



HAL
open science

Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques

Vincent Maurel

► To cite this version:

Vincent Maurel. Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2002. Français. NNT: . tel-00009357

HAL Id: tel-00009357

<https://theses.hal.science/tel-00009357>

Submitted on 1 Jun 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Spécialité :
MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Présentée à l'École Normale Supérieure de Cachan
par

Vincent MAUREL

pour obtenir le grade de
**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE
CACHAN**

Sujet de la thèse :

**Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la
découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques**

Thèse soutenue le 9 Décembre 2002 devant le jury composé de :

ANDRÉ CHRYSOCHOOS	Rapporteur
JIAN LU	Rapporteur
RENÉ BILLARDON	Examineur
JACQUES DEGAUQUE	Examineur
JEAN-CLAUDE GELIN	Examineur
EDUARDO A. DE SOUZA NETO	Examineur
FLORENCE OSSART	Examineur

Laboratoire de Mécanique et Technologie
(ENS Cachan/CNRS/Université Paris 6)
61 Avenue Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)

À Félicie,
À Léontine,
Pour leur amour.

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan. Je tiens à remercier le Professeur René BILLARDON de m'avoir accueilli au sein de l'Unité Thématique de Recherche "Mécanique et multiphysique des matériaux" dans la dream team des couplages magnéto-mécaniques de tous poils. La codirection de ce travail a été menée par Florence OSSART, dont la patience et l'enthousiasme ont donné des ailes à ces travaux. Elle a su m'épauler aussi bien au cours de la thèse qu'au cours de sa rédaction avec une grande générosité. Je tiens à lui exprimer dans ces lignes ma sincère gratitude.

J'ai eu tendance au cours de ces trois années à vouloir partager mes réflexions avec beaucoup. Ces discussions ou ces travaux ont été pour moi une source d'inspiration et d'encouragements inestimables. En particulier la réalisation de l'essai biaxial couplé doit énormément aux aides de Noël DAHAN et Jean-Marie VIRELY qui ont enrichi par leurs connaissances et leur implication un projet très délicat. Yann MARCO a par son extrême gentillesse et ses qualités d'expérimentateur hors normes fait de cet essai une réussite. François HILD, Olivier HUBERT et Xavier PINELLI m'ont tous trois appris la rigueur de l'expérience. Je les en remercie vivement.

Il est possible de prouver empiriquement que la bonne humeur ambiante aide le thésard dans ces tourments, ces tourbillons de la démarche que j'ai espérée scientifique. Ainsi Laurent LEDI, Gilles LEGI, Hubert LO, Éric LEBI et Yann THESISI ont donné le tonus nécessaire à tous ces matins où le café coulait à flot pour repartir vers nos affaires électroniques respectives. La venue récente de Stéphane et Benoît a introduit un regard extérieur à ces usages (cheveux arrachés, empilement de papiers et de tasses à café, disques coincés dans le mac...) qui ne les ont heureusement pas trop effrayés. Merci David d'avoir, sans trop te risquer dans ces lieux, rendu possible la réalisation technique de ce manuscrit.

Je remercie également toutes celles et tous ceux du laboratoire qui ont fait de ces années laborantines de belles années.

Enfin je ne saurai finir ces mots sans remercier Félicie pour sa patience et son soutien au cours de cette rédaction-zombie-marathon. Léontine aura sans doute moins de brouillon pour ses beaux dessins mais encore plus d'encouragements.

Le marathonien arrive !

”L’auteur étudie les fois que le lancement de la tomate il provoque la *réaction yellante* chez la Chantatrice et démontre que divers plusieurs aires de la cervelle elles étaient impliquées dans la réponse, en particulier, le trajet légumier, les noyaux thalamiques et le figure musicien de l’hémisphère nord .” [Pérec, 1991]

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	vii
1 Effet des découpes sur le comportement magnétique des tôles	1
1.1 Intérêt et utilisation des tôles d'acier ferromagnétiques	2
1.1.1 Importance des tôles en alliage de fer-silicium	2
1.1.2 Intérêt de la découpe des tôles magnétiques	3
1.1.3 Conséquences	3
1.2 État mécanique et comportement magnétique des tôles	5
1.2.1 Effet des contraintes	5
1.2.2 Effet de la plasticité	6
1.3 Modélisation du comportement magnéto-mécanique	8
1.3.1 Couplage global et couplage local	8
1.3.2 Des approches complémentaires pour la modélisation	9
1.3.3 Le couplage magnéto-élastique	10
1.3.4 Le couplage magnéto-plastique	13
1.3.5 Limite de l'approche : vers les contraintes résiduelles	16
1.4 Quelles contraintes résiduelles ?	18
1.4.1 Différents niveaux de contraintes résiduelles	18
1.4.2 Différentes origines de contraintes résiduelles	18
1.4.3 Différentes méthodes pour estimer les contraintes résiduelles	19
1.5 Objectifs de l'étude et plan du mémoire	20
1.5.1 Calcul simplifié des contraintes résiduelles dues à la découpe	20
1.5.2 Comportement magnétique et sollicitations mécaniques biaxiales	21
2 Contraintes résiduelles dues à la découpe	23
2.1 Pourquoi s'intéresser à ces contraintes résiduelles ?	25
2.2 Quelques analyses des procédés de découpe et poinçonnage des tôles	27
2.2.1 Aspects technologiques	27
2.2.2 Étude de l'effort de découpe	29
2.2.3 Étude des champs mécaniques locaux	31
2.2.4 Comportement des tôles magnétiques après poinçonnage	35

2.3	Mesure du champ de déformation induit par le poinçonnage	36
2.3.1	Mesures de déformation par intercorrélation d'images	36
2.3.2	Mise en œuvre dans le cas du poinçonnage de rondelles de tôle	38
2.3.3	Mode opératoire	39
2.3.4	Exploitation des mesures	40
2.3.5	Analyse critique de la procédure actuelle	45
2.4	Approche cinématique du calcul des contraintes résiduelles	46
2.4.1	Formulation générale	46
2.4.2	Un exemple analytique	47
2.5	Modélisation simplifiée de la découpe	49
2.5.1	Mécanismes de déformation activés au cours du poinçonnage	49
2.5.2	Choix d'une cinématique	52
2.5.3	Critères imposés par le comportement	53
2.5.4	Modèle avec zone de traction Zhou and Wierzbicki [1996]	53
2.5.5	Analyse des effets de traction au cours de la découpe	56
2.5.6	Résultats de l'analyse	58
2.5.7	Conclusion	61
2.6	Simulation du comportement magnétique de rondelles poinçonnées	63
2.6.1	Description du dispositif simulé	63
2.6.2	Problème magnétique	63
2.6.3	Calcul magnétique de référence	66
2.6.4	Calcul magnéto-plastique couplé	67
2.6.5	Calcul magnéto-élastique couplé	67
2.6.6	Résultats	68
2.6.7	Conclusion de l'analyse magnétique	70
3	Contraintes biaxiales et comportement des tôles magnétiques	73
3.1	Pourquoi une nouvelle expérience ?	74
3.2	Analyse des bancs de mesure existants	75
3.2.1	Critères d'analyse	75
3.2.2	Les expériences de référence : une approche qualitative	77
3.2.3	Les expériences de référence : une approche quantitative	83
3.2.4	Conclusion	85
3.3	Montage réalisé au LMT Cachan	89
3.3.1	Objectifs	89
3.3.2	Principe et choix de la réalisation de l'éprouvette	90
3.3.3	Excitation et mesure magnétique	94
3.3.4	Dimensionnement mécanique	100
3.3.5	Réalisation pratique de l'éprouvette	107
3.4	Procédure expérimentale	111
3.4.1	Principe	111
3.4.2	Mesures mécaniques	111
3.4.3	Mesures magnétiques	113
3.5	Résultats de mesure	115
3.5.1	Mesure des états mécaniques sollicités	115

3.5.2	Résultats magnétiques	118
3.6	Vers un modèle biaxial	123
3.6.1	Revue des critères de la littérature	123
3.6.2	Application des différents critères aux mesures	126
3.6.3	Conclusions	129
	Conclusion, perspectives et...rebondissements	133
	Bibliographie	141
	Annexes	146
A	Mesures de déformation par corrélation d'images	147
A.1	Technique de changement de repère	148
B	Note de calculs pour la conception de l'éprouvette biaxiale	151
B.1	Disque soumis à une pression constante sur sa périphérie	152
B.2	Procédure développée dans Castem ou Cast3m	153
C	Plans de définition de l'éprouvette	155
C.1	éprouvette finale après usinage	156
C.2	éprouvette après collage, avant usinage	156

Table des figures

1.1	Tôle de rotor de moteur électrique	4
1.2	Influence d'une contrainte uniaxiale sur le cycle d'hystérésis	6
1.3	Influence d'une déformation plastique sur la courbe anhystérétique	7
1.4	Principe d'un calcul de structure magnéto-élastique couplé	11
1.5	Maillage et conditions aux limites pour la simulation d'un stator fretté	12
1.6	Comparaison simulation-mesure pour un stator fretté	13
1.7	Principe d'un calcul de structure magnéto-plastique couplé	14
1.8	Dureté et plasticité : cas d'une dent de stator	15
1.9	Comparaison simulation-mesure pour une dent de stator découpée	16
1.10	Comparaison simulation-mesure pour une bande poinçonnée	17
2.1	Schéma d'outillage de guillotinage	28
2.2	Schémas d'outillages de poinçonnage	29
2.3	Schéma d'un bord de découpe	29
2.4	Évolution de l'effort en fonction du déplacement du poinçon	30
2.5	Intercorrélation de deux fonctions semblables mais décalées	37
2.6	Déplacement d'une imagerie	37
2.7	montage pour prises de vues	39
2.8	Description des prises de vue avec M.L.D.	41
2.9	Déformations ε_{11} en %, mesurées sur une rondelle	42
2.10	Déformations mesurées sur une rondelle	43
2.11	Déformations mesurées sur une rondelle	44
2.12	Système à deux barres	48
2.13	Courbe effort déplacement en cours de poinçonnage	50
2.14	Principe de mesures de déformation en cours de poinçonnage	51
2.15	Résultat de mesures par inter-corrélation d'images	51
2.16	Fractographie d'une tôle de Fe-3%Si NO poinçonnée	52
2.17	Fractographie d'une éprouvette pour un poinçonnage interrompu	53
2.18	Principe du modèle de Zhou	54
2.19	Élément représentatif du modèle de Zhou	55
2.20	Validation du modèle de Zhou	56
2.21	Effort surfacique de traction dans l'épaisseur de la tôle	57
2.22	Géométrie pour l'étude de l'effet de la traction pendant la découpe	58
2.23	Déformations plastiques simulées	59
2.24	Comparaison des déformations plastiques mesurées et simulées	60
2.25	Contraintes résiduelles en fonction de la distance au bord de découpe	61

2.26	Montage de mesures magnétiques de rondelles poinçonnées	63
2.27	Lignes de courant dans la rondelle	65
2.28	Plasticité estimée à partir du modèle de dureté	67
2.29	Simulation du comportement magnétique des rondelles	69
2.30	Influences respectives de la plasticité et des contraintes résiduelles	69
2.31	Comportement en fonction de la distance au bord de découpe	70
3.1	Principe de l'expérience magnéto-mécanique biaxiale	75
3.2	Éprouvette réalisée par Kashiwaya	78
3.3	Mesures magnétiques sous contraintes biaxiales [Kashiwaya, 1991]	78
3.4	Culasse en U	79
3.5	Éprouvette réalisée par Langman	80
3.6	Éprouvette réalisée par Sablik <i>et al.</i>	81
3.7	Paramètres décrivant la zone d'essai d'une éprouvette biaxiale	84
3.8	Principe de l'éprouvette biaxiale réalisée au LMT Cachan	91
3.9	Éprouvette biaxiale réalisée au LMT Cachan	92
3.10	Dessin de définition de l'éprouvette biaxiale	93
3.11	Machine d'essai ASTREE	95
3.12	Flux magnétique obtenu par une culasse en U	96
3.13	Architecture du capteur magnétique utilisé et mise en position	96
3.14	Schématisation des grandeurs magnétiques dans une culasse en U	98
3.15	Lignes de champ magnétique simulées pour une culasse en U	100
3.16	Induction simulée pour une culasse en U	101
3.17	Induction simulée pour cinq culasses en U	102
3.18	Maillages de l'éprouvette biaxiale réalisés dans Cast3m	109
3.19	Collage des plaques avant usinage : étape 3	110
3.20	Principe de mesure de l'essai biaxial couplé	111
3.21	Emplacement de la rosette sur l'éprouvette biaxiale	113
3.22	Dispositif de mesure mécanique en situation d'essai	114
3.23	Dispositif de mesure magnétique en situation d'essai	114
3.24	États de contraintes biaxiaux mesurés	116
3.25	Champ de déformation mesuré en équibitraction	117
3.26	Champ de déformation mesuré en équibicompression	117
3.27	Comparaison jauges et corrélation d'images	118
3.28	Cycles d'hystérésis mesurés sous contraintes biaxiales	120
3.29	Évolution de la perméabilité en fonction de l'angle	121
3.30	Évolution du champ coercitif en fonction de l'angle	122
3.31	Perméabilité en fonction de la contrainte équivalente de Kashiwaya	127
3.32	Critère de Schneider suivant l'axe de sollicitation magnétique	128
3.33	Perméabilité en fonction de la contrainte équivalente de Sablik	129
3.34	Perméabilité en fonction de la contrainte équivalente de Schneider	130
3.35	Reluctivités relatives ; critères de Schneider et Sablik	131
A.1	Technique de changement de repère	149

Liste des tableaux

2.1	Critères d'endommagement pour la simulation du découpage	34
2.2	Résumé des mesures moyennes pour la rondelle de diamètre 20 mm .	45
2.3	Mesures moyennes et incertitudes	45
2.4	Caractéristiques mécaniques du serre-flanc et de la matrice	59
3.1	Homogénéité des éprouvettes de référence et de celle du LMT Cachan	87
3.2	Analyse des expériences sur le couplage magnéto-mécanique biaxial .	88
3.3	Propriétés mécaniques des matériaux constitutifs de l'éprouvette . . .	94
3.4	Données caractéristiques du capteur	99
3.5	Tenue au flambage de l'éprouvette	105
3.6	Résultats de simulation pour l'éprouvette réalisée au LMT Cachan . .	107
3.7	Caractéristique des jauges	112

Chapitre 1

Effet des découpes sur le comportement magnétique des tôles

Sommaire

1.1	Intérêt et utilisation des tôles d'acier ferromagnétiques	2
1.1.1	Importance des tôles en alliage de fer-silicium	2
1.1.2	Intérêt de la découpe des tôles magnétiques	3
1.1.3	Conséquences	3
1.2	État mécanique et comportement magnétique des tôles	5
1.2.1	Effet des contraintes	5
1.2.2	Effet de la plasticité	6
1.3	Modélisation du comportement magnéto-mécanique	8
1.3.1	Couplage global et couplage local	8
1.3.2	Des approches complémentaires pour la modélisation	9
1.3.3	Le couplage magnéto-élastique	10
1.3.4	Le couplage magnéto-plastique	13
1.3.5	Limite de l'approche : vers les contraintes résiduelles	16
1.4	Quelles contraintes résiduelles ?	18
1.4.1	Différents niveaux de contraintes résiduelles	18
1.4.2	Différentes origines de contraintes résiduelles	18
1.4.3	Différentes méthodes pour estimer les contraintes résiduelles	19
1.5	Objectifs de l'étude et plan du mémoire	20
1.5.1	Calcul simplifié des contraintes résiduelles dues à la découpe	20
1.5.2	Comportement magnétique et sollicitations mécaniques biaxiales	21

1.1 Intérêt et utilisation des tôles d'acier ferromagnétiques dans le domaine du génie électrique

Les matériaux ferromagnétiques doux tels que les alliages de fer-silicium sont utilisés pour la construction des circuits magnétiques des machines électriques permettant la génération, la transmission et l'utilisation de l'énergie électrique dans un domaine fréquentiel de l'ordre de la centaine de Hertz. Ces machines électriques vont du simple moteur de presse-agrumes aux énormes alternateurs convertissant l'énergie dans les centrales électriques, en passant par les moteurs à courant continu (ventilateurs, moteurs d'outillage à main) ou par les transformateurs (alimentation d'appareillages ménagers, transformateurs EDF). L'ampleur de l'utilisation des tôles magnétiques, quelques 200 000 tonnes/an, justifie les nombreuses recherches entreprises sur ces matériaux. Ces recherches portent sur l'amélioration de leurs caractéristiques électromagnétiques, mécaniques et thermiques, mais aussi sur la modélisation de leur comportement à des fins de simulation numérique. Ces simulations sont utilisées dans ce domaine comme dans tant d'autres pour la compréhension et la conception des machines en limitant les développements expérimentaux.

1.1.1 Importance des tôles en alliage de fer-silicium

Les tôles magnétiques en alliage de fer-silicium jouent un rôle de premier plan dans la construction des machines électriques grâce à l'excellent compromis qu'elles réalisent entre qualités techniques et coût. Le fer, élément de base, assure une aimantation à saturation élevée ; le silicium, ajouté en faible quantité (0 à 6% en masse) diminue légèrement cette aimantation mais améliore de façon significative les propriétés connexes (résistivité électrique plus élevée, découpe plus facile et traitements thermiques simplifiés). Le contrôle de la composition chimique et surtout de la texture des alliages de fer-silicium permet d'accéder à une large gamme de propriétés adaptées à la très grande diversité des machines. Les alliages de fer-silicium sont utilisés sous forme de tôles très minces (épaisseur inférieure au millimètre) afin de limiter le développement des courants de Foucault en régime dynamique [Degauque, 1985]. Les circuits magnétiques des machines électriques sont alors constitués d'empilements de tôles préalablement découpées aux dimensions du circuit magnétique.

Deux grandes catégories de tôles existent. Les tôles à grains orientés correspondent à une texture très précise (texture de GOSS) qui optimise les propriétés magnétiques dans la direction de laminage (excellente perméabilité, faibles pertes par hystérésis) au détriment des propriétés dans les autres directions. Ces tôles sont utilisées dans les dispositifs où les sollicitations magnétiques sont essentiellement unidirectionnelles et pour lesquels il est possible par construction de faire coïncider la direction de laminage et la direction du flux principal. C'est le cas des transformateurs de moyenne et forte puissance, mais aussi des stators de très gros alternateurs. Les différentes qualités de tôles à grains orientés se distinguent par leur texture plus ou moins resserrée ainsi que par les éventuels traitements de surface qui permettent de réduire les pertes en affinant la structure en domaines (scratching). Pour ces tôles, l'amélioration de la perméabilité, la baisse des pertes magnétiques et l'aug-

mentation du coût de production vont de pair, de sorte que le critère de choix est essentiellement un compromis économique.

La deuxième grande catégorie de tôles est constituée des tôles à grains non orientés. Ces tôles sont utilisées dans les machines tournantes courantes de petite ou moyenne dimension. Dans ces applications, on a besoin de bonnes propriétés magnétiques dans toutes les directions, ce qui est rendu difficile par la très grande anisotropie magnétocristalline du fer. "Grains non orientés" s'entend par opposition à "grains orientés", mais les différents laminages subis lors de l'élaboration du matériau induisent toujours de fait un certain degré de texture et ces tôles ne sont pas aussi isotropes que peut le laisser penser leur appellation. Dans ce type de tôles, il n'est pas possible d'optimiser simultanément la perméabilité et les pertes dans toutes les directions du plan de la tôle. Les métallurgistes proposent donc des nuances de tôles pour lesquelles l'une ou l'autre de ces caractéristiques est privilégiée. On aboutit ainsi à des compromis "forte perméabilité et pertes élevées" ou au contraire "perméabilité moyenne et pertes réduites" et le choix est fait selon les contraintes propres à chaque application. Dans les petites machines, les pertes ne posent pas de problème particulier car les puissances mises en jeu sont faibles et les calories sont facilement évacuées (bon rapport surface/volume). On privilégie donc la perméabilité, ce qui permet de diminuer le courant d'alimentation et donc de réduire les pertes par effet Joule dans les bobinages. Au contraire, dans les grosses machines, l'évacuation de la chaleur provoquée par les pertes magnétiques devient difficile et peut conduire à des échauffements locaux entraînant un vieillissement précoce de l'appareil. On recherche alors des rendements aussi bons que possible et un niveau de pertes faible devient le critère prépondérant lors du choix du matériau [Brissonneau, 1997].

1.1.2 Intérêt de la découpe des tôles magnétiques

Quel que soit le type de machine électrique, moteur ou transformateur électrique, le constructeur cherche à canaliser le flux en jouant sur la forme et la géométrie des tôles constituant le circuit magnétique. Alors que les géométries de transformateurs sont assez simples, certains moteurs exigent des formes de denture très élaborées. Cette complexité résulte de l'optimisation visant à favoriser la tenue dynamique des pièces mécaniques et la transmission des efforts (figure 1.1). Or, usiner un produit dont l'épaisseur descend jusqu'à 0,2 mm dans des grandes séries de production avec de fortes exigences géométriques n'est pas envisageable. L'usinage conventionnel est exclu car très peu favorable aux faibles épaisseurs et à de telles complexités de forme et les coûts de l'usinage par découpe laser, jet d'eau ou électro-érosion pénalisent ces modes de fabrication pour la grande série. Le procédé le plus utilisé reste donc la découpe par poinçonnage souvent multipasse des tôles.

1.1.3 Conséquences

Le découpage étant basé sur le cisaillement d'une tôle entre un poinçon et une matrice, il produira nécessairement des déformations plastiques dans la tôle. Même si les techniques de poinçonnage ont beaucoup progressé dans la qualité des découpes

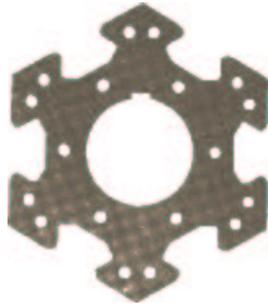


Figure 1.1 – Tôle de rotor de moteur électrique

obtenues, il est impossible d'éviter des déformations plastiques et des contraintes résiduelles provoquées par le procédé de fabrication.

Afin d'éliminer ces effets de la découpe, certains industriels utilisent des tôles dites semi-process destinées à être découpées puis à subir un recuit qui confère au matériau ses bonnes propriétés magnétiques, et dans le même temps annule les effets néfastes de la découpe sur leur comportement. Afin de réduire le nombre d'opérations et donc le coût de fabrication d'une machine, d'autres industriels font le choix d'utiliser des matériaux dits fully-process qui sont livrés finis à l'usineur et ne subissent aucun traitement thermique après découpe. L'inconvénient est alors que la découpe affecte non seulement l'état mécanique du matériau mais aussi ses propriétés magnétiques par le biais d'un couplage magnéto-mécanique dit local, que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

Suivant la qualité de la découpe, et notamment la zone de matière affectée par celle-ci, le comportement magnétique du matériau s'éloignera plus ou moins de son comportement magnétique nominal [[Hubert and Hug, 1995](#)] [[Moses et al., 2000](#)] [[Rygal et al., 2000](#)].

1.2 Influence de l'état mécanique sur le comportement magnétique des tôles

Le couplage magnéto-mécanique est un phénomène connu depuis le $XIX^{\text{ème}}$ siècle. Le couplage dans le sens direct correspond au mécanisme de déformation dit de *magnétostriction*. C'est l'expression de l'influence de l'état magnétique sur le comportement mécanique. On peut entre autre citer comme conséquence de l'effet magnétostrictif, le bruit des transformateurs ou l'effet Wiedemann - un barreau ferromagnétique aimanté de façon hélicoïdale subit un couple de torsion à son extrémité.

Le corollaire de cet effet est appelé *effet magnétoélastique inverse*, c'est l'influence de l'état mécanique sur l'aimantation du matériau. Il se manifeste par exemple par l'effet Wiedemann inverse - si on applique un couple de torsion à un barreau ferromagnétique aimanté, son aimantation sera déviée - ou encore par l'effet ΔE - si on applique un effort de traction sur un échantillon aimanté, on modifiera son aimantation et donc son module d'élasticité apparent [du Trémolet de Lacheisserie, 1999].

L'influence de l'état mécanique sur le comportement magnétique des aciers ferromagnétiques que nous développerons par la suite est le sens de couplage qui nous intéresse en premier lieu dans cette étude.

1.2.1 Effet des contraintes sur le comportement magnétique de tôles ferromagnétiques

De nombreuses expériences ont montré qu'un matériau ferromagnétique voyait ses propriétés magnétiques fortement perturbées par l'application d'une contrainte [Bozorth, 1951]. La figure 1.2(a) montre un exemple, dans le cas de traction uniaxiale. Non seulement le cycle d'hystérésis se couche lorsque le niveau de contrainte augmente mais son aire augmente. L'affaissement du cycle d'hystérésis aura pour conséquence de diminuer l'induction B dans le matériau pour un même champ appliqué H . L'augmentation de l'aire du cycle est corrélée à l'augmentation des pertes d'énergie dans le circuit magnétique [Billardon et al., 1999].

Il est important de constater que le phénomène n'est pas symétrique en traction et en compression (voir Figures 1.2(a) et 1.2(b)). Pour une contrainte de traction croissante, le cycle d'hystérésis s'affaisse régulièrement tant au niveau du coude qu'au niveau de la saturation. La forme du cycle est conservée. L'effet est plus spectaculaire pour une contrainte de compression qui va dès les faibles valeurs de contrainte brutalement diminuer la perméabilité et introduire un point d'inflexion dans le cycle.

Pour certaines classes de matériau, on constate expérimentalement que pour une faible contrainte de traction, la courbe B en fonction de H se redresse légèrement pour à son tour se coucher pour des contraintes plus élevées.

Il convient de remarquer que les contraintes affectent sensiblement le comportement magnétique anhystérétique -i.e. en première approximation la courbe moyenne

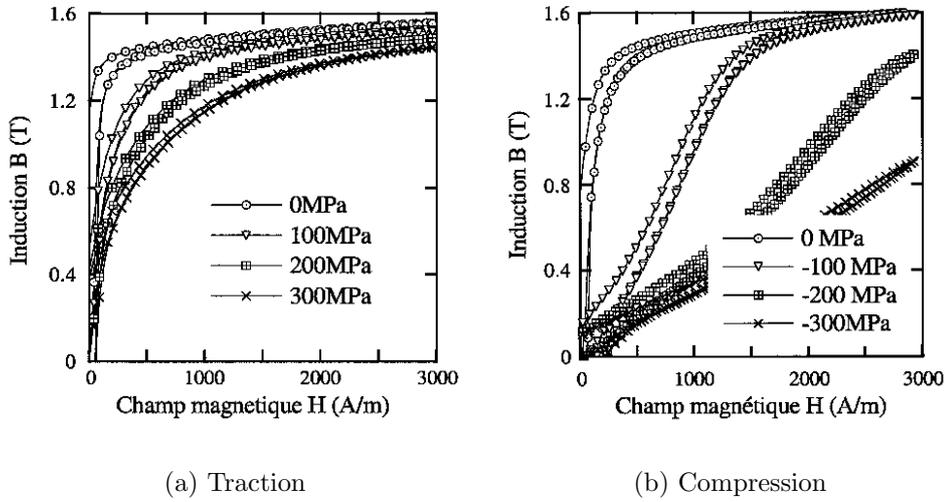


Figure 1.2 – Influence d’une contrainte uniaxiale sur le cycle d’hystérésis de l’alliage Fer-Silicium M330/50 (contrainte et champ magnétique dans la direction de laminage de la tôle)

du cycle à saturation- et affectent très peu la largeur du cycle d’hystérésis. Ces phénomènes s’expliquent par les mécanismes microscopiques qui en sont la cause i.e. l’effet direct des contraintes sur la structure en domaines magnétiques.

1.2.2 Effet de la plasticité sur le comportement magnétique de tôles ferromagnétiques

La plasticité est un autre phénomène mécanique qui modifie les propriétés d’un matériau ferromagnétique [Bozorth, 1951]. Une dégradation du comportement est observée lorsqu’on déforme plastiquement un échantillon [Hubert and Hug, 1995] [Makar and Tanner, 2000](voir figure 1.3). Une explication de ce phénomène est un mécanisme d’interaction entre les parois des domaines de Weiss et les dislocations. En effet, lorsqu’on aimante un matériau magnétique il y a évolution des domaines de Weiss par mouvement des parois de Bloch. Celles-ci s’accrochent puis s’échappent d’obstacles constitués notamment par les dislocations. Ainsi, avec l’augmentation du niveau de déformation plastique, la densité de dislocations croît et le comportement hystérique est modifié [Degauque, 1985]. Pour retrouver un comportement magnétique vierge il faut procéder à un recuit de détente -qui peut par ailleurs avoir l’inconvénient de perturber la géométrie de la pièce.

Il convient donc de remarquer que les déformations plastiques, contrairement aux contraintes, affectent non seulement le comportement magnétique anhystérique mais aussi le comportement hystérique.

Cependant, dans la suite de l’exposé, seul le comportement anhystérique et l’influence de l’état mécanique sur ce comportement sera considéré.

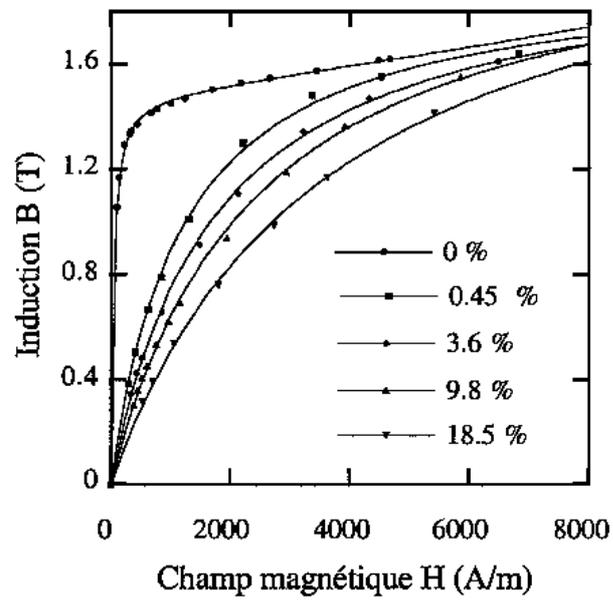


Figure 1.3 – Courbe d’aimantation anhystérétique pour différents niveaux de déformation plastique. Comparaison entre mesure et modèle (points = mesure, lignes = modèle)

1.3 Modélisation du comportement de tôles magnétiques sollicitées mécaniquement

La sensibilité des propriétés magnétiques à l'état mécanique du matériau a des conséquences importantes dans les machines électriques. En effet, le circuit magnétique est constitué de tôles et les performances finales de la machine sont altérées par la dégradation du matériau lors de sa mise en oeuvre industrielle (découpe, assemblage) et lors du fonctionnement de la machine (forces centrifuges, contraintes thermiques).

Comme brièvement présenté au paragraphe précédent, on peut distinguer grossièrement deux mécanismes de dégradation des propriétés du matériau : les contraintes élastiques et la plasticité en bord de découpe. Il n'existe actuellement pas de modèle satisfaisant permettant de prévoir ces effets à l'échelle macroscopique d'un matériau industriel, de sorte que les constructeurs de machines appliquent de façon empirique un "facteur de construction" englobant tous ces effets non maîtrisés.

Les modèles que nous présentons dans ce paragraphe s'inscrivent dans cette problématique. Il s'agit de travaux réalisés au LMT-Cachan et qui ont précédé le travail présenté dans ce mémoire de thèse. L'objectif global est de mettre en évidence l'influence du couplage magnéto-mécanique sur des structures représentatives de machines électriques réelles. Le problème étant complexe, des phénomènes particuliers ont été étudiés à l'aide de modèles simples qui seront enrichis par la suite, au fur et à mesure des progrès des modèles.

Après une présentation générale des différents types de couplages magnéto-mécaniques, nous présentons deux modèles de calculs de structure magnéto-mécaniques couplés, prenant respectivement en compte l'influence des contraintes d'une part et l'influence de la plasticité créée par la découpe des tôles d'autre part. Afin d'illustrer les conséquences de l'interaction magnéto-mécanique sur les performances globales d'une machine, le stator d'un moteur particulier est étudié. Les résultats de calcul sont comparés à des résultats de mesure. Ces modèles seront utilisés dans la suite de notre étude.

Le matériau étudié est toujours le même. Il s'agit d'une tôle en alliage de Fe-3%Si Non Orienté et d'épaisseur 0,5mm.

1.3.1 Couplage global et couplage local

Nous limitons notre analyse aux couplage magnéto-mécaniques en basse fréquence à l'exclusion des phénomènes thermiques. Les équations d'équilibre global d'une structure électromagnétique sont dans cette hypothèse, les équations de Maxwell 1.1 et les équations d'équilibre mécanique 1.2 :

$$\begin{aligned} \vec{rot} \vec{H} &= \vec{J}, \\ \vec{rot} \vec{E} &= -\frac{d\vec{B}}{dt}, \\ div(\vec{B}) &= 0, \\ div(\vec{J}) &= 0, \end{aligned} \tag{1.1}$$

Les grandeurs électromagnétiques qui interviennent dans ces relations et qui définissent l'état du système considéré sont : le champ magnétique \vec{H} ($A.m^{-1}$), la densité surfacique de courant électrique \vec{J} ($A.m^{-2}$), le champ électrique \vec{E} ($V.m^{-1}$) et l'induction magnétique \vec{B} (T).

Les équations d'équilibre mécanique dans le cadre de la M.M.C. sont pour un champ de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$, des forces volumiques \vec{f} et surfaciques \vec{F} :

$$\begin{aligned} \text{div } \underline{\underline{\sigma}} + \vec{f} &= 0, \text{ sur } \Omega; \\ \underline{\underline{\sigma}} \vec{n} &= \vec{F}, \text{ sur } \partial \Omega_F. \end{aligned} \quad (1.2)$$

où Ω est le domaine considéré, $\partial \Omega_F$ partie de la frontière de Ω où les efforts sont imposés et \vec{n} la normale à cette frontière.

Le couplage est dit global dès que la solution d'une équation d'équilibre modifie la solution d'une autre équation d'équilibre [Billardon et al., 1999]. C'est le cas par exemple lorsqu'on étudie l'effet des forces magnétiques (forces de Laplace) sur l'équilibre mécanique d'une structure.

Les systèmes d'équation 1.1 et 1.2 sont insuffisants pour déterminer l'état d'un système. Pour relier les différentes grandeurs physiques entre elles, il faut inclure les lois de comportement. On distingue alors le comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H})$, le comportement électrique $\vec{J}(\vec{E})$ et le comportement mécanique $\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{\epsilon}})$. C'est au niveau de ces lois de comportement qu'interviennent les couplages locaux : la modification d'une variable d'état agit sur plusieurs lois à la fois. Ces phénomènes sont observables à l'échelle macroscopique, comme le sont les couplages magnéto-mécaniques évoqués ci-dessus, mais proviennent d'interactions essentiellement microscopiques.

1.3.2 Des approches complémentaires pour la modélisation du comportement des tôles

De façon générale, le comportement des tôles magnétiques est fortement non linéaire, anisotrope et présente un hystérésis marqué. L'évolution de la structure en domaines joue un rôle prépondérant dans ce comportement.

Outre le désir de compréhension fondamentale des phénomènes, la modélisation du comportement des matériaux a deux finalités, qui correspondent à des "cahiers des charges" et à des approches différentes. Un premier besoin de modélisation se fait sentir lors de l'élaboration du matériau : on aimerait établir un lien entre la texture de la tôle et ses propriétés magnétiques afin d'orienter les efforts des métallurgistes. Pour cela, il faudrait un modèle prédictif capable de prendre en compte l'orientation et la taille des grains, ainsi que les joints de grains et les différents défauts. Cette démarche qui s'appuie sur le comportement d'un grain extrapolé au comportement d'un ensemble de grains par des techniques d'homogénéisation est un des thèmes de recherche actuels de l'U.T.R. "Mécanique et multiphysique des matériaux" du LMT Cachan [Buiron, 2000] [Daniel et al., 2002]. La complexité de ce modèle multiéchelle rend difficile son utilisation en calcul des structures.

Le deuxième besoin de modélisation intervient lors de la conception des dispositifs, pour prendre en compte le rôle du matériau. Le but n'est plus de prévoir

le comportement d'un alliage de composition et de texture données, mais de prévoir le comportement d'une machine construite avec cet alliage. On a alors besoin de modèles reproduisant fidèlement le comportement du matériau avec un coût de calcul aussi faible que possible. On peut dans ce cadre soit bâtir des modèles macroscopiques qui peuvent être alimentés par les modèles microscopiques précédents [Hirsinger, 1994] [Gourdin, 1998] soit utiliser une approche phénoménologique des phénomènes de couplage [Ossart et al., 2000]. Les deux modèles présentés dans les paragraphes suivants procèdent de cette seconde démarche.

1.3.3 Prise en compte de l'état de contrainte : le couplage magnéto-élastique

Comme nous l'avons déjà évoqué, le couplage magnéto-élastique est un couplage local : le comportement magnétique local en tout point de la structure dépend de la contrainte locale. Dans le cas général d'une contrainte non uniforme, le comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H})$ n'est pas uniforme non plus. Le calcul couplé mis en œuvre néglige les contraintes liées à la magnétostriktion du matériau, ce qui est justifié compte tenu de leur valeur très faible (quelques MPa) comparées aux contraintes d'origine purement mécanique.

1.3.3.1 Calcul magnéto-élastique couplé par la méthode des éléments finis

Le calcul réalisé comporte très naturellement les étapes suivantes, schématisées sur la figure 1.4 :

- résolution des équations d'équilibre et des conditions aux limites mécaniques et calcul du champ de contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ en tout point de la structure par un logiciel éléments finis de mécanique,
- résolution des équations d'équilibre et des conditions aux limites magnétiques et calcul de la distribution du champ et de l'induction magnétiques par un logiciel éléments finis de magnétostatique 2D en utilisant un modèle de comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}})$ prenant en compte la contrainte locale, la carte de contraintes utilisée en entrée étant le résultat du calcul précédent,

Dans cette étude, le modèle de comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}})$ utilisé est anhystérique isotrope non linéaire : \vec{B} , \vec{H} et $\underline{\underline{\sigma}}$ sont ramenés à des grandeurs scalaires, ce qui implique le choix d'une norme des contraintes judicieuse. Au niveau mécanique, nous supposons un problème en contraintes planes. La contrainte scalaire équivalente $\sigma_{\mu eq}$ utilisée dans le modèle est la plus grande des deux contraintes principales. Le chapitre 3 est entièrement consacré à cette problématique : comment prendre en compte un état de contrainte multiaxial dans un calcul magnéto-élastique couplé. Nous verrons d'ailleurs que le choix de contrainte équivalente ci-dessus, comme celui de la contrainte équivalente de VonMises, n'est pas approprié. Au niveau magnétique, le comportement étant supposé isotrope le modèle $\vec{B}(\vec{H}, \sigma_{\mu eq})$ relie les modules de \vec{B} et de \vec{H} . Le modèle de comportement $\vec{B}(\vec{H}, \sigma_{\mu eq})$ utilisé étant une simple interpolation des données expérimentales analogues à celles de la figure

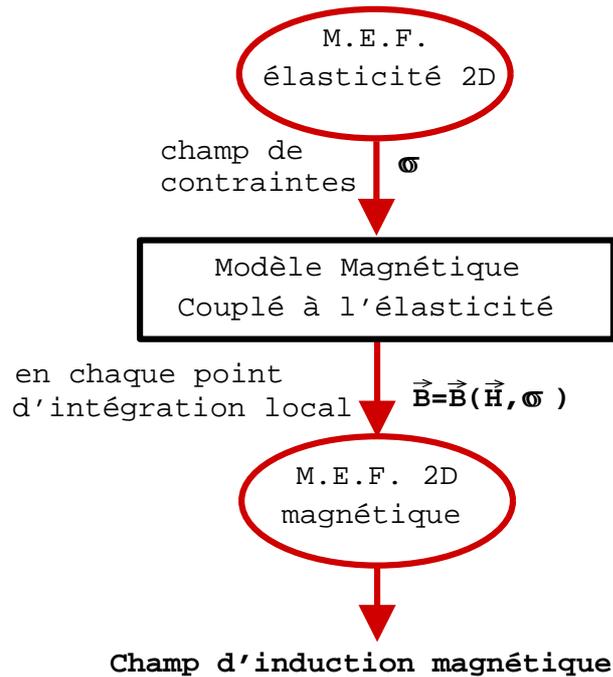


Figure 1.4 – Principe d'un calcul de structure magnéto-élastique couplé

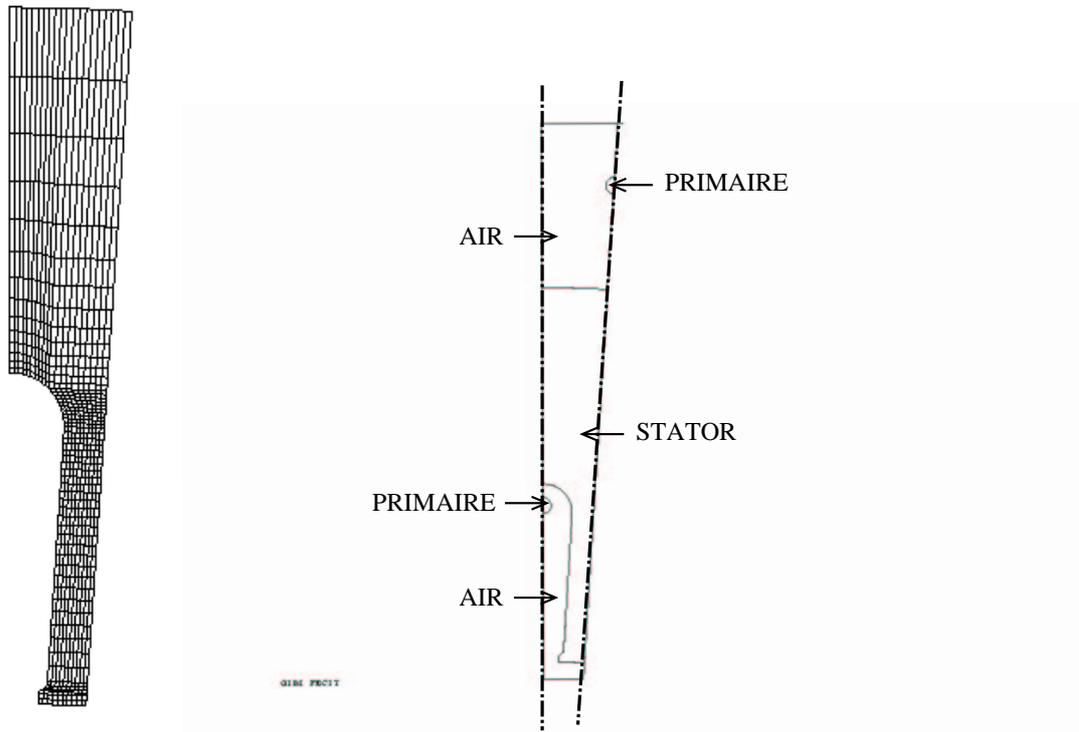
1.2, il n'est *a priori* justifié que pour des sollicitations mécaniques uniaxiales et magnétiques colinéaires.

1.3.3.2 Influence du frettage sur le comportement magnétique d'un stator de moteur électrique

Afin d'illustrer l'influence des contraintes élastiques à l'échelle d'une structure réelle, nous montrons ici l'effet du frettage sur le comportement magnétique d'un stator de moteur électrique.

Le stator du moteur considéré, constitué d'un ensemble de tôles recuites après découpe puis soudées entre elles, est monté dans un carter par frettage à chaud. Cet assemblage génère des contraintes de compression de quelques dizaines de MPa dans le stator. Les mesures magnétiques faites sur des échantillons soumis à ce type de contrainte mettent en évidence une baisse sensible de la perméabilité, ainsi qu'une augmentation des pertes. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'influence des contraintes de frettage pour prévoir le comportement magnétique du stator. Cet exemple est largement développé dans [Ossart, 2000] dont nous tirons les résultats suivants. La géométrie et les conditions aux limites mécaniques et magnétiques sont données sur la figure 1.5. La périodicité spatiale du problème permet de réduire la simulation à un secteur angulaire comprenant la moitié d'une dent.

L'analyse des distributions de perméabilité dans les dents de stator montre que, la présence de contrainte baisse très fortement la perméabilité en pied de dent et repousse cette zone d'induction maximale vers l'intérieur du stator. D'un point de

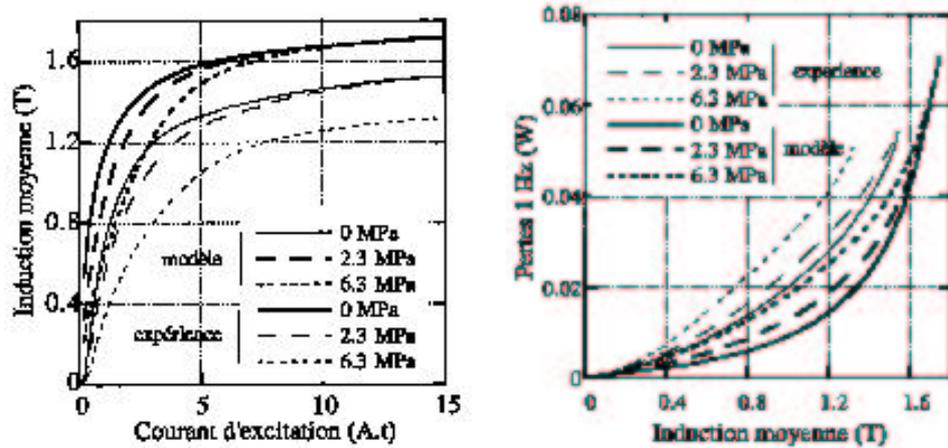


(a)
Maillage
de la
dent de
stator

(b) Contour des maillages pour le calcul magnétique

Figure 1.5 – Maillage et conditions aux limites pour la simulation d’un stator fretté : pression uniforme à la périphérie du stator et densité de courant dans le bobinage primaire (demi-cercles) sont les chargements mécaniques et magnétiques respectifs. Les plans de symétrie sont les mêmes pour le calcul mécanique ou magnétique

vue pratique, seul le comportement global et les pertes importent. Les figures 1.6(a) et 1.6(b) comparent les résultats de mesure aux résultats de calcul pour différentes pressions de frettage. Le calcul reproduit très bien l’effet relatif des contraintes de frettage, mais il est toutefois trop optimiste en terme de valeurs absolues. Ce qui peut s’expliquer par le fait que, les contraintes résiduelles induites par le cordon de soudure reliant les tôles entre elles n’est pas modélisé, ou tout simplement par la simplicité du modèle $\vec{B}(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}})$ utilisé.



(a) Induction moyenne en fonction du courant d'excitation

(b) Pertes par hystérésis

Figure 1.6 – Comparaison simulation-mesure d'un stator fretté, pour différentes pressions de frettage [Ossart, 2000]

1.3.4 Prise en compte de l'état de déformation plastique : le couplage magnéto-plastique

Nous nous intéressons maintenant à l'influence de la plasticité. Il s'agit toujours d'un couplage local : le comportement magnétique local en tout point de la structure dépend de la déformation plastique locale. Dans le cas général d'un champ de déformation plastique non uniforme, le comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H})$ n'est pas uniforme non plus. Le calcul couplé mis en œuvre néglige tout effet des contraintes.

La démarche suivie consiste à utiliser la micro-dureté comme indicateur de l'état de plasticité local, puis un modèle de comportement magnétique couplé $\vec{B}(\vec{H}, \bar{\epsilon}_p)$ où $\bar{\epsilon}_p$ représente une mesure scalaire de la plasticité, *a priori*, la déformation plastique équivalente. Enfin, un calcul magnétique par la méthode des éléments finis est fait pour évaluer l'influence de la dégradation locale du matériau sur le comportement global d'une structure (figure 1.7).

1.3.4.1 Modèle éléments finis avec prise en compte de la déformation plastique

La mesure de micro-dureté est utilisée comme indicateur de l'état de déformation plastique (figure 1.8). En effet, la surface des empreintes est liée à la limite élastique locale, elle-même fonction de la déformation plastique par le biais de l'écroutissage [Billardon et al., 1987]. Il existe donc une relation entre la dureté HV et la déformation plastique. Le modèle mis en œuvre utilise une relation phénoménologique $HV(\bar{\epsilon}_p)$, établie à partir de données expérimentales obtenues sur des éprouvettes déformées plastiquement par traction uniaxiale [Hubert and Hug, 1995]. Dans l'ex-

pression 1.3 donnée ci-dessous, HV_0 , α et n sont des paramètres qui dépendent du matériau.

$$HV(\bar{\varepsilon}_p) = HV_0 + \alpha \bar{\varepsilon}_p^n \quad (1.3)$$

L'étape suivante consiste à établir un modèle $B(H, \bar{\varepsilon}_p)$ qui prend en compte l'influence du niveau de déformation plastique local sur le comportement magnétique à nouveau supposé non linéaire isotrope. Pour cela, nous avons utilisé les comportements magnétiques mesurés dans la direction de laminage pour différents niveaux de déformation plastique obtenus par traction simple dans cette même direction (figure 1.3).

Un modèle d'interpolation a été développé à partir de données expérimentales. La reluctivité du matériau ν est exprimée en fonction du champ par un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont fonction du taux de déformation plastique $\bar{\varepsilon}_p$:

$$B(H, \bar{\varepsilon}_p) = \frac{H}{\nu} = \frac{H}{\nu_0(\bar{\varepsilon}_p) + \nu_1(\bar{\varepsilon}_p)H + \nu_2(\bar{\varepsilon}_p)H^2} \quad (1.4)$$

Ce modèle de calcul a été mis en œuvre dans CASTEM2000.

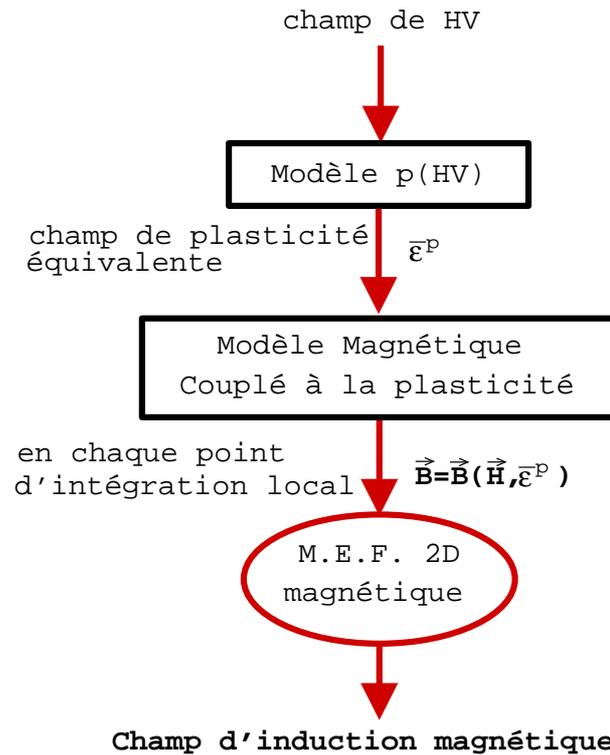


Figure 1.7 – Principe d'un calcul de structure magnéto-plastique couplé

1.3.4.2 Influence de la découpe sur la section efficace d'une dent de stator de moteur électrique

Le modèle décrit a été appliqué afin d'analyser l'effet de la plasticité créée par la découpe dans le cas de tôles non recuites. Des études de microdureté mettent en évidence que la zone affectée est de largeur comparable à l'épaisseur de la tôle (0.50 mm pour la tôle considérée) (figure 1.8(b)). Le volume de matière concernée est donc très faible, mais la caractérisation d'échantillons de tôles déformées plastiquement montre une dégradation très forte du matériau qui intervient dès les très faibles déformations plastiques (0 à 0.5 %). Les zones affectées par la découpe étant souvent situées dans des endroits "stratégiques" (dents, entrefer), cet effet très local peut avoir des conséquences importantes sur le fonctionnement global de la machine.

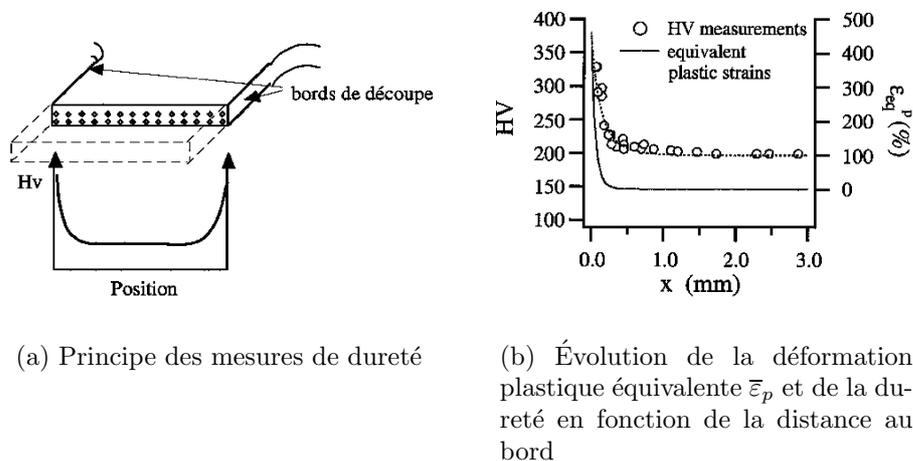


Figure 1.8 – Mesures de dureté et déformation plastique associée sur une dent de stator [Ossart, 2000]

Près du bord de découpe, la dureté augmente très fortement, ce qui traduit une déformation plastique importante (figure 1.8(b)). Le modèle $HV(\bar{\epsilon}_p)$ établi pour des sollicitations en traction uniaxiale est utilisé bien que l'état de déformation plastique obtenu pour la découpe soit beaucoup plus complexe.

Un dispositif expérimental a été réalisé afin de tester la pertinence du modèle mis en œuvre. Le comportement magnétique global de dents de stator découpées a été mesuré. Puis un recuit de détente a été effectué sur ce système pour pouvoir apprécier la qualité de la simulation pour un état de référence, sans déformation plastique. L'analyse numérique par éléments finis prend en compte le modèle $\vec{B}(\vec{H})$ homogène pour simuler le cas avec recuit et le modèle $\vec{B}(\vec{H}, \bar{\epsilon}_p)$ pour simuler le cas sans recuit. Les résultats obtenus sur ce cas de découpe sont très satisfaisants (voir figure 1.7).

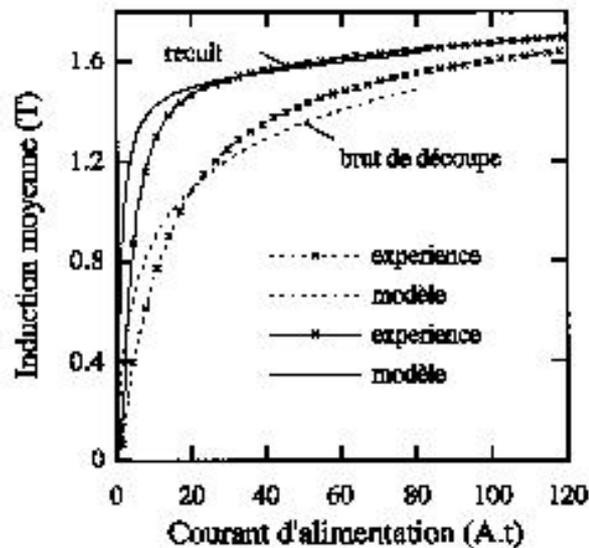


Figure 1.9 – Comparaison simulation-mesure pour une dent de stator découpée, influence du recuit sur le comportement global du circuit magnétique

1.3.4.3 Étude d'une bande poinçonnée

Un deuxième cas test a été choisi. Il s'agit d'une bande de même matériau que celui de la dent de stator. Dans cette bande, de largeur 20mm, on réalise de un à cinq trous circulaires de diamètre 5mm par poinçonnages successifs. Le comportement magnétique global de cette structure est calculé par éléments finis avec la même procédure que la dent de stator ci-dessus. Les figures 1.10(a) et 1.10(b) montrent que pour ce dispositif, le modèle sous estime très nettement l'effet de la découpe par rapport à la mesure.

1.3.5 Limite de l'approche : vers les contraintes résiduelles

L'expérience menée sur la bande poinçonnée met en évidence une insuffisance du modèle qui peut être attribuée au fait que les contraintes résiduelles et leur influence sur les propriétés ne sont pas prises en compte. En effet la différence fondamentale, entre les deux dispositifs étudiés (dent de stator et bande poinçonnée) réside dans leur géométrie. La dent est fine (3mm de largeur), la plasticité affecte un volume important de matière et surtout, la géométrie "1D" fait qu'elle n'induit pratiquement pas de contraintes résiduelles. La bande poinçonnée est plus large (20mm), les déformations plastiques affectent une fraction volumique de matériau plus faible en bord de découpe et induisent un état de contraintes résiduelles complexes.

Notons que les contraintes résiduelles ont un rayon d'action qui dépasse plusieurs fois celui des déformations plastiques. Il est donc fort probable qu'au fort effet local de la plasticité, dans le cas de la bande poinçonnée, se superpose un effet d'amplitude plus faible, mais affectant un plus grand volume de matière. C'est pour vérifier

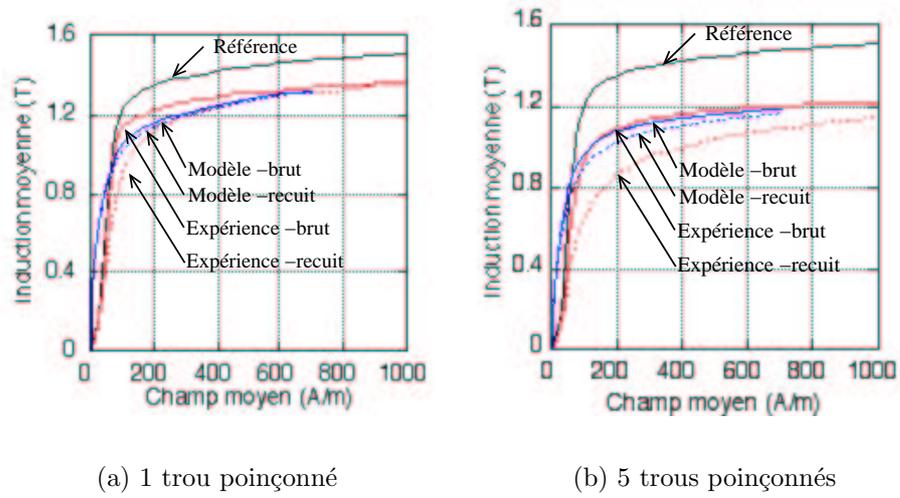


Figure 1.10 – Comparaison simulation-mesure pour une bande poinçonnée, influence du recuit sur le comportement global du circuit magnétique

cette interprétation que nous nous sommes penchés sur l'étude des contraintes résiduelles liées à la découpe et à leurs répercussions sur le comportement magnétique global d'une tôle découpée.

1.4 Quelles contraintes résiduelles ?

Les contraintes résiduelles peuvent être définies à différentes échelles d'étude de la matière. Nous rappelons ici la dénomination courante de ces différentes contraintes résiduelles. Ce bref exposé permet de préciser le type de mécanismes que nous allons chercher à mettre en évidence par la suite.

1.4.1 Différents niveaux de contraintes résiduelles

On différencie trois niveaux de contraintes résiduelles :

- les contraintes d'ordre I : à l'échelle de la structure, et donc du V.E.R. (volume élémentaire représentatif) du matériau considéré. Elles proviennent de l'incompatibilité de déformation plastique à l'échelle macroscopique ;
- les contraintes d'ordre II : à l'échelle d'un ensemble de grains constitutifs du matériau, on parle également de contraintes internes inter-granulaires. Elles sont provoquées par l'inhomogénéité de comportement entre grains voisins en cours de plastification et l'incompatibilité de déformation aux joints de grains qui en résulte ;
- les contraintes d'ordre III : à l'échelle d'un grain constitutif du matériau, on parle également de contraintes internes transgranulaires, provoquées par la formation de structures hétérogènes de dislocations à l'intérieur des grains.

Lorsque le niveau de déformation plastique augmente, les contraintes internes transgranulaires sont remplacées par les contraintes internes inter-granulaires [François et al., 1995] [Hubert, 1998]. Dans une analyse mécanique "macroscopique" elles sont modélisées par le champ d'écoulement cinématique.

Le comportement magnétique des matériaux ferromagnétiques est *a priori* sensible aux trois ordres de contraintes résiduelles. Une étude fine du comportement magnétique au voisinage immédiat du bord de découpe n'étant pas envisagée dans cette étude, nous nous limiterons à l'étude de l'effet sur le comportement magnétique des contraintes résiduelles d'ordre I, c'est à dire dans la zone élastique "loin" des bords de tôles poinçonnés.

1.4.2 Différentes origines de contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles proviennent d'incompatibilités de déformations plastiques. Chaque mécanisme qui produira de telles incompatibilités provoquera donc des contraintes résiduelles. Les procédés d'élaboration de matériaux métalliques tels que le laminage, la fonderie ou l'estampage introduisent nécessairement de tels effets. La fabrication et l'assemblage de pièces contraignent d'une part les pièces à se déformer plastiquement mais permettent également le relâchement de contraintes résiduelles déjà présentes dans le matériau (par exemple soudure ou collage pour l'assemblage et perçage, usinage, découpe, mise en forme pour la fabrication). Il peut alors devenir très délicat de connaître l'état de contrainte et de déformation réel du produit fini [Sussen, 1998].

1.4.3 Différentes méthodes pour estimer les contraintes résiduelles

Déterminer les contraintes résiduelles dans une structure est un problème complexe. L'approche expérimentale nécessiterait idéalement de mesurer les différentes composantes de ce tenseur de contraintes, et ce en de nombreux points de la pièce étudiée. On peut également envisager de prévoir par calcul ces contraintes, ce qui suppose que l'on dispose d'un outil de simulation numérique suffisamment fiable pour pouvoir reproduire tous les mécanismes conduisant à l'état de contraintes résiduelles de la pièce finie.

1.4.3.1 Détermination expérimentale

On distingue deux catégories de techniques de mesures des contraintes résiduelles : les techniques dites destructives, telles que la méthode du trou incrémental, méthode de Sachs, méthode du découpage... et les techniques non destructives, dont les mesures par rayons X, par diffusion de neutrons, ultrasonores et magnétiques. La précision de l'ensemble de ces techniques va de $\pm 30 \text{ Mpa}$ à une dizaine de MPa dans les cas les plus favorables [Lu, 1996].

Les contraintes résiduelles dues au poinçonnage étant *a priori* très faibles, la mesure directe de celles-ci est très délicate. Des mesures par rayons X ont toutefois été effectuées au laboratoire LM3 [Maeder et al., 1990] de l'ENSAM Paris sur des échantillons poinçonnés au LMT Cachan. Mais la taille des grains constituant notre matériau s'est révélée être importante pour la technique de mesure (taille moyenne de grain de $70 \mu\text{m}$ pour le Fe-3%Si N.O. d'épaisseur 0,5mm objet de cette étude). Ce qui conduit à des erreurs de mesures de l'ordre de 60MPa pour une valeur de contrainte estimée à 40MPa sur une surface de $3 \times 2 \text{ mm}^2$ au voisinage du bord de découpe. D'autre part la zone de mesure ($3 \times 2 \text{ mm}^2$) est grande compte tenu du gradient local des contraintes dans une telle structure.

1.4.3.2 Détermination numérique

Une autre méthode consiste à simuler numériquement le procédé créant les contraintes résiduelles. On peut dans ce cas utiliser une méthode directe si toutes les données significatives du procédé sont connues et la simulation fiable. On peut alors estimer que les contraintes résiduelles issues du calcul sont effectivement celles présentes dans la structure en validant la simulation par des observations du produit fini (géométrie, mesures de déplacement, de déformations...).

Si la simulation de la totalité du procédé de mise en forme n'est pas maîtrisée il convient d'estimer le champ de déformation plastique à l'instant final à partir de quantités mesurables sur la structure. On construit alors l'équation dite de l'observable $u(\varepsilon_p) = u^{obs}$ [Bui, 1993].

Pourvu que l'on soit capable de mesurer ou d'estimer le champ de déformation plastique, les contraintes résiduelles découlent directement de celui-ci :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{res} = \underline{\underline{D}} [\underline{\underline{\varepsilon}}(u(\underline{\underline{\varepsilon}}^p)) - \underline{\underline{\varepsilon}}^p], \quad (1.5)$$

où $\underline{\underline{D}}$ représente l'opérateur d'élasticité, $\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u})$ le tenseur des déformations totales et $\underline{\underline{\sigma}}_{res}$ l'état de contraintes résiduelles satisfaisant les équations d'auto-équilibre de la structure [Ueda et al., 1986] [Andrieux, 1994]. Cette approche inverse est généralement efficace pour des niveaux de champ de contraintes assez importants. Une application remarquable de ces techniques est l'estimation du champ de contraintes résiduelles provenant d'une opération de soudure [Cao et al., 2002].

1.5 Objectifs de l'étude et plan du mémoire

Le but ultime de cette étude est la modélisation des effets de la découpe sur le comportement magnétique de tôles de Fe-3%Si N.O. En pratique, nous nous limiterons à l'étude de l'effet des contraintes résiduelles induites par la découpe, l'effet brutal mais très localisé de la plasticité en bord de découpe étant dans un premier temps envisagé par une approche simplifiée du type de celle proposée en 1.3.4.

Pour pouvoir atteindre cet objectif, il faut être capable de répondre à deux questions actuellement sans réponse. D'une part quelles sont les contraintes résiduelles créées par la découpe et/ou le poinçonnage d'une tôle et d'autre part quels sont les effets d'un état de contraintes résiduelles multiaxial sur le comportement magnétique ?

Dans le cadre de ce travail, nous nous sommes intéressés à ces deux problèmes.

1.5.1 Calcul simplifié des contraintes résiduelles dues à la découpe

La démarche que nous avons suivie pour l'étude des contraintes résiduelles est présentée dans le chapitre 2.

La simulation numérique a beaucoup progressé au cours des dix dernières années, tant au niveau de la finesse que de la représentativité du phénomène. Ces progrès ont multiplié la diversité et la complexité des solutions proposées. Dans le cadre de notre démarche de "couplage" entre les deux domaines de la physique que sont le magnétisme des matériaux du génie électrique et la mécanique des milieux continus, il est indispensable de développer des approches et des modèles aussi simples que possible susceptibles d'être intégrés dans des modèles de calcul par E.F. magnétique utilisable dans un environnement industriel.

Or, la simulation numérique du poinçonnage reste un problème très délicat. Il faut prendre en compte des phénomènes complexes tels que les grandes déformations, le frottement et la rupture. Les méthodes numériques exigées pour les traiter sont extrêmement sophistiquées. En particulier, il faut envisager une modélisation fine du processus d'endommagement ductile et de fissuration en cours de découpe ce qui est encore une question largement ouverte. Malgré de nombreux efforts et progrès, même les modèles aux éléments finis les plus élaborés ne parviennent pas à simuler tous les détails du procédé et de nombreuses difficultés doivent être résolues avant d'obtenir une géométrie correcte du profil de découpe [Maillard, 1991], [Taupin et al., 1996], [Lemiale et al., 2001], [Saanouni et al., 2002]. À ce stade de développement

de ce type d'analyse, l'évaluation des contraintes résiduelles est considérée comme un problème secondaire et il n'existe pratiquement pas de résultats à ce sujet dans la littérature.

En outre, les démarches de simulation complète du procédé butent toujours sur des problèmes de dépendance au maillage. Ainsi même si la géométrie finale obtenue est très proche de l'expérience, il est difficile de garantir que le trajet de déformation plastique suivi par les points de la structure soit représentatif du phénomène physique.

Les simulations numériques de la découpe apparaissant donc non encore fiables pour en déduire le champ de contraintes résiduelles, nous avons choisi d'évaluer ces contraintes par une analyse élastique (cf. équation 1.5) en entrée de laquelle est introduite une estimation du champ de déformation plastique induit par la découpe. En première approximation, il semble raisonnable de faire l'hypothèse que ce champ de déformation plastique très localisé est indépendant de la géométrie 2D dans le plan de la tôle du bord de découpe. Nous proposons donc de construire ce champ de déformation plastique à partir d'un modèle simplifié du mécanisme de découpe.

1.5.2 Étude du comportement magnétique sous sollicitations mécaniques biaxiales

Une fois l'état de contraintes résiduelles évalué, il est nécessaire de connaître son influence sur le comportement magnétique du matériau étudié. Ce sera l'objet du chapitre 3.

Le couplage étudié est un phénomène fondamentalement multiaxial anisotrope, difficile à mesurer et à modéliser, même si le cas des tôles minces permet une approche bidimensionnelle. L'analyse des quelques travaux réalisés sur le sujet révèle que de nombreuses questions restent ouvertes [Schneider and Richardson, 1982] [Kashiwaya, 1991] [Sablík and Jiles, 1993] [Langman, 1990] [Pearsons et al., 2000]. Chaque dispositif expérimental a un certain domaine d'application initial. Cette constatation nous a convaincus de la nécessité de développer notre propre dispositif de mesure, avec pour objectif d'être capables d'explorer un domaine de sollicitations magnéto-mécaniques aussi large que possible.

Nous avons conçu et réalisé un banc de mesure permettant de soumettre des tôles minces à des contraintes de traction/compression indépendantes suivant deux directions orthogonales, puis de mesurer le comportement magnétique du matériau dans ces conditions. Notre dispositif se distingue de la plupart des dispositifs décrits dans la littérature, dans la mesure où il offre les possibilités suivantes :

- solliciter en traction et en compression des tôles minces d'épaisseur de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre comme les tôles réellement utilisées dans les applications industrielles, alors qu'en général les tôles testées sont épaisses de plusieurs millimètres ;
- mesurer les propriétés magnétiques intrinsèques locales, alors qu'en général les mesures sont faites pour des valeurs moyennes $\overline{B}(\overline{H})$ dans des conditions non homogènes

Pour intégrer l'effet d'un état de contraintes multiaxial dans un modèle de comportement magnétique, nous tenterons d'identifier une contrainte équivalente $\sigma_{\mu eq}$. La recherche d'une telle contrainte équivalente a été proposée pour la première fois par [Schneider and Richardson, 1982]. D'autres études ont repris ce principe mais tous les concepts proposés sont sensiblement différents et avec des domaines de validité apparemment très restreints. Ceci peut être dû à de nombreuses raisons (mode opératoire différents, matériaux différents...). Il nous est donc apparu utile de confronter ces modèles avec les résultats expérimentaux obtenus sur le matériau industriel objet de notre étude dans des conditions d'expériences bien maîtrisées.

Chapitre 2

Modélisation des contraintes résiduelles dues à la découpe

Sommaire

2.1	Pourquoi s'intéresser à ces contraintes résiduelles ?	25
2.2	Quelques analyses des procédés de découpe et poinçonnage des tôles	27
2.2.1	Aspects technologiques	27
2.2.2	Étude de l'effort de découpe	29
2.2.3	Étude des champs mécaniques locaux	31
2.2.4	Comportement des tôles magnétiques après poinçonnage	35
2.3	Mesure du champ de déformation induit par le poinçonnage	36
2.3.1	Mesures de déformation par intercorrélation d'images	36
2.3.2	Mise en œuvre dans le cas du poinçonnage de rondelles de tôle	38
2.3.3	Mode opératoire	39
2.3.4	Exploitation des mesures	40
2.3.5	Analyse critique de la procédure actuelle	45
2.4	Approche cinématique du calcul des contraintes résiduelles	46
2.4.1	Formulation générale	46
2.4.2	Un exemple analytique	47
2.5	Modélisation simplifiée de la découpe	49
2.5.1	Mécanismes de déformation activés au cours du poinçonnage	49
2.5.2	Choix d'une cinématique	52
2.5.3	Critères imposés par le comportement	53
2.5.4	Modèle avec zone de traction Zhou and Wierzbicki [1996]	53
2.5.5	Analyse des effets de traction au cours de la découpe	56
2.5.6	Résultats de l'analyse	58
2.5.7	Conclusion	61
2.6	Simulation du comportement magnétique de rondelles poinçonnées	63
2.6.1	Description du dispositif simulé	63
2.6.2	Problème magnétique	63
2.6.3	Calcul magnétique de référence	66

2.6.4	Calcul magnéto-plastique couplé	67
2.6.5	Calcul magnéto-élastique couplé	67
2.6.6	Résultats	68
2.6.7	Conclusion de l'analyse magnétique	70

2.1 Pourquoi s'intéresser aux contraintes résiduelles dues à la découpe ?

L'un des rêves du concepteur est de connaître le fonctionnement de la machine qu'il a imaginée avant de l'avoir réalisée. L'un des rêves du modélisateur est de comprendre des phénomènes physiques complexes et d'en rendre compte avec un outil spécifique suffisamment prédictif pour ne pas avoir recours à des essais réels. Le rêve le plus insensé du concepteur et du modélisateur est que le modèle réussisse à évaluer quantitativement avec précision les performances de la machine non encore réalisée. Avant de rêver un peu, le contexte, le contenu et les attentes de cette première partie de l'étude sont présentés ci-dessous.

Concevoir un produit élaboré comme l'est un moteur électrique nécessite un dimensionnement qui dépasse la seule prise en compte des phénomènes purement magnétiques. L'existence de nombreux couplages magnéto-mécaniques modifie considérablement les capacités de cette machine. En effet, en service les tôles constituant le noyau magnétique sont contraintes (frettage, forces de Laplace...) ce qui fait varier leur réponse magnétique [Ossart et al., 1999]. Mais les modes d'obtention des pièces modifient également leur état mécanique. On peut se rapporter par exemple à la figure 1.1 pour imaginer les modifications de l'état mécanique dues à l'obtention d'une géométrie aussi élaborée. Utilisées en faible épaisseur pour éviter les courants de Foucault, ces tôles magnétiques constituent les rotors ou stators de moteurs électriques pour les nuances à grains Non Orientés (N.O.) ou les noyaux de transformateur pour les nuances à Grains Orientés (G.O.). Ainsi le poinçonnage de ces tôles va générer des fortes déformations plastiques près du bord de découpe. Cet effet a déjà été pris en compte lors d'une étude antérieure [Ossart et al., 2000]. Mais, pour certaines géométries, il ne reproduit pas entièrement la dégradation du comportement magnétique mesurée ce qui peut être dû au fait que les contraintes résiduelles générées par les incompatibilités de déformation n'ont pas été prises en compte.

D'un point de vue mécanique l'analyse des contraintes résiduelles est un problème secondaire dans la modélisation de la découpe. Ainsi peu de données sont disponibles à ce sujet dans la littérature d'autant plus que l'on s'intéresse ici aux tôles de faible épaisseur. Nous allons analyser la bibliographie concernant les problèmes de découpe en tentant de relever tous les indices utiles à la compréhension des mécanismes actifs en cours de poinçonnage. Pour augmenter encore notre connaissance du procédé nous avons également réalisé une série d'essais en mesurant les déformations après le poinçonnage de tôles et nous exposerons les premiers résultats ainsi obtenus. L'ensemble des paramètres phénoménologiques ainsi recueillis nous permettra d'aborder une modélisation analytique du poinçonnage proposée par [Zhou and Wierzbicki, 1996]. Cette modélisation sera exploitée pour connaître l'état des contraintes résiduelles induites par la découpe [Maurel et al., 2002b]. Nous achèverons ce chapitre par la modélisation couplée d'une rondelle poinçonnée soumise d'une part à des déformations plastiques estimées grâce à des mesures de dureté et d'autre part soumise aux contraintes résiduelles calculées à l'aide de notre méthode [Maurel et al., 2002a].

Comme nous allons tenter de l'exposer, nous cherchons donc à mettre en évi-

dence que le poinçonnage d'une tôle s'accompagne d'efforts de membrane (dans le plan de la tôle) qui, pour certaines géométries, créent des contraintes résiduelles. Ces contraintes résiduelles peuvent être à long rayon d'action et expliquer les différences observées entre les mesures du comportement magnétostatique de rondelles poinçonnées et les résultats de la simulation de celui-ci avec la seule prise en compte de l'effet localisé en bord de découpe de la plasticité sur le comportement magnétique.

2.2 Quelques analyses des procédés de découpe et poinçonnage des tôles

La découpe de tôles par poinçonnage fait partie des procédés courants en tôlerie mécanique. Son principal intérêt réside dans la vitesse d'obtention d'un produit fini même pour des formes extrêmement complexes. Le coût élevé de l'outillage le réserve cependant à la moyenne voire la grosse série.

Alors que cette technique est connue depuis les débuts de l'ère industrielle, sa maîtrise demeure délicate. Pour obtenir les cotes souhaitées, la mise au point de l'outillage nécessite une longue procédure d'essais qui augmente le prix de revient des pièces. En outre, l'usure de l'outil provoque l'arrêt de la presse lorsque la qualité des pièces obtenues n'est plus satisfaisante, de préférence avant que trop de pièces défectueuses n'aient été produites (diminution du rebut). Les études empiriques du procédé ne permettent en général ni de répondre à l'ensemble des choix possibles lors de l'élaboration de l'outillage (matériaux et géométries), ni à la surveillance en continu de la découpe. La modélisation fine du procédé devient alors cruciale pour diminuer les coûts de conception et mise au point des outillages ainsi que les coûts de productions associés à cette technique. La modélisation fine du procédé doit également permettre de mieux maîtriser l'état du produit fabriqué et donc ses propriétés en service. Par exemple, l'utilisation massive de tôles dans le domaine du génie électrique pousse dans ce sens : l'état mécanique d'une tôle magnétique découpée influence les performances de la machine électrique dont elle fait partie du fait de l'existence de couplages magnéto-mécaniques.

On note que le nombre de publications concernant la simulation numérique des problèmes de découpe s'est considérablement accru ces dix dernières années. Malgré les efforts consacrés à la finesse des modèles numériques utilisés, les résultats ne sont pas toujours satisfaisants. L'évaluation de la géométrie finale reste un problème ouvert dans la mesure où les différentes méthodes proposées pour définir l'évolution du phénomène de découpe, incluant apparition et propagation de fissures, ne donnent pas les mêmes résultats. La prévision des contraintes résiduelles est alors d'autant plus délicate que la simulation du procédé est incertaine. Nous proposons ici d'analyser les mécanismes du poinçonnage grâce à un état de l'art de la technologie elle-même puis des analyses empiriques et théoriques du procédé.

2.2.1 Aspects technologiques

La découpe par poinçonnage est un procédé de fabrication très largement employé dans l'industrie. Il permet en effet d'obtenir des pièces de formes très élaborées en un nombre de passes très réduit. Ceci est particulièrement vrai pour les grandes séries dans les domaines de la construction automobile, du génie électrique et de l'électronique. Ces techniques permettent également lorsqu'elles sont associées avec des techniques de soudure ou collage de fabriquer des ensembles composites, multimatériaux propices au gain de poids et à l'économie de matériau onéreux [Pallett and Lark, 2001].

2.2.1.1 Évolution des technologies

Le terme de découpe désigne le cisaillement d'une tôle par une lame, en général pour une géométrie droite. La tôle est maintenue par un serre-flanc sur une table dont le bord est aiguisé. Cet ensemble est aussi appelé guillotine, cf figure 2.1.

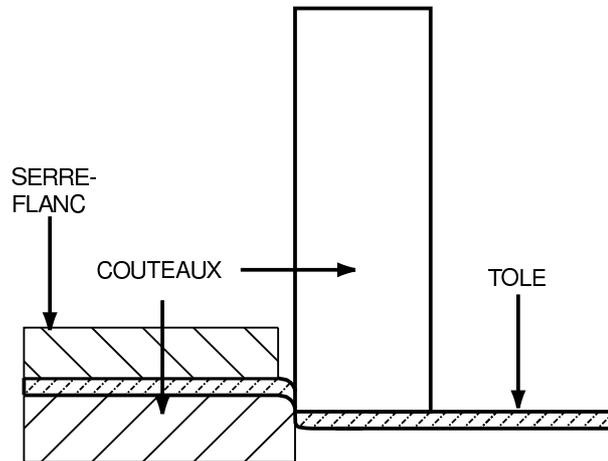


Figure 2.1 – Schéma d'outillage de guillotinage

Le poinçonnage désigne la découpe de formes plus ou moins complexes dans une tôle, la partie utile pouvant être soit la tôle, soit la chute. L'outil est composé d'un poinçon et d'une matrice sur laquelle repose la tôle. Suivant le type d'outillage, il existe ou non des systèmes de serre-flanc, cf figure 2.2(a). Ces dispositifs de découpage sont montés en général sur des presses hydrauliques dimensionnées en fonction des efforts à développer pour découper la pièce et des cadences de production.

Au cours des années 70 les qualités de découpe ont été améliorées par la méthode dite de découpage fin, qui utilise en plus du serre-flanc des dents, appelées joncs de retenue, pour retenir la tôle dans le montage, cf figure 2.2(b). Pour éviter le bombé excessif de la partie découpée, on utilise des contre-poinçons qui accompagnent celle-ci au cours de la descente du poinçon en exerçant un effort, généralement par l'intermédiaire de ressorts.

2.2.1.2 Qualité de la découpe

Le critère principal pour qualifier la qualité d'une découpe réside dans le respect ou non de la géométrie attendue. On distingue ainsi plusieurs zones caractéristiques (voir figure 2.3) :

- la bavure doit être la plus réduite possible, par exemple pour pouvoir empiler des pièces correctement ;
- la zone cisailée lisse doit être la plus étendue possible, pour respecter la géométrie attendue, par exemple le diamètre d'un trou pour un poinçonnage circulaire ;
- le rayon de découpe et la zone arrachée doivent être réduits pour ne pas fragiliser les pièces.

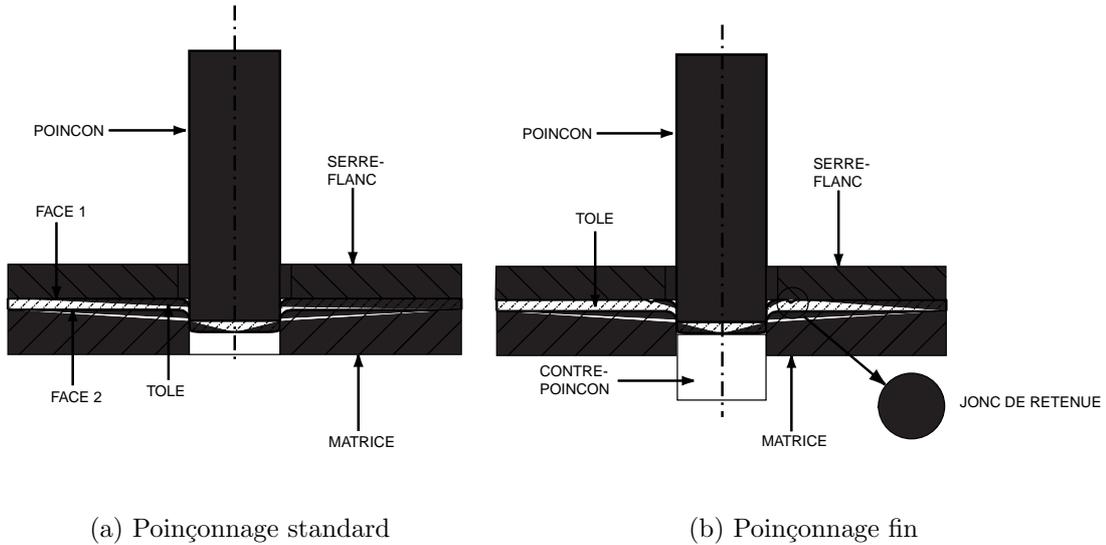


Figure 2.2 – Schémas d'outillages de poinçonnage (le poinçon est entraîné par une presse et le contre-poinçon généralement par des ressorts - non représentés)

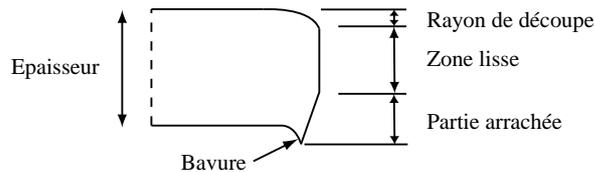


Figure 2.3 – Schéma d'un bord de découpe

Outre ces considérations géométriques, la qualité de la découpe de tôles aura des conséquences sur leur comportement ultérieur : ainsi la durée de vie en fatigue d'une pièce découpée dépend des paramètres de découpe [Cervenka et al., 1990]. Dans le cas des tôles magnétiques les caractéristiques magnétiques sont également affectées [Ossart et al., 2000].

De nombreuses études systématiques ont été menées dans les années 50 puis au cours des années 70 lors de l'apparition du découpage fin, afin de dégager l'influence des matériaux usinés, de la géométrie de l'ensemble poinçon-matrice et du frottement dans le serre-flanc sur les formes de découpe obtenues [Chabenat and Martin, 1978].

2.2.2 Étude de l'effort de découpe

Les auteurs se sont d'abord focalisés sur l'évolution de l'effort en cours de découpage. C'est en effet l'effort maximal atteint au cours de l'opération qui va permettre de dimensionner la presse sur laquelle est montée le poinçon. C'est également l'évo-

lution de la courbe effort-déplacement avec l'usure de l'outillage qui peut qualifier la qualité de la découpe en temps réel.

2.2.2.1 Analyses expérimentales

On peut corréler les différentes phases de la courbe effort-déplacement avec la progression de la découpe (voir paragraphe 2.5.1 et figure 2.13). Cette courbe varie considérablement en fonction du matériau découpé, des jeux et de l'usure des outils [Maillard, 1991] [Samuel, 1998] (voir figure 2.4). L'usure a pour effet d'augmenter le jeu entre poinçon et matrice, ce qui diminue l'effort maximal en cours de découpe et retarde la rupture finale de la pièce. La géométrie des outils intervient également dans le processus. L'influence des rayons de coupe du poinçon (R_p) et de la matrice (R_d) est visible sur la courbe effort-déplacement, voir figure 2.4. L'usure a aussi pour conséquence d'émousser les arêtes des outils et d'augmenter les rayons de coupe (R_p) et (R_d).

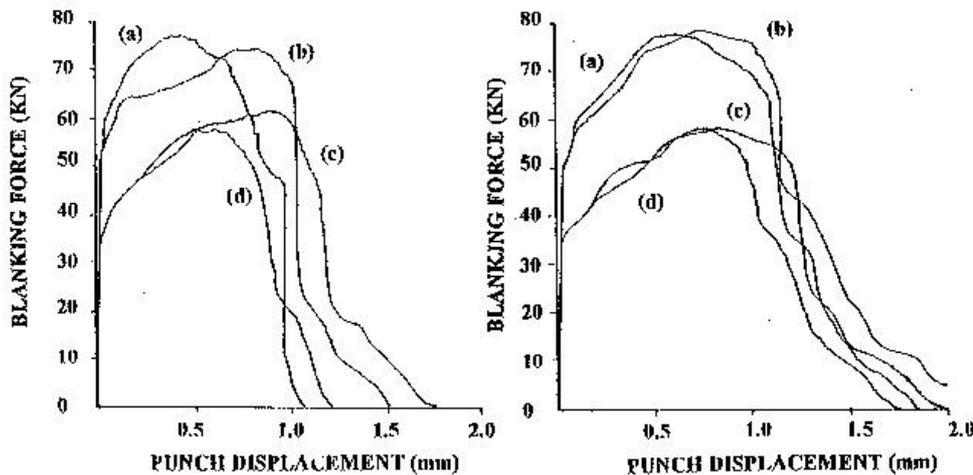


Figure 2.4 – Évolution de l'effort en fonction du déplacement du poinçon, pour un jeu égal à 2% (figure gauche) et à 23% (figure droite) de l'épaisseur de la tôle. (a) acier laminé à froid, $R_p=R_d=0,2\text{mm}$; (b) acier laminé à froid, $R_p=R_d=0,4\text{mm}$; (c) acier recuit, $R_p=R_d=0,2\text{mm}$; (d) acier recuit, $R_p=R_d=0,4\text{mm}$; d'après [Samuel, 1998]

2.2.2.2 Études analytiques

Certains auteurs utilisent l'analyse limite afin d'estimer l'effort de poinçonnage. Pour le cas de l'indentation d'un solide plastique semi-infini de limite d'élasticité $2k$, par un poinçon rigide cylindrique de diamètre d , un premier modèle permet d'estimer la pression de contact moyenne par [Szczepiński, 1967] :

$$p_0 = 2,85.2k \quad (2.1)$$

et l'effort par :

$$F = \frac{2,85.2k}{\pi d}. \quad (2.2)$$

Ce résultat utilise l'analyse proposée par Hill et correspond à l'effort en début de plastification, ou en cours pour un matériau plastique parfait [Hill, 1950].

Il faut attendre les travaux d'Atkins [Atkins, 1980] pour avoir une nouvelle estimation de cet effort à partir de l'analyse de la forme de la zone cisailée. La déformation de cisaillement est supposée concentrée dans une zone rectangulaire adjacente au bord de découpe, le reste de la tôle ne subissant pas de déformation plastique. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet d'introduire des données caractéristiques du matériau découpé et de l'outillage dans le calcul de l'effort de poinçonnage F supposé vertical. Celui-ci peut alors s'exprimer en fonction de la profondeur de pénétration du poinçon dans la tôle, notée u :

$$F = \pi d[t_0 - (1 - 2f)u]\tau_0(u/w)^n. \quad (2.3)$$

Dans cette expression, d représente le diamètre du poinçon, t_0 l'épaisseur de la tôle découpée, f le coefficient de frottement entre le poinçon et la tôle, τ_0 la limite initiale de cisaillement en contrainte, n l'exposant de la loi d'écrouissage et w la largeur de la bande cisailée pour un poinçon circulaire. On peut alors calculer la valeur de l'enfoncement du poinçon pour l'effort maximal u_{pic} :

$$u_{pic} = nt_0/(1 + n)(1 - 2f). \quad (2.4)$$

Enfin, en modélisant la zone cisailée par un ensemble de poutres indépendantes, Zhou *et al.* parviennent à introduire la propagation de la fissure dans le calcul de l'effort de cisaillement. Ce modèle astucieux donne des résultats remarquables, souvent plus corrects que de nombreux calculs par la méthode des éléments finis [Zhou and Wierzbicki, 1996]. Cette analyse sera détaillée par la suite (paragraphe ??).

2.2.3 Étude des champs de déformations, de contraintes et d'endommagement locaux

La seule maîtrise de l'effort de découpe s'avère insuffisante pour le contrôle du processus. Cette donnée globale doit être enrichie par des informations plus précises sur les phénomènes intervenant au cours de la découpe. Nous analysons par la suite les études expérimentales qui ont permis d'affiner la compréhension des phénomènes en cours de poinçonnage. Enfin, l'approche analytique est prolongée par de nombreuses études numériques qui permettent d'augmenter les paramètres d'études dont nous ferons la synthèse.

2.2.3.1 Analyses expérimentales

Différentes techniques ont été utilisées pour enrichir la caractérisation globale du procédé par des informations locales : mesures de contraintes par photoélasticimétrie [Mikhaleiko and Antonov, 1973], mesures par fractographie de profils découpés

[Maillard, 1991], [Hubert, 1998] (figures 2.16(a) et 2.16(b)) ou mesures de dureté [Cervenka et al., 1990] [Samuel, 1998].

Plus récemment, des mesures de champ de déformation ont été obtenues par des techniques de corrélation d'images. L'expérience pionnière a été réalisée par une équipe de l'université d'Eindhoven [Goijaerts, 1999] [Stegeman et al., 1999]. Un montage ouvert est utilisé pour suivre le phénomène de découpe sur la tranche d'une tôle cisailée par un poinçon à bord droit, voir figures 2.14 et 2.15. Le principe est le même que celui de l'expérience de [Mikhaleiko and Antonov, 1973] mais des résultats expérimentaux très fins sont obtenus pour un matériau non biréfringent (acier inoxydable). La méthode des grilles a été employée dans une configuration semblable pour évaluer les déformations sur un bord droit de découpe [Chen et al., 2002], mais la résolution est plus faible que dans l'expérience proposée par Goijaerts *et al.*

L'ensemble de ces expériences montre une décroissance très rapide des déformations plastiques lorsqu'on s'éloigne du bord de découpe. Des gradients de déformations sont également observés dans l'épaisseur de la tôle. Nous reviendrons sur ces résultats en détail au chapitre 2.5 quand nous aurons besoin d'informations qualitatives sur la forme du champ de déformations plastiques.

2.2.3.2 Simulations numériques

L'essentiel des simulations numériques de la découpe est basé sur la méthode des éléments finis. Les éléments de frontières sont pour l'instant inutilisés pour ce type de simulation. Quant aux méthodes dites sans maillage, elles ne sont pas assez stabilisées pour traiter des problèmes aussi complexes que les grandes déformations avec gestion de la fissuration et du frottement.

2.2.3.2.1 Mise en œuvre du calcul. La simulation de base consiste à modéliser la pièce à découper par un solide élasto-plastique. Une partie de ce solide est bloquée entre la matrice et le serre-flanc supposés indéformables, alors que l'autre partie est entraînée par le poinçon également supposée indéformable [Popat et al., 1989].

La résolution de ce problème impose des calculs en grandes déformations ainsi que la gestion du contact pour éviter l'interpénétration du maillage de la tôle et de celui de la matrice au cours de l'enfoncement du poinçon [Maillard, 1991]. A ce niveau de modélisation, les auteurs sont capables de décrire correctement la partie croissante de la courbe effort-déplacement. Il faut attendre les travaux de [Taupin et al., 1996] pour que la prise en compte de l'endommagement de la pièce au cours du procédé associée à une technique de remaillage efficace permettent d'atteindre et de dépasser l'effort maximal dans la courbe effort déplacement.

2.2.3.2.2 Critères de propagation de la fissure. Pour modéliser numériquement la découpe de matériaux métalliques, les auteurs s'accordent sur la nécessité d'utiliser des critères locaux de rupture ductile. Alors que la plupart des critères utilisés pour la simulation de la mise en forme sont optimisés pour localiser les zones

d'initiation de fissure, on s'intéresse ici à l'ensemble du mécanisme de rupture ductile. Dès lors, les résultats diffèrent beaucoup d'un critère à l'autre [Hambli, 2001b] [Klocke and Raedt, 2001] [Brokken, 1999].

Pour [Hambli, 2001a] et [Goijaerts et al., 2001], le critère le plus réaliste semble être celui de Rice et Tracey. D'autres auteurs sont partagés entre les critères de Cockcroft-Latham [Gouveia et al., 2000], Mc Clintock [Taupin et al., 1996] et enfin celui de Gurson modifié par Tvergaard [Samuel, 1998]. Ces critères sont issus de la mécanique non-linéaire de la rupture et peuvent s'exprimer comme la résolution de l'inégalité :

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_p(t)} f(\sigma) d\bar{\varepsilon}_p(t) \geq C \quad (2.5)$$

où $\bar{\varepsilon}_p(t)$ est la déformation plastique effective dans la configuration courante et C est une constante à déterminer expérimentalement (en général au cours d'un essai de traction). La fonction $f(\sigma)$ représente l'influence de l'état de contrainte sur la dégradation du matériau et est fortement corrélée à son état de triaxialité. Les critères évoqués ci-dessus sont rassemblés dans le tableau 2.1 emprunté à [Brokken, 1999] et complété. On peut distinguer deux types de démarches. Les approches découplées permettent de résoudre l'équilibre de la structure puis de calculer l'évolution de l'endommagement à chaque pas de temps alors que les approches couplées introduisent directement dans les relations de comportement les paramètres d'endommagement.

2.2.3.2.3 Maillage de la fissure Pour pouvoir prendre en compte l'endommagement du matériau, une fois le critère atteint, il faut modifier la rigidité et/ou la nature du maillage.

La première méthode consiste à imposer une rigidité nulle (ou presque) à tout élément ayant atteint le critère de rupture ou d'endommagement choisi [Ko et al., 1997]. La deuxième consiste à réellement supprimer l'élément réputé ruiné. On peut alors scinder les éléments en deux parties, séparer les éléments au niveau des nœuds ou effacer l'élément [Klocke and Raedt, 2001]. Si le maillage reste assez fin et cohérent le calcul peut être poursuivi, sinon il faut remailler l'ensemble de la zone située autour de la zone fissurée, à l'aide par exemple d'une méthode mixte de type OS-ALE (*Operator Split Arbitrary Lagrange Euler*) et de remaillage adaptatif [Brokken et al., 2000]. Cette dernière méthode se révèle être très efficace pour le problème de découpe car elle permet de ne pas imposer a priori le chemin de fissuration.

2.2.3.2.4 Prise en compte du frottement Les auteurs utilisent le plus souvent une loi de frottement de type Coulomb, $\tau_R = f\sigma_n$, avec un coefficient de frottement f constant, dont la valeur est peu justifiée [Brokken et al., 2000] [Samuel, 1998]. Or une approche multi-échelle du problème de tribologie conduit à une forte variation de la géométrie obtenue sur la partie découpée en fonction des valeurs associées au frottement [Klocke and Raedt, 2001]. L'auteur propose alors d'utiliser une loi de frottement à cisaillement constant.

	$f(\sigma)$: critère d'endommagement	Référence	Remarques
Calculs découplés	$\alpha \exp(\frac{3\sigma_h}{2\bar{\sigma}})$	Rice et Tracey (1969)	Huang (1991) suggère $\alpha = 0.427$
	σ_1	Cockcroft et Latham (1986)	σ_1 est la contrainte principale maximale
	$\frac{1}{1-n} \sinh[\frac{\sqrt{3}}{2}(1-n)\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\bar{\sigma}}]$	Mc Clintock (1968)	σ_2 est la plus petite des contraintes principales, n est un paramètre d'écrouissage
	$1 + A\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}}$	Oyane <i>et al.</i> (1969)	A doit être déterminé expérimentalement
	$\langle 1 + 3\frac{\sigma_h}{\bar{\sigma}} \rangle$	Goijaerts <i>et al.</i> (1998)	$\langle a \rangle = \begin{cases} 0 & \text{pour } a \leq 0 \\ a & \text{pour } a > 0 \end{cases}$
Calculs couplés	évolution de f_v telle que $f_v < f_{vC}$	critère de plasticité de Gurson (1977) modifié par Tvergaard (1987) $f_p = \frac{3}{2}(\frac{\sigma_e}{\sigma_F})^2 + 2f_v q_1 \cosh(\frac{3B_m}{2\sigma_F}) - (1 + q_1 f_v^2)$	σ_F contrainte équivalente, f est la fraction volumique de porosité, $q_1 = 1.5$ et B_m est la partie sphérique de la contrainte
	évolution de D telle que $D < D_C$	critère de plasticité et loi d'endommagement Lemaitre (1985) $\dot{D} = (\frac{Y}{S})^s \dot{p}$ $\sigma_{eq} = k + R$	k est la limite d'élasticité initiale, R est l'écrouissage non-linéaire isotrope, D est la variable d'endommagement

Tableau 2.1 – Critères d'endommagement rencontrés pour la simulation numérique du découpage. Calculs découplés : 1) calcul de $\underline{\sigma}$, $\underline{\varepsilon}^p$ et $\underline{\varepsilon}$ 2) calcul des critères. Calculs couplés : 1) calcul de $\underline{\sigma}$, $\underline{\varepsilon}$, $\underline{\varepsilon}^p$, D ou f_v 2) calcul des critères

Conclusion sur les simulations numériques de la découpe Malgré la diversité des approches, les résultats des différentes simulations numériques proposées dans la littérature s'affinent considérablement. Les incohérences entre auteurs tendent d'ailleurs à se réduire. Il n'en demeure pas moins que le problème reste ouvert et qu'il est en tout cas extrêmement complexe de réaliser une simulation de la découpe par poinçonnage qui ne viole ni la convergence numérique (phénomène de localisation) ni les données expérimentales de référence.

2.2.4 Quels éléments pour la compréhension du comportement des tôles magnétiques après poinçonnage ?

L'état de l'art que nous avons décrit ci-dessus ne répond pas à nos questions que ce soit d'un point de vue expérimental ou numérique. Les analyses expérimentales sont en effet nombreuses mais ne fournissent pas d'informations sur les contraintes résiduelles dans une tôle poinçonnée. C'est pourquoi nous proposons dans un premier temps une approche originale de mesures des déformations induites par la découpe par corrélation d'images.

Les calculs sont très délicats et n'aboutissent pas encore à des résultats stables. Nous allons donc tenter dans un deuxième temps d'estimer les contraintes résiduelles présentes dans la pièce à partir de l'ensemble des données de la littérature. Nous ne proposons pas une simulation du procédé qui semble ne pas être adaptée au transfert de savoir vers le domaine du génie électrique, mais une étude simplifiée qui devrait permettre sinon de simuler au moins de comprendre correctement le comportement magnétique de tôles poinçonnées.

2.3 Une mesure par intercorrélation d'images du champ de déformation induit par le poinçonnage des tôles

Dans le chapitre précédent, nous avons évoqué différentes techniques qui permettent une étude expérimentale de la découpe. Les techniques sont souvent délicates à mettre en œuvre et ont l'inconvénient d'être destructives (fractographie, dureté) ou de nécessiter des dispositifs particuliers susceptibles de modifier considérablement les phénomènes mis en jeu lors de la découpe (montages ouverts pour observation sur la tranche de la tôle *in situ*).

Pour éviter d'avoir recours à un outillage spécifique, nous avons développé une technique originale de mesures du champ de déformation induit par la découpe. Cette méthode exploite les développements les plus récents des techniques de mesure de déformation par intercorrélation d'images. Le logiciel utilisé est CorreliLMT.

En supposant qu'il est possible de réaliser ces mesures avec une précision suffisante, l'exploitation qu'on peut en espérer est double.

Loin du bord de découpe, la déformation plastique est nulle et les déformations mesurées sont directement proportionnelles aux contraintes résiduelles en surface. On a alors accès à ces contraintes. Rappelons que pour notre matériau d'étude les déformations sont purement élastiques si elles sont inférieures à 0.15 % ($E = 200GPa$ et $\sigma_Y = 300MPa$). Ceci donne un ordre de grandeur de la précision de mesure à atteindre.

Près du bord de découpe, au contraire, les déformations élastiques sont petites par rapport aux déformations plastiques et donc négligeables en première approximation. Les déformations mesurées peuvent être utilisées pour affiner la description du champ de déformations plastiques.

Dans un premier temps, nous présentons la technique de mesure de déformation par intercorrélation d'images. Puis nous exposerons comment cette technique est mise œuvre dans le cas de la découpe, indépendamment du type d'outillage.

2.3.1 Mesures de déformation par intercorrélation d'images

Cette technique de mesure de déplacement, actuellement développée au LMT-Cachan par une équipe animée par F. Hild, est couramment utilisée au sein du laboratoire pour suivre *in situ* des essais uni- ou multi-axiaux, en petites et en grandes déformations avec le même dispositif expérimental [Chevalier et al., 2001] [Astudillo et al., 2001]. Un autre avantage est que cette technique utilise de la lumière blanche (un éclairage halogène est suffisant) plus simple d'emploi et moins onéreuse que les éclairages lasers utilisés par d'autres techniques de corrélation d'images tel les mesures Speckle. Le logiciel de traitement d'images est en évolution permanente pour améliorer la finesse des mesures et offrir de nouvelles possibilités [Geymonat et al., 2002].

Objectif : A partir de l'état initial de la pièce étudiée, on veut pouvoir estimer les déformations subies par cette pièce au cours d'un chargement mécanique quelconque en mesurant les déplacements de différents points de sa surface. Pour cela, on compare des photos de la surface de la pièce avant et après chargement.

Principe : La Figure 2.5, illustre ce principe dans le cas de corrélation de deux signaux unidimensionnels. Le maximum de la fonction d'intercorrélation entre les signaux f et g , décalés d'une quantité d inconnue, est atteint pour ce déplacement d [Hild et al., 1999] [Raka, 2001].

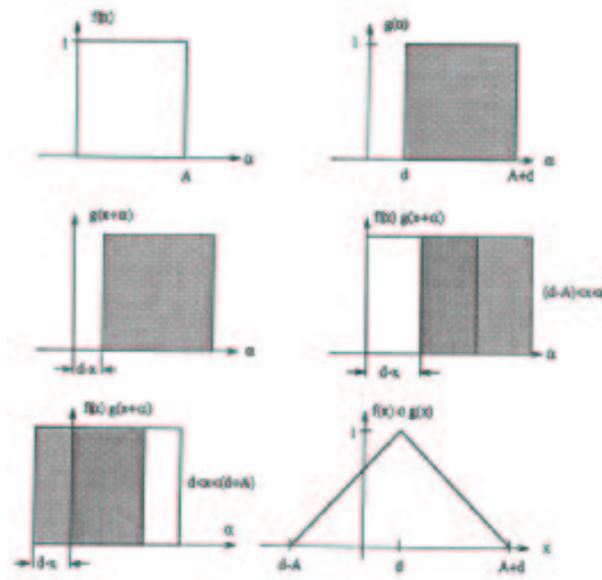


Figure 2.5 – Principe d'intercorrélation de deux fonctions semblables mais décalées [Thesing, 1996]

Chaque photo est numérisée en niveaux de gris, puis discrétisée à l'aide d'un pavage régulier qui constitue la grille initiale. Le déplacement du centre de chaque imagerie ainsi obtenue est estimé en recherchant l'imagerie provenant de l'image déformée dont le motif s'apparie le mieux avec l'imagerie initiale (voir Figure 2.6).

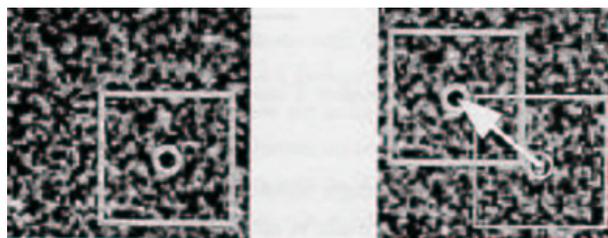


Figure 2.6 – Déplacement d'une imagerie a) Image de référence b) Image déformée.

Le maximum de la fonction d'intercorrélation entre les représentations des niveaux de gris des zones originale et déformée permet de déterminer le déplacement entre les deux zones. On obtient un champ de déplacement à partir des déplacements de chaque image que l'on intègre dans la grille déformée. Les grilles initiales et déformées servent uniquement à l'interprétation des résultats, et on peut modifier leur taille et leur raffinement à loisir.

Mise en œuvre : Pour simplifier les calculs, les signaux sont représentés en fréquence (F.F.T.) ce qui permet d'obtenir des temps de calculs très réduits.

La corrélation est d'autant plus facile que la surface est contrastée. Si nécessaire, le contraste peut être renforcé, par exemple en ajoutant une peinture de fond noire et réalisant un mouchetis à la peinture blanche. La dispersion aléatoire du mouchetis améliore encore le calcul.

Performances actuelles de la technique Les performances de cette technique sont essentiellement limitées par la précision des caméras utilisées. Dans une configuration optimale d'essai, avec une caméra CCD 16 bits, on atteint des valeurs de déformation fiables entre 0,01% et 160%. Cette très large gamme d'utilisation est un avantage de la méthode, mais on peut noter que la mesure des déformations purement élastiques est *a priori* limitée. De plus faibles valeurs de déformations sont atteintes dans des conditions expérimentales idéales qui sont délicates à maîtriser (éclairage constant, bonne adéquation du mouchetis à la taille de zone photographiée...).

2.3.2 Mise en œuvre dans le cas du poinçonnage de rondelles de tôle

Nous avons mis en œuvre la technique d'intercorrélation d'images pour tenter de mesurer les déformations induites par le poinçonnage des tôles. Contrairement à l'utilisation usuelle de cette technique (suivi des déformations en cours d'essai) nous proposons d'estimer les déformations *post mortem* que subit la tôle après découpe. La spécificité de cette démarche nous a amenés à élaborer une méthodologie expérimentale que nous développerons par la suite.

Nous nous sommes intéressés au cas particulier de trous de diamètre 5 mm poinçonnés dans des rondelles de diamètre 20 ou 30 mm. La structure obtenue présente deux intérêts majeurs. D'une part, elle est facile à caractériser magnétiquement. D'autre part, c'est un problème mécanique axisymétrique, se prêtant facilement à la modélisation 2D par la méthode des éléments finis. D'un point de vue magnétique, il s'agit d'un problème 1D pour lequel les calculs sont particulièrement simples.

Dispositif expérimental

Le montage utilisé pour poinçonner les tôles est similaire à celui présenté sur la figure 2.2(a). La rondelle est maintenue par un serre-flanc, ce qui interdit de la photographier in situ. Les photos sont donc prises avant et après poinçonnage de la

rondelle. Le fait de déplacer la pièce entre les deux prises de vue peut rendre l'intercorrélation inefficace si le repositionnement n'est pas assez précis : la position finale des marqueurs est alors trop éloignée de leur position initiale pour que l'algorithme parvienne à les mettre en correspondance. Nous avons donc utilisé le montage de la figure 2.7 pour positionner aussi précisément que possible la rondelle et faire pivoter la rondelle de 180° , de façon à mesurer les déplacements sur les deux faces sans démontage supplémentaire.

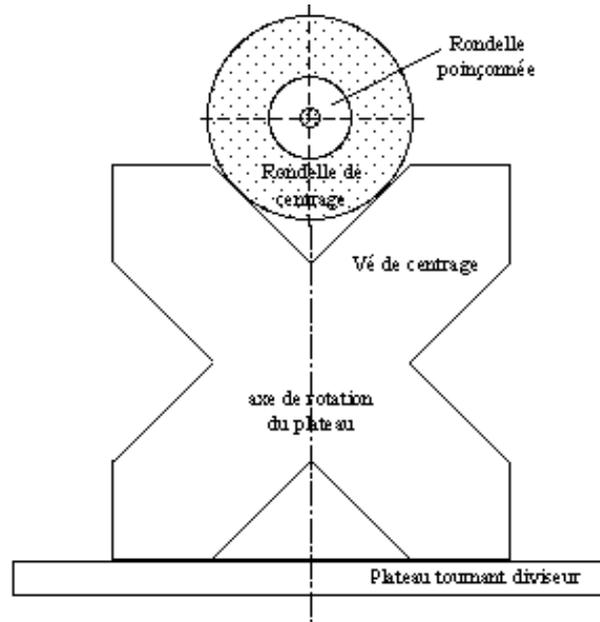


Figure 2.7 – montage pour prises de vues

Le vé permet de repositionner fidèlement le centre de la rondelle. La rondelle de centrage, utilisée initialement pour centrer les rondelles dans la matrice de poinçonnage, permet, grâce à une lumière, de repérer angulairement la position de la rondelle. Enfin le plateau diviseur sert à retourner la pièce sans modifier sa position dans le vé.

Dans la suite, nous appellerons face 1 la face supérieure de la tôle et face 2 la face inférieure de la tôle (figure 2.2(a)), sachant que le poinçon se déplace du haut vers le bas du montage.

2.3.3 Mode opératoire

Les rondelles sont recouvertes de peinture noire sur laquelle on projette un mouchetis de peinture blanche pour obtenir une surface contrastée pour faciliter l'intercorrélation. La rondelle est placée dans le montage décrit précédemment puis on effectue une prise de vue par caméra CCD. La rondelle est ensuite démontée, poinçonnée puis replacée dans son montage pour être à nouveau photographiée. Pour profiter au maximum de la précision offerte par la technique employée, les photos

ont été prises à l'aide d'un microscope longue distance (M.L.D.) qui joue le même rôle qu'un objectif "macroscopique" en photographie classique. Nous décrivons ci-dessous la procédure expérimentale que nous avons suivie.

2.3.3.1 Intercorrélation de vues partielles

En photographiant la rondelle à travers un microscope longue distance (M.L.D.), on augmente considérablement la résolution des photos, ce qui facilite la corrélation d'images. La zone photographiée à l'aide du M.L.D. est approximativement un carré de 2×2 mm². Cette dimension est imposée par la distance focale de l'objectif du M.L.D.

2.3.3.2 Stratégie de mesure

Le M.L.D. et la caméra sont montés sur deux moteurs pas-à-pas permettant de les déplacer dans un plan vertical. Ceci permet de photographier l'ensemble de la rondelle par des prises de vue successives et reproductibles (l'erreur commise pour un pas des moteurs est inférieure à 2/100ème de pixel - 1000 pas moteur pour 14 pixels).

Sur chaque rondelle on prend deux séries de photos par face : une première série sur le diamètre vertical, une deuxième sur le diamètre horizontal (Fig. 2.8). Les photos se chevauchent sur environ 0,5mm pour couvrir la totalité des diamètres considérés sans perdre d'information.

Le but est de limiter le nombre de prises de vue et d'estimer s'il s'agit ou non d'un problème axisymétrique. En effet, le poinçonnage peut ne pas être symétrique si le matériau est anisotrope ou si poinçon, matrice et rondelle ne sont pas centrés l'un par rapport à l'autre.

Les dimensions des photos et le chevauchement imposé entre elles a tout d'abord donné lieu à la prise de 120 et 160 photos pour les diamètres respectifs de 20 et 30mm. Cette quantité considérable d'informations a imposé l'utilisation de procédures de calculs systématiques. Nous verrons par la suite que des choix judicieux de photos permettent de réduire le nombre de photos à 8 clichés par face soit 16 photos par essai.

2.3.4 Exploitation des mesures

2.3.4.1 Estimation des déformations locales

Dans chaque zone photographiée avant et après le poinçonnage, CorreliLMT calcule les déplacements entre grilles initiale et déformée, dans un repère cartésien (x_1, x_2) lié à la photo, puis le champ de déformation en surface de la rondelle dans ce même repère. On obtient ainsi le champ de déformation $\underline{\underline{\epsilon}}(x_1, x_2)$.

Malgré l'orthotropie du matériau induite par le laminage, on peut supposer que pour la taille des photos prises le problème est *a priori* axisymétrique. Il est donc plus judicieux d'exprimer les déformations dans le repère cylindrique (O, r, θ) lié à

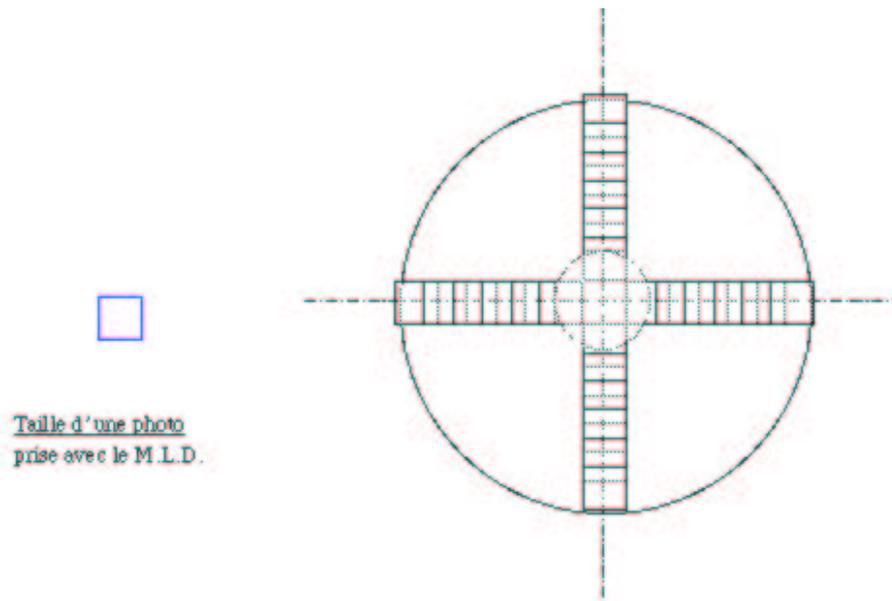


Figure 2.8 – Description des prises de vue avec M.L.D.

la rondelle. Dans ce repère, le champ $\underline{\underline{\varepsilon}}(r)$ ne dépend pas *a priori* de la position angulaire θ .

Technique de changement de repère pour passer en coordonnées cylindriques, il suffit de connaître la position de la photo par rapport au centre du trou poinçonné. À partir de photos incluant le bord du trou poinçonné, nous avons reconstruit la position de son centre et effectué le changement de repère, voir annexe A.1.

2.3.4.2 Exemple de résultat

Nous montrons un exemple de résultat, obtenu pour le poinçonnage d'un disque de diamètre 20mm par un poinçon de diamètre 5mm. La figure 2.9 met en évidence les zones d'isodéformations dans le plan de la tôle, sur la face supérieure de celle-ci (première face à être en contact avec le poinçon). Les déformations calculées sont exprimées dans le repère cartésien liée à la photo, et on visualise la déformation ε_{11} dont la direction est parallèle au diamètre vertical de la rondelle qui coïncide avec la direction de laminage de la tôle (DL).

La figure 2.10 montre les mêmes déformations que celles de la figure 2.9 mais en coordonnées cylindriques. On peut alors constater que même si les mesures sont dispersées, la valeur moyenne des déformations exprimée en fonction de la distance au centre de la rondelle prend tout son sens. Le profil de déformation ainsi obtenu est très régulier de l'extrémité de la photo (3,8 mm du centre de la rondelle) jusqu'au point situé à 0,5 mm du bord de découpe (3 mm du centre de la rondelle). Quand on se rapproche du bord, la mesure est perturbée : l'endommagement du mouchetis en cours de poinçonnage produit des artefacts de calcul. Par ailleurs la déformation

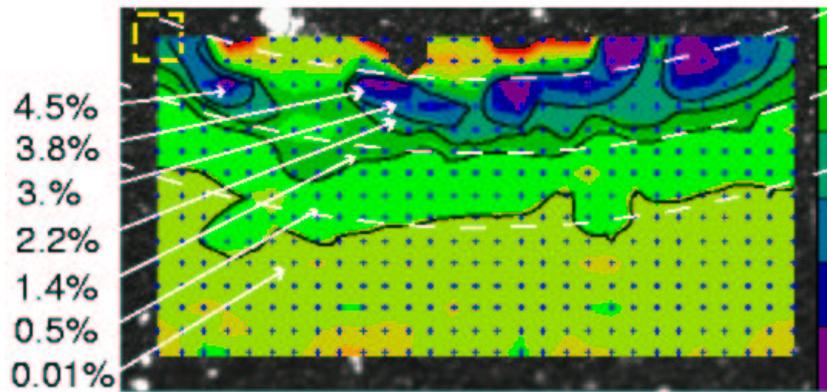


Figure 2.9 – Déformations mesurées sur la face 1 et suivant l'axe DL d'une rondelle de 20 mm ; les cercles pointillés sont concentriques au bord de découpe

hors-plan devient assez importante et altère la netteté de l'image, ce qui réduit également la qualité de corrélation. Les mesures présentées par Stegeman *et al.* montrent que la déformation radiale augmente de façon monotone lorsqu'on réduit la distance au bord de découpe ce qui n'est plus vérifié dans nos mesures à moins de 0,5 mm de celui-ci [Stegeman *et al.*, 1999].

La figure 2.11 montre les déformations radiales et orthoradiales mesurées sur la face 2 de la même rondelle (rayon suivant DL). Les résultats sont satisfaisants dans la même plage de distance au bord de découpe. Ces résultats, bien que bruités, permettent de déterminer une tendance très nette pour les déformations radiales, et de correctement apprécier leur gradient. Pour les déformations orthoradiales, la valeur moyenne est très faible. Comme les déformations plastiques sont isochores, ceci implique une déformation importante dans la direction hors-plan (ε_{zz}) du même ordre de grandeur que la déformation radiale.

Pour ce profil la précision atteinte est de 5% de déformation près du trou. D'autres clichés plus éloignés du trou donnent des déformations moyennes nulles dans les deux directions du plan de la tôle avec une erreur systématique de 1% à 2 mm du bord du trou. Il convient par ailleurs de souligner que ces premiers résultats ont été obtenus avec un outillage de laboratoire déjà très usé (endommagé) ce qui peut avoir augmenté la zone en bord de découpe inaccessible à la mesure avec notre technique.

2.3.4.3 Dépouillement complet d'un essai de poinçonnage sur rondelle de diamètre 20 mm

Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.2 : les valeurs maximales et minimales des déformations ε_{rr} et $\varepsilon_{\theta\theta}$ sont répertoriées par face et par direction. Cette analyse correspond à des mesures moyennées sur des zones de largeur 0,5mm (ce qui correspond à des angles au centre de l'ordre de 7 à 10°) qui permettent d'utiliser des clichés trop bruités pour atteindre des informations plus locales.

Ceci met en évidence la flexion de la rondelle sous l'effet du poinçonnage : les

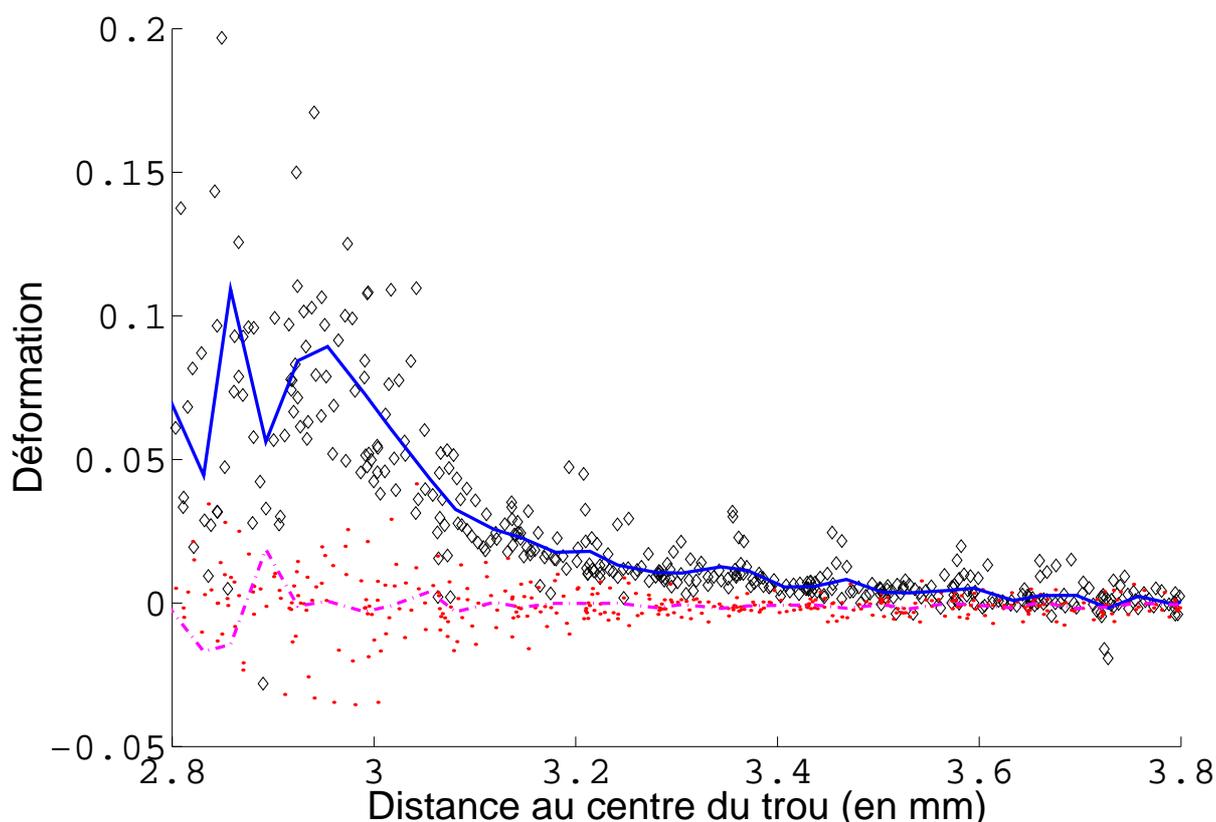


Figure 2.10 – Déformations mesurées sur la face 1 et suivant l’axe DL d’une rondelle de 20 mm ; (◇) ε_{rr} , (-) $\langle \varepsilon_{rr} \rangle$, (·) $\varepsilon_{\theta\theta}$, (·-) $\langle \varepsilon_{\theta\theta} \rangle$

déformations radiales sur la face 1 sont positives alors qu’elles sont négatives sur l’autre face. Ce changement de signe est inversé pour la déformation orthoradiale. En outre, le maximum de déformation radiale étant plus important sur la face 1 que sur la face 2, on peut en déduire qu’à l’état de flexion se superpose un état de traction.

Le tableau 2.3 donne les mesures locales les plus proches du bord de découpe que l’on a pu obtenir, de part et d’autre de la rondelle. Cette fois-ci on a moyenné les mesures à une distance de 0,5mm du bord de découpe pour un secteur angulaire de 36° et une dispersion radiale de $40\mu m$.

Ces mesures confirment l’effet de traction-flexion et donnent des indications sur les dispersions de mesures. En effet on peut montrer que la dispersion minimale obtenue étant de 0,5% de déformation, les déformations orthoradiales ne peuvent être correctement appréciées par cette technique. Par contre les déformations radiales sont correctement appréciées dans une zone s’étendant du bord extérieur de la rondelle à 0,5mm du bord de découpe dans la mesure où leur valeur absolue est plus importante. On peut d’ailleurs constater qu’elles sont relativement élevées, ce qui tend à montrer que l’outil utilisé pour notre découpe est usé et/ou que les jeux de notre montage sont trop importants.

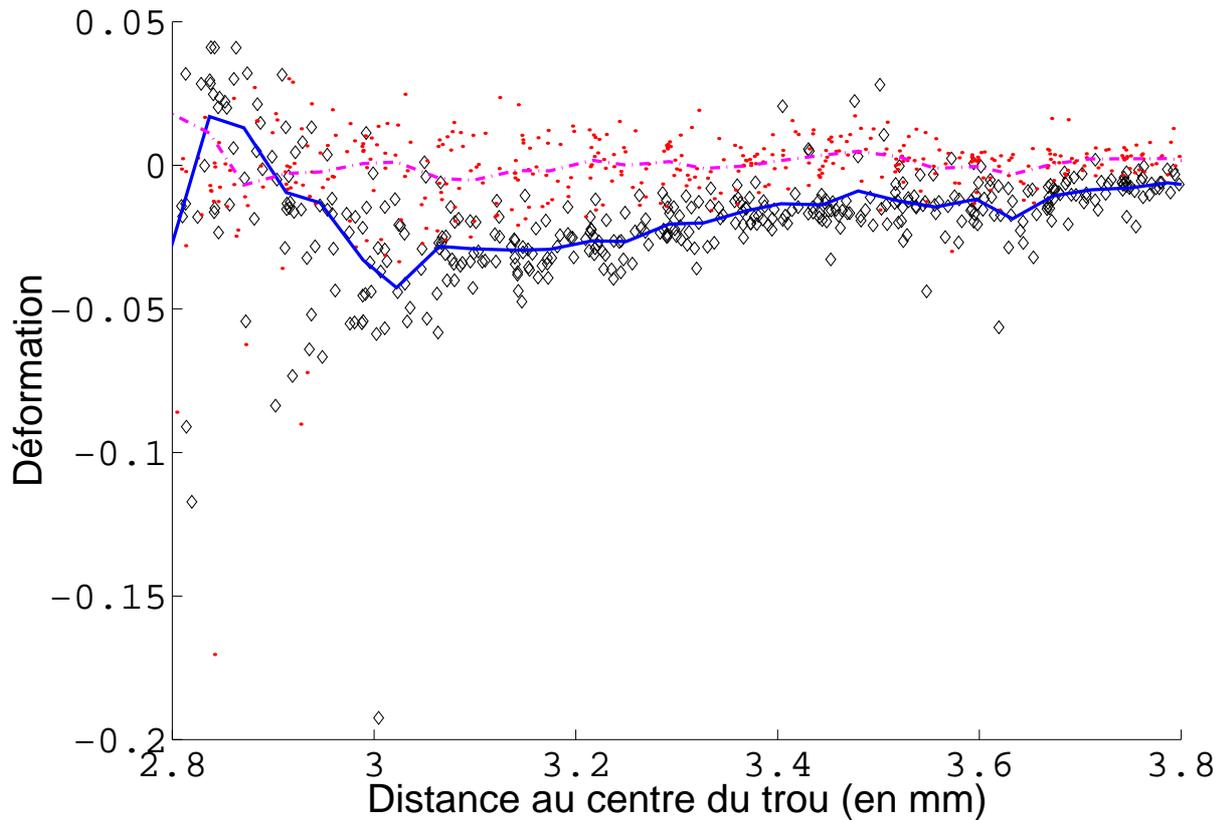


Figure 2.11 – Déformations mesurées sur la face 2 et suivant l’axe DL d’une rondelle de 20 mm ; (\diamond) ε_{rr} , (\square) $\langle \varepsilon_{rr} \rangle$, (\circ) $\varepsilon_{\theta\theta}$, (\cdot) $\langle \varepsilon_{\theta\theta} \rangle$

Les dispersions de mesures obtenues en bord de découpe sont importantes comparées d’une part au potentiel de la technique elle-même et d’autre part aux mesures effectuées loin du bord découpé. Les mesures sont précises à 0,5 % loin du bord de découpe, au lieu des 0,01% obtenus pour les cas plus usuels d’utilisation de la méthode.

Erreurs liées à la qualité de la corrélation : La baisse de qualité de corrélation près du bord de découpe est sans doute due à deux types de modification de la qualité de l’image après poinçonnage. Les frottements, poussières ou effacements de tache peuvent détériorer le mouchetis en cours de poinçonnage. Ces effets conduisent à la perte d’informations et agissent directement sur la qualité de la corrélation. La perte de planéité de la tôle en bord de découpe due au bombé de celle-ci peut rendre floue une partie de la photo après poinçonnage et également diminuer l’efficacité de la mesure.

Nombre de photographies minimal : Dans la mesure où la méthode ne permet pas d’obtenir les déformations élastiques loin du trou, on peut se contenter de quelques photos autour du trou pour avoir l’ensemble des mesures pertinentes. Il

	Face 1		Face 2	
	min.	max.	min.	max.
ε_{rr} - sens DT	-0,008	0,065	-0,025	0,005
ε_{rr} - sens DL	-0,005	0,082	-0,05	-0,001
$\varepsilon_{\theta\theta}$ - sens DT	-0,035	0,005	0,001	0,019
$\varepsilon_{\theta\theta}$ - sens DL	-0,005	0,002	-0,005	0,005

Tableau 2.2 – Résumé des mesures moyennes pour la rondelle de diamètre 20 mm

Direction	Face 1			Face 2		
	ε	$ \Delta\varepsilon $	$ \Delta\varepsilon/\varepsilon $	ε	$ \Delta\varepsilon $	$ \Delta\varepsilon/\varepsilon $
ε_{rr} - sens DL	0,1	0,05	0,5	-0,03	0,012	0,4
$\varepsilon_{\theta\theta}$ - sens DL	0,001	0,025	25	-0,001	0,03	30

Tableau 2.3 – Mesures moyennes et incertitudes (absolues et relatives) pour la rondelle de diamètre 20 mm à 0,5 mm du bord de découpe

faut nécessairement avoir des photos qui chevauchent le trou pour obtenir les déformations plastiques mesurables : si on conserve l'idée de vérifier l'axisymétrie du problème cela peut conduire à la prise de quatre photos par face. Il est également préférable d'avoir pour chaque photo chevauchant le trou une photo décalée vers les zones de plus faibles de déformations : ainsi on pourra les faire coïncider avec un repère éventuel et déterminer aisément la position des points. Ce qui se résume à huit photos par face soit seize photos pour un essai complet.

2.3.5 Analyse critique de la procédure actuelle

Les résultats actuels sont encourageants. Une méthodologie spécifique a été développée pour effectuer un essai original et le travail réalisé a permis de balayer l'ensemble des problèmes liés aux mesures de déformations induites par la découpe. L'impossibilité de prendre des photos avant et après déformation sans démontage de la pièce étudiée est un point délicat particulier. Le changement de repère d'expression des déformations a permis d'apprécier les déformations en bord de découpe. Les résultats obtenus sont tout à fait cohérents avec les descriptions du procédé étudiées dans la littérature.

L'étude remplit ainsi l'objectif qui consiste à affiner la connaissance de la forme du champ de déformation plastique en montrant l'existence d'un phénomène de traction-flexion induit par le poinçonnage. Ces informations seront utilisées par la suite pour le calcul des contraintes résiduelles.

Toutefois, la résolution obtenue avec cette technique ne permettra pas de mesurer les champs de déformations élastiques, et donc les contraintes résiduelles, loin du trou poinçonné et ceci même si on améliore le protocole avec les outils disponibles actuellement.

2.4 Approche cinématique du calcul des contraintes résiduelles

Dans le chapitre d'introduction, nous avons rappelé les différents types de contraintes résiduelles que l'on peut observer. Si on se situe à l'échelle macroscopique, les contraintes résiduelles sont définies à partir du champ de déformation plastique qui les provoque. Si le comportement de la structure reste élastique lors de la décharge, l'analyse des contraintes résiduelles est un problème linéaire. Ce problème fait alors intervenir l'opérateur d'élasticité linéaire, le champ du tenseur de déformations plastiques et les équations classiques de l'équilibre. Nous énonçons ci-dessous la définition des contraintes résiduelles, leurs calculs par une méthode éléments finis et un exemple de calcul analytique de celles-ci pour un système simple.

2.4.1 Formulation générale

Pour un champ de déformation plastique donné $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, les contraintes résiduelles macroscopiques que nous cherchons à déterminer sont définies par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{res} = \underline{\underline{D}} [\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}) - \underline{\underline{\varepsilon}}^p], \quad (2.6)$$

où $\underline{\underline{D}}$ représente l'opérateur d'élasticité et $\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u})$ le tenseur des déformations totales.

Pour que ces contraintes soient auto-équilibrées, en l'absence de chargement extérieur, elles doivent satisfaire le système suivant :

$$\begin{cases} \text{div} (\underline{\underline{D}} [\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}) - \underline{\underline{\varepsilon}}^p]) = 0, \text{ sur } \Omega; \\ (\underline{\underline{D}} [\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}) - \underline{\underline{\varepsilon}}^p]) \underline{n} = 0, \text{ sur } \partial \Omega_F, \end{cases} \quad (2.7)$$

où Ω est le domaine considéré, $\partial \Omega_F$ partie de la frontière de Ω où les efforts sont imposés (ici ils sont nuls) et \underline{n} la normale à cette frontière.

Lors de la discrétisation de la structure par éléments finis, les déformations sont calculées dans chaque élément e à partir des déplacements nodaux $\underline{U}^e : \{\underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}_n)\} = [\underline{\underline{B}}^e(\underline{u}_n)] \{\underline{U}^e\}$, où $\underline{\underline{B}}^e$ représente la matrice des gradients des fonctions d'interpolation des déplacements.

La minimisation de l'énergie potentielle,

$$E_p(\underline{U}_n) = \frac{1}{2} \underline{U}^T \left(\int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} d\omega \right) \underline{U} - \underline{U}^T \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}^p d\omega, \quad (2.8)$$

conduit à la résolution du système :

$$\underline{\underline{K}} \underline{U} = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}^p d\omega, \quad (2.9)$$

où $\underline{\underline{K}}$ représente la matrice de rigidité de la structure telle que $\underline{\underline{K}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{B}} d\omega$.

On obtient alors dans chaque élément les contraintes résiduelles définies par (2.6) :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{res} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}(\underline{u}) - \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}^p = \underline{\underline{D}} [\underline{\underline{B}}^e(\underline{u}_n)] [\underline{U}^e] - \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}^p. \quad (2.10)$$

Cette méthode permet de déterminer les contraintes résiduelles à partir du tenseur de déformation plastique sans connaissance *a priori* des mécanismes ayant conduits à cet état mécanique. Nous présentons un exemple simple d'utilisation de cette méthode.

2.4.2 Un exemple analytique

Pour illustrer cette méthode, nous nous intéressons au comportement d'un système constitué de deux barres élastoplastiques encastrées à une extrémité dont le déplacement est imposé à l'autre extrémité par l'intermédiaire d'un solide rigide (voir figure 2.12(a)).

Les barres S_1 et S_2 ont des sections et des comportements différents. Soit i l'indice de chaque type de barre. Les barres S_i auront pour limite d'élasticité initiale σ_{i0} et respectivement comme modules d'Young et d'érouissage E_i et K_i . Lors d'une traction imposée à l'ensemble on peut identifier trois phases différentes dans le comportement du système :

1. l'ensemble des barres est élastique : étape I ;
2. les barres 1 plastifient alors que les autres sont encore élastiques : étape II ;
3. l'ensemble des barres est plastifié : étape III.

La déformation de l'ensemble des barres étant la même, on obtient pour chaque étape de plastification une expression de l'effort de traction en fonction du comportement de chaque barre, en utilisant la convention de sommation sur les indices répétés :

$$F_I = E_i S_i \varepsilon; \quad (2.11)$$

$$F_{II} = (K_1 S_1 + E_2 S_2) \varepsilon + \sigma_{10} S_1 \left(1 - \frac{K_1}{E_1} \right); \quad (2.12)$$

$$F_{III} = K_i S_i \varepsilon + \sigma_{i0} S_i \left(1 - \frac{K_i}{E_i} \right). \quad (2.13)$$

Si on décharge le système jusqu'à obtenir $F = 0$ après avoir plastifié une ou plusieurs barres, la structure est dans un état dit de contraintes résiduelles. En effet, même si l'effort global est nul, la différence de déformation plastique dans les barres 1 et 2 va induire des contraintes non-nulles dans chaque barre. Ainsi, en supposant avoir déchargé le système dans le cas où toutes les barres étaient plastifiées (étape III), on obtiendra :

$$\varepsilon_{res} = \varepsilon_{max} - \frac{F_{max}}{E_i S_i}, \quad (2.14)$$

où ε_{res} est la déformation finale dans l'ensemble des barres et ε_{max} et F_{max} sont respectivement la déformation et l'effort maximum imposés à la structure.

Pour pouvoir respecter l'équilibre de la structure, on vérifie :

$$S_i \sigma_{ires} = 0. \quad (2.15)$$

En supposant un retour élastique de l'ensemble des barres on obtient :

$$\sigma_{1res} = E_1 \frac{E_2 S_2}{S_1 E_1 + S_2 E_2} \left(\frac{\sigma_{1max}}{E_1} - \frac{\sigma_{2max}}{E_2} \right), \quad (2.16)$$

et

$$\sigma_{2res} = -\frac{S_1}{S_2} \sigma_{1res} \quad (2.17)$$

La déformation plastique dans chacune des barres ε_{pi} est alors :

$$\varepsilon_{pi} = \left(1 - \frac{K_i}{E_i} \right) \left(\varepsilon_{max} - \frac{\sigma_{i0}}{E_i} \right). \quad (2.18)$$

Cette expression reportée dans la relation suivante (2.19) :

$$\sigma_{ires} = E_i (\varepsilon_{res} - \varepsilon_{pi}) \quad (2.19)$$

conduit bien sur au même résultat que les équations (2.16) et (2.17).

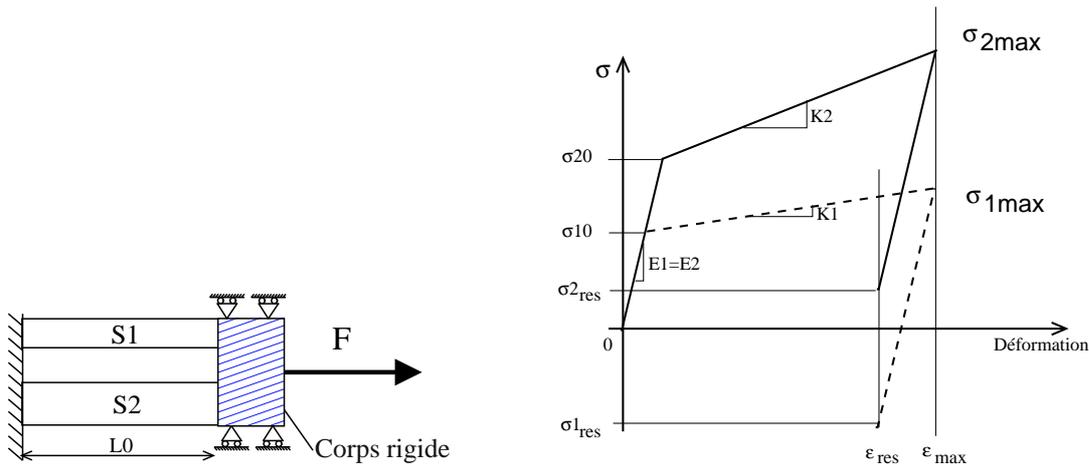


Figure 2.12 – Système à deux barres

2.5 Modélisation simplifiée de la découpe : des mécanismes de déformation aux contraintes résiduelles

Notre objectif est de comprendre l'influence des contraintes résiduelles sur le comportement magnétique d'une tôle poinçonnée. En raison de l'absence de données sur les contraintes résiduelles dues au poinçonnage, nous avons été amenés à proposer une modélisation de ces contraintes à l'aide des données phénoménologiques et numériques disponibles dans la littérature et à partir de nos propres expériences (voir partie 2.3).

Cette analyse phénoménologique est complétée par un modèle qui prend en compte les données liées au matériau et à l'outillage de poinçonnage pour déterminer les efforts mis en jeu au cours du processus [Zhou and Wierzbicki, 1996]. Ce modèle montre l'existence d'un effort de traction en cours de poinçonnage à partir duquel nous pourrions calculer les contraintes résiduelles liées à cet effet.

Nous reprendrons d'abord en détail les données disponibles dans la littérature pour établir les caractéristiques de déformations plastiques susceptibles d'avoir un effet significatif sur les contraintes résiduelles. Nous détaillerons ensuite le modèle de Zhou *et al.* Les efforts de traction dus à la découpe seront alors estimés grâce à ce modèle et permettront de calculer l'état de contraintes résiduelles par le biais d'une analyse aux éléments finis simple. Enfin nous analyserons l'effet des contraintes résiduelles estimées par ce modèle sur le comportement magnétique de rondelles poinçonnées [Maurel *et al.*, 2002b].

2.5.1 Mécanismes de déformation activés au cours du poinçonnage

La courbe *effort-déplacement* du poinçon (voir figure 2.13) va nous permettre de suivre certaines évolutions mécaniques en cours de découpe. Les différentes zones caractéristiques du bord de découpe (voir figure 2.3) correspondent chacune à un mécanisme de déformation. La partie OA de la courbe correspond à la phase élastique du poinçonnage, la bande fléchit sous l'effort du poinçon et subit du cisaillement. La non-linéarité de la partie AC de la courbe correspond à la phase élasto-plastique de la découpe. La tôle continue à être cisailée et fléchie. Elle est également tendue vers le centre du poinçon. Le rayon de découpe est dû à la flexion de bande et augmente tant que l'effort sur le poinçon est croissant, *i.e.* jusqu'au point B de la figure 2.13. La partie lisse du bord de découpe est due au cisaillement et à l'avancée progressive de la fissure issue du bord du poinçon. Au cours de la plastification de la tôle une fissure s'amorce également sur l'arête de la matrice et avance vers la fissure issue du poinçon en générant également une partie lisse dans la chute. Les deux fissures après s'être propagées dans l'épaisseur de la tôle (partie BC) se rejoignent brutalement provoquant la partie arrachée et la bavure. Ceci correspond à la partie CD de la courbe *effort-déplacement* où la diminution de section est telle que l'effort chute très rapidement. Les parties DE, EF et FG correspondent respectivement au

frottement entre la partie découpée et le trou, le poinçon et le trou et entre la partie découpée et la matrice. Le point F figurant le moment où la partie découpée est définitivement séparée de la tôle [Chabenat and Martin, 1978], [Goijaerts, 1999].

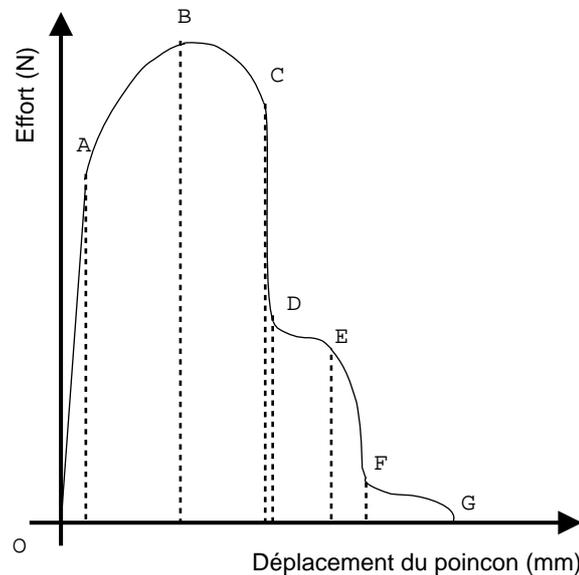


Figure 2.13 – Courbe effort déplacement en cours de poinçonnage (d’après Johnson et Slater cité dans [Zhou and Wierzbicki, 1996]).

Pour mieux comprendre le déroulement de la découpe, intéressons-nous maintenant aux analyses de champ de déformation. L’expérience proposée par Mikhalenko *et al.* permet de visualiser les lignes d’isocontraintes de Tresca au cours de la découpe [Mikhalenko and Antonov, 1973]. Il s’agit d’un montage ouvert de poinçonnage pour poinçon droit, le matériau découpé étant une résine de type epoxy. La visualisation des réseaux photo-élastiques s’effectue sur la tranche du matériau découpé. Même si la présence de la fissure perturbe la lecture du réseau, cette expérience révèle un effet de flexion-traction dans la bande cisailée : le niveau de contrainte est plus important au-dessus de la fibre neutre qu’en dessous. Enfin les mesures que nous avons effectuées pour un poinçonnage circulaire confirment la dissymétrie de l’effet de flexion et mettent en évidence la déformation de traction subie par la tôle poinçonnée [Maurel *et al.*, 2001] (voir paragraphe 2.3).

Sur un montage analogue, mais avec une mesure de déformation par corrélation d’images et un matériau métallique, Stegeman *et al.* montrent l’évolution des déformations dans l’épaisseur de la tôle en cours de poinçonnage [Stegeman *et al.*, 1999] (voir figure 2.15). Par contre la zone mesurée étant limitée à la moitié supérieure de l’éprouvette, on ne peut pas obtenir d’information permettant de discriminer la flexion de la traction, voir figure 2.14.

L’examen de fractographies prises sur des bords de découpe dont on a pris soin de révéler les grains donne également des indices sur le déroulement du poinçonnage. En effet le profil de la tôle présente une déformation de flexion plus faible sur sa

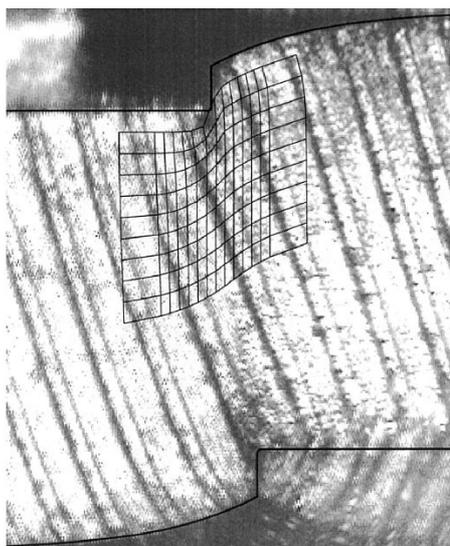


Figure 2.14 – Principe de mesures de déformation en cours de poinçonnage, la grille représente les points de mesures des déformations [Stegeman et al., 1999]

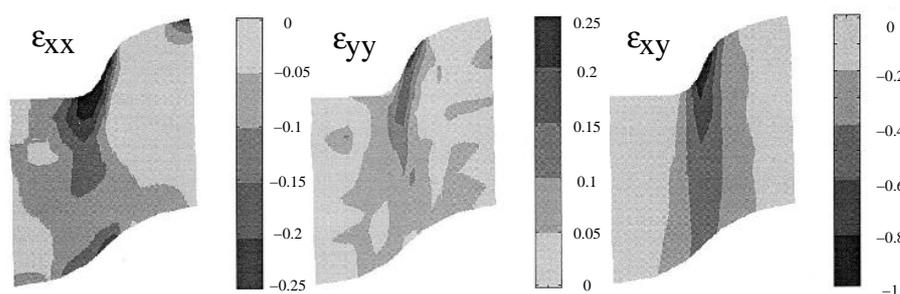


Figure 2.15 – Résultat de mesures par inter-corrélation d’images, déformations logarithmiques [Stegeman et al., 1999]

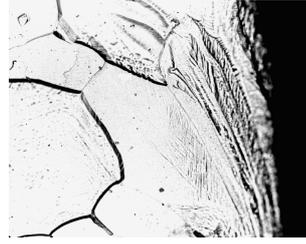
face inférieure que sur sa face supérieure, ce qui ne peut s’expliquer que par la superposition d’un état de traction à un état de flexion (voir figure 2.16(a)). La forme très étirée des grains laisse également penser que cette traction continue même lorsque la fissuration a commencé (voir figure 2.16(b)).

L’effet de traction est par ailleurs retrouvé dans les simulations par éléments finis [GolovasChenko, 1999] [Ko et al., 1997].

Il convient de noter qu’en pratique il est fréquent que le poinçon lors de son retour après découpe frotte sur le flan découpé. Ceci peut induire des déformations plastiques supplémentaires (non présentes en revanche sur la chute). Ce phénomène qui implique un chargement non monotone en élasto-plasticité sera négligé dans toute cette étude faute de données accessibles.



(a) Profil d'un bord de découpe



(b) Zoom de la vue gauche

Figure 2.16 – Fractographie d'une tôle de Fe-3%Si NO poinçonnée (d'après [Hubert, 1998]).

2.5.2 Choix d'une cinématique

L'analyse précédente met en évidence que même si la déformation de cisaillement est prépondérante au cours de la découpe, il est impératif de prendre en considération les phénomènes de traction et de flexion pour modéliser correctement ce processus. Dans notre perspective de modélisation des contraintes résiduelles, cet aspect est d'autant plus important que la déformation de cisaillement pure ne provoque pas de contraintes résiduelles si elle est, en première approximation, supposée constante dans l'épaisseur de la tôle. En prenant en compte des variations de cisaillement dans l'épaisseur de la tôle, on peut montrer que les contraintes résiduelles ainsi provoquées ont un effet confiné aux zones de transition entre matériau plastifié et élastique. Les concepts de "déformation intrinsèque" (*inherent strain*) dégagés par Ueda *et al.* prennent ainsi tout leur sens [Ueda *et al.*, 1986]. Le tenseur de déformations plastiques peut être scindé en une partie provoquant des contraintes résiduelles l'autre partie ne provoquant pas de contraintes. Par contre les déformations de flexion et de traction non homogène dans l'épaisseur, mises en évidence ci-dessus, conduiront à des contraintes résiduelles. Nous proposons donc de décomposer le champ de déformation plastique en la somme de trois tenseurs :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p(x, z) = \alpha_s(x, z) \underline{\underline{\varepsilon}}_s^p(p) + \alpha_t(x) \underline{\underline{\varepsilon}}_t^p(p) + \alpha_b(x, z) \underline{\underline{\varepsilon}}_b^p(p). \quad (2.20)$$

Dans l'expression (2.20), les trois termes correspondent respectivement aux parties de la déformation de cisaillement, de traction et de flexion supposées en première approximation indépendantes. Les fonctions $\alpha_s(x, z)$, $\alpha_t(x)$ et $\alpha_b(x, z)$ représentent la répartition entre ces trois types de déformation en fonction de la distance au bord de découpe x et de la profondeur dans l'épaisseur de la tôle z .

Cette décomposition permet de mieux comprendre l'influence de chaque mode de déformation sur l'état de contrainte résiduelle de la pièce. Elle est rendue possible par la linéarité des contraintes résiduelles par rapport aux déformations plastiques (paragraphe 2.4).

2.5.3 Critères imposés par le comportement

Pour être cohérent le champ de déformation plastique doit vérifier deux conditions : respect de la déformation isochore et respect de la norme définissant la plasticité. La condition de conservation du volume au cours de la transformation plastique, définit la forme des tenseurs : $tr(\underline{\underline{\varepsilon}}^p) = 0$. En mesurant le profil de microdureté sur la tranche d'une pièce poinçonnée, des études antérieures ont permis d'estimer la déformation plastique cumulée en tout point d'une telle pièce [Hubert, 1998]. On définit la norme du champ de déformation plastique au sens de la déformation plastique équivalente de Von Mises :

$$\bar{\varepsilon}^p(x, z) = \sqrt{2/3 \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{\varepsilon}}^p}, \quad (2.21)$$

ce qui introduit une relation supplémentaire entre $\alpha_s(x, z)$, $\alpha_t(x)$ et $\alpha_b(x, z)$. On suppose en effet que la déformation plastique cumulée estimée par le modèle de dureté est égale à la norme du champ de déformation plastique obtenue en fin d'opération. Par ailleurs, nous faisons l'hypothèse qu'il est possible de remplacer la condition nécessaire 2.21 par les conditions suffisantes 2.22 :

$$\bar{\varepsilon}^p(x, z) \geq \sqrt{2/3 \underline{\underline{\varepsilon}}_*^p : \underline{\underline{\varepsilon}}_*^p}, \quad (2.22)$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}_*^p$ représente $\alpha_s(x, z) \underline{\underline{\varepsilon}}_s^p(p)$, $\alpha_t(x) \underline{\underline{\varepsilon}}_t^p(p)$ ou $\alpha_b(x, z) \underline{\underline{\varepsilon}}_b^p(p)$. Nous supposons à nouveau que la norme du tenseur des déformations plastiques est confondue avec la déformation plastique cumulée estimée par le modèle de dureté, $\bar{\varepsilon}^p = \bar{\varepsilon}^p(HV)$.

2.5.4 Modèle avec zone de traction Zhou and Wierzbicki [1996]

De nombreuses observations expérimentales mettent en évidence que la zone cisailée subit de grandes déformations. On peut par exemple examiner les fractographies des zones en bord de découpe (voir figures 2.17 et 2.16(b)).

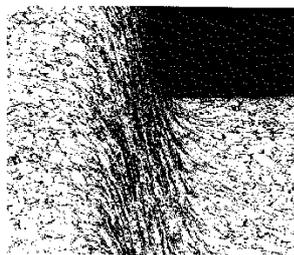


Figure 2.17 – Fractographie d'une éprouvette pour un poinçonnage interrompu [Maillard, 1991]

L'analyse fine de telles micrographies devrait permettre de proposer une modélisation analytique du champ $\underline{\underline{\varepsilon}}^p(x, z)$ (cf relation 2.20) estimé en première approximation indépendamment de la géométrie dans le plan (x,y) de la pièce découpée - ce qui

est vrai tant que les rayons de courbure de la découpe dans ce plan restent assez grands par rapport à l'épaisseur de la tôle. Faute d'informations - et d'intuitions - assez fines pour développer une telle approche de type Rayleigh-Ritz, nous avons choisi d'utiliser le modèle proposé par Zhou et Wierzbicki [Zhou and Wierzbicki, 1996]. D'après les hypothèses classiques de l'analyse limite en plasticité, dans le cas de grandes déformations localisées, la résistance au cisaillement peut être négligée par rapport à la résistance à la traction/compression. Cela permet de modéliser la zone déformée comme un assemblage de poutres indépendantes. Ainsi, ce modèle inclut les trois phénomènes fondamentaux de la découpe. Le premier est la forme de la zone déformée plastiquement, plus large au centre qu'à la surface de la tôle (figure 2.18). Le second est le mécanisme de rupture, avec des fissures s'amorçant en surface de part et d'autre de la tôle et se propageant vers l'intérieur au cours de l'avancée du poinçon. Le dernier aspect est le mécanisme de déformation avant rupture : au cisaillement se superpose de la traction. L'existence de cette traction est le point-clé du modèle et de notre raisonnement ultérieur. La figure 2.18 schématise les principes

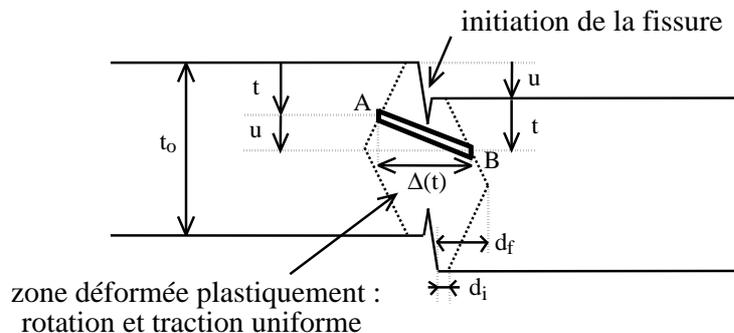


Figure 2.18 – Principe du modèle de Zhou and Wierzbicki [1996]

du modèle de Zhou et Wierzbicki. Au vu de nombreuses micrographies, les auteurs postulent que la plasticité est confinée dans une zone dont les limites n'évoluent pas au cours du procédé. Cette zone a initialement la forme d'un parallélogramme, caractérisé par une demi-largeur en surface d_i et une demi-largeur au centre d_f . Pour une valeur u de la course du poinçon, les principaux modes de déformation d'un élément AB de la zone déformée sont la rotation et l'allongement.

La rupture des éléments intervient quand la déformation de cisaillement γ atteint une valeur critique γ_f . Les éléments de surface étant les plus courts, ils seront les premiers à atteindre ce niveau de déformation et à rompre. La rupture se propagera alors vers le centre de la tôle. Les hypothèses du modèle (mode de déformation et choix du critère de rupture) font que l'évolution de la fracture est directement liée à la géométrie de la zone déformée.

Zhou et Wierzbicki combinent ces éléments pour calculer l'effort de poinçonnage Q en fonction de la course du poinçon u . Ces éléments permettent également de déterminer la force de traction qui s'exerce à l'interface entre la zone déformée et la zone non-déformée, et c'est ce point, non exploité par Zhou et Wierzbicki, que nous allons développer par la suite.

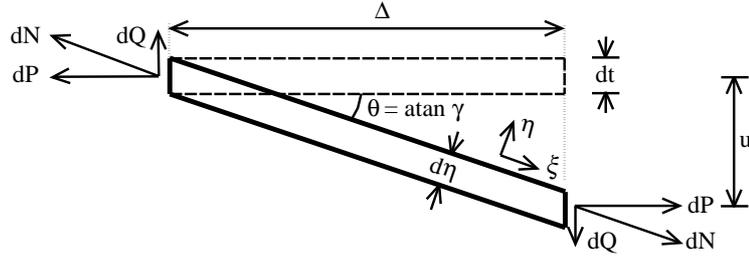


Figure 2.19 – Élément représentatif du modèle de Zhou [Zhou and Wierzbicki, 1996]

La figure 2.19 reprend l'élément représentatif AB de la zone déformée. Chacune de ces poutres indépendantes est soumise à un effort de traction axiale dN . On montre que l'interaction entre poutres voisines est un effet du second ordre, de sorte que les faces supérieures et inférieures des poutres ne subissent aucun effort suivant η [Zhou and Wierzbicki, 1996].

La longueur et l'épaisseur initiales de AB valent respectivement Δ et dt . Les points A et B sont situés à la distance t de la surface supérieure de la tôle et on note u la course du poinçon. Quand u augmente, l'élément AB se déforme et subit une rotation d'angle $\theta = \arctan \gamma$, avec $\gamma = u/\Delta$, mais aussi un allongement. Dans le repère (ξ, η) attaché à l'élément AB, en déformations planes, les déformations ε_ξ et ε_η sont données respectivement par les relations (2.23) et (2.24).

$$\varepsilon_\xi = \ln \frac{\Delta / \cos \theta}{\Delta} = \ln \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_\eta = \ln \frac{d\eta}{dt} = \ln \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}} = -\varepsilon_\xi \quad (2.24)$$

Les contraintes de Von Mises et les déformations équivalentes sont alors données par les relations (2.25) et (2.26), le comportement mécanique non linéaire du matériau sous chargement monotone étant modélisé par la loi-puissance (2.27).

$$\bar{\sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_\xi| \quad (2.25)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varepsilon_\xi| \quad (2.26)$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 \bar{\varepsilon}^n \quad (2.27)$$

A partir de ces expressions, il est possible de calculer l'effort axial dN , puis l'effort vertical dQ (2.28) et l'effort horizontal dP (2.29).

$$dQ = dN \sin \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \sigma_1 \left(\ln \sqrt{1 + \gamma^2} \right)^n \frac{\gamma}{1 + \gamma^2} dt \quad (2.28)$$

$$dP = dN \cos \theta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \sigma_1 \left(\ln \sqrt{1 + \gamma^2} \right)^n \frac{1}{1 + \gamma^2} dt \quad (2.29)$$

Quand l'angle θ atteint la valeur limite θ_f , il y a rupture de l'élément AB et les efforts dQ et dP deviennent nuls.

L'intégration de l'effort élémentaire dQ sur l'épaisseur de la tôle donne l'effort de poinçonnage Q en fonction de la course du poinçon u . Les résultats présentés dans [Zhou and Wierzbicki, 1996] montrent un accord entre la courbe d'effort mesurée et celle calculée tout à fait satisfaisant, compte tenu de la simplicité du modèle. En particulier ce modèle est capable de reproduire fidèlement la partie décroissante de la courbe qui pose de grosses difficultés aux modélisations par éléments finis de la découpe, voir figure 2.20.

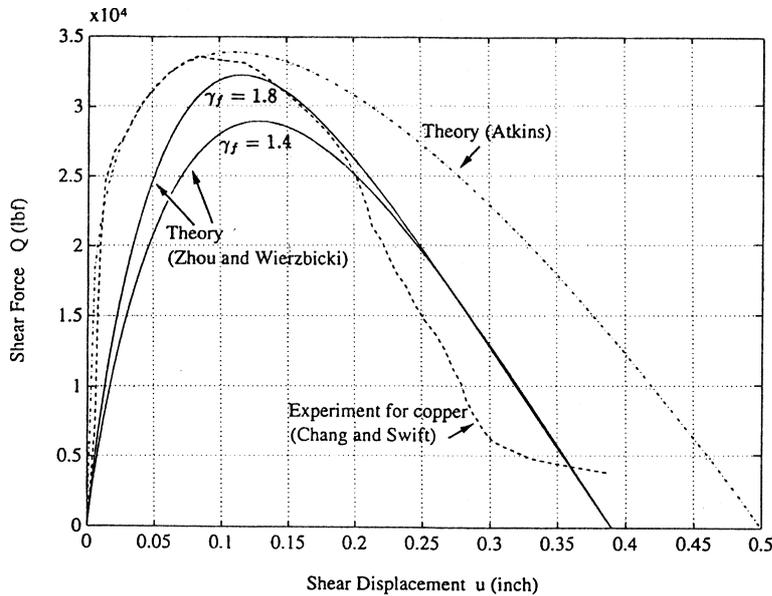


Figure 2.20 – Validation du modèle de Zhou. Comparaison de la courbe effort déplacement issue des modèles de Zhou et Atkins et des mesures de référence [Zhou and Wierzbicki, 1996]

2.5.5 Analyse des effets de traction au cours de la découpe

Nous avons poussé l'exploitation du modèle plus loin et étudié l'effort de traction qui s'exerce sur la tôle lors de la découpe. En effet le modèle de Zhou permet de calculer la distribution de la composante dP dans l'épaisseur de la tôle et son évolution au cours du poinçonnage. Les paramètres du modèle sont les suivants :

- épaisseur de la tôle : $t_0 = 0,5\text{mm}$
- taille de la zone déformée : $d_i = 0,2 t_0$ et $d_f = 0,6 t_0$ (valeurs retrouvées pour de nombreuses fractographies de la littérature)
- déformation critique de rupture : $\gamma_f = 2,5$ d'où l'angle critique $\theta_f = 68^\circ$.

- comportement plastique de la tôle : $\sigma_1 = 795\text{MPa}$ et $n = 0,144$ (ces paramètres sont déterminés d'après le comportement mesuré du matériau Fe-3%Si M330/50A objet de cette étude).

La figure 2.21 montre la distribution de l'effort de traction dans l'épaisseur de la tôle au cours de la découpe. La grandeur tracée est l'effort surfacique p égale au rapport de l'effort élémentaire de traction dP et de l'épaisseur de chaque poutre dt . Il est représenté en fonction de la distance à la surface de la tôle, normée par l'épaisseur de la tôle. Cette distribution est tracée pour différentes valeurs de course du poinçon, exprimées en pourcentage de l'épaisseur de la tôle.

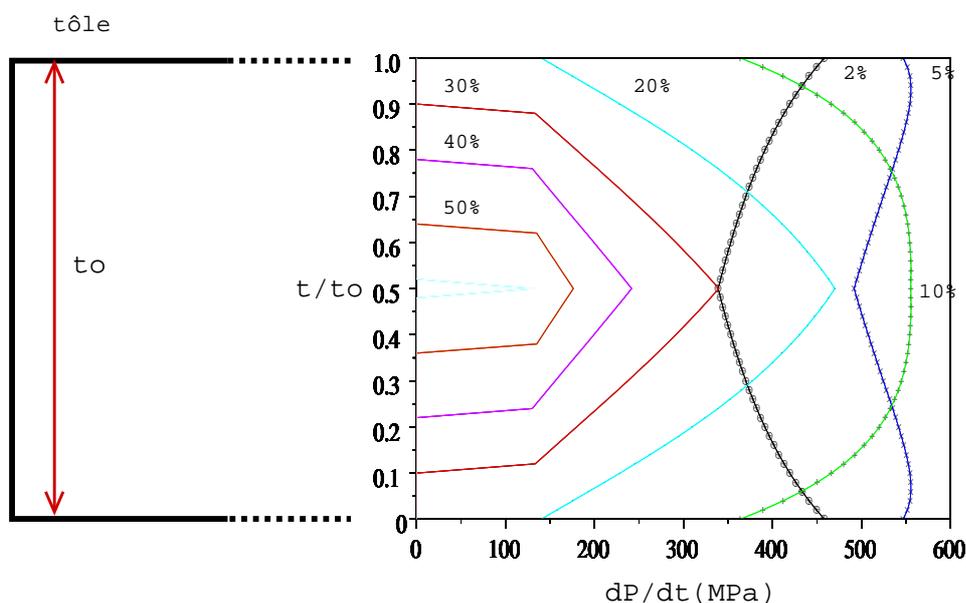


Figure 2.21 – Distribution de l'effort surfacique de traction p dans l'épaisseur de la tôle pour différentes valeurs de course du poinçon $u/t_0 \cdot 100\%$

Aux faibles valeurs de l'enfoncement du poinçon u , la fonction $p(\frac{u}{t_0}, t)$ est une fonction rapidement croissante de u . Mais, pour toute valeur de u supérieure à u_c telle que $\theta = 45^\circ$, cette fonction devient décroissante. C'est ce que l'on observe sur la figure 2.21 : en tout point du bord de la tôle, la contrainte passe par un maximum de 560MPa, puis décroît. Les points au centre de la tôle sont "en retard" par rapport à ceux en surface car les éléments sont plus longs, et par conséquent l'angle θ est plus faible qu'en surface. On note l'apparition de la rupture en surface quand u dépasse 20% de l'épaisseur de la tôle. Celle-ci s'achève quand u dépasse 60%.

Le point fondamental à remarquer est que, dans toute l'épaisseur de la tôle, la contrainte atteint 560MPa au cours du procédé, alors que la limite d'élasticité du matériau n'est que de 370MPa. Ceci implique que l'effort de traction entraîne la plastification du matériau au-delà de la zone cisailée par la découpe. Pour analyser les conséquences de cet effort de traction, nous avons réalisé une analyse éléments finis des phénomènes au-delà de la zone fortement déformée. Cette analyse est présentée dans le paragraphe suivant.

2.5.6 Résultats de l'analyse

Pour cette analyse, nous nous sommes concentrés sur le cas simple d'une rondelle de diamètre 20mm au centre de laquelle un trou circulaire de diamètre 5mm est poinçonné. Cela correspond au dispositif sur lequel nous avons fait les mesures de déformations par inter-corrélation d'images. Nous avons modélisé l'effet d'une traction uniforme de 500MPa par un calcul éléments finis en élasto-plasticité.

La figure 2.22 montre la géométrie axisymétrique du problème traité avec la tôle, mais aussi la matrice et le serre-flanc, dont l'effet est de limiter la propagation de la traction dans la tôle par le biais du frottement. L'effort de traction est appliqué uniformément à l'interface entre la zone de cisaillement plastique proposée par Zhou *et al.* et le reste de la tôle et on impose des déplacements verticaux nuls sur la face inférieure de la matrice.

Le serrage de la tôle entre la matrice et le serre-flanc conditionne les degrés de liberté des faces supérieure et inférieure de la tôle : les déplacements horizontaux sont libres au niveau du bord de découpe, là où le serrage n'agit pas encore, mais ils sont progressivement bloqués, au fur et à mesure que le frottement rend le serrage efficace.

Le serrage de la tôle entre matrice et serre-flanc influence très fortement la façon dont l'effort de traction se propage vers l'intérieur de la tôle. Si le serrage était parfait dès le bord de découpe, l'effort de traction serait tout de suite compensé par le frottement et son effet serait nul. En pratique, ce n'est pas le cas et il existe une zone de transition entre serrage nul et serrage complet. Pour rendre compte de ces effets sans modélisation complexe du frottement, nous avons utilisé un artifice et attribué des propriétés d'élasticité anisotrope non homogène à la matrice et au serre-flanc.

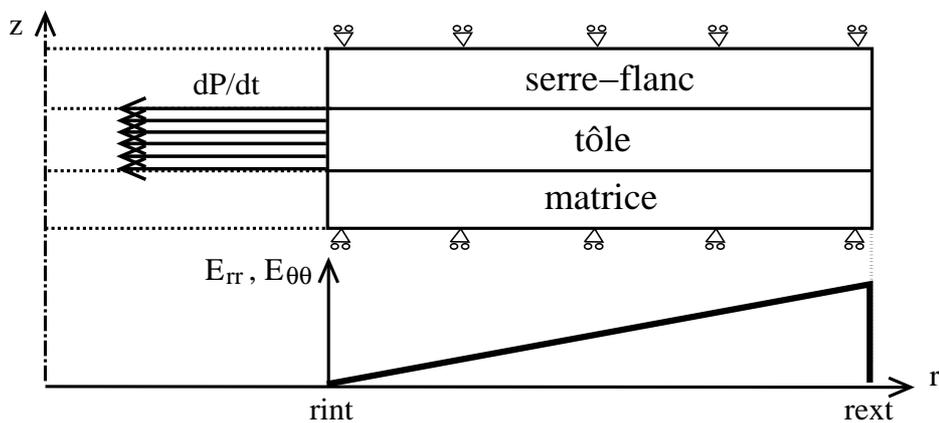


Figure 2.22 – Géométrie pour l'étude de l'effet de la traction pendant la découpe, conditions aux limites et profil du module d'élasticité dans la matrice et le serre-flanc

Soient E_{rr} , $E_{\theta\theta}$ et E_{zz} , les modules d'élasticité radial, orthoradial et vertical des matériaux. Dans la matrice et le serre-flanc, on attribue à E_{rr} et $E_{\theta\theta}$ une valeur très faible au niveau du bord de découpe, de sorte que le déplacement radial des interfaces tôle/matrice et tôle/serre-flanc reste libre dans cette zone. On augmente

ensuite linéairement ces rigidités, de façon à progressivement bloquer le déplacement radial des faces supérieure et inférieure de la tôle (Fig. 2.22). On attribue une grande valeur uniforme à E_{zz} pour rendre compte de la rigidité verticale de la matrice et du serre-flanc. Par ailleurs, on attribue à la matrice et au serre-flanc des coefficients de Poisson ν_{rz} et $\nu_{\theta z}$ nuls afin de découpler les déformations suivant z des déformations dans le plan (u_r, u_θ) .

Après différents essais, nous avons ajusté les coefficients régissant le serrage de façon à ce que la taille de la zone où le serrage n'est pas parfait soit de l'ordre de 1 mm. Les valeurs attribuées aux paramètres des matériaux du serre-flanc et de la matrice, pour ce calcul, sont regroupées dans le tableau 2.4.

	Serre-flanc		Matrice	
	R_{int}	R_{ext}	R_{int}	R_{ext}
$E_{rr} = E_{\theta\theta}$ (MPa)	52	$1,24 \cdot 10^6$	0	$1,25 \cdot 10^6$
E_{zz} (MPa)	$2 \cdot 10^4$		$2 \cdot 10^7$	
$\nu_{r\theta}$			0,3	
$\nu_{rz} = \nu_{\theta z}$			0	

Tableau 2.4 – Caractéristiques mécaniques du serre-flanc et de la matrice utilisées pour la simulation

On obtient alors le profil de déformation plastique de la figure 2.23. L'amplitude de déformation (0,15%) est beaucoup plus faible que celle obtenue en l'absence de tout effet de serrage, de même que l'étendue de la zone déformée plastiquement.

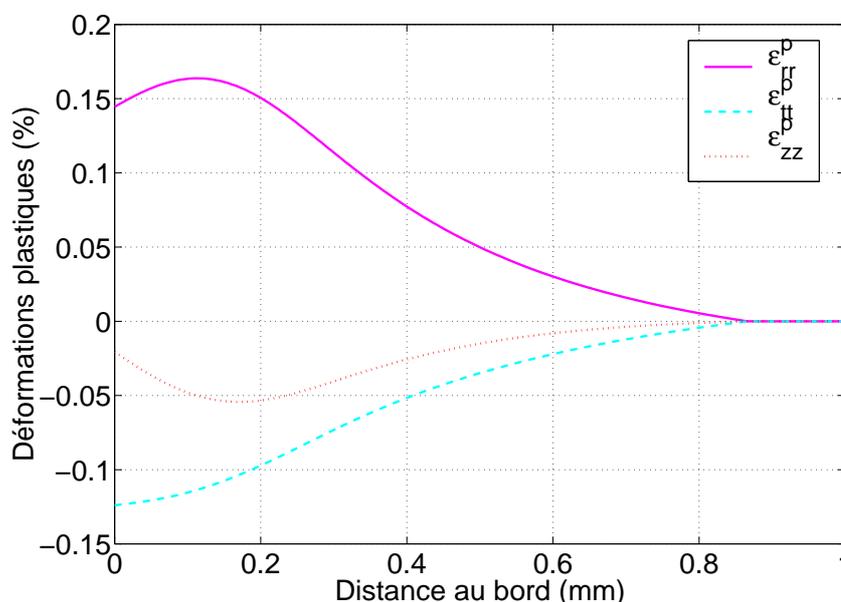


Figure 2.23 – Déformations plastiques simulées en fonction de la distance au bord de découpe sur une tôle poinçonnée

Le champ de déformation plastique ainsi identifié est cohérent avec les mesures

de dureté effectuées sur la tranche d'une rondelle poinçonnée avec notre dispositif d'étude. La déformation plastique cumulée est extrapolée à partir de mesures de dureté effectuées sur des éprouvettes sollicitées en traction [Hubert, 1998]. On peut alors vérifier, dans la limite de validité du modèle corrélant dureté et déformation plastique, que l'hypothèse de respect de la norme du champ de déformation plastique formulée par l'inégalité 2.22 est assurée, c'est à dire qu'en tout point de la tôle la norme du tenseur de déformation plastique n'excède pas la déformation plastique cumulée mesurée, voir figure 2.24. Nous attribuons la différence importante entre les deux courbes aux très fortes valeurs de déformations de cisaillement en bord de découpe qui contribuent à de grandes mesures de dureté.

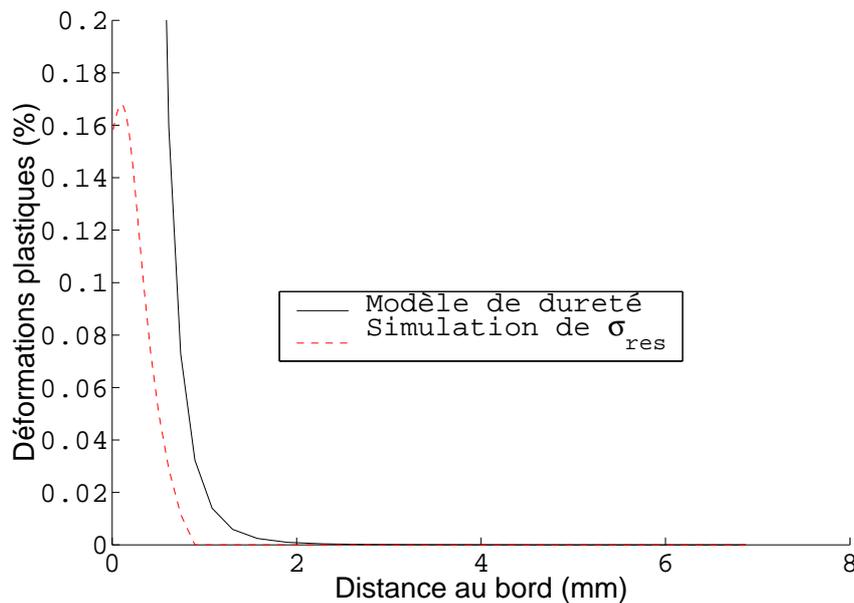


Figure 2.24 – Comparaison des déformations plastiques cumulées mesurées à partir de la dureté et simulées en fonction de la distance au bord de découpe sur une tôle poinçonnée

Les contraintes résiduelles ont été calculées en annulant l'effort de traction appliqué au bord de découpe. On obtient alors les profils tracés sur la figure 2.25.

On note que les composantes σ_{rr} et σ_{zz} ont une amplitude plus faible que la composante $\sigma_{\theta\theta}$. Cela est dû à la configuration axisymétrique, qui s'oppose aux déformations orthoradiales et empêche donc en partie la relaxation de ces contraintes.

Le point le plus important à noter est le fait que les déformations plastiques près du bord de découpe créent des contraintes résiduelles qui s'étendent au-delà de la zone plastifiée. La composante $\sigma_{\theta\theta}$ vaut -20 MPa à la limite de la zone plastifiée et décroît lentement pour ne plus être que de -4 MPa sur le bord externe de la rondelle, or une contrainte de 10 MPa est suffisante pour créer une dégradation significative du comportement magnétique. On est donc dans le cas d'un effet de faible amplitude, mais affectant un volume de matière non négligeable.

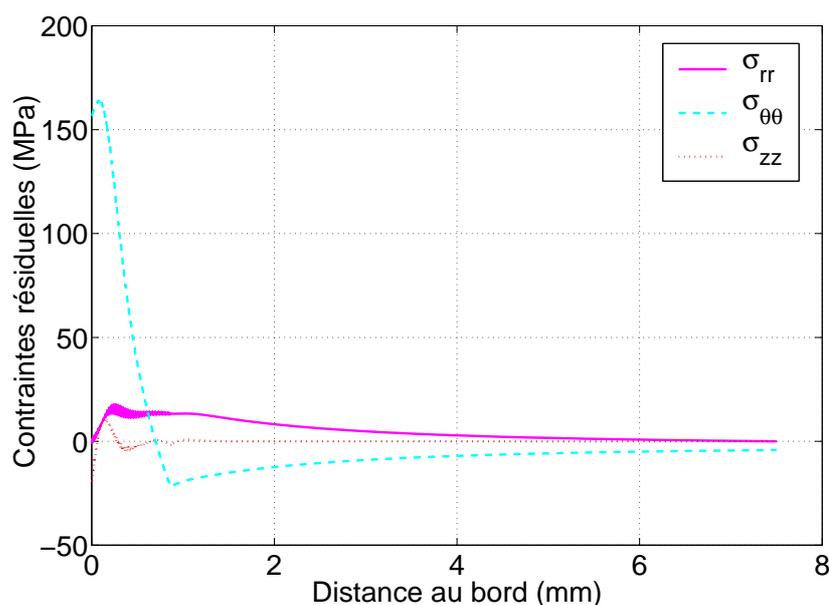


Figure 2.25 – Contraintes résiduelles en fonction de la distance au bord de découpe

2.5.7 Conclusion

Nous avons fait une analyse phénoménologique des mécanismes de déformations actifs pendant la découpe des tôles en vue de montrer l'existence possible de contraintes résiduelles à long rayon d'action.

Le principal mécanisme de déformation est le cisaillement, mais les contraintes résiduelles liées à ce mécanisme de cisaillement restent confinées près du bord de découpe et ne correspondent pas au mécanisme que nous cherchons à mettre en évidence.

Au cisaillement se superpose un faible effet de traction, que le modèle analytique de Zhou permet de quantifier : dans notre cas, ce modèle indique que la traction dépasse la limite d'élasticité du matériau au-delà de la zone cisailée, et qu'il y a donc plastification possible.

Un calcul éléments finis a été mené en plasticité, afin d'estimer l'importance de cette plastification et de déterminer l'ordre de grandeur des contraintes résiduelles associées. Il apparaît que la géométrie axisymétrique provoque une contrainte orthoradiale qui ne s'évanouit que lentement quand on s'éloigne du bord du trou.

Le calcul de contraintes résiduelles présenté ne doit pas être considéré comme un calcul précis, correspondant finement à la réalité fort complexe du procédé de découpe. Il s'agit d'un modèle simplifié qui met clairement en évidence un mécanisme par lequel des contraintes à grand rayon d'action peuvent exister ; il semble prometteur et à terme suffisant pour évaluer l'ordre de grandeur de ces contraintes.

L'objectif final de cette étude étant non pas d'analyser finement la découpe mais de quantifier son influence sur le comportement magnétique des tôles découpées, un tel modèle simplifié semble suffisant. Son développement peut être envisagé à partir du modèle de Zhou et Wierzbicki ou bien par une approche de Rayleigh Ritz. Il doit

être validé grâce à des confrontations avec des analyses fines par éléments finis et des observations fines des champs de déformation en bord de découpe. Il conviendra également de vérifier que le champ de déformation plastique en bord de découpe est bien en première approximation indépendant de la géométrie de la pièce découpée.

Nous proposons dans la suite de cet exposé l'analyse magnétique des rondelles poinçonnées afin d'évaluer l'influence du champ de contraintes résiduelles calculé sur le comportement magnétique de ces structures.

2.6 Simulation du comportement magnétique de rondelles poinçonnées

Pour évaluer l'influence des contraintes résiduelles estimées par la modélisation précédente nous avons fait deux calculs magnéto-mécaniques couplés (Fig. 2.30). La première simulation estime la dégradation du comportement magnétique de la rondelle en prenant en compte la plasticité seule estimée à l'aide de mesures de dureté selon une procédure présentée en introduction de cette étude (voir paragraphe 1.3.4.2) et dans [Ossart et al., 2000]. La seconde simulation prend en compte la dégradation du comportement magnétique de la rondelle sous l'action des contraintes résiduelles seules [Maurel et al., 2002a].

2.6.1 Description du dispositif simulé

Le dispositif simulé reprend les rondelles poinçonnées décrites au paragraphe 2.3. Il est rappelé que le rayon extérieur de chacune des rondelles est de 20mm, leur épaisseur de 0,5mm et le diamètre du trou poinçonné de 5mm. On empile cinq de

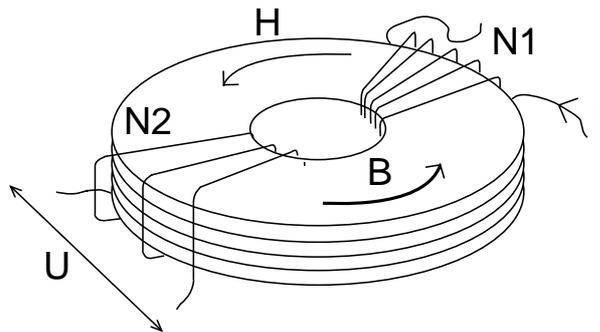


Figure 2.26 – Montage d'excitation et de mesures magnétiques de rondelles poinçonnées ; bobinage primaire constitué de N_1 spires et bobinage secondaire constitué de N_2 spires

ces rondelles. Nous obtenons un dispositif torique facile à exciter magnétiquement. Un premier bobinage, appelé bobinage primaire, constitué de 20 spires (N_1) est parcouru par un courant I . Ce dispositif crée un champ magnétique \vec{H} à l'intérieur du bobinage. Un deuxième bobinage, appelé bobinage secondaire, constitué de 200 spires (N_2) entoure également les rondelles. Le flux magnétique qui le parcourt crée une force électromotrice à ses bornes qu'il est aisé de mesurer. L'intérêt de cette structure est en outre de créer des conditions magnétiques axisymétriques qui vont faciliter les calculs.

2.6.2 Problème magnétique

Nous rappelons les équations de la magnétostatique qui permettent de résoudre ce problème puis nous détaillerons la prise en compte des effets mécaniques pour chacune des simulations.

2.6.2.1 Équations de la magnéto-statique

Soit \vec{H} le champ appliqué à une structure magnétique, soit \vec{B} le champ induit dans celle-ci et \vec{J} la densité de courant à sa surface. La résolution d'un problème d'équilibre magnéto-statique revient à résoudre le système d'équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \vec{J}, \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

On peut également utiliser des formes intégrales de ces équations ce qui facilite notamment leurs résolutions analytiques. L'intégration de la première équation sur un contour fermé Γ traversant N_1 boucles de flux parcourue par un courant d'intensité I , s'exprime sous la forme du théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 I \quad (2.31)$$

L'intégration de la seconde équation se traduit par le théorème de conservation du flux :

$$\int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.32)$$

Ces lois de conservation doivent être complétées par la loi de comportement du matériau. En première approximation, le comportement magnétique d'un matériau ferromagnétique est décrit à l'aide du modèle non linéaire réversible suivant :

$$\vec{B} = \underline{\underline{\mu}}(\vec{H}) \vec{H} \quad (2.33)$$

où le tenseur $\underline{\underline{\mu}}$ représente la perméabilité du matériau. Pour un cas unidimensionnel, toutes les quantités sont scalaires et la loi de comportement devient :

$$B = \mu(H) \cdot H \quad (2.34)$$

2.6.2.2 Calcul du champ

Hypothèses sur la forme du champ Par raison de symétrie le problème ne dépend pas de la position angulaire. La structure canalise le champ à l'intérieur des rondelles, on a donc *a priori* un champ d'excitation \vec{H} uniquement orthoradial :

$$\vec{H} = H_{\theta}(r, z) \vec{e}_{\theta} \quad (2.35)$$

Nous allons montrer que le problème axisymétrique considéré est indépendant de la profondeur dans la tôle z et ne dépend que de la variable r . Soit deux lignes de courants situées à une distance r du centre de la rondelle décrivant l'angle élémentaire $d\theta$ et séparées par une hauteur dz , voir figure 2.27. Si on rejoint ces deux lignes de courant à leurs extrémités, on obtient un circuit fermé que l'on note Γ . On peut donc appliquer le théorème d'Ampère au contour Γ qui ne traverse aucune boucle

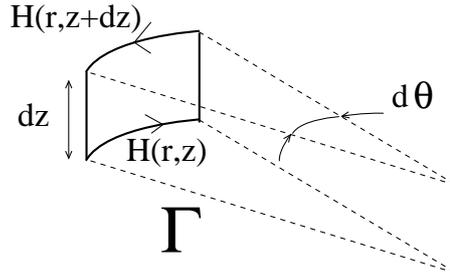


Figure 2.27 – Lignes de courant formant un circuit fermé dans l'épaisseur de la rondelle

de flux. La circulation du champ le long de Γ est donc nulle, ce qui permet d'écrire l'égalité suivante :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot \vec{dl} = H(r, z + dz)d\theta - H(r, z)d\theta = 0 \quad (2.36)$$

Donc pour tout rayon r et n'importe quelle variation de profondeur dz on aura un champ constant dans l'épaisseur de la tôle :

$$H(r, z + dz) = H(r, z) = H(r) \quad (2.37)$$

Expression analytique du champ Une fois connu la forme du champ, on a réduit le nombre d'inconnues du problème ce qui facilite sa résolution. Soit un cercle \mathcal{C} de rayon r appartenant au disque. On applique le théorème d'Ampère 2.31 pour un champ orthoradial ne dépendant que de r avec \vec{H} et \vec{dl} colinéaires sur ce cercle \mathcal{C} :

$$\oint_{\mathcal{C}} H \cdot dl = \int_0^{2\pi} H(r) \cdot r d\theta = 2\pi r H(r) = N_1 I \quad (2.38)$$

La forme de champ obtenue est :

$$H(r) = \frac{N_1 I}{2\pi r}, \quad (2.39)$$

ce qui donne la valeur du champ moyen H_{moy} :

$$H_{moy} = \frac{N_1 I}{2\pi r_{moy}} \quad (2.40)$$

pour le rayon moyen r_{moy} obtenu pour les rayons extérieur R_{ext} et intérieur R_{int} des disques poinçonnés :

$$r_{moy} = \frac{R_{ext} + R_{int}}{2}. \quad (2.41)$$

2.6.2.3 Calcul de l'induction

Le champ appliqué étant connu et réputé axisymétrique, pour un matériau isotrope l'induction sera également axisymétrique :

$$\vec{B} = B_\theta(r)\vec{e}_\theta \quad (2.42)$$

On aura alors de façon générale :

$$B(r) = B[H(r), \text{état mécanique au point considéré}] \quad (2.43)$$

On considérera par la suite trois états mécaniques distincts : état nominal du matériau, matériau plastifié en bord de découpe et structure sans contraintes résiduelles et structure soumise à un champ de contraintes résiduelles, la plasticité en bord de découpe étant négligée.

2.6.2.4 Flux et tension induite

La grandeur mesurable est la tension induite relevée au bornes du bobinage secondaire. La tension induite est fonction du nombre de spires au secondaire N_2 et du flux Φ traversant une section normale au dispositif :

$$e = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.44)$$

Soit t l'épaisseur de la tôle, on peut alors estimer le flux Φ en fonction du champ induit :

$$\Phi = \int \int_S \vec{B} \cdot \vec{dS} = t \cdot \int_{R_{int}}^{R_{ext}} B(r) dr. \quad (2.45)$$

Or le champ moyen induit dans la tôle B_{moy} a pour expression :

$$B_{moy} = \frac{1}{R_{ext} - R_{int}} \int_{R_{int}}^{R_{ext}} B(r) dr. \quad (2.46)$$

En intégrant la mesure de tension effectuée aux bornes du bobinage secondaire par rapport au temps, on peut déterminer le flux dans la tôle et l'induction moyenne qui le provoque :

$$B_{moy} = \frac{\Phi}{t \cdot (R_{ext} - R_{int})}. \quad (2.47)$$

2.6.3 Calcul magnétique de référence

Le paragraphe précédent a permis de déterminer en tout point de la tôle la valeur du champ magnétique en fonction du courant imposé dans le bobinage primaire. Pour estimer les dégradations relatives dues d'une part à la plasticité d'autre part aux contraintes résiduelles, on va calculer le champ magnétique induit dans la tôle pour le comportement nominal du matériau. L'équation 2.43 devient alors :

$$B(r) = B[H(r)] = \mu_{nom} \frac{N_1 I}{2\pi r} \quad (2.48)$$

où la perméabilité du matériau nominal μ_{nom} est une fonction du champ magnétique $H(r)$.

2.6.4 Calcul magnéto-plastique couplé

Ce calcul a déjà été largement développé par Ossart *et al.* [Ossart *et al.*, 2000] et est repris dans son principe au paragraphe 1.3.4.2. L'idée est d'estimer la déformation plastique à partir des mesures de dureté. Une base de données de mesures magnétiques a été obtenue sur des éprouvettes de traction sollicitées à différents niveaux de déformation plastique. Un modèle de comportement magnétique couplé aux déformations plastiques a été élaboré à partir de cette base de données. D'après le paragraphe 2.6.2.2 le champ appliqué dans les rondelles est axisymétrique. Par ailleurs on fait l'hypothèse que le champ magnétique mesuré dans le tore constitué par les rondelles poinçonnées est équivalent au champ magnétique de la mesure uniaxiale de référence. On peut alors reprendre le calcul de comportement magnétique précédent, dans la mesure où le champ d'excitation garde la même expression. L'équation 2.43 devient alors :

$$B(r) = B[H(r), \bar{\varepsilon}_p] = \mu[H(r), \bar{\varepsilon}_p]H(r) = \frac{H(r)}{\nu[H(r), \bar{\varepsilon}_p]}, \quad (2.49)$$

où ν est la susceptibilité magnétique du matériau plastifié et $\bar{\varepsilon}_p$ la déformation plastique équivalente estimée à l'aide du modèle de dureté. La déformation plastique estimée par le modèle de dureté atteint 250% en bord de découpe et s'annule à une distance inférieure à 1mm du bord de découpe, voir figure 2.28.

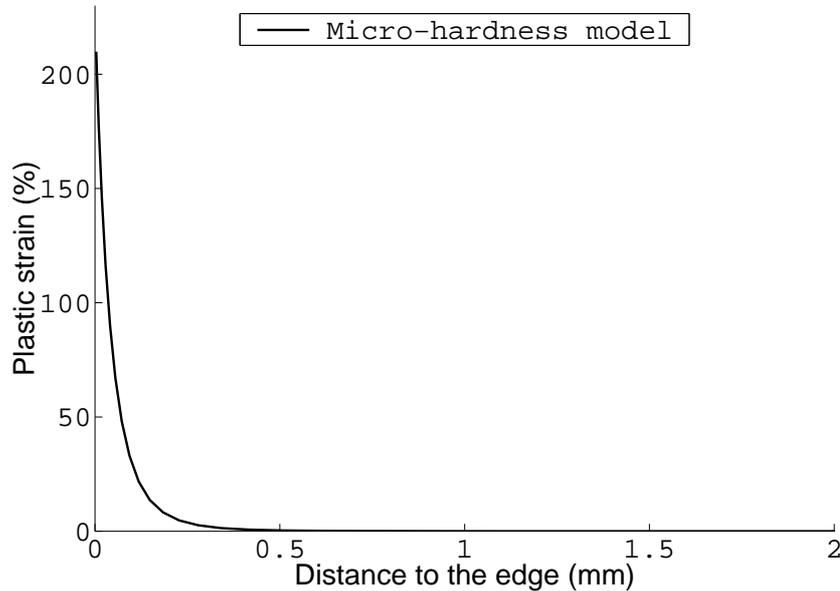


Figure 2.28 – Plasticité estimée à partir du modèle de dureté

2.6.5 Calcul magnéto-élastique couplé

Dans ce calcul la démarche est la suivante : il faut être capable d'identifier les modifications du comportement magnétique local du matériau dues aux contraintes

résiduelles. Le comportement de ce même matériau est déjà identifié pour des essais de traction compression uniaxiaux [Billardon et al., 1999].

Pour pouvoir relier ce comportement uniaxial en champ magnétique et en contrainte aux contraintes résiduelles multiaxiales présentes dans la tôle nous proposons l'utilisation d'une contrainte "magnétiquement équivalente" $\sigma_{\mu eq}$ que nous discuterons dans le chapitre suivant. Nous proposons d'utiliser la contrainte équivalente la plus reconnue dans la littérature, formulée par Schneider *et al.* [Schneider and Richardson, 1982] [Tomka et al., 2001] [Maurel et al., 2002c] :

$$\sigma_{\mu eq} = \sigma_1 - \sigma_2, \quad (2.50)$$

avec σ_1 la contrainte principale de direction parallèle au champ d'excitation et σ_2 la contrainte principale de direction perpendiculaire au champ d'excitation dans le plan de la tôle. Dans notre cas on aura pour un champ magnétique axisymétrique la contrainte équivalente associée suivante :

$$\begin{cases} \vec{H} = H_\theta \vec{e}_\theta, \\ \sigma_{\mu eq} = \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}, \end{cases} \quad (2.51)$$

l'hypothèse de champ magnétique uniaxial formulée dans le cas de la comparaison avec les éprouvettes plastifiées étant encore valable.

Dans la mesure où la tôle est fortement écrouie en bord de découpe, on ne prend en compte dans le calcul que les contraintes résiduelles situées loin du bord de découpe. En effet près de celui-ci l'effet de la plasticité devrait être superposé à celui des contraintes, problème dont la modélisation même simplifiée n'a pas été abordée.

Dans la zone non écrouie, le modèle 2.43 est donc remplacé par $B(H, \sigma_{\mu eq})$ identifié à partir de mesures $B(H, \sigma)$ faites en uniaxial sur des éprouvettes soumises à une contrainte de traction ou de compression σ et un champ magnétique colinéaire H (voir paragraphe 1.3.3.1).

2.6.6 Résultats

Pour résoudre l'ensemble de ces calculs nous utilisons la méthode des éléments finis. La géométrie est axisymétrique, on suppose que le problème est également indépendant de z , il reste donc à simuler un problème magnéto-mécanique 1D. La densité de maillage utilisée est représentée figure 2.29.

La figure 2.30 compare les résultats des trois calculs des rondelles proposés ci-dessus en termes de valeur moyenne de l'induction fonction du champ magnétique moyen appliqué, voir équation 2.46. Ceci met en évidence que les contraintes résiduelles ont un effet plus important que la plasticité à bas-champ ($H < 400A/m$). Lorsque le champ augmente l'effet des contraintes disparaît et seule la plasticité modifie encore la courbe d'induction.

La figure 2.31 montre la distribution de l'induction dans la rondelle poinçonnée pour un champ moyen donné. On retrouve l'effet de la géométrie sur le comportement nominal du matériau (décroissance du champ en fonction de la distance au bord). La très forte dégradation du matériau due à la plasticité en bord de découpe

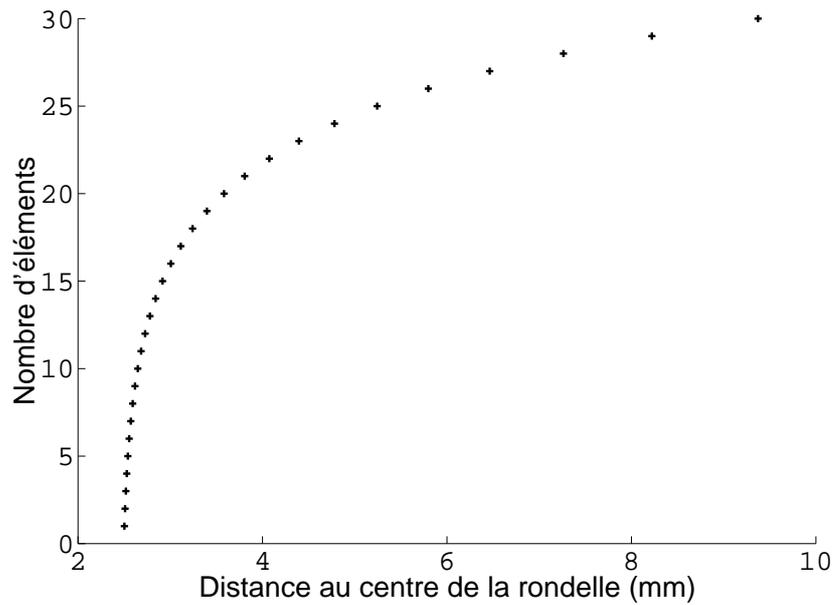


Figure 2.29 – Simulation du comportement magnétique des rondelles : nombre d'éléments en fonction de la distance au centre de la rondelle

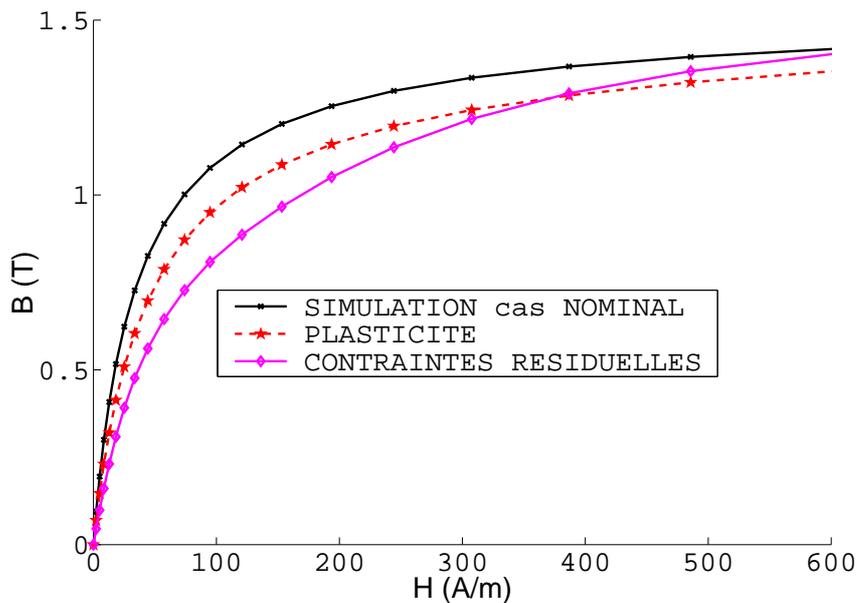


Figure 2.30 – Simulation du comportement magnétique des rondelles : influences respectives de la plasticité et des contraintes résiduelles

conduit à une très faible induction dans cette zone. Cet effet a tendance à diminuer la section efficace de la rondelle : le comportement de la partie dégradée par les fortes déformations plastiques se rapproche de celui de l'air. Il est néanmoins remarquable que l'induction est modifiée sur une grande distance (plus de 2mm). Cela est provoqué par la diminution très lente de la déformation plastique au-delà d'1mm du bord de découpe prévue par le modèle permettant d'évaluer la déformation plastique à

partir de la dureté, ce qui peut évidemment être remis en cause. Cette figure montre clairement l'effet des contraintes résiduelles à long rayon d'action estimées à partir de l'effet de traction. La chute de perméabilité est plus faible que pour la plasticité, mais le volume de matière affecté est plus important. En conclusion, les effets sur le comportement global de la tôle de la plasticité en bord de découpe et les effets des contraintes résiduelles sont du même ordre de grandeur.

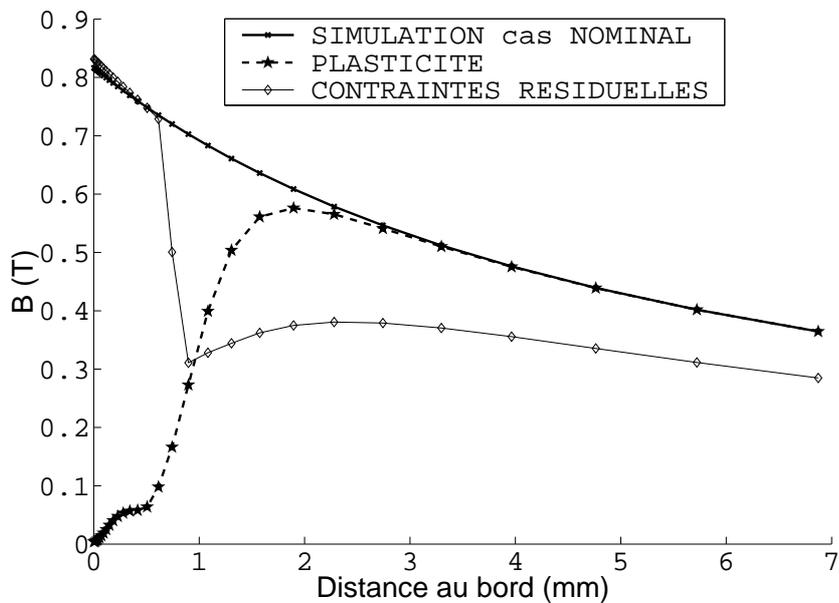


Figure 2.31 – Simulation du comportement magnétique des rondelles : influences respectives de la plasticité et des contraintes résiduelles à champ fixé en fonction de la distance au bord de découpe

Les deux comportements couplés $B(H, \bar{\varepsilon}_p)$ et $B(H, \sigma_{\mu eq})$ supposés indépendants, dans cette analyse, devraient être intégrés dans un modèle plus global pour pouvoir modéliser correctement la zone de transition siège de faibles déformations plastiques et de contraintes résiduelles importantes. En effet en dehors de cette zone le découpage proposé garde son sens : près du bord de découpe la perméabilité est tellement faible que les contraintes ne devraient pas la modifier de façon significative et loin du bord de découpe les déformations plastiques sont effectivement nulles.

2.6.7 Conclusion de l'analyse magnétique

Cette analyse sur la même structure que celle ayant servi à modéliser les contraintes résiduelles permet de dégager trois points essentiels :

- la modélisation des contraintes résiduelles est pertinente vis-à-vis du comportement magnétique : elles dégradent effectivement celui-ci alors que la seule prise en compte de la plasticité ne correspondait pas aux mesures ;
- il est mis en évidence qu'une zone de transition entre déformation plastique et contraintes résiduelles existe et qu'il serait utile d'étudier leur influence combinée sur le comportement magnétique ;

- la réalisation de mesures sous contraintes d'une éprouvette plastifiée peut permettre sinon de modéliser au moins de prendre en compte un tel effet.
- Il est rappelé que nous ne connaissons pas de modèle magnétique prenant en compte l'influence cumulée des contraintes et de la plasticité, même s'il existe déjà des données expérimentales [[Hug et al., 1997](#)].

Chapitre 3

Influence d'un état de contraintes biaxiales sur le comportement des tôles magnétiques

Sommaire

3.1 Pourquoi une nouvelle expérience ?	74
3.2 Analyse des bancs de mesure existants	75
3.2.1 Critères d'analyse	75
3.2.2 Les expériences de référence : une approche qualitative	77
3.2.3 Les expériences de référence : une approche quantitative	83
3.2.4 Conclusion	85
3.3 Montage réalisé au LMT Cachan	89
3.3.1 Objectifs	89
3.3.2 Principe et choix de la réalisation de l'éprouvette	90
3.3.3 Excitation et mesure magnétique	94
3.3.4 Dimensionnement mécanique	100
3.3.5 Réalisation pratique de l'éprouvette	107
3.4 Procédure expérimentale	111
3.4.1 Principe	111
3.4.2 Mesures mécaniques	111
3.4.3 Mesures magnétiques	113
3.5 Résultats de mesure	115
3.5.1 Mesure des états mécaniques sollicités	115
3.5.2 Résultats magnétiques	118
3.6 Vers un modèle biaxial	123
3.6.1 Revue des critères de la littérature	123
3.6.2 Application des différents critères aux mesures	126
3.6.3 Conclusions	129

3.1 Pourquoi une nouvelle expérience de mesures de comportement magnétique sous sollicitation mécanique biaxiale ?

La modélisation du couplage entre état mécanique et comportement magnétique nécessite une description aussi précise que possible des grandeurs physiques considérées. Idéalement, la description des grandeurs magnétiques devrait être vectorielle et celle des grandeurs mécaniques tensorielle. Or historiquement les efforts ont principalement porté sur l'analyse scalaire ou vectorielle du comportement magnétique, en ne considérant que des états de contrainte uniaxiaux. La prise en compte dans une analyse magnétique de l'effet d'un état de contraintes multiaxial est donc encore à ce jour un problème complètement ouvert.

Le couplage magnéto-mécanique local est un phénomène fondamentalement anisotrope difficile à mesurer et modéliser, même si le cas des tôles magnétiques permet une approche bidimensionnelle. Une étude bibliographique montre que les travaux prenant en compte la nature tensorielle des contraintes dans le couplage magnéto-mécanique réutilisent les connaissances établies dans les cas uniaxiaux, tant sur le plan expérimental que sur le plan de la modélisation. A l'instar de l'ensemble des travaux qui utilisent les données mécaniques uniaxiales pour modéliser le comportement mécanique multiaxial, les auteurs tentent d'établir une contrainte équivalente au sens du couplage magnéto-mécanique. Le but est de répondre à la question suivante : connaissant le tenseur des contraintes mécaniques peut-on prévoir le comportement magnétique d'un tel matériau en réutilisant les modèles de couplage établis dans le cas de contraintes uniaxiales ?

Pour répondre à ces questions dans le cas des tôles ferromagnétiques, il faut disposer de données sur le comportement magnétique du matériau sous contraintes de traction/compression, aussi variées que possibles.

À notre connaissance, cinq équipes dans le monde ont travaillé de façon approfondie sur ce sujet, mais l'analyse des différentes études révèle que certaines questions restent ouvertes [Schneider and Richardson, 1982] [Langman, 1990] [Kashiwaya, 1991] [Sablík et al., 1994] [Pearsons et al., 2000]. Un premier point est que les contraintes équivalentes proposées par les auteurs donnent des résultats différents. Par ailleurs, chaque dispositif expérimental a un certain domaine d'application et des limites qui lui sont propres, ce qui rend parfois délicate la comparaison des résultats et leur extrapolation à des situations différentes de leur domaine d'application initial. En particulier, seulement deux dispositifs permettent de caractériser des tôles minces [Langman, 1990] [Pearsons et al., 2000]. Le premier ne permet d'appliquer que des sollicitations biaxiales dont les deux composantes sont égales (équibitraction ou équibicompression). Seul le second paraît avoir la généralité que nous cherchons. Cette constatation nous a convaincus de la nécessité de développer notre propre dispositif de mesure, avec pour objectif d'être capable d'explorer un domaine de sollicitations magnéto-mécaniques aussi large que possible et de caractériser nos propres matériaux.

Pour tenter de répondre aux questions liées à la modélisation du comportement

magnétique sous contrainte biaxiale, nous analyserons les expériences existantes dans la littérature afin de situer le dispositif original que nous avons mis en œuvre.

3.2 Analyse des bancs de mesure existants

La principale difficulté rencontrée dans cette démarche expérimentale, est de maîtriser un état mécanique et un état magnétique homogènes dans un volume de matériau d'une taille suffisante pour être accessible à la mesure. Pour couvrir le champ d'investigation le plus large possible, le matériau doit pouvoir être sollicité mécaniquement dans deux directions perpendiculaires entre elles. Les efforts appliqués suivant ces deux directions doivent pouvoir générer de la traction ou de la compression indépendamment d'une direction à l'autre. La sollicitation magnétique du matériau doit pouvoir être effectuée également dans n'importe quelle direction (figure 3.1).

Les différentes grandeurs physiques impliquées dans la modélisation de ce couplage doivent être mesurables et il doit exister une zone mécaniquement et magnétiquement homogène dans laquelle les mesures sont effectuées. Autrement dit, on

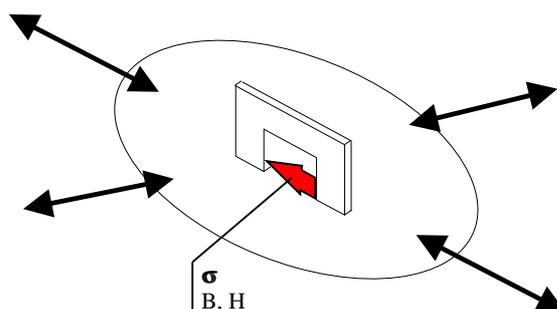


Figure 3.1 – Principe de l'expérience magnéto-mécanique biaxiale : des efforts dans deux directions et dans les deux sens, un flux magnétique et des grandeurs homogènes et mesurables !

doit connaître le tenseur des contraintes dans la zone excitée magnétiquement ainsi que les valeurs des champs d'excitation magnétique \vec{H} et d'induction \vec{B} . Or l'accès à ces données est limité par la résolution des capteurs disponibles, ce qui implique une taille minimale de la zone analysée. Au cours de la conception de l'essai on cherche donc à obtenir la zone homogène en contrainte et en champ magnétique la plus étendue possible dans l'éprouvette.

3.2.1 Critères d'analyse

Pour discriminer les différents bancs de mesure décrits dans la littérature et situer notre dispositif par rapport à l'existant, nous avons utilisé ou établi des critères d'homogénéité des grandeurs mécaniques et magnétiques.

3.2.1.1 Critères mécaniques

Nous reprenons comme support la méthode proposée par [Demmerle and Boehler, 1992]. Ces auteurs procèdent à une analyse critique rigoureuse et exhaustive des solutions antérieures pour l'optimisation d'éprouvette de traction biaxiale en croix et isolent trois points clés à intégrer dans un critère d'optimisation :

- (R1) il existe une distribution de contraintes et de déformations homogènes dans la zone centrale de l'éprouvette ;
- (R2) les valeurs de contraintes dans la zone d'essai sont des fonctions linéaires des valeurs imposées dans chaque bras de l'éprouvette, afin de simplifier l'identification des lois de comportement : connaissant l'effort dans chaque bras on doit pouvoir calculer directement l'état de contrainte dans la zone d'essai ;
- (R3) le niveau de contrainte maximal se situe dans la zone d'essai. Ceci interdit toute concentration de contrainte en dehors de la zone d'essai.

Cette proposition est liée à l'identification de lois de comportement élastoplastique orthotrope. Nous la modifions pour prendre en compte les particularités de notre étude.

Le point (R1) est le plus important pour pouvoir estimer contrainte et champ magnétique dans une zone de taille suffisante. La présente étude ainsi que les expériences de référence se limitent à l'analyse du couplage magnéto-mécanique multiaxial dans le domaine d'élasticité des matériaux. L'importance des points (R2) et (R3) est donc relativisée. La mesure des déformations suffit pour connaître l'état de contrainte, ce qui élimine de fait le point (R2). Le point (R3) reste utile dans la mesure où il est préférable de ne plastifier aucun point de l'éprouvette même en dehors de la zone d'essai pour pouvoir maîtriser l'état de contrainte directement grâce aux informations en effort. En outre, les contraintes résiduelles générées par des déformations plastiques en cours de chargement nuiraient à l'homogénéité des contraintes dans la pièce.

Enfin, on peut identifier et/ou simuler l'état de contrainte pour des états d'efforts donnés puis se servir des capteurs d'efforts pour suivre le déroulement de la manipulation si et seulement si on ne modifie pas le comportement de la structure par le biais de la plastification.

3.2.1.2 Critères magnétiques

Pour l'homogénéité du champ magnétique nous proposons les critères suivants :

- (M1) il existe une distribution de champ d'excitation magnétique et d'induction homogènes mesurables dans la zone centrale de l'éprouvette ;
- (M2) la zone de mesure magnétique réputée homogène coïncide avec la zone homogène en contrainte ;

Pour que la comparaison des différentes éprouvettes ait un sens, il faut impérativement faire intervenir les critères magnétiques dans les coûts calculés. En effet, supposons que l'on dispose d'un système magnétique permettant de créer un champ d'excitation \vec{H} et de mesurer l'induction résultante \vec{B} , avec des conditions d'homogénéité *a priori* satisfaisantes. Si ce système est utilisé dans une zone qui n'est pas homogène mécaniquement, quel que soit le dispositif magnétique, le champ sera

perturbé par les variations de perméabilité locale induites par l'état de contrainte.

Le critère (M2) doit donc être intégré dans l'analyse d'homogénéité mécanique et c'est à ce niveau que la conception d'une expérience de caractérisation du comportement magnéto-mécanique couplé devient extrêmement délicate.

En pratique il y a deux possibilités pour aborder ce critère : soit la taille de la zone homogène mécaniquement est fixée et on cherche à réaliser une aimantation homogène et une mesure magnétique à l'intérieur de celle-ci. Soit le dispositif magnétique est figé ainsi que la zone d'aimantation homogène, ce qui impose de créer un champ de contrainte homogène qui englobe cette zone.

3.2.2 Les expériences de référence : une approche qualitative

Peu d'auteurs se sont intéressés aux mesures de comportement magnétique sous contraintes biaxiales. Nous analysons les dispositifs de mesure existants grâce aux articles que nous avons pu recenser dans la littérature. Les critères que nous avons proposés ci-dessus constituent notre première grille d'analyse. Nous quantifierons chacun des protocoles par la suite. Certaines données géométriques étant manquantes, nous avons soit estimé celles-ci d'après les schémas, soit dû nous contenter d'informations des auteurs telles que : "la zone d'essai est homogène en contrainte". Nous avons recensé seulement quatre dispositifs. Trois d'entre eux ont pour point commun d'utiliser une éprouvette en croix. Le quatrième, proposé par Pearson *et al.*, utilise une éprouvette en forme de disque dont les dimensions permettent la compression.

L'état mécanique est imposé par l'intermédiaire de vérins disposés à 90° afin d'obtenir des états de traction-compression combinés dans le plan de l'éprouvette, sauf dans le montage proposé par Langman, où l'éprouvette est sollicitée en flexion huit points (flexion quatre points dans deux directions perpendiculaires).

Avant de faire une analyse comparative quantitative de ces différentes solutions technologiques nous les décrivons brièvement. L'ensemble des données est rassemblé dans le tableau 3.2.

3.2.2.1 Montage réalisé par Kashiwaya [1991]

Description mécanique L'éprouvette est d'épaisseur uniforme, taillée en croix de malte. Il s'agit d'un matériau massif (épaisseur 7 mm)(figure 3.2). Le dispositif d'entraînement n'est pas détaillé.

Description magnétique Les mesures magnétiques sont réalisées dans le plan de la tôle et dans la direction normale par deux types de culasses. Ces culasses sont munies de deux bobines assurant les mesures de l'excitation et de l'induction : un bobinage primaire permet d'aimanter l'échantillon en contrôlant le courant injecté dans celui-ci et un bobinage secondaire permet de mesurer l'induction à partir d'un relevé en tension (figure 3.4(a)). L'une des culasses, en U, est posée sur la surface de l'échantillon et permet d'exciter le matériau dans le plan de la tôle pour n'importe

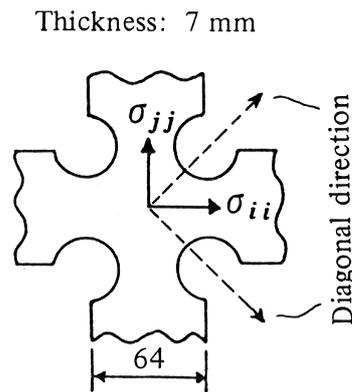


Figure 3.2 – Éprouvette réalisée par [Kashiwaya \[1991\]](#)

quelle orientation (figure 3.3(a)). L'autre culasse, en C, permet la mesure de la perméabilité dans l'épaisseur de l'échantillon (figure 3.3(b)).

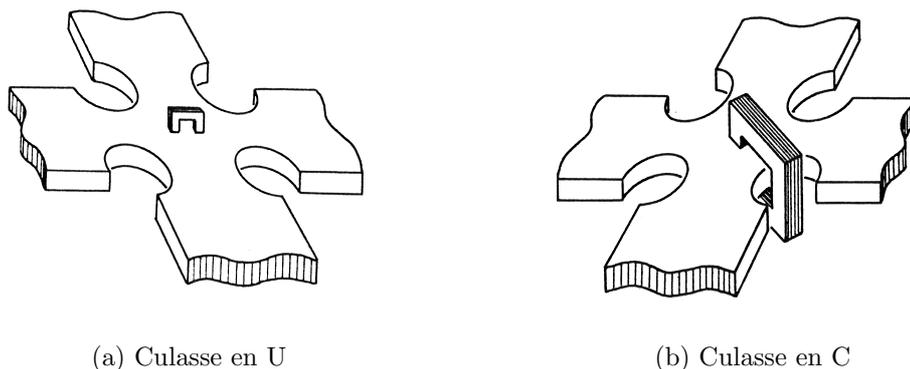


Figure 3.3 – Procédures de mesures magnétiques sous contraintes biaxiales proposées par [Kashiwaya \[1991\]](#)

Analyse La mesure magnétique s'effectue dans une zone circulaire de diamètre 10mm. Cette zone est de faible dimension par rapport à l'ensemble de l'éprouvette, ce qui devrait permettre d'y atteindre des contraintes homogènes, le critère (R1) semble vérifié. Par contre, la contrainte maximale dans l'éprouvette sera atteinte au niveau des congés de raccordements entre bras, malgré leur rayon important. Cela signifie que le critère (R3) n'est pas vérifié par cette géométrie d'éprouvette. Le risque de plastification dans cette zone limite de fait l'amplitude des sollicitations mécaniques applicables pour un tel dispositif.

L'utilisation d'une culasse en U unique ne crée pas un champ magnétique homogène dans le plan de l'éprouvette (figure 3.4(b)). Le fait que les dimensions de la

culasse soient du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la tôle entraîne également une inhomogénéité des grandeurs magnétiques dans l'épaisseur. Or le principe du capteur est de mesurer à l'aide d'un bobinage secondaire le flux induit directement sur la culasse. Si les lignes de flux s'élargissent, il devient impossible d'estimer *a priori* la section réellement traversée par le flux ce qui fausse l'estimation de l'induction B à partir de la mesure de tension aux bornes du secondaire (paragraphe 3.3.3). Le critère (M1) et de fait le critère (M2) ne sont pas respectés.

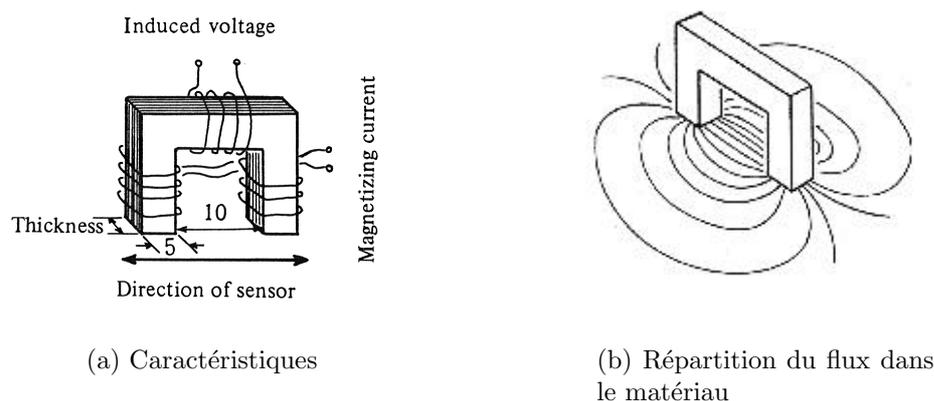


Figure 3.4 – Culasse en U [Kashiwaya, 1991]

Commentaires Malgré ses limitations vis-à-vis des critères d'homogénéité, cette expérience met en place des principes essentiels pour de telles mesures. La simplicité et la souplesse d'utilisation du dispositif magnétique en fait un point fort. Ces mesures font apparaître une symétrie du comportement magnétique vis-à-vis de la droite de chargement d'équibitraction ou d'équibicompression dans le plan des contraintes principales : le comportement magnétique est sensiblement le même pour les états de contraintes (σ_1, σ_2) et $(-\sigma_1, -\sigma_2)$. L'auteur met en évidence que les variations de mesures sont plus importantes dans les cas de chargement mécanique pour lesquels les valeurs de contraintes principales σ_1 et σ_2 sont très différentes.

Les mesures obtenues par Kashiwaya à l'aide de sa culasse en C corroborent celles obtenues avec celle en U. En outre, le choix des dimensions des culasses a été vérifié en fonction de la fréquence de sollicitation magnétique pour éviter de trop grandes inhomogénéités magnétiques, notamment dans l'épaisseur du matériau. Toutefois, du fait de la non-homogénéité des grandeurs magnétiques dans le système, ces mesures globales ne sont pas interprétées en termes de grandeurs locales.

3.2.2.2 Montage réalisé par Langman [1990]

Dans cette expérience, le champ de contrainte multiaxial est créé grâce à un dispositif original de flexion huit points (figure 3.5).

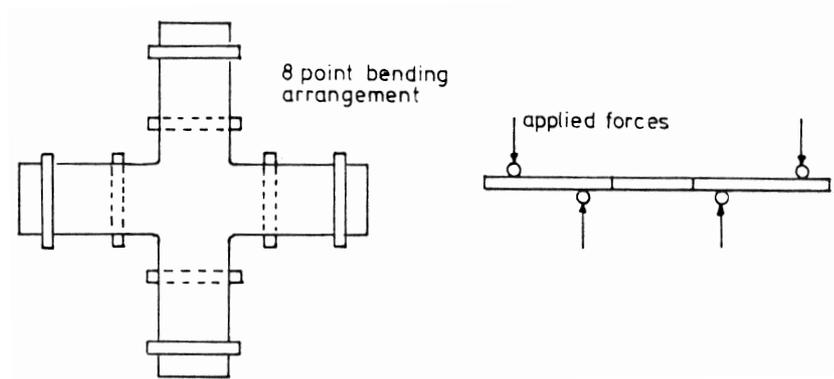


Figure 3.5 – Éprouvette réalisée par Langman [1990]. Largeur des bras : 77mm, longueur hors tout de l'éprouvette : 370mm

Description mécanique L'éprouvette est d'épaisseur uniforme, taillée en croix. Il s'agit de deux tôles d'acier à bas carbone (0,13% C) d'épaisseur 0,6mm collées de part et d'autre d'une âme de bakélite d'épaisseur 12mm. Les congés de raccordements entre bras semblent être inexistantes (voir figure 3.5).

Description magnétique L'excitation est obtenue à partir d'une culasse de grande dimension par rapport à celle de Kashiwaya ($62 \times 90 \text{ mm}^2$ pour Langman et $5 \times 20 \text{ mm}^2$ pour Kashiwaya, la grande dimension correspondant à la direction de mesure du capteur). Un circuit primaire est enroulé autour de cette culasse. La mesure du champ \vec{H} est obtenue à l'aide d'une sonde à effet Hall, celle de l'induction à l'aide de deux bobinages d'axes orthogonaux, réalisés directement autour de la tôle. Chaque bobine entoure une épaisseur de tôle et une demi-épaisseur de Bakélite et est alignée avec les directions respectives des bras de l'éprouvette. Elles permettent donc de déterminer les deux composantes de l'induction dans la tôle pour une zone carrée de 30mm de côté dans laquelle l'induction est supposée homogène.

Analyse La zone de mesure de \vec{H} est de faible dimension par rapport au reste de la tôle, l'homogénéité des contraintes ne devrait pas être modifiée par l'absence de congé de raccordement entre les bras. La zone de mesure de \vec{B} est plus grande, mais sa position le long de l'axe de symétrie fait que les contraintes sont relativement homogènes, aux concentrations de contraintes dues aux trous près.

Malgré la présence de l'âme et la faible épaisseur des tôles, le fait de solliciter en flexion l'éprouvette provoque des inhomogénéités de contrainte dans l'épaisseur de la tôle de l'ordre de 10%. Le critère d'homogénéité n'est pas forcément respecté par cette éprouvette (R1). Enfin, la présence de trou de passage pour les bobinages de mesure provoque également des concentrations de contraintes qui risquent de limiter la plage de chargement mécanique possible pour l'éprouvette. Le critère (R3) n'est pas vérifié.

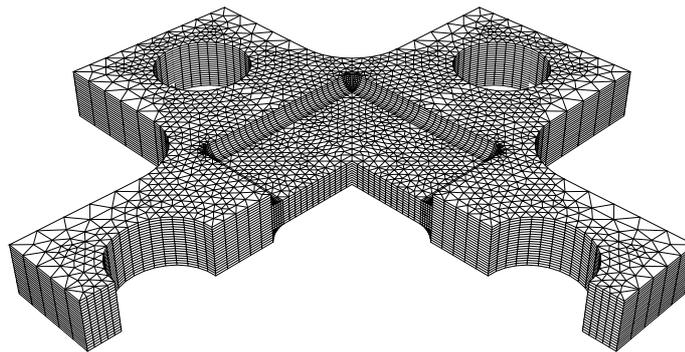
D'un point de vue magnétique le dispositif est très correct à tous points de vue :

même si la culasse est unique, la zone de mesure est confinée dans une région où le champ est très probablement homogène (en-dehors des trous de passage des fils). Le rapport des sections entre la culasse et l'éprouvette est très favorable ($\frac{12}{5} = 2,4$). Le critère d'homogénéité (M1) est nettement vérifié. Le critère (M2) l'est moins dans la mesure où les contraintes ne peuvent pas être homogènes dans l'épaisseur de la tôle. Enfin ce dispositif est le seul à permettre une mesure des deux composantes de l'induction.

Commentaires Cette expérience est la première à tester des tôles de faibles épaisseurs. La mesure magnétique est de meilleure qualité que dans les dispositifs de Kashiwaya et de Sablik. Cependant, les erreurs dues aux perçages pour les bobines de mesure de l'induction et celles dues aux variations de contraintes dans l'épaisseur demeurent. La limitation principale de ce dispositif est de ne solliciter la tôle que pour des états d'équibitraction ou d'équibicompression, dans la mesure où le même déplacement est imposé pour tous les points d'appuis d'une face de l'éprouvette.

3.2.2.3 Montage réalisé par Sablik *et al.* [1993]

Nous avons reconstitué le schéma de l'éprouvette d'après les indications et les dimensions qui figurent dans l'article [Sablik *et al.*, 1993] (voir figure 3.6).



GIBI FECIT

Figure 3.6 – Éprouvette réalisée par Sablik *et al.*, maillage obtenu d'après les dimensions données dans [Sablik *et al.*, 1993]

Description mécanique Cette éprouvette est faite en acier de cémentation de désignation SAE-4340 (34CND6). Elle est taillée dans la masse. Elle intègre des variations de section entre la partie centrale dédiée aux mesures et les bras. Son épaisseur passe de 5,08mm au centre à 10,16mm dans les bras. La zone centrale est un carré de 38,1mm de côté. Les efforts sont transmis à l'éprouvette par l'intermédiaire d'axes.

Description magnétique Les auteurs utilisent le même système que celui proposé par Kashiwaya : une culasse en U unique associant excitation en champ et mesure de l'induction ($5,08 \times 20,32 \text{ mm}^2 - 0,2 \times 0,8 \text{ in}^2$). Une sonde à effet Hall mesure le champ magnétique au centre de la zone d'essai. La zone balayée par la culasse a pour rayon 10,16mm. La culasse est maintenue en position à l'aide d'un système de fixation permettant d'effectuer des mesures à 0° , 45° et 90° .

Analyse Pour un chargement en équibitraction, l'homogénéité mécanique est estimée à $\pm 8\%$ dans une zone carrée de 19,05mm de côté, ce qui vérifie le critère (R1). Il faut effectuer une simulation par éléments finis pour apprécier si le maximum des contraintes est bien dans la zone de mesure (R3).

Le rapport de section entre la culasse et le matériau n'est pas très favorable ($\frac{1}{1}$) à l'homogénéité magnétique dans l'épaisseur. Comme pour Kashiwaya la culasse unique nuit à l'homogénéité dans le plan de la tôle (M1). Par contre la zone de sollicitation magnétique est effectivement incluse dans la zone homogène mécaniquement (M2).

Commentaires Cette éprouvette constitue un net progrès par rapport à celle de Kashiwaya car elle utilise des variations d'épaisseur pour améliorer l'homogénéité des contraintes dans la zone de mesure. Mais l'usinage dans l'épaisseur du matériau a sans doute dénaturé les propriétés magnétiques de celui-ci. Enfin, le capteur présente les mêmes limitations que celui de Kashiwaya.

3.2.2.4 Montage réalisé par [Pearsons et al. \[2000\]](#)

Les publications disponibles ne permettent pas d'appréhender ce dispositif de façon précise, nous n'en exposons donc que le principe [[Pearsons et al., 2000](#)] [[Tomka et al., 2001](#)].

Description mécanique L'éprouvette se présente sous la forme d'un disque circulaire de 40 mm de diamètre et d'épaisseur constante (1mm ou 0,5mm). Quatre efforts sont appliqués indépendamment suivant deux directions orthogonales. L'effort maximal développé par le système est de 1900N.

Description magnétique L'excitation est obtenue par l'intermédiaire de deux bobines d'Helmholtz fixées suivant une des directions d'application des efforts. La mesure du champ est obtenue à l'aide d'une sonde à effet Hall. Nous ne savons pas comment est mesurée l'induction.

Commentaires Les auteurs assurent une homogénéité magnétique et mécanique inférieure à 2%. C'est la seule expérience qui correspond sur le principe à nos attentes d'un point de vue mécanique : elle sollicite des tôles minces avec des chargements indépendants dans deux directions. En revanche, elle ne permet pas de solliciter magnétiquement l'échantillon dans toutes les directions du plan.

3.2.3 Les expériences de référence : une approche quantitative

Dans l'idée d'optimiser le dispositif que nous proposons, il nous est apparu nécessaire de quantifier plus précisément l'analyse qualitative précédente.

Les modifications des critères d'analyses, énoncés au paragraphe 3.2.1.1, permettent de réduire le nombre de termes participant à la fonction coût du calcul d'optimisation proposée par Demmerle *et al.* et de diminuer le poids de certains : on supprime les quantités relatives au critère (R2) et on réduit le poids de ceux relatifs au critère (R3). Pour intégrer dans ce calcul les critères magnétiques (M1) et (M2) nous introduisons trois termes supplémentaires : S et W pour vérifier (M1) et V pour vérifier (M2). La fonction coût à optimiser est alors, pour chaque cas de charge l et dans le cadre d'un calcul aux éléments finis :

$$C_l = I_{xx} + I_{yy} + I_{xy} + I_{vm} + K + M, \quad (3.1)$$

Les coûts associés aux critères magnétiques reposent uniquement sur des considérations géométriques et sont indépendants du chargement (fréquence ou niveau d'excitation par exemple). Nous proposons pour leur expression respective :

$$M = \frac{100}{4}(S + W + V) \quad (3.2)$$

$$S = \frac{S_{tôle}}{S_{fer}} \quad (3.3)$$

$$W = \frac{w_{mesH} + w_{mesB}}{w_{fer}} \quad (3.4)$$

$$V = \frac{l_{tôle} * w_{mes}}{S_a} \quad (3.5)$$

où S_{fer} et $S_{tôle}$ correspondent respectivement aux sections du dispositif permettant de générer le flux magnétique (il s'agit de ferrites) et de tôle aimantée. On suppose dans tous les cas que la largeur de la section aimantée est constante et on estime donc $\frac{S_{tôle}}{S_{fer}}$ par $\frac{e_{tôle}}{e_{fer}}$ correspondant au rapport entre les épaisseurs de tôle et de ferrite ; w_{fer} , w_{mesH} et w_{mesB} sont respectivement les largeurs du système d'excitation magnétique et du dispositif permettant de mesurer le champ et l'induction ; $l_{tôle}$ est la longueur de la zone aimantée participant à la mesure magnétique et S_a la surface de la zone d'essai.

Dans la mesure où l'ensemble des analyses du comportement magnétique couplé à un état de contraintes biaxiales recherche des contraintes équivalentes linéaires, nous

avons modifié le calcul du coût proposé par Demmerle *et al.* de la façon suivante, pour l'espace continu :

$$I_{**} = \frac{100}{a} \frac{1}{s_{**}^1} \int_0^a s_{**}(p) dp \quad (3.6)$$

avec $**=(xx,yy,xy,vm)$ où x et y sont les directions dans le plan de la tôle et vm correspond à la contrainte de Von Mises. Les quantités I_{**} correspondent à l'évaluation de l'homogénéité dans la zone d'essai de chacune des composantes du tenseur des contraintes. $V(p)$ est le volume d'intégration de l'élément considéré, a est la longueur caractéristique de la zone d'essai, p la longueur caractéristique de la zone d'intégration et $2b$ l'épaisseur de la zone sollicitée (voir figure 3.7). $\bar{\sigma}_{**}(p)$ est définie comme étant la contrainte moyenne et $s_{**}(p)$ la différence au sens des moindres carrés de la contrainte locale par rapport à la moyenne [Demmerle and Boehler, 1992] :

$$\bar{\sigma}_{**}(p) = \frac{1}{V(p)} \int_{V(p)} \sigma_{**} dV, \quad (3.7)$$

$$s_{**}(p) = \left(\frac{1}{V(p)} \int_{V(p)} (\sigma_{**} - \bar{\sigma}_{**})^2 dV \right)^{1/2}. \quad (3.8)$$

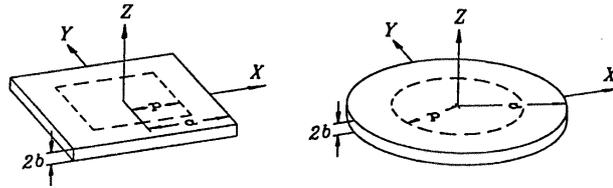


Figure 3.7 – Illustration des paramètres a , b et p décrivant la zone centrale d'essai d'une éprouvette biaxiale. Exemple pour une zone d'essai de forme carrée et circulaire, d'après [Demmerle and Boehler, 1992]

Pour faire intervenir dans la définition du coût le critère (R3), les auteurs définissent la fonctionnelle suivante :

$$K = \left(\frac{(\sigma_{vm})_{max}}{\bar{\sigma}_{vm}(a)} - 1 \right) P. \quad (3.9)$$

où σ_{vm} est la contrainte équivalente de Von Mises et P est un paramètre ajustable qui prend les valeurs 0, 20 ou 100 suivant que le maximum de contrainte est atteint respectivement à une distance du centre de la zone d'essai inférieure à $a/2$, supérieure à $a/2$ ou en dehors de la zone d'essai [Demmerle and Boehler, 1992]. Nous préférons modérer l'effet de K en attribuant à P les valeurs 0, 20 et 90. En effet, s'il existe une concentration de contrainte en dehors de la zone d'essai, et dans la mesure où elle ne perturbe pas celle-ci, cela aura uniquement pour conséquence de limiter l'exploration à des niveaux de contraintes plus faibles que la limite initiale d'élasticité.

Enfin, nous étudions outre les trois cas de charges proposés par les auteurs, pour des déplacements imposés Δx et Δy : équilibraction $\Delta y/\Delta x = 1$, $\Delta y/\Delta x = 0,4$ et

traction uniaxiale Δy "libre", le cas : $\Delta y/\Delta x = -1$. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 3.1.

D'un point de vue mécanique, l'éprouvette qui donne le coût le plus faible est celle réalisée par Kashiwaya. Cependant elle est extrêmement pénalisée par son dispositif magnétique. A contrario, l'éprouvette proposée par Langman, qui présente des défauts d'homogénéité mécanique évidents présente une qualité de mesure magnétique qui lui permet d'avoir le plus faible coût des dispositifs de la littérature. Alors qu'intuitivement la solution mécanique proposée par Sablik semble être optimal par rapport à celle de Kashiwaya, elle s'avère être moins "bonne". Si son coût mécanique est plus élevé c'est que le facteur K est très pénalisant : la zone d'essai magnétique étant de grande dimension par rapport à la zone homogène mécaniquement, elle chevauche des points dont la contrainte est très différente de la moyenne. Elle est cependant globalement meilleure car la mesure du champ magnétique se fait avec une sonde à effet Hall de petite dimension.

Cette analyse doit être regardée comme une première estimation : en effet, nous nous sommes contentés de quantités géométriques dans l'analyse des dispositifs magnétiques, qui sont suffisantes dans un premier temps pour discriminer les différents montage entre eux. Des calculs tels que ceux présentés au paragraphe 3.3.3 devraient être systématisés pour obtenir des critères plus rigoureux sur l'homogénéité magnétique des systèmes d'excitation et de mesure.

Nous avons complété le tableau 3.1 avec les données relatives à l'essai que nous avons développé après optimisation des différents paramètres.

3.2.4 Conclusion

Pour synthétiser cette analyse, nous avons regroupé dans le tableau 3.2 les données fournies par les auteurs et les homogénéités que nous avons calculées. Pour plus de clarté, les résultats sont exprimés en % et calculés pour un cas d'équibitraction par 3.10 :

$$\Delta\sigma = \frac{(\sigma_{vm})_{max} - \bar{\sigma}_{vm}}{(\sigma_{vm})_{max}} * 100 \quad (3.10)$$

$$\Delta\mu = M. \quad (3.11)$$

L'analyse des différents dispositifs expérimentaux présentés dans la littérature fait émerger les point suivants :

- Kashiwaya et Sablik : il s'agit de tôles épaisses qui impliquent des mesures magnétiques non homogènes ; ce constat est à relativiser dans la mesure où l'application qui intéresse les auteurs est le contrôle non-destructif qui peut se satisfaire de données relatives.
- Langman : très intéressant du point de vue magnétique mais malheureusement limité à des chargements égaux dans les deux directions de sollicitation
- Pearson : *a priori* c'est l'expérience qui correspond le mieux à nos attentes, mais nous ne pouvons pas aller plus loin dans son analyse faute de données

Compte tenu de la machine de sollicitation mécanique multiaxiale dont le LMT Cachan dispose et de l'expérience du laboratoire dans le domaine des essais biaxiaux,

nous avons retenu comme principe de conception une éprouvette en croix, dont la forme centrale destinée aux mesures sera circulaire.

Éprouvette	Kashiwaya	Sablik	Langman	LMT
Cas de charge 1 : $\Delta y/\Delta x = 1$				
I_{xx}	1,11	1,13	5,22	3,21e-001
I_{yy}	1,09	1,13	5,22	3,23e-001
I_{xy}	1,09	9,33e-001	1,47	3,22e-001
I_{vm}	1,27e-001	2,70e-001	7,85	1,16e-002
K	4,94e-001	1,51	2,08e+001	3,14e-002
C_1	6,03e-001	1,64	2,13e+001	5,05e-002
Cas de charge 2 : $\Delta y/\Delta x = 0,4$				
I_{xx}	8,67e-001	5,41e-001		2,67e-001
I_{yy}	3,08e-001	1,62		1,36e-001
I_{xy}	7,63e-001	7,40e-001		2,50e-001
I_{vm}	8,82e-001	6,75e-001		2,68e-001
K	2,63	1,38		5,01e-001
C_2	2,72	1,52		5,19e-001
Cas de charge 3 : $\Delta y = \text{''libre''}$				
I_{xx}	5,55e-001	9,39e-001		1,35e-001
I_{yy}	5,46e-001	1,57		1,31e-001
I_{xy}	3,65e-001	4,44e-001		8,90e-002
I_{vm}	5,58e-001	1,23		1,38e-001
K	9,25e-001	3,08		9,44e-002
C_3	9,90e-001	3,23		1,04e-001
Cas de charge 4 : $\Delta y/\Delta x = -1$				
I_{xx}	3,64e-001	1,32		8,70e-002
I_{yy}	9,30e-001	1,32		2,20e-001
I_{xy}	5,48e-002	3,12e-001		5,61e-003
I_{vm}	9,15e-001	1,39		2,17e-001
K	2,11	3,54		2,71e-001
C_4	2,18	3,70		2,81e-001
Valeur finale du coût mécanique seul				
C_m	23,2	35,2	62	4,78
Coûts liés à l'homogénéité magnétique				
S	1,40	1,00	5,00e-02	7,81e-02
W	2,00	1,50	5,64e-01	4,00e-01
V	1,55e-02	3,55e-02	1,51e-01	4,17e-02
Valeur finale du coût				
C	108	98,5	81,1	17,7

Tableau 3.1 – Estimation de l'homogénéité des éprouvettes de référence et de celle réalisée au LMT Cachan

Références	Éprouvette			Homogénéité		Capteurs	
	Matériau	Épaisseur	Zone utile	$\Delta\sigma$	$\Delta\mu$	Magnétique	Mécanique
[Kashiwaya, 1991]	Mild steel	7mm	$\Phi = 10mm$	$\pm 3\%$	$\pm 40\%$	Culasses en U et en C	
[Langman, 1990]	AS1594 acier 0.13% C	0.6 mm	carré a=30mm	$\pm 25\%$	$\pm 10\%$	Culasses en U, Bcoil et sonde à effet Hall	Jauges
[Sablík et al., 1993]	SAE-4340 (34CND6)	5,08 mm (0.2 in.)	$\Phi = 10, 16mm$	$\pm 8\%$	$\pm 35\%$	Culasses en U et sonde à effet Hall	
[Pearsons et al., 2000]	fer pur	0,5 et 1 mm	?	?	2%(*)	bobines d'Helmholtz et sonde à effet Hall	
[Tomka et al., 2001]	acier martensitique Q1N (HY80)	<i>idem</i>	<i>idem</i>	?	<i>idem</i>	<i>idem</i>	

Tableau 3.2 – Analyse des différentes expériences sur le couplage magnéto-mécanique biaxial. Zone utile : zone de mesure magnétique, $\Delta\sigma$: homogénéité des contraintes, $\Delta\mu$: homogénéité du champ magnétique estimée à partir du critère M . (*) résultat du *aux auteurs*

3.3 Montage réalisé au LMT Cachan

Pour pouvoir mener à bien la modélisation du comportement magnétique de tôles de Fe-3%Si sous sollicitations mécaniques biaxiales pour des tôles minces, nous proposons de réaliser un dispositif expérimental original. Pour pouvoir explorer sans limitation *a priori* les chargements mécaniques et magnétiques qui nous intéressent, nous devons imposer à notre montage des objectifs à atteindre. La fonction essentielle que doit remplir l'éprouvette que nous avons conçue est la suivante : pour un état de contrainte biaxial quelconque dans le plan de la tôle, on doit pouvoir mesurer le comportement magnétique $\vec{B}(\vec{H})$ local et l'état de contrainte associé.

3.3.1 Objectifs

Pour clarifier notre propos nous décomposons cet objectif en fonctions mécaniques et magnétiques que doit remplir ce dispositif expérimental.

3.3.1.1 Fonctions magnétiques

Excitation magnétique

Le dispositif d'excitation magnétique doit être capable d'aimanter l'éprouvette dans la zone réputée homogène mécaniquement. Le champ obtenu doit être homogène dans la zone de mesure.

Mesures magnétiques

Il faut pouvoir mesurer les grandeurs magnétiques d'excitation \vec{H} et d'induction \vec{B} dans une région de la tôle homogène magnétiquement et mécaniquement.

3.3.1.2 Fonctions mécaniques

Type de sollicitation mécanique

L'éprouvette doit pouvoir être sollicitée :

1. dans le plan de la tôle et suivant deux directions orthogonales de façon indépendante. Nous disposons au laboratoire d'une machine d'essai triaxiale ASTREE qui répond à ce critère. Ses capacités et sa conception vont conditionner en partie notre solution (voir paragraphe 3.3.2.3).
2. aussi bien en traction qu'en compression et aux mêmes niveaux de contraintes quels que soient la direction et le sens de sollicitation. Ceci doit être vérifié malgré la faible épaisseur de la tôle à tester (0,5mm pour une tôle de Fe-3%Si de désignation M330-50 N.O.). C'est une des difficultés importantes de cette conception.
3. de façon homogène dans la zone de mesure magnétique afin de ne pas perturber l'homogénéité du champ magnétique (voir paragraphe 3.2.1.2).

Mesures mécaniques

L'état mécanique doit être observable. Nous avons à notre disposition trois types de mesures :

1. mesure par jauges de déformation : les jauges ne doivent pas gêner l'utilisation du dispositif magnétique. Elles doivent en outre être de taille compatible avec le V.E.R. et être situées dans une zone de déformation homogène.
2. mesures par techniques de corrélation d'images avec CorreliLMT : pour être fiable, la mesure doit être effectuée à un niveau de déformation supérieure à 10^{-4} . Ce qui implique également que pour de tels niveaux de déformation dans la zone de mesure, on ne plastifie pas l'éprouvette à d'autres endroits.
3. mesures des efforts imposés par les vérins : on peut calibrer l'éprouvette en dehors de l'essai couplé et/ou utiliser des calculs par éléments finis pour estimer en cours d'essai l'état de contrainte dans la zone de mesure en fonction des efforts appliqués à l'éprouvette.

3.3.2 Principe et choix de la réalisation de l'éprouvette

L'ensemble des fonctions énoncées ci-dessus constitue notre cahier des charges. Pour réaliser ces fonctions, nous avons dû faire de nombreux choix conditionnés en partie par le matériel et les connaissances dont nous disposons.

3.3.2.1 Principe de l'éprouvette

Nous commençons par énoncer nos choix concernant la mesure et l'excitation magnétique. Même si ce n'est pas la partie la plus originale de notre dispositif expérimental, elle va conditionner en partie la dimension de la zone mécaniquement homogène.

Principes magnétiques

Pour pouvoir réaliser mesure et excitation magnétique dans la tôle, nous avons utilisé un dispositif dérivé de celui utilisé par Kashiwaya ou Sablik. Il s'agit d'un ensemble de culasses en U, permettant une mesure plus précise de H et B , et ce dans différentes directions de la tôle (voir paragraphe 3.3.3). Les dimensions des culasses doivent être en rapport avec :

- l'épaisseur de la tôle : elle indique la longueur minimale du pied des culasses pour obtenir un rapport de section favorable ;
- le signal que nous savons mesurer : il est fonction de la largeur minimale de l'ensemble des culasses ;
- l'utilisation de culasses en ferrite standard du commerce.

Une fois ces dimensions choisies, la zone balayée par l'ensemble de culasses fixe la dimension de la zone centrale de l'éprouvette, dans laquelle les contraintes doivent être homogènes (soit une zone circulaire de diamètre minimal 41mm).

Principes mécaniques

L'utilisation de la machine ASTREE nous conduit à choisir une forme d'éprouvette en croix.

La dimension minimale de la zone centrale étant fixée par la taille des culasses et son épaisseur par celle des tôles (0,5mm), nous avons choisi d'ajouter une âme amagnétique pour pouvoir solliciter l'éprouvette en compression sans risque de flambage.

Enfin, il faut que l'éprouvette réponde aux critères d'homogénéité des contraintes dans une région plus grande que la zone de mesure magnétique.

De nombreuses éprouvettes biaxiales répondent aux critères d'homogénéité des contraintes en jouant sur des variations de formes et d'épaisseurs entre les zones de fixation de l'éprouvette à la machine d'essai et à la zone de mesure proprement dite. Les formes d'éprouvettes optimisées ont par exemple des zones centrales circulaires ou carrées d'épaisseur plus faible que les bras. Les congés de raccordement entre les bras et la zone centrale sont généralement des paramètres d'optimisation essentiels [Demmerle and Boehler, 1992]. Ces variations d'épaisseurs sont généralement obtenues par usinage [Cognard et al., 1996] [Batisse et al., 1996].

Pour des tôles magnétiques, non seulement leur faibles épaisseurs mais surtout leur extrême sensibilité aux variations de leur état mécanique proscrivent l'usinage dans l'épaisseur de celle-ci.

Nous avons donc choisi de coller deux talons en acier inox que l'on usine avant collage pour dégager une zone centrale circulaire de diamètre 50mm et d'épaisseur plus faible que les bras.

La symétrie de l'éprouvette étant indispensable pour assurer l'homogénéité des contraintes dans l'épaisseur des tôles magnétiques, nous parvenons à une structure sandwich composée d'une âme d'épaisseur 1mm, entourée de deux tôles d'acier magnétiques à tester sur lesquelles sont enfin collés les deux talons d'épaisseur 2,5mm (voir figure 3.8).

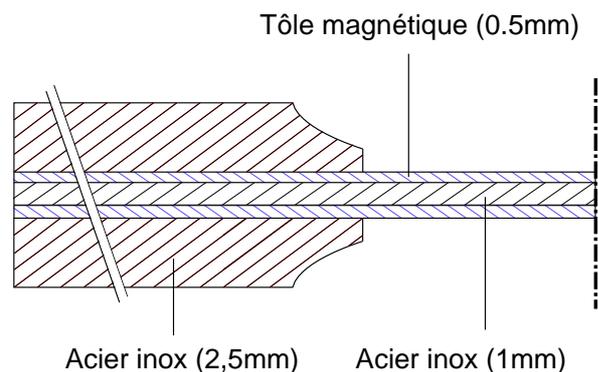


Figure 3.8 – Principe de l'éprouvette biaxiale réalisée au LMT, vue en coupe

Notons que la conception symétrique de l'éprouvette simplifie grandement la mesure de l'état mécanique : on consacre une face de l'éprouvette à l'observation

mécanique (jauges de déformation, capteurs optiques...) sans entraver ni être gêné par l'appareillage magnétique que l'on place sur l'autre face. Un point clé dans la conception de cette éprouvette est d'obtenir une structure sandwich permettant de répondre à l'ensemble des critères. Ceci n'est possible que dans la mesure où le collage des tôles est bien maîtrisé (voir paragraphe 3.3.5).

Ces choix effectués, nous avons conduit une campagne de simulation numérique avec pour objectif d'optimiser la géométrie de cette éprouvette vis-à-vis des critères que nous nous sommes imposés. L'éprouvette que nous avons réalisée est présentée sur la figure 3.9. Elle correspond au dessin de définition de la figure 3.10. Le choix des

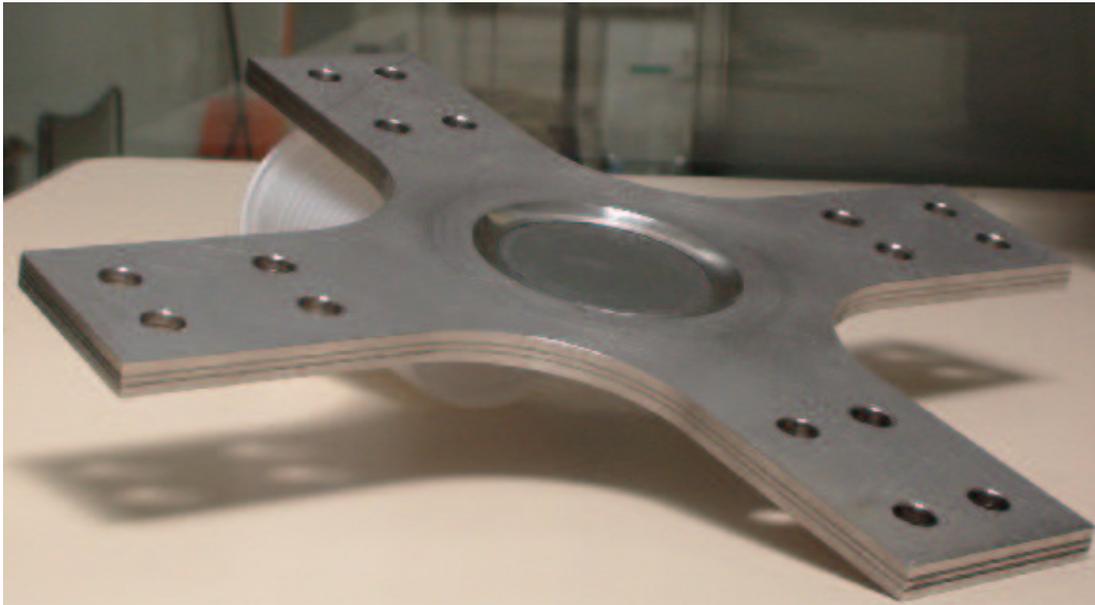


Figure 3.9 – Éprouvette biaxiale réalisée au LMT Cachan

matériaux ainsi que les principes de dimensionnement de l'éprouvette sont détaillés dans la suite de ce chapitre.

3.3.2.2 Choix des matériaux

Les propriétés mécaniques et magnétiques sous sollicitation 1D de la tôle de Fe-3%Si M330/50 sont bien connues car reprises dans de nombreuses études effectuées au laboratoire ou en collaboration [Hubert, 1998] [Ossart, 1999]. C'est donc dans l'idée de compléter cette base de données que nous avons choisi de continuer l'étude de cette nuance.

Pour le choix du matériau constitutif de l'âme et des talons, l'aptitude première est le caractère amagnétique du matériau, pour ne pas perturber les mesures magnétiques. Il est également préférable de choisir un matériau isotrope et homogène mécaniquement. On choisira autant que faire se peut un matériau aux caractéristiques élastiques, en particulier au coefficient de Poisson, aussi proches que possible de celle de la tôle étudiée. Ainsi on peut espérer limiter l'influence de l'hétérogé-

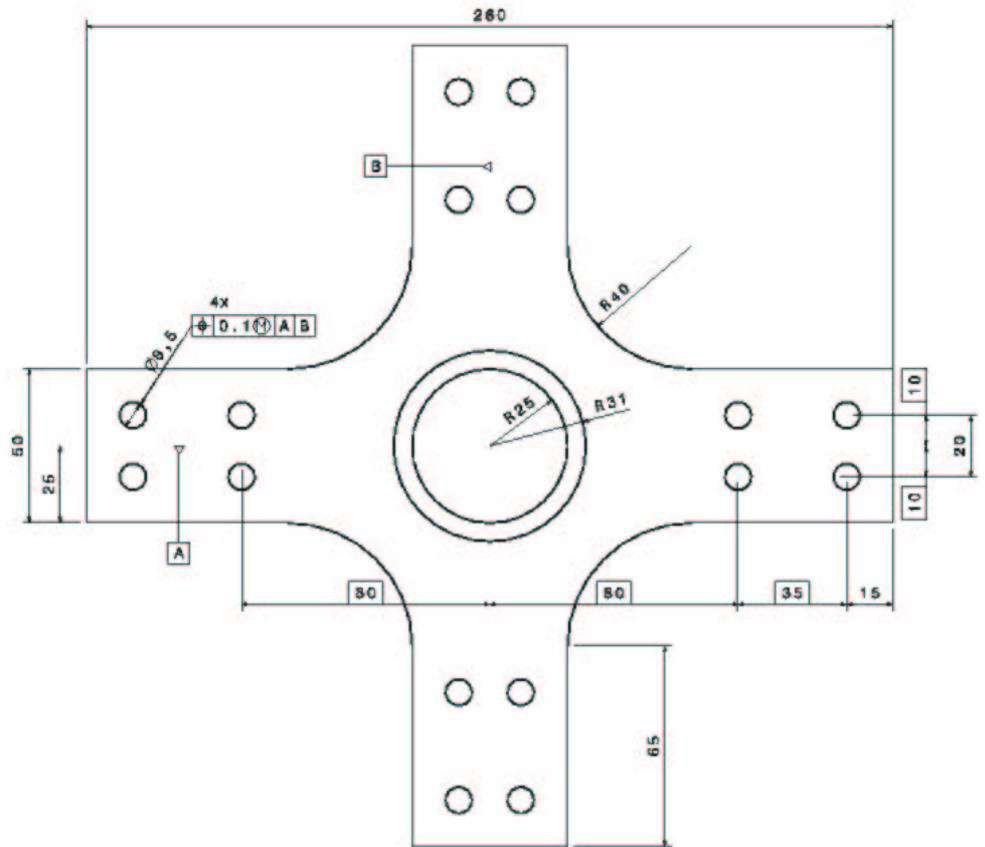


Figure 3.10 – Dessin de définition de l'éprouvette biaxiale réalisée au LMT

néité des matériaux sur le comportement de l'éprouvette finale : dans la mesure où l'éprouvette est une structure "sandwich", le comportement mécanique de la tôle à tester risque d'être modifié par un support de collage dont les caractéristiques mécaniques sont trop différentes. Notre choix s'est porté sur un acier inox austénitique de nuance A304L après identification de ses propriétés mécaniques par essai de traction (voir tableau 3.3).

3.3.2.3 La machine d'essai mécanique multiaxial ASTREE

Le LMT Cachan s'est équipé en 1992 d'une machine d'essai mécanique multiaxiale ASTREE. Cette machine permet de solliciter en traction ou en compression des éprouvettes dans trois directions orthogonales entre elles à l'aide de six vérins, deux à deux indépendants. Ce dispositif est asservi de façon à contrôler le déplace-

Matériau	Module d'Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Limite élastique (MPa)	Épaisseur nominale (mm)
Fe-3%Si (d'après [Hubert, 1998])	195	0,27	295	0.5
A304L	190	0,29	200	2.5

Tableau 3.3 – Propriétés mécaniques des matériaux constitutifs de l'éprouvette

ment d'un point quelconque de l'éprouvette. La structure de la machine est constituée d'un socle rigide encastré au sol dont est solidaire le premier vérin vertical, de quatre montants verticaux et d'un plateau supérieur mobile qui permet de déplacer le deuxième vérin vertical. Les deux vérins verticaux ont une capacité de 250kN et une course de ± 200 mm. Les quatre vérins horizontaux sont montés sur les colonnes verticales et peuvent être déplacés sur celles-ci (figure 3.11). Leur capacité est de 100kN et leur course de ± 150 mm. L'encombrement maximal disponible pour effectuer un essai, limité par les vérins, est de 650mm * 650mm * 1500mm. La machine est équipée de mors qui fonctionnent par serrage de deux parties à l'aide d'au plus huit boulons par mors. La position des mors est ajustable par rapport à l'axe de chaque vérin.

De nombreuses études effectuées au laboratoire ont utilisé ce dispositif pour des applications très variées [Batisse et al., 1996] [Chevalier et al., 2001].

3.3.3 Excitation et mesure magnétique

Notre souhait est d'obtenir un dispositif de mesure et d'excitation magnétique ne perturbant pas l'état mécanique de l'éprouvette et capable de mesurer le champ magnétique dans plusieurs directions.

3.3.3.1 Structure du capteur

Le principe du capteur magnétique que nous avons réalisé reprend celui proposé par Kashiwaya pour les culasses en U. Il a pour principal avantage d'associer en un seul et même système le dispositif d'excitation et de mesure magnétique, d'être facilement manipulable et indépendant de l'éprouvette (voir figure 3.3(a)).

Un bobinage d'excitation, appelé bobinage primaire, est parcouru par un courant d'intensité I . Ce courant génère un flux magnétique dans la culasse qui réalise un circuit magnétique fermé par contact avec la tôle.

Un bobinage de mesure, appelé bobinage secondaire, est également enroulé autour de la culasse. Le flux qui traverse ce bobinage secondaire génère à ses bornes une force électromotrice dont la mesure permet d'estimer le flux.

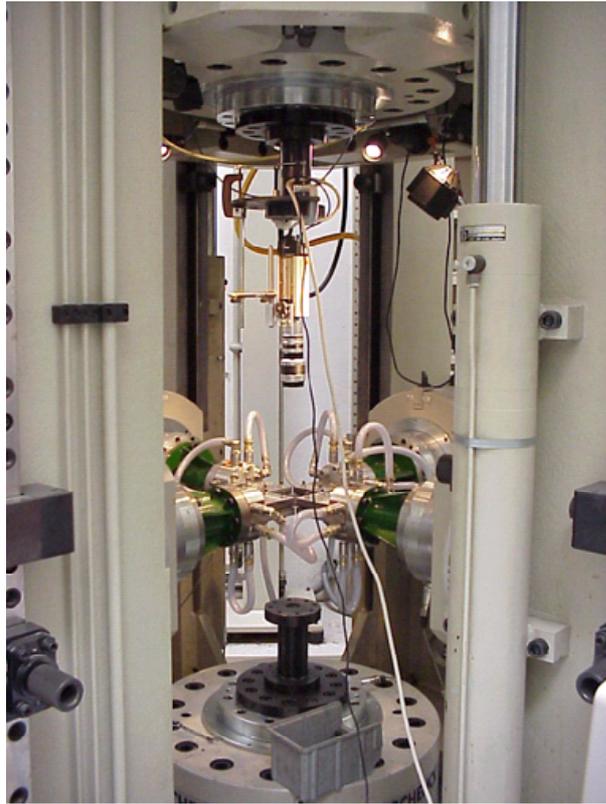


Figure 3.11 – Exemple d'utilisation de la machine d'essai ASTREE : configuration pour une sollicitation biaxiale dans le plan d'une éprouvette de P.E.T. chauffée, les déformations sont mesurées par corrélation d'images à l'aide de la caméra verticale (crédit photo Y. MARCO)

Cette méthode permet de relier respectivement le champ appliqué à l'intensité et l'induction dans la tôle à la tension mesurée. Ceci n'est possible que si le champ est homogène dans la tôle. En effet, il est nécessaire de connaître les sections effectives parcourues par le flux dans la tôle pour pouvoir estimer l'induction (voir paragraphe 3.3.3.2). Or une culasse unique posée sur une tôle crée des champs inhomogènes dans la tôle, ce qui rend délicate l'estimation de la section de la tôle aimantée. Certains auteurs résolvent cette difficulté en associant plusieurs culasses en parallèle et en mesurant le flux uniquement dans la culasse centrale [Langman, 1981]. Ce principe est illustré par la figure 3.12 représentant vues de dessus les formes des lignes de flux obtenues dans une tôle pour différentes géométries et assemblages de culasses. Ainsi, seul le cas 3.12(d) où trois culasses sont accolées permet de ne récupérer dans la culasse centrale que le flux pour une section d'éprouvette dont la largeur correspond à la largeur de la culasse centrale. Dans tous les autres cas la perméabilité μ_2 perturbera la mesure [Tiito, 1996].

Après quelques simulations par la méthode des éléments finis, nous avons choisi d'associer cinq culasses en U en parallèle (paragraphe 3.3.3.3). Le bobinage d'excitation est réalisé autour de ces cinq culasses, alors que le bobinage de mesure du

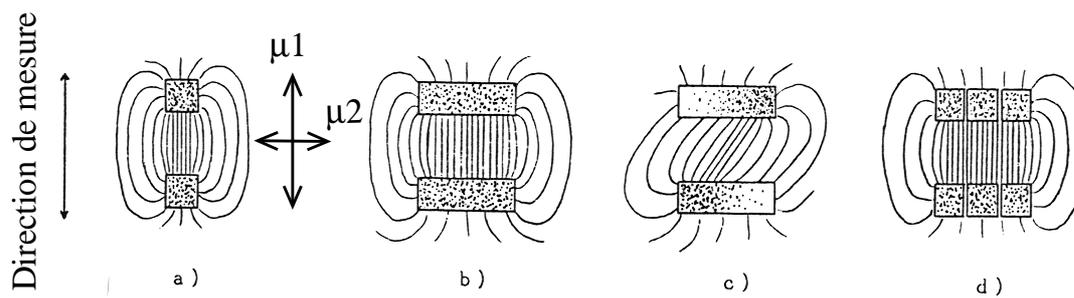


Figure 3.12 – Flux magnétique obtenu dans une tôle sollicitée par une culasse en U [Tiito, 1996]

flux n'entoure que la culasse centrale. Cette configuration permet de ne mesurer le flux que dans une zone où \vec{H} et \vec{B} sont homogènes.

L'intérêt de cette architecture est double : on augmente la taille de la zone sollicitée magnétiquement et on repousse les effets de bords loin de la zone mesurée. On souhaite ainsi que les lignes de champ soient parallèles entre elles et homogènes dans la zone centrale où est effectuée la mesure. Le dispositif réalisé pour exciter la tôle magnétique est schématisé sur la figure 3.13. Ses caractéristiques sont reprises dans le tableau 3.4.

En pratique, les culasses sont constituées d'un matériau de type ferrite. Elles sont collées côte à côte. La face d'appui a été rectifiée après collage pour avoir un entrefer aussi régulier que possible. En effet des irrégularités d'entrefer peuvent également perturber l'homogénéité du champ (voir figure 3.12(c)).

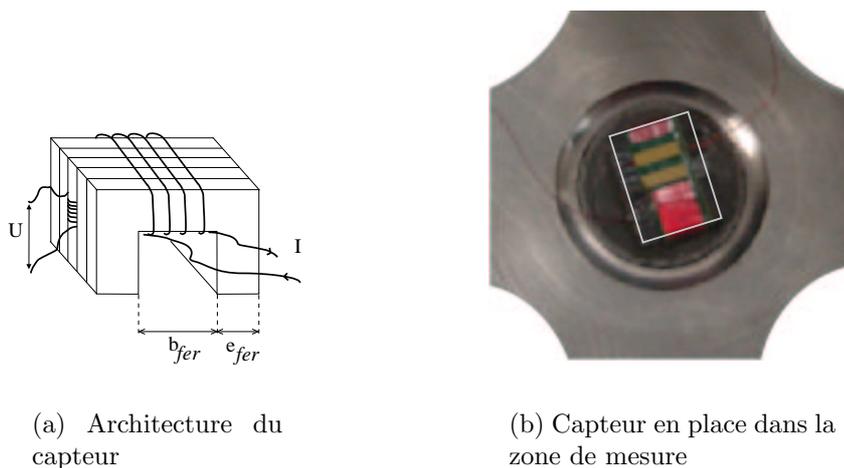


Figure 3.13 – Architecture du capteur magnétique utilisé et mise en position

Le poids des culasses utilisées étant très faible (environ 8g par culasse soit 40g au total), on peut facilement maintenir le capteur en position à l'aide de simples

élastiques. En outre, les élastiques assurent une pression constante entre la tôle et le capteur, ce qui réduit les variations d'entrefer en cours de mesure. Ainsi n'importe quelle position angulaire dans le plan de la tôle peut être atteinte.

Cependant, ce dispositif ne permet que d'obtenir une sollicitation et une mesure magnétique suivant la direction imposée par la culasse, ce qui dans le cas d'un matériau anisotrope ne garantit une bonne qualité de mesure que dans la direction des axes de facile aimantation. Ces directions sont confondues avec les axes d'anisotropie magnétocristalline induits par le laminage, D.L. et D.T. Ce sont les seuls axes où les directions d'aimantation et de champ magnétique sont confondues avec la direction des culasses. Pour toutes les valeurs angulaires intermédiaires, \vec{H} et \vec{B} ne sont plus homogènes, si bien qu'on ne sait plus passer des grandeurs globales aux grandeurs locales (les hypothèses du modèle de calcul n'étant plus vérifiées). On peut toutefois relever les mesures dans cette zone pour apprécier de façon qualitative les modifications de comportement magnétique sous contraintes en fonction de la direction de sollicitation magnétique.

3.3.3.2 Modélisation du capteur : lien entre grandeurs globales et locales

Le champ appliqué dans la tôle va provoquer l'aimantation de celle-ci ; les variations d'induction qui traverse le bobinage secondaire génère une f.é.m. à ses bornes. La tension est mesurée cette fois-ci après amplification du signal par la carte d'acquisition numérique. La tension u est ensuite intégrée en fonction du temps pour obtenir le flux magnétique dans la tôle Φ . On obtient alors l'induction dans la tôle $B_{tôle}$ à un instant t pour une section de tôle $S_{tôle}$ et pour N_2 spires au secondaire :

$$\int_0^t u dt = \Phi = B_{tôle} \cdot S_{tôle} \cdot N_2 \quad (3.12)$$

$$B_{tôle} = \frac{\Phi}{S_{tôle} \cdot N_2} \quad (3.13)$$

Les culasses sont constituées d'un matériau ferrite dont le comportement magnétique a été identifié expérimentalement en associant deux culasses pour former un circuit fermé. On trouve ainsi une perméabilité relative $\mu_{fer} = 2500$.

On limite l'utilisation des culasses à des valeurs d'induction faibles dans la tôle. En effet, malgré le nombre de culasses, à partir d'une certaine valeur de champ, la tôle aura tendance à être saturée magnétiquement au centre du dispositif et le flux à s'évaser fortement dans la tôle. La mesure perdra alors de son sens. Nous avons vérifié que le comportement du système était correct jusqu'à 300A/m.

À ce niveau d'excitation les culasses fonctionnent dans leur domaine linéaire où le comportement magnétique est régi par l'équation :

$$B_{fer} = \mu_0 \mu_{fer} H_{fer} \quad (3.14)$$

Soient N_1 le nombre de tours au primaire, I l'intensité fournie par le générateur de courant, H_{fer} , H_{air} et $H_{tôle}$ les champs magnétiques respectivement dans la ferrite, l'entrefer entre la culasse et la tôle et dans la tôle, l_{fer} , l_{air} et $l_{tôle}$ les longueurs

équivalentes parcourues par les champs respectivement dans la ferrite, l'entrefer et dans la tôle, e_{fer} , e_{air} et $e_{tôle}$ les épaisseurs respectives de la ferrite, de l'entrefer et de la tôle et w la largeur de la culasse de mesure, voir figure 3.14.

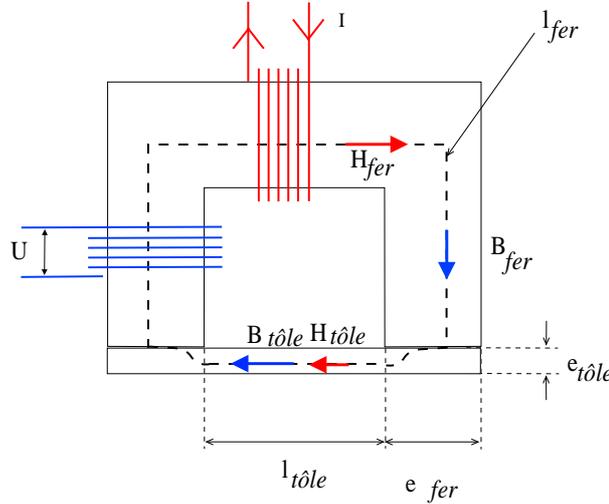


Figure 3.14 – Schématisation des grandeurs magnétiques et géométriques dans une section de la culasse en U de mesure (seule une partie de la tôle est représentée)

Pour estimer le champ obtenu dans la tôle on utilise le théorème d'Ampère (voir paragraphe 2.6.2.2) :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = N_1 I. \quad (3.15)$$

Soit avec les notations précédentes :

$$H_{fer} \cdot l_{fer} + H_{air} \cdot l_{air} + H_{tôle} \cdot l_{tôle} = N_1 I \quad (3.16)$$

Le théorème de conservation du flux appliqué au circuit fermé constitué par la culasse et la tôle s'écrit :

$$w \cdot (B_{tôle} \cdot e_{tôle}) = w \cdot (B_{fer} \cdot e_{fer}) = w \cdot (B_{air} \cdot e_{air}) \quad (3.17)$$

Le champ induit dans la ferrite est estimé à partir du champ mesuré dans la tôle au secondaire :

$$B_{fer} = B_{tôle} \cdot \frac{e_{tôle}}{e_{fer}} \quad (3.18)$$

On suppose que l'induction dans la ferrite et dans l'air ont même valeur. Cette hypothèse est confirmée par une simulation magnétique par éléments finis 2D de l'ensemble culasse-tôle-entrefer (paragraphe 3.3.3.3).

L'induction dans la ferrite est une fonction linéaire du champ qui lui est appliqué (voir équation 3.14), ce qui donne finalement la valeur du champ dans la tôle $H_{tôle}$ à l'aide de l'équation 3.16 :

$$H_{tôle} = \frac{N_1 I - (H_{fer} \cdot l_{fer}) - (H_{air} \cdot l_{air})}{l_{tôle}} = \frac{N_1 I - \left(\frac{B_{fer}}{\mu_0 \mu_{fer}} \cdot l_{fer}\right) - \left(\frac{B_{air}}{\mu_0} \cdot l_{air}\right)}{l_{tôle}} \quad (3.19)$$

On peut également écrire cette relation plus simplement, en utilisant les notations $(H_{fer} \cdot l_{fer}) = (NI)_{fer}$, $(H_{air} \cdot l_{air}) = (NI)_{air}$ et $(H_{tôle} \cdot l_{tôle}) = (NI)_{tôle}$ qui correspondent au nombre d'ampères par tour consommés respectivement dans la ferrite, dans l'entrefer et dans la tôle :

$$(N_1 I) = (NI)_{fer} + (NI)_{air} + (NI)_{tôle} \quad (3.20)$$

Pour se convaincre de la nécessité de la correction apportée par la prise en compte du comportement de la ferrite, nous proposons une simple application numérique. Supposons que la mesure du flux donne une induction dans la tôle $B_{tôle} = 0,7T$ pour une mesure d'intensité de 60mA. Sans correction, on estime que le champ dans la tôle vaut $H_{tôle}(sc.) = 278A/m$ alors qu'en prenant en compte la correction, le champ vaut dans la tôle $H_{tôle}(cor.) = 98A/m$. Ce qui correspond à $(NI)_{tôle} = 1,24A.tr$ consommé dans la tôle, $(NI)_{air} = 1,52A.tr$ consommé dans l'entrefer et $(NI)_{fer} = 0,77A.tr$ consommé dans la culasse. La correction apportée par la prise en compte de l'entrefer et du comportement des ferrites dans la mesure du champ sont respectivement de l'ordre de 40% et 20%. Il est à noter que l'on consomme plus d'Ampères.tours dans l'entrefer que dans la tôle, cela met en évidence que pour un entrefer plus réduit, le système serait plus efficace.

paramètre	dimension (mm)
$e_{tôle}$	0,5
$l_{tôle}$	12,7
e_{air}	6,4
l_{air}	0,035
e_{fer}	6,4
l_{fer}	44,4
perméabilité relative	
μ_{fer}	2500
bobinage	
N_1	59
N_2	60

Tableau 3.4 – Données caractéristiques du capteur

3.3.3.3 Validation numérique

Pour vérifier les hypothèses choisies pour mener le calcul ci-dessus, nous avons simulé le comportement de cette culasse par un calcul aux éléments finis 2D magnéto-statique. Le comportement magnétique est supposé linéaire.

Les premières simulations sont effectuées dans le plan médian vertical de la culasse de mesure. On simule un flux magnétique traversant les culasses et se refermant dans la tôle. Par raison de symétrie, on ne simule que la moitié du dispositif. On suppose, enfin, qu'il existe un entrefer constant d'épaisseur 0,05mm entre la culasse et

la tôle. À titre de comparaison, nous avons également simulé le dispositif proposé par Kashiwaya (voir paragraphe 3.2.2.1).

Ces résultats montrent que pour notre dispositif les lignes de flux sont bien confinées dans la partie de la tôle située sous l'entrejambe de la culasse, ce qui correspond à l'hypothèse $l_{tôle} = 12,7\text{mm} = b_{fer}$ taille de l'entrejambe de la culasse (figure 3.15(a)). La figure 3.15(b) montre a contrario que pour les dimensions choisies par Kashiwaya, il y a évasement des lignes de flux à l'arrière du pied de la culasse. Dans un tel cas, il devient très délicat d'estimer la section traversée par le flux magnétique dans la tôle et donc de calculer les grandeurs magnétiques à partir de la tension et de l'intensité mesurés. Enfin, alors que pour notre dispositif l'induction

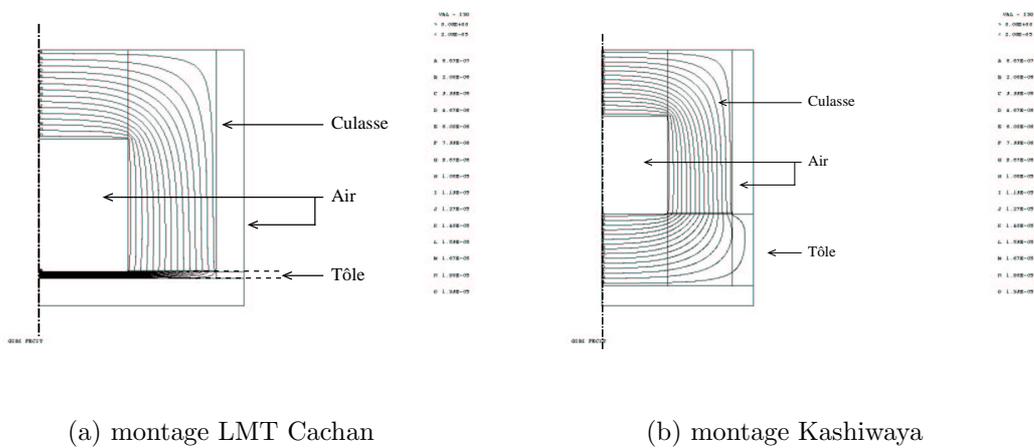


Figure 3.15 – Visualisation des lignes de champ magnétique simulées pour deux types de géométries de culasses en U ; coupe suivant le plan médian de la culasse de mesure

est quasiment homogène à 100% dans la tôle située sous l'entrejambe de la culasse, celui de Kashiwaya présente des variations d'environ 50% dans une zone de longueur équivalente à la largeur du pied de la culasse (figure 3.16).

Afin d'estimer l'homogénéité de notre dispositif cette fois-ci dans le plan de la tôle, nous avons effectué cette simulation également par éléments finis 2D en magnéto-statique linéaire. Par raison de symétrie on ne simule que le quart du dispositif. Ce calcul donne une homogénéité de l'induction dans la zone de mesure supérieure à 99%.

On représente les isovaleurs de la composante verticale de l'induction dans le plan de la tôle et le rapport $\frac{B}{B_{median}}$. Les rectangles hachurés représentent vue en coupe les pieds des culasses en contact avec la tôle (figure 3.17).

3.3.4 Dimensionnement mécanique

Nous avons énoncé les fonctions que devaient remplir notre éprouvette et les principes que nous avons choisis pour les satisfaire. Nous allons maintenant examiner en

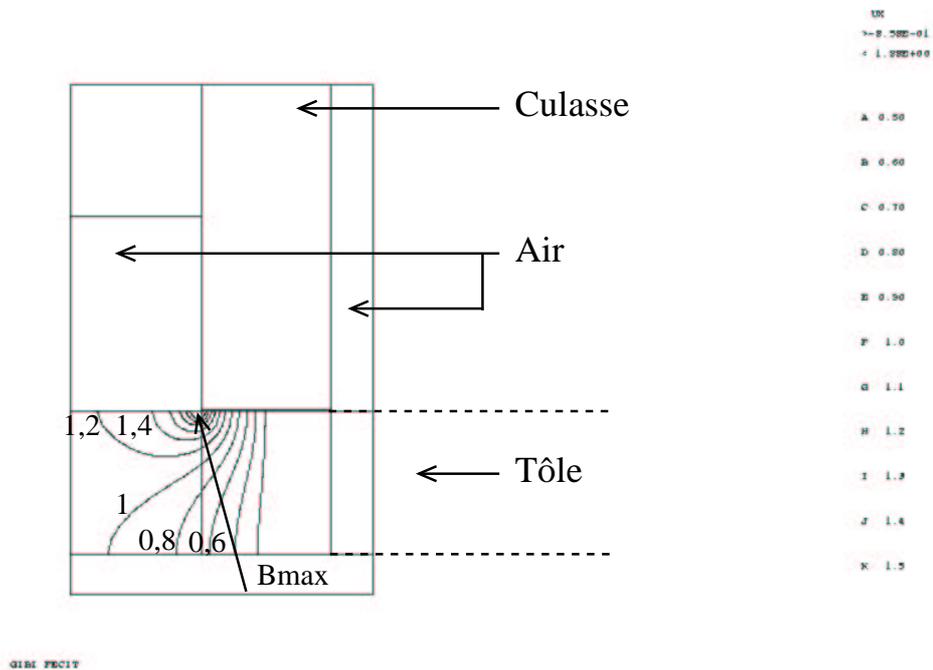


Figure 3.16 – Visualisation des isovalues de la composante horizontale de l'induction simulée pour la géométrie de culasses en U proposée par Kashiwaya, coupe suivant le plan médian de la culasse de mesure ; les valeurs indiquent le rapport B/B_{median} , B_{median} étant l'induction mesurée sur la ligne d'isovaleur $B/B_{\text{median}}=1$

détail comment prendre en compte les critères d'optimisation dans la recherche des valeurs des paramètres géométriques. Nous regroupons les critères et les paramètres géométriques sur lesquels ils interviennent :

- **taille des culasses** : diamètre de la zone centrale
- **tenue au flambage** : épaisseur et diamètre de la zone centrale (flambement local), épaisseur des bras (flambement global)
- **homogénéité des contraintes** : congés de raccordement entre bras et zone centrale, largeur des bras et diamètre de la zone centrale
- **concentration de contrainte** : rayons de raccordement entre chaque bras, congés de raccordement entre bras et zone centrale
- **capacité de la machine** : section des bras
- **effort à transmettre** : nombre de passages de vis

Ainsi, la machine d'essai et les matériaux constitutifs de l'éprouvette vont fixer en partie cette étape de dimensionnement. La géométrie des mors est une première contrainte. Une deuxième contrainte est la capacité de la machine et les gammes des cellules d'effort de celle-ci. En effet, si on veut pouvoir atteindre des contraintes proches de la limite d'élasticité du matériau, il faut vérifier que les efforts à développer n'excèdent pas les capacités des vérins, ce qui a pour conséquence de limiter

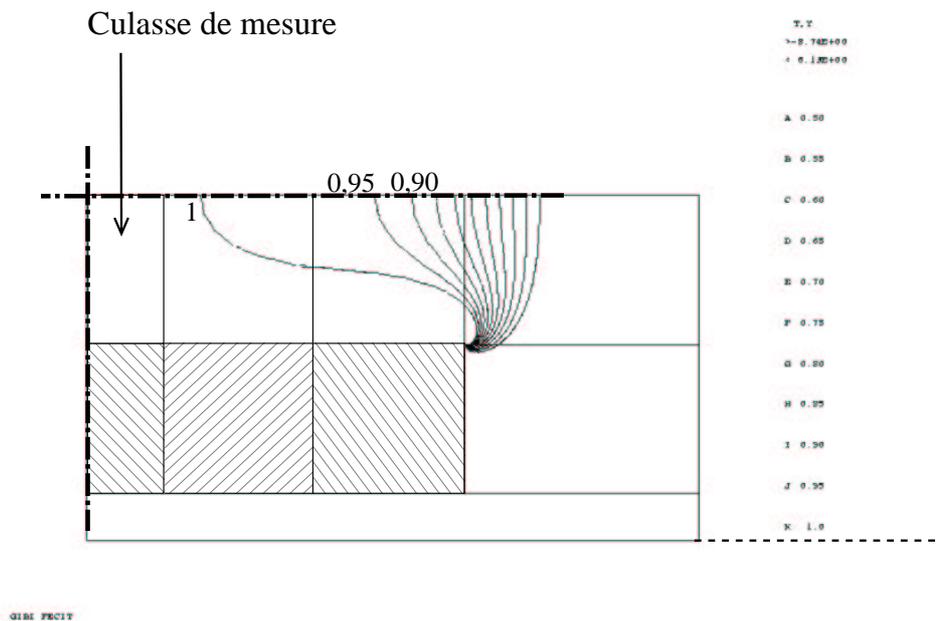


Figure 3.17 – Visualisation des isovaleurs de la composante verticale de l'induction simulée pour cinq culasses en U, coupe dans le plan de la tôle ; les valeurs indiquent le rapport B/B_{median} , B_{median} étant l'induction mesurée sur la ligne d'isovaleur $B/B_{\text{median}}=1$ qui englobe la zone de mesure

l'épaisseur totale de l'éprouvette. Mais si on veut pouvoir utiliser correctement les cellules d'effort, il faut également que l'effort maximal à développer corresponde à une quasi pleine plage de la gamme d'effort choisie, ce qui impose une épaisseur minimale de l'éprouvette.

En résumé, il faut avoir une bonne adéquation entre le niveau de chargement désiré et la capacité des cellules d'efforts de la machine pour être suffisamment précis, sans dépasser les capacités de celle-ci. La limite élastique des matériaux de l'éprouvette donnent une borne maximale de contrainte à ne pas dépasser. On peut ajuster la géométrie des bras pour parvenir à optimiser le niveau d'effort correspondant à cette contrainte vis-à-vis de la gamme de mesure disponible.

3.3.4.1 Prédimensionnement

L'essentiel de cette étape de conception a été réalisée grâce au logiciel CATIA-V5. Cette version permet en effet de mener des calculs linéaires par éléments finis (élastique, dynamique et flambage) dans le même environnement que celui du dessin proprement dit, ce qui permet de tester rapidement la pertinence mécanique de solutions variées.

Nous avons choisi de développer une éprouvette dont la zone centrale a pour diamètre 50mm. Cette dimension est suffisante pour pouvoir utiliser notre système

magnétique du point de vue de son encombrement (cercle de diamètre 41mm). En outre, la surface de cette partie centrale de l'éprouvette est nettement supérieure à la zone de mesure magnétique où l'on doit développer des contraintes homogènes (cercle de diamètre 12,7mm).

Dans cet environnement, on a fixé le nombre de passages de vis nécessaires pour transmettre l'effort à l'éprouvette. Cette analyse a conduit à utiliser quatre boulons par bras, soit seize passages de vis au total. Enfin cette étape a également permis de déterminer les formes effectives de nombreux détails de l'éprouvette, validés par la suite par des calculs par éléments finis plus fins.

3.3.4.2 Tenue au flambage

Cette condition est un préalable à tout dimensionnement, dans la mesure où l'homogénéité mécanique ne peut être évaluée qu'une fois connue l'épaisseur de la partie centrale de l'éprouvette.

On veut se garantir de tout risque de flambement. Or trouver une solution exacte à ce problème est très délicat. Nous avons donc adopté des facteurs de sécurité larges et pris systématiquement les conditions aux limites les plus défavorables (rotations libres) dans nos calculs pour s'assurer de la tenue de l'éprouvette.

Solution analytique

Le diamètre de la zone centrale étant fixé, on cherche à déterminer l'épaisseur minimale de l'éprouvette dans cette région pour éviter tout risque de flambage. En première approximation, on modélise cette zone centrale par un disque d'épaisseur constante simplement appuyé aux bords et soumis à une compression uniforme. Comme on veut pouvoir solliciter la tôle à des contraintes proches de sa limite d'élasticité (environ 300MPa), on va s'imposer comme objectif que la contrainte dans cette région avant flambage soit de 500MPa.

On utilise alors la théorie d'Euler appliquée à un disque d'épaisseur constante soumis à une compression uniforme telle que $\sigma_{vm} = 500MPa$ dans le disque avant flambage (voir annexe B.1 pour les détails de calcul).

Pour une plaque circulaire, il est classique de définir une rigidité en flexion notée D :

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)}, \quad (3.21)$$

où E est le module d'Young du matériau considéré, ν le coefficient de Poisson et t l'épaisseur de la plaque. La charge linéique critique P_c vaut pour un rayon R du disque et pour un coefficient de Poisson égal à 0,3 [Thompson and Hunt, 1973] :

$$\begin{cases} P_c = 4,198 \frac{D}{R^2} \text{ pour l'appui simple,} \\ P_c = 14,68 \frac{D}{R^2} \text{ pour l'encastrement.} \end{cases} \quad (3.22)$$

Pour augmenter le facteur de sécurité, nous choisissons le cas le plus défavorable d'une plaque en appui simple soumise à une pression latérale q , pour lequel la

contrainte maximale dans le disque vaut :

$$(\sigma_{vm})_{max} = \sigma_{vm}(r = 0) = 2q, \quad (3.23)$$

où $q = \frac{P_c}{t}$. On en déduit l'épaisseur minimale t_{lim} du disque pour pouvoir atteindre $\sigma_{vm} = 500\text{MPa}$ à la limite du flambage et ceci pour un rayon donné $R = 25\text{mm}$:

$$t_{lim500} = 1,43\text{mm} \quad (3.24)$$

Par la suite on adoptera donc une épaisseur de 2mm pour la zone centrale qui conduit à une charge critique surfacique :

$$q = 492\text{MPa} \quad (3.25)$$

ce qui correspond à une valeur de contrainte de Von Mises au centre de l'éprouvette double, soit 984MPa ce qui est largement suffisant pour le niveau de sollicitation envisagé.

Solutions numériques

Pour pouvoir s'assurer de la tenue au flambage de l'éprouvette en prenant en compte sa géométrie complète, nous avons également mené une campagne de calculs numériques. Ceci permet de déterminer en particulier quelle partie de l'éprouvette sera effectivement la première à flamber. De même que pour l'homogénéité des contraintes, les géométries ébauchées ont été d'abord testées grâce au logiciel CATIA-V5. Ceci nous a confirmé l'intérêt d'ajouter une âme à l'éprouvette comme les calculs analytiques le laissaient prévoir. Une épaisseur de 0,5mm est très peu résistante au flambage, sinon pour des diamètres largement insuffisants pour obtenir une zone homogène suffisamment grande pour y effectuer des mesures magnétiques. Toutefois, le logiciel ne permettant pas d'effectuer des calculs de grande taille et donc de raffiner suffisamment le problème, nous avons poursuivi les calculs avec le logiciel Cast3m.

Nous avons d'abord testé des conditions aux limites de type appui simple, car ce sont les plus défavorables pour la tenue au flambage. Ces calculs montrent que pour une épaisseur de 2mm dans la zone centrale, le premier mode de flambage est un mode global qui s'initie au niveau des bras de celle-ci. Pour les calculs menés dans Castem, ce premier mode arrive pour une contrainte de 297MPa au centre de l'éprouvette. Ce qui correspond sensiblement à la limite d'élasticité du matériau.

Pour affiner le problème nous avons tester des conditions aux limites de type encastrement, uniquement dans Castem. C'est cette fois-ci la zone centrale qui flambe en premier. Ce premier mode arrive pour une contrainte de 542MPa au centre de l'éprouvette.

Vu la modélisation de l'éprouvette choisie, il est probable que les conditions aux limites soient plus proches de l'encastrement que de l'appui simple. En effet, l'éprouvette est maintenue dans les mors sur une zone de longueur 12mm au-delà de la zone où on impose nos conditions aux limites. Ce qui réduit l'élanement de l'éprouvette.

Les résultats sont repris dans le tableau 3.5.

Méthode	Analytique	CATIA-V5	Cast3m	Cast3m
Conditions limites	Appui simple	Appui simple	Appui simple	Encastrement
Mode de flambement	"local" : zone de mesure	global : bras	global : bras	local : zone de mesure
Charge critique surfacique (MPa)	492 (bord du disque)	270 (bras)	238 (bras)	432 (bras)
Effort critique (kN)	78	95	83	151
σ_{vm} au centre de l'éprouvette (MPa)	984	570	297	542
Nombre de DDL	–	10000	77850	77850
Temps de calcul CPU	–	4,4s	19,3s	16,6s

Tableau 3.5 – Tenue au flambage de l'éprouvette, calculée pour une zone centrale de rayon 25mm et d'épaisseur 2mm (deux tôles de Fe-3%Si et une âme d'inox) ; les conditions aux limites sont celles imposées au niveau des premiers axes de fixation de l'éprouvette dans les mors, excepté pour le calcul analytique où on ne modélise que la zone de mesure

3.3.4.3 Homogénéité des contraintes

Pour valider la solution déterminée à l'aide de CATIA-V5, l'éprouvette a été totalement remaillée dans le logiciel Castem, voir figure 3.18(a). Une deuxième version de l'éprouvette a été maillée également pour diminuer le temps de calcul en simplifiant la géométrie. La version simplifiée est calculée en imposant des déplacements sur une face perpendiculaire aux bras passant par les axes des premiers trous servant à fixer la pièce dans les mors de la machine. Le maillage simplifié représente un huitième d'éprouvette constitué d'une demi-épaisseur d'âme, une épaisseur de tôle magnétique et une épaisseur de talon dans un quart de l'éprouvette, s'arrêtant au niveau des premiers trous. C'est cette deuxième version qui a servi à l'optimisation finale des dimensions de l'éprouvette (voir figure 3.18(b) pour le maillage).

Simulation de l'éprouvette supposée monobloc

Le principe de cette simulation est de valider les critères d'homogénéité mécanique décrits au paragraphe 3.2.1.1 en prenant en compte les caractéristiques des matériaux constitutifs de l'éprouvette. Dans ce calcul on suppose que l'éprouvette est parfaitement collée, c'est-à-dire que les nœuds appartenant à l'interface entre les matériaux sont supposés confondus. Les résultats du point de vue des coûts associés aux critères d'homogénéité mécanique et magnétique sont rassemblés dans le tableau 3.1 et correspondent aux dimensions finales de l'éprouvette. Nous reprenons en détail les résultats de simulation de façon plus explicite dans le tableau 3.6 suivant.

Dans ce tableau, $\bar{\sigma}_{**}$ et $\Delta\sigma_{**}/\sigma_{**}^{max}$ correspondent respectivement aux contraintes moyennes dans la zone de mesure magnétique et à l'écart relatif maximal à la moyenne dans cette zone. On vérifie que la contrainte maximale au niveau du congé de raccordement entre bras est toujours inférieure à la contrainte maximale dans la zone de mesure.

Enfin, la contrainte maximale dans l'éprouvette est obtenue systématiquement au niveau du raccordement entre le talon et la tôle magnétique dans la zone circulaire. Nous avons simplement vérifié que cette concentration de contrainte ne perturbait pas les contraintes dans la zone de mesure magnétique quelle que soit la densité de maillage.

Simulation de l'éprouvette avec prise en compte de la colle

Cette fois-ci non seulement les matériaux constitutifs de l'éprouvette ont des propriétés mécaniques différentes, mais les nœuds de l'interface sont différents suivant le matériau auquel ils appartiennent. Ceci permet de simuler une interface non rigide, modélisant la colle. Cette opération complique la construction du maillage et augmente le nombre de DDL.

Pour simplifier la réalisation du maillage nous avons mis au point une procédure qui pour des volumes obtenus par translation de surface crée plusieurs couches homothétiques, leur interface et les éléments de type LIAISON implantés dans Cast3m utilisés pour mailler cette interface (voir annexe B.2).

Cas de charge	$\bar{\sigma}_{xx}$	$\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^{max}}$	$\bar{\sigma}_{yy}$	$\frac{\Delta\sigma_{yy}}{\sigma_{yy}^{max}}$	$\bar{\sigma}_{xy}$	$\frac{\Delta\sigma_{xy}}{\sigma_{xy}^{max}}$	$\bar{\sigma}_{VM}$	$\frac{\Delta\sigma_{VM}}{\sigma_{VM}^{max}}$
$\Delta y/\Delta x = 1$	73MPa	0,6%	73MPa	0,3%	0,20MPa	$\simeq 0\%$	73MPa	0,04%
$\Delta y/\Delta x = 0,4$	75MPa	0,5%	28MPa	0,7%	-0,2MPa	$\simeq 0\%$	66MPa	0,6%
$\Delta y = \text{''libre''}$	77MPa	0,3%	-25MPa	0,7%	0MPa	$\simeq 0\%$	92MPa	0,1%
$\Delta y/\Delta x = -1$	78MPa	0,1%	-78MPa	0,7%	0MPa	$\simeq 0\%$	78MPa	0,3%

Tableau 3.6 – Résultats de simulation pour l'éprouvette réalisée au LMT Cachan. Tous les calculs sont faits pour un déplacement Δx imposé de $20\mu m$

Le logiciel Cast3m prend en compte les rigidités normale (KN) et transverse (KT) de la colle. Elles correspondent respectivement à la contrainte maximale admissible par la colle obtenue par essai normalisé (de type décollement par coin) divisée par la hauteur de colle pour une sollicitation de type arrachement ou cisaillement. L'intérêt de cette simulation est double : elle vérifie l'homogénéité des contraintes et la transmission correcte des efforts par la colle. La résistance de la colle aux sollicitations imposées est également testée.

Ce qu'on peut vérifier à l'aide de cette simulation c'est que pour une épaisseur de colle maximale de 0,2mm et avec les contraintes admissibles données par le fournisseur, la colle résiste en tout point de l'éprouvette et les résultats d'homogénéité des contraintes ne sont pas perturbés par la colle. Ceci est vrai pour des rigidités $KN = KT = 1e13$. Pour des épaisseurs plus grandes, et donc des rigidités KN et KT inférieures, l'homogénéité des contraintes est affectée.

La seule conclusion que l'on peut tirer de ces calculs, c'est qu'il est fondamental d'avoir au moment du collage un dispositif assurant l'homogénéité de l'épaisseur de la colle dans toute l'éprouvette. Idéalement, il faudrait valider ces résultats expérimentalement pour vérifier que les rigidités de colle supposées sont bien celles que nous obtenons avec notre technique de collage.

3.3.5 Réalisation pratique de l'éprouvette

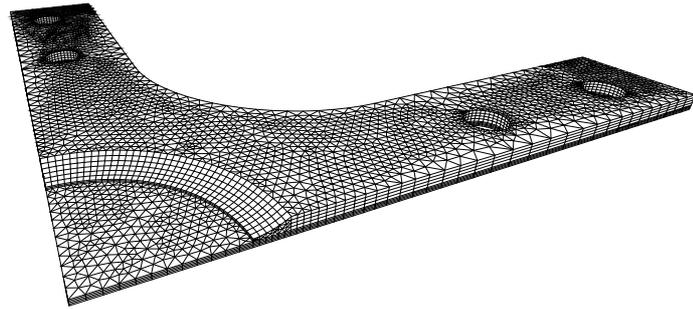
À l'exception de la procédure de collage réalisée au sein du laboratoire, la fabrication de l'éprouvette a été confiée à l'entreprise DM-Industrie.

La réalisation de l'éprouvette s'effectue en quatre étapes.

1. mise à dimension des cinq tôles constituant l'éprouvette : toutes les couches de l'éprouvette sont découpées afin d'obtenir cinq plaques carrées dont la dimension correspond à la dimension extérieure de l'éprouvette ;
2. les perçages cylindriques de diamètre 50mm sont réalisés dans les deux talons d'inox d'épaisseur 2,5mm ainsi que les rayons de raccordement au niveau de ces alésages ;

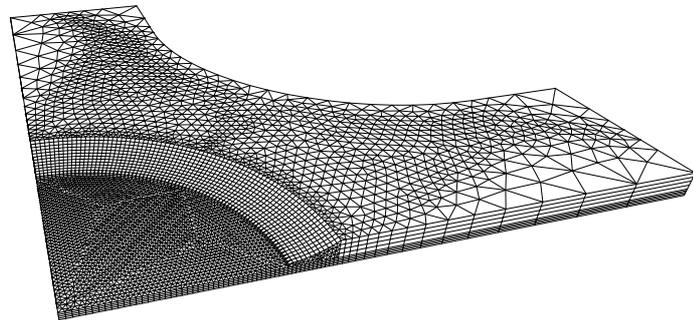
3. les cinq plaques sont collées en une seule opération. La colle est une colle bicomposant de type Araldite : la polymérisation s'effectue à 30°C pendant 24 heures puis à froid pendant cinq jours. Un montage de collage a été réalisé pour que l'ensemble collé conserve une face de référence avant usinage (voir figure 3.19(a)) ;
4. la géométrie finale est usinée : perçage des trous de passage de vis, fraisage des bras de l'éprouvette.

Cette procédure permet de solliciter le moins possible les tôles magnétiques au cours de l'usinage et donc de préserver au mieux leurs propriétés magnétiques originales. Seule l'étape de collage est susceptible de précontraindre les tôles. On cherche à limiter cet effet en faisant polymériser la colle à la température minimale conseillée par le fournisseur, ce qui en revanche augmente le temps de collage.



GIBI FECIT

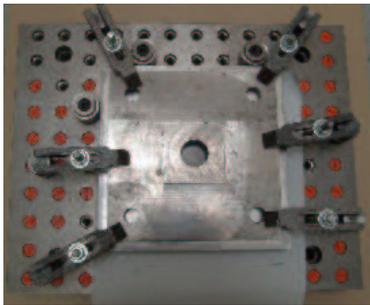
(a) maillage complet pour mise au point de la géométrie



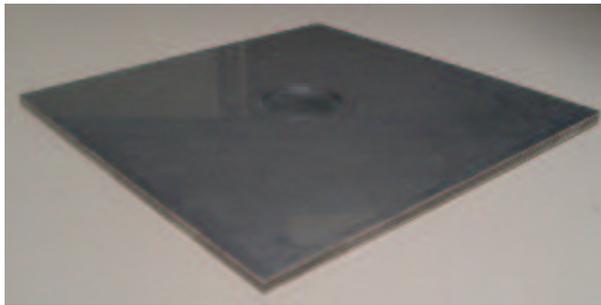
GIBI FECIT

(b) maillage partiel pour calculs d'homogénéité

Figure 3.18 – Maillages de l'éprouvette biaxiale réalisés dans Cast3m



(a) montage de collage



(b) Ensemble de tôles collées avant usinage des bras

Figure 3.19 – Collage des plaques avant usinage : étape 3

3.4 Procédure expérimentale

3.4.1 Principe

L'éprouvette comporte deux zones de mesures symétriques, dont les états de déformation et de contrainte sont supposés identiques. Une des faces est consacrée aux mesures magnétiques l'autre aux mesures mécaniques. La zone de mesure magnétique et la zone de mesure mécanique sont des surfaces libres des tôles magnétiques (figure 3.8). La symétrie du montage permet d'effectuer des mesures en simultané sur chacune des faces de l'éprouvette sans interaction entre les mesures (figure 3.20).

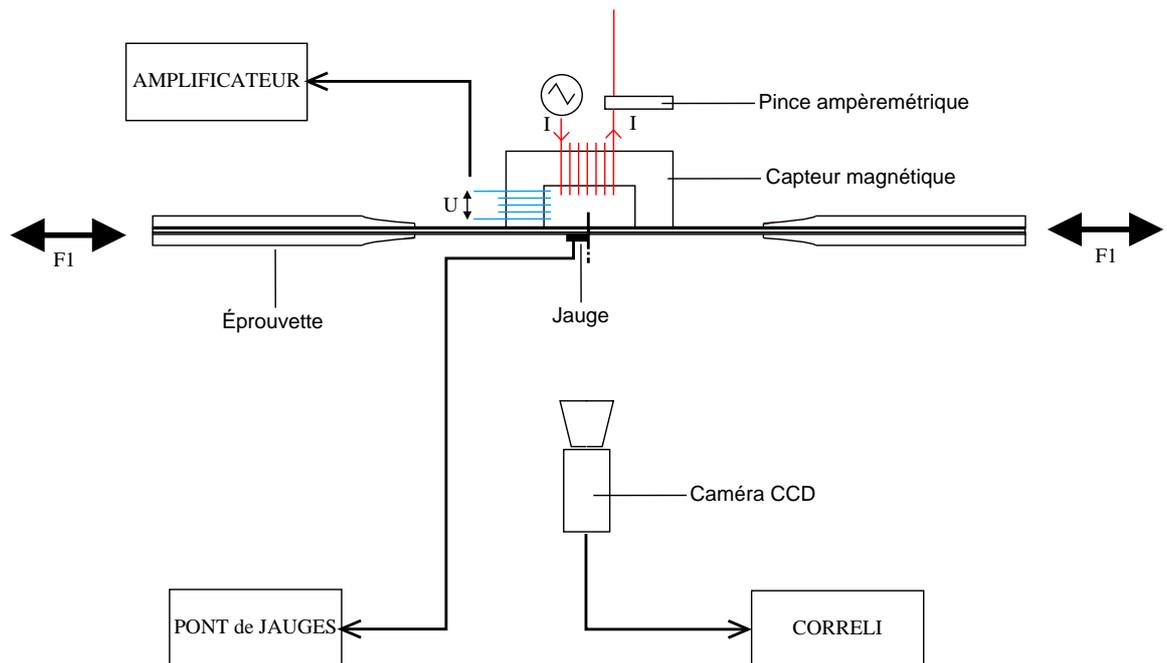


Figure 3.20 – Principe de mesure de l'essai biaxial couplé, l'éprouvette est schématisée dans son plan de coupe suivant la direction de sollicitation 1, les mors et la machine d'essai ne sont pas représentés

3.4.2 Mesures mécaniques

Nous détaillons ici les données accessibles en cours d'essai, du point de vue du chargement et des mesures mécaniques.

3.4.2.1 Contrôle de l'état mécanique

La machine d'essai ASTREE est équipée d'un capteur d'effort et de déplacement par vérin. L'expérience est menée en imposant les efforts des quatre vérins solidaires

de l'éprouvette. Outre les consignes en efforts imposées, les informations que l'on recueille sont les efforts effectivement atteints dans chaque vérin. La commande des vérins sur ASTREE couple le fonctionnement des vérins opposés. Le mode de pilotage que nous avons choisi consiste à imposer la position du centre de l'éprouvette (MODAL-Z) et la moyenne des efforts (MODAL-F). L'asservissement cherche à vérifier que la différence de déplacement de deux vérins opposés est nulle. Ceci est un paramètre de contrôle qui n'est pas modifié en cours d'essai. L'asservissement cherche également à vérifier que la moyenne des efforts correspond à la valeur imposée. Ceci est le paramètre de contrôle ajustable en cours d'essai.

Ce mode opératoire est le même suivant chaque direction de sollicitation de l'éprouvette. Il impose un très bon centrage de l'éprouvette dans le montage au moment de l'installation de celle-ci. Dans le cas contraire, l'éprouvette peut être cisailée en cours d'essai ce qui nuirait à l'homogénéité des contraintes dans celle-ci.

La procédure d'installation est un des points délicats de cette expérience. L'éprouvette est d'abord montée sur un seul axe sans serrage des boulons. Une faible sollicitation est alors imposée suivant cet axe afin d'aligner l'éprouvette avec la direction des vérins, les boulons étant serrés sous charge. Une procédure d'installation permet de modifier la position du centre de l'éprouvette et d'aligner son deuxième bras avec les deux autres vérins. Cette position est réajustée jusqu'à l'obtention d'efforts égaux sur chaque vérin symétrique. Cette procédure est validée a posteriori par les mesures de champ de déformation.

3.4.2.2 Mesures par jauges

Les contraintes que l'on cherche à imposer à l'éprouvette sont inférieures à la limite d'élasticité, ce qui correspond à de faibles déformations difficilement mesurables par les techniques d'intercorrélation d'image (paragraphe 2.3). Pour estimer ces contraintes nous utilisons une jauge de déformation de type rosette. Les déformations estimées par l'intermédiaire de la jauge permettant de suivre l'essai à tout instant, même pour des petites déformations. La jauge utilisée est de marque Vishay de type rosette à 45°. Ses caractéristiques sont regroupées dans le tableau 3.7.

CEA-06-125UR-120	
R	120,0 ± 0,4%Ω à 24°C
$K_{24°C}$	2,075 ± 0,5%
Transverse sensibility	(0,8 ± 0,2)%
$K_{nominal}$	2,08 ± 1%

Tableau 3.7 – Caractéristique des jauges de déformation utilisées

Le pont de jauges est un pont de marque Vishay. Les jauges sont branchées en quart de pont.

Deux des jauges de la rosette coïncident avec chaque direction de laminage, la troisième étant positionnée à 45° des deux précédentes (figure 3.21).

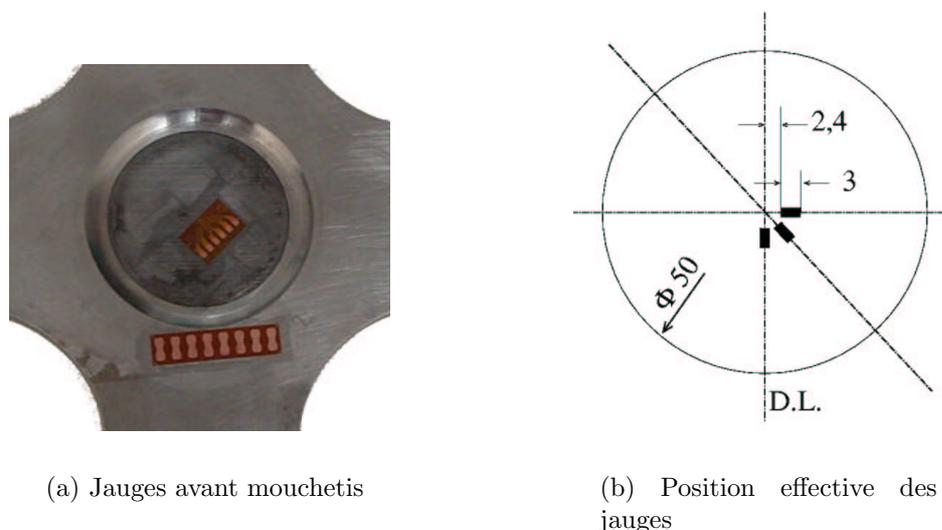


Figure 3.21 – Emplacement de la rosette sur l'éprouvette biaxiale

3.4.2.3 Mesures par technique de corrélation d'images

Nous utilisons également une technique de mesure par corrélation d'images qui ne pourra être efficace que pour des déformations significatives (de l'ordre de 10^{-4} pour des conditions d'essai standards). Le but est de vérifier l'homogénéité des déformations pour un état de déformation qui corresponde à la gamme de mesures fiables pour cette technique, voir figure 3.22.

3.4.3 Mesures magnétiques

Le dispositif magnétique que nous avons réalisé (que nous appelons abusivement capteur) rassemble le bobinage d'excitation et celui de mesure (paragraphe 3.3.3). Cet appareillage compact permet des mesures dans n'importe quelle direction de la tôle. Un cadran angulaire a été tracé sur l'éprouvette et un repère a été fixé sur le capteur (figure 3.23). Nous avons choisi d'effectuer des mesures magnétiques par pas de 15° pour tous les états mécaniques sollicités.

Nous détaillons maintenant la forme des signaux appliqués et les méthodes de mesures employées.

3.4.3.1 Sollicitation magnétique

L'intensité électrique envoyée dans le circuit primaire est un signal triangulaire obtenu à partir d'un générateur de courant. Le signal obtenu est mesuré à l'aide d'une pince ampèremétrique placée entre le générateur de courant et le bobinage primaire. Cette pince délivre un signal analogique digitalisé à l'aide d'une carte d'acquisition 16 bits.

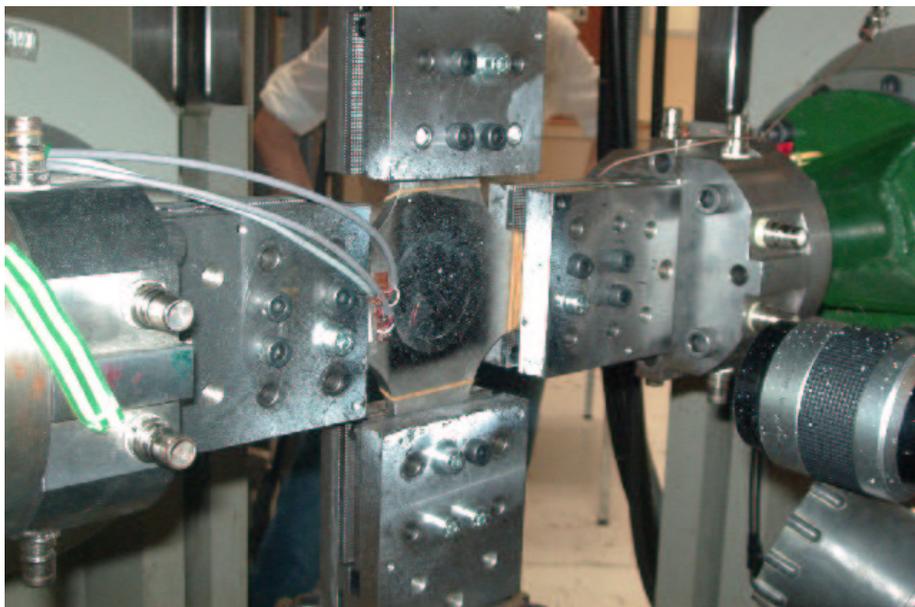


Figure 3.22 – Dispositif de mesure mécanique en situation d'essai, la rosette est recouverte par de la peinture noire et blanche qui sert de mouchetis pour la corrélation d'image

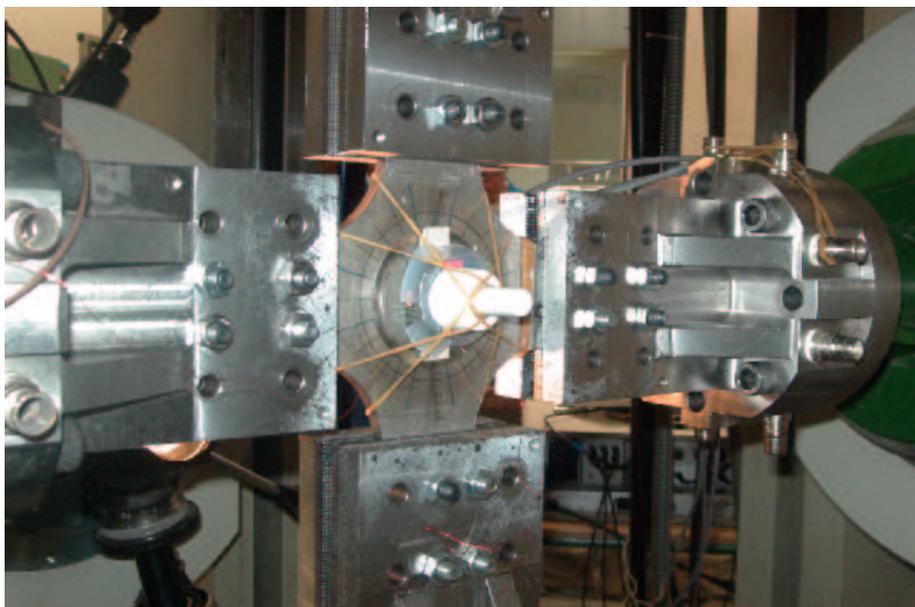


Figure 3.23 – Dispositif de mesure magnétique en situation d'essai, le capteur est caché par des protections plastiques qui recouvrent ses arêtes

3.5 Résultats de mesure

Ce chapitre rassemble les résultats les plus significatifs obtenus à partir de l'éprouvette décrite précédemment. L'attention est portée sur la validation et donc la pertinence du montage, notamment sur le plan de l'homogénéité des champs obtenus mécaniquement et l'efficacité du capteur magnétique que nous avons réalisé. Un seul essai sur une seule éprouvette a pu être réalisé à ce jour. Malgré les imperfections entre autres du collage de l'éprouvette, les résultats obtenus sont très encourageants.

3.5.1 Mesure des états mécaniques sollicités

Comme cette expérience en est à ses débuts, nous avons préféré limiter nos observations à des cas de faibles contraintes et au demi-plan de chargement correspondant à la partie inférieure du plan des contraintes principale ($\sigma_{D.L.}, \sigma_{D.T.}$) limité par la droite d'équichargement (figure 3.24). Les points A et D de cette figure sont proches de cette droite d'équichargement. Dans la mesure où les directions de laminage des tôles sont alignées avec l'une des directions de sollicitation mécanique de l'éprouvette, on notera les efforts appliqués dans la direction de laminage F_L et ceux dans la direction travers F_T . Il en sera de même pour les notations en contraintes et déformations indicées par D.L. ou D.T. dans la suite de ce document.

3.5.1.1 Mesures par jauges

À partir des mesures de déformations par jauges, nous avons calculé les états de contrainte créés au sein de l'éprouvette. Ces états sont reportés dans la figure 3.24 où les croix indiquent les variations de contrainte pendant la mesure magnétique. On note une forte dispersion, due à un problème bien identifié. Nous avons prévu de travailler dans un plan horizontal d'ASTREE en utilisant les quatre vérins de capacité 100kN. Mais un des capteurs d'efforts étant défectueux, nous avons utilisé les deux vérins verticaux dont la gamme d'effort est moins bien adaptée à notre éprouvette (250kN). La conséquence est qu'au cours des mesures magnétiques relativement longues (à peu près une demi-heure pour un état de contrainte) les fluctuations des efforts sont non négligeables.

3.5.1.2 Mesures par technique de corrélation d'images

Nous présentons les résultats de mesures pour des cas de sollicitations d'équibitraction et d'équibicompression respectivement. Les champs de déformation obtenus sont homogènes vis-à-vis de la précision de la technique de mesure. Pour le niveau de sollicitation maximal atteint dans l'éprouvette, les hétérogénéités mesurées sont inférieures à 15%. Nous avons choisi de mesurer les déformations sur une bande dont la taille dépasse celle de la zone effectivement balayée par le capteur magnétique (voir figures 3.25 et 3.26). Elle ne recouvre ni les jauges ni les fils de jauges pour éviter tout artefact de calcul. Les points de distorsion de mesure sont relativement rares et se retrouvent à l'emplacement de taches de peinture trop larges par rapport

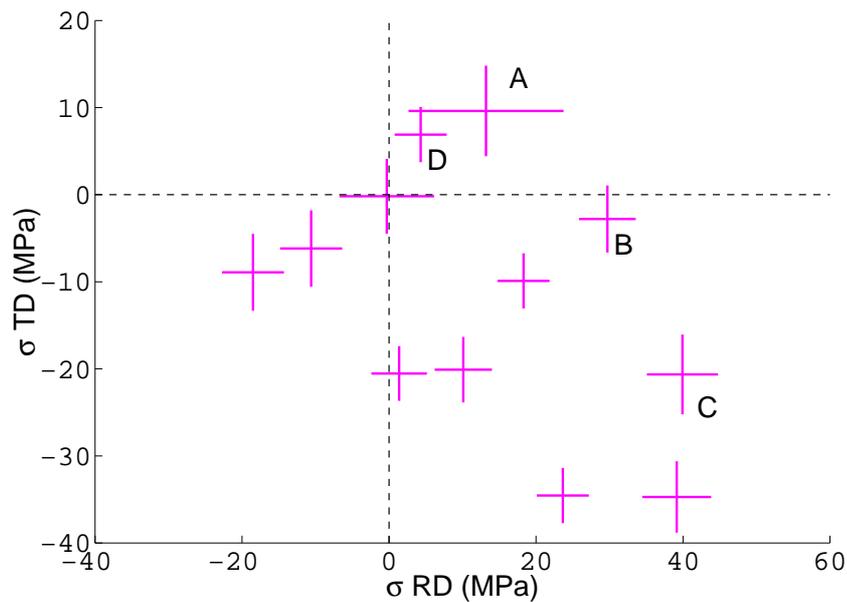


Figure 3.24 – États de contraintes biaxiaux mesurés (la dispersion de mesures au cours de la mesure magnétique est symbolisée par les croix)

à la taille de grille de calcul. C'est pourquoi ces perturbations se retrouvent sur l'ensemble des clichés.

3.5.1.3 Comparaison entre mesures par jauges et par corrélation d'images

Pour vérifier que notre démarche de mesure a un sens, nous comparons les mesures de déformation par jauges avec celles obtenues par corrélation d'images (figure 3.27). Si ces signaux sont décorrélés la zone de mesure est mal choisie et/ou le champ de déformation est hétérogène dans l'éprouvette. Nous avons tracé outre les points de mesures, la droite d'interpolation au sens de moindres carrés leur correspondant. L'équation de cette droite et l'écart-type associé (coefficient de détermination) sont :

$$y = 0,9593x - 6e^{-5} \text{ et } R^2 = 0,9821 \quad (3.26)$$

L'adéquation de résultat entre les deux méthodes est remarquable vu le faible niveau de déformation. Ces résultats correspondent à des états mécaniques rapprochés dans le temps pour s'affranchir des problèmes de fluctuation évoqués ci-dessus.

3.5.1.4 Synthèse des mesures mécaniques

Les mesures de déformations à l'aide des jauges permet d'apprécier de façon fiable l'état mécanique en cours de mesure magnétique. Les fluctuations de déformations sont liées aux fluctuations d'efforts qui peuvent être largement réduites avec un capteur d'effort plus adapté aux niveaux d'efforts imposés pendant l'essai. Ce constat

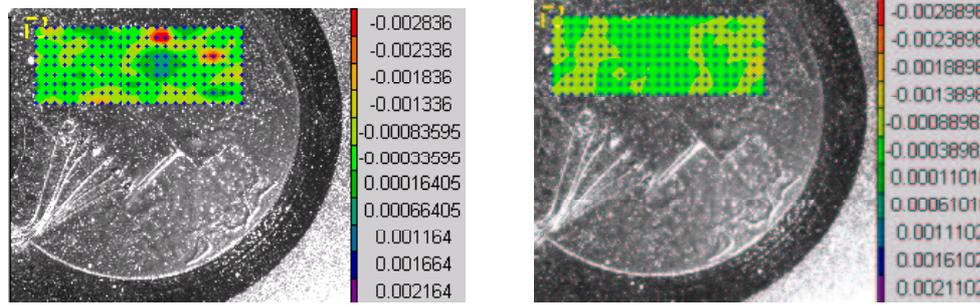
(a) $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{D.L.}$ (b) $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{D.T.}$

Figure 3.25 – Champ de déformation mesuré par technique de corrélation d’images pour un cas de charge en équilibraction $F_L = F_T = 15kN$

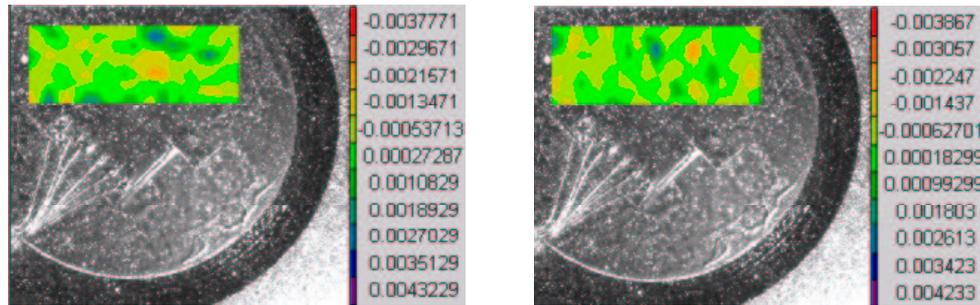
(a) $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{D.L.}$ (b) $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{D.T.}$

Figure 3.26 – Champ de déformation mesuré par technique de corrélation d’images pour un cas de charge en équilibicompession $F_L = F_T = -5kN$

nous pousse également à effectuer des mesures magnétiques dans un temps plus court pour que l’état de contrainte soit maintenu constant au cours de cette mesure.

La mesure de l’homogénéité du champ de déformation obtenue à l’aide de CorreliLMT est limitée par les capacités de la technique. En effet les déformations étant faibles, il est difficile d’apprécier dans le détail la qualité du champ obtenu. Ceci devra être compensé par des niveaux de sollicitations plus élevés. Toutefois les mesures réalisées à l’aide des techniques de corrélation d’images prennent tout leur sens dès qu’on moyenne les résultats, ce qui permet de les comparer avec les mesures par jauges. Cela signifie que les mesures par jauges sont suffisantes pour apprécier correctement l’état de déformation et de contrainte au cours de l’expérience.

Idéalement, pour valider cette approche, on peut utiliser la mesure de champ de déformation pour obtenir un positionnement correct de l’éprouvette, c’est-à-dire ne générant pas de cisaillement parasite dans celle-ci. La réserve de cette approche

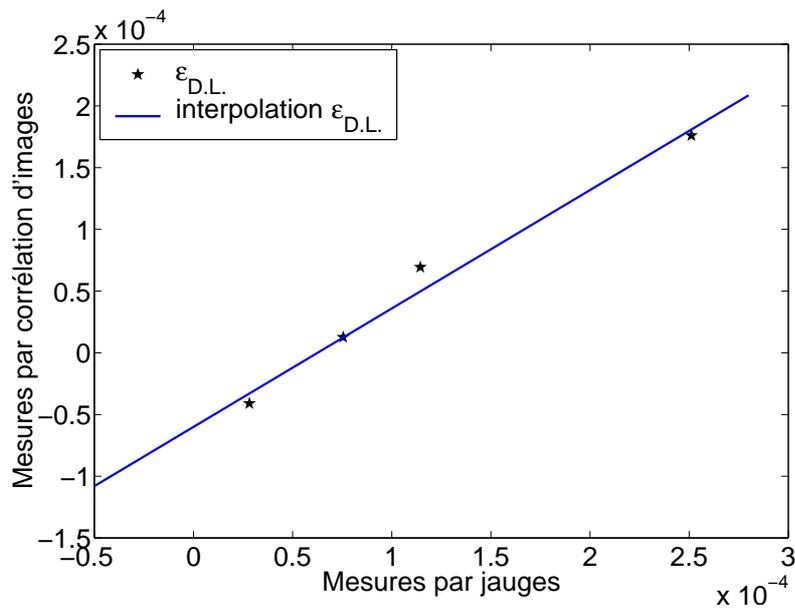


Figure 3.27 – Comparaison entre les déformations dans la direction de laminage mesurées par jauges et par technique de corrélation d’images

est qu’il faut effectuer cette opération à des niveaux de déformation suffisants. Les plus faibles déformations mesurables sont de l’ordre de $5 \cdot 10^{-5}$. Ce qui ne donnera au mieux qu’une mesure de l’homogénéité à 3,5% près, à la limite d’élasticité pour notre matériau d’étude.

3.5.2 Résultats magnétiques

Nous présentons ici les mesures de comportement magnétique sous des chargements mécaniques biaxiaux et dans différentes directions de sollicitation magnétique par rotation de notre capteur magnétique dans le plan de la tôle.

3.5.2.1 Cycles d’hystérésis

Les cycles d’hystérésis mesurés suivant les directions D.L. et D.T. pour tous les états de contrainte imposés à l’éprouvette sont rassemblés dans la figure 3.28. L’intensité maximale du champ magnétique atteint est d’environ 300A/m. Pour cette amplitude de champ, le matériau est loin de la saturation, de façon à rester dans le domaine de validité du système de mesure magnétique. Les résultats obtenus sans effort appliqué sont comparables à 20% près aux résultats obtenus sur des éprouvettes classiques sur ce matériau (figure 1.2(a)).

Ces mesures sont malheureusement perturbées par le fait que l’opération de collage réalisée sur cette première éprouvette a induit un léger manque de planéité de la zone de mesure. Ceci a pour effet de nuire à la qualité de l’entrefer entre capteur et éprouvette.

Toutefois une analyse comparative des résultats obtenus permet de noter des tendances très nettes sur l'influence respective des différents états de contraintes. Alors qu'on retrouve des cycles très semblables pour différentes configuration en effort (par exemple $F_{D.L.} = F_{D.T.} = -5kN$ et $F_{D.L.} = F_{D.T.} = 5kN$), certains cycles révèlent un comportement moins linéaire. En particulier, alors que le cycle à chargement nul est régulier, pour certains chargements (par exemple $F_{D.L.} = -F_{D.T.} = 5kN$ et $F_{D.L.} = 0; F_{D.T.} = -10kN$) une perte de linéarité du cycle est visible. Ce phénomène est beaucoup plus marqué pour les cycles mesurés suivant D.T. que pour ceux mesurés suivant D.L. Ceci confirme l'anisotropie initiale de ce matériau déjà identifiée par ailleurs [Hubert et al., 2002].

3.5.2.2 Évolutions de l'anisotropie magnétique

Nous pouvons analyser nos résultats en terme de variation du comportement magnétique linéaire, par exemple en nous intéressant aux variations de perméabilité en fonction de l'état de contrainte. La perméabilité est définie par la pente de la tangente au cycle à l'intersection de celui-ci avec l'axe des abscisses, c'est-à-dire la pente du cycle au niveau du champ coercitif, si le cycle est un cycle à saturation. D'où l'expression de μ par le rapport :

$$\mu = \lim_{B \rightarrow 0} \frac{\Delta B}{\Delta H}. \quad (3.27)$$

La figure 3.29 montre l'évolution de la perméabilité μ en fonction de l'orientation du champ appliqué, pour différents états de contrainte.

La figure 3.30 montre l'évolution du champ pour les points d'induction nulle dans les mêmes conditions. On l'appelle abusivement champ coercitif H_c , même si en toute rigueur le champ coercitif est obtenu pour un cycle majeur d'hystérésis, ce qui n'est pas le cas dans notre expérience.

Un effet net des sollicitations biaxiales est mis en évidence : si on augmente la différence des contraintes principales, on fait apparaître une anisotropie magnétique induite marquée, que ce soit du point de vue de la perméabilité ou du champ coercitif. Cette constatation a déjà été faite par [Tomka et al., 2001].

Il est important de remarquer que les mesures de champ et d'induction faites entre D.L. et D.T. ne sont pas rigoureuses. En effet, dans ces directions intermédiaires, l'axe de la culasse ne coïncide pas avec un axe d'orthotropie de la tôle. L'induction résultante est alors soumise à deux effets : un effet géométrique qui tend à l'aligner suivant l'axe de la culasse et un effet d'anisotropie qui tend à l'aligner suivant la direction d'aimantation facile. Ces tendances contradictoires diminuent fortement la taille de la zone où les grandeurs magnétiques sont homogènes et le calcul de H et B présenté au paragraphe 3.3.3.2 n'est plus valide. Toutefois ces mesures permettent d'apprécier qualitativement le changement d'anisotropie apparu quand la différence des contraintes principales augmente. Le fait de trouver des extrema suivant les directions D.L. et D.T. indique qu'il s'agit bien de directions principales d'anisotropie souvent dites d'aimantation "facile" et "difficile".

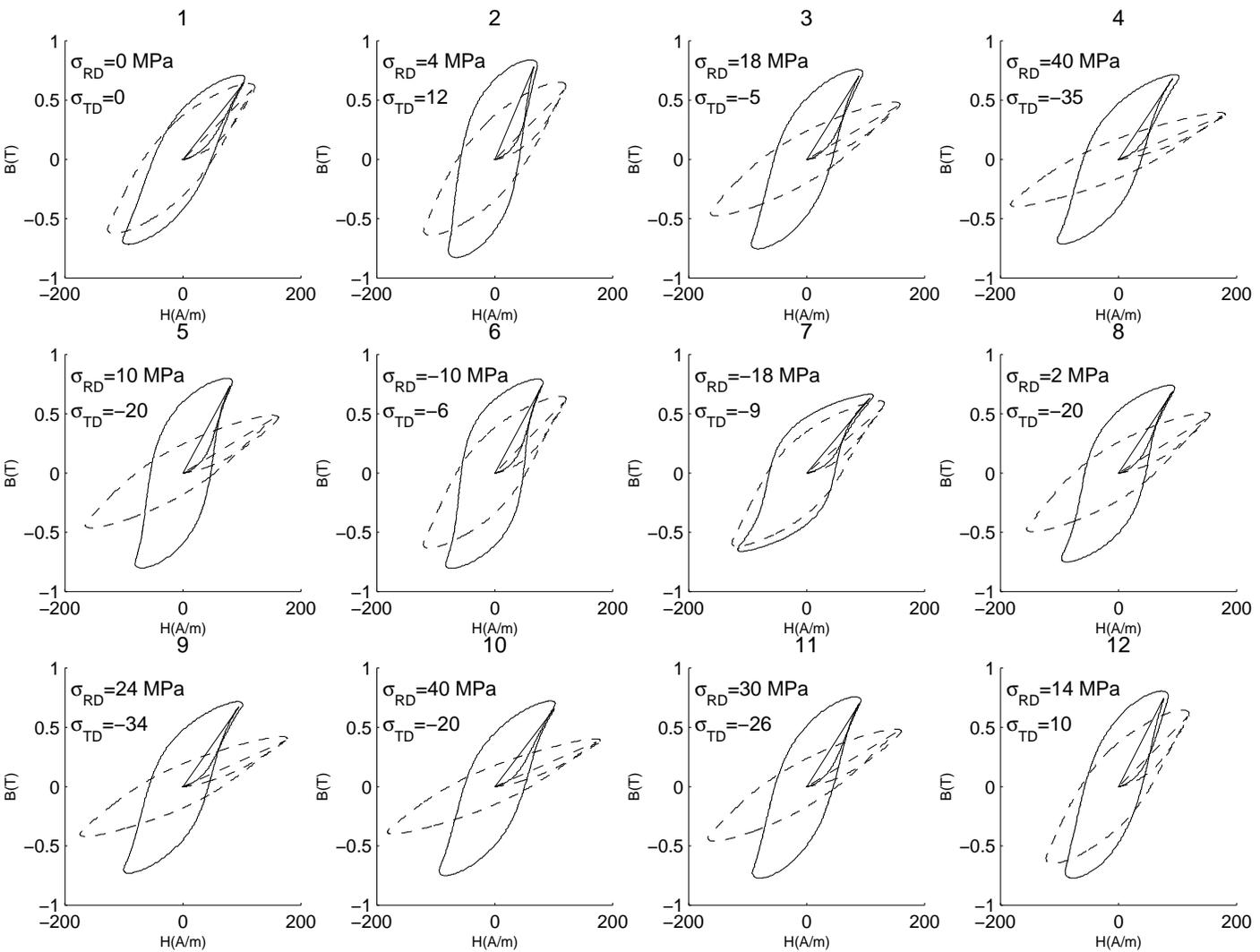


Figure 3.28 – Cycles d'hystérésis mesurés sous contraintes biaxiales dans le sens de laminage et le sens travers ; l'état de contrainte déduit des mesures par jauges est indiqué

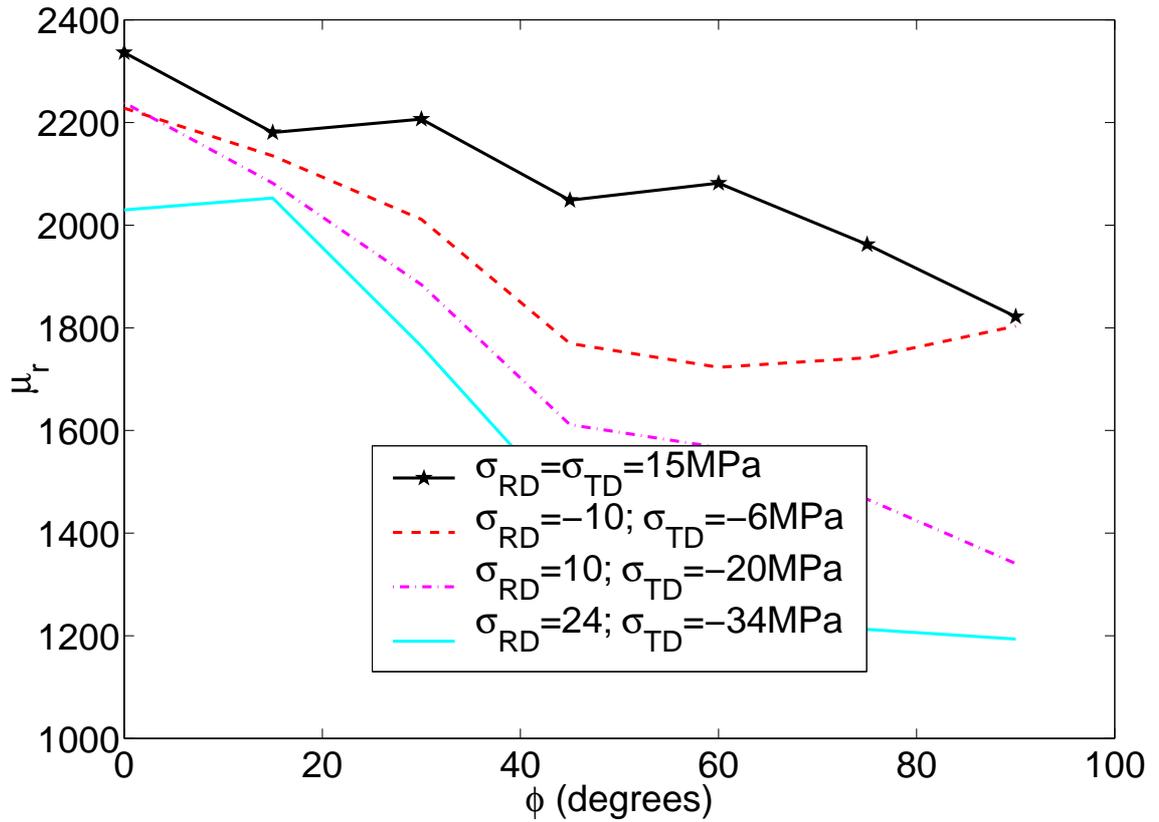


Figure 3.29 – Évolution de la perméabilité en fonction de l'angle et de l'état de contrainte

3.5.2.3 Récapitulatif des mesures magnétiques

À ce stade d'analyse des résultats, nos mesures magnétiques permettent d'ores et déjà d'apprécier un comportement magnétique couplé à un état de contrainte biaxial. Le capteur que nous avons construit assure une mesure reproductible (on a retrouvé le même comportement magnétique à contrainte nulle en début et fin d'expérience) et sensible aux variations de contraintes et à la direction du champ appliqué.

Avant d'aller plus loin dans le dépouillement des résultats nous proposons de faire un retour sur les interprétations et modèles proposés dans la littérature. Nous les appliquerons ensuite à nos résultats de mesures.

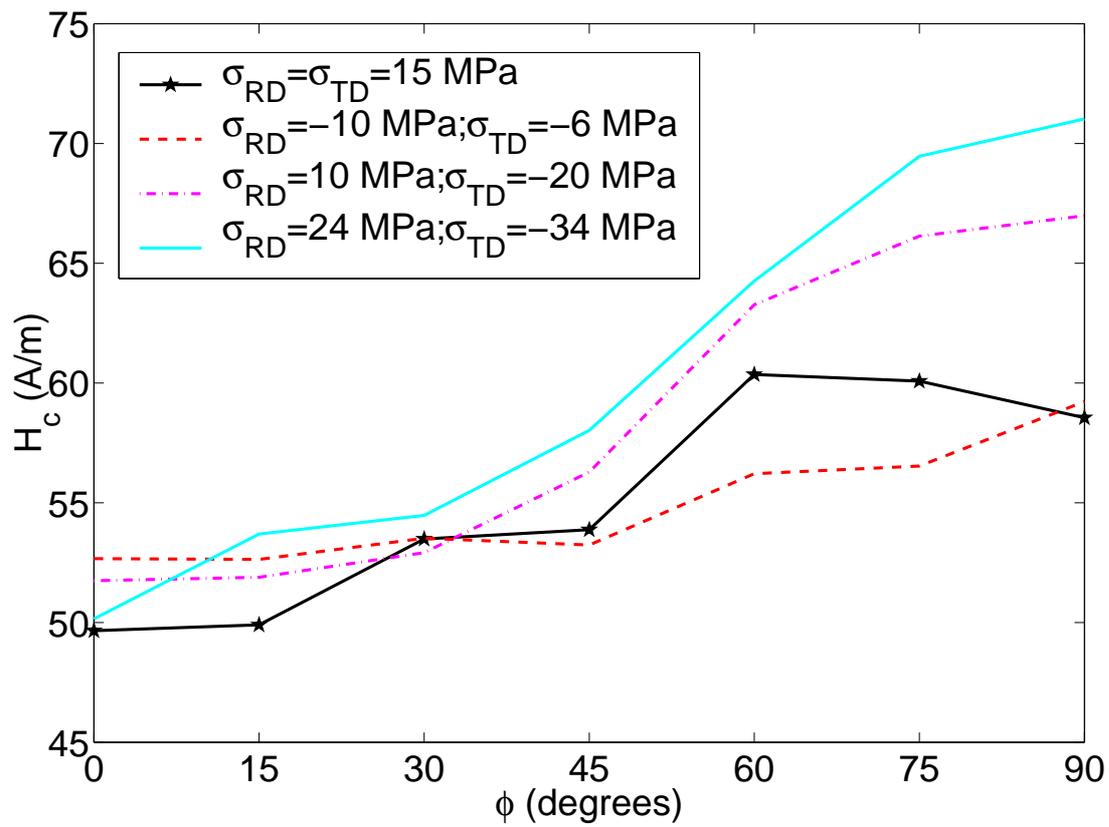


Figure 3.30 – Évolution du champ coercitif en fonction de l'angle et de l'état de contrainte

3.6 Vers un modèle biaxial

Même si ce projet est très ambitieux et n'aboutit pas dans ce manuscrit, il en est la suite logique. Pour aborder ce problème de modélisation nous allons décrire les modèles magnétiques capables de prendre en compte un état de contrainte biaxial. Nous appliquerons ceux-ci à nos résultats de mesure.

Cette analyse met en évidence les limites de ces modèles et permet d'entrevoir les prémices d'une modélisation plus efficace.

3.6.1 Revue des critères de la littérature

Cette partie comprend un exposé de l'état de l'art et une critique des modèles de couplage magnéto-mécanique multiaxial proposés dans la littérature. Dans la mesure où les matériaux ferromagnétiques doux sont le plus souvent utilisés sous forme de tôles minces, seuls les états de contraintes biaxiaux dans le plan de la tôle **(1,2)** sont généralement considérés.

Les modèles développés pour prendre en compte l'effet d'une contrainte biaxiale sur l'hystérésis et les propriétés magnétiques sont basés sur une analyse micromagnétique. Pour parvenir à décrire le phénomène de couplage, ces modèles partent tous l'énergie magnéto-élastique que l'on peut écrire sous la forme suivante pour une contrainte multi-axiale [Kashiwaya, 1991] [du Trémolet de Lacheisserie, 1999] :

$$E_{mél} = -\lambda^{\gamma,2} \left[\frac{2}{3} (\sigma_{33} - \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2}) (\alpha_3^2 - \frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{2}) + \frac{1}{2} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) \right] - 2\lambda^{\epsilon,2} (\sigma_{23}\alpha_2\alpha_3 + \sigma_{31}\alpha_3\alpha_1 + \sigma_{12}\alpha_1\alpha_2) \quad (3.28)$$

où $\lambda^{\gamma,2}$ et $\lambda^{\epsilon,2}$ sont les constantes de magnétostriction, σ_{ij} les composantes du tenseur des contraintes et α_i les cosinus directeurs de l'aimantation.

L'expression 3.28 fait référence à un état magnétique homogène saturé, c'est à dire à l'état d'un volume élémentaire à l'intérieur d'un domaine magnétique dans un grain du matériau polycristallin. Les variations d'aimantation macroscopique correspondent aux variations des fractions volumiques des domaines magnétiques (tous à saturation) de différentes orientations dans chaque grain. Ces variations de fractions volumiques sont dues soit au champ magnétique local -fonction du champ extérieur et de différentes interactions, entre domaines, entre grains et entre échantillon et environnement- soit au champ de contrainte local apparaissant dans l'expression 3.28.

Les choix faits par les différents auteurs pour homogénéiser le comportement magnétique de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique conduisent à des résultats différents. À l'échelle macroscopique, l'enthalpie libre utilisable pour décrire le comportement réversible (anhystérique) magnéto-élastique couplé peut s'écrire :

$$\rho\Psi^*(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{E}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{\epsilon}}^\mu(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}}) : \underline{\underline{\sigma}} + \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \underline{\underline{\chi}} \cdot \vec{H} \quad (3.29)$$

où $\underline{\underline{E}}$ représente les modules d'élasticité, $\underline{\underline{\chi}}$ les perméabilités et $\underline{\underline{\epsilon}}^\mu$ les déformations de magnétostriction macroscopiques fonction du champ \vec{H} et de la contrainte $\underline{\underline{\sigma}}$. Les

lois de comportement mécanique et magnétique dérivées de ce potentiel apparaissent donc sous la forme :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{\partial \rho \Psi^*}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{E}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}} + [\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}}) + \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\sigma}}] \quad (3.30)$$

$$\mu_0 \vec{M} = \frac{\partial \rho \Psi^*}{\partial \vec{H}} = \underline{\underline{\chi}} \cdot \vec{H} + \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu}{\partial \vec{H}} : \underline{\underline{\sigma}} \quad (3.31)$$

où $\underline{\underline{\varepsilon}}$ représente le tenseur de déformation macroscopique et \vec{M} l'aimantation macroscopique.

La loi de comportement élastique ainsi écrite permet de rendre compte d'une part des déformations de magnétostriction macroscopiques, effectivement fonctions (non linéaires) de l'état magnétique et élastique, et d'autre part de l'effet ΔE déjà évoqué au chapitre 1 et mis en évidence par l'écriture :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{E}}^{*-1}(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}}) : \underline{\underline{\sigma}} \quad (3.32)$$

La loi de comportement magnétique peut également être réécrite sous la forme :

$$\mu_0 \vec{M} = \underline{\underline{\chi}}^*(\vec{H}, \underline{\underline{\sigma}}) \cdot \vec{H} \quad (3.33)$$

L'idée commune aux études discutées ci-dessous consiste à définir $\underline{\underline{\chi}}^*(\vec{0}, \sigma_{\mu eq})$ où $\sigma_{\mu eq}$ est une grandeur scalaire représentative dans ce contexte de l'état de contraintes multiaxial.

Les trois modèles principaux sont examinés ci-dessous. Le problème est abordé sous l'angle des contraintes principales dans le plan de la tôle, notées σ_1 et σ_2 , l'excitation magnétique étant toujours parallèle à la contrainte principale σ_1 .

3.6.1.1 Modèle de [Kashiwaya \[1991\]](#)

En ne prenant en compte que l'énergie magnétoélastique 3.28 et l'énergie de magnétisation, Kashiwaya propose une contribution de l'état mécanique au comportement magnétique de la forme :

$$\sigma_{\mu eq} = K(\sigma_i - \sigma_{max}) \quad (3.34)$$

où K est une constante, σ_i la contrainte principale d'axe parallèle à la direction d'excitation magnétique et σ_{max} la valeur principale maximale du tenseur des contraintes. Le modèle de Kashiwaya peut s'appliquer à des contraintes multiaxiales, mais il présente une faiblesse évidente : la contrainte équivalente est nulle si σ_i et σ_{max} sont identiques. Cela signifierait, en particulier, qu'une contrainte uniaxiale parallèle à la direction d'aimantation n'aurait aucun effet sur le comportement magnétique, ce qui est faux.

3.6.1.2 Modèle de Schneider and Richardson [1982]

La contrainte équivalente à l'état de contrainte biaxial dans le plan de la tôle est :

$$\sigma_{\mu eq} = \sigma_1 - \sigma_2, \quad (3.35)$$

où σ_1 est la contrainte principale parallèle à la direction d'excitation magnétique et σ_2 est perpendiculaire à σ_1 .

Ce modèle est représentatif des résultats expérimentaux exposés par Pearson *et al.* [Pearsons et al., 2000] [Tomka et al., 2001]. Mais Sablik *et al.* critiquent ce choix, qui est selon eux une approche vectorielle de la contrainte négligeant l'aspect tridimensionnel du tenseur des contraintes [Sablik and Jiles, 1993].

3.6.1.3 Modèle de Sablik et al. [1994]

Pour établir leur modèle les auteurs utilisent, outre les propositions de Kashiwaya et Schneider, les résultats obtenus avec leur propre montage et celui réalisé par Langman [Sablik et al., 1994] [Sablik et al., 1993] [Langman, 1990]. Pour éviter les défauts des modèles précédents, Sablik et al. choisissent une contrainte équivalente égale à l'une des composantes du déviateur des contraintes :

$$\sigma_{\mu eq} = \begin{cases} \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2) + \sigma_1] \text{ pour } \sigma_1 < 0, \\ \frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2) - \sigma_2] \text{ pour } \sigma_1 > 0, \end{cases} \quad (3.36)$$

ce qui doit vérifier la nature tensorielle de la contrainte et la non sensibilité de la magnétostriction aux contraintes hydrostatiques vérifiée expérimentalement. Enfin pour $\sigma_2 = 0$, l'auteur suggère de conserver $\sigma_{\mu eq} = \sigma_1$. Les deux expressions de $\sigma_{\mu eq}$ permettent de prendre en compte la dissymétrie de l'influence sur le comportement magnétique d'une contrainte de compression ou de traction. Cependant cette contrainte équivalente est discontinue lorsque σ_1 tend vers zéro [Buiron, 2000] :

$$\begin{aligned} \lim_{\sigma_1 \rightarrow 0^-} \sigma_{\mu eq} &= -1/3(\sigma_2), \\ \lim_{\sigma_1 \rightarrow 0^+} \sigma_{\mu eq} &= -2/3(\sigma_2), \end{aligned}$$

ce qui n'est physiquement pas acceptable.

Ces trois modèles sont conformes aux expériences citées par leurs auteurs. Mais aucun d'entre eux n'est assez général pour être en adéquation avec les données des autres auteurs. En outre, ils présentent tous des défauts non négligeables. On peut remarquer qu'aucun des modèles évoqués ci-dessus n'est capable de prendre en compte :

- un champ d'excitation \vec{H} non colinéaire avec l'une des contraintes principales,
- l'anisotropie magnétique induite par les contraintes.

Ces différences fondamentales proviennent sans doute de disparités fortes entre les expériences et des conditions non-homogènes en champ magnétique et/ou en contrainte, que nous avons analysées dans la partie 3.2.2. Ceci rend impossible a priori le choix de l'un ou l'autre des critères proposés pour effectuer un calcul magnétique couplé à un état de contrainte multiaxial.

Enfin, ces modèles ont un point commun surprenant : ils présentent tous des faiblesses pour la prise en compte de l'effet de contraintes d'équibitraction ou d'équibicompression sur le comportement magnétique du matériau. Pour les modèles de Schneider et Kashiwaya, quelles que soient les valeurs des contraintes principales telles que $\sigma_1 = \sigma_2$ l'effet des contraintes est rigoureusement nul sur le comportement magnétique ; pour le modèle de Sablik *et al.* la contrainte équivalente devient négative pour un cas d'équibitraction ($\sigma_{\mu eq} = -1/3\sigma_1$ pour $\sigma_1 = \sigma_2 > 0$).

3.6.1.4 Modèle de Pearsons *et al.* [2000]

Ces travaux récents corroborent le modèle de Schneider pour prendre en compte l'influence des contraintes sur le comportement anhystérique. Toutefois, devant les faiblesses de ce modèle évoquées ci-dessus, les auteurs proposent l'utilisation d'une fonction reproduisant les résultats de mesures obtenues avec leur dispositif expérimental et dans le cas du fer pur. Cette fonction représente la variation de la partie irréversible de l'aimantation sous sollicitation mécanique biaxiale, sous forme d'un polynôme d'ordre 6 à neuf coefficients $g(\underline{\sigma})$, et permet de passer du comportement anhystérique au comportement hystérique :

$$\mu_0 \vec{M} = \mu_0 (\vec{M}_{an} + \vec{M}_{ir}[g(\underline{\sigma})]) \quad (3.37)$$

$$g(\underline{\sigma}) = k(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2} + \sum_{n=1}^6 a_n (f\sigma_1 - \sigma_2)^n + b\sigma_1 \quad (3.38)$$

où \vec{M}_{an} et \vec{M}_{ir} représentent respectivement les parties anhystérique (réversible) et irréversible de l'aimantation du matériau ; σ_1 et σ_2 sont les contraintes principales dans la tôle le champ étant appliqué suivant la direction de la contrainte principale σ_1 . Le premier terme permet de prendre en compte la contrainte de Von Mises ; le facteur f sert à moduler l'effet de la contrainte équivalente proposée par Schneider ; le terme $b\sigma_1$ sert, selon les auteurs, à montrer que l'aimantation à haut champ est indépendante de la contrainte σ_2 .

Même si cette expression est plus complète que celles proposées par les autres auteurs, elle ne répond pas à la question d'un champ magnétique non colinéaire à l'une des contraintes principales. Enfin, le grand nombre de paramètres utilisés pour faire coïncider l'expression 3.37 avec les mesures, rend son emploi délicat pour d'autres matériaux.

3.6.2 Application des différents critères aux mesures réalisées au LMT Cachan

Pour évaluer la pertinence des critères décrits ci-dessus, nous les avons appliqués systématiquement aux mesures de perméabilité effectuées suivant les directions de laminage et transverse. Faute de mesures suffisantes pour estimer les paramètres de la fonction 3.37 proposée par Pearson *et al.* nous n'avons pas pu examiner leur modèle.

Pour le critère proposé par Kashiwaya, l'effet des contraintes est "bloqué" dès que la plus grande contrainte principale est alignée avec le champ. Comme nous l'avons évoqué ci-dessus, cela signifie que l'effet d'une contrainte de traction sur le comportement magnétique d'une tôle est nul. Nos mesures montrent en effet une sensibilité plus forte en compression qu'en traction, mais cette dernière ne peut être négligée (voir figure 3.31).

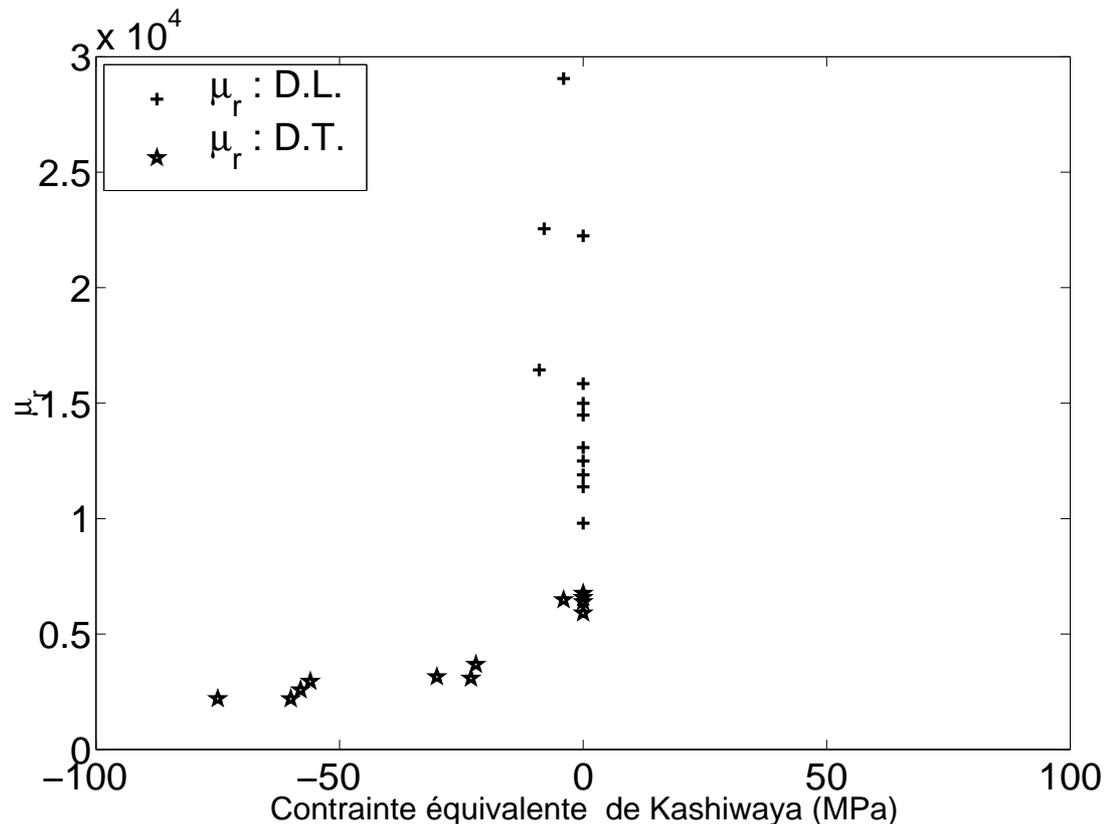


Figure 3.31 – Évolution de la perméabilité mesurée dans le sens long et le sens travers en fonction de la contrainte équivalente proposée par Kashiwaya

Les deux autres critères analysés sont moins restrictifs que celui de Kashiwaya, dans la mesure où ils autorisent une influence d'une contrainte de traction sur le comportement magnétique. Rappelons que les contraintes équivalentes proposées ci-dessus changent d'expression suivant la direction de sollicitation magnétique. Par exemple, pour la contrainte équivalente de Schneider, si le champ \vec{H} est appliqué suivant D.L. alors $\sigma_{\mu eq} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_{D.L.} - \sigma_{D.T.}$ (figure 3.32(b)). Si le champ \vec{H} est appliqué suivant D.T. alors $\sigma_{\mu eq} = \sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_{D.T.} - \sigma_{D.L.}$ (figure 3.32(c)).

Les deux analyses montrent des évolutions relativement linéaires du comportement pour des contraintes équivalentes négatives. Par contre pour les contraintes équivalentes positives, nos mesures de perméabilité sont très dispersées notamment pour les points proches d'une contrainte équivalente nulle (figures 3.33 et 3.34).

Pour les états de contrainte testés, on note que le comportement suivant D.T.

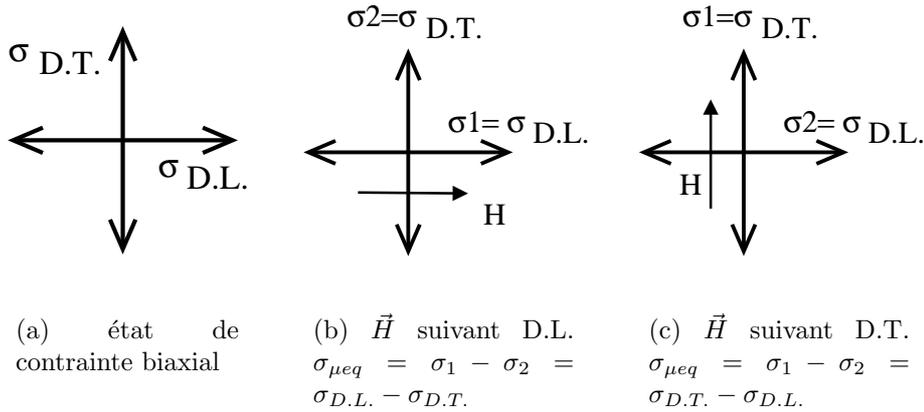


Figure 3.32 – Évolution de la contrainte équivalente de Schneider suivant l’axe de sollicitation magnétique pour un même état de contrainte biaxial

se dégrade plus vite que celui suivant D.L. Or l’analyse de ces deux contraintes équivalentes montre qu’il s’agit, pour les valeurs de contraintes appliquées, de traction suivant D.L. et de compression suivant D.T. Si on considère que le matériau est presque isotrope, ceci peut être interprété comme une contrainte de compression dont l’influence est plus grande qu’une contrainte de traction. Ce constat correspond à l’ensemble des mesures menées pour des cas uniaxiaux en contrainte.

Toutefois la plage balayée par la contrainte équivalente de Schneider est double de celle de Sablik. En effet, pour le point de mesure $\sigma_{D.L.} = 30\text{MPa}$ et $\sigma_{D.T.} = -26\text{MPa}$ on trouve $\sigma_{\mu eq}^{D.T.}(\text{Schneider}) = -56\text{MPa}$ et $\sigma_{\mu eq}^{D.T.}(\text{Sablik}) = -30\text{MPa}$, ce point correspond au cas 11 de la figure 3.28.

Un autre fait remarquable est que la forte dispersion des points de mesures demeure lorsque la contrainte équivalente est proche de zéro.

Pour tenter de discriminer les deux modèles, nous les comparons tous deux à la mesure uniaxiale de référence, pour les états de contrainte correspondant aux contraintes équivalentes fournies par les deux approches. Pour ces résultats, nous traçons l’évolution de la reluctivité relative, ce qui a pour effet de diminuer visuellement les effets dispersifs mais de mieux apprécier les tendances (figure 3.35).

La contrainte équivalente proposée par Sablik *et al.* semble surestimer l’effet des contraintes biaxiales sur le comportement magnétique pour les cas les plus dégradés : les points de reluctivités les plus fortes correspondent à de plus faibles contraintes équivalentes que les reluctivités de même niveau trouvées pour les mesures uniaxiales. La contrainte équivalente proposée par Schneider coïncide bien avec la contrainte uniaxiale pour ces points de forte reluctivité.

Toutefois, il est délicat de faire la part des choses entre les imperfections de nos mesures et celles des modèles évoqués ci-dessus.

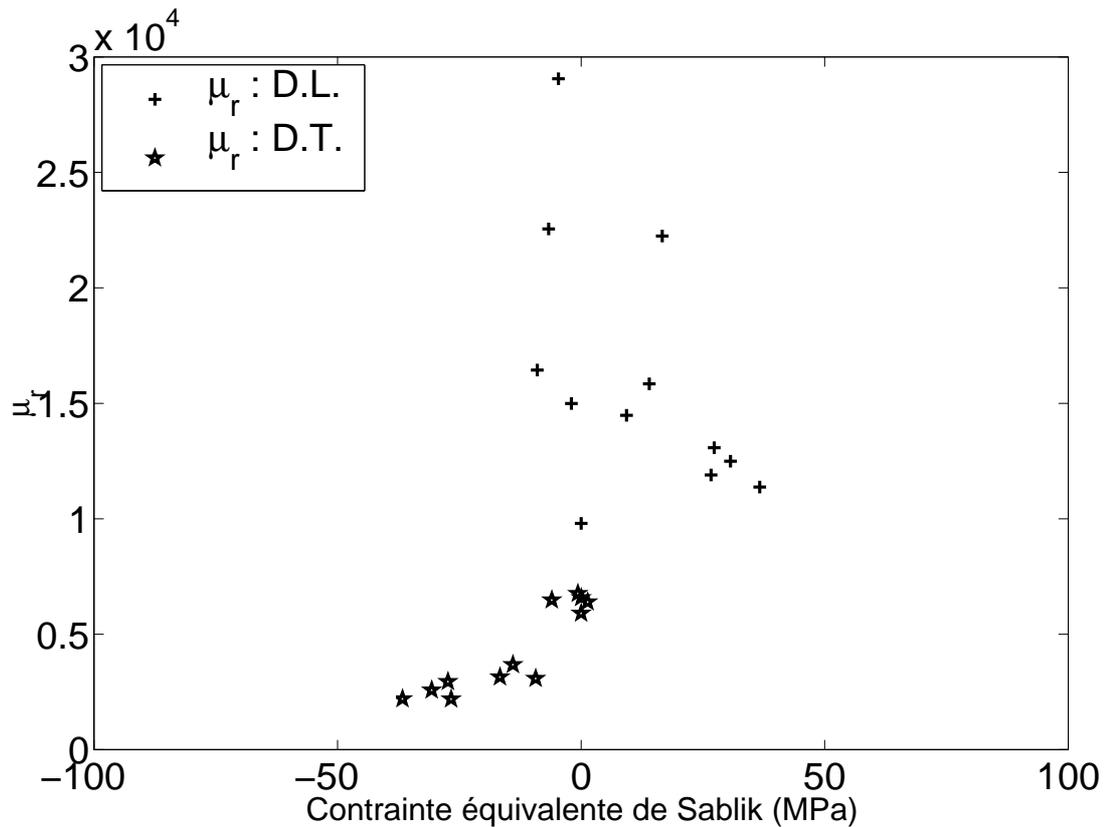


Figure 3.33 – Évolution de la perméabilité mesurée dans le sens long et le sens travers en fonction de la contrainte équivalente proposée par Sablik

3.6.3 Conclusions sur l'étude du comportement magnéto-élastique sous contraintes biaxiales

Cette étude nous semble très satisfaisante dans la mesure où nous avons réussi à mettre en œuvre un dispositif expérimental répondant à nos attentes. L'éprouvette que nous avons conçue a pu être sollicitée pour des états de contraintes de traction et compression, sans flambage, ni plastification, ni décollement de celle-ci. Le problème de planéité de la tôle du au collage est un des seuls points à vraiment améliorer. Le dispositif permettant d'exciter magnétiquement la tôle et de mesurer l'induction dans une zone homogène en champ magnétique et en contrainte a également fonctionné.

Nous avons donc à notre disposition un outil permettant d'explorer une large gamme d'états de contraintes biaxiaux pour des tôles minces sous sollicitation magnétique.

Les résultats présentés dans cette étude sont encourageants car ils montrent d'une part la faisabilité d'une telle expérience et d'autre part la pertinence des choix effectués au cours de la conception de ce montage expérimental.

Enfin, pour l'instant les mesures sont peu nombreuses, mais elles seront com-

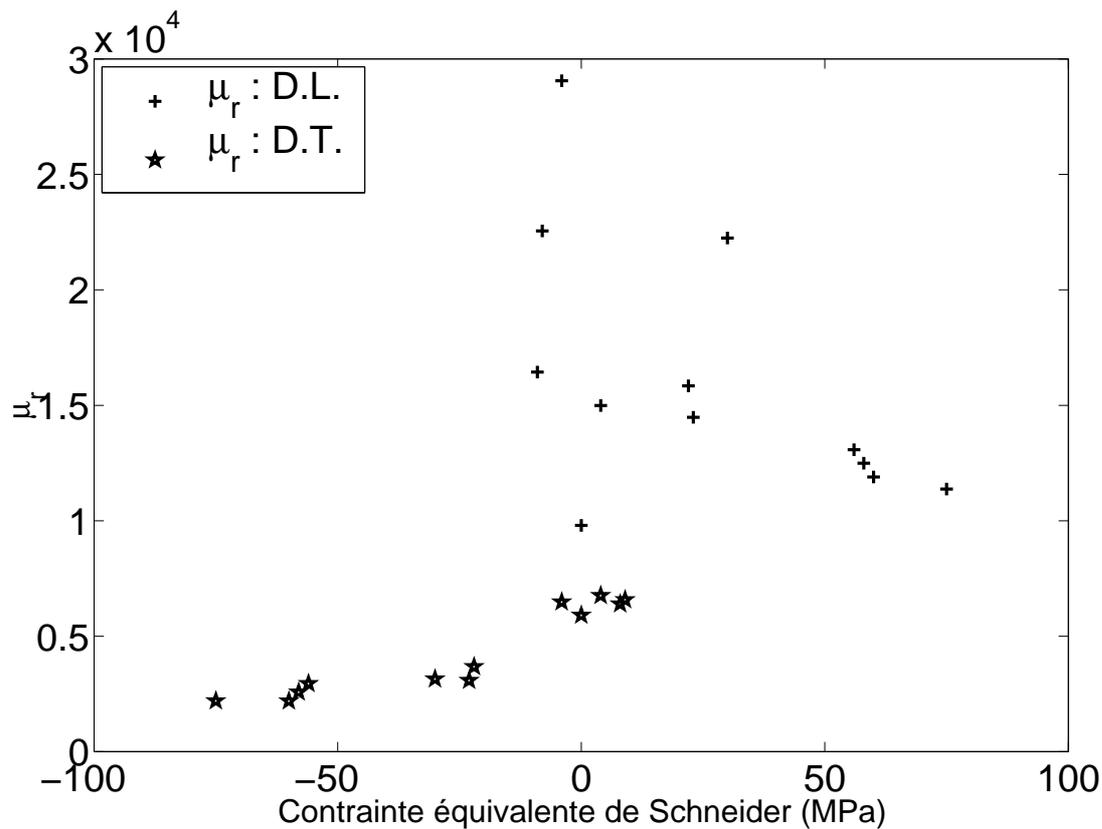


Figure 3.34 – Évolution de la perméabilité mesurée dans le sens long et le sens travers en fonction de la contrainte équivalente proposée par Schneider

plétées et perfectionnées dans un avenir très proche grâce à une méthodologie que nous avons mise en place au cours de cette étude. La modélisation du comportement magnétique sous contrainte biaxiale pourra alors s'appuyer sur une base expérimentale souple, car notre dispositif de mesure permet des sollicitations mécaniques et magnétiques aussi variées que possible en orientation.

Sur le plan de la modélisation, nous avons mis en évidence les défauts intrinsèques des différents modèles proposés dans la littérature :

- le champ est nécessairement aligné avec l'une des contraintes principales,
- le comportement magnétique sous contraintes d'équibitraction ou équibicompression, n'est bien pris en compte par aucun modèle.

En appliquant ces modèles aux mesures que nous avons réalisées, il est possible de montrer que le comportement identifié suivant la direction D.T. du matériau industriel objet de cette étude semble effectivement être sensible aux contraintes équivalentes proposées dans la littérature : pour ces points de mesure, on retrouve bien des contraintes équivalentes proches pour des perméabilités voisines et des états de contrainte différents.

Pour les mesures effectuées suivant la direction D.L. du matériau industriel objet de cette étude il n'y a pas de corrélation évidente entre ces contraintes équivalentes

Conclusion, perspectives et...rebondissements

Cette étude a permis de répondre aux deux questions initialement posées de façon plus ou moins complète. Nous reprenons point à point ces deux parties de l'étude.

Modélisation des contraintes résiduelles dues à la découpe

Les contraintes résiduelles ont pour origine les incompatibilités du champ de déformation plastique induit par la découpe. Une analyse approfondie de la bibliographie concernant la découpe de tôles par poinçonnage et notamment la simulation numérique du procédé fait ressortir deux aspects principaux :

- la connaissance du procédé est importante mais pas suffisante pour apprécier finement le champ des tenseurs des déformations plastiques associés à la découpe ;
- les simulations numériques du procédé sont en très net progrès pour la prédiction de la forme obtenue après découpe mais ne donnent pas de résultat pour les contraintes résiduelles.

Cette analyse de l'état de l'art nous a amenés à réaliser des mesures originales du champ de déformation plastique en surface d'une tôle poinçonnée. Pour pouvoir utiliser ces résultats dans le cas d'un système magnétique simple, nous avons poinçonné des rondelles en alliage de Fe-3%Si N.O., matériau ferromagnétique utilisé sous forme de tôle minces dans de nombreux appareillages du génie électrique. Ces mesures montrent que la tôle subit en cours de découpe des déformations de traction et de flexion qui se superposent aux déformations de cisaillement.

Fort de cette analyse du procédé, l'utilisation d'une démarche simplifiée permet de mettre en évidence que ces déformations de traction sont suffisantes pour générer des contraintes résiduelles de faible amplitude mais à long rayon d'action dans des rondelles poinçonnées. Cette analyse simplifiée associe une étude analytique proposée par [Zhou and Wierzbicki \[1996\]](#), à un calcul élasto-plastique par éléments finis axisymétrique simple, dont le chargement est déterminé grâce au modèle de Zhou et Wierzbicki.

Conclusion de l'analyse mécanique

Nous avons fait une analyse phénoménologique des mécanismes de déformation actifs pendant la découpe des tôles en vue de montrer l'existence possible de contraintes résiduelles à long rayon d'action.

Le principal mécanisme de déformation est le cisaillement, mais les contraintes résiduelles liées à ce mécanisme de cisaillement restent confinées près du bord de découpe et ne correspondent pas au mécanisme que nous cherchons à mettre en évidence.

Au cisaillement se superpose un faible effet de traction, que le modèle analytique de Zhou permet de quantifier : dans notre cas, ce modèle indique que la traction

dépasse la limite d'élasticité du matériau au-delà de la zone cisailée, et qu'il y a donc plastification possible.

Un calcul par éléments finis a été mené en plasticité, afin d'estimer l'importance de cette plastification et de déterminer l'ordre de grandeur des contraintes résiduelles associées. Il apparaît que la géométrie axisymétrique provoque une contrainte ortho-radiale qui ne s'évanouit que lentement quand on s'éloigne du bord du trou.

Le calcul de contraintes résiduelles présenté ne doit pas être considéré comme un calcul précis, correspondant finement à la réalité fort complexe du procédé de découpe. Il s'agit d'un modèle simplifié qui met clairement en évidence un mécanisme par lequel des contraintes à grand rayon d'action peuvent exister ; il semble prometteur et à terme suffisant pour évaluer l'ordre de grandeur de ces contraintes.

Conclusion de l'analyse magnétique

Cette analyse, réalisée sur la même structure que celle ayant servi à modéliser les contraintes résiduelles, met en évidence que :

- la modélisation des contraintes résiduelles est pertinente vis-à-vis du comportement magnétique : elles dégradent effectivement celui-ci alors que la seule prise en compte de la plasticité ne correspondait pas aux mesures ;
- une zone de transition entre zone de plastification intense et zone soumise uniquement à des contraintes résiduelles existe et il serait utile d'étudier leur influence combinée sur le comportement magnétique.

Perspectives

Pour approfondir cette étude, les points essentiels nous semblent être les suivants.

Analyse mécanique du procédé de découpe

Pour confirmer l'effet des efforts de traction sur les contraintes résiduelles, il est envisagé de comparer les résultats issus du modèle simplifié avec des modélisations de la découpe par éléments finis. Cette démarche présente deux intérêts : valider les paramètres de notre modèle et affiner sa construction.

En effet, notre approche simplifiée néglige deux aspects fondamentaux du procédé de découpe. Le premier aspect est la non prise en compte des effets de flexion en cours de découpe qu'il faudrait inclure dans notre modèle. Le deuxième aspect concerne la modélisation des frottements entre les différents éléments de l'outillage et de la tôle découpée.

Il conviendrait également de préciser les limites de validité de l'hypothèse fondamentale selon laquelle, le champ de déformations plastiques en bord de découpe est indépendant du rayon de courbure local du profil de découpe dans le plan de la tôle.

Enfin sur un plan expérimental, il est envisagé d'effectuer des mesures de déformation par des techniques de corrélation d'images sur la tranche d'une tôle en cours de découpe ou pour des essais interrompus. Cette étude devrait permettre d'apprécier l'évolution du tenseur des déformations plastiques en cours de poinçonnage et

donc d'affiner la connaissance du tenseur de déformations plastiques une fois la tôle découpée. Notamment, on peut penser valider avec ces mesures l'hypothèse de retour élastique de la structure juste après rupture et la non influence du frottement du poinçon lors de son retour.

Analyse magnétique du procédé de découpe

La connaissance d'un champ de contraintes résiduelles, que l'on suppose être représentatif de la découpe pour la structure étudiée, met en évidence que les modèles prenant en compte l'influence d'une déformation plastique sur le comportement magnétique à l'échelle macroscopique peuvent être améliorés. Ces améliorations devraient viser à affiner d'une part la modélisation du comportement magnétique pour des tôles plastifiées et sous chargement extérieur. Le deuxième point essentiel à améliorer serait la prise en compte de l'effet anisotrope des mécanismes de déformation plastique sur le comportement magnétique des tôles. En effet, le modèle que nous utilisons a été identifié pour des essais de traction et nous comparons ces résultats à des déformations essentiellement de cisaillement.

Influence d'un état de contraintes biaxial sur le comportement des tôles magnétiques

Cette partie de l'étude est à nos yeux la plus prometteuse. Nous avons à notre disposition un outil d'identification du comportement de tôles ferromagnétiques sous chargements biaxiaux qui est très prometteur.

Réalisation d'un dispositif expérimental pour l'identification du comportement magnéto-élastique sous contraintes biaxiales

Du cahier des charges aux critères d'optimisation

Notre but était de développer un essai original pour la caractérisation du comportement magnéto-élastique sous contraintes biaxiales. Nous avons établi un certains nombres de critères pour répondre aussi bien que possible à ce problème complexe. L'ensemble de ces critères a constitué le cahier des charges tout au cours de la conception de ce dispositif.

Pour utiliser les qualités des montages préexistants au notre et décrits dans la littérature, nous les avons analysés au vu de ce même cahier des charges. Cette démarche nous a semblé constructive, même si elle peut être améliorée, notamment pour la définition des critères d'homogénéités magnétiques pour l'instant extrêmement rudimentaires. Les résultats de l'analyse quantitative des éprouvettes de la littérature sont donc à nuancer et peuvent être largement affinés, par exemple avec des simulations numériques des dispositifs de mesure du même type que celles présentées (voir paragraphe 3.3.3.3).

La conception de notre éprouvette vérifie le cahier des charges que nous nous étions ainsi fixés.

Caractéristiques mécaniques du montage

L'éprouvette que nous avons réalisée peut être sollicitée en traction et en compression suivant deux directions orthogonales. En cours d'essai, l'éprouvette n'a pas flambé, aucun décollement entre ses différentes épaisseurs n'est apparu et aucune zone de plastification n'a été mise en évidence. Toutefois, ceci n'a été testé que pour des chargements relativement faibles.

L'homogénéité des contraintes dans la zone de mesure semble correcte, mais cette étape devra être validée pour des niveaux de déformations permettant d'utiliser pleinement la mesure de champ de déformation.

Caractéristiques magnétiques du montage

L'excitation et la mesure magnétique ont pu être réalisées grâce à notre dispositif dans toute les directions du plan de la tôle étudiée sous chargement mécanique biaxial. Les mesures sont très discriminantes d'un état de contrainte à l'autre. Le montage proposé permet donc d'identifier au moins qualitativement l'influence d'une contrainte biaxiale sur le comportement magnétique d'une tôle.

Deux limitations apparaissent pour ce dispositif.

Une première limitation est qu'il s'agit de mesures globales interprétées en terme de grandeurs locales à l'aide d'un modèle dont le domaine de validité est limité aux faibles amplitudes d'excitation (300A/m). Or, pour avoir des comparaisons fiables notamment avec les mesures faites sous sollicitations mécaniques uniaxiales, il est préférable de pouvoir travailler avec des champ de forte intensité.

La deuxième est de ne pouvoir mesurer qu'une composante du champ induit dans la tôle colinéaire avec l'excitation. Or, pour bien apprécier les grandeurs magnétiques, il serait souhaitable d'avoir une mesure de la direction de l'aimantation globale dans le plan de la tôle.

Perfectionnements du montage

Sur un plan mécanique, le dispositif semble répondre correctement aux critères exigés. Il conviendra cependant de faire une caractérisation mécanique et surtout magnétique des tôles testées avant et après collage dans l'éprouvette afin d'évaluer quantitativement l'effet d'éventuelles contraintes initiales dues au collage.

Sur le plan magnétique de nombreuses améliorations peuvent être envisagées. Et nous projetons de les réaliser en partenariat avec des laboratoires du génie électrique dans le cadre du G.D.R. "M.E.2.M.S." du département S.T.I.C. Ce projet de collaboration a pour objectif l'identification et la modélisation du comportement magnéto-mécanique couplé des matériaux du génie électrique. Les laboratoires partenaires de ce projet sont le SATIE (UMR 8029), le LMT Cachan (UMR 8535) et le LGEP (UMR 8507).

Une première amélioration envisagée est la miniaturisation du dispositif de mesure qui permettra soit à l'éprouvette actuelle de répondre pleinement aux critères d'homogénéités mécaniques soit d'être simplifiée. En effet, comme on a vu dans la partie concernant la conception de cette expérience, la forme de l'éprouvette est très dépendante des exigences pour la taille minimale d'homogénéité magnétique liée à la taille du capteur. On pourrait imaginer ainsi une grande simplification de l'éprouvette en supprimant par exemple les talons de l'éprouvette.

La collaboration avec le SATIE permettra d'utiliser d'autres technologies de capteurs magnétiques plus précis et plus petits que les nôtres. Par ailleurs, nous envisageons l'utilisation d'une mesure vectorielle du champ magnétique et de l'induction avec une matrice de neuf capteurs biaxiaux à base de magnétorésistance pour la mesure du champ et de deux systèmes de mesures par pointes croisés pour la mesure de l'induction.

En outre la validation de l'homogénéité du champ créé et mesuré par notre dispositif magnétique est en cours, également en collaboration avec le SATIE.

Modélisation actuelles du comportement

magnéto-élastique sous contraintes biaxiales

L'étude des différents modèles de la littérature fait apparaître des faiblesses évidentes pour chacune des contraintes équivalentes proposées.

Seules nos mesures effectuées suivant l'axe D.T. de notre tôle semblent cohérentes avec les contraintes équivalentes proposées dans la littérature. Pour les mesures suivant l'axe D.L. de notre tôle, on ne peut pas faire la part des choses entre les erreurs dues à nos mesures et celles dues aux modèles eux-mêmes.

Rebondissons : modélisons !

En termes de perspectives de modélisation, il semble que la démarche proposée par Pearson *et al.* va dans la bonne direction et devrait être généralisée et appliquée directement à la définition de la contrainte équivalente : il faut *a priori* non seulement intégrer dans une contrainte équivalente la différence des contraintes principales et une contrainte équivalente par exemple au sens de Von Mises pour éviter de négliger l'effet d'une contrainte d'équibitraction ou d'équibicompession sur le comportement magnétique.

Pour prendre en compte la dissymétrie de comportement entre traction et compression, il semble raisonnable d'affiner encore cette approche. Une méthode pourrait consister à intégrer dans la définition de la contrainte équivalente au sens du magnétisme non seulement les invariants du tenseur des contraintes d'ordre II, mais également l'invariant du tenseur des contraintes d'ordre III ou les parties positives et négatives du tenseur des contraintes.

Par ailleurs, il convient de noter que ce type de modélisation doit pouvoir prendre en compte non seulement l'anisotropie induite par le chargement mais aussi l'anisotropie initiale toujours non négligeable dans les matériaux industriels du génie électrique. Ce point est d'autant plus délicat qu'il est désormais prouvé grâce à des mesures Hubert *et al.* [2002] et des modèles d'homogénéisation Daniel *et al.* [2002] qu'une faible texture cristallographique de la tôle induit des anisotropies des comportements magnétique et élastique faibles mais une anisotropie du comportement couplé importante.

Bibliographie

- S. Andrieux. Construction d'un champ de contraintes résiduelles en équilibre à partir d'un champ approché donné sous forme analytique. Technical Report HI-74/94/044/0, EDF-DER, 1994.
- E. Astudillo, S. Calloch, F. Hild, G. Bernier, and B. Raka. Etude du comportement biaxial d'un microbéton armé de fibres par intercorrélation d'images. *Photomécanique 2001*, pages 49–54, 2001.
- A. Atkins. On cropping and related processes. *Int. J. of Mech. Sci.*, 22 :215–231, 1980.
- R. Batisse, H. D. Fant-Jaekels, F. Curie, and J. Virely. Biaxial high cycle fatigue tests on a gas transmission pipeline steel. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.*, 19 (10) :1231–1238, 1996.
- R. Billardon, J. Duffailly, and J. Lemaitre. A procedure based on vickers' microhardness tests to measure damage fields. Transactions of the 9th international conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Lausanne :367–373, 1987.
- R. Billardon, L. Hirsinger, and F. Ossart. Magneto-elastic coupled finite element analyses. *Revue Européenne des Eléments Finis*, 8 n.5-6 :525–551, 1999.
- R. Bozorth. *Ferromagnetism*. D. Van Nostrand Company, N.Y., 1951.
- P. Brissonneau. *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*. HERMES, 1997.
- D. Brokken. *Numerical modelling of ductile fracture in blanking*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1999.
- D. Brokken, W. Brekelmans, and F. Baaijens. Predicting the shape of blanked products : a finite element approach. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 103 :51–56, 2000.
- H. Bui. *Introduction aux problèmes inverses en mécanique des matériaux*, volume 83. Eyrolles-Coll. DEREf, 1993.
- N. Buiron. *Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux*. PhD thesis, ENS Cachan, 2000.
- Y. Cao, N. Hu, J. Lu, H. Fukunaga, and Z. Yao. An inverse approach for constructing the residual stress field induced by welding. *J. of Strain An. for Eng. Design*, 37 :345–360, 2002.

- M. Cervenka, B. Bouchet, and C. Gasc. Influence du mode de découpe sur le comportement en fatigue de tôles minces d'aciers dual-phase. *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*, mars :184–194, 1990.
- A. Chabenat and R. Martin. *Découpage-Poinçonnage*, volume BT3-Mécanique et Chaleur. Techniques de l'ingénieur, 1978.
- Z. Chen, C. Tang, T. Lee, and L. Chan. Numerical simulation of fine-blanking process using a mixed finite element method. *Int. J. of Mech. Sci.*, 44 :1309–1333, 2002.
- L. Chevalier, S. Calloch, F. Hild, and Y. Marco. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials. *E.J.M. A/Solids*, 20 : 169–187, 2001.
- J. Cognard, V. Feuardenet, and J. Virely. Optimisation d'une structure pour essais mécaniques biaxiaux. *Actes IDMME'96*, 1996.
- L. Daniel, O. Hubert, F. Ossart, and R. Billardon. Experimental analysis and multiscale modelling of the anisotropic mechanical and magnetostrictive behaviours of electrical steels. *6th European Mechanics of Materials Conference - Liège, Belgium, EMMC6*, 2002.
- J. Degauque. Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques doux : origines physiques. *Mémoires et Études Scientifiques de Métallurgie*, IV :5–23, 1985.
- S. Demmerle and J. Boehler. Optimal design of biaxial tensile cruciform specimens. *J. Mech. Phys. Solids*, 41(No 1.) :143–181, 1992.
- E. du Trémolet de Lacheisserie. *Magnétisme*, volume I-Fondements. Presses Universitaires de Grenoble, 1999.
- D. François, A. Pineau, and A. Zaoui. *Comportement Mécanique des Matériaux*, volume 1–Élasticité et Plasticité, 2^{ème} édition,. Hermes, 1995.
- G. Geymonat, F. Hild, and S. Pagano. Identification of elastic parameters by displacement field measurement. *C. R. Mécanique*, 330 :403–408, 2002.
- A. Goijaerts. *Prediction of ductile fracture in metal blanking*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1999.
- A. Goijaerts, L. Govaert, and F. Baaijens. Evaluation of ductile fracture models for different metals in blanking. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 110 :312–323, 2001.
- S. GolovasChenko. *Numerical and experimental analyses of the trimmimg process*. NUMISHEET'99 - 13-17 september 1999 - Besançon France, 1999.
- C. Gourdin. *Identification et modélisation du comportement électromagnétique de structures ferromagnétiques*. PhD thesis, Université Paris 6, 1998.
- B. Gouveia, J. Rordigues, and P. Martins. Ductile fracture in metalworking : experimental and theoretical research. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 101 :52–63, 2000.
- R. Hambli. Blanking tool wear modeling using the finite element method. *Int. J. of Mach. Tools Manufacture*, 41 :1815–1829, 2001a.

- R. Hambli. Comparison between lemaître and gurson damage models in crack growth simulation during blanking process. *Int. J. of Mech. Sci.*, 43 :2769–2790, 2001b.
- F. Hild, J. Perié, and M. Coret. *Mesure de champs de déplacements 2D par corrélation d'images numériques : CORRELI 2D*, volume 230. Rapport interne LMT Cachan, décembre 1999.
- R. Hill. *The Mathematical Theory of Plasticity*, volume Reissued 1971. Oxford Science Publications, 1950.
- L. Hirsinger. *Études des déformations magnéto-élastiques dans les matériaux ferromagnétiques doux. Application à l'étude des déformations d'une structure de machine électrique*. PhD thesis, ENS Cachan, 1994.
- O. Hubert. *Influence des contraintes internes et de la structure des dislocations sur les couplages magnétomécaniques dans les alliages Fe-3%Si non orientés*. PhD thesis, UTC, 1998.
- O. Hubert, L. Daniel, and R. Billardon. Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, in press, 2002.
- O. Hubert and E. Hug. Influence of plastic strain on magnetic behaviour of non-oriented fe-3%si and application to manufacturing test by punching. *Materials Science and Technology*, 11 :482–487, 1995.
- E. Hug, O. Hubert, and M. Clavel. Some aspects of the magnetomechanical coupling in the strengthening of nonoriented and grain-oriented 3%siFe alloys. *IEEE Transactions on Magnetism*, 33 :763–771, 1997.
- K. Kashiwaya. Fundamentals of nondestructive measurement of biaxial stress in steel utilizing magnetoelastic effect under low magnetic field. *Japanese Journal of Applied Physics*, 30(11A) :2932–2942, 1991.
- F. Klocke and H. Raedt. Friction in modeling of metal forming processes. *Int. J. of Form. Proc.*, 4(1) :43–55, 2001.
- D.-C. Ko, B.-M. Kim, and J.-C. Choi. Finite-element simulation of the shear process using the element-kill method. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 72 :129–140, 1997.
- R. Langman. Measurement of the mechanical stress in mild steel by means of rotation of magnetic field strength. *NDT international*, october :255–262, 1981.
- R. Langman. Magnetic properties of mild steel under conditions of biaxial stress. *IEEE Transactions on Magnetism*, 26(4) :1246–1251, 1990.
- V. Lemiale, P. Picart, and S. Meunier. Experimental and numerical analysis of blanking for thin sheet metal parts. *Int. J. of Form. Proc.*, 4(3-4) :319–333, 2001.
- J. Lu. *Handbook of Measurement of Residual Stresses*, volume 22. Society of Experimental Mechanics, 1996.
- G. Maeder, J. Lebrun, and J. Sprauel. *Détermination par diffraction des rayons X des contraintes internes. Aspects macro et microscopiques*, volume Ecole d'été d'Oléron, Physique et mécanique de la mise en forme des matériaux. Ed. Presses du CNRS-IRSID, 1990.

- A. Maillard. *Etude expérimentale et numérique du découpage*. PhD thesis, UTC, 1991.
- J. Makar and B. Tanner. The effect of plastic deformation and residual stresses on the permeability and magnetostriction of steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 222, 2000.
- V. Maurel, R. Billardon, N. Buiron, O. Hubert, and F. Ossart. Méthode simplifiée de modélisation des contraintes résiduelles induites par la découpe d'une tôle. In *XVème congrès français de mécanique*, Nancy-France, 2001.
- V. Maurel, F. Ossart, and R. Billardon. Residual stresses in punched laminations : phenomenological analysis and influence on the magnetic behavior of electrical steels. *accepté pour publication in Journ. of Appl. Physics*, MMM'02, 2002a.
- V. Maurel, F. Ossart, and R. Billardon. A simplified model of residual stresses induced by punching. *Int. J. of Form. Proc.*, 5(2-3) :391–400, 2002b.
- V. Maurel, F. Ossart, Y. Marco, and R. Billardon. A new set-up to test biaxial stress effect on magneto-mechanic coupling. *accepté pour publication in Journ. of Appl. Physics*, MMM'02, 2002c.
- F. Mikhaleenko and Y. Antonov. Workpiece stress in stamping process. *Russian Engineering journal*, LIII(No. 4) :61–64, 1973.
- A. Moses, N. Derebasi, G. Loisos, and A. Schoppa. Aspect of the cut-edge effect stress on the power loss and flux density distribution in electrical steel sheets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215-216 :690–692, 2000.
- F. Ossart. Validation d'un modèle simplifié permettant de rendre compte de l'effet de la découpe et expérimentation sur éprouvettes et dispositif proche d'une maquette moteur avec des tôles fully-process. Technical Report 2, GIRTOM/LMT Cachan, juillet 1999.
- F. Ossart. Dégradation du comportement magnétique des tôles lors de leur mise en œuvre industrielle : mise en évidence expérimentale et modélisation. *Mécanique et Industrie*, 1 :165–176, 2000.
- F. Ossart, L. Hirsinger, and R. Billardon. *Modelling of hysteresis losses in an electric machine stator subjected to assembling elastic stresses*. ISEM 9th, 1999.
- F. Ossart, E. Hug, O. Hubert, C. Buvat, and R. Billardon. Effect of punching on electrical steels : Experimental and numerical coupled analyses. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5) :3137–3140, 2000.
- R. Pallett and R. Lark. The use of tailored blanks in the manufacture of construction components. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 117 :249–254, 2001.
- J. Pearsons, P. Squire, M. Maylin, and J. Gore. Biaxial stress effects on the magnetic properties of pure iron. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5) :3251–3253, 2000.
- G. Pérec. *Experimental demonstration of the tomatotopic organization in the Sopranica (Cantatrix Sopranica D.)*. La librairie du XXe siècle, Seuil, 1991.
- P. Popat, A. Ghosh, and N. Kishore. Finite-element analysis of the blanking process. *J. of Mech. Work. Tech.*, 18 :269–282, 1989.

- B. Raka. *Sur les performances de la technique de mesure de champs de déplacements et de déformation par corrélation d'images en lumière blanche.*, volume Mémoire ingénieur C.N.A.M. LMT Cachan, 2001.
- R. Rygal, A. Moses, N. Derebasi, and A. Schoppa. Influence of cutting stress on magnetic field and flux density distribution in non-oriented electrical steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 215-216 :687–689, 2000.
- K. Saanouni, J. Mariage, and A. Cherouat. *Sheet metal cutting simulation by continuum damage mechanics.* 5th Esaform Conference on Material Forming, Krakov Poland,, 2002.
- M. Sablik, G. Burkhardt, and H. Kwun. Application of hysteresis modeling to magnetic techniques for monitoring biaxial stress. *Proc. 11th DOE Basic Engineering Sciences Symposium*, IL :213, 1993.
- M. Sablik and D. Jiles. Coupled magnetoelastic theory of magnetic and magnetostrictive hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29 :2113–2123, 1993.
- M. Sablik, L. Riley, G. Burkhardt, H. Kwun, P. Cannell, K. Watts, and R. Langman. Micromagnetic model for biaxial stress effects on magnetic properties. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, (132), 1994.
- M. Samuel. Fem simulations and experimental analysis of parameters of influence in the blanking process. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 84 :97–106, 1998.
- C. Schneider and J. Richardson. Biaxial magnetoelasticity in steels. *Journal of Applied Physics*, 53 :8136–8138, 1982.
- Y. Stegeman, A. Goijaerts, D. Brokken, W. Brekelmans, L. Govaert, and F. Baaijens. An experimental and numerical study of a planar blanking process. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 87 :266–276, 1999.
- L. Sussen. *Identification et recalage des champs de contraintes résiduelles dans les structures.* PhD thesis, LMT Cachan, 1998.
- W. Szczepliński. *Introduction to the mechanics of plastic forming of metals.* Sijthoff & Noordhoff Int. Pub., Reissued 1979, 1967.
- E. Taupin, J. Breitling, W.-T. Wu, and T. Altan. Material fracture and burr formation in blanking results of fem simulations and comparison with experiments. *J. of Mat. Proc. Tech.*, 59(1-2) :68–78, 1996.
- Y. Thesing. *Mesure par corrélation des déplacements et des rotations à partir de figures granulaires.* Université de Brunswick, Projet de fin d'étude, 1996.
- J. Thompson and G. Hunt. *A general theory of elastic stability.* Wiley-Intersciences Publication, 1973.
- S. Tiito. *Magnetic methods*, volume 22. In Handbook of Measurement of Residual Stresses, Ed. J. Lu (Society of Experimental Mechanics), 1996.
- S. Timoshenko and J. Goodier. *Theory of elasticity*, volume 3rd ed Reissued 1987. McGraw-Hill Engineering mechanics series, 1970.
- G. Tomka, N. Murray, J. Gore, J. Earl, P. Squire, and M. Maylin. Effects of biaxial stress on martensitic steels. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 226-230 :980–982, 2001.

- Y. Ueda, K. Fukuda, and Y. Kim. New measuring method of axisymmetric three-dimensional strains as parameters. *Transactions of the ASME*, 108 :328–334, 1986.
- Q. Zhou and T. Wierzbicki. A tension zone model of blanking and tearing of ductile metal plates. *Int. J. of Mech. Sci.*, 38(3) :303–324, 1996.

Annexe A

Mesures de déformation par corrélation d'images

A.1 Technique de changement de repère

Pour déterminer la position de la photo par rapport au centre de la rondelle il faut faire coïncider la photo avec des points connus de la rondelle. Or pour ne pas perturber la structure aléatoire du mouchetis de la rondelle, nous n'avons pas tracé de marqueur sur celle-ci. On peut alors utiliser soit le bord extérieur de la rondelle puis déterminer le centre de la rondelle soit le bord du trou du poinçon et déterminer le centre de celui-ci. Nous avons choisi la deuxième méthode pour les raisons suivantes :

- On doit déterminer les déformations plastiques en fonction de leur distance au bord du trou poinçonné pour exploiter ces résultats dans d'autres géométries poinçonnées de la même façon (*i.e.* avec le même outillage).
- Connaître la position du centre de la rondelle par rapport à une photo prise près du bord extérieur de la rondelle oblige à repérer la position des autres photos par rapport à cette première. Cette tâche est fastidieuse et multiplie les erreurs de positionnement.
- Le rayon de courbure est plus faible pour un diamètre de 5mm que pour un diamètre de 30 mm, la détermination du centre est alors plus précise.
- Les informations les plus pertinentes en terme de déformation se trouvent près du bord du trou : c'est là où les déformations sont les plus importantes, les plus fiables du point de vue de leur mesure et également les plus significatives sur le plan du couplage avec le magnétisme.
- Enfin dans une seule photo on a toute l'information : déformation et position par rapport au bord du trou des points de la photo.

La technique utilisée est alors la suivante : on repère trois points situés sur le bord du trou visible sur la photo (cf. figure A.1). Le triangle ABC formé par ces trois points est circonscrit au cercle constitué par le bord du trou. Le centre O du trou est déterminé comme étant l'orthocentre du triangle ABC. Pour vérifier la pertinence des points sélectionnés, on extrait les coordonnées d'autres points appartenant au bord du trou. La distance de ces points au point O est comparée au rayon du trou en pixel. On atteint très rapidement une convergence à moins de 10 pixels (environ 20 μm) pour le calcul du rayon poinçonné. On peut alors effectuer le changement de repère.

Pour un point P quelconque de la photo, on passe des coordonnées (x_1, x_2) dans le repère (1,2) lié à la photo aux coordonnées (r, θ) liées au centre de la rondelle.

Cette démarche est simplifiée par l'utilisation de photos numériques qui permettent d'extraire les coordonnées des points pixelisés.

Tenseur de déformation en coordonnées cylindriques. Une fois connue la position du point $P(r, \theta)$, on peut calculer les déformations radiales et orthoradiales de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(O,r,\theta)} = \underline{\underline{R}}^{-1} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(O,x,y)} \underline{\underline{R}} \quad (\text{A.1})$$

avec

$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

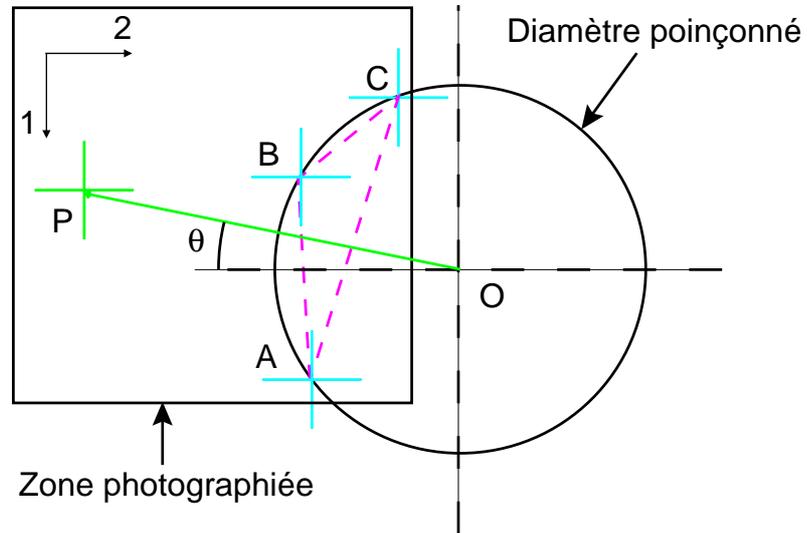


Figure A.1 – Technique de changement de repère

Enfin, on mesure à l'aide d'un projecteur de profil le rayon réel du trou, ce qui permet de faire une conversion des coordonnées pixel en mm.

Annexe B

Note de calculs pour la conception de l'éprouvette biaxiale

B.1 Calculs analytiques pour un disque soumis à une pression constante sur sa périphérie

Soit un disque de rayon extérieur R d'épaisseur t , constitué d'un matériau élastique de module d'Young $E = 200GPa$ et de coefficient de Poisson $\nu = 0,3$. On veut connaître l'état de contrainte pour ce disque soumis à une pression constante q appliquée dans son plan. Le problème est axisymétrique et indépendant de z . L'équilibre de la structure est obtenu si l'équation B.1 est respectée Timoshenko and Goodier [1970] :

$$\sigma_\theta - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0. \quad (\text{B.1})$$

On peut supposer *a priori* que le champ de contrainte est une fonction linéaire de la distance radiale au centre du disque r , par exemple :

$$\sigma_r = Ar + B, \quad (\text{B.2})$$

les paramètres A et B devant vérifier les conditions limites en contraintes B.3 et B.4 et en déplacement B.5 :

$$\sigma_r(r = R) = q; \quad (\text{B.3})$$

$$\sigma_\theta(r = R) = 0. \quad (\text{B.4})$$

$$u(r = 0) = 0. \quad (\text{B.5})$$

Avec le choix de la forme de la contrainte radiale B.2 et l'équation d'équilibre B.1 on détermine la forme de la contrainte orthoradiale σ_θ par :

$$\sigma_\theta = 2Ar + B. \quad (\text{B.6})$$

Le respect des conditions aux limites en contraintes B.3 et B.4 donnent :

$$\begin{cases} A = \frac{q}{R} \\ B = -2q \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

et

$$\begin{cases} \sigma_r = q \left(\frac{r}{R} - 2 \right) \\ \sigma_\theta = 2q \left(\frac{r}{R} - 1 \right) \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

La contrainte équivalente de Von Mises vaut :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + \sigma_r^2 + \sigma_\theta^2]} \quad (\text{B.9})$$

soit

$$\begin{cases} \sigma_{VM}(r = R) = q \\ \sigma_{VM}(r = 0) = \max(\sigma_{VM}) = 2q \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

B.2 Procédure développée dans Castem ou Cast3m

Problèmes liés au collage

Construction de deux volumes obtenus par translation avec création de leur interface.

```
DEBPROC LIATRAZ1 BAS1*'MAILLAGE' VTR1*'FLOTTANT'  
VTR2*'FLOTTANT' N1EL*'ENTIER' N2EL*'ENTIER';  
*vecteurs translations à partir des données vtr1 et vtr2;  
tz1 = 0. 0. vtr1;  
tz2 = 0. 0. vtr2;  
tzc0= 0. 0. -1.;  
tzc1= 0. 0. (1.+ vtr1);  
tzc2= 0. 0. (1.+ vtr2);  
*premier volume  
vol1 = bas1 volu 'TRAN' n1el tz1;  
sur1c = face 2 vol1;  
*2 translations : surface de transition puis interface  
vtoto = bas1 volu 'TRAN' 1 tzc0;  
stoto = face 2 vtoto;  
vtoto = stoto volu 'TRAN' 1 tzc1;  
sur2c = face 2 vtoto;  
vol2 = sur2c volu 'TRAN' n2el tz2;  
opti elem LIA3;  
col1 = liaison 0.0001 (sur1c ) sur2c;  
opti elem tet4;  
FINPROC vol1 vol2 col1;
```


Annexe C

Plans de définition de l'éprouvette

C.1 éprouvette finale après usinage

C.2 éprouvette après collage, avant usinage