

Dynamique des structures tournantes à symétrie cyclique en présence d'incertitudes aléatoires. Application au désaccordage des roues aubagées.

Evangéline Capiez-Lernout

Thèse dirigée par Christian Soize, Laboratoire de Mécanique

Université de Marne-La-Vallée

Collaboration avec SNECMA MOTEURS

I- INTRODUCTION

II- METHODOLOGIE DU PROBLEME DIRECT:

analyse dynamique du désaccordage des roues aubagées

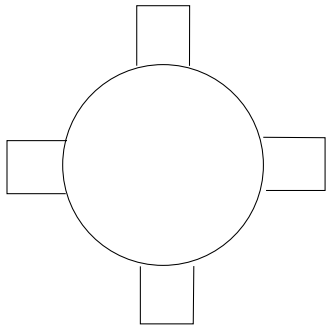
III- METHODOLOGIE DU PROBLEME INVERSE:

caractérisation des tolérances géométriques de l'aube

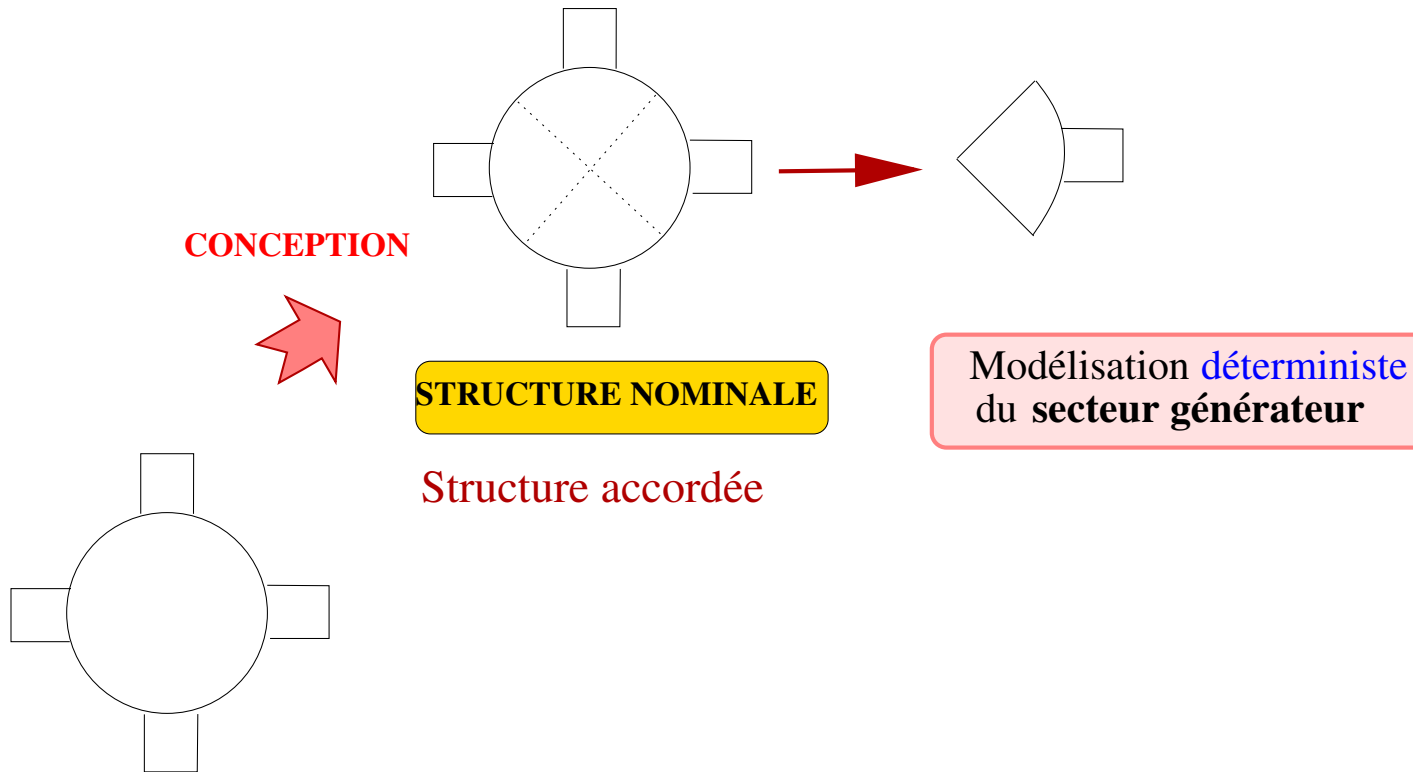
IV- VALIDATION NUMERIQUE DES METHODOLOGIES PROBABILISTES SUR DES ROUES AUBAGEES

V- CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

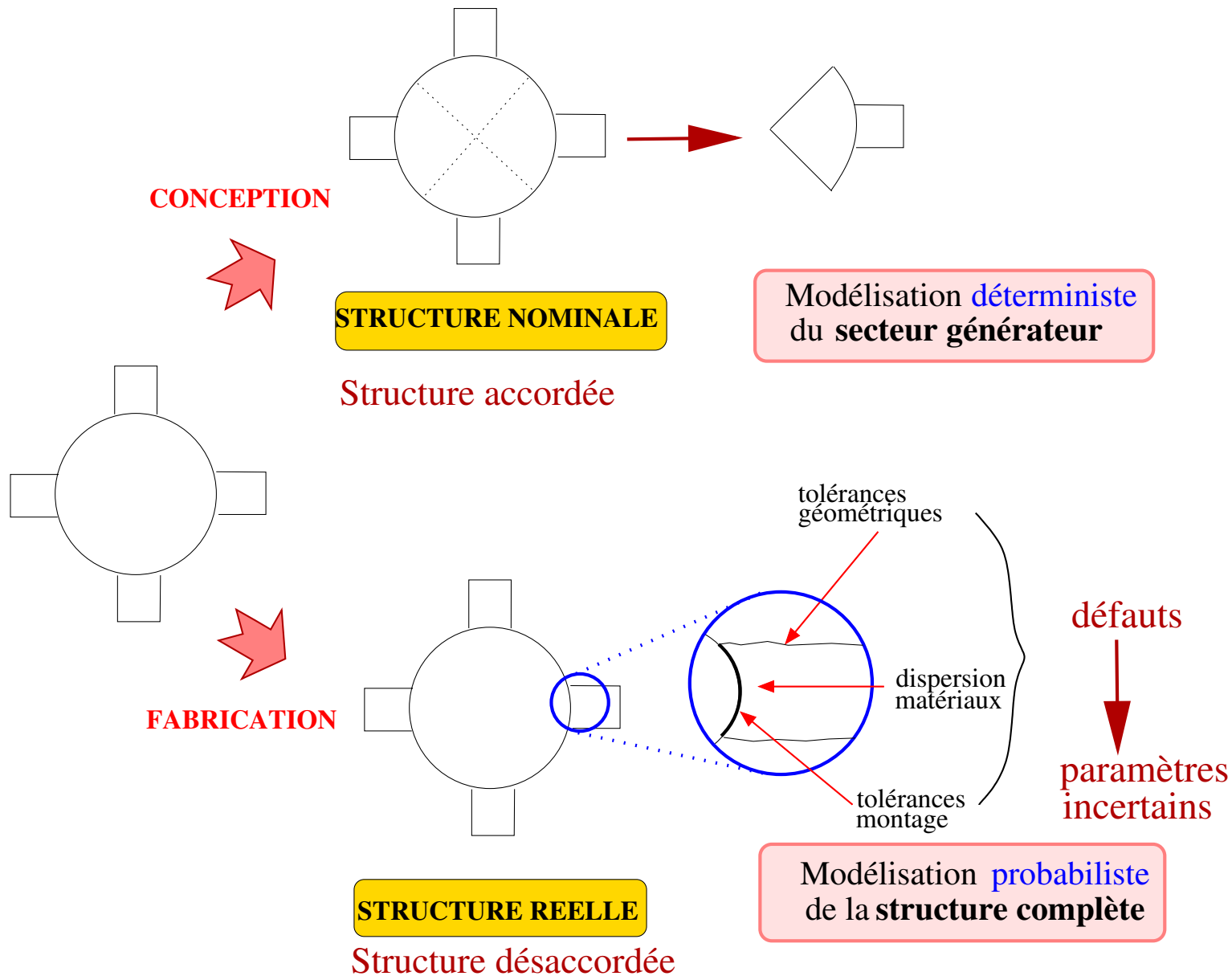
I- INTRODUCTION



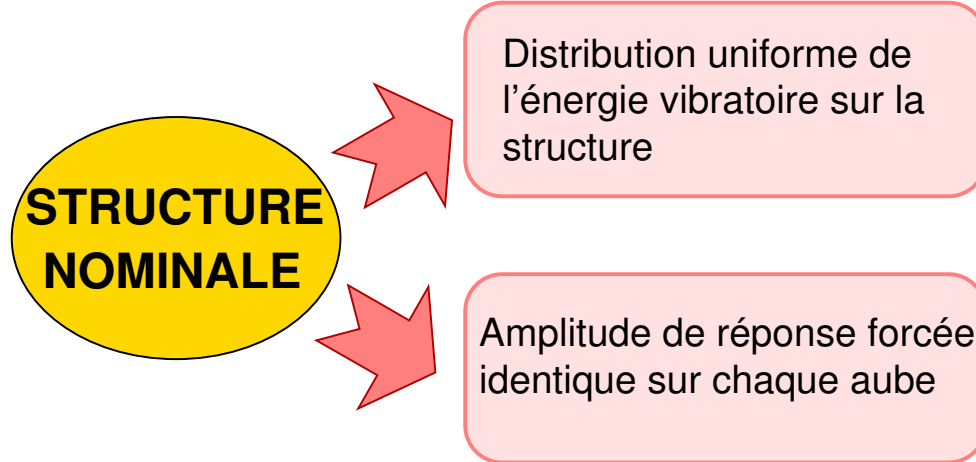
Contexte de la recherche



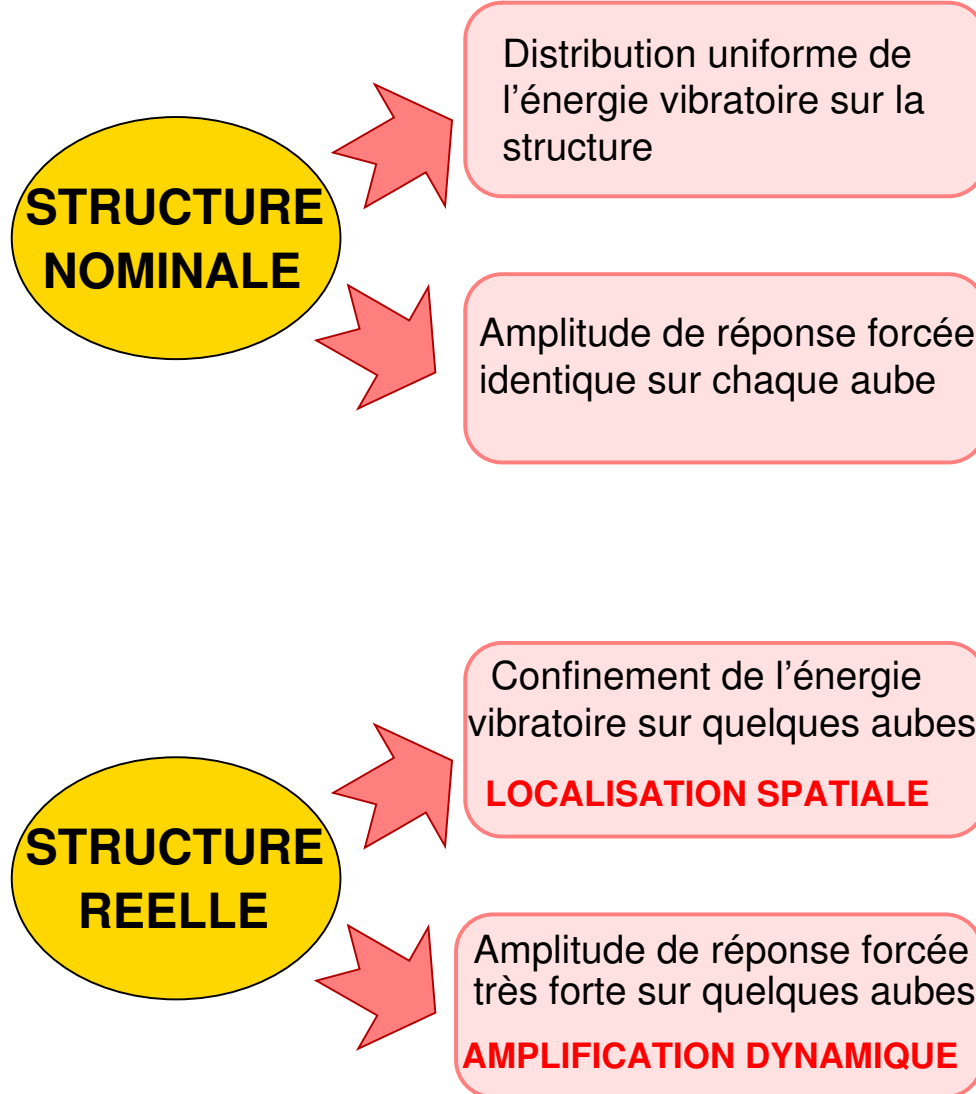
Contexte de la recherche



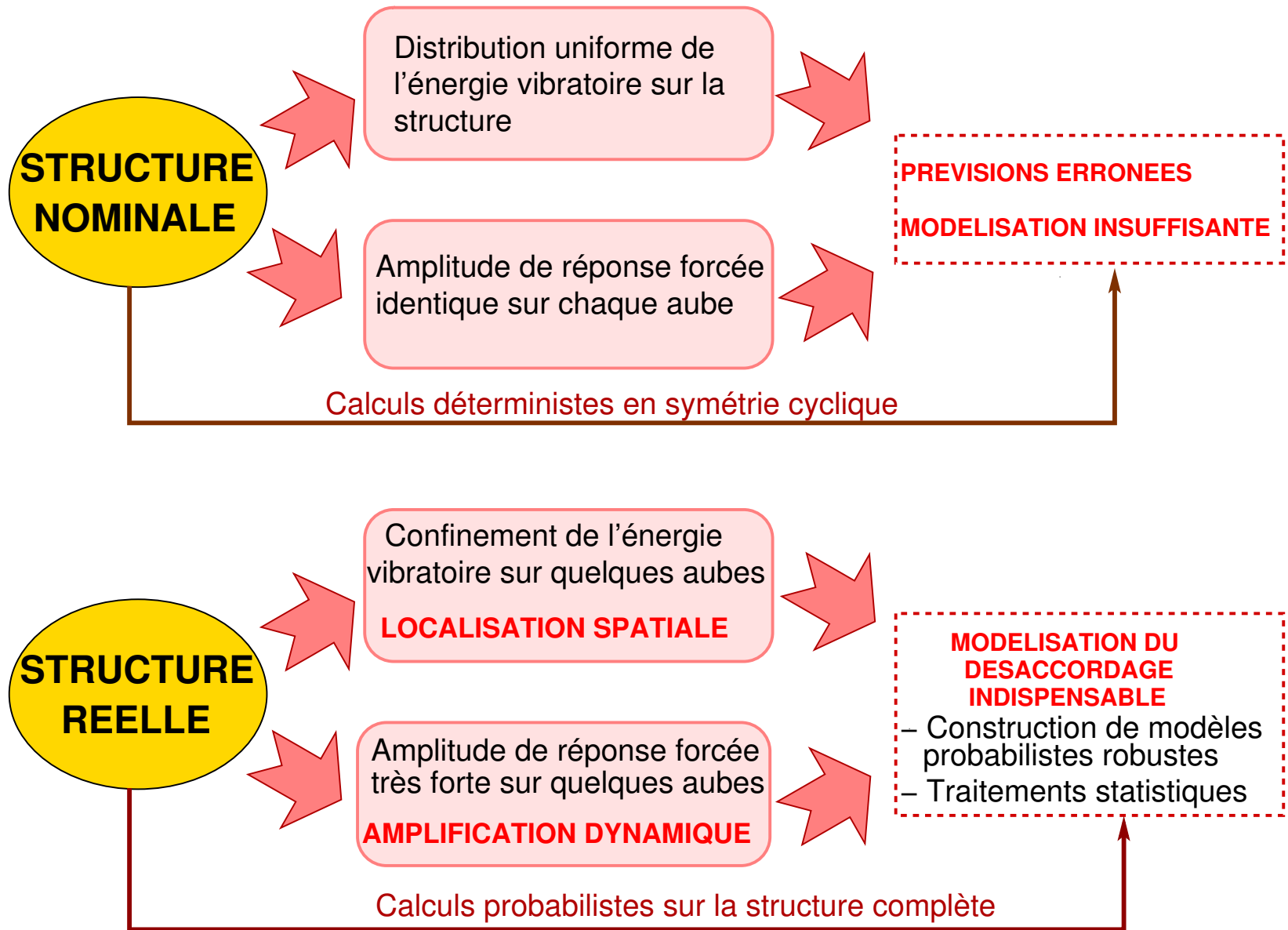
Contexte de la recherche



Contexte de la recherche



Contexte de la recherche



- Mise en évidence du désaccordage (Ewins,D., JSV, 1969), (Whitehead,D.S., JMES, 1966)
- Modélisation probabiliste du désaccordage
 - ◆ Modèles mécaniques simples: oscillateurs linéaires couplés
 - Techniques de perturbations (Sinha,A., AIAA, 1986), (Mignolet et al., JT, 1993)
 - Chaos polynomiaux (Sinha,A., 2003)
 - Monte Carlo (Ottarson,G.S. et Pierre,C., 1995), (Mignolet et al., JEGTP, 2001)
 - ◆ Modèles mécaniques tridimensionnels
 - Réduction modale (Castanier,M. et Pierre,C., JVA, 1997), (Bladh,R. et al., JEGTP, 2001), (Seinturier,E. et al., 2002)
- Identification expérimentale (Mignolet et al., JVA, 1997; JEGTP, 2001), (Feiner,D. et Griffin,J., JT, 2004)



Incertitudes de données

Incertitudes de modèle

**MODELISATION PROBABILISTE
PARAMETRIQUE DES INCERTITUDES**

Paramètres physiques incertains
du modèle: variables aléatoires et
champs stochastiques

- Identification expérimentale de tous les paramètres
- Aléas sur les matrices éléments finis

**DESACCORDAGE EN MODES
ET EN FREQUENCES**



Incertitudes de données

Incertitudes de modèle

**MODELISATION PROBABILISTE
PARAMETRIQUE DES INCERTITUDES**
Paramètres physiques incertains
du modèle: variables aléatoires et
champs stochastiques

- Identification expérimentale de tous les paramètres
- Aléas sur les matrices éléments finis

beaucoup de paramètres

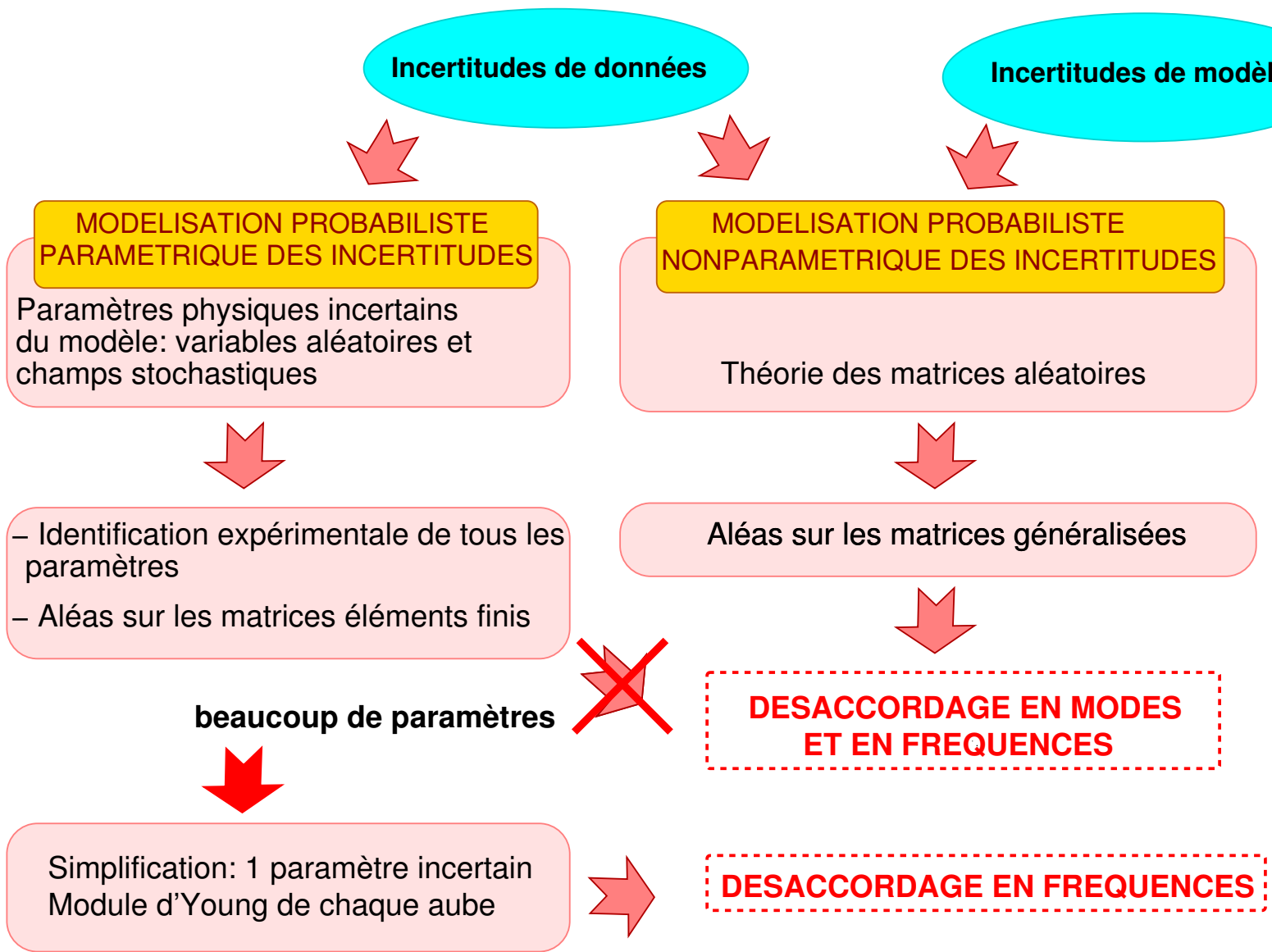


**DESACCORDAGE EN MODES
ET EN FREQUENCES**

Simplification: 1 paramètre incertain
Module d'Young de chaque aube



DESACCORDAGE EN FREQUENCES





- Modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes en élastodynamique basse fréquence (Soize,C., PEM, 2000; JASA, 2001), (Soize,C. et Chebli,H., JEM, 2002)
- Problème direct: adaptation de l'approche probabiliste non paramétrique à la problématique du désaccordage (Capiez-Lernout,E. et Soize C., MI, 2003; JEGTP, 2004)
- Problème inverse: spécification des tolérances géométriques de l'aube pour un niveau d'amplification de réponse forcée donné (Capiez-Lernout,E., Soize,C. et al, JEGTP, 2005)

II- METHODOLOGIE DU PROBLEME DIRECT: analyse dynamique du désaccordage des roues aubagées

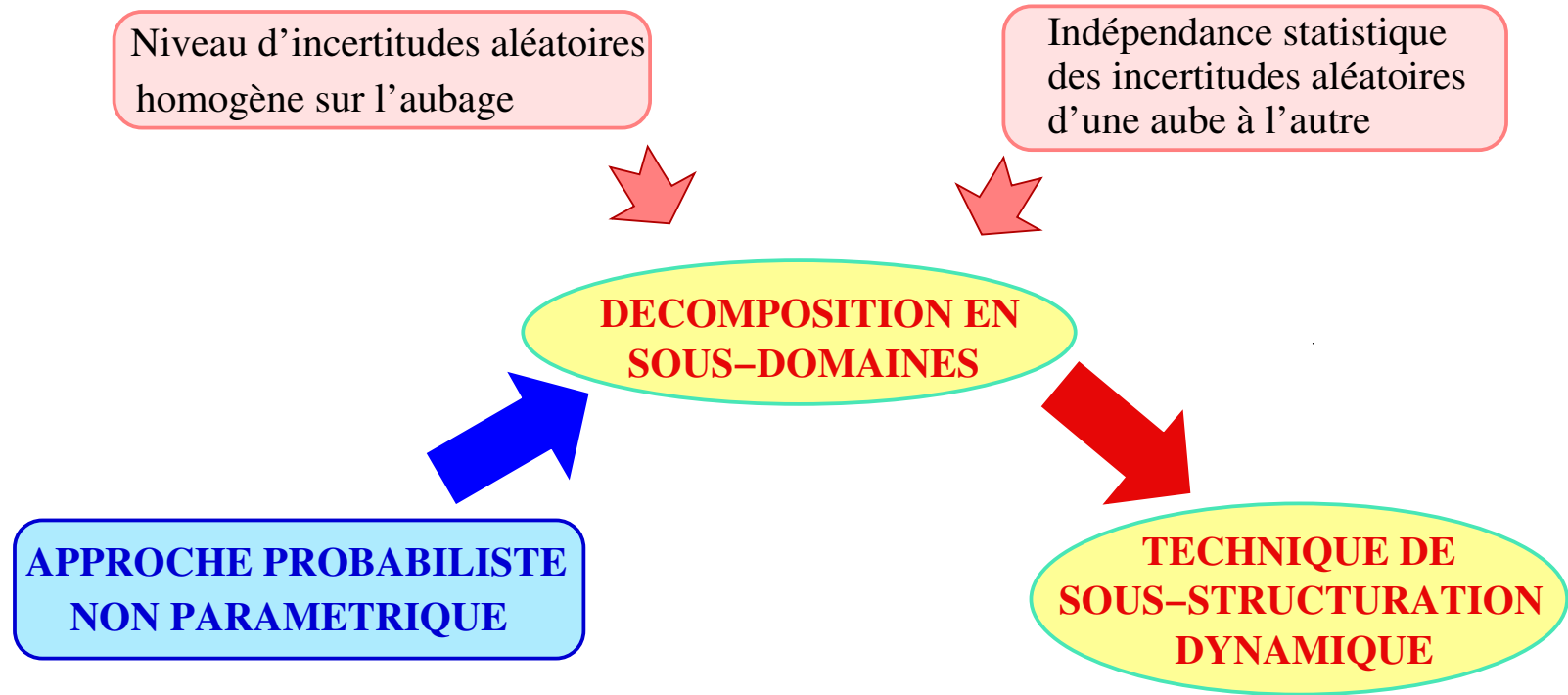


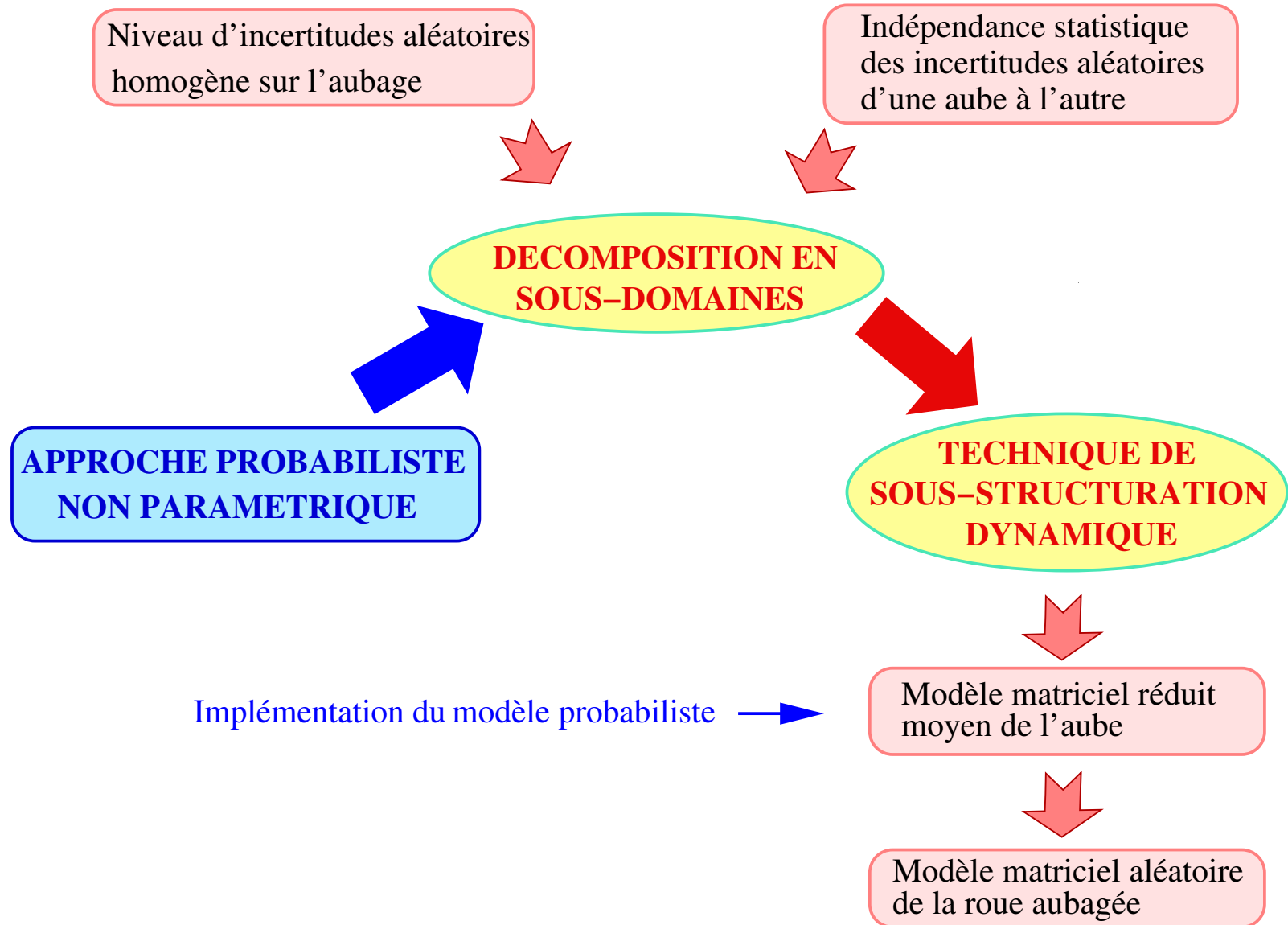
Niveau d'incertitudes aléatoires
homogène sur l'aubage

Indépendance statistique
des incertitudes aléatoires
d'une aube à l'autre



**DECOMPOSITION EN
SOUS-DOMAINES**





- Couplage gyroscopique non pris en compte
- Equation de la dynamique d'une sous-structure: $[\underline{A}^r(\omega)] \underline{\mathbf{u}}^r(\omega) = \underline{\mathbf{F}}^r(\omega) + \underline{\mathbf{F}}_{\text{coup}}^r(\omega)$
- Modèle matriciel réduit moyen de la structure requis par l'approche probabiliste non paramétrique
 - ◆ Pour chaque aube: sous-structuration dynamique de Craig et Bampton

$$\underline{\mathbf{u}}^j = \underline{\mathbf{u}}_{\text{fix}}^j + \underline{\mathbf{u}}_{\text{rel}}^j$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}_i^j &= [\underline{\Phi}^j] \underline{\mathbf{q}}^j + [\underline{S}^j] \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_j}^j \\ \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_j}^j &= 0 + \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_j}^j \end{aligned}$$

- Calcul des **modes propres de l'aube à interface de couplage fixe** $[\underline{\Phi}^j]$
- Calcul des **relèvements statiques** associés à l'interface de couplage $[\underline{S}^j]$
- ◆ Assemblage des matrices éléments finis du disque avec les matrices réduites de l'aube.
 - Equilibre des forces de couplage sur l'interface: $\sum_r \underline{\mathbf{F}}_{\text{coup}}^r(\omega) = 0$
 - Continuité du vecteur déplacement sur l'interface: $\underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_j}^d = \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_j}^j$



◆ Matrice de passage

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_i^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_\Sigma(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_i^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\underline{\mathbf{I}}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\underline{\mathbf{I}}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\underline{\mathbf{S}}^a] & [\underline{\Phi}^a] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_i^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_\Sigma(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}^a(\omega) \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}_\Sigma &= (\underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_0}^d, \dots, \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_{N-1}}^d) \\ \underline{\mathbf{u}}_i^a &= (\underline{\mathbf{u}}_i^0, \dots, \underline{\mathbf{u}}_i^{N-1}) \\ [\underline{\mathbf{S}}_{jk}^a] &= [\underline{\mathbf{S}}^j] \delta_{jk}, \quad [\underline{\Phi}_{jk}^a] = [\underline{\Phi}^j] \delta_{jk} \end{aligned}$$

◆ Equation du modèle matriciel réduit moyen

$$\begin{bmatrix} [\underline{\mathbf{A}}_{ii}^d(\omega)] & [\underline{\mathbf{A}}_{i\Sigma}^d(\omega)] & [\mathbf{0}] \\ [\underline{\mathbf{A}}_{i\Sigma}^d(\omega)]^T & [\underline{\mathbf{A}}_{\Sigma\Sigma}^d(\omega)] + [\underline{\mathbf{A}}_\Sigma^a(\omega)] & [\underline{\mathbf{A}}_c^a(\omega)]^T \\ [\mathbf{0}] & [\underline{\mathbf{A}}_c^a(\omega)] & [\underline{\mathbf{A}}^a(\omega)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_i^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_\Sigma(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}^a(\omega) \end{bmatrix} = \underline{\mathcal{F}}(\omega)$$

$$[\underline{\mathbf{A}}^a(\omega)_{jk}] = [\underline{\mathbf{A}}^j(\omega)] \delta_{jk}$$

- Modèle matriciel réduit moyen de la structure compatible avec l'approche probabiliste non paramétrique et avec l'utilisation de gros modèles éléments finis:

Méthode de Benfield et Hruda

- ◆ Extraction du sous-système relatif au DDLs du disque
- ◆ Calcul **des modes propres** $[\underline{\Phi}^{d,c}]$ (symétrie cyclique)
- ◆ Projection des DDLs de disque sur les modes $[\underline{\Phi}^{d,c}]$ $\underline{\mathbf{u}}^d = [\underline{\Phi}^{d,c}] \underline{\mathbf{q}}^d$
- ◆ Matrice de passage

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_i^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_\Sigma(\omega) \\ \underline{\mathbf{u}}_i^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\underline{\Phi}_i^{d,c}] & [0] \\ [\underline{\Phi}_\Sigma^{d,c}] & [0] \\ [\underline{S}^a][\underline{\Phi}_\Sigma^{d,c}] & [\underline{\Phi}^a] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}^a(\omega) \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \underline{\mathbf{u}}_\Sigma &= (\underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_0}^d, \dots, \underline{\mathbf{u}}_{\Sigma_{N-1}}^d) \\ \underline{\mathbf{u}}_i^a &= (\underline{\mathbf{u}}_i^0, \dots, \underline{\mathbf{u}}_i^{N-1}) \\ [\underline{S}_{jk}^a] &= [\underline{S}^j] \delta_{jk}, \quad [\underline{\Phi}_{jk}^a] = [\underline{\Phi}^j] \delta_{jk} \end{aligned}$$

- ◆ Equation du modèle matriciel réduit moyen

$$\begin{bmatrix} [\underline{\mathcal{A}}^d(\omega)] & [\underline{\mathcal{A}}_c(\omega)] \\ [\underline{\mathcal{A}}_c(\omega)]^T & [\underline{\mathcal{A}}^a(\omega)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{q}}^d(\omega) \\ \underline{\mathbf{q}}^a(\omega) \end{bmatrix} = \underline{\mathbb{F}}(\omega)$$

La théorie est exposée pour le modèle matriciel réduit moyen construit par la méthode de Benfield et Hruda.

- Implémentation des incertitudes aléatoires sur les matrices de masse, de dissipation et de rigidité généralisées de chaque aube

$$\begin{bmatrix} [\underline{\mathcal{A}}^d(\omega)] & [\underline{\mathcal{A}}_c(\omega)] \\ [\underline{\mathcal{A}}_c(\omega)]^T & [\underline{\mathcal{A}}^a(\omega)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^d(\omega) \\ \mathbf{Q}^a(\omega) \end{bmatrix} = \underline{\mathcal{F}}(\omega), \quad \begin{bmatrix} \mathbf{U}_i^d(\omega) \\ \mathbf{U}_\Sigma(\omega) \\ \mathbf{U}_i^a(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\underline{\Phi}_i^{d,c}] & [0] \\ [\underline{\Phi}_\Sigma^{d,c}] & [0] \\ [\underline{S}^a][\underline{\Phi}_\Sigma^{d,c}] & [\underline{\Phi}^a] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^d(\omega) \\ \mathbf{Q}^a(\omega) \end{bmatrix}.$$

- Définition de l'information disponible

$$[\mathcal{A}_{jk}^a(\omega)] = [\mathcal{A}^j(\omega)] \delta_{jk} \quad , \quad [\mathcal{A}^j(\omega)] = -\omega^2 [\mathcal{M}^j] + i\omega [\mathcal{D}^j] + [\mathcal{K}^j]$$

- ◆ $[\mathcal{M}^j], [\mathcal{D}^j]$ et $[\mathcal{K}^j]$ sont des matrices aléatoires à valeurs dans $\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})$
- ◆ $\mathcal{E}\{[\mathcal{M}^j]\} = [\underline{\mathcal{M}}^j]$, $\mathcal{E}\{[\mathcal{D}^j]\} = [\underline{\mathcal{D}}^j]$, $\mathcal{E}\{[\mathcal{K}^j]\} = [\underline{\mathcal{K}}^j]$
- ◆ $\mathcal{E}\{\|[\mathcal{M}^j]^{-1}\|_F^2\} < +\infty$, $\mathcal{E}\{\|[\mathcal{D}^j]^{-1}\|_F^2\} < +\infty$, $\mathcal{E}\{\|[\mathcal{K}^j]^{-1}\|_F^2\} < +\infty$

$\| [A] \|_F$ norme de Frobenius de la matrice $[A]$

$$([\underline{\mathcal{B}}], [\mathcal{B}]) = \{([\underline{\mathcal{M}}^j], [\mathcal{M}^j]), ([\underline{\mathcal{D}}^j], [\mathcal{D}^j]), ([\underline{\mathcal{K}}^j], [\mathcal{K}^j])\}$$

■ Normalisation des matrices aléatoires

◆ $[\underline{\mathcal{B}}] = [\underline{L}]^T [\underline{L}]$ (Factorisation de Cholesky)

◆ $[\mathcal{B}] = [\underline{L}]^T [\mathbf{G}] [\underline{L}]$

■ Distribution de probabilité de la matrice aléatoire $[\mathbf{G}]$

$$p_{[\mathbf{G}]} = p_{[\mathbf{G}]}([\underline{G}]) \tilde{d}G$$

où $p_{[\mathbf{G}]}([\underline{G}])$ est la pdf définie par rapport à la mesure $\tilde{d}G$ sur $\mathbb{M}_n^S(\mathbb{R})$

$$\tilde{d}G = 2^{n(n-1)/4} \prod_{1 \leq i \leq j \leq n} d[G]_{ij}$$

■ La dispersion de $[\mathcal{B}]$ est contrôlée par le paramètre de dispersion δ

$$\delta = \left\{ \frac{\mathcal{E}\{\|[\mathbf{G}] - [\underline{G}]\|_F^2\}}{\|[\underline{G}]\|_F^2} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

■ Principe du maximum d'entropie:

- ◆ Entropie pour une v.a. à valeurs dans $\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})$:

$$\mathcal{S}(P_{[\mathbf{G}]}) = - \int_{\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})} p_{[\mathbf{G}]}([G]) \ln(p_{[\mathbf{G}]}([G])) \tilde{d}G$$

- ◆ Contraintes décrivant l'information disponible

$$\left. \begin{aligned} \int_{\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})} p_{[\mathbf{G}]}([G]) \tilde{d}G &= 1 & (1) \\ \int_{\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})} [\mathbf{G}] p_{[\mathbf{G}]}([G]) \tilde{d}G &= [\underline{\mathbf{G}}] = [I] & (2) \\ \int_{\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})} \ln(\det[\mathbf{G}]) p_{[\mathbf{G}]}([G]) \tilde{d}G &= \nu, |\nu| < +\infty & (3) \end{aligned} \right\} \mathcal{G} = \left\{ p_{[\mathbf{G}]}([G]); p_{[\mathbf{G}]}([G]) \text{ vérifie (1), (2), (3)} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{Trouver } p_{[\mathbf{G}]}([G]) \in \mathcal{G}, \quad \mathcal{S}(P_{[\mathbf{G}]}) = \sup_{p_{[\mathbf{X}]}([X]) \in \mathcal{G}} \mathcal{S}(P_{[\mathbf{X}]})$$

■ Fonction de densité de probabilité

$$p_{[\mathbf{G}]}([G]) = \mathbb{1}_{\mathbb{M}_n^+(\mathbb{R})}([G]) \times C_G \times (\det([G]))^{(n+1) \frac{(1-\delta^2)}{2\delta^2}} \times e^{-\frac{(n+1)}{2\delta^2} \text{tr}([G])},$$

où C_G est une constante de normalisation

- Il existe une représentation algébrique de $[\mathbf{G}]$ adaptée à la **simulation numérique de Monte Carlo**.

- Les matrices $[\mathbf{G}_M^j]$, $[\mathbf{G}_D^j]$ et $[\mathbf{G}_K^j]$ de chaque aube j sont indépendantes dans leur ensemble.



- Energie élastique de l'aube j à une fréquence ω

$$E^j(\omega) = \frac{1}{2} \mathbf{U}^j(\omega)^* [\underline{K}^j] \mathbf{U}^j(\omega) \quad , \quad \underline{e}(\omega) = \underline{e}^j(\omega) = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{u}}^j(\omega)^* [\underline{K}^j] \underline{\mathbf{u}}^j(\omega)$$

- Facteur d'amplification dynamique des aubes à une fréquence donnée

$$B(\omega) = \sqrt{\frac{E(\omega)}{\underline{e}_\infty}} \quad , \quad E(\omega) = \sup_j E^j(\omega) \quad , \quad \underline{e}_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{B}} \underline{e}(\omega)$$

- Facteur d'amplification dynamique des aubes sur une bande d'analyse fréquentielle

$$B_\infty = \sqrt{\frac{E_\infty}{\underline{e}_\infty}} \quad , \quad E_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{B}} E(\omega)$$

- Estimation de la fonction de répartition de la variable aléatoire B_∞

$$\mathcal{P}(B_\infty \leq b_\infty)$$

III- METHODOLOGIE DU PROBLEME INVERSE: caractérisation des tolérances géométriques de l'aube



- Construction d'un intervalle de confiance pour les paramètres \underline{t} contrôlant la géométrie de l'aube.
- Critère de spécification des tolérances: (b_c, p_c)
 - ◆ b_c : facteur critique d'amplification dynamique de réponse forcée
 - ◆ p_c : niveau de probabilité critique

⇒ Trouver $[\underline{t}_{\min}; \underline{t}_{\max}]$ tel que $\mathcal{P}(B_\infty > b_c) \leq p_c$
- Quantifier les paramètres de dispersion δ du modèle non paramétrique de l'aube en fonction des tolérances décrites par $[\underline{t}_{\min}; \underline{t}_{\max}]$.



Modèle de géométrie aléatoire d'aube
représentatif des tolérances $[B(\mathbf{T})]$



Indicateur de dispersion

$$W_B^{\text{para}} = \mathcal{E}\{\|[\underline{\Phi}]^T [B(\mathbf{T})] [\underline{\Phi}] - [\underline{\mathcal{B}}]\|_F^2\}$$

– Estimation par simulation numérique
de Monte Carlo



Modèle probabiliste non paramétrique
pour l'aube $[\mathcal{B}]$



Indicateur de dispersion
de la matrice aléatoire

$$W_B = \mathcal{E}\{\|[\mathcal{B}] - [\underline{\mathcal{B}}]\|_F^2\}$$

– Fonction analytique de δ

Modèle de géométrie aléatoire d'aube
représentatif des tolérances $[B(\mathbf{T})]$



Indicateur de dispersion

$$W_B^{\text{para}} = \mathcal{E}\{\|[\underline{\Phi}]^T [B(\mathbf{T})] [\underline{\Phi}] - [\underline{\mathcal{B}}]\|_F^2\}$$

– Estimation par simulation numérique
de Monte Carlo



Modèle probabiliste non paramétrique pour l'aube $[\mathcal{B}]$



Indicateur de dispersion de la matrice aléatoire

$$W_B = \mathcal{E}\{\|[\mathcal{B}] - [\underline{\mathcal{B}}]\|_F^2\}$$

– Fonction analytique de δ

Modèle de géométrie aléatoire d'aube représentatif des tolérances $[B(\mathbf{T})]$



Indicateur de dispersion

$$W_B^{\text{para}} = \mathcal{E}\{\|[\underline{\Phi}]^T [B(\mathbf{T})] [\underline{\Phi}] - [\underline{\mathcal{B}}]\|_F^2\}$$

– Estimation par simulation numérique de Monte Carlo



Critère d'identification

$$W_B = W_B^{\text{para}}$$



Paramètre de dispersion

$$\delta = \sqrt{\frac{W_B^{\text{para}} (N_a + 1)}{\text{tr}([\underline{\mathcal{B}}]^2) + (\text{tr}([\underline{\mathcal{B}}]))^2}}$$



- Prise en compte du biais introduit entre les valeurs nominales et les valeurs moyennes des matrices issues du modèle aléatoire de géométrie
 - ◆ les moments des v.a. \mathbf{T} sont inconnus
 - ◆ les matrices EF de l'aube ne dépendent pas linéairement de \mathbf{T} .
- Le modèle de géométrie aléatoire
 - ◆ est arbitraire
 - ◆ n'est pas utilisé pour l'analyse du désaccordage
 - ◆ permet d'estimer les valeurs des paramètres δ .
- Les paramètres de dispersion sont peu sensibles à une perturbation aléatoire du modèle probabiliste de la géométrie de l'aube.



- Construction *a priori* d'une géométrie aléatoire d'aube **représentatif**
 - ◆ modèle correctement paramétré
 - ◆ respect des contraintes dues aux tolérances
 - ◆ forme géométrique de l'aube régulière
- Génération du modèle de géométrie aléatoire

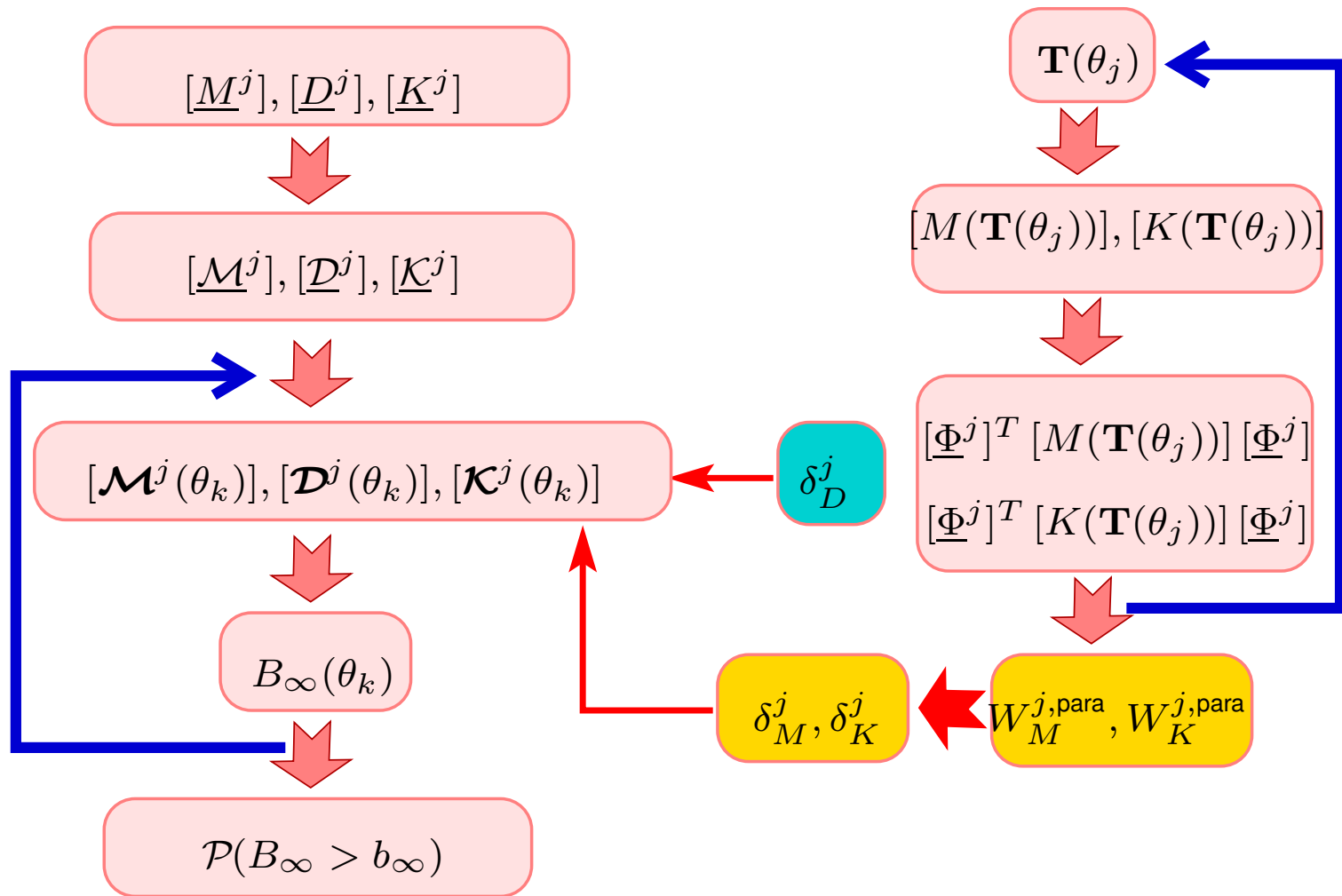
$$\mathbf{X} = X(\boldsymbol{\xi}) = \underline{\mathbf{x}} + \sum_{\alpha=1}^r \xi_{\alpha} \underline{\mathbf{b}}_{\alpha}$$

$\underline{\mathbf{x}}$: vecteur des coordonnées des noeuds du maillage nominal de l'aube

$\underline{\mathbf{b}}$: vecteurs de base déterministes de $\mathbb{R}^{m_{\alpha}}$

$\boldsymbol{\xi}$: vecteur aléatoire: v.a. uniformes indépendantes de support Δ_{ξ_i}

- Génération des matrices éléments finis aléatoires de l'aube



IV- VALIDATION NUMERIQUE DES METHODOLOGIES PROBABILISTES SUR DES ROUES AUBAGEES

Exemple numérique simple (non présenté)

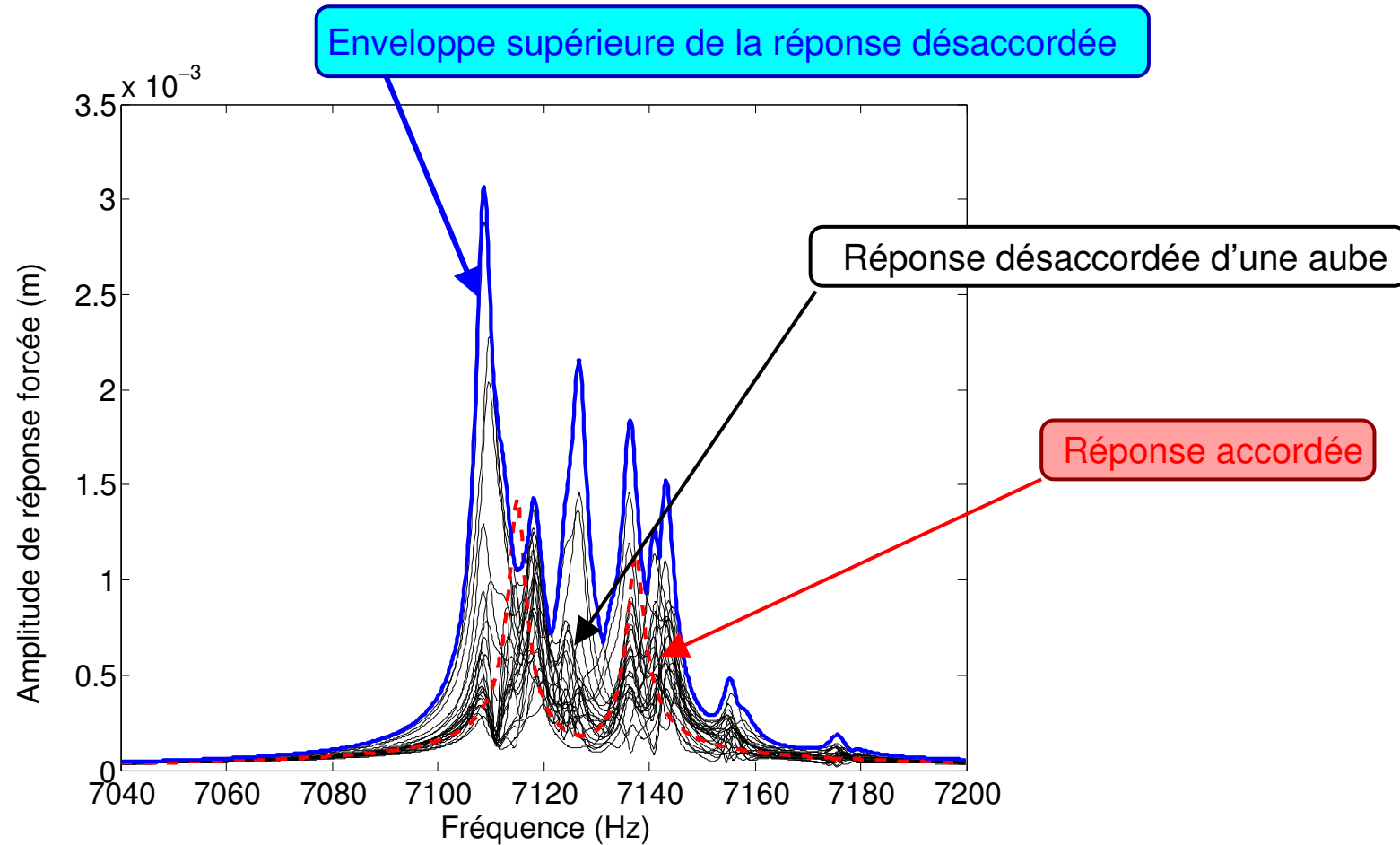
Comparaison avec l'approche probabiliste usuelle (non présenté)

Détermination des tolérances géométriques de l'aube (non présenté)

Structure complexe (SNECMA MOTEURS)

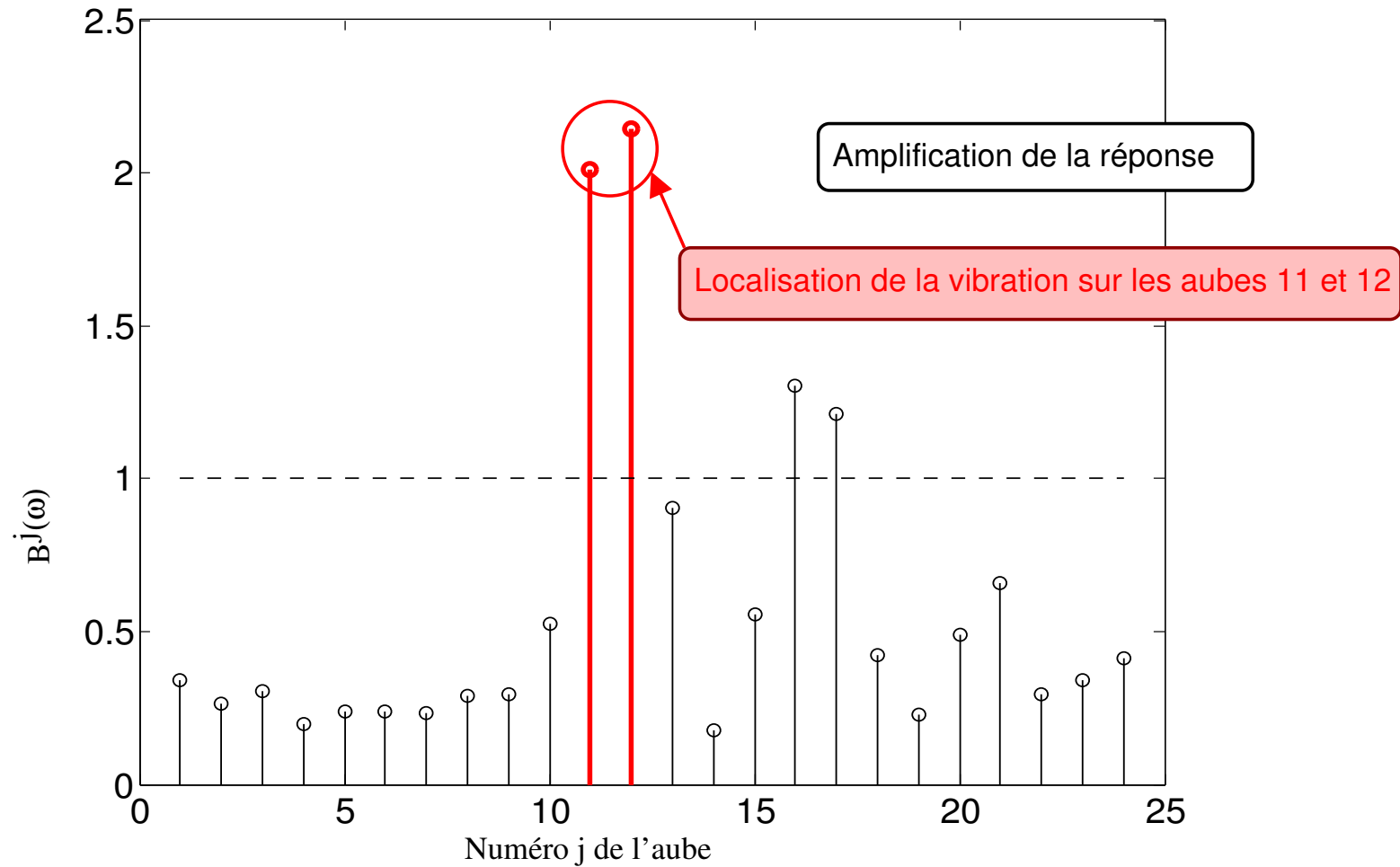
Détermination des tolérances géométriques de l'aube

Phénomène d'amplification

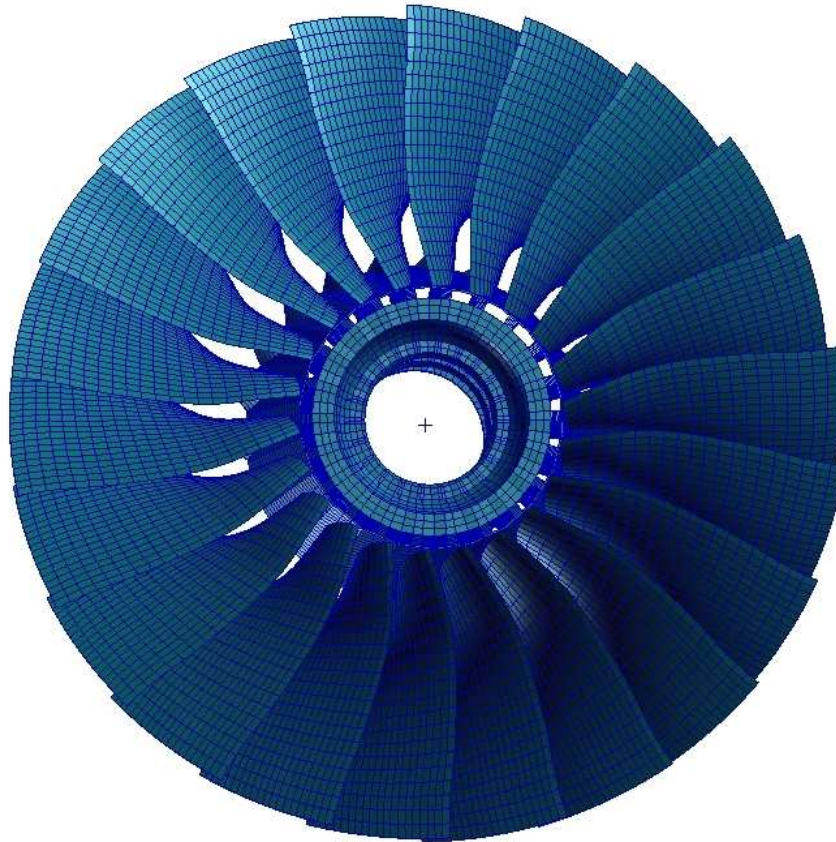


⇒ **Amplification** de la réponse forcée désaccordée par rapport à la réponse accordée

Phénomène de localisation spatiale



Présentation du modèle numérique (SNECMA MOTEURS)



Roue aubagée tridimensionnelle
22 aubes – 1 disque

Titane

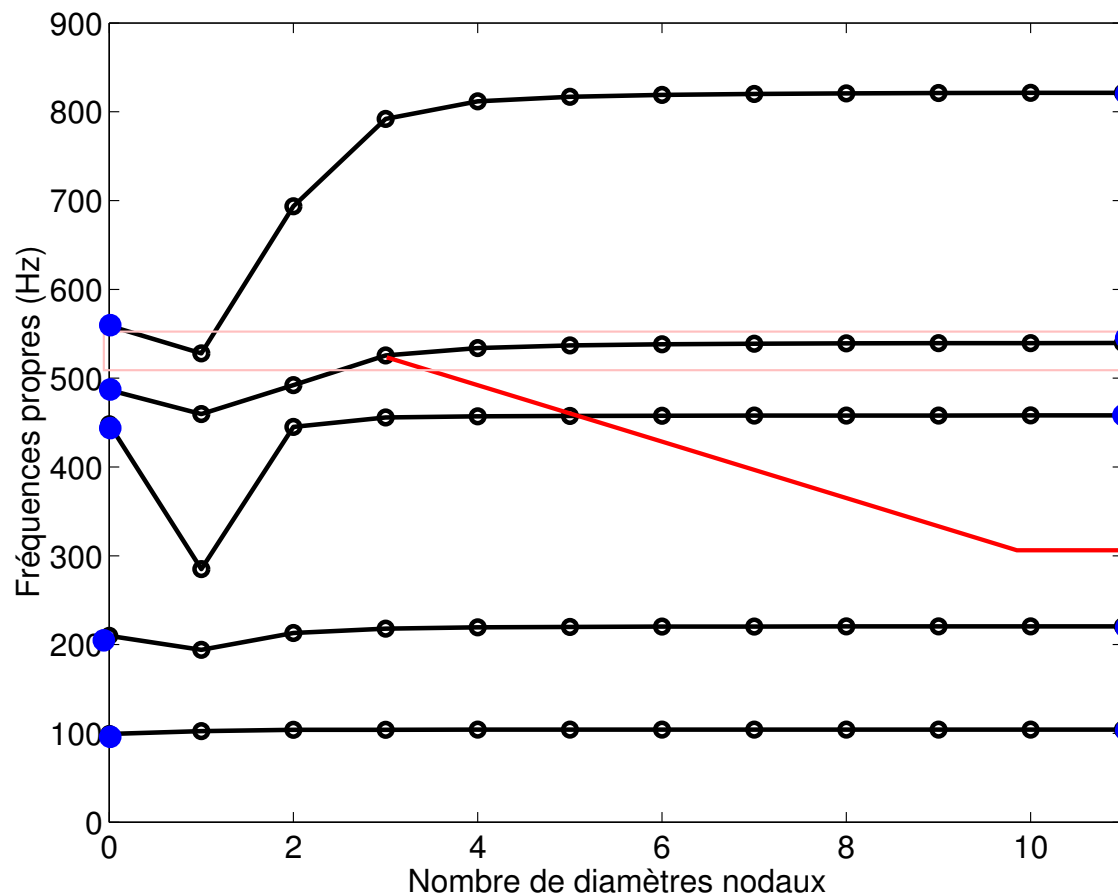
Modèle d'amortissement
 $[D] = \frac{\eta}{\omega} [K]$, $\eta = 0.002$

Éléments finis tridimensionnels
 $n=504174$ DDLs

Structure tournante
 $\Omega = 4500$ tours/min
Couplage gyroscopique
non pris en compte

Choix de l'excitation

STRUCTURE ACCORDEE



- fréquences propres simples
- fréquences propres doubles

bande d'analyse fréquentielle
[495 , 555] Hz

excitation cyclique $m=3$

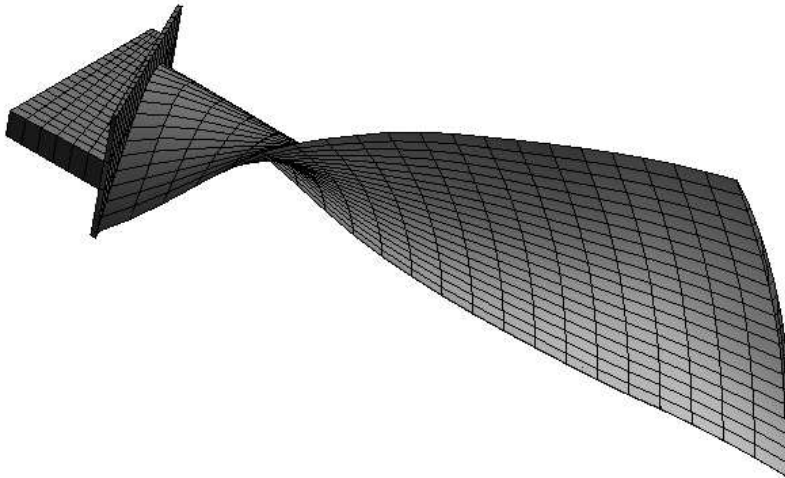
$$\underline{\mathbf{F}}(\omega) = \mathbb{1}_{\mathbb{B}}(\omega) \underline{\mathbf{g}}$$

$$\underline{g}_k = 0, \quad k \neq d_{dl_{exc,j}}$$

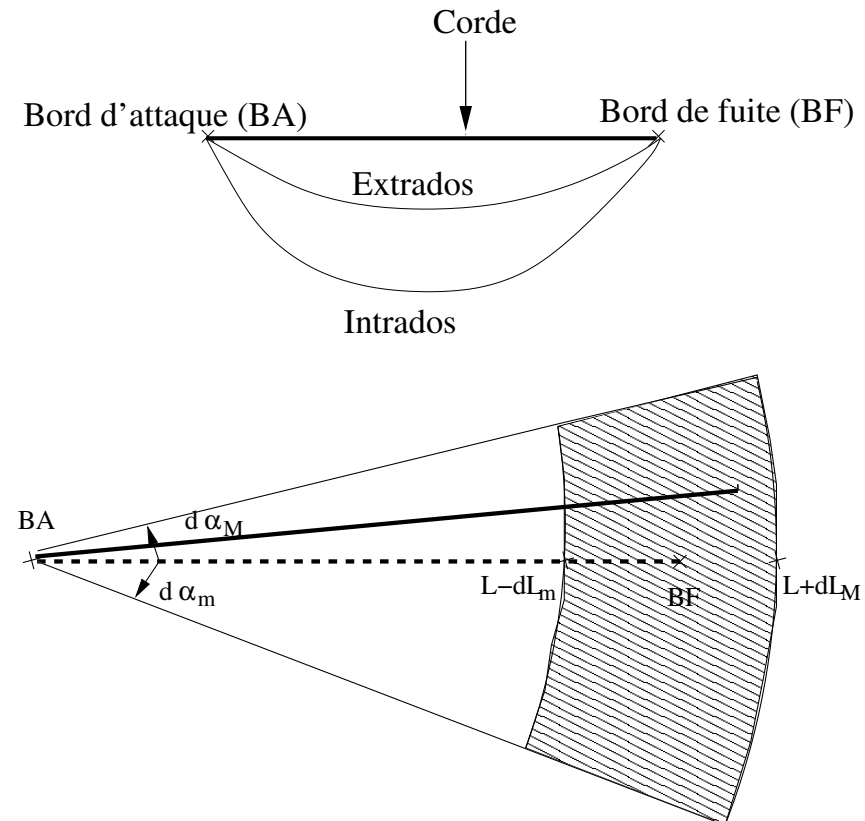
$$\underline{g}_{d_{dl_{exc,j}}} = e^{\frac{2i\pi m j}{N}}$$

Modèle de géométrie aléatoire: paramétrage

MAILLAGE DE L'AUBE NOMINALE



PROFIL D'UNE AUBE



Paramètres

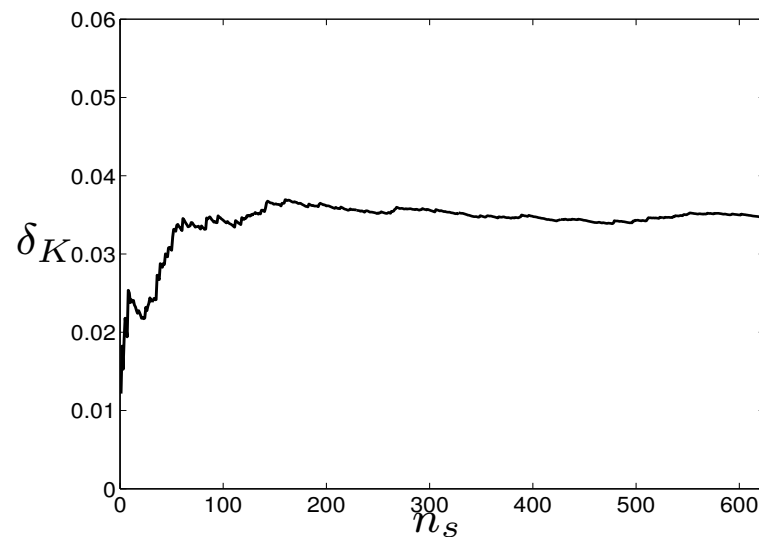
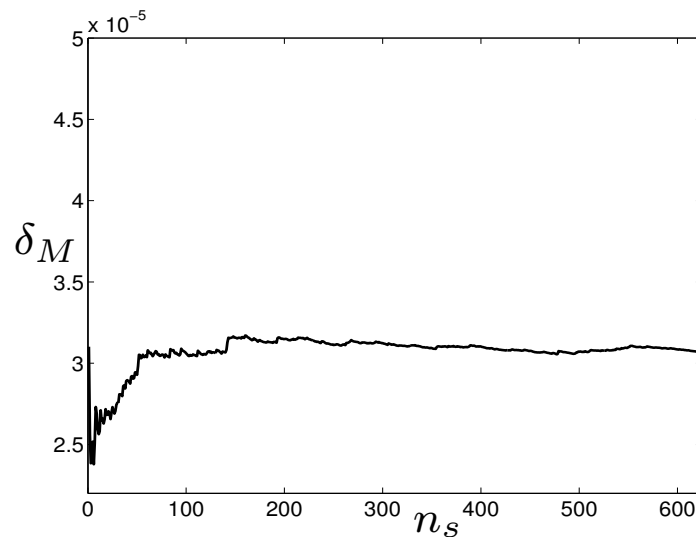
Longueur de la corde
Angle de torsion

Identification des paramètres de dispersion

Tolérances $dL_m = -0.55 \text{ mm}$; $dL_M = 0.75 \text{ mm}$; $d\alpha_m = -0.55^\circ$; $d\alpha_M = 0.55^\circ$

SIMULATION NUMERIQUE DE MONTE CARLO

Estimateurs des paramètres de dispersion en fonction du nombre de réalisations



$n_s = 350$ réalisations ; $\delta_K^j = 3.5 \cdot 10^{-2}$ et $\delta_M^j = 3 \cdot 10^{-5}$

Les tolérances induisent peu d'incertitudes sur la masse de l'aube

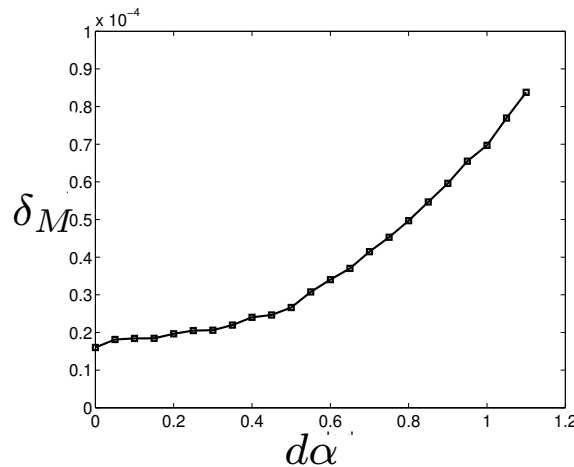
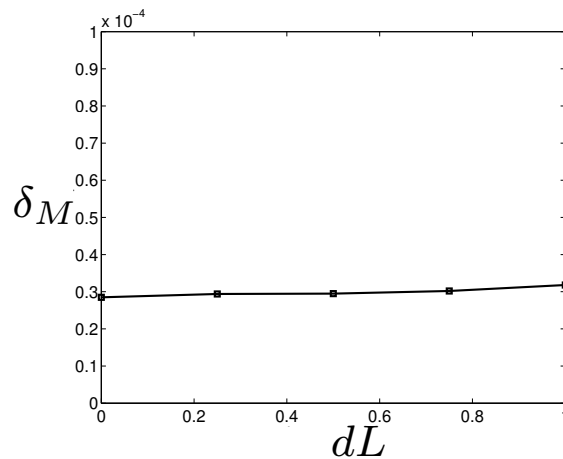
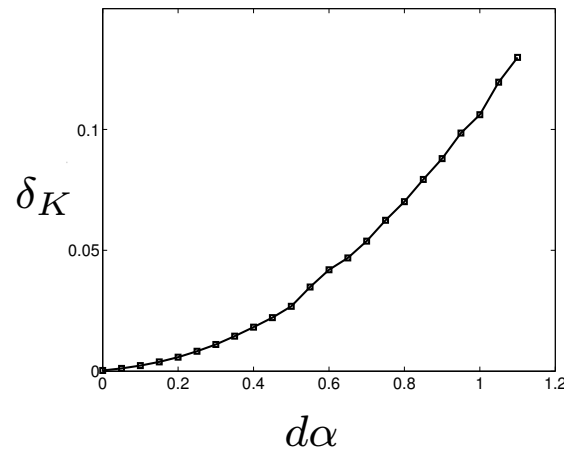
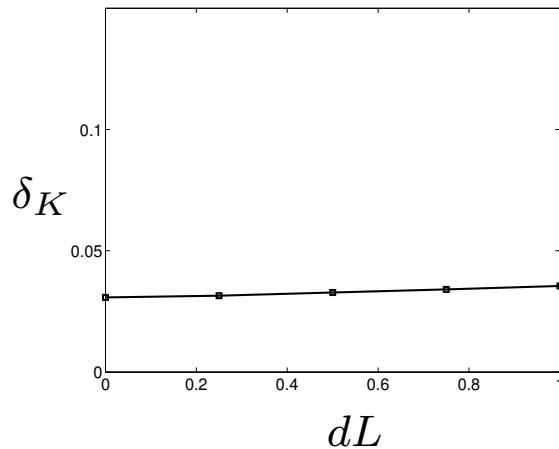
Identification des paramètres de dispersion

$$d\alpha_m = -0.55^\circ$$

$$d\alpha_M = 0.55^\circ$$

$$dL_m = -0.55 \text{ mm}$$

$$dL_M = 0.75 \text{ mm}$$



Variabilité des paramètres de dispersion en fonction des tolérances

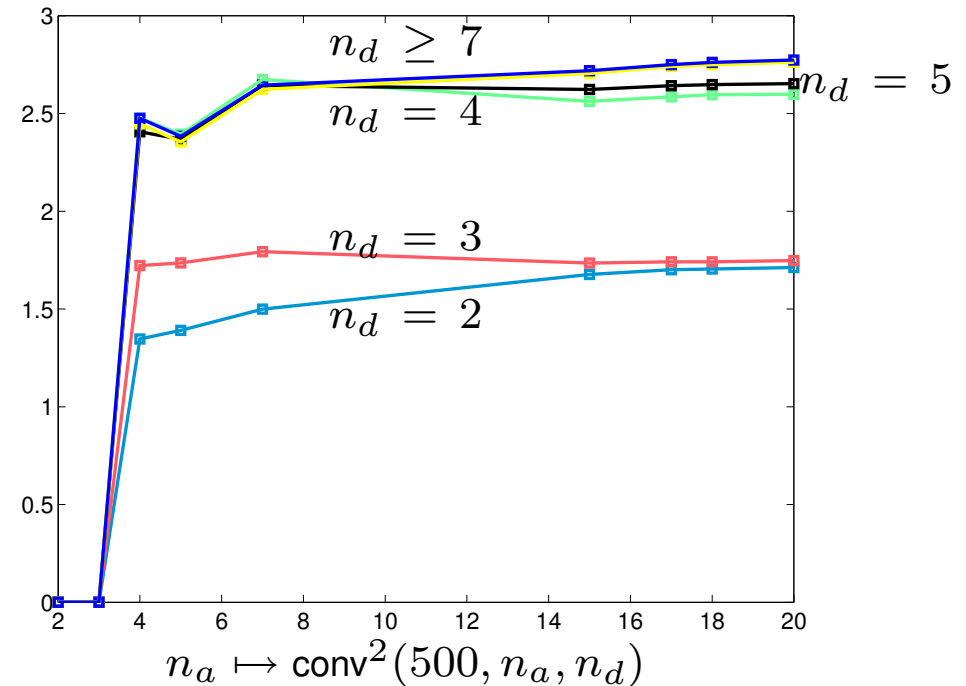
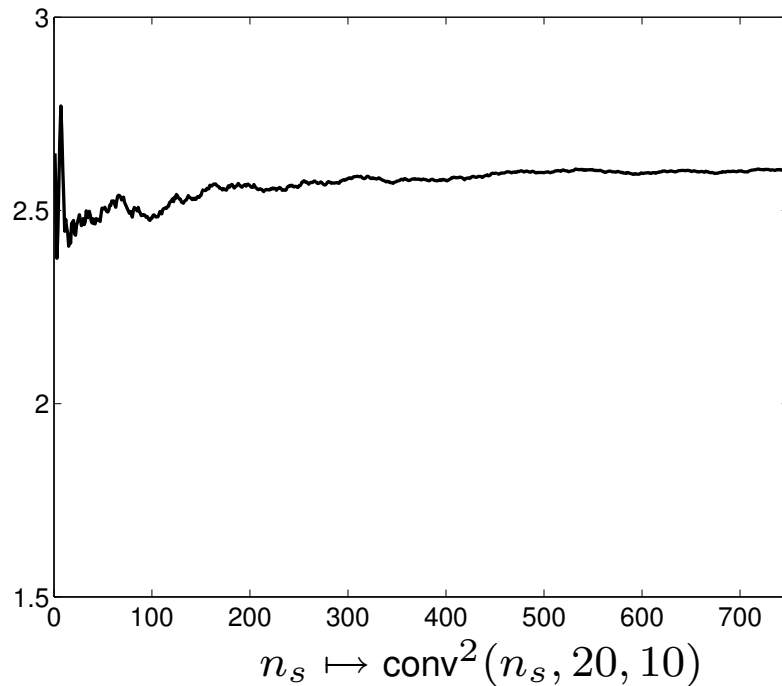
faible sensibilité aux tolérances de longueur de corde

forte sensibilité aux tolérances angulaires de la corde

Analyse de convergence stochastique

$$\delta_M = \delta_M^j, \quad \delta_D = \delta_D^j, \quad \delta_K = \delta_K^j$$

$$\delta_M = 0, \quad \delta_D = 0, \quad \delta_K = 0.05$$



convergence de la v.a. B_∞ en moyenne d'ordre deux \Rightarrow convergence en loi

$$\mathcal{E}\{B_\infty^2\} \simeq \text{conv}^2(n_s, n_a, n_d) = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} B_\infty^2(\theta_j; n_a, n_d)$$

Désaccordage induit par les tolérances sur la longueur

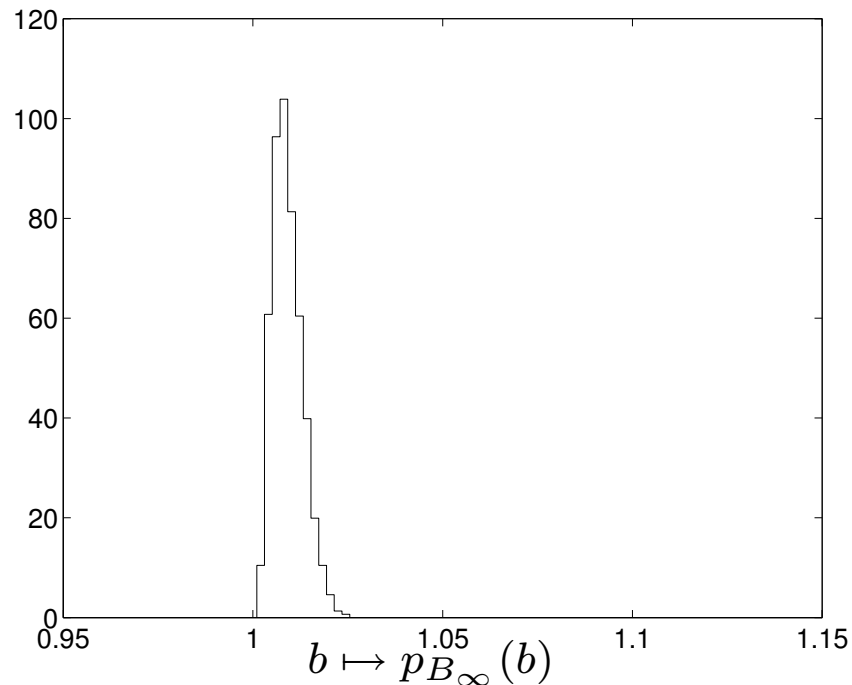
$$\delta_D = 0$$

$$dL_m = -0.55 \text{ mm}, dL_M = 0.75 \text{ mm}$$

$$d\alpha_m = -d\alpha_M = d\alpha = 0^\circ$$

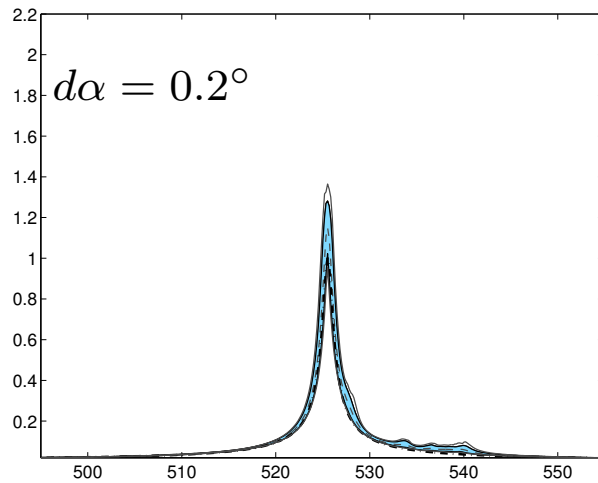
$$\delta_M = 1.6 \cdot 10^{-5}$$

$$\delta_K = 3.1 \cdot 10^{-4}$$

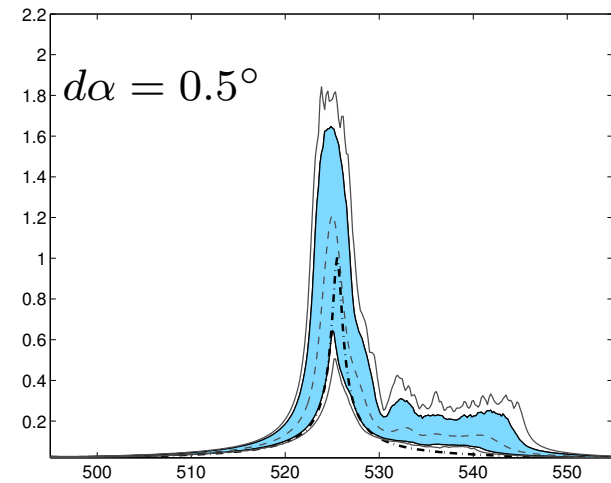


Le facteur d'amplification n'est pas sensible aux tolérances sur la longueur de la corde

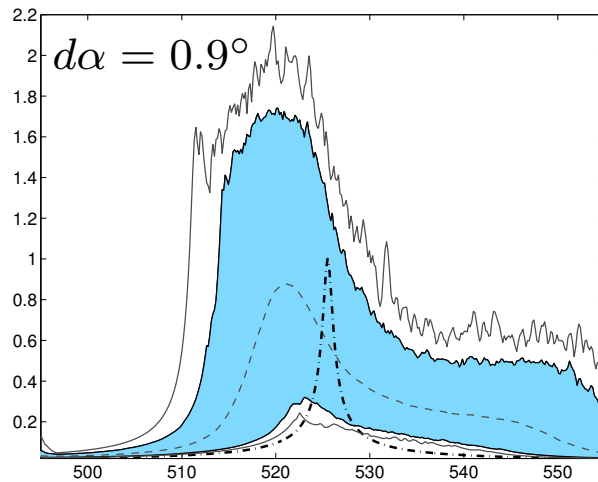
Désaccordage induit par les tolérances angulaires



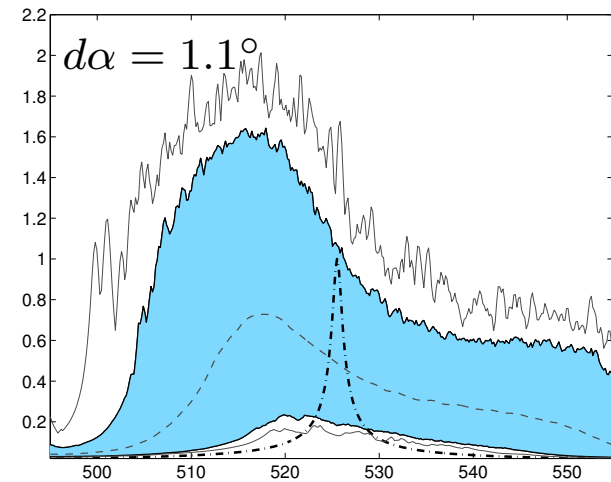
région de confiance pour $P_c = 0.99$



région de confiance pour $P_c = 0.99$

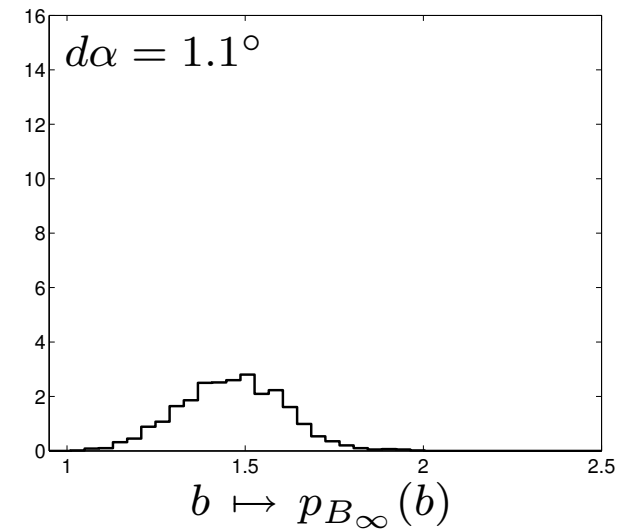
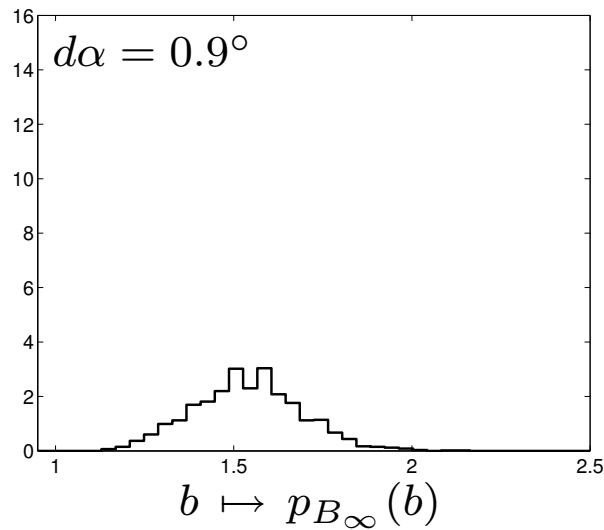
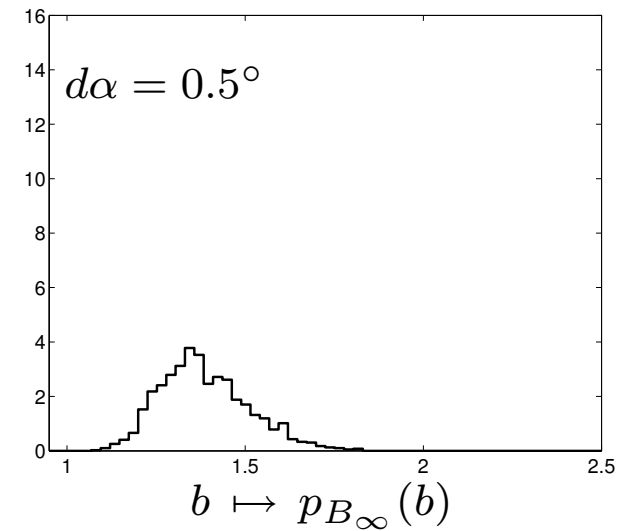
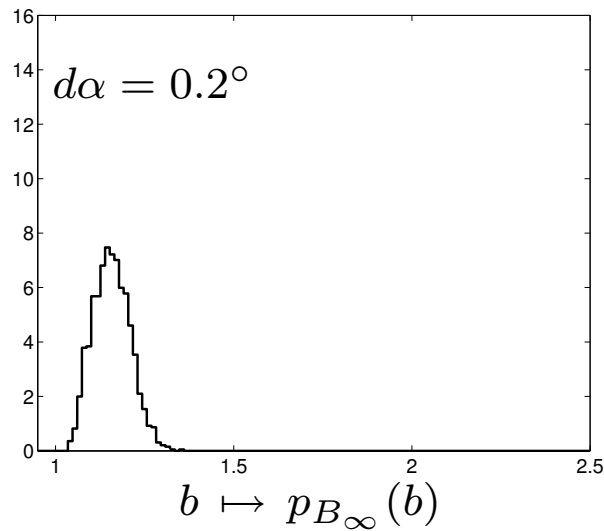


région de confiance pour $P_c = 0.99$

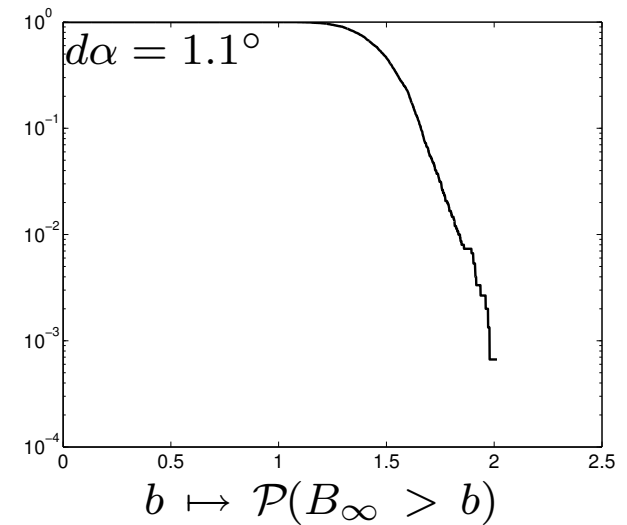
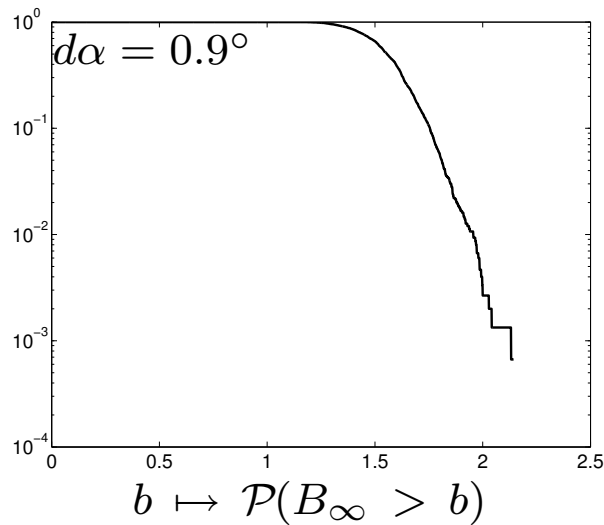
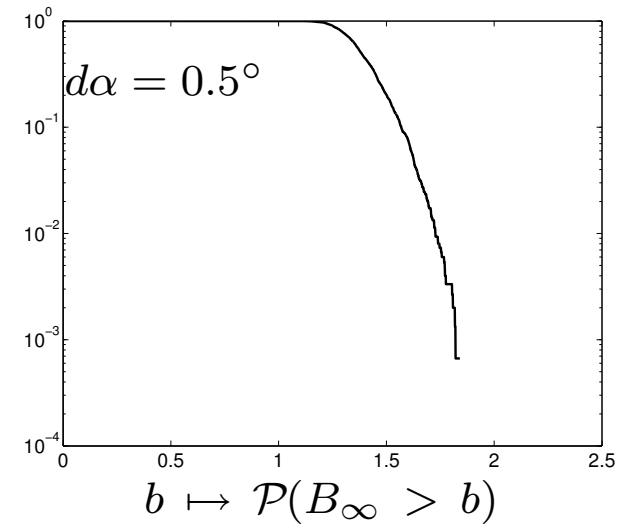
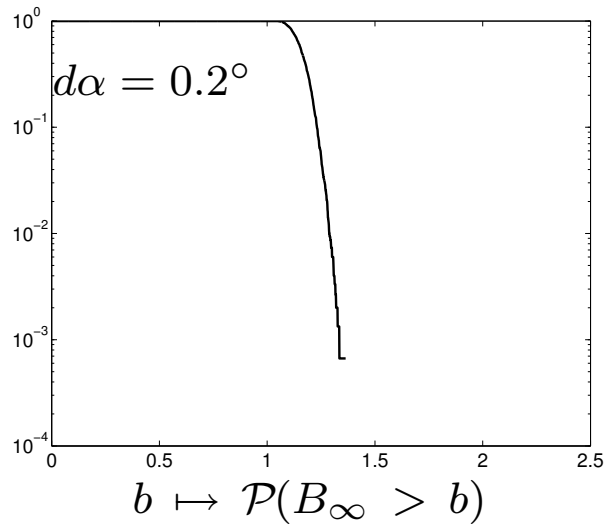


région de confiance pour $P_c = 0.99$

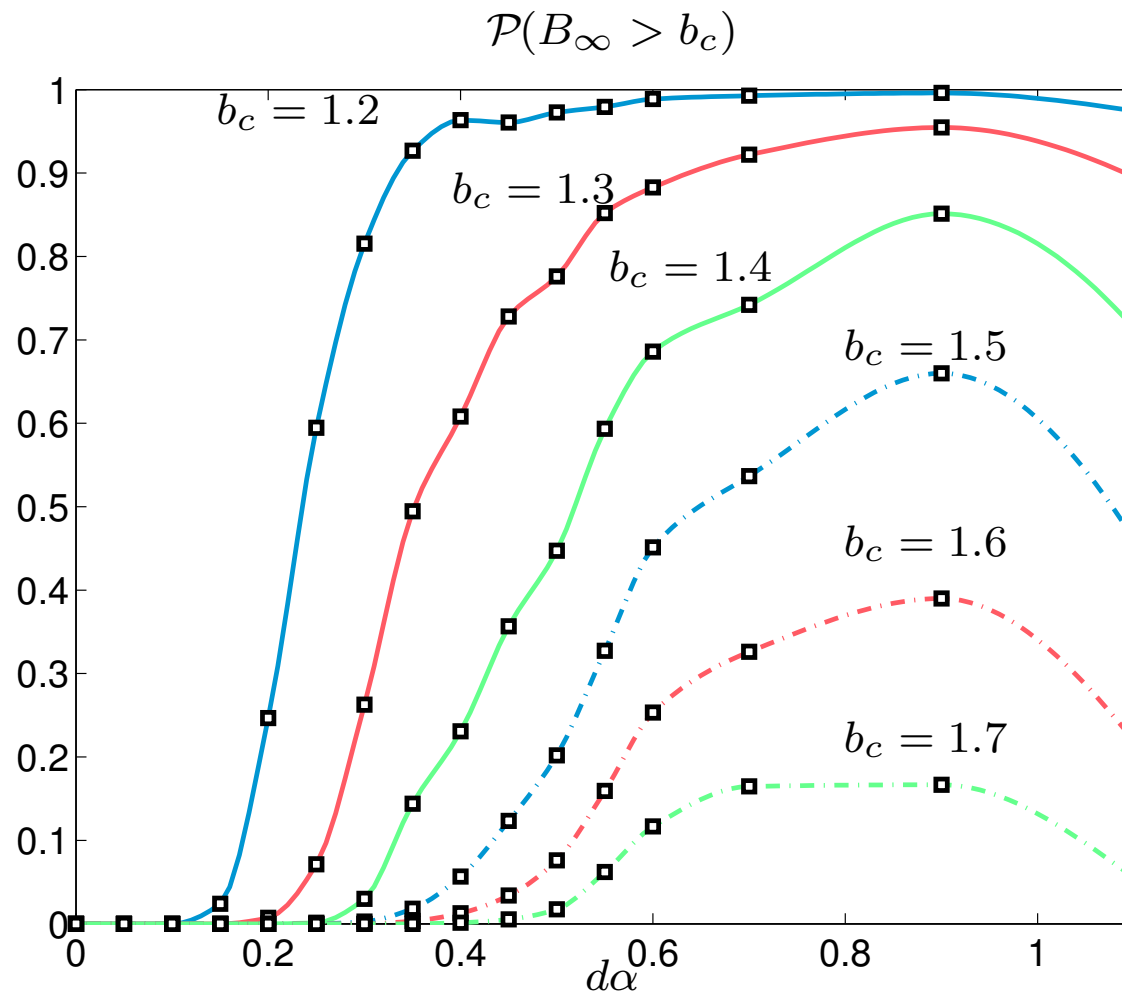
Désaccordage induit par les tolérances angulaires



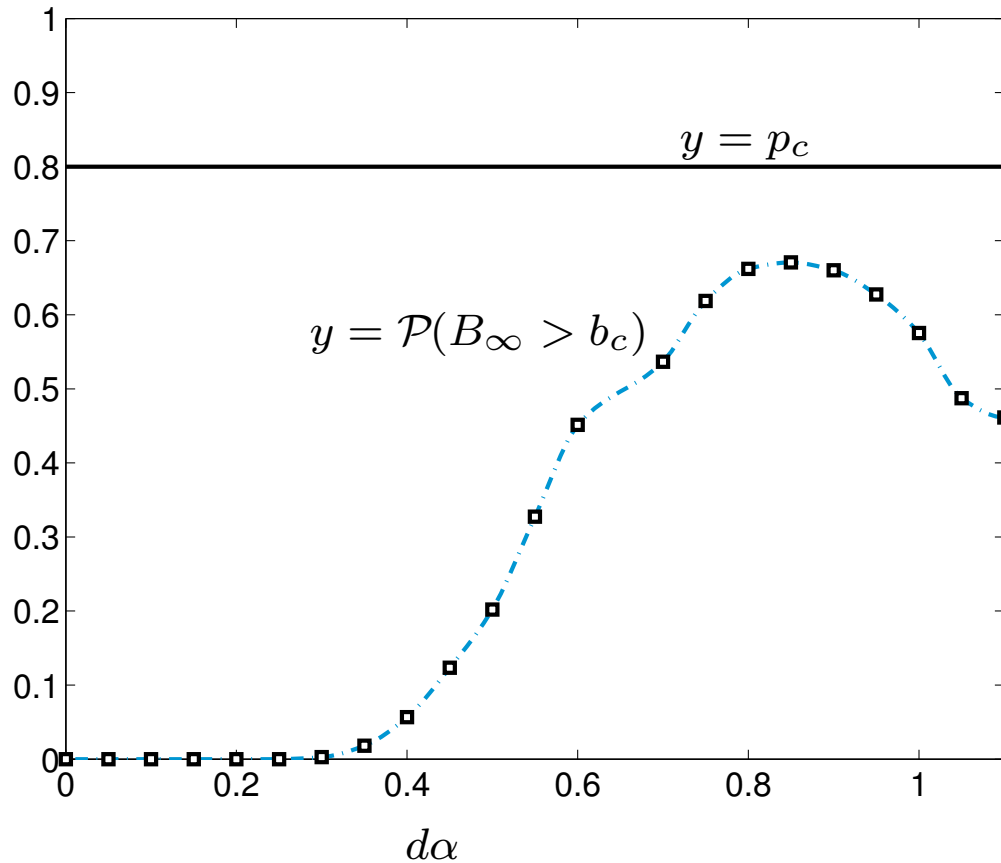
Désaccordage induit par les tolérances angulaires



Spécification des tolérances



Spécification des tolérances



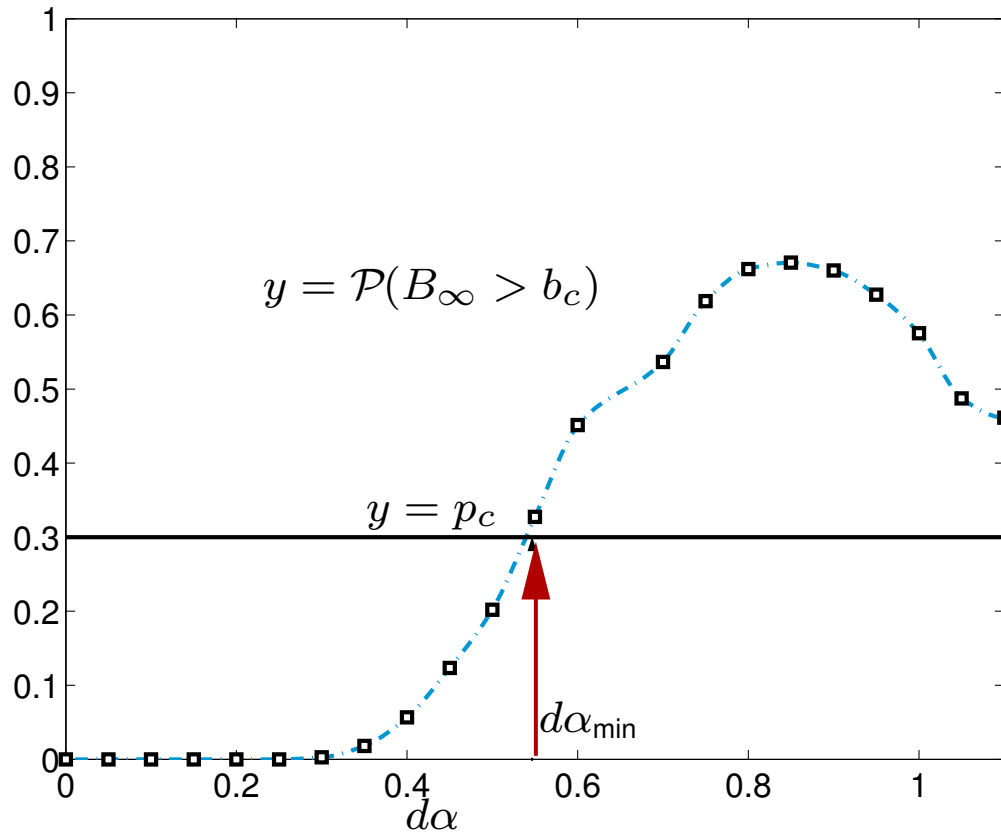
$$p_c = 0.8 \quad b_c = 1.5$$

Pas de point d'intersection

Le critère

$\mathcal{P}(B_\infty > b_c) < p_c$
est toujours respecté

Spécification des tolérances



$$p_c = 0.3 \quad b_c = 1.5$$

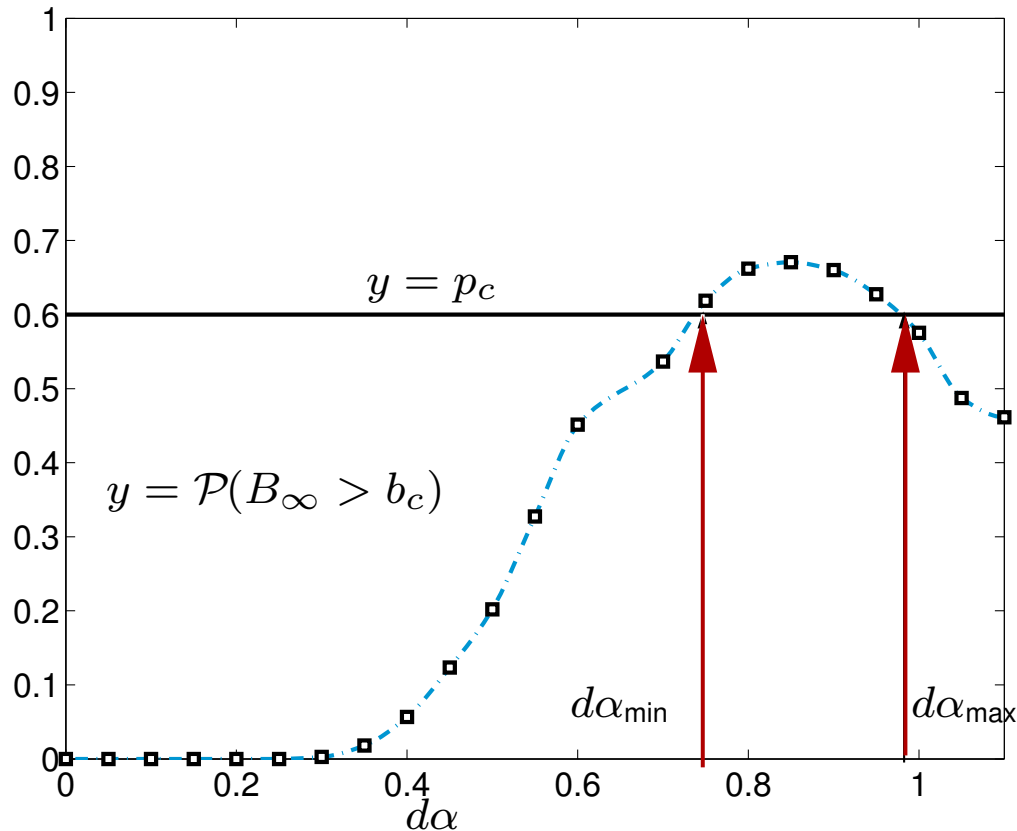
Un point d'intersection

IL EXISTE UNE MANIERE DE SPECIFIER LES TOLERANCES

$$d\alpha < d\alpha_{\min}$$

procédé de fabrication précis

Spécification des tolérances



$$p_c = 0.6 \quad b_c = 1.5$$

Deux points d'intersection

$]d\alpha_{\min}; d\alpha_{\max}[$
plage de valeurs interdites

IL EXISTE DEUX MANIÈRES DE SPÉCIFIER LES TOLÉRANCES

$$d\alpha < d\alpha_{\min}$$

$$d\alpha > d\alpha_{\max}$$

procédé de fabrication précis

désaccordage intentionnel

V- CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES



- Modélisation probabiliste non paramétrique des incertitudes de désaccordage des aubes des roues aubagées
- Développement d'une méthodologie probabiliste directe pour l'analyse du désaccordage
 - ◆ cohérente avec la théorie de la dynamique des structures linéarisée (matrices définies positives)
 - ◆ cohérente avec le désaccordage (incertitudes sur les fréquences propres des aubes et sur les déformées modales associées statistiquement dépendantes)
- Développement d'une méthodologie probabiliste inverse pour déterminer les tolérances sur les aubes
 - ◆ construction d'un modèle de géométrie aléatoire d'aube représentatif
 - ◆ identification des paramètres de dispersion comme une fonction des paramètres des tolérances
- Validation des méthodologies sur
 - ◆ un exemple simple (non présenté)
 - ◆ un modèle complexe de roue aubagée
 - Méthodologies non limitées par la complexité de la structure



- Inclure les forces gyroscopiques et les forces aéroélastiques dans les méthodologies proposées
- Prise en compte des incertitudes sur les non-linéarités de contact aube-disque
⇒ Coupler les méthodologies probabilistes paramétriques et non paramétriques
- Modélisation des aubes en matériaux composites aléatoires
⇒ Approche probabiliste des incertitudes aléatoires au niveau de la microstructure.
- Conception robuste: trouver les zones de design peu sensibles aux incertitudes aléatoires.