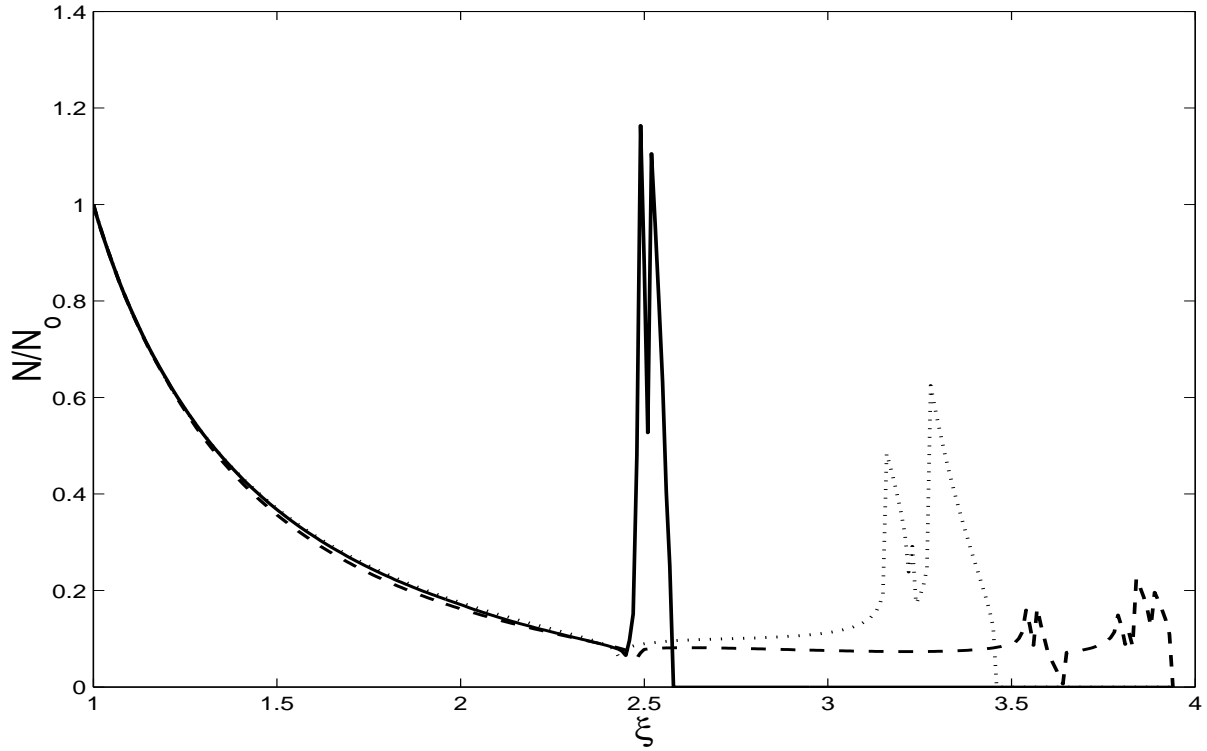


FIG. 5.7 – Densité normalisée $N/N(1)$ du grain: (—) correspond à I_{ion} exacte, (- -) les ions énergétiques pris en considération et (· · ·) les ions sont produits avec une faible énergie cinétique pour $V(1) = 6$, $N(1) = 10^{-4}$, $Z(1) = -200$ et $\rho = 3g.cm^{-3}$

révèle que l'expansion se termine pour $\xi \sim 3$ alors que dans des travaux précédents elle s'achève pour $\xi \sim 10$. Durant l'expansion, le plasma se refroidit. Afin de prendre en considération l'effet de la masse du grain sur l'expansion en présence d'ionisation, nous avons tracé la densité du grain en fonction de ξ pour un grain de masse volumique $\rho = 2.5 g.cm^{-3}$ (Fig.5.8). Cette courbe montre que le refroidissement du plasma est plus rapide lorsque le grain est plus léger pour le cas où l'expression du courant ionique est exacte. Le champ électrique self consistant agit de façon plus importante sur les grains de faible masse ou de charge plus importante lorsque la masse est la même. D'autre part pour cette masse volumique, on remarque que les courbes correspondant aux cas (1) et (2) se superposent pratiquement. L'effet du mouvement relatif des ions par rapport au grain est plus important lorsque la masse du grain est élevée. La force d'inertie du grain permet l'attachement de plus d'ions.

Pour étudier l'effet d'une masse de grain beaucoup plus légère $\rho = 0.4g.cm^{-3}$, nous avons tracé les courbes de densité pour une vitesse initiale normalisée du grain $V(1) = 7$

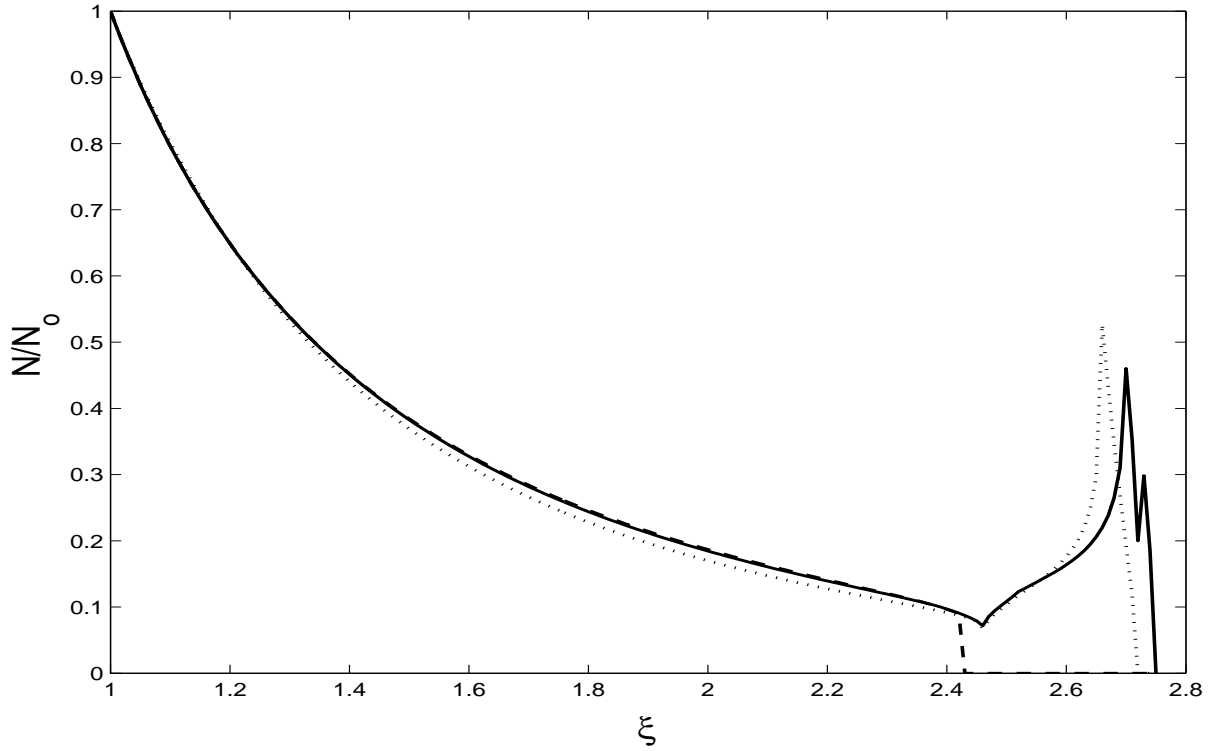


FIG. 5.8 – Densité normalisée $N/N(1)$ du grain: (—) correspond à I_{ion} exacte, (- -) les ions énergétiques pris en considération et ($\cdot \cdot \cdot$) les ions sont produits avec une faible énergie cinétique pour $V(1) = 6$, , $N(1) = 10^{-4}$ $Z(1) = -200$ et $\rho = 2.5g.cm^{-3}$

(Fig.5.9). L'amplitude des pics d'oscillations dans ce cas est plus importante et ils sont d'autant plus proches à la source quand le grain est plus léger.

L'existence d'une telle excitation peut être perçue comme une perturbation de la densité du grain qui se déplace dans le milieu de l'expansion. Au voisinage des pics $\xi \sim 1.4$ la forte discontinuité est due à l'apparition de la force $F \sim N^{-1} \partial N / \partial \xi$. Par conséquent, des impulsions sont délivrées au fluide qui se propage et qui correspond à un changement rapide de la densité. En se référant à des travaux précédents [10] on peut s'attendre à la disparition de ces oscillations quand la condition de quasi-neutralité est remplacée par l'équation de Poisson comme dans le modèle proposé par Gurevich *et al.*[7]. De telles oscillations associées aux ondes acoustiques du grain sont un indice de la non validité de la condition de quasi-neutralité. Au voisinage du front, l'intensité du champ électrique est trop importante pour parler de quasi-neutralité. La concentration des grains au voisinage des pics est la conséquence du champ électrique self consistant qui a piégé ces particules puis les a accélérées. Au delà du front, l'expansion est self similaire. Les oscillations et le

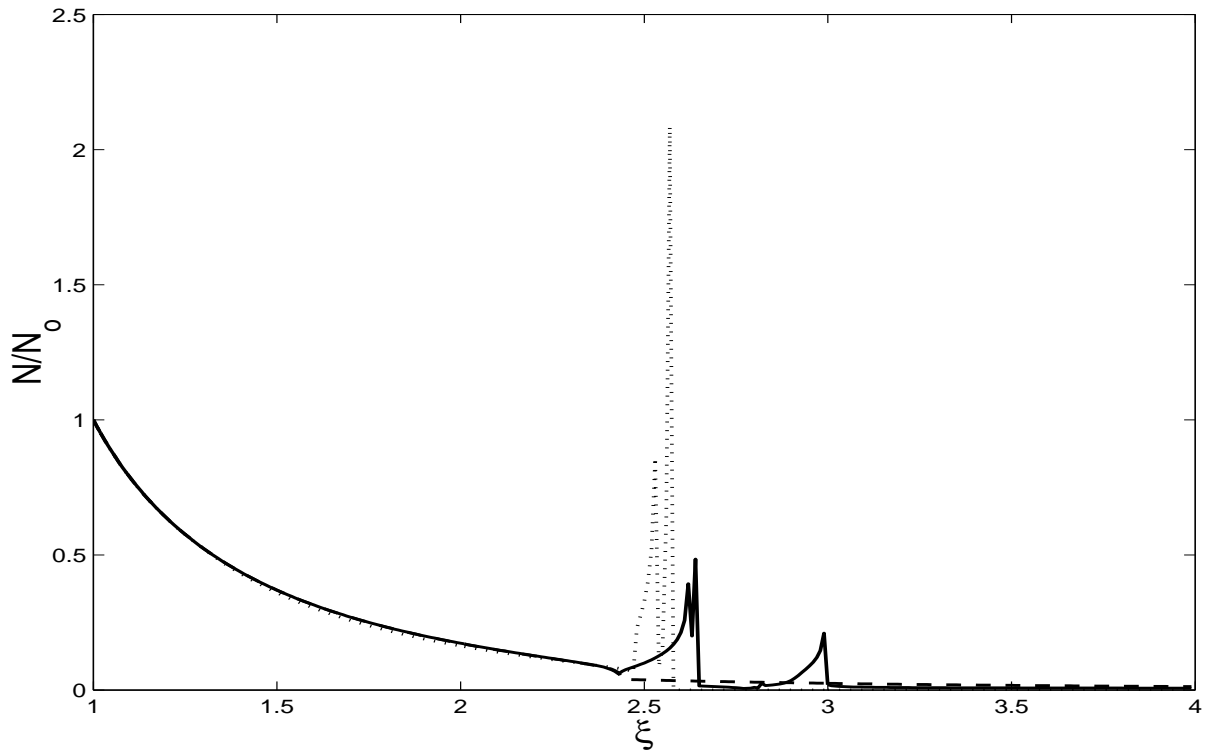


FIG. 5.9 – Densité normalisée $N/N(1)$ du grain: (—) correspond à I_{ion} exacte, (- -) les ions énergétiques pris en considération et ($\cdot \cdot \cdot$) les ions sont produits avec une faible énergie cinétique pour $N(1) = 10^{-4}$, $Z(1) = -200$, $V(1) = 7$ et $\rho = 0.4g.cm^{-3}$.

front disparaissent quand l'expression exacte du courant ionique est remplacée par celle du §3.

5.5 Evolution de la charge d'un grain de poussière pendant l'expansion en présence d'ions négatifs

En général le plasma poussiéreux contient les grains, les électrons et les ions positifs. Dans certaines situations il peut exister des ions négatifs, comme c'est le cas dans les plasmas de laboratoires et les plasmas cosmiques[16]. Dans ces situations, les processus de charge jouent un rôle très important soit pour déterminer la charge à l'équilibre ou l'évolution de la charge lors de l'expansion.

5.5.1 Plasma à plusieurs espèces d'ions

Dans cette partie, on considère notre plasma constitué de grains de forme sphérique, d'électrons et des ions positifs et négatifs, l'ensemble dans une configuration à géométrie sphérique. Nous avons considéré un modèle simple selon lequel les électrons et les ions sont en équilibre thermodynamique. Par contre, les grains sont régis par les équations fluides des espèces froides[46].

$$n_e = n_{eo} \exp \left\{ \frac{e\phi}{T_e} \right\}, \quad (5.76)$$

$$n_i = n_{io} \exp \left\{ -\frac{e\phi}{T_i} \right\}, \quad (5.77)$$

$$n_n = n_{no} \exp \left\{ \frac{e\phi}{T_n} \right\}, \quad (5.78)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial nv}{\partial r} + 2\frac{nv}{r} = 0, \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{q}{m} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{mn} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v \frac{\partial q}{\partial r} = a_e e n_e + a_i e n_i + a_n e n_n, \quad (5.81)$$

La charge des ions négatifs (positifs) étant égale à $-e(e)$, les courants ioniques et électronique qui arrivent à la surface du grain sont donnés par: $I_j = a_j e n_j$ ($j = i$ pour les ions positifs, e pour les électrons et n pour les ions négatifs). Nous avons négligé la force d'entraînement due aux ions dans l'équation de moment du grain. Nous nous sommes placés dans une situation similaire à celle étudiée dans le chapitre 4. On a supposé que les ions et les grains se déplacent dans la région où l'expansion a lieu avec des vitesses proches. Les ions n'ont pas encore suffisamment de temps pour voir leur vitesse augmenter de façon importante et se démarquer ainsi des espèces les plus lourdes.

Les coefficients a_j sont données par

$$a_e = -\pi r_o^2 \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (5.82)$$

$$a_i = \pi r_o^2 \sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}} \left(1 - \frac{e\phi}{T_i}\right), \quad (5.83)$$

$$a_n = -\pi r_o^2 \sqrt{\frac{8T_n}{\pi m_n}} \exp\left(\frac{e\phi}{T_n}\right), \quad (5.84)$$

Pour le cas isotherme, la pression des grains est donnée par $p = Tn$. Le potentiel électrostatique $\phi = q/r_o$ est calculé à partir de la condition de quasi-neutralité et de l'hypothèse de distribution Boltzmannienne pour les autres espèces.

$$Z_i n_i + Zn = n_e + Z_n n_n, \quad (5.85)$$

5.5.2 Résultats et analyse

Pour résoudre le système précédant, nous avons fait appel à la transformation self similaire. Ainsi, le système d'équations non linéaires aux dérivés partielles est transformé en système d'équations ordinaires avec la variable self-similaire ξ . La solution self similaire implique l'absence de grandeurs caractéristiques pour le temps et la position[38]. La

solution ainsi obtenue donne le profil asymptotique de l'expansion qui correspond à la solution dans l'espace (r,t) pour un intervalle de temps spécifique[26]. En écrivant notre système en fonction de la variable self similaire: $\xi = r/c_{ds}t$ et des grandeurs normalisées $n_j = \frac{n_{jo}N_j(\xi)}{\omega_{pd}t}$, $Z(\xi) = q/e$, $V(\xi) = v/c_{ds}$, $\Phi(\xi) = e\phi/T_i$, $\delta_e = \frac{T_e}{T_i}$, $\delta_n = \frac{T_n}{T_i}$, $\delta = \frac{T}{T_i}$, où, $\omega_{pd}^2 = \frac{4\pi n_{io}e^2}{m}$ et $c_{ds}^2 = T_i/m$, on obtient,

$$N_e = N_{eo} \exp \left\{ \frac{\Phi}{\delta_e} \right\}, \quad (5.86)$$

$$N_i = N_{io} \exp \{-\Phi\}, \quad (5.87)$$

$$N_n = N_{no} \exp \left\{ \frac{\Phi}{\delta_n} \right\}, \quad (5.88)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \xi} = \frac{(V - \xi)N}{\{(V - \xi)^2 - \delta\}} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} + \frac{Z}{(V - \xi)} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right\}, \quad (5.89)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \xi} = \frac{1}{(V - \xi)} \{a_i N_i + a_e N_e + a_n N_n\}, \quad (5.90)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \left[\frac{(V - \xi)N}{\{(V - \xi)^2 - \delta\}} \left\{ 1 - \frac{2V}{\xi} \right\} + \frac{N}{(V - \xi)} \{a_i N_i + a_e N_e + a_n N_n\} \right] / \left[\frac{N_e}{\delta_e} + \frac{N_i}{\delta_i} + \frac{N_n}{\delta_n} - \frac{Z^2 N}{((V - \xi)^2 - \delta)} \right] \quad (5.91)$$

Dans le code numérique nous avons considéré un plasma avec les paramètres résumés dans le tableau 5.2. Les ions négatifs et positifs sont O_2^- , O_2^+ . On a considéré que la valeur initiale de la charge du grain est $Z(1) < Z_o$, où Z_o est la charge à l'équilibre. Cette dernière est calculée à partir de la condition de quasi-neutralité et la condition $I_{io} + I_{no} + I_{eo} = 0$ qui correspond à un courant total nul qui atteint la surface du grain à

TAB. 5.2 – Paramètres numériques Pour un plasma de O_2

Paramètre	valeur
Densité ionique	$10^9 cm^{-3}$
Densité des grains	$10^5 cm^{-3}$
Température des ions positifs	$0.1eV$
Température des ions négatifs	$0.1eV$
Température électronique	$1eV$
Rayon du grains	$0.1\mu m$

l'équilibre. Cette dernière équation combinée avec l'expression des courants donne:

$$n_{io}\sqrt{\delta_i} \left[1 - \frac{\beta Z}{\delta_i} \right] - n_{eo}\sqrt{\delta_e} \left[\frac{m_i}{m_e} \right]^{1/2} \exp\left(\frac{\beta Z}{\delta_e}\right) - n_{no}\sqrt{\delta_n} \exp\left(\frac{\beta Z}{\delta_n}\right) = 0 \quad (5.92)$$

La résolution numérique de cette équation a permis la détermination de la charge Z_o . Nous avons tracé la charge du grain en fonction du rayon pour différentes valeurs de la densité de masse(Fig.5.10).

Le rapport $Z(\xi)/Z(1)$ en fonction de la variable self similaire ξ est tracé pour différentes situations, où $Z(1)$ correspond à la charge du grain pour $\xi = 1$. Dans la Figure 5.11, nous avons représenté la variation de $Z(\xi)/Z(1)$ dans le cas où $Z(1) = -100$. Cette figure montre clairement que la charge du grain augmente lors de l'expansion. Dans ce cas, il y a une grande tendance à attacher des électrons ce qui implique l'augmentation de la charge du grain. Cependant, on constate que la valeur maximale de la charge diminue lorsque la densité des ions négatifs augmente. D'après la condition de quasi-neutralité, quand la densité des ions négatifs croît la densité des électrons décroît, cela explique le résultat précédant. D'autre part, on remarque une saturation de la charge du grain. Les électrons ayant une masse très petite par rapport aux autres espèces présentes dans le plasma, ils quittent les premiers la région de quasi-neutralité. Ainsi, un champ électrique est établi. Sous l'action de ce champ, les ions se déplacent dans deux directions opposées. Les grains sont accélérés plus tard. A ce stade la condition de quasi-neutralité doit être remplacée par l'équation de Poisson pour prendre en considération les effets de la séparation de charge. Pour la Figure 5.12, l'étude est faite pour un grain ayant une charge initiale $Z(1) = -300$. On remarque un profil différent par rapport à celui de la Fig.5.11, la charge du grain décroît pendant l'expansion. L'investigation numérique a montré que cet effet commence à se manifester à partir de la valeur $Z(1) \approx -150$ pour la charge du grain. Quand la charge négative du grain augmente, le potentiel à la surface du grain suit la

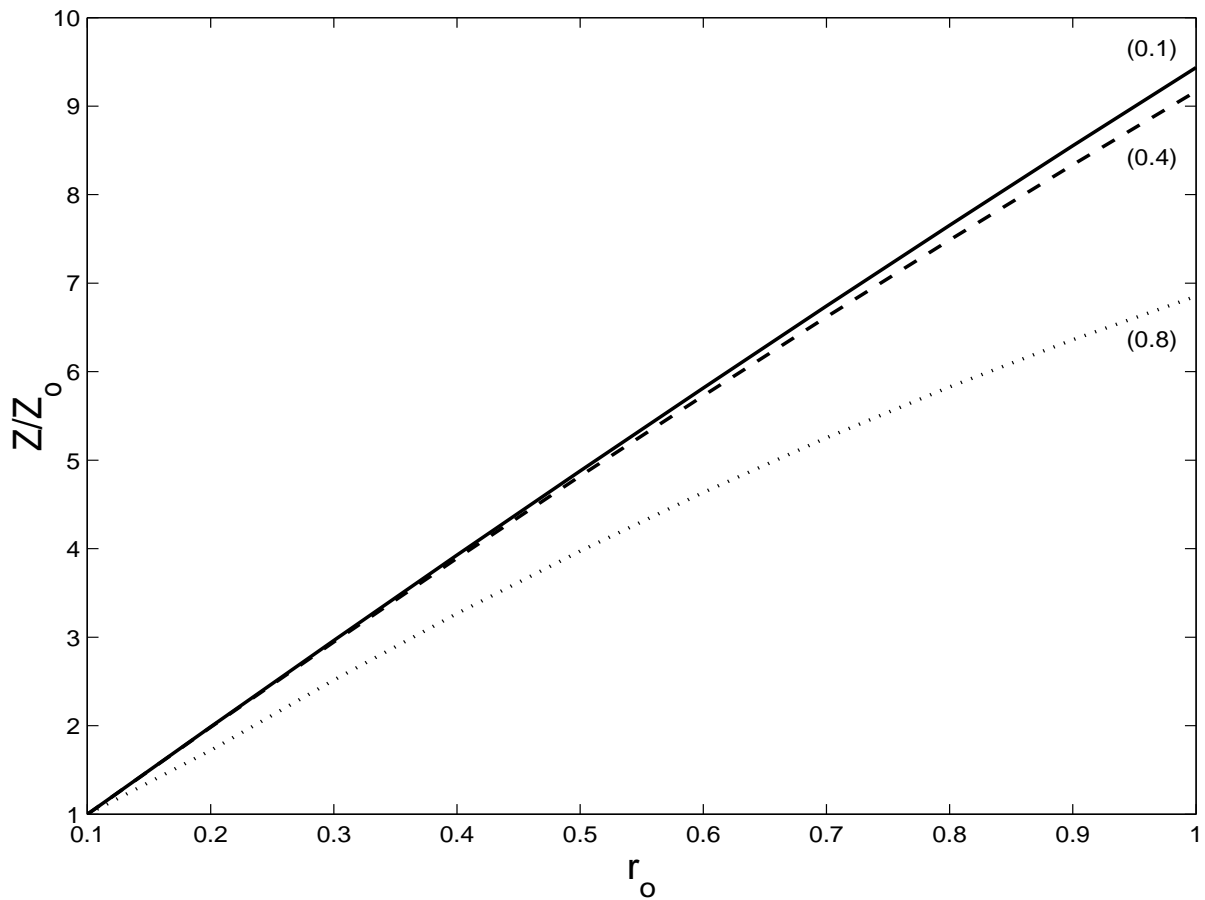


FIG. 5.10 – La charge du grain à l'équilibre en fonction du rayon, le paramètre indiqué sur les courbes est $\alpha = \frac{n_{no}}{n_{io}}$ et Z_o correspond à $r_o = 0.1\mu m$.

même tendance favorisant ainsi l'attachement de plus d'ions positifs. Par contre, la valeur maximale de la charge décroît plus rapidement en fonction de la densité des ions négatifs. Au stade initial de l'expansion et à cause de leur inertie, les grains lourds quittent les derniers la région de quasi-neutralité ce qui permet l'attachement de plus d'ions positifs. L'effet de la masse volumique des grains ρ sur l'évolution de la charge lors de l'expansion a été étudié dans la Fig.5.13. Nous avons tracé la charge normalisée en fonction de ξ pour trois valeurs: $\rho = 0.4, 1$ et $3g.cm^{-3}$. Les courbes montrent que la charge diminue en fonction de ρ . L'inertie des grains rend leur mouvement plus lent ce qui réduit le nombre de particules attachées par le grain.

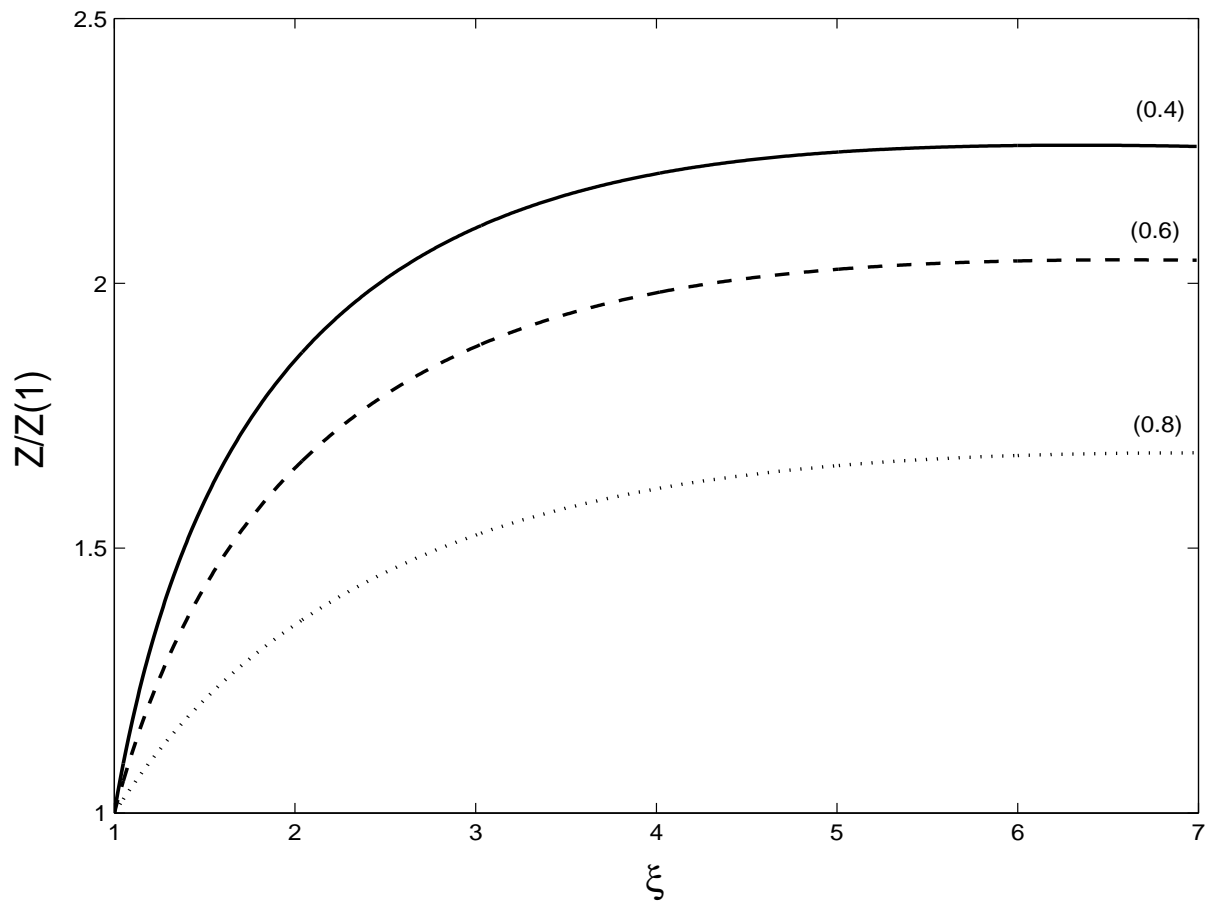


FIG. 5.11 - La charge du grain normalisée en fonction de ξ pour $Z(1) = -100$ et $\rho = 0.4 \text{ g.cm}^{-3}$. Le paramètre indiqué sur les courbes est $\alpha = \frac{n_{no}}{n_{io}}$.

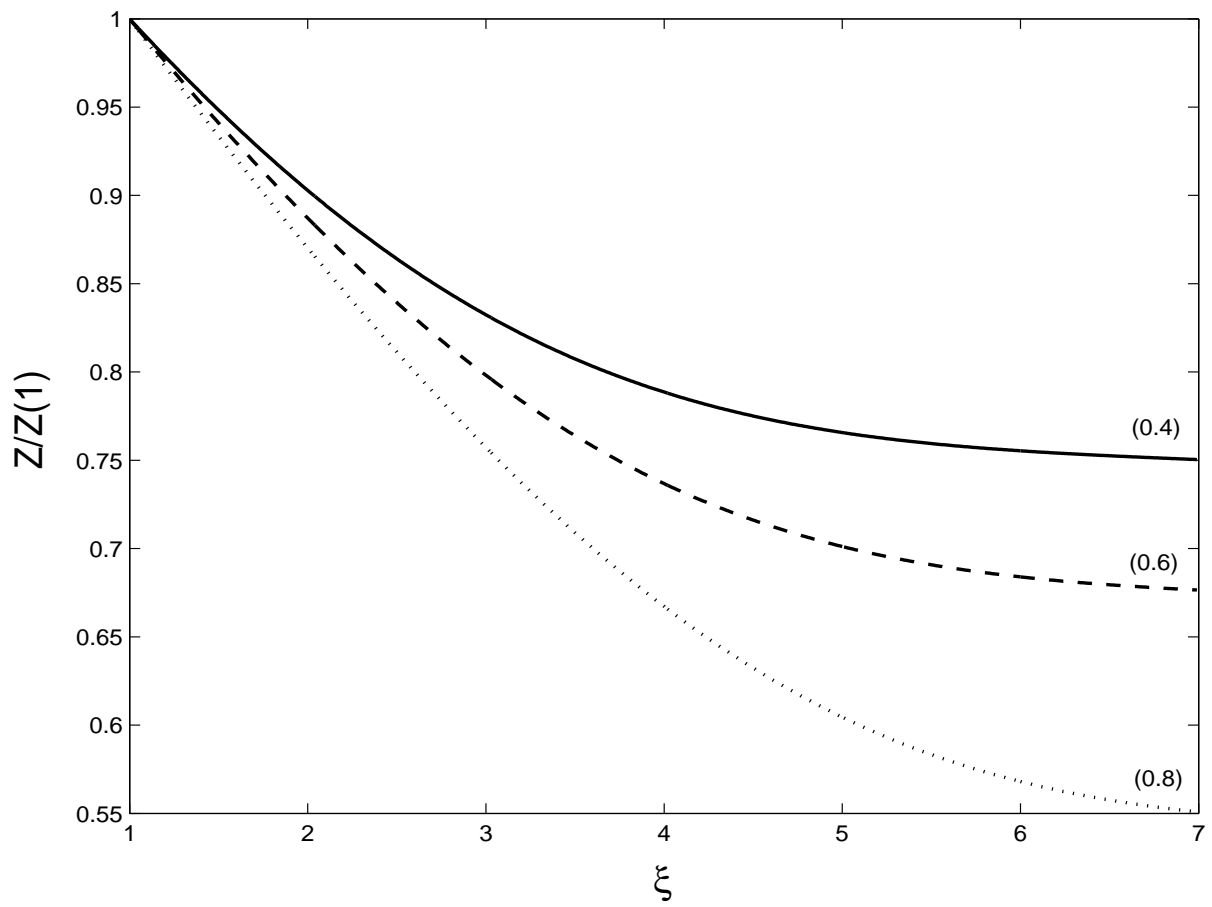


FIG. 5.12 – Les mêmes conditions que le cas précédent mais pour $Z(1) = -300$.

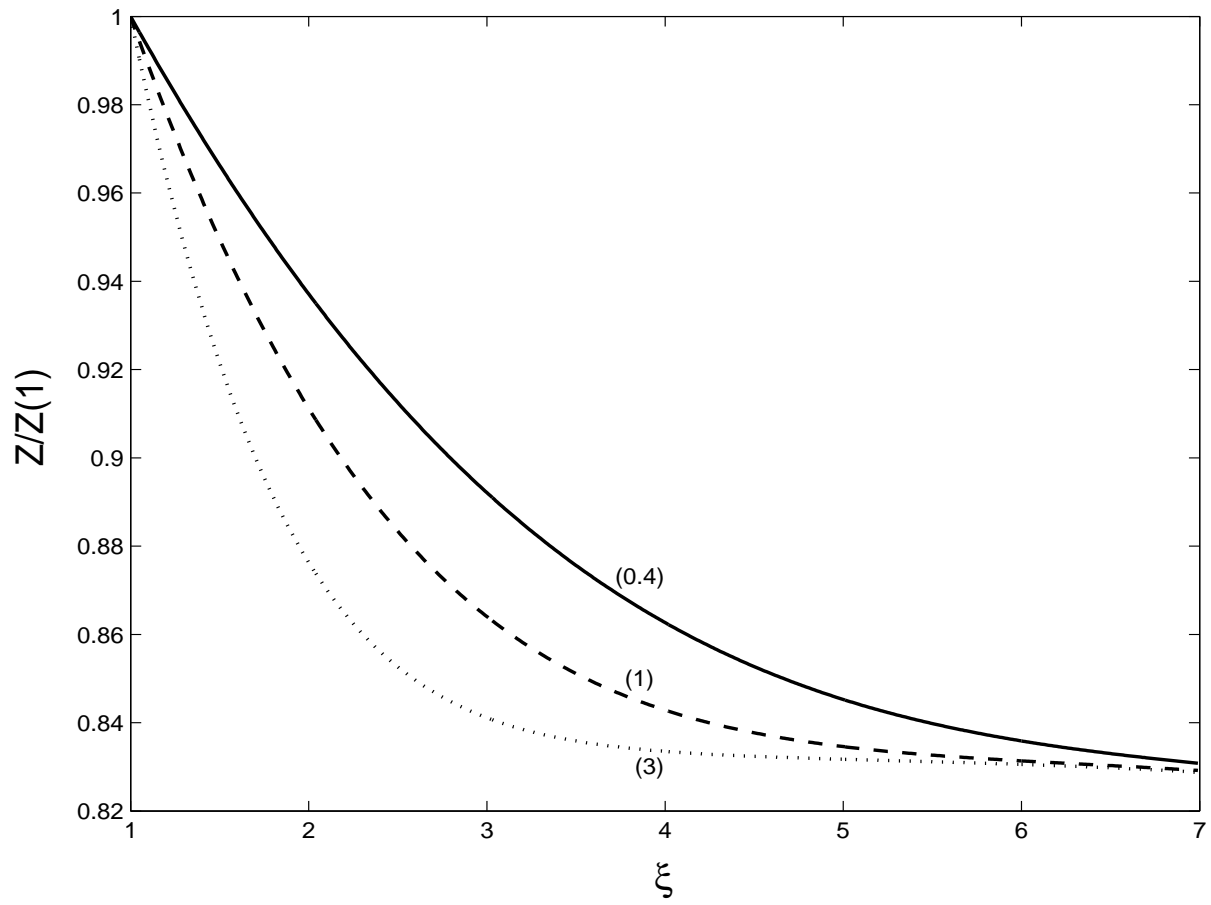


FIG. 5.13 – La charge du grain normalisée en fonction de ξ pour $Z(1) = -300$ est $\alpha = \frac{n_{no}}{n_{io}} = 0.8$. Les valeurs des masses volumiques sont indiquées sur les courbes.

Chapitre 6

Conclusion

L'expansion des plasmas dans le vide est un sujet très important dans différents domaines de la physique, comme les explosions, les accélérateurs de particules et les phénomènes relevant de l'astrophysique. Dans la plupart des situations que se soit dans la nature ou dans les laboratoires, les plasmas contiennent une espèce à part qui a une masse considérable et des caractéristiques de charge bien particulières. Cette espèce est connue sous le nom grain de poussière et le plasma est dit plasma poussiéreux ou plasma complexe. La physique des plasmas poussiéreux a permis d'expliquer beaucoup de phénomènes comme l'apparitions de nouveaux modes ou de prédire à travers des modèles physiques le comportement des plasmas en particulier dans les comètes. Ainsi, l'expansion des plasmas est elle aussi affectée par la présence des grains. Ils interviennent dans différentes situations en particulier dans les cas où il y a interaction plasmas-matière. L'expansion permet de comprendre le comportement des plasmas poussiéreux allant des plasmas de laboratoire jusqu'aux plasmas interplanétaires en passant par l'ionosphère terrestre. Des résultats remarquables ont été obtenus en particulier après les rencontres entre les sondes spatiales et les comètes. Les données recueillies ont permis de comprendre le mécanisme de formation des grains et d'avoir des observations sur le phénomène d'expansion et le rôle des grains.

Dans notre travail nous nous sommes intéressés à l'étude de quelques aspects de l'expansion en présence de grains de poussière. Nous avons cherché à déterminer les modèles physiques qui permettent de comprendre les phénomènes ayant lieu durant l'expansion et de connaître les paramètres régissant cette expansion. Nous nous sommes basés sur les simulations numériques qui suivent l'évolution des densités des différentes espèces lors de l'expansion dans le vide.

En premier lieu nous avons considéré un modèle où le plasma est constitué d'ions, électrons et grains de poussière de forme sphérique. L'ensemble dans une configuration à géométrie sphérique. Pour déterminer l'équation d'état qui régit le fluide des grains, nous avons considéré des électrons et des ions avec des distributions de Boltzmann, l'expansion étant étudiée dans l'échelle de temps caractéristique des grains, les ions et les électrons ont suffisamment de temps pour atteindre l'équilibre thermodynamique. Les grains sont gouvernés par les équations fluides où nous avons supposé qu'il n'y a pas création de grains ni un transfert de moment de la part des ions et des électrons vers le grain.

En plus de ces équations, nous avons ajouté l'équation de fluctuation de charge qui gouverne l'évolution de la charge lors des échanges à la surface du grain. La charge est une variable dynamique qui dépend du temps et de la position dans l'espace. Dans cette équation nous avons pris en considération deux types de courant, l'un électronique et l'autre ionique. Nous avons mené une étude comparative entre deux modèles pour déterminer l'équation d'état que suit le fluide des grains et dans quelles conditions. Dans la première étude nous avons choisi l'équation d'état de Van der Waals pour les gaz non parfaits. Cette équation est utilisée en général lorsqu'il y a une forte interaction entre les composants des gaz non dilués.

Dans le cas des grains leur taille considérable et charge importante nous nous permettaient pas a priori de déterminer la densité pour laquelle on peut considérer le gaz dilué. Nous avons étudié les interactions des grains par le biais de trois types de potentiel différents:

- Un potentiel de type Yukawa modifié pour prendre en considération l'effet d'écran dû à la présence des ions et des électrons.
- Un potentiel répulsif qui résulte de l'ouverture du système et le fait que les grains reçoivent un flux de plasma nécessaire pour l'entretien et l'existence du plasma poussiéreux.
- Le dernier potentiel est la conséquence de l'interaction coulombienne qui produit une force attractive entre grains lorsqu'un transfert de moment est assuré par le flux du plasma. Le modèle du gaz réel est comparé au cas où l'équation d'état est celle du gaz parfait. Nous avons fait l'investigation numérique dans le cas d'un plasma de laboratoire pour lequel la densité est égale à 10^{+7}cm^{-3} et des grains de rayon $< 1 \mu\text{m}$. Nous avons constaté que les caractéristiques non parfaites se manifestent de plus en plus lorsque la taille (masse) du grain est plus importante. D'autre part, la déviation est favorisée quand la température augmente, l'inter-distance devient plus petite et les potentiels d'interaction plus importants. Par rapport à l'aspect parfait, le potentiel qui montre une déviation plus importante est celui où les interactions sont dues au fait que le plasma est un système

ouvert qui doit son existence à l'entretien par une source extérieure qui alimente le plasma poussiéreux soit par un flux de plasma ou injection d'un faisceau de particules neutres. Au voisinage de la source l'écart est plus important, au début de l'expansion, la densité du plasma est plus importante. Nous avons constaté que lorsque la charge augmente l'écart est réduit. C'est le résultat de la prédominance du potentiel électrostatique par rapport aux autres potentiels d'interaction pris en considération dans notre modèle. Ainsi pour des grains de faible rayon $r_o < 0.3$ l'approximation de gaz parfait pour l'équation d'état se trouve justifiée.

Nous avons réalisé une autre étude où nous avons pris compte de l'effet de l'ouverture du système sur la fonction de distribution des ions. La distribution de Boltzmann a été remplacée par une autre distribution. La simulation numérique a permis de justifier l'utilisation de la fonction de distribution de Boltzmann pour les ions et pour les électrons. L'écart par rapport à la fonction de distribution de Boltzmann est négligeable dans tous les cas de figures pour les électrons. Par contre pour les ions, il se manifeste en particulier pour l'interaction régie par le potentiel de Yukawa modifié. Les ions sont accélérés au voisinage du grain et l'équilibre thermodynamique n'a plus lieu, en particulier pour des grains de grandes masses volumiques.

En se basant sur le travail de Pillay *et al.*, nous avons proposé un modèle de l'expansion où l'équation de fluctuation de charge des grains a été considérée. En introduisant cette équation l'hypothèse de distribution de Boltzmann pour les ions et les électrons cesse d'être valable en particulier pour des grains de faible charge. Compte tenu des courants électronique et ionique atteignant la surface du grain, l'équilibre thermodynamique n'a plus lieu d'exister durant la phase où l'expansion est étudiée. Ainsi dans les équations de moment et de continuité nous avons pris en compte les termes de perte et les termes de transfert de moment en supposant des processus isothermes. La condition de neutralité du plasma a été imposée pour calculer le potentiel électrostatique auquel sont soumis les grains lors de l'expansion. Ce potentiel est le résultat du mouvement des espèces les plus mobiles, i.e. électrons, qui entraînent les ions de manière à ce que la neutralité soit assurée pendant la phase de l'étude de l'expansion. En se basant sur la formulation self-similaire, les équations différentielles ont été réécrites en utilisant la variable self-similaire $\xi = x/c_{sd}t$. Nous avons démontré que l'expansion se termine beaucoup plus tôt par rapport au modèle de Pillay ($\xi = 10$). La densité des grains s'annule plus vite si leur masse est plus importante. Ce résultat est en parfait accord avec la simulation numérique de l'expansion réalisée avec des ions négatifs[66]. Pour la charge des grains nous avons trouvé

qu'elle augmente de façon plus importante dans notre cas pour $Z = -1$ et elle montre un profil différent dans le cas où $Z = -3$. Nous avons montré l'existence d'oscillations associées à un front d'onde, signe révélateur de la rupture de la condition de quasi-neutralité. Ces oscillations sont la conséquence de l'attachement des électrons par les grains jusqu'à une valeur critique du potentiel électrostatique où le phénomène inverse se manifeste et ainsi de suite. Au delà du front l'expansion cesse d'être self-similaire.

Afin de prendre en compte les effets des différentes pressions des fluides présents, au modèle précédant nous avons ajouté les équations d'états en supposant des fluides parfaits (le grain de rayon $r_o = 0.1$). Les résultats obtenus montrent que l'expansion dépend des choix des paramètres de départ, en particulier la pression initiale des grains et leur masse. L'expansion dans ce cas s'achève plutôt comme conséquence du refroidissement dû à la pression des ions et des électrons suivi d'une disparition des oscillations.

L'étude a été généralisée pour des transformations adiabatiques où nous avons choisi les paramètres des rapports des chaleurs spécifique des grains, ions et électrons respectivement $\gamma = 3; \gamma_i = \gamma_e = 1.2$. La valeur choisie pour le coefficient γ prend en effet tous les degrés de liberté. Afin de connaître l'effet de la présence des atomes neutres avec les réactions d'échange de charges qui peuvent avoir lieu, la charge du grain est prise plus importante $Z = -200$. L'injection de particules neutres représente un des moyens qui permettent l'entretien du plasma. La présence de ces particules est suivie de réaction d'échange de charge ou ionisation. L'ionisation produit des ions de faible énergie cinétique qui sont accélérés par le champ électrique. Nous avons étudié deux cas limites: le premier correspond au cas où les ions ne transfèrent aucun moment au fluide des grains. Dans le deuxième, les ions produits transfèrent le moment. Dans le modèle physique nous avons ajouté l'équation de continuité du fluide des particules neutres ainsi que leur apport d'énergie dans les équations de moment des électrons et des ions. Nous avons constaté une accélération des grains quand l'apport de moment est pris en considération dans l'équation de moment des ions. D'autre part le mouvement relatif des ions par rapport aux grains a un effet sur le courant ionique qui atteint la surface du grain. Nous avons introduit dans le code numérique l'expression de ce courant en fonction de la vitesse relative des ions par rapport au grain. Nous avons constaté l'existence d'un front de grains au delà duquel des ondes acoustiques associées aux grains existent. Ces oscillations sont liées à un champ électrique intense ce qui implique la rupture de la condition de quasi-neutralité. Au voisinage du front l'expansion n'est plus self-similaire. Les pics de densités trouvés sont le résultat de l'accélération des grains et n'existent que si l'expres-

sion exacte du courant ionique, où le mouvement relatif considéré est utilisé. L'amplitude de ces pics dépend de la masse volumique des grains. Ils sont plus proches de la source lorsque cette masse volumique est plus faible. Un résultat similaire a été obtenu par Sack et Schamel[38] où les structures de pointe se développent au voisinage du front d'ondes ioniques qui correspond dans leur cas à l'espèce la plus lourde. De telles structures n'ont pas été constatées dans les modèles qui se basent sur la description cinétique[6].

Dans la dernière partie nous avons étudié l'évolution de la charge du grain en présence de plusieurs espèces d'ions, i.e., négatifs et positifs. Ce cas de figure est très rencontré dans les plasmas de l'ionosphère terrestre. Nous avons considéré un modèle simple selon lequel les électrons et les ions sont en équilibre thermodynamique. Quand aux grains, ils sont gouvernés par les équations fluides où nous avons négligé les termes de perte. Dans cette partie nous avons étudié l'évolution de la charge des grains à travers l'équation de fluctuation de charge où nous avons introduit les courants électroniques et ioniques positifs et négatifs. Nous avons supposé que le grain évolue à partir d'une charge inférieure à la charge d'équilibre $Z < Z_o$. Cette dernière a été calculée en imposant la condition d'un courant total qui atteint la surface du grain égale à zéro, en d'autres termes une situation d'équilibre. La résolution numérique se base sur le formalisme self-similaire et l'investigation numérique est réalisée dans le but de déterminer l'effet de la présence des ions négatifs et la contribution de leur proportion par rapport aux ions positifs sur la charge du grain. Nous avons remarqué que l'évolution de la charge lors de l'expansion dépend de cette proportion. D'autre part, le profil de la densité en fonction de la variable self similaire dépend de la charge initiale du grain. Une valeur critique a été trouvée à partir des simulations numériques et qui correspond à $Z = -150$. Deux cas de figure se présentaient, le premier cas pour lequel la charge du grain augmente et qui est dû à un attachement favorable aux électrons. Par contre lorsque la charge du grain est plus grande que la valeur critique, La tendance est vers l'attachement de plus d'ions ce qui explique la diminution de la charge négative des grains . Ce résultats dépend de la mobilité des grains comme le montre l'étude comparative de l'effet de la masse volumique des grains sur l'évolution de la charge.

Les solutions trouvées dans ce travail représentent des résultats sur le comportement asymptotique des phénomènes physiques qui ont lieu lors de l'expansion. Elles sont valables pour un temps assez long. Pour généraliser ces solutions, les modèles physiques proposés doivent être résolus dans l'espace réel (r,t) au lieu d'utiliser les transformations de groupe. Cependant dans le cas de l'expansion, les phénomènes physiques appartiennent

aux cas où nous avons des équations différentielles aux dérivées partielles associées à des limites en mouvement (free boundaries). Pour résoudre de telles équations, il faut connaître les conditions aux deux extrémités. Lors de l'expansion, l'une des extrémités est en mouvement. Les solutions self-similaires peuvent répondre à ces questions afin de pouvoir écrire les codes de calcul.

Dans le cas de la perspective de la recherche des solutions dans l'espace (r,t) beaucoup de restrictions peuvent être levées, en particulier la condition de quasi-neutralité. Cette condition peut être remplacée par l'équation de Poisson et l'effet du potentiel électrostatique sur l'expansion sera étudié.

L'étude peut être généralisée à des plasmas plus complexes qui contiennent plusieurs espèces d'ions ou des plasmas fortement couplés qui subissent diverses perturbations.

Dans le cas de températures assez élevées, le traitement hydrodynamique peut être remplacé par la théorie cinétique. Il s'agit dans ce cas de résoudre l'équation de Vlassov ou de calculer la fonction de distribution. Ainsi, il sera possible d'introduire les termes de collisions.

Bibliographie

- [1] P. K. Shukla and A. A. Mamun, *Introduction to Dusty Plasmas Physics*, IOP Publishing, 2002.
- [2] M. Widner, I. Alexeef, and W. D. Jones, *Phys. Fluids* **14**, 765 (1971).
- [3] V. I. Derzhiev, A. Y. Zakharov, and G. I. Ramendik, *Sov. Phys. Tech. Phys.* **23**, 1068 (1978).
- [4] CNPA, editor, *Isotopic Separation During Plasma Expansion*, 2000, R. Annou November, Algiers.
- [5] C. Chan et al., *Phys. Fluids* **27**, 266 (1984).
- [6] G. Manfredi, S. Mola, and R. Feix, *Phys. Fluids* **5**, 388 (1993).
- [7] A. V. Gurevich, L. V. Pariiskaya, and L. P. Pitaevskii, *Sov. Phys. JETP* **36**, 274 (1973).
- [8] K. E. Lonngren, *Phys. Fluids* **22**, 859 (1979).
- [9] J. Denavit, *Phys. Fluids* **22**, 1384 (1979).
- [10] N. Singh and R. W. Schunk, *Phys. Fluids* **26**, 1123 (1983).
- [11] A. Simon and W. B. Thompson, editors, *Advances in Plasma Physics*, volume 4, 1971, M. S. Sodha and S. Guha P.219.
- [12] P. Pavlov, editor, *25th EPS Conference on contr. Fusion and Plasmas Phys. Praha*, volume Vol. 22C, 1998, M. Djebli R. Annou and T. H. Zerguini.
- [13] *3^{me} Congrès National de la Physique et de ces Applications, Oran 10-12 Oct., 1998*, M. Djebli and T. H. Zerguini.
- [14] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, and N. D'angelo, *Phys. Plasmas* **5**, 1607 (1998).
- [15] J. R. Bhatt and B. P. Pandey, *Phys. Rev. E* **50**, 4 (1994).
- [16] P. K. Shukla, *Phy. Plasmas* **10**, 1619 (2003).
- [17] R. Annou and V. K. Tripathi, *Physics Lett. A* **5**, 2813 (1997).

- [18] *The XIII International Conference on Gas Discharges and Thier Applications - GLASGOW, 3-8 SEP.*, 2000, Effect of dust on electrostatic ion waves in a magnetized plasma, M. Djebli, R. Annou and T. H. Zerguini.
- [19] R. Bharuthram and N. N. Rao, *Planet Space Sci.* **43**, 1079 (1995).
- [20] M. Amroun and R. Annou, *Phys. Plasmas* **8**, 5331 (2001).
- [21] K. E. Lonngren, *Planet Space Sci.* **38**, 1457 (1979).
- [22] M. Djebli, R. Annou, and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **8**, 1493 (2001).
- [23] S. R. Pillay, S. V. Singh, R. Bharuthram, and M. Y. Yu, *J. Plasma Phys.* **58**, 467 (1997).
- [24] M. Djebli, S. Bahamida, and R. Annou, *Phys. Plasmas* **9**, 4107 (2002).
- [25] A. A. Mamun and P. K. Shukla, *Phy. Plasmas* **5**, 1518 (2003).
- [26] M. Djebli, *Phys. Plasmas* **10**, 4910 (2003).
- [27] F. Verheest, *Waves in Dusty Space Plasmas*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- [28] R. Bharuthram, M. A. Hellberg, P. K. Shukla, and F. Verheest, editors, *Dusty Plasmas in the New Millennium*, volume AIP Conferences Proceedings 649, 2002, M. Horanyi p22.
- [29] R. Bharuthram, M. A. Hellberg, P. K. Shukla, and F. Verheest, editors, *Dusty Plasmas in the New Millennium*, volume AIP Conferences Proceedings 649, 2002, D. A. Mendis p501.
- [30] R. Bharuthram, M. A. Hellberg, P. K. Shukla, and F. Verheest, editors, *Dusty Plasmas in the New Millennium*, volume AIP Conferences Proceedings 649, 2002, G. E. Morfill p507.
- [31] D. A. Mendis, Dust-plasma interactions in space and in the laboratory, in *Autumn College on Plasma Physics*, H4-SMR 1012-28, International Center for Theoretical Physics, Trieste-Italy, 1997.
- [32] J. Goree, *Plasma Source Sci. Technol.* **3**, 400 (1994).
- [33] R. Dendy, *Plasma Physics: An Introduction Course*, Cambridge University Press, 1993.
- [34] P. K. Shukla, D. A. Mendis, and T. Desai, editors, *Proceedings of the International Conference on Physics of Dusty Plasmas*, Advances in Dusty Plasmas Goa, World Scientific Singapore, 1996, S. Nunomura, M. Nakamura and N. Ohno and S. Takamura p.485.

- [35] H. Reichardt, *Petite Encyclopedie Des Mathématiques*, VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 1980.
- [36] V. G. Eselevich and V. G. Fainshtein, *Sov. Phys. JETP* **52**, 441 (1980).
- [37] A. V. Gurevich and E. E. Tsedilina, *Sov. Phys. Usp* **10**, 214 (1967).
- [38] C. Sack and H. Schamel, *Phys. Rep.* **156**, 311 (1987).
- [39] R. F. Schmalz, *Phys. Fluids* **28**, 2923 (1985).
- [40] K. E. Lonngren, *Journal of Applied Physics* **48**, 1480 (1977).
- [41] G. J. Caporaso, *Phys. Fluids* **25**, 436 (1982).
- [42] S. J. Han, *Phys. Fluids* **25**, 1723 (1982).
- [43] M. Y. Yu and H. Luo, *Physics Letters A* **161**, 506 (1992).
- [44] Y. El-Zein, S. Yi, and K. E. Lonngren, *Planet Space Sci.* **45**, 251 (1997).
- [45] D. Anderson, M. Bonnedal, and M. Lisak, *Physica Scripta* **22**, 507 (1980).
- [46] H. Luo and M. Y. Yu, *Phys. Fluids B* **4**, 3066 (1992).
- [47] M. Y. Yu and R. Bharuthram, *J. Plasmas Physics* **52**, 345 (1994).
- [48] N. N. Rao and R. Bharuthram, *Planet Space Sci.* **43**, 1087 (1995).
- [49] K. Guter and R. Rdtke, *Electric Properties of Weakly Non-Ideal Plasmas*.
- [50] F. Mandl, *Statistical Physics*, John Wiley & Sons, Newyork, 1977.
- [51] P. K. Shukla, D. A. Mendis, and V. W. Chow, editors, *The Physics of Dusty Plasmas*, World Scientific Singapore, 1996, D. H. E. Dubin P15.
- [52] P. K. Shukla, D. A. Mendis, and V. W. Chow, editors, *The Physics of Dusty Plasmas*, World Scientific Singapore, 1996, D. Winske P60.
- [53] M. E. Marques and P. F. Williams, *Phys. Lett. A* **278**, 152 (2000).
- [54] J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 277 (1992).
- [55] V. N. Tchyrovitch, *Physics. Uspekhi* **40**, 53 (1997).
- [56] M. Lampe, G. Joyce, G. Ganguli, and V. Gavrishchaka, *Phys. Plasmas* **7**, 3851 (2000).
- [57] M. E. Marques and P. F. Williams, *Phys. Plasmas* **10**, 1152 (2003).
- [58] A. Simon and W. B. Thompson, editors, *Waves in Dusty, Solar and Spaces Plasmas*, volume AIP Conferences Proceedings 537, 2000, S. R. Pillay N. N. Rao and R. Bharuthra p68.
- [59] M. Djebli, R. Annou, and T. H. Zerguini, *Phys. Plasmas* **11**, 2267 (2004).
- [60] H. Luo and M. Y. Yu, *Phys. Fluids B* **4**, 1122 (1992).

- [61] E. Isaacson and H. Keller, *Analysis of Numerical Methods*, Dover Publication Inc., New York, 1994.
- [62] P. Pavlov, editor, *28th EPS Conference on contr. Fusion and Plasmas Phys. Praha*, volume Vol. 22C, 2001, S. bahamida and M. Djebli and R. Annou.
- [63] K. T. A. L. Burm, W. J. Goedheer, and D. C. Schram, *Phys. Plasmas* **6**, 2622 (1999).
- [64] A. V. Ivlev and V. E. Fortov, *Phys. of Plasmas* **6**, 1508 (1999).
- [65] P. K. Shukla, D. A. Mendis, and V. W. Chow, editors, *The Physics of Dusty Plasmas*, World Scientific Singapore, 1996, P. K. Shukla p.107.
- [66] L. Garcia, J. Goedert, H. Figua, E. Fijalkaw, and M. R. Feix, *Phys. Plasmas* **4**, 4240 (1997).