

**SIMULATIONS NUMÉRIQUES POUR  
L'AÉROTHERMIQUE AVEC MODÈLES  
SOUS-MAILLE**

*Emmanuel MONTREUIL*  
*Université Pierre et Marie CURIE ( PARIS VI )*

Directeur de thèse : Claude CAMBON ( ECL/CNRS )  
Encadrement : Odile LABBE ( ONERA )

- Compréhension des mécanismes de transport turbulent
  - approche expérimentale
  - utilisation de la simulation numérique
- Enjeu important de la simulation
  - modélisation des écoulements industriels
  - étude des transferts de chaleur pariétaux

## INTRODUCTION

## INTRODUCTION

- Trois catégories de simulations numériques
    - simulation directe ( nombre de points  $\approx P_p^3 Re^{\frac{4}{9}}$  )
    - simulation des champs moyennés ( fluctuations modélisées )
    - simulation des grandes échelles
- ←
- nécessité d'une bonne résolution du champ dynamique
  - nécessité d'une modélisation sous-maille adaptée
  - nécessité de schémas numériques adaptés

## INTRODUCTION

- Cas du canal plan
  - cas d'écoulement confinés en équilibre
  - un bon cas de validation des modèles sous-maille
  - études expérimentales et numériques pour la comparaison
- Cas de la marche descendante
  - cas d'écoulement confinés décollés
  - physique complexe : décollement, recollément, déséquilibre
  - aspect thermique peu étudié

## PLAN DE L'EXPOSE

I/ Modélisation et méthode numérique

II/ Cas d'écoulements confinés non décollés

III/ Cas d'un écoulement confiné décollé

IV/ Conclusions et perspectives

## I/ Modélisation et méthode numérique

1/ Equations de base : équations de Boussinesq filtrées

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \underline{u}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \underline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\underline{u}_i \underline{u}_j) &= - \frac{\partial \overline{P}_g}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \overline{R_e} \frac{\partial \underline{u}_i}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{T} \underline{u}_j) &= \frac{1}{\overline{\rho}} \frac{\partial^2 \overline{T}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial T_{\theta j}}{\partial x_j} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} T_{ij} &= \underline{u}_i \underline{u}_j - \overline{u}_i \overline{u}_j \\ T_{\theta j} &= \overline{T} \underline{u}_j - \underline{T} \overline{u}_j \\ \overline{R_e} &= \frac{\nu_0}{U_0 L_0}; \quad \overline{P}_g = \frac{p_r}{\rho_0}; \quad P_e = \overline{P}_g \overline{R_e}. \end{aligned} \right\} \text{ avec :}$$

## I/ Modélisation et méthode numérique

### 2/ Modélisation sous-maille: tenseur de Reynolds sous-maille

- Hypothèse de gradient-diffusion:

$$-\tau_{ij}^d = 2\nu_{sm} \bar{D}_{ij} ; \quad \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 2\nu_{sm} \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} + 2 \frac{\partial \nu_{sm}}{\partial x_j} \bar{D}_{ij}$$

- Modèles de base :  $\nu_{sm} \sim \Delta^{q_{sm}}$

- Smagorinsky

- fonction de structure

- échelles mixtes

- Améliorations :

- procédure dynamique

- procédure d'accentuation

- procédure de sélection

$$\nu_{sm} = C_{MS} \left( \sqrt{2 \bar{D}_{ij} \bar{D}_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} q_c^{\frac{1}{2}} \Delta^{\frac{1}{3}}$$

## I/ Modélisation et méthode numérique

### 2/ Modélisation sous-maille: flux de chaleur sous-maille (1)

- Modèles à zéro équation

- Notion de modèle Fickien/non Fickien :

$$-\overline{T_{\theta_j}} = k_{sm} \frac{\partial T}{\partial x_j} - F_{\theta_j} ; \quad -\frac{\partial T_{\theta_j}}{\partial x_j} = k_{sm} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial k_{sm}}{\partial x_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \frac{\partial F_{\theta_j}}{\partial x_j}$$

- Modèle à nombre de Prandtl sous-maille constant

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\theta_j} = 0 \\ k_{sm} = \frac{Pr_{sm}}{v_{sm}} \end{array} \right.$$



## I/ Modélisation et méthode numérique

### 2/ Modélisation sous-maille: flux de chaleur sous-maille (2)

- Modèle combiné

$$T_{\theta_j} = \underbrace{\overline{\overline{T U_j}} - \overline{\overline{T U_j}}}_{L_{\theta_j}} + \underbrace{\overline{\overline{T' U_j}} + \overline{\overline{U_j' T}} - \overline{\overline{T' U_j}} - \overline{\overline{U_j' T}}}_{C_{\theta_j}} + \underbrace{\overline{\overline{T' U_j'}} - \overline{\overline{T' U_j'}}}_{R_{\theta_j}}$$

$$C_{\theta_j} = \alpha L_{\theta_j}; \quad R_{\theta_j} = -k_{sm} \frac{\partial T}{\partial x_j};$$

$$-T_{\theta_j} = \frac{\partial T}{\partial x_j} k_{sm} - C'_{\theta_j} \left( \overline{\overline{T U_j}} - \overline{\overline{T U_j}} \right)$$

- Modèle vectoriel explicite

$$\left. \begin{aligned} k_{sm} &= C_{\theta_j} \left( \frac{\epsilon_{sm}}{\mathcal{K}_{sm}^T} \right)_2 \\ F_{\theta_j} &= -2\epsilon_{sm} \left( \frac{\epsilon_{sm}}{\mathcal{K}_{sm}^T} \right)_3 (C^{\kappa A} \overline{\overline{D_{jk}}} + C'^{\kappa A} \overline{\overline{\Omega_{jk}}}) \frac{\partial T}{\partial x_k} \\ \epsilon_{sm} &= C_{\epsilon m} \frac{\Delta}{\mathcal{K}_{sm}^2}; \quad \epsilon_{sm}^T = C^{\epsilon \theta} \frac{\Delta}{\mathcal{K}_{sm}^1 \mathcal{K}_{sm}^T} \end{aligned} \right\}$$

## I/ Modélisation et méthode numérique

3/ Méthode numérique : intégration temporelle

- Formulation rétrograde d'ordre 2

- Schéma d'Adams/Bashforth à 1 et 2 pas

- Méthode de projection approchée

←← Système de 5 équations linéaires

3/ Méthode numérique : discrétisation spatiale

- Dérivées premières : schéma hybride centré d'ordre 2

- Dérivées secondes : schéma centré d'ordre 2

### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

1/ Géométrie et caractéristiques : domaine de calcul

$Re_\tau$	180	395
$L_x^+$	2262	4964
$L_y^+$	565	1240

1/ Géométrie et caractéristiques : choix du maillage

Nombre de points			$Re_\tau = 180$			$Re_\tau = 395$		
$N_x$	$N_y$	$N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z_m^+$	$\Delta x^+$	$\Delta y^+$	$\Delta z_m^+$
fin	64	67	35	8,8	1	78,4	18,4	1
grossier	32	67	71	17,6	1	156,8	36,8	1
Kim	128(188)	129	12	7	0,05	-	-	-
Mansour	256(497)	193	-	-	-	10	6,5	0,05
Kawamura	128(256)	66	9,0	4,5	0,40	-	-	-
Kawamura	256(512)	128	4,5	2,25	0,20	-	-	-

## III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

1/ Géométrie et caractéristiques : conditions limites et forçage

- Pour tous les champs :

- périodicité dans les directions parallèles aux parois

- Pour le champ dynamique

- adhérence sur les parois solides

- conservation du débit  $\Rightarrow$  forçage

- Pour le champ thermique

- chauffage uniforme des parois solides

- conservation de la température locale  $\Rightarrow$  forçage

## II/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques : récapitulatif des cas testés

	dynamique	accentuation	sélection
Smagorinsky	S_dyn	S_fil	S_slc
échelles mixtes		EM_fil	EM_slc
fonction de structure		FS_fil	FS_slc

+ 1 cas sans modèle

pour 2 valeurs du nombre de Reynolds sur 2 maillages

← 32 simulations 3D instationnaires

### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques : récapitulatif des cas testés

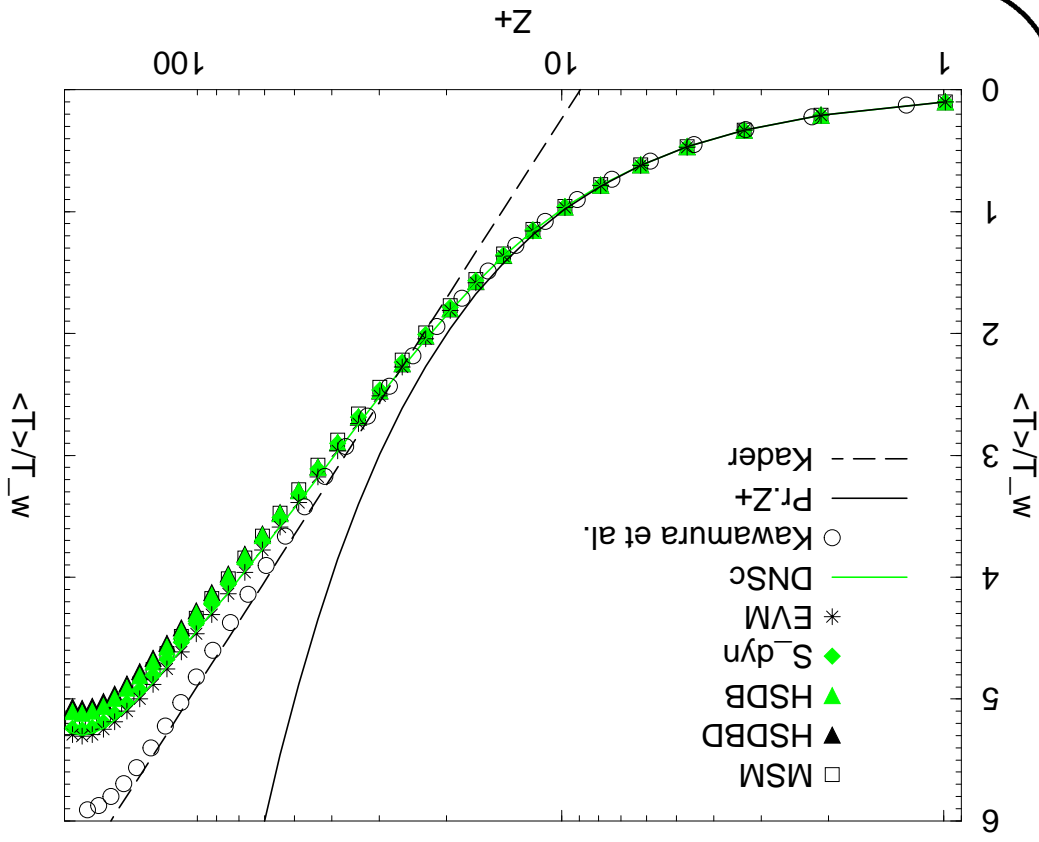
Cas	Partie fickienne ( $k_{sm}$ )	Partie non fickienne ( $f_{\theta_j}$ )
MSM	$\frac{C_m}{P_{rsm}} \left( \sqrt{2D_{ij}D_{ij}} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta^{\frac{1}{2}} \Delta^{\frac{2}{3}} \cdot f_s(\theta)$	0
HSDBD	$C_\kappa(z;t) \sqrt{2D_{ij}D_{ij}}$	$C'_\kappa(z;t) \left( \overline{TU_j} - \overline{TU_j} \right)$
HSDB	$C_\kappa(z;t) \sqrt{2D_{ij}D_{ij}}$	$\left( \overline{TU_j} - \overline{TU_j} \right)$
Sdyn	$C_\kappa(z;t) \Delta^2 \sqrt{2D_{ij}D_{ij}}$	0
EVM	$C_\kappa \epsilon_{sm} \left( K_{T_{sm}} \right)^2$	$2\epsilon_{sm} \left( K_{T_{sm}} \right)^3 \left( C_{\kappa A} \overline{D_{ij}} + C'_{\kappa A} \overline{\Omega_{ij}} \right) \frac{\partial T}{\partial x_\kappa}$
DNSc	0	0

pour 3 valeurs du nombre de Prandtl sur 2 maillages

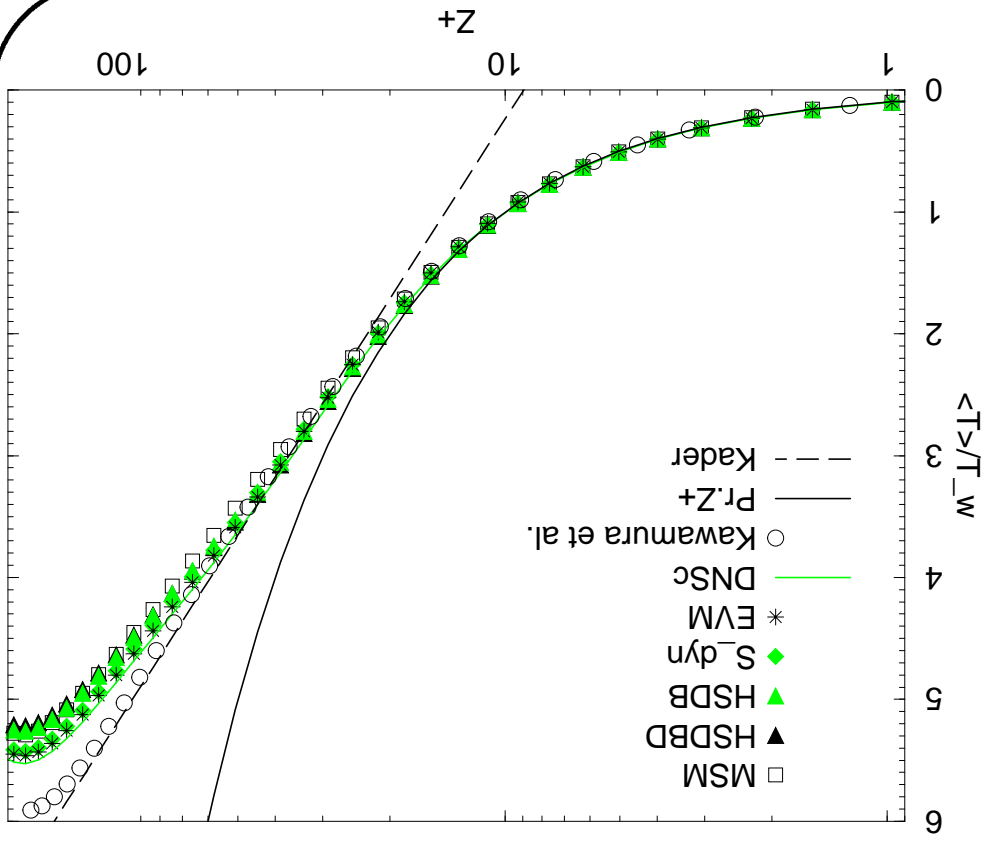
### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  $\overline{\Theta}_+ < \overline{\Theta}_- > \text{à } Pr = 0,10$   
 $\overline{\Theta}_+ \sim Pr.z_+ \quad \overline{\Theta}_- \sim 2,12 \ln(z_+) - 4,64$

Maillage fin



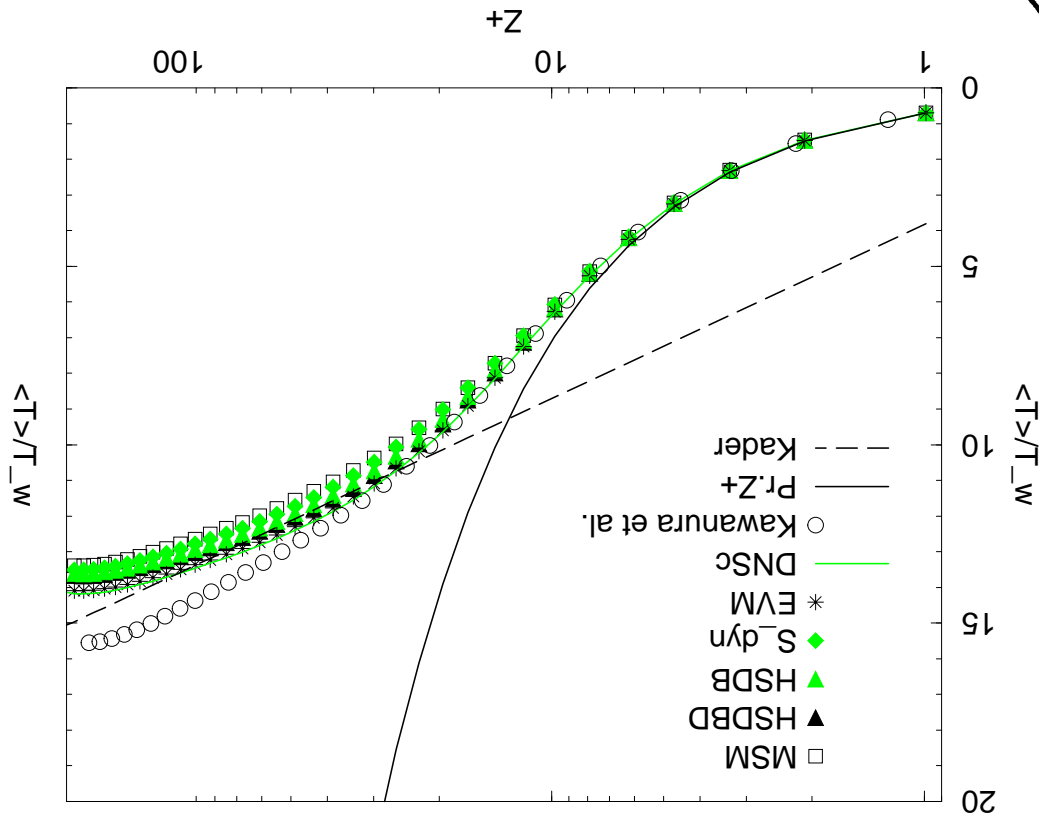
Maillage grossier



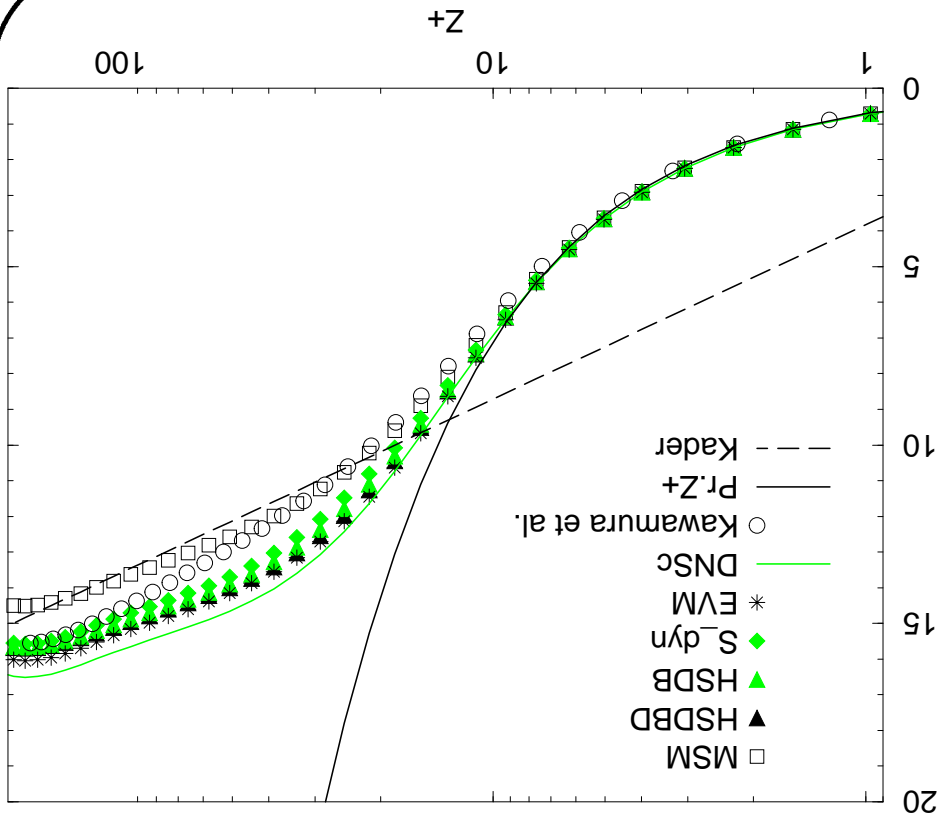
### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  $\langle \Theta^+ \rangle < \langle \Theta^- \rangle$  à  $Pr = 0,71$   
 $\langle \Theta^+ \rangle \sim Pr.z^+ \quad \langle \Theta^- \rangle \sim 2,12 \ln(z^+) + 3,83$

Maillage fin



Maillage grossier

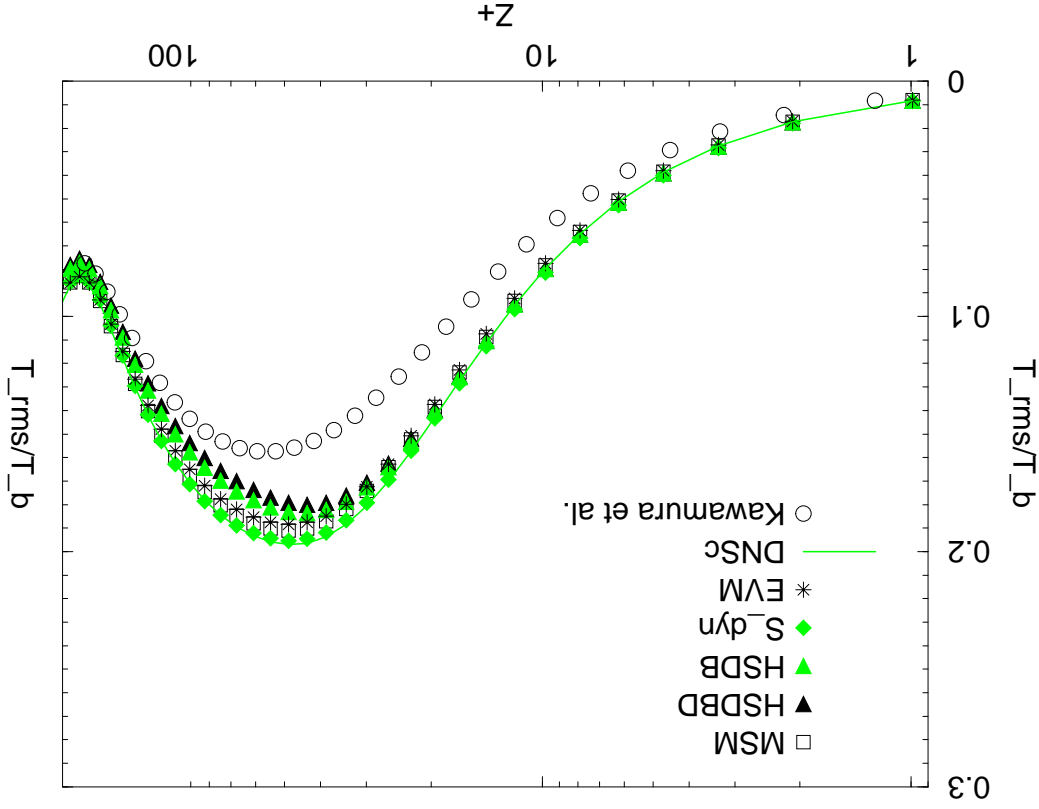




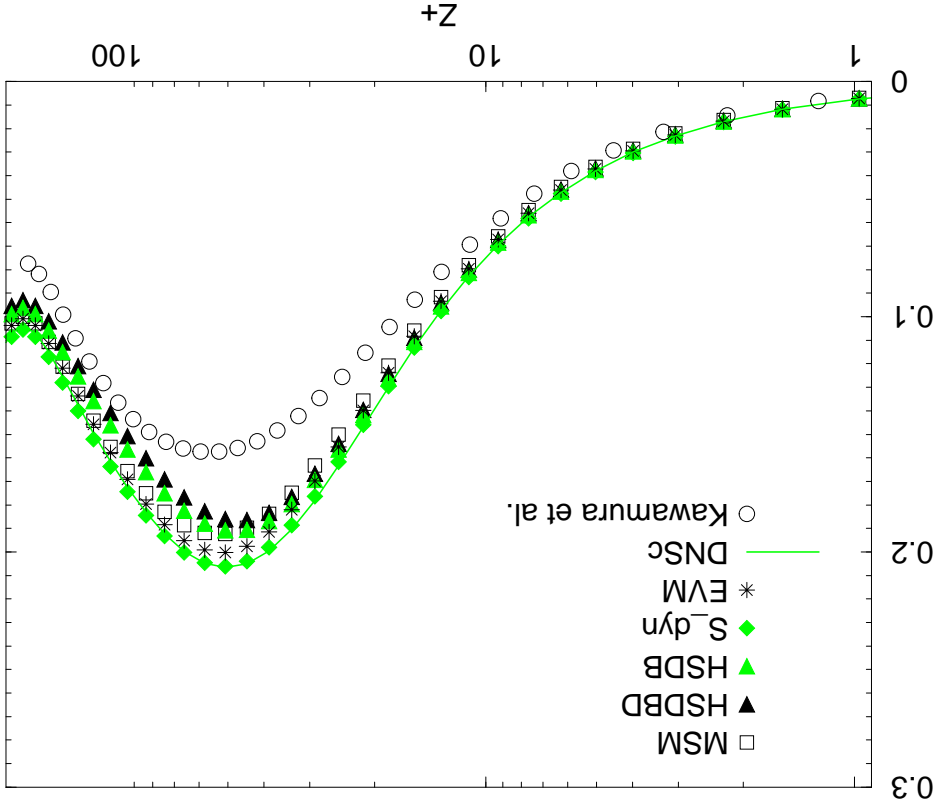
### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  $\overline{\theta}_{rms}$  à  $Pr = 0, 10$

Maillage fin

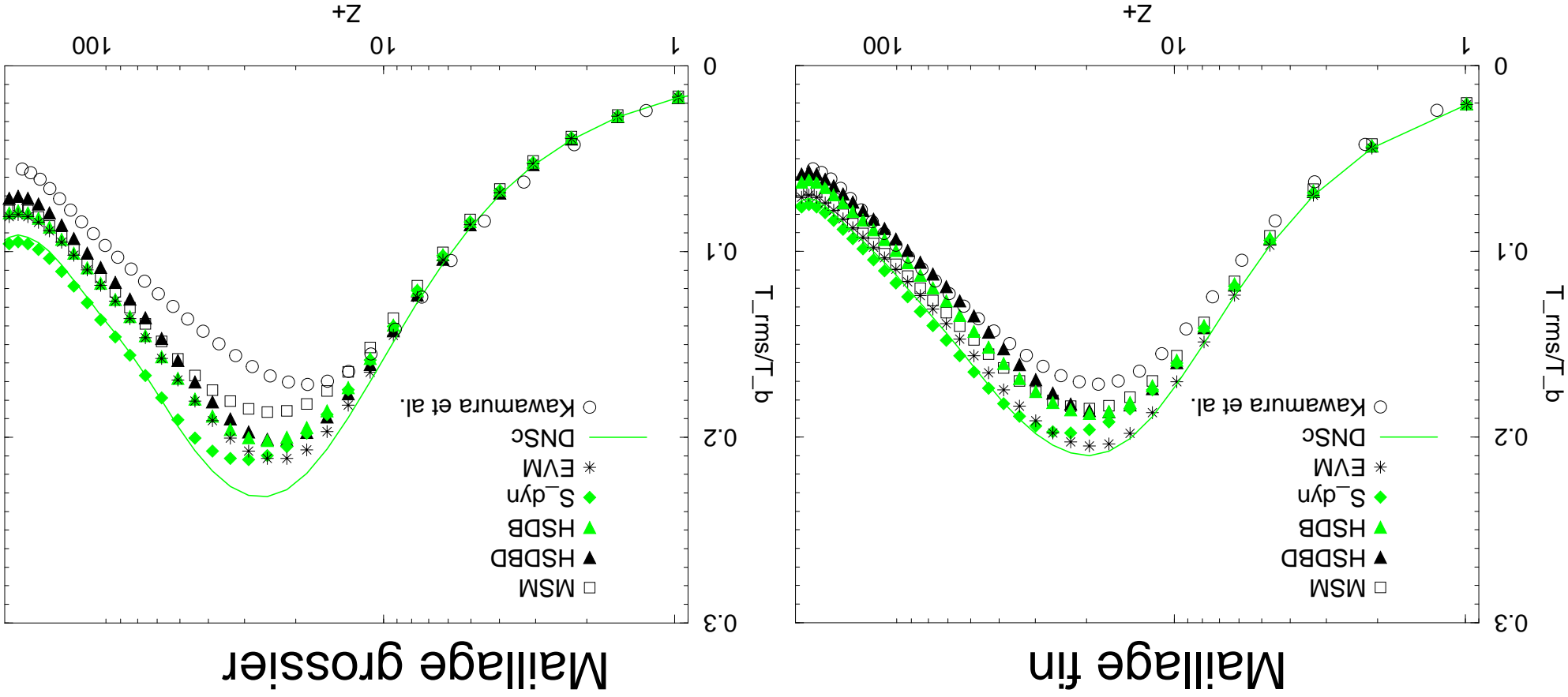


Maillage grossier



### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  $\overline{\theta}^{rms}$  à  $Pr = 0,71$



### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques : dissipation

- dissipation de variance sous-maille :

$$\left\langle \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right\rangle_{-T\theta_j} = \varepsilon_\theta$$

- dissipations Fickienne/Non Fickienne

$$\left\langle \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right\rangle_{k_{sm}} = \varepsilon_\theta \quad \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right\rangle_{-F\theta_j} = \varepsilon_{NF}$$

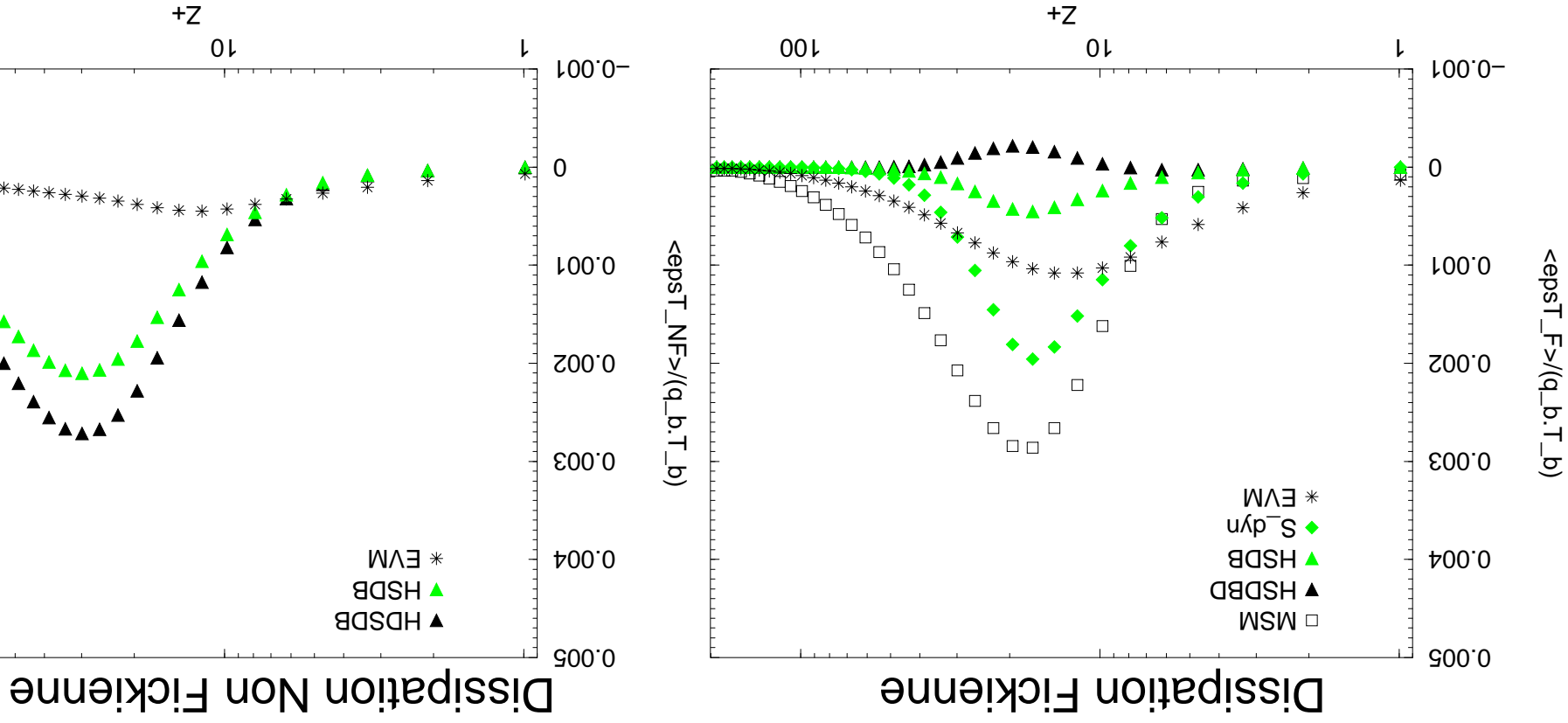
- dissipations associées aux gradients et fluctuations

$$\left\langle \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right\rangle_{-T\theta_j} = \varepsilon_{MG} \quad \left\langle \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \right) \right\rangle_{-T\theta_j} = \varepsilon_{HG}$$

## III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :

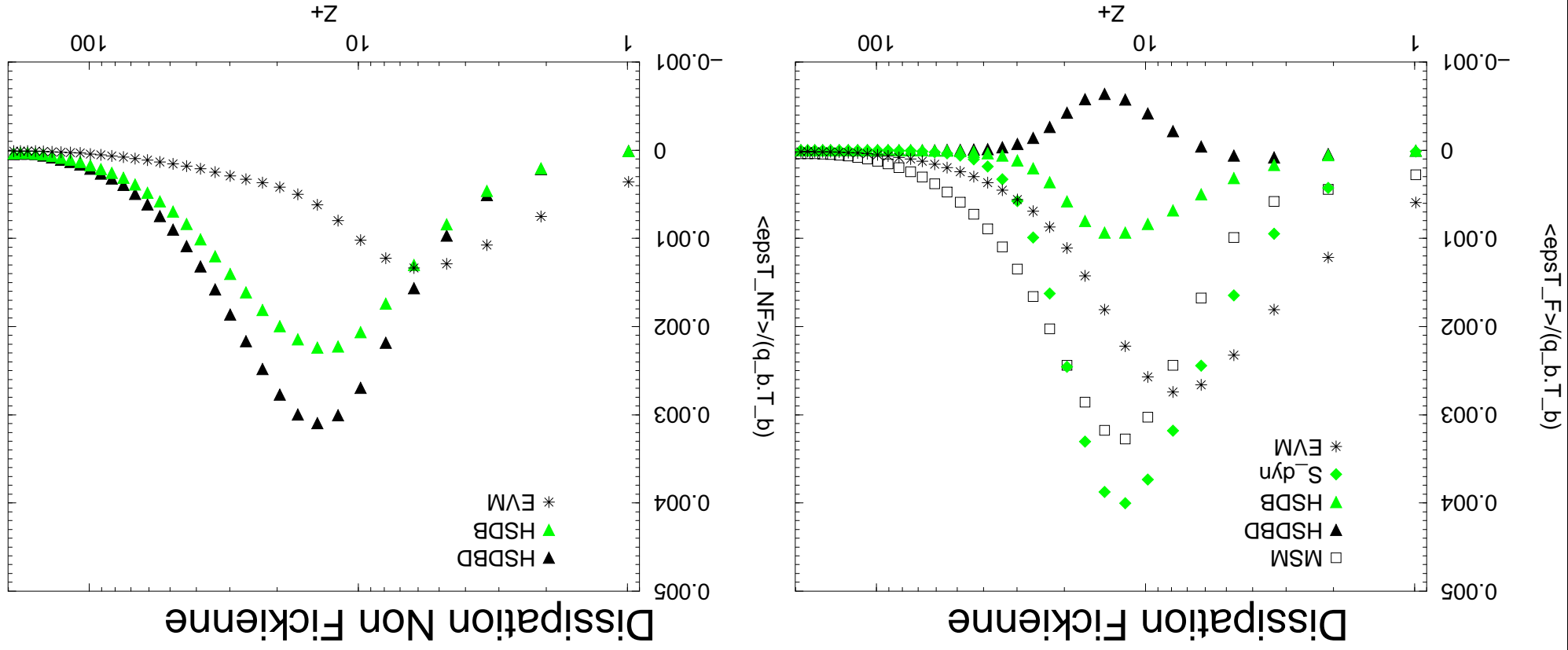
dissipations Fickienne/Non Fickienne à  $Pr = 0, 10$



## III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

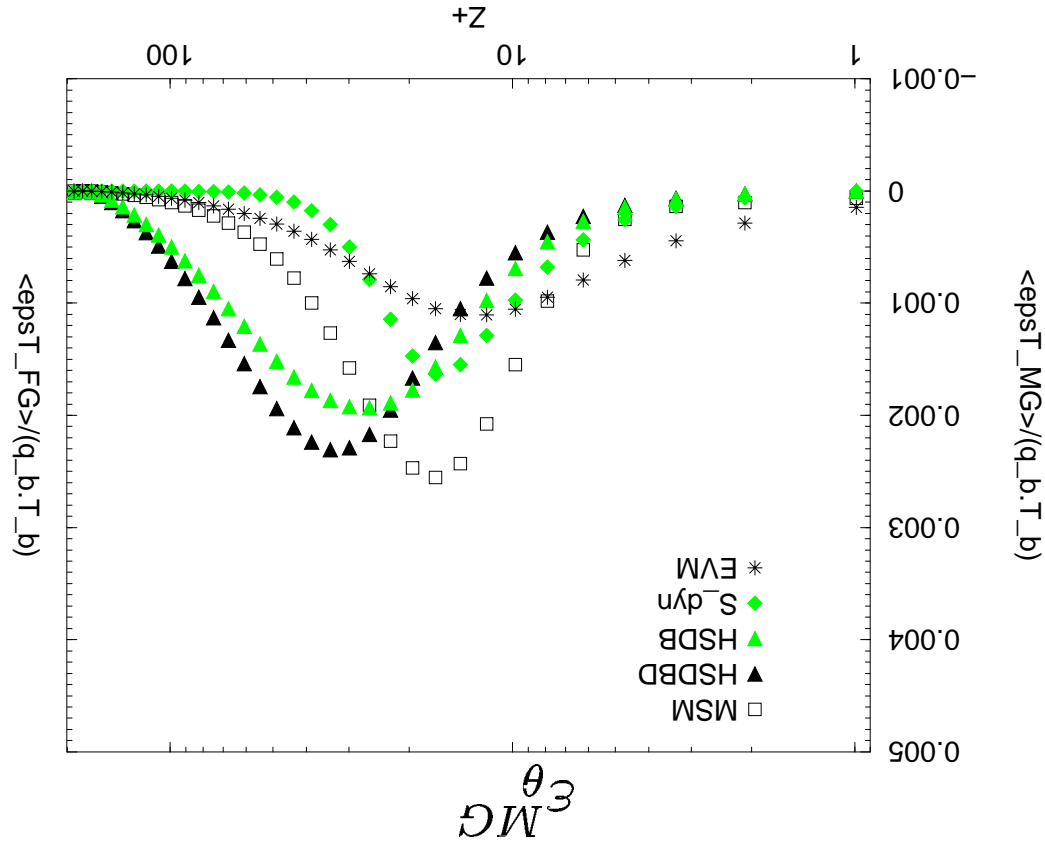
2/ Champs statistiques :

dissipations Fickienne/Non Fickienne à  $Pr = 0,71$



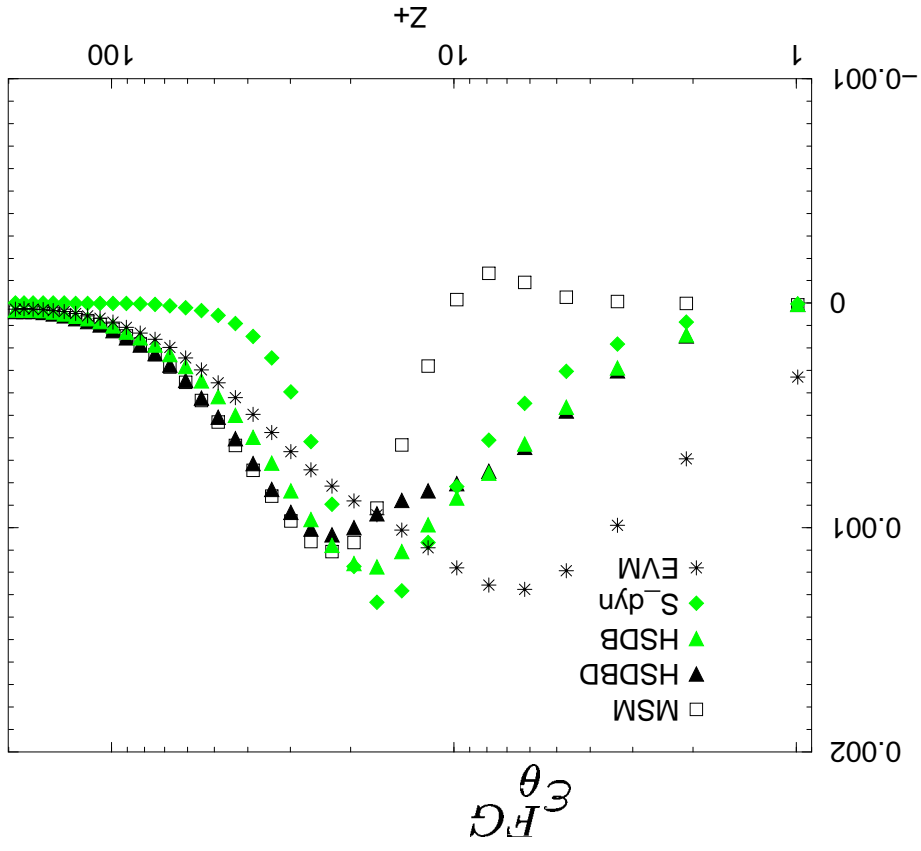
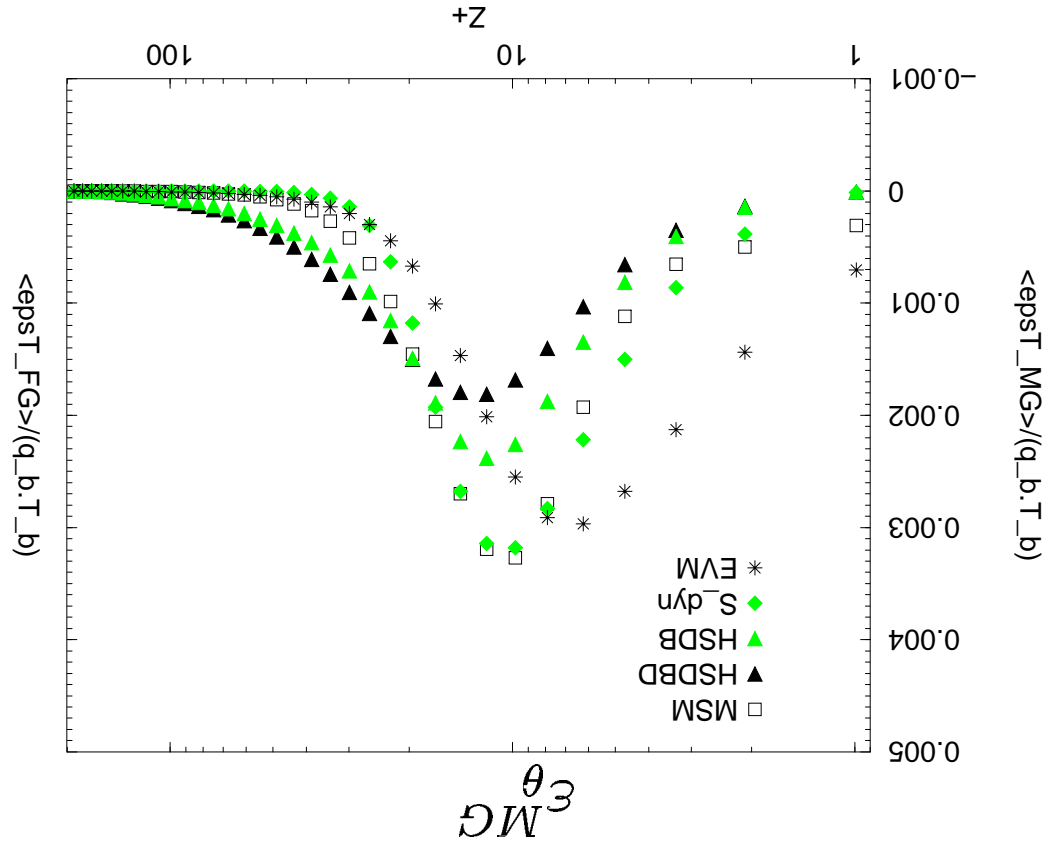
### III / Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  
 dissipation  $\epsilon_{MG}^{\theta}$  et  $\epsilon_{FG}^{\theta}$  à  $Pr = 0, 10$



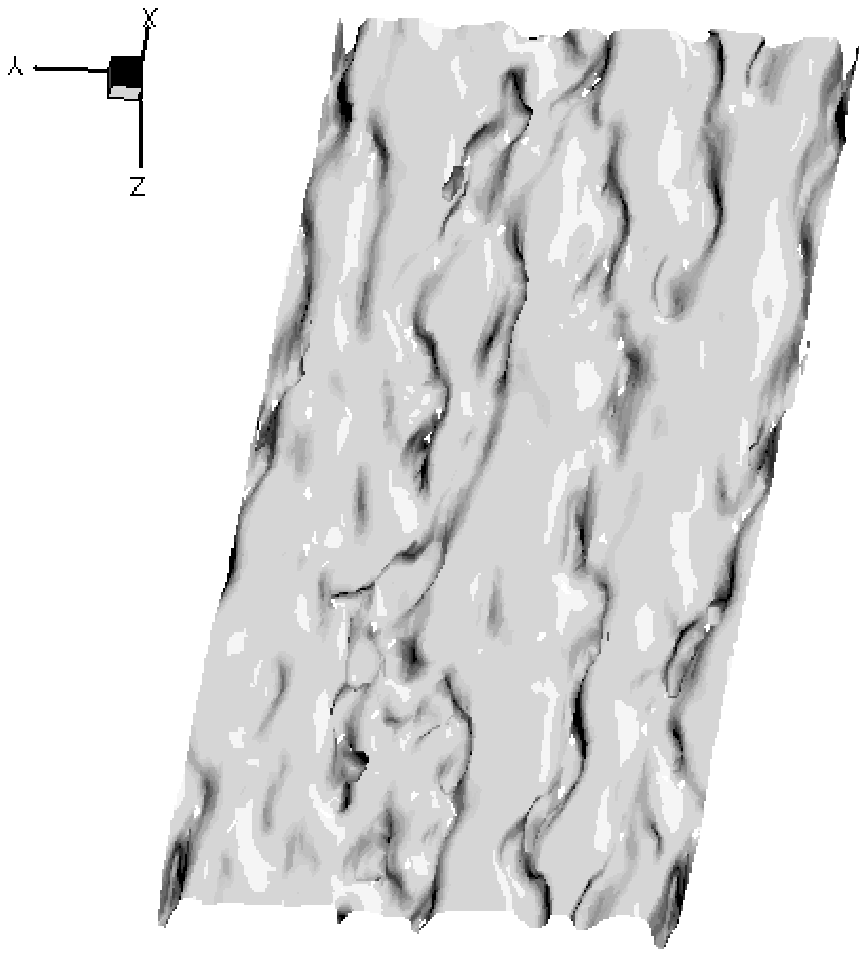
### III / Cas d'écoulements confinés non décollés

2/ Champs statistiques :  
dissipations  $\epsilon_{MG}^{\theta}$  et  $\epsilon_{FG}^{\theta}$  à  $Pr = 0,71$

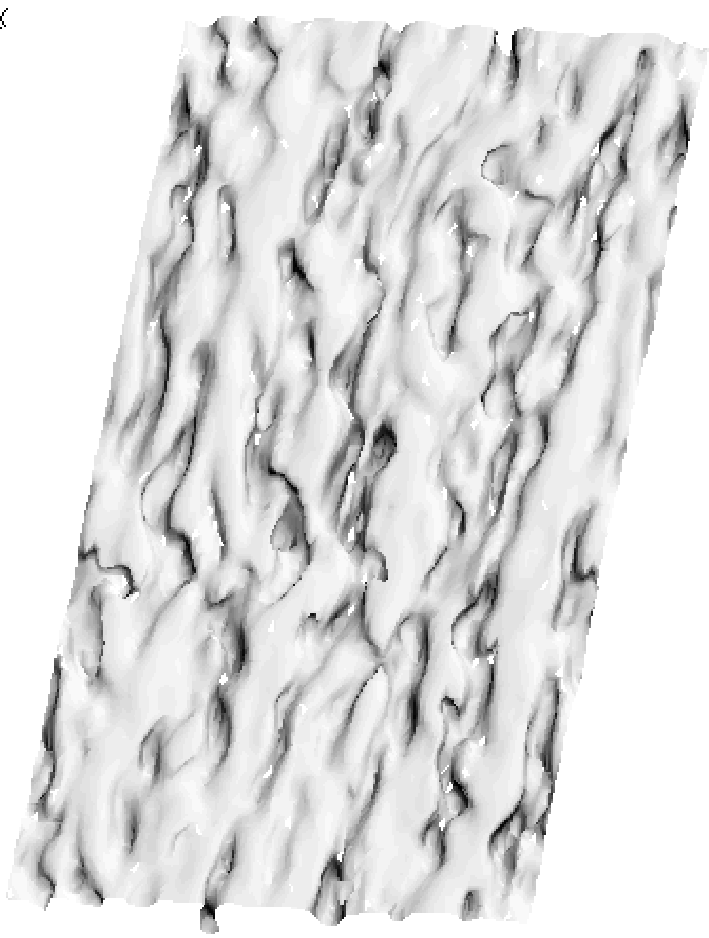


### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

3/ Champs instantanés  
 $Re_{\tau} = 180$



$Re_{\tau} = 395$

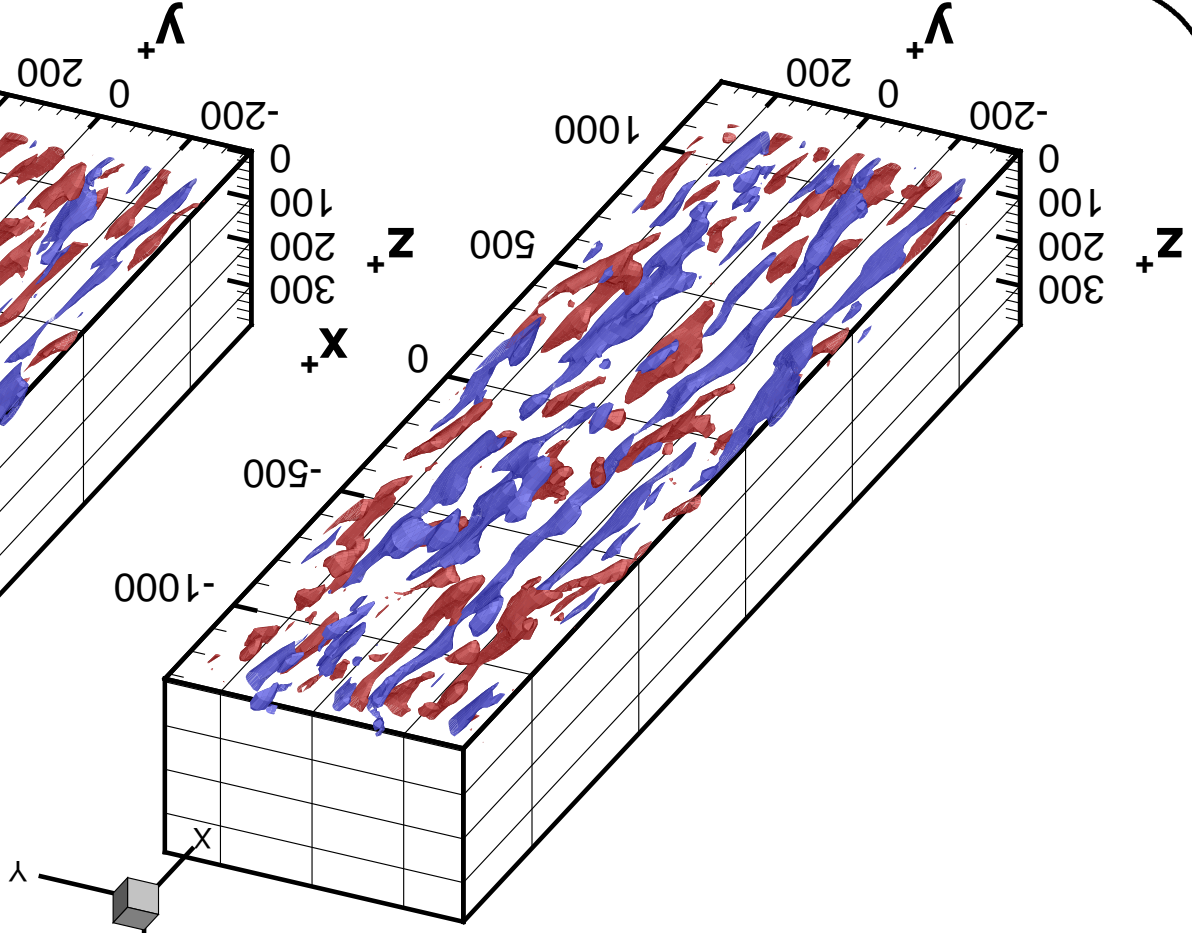




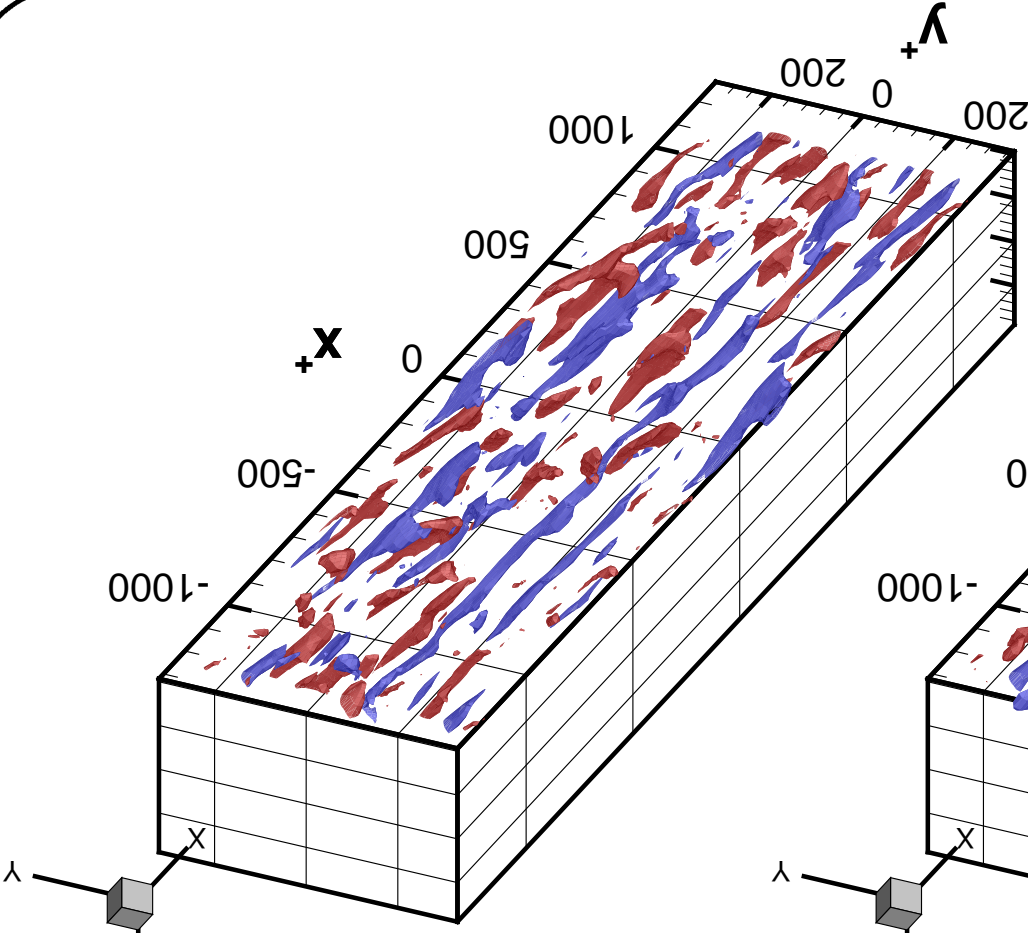
### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

3/ Champs instantanés

vitesse



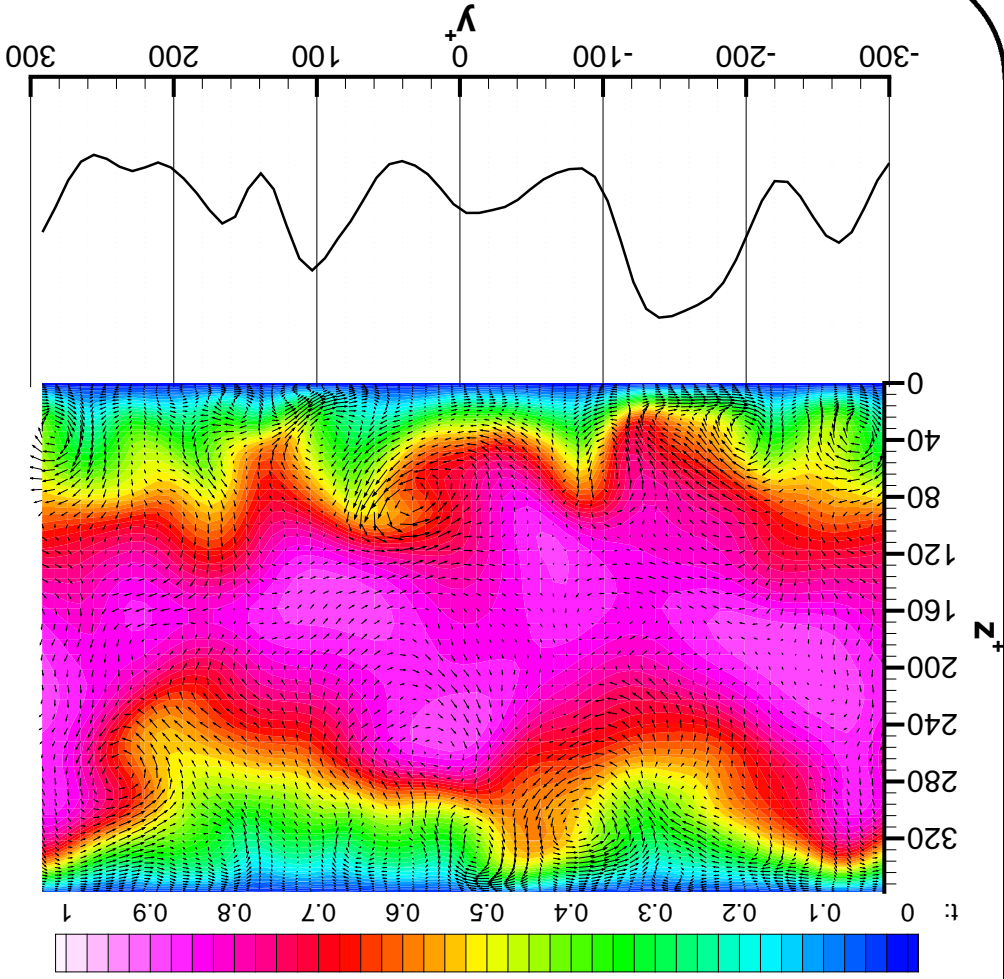
température



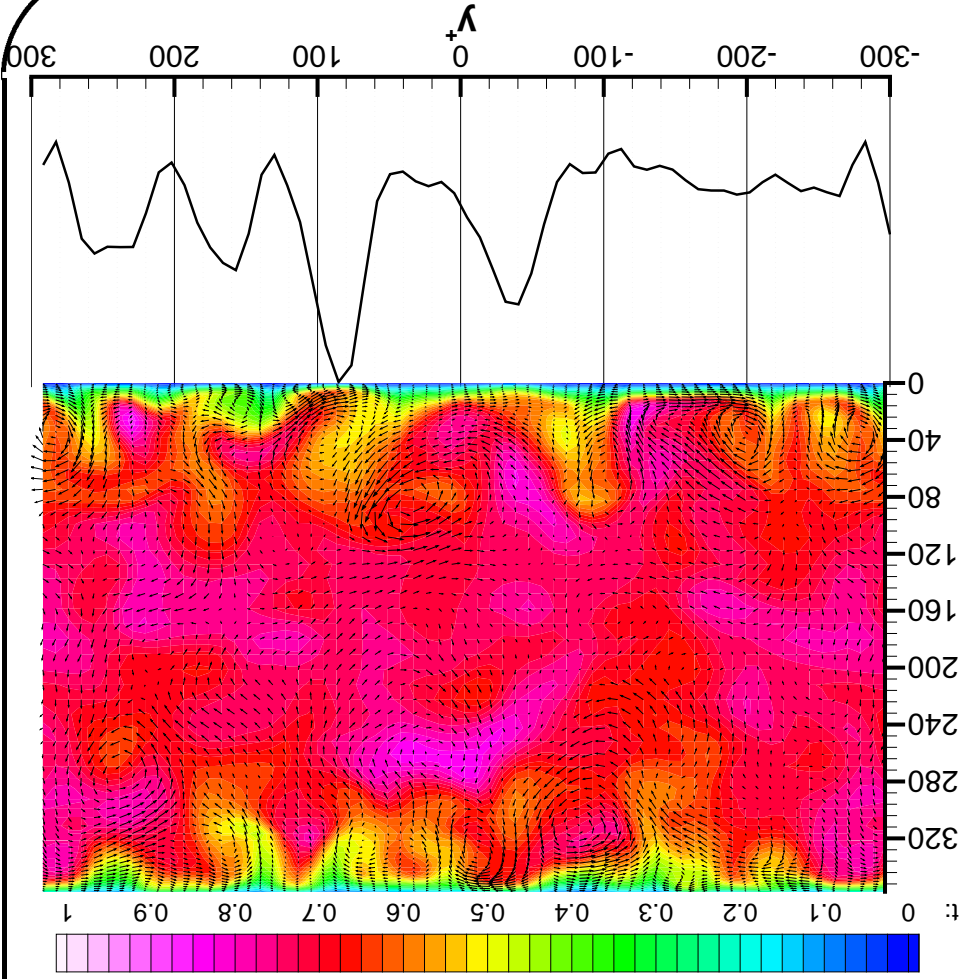
### III/ Cas d'écoulements confinés non décollés

3/ Champs instantanés

$$Pr = 0,10$$



$$Pr = 2,00$$

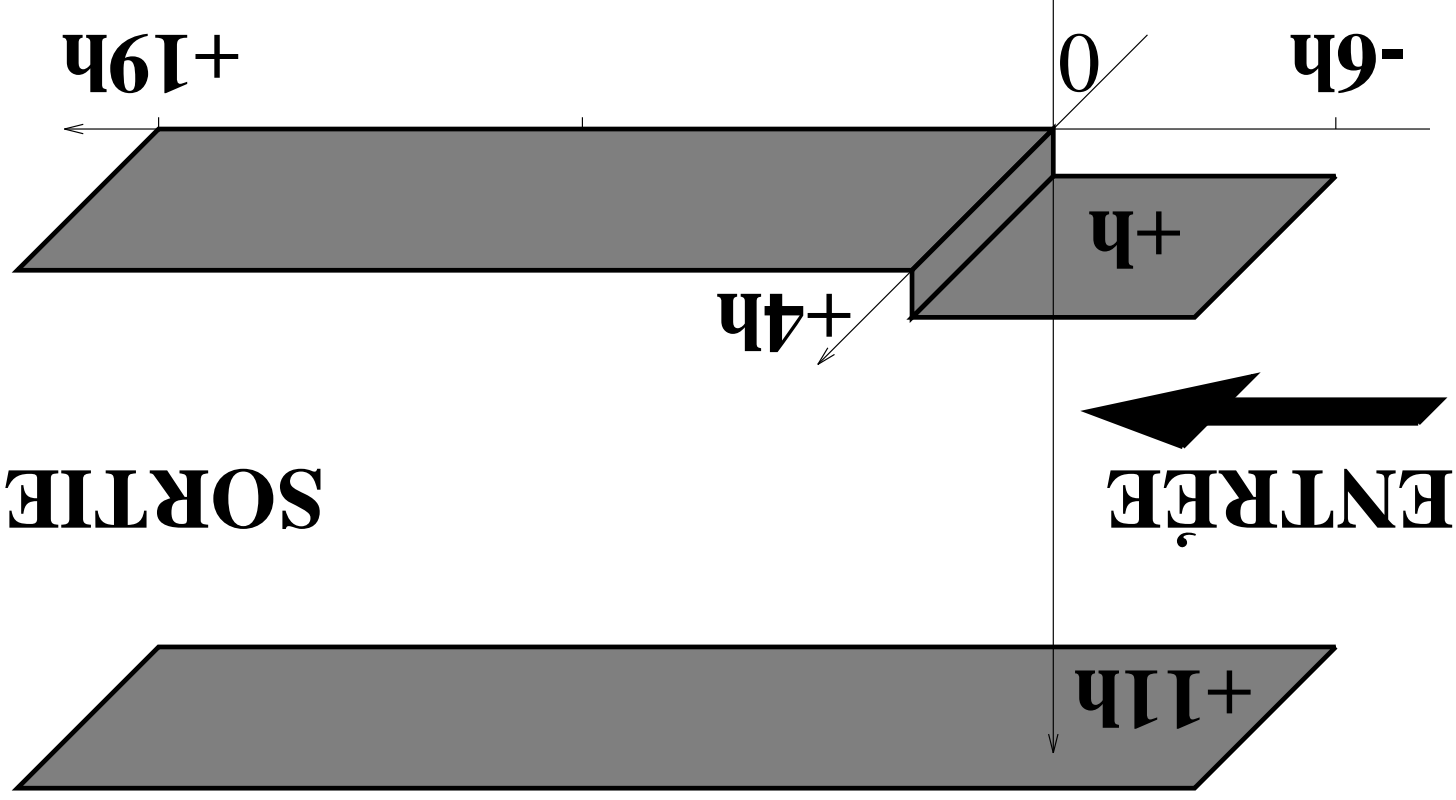


### III/ Cas d'un écoulement confiné décollé

1/ Géométrie et caractéristiques : domaine de calcul

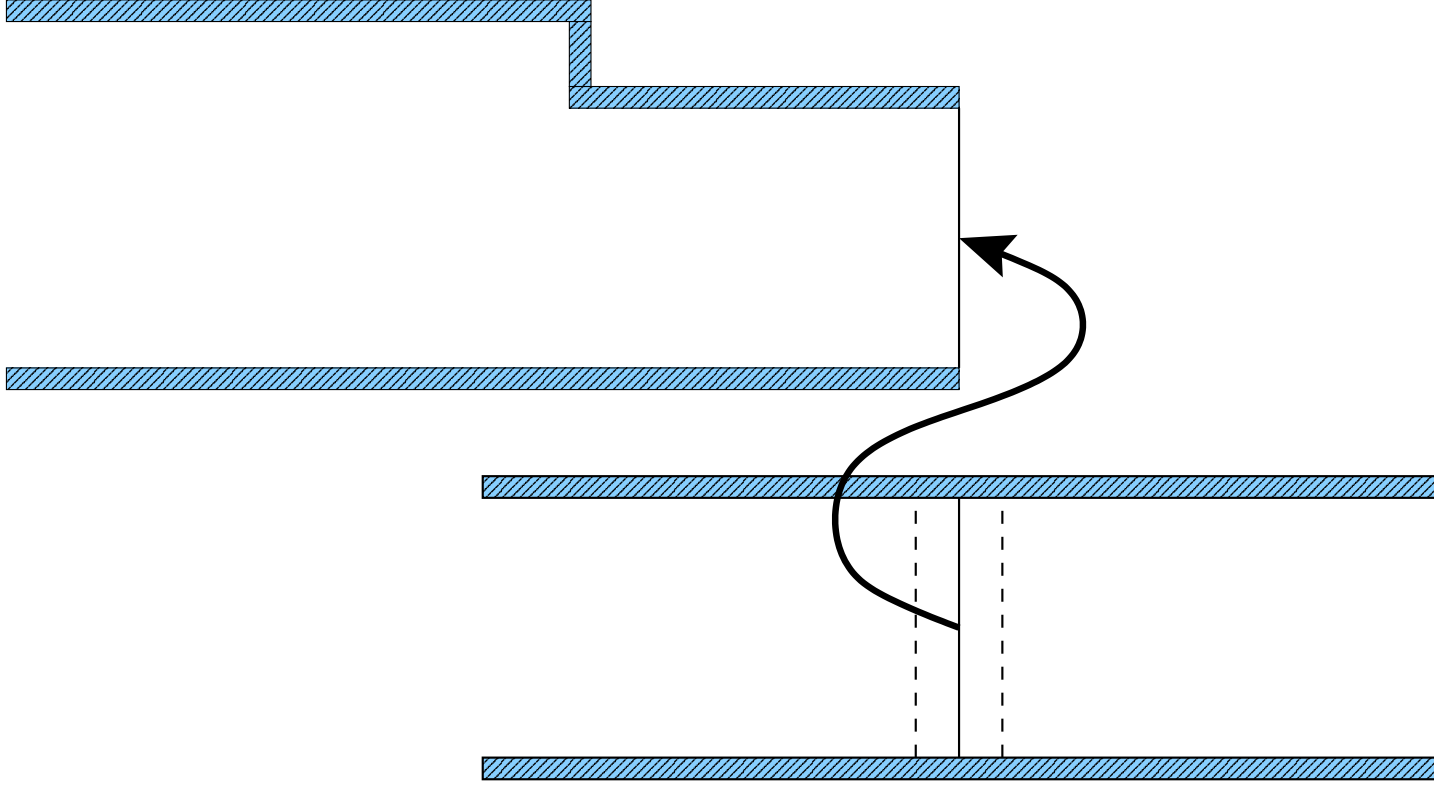
$$Re_m = 66100; \quad Re_t = 1250.$$

$$x_+ \in [-1500; 4750]; \quad y_+ \in [0; 1000]; \quad z_+ \in [0; 2750].$$



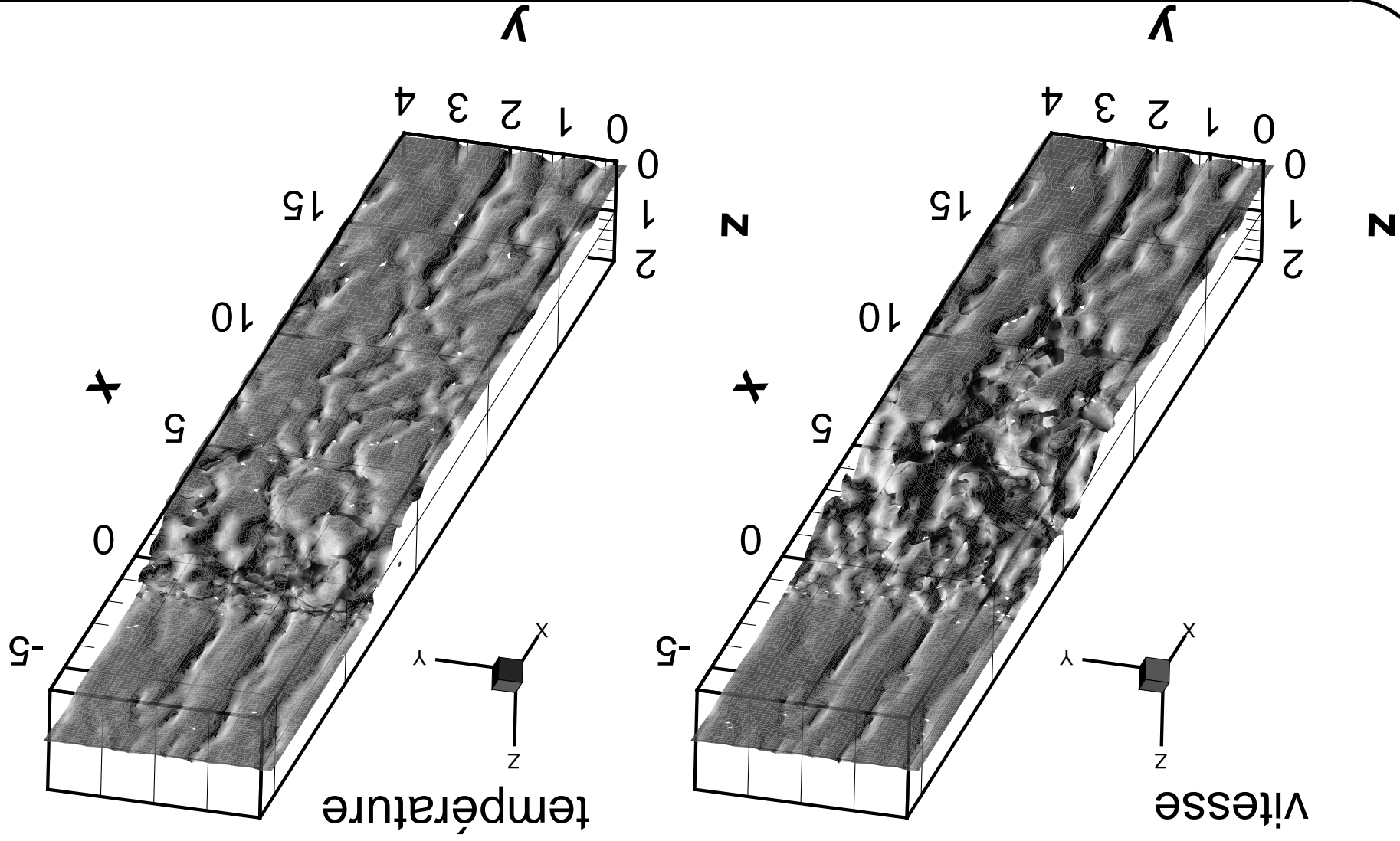
### III/ Cas d'un écoulement confiné décollé

1/ Géométrie et caractéristiques : couplage et conditions limites

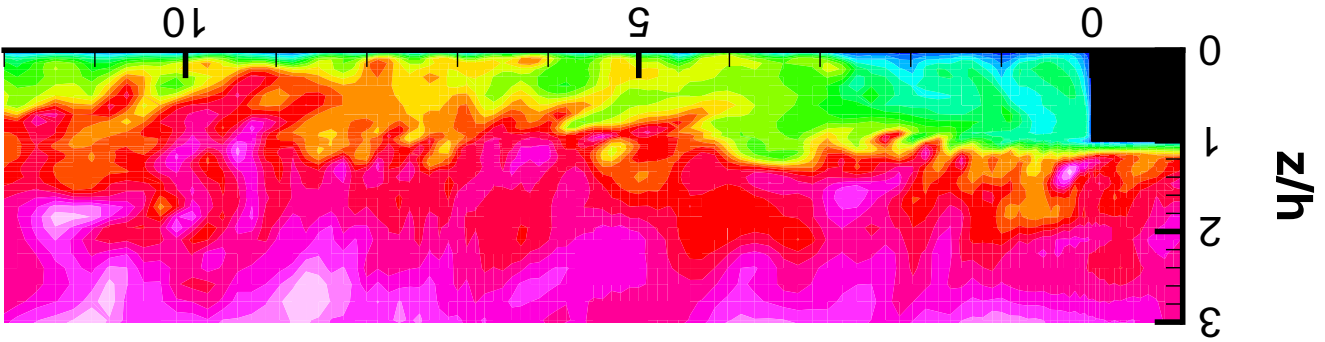
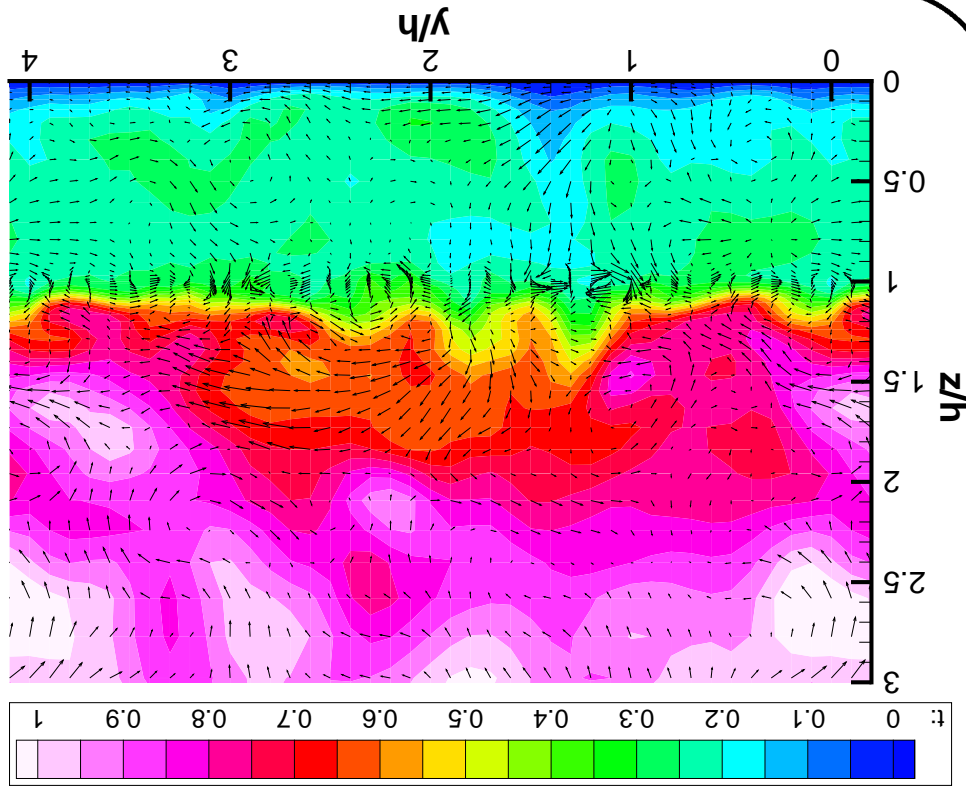
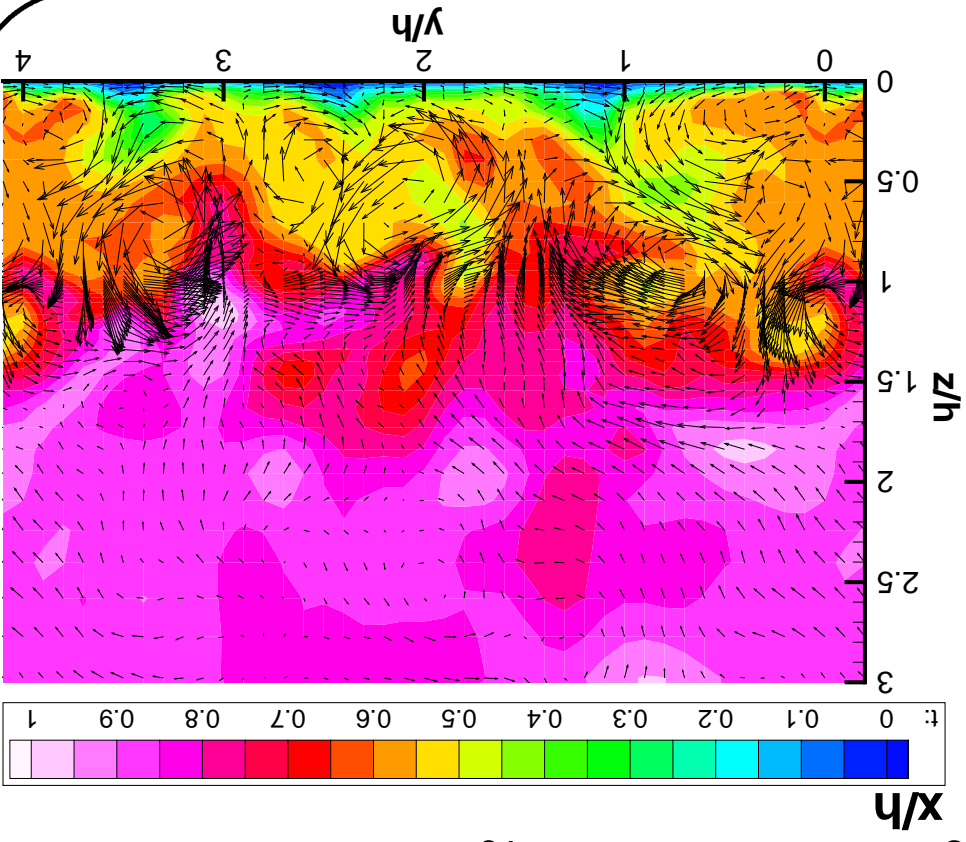


### III/ Cas d'un écoulement confiné décollé

2/ Champs instantanés

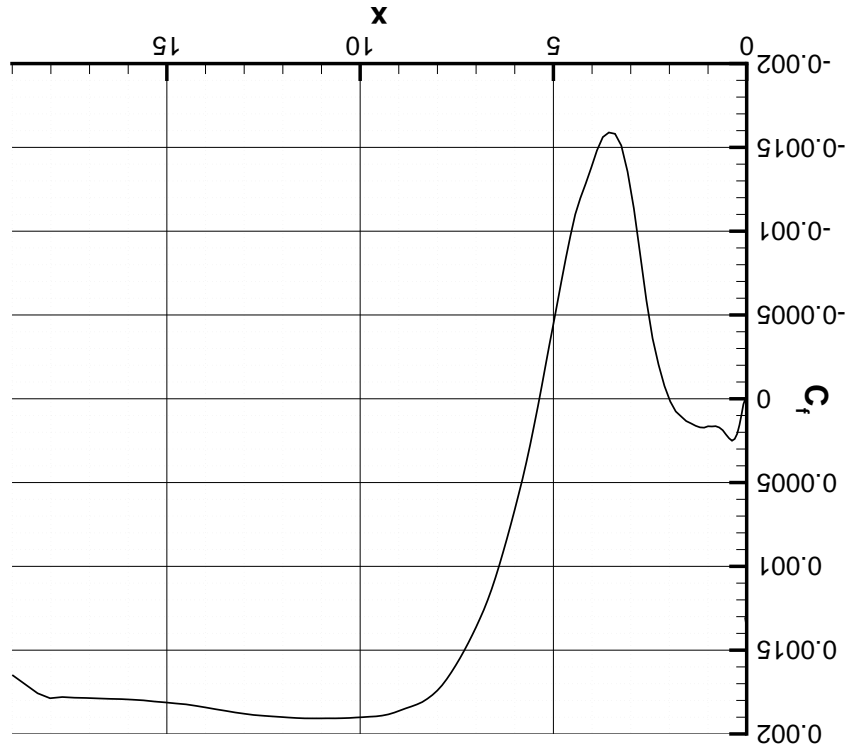
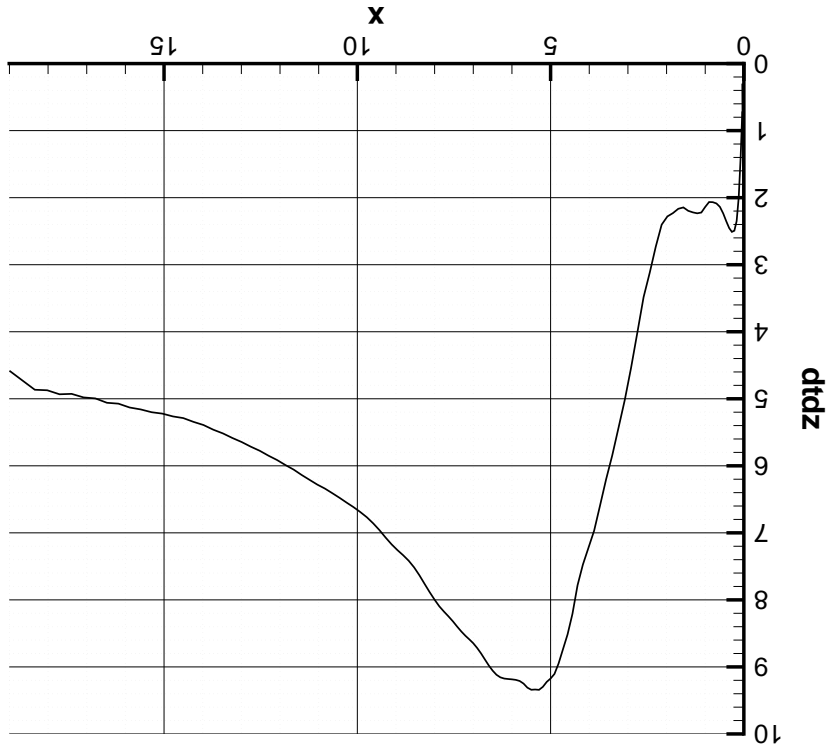


### III/ Cas d'un écoulement confiné décollé



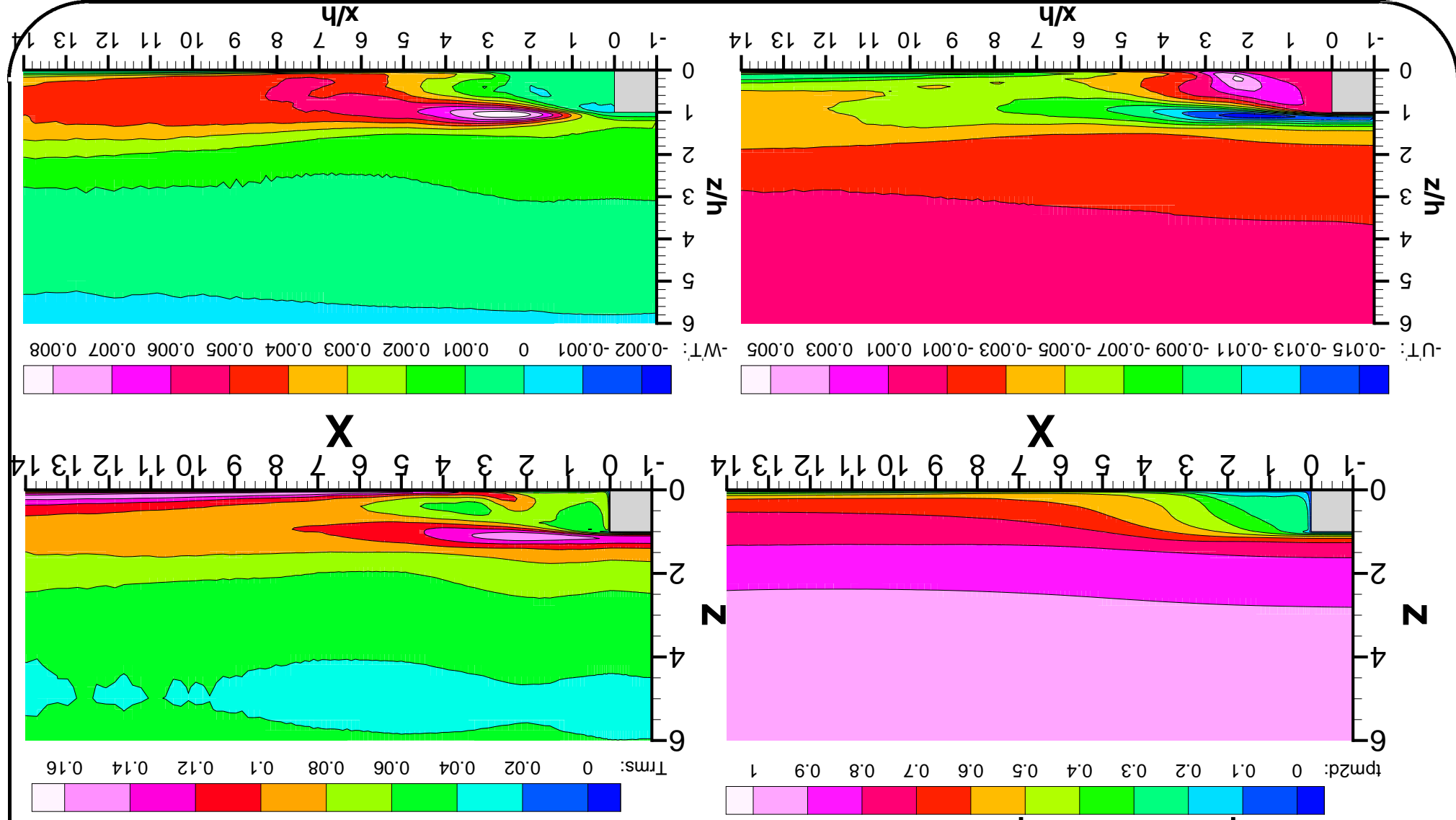
## 3/ Champs statistiques

## III/ Cas d'un écoulement confiné décollé



### III/ Cas d'un écoulement confiné décollé

#### 3/ Champs statistiques





## CONCLUSION

- Action de la modélisation sous-maille
- Corrélation entre les structures cohérentes de vitesse et de température
- Corrélation entre recollement et maximum de flux de chaleur
- ← Prise en compte des effets de la gravité
- ← Cas hors Boussinesq