



HAL
open science

Apport de la Polarimétrie à l'interférométrie radar pour l'estimation de hauteurs de cibles et de paramètres de forêt

Elise Colin Koeniguer

► **To cite this version:**

Elise Colin Koeniguer. Apport de la Polarimétrie à l'interférométrie radar pour l'estimation de hauteurs de cibles et de paramètres de forêt. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT : . tel-00011111

HAL Id: tel-00011111

<https://theses.hal.science/tel-00011111>

Submitted on 25 Nov 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Apport de la polarimétrie à l'interférométrie radar pour l'estimation des hauteurs de cibles et de paramètres de forêt

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le le 22 septembre 2005

pour l'obtention du

Doctorat de l'université Paris 6 – Pierre et Marie Curie
(spécialité électronique)

par

Elise COLIN KOENIGUER

Composition du jury

- Président :* Mr Michel Glass (*Université de Paris 6*)
- Rapporteurs :* Mr Andreas Reigber (*Université de Berlin*)
Mr Eric Pottier (*Université de Rennes 1*)
- Examineurs :* Mr Kostas Papathanassiou (*DLR-Allemagne*)
Mr Walid Tabbara (*Directeur de thèse, Université de Paris 6*)
Mrs Cécile Titin-Schnaider (*ONERA*)



Remerciements

Cette thèse s'est effectuée à l'ONERA au centre de Palaiseau, au Département ElectroMagnétisme et Radar. Aussi je remercie Messieurs Jean-Louis Boulay et Jean-Marc Boutry, pour m'avoir accueillie au sein de leur département, en me donnant l'opportunité d'obtenir un financement de thèse, de partir en congrès, et de participer à la vie du labo. Merci également à Elisabeth Bertheau pour son rôle auprès des doctorants.

Mes plus profonds remerciements vont à mon directeur de thèse, Walid Tabbara, et à mon encadrante ONERA, Cécile Titin-Schnaider. Je suis heureuse d'avoir pu travailler avec Monsieur Tabbara, aux qualités humaines et scientifiques reconnues, et au calme bénéfique en toutes situations. Quant à Cécile, elle a fait preuve d'un réel dévouement. Je lui dois également d'avoir proposé ce sujet de thèse passionnant, de m'avoir acceptée comme candidate et de m'accorder sa confiance alors que je ne savais rien en radar et en polarimétrie, de m'avoir soutenue et épaulée jusqu'au jour de la soutenance. Merci donc à vous deux du fond du coeur.

Deux personnes ont accepté de venir depuis l'étranger pour faire partie de mon jury de thèse : Kostas Papathanassiou et Andreas Reigber. Je suis honorée de leur acceptation à juger mon travail et à se déplacer pour la soutenance, et je les remercie sincèrement de leurs discussions scientifiques. Je suis également très reconnaissante envers Michel Glass qui a accepté de présider ce jury avec intérêt et enthousiasme. Enfin, je remercie Eric Pottier d'avoir accepté le rôle de rapporteur pour ce long manuscrit.

Au cours de cette thèse, j'ai pu travailler en collaboration avec Mohamed Tria et Laetitia Thirion sur deux thèmes différents. Ces deux collaborations ont été réellement fructueuses grâce aux qualités de ces deux personnes. Merci à Mohamed pour sa coopérativité, son honnêteté scientifique et ses qualités avérées de pédagogie. Quant à Laetitia, son investissement au cours de cette thèse n'est plus à démontrer. Elle m'a initiée à la modélisation électromagnétique avec des talents de pédagogie et de rigueur remarquables. Quant à nos expériences communes de congrès aventureux et de vie de labo, il nous faudrait écrire un roman ! Je remercie Cyril Dahon au passage (il doit se charger du livre "Moi, ma vie, mon oeuvre"), maillon de cette coopération, pour son honnêteté scientifique et pour ses conseils téléphoniques objectifs avant de m'engager dans cette thèse. Longue vie au COSMO(gol).

Un énorme merci à Dominique Poullin, fidèle compagnon du couloir (bientôt disparu...) des associaux et autres cas critiques caractériels. C'est à ce jour l'unique et dernier représentant du "dodo", cet animal sympathique. Rappelons que ses innocents congénères ont tous disparu, trop gentils, massacrés sans raison par ce monde de brutes. Mais lui a su s'en sortir ! Merci aux autres membres de mon unité : Luc Vignaud, Philippe Fargette, Luc Bondant, Christelle Morisseau, Christian Riché, Jean-Philippe Ovarlez, Gilles Vieillard, Marc Flécheux et Michel Combaud.

D'autres personnes ici sont à remercier, pour leur gentillesse particulière à mon égard, en particulier les personnes de l'équipe SAR. Merci à Hubert Cantalloube, pour son intérêt dans la cause du "thésard abandonné sans données", pour son aide précieuse en "interférométrie multipasses", en "imagerie flash", en "étalonnage bande P", et en utilisation "Pamela" (rien que ça). Merci à Philippe Martineau pour les coups de main sur le logiciel Pamela. Merci à Martine Chanteclerc pour sa présence féminine toujours souriante et de bon conseil, à Hélène Oriot venue rejoindre l'équipe féminine. Merci à Jack Peyret pour sa précision et son professionnalisme

remarquables en campagne de mesure. Merci également à Jean Luc Perron et Patrick Fromage pour avoir animé de manière joyeuse la campagne de mesure à Nezer. Merci à Philippe Dreuillet pour son enthousiasme sur le FOPEN, enfin, merci aux membres SAR de Salon de Provence Xavier Dupuis, Pascale Dubois-Fernandez, Olivier Duplessis et Colette Coulombeix et à leur accueil amical en réunion d'unité!

Merci également aux autres thésards qui contribuent au rajeunissement des troupes onériennes : Emilie Bronner, Sophie Borel, Aurore Risacher, David Bourgeois, Giovanni Coduti, Mickaël Duquennoy, Frank Garestier, Vincent Giroux, Giovanni Occhipinti, Yoann Paichard, Sébastien Paillardon et Frédéric Pascal.

Merci aux autres membres Supélec pour leur sympathie lors de chacune de mes visites! Grâce à eux, je ne me suis jamais retrouvée sans un verre de thé dans mes bons vieux et chers locaux d'école : Clémence Alasseur, Régis Guinvarch, Marc Lambert et Anne-Hélène Picot.

Merci à toutes ces personnes qui m'ont soutenue pour mon avenir professionnel au sein de l'ONERA : Sylvain Attia et René Guern, et plus particulièrement Emmanuel Rosencher.

Enfin merci à toutes ces personnes qui se sont intéressées de près ou de loin à mon travail, que j'ai eu plaisir à retrouver en congrès ou à travers des mails : parmi les Français, merci à Florence Tupin, Céline Tison, Jean-Claude Souyris ; et parmi les nationalités de tous poils, Vito Alberga, Juan Gomez-Danz, Irena Hanjsek, Juan Lopez-Sanchez, Olivier Stebler, Jaan Praks et Wolfgang Boerner pour leurs encouragements.

Je ne remercie pas mon mari qui n'aime pas les remerciements de thèse et souhaite rester anonyme :-), et je termine en remerciant ma famille et belle famille de tout coeur pour leurs encouragements.

ADDRESSING REVIEWER COMMENTS

BAD REVIEWS ON YOUR PAPER? FOLLOW THESE GUIDELINES AND YOU MAY YET GET IT PAST THE EDITOR:

Reviewer comment:

"The method/ device/ paradigm the authors propose is clearly wrong."

How NOT to respond:

✗ "Yes, we know. We thought we could still get a paper out of it. Sorry."

Correct response:

✓ "The reviewer raises an interesting concern. However, as the focus of this work is exploratory and not performance-based, validation was not found to be of critical importance to the contribution of the paper."

Reviewer comment:

"The authors fail to reference the work of Smith et al., who solved the same problem 20 years ago."

How NOT to respond:

✗ "Huh. We didn't think anybody had read that. Actually, their solution is better than ours."

Correct response:

✓ "The reviewer raises an interesting concern. However, our work is based on completely different first principles (we use different variable names), and has a much more attractive graphical user interface."

Reviewer comment:

"This paper is poorly written and scientifically unsound. I do not recommend it for publication."

How NOT to respond:

✗ "You #&@*% reviewer! I know who you are! I'm gonna get you when it's my turn to review!"

Correct response:

✓ "The reviewer raises an interesting concern. However, we feel the reviewer did not fully comprehend the scope of the work, and misjudged the results based on incorrect assumptions."

www.phdcomics.com

JORGE CHAM © 2005

Liste des articles personnels relatifs à la thèse

REVUES

E. Colin, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara : *Coherence optimization methods for scattering centers separation in polarimetric interferometry*, JEMWA, volume 19, number 9, pages 1237-1250, 2005

E. Colin, M. Tria, C. Titin-Schnaider, J-P. Ovarlez, M. Benidir *SAR imaging using multi-dimensional continuous wavelet transform and applications to polarimetry and interferometry*, Journal of Imaging Systems and Technologies Volume 14, Issue 5, Pages 181-221, 2004

E. Colin, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara *An interferometric coherence optimization method in radar polarimetry for high resolution imagery*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing accepté en Septembre 2005

CONGRES

E. Colin, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara : *Investigation on different interferometric coherence optimization methods*, POLINSAR 2003

E. Colin, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara : *A new parameter for IFPOL coherence optimization methods*, IGARSS 2003

E. Colin, L. Thirion, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara : *Comparison between simulations and interferometric polarimetric SAR P-band data on a pine-trees forest*, IGARSS 2004

E. Colin, H. Cantalloube, W. Tabbara : *Validations of IFPOL tools with two flash images of the Nezer forest*, EUSAR 2004

E. Colin, C. Titin-Schnaider, W. Tabbara : *FOPEN with polarimetric interferometry : validations with experimental data at P-band*, POLINSAR 2005

Liste des symboles utilisés

b	ligne de base
b_{\perp}	composante perpendiculaire à la direction de visée de la ligne de base
b_{\parallel}	composante parallèle à la direction de visée de la ligne de base
i_{obs} ou θ	angle d'incidence par rapport à la verticale
λ	longueur d'onde
k	vecteur d'onde
$H(\vec{k})$	Signal complexe radar collecté pour un vecteur d'onde donnée \vec{k}
i_{inc}	angle d'inclinaison de la ligne de base par rapport à la verticale
e_a	hauteur d'ambiguïté
R	distance radiale
Φ	phase interférométrique
k_L	vecteur diffusion polarimétrique dans la base lexicographique
k_P	vecteur diffusion polarimétrique dans la base de Pauli
ψ	angle de vue entre le radar et la cible dans le plan (distance-azimut)
ξ	angle de vue entre le radar et la cible dans le plan (site-azimut)
Ψ	angle d'orientation d'une cible symétrique projetée dans le plan d'onde
η	pente en site d'une surface inclinée
ζ	pente en azimut d'une surface inclinée
(ϕ, τ)	paramètres de l'ellipse de polarisation
$\vec{\omega}$	vecteur mécanisme polarimétrique
$\gamma(\vec{\omega})$	cohérence interférométrique généralisée à la polarimétrie
\vec{E}	vecteur champ électrique
\vec{P}	vecteur de Jones ou vecteur polarisation
CP	complètement polarisée
PP	partiellement polarisée

Conventions utilisées

\dagger	symbole de conjugaison transposition
$\langle . \rangle$	moyennage statistique
convention temporelle	$e^{j\omega t}$
convention matrice cible	BSA

Table des matières

Introduction Générale	15
I Etat de l'art des outils théoriques	19
Bref historique et état de l'art	21
1 Interférométrie radar	23
1.1 Problèmes généraux pour le radar classique et radar interférométrique	23
1.1.1 Radar classique et problèmes liés à la projection au sol	23
1.1.2 Problèmes résiduels avec le radar interférométrique	24
1.2 Principe du radar interférométrique	27
1.2.1 MNE, MNT et géométrie de l'image	27
1.2.2 Notations et conventions	27
1.2.3 Mesure théorique de la hauteur et de la localisation du point	28
1.2.4 Calcul de la hauteur d'ambiguïté	30
1.2.5 Phase obtenue pour un sol plat	33
1.2.6 Relation entre la hauteur h et la hauteur d'ambiguïté	33
1.3 Les conditions de faisabilité de l'interférométrie	34
1.3.1 Contraintes mécaniques	34
1.3.2 Contraintes sur la cohérence entre les deux images	34
1.4 Traitements spécifiques	35
1.4.1 L'interférométrie multipasses aéroportée	35
1.4.2 L'interférométrie pour des images en mode "flashlight"	36
1.5 Conclusion	38
2 Polarimétrie radar	41
2.1 Polarisation d'une onde électromagnétique	41
2.1.1 Représentation et caractérisation de l'état de polarisation d'une onde	41
2.1.2 Exemples de matrices décrivant une onde	44

2.2	Description des cibles	45
2.2.1	Paramètres généraux pour le comportement d'une cible	45
2.2.2	Caractérisation des cibles cohérentes : 5 degrés de liberté	47
2.2.3	Caractérisation des cibles non cohérentes : 9 degrés de liberté	48
2.3	Le changement de base de polarisation	49
2.3.1	Changement de base pour la représentation d'une onde	49
2.3.2	Changement de base de polarisation pour la représentation d'une cible	51
2.3.3	Expressions des matrices de changement de base	51
2.3.4	Choix d'un mécanisme électromagnétique	52
2.4	Angle d'orientation et pente en polarimétrie	52
2.4.1	Angle d'orientation d'une cible	52
2.4.2	Relation entre les pentes et l'angle Ψ d'une surface	55
2.4.3	Méthodes d'estimation de l'angle d'orientation	56
2.4.4	Reconstitution d'une carte de hauteur à l'aide de l'angle d'orientation	59
2.5	Conclusion	61
3	Interféropolarimétrie radar	63
3.1	Généralisation de la cohérence interférométrique à la polarimétrie	63
3.1.1	Définition de la cohérence généralisée	63
3.1.2	Calcul de la cohérence pour un "mécanisme" donné	64
3.1.3	Le "champ de valeur" des cohérences	64
3.2	Optimisation du module de la cohérence généralisée à deux mécanismes	65
3.2.1	Maximisation du numérateur à dénominateur fixé	65
3.2.2	transformation du système obtenu	67
3.2.3	Démonstration alternative : utilisation des contractions	68
3.3	Validations sur les données RAMSES	69
3.3.1	Analyse de la cohérence optimisée	69
3.3.2	Limitations de cette méthode en terme d'interprétation	72
3.3.3	Pour une cohérence définie par un vecteur de changement d'état de polarisation	73
3.4	Séparation de phases : la méthode "ESPRIT"	76
3.4.1	Le modèle de données	76
3.4.2	Méthode d'inversion des phases interférométriques	77
3.5	Conclusion	79
4	Imagerie SAR et analyse temps-fréquence par ondelettes	81
4.1	Imagerie SAR	81

4.1.1	Généralités	81
4.1.2	Configuration Géométrique	82
4.1.3	Algorithmie	82
4.2	Imagerie par ondelette	84
4.2.1	L'analyse temps-fréquence dans le cadre de l'imagerie SAR	84
4.2.2	La notion d'ondelette et les distributions temps-fréquence	84
4.2.3	L'interprétation physique d'hyperimage	85
4.2.4	La construction d'un coefficient d'ondelette	86
4.3	Conclusion	89
 II Etude des milieux urbains en bande X		91
 Introduction aux milieux urbains		93
 1 Signification théorique des mécanismes en IFPOL		95
1.1	Quel mécanisme pour quel centre de phase?	95
1.1.1	Cellule constituée d'un seul point brillant	96
1.1.2	Cellule constituée de deux points brillants de même réponse polarimétrique	96
1.1.3	Cellule constituée de deux points brillants de réponses polarimétriques différentes	97
1.1.4	Généralisation	98
1.2	Non unicité de la matrice S à partir des champs seuls k_P^1 et k_P^2	99
1.2.1	Exemple	99
1.2.2	Généralisation	100
1.3	Complexifications du modèle	101
1.3.1	Prise en compte du bruit	101
1.3.2	Prise en compte des interactions	101
1.4	Analyse statistique du modèle	102
1.4.1	Fluctuation statistique sur c	102
1.4.2	Fluctuation statistique sur D	103
1.4.3	Fluctuation statistique sur S	103
1.5	Conclusion	103
 2 Optimisation de la cohérence grâce à un seul vecteur		105
2.1	Position du problème	105
2.1.1	Nouvelles équations	106

2.1.2	Résolution simplifiée	107
2.2	Critère d'utilité de l'optimisation : un nouveau paramètre entropie	107
2.2.1	Comportement de H' calculé sans moyennage	109
2.2.2	Comportement de H' calculé avec un moyennage	109
2.3	Etude du champ de valeurs de la cohérence généralisée $\gamma(\omega)$	111
2.3.1	Enjeux	111
2.3.2	Le "champ de valeur" (<i>Field of values, Numerical range</i>)	113
2.3.3	Région de cohérence pour des matrices de dimension 3	113
2.3.4	Encadrements de la région de cohérence	114
2.3.5	Algorithme permettant de tracer le champ de valeurs d'une matrice	115
2.3.6	Algorithme d'optimisation du module	117
2.4	Capacités de l'optimisation de cohérence à séparer les centres de phases	118
2.4.1	Cible contenant au plus 3 points de réponses polarimétriques différentes, avec une fluctuation des amplitudes seule	118
2.4.2	En tenant compte d'une fluctuation de S (réponses polarimétriques individuelles)	120
2.4.3	Pour une cible contenant plus de 3 points brillants...	121
2.5	Conclusion	122
3	Validations en chambre anéchoïque	123
3.1	Description des mesures	123
3.1.1	Géométrie de l'expérience	123
3.1.2	Simulation d'une donnée interférométrique	124
3.1.3	Description de la cible	125
3.2	Validations	126
3.2.1	Cylindre sur plaque métallique	126
3.2.2	Cylindre sur plaque métallique très rugueuse	127
3.2.3	Cylindre très fin diélectrique	130
3.2.4	Sphere et plaque inclinée	131
3.3	Conclusion	133
4	Optimisation de cohérence en imagerie SAR et analyse temps-fréquence par ondelettes	135
4.1	Analyse Temps-Fréquence des paramètres polarimétriques	135
4.1.1	Description des données	135
4.1.2	Analyse temps-fréquence de l'entropie	135
4.1.3	Amélioration du contraste de l'image	136

4.2	Optimisation de cohérence "temps-fréquence"	137
4.2.1	La méthode	137
4.2.2	Comparaison du résultat avec les méthodes polarimétriques	138
4.3	Combinaison de l'optimisation polarimétrique avec le temps-fréquence	138
4.3.1	Première méthode : deux optimisations successives	138
4.3.2	Seconde méthode : moyennage temps-fréquence, puis optimisation polarimétrique	139
4.3.3	Originalité du moyennage sur les coefficients temps-fréquence	139
4.3.4	Influence des paramètres d'ondelette	143
4.4	Carte d'élévation finale	145
4.4.1	Construction	145
4.4.2	Analyse	145
4.5	Conclusion	147

III Etude des forêts 149

Introduction 151

1 Modélisation d'un volume aléatoire par B.Treuhaft 155

1.1	Calcul de la cohérence d'un volume aléatoire	155
1.1.1	Présentation du modèle et notations	155
1.1.2	Schéma général de calcul	156
1.1.3	Expression finale des corrélations	157
1.2	Dépendance polarimétrique liée à l'introduction du sol	158
1.2.1	Passage au calcul polarimétrique	158
1.2.2	Ajout du sol	159
1.3	Exploitation du modèle en polarimétrie interférométrique par Cloude	160
1.3.1	Interprétation géométrique du modèle	160
1.3.2	Inversion du modèle	161
1.4	Généralisations possibles	162
1.4.1	Configuration polarimétrique partielle	162
1.4.2	Volume orienté	163
1.4.3	Décorrélacion temporelle	163
1.4.4	Translation du volume par rapport au sol	163
1.5	Limitations du modèle	164
1.5.1	Limitations descriptives	164
1.5.2	Limitations calculatoires	164

1.5.3	Instabilité du paramètre d'atténuation	166
1.6	Conclusion	167
2	Modélisation de la végétation cohérente : COSMO	169
2.1	Description du modèle	169
2.1.1	La génération de la forêt	169
2.1.2	Calcul de la matrice de diffusion pour chacun des éléments	170
2.1.3	Le calcul des différents mécanismes	171
2.1.4	La prise en compte de l'atténuation	173
2.1.5	Découpage en cellule radar	174
2.1.6	Calcul des phases interférométriques	174
2.2	Analyse des réponses Polarimétriques et Interférométriques	174
2.2.1	Présentation des données	174
2.2.2	Niveaux d'intensité relatifs entre les polarisations de base	176
2.2.3	Les Paramètres H et α	176
2.2.4	Niveaux des centres de phase	178
2.3	Conclusions de l'analyse	180
2.3.1	Tendances générales de la forêt	180
2.3.2	Un paramètre déterminant en interféropolarimétrie : l'atténuation	181
2.4	Traitement SAR et analyse temps-fréquence	183
2.4.1	Limitations de l'absence d'un traitement SAR	183
2.4.2	Inclusion d'un simulateur SAR simplifié	184
2.4.3	Comportement des coefficients temps-fréquence	186
2.4.4	Les effets sur la phase interférométrique	186
2.5	Conclusion	188
3	Vers un modèle mixte et son inversion	191
3.1	Le nouveau modèle	191
3.1.1	Besoin d'un nouveau modèle en bande P	191
3.1.2	Description	192
3.2	Inversion	193
3.2.1	Méthode	193
3.2.2	Choix des paramètres	195
3.3	Résultats	195
3.3.1	Résultats sur les données bande P	195
3.3.2	Robustesse du modèle par rapport à ses paramètres d'entrée	196
3.4	Conclusion	197

4	Détection de cibles sous feuillage : FOPEN (FOliage PENetration)	201
4.1	Filtrage de la végétation en bande L	201
4.1.1	Méthode	201
4.1.2	Application	202
4.2	Filtrage de la végétation en bande P	203
4.2.1	Méthode	203
4.2.2	Application	204
4.3	Autres améliorations possibles de la détection	204
4.3.1	Analyse de la cible en polarimétrie	204
4.3.2	Signature temps-fréquence de la végétation	206
4.3.3	Critère sur la phase optimale	207
4.4	Origine des fausses alarmes et perspectives	207
4.4.1	Prise en compte d'une cible dans le modèle COSMO	207
4.4.2	Remarques générales	208
4.5	Conclusion	209
	Conclusion générale et perspectives	211
	Annexes	215
	A Formulaire récapitulatif en polarimétrie	217
	B L'étalonnage polarimétrique	219
	C Dérivation de fonctions de vecteurs complexes à valeurs réelles	223
	D Champ de valeurs et rayon numérique	229
	E Calcul des champs pour le volume aléatoire de Treuhaft.	231
	Bibliographie	239

Introduction Générale

La télédétection englobe tout le processus qui consiste à capter et à enregistrer l'énergie d'un rayonnement électromagnétique émis ou réfléchi, et ensuite à traiter et à analyser l'information ainsi obtenue. L'utilisation d'ondes hyperfréquences permet la détection dans presque toutes les conditions atmosphériques, et donc l'acquisition de données dans toutes les conditions météorologiques, de jour comme de nuit. Le radar est un capteur actif, c'est à dire générant sa propre source d'illumination, utilisant les ondes hyperfréquences. L'observation par radar est de nos jours utilisée dans tous les champs de recherche ayant trait à la connaissance de la terre d'un point de vue civil et à la surveillance d'un point de vue militaire. Cependant une image radar ne peut pas être exploitée directement sans des études théoriques et méthodologiques préalables.

Le principe d'imagerie le plus utilisée est appelé SAR (Synthetic Aperture Radar). Le capteur est embarqué à bord d'une plateforme mobile (avion, satellite...). La technique SAR exploite le déplacement de l'antenne pour obtenir une résolution angulaire inversement proportionnelle à sa taille, bien supérieure à celle qui pourrait être obtenue avec une antenne immobile. Le moyen de mesure SAR de l'ONERA est la station **RAMSES**. Il permet d'effectuer ce type de relevé d'images SAR dans une large gamme de fréquences et pour les différentes polarisations des ondes. RAMSES est constitué d'antennes radar montées sur un avion de type Transall C160.

Une image **POLINSAR** désigne une image SAR acquise en mode polarimétrique et interférométrique. Ce type d'images est relativement rare étant données les contraintes technologiques qu'elles nécessitent. Ce domaine de recherche s'est développé à partir du moment où les premières données POLINSAR ont été disponibles au milieu des années 90. Ces données provenaient d'une campagne du JPL (NASA) (SIR-C/X-SAR) où les antennes étaient embarquées à bord d'une navette spatiale. Ce système comprenait un mode POLINSAR pour les bandes de fréquences L et C (23.5 cm et 5.8 cm de longueur d'onde) Depuis, quelques systèmes aéroportés seulement ont pu acquérir de telles images, et la majorité des études attenantes se sont effectuées sur des images de forêt.

En 1999, le système RAMSES de l'ONERA a acquis une première image POLINSAR sur une zone variée contenant des bâtiments, des pistes d'avion, des arbres et des parcelles agricoles. Dès lors, l'exploitation de ces données ouvrent de nouvelles perspectives dans le contexte POLINSAR, d'autant plus qu'il s'agit de la première image de ce type acquise en bande X (3 cm de longueur d'onde).

La compréhension des phénomènes physiques liés à ce type d'imagerie POLINSAR est indispensable tant pour la conception des systèmes futurs que pour l'interprétation des résultats expérimentaux. [Papathanassiou, 1999] est la première thèse qui s'inscrit dans ce cadre. Elle propose une méthode dite d'"optimisation de cohérence" permettant de décomposer la cible en

un ensemble de "mécanismes électromagnétiques" orthogonaux. L'étude d'un modèle volumique montre par ailleurs que les premiers résultats d'inversion des paramètres de forêt sont prometteurs et que d'autres études restent à faire dans ce sens. A l'issue de cette thèse, un problème important soulevé est celui de l'interprétation physique des "mécanismes électromagnétiques", et de la compréhension de la "position effective des centres de phase obtenus". Enfin, aucune des techniques proposées dans cette thèse n'a été appliquée à l'élaboration de cartes d'altitude en milieux urbains.

Le travail présenté dans ce manuscrit a donc pour but de mieux comprendre les types d'informations qui peuvent être déduits des données POLINSAR, pour des cibles diverses (cibles urbaines, végétation), et pour des applications tant civiles que militaires. Plus précisément, il s'agit de voir dans quelle mesure l'acquisition de données polarimétriques peut contribuer significativement à l'interprétation des images interférométriques, et à résoudre les problèmes rencontrés en interférométrie pure. **Ce travail répond dans une certaine mesure aux questions soulevées auparavant : signification des "mécanismes" pour des cibles simples, optimisation de cohérence en milieux urbains, interprétation des centres de phase, et inversions "adaptées" de paramètres forestiers pour de nouvelles bandes de fréquence.**

Parallèlement au présent travail, quelques autres travaux de thèse ont concerné les méthodes interféropolarimétriques : dans [Guillaso, 2003], une méthode de séparation de phase utilisant des données POLINSAR a été étudiée pour la reconstruction de profils urbains ; dans [Alberga, 2004], l'estimation des centres de phases est analysée pour plusieurs bases de décomposition polarimétrique ; enfin dans [Gomez-Dans, 2004], différentes méthodes d'optimisation de cohérence sont testées sur des mesures de végétation (champ de blé) en chambre anéchoïque.

Les images POLINSAR utilisées au cours de cette thèse sont issues de trois campagnes de mesure RAMSES différentes :

- la campagne **ORANGE**, sur le site de l'aéroport de Brétigny sur Orge, en **bande X** (9.1GHz, 3 cm de longueur d'onde). C'est la première campagne POLINSAR à l'ONERA.
- la campagne **PYLA 2001** sur le site de la forêt de Nezer, située dans le bassin d'Arcahon, en **bande P** (430 MHz, 68 cm de longueur d'onde), destinée à la validation de cette bande de fréquence. De cette campagne purement polarimétrique ont pu être extraites des images POLINSAR en utilisant un mode particulier d'imagerie interférométrique (**mode flashlight**). Cette bande de fréquence basse est particulièrement intéressante pour l'étude de la végétation de par son bon potentiel de pénétration à l'intérieur des forêts.
- la campagne **PYLA 2004** fournit des images la même forêt, en **bandes P et L** (1.9 Ghz, 25 cm de longueur d'onde). Cette campagne était destinée à la validation de l'acquisition conjointe d'images à deux fréquences différentes, à la comparaison des phénomènes POLINSAR en bande L et P, et à la détection de cibles sous couvert végétal.

Une première partie présentera l'état de l'art dans le domaine POLINSAR. L'objectif est de présenter les outils polarimétriques et interférométriques, puis les outils de formation d'images SAR et d'analyse temps-fréquence utilisés à l'ONERA.

La diversité des images considérées dans cette étude impose d'adopter des approches et des

méthodes différentes en fonction du type de cible envisagé. Aussi, la deuxième partie est axée sur l'étude des cibles humaines et est validée sur l'image de Brétigny, complétée par des mesures effectuées à l'ONERA en chambre anéchoïque. Elle propose une méthode alternative d'optimisation de la cohérence. A partir d'un modèle de point brillant, une signification est donnée aux "mécanismes" et aux centres de phase obtenus par cette méthode d'optimisation.

La troisième partie regroupe les études sur les forêts. Les deux dernières campagnes au dessus de la forêt de Nezer y sont utilisées. Les méthodes d'inversion de modèle déjà existantes y sont présentées. L'objectif de cette partie est d'adapter les outils existant aux données RAMSES en bandes P et L. Les potentialités en terme de détection de cibles sous couvert forestier seront également abordées.

Première partie

Etat de l'art des outils théoriques

Bref historique et état de l'art

L'interféro-polarimétrie est la combinaison de deux techniques radars bien distinctes qui toutes deux mettent à profit la mesure du champ électromagnétique à la fois en module et en phase : l'interférométrie et la polarimétrie. L'interférométrie permet de retrouver la topographie d'un terrain, à partir de l'acquisition de la même image vue par deux antennes faiblement délocalisées spatialement. La polarimétrie utilise la nature vectorielle de l'onde : c'est une technique qui vise à caractériser électromagnétiquement les cibles en fonction de leur réponse à différentes polarisations d'émission et de réception.

L'interféro-polarimétrie radar est une technique qui jusqu'ici a été principalement appliquée à l'étude d'images radar, dites images "SAR". Aussi aujourd'hui la discipline est couramment dénommée dans toute la communauté internationale par le terme générique PolInSAR (POLarimetry-INterferometry-SAR). L'idée de combiner ensemble les informations interférométriques et polarimétriques ne date que de quelques années. La formulation "interférométrie vectorielle" qui s'y rapporte apparaît dans la littérature pour la première fois en 1997 au congrès IEEE "IGARSS" dans un papier de Cloude et Papathanassiou.

Ce papier présente les outils mathématiques propres à cette discipline et introduit un paramètre appelé "cohérence généralisée". Il s'agit d'un paramètre statistique, qui mesure le degré de ressemblance entre les deux images de la paire interférométrique, pour n'importe quelles combinaisons de polarisations d'émission-réception. Les auteurs proposent alors une méthode d'"optimisation de cohérence généralisée à l'aide de la polarimétrie". Le but est de trouver quelle combinaison polarimétrique choisir pour obtenir une information de hauteur la plus fiable possible. Dès lors, cet algorithme d'optimisation est repris plusieurs fois et fait l'objet d'une publication dans IEEE en 1998. Ce thème est en effet le point de départ de la thèse de K.Papathanassiou [Papathanassiou, 1999], qui propose également d'appliquer l'interféropolarimétrie à un modèle de végétation en deux couches fournissant une expression de la "cohérence généralisée", c'est à dire pour toute configuration polarimétrique. Le modèle est constitué d'un sol et d'un volume aléatoire. Son avantage principal réside dans le fait que la description de la végétation est très simple et donc que l'inversion du modèle est possible : ainsi peuvent être calculés la hauteur de la canopée et le coefficient d'extinction de l'onde à travers le volume.

Les potentialités de cette technique sont séduisantes et dès lors plusieurs équipes se sont attelées à la tâche. Mais à ce jour, les progrès sont rendus difficiles en partie pour des raisons de moyens techniques : peu de laboratoires disposent en effet d'un radar aéroporté qui a la capacité de faire des images PolInSAR. En Europe, seules les images fournies par les systèmes E-SAR (DLR, Allemagne) et RAMSES (ONERA) ont fait l'objet de publications en interféropolarimétrie. Aux Etats-Unis, le système GeoSAR (JPL) doit également être capable de fonctionner dans ce mode, mais peu d'études les utilisant ont été présentées. Quant aux satellites, aucun d'entre eux n'a encore fonctionné à la fois en mode totalement polarimétrique et en mode interféromé-

trique, tant les contraintes d'équipements sont lourdes.

Le radar utilisé à l'ONERA, sur la plateforme aéroportée "RAMSES" a fonctionné en mode PolInSAR à partir de 1999 en bande X. Depuis, la base de données a été étendue aux bandes L et P. La multiplicité des bandes de fréquences disponibles et la diversité des milieux imagés a permis à cette thèse d'aborder l'interféro-polarimétrie sous de multiples aspects. Cette première partie de thèse présente "l'Etat de l'Art" sur le sujet en le restreignant aux outils qui ont été utilisés spécifiquement dans ce travail. Tout naturellement, les deux premiers chapitres sont relatifs à l'interférométrie et à la polarimétrie. Le troisième chapitre présente l'état des connaissances en polarimétrie interférométrique au moment où a été commencée la thèse. Le quatrième chapitre traite de l'imagerie SAR et des outils "temps-fréquence" associés qui ont été développés à l'ONERA, outils qui seront également utilisés dans les deux parties suivantes.

Chapitre 1

Interférométrie radar

L'imagerie SAR classique fournit une image d'un terrain projeté : c'est une image à deux dimensions.

Le radar interférométrique est utilisé essentiellement pour deux applications : obtenir la position exacte des cibles dans l'espace à trois dimensions, et pouvoir ainsi disposer de cartes d'altitude, ou détecter de très faibles changements dans une scène. Ici nous nous intéressons au calcul des cartes d'altitude. Le mode d'acquisition d'une image est le même que celui d'un radar classique, mais cette fois ci, ce sont deux antennes délocalisées spatialement qui visent le même pixel de la scène imagée. Une de ces deux antennes sert d'antenne de référence. A chaque pixel de l'image finale correspond deux nombres complexes s_1 et s_2 . En construisant le vecteur

$$s = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix}$$

nous pouvons calculer le **coefficient de cohérence interférométrique** γ :

$$\gamma = \frac{\langle s_1 s_2^* \rangle}{\sqrt{\langle s_1 s_1^* \rangle} \sqrt{\langle s_2 s_2^* \rangle}}$$

Le module de ce complexe est le degré de corrélation entre les deux signaux s_1 et s_2 . La phase de ce complexe, $\arg(\gamma) = \arg(s_2) - \arg(s_1)$ est liée à l'altitude du point. La représentation du module de γ pourra aussi renseigner sur la cohérence entre les deux images acquises, et donc sur la validité du résultat obtenu. L'interférogramme désigne la donnée des images de $\arg(\gamma)$ et $|\gamma|$.

Nous expliquons dans ce chapitre les techniques utilisées à l'ONERA pour obtenir de telles cartes d'élévation. La plupart des notions présentées dans ce chapitre sont également exposées dans [Papathanassiou, 1999, Bamler and Hartl, 1998].

1.1 Problèmes généraux pour le radar classique et radar interférométrique

1.1.1 Radar classique et problèmes liés à la projection au sol

Considérons une cible ponctuelle. Un radar illumine toute une zone au sol contenant la cible. Le traitement des signaux radar permet de retrouver pour chaque réponse la distance radiale R et l'azimut y de cette cible. Une projection au sol permet de retrouver les coordonnées (x,y) de la cible, mais cette projection n'est correcte que pour des objets qui se trouvent tous à la même hauteur.

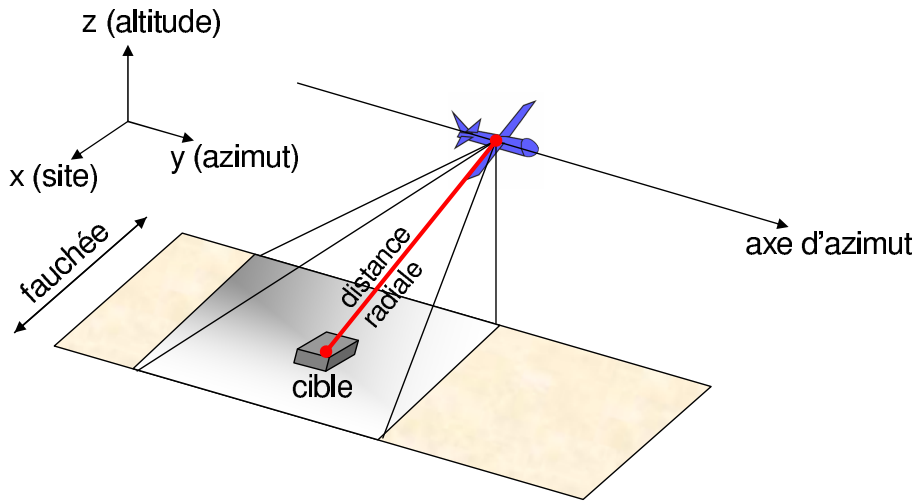


FIG. 1.1 – Axes principaux du radar

Autrement dit, le radar mesure la distance de la cible au porteur en la visant latéralement, comme le montre la figure 1.1. Par ailleurs, l'image formée correspond à la somme des échos provenant de tous les réflecteurs situés à une même distance du radar, et il est impossible de distinguer des points situés à une même distance de celui-ci.

Cette construction de l'image dans un repère inhabituel a plusieurs conséquences :

- sur les **zones d'accumulation**, ou de compression de pente, la phase mesurée va varier très vite, comme sur la figure 1.2 pour la pente CD (effet de rétrécissement ou "*foreshortening*" en anglais) : La longueur de C'D' image de CD apparaît comme "rétrécie".

Un **maximum d'accumulation** ou de repliement se produit quand l'angle de visée moyen est perpendiculaire à la pente : il s'agit du cas critique où le sommet et la base de la pente correspondent à un même point sur l'image. Sur la figure 1.2, cela correspondrait au cas où les points C' et D' sont confondus.

- une **inversion du relief** peut même survenir pour les fortes pentes faisant face à l'antenne. Sur l'axe de site, le haut de la pente est vu avant le bas : sur l'image, le point B' est vu avant A'. C'est l'effet de renversement des pentes.

1.1.2 Problèmes résiduels avec le radar interférométrique

Les effets précédents proviennent du fait que la mesure de la distance radiale n'est pas suffisante pour déterminer la position géométrique de la cible en site et en hauteur. L'interférométrie est une technique qui doit pallier à cette insuffisance de l'imagerie classique. Mais d'autres effets peuvent fausser le calcul de la hauteur : rebonds, superposition d'écho, ombres... La polarimétrie peut être une méthode à envisager pour répondre à ces différents types de problèmes résiduels en interférométrie.

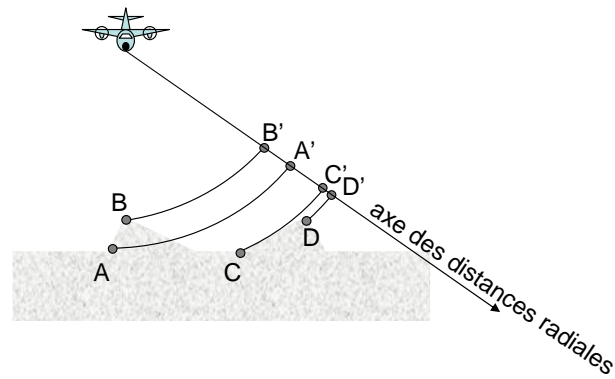


FIG. 1.2 – Effets de rétrécissement et d'inversion du relief

Rebonds

Les phénomènes de rebonds allongent artificiellement le chemin optique et donc la phase ; l'estimation des distance et des hauteurs est donc biaisée en présence de tels phénomènes.

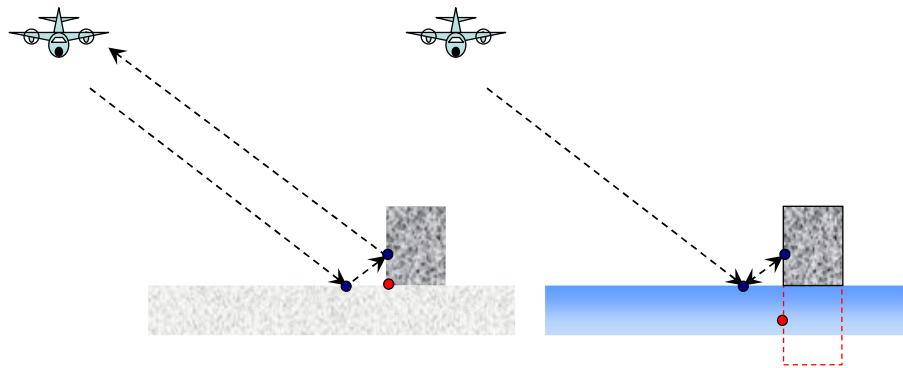


FIG. 1.3 – Phénomènes de rebonds double (à gauche) et triple (à droite)

Le phénomène de double rebond se produit fréquemment entre un objet présentant une face verticale et le sol (voir figure 1.3 à gauche). Le point est alors perçu à la même distance que le point qui se trouve à l'intersection du sol et de l'objet, et à une hauteur nulle (point représenté en rouge sur la figure). Ce phénomène est appelé aussi "effet dièdre".

Plus rarement, le phénomène de triple rebond peut se manifester (voir figure 1.3 à droite). Il est significatif par exemple si la surface au sol est très lisse et le bâtiment rugueux. Le bâtiment imagé peut alors être perçu à l'envers. C'est souvent le cas des ponts situés au dessus d'une surface d'eau considérée comme très lisse à l'échelle de la longueur d'onde.

Superposition d'écho

Par ailleurs, l'effet de superposition d'écho peut cacher un élément du relief. Cet effet se produit lorsque deux objets différents sont situés au sein de la même cellule de résolution. Pour un bâtiment par exemple, le toit peut être perçu à la même distance que le sol (voir figure 1.4). Dans ce cas, la hauteur estimée sera intermédiaire entre les hauteurs des deux points de la cellule

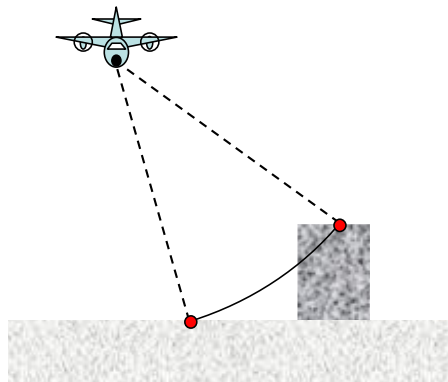


FIG. 1.4 – Superposition d'écho : toit et sol sont perçus à la même distance.

de résolution. Dans ce type de configuration, la réponse du toit du bâtiment est fréquemment négligeable devant l'intensité du phénomène de double-rebond. La réponse du toit est alors comme "masquée" par celle du sol.

Zones d'ombre

Les zones d'ombres, présentes déjà en radar "classique", ne disparaissent pas en interférométrie. Elles sont dues à la nature même de l'imageur qui génère sa propre source d'illumination, et se produisent lorsque le faisceau n'est pas capable d'illuminer la surface du sol. Les zones non éclairées apparaîtront sombres sur l'image carte, car elles ne donneront pas de signal rétrodiffusé. (voir figure 1.5)

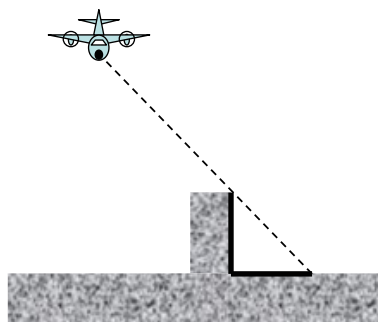


FIG. 1.5 – Effet d'ombre : les points en noir ne sont pas illuminés.

1.2 Principe du radar interférométrique

1.2.1 MNE, MNT et géométrie de l'image

On distingue dans la terminologie, le terme "**MNE**", Modèle Numérique d'Élévation, du terme "**MNT**", Modèle Numérique de Terrain. Ainsi le MNE considère la hauteur du terrain et des éléments placés dessus (arbre, bâtiment) par opposition au MNT qui fournit la hauteur du terrain vierge.

Le MNE est la donnée de l'ensemble des triplets (R, y, h) : distance radiale, distance azimutale et hauteur du pixel visé. Les paragraphes suivants vont montrer comment calculer un MNE à partir d'une hauteur de référence et des données $(R, y, \Delta R)$, où ΔR est la différence entre les distances radiales enregistrées pour chaque antenne. A partir du MNE, il est bien sûr théoriquement possible d'obtenir une carte habituelle en trois dimensions $(x, y, z = h)$. Seulement, les limites de l'interférométrie font que les différences de phase enregistrées peuvent être très discontinues, et donc la hauteur trouvée également. Projeter alors la carte en x à l'aide de l'interférogramme peut introduire des grosses erreurs de localisation. De plus, les traitements numériques pour établir cette projection sont des traitements itératifs lourds et coûteux. Dans ces conditions, il paraît plus judicieux de **travailler avec les données non projetées** (les axes que nous considérons sont alors l'azimut et la distance radiale), ou bien de travailler avec une projection sur un Modèle Numérique de Terrain (MNT) fourni par l'IGN et calculé à l'aide d'une autre technique. Dans ce cas, l'interférométrie n'aura d'autre but que de fournir la hauteur des éléments au dessus du terrain.

1.2.2 Notations et conventions

L'interférométrie radar réunit les signaux provenant de deux antennes séparées spatialement d'une longueur appelée ligne de base (*baseline*). L'une de ces antennes est appelée antenne de référence, et les grandeurs associées seront indexées par **ref** ou **1**, l'autre est l'antenne interférométrique, dont les grandeurs seront indexées par **int** ou **2**.

Les notations adoptées dans la suite sont indiquées en rouge et récapitulées sur la figure 1.6.

- i_{obs} est l'angle d'observation de la cible, c'est à dire l'angle entre la normale à la surface et l'axe de visée. Il est parfois noté aussi θ_0 ou θ .
- Pour les distances radiales : ici nous noterons R_1 la distance radiale à l'antenne de référence, R_2 la distance radiale à l'antenne interférométrique. Lorsque nous parlons de distance radiale R sans préciser l'indice, il s'agit de la distance radiale de référence, donc R_1 . Alternativement à R_2 nous pouvons utiliser la variable $\Delta R = R_2 - R_1$. R_2 sera donc la même grandeur que $R + \Delta R$
- Pour la ligne de base : dans tous les cas son module sera noté b . Nous pouvons définir les trois coordonnées du vecteur b dans l'espace b_x , b_y et b_z . La plupart du temps, nous considérons que la ligne de base est dans le plan de visée, donc l'une des coordonnées, par exemple b_x est nulle. b_x est la coordonnée le long de l'axe de site, b_z le long de l'axe vertical. Nous définissons aussi l'angle d'inclinaison de cette ligne de base. Il sera ici mesuré par rapport à l'axe vertical et noté i_{inc} . On le trouve aussi dans la littérature mesuré cette fois par rapport à l'axe horizontal, et alors noté α . Enfin, nous pouvons définir b_{\parallel} et b_{\perp} , composantes de b suivant l'axe de visée et un axe perpendiculaire.

$$b_{\parallel} = -b \cos(i_{obs} + i_{inc}) = b \sin(\theta_0 - \alpha) \quad (1.1)$$

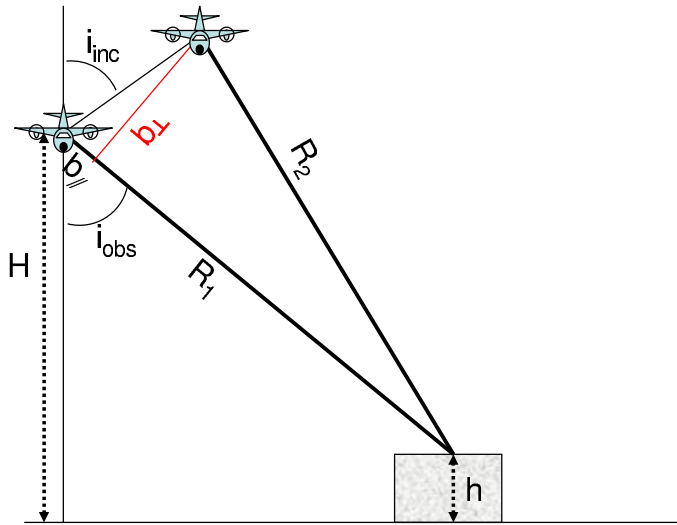


FIG. 1.6 – Géométrie du radar interférométrique

$$b_{\perp} = b \sin(i_{obs} + i_{inc}) = b \cos(\theta_0 - \alpha) \quad (1.2)$$

– H est une hauteur de référence du terrain (parfois notée aussi h_0), et h est la hauteur du point visé.

Les données dont nous "disposons" dans les formules suivantes sont R , H , i_{inc} et b .

1.2.3 Mesure théorique de la hauteur et de la localisation du point

La différence de phase enregistrée entre une onde émise par l'antenne et une onde reçue est la somme de deux contributions : la différence de phase directement liée au chemin optique L parcouru : $\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}L$, et une modification de la phase ϕ_{propre} lors de la réflexion sur la cible. ϕ_{propre} est considérée comme inconnue : cette phase dépend de la nature du sol et de la nature du mécanisme électromagnétique.

En interférométrie, deux configurations d'antenne sont possibles. Dans l'une d'elles, l'antenne de référence est seule à émettre et les deux antennes reçoivent. C'est le cas pour les acquisitions monopasses (*one pass*) à l'ONERA, c'est à dire les acquisitions pour lesquelles les deux antennes interférométriques sont montées sur la même plateforme et acquièrent donc les signaux simultanément. Si la distance requise entre les deux antennes permet de les monter à bord du même avion, cette solution est préférable, car la distance inter-antenne restera constante tout au long du vol et sera connue avec précision.

Dans l'autre configuration, les deux antennes émettent et reçoivent. Cette configuration est appelée multipasses (*repeat pass*). Les signaux sont acquis l'un après l'autre, l'avion effectuant deux trajectoires proches successivement. Le raisonnement est le même pour les deux configurations ; nous recensons cependant les expressions des phases dans les deux cas.

Une seule antenne pour l'émission

Les phases enregistrées à chaque antenne s'écrivent :

$$\phi_{\text{ref}} = \frac{2\pi}{\lambda}(2R_1) + \phi_{\text{propre}} \quad (1.3)$$

$$\phi_{\text{int}} = \frac{2\pi}{\lambda}(R_1 + R_2) + \phi_{\text{propre}} \quad (1.4)$$

L'interférométrie fait l'hypothèse que dans les deux cas, ϕ_{propre} est le même, la variation de l'angle de visée entre les deux antennes étant très faible. La différence de phase enregistrée s'écrit donc :

$$\Delta\Phi = \phi_{\text{ref}} - \phi_{\text{int}} = -\frac{2\pi}{\lambda}(R_2 - R_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}\Delta R \quad (1.5)$$

Soit s_1 le signal enregistré par la première antenne et s_2 le signal enregistré par la seconde, alors $\Delta\Phi$ peut être défini par l'argument du complexe $s_1 s_2^*$:

$$\Delta\Phi = \arg(s_1 s_2^*) = \arg(s_1) - \arg(s_2) \quad (1.6)$$

Les deux antennes émettent et reçoivent

Dans cette configuration, les phases s'écrivent maintenant :

$$\phi_{\text{ref}} = \frac{2\pi}{\lambda}(2R_1) + \phi_{\text{propre}} \quad (1.7)$$

$$\phi_{\text{int}} = \frac{2\pi}{\lambda}(2R_2) + \phi_{\text{propre}} \quad (1.8)$$

$$\Delta\Phi = -\frac{4\pi}{\lambda}(R_2 - R_1) = -\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R \quad (1.9)$$

Calcul de la hauteur h en fonction de ΔR

Géométriquement, nous avons d'une part

$$h = H - R \cos i_{\text{obs}} \quad (1.10)$$

et en exprimant le théorème de Pythagore généralisé dans le triangle de côtés R_1 , R_2 et b :

$$R_2^2 = R_1^2 + b^2 + 2Rb \cos(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}}) \quad (1.11)$$

Cette dernière équation se réécrit, avec $R_1 = R$ et $R_2 = R + \Delta R$

$$\cos(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}}) = \frac{(R + \Delta R)^2 - R^2 - b^2}{2Rb} \quad (1.12)$$

Les inconnues sont ΔR , i_{obs} et h . Elles sont reliées par un système de trois équations à trois inconnues constitué par les équations 1.5 ou 1.9, 1.10 et 1.12.

Sans tenir compte du repliement dû au fait que nous ne connaissons $\Delta\Phi$ que modulo 2π , la solution la plus générale pour h s'écrit :

$$h = H - R \cos \left(\arccos \left(\frac{(R + \Delta R)^2 - R^2 - b^2}{2Rb} \right) - i_{\text{inc}} \right) \quad (1.13)$$

Selon que nous sommes dans l'une ou l'autre configuration d'antenne, nous remplacerons dans cette formule ΔR par son expression en fonction de $\Delta\phi$ donnée par les expressions 1.5 ou 1.9.

1.2.4 Calcul de la hauteur d'ambiguïté

La phase $\Delta\phi$ est connue modulo 2π , ce qui a pour conséquence de "replier la hauteur" : tout comme la phase, la hauteur ne sera connue que modulo une certaine élévation, correspondant à un angle interférométrique égal à 2π . Cette élévation est appelée hauteur d'ambiguïté et est notée par la suite e_a . Cette hauteur d'ambiguïté dépend de la distance radiale R de la cible au radar. Pour obtenir son expression en fonction des paramètres géométriques du radar, plusieurs méthodes existent mais le principe reste le même : nous considérons deux points P et P' , situés à une même distance R de l'antenne de référence. Ces points sont représentés sur la figure 1.7. Il suffit alors de calculer les différences de phase enregistrées pour chacun d'eux $\Delta\phi(P)$ et $\Delta\phi(P')$, en fonction de leur différence d'altitude. La hauteur d'ambiguïté est cette différence d'altitude obtenue lorsque $\Delta\phi(P) = \Delta\phi(P') \pm 2\pi$

Dans le cas où les variations de hauteurs sur la zone imagée sont supérieures à la hauteur d'ambiguïté, le phénomène d'enroulement de phase se produit. Une étape de "déroulement de phase" vise à s'affranchir de ce problème.

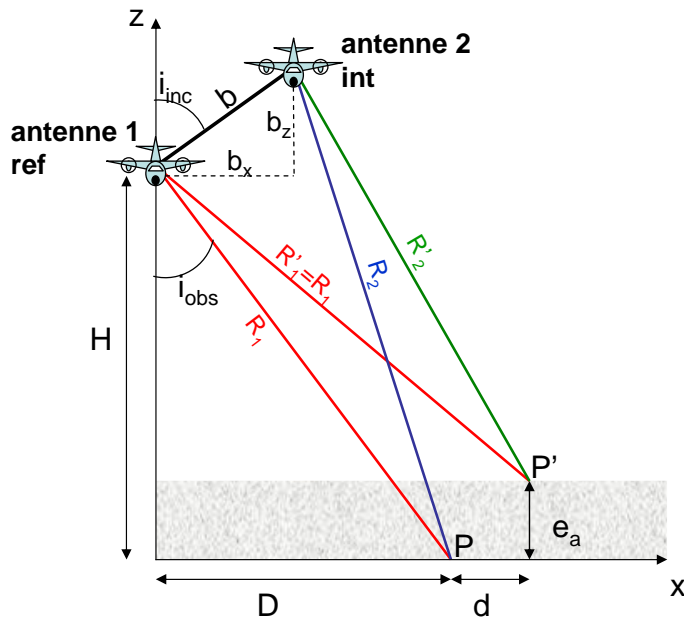


FIG. 1.7 – Calcul de la hauteur d'ambiguïté

Par un premier calcul

Nous nous plaçons dans la première configuration d'antenne. Sur la figure 1.7, la différence de phase due au chemin optique $\delta(P')$ enregistrée au point P' va s'écrire, selon l'équation 1.5 :

$$\Delta\phi(P') = \frac{2\pi}{\lambda}\delta(P') = -\frac{2\pi}{\lambda}(R'_2 - R'_1) = -\frac{2\pi}{\lambda}((R_2 - r) + R_1) \quad (1.14)$$

où nous avons posé $r = R'_2 - R_2$. La différence de phase due au chemin optique $\delta(P)$ enregistrée

au point P s'écrit

$$\Delta\phi(P) = -\frac{2\pi}{\lambda}\delta(P) = -\frac{2\pi}{\lambda}(R_2 - R_1) \quad (1.15)$$

Nous aurons donc

$$\Delta\phi(P') - \Delta\phi(P) = \frac{2\pi}{\lambda}(\delta(P') - \delta(P)) = \frac{2\pi}{\lambda}r \quad (1.16)$$

Cette différence de phase sera un multiple de 2π si r est un multiple de la longueur d'onde : $r = n\lambda$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Dans ce cas, les deux points P et P' situés à la même distance de l'antenne n'auront pas la même hauteur physique, mais seront pourtant considérés à la même hauteur par le radar : c'est ce qui entraîne le "repliement" des hauteurs. La hauteur du point P' tel que $n = 1$, c'est à dire que $r = \lambda$ correspond à la hauteur d'ambiguïté.

Notons donc e_a la hauteur de ce point, et exprimons cette grandeur en fonction des paramètres géométriques du radar. En exprimant le théorème de Pythagore successivement, nous obtenons les 4 relations suivantes :

$$R_1^2 = D^2 + H^2 \quad (1.17)$$

$$R_1'^2 = R_1^2 = (D + d)^2 + (H - e_a)^2 \quad (1.18)$$

$$R_2^2 = (D - b_x)^2 + (H + b_z)^2 \quad (1.19)$$

$$R_2'^2 = (R_2 + r)^2 = (D + d - b_x)^2 + (H - e_a + b_z)^2 \quad (1.20)$$

Nous supposons d'abord que les dimensions de la ligne de base sont petites devant la distance à la cible : $b_x \ll D$ et $b_z \ll H$. En effectuant la soustraction 1.19–1.17 et à l'aide d'un développement limité au premier ordre :

$$R_2^2 - R_1^2 = -2b_x D + 2Hb_z \quad (1.21)$$

Nous supposons ensuite que les distances de la cible au radar sont grandes devant les autres grandeurs géométriques envisagées, ce qui se traduit par $r \ll R_2$, $e \ll H$ et $d \ll D$. Alors, en effectuant maintenant la soustraction 1.20–1.18

$$R_2'^2 - R_1'^2 - 2rR_2 = -2b_x(D + d) + 2(H - e_a)b_z \quad (1.22)$$

puis 1.21–1.22, nous obtenons en remplaçant r par λ :

$$e_a = \frac{R_2\lambda - b_x d}{b_z} \quad (1.23)$$

Il nous reste à éliminer d , ce qui peut se faire en combinant les équations 1.17 et 1.18 :

$$d = \frac{H^2 - (H - e_a)^2}{2D} = \frac{e_a H}{D} \quad (1.24)$$

En remplaçant 1.24 dans l'expression 1.23, nous trouvons :

$$e_a = \frac{\lambda R_2 D}{Db_z + Hb_x} \quad (1.25)$$

En reliant nos dimensions géométriques aux angles :

$$b_z = b \cos i_{\text{inc}} \quad (1.26)$$

$$b_x = b \sin i_{\text{inc}} \quad (1.27)$$

$$\frac{D}{H} = \tan i_{\text{obs}} = \frac{\sin i_{\text{obs}}}{\cos i_{\text{obs}}} \quad (1.28)$$

e_a peut se mettre sous la forme :

$$e_a = \frac{\lambda R \sin i_{\text{obs}}}{b \sin(i_{\text{inc}} + i_{\text{obs}})} \quad (1.29)$$

Pour la deuxième configuration d'antenne, le même raisonnement conduit à

$$e_a = \frac{\lambda R \sin i_{\text{obs}}}{2b \sin(i_{\text{inc}} + i_{\text{obs}})} \quad (1.30)$$

Par un deuxième calcul

Ce calcul considère la relation existant entre $i_{\text{obs}}(P)$ et $i_{\text{obs}}(P')$ qui sont très proches l'un de l'autre :

$$i_{\text{obs}}(P') = i_{\text{obs}}(P) + di_{\text{obs}} \quad (1.31)$$

$$di_{\text{obs}} = \frac{dz}{R \sin i_{\text{obs}}} \quad (1.32)$$

Par ailleurs

$$\Delta\Phi(P) = -\frac{2\pi}{\lambda} b \cos(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}}) \quad (1.33)$$

$$\Delta\Phi(P') = -\frac{2\pi}{\lambda} b \cos(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}} + di_{\text{obs}}) \quad (1.34)$$

donc

$$\Delta\Phi(P') - \Delta\Phi(P) = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}}) di_{\text{obs}} = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}}) \frac{dz}{R \sin i_{\text{obs}}} \quad (1.35)$$

La hauteur d'ambiguïté e_a est le dz obtenu pour $\Delta\Phi(P') - \Delta\Phi(P) = 2\pi$, soit comme précédemment

$$e_a(P) = \frac{\lambda R \sin i_{\text{obs}}}{b \sin(i_{\text{obs}} + i_{\text{inc}})} = \frac{\lambda R}{b_{\perp}} \sin i_{\text{obs}} \quad (1.36)$$

Prenons l'exemple numérique des données RAMSES de la campagne ORANGE en bande X. La distance minimale est $R \simeq 3500$ m, $i_{\text{inc}} \simeq 9.5^\circ$, $i_{\text{obs}} \simeq 60^\circ$, $b \simeq 60$ cm, $\lambda \simeq 3$ cm. Ces grandeurs nous permettent de calculer une hauteur d'ambiguïté de $e_a \simeq 162$ m. Le terrain de Brétigny étant plat, la hauteur maximale ne dépasse pas la vingtaine de mètres. Il n'y a donc pas de repliement et le déroulement de phase est ici inutile.

1.2.5 Phase obtenue pour un sol plat

Pour un sol plat, nous pouvons remplacer h par zéro dans les équations précédentes et obtenir la phase enregistrée pour un point du sol en fonction de sa distance radiale R . L'équation 1.12 peut ainsi s'écrire

$$\begin{aligned}
\Delta R &= \sqrt{2Rb\cos(i_{obs} + i_{inc}) + R^2 + b^2} - R \\
\Delta R &\simeq R\left(1 + \frac{b}{R}\cos(i_{obs} + i_{inc})\right) - R \quad \text{par un développement limité en } \frac{b}{R} \\
\Delta R &= b\cos(i_{obs} + i_{inc}) = b(\cos i_{obs}\cos i_{inc} - \sin i_{obs}\sin i_{inc}) \\
\Delta R &= \frac{b}{R}(H\cos i_{inc} - \sqrt{R^2 - H^2}\sin i_{inc}) \tag{1.37}
\end{aligned}$$

Cette équation nous montre que la phase obtenue, proportionnelle à ΔR , peut être approximée par une fonction affine de R . C'est cette composante affine appelée "composante de terre plate", ou "**franges orbitales**" et qui est ôtée lors de l'étape d'étalonnage interférométrique. Ainsi, après étalonnage, les variations de la phase ne concernent plus que les variations de hauteur au dessus du sol. Le calcul de la hauteur peut alors être mené comme expliqué dans la partie suivante.

1.2.6 Relation entre la hauteur h et la hauteur d'ambiguïté

Nous avons montré que deux points à la même distance radiale sont déphasés de 2π s'ils sont séparés d'une hauteur e_a . Un point P situé à la distance radiale R sera donc situé à une hauteur par rapport à celle du sol :

$$h = \frac{\Delta\phi}{2\pi}e_a \tag{1.38}$$

Cette relation sera directement applicable à nos données en tout point de l'image, à condition que nous ayons "retiré" la composante de phase du sol, qui varie quasi linéairement en fonction de la distance. Ceci est automatiquement fait à l'ONERA lors de la procédure d'étalonnage.

Pour calculer e_a il faut connaître i_{obs} donc a fortiori h . h peut donc être obtenue à partir de la relation ci-dessus (remplacer e_a par son expression en 1.29 et isoler i_{inc} dans 1.12) en résolvant l'équation en h :

$$h = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{\lambda R}{b} \frac{\sin\{\arccos\left(\frac{H-h}{R}\right)\}}{\sin\{\arccos\left(\frac{H-h}{R}\right) + i_{inc}\}} \tag{1.39}$$

La solution numérique de cette équation peut éventuellement être obtenue de manière itérative, mais l'utilisation de cette équation ne présente alors pas d'avantage par rapport à 1.13. Par contre, elle devient intéressante dans l'hypothèse où nous avons $h \ll H$, car alors h est donnée directement sans résolution d'équation par :

$$h = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \frac{\lambda R}{b} \frac{\sin\{\arccos\left(\frac{H}{R}\right)\}}{\sin\{\arccos\left(\frac{H}{R}\right) + i_{inc}\}} \tag{1.40}$$

Avec ces expressions, $h(R)$ est directement proportionnelle à $\Delta\phi$ dans un azimut fixé, ce qui n'est pas rigoureusement exact mais cette formulation fournit un résultat généralement estimé suffisamment précis dans les applications de l'imagerie SAR.

1.3 Les conditions de faisabilité de l'interférométrie

Le choix d'une ligne de base résulte d'un compromis entre plusieurs contraintes.

1.3.1 Contraintes mécaniques

Nous avons vu (§1-2-3) que **l'interférométrie monopasse est préférable à l'interférométrie multipasse**. Mais pour les bandes de fréquence les plus basses, les antennes sont lourdes et encombrantes. De ce fait, elles ne peuvent pas être embarquées à bord d'un même avion et l'interférométrie "monopasse" est impossible. L'interférométrie multipasse alors envisagée nécessite un traitement du signal plus lourd afin de corriger les erreurs de trajectoire, la ligne de base ne pouvant plus être rigoureusement égale tout au long de la trajectoire.

1.3.2 Contraintes sur la cohérence entre les deux images

La distance entre chaque passe, qui correspond à la " ligne de base ", doit être inférieure à une certaine limite théorique, garantissant un niveau de cohérence satisfaisant.

Décorrélation spatiale, ou coregistration

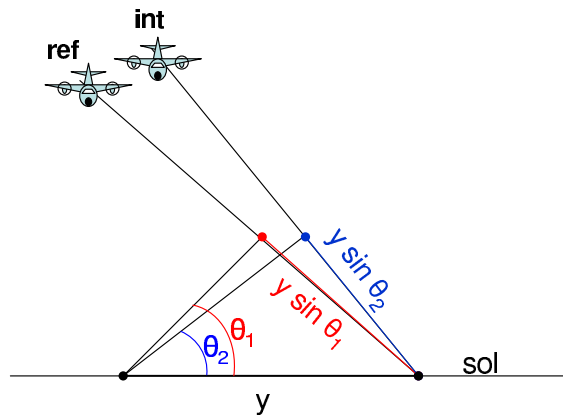


FIG. 1.8 – Coregistration : les deux cellules radar ne sont pas superposables

Le découpage en pixels radar n'est pas tout à fait le même s'il est calculé à partir de l'antenne 1 ou à partir de l'antenne 2. De ce fait, les pixels mis en correspondance ne sont pas physiquement identiques, ce qui est la source d'une décorrélation dite spatiale. Cette décorrélation est déduite de la fraction des échos radar en distance non commune aux deux antennes, représentée sur la figure 1.8. θ_1 et θ_2 étant les valeurs respectives de i_{obs} pour les deux antennes, cette fraction en distance Δd s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \Delta d &= \frac{y \sin \theta_1 - y \sin \theta_2}{y} \\
 &= \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \\
 &\simeq \Delta \theta \cos \theta \quad \text{par un développement limité au premier ordre} \\
 &\simeq \frac{b_{\perp}}{R} \cos \theta
 \end{aligned} \tag{1.41}$$

Nous avons vu que la ligne de base perpendiculaire s'écrit (1.2) $b_{\perp} = b \sin(\theta + i_{inc})$
 La perte de corrélation spatiale s'écrit alors $\frac{2r_d}{\lambda} \Delta d$ où r_d est la résolution en distance.

Pour assurer une perte de corrélation de x % maximum, nous devons donc avoir

$$\frac{2r_d}{\lambda} \Delta d < x \quad (1.42)$$

$$b_{\perp} < \frac{xR}{\cos \theta} \frac{\lambda}{2r_d} \quad (1.43)$$

En prenant une perte maximale de 20% ($x = 0.2$) par exemple, avec $R = 3000\text{m}$ et $\frac{2r_d}{\lambda} = 6.2$ (bande P), et θ minimum nous trouvons $b_{\perp} < 97\text{m}$. Il est à noter que cette limite décroît assez rapidement avec θ . De ce point de vue la configuration sera meilleure pour des angles de visée plus grands.

Décorrélacion temporelle

La décorrélacion temporelle est l'effet des changements physiques de la surface entre les deux acquisitions. Pour que celle-ci ne soit pas trop importante, une condition sur la ligne de base exprimée dans [Massonnet and Rabaute, 1993] s'écrit :

$$b_{\perp} < R \tan \theta \frac{\lambda}{2r_d} \quad (1.44)$$

Elle devient moins contraignante que la première condition dès que θ atteint la dizaine de degrés. (Dès que $\theta > \arcsin(x)$)

Contraintes sur la hauteur d'ambiguïté

Pour éviter le problème d'enroulement de la phase et donc l'étape de déroulement de phase, les hauteurs relatives du terrain doivent être inférieures à l'altitude d'ambiguïté. Ceci peut fournir une limite supérieure supplémentaire pour la ligne de base. Soit H_{ref} la hauteur minimale d'ambiguïté souhaitée, cette contrainte s'écrit

$$b_{\perp} < \frac{\lambda R \sin \theta}{H_{ref}} \quad (1.45)$$

1.4 Traitements spécifiques

1.4.1 L'interférométrie multipasses aéroportée

En interférométrie multipasse aéroportée, la ligne de base n'est pas constante tout au long de la trajectoire, car il est impossible au pilote d'obtenir une trajectoire rigoureusement semblable à la précédente. La précision requise sur la ligne de base doit être petite devant la longueur d'onde. Cependant, les erreurs de mesures de positions par GPS inertiels et différentiels sont de l'ordre de 10 à 20 cm. Les erreurs de trajectoires entraînent sur la phase des erreurs non négligeables. Une reconstitution plus précise de la trajectoire doit alors être obtenue. Cette étape est appelée "suppression des franges orbitales". Deux approches sont envisagées.

Dans une première approche, l'élévation par rapport à un modèle de terrain (MNT) est supposée égale à zéro "en moyenne". Cela signifie que nous nous intéressons uniquement aux

hauteurs des cibles relatives par rapport à celle du terrain. La trajectoire relative peut être déduite en annulant la moyenne du gradient de phase sur l'interférogramme.

Alternativement, nous pouvons utiliser la méthode appelée à l'ONERA "tap analysis"¹. Il s'agit d'affiner la trajectographie à partir de l'histoire de phase de quelques points brillants stationnaires dans l'image (ce peut être les cibles utilisées pour l'étalonnage ou toute autre cible jugée opportune). A l'aide d'une triangulation sur les phases de ces cibles, il est alors possible de remonter à la position exacte de l'antenne. La méthode consiste alors à tester itérativement plusieurs configuration pour assurer la meilleure concordance possible entre l'historique de phase théorique et les historiques de phase enregistrées pour les cibles considérées.

Deux critères de qualité sont à considérer dans le choix des cibles brillantes :

- La cible doit correspondre à un réflecteur bien stationnaire et de type triédrique (ce qui exclut l'emploi des dièdres).
- La méthode de correction des phases utilise une triangulation, qui sera d'autant moins performante que les cibles sont alignées. Une correction de trajectoire peut être tentée dans le cas de réflecteurs alignés, mais ne sera bonne que dans un voisinage restreint de ceux-ci.

Notons que cette dernière méthode de correction de trajectoire est utilisée dans le cadre de l'imagerie THR (Très Haute Résolution) qui requiert une connaissance précise de la trajectoire pour focaliser précisément l'image.

1.4.2 L'interférométrie pour des images en mode "flashlight"

Pour l'interférométrie multipasse, il peut arriver que nous disposions seulement de "petits morceaux" de trajectoires dont la ligne de base vérifie les contraintes de faisabilité. C'est le cas avec les données RAMSES de la campagne 2001, comme cela sera expliqué plus loin.

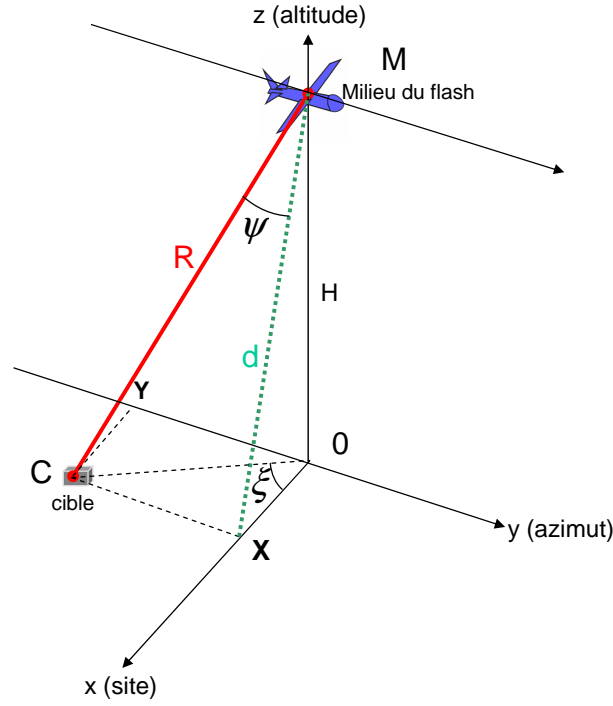
La synthèse d'images en mode flash permet à partir d'une longueur de trajectoire réduite d'imager une zone suffisamment importante au sol. Les points de trajectoire utilisés pour construire l'image constituent le "flash". Afin d'utiliser le maximum d'échantillons en azimuth, la géométrie de construction de l'image est assez inhabituelle : tous les points sont calculés par rapport au milieu de cette portion de trajectoire utilisée. L'image se construit dans le système de coordonnées (R, ψ) où R est la distance au milieu du flash et ψ est l'angle de dépointage. Ces grandeurs sont représentées sur la figure 1.9. Le mode de calcul est plus simple que dans les repères de coordonnées habituels. Le prix à payer est une détérioration de la résolution azimuthale qui augmente avec la distance au radar.

Dans le cas de ce mode d'imagerie, la correction de la phase est bien plus simple, car toutes les réponses des points sont calculées par rapport à un unique point de trajectoire : seules les erreurs de localisation pour un point de trajectoire ont besoin d'être estimées.

L'erreur de position enregistrée pour ce point est notée δy suivant l'axe azimuthal, δh le long de l'axe vertical, et δx le long de l'axe de site. La position estimée de l'antenne, sa position réelle, et la position de la cible sont notée respectivement (voir figure 1.10) :

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ H \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} X + \delta X \\ Y + \delta Y \\ H + \delta H \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ H_0 \end{pmatrix} \quad (1.46)$$

¹Méthode mise en oeuvre à l'ONERA par Hubert Cantalloube


 FIG. 1.9 – Données géométriques d'une image en mode flash, calculée dans le référentiel (R, ψ)

La position relative estimée R d'un point par rapport à l'antenne est alors

$$R^2 = (X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2 + (H - H_0)^2 \quad (1.47)$$

tandis que la position effective R' de ce point est

$$R'^2 = (X - X_0 + \delta x)^2 + (Y - Y_0 + \delta y)^2 + (H - H_0 + \delta h)^2 \quad (1.48)$$

Au premier ordre, l'erreur commise sur R est donnée par

$$R'^2 - R^2 = 2X\delta x + 2Y\delta y + 2H\delta h = 2R\delta R \quad (1.49)$$

avec $X = \sqrt{R^2 \cos^2 \psi - H^2}$ et $Y = R \sin \psi$.

L'erreur commise sur la phase interférométrique est finalement :

$$\delta \phi = \frac{4\pi}{\lambda} \left(\frac{\sqrt{R^2 \cos^2 \psi - H^2}}{R} \delta x + \sin \psi \delta y + \frac{H}{R} \delta h \right) \quad (1.50)$$

Les cibles dont l'élévation est connue (appelées points de contrôles) sont sélectionnées dans l'image. Les différences $\delta \phi_1, \delta \phi_2, \delta \phi_3$ entre la valeur obtenue dans l'image avant étalonnage et les valeurs théoriques sont calculées pour ces trois zones. La résolution du système suivant donne finalement l'erreur de localisation du centre de flash :

$$\frac{4\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{R_1^2 \cos^2 \psi_1 - H^2}}{R_1} & \sin \psi_1 & \frac{H}{R_1} \\ \frac{\sqrt{R_2^2 \cos^2 \psi_2 - H^2}}{R_2} & \sin \psi_2 & \frac{H}{R_2} \\ \frac{\sqrt{R_3^2 \cos^2 \psi_3 - H^2}}{R_3} & \sin \psi_3 & \frac{H}{R_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \phi_1 \\ \delta \phi_2 \\ \delta \phi_3 \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

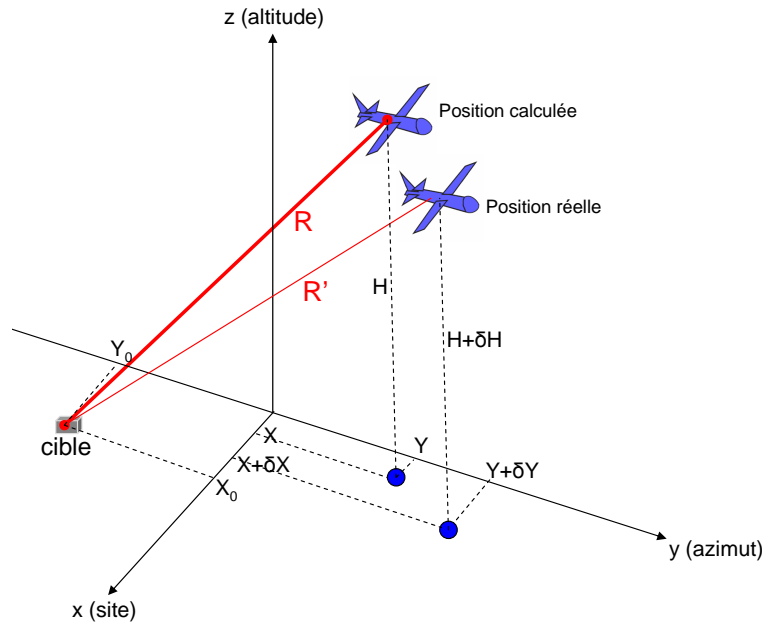


FIG. 1.10 – Position réelle, position calculée des antennes et position de la cible

Il est possible d'utiliser plus de trois points de contrôle pour estimer les paramètres de correction. Dans ce cas, nous utiliserons un critère des moindres carrés pour estimer δx , δy and δh .

La géométrie particulière de l'image modifie légèrement la relation entre hauteur et phase interférométrique en fonction des paramètres géométriques de l'image. Pour calculer la hauteur d'ambiguïté, les mêmes calculs que précédemment pourront être menés, mais en se plaçant dans le plan contenant la cible (point C sur la figure 1.9), le milieu du flash (point M) et la projection du point M au sol (point O). Ainsi, il suffit d'effectuer une rotation d'angle ξ autour de l'axe OM sur les composantes de la ligne de base :

$$h = \frac{\delta\phi \lambda R}{2\pi b} \frac{\sin i_{obs}}{\sin(i_{obs} + i_{inc})} \quad (1.52)$$

où $b = \sqrt{b_R^2 + b_z^2}$, $\tan i_{inc} = \frac{b_R}{b_z}$, $\cos i_{obs} = \frac{H}{R}$ et $b_R = b_x \cos \xi + b_z \sin \xi$ soit $b_R = b_x \sqrt{\frac{R^2 \cos^2 \psi - H^2}{R^2 - H^2}} + b_x \frac{R \sin \psi}{\sqrt{R^2 - H^2}}$.

1.5 Conclusion

L'interférométrie radar est une technique aujourd'hui relativement bien maîtrisée à l'ONERA en configuration aéroportée, mais dont les traitements demeurent toujours beaucoup plus lourds dans le cas de l'interférométrie multi-passes. En effet pour cette méthode il faut connaître la position de l'avion avec une précision de l'ordre du centimètre, bien en dessous des précisions fournies par les systèmes de référencement. Un mode original d'imagerie, dit mode "flashlight", a été présenté et généralisé au cas de l'interférométrie. La technique d'étalonnage est alors plus simple de mise en oeuvre. Par ailleurs nous n'avons pas évoqué ici le problème de déroulement de phase qui est une discipline à part entière. Pour éviter cette étape de traitement supplémentaire

sur un terrain plat, le choix de la ligne de base est crucial lors de la conception des campagnes de mesure.

Chapitre 2

Polarimétrie radar

Ce chapitre recense les outils polarimétriques utilisés dans cette thèse. Dans une première partie nous présenterons les outils généraux permettant d'étudier la polarisation d'une onde électromagnétique, puis dans une deuxième partie nous présenterons ceux permettant d'étudier le comportement d'une cible vis à vis d'une onde électromagnétique de polarisation donnée. Nous verrons que ces cibles peuvent être classées en deux catégories : cibles cohérentes et cibles non cohérentes. Plus précisément, les méthodes d'étude de ces deux types de cibles seront envisagées. Enfin, nous aborderons l'outil des changements de base en polarimétrie. Les méthodes d'étalonnage des données polarimétriques [Titin-Schnaider, 1998] sont proposées dans l'annexe B.

2.1 Polarisation d'une onde électromagnétique

Dans cette section, les outils présentés sont ceux qui nous permettent de caractériser la polarisation d'une onde électromagnétique. Les outils permettant de caractériser une cible y sont fortement liés mais doivent en être bien distingués ; ils seront quant à eux présentés dans la section suivante.

2.1.1 Représentation et caractérisation de l'état de polarisation d'une onde

La polarisation d'une onde plane est la courbe décrite au cours du temps par l'extrémité du champ électrique dans le plan d'onde.

On distingue parmi les ondes planes les ondes complètement polarisées (CP), dont la polarisation est bien définie et invariable (c'est le cas d'une onde rayonnée par une antenne ou réfléchiée par une cible cohérente) et les ondes partiellement polarisées (PP) (celles réfléchies par une cible complexe, constituées de nombreux points brillants).

Vecteur de Jones

Cette représentation consiste à associer au vecteur champ électrique réel $\vec{E}(t)$ défini en convention temporelle $e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$, le vecteur complexe indépendant du temps \vec{P} de telle sorte que $\vec{E}(t) = \Re(e^{j\omega t} \vec{P})$. Le vecteur \vec{P} est appelé vecteur de Jones ou vecteur polarisation.

Pour une onde CP, les composantes du vecteur de Jones sont déterministes. Pour une onde PP, ces composantes sont des variables aléatoires, sur lesquelles vont intervenir des moyennages statistiques notés $\langle . \rangle$.

Dans tous les cas, nous exprimons le vecteur de Jones d'une onde se propageant dans le sens de \vec{z} , dans une base (\vec{x}, \vec{y}) , où $\vec{z} = \vec{x} \wedge \vec{y}$, à l'aide de deux composantes complexes :

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Rapport de polarisation - Ellipticité

Le rapport de polarisation dans une base directe $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ où \vec{z} est le sens de propagation de l'onde s'écrit comme le rapport complexe des composantes du vecteur de Jones :

$$\rho = \beta/\alpha \quad (2.2)$$

Dans le cas d'une onde CP, la courbe décrite par l'extrémité du champ dans un plan d'onde est une ellipse, représentée figure 2.1. Le sens de balayage de cette ellipse relativement au sens de propagation définit le sens de polarisation, dite droite (directe) ou gauche (inverse). Les cas particuliers de cette ellipse conduisent aux polarisations circulaires ou rectilignes. Cette ellipse peut être repérée par deux paramètres ϕ et τ : le premier est l'angle d'inclinaison de l'ellipse (angle entre \vec{Ox} et le grand axe de l'ellipse), le deuxième est reliée à l'ellipticité : $\tan \tau = \frac{b}{a}$ où b est le demi petit axe de l'ellipse et a le demi grand axe.

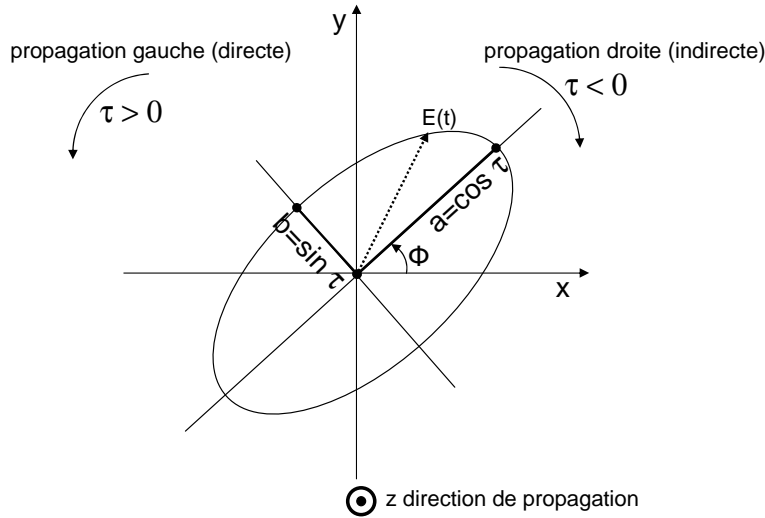


FIG. 2.1 – Paramètres de l'ellipse de polarisation

Matrice de cohérence de l'onde

Cette matrice n'a d'utilité que pour représenter une onde PP, pour laquelle les composantes du vecteur de Jones sont des variables aléatoires, nécessitant l'outil statistique. Si \vec{P} est le vecteur polarisation de l'onde, alors la matrice de cohérence de l'onde s'écrit :

$$C = \langle \vec{P} \vec{P}^\dagger \rangle = \begin{pmatrix} \langle \alpha \alpha^* \rangle & \langle \alpha \beta^* \rangle \\ \langle \beta \alpha^* \rangle & \langle \beta \beta^* \rangle \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

où $\langle . \rangle$ est la valeur statistique moyenne. Pour une onde CP, les moyennes disparaissent, la matrice est non inversible car son déterminant est nul.

Le degré de cohérence de l'onde est défini par le module du coefficient de corrélation :

$$\mu = \frac{\langle \alpha\beta^* \rangle}{\langle \alpha\alpha^* \rangle \langle \beta\beta^* \rangle} \quad (2.4)$$

Vecteur de Stokes

Le vecteur de Stokes est défini à partir de la matrice de covariance C du vecteur de Jones. C'est le vecteur de 4 éléments réels définis par la projection de cette matrice C sur le groupe des matrices de Pauli². Ces composantes du vecteurs de Jones (g_0, g_1, g_2, g_3) sont :

$$\begin{aligned} g_0 &= \langle \alpha\alpha^* \rangle + \langle \beta\beta^* \rangle \\ g_1 &= \langle \alpha\alpha^* \rangle - \langle \beta\beta^* \rangle \\ g_2 + ig_3 &= 2 \langle \alpha\beta^* \rangle \end{aligned}$$

En combinant les équations 2.5 et 2.3, il est facile de vérifier que nous avons $\det(C) = \frac{1}{4}(g_0^2 - g_1^2 - g_2^2 - g_3^2)$. Pour une onde CP, nous avons vu que $\det(C) = 0$ ce qui entraîne $g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$. Pour une onde PP, nous pouvons vérifier que $\det(C) \geq 0$, ce qui entraîne $g_0^2 \geq g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$.

Sphère de Poincaré

La sphère de Poincaré est un outil permettant de visualiser l'état de polarisation d'une onde.

Dans le cas d'une onde CP, en normalisant le vecteur de Stokes par g_0 , les paramètres de Stokes peuvent s'exprimer en fonction des paramètres de l'ellipse ϕ et τ :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\phi \cos 2\tau \\ \cos 2\phi \sin 2\tau \\ \sin 2\phi \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Les trois derniers paramètres de Stokes s'identifient aux coordonnées du point représentatif de cette onde sur une sphère de rayon 1, appelée sphère de Poincaré (figure 2.2 à gauche). Cette interprétation géométrique s'étend à une onde PP également normalisée ($g_0^2 = 1$) en représentant l'onde par un point situé dans la boule unité ($1 \geq g_1^2 + g_2^2 + g_3^2$).

²Les matrices de Pauli sont

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Le groupe des matrices spéciales unitaires SU(2) se construit à partir de ces matrices par exponentiation matricielle.

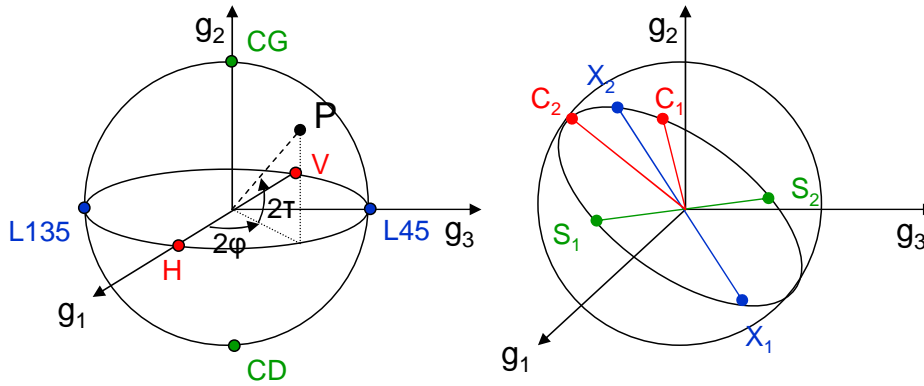


FIG. 2.2 – Sphère de poincaré et fourche de Huynen

2.1.2 Exemples de matrices décrivant une onde

polarisation	Vecteur de Jones	Vecteur de Stokes
H (linéaire horizontale)	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$
V (linéaire verticale)	$\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$
linéaire + 45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$
linéaire - 45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}$
CD (circulaire droite)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ i \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$
CG (circulaire gauche)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} 1 \\ -i \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix}$

2.2 Description des cibles

Nous passons maintenant à l'étude des outils qui permettent de caractériser le comportement d'une cible vis à vis de la polarisation d'une onde incidente.

2.2.1 Paramètres généraux pour le comportement d'une cible

On distingue les cibles cohérentes ou déterministes, dites encore cibles simples [Huynen, 1970, Titin-Schnaider, 1994], des cibles incohérentes ou non-déterministes, dites cibles complexes ou distribuées. Eclairées par une onde CP, les premières renvoient une onde CP tandis que les secondes renvoient une onde PP.

Matrice de diffusion et vecteur diffusion

La matrice de diffusion S (ou matrice de Sinclair) est la matrice qui permet de relier les vecteurs de Jones de l'onde incidente et de l'onde renvoyée :

$$E_r = \begin{pmatrix} S_{hH} & S_{hV} \\ S_{vH} & S_{vV} \end{pmatrix} E_i = S E_i \quad (2.7)$$

La notation ci-dessus est la notation adoptée par l'ONERA : la majuscule représente la polarisation d'un champ émis, tandis que la minuscule représente la polarisation d'un champ reçu. Les termes S_{hH} et S_{vV} sont appelés termes copolaires ; les termes S_{hV} et S_{vH} sont appelés termes contrapolaires ou croisés.

S est donc une matrice complexe carrée de dimension 2. L'hypothèse de réciprocité stipule que la matrice S est symétrique : $S_{vH} = S_{hV}$ ³. Acceptant cette hypothèse, plutôt donc que de travailler avec la matrice S , nous préférons travailler avec un vecteur à trois composantes, appelé **vecteur diffusion**, tout en faisant en sorte que la norme de ce vecteur ait toujours une signification d'énergie totale : la norme au carré devra donc être égale à $|S_{hH}|^2 + |S_{vH}|^2 + |S_{hV}|^2 + |S_{vV}|^2$. Partant de cette unique contrainte, il y a plusieurs manières de définir un vecteur diffusion, suivant les matrices de base que nous choisissons pour décrire l'ensemble des matrices symétriques complexes 2×2 . Cette base est un simple outil mathématique, cependant, elle peut être choisie de manière à ce que les vecteurs de la base adoptés soient les vecteurs diffusion d'une cible canonique donnée.

La solution naturelle consiste à choisir la base dite lexicographique, pour laquelle les couples de polarisation sont rangés dans l'ordre alphabétique. Une autre solution consiste à choisir la base des matrices de Pauli. L'avantage de prendre cette base est que chacune de ces matrices correspond à la matrice d'une cible bien particulière⁴.

³Cette hypothèse se démontre à partir du "théorème de réciprocité de Lorentz". Elle est valable uniquement en configuration monostatique, c'est à dire lorsque l'on considère que les antennes de réception et d'émission sont confondues, et pour un milieu de propagation et des cibles dites "isotropes" (dont la permittivité est la même quelque soit la direction d'incidence). Il est possible d'exhiber des cibles déterministes qui ne satisfont pas cette hypothèse, notamment parmi les cibles biréfringentes, mais aux fréquences radar ce type de cible est très rare. Dans le domaine optique l'hypothèse de réciprocité est rarement vraie. La glace aux très hautes fréquences (plusieurs dizaines de GHz) est biréfringente et donc ne satisfait pas les critères de réciprocité. De même, pour certaines longueurs d'onde utilisées en radar, l'atmosphère peut ne plus assurer l'hypothèse de réciprocité (c'est le cas avec le phénomène de rotation de Faraday)

⁴Le choix d'une base pour la matrice de diffusion peut être considéré comme une décomposition cohérente (en somme de complexes) de la cible. Ainsi, le choix de la base de Pauli est une possibilité de décomposition en sphère, dièdre à 0° et dièdre à 45°. Il en existe d'autres : par exemple la décomposition de Krogager qui utilise

Dans la littérature, le vecteur diffusion est habituellement noté \vec{k} . Ceci étant, pour distinguer les bases utilisées, nous indexerons le vecteur par la base choisie : par exemple \vec{k}_L sera exprimé dans la base lexicographique et \vec{k}_P dans la base de Pauli. Par ailleurs, cette notation nous permettra d'éviter les confusions avec le vecteur d'onde lui aussi nommé \vec{k} . Ainsi, le vecteur diffusion s'écrit dans les bases suivantes, à partir des coefficients de la matrice S de diffusion :

$$\vec{k}_L = \begin{pmatrix} S_{hH} \\ \sqrt{2}S_{hV} \\ S_{vV} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$$\vec{k}_P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hH} + S_{vV} \\ S_{hH} - S_{vV} \\ 2S_{hV} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Matrice de Kennaugh ou matrice de Mueller

La matrice de Kennaugh ou matrice de Mueller est la matrice qui permet de relier les vecteurs de Stokes de l'onde incidente et réfléchié : $g_{\text{onde réfléchié}} = K g_{\text{onde incidente}}$. La matrice de Kennaugh correspond au choix de convention "BSA"⁵, pour lequel nous faisons l'hypothèse de réciprocité (configuration monostatique), tandis que la matrice de Mueller conserve une expression plus générale correspondant au cas bistatique, traité en convention "FSA".

La matrice de Kennaugh est une matrice 4×4 symétrique réelle, paramétrée par des coefficients appelés **coefficients de Huynen** :

$$K = \begin{pmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B_0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

La matrice de Mueller reste réelle mais n'est pas symétrique.

Matrice de covariance ou de cohérence du vecteur diffusion

Par convention, on appelle "matrice de covariance" la matrice de covariance du vecteur diffusion exprimé dans la base lexicographique. Nous la noterons J . La "matrice de cohérence" est cette même matrice calculée à partir du vecteur diffusion exprimé dans la base de Pauli. Elle est communément notée T .

$$J = \langle \vec{k}_L \vec{k}_L^\dagger \rangle \quad (2.11)$$

$$T = \langle \vec{k}_P \vec{k}_P^\dagger \rangle \quad (2.12)$$

les polarisations circulaires, et s'interprète comme une décomposition en sphère, dièdre et hélice. L'utilisation de la base de Pauli est la plus largement utilisée

⁵Cette convention communément utilisée par les radaristes est la convention (*Back Scatter Alignment*) pour laquelle l'axe des z pointe toujours vers la cible (pour l'onde incidente et l'onde réfléchié). En modélisation, une autre convention est souvent adoptée : la convention FSA (*Forward Scatter Alignment*) pour laquelle l'axe z est positif dans la direction de la propagation de l'onde. Le système de coordonnées n'est alors pas le même pour l'onde incidente et l'onde réfléchié.

La matrice de cohérence T est une matrice 3×3 complexe hermitienne. Elle peut être également paramétrée par les coefficients de Huynen :

$$T = \begin{pmatrix} 2A_0 & C - iD & H + iG \\ C + iD & B_0 + B & E + iF \\ H - iG & E - iF & B_0 - B \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

2.2.2 Caractérisation des cibles cohérentes : 5 degrés de liberté

Nous allons montrer qu'une cible cohérente est caractérisée par 5 paramètres indépendants. Divers jeux de paramètres peuvent être utilisés :

- ceux de la matrice de rétrodiffusion S
- ceux de la matrice de cohérence T
- les paramètres dits de la fourche de Huynen

La matrice de rétrodiffusion S

La matrice S contient 4 complexes. En supposant la cible réciproque, seuls 3 complexes sont utiles, ce qui donne 6 paramètres réels (phase et module d'un nombre complexe). Seules les phases relatives nous intéressent. On choisit généralement pour référence la phase hH mais d'autres conventions sont possibles. Il reste 5 paramètres utiles, soit en choisissant la phase de S_{hH} comme référence : $|S_{hH}|, |S_{hV}|, |S_{vV}|, \arg(S_{hV} - S_{hH}), \arg(S_{vV} - S_{hH})$

La matrice de cohérence T

Nous avons vu qu'il s'agit d'une matrice de 9 complexes. Elle s'interprète comme une matrice de puissance de la cible exprimée dans la base de Pauli : c'est la matrice $T = \vec{k}_P \vec{k}_P^\dagger$. Dans le cas d'une cible cohérente, les neuf paramètres de Huynen en fonction desquels s'expriment les coefficients de la matrice T sont reliés entre eux par quatre équations de cible.

La fourche de Huynen

L'étude des propriétés algébriques de la matrice SS^\dagger met en évidence l'existence de certaines polarisations remarquables de l'antenne d'émission, dites caractéristiques : il s'agit des polarisations telles que la densité de puissance véhiculée par l'onde réfléchie se trouve être :

- soit nulle dans la polarisation de l'onde émise (co-pol null)
- soit maximum dans la polarisation de l'onde émise (co-pol max)
- soit nulle dans la polarisation orthogonale de l'onde émise (X-pol null, ou pseudo-propre)
- soit maximum dans la polarisation orthogonale de l'onde émise (X-pol max)

La fourche de Huynen est la représentation sur la sphère de Poincaré des diverses polarisations caractéristiques de la cible. Ces points occupent sur la sphère des positions remarquables :

- X_1 et X_2 , polarisations pseudopropres, sont orthogonales donc représentées par des points diamétralement opposés.
- C_1 et C_2 , polarisations co-pol nulles, sont sur un même grand cercle de la sphère que X_1 et X_2 . Ils sont symétriques par rapport à X_1X_2 .
- S_1 et S_2 , polarisations X-pol max, sont situées sur le même grand cercle que précédemment, et la droite les joignant est perpendiculaire à X_1X_2 .

Ces points forment donc une sorte de fourche, paramétrable par 5 paramètres : la demi-ouverture de la fourche, les 3 angles d'Euler définissant le plan qui contient la fourche, et le rayon, énergie maximale renvoyée. Cette fourche est représentée sur la figure 2.2 à droite.

2.2.3 Caractérisation des cibles non cohérentes : 9 degrés de liberté

Une cible non cohérente est caractérisée par 9 paramètres indépendants. La matrice S ne suffit pas à elle seule à décrire une telle cible, car ses composantes sont maintenant des variables aléatoires. Divers jeux de paramètres équivalents sont ainsi utilisés :

- ceux de la matrice de covariance J (base lexicographique)
- ceux de la matrice de cohérence T ou de la matrice K de Kennaugh (base de Pauli)
- les paramètres de Cloude-Pottier, paramétrant les vecteurs propres de T .

Il est toujours possible de passer d'un jeu de paramètres à un autre. Nous ne rentrons pas ici dans les détails de toutes les relations et classifications existantes à partir de ces paramètres. Par contre, nous exposerons le théorème de décomposition [Cloude and Pottier, 1996] sur lequel s'appuie bon nombre d'interprétations physiques de ces coefficients.

Théorème de décomposition

La matrice T étant hermitienne, elle est diagonalisable dans une base orthonormée formée par ses vecteurs propres :

$$T = \sum_{i=1}^3 \lambda_i T_i = \sum_{i=1}^3 \lambda_i v_i v_i^\dagger \quad (2.14)$$

où les v_i sont les vecteurs propres normalisés et les λ_i les valeurs propres de la matrice T .

Dans le cas d'une cible cohérente, la matrice T est de rang 1 donc possède une seule valeur propre non nulle ; la décomposition n'apporte pas d'information supplémentaire.

Dans le cas d'une cible aléatoire, la décomposition fait intervenir a priori 3 matrices T_i (sauf dans le cas où T possède une ou plusieurs valeurs propres nulles, ce qui diminue d'autant de termes la décomposition). Ces matrices T_i sont chacune de rang 1 et peuvent donc être associées à une cible simple. Parallèlement, chacun des v_i peut s'interpréter en tant que vecteur diffusion d'une cible simple. Les valeurs propres sont ordonnées de manière à ce que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$.

La part de puissance associée au mécanisme "i" sera définie par

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} \quad (2.15)$$

et vérifie $0 \leq p_i \leq 1$, $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ et $p_1 \geq p_2 \geq p_3 \geq 0$.

Paramètres H et α

L'entropie de la cible H est un indicateur du caractère aléatoire du phénomène de rétrodiffusion.

$$H = - \sum_{i=1}^3 p_i \log_3 p_i \quad (2.16)$$

H vérifie $0 \leq H \leq 1$. H est nul si et seulement si la cible est simple. H est égal à 1 si et seulement si les trois valeurs propres de la matrice T sont égales.

L'analyse des vecteurs propres de T proposée par Cloude et Pottier [Cloude and Pottier, 1997] s'appuie sur une expression de ces vecteurs propres en fonction de 4 paramètres réels α , β , γ et δ .

$$v = \begin{cases} \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \beta e^{j\delta} \\ \sin \alpha \sin \beta e^{j\gamma} \end{cases} \quad (2.17)$$

Considérons que la matrice T suit un processus de Bernoulli à trois symboles, c'est à dire qu'à chaque mesure, T peut se trouver dans trois états : T_1 , T_2 ou T_3 , avec les probabilités respectives p_1 , p_2 et p_3 . Une grandeur caractéristique de T , par exemple α , aura pour espérance⁶ :

$$\alpha = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 \quad (2.18)$$

L'interprétation physique de α est lié au phénomène de double-rebond. Nous savons que pour un mécanisme dit de simple diffusion ou de surface par exemple, nous aurons $\alpha = 0$ alors que pour un dièdre, ou un mécanisme de rebond, $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Ces deux cas sont les cas extrêmes. Mais comme toujours, il faut être prudent car des cibles sans caractéristiques communes peuvent mener à la même valeur de α [Titin-Schnaider, 2000a]. De même l'entropie ne fournit pas seulement une notion quantitative de désordre⁷. Les deux paramètres H et α peuvent être utilisés de manière complémentaire pour classifier les cibles.

2.3 Le changement de base de polarisation

Le concept de "base de polarisation " est assez délicat. En effet, il ne faut pas le confondre avec les autres changements de base. Notamment :

- Il n'a pas de rapport avec le choix d'une base lexicographique ou de Pauli, qui est une base de "matrices", avec le choix d'une base de polarisation. **La base de matrices choisie (lexicographique, Pauli) est représentative d'un type de mécanisme. C'est une base permettant de passer d'une représentation matricielle à une représentation vectorielle** ; autrement dit c'est la base de matrices sur lesquelles nous projetons la matrice de diffusion pour obtenir les composantes du vecteur.
- Il ne faut pas confondre non plus le changement de base de polarisation avec un changement de base réel, celui auquel nous sommes habitués dans \mathbb{R}^3 , correspondant à une transformation de l'espace (rotation, translation).

Ces mises en garde effectuées, nous pouvons expliquer maintenant de quoi il s'agit.

2.3.1 Changement de base pour la représentation d'une onde

Nous avons vu que les paramètres choisis pour décrire une onde CP ou PP sont exprimés dans une base réelle $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, où (\vec{x}, \vec{y}) est une base orthonormale du plan d'onde, et où l'onde est progressive suivant l'axe z avec $\vec{z} = \vec{x} \times \vec{y}$. Dans ce système de coordonnées, une onde possède un vecteur polarisation que nous noterons E . L'onde se propageant en sens inverse a pour vecteur de polarisation E^* .

⁶ α est parfois présenté comme correspondant au maximum de vraisemblance. Dans le cas particulier d'un processus de Bernoulli, espérance et maximum de vraisemblance sont de toutes manières égaux

⁷Attention, les notions d'entropie et de paramètres α ne sont pas toujours intuitives. **L'entropie est significative d'une multitude d'interactions entre éléments, et non pas du nombre d'éléments au sein d'une cellule.** Ainsi dans le cas d'un nuage de sphère, les multiples réflexions sont négligeables, et l'entropie sera théoriquement nulle, ainsi que le paramètre alpha. Par contre, un nuage de dipôles aura une entropie très élevée $H = 0.946$ et $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Un nuage de diffuseurs n'est pas nécessairement représentatif d'un désordre.

Le vecteur de Jones est un vecteur à deux dimensions complexes. Il contient donc beaucoup plus d'informations qu'un vecteur réel "habituel" à deux dimensions du plan d'onde. Ce vecteur ne s'exprime donc pas dans une base de deux vecteurs réels, mais dans une base de deux vecteurs complexes, qui sont les deux vecteurs de Jones de la base. Lorsque nous avons défini le vecteur de Jones, nous l'avons implicitement défini dans la base constituée des vecteurs $(1,0)$ et $(0,1)$, correspondant aux polarisations linéaires H et V.

Nous pouvons alors choisir d'autres vecteurs de polarisation pour définir une base : par exemple la base des polarisations circulaires, ou linéaires à 45° et -45° , etc. Pour définir une nouvelle base, les deux vecteurs de polarisation e_1 et e_2 doivent être orthogonaux :

$$e_1 \cdot e_2 = e_1^\dagger e_2 = 0 \quad (2.19)$$

Cette condition peut se traduire en une condition sur les rapports de polarisation ρ :

$$\rho(e_1) = -\frac{1}{\rho^*(e_2)} \quad (2.20)$$

Mais cela ne permet pas de déterminer e_2 de manière unique à partir de e_1 . On y ajoute une condition relative aux phases globales des vecteurs de Jones, de manière à ce que $\det(e_1, e_2) = 1$:

$$\arg(e_1(1)) = -\arg(e_2(2)) \quad (2.21)$$

De par cette construction, les matrices de changement de base sont des matrices spéciales unitaires, c'est à dire les matrices unitaires de déterminant égal à $+1$.⁸

Une erreur fréquemment commise consiste à ne tenir compte que de la condition sur les rapports de polarisation, qui est à elle-seule insuffisante. Illustrons ceci par quelques exemples : les polarisation Circulaire Gauche $\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$ et Circulaire Droite $\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$ ne forment pas une base satisfaisante car ils ne vérifient pas la deuxième condition : la polarisation circulaire droite ne constitue pas la polarisation orthogonale à la circulaire gauche, au sens des bases de polarisations. Pour une base de polarisations circulaires, il faudra prendre les vecteurs $\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} j \\ 1 \end{pmatrix}$. Pour une base de polarisations linéaires inclinées à 45° , il faudra prendre les vecteurs $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dans cet ordre et non pas $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Les relations de changement de base dépendent du sens de propagation de l'onde par rapport au repère choisi. Que l'antenne émette ou reçoive, on définit par convention la polarisation de l'antenne comme la polarisation A de l'onde rayonnée par l'antenne lorsque celle-ci émet, et on représente l'état de polarisation P de l'onde qu'elle reçoit dans cette même base⁹. La tension T reçue est alors proportionnelle à

$$T = A^t E = E^t A \quad (2.22)$$

Les relations de changement de base sont écrites de manière à ce que T reste inchangé lors du changement de base. Si une onde se propageant suivant les z croissant possède un vecteur polarisation E, alors le vecteur polarisation de cette même onde se propageant dans le sens contraire est E^* . En travaillant dans la convention BSA, soit donc U la matrice de passage de (H, V) à

⁸Les matrices spéciales unitaires de dimension 2 forment le groupe SU(2)

⁹convention BSA

(e_1, e_2) , soit A le vecteur polarisation dans la base (H, V) d'une onde émise par l'antenne se propageant dans le sens de z , et soit E le vecteur polarisation dans la base (H, V) de l'onde réfléchie se propageant dans le sens contraire, A' et E' ces mêmes vecteurs dans la nouvelle base (e_1, e_2) , alors les relations s'écrivent :

$$\begin{aligned} A' &= U^\dagger A & E' &= A^t E \\ A &= U A' & E &= U^* E' \end{aligned} \quad (2.23)$$

De cette manière, la tension reçue dans la nouvelle base T' s'écrit $T' = A^t E' = (U^\dagger A)^t (U^t E) = A^t E = T$ et reste bien inchangée.

2.3.2 Changement de base de polarisation pour la représentation d'une cible

Soit E_i le vecteur polarisation de l'onde incidente dans une base (\vec{x}_i, \vec{y}_i) et une direction de propagation \vec{z}_i . Soit E_d le vecteur polarisation de l'onde réfléchie. En convention BSA nous avons $E_i = U E'_i$ et $E_d = U^* E'_d$. Soit S la matrice de diffusion reliant les vecteurs polarisation des champs incidents et réfléchis : $E_d = S E_i = U^* E'_d = S U E'_i$ soit

$$E'_d = U^t S U E'_i \quad (2.24)$$

donc

$$S' = U^t S U \quad (2.25)$$

2.3.3 Expressions des matrices de changement de base

Nous avons vu que la phase propre du vecteur de base jouait un rôle important dans le choix d'un vecteur de changement de base. Choisissons donc un vecteur

$$e_1 = e^{j\xi} \begin{pmatrix} 1 \\ \rho \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

dont les composantes sont exprimées dans l'ancienne base (\vec{x}, \vec{y}) . ρ est alors le rapport de polarisation du vecteur e_1 dans cette base.

e_2 est un vecteur orthogonal à e_1 , nous pouvons le définir par

$$e_2 = e^{-j\xi} \begin{pmatrix} -\rho^* \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

La matrice de changement de base s'écrit alors

$$U = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho\rho^*}} \begin{pmatrix} 1 & -\rho^* \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\xi} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Un changement de base donne lieu à un changement de représentation de la matrice de diffusion. Si nous travaillons non plus avec la matrice mais avec le vecteur de diffusion, le changement de base s'écrira : $s_{AB} = U_L s_{HV}$ et la matrice de covariance se transformera suivant $J_{AB} = U_L J_{HV} U_L^\dagger$ avec

$$U_L = \frac{1}{1 + \rho\rho^*} \begin{pmatrix} e^{-2j\xi} & \sqrt{2}\rho e^{-2j\xi} & \rho^2 e^{-2j\xi} \\ -\sqrt{2}\rho^* & 1 - \rho\rho^* & \sqrt{2}\rho \\ \rho^{*2} e^{2j\xi} & -\sqrt{2}\rho^* e^{2j\xi} & e^{2j\xi} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Enfin, si nous désirons transformer le vecteur diffusion de Pauli et sa matrice de cohérence associée, nous utiliserons $k_{AB} = U_P k_{HV}$, et $T_{AB} = U_P T_{HV} U_P^\dagger$, avec $U_P = A U_L A^\dagger$ (l'expression de A est fournie dans l'annexe 1).

2.3.4 Choix d'un mécanisme électromagnétique

Notons J la matrice de covariance exprimée dans la base (H,V) , pour laquelle $\rho = 0$. Nous la noterons donc $J(0)$, tandis qu'une matrice de covariance obtenue dans une base de polarisation caractérisée par ρ s'écrira $J(\rho)$. Nous avons vu qu'un changement de base appliqué à la matrice de covariance s'écrit $J(\rho) = U_L J(0) U_L^\dagger$. Un terme quelconque de la nouvelle matrice de covariance $J(\rho)$ s'écrira :

$$J(\rho)_{ij} = \vec{e}_i^\dagger J(\rho) \vec{e}_j \quad (2.30)$$

$$J(\rho)_{ij} = \vec{e}_i^\dagger U_L J(0) U_L^\dagger \vec{e}_j \quad (2.31)$$

$$J(\rho)_{ij} = \vec{\omega}_i^\dagger J(0) \vec{\omega}_j \quad (2.32)$$

où $\vec{\omega}_j$ est le j^{ieme} vecteur colonne de U_L^\dagger ou i^{ieme} vecteur ligne de U_L^* .

Par ailleurs, soit \vec{s} un vecteur diffusion dans la base initiale HV, et soit $\vec{\omega}$ un vecteur appelé mécanisme. Le scalaire $\mu = \vec{\omega}^\dagger \vec{s}$ est une combinaison linéaire des composantes du vecteur diffusion. La puissance moyenne associée à ce scalaire s'écrit

$$P = \langle \mu \mu^* \rangle = \vec{\omega}^\dagger \langle \vec{s} \vec{s}^\dagger \rangle \vec{\omega} \quad (2.33)$$

soit

$$P = \vec{\omega}^\dagger J(0) \vec{\omega} \quad (2.34)$$

Il y a donc équivalence entre choisir un vecteur mécanisme $\vec{\omega}$ parmi les colonnes de U^\dagger sur lequel projeter le vecteur diffusion et choisir un changement de base d'état de polarisation.

2.4 Angle d'orientation et pente en polarimétrie

Une partie de ce travail de thèse a consisté à évaluer l'apport de la polarimétrie pour la reconstruction de cartes d'élévation. Nous présentons ici les méthodes envisagées. La littérature offre beaucoup de travaux relatifs à l'estimation des pentes des terrains à partir de données polarimétriques [Schuler et al., 1996, Lee et al., 2000b]. L'estimation de ces pentes passe d'abord par l'estimation de l'angle d'orientation d'une cible.

2.4.1 Angle d'orientation d'une cible

Définition générale et exemples

Huynen, lors de l'étude des cibles déterministes, a introduit un paramètre angulaire Ψ , défini comme étant l'angle d'inclinaison de l'ellipse de la polarisation pseudo-propre associée à la valeur propre de plus grand module.

Ce paramètre Ψ peut s'interpréter comme l'angle d'orientation de la cible dans le plan d'onde (perpendiculaire à l'axe de visée), lorsque la cible est symétrique.

Est dite symétrique au sens de Huynen [Huynen, 1970] une cible dont les polarisations pseudo-propres sont rectilignes. Cette condition est successivement équivalente à :

- Les polarisations copolaires nulles ont des ellipticités opposées
- Il existe une rotation d'angle θ réel diagonalisant S

$$- (S_{\text{hH}} - S_{\text{vV}})S_{\text{hV}}^* \in \mathbb{R}^{10}$$

Les méthodes d'estimation de l'angle Ψ qui suivent présentent souvent l'inconvénient de ne pouvoir déterminer Ψ que modulo $\pi/2$. Si tel est le cas, nous posons par convention que l'angle Ψ peut toujours être ramené entre $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$: si $\Psi \geq \frac{\pi}{4}$, alors nous changeons Ψ en $\Psi - \frac{\pi}{2}$; si $\Psi \leq -\frac{\pi}{4}$, alors nous changeons Ψ en $\Psi + \frac{\pi}{2}$.

Pour un fil rectiligne, l'angle Ψ est l'angle entre la projection du fil dans le plan d'onde, et l'axe H ou V du plan d'onde. Plus généralement pour une cible possédant un axe de symétrie Δ , l'angle Ψ sera l'angle entre la projection de Δ dans le plan d'onde et l'axe H ou V . De même pour obtenir l'orientation d'un dièdre, il faut projeter l'arête du dièdre dans le plan d'onde pour obtenir son inclinaison.

Angle d'orientation d'une surface rugueuse

Considérons une surface horizontale. En première approximation, nous pouvons considérer que les réponses contrapolaires de cette surface sont nulles. C'est par exemple le cas si l'on considère que la diffusion par cette surface suit un modèle de Bragg. Pour cette surface de référence horizontale, la matrice S s'écrit donc :

$$S = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

L'angle Ψ calculé à partir d'une telle matrice est nul car la matrice comporte déjà des termes contrapolaires nuls.

Nous définissons ci-après les paramètres géométriques utilisés. (voir la figure 2.3). Nous nous donnons également un vecteur \vec{k} , vecteur d'onde de l'onde envoyée.

- **plan du sol** : c'est le plan normal au vecteur \vec{n}_z .
- **plan d'onde** : c'est un plan normal au vecteur \vec{k} , porté par u_k .
- **plan d'incidence** : c'est le plan contenant les vecteurs \vec{n} et \vec{k} .
- **vecteur vertical** : c'est un vecteur appartenant à la fois au plan d'onde et au plan d'incidence. Il est porté par u_Y . Cependant, un vecteur vertical n'est pas nécessairement colinéaire à \vec{n} . Il ne correspond donc pas forcément à la notion usuelle de verticalité que nous avons, c'est à dire qu'il n'est pas forcément perpendiculaire à la surface terrestre.
- **vecteur horizontal** : C'est le vecteur du plan d'onde perpendiculaire au vecteur vertical. C'est donc en aussi un vecteur parallèle au plan du sol. Il est porté par u_X .
- **Repère du plan d'onde** : Nous définissons deux vecteurs \vec{u}_X et \vec{u}_Y orthonormés dans le plan d'onde. Le vecteur \vec{u}_Y est le vecteur appartenant au plan d'incidence (donc considéré comme "vertical") et perpendiculaire à \vec{k} . Le vecteur \vec{u}_X est le vecteur normal au plan d'incidence. Il est donc également horizontal.

Considérons d'abord un sol dit "horizontal". Choisissons un repère orthonormé de l'espace $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ tel que le plan d'incidence soit le plan $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ et le plan du sol soit le plan $(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$.

¹⁰Cette équivalence peut se démontrer soit en passant par les paramètres de Huynen ($F = 0$), soit en exprimant l'angle de rotation θ qui diagonalise la matrice en fonction des coefficients de la matrice, et en écrivant que cet angle est réel.

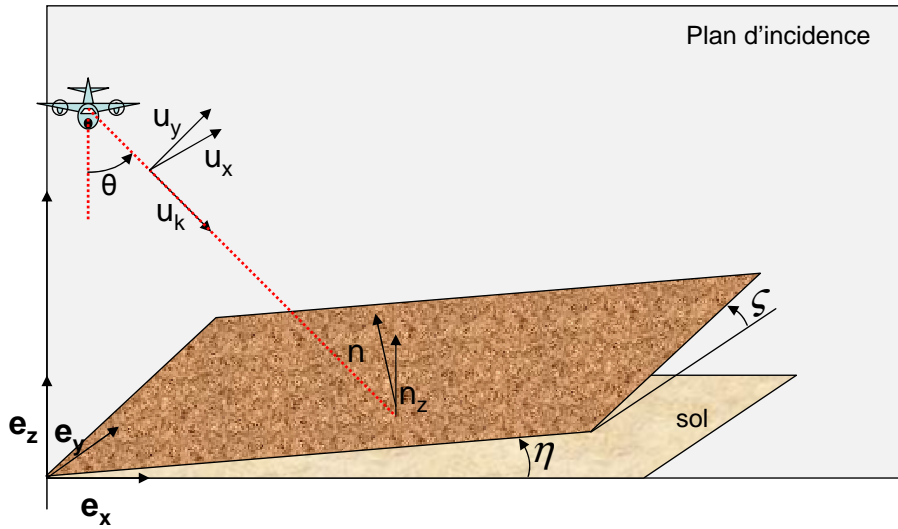


FIG. 2.3 – Surface inclinée : définition des vecteurs

Ainsi, l'axe d'azimut correspond à l'axe Oy et l'axe de visée correspond à l'axe Ox . Dans ce repère, si θ est l'angle d'incidence, les vecteurs précédemment cités ont pour coordonnées :

$$\vec{u}_k = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ -\cos \theta \end{pmatrix} \quad \vec{u}_X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_Y = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ 0 \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad \vec{n}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Supposons que l'orientation du sol soit maintenant modifiée. Le vecteur normal à la surface du sol \vec{n} s'écrit maintenant :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

avec la relation $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ si nous imposons à ce vecteur d'être unitaire.

La matrice S va être modifiée et va contenir des composantes contrapolaires non nulles, comme nous allons maintenant le démontrer. Nous calculons d'abord les coordonnées des vecteurs \vec{u}'_X et \vec{u}'_Y , appartenant au plan d'onde, tels que la matrice S exprimée par rapport à ces deux vecteurs soit diagonale. Le vecteur \vec{u}'_Y appartient au plan d'incidence, donc s'écrit $\vec{u}'_Y = \lambda \vec{n} + \mu \vec{u}_k$ où λ et μ sont des scalaires. Par ailleurs, \vec{u}'_Y appartient au plan d'onde, il doit donc vérifier $\vec{u}'_Y \cdot \vec{u}_k = 0$. Ces deux relations nous permettent d'écrire en éliminant μ :

$$\vec{u}'_Y = \lambda (\vec{n} - (\vec{n} \cdot \vec{u}_k) \vec{u}_k) \quad (2.38)$$

Nous pouvons introduire θ' le nouvel angle d'incidence, angle entre les vecteurs \vec{n} et \vec{k} :

$$\cos \theta' = (\vec{n} \cdot \vec{u}_k) = n_x \sin \theta - n_z \cos \theta \quad (2.39)$$

En normant \vec{u}'_Y à 1, nous trouvons pour la constante $\lambda = \sin \theta'$.

$$\vec{u}'_Y = \frac{1}{\sin \theta'} \begin{pmatrix} n_x - \sin \theta \cos \theta' \\ n_y \\ n_z + \cos \theta \cos \theta' \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Le vecteur \vec{u}'_X se déduit de $\vec{u}'_X = \vec{u}'_Y \times \vec{u}_k = \lambda(\vec{n} \times \vec{u}_k)$:

$$\vec{u}'_X = \frac{1}{\sin \theta'} \begin{pmatrix} -n_y \cos \theta \\ n_z \sin \theta + n_x \cos \theta \\ -n_y \sin \theta \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

En exprimant ces deux nouveaux vecteurs \vec{u}'_X et \vec{u}'_Y en fonction des anciens \vec{u}_X et \vec{u}_Y nous obtenons la matrice de passage

$$P = \frac{1}{\sin \theta'} \begin{pmatrix} n_z \sin \theta + n_x \cos \theta & -n_y \\ n_y & n_z \sin \theta + n_x \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Cette matrice est bien une matrice de rotation d'un angle Ψ donné par

$$\cos \Psi = \frac{n_z \sin \theta + n_x \cos \theta}{\sin \theta'} \quad (2.43)$$

$$\sin \Psi = \frac{n_y}{\sin \theta'} \quad (2.44)$$

2.4.2 Relation entre les pentes et l'angle Ψ d'une surface

Exprimons cet angle en fonction de la pente azimutale et de la pente de l'axe de visée.

La pente azimutale $\tan \zeta$ se mesure dans le plan Oyz donc

$$\cos \zeta = \frac{n_z}{\sqrt{n_z^2 + n_y^2}} \quad \tan \zeta = -\frac{n_y}{n_z} \quad (2.45)$$

La pente suivant l'axe de visée $\tan \eta$ se mesure dans le plan Oxz donc

$$\cos \eta = \frac{n_z}{\sqrt{n_z^2 + n_x^2}} \quad \tan \eta = -\frac{n_x}{n_z} \quad (2.46)$$

En éliminant les coordonnées de \vec{n}' dans l'expression de $\tan \Psi$ nous obtenons finalement :

$$\tan \Psi = \frac{-\tan \zeta}{-\sin \theta + \tan \eta \cos \theta} \quad (2.47)$$

Cet angle Ψ peut bien s'interpréter en terme d'angle d'inclinaison car la polarisation x poll-null est linéaire (la matrice de changement de base qui diagonalise S est bien une matrice réelle représentant une rotation).

Angle d'orientation d'une surface quelconque

Le même raisonnement que précédemment peut être appliqué à n'importe quel type de surface du moment que la réponse de la surface horizontale possède des termes contrapolaires nuls. Nous pouvons alors montrer facilement que l'angle Ψ d'une telle surface est bien l'angle entre la normale à la surface (son axe de symétrie) projetée dans le plan d'onde, et le vecteur \vec{u}_X du plan d'onde.

Trouvons la matrice de passage qui transforme la base $(\vec{e}_X, \vec{e}_Y, \vec{e}_z)$ en $(\vec{u}_X, \vec{u}_Y, \vec{u}_k)$:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Soit X un vecteur exprimé dans la première base, et soit X' ce même vecteur exprimé dans la seconde base, alors $X' = P^{-1}X$ avec $P^{-1} = P^t$ car il s'agit ici d'une isométrie.

La matrice de projection dans le plan d'onde s'écrit donc, en annulant la composante suivant k :

$$P' = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

La projection de \vec{n} dans le plan d'onde va donc s'écrire dans le repère du plan d'onde

$$\vec{n}' = P'\vec{n} = \begin{pmatrix} n_y \\ \cos \theta n_x + \sin \theta n_z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

La tangente entre ce vecteur et le vecteur \vec{u}_Y s'écrit

$$\tan(\widehat{\vec{n}', \vec{u}_Y}) = \frac{n_y}{\cos \theta n_x + \sin \theta n_z} = \tan \Psi \quad (2.51)$$

Surface horizontale dont les termes contrapolaires sont non nuls

Certaines modélisations du sol (type IEM du second ordre par exemple) montrent que les termes de polarisation croisées pour une surface globalement "horizontale" ne sont pas rigoureusement nuls. Posséder une modélisation de ce type permettrait d'extraire l'angle d'orientation.

2.4.3 Méthodes d'estimation de l'angle d'orientation

Il faut distinguer les méthodes qui découlent de la définition du paramètre Ψ pour les cibles déterministes, des méthodes qui sont une généralisation de ce paramètre dans le cas non déterministe.

Avec l'inclinaison de la polarisation pseudo-propre

En appliquant directement la définition de Ψ , la première idée est de calculer la polarisation pseudopropre et son inclinaison. Mais le résultat n'est pas satisfaisant : l'inclinaison ainsi obtenue est très aléatoire.

En fonction des coefficients de C à partir des paramètres de Huynen

Pour une cible déterministe, Huynen écrit

$$H_\Psi = C \sin 2\Psi \quad (2.52)$$

$$C_\Psi = C \cos 2\Psi \quad (2.53)$$

Nous en déduisons que

$$\tan 2\Psi = \frac{H_\Psi}{C_\Psi} \quad (2.54)$$

avec

$$H_{\Psi} = \frac{1}{2} \Re e((S_{\text{hH}}^* + S_{\text{vV}}^*)S_{\text{hV}}) \quad (2.55)$$

$$C_{\Psi} = \frac{1}{4} \Re e((S_{\text{hH}}^* + S_{\text{vV}}^*)(S_{\text{hH}} - S_{\text{vV}})) \quad (2.56)$$

Cette méthode appliquée à l'image réelle issue de la campagne PYLA 2001 est celle qui a donné le meilleur résultat.

En fonction des paramètres de Huynen avec simplification due à l'hypothèse de symétrie

Il s'agit de reprendre la formule ci-dessus, et de la simplifier en utilisant la condition de symétrie $(S_{\text{hH}} - S_{\text{vV}})S_{\text{hV}}^* \in \mathbb{R}$. Dans ce cas, le rapport $\frac{H_{\Psi}}{C_{\Psi}}$ se simplifie :

$$\tan 2\Psi = \pm \frac{|2S_{\text{vH}}|}{|S_{\text{hH}} - S_{\text{vV}}|} \quad (2.57)$$

où le signe choisi est celui de $(S_{\text{hH}} - S_{\text{vV}})S_{\text{hV}}^*$ qui est théoriquement de partie imaginaire nulle.

En pratique, nous pouvons exprimer $\tan 2\Psi$ en fonction des coefficients de la matrice de cohérence. L'expression est la suivante :

$$\tan 2\Psi = \text{sign}(\Re e(t_{12})) \frac{\sqrt{t_{22}}}{\sqrt{t_{11}}} \quad (2.58)$$

où t_{11} et t_{22} sont les valeurs de la matrice de cohérence T :

$$T = \begin{pmatrix} t_{00} & t_{01} & t_{02} \\ t_{10} & t_{11} & t_{12} \\ t_{20} & t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

Cette estimation n'est pas satisfaisante lorsque le critère de symétrie est mal vérifié, ce qui était le cas de nos données réelles.

En fonction des paramètres des vecteurs propres de T (paramètres de Cloude-Pottier)

Une cible non déterministe fait appel à des moments de second ordre. Elle peut être décrite par les paramètres de Cloude-Pottier, nous pouvons donc penser exprimer Ψ en fonction de ces paramètres. En remplaçant le vecteur diffusion par le vecteur propre moyen (ou principal) :

$$|2\Psi| = |\beta| \quad (2.60)$$

$$2\Psi = \tan^{-1}(\tan \beta \text{sign}(\cos(\eta - \delta))) \quad (2.61)$$

Le déplacement du pic de la signature copolaire

Il faut étudier le déplacement du maximum de la puissance copolaire, par rapport au maximum supposé être en VV ou en HH. Cette méthode n'a pas été testée à l'ONERA du fait de sa gourmandise en temps de calcul.

Grâce à l'expression de la matrice de cohérence dans une base circulaire

Cette méthode est basée sur le critère de symétrie de réflexion de la cible :

$$\langle S_{hH} S_{hV}^* \rangle = \langle S_{hH} S_{vH}^* \rangle = \langle S_{vV} S_{hV}^* \rangle = \langle S_{vV} S_{vH}^* \rangle = 0 \quad (2.62)$$

Si cette condition est correcte, alors la matrice de cohérence doit s'écrire :

$$C = \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

Partons de la matrice de diffusion de la cible étudiée exprimée dans la base RL des polarisations circulaires :

$$S_{RL} = \begin{pmatrix} S_{RR} & S_{RL} \\ S_{LR} & S_{LL} \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Les coefficients de la matrice de diffusion dans la base RL s'obtiennent à partir de la relation $S_{RL} = U_L^\dagger S_{hV} U_L$ où U_L est la matrice de changement d'état de polarisation :

$$U_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

Soit R la matrice de rotation d'angle δ :

$$R = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Si nous faisons effectuer cette rotation au plan d'onde, alors la matrice de diffusion \tilde{S}_{HV} après rotation s'obtient à partir de la matrice de diffusion S_{hV} initiale par :

$$\tilde{S}_{hV} = R^t S_{hV} R \quad (2.67)$$

D'autre part

$$\tilde{S}_{RL} = U_L^\dagger \tilde{S}_{hV} U_L = U_L^\dagger (R^t S_{hV} R) U_L = (U_L^\dagger R^t U_L^*) S_{RL} (U_L^\dagger R U_L) \quad (2.68)$$

donc $R' = U_L^\dagger R U_L$ sera la matrice de rotation à appliquer à la matrice de diffusion en base RL . Le calcul de R' à partir de R et U_L donne :

$$R' = \begin{pmatrix} e^{-j\delta} & 0 \\ 0 & e^{j\delta} \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

le vecteur diffusion après avoir subi cette rotation s'écrit :

$$\tilde{S}_{RL} = \begin{pmatrix} s_{RR} e^{-2j\delta} & \\ & s_{LR} \\ s_{LL} e^{2j\delta} & \end{pmatrix} \quad (2.70)$$

et la matrice de cohérence

$$C = \begin{pmatrix} * & * & \langle S_{RR} S_{LL}^* \rangle e^{4j\delta} \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad (2.71)$$



FIG. 2.4 – Photographie montrant le relief sur la dune du Pyla

$\langle S_{RR}S_{LL}^* \rangle$ est réel pour un milieu possédant la symétrie de réflexion. Nous cherchons donc l'angle δ tel que le terme en haut à droite soit réel, donc tel que $4\delta = \arg(\langle S_{RR}S_{LL}^* \rangle)[\pi]$ soit

$$\delta = \frac{1}{4} \arg(\langle S_{RR}S_{LL}^* \rangle) \left[\frac{\pi}{4} \right] \quad (2.72)$$

En revenant dans la base lexicographique :

$$4 \langle S_{RR}S_{LL}^* \rangle = -|S_{hH} - S_{hV}|^2 + 4|S_{hV}|^2 - j4\Re((S_{hV}(S_{hH} - S_{vV})^*)) \quad (2.73)$$

2.4.4 Reconstitution d'une carte de hauteur à l'aide de l'angle d'orientation

Déduction de la pente azimutale et de la pente dans la direction perpendiculaire

Dans l'équation 2.47, seul l'angle θ est connu de la géométrie du système. Cette équation ne suffit donc pas à retrouver les pentes dans les deux directions. Pour reconstruire les hauteurs dans les deux directions, plusieurs méthodes ont été testées sur des données RAMSES. Les seules données totalement polarimétriques disponibles sur un terrain à fort relief sont les données de la dune du PYLA (Campagne 2001). Cette dune culmine à une hauteur d'environ 100 mètres.

- En supposant la pente nulle dans la direction perpendiculaire, et en connaissant l'angle d'incidence, nous pouvons estimer la pente azimutale, et donc en déduire la carte de hauteur. Nous avons appliqué cette méthode sur l'image radar de la dune du pyla, en ayant soin de ne considérer que l'estimation de l'angle Ψ sur la dune elle-même. L'angle Ψ est en effet très bruité sur la forêt et n'est pas significatif. Puis nous avons reconstruit les hauteurs à partir du niveau de la mer supposé à zéro, en supposant que la pente dans la direction de distance est nulle en moyenne. Les hauteurs étant reconstruites le long de l'axe azimuthal, le résultat brut obtenu montre un effet de "lignage" parallèle à cet axe : les coupes de hauteurs suivant l'axe en distance sont très discontinues. Pour pallier à cet inconvénient, les hauteurs obtenues ont simplement été lissées à l'aide d'un filtrage spatial. Le résultat obtenu en trois dimensions est représenté sur la figure 2.5. Une coupe obtenue de la dune est représentée figure 2.6.

Bien que l'estimation de Ψ soit très bruitée (les écart-types de Ψ sur des zones homogènes sont élevés), nous pouvons dire qu'elle est relativement correcte "en moyenne" puisqu'elle donne des ordres de grandeur de la hauteur corrects. Cependant, cette méthode donnerait de très mauvais résultats si nous voulions retrouver un relief avec de fortes variations. En règle générale, elle est très loin d'obtenir des résultats aussi satisfaisants que ceux donnés par l'interférométrie utilisée seule.

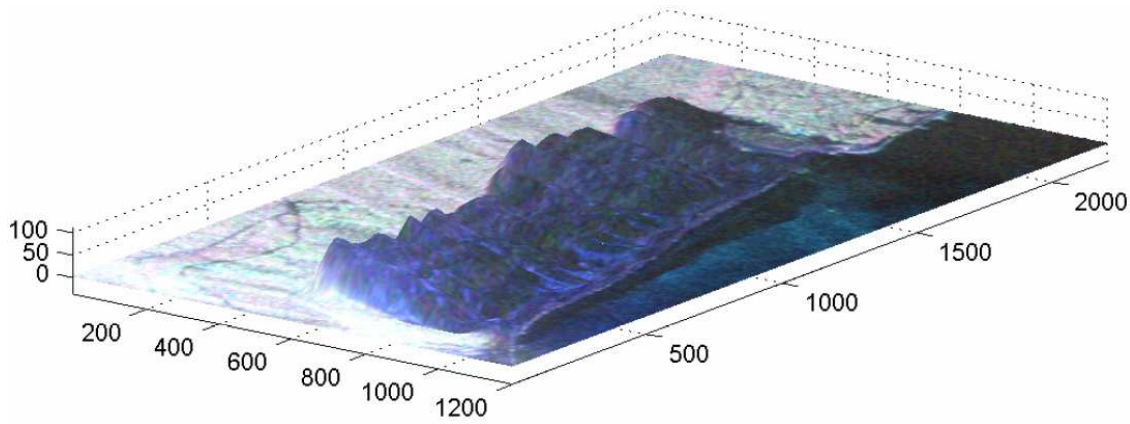


FIG. 2.5 – Représentation en trois dimension obtenue sur la dune. 2HV =rouge , HH-VV : vert , HH+VV : bleu

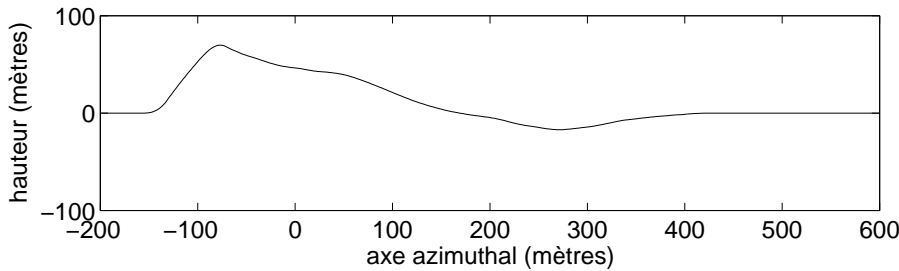


FIG. 2.6 – Un profil de hauteur obtenu en coupe

- Dans le cas où nous ne connaissons pas la pente dans l'axe en distance, et que celle-ci n'est pas négligeable, la méthode précédente ne suffit plus. [Pottier, 1998] propose d'utiliser la relation supplémentaire :

$$\cos \theta' = \frac{\tan \eta \sin \theta + \cos \theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \zeta + \tan^2 \eta}} \quad (2.74)$$

où θ' est l'angle d'incidence locale sur la surface. Le paramètre α est modélisé en fonction de cet angle par une fonction polynômiale du troisième degré, pour une permittivité donnée. A partir de l'estimation de α , il faut alors résoudre une équation du troisième degré pour estimer θ' . Quant à Ψ , il est estimé également en fonction des paramètres des vecteurs propres. Au final, il reste un système de deux équations à deux inconnues à résoudre pour trouver les deux pentes.

- Une solution consiste à acquérir les images deux fois, perpendiculairement, pour estimer les pentes suivant les deux axes.
- Une solution envisagée au cours de cette thèse s'inspire des travaux de [Paquerault, 1998] visant l'amélioration des résultats obtenus en clinométrie. Après la reconstruction des hauteurs faite comme ci-dessus en supposant que la pente longitudinale est nulle, une deuxième étape est proposée. Il s'agit d'une phase dite corrective qui consiste en une restauration markovienne, permettant de vérifier la condition de continuité des surfaces du terrain. La méthode est une méthode de recuit simulé : plusieurs valeurs aléatoires de hauteurs sont tirées dans un ordre aléatoire de pixels. Pour chaque hauteur proposée en un pixel, les

nouvelles pentes longitudinales et azimutales sont calculées à l'aide des hauteurs des pixels voisins, puis l'angle Ψ en est déduit. Ci celui-ci ne donne pas une valeur trop éloignée de la valeur mesurée, et que la continuité des hauteurs locales est en même temps améliorée (d'après un critère énergétique à mettre en place), cette solution est conservée à la place de la solution initiale. Cette méthode a été testée à l'aide des mêmes données. Elle n'a pas abouti à des résultats vraiment meilleurs que ceux obtenus avec la méthode de reconstruction initiale, l'estimation de Ψ étant très bruitée sur notre image. Par ailleurs, il y a beaucoup de paramètres à "ajuster" pour que l'algorithme soit efficace. Cette méthode gagnerait donc à être testées avec d'autre type de données polarimétriques.

Plusieurs autres tentatives ont été faites sur les mêmes données, sans résultat vraiment concluant :

- Un critère a été mis en place pour déterminer quels sont les pixels sur lesquels la matrice de diffusion de la cible correspond à celle d'une cible "symétrique". Nous nous apercevons que peu de pixels vérifient ce critère. Les difficultés que nous rencontrons dans une estimation fiable de Ψ sont dues en partie au très faible rapport signal à bruit sur le sable. Par ailleurs, la méthode suppose que le sol "plat" ait des réponses dans les polarisations croisées qui soient nulles. Les méthodes actuelles de modélisation du sol montrent que suivant la rugosité du sol, les termes contrapolaires ne sont pas nécessairement égaux à zéros. Pour généraliser la méthode à tout type de surface, il faudrait disposer d'un modèle polarimétrique de sol adapté.
- Pour combiner ces méthodes d'estimation de pente à l'aide de l'interférométrie, une idée intéressante serait d'utiliser la redondance d'information qu'apporte la deuxième antenne. Des données de la deuxième image, nous avons un nouvel angle d'incidence et une nouvelle mesure de Ψ . Il est alors possible de résoudre ce système à deux inconnues :

$$\tan \eta = \frac{\tan \Psi_2 \sin \theta_2 - \tan \Psi_1 \sin \theta_1}{\tan \Psi_1 \cos \theta_1 - \tan \Psi_2 \cos \theta_2} \quad (2.75)$$

$$\tan \zeta = \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\frac{\cos \theta_1}{\tan \Psi_2} - \frac{\cos \theta_2}{\tan \Psi_1}} \quad (2.76)$$

Cependant, si l'angle interférométrique donne une estimation de $\theta_1 - \theta_2$ précise, les calculs de Ψ_1 et Ψ_2 n'ont pas donné de précision inférieure au degré. Aussi, nous n'en déduisons qu'une très mauvaise estimation de la différence $\Psi_1 - \Psi_2$. Or une brève étude numérique de sensibilité montre qu'il faudrait connaître cette différence à 10^{-4} radians près pour avoir une estimation des pentes avec une précision de l'ordre du degré.

2.5 Conclusion

Nous avons présenté les notions de polarimétrie radar nécessaires à la compréhension des données polarimétriques, pour deux catégories de cibles différentes : les cibles pures et cibles distribuées. La distinction entre ces deux types de cibles sera naturellement reprise dans nos études POLINSAR. L'apport de la polarimétrie à la reconstitution de reliefs a été abordée, ainsi qu'une tentative de combiner ce type d'information avec l'interférométrie, mais l'absence de données réellement adaptées, c'est à dire de données POLINSAR à fort relief et en bandes basses, ne nous ont pas permis de poursuivre nos investigations dans ce cadre.

Chapitre 3

Interféropolarimétrie radar

En interférométrie, la donnée de deux complexes par pixel mène à la définition d'un coefficient de cohérence unique γ dont l'argument nous donne la hauteur, et le module donne le degré de corrélation entre les deux images. En interférométrie polarimétrique, nous pouvons définir de même un coefficient de cohérence entre les deux images, mais nous pouvons en définir autant qu'il y a de polarisations d'émission/réception pour chacune des images. En outre, les changements de base permettent de calculer un tel coefficient pour n'importe quel type de polarisation en entrée et sortie, à condition que nous disposions de données "complètement polarimétriques" (*full polar*), c'est à dire pour tous les couples émission-réception d'une base [Titin-Schnaider, 2002]. Le but de l'interféropolarimétrie est de comprendre et d'exploiter les différences entre les hauteurs que l'on obtient en changeant les polarisations d'émission/réception.

3.1 Généralisation de la cohérence interférométrique à la polarimétrie

Dans toute la suite, \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 désignent les vecteurs d'onde polarimétriques dans la base de Pauli obtenus respectivement pour une première antenne et pour une deuxième antenne d'une paire interférométrique.

3.1.1 Définition de la cohérence généralisée

La notion de cohérence généralisée a été introduite pour la première fois par Cloude et Papathanassiou [Papathanassiou and Cloude, 1997, Cloude and Papathanassiou, 1998] de la manière qui suit.

La matrice T de cohérence interféropolarimétrique est une matrice 6×6 qui s'écrit sous la forme de 4 matrices blocs :

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

où T_{11} , T_{22} , T_{12} sont des matrices de cohérences 3×3 obtenues par

$$T_{11} = \langle \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^{\dagger 1} \rangle, T_{22} = \langle \vec{k}_P^2 \vec{k}_P^{\dagger 2} \rangle, T_{12} = \langle \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^{\dagger 2} \rangle \quad (3.2)$$

Introduisons deux vecteurs complexes normalisés $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$. Soit alors μ_1 et μ_2 les projections des vecteurs \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 sur $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$.

$$\mu_1 = \vec{\omega}_1^{\dagger} \vec{k}_P^1 \quad (3.3)$$

$$\mu_2 = \vec{\omega}_2^\dagger \vec{k}_P^2 \quad (3.4)$$

Cela revient à étudier seulement une partie de la matrice de diffusion, celle qui correspond au "mécanisme" $\vec{\omega}_1$ pour l'image 1, et celle qui correspond au "mécanisme" $\vec{\omega}_2$ pour l'image 2.

La matrice de cohérence interférométrique J s'écrit $J = \langle \vec{\mu} \vec{\mu}^\dagger \rangle$ où $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^t$ soit

$$J = W^\dagger T W \quad (3.5)$$

où W est une matrice à 6 lignes et 2 colonnes :

$$W = \begin{pmatrix} \vec{\omega}_1 & 0 \\ 0 & \vec{\omega}_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Le coefficient de corrélation correspondant à cette matrice J est le coefficient de cohérence généralisé en interféropolarimétrie. Il s'écrit :

$$\gamma = \frac{\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2}{\sqrt{\vec{\omega}_1^\dagger T_{11} \vec{\omega}_1} \sqrt{\vec{\omega}_2^\dagger T_{22} \vec{\omega}_2}} \quad (3.7)$$

Nous voyons ici que le choix de $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ conditionne le résultat que nous allons obtenir. Or en interférométrie classique, nous savons que le résultat sur la hauteur est d'autant meilleur que $|\gamma|$ est grand.

Le but d'une optimisation de cohérence est de maximiser le module de ce coefficient. L'argument de γ quant à lui, représentera la différence de phase entre les deux images 1 et 2, pour les mécanismes que nous aurons choisis. Ce problème qui conduit à une unique solution peut être traité mathématiquement parlant par plusieurs méthodes : nous les présentons en section 3-2. L'interprétation physique des résultats quant à elle reste plus délicate.

3.1.2 Calcul de la cohérence pour un "mécanisme" donné

Quelle est la signification des vecteurs $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$, et comment les manipuler concrètement ? Supposons que nous travaillions avec les matrices de cohérence T calculées dans la base des matrices de Pauli.

Une image S_{hH} correspond à une projection du vecteur diffusion \vec{k}_P de chaque pixel sur le vecteur normalisé

$$\vec{\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Un interférogramme en polarisation hH s'obtiendra donc en prenant $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}$. De la même manière, il est possible de déduire la cohérence entre les deux mécanismes $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ quels qu'ils soient.

En raisonnant toujours dans la base de Pauli, le vecteur $\vec{\omega} = (1 \ 0 \ 0)^t$ est représentatif d'un mécanisme de surface. La hauteur correspondant à un "mécanisme de surface" s'obtiendra en calculant la phase de la cohérence pour $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}$.

3.1.3 Le "champ de valeur" des cohérences

Il est commode de représenter le coefficient de cohérence complexe dans le plan complexe (partie réelle en abscisse, partie imaginaire en ordonnée). Le module de ce coefficient donnera en effet le niveau de cohérence global, et l'argument représente l'angle interférométrique, presque proportionnel à la hauteur trouvée (voir chapitre 1).

En faisant varier les mécanismes $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$, nous trouvons à chaque fois un nouveau point dans le plan complexe. **L'ensemble des points obtenus pour $\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2$ est appelé "champ de valeur" (*field of values, or numerical range*) des cohérences.** Un algorithme numérique rapide permet de tracer la frontière d'un tel ensemble. Sa représentation est pratique puisqu'elle permet de visualiser directement toutes les excursions possibles des angles interférométriques et des niveaux de cohérences en faisant varier les mécanismes de polarisation.

Pourquoi ne pas représenter l'ensemble des cohérences pour $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ quelconques ? Tout simplement parce que si nous n'ajoutons pas de contrainte supplémentaire liant $\vec{\omega}_1$ à $\vec{\omega}_2$, tous les angles interférométriques dans $[0, 2\pi]$ peuvent être obtenus. Soit en effet deux mécanismes quelconques, et Φ l'angle interférométrique associé :

$$\Phi = \arg(\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2) \quad (3.9)$$

En changeant $\vec{\omega}_2$ par $\vec{\omega}_2 e^{i\theta}$, l'angle interférométrique s'écrit

$$\arg(\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2 e^{i\theta}) = \arg(e^{i\theta}) \arg(\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2) = \Phi + \theta \quad (3.10)$$

Il suffit de faire varier θ de 0 à 2π pour obtenir tout l'éventail possible des angles interférométriques. La forme correspondante est un anneau, représenté sur la figure 3.1. Aucune information pertinente sur les phases interférométriques ne peut être obtenue à partir de cette forme, et il est nécessaire d'introduire une condition supplémentaire sur les mécanismes pour pouvoir le faire. Nous voyons par là-même la difficulté d'interprétation des mécanismes. Le choix au hasard de ces vecteurs ne mène pas forcément à un résultat ayant une signification physique.

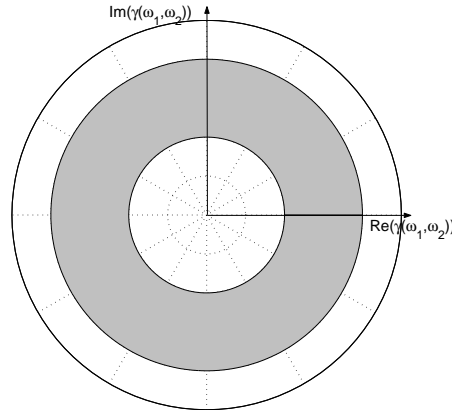


FIG. 3.1 – Exemple d'un ensemble des cohérences généralisées à deux mécanismes

3.2 Optimisation du module de la cohérence généralisée à deux mécanismes

La définition de la cohérence est celle qui est donnée dans l'équation 3.7.

3.2.1 Maximisation du numérateur à dénominateur fixé

La méthode proposée dans [Cloude and Papathanassiou, 1998] est celle des multiplicateurs de Lagrange, correspondant à la **maximisation du numérateur sous la contrainte dénomi-**

nateur fixé. Il s'agit alors de chercher un extremum du module de la grandeur complexe L :

$$L = \bar{\omega}_1^\dagger T_{12} \bar{\omega}_2 + \lambda_1 (\bar{\omega}_1^\dagger T_{11} \bar{\omega}_1 - C_1) + \lambda_2 (\bar{\omega}_2^\dagger T_{22} \bar{\omega}_2 - C_2) \quad (3.11)$$

La méthode [Cloude and Papathanassiou, 1998] propose alors de résoudre le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = 0 \\ \frac{\partial L^*}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

A partir de la formulation du Lagrangien, ce système s'écrit :

$$\begin{cases} T_{12} \bar{\omega}_2 + \lambda_1 T_{11} \bar{\omega}_1 = 0 \\ T_{12}^\dagger \bar{\omega}_1 + \lambda_2^* T_{22} \bar{\omega}_2 = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Cependant, **il n'est pas trivial de montrer que le système 3.12 équivaut bien à notre problème d'optimisation.** En effet il ne faut pas oublier que les grandeurs L et L^* sont des grandeurs complexes, et que leur dérivée n'a pas grand sens dans l'optique d'une maximisation. Il est malgré tout possible de démontrer grâce aux résultats de l'annexe 1 que

$$\begin{cases} \frac{\partial LL^*}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = 0 \\ \frac{\partial LL^*}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = 0 \\ \frac{\partial L^*}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Nous proposons donc ici une démonstration alternative qui permet d'obtenir le système 3.13. Nous maximisons directement $\gamma\gamma^*$ sans repasser par l'expression du Lagrangien.

$$\gamma\gamma^* = \frac{(\bar{\omega}_1^\dagger T_{12} \bar{\omega}_2)(\bar{\omega}_2^\dagger T_{12}^\dagger \bar{\omega}_1)}{(\bar{\omega}_1^\dagger T_{11} \bar{\omega}_1)(\bar{\omega}_2^\dagger T_{22} \bar{\omega}_2)} \quad (3.15)$$

Notons pour simplifier $f = (\bar{\omega}_1^\dagger T_{12} \bar{\omega}_2)(\bar{\omega}_2^\dagger T_{12}^\dagger \bar{\omega}_1)$, $g = \bar{\omega}_1^\dagger T_{11} \bar{\omega}_1$ et $h = (\bar{\omega}_2^\dagger T_{22} \bar{\omega}_2)$, de sorte que f , g et h sont des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} et

$$\gamma\gamma^* = \frac{f}{gh} \quad (3.16)$$

Les dérivées de γ vont donc s'écrire

$$\frac{\partial \gamma\gamma^*}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = \frac{\partial \frac{f}{gh}}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = \frac{1}{(gh)^2} \left(gh \frac{\partial f}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} - gf \frac{\partial h}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} - hf \frac{\partial g}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} \right) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \gamma\gamma^*}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} = \frac{\partial \frac{f}{gh}}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} = \frac{1}{(gh)^2} \left(gh \frac{\partial f}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} - gf \frac{\partial h}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} - hf \frac{\partial g}{\partial \bar{\omega}_2^\dagger} \right) \quad (3.18)$$

Les règles de dérivations de ces fonctions sont présentées en annexe. La méthode indiquée nous permet d'écrire :

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = (T_{12} \bar{\omega}_2)(\bar{\omega}_2^\dagger T_{12}^\dagger \bar{\omega}_1), \quad \frac{\partial g}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = T_{11} \bar{\omega}_1, \quad \frac{\partial h}{\partial \bar{\omega}_1^\dagger} = 0 \quad (3.19)$$

En échangeant les rôles de 1 et 2, nous obtenons aussi :

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{\omega}_2^\dagger} = (T_{12}^\dagger \vec{\omega}_1)(\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2), \quad \frac{\partial g}{\partial \vec{\omega}_2^\dagger} = 0 \quad \frac{\partial h}{\partial \vec{\omega}_2^\dagger} = T_{22} \vec{\omega}_2 \quad (3.20)$$

En utilisant ces résultats, et en annulant les expressions des équations 3.17 et 3.18, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \vec{\omega}_1^\dagger} g = \frac{\partial g}{\partial \vec{\omega}_1^\dagger} f \\ \frac{\partial f}{\partial \vec{\omega}_1^\dagger} h = \frac{\partial h}{\partial \vec{\omega}_1^\dagger} f \end{cases} \quad (3.21)$$

Soit :

$$\begin{cases} (\vec{\omega}_1^\dagger T_{11} \vec{\omega}_1)(T_{12} \vec{\omega}_2) = (T_{11} \vec{\omega}_1)(\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2) \\ (\vec{\omega}_2^\dagger T_{22} \vec{\omega}_2)(T_{12}^\dagger \vec{\omega}_1) = (T_{22} \vec{\omega}_2)(\vec{\omega}_2^\dagger T_{12}^\dagger \vec{\omega}_1) \end{cases} \quad (3.22)$$

En posant

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{\vec{\omega}_1^\dagger T_{12} \vec{\omega}_2}{\vec{\omega}_1^\dagger T_{11} \vec{\omega}_1} \\ \lambda_2 = -\frac{\vec{\omega}_2^\dagger T_{12}^\dagger \vec{\omega}_1}{\vec{\omega}_2^\dagger T_{22} \vec{\omega}_2} \end{cases} \quad (3.23)$$

nous retrouvons l'expression du système habituel (équations 3.13), et en vérifiant bien $\lambda_1 \lambda_2 = |\gamma|^2$. Cela nous donne la preuve que **l'algorithme d'optimisation de Cloude et Papathanassiou est bien équivalent à l'optimisation sans contrainte du module de la cohérence.**

3.2.2 transformation du système obtenu

En multipliant ces deux équations à gauche et à droite respectivement par $-\lambda_2^* T_{11}^{-1}$ et $-\lambda_1 T_{22}^{-1}$ nous obtenons les deux équations aux valeurs propres suivantes :

$$\begin{cases} T_{11}^{-1} T_{12} T_{22}^{-1} T_{12}^\dagger \vec{\omega}_1 = \lambda_1 \lambda_2^* \vec{\omega}_1 \\ T_{22}^{-1} T_{12}^\dagger T_{11}^{-1} T_{12} \vec{\omega}_2 = \lambda_1 \lambda_2^* \vec{\omega}_2 \end{cases} \quad (3.24)$$

Ceci peut s'écrire

$$\begin{cases} AB \vec{\omega}_1 = \nu \vec{\omega}_1 \\ BA \vec{\omega}_2 = \nu \vec{\omega}_2 \end{cases} \quad (3.25)$$

où $A = T_{11}^{-1} T_{12}$, $B = T_{22}^{-1} T_{12}^\dagger$ et $\nu = \lambda_1 \lambda_2^*$. Ce système souligne simplement un résultat plus général : AB et BA étant des matrices semblables¹¹, elles ont les mêmes valeurs propres. Montrons par ailleurs ici que ces valeurs propres sont positives.

T_{jj} est une matrice hermitienne positive semi-définie. Elle est donc diagonalisable et ses valeurs propres sont positives ou nulles. Il est donc possible de définir une matrice racine carré à l'aide de Σ_j la matrice diagonale de ses valeurs propres, et de U_j la matrice de ses vecteurs propres, par :

¹¹Deux matrices M et N sont semblables s'il existe une matrice P telle que $M = P^{-1}NP$. Deux matrices semblables ont les mêmes valeurs propres.

$$T_{jj}^{\frac{1}{2}} = U_j \Sigma_j^{\frac{1}{2}} U_j^\dagger \quad (3.26)$$

Posons $M_1 = AB$ et $M_2 = BA$. En posant $\omega'_j = T_{jj}^{\frac{1}{2}} \omega_j$ nous montrons que M_1 et M_2 peuvent être réécrites sous la forme :

$$\begin{cases} M_1 = T_{11}^{-\frac{1}{2}} C C^\dagger T_{11}^{\frac{1}{2}} \\ M_2 = T_{22}^{-\frac{1}{2}} C^\dagger C T_{22}^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (3.27)$$

avec

$$C = T_{11}^{-\frac{1}{2} \dagger} T_{12} T_{22}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

où $\vec{\omega}'_1$ est vecteur propre de CC^\dagger et $\vec{\omega}'_2$ est vecteur propre de $C^\dagger C$. Ces écritures montrent que M_1 est semblable à CC^\dagger tandis que M_2 est semblable à $C^\dagger C$, donc M_1 et M_2 ont les mêmes valeurs propres, qui sont aussi les valeurs singulières de C ¹². Ces valeurs propres sont donc positives et peuvent être ordonnées par ordre décroissant $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$.

La cohérence maximum est donnée par $\sqrt{\sigma_1}$. Elle sera appelée "cohérence optimale", et associés à un couple de mécanismes "optimaux" ($\vec{\omega}'_1, \vec{\omega}'_2$). Les cohérences associées aux autres vecteurs de la base trouvées seront classées par ordre décroissant et appelées cohérence secondaire et cohérence tertiaire, associées respectivement aux couples de mécanismes ($\vec{\omega}^b_1, \vec{\omega}^b_2$) et ($\vec{\omega}^c_1, \vec{\omega}^c_2$).

3.2.3 Démonstration alternative : utilisation des contractions

Cette démonstration a été proposée dans [Luneberg and Cloude, 1999]. Par définition, la matrice $A \in M_n$ (ensemble des matrices carrées de taille n) est une contraction si et seulement si la norme spectrale¹³ associée à A est strictement inférieure à 1.

Lemme : Soit $L \in M_m$ et $M \in M_n$ deux matrices semi-définies positives, et $A \in M_{m,n}$. Alors la matrice

$$\begin{pmatrix} L & A \\ A^\dagger & M \end{pmatrix} \in M_{m,n} \quad (3.29)$$

est définie semipositive si et seulement si il existe une contraction $C \in M_{m,n}$ telle que $A = L^{\frac{1}{2}} C M^{\frac{1}{2}}$

En appliquant ce lemme à la matrice T , avec $L = T_{11}$, $M = T_{22}$ et $A = T_{12}$ nous en déduisons que la matrice $C = T_{11}^{-\frac{1}{2}} T_{12} T_{22}^{-\frac{1}{2}}$ est une contraction, donc que sa plus grande valeur singulière est inférieure à 1. Démontrons que cette valeur singulière est le module de la cohérence.

Le théorème de décomposition en valeurs singulières¹⁴ de C permet de relier les vecteurs

¹²Par définition, les valeurs singulières de C sont les valeurs propres de CC^\dagger .

¹³La norme spectrale est une norme sur M_n définie par $\|A\| = \max\{\sqrt{\lambda} : \lambda \in \text{spectre}(A)\} = \max\{\sigma_i(A) : \sigma_i(A) \in \text{valeurs singulières de}(A)\}$. Cette norme a plusieurs propriétés : elle est unitairement invariante c'est à dire que $\|A\| = \|UAV\|$ si U et V sont des matrices unitaires ; c'est la norme minimale de la classe ; enfin, elle est autoadjointe.

¹⁴Le théorème de décomposition en valeurs singulières spécifie que toute matrice C peut s'écrire $C = V \Sigma U^t$, où U et V sont des matrices unitaires, et Σ est la matrice diagonale contenant les valeurs singulières de C , c'est à dire les valeurs propres de CC^\dagger . Notons \vec{u}_i les vecteurs colonnes de U , \vec{v}_i les vecteurs colonnes de V . Ces vecteurs sont appelés respectivement vecteurs singuliers droites et vecteurs singuliers gauches de C . Ce sont d'ailleurs les vecteurs propres de CC^\dagger et $C^\dagger C$. Contrairement à Σ , V et U ne sont jamais déterminés de manière unique, même normalisés. En effet, en choisissant une matrice U et une matrice V qui conviennent pour la décomposition, alors $\tilde{V} = VD$ et $\tilde{U} = UD$ conviennent également pour $D = \text{diag}(e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2}, \dots, e^{i\theta_n})$.

singuliers de C aux vecteurs propres de M_1 et M_2 par

$$\vec{v}_i = T_{11}^{\frac{1}{2}} \vec{\omega}_{1i} \quad (3.30)$$

$$\vec{v}_i = T_{22}^{\frac{1}{2}} \vec{\omega}_{2i} \quad (3.31)$$

Comme $\|\vec{u}_i\| = \|\vec{v}_i\| = 1$ il s'ensuit :

$$\gamma = \frac{\vec{v}_1^\dagger C \vec{u}_1}{\|\vec{u}_1\| \|\vec{v}_1\|} = |\vec{v}_1^\dagger \sigma_1 \vec{u}_1| = \sigma_1. \quad (3.32)$$

3.3 Validations sur les données RAMSES

3.3.1 Analyse de la cohérence optimisée

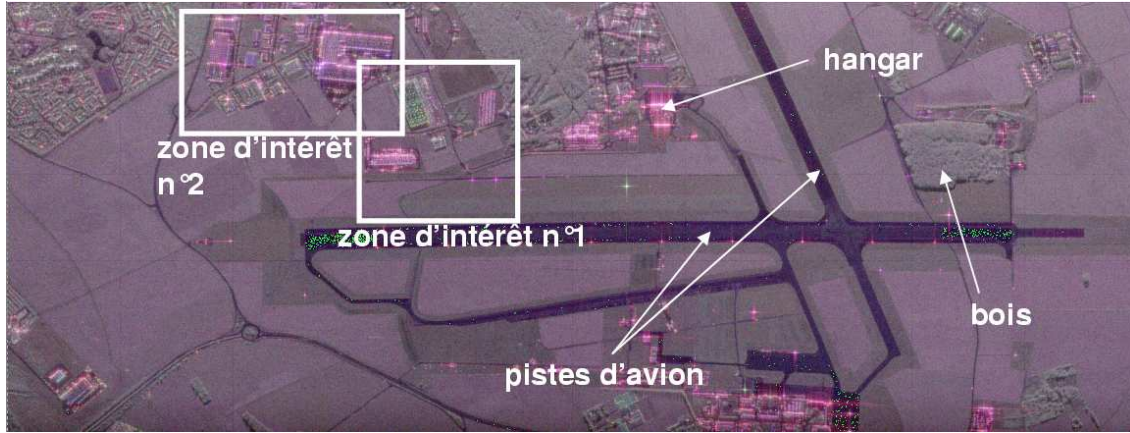


FIG. 3.2 – Image polarimétrique de Brétigny - Rouge : hH, Vert : $\sqrt{2}$ hV, bleu : vV

L'algorithme d'optimisation est appliqué à une image RAMSES bande X (Brétigny, campagne ORANGE). L'image polarimétrique correspondante est donnée sur la figure 3.2.

L'observation des cohérences de la base d'optimisation peut se faire sur la figure 3.3 pour les angles interférométriques et sur la figure 3.4 pour les modules.

Par ailleurs, pour une observation à échelle plus fine, une première imagerie de 500×500 pixels a été extraite de l'image globale. Elle correspond à la sélection 1 sur l'image globale 3.2). La figure 3.5 permet de montrer la photographie IGN correspondante. L'angle interférométrique obtenu sur cette imagerie avec le couple de mécanismes optimal est donné sur la figure 3.6.

- Le module est bien optimisé, ceci dans une très large mesure par rapport aux cohérences classiques hH hV et vV.
- La cohérence optimisée est proche de 1 partout sauf sur certains types de zones : pistes d'avion, bois. Par contre, la carte de cohérence correspondant au troisième mécanisme est mauvaise et descend jusqu'à une valeur nulle sur ces mêmes zones. Définir alors une hauteur correspondant au mécanisme tertiaire n'est pas significatif.

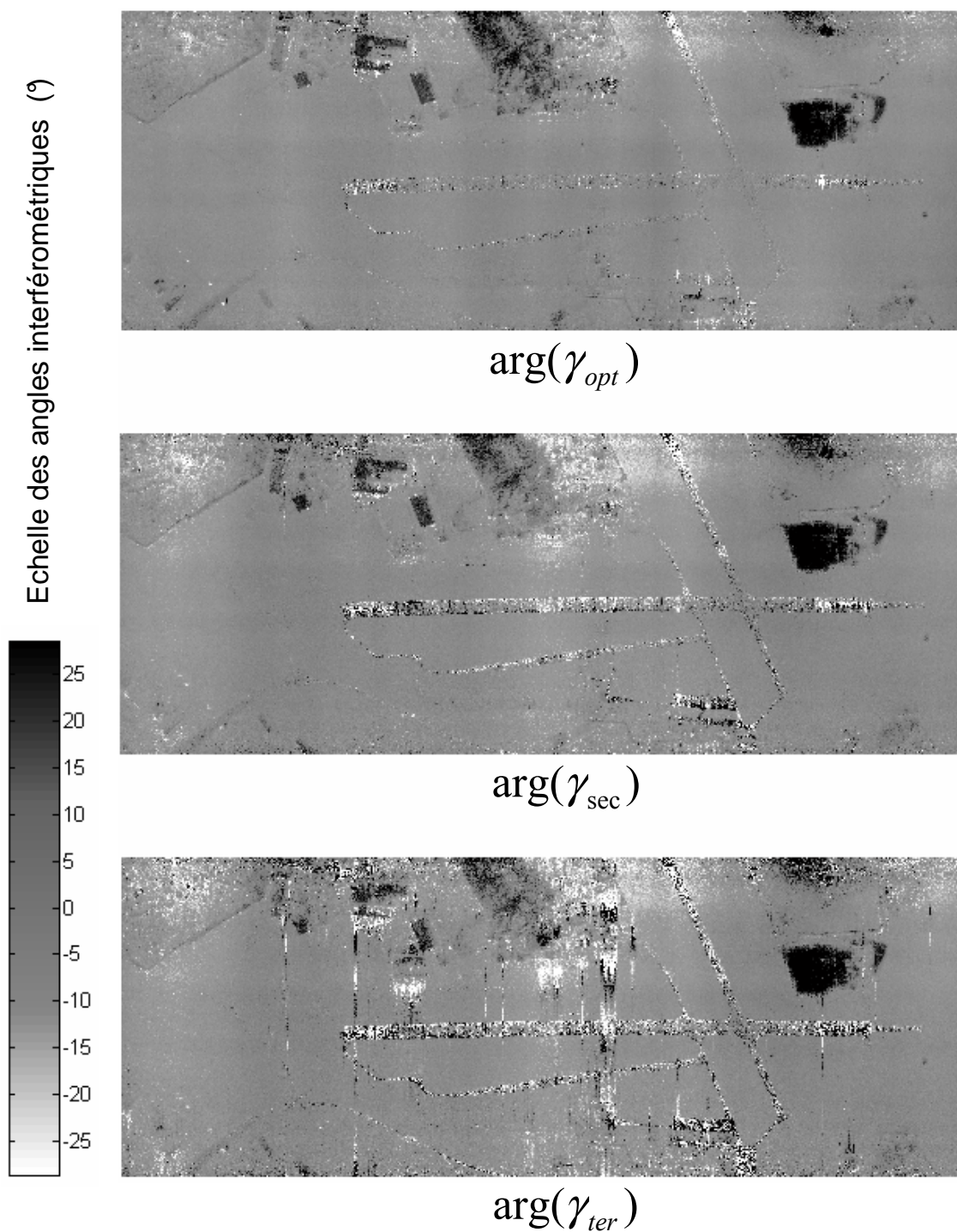


FIG. 3.3 – Angles interférométriques dans la base de polarisation optimale

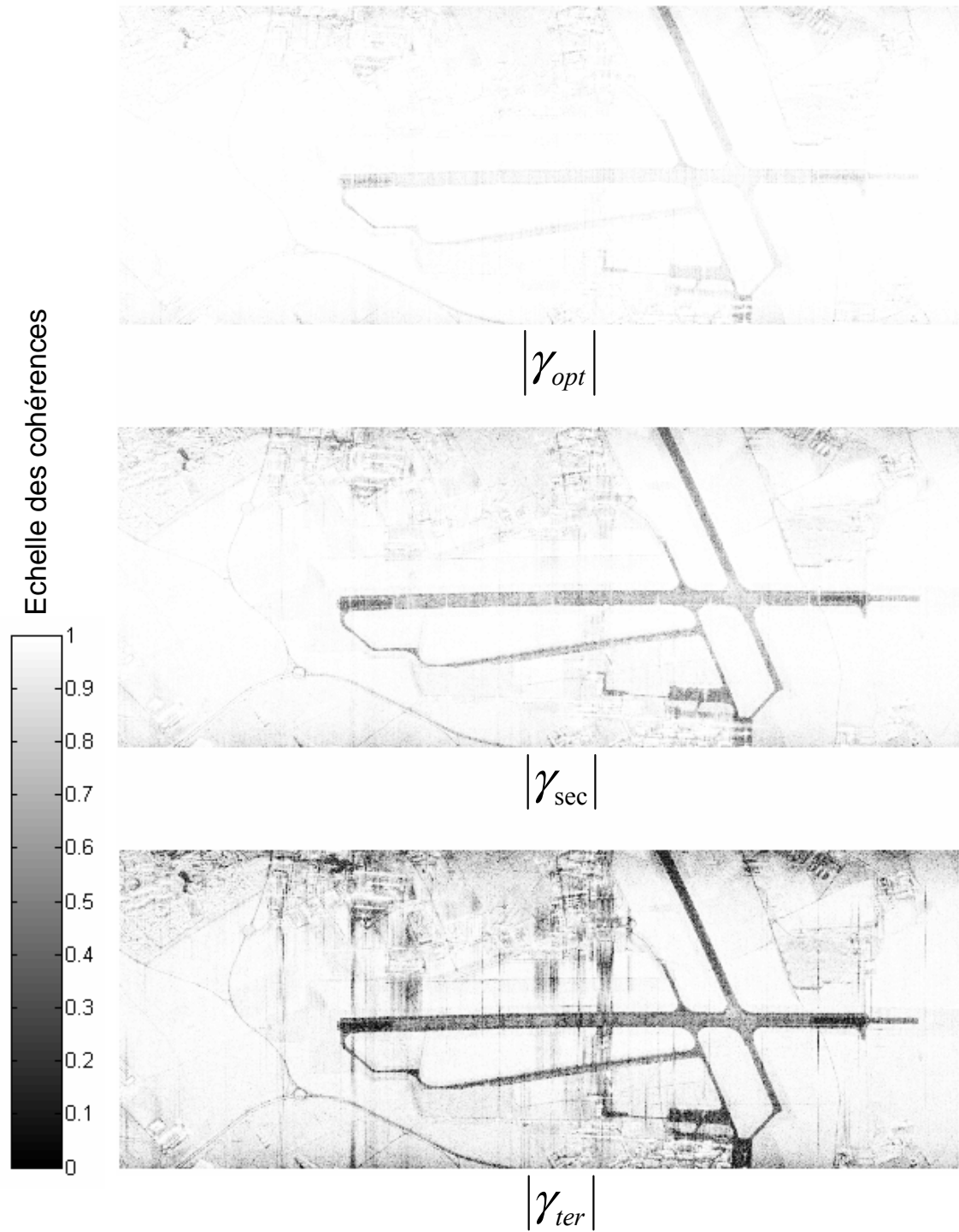


FIG. 3.4 – Niveaux de cohérence dans la base de polarisation optimale. Le blanc correspond aux niveaux très cohérents

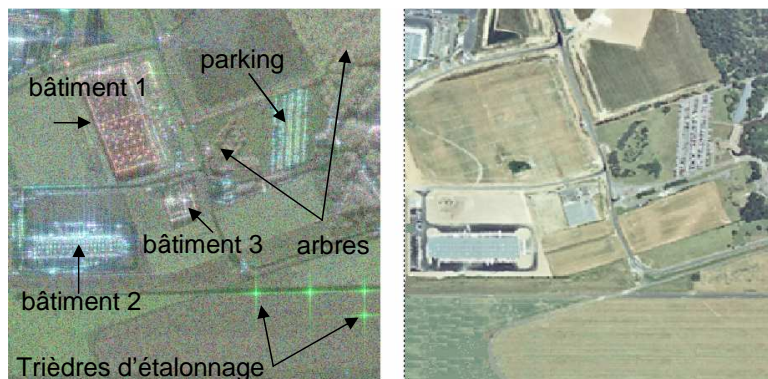


FIG. 3.5 – Image polarimétrique de la zone de reference (à gauche), et photographie aérienne associée à la même zone (à droite)

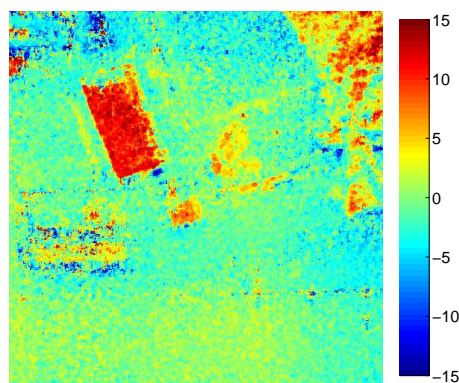


FIG. 3.6 – Hauteur issue de l'angle interférométrique obtenu avec le couple de mécanisme optimal

- L'écart type des hauteurs trouvées est tout de même amélioré avec la polarisation optimale, mais reste assez bruité sur les zones homogènes à faible rapport signal à bruit (piste d'avion...).

3.3.2 Limitations de cette méthode en terme d'interprétation

L'étude précédente suggère les remarques suivantes :

- Le théorème de décomposition est, tout comme en polarimétrie, à manier avec précaution physiquement. Il conduit ici à décrire chaque cible à l'aide de 3 couples de mécanismes, donc permet de calculer 3 hauteurs. L'interprétation de ces hauteurs passe par l'interprétation rigoureuse du vecteur mécanisme choisi. Quelle est donc cette interprétation ? L'information contenue dans les trois vecteurs trouvés est-elle exploitable ? C'est à ces questions que nous tentons de répondre dans la deuxième partie de cette thèse.
- L'optimisation est faite pour chaque pixel. Nous constatons généralement qu'elle mène à choisir des vecteurs $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ très différents pour deux pixels voisins. Aussi les hauteurs

mesurées n'auront pas nécessairement la même signification physique d'un pixel à un autre.

- Les vecteurs $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ obtenus par l'algorithme sont également étudiés. Chacune des composantes d'un mécanisme donné peut être visualisée sur l'ensemble de l'image, en module et en argument. Nous pouvons clairement observer des zones où l'une des composantes du mécanisme domine largement par rapport aux autres. Ceci par exemple en bande X sur les pistes d'avion, où les mécanismes exprimés dans la base lexicographique sont proches de la forme $(0 \ 0 \ 1)^t$ (polarisation vV), ainsi que sur les zones d'ombre ou d'étalement des cibles, où le mécanisme privilégié sera de la forme $(0 \ 1 \ 0)^t$ (polarisation hV).
- En dehors de ces quelques zones, les mécanismes trouvés sont très discontinus d'un pixel à l'autre, que ce soit en module ou en argument. Il va donc être difficile d'en donner une interprétation physique simple.
- Les cartes des modules de $\vec{\omega}_1$ et $\vec{\omega}_2$ obtenues sont très similaires, c'est à dire que nous avons quelque chose du type :

$$|\omega_{1 \text{ hH}}| \approx |\omega_{2 \text{ hH}}| \quad (3.33)$$

$$|\omega_{1 \text{ hV}}| \approx |\omega_{2 \text{ hV}}| \quad (3.34)$$

$$|\omega_{1 \text{ vV}}| \approx |\omega_{2 \text{ vV}}| \quad (3.35)$$

Nous pouvons nous poser la question du "poids relatif" de chacun des trois mécanismes obtenus pour un pixel donné. Selon l'analyse de K.Papathanassiou, les cibles caractérisées par un mécanisme de diffusion de surface dominant ont des valeurs singulières vérifiant : $\sigma_1 \gg \sigma_2 \approx \sigma_3 \approx 0$, tandis que zones de forêts sont caractérisées par $\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma_3$. Nous verrons dans les prochains chapitres que cette constatation dépend beaucoup de la bande de fréquence utilisée ; en particulier elle n'est plus vraie avec les données bande X. Nous verrons comment construire un paramètre pour quantifier les poids respectifs des mécanismes obtenus.

3.3.3 Pour une cohérence définie par un vecteur de changement d'état de polarisation

Lors de nos optimisations, aucune contrainte en dehors de la normalisation effectuée n'a été imposée sur la forme des mécanismes recherchés. Le vecteur de diffusion trouvé ne correspond donc pas forcément à un vecteur de la matrice de changement de base : **optimiser la cohérence sur l'ensemble des mécanismes est un problème plus large que celui d'optimiser sur les paramètres ϕ et τ d'un changement de base de polarisation [Pascual et al., 2000].**

Comparaison du vecteur optimal trouvé avec un vecteur de changement de base de polarisation

Dans un premier temps, nous pouvons essayer de chercher si nos algorithmes conduisent ou non à trouver des vecteurs représentant un nouvel état de polarisation. Nous avons travaillé dans la base lexicographique. **La conclusion est que l'algorithme précédent ne conduit pas à choisir un vecteur de changement de base : l'optimisation sur un mécanisme de forme générale ne permet pas une interprétation en terme de changement de base de polarisation.** Une étude physique et théorique de la signification d'un vecteur mécanisme de forme quelconque restera donc à étudier plus soigneusement en partie 2.

Résultat d'une optimisation contrainte

Dans un deuxième temps, nous pouvons effectuer l'optimisation sur des vecteurs dont on va imposer la forme. Cette optimisation a été proposée dans [Pascual et al., 2000]. Un travail récent dans [Qong, 2005] s'inspire du même principe, en cherchant le couple (ϕ, τ) qui maximise la corrélation entre les deux signatures polarimétriques.

Rappelons qu'un changement de base s'écrit, pour les matrices de covariance :

$$J_{AB} = U_L J_{HV} U_L^+ \quad (3.36)$$

Et nous avons vu au chapitre précédent qu'un terme quelconque de la nouvelle matrice de covariance J_{AB} s'écrit :

$$J_{AB} \quad ij = \vec{\omega}_i^+ J \vec{\omega}_j \quad (3.37)$$

où $\vec{\omega}_j$ est le j^{ieme} vecteur colonne de U_L^\dagger ou i^{eme} vecteur ligne de U_L^* .

La cohérence calculée pour une polarisation A s'obtient donc à partir de la cohérence généralisée, calculée (en base lexicographique) pour le premier vecteur ligne de U_L^* , à savoir

$$\omega = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\cos 2\tau + \cos 2\phi + j \sin 2\phi \sin 2\tau) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2\phi) - j \cos 2\phi \sin 2\tau \\ \frac{1}{2}(\cos 2\tau - \cos 2\phi - j \sin 2\phi \sin 2\tau) \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Nous avons implantée cette optimisation de cohérence et le résultat a été comparé à celui des autres méthodes présentées. Le résultat obtenu sur l'angle interférométrique (figure 3.7) est globalement plus bruité que celui obtenu par optimisation à deux mécanismes (figure 3.6) : nous voyons plus de défauts par exemple au niveau des étalements de cibles autour du bâtiment 2.

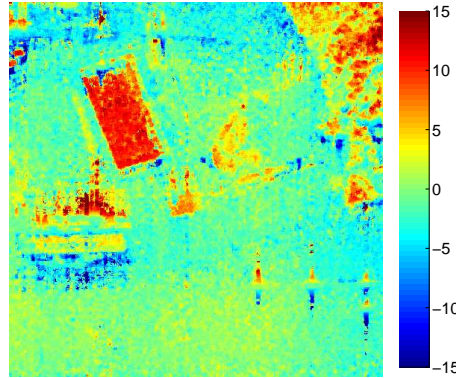


FIG. 3.7 – Hauteur obtenue sur la même zone après optimisation de cohérence sur l'ensemble des polarisations elliptiques

Visualisation de la cohérence calculée pour l'ensemble des polarisations

Sur les images suivantes, nous visualisons la cohérence en module et en argument ainsi que la puissance copolaire pour plusieurs pixels des zones suivantes : route, prairie, forêt et bâtiments. Ces grandeurs sont visualisées suivant le même principe que la signature copolaire, en fonction des paramètres τ et ϕ de l'ellipse de polarisation.

Dans tous les cas, nous constatons à nouveau que quasiment tous les angles peuvent être obtenus suivant la polarisation choisie. Les observations suivantes peuvent être tirées :

- sur la route (figure 3.8) : la signature copolaire possède un fort maximum proche de la polarisation vV. La cohérence est encore maximum en vV. La cohérence optimale fournit un argument nul, correspondant à une hauteur nulle.

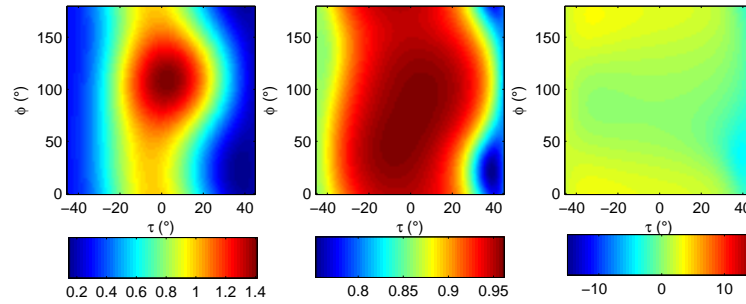


FIG. 3.8 – Signature copolaire de la route, cohérence copolaire, et hauteurs correspondantes.

- sur la prairie (figure 3.9) : la signature copolaire et la cohérence copolaire ne sont pas similaires. La signature copolaire présente son maximum en polarisation hH. La cohérence présente des maxima pour des polarisations linéaires inclinées. La cohérence optimale donne un argument nul également.

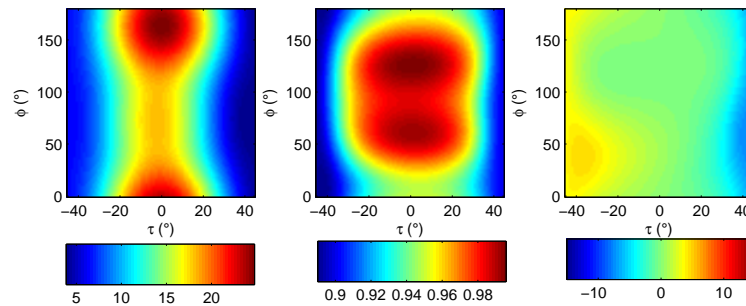


FIG. 3.9 – Signature copolaire de la prairie, cohérence copolaire, et hauteurs correspondantes.

- sur la forêt (figure 3.10) : les allures de la signature et de la cohérence ne sont pas toujours les mêmes et fluctuent beaucoup d'un pixel à un autre. Les maxima et minima ne sont pas toujours bien marqués.

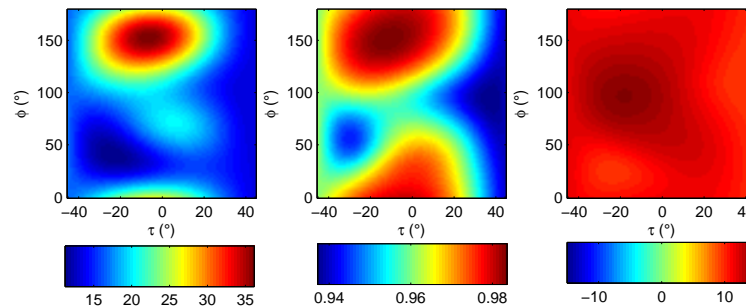


FIG. 3.10 – Signature copolaire de la forêt, cohérence copolaire, et hauteurs correspondantes.

- sur un toit de bâtiment (figure 3.11) : cohérence et signatures sont différentes aussi, mais les hauteurs trouvées sont à peu près les mêmes quelle que soit la polarisation choisie.

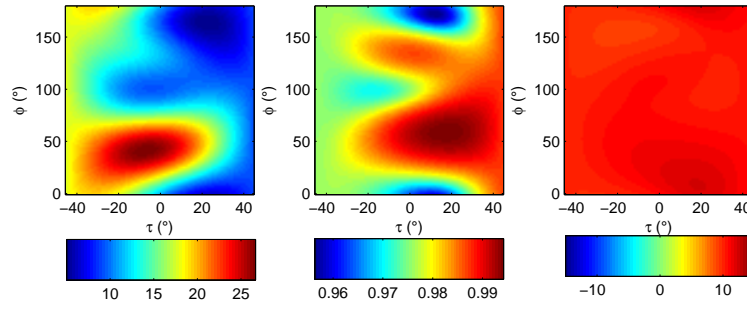


FIG. 3.11 – Signature copolaire de bâtiments, cohérence copolaire, et hauteurs correspondantes.

3.4 Séparation de phases : la méthode "ESPRIT"

3.4.1 Le modèle de données

La méthode ESPRIT [Roy and T.Kailath, 1989] est une méthode générale dite "haute résolution". Ici elle est utilisée pour estimer les phases de différents points au sein d'une même cellule.

La cible est modélisée à l'aide de N points brillants, indicés par des lettres : A, B, \dots, N . Le champ reçu pour l'antenne 1 dans la polarisation xy s'écrit :

$$k_P^1 xy = c_A s_A^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1A}}{\lambda}} + c_B s_B^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1B}}{\lambda}} + \dots + c_N s_N^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1N}}{\lambda}} \quad (3.39)$$

Dans cette notation, c_A représente le span (somme des intensités des canaux polarimétriques) du point brillant A , ρ_{1A} est la distance du point A à l'antenne 1. Matriciellement :

$$\vec{k}_P^1 = S \vec{c} \quad (3.40)$$

k_P^1 est un vecteur colonne de dimension 3×1 : à un terme de phase près il s'agit du vecteur diffusion.

S est une matrice complexe $3 \times N$, dont les N colonnes sont les N vecteurs diffusions des diffuseurs élémentaires.

\vec{c} est un vecteur colonne réel $N \times 1$:

$$c = \begin{pmatrix} c_A e^{-j4\pi \frac{\rho_{1A}}{\lambda}} \\ c_B e^{-j4\pi \frac{\rho_{1B}}{\lambda}} \\ \vdots \\ c_N e^{-j4\pi \frac{\rho_{1N}}{\lambda}} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

Pour la même cible vue sous l'antenne 2, nous écrivons

$$k_P^2 xy = c_A s_A^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2A}}{\lambda}} + c_B s_B^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2B}}{\lambda}} + \dots + c_N s_N^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2N}}{\lambda}} \quad (3.42)$$

Les points A, B, \dots, N sont dans la même cellule de résolution définie par l'antenne 1. Nous pouvons donc écrire $\rho_{1A} = \rho_{1B} = \dots = \rho_{1N} = \rho$. Par ailleurs, nous posons

$$\rho_{2A} = \rho + \Delta\rho_A, \quad \rho_{2B} = \rho + \Delta\rho_B \dots \rho_{2N} = \rho + \Delta\rho_N \quad (3.43)$$

et donc matriciellement

$$\vec{k}_P^2 = S D \vec{c} \quad (3.44)$$

où D est la matrice diagonale $N \times N$ contenant les phases interférométriques de tous les points constitutifs de la cible :

$$D = \text{diag}(e^{-j4\pi\frac{\Delta\rho_A}{\lambda}}, e^{-j4\pi\frac{\Delta\rho_B}{\lambda}}, \dots, e^{-j4\pi\frac{\Delta\rho_N}{\lambda}}) \quad (3.45)$$

Les mesures radar sont entachées de bruit. Supposons que nous puissions donc écrire ces mesures $\vec{k}_P^1 = S\vec{c} + \vec{n}_1$ et $\vec{k}_P^2 = SD\vec{c} + \vec{n}_2$. Il s'agit alors de récupérer l'information contenue dans la matrice D à partir de ces vecteurs \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 .

3.4.2 Méthode d'inversion des phases interférométriques

Il est possible de former le vecteur x de taille 6×1

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \vec{k}_P^1 \\ \vec{k}_P^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S \\ SD \end{pmatrix} \vec{c} + \begin{pmatrix} \vec{n}_1 \\ \vec{n}_2 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

ce qui s'écrit encore

$$\vec{x} = \Omega\vec{c} + \vec{n} \quad (3.47)$$

si nous posons

$$\Omega = \begin{pmatrix} S \\ SD \end{pmatrix}, \quad \vec{n} = \begin{pmatrix} \vec{n}_1 \\ \vec{n}_2 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

La matrice de corrélations statistique de \vec{x} , notée $C_{xx} = \langle \vec{x}\vec{x}^\dagger \rangle$, celle de \vec{c} notée $C_{cc} = \langle \vec{c}\vec{c}^\dagger \rangle$ et celle du bruit \vec{n} notée $\Sigma_n = \langle \vec{n}\vec{n}^\dagger \rangle$ sont reliées par la relation

$$C_{xx} = \Omega C_{cc} \Omega^\dagger + \Sigma_n \quad (3.49)$$

C_{cc} est de taille $N \times N$, C_{xx} est de taille 6×6 , et Ω est de taille $6 \times N$. Dans la littérature, lorsque cette méthode est appliquée aux signaux radars interféropolarimétriques [Guillaso, 2003], les composantes du bruit \vec{n} sont des variables aléatoires complexes, qui sont supposées stationnaires, indépendantes entre elles ainsi qu'avec les composantes de S , gaussiennes et de même variance σ_b . Dans ce cas particulier, la matrice Σ_n est proportionnelle à l'identité : $\Sigma_n = \sigma_b I_N$. Il ne faut pas oublier cette hypothèse, qui est une hypothèse forte. **Par ailleurs, la méthode se généralise pour tout autre type de bruit à partir du moment où nous sommes capables d'en estimer la matrice de covariance.**

Nous supposons donc que les données recueillies nous permettent d'estimer C_{xx} et Σ_n . Nous désirons retrouver la matrice D , elle-même contenue dans la matrice C_{cc} . Nous supposons également que N est inférieur ou égal à 3.

La première étape consiste à calculer le sous-espace propre "généralisé" de C_{xx} , "orthogonalement à Σ_n " c'est à dire à la matrice de valeurs propres Λ et la matrice de vecteurs associés P qui vérifient par définition :

$$\begin{cases} C_{xx} = \Sigma_n P \Lambda P^{-1} \\ P^\dagger \Sigma_n P = I \end{cases} \quad (3.50)$$

Dans le cas particulier où le bruit est blanc, P correspond à la matrice des vecteurs propres de C_{xx} . En dehors de ce cas particulier, la matrice P n'est pas orthogonale, elle est définie

"orthogonalement" au bruit. Nous considérons maintenant E_s la matrice $\Sigma_n[p_1, \dots, p_N]$ où les p_i sont les vecteurs colonnes de P associés aux plus grandes valeurs propres :

$$\begin{aligned}
 C_{xx}P &= \Sigma_n P \Lambda \\
 \Omega C_{cc} \Omega^\dagger P + \Sigma_n P &= \Sigma_n P \Lambda \\
 P^\dagger \Omega C_{cc} \Omega^\dagger P + P^\dagger \Sigma_n P &= P^\dagger \Sigma_n P \Lambda \\
 P^\dagger \Omega C_{cc} \Omega^\dagger P + I &= \Lambda \\
 \Omega C_{cc} \Omega^\dagger &= P^\dagger^{-1} (\Lambda - I) P^{-1} \\
 \Omega C_{cc} \Omega^\dagger &= \Sigma_n P (\Lambda - I) P^\dagger \Sigma_n
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

La matrice $\Omega C_{cc} \Omega^\dagger$ est de rang N par construction (car C_{cc} est de taille $N \times N$). Nous en déduisons que le rang de $\Sigma_n P (\Lambda - I) P^\dagger \Sigma_n$ est égal à N . Or $\Sigma_n P$ est une matrice inversible, donc $\text{rang}(\Sigma_n P (\Lambda - I) P^\dagger \Sigma_n) = \text{rang}((\Lambda - I)) = N$. La matrice $(\Lambda - I)$ étant de taille 6×6 et de rang N , cela signifie qu'elle contient $N - 6$ valeurs propres nulles. Les vecteurs p_i que nous retenons sont les vecteurs colonnes de P associés aux N valeurs propres de non nulles de $(\Lambda - I)$.

E_s est de taille $6 \times N$ et est donc de rang N car ses vecteurs colonnes sont tous indépendants (vecteurs extraits de la matrice $\Sigma_n P$ inversible). Ω est également de rang N : E_s et Ω génèrent le même sous-espace image. Cela veut dire qu'il existe une matrice C telle que :

$$E_s = \Omega C \tag{3.52}$$

ce qui s'écrit de manière équivalente à l'aide des matrices blocs :

$$E_s = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} SC \\ SDC \end{pmatrix} \tag{3.53}$$

Supposons que nous ayons trouvé deux matrices carrées F_x et F_y de taille 6 telles que :

$$E_x F_x + E_y F_y = 0 \tag{3.54}$$

Nous tirons de cette relation :

$$SCF_x + SDCF_y = 0 \tag{3.55}$$

En supposant que S est de rang plein, nous pouvons simplifier par S :

$$CDC^{-1} = -F_x F_y^{-1} \tag{3.56}$$

La matrice D est donc obtenue par diagonalisation de la matrice $-F_x F_y^{-1}$.

Il nous reste à obtenir les matrices F_x et F_y . Pour ce faire, le calcul des valeurs propres et vecteurs propres de la matrice $E_s E_s^\dagger$ permet d'écrire

$$E_s E_s^\dagger = \begin{pmatrix} E_x^\dagger \\ E_y^\dagger \end{pmatrix} (E_x \ E_y) = E \Lambda E^\dagger \tag{3.57}$$

E est la matrice des vecteurs propres, de dimension $2N \times 2N$. Elle peut être décomposée en sous matrices :

$$E = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \tag{3.58}$$

En supposant que les vecteurs colonnes ont été rangés par ordre décroissant de valeurs propres associées, si la matrice E est de rang N , les N derniers vecteurs propres (relatifs aux matrices E_{21} et E_{22}) sont associés aux valeurs propres nulles et donc E_{21} et E_{22} correspondent aux matrices F_x et F_y que nous cherchons.

La figure 3.12 montre la hauteur que nous obtenons à partir de l'application de la méthode ESPRIT pour l'extraction d'un point brillant. Sur cette image, les résultats ne sont pas franchement convaincants : les effets dus à l'étalement des cibles brillantes (bâtiment 2, trièdres...) ne sont pas éliminés ; la hauteur du toit du bâtiment 1 n'est pas plus homogène.

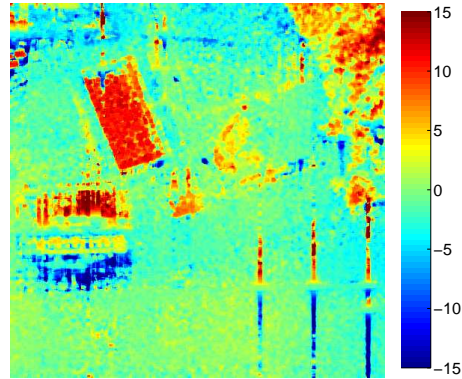


FIG. 3.12 – Angles interférométriques trouvés après l'application de la méthode ESPRIT pour l'extraction d'un seul point brillant

3.5 Conclusion

Après avoir présenté la méthode classique de l'optimisation de la cohérence généralisée à deux mécanismes, nous avons mis en avant le problème plus général de l'optimisation d'une grandeur complexe et proposé une résolution alternative qui ne fait pas appel à l'expression du Lagrangien. Une phase de validation sur des données RAMSES a ensuite été effectuée et l'analyse de la cohérence optimisée permet de mettre en avant les limitations de cette méthode en terme d'interprétation. Notamment, nous avons vu qu'il était nécessaire d'introduire une contrainte liant les deux mécanismes pour pouvoir en déduire des informations pertinentes sur les angles interférométriques correspondants. Nous avons également présenté une méthode de séparation de phase (méthode ESPRIT) qui peut s'appliquer au cas POLINSAR et qui est généralisable au cas d'un bruit à densité quelconque et non gaussienne.

Chapitre 4

Imagerie SAR et analyse temps-fréquence par ondelettes

L'imagerie par synthèse d'ouverture utilise le déplacement du radar pour former une antenne fictive et ainsi améliorer la résolution transverse des images. Dans le cas des fréquences les plus basses, la dimension accrue de l'antenne synthétique dépasse le cadre d'application de l'algorithme SAR classique du "Range Doppler" (RDA). Aussi l'ONERA utilise comme solution adaptée l'algorithme "Range Migration" (RMA). Ce chapitre en présente les étapes essentielles.

Tous les algorithmes SAR actuels supposent que la réflectivité de chaque diffuseur varie très peu dans l'excursion des angles de vue de l'antenne radar ainsi que dans la gamme de fréquences émise. Lorsque cette hypothèse est remise en question, les phénomènes dits de coloration et de non-isotropie des cibles peuvent être étudiés grâce à des méthodes temps-fréquence qui permettent une analyse locale du signal. Parmi les méthodes temps-fréquence, nous présentons ici l'analyse par ondelettes, initiée par [Bertrand and Bertrand, 1996] à l'ONERA. L'analyse par ondelette est particulièrement adaptée à l'étude des signaux "large-bande", et permet de conserver la phase du signal, indispensable pour les études polarimétriques et interférométriques.

4.1 Imagerie SAR

4.1.1 Généralités

L'imagerie radar consiste à mesurer pour chaque cible sa distance, et le rapport entre signal reçu et signal émis. Ainsi, le système permet à la fois de localiser une cible et de la caractériser.

Comme dans tout système d'imagerie, nous cherchons à obtenir la meilleure résolution de l'image. Le traitement "SAR" (pour *Synthetic Aperture Radar*, ou en français RSO radar à synthèse d'ouverture) est un algorithme de formation de l'image qui permet d'améliorer considérablement la résolution dans la direction dite "azimutale", c'est à dire parallèle à la trajectoire. Le principe est d'utiliser tous les signaux réfléchis par la cible pendant toute sa durée d'éclairage dans le lobe d'antenne. La sommation cohérente (c'est à dire à la fois en amplitude et en phase) de ces signaux revient à simuler une antenne de dimension plus large que l'antenne réelle, d'où le terme de "synthèse d'ouverture" [Soumekh, 1999, Carrara et al., 1995, Mensa, 1981].

Dans cette thèse, les données SAR utilisées sont des données dites "aéroportées" : le radar est embarqué dans un avion. Dans ce cas la formation de l'image est plus délicate que dans le cas de données satellite car la trajectoire ne se fait pas à vitesse constante et n'est pas parfaitement rectiligne. La formation de l'image nécessite donc des étapes de corrections de trajectoire.

Cependant, ici seul l'algorithme SAR général utilisé à l'ONERA sera présenté, sans ces corrections. Cet algorithme est également valable pour des données acquises par un satellite.

4.1.2 Configuration Géométrique

Une image radar se forme dans un plan à deux dimensions, suivant un axe distance et un axe azimut. **L'axe distance** est aussi appelé "**temps-court**". La résolution suivant cet axe est inversement proportionnelle à la bande fréquentielle émise. **L'axe azimut** est appelé "**temps-long**". La résolution suivant cet axe est reliée au temps d'intégration, c'est à dire au nombre d'échos radar utilisés pour une cible.

Deux modes de visée peuvent être distingués : un mode de visée perpendiculaire à la trajectoire (*non squint*), ou un mode dépointé (*squint*). Plusieurs algorithmes classiques SAR existent, par exemple le "RDA" (*Range Doppler Algorithm*) et le "RMA" (*Range Migration Algorithm*) [Soumekh, 1999]. Ce deuxième algorithme est celui qui est utilisé à l'ONERA. En effet il est plus efficace dans des configurations où le dépointage de l'antenne est important, et donc notamment dans les basses bandes de fréquence (bande P) pour exploiter la totalité du diagramme d'antenne.

4.1.3 Algorithmie

Modélisation du signal SAR

Pour simplifier la modélisation du signal SAR, nous approximations le scénario tridimensionnel d'acquisition des données SAR par le scénario bidimensionnel où l'antenne radar est supposée être dans le même plan que la scène irradiée (voir figure 4.1). D'autre part, la distance X_1 est la distance dans la direction de l'axe x qui sépare l'antenne au début de sa trajectoire, et le centre de la zone imagée. La distance Y_1 est la distance qui sépare l'antenne au milieu de sa trajectoire, et le centre de la zone imagée dans la direction transverse. Lorsque $Y_1 \neq 0$, l'image est en mode dépointé.

Le radar circule dans une direction parallèle à l'axe transverse y. Il parcourt une distance $2L$ assimilée au diamètre de l'antenne synthétique ainsi réalisée. La position du porteur de l'antenne radar, sur sa trajectoire de vol, est caractérisée par la variable u , qui le situe par rapport au milieu de sa trajectoire. Par conséquent, les coordonnées de l'antenne dans le repère (x, y) lié à la zone imagée sont $(x_A; y_A) = (X_1, Y_1 + u)$.

La cible, quant à elle, est caractérisée par sa fonction réflectivité $f(x, y)$, aussi appelée fonction cible (cette réflectivité est la proportion du champ qui est rétrodiffusé vers l'antenne). Elle est donc considérée comme un objet à deux dimensions sans notion de hauteur. En faisant l'hypothèse que la scène est composée de N réflecteurs indépendants (sans interactions entre réflecteurs) de coordonnées (x_i, y_i) dans le repère (x, y) et de réflectivité f_i , la fonction $f(x, y)$ pour la scène totale se modélise par :

$$f(x, y) = \sum_i f_i \delta(x - x_i, y - y_i)$$

Soit $p(t)$ le signal émis par le radar en direction de la scène à imager à l'instant t . Une cible de position (x, y) va réémettre une partie $f(x, y) dx dy$ de ce signal, et cette réponse sera enregistrée avec un retard de l'onde due au temps d'aller et retour entre le radar et la cible.

La distance entre une cible de position (x, y) et l'avion à une position $(X_1, Y_1 + u)$ s'écrit $\sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 + u - y)^2}$. Le signal enregistré par le radar lorsque l'avion est à une position u sur sa trajectoire de vol s'écrit :

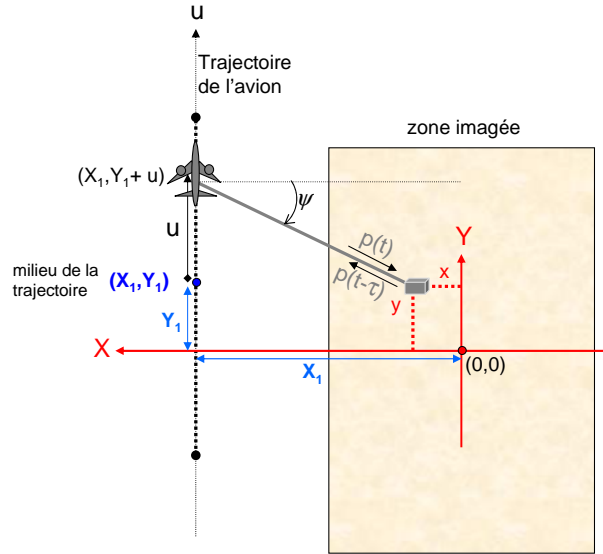


FIG. 4.1 – Géométrie d'acquisition du signal SAR

$$p_r(t, u) = \int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) p \left(t - \frac{2}{c} \sqrt{(X_1 - x)^2 + (Y_1 + u - y)^2} \right) dx dy$$

Etapes de l'algorithme RMA

Le but de l'algorithme est maintenant de retrouver la fonction $f(x, y)$ ou une fonction approchée, à partir des données $p_r(t, u)$.

Voici les différentes étapes de l'algorithme RMA pour reconstruire la fonction réflectivité $f(x, y)$ de la cible. Elles sont décrites plus en détail dans [Tria, 2005].

- Le signal temporel $p_r(t, u)$ est d'abord traduit dans le domaine fréquentiel par une première transformation de Fourier par rapport à la variable t , relative à l'axe des distances
- La seconde étape est la suppression de la porteuse $P(f)$, transformée de Fourier du signal de référence émis par l'antenne. Nous obtenons alors le signal $S(k, u)$
- La troisième étape est de prendre la transformée de Fourier du signal $S(k, u)$ par rapport à la variable u .
- La quatrième étape consiste à ramener le support de la fonction réflectivité $f(x, y)$ autour de l'origine O du repère Oxy . Ceci s'effectue, concrètement, en introduisant, au signal S , une phase mettant en jeu les distances de références X_1 et Y_1 . Nous appelons H le signal ainsi obtenu. H est ainsi obtenue sur une grille $(k, k_u) = (k, k_y)$

- Nous effectuons alors le changement de variables $k_x = \sqrt{k^2 - k_u^2}$ (plus connu en SAR sous le nom de **transformation de Stolt**) au signal H , qui permet de passer d'un signal $H(k, ku)$ à un signal $H(k_x, k_y)$.
- Enfin, la fonction cible $f(x, y)$ est reconstruite à partir du spectre H exprimé dans le domaine des fréquences spatiales (k_x, k_y) , par une transformée de Fourier inverse à deux dimensions. La fonction cible obtenue $f(x, y)$ donne l'information de localisation et le niveau de réflectivité des points réflecteurs situés dans l'espace (x, y) .

4.2 Imagerie par ondelette

4.2.1 L'analyse temps-fréquence dans le cadre de l'imagerie SAR

Deux hypothèses sont fondamentales en imagerie SAR :

- Nous supposons que la réponse de la cible est la même dans toute la bande de fréquence utilisée. Nous disons d'une telle cible qu'elle est "blanche", par opposition à une cible dont le comportement dépendrait de la fréquence, dite "colorée".
- Nous supposons que la réponse de la cible est la même quelle que soit sa position à l'intérieur du lobe de l'antenne, c'est à dire quel que soit son angle de vue ψ . Nous disons d'une telle cible qu'elle est "isotrope", par opposition à une cible "anisotrope".

Ces deux paramètres, fréquence et angle de vue, sont contenus dans le vecteur d'onde \vec{k} . L'hypothèse que la réponse complexe enregistrée H ne dépend pas de ce vecteur \vec{k} à l'intérieur de sa plage de variation est généralement bien vérifiée. Cependant, l'amélioration de la résolution de l'image passe aujourd'hui par des systèmes utilisant des bandes de fréquences et des largeurs de lobes d'antenne toujours plus grands. Par ailleurs, certains types de cibles peuvent se montrer particulièrement sensibles à la fréquence ou à l'angle.

Pour remédier à cela, un outil d'étude de ces effets a été développé à l'ONERA. Il s'agit d'un outil d'analyse dit "temps-fréquence" appliqué à un signal radar non-stationnaire. De tels signaux voient leur caractéristiques spectrales varier dans le temps. La transformée de Fourier à elle seule est un outil insuffisant, car elle ne peut donner à la fois une information localisée dans le temps et en fréquence.

Aussi dans une première partie nous verrons quelques généralités sur les méthodes dites "temps-fréquences", puis nous verrons comment ces méthodes ont été utilisées en imagerie SAR à l'ONERA.

4.2.2 La notion d'ondelette et les distributions temps-fréquence

Les distributions temps-fréquence sont des outils mathématiques adaptés à l'analyse de signaux non stationnaires, c'est-à-dire dont les caractéristiques spectrales varient au cours du temps. On rencontre de tels signaux dans de nombreux domaines : radar, parole, télécommunications.

La nécessité de disposer d'un outil plus général que la transformée de Fourier trouve un exemple bien connu dans l'étude d'un morceau de musique.

Un défaut de la transformée de Fourier est de cacher l'information sur le temps : elle nous informe quant au nombre de fréquences contenues dans le signal, mais tait l'instant d'émission des diverses fréquences. Dans cette optique, il est intéressant de travailler avec un outil qui décompose un signal à la fois en temps et en fréquence. L'exemple souvent cité est celui d'une

mélodie qui est caractérisée à la fois par le temps et la fréquence de la note. Si nous ne disposons que des instants d'émission et de l'amplitude des notes, la mélodie est perdue. Par contre, si nous disposons des fréquences et amplitudes, mais pas des instants d'émission, nous savons quelles notes ont été jouées mais nous ne connaissons pas l'instant auquel elles ont été émises. Une distribution temps-fréquence sera la partition de musique décrivant la mélodie, qui dépendra à la fois du temps et de la fréquence, indiquant non seulement quelles notes (fréquences) nous devons jouer mais aussi à quel moment nous devons les jouer.

Pour construire une distribution temps-fréquence, deux alternatives s'offrent à la transformation de Fourier : la transformation de Fourier à fenêtre et la transformation par ondelettes. La transformation de Fourier à fenêtre localise un signal simultanément en temps et en fréquence en l'observant à travers une fenêtre qui est translatée en temps et par conséquent en fréquence (la fenêtre est "modulée dans le temps").

L'inconvénient de la transformation de Fourier à court-terme est qu'elle est inefficace pour l'analyse de signaux réguliers dans le temps mais très rapides ou très lents par rapport à la taille de la fenêtre. Puisque l'obtention d'une réponse localisée dans le temps implique l'introduction d'une échelle de grandeur dans l'analyse (la taille de la fenêtre), il faut essayer de mettre au point une méthode de reconstruction qui soit indépendante de cette échelle. La solution à ce problème porte le nom de transformation par ondelettes.

Au lieu d'appliquer une simple fonction «fenêtre» sur le spectre, nous utilisons une fonction plus générale, qui, cette fois, sera appelée ondelette-mère. Pour éviter toute dépendance par rapport à l'échelle de grandeur ainsi introduite, nous n'utilisons pas uniquement cette ondelette-mère mais aussi toutes ses versions dilatées et comprimées.

En traitement du signal, on distingue deux grands types de distribution temps-fréquence : celles décrivant des signaux dits "à bande étroite", et celles décrivant des signaux dits à "bande large". Les premières sont les distributions de la "**classe de Cohen**". Elles sont construites à l'aide du groupe des translations en temps et en fréquence. Un exemple d'une telle distribution est la distribution de Wigner-Ville. Les signaux large bande, quant à eux, obéissent à un autre groupe de transformations qu'est le groupe affine, composé des dilatations et rotations. Ce groupe permet de construire les distributions temps-fréquence de la "**classe de Bertrand**". C'est cette classe de distributions qui va nous permettre au paragraphe suivant de construire les coefficients d'ondelette utilisés dans cette thèse.

4.2.3 L'interprétation physique d'hyperimage

Le vecteur d'onde est noté \vec{k} . La mesure dont nous disposons est faite en fonction de ce vecteur d'onde. Elle sera notée $H(\vec{k})$ et appelée "fonction de rétrodiffusion". Le principe d'imagerie, nous l'avons vu, consiste à retrouver à partir de cette fonction de rétrodiffusion, une représentation bidimensionnelle de la réflectivité de la scène, notée cette fois-ci $I(\vec{r})$. $I(\vec{r})$ peut être considérée aussi comme la fonction de répartition spatiale des points qui réfléchissent une partie du signal émis.

Le module au carré de $H(\vec{k})$ est la Surface Equivalente radar (SER, *RCS Radar Cross Section*) de l'objet pour le vecteur d'onde \vec{k} . Le vecteur d'onde \vec{k} ¹⁵ est relié à la fois à la fréquence f émise

¹⁵Le vecteur d'onde "physique" est égal à $\frac{2\pi f}{c}$. Dans la définition de la variable k que nous utilisons, le facteur π a été omis pour des raisons de commodité mathématique dans l'étude du traitement SAR.

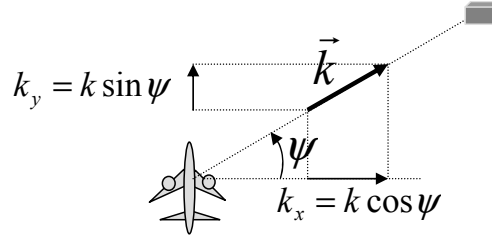


FIG. 4.2 – Vecteur d'onde en fonction des paramètres radars

et à la direction de pointage ψ du radar par les relations :

$$\begin{aligned} |\vec{k}| &= \frac{2f}{c} \\ \psi &= \arg(\vec{k}) \end{aligned}$$

où c est la vitesse de la lumière. (voir figure 4.2)

Nous avons vu que l'imagerie SAR suppose que le capteur utilise une fréquence fixée et un angle d'orientation par rapport à l'objet fixé lui aussi. Cependant, lorsque de larges bandes angulaires et fréquentielles sont utilisées, il devient réaliste de considérer que la réflectivité des cibles dépend de f et ψ . Cela revient à dire que la fonction $I(\vec{r})$ dépend également de \vec{k} . A partir de maintenant nous allons donc la noter $I(\vec{r}, \vec{k})$ et l'appeler "image étendue" ou encore "hyperimage" [Bertrand and Bertrand, 1996]. La notation suivante sera également utilisée : $I(\vec{r}, \vec{k}) \equiv I(x, y, f, \psi)$.

La transformée en ondelettes multidimensionnelles a été conçue à l'ONERA pour construire ces hyperimages $I(\vec{r}, \vec{k})$, permettant d'étudier la dépendance des réflecteurs en angle et en fréquence. Inversement, l'outil ondelette permet de construire une image de la scène pour une bande de fréquence plus restreinte autour d'une fréquence f_0 de la bande, et pour une plage d'angles plus restreinte également, autour d'un angle ψ_0 fixé.

4.2.4 La construction d'un coefficient d'ondelette

Cette partie explique la construction de la fonction $I(\vec{r}, \vec{k})$ dans le cadre de la classe de Bertrand [Ovarlez et al., 2003]. La dimension d'une hyperimage est le produit de la dimension du vecteur \vec{r} par la dimension du vecteur \vec{k} . La transformation utilisée est construite avec le groupe des similitudes \mathcal{S} . Ce groupe agit sur les variables \vec{r} et \vec{k} par des rotations \mathcal{R}_ψ , dilatations a et translations $\delta\vec{r}$ selon :

$$\begin{aligned} \vec{r} &\rightarrow \vec{r}' = a \mathcal{R}_\psi \vec{r} + \delta\vec{r} \\ \downarrow &\quad \downarrow \\ \vec{k} &\rightarrow \vec{k}' = a^{-1} \mathcal{R}_\psi \vec{k}. \end{aligned} \tag{4.1}$$

La loi de transformation appliquée à $H(\vec{k})$ et à l'hyperimage $I(\vec{r}, \vec{k})$ dans un tel système de transformation est donnée par :

$$\begin{aligned}
H(\vec{k}) &\rightarrow H'(\vec{k}) = a e^{-2i\pi\vec{k}\cdot\delta\vec{r}} H(a\mathcal{R}_\psi^{-1}\vec{k}) \\
\downarrow &\quad \downarrow \\
I(\vec{r}, \vec{k}) &\rightarrow I'(\vec{r}, \vec{k}) = I(a^{-1}\mathcal{R}_\psi^{-1}(\vec{r} - \delta\vec{r}), a\mathcal{R}_\psi^{-1}\vec{k}).
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Pour construire $I(\vec{r}, \vec{k})$, une première approche consiste à le représenter comme une forme hermitienne et bilinéaire du signal $H(\vec{k})$:

$$I(\vec{r}, \vec{k}) = \int \int K(\vec{k}_1, \vec{k}_2; \vec{r}, \vec{k}) H(\vec{k}_1) H^*(\vec{k}_2) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2, \tag{4.3}$$

où $K(\vec{k}_1, \vec{k}_2; \vec{r}, \vec{k})$ est appelé noyau et supposé hermitien. Ce noyau n'est pas connu mais il peut être déterminé en faisant des hypothèses restrictives sur la distribution $I(\vec{r}, \vec{k})$:

- La distribution peut satisfaire la propriété de covariance par le groupe des similitudes donnée par (4.2),
- La distribution $I(\vec{r}, \vec{k})$ peut être vue dans \mathbf{R}^2 , comme une densité spatiale pour un \vec{k} donné. Alors, la distribution doit être positive. Son intégrale sur une surface nommée \mathcal{D} peut dès lors être interprétée comme une contribution de SER $\sigma_{\mathcal{D}}(\vec{k})$ pour tous les réflecteurs contenus dans \mathcal{D} :

$$\sigma_{\mathcal{D}}(\vec{k}) = \int_{\mathcal{D}} I(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{r}. \tag{4.4}$$

- Si \mathcal{D} représente le plan entier, la distribution peut respecter la propriété marginale :

$$\int I(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{r} = |H(\vec{k})|^2. \tag{4.5}$$

- La conservation d'énergie entre l'espace des distributions et l'espace de H conduit à une relation importante (la formule de Moyai) qui relie le produit interne entre deux signaux H_1 et leurs distributions associées I_1 et I_2 :

$$\left| \int H_1(\vec{k}) H_2^*(\vec{k}) d\vec{k} \right|^2 = \int \int I_1(\vec{r}, \vec{k}) I_2^*(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{r} d\vec{k}. \tag{4.6}$$

L'analyse temps-fréquence montre qu'aucune distribution ne peut satisfaire toutes ces propriétés. Par exemple (4.6) ne permet pas d'obtenir une distribution qui soit partout positive. Nous sommes obligés d'enlever une des conditions ci-dessus. Il est possible de construire une forme de distribution qui vérifie les contraintes (4.2), (4.4) et (4.6) mais pas (4.5). C'est cette forme de distribution qui va être utilisée et décrite maintenant.

Soit $\phi(k, \psi)$ une ondelette mère supposée représenter le signal réfléchi par une cible de référence. La distribution associée $I_\phi(\vec{r}, \vec{k})$ est supposée être centrée autour de $\vec{r} = \vec{0}$ et $(k, \psi) = (1, 0)$. Ici nous prenons par exemple fonction gaussienne à variables séparables :

$$\phi(k, \psi) = e^{-\left(\frac{k-1}{\sigma_k}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\psi}{\sigma_\psi}\right)^2} \tag{4.7}$$

où les deux paramètres libres σ_k et σ_ψ contrôlent l'excursion en fréquence et en angle et déterminent la résolution obtenue.

Par action du groupe \mathcal{S} , une base d'ondelettes constituée d'une famille $\Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}(\vec{k})$ peut être générée à partir de l'ondelette mère $\phi(k, \psi)$ par :

$$\Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}(\vec{k}) = \frac{1}{k_0} e^{-2i\pi\vec{k}\cdot\vec{r}_0} \phi\left(\frac{1}{k_0} \mathcal{R}_{\psi_0}^{-1} \vec{k}\right) = \frac{1}{k_0} e^{-2i\pi\vec{k}\cdot\vec{r}_0} \phi\left(\frac{k}{k_0}, \psi - \psi_0\right). \quad (4.8)$$

Une distribution régularisée $\tilde{I}(\vec{r}_0, \vec{k}_0)$ peut être construite en lissant la distribution générale $I(\vec{r}, \vec{k})$ donnée par (4.3).

Et en utilisant la formule de Moyal (4.6), la propriété de covariance (4.2) avec $H_1(\vec{k}) = H(\vec{k})$, $H_2(\vec{k}) = \Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}(\vec{k})$, $I_1 = I_H$ et $I_2 = I_\phi$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \tilde{I}(\vec{r}_0, \vec{k}_0) &= \int \int I_H(\vec{r}, \vec{k}) \times I_\phi^* \left(k_0 \mathcal{R}_{\psi_0}^{-1} (\vec{r} - \vec{r}_0), \frac{1}{k_0} \mathcal{R}_{\psi_0}^{-1} \vec{k} \right) d\vec{r} d\vec{k} \\ &= \left| \int H(\vec{k}) \frac{1}{k_0} e^{2i\pi\vec{k}\cdot\vec{r}_0} \phi^* \left(\frac{1}{k_0} \mathcal{R}_{\psi_0}^{-1} \vec{k} \right) d\vec{k} \right|^2 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Le membre de droite n'est autre que le carré du module du coefficient d'ondelette $C(\vec{r}_0, \vec{k}_0)$ qui est introduit comme le produit scalaire invariant par le groupe \mathcal{S} entre le signal enregistré H et chaque élément $\Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}$ de la base d'ondelette :

$$C(\vec{r}_0, \vec{k}_0) = \int H(\vec{k}) \Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}^*(\vec{k}) d\vec{k} = \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{+\infty} k H(k, \psi) \Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}^*(\vec{k}) dk. \quad (4.10)$$

La propriété de reconstruction permet de retrouver le signal à partir de la connaissance de ses coefficients d'ondelette :

$$H(\vec{k}) = \frac{1}{\kappa(\phi)} \int d\vec{r}_0 \int C(\vec{r}_0, \vec{k}_0) \Psi_{\vec{r}_0, \vec{k}_0}(\vec{k}) d\vec{k}_0, \quad (4.11)$$

où $\kappa(\phi)$ est le coefficient d'admissibilité défini par :

$$\kappa(\phi) = \int \frac{|\phi(\vec{k})|^2}{k^2} d\vec{k} < \infty. \quad (4.12)$$

Réécrivons $I(\vec{r}, \vec{k}) \equiv I(x, y; f, \psi)$ pour chaque fréquence f_o et chaque angle de vue ψ_o , $I(x, y; f_o, \psi_o)$ représente la répartition spatiale des réflecteurs qui répondent à cette fréquence et à cet angle. Inversement, pour chaque réflecteur localisé en $\vec{r}_o = (x_o, y_o)$, il est possible d'extraire son comportement $I(x_o, y_o; f, \psi)$ en fréquence f et en angle ψ [Tria, 2005].

Le calcul des coefficients se généralise aisément aux données polarimétriques et interférométriques : le calcul est fait de la même manière sur les signaux de tous les canaux. La figure 4.3 est un exemple d'image polarimétrique (bande P) et de quelques coefficients d'ondelette associés, calculés dans chaque polarisation. Nous pouvons voir plusieurs comportements temps-fréquences différents : sur un bâtiment, certains points répondent pour un angle privilégiés, ou même pour deux angles privilégiés. Un lampadaire répond de manière blanche et isotrope ; le pixel de sol sélectionné répond pour certains angles et fréquences privilégiés, mais toujours dans la même polarisation ; enfin le pixel de forêt voit sa réponse polarimétrique qui varie de manière aléatoire dans les bandes angulaires et fréquentielles. L'analyse temps-fréquence est donc potentiellement

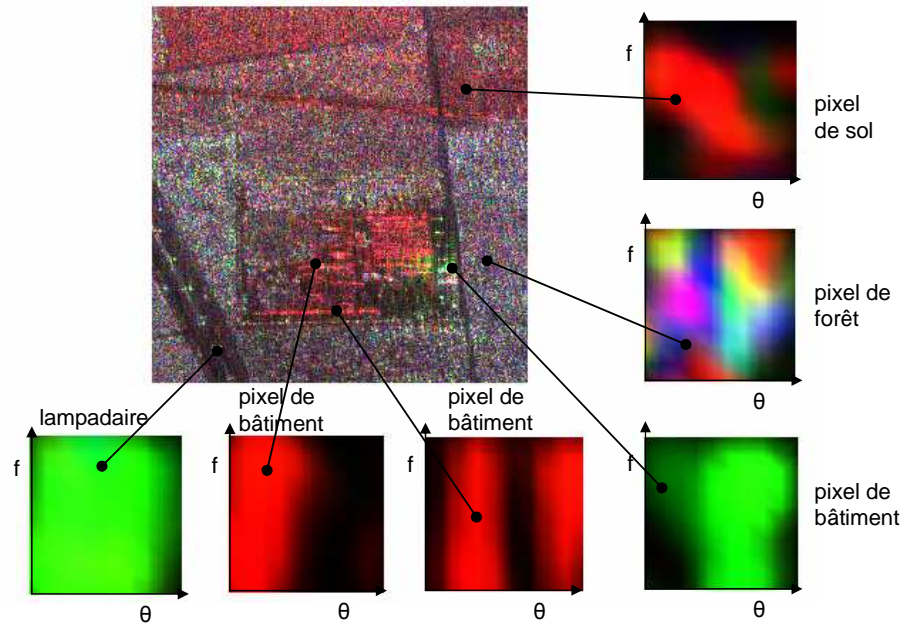


FIG. 4.3 – Exemple de coefficients d’ondelette pour une image de structure industrielle. Rouge : $hH+vV$, Vert : $hH-vV$, Bleu : $2hV$

intéressante pour la classification d’objets et l’identification de cibles [Tria, 2005].

Enfin, d’autres travaux [Ferro-Famil et al., 2003] s’attachent aux effets temps-fréquence et à leur correction dans le cadre de l’estimation de paramètres polarimétriques (Entropie et α) sur des zones agricoles. Notamment, il est possible de mettre en évidence des effets non stationnaires sur des champs labourés : les paramètres polarimétriques varient en fonction de l’angle de vue. Ces effets peuvent s’expliquer comme des effets de résonance de Bragg.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les principales notions d’imagerie et de synthèse SAR nécessaires à la compréhension des concepts de l’imagerie par ondelette. Ces notions d’analyse temps-fréquence et d’hyper image, dont l’originalité remonte aux travaux de P. Bertrand à l’ONERA, sont très importants pour l’analyse et l’interprétation physique de l’information contenue au sein des images SAR. L’outil d’analyse a été généralisé aux données polarimétriques et interférométriques. C’est une source d’information supplémentaire non négligeable pour les images POLINSAR. La thèse [Tria, 2005] fournit une présentation très détaillée et complète de toutes ces notions.

Deuxième partie

Etude des milieux urbains en bande X

Introduction aux milieux urbains

Historiquement, les premières études sur l'interféropolarimétrie ont concerné le milieu forestier [Papathanassiou, 1999], et les premières images PolInSAR sont des images de forêts. Ce milieu est qualifié d'"aléatoire" car chaque cellule imagée contient un grand nombre d'éléments qui sont le siège de multiples interactions et de "mécanismes électromagnétiques" différents. **Dès lors, le milieu est source de décorrélation "volumique", et l'optimisation de cohérence permet de trouver des polarisations pour lesquelles cette décorrélation est minimisée.**

Pourtant, les premiers grands travaux de fond en polarimétrie se sont réalisés naturellement sur des cibles simples, dites "déterministes" [Huynen, 1970]. Dans ce cas, l'approche est complètement différente. Les cibles sont des cibles considérées comme géométriquement simples, sièges d'un nombre de mécanismes plus limité et donc plus facilement appréhendables. En imagerie radar, on considère notamment que les cibles dites humaines, par opposition aux cibles naturelles, sont des cibles déterministes. Il s'agit donc principalement des véhicules (voitures, avions, chars) ou des bâtiments. Les paramètres polarimériques qui leur sont associés ne nécessitent théoriquement pas d'analyse statistique ni de calculs des moments de deuxième ordre.

C'est l'étude de telles cibles qui fait l'objet de cette partie de thèse. Un premier chapitre introduit la notion de "mécanisme électromagnétique", concept largement utilisé dans ce domaine mais dont la signification physique a rarement été explicitée jusqu'ici. La cible est décrite comme un ensemble de points brillants distribués spatialement de manière déterministe, et le signal enregistré comme la somme cohérente des signaux de chacun de ces points. Les interactions entre points brillants ne sont pas prises en compte, ce qui justifie que cette étude soit restreinte aux cibles déterministes. Nous expliquons comment choisir un mécanisme électromagnétique pour sélectionner un des points brillants de la cible, quand cela est possible. Nous montrons que le choix de ce mécanisme nécessite une connaissance a-priori de la cible. Si une telle connaissance n'est pas disponible, il est donc nécessaire de recourir à une analyse statistique, et donc de disposer de plusieurs réalisations du signal pour parvenir à la séparation des points brillants.

Un deuxième chapitre propose l'introduction d'une cohérence généralisée "contrainte" à un mécanisme, c'est à dire où l'on impose de faire le même choix de mécanisme pour la première antenne et pour la deuxième, contrairement à la cohérence généralisée introduite dans [Cloude and Papathanassiou, 1998] qui laisse un degré de liberté supplémentaire. La cohérence ainsi introduite est un paramètre statistique calculé à l'aide d'un moyennage de plusieurs réalisations. Après avoir proposé un algorithme permettant de trouver les mécanismes optimisant le module de cette cohérence, nous montrons que cette optimisation permet de séparer les centres de phases des différents points brillants de la cible, même sans aucune connaissance a priori de celle-ci.

Le troisième chapitre applique cette méthode à des cibles simples métalliques mesurées en chambre anéchoïque à l'ONERA. Il confirme les résultats attendus : l'optimisation de cohérence permet d'estimer jusqu'à trois angles interférométriques de points brillants de la cible. Par ailleurs, la méthode a un autre avantage : elle permet de récupérer les réponses polarimétriques de chaque point pris individuellement, et donc de les caractériser.

Le dernier chapitre traite de l'application de cette même méthode à l'image SAR. L'un des enjeux majeurs dans ce contexte est le choix des échantillons statistiques utilisés pour calculer la cohérence de la cible. La méthode communément employée et la plus simple consiste à utiliser les échantillons se trouvant dans une fenêtre carrée centrée autour du pixel étudié. Cette méthode est équivalente à faire un filtrage de l'image par une fenêtre carrée. Une méthode plus élaborée a été proposée dans [Lee et al., 1999] pour adapter la forme de la fenêtre de manière à considérer des populations statistiques les plus homogènes possibles. Cette thèse propose une méthode alternative : il s'agit d'utiliser comme population celle constituée des coefficients temps-fréquence dont le calcul est étroitement lié à celui du principe d'imagerie SAR. Une fois montrées les autres utilisations possibles de ces coefficients temps-fréquence en polarimétrie et en interférométrie, l'optimisation de cohérence polarimétrique est appliquée comme précédemment, sur une image urbaine en bande X. Les résultats montrent dans ce contexte que la plupart des cibles peuvent être considérées comme une distribution de points situés tous à la même hauteur. Dans ce cas, l'optimisation de cohérence fournit un excellent moyen d'estimer cette hauteur en s'affranchissant au maximum du bruit. Dans certains cas enfin, une cellule peut contenir des points situés à différentes hauteurs : un toit de bâtiment et le sol par exemple. Là encore l'optimisation de cohérence restreinte permet de séparer les hauteurs de ces deux points brillants, et de trouver au sein de la même cellule la hauteur du toit et celle du sol.

Chapitre 1

Signification théorique des mécanismes en IFPOL

Nous avons vu en première partie, chapitre 3, que l'un des moyens d'attribuer un sens à un mécanisme $\vec{\omega}$ est de considérer qu'il a la forme d'un vecteur colonne d'une matrice de changement de base en polarimétrie : par exemple dans la base de Pauli $\vec{\omega} = (\frac{1}{2} \cos 2\tau, 0, j \sin 2\tau)^t$. Dans ce cas, la projection des matrices de cohérences sur un tel vecteur correspond à la synthèse de la réponse pour une polarisation elliptique de paramètres Φ et τ . La cohérence calculée pour le mécanisme $\vec{\omega}$ est alors la même que celle qui serait obtenue en émettant une polarisation elliptique donnée et en recevant dans cette même polarisation, ou dans la polarisation orthogonale. Par contre, dans le cas général, la signification physique d'un mécanisme $\vec{\omega}$ reste encore floue : il n'existe pas dans la littérature d'interprétation complètement satisfaisante. Dans cette partie, nous allons revenir à des cibles composées d'éléments canoniques très simples, pour attribuer une signification à une projection de matrice sur un mécanisme donné.

1.1 Quel mécanisme pour quel centre de phase ?

Nous adoptons ici le modèle simple des points brillants, qui a déjà été adopté dans la méthode ESPRIT [Guillaso, 2003, Yamada et al., 2001]. Nous considérons une cellule de résolution qui contient N points brillants. Les interactions entre ces points brillants sont pour l'instant négligées. Ce modèle est ainsi restreint aux cas de cellules contenant peu de points brillants, ce qui signifie que nous nous plaçons en dehors du contexte de décorrélation volumique.

Rappelons les conventions. Le champ reçu par l'antenne 1 dans la polarisation xy s'écrit :

$$k_P^1 xy = c_A s_A^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1A}}{\lambda}} + c_B s_B^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1B}}{\lambda}} + \dots + c_N s_N^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{1N}}{\lambda}} \quad (1.1)$$

et par l'antenne 2 :

$$k_P^2 xy = c_A s_A^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2A}}{\lambda}} + c_B s_B^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2B}}{\lambda}} + \dots + c_N s_N^{xy} e^{-j4\pi \frac{\rho_{2N}}{\lambda}} \quad (1.2)$$

Les vecteurs diffusions peuvent donc être écrits sous forme matricielle :

$$\vec{k}_P^1 = S \vec{c}, \quad \vec{k}_P^2 = S D \vec{c} \quad (1.3)$$

où S est la matrice $3 \times N$ contenant les réponses polarimétriques normalisées, \vec{c} est le vecteur colonne de taille N contenant les amplitudes des points, et D la matrice diagonale de taille N contenant les phases interférométriques.

1.1.1 Cellule constituée d'un seul point brillant

Nous nous ramenons à un seul point brillant de phase interférométrique Φ , d'amplitude c et de vecteur diffusion $\vec{k}_P = (1, 0, 0)^t$ exprimé dans la base de Pauli.

La matrice de cohérence T_{12} de ce point s'écrira simplement, sans moyennage, $T_{12} = \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^{2\dagger}$

$$T_{12} = \begin{pmatrix} c^2 e^{j\Phi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Introduisons la cohérence définie à l'aide du même mécanisme pour les deux antennes :

$$\gamma(\vec{\omega}) = \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}}{\sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{11} \vec{\omega}} \sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{22} \vec{\omega}}} \quad (1.5)$$

Le dénominateur de cette expression étant réel, l'argument de la cohérence est simplement donné par

$$\arg \gamma(\vec{\omega}) = \arg(\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}) \quad (1.6)$$

Il est bien évident qu'en choisissant $\vec{\omega} = (1, 0, 0)^t$, et en calculant l'argument de la cohérence pour ce mécanisme, nous allons trouver l'angle interférométrique Φ . Cependant, tout vecteur $\vec{\omega} = (1, *, *)^t$ conviendra également.

1.1.2 Cellule constituée de deux points brillants de même réponse polarimétrique

Considérons deux points brillants de la même cellule, d'angles interférométriques respectifs Φ_a et Φ_b , d'amplitudes respectives c_A et c_B et de mêmes vecteurs de diffusions $\vec{k}_P = (1, 0, 0)^t$. Ce peut être le cas par exemple pour une petite sphère et un trièdre métalliques placés à des hauteurs différentes dans la même cellule de résolution. Dans ce cas, les matrices voulues s'écrivent

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} c_A \\ c_B \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} e^{j\Phi_a} & 0 \\ 0 & e^{j\Phi_b} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

et les champs s'en déduisent :

$$\vec{k}_P^1 = \begin{pmatrix} c_A + c_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{k}_P^2 = \begin{pmatrix} c_A e^{j\Phi_a} + c_B e^{j\Phi_b} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

la matrice de cohérence T_{12} s'écrira $T_{12} = \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^{2\dagger}$

$$T_{12} = \begin{pmatrix} (c_A + c_B)(c_A e^{j\Phi_a} + c_B e^{j\Phi_b}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Seul le vecteur diffusion $\vec{\omega} = (1, *, *)^t$ pourra nous donner une information sur un angle interférométrique. L'angle interférométrique trouvé Φ sera le "centre de phase" moyen des deux cibles, intermédiaires entre Φ_a et Φ_b suivant leurs intensités respectives :

$$\Phi = \arg(c_A e^{j\Phi_a} + c_B e^{j\Phi_b}) \quad (1.10)$$

Aucune polarisation ne sera à même de séparer les phases interférométriques Φ_a et Φ_b , car il n'y a pas de différence polarimétrique à exploiter entre les deux cibles.

1.1.3 Cellule constituée de deux points brillants de réponses polarimétriques différentes

Cette fois, considérons deux points brillants ayant des vecteurs diffusions différents, que nous prendrons non orthogonaux pour se placer dans le cas le plus général. Prenons par exemple le cas d'un premier dièdre métallique d'arête horizontale, et d'un dièdre incliné à 22.5° . Le premier aura pour amplitude c_A , pour phase interférométrique Φ_a , pour vecteur diffusion \vec{k}_{Pa} , tandis que le second sera le point d'amplitude c_B , de phase interférométrique Φ_b , de vecteur diffusion \vec{k}_{Pb} . Si nous travaillons dans la base de Pauli, \vec{k}_{Pa} et \vec{k}_{Pb} s'écrivent :

$$k_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad k_b = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Dans ce cas précis, les champs \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 pourront être écrits en fonction des matrices D, S et \vec{c} suivantes :

$$D = \begin{pmatrix} e^{j\Phi_a} & 0 \\ 0 & e^{j\Phi_b} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} c_A \\ c_B \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

ce qui nous donne

$$\vec{k}_P^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ c_A + \frac{c_B}{\sqrt{2}} \\ \frac{c_B}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \vec{k}_P^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ c_A e^{-j\Phi_a} + \frac{c_B}{\sqrt{2}} e^{-j\Phi_b} \\ \frac{c_B}{\sqrt{2}} e^{-j\Phi_b} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$T_{12} = \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^2 \dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(c_A + \frac{c_B}{\sqrt{2}}\right) \left(c_A e^{j\Phi_a} + \frac{c_B}{\sqrt{2}} e^{j\Phi_b}\right) & \left(c_A + \frac{c_B}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{c_B}{\sqrt{2}} e^{j\Phi_b}\right) \\ 0 & \frac{c_B}{\sqrt{2}} \left(c_A e^{j\Phi_a} + \frac{c_B}{\sqrt{2}} e^{j\Phi_b}\right) & \left(\frac{c_B}{\sqrt{2}}\right)^2 e^{j\Phi_b} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Nous voyons tout de suite qu'en choisissant $\vec{\omega} = (0, 0, 1)^t$ comme mécanisme, nous allons trouver la phase Φ_b du dièdre incliné à $22,5^\circ$. Pour trouver la phase Φ_a , nous pouvons prendre par exemple le mécanisme $\vec{\omega} = (0, 1, -1)^t$. Ces mécanismes ne sont pas égaux aux réponses individuelles des deux points brillants k_a et k_b .

Ceci constitue une remarque très importante :

En l'absence de bruit, pour calculer le centre de phase d'un point brillant de vecteur de diffusion \vec{k}_P , choisir comme mécanisme ce vecteur diffusion lui-même $\vec{\omega} = \vec{k}_P$ ne mène pas au résultat escompté si le point brillant considéré se trouve en présence d'autres points brillants de vecteurs de diffusion non orthogonaux à \vec{k}_P

1.1.4 Généralisation

Revenons au cas général où la cellule possède d points brillants, et formalisons un peu le résultat précédent. Pour ce faire, nous écrivons la matrice de cohérence croisée T_{12} en fonction des matrices S , D et \vec{c} sans moyennage :

$$T_{12} = \vec{k}_P^1 \vec{k}_P^2 \dagger = S \vec{c} \vec{c} \dagger D^* S \dagger \quad (1.15)$$

Supposons que nous ayons trouvé une matrice M de taille $d \times 3$ telle que $M \dagger S = I$, où I est la matrice identité de taille $d \times d$. La matrice $M \dagger$ n'est l'inverse de la matrice S que dans le cas particulier où S est une matrice carrée. Nous reviendrons par la suite sur la discussion de l'existence de M .

Choisissons alors pour mécanisme un vecteur colonne de M . Ce vecteur s'écrit

$$\vec{\omega}_i = M \vec{e}_i \quad (1.16)$$

où \vec{e}_i est un vecteur de la base à d composantes. Calculons alors l'angle de la cohérence pour $\vec{\omega}_i$:

$$\vec{\omega}_i \dagger T_{12} \vec{\omega}_i = \vec{e}_i \dagger M \dagger S \vec{c} \vec{c} \dagger D^* S \dagger M \vec{e}_i = \vec{e}_i \dagger \vec{c} \vec{c} \dagger D^* \vec{e}_i \quad (1.17)$$

Le vecteur $D^* \vec{e}_i$ est le i^{eme} vecteur colonne de D^* , à savoir le vecteur $e^{j\Phi_i} \vec{e}_i$. Par ailleurs, $\vec{e}_i \dagger \vec{c} \vec{c} \dagger \vec{e}_i$ est le i^{eme} élément de la diagonale de la matrice $\vec{c} \vec{c} \dagger$, à savoir c_i^2 . Nous obtenons donc

$$\vec{\omega}_i \dagger T_{12} \vec{\omega}_i = c_i^2 e^{j\Phi_i} \quad (1.18)$$

Le vecteur mécanisme $\vec{\omega}_i$ est donc celui qui permet de retrouver la phase interférométrique du point i à partir de l'expression de la cohérence généralisée puisque

$$\arg \gamma(\vec{\omega}_i) = \arg(\vec{\omega}_i \dagger T_{12} \vec{\omega}_i) = \Phi_i \quad (1.19)$$

Revenons à l'existence de la matrice M . Nous pouvons différencier les cas suivants :

- Lorsque nous considérons trois points dans la cellule, S est une matrice carrée 3×3 et M est simplement la matrice orthogonale de la matrice S . La matrice M existera si et seulement si les 3 colonnes de S sont indépendantes, c'est à dire que les 3 points doivent posséder des vecteurs de diffusion différents deux à deux. Dans le cas très particulier où la matrice S est une matrice orthogonale, alors $M = S$
- Lorsque nous considérons $d < 3$ points dans la cellule, trouver $M \dagger$ revient à résoudre un système avec plus d'inconnues que d'équations. La matrice M existe toujours, sauf là encore dans le cas particulier où nous considérons deux points de vecteurs diffusions égaux. Mis à part ce cas particulier, il est important de noter que la solution pour M n'est pas unique. En reprenant l'exemple des deux dièdres précédents, la matrice S s'écrit :

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

et donc toutes les matrices $M \dagger$ solutions seront de la forme suivante :

$$M \dagger = M^t = \begin{pmatrix} * & 1 & -1 \\ * & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Les vecteurs solutions permettant de séparer les phases sont les vecteurs colinéaires aux vecteurs colonnes de M , ou aux vecteurs lignes de M^t :

$$\vec{\omega}_1 = \begin{pmatrix} * \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{\omega}_2 = \begin{pmatrix} * \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

- Lorsque nous considérons $d > 3$ points dans la cellule, trouver M^* revient à résoudre un système avec plus d'équations que d'inconnues. M n'existera que dans le cas où plusieurs vecteurs diffusions seront égaux. Mais dans ce cas-là, pour séparer les angles interférométriques correspondant, il nous faudra connaître les amplitudes respectives des points. Ce résultat est attendu : il paraît difficile de séparer les hauteurs de plus de 3 points avec seulement 3 couples de polarisations indépendants !

En résumé :

Il est possible de séparer jusqu'à trois points de réponses polarimétriques différentes. Pour ce faire, soit S la matrice dont les colonnes contiennent les réponses polarimétriques de chacun de ces points. Les mécanismes recherchés sont les vecteurs colonnes de la matrice S^\dagger^{-1} . Le calcul de la cohérence avec ces mécanismes pour l'antenne 1 et l'antenne 2 fournit les angles interférométriques de chacun de ces points.

1.2 Non unicité de la matrice S à partir des champs seuls k_P^1 et k_P^2

Malheureusement, dans le cas général, nous disposons de la mesure des champs \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 , et non des vecteurs diffusions individuels de chacun des diffuseurs (qui composent la matrice S). Or nous allons montrer ici que l'écriture des matrices S et D à partir de \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 n'est pas unique, même si l'on connaît le nombre de points brillants.

1.2.1 Exemple

Supposons que nous ayons fait la mesure des champs \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 et que nous ayons obtenu :

$$\vec{k}_P^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{k}_P^2 = \begin{pmatrix} e^{j\Phi_1} \\ e^{j\Phi_2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Nous allons montrer maintenant que ces champs peuvent s'expliquer par des matrices S et D différentes. Nous supposons que nous savons que la cellule contient deux points brillants A et B, de phases interférométriques Φ_A et Φ_B , ne répondant pas dans la dernière polarisation. Nous cherchons donc S de la forme

$$S = \begin{pmatrix} s_A^a & s_B^a \\ s_A^b & s_B^b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

En outre, plutôt que d'imposer aux vecteurs colonnes de S d'être normalisés, nous préférons fixer par soucis de simplicité $c_A = 1$ et $c_B = 1$. Les relations explicitées entre les champs E et les coefficients de la matrice S s'écrivent dans ce cas

$$\begin{aligned}
 s_A^a + s_B^a &= 1 \\
 s_A^a e^{j\Phi_A} + s_B^a e^{j\Phi_B} &= e^{j\Phi_1} \\
 s_A^b + s_B^b &= 1 \\
 s_A^b e^{j\Phi_A} + s_B^b e^{j\Phi_B} &= e^{j\Phi_2}
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

Les coefficients de S pouvant être complexes, nous disposons ici de 8 équations réelles et de 10 inconnues : les 4 coefficients complexes de S et les deux phases Φ_A et Φ_B . Il n'y a pas unicité de la solution.

Une solution triviale est donnée par

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} e^{j\Phi_1} & 0 \\ 0 & e^{j\Phi_2} \end{pmatrix} \tag{1.26}$$

Ce peut être par exemple le cas d'une cellule constituée d'une sphère et d'un dièdre horizontal placé à des angles interférométriques Φ_1 et Φ_2 .

Pour obtenir une solution différente, nous pouvons fixer Φ_A et Φ_B à deux valeurs quelconques distinctes, et obtenir les coefficients de S solutions par la formule :

$$\begin{pmatrix} s_A^a \\ s_B^a \end{pmatrix} = \frac{1}{e^{j\Phi_B} - e^{j\Phi_A}} \begin{pmatrix} e^{j\Phi_B} & -1 \\ -e^{j\Phi_A} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{j\Phi_1} \end{pmatrix} \tag{1.27}$$

$$\begin{pmatrix} s_A^b \\ s_B^b \end{pmatrix} = \frac{1}{e^{j\Phi_B} - e^{j\Phi_A}} \begin{pmatrix} e^{j\Phi_B} & -1 \\ -e^{j\Phi_A} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{j\Phi_2} \end{pmatrix} \tag{1.28}$$

et la solution correspondante est :

$$S = \frac{1}{e^{j\Phi_B} - e^{j\Phi_A}} \begin{pmatrix} e^{j\Phi_B} - e^{j\Phi_1} & e^{j\Phi_1} - e^{j\Phi_A} \\ e^{j\Phi_B} - e^{j\Phi_2} & e^{j\Phi_2} - e^{j\Phi_A} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} e^{j\Phi_A} & 0 \\ 0 & e^{j\Phi_B} \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

Cette solution correspond à deux points de réponses polarimétriques et de phase interférométriques qui peuvent être différentes des précédentes.

1.2.2 Généralisation

\vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 étant mesurés, les deux relations matricielles données en équation 1.3 sont équivalentes à 6 équations complexes. \vec{c} est un vecteur réel à N composantes. S est une matrice $3 \times N$ complexe, elle contient donc $6N$ inconnues. D contient N inconnues réelles : les N angles interférométriques. Nous avons donc 12 équations réelles et $8N$ inconnues.

Sans nuire à la généralité de la modélisation des données, nous pouvons imposer aux vecteurs de S d'être normalisés. Cela nous fournit 3 équations supplémentaires. Mais même dans ce cas le problème est indéterminé dès que $N \geq 2$.

En conclusion, la séparation des points brillant d'une cible déterministe est généralement impossible en utilisant seulement les deux mesures \vec{k}_P^1 et \vec{k}_P^2 sans connaissance a priori de la cible. Les méthodes interféropolarimétriques envisagées par la suite nécessitent donc l'introduction de paramètres statistiques, donc nécessitent d'utiliser plusieurs échantillons de la même population statistique.

Nous montrerons qu'un paramètre tel que la cohérence généralisée est un paramètre statistique qui permet théoriquement une séparation des points brillants. Il faut retenir que même pour l'étude des cibles déterministes, plusieurs mesures de la même cible sont nécessaires pour pouvoir retrouver la hauteur d'au moins deux points brillants.

1.3 Complexifications du modèle

1.3.1 Prise en compte du bruit

Toute mesure est entâchée de bruit, que nous n'avons pas considéré jusqu'à présent. Or quand cela est possible, le choix de la polarisation pour l'estimation de la phase interférométrique doit pouvoir s'effectuer en minimisant ce bruit. Reprenons l'exemple d'une cible constitué d'un diffuseur de phase interférométrique Φ et d'intensité \vec{c} . La matrice T_{12} théorique est donnée en équation 1.4. Nous avons vu que n'importe quel vecteur de la forme $\vec{\omega} = (1, *, *)^t$ menait à une estimation correcte de la phase voulue. Si nous faisons l'hypothèse d'un bruit blanc additif gaussien de puissance σ_{bruit} sur la mesure de cette matrice, elle s'écrit maintenant :

$$T_{12} = \begin{pmatrix} c^2 e^{j\Phi} + \sigma_{bruit} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{bruit} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{bruit} \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

Soit $\vec{\omega} = (\omega_x \ \omega_y \ \omega_z)^t$ le mécanisme considérée. La phase interférométrique associée à ce mécanisme s'écrit dans ce cas :

$$\tilde{\Phi} = \arg(\omega_x^2 c e^{j\Phi} + (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \sigma_{bruit}) \quad (1.31)$$

Pour avoir une estimation de la phase la moins bruitée possible, il nous faut nécessairement choisir maintenant $\omega_y = \omega_z = 0$, c'est à dire $\vec{\omega} = (1, 0, 0)^t$, de manière à réduire au maximum la composante résiduelle liée au bruit.

1.3.2 Prise en compte des interactions

Dans la modélisation de la cible par plusieurs points brillants, nous avons négligé les interactions entre ces points brillants. Nous allons montrer maintenant à l'aide d'un exemple simple que ces interactions peuvent être déterminantes sur le résultat polarimétrique et donc encore sur l'interprétation des mécanismes électromagnétiques.

Considérons le cas d'une cellule de résolution contenant une plaque, siège d'une rétrodiffusion de type hH+vV, et une sphère, répondant elle aussi en hH+vV. Si nous considérons uniquement ces cibles métalliques en l'absence d'interactions, les champs associés à cette cellule et exprimés dans la base de Pauli auront une seule composante non nulle. Mais physiquement, un phénomène de rebond entre la sphère et la plaque peut se manifester. Ce phénomène va introduire une composante dans la polarisation hH-vV.

Si nous ne disposons pas d'information a priori sur la cible (modélisation...) il apparaît difficile de prendre en compte dans notre modèle de données ces interactions. Ce modèle de données est donc adapté aux cibles artificielles simples sièges d'interactions négligeables entre ses constituants. En présence de cibles complexes qui sont le siège de diverses interactions, le problème d'estimer les phases interférométriques des différents constituants devient très rapidement insoluble. L'interféropolarimétrie dans le cas des milieux "aléatoires" va donc poursuivre d'autres buts, et utilisera des techniques a priori différentes (modélisation adaptée du milieu imagé). Ce sont ces techniques qui feront l'objet de la dernière partie de la thèse.

1.4 Analyse statistique du modèle

Nous avons vu que la matrice S n'est pas unique à partir de la seule mesure de \vec{k}_P^1 et de \vec{k}_P^2 . Si nous voulons espérer remonter à une information sur cette matrice, il va donc falloir invoquer des analyses statistiques. C'est pour cela que nous nous intéresserons alors dans le prochain chapitre au paramètre de cohérence généralisée, qui est un paramètre statistique d'ordre 2.

La méthode ESPRIT repose sur une hypothèse d'un bruit additif, généralement supposé gaussien, ou les composantes du bruit sont décorréélées entre elles. Pourtant, le bruit en imagerie SAR n'est pas simplement additif. Nous allons donc voir maintenant comment prendre en compte un tel bruit dans notre modèle de données, d'une manière différente que dans la méthode ESPRIT. Il faut bien noter ici que les fluctuations statistiques retenues sont liées au bruit de mesure ; **les sources de décorrélation volumique et temporelles ne sont pas prises en compte**. Ces hypothèses sont réalistes dans le cadre de cibles très simples ou de l'imagerie à haute résolution.

1.4.1 Fluctuation statistique sur c

Sans effectuer de moyennage la matrice $\vec{c}\vec{c}^\dagger$ étant de rang 1^{16} , les matrices de corrélations ne sont pas inversibles.

Dans un premier temps, nous supposons que seules la mesure des puissances \vec{c} va varier d'un échantillon mesuré à l'autre. C'est en effet le cas le plus simple d'étude, et c'est celui qui est considéré dans la méthode ESPRIT. Dans ce cas, les échantillons correspondent à P vecteurs $\vec{c}_1, \vec{c}_2, \dots, \vec{c}_P$, et les matrices de cohérences vont s'écrire :

$$T_{12} = \frac{1}{P}(S\vec{c}_1\vec{c}_1^\dagger D^* S^\dagger + S\vec{c}_2\vec{c}_2^\dagger D^* S^\dagger + \dots + S\vec{c}_P\vec{c}_P^\dagger D^* S^\dagger) \quad (1.32)$$

$$T_{11} = \frac{1}{P}(S\vec{c}_1\vec{c}_1^\dagger S^\dagger + S\vec{c}_2\vec{c}_2^\dagger S^\dagger + \dots + S\vec{c}_P\vec{c}_P^\dagger S^\dagger) \quad (1.33)$$

$$T_{22} = \frac{1}{P}(SD\vec{c}_1\vec{c}_1^\dagger D^* S^\dagger + SD\vec{c}_2\vec{c}_2^\dagger D^* S^\dagger + \dots + SD\vec{c}_P\vec{c}_P^\dagger D^* S^\dagger) \quad (1.34)$$

soit

$$T_{12} = SCD^* S^\dagger, \quad T_{11} = SCS^\dagger, \quad T_{22} = SD CD^* S^\dagger \quad (1.35)$$

où C est la matrice de covariance du vecteur \vec{c} :

$$C = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P \vec{c}_i \vec{c}_i^\dagger \quad (1.36)$$

C est une matrice réelle symétrique. Grâce à la prise en compte de la fluctuation de \vec{c} , les matrices de cohérences calculées peuvent maintenant être supposées inversibles (dès que le nombre d'échantillons utilisés devient supérieur ou égal à 3).

¹⁶Le rang d'une matrice est le nombre de vecteurs colonnes linéairement indépendantes. Dans le cas de la matrice $\vec{c}\vec{c}^\dagger$, toutes les colonnes sont proportionnelles à \vec{c} , donc la matrice est de rang 1. Par ailleurs une matrice carrée de dimension n est inversible si et seulement si son rang est n .

1.4.2 Fluctuation statistique sur D

Si nous considérons maintenant que c'est D qui est la variable statistique, de moyenne \overline{D} , alors nous ne pouvons pas factoriser les matrices de cohérence comme précédemment. Cependant, si nous supposons que \vec{c} et D sont des variables statistiques complètement décorréelées, alors nous pourrions écrire

$$T_{12} = SC\overline{D}^*S^\dagger, \quad T_{11} = SCS^\dagger, \quad T_{22} = S\overline{D}C\overline{D}^*S^\dagger \quad (1.37)$$

L'expression trouvée correspond à celle obtenue dans le cas sans bruit, où nous remplaçons simplement D par sa valeur statistique moyenne. Si nous ne voulons pas faire l'hypothèse de décorrélation des variables statistiques, il sera nécessaire de recourir à des simulations numériques.

1.4.3 Fluctuation statistique sur S

Là encore les matrices de cohérences ne peuvent pas se factoriser. Seules des simulations numériques nous permettront de prendre en compte ces fluctuations dans le prochain chapitre, en écrivant

$$T_{11} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \vec{c} \vec{c}^\dagger S_i^\dagger, \quad T_{22} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i D \vec{c} \vec{c}^\dagger D^* S_i^\dagger, \quad T_{12} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \vec{c} \vec{c}^\dagger D^* S_i^\dagger \quad (1.38)$$

1.5 Conclusion

Cette partie est a été consacrée à la mise en place des techniques d'interféropolarimétrie radar dans le cas des cibles déterministes. Ici, nous avons pris en compte une modélisation du même type que celle de la méthode ESPRIT. A partir de cette modélisation, nous avons montré comment choisir un "mécanisme électromagnétique" dans l'espace orthogonal à celui des vecteurs diffusions, afin de sélectionner un point brillant de la cible. Il est possible de séparer ainsi jusqu'à trois points brillants de vecteurs diffusions différents, mais non nécessairement orthogonaux. L'expression de la cohérence généralisée à un mécanisme est donnée à partir de cette modélisation. Dans cette expression, les diverses sources de fluctuations statistiques possibles ont été envisagées.

Chapitre 2

Optimisation de la cohérence grâce à un seul vecteur

2.1 Position du problème

La méthode d'optimisation de la cohérence proposée par Cloude et Papathanassiou avait pour but de trouver un couple de mécanismes qui optimisent la cohérence. Si les mécanismes et la phase associée ont un sens physique, nous nous attendons à trouver le même mécanisme pour l'image 1 et pour l'image 2, puisqu'ils caractérisent le même pixel, vu sous des angles très proches. C'est bien ce que nous obtenons, du moins en module. Nous pouvons donc penser optimiser la cohérence directement sur un seul mécanisme $\vec{\omega}$, le même pour les deux images [Colin et al., 2003a]. La cohérence s'écrit alors :

$$\gamma(\vec{\omega}) = \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}}{\sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{11} \vec{\omega}} \sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{22} \vec{\omega}}} \quad (2.1)$$

Cette approche est intéressante à plusieurs points de vue :

- Les images de la paire interférométrique sont vues sous **deux angles de vue très proches l'un de l'autre**. En bande X par exemple, la différence entre les angles de vue est de l'ordre du centième de degré. Cela justifie que nous considérons que les réponses polarimétriques soient très proches l'une de l'autre, donc que nous projetions l'image 1 et l'image 2 sur un même mécanisme.
- Cela est d'autant plus vrai en configuration monopasse, où il n'y **pas de décorrélation temporelle** entre les deux passes.
- L'algorithme d'optimisation ainsi trouvé va être **plus stable numériquement, car la solution possède moins de degrés de liberté**. Contrairement à l'intuition, ce n'est pas parce que la cohérence ainsi trouvée sera plus faible que la cohérence définie à l'aide de deux vecteurs, que la phase associée sera plus "bruitée" ou aura une variance plus grande, bien au contraire comme nous allons le voir dans la suite.
- L'**interprétation du résultat obtenu sera plus facile** du fait que nous considérerons la même projection sur une polarisation donnée pour les deux images.
- La résolution du problème **ne nécessite pas l'introduction d'une condition supplémentaire** du type $\arg(\vec{\omega}_1^\dagger \vec{\omega}_2) = 0$, condition dont l'interprétation demeure délicate.
- Certains travaux concernant la forêt [Treuhaf et al., 1996, Papathanassiou and Cloude, 2001] ou des bâtiments [Schneider et al., 2004] s'attachent à modéliser et analyser la cohérence définie pour un unique mécanisme.

2.1.1 Nouvelles équations

Il s'agit d'optimiser maintenant le module de γ , où, ce qui revient au même, de γ^2 . En posant cette fois-ci :

$$f = (\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega})(\vec{\omega}^\dagger T_{12}^\dagger \vec{\omega}) \quad (2.2)$$

$$a = \vec{\omega}^\dagger T_{11} \vec{\omega} \quad (2.3)$$

$$b = \vec{\omega}^\dagger T_{22} \vec{\omega} \quad (2.4)$$

γ^2 s'écrit :

$$|\gamma|^2 = \frac{f}{ab} \quad (2.5)$$

et donc

$$\frac{\partial |\gamma|^2}{\partial \vec{\omega}^\dagger} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial \vec{\omega}^\dagger} ab - \frac{\partial b}{\partial \vec{\omega}^\dagger} af - \frac{\partial a}{\partial \vec{\omega}^\dagger} fb = 0 \quad (2.6)$$

Le calcul des dérivées par rapport à $\vec{\omega}$ peut se faire à l'aide des résultats en annexe :

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{\omega}^\dagger} = (\vec{\omega}^\dagger T_{12}^\dagger \vec{\omega})(T_{12} \vec{\omega}) + (\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega})(T_{12}^\dagger \vec{\omega}) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial a}{\partial \vec{\omega}^\dagger} = T_{11} \vec{\omega}, \quad \frac{\partial b}{\partial \vec{\omega}^\dagger} = T_{22} \vec{\omega} \quad (2.8)$$

En utilisant ces résultats dans l'équation 2.6 et en décomposant la notation f en $c = \vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}$ et $c^* = \vec{\omega}^\dagger T_{12}^\dagger \vec{\omega}$, nous obtenons :

$$ab(c^* T_{12} \vec{\omega} + c T_{12}^\dagger \vec{\omega}) = bcc^* T_{11} \vec{\omega} + acc^* T_{22} \vec{\omega} \quad (2.9)$$

et comme $|\gamma|^2 = \frac{cc^*}{ab}$ il vient

$$(c^* T_{12} + c T_{12}^\dagger) \vec{\omega} = |\gamma|^2 (b T_{11} \vec{\omega} + a T_{22} \vec{\omega}) \quad (2.10)$$

Cette équation ne peut pas se ramener à un problème aux vecteurs propres sans faire au préalable des approximations.

Dans un cas "idéal" (angles de vues très proches pour les deux antennes, absence de décorrélation temporelle...), nous rappelons que les modules enregistrés par l'antenne 1 et par l'antenne 2 sont égaux pour une même polarisation, ce qui s'écrit ici $a \approx b = |c| = |c^*|$. Dans le cas où la hauteur du point à imager correspond à une phase Φ , cette hypothèse devient $c = |c|e^{i\Phi}$, $|c| \approx a \approx b$.

En l'appliquant ci dessus, nous obtenons l'équation aux valeurs propres :

$$(T_{11} + T_{22})^{-1} (e^{-i\Phi} T_{12} + e^{i\Phi} T_{12}^\dagger) \vec{\omega} = |\gamma|^2 \vec{\omega} \quad (2.11)$$

Là encore, nous nous ramenons à un problème aux valeurs propres. La matrice à considérer $(T_{11} + T_{22})^{-1} (e^{-i\Phi} T_{12} + e^{i\Phi} T_{12}^\dagger)$ est hermitienne et possède donc trois vecteurs propres orthogonaux.

2.1.2 Résolution simplifiée

Dans le cas des données dont nous disposons (Brétigny, Nezer), l'étape de calibration interférométrique a déjà fait subir à l'ensemble des cohérences une première rotation implicite, en donnant au terrain moyen une "hauteur nulle" : aussi l'ensemble des cohérences est centré autour d'une phase nulle. Par ailleurs, la hauteur d'ambiguïté est très grande vis à vis des hauteurs imagées. Cela signifie que tous les angles interférométriques que nous nous attendons à trouver sont proches de 0. Dans ces conditions, l'algorithme d'optimisation revient simplement à calculer les vecteurs propres et valeurs propres de $M = (T_{11} + T_{22})^{-1}(T_{12} + T_{12}^\dagger)$. Cette maximisation revient à déterminer exactement le maximum de la partie réelle de l'ensemble de cohérence, pour lequel nous remplaçons T_{11} et T_{22} par la matrice moyenne $(T_{11} + T_{22})/2$.

Dans le cas général, un algorithme d'optimisation qui ne fait pas d'hypothèse préalable sur Φ est proposé en section 2.4.

L'algorithme est testé sur les mêmes données issues de la campagne bande X à Brétigny. Il conduit à faire les remarques suivantes :

- la carte de cohérence est nécessairement moins bonne puisqu'elle est obtenue en se fixant une contrainte supplémentaire. Cependant elle reste tout à fait acceptable, et du même ordre de grandeur (en bande X, nous avons noté des écarts de 1%). Cette constatation reste valable à d'autres bandes de fréquence, par exemple en bande P.
- Les cartes des modules des $\vec{\omega}$ d'un pixel à l'autre sont similaires au cas d'optimisation à deux vecteurs. Par contre, la carte de l'angle interférométrique ainsi obtenu est de meilleure qualité : le repliement éventuel des phases (au niveau des étalements de cibles très fortes, des coins réflecteurs de bâtiments par exemple) est mieux supprimé, la phase de zones homogènes a un plus faible écart type.

2.2 Critère d'utilité de l'optimisation : un nouveau paramètre entropie

Dans cette partie, nous nous intéressons à un paramètre permettant de quantifier les poids relatifs de chacun des mécanismes de la base d'optimisation. Les trois cohérences de la base optimale correspondent aux racines carrées des valeurs propres de la matrice $M = (T_{11} + T_{22})^{-1}(T_{12} + T_{12}^\dagger)$. (Nous supposons que nous avons ôté la pente résiduelle du sol, sinon nous pouvons sans nuire à la généralité du problème remplacer T_{12} par $T_{12}e^{i\Phi}$)

Comme dans le cas polarimétrique, nous pouvons construire un paramètre H' qui calcule la dispersion des trois cohérences trouvées γ_1 , γ_2 et γ_3 : ce paramètre va donc montrer dans quelle mesure l'algorithme d'optimisation trouve des cohérences optimales, secondaires et tertiaires semblables ou très différentes [Colin et al., 2003b].

$$H' = - \sum_{i=1}^3 p_i \lg_3 p_i \quad p_i = \frac{\gamma_i}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i} \quad (2.12)$$

Dans le cadre de la classification de données POLINSAR, [L. Ferro-Famil, 2001] propose également de construire ce paramètre d'entropie, calculé à partir des cohérences de la base de polarisation optimale à deux mécanismes.

La représentation de ce paramètre H' est à rapprocher de celle de la cohérence optimale γ_1 . Les deux cartes sont montrées sur la figure 2.1.

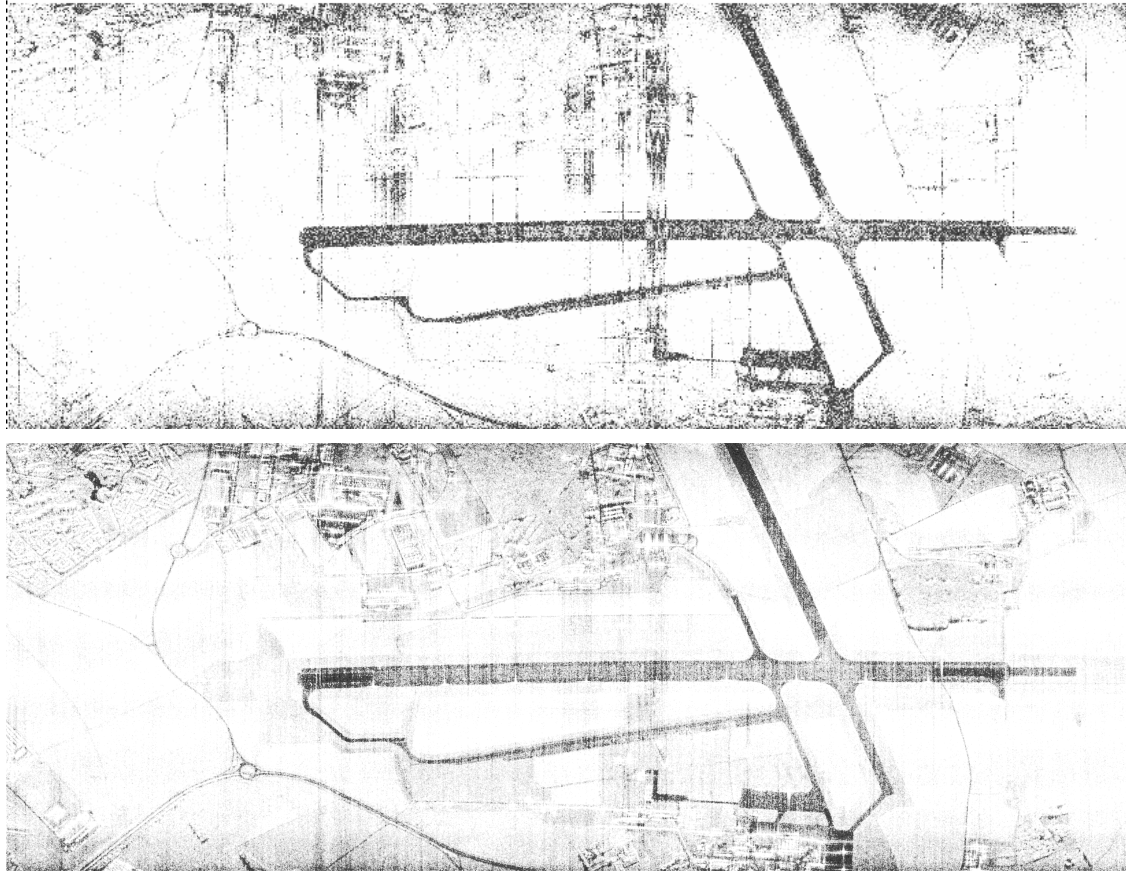


FIG. 2.1 – En haut, le paramètre Entropie IFPOL H' . En bas, la carte de cohérence optimale $|\gamma_{opt}|$

Nous allons maintenant expliquer les similitudes et différences observées entre "carte d'entropie" et carte de cohérence optimale, et montrer que **H' permet d'indiquer sur quels pixels l'information contenue dans le mécanisme $\vec{\omega}$ est pertinente.**

2.2.1 Comportement de H' calculé sans moyennage

Si nous nous plaçons dans le cas où aucun moyennage n'est effectué pour le calcul des matrices de cohérence ($N=1$ en interférométrie) alors :

$$T_{12} = \vec{s}_1 \vec{s}_2^\dagger \quad T_{11} = \vec{s}_1 \vec{s}_1^\dagger \quad T_{22} = \vec{s}_2 \vec{s}_2^\dagger \quad (2.13)$$

et

$$\gamma = \frac{\vec{\omega}^\dagger \vec{s}_1 (\vec{\omega}^\dagger \vec{s}_2)^\dagger}{|\vec{\omega}^\dagger \vec{s}_1| |\vec{\omega}^\dagger \vec{s}_2|} \quad (2.14)$$

et nous voyons bien que quels que soient le mécanisme $\vec{\omega}$ choisi, nous obtenons $|\gamma| = 1$. Nous sommes donc typiquement dans le cas $H' = 1$, où l'optimisation de la cohérence ne donnera aucune information utile sur le mécanisme $\vec{\omega}$.

2.2.2 Comportement de H' calculé avec un moyennage

Généralisons : Supposons maintenant qu'un moyennage soit effectué sur $N > 1$ pixels ou échantillons. Les matrices T s'écrivent alors :

$$T_{11} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{s}_1(i) \vec{s}_1(i)^\dagger \quad (2.15)$$

$$T_{22} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{s}_2(i) \vec{s}_2(i)^\dagger \quad (2.16)$$

$$T_{12} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{s}_1(i) \vec{s}_2(i)^\dagger \quad (2.17)$$

Si nous nous plaçons sur une zone idéalement homogène, nous aurons

$$\vec{s}_1(1) = \vec{s}_1(2) = \dots, \quad \vec{s}_2(1) = \vec{s}_2(2) = \dots \quad (2.18)$$

c'est à dire

$$\overline{\vec{s}_1} = \vec{s}_1(1), \quad \overline{\vec{s}_2} = \vec{s}_2(1) \quad (2.19)$$

et le même raisonnement que précédemment peut être appliqué car les matrices de cohérence s'écrivent :

$$T_{ij} = \overline{\vec{s}_i \vec{s}_j^\dagger} \quad (2.20)$$

et les moyennes ont disparu. Nous déduisons donc la propriété suivante :

Propriété 1 *Sur une zone idéalement homogène (tous les éléments de la population statistique utilisée pour calculer H' possèdent les mêmes vecteurs de diffusion), l'optimisation de la cohérence n'apporte pas d'information sur les mécanismes $\vec{\omega}$, $H' = 1$.*

H' sera différent de 1 notamment pour la forêt qui est un milieu aléatoire, et dans une moindre mesure sur la route pour laquelle nous avons un faible rapport signal à bruit. Notons que $H' = 1$ signifie que les trois valeurs propres sont égales entre elles, mais pas nécessairement égales à 1. Nous allons donc étudier maintenant un cas particulier de la réciproque, qui s'énonce comme suit :

Propriété 2 *L'algorithme mène à trois valeurs propres égales à 1 $\Leftrightarrow \vec{s}_1(i) = \vec{s}_2(i)$ sur tous les échantillons i de la population de taille N considérée.*

Si l'algorithme mène à trouver trois valeurs propres égales à 1 pour la matrice $(T_{11} + T_{22})^{-1}(T_{12} + T_{12}^\dagger)$, alors cette matrice est nécessairement la matrice identité, soit

$$(T_{11} + T_{22}) = (T_{12} + T_{12}^\dagger) \quad (2.21)$$

Cette égalité matricielle exprimée en fonction des vecteurs diffusions donne :

$$\sum_{i=1}^N \vec{s}_1(i) \vec{s}_1(i)^\dagger + \vec{s}_2(i) \vec{s}_2(i)^\dagger = \sum_{i=1}^N \vec{s}_1(i) \vec{s}_2(i)^\dagger + \vec{s}_2(i) \vec{s}_1(i)^\dagger \quad (2.22)$$

soit :

$$\sum_{i=1}^N \vec{s}_1(i) \vec{s}_1(i)^\dagger + \vec{s}_2(i) \vec{s}_2(i)^\dagger - \vec{s}_1(i) \vec{s}_2(i)^\dagger - \vec{s}_2(i) \vec{s}_1(i)^\dagger = 0 \quad (2.23)$$

Chaque membre de la somme peut se factoriser :

$$\sum_{i=1}^N (\vec{s}_1(i) - \vec{s}_2(i)) (\vec{s}_1(i) - \vec{s}_2(i))^\dagger = 0 \quad (2.24)$$

Si nous posons $\overrightarrow{D(i)} = (\vec{s}_1(i) - \vec{s}_2(i))$, nous obtenons

$$\sum_{i=1}^N \overrightarrow{D(i)} \overrightarrow{D(i)}^\dagger = 0 \quad (2.25)$$

La matrice $P(i) = D(i)D(i)^\dagger$ est une matrice positive¹⁷. En effet, cette matrice est hermitienne, donc elle est diagonalisable, et elle admet une seule valeur propre non nulle. Cette valeur propre n'est autre que $\|D(i)\|$ associée au vecteur propre $\overrightarrow{D(i)}$:

$$(\overrightarrow{D(i)} \overrightarrow{D(i)}^\dagger) \overrightarrow{D(i)} = \overrightarrow{D(i)} (\overrightarrow{D(i)}^\dagger \overrightarrow{D(i)}) = \|\overrightarrow{D(i)}\| \overrightarrow{D(i)} \quad (2.26)$$

Cette valeur propre est positive, ce qui prouve que la matrice $P(i) = \overrightarrow{D(i)} \overrightarrow{D(i)}^\dagger$ est positive.

Or si une somme de matrices $P(i)$ positives est nulle, alors chaque matrice $P(i)$ est nulle ; en effet en multipliant à gauche par $\vec{\omega}^\dagger$ et à droite par $\vec{\omega}$, nous obtenons notamment

$$\sum_{i=1}^N \vec{\omega}^\dagger P(i) \vec{\omega} = 0 \quad (2.27)$$

¹⁷Une matrice M hermitienne est dite positive lorsque $\vec{x}^\dagger M \vec{x}$ est toujours positif ou nul. Une matrice n'ayant que des valeurs propres positives est positive.

Tous les termes de la sommes sont positifs ou nuls. La somme sera donc nulle si et seulement si tous les termes sont nuls, c'est à dire $P(i) = 0 \quad \forall i$. Dans notre cas, cela implique $\overrightarrow{D(i)}\overrightarrow{D(i)}^\dagger = 0$ soit $\overrightarrow{D(i)} = \vec{0} \quad \forall i$. Finalement

$$\overrightarrow{s_1}(i) = \overrightarrow{s_2}(i) \quad \forall i \in \{1 \dots N\} \quad (2.28)$$

Ce qui signifie que les deux images sont parfaitement cohérentes entre ces deux pixels, et donc que la cohérence est égale à 1.

Cependant, l'observation des cartes d'entropie H' et de cohérence optimale montre que

- il existe des cas où la cohérence est faible et H' est proche de 1, notamment sur la forêt en bande X. Cela signifie que la forêt est un milieu peu cohérent dans cette bande de fréquence, et cependant l'optimisation de la cohérence polarimétrique ne va pas apporter beaucoup d'information sur la polarisation choisie.
- Il existe des zones où la cohérence est élevée et ou H' est faible : notamment sur les zones d'étalement de cibles et de fort bruit. Dans ce cas-là, le choix du vecteur $\vec{\omega}$ va être déterminant sur la phase interférométrique obtenue.

Nous pouvons voir sur la figure 2.2 en haut que la représentation des modules des vecteurs optimaux trouvés donne une carte difficilement exploitable . Or un paramètre H' faible, correspond à un mécanisme optimal $\vec{\omega}$ d'autant plus significatif. Représentons donc maintenant le module des composantes du vecteur $\vec{\omega}$ seulement pour les pixels pour lesquels $H' < 0.95$. Cette représentation (figure 2.2) fait apparaître effectivement des zones où les composantes de ce vecteur sont homogènes : notamment la route, qui est dominée par un mécanisme du type $(0, 0, 1)$, et les étalements de cibles, dominés par $(0, 1, 0)$. Nous pouvons vérifier que les images de SER et les interférogrammes en polarisation hV sont plus "propres" au niveau des étalements de cibles que dans les autres polarisations.

2.3 Etude du champ de valeurs de la cohérence généralisée $\gamma(\omega)$

2.3.1 Enjeux

Comment caractériser l'ensemble des valeurs complexes que peut prendre la cohérence généralisée $\gamma(\vec{\omega})$? Nous définissons pour cela le champ de valeurs de la cohérence généralisée par l'ensemble :

$$\Gamma = \left\{ \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}}{\sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{11} \vec{\omega}} \sqrt{\vec{\omega}^\dagger T_{22} \vec{\omega}}}, \vec{\omega} \in \mathbb{C}^3 \right\} \quad (2.29)$$

Nous pouvons nous demander si cet ensemble va être borné en argument. Si tel est le cas, les bornes angulaires nous donneront une information sur les hauteurs maximales et minimales qui peuvent être trouvées à partir des données acquises pour un pixel donné, en faisant varier les polarisations...

Par ailleurs, ce champ de valeurs peut être utile en modélisation. Par exemple, nous verrons dans la dernière partie de la thèse que la modélisation de la cohérence généralisée établie pour un volume aléatoire conduit à trouver une région de cohérence réduite à un segment de droite. La représentation de ce segment permet alors d'accéder à l'inversion de certains paramètres du modèle.

Enfin, il peut être judicieux d'étudier à partir d'autres modèles, quels sont les paramètres physiques influant sur la forme de la région de cohérence.

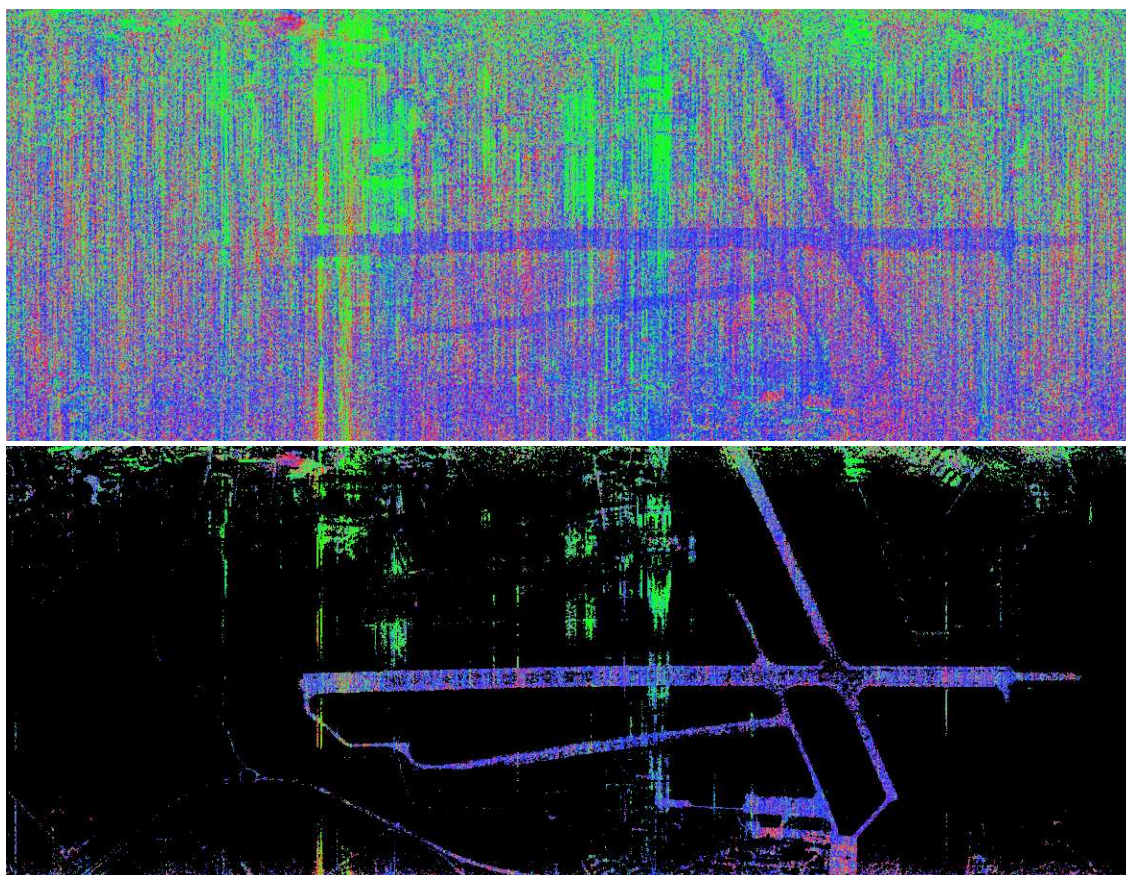


FIG. 2.2 – Les composantes de ω codées en couleur. Rouge : ω_{hh} , vert : $\omega_{\sqrt{2}hv}$, bleu : ω_{vv} . En bas, un masque a été appliqué pour ne garder que les valeurs de H' inférieures à 0.95

2.3.2 Le "champ de valeur" (*Field of values, Numerical range*)

Le champ de valeurs d'une matrice carrée A de dimension n est l'ensemble

$$\Omega(A) = \left\{ \vec{\omega}^\dagger A \vec{\omega}, \vec{\omega} \in \mathbb{C}^n \right\} \quad (2.30)$$

Certaines propriétés de $\Omega(A)$ ont déjà fait l'objet de diverses démonstrations en mathématiques [Chien et al., 1998]. Les champs de valeurs possèdent notamment les propriétés suivantes :

- c'est un ensemble fermé et borné
- $\vec{\omega}^\dagger (U^\dagger A U) \vec{\omega} = \vec{\omega}^\dagger A \vec{\omega}$ pour toute matrice U unitaire.
- soit z un nombre complexe, $\Omega(zA) = z\Omega(A)$ et $\Omega(zI + A) = z + \Omega(A)$ où I est la matrice identité
- $\Omega(A)$ est un segment de l'axe des réels si et seulement si A est une matrice hermitienne.
- l'ensemble des valeurs propres de A , noté $\sigma(A)$ appartient au champ de valeur. De plus, si A_0 est une sous matrice de A , alors $\Omega(A_0) \in \Omega(A)$.
- $\Omega(A)$ est un ensemble convexe.
- la frontière du champ de valeurs est un morceau de courbe algébrique, et chaque point de la frontière où celle-ci n'est pas différentiable (point anguleux) est une valeur propre de A
- le champ de valeurs d'une matrice de dimension 2 est une ellipse dont les foyers sont les deux valeurs propres de cette matrice. En dimension 3, qui est la dimension qui nous concerne puisque c'est celle des matrices de cohérence, l'ensemble des formes possibles est plus varié.

Pour se ramener à l'étude du champ de valeur, il est également possible d'introduire l'ensemble de cohérence modifié [Tabb et al., 2002] :

$$\tilde{\Gamma}(T_{12}, T) = \left\{ \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}}{\vec{\omega}^\dagger T \vec{\omega}} : \|\vec{\omega}\| = 1 \right\} \quad (2.31)$$

où $T = (T_{11} + T_{22})/2$. Le module de la cohérence ainsi modifiée est inférieur au module de la cohérence généralisée, il sera donc toujours compris entre 0 et 1.

D'autre part, cet ensemble peut se ramener à un champ de valeurs en posant $\vec{v} = T^{1/2} \vec{\omega}$:

$$\Gamma(T_{12}, T) = \Omega(T^{-\frac{1}{2}} T_{12} T^{-\frac{1}{2}}) \quad (2.32)$$

2.3.3 Région de cohérence pour des matrices de dimension 3

Pour toute matrice de dimension 2, le champ de valeurs associé est une ellipse. Les cas d'ellipses particulières peuvent être obtenues : segment, disque, point unique. En dimension 3, le nombre de formes possibles augmente. Il est cependant possible de les classer en quatre grandes catégories [D. Keeler and Spitkovsky, 1997]. Le champ de valeurs peut avoir comme formes :

- une ellipse
- la réunion convexe d'une ellipse et d'un point. Un exemple est montré figure 2.3
- une forme tronquée comportant une portion plate, montrée en figure 2.4
- une forme "ovoïde", la plus courante, montrée figure 2.5

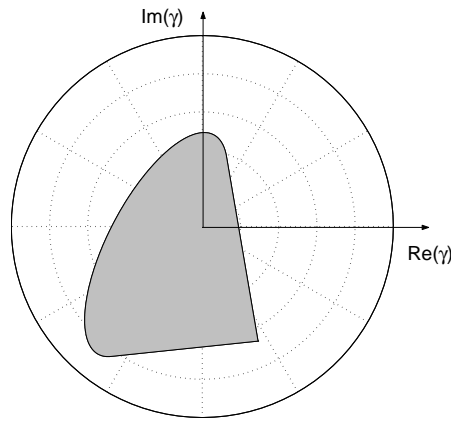


FIG. 2.3 – Réunion convexe d'une ellipse d'un point pour un champ de valeurs en dimension 3

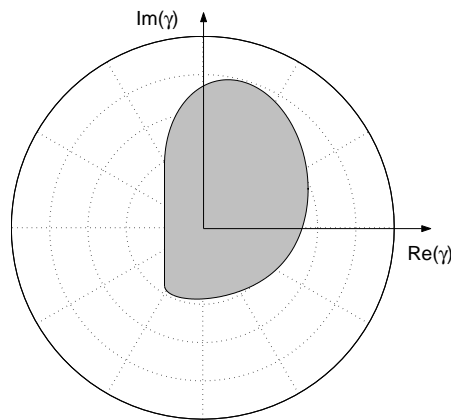


FIG. 2.4 – portion plate pour un champ de valeurs en dimension 3

2.3.4 Encadrements de la région de cohérence

Notons l'existence de certaines méthodes mathématiques permettant d'obtenir certains points particuliers du champ de valeurs [Tabb et al., 2002] :

- nous pouvons inscrire le champ de valeurs d'une matrice A dans un rectangle en calculant les majorants et minorants de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'ensemble. En posant

$$H = \frac{1}{2}(A + A^\dagger) \quad (2.33)$$

$$K = \frac{1}{2j}(A - A^\dagger) \quad (2.34)$$

Les extrema de la partie réelle du champ de valeurs de A correspondent à la plus petite et à la plus grande valeur propre de H . De même, les extrema de la partie imaginaire du champ de valeurs de A correspondent aux valeurs propres minimale et maximale de K .

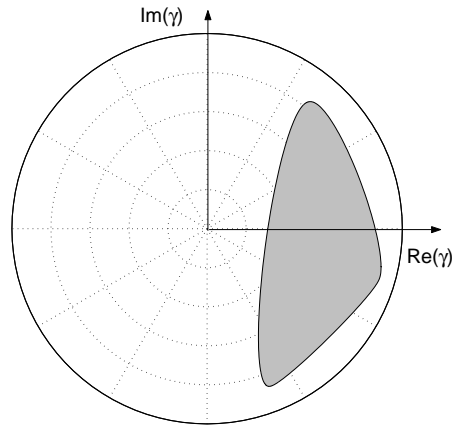


FIG. 2.5 – forme ovoïde la plus générale pour un champ de valeurs en dimension 3

- nous pouvons trouver les angles extrêmes de l'ensemble, lorsqu'ils existent, en calculant leur tangente¹⁸, donnée par les extrema des valeurs propres de la matrice $H^{-1}K$. La figure 2.6 présente l'ouverture angulaire (différences entre les angles extrêmes) des régions de cohérence sur toute la carte. Cette possibilité sera utile pour trouver l'initialisation de l'algorithme d'optimisation général.

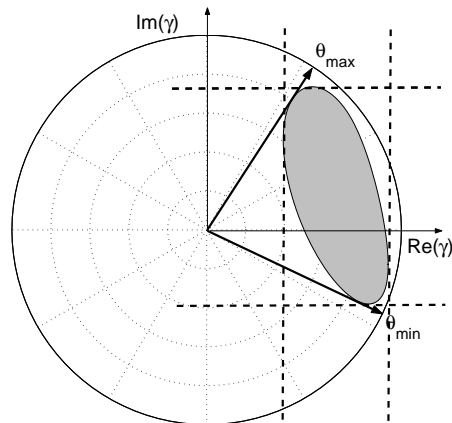


FIG. 2.6 – ouverture angulaire et encadrement de la région de cohérence

2.3.5 Algorithme permettant de tracer le champ de valeurs d'une matrice

L'algorithme permettant de tracer le champ de valeurs est décrit ci-dessous sur la figure 2.7. Les résultats mathématiques sur lesquels il s'appuie [Cowen and Harel, 1995] sont détaillés en annexe D.

¹⁸ $\tan(\arg \gamma(\vec{\omega})) = \frac{\Im m(\gamma(\vec{\omega}))}{\Re e(\gamma(\vec{\omega}))} = \frac{\vec{\omega}^\dagger K \vec{\omega}}{\vec{\omega}^\dagger H \vec{\omega}}$

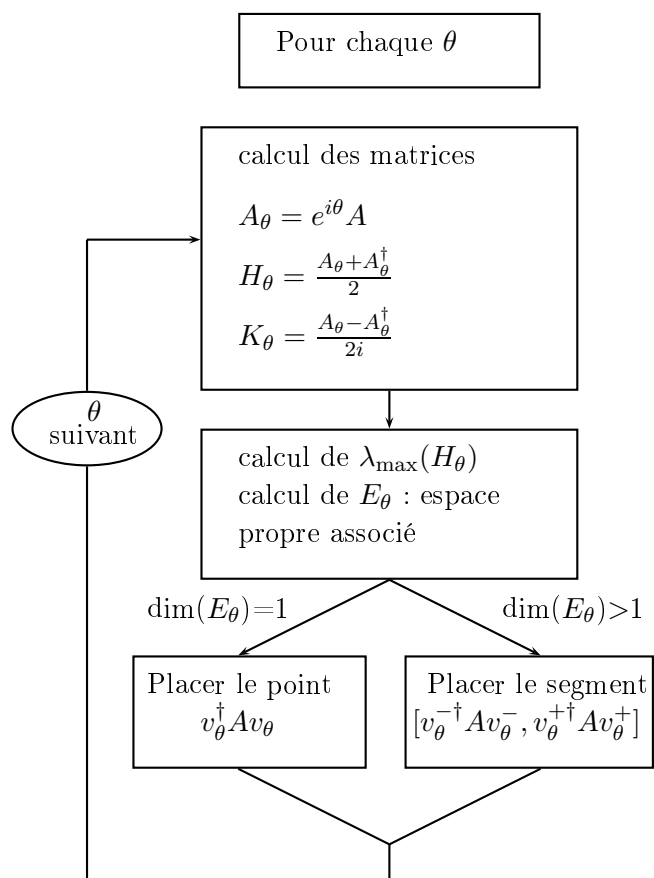


FIG. 2.7 – Algorithme de représentation du champ de valeur

2.3.6 Algorithme d'optimisation du module

Par définition, le rayon numérique de la matrice A (*numerical radius*) est

$$r(A) = \max\{|\vec{\omega}^\dagger A \vec{\omega}| : \|\vec{\omega}\| = 1\} \quad (2.35)$$

La maximisation de la cohérence modifiée revient donc à calculer le rayon numérique de la matrice $T^{-\frac{1}{2}}T_{12}T^{-\frac{1}{2}}$. Il n'existe pas d'expression analytique générale pour le rayon numérique d'une matrice. Cependant, tout comme pour obtenir le champ de valeur, il existe des méthodes numériques [Watson, 1996]. En pratique, l'algorithme pour calculer le rayon numérique est le suivant, représenté figure 2.8. Les résultats mathématiques inférant sont décrits en annexe D.

- soit $\theta_k \in [0, \pi]$. Nous formons alors la matrice H_θ dont nous calculons la plus grande valeur propre λ_k et son vecteur propre associé $\vec{\omega}_k$
- nous choisissons $\theta_{k+1} = -\arg(\vec{\omega}_k^\dagger A \vec{\omega}_k)$

L'itération se poursuit jusqu'à ce que θ_k soit suffisamment proche de θ_{k+1} . En général, la convergence est très rapide (3 itérations environ pour obtenir une précision de l'ordre du millième de radian.) Par contre, l'algorithme n'assure pas qu'il s'agisse du maximum global : nous pouvons tomber sur un maximum local.

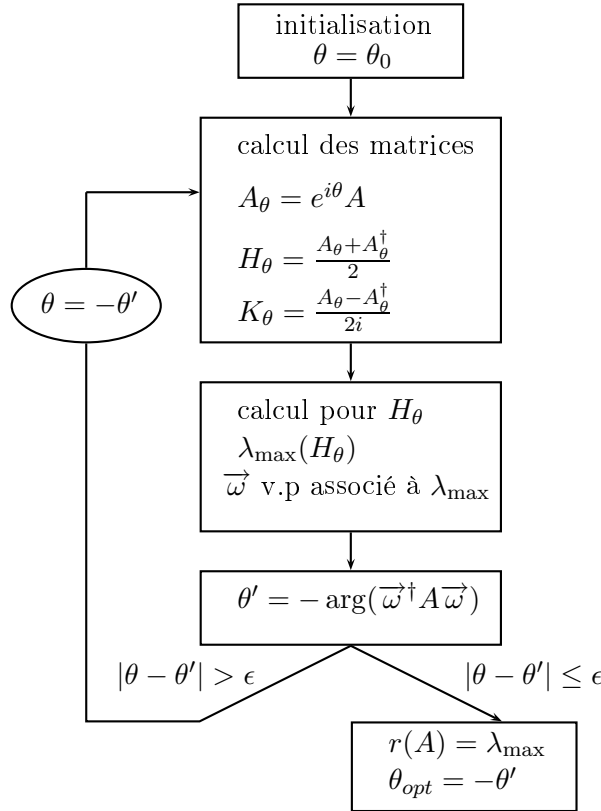


FIG. 2.8 – Algorithme de calcul du rayon numérique

2.4 Capacités de l'optimisation de cohérence à séparer les centres de phases

2.4.1 Cible contenant au plus 3 points de réponses polarimétriques différents, avec une fluctuation des amplitudes seule

Nous allons utiliser les mêmes conventions que précédemment. Pour nous placer dans un cas simple, nous supposons que la cible est constituée de trois points différents, de réponses polarimétriques distinctes. Nous avons vu au précédent chapitre que les matrices de cohérences peuvent s'écrire, en tenant compte d'un moyennage ou seul \vec{c} est affecté :

$$T_{12} = SCD^*S^\dagger, \quad T_{11} = SCS^\dagger, \quad T_{22} = SDCD^*S^\dagger \quad (2.36)$$

avec

$$C = \langle \vec{c} \vec{c}^\dagger \rangle \quad (2.37)$$

C est la matrice de corrélation du vecteur \vec{c} ; c'est une matrice réelle symétrique à coefficients positifs. A priori, elle est supposée inversible. La cohérence définie à l'aide d'un seul mécanisme s'écrit :

$$\gamma(\vec{\omega}) = \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{12} \vec{\omega}}{\frac{1}{2}(\vec{\omega}^\dagger T_{11} \vec{\omega} + \vec{\omega}^\dagger T_{22} \vec{\omega})} = \frac{\vec{\omega}^\dagger SCD^*S^\dagger \vec{\omega}}{\frac{1}{2}(\vec{\omega}^\dagger SCS^\dagger \vec{\omega} + \vec{\omega}^\dagger SDCD^*S^\dagger \vec{\omega})} \quad (2.38)$$

Dans cette expression, nous pouvons poser $\vec{v} = S^\dagger \vec{\omega}$. Nous posons par ailleurs $M = S^{\dagger-1}$ et ainsi nous obtenons

$$\gamma(\vec{\omega}) = \gamma(M\vec{v}) = \frac{\vec{v}^\dagger CD^* \vec{v}}{\frac{1}{2}(\vec{v}^\dagger C \vec{v} + \vec{v}^\dagger DCD^* \vec{v})} \quad (2.39)$$

Changer \vec{v} en $\lambda \vec{v}$ où λ est un scalaire ne modifie pas l'expression de la cohérence. Nous pouvons donc supposer que le vecteur \vec{v} est de norme 1 lui aussi.

Nous pouvons vérifier rapidement avec l'expression ci-dessus que la cohérence est toujours bien de module inférieur à 1. $\langle . \rangle$ désigne le produit scalaire de deux vecteurs.

$$\begin{aligned} |\vec{v}^\dagger CD^* \vec{v}| &= | \langle \vec{v}^\dagger C^{1/2}, C^{1/2} D^* \vec{v} \rangle | \leq \sqrt{\vec{v}^\dagger C \vec{v}} \sqrt{\vec{v}^\dagger DCD^* \vec{v}} \\ &\leq \frac{1}{2}(\vec{v}^\dagger C \vec{v}) + (\vec{v}^\dagger DCD^* \vec{v}) \end{aligned}$$

La première inégalité n'est autre que l'application de l'inégalité de Schwarz, tandis que la deuxième est celle qui stipule que la moyenne géométrique est inférieure à la moyenne arithmétique.

Cela étant, nous allons maintenant montrer que l'optimisation de cohérence va nous permettre de remonter à l'information sur les phases interférométriques, tout en nous permettant de retrouver la matrice S . Pour cela, intéressons nous d'abord au champ de valeurs théorique de la matrice D^* seule. Cette matrice est une matrice diagonale. Dans ce cas, il est possible de prouver mathématiquement que son champ de valeurs est simplement le triangle dont les sommets sont les éléments de la diagonale de D^* .

Nous pouvons montrer maintenant facilement que cet ensemble est inclus dans l'ensemble de cohérence. Soit λ_i la i^{eme} valeur de la diagonale de D^* . Elle est obtenue grâce au vecteur de la base \vec{e}_i : $D^* \vec{e}_i = \lambda_i \vec{e}_i$, et elle est de module 1 : $\lambda_i \lambda_i^* = 1$. D'après l'équation 2.39 :

$$\gamma(M\vec{e}_i) = \frac{\vec{e}_i^\dagger C D^* \vec{e}_i}{\frac{1}{2}(\vec{e}_i^\dagger C \vec{e}_i + \vec{e}_i^\dagger D C D^* \vec{e}_i)} = \frac{\lambda_i \vec{e}_i^\dagger C \vec{e}_i}{\frac{1}{2}(\vec{e}_i^\dagger C \vec{e}_i + \lambda_i \lambda_i^* \vec{e}_i^\dagger C \vec{e}_i)} = \frac{\lambda_i}{\frac{1}{2}(1 + \lambda_i \lambda_i^*)} = \lambda_i \quad (2.40)$$

Ce qui signifie que les 3 valeurs complexes λ_i appartiennent à l'ensemble de cohérence : ces valeurs sont obtenues théoriquement pour les vecteurs $M\vec{e}_i$. Puisque d'autre part nous savons que l'ensemble de cohérence est un ensemble convexe, il doit contenir tout l'intérieur du triangle de sommets λ_i , qui correspond précisément au champ de valeurs de D^* . Récapitulons ce qu'il en est sur un exemple graphique. Sur la figure 2.9, nous avons représenté en gris clair le champ de valeurs d'une matrice D^* . En gris foncé est représenté l'ensemble de cohérence. Nous vérifions qu'il contient bien les valeurs de D , et qu'il est borné sur le cercle unité.

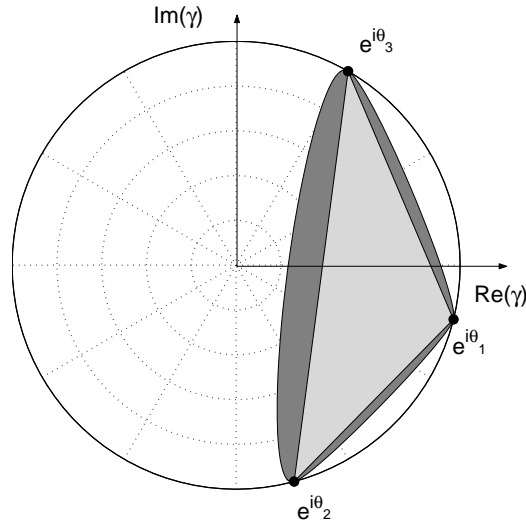


FIG. 2.9 – Ensemble de cohérence calculé avec une matrice de covariance C et champ de valeurs (triangle) de D^*

Nous en déduisons immédiatement que la cohérence est de module maximum sur le cercle unité, et qu'elle atteint ces maxima avec les vecteurs $\vec{v} = \vec{e}_i$, soit $\vec{w} = M\vec{e}_i$. Les vecteurs correspondant aux trois mécanismes optimaux sont les vecteurs colonnes de la matrice M . Les cohérences égales à 1 sont les éléments de la matrice D^* , elles ont donc pour angles interférométriques les trois angles interférométriques recherchés.

Notons A la matrice $T^{-1/2} T_{12} T^{-1/2}$. Le champ de valeurs de la matrice A correspond à l'ensemble de cohérence. Lorsque nous appliquons l'algorithme permettant de faire l'optimisation de cohérence, le résultat va a priori dépendre de l'angle d'initialisation θ_0 . Nous allons être amené à trouver comme polarisation optimale celle qui correspondra au θ_i le plus proche de θ_0 . Supposons qu'il s'agisse de θ_1 . L'algorithme d'optimisation trouve donc comme premier vecteur $\vec{v}_1 = (1, 0, 0)^t = \vec{e}_1$.

Pour trouver les autres cohérences égales à 1, il suffit d'appliquer le même algorithme d'optimisation avec des angles initiaux différents, jusqu'à trouver les trois maxima locaux.

Une solution alternative consiste à rechercher une base d'optimisation orthogonale. Les autres vecteurs propres à trouver sont alors ceux de la restriction de la matrice A à l'espace orthogonal à v_1 . Il est possible de montrer mathématiquement que ce champ de valeurs est une ellipse dont les sommets du grand axe sont très proches des valeurs propres λ_2 et λ_3 . Les deuxième et le troisième vecteurs de la base d'optimisation donneront donc une bonne approximation de λ_2 et λ_3 . A titre d'exemple, la figure 2.10 montre le résultat des deux types d'optimisation dans le cas où la région de cohérence est bruitée. Les points étoilés correspondent à l'optimisation dans une base quelconque, tandis que les points ronds correspondent aux cohérences optimales dans la base perpendiculaire. Les sommets théoriques de la matrice D^* sont les points noirs. Outre le fait que sa mise en oeuvre est plus simple, l'optimisation dans une base orthogonale permet d'avoir des estimations qui peuvent être meilleures (plus proche des points noirs...) en présence de bruit. Par contre, elle ne permet pas de remonter théoriquement aux réponses des points pris individuellement à partir des vecteurs $\vec{\omega}_i$ trouvés.

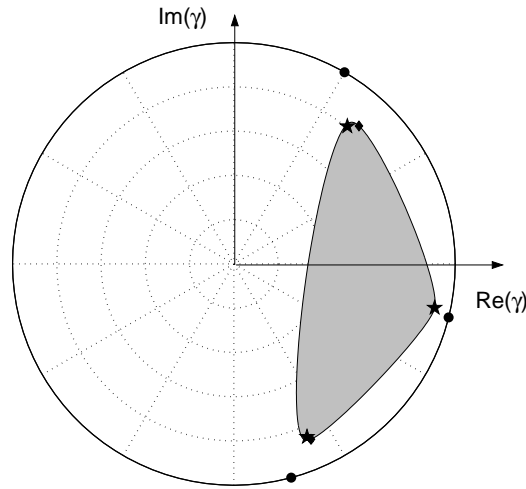


FIG. 2.10 – Cohérences trouvées pour une base d'optimisation quelconque (♦) et cohérences trouvées dans une base d'optimisation perpendiculaire (★) en présence de bruit. Les points noirs (●) correspondent aux phases interférométriques des points brillants

2.4.2 En tenant compte d'une fluctuation de S (réponses polarimétriques individuelles)

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les fluctuations statistiques de \vec{c} . Voyons sur des simulations numériques ce qu'il en est de la région de cohérence lorsque S et \vec{c} varient à chaque mesure. Prendre en compte une variation de S lors de la mesure déforme l'ensemble de cohérence. L'effet général est que les cohérences maximales sont diminuées et ne sont plus exactement égales à 1. Sur la figure 2.11, nous montrons un ensemble de cohérence calculé avec 25 échantillons. S suit une loi normale d'écart type 0.15 (les colonnes sont normées à 1), et \vec{c} est un vecteur normal d'écart type 0.7. En gris foncé, nous avons représenté l'ensemble de cohérence dans le cas où seul \vec{c} varie. En gris clair, nous avons représenté à la fois le cas où S varie seul indépendamment de \vec{c} , et celui où S et C varient conjointement. Ces deux ensembles sont quasiment confondus, ce qui signifie qu'avec cette simulation, les variables S et C sont décorréelées et leurs effets peuvent être étudiés séparément. Les points noirs sont les résultats de l'optimisation effectuée

sur l'ensemble sans variations de S . Ils sont théoriquement et expérimentalement égaux aux trois angles interférométriques des points constitutifs de la cible. Les croix noires et les cercles noirs correspondent à l'optimisation de la cohérence où les fluctuations de S ont été prises en compte.

Nous voyons que la déformation de l'ensemble de cohérence due à la variabilité de S introduit un biais dans l'estimation des centres de phases. Ce biais sera d'autant plus important que la cohérence associée estimée sera faible, donc loin du cercle unité. Le niveau de cohérence obtenu nous donne donc bien dans ce cas une estimation de la précision de notre estimation.

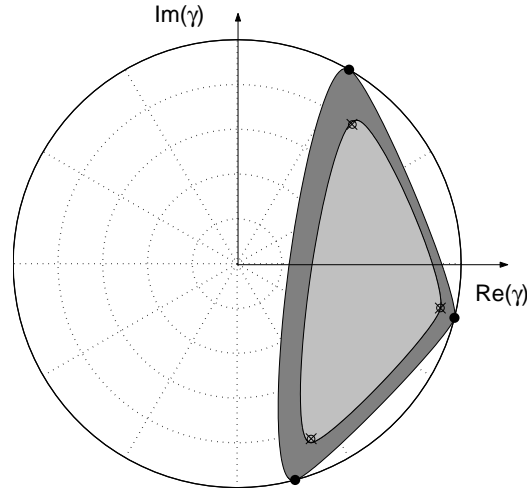


FIG. 2.11 – Résultats de l'optimisation de cohérence sur des données bruitées calculées avec C constant (●), calculé avec C constant et S bruité (○), calculées avec C bruité et S bruité (×)

Dans le cas numérique envisagé, l'erreur sur l'estimation ne dépasse pas 10° .

2.4.3 Pour une cible contenant plus de 3 points brillants...

Lorsque nous considérons maintenant une cible à plus de trois points brillants, tous ne pourront pas être estimés. L'ensemble de cohérence est modifié par rapport aux cas précédents. Deux exemples de forme de cohérence "théoriques" pour une cible à quatre points brillants sont donnés figure 2.12. Seule la fluctuation de \vec{c} a été prise en compte. Nous voyons que la forme de cohérence est inscrite dans le polygone rejoignant les angles interférométriques des points brillants. En pratique, si la cible devient complexe, il est difficile de déduire des informations pertinentes de la région de cohérence.

Milieu aléatoire en couches

Dans le cas des milieux aléatoires, [Gomez-Dans and Quegan, 2005] montre que l'on peut penser utiliser cet algorithme pour séparer des "couches" des milieux agricoles ou forestiers. La modélisation de la végétation invoquée revient en fait à une modélisation d'un petit nombre de points brillants correspondant à chacune des couches. [Gomez-Dans and Quegan, 2005] montre que dans tous les cas, la cohérence d'une couche seule est plus grande que celle de l'ensemble des autres couches, et ainsi l'optimisation de cohérence peut servir à fournir les angles interférométriques de ces couches.

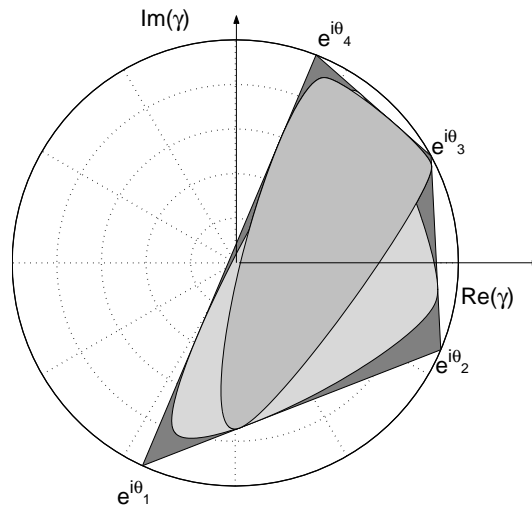


FIG. 2.12 – Deux ensembles de cohérences possibles pour une cible à quatre points brillants. Ils sont inscrits dans le polygone gris foncé joignant les 4 angles interférométriques

2.5 Conclusion

Un nouveau concept original d'optimisation de la cohérence a été proposé en introduisant la notion de cohérence généralisée contrainte à un unique mécanisme. Ce concept est justifié par le fait que dans la modélisation proposée de telles cibles, **les vecteurs diffusions des constituants sont égaux pour les deux antennes interférométriques**. Cette hypothèse est raisonnable en configuration monostatique, et en l'absence de décorrélation temporelle. En étudiant de manière théorique la forme du champ de valeurs de la cohérence généralisée, il est démontré que **cette optimisation de cohérence mène à la séparation et à l'estimation des différents centres de phase d'une même cible, lorsque la seule source de décorrélation considérée est due au bruit de mesure**. A partir des mécanismes obtenus à l'aide de cette méthode d'optimisation de cohérence, **il est possible de récupérer les vecteurs diffusions élémentaires de chacun des constituants**, dans la limite de **trois points brillants de réponses différentes mais non nécessairement orthogonales**. Il est possible d'envisager les effets d'**autres sources de décorrélation dans le modèle** ; dans ce cas les biais trouvés dans les centres de phases seront d'autant plus grands que ces sources de décorrélations supplémentaires seront importantes, et que les modules de cohérences maximaux diminuent.

Chapitre 3

Validations en chambre anéchoïque

Pour valider les méthodes d'interférométrie, des mesures en chambre anéchoïque sur des cibles simples sont utilisées. L'avantage de ces mesures est que tous les paramètres de l'expérience sont bien contrôlés, en particulier la géométrie de la cible. Aussi ce type de mesures a déjà été utilisé par plusieurs laboratoires [Sagues et al., 2001], [Lopez-Sanchez et al., 2000], afin de tester différents traitements polarimétriques. Dans ce chapitre, nous allons confirmer les résultats du chapitre précédent concernant l'optimisation de la cohérence interférométrique grâce à la polarimétrie, en utilisant de telles mesures.

3.1 Description des mesures

3.1.1 Géométrie de l'expérience

Les mesures sont acquises pour une cible mobile et une antenne fixe. Seul le mouvement relatif nous intéresse : la configuration est équivalente à celle d'une cible immobile et d'une antenne qui se déplace en translation circulaire (voir figure 3.1).

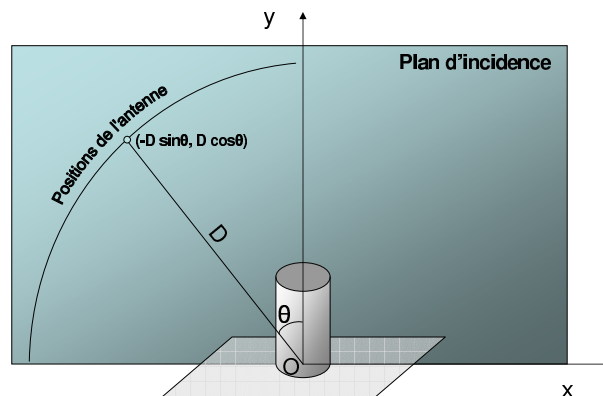


FIG. 3.1 – Repère géométrique de la cible. D : distance moyenne cible-antenne.

Un repère fixé sur la cible est choisi pour faire les calculs dans le plan d'incidence de l'onde. Le centre du repère est le centre de la plaque métallique. L'antenne évolue sur un quart de cercle

centré sur ce point, à une distance $D = 8.70$ m de la cible. L'axe x est colinéaire à la plaque, et l'axe y est colinéaire à l'axe du cylindre. Dans ce repère, l'antenne qui vise la cible avec un angle d'incidence θ a pour coordonnées $(-D \sin \theta, D \cos \theta)$. Ces informations sont représentées figure

L'angle d'incidence varie de 5° à 85° par pas $\delta\theta$ de 0.5° .

3.1.2 Simulation d'une donnée interférométrique

Chaque position d'antenne est séparée d'une distance $b \simeq D\delta\theta$ de sa voisine. A une fréquence fixée, deux données correspondant à deux angles d'incidence voisins peuvent donc être assimilées à une donnée interférométrique de la cible pour une ligne de base b (voir figure 3.2). Dans ce cas-là, la cible est considérée à elle seule comme étant située dans une unique cellule de résolution ; c'est une cible déterministe car elle est constituée d'un ensemble de points situés à des positions bien précises. La paire interférométrique est donc constituée des signaux $s_1 = H(f_0, \theta)$ et $s_2 = H(f_0, \theta + \delta\theta)$.

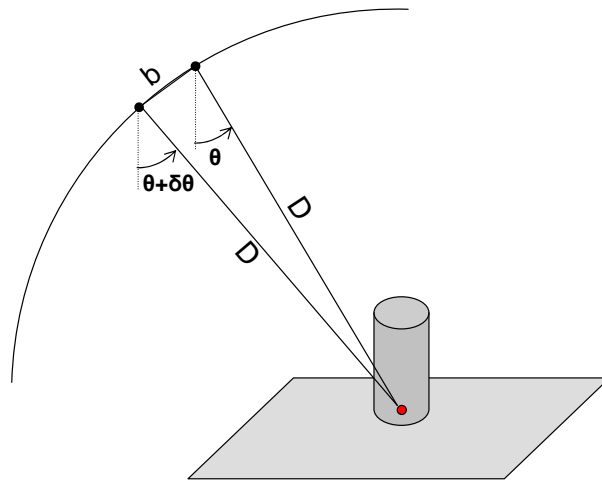


FIG. 3.2 – Simulation d'une ligne de base

Les données sont par ailleurs totalement polarimétriques.

A l'aide d'une paire de données interférométriques, il est possible de calculer une phase interférométrique, en prenant l'argument du produit $s_1 s_2^*$. Il nous est également possible de calculer cette phase interférométrique de manière "théorique" en calculant les chemins optiques parcourus par l'onde.

Soit R la distance d'un point brillant à l'antenne visant sous un angle d'incidence θ . La distance de ce même point brillant à l'antenne visant sous l'angle d'incidence le plus proche $\theta + \delta\theta$ sera $R + \Delta R$ (voir figure 3.3).

Une mise en garde cependant est nécessaire dans le cas de cette simulation en chambre anéchoïque. Nous pouvons sans aucun problème faire l'approximation $\Delta R \ll R$ dans nos calculs, par contre la longueur de la ligne de base ne nous permet pas d'effectuer l'approximation $b \ll R$. Cela signifie, entre autre, que si nous souhaitons considérer que la cible appartient à une seule et même cellule de résolution et que nous devons donc travailler avec une seule distance radiale, il est impossible de reconstituer la hauteur exacte de ce point à partir de la seule phase interférométrique de manière suffisamment précise. Il faudra donc avoir des connaissances a priori sur la cible pour pouvoir reconstituer la position exacte de ses points brillants. **Pour s'affranchir**

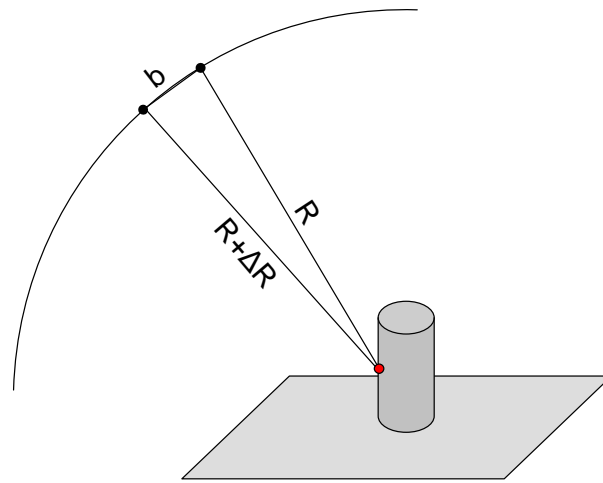


FIG. 3.3 – Distances d'un points brillant aux positions d'antenne constituant la paire interférométrique

de toute connaissance a priori sur la cible, nous traiterons dans la suite directement des angles interférométriques, et non pas des hauteurs.

3.1.3 Description de la cible

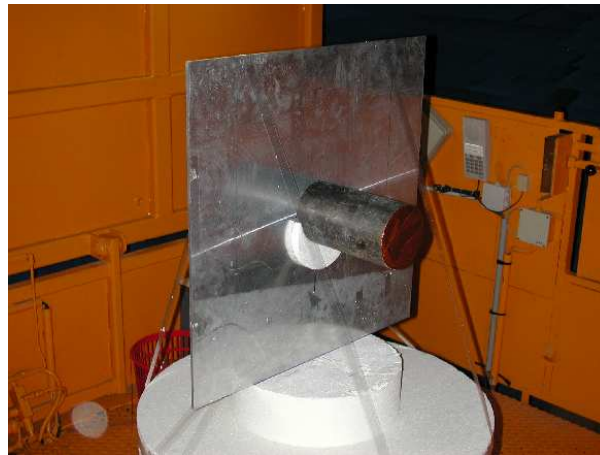


FIG. 3.4 – Photo du montage de la cible pour l'expérimentation

La cible se compose d'un cylindre de hauteur $h=20$ cm, d'un rayon $r=5.75$ cm, posé au milieu d'une plaque carrée elle aussi métallique, de 60 cm de côté.

La cible peut être représentée schématiquement en coupe dans le plan d'incidence. Ce schéma fait apparaître plusieurs points brillants numérotés sur la figure 3.5 de 1 à 6 : le point numéro 1 correspond au bord de plaque gauche, le point numéro 2 correspond à l'intersection entre la plaque et la base du cylindre, le point numéro 3 correspond au bord gauche du sommet, le point numéro 4 correspond à l'image du point 3 par symétrie par rapport à la plaque métallique (obtenu

éventuellement après un triple rebond de l'onde). Le point numéro 5 correspond au bord droit du sommet. Le point situé à l'angle entre les points 5 et 6 n'est pas numéroté car il n'est pas illuminé par l'antenne et sa réponse ne joue donc pas. Le point numéro 6 est le bord de plaque droit.

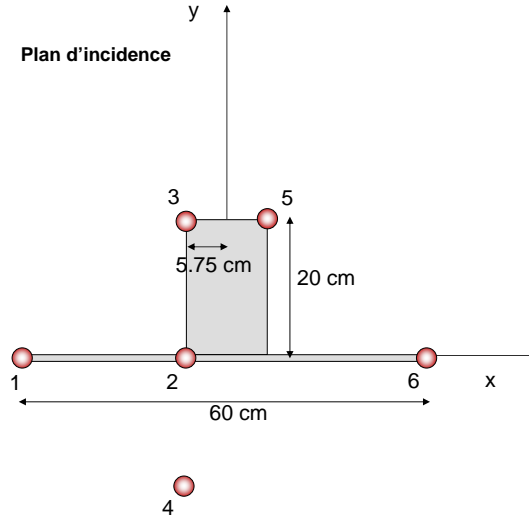


FIG. 3.5 – Numérotation des points brillants du cylindre dans le plan d'incidence

L'angle interférométrique théorique $\Delta\Phi$ d'un point brillant est du aux différentes longueurs $\Delta R = R_2 - R_1$ où R_1 est la distance entre le point et une position d'antenne 1, R_2 est la distance entre le point et une position d'antenne 2. Cet angle interférométrique $\Delta\Phi$ dépend de l'angle d'incidence et est donné par $\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda}\Delta R$ où ΔR s'écrit pour un point de coordonnées (x,y) :

$$\begin{aligned} \Delta R &= \sqrt{(D \sin \theta_1 + x)^2 + (D \cos \theta_1 - y)^2} - \sqrt{(D \sin \theta_2 + x)^2 + (D \cos \theta_2 - y)^2} \quad (3.1) \\ &\simeq x(\sin \theta_1 - \sin \theta_2) - y(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \text{ avec } x \ll D, y \ll D \end{aligned}$$

Les angles interférométriques théoriques vont maintenant pouvoir être comparés aux angles interférométriques obtenus dans diverses bases de polarisation.

3.2 Validations

3.2.1 Cylindre sur plaque métallique

Le résultat le plus important de cette étude est que **l'optimisation de cohérence sur un mécanisme permet de retrouver les hauteurs de plusieurs points brillants à l'intérieur de la même cellule de résolution**. Par contre, l'optimisation à deux vecteurs ici ne permet pas un tel résultat.

L'ordre des points brillants sélectionnés dans la base de polarisation optimale dépend de l'angle d'incidence. La qualité du résultat obtenu dépend également beaucoup du moyennage effectué.

D'une manière générale, de bons résultats sont obtenus à l'aide d'un moyennage $N=7$ sur les incidences et non pas sur les fréquences. Sur la figure 3.6, les angles interférométriques sont

représentés dans la base d'optimisation de la cohérence à un mécanisme (à gauche) et de la cohérence à deux mécanismes (à droite). Le rouge correspond au premier vecteur de base, le vert à la cohérence "secondaire", et le bleu à la cohérence "tertiaire". En noir en dessous sont représentés les courbes "théoriques" des points brillants de la cible.

Sur les courbes de gauche, nous voyons que l'angle interférométrique en rouge "suit" la courbe correspondant au point "2" : le point le plus cohérent est aussi le point le plus brillant sur l'hologramme, il s'agit du point situé entre le cylindre et la plaque. Puis le second angle interférométrique trouvé correspond au point 1, le bord de plaque gauche. Enfin, le dernier angle interférométrique correspond d'abord au bord de plaque droit (point 6) pour les faibles angles d'incidence, puis "suit" approximativement la courbe associée au point 3 situé sur le toit.

Sur les courbes de droite, il est difficile d'associer les angles interférométriques trouvés expérimentalement aux courbes théoriques.

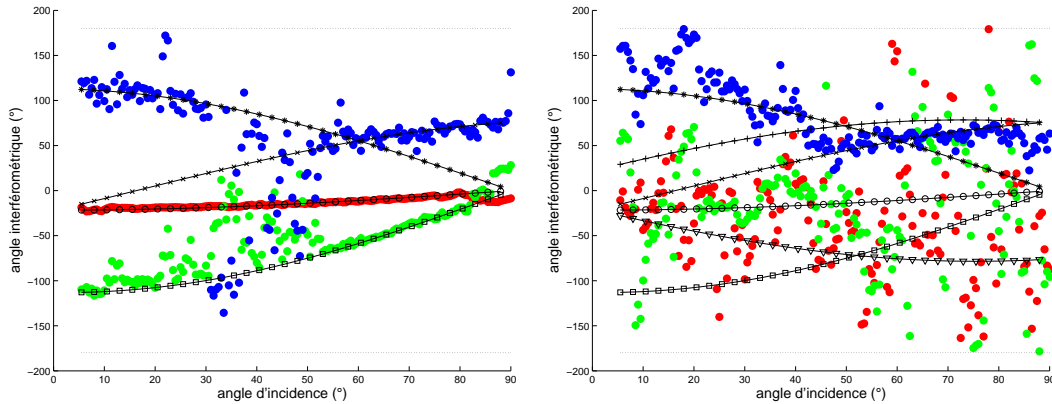


FIG. 3.6 – Angles interférométriques trouvées dans les bases optimales. A gauche : optimisation sur un mécanisme, à droite, optimisation sur deux mécanismes.

Par ailleurs, il est possible de vérifier les résultats concernant l'estimation des vecteurs diffusions polarimétriques individuels de nos trois points les plus brillants. En utilisant la méthode d'optimisation plusieurs fois avec des angles initiaux différents, nous sommes capables d'estimer la matrice $S = M^\dagger^{-1}$ et donc d'obtenir les vecteurs diffusions individuels. Ainsi, la réponse polarimétrique du point 2 exprimée dans la base de Pauli a été trouvée de la forme $(0, 1, 0)^t$, ce qui correspond classiquement au mécanisme de double-rebond. La réponse polarimétrique du point 1 a été trouvée proche de $(0.9, ke^{j1.8}, 0)^t$ où k est compris entre 0 et 0.4, et augmente avec l'angle d'incidence. La réponse polarimétrique du toit du cylindre a été trouvée proche de $(0.9, 0.3, 0)^t$. Tous ces vecteurs diffusions sont similaires à ceux qui sont obtenus à partir de l'image de la cible construite par transformée de Fourier bidimensionnelle de l'hologramme. Dans cette image, les différents points brillants appartiennent à des pixels distincts dont les vecteurs diffusions peuvent être extraits.

3.2.2 Cylindre sur plaque métallique très rugueuse

Le même cylindre que précédemment a été monté sur une plaque très rugueuse, aux multiples infractuosités, toujours métallique pour ne pas prendre en compte les effets de pénétration (figures 3.7). Cette fois ci, la hauteur moyenne du "sol" est surélevée par rapport à la cible précédente (voir figure 3.8). Aussi, la coordonnée du point du plan d'incidence situé à l'intersection

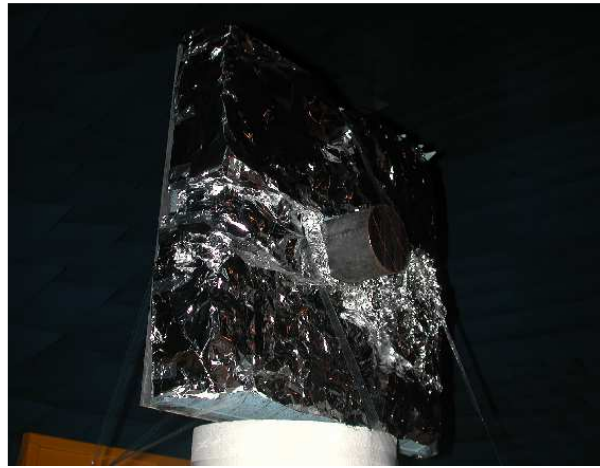


FIG. 3.7 – Photo du montage du cylindre sur sol rugueux pour l'expérimentation

du cylindre et de ce "sol" est $(x=-r, y=12 \text{ cm})$.

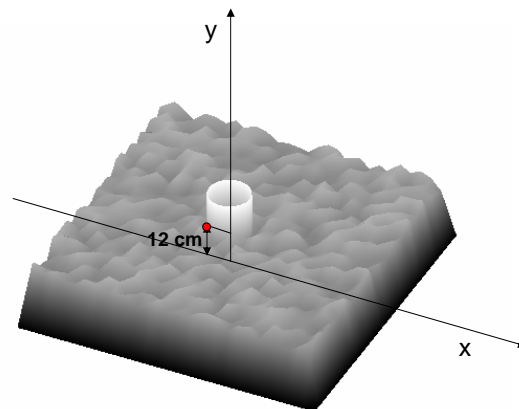


FIG. 3.8 – Coordonnées du point le plus brillant

Dans ce cas, il est apparu que l'optimisation de cohérence à 1 mécanisme permet une estimation de ce point brillant à l'aide de la polarisation optimale. (voir figure 3.9). Cependant, c'est le seul point connu dont l'angle interférométrique peut être estimé. En effet, la cible ne peut plus être considérée comme une collection d'un petit nombre de points brillants car un grand nombre de tels points est réparti sur toute la surface. Les autres points trouvés dans la base n'ont pas pu être reliés à des points "physiques".

Cette observation est vérifiée lorsque nous regardons la forme de la région de cohérence associée pour un angle d'incidence donné (45°). Cette forme représentée figure 3.10 est éloignée de celle prédite pour une cible contenant plus d'un point brillant, un seul maximum est vraiment marqué.

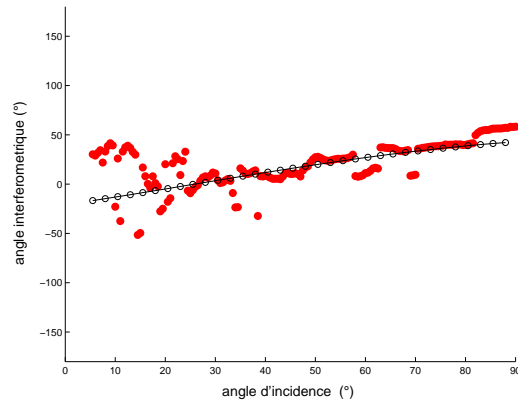


FIG. 3.9 – Résultats pour un cylindre sur sol très rugueux

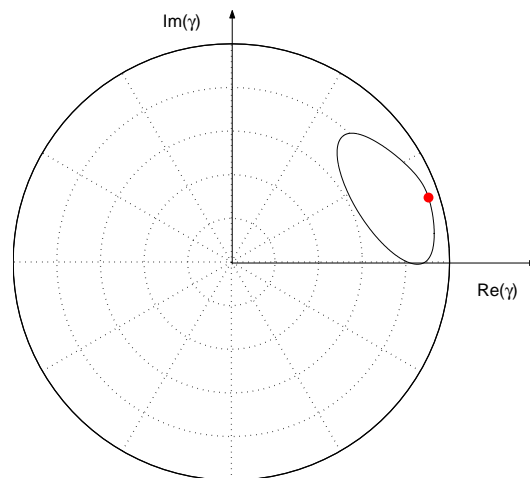


FIG. 3.10 – Forme de cohérence obtenue expérimentalement pour le cylindre sur plaque rugueuse, et cohérence optimale trouvée en rouge

3.2.3 Cylindre très fin diélectrique



FIG. 3.11 – Photo du montage du cylindre fin pour l'expérimentation

Nous avons considéré à nouveau une cible constituée d'une plaque et d'un cylindre aux dimensions modifiées (une hauteur de 30 cm pour un rayon de 1.5 cm), avec une constante diélectrique $\epsilon_r = 2.7$ pour le cylindre. (figure 3.11). A nouveau, les trois points principaux de la cible (bord de plaque gauche, toit du cylindre, et intersection plaque-cylindre) sont très bien estimés dans la base d'optimisation de la cohérence contrainte à un mécanisme, contrairement au cas de l'optimisation de cohérence à deux mécanismes (figure 3.12).

L'ordre des points trouvés est modifié : le point le plus cohérent devient le point numéro 1 (bord de plaque gauche), le second point trouvé est numéro 2 associé à l'intersection plaque-cylindre, et le dernier point trouvé est le point numéro 6, associé au bord de plaque droit.

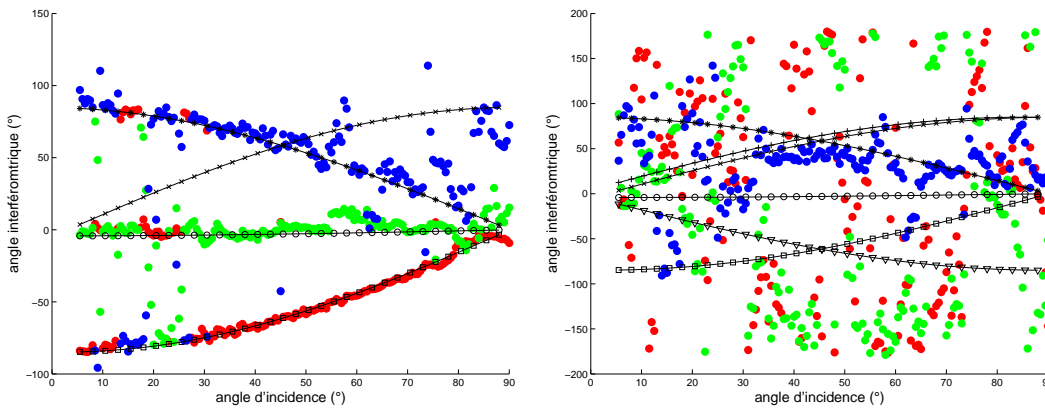


FIG. 3.12 – Résultats sur le cylindre fin sur plaque. A gauche : optimisation avec 1 mécanisme ; à droite : optimisation avec 2 mécanismes

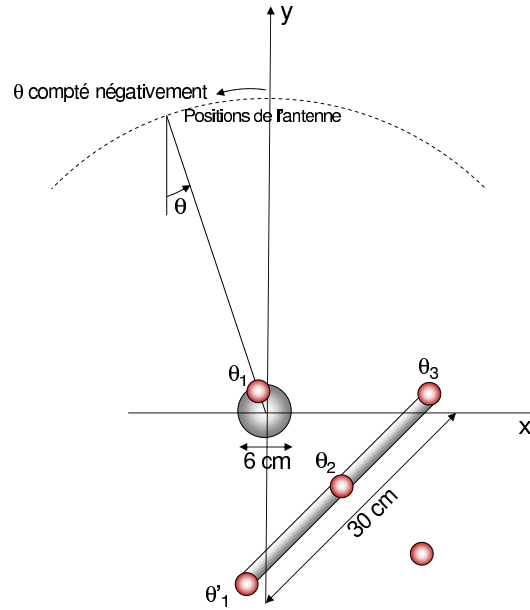


FIG. 3.13 – Points brillants d’un ensemble sphère et plaque inclinée

3.2.4 Sphere et plaque inclinée

Une sphère de 3 cm de rayon est suspendue au dessus d’une plaque de 30 cm de côté inclinée à 45° . La cible et ses points brillants sont représentés schématiquement sur la figure 3.13. Parmi les points brillants, on trouve la sphère, dont l’angle interférométrique théorique est noté θ_1 , un point situé vers le milieu de la plaque d’angle interférométrique théorique θ_2 , obtenu par une réflexion sphère-plaque, le bord supérieur de la plaque, et son angle interférométrique associé θ_3 , et l’autre bord de plaque, dont l’angle interférométrique sera noté θ'_1 , car θ_1 et θ'_1 sont très proches pour les angles d’incidence considérés.

L’acquisition est faite pour une très petite plage d’incidence, s’étendant de -10° à 10° , pour une plage de fréquence de 13 à 18 GHz. Les résultats sont indiqués sur la figure 3.14.

Les résultats ne sont satisfaisants que pour les angles d’incidence comptés négativement, c’est à dire ceux pour lesquels l’onde incidente arrive en face de la plaque. Pour les autres angles d’incidence, la forme de cohérence n’est pas ressemblante à celle prévue par le modèle de données ; la cible ne peut peut-être plus être considérée comme un ensemble de 3 points brillants distincts. Cependant, les résultats sont assez satisfaisants pour les angles d’incidence variant de -10° à 1° . Le point sélectionné par la polarisation optimale est le point le plus brillant, c’est à dire le bord de plaque supérieur d’angle interférométrique θ_3 . Le point suivant est celui du milieu de plaque. Enfin, le dernier point sélectionné peut correspondre à la sphère aussi bien qu’au bord de plaque inférieur.

Nous avons représenté les formes de cohérence obtenues pour deux angles d’incidence différents sur les figures 3.15 et 3.16.

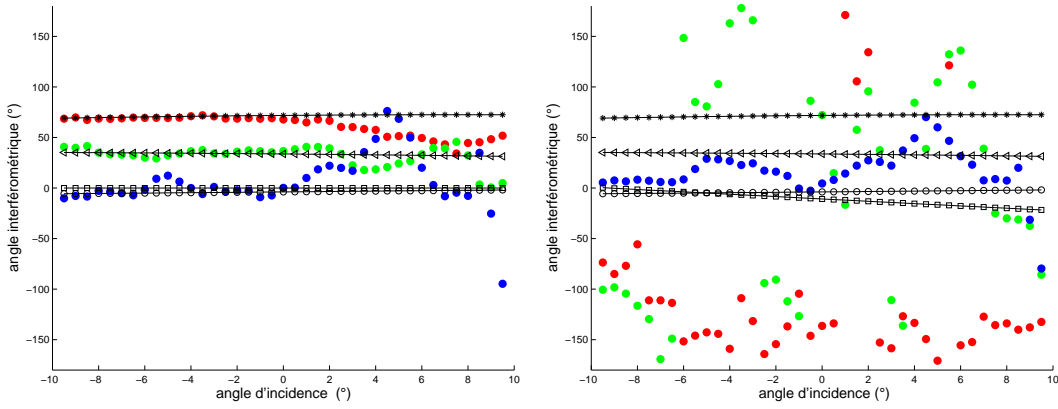


FIG. 3.14 – Résultats pour la sphère et plaque inclinée. A gauche : optimisation avec 1 mécanisme ; à droite : optimisation avec 2 mécanismes.

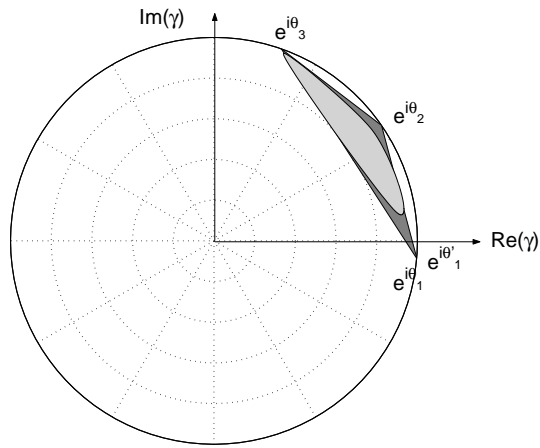


FIG. 3.15 – Ensemble de cohérence en gris clair obtenu pour $\theta = -5^\circ$

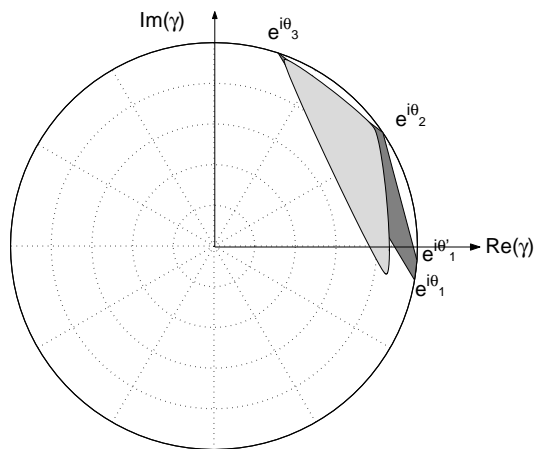


FIG. 3.16 – Ensemble de cohérence en gris clair obtenu pour $\theta = 0^\circ$

3.3 Conclusion

Ce chapitre concernait la validation de la méthode d'optimisation de cohérence et du modèle statistique de points brillants présentés au chapitre précédent, à partir des mesures effectuées en chambre anéchoïque sur des cibles canoniques. Les résultats valident l'approche proposée à la fois sur la modélisation de l'ensemble de cohérence, sur la séparation des réponses polarimétriques de points individuels et sur la séparation des centres de phase. Par contre pour les cibles étudiées, l'optimisation de cohérence classique à deux mécanismes n'est pas adaptée, car elle ne mène pas à des résultats probants pour l'estimation des centres de phase. Une attention particulière doit être apportée au choix des échantillons statistiques utilisés pour calculer la cohérence.

Chapitre 4

Optimisation de cohérence en imagerie SAR et analyse temps-fréquence par ondelettes

Dans la première partie, nous avons vu que l'obtention d'une image SAR se fait en illuminant une cible pour toute une bande de fréquences et toute une plage d'angles de vue. L'outil "Ondelette Temps-fréquence" nous permet de regarder la variation de la réponse en fonction de la fréquence et de l'angle de vue. Dans cette partie, nous allons voir comment combiner cet outil avec les méthodes précédentes d'interféropolarimétrie, et, de manière générale, nous verrons les résultats de l'optimisation de cohérence sur des données SAR.

4.1 Analyse Temps-Fréquence des paramètres polarimétriques

4.1.1 Description des données

Une imagerie de 500×500 pixels est sélectionnée dans l'image de Brétigny (bande X) précédemment utilisée. Elle est montrée sur la figure 4.1. Cette imagerie contient trois bâtiments principaux : un bâtiment industriel (bâtiment 1 : il n'existait pas encore sur la photographie IGN de référence), un hangar à camion (bâtiment 2), un second petit bâtiment industriel (bâtiment 3). On y discerne également un parking où les voitures apparaissent comme des rangées de points brillants, des arbres, ainsi que 4 trièdres d'étalonnage.

4.1.2 Analyse temps-fréquence de l'entropie

Nous pouvons disposer grâce à l'outil ondelette non pas d'une seule image, mais de $n_f \times n_\psi$ images, chacune de résolution dégradée, correspondant à une construction de l'image pour des sous-bandes en fréquence et en angle, centrées en f_0 et ψ_0 . n_f est le nombre de sous-bande utilisées, et n_ψ le nombre de sous-vue angulaire. Aussi, toutes les données polarimétriques et interférométriques peuvent subir cette transformation, et les vecteurs diffusion peuvent être calculés pour plusieurs angles et plusieurs fréquences. Puisque tous les paramètres polarimétriques peuvent s'en déduire, il est possible d'analyser le comportement de l'entropie par exemple, en fonction de l'angle de vue et de la fréquence émise.

Malheureusement, les données disponibles en bande X ont des bandes en angle et en fréquence relativement étroites (70Mhz et 3°), et les variations des images à l'œil nu ne sont pas vraiment significatives. D'autre part, le calcul d'un paramètre polarimétrique nécessite d'effectuer

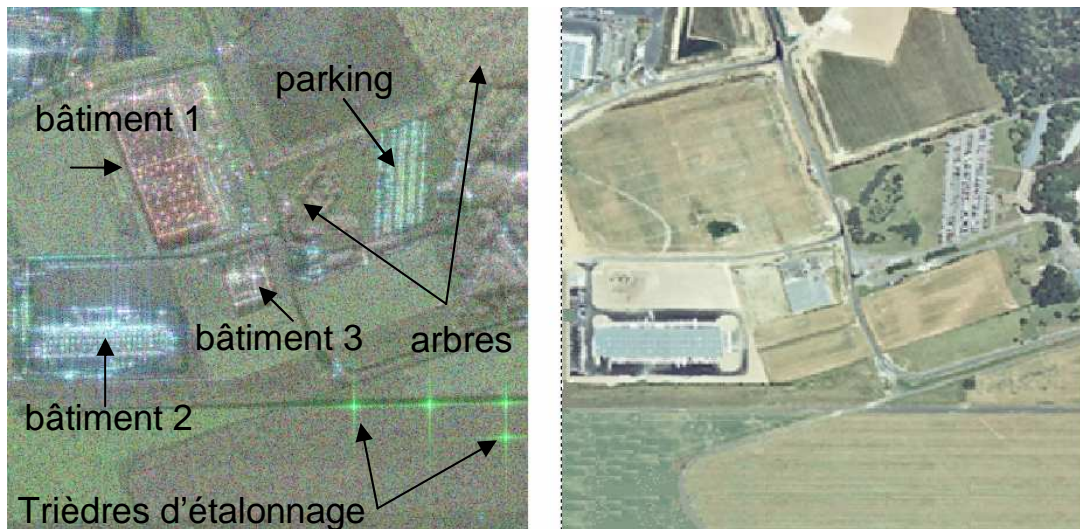


FIG. 4.1 – Photographie aérienne de la zone et composition polarimétrique RGB de l’image de départ

un moyennage pour calculer les matrices de cohérence : l’image est déjà une première fois dégradée par le moyennage ; elle l’est une deuxième fois lors du calcul des coefficients d’ondelettes ; le résultat d’une carte d’entropie ainsi obtenue pour un angle et une fréquence donnée est une image fortement dégradée, sur laquelle l’information n’est pas très pertinente (voir figure 4.2)

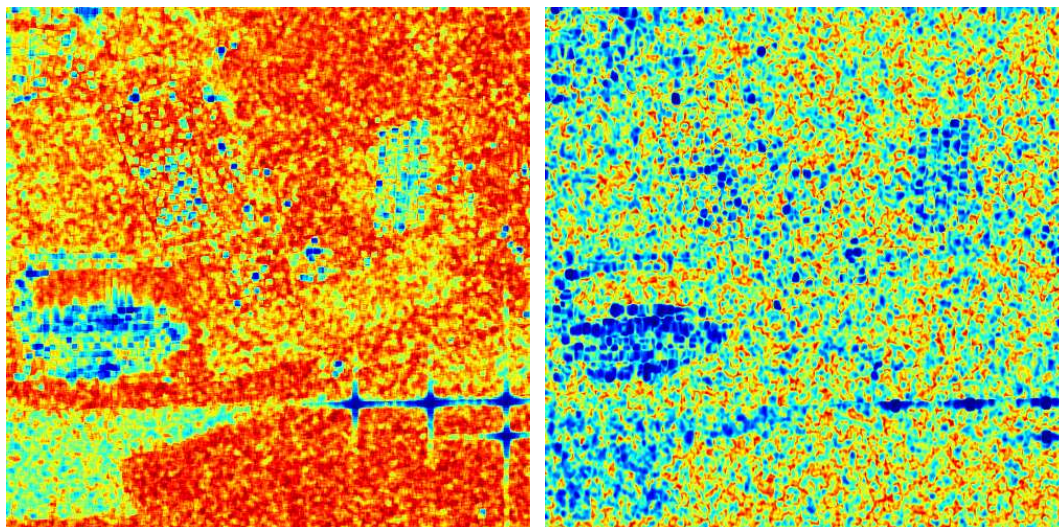


FIG. 4.2 – Entropie initiale, et entropie obtenue avec 20% des bandes pour un f_0 et un ψ_0 donné

4.1.3 Amélioration du contraste de l’image

L’analyse de la variation de l’entropie en fonction de la fréquence et de l’angle pour un pixel donné montre que

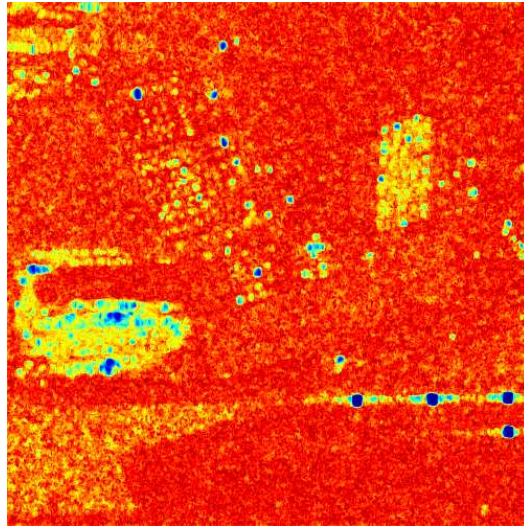


FIG. 4.3 – Entropie maximale obtenue pour tous les angles et toutes les fréquences

- Sur la majorité des pixels, l'entropie semble varier de manière totalement aléatoire lorsque la fréquence et l'angle de vue varient.
- Sur un petit nombre de pixels (points très brillants de bâtiment, voitures) l'entropie ne varie presque pas dans les bandes et reste très faible.

Dans le but d'améliorer le contraste de la carte d'entropie, cette constatation nous invite **pour chaque pixel à retenir la valeur maximale de l'entropie obtenue en balayant toute la plage d'angles et toute la plage de fréquences : ainsi les cibles artificielles garderont une entropie faible, puisque celle-ci l'est pour tout angle et toute fréquence, tandis que les cibles naturelles auront une entropie très élevée**, correspondant au maximum pouvant être atteint. Cette image d'entropie maximum est donnée figure 4.3. Le contraste est effectivement bien amélioré.

La même manipulation peut être appliquée au paramètre α .

4.2 Optimisation de cohérence "temps-fréquence"

4.2.1 La méthode

De la même manière que pour les paramètres polarimétriques, il est possible de calculer la cohérence interférométrique pour tout angle et toute fréquence. **Pour chaque pixel, nous calculons l'ensemble des cohérences obtenues pour les différents f_0 et ψ_0 , et nous gardons le couple (f_M, ψ_M) en mémoire qui parmi tous les couples (f, ψ) possibles correspond à celui donnant la cohérence de module maximum :**

$$f_M, \psi_M \text{ tels que } |\gamma(x_0, y_0, f_M, \psi_M)| = \max_{f, \psi} \{|\gamma(x_0, y_0, f, \psi)|\}$$

Nous visualisons alors l'angle interférométrique obtenu en chaque pixel pour le couple (f_M, ψ_M) associé :

$$\phi(x_0, y_0) = \arg(\gamma(x_0, y_0, f_M(x_0, y_0), \psi_M(x_0, y_0)))$$

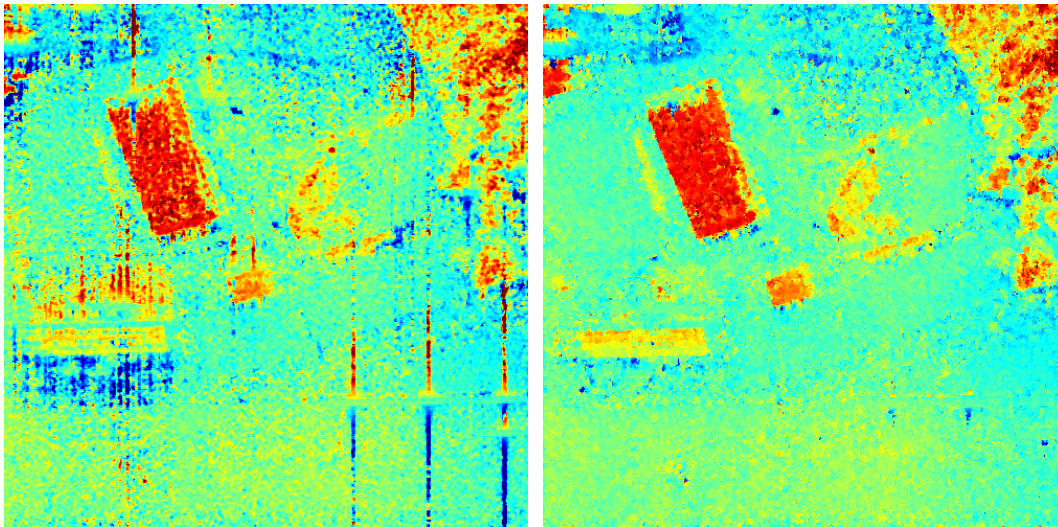


FIG. 4.4 – Interférogramme initial en polarisation hH, et le même après optimisation "temps-fréquence"

Cette méthode d'optimisation sera appelée dans la suite optimisation "temps-fréquence". L'interférogramme ainsi obtenu est de meilleure qualité que l'interférogramme initial, comme le montre la figure 4.4

4.2.2 Comparaison du résultat avec les méthodes polarimétriques

Les résultats de l'optimisation temps-fréquences peuvent être comparés à ceux des méthodes d'optimisation par la polarimétrie, du point de vue du niveau de cohérence obtenu et de la qualité de l'image de l'angle interférométrique.

Quelque soit la méthode choisie, l'angle interférométrique est sensiblement amélioré. Dans le cas de l'optimisation temps-fréquence, le niveau de cohérence obtenu est bien meilleur, et l'angle interférométrique semble plus "lissé", et donc plus facilement utilisable pour une représentation en 3 dimensions. Physiquement, nous pouvons dire que considérer des largeurs de bandes plus étroites en fréquence et en angle revient à améliorer respectivement les conditions de cohérence "temporelle" et "spatiale" de la source.

4.3 Combinaison de l'optimisation polarimétrique avec le temps-fréquence

4.3.1 Première méthode : deux optimisations successives

La première méthode consiste à appliquer les deux optimisations successivement : trois optimisations temps-fréquence sur chacune des polarisations de la base (hH, hV, vV), puis une optimisation polarimétrique. Le désavantage de cette méthode est qu'elle requiert deux moyennages indépendants successifs : un pour chaque étape d'optimisation. Il s'ensuit une sous-estimation importante des hauteurs, dont le résultat est donné figure 4.5

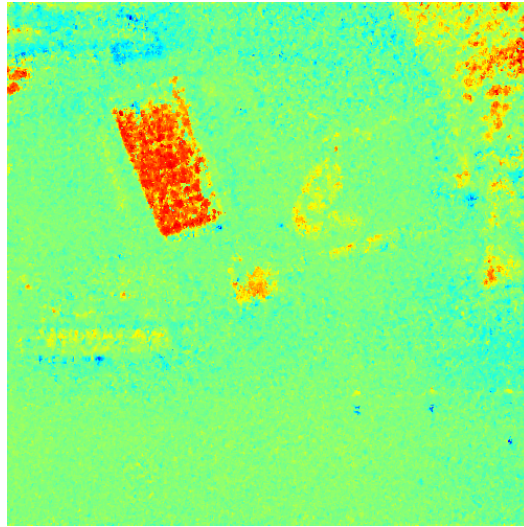


FIG. 4.5 – Les deux optimisations sont faites successivement, avec deux moyennages indépendants successifs

4.3.2 Seconde méthode : moyennage temps-fréquence, puis optimisation polarimétrique

Puisque le moyennage spatial brutal n'est pas le plus adéquat pour l'estimation de la cohérence à optimiser, nous avons envisagé de calculer la cohérence interférométrique à l'aide d'un moyennage temps-fréquence : **les échantillons utilisés** pour calculer une cohérence ne sont plus des échantillons de pixels d'un même voisinage, mais **sont les coefficients d'ondelettes** $C(f, \psi; x_0, y_0)$ **pour le pixel considéré** (x_0, y_0) :

$$\gamma = \frac{\sum_{(f,\psi)=1}^{n_f \times n_\psi} C_1(f, \psi) C_2^*(f, \psi)}{\sqrt{\sum_{(f,\psi)=1}^{n_f \times n_\psi} |C_1(f, \psi)|^2 \sum_{(f,\psi)=1}^{n_f \times n_\psi} |C_2(f, \psi)|^2}} \quad (4.1)$$

De même, les matrices de cohérences T_{11} , T_{12} et T_{22} peuvent être calculés à l'aide d'un moyennage sur tous les coefficients temps-fréquence : il suffit de réitérer le calcul ci-dessus pour toutes les combinaisons de polarisation voulues. Une fois les matrices de cohérence calculées à l'aide de ces valeurs, une optimisation de cohérence par la polarimétrie (à l'aide d'un seul vecteur) est appliquée. Parmi toutes les méthodes envisagées, c'est celle-ci qui mène à la meilleur carte d'angle interférométrique, visible sur la figure 4.6. Le même type de constatations peut être fait en appliquant la méthode à une autre sélection de l'image, sur la figure 4.7.

4.3.3 Originalité du moyennage sur les coefficients temps-fréquence

Pour comprendre en quoi cette méthode de moyennage sur les coefficients temps-fréquence peut être intéressante par rapport à un moyennage spatial classique, nous avons envisagé de simuler un exemple simple de cibles isolées.

Prenons d'abord l'exemple d'une cible isolée localisée en $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$, avec une réflectivité complexe $\alpha(f, \psi)$. Alors l'image du coefficient complexe de rétrodiffusion, fonction de la position

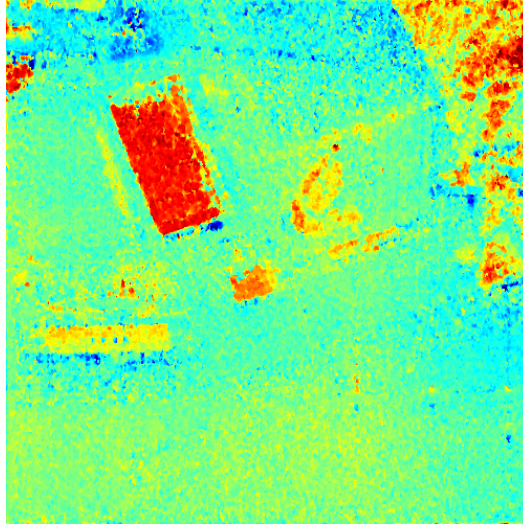


FIG. 4.6 – La cohérence est calculée en moyennant les coefficients temps-fréquence, puis optimisée polarimétriquement

(x,y) est :

$$S(x, y) = \iint_{\Delta_k, \Delta_\psi} k dk d\psi \alpha(f, \psi) e^{2\pi j k \cos \psi (x-x_1)} e^{2\pi j k \sin \psi (y-y_1)} \quad (4.2)$$

tandis que le coefficient d'ondelette calculé pour la position $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$, et fonction de k et ψ va s'écrire :

$$C(k_0, f_0) = \iint_{\Delta_k, \Delta_\psi} k dk d\psi \alpha(f, \psi) e^{-\left(\frac{\psi-\psi_0}{\sigma_\psi}\right)^2} e^{-\left(\frac{k-k_0}{k_0\sigma_f}\right)^2} e^{-2\pi j k \cos \psi x_1} e^{2\pi j k \sin \psi y_1} \quad (4.3)$$

A l'aide de ces formules, nous pouvons maintenant simuler l'image obtenue pour une cible isolée blanche et isotrope localisée en \vec{r}_1 , ainsi que les coefficients d'ondelettes obtenus pour cette même position en fonction de k et ψ . Ces deux fonctions sont illustrées sur la même figure 4.8.

Maintenant nous simulons une image avec deux cibles blanches et isotropes, positionnées respectivement en $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$ et $\vec{r}_2 = (x_2, y_2)$. L'image spatiale est donnée sur la figure 4.9 à gauche, le coefficient temps fréquence calculé en \vec{r}_1 pour 80% de bande relative est donné à droite.

Nous pouvons également simuler une paire interférométrique pour l'ensemble de nos deux cibles. une phase interférométrique ϕ_1 est affectée à la première cible, et une autre phase interférométrique ϕ_2 est affectée à la seconde cible positionnée e, r_2 . La phase interférométrique Φ pour toute position de l'image va s'écrire :

$$\Phi(\vec{r}) = \arg(S_1(\vec{r})S_2^*(\vec{r})) \quad (4.4)$$

Elle est donnée sur la figure 4.10 sur la gauche, tandis que la phase interférométrique des coefficients d'ondelette calculée grâce à

$$\Psi(\vec{k}) = \arg(C_{\vec{r}_1}^1(\vec{k})C_{\vec{r}_1}^{2*}(\vec{k})) \quad (4.5)$$

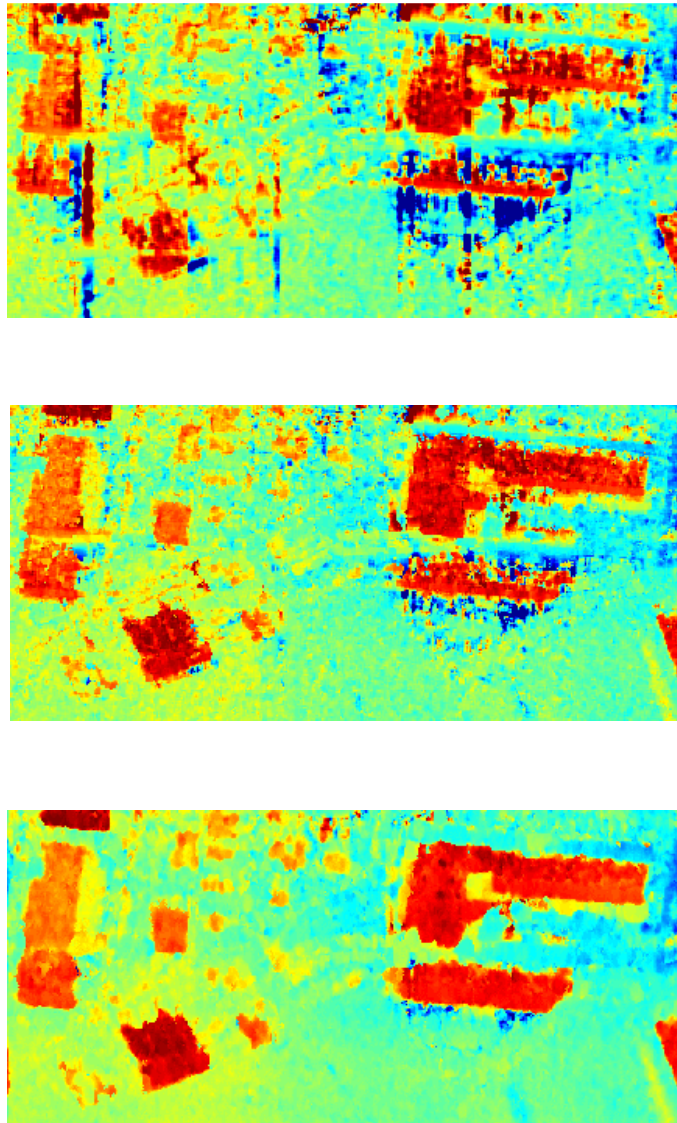


FIG. 4.7 – Angle interférométrique sur la sélection 2. **En haut** : en polarisation **hH** avec un **moyennage spatial**. **Au milieu** : après une **optimisation de cohérence polarimétrique** sur une cohérence calculée à l'aide d'un **moyennage spatial**. **En bas** : après une **optimisation de cohérence polarimétrique** sur une cohérence calculée à l'aide d'un **moyennage temps-fréquence**

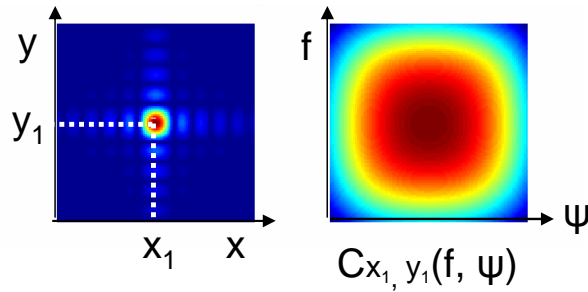


FIG. 4.8 – Gauche : image d'une cible blanche isotrope positionnée en r_1 . droite : coefficient temps-fréquence calculé en r_1

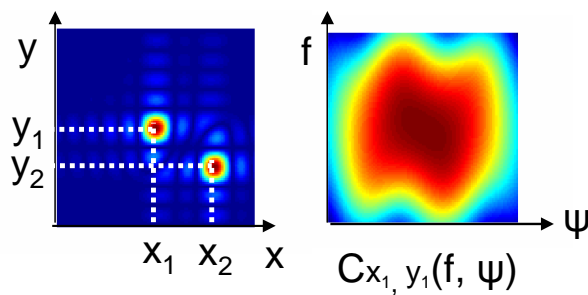


FIG. 4.9 – Gauche : image de deux cibles blanches et isotropes positionnées en r_1 et r_2 . droite : coefficient temps-fréquence calculé en r_1

est donnée sur la droite. Les exposants sont relatifs à chaque antenne de la paire interférométrique.

Si nous voulons estimer la phase interférométrique de la première cible positionnée en \vec{r}_1 , un moyennage spatial sur \vec{r} va résulter en une mauvaise estimation, car la phase ϕ_1 va être moyennée avec la phase ϕ_2 de la cible proche. Par contre, si nous effectuons un moyennage en utilisant les coefficients $C_{\vec{r}_1}^1(\vec{k})$, l'estimation ne sera presque pas biaisée par la présence de la seconde cible : la phase moyenne résultante sera bien ϕ_1 .

Sur la figure 4.11, nous observons le comportement des coefficients d'ondelettes lorsque nous diminuons les largeurs de bandes relatives à 20%. A gauche, nous montrons l'angle interférométrique calculé avec ces coefficients d'ondelettes. Avec 20% de bandes et les paramètres de simulation que nous avons choisis, la résolution est plus grande que la distance entre nos deux cibles. Le coefficients d'ondelette est perturbé en module et ne ressemble plus à celle d'une unique cible blanche et isotrope, mais ressemble à celui d'une cible orientée. La phase interférométrique est également perturbée, mais dans une moindre mesure, et elle reste proche de ϕ_1 , la phase que nous voulons obtenir. Par cette courte simulation, nous voyons que ce type de moyennage est préférable en présence de cibles isolées, ou de cibles proches positionnées à différentes hauteurs. Une étude plus approfondie permettrait de relier plus précisément les paramètres de largeurs de bande et la précision de l'angle interférométrique obtenu de cette manière.

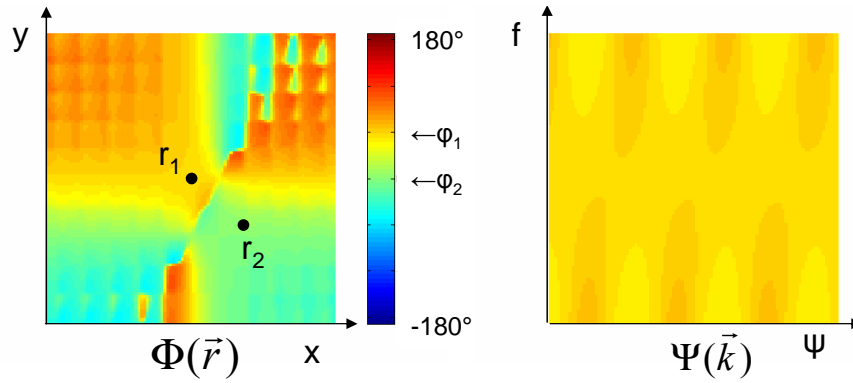


FIG. 4.10 – Gauche : phase interférométrique $\Phi(r)$ calculée avec la paire d'images des deux cibles. droite : phase interférométrique $\Psi(k)$ calculée en utilisant les coefficients d'ondelette calculés en r_1

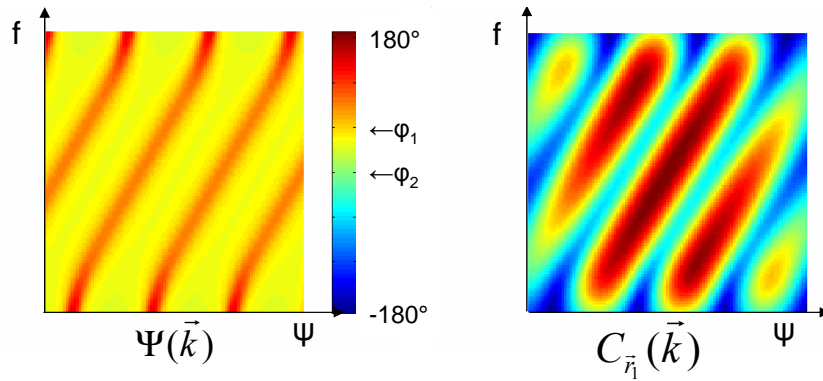


FIG. 4.11 – Gauche : phase interférométrique $\Psi(k)$ calculée en utilisant les coefficients d'ondelette calculés en r_1 à 20% de bande. Droite : module du coefficient d'ondelette calculé en r_1 à 20%

4.3.4 Influence des paramètres d'ondelette

Les résultats précédents étaient présentés pour des paramètres d'ondelette utilisant 20 % des bandes fréquentielle et angulaire. La méthode est testée ci-dessous en ramenant ce pourcentage successivement à 5%, 10 %, 20 % et 30%. Plus nous utilisons un grand pourcentage de bande, plus l'interférogramme obtenu se rapproche de l'interférogramme initial. Plus ce pourcentage est faible, plus les images obtenues sont lissées, comme en témoignent les profils de hauteurs obtenus en figure 4.12

Cet effet de "lissage" n'a pas cependant les mêmes défauts que celui qui serait obtenu à l'aide d'un moyennage spatial à même nombre d'échantillons. (Notamment, il n'y a pas d'effets de "carrés" à la frontière de deux zones différentes)

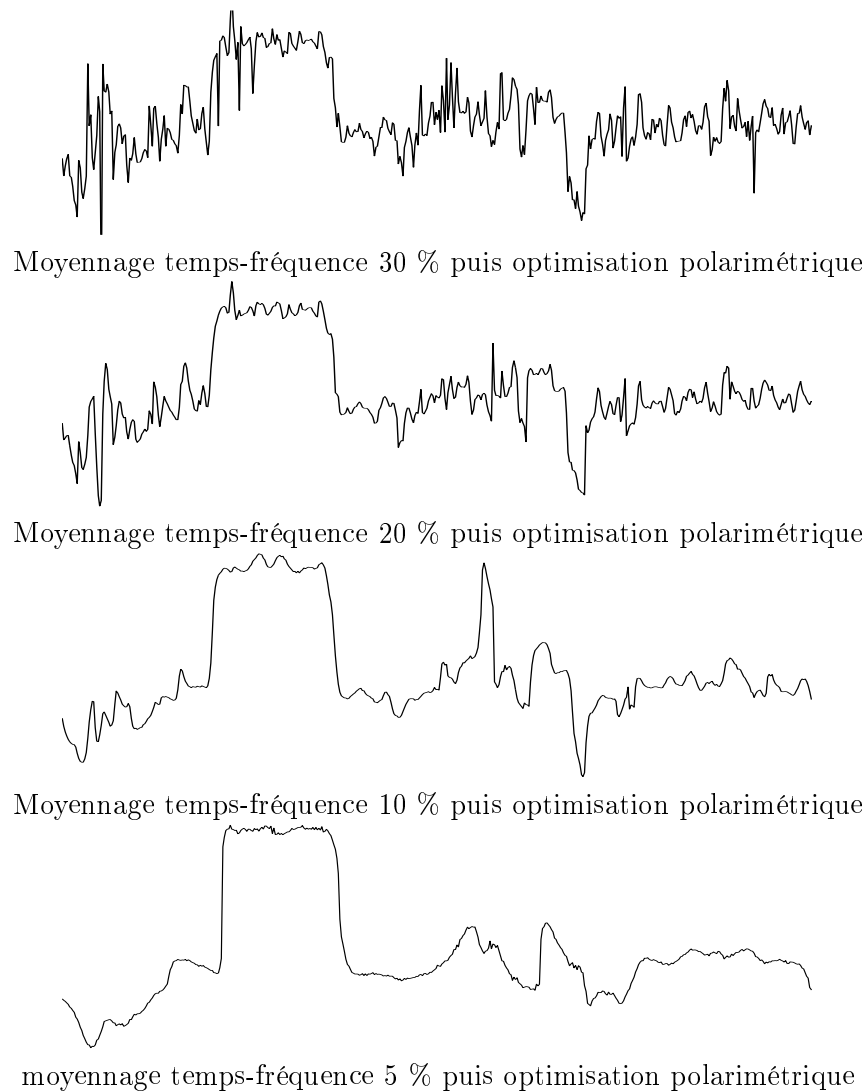


FIG. 4.12 – Profils de bâtiments obtenus avec la dernière méthode, en utilisant respectivement 30 %, 20%, 10 % et 5 % des bandes

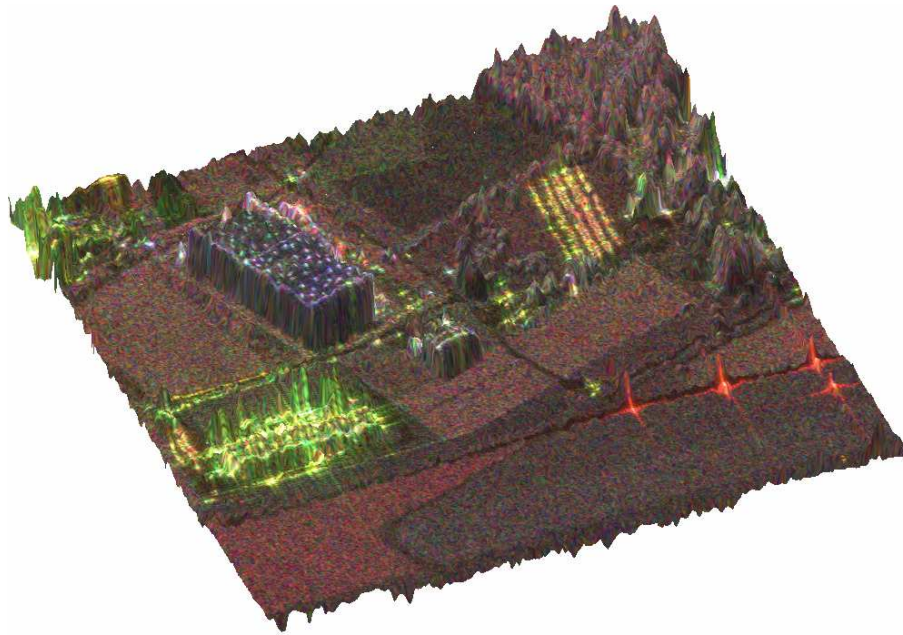


FIG. 4.13 – Carte de hauteur, colorée grâce aux canaux polarimétriques

4.4 Carte d'élévation finale

4.4.1 Construction

L'image retenue pour construire une carte d'élévation est **obtenue avec 10 % des bandes, avec un moyennage temps-fréquence et une optimisation de cohérence par la polarimétrie**. Le MNE est ensuite calculé à partir de cette carte d'angle interférométrique, en faisant intervenir la hauteur d'ambiguïté. À la carte d'élévation ainsi construite, nous pouvons superposer la composition polarimétrique RGB (Rouge : $hH+vV$, Vert $hH-vV$, bleu : $2hV$) Le résultat final est donné en figure 4.13.

Les éléments du toit du bâtiment 1 ont une signature polarimétrique forte en hV . Ceci est certainement dû aux structures métalliques présentes sur le toit du bâtiment et qui doivent avoir une orientation de 45° par rapport aux axes H et V du plan d'onde.

4.4.2 Analyse

Sur la majorité des pixels, les trois cohérences de la base d'optimisation sont très proches les unes des autres. Les seuls pixels où elles ne le sont pas se trouvent majoritairement sur les bords de bâtiments. Dans ce cas, nous pouvons considérer que le pixel va contenir à la fois un élément du toit et un élément de sol. Les cohérences optimale et secondaire vont en effet donner des hauteurs correspondant approximativement à celles du toit et à celle du sol. Trente pixels ont ainsi été sélectionnés sur le bord du bâtiment 1, et les hauteurs correspondantes aux deux premières cohérences sont représentées figure 4.14.

Le bâtiment 2 est un garage de camions de déménagement. Le mur faisant face au radar est entouré de camions qui se confondent avec le sol et le bâtiment en question. Sur ces pixels où les cohérences de la base optimale sont différentes entre elles, 30 ont été également sélectionnés. Les deux premières hauteurs de la bases d'optimisation sont également représentées figure 4.15.

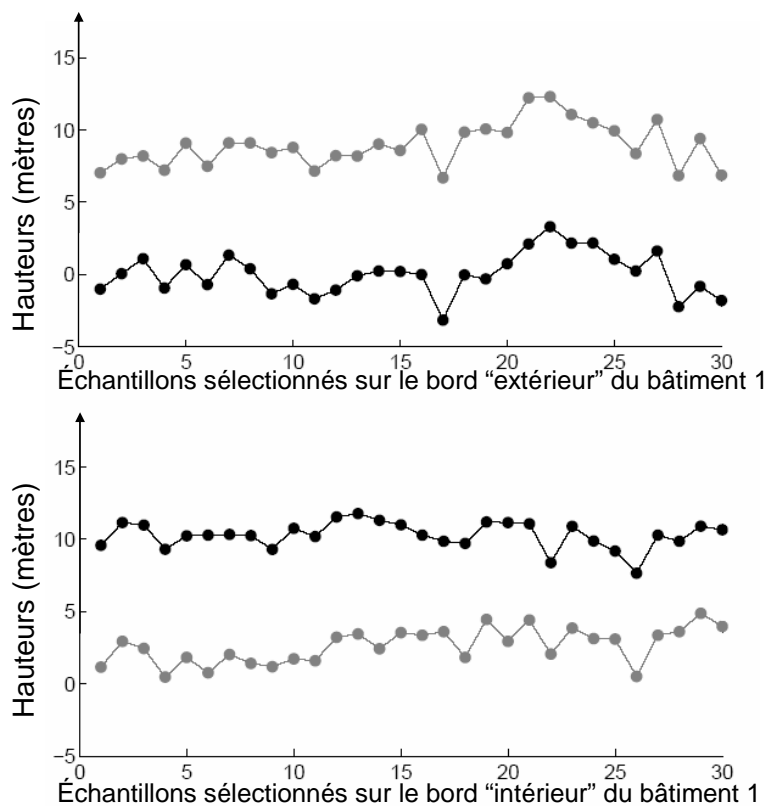


FIG. 4.14 – Profils des hauteurs obtenues avec la cohérence optimale et la cohérence secondaire sur un bord de bâtiment

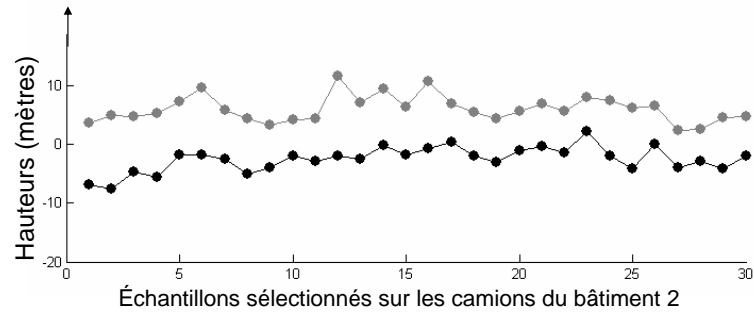


FIG. 4.15 – Profils de hauteurs obtenues avec la cohérence optimale et la cohérence secondaire sur un bord de bâtiment

Le comportement est relativement homogène : nous trouvons des hauteurs de 5 m et de -5 m environ. Les hauteurs négatives pourraient résulter des chemins optiques reliés à des phénomènes de rebonds entre camion et bâtiment.

4.5 Conclusion

Sur une image SAR en bande X, la méthode d'optimisation de cohérence à un mécanisme a été appliquée tout en utilisant une approche originale d'estimation de la cohérence à partir d'outils temps fréquence. L'amélioration de la carte d'élévation ainsi obtenue à l'aide du premier mécanisme de la base d'optimisation semble prometteuse. En ce qui concerne la séparation des centres de phases, elle est obtenue sur un nombre restreint de points de l'image, appartenant au sommet du bâtiment le plus élevé. Les paramètres géométriques de l'acquisition (hauteur d'ambiguïté de l'ordre de 200 mètres...) ne permettent pas d'obtenir une précision suffisante pour détecter d'éventuelles différences de hauteurs de l'ordre du mètre.

Troisième partie
Etude des forêts

Introduction

L'étude des forêt est l'un des grands enjeux de l'imagerie SAR. La forêt est un milieu complexe, et l'interférométrie polarimétrique a déjà fait preuve de ses potentialités pour l'étude de ce milieu. La complexité de la réponse radar de la forêt fait que la modélisation de ce milieu est un outil essentiel pour l'analyse de cette réponse. Pour le calcul du champ électrique rétrodiffusé par une scène, les modèles sont répartis en trois grandes classes :

- **Les modèles exacts** : ils consistent à résoudre les équations de Maxwell sous une forme ou une autre sans approximation analytique. Ces modèles permettent, en principe, le calcul exact de la diffusion pour une description aussi détaillée que souhaitée. "Exact" est entendu du point de vue théorique. En pratique, la mise en oeuvre numérique impose une discrétisation du milieu, et la résolution des équations est généralement approchée par itérations successives. Ces modèles sont séduisants, mais souffrent de deux défauts. Premièrement, ils ne sont pas toujours explicatifs, c'est à dire qu'ils ne permettent pas forcément de comprendre quels diffuseurs contribuent au signal et par quels mécanismes d'interactions. En sortie, ils fournissent seulement le champ total diffusé. Deuxièmement, ces modèles demandent des ressources informatiques très importantes. En l'état actuel ils ne sont applicables que pour des scènes de dimensions très réduites ou aux basses fréquences.
- **Les modèles descriptifs ou approchés** : cette approche consiste à appliquer une série d'approximations, dont les hypothèses sont maîtrisées, pour obtenir une formulation simplifiée des équations de Maxwell. Ces approximations interviennent à deux niveaux : au niveau électromagnétique en prenant en compte un nombre limité de phénomènes d'interaction, et au niveau de la description du milieu en imposant des simplifications. Ces simplifications, principalement géométriques, s'effectuent à différentes échelles de grandeur : à l'échelle des diffuseurs, et à l'échelle du couvert. Les différents modèles de ce type se distinguent par le type d'approximations faites. Notamment, en ce qui concerne la description de l'arbre, elle peut être faite à partir d'un modèle de croissance fractale très réaliste, ou bien à partir d'éléments canoniques tels que des cylindres, répartis de manière statistique en couches, etc.
- **Les modèles littéraux ou analytiques** : c'est la dernière catégorie de modèle, dont le principal représentant à ce jour pour la forêt est le modèle de B.Treuhft, proposé dans [Treuhft et al., 1996]. A partir d'un petit nombre de paramètres descriptifs de la forêt, il fournit une expression littérale du champ rétrodiffusé. Ces types de modèles sont suffisamment simples pour envisager une inversion, en contrepartie les résultats peuvent être limités par une description trop grossière du milieu dans certains contextes.

Parmi les modèles descriptifs ou littéraux, on distingue également deux sous-catégories de modèles : les modèles dits incohérents et les modèles cohérents.

Supposons qu'une cellule de résolution contienne N diffuseurs indicés par la lettre i , de positions \vec{r}_i par rapport à l'antenne, et de réflectivité complexe associée s_i . Un modèle cohérent prend en compte les positions relatives de chacun des éléments au sein d'une cellule, et travaille donc en amplitude complexe. Aussi le champ total complexe S sera proportionnel à :

$$S = \sum_i s_i e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}_i}$$

et l'intensité associée I s'écrira

$$I = \left| \sum_i s_i e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}_i} \right|^2 = \sum_i \sum_j s_i s_j^* e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}$$

Le modèle incohérent ne prend pas en compte les positions relatives des éléments à l'intérieur d'une cellule. Il écrira donc directement

$$I = \sum_i s_i s_i^*$$

Cela revient à supposer que la somme des contributions complexes prenant en compte les positions relatives des diffuseurs est nulle, c'est à dire :

$$\sum_{i \neq j} s_i s_j^* e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)} = 0$$

En polarimétrie, un modèle cohérent va donc sommer directement les matrices de diffusion, tandis qu'un modèle incohérent sommerait les matrices de cohérences, c'est à dire les moments d'ordres 2.

Même si un modèle de type incohérent est capable de calculer des phases relatives entre diverses polarisations, en revanche il n'est pas capable de fournir la phase globale de la réponse, et donc de servir pour l'interférométrie. **L'interférométrie polarimétrique requiert de ce fait l'utilisation d'une modélisation cohérente.**

Les modèles de type "exact" n'ont pas été abordés dans cette thèse, car il s'agissait pour nous avant tout de déterminer les influences respectives de chacun des éléments qui composent la forêt, et de pouvoir séparer et interpréter les différents "mécanismes".

Le premier chapitre présente **le modèle de végétation de B. Treuhaft** largement utilisé par la communauté POLINSAR. Le calcul y est exposé de la manière la plus abordable possible, ainsi que la méthode d'inversion proposée par Cloude. La présentation de ce modèle est capitale dans cette thèse car à ce jour, c'est l'unique modèle POLINSAR à partir duquel des méthodes d'inversion ont été proposées. Par ailleurs, les recherches quant aux méthodes d'inversion, l'extension du modèle à d'autres configurations (décorrélation temporelle, application aux milieux agricoles, aux configurations avec 2 polarisations, etc) est toujours poursuivie. L'étude de ce modèle appliqué à des données POLINSAR de l'ONERA sur la forêt fait l'objet du premier chapitre de cette partie.

La limitation descriptive de ce modèle apparaît assez vite dès que l'on opère à des longueurs d'onde assez grandes (en bande P notamment) où le volume ne peut plus être considéré comme spatialement aléatoire à l'échelle de cette longueur d'onde. C'est pour cette raison que le second

chapitre s'intéresse à un modèle plus complexe de végétation, modèle cohérent "approché", appelé COSMO. Le développement de modèle et sa validation ont fait l'objet d'une thèse soutenue en octobre 2003 [Thirion, 2003]. Nous présenterons ici le développement de ce modèle et son adaptation aux situations rencontrées. L'étude de ce modèle, et sa comparaison avec des images POLINSAR afin d'analyser la réponse de la végétation font l'objet du chapitre 2.

Dans le chapitre trois, **un modèle hybride répondant aux besoins spécifiques de la bande P est proposé**. Il fait la synthèse des deux précédents modèles en décrivant la forêt à l'aide d'une couche de troncs et d'un volume aléatoire décrivant le houppier. Une inversion de ce modèle est proposé et évaluée sur des images dont la vérité terrain est disponible.

Enfin un quatrième chapitre s'intéresse à la problématique du FOPEN "FOliage PENetration". Il s'agit de la détection de cibles sous couvert forestier. L'idée maîtresse des techniques de détection est de "filtrer" la composante du signal enregistré correspondant à la forêt pour ne garder que la partie du signal correspondant à une éventuelle cible. Une méthode de filtrage est proposée. Elle utilise les paramètres de forêt inversés à partir du modèle hybride présenté au précédent chapitre. Cette méthode est appliquée à la détection de cibles cachées dans une forêt. Des pistes sont données pour améliorer ces résultats, et comprendre l'origine des fausses alarmes, notamment à travers l'utilisation du modèle COSMO.

Le travail de cette partie utilise des jeux de données sur la forêt de Nezer issues de deux campagnes différentes. Ces deux campagnes ont été l'occasion dans cette thèse de valider les techniques de formations d'images en interférométrie multipasse aéroportée, tant en imagerie *stripmap* classique qu'en mode flash.

Chapitre 1

Modélisation d'un volume aléatoire par B. Treuhft

Ce chapitre traite du modèle le plus couramment utilisé par la communauté PolInSAR : celui du volume "aléatoire". Développé par **Treuhft** (dans sa version "volume seul", "volume et sol", ou "volume orienté"), initialement pour estimer des paramètres de forêt en bande C, il a été ensuite largement utilisé par la communauté. Cloude a proposé et analysé un schéma d'inversion de ce modèle, puis plus tard a proposé une méthode de filtrage associée dans la problématique de la détection sous couvert végétal. Depuis, le modèle a été appliqué par maintes personnes à d'autres milieux (champs agricoles, glaciers...) et à d'autres bandes de fréquence.

1.1 Calcul de la cohérence d'un volume aléatoire

1.1.1 Présentation du modèle et notations

La modélisation repose sur une description de la végétation comme volume aléatoire. C'est la plus simple description possible de la végétation. "volume aléatoire" signifie que nous considérons un nuage de diffuseurs dont la distribution statistique des positions et des orientations est uniforme.

Les deux antennes interférométriques considérées sont numérotées 1 et 2. Les grandeurs indicées par 1 ou 2 sont relatives à une antenne. Ainsi, le champ \vec{E}_1 est le champ \vec{E} mesuré par l'antenne 1.

Nous nous intéressons aux champs mesurés pour une cellule de résolution donnée, située à un vecteur position \vec{R}_0 (voir figure 1.1). Cette cellule possède M diffuseurs. Ces diffuseurs seront désignés par des lettres. Ainsi, le champ $E_1(j)$ correspond au champ mesuré par l'antenne 1, dû au diffuseur j. L'absence de vecteur sur le champ E signifie simplement que nous travaillons sur le champ scalaire, dans une polarisation quelconque donnée.

La pulsation de l'onde sera notée ω . Le champ $E_1(\omega, j)$ correspond au champ mesuré par l'antenne 1, dû au diffuseur j, en supposant que cette même antenne a émis une onde monochromatique de pulsation ω . En réalité, l'onde émise n'est pas monochromatique puisqu'il s'agit d'une rampe de fréquence. Mais $E_1(\omega, j)$ sera utilisé comme intermédiaire de calcul.

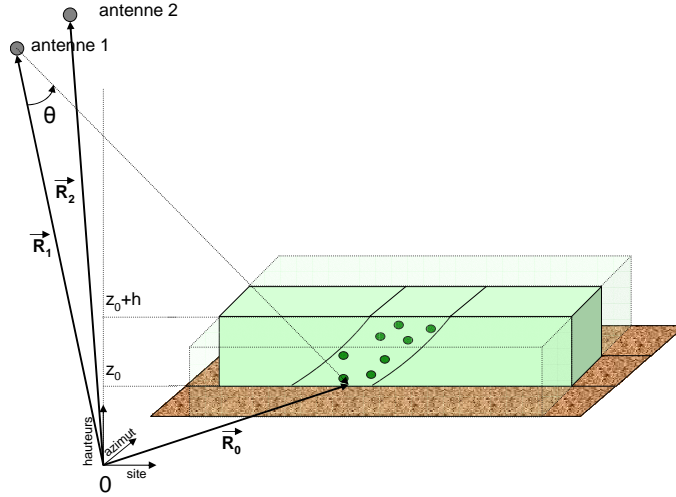


FIG. 1.1 – Modélisation de la forêt par un volume aléatoire : paramètres géométriques

Passons maintenant aux définitions des positions. La position de la cellule considérée sera \vec{R}_0 . \vec{R}_1 désigne la position de l'antenne 1. \vec{R}_2 désigne la position de l'antenne 2. \vec{R}_j désigne la position de la particule j . Ainsi, le trajet effectué par une onde émise par l'antenne 1 et reçue par le diffuseur j sera $|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|$.

1.1.2 Schéma général de calcul

La corrélation interférométrique s'écrit :

$$\langle \overline{E_1 E_2^*} \rangle = \langle \sum_{j=1}^M \overline{E_1(j)} \sum_{k=1}^M \overline{E_2(k)^*} \rangle = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \rangle \quad (1.1)$$

$\overline{E(j)}$ correspond au champ moyen diffusé par le diffuseur j . Ce moyennage ne dépend que des propriétés intrinsèques du diffuseur. L'autre moyennage considéré, noté $\langle \rangle$, correspond à l'interaction moyenne résultante des effets de volume. Ces deux moyennages sont considérés comme différents et indépendants : le premier est dû aux propriétés des diffuseurs j et k isolés, l'autre est dû aux propriétés du milieu intervenant, qui affecte à la fois les ondes incidentes et transmises. Les statistiques relatives à chacun des moyennages seront donc différentes. Notamment, nous avons considéré implicitement dans l'équation ci dessus :

$$\overline{E_1(j) E_2(k)^*} = \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \quad (1.2)$$

Ce qui revient à dire que les diffuseurs sont indépendants.

Par ailleurs :

$$\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \rangle = \sum_{j=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(j)^*} \rangle \quad (1.3)$$

Cette dernière égalité signifie que seuls les termes $j = k$ contribuent à l'intercorrélation, autrement dit un élément diffuseur ne corrèle qu'avec lui-même. Ceci est du au fait que les phases des produits $\overline{E_1(j)}\overline{E_2(k)}^*$ se somment aléatoirement pour aboutir à zéro¹⁹.

Il nous faut donc calculer $\overline{E_1(j)}$ le champ dû au diffuseur j reçu par l'antenne 1. Dans un premier temps, nous calculons $\overline{E_1(\omega, j)}$, champ reçu pour une onde monochromatique de pulsation ω . Ensuite, nous calculerons $\overline{E_1(j)}$ à partir de $\overline{E_1(\omega, j)}$, en prenant en compte la forme véritable de l'onde émise (rampe de fréquence) et le traitement en distance du radar (convolution).

A partir des champs $\overline{E_1(j)}$ et $\overline{E_2(j)}$, une dernière étape de calcul permet de déterminer $\overline{E_1(j)}\overline{E_2(j)}^*$ pour finalement aboutir à $\langle E_1 E_2^* \rangle$ et finalement à l'expression de la cohérence :

$$\gamma = \frac{\langle E_1 E_2^* \rangle}{\sqrt{\langle E_1 E_1^* \rangle \langle E_2 E_2^* \rangle}} \quad (1.4)$$

Toutes les étapes de calcul permettant d'aboutir à la corrélation finale sont récapitulées en annexe E. Les hypothèses restrictives du calcul sont les suivantes :

- les diffuseurs sont indépendants les uns des autres
- l'onde est considérée comme plane au niveau de la cellule.
- la densité de diffuseur est uniforme dans tous le volume.
- les réponses rétrodiffusées et transmises sont les mêmes en moyenne pour tous les diffuseurs.
- la coregistration est supposée parfaite, c'est à dire qu'il n'y a pas de décorrélation due au fait que les découpages en voxels "radar" depuis l'antenne 1 et depuis l'antenne 2 ne sont pas totalement identiques.
- l'interaction des éléments avec le sol n'est pas prise en compte.

1.1.3 Expression finale des corrélations

Le calcul de la corrélation des deux champs E_1 et E_2 aboutit à l'expression suivante (annexe E, équation 31), dont chacun des termes est explicité :

$$\langle E_1 E_2^* \rangle = \underbrace{e^{j\Phi_0}}_{\substack{\text{phase} \\ \text{du sol}}} \underbrace{A^4}_{\substack{\text{propagation} \\ \text{dans le vide}}} \underbrace{\exp\left(\frac{-2\sigma h}{\cos \theta_0}\right)}_{\substack{\text{terme d'atténuation} \\ \text{aller-et retour} \\ \text{au sein du volume}}} \underbrace{A_\eta A_{r_0}}_{\substack{\text{traitement} \\ \text{SAR}}} \underbrace{\rho_0}_{\substack{\text{densité} \\ \text{volumique} \\ \text{de diffuseurs}}} \underbrace{|f_B|}_{\substack{\text{rétrodiffusion} \\ \text{moyenne} \\ \text{du diffuseur}}} I \quad (1.5)$$

avec $\Phi_0 = \alpha_z z_0$ et

$$I = \int_0^h e^{j\alpha_z z} \exp\left(\frac{2\sigma z}{\cos \theta_0}\right) dz \quad (1.6)$$

¹⁹Cela revient à sommer de manière incohérente les intensités. Mais le modèle est bien cohérent : il fournit en sortie une phase et une amplitude. C'est ici le caractère aléatoire du milieu qui justifie la nullité en moyenne des intercorrélations, et non la méthode de calcul.

θ_0 est l'angle d'incidence en milieu de cellule, σ est l'atténuation du milieu exprimée en neper/m, et α_z est le coefficient qui permet de convertir une hauteur en son angle interférométrique : il est relié à la hauteur d'ambiguïté e_a par $\alpha_z = \frac{2\pi}{e_a}$. A_η et A_{r_0} sont respectivement des fonctions qui prennent en compte le traitement SAR en azimut et en distance. Ces fonctions ne dépendent que des paramètres radar, et de la position de la cellule, mais sont totalement indépendantes de la scène imagée.

σ s'exprime de la même manière qu'avec l'expression de Foldy-Lax classique :

$$\sigma = \frac{4\pi\rho_0 \text{Im}(\overline{f_F})}{k_0} \quad (1.7)$$

où $\overline{f_F}$ est le coefficient de diffusion "avant" moyen (*Forward*) du diffuseur.

Les puissances $\langle E_1 E_1^* \rangle$ et $\langle E_2 E_2^* \rangle$ s'en déduisent facilement en faisant tendre α_z vers 0, ce qui donne

$$\langle E_1 E_1^* \rangle = \langle E_2 E_2^* \rangle = A^4 \exp\left(\frac{-2\sigma h_v}{\cos\theta_0}\right) A_\eta A_{r_0} \rho_0 \overline{f_B} I_0 \quad (1.8)$$

avec

$$I_0 = \int_0^h \exp\left(\frac{2\sigma z}{\cos\theta_0}\right) dz \quad (1.9)$$

Quant à la cohérence complexe du volume, l'expression trouvée est la suivante :

$$\gamma_v = \frac{\langle \overline{E_1 E_2^*} \rangle}{\sqrt{\langle \overline{E_1 E_1^*} \rangle \langle \overline{E_2 E_2^*} \rangle}} = e^{j\alpha_z z_0} \frac{I}{I_0} \quad (1.10)$$

1.2 Dépendance polarimétrique liée à l'introduction du sol

1.2.1 Passage au calcul polarimétrique

Le calcul précédent peut être mené pour n'importe quelle polarisation d'émission \hat{p} et de réception \hat{q} . Le terme de diffusion avant f_F correspond à la même polarisation en entrée et en sortie. Si le volume est considéré comme n'ayant aucune orientation préférentielle, alors f_F **en moyenne** ne dépend pas de la polarisation et d'après l'équation 1.7, l'atténuation σ n'en dépend pas non plus.

Par contre, le terme de rétrodiffusion f_B correspondant à une polarisation d'entrée \hat{p} et une polarisation de sortie \hat{q} dépend a priori de ces polarisations et sera donc remplacé par l'élément d'une matrice.

Cette dépendance en polarisation se trouve dans l'expression des champs simples, mais disparaît lors du calcul de la cohérence : γ_v est indépendant de la polarisation choisie. C'est le résultat essentiel de cette modélisation : il n'y a pas de variation polarimétrique de la corrélation pour un volume aléatoire.

1.2.2 Ajout du sol

Le sol peut intervenir de plusieurs manières : par la rétrodiffusion directe, ou par les phénomènes de rebonds. Les deux calculs sont envisagés séparément par Treuhaft. Dans les deux cas **c'est la prise en compte du sol qui va amener une dépendance en polarisation de la cohérence interférométrique.**

Le calcul proposé par Treuhaft est assez fastidieux. Une **argumentation simplifiée permet d'aboutir au même résultat.** Le calcul de la cohérence précédent prend en compte uniquement les effets de décorrélation spatiale. Dans ce cas, soit $s_1(z)$ l'amplitude du champ enregistré par l'antenne 1, dus aux diffuseurs situés dans une couche comprise entre z et $z + dz$, soit $s_2(z)$ l'amplitude du champ enregistré par l'antenne 2, dus aux diffuseurs situés dans la couche entre z et $z + dz$, $r_1(z)$ la distance du centre de la couche considérée à l'antenne 1 et $r_2(z)$ la distance du centre de la couche considérée à l'antenne 2, alors :

$$\gamma = \frac{\langle \overline{E_1 E_2^*} \rangle}{\sqrt{\langle \overline{E_1 E_1^*} \rangle \langle \overline{E_2 E_2^*} \rangle}} = \frac{\int s_1(z) e^{j2kr_1(z)} s_2(z) e^{-jk2r_2(z)} dz}{\sqrt{\int s_1(z)^2 dz \int s_2(z)^2 dz}} \quad (1.11)$$

En faisant l'hypothèse que les amplitudes des champs vus par les deux antennes sont égales dans le cas où les antennes sont très proches, nous écrivons $s_1(z) = s_2(z) = s(z)$, et l'expression de la cohérence devient :

$$\gamma = \frac{\int s^2(z) e^{j2k(r_1(z) - r_2(z))} dz}{\int s^2(z) dz'} \quad (1.12)$$

où nous noterons $p(z) = s^2(z)$ l'intensité de la réponse de la couche située à la coordonnée z . Par ailleurs le terme de l'exponentielle $2k(r_1(z) - r_2(z))$ correspond à la phase interférométrique d'un diffuseur situé à la hauteur z . Cette phase interférométrique s'écrit $\alpha_z z$ avec les notations précédentes. En séparant dans les intégrales les termes dus au volume aléatoire, et ceux dus au sol :

$$\gamma = \frac{\int_{\text{volume}} p(z) e^{j\alpha_z z} dz + \int_{\text{sol}} p(z) e^{j\alpha_z z} dz}{\int_{\text{volume}} p(z) dz + \int_{\text{sol}} p(z) dz} \quad (1.13)$$

Les diffuseurs constituant le sol sont tous situés au niveau de référence $z = z_0$. Soit m_{sol} l'intensité rétrodiffusée supposée uniforme du sol, dans laquelle nous avons pris en compte l'atténuation due à la traversée du milieu²⁰. Pour le sol nous avons donc $p(z) = m_{\text{sol}} \delta(z - z_0)$ et l'intégrale relative au sol s'écrit :

$$\int_{\text{sol}} p(z) e^{j\alpha_z z} dz = \int_{\text{sol}} \delta(z - z_0) m_{\text{sol}} e^{j\alpha_z z} dz = m_{\text{sol}} e^{j\alpha_z z_0} \quad (1.14)$$

²⁰ Si m'_{sol} est l'intensité du sol sans atténuation, alors m'_{sol} et m_{sol} sont reliées par la relation $m_{\text{sol}} = \exp(-\frac{2\sigma h}{\cos \theta}) m'_{\text{sol}}$

et de même

$$\int_{\text{sol}} p(z) dz = m_{\text{sol}} \quad (1.15)$$

Nous trouvons donc :

$$\gamma = \frac{\int p(z)e^{j\alpha_z z} dz + m_{\text{sol}}e^{j\alpha_z z_0}}{\int_{\text{volume}} p(z) dz + m_{\text{sol}}} \quad (1.16)$$

Pour le volume seul, la cohérence s'écrit :

$$\gamma_v = \frac{\int p(z)e^{j\alpha_z z} dz}{\int_{\text{volume}} p(z) dz} \quad (1.17)$$

En utilisant cette expression et en notant $m_{\text{vol}} = \int_{\text{volume}} p(z) dz$ l'intensité du volume, l'expression 1.16 se réécrit :

$$\gamma = \frac{\gamma_v + \frac{m_{\text{sol}}}{m_{\text{vol}}}e^{j\alpha_z z_0}}{1 + \frac{m_{\text{sol}}}{m_{\text{vol}}}} \quad (1.18)$$

Dans l'expression ci dessus, γ_v est la corrélation complexe trouvée pour le volume seul, compris entre les coordonnées z_0 et $z_0 + h$. Cette corrélation ne dépend pas de la polarisation. Par contre, la réponse du sol en dépend a priori. En posant alors $m(\vec{\omega}) = \frac{m_{\text{sol}}}{m_{\text{vol}}}$, il vient

$$\gamma(\vec{\omega}) = \frac{\gamma_v + m(\vec{\omega})e^{j\alpha_z z_0}}{1 + m(\vec{\omega})} \quad (1.19)$$

En appelant comme précédemment Φ_0 la phase interférométrique du sol, $\Phi_0 = \alpha_z z_0$ et en injectant l'équation 1.10, nous trouvons

$$\gamma(\vec{\omega}) = e^{j\Phi_0} \frac{\frac{I}{I_0} + m(\vec{\omega})}{1 + m(\vec{\omega})} \quad (1.20)$$

1.3 Exploitation du modèle en polarimétrie interférométrique par Cloude

1.3.1 Interprétation géométrique du modèle

L'ensemble des lieux possibles de $\gamma(\vec{\omega})$ dans le plan complexe est un segment de droite. En effet $\gamma(\vec{\omega})$ peut se réécrire

$$\begin{aligned} \gamma(\vec{\omega}) &= e^{j\Phi_0} \left(\tilde{\gamma}_v + \frac{m(\vec{\omega})}{1 + m(\vec{\omega})} (1 - \tilde{\gamma}_v) \right) \text{ avec } \tilde{\gamma}_v = \frac{I}{I_0} \\ &= e^{j\Phi_0} (\tilde{\gamma}_v + L(\vec{\omega})(1 - \tilde{\gamma}_v)) \text{ avec } L(\vec{\omega}) = \frac{m(\vec{\omega})}{1 + m(\vec{\omega})}, \quad 0 \leq L(\vec{\omega}) \leq 1 \end{aligned} \quad (1.21)$$

Cette dernière équation est l'équation d'un segment de droite, dont les extrémités sont données par $L(\vec{\omega}) = 1$ et $L(\vec{\omega}) = 0$. La première extrémité du segment correspond donc à $\gamma(\vec{\omega}) = e^{j\Phi_0}$. Ce point est donc de module 1, et sa phase est celle du sol. La seconde extrémité du segment correspond à $\gamma(\vec{\omega}) = \gamma_v$, il doit donc donner la cohérence du volume.

1.3.2 Inversion du modèle

Pour une situation polarimétrique donnée, représentée par le mécanisme $\vec{\omega}$, la modélisation de la cohérence fait intervenir 4 inconnues, qui sont σ l'atténuation, Φ_0 la phase interférométrique du sol, h_v la hauteur totale du volume, et $m(\vec{\omega})$ le rapport des intensités entre sol et volume. Nous disposons de 2 observables, le module et l'argument de la cohérence complexe $\gamma(\vec{\omega})$. Chaque donnée dans une polarisation $\vec{\omega}_p$ supplémentaire fournit deux nouvelles observables (une nouvelle cohérence complexe), et ajoute une inconnue $m(\vec{\omega}_p)$. Pour arriver à l'inversion du modèle, il nous faut donc disposer de données dans 3 situations polarimétriques différentes, ce qui revient à disposer de données totalement polarimétriques.

Soit $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ les trois cohérences observées pour des polarisations différentes. Alors l'inversion du modèle peut être exprimée par

$$\begin{pmatrix} h \\ e^{j\Phi_0} \\ \sigma \\ m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

où M est un opérateur qui représente le modèle de cohérence, reliant les six grandeurs mesurables réelles aux six paramètres physiques de la scène. Comme les inconnues sont couplées, l'équation 1.22 revient au critère de minimisation suivant :

$$\min \left(\left\| \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} - M \begin{pmatrix} h \\ e^{j\Phi_0} \\ \sigma \\ m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} \right\| \right) \quad (1.23)$$

Cette minimisation peut être opérée avec une méthode itérative classique. La performance de l'algorithme d'inversion va dépendre du choix des trois polarisations utilisées, qui doivent donner les cohérences les plus dispersées possibles, d'où l'idée d'utiliser les cohérences calculées dans la base des polarisations optimales. Nous étudierons plus loin cette possibilité.

A la place de cette méthode d'inversion numérique, Cloude a proposé une méthode d'inversion légèrement différente, qui repose sur une interprétation "géométrique" du modèle. Cette inversion se décompose en trois étapes [Cloude and Pathanassiou, 2002, Cloude et al., 2000] :

- La première étape est une régression linéaire. Elle vise à trouver le segment de droite le plus proche des données disponibles. Pour ce faire, nous choisissons deux complexes de module 1 et d'argument Φ_1 et Φ_2 . En reliant ces deux complexes, nous définissons un segment du cercle unité. Nous cherchons alors la paire de complexe la plus adaptée par un critère des moindres carrés (figure 1.2).

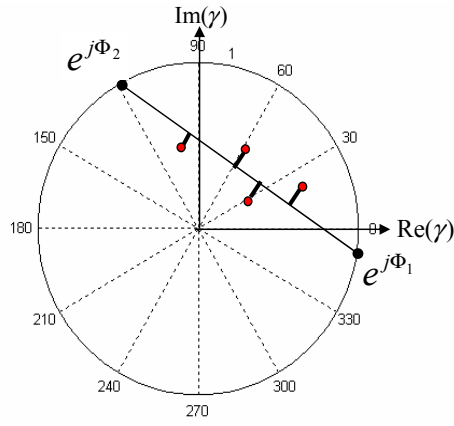


FIG. 1.2 – Regression linéaire sur les cohérences complexes

- Une fois Φ_1 et Φ_2 déterminés, la seconde étape consiste à déterminer quel angle parmi Φ_1 et Φ_2 trouvés correspond le plus vraisemblablement à la phase du sol Φ_0 .
- La dernière étape de l'inversion consiste à déterminer les paramètres h et σ . Nous utilisons pour cela l'intersection de la droite des cohérences et la courbe $\gamma_v(h)$ paramétrée par σ . (voir figure 1.3)

$$\gamma_v = f_\sigma(h) = e^{j\Phi_0} \frac{I}{I_0} = e^{j\Phi_0} \frac{\exp\left(\frac{2\sigma h_w}{\cos\theta} + j\alpha_z h\right) - 1}{\frac{2\sigma}{\cos\theta} + j\alpha_z} \frac{\frac{2\sigma}{\cos\theta}}{\exp\left(\frac{2\sigma h}{\cos\theta}\right) - 1} \quad (1.24)$$

Pour une atténuation fixée σ , le lieu des valeurs complexes $f_\sigma(h)$ est une courbe en colimaçon (voir figure 1.3) qui possède un point d'intersection avec le segment autre que $e^{j\Phi_0}$, obtenu par un \tilde{h} particulier. De ce point il est également possible de déduire une hauteur \hat{h} en multipliant son argument par $\frac{1}{\alpha_z}$. L'inversion va donc choisir parmi les atténuations possibles, celles qui vont minimiser la différence entre \tilde{h} et \hat{h} .

1.4 Généralisations possibles

1.4.1 Configuration polarimétrique partielle

Dans [Papathanassiou and Cloude, 2004], une inversion est proposée qui est adaptée au cas où l'on ne possède les données que pour deux couples de polarisations différents. Les résultats obtenus sur la hauteur sont comparés à ceux que l'on obtient dans le cas totalement polarimétrique. L'un des canaux polarimétriques est supposé correspondre à la réponse du volume seul ($m(\vec{\omega}) = 0$). Cette hypothèse est jugée acceptable en bande L, lorsque c'est le canal HV qui joue ce rôle, ou bien LR si l'on travaille en polarisations circulaires. La qualité des résultats trouvés dépend surtout de la qualité de l'estimation ou de la connaissance de Φ_0 , la phase du sol. Les résultats sont aussi fortement biaisés lorsque des effets d'orientations préférentielles sont importants dans le volume. Et, bien sûr, la méthode est moins robuste que dans le cas totalement polarimétrique.

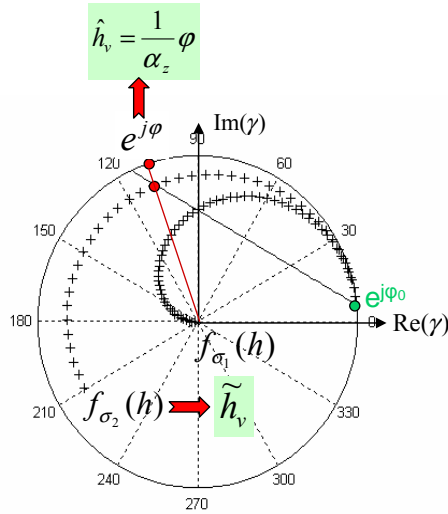


FIG. 1.3 – Schéma pour l'inversion de la végétation par Cloude

1.4.2 Volume orienté

Dans le cas d'un volume orienté verticalement, tous les calculs pourront être menés de la même façon en remplaçant la densité ρ de diffuseurs par la fonction $\rho(z)$, puis les facteurs de rétrodiffusion et de transmission par des fonctions de z $f_F(z)$ et $f_B(z)$. Dès lors, l'atténuation dépend de la polarisation. [J. D. Ballester-Berman and Fortuny-Guasch, 2005] propose un schéma d'inversion adapté à ce cas et l'applique à des mesures de cultures en chambre anéchoïque. Les données polarimétrique et interférométrique ne suffisent pas à elles seules à déterminer une unique solution ; en réalité c'est une plage de hauteurs qui est trouvée ainsi, et la hauteur moyenne est retenue comme hauteur du volume.

1.4.3 Décorrélation temporelle

En présence de décorrélation temporelle (en configuration multi passes notamment), la cohérence du volume seul est sous-estimée, ce qui entraîne une surestimation de la hauteur totale. Ces effets sont étudiés dans [Papathanassiou and Cloude, 2003]. L'équation donnant la cohérence est modifiée comme suit :

$$\gamma(\vec{\omega}) = e^{j\Phi_0} (\gamma_t \gamma_v + L(\vec{\omega})(1 - \gamma_v \gamma_t)) \text{ avec } 0 \leq L(\vec{\omega}) \leq 1 \quad (1.25)$$

où γ_t est le facteur de décorrélation temporelle. Le modèle de segment est toujours valide, la régression linéaire et l'estimation de Φ_0 demeurent inchangés. Par contre, l'inversion des autres paramètres devient un problème indéterminé.

Dans tous les cas, l'inversion d'un modèle à plus d'entrée que celui du sol+volume nécessite de disposer d'observables supplémentaires. L'un des moyens pour augmenter le nombre d'observables est d'utiliser des mesures faites **pour plusieurs lignes de bases différentes** (*multibaseline*).

1.4.4 Translation du volume par rapport au sol

Géométriquement, un déplacement du volume aléatoire par rapport au sol représente une translation des phases interférométriques qui se traduit dans le plan complexe par une rotation

du point γ_v autour de l'origine. A nouveau, le modèle de segment est valide, mais le volume voit sa phase interférométrique déplacée par rapport à sa position réelle.

1.5 Limitations du modèle

1.5.1 Limitations descriptives

Approximer la forêt par un volume de diffuseurs orientés aléatoirement est une bonne approximation pour des longueurs d'onde de l'ordre de 5 cm. Ce n'est donc plus valable en bande P, où les troncs et les phénomènes de double rebonds troncs-sol deviennent importants.

Nous avons tenté d'appliquer ces résultats aux données bande P dont nous disposions, et les résultats sont assez médiocres :

parcelle	hauteur moyenne inversée	hauteur moyenne vérité terrain	atténuation moyenne inversée
parcelle 1	7.9 m	19 m	0.05 dB/m
parcelle 2	5.7 m	13 m	0.01 dB/m

Les hauteurs trouvées sont largement sous estimées par rapport aux hauteurs réelles, malgré une surestimation attendue en présence de décorrélation temporelle, et d'une atténuation elle aussi vraisemblablement sous-estimée (nous le verrons plus en détail au chapitre suivant). L'erreur d'estimation ici n'est pas due à l'estimation de la phase du sol : en partant d'une connaissance a priori de cette phase (nulle) , les résultats de l'inversion sous-estiment encore plus les hauteurs. Le problème vient probablement d'une mauvaise adéquation du modèle avec les phénomènes se produisant à cette fréquence.

1.5.2 Limitations calculatoires

Les cohérences doivent être suffisamment espacées

La régression linéaire est une méthode très peu précise. **Dans le cas des bandes de fréquences plus élevées, les points de cohérences trouvés pour différentes polarisations sont très proches les uns des autres.** Appliquer alors une regression linéaire pour ces points ne peut donner un résultat fiable sur l'estimation de la hauteur du sol, ni sur la localisation précise du segment de droite des cohérences. Le reste de l'inversion en dépend, et ceci reste donc un des premiers inconvénients de l'inversion du modèle. En bande X par exemple, il est possible de tester l'inversion en imposant $\theta_1 = 0$ comme l'une des extrémités du segment : en effet, lors de l'étape d'étalonnage, nous avons mis la phase du sol à zéro. Si l'inversion produit des résultats vraisemblables pour la hauteur (environ 1 mètre au dessus des hauteurs des centres de phases mesurés, ce qui mène à une hauteur d'une vingtaine de mètres), les résultats sur l'atténuation ne sont pas "physiques" : ils varient de 170 à 700 dB/m.

Utilisation des polarisations optimales

Nous avons déjà dit que plus les cohérences sont espacées, plus la régression linéaire sera précise. Pour maximiser cet espacement, nous pouvons considérer l'estimation des cohérences dans la base polarimétrique d'optimisation. Si la forme théorique de l'ensemble de cohérence est un segment, les extrémités de ce segment seront les cohérences de module maximum et seront

donc données par les polarisations de la base d'optimisation. En pratique, cette idée se heurte à plusieurs inconvénients :

- **La modélisation de la cohérence par Treuhaft s'est faite en considérant les mêmes polarisations (i.e le même mécanisme) pour les deux antennes.** Aussi, l'optimisation de la cohérence à deux mécanismes peut mener à trouver des cohérences qui ne font pas partie de l'ensemble de cohérence considéré, comme l'illustre la figure 1.4

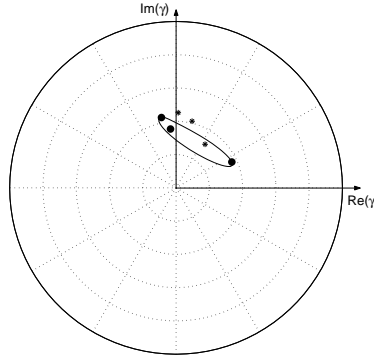


FIG. 1.4 – Représentation d'un ensemble de cohérence pour un pixel de forêt. (●)=base optimale de la cohérence à un mécanisme, (*)=base optimale de la cohérence à deux mécanismes

En présence d'autres sources de décorrélation (temporelle...) l'optimisation de cohérence à deux mécanismes va donc mener à trouver des points qui ne font pas parties du segment théorique recherché.

- Dans le cas de l'optimisation de la cohérence à un seul mécanisme, il est possible également de trouver des points qui ne se situent pas non plus sur le segment théorique. Ainsi, l'ensemble des cohérences observés ressemble plus en pratique à une ellipse qu'à un segment de droite. La regression linéaire effectuée à partir des cohérences optimales peut nous mener à trouver le "petit axe" de l'ellipse au lieu du grand qui est celui qui est recherché (figure 1.5).

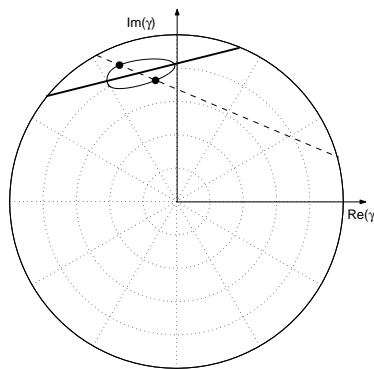


FIG. 1.5 – Représentation d'un ensemble de cohérence. (●)=base optimale de la cohérence à un mécanisme, en traits pleins le segment des cohérences recherché, en pointillés le segment reliant les deux cohérences extrêmes.

Influence du moyennage

Pour les faibles cohérences, l'estimation de cette dernière est biaisée. **Les méthodes de moyennage usuelles par fenêtre glissante surestiment les faibles cohérences et se traduisent par une distorsion des paramètres du segment.** Le biais est réduit lorsque la cohérence est élevée et lorsque la taille de la fenêtre augmente. Nous constatons effectivement que **l'ensemble des cohérences "expérimental" se rapproche d'autant plus d'un segment que la fenêtre de moyennage est grande.** A titre d'exemple, la figure 1.6 donne les représentations graphiques des ensembles de cohérence pour un même pixel, et pour des tailles de fenêtrage croissantes : 5×5 , 10×10 , et 20×20 pixels. En noir sont représentées les cohérences obtenues pour les polarisations de la base optimale.

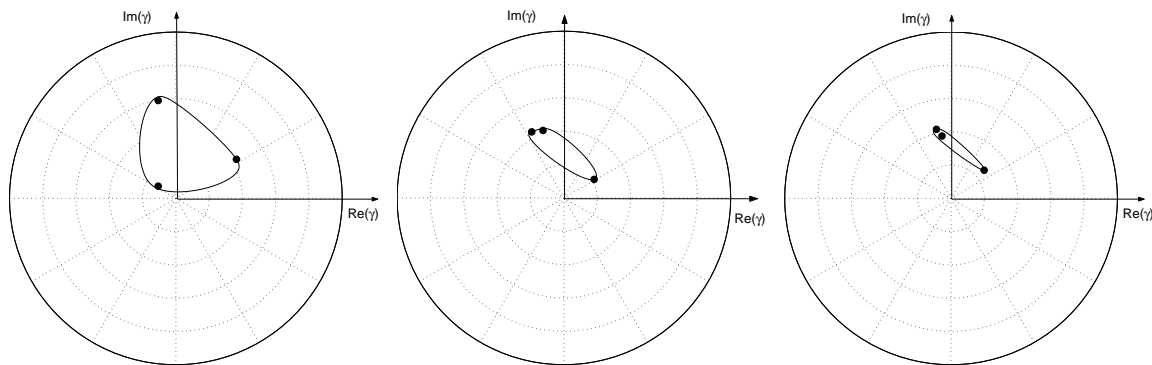


FIG. 1.6 – Représentation de l'ensemble de cohérence sur la végétation pour plusieurs tailles de moyennage : 5×5 , 10×10 et 20×20 . (●) : cohérences obtenues pour les polarisations de la base optimale

Difficultés de l'interférométrie multipasse

Dans le cas de l'interférométrie multipasses, la cohérence est faible à cause de la décorrélation temporelle entre les passes. Avec ce modèle, l'interférométrie monopasse est donc préférable. Notamment, on montre que l'estimation du coefficient de pénétration σ devient totalement ambiguë en présence de décorrélation temporelle. Par ailleurs, les méthodes d'étalonnage interférométrique sont beaucoup plus faciles et fiables dans le cas monopasse, et l'estimation de la phase du sol est alors plus facile.

1.5.3 Instabilité du paramètre d'atténuation

Dans la littérature, nombreuses sont les études qui ont appliqué l'inversion de ce modèle pour retrouver des paramètres de la végétation. De manière unanime, si les résultats concernant la hauteur apparaissent comme acceptables [Woodhouse et al., 2002], ceux qui concernent le coefficient d'atténuation sont toujours sujets à de plus grandes difficultés. Cela s'explique facilement en considérant **la position du centre de phase fourni par le modèle de volume seul en fonction de l'atténuation.**

Pour une forêt de 20 mètres de haut, nous avons représenté la position du centre de phase en fonction de l'atténuation, donnée par :

$$h_V = \frac{1}{\alpha_z} \arg \left(\frac{\exp\left(\frac{2\sigma}{\cos\theta}h + j\alpha_z\right) - 1}{\frac{2\sigma}{\cos\theta} + j\alpha_z} \right) \quad (1.26)$$

La hauteur du centre de phase est calculée et représentée sur la figure 1.7 pour trois angles d'incidence différents : 30° , 45° et 60° .

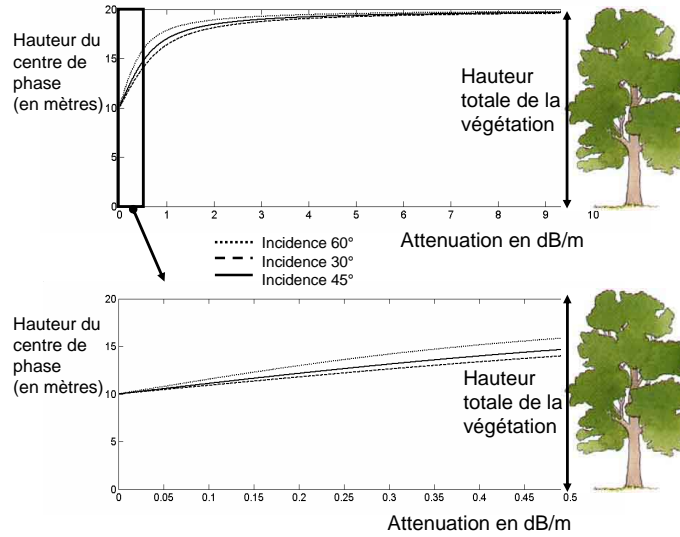


FIG. 1.7 – Représentation de la position du centre de phase d'un volume aléatoire en fonction du coefficient d'atténuation

Lorsque l'atténuation σ tend vers 0, l'équation 1.26 nous permet de montrer que h_V tend vers $h/2$, et lorsque σ tend vers $+\infty$ h_V tend vers h . Ceci constitue l'une des limitations physiques du modèle : **pour un volume sans sol, il est impossible de trouver un centre de phase situé dans la première moitié inférieure du volume**. Cela entraîne également

$$h_V \leq h \leq 2h_V \quad (1.27)$$

Cette dernière inégalité est particulièrement importante, elle signifie que **le résultat de l'inversion de la hauteur reste borné par $2h_V$** où h_V est la hauteur mesurée du centre de phase du volume, et ceci quelle que soit la qualité de l'inversion.

Par ailleurs, ces courbes expliquent que les résultats de l'inversion de h peuvent être physiquement corrects tout en trouvant des valeurs de σ très erronées, notamment pour les bandes de fréquences élevées. C'est ce que nous avons constaté en bande X. Par ailleurs dans ces bandes de fréquence, la hauteur calculée sera très proche de celle qui sera enregistrée pour les différentes polarisations et donc l'inversion de h et σ va présenter moins d'intérêt.

1.6 Conclusion

Le modèle de volume aléatoire proposé par B. Treuhaft a été présenté en détail, ainsi qu'une méthode d'inversion de ce modèle proposée par S.R Cloude. Nous avons mis en avant et justifié les limitations de ce modèle. Tenter d'appliquer cette méthode à nos données en bande P ou X

n'est pas probant : la bande X est une bande de fréquence trop élevée pour que les différences entre polarisations soient significatives, et que l'atténuation puisse être estimée ; en bande P la description par un volume aléatoire n'est plus adaptée pour la forêt de Nezer ou les troncs et les phénomènes de rebonds avec le sol semblent avoir un effet prépondérant mal pris en compte dans ce modèle.

Chapitre 2

Modélisation de la végétation cohérente : COSMO

COSMO (COherent Scattering Model) dérive du modèle développé par L.Thirion au cours de sa thèse [Thirion, 2003]. C'est un modèle cohérent descriptif. Depuis, COSMO a été adapté pour pouvoir être comparé aux images SAR dont nous disposons : la scène décrite peut être découpée en cellules conformes à la géométrie radar distance-azimut, ce qui nous a permis d'appliquer les traitements classiques pour le calcul des phases interférométriques ; le simulateur est capable de générer une forêt "artificielle" dans laquelle les arbres sont régulièrement espacés ; enfin un simulateur SAR simplifié a pu être intégré pour prendre en compte certains effets liés à la formation de l'image. Dans ce chapitre, le principe de modélisation est expliqué, le modèle est validé en interférométrie et polarimétrie interférométrique, et les grandes "tendances" du comportement de la forêt en bande L et P en sont déduites.

2.1 Description du modèle

Le modèle proposé est un modèle cohérent, et donc **préserve l'information de positions relatives des éléments entre eux, au sein d'une même cellule**. Il fournit en sortie les champs totalement polarimétriques rétrodiffusés par une parcelle de forêt.

Dans ce modèle, la description de la forêt se fait à l'aide d'éléments canoniques simples : cylindres et ellipsoïdes. L'obtention des réponses s'organise en plusieurs étapes décrites maintenant.

2.1.1 La génération de la forêt

La première étape consiste à générer une forêt. Celle-ci est organisée en un certain nombre de couches. La première contient uniquement des troncs, et les suivantes contiennent les prolongements de ces troncs, des branches et des feuilles (figure 2.1). Les troncs et branches sont représentés par des cylindres, les feuilles par des ellipsoïdes. Ces éléments sont définis par leurs dimensions géométriques, leurs orientations et leur permittivité diélectrique. Les branches et les feuilles sont positionnées aléatoirement à l'intérieur d'un houppier, dont l'enveloppe peut être de forme ellipsoïdale, sphérique ou encore conique.

Cette description est assez grossière en comparaison avec ce qui peut être obtenu avec des codes de génération fractale tels que AMAP [Picard, 2002]. Cependant, ce dernier modèle si

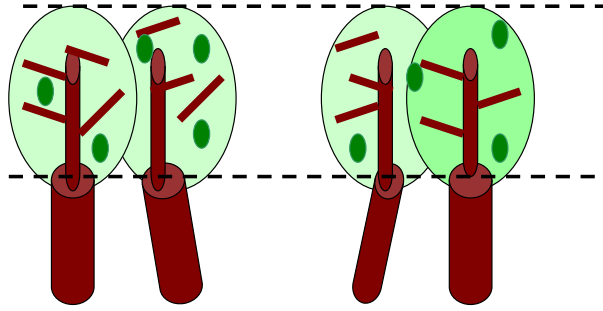


FIG. 2.1 – Description de la forêt en couches

puissant soit-il, est restreint à la modélisation des espèces qui ont déjà été paramétrées, et donc à l'heure actuelle il ne peut pas modéliser de manière systématique toutes les espèces. D'autres méthodes ont été développées utilisant des descriptions similaires à COSMO [Landry et al., 1995]. Les résultats sont assez convaincants, bien que la description ne repose pas sur des propriétés de croissance biologique. D'autre part, d'autres approximations dans le modèle auront un impact plus important que la description approximative utilisée. Ainsi [Au et al., 1996] remarque que les branches et les feuilles sont regroupées en amas *clusters* et montre que les interactions mutuelles entre éléments d'un même groupe peuvent modifier significativement le coefficient d'extinction. Des effets importants sont relevés dans les polarisations contrapolaires, dans des milieux denses ou bien aux hautes fréquences. Ceci nous porte à croire que **la description grossière utilisée dans COSMO sera suffisante aux fréquences considérées (bande L et bande P) pourvu que la densité de diffuseurs ne soit pas trop importante.**

2.1.2 Calcul de la matrice de diffusion pour chacun des éléments

Pour un élément donné, nous cherchons à modéliser sa matrice de diffusion pour n'importe quelle orientation de l'onde incidente et de l'onde réfléchie.

Les troncs et branches sont modélisés par des cylindres diélectriques de longueur infinie (grande devant le rayon), et les feuilles ou aiguilles sont modélisées par des ellipsoïdes diélectriques. **Ce choix de modélisation n'a un sens que pour les bandes de fréquence P, L et C. A des fréquences plus élevées, il aurait fallu prendre en compte une rugosité des éléments de l'arbre. A des fréquences plus basses, nous ne pouvons plus supposer que la permittivité de ces diffuseurs est uniforme.**

L'expression des champs diffusés par un cylindre repose sur l'approximation du cylindre infini, avec une formulation qui utilise les courants de surface [Elachi et al., 1990]. Pour cette approximation, les restrictions sur la taille du diffuseur sont :

$$\begin{aligned} h &\gg r \\ h &\gg \lambda \end{aligned} \tag{2.1}$$

où h et r sont respectivement la hauteur et le rayon du cylindre et λ la longueur d'onde.

L'expression des champs diffusés par les ellipsoïdes repose sur l'approximation de Rayleigh Gans généralisée. Cette dernière approximation implique que

$$k_0 d |n - 1| \ll 1 \quad (2.2)$$

où k_0 est le vecteur d'onde, d est la plus petite dimension des ellipsoïdes et n est l'indice de réfraction. Cela signifie que pour au moins l'un de ses axes, le diffuseur est considéré comme transparent pour l'onde.

Ces modèles ont été largement testés du point de vue de la SER mais ni l'adéquation du comportement en phase ni celui du comportement polarimétrique n'ont été suffisamment validés. Lin et Sarabandi ont par exemple montré dans [Lin and Sarabandi, 1995] que le rayon de convergence de la série utilisée pour le calcul de l'approximation du cylindre infini peut être trop petit dans le cas de cylindres de gros rayons, pour assurer la validité du modèle. Par ailleurs, de récentes études dans [Thirion et al., 2003, Dahon, 2004] ont montré que dans le cas où

$$k_0 r \ll 1 \quad (2.3)$$

alors le comportement polarimétrique devient chaotique.

2.1.3 Le calcul des différents mécanismes

La réponse totale d'un élément peut être modélisée par la sommation de différents mécanismes électromagnétiques concernant un simple diffuseur dont les propriétés électromagnétiques sont supposées être connues. Ces mécanismes sont listés sur la figure 2.2 : la rétrodiffusion directe S^d , le rebond sol-élément S^{gs} (*ground-scatterer*), le rebond élément-sol S^{sg} (*scatterer-ground*) et enfin le triple rebond sol-diffuseur-sol S^{gsg} (*ground-scatterer-ground*).

$$S = S^d + S^{gs} + S^{sg} + S^{gsg} \quad (2.4)$$

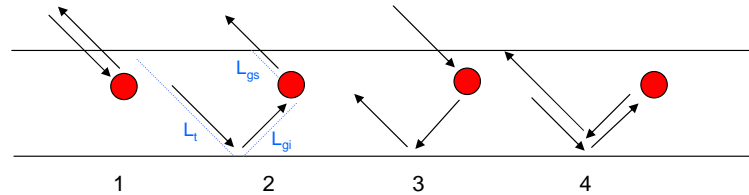


FIG. 2.2 – Principaux mécanismes considérés dans le modèle.

Dans les paragraphes suivants, tous les calculs sont faits en prenant la convention temporelle $e^{j\omega t}$ et la convention spatiale FSA.

Rétrodiffusion directe

Soit \vec{r}_n la position de la n^{ieme} particule atteinte par une onde plane. Le champ incident sur ce diffuseur, émis par une antenne localisée à la position \vec{r} est :

$$\vec{E}_i^n = E_0 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_n|} \exp(-jk_0 \vec{v} \cdot (\vec{r}_n - \vec{r})) \vec{p} \quad (2.5)$$

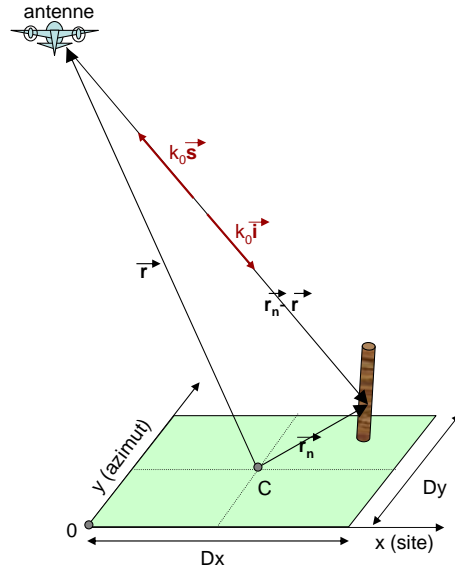


FIG. 2.3 – Repère géométrique du modèle.

où \vec{v} est la direction de propagation de l'onde incidente, et $\vec{p} = (V, H)$ désigne la polarisation d'émission. Soit \mathbf{S}_n^d la matrice de rétrodiffusion pour le diffuseur n . Après réflexion de l'onde et retour vers l'antenne, le champ rétrodiffusé peut s'écrire :

$$\vec{E}_s^n = E_0 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_n|^2} \exp(-jk_0 \vec{v} \cdot (\vec{r}_n - \vec{r})) \mathbf{S}_n^d \vec{p} \exp(-jk_0 \vec{s} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_n)) \quad (2.6)$$

Dans le cas où $r \gg r_n$ (voir figure 2.3), nous pouvons faire l'approximation $|\vec{r} - \vec{r}_n| \simeq r - \vec{s} \cdot \vec{r}_n$ dans les termes de phases, et $|\vec{r} - \vec{r}_n| \simeq r$ dans le terme d'amplitude. Nous obtenons ainsi :

$$\vec{E}_s^n = \frac{\exp(-2jk_0 r)}{r^2} \exp[jk_0 (\vec{v} - \vec{s}) \cdot \vec{r}_n] \mathbf{S}_n^d E_0 \vec{p} \quad (2.7)$$

Les rebonds

Le champ diffusé dû à l'un de ces mécanismes de type x s'écrit

$$\vec{E}_{s|x}^n = \frac{\exp(-jk_0 r)}{r} \exp(jk_0 \vec{s} \cdot \vec{r}_n) \mathbf{S}_n^x \vec{E}_i^n \quad (2.8)$$

où \mathbf{S}_n^x vaut

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_n^{gs} &= \exp(j\tau_i) \mathbf{S}_n(\vec{k}_{gi}, \vec{s}) \mathbf{R} \\ \mathbf{S}_n^{sg} &= \exp(j\tau_s) \mathbf{R} \mathbf{S}_n(\vec{v}, \vec{k}_{gs}) \\ \mathbf{S}_n^{sgs} &= \exp[j(\tau_s + \tau_i)] \mathbf{R} \mathbf{S}_n(\vec{k}_{gi}, \vec{k}_{gs}) \mathbf{R} \end{aligned} \quad (2.9)$$

et où $\tau_i = 2k_0(\vec{r}_n \cdot \vec{n})(\vec{n} \cdot \vec{v})$ et $\tau_s = -2k_0(\vec{r}_n \cdot \vec{n})(\vec{n} \cdot \vec{s})$. Les vecteurs unitaires \vec{k}_{gi} et \vec{k}_{gs} sont relatifs à la direction de propagation de l'onde incidente ou diffusée. \mathbf{R} est la matrice de diffusion du sol (matrice des coefficients de Fresnel) et \mathbf{S}_n est la matrice de diffusion du diffuseur n .

2.1.4 La prise en compte de l'atténuation

Dans les paragraphes précédents, les champs diffusés par un diffuseur ont été exprimés comme si le diffuseur n se trouvait seul dans le vide. En fonction de sa progression à l'intérieur de la forêt, l'onde a eu à subir une atténuation de la part du milieu. Pour prendre en compte cette atténuation dans le calcul du champ diffusé par la forêt entière, les matrices de diffusion S sont remplacées par des matrices "effectives" \tilde{S} , calculées comme si les diffuseurs étaient placés dans un milieu atténuateur homogène :

$$\vec{E}_s^n = \frac{\exp(-2jk_0r)}{r^2} \sum_{n=1}^N \exp[-jk_0(\vec{v} - \vec{s} \cdot \vec{r}_n)] \tilde{\mathbf{S}}_n E_0 \vec{p} \quad (2.10)$$

avec la matrice atténuée :

$$\tilde{\mathbf{S}}_n = \tilde{\mathbf{S}}_n^d + \tilde{\mathbf{S}}_n^{sg} + \tilde{\mathbf{S}}_n^{gs} + \tilde{\mathbf{S}}_n^{sgsg} \quad (2.11)$$

et N est le nombre de diffuseurs.

L'atténuation appliquée le long d'un chemin L peut être calculée grâce à une matrice de transmittivité \mathbf{T} obtenue par exponentiation de la matrice \mathbf{M} reliée aux propriétés du milieu. \mathbf{M} peut être exprimée selon (approximation de Foldy-Lax) :

$$M_{pq} = \frac{2\pi\rho_0}{k_0} \langle S_{pq}(\vec{k}, \vec{k}) \rangle_N \quad (2.12)$$

où ρ_0 est la densité volumique des diffuseurs considérés. Dans le cas de la contribution sol-diffuseur nous obtenons (voir Figure 2.2) :

$$\tilde{\mathbf{S}}_n^{gs} = \exp(j\tau_i) \mathbf{T}(L_s, \vec{s}) \mathbf{S}_n(\vec{k}_{gi}, \vec{s}) \mathbf{T}(L_{gi}, \vec{k}_{gi}) \mathbf{R} \mathbf{T}(L_t, \vec{v}) \quad (2.13)$$

L'atténuation est calculée pour chacune des couches et appliquée à chaque trajet de l'onde pour les différents mécanismes. Rigoureusement l'onde incidente sur le diffuseur n est définie par

$$\tilde{\mathbf{E}}_i^n = \vec{E}_i^n + \sum_{m \neq n}^N \vec{E}_s^m(\vec{r}_n) \quad (2.14)$$

où \vec{E}_i^n est le champ incident reçu par le diffuseur n et le second terme est la somme des champs diffusés par les $N - 1$ autres éléments dans la direction du diffuseur n . **L'approximation de Foldy-Lax** dit que la variation du champ moyen sur une distance s dans un groupe de diffuseurs ordonnés dans un milieu homogène est donné par l'équation suivante :

$$\frac{d\vec{E}}{ds} = -j(k_0 \mathbf{I} + \mathbf{M}) \cdot \vec{E} \quad (2.15)$$

où M est donnée par l'équation 2.12, et \mathbf{I} est la matrice identité (en dimension 2). Il y a deux principales restrictions à cette approximation : d'abord elle fait l'hypothèse d'un milieu homogène, et ensuite elle considère les diffuseurs à l'intérieur du milieu comme indépendants (nous retrouvons ces mêmes hypothèses dans le calcul de Treuhaf, ce qui explique que l'expression de l'atténuation trouvée soit la même dans les deux cas). Dans ce modèle, le premier inconvénient a été significativement atténué par le fait que la scène soit découpée en voxels dont les dimensions sont les résolutions azimutale et distance. Aussi le calcul de \mathbf{M} est fait pour chaque voxel

séparément, ce qui nous permet de décrire le milieu avec une atténuation non nécessairement homogène sur toute la scène étudiée.

Le deuxième défaut est plus pénalisant : il a un impact important d'abord sur l'atténuation, et ensuite sur la simulation entière dans le cas de milieux denses ou de fréquences élevées.

2.1.5 Découpage en cellule radar

La scène simulée est découpée en cellules radar suivant les axes distance et azimut, ceci afin de respecter la géométrie des images radar non projetées au sol. Chaque élément appartient donc à une cellule en particulier. Ces cellules peuvent être assimilées à des pixels lorsque ceux-ci sont suffisamment grands vis à vis de la longueur d'onde : en effet nous pouvons alors considérer que les éléments sont indépendants d'un pixel à l'autre.

Jusqu'à présent, les effets du traitement radar (compression distance, traitement en azimut) ne sont pas pris en compte. De même, en interférométrie les effets de coregistration sont jugés négligeables dans une configuration aérienne.

Afin d'obtenir une réponse unique par cellule, **les différentes contributions de tous les éléments sont enfin sommées au sein de chaque cellule.**

2.1.6 Calcul des phases interférométriques

La première étape consiste à former les produits de corrélations des réponses de chaque antenne, pour chaque pixel. Comme la scène a été découpée une seule fois en cellules, il n'y a pas de mise en conformité des images à réaliser. Pour chaque cellule, nous disposons de ses coordonnées et des deux matrices de diffusion S_1 et S_2 .

Dans une deuxième étape, il s'agit d'ôter la phase interférométrique associée au sol. Le sol étant considéré comme plat, nous obtenons la phase pour une cellule située à une distance en site de l'antenne x_{sol} :

$$\Delta\Phi_{sol} = -\frac{4\pi}{\lambda}\Delta R_{sol} = -\frac{4\pi}{\lambda}(\sqrt{(x_{sol} - b_x)^2 + (H + b_z)^2} - \sqrt{x_{sol}^2 + H^2}) \quad (2.16)$$

Les matrices de diffusion \tilde{S}_1 de la première antenne sont alors remplacées par $\tilde{S}'_1 = \tilde{S}_1 \exp j\Delta\Phi_{sol}$.

2.2 Analyse des réponses Polarimétriques et Interférométriques

2.2.1 Présentation des données

Deux campagnes de mesure ont été utilisées pour valider nos travaux. Dans les deux cas, la région imagée est la forêt de Nezer, forêt Landaise de pins maritimes située au sud du bassin d'Arcachon. Cette forêt est gérée par l'INRA (Institut National de Recherche en Agronomie), qui l'entretient et est donc en mesure de réaliser et de fournir les données de vérité terrain associées.

La première campagne a été réalisée en 2001. Totalement polarimétrique, elle était dédiée à la bande P. Il n'était pas prévu d'acquérir des données interférométriques. Cependant, l'étude des différentes trajectoires de l'avion nous a permis de retrouver deux trajectoires différentes ayant des portions suffisamment proches et parallèles pour vérifier les conditions de faisabilité de l'interférométrie. Compte tenu de la faible longueur de ces portions de trajectoires, le processus de construction des interférogrammes a été envisagé en mode "flash", permettant d'imager une zone au sol suffisamment importante.

La deuxième campagne a été réalisée en janvier 2004. Elle est totalement polarimétrique, dispose de plusieurs paires interférométriques en mode multipasses, et couvre les deux bandes de fréquence P et L.

Les zones imagées ainsi disponibles à la fois en polarimétrie et interférométrie sont indiquées sur la figure 2.4.

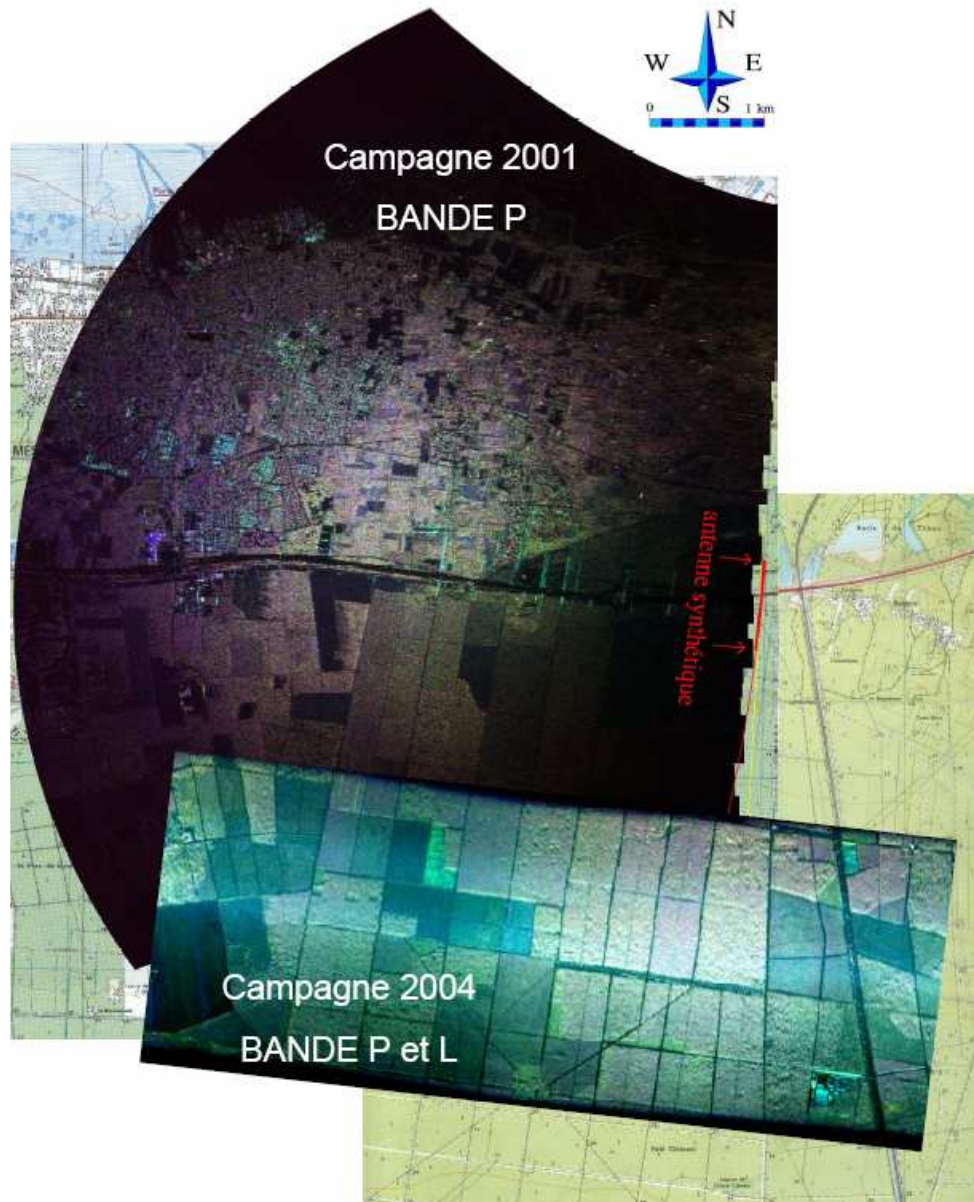


FIG. 2.4 – Jeu de données utilisé provenant de deux campagnes de mesure en 2001 et 2004

La forêt de Nezer est une forêt artificielle constituée de plusieurs parcelles de formes géométriques. Chacune d'entre elles contient des pins d'une seule classe d'âge régulièrement espacés. La vérité terrain et les simulations sont ainsi beaucoup plus simples de mises en oeuvre.

2.2.2 Niveaux d'intensité relatifs entre les polarisations de base

La remarque la plus générale concerne les niveaux relatifs des intensités entre les polarisations hH et vV. Sur toutes les parcelles de forêts simulées et des données réelles, **le niveau de rétrodiffusion est plus fort dans la polarisation hH que dans la polarisation vV.**

Ce sont les mécanismes de rebond qui permettent d'expliquer ces différences d'intensités. Si nous considérons un sol strictement horizontal, la réflexion sur ce sol est modélisée à l'aide des coefficients de Fresnel suivants :

$$R_{hh} = \frac{\cos \theta - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta}}{\cos \theta + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta}} \quad R_{vv} = \frac{\epsilon_r \cos \theta - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta}}{\epsilon_r \cos \theta + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta}} \quad (2.17)$$

Pour une permittivité complexe fixée, l'allure de la valeur absolue de ces coefficients en fonction de l'angle d'incidence est donnée sur la figure 2.5

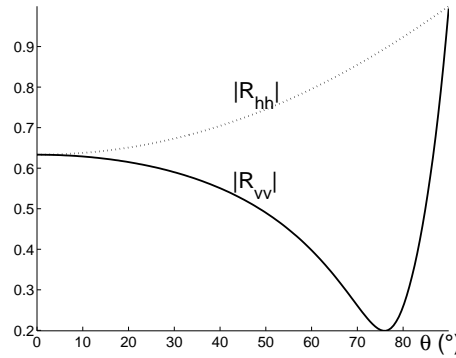


FIG. 2.5 – Coefficients de réflexion de Fresnel en fonction de l'angle d'incidence pour $\epsilon_r = 11 - 12j$

Ces coefficients de réflexion sont la principale source de différences entre les polarisations dans le modèle. Or, nous voyons que la réflexion en hH est toujours plus élevée qu'en vV, ce qui explique que globalement, **les doubles rebonds répondent toujours plus dans la polarisation hH.** Cette constatation rejoint la plupart des études en bande P qui montrent que la polarisation hH est plus sensible à la biomasse des troncs.

L'analyse du mécanisme de simple diffusion dans le modèle révèle quant à lui bien moins de différences entre les polarisations. Certes des orientations préférentielles peuvent entraîner des différences d'intensité entre polarisations, mais dans les scènes simulées ici ces effets sont trop faibles pour pouvoir contrebalancer celui des double-rebonds.

2.2.3 Les Paramètres H et α

Toujours sur les mêmes parcelles, nous pouvons simuler les paramètres de la décomposition de Cloude-Pottier et les comparer à ceux qui sont obtenus sur les données réelles. Sur les figures 2.6 et 2.7 sont ainsi représentés pour les deux bandes de fréquence L et P les paramètres H (entropie), α (paramètre de double rebond), les valeurs propres de la matrice de cohérence normalisée λ_{sd} , λ_{dr} et λ_{vol} à partir desquelles sont calculées l'entropie, ainsi que les trois puissances de signification similaire $P_{sd} = \langle |S_{hH} + S_{vV}|^2 \rangle$, $P_{sd} = \langle |S_{hH} - S_{vV}|^2 \rangle$ et $P_{sd} = \langle |S_{2hV}|^2 \rangle$. Les indices sd , dr et vol désignent les termes "simple diffusion", "double rebond" et "volume", et N est la taille de la fenêtre de moyennage choisie.

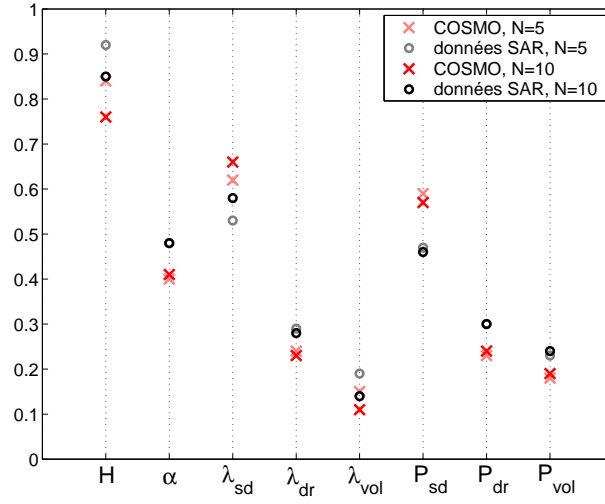


FIG. 2.6 – Paramètres de la décomposition H, α en bande L

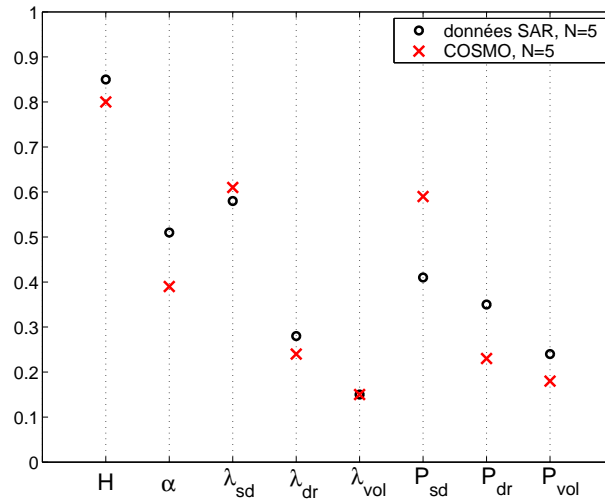


FIG. 2.7 – Paramètres de la décomposition H, α en bande P

Nous pouvons constater que les grandes tendances sont relativement bien décrites par le modèle. Les différences entre modèle et données réelles peuvent s'expliquer par la même origine : nous constatons en effet que **la simple diffusion est légèrement surestimée par le modèle**. Cela entraîne que les rebonds sont sous-estimés, et donc le paramètre α sera sous-estimé également. Par ailleurs, les valeurs propres de la matrice de cohérences sont donc plus étalées, et l'entropie est donc légèrement sous-estimée.

Lorsque nous faisons varier la densité des feuilles ou des branches de 30 %, les paramètres H et α ne sont pas sensiblement modifiés. Ce ne sont donc pas de bons indicateurs de biomasse. Le paramètre auquel ces variables sont les plus sensibles est de loin la taille N de la fenêtre carrée de moyennage. Sur la figure 2.6 des résultats en bande L, nous avons représentés ces paramètres pour deux tailles de fenêtre différentes : $N = 5$ et $N = 10$. Lorsque nous augmentons la taille de moyennage, la simple diffusion devient relativement plus importante, H et α décroissent.

2.2.4 Niveaux des centres de phase

Nous étudions maintenant la distribution de hauteurs trouvées sur une image simulée de forêt, dans chaque polarisation.

Constatations générales

Plusieurs forêts sont simulées, en faisant varier seulement entre chaque simulation la hauteur des couches. Le centre de phase obtenu dans chaque cas se situe bien à une hauteur intermédiaire entre le sol et le sommet de l'arbre. Les graphes 2.8 et 2.9 montrent la comparaison de telles distributions de hauteurs respectivement en bande P et en bande L. Les distributions simulées sont comparées à celles générées à partir des images SAR réelles. La parcelle étudiée est une parcelle d'une vingtaine de mètres.

La première constatation générale avec ce type de données est que **le centre de phase obtenu en hH est situé à une hauteur inférieure à celle des centres de phase dans les polarisations hV et vV**.

Nous avons vu en polarimétrie que les réponses en intensités des doubles rebonds sont plus importantes en polarisation hH. Aussi, le centre de phase du double rebond étant situé près du sol, il est donc cohérent avec nos précédents résultats de trouver un centre de phase en polarisation hH plus proche du sol.

Une deuxième constatation est que cet écart est d'autant plus important que les troncs sont grands. Pour cela, plusieurs forêts de tailles identiques ont été simulées ; seules ont été changées les hauteurs relatives des deux couches. Les écarts entre polarisations croissent avec la taille des troncs. Les doubles-rebonds des troncs ont donc une influence prépondérante sur la réponse totale.

Effet du feuillage en bande P

En bande P, des arbres d'une hauteur de 26 mètres avec un tronc principal de 12 mètres de haut sont simulés. Dans une première réalisation, l'arbre est décrit avec tous les éléments possibles : troncs, branches, et feuilles. Dans une seconde réalisation, le feuillage est supprimé. Les distributions de hauteurs obtenues sont très similaires. Les hauteurs sont peut-être légèrement plus hautes en présence du feuillage, mais nous pouvons en déduire que les positions relatives

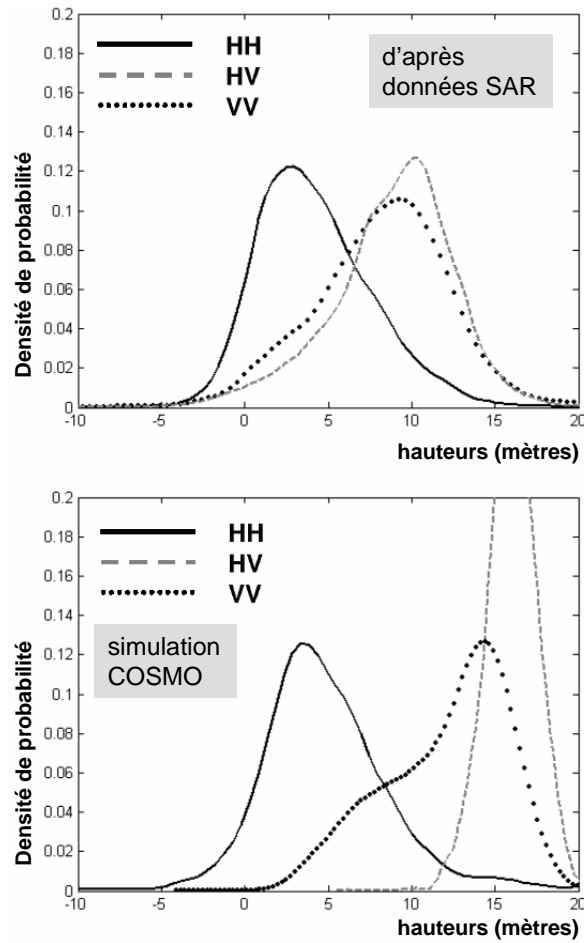


FIG. 2.8 – Comparaison entre hauteurs des centres de phase simulés et obtenus à partir de données réelles en bande P

entre les différentes polarisations sont peu affectées. Le feuillage peut être considéré vis à vis de la longueur d'onde comme un volume homogène, dont la réponse complexe ne dépend pas de la polarisation.

Centre de phase des troncs seuls

Les troncs sont maintenant simulés seuls, en l'absence de houppier. Les centres de phases obtenus sont situés légèrement au dessus du sol, et sont égaux pour les 3 couples de polarisations.

Pour le houppier seul

Le houppier (ensemble des feuilles et branches) est simulé seul, en l'absence de tronc. Les centres de phases obtenus sont bien situés à l'intérieur du houppier, et sont égaux pour les 3 couples de polarisations.

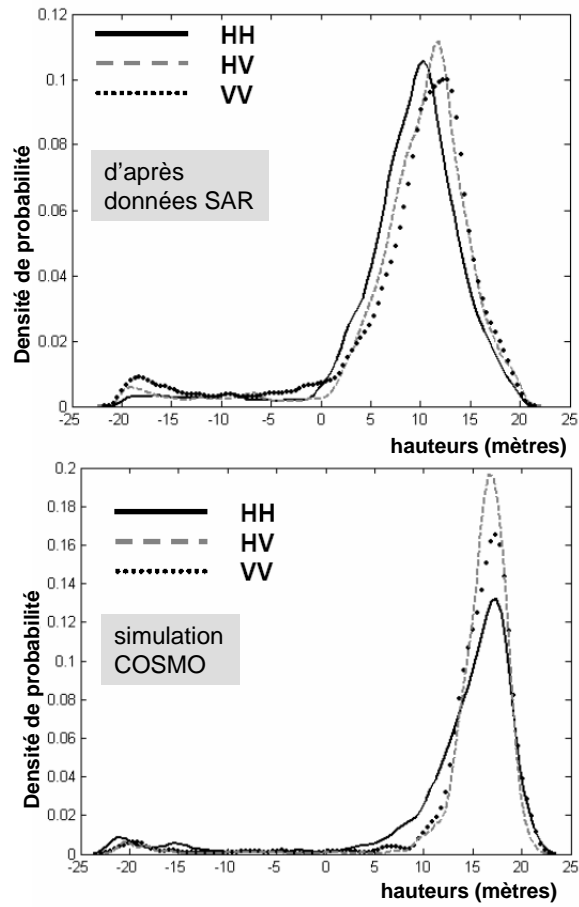


FIG. 2.9 – Comparaison entre hauteurs des centres de phase simulés et obtenus à partir de données réelles en bande L

2.3 Conclusions de l’analyse

2.3.1 Tendances générales de la forêt

La principale limitation de COSMO est qu’il surestime les hauteurs des centres de phase, et nous verrons que cette limitation est liée à la surestimation de l’atténuation. Cependant, l’analyse du modèle a montré son aptitude à restituer le comportement général polarimétrique, et les paramètres essentiels tels que les importances relatives des différentes polarisations et l’ordre des centres de phases. Par ailleurs, le modèle est stable dans le sens où une légère variation des paramètres d’entrée n’entraîne pas de grosse fluctuation sur la sortie.

L’analyse des réponses a en outre permis de dégager les grandes tendances ci-dessous :

- Les troncs sont dominés par le mécanisme de double rebond. Leurs centres de phases peuvent être considérés comme indépendants de la polarisation.
- Les branches ont un niveau de cohérence et des centres de phases indifférents à la polarisation.
- Le feuillage a un comportement qui ne dépend pas de la polarisation, et qui peut être

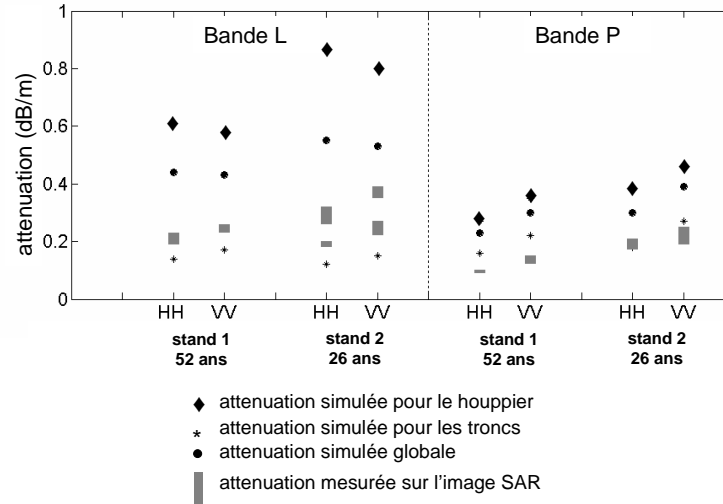


FIG. 2.10 – Comparaison entre atténuations obtenues par le modèle et obtenues à partir de données réelles

assimilé à un simple atténuateur.

- La dépendance en polarisation provient du poids des intensités respectives de chacun des mécanismes : en bande P par exemple, le ratio des intensités pour le double-rebond et pour la diffusion simple sera plus important en polarisation hH que dans les autres polarisations, ce qui entraîne un centre de phase global plus bas.
- Les paramètres entropie et alpha ne sont pas aptes à l'inversion : ce sont des paramètres qui varient dans une trop petite plage et sont sensibles à un trop grand nombre de paramètres du modèle comme la permittivité diélectrique, la densité des branches, la taille des pixels de l'image.

2.3.2 Un paramètre déterminant en interféropolarimétrie : l'atténuation

Comparaison entre modèle et mesures

Nous avons déjà eu l'occasion de nous en apercevoir au précédent chapitre : l'atténuation est un paramètre crucial pour la position des centres de phases en interférométrie. Aussi, une surestimation du paramètre d'atténuation pour le houppier entraîne nécessairement une surestimation de la position des centres de phases.

Pour voir dans quelle mesure l'estimation de l'atténuation par le modèle est satisfaisante, des mesures de l'atténuation sont effectuées sur une image SAR en utilisant les rapports d'intensité de trièdres sous couvert et des mêmes trièdres à découvert utilisés dans l'étape d'étalonnage. La réponse des trièdres sous couvert est supposée n'être affectée que par l'atténuation du milieu forestier, si bien que les différences de SER entre trièdres sous couvert et trièdres à découvert peuvent être exploitées pour mesurer l'atténuation de l'onde due à sa propagation à travers la forêt. L'atténuation totale A_{xy} de la végétation dans la polarisation xy s'écrit en dB :

$$A_{xy} = 20 \log_{10} \left(\frac{E_{xy}^i}{E_{xy}^s} \right) \quad (2.18)$$

où E_{xy}^i est l'amplitude du champ rétrodiffusé par le trièdre sous couvert, E_{xy}^s est l'amplitude du champ rétrodiffusé par le trièdre à découvert. Ces valeurs d'atténuation peuvent être converties en un coefficient d'atténuation en dB/m grâce à :

$$A'_{xy} = \frac{A_{xy}}{2d}, \quad \text{avec} \quad d = \frac{h}{\cos \theta} \quad (2.19)$$

où d est la distance entre le sol et le sommet de la canopée, h est la hauteur de végétation et θ est l'angle d'incidence. Soit σ_{xy} l'atténuation obtenue par le modèle en utilisant l'approximation de Foldy-Lax. σ s'exprime en Np/m et permet de relier un champ incident E^i à un champ rétrodiffusé E^r par :

$$\frac{E_{xy}^s}{E_{xy}^i} = e^{\sigma_{xy} 2d} \quad (2.20)$$

où d est la distance parcourue par l'onde dans le milieu atténuateur. A' est donc comparé à σ'_{xy} exprimé en dB/m :

$$\sigma'_{xy} = \frac{20}{\ln(10)} \sigma_{xy} \quad (2.21)$$

Les résultats de ces comparaisons sont donnés sur la figure 2.10. Nous voyons que **les simulations surestiment fortement les atténuations**. Cela est bien en accord avec la surestimation des centres de phases obtenue précédemment.

En outre, modèle et données réelles s'accordent à trouver que l'atténuation par mètre est plus importante en bande L qu'en bande P, et plus importante pour une forêt jeune que pour une forêt plus âgée. Ceci peut s'expliquer par le fait que les densités sont plus élevées sur nos parcelles jeunes que sur nos parcelles élevées.

En ce qui concerne les comparaisons d'atténuations copolaires en hH et vV, il n'y a pas de véritable tendance. En bande P, l'atténuation en polarisation vV semble plus importante qu'en polarisation hH à la fois pour les données expérimentales et pour le modèle. Ceci pourrait éventuellement s'expliquer par l'orientation préférentielle verticale des troncs. En bande L, les données expérimentales ne permettent pas de conclure, et le modèle tendrait à trouver l'effet inverse : une atténuation plus importante en polarisation hH.

Cependant, il faut noter que les atténuations mesurées ne sont pas très fiables, du fait qu'elles dépendent de l'angle de vue utilisé pour construire l'image.

Améliorations à envisager

La formule de Foldy-Lax a d'abord été mise au point par Foldy en 1945 [Foldy, 1945], pour un nuage de diffuseurs isotropes distribués aléatoirement. Lax a généralisé cette formule au cas de diffuseurs non isotropes [Lax, 1952] : il suffit de remplacer le coefficient f par le coefficient de transmission dans la direction avant : f_F . Par ailleurs, pour une distribution non aléatoire des diffuseurs, il montre que la formule classique doit être corrigée par un facteur c , qui représente le rapport du "champ effectif" sur le "champ cohérent". Lorsque la taille du diffuseur devient petite devant leur distance de séparation, ce coefficient tend vers 1.

Dans le cas où cette hypothèse n'est plus valide (aux fortes densités volumétriques de diffuseurs) plusieurs études montrent que l'approximation de Foldy mène à une atténuation surestimée. Ces études montrent généralement que cette surestimation devient importante pour des fractions volumiques supérieures à 0.1%. Or le houppier d'une parcelle type de Nezer représente

une fraction volumique de 0.03 %, les troncs eux représentent des fractions volumiques bien plus importantes, de l'ordre de 0.3 %

Par ailleurs, [Picard, 2002] indique que ces effets peuvent se faire ressentir pour des fractions volumiques encore inférieures à 0.1%, notamment pour des formes cylindriques, et pour les effets d'alignement des troncs par exemple.

2.4 Traitement SAR et analyse temps-fréquence

2.4.1 Limitations de l'absence d'un traitement SAR

Dans le modèle, les effets du traitement SAR n'ont pas été pris en compte jusqu'à présent. Pour limiter ces effets et pour pouvoir considérer les cellules comme indépendantes, la taille des cellules a été choisie suffisamment grande devant la longueur d'onde (5λ). Or les effets dus au traitement SAR peuvent être multiples :

Biais dans l'estimation des phases interférométriques

Le traitement radar va jouer sur la hauteur estimée des éléments en interférométrie. En effet, au sein d'une même cellule radar, nous avons sommé tous les mécanismes des éléments présents dans la cellule. Or nous avons vu que les mécanismes de rebonds ne mènent pas à la même estimation de phase absolue qu'un mécanisme de rétrodiffusion direct, car le chemin optique est alors plus long.

Dans le cadre de notre modélisation, le mécanisme de rétrodiffusion et le mécanisme de double-rebond d'un même élément vont être sommés ensemble au sein de la même cellule. En réalité, ces mécanismes peuvent appartenir à des cellules différentes : l'intensité du double rebond d'un élément peut être sommée avec les mécanismes directs d'une cellule adjacente en distance, ou même ceux appartenant à des cellules plus éloignées en distance. Lors de l'estimation de la phase au sol, ce décalage en distance va se traduire par une légère erreur commise sur l'angle interférométrique.

Prenons l'exemple d'un point A situé à une distance R du radar et à une hauteur h du sol. Le modèle va considérer les mécanismes de rebonds et de rétrodiffusion comme appartenant à cette même case radar. En réalité, dans l'image SAR ces deux mécanismes vont appartenir à des cases distances différentes (voir figure 2.11). La distance estimée à partir de la phase du double rebond s'écrira $R' = R + h \cos \theta$.

Cette erreur va se traduire par une erreur de l'estimation de la phase au sol associée : dans le cas du modèle, la coordonnée de la cellule de double rebond sera x_0 , dans la réalité cette coordonnée devient $x'_0 = x_0 + h \tan \theta$. L'équation 2.16 donne l'expression de la phase du sol en fonction de la position en site x_0 . L'erreur de phase interférométrique s'écrira $\Phi_{sol} - \Phi'_{sol}$, où Φ'_{sol} aura la même expression qu'en équation 2.16 où nous remplaçons x_{sol} par x'_{sol} . Cette erreur dépend de la configuration géométrique utilisée. Prenons un exemple numérique des paramètres utilisés avec le modèle : pour la bande P ($\lambda = 0.68 \text{ cm}$, $H = 3562 \text{ m}$, $\theta = 57.9^\circ$, $b_x = 76 \text{ cm}$, $b_z = 1.3 \text{ cm}$) et une cible située à une hauteur de 10 mètres, nous obtenons une erreur de 2.7 m sur la hauteur du double rebond. Pour le triple rebond, le même raisonnement s'applique et cette erreur en hauteur est donc doublée.

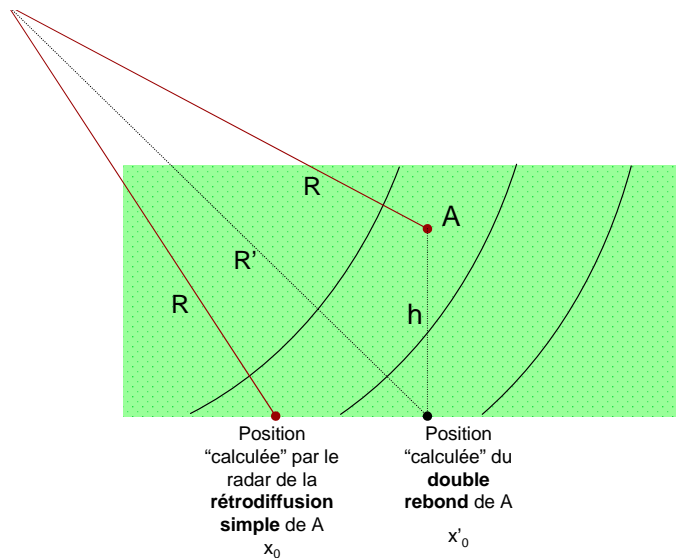


FIG. 2.11 – Le mécanisme de double rebond et celui de rétrodiffusion directe d'un même élément peuvent se trouver dans des cases distances différentes de l'image SAR

Effets non stationnaires de la forêt

Nous avons vu (Partie 1 chapitre 4) que le traitement SAR suppose que les cibles soient blanches et isotropes. Or dans le cas de la forêt, nous avons justement remarqué que cela ne semblait pas être le cas... Plusieurs simulations avec le modèle COSMO d'une même forêt pour des angles de vue proches et des fréquences proches montrent effectivement qu'il existe une variation du comportement du champ rétrodiffusé, plus ou moins oscillatoire. Appliquer un simulateur SAR au modèle permet de voir dans quelle mesure les intégrations sur des domaines angulaires et fréquentiels vont jouer sur l'image obtenue, par rapport à une sommation directe du contenu de cellules.

Effets liés à la résolution

Enfin, l'estimation de certains paramètres polarimétriques dépendent fortement de la résolution de l'image. Un simulateur SAR permettra de confirmer ce comportement, et permettra également de faire des études théoriques sur les phénomènes apparaissant aux très hautes résolutions, pour des petites tailles de cellules.

2.4.2 Inclusion d'un simulateur SAR simplifié

Nous proposons ici un simulateur très simplifié, qui ne prend pas en compte la modélisation des effets de lobes d'antenne et de formes d'onde. Il s'agit d'acquérir le signal pour différentes positions de l'avion, afin de disposer d'une grille de données dans l'espace (k_x, k_y) . Pour cela, au lieu de considérer un mouvement rectiligne de l'avion, le plus simple est de considérer **une trajectoire circulaire** de celui-ci, dans un plan radial passant par le centre de la scène imagée (figure 2.12).

La première étape qui vise à générer la forêt est lancée. La forêt n'est pas découpée en cellule radar et constitue donc un bloc homogène. En contrepartie, l'atténuation calculée sera la même

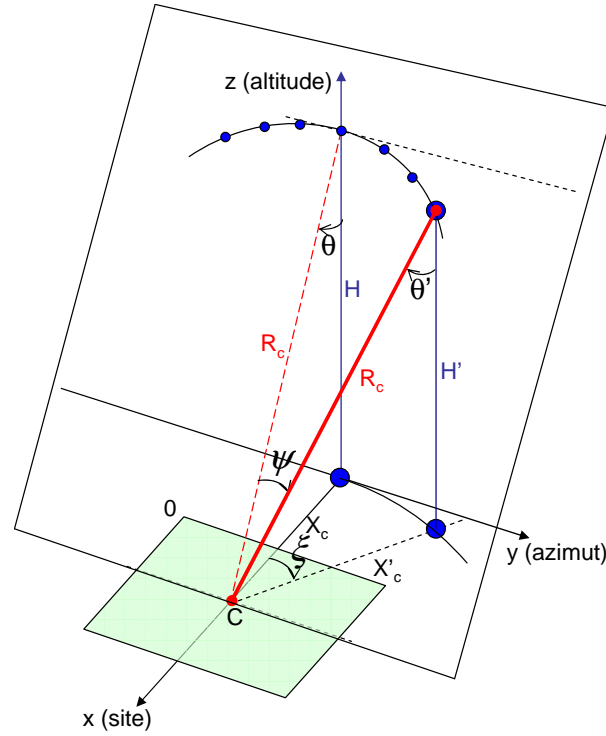


FIG. 2.12 – Configurations des positions de l'avion pour une simulation SAR simplifiée

pour toute la scène imagée. Puis, les autres étapes du modèles sont effectuées en boucle pour toute une série d'angles de vue ψ et de fréquences f régulièrement espacées. L'angle ξ , entrée du modèle qui est défini au sol, est relié à l'angle de vue ψ par la relation :

$$\tan \psi = \sin \theta \tan \xi \quad (2.22)$$

En théorie, l'angle d'incidence θ n'est pas le même pour toutes les positions de l'antenne. A chaque étape, l'angle d'incidence θ' s'écrit en fonction de ψ et ξ :

$$\sin \theta' = \sin \psi \sin \xi \quad (2.23)$$

Cependant, avec les paramètres choisis, la variation de θ n'excédait pas 0.1° . Nous avons donc considéré cette variation comme négligeable.

Le pas en fréquences df et le pas en angle de vue $d\psi$, la bande totale en fréquence Δf et la bande totale en couverture $\Delta\psi$ sont choisies en fonctions des résolutions distance et azimut souhaitées (dR et dy), ainsi que de l'étendue spatiale de la forêt en distance et azimut ($\Delta R, \Delta y$), grâce aux relations :

$$\delta f = \frac{c}{2\Delta R} \quad \delta\psi = \frac{c}{2f\Delta y} \quad \Delta f = \frac{c}{2\delta r} \quad \Delta\psi = \frac{c}{2f\delta y} \quad (2.24)$$

Le principe de l'imageur est le suivant : soit C le centre de la scène imagée. Soit $\vec{r} = (r, y)$ le vecteur position d'un élément de la scène par rapport à ce centre, et $s(\vec{r})$ son coefficient de réflectivité. Si nous comptons les déphasages par rapport au front d'onde passant par C , le signal collecté H pour une fréquence f et pour un angle de vue ψ va s'écrire

$$H(f, \psi) = \iint s(r, y) e^{j \frac{2f}{c} (\cos \psi r + \sin \psi y)} \quad (2.25)$$

Une interpolation des données est alors effectuée pour passer de données $H(f, \psi)$ à des données $H(\frac{2f}{c} \cos \psi, \frac{2f}{c} \sin \psi)$. Ensuite la réflectivité $s(r, y)$ est obtenue par une simple transformée de Fourier bidimensionnelle de $H(\frac{2f}{c} \cos \psi, \frac{2f}{c} \sin \psi)$.

Les paramètres suivants ont été choisis pour notre simulation :

variable	centrale	min	max	bande	pas	Nombre d'échantillons
f	399 MHz	370 MHz	428 Mhz	60 Mhz	2 MHz	30
ψ	0°	-4.90°	+4.90°	9.80°	0.33°	30
ξ	0°	-5.78°	+5.78°	11.20 °	-	30

qui donnent des résolutions théoriques $dr = 2.5m$ et $dy = 2.23m$, et des dimensions de la scène maximale $\Delta r = 75m$, $\Delta y = 75m$. Une image générée avec ces paramètres est montrée figure 2.13. En observant les images obtenues en ne simulant que les troncs, nous nous apercevons de l'importance du traitement SAR : nous notons un décalage effectif de leur position en distance lorsque nous formons des images séparées pour le mécanisme de double rebond et pour le mécanisme de rétrodiffusion directe.

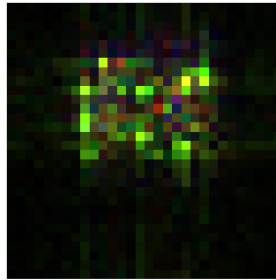


FIG. 2.13 – Image polarimétrique SAR simulée. Rouge : hH+vV, Vert : hH-vV, Bleu : 2hV

2.4.3 Comportement des coefficients temps-fréquence

A partir de l'image SAR ainsi simulée, il est possible de calculer les coefficients temps-fréquence sur la forêt. La figure 2.14 montre les distributions énergétiques obtenues dans le plan temps-fréquence, pour des bandes relatives en angle et fréquence représentant respectivement 10% puis 30% des bandes totales. Le résultat obtenu est à comparer avec ces mêmes coefficients temps-fréquence calculés sur les données réelles bande P figure 2.15. Dans les deux cas, nous constatons que la réponse polarimétrique peut varier de manière significative et apparemment aléatoirement dans les bandes angulaires et fréquentielles. La variation est d'autant plus importante que les bandes relatives utilisées sont étroites, donc que la résolution est dégradée.

2.4.4 Les effets sur la phase interférométrique

Les phases interférométriques sont simulées pour la même parcelle que précédemment en bande P, en prenant en compte cette fois-ci l'étape de traitement SAR. Les feuilles n'ont pas été

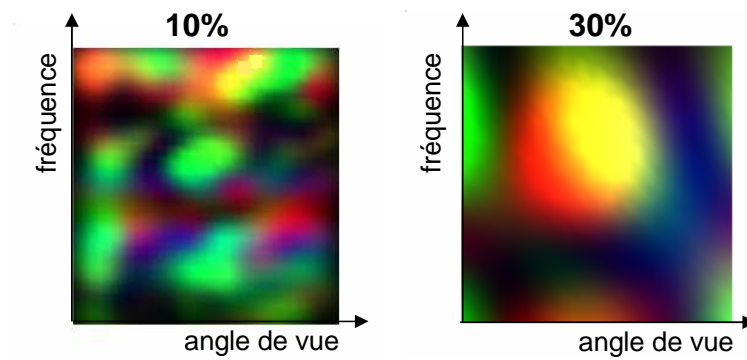


FIG. 2.14 – Distributions temps-fréquence pour un pixel de forêt simulé. Rouge : $hH+vV$, Vert : $hH-vV$, Bleu : $2hV$

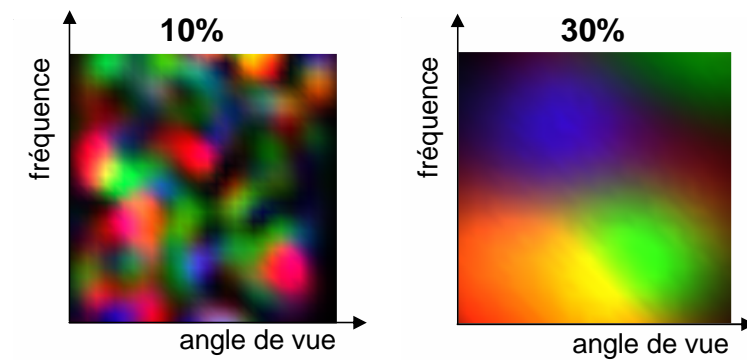


FIG. 2.15 – Distributions temps-fréquence pour un pixel de forêt d'une image SAR réelle. Rouge : $hH+vV$, Vert : $hH-vV$, Bleu : $2hV$

prises en compte dans la simulation, pour des contraintes de temps de calcul et de place mémoire. Sur la figure 2.4.4 nous comparons à nouveau les distributions simulées aux distributions calculées sur l'image SAR. Les hauteurs moyennes ainsi trouvées sont très proches des hauteurs réelles. Ces résultats confirment de l'importance de prendre en compte à l'avenir les effets du traitement SAR en modélisation.

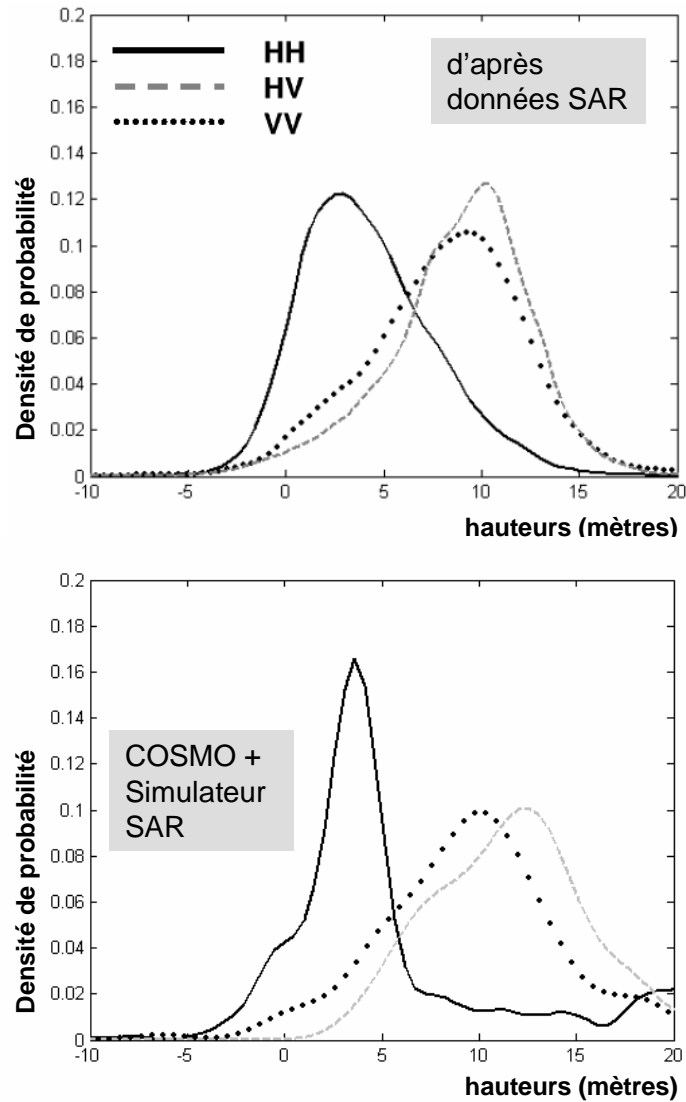


FIG. 2.16 – Nouvelles distributions des angles interférométriques en incluant le simulateur SAR

2.5 Conclusion

Ce deuxième chapitre était consacré à une présentation détaillée du modèle COSMO, amélioration d'un précédent modèle cohérent qui avait fait l'objet de la thèse de L. Thirion. Ce nouveau modèle est capable de générer une forêt artificielle découpée en pixels selon les axes distance et azimuth. Une analyse des réponses POLINSAR du modèle est conduite sur une forêt

de pins maritimes artificielle. Les données SAR réelles ont été comparées à des données simulées par COSMO. Les résultats du modèle sont prometteurs et justifient que nous puissions l'utiliser comme outil d'analyse théorique des images radar. L'effet de pénétration et d'importance du phénomène de double-rebond est montré en bande P. La principale limitation du modèle pour prédire la hauteur des centres de phase se situe au niveau du calcul de l'atténuation. Comparativement à cette surestimation de l'atténuation, d'autres effets liés à la non-prise en compte du traitement SAR existent mais sont mineurs. Nous avons terminé par la présentation d'un simulateur SAR simplifié inclus dans COSMO. Une analyse originale de ces données simulées et des données réelles a été effectuée au moyen des outils temps-fréquence présentés et utilisés dans les chapitres précédents.

Chapitre 3

Vers un modèle mixte et son inversion

Les premières données disponibles à l'ONERA étaient des données bande P, pour lesquelles le modèle de "volume aléatoire" s'est montré insuffisant pour simuler correctement la réponse radar. Par ailleurs, le modèle COSMO possède trop d'entrées influentes sur la réponse pour que ce modèle soit directement inversible. Aussi, ce chapitre propose l'introduction d'un modèle hybride, dans le cadre de l'inversion des "hauteurs".

3.1 Le nouveau modèle

3.1.1 Besoin d'un nouveau modèle en bande P

Limitation du modèle de S.Cloude

Le modèle de végétation de Cloude donne une expression littérale de la cohérence généralisée, à partir d'une description très simple de la végétation et d'un petit nombre de paramètres. Il a donc l'avantage de permettre l'inversion de ces dits paramètres. Cependant, cette inversion n'est valide que lorsque le modèle décrit bien la forêt, ce qui n'est pas le cas en bande P. En effet, le modèle utilisé en bande P conduirait à trouver des hauteurs sous estimées par rapport à la hauteur vraie des arbres. Ceci s'explique par le fait qu'en bande P, la pénétration de l'onde se fait jusqu'aux troncs. Ces troncs ne peuvent plus être considérés comme un ensemble de particules aléatoirement orientées : notamment, le phénomène de double rebond est très important, et les réponses dépendent fortement de la polarisation choisie, ce qui n'est pas le cas pour un volume aléatoire. La bande P réclame donc un modèle qui prenne en compte une description plus réaliste de l'arbre.

Limitation du modèle de L.Thirion

Un modèle de végétation à l'aide d'éléments canoniques est bien plus réaliste pour décrire les différents mécanismes électromagnétiques mis en jeu. Il permet en outre d'étudier les influences respectives des divers éléments considérés séparément, et s'est donc révélé très utile en terme d'analyse de la réponse au chapitre précédent. Le premier désavantage rencontré est que le modèle ne prend pas en compte les interactions de groupe (diffusions multiples) entre les éléments du feuillage par exemple. Il est donc philosophiquement radicalement différent du précédent modèle. Le deuxième désavantage, d'un tout autre ordre, est le fait qu'il réclame un temps de calcul coûteux, bien que moindre que celui de ses cousins s'appuyant sur une description fractale de la forêt. Enfin, le nombre de paramètres descriptifs qu'il utilise en fait un modèle brut qu'il est

très difficile voire impossible d'inverser en l'état. L'idée est donc d'exploiter au maximum les analyses faites à l'aide de ce modèle, afin de le simplifier au fur et à mesure pour ne garder que les paramètres déterminant sur la réponse.

Une dernière solution est d'envisager un modèle mixte, prenant en compte une première couche de troncs modélisés par des cylindres, puis une couche de diffusion de volume, indépendante de la polarisation, dont la réponse théorique est donnée par les calculs de B.Treuhft.

3.1.2 Description

La réponse totale de la forêt est décomposée en deux termes : la première pour la couche des troncs, avec une intensité (carré de l'amplitude) $\sigma_t(\vec{\omega})$, qui dépend de la polarisation d'émission reception, et la deuxième pour la couche des branches et feuilles, dont l'intensité sera notée $\sigma_b(\vec{\omega})$. Nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interaction entre troncs et branches. Nous supposons également que la phase interférométrique moyenne du terrain a été mise à zéro lors de l'étape d'étalonnage ($\Phi_0 = 0$). La décorrélation spatiale peut s'écrire :

$$\gamma = \gamma_{\text{spatial}} = \frac{\int p(z') e^{j\alpha_z z'} dz'}{\int p(z') dz'} \quad (3.1)$$

où z est la coordonnée de hauteur, p l'intensité du champ, et $\alpha_z = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{b_{\perp}}{R \sin \theta}$. Les autres contributions de la cohérence complexe (signal à bruit, décorrélation temporelle) sont dans un premier temps négligées : $\gamma = \gamma_{\text{spatial}}$. Si nous décidons de les prendre en compte, ces décorrélations interviennent simplement comme un coefficient correcteur multiplicateur de γ_{spatial} .

La première hypothèse de faite est que les troncs n'entraînent pas de décorrélation spatiale, car toute la réponse semble émerger d'un seul point situé à la phase Φ_t . La cohérence complexe peut donc être écrite :

$$\gamma_{\text{spatial}} = \frac{\int p(z') e^{j\alpha_z z'} dz' + \sigma_t e^{j\Phi_t}}{\int p(z') dz' + \sigma_t} \quad (3.2)$$

Si nous exprimons la cohérence du volume seule, celle-ci s'écrit

$$\gamma_v = \frac{\int p(z') e^{j\alpha_z z'} dz'}{\int p(z') dz'} \quad (3.3)$$

Cette cohérence ne dépend théoriquement pas de la polarisation si le volume est aléatoire. Nous en déduisons, avec $\sigma_b = \int p(z') dz'$:

$$\gamma = \frac{\sigma_t(\vec{\omega}) e^{j\Phi_t} + \gamma_v \sigma_b(\vec{\omega})}{\sigma_t(\vec{\omega}) + \sigma_b(\vec{\omega})} \quad (3.4)$$

$$\gamma = \frac{e^{j\Phi_t} + \sigma_{b/t}(\vec{\omega})\gamma_v}{1 + \sigma_{b/t}(\vec{\omega})} \quad (3.5)$$

$\sigma_{b/t} = \frac{\sigma_b}{\sigma_t}$ est le rapport de l'intensité du champ diffracté par les branches sur l'intensité du champ diffracté par les troncs. Ce rapport peut varier entre 0 (dans le cas où seuls les troncs répondent et l'infini (seules les branches répondent.)

Considérons alors le paramètre $t(\vec{\omega})$

$$t(\vec{\omega}) = \frac{\sigma_{b/t}(\vec{\omega})}{1 + \sigma_{b/t}(\vec{\omega})} \quad (3.6)$$

qui peut varier entre 0 et 1. Alors :

$$\sigma_{b/t}(\vec{\omega}) = \frac{t(\vec{\omega})}{1 - t(\vec{\omega})} \quad (3.7)$$

Finalement, γ peut s'écrire

$$\gamma(\vec{\omega}) = (1 - t(\vec{\omega})) e^{j\Phi_t} + t(\vec{\omega}) \gamma_v \quad (3.8)$$

Cette expression correspond à l'équation paramétrique d'un segment dans le plan complexe, reliant les extrémités de coordonnées γ_v et $e^{j\Phi_t}$. Nous noterons Φ_b l'argument de γ_v qui représente le centre de phase du houppier.

3.2 Inversion

3.2.1 Méthode

Rappelons pour l'instant les hypothèses fondamentales qui ont permis de construire le modèle :

- Le houppier peut être considéré comme un volume aléatoire dont la réponse ne dépend pas de la polarisation. Le centre de phase de ce houppier est Φ_b , la décorrélation spatiale associée est γ_v .
- Les troncs n'agissent pas sur la décorrélation spatiale, leur réponse peut être considérée comme étant située en un seul point de phase interférométrique Φ_t

Nous savons relier le centre de phase du houppier à sa hauteur totale h_v : dans le cas d'un profil de densité uniforme suivant z , nous aurons :

$$z_b - z_1 = \frac{1}{\alpha_z} \arg(I) = \frac{1}{\alpha_z} \arg \left(\int_{z_1}^{z_2} e^{j\alpha_z z} e^{\frac{2\sigma z}{\cos \theta_0}} dz \right) \quad (3.9)$$

Pour estimer la hauteur totale à partir du centre de phase Φ_b du houppier, il nous faut connaître une relation $h_v = g(h)$ entre la hauteur du houppier h_v et la hauteur totale h , ainsi que le coefficient de pénétration σ . Dans un premier temps, nous allons supposer ces données manquantes connues pour réaliser l'inversion de la forêt. Les étapes de l'inversion sont alors les suivantes :

- La première étape de l'inversion consiste à représenter les cohérences moyennées sur la parcelle dans le plan complexe, et d'effectuer la regression linéaire pour trouver le segment. Ce segment coupe le cercle unité en deux points (figure 3.2). Le point le plus proche de

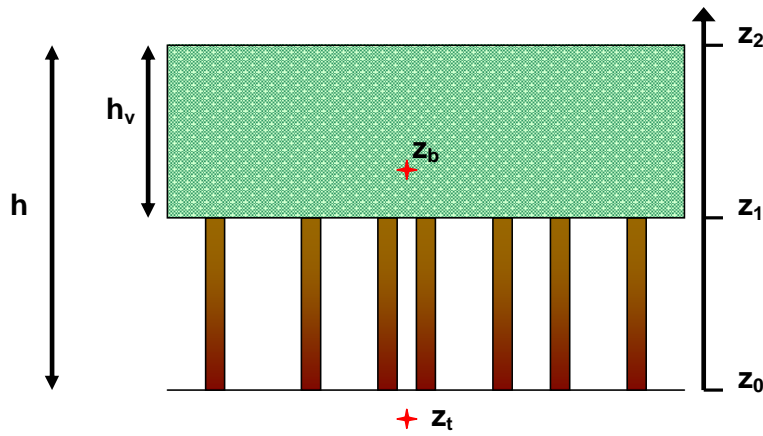


FIG. 3.1 – Représentation schématique du modèle simplifié troncs+volume

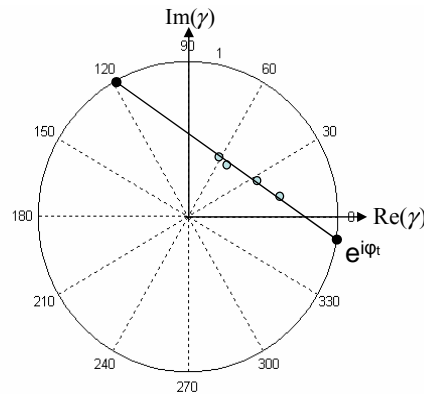


FIG. 3.2 – Régression linéaire et déduction de Φ_t

l'axe réel positif est le point $e^{j\Phi_t}$, lorsque l'axe réel correspond après étalonnage à une hauteur de terrain moyenne nulle.

- Plusieurs hauteurs candidates de l'arbre sont ensuite testées. A une hauteur h totale est associée une hauteur $h_v = g(h)$ de houppier. Pour cette hauteur h_v , nous calculons le module de la cohérence, qui s'écrit $\gamma_v = |I/I_0|$. Nous cherchons ensuite le point de module γ_v qui se trouve sur le segment. Il est donné par l'intersection du cercle de rayon γ_v avec le segment (figure 3.3 à gauche. L'intersection est le point rouge). Si deux candidats sont disponibles, c'est celui qui est le plus proche de l'extrémité opposée aux troncs qui est choisi (les hauteurs observées ne peuvent être supérieures à la hauteur du centre de phase du houppier seul). Le point ainsi trouvé correspond au point γ_v . Nous pouvons en déduire ainsi sa phase Φ_b en considérant l'argument du point ainsi trouvé (figure 3.3 à droite).
- A partir de la phase Φ_b ; nous remontons à la hauteur z_b du centre de phase du houppier par $z_b = \frac{1}{\alpha_z} \Phi_b$.
- Par ailleurs, pour chaque hauteur h , nous disposons de la hauteur du houppier $h_v = g(h)$, d'après l'équation 3.9 nous pouvons en déduire $z_b - z_1$. z_1 , la hauteur des troncs, est fournie par $h - g(h)$, ce qui nous permet d'estimer z_b .

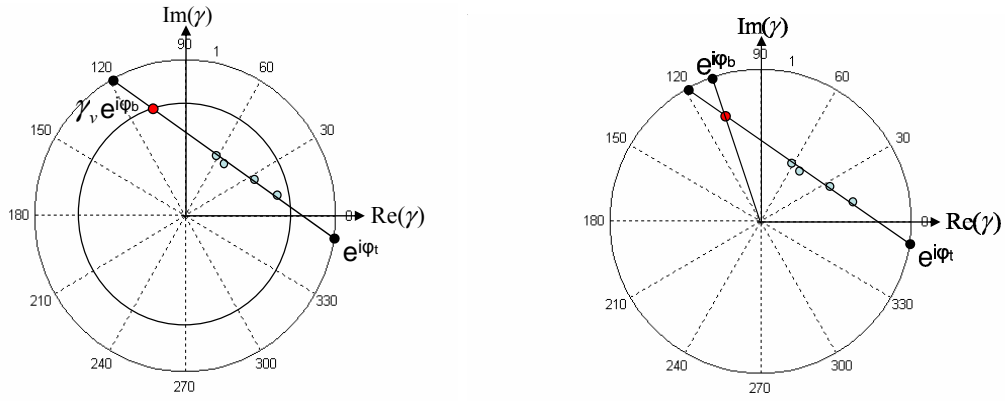


FIG. 3.3 – Pour un h candidat, déduction de $|\gamma_v|$, puis de h_v

- la valeur de h qui est finalement choisie est celle pour laquelle ces deux estimations différentes de z_b sont les plus proches.

3.2.2 Choix des paramètres

Le principe d'inversion présuppose la connaissance de l'atténuation et de la relation entre la hauteur du houppier et la hauteur totale de l'arbre.

En ce qui concerne l'atténuation, le chapitre précédent a montré que l'atténuation mesurée était d'environ 0.2dB pour une parcelle de 52 ans, et de 0.3dB/m pour une parcelle de 26 ans. La plupart des parcelles ayant des âges proches de la vingtaine d'années, nous avons choisi $\sigma = 0.3dB/m$.

Pour la relation entre hauteurs des troncs et hauteurs totale, nous nous sommes appuyés sur des mesures effectuées par l'INRA sur la forêt de Nezer pendant la campagne 2001. Pour tout un ensemble de parcelles, hauteur totale et hauteur du tronc sont disponibles et sont représentées sur la figure 3.4. L'INRA distingue la hauteur de troncs sans branche et la hauteur de troncs sans branches vivantes. Sur une petite portion du tronc sont en effet présentes quelques branches mortes. Leur nombre n'est pas suffisamment important pour modifier la réponse électromagnétique de la couche des troncs, aussi nous avons considéré comme hauteur "la hauteur de tronc sans branches vivantes". Une simple relation affine est choisie :

$$\begin{aligned} z_1 &= 0.8h - 4 \\ h_v = g(h) &= 0.2h + 4 \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.3 Résultats

3.3.1 Résultats sur les données bande P

La figure 3.5 montre les interférogrammes en polarisations hH et vV obtenus sur la campagne 2001 (mode flash). Ils permettent de constater immédiatement que les centres de phases obtenus en polarisation hH sont plus bas que ceux obtenus en polarisation vV. Les parcelles marquées

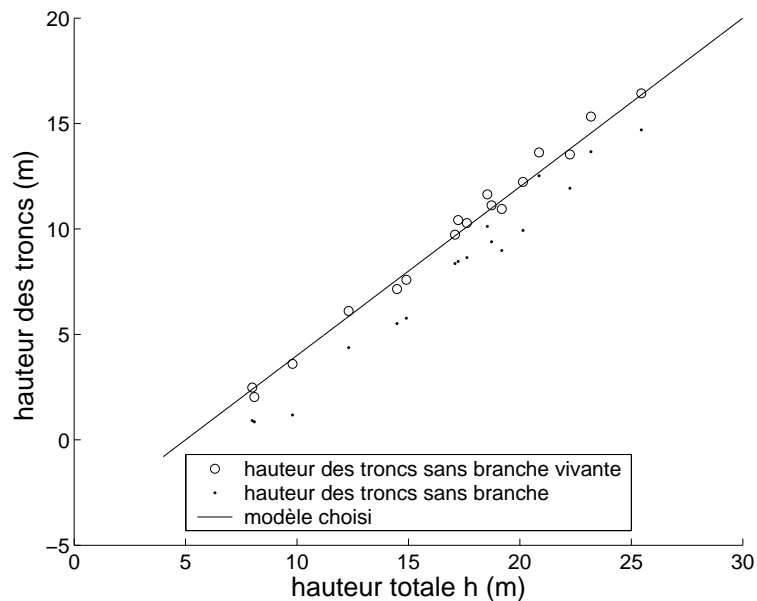


FIG. 3.4 – Modèle choisi pour la relation entre hauteur du tronc et hauteur totale

d'un carré vert indiquent des parcelles plantées d'arbres de plus de 20 mètres. Les parcelles marquées d'un carré rose indiquent des parcelles de sol nu.

Les mêmes parcelles peuvent être retrouvées sur la campagne de 2004 (figure 3.6). La zone d'intérêt, commune aux deux campagnes, a été encadrées en noir. A cette zone sont associées des classes de hauteurs fournies par l'INRA, calculées à partir de données optiques. L'inversion des hauteurs est appliquée à l'image, pour lesquelles les cohérences sont moyennées sur toute la parcelle. Les résultats de cette inversion sont en accord avec ceux de l'INRA.

Puis l'inversion est lancée sur d'autres parcelles des images de la campagne 2004, dont l'âge est connu. La figure 3.7 montre le résultat de l'inversion des hauteurs en fonction de l'âge de la parcelle. Nous avons également représenté des mesures de hauteurs faites par l'INRA pour des parcelles d'âge donné. Ces mesures ont été effectuées en 2001, ce qui explique que ce ne sont pas les mêmes parcelles qui soient considérées sur la figure 3.7. Là encore, les résultats de l'inversion sont comparables à ceux de l'INRA. Les hauteurs semblent être légèrement sous-estimées lorsque l'âge augmente. Il faut noter que l'inversion a été faite en utilisant le même coefficient d'atténuation sur toutes les parcelles (0.3dB/m) ce qui n'est vraisemblablement pas réaliste. Les mesures nous ont montrés que l'atténuation était plus faibles pour la parcelle la plus vieille (0.2dB/m). Or pour une atténuation plus faible, les hauteurs inversées sont légèrement plus grandes de quelques mètres. Les écarts qui sont observés sont donc ceux qui sont attendus.

3.3.2 Robustesse du modèle par rapport à ses paramètres d'entrée

De manière générale, les résultats de l'inversion de ce modèle sont plus robustes que ceux du modèle volume aléatoire, pour la raison évidente qu'elle présuppose plus de connaissances du milieu : atténuation, relation entre hauteur du houppier et hauteur totale.

Cependant, il faut noter que la connaissance de l'atténuation ne requiert pas beaucoup de précision. Ainsi, les inversions ont été testées pour des atténuations de 0.1 dB/m à 0.5 dB/m et

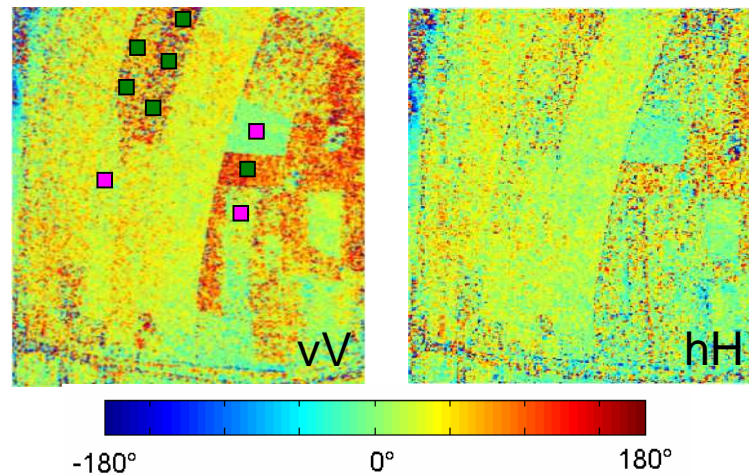


FIG. 3.5 – Centres de phase en polarisations hH et vV - Campagne 2001, Image flash

les différences de hauteurs ainsi trouvées n'excèdent pas le mètre.

3.4 Conclusion

Ce chapitre concerne l'introduction d'un modèle hybride d'inversion. Après avoir présenté les limitations du modèle d'inversion proposé par S.R. Cloude et du modèle de végétation proposé par L. Thirion, nous avons proposé une nouvelle approche de modélisation "hybride", dans laquelle branches et feuilles sont représentés par un volume aléatoire, qui surmonte une couche de troncs. Cette description est particulièrement adaptée à l'étude de la végétation "artificielle" (homogène) mesurée en bande P. Une méthode d'inversion attenante est proposée. Les résultats obtenus lors de la validation de cette nouvelle approche sur des données RAMSES en bande P sont en parfaite adéquation avec les mesures terrain effectuées par l'INRA.

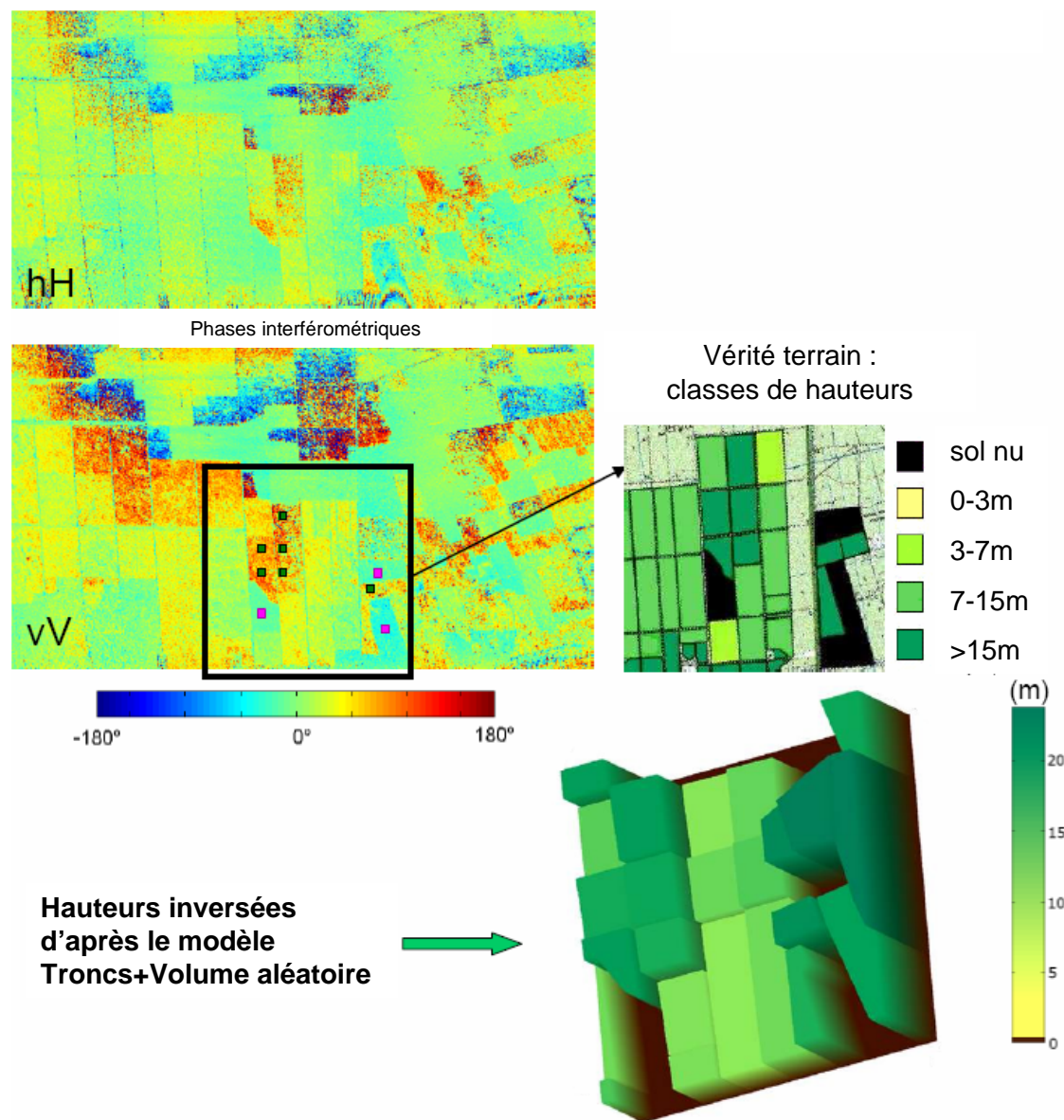


FIG. 3.6 – Interférogrammes en polarisations hH et vV - Campagne 2004, et résultats de l'inversion par parcelles

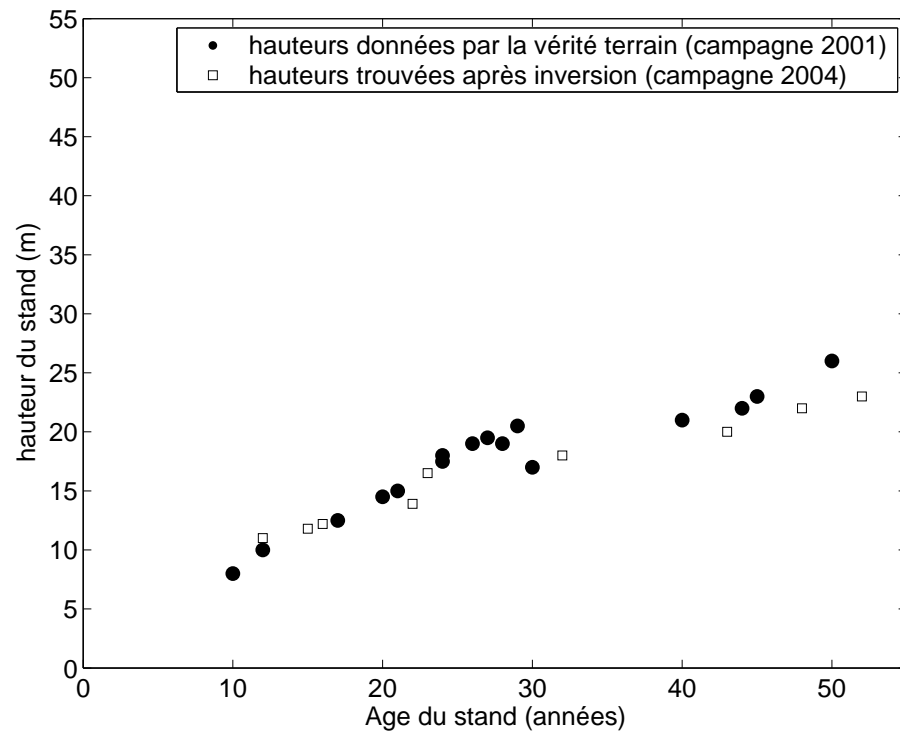


FIG. 3.7 – Inversion des hauteurs de parcelles : résultats en fonction de l'âge des parcelles

Chapitre 4

Détection de cibles sous feuillage : FOPEN (FOIage PENetration)

La détection de cibles à l'intérieur d'une forêt représente un enjeu militaire important. Dans ce cadre, l'emploi des basses fréquences permet une pénétration de l'onde plus importante à l'intérieur du couvert forestier, et permet donc d'espérer une meilleure détection. La pénétration de l'onde à travers le couvert végétal fait partie d'une thématique appelée FOPEN (FOIage PENetration). Dans ce chapitre, les données polarimétriques et interférométriques sont utilisées en bande P et L dans le but d'améliorer la détection des cibles sous couvert.

4.1 Filtrage de la végétation en bande L

4.1.1 Méthode

La méthode de "filtrage" de la végétation consiste à déduire l'intensité de la cible de l'intensité totale, grâce aux paramètres inversés de la forêt. Cette méthode est proposée dans [S. R. Cloude, 2004, S. R. Cloude and Williams, 2004]. Nous avons vu au paragraphe 1.3.1 de cette partie que la cohérence d'un volume aléatoire et d'un sol s'écrit :

$$\gamma(\vec{\omega}) = e^{j\Phi_0}(\tilde{\gamma}_v + \frac{m(\vec{\omega})}{1 + m(\vec{\omega})}(1 - \tilde{\gamma}_v)) \quad (4.1)$$

Ici nous considérons que la cible est au niveau du sol, et nous désirons isoler la contribution "sol" ou "cible" de la contribution du volume aléatoire. Dès à présent nous assimilons les termes "sol" avec le terme "cible".

L'intensité totale $\Sigma(\vec{\omega})$ s'écrit comme la somme incohérente des intensités de la cible et du volume, ce qui peut s'écrire

$$\Sigma(\vec{\omega}) = \sigma_v(\vec{\omega}) + \sigma_{cible}(\vec{\omega}) \quad (4.2)$$

σ_v est l'intensité due au volume aléatoire, et σ_{cible} est l'intensité de la cible ayant subi l'atténuation due au volume. Ces deux intensités peuvent éventuellement s'écrire en fonction des matrices de cohérence : $\sigma_v = \vec{\omega}^\dagger T_v \vec{\omega}$, $\sigma_{cible} = \vec{\omega}^\dagger T_{cible} \vec{\omega}$

Dans l'équation 4.1, $m(\vec{\omega})$ représente le rapport entre l'intensité de la cible atténuée et du volume. Si nous désirons donc l'écrire en fonction des matrices de cohérences, pour une polarisation donnée nous avons :

$$m(\vec{\omega}) = \frac{\sigma_{cible}(\vec{\omega})}{\sigma_v(\vec{\omega})} \quad (4.3)$$

De l'équation 4.1, nous pouvons isoler $m(\vec{\omega})$ pour obtenir

$$m(\vec{\omega}) = \frac{e^{j\Phi_0}\gamma_v - \gamma(\vec{\omega})}{\gamma(\vec{\omega}) - e^{j\Phi_0}} \quad (4.4)$$

En isolant la contribution de la cible à l'aide des équations 4.2 et 4.3, nous obtenons :

$$\sigma_{cible}(\vec{\omega}) = \frac{m(\vec{\omega})}{1 + m(\vec{\omega})} \Sigma(\vec{\omega}) \quad (4.5)$$

En remplaçant m par son expression 4.4 dans 4.5, l'expression permettant de déduire l'intensité de la cible en fonction de l'intensité totale et des paramètres de la forêt est :

$$\sigma_{cible}(\vec{\omega}) = \frac{e^{j\Phi_0}\gamma_v - \gamma(\vec{\omega})}{e^{j\Phi_0}\gamma_v - e^{j\Phi_0}} \Sigma(\vec{\omega}) \quad (4.6)$$

Pour appliquer ce filtrage, il faut auparavant estimer les paramètres Φ_0 la hauteur du sol, et γ_v la cohérence du volume. Ceci peut se faire à l'aide de la méthode d'inversion proposée au chapitre 1 de cette partie. Ici, nous avons choisi d'utiliser les paramètres Φ_0 et γ_v issus de l'inversion proposée au chapitre 3.

4.1.2 Application



FIG. 4.1 – Photographie du trièdre installé dans la parcelle la plus âgée

Sur les passes 505 et 504, deux cibles sont cachées dans la parcelle la plus vieille (arbres de 52 ans). Il s'agit d'un trièdre métallique de 2.23 m d'arête, identique à ceux utilisés pour l'étalonnage (figure 4.1), et d'un camion benne. L'image polarimétrique initiale de cette parcelle est donnée figure 4.2 à gauche. L'image après le filtrage proposé est donnée à droite. Pour estimer les cohérences et les paramètres de forêts inversés, nous avons utilisé un fenêtrage carré de taille 10.

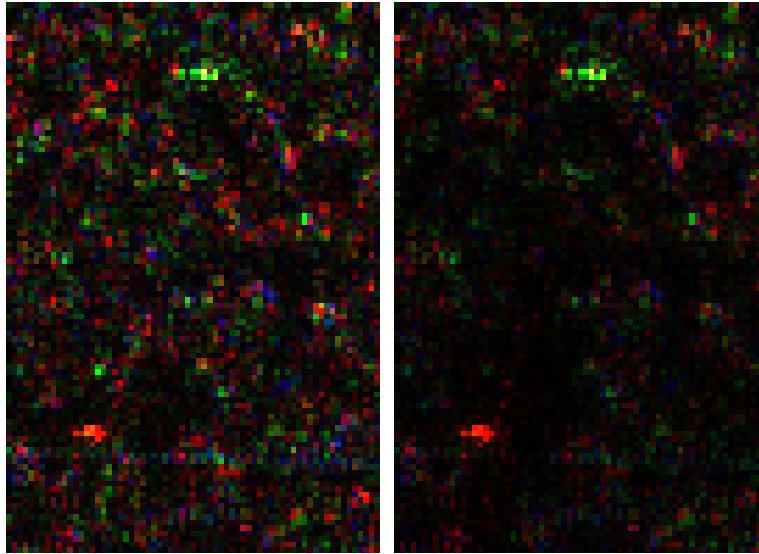


FIG. 4.2 – Image initiale (bande L), puis image obtenue après méthode de filtrage de Cloude, utilisant les paramètres de forêts inversés du modèle hybride

4.2 Filtrage de la végétation en bande P

4.2.1 Méthode

Dans la méthode que nous proposons ici, nous distinguons le cas où la cible est présente du cas où la cible est absente. En l'absence de cible cachée, l'intensité du champ total rétrodiffusé Σ est la somme de l'intensité des branches σ_b et de celles des troncs σ_t .

$$\Sigma = \sigma_b + \sigma_t \quad (4.7)$$

En présence d'une cible dont l'intensité est σ_{cible} , l'intensité totale devient :

$$\Sigma = \sigma_b + \sigma_t + \sigma_{\text{cible}} \quad (4.8)$$

Posons

$$\alpha_1(\vec{\omega}) = \frac{\sigma_t + \sigma_{\text{cible}}}{\sigma_b} \quad \text{et} \quad \alpha_2(\vec{\omega}) = \frac{1}{\sigma_{b/t}(\vec{\omega})} = \frac{\sigma_t}{\sigma_b} \quad (4.9)$$

En combinant les équations 4.9 et 4.8, l'intensité de la cible peut être déduite de l'intensité totale par la relation :

$$\sigma_{\text{cible}} = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{1 + \alpha_1} \Sigma \quad (4.10)$$

Nous avons à estimer les paramètres α_1 and α_2 . Cela peut être fait pour chaque polarisation $\vec{\omega}$ grâce aux équations 3.7 et 3.8 :

$$\alpha_i(\vec{\omega}) = \frac{\gamma^i(\vec{\omega}) - e^{j\Phi_t^i}}{\gamma_b^i e^{j\Phi_b^i} - \gamma^i(\vec{\omega})} \quad i \in \{1, 2\} \quad (4.11)$$

De manière pratique, pour chaque pixel la cohérence γ^i est calculée ainsi que les paramètres associés à l'inversion du segment (Φ_b^i, Φ_t^i) en utilisant deux sortes de moyennages différents .

Pour estimer α_1 , le premier moyennage est fait en utilisant une fenêtre carrée de 10×10 pixels, où les échantillons incluent ceux de la cible éventuelle. Pour estimer α_2 , le second moyennage a pour but d'estimer les paramètres de la forêt en l'absence de cible. Dans ce cas les échantillons utilisés pour calculer la cohérence sont choisis autour du pixel sans l'inclure. Les deux types de fenêtrages sont représentés schématiquement sur la figure 4.3.

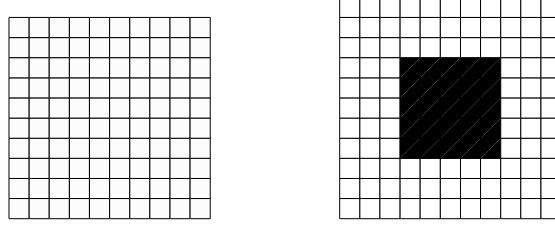


FIG. 4.3 – Echantillons (en blanc) utilisés pour l'estimation de α_1 (à gauche, 100 échantillons) et α_2 (à droite, 96 échantillons)

4.2.2 Application

Cette fois-ci, ce sont les passes 504 et 506 qui sont utilisées en bande P sur la même parcelle.

L'image polarimétrique initiale (sans traitement) de la parcelle est donnée sur la figure 4.4 à gauche. Nous constatons immédiatement que sur les images brutes (figure 4.2 à gauche, et figure 4.4 à gauche), les cibles sont moins visibles en bande P qu'en bande L, bien que la pénétration de l'onde soit plus importante en bande P qu'en bande L.

Les différentes méthodes de filtrage sont appliquées sur cette image : la première est la méthode proposée par Cloude (figure 4.4-a), plus adaptée à la bande L, et la seconde est obtenue en appliquant le filtrage exposé dans cette section (figure 4.4-b). Cette dernière méthode donne ici de meilleurs résultats en terme de contraste entre la cible et la végétation.

4.3 Autres améliorations possibles de la détection

4.3.1 Analyse de la cible en polarimétrie

Suivant la polarisation choisie, le contraste obtenu entre une cible et le reste de l'image ne sera pas le même. Un renseignement a priori sur le comportement polarimétrique de la cible peut bien sûr nous aider à détecter cette cible. La technique employée est la technique classique appelée "optimisation de contraste", décrite dans [L. M. Novak, 1993, Titin-Schnaider, 2000b].

Soit T_{cible} la matrice de cohérence de la cible, et T_{foret} la matrice de cohérence pour la forêt. Pour un mécanisme polarimétrique donné $\vec{\omega}$, la puissance due à la forêt s'écrit $\vec{\omega}^\dagger T_{foret} \vec{\omega}$, et celle due à la cible $\vec{\omega}^\dagger T_{cible} \vec{\omega}$. Il s'agit donc de trouver la polarisation $\vec{\omega}$ qui maximise le rapport :

$$\max \left\{ \frac{\vec{\omega}^\dagger T_{cible} \vec{\omega}}{\vec{\omega}^\dagger T_{foret} \vec{\omega}} \right\} \quad (4.12)$$

Le vecteur $\vec{\omega}$ solution de ce problème d'optimisation est le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre de la matrice $T_{foret}^{-1} T_{cible}$.

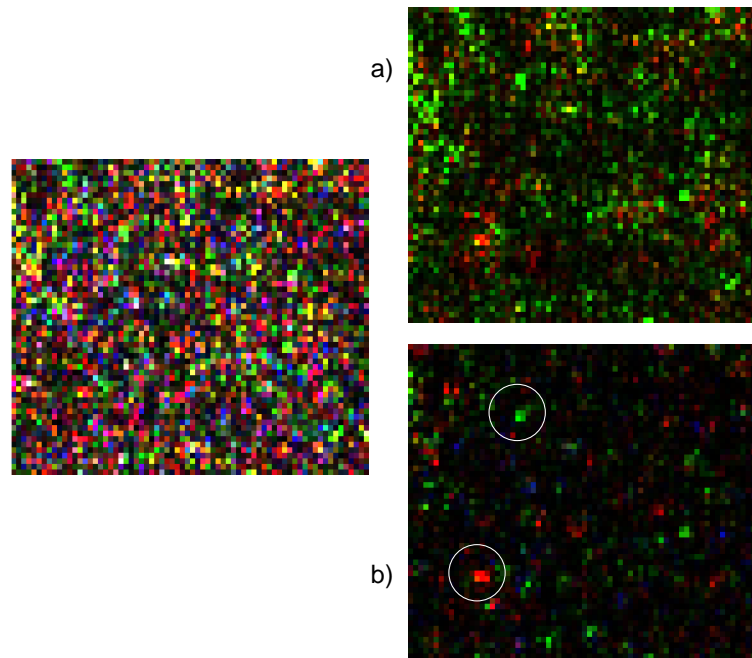


FIG. 4.4 – Image initiale, a) après la méthode de filtrage "volume aléatoire", b) après la méthode de filtrage "volume aléatoire+troncs"

Sur la figure 4.5, les vecteurs $\vec{\omega}$ ont ainsi été calculés ainsi que l'image d'intensité résultante. La matrice T_{foret} a été estimée sur la parcelle entière, la matrice T_{camion} a été estimée sur le pixel du camion lui-même, et pour la matrice du trièdre nous avons pris la matrice de cohérence théorique du trièdre (matrice avec un seul élément non nul en première position $|hH + vV|^2$).

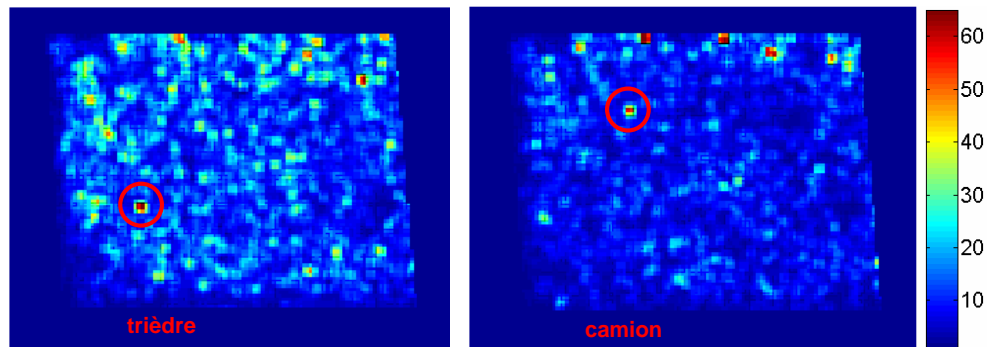


FIG. 4.5 – Image obtenue dans la polarisation de contraste optimal à gauche pour le trièdre, à droite pour le camion (bande P)

Le paramètre entropie ne fournit pas un contraste intéressant entre les cibles et la forêt. En effet, son estimation pour être fiable sur la forêt réclame un moyennage suffisamment important, alors que ce même moyennage perd l'information sur la cible. Ce paramètre n'a donc pas permis d'améliorer l'estimation.

4.3.2 Signature temps-fréquence de la végétation

Nous avons eu l'occasion de voir à plusieurs reprises (Partie 1 Chapitre 4, Partie 3 Chapitre 2) que les distributions temps-fréquence de la forêt semblaient avoir un comportement chaotique. La distribution des cibles cachées quant à elles, présentent un caractère plus déterministe. Sur la figure 4.6, nous avons représenté plusieurs distributions d'énergie dans le plan temps-fréquence, en polarimétrie. Deux distributions sont disponibles par pixel : une distribution par antenne interférométrique. Ces distributions ont été calculées en utilisant des bandes relatives de 30%, afin de ne pas perdre trop en résolution spatiale. Ainsi, les distributions temps-fréquences relatives aux cibles cachées sont "homogènes" polarimétriquement dans le plan temps-fréquence, et assez semblables entre les deux vues. A contrario, nous voyons qu'une fausse alarme présente un comportement plus aléatoire et plus dissemblable entre les deux vues, de la même manière qu'un pixel de forêt quelconque.

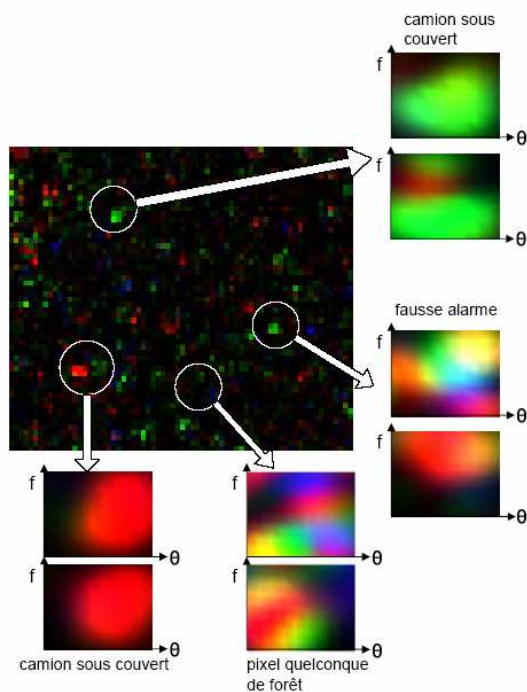


FIG. 4.6 – Image filtrée, signatures temps-fréquences pour des pixels différents (bande P), pour les deux vues interférométriques. Rouge : $hH+vV$, Vert : $hH-vV$, Bleu : $2 hV$

Nous pouvons donc espérer **ajouter un critère temps-fréquence pour la présence d'une cible**. Ici, nous avons choisi de calculer une simple distance entre les deux distributions relatives à chaque antenne. En définissant deux vecteurs contenant tous les échantillons temps-fréquences pour trois polarisations de base,

$$\vec{k}_1 = \begin{pmatrix} k_{1 \text{ hH+vV}}(f_1, \theta_1) \\ k_{1 \text{ hH+vV}}(f_2, \theta_1) \\ \vdots \\ k_{1 \text{ hH-vV}}(f_i, \theta_j) \\ \vdots \\ k_{1 \text{ 2hV}}(f_n, \theta_n) \end{pmatrix}, \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} k_{2 \text{ hH+vV}}(f_1, \theta_1) \\ k_{2 \text{ hH+vV}}(f_2, \theta_1) \\ \vdots \\ k_{2 \text{ hH-vV}}(f_i, \theta_j) \\ \vdots \\ k_{2 \text{ 2hV}}(f_n, \theta_n) \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Notre paramètre distance d s'écrit comme la simple distance euclidienne entre les vecteurs \vec{k}_1 et \vec{k}_2 : $d = \|\vec{k}_1 - \vec{k}_2\|$. Lorsque les distributions énergétiques sont semblables entre les deux vues, le paramètre d est petit. Nous avons appliqué au résultat du filtrage précédent (figure 4.4-b) un masque qui ne conserve que les 10% de pixels qui possèdent le plus petit paramètre d . Le résultat est fourni sur la figure 4.7-c.

4.3.3 Critère sur la phase optimale

La hauteur associée au mécanisme polarimétrique optimal peut être calculée sur toute l'image. Nous supposons que cette polarisation optimale sélectionne la cible brillante éventuellement présente. La hauteur associée doit être proche de zéro si la cible est située près du sol. De nouveau, à partir des résultats du filtrage donné figure 4.4-b, nous avons appliqué un filtre pour ne conserver **que les cibles dont la hauteur interférométrique optimale est située entre -5 et 5 mètres**. Le résultat est fourni sur la figure 4.7-d.

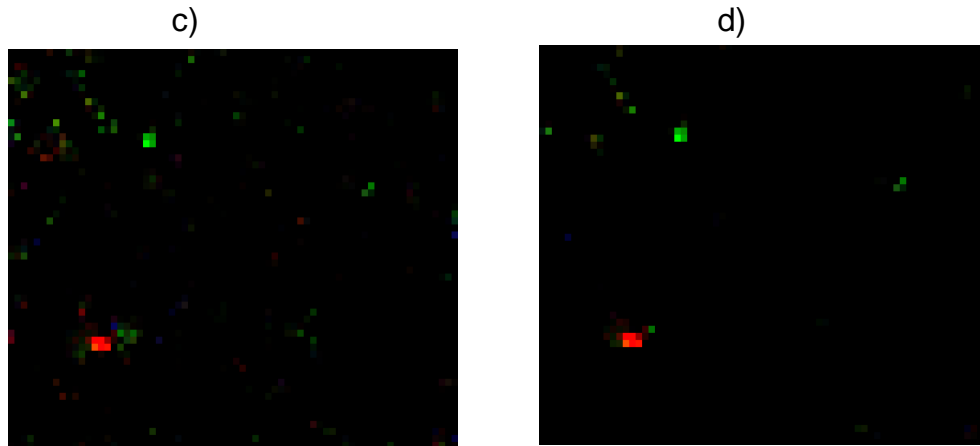


FIG. 4.7 – Image filtrée, c) masque appliqué sur un critère temps-fréquence, d) masque appliqué sur un critère de phase interférométrique "optimale"

4.4 Origine des fausses alarmes et perspectives

4.4.1 Prise en compte d'une cible dans le modèle COSMO

Afin de mieux comprendre l'origine des fausses alarmes qui demeurent après filtrage, l'inclusion d'une cible a été prise en compte dans le modèle cohérent COSMO. Il s'agit de déterminer si des rebonds entre la cible et des arbres proches peuvent être à l'origine de fausses alarmes dans

un voisinage de la cible.

Dans un premier temps, c'est donc une sphère métallique qui a été incluse dans la forêt, car la sphère possède le même comportement polarimétrique que le trièdre mais contrairement à lui, n'est pas directive. Si la sphère et l'arbre sont considérés comme étant en zone lointaine l'un de l'autre, leur couplage mutuel peut être négligé. Cette hypothèse est raisonnable si la distance entre les deux objets est plus grande que 2λ . Dans ce cas, nous n'avons besoin que du diagramme de rayonnement de la cible, qui peut être obtenu par un code de calcul ou bien par une mesure en chambre anéchoïque.

Pour la cible, tous les mécanismes représentés figures 2.2 et 4.8 ont été considérés.

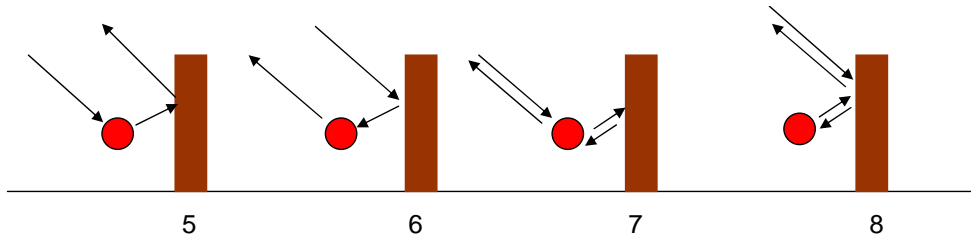


FIG. 4.8 – Mécanismes cible-tronc supplémentaires pour la cible cachée

Dans le cas des quatre premiers mécanismes, les calculs sont les mêmes que ceux qui ont été développés pour les éléments de la forêt au chapitre 2. Pour les quatre mécanismes suivants de la figure 4.8, les calculs sont modifiés. L'hypothèse de champ lointain a été prise pour la cible comme pour le tronc. Il serait fastidieux de recenser ici tous les calculs relatifs à ces quatre mécanismes, mais ceux-ci sont explicités dans la référence [Thirion and Colin, 2005], librement accessible depuis le site internet indiqué.

4.4.2 Remarques générales

L'analyse des différentes contributions dans le modèle montrent que l'intensité des interactions entre cible et tronc est négligeable devant les intensités des autres mécanismes. Interactions entre cible et tronc ne permettent donc pas d'expliquer nos fausses alarmes.

La figure 4.9 montre une image polarimétrique simulée en bande P (sans traitement SAR...) de la parcelle la plus vieille dans laquelle nous avons inclus une sphère métallique de même niveau de rétrodiffusion que le trièdre réellement présent. L'image de la même figure à droite montre le résultat du filtrage appliqué à cette image simulée. La cible fait partie du pixel de la huitième ligne et septième colonne. Nous voyons que même si le contraste entre cible et environnement est amélioré, beaucoup d'intensités d'autres pixels restent élevées après filtrage. Notamment, comme sur les images SAR réelles, beaucoup de fausses alarmes signent polarimétriquement en hH-vV (polarisation associée à la couleur verte), indicateur d'un mécanisme de double rebond.

Ces doubles rebonds ne peuvent pas être filtrés tous aussi efficacement les uns que les autres, car notre méthode de filtrage repose sur une modélisation de la forêt en couches "homogènes". Or cette hypothèse d'homogénéité du double rebond des troncs n'est pas réaliste. Certains double-rebonds locaux vont donc demeurer après filtrage. Nous pouvons aussi supposer que certains effets cohérents non pris en compte dans le filtrage peuvent diminuer son efficacité.

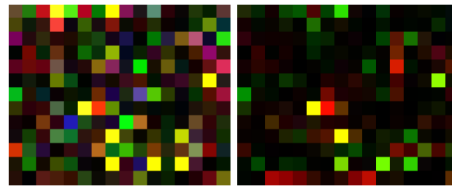


FIG. 4.9 – Image polarimétrique initiale avec COSMO, et image filtrée.

Par ailleurs, nous pouvons constater sur la figure 4.10 que bon nombres de fausses alarmes sont placées en lisière de forêt, et notamment sur les lisières qui font face au radar. L'onde électromagnétique qui frappe ces arbres situés sur ces lisières ne subit pas d'atténuation de la part du milieu. Les double rebonds sont alors particulièrement importants, et mal filtrés par la méthode.

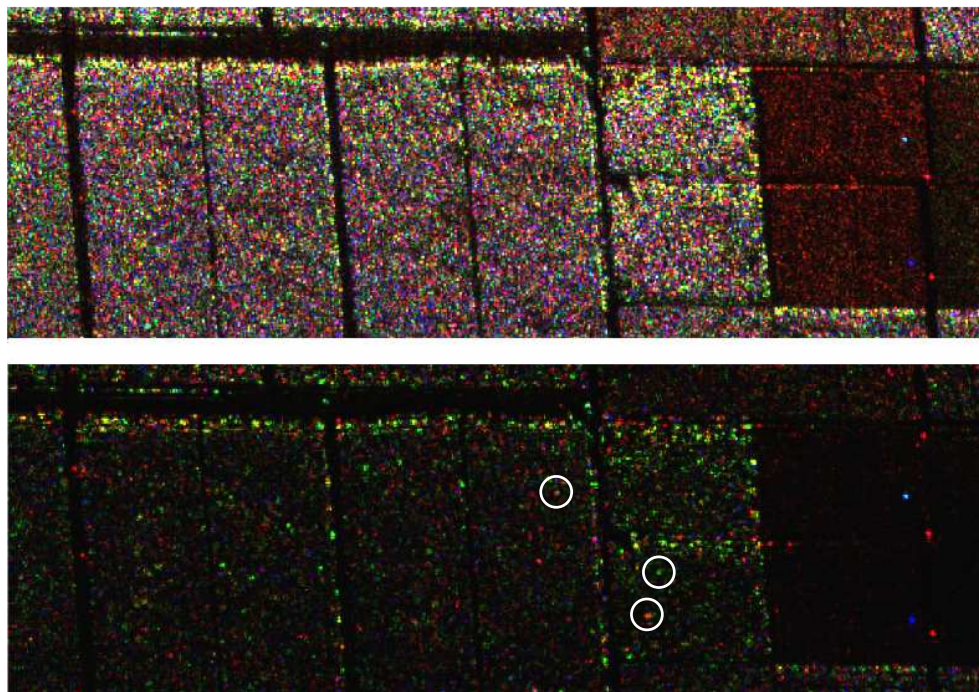


FIG. 4.10 – Image polarimétrique initiale, et image filtrée (bande P). Les cercles entourent les 3 cibles cachées.

4.5 Conclusion

Ce dernier chapitre s'est intéressé au problème de la détection de cibles sous couvert végétal (FOPEN). Après avoir présenté en détail les derniers travaux de S.R. Cloude et M. Williams concernant le filtrage de végétation, une extension de cette approche a été menée pour le cas de la bande P, en remplaçant la notion de volume présente en bande L par celle de troncs et volume présente en bande P. Les résultats obtenus lors de la validation sur des mesures en bande L et P

sur un trièdre et un camion cachés sous le couvert forestier semblent être très prometteurs, malgré la présence initiale d'un nombre important de fausses alarmes. Afin de donner une explication sur la présence de ces fausses alarmes, la présence d'une cible (sphère) a été prise en compte dans COSMO et révèle que les phénomènes d'interaction entre cible et arbres voisins ne sauraient expliquer à eux seuls la présence de ces fausses alarmes. Enfin, un critère temps-fréquence a été proposé pour améliorer les résultats du filtrage mais l'analyse devra être poursuivie afin d'utiliser au mieux cette source d'information.

Conclusion générale et perspectives

L'objectif de la thèse était de voir dans quelle mesure et de quelle manière la polarimétrie peut aider l'interférométrie pour l'estimation de hauteurs de cibles. Très vite, il s'est avéré que le type de méthode employée dépendait fortement des bandes de fréquence utilisées et du type de cible à ces fréquences (cible déterministe ou cible non déterministe). La phénoménologie est en effet alors différente et la principale question qu'il faut se poser avant d'entreprendre une modélisation est "de combien de diffuseurs" se compose la cellule de résolution. Deux parties ont alors été naturellement distinguées dans la thèse : la première a considéré le cas d'un petit nombre de diffuseurs indépendants au sein d'une cellule de résolution ; la deuxième s'est attachée au cas des forêts basse résolution, pour lequel chaque cellule contient un nombre important de diffuseurs, sièges d'interactions.

Dans la première partie, le problème de l'évaluation précise des centres de phases, et la possibilité de séparer plusieurs de ces centres de phase ont été étudiés conjointement à travers la problématique de l'optimisation de cohérence interférométrique par la polarisation. Dans ce contexte, pouvant être assimilé à celui de l'imagerie "haute résolution", une méthode d'optimisation de cohérence à un seul mécanisme a été proposée et implémentée. **Il s'est avéré que cette méthode fournissait des résultats robustes, à la fois en terme d'amélioration de la précision de mesure des phases, qu'en terme de séparation des centres de phases.** Par ailleurs les résultats sont plus simples en matière d'interprétation.

Ainsi, il a été clairement démontré que la séparation de centres de phase par le biais d'une optimisation de cohérence est possible ; et que les vecteurs de diffusion individuels de plusieurs diffuseurs peuvent être retrouvées, **à condition de faire certaines hypothèses sur l'origine des fluctuations statistiques des réponses.** De ce fait, la qualité des résultats obtenus dépend fortement de la qualité du modèle statistique employé. Elle dépend donc **de la qualité des mesures d'une part (Rapport Signal à Bruit), et du type de moyennage employé d'autre part.**

Les résultats de mesures en chambre anéchoïque avec trois cibles de réponses orthogonales et distinctes se sont montrées particulièrement satisfaisants. Pour pouvoir confirmer de manière plus générale la possibilité d'estimer les vecteurs diffusions de plusieurs cibles mélangées, une mesure en chambre anéchoïque plus adaptée serait précieuse : il pourrait s'agir par exemple de la mesure de trois éléments, de vecteurs de diffusions polarimétriques distincts (non orthogonaux) placés à des positions différentes ; les méthodes analysées pourraient alors être menées dans le cas où les trois cibles sont présentes conjointement, et dans des cas où seulement l'une ou deux d'entre elles seraient présentes.

Du point de vue de la qualité des mesures, **un des paramètres déterminant est celui du**

choix de la ligne de base interférométrique. Son choix doit être le résultat d'un compromis réfléchi : la ligne de base doit être suffisamment petite pour que l'optimisation de cohérence à un seul mécanisme soit une approche valide, et suffisamment grande pour ne pas se retrouver avec des hauteurs d'ambiguïté trop grandes par rapport aux hauteurs des cibles considérées et donc des précisions mauvaises sur les mesures de phases.

De point de vue du moyennage, une approche originale a été proposée, qui consiste à utiliser comme population statistique une population dans le domaine dual (temps-fréquence) à la place d'un moyennage dans le domaine spatial classiquement utilisé. Les résultats sont encourageants en terme de qualité d'image. Sur nos images SAR en bande X, les bandes de fréquences et angulaires sont peu étendues, et l'outil temps-fréquence aide difficilement à la caractérisation de cibles. Les coefficients temps-fréquence sont utilisés en tant que population statistique. Cette approche mériterait cependant une analyse statistique plus poussée des caractéristiques de cette population. Par ailleurs, la question du **choix des paramètres d'ondelette** reste ouverte : il faudrait songer à trouver des critères pour choisir ces paramètres au mieux et **envisager un traitement en ondelettes "adaptatives"**, c'est à dire où les paramètres d'ondelette seraient déterminés suivant un critère défini dépendant de la cible considérée.

Enfin, l'algorithme d'optimisation à deux vecteurs peut encore être approfondi dans le cadre des cibles déterministes, **en proposant d'autres contraintes entre le mécanisme polarimétrique associé à la première antenne et le mécanisme associé à la seconde antenne**, contraintes différentes de la simple contrainte d'égalité. La contrainte proposée dépendra directement de la modélisation d'éventuelles relations existant entre les réponses d'un diffuseur pour l'antenne 2. Ceci pourrait être notamment intéressant dans le cas de très grandes lignes de bases, (et plus généralement d'une mesure bistatique), ou en présence de décorrélation d'un autre type que celle liée au bruit de mesure.

Le milieu des forêt a été étudié dans son aspect polarimétrie-interférométrie. Grâce à l'utilisation et à la validation d'un code cohérent descriptif, **les grandes tendances de la forêt ont pu être mieux comprises** (importance flagrante des double rebonds et dépendance en polarimétrie via les coefficients de Fresnel...) Par ailleurs, cette thèse démontre qu'**il s'agit d'un outil robuste d'analyse**, à améliorer cependant sur un certain nombre de point. **Le calcul de l'atténuation** par exemple demeure un point très important, et il faudrait songer à mettre en oeuvre des calculs plus adaptés à nos hypothèses. L'intérêt de l'utilisation d'un code cohérent dans l'analyse des mécanismes prépondérant de la forêt a été démontré par la proposition d'un modèle "littéral" adapté à notre type de forêt et à notre bande de fréquence. Ce modèle littéral hybride a pu servir à l'estimation des hauteurs de forêts en bande P avec une précision de l'ordre du mètre.

D'un point de vue purement technique sur les campagnes de mesure, l'expérience de cette thèse est qu'il faut à tout prix **privilégier les configurations monopasses pour les mesures aéroportées**. Les données multipasses ont été utilisées avec succès dans ce travail, mais le travail d'étalonnage de la passe moyenne reste un travail très difficile et imprécis. Cette source d'imprécision est la principale limitation qui apparaît lors des traitements amont des données.

L'intégration d'un simulateur SAR au modèle Cosmo permettrait d'améliorer l'analyse des données interférométriques. Pour cela, il serait également nécessaire d'**optimiser le logiciel en temps de calcul**.

Enfin, dans le cadre de la détection sous feuillage, l'intérêt de la polarimétrie a bien été

démontré pour l'amélioration de la détection. Mais la disposition de données polarimétriques ne doit pas faire oublier que d'autres outils sont disponibles pour améliorer encore les performances. L'analyse temps-fréquence est l'un de ces outils. Encore reste-t-il à mieux **comprendre la nature chaotique des réponses temps-fréquence** et à trouver des critères peut-être plus performants. Notons par ailleurs que **la résolution a un impact très important pour la détection de cible** : ce n'est pas forcément en utilisant les fréquences les plus basses que l'on détectera le mieux, puisque nous avons vu que la détection était plus difficile avec nos données en bande P qu'en bande L. Des études restent à faire quant au **choix de la fréquence à utiliser qui dépend de l'atténuation de la forêt** et donc entre autre de sa densité. De nouvelles campagnes de mesure faites en Suède dans le cadre du FOPEN seront un moyen de poursuivre ces travaux. Par ailleurs, notons que **détection et reconnaissance conjointes de la cible ne pourront vraisemblablement se faire qu'en utilisant des fréquences différentes.**

Pour conclure sur une perspective plus éloignée de cette thèse, nous pouvons citer l'exemple de l'analyse de la glace et de la neige (discernement des âges de glaciers, topographie des glaces, etc). Ce domaine émerge aujourd'hui en PolInSAR, et il faudra imaginer là encore des approches différentes. En effet ce milieu possède une caractéristique qui n'a pas été abordée dans cette thèse qui est celle des très fortes densités. Peut-être l'analyse de ce genre de milieux gagnerait à être rapprochée de certains travaux entrepris dans le domaine optique en polarimétrie (pour le traitement d'empilement de couches de permittivités et d'épaisseurs diverses). Parmi les autres domaines prometteurs, citons encore la détection des nappes de pétrole, et la généralisation des techniques PolInSAR au cas de mesures bistatiques. Le champ d'applications et d'investigations envisageables dans le domaine PolInSAR est de toutes façons très riche et beaucoup de domaines restent à explorer.

Annexes

Annexe A

Formulaire récapitulatif en polarimétrie

A.1 Formules des changements de base de polarisation

	base HV	base de Pauli
matrice de diffusion	$S = \begin{pmatrix} S_{hH} & S_{hV} \\ S_{vH} & S_{vV} \end{pmatrix} \quad S_{AB} = P^t S_{HV} P$	$K = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hH} + S_{vV} & S_{hH} - S_{vV} \\ S_{vH} + S_{hV} & i(S_{hV} - S_{vH}) \end{pmatrix}$
vecteur de diffusion	$s = \begin{pmatrix} S_{hH} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} S_{hV} \\ S_{vV} \end{pmatrix} \quad S_{AB} = U_L S_{HV}$	$k = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hH} + S_{vV} \\ S_{hH} - S_{vV} \\ 2S_{hV} \end{pmatrix} \quad k_{AB} = U_P k_{HV}$
matrice de cohérence	$J = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix} \quad J_{AB} = U_L J_{HV} U_L^\dagger$	$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad T_{AB} = U_P T_{HV} U_P^\dagger$
coefficients de corrélations	$\gamma = \frac{\omega_1^\dagger J_{12} \omega_2}{\sqrt{\omega_1^\dagger J_{11} \omega_1} \sqrt{\omega_2^\dagger J_{22} \omega_2}}$	$\gamma = \frac{\omega_1^\dagger T_{12} \omega_2}{\sqrt{\omega_1^\dagger T_{11} \omega_1} \sqrt{\omega_2^\dagger T_{22} \omega_2}}$

$$U_L = \frac{1}{1 + \rho\rho^*} \begin{pmatrix} e^{-2j\xi} & \sqrt{2}\rho e^{-2j\xi} & \rho^2 e^{-2j\xi} \\ -\sqrt{2}\rho^* & 1 - \rho\rho^* & \sqrt{2}\rho \\ \rho^{*2} e^{2j\xi} & -\sqrt{2}\rho^* e^{2j\xi} & e^{2j\xi} \end{pmatrix}$$

$$U_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\cos 2\tau + \cos 2\phi - j \sin 2\phi \sin 2\tau) & \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2\phi + j \cos 2\phi \sin 2\tau) & \frac{1}{2}(\cos 2\tau - \cos 2\phi + j \sin 2\phi \sin 2\tau) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(j \sin 2\tau - \sin 2\phi \cos 2\tau) & \cos 2\phi \cos 2\tau & \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin 2\phi \cos 2\tau + j \sin 2\tau) \\ \frac{1}{2}(\cos 2\tau - \cos 2\phi - j \sin 2\phi \sin 2\tau) & \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sin 2\phi + j \cos 2\phi \sin 2\tau) & \frac{1}{2}(\cos 2\tau + \cos 2\phi + j \sin 2\phi \sin 2\tau) \end{pmatrix}$$

$$U_P = \frac{1}{2(1 + \rho\rho^*)} \begin{pmatrix} 2 + (\rho^2 + \rho^{*2}) & \rho^{*2} - \rho^2 & 2(\rho - \rho^*) \\ \rho^2 - \rho^{*2} & 2 - (\rho^2 + \rho^{*2}) & 2(\rho + \rho^*) \\ 2(\rho - \rho^*) & -2(\rho + \rho^*) & 2(1 - \rho\rho^*) \end{pmatrix} \quad (\text{dans le cas simplifié où } \xi = 0)$$

$$U_P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cos 2\tau & -j \sin 2\phi \sin 2\tau & j \sin 2\phi \sin 2\tau \\ 0 & \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ j \sin 2\tau & -\sin 2\phi \cos 2\tau & \cos 2\tau \cos 2\phi \end{pmatrix}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho\rho^*}} \begin{pmatrix} 1 & -\rho^* \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\xi} & 0 \\ 0 & e^{-j\xi} \end{pmatrix}$$

A.2 Relations entre base de Pauli et Base lexicographique

$$\begin{aligned}\vec{k} &= A\vec{s} \\ \vec{s} &= A^\dagger\vec{k} \\ A &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \\ T &= ACA^\dagger \\ U_P &= AU_LA^\dagger\end{aligned}$$

A.3 Paramètres de Huynen

$$\begin{aligned}T &= \begin{pmatrix} 2A_0 & C - iD & H + iG \\ C + iD & B_0 + B & E + iF \\ H - iG & E - iF & B_0 - B \end{pmatrix} \\ K &= \begin{pmatrix} A_0 + B_0 & C & H & F \\ C & A_0 + B & E & G \\ H & E & A_0 - B & D \\ F & G & D & -A_0 + B_0 \end{pmatrix} \\ M &= \begin{pmatrix} A_0 + B_0 + A & C + I & H + N & F + L \\ C - I & A_0 + B + A & E + K & G + M \\ H - N & E - K & A_0 - B - A & D + J \\ F - L & G - M & D - J & -A_0 + B_0 - A \end{pmatrix}\end{aligned}$$

A.4 Paramètres de l'ellipse

$$\begin{aligned}-\frac{\pi}{4} &\leq \tau \leq \frac{\pi}{4}, \quad 0 \leq \phi \leq \pi \\ \rho &= \frac{\tan \phi + j \tan \tau}{1 - j \tan \phi \tan \tau} \\ \tan 2\phi &= 2 \frac{\Re \rho}{1 - |\rho|^2} \\ \sin 2\tau &= 2 \frac{\Im \rho}{1 + |\rho|^2} \\ \Re \rho &= \frac{\cos 2\tau \sin 2\phi}{1 + \cos 2\tau \cos 2\phi} \\ \Im \rho &= \frac{\sin 2\tau}{1 + \cos 2\tau \cos 2\phi} \\ P &= A \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \tau & j \sin \tau \\ j \sin \tau & \cos \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-j\alpha} & 0 \\ 0 & e^{j\alpha} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Annexe B

L'étalonnage polarimétrique

B.1 Introduction

Les notations adoptées sont les suivantes : S_{xY}^c désigne le coefficient de rétrodiffusion complexe **théorique** de la cible " c ", Z_{xY}^c le coefficient de rétrodiffusion complexe **mesuré** de la cible " c ", pour le canal de transmission xY : Y est le canal d'émission, x est le canal de réception.

L'étalonnage polarimétrique proposé par Cécile Titin-Schnaider à l'ONERA [?] fait les hypothèses suivantes :

- il suppose qu'il existe une excellente isolation de polarisation entre les canaux polarimétriques (30dB)
- Il effectue un étalonnage relatif par rapport au canal hH ; autrement dit, il fournit les 3 termes : $\frac{S_{hV}}{S_{vH}}$, $\frac{S_{vH}}{S_{hH}}$, $\frac{S_{vV}}{S_{hH}}$ en amplitude et en phase. La phase absolue de S_{hH} n'est pas déterminée.

L'étalonnage dépend du type de démodulation adopté :

- **cas 1** : démodulation analogique (une seule réplique adaptée au centre de la fauchée)
- **cas 2** : démodulation numérique (plusieurs répliques adaptées à chaque case distance)

B.1.1 L'aire de référence

L'aire de référence (ou aire d'étalonnage) contient les cibles étalons "ponctuelles". Les cibles étalons ponctuelles sont les suivantes :

- plusieurs trièdres répartis en distance (> 3),
- deux dièdres :
 - un dièdre incliné de 22,5 degrés par rapport à l'horizontale (pour le recalage en distance et pour la résolution de l'ambiguïté sur le signe des termes contrapolaires)
 - un dièdre incliné de 45 degrés (pour l'étalonnage en amplitude relative)

Les coefficients d'étalonnage sont calculés à partir de l'aire de référence. Ces coefficients permettront d'étalonner l'aire de référence ainsi que les autres aires mesurées dans la foulée.

B.1.2 Atténuations appliquées sur les voies d'émission H et V

Il se peut que pour des raisons de commodités de mesure des atténuations différentes soient appliquées sur les voies d'émission H et V, lors de la mesure de l'image de référence et lors de la mesure des autres images. Ces atténuations doivent être corrigées avant le démarrage de toute procédure d'étalonnage.

B.1.3 Recalage en distance des 4 images hH, hV, vH et vV

Les retards avant démodulation provoquent une translation en distance des 4 images hH, vH, vV et hV. Pour recaler ces images les unes par rapport aux autres :

- pour l'aire de référence : on utilise comme référence le dièdre incliné de 22,5 degrés (car il rayonne de façon équivalente sur les 4 canaux de transmission)
- pour les autres aires (associées à cette aire de référence) : on prend comme référence une source ponctuelle qui rayonne fortement sur les quatre canaux polarimétriques.

B.1.4 Coefficients d'étalonnage

Le coefficient d'étalonnage affecté au canal xY est le nombre complexe C_{xY} qui corrige la mesure Z_{xY} pour donner une estimation du coefficient de rétrodiffusion théorique \tilde{S}_{xY} selon la loi :

$$\tilde{S}_{xY} = C_{xY} Z_{xY}$$

avec

$$xY \in \{hH, hV, vH, vV\}$$

B.2 Procédure pour l'étalonnage polarimétrique

B.2.1 Etalonnage de l'amplitude absolue

Pour un trièdre (Tr) donné, l'amplitude mesurée $|Z_{hH}^{Tr}|$ et l'amplitude théorique $|S_{hH}^{Tr}|$ connue donnent l'amplitude du coefficient d'étalonnage hH :

$$|C_{hH}| = \frac{|S_{hH}^{Tr}|}{|Z_{hH}^{Tr}|}$$

B.2.2 Etalonnage de l'amplitude relative

Les étalons nécessaires sont

- un trièdre (Tr) qui fournit le rapport copolaire $O = \frac{Z_{hH}^{Tr}}{Z_{vV}^{Tr}}$

- un dièdre incliné à 45 degrés (Dd) qui donne le rapport contrapolaire $X = \frac{Z_{vH}^{Dd}}{Z_{hV}^{Dd}}$

Les coefficient d'étalonnage en amplitude sont :

$$|C_{hV}| = |C_{hH}| \sqrt{|O||X|}$$

$$|C_{vH}| = |C_{hH}| \sqrt{\frac{|O|}{|X|}}$$

$$|C_{vV}| = |C_{hH}| |O|$$

B.2.3 Etalonnage de la phase relative

Sur l'aire de référence

Les phases des coefficients d'étalonnage sont :

$$\arg(C_{hV}) = \frac{1}{2}(\arg(O) + \arg(X)) \quad [k\pi]$$

$$\arg(C_{vH}) = \frac{1}{2}(\arg(O) - \arg(X)) \quad [k\pi]$$

$$\arg(C_{vV}) = \arg(O) \quad [k\pi]$$

Calcul de $\arg(O)$

Pour chaque trièdre, on trace $\arg(O) = \Phi_{hH} - \Phi_{vV}$ en fonction du numéro de sa case distance.

- Cas 1 (il devrait y avoir une dépendance linéaire avec la distance) : On trace la droite moyenne $\arg(O) = ax + b$ par régression linéaire, où x est le numéro de case distance. Les paramètres a et b de cette droite sont les paramètres d'étalonnage copolaire.
- Cas 2 (il devrait ne pas y avoir de dépendance avec la distance) : On trace la droite moyenne $\arg(O) = ax + b$ par régression linéaire. Les paramètres a ($= 0$) et b de cette droite sont les paramètres d'étalonnage copolaire.

Calcul de $\arg(X)$

$\arg(X) = \Phi_{hV} - \Phi_{vH}$ est calculé sur le fouillis. Pour chaque case distance, la valeur est calculée en effectuant une moyenne en azimuth. On trace ensuite cette phase en fonction de la case distance.

- Cas 1 (il devrait y avoir une dépendance linéaire avec la distance) : on trace la droite moyenne $y = c x + d$ par régression linéaire, les paramètres c et d obtenus sont les paramètres d'étalonnage contrapolaires.
- Cas 2 (il devrait ne pas y avoir une dépendance avec la distance) : on trace la droite moyenne $y = c x + d$ par régression linéaire, on doit obtenir $c=0$ et d

Vérification : On peut tracer aussi la phase des deux dièdres en fonction du numéro de leur case distance. Le point obtenu devrait se placer sur cette droite moyenne. Ces deux droites ont la même pente (en valeur absolue), s'il n'y a pas de déséquilibre entre les deux voies d'émission H et V.

Levée de l'ambiguïté de signe des deux termes contrapolaires

A priori, on choisit la détermination $+$. Pour lever cette ambiguïté, on fait intervenir une cible dont le signe du rapport S_{hV}/S_{vH} est connu. Pour le dièdre incliné à 22,5 degrés, théoriquement ce signe est $+$. Si ce n'est pas le cas à l'analyse du rapport de ce dièdre, il faut multiplier tous les C_{hV} et les C_{vH} par -1 .

Etalonnage d'une aire ne contenant pas les cibles de référence

- Recalage en distance : on utilise un point brillant bien localisé et de forte SER sur les 4 canaux polarimétriques.
- Etalonnage polarimétrique : on utilise les coefficients d'étalonnage calculés pour l'aire de référence.

Les paramètres contrapolaires c et d peuvent être calculés directement sur cette aire en moyennant son fouillis en azimut.

B.3 Vérification de l'étalonnage

- Les coordonnées des cibles ponctuelles dièdres, trièdres sont les mêmes quelque soit les polarisations des images hH, hV, vH, vV . Elles sont superposables.
- Les trièdres situés sur l'image ont la matrice de diffusion suivante : c'est à dire même amplitude copolaire, même phase copolaire et termes contrapolaires négligeables.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Les dièdres situés sur l'image ont les matrices de diffusion suivantes : pour les dièdres inclinés de 45 degrés :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

et pour les dièdres inclinés de 22,5 degrés :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- Les trièdres répartis en distance sont situés sur la droite $\Phi_{hH} - \Phi_{vV} = 0$ degrés.
- Si on trace $\Phi_{hV} - \Phi_{vH}$ sur le fouillis en effectuant la moyenne pour chaque case distance, on obtient la droite $y = 0$ degrés.

B.4 Cas particulier de la bande P à l'ONERA

Pour des données ONERA bande P, les procédures décrites ci-dessus ne sont pas toujours suffisantes, et ce pour deux raisons :

- Les réflecteurs utilisés ne sont pas suffisamment grand vis à vis de la longueur d'onde pour que l'on puisse supposer être dans l'approximation de l'optique géométrique : les plus grands trièdres ont une arête de 2.3m pour une longueur d'onde de 0.70m. Les diagrammes de rayonnement de cette cible ne sont donc pas "parfaits".
- La bande angulaire utilisée devient importante. Pour les angles extrêmes, le trièdre ne peut plus être considéré comme stationnaire pendant le temps d'intégration.

Pour remédier à ces limitations, la réponse des trièdres utilisés pendant la campagne de mesure a été calculée grâce à un code éléments finis de l'ONERA (ELSEM 3D), pour toute une série d'angle de vue, d'angle d'incidence et de fréquences. Il s'agit alors à partir des matrices de diffusion données par le modèle, de recalculer la matrice de diffusion théorique de chaque trièdre dans les conditions de la synthèse d'image SAR. Les termes théoriques obtenus sont alors comparés avec les mesures et compensés pour calibrer les données. Ce travail est décrit dans [Pastore, 2003].

Annexe C

Dérivation de fonctions de vecteurs complexes à valeurs réelles

C.1 Etude du cas des vecteurs réels de \mathbb{R}^p

Il est commode, pour calculer les dérivées d'expressions vectorielles, de prendre les conventions suivantes : \mathbf{a} étant un vecteur de composantes réelles (a_1, a_2, \dots, a_p) , g étant une fonction de \mathbf{a} , on note $\frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}}$ le vecteur de \mathbb{R}^p dont les composantes sont les dérivées partielles de $g(\mathbf{a})$ par rapport à chacune des composantes du vecteur \mathbf{a} de \mathbb{R}^p :

$$\frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial a_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial a_j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial a_p} \end{pmatrix}$$

C.1.1 Expression impliquant une matrice Σ réelle symétrique

La matrice Σ étant une matrice symétrique réelle, et \mathbf{a} étant un vecteur réel, on peut montrer que :

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t \Sigma \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = 2\Sigma \mathbf{a}$$

En effet :

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t \Sigma \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_1} \Sigma \mathbf{a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_j} \Sigma \mathbf{a} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_p} \Sigma \mathbf{a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{a}^t \Sigma \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial a_1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{a}^t \Sigma \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial a_j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{a}^t \Sigma \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial a_p} \end{pmatrix}$$

On peut remarquer que dans cette dernière expression, les éléments des deux vecteurs sont des scalaires transposés l'un de l'autres, ils sont donc en fait égaux ligne à ligne. Il en résulte que :

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t \Sigma \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = 2 \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial \mathbf{a}} \Sigma \mathbf{a}$$

et la dérivée de \mathbf{a}^t par rapport à \mathbf{a} est égale à

$$\frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial \mathbf{a}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_1} \\ \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_j} \\ \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{a}^t}{\partial a_p} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & & 1 \end{vmatrix} = I_p$$

En prenant pour Σ le cas particulier de la matrice identité, on obtient la formule :

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = 2\mathbf{a}$$

C.1.2 Expression impliquant une matrice T réelle quelconque

Pour une matrice T quelconque, on montre de la même manière que

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t T \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = T \mathbf{a} + T^t \mathbf{a}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{a}^t T \mathbf{b})}{\partial \mathbf{a}} = T \mathbf{b}$$

$$\frac{\partial(\mathbf{b}^t T \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = T^t \mathbf{b}$$

C.2 Etude du cas des vecteurs complexes de \mathbb{C}^p

C.2.1 Equivalence avec un vecteur dérivée réel à $2p$ composantes

L'étude peut se ramener aux cas des vecteurs réels \mathbb{R}^{2p} : les variables par rapport auxquelles il faut dériver sont les parties réelles des p composantes de \mathbf{a} , et les parties imaginaires des p composantes de \mathbf{a} . Notons $\alpha_j = \Re(a_j)$ et $\beta_j = \Im(a_j)$. Toute l'information de la dérivée de $g(\mathbf{a})$ sera donc contenue dans le vecteur

$$\frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = D_{2p}(g(\mathbf{a})) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_p} \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_p} \end{pmatrix}$$

On trouvera les extremum locaux de $g(\mathbf{a})$ en annulant toutes les composantes du vecteur noté $D_{2p}g(\mathbf{a})$

Cependant, nous avons l'habitude de travailler dans l'espace \mathbb{C}^p des vecteurs à p composantes complexes, et le vecteur ci-dessus est un vecteur à $2p$ composantes (réelles ou dans le cas général complexes, suivant l'ensemble d'arrivée de g).

Il paraît naturel, pour se ramener à un vecteur de p composantes, de poser :

$$\frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = D_p = \begin{pmatrix} \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_1} + i \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_j} + i \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_j} \\ \vdots \\ \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \alpha_p} + i \frac{\partial g(\mathbf{a})}{\partial \beta_p} \end{pmatrix}$$

Autrement dit, si le vecteur D_{2p} s'écrit sous la forme bloc

$$D_{2p} = \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix}$$

alors nous posons

$$D_p = D_1 + iD_2$$

C.2.2 Cas particulier où g est à valeur dans \mathbb{R}

Propriétés

On s'intéresse dans la suite à maximiser des modules, donc des fonctions de variables complexes mais à valeurs dans \mathbb{R} . Dans ce cas, les composantes de D_{2p} sont toutes réelles. Si D_p est nul, cela entraîne alors $D_1 = D_2 = 0$ donc $D_{2p} = 0$.

Propriété 1 Si la fonction g est à valeurs dans \mathbb{R} , alors

$$D_{2p} = 0 \iff D_p = 0$$

Propriété 2 Si la fonction g est à valeurs dans \mathbb{R} , alors

$$\frac{\partial D_{2p}g^*(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \left(\frac{\partial D_{2p}g(\mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} \right)^*$$

Il faut prendre garde au fait que dans le cas plus général où la fonction g est à valeur complexe, aucune de ces deux propriétés n'est vraie. Le vecteur D_p contient moins d'information que le vecteur D_{2p} , dans le sens où $D_{2p} = 0$ implique $D_p = 0$ mais la réciproque est fautive. $D_p = 0$ est donc seulement une condition nécessaire à l'obtention d'un extremum local. Par ailleurs, nous n'avons plus la propriété $D_p(\mathbf{a}^*) = D_p(\mathbf{a})^*$. Ainsi, en prenant par exemple la fonction identité $g(\mathbf{a}) = \mathbf{a}$

$$D_{2p}(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ i \\ \vdots \\ i \end{pmatrix}, \quad D_{2p}(\mathbf{a}^*) = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \\ -i \\ \vdots \\ -i \end{pmatrix}$$

Mais

$$D_p(\mathbf{a}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_p(\mathbf{a}^*) = \begin{pmatrix} 2 \\ \vdots \\ 2 \end{pmatrix}$$

Nous n'utiliserons donc le vecteur D_p que dans le cas d'une fonction à valeur réelle.

Les expressions des dérivées dont nous aurons besoin sont calculées suivant la même méthode qu'avec les vecteurs réels en partie 1. Par exemple pour une matrice T complexe quelconque, deux vecteurs complexes \mathbf{a} et \mathbf{b} , on aura

$$\frac{D_{2p}(\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{b})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{pmatrix} T \mathbf{b} \\ -i(T \mathbf{b}) \end{pmatrix},$$

$$\frac{D_{2p}(\mathbf{b}^\dagger T \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{pmatrix} T^* \mathbf{b}^* \\ i(T^* \mathbf{b}^*) \end{pmatrix}$$

Les quantités $\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{b}$ et $\mathbf{b}^\dagger T \mathbf{a}$ étant généralement complexes, nous ne considérons pas le calcul de D_p . Par contre, pour une matrice T hermitienne

$$\frac{D_{2p}(\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = \begin{pmatrix} 2 \Re(T \mathbf{a}) \\ 2 \Im(T \mathbf{a}) \end{pmatrix}$$

$\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{a}$ étant réelle pour une matrice T hermitienne, il est équivalent de travailler avec le vecteur D_p :

$$\frac{D_p(\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{a})}{\partial \mathbf{a}} = 2T \mathbf{a}$$

Simplification de la méthode de dérivation

Pour dériver une expression par rapport à un complexe, nous avons dérivé par rapport à la partie réelle et à la partie imaginaire de notre complexe. Nous pouvons montrer que l'on obtient le même résultat en dérivant par rapport à la variable complexe elle-même, et par rapport à sa conjuguée, avec les mêmes règles que s'il s'agissait de deux réels indépendants. Pour ce faire, nous raisonnons sur une fonction g d'une variable complexe. Le résultat s'étend sans peine à un vecteur de n'importe quelle dimension. Notons comme d'habitude $\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} + i\boldsymbol{\beta}$ notre variable complexe. Les valeurs extrémales de g sont données par

$$\frac{\partial g(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = 0$$

$$\frac{\partial g(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

Si nous dérivons maintenant g par rapport à \mathbf{a} , en utilisant les mêmes règles que si \mathbf{a} était un scalaire indépendant de \mathbf{a}^* , nous avons, comme pour un changement de variable :

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\beta}} \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\alpha}} - i \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

et de la même manière

$$\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}^*} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\alpha}} \frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \mathbf{a}^*} + \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\beta}} \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial \mathbf{a}^*} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\alpha}} + i \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$$

Il est clair que si $\frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\alpha}} = \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$ alors $\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}} = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}^*} = 0$

Si g est réelle, alors la réciproque est vraie, et comme de plus dans ce cas $(\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}})^* = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}^*} = 0$, il est équivalent de chercher uniquement l'annulation de $\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}^*}$. Nous pouvons remarquer que cette dernière expression s'écrit exactement comme le vecteur D_p précédemment introduit :

Propriété 3 En dimension 1, il y a équivalence entre l'expression du vecteur $D_p(g(\mathbf{a}))$ et la dérivée $\frac{\partial g(\mathbf{a}, \mathbf{a}^*)}{\partial \mathbf{a}^*}$ calculée avec les mêmes règles que si \mathbf{a} et \mathbf{a}^* étaient deux scalaires réels indépendants.

On généralise facilement à

Propriété 4 En dimension p , il y a équivalence entre l'expression du vecteur $D_p(g(\mathbf{a}))$ et la dérivée $\frac{\partial g(\mathbf{a}, \mathbf{a}^\dagger)}{\partial \mathbf{a}^\dagger}$ calculée avec les mêmes règles que si \mathbf{a} et \mathbf{a}^\dagger étaient deux vecteurs réels indépendants.

Retenons finalement les règles de dérivations suivantes :

Pour une matrice T hermitienne, deux vecteurs complexes \mathbf{a} et \mathbf{b}

$$\frac{\partial \mathbf{a}^\dagger T \mathbf{a}}{\partial \mathbf{a}^\dagger} = T \mathbf{a}$$

Pour une matrice T quelconque

$$\frac{\partial |\mathbf{b}^\dagger T \mathbf{a}|^2}{\partial \mathbf{a}^\dagger} = (\mathbf{b}^\dagger T \mathbf{a})(T^\dagger \mathbf{b})$$

$$\frac{\partial |\mathbf{a}^\dagger T \mathbf{b}|^2}{\partial \mathbf{a}^\dagger} = (\mathbf{b}^\dagger T^\dagger \mathbf{a})(T \mathbf{b})$$

Annexe D

Champ de valeurs et rayon numérique

D.1 Le champ de valeur

D.1.1 Encadrements

- on peut inscrire le champ de valeur dans un rectangle en calculant les majorants et minorants de la partie réelle et de la partie imaginaire de l'ensemble. Soit en effet A une matrice, on peut l'écrire sous la forme $A=H+iK$, où H et K sont les matrices hermitiennes $H = \frac{1}{2}(A + A^\dagger)$ et $K = \frac{1}{2j}(A - A^\dagger)$. Les extrema de la partie réelle du champ de valeur de A correspondent aux extrêmes du champ de valeurs de H , c'est à dire à la plus petite et à la plus grande valeur propre de H . De même, les extrema de la partie imaginaire du champ de valeur de A correspondent aux valeurs propres minimales et maximales de K .
- On peut trouver les angles extrêmes de l'ensemble, lorsqu'ils existent, en calculant leur tangente, donnée par les extrema des valeurs propres de la matrice $K^{-1}H$. En effet

$$\Re(\gamma(\vec{\omega})) = \vec{\omega}^\dagger H \vec{\omega} \quad (\text{D.1})$$

$$\Im(\gamma(\vec{\omega})) = \vec{\omega}^\dagger K \vec{\omega} \quad (\text{D.2})$$

$$\arg(\gamma(\vec{\omega})) = \arctan \frac{\Re(\gamma(\vec{\omega}))}{\Im(\gamma(\vec{\omega}))} = \arctan \frac{\vec{\omega}^\dagger H \vec{\omega}}{\vec{\omega}^\dagger K \vec{\omega}} \quad (\text{D.3})$$

L'optimisation de cette dernière expression réelle est équivalente à la méthode dite de "l'optimisation de contraste en polarimétrie". Les vecteurs solutions de l'optimisation sont les vecteurs propres associés aux valeurs propres optimales de la matrice $K^{-1}H$.

D.1.2 Représentation

L'algorithme permettant la construction du champ de valeur s'appuie sur les résultats mathématiques suivants :

Lemme 1 Si H est une matrice hermitienne, alors $\Omega(H) = \{t : \lambda_1 \leq t \leq \lambda_n\}$, où λ_1 et λ_n sont la plus petite et la plus grande valeur propre de H respectivement. De plus, si $\|\omega\| = 1$ et $\omega^\dagger H \omega = \lambda_n$, alors ω est un vecteur propre pour la valeur propre λ_n

Lemme 2 Soit A une matrice carrée de dimension n et $A = H + iK$ où $H = H^\dagger$ et $K = K^\dagger$. Si μ est un nombre réel tel que $\Re(\omega^\dagger A \omega) \leq \mu$ pour tout ω vecteur $\in \mathbb{C}^n$ et de norme 1, alors soit $\Omega(A)$ ne rencontre pas la ligne $\Re(z) = \mu$, soit $\Omega(A) \cap \{z : \Re(z) = \mu\}$ est le point ou le segment $\mu + i\Omega(PKP)$ où P est la projection orthogonale sur l'espace propre $\{u \in \mathbb{C}^n : Hu = \mu u\}$.

Lemme 3 Soit A une matrice $n \times n$. Pour $0 \leq \theta \leq 2\pi$, posons H_θ et K_θ les matrices hermitiennes telles que $e^{-i\theta}A = H_\theta + iK_\theta$ et soit P_θ la matrice de projection sur l'espace propre de H_θ correspondant à la plus grande valeur propre de H_θ . Soit v_θ^+ et v_θ^- les vecteurs propres normalisés de H_θ correspondant à la plus grande valeur propre de H_θ , tels qu'ils soient les vecteurs propres de $P_\theta K_\theta P_\theta$ correspondant respectivement à la plus grande et la plus petite des valeurs propres de cette matrice. Alors pour tout θ , les complexes $v_\theta^{+\dagger} A v_\theta^+$ et $v_\theta^{-\dagger} A v_\theta^-$ sont sur la frontière du champ de valeurs de A , et $\Omega(A)$ est l'ensemble convexe de ces nombres.

D.2 Calcul du rayon numérique

Pour un angle θ donné, il est possible de calculer la matrice $H_\theta = e^{i\theta}A + e^{-i\theta}A$. H_θ est une matrice hermitienne, sa plus grande valeur propre représente le maximum de la partie réelle du champ de valeur de A , auquel on a fait effectuer une rotation d'angle θ .

L'algorithme de calcul du rayon numérique est un calcul itératif qui s'appuie sur les résultats suivants :

Lemme 1 Soit A une matrice, et H_θ la matrice formée à partir de A par $H_\theta = e^{i\theta}A + e^{-i\theta}A$. Alors le rayon numérique de A , $r(A)$, est donné par

$$r(A) = \max_{0 \leq \theta \leq \pi} |\lambda_{\max}(H(\theta))|$$

Lemme 2 Soit $\theta_k \in [0, 2\pi]$; soit ω_k le vecteur propre de $H(\theta_k)$ associée à la plus grande valeur propre λ_k . On pose alors $\theta_{k+1} = -\arg(\omega_k^\dagger A \omega_k)$. Alors

$$|\lambda_{k+1}| \geq |\lambda_k|$$

En voici la démonstration :

$$|\lambda_{k+1}| \geq \omega_k^\dagger H(\theta_{k+1}) \omega_k = \frac{1}{2} (e^{i\theta_{k+1}} \omega_k^\dagger A \omega_k + e^{-i\theta_{k+1}} \omega_k^\dagger A^\dagger \omega_k) = \frac{1}{2} (|\omega_k| + |\omega_k|)$$

D'autre part

$$|\lambda_k| = \left| \frac{1}{2} (e^{i\theta_k} \omega_k^\dagger A \omega_k + e^{-i\theta_k} \omega_k^\dagger A^\dagger \omega_k) \right| = \left| \frac{1}{2} (e^{i\theta_k} |\omega_k| + e^{-i\theta_k} |\omega_k|) \right| \leq \frac{1}{2} (|\omega_k| + |\omega_k|) = |\omega_k|$$

Annexe E

Calcul des champs pour le volume aléatoire de Treuhaft.

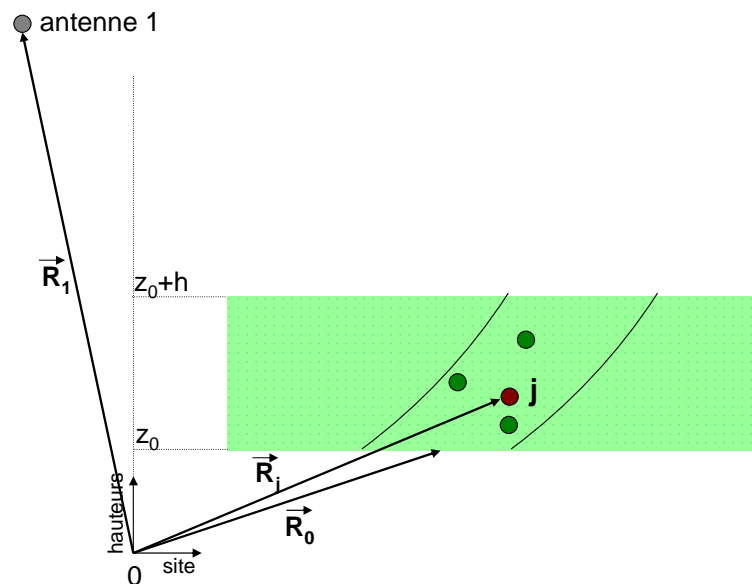


FIG. E.1 – configuration géométrique

Les deux antennes interférométriques considérées sont numérotées 1 et 2. Les grandeurs indicées par 1 ou 2 sont relatives à une antenne. Ainsi, le champ \vec{E}_1 est le champ mesuré par l'antenne 1.

Nous nous intéressons aux champs mesurés pour une cellule de résolution donnée, située à un vecteur position \vec{R}_0 . Cette cellule possède M diffuseurs. Ces diffuseurs seront désignés par des lettres. Ainsi, le champ scalaire $E_1(j)$ correspond au champs mesuré par l'antenne 1, dû au diffuseur j . Dans cette annexe, nous considérons le calcul de champs scalaires : le calcul polarimétrique n'est pas considéré ici, il l'est au chapitre 1 de la partie 4.

La pulsation de l'onde sera notée ω . Le champ $E_1(\omega, j)$ correspond au champ mesuré par l'antenne 1, dû au diffuseur j , en supposant que cette même antenne a émis une onde monochro-

matique de pulsation ω . Dans le cas qui nous intéresse, l'onde émise est une rampe de fréquence (*chirp*) ; elle n'est pas monochromatique mais $E_1(\omega, j)$ sera utilisé comme intermédiaire de calcul.

Passons maintenant aux définitions des positions. La position de la cellule considérée sera \vec{R}_0 . \vec{R}_1 désigne la position de l'antenne 1. \vec{R}_2 désigne la position de l'antenne 2. \vec{R}_j désigne la position de la particule j . Ainsi, le trajet effectué pour une onde émise par l'antenne 1 et reçue par le diffuseur j sera $|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|$.

E.1 Schéma général de calcul

La corrélation interférométrique s'écrit :

$$\langle \overline{E_1 E_2^*} \rangle = \left\langle \sum_{j=1}^M \overline{E_1(j)} \sum_{k=1}^M \overline{E_2(k)^*} \right\rangle = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \rangle \quad (\text{E.1})$$

$\overline{E(j)}$ correspond au champ moyen diffusé par le diffuseur j . Ce moyennage ne dépend que des propriétés intrinsèques du diffuseur considéré individuellement. L'autre moyennage considéré, noté $\langle \rangle$, correspond à l'interaction moyenne résultante des effets de volume. Ces deux moyennages sont considérés comme différents et indépendants : le premier est dû aux propriétés des diffuseurs j et k isolés, l'autre est dû aux propriétés du milieu intervenant, qui affecte à la fois les ondes incidentes et transmises. Les statistiques relatives à chacun des moyennages seront donc différentes. Notamment, nous avons considéré implicitement dans l'équation ci dessus :

$$\overline{E_1(j) E_2(k)^*} = \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \quad (\text{E.2})$$

Par ailleurs :

$$\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*} \rangle = \sum_{j=1}^M \langle \overline{E_1(j)} \overline{E_2(j)^*} \rangle \quad (\text{E.3})$$

Cette dernière égalité signifie que seuls les termes $j = k$ contribuent à l'intercorrélation, autrement dit un élément diffuseur ne corrèle qu'avec lui-même. Ceci est dû au fait que les phases des produits $\overline{E_1(j)} \overline{E_2(k)^*}$ se somment aléatoirement pour aboutir en moyenne à zéro.

Il nous faut donc calculer $\overline{E_1(j)}$ le champ dû au diffuseur j reçu par l'antenne 1. Dans un premier temps, nous calculons $\overline{E_1(\omega, j)}$, champ reçu pour une onde émise monochromatique à la pulsation ω . Ensuite, nous calculerons $\overline{E_1(j)}$ à partir de $\overline{E_1(\omega, j)}$, en prenant en compte la forme véritable de l'onde émise (rampe de fréquence) et le traitement en distance du radar (convolution).

A partir des champs $\overline{E_1(j)}$ et $\overline{E_2(j)}$, une dernière étape de calcul permettra de déterminer $\overline{E_1(j)} \overline{E_2(j)^*}$ pour finalement aboutir à $\langle E_1 E_2^* \rangle$ et finalement à l'expression de la cohérence :

$$\gamma = \frac{\langle E_1 E_2^* \rangle}{\sqrt{\langle E_1 E_1^* \rangle \langle E_2 E_2^* \rangle}} \quad (\text{E.4})$$

E.2 Calcul de $\overline{E_1(\omega, j)}$ et $\overline{E_2(\omega, j)}$

Soit E_{inc} l'onde incidente sur le diffuseur j en l'absence d'autres diffuseurs. Cette onde s'écrit :

$$E_{inc} = \frac{1}{|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} = \frac{1}{|\vec{R}_0 - \vec{R}_1|} e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} \quad (\text{E.5})$$

La dernière égalité signifie que l'onde est considérée comme plane à l'échelle de la cellule de résolution; c'est à dire que son amplitude est la même dans toute la cellule, même si elle a été atténuée entre l'émission (supposée être faite par l'antenne 1) et l'arrivée en cette cellule.

Le champ incident sur la particule j , $\bar{E}_{1 \rightarrow j}$, est égal à la somme du champ ci-dessus et des champs diffusés par toutes les particules du volume aléatoire :

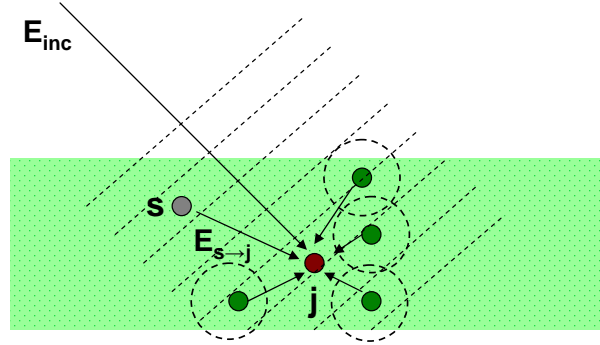


FIG. E.2 – Le champ reçu par le diffuseur j est la somme du champ incident émis par l'antenne et des champs dus aux autres diffuseurs

$$\bar{E}_{1 \rightarrow j} = E_{inc} + \sum_{s=1}^N E_{s \rightarrow j} \quad (\text{E.6})$$

Une partie $f_{B,j}$ de ce champ va être réémis en direction de l'antenne, sous forme d'onde sphérique ("B" pour backward : partie de l'onde qui retourne en direction de l'antenne).

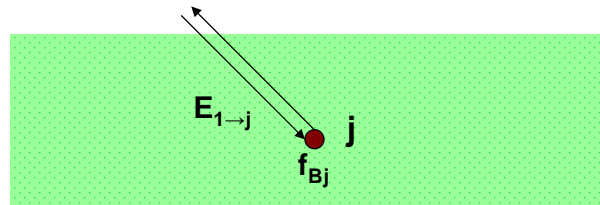


FIG. E.3 – Rétrodiffusion du diffuseur j

Par ailleurs, les autres diffuseurs vont réémettre également en direction de l'antenne :

$$\begin{aligned}
 \overline{E}_1(\omega, j) &= \langle \overline{E}_{1 \rightarrow j} \rangle f_{B,j} \frac{e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|}}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} + \sum_{s=1}^N \langle \overline{E}_{s \rightarrow 1} \rangle \\
 &= (E_{inc} + \langle \sum_{s=1}^N \overline{E}_{s \rightarrow j} \rangle) f_{B,j} \frac{e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|}}{|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} + \sum_{s=1}^N \langle \overline{E}_{s \rightarrow 1} \rangle \quad (E.7)
 \end{aligned}$$

Explicitons les deux moyennages qui apparaissent sur les sommes :

$$\langle \sum_{s=1}^N \overline{E}_{s \rightarrow j} \rangle = \int \frac{1}{|\vec{R}_j - \vec{R}|} e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}|} \langle E_R(\omega, 1) \rangle \langle f_{1 \rightarrow R \rightarrow j} \rangle \rho_0 d^3 R \quad (E.8)$$

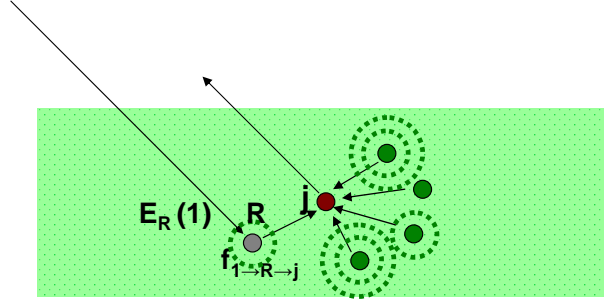


FIG. E.4 – champ reçu par j dû aux autres diffuseurs

$$\langle \sum_{s=1}^N \overline{E}_{s \rightarrow 1} \rangle = \int \frac{1}{|\vec{R}_1 - \vec{R}|} e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}|} \langle E_R(\omega, 1) \rangle \langle f_{1 \rightarrow R \rightarrow 1} \rangle \rho_0 d^3 R \quad (E.9)$$

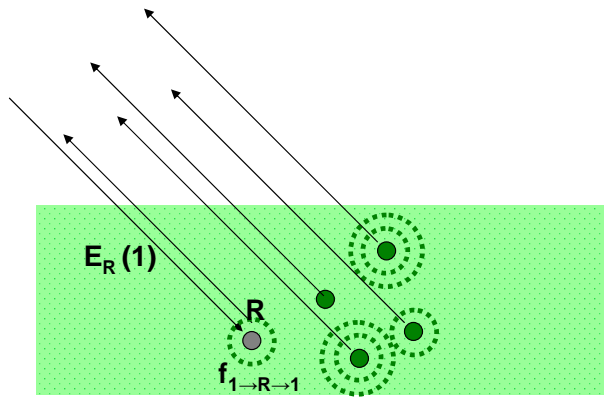


FIG. E.5 – champ rétrodiffusé vers l'antenne par les autres diffuseurs

Nous avons donc

$$E_{inc+} < \sum_{s=1}^N \overline{E}_{s \rightarrow j} > = \frac{1}{|\vec{R}_0 - \vec{R}_1|} e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} + \rho_0 \int \frac{1}{|\vec{R}_j - \vec{R}|} e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}|} < E_R(\omega, 1) > < f_{1 \rightarrow R \rightarrow j} > d^3 R \quad (\text{E.10})$$

Nous posons $A = \frac{1}{|\vec{R}_0 - \vec{R}_1|}$. L'équation E.10 peut se transformer grâce au théorème de la phase stationnaire, qui permet d'obtenir :

$$E_{inc+} < \sum_{s=1}^N \overline{E}_{s \rightarrow j} > = A e^{jk|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} e^{\frac{2i\pi\rho_0 < f_{1 \rightarrow j, 1 \rightarrow j} > d_j}{k \cos \theta_j}} \quad (\text{E.11})$$

En injectant E.12 et E.9 dans E.7, nous obtenons

$$\overline{E}_1(\omega, j) = A^2 e^{2jk|\vec{R}_j - \vec{R}_1|} e^{\frac{2i\pi\rho_0 < f_{1 \rightarrow j, 1 \rightarrow j} > d_j}{k \cos \theta_j}} + \int \frac{1}{|\vec{R}_1 - \vec{R}|} e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}|} < E_R(\omega, 1) > < f_{1 \rightarrow R \rightarrow 1} > \rho_0 d^3 R \quad (\text{E.12})$$

De la même manière que pour l'équation E.10, nous pouvons simplifier cette dernière somme. Nous trouvons finalement :

$$\overline{E}_1(\omega, j) = A^2 f_{B,j} e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} e^{j \frac{4\pi\rho_0 \bar{f}_F}{k \cos(\theta_j)}} \quad (\text{E.13})$$

En reproduisant le même cheminement pour l'antenne 2 :

$$\overline{E}_2(\omega, j) = A^2 f_{B,j} e^{jk|\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} e^{jk|\vec{R}_2 - \vec{R}_j|} e^{j \frac{4\pi\rho_0 \bar{f}_F}{k \cos(\theta_j)}} \quad (\text{E.14})$$

E.3 Calcul de $\overline{E}_1(j)$ et $\overline{E}_2(j)$

En réalité, l'onde émise est une rampe de fréquence ou chirp, centrée autour de la pulsation ω_0 , de transformée de Fourier $G(\omega)$. L'origine des temps est placée au milieu de cette impulsion, dont la fonction temporelle sera notée $p(t)$. Le champ calculé $\overline{E}_1(j)$ va en fait être la convolution du champ reçu $\overline{E}_1(t, j)$ avec une réplique de l'onde émise, décalée de τ , temps mis par l'onde pour effectuer l'aller et retour antenne - cellule cible.

Ainsi pour l'antenne 1, $\tau = \frac{2}{c} |\vec{R}_1 - \vec{R}_0|$ et

$$\overline{E}_1(j) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \overline{E}_1(\omega, j) e^{-i\omega t} d\omega \right] p(\tau - t) dt \quad (\text{E.15})$$

La fonction de résolution en distance, W_r , est définie par

$$W_r(\tau) e^{j\omega_0 \tau} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \right] p(\tau - t) dt \quad (\text{E.16})$$

Dans le cas où $G(\omega)$ correspond à une rampe linéaire, W_r est un sinus cardinal.

Nous trouvons :

$$\overline{E}_1(j) = A^2 f_{B,j} W_r(\tau_1) e^{\frac{-4\pi i \rho_0 \bar{f}_F d_j}{k_0 \cos \theta_j}} e^{2jk_0 |\vec{R}_1 - \vec{R}_j|} \quad (\text{E.17})$$

$$\overline{E_2}(j) = A^2 f_{B,j} W_r(\tau_2) e^{\frac{-4\pi i \rho_0 \bar{f}_F d_j}{k_0 \cos \theta_j}} e^{jk_0 |\vec{R}_1 - \vec{R}_j| + ik_0 |\vec{R}_j - \vec{R}_2|} \quad (\text{E.18})$$

E.4 Calcul de $\overline{E_1}(j) \overline{E_2}(j)^*$

A partir des deux expressions précédentes, nous en déduisons l'expression du produit :

$$E_1(j) E_2^*(j) = W_r(\tau_1) W_r(\tau_2)^* A^4 |f_{B,j}| e^{jk_0 (|\vec{R}_1 - \vec{R}_j| - |\vec{R}_2 - \vec{R}_j|)} e^{-\frac{8\pi \rho_0 \text{Im}(f_F)(h-z)}{k_0 \cos \theta_j}} \quad (\text{E.19})$$

La coregistration est supposée parfaite, ce qui signifie qu'au niveau d'une particule j , nous pouvons supposer que nous avons

$$W_r(\tau_1) \simeq W_r(\tau_2) \quad (\text{E.20})$$

Nous posons alors $r_0 = |\vec{R}_1 - \vec{R}_0|$, $r_1 = |\vec{R}_1 - \vec{R}_j|$ et $r_2 = |\vec{R}_2 - \vec{R}_j|$, et $\frac{8\pi \rho_0 \text{Im}(f_F)}{k_0} = 2\sigma$. \vec{R}_0 désigne le centre de la cellule de résolution. Il est vu sous l'angle θ_0 .

Avec ces nouvelles notations, le dernier produit se réécrit :

$$E_1(j) E_2^*(j) = A^4 |W_r(\tau_1)|^2 |f_{B,j}|^2 e^{jk_0(r_1 - r_2)} e^{-\frac{2\sigma(h-z)}{\cos \theta_j}} \quad (\text{E.21})$$

Eventuellement, il est possible de faire apparaître un terme dû au traitement azimutal, de la même manière que pour le traitement en distance. La fonction de résolution en azimut est notée $W_\eta(\eta - \eta_0)$ et le produit de corrélation prend sa forme finale :

$$E_1(j) E_2^*(j) = A^4 |W_\eta|^2 |W_r|^2 |f_{B,j}|^2 e^{jk_0(r_1 - r_2)} e^{-\frac{2\sigma(h-z)}{\cos \theta_j}} \quad (\text{E.22})$$

E.5 Calcul de $\langle \overline{E_1 E_2}^* \rangle$

Expression sous forme intégrale

Effectuer un moyennage sur toutes les particules revient à exprimer le problème à l'aide d'une formulation intégrale. Celle-ci nous sera utile par la suite pour effectuer des changements de repères.

$$\langle E_1 E_2^* \rangle = \int \rho_0 d^3 R \overline{E_1}(R) \overline{E_2}(R)^* \quad (\text{E.23})$$

$\rho_0 d^3 R$ est le nombre de particules dans un volume élémentaire $d^3 R$.

En remplaçant la formulation trouvée pour une particule j par une formulation considérant le champ crée ponctuellement à une position R , nous obtenons :

$$\langle E_1(R) E_2(R)^* \rangle = \int \rho_0 d^3 R W_\eta^2 W_r^2 A^4 |f_{B,R}|^2 e^{jk_0(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} e^{-\frac{2\sigma(h-z)}{\cos \theta_R}} \quad (\text{E.24})$$

Développement limité

Changeons de système de coordonnées

$$\int_{\text{volume}} d^3 R = \int_0^{2\pi} d\eta \int_0^\infty r_1 dr_1 \int_{z_0}^{z_0+h} dz \quad (\text{E.25})$$

Nous allons effectuer un développement limité de la phase, en coordonnées sphériques.

$$k_0(r_1 - r_2) = k_0(r_1 - r_2)|_{r_1=r_0, z=z_0, \eta=\eta_0} + \alpha_r(r_1 - r_0) + \alpha_z(z - z_0) + \alpha_\eta(\eta - \eta_0) \quad (\text{E.26})$$

avec, pour une ligne de base quelconque

$$\alpha_r = k_0 \frac{\partial(r_1 - r_2)}{\partial r_1} = \frac{k_0 b \cos(\theta_0) \sin(\theta_0 + i_{inc})}{r_0 \sin \theta_0} = \frac{2\pi}{e_a} \cos \theta_0 \quad (\text{E.27})$$

$$\alpha_z = k_0 \frac{\partial(r_1 - r_2)}{\partial z} = \frac{k_0 b \sin(\theta_0 + i_{inc})}{r_0 \sin \theta_0} = \frac{2\pi}{e_a} \quad (\text{E.28})$$

$$\alpha_\eta = k_0 \frac{\partial(r_1 - r_2)}{\partial \eta} = -k_0 b \sin \theta_0 \sin \eta_0 = 0 \quad (\text{E.29})$$

Nous pouvons donc réécrire ce développement limité

$$k_0(r_1 - r_2) = \Phi_0(z_0) + \alpha_r(r_1 - r_0) + \alpha_z z \quad (\text{E.30})$$

$$\begin{aligned} \langle E_1 E_2^* \rangle &= A^4 e^{jk_0(r_1 - r_2)|_0} \int_0^{2\pi} W_\eta^2 d\eta \int_{-\infty}^{\infty} W_r^2 r_0 e^{j\alpha_r r} dr \int_0^h e^{j\alpha_z z} \rho_0 |f_B| \exp\left(\frac{2\sigma(z-h)}{\cos \theta_0}\right) dz \\ &= A^4 e^{j\Phi_0} \exp\left(\frac{-2\sigma h}{\cos \theta_0}\right) \left(\int_0^{2\pi} W_\eta^2 d\eta \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} W_r^2 r_0 e^{j\alpha_r r} dr \right) \rho_0 |f_B| I \end{aligned} \quad (\text{E.31})$$

Nous avons posé :

$$I = \int_0^h e^{j\alpha_z z} \exp\left(\frac{2\sigma z}{\cos \theta_0}\right) dz \quad (\text{E.32})$$

Nous poserons également :

$$I_0 = \int_0^h \exp\left(\frac{2\sigma z}{\cos \theta_0}\right) dz \quad (\text{E.33})$$

$$A_r = \int_{-\infty}^{\infty} W_r^2 r_0 e^{j\alpha_r r} dr \quad \text{et} \quad A_0 = \int_{-\infty}^{\infty} W_r^2 r_0 dr \quad (\text{E.34})$$

E.6 Expression finale de la corrélation $\frac{\overline{\langle E_1 E_2^* \rangle}}{\sqrt{\overline{\langle E_1 E_1^* \rangle} \overline{\langle E_2 E_2^* \rangle}}}$

Nous obtenons $\langle E_1 E_1^* \rangle$ et $\langle E_2 E_2^* \rangle$ en faisant tendre la ligne de base vers 0, c'est à dire α_r et α_z tendent vers 0. Finalement :

$$\gamma = \frac{\overline{\langle E_1 E_2^* \rangle}}{\sqrt{\overline{\langle E_1 E_1^* \rangle} \overline{\langle E_2 E_2^* \rangle}}} = \frac{A_r}{A_0} e^{j\Phi_0} \frac{I}{I_0} \simeq e^{j\Phi_0} \frac{I}{I_0} \quad (\text{E.35})$$

(en pratique, $\frac{A_r}{A_0}$ est très proche de 1 et peut être négligé.)

Bibliographie

- [Alberga, 2004] Alberga, V. (2004). *Comparison of polarimetric methods in image classification and SAR interferometry applications*. Thèse de doctorat, Technical University of Chemnitz, Germany.
- [Alberga and Chandra, 2002] Alberga, V. and Chandra, M. (2002). Combined application of target decomposition methods and polarimetric SAR interferometry : some preliminary results. In *SPIE*, volume 4543.
- [Au et al., 1996] Au, W., Tsang, L., Shin, R., and Kong, J. (1996). Collective scattering and absorption effects in microwave interaction with vegetation canopies. *PIERS*, page 181.
- [Bamler and Hartl, 1998] Bamler, R. and Hartl, P. (1998). Synthetic aperture radar interferometry. *Inverse Problems*, 14.
- [Bertrand and Bertrand, 1996] Bertrand, J. and Bertrand, P. (1996). The concept of hyperimage in wide-band radar imaging. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 34 :1144–1150.
- [Boerner W.-M. and Paterson, 1998] Boerner W.-M., H. Mott, E. L. B. B. R. B. and Paterson, J. S. (1998). *Polarimetry in Remote Sensing : Basic and Applied Concepts*. ASPRS Publishing. ISBN 0 471-294063.
- [Carrara et al., 1995] Carrara, W. G., Goodman, R. S., and Majewski, R. (1995). *Spotlight Synthetic Aperture Radar*. Artech House.
- [Chien et al., 1998] Chien, M., Yeh, L., Yeh, Y., and Lin, F. (1998). On geometric properties of the numerical range. *Linear Algebra and its Applications*, 274 :389–410.
- [Cloude and Pottier, 1996] Cloude, S. and Pottier, E. (1996). A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 34 :498–518.
- [Cloude et al., 1999] Cloude, S. R., Fortuny, J., Lopez-Sanchez, J. M., and Sieber, A. J. (1999). Wide and polarimetric radar inversion studies for vegetation layers. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 37(5).
- [Cloude and Papathanassiou, 1997a] Cloude, S. R. and Papathanassiou, K. P. (1997a). Coherence optimisation in polarimetric SAR interferometry. In *IGARSS*, volume 4, pages 1932–1934. IEEE.
- [Cloude and Papathanassiou, 1997b] Cloude, S. R. and Papathanassiou, K. P. (1997b). polarimetric optimisation in radar interferometry. *Electronics letters*, 33(13).
- [Cloude and Papathanassiou, 1998] Cloude, S. R. and Papathanassiou, K. P. (1998). Polarimetric SAR interferometry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 36(5).
- [Cloude et al., 2000] Cloude, S. R., Papathanassiou, K. P., Reigber, A., and Boerner, W. M. (2000). Multifrequency polarimetric SAR interferometry for vegetation structure extraction. In *IGARSS*. IEEE.

- [Cloude and Pathanassiou, 2002] Cloude, S. R. and Pathanassiou, K. P. (2002). A three-stage inversion process for polarimetric SAR interferometry. In *EUSAR*.
- [Cloude and Pottier, 1997] Cloude, S. R. and Pottier, E. (1997). An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric sar. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 35(1) :68–78.
- [Cloude et al., 1997] Cloude, S. R., Reigber, A., and Papathanassiou, K. P. (1997). Vegetation and ground parameter estimation using polarimetric interferometry part 1 : the role of the polarisation. In *CEOS*.
- [Colin et al., 2003a] Colin, E., Titin-Schnaider, C., and Tabbara, W. (2003a). Investigation on different coherence optimization methods. In *POLINSAR*. ESA.
- [Colin et al., 2003b] Colin, E., Titin-Schnaider, C., and Tabbara, W. (2003b). A new IFPOL entropy parameter. In *IGARSS*. IEEE.
- [Cowen and Harel, 1995] Cowen, C. C. and Harel, E. (1995). An effective algorithm for computing the numerical range. [online] : <http://www.science.iupui.edu/ccowen/NumRange.html>.
- [D. Keeler and Spitkovsky, 1997] D. Keeler, L. R. and Spitkovsky, I. (1997). The numerical range of 3×3 matrices. *Linear Algebra and its Applications*, 252 :115–139.
- [Dahon, 2004] Dahon, C. (2004). *Contribution à l'analyse de la réponse polarimétrique d'un couvert forestier*. Thèse de doctorat, Université de Rennes I.
- [Elachi et al., 1990] Elachi, C., Kuga, Y., Donald, K. C. M., Sarabandi, K., Senior, T. B., Ulaby, F. T., van Zyl, J. J., Whitt, M. W., and Zebker, H. A. (1990). *Radar Polarimetry for Geoscience Applications*. Artech House.
- [Ferro-Famil et al., 2003] Ferro-Famil, L., Reigber, A., Pottier, E., and Boerner, W. M. (2003). Scene characterization using subaperture polarimetric SAR data. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 41(10) :2264–2276.
- [Foldy, 1945] Foldy, L. (1945). The multiple scattering of waves. *Physical Review*, 67 :107–119.
- [Gabriel et al., 1999] Gabriel, J., Schmullius, C., Paathanassiou, K., Darizhapov, D., Tathkov, G., and Boerner, W. (1999). Tree height extraction using polarimetric SAR interferometry. In *IGARSS*. IEEE.
- [Gomez-Dans, 2004] Gomez-Dans, J. (2004). *On the Use Of Polarimetry and Interferometry for SAR Image Analysis*. Thèse de doctorat, University of Sheffield.
- [Gomez-Dans and Quegan, 2005] Gomez-Dans, J. and Quegan, S. (2005). Constraining coherence optimisation in polarimetric interferometry of layered targets. In *POLINSAR*. ESA.
- [Guillaso, 2003] Guillaso, S. (2003). *complémentarité polarimétrie/interférométrie pour la détection et la caractérisation de cibles*. Thèse de doctorat, Université de Rennes I.
- [Guillaso et al., 2003] Guillaso, S., Ferro-famil, L., Reigber, A., and Pottier, E. (2003). Analysis of built-up areas from polarimetric interferometric SAR images. In *IGARSS*, volume 3, pages 1727–1729. IEEE.
- [Hajnsek and Pottier, 2000] Hajnsek, I. and Pottier, E. (2000). Terrain correction for quantitative moisture and roughness retrieval using polarimetric SAR data. In *IGARSS*. IEEE.
- [Hajnsek et al., 2000] Hajnsek, I., Pottier, E., and Cloude, S. R. (2000). Slope correction for soil moisture and surface roughness retrieval. In *EUSAR*.
- [Hellmann et al., 1997] Hellmann, M., Cloude, S. R., and Papathanassiou, K. P. (1997). Classification using polarimetric and interferometric SAR-data. In *SPIE Conferences*, volume 3120.

-
- [Huynen, 1970] Huynen, J. R. (1970). *Phenomenological theory of radar targets*. Thèse de doctorat, Technical University Delft.
- [J. D. Ballester-Berman and Fortuny-Guasch, 2005] J. D. Ballester-Berman, J. M. L.-S. and Fortuny-Guasch, J. (2005). Retrieval of biophysical parameters of agricultural crops using polarimetric SAR interferometry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 43(4) :683–694.
- [Kasilingam et al., 2000] Kasilingam, D., Chen, H., Schuler, D., and Lee, J. S. (2000). Ocean wave slope spectra from polarimetric SAR images of the ocean surface. In *IGARSS*.
- [L. Ferro-Famil, 2001] L. Ferro-Famil, E. Pottier, J. L. (2001). Unsupervised classification and analysis of natural scenes from polarimetric interferometric sar data. In *IGARSS*, volume 6, pages 2715–2717. IEEE.
- [L. M. Novak, 1993] L. M. Novak, M. C. Burl, W. W. I. (1993). Optimal polarimetric processing for enhanced target detection. *IEEE Trans. on Aerosp. and Elect. Syst.*, 29(1) :234–244.
- [Landry et al., 1995] Landry, R., Lang, R., and Cacciola, R. (1995). Fine tree architecture reconstruction in support of microwave models. In *Retrieval of Bio- and Geophysical Parameters from SAR Data for Land Applications*.
- [Lax, 1952] Lax, M. (1952). Multiple scattering of waves - II - the effective field in dense systems. *Physical Review*, 85(4) :621–629.
- [Lee et al., 1999] Lee, J., Grunes, M., and de Grandi, G. (1999). Polarimetric SAR speckle filtering and its implication for classification. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 37 :2363–2373.
- [Lee et al., 2000a] Lee, J. S., Krogager, E., Shuler, D. L., Ainsworth, T. L., and Boerner, W. M. (2000a). On the estimation of polarization angles induced from azimuth slopes using polarimetric SAR data. In *IGARSS*. IEEE.
- [Lee et al., 2000b] Lee, J. S., Schuler, D. L., and Ainsworth, T. L. (2000b). Polarimetric SAR data compensation for terrain azimuth slope variation. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 38(5).
- [Lin and Sarabandi, 1995] Lin, Y.-C. and Sarabandi, K. (1995). Electromagnetic scattering model for a tree trunk above a tilted ground plane. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 33 :1063.
- [Lin and Sarabandi, 1999] Lin, Y.-C. and Sarabandi, K. (1999). A Monte Carlo coherent scattering model for forest canopies using fractal-generated trees. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 37 :440.
- [Lopez-Sanchez et al., 2000] Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Cloude, S. R., and Sieber, A. J. (2000). Indoor polarimetric radar measurements on vegetation samples at L,S,C and X band. *Journal of Electromagnetic Waves and its Applications*, 14 :205–231.
- [Luneberg and Cloude, 1999] Luneberg, E. and Cloude, S. R. (1999). Contractions, hadamard products and their applications to polarimetric radar interferometry. In *IGARSS*. IEEE.
- [Massonnet and Rabaute, 1993] Massonnet, D. and Rabaute, T. (1993). Radar interferometry : Limits and potential. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 31(2) :455–464.
- [Mensa, 1981] Mensa, D. L. (1981). *High Resolution Radar Imaging*. Artech House.
- [Moghaddam, 1999] Moghaddam, M. (1999). Effect of medium symmetries in limiting the number of parameters estimated with polarimetric interferometry. In *IGARSS*. IEEE.
- [Ovarlez et al., 2003] Ovarlez, J., Vignaud, L., Castelli, J., Tria, M., and Benidir, M. (2003). Analysis of SAR images by multidimensional wavelet transform. *IEE Radar, Sonar and Navigation*, 150(4) :234–241.

- [Papathanassiou, 1999] Papathanassiou, K. (1999). *Polarimetric SAR Interferometry*. Thèse de doctorat, Université de Graz.
- [Papathanassiou and Cloude, 2003] Papathanassiou, K. and Cloude, S. (2003). The effect of temporal decorrelation on the inversion of forest parameters from PolInSAR data. *IEEE*.
- [Papathanassiou and Cloude, 2004] Papathanassiou, K. and Cloude, S. (2004). Forest height estimation using Dual-Pol InSAR configurations.
- [Papathanassiou and Cloude, 1997] Papathanassiou, K. P. and Cloude, S. R. (1997). Polarimetric effects in repeat pass sar-interferometry. In *IGARSS*. IEEE.
- [Papathanassiou and Cloude, 2001] Papathanassiou, K. P. and Cloude, S. R. (2001). Single baseline polarimetric SAR interferometry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 39(11).
- [Papathanassiou et al., 2000a] Papathanassiou, K. P., Cloude, S. R., and Reigber, A. (2000a). single and multi-baseline polarimetric SAR interferometry over forested terrain. In *EUSAR*.
- [Papathanassiou et al., 2000b] Papathanassiou, K. P., Cloude, S. R., Reigber, A., and Boerner, W. M. (2000b). Multi-baseline polarimetric SAR interferometry for vegetation parameters estimation. In *IGARSS*. IEEE.
- [Papathanassiou et al., 1999] Papathanassiou, K. P., Reigber, A., and Cloude, S. R. (1999). Vegetation and ground parameter estimation using polarimetric interferometry part 2 : Parameter inversion and optimal polarisations. In *CEOS*.
- [Paquerault, 1998] Paquerault, S. (1998). *Restitution du relief à partir d'images radar par radar-clinométrie*. Thèse de doctorat, Paris VI.
- [Pascual et al., 2000] Pascual, C., Gimeno, E., Nieves, and Lopez-sanchez, J. M. (2000). The equivalence between the polarisation subspace method (psm) and the coherence optimisation in polarimetric radar interferometry. In *EUSAR*.
- [Pastore, 2003] Pastore, L. (2003). *Imagerie radar par synthèse d'ouverture en basse fréquence*. Thèse de doctorat, Université de Paris X, Nanterre.
- [Picard, 2002] Picard, G. (2002). *Modélisation radar des couverts végétaux. Applications à la télédétection de couverts forestiers et agricoles*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse III.
- [Pottier, 1998] Pottier, E. (1998). Unsupervised classification scheme and topography derivation of polsar data based on the h/a/a polarimetric decomposition theorem. In *4ièmes journées internationales de la polarimétrie RADAR*.
- [Pottier et al., 1999] Pottier, E., Schuler, D. L., Lee, J. S., and Ainsworth, T. L. (1999). Estimation of the terrain surface azimuthal/range slopes using polarimetric decomposition of polsar data. In *IGARSS*. IEEE.
- [Qong, 2005] Qong, M. (2005). Coherence optimization using the polarization state conformation in PolInSAR. *IEEE Geosc. Remote Sensing Letters*. in press.
- [Roy and T.Kailath, 1989] Roy, R. and T.Kailath (1989). ESPRIT- estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, speech and signal processing*, 37 :984–995.
- [S. R. Cloude and Williams, 2004] S. R. Cloude, D. G. C. and Williams, M. L. (2004). Target detection beneath foliage using polarimetric synthetic aperture radar interferometry. *Waves in Random Media*.
- [S. R. Cloude, 2004] S. R. Cloude, D. M. L. W. (2004). FOPEN using polarimetric SAR interferometry.

-
- [Sagues et al., a] Sagues, L., Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Fabregas, X., Broquetas, A., and Sieber, A. J.
- [Sagues et al., b] Sagues, L., Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Fabregas, X., Broquetas, A., and Sieber, A. J.
- [Sagues et al., 2000] Sagues, L., Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Fabregas, X., Broquetas, A., and Sieber, A. J. (2000). Indoor experiments on polarimetric SAR interferometry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 38(2).
- [Sagues et al., 2001] Sagues, L., Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Fabregas, X., Broquetas, A., and Sieber, A. J. (2001). Polarimetric radar interferometry for improved mine detection and surface clutter rejection. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 39(6).
- [Sagues et al., 1999] Sagues, L., Lopez-Sanchez, J. M., Fortuny, J., Fabregas, X., Broquetas, A., Sieber, A. J., and Cloude, S. R. (1999). Laboratory experiments of polarimetric radar interferometry : Dem generation and vegetation height estimation. In *IGARSS*, volume 4, pages 2206–2208. IEEE.
- [Sarabandi et al., 1999] Sarabandi, K., Brown, C. G., and Pierce, L. (1999). tree height estimation from the polarimetric and interferometric radar response. In *IGARSS*. IEEE.
- [Schneider et al., 2004] Schneider, R. Z., Liseno, A., Papathanassiou, K. P., and Hajnsek, I. (2004). Polarimetric SAR interferometry over urban areas : First results.
- [Schuler et al., 1998a] Schuler, D. L., Ainsworth, T. L., Lee, J. S., and Grandi, G. D. (1998a). Topographic mapping using polarimetric SAR data. *INT J remote sensing*, 19(1) :141–160.
- [Schuler et al., 1998b] Schuler, D. L., Lee, J. S., and Ainsworth, T. L. (1998b). Terrain dem extraction and azimuthal slope corrections using polarimetric SAR data. In *4ièmes journées internationales de la polarimétrie RADAR*.
- [Schuler et al., 2000a] Schuler, D. L., Lee, J. S., and Ainsworth, T. L. (2000a). Measurement/compensation of terrain slopes using multipass polarimetric SAR data. In *EUSAR*.
- [Schuler et al., 2000b] Schuler, D. L., Lee, J. S., Ainsworth, T. L., and Boerner, W. M. (2000b). Correction for terrain azimuthal slope effects in polarimetric SAR images. In *IGARSS*. IEEE.
- [Schuler et al., 1996] Schuler, D. L., Lee, J. S., and Grandi, G. D. (1996). Measurement of topography using polarimetric SAR images. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 34.
- [Soumekh, 1999] Soumekh, M. (1999). *Synthetic Aperture Radar Signal Processing*. John Wiley & Sons.
- [Souyris et al., 2003] Souyris, J., Henry, C., and F. Adragna (2003). *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 41(12).
- [Stebler et al., 2000] Stebler, O., Pasquali, P., and Nüesch, D. (2000). Investigation of multi-basemine singular value estimation within PolInSAR measurements. In *EUSAR*.
- [Tabb et al., 2003] Tabb, M., Flynn, T., and Carande, R. (2003). Estimation and removal of snr and scattering degeneracy effects from the PolInSAR coherence region. In *IGARSS*. IEEE.
- [Tabb et al., 2002] Tabb, M., Orrey, J., Flynn, T., and Carande, R. (2002). Phase diversity : a decomposition for vegetation parameter estimation using polarimetric SAR interferometry. In *EUSAR*.
- [Thirion, 2003] Thirion, L. (2003). *Modélisation cohérente du couvert forestier*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse.

- [Thirion and Colin, 2005] Thirion, L. and Colin, E. (2005). The use of a coherent scattering model to determine the origin of artificial signature of a targets hidden in a forest. In *POLINSAR*. ESA. [online] : <http://earth.esa.int/polinsar2005/proceedings.html>.
- [Thirion et al., 2003] Thirion, L., Dahon, C., Lefevre, A., Chênerie, I., Ferro-Famil, L., and Titin-Schnaider, C. (2003). Modelling of the scattering by a smooth dielectric cylinder : study of the complex scattering matrix using two different models. In *POLINSAR*. ESA.
- [Titin-Schnaider, 1994] Titin-Schnaider, C. (1994). Analyse polarimétrique d'images radar. RT 18/3708, ONERA.
- [Titin-Schnaider, 1998] Titin-Schnaider, C. (1998). Polarimetric calibration strategy of RAMSES airborne radar. In *EUSAR*.
- [Titin-Schnaider, 2000a] Titin-Schnaider, C. (2000a). Etude de milieux naturels en imagerie sar polarimétrique. RT 10/7279, ONERA.
- [Titin-Schnaider, 2000b] Titin-Schnaider, C. (2000b). Etude du contraste en imagerie sar polarimétrique. RT9/7279 DEMR, ONERA.
- [Titin-Schnaider, 2002] Titin-Schnaider, C. (2002). Présentation mathématique des potentialités de l'interférométrie poarimétrique. RT2/06207 DEMR, ONERA.
- [Treuhaft and Cloude, 1999] Treuhaft, R. N. and Cloude, S. R. (1999). The structure of oriented vegetation from polarimetric interferometry. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 37(5).
- [Treuhaft et al., 2000] Treuhaft, R. N., Law, B. E., and Asner, G. P. (2000). Structural approches to biomass monitoring with multibaseline, multifrequency, polarimetric interferometry. In *EUSAR*.
- [Treuhaft et al., 1996] Treuhaft, R. N., Madsen, S. N., Moghaddam, M., and vanZyl, J. (1996). Vegetation characteristics and underlying topography from interferometry radar. *Radio Science*, 31(6) :1446–1485.
- [Treuhaft and Siqueira, 2000] Treuhaft, R. N. and Siqueira, P. R. (2000). Vertical structure of vegetated land surfaces from interferometric ans polarimetric radar. *Radio Science*, 35(1) :141–177.
- [Tria, 2005] Tria, M. (2005). *Imagerie SAR par ondelettes*. Thèse de doctorat, Université de Paris XI.
- [Valenzuela, 1968] Valenzuela, G. R. (1968). Scattering of electromagnetic waves from a tilted slightly rough surface. *Radio Science*, 3(11).
- [van Zyl and Shi, 1992] van Zyl, J. and Shi, J. (1992). The effect of topography on SAR calibration. In *SPIE*, volume 1748, pages 298–308.
- [van Zyl, 1993] van Zyl, J. J. (1993). The effect of topography on radar scattering from vegetated areas. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sensing*, 31(1).
- [van Zyl and Kim, 2000a] van Zyl, J. J. and Kim, Y. (2000a). The relationship between radar polarimetric and interferometric phase. In *IGARSS*. IEEE.
- [van Zyl and Kim, 2000b] van Zyl, J. J. and Kim, Y. (2000b). The relationship between radar polarimetry and radar interferometry. In *EUSAR*.
- [Watson, 1996] Watson, G. A. (1996). Computing the numerical radius. *Linear Algebra and its Application*, 234 :163–172.
- [Woodhouse et al., 2002] Woodhouse, I. H., Cloude, S. R., Papathanassiou, K., Hope, J., Suarez, J., Osborne, P., and Wright, G. (2002). Forestsat. In *Polarimetric SAR Interferometry in Glen Affric - Final Results*.

[Yamada et al., 2001] Yamada, H., Yamaguchi, Y., Kim, Y., Rodriguez, E., and W-M.Boerner (2001). Polarimetric SAR interferometry for forest analysis based on the ESPRIT algorithm. *EICE Trans. Electron.*, E84C :1917–1924.

Résumé

Un développement récent de la polarimétrie en imagerie radar consiste à l'associer aux techniques d'interférométrie. L'analyse polarimétrique permet de comprendre les mécanismes électromagnétiques qui ont lieu au sein d'une cellule de résolution, tandis que l'interférométrie permet de calculer la hauteur du "centre de phase" de cette même cellule. L'utilisation conjointe de ces deux techniques permet d'envisager des bénéfices aussi divers que l'amélioration de la qualité des cartes d'élévations, ou l'estimation des paramètres descriptifs d'une forêt.

Pour l'étude d'un environnement urbain, la cellule de résolution est modélisée comme un ensemble de diffuseurs à des positions déterministes. Optimisation de cohérence et analyse temps-fréquence sont les principaux outils employés. Les développements théoriques sont appuyés par des résultats de mesures en chambre anéchoïque et des images SAR en bande X. Ils prouvent que la méthode d'optimisation proposée permet de séparer jusqu'à trois hauteurs dans la même cellule de résolution, et permet d'obtenir une meilleure estimation des hauteurs d'une image SAR.

Dans les milieux forestiers, en raison du grand nombre d'éléments constitutifs et d'interactions, aucune combinaison de polarisations n'est à même d'estimer la hauteur du sol ou celle de la canopée. L'approche est donc différente et consiste à utiliser des modèles de diffusion. Les potentialités des modèles étudiés sont testées sur des données SAR aéroportées en bandes P et L du système RAMSES de l'ONERA. Le problème de la détection de cibles cachées sous le couvert forestier est également abordé.

Mots-clés: polarimétrie,interférométrie, imagerie SAR, analyse temps-fréquence par ondelette, optimisation de cohérence, Modélisation cohérente de la végétation

Abstract

A recent development of radar polarimetry consists in its association with interferometric techniques. Polarimetric analysis makes it possible to consider different scattering mechanisms within a given resolution cell, whereas interferometric techniques allow for a topographical characterization of the scattering contributions. Their combined application yields notable results for improving digital elevation models (DEM) or for forest parameters estimation.

In urban areas, the resolution cell has been treated as a set of points at deterministic positions. Time frequency analysis and coherence optimization are the main methods which have been investigated. Theoretical developments and results obtained from measures in an anechoic chamber and on a SAR image are discussed. They confirm that the optimization is able to separate up to three dominant point scatterers in a resolution cell, and proves that this optimization can also be efficiently used in order to obtain height estimates on a SAR image at X-band.

In forested areas, no combination of polarizations is able to provide an estimation of the contributions of the ground or of the canopy scattering. A different approach is needed. It is based on the use of scattering models. The potential of several models is tested with real SAR data provided by the airborne system RAMSES in ONERA. The detection enhancement of targets hidden beneath foliage is also demonstrated.

Keywords: polarimetry,interferometry, SAR imagery, time-frequency analysis by wavelets, coherence optimization, Coherent scattering Model

