



HAL
open science

Ions calcium uniques pour un étalon de fréquence optique

Caroline Lisowski

► **To cite this version:**

Caroline Lisowski. Ions calcium uniques pour un étalon de fréquence optique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2005. Français. NNT: . tel-00009617

HAL Id: tel-00009617

<https://theses.hal.science/tel-00009617>

Submitted on 29 Jun 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ DE PROVENCE

spécialité : Physique Quantique
présentée par

Caroline LISOWSKI

pour obtenir le grade de Docteur de
de l'Université de Provence

IONS CALCIUM UNIQUES
POUR UN ÉTALON DE FRÉQUENCE OPTIQUE

soutenue le 15 juin 2005 devant le jury composé de

| | |
|--------------------|------------|
| Christophe BLONDEL | examineur |
| Michael DREWSEN | rapporteur |
| Robin KAISER | rapporteur |
| Martina KNOOP | examineur |
| Pascale ROUBIN | président |
| Fernande VEDEL | directeur |

Laboratoire Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires
Université de Provence - Marseille

Remerciements

Les premières pages de cette thèse sont pour moi l'occasion de remercier Fernande Vedel pour m'avoir accueillie dans l'équipe qu'elle dirige. J'ai pu travailler sur une expérience passionnante, et mettre en pratique mes connaissances de physique atomique et de mécanique quantique. J'ai apprécié énormément les qualités humaines de toute l'équipe, dans laquelle règne équilibre et bonne humeur.

J'ai été très heureuse que Michael Drewsen et Robin Kaiser acceptent d'être rapporteurs de ma thèse malgré leurs agendas surchargés en cette période de l'année. Je remercie Christophe Blondel et Martina Knoop d'avoir fait partie du jury et Pascale Roubin de m'avoir fait l'honneur de le présider.

C'est Caroline qui m'a accueillie lors de ma première visite dans l'équipe pour mon stage de DEA. Sa présentation claire et pédagogique, son dynamisme et sa bonne humeur n'ont pu que m'inciter à venir travailler dans cette équipe. Je la remercie pour sa grande disponibilité. Dès que j'avais une question, elle était toujours là pour y répondre. Merci également pour m'avoir appris à écrire en Latex et aidé lors de la rédaction de ce manuscrit.

Je tiens à remercier chaleureusement Martina pour m'avoir appris tout ce qu'il fallait pour faire fonctionner la manip. Elle m'a fait confiance, et j'ai ainsi pu être autonome. Je lui suis très reconnaissante d'avoir partagé avec moi ses connaissances expérimentales.

C'est avec Gaëtan que je partageais mon bureau. Merci à lui pour m'avoir fait profiter de toutes ses connaissances dans le domaine des lasers et des asservissements. Son sens physique et son approche expérimentale m'ont été d'une grande aide. Merci à lui également pour sa gentillesse, son optimisme et son écoute.

Sans Didier, les premières mesures de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ n'auraient pas pu être faites. Suite à de nombreuses discussions, il a conçu un nouveau programme d'acquisition. Merci à lui aussi pour sa disponibilité et son aide en informatique.

Je remercie également Marie, toujours disponible et prête à répondre à mes questions sur les lasers. Merci à Michel pour ses connaissances et son aide en électronique. Je remercie Thierry, l'autre doctorant de l'équipe, ainsi que tous les stagiaires.

Merci à ma famille et mes amis, qui ont été un soutien important pendant ces trois années. Je tiens à remercier en particulier mes parents, mon frère Vincent, Christiane, Natha et Kalou, d'être venus m'écouter lors de la soutenance, et un grand merci à tous ceux qui ont pensé à moi le jour J.

Mes derniers remerciements seront pour mon Lio, qui a su me soutenir tout le long de ma thèse, notamment lors des derniers week-ends de rédaction, qui sait trouver les mots justes quand rien ne va plus, et qui croit en moi. Cette thèse lui est bien entendu dédiée.

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduction | 7 |
| 1.1 | Principe d'un étalon de fréquence atomique | 8 |
| 1.2 | Caractéristiques d'un étalon de fréquence atomique | 8 |
| 1.3 | Vers des horloges plus performantes | 9 |
| 1.3.1 | Les peignes de fréquences | 10 |
| 1.3.2 | Les horloges optiques : atomes ou ion unique | 11 |
| 1.4 | Le projet de Marseille | 13 |
| 1.5 | Plan de la thèse | 14 |
| 2 | Principes des techniques mises en oeuvre | 17 |
| 2.1 | Le piège | 17 |
| 2.1.1 | Piégeage de particules chargées | 17 |
| 2.1.2 | Piège de Paul | 18 |
| 2.1.3 | Équation du mouvement des ions et solutions | 19 |
| 2.1.4 | Piège de Paul-Straubel | 21 |
| 2.2 | Le refroidissement des ions | 22 |
| 2.2.1 | L'ion calcium | 22 |
| 2.2.2 | Le refroidissement laser | 24 |
| 2.2.3 | Couplage ion-piège et régime de Lamb-Dicke | 26 |
| 3 | Les sources lasers | 29 |
| 3.1 | Le laser de refroidissement à 397 nm | 29 |
| 3.2 | Le laser repompeur à 866 nm | 30 |
| 3.2.1 | Diodes laser en cavité étendue | 32 |
| 3.2.2 | Stabilisation de la fréquence à 866 nm | 33 |
| 3.3 | Le laser d'horloge à 729 nm | 39 |
| 3.3.1 | Stabilisation de la fréquence à 729 nm par la technique de Pound-Drever-Hall | 40 |
| 3.3.2 | Décalage en fréquence du laser à 729 nm | 49 |
| 3.4 | Mesure des waists | 50 |
| 3.5 | Mesure par autocorrélation des largeurs des lasers | 50 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4 | Préparation d'un ion calcium | 57 |
| 4.1 | Le dispositif expérimental | 57 |
| 4.1.1 | Piège | 57 |
| 4.1.2 | Création des ions | 58 |
| 4.1.3 | Enceinte à vide | 58 |
| 4.1.4 | Injection des faisceaux lasers dans le piège | 59 |
| 4.1.5 | Détection | 60 |
| 4.1.6 | Automatisation de l'expérience | 63 |
| 4.2 | Détermination du champ magnétique local | 63 |
| 4.3 | Création des ions et obtention d'un ion unique | 66 |
| 4.3.1 | Création et refroidissement des ions | 66 |
| 4.3.2 | Réduction du nombre d'ions | 67 |
| 4.3.3 | Vers un ion unique | 68 |
| 5 | Réduction du micromouvement | 71 |
| 5.1 | Méthodes usuelles | 72 |
| 5.1.1 | Méthode visuelle : déplacement spatial | 72 |
| 5.1.2 | Corrélation champ RF-photons | 72 |
| 5.1.3 | Spectre d'excitation de l'ion | 73 |
| 5.1.4 | Mesure des bandes latérales | 74 |
| 5.2 | Le phénomène de résonance noire | 74 |
| 5.2.1 | Description qualitative par l'atome habillé | 74 |
| 5.2.2 | Résonances noires des ions en mouvement | 79 |
| 5.3 | Simulations numériques | 81 |
| 5.3.1 | Équations de Bloch optiques | 81 |
| 5.3.2 | Doublet Autler-Townes et résonance noire | 82 |
| 5.3.3 | Effet de la puissance des lasers | 82 |
| 5.3.4 | Effet de la largeur des lasers | 84 |
| 5.4 | Observations expérimentales | 85 |
| 5.4.1 | Effet de la puissance des lasers | 86 |
| 5.4.2 | Mise en évidence de l'effet du micromouvement | 87 |
| 5.4.3 | Géométrie des faisceaux lasers | 88 |
| 5.5 | Conclusion | 91 |
| 6 | Mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ | 93 |
| 6.1 | Les calculs théoriques | 93 |
| 6.2 | Les mesures précédentes | 94 |
| 6.2.1 | Les mesures faites sans refroidissement laser | 94 |
| 6.2.2 | La technique d'"electron-shelving" à l'oeuvre | 97 |
| 6.2.3 | Deux mesures originales | 99 |
| 6.3 | Mesures sur un nuage d'ions | 101 |
| 6.3.1 | Mesures par "electron-shelving" | 101 |
| 6.3.2 | Evaluation des incertitudes | 103 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.3.3 | Résultats | 105 |
| 6.4 | Mesures sur un ion unique | 105 |
| 6.4.1 | Mesures par "electron-shelving" | 105 |
| 6.4.2 | Evaluation des incertitudes | 110 |
| 6.4.3 | Résultats | 114 |
| 6.4.4 | Comparaison des deux méthodes d'analyse | 115 |
| 6.5 | Discussion des résultats | 116 |
| 6.5.1 | Comparaison des deux mesures | 116 |
| 6.5.2 | Comparaison avec les autres valeurs expérimentales | 117 |
| 7 | Mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ | 119 |
| 7.1 | Les calculs théoriques | 119 |
| 7.2 | Les mesures précédentes | 120 |
| 7.3 | Méthode de mesure sur un ion unique | 123 |
| 7.4 | Expériences | 126 |
| 7.4.1 | Mise en oeuvre de la séquence de mesure | 126 |
| 7.4.2 | Mesures effectuées | 127 |
| 7.4.3 | Discussion des résultats | 128 |
| 8 | Vers un étalon de fréquence optique | 131 |
| 8.1 | Principe d'un étalon de fréquence optique basé sur un ion unique | 131 |
| 8.2 | Effets systématiques | 133 |
| 8.2.1 | Effet Zeeman | 133 |
| 8.2.2 | Interaction avec les champs électriques DC et leurs gradients | 139 |
| 8.2.3 | Interaction avec les champs électriques AC | 146 |
| 8.2.4 | Effet Doppler du second ordre | 154 |
| 8.2.5 | Résumé | 155 |
| A | Quelques données | 161 |
| A.1 | Quelques constantes fondamentales | 161 |
| A.2 | Coefficients 3-j | 161 |
| A.3 | Coefficients 6-j | 162 |
| B | Effet Zeeman du premier ordre pour $^{40}\text{Ca}^+$ | 163 |
| C | Formules générales | 165 |
| C.1 | Moment quadripolaire | 165 |
| C.2 | Moment dipolaire | 165 |
| C.3 | Pulsation de Rabi d'une transition quadripolaire | 166 |
| C.4 | Pulsation de Rabi d'une transition dipolaire | 166 |
| C.5 | Lien entre champ électrique et intensité | 167 |

Chapitre 1

Introduction

Les étalons atomiques de fréquences sont utilisés aussi bien pour la recherche fondamentale que pour des applications pratiques dans de nombreux domaines. Tout d'abord, ils jouent un rôle très important en métrologie. En effet, la seconde, unité de mesure du temps du système international, est définie depuis 1967 comme *"la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de ^{133}Cs "* [1]. À l'heure actuelle, l'unité de temps est réalisée par des étalons primaires de fréquence avec une incertitude relative inférieure à 10^{-15} [2]. Le temps est ainsi la grandeur physique dont la réalisation est la plus exacte. Il paraît alors naturel d'essayer de relier d'autres unités à celle du temps et des fréquences. Ainsi, le mètre est défini depuis 1983 comme *"la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 seconde"* [3]. Cette définition équivaut à fixer la vitesse de la lumière à une valeur conventionnelle. Aujourd'hui grâce au mètre et à la seconde, la définition de l'ampère permet d'établir au dixième de milliardième près les principaux étalons du domaine électrique.

Les performances des étalons atomiques de fréquences sont mises à profit en physique fondamentale. La détermination expérimentale de nombreuses constantes fondamentales repose sur des mesures de fréquences. Citons, entre autres, les mesures de la constante de Rydberg [4], du rapport entre la masse de l'électron et celle du proton [5] et des rapports h/M_{Cs} [6], h/M_{Rb} [7]. Par ailleurs, certaines théories modernes prévoient une violation du principe d'équivalence d'Einstein impliquant une variation des constantes fondamentales [8]. Les étalons atomiques de fréquences offrent la possibilité de tester en laboratoire ces théories, notamment en recherchant une éventuelle dérive de la constante de structure fine [2, 9, 10]. Citons aussi l'interférométrie longue distance (VLBI), la mesure des périodes des pulsars, la mise en évidence de la variation de la période de rotation de la Terre [11].

Les étalons atomiques de fréquences s'avèrent également très utiles pour des applications plus quotidiennes. Par exemple, ils servent à synchroniser des réseaux de télécommunications. En navigation, des étalons atomiques de fréquences sont utilisés dans les systèmes de positionnement, tel que le système GPS qui fonctionne avec un ensemble d'horloges atomiques embarqués à bord de 24 satellites [11].

1.1 Principe d'un étalon de fréquence atomique

Un étalon de fréquence atomique comprend trois composants importants : un oscillateur local ayant une bonne stabilité à court terme, une référence atomique et un dispositif de traitement du signal qui permet d'asservir l'oscillateur local sur la référence atomique. Un schéma de principe est représenté sur la figure 1.1.

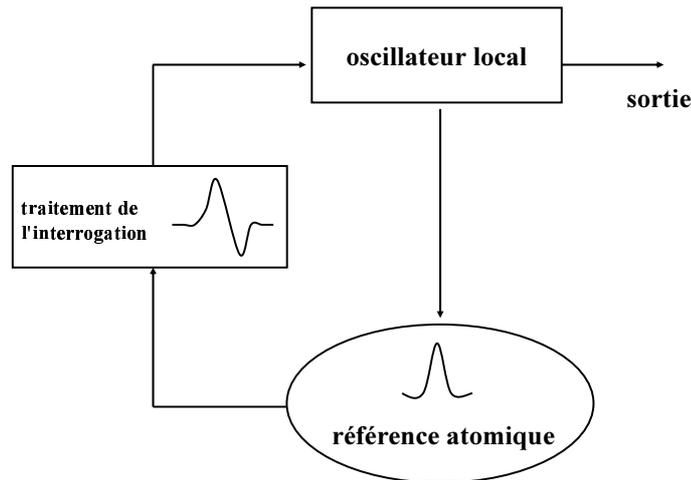


FIG. 1.1 – Représentation schématique d'un étalon de fréquence atomique.

1.2 Caractéristiques d'un étalon de fréquence atomique

Les qualités exigées pour un étalon de fréquence atomique sont son exactitude, sa précision, sa stabilité et sa reproductibilité.

L'exactitude représente l'incertitude sur l'écart entre la fréquence intrinsèque de la transition atomique de la référence et la fréquence effectivement délivrée par l'horloge (oscillateur local). Les effets physiques qui déplacent expérimentalement la fréquence atomique sont nombreux. Dans des conditions expérimentales, la fréquence mesurée est déplacée par des effets tels que les effets Zeeman et Stark, l'effet Doppler, les effets liés à la technique d'interrogation, etc. Les horloges actuelles au césium et au rubidium ont une incertitude relative inférieure à 10^{-15} [2].

La précision est la résolution de la mesure qui dépend de la largeur de la transition atomique observée divisée par la fréquence de cette transition. La limite de la largeur est donnée par la largeur naturelle de la transition d'horloge.

La stabilité en fréquence d'une horloge traduit son aptitude à reproduire la même fréquence moyenne au cours du temps. Elle dépend du temps d'intégration τ . Pour des temps courts (temps d'interrogation), elle est donnée par la stabilité intrinsèque de l'oscillateur qui délivre la fréquence étalon. À moyen terme (temps de rétro-action), elle est

limitée par la largeur observée de la transition atomique et dépend de la qualité du signal d'interrogation. Elle est communément caractérisée par l'écart type d'Allan des fluctuations relatives de fréquences dans le temps : $\sigma_y(\tau)$. Pour un temps de mesure τ , cet écart type peut généralement s'écrire [12] :

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{Q \times S/B} \times \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (1.1)$$

Q est le facteur de qualité atomique, égal à la fréquence de la transition ν_0 divisée par la largeur observée de la résonance atomique $\delta\nu$. La limite ultime de $\delta\nu$ est la largeur naturelle de la transition atomique. En pratique, elle est généralement restreinte par le temps d'interrogation des atomes ou par des limites techniques comme le bruit de l'oscillateur d'interrogation. S/B est le rapport signal sur bruit de la détection de la transition atomique effectuée en un temps T_c .

La reproductibilité est l'écart relatif entre les valeurs de fréquence données par deux étalons identiques. La pérennité du temps atomique est assuré par le fonctionnement en continu de plusieurs horloges en parallèle qui sont régulièrement comparées entre elles. Cette comparaison permet de calculer la référence de temps international : le Temps Atomique International (TAI).

1.3 Vers des horloges plus performantes

Aujourd'hui, les horloges les plus exactes sont les fontaines atomiques [13], qui utilisent des atomes refroidis par laser à des températures de l'ordre du microkelvin pour limiter les causes d'élargissement (effet Doppler). Ces dispositifs fonctionnent avec des atomes de césium ou de rubidium interrogés avec la méthode de Ramsey spatiale. La transition d'horloge est une transition hyperfine de l'état électronique fondamental à 9 192 631 770 Hz (Cs) ou environ 6 834 682 610 Hz (Rb). Avec des temps d'interrogation proche de 1 s, la résonance peut être détectée avec une largeur de raie de l'ordre de 1 Hz. Le facteur de qualité correspondant est alors voisin de 10^{10} . La stabilité des meilleures fontaines atomiques est limitée par le bruit de projection quantique [14]. Avec 10^7 atomes contribuant au signal d'horloge, une stabilité de $1,5 \times 10^{-14}$ à 1 s a récemment été obtenue avec la fontaine FO2 du laboratoire BNM-SYRTE. Les fontaines de ce laboratoire sont les premiers étalons de fréquence à posséder une exactitude relative dans la gamme des 10^{-16} : 6×10^{-16} pour le rubidium et 8×10^{-16} pour le césium [2]. Ces exactitudes pourraient être encore améliorées [15] mais il est difficilement concevable d'obtenir avec ces dispositifs une valeur inférieure à 1×10^{-16} [13].

Pour améliorer la stabilité de fréquence de ces étalons, on pourrait augmenter le nombre d'atomes interrogés car le bruit de projection quantique est inversement proportionnel à la racine carrée de ce nombre d'atomes [14]. Cependant, ce gain s'effectuerait au détriment de l'exactitude de l'horloge à cause du déplacement de fréquence induit par les collisions entre les atomes froids [16]. Pour pousser encore plus loin les performances des étalons de fréquences, il semble donc nécessaire d'augmenter soit le temps d'interrogation τ soit le facteur de qualité atomique Q . Plusieurs voies sont actuellement étudiées.

À cause de la gravité terrestre, le temps d'interrogation dans une fontaine atomique est limité à environ 1 s pour un dispositif de taille raisonnable. En revanche, ce temps peut être augmenté jusqu'à une dizaine de secondes dans une horloge embarquée à bord d'un satellite. Plusieurs projets sont engagés dans cette voie : ACES de l'agence spatiale européenne [17] et RACE et PARCS de l'agence spatiale américaine [18]. Le projet européen ACES vise à faire voler à bord de la station spatiale internationale le maser à hydrogène SHM et l'horloge à atomes froids de césium PHARAO. L'exactitude attendue pour cette horloge spatiale est de 1×10^{-16} [17].

Pour améliorer le facteur de qualité atomique, une autre méthode consiste à augmenter la fréquence de la résonance atomique. C'est dans cette voie très prometteuse que s'inscrit le développement d'étalons de fréquences optiques : en utilisant des transitions dans le domaine visible ou proche UV (400-1000 THz), la fréquence de la transition d'horloge est augmentée de près de 5 ordres de grandeur par rapport à celles utilisées dans les fontaines atomiques actuelles. Les horloges optiques sont en cours de développement depuis une vingtaine d'années. Depuis les années 2000, les recherches dans cette voie connaissent un essor fulgurant grâce au développement de peignes de fréquences.

1.3.1 Les peignes de fréquences

La complexité des chaînes de fréquences utilisées avant les années 2000 pour relier une fréquence optique à une source micro-onde [19, 20] a longtemps été un frein au développement des étalons de fréquences optiques. Une révolution dans la métrologie des fréquences a permis d'outrepasser cet inconvénient. En effet, des peignes de fréquences ont été développés. L'utilisation d'un laser femtoseconde [21, 22] et d'une fibre à cristal photonique [23] permet de générer un peigne de fréquences couvrant plus d'une octave [24]. Ces peignes de fréquences sont autoréférencés. Synchronisés sur le césium, ils permettent d'effectuer des comparaisons de fréquences optique/micro-onde ou optique/optique. De cette manière, tous les étalons de fréquences peuvent être facilement comparés. Ces peignes de fréquences ont rapidement été utilisés pour effectuer des mesures de fréquences absolues de très hautes précisions pour des transitions atomiques du Cs [25], Rb [22], H [26], I₂ [27, 28], In⁺ [29], Hg⁺ [30], Ca [30, 31], Yb⁺ [32, 33], CH₄ [34], Sr⁺ [35, 36]. Les peignes de fréquences ont déjà démontré leurs performances. Avec deux peignes de fréquences référencés à un même quartz à 10 MHz, il a été prouvé au MPQ (Max-Planck-Institut für Quantenoptik) que ces peignes de fréquences permettent d'effectuer des comparaisons de fréquences dans le domaine optique au niveau de 5×10^{-16} [21]. La comparaison entre la fréquence d'un laser Nd-YAG et sa seconde harmonique a été réalisée à la PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt). Le rapport entre les deux fréquences a été mesuré avec une erreur de 7×10^{-19} et une stabilité relative de fréquence atteignant quelques 10^{-18} en 100 s [37]. Au NIST, la comparaison de deux étalons optiques (l'un basé sur des atomes neutres Ca et l'autre sur un ion Hg⁺ piégé) a été mesurée avec une stabilité relative de 7×10^{-15} en 1 s [38]. Grâce aux peignes de fréquences, il est ainsi possible de comparer entre eux les étalons de fréquences, ce qui a encouragé le développement des horloges optiques.

1.3.2 Les horloges optiques : atomes ou ion unique

De nombreuses espèces atomiques possèdent des transitions étroites pouvant être utilisées pour réaliser un étalon de fréquence optique [12]. On peut distinguer de part leur mode de fonctionnement les étalons optiques utilisant des atomes neutres et ceux fonctionnant avec un ion unique.

Les étalons optiques à atomes neutres fonctionnent avec un grand nombre d'atomes froids. C'est un avantage incontestable puisque la stabilité ultime d'une horloge est inversement proportionnelle à la racine carrée du nombre d'atomes. De plus, de part leur mode d'interrogation, les horloges à atomes neutres possèdent l'avantage d'être moins contraignantes au niveau de la stabilité du laser d'interrogation que les horloges à ions. Les horloges à atomes présentent cependant des inconvénients. Dans les fontaines atomiques, le temps d'interrogation des atomes est court puisqu'il est limité par la gravité. De plus, confiner des atomes nécessite la modulation de leurs états électroniques internes via l'effet Zeeman ou l'effet Stark, ce qui provoque inévitablement des perturbations dans le spectre observé. Actuellement, les atomes sont interrogés en chute libre et par conséquent les degrés de libertés externes sont beaucoup moins bien contrôlés que ceux des ions piégés. Les atomes généralement choisis pour les horloges à atomes neutres sont les alcalino-terreux tels que Mg [39], Ca [30, 40, 41], Sr. Ces atomes présentent une structure de niveaux atomiques permettant leur refroidissement laser, et possèdent plusieurs transitions interdites (dans l'approximation dipolaire) susceptibles de jouer le rôle de transition d'horloge. Ce sont les candidats d'étalons à atomes les plus prometteurs puisqu'ils présentent une transition d'intercombinaison qui est très peu sensible aux perturbations extérieures et qui a une faible largeur naturelle.

Les projets les plus avancés utilisant un MOT (Magneto-Optic Trap) pour confiner les atomes sont ceux du NIST [30, 40] et de la PTB [41]. Ces deux projets reposent sur l'atome de calcium. La transition d'horloge considérée est la transition d'intercombinaison $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ à 657 nm, qui a une largeur naturelle d'environ 400 Hz. La transition qui sert au refroidissement laser des atomes est la transition dipolaire électrique $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ à 423 nm. L'utilisation d'un MOT permet d'avoir des temps d'interaction de quelques millisecondes et de réduire l'effet Doppler. Pour avoir un rapport signal sur bruit élevé, la spectroscopie des atomes est effectuée en utilisant la technique d'excitation de Ramsey-Bordé combinée à une technique de détection utilisant le "shelving", c'est-à-dire l'excitation dans un état métastable non couplé au cycle de refroidissement [42]. La méthode de Ramsey-Bordé est une extension de la méthode de Ramsey pour les transitions optiques, elle utilise quatre pulses $\pi/2$ à 657 nm, deux dans une direction (séparés d'un temps T) suivis de deux autres dans la direction opposée (séparés du même temps T). La technique de détection du "shelving" (utilisée initialement pour la spectroscopie des ions piégés) utilise la transition forte de refroidissement (423 nm) pour sonder la population de l'état fondamental des atomes avant et après l'excitation des atomes. La plus petite instabilité mesurée avec un étalon optique à atomes : 4×10^{-15} pour un temps d'interrogation de 1 s [43] et une incertitude absolue de 26 Hz [30] ont été démontrées au NIST .

Le confinement d'un ensemble d'atomes dans un réseau optique est une autre piste

de recherche. Le projet le plus avancé dans cette voie est celui reposant sur l'atome de strontium Sr. Pour cet atome, plusieurs transitions d'horloge sont possibles. La transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ semble être très prometteuse. En effet, en 2001 H. Katori et son équipe ont montré qu'il est possible de réaliser un piège dipolaire fortement désaccordé à une longueur d'onde telle que les déplacements lumineux des états 1S_0 et 3P_0 de l'atome de Sr soient identiques [44]. Par conséquent, la fréquence de la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ à 698 nm n'est pas perturbée au premier ordre. Cette méthode permettra d'avoir des atomes neutres confinés dans le régime de Lamb-Dicke. Cette proposition a motivé une équipe du BNM-SYRTE à développer un étalon atomique basé sur le strontium. Des résultats très prometteurs ont déjà été obtenus : lors de sa thèse, I. Courty a observé expérimentalement cette transition d'horloge fortement interdite (elle est faiblement permise par couplage hyperfin pour l'isotope fermionique ^{87}Sr) [45]. Très récemment, la fréquence de la transition d'horloge a été mesurée avec un peigne de fréquences par le groupe de Katori [46].

En parallèle aux horloges à atomes neutres sont développés des étalons à ions uniques. Du fait de leur charge, les ions peuvent être confinés dans un piège grâce à la force de Coulomb sans perturber leur état interne. Ceci constitue l'avantage majeur de l'utilisation des ions par rapport aux atomes neutres pour réaliser une horloge optique. En effet, l'interrogation d'horloge peut être effectuée avec des ions piégés dans le régime de Lamb-Dicke où il n'y a pas de déplacements de fréquences par effet Doppler du premier ordre ni par effet de recul. Par ailleurs, le temps d'interrogation n'est pas limité, ce qui permet d'obtenir des facteurs de qualité effectifs très élevés. À cause du mode d'interrogation des ions, un gros travail de stabilisation du laser d'horloge est nécessaire. Les horloges à ions possèdent un inconvénient en ce qui concerne la stabilité : pour limiter les interactions, elles fonctionnent généralement avec un ion unique. Le rapport signal sur bruit de la détection de la résonance est donc bien inférieur à celui des horloges à atomes. Néanmoins grâce à un facteur de qualité atomique très élevé, d'excellentes stabilités peuvent être obtenues. Plusieurs horloges à ions sont en cours de développement : Hg^+ , Yb^+ , In^+ , Sr^+ , Ca^+ . Les caractéristiques des transitions d'horloge de ces ions sont indiquées dans le tableau 1.1. Les transitions d'horloge de ces ions ont toutes des largeurs de raies inférieures à 4 Hz. Le plus ancien et le plus avancé des projets est celui reposant sur l'ion $^{199}\text{Hg}^+$ du NIST à Boulder [52]. La transition quadrupolaire électrique $^2S_{1/2}, F=0, m_F=0 \rightarrow ^2D_{5/2}, F=2, m_F=0$ a une largeur naturelle d'environ 2 Hz. Les deux transitions impliquées dans le refroidissement et l'interrogation de l'ion sont situées dans l'ultraviolet à 194 nm et 282 nm. Le seuil de stabilité attendu pour cet ion est inférieur à $1 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ pouvant atteindre des incertitudes fractionnelles jusqu'à 1×10^{-18} . Les résultats récemment obtenus avec ces horloges à ions sont consignés dans le tableau 1.1. La plus grande valeur du facteur de qualité atomique rapportée à ce jour a été obtenue avec l'horloge à ion Hg^+ : $Q = 1,6 \times 10^{14}$ pour un temps d'interrogation de 120 ms [47]. Avec des facteurs de qualité aussi élevés, d'excellentes stabilités ont déjà été démontrées comme 7×10^{-15} pour 1 s pour l'horloge à ion Hg^+ [38] (valeur deux fois meilleure que celle de la fontaine atomique FO2). Courant 2003, la PTB a démontré un accord de fréquence entre deux horloges à ion ytterbium au niveau de 1×10^{-15} pour 1000 s [51]. Les

| Ion | $^{199}\text{Hg}^+$ | $^{115}\text{In}^+$ | $^{88}\text{Sr}^+$ | |
|------------------|--|--|--|----------------------|
| Transition | $^2S_{1/2}, F = 0$ $\rightarrow ^2D_{5/2}, F = 2$ | $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ | $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$ | |
| λ | 282 nm | 237 nm | 674 nm | |
| δv_{th} | 1,7 Hz | 0,8 Hz | 0,4 Hz | |
| Q_{th} | $6,3 \times 10^{14}$ | $1,6 \times 10^{15}$ | $1,1 \times 10^{15}$ | |
| Labo | NIST [47] | MPQ [48] | NRC [49] | NPL [50] |
| δv_{obs} | 6,7 Hz | 170 Hz | 250 Hz | 70 Hz |
| Q_{obs} | $1,6 \times 10^{14}$ | $7,7 \times 10^{12}$ | $1,8 \times 10^{12}$ | $6,3 \times 10^{12}$ |
| Ion | $^{171}\text{Yb}^+$ | $^{171}\text{Yb}^+$ | $^{43}\text{Ca}^+$ | |
| Transition | $^2S_{1/2}, F = 0$ $\rightarrow ^2D_{3/2}, F = 2$ | $^2S_{1/2}, F = 0$ $\rightarrow ^2F_{7/2}, F = 3$ | $^2S_{1/2}, F = 4$ $\rightarrow ^2D_{5/2}, F = 6$ | |
| λ | 436 nm | 467 nm | 729 nm | |
| δv_{th} | 3,1 Hz | $\sim \text{nHz}$ | 0,2 Hz | |
| Q_{th} | $2,2 \times 10^{14}$ | $\sim 10^{23}$ | $2,1 \times 10^{15}$ | |
| Labo | PTB [51] | NPL [50] | | |
| δv_{obs} | 30 Hz | 180 Hz | | |
| Q_{obs} | $2,3 \times 10^{13}$ | $3,6 \times 10^{12}$ | | |

TAB. 1.1 – Transitions d’horloge des étalons de fréquence fonctionnant avec des ions. Largeurs et facteurs de qualité théoriques et obtenus expérimentalement.

fréquences de la transition d’horloge de ces différents étalons ont été mesurées à l’aide des peignes de fréquences. Les résultats de ces mesures sont consignés dans le tableau 1.2. À ce jour, la meilleure incertitude relative a été obtenue par la PTB avec l’horloge à ion Yb^+ : $8,7 \times 10^{-15}$.

1.4 Le projet de Marseille

L’ion Ca^+ , avec sa transition quadrupolaire électrique $4^2S_{1/2} - 3^2D_{5/2}$ à 729 nm de facteur de qualité supérieur à 10^{15} (cf tableau 1.1), est un excellent candidat pour un étalon de fréquence optique. Il possède une transition dipolaire électrique à 397 nm permettant son refroidissement par laser. L’existence du $^{43}\text{Ca}^+$, isotope de spin nucléaire impair ($I = 7/2$), permet de proposer un étalon de fréquence utilisant une transition hyperfine $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$ indépendante du champ magnétique au premier ordre. Un autre avantage de l’ion calcium est d’avoir des longueurs d’onde impliquées dans l’expérience qui peuvent être fournies par des diodes lasers ou des lasers à solide, ce qui permet d’envisager un montage d’horloge définitif compact et stable.

Dans notre laboratoire, le travail expérimental sur l’ion calcium pour son utilisation en métrologie des fréquences a débuté au début des années 90. La construction d’un premier système de piégeage (piège de Paul quadrupolaire de rayon 7,1 mm) a été exploitée pour l’apprentissage du piégeage et la manipulation des lasers spécifiques aux transitions

| Ion | Labo | ν_{mes} | incert. | incert. rel. | ref |
|---------------------|------|-----------------------|---------|-----------------------|------|
| $^{199}\text{Hg}^+$ | NIST | 1 064 721 609 899 146 | 10 | $9,4 \times 10^{-15}$ | [52] |
| $^{115}\text{In}^+$ | MPQ | 1 267 402 452 899 920 | 230 | $1,8 \times 10^{-13}$ | [29] |
| $^{88}\text{Sr}^+$ | NRC | 444 779 044 095 510 | 50 | $1,1 \times 10^{-13}$ | [36] |
| $^{88}\text{Sr}^+$ | NPL | 444 779 044 095 520 | 100 | $2,3 \times 10^{-13}$ | [35] |
| $^{171}\text{Yb}^+$ | PTB | 688 358 979 309 312 | 6 | $8,7 \times 10^{-15}$ | [32] |
| $^{171}\text{Yb}^+$ | NPL | 642 121 496 771 260 | 230 | $3,6 \times 10^{-13}$ | [33] |
| $^{40}\text{Ca}^+$ | UI | 411 042 129 776 230 | 250 | $3,9 \times 10^{-13}$ | [53] |

TAB. 1.2 – Valeurs des fréquences des transitions d’horloge mesurées avec un peigne de fréquences. L’incertitude comprend l’incertitude de mesure et celle sur l’évaluation des effets systématiques. NRC : National Research Council, NPL : National Physical Laboratory, UI : Universität Innsbruck.

de l’ion calcium [54]. L’étude a commencé par la mesure de la durée de vie des niveaux métastables $3^2D_{3/2}$ et $3^2D_{5/2}$ sur un nuage d’ions non refroidis [55]. L’influence des gaz résiduels sur l’élargissement spectral a également été étudiée [55, 56]. Un deuxième piège de type Paul-Straubel a été fabriqué par la suite. Ce piège a été caractérisé en 2001 [57]. En parallèle de la conception du deuxième piège, la préparation de diodes lasers a été réalisée, notamment une diode laser à 729 nm [58].

1.5 Plan de la thèse

Cette thèse s’organise comme suit : après cette introduction, la deuxième partie est consacrée à la description des techniques mises en oeuvre dans notre expérience. Le type de piège utilisé pour confiner les ions est décrit. Nous rappelons aussi brièvement le principe du refroidissement laser et détaillons la particularité des ions piégés refroidis par laser. Notamment, un ion dans le régime de Lamb-Dicke permet de supprimer l’effet Doppler du premier ordre, ce qui est un atout important pour un étalon de fréquence basé sur un ion unique. Pour atteindre ce régime, l’amplitude du mouvement de l’ion doit être réduite. Dans le chapitre 3, les sources lasers utilisées sont détaillées ; mon travail sur ces lasers a consisté à réaliser des asservissements et à mesurer leur largeur de raie par autocorrélation. Le chapitre suivant concerne la description de l’expérience. D’abord, le dispositif expérimental y est présenté ; notamment, le système de détection mis en place a permis d’augmenter le niveau de signal de fluorescence recueilli pour un ion unique. La création des ions et l’obtention d’un ion unique y sont également détaillées. La cinquième partie de cette thèse est consacrée à une nouvelle méthode de réduction du micromouvement des ions. Cette technique mise en place lors de ma thèse utilise le phénomène de résonance noire. Puis, les deux chapitres suivants concernent la mesure de la durée de vie des deux niveaux métastables $3^2D_{5/2}$ et $3^2D_{3/2}$ respectivement. La mesure de la durée de vie du niveau $3^2D_{5/2}$ est réalisée sur un nuage d’ions ainsi que sur un ion unique. Cette mesure est une étape importante dans notre expérience puisqu’elle a permis d’identifier

et de contrôler les effets qui réduisent la durée de vie du niveau $3^2D_{5/2}$ et qui pourraient contribuer à élargir la transition d'horloge. La mesure de la durée de vie du niveau $3^2D_{3/2}$ a été entreprise en procédant à une statistique de sauts quantiques mais n'a pas pu aboutir dans l'état actuel de l'expérience. L'interrogation de l'ion lors de la réalisation de l'étalon de fréquence optique devra également être faite par une statistique de sauts quantiques. Ainsi, la mesure de la durée de vie du niveau $3^2D_{3/2}$ nous a permis de nous initier à un tel type de mesure. Enfin, la dernière partie de ce mémoire est consacrée au futur étalon de fréquence optique basé sur l'ion calcium. Le principe d'un tel étalon est brièvement décrit. Les effets systématiques, qui pourraient altérer l'exactitude et la précision du futur étalon, évalués lors de ma thèse y sont détaillés.

Chapitre 2

Principes des techniques mises en oeuvre

Dans ce chapitre, nous allons décrire les bases théoriques nécessaires à la compréhension de l'expérience d'ion unique et piégé. Une première partie est consacrée au piège utilisé pour confiner les ions. Il s'agit d'un piège radiofréquence (piège de Paul). Les phénomènes comme les collisions et les anharmonicités du piège peuvent "chauffer" les ions, c'est-à-dire augmenter leur énergie cinétique. Le refroidissement des ions est donc nécessaire afin de réduire leur énergie cinétique. La solution utilisée est le refroidissement laser puisque seul ce type de refroidissement donne accès à un régime de température permettant la résolution de la largeur naturelle de la transition d'horloge. Nous détaillerons donc dans une seconde partie la structure interne de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ (sur laquelle repose le protocole de refroidissement laser), le principe du refroidissement laser et les particularités liées au refroidissement d'un ion piégé.

2.1 Le piège

Parmi les techniques de confinement, le piège de Paul (appelé aussi piège radiofréquence) est bien adapté à la spectroscopie de haute résolution puisqu'il permet de confiner des ions pendant des heures. Tout d'abord, nous rappelons ici brièvement l'expression du potentiel créé par ce type de piège sur des particules chargées. Puis nous détaillons les caractéristiques du piège de Paul ainsi que l'équation du mouvement des ions dans un tel piège. Enfin, nous précisons le type de piège utilisé dans notre expérience : le piège de Paul-Straubel.

2.1.1 Piégeage de particules chargées

Pour piéger des particules chargées, c'est-à-dire les contraindre à se déplacer dans un volume localisé, il faut leur appliquer une force de rappel. À l'ordre le plus bas, tous les potentiels confinants sont paraboliques, la force de rappel ayant alors une amplitude croissant linéairement avec la distance à l'origine. Pour générer des potentiels paraboliques,

deux types de pièges sont communément utilisés : les pièges de Penning (utilisation de champs électriques et magnétiques) et les pièges radiofréquences (utilisation de champs électriques alternatifs). Le potentiel quadratique s'écrit :

$$\Phi(x, y, z) = A (\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) + C \quad (2.1)$$

L'équation de Laplace $\Delta\Phi = 0$ impose la condition suivante sur les paramètres α , β et γ :

$$\alpha + \beta + \gamma = 0 \quad (2.2)$$

Cette condition peut être satisfaite en générant un potentiel à trois dimensions avec : $\gamma = -2$, $\alpha = \beta = 1$; ce qui donne l'expression suivante du potentiel quadratique :

$$\Phi(x, y, z) = A (x^2 + y^2 - 2z^2) + C \quad (2.3)$$

Ce champ peut être produit grâce à trois électrodes hyperboloïques : une électrode en anneau de rayon r_0 et deux électrodes en forme de chapeau placées en $\pm z_0$, constituant un piège à symétrie de révolution. Une différence de potentiel Φ_0 est appliquée entre chapeau et anneau. Le potentiel à l'intérieur du piège quadrupolaire ainsi défini est alors :

$$\Phi(x, y, z) = \frac{\Phi_0}{r_0^2 + 2z_0^2} (x^2 + y^2 - 2z^2) + C \quad (2.4)$$

Un tel potentiel ne confine les particules que dans le plan (Oxy) si Φ_0 est positif, et que selon l'axe z si Φ_0 est négatif. Ce potentiel ne peut donc pas confiner dans les trois directions en même temps. Deux solutions peuvent être envisagées pour y remédier : les pièges de Penning utilisent la combinaison de champs électrique et magnétique et les pièges de Paul un champ électrique oscillant dans le temps [59].

2.1.2 Piège de Paul

Dans notre expérience, nous utilisons un piège de type radiofréquence. Nous décrivons ici le piège de Paul idéal, le piège utilisé dans notre expérience est détaillé dans le dernier paragraphe. Pour confiner des particules dans les trois directions uniquement avec des champs électriques, il est nécessaire d'appliquer une tension alternative de la forme :

$$\Phi_0 = V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t \quad (2.5)$$

V_{DC} est une tension continue et V_{AC} est l'amplitude d'une tension alternative oscillant à la fréquence $\Omega/2\pi$. L'expression du potentiel quadratique s'écrit alors :

$$\Phi(x, y, z, t) = (V_{DC} + V_{AC} \cos \Omega t) \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{2r_0^2} \quad (2.6)$$

Dans un piège de Paul idéal, la grandeur r_0 est reliée à z_0 par : $2z_0^2 = r_0^2$. La géométrie d'un tel piège est décrite alors par :

$$\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{z^2}{z_0^2} = \pm 1 \quad (2.7)$$

où on a posé $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (puisque la géométrie est à symétrie de révolution). Le signe négatif représente les deux chapeaux séparés de z_0 et le signe positif décrit l'équation de l'équipotentielle de l'anneau central de rayon r_0 . La géométrie de ce piège est représentée sur la figure 2.1.

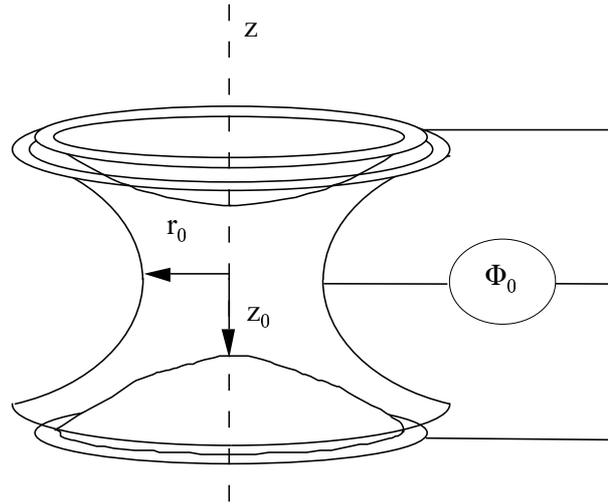


FIG. 2.1 – Piège quadrupolaire à symétrie de révolution autour de l'axe z .

2.1.3 Équation du mouvement des ions et solutions

L'équation du mouvement d'un ion s'écrit :

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{e}{m} \frac{d\Phi}{du} \quad (2.8)$$

où l'on a posé e la charge de l'ion, m sa masse et $u = x, y, z$. En utilisant l'expression du potentiel (équation (2.6)), l'équation devient :

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + (a_u - 2q_u \cos(2\tau))u = 0 \quad (2.9)$$

dans laquelle on a posé $\tau = \Omega t/2$ (temps réduit). Cette équation est une équation de Mathieu [59]. Les paramètres a_u et q_u d'un piège de Paul idéal sont définis selon :

$$a_z = -2 \quad a_{x,y} = -\frac{8eV_{DC}}{mr_0^2\Omega^2} \quad (2.10)$$

$$q_z = -2 \quad q_{x,y} = \frac{4eV_{AC}}{mr_0^2\Omega^2} \quad (2.11)$$

a_u et q_u dépendent donc de la géométrie du piège, des paramètres de confinement et de l'espèce ionique considérée (par le rapport e/m) ; ils définissent le point de fonctionnement du piège. La stabilité du confinement des particules ne dépend que du choix des

paramètres a_u et q_u ; pour un triplet (V_{DC}, V_{AC}, Ω) donné, elle ne dépend que de leur rapport e/m . Le diagramme de stabilité (figure 2.2) est défini par des zones dans lesquelles les solutions pour un point de fonctionnement (a_u, q_u) sont stables dans toutes les directions. Nous ne travaillons que dans la première zone de stabilité (voir la figure 2.3) pour

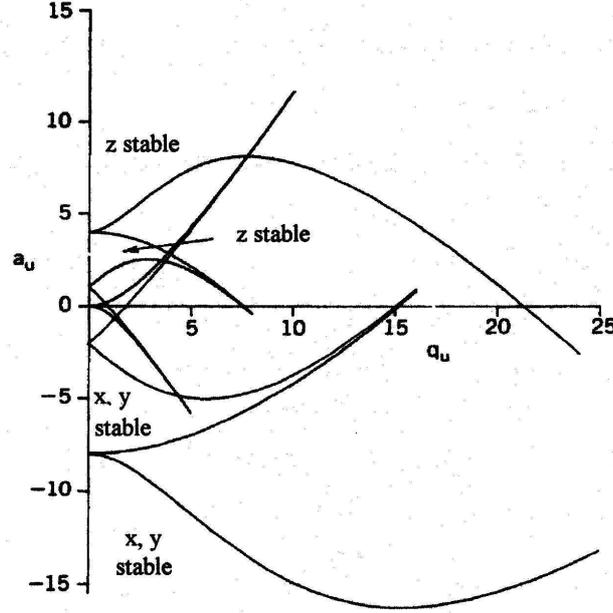


FIG. 2.2 – Diagramme de stabilité pour un piège de Paul [60].

des raisons techniques (tension de confinement alternative pas trop élevée). La trajectoire d'un ion dans le piège est la superposition d'un mouvement à la fréquence $\Omega/2\pi$ (micromouvement) et d'un mouvement à la fréquence $\omega_u/2\pi$ telle que $\omega_u = \beta_u \Omega/2$ (macromouvement). Les paramètres β_u délimitent les zones de stabilité. L'approximation adiabatique [61], valable dans une région limitée du diagramme de stabilité correspondant à $a_z \ll q_z \leq 0,4$, permet d'utiliser une solution approchée. β_u s'exprime alors selon :

$$\beta_u^{adia} \simeq \sqrt{a_u + \frac{q_u^2}{2}} \quad (2.12)$$

Le mouvement global de l'ion est alors (solution au premier ordre) [62] :

$$u(t) \simeq u_a \cos(\omega_u t + \varphi_u) \left[1 - \frac{q_u}{2} \cos(\Omega t) \right] \quad (2.13)$$

où φ_u est une phase déterminée par les conditions initiales de la position et de la vitesse de l'ion. Le mouvement séculaire (macromouvement) de l'ion est l'oscillation harmonique à la fréquence $\omega_u/2\pi$ et d'amplitude u_a . Le micromouvement correspond au terme en $\cos(\Omega t)$. En plus de fournir une expression simple pour le mouvement de l'ion, l'approximation adiabatique conduit à considérer le mouvement séculaire comme une oscillation harmonique dans un puits de potentiel parabolique. À partir de l'équation (2.8), on peut

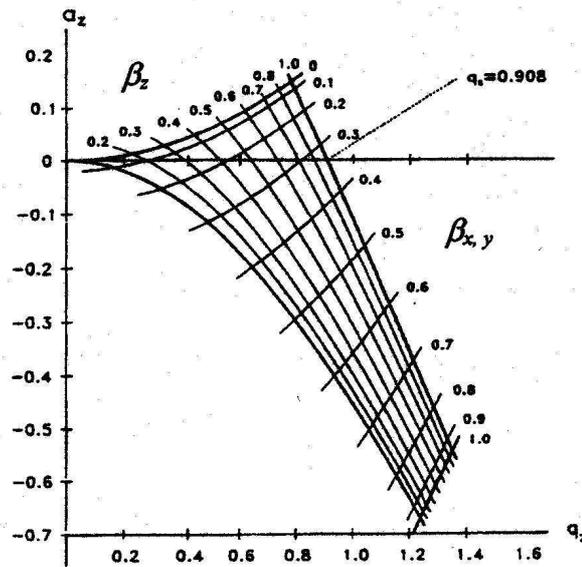


FIG. 2.3 – Première zone de stabilité des trajectoires [60].

définir les profondeurs du puits de pseudo-potential dans les trois directions selon :

$$D_u = \frac{1}{2} m \left(\omega_u^{adia} \right)^2 u_0^2 \quad (2.14)$$

où $u_0 = r_0$ ou z_0 . En exprimant ω_u^{adia} avec les formules des équations (2.11) et (2.12) et en prenant $V_{DC} = 0$ (cas de notre expérience), on arrive à la dépendance suivante pour la profondeur du puits de pseudo-potential dans la direction u :

$$D_u \propto \frac{e^2 V_{AC}^2}{m \Omega^2 u_0^2} \quad (2.15)$$

La profondeur totale est alors $D_{tot} = D_r + D_z$. Par exemple, pour un rayon r_0 de 1 cm, une fréquence de confinement $\Omega/2\pi$ de 10 MHz et une tension de 500 V, on trouve une profondeur D_r d'environ 150 eV.

2.1.4 Piège de Paul-Straubel

Pour des applications en spectroscopie d'ions uniques, on cherche à obtenir des fréquences de mouvement de l'ordre du mégahertz pour pouvoir résoudre les bandes latérales de macromouvement dans le spectre d'absorption de l'ion (cf. partie suivante). Pour cela, on utilise des pièges de dimensions de l'ordre du millimètre, ce qui permet d'avoir un puits de potentiel profond sans que les tensions appliquées dépassent quelques centaines de volts (voir la formule de l'équation (2.15)). Il est difficile de donner des formes hyperboloïques aux électrodes. De plus, des structures fermées telles que celle du piège de Paul idéal rendent difficile le passage de faisceau laser. C'est pourquoi différents types de pièges ont été proposés [63]. Pour notre expérience, c'est le piège de Paul-Straubel qui

a été choisi. Ce piège a une structure plus ouverte que le piège de Paul. Il se présente sous la forme d'un anneau cylindrique entouré de plusieurs électrodes de compensation. La tension de confinement est appliquée à l'anneau. Le potentiel d'un tel piège est similaire à celui du piège de Paul idéal dans un volume restreint autour du centre de l'anneau. Pour avoir la même profondeur de puits de potentiel que dans un piège de Paul, des tensions de confinement plus grandes doivent être appliquées. Afin de garder la définition des paramètres de stabilité, a_u et q_u , du piège de Paul-Straubel compatible avec le cas idéal, un facteur de perte peut être introduit dans les relations (2.10) et (2.11) :

$$a_u^{PS} = \frac{a_u^P}{L_u} \quad q_u^{PS} = \frac{q_u^P}{L_u} \quad (2.16)$$

a_u^{PS} et q_u^{PS} sont les paramètres de stabilité pour un piège de Paul-Straubel et a_u^P et q_u^P sont les paramètres de stabilité pour un piège de Paul idéal. Le piège de Paul-Straubel que nous utilisons a été caractérisé par l'équipe en 2001 [57]. La première zone du diagramme de stabilité de notre piège a pu être caractérisée jusqu'à $\beta_z=1/2$. Les facteurs correctifs pour notre piège ont été mesurés [57] : $L_z = 7,8 \pm 0,2$ et $L_x = 7,05 \pm 0,05$. Pour une tension de confinement, d'amplitude $V_{AC} = 583V_{rms}$ et de fréquence $\Omega/2\pi = 11,6$ MHz, les fréquences séculaires ont été mesurées et valent :

$$\frac{\omega_z}{2\pi} \simeq 1,4 \text{ MHz} \quad \frac{\omega_x}{2\pi} \simeq 0,65 \text{ MHz} \quad (2.17)$$

2.2 Le refroidissement des ions

Les collisions et les anharmonicités du piège peuvent augmenter l'énergie cinétique des ions. Le nuage d'ions peut atteindre des températures de plusieurs dizaines de milliers de kelvin (quelques eV). Une transition atomique de fréquence ν est élargie par effet Doppler du premier ordre selon [64] :

$$\frac{\Delta\nu_D}{\nu} = 7,16 \times 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (2.18)$$

où T est la température des ions (en K) et M leur masse molaire (en g.mol^{-1}). Par exemple, pour une température ionique de 10 000 K, la transition quadropolaire électrique ($\nu = 4,1 \times 10^{14}$ Hz) de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ a une largeur Doppler de $\Delta\nu_D \simeq 4,6$ GHz. Une résolution à la largeur naturelle de la raie (~ 200 mHz) n'est alors pas du tout envisageable pour cette gamme de températures. Il est donc nécessaire de refroidir les ions. Pour cela, on utilise la structure interne de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ pour procéder au refroidissement laser des ions. Nous allons d'abord décrire la structure des niveaux de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$, puis le refroidissement laser. Enfin le couplage ion-piège et le régime de Lamb-Dicke sont détaillés.

2.2.1 L'ion calcium

L'ion $^{40}\text{Ca}^+$ appartient au groupe des ions alcalino-terreux qui ont la structure de leurs premiers niveaux d'énergie similaire aux alcalins avec en plus des niveaux D métastables. L'ion calcium dispose de niveaux métastables 3D, de durées de vie élevées, qui

se désexcitent vers le niveau fondamental $4S$ par une transition quadrupolaire électrique (voir la figure 2.4). De plus, la transition qui lie le niveau fondamental $^2S_{1/2}$ au premier niveau excité $^2P_{1/2}$ est une transition dipolaire électrique qui permet le refroidissement laser et la détection des ions. Cependant, il existe un petit désavantage inhérent à la structure des niveaux d'énergie : la population du niveau $^2P_{1/2}$ possède une probabilité non nulle de se désexciter dans le niveau métastable $^2D_{3/2}$. Le taux de branchement est [65] :

$$\frac{A(4^2P - 4^2S_{1/2})}{\sum_J A(4^2P - 3^2D_J)} = 17,6 \pm 2 \quad (2.19)$$

c'est-à-dire que plus de 5% de la population du niveau P relaxent dans un des états métastables. Comme la durée de vie du niveau $^2P_{1/2}$ est très courte (environ 7 ns [66]) par rapport à la durée de vie des niveaux métastables (environ 1 s), le pompage optique vers le niveau $^2D_{3/2}$ est important. Pour un refroidissement laser continu et efficace, il est donc nécessaire de recycler les ions dans le niveau $^2D_{3/2}$ à l'aide d'un laser. Le diagramme d'énergie de l'ion calcium est représenté sur la figure 2.4. L'excitation laser de l'ion cal-

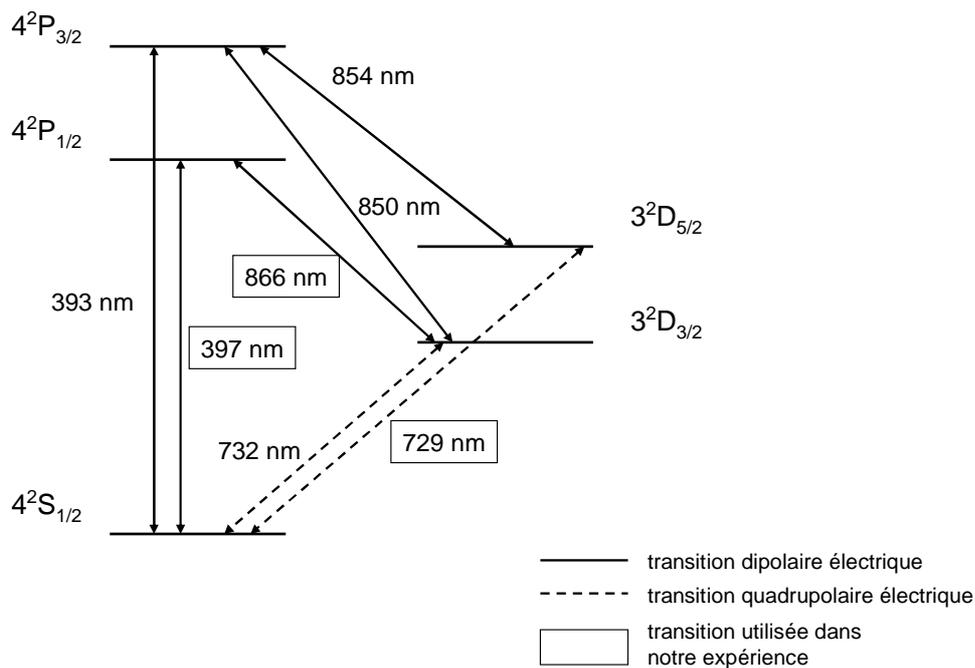


FIG. 2.4 – Diagramme des premiers niveaux d'énergie de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$.

cium utilise une radiation à 397 nm pour la transition $4^2S_{1/2} - 4^2P_{1/2}$ (appelée la transition bleue dans la suite). Une autre radiation à 866 nm pour la transition $3^2D_{3/2} - 4^2P_{1/2}$ est utilisée pour effectuer un repompage des ions (dénommée la transition rouge). La transition d'horloge est la transition $4^2S_{1/2} - 3^2D_{5/2}$ à 729 nm. Les longueurs d'onde utiles pour notre expérience se situent dans le visible ou le très proche ultraviolet et peuvent être

| transition | τ | $\Delta\nu$ |
|---------------------------|---------|-------------|
| $4^2P_{1/2} - 4^2S_{1/2}$ | 7,07 ns | 23 MHz |
| $4^2P_{3/2} - 4^2S_{1/2}$ | 6,87 ns | 23 MHz |
| $4^2P_{1/2} - 3^2D_{3/2}$ | 94,3 ns | 1,7 MHz |
| $4^2P_{3/2} - 3^2D_{3/2}$ | 901 ns | 180 kHz |
| $4^2P_{3/2} - 3^2D_{5/2}$ | 101 ns | 1,6 MHz |
| $3^2D_{3/2} - 4^2S_{1/2}$ | 1,17 s | 140 mHz |
| $3^2D_{5/2} - 4^2S_{1/2}$ | 1,15 s | 150 mHz |

TAB. 2.1 – Durées de vie des niveaux et largeurs naturelles des transitions de l’ion calcium. τ est la durée de vie du niveau supérieur et $\Delta\nu$ est la largeur naturelle de la transition.

| nbre de masse | 40 | 42 | 43 | 44 | 46 | 48 |
|------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| abondance relative (%) | 96,941 | 0,647 | 0,135 | 2,086 | 0,004 | 0,187 |

TAB. 2.2 – Abondance relative des différents isotopes dans l’atome de calcium à l’état naturel [68].

délivrées par des diodes laser. Ceci est l’un des avantages d’un étalon de fréquence basé sur l’ion calcium car on peut envisager un montage final d’horloge compact. Les lasers utilisés dans notre expérience seront décrits en détails dans le chapitre suivant. Les durées de vie des niveaux ainsi que les largeurs naturelles des transitions utilisées sont indiquées dans le tableau 2.1. Les valeurs des durées de vie sont extraites des articles [66, 67] et des dernières mesures expérimentales pour les niveaux D (voir les chapitres correspondants). Les largeurs naturelles sont calculées en utilisant la formule $\Delta\nu_{nat} = 1/2\pi\tau$.

Actuellement, nous utilisons l’ion $^{40}\text{Ca}^+$ car c’est l’isotope dont l’abondance relative est la plus élevée dans un échantillon naturel de calcium (cf. tableau 2.2). Cet isotope a un spin nucléaire nul et ne possède donc pas de structure hyperfine. Pour le projet d’étalon de fréquence, l’utilisation de l’isotope 43 permettra de travailler sur des transitions qui sont indépendantes du champ magnétique au premier ordre (cf. chapitre 8). En effet, l’ion $^{43}\text{Ca}^+$ possède un spin nucléaire impair ($I = 7/2$), ce qui rend possible des transitions entre des niveaux hyperfins $m_F = 0$. Malheureusement, l’abondance du $^{43}\text{Ca}^+$ dans le mélange isotopique naturel est très faible (0,135%). Dans l’étape ultime de la mise en place de l’étalon, il faudra utiliser un échantillon de ^{43}Ca enrichi ou créer les ions par photoionisation sélective.

2.2.2 Le refroidissement laser

La solution utilisée pour réduire l’élargissement des transitions par effet Doppler et augmenter la durée de confinement est le refroidissement laser.

Pour comprendre le principe du refroidissement laser, considérons le problème à une dimension. Un ion de masse m se déplace dans la direction x avec une quantité

de mouvement $\mathbf{p}_x = m \cdot \mathbf{v}_x$ dans le référentiel du laboratoire. Un faisceau laser de nombre d'onde $\mathbf{k}_x = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_x$ ($k = \omega_L/c$) est dirigé dans le sens opposé à la direction de l'ion (voir le schéma du haut de la figure 2.5). Lorsqu'un photon du laser est absorbé par l'ion, la quantité de mouvement de l'ion est réduite de la valeur de l'impulsion $\hbar \mathbf{k}_x$ du photon. Cela correspond à une vitesse de recul $\mathbf{v}_{recul} = \hbar \mathbf{k}_x / m$. Pour les ions calcium, cette vitesse de recul est d'environ $2,3 \text{ m.s}^{-1}$. La quantité de mouvement de l'ion est alors $\mathbf{p}_x = m(\mathbf{v}_x - \mathbf{v}_{recul})$. La probabilité d'émission spontanée d'un photon absorbé est répartie de façon isotrope dans l'espace. Sur un grand nombre de cycles absorption-émission, sa valeur moyenne est donc nulle. Comme l'absorption se fait uniquement suivant la direction du laser, l'ion subit un net recul dans cette direction.

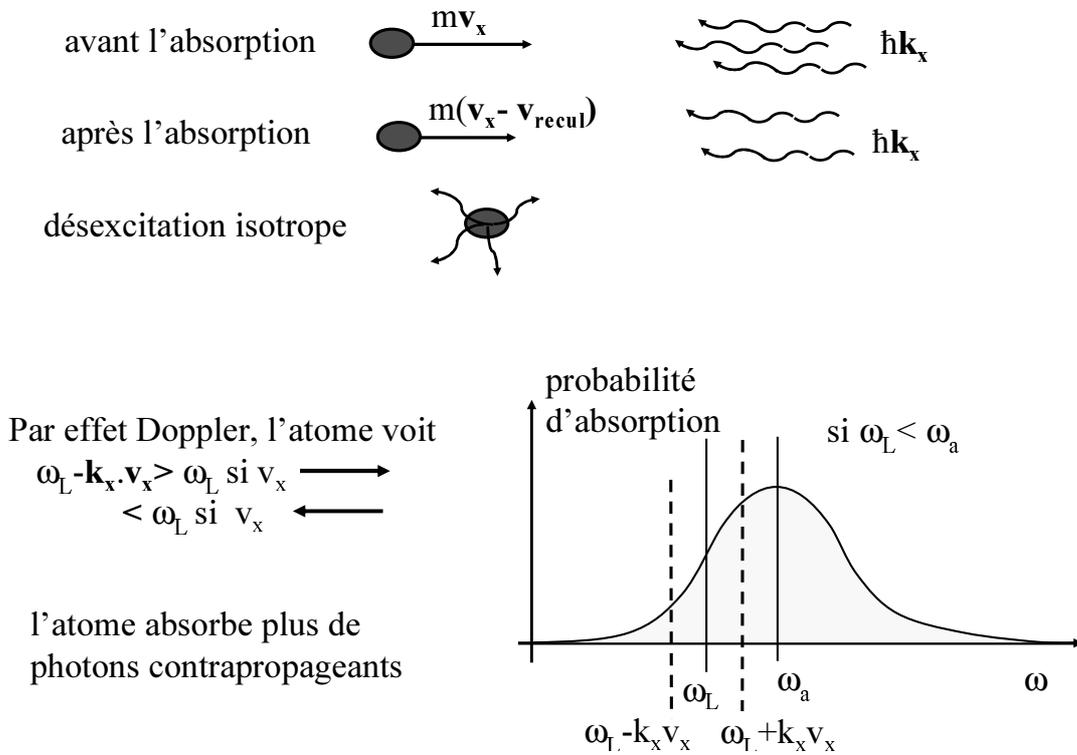


FIG. 2.5 – En haut : principe du refroidissement laser à une dimension. En bas : décalage de la fréquence laser vers les fréquences plus rouges pour assurer un refroidissement laser efficace des ions contrapropageants.

La température limite obtenue par cette méthode de refroidissement est définie à partir de la largeur naturelle de la transition utilisée pour le refroidissement. Elle a pour expression [69] :

$$T_{lim} = \frac{\hbar}{2k_B \tau_{nat}} \tag{2.20}$$

Pour l'ion $^{40}\text{Ca}^+$, cette température limite est d'environ 0,55 mK, ce qui correspond à une vitesse limite $v_D = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$ ($k_B T_D / 2 = m v_D^2 / 2$). En utilisant la relation (2.18), on trouve alors une largeur Doppler limite pour la transition d'horloge $\Delta v_D = 1,1 \text{ MHz}$ (la largeur naturelle de la transition est de 200 mHz).

En conséquence de l'effet Doppler, l'ion qui se déplace vers le laser voit une fréquence laser, $\omega = \omega_L - \mathbf{k}_x \cdot \mathbf{v}_x = \omega_L + k_x \cdot v_x$, supérieure à celle mesurée dans le référentiel du laboratoire. Pour que l'ion soit toujours en résonance avec le laser et pour assurer un refroidissement efficace, le laser doit être décalé vers des fréquences plus faibles que la fréquence atomique ω_a (dites rouges). Dans le piège, les ions oscillent : leur quantité de mouvement est autant de fois anticolinéaire au faisceau laser (condition de refroidissement) que colinéaire (condition de chauffage). Puisque le laser est décalé vers les basses fréquences, les ions de quantité de mouvement antiparallèle au laser sont de préférence en résonance, ce qui entraîne un refroidissement, alors que la fréquence des ions de quantité de mouvement parallèle au laser est trop décalée pour que le chauffage puisse être efficace (voir le schéma du bas de la figure 2.5). Pour un nuage d'ions, les trois degrés de liberté des vitesses sont couplés par des interactions coulombiennes et des collisions ion-ion. Par contre, un ion dans un piège idéal doit être refroidi suivant les trois directions de l'espace. La solution la plus simple est de faire traverser le faisceau laser dans le piège de façon à ce que son vecteur d'onde \vec{k} ait des composantes non nulles sur les trois directions x,y et z.

2.2.3 Couplage ion-piège et régime de Lamb-Dicke

Pour le refroidissement laser des ions confinés, il faut prendre en compte leur couplage avec le piège. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, les ions ont un mouvement harmonique à la fréquence séculaire $\omega_u/2\pi$ ($u=x,y$ et z). Deux cas de couplage ion-piège sont à distinguer [70]. Le couplage faible correspond au cas où la largeur de la raie émise $\Delta\nu$ est grande devant les fréquences de mouvement ($\omega_u/2\pi$) des ions dans le piège. Dans ce cas, les ions se comportent pratiquement comme des particules libres. L'autre possibilité est celle d'un couplage fort ($\Delta\nu \ll \frac{\omega_u}{2\pi}$). La raie de résonance comprend alors plusieurs composantes. Il s'agit ici de l'effet de modulation de fréquence d'un oscillateur dans un puits de potentiel harmonique. Le spectre de la raie émise est composé d'une fréquence centrale ν_0 et de bandes latérales aux fréquences $\nu_0 + n \cdot \frac{\omega_u}{2\pi}$ ($n=\pm 1, \pm 2, \dots$). L'élargissement par l'effet Doppler du premier ordre est éliminé. La modulation en intensité des différentes composantes est décrite par les fonctions de Bessel $J_m^2(ku_a)$ où u_a est l'amplitude du mouvement de l'ion dans la direction u . Dans le cas de l'ion calcium, pour accéder au régime de couplage fort et résoudre les bandes latérales, les fréquences du mouvement de l'ion $\omega_u/2\pi$ doivent être très supérieures à la largeur observée de la transition d'horloge (sa largeur naturelle est de l'ordre de 200 mHz, en pratique la transition est élargie par le laser d'interrogation).

Si l'ion est localisé dans une région telle que les amplitudes du mouvement u_a soient inférieures à la longueur d'onde émise ($\lambda = 2\pi/k$) :

$$ku_a < 1 \quad (2.21)$$

l'ion se trouve dans le régime de Lamb-Dicke. Dans ce régime, le spectre n'est composé que de quelques bandes latérales avec un poids prépondérant pour la fréquence centrale (voir la figure 2.6).

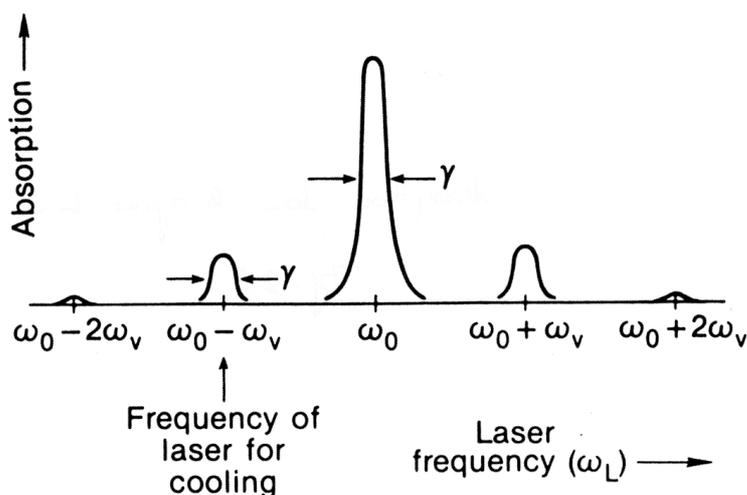


FIG. 2.6 – Spectre schématique d'un ion piégé dans le régime de Lamb-Dicke [69]. Il est composé d'une fréquence centrale ν_0 et de bandes latérales aux fréquences $\nu_0 + n \cdot \frac{\Omega_u}{2\pi}$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$).

La localisation de l'ion (u_a) pour une température donnée dépend de la fréquence du mouvement $\omega_u/2\pi$ de l'ion ($k_B T_u \cong m\omega_u^2 u_a^2/2$ [62]), ce qui est illustré sur la figure 2.7. Les courbes de cette figure représentent l'amplitude u_a du mouvement de l'ion en fonction de la température pour différentes fréquences du mouvement $\omega_u/2\pi = 1, 2$ et 5 MHz. La droite $\lambda/2\pi$ (où $\lambda = 729$ nm) y est aussi représentée. Lorsque l'amplitude u_a est inférieure à cette droite, on est dans le régime de Lamb-Dicke puisque la condition (2.21) est vérifiée.

Voyons maintenant si notre système {ion-piège} peut atteindre le régime de Lamb-Dicke. Le mouvement de l'ion peut être décrit par le taux d'occupation des niveaux quantiques vibrationnels, caractérisés par le nombre quantique moyen $\langle n \rangle$. Classiquement, cet état vibrationnel peut être caractérisé par l'amplitude d'oscillation $u_a = \lambda_{\text{piege}} \sqrt{2\langle n \rangle + 1}$ (qui est l'écart quadratique moyen de l'oscillateur harmonique), où $\lambda_{\text{piege}} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_u}}$ mesure la taille du niveau fondamental de l'oscillateur harmonique $|n = 0\rangle$ [71]. Pour l'ion $^{40}\text{Ca}^+$, en prenant une fréquence séculaire de 1 MHz, on trouve $\lambda_{\text{piege}} \approx 11$ nm. Le paramètre de Lamb-Dicke défini par $\eta = k\lambda_{\text{piege}}$ quantifie la possibilité d'atteindre le régime de Lamb-Dicke pour une transition donnée. Dans notre cas, il est égal à 0,097. Dans notre expérience, la fréquence du mouvement dans le piège est de l'ordre de 1 MHz, tandis que la transition dipolaire atomique utilisée pour le refroidissement laser a une largeur naturelle Γ_{refr} proche de $2\pi \times 20$ MHz. Pour cette transition, on est donc dans le cas du couplage faible et on peut considérer l'ion comme libre. Cela conduit alors à une population thermique des niveaux du piège harmonique. Dans la limite du refroidissement Doppler,

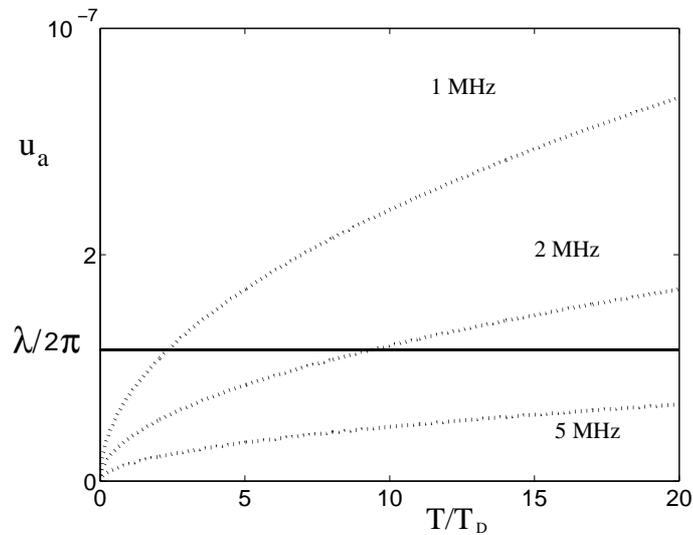


FIG. 2.7 – Courbes représentant u_a en fonction de la température T/T_D pour différentes fréquences du mouvement $\omega_u/2\pi=1, 2$ et 5 MHz. La température est donnée en multiples de la limite de refroidissement Doppler T_D . La droite $\lambda/2\pi$ (où $\lambda = 729$ nm) délimite la zone du régime de Lamb-Dicke.

le nombre quantique moyen peut donc être trouvé par : $(\langle n \rangle + 1/2) \hbar\omega_u = \hbar\Gamma_{ref}/2$ [69]. Puisque $\Gamma_{ref} \gg \omega_u$, cette population thermique est caractérisée par $\langle n \rangle \simeq \frac{\Gamma_{ref}}{2\omega_u} \simeq 10$. Par suite, on trouve une amplitude du mouvement d'environ 52 nm, puis une valeur de ku_a de 0,44 à la limite Doppler pour la transition d'horloge. Ainsi, la condition de Lamb-Dicke (2.21) est satisfaite pour l'état vibrationnel atteint à la limite Doppler. Le refroidissement laser est donc suffisant pour atteindre le régime de Lamb-Dicke, nécessaire pour le futur étalon de fréquence.

Chapitre 3

Les sources lasers

Dans ce chapitre, les trois sources lasers de l'expérience sont décrites. Le travail effectué sur les asservissements est détaillé. Des mesures par autocorrélation ont permis de déterminer la largeur de raie des trois lasers.

3.1 Le laser de refroidissement à 397 nm

La source à 397 nm est un laser commercial *Coherent 899-21*. C'est un laser titane-saphir (Ti-Sa) en anneau doublé intra-cavité, pompé par un laser à argon d'une puissance maximale de 11 W (*Coherent Innova 310*). Le laser Ti-Sa délivre jusqu'à 1,4 W de puissance pour la longueur d'onde fondamentale (700-840 nm). Pour obtenir des longueurs d'onde dans le domaine proche UV (autour de 395 nm), la fréquence fondamentale du laser Ti-Sa est doublée intra-cavité par un cristal non-linéaire d'iodate de lithium (LiIO_3). Cela permet d'obtenir plus de quelques mW de puissance de sortie à la longueur d'onde de 397 nm. Sur un des miroirs de la cavité laser, il y a une sortie à 794 nm, dont une partie est envoyée vers une cavité de référence (cavité Fabry-Perot) stabilisée en température ; la fréquence du laser est asservie sur un des modes de cette cavité via l'électronique commerciale *Coherent*. Grâce à cet asservissement, le laser à 397 nm a une largeur de raie de l'ordre de 1 MHz. De plus, il est possible de balayer la fréquence du laser sans saut de mode sur un intervalle de 40 GHz. Une variation lente de la température et de la pression dans le milieu amplificateur peut faire fluctuer l'intensité laser à 397 nm. De plus, le passage par la fibre optique (voir le chapitre suivant) provoque d'importantes variations de l'intensité laser en sortie de fibre. La stabilisation de l'intensité du faisceau bleu du laser Ti-Sa s'effectue par le contrôle de l'intensité de sortie de l'émission laser. Pour cela, la sortie bleue du laser est envoyée à travers un modulateur acousto-optique (AOM). Le contrôle de l'intensité se fait par le biais de l'amplitude de l'onde radio-fréquence envoyée à l'AOM. L'AOM utilisé est un modèle *AA.MT.110/A1.5 @ 400 nm (Opto-Electronique)*, travaillant à une fréquence de 110 MHz. On récupère le faisceau d'ordre 0, qui traverse un prisme de Glan, avant d'être injecté dans une fibre à maintien de polarisation. En sortie de fibre, le faisceau est focalisé sur les ions. Le faisceau sortant du piège est alors dirigé vers une photodiode, ce qui permet d'avoir accès à une mesure de la puissance du faisceau

bleu. Typiquement, la photodiode délivre une tension de 1,5 V pour une puissance en sortie de fibre de 150 μW . Le signal délivré par la photodiode est traité par une électronique d'asservissement à flanc de frange. Celui-ci permet d'agir sur l'AOM et de modifier ainsi la puissance injectée dans l'ordre 0 grâce à un montage comprenant un comparateur et un intégrateur. Le montage est représenté sur la figure 3.1.

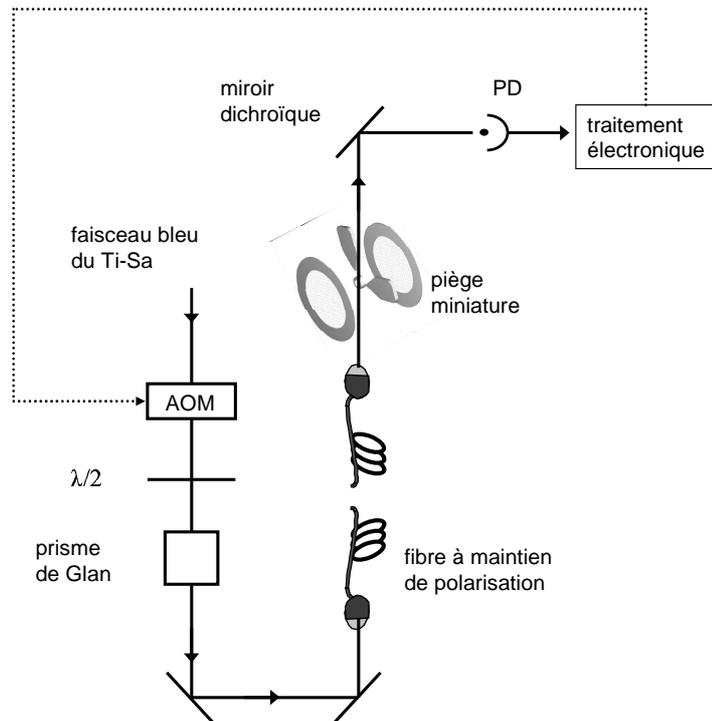


FIG. 3.1 – Schéma du montage pour l'asservissement en intensité du faisceau bleu du laser Ti-Sa. AOM : modulateur acousto-optique, PD : photodiode. Les traits en pointillés représentent la rétroaction électronique.

3.2 Le laser repompeur à 866 nm

Le laser repompeur utilisé dans notre dispositif expérimental est une diode laser (*SDL5402*) montée en cavité étendue. Les performances requises pour ce laser sont une largeur spectrale et une stabilité à long terme inférieures à la largeur naturelle de la transition $4^2P_{1/2} \rightarrow 3^2D_{3/2}$, qui est d'environ 1,7 MHz (cf. chapitre 2), afin de rester toujours en résonance avec l'ion. C'est pourquoi il est nécessaire de stabiliser la fréquence du laser sur une cavité de référence. Mustapha Herbane, le doctorant qui m'a précédé dans l'équipe, avait mis en place un jeu d'asservissements à flanc de frange [72]. Durant mon travail de thèse, j'ai procédé à quelques modifications du montage afin de les transformer en asservissements en sommet de frange (en utilisant des détections synchrones) afin d'avoir une stabilisation plus fine et moins dépendante du bruit d'amplitude des lasers.

Ces changements sont détaillés dans la suite. La première étape de l'asservissement du laser à 866 nm consiste à asservir sa fréquence sur la longueur d'une cavité Fabry-Perot de finesse moyenne (intervalle spectral libre 300 MHz, finesse 200). Les besoins de l'expérience imposent que la fréquence de ce laser soit également stable pendant plusieurs heures. C'est pourquoi il est aussi nécessaire de compenser les éventuelles dérives de longueur (dues aux variations de température, ...) de la cavité Fabry-Perot. Pour cela, on asservit l'un des modes de la cavité sur la fréquence d'un second laser, lui-même stabilisé sur une transition atomique du césium. Ce laser est une diode à 852 nm, montée en cavité étendue et stabilisée en température. Il est asservi sur une transition hyperfine du césium par un montage d'absorption saturée. Un schéma de notre montage est représenté sur la figure 3.2. Tout d'abord, nous rappelons le principe des diodes en cavité étendue. Puis, nous détaillons la stabilisation de la longueur de la cavité de référence ainsi que la stabilisation de la diode à 866 nm sur cette cavité.

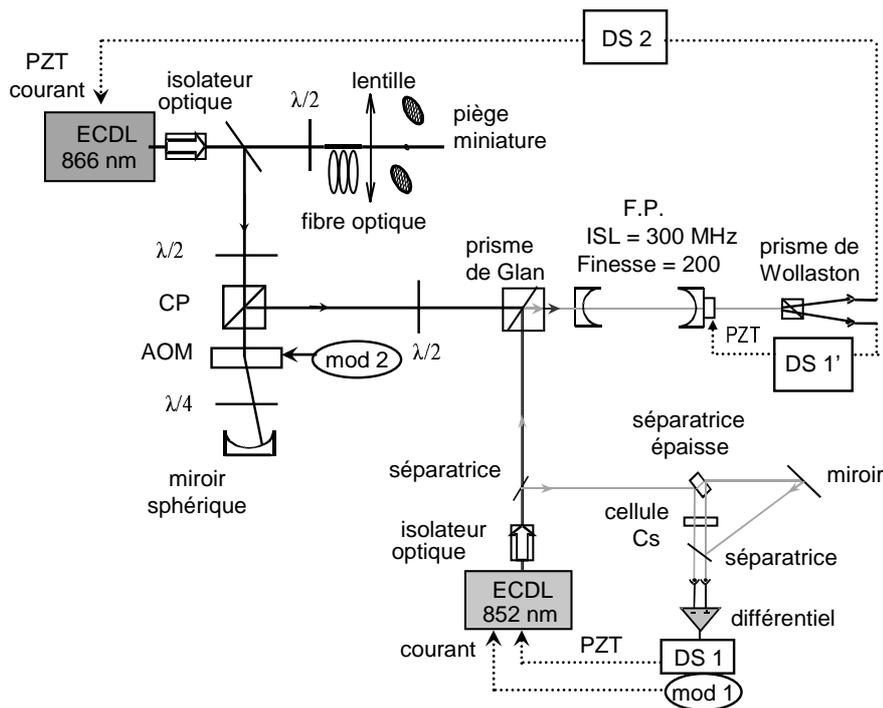


FIG. 3.2 – Montage d'asservissement en fréquence du laser repompeur. CP : cube polariseur, AOM : modulateur acousto-optique, DS : détection synchrone, PZT : cale piézo-électrique, FP : cavité Fabry-Perot, mod : modulation fournie par un générateur. Traits pleins : trajets optiques, traits en pointillés : trajets électroniques.

3.2.1 Diodes laser en cavité étendue

Un des avantages d'une diode laser (qui nous intéresse tout particulièrement dans notre projet d'étalon de fréquence optique) est d'avoir des dimensions réduites par rapport à un laser "classique". De plus, son coût est moindre et elle consomme peu d'énergie. Par contre, elle présente certains inconvénients. La faible réflectivité de ses faces fait qu'une diode laser est une cavité optique de faible finesse [73]. Ensuite, la faible longueur de sa cavité interne entraîne un intervalle spectral libre important. Les deux effets combinés (une faible finesse et un intervalle spectral libre grand) font que la diode laser a une largeur de raie importante (au minimum 10 MHz). Dans notre montage, l'utilisation de diodes lasers nécessite la stabilisation de leur fréquence et la réduction de leur largeur de raie. En général, cette stabilisation est faite grâce à un asservissement de la fréquence du laser sur une fréquence de résonance d'une cavité Fabry-Perot. Pour réduire significativement la largeur de raie d'une diode laser libre, il serait nécessaire d'avoir un asservissement avec du gain important jusqu'à 10 MHz et au-delà [73]. Un tel système est très difficile à mettre en place voire impossible. Pour réaliser un asservissement robuste d'une diode laser, il est donc nécessaire de réduire les fluctuations de fréquence du laser par un autre moyen avant de l'asservir sur une cavité. La technique que nous utilisons dans notre expérience est la mise en cavité étendue de la diode laser. Cette méthode utilise la sensibilité d'une diode laser au retour optique ("feedback" optique). Dans notre cas (c'est-à-dire pour la diode à 866 nm ainsi que pour les diodes à 852 nm et 729 nm), nous utilisons un réseau de diffraction en configuration Littrow (voir la figure 3.3). L'ordre 1 diffracté par le réseau

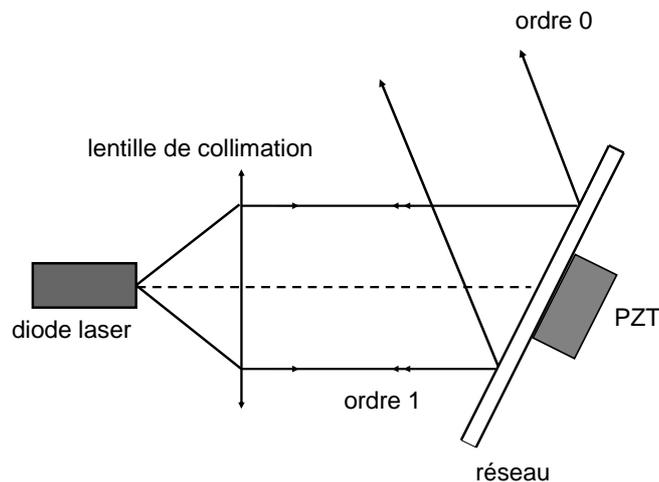


FIG. 3.3 – Montage d'une diode en cavité étendue en configuration Littrow. PZT : cale piézoélectrique.

est renvoyé vers la diode, tandis que l'ordre 0 est dirigé vers l'extérieur. Puisqu'une diode laser possède une grande divergence dans la direction perpendiculaire à la jonction [74], un objectif de collimation est placé juste devant la sortie du faisceau. La nouvelle cavité

laser est formée par le réseau et la face arrière de la diode. La cavité optique est plus longue, cela permet d'obtenir un intervalle spectral libre plus petit et donc de réduire la largeur de raie. L'orientation horizontale du réseau et la longueur de la cavité externe sont deux paramètres supplémentaires permettant de fixer la longueur d'onde d'émission de la diode. Dans nos montages de cavité étendue, nous avons deux vis qui permettent de changer finement l'orientation verticale (alignement de la cavité externe) et horizontale du réseau. Le réseau est monté sur une cale piézo-électrique (PZT), ce qui permet de modifier la longueur de la cavité externe et donc la fréquence de la diode laser. En cavité étendue, la largeur de raie typique d'une diode monomode est d'environ 1 MHz et la variation de fréquence peut s'effectuer de manière continue sur plusieurs centaines de mégahertz voire plusieurs gigahertz. De plus, mettre une diode en cavité étendue permet de la rendre monomode, si elle ne l'était pas.

Une diode laser est composée de matériaux semi-conducteurs, dont l'énergie du gap dépend de la température. La longueur d'onde émise par une diode dépend de l'énergie du gap donc est très sensible à la température. C'est pourquoi les diodes lasers doivent être stabilisées thermiquement. De plus, le montage en cavité étendue nécessite d'avoir de bonnes stabilisations en température (éliminer la dilatation thermique de la longueur de la cavité externe, ...). Pour la diode à 866 nm, trois étages de stabilisation thermique ont été mis en place : un premier stabilise la diode elle-même par l'utilisation de son élément Peltier intégré, le deuxième permet la stabilisation de la plaque de base (plaque sur laquelle sont installés la diode laser et le réseau) avec un transistor de puissance, et le dernier stabilise la température de la boîte entourant la diode laser grâce à deux éléments Peltier.

Pour moduler la fréquence de la diode montée en cavité étendue, nous avons deux moyens selon la gamme de fréquence de modulation utilisée. Pour une fréquence de modulation inférieure à quelques kilohertz, on module la tension envoyée à l'élément piézo-électrique soutenant le réseau. Pour des modulations à plus hautes fréquences, il faut moduler le courant de la diode, ce qui fait varier l'indice optique du milieu amplificateur et donc la longueur optique de la cavité.

3.2.2 Stabilisation de la fréquence à 866 nm

Nous allons décrire dans cette partie l'asservissement de la fréquence de la diode laser à 866 nm sur une cavité de référence Fabry-Perot. Le but de l'asservissement de la fréquence d'un laser sur une cavité est de réduire les fluctuations de fréquence entre le laser et une fréquence de résonance de la cavité. Si la longueur de la cavité est très stable, on réduit ainsi les fluctuations de fréquence du laser. La première étape dans un asservissement est de créer un signal d'erreur caractérisant l'écart entre la fréquence instantanée du laser et celle de la référence qui est ici donnée par la cavité. Les méthodes les plus pratiquées sont l'asservissement à flanc de frange, l'asservissement en sommet de frange et la méthode de Pound-Drever. L'asservissement à flanc de frange est une méthode assez simple à mettre en oeuvre mais présente de sérieux inconvénients : le signal d'erreur doit être détecté à fréquence nulle (là où le bruit d'amplitude est assez important), l'asservis-

sement n'est pas très robuste aux perturbations, l'asservissement à la moitié de la hauteur du pic réduit la puissance injectée dans la cavité et la fréquence sur le flanc est mal définie. L'asservissement en sommet de frange et la technique de Pound-Drever permettent de s'affranchir de la plupart de ces inconvénients en modulant la fréquence du laser. La détection du signal d'erreur se fait alors à une fréquence élevée, là où le bruit basse fréquence n'est plus présent. Nous décrivons dans cette partie les trois asservissements en sommet de frange nécessaires pour stabiliser la fréquence du laser à 866 nm sur la cavité de référence dont la longueur est stabilisée.

Stabilisation de la longueur de la cavité de référence

La référence pour la cavité Fabry-Perot est fournie par un laser stabilisé par un montage d'absorption saturée sur la ligne D_2 du césium. Tout d'abord, nous allons expliquer le principe de l'absorption saturée ; puis nous détaillerons son utilisation dans notre montage.

Absorption saturée : principe [75] Considérons un gaz constitué d'atomes à deux niveaux (niveau fondamental a, niveau excité b, $E_b - E_a = \hbar\omega$). À l'équilibre thermique à la température T, les atomes sont, dans leur immense majorité, dans le niveau fondamental. Ces atomes, de masse M, sont animés de mouvements rectilignes uniformes dans le gaz et la probabilité que la composante v_x de la vitesse d'un atome soit comprise entre v_x et $v_x + dv_x$ est déterminée par la distribution de Maxwell-Boltzmann :

$$N(v_x) = \frac{1}{v_q \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{v_x^2}{2v_q^2}\right) \quad (3.1)$$

avec : $v_q = \sqrt{k_B T / M}$, vitesse quadratique moyenne. Regardons maintenant l'interaction de ces atomes avec une onde monochromatique incidente :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right) \quad (3.2)$$

Un atome de vitesse \vec{v} voit dans son référentiel propre une onde :

$$\vec{E}_0 \cos\left[\left(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}\right) t - \vec{k} \cdot \vec{r}_0\right] \quad (3.3)$$

dont la fréquence est déplacée par effet Doppler. Pour une pulsation incidente ω donnée, seuls les atomes de vitesse \vec{v} telle que :

$$\hbar\left(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}\right) = \hbar\omega_0 \quad (3.4)$$

peuvent absorber le rayonnement incident. Si l'onde se propage dans la direction Ox, les atomes excités auront donc une composante v_0 de la vitesse le long de l'axe Ox égale à :

$$v_0 = \frac{\omega - \omega_0}{\omega} c \quad (3.5)$$

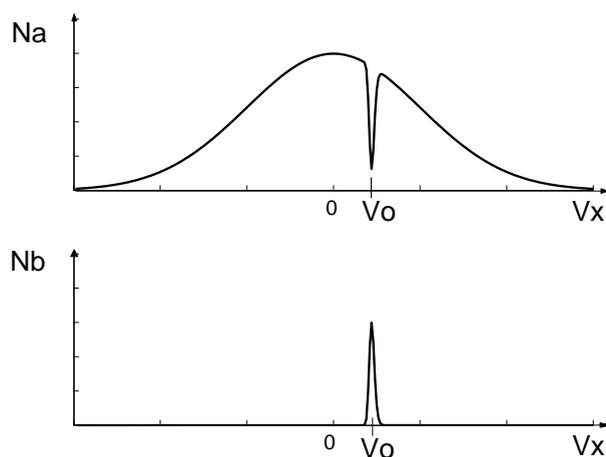


FIG. 3.4 – Populations des niveaux a et b lorsque les atomes sont soumis à une onde incidente progressive de pulsation ω se propageant selon Ox (simulation Matlab).

En présence de l'onde $\vec{E}(\vec{r}, t)$, la répartition en fonction de v_x des atomes dans le niveau fondamental présente un trou autour de la vitesse vérifiant la condition (3.5). En revanche, les atomes portés dans le niveau excité b ont une vitesse bien définie (voir figure 3.4). Dans un montage d'absorption saturée, le faisceau incident de pulsation ω est divisé à l'aide d'une lame séparatrice en deux faisceaux : un faisceau intense appelé "pompe" et un faisceau "sonde". Ces deux faisceaux sont envoyés dans deux directions opposées. Le faisceau "pompe" interagit avec les classes de vitesse déterminées par la condition (3.5). Le faisceau "sonde" qui se propage en sens opposé, et dont la phase est donc de la forme $(\omega t + \vec{k}\vec{r})$, excite les atomes dont la vitesse \vec{v}' vérifie la relation :

$$\hbar(\omega + \vec{k}\cdot\vec{v}') = \hbar\omega_0 \quad (3.6)$$

ce qui donne pour la classe de vitesse :

$$v'_0 = -\frac{\omega - \omega_0}{\omega}c \quad (3.7)$$

La comparaison des équations (3.5) et (3.7) montre que les faisceaux "pompe" et "sonde" interagissent avec des classes de vitesses différentes tant que ω est différent de ω_0 . En revanche, pour $\omega = \omega_0$, les deux ondes interagissent avec la même classe de vitesse $v_x = 0$ (voir les figures 3.5). Il s'ensuit que si la "pompe" sature la transition $a \rightarrow b$, la transmission de la "sonde" sera augmentée lorsque $\omega \simeq \omega_0$. La courbe d'absorption de la "sonde" présente donc une raie large correspondant à la largeur Doppler sur laquelle se superpose une courbe étroite correspondant à l'excitation simultanée de la même classe de vitesse ($v_x = 0$) par les deux ondes (voir figure 3.6). Le raisonnement se généralise pour un atome possédant un niveau fondamental et plusieurs niveaux excités. De plus, lorsque plusieurs transitions atomiques sont proches, les atomes peuvent interagir avec des classes de vitesse non nulles. Par exemple, considérons un faisceau "pompe" qui interagit avec la classe de vitesse v_0 telle que $v_0 = (\omega - \omega_{01})c/\omega$ et un faisceau "sonde" qui interagit avec la classe de vitesse v'_0 telle que $v'_0 = -(\omega - \omega_{02})c/\omega$. Une raie d'absorption saturée

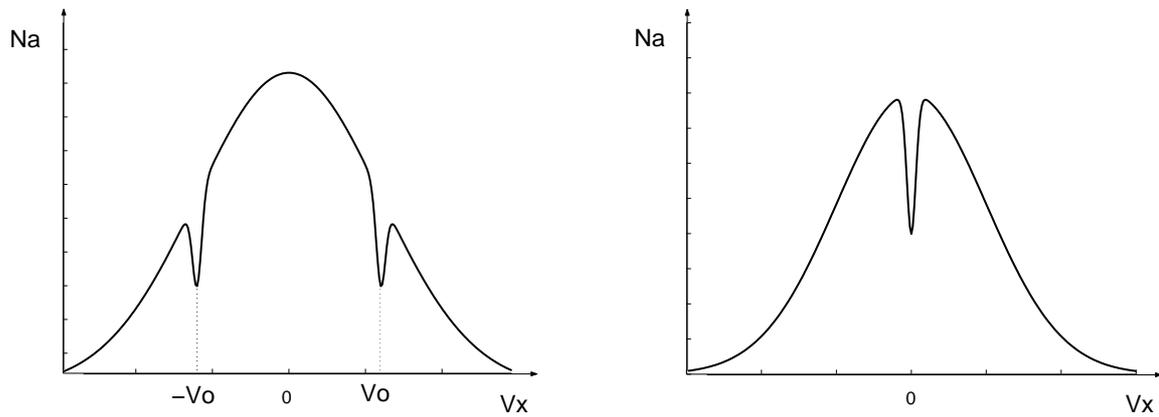


FIG. 3.5 – À gauche : distribution de vitesse dans le niveau fondamental lorsque $\omega \neq \omega_0$. À droite : distribution de vitesse dans le niveau fondamental lorsque $\omega = \omega_0$ (simulations Matlab).

sera visible si $v_0 = v'_0$ soit $\omega = (\omega_{01} + \omega_{02})/2$. Cette résonance est appelée résonance de croisement.

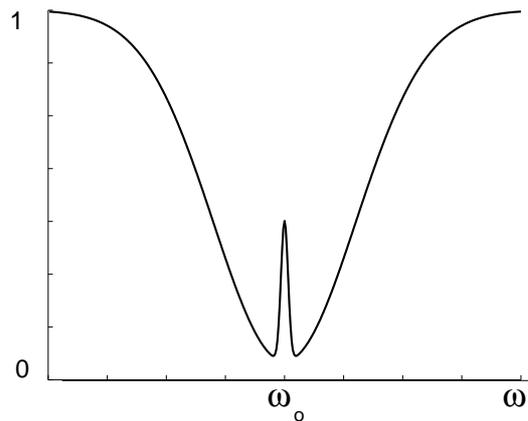


FIG. 3.6 – Forme de la raie d'absorption saturée : transmission de la "sonde" en fonction de la pulsation ω (simulation Matlab).

Stabilisation de la diode à 852 nm sur le Cs Dans notre montage, le laser est une diode monomode *SDL5420* de longueur d'onde nominale 852 nm, montée en cavité étendue (voir le schéma 3.2). Cette diode est entourée d'une boîte revêtue de "barson" à l'intérieur permettant de l'isoler du bruit acoustique. Le faisceau de sortie passe par un isolateur optique (pour isoler des réflexions parasites) suivi d'une lame séparatrice qui prélève 8% de la puissance et l'introduit dans un montage d'absorption saturée des trois transitions hyperfines $6^2S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6^2P_{3/2}, F' = 3, 4, 5$ du césium (voir le schéma de la figure 3.7). Une lame séparatrice épaisse donne par réflexion sur ces deux faces deux faisceaux de faibles puissances, un faisceau "sonde" et un faisceau de référence. Le faisceau transmis (la "pompe") par la séparatrice épaisse est superposé au faisceau "sonde" (à l'aide

d'un miroir) et se propage en sens opposé. L'épaisseur dans la cellule de césium traversée par les différents faisceaux est de l'ordre de 1 cm. Lorsque la cale piézo-électrique de la diode à 852 nm est balayée, la détection du faisceau "sonde" par une photodiode donne un profil Doppler dans lequel se trouvent six trous lorentziens induits par la saturation provoquée par le faisceau "pompe", tandis que le faisceau de référence donne uniquement un profil Doppler. Un montage à amplificateur opérationnel permet de faire la différence des deux signaux. On obtient alors six pics correspondant aux trois transitions et à trois résonances de croisement (ou "cross-over"). La courbe obtenue expérimentalement en balayant la cale piézo-électrique de la diode à 852 nm est représentée sur la figure 3.7. Nous

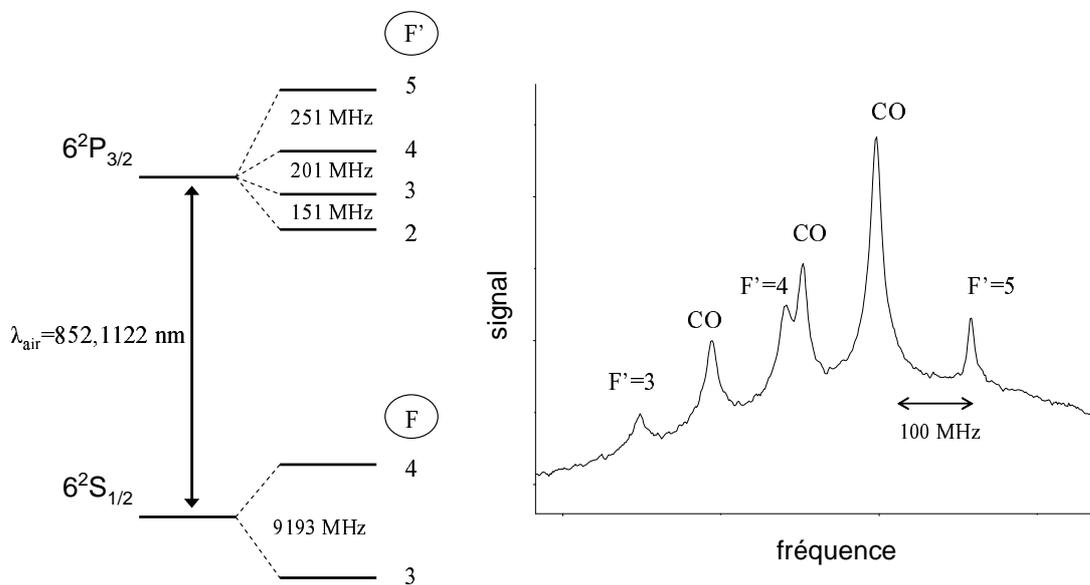


FIG. 3.7 – À gauche : niveaux d'énergie de l'atome de césium intervenant dans la ligne D_2 ; à droite : pics d'absorption saturée des transitions $6^2S_{1/2}, F = 4 \rightarrow 6^2P_{3/2}, F' = 3, 4, 5$ obtenus expérimentalement en balayant la tension appliquée au PZT de la diode. CO signifie "cross-over".

asservissons la fréquence de la diode laser à 852 nm sur le plus grand des pics d'absorption saturée, qui correspond à une résonance de croisement de largeur à mi-hauteur de 14 MHz. Cet asservissement est maintenant réalisé en modulant le courant de la diode à 852 nm (mod 1 sur la figure 3.2). Une détection synchrone DS 1 (EG&G, Model 5210, Lock-in amplifier) démodule et filtre le signal provenant de l'absorption saturée. La rétroaction s'effectue par le biais de la cale piézoélectrique (PZT) qui soutient le réseau de la cavité étendue de la diode à 852 nm.

Stabilisation de la cavité sur la diode à 852 nm La cavité Fabry-Perot est asservie sur la diode à 852 nm. Pour cela, le faisceau à 852 nm transmis par la première lame séparatrice est envoyé sur l'entrée latérale d'un cube polariseur puis injecté dans la cavité (voir le schéma de la figure 3.2). La polarisation de ce faisceau est alors verticale. En sortie de cavité, un prisme de Wollaston dirige le faisceau vers une photodiode. Le signal est alors démodulé et filtré par une autre détection synchrone DS 1' (EG&G, Ortholoc-SC 9505) et envoyé vers la cale piézoélectrique soutenant un des deux miroirs de la cavité de référence.

Stabilisation de la fréquence du laser à 866 nm sur la cavité Fabry-Perot

Le faisceau laser à 866 nm passe par un isolateur optique double étage (*Gsänger DLI-1*) qui est suivi d'une lame séparatrice (voir le schéma de la figure 3.2). Le faisceau transmis par cette lame est envoyé vers le piège miniature via la fibre optique de 10 m. Le faisceau réfléchi est envoyé vers un montage qui permet de décaler la fréquence de cette partie du faisceau pour être en résonance avec un des pics de la cavité Fabry-Perot. Décrivons comment ce décalage est réalisé. Le faisceau traverse un cube, qui ne laisse passer que la polarisation horizontale du faisceau. Le faisceau est envoyé dans un modulateur acousto-optique (AOM AA.ST 250/B150/A0.5 @ 852 nm, de fréquence centrale 250 MHz et de bande passante 150 MHz) monté en double passage avant d'être injecté dans la cavité. Cela permet d'avoir en sortie de ce dispositif un faisceau décalé en fréquence mais fixe spatialement quand on modifie la fréquence de l'onde radio-fréquence appliquée à l'acousto-optique par le biais d'un générateur de tension (mod 2). Cet AOM permet ainsi de réaliser l'asservissement des deux lasers (fixés en fréquence par des transitions atomiques : transition du césium et celle de repompage du calcium) sur une même cavité. L'utilisation dans ce montage d'un système comprenant une lame $\lambda/4$ et un miroir joue le rôle d'une lame $\lambda/2$. En effet, le passage "aller" du faisceau dans la lame $\lambda/4$ permet de passer d'une polarisation horizontale à une polarisation circulaire dans un sens, puis le miroir change le sens de la polarisation circulaire et enfin le passage "retour" dans la lame $\lambda/4$ rend la polarisation du faisceau verticale : elle est ainsi réfléchiée par le cube. La lame $\lambda/2$ avant la cavité Fabry-Perot permet de tourner la polarisation du faisceau à 866 nm pour la rendre horizontale et ainsi de passer dans le cube polariseur. Le faisceau transmis par la cavité est dirigé par le prisme de Wollaston (le même utilisé pour le faisceau à 852 nm, mais cette fois la polarisation du faisceau est horizontale) vers une photodiode. Le signal est alors démodulé et filtré par une détection synchrone commerciale DS 2 (*Tekelec Airtronic*). La correction est scindée en une partie " basse-fréquence " envoyée vers la cale piézoélectrique de la cavité étendue de la diode à 866 nm, tandis que la partie " haute-fréquence " est envoyée vers l'entrée "modulation" de l'alimentation en courant de la diode laser. Les fluctuations instantanées de fréquence du laser sont ainsi réduites à moins que 500 kHz, comme nous le verrons dans la partie concernant la mesure des largeurs des lasers.

3.3 Le laser d'horloge à 729 nm

Le laser d'horloge utilisé actuellement dans l'expérience est une diode laser (*AOC 730-100-TO3 BAL*) à ruban large ($100 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$), délivrant 100 mW à 1 A et multimode avec une largeur spectrale nominale de 2 nm. Cette diode est montée en cavité étendue (voir les principales caractéristiques obtenues dans [58]). Le faisceau en sortie de cavité passe dans un isolateur optique, puis est envoyé vers deux lentilles cylindriques permettant de rendre le faisceau circulaire [58], ce qui optimise la puissance injectée dans la fibre optique amenant le faisceau laser dans le piège (voir le chapitre suivant). Le montage expérimental de la diode est représenté sur la figure 3.8.

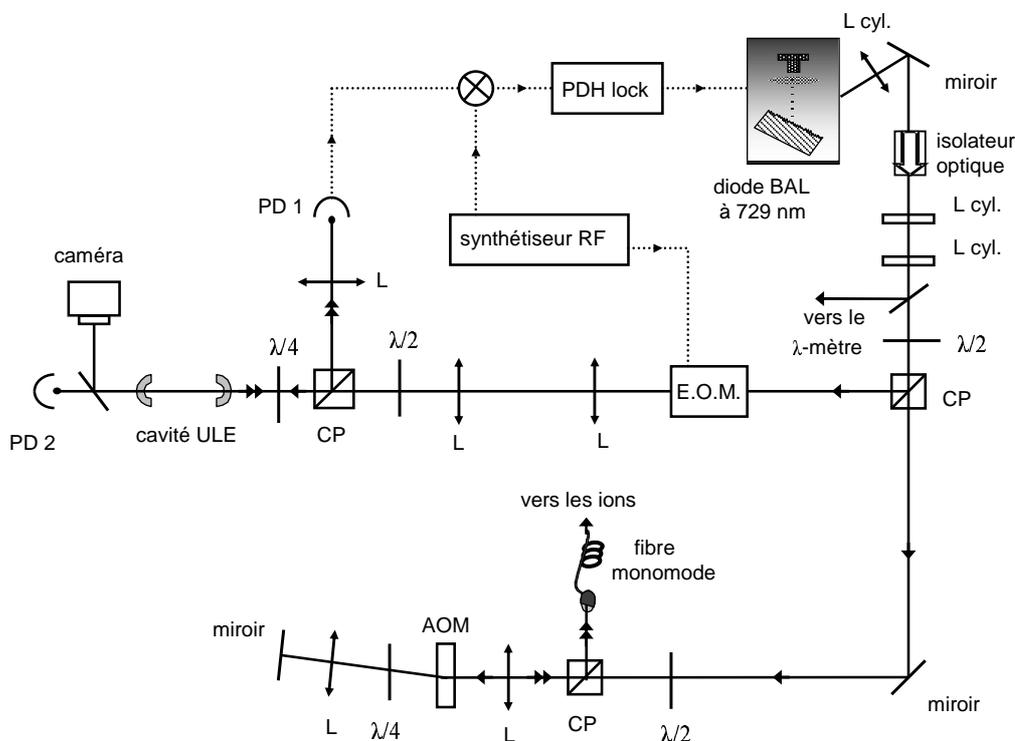


FIG. 3.8 – Montage d'asservissement et de décalage en fréquence du laser à 729 nm. CP : cube polariseur, AOM : modulateur acousto-optique, EOM : modulateur électro-optique, L : lentille (cyl. : cylindrique), PD : photodiode. Traits pleins : trajets optiques ; traits en pointillés : trajets électroniques.

Les caractéristiques nécessaires pour ce laser sont très exigeantes. En effet, compte tenu des progrès obtenus sur le refroidissement, il devrait être possible d'observer les bandes latérales dans le spectre d'excitation de l'ion. Dans l'expérience, cette observation doit être faite sur la transition d'horloge à 729 nm (~ 200 mHz) en effectuant une statistique de sauts quantiques. Les fréquences du mouvement de notre piège étant de l'ordre de 500 kHz et 1 MHz (voir le chapitre 2), le laser d'interrogation doit être balayable avec des pas précis inférieurs à 100 kHz pour observer les bandes latérales du mouvement.

La largeur spectrale de ce laser ne doit pas excéder quelques dizaines de kilohertz. Ultérieurement, la largeur de ce laser sera le facteur limitant dans la précision de l'étalon de fréquence. En effet, la transition ayant une largeur d'environ 200 mHz, il faudra que ce laser soit le plus fin possible pour ne pas trop élargir le spectre de la transition d'horloge.

Durant ma thèse, j'ai participé à la stabilisation en fréquence de ce laser. Ainsi, nous avons mis en place un système de stabilisation sur une cavité ULE (Ultra Low Expansion) utilisant la méthode de Pound-Drever-Hall. D'autre part, pour sonder les bandes latérales, il faut pouvoir balayer la fréquence du laser sur une gamme d'environ 100 MHz, ce qui est fait grâce à un modulateur acousto-optique (puisque la longueur de la cavité ULE est fixe). C'est pourquoi le faisceau est séparé en trois parties (voir le schéma du montage sur la figure 3.8) : une partie (environ 10 μW) est envoyée vers le lambda-mètre permettant de contrôler la longueur d'onde du laser, la deuxième partie (environ 50 μW) est envoyée vers le montage de stabilisation sur la cavité ULE et la dernière partie est dirigée vers le montage permettant de décaler la fréquence du laser avant de l'envoyer vers les ions via la fibre optique (environ 250 μW à l'entrée de la fibre). Dans cette partie, nous décrivons l'asservissement par la méthode de Pound-Drever-Hall de la cavité ULE puis le décalage en fréquence.

3.3.1 Stabilisation de la fréquence à 729 nm par la technique de Pound-Drever-Hall

Cette technique, aujourd'hui très répandue, a été inventée par Pound pour stabiliser un oscillateur micro-onde [76]. Elle a ensuite été généralisée au domaine optique par Drever et Hall [77]. Nous allons décrire de façon générale le principe d'asservissement par cette méthode. Puis, nous détaillerons son utilisation pour l'asservissement du laser à 729 nm sur la cavité ULE.

Principe de l'asservissement

L'asservissement Pound-Drever-Hall permet de s'affranchir du bruit haute fréquence. Pour s'affranchir de ce bruit, il faut un discriminateur rapide. La discrimination de fréquence optique est obtenue à partir du signal réfléchi par la cavité Fabry-Perot [77, 78]. Le système peut répondre plus vite que le temps de stockage de l'onde laser dans la cavité. Dans notre asservissement "Pound-Drever-Hall", le laser est modulé en phase à la fréquence radio $\omega_m/2\pi$ à l'aide d'un modulateur électro-optique, ce qui fait apparaître deux raies latérales autour de la fréquence centrale $\omega/2\pi$ à $(\omega \pm \omega_m)/2\pi$, et d'amplitudes opposées (la bande latérale à $(\omega + \omega_m)/2\pi$ a une amplitude proportionnelle à J_1 et celle à $(\omega - \omega_m)/2\pi$ a une amplitude proportionnelle à J_{-1} , comme nous le verrons dans le paragraphe suivant). Ces deux bandes latérales sont en opposition de phase. Remarquons que si l'on envoie ce signal sur une photodiode, les deux battements à $\omega_m/2\pi$, entre la porteuse avec chacune des bandes latérales, sont égaux et opposés, et s'annulent donc parfaitement, indépendamment de toute fluctuation. Ce faisceau est injecté dans la cavité Fabry-Perot et on observe les décalages d'amplitude et de phase entre ces deux battements

provoqués par l'interaction avec la cavité. On voit que, si la fréquence est égale à une fréquence de résonance de la cavité, ce décalage n'apparaît pas et le signal à la fréquence $\omega_m/2\pi$ sur la photodiode est nul. Par contre, si la fréquence du laser est différente d'une fréquence de résonance de la cavité, un déphasage apparaît et donc un signal à la fréquence $\omega_m/2\pi$. Le caractère anti-symétrique de la structure des bandes latérales permet d'avoir, à la fréquence $\omega_m/2\pi$, une symétrie impaire autour de la fréquence de résonance. Ce signal modulé va produire le signal d'erreur. À l'intérieur de la cavité Fabry-Perot se crée une onde stationnaire à la fréquence laser dont le retour est en opposition de phase avec le faisceau directement réfléchi. Le mélange de ces deux champs conduit à un coefficient de réflexion pour l'onde à la fréquence $\omega_m/2\pi$ dont la phase au voisinage d'une résonance de la cavité Fabry-Perot dépend beaucoup de la fréquence. Les bandes latérales sont totalement réfléchies. La démodulation du signal à la fréquence $\omega_m/2\pi$ donne alors une courbe de discrimination de fréquence pour les fluctuations plus lentes que le temps de stockage dans la cavité, c'est-à-dire lorsque le champ interne à la cavité suit le champ incident. Pour les fluctuations de phase du laser très rapides, le champ interne n'a pas le temps de suivre. Par contre, les bandes latérales, totalement réfléchies, sont en phase avec le laser. On a donc sur la photodiode, à la fréquence $\omega_m/2\pi$, un signal proportionnel aux fluctuations de phase du laser et donc, pour les temps très courts, un discriminateur de phase [77, 78, 73]. Ainsi, pour des fluctuations de fréquences inférieures à la largeur de raie de la cavité, le système se comporte comme un discriminateur de fréquence. Pour des fluctuations de fréquences supérieures à la largeur de raie de la cavité, le système se comporte comme un discriminateur de phase, et la réponse du système décroît en $1/f$. Le signal d'erreur ainsi créé est traité par une électronique rapide. Nous détaillons dans le paragraphe suivant le calcul théorique du signal d'erreur.

Calcul du signal d'erreur

Le champ électrique à la sortie du laser est de la forme : $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$, où $\nu = \omega/2\pi$ est la fréquence du laser. La fréquence de ce champ est ensuite modulée par l'électro-optique à la fréquence $\nu_m = \omega_m/2\pi$ avec une amplitude de modulation δ . Le champ électrique après le modulateur s'écrit alors :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \delta \sin(\omega_m t))} \quad (3.8)$$

En utilisant les fonctions de Bessel, on peut réécrire ce champ sous la forme :

$$E(t) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\delta) e^{i(\omega + n\omega_m)t} \quad (3.9)$$

Comme l'indice de modulation δ est inférieur à 1 dans l'expérience, les termes d'ordre supérieur ou égal à 2 peuvent être négligés. Par suite, l'expression du champ après l'électro-optique se simplifie :

$$E(t) = E_0 \left[J_0(\delta) e^{i\omega t} + J_1(\delta) e^{i(\omega + \omega_m)t} + J_{-1}(\delta) e^{i(\omega - \omega_m)t} \right] \quad (3.10)$$

Le spectre contient donc la bande principale à la fréquence du laser, et deux bandes latérales distantes de ν_m de la bande principale. Ce faisceau arrive ensuite sur la cavité Fabry-Perot, dont le faisceau réfléchi servira pour l'asservissement. Il faut donc calculer le coefficient de réflexion R de la cavité. Prenons un champ incident de la forme $E_i(t) = E_i e^{i\omega t}$, de fréquence $\nu = \omega/2\pi$. Désignons par r_1 et t_1 les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du miroir d'entrée de la cavité, et r_2 le coefficient de réflexion en amplitude du miroir de sortie. Notons $\tau = 2L/c$ le temps d'un aller-retour dans la cavité (qui est l'inverse de l'intervalle spectral libre). L'onde réfléchie par la cavité Fabry-Perot est :

$$E_r(\omega, t) = E_i \left[r_1 - t_1^2 r_2 e^{-i\omega\tau} \sum_{n=0}^{\infty} r_1^n r_2^n e^{-in\omega\tau} \right] e^{i\omega t} \quad (3.11)$$

Le signe "moins" devant le second terme de la parenthèse est dû au déphasage de $\pi/2$ qui apparaît entre la réflexion et la transmission au passage d'un miroir diélectrique. Cela crée une opposition de phase entre le faisceau directement réfléchi et celui provenant du champ créé dans la cavité Fabry-Perot. Ces champs s'annulent lorsque la fréquence du laser est accordée sur une résonance de la cavité (il y a alors transmission totale en théorie ; en pratique il y a des pertes, la transmission est d'environ 15%). L'équation précédente peut se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} E_r(\omega, t) &= E_i \left[r_1 - \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\omega\tau}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega\tau}} \right] e^{i\omega t} \\ &= E_i \left[r_1 + t_1^2 r_2 \frac{r_1 r_2 - e^{-i\omega\tau}}{D(\omega)} \right] e^{i\omega t} \\ &= R(\omega) E_i e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.12)$$

où on a posé :

$$\begin{aligned} D(\omega) &= 1 + r_1^2 r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\omega\tau) \\ R(\omega) &= r_1 + t_1^2 r_2 \frac{r_1 r_2 - e^{-i\omega\tau}}{D(\omega)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

En appliquant cette formule au cas qui nous intéresse ici, l'onde réfléchie par la cavité s'écrit :

$$\begin{aligned} E_r(\omega, t) &= E_0 J_0(\delta) R(\omega) e^{i\omega t} \\ &\quad + E_0 J_1(\delta) R(\omega + \omega_m) e^{i(\omega + \omega_m)t} \\ &\quad + E_0 J_{-1}(\delta) R(\omega - \omega_m) e^{i(\omega - \omega_m)t} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Le signal électrique délivré par la photodiode recueillant la réflexion est proportionnel à $\eta e \frac{E_r E_r^*}{h\omega}$, où η est le rendement quantique de la photodiode et e la charge de l'électron. Si nous ne conservons que les termes à la fréquence $\nu_m = \omega_m/2\pi$, il vient :

$$\begin{aligned} E_r E_r^* &= |E_0|^2 J_0(\delta) J_1(\delta) [R(\omega) R^*(\omega + \omega_m) e^{-i\omega_m t} - R(\omega) R^*(\omega - \omega_m) e^{i\omega_m t} \\ &\quad + R^*(\omega) R(\omega + \omega_m) e^{i\omega_m t} - R^*(\omega) R(\omega - \omega_m) e^{-i\omega_m t}] \\ &= |E_0|^2 J_0(\delta) J_1(\delta) 2\mathcal{R}e \left\{ [R^*(\omega) R(\omega + \omega_m) - R(\omega) R^*(\omega - \omega_m)] e^{i\omega_m t} \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Le signal délivré par la photodiode est ensuite démodulé à l'aide d'un mélangeur. La

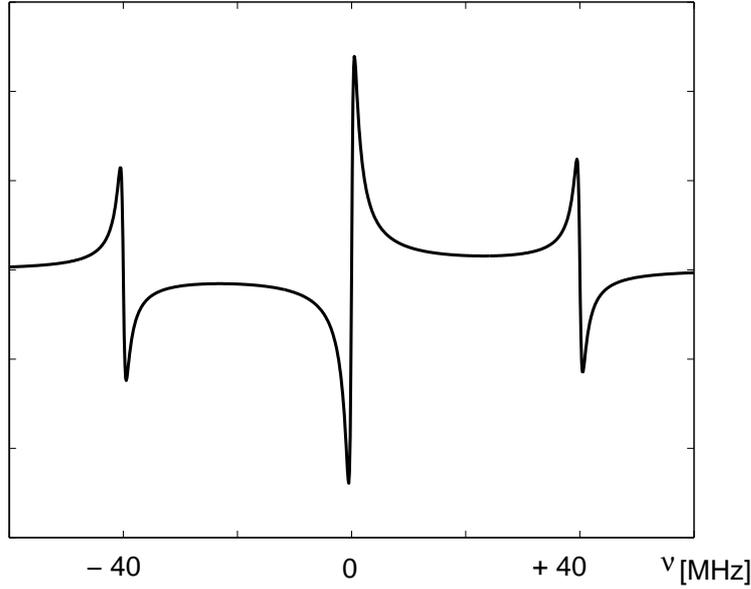


FIG. 3.9 – Signal d'erreur théorique en fonction de l'écart de fréquence entre la fréquence du laser et une fréquence de résonance de la cavité Fabry-Perot (simulation de $F(\omega)$), pour une fréquence de modulation de 40 MHz, une longueur de cavité de 10 cm (soit $\tau \simeq 0,7$ ns) et $r_1 r_2 = 0,998$.

phase de la référence a été choisie de manière à avoir un signal impair à la sortie du mélangeur. Seule la composante continue est utile, les autres sont filtrées. Cela donne le signal d'erreur S_e :

$$S_e(\omega) \propto \left(\frac{\eta e}{\hbar \omega} \right) |E_0|^2 J_0(\delta) J_1(\delta) r_1 r_2 t_1^2 \quad (3.16)$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{D(\omega)} \left[2 + r_2^2 t_1^2 \left(\frac{1}{D(\omega + \omega_m)} + \frac{1}{D(\omega - \omega_m)} \right) \right] \sin(\omega \tau) \\ - \left(1 + \frac{r_2^2 t_1^2}{D(\omega)} \right) \left[\frac{\sin((\omega + \omega_m)\tau)}{D(\omega + \omega_m)} + \frac{\sin((\omega - \omega_m)\tau)}{D(\omega - \omega_m)} \right] \\ + \frac{1}{D(\omega)} \frac{r_2 t_1^2}{r_1} \left(\frac{1}{D(\omega + \omega_m)} - \frac{1}{D(\omega - \omega_m)} \right) \sin(\omega_m \tau) \end{array} \right\}$$

Comme la largeur à mi-hauteur de la cavité Fabry-Perot (100 kHz) est bien inférieure à la fréquence de modulation (40 MHz) qui est elle-même plus petite que l'intervalle spectral libre de la cavité (1,5 GHz), les termes en $\frac{1}{D(\omega)} \frac{1}{D(\omega + \omega_m)}$ et $\frac{1}{D(\omega)} \frac{1}{D(\omega - \omega_m)}$ sont négligeables devant les autres et l'équation précédente devient :

$$S_e(\omega) \propto \left(\frac{\eta e}{\hbar \omega} \right) |E_0|^2 J_0(\delta) J_1(\delta) r_1 r_2 t_1^2 \left[2 \frac{\sin(\omega \tau)}{D(\omega)} - \frac{\sin((\omega + \omega_m)\tau)}{D(\omega + \omega_m)} - \frac{\sin((\omega - \omega_m)\tau)}{D(\omega - \omega_m)} \right] \quad (3.17)$$

Notons $F(\omega)$ le terme entre crochets. On vérifie sur l'expression précédente que le signal d'erreur s'annule pour les fréquences de résonance du Fabry-Perot $\frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{k}{\tau}$ et qu'il est

impair autour de ces fréquences. La figure 3.9 représente le signal d'erreur théorique (simulation de $F(\omega)$ avec Matlab).

Montage expérimental

Le montage expérimental est représenté sur la figure 3.8. Nous allons en présenter les différents éléments et en discuter les fonctions.

1. Le modulateur électro-optique

Un modulateur électro-optique (EOM) de phase est basé sur l'effet électro-optique linéaire : l'indice de réfraction du cristal dépend linéairement du champ électrique appliqué. L'effet d'un champ électrique sur l'indice de réfraction du cristal (dans notre cas, c'est un cristal de niobate de lithium dopé avec de l'oxyde de magnésium : $\text{LiNbO}_3:\text{MgO}$) est décrit par un tenseur du troisième ordre r_{ij} . La variation d'indice causée par le champ électrique appliqué a pour expression :

$$\Delta n = \frac{1}{2} n_e^2 r_{33} E \quad (3.18)$$

où Δn est la variation d'indice, n_e l'indice non perturbé, r_{33} l'élément du tenseur intervenant dans cet effet, et E le module du champ électrique appliqué ($E=V/d$). Un modulateur de phase (représenté sur la figure 3.10) comprend un cristal électro-optique de longueur L avec deux électrodes séparées de l'épaisseur du cristal (d). Le champ électrique est appliqué le long d'un axe du cristal transverse à la direction de propagation du faisceau laser. La modulation est induite sur le faisceau laser en alignant la polarisation du faisceau entrant dans le cristal le long de la direction du champ électrique appliqué. On obtient en sortie du cristal un faisceau laser modulé en phase. Le déphasage introduit est égal à $\Delta\phi=2\pi L\Delta n/\lambda$. En appliquant une tension sinusoïdale (f_{mod}) au

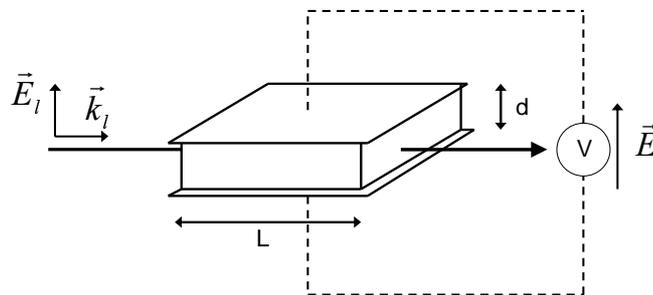


FIG. 3.10 – Traversée d'un faisceau laser dans un cristal électro-optique, en géométrie transverse.

modulateur électro-optique, on crée des bandes latérales séparées de la porteuse optique (fréquence du faisceau laser) de la fréquence de modulation (f_{mod}). La fraction de

puissance transférée dans chaque bande latérale du premier ordre est égale à $[J_1(\Delta\Phi)]^2$, où J_1 est la fonction de Bessel d'ordre 1 et $\Delta\Phi$ est le déphasage introduit par la modulation. La fraction de puissance restant dans la porteuse est égale à $[J_0(\Delta\Phi)]^2$, où J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0.

2. Optimisation du signal de dispersion

Le signal de dispersion a une amplitude proportionnelle au produit des deux premières fonctions de Bessel J_0 et J_1 (cf. équation (3.17)). Pour optimiser cette amplitude, j'ai tracé le produit $J_0(\Delta\phi)J_1(\Delta\phi)$ en fonction du déphasage (voir la figure 3.11). La courbe passe par un maximum qui a lieu pour un déphasage d'environ 1,1 rad. Pour cette valeur du déphasage, le rapport des fractions des bandes latérales et de la porteuse est égale à :

$$\frac{J_1^2}{J_0^2}(\Delta\phi = 1, 1) = 0,43 \quad (3.19)$$

et la puissance envoyée vers l'EOM est importante. Pour faire un compromis entre une amplitude suffisante du signal de dispersion pour asservir et peu de puissance vers l'EOM, on peut par exemple se placer à un déphasage correspondant à une amplitude du signal de dispersion égale à la moitié du signal maximal. Sur la courbe, on peut voir que cela a lieu pour un déphasage égal à 0,35 rad. Pour cette valeur du déphasage, on calcule un rapport des intensités des bandes latérales et de la porteuse égal à 3%. Ainsi, on arrive à avoir un signal de dispersion d'amplitude correcte avec des petites bandes latérales.

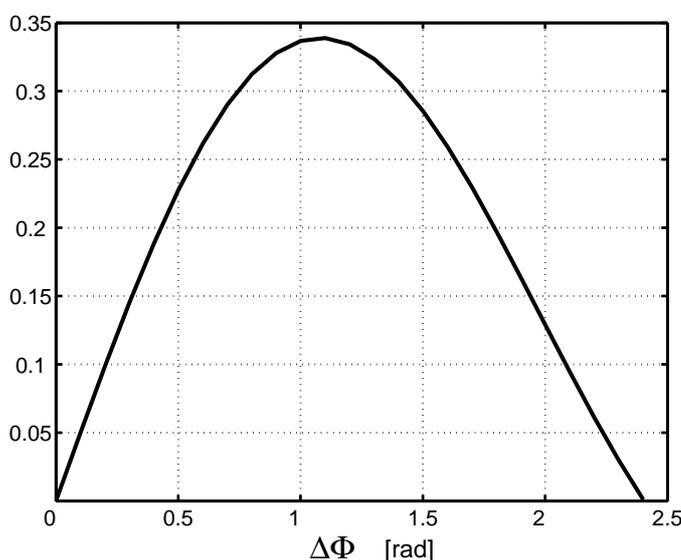


FIG. 3.11 – $J_0(\Delta\phi)J_1(\Delta\phi)$ en fonction du déphasage $\Delta\Phi$.

3. Description du montage expérimental

La cavité de référence utilisée pour la stabilisation de la fréquence du laser à 729 nm est une cavité ULE. Elle a une longueur de 10 cm, un intervalle spectral libre de 1,5 GHz et une finesse de 15000. Le rayon de courbure des deux miroirs est de 60 cm. Le

faisceau à 729 nm passe dans un modulateur électro-optique résonnant à 40 MHz (*New Focus - Model 4001*) qui permet de moduler la phase du faisceau. L'EOM est modulé par un générateur de fonctions (*Marconi Instruments - Signal Generator 2022C*). Puis, un système de deux lentilles permet d'injecter la cavité ULE de manière à adapter la taille du faisceau laser au waist de la cavité ULE (200 μm) [79]. Le faisceau traverse une lame $\lambda/2$ qui rend la polarisation horizontale afin qu'il traverse le cube qui suit cette lame. Une lame $\lambda/4$ est installée devant la cavité ULE, ce qui polarise le faisceau circulairement. Le faisceau est injecté dans la cavité : la partie transmise est dirigée vers une photodiode et une caméra, et la partie réfléchie par la cavité ULE est réfléchie par le cube (puisque la polarisation du faisceau est alors verticale). Le faisceau est ensuite recueilli par une photodiode rapide (*New Focus*). La photodiode placée après la cavité ULE permet de voir la transmission de la cavité sur un oscilloscope, et la caméra reliée à un moniteur fait l'image des modes TEM_{mn} de la cavité ULE. Cela permet d'optimiser l'injection de la cavité : on maximise l'amplitude du pic correspondant au mode TEM_{00} et on vérifie sur le moniteur qu'on reste bien sur ce mode. Le signal recueilli par la photodiode rapide (PD 1 sur le schéma du montage de la figure (3.8)) et une partie du signal délivré par le générateur modulant l'EOM sont envoyés sur un mélangeur (*Hewlett Packard - 10514A Mixer*) pour démoduler le signal. Le signal d'erreur ainsi obtenu est envoyé vers la partie électronique permettant d'effectuer l'asservissement. Le signal de dispersion obtenu expérimentalement est représenté sur la figure 3.12.

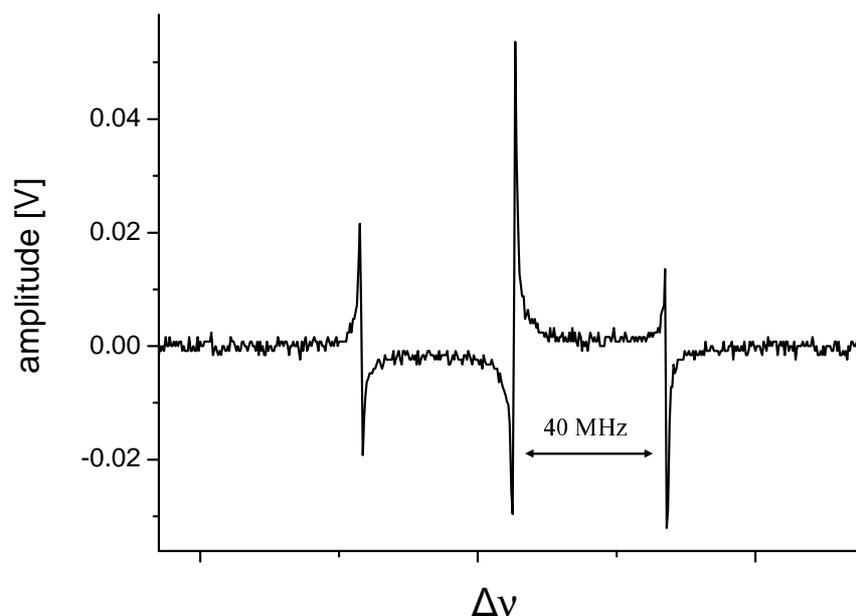


FIG. 3.12 – Signal d'erreur expérimental (filtré) en fonction de l'écart de fréquence entre la fréquence du laser et une fréquence de résonance de la cavité Fabry-Perot, pour le laser à 729 nm.

Pour réduire la raie du laser à environ 100 kHz, nous avons réalisé une triple boucle de rétroaction. La partie basse fréquence (inférieure à 200 Hz) du signal d'erreur est envoyée vers la cale piézo-électrique qui soutient le réseau de la cavité étendue. La partie moyenne fréquence (inférieure à 1 kHz) est envoyée vers l'entrée "modulation" de l'alimentation en courant de la diode laser. Ces deux étages permettent d'asservir la fréquence du laser sur la cavité ULE. Cependant, les bandes passantes de ces rétroactions ne sont pas suffisantes pour réduire sensiblement la largeur de raie du laser. C'est pourquoi nous avons réalisé un troisième étage de rétroaction agissant directement sur l'anode de la diode laser. Pour cela, nous utilisons un transistor qui permet de corriger les très hautes fréquences sans montage à amplificateur opérationnel (donc sans limitation en fréquence).

4. Transistor à effet de champ et utilisation dans notre montage

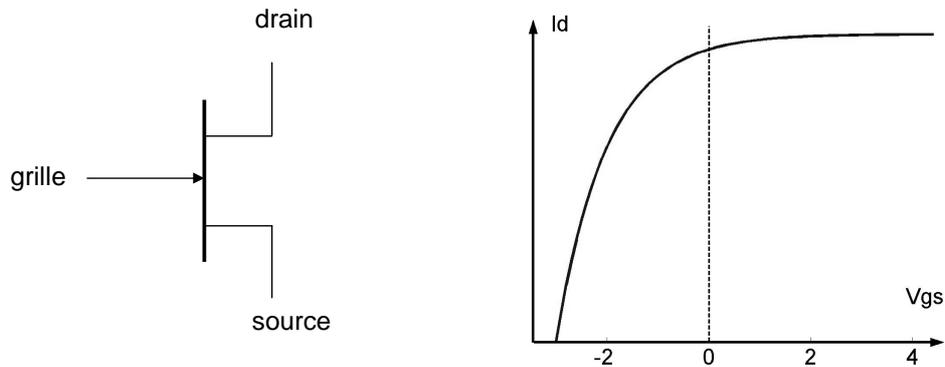


FIG. 3.13 – À gauche : schéma d'un transistor à effet de champ ; à droite : courbe représentant le courant de drain en fonction de la tension grille-source (pour une tension de drain fixe) pour un transistor à appauvrissement.

Un transistor [80] est un composant actif : c'est un dispositif qui peut amplifier, c'est-à-dire fournir un signal de sortie qui véhicule plus de puissance que le signal d'entrée. C'est un composant à trois broches : le drain, la grille et la source (cas des transistors à effet de champ). Dans un transistor à effet de champ (FET), la conduction dans le canal drain-source est commandée par un champ électrique, produit par une tension appliquée à l'électrode de grille. Il n'y a pas de jonction polarisée en sens direct entre la grille et la source (comme c'est le cas pour les transistors bipolaires), ainsi la grille ne consomme aucun courant. Le transistor que nous utilisons est dit à appauvrissement : le semi-conducteur est dopé de telle façon qu'il soit fortement conducteur même avec une polarisation nulle et qu'il faille polariser la grille en sens inverse pour annuler le courant de drain. Sur la figure 3.13 sont représentés un schéma d'un transistor ainsi que la courbe représentant le courant de drain en fonction de la tension grille-source (avec une tension de drain fixe) pour un transistor à appauvrissement. Dans notre montage,

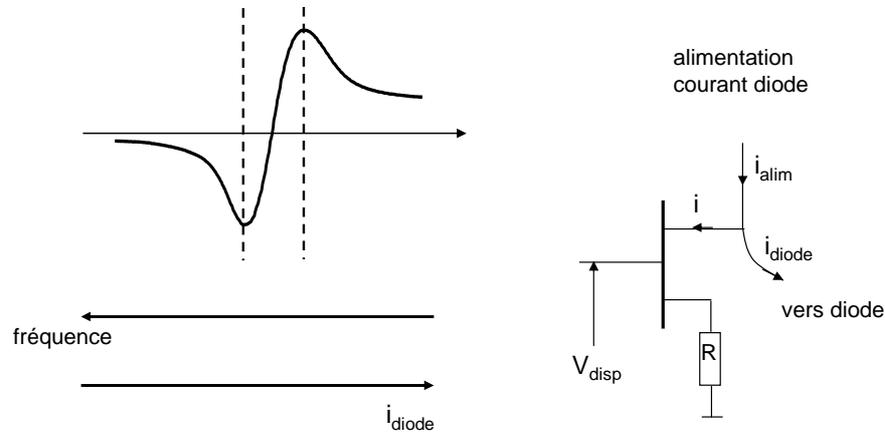


FIG. 3.14 – À gauche : signal de dispersion, et sens de la fréquence et du courant de la diode. À droite : transistor utilisé entre l'alimentation de courant de la diode et la diode laser.

le signal d'erreur (centré autour de zéro) est appliqué sur la grille du transistor. Les fluctuations du signal d'erreur entraînent une variation du courant de drain I_d (noté i sur la figure 3.14), et par suite une variation du courant envoyée vers la diode i_{diode} , ce qui modifie la fréquence de la diode (voir le schéma de droite de la figure 3.14). Le transistor est donc utilisé autour de $V_{gs} = 0$, région dans laquelle le courant de drain augmente avec la tension grille-source. Voyons maintenant comment le transistor est utile pour l'asservissement de la fréquence de la diode laser sur la cavité ULE. Raisonnons à partir du signal d'erreur visible sur un oscilloscope lorsque nous balayons la tension de la cale piézoélectrique de la cavité étendue de la diode. Si on s'écarte du zéro (point sur lequel le signal doit revenir avec l'asservissement) du signal de dispersion vers la droite, cela signifie que la fréquence de la diode a diminué (regarder le sens de la fréquence par rapport au signal de dispersion sur la figure 3.14). Comme la tension du signal d'erreur (V_{disp}) a augmenté, le courant qui passe dans le drain va augmenter, ce qui entraîne une diminution du courant allant vers la diode (i_{diode}) puisque $i_{alim} = i_{diode} + i$. La fréquence de la diode laser augmentant quand le courant diminue, la fréquence de la diode augmente bien. Le transistor a donc corrigé la variation de fréquence dans le bon sens. Nous verrons dans la suite que cet asservissement a permis de réduire considérablement la largeur de cette diode.

3.3.2 Décalage en fréquence du laser à 729 nm

L'utilisation d'un modulateur acousto-optique permet de balayer la fréquence du laser tout en stabilisant sa fréquence sur la cavité ULE de longueur fixe. Nous utilisons un modulateur acousto-optique (AOM) monté en double passage afin de ne pas changer la position du faisceau envoyé vers la fibre quand on modifie le décalage de l'AOM (l'AOM est piloté par un VCO qui décale de 0,015 degré par volt appliqué). Il a une très grande bande passante : 800 MHz autour de 1,2 GHz en simple passage, afin de mettre en résonance la cavité ULE et le laser (dont la fréquence est fixée par la transition atomique d'horloge). La courbe, donnant la relation entre la tension appliquée à l'AOM et la fréquence de décalage produite (réponse du VCO), obtenue expérimentalement est représentée sur la figure 3.15. Le faisceau à 729 nm passe d'abord par une lame $\lambda/2$ permettant de tourner sa polarisation horizontalement et ainsi de passer par le cube. Puis, une lentille permet de focaliser le faisceau dans l'AOM. L'orientation de l'AOM est optimisé afin d'obtenir le maximum de puissance dans l'ordre 1. L'ordre 0 est coupé. Puis, l'ordre 1 passe par une lame $\lambda/4$ qui rend la polarisation circulaire, est réfléchi par un miroir diélectrique (la polarisation circulaire change de sens) et repasse dans la lame $\lambda/4$. Le faisceau est alors polarisé verticalement quand il repasse dans l'AOM et se trouve réfléchi par le cube. La seconde lentille placée entre la lame $\lambda/4$ et le miroir permet de focaliser le faisceau pour le second passage dans l'AOM.

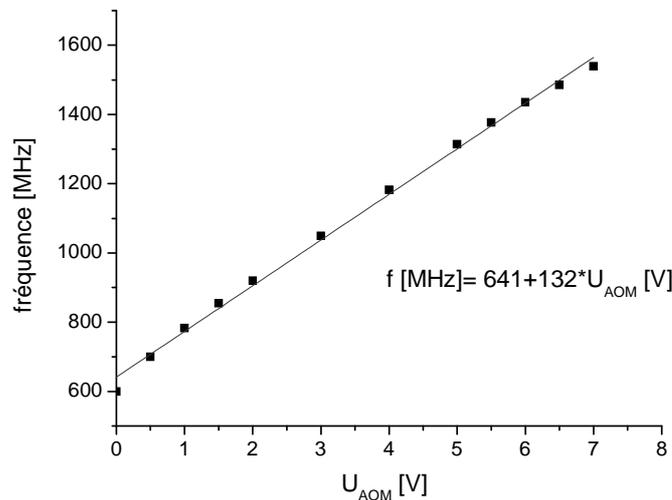


FIG. 3.15 – Réponse du VCO utilisé pour le décalage en fréquence du faisceau à 729 nm. Les points expérimentaux ont été relevés en lisant la tension sur un voltmètre et la fréquence sur un analyseur de spectre. La droite représente un ajustement linéaire des points expérimentaux qui donne l'équation inscrite sur la figure.

3.4 Mesure des waists

Pour évaluer la taille des waists des lasers au centre du piège, nous utilisons un "Beamscan" (*Melles-Griot*). Pour cela, nous plaçons le beamscan de manière à avoir la distance sortie de fibre/beamscan égale à la distance sortie de fibre/piège. Par cette méthode, nous avons mesuré le waist des faisceaux à 397 nm, 866 nm et 729 nm. Les profils du faisceau à 397 nm obtenus avec le beamscan sont représentés sur la figure 3.16 : le beamscan fait une coupe transversale dans deux directions perpendiculaires (ce qui est noté "profil V" et "profil W"). Le waist est défini comme le rayon à $1/e^2$, soit la demi-largeur à 13,5% du maximum. Pour les trois faisceaux lasers, on obtient les valeurs suivantes :

$$\omega_{397} = 10 \mu\text{m}$$

$$\omega_{866} = 35 \mu\text{m}$$

$$\omega_{729} = 40 \mu\text{m}$$

Les contraintes de distance et de divergence ne sont pas les mêmes pour les trois fibres optiques (amenant les faisceaux lasers dans le piège, cf chapitre suivant), ce qui explique la différence des valeurs des waists des trois faisceaux lasers.

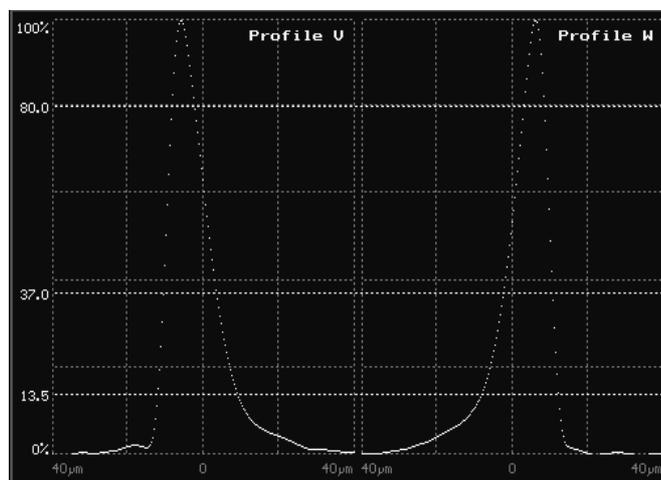


FIG. 3.16 – Profils du faisceau à 397 nm obtenus avec le beamscan.

3.5 Mesure par autocorrélation des largeurs des lasers

Avant de décrire la méthode que nous avons utilisée, nous rappelons ici quelques notions sur la largeur d'un laser [73]. La largeur laser dépend du temps sur laquelle on l'observe puisque le spectre de bruit du laser contient des composantes très différentes, aussi bien rapides que lentes. Les fluctuations rapides donnent lieu à ce qu'on appelle la "largeur rapide" (ou parfois appelée simplement "largeur"). Pour nos applications, "rapide" signifie

que l'on observe sur une durée inférieure au temps d'interaction spectroscopique (typiquement quelques dizaines ou centaines de μs). Les fluctuations basse fréquence conduisent au "jitter" de la raie spectrale dans l'espace des fréquences. Des changements encore plus lents peuvent parfois se produire (effets thermiques,...), ce qui provoque une dérive de la fréquence laser. Pour faire une estimation de la largeur des sources laser utilisées, nous avons mis en place un système permettant de faire un battement d'une source laser avec elle-même (autocorrélation) en utilisant une détection hétérodyne. Pour que le battement d'un laser avec lui-même soit analogue à celui de deux lasers indépendants, il faut que le délai τ entre les deux trains d'onde soit supérieur au temps de cohérence du laser. On peut écrire, en utilisant le modèle des trains d'onde, que deux trains d'onde d'un laser de largeur spectrale $\delta\nu_L$ ne sont plus corrélés si [64] :

$$2\pi\delta\nu_L \times \tau \gg 1 \quad (3.20)$$

soit

$$2\pi\delta\nu_L \times \frac{nL}{c} \gg 1 \quad (3.21)$$

où L est la distance séparant les deux trains d'onde, c la vitesse de la lumière dans le vide et n l'indice du milieu de propagation. On voit qu'on peut définir une "longueur de cohérence" qui vaut :

$$L_{coh} = \frac{c}{2\pi n \delta\nu_L} \quad (3.22)$$

Pour avoir un battement entre deux trains d'onde indépendants, il faut donc que :

$$L \gg L_{coh} \quad (3.23)$$

Par exemple, pour un laser de largeur de raie d'1 MHz, la longueur de cohérence est de 32 m. La condition (3.21) peut aussi s'écrire sous la forme :

$$\delta\nu_L \gg \delta\nu_{coh} \quad (3.24)$$

où on a posé : $\delta\nu_{coh} = c/2\pi nL$. Pour faire un tel battement, nous avons fait le montage décrit sur la figure 3.17. Le faisceau en sortie de la source laser est séparé dans deux bras. Un des deux faisceaux est injecté dans une fibre optique de 10 km (monomode @ 1550 nm ; $n=1,4714$) afin qu'il soit décorrélé du faisceau de l'autre bras. Pour une telle longueur de fibre, il faut que la largeur spectrale du laser soit très supérieure à 3,2 kHz, ce qui est le cas pour les trois lasers. Le second faisceau traverse un AOM (68 MHz) pour que la fréquence du battement ne soit pas située dans le bruit à 0 Hz. Nous avons utilisé l'AOM en double passage car un signal parasite à 68 MHz réduisait le rapport signal sur bruit du signal dû au battement. Les deux lentilles de même focale 200 mm permettent de focaliser le faisceau dans l'AOM. Les deux faisceaux sont recombinaés sur une séparatrice, puis envoyés vers une photodiode rapide. Puisque la puissance en sortie de fibre est très faible et que les deux faisceaux doivent être d'intensités à peu près égales pour observer un battement, la séparatrice utilisée est constituée d'un film pelliculaire de facteur de réflexion 8%. Pour obtenir la superposition des deux faisceaux sur la séparatrice et sur la photodiode, nous utilisons une fibre moins longue que celle de 10 km, ce qui amène plus

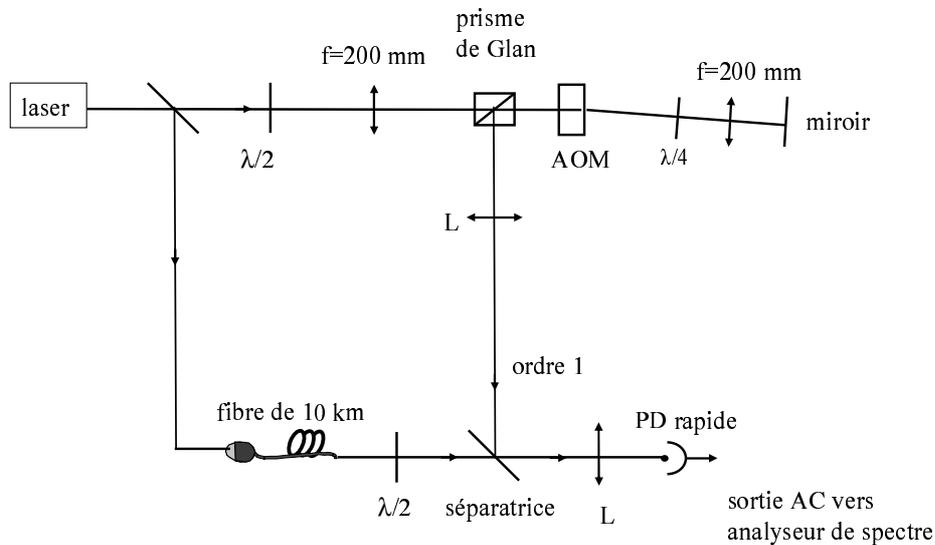


FIG. 3.17 – Schéma du montage utilisé pour réaliser la mesure des largeurs laser par autocorrélation. L : lentille, PD : photodiode.

de puissance en sortie de fibre et ainsi rend visible à l'oeil nu le faisceau laser émergent. Lorsque la superposition est réalisée, on remplace cette fibre de réglage par celle de 10 km de long. Afin d'avoir deux faisceaux polarisés parallèlement, nous avons placé sur chacun des bras deux lames $\lambda/2$ permettant de régler la polarisation. La sortie de la photodiode rapide est reliée à un analyseur de spectre (*Hewlett Packard ESA-L1500A*) permettant de voir et d'enregistrer les battements. La durée d'acquisition des battements est de l'ordre de la seconde dans le cas du laser à 729 nm et de la minute pour les deux autres lasers. Sur cette échelle de temps, ce que nous mesurons, c'est le "jitter" des lasers. La largeur à mi-hauteur du battement est donnée par la largeur de bande à -3 dB (Δf_{-3dB}) du battement observé sur l'analyseur de spectre. Il faut ensuite relier la largeur du battement à la largeur spectrale (Δf_l) du laser. Pour un bruit de type modulation de fréquence, la relation entre la largeur à -3 dB du profil du battement et la largeur laser s'écrit [81] :

$$\Delta f_{-3dB} = \sqrt{2}\Delta f_l \quad \text{si raie gaussienne} \quad (3.25)$$

$$\Delta f_{-3dB} = 2\Delta f_l \quad \text{si raie lorentzienne} \quad (3.26)$$

Laser à 397 nm

Le battement a été fait avec le faisceau non doublé (à 794 nm) du laser Ti-Sa. Nous avons enregistré le battement lorsque le laser est asservi à flanc de frange avec l'électronique commerciale *Coherent*. Pour cette mesure, nous avons choisi une résolution de 1 kHz (Resolution Band Width), une étendue de la fenêtre d'analyse de 1,2 MHz (span) et

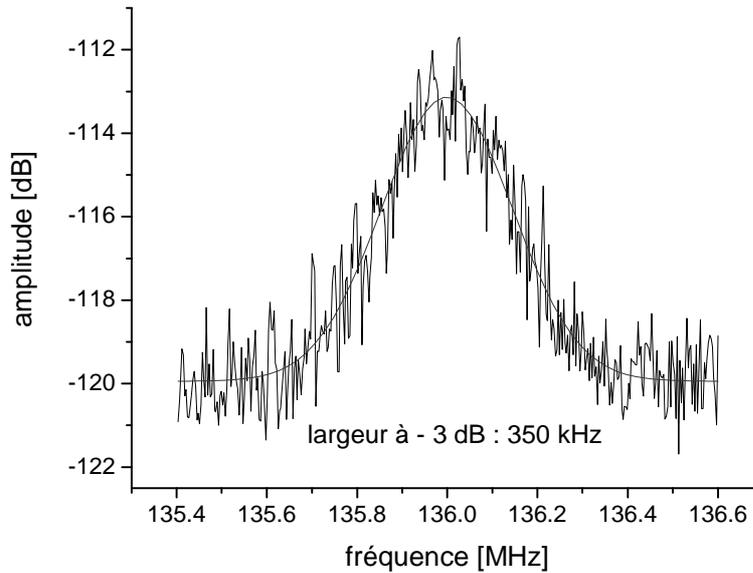


FIG. 3.18 – *Battement du faisceau à 794 nm pour le laser Ti-Sa asservi (traits continu : ajustement gaussien de la courbe de battement). Mesure effectuée avec les réglages suivants de l'analyseur de spectre : RBW (Resolution Band Width)=1 kHz, span=1,2 MHz, average=50, durée d'acquisition=3 mn.*

un moyennage de 50 ; le temps d'acquisition était donc de 3 mn. Le spectre obtenu est représenté sur la figure 3.18. J'ai procédé à l'ajustement de ce spectre pour déterminer la forme de la raie. C'est l'ajustement gaussien qui est le plus adapté. La largeur laser est alors déterminée en considérant la formule appropriée (équation (3.25)). Nous trouvons une largeur laser d'environ 250 kHz dans le rouge (794 nm), soit une largeur de 500 kHz dans le bleu (397 nm), qui est une largeur raisonnable pour le type d'asservissement utilisé.

Laser à 866 nm

Sur la figure 3.19 est représenté le battement obtenu avec la diode à 866 nm asservie sur la cavité Fabry-Perot avec les corrections sur la cale piézo-électrique (PZT) et le courant. Pour cette mesure, j'ai choisi les mêmes paramètres que pour le battement du laser Ti-Sa. J'ai procédé à l'ajustement de ce spectre, là aussi c'est l'ajustement gaussien le plus approprié. Nous trouvons une largeur laser d'environ 185 kHz. Nous avons regardé l'influence des asservissements (corrections sur le PZT et le courant) sur la largeur du laser à 866 nm. Nous n'avons observé aucune influence notable. L'asservissement de la diode à 866 nm ne réduit donc pas la largeur du laser. Cela peut s'expliquer par le fait que la largeur d'un pic de la cavité est d'environ 1,5 MHz et que l'asservissement en sommet de frange n'est pas drastique.

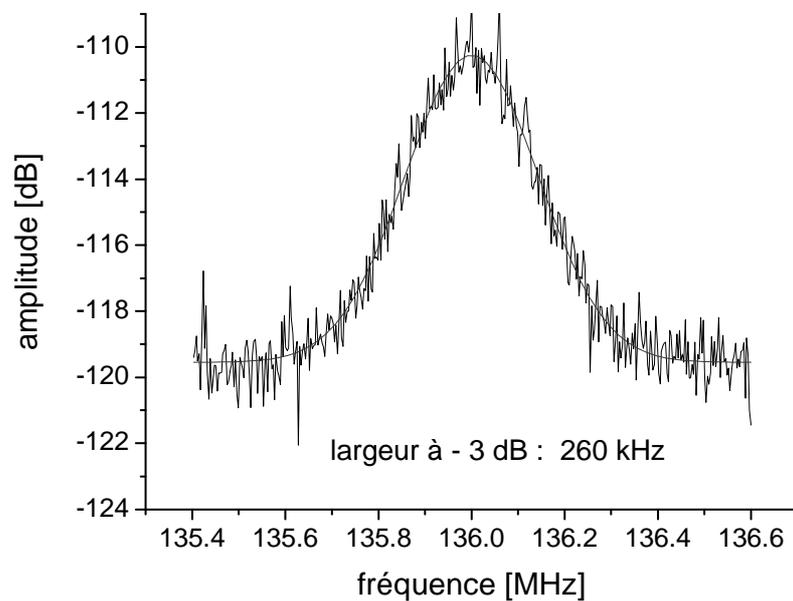


FIG. 3.19 – *Battement du faisceau à 866 nm pour la diode asservie avec les corrections sur le PZT et le courant (trait continu : ajustement gaussien de la courbe du battement). Mesures effectuées avec les réglages suivants de l'analyseur de spectre : RBW=1 kHz, span=1,2 MHz, average=50, durée d'acquisition=3 mn.*

Laser à 729 nm

Nous avons regardé l'effet de l'asservissement sur la largeur du laser à 729 nm. Sur la figure 3.20 sont représentés les battements obtenus avec la diode à 729 nm asservie et non asservie. On remarque une nette réduction de la largeur lorsque la diode est asservie avec les corrections sur le courant, le PZT et l'anode. J'ai procédé à l'ajustement de ce spectre, là aussi c'est l'ajustement gaussien le plus approprié. Nous trouvons une largeur laser d'environ 16 kHz. L'asservissement Pound-Drever-Hall avec les trois étages de corrections a donc permis de réduire sensiblement la largeur de ce laser.

Soulignons que les largeurs mesurées ici donnent les fluctuations instantanées des lasers par rapport aux cavités, qui elles ne sont pas stabilisées. Notamment, la cavité de référence sur laquelle est asservie la diode à 729 nm doit être stabilisée en température et mise sous vide pour éviter toute dérive de fréquence. Le résumé des caractéristiques des trois lasers utilisés dans l'expérience est consigné dans le tableau 3.1.

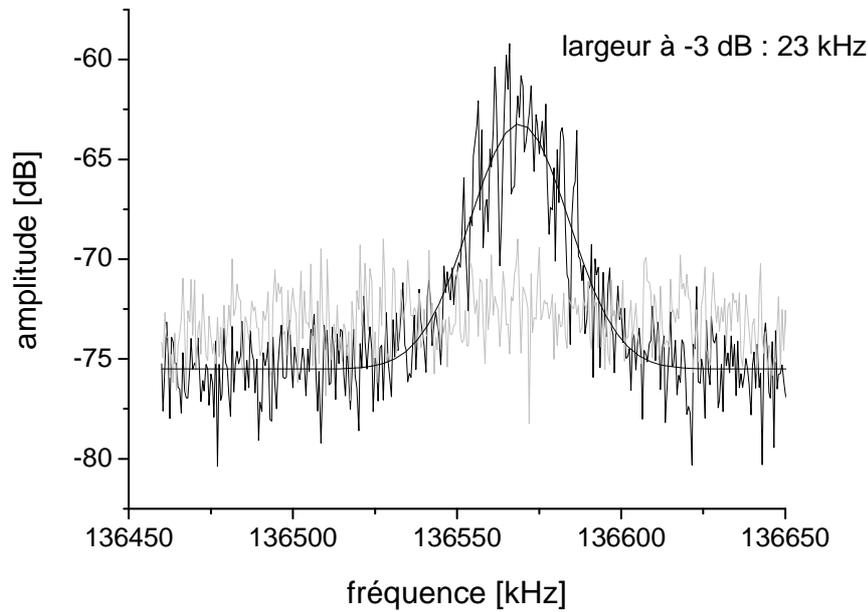


FIG. 3.20 – Battement du faisceau à 729 nm. En noir : battement avec la diode asservie (trait continu : ajustement gaussien de la courbe du battement) ; en gris clair : battement avec la diode non asservie. Mesures effectuées avec les réglages suivants de l'analyseur de spectre : RBW=3 kHz, span=200 kHz, average=5, durée d'acquisition=500 ms.

| | 397 nm | 866 nm | 729 nm |
|-------------------------------|--------|--------|--------|
| waist [μm] | 10 | 35 | 40 |
| largeur [kHz] | 500 | 185 | 16 |
| I [mW/mm^2] | 800 | 100 | 10 |

TAB. 3.1 – Récapitulatif des caractéristiques des lasers utilisés : waist (rayon), largeur laser, intensité maximale disponible en sortie de fibre optique.

Chapitre 4

Préparation d'un ion calcium

Après avoir détaillé les sources lasers, nous nous intéressons à la préparation d'un ion unique. D'abord, le dispositif expérimental est présenté. Puis, le champ magnétique local est déterminé afin d'éliminer tout effet de polarisation des lasers dans les expériences réalisées. Enfin, nous exposons la procédure de création des ions et l'obtention d'un ion calcium unique.

4.1 Le dispositif expérimental

4.1.1 Piège

La structure du piège de Paul-Straubel de l'expérience est représentée sur la figure 4.1. Il est constitué d'un anneau cylindrique de rayon intérieur $r_0=0,7$ mm, de rayon extérieur 1 mm et de hauteur 0,85 mm. Deux électrodes de compensation circulaires (z_1 et z_2) couvertes de grilles transmettant 86% de la lumière sont situées à 5,5 mm de part et d'autre de l'anneau. Leur rayon intérieur est de 5,5 mm. Toutes les pièces sont en molybdène pour éviter d'éventuels effets engendrés par des champs magnétiques rémanents. Dans le plan de l'anneau, deux électrodes de compensation en cuivre (appelées x et y) pointant dans deux directions orthogonales ont été ajoutées. Portées à des potentiels continus, les quatre électrodes de compensation créent des champs électriques statiques qui permettent d'apporter le minimum de potentiel au centre géométrique du piège et déplacent ainsi l'ion. Les quatre électrodes (x, y, z_1 et z_2) permettent ainsi de localiser l'ion dans une position moyenne où l'amplitude de son mouvement est réduite, comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Les paramètres du potentiel de confinement appliqués à l'anneau sont : $\Omega/2\pi = 11,7$ MHz et $V_{AC} = 300 V_{rms}$, ce qui donne une profondeur de puits de potentiel d'environ 1,7 eV. La tension alternative de confinement est au départ créée par un générateur de fonction (*Hewlett Packard HP33120A*). Il délivre quelques centaines de millivolts (typiquement $25 mV_{rms}$) qui sont amplifiés dans un amplificateur de puissance. La sortie de celui-ci est appliquée au circuit primaire d'un transformateur dont le secondaire est accordé à l'anneau. La fréquence d'accord du circuit est de $\Omega/2\pi = 11,7$ MHz. La relation entre la tension V_{AC} appliquée à l'anneau et la tension V_{HP} du générateur est

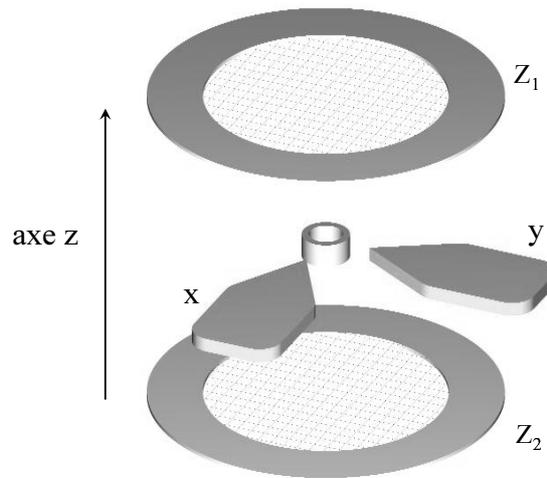


FIG. 4.1 – Piège de Paul-Straubel et électrodes de compensation utilisés dans l'expérience. L'anneau a un rayon intérieur de 0,7 mm. Les électrodes de compensation circulaires ont un rayon intérieur de 5,5 mm et sont situées à 5,5 mm de part et d'autre de l'anneau.

$$V_{AC} = 12159 \times V_{HP}.$$

4.1.2 Création des ions

Les ions sont obtenus par ionisation d'atomes de calcium par bombardement électronique. Pour cela, un four contenant du calcium est chauffé afin d'évaporer les atomes de calcium. Ce four est constitué d'un petit tube de tantale de 2 cm de long et 3 mm de diamètre, soudé par point sur un fil de tungstène, dans lequel on fait passer un courant (typiquement 3,3 A) pour chauffer le four. Un canon à électrons permet l'ionisation des atomes de calcium directement au centre de l'anneau. Il est constitué d'un filament de tungstène chauffé par un courant (typiquement 0,5 A) et polarisé à -10 V. Les circuits de chauffage du four et du canon à électrons sont fermés par des relais électromagnétiques.

4.1.3 Enceinte à vide

Le piège, le four et le canon à électrons sont placés dans une enceinte ultravide en inox de 2,5 l pompée en permanence par une pompe ionique de 100 l/s. Le pré-vidage est réalisé par une pompe turbo moléculaire (*Varian Turbo-V70LP*) montée en série avec une pompe primaire à palettes (*Varian SD-40*). Une vanne d'isolation permet de séparer l'enceinte des pompes et une vanne de fuite permet l'introduction de gaz tampon. La pression est mesurée par une jauge Bayard-Alpert (*Granville-Phillips GU21IR*) et un spectromètre de masse (*Balzers QMG064*) permet de mesurer la pression partielle des différents gaz résiduels. Le vide obtenu est de 10^{-10} mbar. La photo de la figure 4.2 montre l'intérieur de

l'enceinte à vide. On y voit le piège, les électrodes de compensation, le four et le canon à électrons. Dans notre dispositif expérimental, le champ magnétique local est contrôlé par trois paires de bobines de Helmholtz orthogonales entre elles, qui entourent l'enceinte à vide.

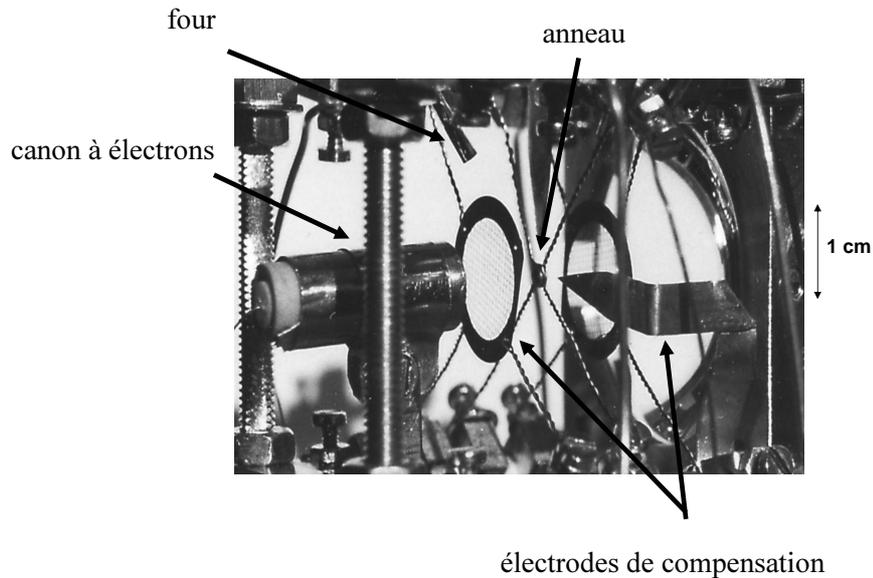


FIG. 4.2 – Photo du piège, des électrodes de compensation, du canon à électrons et du four. Cette photo, prise à l'extérieur de l'enceinte à vide, montre les éléments renversés (haut en bas et bas en haut) par rapport à leur place dans l'enceinte à vide.

4.1.4 Injection des faisceaux lasers dans le piège

Les trois faisceaux lasers de l'expérience sont injectés dans des fibres optiques qui les amènent à l'entrée de l'enceinte à vide. Cela permet d'avoir une bonne stabilité de pointé pour ces trois faisceaux. Le montage est représenté sur la figure 4.3. Le laser à 397 nm, polarisé verticalement, est injecté dans une fibre à maintien de polarisation. La sortie de la fibre est fixée sur une platine de translation permettant de modifier finement la direction du faisceau et le point de focalisation dans le piège (avec une précision inférieure au micron). En sortie de fibre, le faisceau traverse un achromat ($f = 50$ mm) puis une lame $\lambda/2$. L'entrée dans l'enceinte se fait à travers une fenêtre en verre sous angle de Brewster pour la polarisation verticale. Le faisceau à 397 nm arrive sur l'anneau sous un angle de 53° . Il touche légèrement les bords de celui-ci, ce qui provoque de la lumière diffusée gênante pour la détection. Les faisceaux laser à 866 nm et 729 nm sont injectés dans l'enceinte par le côté opposé. Le laser à 866 nm est injecté dans une fibre monomode de 10 m de long dont la sortie est mise devant un objectif réglable en position et focalisation. Après passage d'un cube polariseur (la polarisation du faisceau est alors horizontale), le faisceau à 866 nm est injecté à travers une fenêtre en verre sous angle de Brewster. Le

laser à 729 nm est lui aussi injecté dans une fibre monomode de 10 m de long. Sa sortie est mise devant un objectif, le tout étant posé sur une platine de translation permettant de régler la position et la focalisation dans le piège. Après réflexion sur le cube polariseur (la polarisation du faisceau est alors verticale), le faisceau à 729 nm est injecté par la même fenêtre que le faisceau à 866 nm. Les trois faisceaux sont réglés pour être superposés et focalisés au centre du piège miniature. Ces réglages sont très critiques puisqu'il faut superposer les trois waists à cette position. Le réglage de l'injection des deux faisceaux de refroidissement (397 nm et 866 nm) peut être affiné en optimisant le signal de fluorescence des ions, en jouant sur les positions et les focalisations correspondantes. L'injection du faisceau à 729 nm est affinée en optimisant le pompage optique des ions dans le niveau $D_{5/2}$.

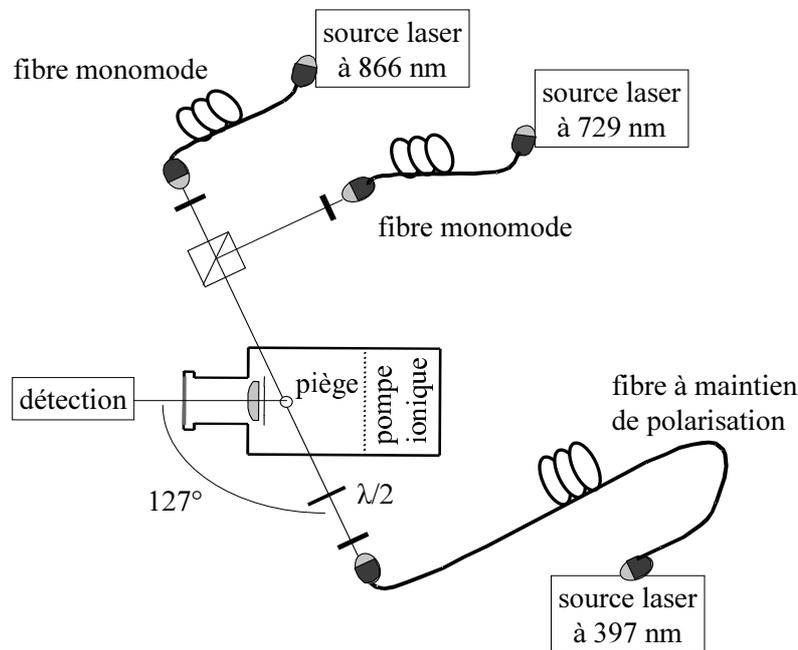


FIG. 4.3 – Injection des faisceaux lasers dans le piège.

4.1.5 Détection

Une lentille asphérique ($f=25$ mm, $\Phi=32,5$ mm) est fixée derrière l'une des deux grilles à l'intérieur de l'enceinte à vide. Elle est utilisée pour la collection de la lumière de fluorescence des ions lorsqu'ils sont excités par le laser de refroidissement. Cette lentille donne une image du centre de l'anneau et des ions à l'extérieur de l'enceinte (à environ 50 cm). L'image des ions est focalisée au plan focal d'une lentille de distance focale 75 mm. À cet endroit est placé un shutter dont le diaphragme d'ouverture est réglé pour ne garder que l'image des ions et éliminer notamment la lumière diffusée par les bords de l'anneau. L'image ainsi obtenue est envoyée sur un système séparateur permettant d'envoyer la lumière récoltée dans deux bras différents. La figure 4.4 schématise le système de détection utilisé.

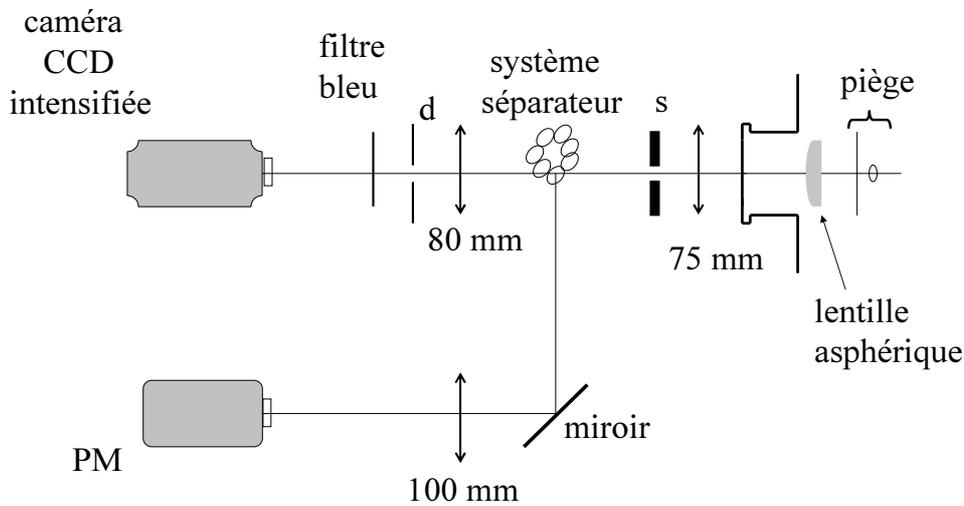


FIG. 4.4 – Système de détection. d : diaphragme, s : shutter. Les valeurs indiquées en mm sont les distances focales des lentilles.

La lumière transmise par le système séparateur est reprise par une lentille de distance focale 80 mm. L'image est ensuite diaphragmée, filtrée (filtre bleu en verre (*Spindler & Hoyer GB14*) qui élimine 90% du rayonnement infrarouge et transmet 96% pour la longueur d'onde 397 nm) et reformée sur une caméra CCD intensifiée (*Photonic Science Isis 4*). La caméra a son rendement maximum pour le bleu et elle possède 756×581 pixels sur une surface de $(6,9 \times 7,2)$ mm². Le signal qu'elle fournit est envoyé à un ordinateur et le traitement des images est fait par un logiciel (Photolite). L'image de la figure 4.5 montre un nuage dans le piège lorsque le diaphragme du shutter est ouvert : on observe la lumière diffusée par les bords de l'anneau. Dans la dernière partie de ce chapitre, l'image d'un nuage avec le diaphragme fermé montre la disparition de cette lumière parasite.

La lumière réfléchiée par le système séparateur est reprise après un miroir par une lentille de distance focale 100 mm. L'image obtenue est alors envoyée vers un photomultiplicateur (PM) (*Hamamatsu H-4730*) utilisé en mode comptage de photons avec un rendement quantique de 0,2. Le signal fourni par le PM est envoyé vers un second ordinateur équipé d'une carte d'acquisition *National Instruments PCI-MIO-16E-4*. Les données sont ensuite traitées par un programme Labview (cf. paragraphe suivant).

Trois positions différentes du système séparateur sont possibles. La première position correspond à une séparatrice 50/50, la deuxième à une séparatrice 10/90 (10% de la lumière est envoyée vers le PM et 90% vers la caméra) et la troisième position correspond à un miroir (qui envoie tout le signal vers le PM). Ainsi, lors de la phase préparatoire des ions ou d'un ion unique, on se met en position 50/50 pour voir ce qui se passe sur la caméra. Quand on est dans la phase d'acquisition des signaux, on bascule en position 3 pour avoir le maximum de signal sur le PM. Pour protéger la caméra et le photomultiplicateur

de la lumière provenant du canon à électrons pendant la phase de création des ions, la fermeture du shutter situé devant le système séparateur est réalisée par application d'une tension continue sur un relai électromagnétique.

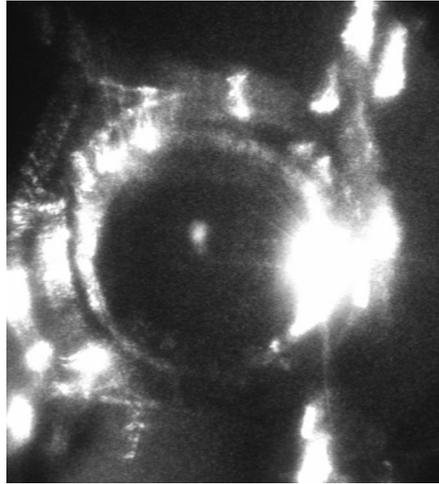


FIG. 4.5 – Image d'un nuage sur la caméra quand le diaphragme devant le système de détection est ouvert. On observe les réflexions de la lumière diffusée par les bords de l'anneau.

La qualité du signal de fluorescence des ions recueilli à l'extérieur de l'enceinte à vide est en grande partie déterminée par la lentille de collimation qui se trouve dans l'enceinte à vide. Cette lentille possède l'avantage d'avoir un très grand angle d'ouverture afin de collecter un maximum de fluorescence. Mais elle a l'inconvénient d'être de qualité optique médiocre, ce qui limite la résolution de la détection spatiale par la caméra. Le dispositif de détection optique à l'extérieur de l'enceinte à vide a été changé plusieurs fois afin de trouver les meilleures conditions d'expérimentation. Par souci d'optimisation du rapport sur bruit recueilli par le photomultiplicateur, nous sommes arrivés à la configuration actuelle. Lorsque toute la fluorescence est envoyée vers le photomultiplicateur, un signal de 10000 coups/s pour un ion unique est typiquement obtenu. La lumière parasite a un niveau typique de 1000 coups/s pour une puissance laser à 397 nm d'environ 10 μ W. Nous avons constaté que le rapport sur bruit recueilli par le photomultiplicateur dépend de la polarisation du laser bleu d'excitation (voir la figure 4.6). Alors que le signal de fluorescence des ions ne change pas avec la polarisation du laser, le bruit de fond peut varier du simple au double. La lumière parasite, réfléchiée sur les bords du piège ou sur d'autres surfaces, est donc partiellement polarisée.

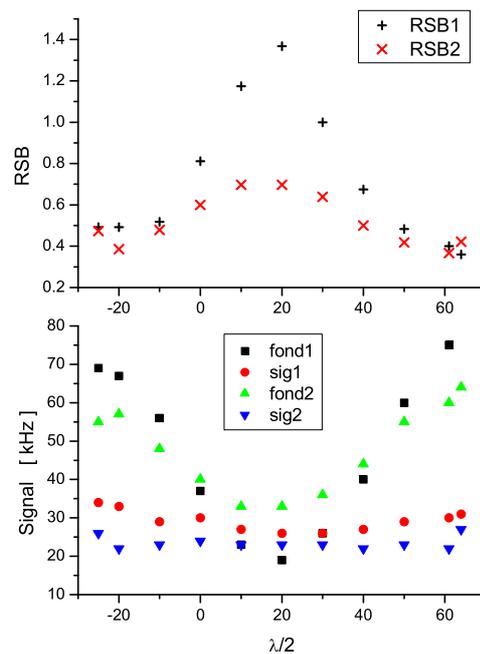


FIG. 4.6 – Influence de l'orientation de la polarisation du laser à 397 nm. Les variations du signal proviennent des variations de puissance du laser (ces courbes ont été enregistrées sans la stabilisation en intensité du laser bleu). En bas : variations du signal et du bruit de fond (lumière parasite). En haut : variations du rapport signal sur bruit.

4.1.6 Automatisation de l'expérience

L'expérience est commandée par l'ordinateur muni de la carte d'acquisition PCI-MIO-16E-4 qui possède des entrées et sorties analogiques, des entrées et sorties logiques, des compteurs et une horloge interne. Une sortie analogique est utilisée pour envoyer une rampe de tension sur la commande de fréquence du laser à 397 nm. Une rampe similaire peut être envoyée vers la commande de l'élément piézo-électrique de la cavité de la diode à 866 nm pour varier sa fréquence. Le four, le canon à électrons, les obturateurs de la caméra et du photomultiplicateur sont chacun commandés par un niveau haut d'une sortie logique de la carte. Les impulsions TTL fournies par le photomultiplicateur sont envoyées vers un des compteurs de la carte qui mesure le nombre de coups de photons pendant une durée fixée (typiquement 100 ms). Durant la phase de création des ions, les obturateurs de la caméra et du photomultiplicateur sont fermés. La durée choisie pour la création des ions est en général de 70 s. Après la création, il est possible de laisser quelques secondes (typiquement 5 s) pour que le nuage se thermalise.

4.2 Détermination du champ magnétique local

Pour être sûr que les effets de polarisation des lasers ne jouent aucun rôle dans les expériences réalisées, il est nécessaire que le champ magnétique local soit contrôlé avec

grande précision. Le champ résiduel local au niveau de la position de l'ion est compensé en utilisant un effet de pompage optique. Nous appliquons un champ magnétique suffisant pour définir un axe de quantification tout en veillant à ce que ce champ magnétique n'implique pas de séparation des sous-niveaux Zeeman supérieure à la largeur naturelle de la transition atomique considérée. En alignant la direction de polarisation du laser repompeur à 866 nm selon l'axe de quantification ainsi défini, le faisceau est polarisé linéairement et les ions sont alors piégés dans les sous-niveaux $D_{3/2}, m_j = \pm 3/2$. Ceci est vrai si les projections du champ magnétique dans les deux autres directions sont nulles. La méthode expérimentale consiste donc à définir un axe de quantification en imposant un grand champ magnétique dans une direction et à annuler le signal de fluorescence avec les valeurs des deux autres composantes du champ magnétique. Les valeurs des deux composantes du champ magnétique annulant la fluorescence sont alors l'opposé des valeurs des composantes du champ magnétique local résiduel.

Dans l'expérience, le laser bleu est polarisé selon la direction x (verticale); cette polarisation n'est pas déterminante puisqu'elle ne joue aucun rôle dans ces expériences. Prenons une polarisation du laser rouge alignée selon la direction y (horizontale). Appliquons un champ magnétique selon la direction y (B_o): le laser bleu est alors polarisé circulairement (σ) et le rouge linéairement (π) (cf. figure (4.7)). On éteint le signal de fluorescence en jouant sur les valeurs des deux autres composantes du champ magnétique B_x et B_z : les ions sont alors piégés dans les sous-niveaux $m_j = \pm 3/2$. On a ainsi annulé le champ dans le plan $0xz$, et trouvé les valeurs du champ local suivant x et z. En effectuant la même opération avec un champ magnétique (B_o) suivant x et en tournant la polarisation du laser rouge suivant x aussi (pour qu'il soit polarisé linéairement), on détermine la troisième composante du champ magnétique: B_y .

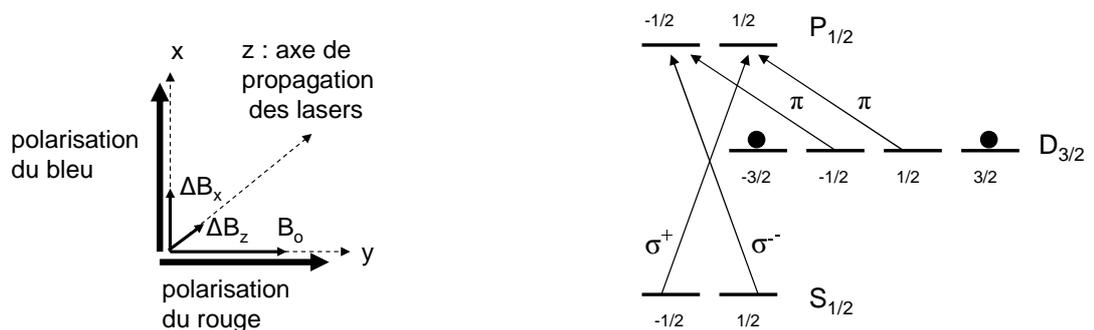


FIG. 4.7 – À gauche : définition des axes x, y et z ; les lasers ont pour direction de propagation l'axe z . À droite : schéma de principe du pompage optique dans les états $m_j = \pm 3/2$ du niveau $D_{3/2}$, dans le cas où le laser bleu est polarisé selon x et le laser rouge selon y (cf. figure de gauche), et le champ magnétique est selon y .

Expérimentalement, on mesure la fluorescence des ions en fonction de la projection du champ magnétique suivant une direction, le rouge étant polarisé suivant la direction de la composante du champ magnétique (B_o) qui détermine l'axe de quantification. On peut ainsi voir la disparition progressive de la fluorescence quand le champ se rapproche de la valeur qui compense le champ local selon cette direction. Sur la courbe de gauche de la figure 4.8 est représenté le résultat pour un champ définissant l'axe de quantification suivant y ($B_o = -1,7$ G) et un laser rouge polarisé suivant y. La composante B_x du champ magnétique est fixée à $+0,4$ G et la composante du champ magnétique suivant z est balayée. La fluorescence disparaît complètement pour un champ $B_z = -1,3$ G (le trait en pointillés représente la lumière parasite détectée par le photomultiplicateur).

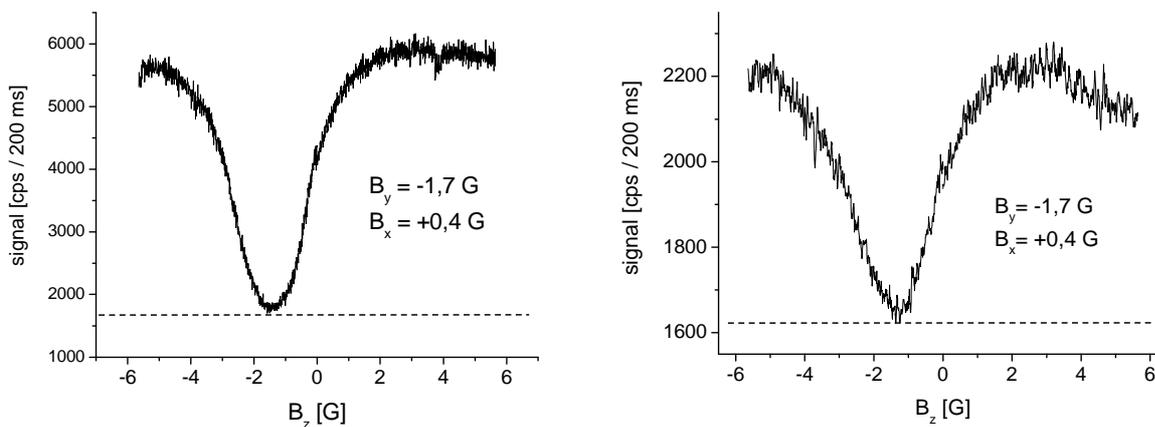


FIG. 4.8 – Courbes de détermination du champ magnétique local. Les composantes B_x et B_y sont fixées respectivement à $+0,4$ G et $-1,7$ G. Balayage du champ suivant la direction z . À gauche : fluorescence d'un nuage (environ 10 ions). À droite : fluorescence d'un ion unique. Les traits en pointillés représentent la lumière parasite détectée par le photomultiplicateur.

Cette méthode, basée sur le pompage optique dans un état noir, est indépendante de la largeur et du désaccord des lasers dans la mesure où l'on suppose que le champ magnétique résiduel est trop petit pour séparer les sous-niveaux Zeeman. Par conséquent, cette technique n'est pas sensible au mouvement de l'ion et présente l'avantage d'être utilisable aussi bien avec un nuage qu'avec un ion unique. Une courbe obtenue avec un ion unique est représentée sur la figure 4.8. Cette courbe est effectuée avec les mêmes paramètres que ceux utilisés pour les courbes sur un nuage d'ions. Les composantes du champ magnétique local mesuré grâce à cette méthode ont pour valeurs : $\vec{B} = (-0,4$ G ; $-0,2$ G ; $1,3$ G).

4.3 Création des ions et obtention d'un ion unique

4.3.1 Création et refroidissement des ions

Le four et le canon à électrons sont allumés pendant 70 s pour créer les ions, puis le canon reste allumé seul pendant quelques secondes (environ 5 s). Après la création, il est nécessaire de refroidir les ions en décalant la fréquence du laser à 397 nm vers le rouge. Le spectre de la figure 4.9 montre un profil typique obtenu par balayage de la fréquence du laser de refroidissement. Ce profil est asymétrique. Pour les décalages négatifs de la

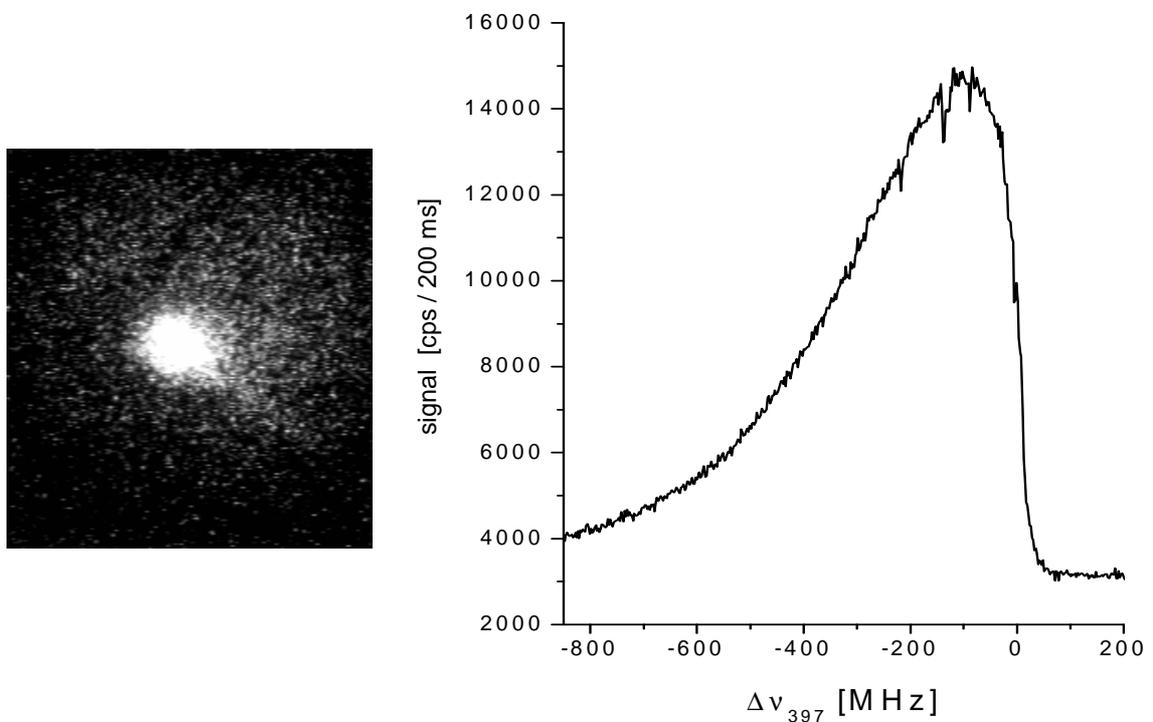


FIG. 4.9 – Image et spectre de fluorescence d'un nuage d'une petite dizaine d'ions. Ce spectre est obtenu en augmentant la fréquence du laser de refroidissement.

fréquence, les ions sont refroidis. Le signal de fluorescence augmente jusqu'à atteindre un maximum. Au delà, le refroidissement laser n'est plus efficace et les ions sont chauffés, ce qui provoque la diminution brutale du signal. Typiquement, un nuage contient moins d'une centaine d'ions, refroidis par laser à une température d'environ 50 K. Cette température est définie comme l'estimation de l'énergie cinétique des ions piégés. Pour avoir accès à cette température, nous mesurons la largeur à mi-hauteur de la partie gauche du spectre obtenu en balayant la fréquence du laser bleu (dénommé parfois spectre bleu dans la suite). Considérons le cas des atomes libres. Si on suppose que l'élargissement Doppler est très grand devant la largeur naturelle de la transition, la forme de la raie est gaussienne

[82]. La relation entre la largeur à mi-hauteur du spectre et la température des atomes est la suivante [64] :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 7.10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (4.1)$$

Dans notre expérience, les ions sont "liés" puisqu'ils sont piégés par un champ radio-fréquence. Dans la limite où la largeur naturelle de la transition est beaucoup plus grande que les fréquences d'oscillation des ions dans le piège (cf chapitre 2), les ions sont faiblement "liés". La transition considérée ici a une largeur naturelle d'une vingtaine de mégahertz, et les fréquences d'oscillation des ions sont de l'ordre du mégahertz. Les ions sont donc faiblement "liés" et peuvent être considérés comme libres [70]. Ainsi, pour avoir un ordre de grandeur de la température des ions dans le piège, nous utilisons la formule (4.1). Dans le cas de la figure 4.9, la largeur à mi-hauteur est d'environ 370 MHz ce qui correspond à une température de 20 K. Une photo prise avec la caméra est représentée sur la figure 4.9. On y voit un nuage d'une petite centaine d'ions.

4.3.2 Réduction du nombre d'ions

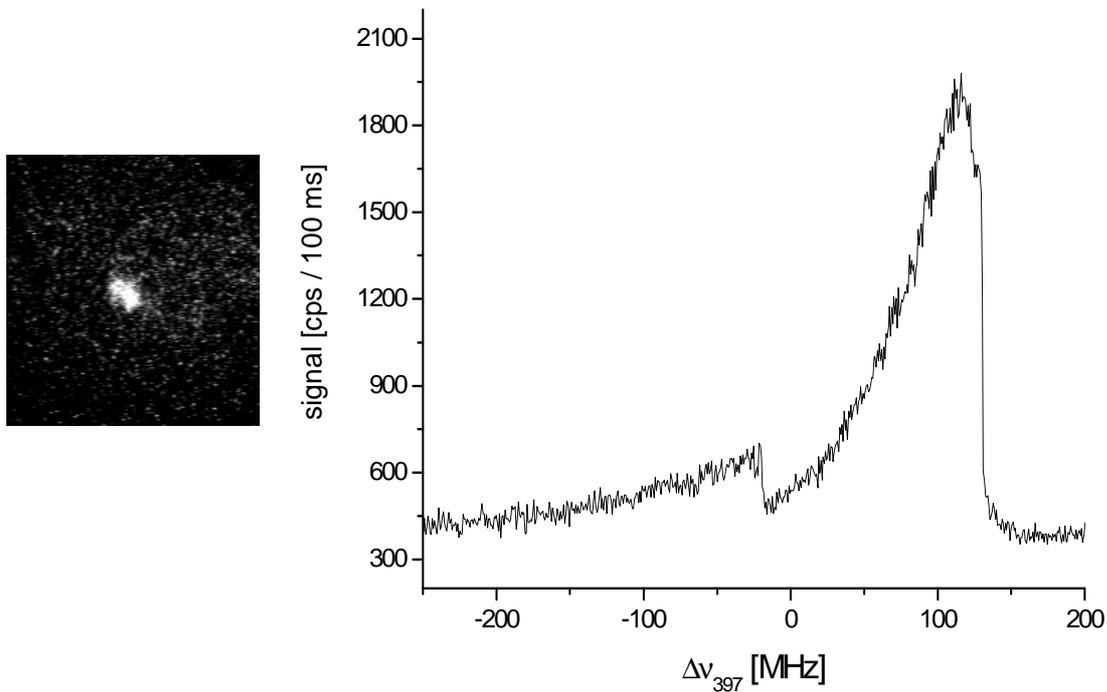


FIG. 4.10 – *Cristallisation d'un petit nuage d'ions : image et spectre de fluorescence du cristal.*

Lorsque nous avons un nuage, nous plaçons la fréquence du laser de refroidissement à une valeur supérieure à la résonance pendant quelques secondes. Les ions sont chauffés

et certains sont éjectés du piège. Le signal de fluorescence diminue et la taille du nuage sur la caméra est réduite. Il faut réitérer cette procédure un certain nombre de fois pour réduire significativement le nombre d'ions. Nous pouvons alors obtenir la cristallisation du nuage. Celle-ci correspond au positionnement des ions dans une structure ordonnée et résulte des deux phénomènes antagonistes que sont la répulsion coulombienne et le refroidissement laser (voir [83, 84] pour plus de détails sur l'étude des cristaux ioniques). Cette phase de cristallisation se voit expérimentalement par la nette augmentation du signal de fluorescence (il peut doubler voire tripler par rapport à sa valeur avant cristallisation). Une image d'un cristal prise avec la caméra est représentée sur la figure 4.10 : le nuage est très lumineux. Cette cristallisation est aussi visible lorsque la fréquence du laser de refroidissement est balayée. Un spectre d'un cristal est représenté sur la figure 4.10. Le signal de fluorescence augmente lorsque la fréquence s'approche de la résonance, puis diminue avant d'augmenter de nouveau. Le moment où le signal diminue reflète le passage d'un spectre large à un spectre fin, et indique la cristallisation du nuage.

4.3.3 Vers un ion unique

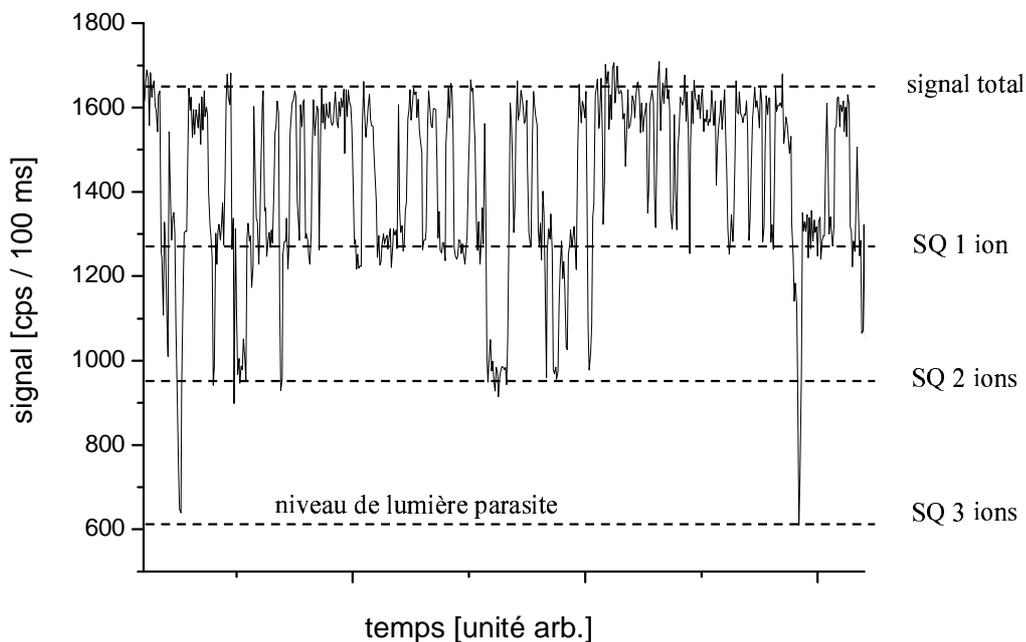


FIG. 4.11 – Signal de fluorescence de trois ions en appliquant la source laser à 729 nm : observation de sauts quantiques (SQ) d'un ion, de deux ions et de trois ions simultanément.

Lorsque nous éjectons les ions par chauffage laser, nous voyons à la caméra une diminution de la taille du nuage et le PM indique un signal moins important. Pour être

certain de n'avoir plus qu'un seul ion, la méthode la plus simple et efficace est l'observation des sauts quantiques induits par l'excitation de la transition $S_{1/2} - D_{5/2}$ à 729 nm. Lorsque le laser à 729 nm est appliqué, un ion (ou plusieurs) peut être pompé sur le niveau métastable $D_{5/2}$, il n'est plus dans le cycle de refroidissement et la fluorescence correspondant à cet ion disparaît, c'est ce qu'on appelle un saut quantique. Par exemple, la figure 4.11 montre les sauts quantiques de trois ions. Le niveau de lumière parasite est déterminé en coupant le faisceau laser repompeur à 866 nm. En effet, lorsque ce laser n'est plus appliqué, les ions sont pompés optiquement dans le niveau métastable $D_{3/2}$, le signal de fluorescence disparaît et seul le signal provenant de la lumière parasite ("fond") subsiste. Dans le cas de la figure 4.11, ce "fond" est centré autour de 600 coups pour 100 ms. Nous procédons alors à l'éjection des ions jusqu'à l'obtention d'un ion unique (seuls

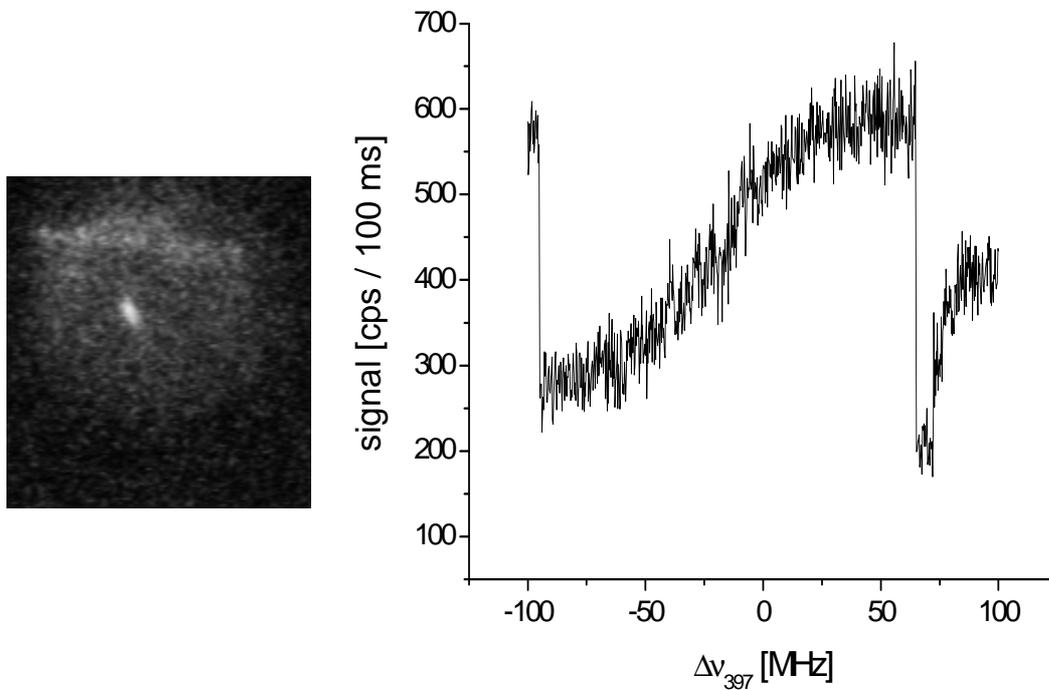


FIG. 4.12 – Image et spectre de fluorescence d'un ion unique.

deux niveaux HAUT et BAS apparaissent lors de l'application du laser à 729 nm). La figure 4.12 montre l'image à la caméra d'un ion unique. Le spectre d'excitation d'un ion unique est aussi donné sur la figure 4.12 (pour une puissance à 397 nm d'environ $45 \mu\text{W}$ en sortie de fibre optique). La température de l'ion est obtenue par la largeur à mi-hauteur de ce spectre. Pour un ion unique, ce profil dépend notablement de la puissance bleue à laquelle on effectue ce spectre. En effet, si la puissance appliquée à l'ion a une valeur supérieure à la saturation, la transition va être élargie. Le spectre de la figure 4.12 a une largeur à mi-hauteur d'environ 95 MHz ce qui correspond à une température d'environ 1,3 K. Nous allons voir dans le chapitre suivant que cette largeur peut être réduite en

diminuant l'excès de micromouvement.

Chapitre 5

Nouvelle méthode de réduction du micromouvement

La présence dans le piège d'un champ électrique statique \vec{E}_{DC} déplace les ions du centre du piège d'une quantité [62] :

$$u_0 = \frac{Q\vec{E}_{DC} \cdot \vec{u}}{m\omega_u^2} \quad (5.1)$$

avec $u=x,y$ ou z , \vec{u} le vecteur unitaire dans la direction u et Q la charge de l'ion. Ce déplacement correspond à l'équilibre entre la force induite par le champ statique \vec{E}_{DC} et la force de confinement du piège. Par exemple, pour une fréquence de mouvement $\omega_u/2\pi$ de 1 MHz, un champ statique E_{DC} de 1 V/cm provoque un déplacement u_0 d'environ 6 μm . Le mouvement d'un ion dans la direction u a pour expression [62] :

$$u(t) = [u_0 + u_1 \cos(\omega_u t + \phi_u)] \left(1 - \frac{q_u}{2} \cos \Omega t\right) \quad (5.2)$$

dans le cas de l'approximation adiabatique (cf. chapitre 2) qui est valide dans notre expérience. L'amplitude du micromouvement est donc augmentée par rapport au cas idéal $u_0 = 0$ et apporte un énergie cinétique supplémentaire. À la différence du mouvement séculaire d'amplitude u_1 (dénommée aussi u_a dans le chapitre 2), l'excès de micromouvement provoqué par le déplacement u_0 ne peut pas être réduit par refroidissement laser. Dans notre cas, le champ statique a pour origine les asymétries du piège et les potentiels de contact produits lors de la création des ions (dépôt de calcium solide sur les bords de l'anneau). D'autres phénomènes peuvent être à l'origine d'un excès de micromouvement. Une revue complète des différentes causes est faite dans l'article [62]. Un excès de micromouvement trop important peut empêcher l'accès au régime de Lamb-Dicke. Il est donc nécessaire de l'éliminer. Pour cela, on applique des tensions continues sur les électrodes de compensation de manière à faire coïncider le minimum du champ radiofréquence et le minimum du puits de potentiel. Nous allons décrire les différentes méthodes utilisées pour réduire l'excès de micromouvement. La suite de ce chapitre est dédiée à la présentation d'une nouvelle méthode de réduction du micromouvement. Cette technique est basée sur l'observation de "résonances noires". Ce phénomène aussi connu sous le nom

de "piégeage cohérent de population" sera décrit. Ensuite, nous montrons les résultats de simulations numériques illustrant les différents effets (puissances des lasers, largeurs des lasers). Enfin, les résultats expérimentaux sont présentés.

5.1 Méthodes usuelles de réduction du micromouvement

Différentes méthodes expérimentales permettent de contrôler et de réduire l'excès de micromouvement des ions. Présentons brièvement ces différentes techniques. Dans notre expérience, les paramètres permettant d'agir sur la position de l'ion sont les valeurs des tensions appliquées sur les électrodes de compensation (x , y , z_1 et z_2).

5.1.1 Méthode visuelle : déplacement spatial

La technique la plus simple est l'observation à la caméra du déplacement du nuage lorsque le potentiel de confinement V_{AC} est abaissé [62]. Ceci est dû au fait que le déplacement induit par le champ statique est inversement proportionnel au carré de la fréquence d'oscillation des ions et donc à l'amplitude V_{AC} (cf. équation (5.1)). Plus le potentiel V_{AC} est bas, plus le nuage va ressentir les effets du champ statique parasite et donc plus il va s'éloigner du centre du piège. Le changement des tensions appliquées sur les électrodes de compensation permet alors de ramener le nuage au centre du piège. Cette méthode utilise l'image visible à la caméra, donc sa précision dépend de l'optique de détection. Dans notre montage, cette méthode est limitée au plan d'observation et ne peut donc pas compenser le champ statique parasite dans les trois directions de l'espace.

5.1.2 Corrélation champ RF-photons

Une observation plus significative de l'influence du micromouvement est la mesure de la corrélation entre les photons de fluorescence émis et la fréquence de confinement $\Omega/2\pi$ [62]. Cette méthode est utilisée lorsque la fréquence du champ RF (pour nous 11,7 MHz) est inférieure à la largeur naturelle de la raie atomique (23 MHz). Le mouvement oscillatoire de l'ion provoque une modulation de fréquence du champ laser dans le référentiel de l'ion au repos, ce qui induit une modulation des photons émis à la fréquence $\Omega/2\pi$. Cette technique de corrélation champ RF-photons permet d'obtenir un signal modulé à la fréquence du champ radiofréquence et d'amplitude proportionnelle à l'amplitude du micromouvement de l'ion. Pour éliminer le micromouvement, il faut réduire l'amplitude du signal de corrélation par application de tensions sur les électrodes de compensation. Pour obtenir une compensation du micromouvement dans les trois directions, il faut utiliser différents axes laser. Dans notre expérience, cette méthode a servi à réduire l'excès de micromouvement dans une seule direction (celle de propagation du laser) ayant une composante sur l'axe de révolution du piège et une dans le plan de l'anneau.

Ces deux premières techniques ont été utilisées pour la réduction du micromouvement avant mon arrivée dans l'équipe (voir la thèse de Mustapha Herbane [72]).

5.1.3 Spectre d'excitation de l'ion

Une autre méthode est basée sur l'observation de la largeur du spectre de fluorescence obtenu par balayage de la fréquence du laser à 397 nm. Le spectre est réalisé de manière dynamique en balayant la fréquence du laser qui sert également au refroidissement laser. C'est pourquoi seule la partie aux fréquences plus basse que la résonance atomique est visible. Ce profil asymétrique ne permet pas de donner une valeur en termes de température absolue. Cependant, il permet d'obtenir une estimation relative de l'énergie cinétique de l'ion quand les puissances laser sont fixées. La largeur à mi-hauteur du spectre de fluorescence diminue lorsque la compensation du micromouvement est meilleure puisque l'ion devient plus froid. La figure 5.1 de gauche montre la réduction de la largeur à mi-hauteur du spectre d'un ion lorsque les valeurs des tensions de compensation x , y , z_1 et z_2 sont modifiées. Avec cette méthode, nous avons obtenu des ions froids ayant une largeur à mi-hauteur d'une trentaine de mégahertz. La figure 5.1 de droite montre le spectre d'un ion unique "froid".

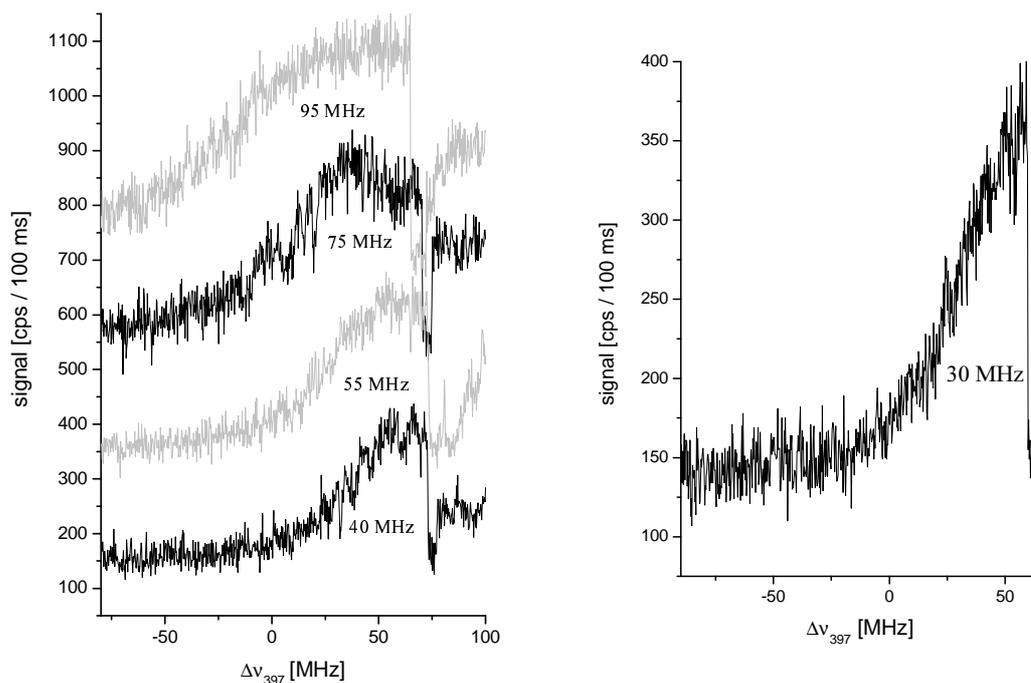


FIG. 5.1 – À gauche : spectres de fluorescence d'un ion unique obtenus en balayant la fréquence du laser à 397 nm, pour différentes valeurs des tensions de compensation. Les chiffres indiqués sont les largeurs à mi-hauteur. La modification des valeurs des tensions de compensation permet de diminuer la largeur et donc de réduire l'excès de micromouvement. Les modifications des tensions de compensation entre le spectre du haut et celui du bas sont de l'ordre de $\Delta U_x \simeq 12$ V et $\Delta U_{z1} \simeq 1$ V. À droite : spectre de la fluorescence d'un ion "froid" obtenu en balayant la fréquence du laser à 397 nm.

5.1.4 Mesure des bandes latérales

La détermination ultime du degré de localisation de l'ion dans le piège est la détection des bandes latérales dans le spectre d'excitation. L'obtention d'un spectre de ce type est une étape intermédiaire vers le régime de Lamb-Dicke recherché. La hauteur relative des bandes latérales est liée à l'amplitude d'oscillation de l'ion dans le piège [62]. L'observation des bandes latérales n'est possible que pour une transition de largeur naturelle inférieure aux fréquences de mouvement de l'ion. Dans notre expérience, l'observation de bandes latérales doit être faite sur la transition d'horloge à 729 nm ($\Delta\nu \simeq 200$ mHz) en effectuant une statistique de sauts quantiques. Cette mesure nécessite une très bonne stabilisation du laser à 729 nm excitant la transition $S_{1/2} - D_{5/2}$. Les fréquences du mouvement de notre expérience sont de l'ordre de 500 kHz et 1 MHz. Le laser d'interrogation doit avoir une largeur inférieure à 100 kHz tout en étant balayable avec des pas précis inférieurs à 100 kHz pour observer les bandes latérales du mouvement. La diode laser à 729 nm avec laquelle nous travaillons n'a pas encore ce degré de stabilisation. C'est une des raisons pour laquelle cette mesure de bandes latérales n'a pas encore pu être réalisée (l'autre raison est que le protocole d'interrogation n'a pas encore été mis en place).

5.2 Le phénomène de résonance noire

Le piégeage cohérent de population dans un état noir ou résonance noire se produit dans un système à trois niveaux en configuration Λ lorsque les deux lasers sont en résonance Raman avec le niveau excité. Dans notre expérience, les trois niveaux $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ et $D_{3/2}$ couplés par les lasers à 397 nm et 866 nm sont dans une telle configuration. Des résonances noires ont déjà été observées expérimentalement dans des ions piégés. Citons notamment les expériences faites sur l'ion baryum [85, 86, 87, 88] et l'ion calcium [89, 90, 91, 92]. En général, l'observation de plusieurs résonances noires dues à la séparation des niveaux Zeeman a permis à ces équipes de déterminer le champ magnétique vu par l'ion. Dans cette partie, nous expliquons le phénomène de résonance noire. Dans un premier temps, le modèle de l'atome habillé permet de comprendre qualitativement l'allure des profils des spectres. Dans un second temps, nous détaillons les résonances noires pour des ions en mouvement et montrons comment l'observation des résonances noires peut être utilisée comme diagnostic de l'état de mouvement de l'ion.

5.2.1 Description qualitative par l'atome habillé

La méthode de l'atome habillé est décrite ici afin d'expliquer qualitativement le phénomène des résonances noires. Il servira aussi dans la paragraphe suivant où la base des états de l'atome habillé est utilisée.

L'atome habillé [93]

Considérons un atome à deux niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$ (niveaux fondamental et excité) d'énergies respectives $E_f = 0$ et $E_e = \hbar\omega_0$. Cet atome interagit avec un rayonnement monochromatique de pulsation ω_L , très proche de la pulsation atomique ω_0 . Notons $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ le désaccord entre la fréquence du laser et la fréquence de la transition atomique. Dans l'approche de l'atome habillé, le champ laser n'est pas traité comme un champ extérieur classique, mais comme un champ quantique associé à un mode particulier du champ laser.

Etats non couplés du système {atome + photons laser} Dans un premier temps, nous négligeons l'interaction entre l'atome et les photons laser. L'hamiltonien du système est alors la somme de l'hamiltonien de l'atome H_{at} et de celui du champ laser H_L :

$$H_{at} = \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| \tag{5.3}$$

$$H_L = \hbar\omega_L \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \tag{5.4}$$

où a^\dagger et a sont les opérateurs de création et d'annihilation du mode laser. Les états propres de $H_{at} + H_L$ sont repérés par deux nombres quantiques : le nombre n de photons laser et le nombre quantique f ou e . Les énergies des états $|f, n+1\rangle$ et $|e, n\rangle$ sont proches l'une de l'autre au voisinage de la résonance. L'écart entre ces deux niveaux vaut $\hbar\delta_L$, le niveau $|f, n+1\rangle$ étant au-dessus de $|e, n\rangle$ si δ_L est positif (voir figure 5.2).

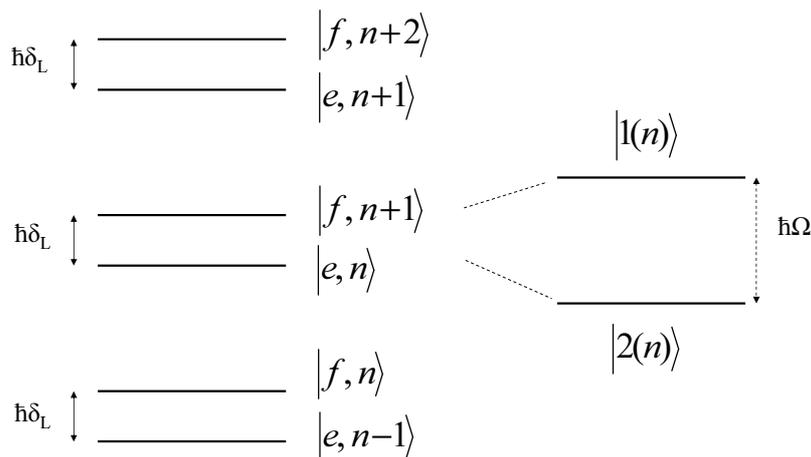


FIG. 5.2 – Niveaux non couplés (à gauche) et niveaux perturbés (à droite)

Le couplage entre atome et photons laser Dans le point de vue dipolaire électrique, l'hamiltonien d'interaction V_{AL} entre l'atome et le mode laser s'écrit $-\vec{d} \cdot \vec{E}$, \vec{d} étant le

dipôle atomique et \vec{E} l'opérateur champ laser. Le champ \vec{E} est égal à :

$$\vec{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} (a + a^\dagger) \vec{\epsilon}_L \quad (5.5)$$

où $\vec{\epsilon}_L$ est le vecteur polarisation du mode laser et V le volume du mode laser. Le dipôle atomique peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{d} = (|e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e|) \vec{d}_{fe} \quad (5.6)$$

dans laquelle : $\vec{d}_{fe} = \langle f|\vec{d}|e\rangle = \langle e|\vec{d}|f\rangle$. Finalement, l'hamiltonien d'interaction atome-laser s'écrit :

$$V_{AL} = g (|e\rangle\langle f| + |f\rangle\langle e|) (a + a^\dagger) \quad (5.7)$$

où on a posé : $g = -\vec{\epsilon}_L \cdot \vec{d}_{fe} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}}$. L'hamiltonien d'interaction couple entre eux les deux états $|f, n+1\rangle$ et $|e, n\rangle$. Nous négligeons ici les couplages non résonnants. La matrice représentant l'hamiltonien total $H_{at} + H_L + V_{AL}$ dans la base $\{|f, n+1\rangle, |e, n\rangle\}$ s'écrit :

$$-\hbar \begin{pmatrix} \delta_L & \frac{\Omega_R}{2} \\ \frac{\Omega_R}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

où Ω_R est la pulsation de Rabi, elle est définie par :

$$\hbar\Omega_R = -\vec{d} \cdot \vec{E} \quad (5.9)$$

La pulsation de Rabi (paramètre théorique) peut être reliée à la puissance laser (paramètre expérimental). Pour cela, on utilise la formule (C.8) liant le champ électrique à la puissance lumineuse. Ainsi, avec les deux formules (5.9) et (C.8), on a le lien entre la puissance laser et la pulsation de Rabi.

Les états propres de l'atome habillé En diagonalisant la matrice représentant l'hamiltonien total $H_{at} + H_L + V_{AL}$, on trouve les énergies propres du système ainsi que les états propres correspondants. Les énergies des deux états habillés $|1(n)\rangle$ et $|2(n)\rangle$ sont (voir la figure 5.2) :

$$E_{1(n)} = -\frac{\delta_L + \Omega}{2} \quad (5.10)$$

$$E_{2(n)} = -\frac{\delta_L - \Omega}{2} \quad (5.11)$$

où Ω est la pulsation de Rabi généralisée égale à : $\Omega = \sqrt{\Omega_R^2 + \delta_L^2}$. Les états habillés ont pour expression :

$$|1(n)\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta_L + \Omega}{\Omega_R}\right)^2}} \left[\frac{\delta_L + \Omega}{\Omega_R} |f, n+1\rangle + |e, n\rangle \right] \quad (5.12)$$

$$|2(n)\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta_L - \Omega}{\Omega_R}\right)^2}} \left[\frac{\delta_L - \Omega}{\Omega_R} |f, n+1\rangle + |e, n\rangle \right] \quad (5.13)$$

Ces deux états sont séparés d'une énergie $\hbar\Omega$. Nous remarquons que pour un désaccord δ_L nul les deux états habillés sont une combinaison linéaire de même "poids" des deux états d'origine, et que pour un désaccord très grand devant la pulsation de Rabi, les deux états $|1(n)\rangle$ et $|2(n)\rangle$ tendent vers les états non couplés $|f, n+1\rangle$ et $|e, n\rangle$.

Description qualitative du profil des spectres

$\Omega_b \gg \Omega_r$: atome habillé par les photons bleus

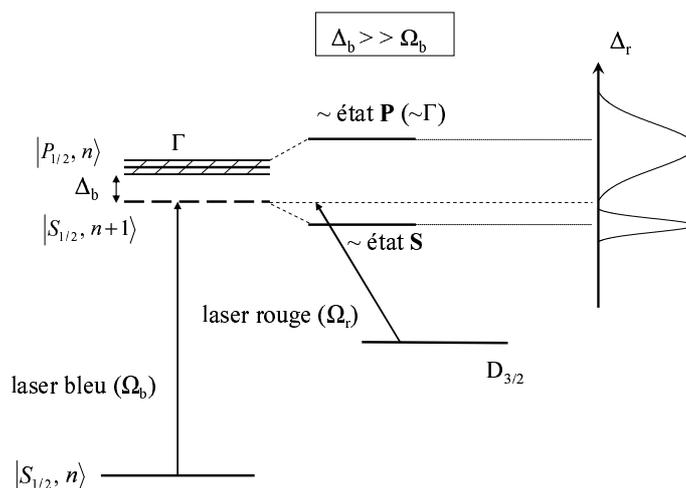


FIG. 5.3 – Description des résonances noires par l'atome habillé. n est le nombre de photons laser bleu.

Pour prédire le profil général des spectres, nous utilisons le modèle de l'atome habillé. Dans notre cas, nous avons un système à trois niveaux couplés par deux lasers. Notons Δ_b le désaccord entre la fréquence du laser bleu à 397 nm et la fréquence de résonance de la transition atomique $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$, et Δ_r le désaccord pour la transition $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$. Supposons que la puissance du laser bleu soit beaucoup plus forte que celle du laser rouge (autrement dit : $\Omega_b \gg \Omega_r$, où Ω_b est la pulsation de Rabi du laser bleu et Ω_r la pulsation de Rabi du laser rouge). Dans cette hypothèse, nous pouvons "habiller" l'atome par les photons bleus. On a alors deux états proches : l'état $|P_{1/2}, n\rangle$ et l'état $|S_{1/2}, n+1\rangle$ (voir la figure 5.3). Quand on balaie la fréquence du laser rouge (c'est à dire qu'on sonde avec le laser rouge de très faible puissance), on détecte deux maxima de fluorescence correspondant à ces deux états habillés, le doublet Autler-Townes. Dans le cas où le désaccord du laser bleu (Δ_b) est beaucoup plus grand que la pulsation de Rabi de la transition $S \rightarrow P$

(Ω_b), les deux états perturbés sont les deux états : P (avec une largeur environ égale à Γ) et S (largeur très fine).

Etat non couplé

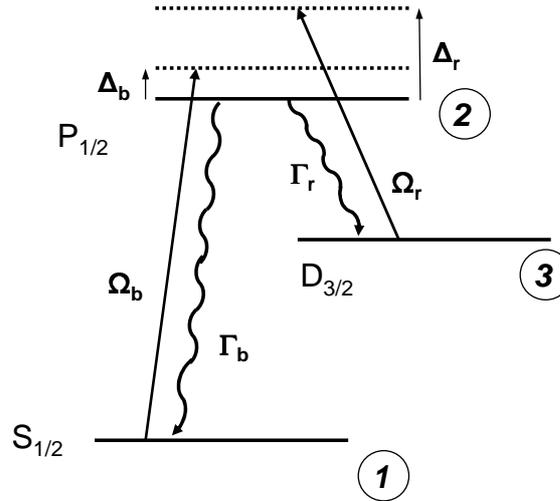


FIG. 5.4 – Notation des niveaux, désaccords, pulsations de Rabi et coefficients d'émission spontanée. Les pointillés du haut représentent $|D, N_b, N_r + 1\rangle$ et ceux du bas $|S, N_b + 1, N_r\rangle$.

Puisque le phénomène de résonance noire provient d'une interférence destructive entre les deux excitations, il faut habiller l'atome par les deux lasers pour expliquer ce phénomène. Nous trouvons ici l'expression de l'état non couplé $|\psi_{NC}\rangle$ grâce à la méthode de l'atome habillé en l'appliquant au système à trois niveaux qui nous intéresse. Pour cela, on écrit la matrice 3×3 représentant l'hamiltonien du système en tenant compte des interactions entre l'atome et les deux champs laser (bleu et rouge). Nous prenons les notations décrites sur la figure 5.4. Dans la base des états ($|P, N_b, N_r\rangle, |S, N_b + 1, N_r\rangle, |D, N_b, N_r + 1\rangle$), cette matrice M_1 vaut :

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_b}{2} & \frac{\Omega_r}{2} \\ \frac{\Omega_b}{2} & \Delta_b & 0 \\ \frac{\Omega_r}{2} & 0 & \Delta_r \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

Les états habillés couplés de ce système à trois niveaux sont les états propres de l'hamiltonien représenté par la matrice M_1 précédente. Dans le cas général, ce sont des combinaisons linéaires de $|S, N_b + 1, N_r\rangle, |P, N_b, N_r\rangle$ et $|D, N_b, N_r + 1\rangle$. Dans le cas particulier où $\Delta_b = \Delta_r = \Delta$, un des trois états couplés est une combinaison linéaire de $|S, N_b + 1, N_r\rangle$ et

$|D, N_b, N_r + 1\rangle$ seulement :

$$|\psi_{NC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_b^2 + \Omega_r^2}} [\Omega_r |S, N_b + 1, N_r\rangle - \Omega_b |D, N_b, N_r + 1\rangle] \quad (5.15)$$

Cet état est stable vis à vis de l'émission spontanée. De plus, il n'est pas couplé aux lasers : $V_{AL} |\psi_{NC}\rangle = 0$, ce qui implique une fluorescence nulle donc un état "piège".

5.2.2 Résonances noires des ions en mouvement

Jusqu'ici, nous avons considéré des ions immobiles. La condition de résonance noire $\Delta_b = \Delta_r$ peut être affectée par le mouvement des ions (effet Doppler). Dans ce paragraphe, nous allons donc prendre en compte le mouvement des ions. Le processus des résonances noires est connu depuis 1976 en spectroscopie atomique. Il a été notamment mis en pratique pour refroidir des atomes par laser. Nous allons utiliser le formalisme de ces expériences [94, 95]. Idéalement, les résonances noires dépendent uniquement des durées de vie des deux états atomiques impliqués ; dans notre expérience : l'état fondamental $S_{1/2}$ et l'état métastable $D_{3/2}$. En pratique, la durée de vie de cet état non couplé $|\psi_{NC}\rangle$ est réduite par la largeur des lasers et le mouvement oscillant de l'ion.

Formalisme

Dans l'hamiltonien atomique, l'énergie cinétique ($H_{cin} = p^2/2m$) doit être ajoutée pour prendre en compte la vitesse des ions. Pour étudier les résonances noires des ions en mouvement, il est donc commode de décrire les degrés de libertés externes en représentation impulsion. On repérera les états atomiques à la fois par leur état interne et par leur état externe : $|P_{1/2}, p\rangle$, par exemple, représente l'état d'un ion dans l'état interne $P_{1/2}$ et d'impulsion de projection p sur l'axe commun de propagation des deux lasers. Pour déterminer quels sont les états couplés entre eux, on fait intervenir la conservation de l'impulsion. Ainsi, l'état $|P_{1/2}, p\rangle$ s'obtient à partir de l'état $S_{1/2}$ par absorption d'un photon d'impulsion de projection $+\hbar k$ et aussi à partir de l'état $D_{3/2}$ par absorption d'un photon d'impulsion de projection $+\hbar k$. Nous sommes donc amenés à introduire la famille d'états $F(p)$, stable sous l'effet du couplage atome-laser V_{AL} :

$$F(p) \equiv \{|P_{1/2}, p\rangle, |S_{1/2}, p - \hbar k\rangle, |D_{3/2}, p - \hbar k\rangle\} \quad (5.16)$$

Comme précédemment, on se place dans la base des états de l'atome habillé par N_b photons bleus et N_r photons rouges. Nous considérons donc la famille des états $|P_{1/2}, p, N_b, N_r\rangle, |S_{1/2}, p - \hbar k, N_b + 1, N_r\rangle, |D_{3/2}, p - \hbar k, N_b, N_r + 1\rangle$. Cependant, pour simplifier les notations, nous continuons à noter les états sans faire apparaître N_b ni N_r . Dans cette base, la matrice de

l'hamiltonien effectif $H_{eff} = H_{at} + H_L + V_{AL} + H_{cin}$ du système s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \frac{p^2}{2m} & \frac{-\hbar\Omega_b}{2}e^{+i(\omega_b t + \Phi_b)} & \frac{-\hbar\Omega_r}{2}e^{+i(\omega_r t + \Phi_r)} \\ \frac{-\hbar\Omega_b}{2}e^{-i(\omega_b t + \Phi_b)} & \frac{(p - \hbar k)^2}{2m} + \hbar\Delta_b & 0 \\ \frac{-\hbar\Omega_r}{2}e^{-i(\omega_r t + \Phi_r)} & 0 & \frac{(p - \hbar k)^2}{2m} + \hbar\Delta_r \end{pmatrix} \quad (5.17)$$

où Ω_b et Ω_r sont les pulsations de Rabi associées aux transitions $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ et $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ respectivement, et Δ_b et Δ_r les désaccords associés. La physique des résonances noires apparaît mieux dans une autre base, $\{|P_{1/2}, p\rangle, |\psi_C(p)\rangle, |\psi_{NC}(p)\rangle\}$, définie par :

$$|\psi_{NC}\rangle \equiv \frac{\Omega_r e^{-i(\omega_r t + \Phi_r)} |S_{1/2}, p - \hbar k\rangle - \Omega_b e^{-i(\omega_b t + \Phi_b)} |D_{3/2}, p - \hbar k\rangle}{\bar{\Omega}} \quad (5.18)$$

$$|\psi_C\rangle \equiv \frac{\Omega_b e^{+i(\omega_b t + \Phi_b)} |S_{1/2}, p - \hbar k\rangle + \Omega_r e^{+i(\omega_r t + \Phi_r)} |D_{3/2}, p - \hbar k\rangle}{\bar{\Omega}} \quad (5.19)$$

où on a posé $\bar{\Omega} = \sqrt{\Omega_b^2 + \Omega_r^2}$. $|\psi_C\rangle$ est l'état couplé orthogonal à $|\psi_{NC}\rangle$, qui est l'état non couplé qui nous intéresse. Dans cette nouvelle base, l'hamiltonien effectif H_{eff} s'écrit alors :

$$H_{eff} = \begin{pmatrix} \frac{p^2}{2m} & \frac{-\hbar\bar{\Omega}}{2} & 0 \\ \frac{-\hbar\bar{\Omega}}{2} & \frac{\Omega_b^2\beta_b + \Omega_r^2\beta_r}{\bar{\Omega}^2} & \frac{\widetilde{\Omega}_b\widetilde{\Omega}_r}{\bar{\Omega}^2} \left[\Delta'_- + \frac{p}{m}(k_r - k_b) \right] \\ 0 & \frac{\widetilde{\Omega}_b^*\widetilde{\Omega}_r^*}{\bar{\Omega}^2} \left[\Delta'_- + \frac{p}{m}(k_r - k_b) \right] & \frac{\Omega_r^2\beta_b + \Omega_b^2\beta_r}{\bar{\Omega}^2} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

On a posé $\Delta'_- = \Delta'_b - \Delta'_r$, où Δ'_b et Δ'_r sont les désaccords Δ corrigés par l'énergie de recul : $\hbar\Delta = \hbar\Delta + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, $\widetilde{\Omega} = \Omega e^{i(\omega t + \Phi)}$, $\widetilde{\Omega}^* = \Omega e^{-i(\omega t + \Phi)}$ et $\beta = p^2/2m + \hbar\Delta - \hbar kp/m$. L'intérêt de cette base est que $|\psi_C\rangle$ est alors le seul état couplé à l'état excité $|P_{1/2}, p\rangle$. En effet, $|\psi_{NC}\rangle$ n'est pas couplé directement à l'état excité par suite de l'interférence destructive entre le couplage avec le laser bleu et le couplage avec le laser rouge.

Effets des paramètres expérimentaux

Largeur des lasers L'expression de l'état non couplé (5.18) nous montre qu'il dépend de la phase relative des deux lasers. Il est alors nécessaire d'avoir une très bonne stabilité des lasers appliqués pour observer l'extinction totale de la fluorescence. La largeur des lasers aura pour effet de brouiller partiellement l'interférence destructive et donc la fluorescence ne sera pas complètement nulle.

Micromouvement La durée de vie de l'état non couplé $|\psi_{NC}\rangle$ est réduite par son couplage avec l'état couplé $|\psi_C\rangle$. Ce couplage s'écrit (voir la matrice précédente) :

$$\langle \psi_{NC} | H_{eff} | \psi_C \rangle = \frac{\widetilde{\Omega}_b\widetilde{\Omega}_r}{\bar{\Omega}^2} \left(-\hbar(\Delta_b - \Delta_r) + p \frac{\hbar(k - k_b)}{m} \right) \quad (5.21)$$

Le second terme du second membre nous montre l'influence du mouvement. En effet, si les deux lasers ont des longueurs d'onde différentes ($|k_r| \neq |k_b|$), l'état non couplé est stationnaire seulement s'il existe un référentiel où l'ion est au repos dans l'état excité ($p=0$). $|\Psi_{NC}\rangle = \left(\widetilde{\Omega}_r^* |S_{1/2}, -\hbar k\rangle - \widetilde{\Omega}_b^* |D_{3/2}, -\hbar k\rangle \right) / \sqrt{\Omega_b^2 + \Omega_r^2}$ est alors un état parfaitement non couplé tant que l'émission spontanée est négligée. Dans le cas où l'ion oscille ($p(t)$), la condition de résonance noire s'écrit alors :

$$(\Delta'_b - \Delta'_r) + \frac{p(t)(k_r - k_b)}{m} = 0 \quad (5.22)$$

Lorsque le désaccord des lasers est fixé, les équations (5.21) et (5.22) montre que la condition de résonance noire n'est vérifiée que pendant une fraction du temps d'observation, d'autant plus courte que l'amplitude du mouvement est grande. La durée de vie de l'état noir (ou non couplé) observé sur une durée égale au temps d'observation est donc réduite par le mouvement oscillant. L'observation des résonances noires peut ainsi servir à quantifier le mouvement de l'ion. La sensibilité au mouvement est maximale pour le cas $k_r = -k_b$.

Conclusion Nous avons montré que les résonances noires sont sensibles aussi bien à la largeur des lasers qu'au mouvement oscillant de l'ion. Cette sensibilité au mouvement oscillatoire de l'ion va permettre d'avoir un diagnostic de l'excès du micromouvement de l'ion .

5.3 Simulations numériques

Pour prendre en compte de façon exacte l'émission spontanée et la largeur des lasers, j'ai étudié numériquement le système atomique en suivant l'évolution de la matrice densité (avec un programme Matlab). Ces simulations permettent aussi d'identifier la dépendance du profil des résonances noires avec chaque paramètre expérimental (puissance des lasers, largeur des lasers). Comme le nombre de photons détectés est proportionnel à la population du niveau $P_{1/2}$, les résonances noires sont visualisées en calculant cette population en fonction du désaccord du laser rouge.

5.3.1 Équations de Bloch optiques

Pour décrire le système, nous utilisons l'équation de Liouville :

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] + \text{termes de relaxation} \quad (5.23)$$

où H est l'hamiltonien du système {atome+lasers} et ρ la matrice densité (décrivant l'atome à 3 niveaux : $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ et $D_{3/2}$). En faisant l'approximation du champ tournant pour les deux lasers, les équations de Bloch optiques s'écrivent alors :

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \frac{i\Omega_b}{2}(\rho_{12} - \rho_{21}) + \Gamma_b \rho_{22} \quad (5.24)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \frac{i\Omega_b}{2}(\rho_{21} - \rho_{12}) + \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{23} - \rho_{32}) - (\Gamma_b + \Gamma_r)\rho_{22} \quad (5.25)$$

$$\frac{d\rho_{33}}{dt} = \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{32} - \rho_{23}) + \Gamma_r\rho_{22} \quad (5.26)$$

$$\frac{d\rho_{12}}{dt} = -i\Delta_b\rho_{12} + \frac{i\Omega_b}{2}(\rho_{11} - \rho_{22}) + \frac{i\Omega_r}{2}\rho_{13} - \frac{(\Gamma_r + \Gamma_b)}{2}\rho_{12} \quad (5.27)$$

$$\frac{d\rho_{13}}{dt} = i(\Delta_r - \Delta_b)\rho_{13} - \frac{i\Omega_b}{2}\rho_{23} + \frac{i\Omega_r}{2}\rho_{12} \quad (5.28)$$

$$\frac{d\rho_{23}}{dt} = -i\Delta_r\rho_{23} + \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{22} - \rho_{33}) - \frac{i\Omega_b}{2}\rho_{13} - \frac{(\Gamma_r + \Gamma_b)}{2}\rho_{23} \quad (5.29)$$

où on a supposé les pulsations de Rabi réelles et on considère le niveau $D_{3/2}$ de durée de vie infinie. Les trois équations décrivant l'évolution des cohérences ρ_{21} , ρ_{31} et ρ_{32} s'obtiennent facilement à partir des trois dernières équations grâce à l'hermiticité de la matrice densité. Les notations utilisées dans ces équations sont décrites sur la figure 5.4.

Grâce à la matrice M_2 liant les populations et cohérences et leurs dérivées ($d\rho/dt = M_2\rho$, où ρ est la matrice densité), le programme Matlab permet de connaître les populations des niveaux 1, 2 et 3 (ainsi que les cohérences) pour un jeu de paramètres donné (Ω_b , Ω_r , Δ_b , Δ_r). Les valeurs de Γ_b et Γ_r utilisées dans le programme sont celles indiquées dans le chapitre 2 : $\Gamma_b/2\pi = 23$ MHz et $\Gamma_r/2\pi = 1,7$ MHz. Le programme Matlab est utilisé en considérant un ion et en calculant la population du niveau $P_{1/2}$ pour des valeurs du désaccord du laser rouge (Δ_r) comprises dans un certain intervalle ; ce qui permet de simuler numériquement les spectres des résonances noires. Les résultats de ces simulations sont l'objet des paragraphes suivants.

5.3.2 Doublet Autler-Townes et résonance noire

Pour illustrer la description par le modèle de l'atome habillé, j'ai simulé un spectre en prenant un désaccord du laser bleu de $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz, une fréquence de Rabi du laser bleu de $\Omega_b/2\pi = 50$ MHz et une fréquence de Rabi du laser rouge de $\Omega_r/2\pi = 1$ MHz. Le spectre obtenu est représenté sur la courbe de gauche de la figure 5.5. Avec une puissance bleue très supérieure à la puissance rouge, on distingue nettement le doublet Autler-Townes. Les deux pics sont séparés d'environ $\sqrt{\Omega_b^2 + \Delta_b^2} \simeq 60$ MHz, comme le prédit le modèle de l'atome habillé. Le doublet est séparé par un minimum qui passe par 0 : la résonance noire. Pour une puissance bleue légèrement supérieure à la puissance rouge, le doublet n'est plus séparé distinctement et on n'observe seulement qu'une fine résonance noire. En prenant un désaccord du laser bleu de $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz, une fréquence de Rabi du laser bleu de $\Omega_b/2\pi = 20$ MHz et une fréquence de Rabi du laser rouge de $\Omega_r/2\pi = 5$ MHz, la simulation donne la courbe de droite de la figure 5.5. La résonance noire y est clairement visible.

5.3.3 Effet de la puissance des lasers

Tout d'abord, nous considérons l'influence de la puissance du laser rouge. Pour cela, j'ai calculé des spectres pour différentes fréquences de Rabi du laser rouge. Pour

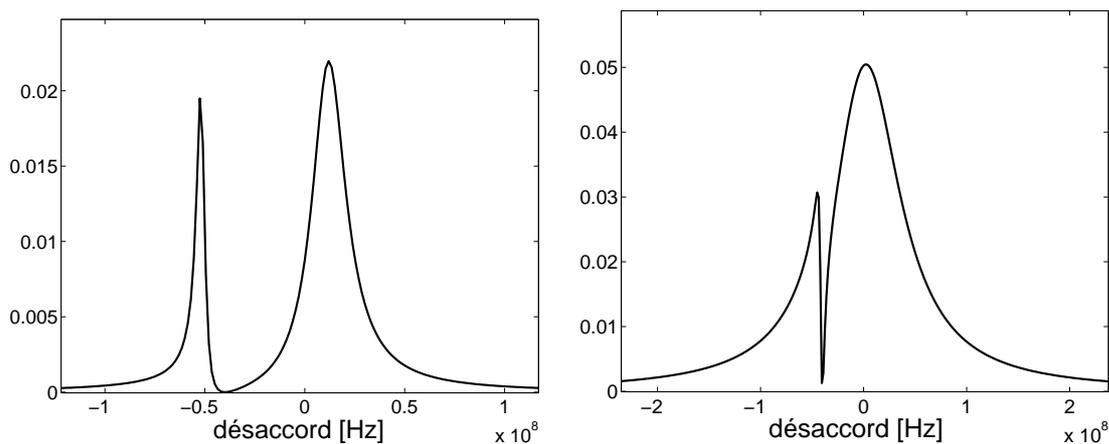


FIG. 5.5 – Calculs de la population du niveau $P_{1/2}$ pour un désaccord du laser bleu $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz. À gauche : $\Omega_b/2\pi = 50$ MHz et $\Omega_r/2\pi = 1$ MHz. À droite : $\Omega_b/2\pi = 20$ MHz et $\Omega_r/2\pi = 5$ MHz.

ces simulations, j'ai pris les paramètres suivants : $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz, $\Omega_b/2\pi = 50$ MHz et $\Omega_r/2\pi = 5, 10$ et 20 MHz. Sur la figure 5.6 de gauche sont représentés les résultats de ces simulations. On observe que l'augmentation de la puissance du laser rouge élargit le spectre obtenu en balayant la fréquence à 866 nm. Cet élargissement est dû à la saturation de la transition. Ainsi, on s'attend à ce que les courbes expérimentales des résonances noires dépendent de la puissance rouge appliquée. Par analogie, lorsque la fréquence du laser à 397 nm est balayée, la puissance de ce laser élargit la transition. Cela confirme ce que nous avons mentionné au début de ce chapitre : la largeur du spectre obtenu par balayage de la fréquence du laser à 397 nm dépend de la puissance bleue appliquée. La mesure de la température de l'ion par cette méthode ne peut donc être que relative.

Puis, nous avons regardé l'influence de la puissance du laser bleu, en faisant des simulations pour différentes valeurs de la fréquence de Rabi du laser bleu. Pour ces simulations, j'ai pris les paramètres suivants : $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz, $\Omega_r/2\pi = 10$ MHz, et $\Omega_b/2\pi = 20, 50$ et 100 MHz (voir la figure 5.6 de droite). L'augmentation de la puissance bleue a pour effet d'écartier les deux pics du doublet Autler-Townes. En effet, l'écartement entre les deux états de l'atome habillé est proportionnel à $\hbar\sqrt{\Omega_b^2 + \Delta_b^2}$, donc plus la fréquence de Rabi bleue est importante, plus les deux états sont séparés et mieux on voit le trou entre les deux pics.

Ces simulations ont été effectuées avec des paramètres différents de ceux des expériences que nous avons faites. En effet, comme le programme Matlab considéré ici ne prend pas en compte certains effets, comme le mouvement de l'ion, je ne peux pas retrouver les observations expérimentales. Par contre, ces simulations permettent de prévoir l'effet des puissances lasers.

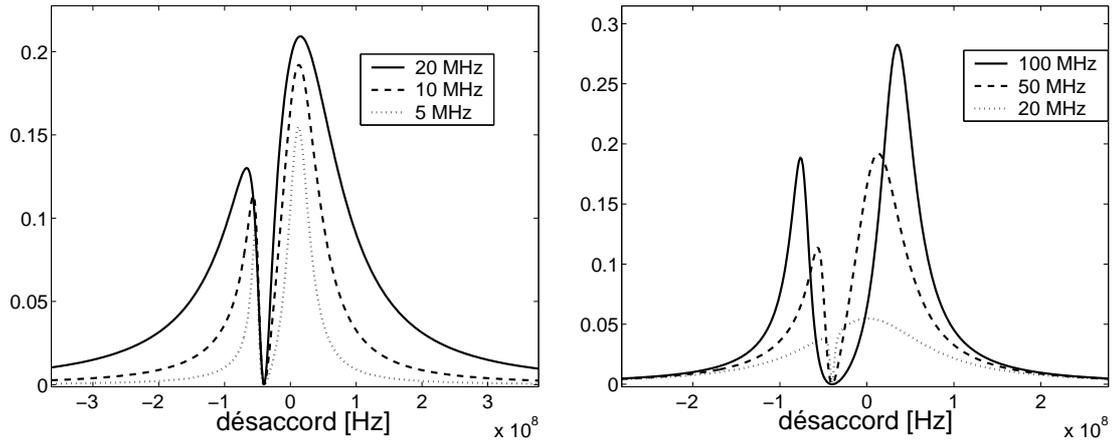


FIG. 5.6 – Calculs de la population du niveau $P_{1/2}$ pour un désaccord du laser bleu $\Delta_b/2\pi = -40$ MHz. À gauche : $\Omega_b/2\pi = 50$ MHz pour différentes puissances du laser rouge ; en pointillés : $\Omega_r/2\pi = 5$ MHz, en tirets : $\Omega_r/2\pi = 10$ MHz, en plein : $\Omega_r/2\pi = 20$ MHz. À droite : $\Omega_r/2\pi = 10$ MHz pour différentes puissances du laser bleu ; en pointillés : $\Omega_b/2\pi = 20$ MHz, en tirets : $\Omega_b/2\pi = 50$ MHz, en plein : $\Omega_b/2\pi = 100$ MHz.

5.3.4 Effet de la largeur des lasers

Nous avons montré dans la partie précédente que la largeur des lasers et le mouvement oscillant réduisaient la durée de vie de l'état non couplé. Estimons l'ordre de grandeur de ces deux effets. Reprenons pour cela l'équation (5.21) décrivant le couplage qui diminue la durée de vie de l'état non couplé. Le premier terme du second membre de cette équation $\Delta_b - \Delta_r$ fluctue à cause de la largeur instantanée des lasers. Prenons 1 MHz comme ordre de grandeur pour cette largeur. Le second terme du second membre a une incertitude de l'ordre de $\Delta k \cdot \Delta p / m = \Delta k \cdot \Delta v$. Pour une variation de vitesse de $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (rappel : la vitesse à la limite Doppler est de $0,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), ce terme conduit à une incertitude $\Delta k \cdot \Delta v$ de l'ordre de 3 MHz pour des lasers contra-propageants (et de 1 MHz pour des lasers co-propageants). Ainsi, les deux termes donnent lieu à des fluctuations de désaccord relatif du même ordre de grandeur. La largeur des lasers et le mouvement de l'ion ont donc un effet du même ordre sur les résonances noires. Dans ce paragraphe, nous illustrons numériquement l'influence de la largeur des lasers sur les spectres. Par analogie, on s'attend à ce que le mouvement ait le même effet. Pour tenir compte de la largeur des lasers bleu et rouge, il faut rajouter des termes supplémentaires aux termes de relaxation en introduisant les deux opérateurs suivants [96] :

$$C_b = \sqrt{\Gamma_{lb}} |1\rangle \langle 1| \quad (5.30)$$

$$C_r = \sqrt{\Gamma_{lr}} |3\rangle \langle 3| \quad (5.31)$$

où Γ_{lb} et Γ_{lr} sont respectivement la largeur totale du laser bleu et rouge. On obtient alors les équations de Bloch optiques suivantes :

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \frac{i\Omega_b}{2} (\rho_{12} - \rho_{21}) + \Gamma_b \rho_{22} \quad (5.32)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \frac{i\Omega_b}{2}(\rho_{21} - \rho_{12}) + \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{23} - \rho_{32}) - (\Gamma_b + \Gamma_r)\rho_{22} \quad (5.33)$$

$$\frac{d\rho_{33}}{dt} = \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{32} - \rho_{23}) + \Gamma_r\rho_{22} \quad (5.34)$$

$$\frac{d\rho_{12}}{dt} = -i\Delta_b\rho_{12} + \frac{i\Omega_b}{2}(\rho_{11} - \rho_{22}) + \frac{i\Omega_r}{2}\rho_{13} - \frac{(\Gamma_r + \Gamma_b)}{2}\rho_{12} - \frac{\Gamma_{lb}}{2}\rho_{12} \quad (5.35)$$

$$\frac{d\rho_{13}}{dt} = i(\Delta_r - \Delta_b)\rho_{13} - \frac{i\Omega_b}{2}\rho_{23} + \frac{i\Omega_r}{2}\rho_{12} - \frac{(\Gamma_{lr} + \Gamma_{lb})}{2}\rho_{13} \quad (5.36)$$

$$\frac{d\rho_{23}}{dt} = -i\Delta_r\rho_{23} + \frac{i\Omega_r}{2}(\rho_{22} - \rho_{33}) - \frac{i\Omega_b}{2}\rho_{13} - \frac{(\Gamma_r + \Gamma_b)}{2}\rho_{23} - \frac{\Gamma_{lr}}{2}\rho_{23} \quad (5.37)$$

La prise en compte de la largeur des lasers montre qu'à la résonance noire la probabilité de trouver l'ion dans l'état 2 ($P_{1/2}$) n'est plus nulle et que la fluorescence ne disparaît pas complètement. La figure 5.7 illustre la dépendance de la profondeur de la résonance noire avec la largeur des lasers. Plus les lasers sont larges et moins le trou de la résonance noire est profond. Par analogie, on s'attend donc à ce que le mouvement de l'ion ait le

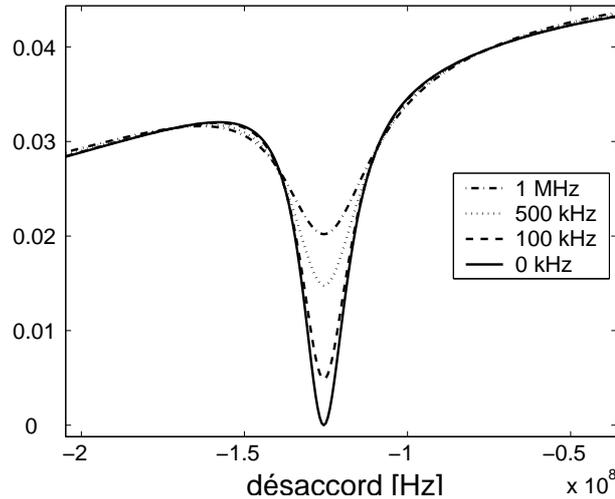


FIG. 5.7 – Profondeur des résonances noires pour des largeurs de lasers croissantes. Paramètres : $\Delta_b/2\pi = -20$ MHz, $\Omega_b/2\pi = 10$ MHz, $\Omega_r/2\pi = 5$ MHz, $\Gamma_{lb}/2\pi = \Gamma_{lr}/2\pi = \Gamma_l/2\pi = 0$, 100 kHz, 500 kHz et 1 MHz.

même effet que la largeur des lasers, et s'ajoute à ce dernier.

5.4 Observations expérimentales

Comme nous l'avons montré précédemment, les résonances noires sont observables lorsque les désaccords des deux lasers sont identiques. Pour les observer, on peut fixer un des deux lasers et sonder la résonance atomique en balayant l'autre laser. Si on fixe la fréquence du laser rouge et qu'on balaie la fréquence du laser bleu, nous n'allons observer que la partie du spectre inférieure à la résonance puisque la fluorescence chute brutalement après celle-ci (car l'ion est chauffé). Pour observer un spectre complet, il faut donc fixer la fréquence du laser bleu du côté des basses fréquences de la transition

$S_{1/2} - P_{1/2}$ et balayer le laser rouge en fréquence. Toutes les expériences ont été faites avec les deux lasers contra-propageants, ce qui correspond à la configuration de l'expérience. Pour comparer ces mesures avec le cas de lasers co-propageants, nous avons changé le sens de propagation d'un des lasers pour les dernières expériences présentées dans cette partie. Pour décrire le comportement des résonances noires de façon quantitative, nous définissons le "contraste" C de la résonance noire comme la profondeur du trou observé divisé par le signal total attendu à la même fréquence s'il n'y avait pas eu de résonance noire.

5.4.1 Effet de la puissance des lasers

D'abord, nous avons regardé l'influence des puissances laser sur le spectre des résonances noires. Sur la figure 5.8 sont représentés les spectres d'un ion pour différentes puissances du laser rouge. Pour ces expériences, la puissance du laser bleu est fixée à $26 \mu\text{W}$ (soit $\Omega_b \simeq 2\Gamma_b$). Les valeurs prises pour la puissance du laser rouge vont de $23 \mu\text{W}$ ($\Omega_r \simeq 9\Gamma_r$) à $165 \mu\text{W}$ ($\Omega_r \simeq 23\Gamma_r$). Comme nous l'avons prédit avec les simulations numériques, l'augmentation de la puissance du laser rouge a pour effet d'élargir le spectre (conséquence de la saturation de la transition). L'encart situé en haut à droite de la figure représente la largeur à mi-hauteur du spectre en fonction de la puissance rouge. Puis, nous

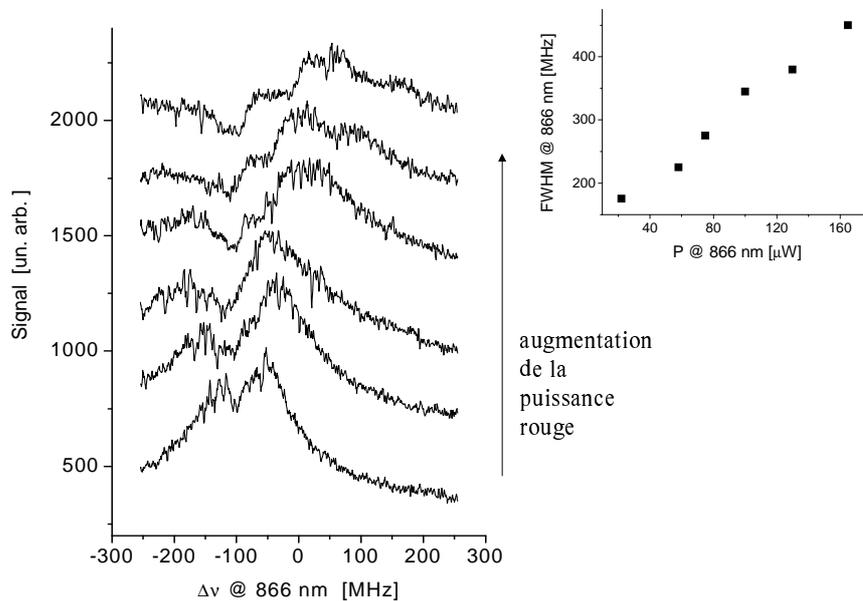


FIG. 5.8 – Spectres d'un ion unique en balayant la fréquence du laser rouge pour différentes puissances du laser rouge : $P_r = 23, 55, 70, 100, 130$ et $165 \mu\text{W}$. En haut à droite : largeur à mi-hauteur du spectre en fonction de la puissance rouge.

avons étudié expérimentalement l'influence de l'augmentation de la puissance du laser

bleu. Sur la figure 5.9 sont représentés les spectres d'un ion pour différentes puissances du laser bleu, pour une puissance du laser rouge de $10 \mu\text{W}$ ($\Omega_r \simeq 6\Gamma_r$). Les valeurs prises pour la puissance du laser bleu vont de $20 \mu\text{W}$ ($\Omega_b \simeq 2\Gamma_b$) à $72 \mu\text{W}$ ($\Omega_b \simeq 4\Gamma_b$). Nous constatons que l'augmentation de la puissance du laser bleu induit une augmentation du contraste des résonances noires. L'encart situé en haut à droite de la figure représente le contraste des résonances noires en fonction de la puissance bleu. Alors que les spectres représentés sont une sélection de ceux que nous avons obtenus expérimentalement, les valeurs de toutes les mesures sont reportées sur cet encart. Les points de ce graphique montre que le contraste des résonances noires suit une courbe de saturation. Les simulations précédentes ont montré qu'une augmentation de la puissance bleue provoque une séparation du doublet Autler-Townes de plus en plus visible. Sur les courbes expérimentales, cela se traduit par une augmentation du contraste.

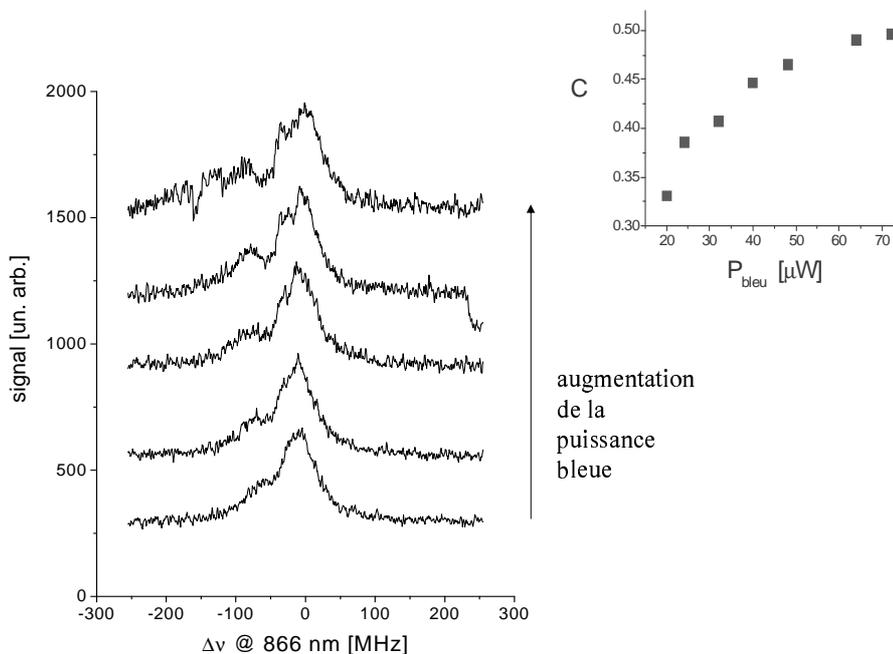


FIG. 5.9 – Spectres d'un ion unique en balayant la fréquence du laser rouge pour différentes puissances du laser bleu : $P_b = 20, 24, 40, 48$ et $72 \mu\text{W}$. En haut à droite : contraste des résonances noires en fonction de la puissance bleu (les valeurs de toutes les mesures y sont reportées).

5.4.2 Mise en évidence de l'effet du micromouvement

D'après la formule de l'équation (5.22), pour des lasers contra-propageants, les résonances noires sont observables seulement si l'ion est extrêmement bien localisé. Les simulations prenant en compte les largeurs des lasers nous ont montré que celles-ci affectaient le contraste C des résonances noires. Puisque les largeurs lasers et le mouvement

oscillant réduisent tous les deux la durée de vie de l'état non couplé, le mouvement va comme les largeurs lasers diminuer le contraste. Puisque dans les expériences réalisées les paramètres de contrôle sont les tensions appliquées aux quatre électrodes de compensation (x , y , z_1 et z_2), nous n'agissons que sur le micromouvement. En augmentant le contraste des résonances noires en changeant ces tensions, nous réduisons l'excès de micromouvement.

Sur la figure 5.10 de gauche sont représentés les spectres d'un ion pour différentes valeurs de la tension U_{z_1} , et sur la figure 5.10 de droite sont représentés les spectres d'un ion pour différentes valeurs de la tension U_x . Pour ces expériences, la puissance du laser bleu est d'environ $80 \mu\text{W}$ ($\Omega_b \simeq 4\Gamma_b$) et la puissance du laser rouge est d'environ $30 \mu\text{W}$ ($\Omega_r \simeq 10\Gamma_r$). Les valeurs des tensions où le micromouvement est le mieux compensé sont de : $U_{z_1} = -9,5 \text{ V}$ et $U_x = -25,7 \text{ V}$. Nous remarquons que lorsque l'on augmente le micromouvement (c'est à dire lorsqu'on s'éloigne de la tension de compensation la plus adaptée), le contraste C diminue. Une tension continue appliquée sur l'une des électrodes de compensation provoque un déplacement de l'ion de 100 à 400 nm par volt selon l'électrode (chaque électrode étant à une distance différente du centre du piège). Nous remarquons que des variations d'un dixième de volt produisent un effet sur le micromouvement de l'ion puisque le contraste varie de manière significative. Nous avons donc une sensibilité de 10-40 nm selon l'électrode considérée. Le graphique de gauche de la figure 5.12 montre le contraste C des résonances noires en fonction de la tension de compensation U_{z_1} . Un maximum du contraste est clairement visible. Nous avons vérifié que ce maximum correspond à une largeur réduite du spectre bleu. La largeur dans le bleu représente une estimation de l'énergie cinétique de l'ion lorsqu'on l'approxime par un profil Doppler. Comme nous l'avons déjà signalé, il ne peut pas donner une mesure absolue de la température de l'ion puisque le spectre dépend fortement de la puissance laser bleu. Par contre, il donne une bonne indication relative de l'énergie cinétique de l'ion lorsque l'élargissement Doppler est plus important que celui dû à la puissance laser. Cette méthode nous a permis de trouver la meilleure localisation pour l'ion en jouant sur les quatre électrodes de compensation.

5.4.3 Géométrie des faisceaux lasers

L'équation (5.22) montre que la condition de résonance noire change sur l'échelle de temps de la période d'oscillation de l'ion, qui est au moins deux ordres de grandeur plus petits que le temps d'observation. Pour des désaccords des lasers fixés, les décalages Doppler ne remplissent la condition de résonance noire que pour une fraction de période d'oscillation. Cette fraction diminue lorsque l'amplitude de la vitesse de l'ion et la différence des vecteurs d'onde $\vec{k}_b - \vec{k}_r$ augmentent. Dans notre expérience $|k_b| \approx 2|k_r|$, nous nous attendons donc à ce que la sensibilité de l'oscillation de l'ion soit trois fois plus grande pour la configuration contra-propageante des lasers que pour la configuration co-propageante. Pour mettre cela en évidence, nous avons changé le sens de propagation du laser rouge de manière à ce que les deux lasers soient co-propageants. Nous avons ainsi pu vérifier que les résonances noires sont moins brouillées dans ce cas de figure. Nous avons

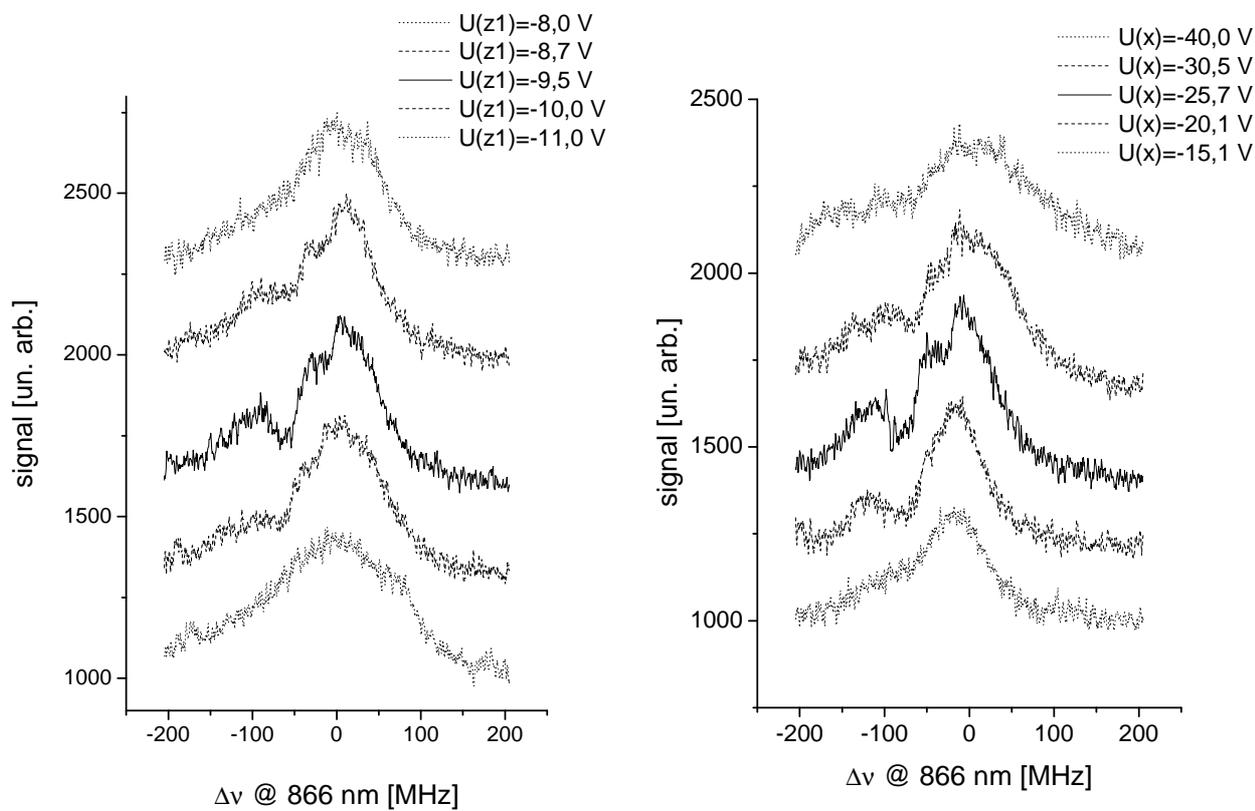


FIG. 5.10 – À gauche : spectres d'un ion unique en balayant la fréquence du laser rouge pour différentes tensions de compensation $U_{z1} = -8,0; -8,7; -9,5; -10,0; -11,0$ V. À droite : spectres d'un ion unique en balayant la fréquence du laser rouge pour différentes tensions de compensation $U_x = -40,0; -30,5; -25,7; -20,1; -15,1$ V. Configuration des lasers contra-propageants.

même pu observer des résonances noires sur des petits nuages d'ions alors que cela n'est pas possible avec des lasers contra-propageants. Sur la figure 5.11 de droite est représenté le spectre de résonance noire obtenu avec trois ions en configuration co-propageante. Pour cette configuration des lasers, nous avons regardé l'influence du micromouvement sur le contraste des résonances noires. Pour cela, nous avons effectué des spectres de l'ion pour différentes tensions de compensation U_{z1} . Sur la figure 5.11 de gauche sont représentés les résultats de cette série de mesures. Pour ces expériences, la puissance du laser bleu est d'environ $80 \mu\text{W}$ ($\Omega_b \simeq 4\Gamma_b$), la puissance du laser rouge est d'environ $30 \mu\text{W}$ ($\Omega_r \simeq 10\Gamma_r$) et la valeur de la tension U_{z1} où le micromouvement est le mieux compensé est de : $U_{z1} = -10,5$ V. Nous remarquons que lorsque l'on s'éloigne de la tension de compensation la plus adaptée, le contraste n'est pratiquement pas affecté, contrairement au cas des lasers contra-propageants.

Afin de comparer les deux configurations des lasers, j'ai tracé le contraste des ré-

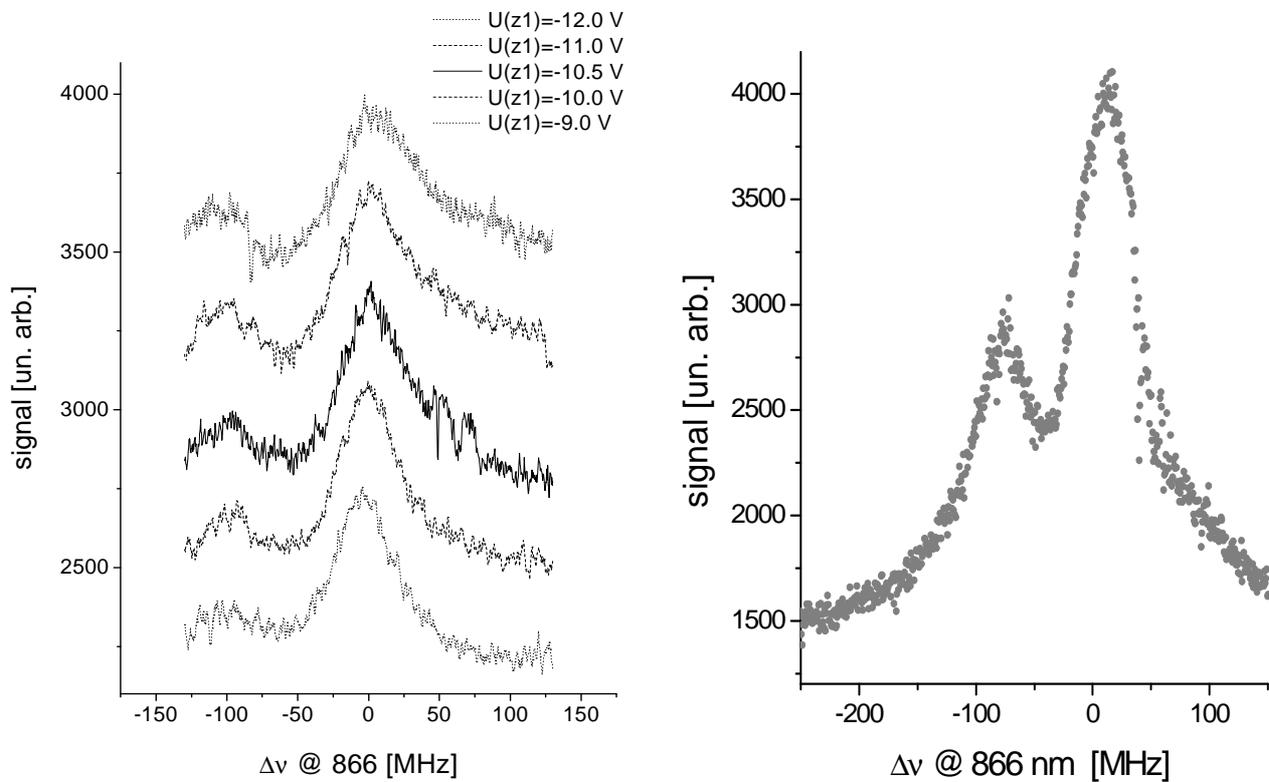


FIG. 5.11 – À gauche : spectres d'un ion unique en balayant la fréquence du laser rouge pour différentes tensions U_{z1} de haut en bas : $U_{z1} = -12,0; -11,0; -10,5; -10,0; -9,0$ V. Configuration des lasers co-propageants. À droite : spectre de fluorescence de 3 ions en configuration co-propageante.

sonances noires en fonction de la tension de compensation U_{z1} (cf. figure 5.12). Pour les deux lasers contra-propageants (figure de gauche), nous remarquons que le contraste diminue notablement lorsque l'on s'écarte de la tension de compensation U_{z1} la mieux adaptée : un écart d'environ 1,5 V fait chuter le contraste de moitié. Pour les deux lasers co-propageants (figure de droite), on observe un effet beaucoup moins important : un écart d'environ 1,5 V par rapport à la valeur de la tension U_{z1} qui compense le mieux le micromouvement (qui était de -10,5 V pour cette série d'expériences) ne diminue que d'un sixième le contraste. Cela confirme la sensibilité trois fois plus importante de la configuration des faisceaux lasers contra-propageants.

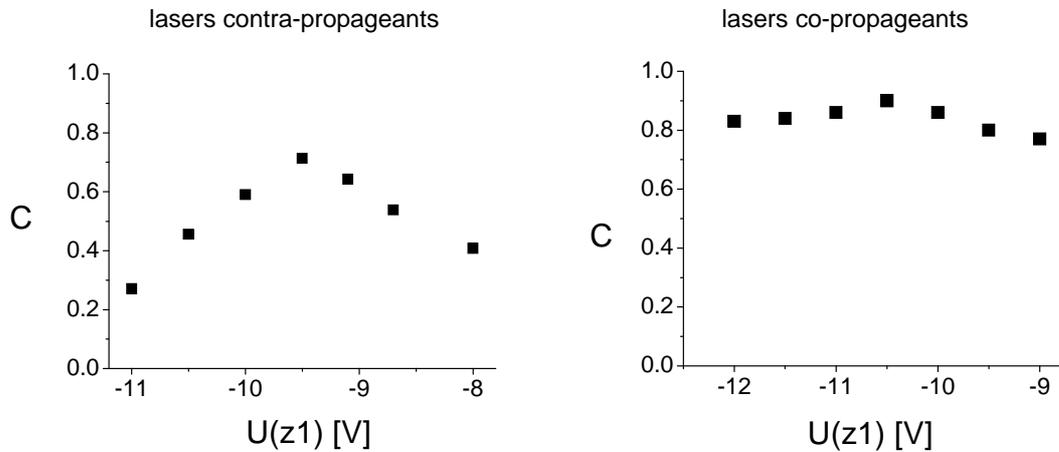


FIG. 5.12 – Comparaison de l’effet du micromouvement (valeurs des différentes tensions de compensation) sur le contraste de la résonance noire, à gauche : lasers contra-propageants, à droite : lasers co-propageants.

5.5 Conclusion

L’utilisation des résonances noires nous a permis d’avoir une information sur l’état oscillatoire de l’ion et de réduire le micromouvement en utilisant le contraste des résonances noires. L’effet de la puissance du laser bleu est très utile pour ces expériences. En effet, pour commencer les mesures, une puissance bleue importante permet de bénéficier d’un signal utile, sensible au mouvement, puisque le doublet Autler-Townes est bien séparé. Ensuite, quand le micromouvement est déjà partiellement compensé, la puissance bleue doit être diminuée. Le micromouvement peut être alors réduit en augmentant le contraste des résonances noires avec les tensions de compensation. Cette nouvelle technique de réduction du micromouvement est simple à mettre en place puisqu’elle ne nécessite aucun matériel spécifique. En effet, elle utilise simplement les lasers de refroidissement et le système de détection de la fluorescence. Nous n’avons pas pu comparer directement cette nouvelle méthode avec les autres techniques de réduction du micromouvement puisque les signaux obtenus sont de nature très différente. Pour notre expérience, cette nouvelle technique est meilleure que la méthode visuelle puisque celle-ci est limitée au plan de l’observation. L’utilisation des résonances noires pour réduire le micromouvement peut se généraliser pour tout système atomique à trois niveaux en configuration Λ , avec une sensibilité maximale dans le cas $k_b = -k_r$.

Chapitre 6

Mesure de la durée de vie du niveau

$D_{5/2}$

Notre projet est de faire un étalon de fréquence optique, en exploitant la finesse de la transition interdite $S_{1/2} - D_{5/2}$ de l'ion calcium. La mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ est une étape importante dans notre expérience car elle a permis d'identifier et de contrôler les effets qui réduisent la durée de vie et qui pourraient contribuer à élargir la transition d'horloge. Tout d'abord, nous recensons les différents calculs théoriques de la durée de vie. Puis nous examinons en détail les mesures de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ effectuées dans les autres groupes. Puis, nous exposons les mesures effectuées sur un nuage d'ions ainsi que celles faites avec un ion unique. Enfin, nous discutons les résultats obtenus.

6.1 Les calculs théoriques

D'un point de vue théorique, l'ion Ca^+ est très intéressant puisqu'il possède un seul électron de valence. Le champ électrique de l'électron de valence provoque une polarisation du noyau, et le champ électrique nucléaire vu par l'électron extérieur est alors modifié. Cet effet a été traité de différentes manières utilisant des approches telles que la théorie des perturbations à plusieurs corps (MBPT : Many Body Perturbation Theory en anglais), la multiconfiguration d'Hartree-Fock (MCHF) ou encore l'approximation de Brueckner (BA). Toutes les méthodes mentionnées ci-dessus conduisent à des résultats qui diffèrent d'environ 15%. Ali [97] trouve 950 ms en appliquant la méthode de la multiconfiguration de Dirac-Fock. Guet et Johnson [98] obtiennent 1236 ms utilisant la MBPT. Les calculs basés sur la MCHF de Vaeck [99] conduisent à une valeur de 1140 ms. L'approximation de Brueckner utilisée par Liaw [100] donne une durée de vie de 1045 ms. Le calcul fait par Biémont et Zeippen [101] utilisant le code "Superstructure" donne 1070 ms. Le plus récent calcul théorique décrit dans [102] conduit à une durée de vie de 1165 ms et pour la première fois l'incertitude de la valeur théorique est estimée : ± 11 ms. Un récapitulatif des valeurs calculées théoriquement est présenté dans le tableau 6.1. La figure 6.11 (située à la fin du chapitre) montre aussi tous les résultats des calculs faits

| Référence | Méthode | Durée de vie (ms) |
|---------------------------------------|------------------|-------------------|
| [102] Kreuter <i>et al.</i> , 2005 | AOC | 1165 ± 11 |
| [101] Biémont <i>et al.</i> , 1996 | improved SST+TEC | 1070 |
| [100] Liaw <i>et al.</i> , 1995 | BA | 1045 |
| [103] Brage <i>et al.</i> , 1993 | MCHF+BP | 1160 |
| [99] Vaeck <i>et al.</i> , 1992 | MCHF+CV | 1140 |
| [98] Guet <i>et al.</i> , 1991 | MBPT | 1236 |
| [104] Zeippen <i>et al.</i> , 1990 | SST+TEC | 1060 |
| [97] Ali <i>et al.</i> , 1988 | MCDF | 950 |
| [105] Warner <i>et al.</i> , 1968 | STFD | 800 |
| [106] Osterbrock <i>et al.</i> , 1951 | HRWE | 770 |

TAB. 6.1 – Résumé des valeurs théoriques pour la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. HRWE : Hartree Radial Wavefunction with Exchange, STFD : Scaled Thomas-Fermi-Dirac, MCDF : MultiConfiguration Dirac-Fock, SST+TEC : SuperStructure + Term Energy Corrections, MBPT : Many-Body Perturbation Theory, MCHF+CV : MultiConfiguration Hartree-Fock with Core Valence correlation, MCHF+BP : MultiConfiguration Hartree-Fock + Breit-Pauli corrections, BA : Brueckner Approximation, AOC : All-Order Calculation.

sur l'ion Ca^+ . Nous remarquons que les premiers calculs indiquaient une durée de vie d'environ 800 ms. Les plus récents calculs semblent converger vers une durée de vie plus longue d'environ 1100 ms.

6.2 Les mesures précédentes de $\tau_{D_{5/2}}$

Les mesures de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ dans un piège radio-fréquence ont commencé vers le début des années 90. Ces mesures sont faites soit avec un gaz tampon pour un nuage d'ions non refroidis par laser, soit en utilisant la technique d'"electron-shelving" (mise sur étagère) avec des ions refroidis par laser. Rapidement, les mesures effectuées avec un gaz tampon sont abandonnées au profit de la technique d'"electron-shelving". Nous commençons par décrire les premières mesures faites sur des ions non refroidis par laser, puis nous voyons celles effectuées avec la technique d'"electron-shelving" et enfin deux mesures originales sont exposées.

6.2.1 Les mesures faites sans refroidissement laser

Pour les expériences faites avec des ions non refroidis par laser, on utilise parfois un gaz tampon. La présence de ce gaz tampon provoque un nombre plus ou moins important de collisions selon la pression à l'intérieur de l'enceinte. C'est en 1993 qu'Arbes et son équipe [107] font la première mesure avec cette technique. Ils utilisent un gaz tampon d'hélium à une pression de $10^{-5} - 10^{-6}$ mbar pour piéger un nuage d'ions d'environ

2000 K. À une telle pression, les niveaux de structure fine $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ sont mélangés. Ainsi, ils n'ont pu mesurer qu'une valeur commune des durées de vie des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$. Le cycle de mesure (représenté sur la figure 6.1 du haut) est divisé en trois parties :

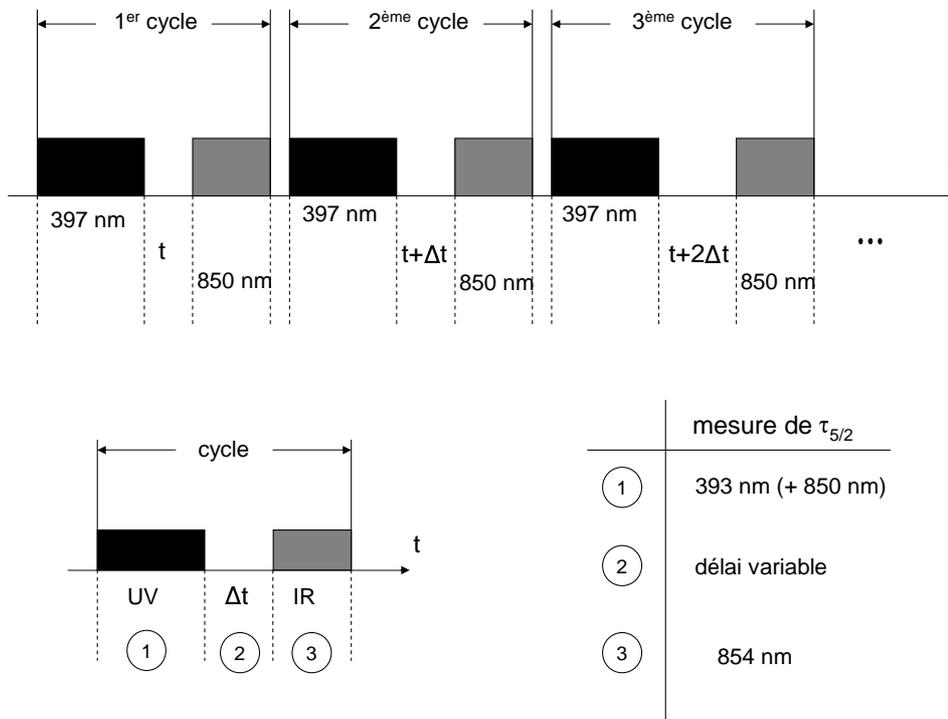


FIG. 6.1 – En haut : séquence temporelle pour la mesure de la durée de vie commune des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$, faite par Arbes et al. en 1993 [107]. En bas : séquence temporelle pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, faite par Arbes et al. en 1994 [108].

le pompage dans le niveau $D_{3/2}$ (en n'allumant que le laser à 397 nm, une partie des ions est piégée dans le niveau $D_{3/2}$), un délai variable pendant lequel les ions se désexcitent ou non sur le niveau fondamental, et le test de la population restante dans le niveau $D_{3/2}$ (par application d'un laser à 850 nm, on pompe les ions restés dans le niveau $D_{3/2}$ vers le niveau $P_{3/2}$ et on détecte la fluorescence à 393 nm grâce à un photomultiplicateur). Ils mesurent une durée de vie commune pour les deux niveaux métastables $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ pour différentes pressions partielles des gaz de He, N_2 et H_2 . Pour chaque gaz, ils tracent la courbe représentant l'inverse de la durée de vie mesurée en fonction de la pression partielle du gaz considéré (graphe de Stern-Vollmer). Un ajustement de ces courbes leur permet de trouver la durée de vie commune en prenant l'ordonnée à l'origine (pression nulle) et les taux de quenching (désexcitation collisionnelle vers le niveau fondamental) associés aux différents gaz utilisés en considérant la pente des courbes. Ils obtiennent une durée de vie commune pour les deux niveaux métastables $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ de :

$$\tau_D = 1240 \pm 390 \text{ ms} \quad (6.1)$$

Cette même équipe améliore sa mesure un an plus tard : ils mesurent expérimentalement les durées de vie des niveaux métastables $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ séparément [108]. Pour

ces mesures, ils travaillent à des pressions inférieures à 7×10^{-10} mbar avec des nuages d'ions ayant des températures d'environ 8000 K. Pour cette nouvelle mesure, ils utilisent le même type de séquence (indiquée sur la figure 6.1 du bas). Pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, ils pompent les ions dans le niveau $D_{5/2}$ en allumant les lasers à 393 nm et 850 nm (ce dernier sert à dépeupler le niveau $D_{3/2}$ sur lequel les ions peuvent se désexciter à partir du niveau $P_{3/2}$), puis ils laissent un délai variable, avant de sonder la population restante dans le niveau $D_{5/2}$ en appliquant le laser à 854 nm et en recueillant la fluorescence à 393 nm. Ils obtiennent une durée de vie pour le niveau métastable $D_{5/2}$ de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1054 \pm 61 \text{ ms} \quad (6.2)$$

Cette seconde mesure effectuée dans des conditions de vide poussé permet d'éliminer le précédent problème de mélange des niveaux de structure fine, et ainsi d'améliorer le résultat précédent d'un ordre de grandeur. Dans les deux mesures précédentes, la population des niveaux D se fait par excitation des transitions S-P suivie d'une relaxation vers les niveaux métastables D.

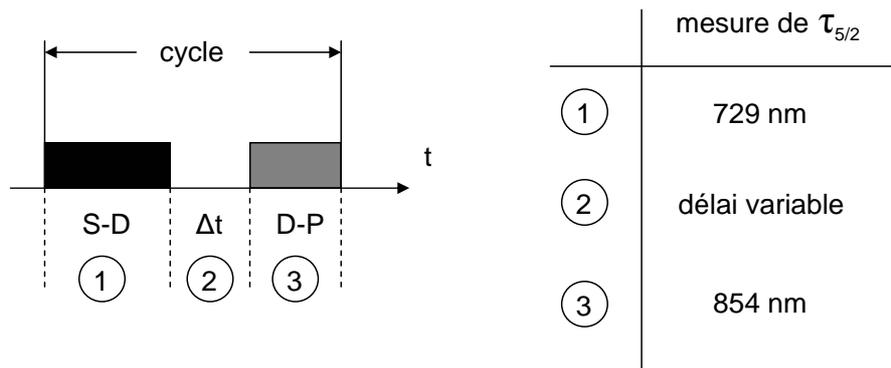


FIG. 6.2 – Séquence temporelle pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, faite par Knoop *et al.* en 1995 [55].

En 1995 au laboratoire, les durées de vie des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ sont mesurées dans un piège plus grand que celui que nous utilisons actuellement [55]. Les mesures de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ sont réalisées en appliquant une séquence temporelle (voir figure 6.2) similaire à celle d'Arbes *et al.* en 1994. L'originalité de ces mesures est que le peuplement du niveau $D_{5/2}$ se fait par excitation directe de la transition $S_{1/2} - D_{5/2}$ en appliquant un laser à 729 nm (étape 1). Les expériences sont faites à des pressions variant de 10^{-6} à 10^{-9} mbar, avec des nuages ayant une température de 3000 à 15000 K. L'utilisation de plusieurs gaz (He, Ne, N_2) permet de mesurer aussi les taux de quenching pour ces différents gaz, ainsi que les taux de mélange des niveaux de structure fine. Les valeurs trouvées de ces taux sont utilisées pour évaluer l'incertitude des mesures que nous avons réalisées (voir la partie suivante). La durée de vie du niveau $D_{5/2}$ ainsi que les taux de quenching sont obtenus par une procédure d'ajustement multilinéaire d'un graphe Stern-Vollmer, représentant l'inverse de la durée de vie en fonction des pressions

des différents gaz. L'ordonnée à l'origine et la pente de la droite donnent accès à la durée de vie et au taux de quenching respectivement. Pour mesurer les taux de mélange des niveaux de structure fine, d'autres expériences sont effectuées. Pour cela, le niveau $D_{5/2}$ est peuplé par excitation directe, puis le test de la population du niveau $D_{3/2}$ est fait par application du laser à 866 nm et détection de la fluorescence à 397 nm. Les résultats de ces mesures donnent une durée de vie pour le niveau $D_{5/2}$ de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 994 \pm 38 \text{ ms} \quad (6.3)$$

Une méthode complètement différente est employée en 1999 pour mesurer la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ [109]. L'équipe de Lidberg utilise un anneau de stockage d'ions pour faire cette mesure. Les ions calcium sont d'abord accélérés, puis injectés dans l'anneau. Une partie de ces ions est dans le niveau métastable $D_{5/2}$. Après un délai variable, la transition $D_{5/2} - P_{3/2}$ est excitée pour sonder les ions restant dans $D_{5/2}$. En représentant la population restante du niveau $D_{5/2}$ en fonction du délai, on obtient une courbe exponentielle décroissante. L'ajustement de cette exponentielle permet d'obtenir la durée de vie du niveau $D_{5/2}$:

$$\tau_{D_{5/2}} = 1090 \pm 50 \text{ ms} \quad (6.4)$$

6.2.2 La technique d'"electron-shelving" à l'oeuvre

En 1993, la technique d'"electron-shelving" proposée par Dehmelt [110] est mise en pratique pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ de l'ion calcium pour la première fois. Cette méthode permet d'observer des transitions quadrupolaires électriques (dites "interdites") par détection de la fluorescence sur la transition de refroidissement. Contrairement à la méthode précédente, les ions sont ici refroidis par laser à des températures inférieures au kelvin, ce qui réduit le taux de collisions avec le gaz résiduel à un niveau négligeable. Cette méthode d'"electron-shelving" peut s'appliquer pour un nuage d'ions ou pour un ion unique.

En 1993, Urabe *et al.* effectuent la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ en appliquant la méthode d'"electron-shelving" sur un ion unique [111]. L'application d'un laser à 850 nm permet de pomper l'ion du niveau $D_{3/2}$ vers le niveau $D_{5/2}$ par l'intermédiaire du niveau $P_{3/2}$ (voir la figure 6.3). Lorsque l'ion est dans le cycle de refroidissement, on détecte la fluorescence à 397 nm (état HAUT du signal), lorsque l'ion est piégé dans le niveau métastable $D_{5/2}$, la fluorescence disparaît (état BAS du signal). La succession de ces états HAUTS et BAS sont des sauts quantiques. L'histogramme de la durée de ces sauts permet de remonter à la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. Pour cela, un ajustement du type décroissance exponentielle a été fait : $\gamma e^{(-\gamma t)}$, où γ est le taux de décroissance du niveau $D_{5/2}$ (inverse de la durée de vie) et t est la durée d'un saut quantique. Ainsi, ils trouvent une durée de vie de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1080 \pm 220 \text{ ms} \quad (6.5)$$

La grande incertitude sur la valeur mesurée provient de la pauvreté de la statistique : seulement 400 sauts quantiques ont été enregistrés et utilisés pour construire l'histogramme.

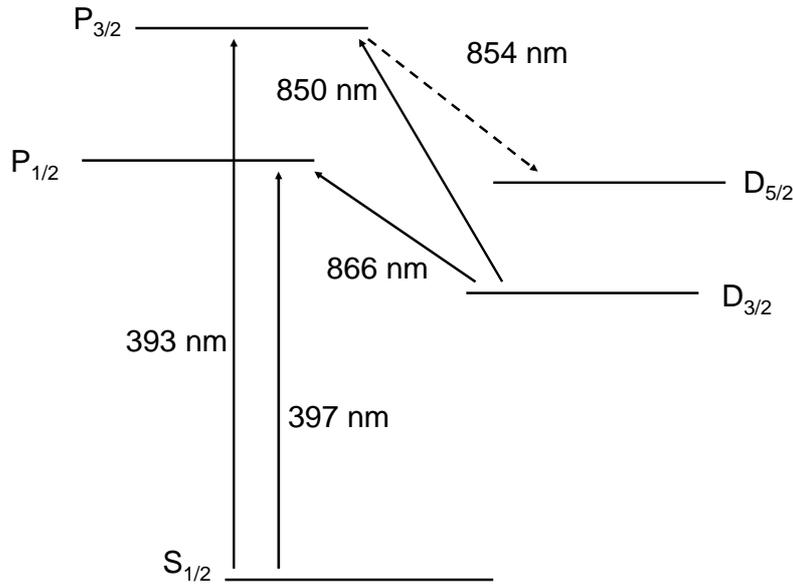


FIG. 6.3 – Niveaux de l'ion calcium et transitions intervenant dans la mesure de la durée du niveau $D_{5/2}$, faite par Urabe *et al.*, en 1993 [111]. En traits pleins : transitions excitées par laser ; en pointillés : émission spontanée permettant de mettre l'ion dans le niveau $D_{5/2}$.

En 1996, Gudjons *et al.* effectuent la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ de l'ion calcium en appliquant la méthode d'"electron-shelving" sur un nuage d'ions refroidis par laser [112]. Comme pour la mesure d'Urabe en 1993, le peuplement du niveau $D_{5/2}$ se fait par excitation indirecte par application d'un laser à 850 nm. Un nuage d'une petite centaine d'ions calcium est refroidi par laser dans un piège de Paul, dans des conditions de vide poussé (environ 10^{-10} mbar). À un instant donné, on applique le laser à 850 nm, une partie des ions est alors pompée dans le niveau métastable $D_{5/2}$, le signal de fluorescence à 397 nm chute. Puis, le laser à 850 nm est éteint, les ions retournent alors dans le cycle de refroidissement selon une décroissance exponentielle gouvernée par la durée de vie de $D_{5/2}$. Par conséquent, la fluorescence augmente selon : $(1 - e^{-t/\tau})$. Cette mesure donne une durée de vie de $D_{5/2}$ de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1064 \pm 17 \text{ ms} \quad (6.6)$$

Ces mesures ont été réalisées avec un très bon rapport signal sur bruit, ce qui explique la faible incertitude sur la mesure. De plus, cette incertitude est nettement plus petite que celle des mesures faites sur un nuage non refroidi par laser (car les effets de collisions sont très importants pour ces mesures), et que celle de la mesure des sauts quantiques sur un ion unique faite par Urabe (car celle-ci souffrait d'une faible statistique).

Puis, en 1997, Ritter et Eichmann effectuent la mesure en utilisant la statistique des sauts quantiques sur un ion unique [113]. Ils accumulent 3000 sauts quantiques, qui leur permettent d'avoir une meilleure statistique que celle obtenue par Urabe en 1994. Par un

ajustement exponentiel de leur histogramme, ils obtiennent une durée de vie de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 969 \pm 21 \text{ ms} \quad (6.7)$$

En 1999, Block et son équipe [114] font à leur tour la mesure de la durée de vie de $D_{5/2}$ en procédant à l'analyse de la statistique des sauts quantiques d'un ion. Pour la première fois, ils prennent en compte l'influence de la puissance du laser à 866 nm. Pour cela, ils effectuent la mesure de $\tau_{D_{5/2}}$ pour différentes puissances du laser à 866 nm. Pour obtenir la valeur de la durée de vie pour une puissance donnée, ils ajustent par une exponentielle décroissante l'histogramme de la durée des sauts quantiques. Ensuite, ils tracent la durée de vie en fonction de la puissance à 866 nm et ajustent leurs points par une droite. En extrapolant pour une puissance nulle, ils obtiennent la durée de vie du niveau $D_{5/2}$:

$$\tau_{D_{5/2}} = 1100 \pm 18 \text{ ms} \quad (6.8)$$

La prise en compte de l'influence de la puissance du laser à 866 nm est un changement fondamental dans la mesure de la durée de vie. Toutes les mesures sur un ion unique effectuées par la suite prendront en compte cet effet.

En 2000, Barton et son équipe effectuent la mesure sur un ion unique par la méthode des sauts quantiques [115]. Ils obtiennent 64000 sauts quantiques sur plusieurs jours. Ils prennent en compte aussi l'effet de la puissance à 866 nm. Ils remarquent de plus que leur diode à 866 nm émet un fond d'émission spontanée aux alentours de 854 nm. Pour la mesure finale de la durée de vie, ils mettent en place un système comprenant un réseau et une lentille permettant d'éliminer cette émission spontanée amplifiée, qui a pour effet de réduire la durée de vie. Ils arrivent alors à une durée de vie de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1168 \pm 7 \text{ ms} \quad (6.9)$$

En 2004, Staunum *et al.* effectuent la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ par la méthode d'"electron-shelving" appliquée à une chaîne de cinq ions dans un piège de Paul linéaire [116]. Une étude complète de l'analyse des données et des effets systématiques est réalisée. Notamment, ils prennent en compte l'effet de la puissance à 866 nm. Avec un ensemble de 6805 événements, ils obtiennent une durée de vie de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1149 \pm 18 \text{ ms} \quad (6.10)$$

6.2.3 Deux mesures originales

En 2004, Kreuter *et al.* effectuent des mesures originales avec un ion unique placé à différentes positions dans le champ électromagnétique du vide rayonnant dans une cavité de haute finesse [117]. Avant d'étudier l'influence de la position de l'ion sur la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, la durée de vie naturelle est déterminée sans l'influence de la cavité. Pour cette mesure, une technique originale est utilisée. Cette technique est une version améliorée de celle employée pour mesurer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ pour l'ion Ba^+ [118] (cf chapitre suivant). La séquence utilisée est composée de trois étapes : préparation

| Référence | Méthode | Durée de vie (ms) |
|-------------------------------------|---------|-------------------|
| [102] Kreuter <i>et al.</i> , 2005 | ion | 1168 ± 9 |
| [117] Kreuter <i>et al.</i> , 2004 | ion | 1161 ± 22 |
| [116] Staantum <i>et al.</i> , 2004 | SQ | 1149 ± 18 |
| [115] Barton <i>et al.</i> , 2000 | SQ | 1168 ± 17 |
| [114] Block <i>et al.</i> , 1999 | SQ | 1100 ± 18 |
| [109] Lidberg <i>et al.</i> , 1999 | AS | 1090 ± 50 |
| [113] Ritter <i>et al.</i> , 1997 | SQ | 969 ± 21 |
| [112] Gudjons <i>et al.</i> , 1996 | nuage | 1064 ± 17 |
| [55] Knoop <i>et al.</i> , 1995 | nuage | 994 ± 38 |
| [108] Arbes <i>et al.</i> , 1994 | nuage | 1054 ± 61 |
| [111] Urabe <i>et al.</i> , 1993 | SQ | 1080 ± 220 |
| [107] Arbes <i>et al.</i> , 1993 | nuage | 1240 ± 390 |

TAB. 6.2 – Résumé des durées de vie du niveau $D_{5/2}$ mesurées expérimentalement. SQ : sauts quantiques, AS : anneau de stockage.

de l'ion dans le sous-niveau Zeeman $S_{1/2}(m = -1/2)$, excitation cohérente à 729 nm dans le sous-niveau Zeeman $D_{5/2}(m = -5/2)$ avec un pulse π (excitation de probabilité proche de l'unité) et détection de l'état de l'ion en enregistrant la fluorescence pour savoir si l'ion est dans l'état S ou D . L'état est mesuré avant et après une période d'attente Δt variant de 10 ms à 500 ms. Ce cycle de trois étapes est répété plusieurs milliers de fois afin d'obtenir la probabilité de désexcitation p . L'ajustement de la courbe obtenue par le modèle $1 - p = A \exp(-\Delta t/\tau)$ conduit à une durée de vie de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1161 \pm 22 \text{ ms} \quad (6.11)$$

En 2005, cette équipe effectue une mesure similaire de la durée de vie pour un ion, cette fois-ci confiné dans un piège de Paul linéaire [102]. Pour cette mesure, ils utilisent la même séquence qu'en 2004 et trouvent une valeur de :

$$\tau_{D_{5/2}} = 1168 \pm 9 \text{ ms} \quad (6.12)$$

Un récapitulatif des résultats de toutes les mesures est consigné dans le tableau 6.2. Les valeurs semblent converger vers une valeur d'environ 1150 ms. On remarque qu'il reste néanmoins une certaine dispersion des mesures. De plus, une différence entre les résultats obtenus avec un nuage d'ions et avec un ion unique est notable. Cela a motivé notre travail original, qui a consisté à faire les mesures sur un ion unique et sur un nuage d'ions dans le même piège avec les mêmes lasers, et à comprendre la cause de l'incertitude. Dans les deux cas, les ions sont refroidis par laser sur la transition dipolaire électrique $S_{1/2} - P_{1/2}$ et détectés par la fluorescence à 397 nm. Le laser à 866 nm permet de remettre les ions dans le cycle de refroidissement. Que ce soit pour un ion unique ou pour un nuage d'ions, nous avons utilisé la technique d'"electron-shelving" proposée par Dehmelt, déjà

vue précédemment. Dans notre expérience, le niveau $D_{5/2}$ est peuplé par excitation directe de la transition interdite $S_{1/2} - D_{5/2}$ à 729 nm : ce qui fait la particularité de notre mesure par rapport à toutes celles faites auparavant. L'excitation directe de cette transition quadropolaire électrique permet une définition précise des conditions initiales.

6.3 Mesures sur un nuage d'ions

6.3.1 Mesures par "electron-shelving"

Dans un premier temps, nous avons effectué des mesures sur un nuage d'ions. Expliquons la technique d'electron-shelving appliquée sur un nuage d'ions. Une fois le laser à 729 nm envoyé sur le nuage d'ions (par ouverture d'un shutter mécanique), une partie des ions est pompée dans le niveau $D_{5/2}$ et on observe alors une chute de la fluorescence recueillie sur le photomultiplicateur. Le signal obtenu expérimentalement est représenté sur la figure 6.4. Lorsque la population de $D_{5/2}$ a atteint un équilibre (niveau bas de fluorescence constant), on coupe le faisceau à 729 nm en fermant le shutter. Les ions se désexcitent alors sur le niveau $S_{1/2}$ avec une constante de temps gouvernée par la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. Cette désexcitation a pour effet d'augmenter la fluorescence puisque les ions retournent dans le cycle de refroidissement. La croissance de cette partie de la courbe est de type exponentielle. Nous l'avons ajusté, à l'aide du logiciel de traitement de données "Origin", en appliquant la méthode des moindres carrés par la fonction suivante :

$$S(t) = A_0 + A_1 [1 - \exp(-t/\tau_{Dm})] \quad (6.13)$$

où A_0 est le signal du niveau bas de la fluorescence correspondant à la fluorescence des ions qui sont restés dans le cycle de refroidissement et au fond dû à la diffusion directe du faisceau à 397 nm, A_1 est le signal effectif des ions pompés dans le niveau $D_{5/2}$, et τ_{Dm} est la durée de vie mesurée du niveau $D_{5/2}$. Il ne faut pas confondre le τ_{Dm} considéré dans cette équation avec la durée de vie naturelle. En effet, la durée de vie mesurée est la durée de vie naturelle du niveau $D_{5/2}$ affectée par différents effets qui conduisent à désexciter les ions du niveau $D_{5/2}$ et donc à réduire la durée de vie naturelle. Ces effets sont discutés dans le paragraphe suivant.

Expliquons la méthode des moindres carrés (MMC) utilisée par le logiciel "Origin". Soient n le nombre total de points expérimentaux, k le nombre de paramètres a_i utilisés pour l'ajustement, y_i le résultat de la mesure x_i , σ_i l'erreur de chaque mesure et $f(x_i; a_1, a_2, \dots)$ l'expression mathématique représentant le modèle théorique utilisé pour l'ajustement. Le but de la procédure d'ajustement est de trouver les valeurs des paramètres a_i décrivant le mieux les résultats expérimentaux. La méthode des moindres carrés consiste à choisir ces paramètres de manière à ce que la somme des carrés des déviations de la courbe théorique par rapport aux points expérimentaux soit minimale. Cette fonction somme, communément appelée χ^2 , est définie par :

$$\chi^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - f(x_i; a_1, a_2, \dots)]^2}{\sigma_i^2} \quad (6.14)$$

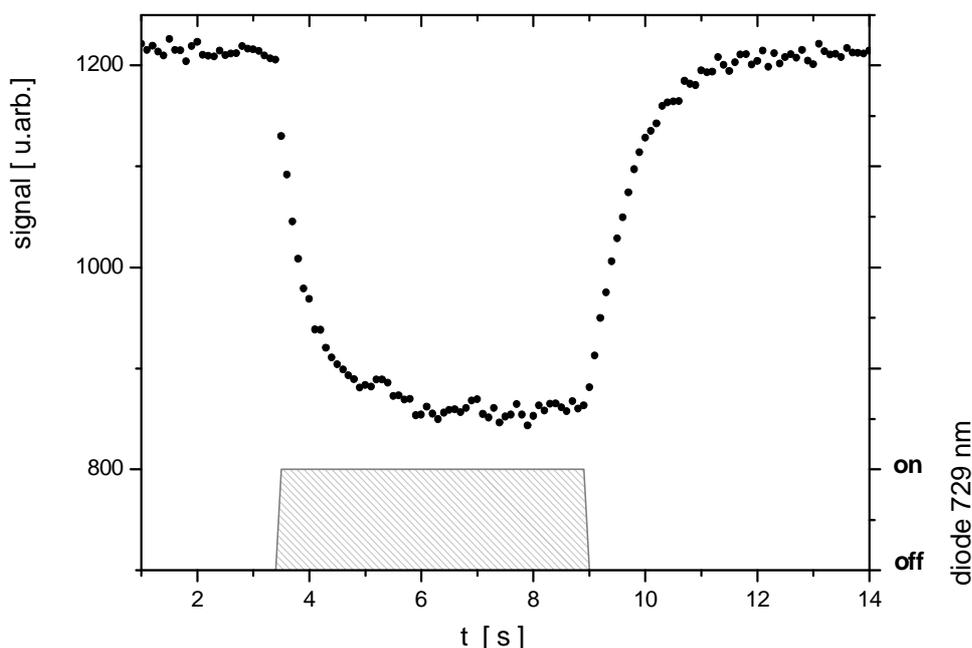


FIG. 6.4 – En haut : "electron-shelving" pour un nuage d'ions Ca^+ ; en bas : puissance de la diode à 729 nm (on : diode 729 nm envoyée dans le piège, off : diode coupée).

L'algorithme du logiciel débute la procédure d'ajustement avec des paramètres initiaux et minimise cette fonction χ^2 en effectuant une série d'itérations sur les valeurs des paramètres et en calculant χ^2 à chaque fois. Ce type d'ajustement suppose que les valeurs expérimentales y_i soient distribuées selon une loi gaussienne [119, 120]. Dans cette hypothèse, la probabilité dP que les y_i se trouvent dans les intervalles $[y_i, y_i + dy_i]$ s'écrit :

$$dP = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n} \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \chi^2 \right] dy_1 dy_2 \dots dy_n \quad (6.15)$$

Pour que cette probabilité soit maximale, il faut que χ^2 , fonction des paramètres a_1, a_2, \dots, a_n soit minimum. On peut dire que les valeurs de a_1, a_2, \dots, a_n de grande fiabilité sont celles qui attribuent la plus grande probabilité au résultat observé. On voit ainsi la justification de minimiser la fonction χ^2 .

Pour les mesures sur des nuages d'ions, nous avons regardé l'influence de différents paramètres expérimentaux : puissance du laser à 397 nm, puissance du laser à 866 nm, longueur d'onde à 729 nm et amplitude de la tension alternative de confinement. Nous n'avons observé aucune dépendance notable avec ces paramètres. Nous avons donc traité la totalité des courbes obtenues. Au total, 1700 courbes de remontée de fluorescence ont été enregistrées. L'analyse de ces données, par la méthode des moindres carrés et en prenant en compte les différents effets, conduit à une durée de vie naturelle pour le niveau $D_{5/2}$ de :

$$\tau_D = 1095 \pm 7,5 \text{ ms} \quad (6.16)$$

où 7,5 ms est l'incertitude statistique (1σ) issue de la méthode d'évaluation. Détaillons dans le paragraphe suivant l'estimation des différents effets pris en compte.

6.3.2 Evaluation des incertitudes

Nous séparons les incertitudes en deux catégories. D'une part, il y a les incertitudes dues aux effets physiques, qui réduisent la durée de vie apparente du niveau $D_{5/2}$. D'autre part, il y a les incertitudes dues à l'analyse des données.

Effets physiques liés à l'expérience

Les durées de vie que nous mesurons expérimentalement sont fonction des paramètres expérimentaux. De plus, divers effets physiques tendent à raccourcir les durées de vie observées. Les principaux effets physiques sont les collisions avec le gaz résiduel, le chauffage ou la perte d'ions, et le couplage des niveaux atomiques par laser. La durée de vie mesurée peut alors s'écrire sous la forme :

$$\frac{1}{\tau_{Dm}} = \frac{1}{\tau_D} + n_B (\Gamma_Q + \Gamma_{mel}) + \gamma_{chauf} + \gamma_{perte} + \gamma_{couplage} \quad (6.17)$$

où n_B est la densité des particules résiduelles dans l'enceinte. Dans la suite, nous allons détailler tous ces effets.

Effet des collisions La durée de vie apparente du niveau métastable $D_{5/2}$ peut être réduite par les collisions inélastiques avec les particules du gaz résiduel. Ces collisions peuvent être de deux types : le quenching qui est la désexcitation collisionnelle vers le niveau fondamental (soit Γ_Q le taux de désexcitation associé) et le mélange de niveaux de structure fine ou j-mixing (soit Γ_{mel} le taux de désexcitation associé). La pression de l'enceinte ultra-vide est inférieure à 5×10^{-10} mbar, pression mesurée par le courant de la pompe ionique et les deux jauges. Avec les valeurs des taux de quenching et de j-mixing mesurées antérieurement par l'équipe [55, 56] et avec les pressions partielles des différents gaz résiduels mesurées par le spectromètre de masse, le taux de collisions ($n_B(\Gamma_Q + \Gamma_{mel})$) est évalué pour chaque gaz résiduel. Ces calculs montrent que le seul composant non négligeable donnant lieu à des collisions est le dihydrogène (H_2). La pression partielle en dihydrogène est inférieure à 2×10^{-9} mbar pour les expériences sur un nuage d'ions. Cette pression résiduelle en dihydrogène correspond à une densité de particules : $n_B = 4,9 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ (la loi des gaz parfaits $P_i = n_i k_B T$ donne la correspondance suivante : $1 \text{ mbar} \longleftrightarrow 2,431 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$). Avec les valeurs des taux de quenching et de mélange des niveaux de structure fine $\Gamma_Q = (37 \pm 14) \times 10^{-12} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $\Gamma_{mel} = (3 \pm 2,2) \times 10^{-10} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ [55, 56], on arrive aux taux de collisions suivants :

$$n_B \Gamma_Q \leq (1,8 \pm 0,7) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad n_B \Gamma_{mel} \leq (14 \pm 10) \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad (6.18)$$

Chauffage des ions Les variations de la température du nuage peuvent jouer un rôle important dans la détermination des durées de vie puisque cela amène un changement des taux de collisions ainsi que du désaccord entre les ions et les lasers appliqués. Dans les expériences sur les nuages d'ions, nous avons ajusté la puissance du faisceau à 729 nm afin de ne pas pomper plus de la moitié des ions dans le niveau métastable. Comme le refroidissement laser est appliqué en permanence aux ions qui ne sont pas pompés dans le niveau métastable, le refroidissement sympathique des ions pompés évite un éventuel chauffage des ions [121]. Nous pouvons estimer l'influence du chauffage des ions d'après les variations du signal à fréquences lasers fixées et ainsi donner une limite supérieure pour le taux de chauffage : $\gamma_{chauf} \leq 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Perte d'ions La fonction $S(t)$ utilisée pour ajuster la remontée de la fluorescence dans un nuage d'ions peut être affectée par la perte d'ions. La perte d'ions n'est pas visible sur une courbe unique mais est décelable sur le signal total de fluorescence au bout d'une heure de mesures. La limite supérieure pour l'influence de la perte d'ions sur la durée de vie dans un nuage est de : $\gamma_{perte} < 7 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Couplage des niveaux par laser Tous les lasers utilisés dans notre expérience peuvent coupler les différents niveaux atomiques par effet Stark. Nous avons regardé l'influence de la puissance à 397 nm et à 866 nm. Aucun effet notable n'a pu être décelé pour ces mesures.

Couplage par le laser à 729 nm

Le couplage par le laser à 729 nm peut jouer un rôle important dans la réduction de la durée de vie du niveau métastable. Même pour de très faibles puissances, cette radiation peut induire la transition vers le niveau fondamental ($D_{5/2} - S_{1/2}$) par émission stimulée. Toutes les précautions nécessaires ont été prises afin d'éviter tout couplage par ce laser. Le faisceau laser est coupé par un shutter mécanique à l'entrée du piège, pour l'observation de la remontée de la fluorescence (lorsque les ions pompés dans le niveau métastable retournent dans le cycle de refroidissement). La puissance à 729 nm appliquée au nuage d'ions est mesurée par une photodiode, placée à l'entrée du piège. L'instant de coupure est utilisé pour déterminer le point de départ de l'ajustement de la remontée de la fluorescence.

Effets de l'analyse des données

Pour déterminer la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ d'après les expériences sur des nuages d'ions, nous avons ajusté plus de 1700 courbes de remontée de fluorescence en utilisant la méthode des moindres carrés. Comme nous n'avons pas observé de dépendance notable de la durée de vie avec aucun des paramètres expérimentaux, la totalité des résultats des durées de vie a été prise en compte pour évaluer la valeur finale de la durée de vie. Nous avons testé plusieurs méthodes d'analyse des données et remarqué qu'elles donnaient des résultats légèrement différents. En effet, la valeur moyenne des constantes de temps n'est pas égale à la constante de temps issue de l'ajustement de la somme des

| | mesures sur un nuage |
|-------------------------------------|------------------------------|
| méthode d'évaluation | MMC $\tau_D = 1095$ ms |
| incertitude ajustement | 7,5 ms |
| analyse données | 17,5 ms |
| collisions | (2,1±0,8) ms et (16,8±12) ms |
| chauffage | 1,2 ms |
| perte d'ions | 8,4 ms |
| barre d'erreur totale (1 σ) | 27 ms |
| incertitude relative | 2,5% |

TAB. 6.3 – Récapitulatif des résultats obtenus et estimation des erreurs pour les mesures de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ sur un nuage d'ions. Les données ont été traitées par la méthode des moindres carrés (MMC).

courbes. De plus, les moyennes harmonique et géométrique ne donnent pas le même résultat. Nous avons simulé des données pour un nuage d'ions avec une constante de temps fixée, ayant un bruit de type gaussien comme il l'est pour nos expériences. Ces données issues de la simulation ne présentent pas de pertes d'ions ou d'instabilités laser, contrairement à l'expérience. L'ajustement de ces données démontre bien des variations du résultat selon la méthode d'évaluation choisie. L'écart entre les résultats peut aller jusqu'à 1,6%. Cela constitue la principale contribution à la barre d'erreur.

6.3.3 Résultats

Le tableau 6.3 récapitule l'influence des différents effets liés à la mesure de la durée de vie. L'incertitude sur la durée de vie est calculée à partir de l'incertitude sur le taux de désexcitation en utilisant la relation : $\Delta\tau = \tau^2\Delta\Gamma$. Les effets d'analyse des données jouent un rôle important dans l'évaluation des courbes sur des nuages d'ions. En prenant en compte l'ensemble des incertitudes, le résultat pour les mesures sur un nuage d'ions est :

$$\tau_{nuage} = 1095 \pm 27 \text{ ms} \quad (6.19)$$

La barre totale d'erreur représente une incertitude de 2,5% sur la mesure de la durée de vie.

6.4 Mesures sur un ion unique

6.4.1 Mesures par "electron-shelving"

Quand la technique d'electron-shelving est appliquée à un ion unique, le signal de fluorescence observé devient binaire (voir la figure 6.5). En effet, lorsque l'ion est dans le cycle de fluorescence, un grand nombre de photons bleus est diffusé, la fluorescence

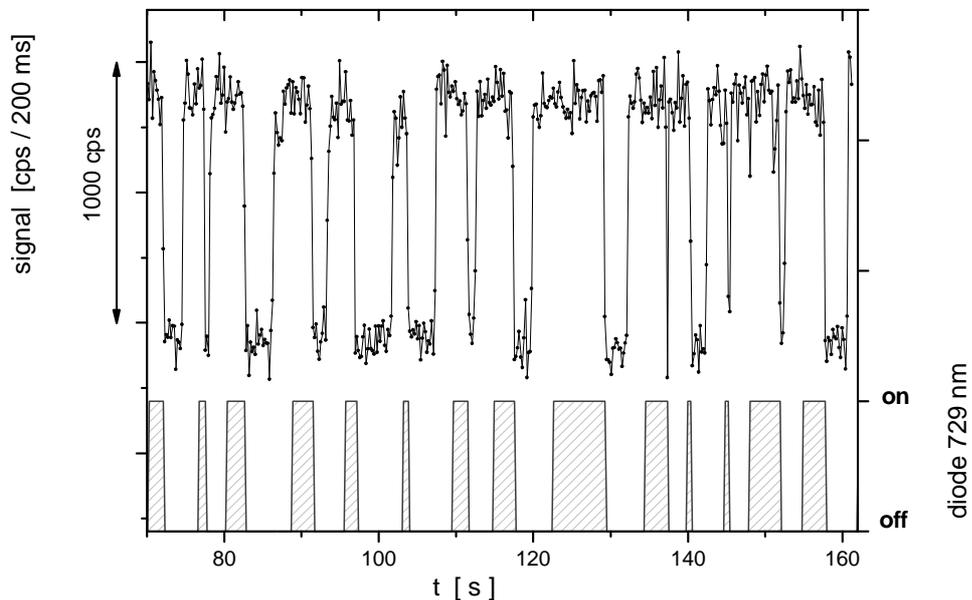


FIG. 6.5 – *En haut : sauts quantiques d'un ion Ca^+ unique au cours du temps ; en bas : puissance de la diode à 729 nm au cours du temps (on : diode 729 nm envoyée dans le piège, off : diode coupée).*

détectée par le photomultiplicateur est alors à son niveau HAUT. Quand la diode à 729 nm est appliquée, l'ion est pompé dans le niveau $D_{5/2}$. Le signal de fluorescence chute alors à son niveau BAS, qui correspond au niveau de lumière parasite (fond). À chaque fois que l'on détecte un niveau de signal BAS, la diode à 729 nm est coupée (par fermeture de deux shutters mécaniques) pour éviter tout couplage entre les différents niveaux (voir le paragraphe sur les incertitudes). La figure 6.6 représentant l'histogramme du signal de fluorescence montre une nette distinction entre les niveaux HAUT et BAS. Cela nous permet de définir sans ambiguïté une valeur de seuil entre le niveau HAUT et le niveau BAS. Quand le signal de fluorescence chute à une valeur inférieure à celle du seuil, la diode à 729 nm est coupée. Lorsque le signal de fluorescence remonte à une valeur supérieure à celle du seuil (quand l'ion retombe sur le niveau fondamental), la diode à 729 nm est de nouveau appliquée au moins 600 ms plus tard, afin d'assurer un refroidissement efficace de l'ion. Le choix de la valeur du seuil a été étudié. Nous avons observé qu'une valeur du seuil pris entre un tiers et deux tiers du signal effectif n'avait pas de conséquence sur la distribution des longueurs des sauts quantiques. Ainsi, pour nos mesures, nous avons placé le seuil à la moitié du signal effectif (différence entre le signal HAUT et le signal BAS). Nous avons choisi une base de temps d'acquisition des données la plus courte possible tout en ayant un rapport signal sur bruit suffisant pour séparer nettement le niveau HAUT du niveau BAS. La base de temps retenue est de 30 ms par point. L'étude de la statistique de la durée des sauts quantiques permet de remonter à la durée de vie du niveau

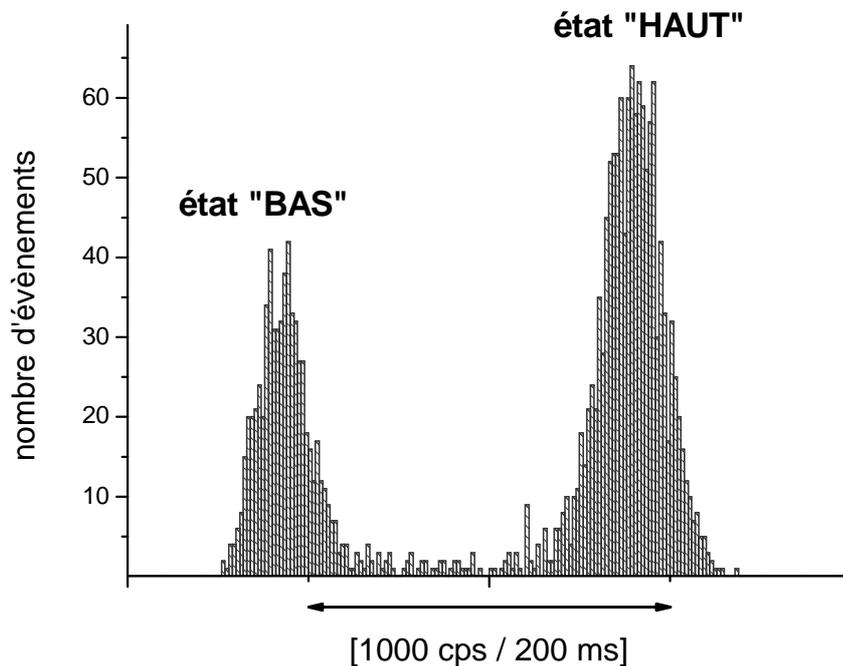


FIG. 6.6 – Histogramme du signal de fluorescence montrant la nette distinction entre l'état BAS et l'état HAUT.

$D_{5/2}$.

Nous avons tracé l'histogramme des sauts quantiques, celui-ci est représenté sur la figure 6.7. Nous remarquons que la probabilité des sauts quantiques longs est très faible. La méthode des moindres carrés (qui suppose une distribution gaussienne) n'est donc pas appropriée pour effectuer l'ajustement de cet histogramme. Il est nécessaire d'utiliser une méthode plus générale : l'estimation du maximum de vraisemblance.

Pour ces mesures, nous avons mis en évidence une dépendance de la durée de vie avec la puissance à 866 nm. Nous avons enregistré une moyenne de 4000 sauts quantiques pour chacune des puissances à 866 nm considérées (détails dans la partie suivante). Au total, nous avons obtenu 40000 sauts quantiques.

Estimation du maximum de vraisemblance : EMV

Afin de prendre en compte la faible probabilité des sauts quantiques longs, nous avons utilisé la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance pour déterminer la durée de vie. Cette méthode suppose une distribution de probabilité multinômiale. Rappelons que la distribution gaussienne est la limite de la distribution multinômiale lorsque le nombre d'événements tend vers l'infini (théorème de la limite centrale) [119]. La probabilité p_i de tomber dans l'intervalle i de l'histogramme (c'est-à-dire d'avoir un saut quantique de durée t , qui satisfait $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, où $t_i = i \Delta t$, Δt est la taille d'un intervalle

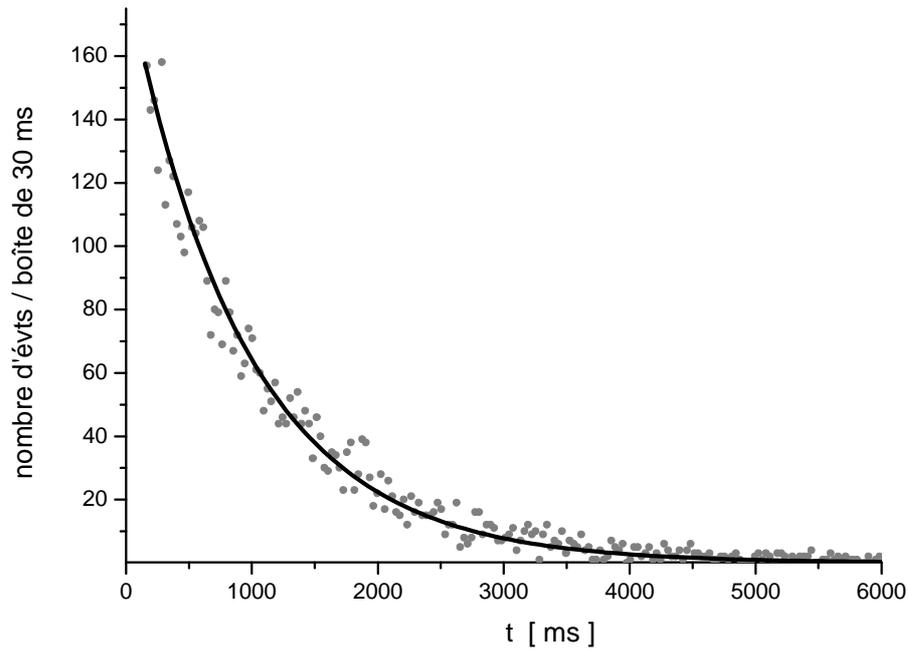


FIG. 6.7 – Histogramme de la longueur des sauts quantiques obtenus avec un ion unique.

de l'histogramme) est [116] :

$$p_i = \int_i^{i+1} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = e^{-t_i/\tau} (1 - e^{-\Delta t/\tau}) \quad (6.20)$$

Mathématiquement, les p_i définissent une distribution de probabilité puisque : $\sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1$. La somme commence à $i=0$, ce qui correspond à l'origine de la distribution dans l'histogramme. Afin d'appliquer l'estimation du maximum de vraisemblance, nous introduisons la fonction de vraisemblance, qui est le produit des fonctions de distribution de probabilité :

$$L = N! \prod_{i=0}^{\infty} \frac{p_i^{n_i}}{n_i!} \quad (6.21)$$

où n_i est le nombre de sauts quantiques dans le i -ème intervalle de l'histogramme, et $N = \sum_{i=0}^{\infty} n_i$ est le nombre total de sauts quantiques. La probabilité de trouver les valeurs de t_i dans les intervalles $[t_i, t_i + dt_i]$ est $dP = L \prod_i dt_i$. Pour que cette probabilité soit maximale, il faut que la fonction L ait un maximum [119, 120]. Dans notre cas, il est plus commode de maximiser $\ln(L)$ par rapport à τ , en utilisant l'expression p_i de la formule (6.20) on trouve la durée de vie suivante :

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{\Delta t}{\langle t \rangle} + 1\right)} \quad (6.22)$$

où $\langle t \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N n_i t_i}{N}$ est la valeur moyenne des n_i sauts quantiques mesurés de durée t_i . La variance de la durée de vie est :

$$\text{var}(\tau) = - \frac{1}{\left(\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial \tau^2} \right) \Big|_{\frac{\partial \ln(L)}{\partial \tau} = 0}} \quad (6.23)$$

$$= \frac{\tau^2}{N} \left[\left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^2 \frac{e^{\Delta t/\tau}}{(e^{\Delta t/\tau} - 1)^2} \right]^{-1} \quad (6.24)$$

En faisant un développement limité en $\frac{\Delta t}{\tau}$ (~ 0), on trouve :

$$\text{var}(\tau) = \frac{\tau^2}{N} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^2 + O \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^4 \right] \quad (6.25)$$

On a donc une incertitude statistique égale à :

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{\tau^2}{N} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^2 + O \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^4 \right]} \quad (6.26)$$

En utilisant les équations (6.22) et (6.26), la durée de vie et l'incertitude statistique peuvent ainsi être déterminées à partir des paramètres Δt , $\langle t \rangle$ et N . Avec cette méthode, nous avons déterminé la durée de vie pour chacune des puissances à 866 nm. L'extrapolation à intensité laser nulle (voir figure 6.9) donne la valeur de la durée de vie naturelle suivante pour le niveau $D_{5/2}$:

$$\tau_D = 1152 \pm 19 \text{ ms} \quad (6.27)$$

où 19 ms est l'incertitude statistique (1σ) issue de la méthode d'évaluation.

La méthode des moindres carrés : MMC

Les premières mesures de la durée de vie effectuées sur un ion unique ont été réalisées en ajustant l'histogramme des sauts quantiques avec la méthode des moindres carrés. Pour comparer ces valeurs avec notre mesure, nous avons effectué l'analyse de nos données expérimentales par cette méthode également. Pour cela, nous avons pris un modèle de décroissance exponentielle : $S(t) = A \exp(-t/\tau_{Dm})$ (avec A un paramètre ajustable, t la longueur d'un saut quantique), et avons ajusté l'histogramme par ce modèle en utilisant la méthode des moindres carrés. Nous avons procédé à cet ajustement à l'aide du logiciel de traitement de données "Origin". L'ajustement est fait à partir du cinquième canal de l'histogramme (voir le paragraphe sur le couplage des niveaux par le laser à 729 nm). Nous avons ajusté l'histogramme pour chacune de puissances à 866 nm. L'extrapolation à intensité laser nulle donne la valeur de la durée de vie naturelle suivante pour le niveau $D_{5/2}$:

$$\tau_D = 1088 \pm 15 \text{ ms} \quad (6.28)$$

où 15 ms est l'incertitude statistique (1σ) issue de la méthode d'évaluation.

6.4.2 Evaluation des incertitudes

Effets physiques liés à l'expérience

Effet des collisions La pression partielle en dihydrogène est en dessous de la résolution du spectromètre de masse (1×10^{-9} mbar) pour les expériences sur un ion unique. La différence de pression entre les deux types d'expériences (nuage et ion unique) provient de la durée et de la fréquence du processus de création d'ions lors des expériences. L'observation des sauts quantiques en l'absence de la diode à 729 nm permet la mesure directe du taux de collisions pour les expériences sur un ion unique. Pour cela, nous avons enregistré ces sauts quantiques qui sont le résultat du transfert collisionnel entre les niveaux de structure fine et avec le niveau fondamental. À une pression de 2×10^{-10} mbar, nous avons mesuré une moyenne d'un saut quantique toutes les cinq minutes, ce qui fait un taux de collisions de $n_B \Gamma_{collisions} \leq 3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Chauffage des ions Pour les expériences avec un ion unique, le chauffage devient visible si les paramètres de refroidissement (surtout la fréquence et la puissance du laser à 397 nm) sont fortement décalés. Dans ce cas, après un saut quantique, l'ion retourne vers le niveau HAUT de fluorescence sur plusieurs intervalles de mesure, c'est-à-dire en un temps supérieur à 30 ms. Lors de nos mesures de durée de vie, nous nous sommes assurés que les paramètres de refroidissement étaient optimisés et que le signal de l'ion retournait au niveau HAUT dans un laps de temps inférieur à l'intervalle de mesure (30 ms). De plus, pour assurer un refroidissement efficace de l'ion, nous le laissons pendant au moins 600 ms dans le cycle de refroidissement avant d'envoyer de nouveau le laser à 729 nm (comme nous l'avons déjà signalé dans le paragraphe sur la méthode utilisée pour faire nos mesures sur un ion unique).

Perte d'ions Si l'ion est perdu pendant l'enregistrement des sauts quantiques, nous devons recréer un nouvel ion. Pour être sûr d'être dans les mêmes conditions de vide d'une expérience à l'autre, nous attendons une demi-heure avant de recommencer l'acquisition des données.

Couplage des niveaux par laser

1. Couplage par le laser à 729 nm

L'extinction complète du laser à 729 nm est nécessaire afin d'éviter toute réduction de la longueur des sauts quantiques. Pour cela, nous utilisons deux shutters mécaniques synchronisés, l'un placé à l'entrée de la fibre optique et l'autre à sa sortie. Ceci permet une isolation maximum de cette radiation. Lorsque les deux shutters sont fermés, la puissance à 729 nm est inférieure à la limite de détection de la photodiode. Pour l'excitation des sauts quantiques, le laser à 729 nm est appliqué à l'ion refroidi. Quand la fluorescence chute en dessous du seuil, les deux shutters sont fermés. Pendant les premiers canaux de mesure, la radiation à 729 nm est toujours présente dans le piège.

C'est pourquoi nous devons retirer les premiers points de l'histogramme (sauts quantiques courts). Dans notre évaluation de la distribution des sauts quantiques, nous commençons à partir du cinquième canal. Cela signifie que les sauts quantiques d'une durée inférieure ou égale à 120 ms ne sont pas pris en compte (rappel : un canal correspond à une durée de 30 ms). Ceci n'est pas gênant puisque l'ajustement d'une exponentielle est indépendant du point de départ.

2. Couplage par le laser à 866 nm

L'effet principal de la réduction de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ est le couplage par le laser repompeur. Le laser à 866 nm provoque un déplacement lumineux sur la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$. Estimons théoriquement cet effet avant de donner les résultats expérimentaux. Pour cela, nous utilisons la méthode de l'atome habillé (cf. chapitre précédent). Habillons l'atome par les photons à 866 nm. Les deux états proches $|P_{3/2}, n\rangle$ et $|D_{5/2}, n+1\rangle$ deviennent les deux états de l'atome habillé (voir la figure 6.8) :

$$|1\rangle = \sin\theta |D_{5/2}, n+1\rangle + \cos\theta |P_{3/2}, n\rangle \quad (6.29)$$

$$|2\rangle = \cos\theta |D_{5/2}, n+1\rangle - \sin\theta |P_{3/2}, n\rangle \quad (6.30)$$

avec $\cot 2\theta = -\frac{\delta_L}{\Omega_R}$ ($0 \leq 2\theta \leq \pi$). Le désaccord δ_L est égal à la différence entre la

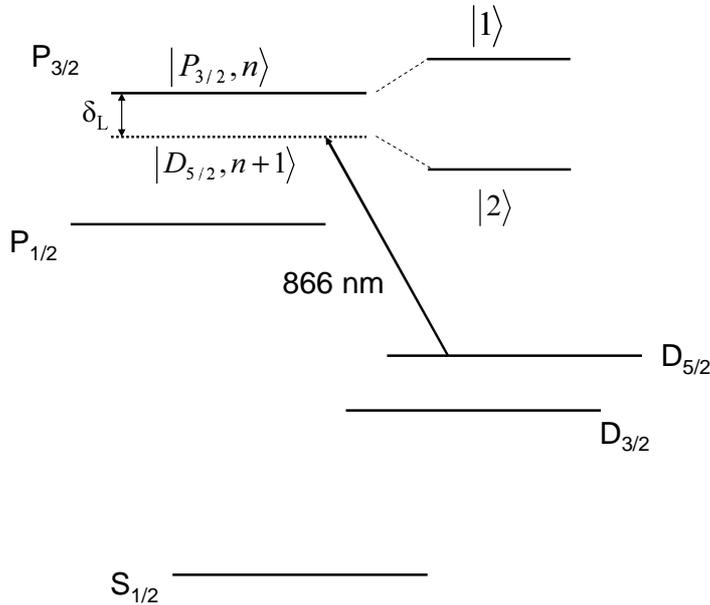


FIG. 6.8 – Schéma du déplacement lumineux sur la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ par le laser à 866 nm .

pulsation du laser à 866 nm et celle de la transition à 854 nm. Numériquement, on trouve une valeur d'environ $-3,06 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$. Pour avoir une estimation de la pulsation de Rabi de la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ en fonction de la puissance laser à 866 nm, nous utilisons les formules (C.6) et (C.8). Pour une puissance à 866 nm d'environ $50 \mu\text{W}$ et

un waist du faisceau à 866 nm de $35 \mu\text{m}$, on trouve une valeur de la pulsation de Rabi d'environ : $1,3 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. En comparant les valeurs du désaccord et de la pulsation de Rabi, on constate que : $\cos \theta \gg \sin \theta$. Ainsi, l'état $|1\rangle$ est presque égal à l'état $|P_{3/2}, n\rangle$ et l'état $|2\rangle$ est presque égal à l'état $|D_{5/2}, n+1\rangle$. L'inverse de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ prenant en compte cet effet peut se mettre sous la forme :

$$\Gamma'_D = \cos^2 \theta \Gamma_D + \sin^2 \theta \Gamma_P \quad (6.31)$$

D'après ce que nous venons de voir, nous pouvons faire l'approximation suivante : $\cos^2 \theta \sim 1$. Il reste à trouver la valeur de $\sin^2 \theta$ en fonction de l'intensité laser. En utilisant la formule définissant θ $\left(\cot 2\theta = -\frac{\delta_L}{\Omega_R} \right)$ et en approximant le cosinus à 1, on trouve la relation suivante :

$$\sin^2 \theta \simeq \frac{\Omega_R^2}{4\delta_L^2} \quad (6.32)$$

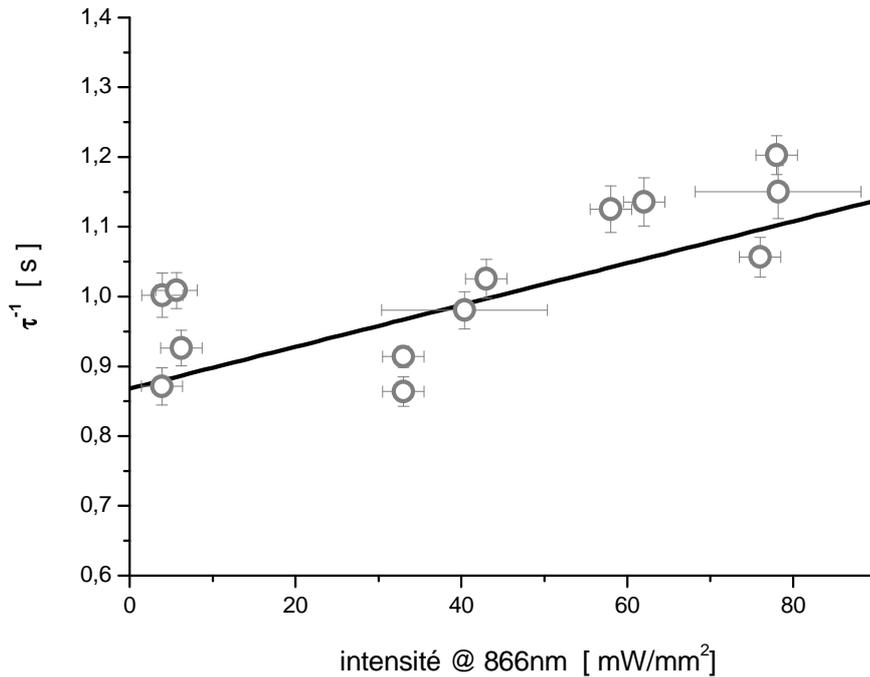
En utilisant les formules (C.6) et (C.8), on trouve la valeur de $\sin^2 \theta$ en fonction de l'intensité laser : $\sin^2 \theta \simeq 3,16 \times 10^{-14} I_{866}$, avec I_{866} en W/m^2 . En prenant une durée de vie de 6,87 ns pour le niveau $P_{3/2}$, on trouve finalement la dépendance suivante :

$$\Gamma'_D = \Gamma_D + 4,6 \times 10^{-3} I_{866} \quad (6.33)$$

où I_{866} est l'intensité du laser à 866 nm en mW/mm^2 . La durée de vie du niveau $D_{5/2}$ diminue donc quand l'intensité laser à 866 nm augmente.

La prise en compte de cet effet est d'autant plus importante que ce laser repompeur est souvent appliqué à des niveaux de puissance élevés afin de compenser les instabilités spatiales et spectrales de ce laser. La détermination des intensités laser vues par l'ion est difficile à réaliser avec grande précision. En effet, la calibration absolue d'une puissance-mètre n'est pas en général constante dans le temps. De plus, la mesure du waist du faisceau laser dans l'enceinte ultra-vide est des plus délicates. La mesure du waist (comme nous l'avons décrite dans la partie sur les sources laser) a été répétée sur plusieurs jours. Cette mesure est une simple estimation de la dimension du waist, puisque la forme et la position du point focal après les fenêtres de l'enceinte à vide sont sûrement déformées. Il faut rajouter à ces incertitudes le fait que la trajectoire de l'ion est sûrement plus petite que la taille du waist du laser. Ainsi, l'ion voit une intensité plus forte que l'intensité moyenne mesurée pour le waist entier. C'est pourquoi l'estimation de la barre d'erreur sur l'intensité laser vue par un ion est très difficile à réaliser. Cette incertitude peut atteindre facilement un niveau de 10% et aller jusqu'à 30% pour des puissances très faibles (typiquement inférieures à $1 \mu\text{W}$).

Nous avons réalisé les mesures de durée de vie pour différentes puissances du laser à 866 nm. Le graphique de la figure 6.9 représente les variations de l'inverse de la durée de vie mesurée en fonction de l'intensité laser à 866 nm. Nous observons une réduction de la durée de vie apparente du niveau $D_{5/2}$ lorsque l'intensité laser augmente, comme le calcul ci-dessus l'a montré. La dispersion des points de la figure 6.9 est due au nombre fini de sauts quantiques par acquisition et à l'incertitude sur la mesure de



de la taille du waist (environ $100 \mu\text{m}$ de diamètre), je trouve la dépendance suivante :

$$\frac{1}{\tau_{Dm}} = \frac{1}{\tau_D} + 3,6 \times 10^{-3} I \quad (6.35)$$

Quant à Barton et son équipe [115], ils ont trouvé la dépendance suivante (avec leur système comprenant un réseau et une lentille, pour empêcher l'émission spontanée à 854 nm de leur diode à 866 nm) :

$$\frac{1}{\tau_{Dm}} = \frac{1}{\tau_D} + (1,5 \pm 6) \times 10^{-3} I \quad (6.36)$$

La dépendance de la durée de vie avec l'intensité laser à 866 nm que nous avons mesuré est donc du même ordre de grandeur que celle des deux autres équipes qui avaient mesuré cette dépendance.

3. Couplage par le laser à 397 nm

La puissance laser à 397 nm est en dessous de $10 \mu\text{W}$ pour les mesures sur un ion unique. Le couplage par effet Stark par le laser à 397 nm est négligeable car le désaccord entre la fréquence de la transition à 854 nm et celle à 397 nm est très grand. Un calcul similaire à celui effectué pour le couplage par le laser à 866 nm montre que l'effet de la puissance à 397 nm est 4 ordres de grandeur plus petits que celui de la puissance à 866 nm donc négligeable.

Effets de l'analyse des données

Pour les mesures sur un ion unique, nous avons pris en compte plus de 40000 sauts quantiques. En général, comme le temps moyen nécessaire à enregistrer un saut quantique est de l'ordre de 2 ou 3 secondes (prenant en compte le temps de préparation), une acquisition de données expérimentales de quelques heures produit plusieurs milliers de sauts quantiques. Le nombre maximum de sauts quantiques que nous pouvons acquérir en une journée est de 10000. Pour chaque point expérimental représenté sur la figure 6.9, le nombre moyen de sauts quantiques est de l'ordre de 4000, ce qui fait une incertitude statistique d'environ 2-3% pour chaque série de sauts quantiques. Ces incertitudes individuelles ajoutées à l'incertitude sur la mesure de l'intensité laser à 866 nm sont utilisées pour pondérer les points expérimentaux de la figure 6.9 afin d'extrapoler les valeurs de durée de vie à intensité laser nulle. Cela donne lieu à une incertitude statistique globale de 1,8%. Cette incertitude est déjà incluse dans l'incertitude de l'ajustement. Donc dans le tableau récapitulatif des incertitudes, nous n'ajoutons pas d'incertitude pour l'analyse des données pour les expériences sur un ion unique.

6.4.3 Résultats

Le tableau 6.4 récapitule l'influence des différents effets liés à la mesure de la durée de vie. Pour ces mesures sur des ions uniques, les deux principales causes d'incertitudes sont le nombre limité de sauts quantiques et l'estimation de l'intensité laser à 866 nm

| | mesures sur un ion unique | |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| méthode d'évaluation | MMC $\tau_D = 1088$ ms | EMV $\tau_D = 1152$ ms |
| incertitude ajustement | 15 ms | 19 ms |
| analyse données | - | - |
| collisions | 3,5 ms | 4,0 ms |
| chauffage | - | - |
| perte d'ions | - | - |
| barre d'erreur totale (1σ) | 16 ms | 20 ms |
| incertitude relative | 1,5% | 1,8% |

TAB. 6.4 – Récapitulatif des résultats obtenus et estimation des erreurs pour les mesures de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ avec un ion unique. Les données ont été traitées par la méthode des moindres carrés (MMC) et par l'estimation du maximum de vraisemblance (EMV).

appliquée à l'ion. En prenant en compte l'ensemble des incertitudes, les résultats pour les mesures sur un ion unique avec les méthodes EMV et MMC sont respectivement :

$$\tau_{ionEMV} = 1152 \pm 20 \text{ ms} \quad (6.37)$$

$$\tau_{ionMMC} = 1088 \pm 16 \text{ ms} \quad (6.38)$$

La barre totale d'erreur représente une incertitude de 1,8% (EMV) et 1,5% (MMC) pour un ion unique.

6.4.4 Comparaison des deux méthodes d'analyse

Pour confirmer le choix de la méthode utilisée pour traiter les données expérimentales des sauts quantiques, nous avons simulé des sauts quantiques par la méthode de Monte-Carlo, régis par une durée de vie fixe (paramètre d'entrée du programme de simulation) et avec une base de temps identique à celle l'expérience. Les longueurs des sauts quantiques ont été placées dans des fichiers de taille différente, le nombre de sauts quantiques variant de 500 à 100000. Chaque fichier a été traité par les deux méthodes. D'une part, un ajustement exponentiel de l'histogramme a été fait par la méthode des moindres carrés. D'autre part, l'ensemble des données a été traité par l'estimation du maximum de vraisemblance. Ces deux méthodes de traitement des données ont été réalisées de manière totalement identique au traitement des données expérimentales. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 6.10. Comme nous pouvons le voir, la méthode des moindres carrés donne des résultats plus dispersés autour de la valeur de la durée de vie donnée au programme de simulation. Pour environ 10000 évènements, l'écart des données EMV est trois fois plus petit que pour les données MMC. Les valeurs des deux méthodes ne convergent qu'à partir d'un nombre de sauts quantiques de 40000. Une acquisition de données expérimentales de quelques heures produit plusieurs milliers de sauts quan-

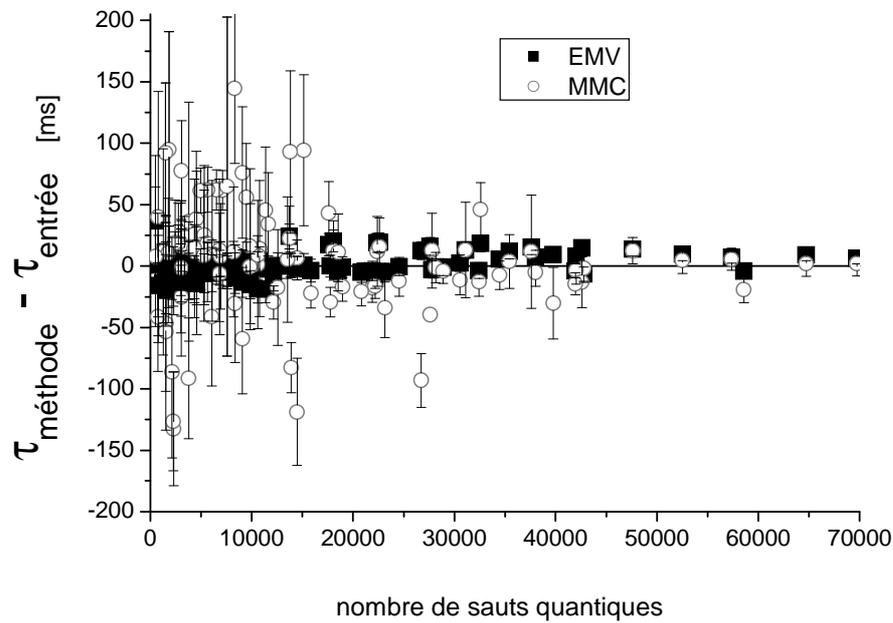


FIG. 6.10 – Comparaison des données simulées utilisant les deux méthodes MMC (cercles vides) et EMV (carrés pleins) en fonction du nombre de sauts quantiques. Le graphique montre la différence entre les durées de vie évaluées (τ_{methode}) et la durée de vie entrée dans le programme de simulation (τ_{entree}). Les deux méthodes tendent vers des résultats identiques dans une plage de 2% à partir de 40000 sauts quantiques.

tiques. Pour ce nombre de sauts quantiques, la différence entre les deux méthodes atteint facilement 10% des valeurs absolues. Ainsi, l'écart de 5,5% de nos résultats expérimentaux rentre largement dans cette fenêtre. En conclusion, le nombre de sauts quantiques acquis en une journée impose de choisir la méthode de l'estimation du maximum de vraisemblance, afin d'atteindre des incertitudes statistiques minimales. Ainsi, la durée de vie naturelle du niveau $D_{5/2}$ issue de nos expériences est de $\tau_{ion} = 1152 \pm 20$ ms pour un ion unique.

6.5 Discussion des résultats

6.5.1 Comparaison des deux mesures

La durée de vie naturelle du niveau $D_{5/2}$ issue de nos expériences est de $\tau_{nuage} = 1095 \pm 27$ ms pour un nuage d'ions et de $\tau_{ion} = 1152 \pm 20$ ms pour un ion unique. Ces deux valeurs sont très proches, même si leurs barres d'erreur ne se recouvrent pas. Cet écart est peut-être dû aux collisions ion-ion qui réduiraient la durée de vie. Dans un nuage d'ions

refroidis, la densité en ions Ca^+ est d'environ 10^8 cm^{-3} . Si nous supposons que cela réduit la durée de vie de 1%, nous pouvons estimer la limite supérieure de la contribution des collisions ion-ion à : $\Gamma_{ion-ion} \leq 1 \times 10^{-10} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

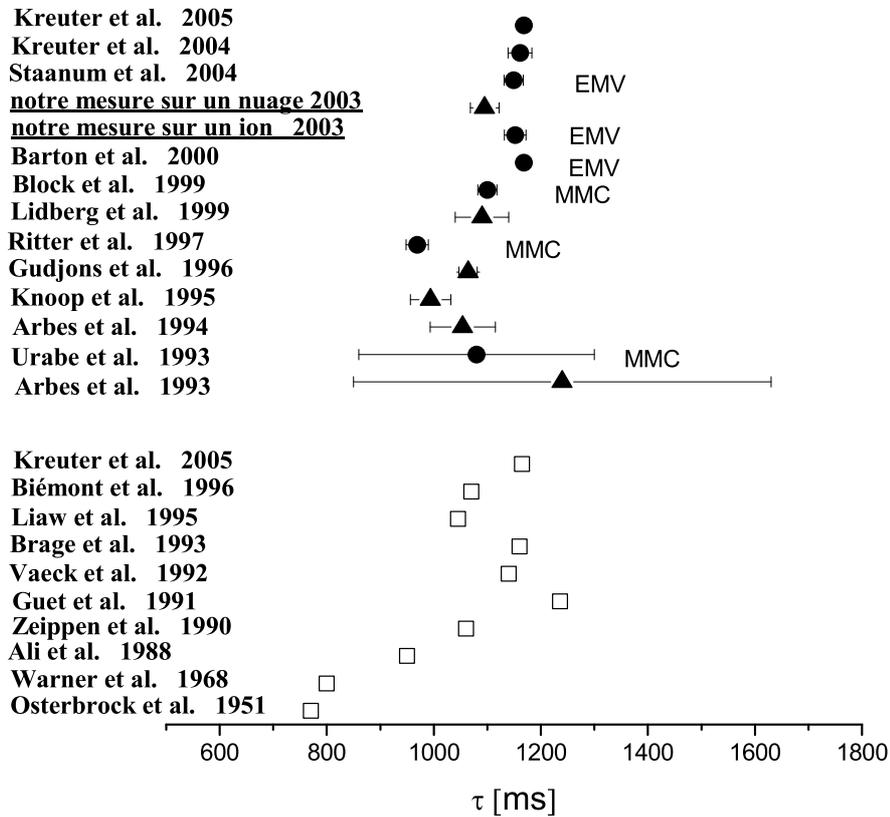


FIG. 6.11 – Valeurs expérimentales (cercles et triangles pleins) et théoriques (carrés vides) de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. Les triangles pleins correspondent aux mesures faites sur un nuage d'ions et les cercles pleins à celles faites sur un ion unique. MMC : Méthode des Moindres Carrés, EMV : Estimation du Maximum de Vraisemblance.

6.5.2 Comparaison avec les autres valeurs expérimentales

La figure 6.11 et le tableau 6.5 montrent toutes les mesures faites sur l'ion Ca^+ . La valeur obtenue pour la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ pour les mesures sur un nuage d'ions est en bon accord avec les mesures précédentes faites sur un nuage [112, 109]. Le nombre de sauts quantiques que nous avons enregistré pour les mesures sur un ion unique nous a conduit à considérer l'estimation du maximum de vraisemblance comme la méthode la plus appropriée. Cependant, l'évaluation par la méthode des moindres carrés donne une durée de vie de : (1088 ± 16) ms. Cette valeur est en très bon accord avec la valeur de Block et *et al.* [114] qui sont les derniers à avoir mesuré la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ en appliquant la méthode des moindres carrés. En effet, ils trouvent une

valeur de : (1100 ± 18) ms. Quant au résultat obtenu avec l'estimation du maximum de vraisemblance, il est lui aussi en très bon accord avec les mesures les plus récentes faites avec cette même méthode. Barton *et al.* [115] trouvent une valeur de : (1168 ± 7) ms. La mesure très récente de Staantum *et al.* [116] (tableau 6.5), effectuée sur une chaîne d'ions, donne une durée de vie de : (1149 ± 18) ms. La principale cause d'écart entre les mesures plus anciennes et les récentes provient sans doute du choix de la méthode utilisée pour le traitement des données. En effet, la méthode des moindres carrés a donné des résultats tous inférieurs à 1100 ms, alors que l'estimation du maximum de vraisemblance conduit à des valeurs aux alentours de 1150 ms. La plus récente mesure de Kreuter *et al.* [102], basé sur un protocole de mesure original, conduit à une durée de vie de : (1168 ± 9) ms. De plus, les plus récents calculs théoriques conduisent à une durée de vie d'environ 1100 ms, valeur proche des résultats obtenus expérimentalement.

| Référence | Méthode | Durée de vie (ms) |
|-------------------------------------|-----------------|---------------------------------|
| [102] Kreuter <i>et al.</i> , 2005 | ion | 1168 ± 9 |
| [117] Kreuter <i>et al.</i> , 2004 | ion | 1161 ± 22 |
| [116] Staantum <i>et al.</i> , 2004 | SQ (EMV) | 1149 ± 18 |
| notre mesure, 2003 | nuage | 1095 ± 27 |
| notre mesure, 2003 | SQ (EMV) | 1152 ± 20 |
| [115] Barton <i>et al.</i> , 2000 | SQ (EMV) | 1168 ± 17 |
| [114] Block <i>et al.</i> , 1999 | SQ (MMC) | 1100 ± 18 |
| [109] Lidberg <i>et al.</i> , 1999 | AS | 1090 ± 50 |
| [113] Ritter <i>et al.</i> , 1997 | SQ (MMC) | 969 ± 21 |
| [112] Gudjons <i>et al.</i> , 1996 | nuage | 1064 ± 17 |
| [55] Knoop <i>et al.</i> , 1995 | nuage | 994 ± 38 |
| [108] Arbes <i>et al.</i> , 1994 | nuage | 1054 ± 61 |
| [111] Urabe <i>et al.</i> , 1993 | SQ (MMC) | 1080 ± 220 |
| [107] Arbes <i>et al.</i> , 1993 | nuage | 1240 ± 390 |

TAB. 6.5 – Résumé des valeurs mesurées expérimentalement pour la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. SQ : sauts quantiques, AS : anneau de stockage. MMC : Méthode des Moindres Carrés, EMV : Estimation du Maximum de Vraisemblance.

Chapitre 7

Mesure de la durée de vie du niveau

$D_{3/2}$

Il est intéressant de déterminer expérimentalement la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ puisque peu de mesures ont été effectuées. Les principales mesures ont été réalisées sur des nuages d'ions refroidis par un gaz tampon, ce qui est loin d'être un environnement idéal pour de telles mesures à cause des effets de quenching. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ réalisée sur un ion unique donne de meilleurs résultats. C'est pourquoi nous avons entrepris de mesurer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ sur un ion unique. Cette mesure est plus délicate que celle de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. Elle nécessite la mise en place d'une séquence temporelle et d'une analyse statistique des sauts quantiques. Cela nous a permis de nous familiariser avec ce type de mesure, qui se rapproche de celle utilisée dans un étalon de fréquence basé sur un ion unique (voir le chapitre 8). Puisque l'ion Ca^+ est très intéressant d'un point de vue théorique, les résultats issus des calculs sont brièvement présentés. Puis, les mesures expérimentales précédentes sont décrites. Le protocole de mesure mis en place pour cette mesure est ensuite détaillé. Enfin, les expériences réalisées sont exposées et les résultats discutés.

7.1 Les calculs théoriques

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, l'ion Ca^+ est très intéressant d'un point de vue théorique. C'est pourquoi de nombreux calculs ont été réalisés pour déterminer la durée de vie des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$. Des calculs utilisant les mêmes méthodes que celles utilisées pour le $D_{5/2}$ ont permis d'évaluer théoriquement la durée de vie du niveau $D_{3/2}$. Les résultats de ces différents calculs sont consignés dans le tableau 7.1. Les premiers calculs semblaient indiquer une durée de vie d'environ 900 ms. Les plus récents calculs semblent converger vers une durée de vie plus longue d'environ 1150 ms. La figure 7.3 montre également les résultats des calculs faits sur l'ion Ca^+ . Le rapport des durées des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ ($\tau_{3/2}/\tau_{5/2}$) est également déterminé théoriquement. Un certain désaccord apparaît entre les différentes valeurs calculées. En effet, Guet et John-

| Référence | Méthode | Durée de vie (ms) |
|---------------------------------------|------------------|-------------------|
| [102] Kreuter <i>et al.</i> , 2005 | AOC | 1196 ± 11 |
| [101] Biémont <i>et al.</i> , 1996 | improved SST+TEC | 1090 |
| [100] Liaw <i>et al.</i> , 1995 | BA | 1080 |
| [103] Brage <i>et al.</i> , 1993 | MCHF+BP | 1200 |
| [99] Vaeck <i>et al.</i> , 1992 | MCHF+CV | 1160 |
| [98] Guet <i>et al.</i> , 1991 | MBPT | 1271 |
| [104] Zeippen <i>et al.</i> , 1990 | SST+TEC | 1080 |
| [97] Ali <i>et al.</i> , 1988 | MCDF | 980 |
| [105] Warner <i>et al.</i> , 1968 | STFD | 800 |
| [106] Osterbrock <i>et al.</i> , 1951 | HRWE | 770 |

TAB. 7.1 – Résumé des valeurs théoriques pour la durée de vie du niveau $D_{3/2}$. HRWE : Hartree Radial Wavefunction with Exchange, STFD : Scaled Thomas-Fermi-Dirac, MCDF : MultiConfiguration Dirac-Fock, SST+TEC : SuperStructure + Term Energy Corrections, MBPT : Many-Body Perturbation Theory, MCHF+CV : MultiConfiguration Hartree-Fock with Core Valence correlation, MCHF+BP : MultiConfiguration Hartree-Fock + Breit-Pauli corrections, BA : Brueckner Approximation, AOC : All-Order Calculation.

son trouvent un rapport de 1,0283 [98], Vaeck et al. arrivent à 1,0175 [99] alors que Liaw établit une valeur de 1,0335 [100]. Un tel désaccord semble assez curieux puisque ce rapport est beaucoup moins sensible à la correction de corrélation (utilisée dans la méthode de calcul) que les valeurs des éléments de matrice permettant de calculer les durées de vie. La valeur de ce rapport et son incertitude sont étudiées en détails dans [102] et évaluées à 1,0259(9).

7.2 Les mesures précédentes

Tout comme pour la détermination de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, les premières mesures de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ sont effectuées sur un nuage d'ions [107, 108, 55]. La première mesure est faite en 1993 par Arbes *et al.* [107]. Ils utilisent un gaz tampon d'hélium à une pression de $10^{-5} - 10^{-6}$ mbar pour piéger un nuage d'ions d'environ 2000 K et déterminent la durée de vie commune des niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$. Cette mesure est détaillée dans le chapitre précédent. Rappelons la valeur obtenue :

$$\tau_D = 1240 \pm 390 \text{ ms} \quad (7.1)$$

La mesure suivante est réalisée par la même équipe un an plus tard [108]. Les expériences sont réalisées à des pressions inférieures à 7×10^{-10} mbar avec des nuages d'ions ayant des températures d'environ 8000 K. Par un protocole similaire à la détermination de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ est mesurée. Pour cela, une séquence composée de trois étapes est effectuée : pompage des ions dans le niveau $D_{3/2}$

en allumant le laser à 397 nm, puis délai variable, avant de sonder la population restante dans le niveau $D_{3/2}$ en appliquant le laser à 866 nm et en recueillant la fluorescence à 397 nm (voir la figure 7.1). Cette nouvelle mesure a permis de trouver une durée de vie du

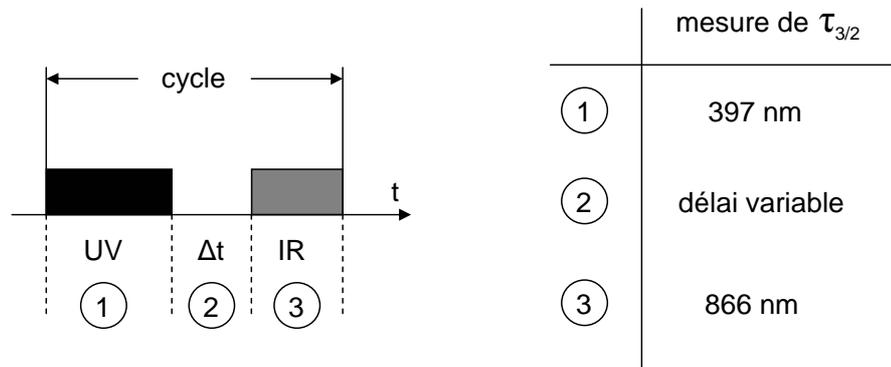


FIG. 7.1 – Séquence temporelle pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$, faite par l'équipe de Mayence en 1994 [108]. 1 : pompage des ions dans le niveau $D_{3/2}$. 2 : délai variable. 3 : application du laser à 866 nm et enregistrement de la fluorescence pour sonder la population restante du niveau $D_{3/2}$.

niveau $D_{3/2}$ de :

$$\tau_{D_{3/2}} = 1113 \pm 45 \text{ ms} \quad (7.2)$$

Cette seconde mesure effectuée dans des conditions de vide poussé permet d'éliminer le précédent problème de mélange des niveaux de structure fine, et ainsi d'améliorer le résultat précédent d'un ordre de grandeur.

La dernière mesure sur un nuage d'ions a été réalisée par Knoop *et al.* en 1995 [55]. Contrairement aux mesures faites par Arbes *et al.*, le peuplement du niveau $D_{3/2}$ se fait par excitation directe de la transition $S_{1/2} - D_{3/2}$ par application d'un laser à 732 nm (voir la figure 7.2). Les expériences sont faites à des pressions variant de 10^{-6} à 10^{-9} mbar, avec des nuages ayant une température de 3000 à 15000 K (cf. chapitre précédent). Les résultats de ces mesures donnent une durée de vie pour le niveau $D_{3/2}$ de :

$$\tau_{D_{3/2}} = 1111 \pm 46 \text{ ms} \quad (7.3)$$

Une méthode différente, qui a également servi à mesurer la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, est employée en 1999 pour mesurer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ [109]. Le groupe de Mannervik a utilisé un anneau de stockage d'ions et a obtenu une valeur de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ de :

$$\tau_{D_{3/2}} = 1170 \pm 50 \text{ ms} \quad (7.4)$$

La mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ sur un ion unique est entreprise par Kreuter *et al.* en 2004 [102]. Pour cette mesure, la technique originale utilisée est une version améliorée de celle employée pour mesurer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ pour

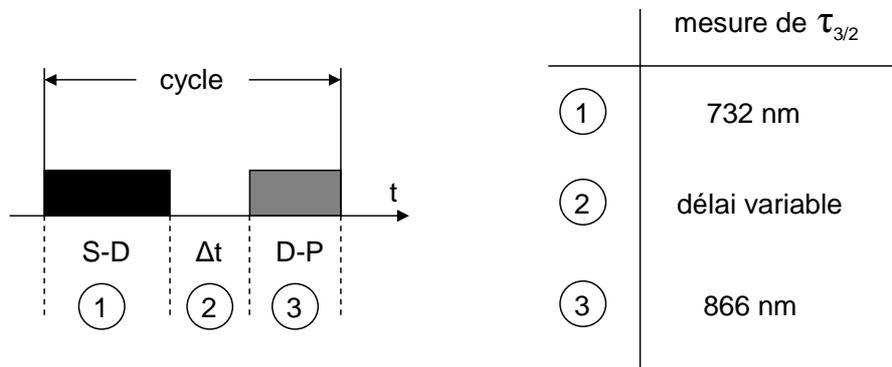


FIG. 7.2 – Séquence temporelle pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$, faite par Knoop *et al.* en 1995 [55]. 1 : excitation directe des ions dans le niveau $D_{3/2}$. 2 : délai variable. 3 : application de la diode laser à 866 nm et enregistrement de la fluorescence pour sonder la population restante du niveau $D_{3/2}$.

| Référence | Méthode | Durée de vie (ms) |
|------------------------------------|---------|-------------------|
| [102] Kreuter <i>et al.</i> , 2005 | ion | 1176 ± 11 |
| [109] Lidberg <i>et al.</i> , 1999 | AS | 1170 ± 50 |
| [55] Knoop <i>et al.</i> , 1995 | nuage | 1111 ± 46 |
| [108] Arbes <i>et al.</i> , 1994 | nuage | 1113 ± 45 |
| [107] Arbes <i>et al.</i> , 1993 | nuage | 1240 ± 390 |

TAB. 7.2 – Résumé des durées de vie du niveau $D_{3/2}$ mesurées expérimentalement. AS : anneau de stockage.

l'ion Ba^+ [118]. Disposant d'un laser d'interrogation à 729 nm stabilisé avec une grande précision, ils sont en mesure de faire des pulses π pour placer l'ion dans le niveau $D_{5/2}$, et avoir ainsi une probabilité d'excitation de presque 100%. La séquence utilisée est composée de trois étapes : mesure de l'efficacité du pulse π de la transition $S_{1/2} - D_{5/2}$ (P_π), préparation de l'ion dans le niveau $D_{3/2}$ et mesure de la probabilité de désexcitation. La troisième étape comprend la relaxation vers le niveau fondamental pendant un délai variable (Δt variant entre 25 ms et 2 s), un pulse π à 729 nm sur la transition $S_{1/2} - D_{5/2}$ et la détection de l'état en enregistrant la fluorescence (P_{ex}). Ce cycle de trois étapes est répété plusieurs milliers de fois afin d'obtenir la probabilité de désexcitation du niveau $D_{3/2}$. Le rapport signal sur bruit de l'expérience est très élevé, ce qui fait que les étapes sont très courtes : l'étape de préparation de l'ion dure 2 ms et celle de mesure 3,5 ms. Les données sont ajustées par la méthode des moindres carrés par la fonction $1 - p = \exp(-\Delta t / \tau_{3/2})$ où $p = P_{ex} / P_\pi$ et donnent une durée de vie du niveau $D_{3/2}$:

$$\tau_{D_{3/2}} = 1176 \pm 11 \text{ ms} \quad (7.5)$$

Cette première mesure effectuée sur un ion unique améliore l'incertitude statistique des

mesures précédentes faites sur des nuages d'ions d'un facteur 4. Un récapitulatif des résultats des mesures expérimentales est consigné dans le tableau 7.2. La figure 7.3 montre également les résultats des mesures expérimentales effectuées sur l'ion Ca^+ .

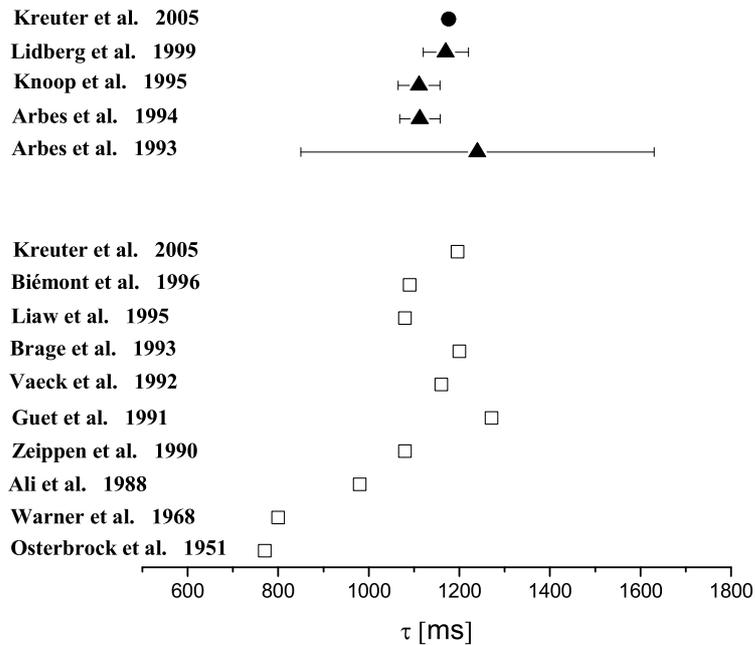
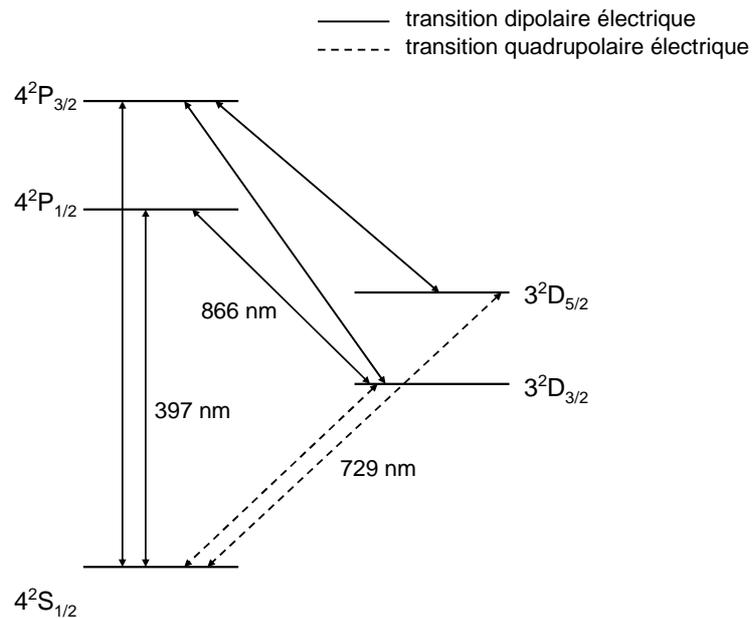
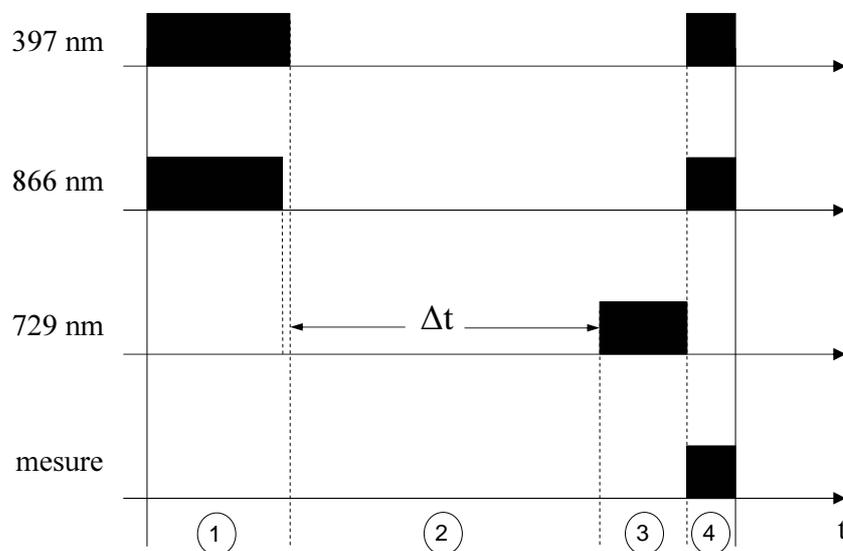


FIG. 7.3 – Valeurs expérimentales (cercles et triangles pleins) et théoriques (carrés vides) de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$. Les triangles pleins correspondent aux mesures faites sur un nuage d'ions et les cercles pleins à celles faites sur un ion unique.

7.3 Méthode de mesure sur un ion unique

Contrairement au niveau $D_{5/2}$, le niveau $D_{3/2}$ est relié au niveau $P_{1/2}$ par une transition dipolaire électrique et fait partie des niveaux impliqués dans le cycle de refroidissement (voir la figure 7.4). La mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ sur un ion unique ne peut donc pas se faire par la méthode des sauts quantiques utilisée pour déterminer la durée de vie du niveau $D_{5/2}$. Nous avons mis en oeuvre une méthode de mesure analogue à celle utilisée pour déterminer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ dans l'ion barium par Yu *et al.* en 1997 [118]. La méthode utilisée est basée sur une séquence composée de quatre étapes. La première étape de la mesure consiste à pomper l'ion dans le niveau $D_{3/2}$. Pour cela, l'ion est refroidi par application des lasers à 397 nm et 866 nm ; le laser à 866 nm est coupé avant celui à 397 nm pour pomper l'ion dans le niveau $D_{3/2}$. La deuxième étape correspond à un délai d'attente variable (Δt) pendant lequel l'ion peut se désexciter dans le niveau fondamental $S_{1/2}$ par émission spontanée. Lors de la troisième étape, le laser à

FIG. 7.4 – Premiers niveaux d'énergie de l'ion Ca^+ .FIG. 7.5 – Séquence de la mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$, composée de quatre étapes. 1 : préparation de l'ion dans le niveau $D_{3/2}$. 2 : délai variable. 3 : application du laser à 729 nm. 4 : mesure de l'état de l'ion.

729 nm est appliqué pour exciter l'ion du niveau fondamental vers le niveau $D_{5/2}$. Enfin, la dernière étape consiste à rallumer les lasers de refroidissement à 397 nm et 866 nm et détecter la fluorescence si l'ion est dans le cycle de refroidissement. La figure 7.5 schématise la séquence des lasers et de la mesure de l'état de l'ion.

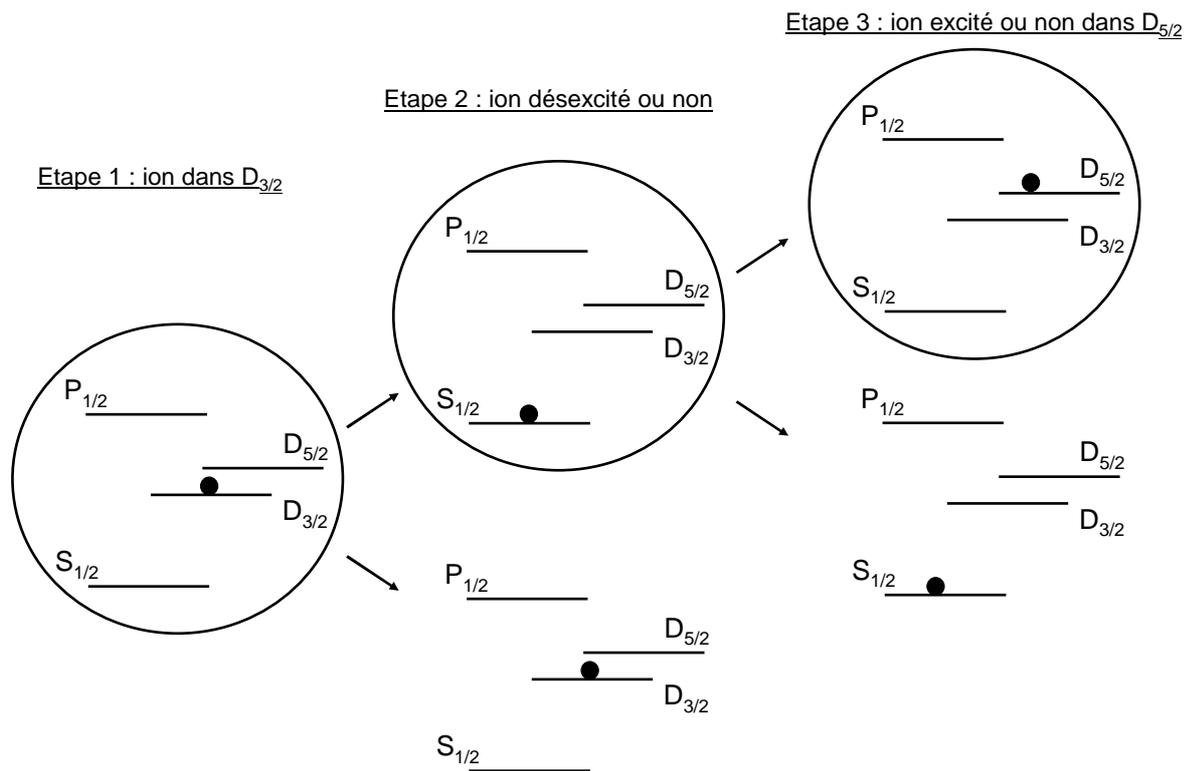


FIG. 7.6 – Représentation schématique des différentes possibilités du "comportement" de l'ion. Les schémas encadrés correspondent à la situation prise en compte pour la mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$.

Expliquons à l'aide des schémas de la figure 7.6 les trois comportements possibles de l'ion lors de la mise en oeuvre de cette séquence. Lors de la première phase, l'ion est excité dans le niveau $D_{3/2}$. À la fin du délai variable (étape 2), l'ion peut être soit resté dans le niveau $D_{3/2}$, soit désexcité sur le niveau fondamental par émission spontanée. Lorsque le laser à 729 nm est appliqué, l'ion qui était dans le niveau $S_{1/2}$ est excité dans le niveau $D_{5/2}$ avec une probabilité P_{pomp} . Le cas pris en compte pour déterminer la durée de vie est celui où l'ion s'est désexcité vers le niveau fondamental pendant le délai variable et a été excité dans le niveau $D_{5/2}$ lors de l'application du laser à 729 nm (les schémas correspondant à cette situation sont entourés d'un cercle sur la figure 7.6). Dans une telle situation, lorsque les lasers de refroidissement sont de nouveau appliqués (étape 4), la fluorescence est à son niveau bas puisque l'ion est dans le niveau $D_{5/2}$. Dans les deux autres situations ("ion pas désexcité sur le niveau $S_{1/2}$ " et "ion désexcité mais pas excité dans le niveau $D_{5/2}$ "), l'ion est dans le niveau fondamental lors de la détection de la fluorescence qui est alors à son niveau haut. Puisque la probabilité que l'ion se soit désexcité vers le niveau $S_{1/2}$ après un temps Δt est $[1 - \exp(-\Delta t/\tau)]$ (où τ est la durée de niveau du niveau $D_{3/2}$ mesurée), la probabilité de trouver l'ion dans le niveau métastable

$D_{5/2}$ est :

$$P_{exp} = P_{pomp} [1 - \exp(-\Delta t / \tau)] \quad (7.6)$$

En mesurant P_{exp} pour différents délais Δt , la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ peut être déterminée.

7.4 Expériences

7.4.1 Mise en oeuvre de la séquence de mesure

La mise en place de ces mesures basées sur une séquence temporelle a nécessité le développement d'un nouveau programme de pilotage et d'acquisition des données Labview. Celui a été réalisé par Didier Guyomarc'h, ingénieur de recherche en instrumentation dans notre laboratoire. L'application et la coupure des trois faisceaux lasers sont réalisées par l'ouverture et la fermeture de shutters mécaniques. Pour cela, nous avons mis en place un shutter mécanique devant l'entrée de chaque fibre optique amenant le faisceau laser correspondant à l'entrée de l'enceinte à vide. Ces shutters sont commandés par l'ordinateur via des sorties logiques de la carte d'acquisition. Il existe un certain délai entre l'envoi de la commande par le programme et l'ouverture (ou la fermeture) effective du shutter. Il est nécessaire de mesurer ce délai et de le prendre en compte afin que l'ouverture et la fermeture des shutters soient parfaitement synchronisées. Un programme d'acquisition supplémentaire permet de mesurer ces délais. Pour les trois lasers, une photodiode recueillant une fraction du faisceau laser est placée en sortie de l'enceinte, ce qui permet de contrôler la présence ou l'absence de la radiation correspondante dans le piège. Par exemple, les signaux recueillis par la photodiode correspondant au faisceau

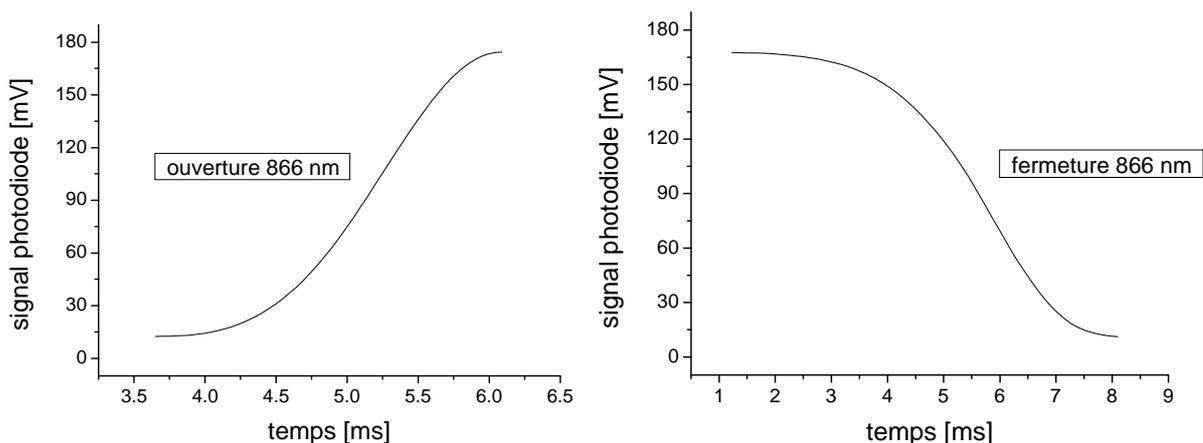


FIG. 7.7 – Courbes d'ouverture et de fermeture du shutter pour le faisceau à 866 nm : signaux enregistrés sur la photodiode en fonction du temps. Le temps $t = 0$ correspond à l'envoi de la commande par le programme.

laser à 866 nm sont représentés sur la figure 7.7. La courbe de gauche (respectivement de

droite) correspond au signal recueilli lorsque la commande d'ouverture (respectivement de fermeture) du shutter est envoyée. Le temps $t = 0$ correspond à l'envoi de la commande par le programme. Le programme d'acquisition supplémentaire permet de déterminer les délais d'ouverture et de fermeture de chacun des trois shutters. Le shutter ayant un certain temps de commutation, le shutter est considéré ouvert dès qu'un photon passe et fermé lorsque plus aucun photon ne passe. L'incertitude sur la détermination des délais d'ouverture et de fermeture est de l'ordre de la milliseconde. Puisque les mesures ont duré plusieurs semaines, nous mesurons régulièrement ces valeurs. Les valeurs consignées dans le tableau 7.3 sont celles résultant des dernières mesures expérimentales.

| faisceau laser | délai d'ouverture | délai de fermeture |
|----------------|-------------------|--------------------|
| 397 nm | 9 ms | 8 ms |
| 866 nm | 3,5 ms | 8,5 ms |
| 729 nm | 12 ms | 11 ms |

TAB. 7.3 – Délais d'ouverture et de fermeture des trois shutters mécaniques.

Les durées de chaque étape de la séquence de mesure, ainsi que les valeurs des délais des shutters, sont entrées dans le programme Labview. À partir de ces données, le programme met en place la séquence temporelle souhaitée. Pour les mesures que nous avons réalisées, la première étape de refroidissement laser dure 200 ms ; le faisceau laser à 866 nm est éteint 5 ms avant celui à 397 nm. La deuxième étape a consisté à faire varier le délai sans lasers Δt par pas régulier de 150 ms à 1850 ms. Lors de l'étape 3, le laser à 729 nm est appliqué pendant 100 ms, durée nécessaire pour avoir une efficacité de pompage dans le niveau $D_{5/2}$ suffisante. Enfin, la mesure de l'état de l'ion dure 50 ms, temps pendant lequel le photomultiplicateur accumule le signal qu'il reçoit. Ce temps est la durée minimale permettant de distinguer un niveau haut de fluorescence d'un niveau bas. Lors de la mise en place de la mesure, nous déterminons un niveau de seuil entre le niveau bas de fluorescence (ion dans le niveau $D_{5/2}$) et le niveau haut (ion dans le cycle de refroidissement). Lors du déroulement de la séquence, lorsque le résultat de l'étape 4 de mesure est inférieur à ce seuil, un évènement est compté pour le délai Δt correspondant. Dans le cas contraire où le résultat est supérieur au seuil, aucun évènement n'est compté.

Comme nous l'avons signalé précédemment, l'incertitude sur la détermination des délais d'ouverture et de fermeture des shutters est de l'ordre de la milliseconde. Le facteur le plus important limitant la précision de la mesure est le rapport signal sur bruit. En effet, puisqu'il est nécessaire de déterminer un seuil, il faut pouvoir distinguer nettement entre le niveau haut et le niveau bas de fluorescence. Pour ces expériences, une accumulation du signal pendant 50 ms est nécessaire. La précision minimum attendue de la mesure est de l'ordre de 50 ms.

7.4.2 Mesures effectuées

Dans un premier temps, nous avons considéré un délai Δt variant par pas de 50 ms. La séquence est appliquée pour le premier délai $\Delta t = 150$ ms, puis pour $\Delta t = 200$

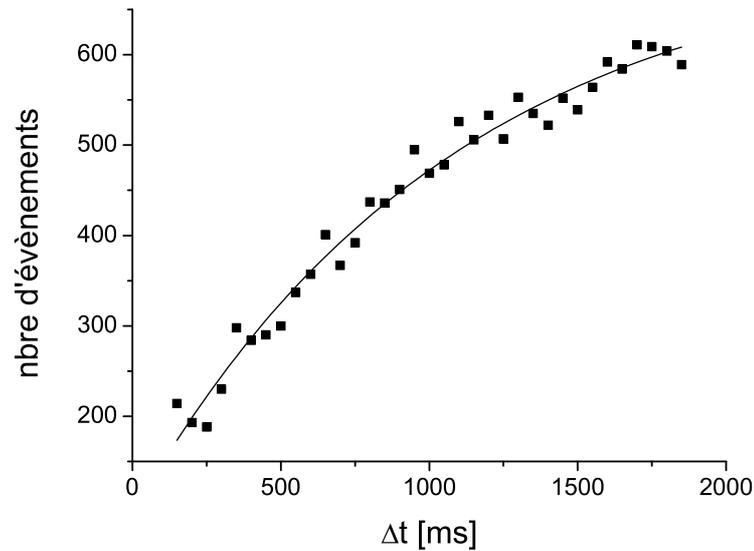


FIG. 7.8 – Histogramme des évènements obtenus en fonction du délai Δt . Δt varie par pas de 50 ms.

ms et ainsi de suite jusqu'à $\Delta t = 1850$ ms. La procédure est ensuite répétée un certain nombre de fois. Au total, nous avons effectué 2700 séquences pour chacun des délais. L'histogramme du nombre d'évènements en fonction du délai Δt est représenté sur la figure 7.8. L'ajustement par la méthode des moindres carrés de la courbe par l'expression (7.6) donne une durée de vie d'environ 1080 ms.

Nous avons fait une seconde série de mesures avec un délai Δt variant par pas de 25 ms afin de vérifier le protocole appliqué. Nous avons réalisé un ensemble de 1540 mesures pour chacun des délais variant de 150 ms à 1850 ms par pas de 25 ms. L'histogramme du nombre d'évènements en fonction du délai Δt est représenté sur la figure 7.9. L'ajustement par la méthode des moindres carrés de la courbe par l'expression (7.6) donne une durée de vie d'environ 720 ms.

7.4.3 Discussion des résultats

L'écart entre les résultats des deux séries de mesures est important. Quels effets pourraient affecter la durée de vie du niveau $D_{3/2}$?

Une possibilité pourrait être la diode à 729 nm qui présente un fond d'émission spontanée amplifiée très important. Une radiation à 732 nm pourrait être présente dans ce faisceau laser. Dans cette hypothèse, lors de l'étape 3, l'ion qui ne s'est pas désexcité spontanément pendant le délai d'attente peut redescendre par émission stimulée à 732 nm ; puis, le faisceau à 729 nm pourrait alors exciter l'ion dans le niveau $D_{5/2}$ puisque le laser à 729 nm est appliqué pendant assez longtemps (100 ms). Ainsi, ce "faux" évènement pourrait venir s'ajouter aux "vrais". Puisque c'est aux temps courts que l'ion ne s'est en général pas encore désexcité, ce phénomène ajouterait des faux évènements aux délais

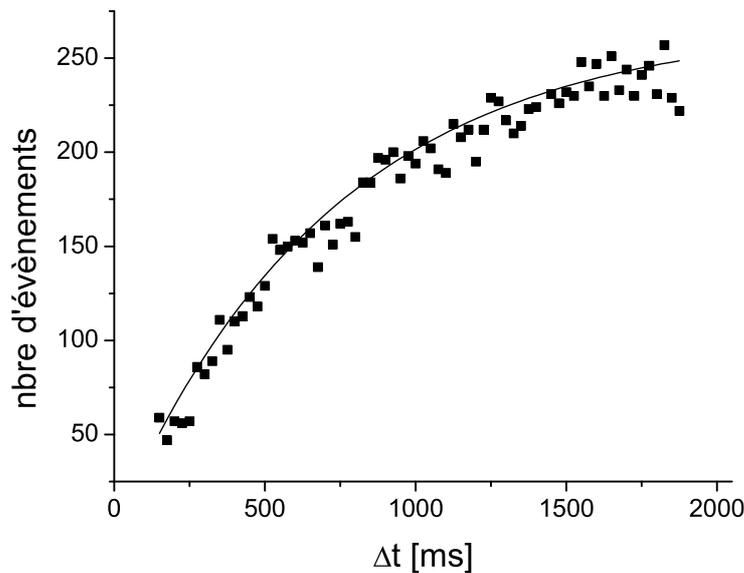


FIG. 7.9 – Histogramme des évènements obtenus en fonction du délai Δt . Δt varie par pas de 25 ms.

courts. Par conséquent, cet effet réduirait la durée de vie mesurée. Pour vérifier cette hypothèse, il a été décidé de faire des mesures à deux puissances différentes du laser à 729 nm : une série de mesures à faible puissance et l'autre à puissance élevée. La série à puissance élevée devrait être plus affectée par cet effet.

Lors de la mise en place de ces nouvelles séries de mesures, il est apparu que le niveau de fluorescence enregistré lors de la détection était parfois bas alors que l'ion n'avait pas été excité dans le niveau $D_{5/2}$ lors de l'étape 3. Nous avons alors testé l'état de l'ion en effectuant la séquence sans appliquer le laser à 729 nm. Quelque soit le délai Δt considéré, l'ion devrait toujours être dans le cycle de refroidissement et le niveau de fluorescence à son niveau haut, c'est-à-dire au dessus du seuil. Nous avons remarqué qu'au bout d'un certain nombre de séquences, l'ion ne revient pas bien dans le cycle de refroidissement pour les délais longs, si bien que le niveau de fluorescence détecté lors de la mesure était en dessous du seuil. Cela est très gênant puisque cela ajoute un "faux" évènement dans l'histogramme. Ainsi, un ion qui reste sans refroidissement laser pendant une durée assez longue (environ 1000 ms) n'a pas le "temps" de revenir dans le cycle de refroidissement pendant les 50 ms de l'étape 4. Nous avons alors allongé le temps de mesure de la quatrième étape à 100 ms, le problème était encore présent : le signal accumulé pendant ces 100 ms était inférieur au seuil.

Il semble que l'ion se "réchauffe" lors du délai d'attente sans lasers de refroidissement. Lorsque les lasers à 397 nm et 866 nm sont de nouveau appliqués pour la mesure de l'état de l'ion, l'ion "chaud" n'est plus en résonance avec les lasers, le niveau de fluorescence détecté est alors faible et un "faux" évènement est compté. Le micromouvement de l'ion ne doit pas encore être suffisamment réduit pour pouvoir laisser l'ion sans refroi-

dissement laser pendant très longtemps. Le chauffage des ions est un problème rencontré par d'autres équipes travaillant sur des ions piégés. En 2000, l'origine du chauffage a été investiguée au NIST sur l'ion ${}^9\text{Be}^+$ [122]. Lors de cette étude, le mécanisme de chauffage n'a pas été clairement identifié. Dans [123], De Voe et Kurtsiefer proposent une possibilité pour l'origine du chauffage anormal. Lors de la phase de création des ions, des impuretés contenues dans le faisceau atomique pourraient se déposer sur les électrodes du piège. L'accumulation de ces particules parasites serait à l'origine de fluctuations de potentiels près du piège et provoquerait un chauffage des ions. Cette étude a montré que le chauffage des ions augmente avec le nombre de créations d'ions. Ainsi, plus un piège est "âgé", plus le chauffage des ions est important.

Lors des mesures effectuées sur un ion unique pour déterminer la durée de vie du niveau $D_{5/2}$, nous n'avons pas été confronté à ce problème. Lors de ces mesures, nous laissons les lasers de refroidissement pendant plus de 600 ms avant d'appliquer de nouveau le laser à 729 nm, ce qui permettait à l'ion d'être bien refroidi. Dans les expériences pour mesurer la durée de vie du niveau $D_{3/2}$, les lasers de refroidissement à 397 nm et 866 nm ne sont appliqués que pendant 200 ms. De plus, l'ion est mis hors du cycle de refroidissement à chaque séquence. Nous aurions pu essayer d'allonger la durée de cette première étape, mais les mesures auraient alors pris beaucoup de temps.

Il apparaît que les conditions expérimentales actuelles ne permettent pas d'avoir un ion suffisamment bien refroidi et immobile pour faire ces mesures. C'est pourquoi nous envisageons de déterminer le degré d'immobilisation en sondant les bandes latérales du spectre de raie de la transition d'horloge, et ainsi réduire et contrôler mieux le micromouvement de l'ion.

Chapitre 8

Vers un étalon de fréquence optique

8.1 Principe d'un étalon de fréquence optique basé sur un ion unique

Un étalon de fréquence atomique comprend trois composants importants : un oscillateur local ayant une bonne stabilité à court terme (un laser pour un étalon optique), une référence atomique (l'ion calcium) et un dispositif de traitement du signal qui permet d'asservir l'oscillateur local sur la référence atomique. Un schéma de principe est représenté sur la figure 8.1.

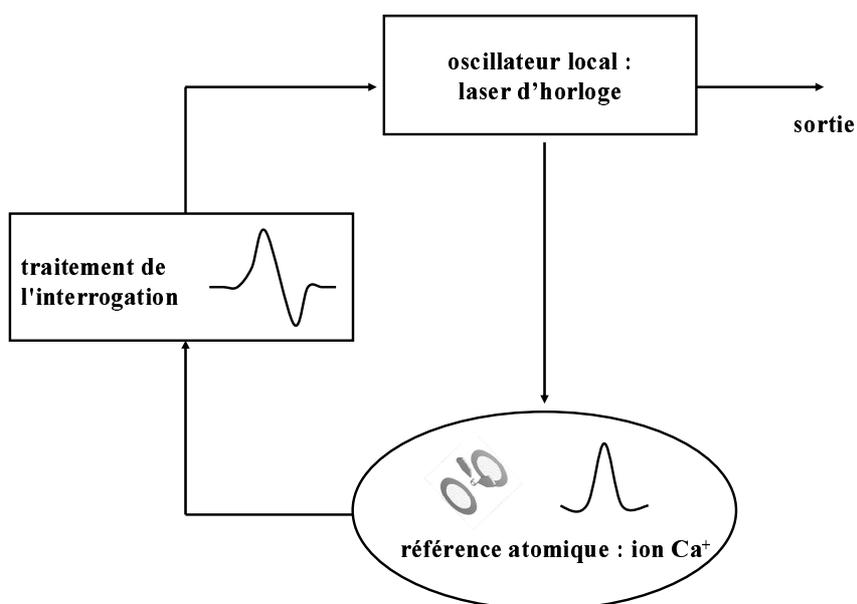


FIG. 8.1 – Représentation schématique d'un étalon de fréquence optique basé sur l'ion Ca^+ .

Pour un étalon de fréquence basé sur un ion unique, le schéma d'interrogation de la transition optique comprend trois étapes. La première étape est la préparation de l'ion. Pendant cette phase, l'ion est refroidi par laser et pompé optiquement dans l'état choisi pour être l'état fondamental de la transition d'horloge ($S_{1/2}$, $F = 4$, $m_F = 0$ pour l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ comme nous le verrons dans la partie suivante). La deuxième étape est l'excitation directe de la transition d'horloge par l'oscillateur local. Durant cette phase, tous les autres lasers sont éteints. La troisième et dernière étape est la détection. Pour cela, les lasers de refroidissement sont de nouveau allumés. La méthode des sauts quantiques permet alors de savoir si l'ion a été excité ou non : l'absence de fluorescence durant cette étape prouve que l'ion est pompé dans l'état excité métastable ($D_{5/2}$, $F = 6$, $m_F = 0$ pour l'ion $^{43}\text{Ca}^+$), la présence de fluorescence signifie que l'ion est toujours dans le cycle de fluorescence.

Pour obtenir un spectre complet de la transition d'horloge, la fréquence du laser d'horloge est balayée autour de la fréquence atomique grâce à un modulateur acousto-optique. Pour chaque fréquence décalée, le cycle de mesure est répété un certain nombre de fois. Deux schémas d'excitation ont été testés expérimentalement par plusieurs équipes : excitation utilisant une impulsion unique de Rabi et excitation utilisant deux impulsions de Ramsey séparées temporellement. La première méthode d'interrogation (Rabi) a été testée sur les ions Hg^+ [47], In^+ [48], Sr^+ et Yb^+ [50]. La seconde méthode (Ramsey) a été pratiquée sur les ions Hg^+ [47] et Sr^+ [124]. Toutes les transitions d'horloge observées expérimentalement en utilisant l'excitation de Rabi sont élargies du fait de la largeur du laser d'horloge. Ainsi, la largeur de la transition d'horloge observée est en fait la largeur du laser d'interrogation. Pour atteindre une largeur de l'ordre de la largeur naturelle de la transition d'horloge, il est donc nécessaire de faire un travail de stabilisation important afin d'avoir un laser de largeur très fine (de l'ordre de 1 Hz pour le calcium). Les deux types d'excitation (Rabi, Ramsey) sont étudiés théoriquement dans [125] et [126]. Notamment, les paramètres expérimentaux permettant de maximiser la stabilité sont déterminés pour ces deux schémas d'excitation. Ils conduisent tous deux à des limites très basses du même ordre de grandeur pour la stabilité ultime de l'étalon de fréquence.

Une technique similaire à celle employée pour les horloges atomiques de césium a été utilisée pour asservir le laser d'interrogation sur la transition d'horloge des ions Sr^+ [49] et Hg^+ [127]. Cette technique consiste à sonder la transition d'horloge à deux fréquences situées de part et d'autre du centre de la raie et séparées approximativement de la largeur à mi-hauteur de la transition. À chacune de ces deux fréquences, on effectue un nombre fixe de cycles de mesures. Le nombre de sauts quantiques à chaque fréquence, N_- et N_+ , est compté et utilisé pour déterminer un terme correctif qui est additionné au décalage précédent de fréquence à la fin de chaque cycle d'asservissement [49] :

$$E = G \left[\frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \right] \quad (8.1)$$

E est le signal d'erreur et G le gain choisi. De cette manière, l'asymétrie entre le nombre de sauts quantiques, N_- et N_+ , est utilisée pour corriger la fréquence (et compenser la dérive de la cavité sur laquelle est asservi le laser d'interrogation).

8.2 Effets systématiques sur la transition d'horloge

Outre la stabilité et la reproductibilité, l'exactitude et la précision d'un étalon de fréquence sont deux paramètres importants définissant sa qualité. La fréquence d'un étalon peut être décalée par rapport à sa valeur théorique atomique par toute interaction de l'ion avec les champs extérieurs, ce qui affecte l'exactitude de l'étalon. Certains phénomènes peuvent élargir la transition atomique et réduire ainsi la précision de l'étalon. Il est donc nécessaire de contrôler ces interactions afin de minimiser tout décalage de la fréquence et tout élargissement de la raie atomique. Dans cette partie, nous allons évaluer ces effets dans le but de choisir les meilleurs états internes pour qu'ils soient minimums. Durant la phase d'interrogation de l'ion par le laser d'horloge, il est nécessaire d'éteindre tous les autres lasers afin d'éviter tout déplacement lumineux des niveaux $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ par les lasers de refroidissement. Les principaux effets sont dus aux champs magnétique et électrique locaux, et à la puissance du laser d'horloge lui-même. Dans le régime de Lamb-Dicke, seul l'effet Doppler du second ordre décale la fréquence. Tout d'abord, nous nous intéressons à l'effet Zeeman, qui détermine le choix de l'isotope et des niveaux atomiques utilisés pour l'étalon.

8.2.1 Effet Zeeman

Pour éviter tout décalage non contrôlé, la fréquence de l'étalon doit être autant que possible indépendante des conditions environnementales. L'effet Zeeman du premier ordre peut être directement éliminé en choisissant des sous-niveaux Zeeman atomiques avec une projection du moment total nulle sur l'axe de quantification (c'est-à-dire selon la direction du champ magnétique) : $m = 0$. Cela est possible si on choisit un isotope qui a un spin nucléaire demi-entier. Le seul stable est le $^{43}\text{Ca}^+$, qui a un spin nucléaire de $7/2$ (voir le chapitre 2).

Une autre solution serait d'éliminer l'effet Zeeman du premier ordre de la transition de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ par annulation entre les deux transitions $|S_{1/2}, m = 1/2\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m = 1/2\rangle$ et $|S_{1/2}, m = -1/2\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m = -1/2\rangle$, comme le fait l'équipe du NPL sur le $^{88}\text{Sr}^+$ [50]. L'annulation exacte de l'effet Zeeman du premier ordre au hertz près nécessite une stabilité du champ magnétique d'au moins $10^{-4} \mu\text{T}$ pour un champ d'environ $1 \mu\text{T}$ (pour avoir une séparation des deux raies de 10 kHz) pendant quelques secondes (temps nécessaire à l'interrogation des deux transitions); ce qui paraît très difficile à réaliser expérimentalement. De plus, l'algorithme de stabilisation du laser sur la transition d'horloge est très complexe à mettre en oeuvre [50]. Ainsi l'utilisation de l'isotope impair semble être la solution la plus facilement réalisable pour éliminer l'effet Zeeman du premier ordre.

L'effet Zeeman du second ordre dépend du choix des sous-niveaux hyperfins. Afin de calculer les déplacements énergétiques dus à l'interaction hyperfine et au champ magnétique extérieur $\vec{B} = B\vec{u}_z$, nous définissons un Hamiltonien effectif (somme de l'Hamiltonien de structure hyperfine et de l'Hamiltonien Zeeman), qui opère dans les sous-espaces des sous-niveaux hyperfins associés aux niveaux électroniques $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$:

$$H(S) = H_{shf}(S) + H_Z = H_{shf}(S) + g_J(S)\mu_B\vec{J}\cdot\vec{B} + g_I\mu_B\vec{I}\cdot\vec{B} \quad (8.2)$$

$$H(D) = H_{shf}(D) + H_Z = H_{shf}(D) + g_J(D)\mu_B\vec{J}\cdot\vec{B} + g_I\mu_B\vec{I}\cdot\vec{B} \quad (8.3)$$

où $g_J(S)$ et $g_J(D)$ sont les facteurs de Landé électroniques des niveaux S et D, g_I est le facteur de Landé nucléaire et μ_B est le magnéton de Bohr. \vec{J} est le moment cinétique angulaire ($\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$). \vec{I} est le moment nucléaire (pour l'ion calcium $^{43}\text{Ca}^+$, $I=7/2$).

Structure hyperfine

Dans un premier temps, les effets provoqués par la structure hyperfine sont calculés (H_{shf}) (ce qui signifie que nous nous intéressons au premier terme dans les équations (8.2) et (8.3)). Soit $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ le moment total. Les états propres de H_{shf} sont les états F et leurs valeurs propres sont :

$$\Delta E_{shf}^{(1)} = \frac{A}{2}h[F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)] = \frac{A}{2}hC \quad (8.4)$$

où h est la constante de Planck. Si la répartition de charges dans le noyau n'a pas la symétrie sphérique, il faut tenir compte pour l'interaction électrostatique de termes d'ordres supérieurs. La correction d'énergie à l'ordre 2 (donnée dans [128]) est :

$$\Delta E_{shf}^{(2)} = \frac{B}{4}h\frac{\frac{3}{2}C(C+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{I(2I-1)J(2J-1)} \quad (8.5)$$

Niveau $S_{1/2}$ La constante de structure hyperfine du niveau $S_{1/2}$ a été mesurée expérimentalement en 1994 par Arbes *et al.* [129]. Nous prenons leur valeur pour nos calculs :

$$A_{exp}(S) = (-806,4 \text{ MHz}) \times h \quad (8.6)$$

Pour le niveau $S_{1/2}$, seule la correction énergétique au premier ordre intervient puisque ce niveau a une répartition des charges à symétrie sphérique. Le calcul des déplacements fréquentiels du niveau $S_{1/2}$ dus à la structure hyperfine conduit aux valeurs indiquées dans le tableau 8.1.

| F | $\frac{\Delta E_{shf}^{(1)}}{h}$ | $\frac{\Delta E_{shf}^{(1)}}{h}$ [GHz] |
|-----|----------------------------------|--|
| 3 | $-\frac{9}{4}A$ | +1,81 |
| 4 | $+\frac{7}{4}A$ | -1,41 |

TAB. 8.1 – Déplacements fréquentiels du niveau $S_{1/2}$ dus à la structure hyperfine.

Niveau $D_{5/2}$ Le niveau $D_{5/2}$ n'a pas une répartition des charges à symétrie sphérique. Il faut donc prendre en compte la correction d'énergie à l'ordre 2. Pour le niveau $D_{5/2}$, nous prenons les constantes A et B mesurées expérimentalement en 1998 par Nörtershäuser *et al.* [130], elles ont pour valeurs :

$$A_{exp}(D) = (-3,8 \text{ MHz}) \times h \quad (8.7)$$

$$B_{exp}(D) = (-3,9 \text{ MHz}) \times h \quad (8.8)$$

Les déplacements fréquentiels du niveau $D_{5/2}$ dus à la structure hyperfine sont indiqués dans le tableau 8.2. Le diagramme de structure hyperfine de l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ est représenté sur la figure 8.2. Nous y avons ajouté la structure hyperfine des deux autres niveaux ($P_{1/2}$ et $D_{3/2}$) impliqués dans l'étalon de fréquence proposé (les calculs ne sont pas explicités).

| F | $\frac{\Delta E_{shf}^{(1)}}{h}$ | $\frac{\Delta E_{shf}^{(1)}}{h}$ [MHz] | $\frac{\Delta E_{shf}^{(2)}}{h}$ [MHz] | $\frac{\Delta E_{shf}^{tot}}{h}$ [MHz] |
|-----|----------------------------------|--|--|--|
| 1 | $-\frac{45}{4}A$ | +42,75 | -2,09 | +40,66 |
| 2 | $-\frac{37}{4}A$ | +35,15 | +0,98 | +34,17 |
| 3 | $-\frac{25}{4}A$ | +23,75 | +0,28 | +24,03 |
| 4 | $-\frac{9}{4}A$ | +8,55 | +1,17 | +9,72 |
| 5 | $+\frac{11}{4}A$ | -10,45 | +1,03 | -9,42 |
| 6 | $+\frac{35}{4}A$ | -33,25 | -0,98 | -34,23 |

TAB. 8.2 – Déplacements fréquentiels du niveau $D_{5/2}$ dus à la structure hyperfine.

Effet Zeeman

Dans le cas d'un champ magnétique faible, l'effet Zeeman est traité comme une perturbation de l'effet de structure hyperfine. Les états propres du système sont les niveaux $|F, m_F\rangle$ et les corrections aux énergies sont les valeurs propres de la matrice $H = H_{shf} + H_Z$. Si le champ magnétique est orienté suivant l'axe (Oz), cette matrice s'écrit :

$$H = H_{shf} + \mu_B B (g_J J_z + g_I I_z) \quad (8.9)$$

Comme g_I est négligeable devant g_J (g_I est de l'ordre de 10^{-3} et g_J est de l'ordre de l'unité), nous négligerons le dernier terme dans l'Hamiltonien précédent (équation (8.9)). Pour calculer les corrections d'énergie des états $|F, m_F\rangle$, il faut exprimer les états $|F, m_F\rangle$ en fonction des états $|I, J, m_I, m_J\rangle$ (dans la base $|I, J, m_I, m_J\rangle$, la matrice H_Z est diagonale). Pour cela, nous utilisons les coefficients de Clebsch-Gordan $C(F, m_F, m_I, m_J)$ reliant les

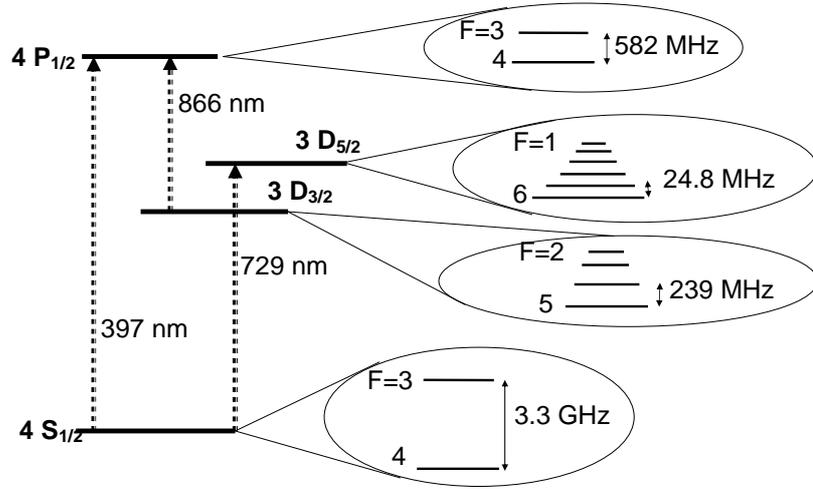


FIG. 8.2 – Structure hyperfine des niveaux impliqués dans le futur étalon de fréquence basé sur l'ion $^{43}\text{Ca}^+$.

deux bases $|F, m_F\rangle$ et $|I, J, m_I, m_J\rangle$. Ainsi, les éléments de matrice nécessaires s'écrivent :

$$\langle F, m_F | H_Z | F, m_F \rangle = \sum_{m_I, m_J, m'_I, m'_J} C^*(F, m_F, m_I, m_J) C(F, m_F, m'_I, m'_J) \langle I, J, m_I, m_J | H_Z | I, J, m'_I, m'_J \rangle \quad (8.10)$$

La matrice H_Z couple les états de même m_F . Le calcul se simplifie donc en regroupant les états de même m_F et en diagonalisant ces sous-matrices.

Niveau $S_{1/2}$ ($J = 1/2$ $I = 7/2$ $g_J = 2$)

Pour les états $|F = 4, m_F = \pm 4\rangle$, le résultat est direct (puisque'il n'y a pas de $m_F = \pm 4$ pour $F=3$) :

$$|F = 4, m_F = +4\rangle \quad H_Z(4, +4) = g_J m_J \mu_B B = \mu_B B \quad (8.11)$$

$$|F = 4, m_F = -4\rangle \quad H_Z(4, -4) = g_J m_J \mu_B B = -\mu_B B \quad (8.12)$$

Pour $m_F = 0$, $m_F = \pm 1$, $m_F = \pm 2$ et $m_F = \pm 3$, il faut diagonaliser des matrices 2×2 ($F = 3$, $F = 4$). La matrice représentant H_Z s'écrit :

$$\langle H_Z \rangle = g_J \mu_B B \begin{pmatrix} \frac{-m_F}{8} & -\frac{\sqrt{16 - m_F^2}}{8} \\ -\frac{\sqrt{16 - m_F^2}}{8} & \frac{m_F}{8} \end{pmatrix} \quad (8.13)$$

La matrice représentant H s'écrit :

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} -\frac{9}{4}A - \frac{m_F g_J \mu_B B}{8} & -g_J \mu_B B \frac{\sqrt{16 - m_F^2}}{8} \\ -g_J \mu_B B \frac{\sqrt{16 - m_F^2}}{8} & \frac{7}{4}A + \frac{m_F g_J \mu_B B}{8} \end{pmatrix} \quad (8.14)$$

Les corrections en énergie sont alors les valeurs propres de $\langle H \rangle$, soient :

$$E_{\pm}(m_F) = -\frac{A}{4} \pm 2A \sqrt{1 + \frac{m_F g_J \mu_B B}{8A} + \frac{(g_J \mu_B B)^2}{16A^2}} \quad (8.15)$$

où E_- correspond à l'état $F = 3$ et E_+ correspond à l'état $F = 4$. Comme cela a été signalé précédemment, il faut choisir un sous-niveau tel que $m_F = 0$ pour s'affranchir de l'effet Zeeman du premier ordre. C'est pourquoi nous ne présentons ici que les résultats pour $m_F = 0$. Les déplacements fréquentiels des niveaux hyperfins sont explicités dans le tableau 8.3 pour un champ magnétique de $1 \mu\text{T}$.

| F | déplacement (Hz) |
|-----|------------------|
| 3 | +0,061 |
| 4 | -0,061 |

TAB. 8.3 – Déplacement Zeeman des sous-niveaux F , $m_F = 0$ de $S_{1/2}$ pour $B=1 \mu\text{T}$.

Niveau $D_{5/2}$ ($J = 5/2$ $I = 7/2$ $g_J = 6/5$)

Pour les états $|F = 6, m_F = \pm 6\rangle$, le résultat est direct (puisque'il n'y a pas de $m_F = \pm 6$ pour les autres F) :

$$|F = 6, m_F = +6\rangle \quad H_Z(6, +6) = g_J m_J \mu_B B = 3\mu_B B \quad (8.16)$$

$$|F = 6, m_F = -6\rangle \quad H_Z(6, -6) = g_J m_J \mu_B B = -3\mu_B B \quad (8.17)$$

Pour $m_F = 0, m_F = \pm 1, m_F = \pm 2, m_F = \pm 3, m_F = \pm 4$ et $m_F = \pm 5$, il faut diagonaliser des matrices $6 \times 6, 5 \times 5, 4 \times 4, 3 \times 3$ et 2×2 , respectivement. Sur la figure 8.3 sont représentés les décalages Zeeman quadratiques pour les différents niveaux hyperfins de ${}^2D_{5/2}$ pour $m_F = 0$. Ces courbes montrent la grande variation de cet effet avec le niveau hyperfin considéré. Les valeurs pour les états avec $m_F = 0$ et un champ magnétique de $1 \mu\text{T}$ sont indiquées dans le tableau 8.4.

Nous remarquons que l'effet Zeeman sur les niveaux $|S_{1/2}, F = 3, 4, m_F = 0\rangle$ est au moins deux ordres de grandeur plus petits que celui sur les niveaux $|D_{5/2}, F = 1, \dots, 6, m_F = 0\rangle$, donc les niveaux $|S_{1/2}, F = 3, 4, m_F = 0\rangle$ ne sont pas importants quant au choix des niveaux à utiliser pour l'étalon. Il faut choisir le sous-niveau $|D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ car c'est le sous-niveau qui présente l'effet Zeeman du second ordre le plus petit : $-9,05$

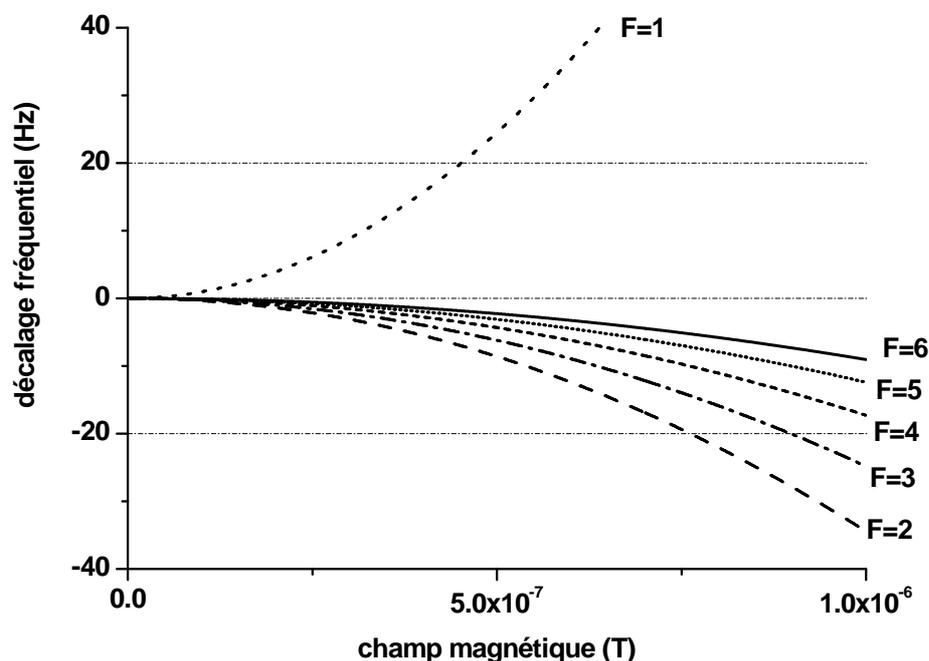


FIG. 8.3 – Décalage Zeeman des niveaux hyperfins de $D_{5/2}$ en fonction du champ magnétique pour les sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$.

$\text{Hz}/\mu\text{T}^2$. Comme la transition entre $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ est quadrupolaire électrique, les règles de sélection imposent : $\Delta F = 0, \pm 1, \pm 2$, ce qui implique que le niveau fondamental utilisé dans l'étalon de fréquence soit le sous-niveau $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$. La transition d'horloge choisie est donc : $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$. Il est nécessaire d'appliquer un champ magnétique contrôlé pour séparer les sous-niveaux Zeeman et être capable de sélectionner la transition $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_F = 0\rangle$. Les deux plus proches transitions $|S_{1/2}, 4, \pm 1\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 6, \pm 1\rangle$ sont séparées de $\pm 3,5 \text{ kHz}/\mu\text{T}$. Ainsi un champ magnétique de $0,1 \mu\text{T}$ permet d'isoler la transition $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_F = 0\rangle$ et peut être mesuré par l'observation de ces transitions voisines. Cependant, un tel champ magné-

| F | déplacement (Hz) |
|-----|------------------|
| 1 | +98,04 |
| 2 | -34,46 |
| 3 | -24,83 |
| 4 | -17,30 |
| 5 | -12,41 |
| 6 | -9,05 |

TAB. 8.4 – Déplacement Zeeman des sous-niveaux $F, m_F = 0$ de $D_{5/2}$ pour $B = 1 \mu\text{T}$.

tique n'est pas suffisant pour avoir un niveau important de fluorescence, comme cela a été observé pour d'autres ions [50]. Mais il est possible de retrouver un niveau important de signal en tournant ("spinning") la polarisation des lasers [50, 131]. C'est pourquoi nous ne considérons pas cette réduction du signal comme une limitation. Sans aucun champ magnétique appliqué, le champ local résiduel causé par la Terre et le montage expérimental est de l'ordre de 10^{-4} T. Un tel champ peut être compensé par un courant de 1 A circulant dans des bobines Helmholtz. De plus, des fluctuations du champ magnétique de l'ordre de $0,2 \mu\text{T}$ ont été observées expérimentalement dans un environnement non blindé [9]. Il est donc nécessaire d'utiliser une enceinte thermalisée et blindée. Avec des alimentations de courants de 1 A stabilisées au mA, il est techniquement possible de compenser tous les champs magnétiques résiduels et d'ajouter le champ magnétique souhaité de $0,1 \pm 0,05 \mu\text{T}$. Dans ces conditions, on trouve un effet Zeeman du second ordre de : $-0,09 \pm 0,09$ Hz.

Voyons maintenant comment il est possible de préparer l'ion dans le niveau fondamental choisi pour la transition d'horloge : $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$. Pour cela, on utilise la propriété des transitions dipolaires qui interdit les transitions $|F, m_F = 0\rangle \rightarrow |F, m_F = 0\rangle$. Après la phase de refroidissement laser, deux lasers polarisés parallèlement au champ magnétique ($\Delta m_F = 0$) et résonant avec les transitions $|S_{1/2}, F = 4 \text{ et } F = 3\rangle \rightarrow |P_{1/2}, F = 4\rangle$ pompent optiquement l'ion dans le niveau $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ en quelques microsecondes. Cependant, l'ion peut se désexciter vers le niveau $D_{3/2}$. Il est donc nécessaire d'avoir trois lasers repompeurs pour vider les niveaux qui pourraient être occupés $F = 3, 4, 5$. Si ces lasers repompeurs sont polarisés circulairement, le refroidissement et le pompage optique de l'ion sont efficaces tant que les désaccords des trois lasers repompeurs sont différents de ceux de deux lasers de refroidissement (sinon on aurait des résonances noires : voir le chapitre 5) et tant que leur polarisation est tournée pour éviter le pompage dans les états noirs [131] (voir le paragraphe sur la détermination du champ magnétique local du chapitre 4).

8.2.2 Interaction avec les champs électriques DC et leurs gradients

L'effet Stark du second ordre décale la fréquence de l'étalon par le biais du couplage des niveaux $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ avec tous les autres niveaux atomiques par interaction dipolaire électrique par tout champ électrique DC ou variant lentement en fonction du temps. Ces mêmes champs décalent aussi le niveau $D_{5/2}$ par le biais du couplage de son moment quadripolaire électrique avec tout gradient de champ électrique. Dans le piège miniature, le champ confinant appliqué n'a pas de composante statique. De plus, nous appliquons des tensions de compensation afin de placer l'ion au centre du piège ; ce qui peut augmenter le gradient du champ électrique statique. Ce gradient peut atteindre la valeur de 1 V/mm sur 1 mm dans un piège tel que le nôtre. Le champ électrique local est alors la somme du champ confinant statique (nul pour nous), des tensions de compensations (inférieures au V/cm) et du champ isotrope rayonné par l'enceinte considérée comme un corps noir. Puisque les fréquences de ce champ rayonné sont très inférieures à la fréquence de résonance optique de Ca^+ , la valeur du champ peut être approximée à sa valeur moyenne au

carré, moyennée sur tout le spectre du corps noir, dont la valeur est donnée par [132] :

$$\langle E_{CN}^2 \rangle = 831,9^2 \left(\frac{T}{300} \right)^4 \quad (8.18)$$

en $(V/m)^2$ avec T (température de l'enceinte) en kelvin. À température ambiante ($T \simeq 300$ K), le champ est : $\sqrt{\langle E_{CN}^2 \rangle} = 831,9$ V/m, valeur qui dépasse de beaucoup celle résultant des tensions de compensation. Cependant, ce champ rayonné peut être réduit significativement en refroidissant l'enceinte : une thermalisation à 77 K donne un champ rayonné inférieur au V/cm, valeur du même ordre de grandeur que celui résultant des tensions de compensation. La nécessité d'avoir un certain nombre de hublots de bonne qualité pour le passage des lasers et la détection de la fluorescence rend cette possibilité techniquement très lourde.

Nous allons d'abord calculer l'effet Stark du second ordre ; puis, nous nous intéressons à l'effet du moment quadrupolaire.

Effet Stark quadratique

Un champ statique (ou oscillant à $\omega \ll \omega_{atome}$) influence les niveaux $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ par l'intermédiaire des polarisabilités de l'atome. C'est ce qu'on appelle l'effet Stark. L'Hamiltonien Stark s'écrit :

$$H_S = -\vec{\mu} \cdot \vec{E}, \quad (8.19)$$

où $\vec{\mu}$ est l'opérateur moment dipolaire électrique,

$$\vec{\mu} = -e \sum_i \vec{r}_i, \quad (8.20)$$

et \vec{E} est le champ électrique extérieur appliqué. Dans l'équation (8.20), \vec{r}_i est l'opérateur de position du i^{eme} électron (mesuré par rapport au noyau) et la somme s'effectue sur la totalité des électrons.

L'effet du premier ordre étant nul, au second ordre en champ électrique, les décalages Stark de l'ensemble des niveaux $|\gamma J m_J F m_F\rangle$ dépendent de deux paramètres, $\alpha_{scal}(\gamma, J, F)$ et $\alpha_{tens}(\gamma, J, F)$, appelés polarisabilités scalaire et tensorielle. Le décalage en énergie du niveau $|\gamma J m_J F m_F\rangle$ s'exprime par [133] :

$$\Delta W_S(\gamma, J, m_F, \vec{E}) = -\frac{1}{2} \alpha_{scal}(\gamma, J, F) E^2 - \frac{1}{4} \alpha_{tens}(\gamma, J, F) \frac{3m_F^2 - F(F+1)}{F(2F-1)} (3E_z^2 - E^2) \quad (8.21)$$

Le premier terme de cette expression est indépendant de F et de m_F , tandis que le second dépend de ces deux nombres quantiques et de l'angle entre le champ électrique et le champ magnétique (ce dernier définissant l'axe de quantification Oz). En traitant l'Hamiltonien H_S par la théorie des perturbations au second ordre, les polarisabilités ont pour expression :

$$\alpha_{scal}(\gamma, J, F) = \alpha_{scal}(\gamma, J) = \frac{e^2 \hbar^2}{m_e} \sum_{\gamma' J'} \frac{f_{\gamma J, \gamma' J'}}{[W(\gamma', J') - W(\gamma, J)]^2} \quad (8.22)$$

$$\alpha_{tens}(\gamma, J, F) = (-1)^{I+J+F} \sqrt{\frac{F(2F-1)(2F+1)(2J+3)(2J+1)(J+1)}{(2F+3)(F+1)J(2J-1)}} \left\{ \begin{array}{ccc} F & J & I \\ J & F & 2 \end{array} \right\} \alpha_{tens}(\gamma, J) \quad (8.23)$$

où $f_{\gamma J, \gamma' J'}$ est la force d'oscillateur entre les niveaux $|\gamma J\rangle$ et $|\gamma' J'\rangle$, $W(\gamma', J') - W(\gamma, J)$ est la différence d'énergie entre ces deux niveaux, m_e est la masse de l'électron et :

$$\alpha_{tens}(\gamma, J) = \frac{e^2 \hbar^2}{m_e} \sqrt{\frac{30J(2J-1)(2J+1)}{(2J+3)(J+1)}} \sum_{\gamma' J'} (-1)^{J-J'} \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ J & J & J' \end{array} \right\} \frac{f_{\gamma J, \gamma' J'}}{[W(\gamma', J') - W(\gamma, J)]^2} \quad (8.24)$$

La force d'oscillateur $f_{\gamma J, \gamma' J'}$ de la transition $|\gamma J\rangle \rightarrow |\gamma' J'\rangle$ s'écrit :

$$f_{\gamma J, \gamma' J'} = \frac{\epsilon_0 \lambda_{(JJ')} c A_{(JJ')} m_e (2J' + 1)}{2\pi e^2 (2J + 1)} \quad (8.25)$$

où ϵ_0 est la perméabilité du vide, λ la longueur de la transition considérée, c la vitesse de la lumière et $A_{(JJ')}$ le taux d'émission spontanée (inverse de la durée de vie du niveau supérieur de la transition considérée).

Niveau $S_{1/2}$ Pour le niveau $S_{1/2}$, il faut prendre en compte les forces d'oscillateur avec les niveaux $nP_{1/2}$ et $nP_{3/2}$. La somme des deux forces d'oscillateur avec les niveaux $4P_{1/2}$ et $4P_{3/2}$ étant déjà égale à 1 (voir le tableau 8.5), on ne prend pas en compte les forces d'oscillateur avec les autres niveaux $nP_{1/2}$ et $nP_{3/2}$ ($n \geq 5$). Dans le tableau 8.5 sont consignées les valeurs des longueurs d'onde, taux d'émission spontanée et différences d'énergie prises dans la base de données de Harvard [134] ainsi que les forces d'oscillateur que j'ai calculées à partir de ces valeurs et de l'équation (8.25). La polarisabilité tensorielle est nulle pour le niveau $S_{1/2}$ ($J=1/2$) puisque le 6-j de l'équation (8.24) est nul pour $J < 1$ (car la relation du triangle n'est pas vérifiée). En utilisant la formule (8.22) et les valeurs

| transition | $\lambda(nm)$ | A (s^{-1}) | $f_{\gamma J, \gamma' J'}$ | $W(\gamma', J') - W(\gamma, J)$ (J) |
|-------------------|---------------|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| $S_{1/2}-P_{1/2}$ | 396,8 | $1,444 \times 10^8$ | 0,341 | $5,00 \times 10^{-19}$ |
| $S_{1/2}-P_{3/2}$ | 393,4 | $1,466 \times 10^8$ | 0,680 | $5,05 \times 10^{-19}$ |

TAB. 8.5 – Valeurs utilisées pour le calcul de la polarisabilité scalaire du niveau $S_{1/2}$.

du tableau 8.5, nous trouvons une valeur de la polarisabilité scalaire du niveau $S_{1/2}$ de :

$$\alpha_{scal}(S_{1/2}) = 1,26 \times 10^{-39} [4\pi\epsilon_0 \cdot m^3] \quad (8.26)$$

Le déplacement énergétique s'écrit :

$$\Delta W_E(S_{1/2}) = -0,63 \times 10^{-39} E^2 [J] \quad (8.27)$$

avec E en $V \cdot cm^{-1}$; ce qui fait en termes fréquentiels :

$$\Delta \nu(S_{1/2}) = -9,5 E^2 [mHz] \quad (8.28)$$

Niveau $D_{5/2}$ Pour le niveau $D_{5/2}$, il faut prendre en compte les forces d'oscillateur avec les niveaux $nP_{3/2}$ ($n \geq 4$) et les niveaux $nF_{5/2}$ ($n \geq 4$) et $nF_{7/2}$ ($n \geq 4$). Cette fois-ci, la polarisabilité tensorielle n'est pas nulle. Dans le tableau 8.6 sont indiquées les valeurs utilisées pour le calcul des forces d'oscillateur considérées pour la détermination des polarisabilités scalaire et tensorielle du niveau $D_{5/2}$. La somme des forces d'oscillateur atteint

| transition | $\lambda(nm)$ | A (s^{-1}) | $f_{\gamma J, \gamma' J'}$ | $W(\gamma', J') - W(\gamma, J)$ (J) |
|----------------------|---------------|---------------------|----------------------------|-------------------------------------|
| $2D_{5/2}-4P_{3/2}$ | 854,2 | $9,924 \times 10^6$ | 0,07237 | $2,32 \times 10^{-19}$ |
| $2D_{5/2}-5P_{3/2}$ | 213,2 | $8,345 \times 10^5$ | 0,00038 | $9,32 \times 10^{-19}$ |
| $2D_{5/2}-6P_{3/2}$ | 164,4 | $5,458 \times 10^5$ | 0,00015 | $1,21 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-7P_{3/2}$ | 147,5 | $3,554 \times 10^5$ | 0,00008 | $1,35 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-8P_{3/2}$ | 139,2 | $2,969 \times 10^6$ | 0,00058 | $1,43 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-9P_{3/2}$ | 134,4 | $3,219 \times 10^6$ | 0,00058 | $1,48 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-10P_{3/2}$ | 131,5 | $3,965 \times 10^5$ | 0,00007 | $9,32 \times 10^{-19}$ |
| $2D_{5/2}-4F_{5/2}$ | 184,0 | $2,024 \times 10^7$ | 0,01027 | $1,08 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-4F_{7/2}$ | 184,0 | $3,036 \times 10^8$ | 0,20548 | $1,08 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-5F_{5/2}$ | 155,5 | $1,458 \times 10^7$ | 0,00053 | $1,28 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-5F_{7/2}$ | 155,5 | $2,187 \times 10^8$ | 0,10566 | $1,28 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-6F_{5/2}$ | 143,4 | $8,357 \times 10^6$ | 0,00258 | $1,39 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-6F_{7/2}$ | 143,4 | $1,253 \times 10^8$ | 0,05149 | $1,39 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-7F_{5/2}$ | 136,9 | $2,611 \times 10^6$ | 0,00073 | $1,45 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-7F_{7/2}$ | 136,9 | $3,916 \times 10^7$ | 0,01468 | $1,45 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-8F_{5/2}$ | 133,1 | $3,28 \times 10^6$ | 0,00087 | $1,49 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-8F_{7/2}$ | 133,1 | $4,91 \times 10^7$ | 0,01738 | $1,49 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-9F_{5/2}$ | 130,6 | $1,017 \times 10^6$ | 0,00026 | $1,52 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-9F_{7/2}$ | 130,6 | $1,525 \times 10^7$ | 0,00519 | $1,52 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-10F_{5/2}$ | 128,8 | $1,738 \times 10^6$ | 0,00043 | $1,54 \times 10^{-18}$ |
| $2D_{5/2}-10F_{7/2}$ | 128,8 | $2,601 \times 10^7$ | 0,00863 | $1,54 \times 10^{-18}$ |

TAB. 8.6 – Valeurs utilisées pour le calcul des polarisabilités scalaire et tensorielle du niveau $D_{5/2}$.

une valeur d'environ 0,5 ; ce qui laisse penser que d'autres couplages ont lieu avec des niveaux du continuum. Ainsi, l'évaluation faite ici n'est qu'approximative, mais donne cependant un ordre de grandeur de l'effet. Le calcul utilisant les formules (8.22), (8.23) et (8.24) et les valeurs des forces d'oscillateur du tableau 8.6 aboutit aux résultats suivants :

$$\alpha_{scal}(D_{5/2}, F = 6) = 5,15 \times 10^{-40} [4\pi\epsilon_0 \cdot m^3] \quad (8.29)$$

$$\alpha_{tens}(D_{5/2}, F = 6) = 4,47 \times 10^{-40} [4\pi\epsilon_0 \cdot m^3] \quad (8.30)$$

Par suite, le déplacement énergétique (en J) pour le niveau $|D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ est :

$$\begin{aligned}\Delta W_E(D_{5/2}, 6, 0) &= -2,56 \times 10^{-40} E^2 + 1,42 \times 10^{-40} \left(\frac{3E_z^2 - E^2}{2} \right) \\ &= -2,57 \times 10^{-40} E^2 + 1,42 \times 10^{-40} \left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2} \right) E^2\end{aligned}\quad (8.31)$$

où θ est l'angle que fait le champ électrique avec le champ magnétique. Puis, il vient :

$$\Delta\nu(D_{5/2}, 6, 0) = -3,9 (\pm 4) E^2 + 2,1 (\pm 2) \left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2} \right) E^2 \quad [\text{mHz}] \quad (8.32)$$

en ajoutant une incertitude du même ordre de grandeur que la valeur elle-même pour prendre en compte les couplages manquants. Le déplacement fréquentiel de la transition d'horloge dû à l'effet Stark est alors de :

$$\Delta\nu_S = \Delta\nu(D_{5/2}, 6, 0) - \Delta\nu(S_{1/2}) = 5,6 (\pm 4) E^2 + 2,1 (\pm 2) \left(\frac{3\cos^2\theta - 1}{2} \right) E^2 \quad [\text{mHz}] \quad (8.33)$$

avec E en V.cm^{-1} . Pour une température de 300 K et en considérant que le champ rayonné est isotropique (le second membre de l'équation (8.33) est nul quand on en prend la valeur moyenne), le décalage est de :

$$\Delta\nu_S = 0,39 (\pm 0,28) \text{ Hz} \quad (8.34)$$

Si l'enceinte est refroidie à 77 K, le champ rayonné isotrope est de l'ordre de $0,55 \text{ V.cm}^{-1}$. Cette contribution est donc du même ordre de grandeur que celle résultant des tensions de compensation (1 V.cm^{-1}). Dans ces conditions, le décalage est de :

$$\Delta\nu_S = 0,016 (\pm 0,012) \text{ Hz} \quad (8.35)$$

Effet du moment quadrupolaire

Le niveau $D_{5/2}$ possède un moment quadrupolaire atomique (la distribution de charge électronique n'étant pas à symétrie sphérique). Ce moment quadrupolaire atomique interagit avec les gradients des champs électriques extérieurs \vec{E} (par exemple, ceux générés par les électrodes de compensation), provoquant ainsi un déplacement du niveau $D_{5/2}$. L'Hamiltonien décrivant cette interaction s'écrit $H_Q = \nabla \vec{E}^{(2)} \cdot \vec{\Theta}^{(2)}$, où $\nabla \vec{E}^{(2)}$ est un tenseur décrivant les gradients des champs électriques extérieurs à la position de l'atome, et $\vec{\Theta}^{(2)}$ est l'opérateur quadrupolaire électrique pour l'atome. Dans le référentiel des axes principaux (x, y, z) [133], le potentiel électrique Φ dans le voisinage de l'atome s'exprime de la manière suivante :

$$\Phi(x, y, z) = A [(x^2 + y^2 - 2z^2) + \epsilon(x^2 - y^2)] \quad (8.36)$$

Dans ce référentiel, H_Q prend la forme [133] :

$$H_Q = -2A\Theta_0^{(2)} + \sqrt{\frac{2}{3}} \epsilon A (\Theta_2^{(2)} + \Theta_{-2}^{(2)}) \quad (8.37)$$

Il est nécessaire d'évaluer les éléments matriciels diagonaux de H_Q dans la base $|\gamma J F m_F\rangle$, où \vec{F} est le moment angulaire atomique total ($\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$) et m_F la valeur propre de F_Z dans le référentiel du laboratoire. Appelons $\vec{\omega}$ l'ensemble des angles d'Euler α, β, γ qui repèrent le référentiel des axes principaux par rapport à celui du laboratoire (il est possible de poser $\gamma = 0$). Les états $|\gamma J F \mu\rangle$ définis dans le référentiel des axes principaux et les états $|\gamma J F m_F\rangle$ définis dans le référentiel du laboratoire sont reliés par :

$$|\gamma J F \mu\rangle = \sum_{m_F} D_{m_F \mu}^{(F)}(\omega) |\gamma J F m_F\rangle \quad (8.38)$$

où $D_{m_F \mu}^{(F)}(\omega)$ est un élément de matrice de rotation. Afin d'évaluer les éléments de matrice diagonaux de H_Q dans le référentiel du laboratoire, il est nécessaire d'évaluer les éléments matriciels des opérateurs $\Theta_q^{(2)}$, définis dans le référentiel des axes principaux. Ces éléments de matrice sont de la forme (voir [135] pour les formules utiles à la démonstration de cette relation) :

$$\langle \gamma J F m_F | \Theta_q^{(2)} | \gamma J F m_F \rangle = (-1)^{F-m_F-q} \left(\gamma J F || \Theta^{(2)} || \gamma J F \right) \begin{pmatrix} F & 2 & F \\ -m_F & 0 & m_F \end{pmatrix} D_{0-q}^{(2)*}(\omega) \quad (8.39)$$

Les éléments matriciels de rotation nécessaires sont :

$$D_{00}^{(2)*}(\omega) = \frac{1}{2} (3 \cos^2(\beta) - 1) \quad (8.40)$$

$$D_{0\pm 2}^{(2)*}(\omega) = \sqrt{\frac{3}{8}} \sin^2(\beta) (\cos 2\alpha \mp i \sin 2\alpha) \quad (8.41)$$

Le 3-j de l'équation (8.39) s'exprime par (les formules de [135] permettent la mise en place de cette relation) :

$$\begin{pmatrix} F & 2 & F \\ -m_F & 0 & m_F \end{pmatrix} = (-1)^{F-m_F} \frac{2 [3m_F^2 - F(F+1)]}{[(2F+3)(2F+2)(2F+1)2F(2F-1)]^{1/2}} \quad (8.42)$$

En utilisant les formules des équations précédentes (8.37) à (8.42), les éléments matriciels diagonaux de H_Q dans le référentiel du laboratoire s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle \gamma J F m_F | H_Q | \gamma J F m_F \rangle &= \frac{-2 [3m_F^2 - F(F+1)] A \left(\gamma J F m_F || \Theta^{(2)} || \gamma J F m_F \right)}{[(2F+3)(2F+2)(2F+1)2F(2F-1)]^{1/2}} \\ &\times [(3 \cos^2 \beta - 1) - \varepsilon \sin^2 \beta (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)] \end{aligned} \quad (8.43)$$

L'élément de matrice réduit s'écrit, dans l'approximation du couplage $I - J$:

$$\left(\gamma (IJ) F || \Theta^{(2)} || \gamma (IJ) F \right) = (-1)^{I+J+F} (2F+1) \left\{ \begin{matrix} J & 2 & J \\ F & I & F \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} J & 2 & J \\ -J & 0 & J \end{pmatrix}^{-1} \Theta(\gamma, J) \quad (8.44)$$

où $\Theta(\gamma, J)$ est le moment quadrupolaire du niveau $|\gamma J\rangle$. Pour le calcium $^{43}\text{Ca}^+$ ($I=7/2$), l'élément réduit pour le niveau $|3p^6 3d, ^2D_{5/2}, F=6\rangle$ est :

$$\left(D_{\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} 6 || \Theta^{(2)} || D_{\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} 6 \right) = 13 \left\{ \begin{matrix} \frac{5}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ 6 & \frac{7}{2} & 6 \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}^{-1} \Theta \left(D, \frac{5}{2} \right) \quad (8.45)$$

Les valeurs des coefficients du 6-j et 3-j sont donnés en annexe. Il vient finalement :

$$\left(D\frac{5}{2}6 \parallel \Theta^{(2)} \parallel D\frac{5}{2}6 \right) \simeq 4,55 \Theta \left(D, \frac{5}{2} \right) \quad (8.46)$$

Le moment quadrupolaire $\Theta(D, 5/2)$ de l'état de structure fine peut être défini par [133] :

$$\Theta \left(D, \frac{5}{2} \right) = -\frac{e}{2} \left\langle 3d^3 d_{5/2}, m_j \frac{5}{2} \left| 3z^2 - r^2 \right| 3d^3 d_{5/2}, m_j = \frac{5}{2} \right\rangle \quad (8.47)$$

Ce moment est calculé en considérant l'orbitale électronique de $3D_{5/2}$ comme une orbitale $3d$ pure, c'est-à-dire sans mélange avec les autres orbitales électroniques. Pour un atome à un électron [136] :

$$\Theta = \frac{e}{2} \langle r^2 \rangle \frac{2J-1}{2J+2} \quad (8.48)$$

Dans notre cas, on trouve un moment quadrupolaire :

$$\Theta \left(D, \frac{5}{2} \right) = \frac{2e}{7} \langle r^2 \rangle_{3d} \quad (8.49)$$

Une bonne estimation de $\langle 3d | r^2 | 3d \rangle$ dans un ion ayant une structure ressemblant aux alcalins est donnée par la méthode du défaut quantique [137]. La relation entre l'énergie du niveau électronique et un nombre quantique effectif $n(l)^*$:

$$E_{nl} = -\frac{\tilde{Z}^2}{2n(l)^*2} \text{ a.u.}, \quad \tilde{Z} = Z - N + 1, \quad n(l)^* = n - \alpha(l) \quad (8.50)$$

permet de déterminer n^* (et donc le défaut quantique $\alpha(l)$). En utilisant les propriétés des orbitales à un électron [137] en remplaçant Z et N par \tilde{Z} et $n(l)^*$, on calcule $\langle 3d | r^2 | 3d \rangle$:

$$\langle r^2 \rangle = a_0^2 \frac{n(l)^*4}{\tilde{Z}^2} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{l(l+1) - 1/3}{n(l)^*2} \right) \right\} \quad (8.51)$$

Pour l'ion $^{43}\text{Ca}^+$, on trouve :

$$n(l)^* \simeq 2,31, \quad \langle r^2 \rangle_{3d} \simeq 6,5a_0^2 \quad (8.52)$$

où a_0 est le rayon de Bohr. Pour l'ion $^{43}\text{Ca}^+$, l'élément matriciel diagonal de H_Q dans le référentiel du laboratoire pour le niveau $|^2D_{5/2}, F=6, m_F=0\rangle$ s'écrit :

$$\left\langle D\frac{5}{2}60 | H_Q | D\frac{5}{2}60 \right\rangle = \frac{2}{11} A e \langle 3d | r^2 | 3d \rangle \cdot [(3 \cos^2 \beta - 1) - \varepsilon \sin^2 \beta (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)] \quad (8.53)$$

Comme le champ radiofréquence est quadrupolaire, le potentiel électrique se réduit à $\Phi(x, y, z) = A(x^2 + y^2 - 2z^2)$ (c'est-à-dire $\varepsilon = 0$ dans l'équation (8.36)). Appelons Π le facteur géométrique restant $(3 \cos^2 \beta - 1)$, où β est l'angle entre le champ magnétique et l'axe de symétrie du piège. Par suite, l'élément matriciel s'écrit :

$$\left\langle D\frac{5}{2}60 | H_Q | D\frac{5}{2}60 \right\rangle = \frac{2}{11} A e \langle 3d | r^2 | 3d \rangle \Pi \quad (8.54)$$

avec :

$$A = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{1}{4} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad (8.55)$$

$$\left\langle D\frac{5}{2}60 | H_Q | D\frac{5}{2}60 \right\rangle \simeq 5,4 \times 10^{-40} \Pi \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) \quad (8.56)$$

soit en termes fréquentiels :

$$\Delta v_Q = \left\langle D\frac{5}{2}60 | \Delta v | D\frac{5}{2}60 \right\rangle \simeq 8,1 \times 10^{-7} \Pi \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right) \text{ Hz} \quad (8.57)$$

Pour un gradient de l'ordre du V/mm sur 1 mm, l'incertitude induite par cet effet atteint le hertz, qui est de l'ordre de grandeur de la largeur naturelle de la transition d'horloge. Toute modification du potentiel subi par l'ion (due par exemple au processus de création des ions) modifie ce décalage et réduit ainsi la reproductibilité de l'étalon de fréquence. En mesurant le déplacement quadrupolaire selon trois axes perpendiculaires, le facteur géométrique $(3 \cos^2 \beta - 1)$ de l'équation (8.43) peut être moyenné [133] et l'incertitude sur la valeur du déplacement quadrupolaire réduite. L'incertitude restante va alors dépendre de la précision de l'angle entre ces trois directions de mesures. Cette précision dépend beaucoup de l'enceinte utilisée. L'incertitude est difficile à estimer tant que les expériences n'ont pas été réalisées. Cependant, d'autres auteurs [138] ont prévu que cette technique réduirait d'un facteur 50 l'incertitude. Nous allons supposer qu'une réduction d'un facteur 10 est assez réaliste ; ce qui amène l'incertitude de l'effet du quadrupole à une valeur de $\pm 0,1$ Hz. Signalons que la mesure du moment quadrupolaire a été effectuée récemment pour deux des ions proposés pour un étalon de fréquence : Sr^+ au NPL [139] et Hg^+ au NIST [140]. Notamment, la mesure sur le Sr^+ a démontré qu'une exactitude inférieure à 10^{-15} est possible. On peut souligner que le gradient de champ électrique est plus petit dans un piège sphérique comme le nôtre que dans un piège linéaire. Par conséquent, afin de minimiser l'effet induit par l'interaction entre le quadrupole et le gradient du champ, il est préférable d'utiliser un piège sphérique.

8.2.3 Interaction avec les champs électriques AC

Durant l'excitation de la transition d'horloge, seul le laser à 729 nm est appliqué. Celui-ci peut provoquer un décalage Stark AC (ou déplacement lumineux) sur $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ par couplage avec les niveaux $P_{1/2}$ et $P_{3/2}$ par interaction dipolaire électrique ou par couplage avec les autres sous-niveaux Zeeman de $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ par interaction quadrupolaire. Comme le couplage avec $D_{3/2}$ est beaucoup moins important (5 ordres de grandeur plus petits), nous ne le détaillons pas ici.

Transition d'horloge : valeur de la pulsation de Rabi

Comme le laser d'horloge va induire des déplacements lumineux, nous devons évaluer la correspondance entre la valeur de la pulsation de Rabi de la transition à 729 nm

(notion théorique) et l'intensité laser à 729 nm (notion expérimentale). Pour cela, nous appliquons la formule (C.3) à la transition $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$:

$$\Omega_R^{horl} = \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} c_{ij}^{(0)} \vec{\epsilon}_i^{(0)} n_j \right| \quad (8.58)$$

où $\left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right|$ est le moment quadropolaire électrique entre $|S_{1/2}, F = 4\rangle$ et $|D_{5/2}, F = 6\rangle$:

$$\left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| = (-1)^{\frac{7}{2} + \frac{5}{2} + 4 + 2} \sqrt{(2 \times 4 + 1)(2 \times 6 + 1)} \begin{Bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 5 & 7 & 1 \\ \frac{2}{2} & \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \end{Bmatrix} \left| \langle S_{1/2} || \vec{Q} || D_{5/2} \rangle \right| \quad (8.59)$$

Nous obtenons cette relation en utilisant la formule des opérateurs tensoriels couplés (le couplage de I et J donnant F, et celui de I et J' donnant F'). Le moment quadropolaire entre $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ se calcule en utilisant la formule (C.1) :

$$\left| \langle S_{1/2} || \vec{Q} || D_{5/2} \rangle \right| \simeq 4,4 \times 10^{-39} \text{ C.m}^2 \quad (8.60)$$

Avec les valeurs numériques du 3-j et du 6-j donnés en annexe, la relation entre le champ électrique et la pulsation de Rabi s'écrit :

$$|E| \simeq 0,04 \Omega_R^{horl} \quad (8.61)$$

avec E en V.m^{-1} et Ω_R^{horl} en s^{-1} . En utilisant la formule (C.8) donnée en annexe, on trouve le lien entre l'intensité lumineuse et la pulsation de Rabi suivant :

$$\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \simeq 1,06 \times 10^{-6} \Omega_R^2 \quad (8.62)$$

Pour avoir une estimation de l'effet des déplacements lumineux, nous prenons une pulsation de Rabi Ω_R^{horl} de l'ordre de 1000 s^{-1} , valeur relativement grande pour ne pas sous-estimer cet effet. De plus, lorsque la transition d'horloge sera interrogée pour la première fois, le laser à 729 nm sera assez large comparé à la largeur naturelle de la transition (200 mHz), donc il faudra commencer avec une pulsation de Rabi de cet ordre de grandeur. Puis, lorsque le laser sera affiné vers le hertz, la pulsation de Rabi pourra être prise plus petite. Pour $\Omega_R^{horl} = 1000 \text{ s}^{-1}$, on trouve une intensité laser : $\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \simeq 1,06 \text{ W/m}^2 \simeq 1,06 \mu\text{W/mm}^2$.

Déplacement lumineux sur la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$

Rappelons que le niveau excité choisi pour l'horloge est $|D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$. Comme la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ est dipolaire, le seul niveau à prendre en compte pour l'état $P_{3/2}$ est le niveau $F = 5$ (voir la figure 8.4). Nous allons utiliser la formule donnant le déplacement lumineux en fonction de la pulsation de Rabi, valable pour un désaccord

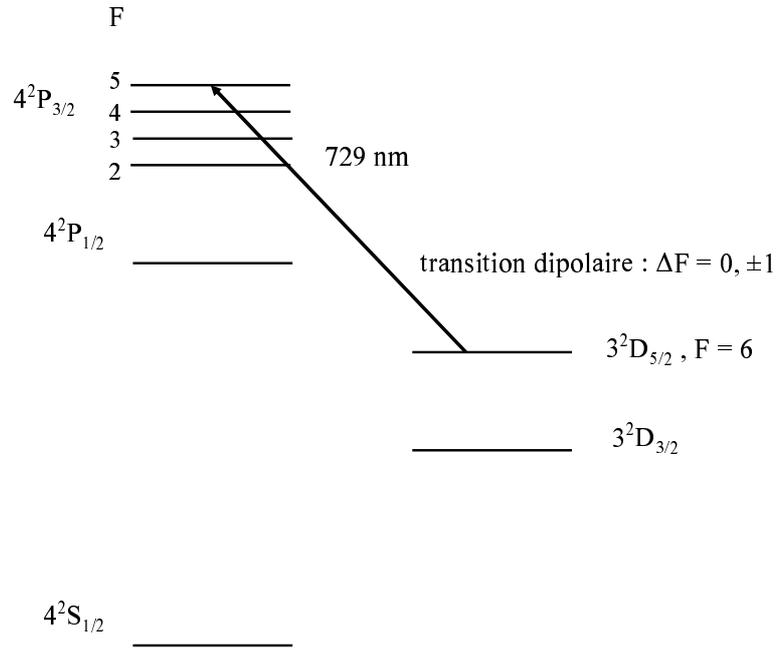


FIG. 8.4 – Déplacement lumineux sur la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ par le faisceau à 729 nm.

(entre la fréquence du laser et celle de la transition atomique) grand devant la pulsation de Rabi (comme nous pourrions le vérifier à la fin du calcul) [75] :

$$\Delta E = \frac{-\hbar \Omega_R^2}{4\delta_L} \quad (8.63)$$

Utilisons la relation (C.6) :

$$\Delta E = \frac{-\hbar E^2}{4\delta_L \hbar} \left| \langle D_{5/2, 6} | \vec{D} | P_{3/2, 5} \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \epsilon_i^{(q)} \right|^2 \quad (8.64)$$

La formule des opérateurs tensoriels couplés permet d'écrire :

$$\left| \langle D_{5/2, 6} | \vec{D} | P_{3/2, 5} \rangle \right|^2 = \frac{13}{6} \left| \langle D_{5/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right|^2 \quad (8.65)$$

Le moment dipolaire $\left| \langle D_{5/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right|$ se calcule avec la formule (C.2). Nous trouvons une valeur de :

$$\left| \langle D_{5/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right| \simeq 2,96 \times 10^{-29} \text{ C.m} \quad (8.66)$$

L'équation (8.63) s'écrit alors :

$$\Delta E = \frac{E^2}{4\delta_L \hbar} \frac{13}{6} 8,75 \times 10^{-58} \left[\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 + \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^2 \right]$$

Le désaccord $\delta_L = \omega_L - \omega_0$ a pour valeur : $\delta_L \simeq 3,8 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$ et les valeurs des 3-j utiles sont en annexe. En utilisant la relation entre le champ électrique et l'intensité lumineuse (C.8), on trouve :

$$\Delta E \simeq 5,32 \times 10^{-37} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ J} \quad (8.67)$$

ce qui donne en termes fréquentiels :

$$\Delta \nu \simeq 8,1 \times 10^{-4} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ Hz} \quad (8.68)$$

Pour $\Omega_R^{horl} = 1000 \text{ s}^{-1}$, on trouve : $\Omega_R \simeq 2,9 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, qui est négligeable devant le désaccord, l'utilisation de la formule (8.63) est donc justifiée. On obtient un déplacement de fréquence : $\Delta \nu \simeq 0,86 \text{ mHz}$.

Déplacement lumineux sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$

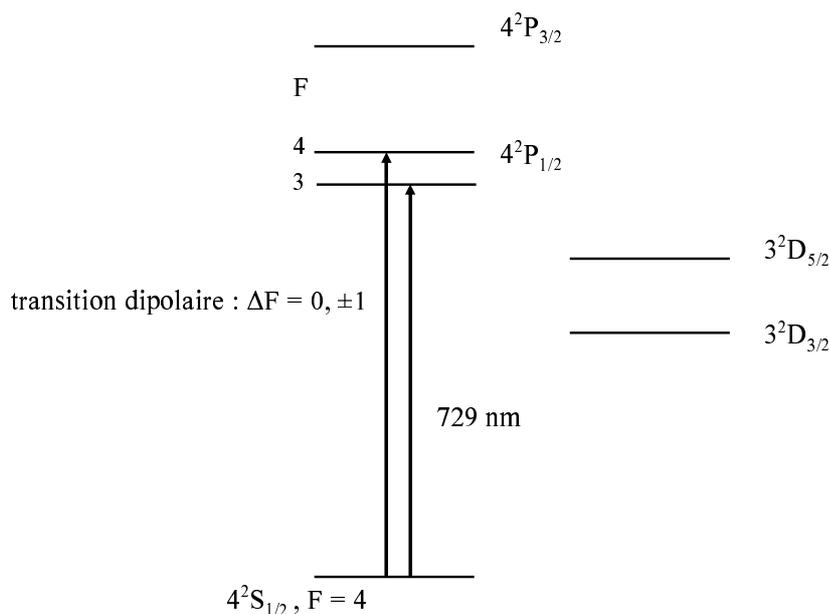


FIG. 8.5 – Déplacement lumineux sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ par le faisceau à 729 nm.

Rappelons que le niveau fondamental choisi pour l'horloge est $|S_{1/2}, F=4, m_F=0\rangle$. Comme la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ est dipolaire, il faut prendre en compte les niveaux $F=3$ et $F=4$ pour l'état $P_{1/2}$ (voir la figure 8.5). Nous utilisons la formule (8.63), comme pour le calcul précédent :

$$\Delta E = \frac{E^2}{4\hbar\omega} \left[\left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{1/2}, 3 \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \vec{\epsilon}_i^{(q)} \right|^2 \right]$$

$$+ \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{1/2}, 4 \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \vec{\epsilon}_i^{(q)} \right|^2 \quad (8.69)$$

Pour les transitions de $|S_{1/2}, F=4\rangle \rightarrow |P_{1/2}, F=4\rangle$, on ne doit pas prendre en compte celle entre $m_F=0$ et $m_F=0$ car elle est interdite par les règles de sélection. Les 3-j dans la formule ci-dessus sont donnés en annexe. De plus, la formule des opérateurs couplés donne :

$$\begin{aligned} \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{1/2}, 3 \rangle \right|^2 &= \frac{21}{8} \left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{1/2} \rangle \right|^2 \\ \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{1/2}, 4 \rangle \right|^2 &= \frac{15}{8} \left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{1/2} \rangle \right|^2 \end{aligned} \quad (8.70)$$

La formule (C.2) permet de calculer le moment dipolaire : $\left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{1/2} \rangle \right| \simeq 2,4 \times 10^{-29}$ C.m. Le désaccord entre le laser et la transition vaut : $\delta_L \simeq -2,2 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$. Par suite, l'expression du décalage en énergie dû à l'effet Stark s'écrit :

$$\Delta E = \frac{E^2}{-2,2 \times 10^{15} \times 4 \hbar} 5,76 \times 10^{-58} \left[\frac{21}{8} \left(\frac{1}{2} \frac{4}{63} + \frac{1}{4} \frac{1}{42} + \frac{1}{4} \frac{1}{42} \right) + \frac{15}{8} \left(\frac{1}{4} \frac{1}{18} + \frac{1}{4} \frac{1}{18} \right) \right] \quad (8.71)$$

En utilisant la relation entre le champ électrique et l'intensité lumineuse (C.8), on trouve :

$$\Delta E \simeq -1,59 \times 10^{-37} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ J} \quad (8.72)$$

ce qui donne en termes fréquentiels :

$$\Delta \nu \simeq -2,4 \times 10^{-4} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ Hz} \quad (8.73)$$

Pour $\Omega_R^{horl} = 1000 \text{ s}^{-1}$, on trouve : $\Omega_R \simeq 3,8 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, qui est négligeable devant le désaccord, l'utilisation de la formule (8.63) est donc justifiée. On obtient un déplacement de fréquence : $\Delta \nu \simeq -0,25 \text{ mHz}$.

Déplacement lumineux sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$

Comme la transition est dipolaire, il faut prendre en compte les niveaux $F=3$, $F=4$ et $F=5$ pour l'état $P_{3/2}$ (voir la figure 8.6). Nous utilisons la formule (8.63), comme pour les deux calculs précédents.

$$\begin{aligned} \Delta E = \frac{E^2}{4 \hbar \delta} & \left[\left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 3 \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \vec{\epsilon}_i^{(q)} \right|^2 \right. \\ & + \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 4 \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \vec{\epsilon}_i^{(q)} \right|^2 \\ & \left. + \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 5 \rangle \right|^2 \sum_{q=-1}^1 \left| \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)} \vec{\epsilon}_i^{(q)} \right|^2 \right] \quad (8.74) \end{aligned}$$

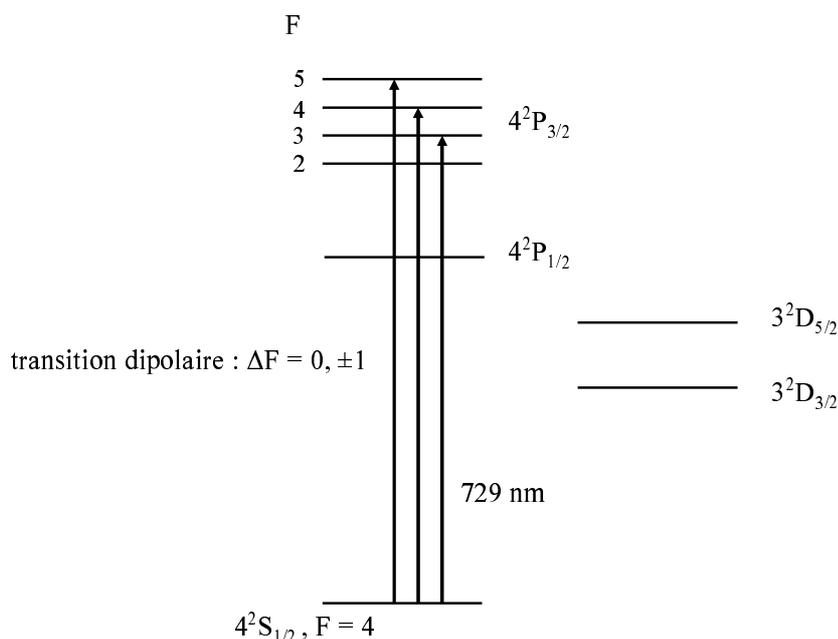


FIG. 8.6 – Déplacement lumineux sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ par le faisceau à 729 nm.

Pour les transitions $|S_{1/2}, F=4\rangle \rightarrow |P_{3/2}, F=4\rangle$, on ne prend pas en compte celle entre $m_F = 0$ et $m_F = 0$ car elle est interdite par les règles de sélection. Les 3-j sont donnés en annexe. De plus, on a :

$$\begin{aligned} \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 3 \rangle \right|^2 &= \frac{7}{16} \left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right|^2 \\ \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 4 \rangle \right|^2 &= \frac{21}{16} \left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right|^2 \\ \left| \langle S_{1/2}, 4 | \vec{D} | P_{3/2}, 5 \rangle \right|^2 &= \frac{11}{4} \left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right|^2 \end{aligned}$$

Le moment dipolaire a pour valeur : $\left| \langle S_{1/2} | \vec{D} | P_{3/2} \rangle \right| \simeq 3,4 \cdot 10^{-29}$ C.m et le désaccord vaut : $\delta_L \simeq -2,2 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$. Par suite, l'expression du décalage en énergie du à l'effet Stark s'écrit :

$$\Delta E = \frac{E^2}{-2,2 \times 10^{15} \times 4 \hbar} 1,16 \times 10^{-57} \left[\frac{7}{16} \left(\frac{1}{2} \frac{4}{63} + 2 \cdot \frac{1}{4} \frac{1}{42} \right) + \frac{21}{16} \left(\frac{1}{4} \frac{1}{18} + \frac{1}{4} \frac{1}{18} \right) + \frac{11}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{5}{99} + 2 \cdot \frac{1}{4} \frac{1}{33} \right) \right] \quad (8.75)$$

En utilisant la relation entre le champ électrique et l'intensité lumineuse (C.8), on trouve :

$$\Delta E \simeq -3,14 \times 10^{-37} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ J} \quad (8.76)$$

ce qui donne en termes fréquentiels :

$$\Delta \nu \simeq -4,7 \times 10^{-4} \left(\frac{P_L}{\pi \omega_0^2} \right) \text{ Hz} \quad (8.77)$$

Pour $\Omega_R^{horl} = 1000 \text{ s}^{-1}$, on trouve : $\Omega_R \simeq 5,3 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, qui est négligeable devant le désaccord, l'utilisation de la formule (8.63) est donc justifiée. On obtient un déplacement de fréquence : $\Delta\nu \simeq -0,50 \text{ mHz}$.

Pour la première contribution à l'effet Stark AC, nous trouvons un décalage total de : 0,1 mHz, pour une pulsation de Rabi de $\Omega_R^{horl} = 1000 \text{ s}^{-1}$. Cette valeur est négligeable par rapport à la largeur naturelle de la transition d'horloge.

Déplacements lumineux dus au couplage avec les sous-niveaux Zeeman voisins

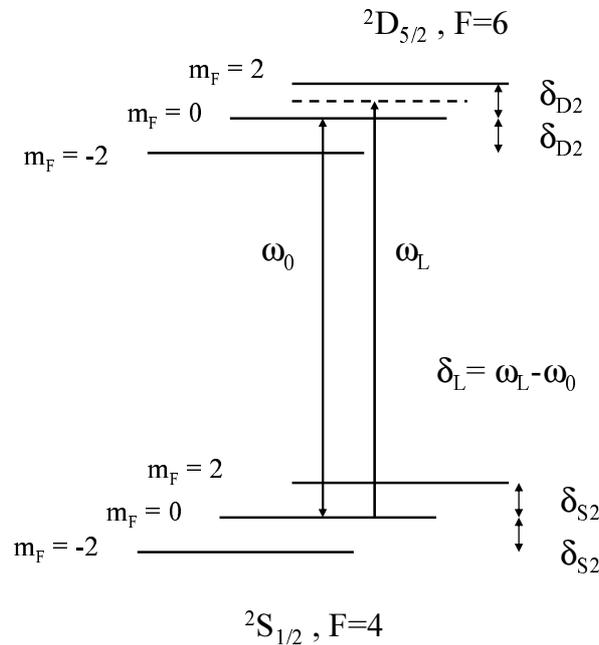


FIG. 8.7 – Notations des écarts entre les niveaux Zeeman, pour une configuration telle que $\Delta m = 0, \pm 2$.

Considérons maintenant le couplage avec les autres sous-niveaux Zeeman de $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$ par interaction quadrupolaire électrique. Pour ce calcul, nous ne pouvons pas utiliser la formule (8.63) puisque la fréquence de Rabi n'est pas négligeable devant le désaccord. En effet, la fréquence de Rabi est de l'ordre de $1000/2\pi \text{ Hz}$, alors que le désaccord est de l'ordre de 1400 Hz (pour un champ magnétique de $0,1 \mu\text{T}$). Nous utilisons donc la formule plus générale suivante [64] :

$$\Delta\omega = -\frac{\delta_L}{2} \pm \frac{\Omega}{2} \quad (8.78)$$

où : $\Omega = \sqrt{\delta_L^2 + \Omega_R^2}$, δ_L est le désaccord entre la fréquence de la transition considérée et celle du laser, Ω_R est la pulsation de Rabi de la transition considérée. Pour une transition

quadrupolaire électrique, lorsqu'une transition telle que $\Delta m_F = 0$ est excitée, les règles de sélection imposent les transitions $\Delta m_F = \pm 2$. Ici, les transitions vérifiant $\Delta m = \pm 2$ sont $|S_{1/2}, 4, 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 6, \pm 2\rangle$ et $|S_{1/2}, 4, \pm 2\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 6, 0\rangle$ (voir les notations sur le schéma de la figure 8.7). Nous trouvons pour le déplacement du niveau $|D_{5/2}, 6, 0\rangle$, dû aux niveaux $|S_{1/2}, 4, -2\rangle$ et $|S_{1/2}, 4, 2\rangle$, l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \Delta\omega(D_{5/2}, 6, 0) &= \delta_L - \frac{1}{2}\sqrt{(\delta_L + \delta_{S2})^2 + \Omega^2(S, 4, 2 \rightarrow D, 6, 0)} \\ &\quad + \frac{1}{2}\sqrt{(\delta_L - \delta_{S2})^2 + \Omega^2(S, 4, -2 \rightarrow D, 6, 0)} \end{aligned} \quad (8.79)$$

et pour le déplacement du niveau $|S_{1/2}, 4, 0\rangle$, dû aux niveaux $|D_{5/2}, 6, -2\rangle$ et $|D_{5/2}, 6, 2\rangle$:

$$\begin{aligned} \Delta\omega(S_{1/2}, 4, 0) &= -\delta_L - \frac{1}{2}\sqrt{(\delta_L - \delta_{D2})^2 + \Omega^2(S, 4, 0 \rightarrow D, 6, 2)} \\ &\quad + \frac{1}{2}\sqrt{(\delta_L + \delta_{D2})^2 + \Omega^2(S, 4, 0 \rightarrow D, 6, -2)} \end{aligned} \quad (8.80)$$

Pour calculer les pulsations de Rabi, nous utilisons la formule (C.3), valable pour une transition quadrupolaire. Ainsi, nous trouvons :

$$\begin{aligned} \Omega(S, 4, 2 \rightarrow D, 6, 0) &= \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \right| \\ \Omega(S, 4, -2 \rightarrow D, 6, 0) &= \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \right| \\ \Omega(S, 4, 0 \rightarrow D, 6, 2) &= \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \right| \\ \Omega(S, 4, 0 \rightarrow D, 6, -2) &= \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} \right| \end{aligned}$$

avec les coefficients 3-j donnés en annexe. La pulsation de Rabi de la transition d'horloge a pour expression :

$$\Omega_{00} = \Omega_R^{horl} = \Omega(S, 4, 0 \rightarrow D, 6, 0) = \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle S_{1/2}, 4 || \vec{Q} || D_{5/2}, 6 \rangle \right| \left| \frac{-1}{2} \sqrt{\frac{5}{143}} \right| \quad (8.81)$$

Exprimons la valeur de ces pulsations de Rabi en fonction de celle de la transition d'horloge :

$$\Omega_{2,0}^2 = \Omega_{-2,0}^2 = \frac{\Omega_{0,0}^2}{90} \simeq 0,011\Omega_{0,0}^2 \quad (8.82)$$

$$\Omega_{0,2}^2 = \Omega_{0,-2}^2 = \frac{7\Omega_{0,0}^2}{135} \simeq 0,052\Omega_{0,0}^2 \quad (8.83)$$

Nous calculons les pulsations de Rabi de ces quatre transitions voisines pour une valeur de la pulsation de Rabi de la transition d'horloge de 1000 s^{-1} . Puis, nous estimons la

valeur des déplacements des niveaux $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ et $|D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ pour un champ magnétique de $0,1 \mu\text{T}$. Le désaccord requis pour sonder la transition d'horloge dépend de la largeur du laser et de la pulsation de Rabi utilisée, il est de l'ordre du hertz. En choisissant un désaccord δ_L de 10 Hz, l'effet du déplacement lumineux n'est donc pas sous-estimé. Nous obtenons un effet égal à :

$$\Delta\nu \simeq \pm 6 \text{ mHz} \quad (8.84)$$

Le signe dépend du signe du désaccord. Cette seconde contribution, qui donne lieu à un élargissement de la raie, est prépondérante sur celle due aux couplages dipolaires qui est de $0,1 \text{ mHz}$.

8.2.4 Effet Doppler du second ordre

L'effet Doppler [93] décale la fréquence de transition de :

$$\delta f_D = \frac{\vec{k} \cdot \vec{p}}{2\pi m} + \frac{\omega_0}{2} \cdot \frac{p^2}{2\pi m^2 c^2} \quad (8.85)$$

Quand l'effet au premier ordre est supprimé (lorsque le régime de Lamb-Dicke est atteint), il reste donc :

$$\frac{\delta f_D}{f_0} = -\frac{\langle v^2 \rangle}{2c^2} \quad (8.86)$$

Le mouvement de l'ion peut être décrit par une oscillation thermique à la fréquence séculaire $\omega_u/2\pi$ à laquelle il faut ajouter une oscillation $\Omega/2\pi$ due au champ radio-fréquence appliqué au piège. L'énergie cinétique moyenne résulte de ces deux contributions qui peuvent être considérées comme égales, dans le cas particulier où le piégeage est effectué près de l'origine du diagramme de stabilité [62]. Calculons la valeur de la contribution thermique. L'amplitude d'oscillation du mouvement séculaire a été évaluée pour un ion refroidi à la limite Doppler au chapitre 2. La vitesse moyenne au carré de l'ion est calculé par $\langle v^2 \rangle = V_0^2/2$, où $V_0 = \omega_u \cdot u_a$ et $u_a = \sqrt{2\langle n \rangle + 1} \lambda_{\text{piege}}$. Avec les valeurs obtenues au chapitre 2, nous trouvons une amplitude de vitesse de $V_0 = 0,32 \text{ m.s}^{-1}$ pour la contribution thermique. Pour évaluer l'effet Doppler du second ordre, on considère deux fois cette valeur pour prendre en compte le mouvement imposé par le champ radio-fréquence appliqué au piège. La variation relative de fréquence, due à l'effet Doppler du second ordre est alors de :

$$\frac{\delta f_D}{f_0} = -2 \times 2,8 \times 10^{-19} = -5,6 \times 10^{-19} \quad (8.87)$$

Dans le cas de l'ion calcium ($f_0 = 4,11 \times 10^{11} \text{ Hz}$), le décalage absolu est ainsi de : $0,23 \text{ mHz}$, qui est négligeable par rapport aux autres effets. Ce calcul confirme que le refroidissement laser est suffisant pour réduire l'effet Doppler du second ordre à une valeur négligeable.

| effet | conditions | effet [Hz] @ 300 K | @ 77 K |
|-------------------------------|--|-----------------------------|-----------------------------|
| Zeeman 2 nd ordre | 0,1 μ T | $-0,09 \pm 0,09$ | $-0,09 \pm 0,09$ |
| Stark DC | chp rayonné et compensations | $+0,39 \pm 0,28$ | $+0,016 \pm 0,012$ |
| quadrupole | 1 V/mm ² ; 3 direc. perp. | $\pm 0,1$ | $\pm 0,1$ |
| Stark AC @ 729 nm | 1,06 μ W/mm ² ; 0,1 μ T | $\pm 0,006$ | $\pm 0,006$ |
| Doppler 2 nd ordre | ion refroidi à la lim. Doppler | -2×10^{-4} | -2×10^{-4} |
| décalage total | | $+0,3 \pm 0,4$ | $-0,09 \pm 0,19$ |
| décalage relatif | | $+7(\pm 9) \times 10^{-16}$ | $-2(\pm 4) \times 10^{-16}$ |

TAB. 8.7 – Incertitudes pour la future transition d’horloge $|S_{1/2}, 4, 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 6, 0\rangle$.

8.2.5 Résumé

Le tableau 8.7 donne les incertitudes attendues pour un étalon de fréquence basé sur l’ion $^{43}\text{Ca}^+$. Seul l’effet Stark AC provoque un élargissement de la raie atomique, les autres effets causent un déplacement en fréquence de la transition d’horloge. À température ambiante et avec le champ magnétique considéré, la principale source de décalage et d’incertitude est l’effet Stark induit par le champ électromagnétique rayonné. Cet effet est considérablement réduit si l’enceinte est refroidi à 77 K. La principale cause d’incertitude devient alors le couplage du gradient de champ électrique avec le moment quadrupolaire du niveau $D_{5/2}$, ce qui limite l’exactitude de l’horloge. Cet effet peut être compensé en mesurant la fréquence dans trois directions perpendiculaires du champ magnétique. Cependant, l’exactitude obtenue dépendra de la conception du montage expérimental et de la capacité à contrôler les directions de propagation laser et du champ magnétique. Ainsi, un étalon de fréquence optique basé sur la transition $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ de l’ion $^{43}\text{Ca}^+$ peut atteindre une incertitude de 4×10^{-16} .

Pour les autres projets d’étalon de fréquence utilisant une transition quadrupolaire comme transition d’horloge (Hg^+ [52], Sr^+ [36] et Yb^+ [51]), les principales causes d’incertitudes sont également l’effet Stark DC et l’effet du moment quadrupolaire. Pour Hg^+ , le NIST prévoit une réduction possible des incertitudes de tous les effets systématiques jusqu’à 10^{-18} [133]. Le NRC prévoit une exactitude meilleure que 2×10^{-17} pour le Sr^+ . Quant à l’étalon de fréquence basé sur la transition octupolaire de l’ion Yb^+ , l’exactitude sera aussi limitée par ces deux effets [50]. L’étalon basé sur la transition $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ de l’ion In^+ n’est pas affecté par l’effet du moment quadrupolaire. Le MPQ prévoit des effets systématiques de l’ordre du mHz [141].

Conclusion et perspectives

Six mois avant mon arrivée au sein de l'équipe, l'enceinte à vide a été ouverte pour changer la lentille de collimation située près du piège afin d'augmenter le rapport signal sur bruit de l'expérience. Après quelques mois de recherche du signal, l'ancienne optique a été remise en place et le signal retrouvé. Nous avons alors travaillé sur le système de détection situé à l'extérieur de l'enceinte à vide. En parallèle, nous avons travaillé sur la création d'un nuage d'ions et l'obtention d'un ion unique, et sommes arrivés à obtenir quotidiennement un ion. Un signal d'environ 10000 coups par seconde pour un ion unique a été atteint.

Pour le projet métrologique, l'obtention d'un ion unique dans le régime de Lamb-Dicke est nécessaire. Pour accéder à ce régime, il est nécessaire de réduire l'excès de micromouvement de l'ion. D'une part, nous avons procédé à cette réduction du micromouvement en regardant la largeur à mi-hauteur des spectres de fluorescence de l'ion et en modifiant les valeurs des tensions appliquées sur les électrodes de compensation. D'autre part, nous avons démontré une nouvelle méthode de réduction du micromouvement. Cette technique repose sur le phénomène de résonance noire. Elle est simple à mettre en place puisqu'elle ne nécessite aucun matériel spécifique. En effet, elle utilise les lasers de refroidissement et le système de détection de la fluorescence. De plus, cette méthode peut se généraliser pour tout système atomique à trois niveaux en configuration Λ , avec une sensibilité maximale dans le cas des faisceaux lasers contrapropageants : $k_b = -k_r$.

Nous avons mesuré la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ pour un nuage d'ions et pour un ion unique. Cette étude est originale dans la mesure où aucune autre équipe n'a fait ces deux types d'expériences dans le même piège. La valeur obtenue par la mesure sur un nuage d'ions est en bon accord avec les mesures précédentes faites sur un nuage. Pour la mesure sur un ion unique, nous avons mis en évidence que le résultat obtenu dépend de la méthode d'analyse. Avec un total de 40000 sauts quantiques, les données ont été traitées par l'estimation du maximum de vraisemblance. La valeur obtenue est en très bon accord avec les mesures effectuées par les autres groupes. Par ailleurs, nous avons mis en évidence que la méthode des moindres carrés donne des valeurs plus faibles que celles obtenues par l'estimation du maximum de vraisemblance, ce qui explique l'écart entre les différentes valeurs obtenues précédemment. De plus, la mesure de la durée de vie du niveau $D_{5/2}$ a été une étape importante dans notre expérience car elle a permis d'identifier et de contrôler les effets qui réduisent la durée de vie et qui pourraient contribuer à élargir la transition d'horloge.

La mesure de la durée de vie du niveau $D_{3/2}$ a été une nouvelle avancée vers le projet

métrologique d'étalon de fréquence. En effet, cette mesure a nécessité la mise en place d'une séquence temporelle et d'une analyse statistique des sauts quantiques. Cela nous a permis de nous familiariser avec ce type de mesure, qui se rapproche de celle utilisée dans un étalon de fréquence basé sur un ion unique. Cette mesure n'a pas pu aboutir dans l'état actuel de l'expérience. En effet, nous avons constaté que le refroidissement et la réduction du micromouvement n'étaient pas suffisamment bien contrôlés pour que l'ion reste sans lasers de refroidissement pendant des durées supérieures à 1 s de façon répétée. C'est pourquoi nous avons décidé de sonder les bandes latérales du mouvement pour connaître plus précisément le degré d'immobilisation de l'ion.

Nous envisageons donc de sonder les bandes latérales du spectre de raie de la transition d'horloge dans la prochaine étape de l'expérience. Pour cela, il est nécessaire de compter le nombre de sauts quantiques dans un intervalle temporel précis pour différentes fréquences du laser à 729 nm autour de la résonance de la transition $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$. Il est envisagé de remplacer l'alimentation de confinement par un autre dispositif qui permettra d'avoir une fréquence de confinement $\Omega/2\pi$ supérieure à 20 MHz. Des fréquences du mouvement $\omega_u/2\pi$ supérieures à 1 MHz seront alors obtenues, ce qui facilitera l'accès au régime de Lamb-Dicke.

Par ailleurs, la mesure par autocorrélation a montré que l'asservissement mis en place pour la diode à 729 nm a permis de réduire considérablement sa largeur de raie. En effet, grâce à une stabilisation comprenant trois étages de corrections (PZT, courant, anode de la diode), nous avons atteint une largeur d'environ 16 kHz. Cependant, cette largeur mesurée représente les fluctuations instantanées de fréquence par rapport à la cavité ULE qui n'est pas stabilisée. Dans le futur, cette cavité de référence devra être stabilisée. La cavité ULE doit être mise sous vide pour éliminer l'effet des vibrations acoustiques et des changements de température et d'indice de l'air. Il est aussi nécessaire de la stabiliser en température afin d'éviter des changements de longueur. Enfin, la cavité doit être isolée au maximum des vibrations. De plus, afin de poursuivre le travail commencé vers la réalisation d'un étalon de fréquence, il est envisagé de remplacer la diode laser à 729 nm par un laser Ti-Sa (pompé par un laser Nd :Yag) en cours de construction au laboratoire. La première raison de ce changement est que la diode laser à 729 nm présente un fond d'émission spontanée amplifiée très important d'environ 20 nm de large. Un tel fond en sortie de fibre optique est extrêmement gênant puisque ces longueurs d'onde couplent les deux niveaux $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$ au niveau fondamental et donc entre eux. La seconde raison est que cette diode laser est limitée en puissance. Les asservissements en fréquence et en intensité et l'injection dans la fibre optique nécessitent une puissance utile de quelques milliwatts.

Dans un avenir un peu plus lointain, la construction d'une nouvelle enceinte à vide avec plusieurs accès optiques est envisagée afin de pouvoir compenser parfaitement les champs parasites entourant le piège et de mesurer le moment quadrupolaire. De plus, pour que la minimisation du micromouvement soit plus facile et constante d'un jour à l'autre, la création des ions par photoionisation est aussi envisagée [142]. Cette technique pourra également permettre la création de l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ à partir d'un échantillon naturel non enrichi pour le projet d'étalon de fréquence.

Les effets systématiques pour un étalon de fréquence basé sur l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ ont été évalués. À température ambiante et avec un champ magnétique de $0,1 \mu\text{T}$, la principale source de décalage et d'incertitude est l'effet Stark induit par le champ électromagnétique rayonné. Cet effet est considérablement réduit si l'enceinte est refroidi à 77 K . La principale cause d'incertitude devient alors le couplage du gradient de champ électrique avec le moment quadrupolaire du niveau $D_{5/2}$, ce qui limite l'exactitude de l'horloge. Un étalon de fréquence optique basé sur la transition $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle \longrightarrow |D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ de l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ pourra atteindre une incertitude de 4×10^{-16} .

Annexe A

Quelques données

A.1 Quelques constantes fondamentales

| | | |
|------------------------|--------------|--|
| vitesse de la lumière | c | $299\,792\,458\text{ m.s}^{-1}$ |
| constante de Planck | h | $6,626\,068\,76 \times 10^{-34}\text{ J.S}$ |
| constante de Boltzmann | k_B | $1,380\,650\,3 \times 10^{-23}\text{ J.K}^{-1}$ |
| magnéton de Bohr | μ_B | $9,274\,008\,99 \times 10^{-24}\text{ J.T}^{-1}$ |
| perméabilité du vide | μ_0 | $4\pi \times 10^{-7}\text{ N.A}^{-2}$ |
| constante diélectrique | ϵ_0 | $8,854\,187\text{ F.m}^{-1}$ |
| charge élémentaire | e | $1,602\,176\,462 \times 10^{-19}\text{ C}$ |

TAB. A.1 – Constantes fondamentales tirées du CODATA 1998 [143].

A.2 Coefficients 3-j

$$\begin{pmatrix} \frac{5}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} & 0 & \frac{5}{2} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{21}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{5}{143}}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{6}{143}}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{5}{286}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{4}{63}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{42}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{18}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = -\sqrt{\frac{5}{99}} \quad \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{33}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{429}}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{14}{1287}}$$

A.3 Coefficients 6-j

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \frac{5}{2} & 2 & \frac{5}{2} \\ 6 & \frac{7}{2} & 6 \end{array} \right\} = \frac{5}{2\sqrt{858}}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 6 \\ \frac{5}{2} & \frac{7}{2} & \frac{1}{2} \end{array} \right\} = \sqrt{\frac{1}{54}}$$

Annexe B

Effet Zeeman du premier ordre pour $^{40}\text{Ca}^+$

Le déplacement énergétique dû à l'effet Zeeman du 1^{er} ordre a pour expression :

$$\Delta E_z(S, L, J, m_J) = \mu_B \cdot g_{SLJ} \cdot m_J \cdot B \quad (\text{B.1})$$

où μ_B est le magnéton de Bohr $\left(\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}\right)$ et g_{SLJ} est le facteur de Landé qui a pour expression :

$$g_{SLJ} = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (\text{B.2})$$

Les valeurs des facteurs de Landé des niveaux de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ sont indiquées dans le tableau B.1.

| Niveau | $^2S_{1/2}$ | $^2P_{1/2}$ | $^2P_{3/2}$ | $^2D_{3/2}$ | $^2D_{5/2}$ |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| g_{SLJ} | 2 | 2/3 | 4/3 | 4/5 | 6/5 |

TAB. B.1 – Données pour l'ion $^{40}\text{Ca}^+$.

| m_J | $^2S_{1/2}$ | $^2P_{1/2}$ | $^2P_{3/2}$ | $^2D_{3/2}$ | $^2D_{5/2}$ |
|-------|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| -5/2 | | | | | $-3 \hbar \omega_B$ |
| -3/2 | | | $-2 \hbar \omega_B$ | $-6/5 \hbar \omega_B$ | $-9/5 \hbar \omega_B$ |
| -1/2 | $-\hbar \omega_B$ | $-1/3 \hbar \omega_B$ | $-2/3 \hbar \omega_B$ | $-2/5 \hbar \omega_B$ | $-3/5 \hbar \omega_B$ |
| +1/2 | $+\hbar \omega_B$ | $+1/3 \hbar \omega_B$ | $+2/3 \hbar \omega_B$ | $+2/5 \hbar \omega_B$ | $+3/5 \hbar \omega_B$ |
| +3/2 | | | $+2 \hbar \omega_B$ | $+6/5 \hbar \omega_B$ | $+9/5 \hbar \omega_B$ |
| +5/2 | | | | | $+3 \hbar \omega_B$ |

TAB. B.2 – Déplacements des sous-niveaux Zeeman pour l'ion $^{40}\text{Ca}^+$. On a posé $\omega_B = \frac{eB}{2m}$.

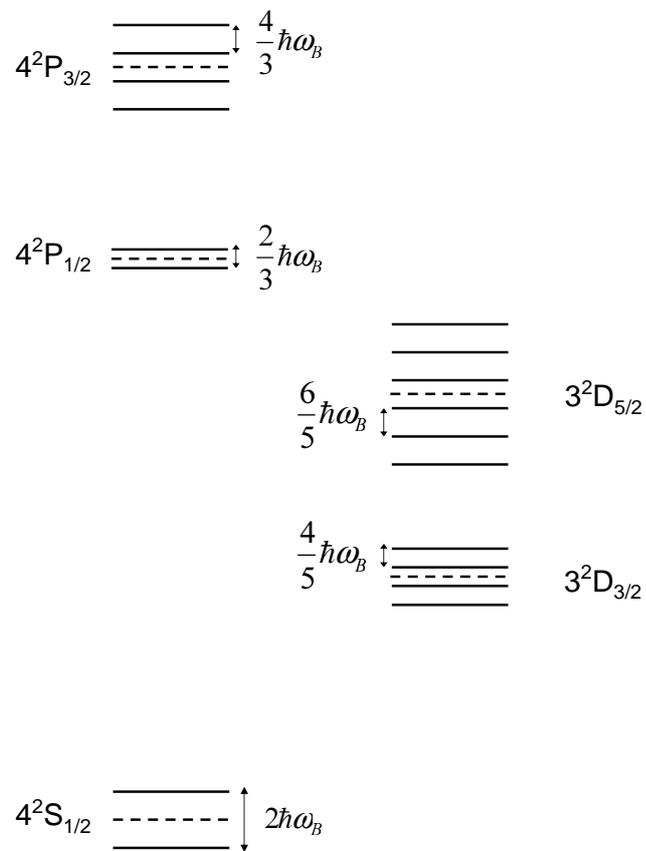


FIG. B.1 – Structure fine de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$. Les traits en pointillés schématisent les niveaux en l'absence de champ magnétique.

Annexe C

Formules générales

Nous donnons ici quelques formules utiles pour le calcul des déplacements lumineux dans le chapitre 8. Notamment il est nécessaire de calculer les valeurs des moments quadrupolaires et dipolaires électriques de certaines transitions. Pour cela, on utilise les relations entre ces moments et les coefficients d'émission spontanée A . Nous avons également besoin d'avoir la relation entre la pulsation de Rabi d'une transition donnée et le champ électrique correspondant.

C.1 Moment quadrupolaire

Le carré du moment quadrupolaire électrique entre un niveau inférieur J et un niveau supérieur J' s'écrit en fonction du taux d'émission spontanée $A_{J'J}$ et de la longueur d'onde de la transition [67] :

$$\left| \langle J || \vec{Q} || J' \rangle \right|^2 = \frac{60\pi\epsilon_0^{-1}\hbar(2J+1)A_{J'J}}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^5} \quad (\text{C.1})$$

C.2 Moment dipolaire

Le carré du moment dipolaire électrique entre un niveau inférieur J et un niveau supérieur J' s'écrit en fonction du taux d'émission spontanée $A_{J'J}$ et de la longueur d'onde de la transition [67] :

$$\left| \langle J || \vec{D} || J' \rangle \right|^2 = \frac{3\pi\epsilon_0^{-1}\hbar(2J+1)A_{J'J}}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^3} \quad (\text{C.2})$$

C.3 Pulsation de Rabi d'une transition quadrupolaire électrique

La pulsation de Rabi d'une transition quadrupolaire électrique s'exprime en fonction du moment quadrupolaire selon [67] :

$$\Omega_R^{(E2)} = \frac{|E|k}{2\hbar} \left| \langle J || \vec{Q} || J' \rangle \right| \left| \sum_{q=-2}^2 \begin{pmatrix} J & 2 & J' \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_{ij}^{(q)\vec{\epsilon}_i^{(q)}} n_j \right| \quad (\text{C.3})$$

où \vec{Q} est le moment quadrupolaire électrique et $|E|$ est le module du champ électrique. Expliquons le sens des termes $c_{ij}^{(q)\vec{\epsilon}_i^{(q)}} n_j$. $\vec{\epsilon}$ est le vecteur polarisation du champ électrique du faisceau laser, \vec{n} est le vecteur unitaire indiquant la direction de propagation du champ électrique $\vec{k} = k\vec{n}$, θ est l'angle entre \vec{k} et \vec{B} et ϕ est l'angle entre $\vec{\epsilon}$ et le plan contenant les vecteurs \vec{B} et \vec{k} (voir la figure C.1). Dans le cas que nous étudions ici, nous nous intéressons à une transition satisfaisant : $\Delta m = 0$ (la transition d'horloge envisagée est $|S_{1/2}, 4, 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, 6, 0\rangle$). Une telle configuration ($\Delta m = 0$) impose aussi $\Delta m = \pm 2$. Pour cette configuration, les deux angles valent : $\theta = \frac{\pi}{4}$ et $\phi = 0$. Par suite, les vecteurs $\vec{\epsilon}$ et \vec{n} s'écrivent, pour cette configuration :

$$\vec{\epsilon} = \frac{\vec{x} - \vec{z}}{\sqrt{2}} ; \quad \vec{n} = \frac{\vec{x} + \vec{z}}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.4})$$

Les termes $c_{ij}^{(q)\vec{\epsilon}_i^{(q)}} n_j$ ont alors pour expression :

$$\begin{aligned} c_{ij}^{(0)\vec{\epsilon}_i^{(0)}} n_j &= -\frac{1}{2} \\ c_{ij}^{(\pm 1)\vec{\epsilon}_i^{(\pm 1)}} n_j &= 0 \\ c_{ij}^{(\pm 2)\vec{\epsilon}_i^{(\pm 2)}} n_j &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

C.4 Pulsation de Rabi d'une transition dipolaire électrique

La pulsation de Rabi d'une transition dipolaire électrique s'exprime en fonction du moment dipolaire selon [67] :

$$\Omega_R^{(E1)} = \frac{|E|}{\hbar} \left| \langle J || \vec{D} || J' \rangle \right| \left| \sum_{q=-1}^1 \begin{pmatrix} J & 1 & J' \\ -m_J & q & m_{J'} \end{pmatrix} c_i^{(q)\vec{\epsilon}_i^{(q)}} \right| \quad (\text{C.6})$$

où \vec{D} est le moment dipolaire électrique. Pour une transition dipolaire correspondant à la configuration des champs \vec{E} et \vec{B} expliquée précédemment, les termes $c_i^{(q)\vec{\epsilon}_i^{(q)}}$ ont pour valeurs :

$$\begin{aligned} c_i^{(0)\vec{\epsilon}_i^{(0)}} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ c_i^{(+1)\vec{\epsilon}_i^{(+1)}} &= -\frac{1}{2} \\ c_i^{(-1)\vec{\epsilon}_i^{(-1)}} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

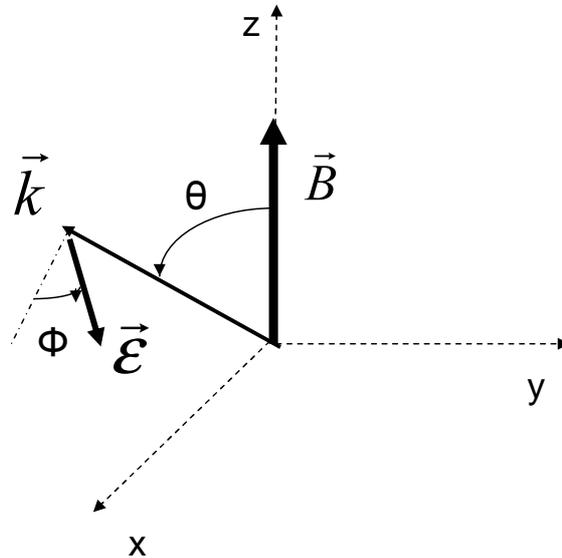


FIG. C.1 – Schéma indiquant l'orientation du champ magnétique (axe de quantification) et les vecteurs polarisation \vec{E} et direction de propagation \vec{k} du champ électrique du faisceau laser.

C.5 Lien entre champ électrique et intensité

Pour un mode gaussien, le lien entre l'intensité lumineuse et le champ électrique a pour expression :

$$E^2 = 4\mu_0 c \left(\frac{P_L}{\pi\omega_0^2} \right) = 4\mu_0 c I_L \quad (\text{C.8})$$

où $\frac{P_L}{\pi\omega_0^2}$ est l'intensité lumineuse du faisceau laser en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

Bibliographie

- [1] *13^e Conférence Générale des Poids et Mesures* (1967).
- [2] H. MARION, F. P. D. SANTOS, M. ABGRALL, S. ZHANG, Y. SORTAIS, S. BIZE, I. MAKSIMOVIC, D. CALONICO, J. GRUNERT, C. MANDACHA, P. LEMONDE, G. SANTARELLI, P. LAURENT, A. CLAIRON ET C. SALOMON, *Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks*, Phys. Rev. Lett. **90**(15), 150801 (2003).
- [3] *17^e Conférence Générale des Poids et Mesures* (1983).
- [4] C. SCHWOB, L. JOZEFOWSKI, B. DE BEAUVOIR, L. HILICO, F. NEZ, L. JULIEN, F. BIRABEN, O. ACEF ET A. CLAIRON, *Optical frequency measurement of the 2S-12D transitions in hydrogen and deuterium : Rydberg constant and Lamb shift determinations*, Phys. Rev. Lett. **82**(25), 4960 (1999).
- [5] D. L. FARNHAM, R. S. V. DYCK, JR ET P. B. SCHWINBERG, *Determination of the electron's atomic mass and the proton/electron mass ratio via Penning trap mass spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **75**(20), 3598 (1995).
- [6] A. WICHT, J. M. HENSLEY, E. SARAJLIC ET S. CHU, *A preliminary measurement of h/M_{Cs} with atom interferometry*, In Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (P. Gill ed.) (World Scientific, Singapore, 2002).
- [7] R. BATTESTI, P. CLADÉ, S. GUELLATI-KHÉLIFA, C. SCHWOB, B. GRÉMAUD, F. NEZ, L. JULIEN ET F. BIRABEN, *Acceleration of ultracold atoms : towards a measurement of h/M_{Rb}* , J. Opt. B **5**, S178 (2003).
- [8] C. AUDOIN ET B. GUINOT, *Les fondements de la mesure du temps* (Masson, 1998).
- [9] S. BIZE, S. A. DIDDAMS, U. TANAKA, C. E. TANNER, W. H. OSKAY, R. E. DRULLINGER, T. E. PARKER, T. P. HEAVNER, S. R. JEFFERTS, L. HOLLBERG, W. M. ITANO ET J. C. BERGQUIST, *Testing the stability of fundamental constants with the $^{199}\text{Hg}^+$ single-ion optical clock*, Phys. Rev. Lett. **90**(15), 150802 (2003).
- [10] E. PEIK, B. LIPPHARDT, H. SCHNATZ, T. SCHNEIDER, C. TAMM ET S. G. KARSHENBOIM, *Limit on the present temporal variation of the fine structure constant*, Phys. Rev. Lett. **93**(17), 170801 (2004).
- [11] N. F. RAMSEY, *Application of atomic clocks*, In Laser physics at the limits (H Figger and D Meschede and C Zimmermann eds) (Springer, 2002).

- [12] A. BAUCH ET H. R. TELLE, *Frequency standards and frequency measurement*, Rep. Prog. Phys. **65**, 789 (2002).
- [13] S. BIZE, Y. SORTAIS, M. ABGRALL, S. ZHANG, D. CALONICO, C. MANDACHE, P. LEMONDE, P. LAURENT, G. SANTARELLI, C. SALOMON ET A. CLAIRON, *Cs and Rb fountains : recent results*, In Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (P. Gill ed.) (World Scientific, Singapore, 2002).
- [14] G. SANTARELLI, P. LAURENT, P. LEMONDE, A. CLAIRON, A. G. MANN, S. CHANG, A. N. LUITEN ET C. SALOMON, *Quantum projection noise in an atomic fountain : a high stability cesium frequency standard*, Phys. Rev. Lett. **82**(23), 4619 (1999).
- [15] F. P. D. SANTOS, H. MARION, S. BIZE, Y. SORTAIS, A. CLAIRON ET C. SALOMON, *Controlling the cold collision shift in high precision atomic interferometry*, Phys. Rev. Lett. **89**(23), 233004 (2002).
- [16] Y. SORTAIS, S. BIZE, C. NICOLAS, A. CLAIRON, C. SALOMON ET C. WILLIAMS, *Cold collision frequency shifts in a ^{87}Rb fountain*, Phys. Rev. Lett. **85**(15), 3117 (2000).
- [17] P. LAURENT ET AL., *Cold atom clocks in space : PHARAO and ACES*, In Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (P. Gill ed.) (World Scientific, Singapore, 2002).
- [18] T. P. HEAVNER ET AL., *PARCS : a laser-cooled atomic clock in space*, In Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (P. Gill ed.) (World Scientific, Singapore, 2002).
- [19] H. SCHNATZ, B. LIPPHARDT, J. HELMCKE, F. RIEHLE ET G. ZINNER, *First phase-coherent frequency measurement of visible radiation*, Phys. Rev. Lett. **76**(1), 18 (1996).
- [20] D. TOUAHRI, O. ACEF, A. CLAIRON, J.-J. ZONDY, R. FELDER, L. HILICO, B. DE BEAUVOIR, F. BIRABEN ET F. NEZ, *Frequency measurement of the $5S_{1/2}(F=3)$ - $5D_{5/2}(F=5)$ two-photon transition in rubidium*, Opt. Comm. **133**, 471 (1997).
- [21] R. HOLZWARTH, T. UDEM, T. W. HANSCH, J. C. KNIGHT, W. J. WADSWORTH ET P. S. J. RUSSEL, *Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **85**(11), 2264 (2000).
- [22] D. J. JONES, S. A. DIDDAMS, J. K. RANKA, A. STENTZ, R. S. WINDELER, J. L. HALL ET S. T. CUNDIFF, *Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis*, Science **288**, 635 (2000).
- [23] J. K. RANKA, R. S. WINDELER ET A. J. STENTZ, *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*, Opt. Lett. **25**(1) (2000).

- [24] T. UDEM, R. HOLZWARTH ET T. W. HÄNSCH, *Optical frequency metrology*, Nature **416**, 233 (2002).
- [25] T. UDEM, J. REICHERT, R. HOLZWARTH ET T. W. HANSCH, *Absolute optical frequency measurement of the cesium D1 line with a mode-locked laser*, Phys. Rev. Lett. **82**(18), 3568 (1999).
- [26] M. NIERING, R. HOLZWARTH, J. REICHERT, P. POKASOV, T. UDEM, M. WEITZ, T. W. HANSCH, P. LEMONDE, G. SANTARELLI, M. ABGRALL, P. LAURENT, C. SALOMON ET A. CLAIRON, *Measurement of the hydrogen 1S-2S transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock*, Phys. Rev. Lett. **84**(24), 5496 (2000).
- [27] S. A. DIDDAMS, D. J. JONES, J. YE, S. T. CUNDIFF, J. L. HALL, J. K. RANKA, R. S. WINDELER, R. HOLZWARTH, T. UDEM ET T. W. HANSCH, *Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb*, Phys. Rev. Lett. **84**(22), 5102 (2000).
- [28] G. D. ROVERA, F. DUCOS, J.-J. ZONDY, O. ACEF, J.-P. WALLERAND, J. C. KNIGHT ET P. S. J. RUSSEL, *Absolute frequency measurement of an I₂ stabilized Nd :YAG optical frequency standard*, Meas. Sci. Technol. **13**, 918 (2002).
- [29] J. VON ZANTHIER, T. BECKER, M. EICHENSEER, A. Y. NEVSKY, C. SCHWEDES, E. PEIK, H. WALTHER, R. HOLZWARTH, J. REICHERT, T. UDEM, T. W. HANSCH, P. V. POKASOV, M. N. SKVORTSOV ET S. N. BAGAYEV, *Absolute frequency measurement of the In⁺ clock transition with a mode-locked laser*, Opt. Lett. **25**(23) (2000).
- [30] T. UDEM, S. A. DIDDAMS, K. R. VOGEL, C. W. OATES, E. A. CURTIS, W. D. LEE, W. M. ITANO, R. E. DRULLINGER, J. C. BERGQUIST ET L. HOLLBERG, *Absolute frequency measurements of the Hg⁺ and Ca optical clock transitions with a femtosecond laser*, Phys. Rev. Lett. **86**(22), 4996 (2001).
- [31] J. STENGER, T. BINNEWIES, G. WILPERS, F. RIEHLE, H. R. TELLE, J. K. RANKA, R. S. WINDELER ET A. J. STENTZ, *Phase-coherent frequency measurement of the Ca intercombination line at 657 nm with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser*, Phys. Rev. A **63**, 021802 (2001).
- [32] J. STENGER, C. TAMM, N. HAVERKAMP, S. WEYERS ET H. R. TELLE, *Absolute frequency measurement of the 435.5-nm ¹⁷¹Yb⁺-clock transition with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser*, Opt. Lett. **26**(20), 1589 (2001).
- [33] P. J. BLYTHE, S. A. WEBSTER, H. S. MARGOLIS, S. N. LEA, G. HUANG, S.-K. CHOI, W. R. C. ROWLEY, P. GILL ET R. S. WINDELER, *Subkilohertz absolute-frequency measurement of the 467-nm electric octupole transition in ¹⁷¹Yb⁺*, Phys. Rev. A **67**, 020501 (2003).
- [34] P. V. POKASOV, R. HOLZWARTH, T. UDEM, M. ZIMMERMANN, J. REICHERT, M. NIERING, T. W. HANSCH, A. K. DMITRIYEV, S. N. BAGAYEV, P. LEMONDE, G. SANTARELLI, P. LAURENT, M. ABGRALL, A. CLAIRON ET C. SALOMON,

- Absolute frequency measurements of a methane-stabilized transportable He-Ne laser at 3.39 μm* , In Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (P. Gill ed.) (World Scientific, Singapore, 2002).
- [35] H. S. MARGOLIS, G. HUANG, G. P. BARWOOD, S. N. LEA, H. A. KLEIN, W. R. C. ROWLEY, P. GILL ET R. S. WINDELER, *Absolute frequency measurement of the 674-nm $^{88}\text{Sr}^+$ clock transition using a femtosecond optical frequency comb*, Phys. Rev. A **67**, 032501 (2003).
- [36] A. A. MADEJ, J. E. BERNARD, P. DUBÉ, L. MARMET ET R. S. WINDELER, *Absolute frequency of the $^{88}\text{Sr}^+$ $5s\ ^2S_{1/2}$ - $4d\ ^2D_{5/2}$ reference transition at 445 THz and evaluation of systematic shifts*, Phys. Rev. A **70**, 012507 (2004).
- [37] J. STENGER, H. SCHNATZ, C. TAMM ET H. R. TELLE, *Ultraprecise measurement of optical frequency ratios*, Phys. Rev. Lett. **88**(7), 073601 (2002).
- [38] S. A. DIDDAMS, T. UDEM, J. C. BERGQUIST, E. A. CURTIS, R. E. DRULLINGER, L. HOLLBERG, W. M. ITANO, W. D. LEE, C. W. OATES, K. R. VOGEL ET D. J. WINELAND, *An optical clock based on a single trapped $^{199}\text{Hg}^+$ ion*, Science **293**, 825 (2001).
- [39] F. RUSCHEWITZ, J. L. PENG, H. HINDERTHÜR, N. SCHAFFRATH, K. SENGSTOCK ET W. ERTMER, *Sub-kilohertz optical spectroscopy with a time domain atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **80**(15), 3173 (1998).
- [40] L. HOLLBERG, C. W. OATES, G. WILPERS, E. A. CURTIS, C. W. HOYT, S. A. DIDDAMS, A. BARTELS ET T. M. RAMOND, *Optical clocks with cold atoms and stable lasers*, Proc. 2003 ICOLS Conf .
- [41] G. WILPERS, T. BINNEWIES, C. DEGENHARDT, U. STERR, J. HELMCKE ET F. RIEHLE, *Optical clock with ultracold neutral atoms*, Phys. Rev. Lett. **89**(23), 230801 (2002).
- [42] C. W. OATES, F. BONDU, R. W. FOX ET L. HOLLBERG, *A diode-laser optical frequency standard based on laser-cooled Ca atoms : sub-kilohertz spectroscopy by optical shelving detection*, Eur. Phys. J. D **7**, 449 (1999).
- [43] C. W. OATES, E. A. CURTIS ET L. HOLLBERG, *Improved short-term stability of optical frequency standards : approaching 1 Hz in 1 s with the Ca standard at 657 nm*, Opt. Lett. **25**(21), 1603 (2000).
- [44] H. KATORI, M. TAKAMOTO, V. G. PAL'CHIKOV ET V. D. OVSIANNIKOV, *Ultraprecise optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap*, Phys. Rev. Lett. **91**(17), 173005 (2003).
- [45] I. COURTILLOT, A. QUESSADA, R. P. KOVACICH, A. BRUSCH, D. KOLKER, J.-J. ZONDY, G. D. ROVERA ET P. LEMONDE, *Clock transition for a future optical frequency standard with trapped atoms*, Phys. Rev. A **68**, 030501 (2003).
- [46] M. TAKAMOTO, F.-L. HONG, R. HIGASHI ET H. KATORI, *An optical lattice clock*, Nature **435**, 321 (2005).

- [47] R. J. RAFAC, B. C. YOUNG, J. A. BEALL, W. M. ITANO, D. J. WINELAND ET J. C. BERGQUIST, *Sub-dekahertz ultraviolet spectroscopy of $^{199}\text{Hg}^+$* , Phys. Rev. Lett. **85**(12), 2462 (2000).
- [48] T. BECKER, J. V. ZANTHIER, A. Y. NEVSKY, C. SCHWEDES, M. N. SKVORTSOV, H. WALTHER ET E. PEIK, *High-resolution spectroscopy of a single In^+ ion : progress towards an optical frequency standard*, Phys. Rev. A **63**, 051802 (2001).
- [49] J. E. BERNARD, L. MARMET ET A. A. MADEJ, *A laser frequency lock referenced to a single trapped ion*, Opt. Comm. **150**, 170 (1998).
- [50] P. GILL, G. P. BARWOOD, H. A. KLEIN, G. HUANG, S. A. WEBSTER, P. J. BLYTHE, K. HOSAKA, S. N. LEA ET H. S. MARGOLIS, *Trapped ion optical frequency standards*, Meas. Sci. Technol. **14**, 1174 (2003).
- [51] C. TAMM, T. SCHNEIDER ET E. PEIK, *Comparison of two single-ion optical frequency standards at the sub-hertz level*, Laser spectroscopy : Proceedings of the XVI International Conference (eds. P Hannaford, A Sidorov, H Bachor, K Baldwin ; World Scientific, Singapore, 2004).
- [52] U. TANAKA, S. BIZE, C. E. TANNER, R. E. DRULLINGER, S. A. DIDDAMS, L. HOLLBERG, W. M. ITANO, D. J. WINELAND ET J. C. BERGQUIST, *The $^{199}\text{Hg}^+$ single ion optical clock : recent progress*, J. Phys. B **36**, 545 (2003).
- [53] M. CHWALLA, J. BENHELM, M. RIEBE, H. HÄFFNER, W. HÄNSEL, C. ROOS, F. SCHMIDT-KALER ET R. BLATT, *Optischer Frequenzstandard mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen*, Verhandl. DPG (volume VI - 39), 147 (2004).
- [54] M. KNOOP, *Étude spectroscopique du doublet métastable 3D de l'ion Ca^+ dans un piège de Paul en présence de collisions*, Thèse de doctorat, Université de Provence (1994).
- [55] M. KNOOP, M. VEDEL ET F. VEDEL, *Lifetime, collisional-quenching, and j-mixing measurements of the metastable 3D level of Ca^+* , Phys. Rev. A **52**(5), 3763 (1995).
- [56] —, *Collisional quenching and j-mixing rate constants for the 3D level in Ca^+* , Phys. Rev. A **58**(1), 264 (1998).
- [57] C. CHAMPENOIS, M. KNOOP, M. HERBANE, M. HOUSSIN, T. KAING, M. VEDEL ET F. VEDEL, *Characterization of a miniature Paul-Straubel trap*, Eur. Phys. J. D **15**, 105 (2001).
- [58] M. HOUSSIN, P. COURTEILLE, C. CHAMPENOIS, M. HERBANE, M. KNOOP, M. VEDEL ET F. VEDEL, *Linewidth reduction by 6 orders of magnitude of a broad-area 729-nm diode laser*, Appl. Opt. **42**(24), 4871 (2003).
- [59] W. PAUL, *Electromagnetic traps for charged and neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **62**, 531 (1990).
- [60] R. E. MARCH ET R. J. HUGHES, *Quadrupole storage mass spectrometry* (Wiley-interscience, 1989).

- [61] H. G. DEHMELT, *Radiofrequency spectroscopy of stored ions I : storage*, Advances in Atomic and Molecular Physics **3**, 53 (1967).
- [62] D. J. BERKELAND, J. D. MILLER, J. C. BERGQUIST, W. M. ITANO ET D. J. WINELAND, *Minimization of ion micromotion in a Paul trap*, J. Appl. Phys. **83**, 10 (1998).
- [63] C. A. SCHRAMA, E. PEIK, W. W. SMITH ET H. WALTHER, *Novel miniature ion traps*, Optics Communications **101**, 32 (1993).
- [64] B. CAGNAC ET J. P. FAROUX, *Lasers (Interaction lumière-atomes)* (EDP sciences, 2002).
- [65] A. GALLAGHER, *Oscillator strengths of Ca II, Sr II, and Ba II*, Phys. Rev. **157**(1), 24 (1967).
- [66] R. N. GOSSELIN, E. H. PINNINGTON ET W. ANSBACHER, *Measurement of the lifetimes of the 4p levels in Ca II using laser excitation of a fast beam*, Phys. Rev. A **38**(9), 4887 (1988).
- [67] D. F. V. JAMES, *Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation*, Appl. Phys. B **66**, 181 (1998).
- [68] R. C. WEAST ET M. J. ASTLE, *CRC Handbook of chemistry and physics* (CRC Press, Boca Raton, Fl, 1980-1981).
- [69] D. J. WINELAND, W. M. ITANO, J. C. BERGQUIST ET R. G. HULET, *Laser-cooling limits and single-ion spectroscopy*, Phys. Rev. A **36**(5), 2220 (1987).
- [70] D. J. WINELAND, *Laser cooling of atoms*, Phys. Rev. A **20**(4), 1521 (1979).
- [71] C. COHEN-TANNOUJDI, B. DIU ET F. LALOË, *Mécanique quantique - tome I* (Enseignement des sciences, 1977).
- [72] M. S. HERBANE, *Piégeage et refroidissement laser d'ions calcium pour un étalon de fréquence optique*, Thèse de doctorat, Université de Provence (2002).
- [73] R. W. FOX, C. W. OATES ET L. W. HOLLBERG, *Stabilizing diode lasers to high-finesse cavities*, Experimental methods in the physical sciences **40**(trouvé sur le site du NIST à l'adresse suivante : <http://www.boulder.nist.gov/cgi-bin/showpubs.pl>) (2001).
- [74] C. E. WIEMAN ET L. HOLLBERG, *Using diode lasers for atomic physics*, Rev. Sci. Instrum. **62**(1) (1991).
- [75] G. GRYNBERG, A. ASPECT ET C. FABRE, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique* (Ellipses, 1997).
- [76] R. POUND, *Electronic frequency stabilization of microwave oscillators*, Rev. Sci. Instrum. **17**, 490 (1946).
- [77] R. W. P. DREVER, J. L. HALL, F. V. KOWALSKI, J. HOUGH, G. M. FORD, A. J. MUNLEY ET H. WARD, *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).

- [78] C. SALOMON, D. HILLS ET J. L. HALL, *Laser stabilization at the millihertz level*, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 1576 (1988).
- [79] H. KOGELNIK ET T. LI, *Laser beams and resonators*, Appl. Opt. **5**(10), 1550 (1966).
- [80] P. HOROWITZ ET W. HILL, *Traité de l'électronique - vol. 1 : techniques analogiques* (Elektor, 2002).
- [81] T. OKOSHI, K. KIKUCHI ET A. NAKAYAMA, *Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum*, Electr. Lett. **16**, 630 (1980).
- [82] R. D. KNIGHT ET M. H. PRIOR, *Laser scanning measurement of the density distribution of confined ${}^6\text{Li}^+$ Ions*, J. Appl. Phys. **50**(5), 3044 (1979).
- [83] R. BLÜMEL, J. M. CHEN, E. PEIK, W. QUINT, W. SCHLEICH, Y. R. SHEN ET H. WALTHER, *Phase transitions of stored laser-cooled ions*, Nature **334**, 309 (1988).
- [84] R. BLÜMEL, C. KAPPLER, W. QUINT ET H. WALTHER, *Chaos and order of laser-cooled ions in a Paul trap*, Phys. Rev. A **40**(2), 808 (1989).
- [85] G. JANIK, W. NAGOURNEY ET H. DEHMELT, *Doppler-free optical spectroscopy on the Ba^+ mono-ion oscillator*, J. Opt. Soc. Am. B **2**(8), 1251 (1985).
- [86] Y. STALGIES, I. SIEMERS, B. APPASAMY, T. ALTEVOGT ET P. E. TOSCHEK, *The spectrum of single-atom resonance fluorescence*, Eur. Lett. **35**(4), 259 (1996).
- [87] D. REISS, K. ABICH, W. NEUHAUSER, C. WUNDERLICH ET P. E. TOSCHEK, *Raman cooling and heating of two trapped Ba^+ ions*, Phys. Rev. A **65**, 053401 (2002).
- [88] H. OBERST, *Resonance fluorescence of single barium ions*, Diplomarbeit - Institut für experimentalphysik - Innsbruck (1999).
- [89] F. KURTH, T. GUDJONS, B. HILBERT, T. REISINGER, G. WERTH ET A.-M. MÄRTENSSON-PENDRILL, *Doppler free "dark resonances" for hyperfine measurements and isotope shifts in Ca^+ isotopes in a Paul trap*, Z. Phys. D **34**, 227 (1995).
- [90] H.-C. NÄGERL, *Ion strings for quantum computation*, Dissertation - Institut für experimentalphysik - Innsbruck (1998).
- [91] M. MCDONNELL, *Two-photon readout methods for an ion trap quantum information processor*, Thèse de doctorat, Keble College - Oxford (2003).
- [92] J.-P. STACEY, *Stabilization and control in a linear ion trap*, Thèse de doctorat, Wadham College - Oxford (2003).
- [93] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC ET G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes* (EDP sciences, 1996).
- [94] A. ASPECT, E. ARIMONDO, R. KAISER, N. VANSTEENKISTE ET C. COHEN-TANNOUDJI, *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping*, Phys. Rev. L **61**(7), 826 (1988).

- [95] —, *Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping : theoretical analysis*, J. Opt. Soc. Am. B **6**(11), 2112 (1989).
- [96] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU ET F. LALOË, *Mécanique quantique (tome I)* (Hermann, 1977).
- [97] M. A. ALI ET Y.-K. KIM, *Electric quadrupole and magnetic dipole transition probabilities in the potassium isoelectronic sequence*, Phys. Rev.A **38**, 3992 (1988).
- [98] C. GUET ET W. JOHNSON, *Relativistic many-body calculations of transition rates for Ca^+ , Sr^+ , and Ba^+* , Phys. Rev.A **44**(3), 1531 (1991).
- [99] N. VAECK, M. GODEFROID ET C. FROESE-FISCHER, *Core-valence correlation effects on $E1$ and $E2$ decay rates in Ca^+* , Phys. Rev.A **46**(7), 3704 (1992).
- [100] S. LIAW, *Ab initio calculation of the lifetimes of $4p$ and $3d$ levels of Ca^+* , Phys. Rev. A **51**(3), R1723 (1995).
- [101] E. BIEMONT ET C. ZEIPPEN, *Lifetimes of the $3d^2D$ levels in $Ca II$* , Comm. At. Mol. Phys. **33**(1), 29 (1996).
- [102] A. KREUTER, C. BECHER, G. P. T. LANCASTER, A. B. MUNDT, C. RUSSO, H. HÄFFNER, C. ROOS, W. HÄNSEL, F. SCHMIDT-KALER, R. BLATT ET M. S. SAFRONOVA, *Experimental and theoretical study of the $3d^2D$ -level lifetimes of $^{40}Ca^+$* , Phys. Rev. A **71**, 032504 (2005).
- [103] T. BRAGE, C. FROESE-FISCHER, N. VAECK, M. GODEFROID ET A. HIBBERT, *Core polarization in $Ca I$ and $Ca II$* , Phys. Scripta **48**, 533 (1993).
- [104] C. J. ZEIPPEN, *$M1$ and $E2$ transition probabilities between the $3p^64s\ 2S_{1/2}$ and the $3p^63d\ 2D_{3/2}, 2D_{5/2}$ levels in K -like elements with $Z = 19$ to 24* , Astron. Astrophys. **229**, 248 (1990).
- [105] B. WARNER, *Atomic oscillator strengths-III*, Mon. Not. R. astr. Soc. **139**, 115 (1968).
- [106] D. E. OSTERBROCK, *Transition probabilities of forbidden lines*, Astrophys. J. **114**, 469 (1951).
- [107] F. ARBES, T. GUDJONS, F. KURTH, G. WERTH, F. MARIN ET M. INGUSCIO, *Lifetime measurements of the $3D_{3/2}$ and $3D_{5/2}$ metastable states in $Ca II$* , Z. Phys. D **25**, 295 (1993).
- [108] F. ARBES, M. BENZING, T. GUDJONS, F. KURTH ET G. WERTH, *Improved lifetime measurements of the $3D_{3/2}$ and $3D_{5/2}$ metastable states of $Ca II$* , Z. Phys. D **29**, 159 (1994).
- [109] J. LIDBERG, A. AL-KHALILI, L.-O. NORLIN, P. ROYEN, X. TORDOIR ET S. MANNERVIK, *Lifetimes of the metastable $3d^2D_{3/2}$ and $3d^2D_{5/2}$ levels in Ca^+ measured by laser probing of a stored ion beam*, J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **32**, 757 (1999).
- [110] H. DEHMELT, *Proposed $10^{14}\ \Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on Tl^+ mono-ion oscillator II (spontaneous quantum jumps)*, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 60 (1975).

- [111] S. URABE, K. HAYASAKA, M. WATANABE, H. IMAJO, R. OHMUKAI ET R. HAYASHI, *Laser cooling of a single Ca^+ ion : observation of quantum jumps*, Appl. Phys. B **57**, 367 (1993).
- [112] T. GUDJONS, B. HILBERT, P. SEIBERT ET G. WERTH, *Precise lifetime determination of the metastable $3d^2D_{5/2}$ level in Ca^+ by "electron shelving"*, Europhys. Lett. **33**(8), 1595 (1996).
- [113] G. RITTER ET U. EICHMANN, *Lifetime of the Ca^+ $3^2D_{5/2}$ level from quantum jump statistics of a single laser-cooled ion*, J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **30**, L141 (1997).
- [114] M. BLOCK, O. REHM, P. SEIBERT ET G. WERTH, *$3d^2D_{5/2}$ lifetime in laser cooled Ca^+ : influence of cooling laser power*, Eur. Phys. J. D **7**, 461 (1999).
- [115] P. A. BARTON, C. J. S. DONALD, D. M. LUCAS, D. A. STEVENS, A. M. STEANE ET D. N. STACEY, *Measurement of the lifetime of the $3d^2D_{5/2}$ state in $^{40}\text{Ca}^+$* , Phys. Rev. A **62**, 032503 (2000).
- [116] P. STAANUM, I. S. JENSEN, R. G. MARTINUSSEN, D. VOIGT ET M. DREWSSEN, *Lifetime measurement of the metastable $3d^2D_{5/2}$ state in the $^{40}\text{Ca}^+$ ion using the shelving technique on a few-ion string*, Phys. Rev. A **69**, 032503 (2004).
- [117] A. KREUTER, C. BECHER, G. P. T. LANCASTER, A. B. MUNDT, C. RUSSO, H. HÄFFNER, C. ROOS, J. ESCHNER, F. SCHMIDT-KALER ET R. BLATT, *Spontaneous emission lifetime of a single trapped Ca^+ ion in a high finesse cavity*, Phys. Rev. Lett. **92**(20), 203002 (2004).
- [118] N. YU, W. NAGOURNEY ET H. DEHMELT, *Radiative lifetime measurement of the Ba^+ metastable $D_{3/2}$ state*, Phys. Rev. Lett. **78**(26), 4898 (1997).
- [119] K. PROTASSOV, *Analyse statistique des données expérimentales* (EDP sciences, 2002).
- [120] P. R. BEVINGTON, *Data reduction and error analysis for the physical sciences* (1969).
- [121] D. J. LARSON, J. C. BERGQUIST, J. J. BOLLINGER, W. M. ITANO ET D. J. WINELAND, *Sympathetic cooling of trapped ions : a laser-cooled two-species non-neutral ion plasma*, Phys. Rev. Lett. **57**(1), 70 (1986).
- [122] Q. A. TURCHETTE, D. KIELPINSKI, B. E. KING, D. LEIBFRIED, D. M. MEEKHOF, C. J. MYATT, M. A. ROWE, C. A. SACKETT, C. S. WOOD, W. M. ITANO, C. MONROE ET D. J. WINELAND, *Heating of trapped ions from the quantum ground state*, Phys. Rev. A **61**, 063418 (2000).
- [123] R. G. DEVOE ET C. KURTSIEFER, *Experimental study of anomalous heating and trap instabilities in a microscopic ^{137}Ba ion trap*, Phys. Rev. A **65**, 063407 (2002).
- [124] L. MARMET ET A. A. MADEJ, *Optical Ramsey spectroscopy and coherence measurements of the clock transition in a single trapped Sr ion*, Can. J. Phys. **78**, 495 (2000).

- [125] C. CHAMPENOIS, M. HOUSSIN, C. LISOWSKI, M. KNOOP, G. HAGEL, M. VEDEL ET F. VEDEL, *Evaluation of the ultimate performances of a Ca^+ single-ion frequency standard*, Phys. Lett. A **331**, 298 (2004).
- [126] E. RIIS ET A. G. SINCLAIR, *Optimum measurement strategies for trapped ion optical frequency standards*, J. Phys. B : At. Mol. Phys. **37**, 4719 (2004).
- [127] J. C. BERGQUIST, W. M. ITANO, F. ELSNER, M. G. RAIZEN ET D. J. WINELAND, *Single ion optical spectroscopy*, In Light induced effects on atoms, ions and molecules (eds. L Moi and S Gozzini and E Arimondo and F Strumia) (ETS Editrice, Pisa, 1991).
- [128] H. KOPFERMANN, *Nuclear moments* (Academic Press, New York, 1958).
- [129] F. ARBES, M. BENZING, T. GUDJONS, F. KURTH ET G. WERTH, *Precise determination of the ground state hyperfine structure splitting of $^{43}\text{Ca II}$* , Z. Phys. D **31**, 27 (1994).
- [130] W. NÖRTERSCHÄUSER, K. BLAUM, K. ICKER, P. MULLER, A. SCHMITT, K. WENDT ET B. WICHE, *Isotope shifts and hyperfine structure in the $3d^2D_J \rightarrow 4p^2P_J$ transitions in calcium II*, Eur. Phys. J. D **2**, 33 (1998).
- [131] D. J. BERKELAND ET M. G. BOSHIER, *Destabilization of dark states and optical spectroscopy in Zeeman-degenerate atomic systems*, Phys. Rev. A **65**, 033413 (2002).
- [132] W. ITANO, L. LEWIS ET D. WINELAND, *Shift of $^2S_{1/2}$ hyperfine splittings due to blackbody radiation*, Phys. Rev. A **2**, 1233 (1982).
- [133] W. M. ITANO, *External-field shifts of the $^{199}\text{Hg}^+$ optical frequency standard*, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **105**(6), 829 (2000).
- [134] R. L. KURUCZ. Atomic line database, CD-ROM 23, <http://cfa-www.harvard.edu/amdata/ampdata/kurucz23/sekur.html>, 2003.
- [135] A. MESSIAH, *Mécanique quantique - tome 2* (Dunod, 1995).
- [136] I. SOBELMAN, *Atomic spectra and radiative transitions* (Springer-Verlag, Berlin, 1992).
- [137] B. BRANSDEN ET C. JOACHAIN, *Physics of atoms and molecules* (Longman scientific and technical, 1994).
- [138] P. J. BLYTHE, S. A. WEBSTER, K. HOSAKA ET P. GILL, *Systematic frequency shifts of the 467 nm electric octupole transition in $^{171}\text{Yb}^+$* , J. Phys. B. : At. Mol. Opt. Phys. **36**, 981 (2003).
- [139] G. P. BARWOOD, H. S. MARGOLIS, G. HUANG, P. GILL ET H. A. KLEIN, *Measurement of the electric quadrupole moment of the $4d^2D_{5/2}$ level in $^{88}\text{Sr}^+$* , Phys. Rev. Lett. **93**, 133001 (2004).
- [140] W. H. OSKAY, W. M. ITANO ET J. C. BERGQUIST, *Measurement of the $^{199}\text{Hg}^+$ $5d^96s^2^2D_{5/2}$ electric quadrupole moment and a constraint on the quadrupole shift*, Phys. Rev. Lett. **94**, 163001 (2005).

- [141] M. EICHENSEER, A. Y. NEVSKY, C. SCHWEDES, J. VON ZANTHIER ET H. WALTHER, *Towards an indium single-ion optical frequency standard*, J. Phys. B **36**, 553 (2003).
- [142] N. KJAERGAARD, L. HORNEKAER, A. M. THOMMESEN, Z. VIDESEN ET M. DREWSEN, *Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization*, Appl. Phys. B **71**, 207 (2000).
- [143] P. J. MOHR ET B. N. TAYLOR, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 1998*, J. Phys. Chem. Ref. Data **28**, 1713 (1999).