



N° d'ordre : D 01 – 08

Thèse

présentée devant
l'**Institut National des Sciences Appliquées de Rennes**

pour obtenir le titre de
Docteur

spécialité : *Électronique*

Étude des modulations à porteuses multiples et à spectre étalé : analyse et optimisation

par
Jean-Yves Baudais

Soutenue le 4 mai 2001 devant la commission d'examen :

Rapporteurs	Jean-Claude BIC	Directeur de Recherches à l'ENST Paris
	Luc VANDENDORPE	Professeur à l'Université Catholique de Louvain
Examineurs	Jacques CITERNE	Professeur à l'INSA de Rennes
	Maryline HÉLARD	Docteur-ingénieur à FT R&D/DMR/DDH de Rennes
	Jean-François HÉLARD	Maître de conférences à l'INSA de Rennes
	David MOTTIER	Docteur-ingénieur à Mitsubishi Electric ITE de Rennes
	Ramesh PYNDIAH	Directeur de Recherches à l'ENST Bretagne

Institut National des Sciences Appliquées, Rennes
Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications
Groupe Télécommunications

Remerciements

Ce travail a été effectué au *Laboratoire Composants et Systèmes pour Télécommunications* de l'INSA de Rennes, dirigé par J. CITERNE. Je lui exprime ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et conseillé tout au long de cette étude.

J'exprime toute ma gratitude envers J-F. HÉLARD pour son encadrement. Ses judicieux conseils m'ont permis de mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier J-C. BIC, Directeur de Recherches à l'ENST Paris et L. VANDENDORPE, Professeur à l'Université de Louvain, pour l'attention qu'ils ont accordée à la lecture de ce mémoire et pour leur participation au jury de thèse en tant que rapporteurs.

Je remercie également M. HÉLARD, Docteur-ingénieur à France-Telecom R&D, D. MOTTIER, Ingénieur à Mitsubishi Electric ITE et R. PYNDIAH, Directeur de Recherches à l'ENST Bretagne, qui ont accepté d'examiner le résultat de trois années de recherche et de faire partie du jury.

Ce travail a été effectué en relation avec les laboratoires Mitsubishi Electric ITE de Rennes et la DMR/DDH de France Télécom R&D de Rennes. Je remercie L. BRUNEL, D. CASTELAIN, D. LACROIX et R. LE GOUABLE pour les échanges techniques et scientifiques très enrichissants.

Je remercie enfin mes prédécesseurs, mes successeurs, les « habitants » du LCST et tout particulièrement le duo « Paviot & Moy » pour avoir réussi à transmettre au delà des murs de la « grotte verte » l'image du thésard heureux.

Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	iii
Introduction	1
1 Les modulations numériques à porteuses multiples et l'étalement de spectre	3
1.1 Les systèmes de communications numériques	3
1.1.1 Le codage et le décodage de source	4
1.1.2 Le codage et le décodage de canal	4
1.1.3 La modulation et la démodulation	4
1.1.4 Égalisation et traitement de diversité par combinaison	6
1.1.5 Équivalent en bande de base du système de communication	7
1.2 L'étalement de spectre par séquence directe	8
1.2.1 Principe de l'étalement de spectre	8
1.2.2 L'accès multiple à répartition de codes	10
1.2.3 Les codes d'étalement et d'accès multiple	11
1.2.3.1 Les caractéristiques des codes	12
1.2.3.2 Les caractéristiques de la transformé de Fourier inverse des codes	15
1.2.3.3 Une nouvelle famille de codes orthogonaux	16
1.2.4 Les récepteurs	18
1.2.5 Un exemple d'application : le standard UMTS	20
1.3 Les modulations à porteuses multiples	21
1.3.1 Les porteuses multiples	21
1.3.1.1 Le signal OFDM	21
1.3.1.2 L'utilisation d'un intervalle de garde	24
1.3.1.3 Le facteur de crête	25
1.3.2 Les codes correcteurs d'erreurs	26
1.3.3 La réception des signaux COFDM	29
1.3.3.1 Les récepteurs OFDM	29
1.3.3.2 Le décodage de canal	30
1.3.4 Un exemple d'application : la télévision numérique hertzienne européenne	32
1.4 Conclusion	33

2	Les techniques à porteuses multiples et à étalement de spectre dans un contexte radiomobile	35
2.1	Les techniques à porteuses multiples et à étalement de spectre	35
2.1.1	L'AMRC à porteuses multiples	36
2.1.1.1	Le signal mono-utilisateur	37
2.1.1.2	Le signal multiutilisateur synchrone	39
2.1.2	L'AMRC à porteuses multiples à séquence directe	40
2.1.2.1	Le signal émis	41
2.1.2.2	Le récepteur	43
2.1.3	L'AMRC multipilote	45
2.2	Les modifications des systèmes de base	48
2.3	La comparaison des systèmes AMRC à porteuses multiples	50
2.4	Le canal radiomobile	51
2.4.1	Le modèle du filtre linéaire variant dans le temps	51
2.4.2	Les paramètres statistiques du canal	55
2.4.2.1	Les pertes de puissance	55
2.4.2.2	Les dispersions temporelles	56
2.4.2.3	Les dispersions fréquentielles	58
2.4.3	L'adaptation des modulations à porteuses multiples au canal radio- mobile	60
2.4.4	Les modèles de canaux choisis	60
2.4.5	Équivalence temps-fréquence	61
2.5	L'AMRC à porteuses multiples et multipilote dans un contexte réseau . . .	62
2.5.1	Le concept cellulaire	63
2.5.2	Le contrôle de puissance	64
2.6	Conclusion	65
3	Les récepteurs AMRC à porteuses multiples linéaires	67
3.1	Classification des récepteurs	67
3.2	Le récepteur optimal	69
3.3	Les récepteurs mono-utilisateurs linéaires	69
3.3.1	Le signal AMRC à porteuses multiples reçu	69
3.3.2	La puissance du signal reçu	70
3.3.3	Le signal après égalisation	72
3.3.4	L'approximation gaussienne utilisée	72
3.4	La combinaison à gain maximal (CGM)	75
3.4.1	La limite du filtre adapté	75
3.4.2	Les performances de la détection CGM dans un contexte multiutili- sateur	77
3.4.3	Application de la détection CGM à la nouvelle famille de codes . . .	80
3.5	La combinaison à gain égal (CGE)	82
3.6	La restauration d'orthogonalité	85
3.7	Le détecteur EQMM	87
3.7.1	Application partielle du filtrage de Wiener	90
3.7.2	Optimisation de la détection CEQMM	92
3.7.3	Application du détecteur EQMM à un signal multiutilisateur asyn- chrone	94

3.8	Comparaison des techniques de détection	95
3.8.1	Les détecteurs linéaires	95
3.8.2	Prise en compte des puissances différentes des signaux	99
3.8.3	La sensibilité du système AMRC à porteuses multiples	102
3.9	Application du codage de canal au système AMRC à porteuses multiples	103
3.9.1	Le décodage à décision dure	103
3.9.2	Le décodage à décision douce	105
3.9.2.1	La pondération des métriques du signal OFDM	106
3.9.2.2	La pondération des métriques appliquée au signal AMRC à porteuses multiples	106
3.10	Conclusion	109
4	Les récepteurs AMRC à porteuses multiples et à annulation d'interférences	111
4.1	La détection multiutilisateur	111
4.2	L'annulation parallèle des interférences	114
4.2.1	Analyse des performances du récepteur PIC	115
4.2.2	Performances des récepteurs à deux étages de détection	117
4.2.3	Les détecteurs PIC-EQMM	118
4.2.3.1	Optimisation de l'égalisation CEQMM	119
4.2.3.2	Optimisation de l'égalisation CEQMMG	120
4.2.4	Les performances des récepteurs à plus grand nombre d'étages de détection	122
4.2.5	Prise en compte des puissances différentes des signaux	123
4.3	L'annulation série des interférences	125
4.3.1	Analyse des performances du récepteur SIC	127
4.3.2	Performances des récepteurs SIC	128
4.3.3	Optimisation des détecteurs SIC-EQMM	129
4.3.4	Diminution de la complexité des récepteurs SIC	132
4.3.5	Prise en compte des puissances différentes des signaux	133
4.4	Comparaison des performances des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM	134
4.5	Conclusion	137
5	Le système AMRC multipilote	139
5.1	La structure du signal AMRC multipilote	139
5.2	Les techniques de réception	140
5.3	Probabilité d'erreur des systèmes à porteuse unique sur canal gaussien	141
5.4	Probabilité d'erreur des systèmes AMRC multipilote sur un canal gaussien	143
5.4.1	Hypothèses de calcul	143
5.4.2	La limite du filtre adapté	143
5.4.3	Expression de la probabilité d'erreur	145
5.5	Performances du système AMRC multipilote	148
5.6	Conclusion	153
	Conclusion générale et perspectives	155
	Annexe	159

vi TABLE DES MATIÈRES

A.1 Équivalence temps–fréquence	159
A.2 La combinaison à gain maximal	165
A.3 Estimation quadratique moyenne	171
A.4 Calcul des moments des fonctions de corrélation utilisées pour évaluer la variance de la variable de décision des systèmes AMRC multipilotes	177
Symboles et abréviations	181
Liste des tableaux	185
Liste des figures	187
Bibliographie	191
Publications, communications, brevet	201
Résumé	202

Introduction

Depuis l'introduction des systèmes radiomobiles cellulaires analogiques dans les années 1960–1970, la demande en systèmes de communications sans fil n'a cessé de croître, autant pour les applications professionnelles que grand public. Le développement des communications numériques a permis d'améliorer l'efficacité spectrale et la qualité de service des systèmes tout en offrant de nouveaux champs d'applications. Les systèmes numériques de communications connaissent un essor considérable sous l'impulsion d'une demande de plus en plus pressante de mobilité, de diversité des services et d'intégration des applications multimédia les plus récentes. Pour répondre à cette demande, les opérateurs de télécommunications cherchent à combiner le concept des réseaux cellulaires et le meilleur de la technologie numérique dans les domaines aussi divers que la représentation numérique des signaux, les codes détecteurs et correcteurs d'erreur, la structure des réseaux, les protocoles de transmission, les modulations et les modes d'accès au canal, les techniques de synchronisation, de démodulation et le traitement numérique des signaux.

L'étude présentée dans ce document a pour objectif l'analyse et l'optimisation des systèmes de réception appliqués aux nouvelles modulations à porteuses multiples et à étalement de spectre. Elle est une composante du projet SMARC (*Systèmes à porteuses multiples et à accès multiples par répartition de codes*) développé en partenariat avec le laboratoire *Mitsubishi Electric ITE* de Rennes et le laboratoire *Diffusion et distribution hertzienne* de la *Direction des services mobiles et systèmes radio (DMR/DDH)* de *France Télécom R&D* de Rennes. Ce projet s'inscrit dans le cadre du développement des services multimédia pour les générations futures de systèmes de communications hertziennes. Ces nouvelles techniques pourront s'appliquer autant aux systèmes de radiocommunications mobiles qu'aux systèmes de communications à l'intérieur des bâtiments pour en améliorer les performances et en augmenter la capacité de transmission.

Bien que le terme « système » soit employé, notre étude porte principalement sur les techniques de modulations et de démodulations adaptées aux canaux de propagation hertziens.

Ce document est découpé en cinq chapitres et deux des modulations à porteuses multiples à étalement de spectre sont plus particulièrement étudiées, l'une adaptée aux liaisons descendantes synchrones et l'autre aux communications montantes asynchrones. Ces modulations sont constituées, comme leur nom l'indique, de la combinaison des techniques d'accès multiple à répartition de codes utilisant l'étalement de spectre et des modulations à porteuses multiples. Dans le premier chapitre, nous rappelons les principes de base de

2 INTRODUCTION

ces deux techniques, l'étalement de spectre et les modulations à porteuses multiples, et les systèmes de réception qui leurs sont associés.

Le chapitre deux présente un état de l'art sur ces nouvelles modulations à porteuses multiples à étalement de spectre qui sont au nombre de trois. Pour chaque technique, les notations nécessaires à leur compréhension sont introduites et les systèmes d'émission-réception sont décrits. En fin de ce chapitre, un rappel est fait sur la modélisation du canal radioélectrique afin de spécifier ses caractéristiques par rapport aux paramètres des nouvelles modulations.

Dans les deux chapitres suivants, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la nouvelle modulation appelée « modulation à accès multiple à répartition de codes à porteuses multiples ». Le chapitre trois décrit les systèmes de réception linéaires où différents critères d'égalisation et différentes techniques de traitement de diversité sont appliqués. L'approche initialement proposée consiste à utiliser un coefficient de correction du canal sur chaque sous-porteuse, comme pour les systèmes OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*). En intégrant la fonction de désétalement dans le processus d'égalisation, une approche plus globale de la détection est ainsi proposée permettant d'améliorer la fiabilité de cette détection dans certains cas.

Les récepteurs à annulation d'interférences, technique propre aux systèmes de communications partageant un même espace temps-fréquence du canal de propagation, sont appliqués et décrits dans le chapitre quatre. Les techniques d'égalisation étudiées au cours du chapitre trois sont intégrées dans ces structures d'annulation des interférences, qui peuvent être de type parallèle ou série, et combinées de différentes façons. Leurs performances sont évaluées en terme de taux d'erreur par élément binaire.

Enfin, dans le chapitre cinq les performances de la modulation appelée « modulation à accès multiples à répartition de code multipilote » sont développées. L'évaluation de ces performances est effectuée analytiquement sur un canal gaussien asynchrone. L'objectif de cette modulation est d'améliorer les performances des systèmes à étalement de spectre à porteuse unique.

Dans la mesure du possible, les sigles utilisés sont français, à l'instar de ce qui est fait dans les publications scientifiques de langue française. Cependant, nous avons conservé les termes anglais lorsque leurs homologues français restent d'utilisation marginale ou n'existent pas. Cette façon de procéder nous a conduit à mélanger les deux langues pour certains sigles, ce qui permet de fournir des sigles explicites. De même, les sigles ont été choisis afin de qualifier correctement ce qu'ils représentent, tout en essayant de conserver un nombre de lettres par sigle qui ne rende pas la lecture du document trop pénible.

Chapitre 1

Les modulations numériques à porteuses multiples et l'étalement de spectre

Ce premier chapitre présente les concepts utiles à l'élaboration des nouvelles techniques de modulation à porteuses multiples et à étalement de spectre. Ces nouvelles modulations sont constituées, comme leur nom l'indique, de la combinaison de l'étalement de spectre par séquence directe et d'une modulation à porteuses multiples.

Après avoir rappelé quels sont les différents modules d'une chaîne de transmission numérique, nous présentons les principes de base de ces deux techniques qui sont bien connues et déjà utilisées dans des systèmes de communications numériques.

1.1 Les systèmes de communications numériques

Une chaîne de communication numérique peut se décomposer en trois blocs : l'émetteur, le milieu de transmission et le récepteur. L'émetteur associe au message numérique une grandeur physique permettant de transmettre ce message. Le récepteur réalise l'opération inverse pour restituer le message avec une certaine fiabilité. Le canal est le support physique propageant les signaux. Cependant, du point de vue de la théorie des communications, les antennes, le bruit de l'étage d'entrée du récepteur ainsi que les filtres peuvent être inclus dans le canal de transmission, ce que nous considérons tout au long de notre document.

La modulation est l'opération qui consiste à faire varier l'amplitude, la fréquence ou la phase d'un signal donné pour le transmettre. L'objectif est d'associer une grandeur physique à un message contenant des informations. Si la source délivre un message sous forme analogique, celui-ci est transformé en message binaire par les opérations d'échantillonnage, de quantification et de codage binaire. La figure 1.1, page 5, représente le schéma de principe d'une chaîne de transmission d'un message numérique. La modula-

tion associée au convertisseur numérique analogique attribue ici une grandeur physique analogique à un symbole numérique.

1.1.1 Le codage et le décodage de source

Le codage de source permet de limiter le nombre d'éléments binaires nécessaires à la représentation de l'information contenue dans le message de la source. C'est une opération de compression qui fait appel à la théorie de l'information.

Le codage de source n'étant pas l'objet de notre étude, la séquence issue de ce codage sera considérée comme étant une source de message à éléments binaires indépendants (source *iid*) avec une probabilité d'occurrence de $1/2$ pour chacun des éléments 0 et 1. De plus, si plusieurs sources émettent en même temps, ce qui est le cas des communications multiutilisateurs, nous considérons qu'après le codage de source les séquences d'éléments binaires obtenues sont indépendantes et décorréélées.

1.1.2 Le codage et le décodage de canal

Le codage de canal permet d'améliorer la qualité de la transmission. Contrairement au codage de source qui tente de supprimer la redondance dans le message, le codage de canal introduit une redondance qui est utilisée par le récepteur pour détecter ou corriger les erreurs introduites par le canal.

Il est difficile aujourd'hui de s'affranchir de cette opération dans les systèmes de communications numériques. Les performances en terme de taux d'erreur par élément binaire obtenues avec le codage de canal sont telles que cette opération devient indispensable. Elle a de plus contribué au succès de l'OFDM en s'y associant pour donner les modulations COFDM (*Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex*).

Cette opération, qui n'est pas l'objet de notre étude, sera cependant plus détaillée en fin de ce chapitre comme technique associée à la modulation OFDM.

1.1.3 La modulation et la démodulation

Le canal qui nous intéresse est un canal radioélectrique. La propagation se fait sous forme d'ondes électromagnétiques et l'émission est assurée par des transducteurs : les antennes que nous avons intégrées au canal. Dans notre étude, la modulation est réalisée en plusieurs étapes. La première, plus généralement appelée codage binaire à signal ou codage m -aire à signal, effectue une modulation à déplacement de phase à quatre états. Suivant la qualité de la liaison et afin d'améliorer l'efficacité spectrale des systèmes, des modulations à plus grand nombre d'états peuvent être utilisées : MDP8 (*Modulation à déplacement de phase à huit états*), MAQ16 (*Modulation d'amplitude en quadrature à seize états*)... Nous nous sommes cependant limités à l'utilisation d'une modulation MDP4. Les

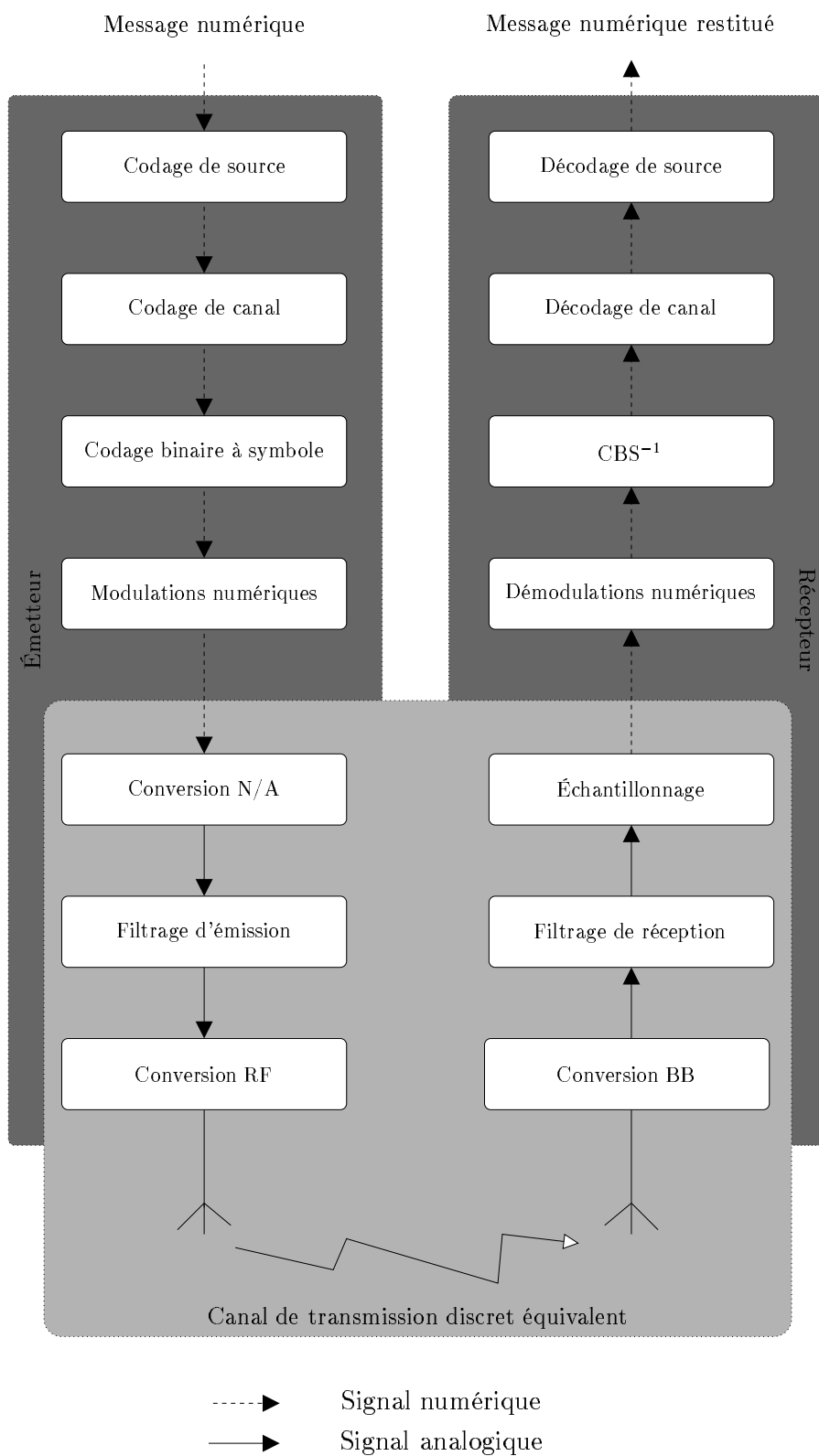


FIG. 1.1 – Schéma de principe d'une chaîne de communication numérique.

étapes suivantes réalisent les fonctions d'étalement de spectre et de modulation à porteuses multiples. Ces deux modulations et leur combinaison sont le sujet de notre étude.

Une opération d'égalisation du canal, permettant de compenser les distorsions apportées par ce canal, peut être introduite à l'entrée du démodulateur. La redondance apportée par l'étalement de spectre peut être utilisée pour traiter la diversité fournie par le canal. L'égalisation comme le traitement de la diversité ont pour objectif d'améliorer la qualité de la transmission. Quant au démodulateur, il réalise l'opération inverse du modulateur.

Habituellement, la décision faite sur le signal reçu pour lui attribuer les valeurs binaires correspondantes est réalisée lors de l'opération de démodulation. Cependant, cette démodulation peut être « douce » et la décision ne peut être prise que pendant le décodage de canal voire après celui-ci.

1.1.4 Égalisation et traitement de diversité par combinaison

Différentes techniques, utilisées en réception, permettent d'améliorer la fiabilité d'une transmission. Le codage de canal vise à coder le message émis de telle sorte que le récepteur soit à même de corriger des erreurs de transmission. L'égalisation, elle, compense les distorsions introduites par le canal et tous les éléments de la chaîne de communication. Elle peut être effectuée par un filtrage linéaire qui réalise alors une opération de convolution. Nous rappelons que cette convolution est le dual temporel de la multiplication dans le domaine fréquentiel.

À côté de l'égalisation, l'étalement de spectre associé aux techniques d'exploitation de la diversité, par combinaison ou sélection, permet aussi d'augmenter la fiabilité d'une transmission. Ces techniques de traitement de diversité cherchent à tirer profit des redondances apportées par le canal, qu'elles soient temporelles, fréquentielles ou spatiales. Chaque branche de diversité vue par le récepteur est généralement affectée d'un coefficient de pondération répondant à des critères parfois utilisés en égalisation.

Dans le cas du système que nous avons appelé « AMRC à porteuses multiples », les branches de diversité sont les sous-porteuses et l'égalisation est effectuée dans le domaine fréquentiel¹. C'est pourquoi, appliquées à ce signal à porteuses multiples et à étalement de spectre, l'égalisation et le traitement de la diversité par combinaison sont difficilement dissociables. Nous pouvons même accorder une synonymie entre les deux termes et ainsi unifier égalisation et traitement de la diversité. D'une manière générale, c'est à dire quelle que soit la modulation à porteuses multiples et à étalement de spectre utilisée, seules les diversités temporelles et fréquentielles sont abordées et la diversité exploitée est fonction du domaine dans lequel le code d'étalement est appliqué.

Ces techniques constituent la partie centrale de notre étude. Les critères d'égalisation, tels que le critère de distorsion-crête (appelé aussi critère du forçage à zéro) ou le critère de l'erreur quadratique moyenne, sont largement développés. Utilisés dans un contexte multiutilisateur, l'égalisation et le traitement de la diversité sont réalisés dans des dé-

1. L'opération correspondante dans le domaine temporel est alors une convolution circulaire.

tecteurs linéaires et non linéaires à annulation d'interférences. Les interférences d'accès multiple, causées par l'existence de plusieurs utilisateurs actifs, sont prises en compte et leurs influences sont également minimisées dans des processus itératifs ou dans une approche globale de la détection.

1.1.5 Équivalent en bande de base du système de communication

La qualité d'une transmission numérique, ou les performances des détecteurs, sont généralement mesurées à l'aide de la probabilité d'erreur par éléments binaire P_e . En complément de l'approche analytique qui fournit souvent une solution approchée de cette probabilité d'erreur, la méthode dite de Monte-Carlo est utilisée pour donner la fréquence d'occurrence de l'événement « erreur par élément binaire ». Cette fréquence d'occurrence est appelée taux d'erreur binaire, TEB. Par passage à la limite, ce taux d'erreur est égal à la probabilité d'erreur par élément binaire [1]. En pratique, le taux d'erreur ne donne qu'une valeur approchée de la probabilité d'erreur théorique avec plus ou moins de fiabilité [2]. Pour mener à bien cette méthode, la modélisation en bande de base des signaux et des systèmes est indispensable car elle permet de diminuer les temps de calcul.

Bien que les signaux soient à spectre étalé, ceux-ci restent limités en bande. Les bandes de fréquences disponibles pour transmettre des signaux à spectre étalé étant élevées, le signal comparé à la fréquence porteuse reste à bande étroite. Il est alors possible de définir sans ambiguïté un couple canonique d'amplitude et de phase instantanées [3]. À l'aide de l'enveloppe complexe analytique il est possible de donner un équivalent en bande de base des signaux émis qui possède l'avantage de donner une relation unique [4]. Dans notre cas, les signaux émis sont en pratique générés en bande de base à l'aide des composantes en phase et en quadrature, puis modulés sur la fréquence porteuse avant d'être filtrés. L'équivalent en bande de base obtenu à partir du signal analytique est donc identique à l'équivalent en bande de base « naturel » [5].

Pour les systèmes, l'équivalent en bande de base n'est pas égal à l'enveloppe complexe analytique mais à la moitié de sa valeur. Nous utiliserons cette solution pour modéliser les opérations de filtrage.

Enfin, du fait du filtrage et de la bande limitée des signaux en réception, nous pouvons utiliser l'enveloppe complexe analytique et la décomposition de Rayleigh pour définir l'équivalent en bande de base des signaux aléatoires. Les fonctions aléatoires utilisées pour modéliser le canal sont générées à l'aide de processus gaussiens. Ces processus modélisés en bande de base se déduisent simplement par extension au cas complexe des définitions utilisées dans le cas réel [6].

Lorsque l'estimation du canal est effectuée par le récepteur, le bruit de l'étage d'entrée vient perturber cette estimation et dégrader les performances. Cependant, nous choisissons une modélisation des systèmes de réception relativement simple. Outre la fonction d'estimation des coefficients du canal qui est supposée parfaite, les fonctions d'échantillonnage et de récupération de porteuse sont aussi supposées idéales.

Avec l'augmentation des fréquences porteuses allouées aux transmissions radiomobiles, le bruit de phase des oscillateurs des récepteurs devient un phénomène important. Nous ne modélisons pas ses effets. Notons simplement qu'ils sont source de dégradations des performances des systèmes et plus particulièrement pour les systèmes à base de modulations à porteuses multiples.

1.2 L'étalement de spectre par séquence directe

L'étalement de spectre est une technique de modulation utilisant astucieusement la relation de Shannon. Cette technique a dans un premier temps été utilisée pour sa capacité de discrétion. Les premières applications ont eu lieu après la deuxième guerre mondiale et étaient destinées aux télécommunications militaires [7].

D'un autre côté, le nombre grandissant d'utilisateurs potentiels de systèmes de radio-communication oblige les concepteurs de réseaux de communication hertziens à partager le canal de transmission. Les systèmes à accès multiples les plus intuitifs sont basés sur une division temporelle ou fréquentielle des ressources : l'AMRT et l'AMRF (*Accès multiple à répartition en temps ou en fréquences*). Une autre solution plus flexible est la séparation des utilisateurs par des codes aux propriétés particulières : l'AMRC (*Accès multiple à répartition de codes*). Cette solution utilise l'étalement de spectre pour supporter les codes d'accès multiple.

1.2.1 Principe de l'étalement de spectre

Les techniques d'étalement de spectre doivent leur apparition aux travaux de N. Wiener et C.E. Shannon qui, dans les années 1940, ont grandement contribué au développement de la théorie de l'information. La technique de l'étalement de spectre peut être expliquée et justifiée par la relation de Shannon–Hartley–Tuller [8]. Cette relation montre que pour transmettre sans erreur une certaine quantité d'information C , exprimée en bit par seconde, avec un rapport S/N entre la puissance du signal et celle du bruit, il faut disposer d'une largeur de bande B suffisante. Cette relation s'exprime sous la forme

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) . \quad (1.1)$$

Ainsi, pour les systèmes à étalement de spectre, la largeur de la bande de fréquences occupée par le signal émis est beaucoup plus importante que celle occupée par le message à transmettre. Le codage assure ici l'étalement de la puissance du signal sur une bande de fréquences large, ce qui permet de réduire sa densité spectrale de puissance et de rendre la communication relativement discrète.

Dans un système dit à séquence directe, l'étalement est effectué par une signature qui module l'information. Il existe d'autres types d'étalement comme le saut de fréquence pour lequel la fréquence de transmission varie de façon pseudo-aléatoire plusieurs fois

pendant l'émission d'un même symbole. Nous ne nous intéressons ici qu'à l'étalement par séquence directe utilisé dans les systèmes DS-CDMA (*Direct Sequence Code Division Multiple Acces*). Dans ces systèmes la signature qui étale le message utile est une séquence pseudo-aléatoire. En notant T_s la durée temporelle d'un symbole et T_c celle d'un élément de la séquence, élément appelé bribe ou *chip*, le gain d'étalement G_e correspond au rapport entre la bande de fréquences occupée par le message et celle après étalement, soit

$$G_e = B/R = T_s/T_c = L_c . \quad (1.2)$$

Nous supposons que le critère de Nyquist sur le filtrage sans interférences entre les symboles est respecté. Les bandes de fréquences occupées par les signaux sont alors les bandes de fréquences obtenues avec un facteur de retombée égal à zéro. Ainsi, le signal émis a une largeur de bande $B = 1/T_c$ grande comparée au débit symbole $R = 1/T_s$, appelé rapidité de modulation. La période d'un chip est donc L_c fois plus courte que la période d'un symbole quand le spectre est étalé par L_c . Il est cependant possible d'avoir une durée de la séquence d'étalement qui soit différente de la période du symbole, et donc un gain de traitement différent de la longueur de la séquence².

En réception, la corrélation entre le signal étalé et une réplique de la séquence utilisée à l'émission permet de ramener la puissance du signal utile dans la bande d'origine. Les brouilleurs, s'ils existent, sont alors étalés à leur tour et un filtrage passe-bas permet de supprimer toute leur puissance en dehors de la bande utile. L'opération de corrélation, qui correspond au filtrage adapté, permet de définir une capacité de résolution temporelle associée au code. Cette propriété est utilisée pour sélectionner ou combiner les trajets multiples du canal de propagation. Alors que l'égalisation permet au récepteur de compenser les distorsions apportées par le canal en essayant de les annuler, l'étalement de spectre utilise la diversité apportée par le canal pour améliorer les performances du système de communication. Pour réaliser une réception correcte, il faut que la séquence pseudo-aléatoire possède de « bonnes » propriétés d'autocorrélation. De façon idéale, la fonction d'autocorrélation doit être maximale en zéro et minimale ailleurs. Avec de telles séquences, cas des codes à longueur maximale appelés aussi M-séquences, l'emploi d'un récepteur Rake — initialement développé par R. Price et P.E. Green — tirant parti de la diversité inhérente au système, est optimal sur les canaux sélectifs en fréquence [9]. De même, la synchronisation en réception est plus facile avec des séquences possédant de bonnes propriétés d'autocorrélation.

Dans un contexte multiutilisateur, où les ressources fréquentielles sont limitées, l'étalement de spectre, utilisé pour ses seules performances de discrétion et de traitement de diversité, reste d'un intérêt relatif car son efficacité spectrale est faible. Pour améliorer leur capacité de transmission, les systèmes à étalement de spectre doivent supporter plusieurs utilisateurs dans un même espace temporel et fréquentiel. La séparation des utilisateurs se faisant dans le domaine des codes, l'intercorrélation de ceux-ci doit être la plus faible possible, à savoir proche de zéro.

2. Dans ce document nous désignons toujours la longueur du code comme étant le nombre d'éléments de la séquence et non la longueur temporelle de celle-ci.

La signature des codes peut être de n'importe quelle forme, pourvu qu'elle ait des propriétés d'intercorrélation et d'autocorrélation qui permettent le traitement de la diversité et la séparation des utilisateurs.

1.2.2 L'accès multiple à répartition de codes

Le terme « accès multiple » est employé pour désigner l'accès simultané, à partir de terminaux indépendants, à un même canal. Soit un même récepteur reçoit les signaux de différents émetteurs, cas de la liaison montante des stations mobiles vers la station de base (*reverse link* ou *uplink*), soit un émetteur envoie à plusieurs terminaux un même signal composite, c'est le cas de la liaison descendante de la station de base vers les mobiles (*forward link* ou *downlink*).

D'un point de vue « réseau », une communication est synchrone lorsque le signal se présente sous la forme d'un flux continu à débit constant, et une communication est asynchrone lorsque les différents éléments d'un message ou blocs d'éléments d'un message sont séparés par des silences de durées aléatoires. Autrement dit, ces notions de synchronisme ou d'asynchronisme s'appliquent à un même message. Dans un contexte multiutilisateur le débit des messages des différents utilisateurs est généralement considéré identique, et la notion de synchronisme est quelque peu différente. Ainsi, une communication est dite synchrone si les différents signaux des différents utilisateurs sont émis sans décalage temporel entre eux, la communication est asynchrone dans le cas contraire. Principalement, la liaison descendante est étudiée dans un contexte synchrone et la liaison montante dans un contexte asynchrone. Il existe cependant des systèmes « quasi-synchrones » étudiés pour les liaisons montantes [10, 11].

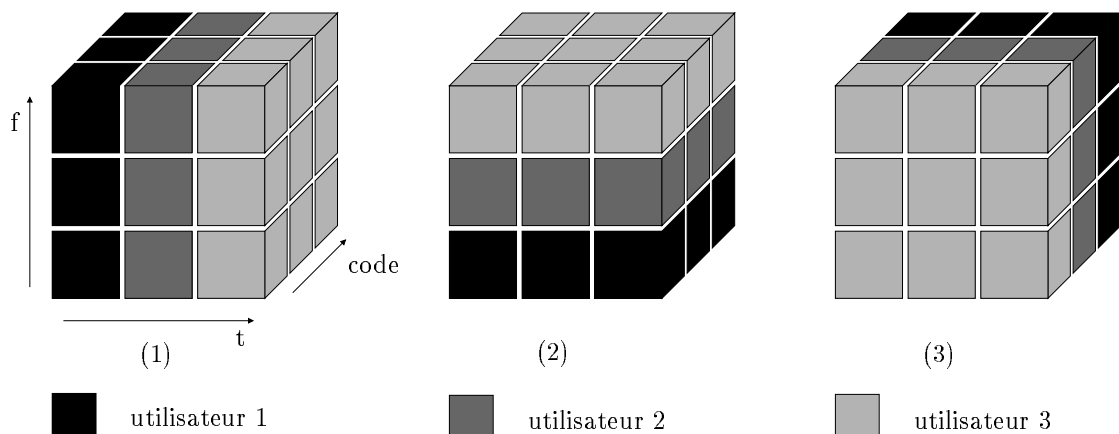


FIG. 1.2 – L'accès multiple à répartition temporelle (1), fréquentielle (2) et de codes (3).

Les accès multiples à répartition en temps et en fréquences (*cf.* figure 1.2) nécessitent l'utilisation d'un intervalle de garde dans l'espace considéré, afin d'éviter les recouvrements entre les messages. Avec un accès multiple à répartition de codes, il n'y a pas d'intervalle de garde. Cependant, lorsque le nombre d'utilisateurs actifs croît, les performances des

systèmes se dégradent. Ainsi, il est difficile d'avoir un nombre d'utilisateurs actifs égal au coefficient d'étalement ce qui permettrait de compenser la perte d'efficacité spectrale due à la fonction d'étalement³. Cependant, comparé aux autres techniques d'accès multiple, l'accès à répartition de codes donne les meilleurs résultats en terme de capacité réseau [12].

1.2.3 Les codes d'étalement et d'accès multiple

Les communications qui nous intéressent sont des communications radiomobiles. Le canal affecté de trajets multiples est multiutilisateur. Suivant les caractéristiques de la communication un choix sur les codes doit être fait. Ce choix résulte d'un compromis entre la suppression des interférences d'accès multiple, obtenue avec des codes orthogonaux, et le traitement de la diversité, facilité par l'utilisation de codes ayant de bonnes propriétés d'autocorrélation. Nous verrons plus en détail ces différentes fonctions de corrélations ainsi que les raisons de ce compromis lors de l'étude des propriétés temporelles des codes.

En communication synchrone, les messages des utilisateurs sont émis dans le canal sans retard relatif. Lorsque le récepteur est synchronisé sur le message reçu, la séparation des utilisateurs peut être faite par l'utilisation de codes orthogonaux⁴, les codes de Walsh-Hadamard sont dans ce cas les codes les plus utilisés. Cependant, pour des applications à porteuses multiples, ces codes ne possèdent pas de bonnes propriétés après l'opération de modulation OFDM. Nous verrons qu'il est alors préférable d'utiliser les séquences complémentaires de Golay [13]. Lorsque la communication est asynchrone, cas de communication le plus délicat, les messages sont émis avec des retards relatifs qui ne sont *a priori* pas connus. Dans ce cas, des codes orthogonaux ne peuvent plus être utilisés. Parmi les codes les plus étudiés pour les communications asynchrones, il existe les codes de Gold [14], les codes de Kasami, spécifiés pour la liaison montante des systèmes W-CDMA (*Wideband Code Division Multiple Access*) de l'UMTS (*Universal Mobile Telecommunication System*) [15], ou les codes de Barker. Ces derniers, les codes de Barker, sont en nombre très limité et ne sont pas utilisés pour l'accès multiple.

Les familles de codes citées précédemment sont des familles de codes binaires qui sont utilisés aujourd'hui dans les systèmes à accès multiples à répartition de codes, ou spécifié pour les futurs systèmes de communications [15]. Il existe cependant d'autres familles de codes non binaires, les codes complexes encore appelés codes polyphases qui sont, comme les codes binaires, des codes à enveloppe constante. Parmi ces codes, citons les séquences de Zadoff-Chu ou les séquences de Frank [16, 17]. Ces codes, nombreux, restent aujourd'hui encore peu appliqués aux systèmes de communications numériques. Notons enfin qu'il est aussi possible de généraliser les séquences binaires en séquences polyphases, les codes de Kasami en sont un exemple [18].

3. Il est possible de faire une analogie qualitative entre ce phénomène et la notion d'intervalle de garde utilisé dans les systèmes AMRT ou AMRF.

4. Le terme orthogonal, lorsqu'il est appliqué aux codes, est synonyme d'orthogonalité pour un décalage temporel nul.

1.2.3.1 Les caractéristiques des codes

Ce sont les fonctions de corrélation qui sont utilisées pour caractériser les codes. En effet, un système de communications utilisant l'accès multiple à répartition de codes basés sur l'étalement de spectre par séquence directe a un récepteur qui comprend un filtre adapté au code, c'est à dire un corrélateur. Les intercorrélations et autocorrélations, qu'elles soient aperiodiques, periodiques paires ou impaires doivent posséder des propriétés contradictoires. Avant de définir ces fonctions de corrélations, nous donnons une démonstration de cette antinomie sur les propriétés des codes.

Soit N séquences C_i de longueur L_c . Ces séquences peuvent être décrites par un vecteur $C_i = {}^t [c_{0,i} \ c_{2,i} \ \dots \ c_{L_c-1,i}]$, l'opérateur ${}^t(\cdot)$ représentant la transposition. Dans le cas général, le vecteur est défini dans l'espace \mathbb{C}^{L_c} , cas des codes polyphases qui sont des codes complexes. Les codes d'accès multiple et d'étalement le plus souvent utilisés sont non seulement définis dans \mathbb{R}^{L_c} , mais comme ils sont à enveloppe constante, les éléments $c_{k,i}$ appartiennent à $\{-1, +1\}$. En supposant que les codes sont répétés périodiquement, une séquence retardée de τ correspond à la permutation circulaire de cette séquence

$$C_i(\tau) = {}^t [c_{\tau,i} \ c_{\tau+1,i} \ \dots \ c_{L_c-1,i} \ c_{0,i} \ \dots \ c_{\tau-1,i}] . \quad (1.3)$$

Le retard est tel que $\tau \leq \tau_{\max}$, τ_{\max} représente la durée maximale des échos du canal. En supposant que le système est adapté au canal de propagation, τ_{\max} reste inférieur à la longueur des codes, ou plus exactement ce sont les codes qui sont dimensionnés par rapport à τ_{\max} . Cependant, cette condition n'est pas une nécessité, les récepteurs de type Rake peuvent traiter des échos plus longs que la durée d'une séquence. Les conditions de corrélations idéales peuvent s'écrire

$$\langle C_i(0), C_i(\tau) \rangle = 0 \quad \forall i \in [1, N], \forall \tau \text{ tq } 0 < \tau \leq \tau_{\max} , \quad (1.4)$$

$$\langle C_i(0), C_j(\tau) \rangle = 0 \quad \forall i, j \in [1, N], i \neq j, \forall \tau \leq \tau_{\max} . \quad (1.5)$$

La condition (1.5) nécessite N vecteurs orthogonaux. Supposons que ces vecteurs soient orthogonaux pour des phases de codes nulles

$$\langle C_i(0), C_j(0) \rangle = 0 \quad \forall i, j \in [1, N] . \quad (1.6)$$

Les N vecteurs $C_i(0)$ forment une base orthogonale de \mathbb{C}^{L_c} ; tout vecteur de cet espace peut donc s'écrire comme une combinaison linéaire des vecteurs de base. Cette assertion est en contradiction avec la condition (1.4). Ce qu'il fallait démontrer.

Les communications qui nous intéressent dans cette étude sont supposées être en régime permanent ou continu. Nous ne considérons pas les régimes transitoires de début et de fin de communication. Les corrélations aperiodiques s'appliquent principalement aux communications non continues, elles ne nous concernent donc pas. Cependant nous introduisons leur définitions qui servent à définir les corrélations periodiques.

Soit $\Gamma_{u,v}(k)$ la fonction de corrélation aperiodique entre la séquence $u = (u_0, \dots, u_{L_c-1})$ et la séquence $v = (v_0, \dots, v_{L_c-1})$, deux séquences de longueur L_c . Cette fonction est

définie par [19]

$$\Gamma_{u,v}(k) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{L_c-1-k} u_i v_{i+k} & \forall k \in [0, \dots, L_c[, \\ \sum_{i=0}^{L_c-1-k} u_{i-k} v_i & \forall k \in [1 - L_c, \dots, 0[, \\ 0 & \forall |k| \geq L_c . \end{cases} \quad (1.7)$$

La fonction d'autocorrélation aperiodique notée $\Gamma_u(k)$ est définie par $\Gamma_{u,u}(k)$, avec $\Gamma_u(0) = L_c$ et $\Gamma_u(k) = \Gamma_u(-k)$. Nous rappelons que les éléments constitutifs des séquences appartiennent à l'ensemble $\{-1, +1\}$. Ces éléments sont donc des symboles et non pas des éléments binaires.

Les fonctions de corrélation périodique correspondent à des corrélations circulaires entre les séquences. Elles sont obtenues lorsqu'un signal, constitué de plusieurs séquences successives, est émis en continu. Dans le cas d'une modulation de phase à deux états, la séquence d'étalement vient moduler le symbole émis. Lorsque les symboles émis ont la même phase, les corrélations obtenues sont paires. Aux changements de phases ce sont les corrélations périodiques impaires, définies par Massey et Ufran [20], qui sont obtenues. Ainsi, l'intercorrrelation périodique paire $\theta_{u,v}(k)$, est définie par

$$\theta_{u,v}(k) = \Gamma_{u,v}(k) + \Gamma_{u,v}(L_c - k) , \quad (1.8)$$

et l'intercorrrelation périodique impaire par

$$\hat{\theta}_{u,v}(k) = \Gamma_{u,v}(k) - \Gamma_{u,v}(L_c - k) , \quad (1.9)$$

avec les propriétés suivantes

$$\theta_{u,v}(k) = \theta_{u,v}(L_c - k) , \quad (1.10)$$

$$\hat{\theta}_{u,v}(k) = -\hat{\theta}_{u,v}(L_c - k) . \quad (1.11)$$

Ces deux propriétés sont obtenues facilement en remarquant que $\Gamma_{u,v}(k) = \Gamma_{u,v}(-k)$. Quant aux fonctions d'autocorrélation, elles correspondent aux fonctions d'intercorrrelations dans le cas où $u = v$.

En posant $\theta_i = \max\{|\theta_{u,v}(k)|, 0 \leq k < L_c, u \neq v\}$ le maximum de l'intercorrrelation entre les séquences u et v , et $\theta_a = \max\{|\theta_u(k)|, 1 \leq k < L_c\}$ le maximum de l'autocorrrelation pour des décalages non nuls, Welsh et Sidelnikov ont montré que [21]

$$\theta_{\max} \triangleq \max\{\theta_i, \theta_a\} \geq L_c \sqrt{\frac{N-1}{NL_c-1}} \quad (1.12)$$

Cette borne connue sous le nom de borne de Welsh, donne la limite inférieure du maximum de l'intercorrrelation et de l'autocorrrelation hors phase des codes d'étalement. Nous verrons un exemple d'utilisation de cette borne dans le prochain chapitre.

Chaque famille de codes, synonyme de classe de codes, a des fonctions de corrélations aux propriétés particulières résumées dans le tableau 1.1, avec $t(n) = 1 + 2^{(n+2)/2}$, pour n pair et $t(n) = 1 + 2^{(n+1)/2}$ pour n impair. Dans ce tableau, les corrélations considérées sont périodiques.

Famille de codes	longueur des codes $2^n - 1$	nombre de codes	auto et intercorrélacion maximale (hors phase)
LM	$n \in \mathbb{N}$	$\Phi(2^n - 1)/n$	$\geq t(n)$
Gold	$n \not\equiv 0 \pmod{4}$	$2^n + 1$	$t(n)$
Gold like	n pair	2^n	$t(n)$
Kasami « small set »	n pair	$2^{n/2}$	$(t(n) + 1) / 2$
Kasami « large set »	$n \equiv 0 \pmod{4}$	$2^{3n/2}$	$t(n)$
	$n \equiv 2 + 0 \pmod{4}$	$2^{3n/2} + 2^{n/2}$	$t(n)$

TAB. 1.1 – Propriétés de quelques codes d'étalement [21].

Les propriétés des fonctions de corrélation des codes orthogonaux ne sont considérées que pour des décalages nuls. Ces codes sont utilisés pour réaliser un accès synchrone des utilisateurs au canal de propagation mais ne sont pas utilisés pour estimer le canal. Ainsi les codes de Walsh–Hadamard comme les séquences complémentaires, que nous avons appelées les séquences de Golay, ont des corrélations périodiques idéales en zéro, soient

$$\begin{aligned}
 \theta_{u,v}(0) &= 0 \quad \forall u \neq v, \\
 \theta_u(0) &= L_c, \\
 \hat{\theta}_{u,v}(0) &= 0 \quad \forall u \neq v, \\
 \hat{\theta}_u(0) &= L_c.
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Quant aux valeurs de θ_a et θ_i elles sont égales à L_c pour ces codes.

Le tableau 1.2 résume les propriétés que doivent vérifier les fonctions d'autocorrélation périodique paire $\theta_x(k)$, impaire $\hat{\theta}_x(k)$, les fonctions d'intercorrélacion périodique paire $\theta_{x,y}(k)$ et impaire $\hat{\theta}_{x,y}(k)$ en fonction de la nature de la communication, synchrone ou asynchrone. Pour chaque contexte de communication, des exemples de familles de codes utilisés sont donnés.

Contexte	synchrone	asynchrone
$\theta_x(k) \ \& \ \hat{\theta}_x(k)$	maximales pour $k = 0$	maximales pour $k = 0$ & minimales ailleurs
$\theta_{x,y}(k) \ \& \ \hat{\theta}_{x,y}(k)$	nulles pour $k = 0$	minimales $\forall k$
Famille de codes	Walsh–Hadamard Golay	LM Gold, Kasami

TAB. 1.2 – Propriétés des codes d'accès multiple en fonction de la nature de la communication.

Notons enfin que les codes à longueur maximale sont générés à l'aide de registres à décalages [7]. Les codes de Gold et de Kasami s'obtiennent à partir des codes à longueur maximale [22]. Quand aux codes orthogonaux, leur génération peut être réalisée par calcul matriciel [23, 24].

1.2.3.2 Les caractéristiques de la transformé de Fourier inverse des codes

Les codes, généralement considérés comme des processus aléatoires, peuvent être caractérisés par leur densité spectrale de puissance, DSP. Si cette approximation est correcte, alors l'enveloppe de la DSP du code est un sinus cardinal, la DSP du code étant un spectre de raies. Les codes à longueur maximale ont des DSP très proches de celle d'un processus binaire aléatoire.

Dans un contexte à porteuses multiples, et plus particulièrement pour le système AMRC à porteuses multiples, la réponse fréquentielle d'une période du code est une caractéristique importante. En effet, les modulations à porteuses multiples peuvent être réalisées à l'aide de transformation de Fourier discrète inverse. Nous verrons dans le prochain chapitre que l'enveloppe du signal AMRC à porteuses multiples est alors égale à l'enveloppe de la transformation de Fourier discrète inverse du code. Ainsi le signal AMRC à porteuses multiples peut présenter de très grandes dynamiques en amplitude. Ce phénomène est également rencontré avec les modulations à porteuses multiples « classiques » et avec toutes modulations à enveloppe non constante. Il se traduit par des distorsions sur le signal lorsque ce dernier est amplifié de façon non linéaire. Afin de limiter ces distorsions, qui sont sources de dégradations des performances, il semble intéressant d'utiliser des codes pour lesquels la variation de l'amplitude de la transformée de Fourier inverse est minimale.

Un des codes de Walsh–Hadamard est constitué uniquement de 1. La réponse fréquentielle — ou plus exactement la transformation de Fourier inverse sur la séquence — correspond à une suite de valeurs nulles sauf en zéro. L'écart entre la valeur maximale et la valeur minimale de la réponse de ce code est important. En utilisant les séquences orthogonales complémentaires, ou codes de Golay, ces écarts sont fortement réduits.

La figure 1.3 donne la réponse de la transformée de Fourier inverse des codes de Walsh–Hadamard et des séquences complémentaires orthogonales de longueur 16. Pour chaque famille de codes, il y a 16 réponses superposées. Remarquons qu'avec une longueur de code $L_c = 2^n$ tel que n est pair, le minimum de la transformée de Fourier inverse sur les séquences de Golay est supérieur à zéro. Lorsque n est impair, ce minimum est égal à zéro.

Nous avons considéré la transformée de Fourier inverse de chaque code pris indépendamment. Cette approche est justifiée pour la liaison montante où l'amplificateur de l'étage de sortie du terminal transmet le signal d'un seul utilisateur. Pour la liaison descendante, la station de base émet un signal multiutilisateur et c'est la transformée de Fourier inverse de la somme des signaux mono-utilisateurs qui doit être considérée. De plus, les systèmes radiomobiles à étalement de spectre utilisent des codes de brouillage

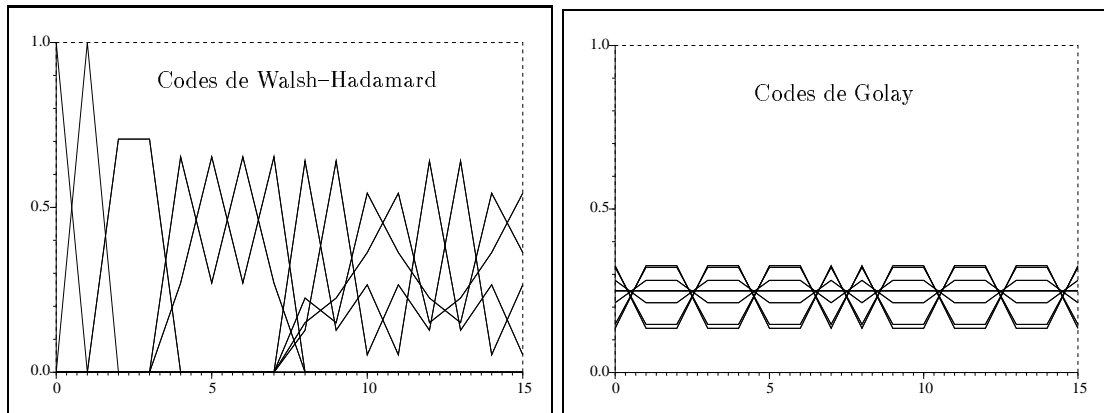


FIG. 1.3 – Transformation de Fourier inverse sur les codes de Walsh-Hadamard et sur les codes de Golay de longueur 16.

propre à chaque cellule. Les propriétés des signaux émis par la station de base ou par le terminal mobile dépendent alors des ces codes. Cependant, afin de minimiser les variations de l'amplitude des signaux AMRC à porteuses multiples à émettre quels que soient le nombre d'utilisateurs et la liaison, montante ou descendante, nous développons une nouvelle famille de codes où la minimisation des variations de l'amplitude des signaux est effectuée pour chaque code.

Les fonctions de corrélations comme la transformée de Fourier inverse des séquences sont des critères pour le choix des codes d'accès multiple. D'autres critères spécifiques aux systèmes AMRC à porteuses multiples sont décrits dans [25]. Ils permettent de fournir des procédures d'attribution des séquences d'étalement lorsque le système réseau n'est pas à pleine charge.

1.2.3.3 Une nouvelle famille de codes orthogonaux

Il est possible de réduire les variations d'amplitudes définies précédemment en utilisant la propriété suivante de la transformation de Fourier. Soient $x(t)$ et $y(t)$ deux signaux réels orthogonaux. Nous avons

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y(t)dt = 0 . \quad (1.14)$$

Soient $X(f)$ et $Y(f)$ les transformées de Fourier respectives de $x(t)$ et $y(t)$. La corrélation des deux vecteurs en zéro, leur produit scalaire, s'écrit

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\overline{Y}(f)df &= \iiint_{-\infty}^{+\infty} x(t)\overline{y}(t')e^{-2i\pi f(t-t')}dt dt' df \\ &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \delta_{(\tau=0)}x(t)\overline{y}(t-\tau)dtd\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\overline{y}(t)dt . \end{aligned} \quad (1.15)$$

Ce résultat est immédiat car la transformation de Fourier est une transformation ortho-normée (théorème de Parseval).

Ainsi les codes orthogonaux avant la modulation OFDM le sont également après celle-ci. Il est alors possible de générer des codes orthogonaux qui après modulation OFDM génère un signal à enveloppe constante, en prenant pour réponse de Fourier inverse de ces codes les séquences orthogonales connues. Les codes obtenus sont dans le cas général des codes complexes. Prenons, par exemple, les séquences complémentaires de Golay. Pour une longueur de codes $L_c = 4$, la matrice des codes utilisés s'écrit

$$\mathbb{T}_{\text{FD}} \left\{ \left(\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{array} \right) \right\} = \left(\begin{array}{cccc} 2 & 2 & 2 & -2 \\ -2i & 2i & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 2 \\ 2i & -2i & 2 & 2 \end{array} \right) ,$$

où $i = \sqrt{-1}$ est le nombre unité imaginaire et les séquences sont représentées par les colonnes des matrices. Ce cas particulier est très intéressant car les codes générés sont eux aussi à enveloppe constante, ce qui n'est pas le cas pour les autres longueurs de codes. Nous verrons au prochain chapitre que cette caractéristique a des conséquences importantes sur les performances des systèmes AMRC à porteuses multiples.

Une autre possibilité de construction de codes est de partir de la matrice identité, qui par transformée de Fourier inverse permet de générer des codes à enveloppe constante. Malheureusement, l'information portée par un code est alors transmise sur une seule sous-porteuse, ce qui n'est pas souhaitable puisque les systèmes à porteuses multiples à étalement de spectre cherchent à tirer profit de la diversité fréquentielle du canal. En soustrayant une certaine valeur à chaque élément de la matrice de départ, l'information portée par les codes est alors transmise par toutes les sous-porteuses et les variations d'amplitudes du signal modulé peuvent être faibles.

Soit une séquence $u = (L_c, 0, \dots, 0)$ de longueur L_c . La transformation de Fourier discrète inverse de cette séquence est $U = (1, \dots, 1)$. En ajoutant $(-2, 0, \dots, 0)$ à cette séquence U , la séquence obtenue est à enveloppe constante et est égale à $U' = (-1, 1, \dots, 1)$. Or, la transformation de Fourier discrète de $(-2, 0, \dots, 0)$ est $u' = (-2, \dots, -2)$. Le code ainsi généré est $(L_c - 2, -2, \dots, -2)$ et après transformation de Fourier inverse il fournit un signal à enveloppe constante. Nous donnons dans le tableau 1.3 une matrice de codes

générée avec ce principe pour $L_c = 8$ et après avoir divisé par deux tous les coefficients de cette matrice.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

TAB. 1.3 – *Nouvelle famille de codes orthogonaux.*

Ces codes ne sont pas à enveloppe constante mais la transformée de Fourier inverse de chaque séquence est à enveloppe constante. Ils sont orthogonaux et possèdent une fonction d'autocorrélation idéale, à savoir maximale en zéro et nulle ailleurs. Cette famille de codes peut être vue comme étant constituée d'un code et de toutes ses permutations. Comme pour les codes de Walsh–Hadamard, la matrice de corrélation est diagonale.

À partir des deux principes exposés précédemment, il est possible de générer plusieurs familles de codes orthogonaux qui minimisent les variations du signal modulé des systèmes à porteuses multiples.

1.2.4 Les récepteurs

Le détecteur le plus simple, le détecteur « conventionnel », détecte chaque utilisateur indépendamment. La détection est faite symbole par symbole avec un filtre adapté à la séquence de l'utilisateur. Soit $c_k(t)$ le code de l'utilisateur $k \in [0, N_u[$ nul pour $t \notin [0, T_s]$ et de longueur L_c . La durée d'un symbole émis est $T_s = L_c T_c$. Nous supposons le canal additif blanc gaussien et asynchrone, le paramètre τ_k modélise cet asynchronisme entre les utilisateurs. Chaque symbole i de l'utilisateur k à la sortie du filtre adapté s'écrit

$$y_k(i) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{N_u-1} \int_0^{T_s} x_l(j) \bar{c}_k(t - iT_s - \tau_k) c_l(t - jT_s - \tau_l) dt + \int_0^{T_s} \bar{c}_k(t - iT_s - \tau_k) n(t) dt ,$$

soit

$$\begin{aligned}
 y_k(i) = & \underbrace{x_k(i)\theta_{x_k}(0)}_{(a)} + \underbrace{\sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_u-1} x_l(j)\Gamma_{x_k, x_l}(\tau_k - \tau_l + (i-j)T_s)}_{(b)} \\
 & + \underbrace{\int_0^{T_s} \bar{c}_k(t - iT_s - \tau_k)n(t) dt}_{(c)}. \tag{1.16}
 \end{aligned}$$

Le terme (a) de l'équation (1.16) correspond au signal utile, le terme (b) aux interférences d'accès multiple et le terme (c) au bruit après désétalement. Les fonctions de corrélations sont ici des fonctions continues. Les interférences d'accès multiple sont d'autant plus importantes que la puissance des signaux interférents est élevée. C'est l'effet d'éblouissement, *near-far effect* en anglais. Ces interférences sont seulement considérées comme un bruit par le récepteur conventionnel. Lorsque le nombre d'utilisateurs devient suffisant, le théorème de la limite centrale permet de modéliser les interférences totales comme un bruit additif gaussien [20]. L'approximation gaussienne conduit à un rapport entre la puissance du signal utile et la puissance du bruit total égal à

$$\text{RSB} = \left(\frac{2(N_u - 1)}{3L_c} + \frac{N_0}{\mathcal{E}} \right)^{-1}, \tag{1.17}$$

avec N_0 la densité spectrale de puissance mono latérale de bruit et \mathcal{E} l'énergie d'un symbole reçu (dans le cas d'une modulation à déplacement de phase à deux états). Dans un canal à trajets multiples, des termes supplémentaires d'autocorrélation apparaissent. La qualité de la réception sera alors d'autant plus dégradée que les codes n'ont pas des fonctions d'autocorrélations idéales.

Les récepteurs peuvent être divisés en deux modules. Le premier traite la diversité et le second traite les interférences d'accès multiple.

Suivant la technique utilisée pour combiner ou sélectionner l'énergie des différents trajets de propagation, plusieurs types de récepteurs sont distingués [9]. Lorsque le système de réception se synchronise sur le premier trajet, le récepteur est dit *first path*. C'est le récepteur le plus simple, il est constitué d'un seul corrélateur. Le récepteur connu sous le nom de *largest path* se synchronise sur le trajet de plus forte amplitude. Il est constitué de deux corrélateurs. Pendant que le premier corrélateur démodule les données, le second balaye la fenêtre d'étalement des retards à la recherche d'un trajet de plus forte amplitude. Lorsqu'un tel trajet est trouvé, le rôle des deux corrélateurs est inversé. La complexité de ce récepteur est double par rapport au récepteur *first path*. D'autres structures ont une approche plus globale du traitement des trajets. Le récepteur *PDI* effectue une combinaison à gain égal de tous les trajets, alors que le récepteur *DRake* ne combine que les trajets ayant une amplitude supérieure à un certain seuil. L'architecture la plus complexe et la plus performante, le récepteur *Rake*, effectue une combinaison à gain maximal de la puissance de tous les trajets. C'est le récepteur optimal vis-à-vis du

bruit dans les canaux à trajets multiples. Le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit est maximisé à l'instant de décision.

Les interférences d'accès multiple sont un facteur limitant les performances des systèmes à étalement de spectre. Alors que le récepteur Rake est le récepteur optimal en l'absence d'interférences, ses performances se dégradent fortement lorsque le nombre d'utilisateurs croît. La détection conjointe des utilisateurs proposée par S. Verdù en 1986 permet d'améliorer la fiabilité de la transmission obtenue par les détecteurs « conventionnels » [26]. Ce nouveau récepteur utilise un banc de filtres adaptés à chaque utilisateur suivi par une détection basée sur le critère du maximum de vraisemblance appliqué à ces séquences issues du banc de filtres. Comme sa complexité croît exponentiellement en fonction du nombre d'utilisateurs, des récepteurs sous-optimaux ont été proposés. Ils peuvent être linéaires, non linéaires, à annulation d'interférences parallèle ou série [27, 28, 29, 30, 31]. Le problème de la minimisation des interférences d'accès multiple présente des analogies avec le problème de la suppression des interférences entre symboles. Aussi, les techniques utilisées s'inspirent des techniques existantes et utilisées en égalisation.

La notion « turbo » a été introduite en 1993 et appliquée au codage de canal. Ce principe consiste à utiliser les informations à la sortie d'un premier détecteur pour les réinjecter dans un second détecteur et ainsi améliorer la fiabilité de la transmission. Bien que le terme de turbo-codage soit accepté, ce n'est pas le codage qui est « turbo » mais le décodage itératif [32]. Après avoir été appliqué à l'égalisation, le principe « turbo » est aussi appliqué aux systèmes à étalement de spectre utilisant le codage de canal [33, 34].

1.2.5 Un exemple d'application : le standard UMTS

L'UMTS désigne les travaux conduits en Europe sur la troisième génération de systèmes de communications mobiles. Pour cette troisième génération, les décisions de l'ETSI sur le choix de l'interface radio UTRA (UMTS *Terrestrial Radio Access*) ont été en faveur d'un système W-CDMA en mode FDD (*Frequency Domain Duplex*) et d'un système TD-CDMA en mode TDD (*Time Domain Duplex*).

Les concepts à la base du système W-CDMA sont très proches de ceux de la norme américaine de deuxième génération IS-95 qui utilise un accès multiple à répartition de codes. Le système W-CDMA de l'UMTS utilise une bande de fréquences de 5 MHz avec un facteur d'étalement variant de 4 à 256. Le débit utile maximal supporté par un seul code est de 384 kbit/s. Pour les services à plus haut débit, plusieurs codes sont alloués à un même utilisateur. Chaque utilisateur peut alors bénéficier d'un débit maximal de 2 Mbit/s. L'étalement est réalisé par des codes orthogonaux de type Walsh-Hadamard appelé OVSF pour *Orthogonal Variable Spreading Factor* et une séquence de brouillage (code de *scrambling*) est utilisée. Les objectifs sont fixés à 2001-2002 pour les premiers déploiements du réseau en mode FDD.

1.3 Les modulations à porteuses multiples

Les modulations à porteuses multiples sont basées sur la parallélisation des données avant leur émission. Le débit élevé d'un message initial est transmis sur plusieurs sous-porteuses avec des débits plus faibles. Pour que la séparation des signaux en réception soit efficace, il est nécessaire que les sous-porteuses constituent une base orthogonale. Afin de minimiser l'occupation en fréquence du signal transmis, les spectres des différentes sous-porteuses se recouvrent mutuellement tout en vérifiant les conditions d'orthogonalité. L'information transmise par une sous-porteuse peut alors être retrouvée en réception sans qu'il y ait d'interférences dues aux autres sous-porteuses. Ces conditions d'orthogonalité constituent une généralisation du premier critère de Nyquist et sont à la base du système à porteuses multiples, la dimension fréquentielle s'ajoutant à la dimension temporelle [35]. Une analogie peut être faite avec les modulations MAQ où une base orthogonale, constituée par la voie en phase et la voie en quadrature, est utilisée pour multiplier par deux le débit binaire d'une modulation d'amplitude. Dans le cas de la modulation à porteuses multiples, cette base est constituée par un peigne de Dirac, dans le domaine fréquentiel, espacé de $1/T_s$, où T_s est la durée d'un symbole sur chaque sous-porteuse.

L'étude des modulations à porteuses multiples remonte aux années 1960 [36]. L'approche intuitive alors envisagée consistait à utiliser un banc d'oscillateurs cohérents pour constituer le signal, chaque oscillateur correspondant à une sous-porteuse [37]. Pour contourner le problème de complexité lié à ce type de réalisation, l'utilisation de la transformation de Fourier peut être très avantageuse [38, 39]. De plus, des modulateurs entièrement numériques sont réalisables à l'aide d'algorithmes de transformation de Fourier rapide.

1.3.1 Les porteuses multiples

L'adjonction d'un intervalle de garde permet de conserver l'orthogonalité entre les sous-porteuses même en présence d'un canal à trajets multiples. En réception, cet intervalle de garde est supprimé et l'orthogonalité entre les sous-porteuses peut être retrouvée. Avant de spécifier plus en détail le rôle de cet intervalle de garde, nous exprimons le signal à porteuses multiples sans celui-ci.

1.3.1.1 Le signal OFDM

Le signal est constitué d'un ensemble de N_p sous-porteuses f_k . La première sous-porteuse est notée f_0 et T_s est la durée d'un symbole. Ces sous-porteuses f_k sont alors telles que

$$f_k = f_0 + k/T_s, \quad 0 \leq k < N_p, \quad (1.18)$$

Le débit du message sur les sous-porteuses est de $1/T_s$, ce qui permet un débit total de $N_p/T_s = 1/T_x$. Nous choisissons comme fonction prototype la fonction porte. Cette

fonction prototype s'applique aux symboles x_k . Ces symboles sont des éléments complexes prenant leur valeur dans un alphabet fini et sont les symboles correspondants à une modulation, comme la MDP4 par exemple. Le signal généré pendant l'intervalle $[0, T_s[$ s'écrit

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} \Re \left\{ x_k \Pi(t) e^{2i\pi f_k t} \right\}, \quad (1.19)$$

avec $\Pi(\cdot)$ la fonction porte, nulle à l'extérieur de l'intervalle $[0, T_s[$. Le facteur $1/\sqrt{N_p}$ normalise l'énergie du signal. Nous supposons que la modulation OFDM n'apporte pas d'énergie, soit pour les signaux analytiques avant et après la modulation à porteuses multiples

$$\underbrace{\int_0^{T_s} \sum_{k=0}^{N_p-1} |x_k \Pi(N_p t)|^2 dt}_{\text{énergie des } N_p \text{ symboles } x_k \text{ avant modulation}} = \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} \int_0^{T_s} \left| \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} \Pi(t) \right|^2 dt}_{\text{énergie des } N_p \text{ symboles } x_k \text{ après modulation}}. \quad (1.20)$$

Soit f_c la fréquence centrale du signal telle que $f_c = f_0 + N_p/2$ alors

$$s(t) = \Re \left\{ \Pi(t) e^{2i\pi f_c t} \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_s} \right\}, \quad (1.21)$$

que nous pouvons écrire sous la forme

$$s(t) = \Re \left\{ X(t) \Pi(t) e^{2i\pi f_c t} \right\}. \quad (1.22)$$

Le signal $X(t)$ a un spectre limité à l'intervalle $[-N_p/2T_s, N_p/2T_s[$. L'application du théorème de Shannon sur l'échantillonnage permet de construire ce signal par des échantillons délivrés à la fréquence N_p/T_s , soit

$$\begin{aligned} X(nT_s/N_p) &= \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{2i\pi(k-N_p/2)n/N_p} \\ &= (-1)^n \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{2i\pi nk/N_p} \\ &= (-1)^n \text{TFD}^{-1} \left\{ \sqrt{N_p} x_k \right\}_{k=0}^{N_p-1}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

et le signal émis est donné par

$$s(t) = \Re \{ X(t) \Pi(t) \} \cos(2\pi f_c t) - \Im \{ X(t) \Pi(t) \} \sin(2\pi f_c t). \quad (1.24)$$

Les sous-porteuses ainsi constituées sont orthogonales (*cf.* figure 1.4). Le spectre obtenu est à bande infinie, ceci à cause de la fonction porte. La densité spectrale d'énergie

du signal analytique $\tilde{s}(t)$ d'un symbole OFDM est la somme des densités spectrales des N_p sous-porteuses indépendamment modulées, soit

$$|\tilde{S}(f)|^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{k=0}^{N_p-1} \left| x_k \frac{\sin(\pi(f-f_k)T_s)}{\pi(f-f_k)} \right|^2. \quad (1.25)$$

Pour de fortes valeurs de N_p , la densité spectrale devient plate dans la bande de fréquences normalisée contenant les sous-porteuses, $fT_s/N_p \in [-0,5; 0,5[$. Ce sont les porteuses proches des bords de cette bande qui contribuent principalement à une puissance hors bande. Ainsi, pour N_p grand, la puissance du signal est quasiment contenue dans la bande occupée par une modulation à porteuse unique, de même débit binaire, filtrée par un filtre de Nyquist idéal de facteur de retombée égal à zéro.

Un filtrage plus ou moins sévère à l'émission va limiter l'occupation spectrale du signal OFDM. Ce filtrage se traduit par un étalement de la fonction porte et produit des interférences entre symboles, notées IES, qui restent relativement faibles. En pratique, il est nécessaire de limiter le nombre de sous-porteuses effectivement émises à une valeur inférieure au nombre de points sur lequel est effectué la transformation de Fourier [35]. Les sous-porteuses sur le bord du spectre sont ainsi éteintes ce qui limite, entre autres, les interférences dues au filtrage. Notons que la modulation OFDM offre la possibilité de « dessiner » le contour du spectre du signal émis en annulant certaines de ses sous-porteuses. Les interférences entre symboles causées par le filtrage restent cependant plus faibles que celles produites par les trajets multiples du canal qui détruisent l'orthogonalité entre les sous-porteuses.

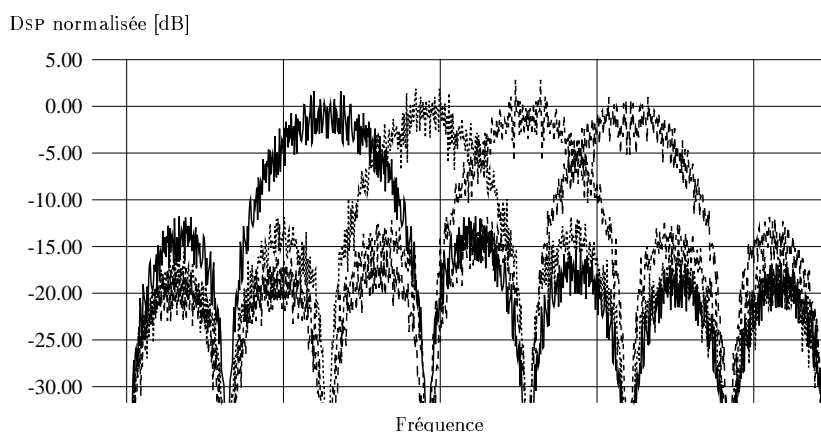


FIG. 1.4 – Spectre des sous-porteuses du signal OFDM, $N_p = 4$.

Asymptotiquement, les IES peuvent être limitées en augmentant indéfiniment le nombre de sous-porteuses, ce qui permet d'augmenter la longueur des symboles OFDM et de limiter la puissance du signal à l'extérieur de la bande du filtre. Cependant, cette méthode se heurte aux limites imposées par la cohérence temporelle du canal correspondant à l'effet Doppler. La solution généralement adoptée consiste en l'utilisation d'un intervalle de garde [35].

1.3.1.2 L'utilisation d'un intervalle de garde

L'intervalle de garde permet d'absorber les interférences entre symboles dues aux trajets multiples du canal. Cet intervalle de garde de durée Δ_g , est ajouté au début du symbole OFDM et est une copie de la fin de ce même symbole qui voit sa durée augmenter et devenir égale à $T_s + \Delta_g$. L'intervalle entre les sous-porteuses étant toujours égal à $1/T_s$, avec l'insertion de l'intervalle de garde il n'y a plus d'orthogonalité entre celles-ci. La figure 1.5 illustre ce phénomène pour plusieurs rapports Δ_g/T_s .

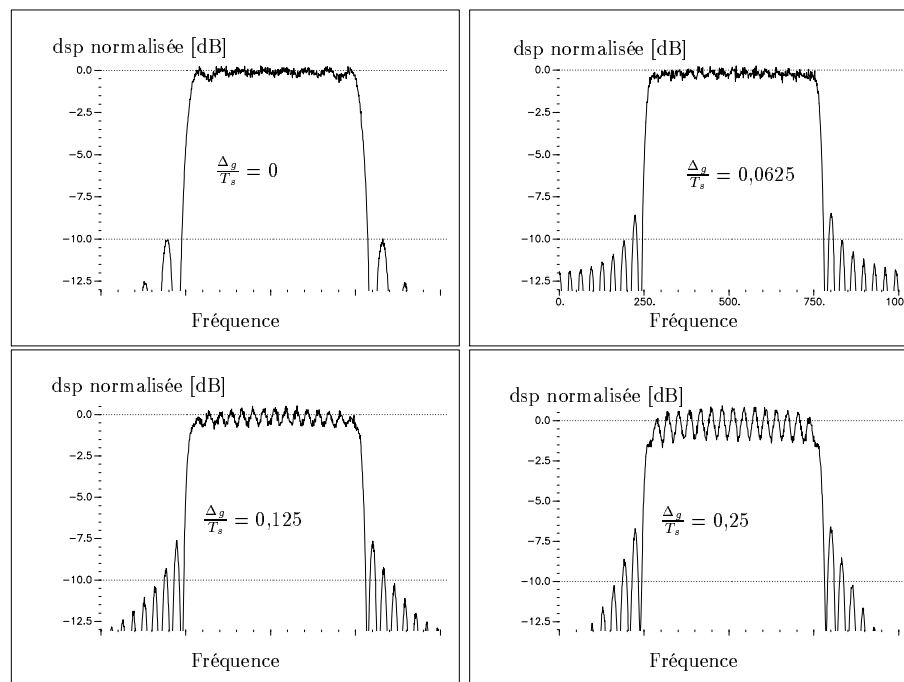


FIG. 1.5 – Influence de l'intervalle de garde sur le spectre OFDM, $N_p = 16$.

En réception, l'orthogonalité entre les sous-porteuses est restaurée en supprimant l'intervalle de garde. Les interférences entre symboles, contenues dans la partie du signal constituée par l'intervalle de garde, sont elles aussi supprimées si la durée Δ_g est supérieure ou égale au retard maximal τ_{\max} introduit par le canal. En prenant un intervalle de garde tel que sa durée soit légèrement supérieure à τ_{\max} , les contraintes de positionnement de la fenêtre temporelle pour l'application de la transformée de Fourier sont alors moins fortes. L'énergie du signal contenue dans l'intervalle de garde n'est pas exploitée puisque cet intervalle est supprimé en réception. La perte en puissance correspondante est égale à $10 \log((T_s + \Delta_g)/T_s)$. Par exemple, un rapport $(T_s + \Delta_g)/T_s = 5/4$ conduit à une perte en puissance de 1 dB et une perte d'efficacité spectrale de 20% par rapport à l'efficacité spectrale théorique.

Des fonctions prototypes différentes de la fonction porte ont été étudiées pour ne pas avoir recours à l'intervalle de garde tout en limitant les interférences entre symboles. Le but est d'obtenir des fonctions bien localisées en temps et en fréquence [40]. De plus,

ces fonctions doivent être orthogonales et définir une base de l'espace de Hilbert $L(\mathbb{R}^2)$ pour les signaux émis. Nous pouvons citer à titre d'exemple la fonction IOTA (*Isotropic Orthogonal Transform Algorithm*) décrite dans [41].

1.3.1.3 Le facteur de crête

Une des caractéristiques des modulations à porteuses multiples est qu'elles ne sont pas à enveloppe constante. Pour de grandes valeurs de N_p , chaque composante en phase et en quadrature du signal $X(t)$, défini à l'équation 1.22, suit une distribution gaussienne. Ce résultat est obtenu à l'aide du théorème de la limite centrale. Avec $E[|x_k|] = 0$ et $E[|x_k|^2] = 1$, nous obtenons $E[|X(t)|] = 0$ et $E[|X(t)|^2] = 1$. L'amplitude du signal OFDM suit donc une distribution de Rayleigh de moyenne égale à $\sqrt{\pi/4}$ et de variance égale à 1. Quant à la puissance du signal, elle suit une loi du χ^2 à deux degrés de liberté avec pour fonction de répartition

$$F_{\chi^2}(x) = 1 - e^{-x} . \quad (1.26)$$

Cette caractéristique des modulations à porteuses multiples conduit à des distorsions d'amplitudes et de phases dues aux non linéarités des amplificateurs des étages de sortie de l'émetteur. Afin de limiter ces phénomènes de distorsion, il est nécessaire de réduire les variations de l'amplitude du signal à la sortie du modulateur ou de limiter le rapport entre la puissance crête et la puissance moyenne du signal, appelé PAPR pour *Peak to Average Power Ratio*. Une autre mesure de la variation de l'enveloppe du signal peut être faite avec le *facteur de crête* qui est le rapport entre l'amplitude maximale du signal et la racine carrée de la valeur quadratique moyenne de ce signal. Avec cette définition, le facteur de crête est alors égal à la racine carrée du PAPR, ce qui conduit à une différence de trois décibels entre les deux quantités. D'un point de vue statistique il est justifié de s'intéresser aux variations de l'enveloppe du signal par rapport aux valeurs moyennes de celui-ci. Cependant, pour les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre, le rapport entre la valeur maximale et la valeur minimale — souvent cette dernière est égale à zéro — reste une donnée importante puisque l'enveloppe de la séquence transmise sera toujours la même dans certaines configurations de systèmes. C'est alors la dynamique du signal qui peut être utilisée pour caractériser les variations du signal modulé. Il est à remarquer que tous les auteurs ne s'accordent pas sur la définition du facteur de crête. Il peut aussi être défini comme étant la valeur maximale de l'amplitude au carré [42].

Plusieurs solutions ont été proposées afin de limiter le facteur de crête, ou le PAPR. Elles ont toutes pour objectif de minimiser les effets des non linéarités des amplificateurs qui se traduisent par une dégradation des performances des systèmes OFDM.

Une première solution consiste à écrêter le signal OFDM ou à moduler son amplitude par une fonction non linéaire [43]. Le signal devient ainsi moins sensible aux effets de non linéarité de l'amplificateur. Le récepteur, connaissant la fonction de « compression » utilisée à l'émission, peut restituer les amplitudes initiales, sous réserve que la fonction définisse une application bijective. Cependant, du fait de la diminution de l'amplitude de certains échantillons du signal, le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit

se trouve diminué. Dans ce cas un compromis doit être recherché entre la distorsion du signal et la diminution de ce rapport de puissance pour optimiser les performances du système.

Une autre solution consiste à ajouter des sous-porteuses ne contenant pas d'information mais permettant seulement de limiter le PAPR. Plusieurs algorithmes sont proposés afin d'obtenir un PAPR inférieur à une valeur donnée [44, 45]. Ajouter des sous-porteuses ne contenant pas d'information conduit à une réduction de l'efficacité spectrale du système. Pour contourner cet inconvénient, le PAPR peut être réduit en modifiant la phase des signaux sur chaque sous-porteuse [42].

Lorsque la modulation à porteuses multiples est utilisée avec un codage de canal, il est possible de choisir des codes tels que les séquences obtenues ne génèrent pas de fortes amplitudes pour le signal émis. Les séquences orthogonales de Golay, qui font partie des codes en blocs sont souvent proposées [46, 47].

1.3.2 Les codes correcteurs d'erreurs

Sur un canal sélectif en fréquence, l'information portée par les sous-porteuses affectées d'évanouissements profonds est perdue pour le récepteur. Afin d'éviter que le taux d'erreur binaire ne soit trop élevé, l'utilisation de codes correcteurs d'erreur est indispensable. De plus, un entrelacement fréquentiel, voire temporel peut s'avérer aussi indispensable [48]. Lorsque les sous-porteuses ne sont pas affectées de processus multiplicatifs indépendants — autrement dit, lorsque la bande de cohérence du canal est supérieure à la bande occupée par une sous-porteuse — l'entrelacement assure cette indépendance ou tente de la rendre la plus grande possible. Le codage de canal a été associé à la modulation OFDM pour donner le système COFDM. Outre les performances intrinsèques du code, la redondance apportée par celui-ci permet de tirer profit de la diversité apportée par le canal. Nous verrons que l'étalement de spectre couplé à la modulation OFDM permet d'exploiter toute la diversité du canal vue par le signal.

Le problème du choix des codes est fonction, entre autres, de la nature des erreurs introduites par le canal de transmission et en particulier de leur probabilité d'occurrence. Ainsi, deux catégories d'erreurs sont distinguées, les erreurs groupées et les erreurs aléatoires. Les erreurs dites aléatoires sont uniformément réparties dans le flot de données et typiquement elles sont dues au bruit thermique des étages d'entrée des récepteurs. Les codes convolutifs sont particulièrement performants pour corriger ces erreurs. Les erreurs groupées peuvent être provoquées par les évanouissements du canal. Ces erreurs sont classiquement mieux corrigées avec l'utilisation d'un code en blocs. Notons aussi que le codage d'une transmission effectuée par paquets à faible quantité de données est plutôt réalisé par un code en blocs. Des solutions sont cependant envisagées avec les codes convolutifs en ajoutant, par exemple, des d'éléments binaires à la fin de chaque paquet pour que l'état du codeur soit toujours le même au début de chaque nouveau paquet.

Enfin, dans les canaux à mémoire générant des erreurs par paquets, des techniques d'entrelacement et de désentrelacement sont associées aux fonctions de codage. Ainsi, en

réception, le désentrelacement permet d'obtenir une statistique d'erreurs plus favorable au processus de décodage.

Les codes en blocs transforment un bloc de k données d'information en un bloc de n données correspondant à un mot du code, le code est noté (n, k) . Il y a ainsi $n - k$ données redondantes ajoutées au message initial. Parmi les codes en blocs les plus utilisés nous trouvons les codes de Hamming, de Golay, les codes BCH ou encore les codes de Reed–Solomon. Les codes cités précédemment sont séparables, linéaires, cycliques ou non cycliques. Si la redondance est mélangée à l'information, ou si les bits de redondance ne sont pas identifiables, les codes sont dits non séparables, sinon ils sont séparables ou représentés sous forme systématique. La caractéristique linéaire s'applique à la correspondance biunivoque entre l'ensemble des mots non codés et l'ensemble des mots codés. Enfin un code en blocs linéaire est cyclique si toute permutation d'un mot codé donne un autre mot codé.

Les codes convolutifs, appelés aussi codes continus ou codes récurrents [2], sont également très utilisés dans les systèmes de communications numériques. Chaque bloc de n éléments en sortie du codeur dépend non seulement du bloc des k éléments présents à l'entrée du codeur mais aussi des ν blocs précédents. Les codes convolutifs introduisent un effet mémoire de profondeur ν . Nous présentons plus en détail les codes convolutifs puisque ce sont ces codes que nous utiliserons avec les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre.

La figure 1.6 représente un codeur convolutif de rendement $1/2$, de longueur de contrainte $\nu + 1 = 7$ et de polynômes générateurs $P(X) = X^6 + X^4 + X^3 + X^1 + 1$ et $P'(X) = X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + 1$. Ces polynômes peuvent s'écrire sous la forme $P = [1011011] = 133_{\text{octal}}$ et $P' = [1111001] = 171_{\text{octal}}$. À une séquence binaire initiale u correspond une séquence binaire codée qui est composée, alternativement, des éléments des séquences v et v' .

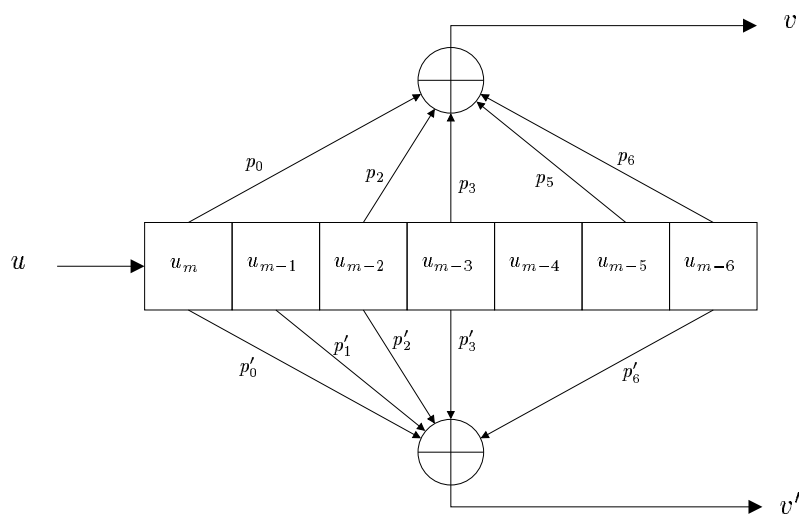


FIG. 1.6 – Codeur convolutif de rendement $1/2$ et de longueur de contrainte égale à 7.

Il existe, entre autres, deux façons de représenter un code convolutif : le diagramme en arbre et le diagramme en treillis. La figure 1.7 donne ces deux représentations d'un code convolutif de rendement $1/2$ et de polynômes générateurs $[111] = 7_{\text{octal}}$ et $[101] = 5_{\text{octal}}$. Dans la représentation en arbre, chaque branche du diagramme, les lignes horizontales, représentent le couple binaire à la sortie du codeur à un instant t_i donné. À l'instant initial t_0 nous avons supposé une sortie égale à (00) . Lorsque l'élément binaire à l'entrée du codeur est égal à 0, le couple binaire en sortie du codeur est porté par une branche montante, l'entrée à 1 correspond à une branche descendante. Pour la représentation en treillis, les traits continus correspondent à une entrée égale à 1 et les traits pointillés à une entrée égale à 0. La sortie du codeur est portée par les branches du treillis et ses nœuds correspondent à l'état du codeur, c'est à dire à la valeur $(u_{m-1}u_{m-2})$ à l'instant t_i .

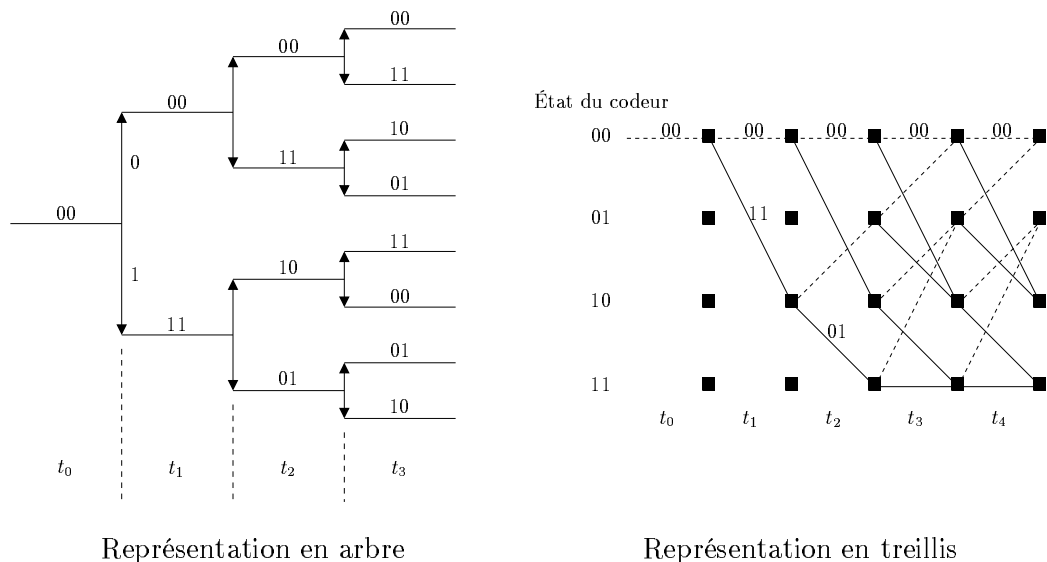


FIG. 1.7 – Représentation des codes convolutifs.

Un code idéal correspond à un code très long et aléatoire. Cependant, un tel code s'il peut être généré, est très difficile voire impossible à décoder. Le manque de structure algébrique associé à ce code ne permet pas de procédure économique de décodage. Plutôt que de décoder un code long, il est plus facile de décoder séquentiellement deux codes courts concaténés. Les performances ainsi obtenues sont équivalentes à celles d'un code long mais le décodage est plus simple. C'est de cette constatation que Forney, dans les années 1960, est parti pour proposer une nouvelle stratégie de codage et de décodage : la concaténation série des codes. Un exemple classique est la concaténation d'un code de Reed-Solomon et d'un code convolutif.

La concaténation des codes en blocs a été proposée un peu plus tôt par Elias en 1954. Elle correspond à une concaténation série de deux codes en blocs séparés par un entrelaceur uniforme. Ces codes sont appelés des codes produits. Malheureusement, les premiers algorithmes proposés pour le décodage de ces codes étaient trop peu efficaces. C'est pourquoi il faudra attendre le développement des turbo-codes, ou plus exactement

le développement des techniques de décodage des turbo-codes, pour que les performances de ces codes soient exploitées.

Une autre possibilité d'association des codes est la concaténation parallèle. Cette association a conduit au développement des turbo-codes dans les années 1990. Appliqués dans un premier temps aux codes convolutifs [49], le turbo-codage permet de créer un code long à partir de deux codes concaténés séparés par un entrelaceur. Le code obtenu s'apparente à un code aléatoire grâce à l'opération d'entrelacement. Avec une procédure itérative de décodage, couplée à une décision douce et une transmission de la qualité de la détection entre les étages, les performances obtenues sont très proches de la limite théorique de Shannon définie par la relation (1.1) page 8.

1.3.3 La réception des signaux COFDM

La réception des signaux COFDM peut se faire en séparant le décodage de la détection classique du signal OFDM. Cependant, cette solution n'est pas utilisée en pratique car la mise en oeuvre d'un décodeur à décision douce est très avantageuse. La démodulation du signal OFDM est alors elle aussi douce et fournit un message au décodeur qui n'est pas binaire. Avec un décodeur à entrée pondérée et à sortie binaire, les performances obtenues sont meilleures que celles obtenues avec un décodeur à entrée binaire. Lorsque le turbo-codage est utilisé, le décodage est réalisé de façon itérative et les sorties des décodeurs deviennent elles aussi pondérées.

1.3.3.1 Les récepteurs OFDM

Afin de simplifier les équations, nous présentons la réception d'un signal OFDM à travers un canal sans bruit. Nous reprenons les notations de l'équation (1.19) page 22. Après filtrage, transposition en bande de base et suppression de l'intervalle de garde, le signal reçu s'écrit

$$Y(t) = \sum_{k=0}^{N_p-1} \Re \left\{ h_k \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_s} \right\}, \quad (1.27)$$

ou $h_k = \rho_k e^{i\phi_k}$ est la réponse complexe du canal à la fréquence f_k . Le signal échantillonné correspondant s'écrit alors

$$Y(nT_s/N_p) = (-1)^n \sum_{k=0}^{N_p-1} h_k \frac{x_k}{\sqrt{N_p}} e^{2i\pi nk/N_p} \quad (1.28)$$

$$= (-1)^n \text{TFD}^{-1} \{ \sqrt{N_p} h_k x_k \}_{k=0}^{N_p-1}, \quad (1.29)$$

soit

$$h_k x_k = \text{TFD} \left\{ (-1)^n Y(nT_s/N_p) \right\}_{n=0}^{N_p-1}. \quad (1.30)$$

Le traitement effectué en sortie de la transformation de Fourier consiste à multiplier chaque échantillon par un coefficient complexe égal à l'inverse de la réponse du canal pour chaque sous-porteuse k . Pour certains auteurs, cette opération est une égalisation du canal avec une structure d'égaliseur à une prise. Cette appellation est justifiée par le simple fait que la multiplication est le dual fréquentiel de la convolution temporelle. L'estimation des coefficients h_k est effectuée par des porteuses pilotes insérées dans la trame des symboles émis et une interpolation temps-fréquence permet d'obtenir une estimation des coefficients du canal en tous points.

1.3.3.2 Le décodage de canal

Il existe de nombreux algorithmes de décodage. La classification la plus utilisée sépare les algorithmes algébriques des algorithmes probabilistes. Il est aussi possible de classer ces algorithmes en fonctions d'autres caractéristiques, comme la classe de codes qu'ils peuvent détecter (codes en blocs ou codes convolutifs), ou comme le type d'erreur qu'ils corrigent (erreurs indépendantes ou paquets d'erreurs). Les algorithmes algébriques utilisent, comme leur nom l'indique, les propriétés algébriques des codes. Le décodage se fait, par exemple, par résolution d'équations. Pour les algorithmes probabilistes, la structure des codes n'est pas utilisée. L'algorithme de Viterbi est l'algorithme probabiliste le plus utilisé. Les codes convolutifs se prêtent bien au décodage pondéré, avec décision douce, en utilisant l'algorithme de Viterbi. Dans ce cas, la distance qui permet de mesurer la vraisemblance de chaque chemin possible n'est pas la distance de Hamming, utilisée pour le décodage avec décision dure, mais la distance euclidienne.

L'amélioration apportée par le codage-décodage de canal peut être exprimée par la courbe représentant le taux d'erreur binaire après codage en fonction du taux d'erreur binaire avant codage (figure 1.8). Alors que les performances de la modulation sont exprimées en fonction du rapport E_c/N_0 , avec E_c l'énergie moyenne reçue par bit codé, les performances du système complet, modulation et codage, sont exprimées en fonction du rapport E_b/N_0 , avec E_b l'énergie moyenne reçue par bit utile. Si R est le rendement du code, $R = k/n < 1$, alors

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{E_c}{N_0} - 10 \log_{10} R. \quad (1.31)$$

Tout code est caractérisé par une capacité à corriger un nombre d'erreurs donné au delà duquel il dégrade les performances du système. En deçà de ce niveau, qui correspond à l'intersection entre la courbe de TEB sans codage et la courbe de TEB avec codage, le gain apporté par le code est évalué par le décalage de la courbe de taux d'erreur. La figure 1.8 représente les performances d'une modulation MDP2 ou MDP4 associée à un

code convolutif de rendement $R = 1/2$, de polynômes générateurs 133_{octal} et 171_{octal} . Le décodage est à décision dure ou à décision douce, l'entrée du décodeur est respectivement binaire ou pondérée. Les deux décodeurs sont à sortie binaire. Le gain du décodeur à décision douce est de 2 dB par rapport au décodeur à décision dure pour un TEB de 10^{-4} .

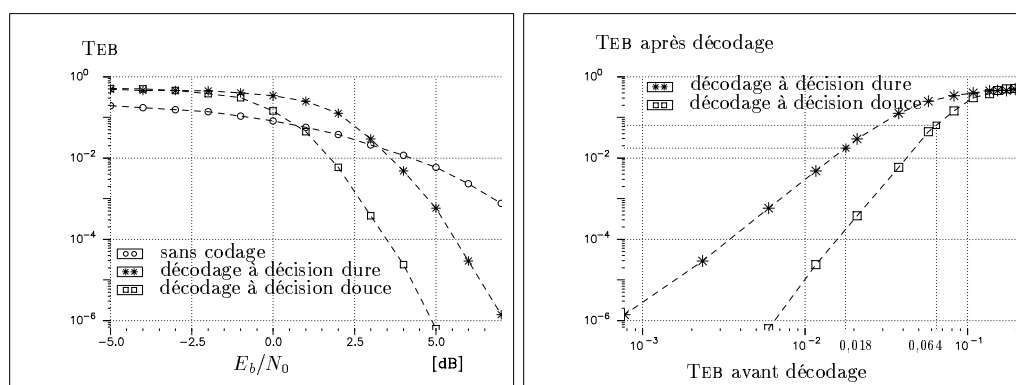


FIG. 1.8 – Comparaison des performances d'une modulation MDP4 avec et sans codage sur canal gaussien pour un code convolutif de rendement 1/2.

Le décodage des turbo-codes se fait selon un principe itératif. De même, pour être performant, le décodage des codes produits se fait aussi à l'aide de processus itératifs. Ce type de décodage s'appuie sur le concept de contre-réaction. Le décodage de deux codes convolutifs concaténés en parallèle est réalisé à l'aide de deux décodeurs élémentaires. Le premier décodeur fournit une estimation pondérée des symboles codés au second décodeur qui restitue le message binaire initial. L'entrelacement utilisé à l'émission permet à la réception de casser les paquets d'erreurs en sortie du premier décodeur et de fournir au second décodeur une autre version du message, différente de celle codée par le premier codeur. Alors que seul le second décodeur élémentaire bénéficie d'une information fournie par le premier décodeur, le décodage itératif des turbo-codes transmet également une information extraite du second décodeur au premier décodeur. Le premier décodeur profite alors de cette information supplémentaire pour améliorer son pouvoir de correction. En pratique le turbo-décodage est réalisé de façon itérative avec transmission de cette information supplémentaire entre les étages. Afin que les erreurs soient décorrélatées entre les étages, et entre les décodeurs, un soin particulier doit être apporté à l'opération d'entrelacement qui doit s'effectuer de manière pseudo-aléatoire.

Le choix optimal d'un schéma de codage dépend du taux d'erreur et de la statistique de ces erreurs à l'entrée du décodeur de canal. Pour notre étude, nous nous fixons comme objectif un taux d'erreur d'environ 10^{-3} sans codage. Ainsi, ce taux après décodage peut être très faible.

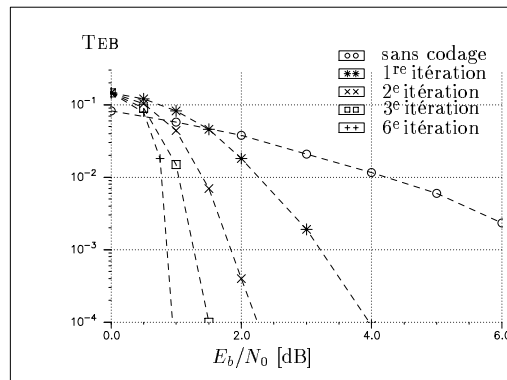


FIG. 1.9 – Performances sur canal gaussien d'un turbo-code de rendement 1/2 en fonction du nombre d'itérations [49].

1.3.4 Un exemple d'application : la télévision numérique hertzienne européenne

Le procédé COFDM permet de résoudre les inconvénients liés classiquement à la diffusion hertzienne. Cette diffusion de type point à multipoint est effectuée entre un émetteur et des récepteurs fixes, portables ou mobiles. Alors que l'émetteur est fixe et unique, les récepteurs sont situés à l'intérieur d'une zone plus ou moins grande. Pour couvrir correctement un territoire comme l'hexagone, il est nécessaire de faire se chevaucher les zones couvertes par chaque émetteur pour qu'il n'y ait pas de zones d'ombres. Afin d'éviter les interférences rencontrées par un récepteur situé sur une zone de chevauchement, la solution classique consiste à attribuer des fréquences porteuses différentes aux émetteurs adjacents. Cette façon de procéder limite fortement le nombre de programmes pouvant être diffusés dans une bande de fréquences donnée. Actuellement, pour diffuser à l'échelle nationale les cinq programmes de télévision analogique en bande UHF, 45 canaux sont nécessaires. L'utilisation de la technique COFDM permet de résoudre cet inconvénient. Les réseaux sont alors monofréquences et cinq canaux sont nécessaires pour diffuser les cinq programmes. De plus, l'utilisation de l'intervalle de garde correctement dimensionner permet de tirer profit des trajets multiples du canal et des signaux des émetteurs adjacents. Pour que les pertes en efficacité spectrale et en puissance liées à la dimension de l'intervalle de garde ne soient pas trop importantes, le nombre de sous-porteuses est élevé.

Le procédé COFDM a été validé dans le système de télédiffusion numérique terrestre DVB-T (*Digital Video Broadcasting Terrestrial*) [50]. La norme [51] offre un grand nombre de modes, fonction de l'application visée. La taille de la FFT peut être de 2048 ou 8092 points, ce qui conduit à une durée utile du symbole de 224 μ s ou de 896 μ s. La durée de l'intervalle de garde est égale à 1/4, 1/8, 1/16 ou 1/32^e de la durée utile du symbole OFDM. La modulation appliquée aux sous-porteuses est une MDP4, MAQ16 ou une MAQ64. Le codage de canal est assuré par un code de Reed-Solomon associé à un code convolutif de longueur de contrainte égale à 7 et de rendements possibles égaux à 1/2, 2/3, 4/5,

5/6, 6/7 ou 7/8. Les débits utiles transmis dans un canal de largeur de bande de 8 MHz peuvent alors varier de 4,98 Mbit/s avec une modulation MDP4 et un code de rendement de 1/2 à 31,67 Mbit/s avec une modulation MAQ64 et un code de rendement 7/8.

1.4 Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis de rappeler les caractéristiques des deux techniques qui constituent la base des modulations à porteuses multiples à étalement de spectre.

La première, la modulation à étalement de spectre par séquence directe permet de supporter l'accès multiple par répartition de code. Les caractéristiques des codes, qu'elles soient temporelles ou fréquentielles ont été spécifiées pour différentes familles. L'objectif est de choisir judicieusement ces codes en fonction des caractéristiques de la communication.

La seconde, la modulation à porteuses multiples, connue sous le sigle OFDM, permet de générer des systèmes de communications numériques à forte efficacité spectrale. De plus, ce type de modulation est particulièrement robuste face aux évanouissements sélectifs en fréquences des canaux de propagation radioélectrique à l'intérieur des bâtiments et des canaux radiomobiles.

Chapitre 2

Les techniques à porteuses multiples et à étalement de spectre dans un contexte radiomobile

Les avantages et le succès des modulations à porteuses multiples et de l'étalement de spectre ont conduit les chercheurs à associer les deux techniques tout en essayant de tirer profit des avantages de chacune d'elles. Les modulations à porteuses multiples sont retenues pour leur robustesse en présence d'évanouissements sélectifs en fréquence et leur bonne efficacité spectrale. Quant à l'étalement de spectre, c'est sa capacité d'accès multiple par répartition de code qui fait son intérêt.

2.1 Les techniques à porteuses multiples et à étalement de spectre

En 1993, N. Yee, J-P. Linnartz, de l'université de Berkeley, et G. Fettweis, de Teknekron Communications Systems, proposent une nouvelle technique de modulation appelée MC-CDMA pour *Multi-Carrier Code Division Multiple Access* [52]. Pour les auteurs, cette technique est une solution pour combattre les faibles écarts types des temps de retards du canal de propagation à l'intérieur des bâtiments. Cette technique est proposée indépendamment par deux autres équipes [53, 54]. Quasiment au même moment, deux autres techniques sont proposées, la modulation MC-DS-CDMA pour *Multi-Carrier Direct Sequence Code Division Multiple Access* [55] et la modulation MT-CDMA pour *Multi-Tone Code Division Multiple Access*, [56]. Ces trois combinaisons sont connues sous le nom de modulations à porteuses multiples et à étalement de spectre (MCSS pour *Multi-Carrier Spread Spectrum*).

Ces modulations se distinguent par la manière dont elles combinent les fonctions AMRC et OFDM. L'étalement est soit réalisé dans le domaine fréquentiel soit dans le domaine temporel, c'est à dire avant ou après la modulation à porteuses multiples. L'orthogonalité des sous-porteuses est effective soit avant étalement, soit après celui-ci. Les sous-porteuses

Domaine d'étalement	fréquentiel	temporel
Sous-porteuses orthogonales	MC-CDMA	MC-DS-CDMA
Sous-porteuses non orthogonales		MT-CDMA

TAB. 2.1 – *Les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre.*

en sortie de l'émetteur seront orthogonales si l'espace entre ces sous-porteuses est égal à l'inverse de la durée d'un temps chip. Le tableau 2.1 présente ces techniques en fonction de leurs caractéristiques. Les termes français correspondant aux systèmes MC-CDMA, MC-DS-CDMA et MT-CDMA sont respectivement l'AMRC à porteuses multiples, l'AMRC à porteuses multiples et à séquence directe et l'AMRC multipilote.

En réception, des stratégies de détection différentes sont utilisées et leur mise en œuvre reste de complexité comparable aux techniques utilisées pour les systèmes à étalement de spectre de type DS-CDMA [57].

2.1.1 L'AMRC à porteuses multiples

Parmi les trois techniques de modulations à porteuses multiples et à étalement de spectre, l'AMRC à porteuses multiples est de loin le système le plus étudié. Les études sont principalement réalisées sur les liaisons descendantes synchrones des canaux de propagation radioélectriques à l'intérieur des bâtiments et à évanouissements lents. Quelques études concernent les liaisons montantes asynchrones ou quasi-synchrones [58, 59, 60, 61, 62, 63], ou prennent en compte le décalage Doppler [64, 65] et les erreurs de synchronisation [66]. Des solutions sont envisagées pour combattre ces effets [67, 68, 69]. Des codes d'étalement différents des codes de Walsh-Hadamard, habituellement choisis, ont aussi été étudiés [70, 71, 17, 72]. Lorsque les codes de Walsh-Hadamard sont utilisés, une solution est envisagée pour réaliser en une seule opération la fonction d'étalement et de transformation de Fourier [73]. L'influence du codage de canal [54, 74] ou du turbo-codage [75] est évalué et l'étalement de spectre réalisé avec des codes convolutifs orthogonaux est proposé [76]. Le codage binaire à signal de Hadamard est aussi envisagé et combiné avec un code convolutif [77].

La modulation AMRC à porteuses multiples étant sensible aux non linéarités des amplificateurs, leurs effets sont étudiés [78, 79]. Pour réduire ces distorsions, des codes d'étalement différents des codes de Walsh-Hadamard sont choisis en fonction de la charge du système [71], ou des techniques de prédistorsions sont appliquées au signal avant sa transposition en bande radiofréquence [80].

Le signal AMRC à porteuses multiples est issu de la concaténation série de l'étalement de spectre et de la modulation à porteuses multiples. Ces opérations sont appliquées aux

symboles issus du codeur binaire à signal. Nous nous intéressons ici à l'expression du signal mono-utilisateur avant de donner les expressions du signal multiutilisateur.

2.1.1.1 Le signal mono-utilisateur

Selon le concept AMRC à porteuses multiples, le message numérique $x_i(n)$ de l'utilisateur i est étalé par le code $C_i = {}^t[c_{0,i}, \dots, c_{L_c-1,i}]$ propre à cet utilisateur, puis appliqué à l'entrée d'un modulateur à porteuses multiples. L'étalement est ainsi réalisé dans le domaine fréquentiel. Chaque sous-porteuse transmet un élément d'information multiplié par un chip du code propre à cette sous-porteuse. La figure 2.1 illustre ce concept. Sur cette figure comme sur les suivantes et contrairement à ce que nous avons noté au chapitre précédent, nous posons $f_0 = -N_p/(2T_s)$, le modulateur étant représenté en bande de base. Soient N_p le nombre de sous-porteuses et T_s la durée d'un symbole AMRC à porteuses multiples.

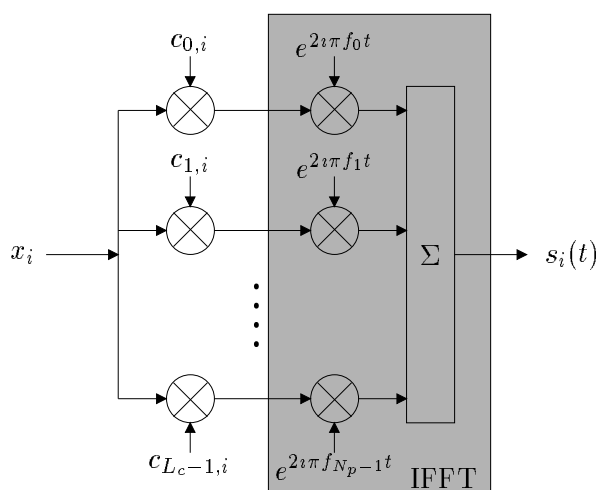


FIG. 2.1 – Modulateur AMRC à porteuses multiples simplifié.

Pour simplifier les écritures nous considérons que le nombre de sous-porteuses est égal au nombre de chips par code, $N_p = L_c$. L'équivalent en bande de base du signal à la sortie du modulateur AMRC à porteuses multiples, pour un symbole x_i émis sur l'intervalle de temps $[0, T_s]$, s'écrit

$$s_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} x_i \Pi(t) e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_s} \quad (2.1)$$

avec $\Pi(\cdot)$ la fonction porte, nulle à l'extérieur de l'intervalle $[0, T_s]$. Comme pour le signal OFDM, le signal AMRC à porteuses multiples peut être obtenu à l'aide d'une transformation de Fourier discrète inverse. En pratique cette transformation est réalisée avec des algorithmes rapides, la IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*). Le signal $s_i(t)$ étant exprimé en bande de base, son spectre est donc centré en 0 et nous pouvons écrire pour le

signal numérique

$$\begin{aligned}
 s_i(nT_s/N_p) &= \frac{x_i}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} e^{2i\pi(k-N_p/2)n/N_p} \\
 &= (-1)^n \sqrt{N_p} x_i \text{TFD}^{-1} \{c_{k,i}\}_{k=0}^{N_p-1}.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

L'équation (2.2) nous montre l'importance que peut avoir la transformé de Fourier inverse des codes. Afin de limiter les variations de l'amplitude du signal à l'entrée de l'amplificateur RF, le signal $s_i(t)$ doit être idéalement à enveloppe constante. Les codes de Walsh-Hadamard donnent des variations maximales d'amplitude égales à la longueur du code (*cf.* figure 1.3 page 16). Pour limiter les distorsions à la sortie de l'amplificateur RF, ou son sur-dimensionnement, l'utilisation des codes de Golay est préférable. Les codes que nous avons proposés au chapitre précédant (*cf.* tableau 1.3 page 18) permettent d'obtenir une modulation AMRC à porteuses multiples à enveloppe constante. Ainsi, ils peuvent être qualifiés d'idéaux vis-à-vis de ce critère de modulation à enveloppe constante. Cependant ils présentent des inconvénients que nous verrons au prochain chapitre.

Sur chaque sous-porteuse la durée d'un chip est égale à T_s . En posant T_x la durée d'un symbole x_i , nous obtenons $T_x = T_s$ car toutes les sous-porteuses transmettent la même donnée x_i . Pour que les sous-porteuses soient orthogonales, l'espace minimal est obtenu avec un écart fréquentiel égal au débit symbole sur les sous-porteuses. Ces écarts sont donc égaux à $1/T_s = 1/T_x$ et la largeur totale du spectre des lobes principaux est égale à $(N_p + 1)/T_s$. La figure 2.2 représente le spectre simplifié du signal AMRC à porteuses multiples.

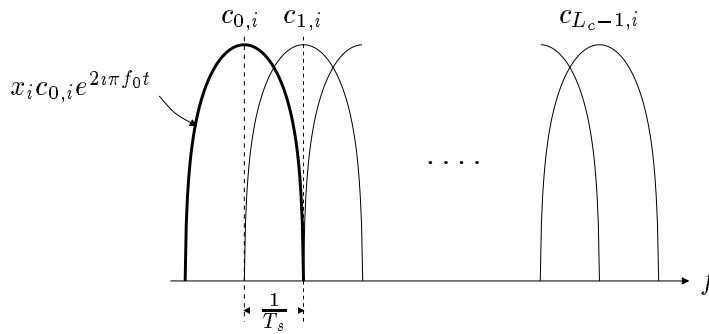


FIG. 2.2 – Spectre des sous-porteuses du signal AMRC à porteuses multiples.

Le signal AMRC à porteuses multiples est semblable à un signal COFDM utilisant un codage en blocs des données, avec une taille des blocs codés égale à la taille de la transformation de Fourier. Ainsi, comme pour le signal COFDM, l'utilisation d'un intervalle de garde permet d'absorber les échos du canal afin de supprimer les interférences entre symboles dues à ces échos. Cependant, des solutions qui ne nécessitent pas l'insertion d'un intervalle de garde ont été envisagées [59, 81]. Les fonctionnalités telles que l'insertion de porteuses pilotes ou l'extinction des porteuses sur les bords du spectre, peuvent aussi être appliquées au signal AMRC à porteuses multiples.

Grâce à l'étalement de spectre, le récepteur possède L_c répliques de la même information qui est transmise sur les différentes sous-porteuses. En ce sens, les branches de diversité sont fréquentielles. Afin de bénéficier de cette diversité, le récepteur doit donc utiliser l'équivalent d'un récepteur Rake dans le domaine fréquentiel, c'est à dire un simple produit de fonctions à la place d'une corrélation. De plus, le système doit être dimensionné de façon à ce que d'une part les évanouissements soient non sélectifs en fréquence sur chaque sous-porteuse et que d'autre part ces sous-porteuses, les branches de diversité, soient décorrélées.

2.1.1.2 Le signal multiutilisateur synchrone

L'expression du signal multiutilisateur se déduit assez simplement des expressions du signal mono-utilisateur. Dans le cas d'une communication synchrone, le signal multiutilisateur est la somme des signaux mono-utilisateurs portés par les sous-porteuses. Ainsi, pour un symbole multiutilisateur, l'équivalent en bande de base du signal émis pendant l'intervalle de temps $[0, T_s[$ s'écrit

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{i=0}^{N_u-1} s_i(t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} x_i \Pi(t) e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_s} . \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans le prochain chapitre, nous utiliserons largement une notation matricielle des signaux AMRC à porteuses multiples. Ces notations s'appliquent au signal sans intervalle de garde et les fonctions de base sont les fonctions exponentielles des sous-porteuses. Ainsi, le signal $s(t)$ peut se mettre sous la forme

$$S = \frac{CX}{\sqrt{N_p}}, \quad \forall k \in [0, \dots, N_p[, \quad (2.4)$$

avec $N_p = L_c$ et

$$\left\{ \begin{array}{l} S = {}^t [s_1 \quad s_2 \quad \cdots \quad s_{N_p}] \in \mathbb{C}^{N_p} , \\ C = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,L_c} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,L_c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{L_c,1} & c_{L_c,2} & \cdots & c_{L_c,L_c} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{L_c \times L_c} , \\ X = {}^t [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{L_c}] \in \mathbb{C}^{L_c} . \end{array} \right.$$

Avec l'utilisation des codes de Walsh-Hadamard ou des codes de Golay à séquences complémentaires, le nombre maximal d'utilisateurs est égal à la longueur des codes. Le vecteur X de longueur L_c est tel que $x_i = 0$ si l'utilisateur i n'est pas actif.

En réception, la séparation des utilisateurs se fait dans le domaine fréquentiel puisque le code d'étalement et d'accès multiple est appliqué dans ce domaine. La figure 2.3 re-

présente un récepteur simple, en bande de base, où le traitement de l'accès multiple est séparé du traitement de la diversité et de l'égalisation du canal. Le signal reçu est noté $r(t)$ et la sortie du récepteur y_i est une estimation de x_i .

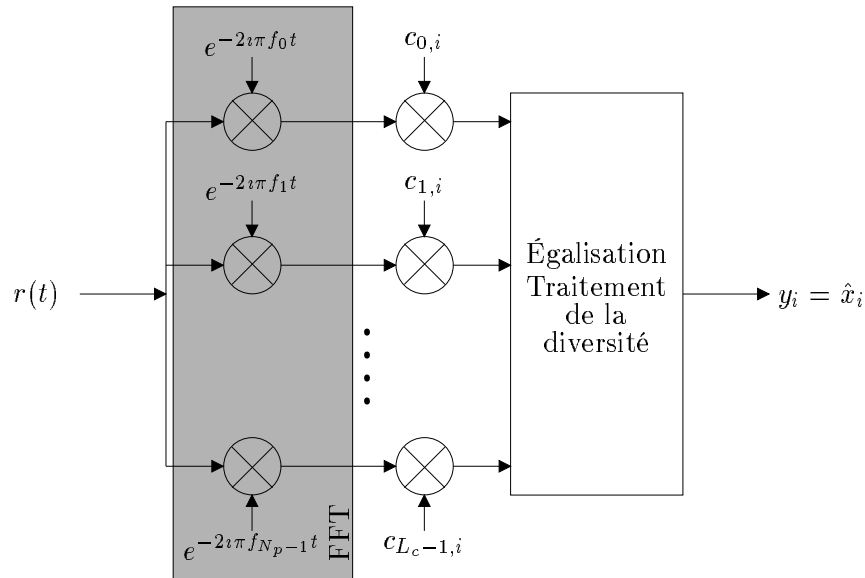


FIG. 2.3 – Récepteur AMRC à porteuses multiples.

L'intérêt de ce système est qu'il permet un accès multiple à répartition de codes avec la modulation OFDM. Classiquement, le multiplexage que permet la modulation OFDM est temporel ou fréquentiel, les systèmes sont alors appelés OFDM-TDMA ou OFDM-FDMA. Dans la norme de radiodiffusion sonore numérique DAB (*Digital Audio Broadcasting*), les différents programmes sont d'abord multiplexés temporellement avant que le flux résultant ne soit appliqué à la modulation à porteuses multiples. Avec le système AMRC à porteuses multiples, les avantages de l'accès multiple à répartition de codes sont combinés avec ceux de l'OFDM. C'est pourquoi cette technique a souvent été appelée OFDM-CDMA.

2.1.2 L'AMRC à porteuses multiples à séquence directe

Le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe initialement proposé, étale dans le domaine temporel et avec un même code une donnée émise sur plusieurs sous-porteuses [55]. Ce système, outre sa robustesse face aux trajets multiples du canal, permet de supprimer les interférences à bande étroite. Alors que les premières études ont été menées sur des systèmes quasi-synchrones en liaison descendante [82], ce système à porteuses multiples est surtout analysé pour les liaisons montantes quasi-synchrones [83, 84] et asynchrones [85]. Le traitement de la diversité peut alors être optimisé avec un entrelacement fréquentiel adapté au canal [86]. Un codage plus efficace que la simple répétition peut être utilisé sans pour autant réduire le débit utile [83] et le schéma proposé pour un système sans codage émet alors une donnée différente par sous-porteuse. C'est ce système

que nous retenons pour présenter l'AMRC à porteuses multiples à séquence directe. La condition d'orthogonalité entre les sous-porteuses est effective après l'étalement. L'espace entre ces sous-porteuses peut être minimal [55, 86] avec des formes d'ondes rectangulaires. Lorsque cet espace n'est pas minimal, un filtrage est appliqué sur chaque sous-porteuse qui respecte la condition d'orthogonalité [87, 88]. Enfin, des codes différents et propres à chaque sous-porteuse peuvent avantageusement être utilisés sur des canaux comportant une composante continue [88].

Le système que nous présentons est le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe qui étale avec un même code des données différentes sur chaque sous-porteuse.

2.1.2.1 Le signal émis

Soient x_i les données émises, différentes pour chaque sous-porteuse. L'étalement est réalisé dans le domaine temporel et l'espace entre les sous-porteuses est minimal pour qu'il y ait orthogonalité après étalement. La figure 2.4 représente le spectre du signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe.

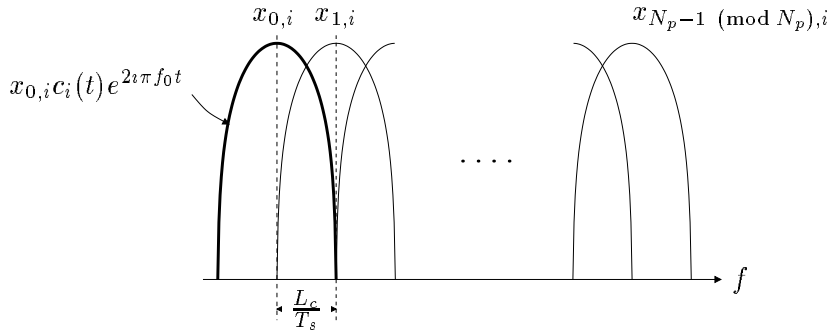


FIG. 2.4 – Spectre des sous-porteuses du signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe.

Soient T_s la durée d'un symbole AMRC à porteuses multiples à séquence directe et T_x la durée d'un symbole à l'entrée du modulateur. Sur chaque sous-porteuse la durée d'un symbole x_i est $T_s = N_p T_x$. La grandeur T_c , égale à la durée d'un chip d'étalement sur chaque sous-porteuse, détermine l'espace entre les porteuses et $L_c T_c = T_s = N_p T_x$. En notant Δ_f l'espace entre les sous-porteuses, nous avons

$$\Delta_f = \frac{1}{T_c} = \frac{L_c}{N_p T_x} = \frac{L_c}{T_s}. \quad (2.5)$$

Pour une longueur de code L_c égale au nombre de sous-porteuses N_p , ou pour un rapport $L_c/N_p \approx 1$, l'enveloppe du spectre du signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe est identique à l'enveloppe du spectre du signal AMRC à porteuses multiples. Dans ce cas, le symbole AMRC à porteuses multiples à séquence directe est L_c fois plus long que le symbole AMRC à porteuses multiples, mais il contient N_p fois plus de données puisque

chaque sous-porteuse transmet des données différentes. Ce qui conduit à une efficacité spectrale équivalente pour les deux systèmes.

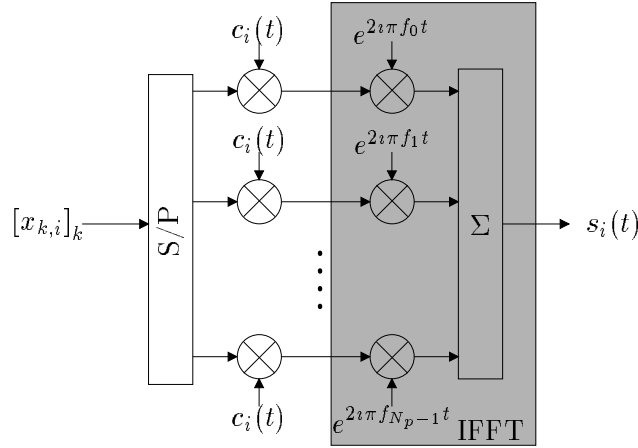


FIG. 2.5 – Modulateur AMRC à porteuses multiples à séquence directe simplifié.

L'équivalent en bande de base du signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe, pour un utilisateur et N_p symboles émis $x_{k,i}$, s'écrit

$$s_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} x_{k,i} c_i(t) e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_c} , \quad (2.6)$$

où $c_i(t)$, le code de l'utilisateur i , peut se mettre sous la forme

$$c_i(t) = \Pi\left(\frac{T_s}{T_c}(t - nT_c)\right) c_{n,i} , \quad (2.7)$$

avec pour la fonction porte $\Pi(\cdot)$ la définition de l'équation (2.1).

Les lobes principaux du spectre du signal $s_i(t)$ occupent une bande égale à $(N_p+1)/T_c$. Le signal numérique correspondant peut être généré avec un échantillonnage au rythme T_c/N_p , soit

$$s_i(nT_c/N_p) = c_i(nT_c/N_p) \sum_{k=0}^{N_p-1} (-1)^n x_{k,i} e^{2i\pi nk/N_p} = c_i(nT_c/N_p) X_i(n) . \quad (2.8)$$

Le signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe peut donc être généré à l'aide d'une transformation de Fourier effectuée sur les symboles $x_{k,i}$. Alors que sur chaque sous-porteuse ce sont les chips du code c_i qui étalent les données $x_{k,i}$, en sortie du modulateur ce sont les données issues de la transformation de Fourier inverse qui étale chaque chip du code. En effet, pour $n \in [0, N_p[$, la valeur du code reste constante et est égale à un des chips de ce code. En posant $X_i = (X_i(0) \cdots X_i(N_p - 1))$ la séquence numérique correspondant à la transformée de Fourier inverse des $x_{k,i}$ multipliée par le facteur $(-1)^n$,

la trame numérique d'un symbole AMRC à porteuses multiples à séquence directe émise se met sous la forme

$$\cdots \boxed{c_{0,i}X_i \mid c_{1,i}X_i \mid \cdots \mid c_{L_c-1,i}X_i} \cdots$$

avec $n \in [0, N_p[$. Pour chaque symbole émis il y a donc $N_p L_c$ éléments numériques. La fréquence d'échantillonnage est alors $N_p/T_c = L_c N_p/T_s$.

Dans le cas synchrone, le signal multiutilisateur est la sommation élément par élément des trames émises de chaque utilisateur. Dans le cas asynchrone, en posant τ_i les décalages temporels de chaque utilisateur, le signal multiutilisateur s'écrit

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N_u-1} s_i(t - \tau_i) . \quad (2.9)$$

Alors que le système AMRC à porteuses multiples a dans un premier temps été présenté pour les communications synchrones de la voie descendante, l'étalement dans le domaine temporel du système AMRC à porteuses multiples à séquence directe permet des communications asynchrones. Les propriétés d'intercorrélations des codes hors phases doivent donc être optimisées.

2.1.2.2 Le récepteur

Le récepteur habituellement proposé pour le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe ne permet pas de tirer parti de la diversité temporelle ou fréquentielle du canal [57]. En effet, les évanouissements étant non sélectifs en fréquence sur chaque sous-porteuse, le code d'étalement ne peut donc pas séparer les trajets multiples du canal. De plus, les données émises sont différentes sur chaque sous-porteuse et l'absence de redondance dans l'information ne permet pas une exploitation de la diversité fréquentielle.

La figure 2.6 représente ce type de récepteur. Les données transmises étant différentes sur chaque sous-porteuse, l'égalisation se fait sous-porteuse par sous-porteuse comme en OFDM. L'insertion de l'intervalle de garde est souhaitable car il permet d'absorber les échos du canal. Sur l'intervalle de temps $[0, T_s[$ et en sortie du démodulateur, il y a N_p données $[y_{k,i}]_k$, $k \in [0, N_p - 1]$, qui correspondent aux données émises $x_{k,i}$ sur chacune des sous-porteuses.

D'un point de vue théorique, il est possible de bénéficier de la redondance du signal X_i pour améliorer la qualité de la transmission, la trame numérique d'un symbole AMRC à porteuses multiples à séquence directe possédant L_c répliques de la séquence X_i . Cependant, les solutions théoriquement envisageables ne se révèlent pas applicables. Nous exposons la problématique qu'engendrent ces solutions.

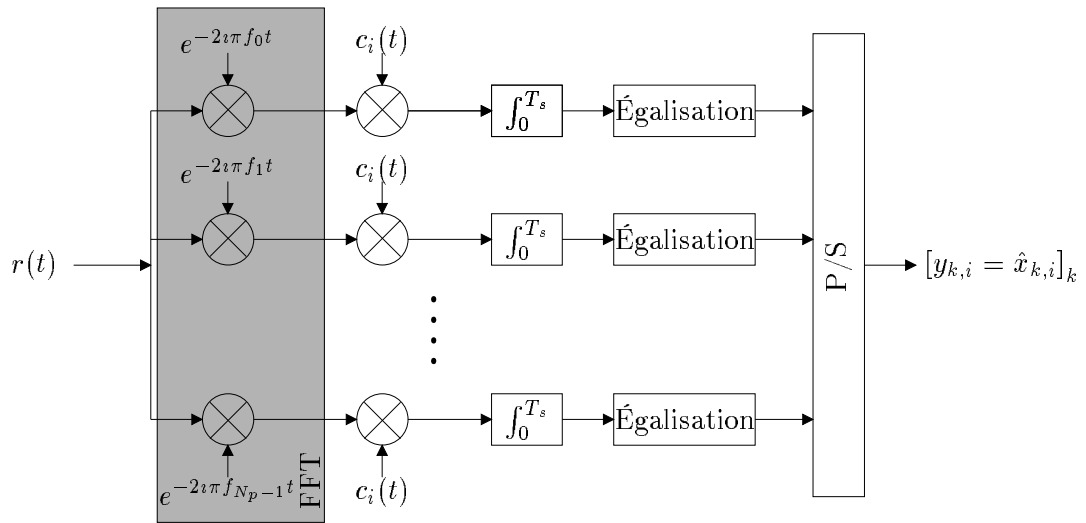


FIG. 2.6 – Récepteur AMRC à porteuses multiples à séquence directe.

Une première solution serait de dimensionner le système afin d’obtenir une diversité de réception dans le domaine temporel. En utilisant des matrices d’entrelacement, un ordre de diversité suffisant peut être obtenu. Malheureusement, les dimensions de ces matrices risquent d’être trop importantes et d’imposer des temps de traitement trop longs.

La deuxième solution consisterait à rendre le canal sélectif en fréquence pour obtenir une diversité dans le domaine des temps de retard. Cela nécessiterait une bande de fréquences, occupée par le lobe principal de chaque sous-porteuse, supérieure à la bande de cohérence du canal pour qu’il puisse y avoir une diversité de réception sur chaque sous-porteuse. Dans ce cas, la bande de fréquences occupée par le signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe devient très large. Le débit utile pour un utilisateur sera élevé si le nombre de sous-porteuses est suffisamment grand, ce qui nécessite de disposer d’une bande de fréquences totale très importante.

Cependant, combiné avec des techniques de codage de canal, le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe peut bénéficier de la diversité apportée par le canal [82]. De plus, l’utilisation de codes d’accès multiple relativement courts permet d’envisager des techniques de détection basées sur le critère de minimisation de la probabilité d’erreur en utilisant le critère du maximum de vraisemblance *a posteriori*.

En diminuant l’espace interporteuse et en augmentant la bande de fréquences de chaque sous-porteuse, il est possible de générer un signal ayant une largeur de bande qui ne soit pas prohibitive et qui permette d’obtenir une diversité de réception dans le domaine des temps de retard comme en DS-CDMA. C’est le système AMRC multipilote.

2.1.3 L'AMRC multipilote

Comme l'AMRC à porteuses multiples à séquence directe, l'AMRC multipilote réalise l'étalement de spectre dans le domaine temporel [56, 89]. Le code d'étalement étant le même pour chaque sous-porteuse, l'étalement peut être réalisé après la modulation à porteuses multiples [90, 91].

La figure 2.7 représente un modulateur AMRC multipilote. Ce modulateur est équivalent à celui de la figure 2.5.

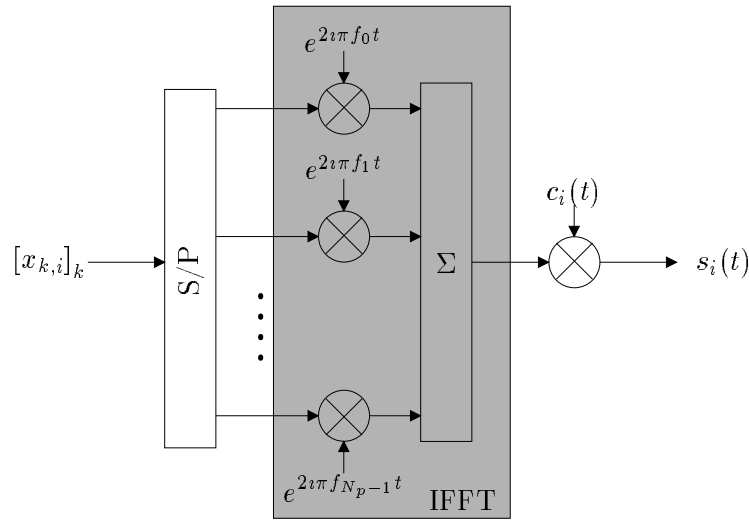


FIG. 2.7 – Modulateur AMRC multipilote simplifié.

Les sous-porteuses ne sont pas orthogonales à la sortie du modulateur, mais elles le sont avant la fonction d'étalement. En appelant Δ_f l'espace entre les sous-porteuses, T_s la durée d'un symbole AMRC multipilote, T_x la durée d'une donnée avant le modulateur AMRC multipilote et T_c la durée d'un chip du code sur chaque sous-porteuse, nous obtenons

$$\Delta_f = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{N_p T_x} = \frac{1}{L_c T_c} . \quad (2.10)$$

Nous avons, comme pour le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe, $T_s = L_c T_c = N_p T_x$. La figure 2.8 représente le spectre des sous-porteuses du signal AMRC multipilote. Le recouvrement spectral entre ces sous-porteuses est important et elles ne vérifient pas les conditions d'orthogonalité. La bande de fréquences B_f occupée par les lobes principaux des sous-porteuses est égale à

$$B_f = \frac{2}{T_c} + \frac{N_p - 1}{T_s} = \frac{2L_c + N_p - 1}{T_s} . \quad (2.11)$$

Le principal avantage de la technique AMRC multipilote est la possibilité d'utilisation de codes très longs. En effet, comparés aux codes d'étalement des systèmes à porteuse unique et à étalement de spectre par séquence directe, des codes N_p fois plus longs peuvent être choisis tout en conservant une même occupation spectrale et un même débit utile. La borne de Welsh, équation (1.12) page 13, nous montre que la limite inférieure des maximums des fonctions de corrélation augmente en $\sqrt{L_c}$ alors que l'autocorrélation est égale à L_c en zéro. Les interférences d'accès multiple sont donc mieux rejetées avec des codes longs. Nous pouvons considérer $L_c \gg N_p$, soit $B_f \approx 2/T_c$, c'est à dire une bande de fréquences proche de celle occupée par le lobe principal des systèmes DS-CDMA. Cependant, l'étalement de spectre par séquence directe utilise à l'émission un filtrage de type Nyquist afin de limiter l'occupation spectrale du signal et d'optimiser le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit à la réception¹. Avec un facteur de retombée de 0, la bande de fréquences B_f devient égale à $1/T_c$ dans le cas à porteuse unique et elle est très proche de cette valeur dans le cas à porteuses multiples.

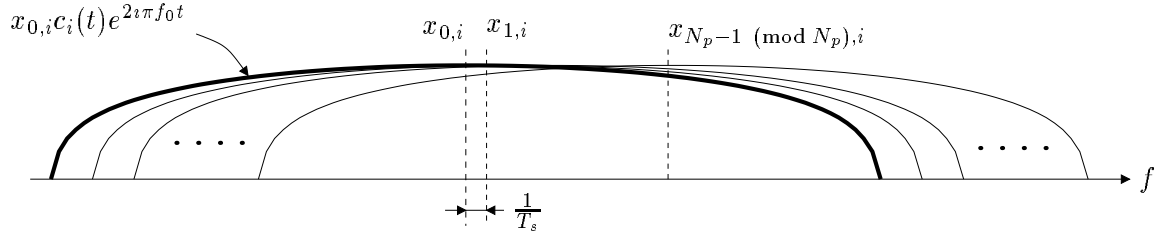


FIG. 2.8 – Spectre des sous-porteuses du signal AMRC multipilote.

Le signal AMRC multipilote émis pendant un intervalle de temps T_s transmet N_p symboles $x_{k,i}$ de l'utilisateur i . L'expression de ce signal en bande de base s'écrit

$$s_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} x_{k,i} c_i(t) e^{2i\pi(k-N_p/2)t/T_s} . \quad (2.12)$$

Les sous-porteuses sont orthogonales avant l'opération d'étalement. Le signal avant étalement est donc un signal OFDM classique qui peut être généré numériquement à l'aide d'une transformation de Fourier discrète inverse sur les symboles $x_{k,i}$. Ce signal échantillonné au pas $T_x = T_s/N_p$ s'écrit

$$X_i(nT_s/N_p) = (-1)^n N_p \text{TFD}^{-1} \{x_{k,i}\}_{k=0}^{N_p-1} . \quad (2.13)$$

Le code nécessite un pas d'échantillonnage de $T_c = T_s/L_c$ tel que $c_i(nT_s/L_c) = c_{n,i}$. Comme $L_c \gg N_p$, la longueur du code est N_p fois supérieure à la longueur de codes utilisés en DS-CDMA, le signal $X_i(t)$ doit donc être généré avec un pas d'échantillonnage égal à T_c . Cette opération est réalisée par interpolation circulaire sur le signal $X_i(nT_s/N_p)$ avec, dans le cas général, des rapports d'interpolation appartenant à \mathbb{Q} . Avec le système

1. En pratique, le produit entre la valeur de la bande de fréquences équivalente occupée et la valeur de la durée d'un chip est supérieur à 1. Cet écart par rapport à la valeur optimale fournit une marge de sécurité sur la dégradation des performances causée par les interférences entre symboles.

AMRC multipilote, l'insertion d'un intervalle de garde à l'émission n'est pas utile. Le traitement de la diversité étant réalisé dans le domaine temporel, des récepteurs de type Rake permettent de supprimer les interférences entre symboles dues au canal. Pour que ce type de récepteur fonctionne correctement, il est cependant préférable d'avoir un étalement de la réponse du canal inférieur à $L_c T_c$.

Le récepteur habituellement proposé pour le système AMRC multipilote n'est pas tout-à-fait le symétrique de l'émetteur [56]. Au lieu de réaliser le désétalement avant la démodulation à porteuses multiples, ce désétalement est effectué sur chaque sous-porteuse. Autrement dit, l'orthogonalité entre les sous-porteuses n'est pas restaurée à la réception. La figure 2.9 représente ce type de récepteur où le traitement de la diversité, l'égalisation et le désétalement sont réalisés indépendamment sur chaque sous-porteuse. Avec un tel récepteur et sur les canaux sélectifs en fréquence, les interférences entre les sous-porteuses ne sont pas négligeables ce qui dégrade la qualité du signal restitué.

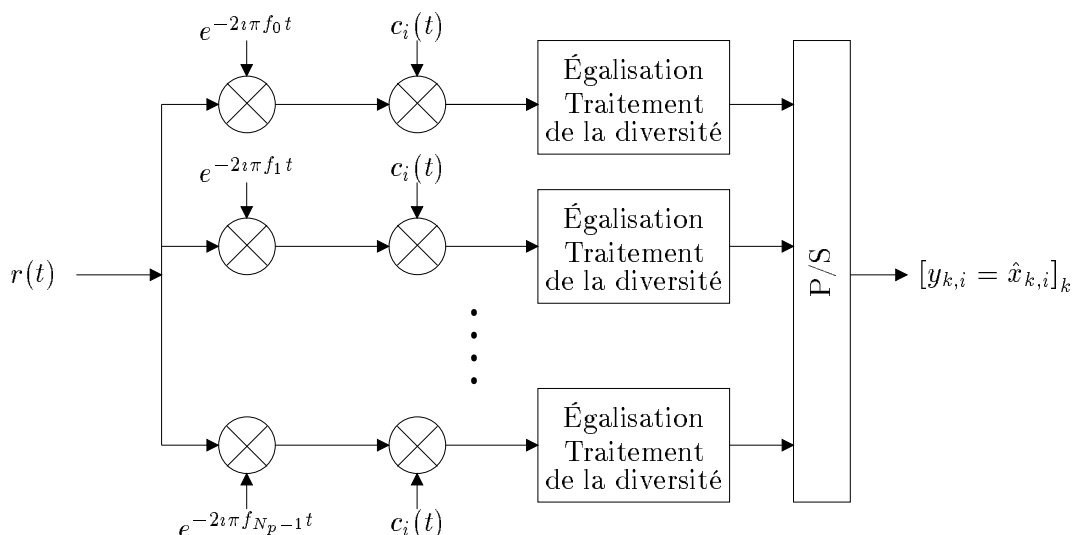


FIG. 2.9 – Récepteur AMRC à porteuses multiples à séquence directe.

Il est possible d'envisager un récepteur qui restaure l'orthogonalité entre les sous-porteuses, c'est à dire qui effectue le désétalement avant la démodulation à porteuses multiples. Comme il y a N_p données transmises par longueur de code, le récepteur doit donc effectuer des corrélations partielles sur le signal reçu de façon à restituer les N_p données². Dans ce cas, il n'y a plus d'interférences entre les sous-porteuses. Mais, comme les corrélations partielles des codes ont de moins bonnes propriétés que les corrélations — périodiques ou aperiodiques — effectuées sur toute la longueur du code, les interférences d'accès multiple sont moins bien rejetées. Un récepteur qui restaure l'orthogonalité entre les sous-porteuses ne permet pas de profiter pleinement des propriétés de corrélations des codes d'étalement longs, ce qui constitue *a priori* le principal intérêt des modulations AMRC multipilotes.

2. Habituellement le désétalement consiste en une multiplication par le complexe conjugué du code suivi par une intégration sur toute la longueur du code.

Il est cependant possible d'améliorer les performances des récepteurs en utilisant une structure MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) et un critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne pour l'égalisation [92]. L'égalisation n'est alors plus réalisée sous-porteuse par sous-porteuse mais globalement.

2.2 Les modifications des systèmes de base

Des modifications peuvent être apportées aux systèmes précédemment décrits. L'objectif est d'optimiser les paramètres du signal en fonction des caractéristiques du canal, ce qui correspond à « adapter » le signal au canal. Les paramètres variables sont principalement la longueur des codes et le nombre de sous-porteuses. Ces modifications présentent l'avantage de ne pas affecter le nombre maximal d'utilisateurs, le débit utile et l'occupation spectrale. Quel que soit le système choisi, il est toujours possible de convertir le flux initial des données en plusieurs flux parallèles et d'appliquer globalement ou indépendamment sur chaque flux la modulation correspondante, le signal résultant étant toujours un signal à porteuses multiples à étalement de spectre. Ainsi, la bande de fréquences occupée par le lobe principal de chaque sous-porteuse peut être ajustée en fonction de la bande de cohérence du canal, tout en ayant une durée symbole qui reste inférieure au temps de cohérence du canal. Nous nous intéressons plus particulièrement aux modifications du système AMRC à porteuses multiples. Ces modifications peuvent, dans certains cas, être appliquées aux autres modulations à porteuses multiples à étalement de spectre.

Pour le système AMRC à porteuses multiples, il est possible d'augmenter le nombre de sous-porteuses afin de diminuer le débit symbole sur chaque sous-porteuse. Les évanouissements peuvent ainsi être non sélectifs en fréquence sur chaque sous-porteuse et la perte d'efficacité spectrale liée à l'insertion de l'intervalle de garde peut être réduite. Avec cette modification, la longueur des codes et le nombre maximal d'utilisateurs ne changent pas. Le flux initial de données est converti en p flux de données parallèles. Le nombre de sous-porteuses devient $N_p = pL_c$ et chaque utilisateur exploite toutes les sous-porteuses pour transmettre p données. La figure 2.10 représente cette première modification pour un utilisateur.

Une autre modification consiste à réduire la complexité des récepteurs en diminuant la longueur des codes sans modifier le nombre maximal d'utilisateurs ni le nombre de sous-porteuses. Les utilisateurs sont divisés en p groupes indépendants. Ainsi la longueur des codes devient $L_c = N_p/p$. Chaque groupe d'utilisateurs constitue un système AMRC à porteuses multiples de base. Un même code est donc utilisé plusieurs fois. Afin de profiter de la diversité du canal, un entrelacement fréquentiel permet d'augmenter la distance entre les sous-porteuses attribuées à un même groupe d'utilisateurs. La figure 2.11 illustre cette modification. Les données $x_i^{[0]}$ de l'utilisateur i sont multiplexées avec les données de $L_c - 1$ autres utilisateurs afin de constituer un premier groupe, le groupe 0. Nous supposons que les codes permettent un accès multiple de L_c utilisateurs. Il en est de même avec les données $x_{i'}^{[p-1]}$ de l'utilisateur i' qui utilise le même code d'étalement que l'utilisateur i et cet utilisateur i' appartient au groupe d'utilisateurs noté $p - 1$. Le nombre maximal

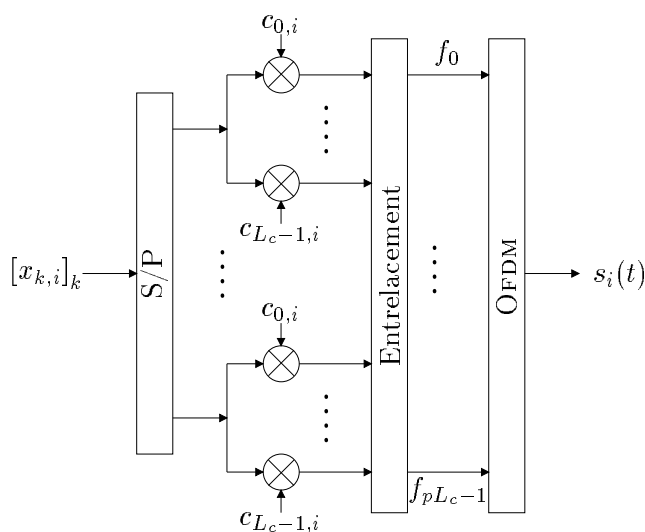


FIG. 2.10 – Première modification du système AMRC à porteuses multiples, augmentation du nombre de sous-porteuses.

d'utilisateurs est donc toujours égal à N_p . L'accès multiple est ici à répartition de codes et de fréquence.

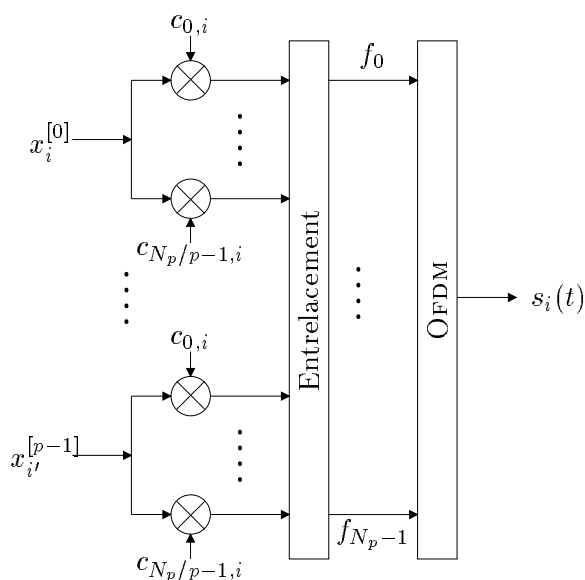


FIG. 2.11 – Deuxième modification du système AMRC à porteuses multiples, diminution de la longueur des codes.

Ces deux premières modifications du système AMRC à porteuses multiples s'appliquent aussi au système AMRC à porteuses multiples à séquence directe. Il est également possible d'appliquer la première modification au système AMRC multipilote. Pour ce dernier sys-

tème, l'utilisation de la deuxième modification, qui implique une diminution de la longueur des codes, n'est pas souhaitable car l'intérêt du système AMRC multipilote est d'exploiter les propriétés de codes longs.

Une dernière possibilité de modification des systèmes de base a conduit au développement du système appelé SS-MC-MA pour *Spread Spectrum Multi-Carrier Multiple Access*. Ce système est présenté par Kaiser et Fazel dans [24]. Ici, chaque utilisateur profite de l'accès multiple offert par les codes pour transmettre plus de données. Ainsi, chaque utilisateur utilise l'ensemble des codes. Le multiplexage des utilisateurs est alors réalisé dans le domaine fréquentiel. Le principal intérêt de ce système est la possibilité d'estimer simplement les coefficients du canal aussi bien pour la voie montante que pour la voie descendante.

2.3 La comparaison des systèmes AMRC à porteuses multiples

Le tableau 2.2 rappelle les différentes caractéristiques des trois techniques de modulation à porteuses multiples à étalement de spectre. Toutes les données de ce tableau sont exprimées en fonction de T_x , la durée d'un symbole avant la modulation à porteuses multiples à étalement de spectre. La capacité des trois systèmes est équivalente si $L_c \approx N_p$. Pour une occupation spectrale identique, ces trois systèmes permettent de transmettre avec un même débit utilisateur $1/T_x$. Afin d'effectuer la comparaison, le facteur de retombée du filtrage de Nyquist utilisé à l'émission pour le système AMRC multipilote est pris égal 0. Une structure programmable est proposée dans [93] pour réaliser les trois systèmes AMRC à porteuses multiples. Elle utilise une description unifiée des trois systèmes [94].

Modulation	MC-CDMA	MC-DS-CDMA	MT-CDMA
Durée d'un symbole sur chaque sous-porteuse	T_x	$N_p T_x$	$N_p T_x$
Longueur des codes	L_c	L_c	$L'_c \approx N_p L_c$
Durée d'un chip	T_x	$N_p T_x / L_c$	$N_p T_x / L'_c$
Espace entre les sous-porteuses	$1/T_x$	$L_c / (N_p T_x)$	$1 / (N_p T_x)$
Occupation spectrale	$\frac{N_p + 1}{T_x}$	$\frac{(N_p + 1)L_c}{N_p T_x}$	$\approx 0,5 \frac{2L'_c + N_p - 1}{N_p T_x}$ (filtrage de Nyquist)

TAB. 2.2 – Comparaison des caractéristiques des systèmes à porteuses multiples à étalement de spectre.

La comparaison des performances des différents systèmes à porteuses multiples à étalement de spectre a donné l'avantage aux systèmes AMRC à porteuses multiples [95, 57]. De même, comparées au système à porteuse unique et à étalement de spectre, les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre fournissent de meilleurs résultats, que

ce soit pour le système AMRC à porteuses multiples [96, 97, 98], pour le système AMRC à porteuses multiples à séquence directe [84] ou pour le système AMRC multipilote [91]. Ces conclusions sont obtenues avec des techniques de détection qui n'utilisent pas toujours les mêmes critères d'égalisation ou de traitement de la diversité par combinaison pour tous les systèmes.

La comparaison des trois techniques d'accès multiple appliquées à la modulation OFDM a aussi été effectuée [74, 99, 100]. Les résultats obtenus sont fonction du rendement du code convolutif utilisé et des caractéristiques du canal de propagation.

2.4 Le canal radiomobile

La propagation des ondes radioélectriques entre un émetteur et un récepteur mobile est perturbée par la présence d'obstacles. Les ondes portant les signaux sont atténuées, réfléchies ou diffractées par ces obstacles. Ainsi, le signal émis peut arriver au récepteur par différents trajets. Les phénomènes de propagation étant linéaires, le canal est modélisé sous la forme d'un filtre linéaire dont la réponse impulsionnelle $h(t, \tau)$ varie dans le temps. Le signal reçu est donc affecté d'une variation temporelle ou spatiale liée aux variations en t , et d'une sélectivité en fréquence liée au comportement en f de la fonction de transfert du canal $H(t, f)$ qui est la transformée de Fourier de $h(t, \tau)$.

Les fluctuations sont supposées stationnaires, ce qui permet de modéliser le canal sous la forme d'un processus stationnaire au sens large et à diffuseurs non corrélés, dénommé WSSUS pour *Wide Sence Stationnary Uncorrelated Scatterers* [101]. Malgré la difficulté à déterminer le domaine de validité de ces hypothèses, elles restent largement utilisées car elles permettent de raisonner avec les moments du second ordre des variables aléatoires [102].

Le but de la modélisation étant la conception et l'évaluation des systèmes de transmission, les effets de la propagation sont classiquement analysés, ou décomposés, en deux grandes catégories. Les effets à bande étroite sont séparés des effets à large bande.

2.4.1 Le modèle du filtre linéaire variant dans le temps

Le modèle du filtre linéaire variant dans le temps attribue au canal une réponse impulsionnelle qui, en bande radiofréquence, s'exprime sous la forme [103]

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l(t) \delta(\tau - \tau_l) , \quad (2.14)$$

où $\delta(t)$ est la distribution de Dirac³. Ceci correspond à une réponse impulsionnelle en bande de base égale à

$$h(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l(t) e^{i\theta_l(t)} \delta(\tau - \tau_l) . \quad (2.15)$$

La réponse impulsionnelle représente ici un canal possédant L trajets d'amplitude $\beta_l(t)$ et de phase $\theta_l(t)$. Nous supposons que la position des trajets est fixe et ne dépend pas du temps, le canal est modélisable par un filtre discret. Dans le cas contraire, il faudrait utiliser $\tau_l(t)$ à la place de τ_l . Le nombre de trajets séparables vus par le système correspond non pas au nombre de trajets réellement existants dans le canal, mais aux trajets que le système est capable de résoudre. Pour un système à étalement de spectre par séquence directe, c'est la fonction d'autocorrélation du code qui limite la résolution du système.

À travers un tel canal, la réponse $y(t)$ à un signal complexe $x(t)$ s'écrit

$$\begin{aligned} y(t) = (h * x)(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l(t) e^{i\theta_l(t)} \delta(\varepsilon - \tau_l) x(t - \varepsilon) d\varepsilon \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l(t) e^{i\theta_l(t)} x(t - \tau_l) . \end{aligned} \quad (2.16)$$

La réponse impulsionnelle est l'image du canal au temps $t + \tau$ à une excitation impulsionnelle en t , ce que Bello dans [101] appelle la fonction d'étalement des retards en sortie du canal, appelée aussi réponse bi-temporelle. Cette réponse impulsionnelle est représentée dans l'espace temps-retard. Par transformation de Fourier, il est possible d'obtenir les fonctions caractéristiques du canal dans les autres espaces temporels ou fréquentiels, soient

$$H(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) e^{-2i\pi f \tau} d\tau , \quad (2.17)$$

$$S(\nu, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) e^{-2i\pi \nu t} dt , \quad (2.18)$$

$$F(\nu, f) = \iint_{\mathbb{R}^2} h(t, \tau) e^{-2i\pi(\nu t + f \tau)} dt d\tau . \quad (2.19)$$

Ces fonctions sont respectivement appelées fonction de transfert, fonction de diffusion et réponse bi-fréquence du canal. Elles sont respectivement représentées dans les domaines temps-fréquence, Doppler-retard et Doppler-fréquence. Sur la figure 2.12 nous avons représenté les correspondances entre ces fonctions.

Les quatre fonctions portent la même information propre au canal puisqu'elles sont équivalentes à une transformation de Fourier près. Le modèle de canal choisi étant statistique, ses paramètres sont obtenus à partir des moments d'ordre un et deux des processus.

3. Bien que la distribution de Dirac ne soit pas une fonction, nous l'écrivons de façon abusive $\delta(\cdot)$ comme une fonction.

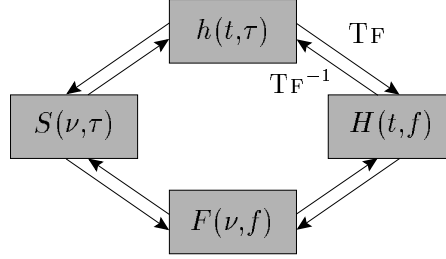


FIG. 2.12 – Fonctions caractéristiques du canal de propagation radioélectrique.

Ainsi, pour un canal aléatoire nous utilisons les fonctions de corrélations définies de la manière suivante

$$\Gamma_h(t, s, \tau, \xi) = E[h(t, \tau)\overline{h}(s, \xi)] , \quad (2.20)$$

$$\Gamma_H(t, s, f, l) = E[H(t, f)\overline{H}(s, l)] , \quad (2.21)$$

$$\Gamma_S(\nu, \mu, \tau, \xi) = E[S(\nu, \tau)\overline{S}(\mu, \xi)] , \quad (2.22)$$

$$\Gamma_F(\nu, \mu, f, l) = E[F(\nu, f)\overline{F}(\mu, l)] . \quad (2.23)$$

Ces quatre fonctions de corrélations sont en relation par une double transformation de Fourier, par exemple $\Gamma_H(t, s, f, l)$ est égale à la double transformation de Fourier en τ et ξ de la fonction $\Gamma_h(t, s, \tau, \xi)$. La représentation des relations existant entre les fonctions de corrélation est semblable à la représentation des relations entre les fonctions caractéristiques du canal de la figure 2.12. À la place des simples transformations de Fourier ce sont des doubles transformations de Fourier qui sont utilisées. Par exemple, pour les fonctions Γ_h et Γ_H nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \Gamma_H(t, s, f, l) &= E[H(t, f)\overline{H}(s, l)] \\ &= E \left[\int_{-\infty}^{+\infty} h(t, \tau) e^{-2i\pi f\tau} d\tau \overline{\int_{-\infty}^{+\infty} h(s, \xi) e^{-2i\pi l\xi} d\xi} \right] \\ &= \iint_{\mathbb{R}^2} \Gamma_h(t, s, \tau, \xi) e^{2i\pi(l\xi - f\tau)} d\tau d\xi . \end{aligned} \quad (2.24)$$

Nous faisons l'hypothèse d'un canal WSSUS, c'est à dire un canal stationnaire au sens large et à diffuseurs décorrelés. Les processus aléatoires liés aux fonctions du canal sont donc stationnaires au sens large en t et en f . Ces hypothèses correspondent physiquement à une décorrélation entre les décalages Doppler et une décorrélation entre les trajets multiples du canal.

La première hypothèse implique une invariance, par translation temporelle, des fonctions de corrélation. En pratique il est évident que cette hypothèse n'est pas vérifiée pour des translations trop grandes ou lorsque les caractères physiques du canal ont été modifiés. Cependant, il est toujours supposé que cette stationnarité est respectée à l'échelle des communications. En posant $\eta = t - s$, et à l'aide d'un changement de variable, nous

obtenons

$$\begin{aligned}
 \Gamma_S(\nu, \mu, \tau, \xi) &= \iint_{\mathbb{R}^2} \Gamma_h(t, s, \tau, \xi) e^{2i\pi(\mu s - \nu t)} dt ds \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2i\pi(\mu - \nu)t} dt \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_h(\eta, \tau, \xi) e^{-2i\pi\eta\mu} d\eta \\
 &= \gamma_S(\nu, \tau, \xi) \delta(\nu - \mu) .
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

La seconde hypothèse implique une invariance des fonctions de corrélation par translation fréquentielle. Cette hypothèse est vérifiée dans la mesure où le signal radiofréquence vérifie $B_S/f_c \ll 1$, avec B_S la bande de fréquences occupée par le signal et f_c la fréquence porteuse. Les propriétés des fonctions caractéristiques du canal sont alors supposées identiques dans toute la bande de fréquences du signal. En utilisant un changement de variable similaire à celui effectué précédemment nous obtenons

$$\Gamma_S(\nu, \mu, \tau, \xi) = \gamma_S(\nu, \mu, \tau) \delta(\tau - \xi) . \tag{2.26}$$

Les équations (2.25) et (2.26) obtenues pour la fonction de diffusion sont applicables aux autres fonctions caractéristiques du canal. Ainsi, pour un canal WSSUS et avec $\Omega = f - l$, nous pouvons écrire

$$\Gamma_h(t, t - \eta, \tau, \xi) = \gamma_h(\eta, \tau) \delta(\tau - \xi) , \tag{2.27}$$

$$\Gamma_H(t, t - \eta, f, f - \Omega) = \Gamma_H(\eta, \Omega) , \tag{2.28}$$

$$\Gamma_S(\nu, \mu, \tau, \xi) = \gamma_S(\nu, \tau) \delta(\nu - \mu) \delta(\tau - \xi) , \tag{2.29}$$

$$\Gamma_F(\nu, \mu, f, f - \Omega) = \gamma_F(\nu, \Omega) \delta(\nu - \mu) . \tag{2.30}$$

Nous obtenons ainsi les différentes densités spectrales de puissance d'interaction temps–retard pour γ_h , retard–Doppler pour γ_S et fréquence–Doppler pour γ_F . La figure 2.13 représente les relations qui existent entre ces densités spectrales de puissance et la fonction de corrélation temps–fréquence Γ_H . L'appellation densité spectrale de puissance est justifiée par le fait que ces fonctions sont en relation avec les fonctions de corrélation par des transformations de Fourier (théorème de Wiener–Kinchine). Ce sont ces fonctions qui permettent de définir les différents paramètres caractéristiques du canal de propagation radioélectrique.

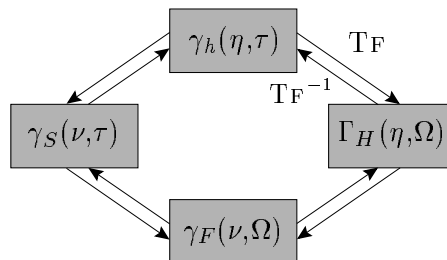


FIG. 2.13 – Relation entre les densités spectrales de puissance d'un canal WSSUS.

Pour obtenir la condition WSSUS, les fluctuations du canal ont été supposées stationnaires. De plus, nous supposons que ce canal constitue un système ergodique. En d'autres termes, les moyennes d'ensemble et les moyennes temporelles ou fréquentielles sont équivalentes. Comme pour la notion de stationnarité, la notion d'ergodisme n'est pas toujours vérifiée en pratique [102]. Cependant, nous la supposons vraie à l'échelle des communications. Ainsi, le canal peut être modélisé à l'aide de processus stationnaires et ergodiques.

2.4.2 Les paramètres statistiques du canal

Plusieurs paramètres caractéristiques du canal sont distingués. Les variations à grande échelle permettent de spécifier les pertes de puissances moyennes. Les variations à petite échelle sont utilisées pour décrire les phénomènes de dispersion du canal dans le domaine des retards et dans le domaine Doppler.

2.4.2.1 Les pertes de puissance

Les pertes en puissance P liées à la propagation en espace libre sont proportionnelles à d^2 , où d est la distance entre les deux antennes,

$$P = \frac{16\pi^2 d^2}{G_e G_r \lambda^2}, \quad (2.31)$$

avec G_e le gain de l'antenne d'émission, G_r celui de l'antenne de réception et λ la longueur d'onde de l'onde émise. Cette équation peut être simplifiée de la manière suivante

$$P = Ad^2. \quad (2.32)$$

Dans un environnement radiomobile, ces pertes de puissance ne sont plus proportionnelles à d^2 mais à d^α . Ce coefficient α est souvent supérieur à 2 mais dans certains cas, comme dans un couloir de bâtiment ou dans certaines rues, il peut être inférieur à 2. Typiquement, ce coefficient est proche de 4 pour les environnements urbains [104]. De plus, pour une modélisation statistique du canal, ces pertes sont des pertes moyennes, soit

$$P = Ad^\alpha = A_{dB} + 10\alpha \log_{10} d. \quad (2.33)$$

Les pertes de puissances moyennes peuvent aussi s'exprimer à partir des fonctions caractéristiques du canal. Ainsi,

$$P = \Gamma_H(0,0) = \int_{\mathbb{R}} \gamma_h(0,\tau) d\tau = E \left[\sum_{l=0}^{L-1} |\beta_l|^2 \right]. \quad (2.34)$$

Dans cette équation (2.34), les pertes de puissance obtenues ne sont pas fonction de la distance. Elles sont seulement valables en un point donné, c'est à dire à une distance donnée d entre les deux antennes.

De nombreux modèles existent pour caractériser les pertes de puissance moyenne en fonction de la distance. Parmi les modèles anciens notons le modèle d'Egli et le modèle d'Okumura–Hata qui sont des modèles simples permettant de prédire les pertes de puissance dans les milieux urbains. Cependant, nous considérons dans notre étude que ces pertes de puissances moyennes sont compensées par la fonction de contrôle automatique du gain présente dans les étages d'entrée des récepteurs. Ainsi, la puissance moyenne émise et la puissance moyenne reçue sont considérées égales.

À côté de ces modèles statistiques, il existe des modèles qui permettent de calculer les pertes de puissance moyenne d'un canal donné par résolution des équations de Maxwell. Soit la résolution des équations est faite pour tous les points de l'espace, soit elle ne prend en compte que les conditions aux limites. Dans ce dernier cas, un tracé ou lancer de rayons est réalisé pour trouver les rayons qui relient l'émetteur au récepteur, puis les champs sont calculés à l'aide de l'optique géométrique, ou de la théorie géométrique de la diffraction, ou encore de la théorie uniforme de la diffraction. Ces modèles sont utilisés pour calculer la couverture d'un système de communication mais sont encore difficilement applicables pour tester la fiabilité d'une modulation par la simulation. Dans notre étude, seuls les modèles statistiques sont considérés.

2.4.2.2 Les dispersions temporelles

Plusieurs paramètres caractérisent la dispersion des retards. À partir de la densité spectrale d'interaction temps–retard γ_h , il est possible de définir une densité de probabilité caractérisant cette dispersion. La fonction γ_S peut aussi être utilisée puisqu'elle subit les mêmes variations en τ que la fonction γ_h .

Ainsi, la densité de probabilité associée à la variable τ s'écrit

$$p_\tau(t, \tau) = \frac{\gamma_h(t, \tau)}{\int_0^{\tau_{\max}} \gamma_h(t, \tau) d\tau} . \quad (2.35)$$

Cette densité de probabilité est fonction de t . Pour chaque profil, il est donc possible de définir une loi de probabilité sur τ , variant de 0 à τ_{\max} . Il est aussi possible d'obtenir une valeur moyenne des profils de puissance et ainsi définir la densité de probabilité moyenne $p_\tau(\tau)$ par

$$p_\tau(\tau) = \frac{E[\gamma_h(t, \tau)]}{\int_0^{\tau_{\max}} E[\gamma_h(t, \tau)] d\tau} . \quad (2.36)$$

Les moments d'ordre un et deux de la variable aléatoire τ sont alors définis. Plus particulièrement le moment d'ordre deux centré est donné par

$$\sigma_\tau^2 = E[(\tau - E[\tau])^2] . \quad (2.37)$$

La dispersion temporelle en τ induit dans le domaine fréquentiel des variations en f plus ou moins corrélées. Pour quantifier cette dépendance entre les fréquences, la bande de cohérence B_c est définie en fonction d'un coefficient de corrélation ρ_f . Pour les fortes valeurs du coefficient de corrélation, deux signaux sinusoïdaux séparés d'au plus B_c en fréquence sont affectés des mêmes variations. Pour les faibles valeurs de ρ_f , ces deux mêmes signaux séparés d'au moins B_c sont affectés de variations différentes. La relation entre ρ_f et B_c s'écrit

$$\rho_f = \frac{\Gamma_H(0, B_c)}{\Gamma_H(0, 0)}. \quad (2.38)$$

Nous ne considérons dans cette équation que la corrélation fréquentielle. C'est pourquoi ρ_f est défini en $\eta = 0$, c'est à dire pour un décalage temporel nul. Pour une bande de cohérence donnée, c'est à dire pour un canal donné, les systèmes à porteuses multiples doivent être correctement dimensionnés de façon à obtenir une diversité maximale. En première approximation, cette diversité fréquentielle D_f peut être approchée par

$$D_f \approx \frac{B_S}{B_c}, \quad (2.39)$$

avec B_S la bande équivalente du signal et B_c la bande de cohérence à 70% de corrélation.

Pour les systèmes AMRC à porteuses multiples et AMRC à porteuses multiples à séquence directe, la bande de fréquences occupée par le lobe principal de chaque sous-porteuse doit être inférieure à la bande de cohérence du canal. Ainsi, les évanouissements sont plats sur chaque sous-porteuse et la diversité fréquentielle en réception est maximale. Comme nous le verrons dans le prochain chapitre, la qualité d'une transmission croît avec la diversité offerte par le canal pour un système donné. Afin d'exploiter cette diversité il faut un nombre de sous-porteuses N_p tel que $N_p > D_f$.

Pour le système AMRC multipilote, l'espace entre les sous-porteuses n'est pas contraint par la bande de cohérence du canal. Il faut seulement, pour ce système, que l'occupation spectrale d'une sous-porteuse dans le canal soit plus grande que B_c . Le traitement de la diversité se faisant dans le domaine temporel, les conditions spectrales sont identiques à celles rencontrées pour les systèmes à porteuse unique à étalement de spectre par séquence directe. Notons cependant que la diversité sur chaque sous-porteuse sera maximale si l'occupation spectrale d'une sous-porteuse est proche de la bande totale.

Il est possible d'exprimer la bande de cohérence du canal en fonction de l'écart type des temps de retard. La littérature fournit des formules empiriques mettant en relation ces deux grandeurs pour une valeur donnée du coefficient de corrélation ρ_f . Parmi les formules les plus simples, notons

$$B_c \approx \frac{1}{5\sigma_\tau}, \quad (2.40)$$

où la bande de cohérence est définie pour $\rho_f = 0,5$ et pour un coefficient de corrélation $\rho_f = 0,9$

$$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau} . \quad (2.41)$$

La littérature est riche de tableaux donnant des valeurs de σ_τ et des autres paramètres caractérisant la dispersion temporelle du canal radiomobile. Ces valeurs dépendent des fréquences porteuses, des types de liaisons radiomobiles (à l'intérieur ou à l'extérieur des bâtiments) et aussi des caractéristiques physiques du canal de propagation. Pour les communications à l'intérieur des bâtiments, σ_τ est typiquement de quelques dizaines de nanosecondes et atteint plusieurs microsecondes à l'extérieur des bâtiments. Ces valeurs sont issues de campagnes de mesures réalisées dans des environnements et à des fréquences variées. La bibliographie de [104] fournit de nombreuses références sur le sujet.

Dans la plupart des modèles théoriques de canaux radiomobiles, la répartition des trajets est uniforme sur $[\tau_0 = 0, \tau_{L-1} = \tau_{\max}]$. Pour les plus simples, il y a équiprobabilité des événements $p_\tau(\tau_i)$ pour $i \in [0, L[$, l'amplitude moyenne des trajets étant la même pour tous les trajets. D'autres distributions ont été utilisées pour la répartition des trajets, notamment la distribution de Poisson appliquée aux canaux radiomobiles urbains comme aux canaux à l'intérieur des bâtiments [105, 106]. De même, des fonctions exponentielles sont utilisées pour représenter $p_\tau(\tau)$ [107].

2.4.2.3 Les dispersions fréquentielles

Les dispersions fréquentielles caractérisent l'évolution temporelle du canal. Elles correspondent à des mouvements dans ce canal. Ces mouvements peuvent aussi bien provenir des mobiles eux-mêmes, émetteurs et récepteurs, que des obstacles présents dans ce canal. Ces phénomènes produisent des décalages du spectre fréquentiel des signaux émis, appelés décalages Doppler. Ces décalages Doppler sont d'autant plus importants que les vitesses radiales sont élevées.

Ainsi, un signal sinusoïdal émis à la fréquence f_e est reçu à la fréquence $f_r = f_e + f_d$ par un mobile se déplaçant à la vitesse v , avec

$$f_d = \frac{f_e v}{c} \cos \zeta , \quad (2.42)$$

où c est la célérité de la lumière, ζ l'angle entre l'onde incidente et le vecteur vitesse du mobile et f_d le décalage Doppler. Quant à l'étalement Doppler, ou la bande Doppler, il est donné par

$$B_d = 2f_d . \quad (2.43)$$

La dispersion temporelle est caractérisée par la bande de cohérence dans le domaine fréquentiel, la dispersion fréquentielle l'est par le temps de cohérence. Nous définissons

ainsi, la densité de probabilité associée à la variable ν

$$p_\nu(f, \nu) = \frac{\gamma_F(\nu, f)}{\int_{-f_d}^{+f_d} \gamma_F(\nu, f) d\nu} , \quad (2.44)$$

le coefficient de corrélation ρ_t de deux signaux séparés d'un décalage temporel égal au temps de cohérence du canal \mathcal{T}_c

$$\rho_t = \frac{\Gamma_H(\mathcal{T}_c, 0)}{\Gamma_H(0, 0)} . \quad (2.45)$$

Nous pouvons aussi définir une diversité temporelle qui pourra être utilisée dans les matrices d'entrelacement permettant ainsi d'augmenter la diversité disponible dans le domaine fréquentiel. En notant T_{trame} la durée d'une trame d'un signal, constituée d'un certain nombre de symboles, la diversité temporelle sur cette trame est approchée par

$$D_t \approx \frac{T_{\text{trame}}}{\mathcal{T}_c} . \quad (2.46)$$

Pour les systèmes à porteuses multiples, comme pour tous les systèmes de communications, la durée d'un symbole doit être inférieure au temps de cohérence du canal. Le nombre de sous-porteuses doit donc être tel que la durée d'un symbole par sous-porteuse soit inférieure au temps de cohérence. Le rapport maximal entre les débits avant et après la conversion série-parallèle des systèmes à porteuses multiples modifiés est donc fonction de ce temps de cohérence. Nous retrouvons ici des contraintes liées à la composante OFDM des signaux à porteuses multiples à étalement de spectre.

Comme pour la dispersion temporelle, où des relations empiriques sont utilisées entre la bande de cohérence et l'écart type de la dispersion des retards, des relations empiriques sont aussi obtenues entre la bande Doppler et le temps de cohérence. La relation la plus utilisée est

$$\mathcal{T}_c \approx \frac{1}{B_d} . \quad (2.47)$$

Nous avons vu que les dispersions temporelles du canal permettent de spécifier un nombre minimal de sous-porteuses. Les dispersions fréquentielles limitent la durée des symboles T_s des signaux émis tel que $T_s < \mathcal{T}_c$, ce qui conduit à donner un nombre maximal de sous-porteuses aux systèmes à porteuses multiples à étalement de spectre. Pour un débit symbole T_x donné, le nombre de sous-porteuses est tel que $N_p < \mathcal{T}_c/T_x$.

Les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre, comme la modulation OFDM, sont sensibles aux décalages Doppler. Ces décalages ont pour effet de détruire l'orthogonalité entre les sous-porteuses. Nous supposons pour notre étude, que les algorithmes utilisés en réception sont capables de suivre les variations temporelles du canal.

Autrement dit, la rapidité des systèmes à s'adapter aux fluctuations temporelles est supérieure à l'étalement Doppler.

2.4.3 L'adaptation des modulations à porteuses multiples au canal radiomobile

Les dispersions temporelles et fréquentielles du canal de propagation font apparaître deux contraintes antagonistes. Premièrement, la résistance du système à porteuses multiples aux échos du canal et le souci d'obtenir une bonne efficacité spectrale imposent une durée du symbole émis suffisamment grande devant l'étalement de ces échos. Deuxièmement, la résistance du système à la non cohérence temporelle du canal exige que non seulement $T_s < T_c$ mais que la durée du symbole soit bien inférieure au temps de cohérence du canal. Ces deux conditions peuvent être vérifiées si [108]

$$\frac{B_d}{2} \Delta\tau_{\max} \ll 1 \quad (2.48)$$

où $\Delta\tau_{\max}$ est l'étalement de la réponse impulsionnelle du canal. Notons simplement que des études montrent la relative robustesse du système COFDM vis-à-vis de l'effet Doppler [109].

2.4.4 Les modèles de canaux choisis

L'utilisation des modèles statistiques temporels des canaux de propagation radiomobile à large bande est très répandue pour la simulation logicielle des communications à l'intérieur comme à l'extérieur des bâtiments. Le modèle mathématique utilisé pour décrire les caractéristiques temporelles est représenté par l'équation (2.14). Cette formulation mathématique a dans un premier temps été utilisée pour les canaux de propagation urbains [105]. Elle a ensuite été appliquée aux canaux à l'intérieur des bâtiments.

Plusieurs modèles de canaux théoriques sont définis à l'aide de processus gaussiens. Ces processus gaussiens complexes affectent l'amplitude des retards qui le plus souvent suit un processus de Rayleigh ou de Rice, c'est à dire que leur puissance suit respectivement une distribution en χ^2 à deux degrés de liberté centrée ou non centrée.

Ainsi pour un canal de Rayleigh multitrajet, l'amplitude $\beta_l(t)$ subit des variations de Rayleigh, la phase $\theta_l(t)$ est équirépartie sur $[0, 2\pi[$ et la fonction de répartition associée à τ est uniformément croissante. Ce type de canal correspond à une communication sans composante continue. Pour obtenir une variation de Rayleigh de l'amplitude, chaque trajet est supposé constitué d'une somme de trajets indépendants affectés par des variations statistiquement identiques. Le théorème de la limite centrale permet d'associer des variations gaussiennes au processus résultant. Contrairement au canal de Rayleigh multitrajet, le canal de Rice suppose l'existence d'une composante continue pour chaque trajet ou pour au moins un des trajets. Ce canal correspond, par exemple, à une communication fixe, avec des diffuseurs fixes, ou en visibilité directe. Il existe bien sûr des modèles de

propagation plus complexes que les modèles de Rayleigh ou de Rice. Ils sont obtenus à partir de campagnes de mesures. Citons en exemple le modèle de Saleh–Valenzuela et le modèle de Pahlavan qui apprécient de manière très différente le canal de propagation.

L'objectif de notre étude est de tester la robustesse des modulations à porteuses multiples à étalement de spectre. Nous nous plaçons dans le cadre général des canaux de propagation radioélectrique à large bande des futurs systèmes de communications. Pour tester ces modulations nous utiliserons le modèle de Rayleigh à large bande, c'est à dire à trajets multiples. Ce modèle permet, malgré sa simplicité, de tester efficacement la robustesse et les performances d'un système par la simulation. De plus, son utilisation étant largement répandue, les résultats obtenus seront appréciables quantitativement et pourront être comparés aux performances d'autres systèmes.

2.4.5 Équivalence temps–fréquence

Nous verrons au prochain chapitre que, sous certaines conditions sur le signal AMRC à porteuses multiples, la chaîne de communication peut être modélisée dans le domaine fréquentiel. Ceci conduit à simplifier le système. Le modèle utilisé étant le modèle de Rayleigh, la densité de probabilité associée aux coefficients $\beta_l(t)$ de l'équation (2.15) est

$$p_\beta(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^2} e^{-\beta^2/2\sigma^2} . \quad (2.49)$$

soient

$$E[\beta] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma^2 , \quad (2.50)$$

$$E[\beta^2] = \sigma_\beta^2 = 2\sigma^2 . \quad (2.51)$$

Pour simplifier les écritures et comme nous ne nous intéressons qu'aux variations en τ , nous ne représentons pas la variable t . La réponse impulsionnelle du canal s'écrit alors

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l e^{i\theta_l} \delta(\tau - \tau_l) . \quad (2.52)$$

Dans cette équation, le filtre linéaire variant dans le temps est un filtre discret, constitué de L éléments. Nous posons $\tau_l - \tau_{l-1}$ constant $\forall l \in [1, L[$. La variable τ devient alors une variable déterministe indépendante du temps. Cette façon de procéder permet de simplifier les calculs et de modéliser plus facilement le filtre par un filtre numérique.

Le canal étant WSSUS, les processus β_l sont donc indépendants. Nous définissons la variable aléatoire vectorielle

$$h = {}^t [\beta_0 e^{i\theta_0}, \dots, \beta_{L-1} e^{i\theta_{L-1}}] , \quad (2.53)$$

qui possède une matrice de covariance K_h diagonale car les variables aléatoires β_l sont indépendantes.

Le canal, modélisé dans le domaine fréquentiel, est représenté par un vecteur de dimension N_p . Pour un signal à porteuses multiples, chacune des N_p sous-porteuses est affectée par un seul processus multiplicatif correspondant aux variations du canal. Le vecteur h doit donc être de dimension N_p , ce qui permet de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel à l'aide de transformations de Fourier discrètes de dimension N_p .

La diversité fréquentielle est au plus égale à N_p , ce qui signifie que L est au plus égal à N_p . Pour $L < N_p$, le vecteur h est alors constitué de $N_p - L$ zéros. La matrice de covariance K_h possède donc L valeurs propres non nulles. La matrice de covariance fréquentielle K_H , qui est en relation avec la matrice de covariance temporelle K_h par transformation de Fourier, s'écrit

$$K_H = WK_hW^* . \quad (2.54)$$

avec W la matrice de transformation de Fourier discrète, de dimension $N_p \times N_p$ qui est constituée des éléments $w_{i,j} = e^{2\pi i j / N_p}$. Soit U_l le vecteur propre associé à une des L valeurs propres λ_l de la matrice K_h . Nous pouvons écrire

$$K_h U_l = \lambda_l U_l , \quad \forall l \in [0, L[. \quad (2.55)$$

En posant $V_l = WU_l$, pour tout l , nous avons

$$K_H V_l = WK_hW^*WU_l = WK_hU_l = \lambda_l WU_l = \lambda_l V_l , \quad \forall l \in [0, L[. \quad (2.56)$$

De même, s'il existe une valeur propre μ de K_H alors elle est valeur propre de K_h . Ainsi les matrices de covariance temporelle et fréquentielle ont les mêmes valeurs propres. Ceci signifie que la diversité obtenue, avec la modélisation dans le domaine fréquentiel du canal de propagation, est identique à la diversité temporelle. Les processus temporels sont des processus de Rayleigh. En utilisant les propriétés sur les fonctions certaines d'une variable aléatoire, les processus fréquentiels obtenus sont aussi des processus de Rayleigh, la fonction gaussienne étant un invariant pour la transformation de Fourier.

En annexe A.1, nous donnons une démonstration plus analytique de l'équivalence temps-fréquence. Nous montrons de plus, que les processus fréquentiels affectant chaque sous-porteuse sont aussi des processus de Rayleigh. Le même raisonnement est fait pour modéliser le bruit blanc additif gaussien dans le domaine fréquentiel.

2.5 L'AMRC à porteuses multiples et multipilote dans un contexte réseau

La communication à travers un canal de propagation radioélectrique nécessite une bande de fréquences disponible adaptée et une puissance d'émission suffisante pour que l'onde électromagnétique porteuse du message atteigne son objectif. Dans un contexte

multiutilisateur, les ressources fréquentielles doivent être judicieusement réparties, et les puissances d'émissions minimales pour limiter, soit les interférences entre les utilisateurs, soit les interférences avec les autres systèmes de communications. Ces contraintes nécessitent l'utilisation de topologie de réseaux de communications sans fil adaptée à l'application. L'architecture d'un grand nombre de réseaux sans fil utilise une structure cellulaire.

2.5.1 Le concept cellulaire

La configuration cellulaire d'un réseau est adaptée pour servir un grand nombre d'utilisateurs mobiles sur des zones géographiques vastes. Elle est utilisée par les réseaux mobiles téléphoniques. L'idée de base de ce système est de distribuer plusieurs stations de base sur une zone géographique donnée. Chaque station de base couvre une zone de taille réduite, la cellule, et utilise des fréquences porteuses différentes de celles des cellules voisines. Pour chaque cellule, le réseau est un réseau centralisé. Afin de limiter l'occupation spectrale de l'ensemble des cellules, les fréquences utilisées dans une cellule sont réutilisées dans d'autres cellules, suffisamment éloignées pour assurer un niveau d'interférence inter-cellule aussi faible que possible. Ce type de système cellulaire utilise classiquement l'accès multiple à répartition de temps ou de fréquences. Ainsi, le système cellulaire permet de limiter, d'une part, les puissances d'émission puisque les distances sont réduites et d'autre part, les bandes de fréquences nécessaires à la communication simultanée d'un grand nombre d'utilisateurs.

Avec un accès multiple à répartition de codes, les mêmes fréquences porteuses peuvent être réutilisées dans toutes les cellules. Chaque cellule d'un système cellulaire AMRC utilise tout le spectre disponible. La séparation des signaux entre les cellules est réalisée dans le domaine des codes de la même façon que la séparation des utilisateurs à l'intérieur d'une même cellule. L'augmentation de capacité d'un système AMRC sur les autres techniques d'accès multiple n'est pas due à la capacité du système lui-même, dans une cellule, mais à la structure cellulaire du réseau [110, 12]. Cette capacité est limitée par les interférences d'accès multiple entre les cellules et entre les utilisateurs d'une même cellule. Il est donc primordial, dans un système cellulaire AMRC, de limiter ces interférences. Classiquement, c'est le rôle de l'indispensable contrôle de puissance qui est utilisé pour ajuster les puissances d'émission.

Dans notre étude, nous considérons les interférences entre cellules négligeables. Nous supposons que les codes utilisés par les cellules pour limiter les interférences intercellules sont parfaits⁴. Nous nous plaçons ainsi dans le cas de communications monocellulaires.

4. En pratique ces interférences entre les cellules existent et ne sont pas supprimées par les codes propres aux cellules, les codes de *scrambling*. Ces codes sont utilisés pour que les interférences d'accès multiple intercellules soient vues comme du bruit additif blanc. Dans un contexte multicellulaire, le niveau de bruit est alors supérieur au niveau de bruit monocellulaire.

2.5.2 Le contrôle de puissance

Plusieurs stratégies sont utilisées pour contrôler les puissances d'émission afin de réduire les interférences d'accès multiple. Ces stratégies sont aussi fonction du type de communication, voie montante ou voie descendante.

En liaison descendante, la station de base, doit fournir suffisamment de puissance aux utilisateurs pour assurer une certaine qualité de transmission. Afin de garder cette qualité constante, la puissance émise augmente lorsque l'utilisateur s'éloigne de la station de base. Autrement dit, l'utilisateur reçoit ses signaux avec une puissance quasiment constante, quelle que soit sa position dans la cellule. Cette façon de procéder se traduit par des phénomènes d'éblouissements. Un utilisateur proche de la station de base reçoit le signal destiné à un utilisateur éloigné avec un niveau plus élevé que le niveau de son propre signal. Le rapport entre la puissance du signal utile et celle des signaux interférents décroît donc avec la distance. Pour remédier à cet inconvénient, la station de base peut alors émettre les signaux avec la même puissance. Ainsi, chaque utilisateur, quelle que soit sa position, reçoit le signal composite, c'est à dire le signal multiutilisateur, avec un rapport entre la puissance du signal utile et celles des signaux interférents constants. En supposant que la puissance d'émission de la station de base soit optimisée pour un utilisateur situé en limite de cellule, le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit est plus important pour un utilisateur proche que pour un utilisateur éloigné de cette station de base. La figure 2.14 résume ces deux stratégies pour deux utilisateurs, l'une privilégie le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit S/N constant pour chaque utilisateur, cas (a), et l'autre assure un rapport constant entre la puissance du signal utile et celle du signal interférant S/I , cas (b). Les courbes sont données en fonction du rapport d_i/d_j , où d_i est la distance entre la station de base et l'utilisateur i , et d_j la distance entre la station de base et l'utilisateur j . Des algorithmes plus complexes peuvent être utilisés, ils réalisent alors un compromis entre les deux cas extrêmes présentés en cherchant à optimiser pour chaque utilisateur le rapport entre la puissance du signal utile et la puissance globale du bruit et des signaux interférents.

Pour la liaison montante, les signaux des utilisateurs sont émis de façon à ce que la station de base reçoive tous les signaux avec la même puissance. Cette stratégie est généralement admise et utilisée [111]. Cependant, nous verrons que des détecteurs peuvent approcher de très près les performances optimales lorsque les puissances reçues ne sont pas égales.

Quelle que soit la stratégie utilisée, c'est le contrôle de puissance qui gère les différents niveaux de puissance. Il peut s'effectuer en boucle ouverte ou en boucle fermée. En boucle ouverte et pour la voie montante, la station de base envoie un signal pilote continu. Le mobile émet alors avec une puissance inversement proportionnelle à la puissance reçue. En boucle fermée, c'est la station de base qui contrôle la puissance d'émission du mobile en mesurant la puissance qu'elle reçoit de ce mobile et en lui envoyant des informations de commande pour augmenter ou diminuer sa puissance d'émission (un simple -1 ou $+1$ pouvant suffire). En liaison descendante, c'est la station de base qui contrôle sa puissance d'émission à partir d'informations reçues du mobile. Le système de contrôle de puissance est donc en boucle fermée.

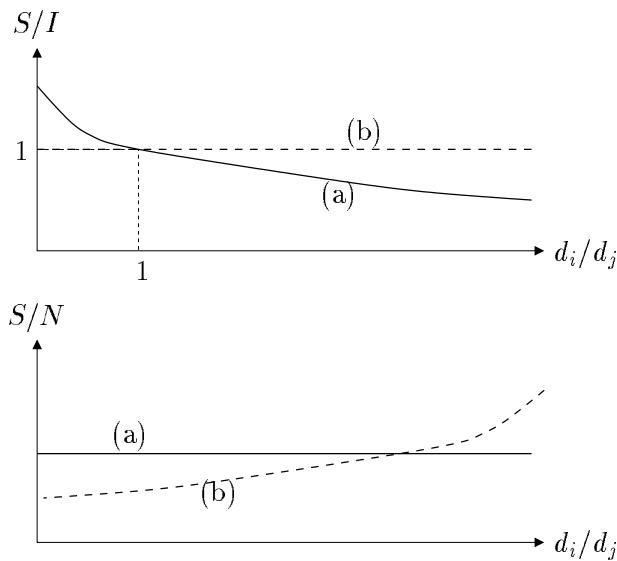


FIG. 2.14 – Évolution des rapports S/N et S/I en fonction du rapport d_i/d_j selon deux stratégies de contrôle de puissance pour la voie descendante.

Pour obtenir les performances des systèmes par simulation, nous avons utilisé un contrôle de la puissance moyenne. C'est à dire que le contrôle de puissance n'est pas effectué sur les variations rapides du canal mais sur les variations à grande échelle. Les rapports entre la puissance du signal et celle du bruit sont alors des rapports moyens et non instantanés. Comparées aux performances obtenues avec un contrôle de puissance parfait, même sur les variations à petite échelle du canal, les performances obtenues avec notre configuration sont moins bonnes. Nous donnerons à titre d'exemple une comparaison entre les deux façons de procéder.

Quelle que soit la stratégie utilisée, un mauvais contrôle de puissance a pour conséquence la diminution des performances et de la capacité du système AMRC.

2.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les trois nouvelles techniques de modulations à porteuses multiples à étalement de spectre, à savoir l'AMRC à porteuses multiples, l'AMRC à porteuses multiples à séquence directe et l'AMRC multipilote. Ces techniques permettent, comme pour les systèmes DS-CDMA, l'accès multiple à répartition de codes.

Afin de pouvoir évaluer leurs performances, les hypothèses faites sur le canal de propagation radioélectrique ont été rappelées. À partir de ces hypothèses, nous avons sélectionné un modèle de canal simple qui puisse être utilisé dans une chaîne de communications numériques.

Enfin, et toujours dans le but d'évaluer les performances d'une modulation par la simulation, l'équivalence entre le modèle temporel et le modèle fréquentiel du canal a été établie. Ainsi, les performances évaluées sur une chaîne de communication simulée dans le domaine temporel sont équivalentes à celles d'une chaîne de communication simulée dans le domaine fréquentiel.

Chapitre 3

Les récepteurs AMRC à porteuses multiples linéaires

Le système AMRC à porteuses multiples étudié ici est le système de base non modifié. Le nombre de sous-porteuses est égal au nombre de chips par code. Pour chaque séquence d'étalement, un seul symbole est émis, ce qui correspond à un gain d'étalement égal au nombre de chips par code. Le codage binaire à signal est celui d'une modulation à déplacement de phase à quatre états et la matrice des codes est par défaut la matrice d'Hadamard.

Avant de présenter chaque détecteur, nous commençons par présenter les expressions générales du signal reçu et de la variable de décision. Afin de fournir une estimation de la probabilité d'erreur théorique, les équations de l'approximation gaussienne utilisée sont développées dans le cas général avant d'être appliquées à chaque détecteur.

3.1 Classification des récepteurs

Plusieurs classifications des récepteurs suivant les techniques d'égalisation utilisées en réception sont possibles et ces classifications peuvent aussi bien porter sur les critères d'égalisation que sur les structures. Les récepteurs optimaux peuvent être séparés des récepteurs sous-optimaux, les récepteurs linéaires des récepteurs non linéaires, les récepteurs mono-utilisateurs des récepteurs multiutilisateurs, *etc.* Dans le cadre de notre étude, les récepteurs mono-utilisateurs sont linéaires. Les récepteurs multiutilisateurs sont non linéaires, à annulations d'interférences et combinent les détecteurs mono-utilisateurs en les incluant dans différents étages de détection.

Contrairement aux détecteurs mono-utilisateurs, les détecteurs multiutilisateurs ne considèrent pas les interférences d'accès multiple comme des brouilleurs. Ils tentent alors d'utiliser au mieux le signal reçu et les informations dont ils disposent sur le canal et les signaux émis pour retrouver la séquence initialement émise par chaque utilisateur. En 1986, Verdù proposa une détection conjointe de tous les utilisateurs et appliqua le détecteur à

maximum de vraisemblance (ML pour *Maximum Likelihood*) au système AMRC. Les performances obtenues avec ce détecteur sont souvent prises en référence pour comparer les performances obtenues avec les autres détecteurs. Cependant, nous verrons au prochain chapitre que la limite du filtre adapté, reste une limite qui n'est pas trop optimiste et qu'il est possible d'approcher.

Les études portant sur la réception et la détection des signaux AMRC à porteuses multiples sont nombreuses et variées. Elles concernent la synchronisation [112], l'estimation du canal à l'aide de porteuses pilotes [113, 64, 114], ou sans porteuses pilotes [61] et la détection du signal. Les performances obtenues avec des égaliseurs simples sont exposées et comparées dans le cas de communications synchrones [53, 58, 115, 116, 117] et aussi pour des communications asynchrones [63]. Afin d'améliorer les performances obtenues avec ces égaliseurs, des techniques d'annulation d'interférences d'accès multiple sont proposées [118, 119] et associées au codage de canal [120, 121, 122, 123] et au turbo-codage [124]. D'autres techniques de détection basées sur des critères de minimisation de la probabilité d'erreur sont aussi étudiées [96, 59, 77]. De même, des égaliseurs fractionnés à retour de décision ont été modélisés à l'aide d'une structure MIMO [81]. L'égalisation peut être adaptative [64, 119] et utiliser des séquences d'apprentissage [125], ou aveugle avec des techniques applicables aussi bien aux systèmes à porteuse unique qu'aux systèmes à porteuses multiples [126]. Enfin, l'estimation aveugle du canal et la détection du signal peuvent être réalisées conjointement à l'aide de l'algorithme haute résolution SAGE [62]. Notons aussi que l'optimisation du rapport entre la puissance du signal et celle des bruits et brouilleurs est réalisable en fonction de la puissance du signal de chaque sous-porteuse et de chaque utilisateur [127].

Une nouvelle solution, présentée dans ce chapitre, propose l'égalisation du signal dans son ensemble avec une approche matricielle du traitement. Cette nouvelle approche est proposée pour la détection EQMM. En supposant qu'une technique de détection est multiutilisateur lorsque tous les signaux sont démodulés, alors la nouvelle technique de détection est mono-utilisateur. Si multiutilisateur sous-entend l'utilisation d'une quelconque information déterministe sur les signaux autres que le signal qui nous intéresse, alors la nouvelle technique est multiutilisateur puisqu'elle nécessite la connaissance des codes des autres utilisateurs.

Il est difficile de donner une définition exacte au concept de détection multiutilisateur. En pratique, les techniques de détection sont multiutilisateurs lorsque les algorithmes de détection utilisent des informations sur les signaux des autres utilisateurs (matrice de corrélation des codes, formes d'ondes, amplitudes, retards relatifs...). Cependant, S. Verdù [128] définit l'objectif de la détection multiutilisateur comme étant « *l'étude de la stratégie de démodulation des informations binaires envoyées simultanément par plusieurs émetteurs qui partagent un même canal de communication* ». Nous retiendrons cette définition pour caractériser une technique de détection multiutilisateur et ainsi la nouvelle technique de détection sera classée parmi les techniques mono-utilisateurs puisqu'elle n'effectue pas la détection de chaque utilisateur. En revanche, elle nécessite la connaissance des codes de tous les utilisateurs, de leur puissance relative et de la puissance du bruit.

Les techniques de détection présentées dans ce document comprennent un étage d'égalisation suivi par le désétalement et la démodulation MDP4, qui délivre des éléments binaires. L'opération variable dans ce processus de détection est principalement l'égalisation. C'est pourquoi, de façon abusive, nous utilisons indifféremment les deux termes détection et égalisation pour qualifier l'opération d'égalisation.

3.2 Le récepteur optimal

La notion d'optimum nécessite de préciser le critère selon lequel le récepteur optimal est effectivement optimal. En pratique, le récepteur optimal est souvent celui qui fournit les meilleures performances. Le terme optimal a alors un sens absolu et les performances d'un tel récepteur sont alors les performances limites qu'il est possible d'atteindre. Ainsi, le détecteur à maximum de vraisemblance est souvent considéré comme le détecteur optimal, alors qu'il ne l'est que vis-à-vis de la probabilité d'erreur, sous certaines conditions. En ne prenant pas en compte les interférences d'accès multiple, le filtre adapté optimise le rapport entre le signal et le bruit pour la détection d'un signal déterministe en présence d'un bruit additif [129]. C'est ce critère que nous retenons pour le récepteur optimal. Dans un contexte multiutilisateur, la limite du filtre adapté est alors une limite théorique des performances.

3.3 Les récepteurs mono-utilisateurs linéaires

L'application des récepteurs AMRC mono-utilisateurs au signal AMRC à porteuses multiples correspond aux techniques de détection utilisées pour les modulations OFDM. L'égalisation du canal est alors réalisée sous-porteuse par sous-porteuse à l'aide d'une structure d'égaliseur à une prise. La convolution, ou corrélation utilisée dans le domaine temporel est remplacée par une simple multiplication dans le domaine fréquentiel.

La même information étant envoyée sur toutes les sous-porteuses en même temps, les différentes techniques d'égalisation correspondent aux différentes techniques de traitement de la diversité par combinaison rencontrées dans le cas des communications à étalement de spectre utilisant des récepteurs de type Rake. Les branches de diversité sont pour nous les sous-porteuses et dans le récepteur, le signal reçu sur chaque sous-porteuse est multiplié par un seul coefficient d'égalisation.

3.3.1 Le signal AMRC à porteuses multiples reçu

À l'aide de l'expression du signal AMRC multiutilisateur $s(t)$, équation (2.3) page 39, et de l'expression de la réponse impulsionnelle du canal de propagation $h(t, \tau)$, équation

(2.15) page 52, le signal reçu en bande de base s'écrit

$$\begin{aligned} r(t) &= (h * s)(t) + n(t) \\ &= \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \beta_l(t) e^{i\theta_l} c_{k,i} x_i \Pi(t - \tau_l) e^{2i\pi(k-N_p/2)(t-\tau_l)/T_s} + n(t) . \end{aligned} \quad (3.1)$$

Afin de modéliser les effets du canal dans le domaine fréquentiel, nous appliquons et rappelons ici les hypothèses utilisées pour une modulation OFDM correctement dimensionnée. Ainsi, le canal est non sélectif en fréquence sur chaque sous-porteuse et invariant pendant la durée $T_s + \Delta_g$ du symbole OFDM. L'absence d'interférences entre les symboles et entre les sous-porteuses est assurée par un intervalle de garde adapté au canal. Pour assurer l'indépendance des processus aléatoires affectant chaque sous-porteuse de chaque symbole, la matrice d'entrelacement temporel et fréquentiel est supposée idéale. Avec ces hypothèses, le canal peut être modélisé dans le domaine fréquentiel par des coefficients complexes $h_k = \rho_k e^{i\theta_k}$ indépendants, propres à chaque sous-porteuse et constants sur la durée $T_s + \Delta_g$. Nous appliquons ici l'équivalence temps-fréquence développée au chapitre précédent (§ 2.4.5 pages 61 *sqg*).

Après filtrage, transposition en bande de base, échantillonnage et suppression de l'intervalle de garde, l'expression du message reçu en sortie de la FFT peut s'écrire assez simplement sous forme vectorielle, avec comme vecteurs de base les fonctions exponentielles correspondant aux fréquences des sous-porteuses. Ainsi, un symbole AMRC à porteuses multiples et multiutilisateur reçu s'écrit

$$R = HCX + N \in \mathbb{C}^{N_p} , \quad (3.2)$$

avec C la matrice des codes où $c_{k,i} = \pm 1/\sqrt{L_c}$, H étant la matrice des coefficients complexes du canal et N le vecteur colonne des processus additifs blancs gaussiens centrés complexes. Ces matrices s'écrivent, avec $\max(N_u) = L_c = N_p$,

$$\left\{ \begin{array}{l} R = {}^t [r_0 \quad r_1 \quad \cdots \quad r_{N_p-1}] \in \mathbb{C}^{N_p} , \\ H = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{N_p-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_p \times N_p} , \\ X = {}^t [x_0 \quad x_1 \quad \cdots \quad x_{N_p-1}] \in \mathbb{C}^{N_p} , \\ N = {}^t [\xi_0 \quad \xi_1 \quad \cdots \quad \xi_{N_p-1}] \in \mathbb{C}^{N_p} . \end{array} \right.$$

3.3.2 La puissance du signal reçu

Nous avons toujours $N_p = L_c$, ce qui permet la substitution de ces deux valeurs. Nous supposons que les messages des utilisateurs sont indépendants ainsi que les processus gaussiens du bruit blanc. Pour calculer la puissance reçue, nous considérons les processus aléatoires stationnaires et ergodiques. De plus, dans toute notre étude nous ne prenons

pas en compte les pertes de puissance dues à la suppression de l'intervalle de garde. La puissance P_R associée au vecteur R est alors la somme des puissances des utilisateurs et des puissances par sous-porteuse. La puissance instantanée est ainsi égale au carré de la norme euclidienne du vecteur R , soit pour P_R qui est une puissance moyenne

$$P_R = E \left[\left\| \vec{R} \right\|^2 \right]. \quad (3.3)$$

En considérant les coefficients h_k déterministes et constants dans un premier temps, nous obtenons

$$\begin{aligned} P_R(H) &= E \left[\left| \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} h_k c_{k,i} x_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} \xi_k \right|^2 \right] \\ &= \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} |h_k|^2 |c_{k,i}|^2 E[|x_i|^2] + \sum_{k=0}^{N_p-1} E[|\xi_k|^2]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

La puissance $P_R(H)$ est la puissance associée à l'enveloppe complexe du signal reçu. En notant \mathcal{E}_i l'énergie du symbole émis¹ de l'utilisateur i , nous avons $E[|x_i|^2] = 2\mathcal{E}_i/T_s$. La puissance reçue est alors

$$\frac{1}{2}P_R(H) = \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} |h_k|^2 |c_{k,i}|^2 \frac{\mathcal{E}_i}{T_s} + \sum_{k=0}^{N_p-1} \frac{E[|\xi_k|^2]}{2}. \quad (3.5)$$

L'opérateur de moyenne est ici un opérateur de moyenne d'ensemble, ou moyenne statistique,

$$E[.] = \int_{\Omega} . \, dP. \quad (3.6)$$

Pour que la puissance moyenne du signal affecté des processus de Rayleigh soit toujours normalisée, nous considérons

$$E[|h_k|^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} |h_k|^2 \, dP_{h_k} = 1 \quad \forall k \in [0, \dots, N_p - 1].$$

Les signaux aléatoires utilisés sont stationnaires et ergodiques à l'ordre deux. L'égalité est donc obtenue entre les moyennes d'ensemble et les moyennes temporelles, soit

$$\int_{\Omega} . \, dP = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} . \, dt. \quad (3.7)$$

1. En toute rigueur, \mathcal{E}_i est l'énergie d'un symbole émis vu par le récepteur. Nous continuerons cependant à l'appeler « énergie émise ».

Ainsi, la puissance moyenne de l'enveloppe complexe du signal reçu s'écrit

$$\begin{aligned}
P_R &= \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} E[|h_k|^2] |c_{k,i}|^2 \frac{2\mathcal{E}_i}{T_s} + \sum_{k=0}^{N_p-1} E[|\xi_k|^2] \\
&= \sum_{i=0}^{N_u-1} 2 \frac{\mathcal{E}_i}{T_s} + \sum_{k=0}^{N_p-1} E[|\xi_k|^2] .
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Si tous les utilisateurs émettent avec la même énergie par symbole $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}$ et si les bruits gaussiens complexes ont même variance $\sigma_\xi^2 = 2N_0/T_s$, alors

$$P_R = 2N_u \frac{\mathcal{E}}{T_s} + N_p \sigma_\xi^2 = 2N_u \frac{\mathcal{E}}{T_s} + 2N_p \frac{N_0}{T_s} . \tag{3.9}$$

En sortie du canal, la puissance du bruit dans la bande est importante et le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit est faible. Comme dans le cas des systèmes à porteuse unique à étalement de spectre, ce rapport est multiplié par la longueur du code après désétalement.

3.3.3 Le signal après égalisation

Les techniques classiquement proposées pour égaliser le signal AMRC à porteuses multiples considèrent une matrice de pondération diagonale, soit $G = \text{diag}(g_0, \dots, g_{N_p-1})$ cette matrice. Après égalisation et désétalement, le symbole \hat{x}_i de l'utilisateur i s'écrit

$$\begin{aligned}
\hat{x}_i &= {}^t C_i G H C X + {}^t C_i G N \\
&= \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{k,i} (g_k h_k c_{k,j} x_j + g_k \xi_k) \\
&= \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 g_k h_k x_i}_{(a)} + \underbrace{\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} g_k h_k x_j}_{(b)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} g_k \xi_k}_{(c)} .
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Le premier terme (a) de l'équation (3.10) correspond au signal utile, celui de l'utilisateur i qui est à détecter. Le second terme (b), représente les interférences d'accès multiple (MAI pour *Multiple Access Interferences*) et le dernier (c) est le terme de bruit blanc après désétalement et égalisation.

3.3.4 L'approximation gaussienne utilisée

Le calcul de la probabilité d'erreur est basé sur le fait que les interférences d'accès multiple proviennent de plusieurs sources indépendantes. En appliquant le théorème de la

limite centrale, ces interférences sont approchées par une variable gaussienne. Ainsi, pour un canal symétrique, avec une équiprobabilité des éléments binaires à l'émission, un seuil de décision égal à zéro et un comportement identique entre la voie en phase et la voie en quadrature, la probabilité d'erreur par élément binaire d'une modulation MDP4 s'écrit²

$$\begin{aligned}
P_e &= \Pr \left\{ \left(U < 0 \cap \Re\{x_i\} = +\sqrt{\mathcal{E}_i} \right) \cup \left(U > 0 \cap \Re\{x_i\} = -\sqrt{\mathcal{E}_i} \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} \Pr \left\{ U < 0 \mid \Re\{x_i\} = +\sqrt{\mathcal{E}_i} \right\} + \frac{1}{2} \Pr \left\{ U > 0 \mid \Re\{x_i\} = -\sqrt{\mathcal{E}_i} \right\} \\
&= \Pr \left\{ U < 0 \mid \Re\{x_i\} = +\sqrt{\mathcal{E}_i} \right\} \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E[U]}{\sqrt{2\operatorname{var}[U]}} \right), \tag{3.11}
\end{aligned}$$

avec U la variable de décision égale à $\Re\{\hat{x}_i\}$ pour une valeur de x_i donnée. Afin de simplifier les écritures, nous considérons la variable de décision de la voie en phase avec $\Re\{\hat{x}_i\} = +\sqrt{\mathcal{E}_i}$.

Les signaux des différents utilisateurs, émis en bande radiofréquence, sont supposés indépendants, de moyenne nulle et de même énergie par symbole \mathcal{E} , soit $E[x_i x_j] = E[x_i]E[x_j] = 0$, $\forall i \neq j$. De même, $E[\xi_k \xi_l] = E[\xi_k]E[\xi_l] = 0$, $\forall k \neq l$. De plus, nous supposons que la variable aléatoire h_k pondérée par le coefficient d'égalisation g_k a des moments d'ordre 1 et 2 indépendants de l'indice k . Enfin, la démodulation étant cohérente, nous supposons que les phases des coefficients h_k sont compensées par les coefficients g_k . Autrement dit, $\Im\{g_k h_k\} \equiv 0$ lorsque l'estimation de la phase des coefficients du canal est parfaite, ce qui garantit une absence d'interférences entre la voie en phase et la voie en quadrature. La moyenne de la variable de décision conditionnellement à $h_k g_k$ s'écrit alors

$$E[U] = \Re \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 h_k g_k \right\} \sqrt{\mathcal{E}} = \frac{1}{L_c} \sum_{k=0}^{N_p-1} \Re\{h_k g_k\} \sqrt{\mathcal{E}}, \tag{3.12}$$

avec $L_c = N_p$ et $\Re\{x_i\} = \sqrt{\mathcal{E}} = \sqrt{2E_b}$, x_i étant l'enveloppe complexe du symbole émis, soit $E[|x_i|^2] = 2\mathcal{E}$, et E_b l'énergie par élément binaire. En appliquant la loi des grands nombres, nous obtenons

$$E[U] \approx E[\Re\{hg\}] \sqrt{\mathcal{E}}. \tag{3.13}$$

Les trois termes de l'équation (3.10) sont indépendants. La variance de la variable U est alors égale à la somme des variances des trois termes, la variance du premier terme étant nulle. Soit I la grandeur correspondant aux interférences d'accès multiple, c'est à

2. Nous simplifions les notations en posant $T_x = 1$, ainsi $E[|x|^2] = 2\mathcal{E}$.

dire le terme (b),

$$\begin{aligned} \text{var}[I] &= \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} \Re\{g_k h_k\} \right)^2 \mathcal{E}_j \\ &= (N_u - 1) \mathcal{E} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} \Re\{g_k h_k\} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Les codes utilisés étant des codes orthogonaux, le produit $c_{k,i} c_{k,j}$ est alors égal à $1/L_c$ avec la probabilité $1/2$ et à $-1/L_c$ avec la même probabilité, pour $i \neq j$. L'équation (3.14) peut alors s'écrire sous la forme

$$\begin{aligned} \text{var}[I] &= (N_u - 1) \mathcal{E} \left(\sum_{k'=0}^{N_p/2-1} \frac{\Re\{g_{k'} h_{k'}\}}{L_c} - \sum_{k''=0}^{N_p/2-1} \frac{\Re\{g_{k''} h_{k''}\}}{L_c} \right)^2 \\ &= (N_u - 1) \mathcal{E} \frac{K^2}{L_c^2}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Posons $a_n = \Re\{g_{k'} h_{k'}\}$ et $b_n = \Re\{g_{k''} h_{k''}\}$, n variant de 0 à $N_p/2 - 1$. Ainsi

$$\begin{aligned} K^2 &= \left(\sum_n a_n - \sum_n b_n \right)^2 \\ &= \sum_n a_n^2 + \sum_n b_n^2 - 2 \sum_n a_n b_n + \sum_n \sum_{m \neq n} a_n a_m + \\ &\quad + \sum_n \sum_{m \neq n} b_n b_m - 2 \sum_n \sum_{m \neq n} a_n b_m. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Or les variables a_n et b_n sont indépendantes et ont même loi de probabilité, c'est à dire même moyenne, soit μ , et même moment d'ordre deux, soit σ^2 . En appliquant la loi des grands nombres, nous obtenons

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_n a_n^2 = \sum_n b_n^2 = \frac{N_p}{2} \sigma^2, \\ \sum_n a_n b_n = \frac{N_p}{2} \mu^2, \\ \sum_n \sum_{m \neq n} a_n a_m = \sum_n \sum_{m \neq n} b_n b_m = \sum_n \sum_{m \neq n} a_n b_m = \frac{N_p}{2} \left(\frac{N_p}{2} - 1 \right) \mu^2, \end{array} \right.$$

ce qui nous donne pour la variance de I , avec $L_c = N_p$,

$$\text{var}[I] \approx \frac{N_u - 1}{N_p} \left(\mathbb{E}[\Re\{hg\}]^2 - \mathbb{E}[\Re\{hg\}]^2 \right) \mathcal{E}. \quad (3.17)$$

Enfin, la variance du dernier terme de l'équation (3.10) correspondant au bruit, conditionnellement à g_k est donnée par

$$\mathbb{E} \left[\left(\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \Re\{g_k \xi_k\} \right)^2 \right] = \frac{1}{L_c} \sum_{k=0}^{N_p-1} |g_k|^2 \frac{\mathbb{E}[\xi_k^2]}{2}. \quad (3.18)$$

Les puissances de bruit par sous-porteuse sont supposées identiques. En appliquant une dernière fois la loi des grands nombres à l'équation (3.18), nous obtenons

$$\text{var}[U] \approx \frac{N_u - 1}{N_p} \left(\mathbb{E}[\Re\{hg\}^2] - \mathbb{E}[\Re\{hg\}]^2 \right) \mathcal{E} + \mathbb{E}[|g|^2] N_0. \quad (3.19)$$

Ces approximations seront utilisées pour évaluer la probabilité d'erreur des différentes techniques de détection. Elles ne pourront être cependant appliquées que pour des valeurs de N_p et de N_u suffisamment élevées de façon à ce que l'approximation gaussienne des interférences d'accès multiple soit correcte et que la loi des grands nombres soit applicable.

3.4 La combinaison à gain maximal (CGM)

Cette technique de combinaison est optimale vis-à-vis du bruit additif lorsque la même information est portée par plusieurs branches de diversité. Dans le récepteur chaque sous-porteuse est alors multipliée par la valeur conjuguée du coefficient du canal propre à cette sous-porteuse (*cf.* annexe A.2)

$$g_k = \bar{h}_k. \quad (3.20)$$

À l'aide de l'équation (3.10), en remplaçant g_k par \bar{h}_k , nous pouvons écrire

$$\hat{x}_i = \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 |h_k|^2 x_i}_{(a)} + \underbrace{\sum_{j=1}^{N_u} \sum_{\substack{k=0 \\ j \neq i}}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} |h_k|^2 x_j}_{(b)} + \underbrace{\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \bar{h}_k \xi_k}_{(c)}. \quad (3.21)$$

3.4.1 La limite du filtre adapté

En appliquant la technique CGM, l'orthogonalité entre les sous-porteuses n'est pas restaurée. Cependant, lorsqu'un seul utilisateur est actif, cette technique fournit les meilleurs résultats en terme de taux d'erreur binaire. Le traitement de la diversité est optimal en l'absence d'interférences d'accès multiple et les performances obtenues correspondent à celles du filtre adapté.

En considérant le terme (b), correspondant aux interférences d'accès multiple, de l'équation (3.21) égal à zéro, la probabilité d'erreur par élément binaire obtenue avec

le détecteur CGM pour une modulation MDP2 ou MDP4, est donnée par (cf. annexe A.2)

$$P_e = \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma}{L + \gamma}}\right)^L \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{C}_{L-1+k}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{L-k} \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma}{L + \gamma}}\right)^k, \quad (3.22)$$

Cette probabilité d'erreur est appelée la limite du filtre adapté. Lorsque $E[|h_n|^2] = 1$ pour tout n , γ est égal à E_b/N_0 , le rapport entre l'énergie par élément binaire du signal et la densité spectrale monolatérale de bruit. Le nombre de branches décorréelées L correspond à l'ordre de diversité fréquentielle du canal vue par un symbole AMRC à porteuses multiples.

La figure 3.1 donne les courbes de probabilité d'erreur par élément binaire en fonction du nombre de sous-porteuses décorréelées. Lorsque ce nombre augmente, la probabilité d'erreur tend asymptotiquement vers une probabilité d'erreur obtenue sur canal gaussien, courbe (7). La courbe (1) correspond à une diversité égale à un, c'est à dire le cas à porteuse unique. Comme il n'y a pas de traitement de diversité en OFDM, lorsqu'il n'y a pas de codage de canal, la courbe (1) correspond aussi aux performances obtenues avec une modulation OFDM. Ces performances théoriques sont égales aux taux d'erreur binaire obtenus par simulation.

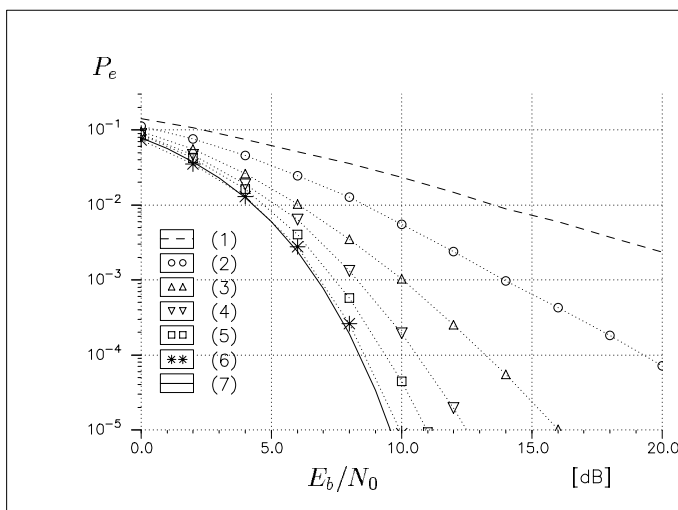


FIG. 3.1 – Limite du filtre adapté pour un nombre de sous-porteuses décorréelées variable : à porteuse unique, 2, 4, 8, 16, et 64 porteuses, respectivement les courbes (1), (2), (3), (4), (5), (6). En référence, les performances sur canal gaussien (7).

Le nombre de sous-porteuses de la figure 3.1 correspond à la diversité fréquentielle du canal. En fait, les performances sont indépendantes du nombre de sous-porteuses mais dépendantes uniquement de l'ordre de diversité du canal. Ainsi, pour un ordre de diversité L donné, quel que soit le nombre de sous-porteuses N_p tel que $N_p \geq L$, les performances seront celles obtenues avec $N_p = L$. Autrement dit, dans un canal donné, augmenter la longueur du code ne permet pas d'améliorer la limite des performances du filtre adapté mais permet seulement d'augmenter la capacité d'accès multiple.

3.4.2 Les performances de la détection CGM dans un contexte multi-utilisateur

Lorsque le nombre d'utilisateurs croît, les interférences d'accès multiple augmentent et les performances se dégradent. Cette technique de traitement de diversité offre alors des performances faibles pour un grand nombre d'utilisateurs actifs. Afin de normaliser l'énergie des symboles reçus, nous avons choisi les coefficients du canal tels que $E[|h_k|^2] = 1$. Nous rappelons que les grandeurs $|h_k|$ suivent des processus de Rayleigh. Le moment d'ordre quatre de cette variable est alors égal à 2. Les équations (3.13) et (3.19) deviennent

$$E[U] \approx \sqrt{\mathcal{E}}, \quad (3.23)$$

$$\text{var}[U] \approx \frac{N_u - 1}{N_p} \mathcal{E} + N_0. \quad (3.24)$$

Les performances de la figure 3.2, pour une diversité L donnée, sont dépendantes du rapport N_u/L_c . Pour un rapport fixe entre le nombre d'utilisateurs actifs et la longueur du code, les performances sont identiques. Cette même conclusion est obtenue avec les autres techniques de détection. Ainsi, des systèmes utilisant des codes de longueur 8 et de longueur 64 donnent les mêmes performances en terme de TEB pour respectivement 8 et 64 utilisateurs actifs, quel que soit $L \leq 8$. À bande occupée égale, les débits utiles, pour chaque utilisateur, sont en rapport de 1/8. L'efficacité spectrale maximale de ces deux systèmes est alors identique.

L'approximation gaussienne utilisée considère les interférences d'accès multiple de la variable de décision comme du bruit additif gaussien. Pour construire cette approximation, il faut que les conditions d'application du théorème de la limite centrale soient respectées. Ces conditions sont respectées pour un nombre d'utilisateurs et une longueur des codes élevés [130]. Les résultats de la figure 3.2 montrent que pour $N_p = 8$ et $N_u = 2$ ou 4, ces conditions ne sont pas respectées avec un rapport $E_b/N_0 > 10$ dB. Par contre à partir de 16 porteuses décorréélées et pour un nombre d'utilisateurs supérieur à $N_p/4$, l'approximation gaussienne effectuée précédemment est correcte. L'erreur d'approximation s'explique par le fait que la variable de décision U ne suit plus une loi gaussienne. La figure 3.3 représente la densité de probabilité du terme correspondant aux interférences d'accès multiple de la variable de décision, $p_u(U)$ pour deux valeurs de N_p et N_u . Cette densité de probabilité est comparée à la densité de probabilité d'une variable gaussienne de même moment d'ordre deux.

D'autres approximations, gaussiennes elles aussi, ont été utilisées pour estimer la probabilité d'erreur des systèmes AMRC. Elles fournissent des relations simples qui permettent de calculer les probabilités d'erreur. Citons l'approximation gaussienne habituellement utilisée et donnée par l'équation (1.17) page 19. Nous appelons cette approximation « approximation A ». L'équation (3.22) de la probabilité d'erreur de la limite du filtre adapté

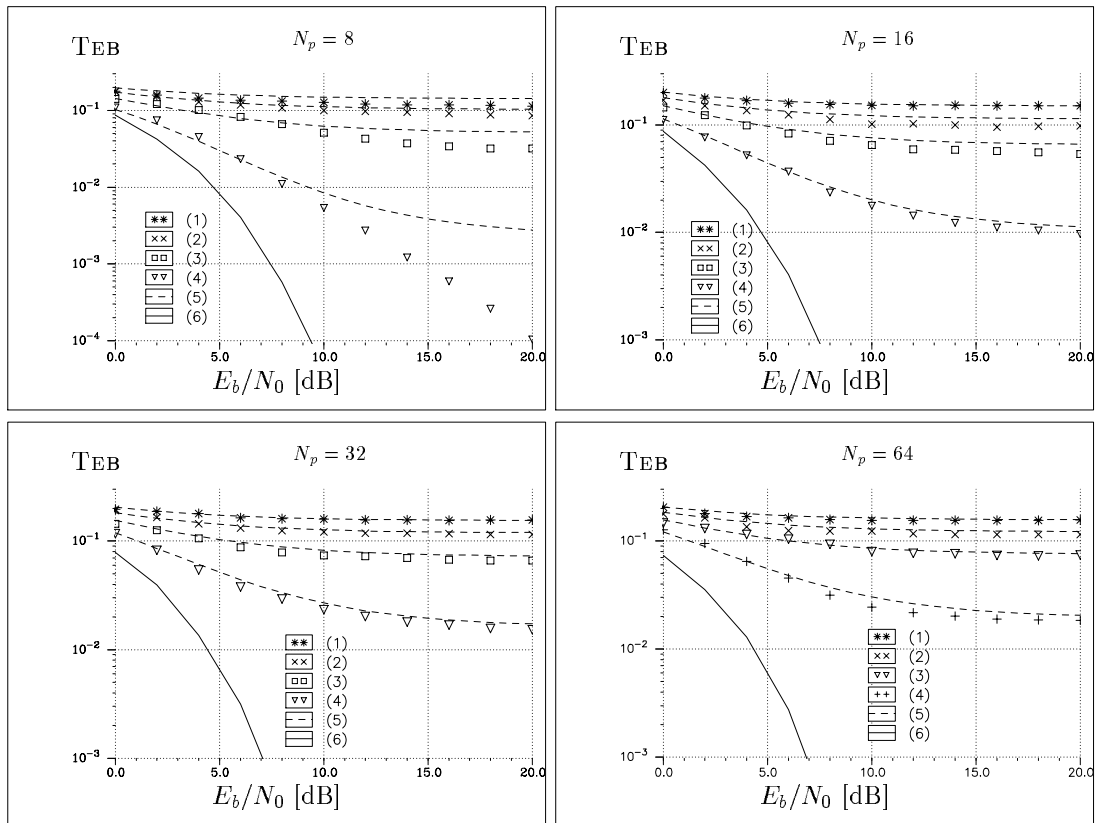


FIG. 3.2 – Comparaison entre les TEB et les probabilités d'erreur de la détection CGM appliquée au système AMRC à porteuses multiples à N_p porteuses décorréliées. TEB pour un nombre d'utilisateurs actifs égal à N_p (1), $3N_p/4$ (2), $N_p/2$ (3), $N_p/4$ (4). En trait pointillé, les performances théoriques de la probabilité d'erreur (5) pour chaque configuration et en référence la limite du filtre adapté (6) pour N_p porteuses.

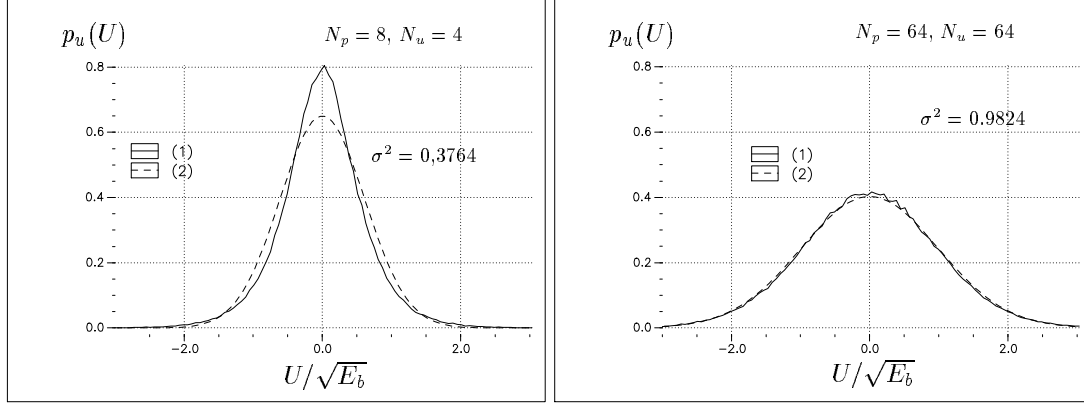


FIG. 3.3 – Comparaison des densités de probabilité des interférences d'accès multiple de la variable de décision de la détection CGM. Densité de probabilité mesurée (1), densité de probabilité gaussienne de même moment d'ordre 2 (2).

s'écrit alors sous la forme

$$P_e = \left(1 - \left[\frac{E_b}{N_0} L + \frac{2(N_u - 1)}{3L_c} L + 1 \right]^{-1/2} \right)^L \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{C}_{L-1+k}^k \left(\frac{1}{2} \right)^{L-k} \times \left(1 + \left[\frac{E_b}{N_0} L + \frac{2(N_u - 1)}{3L_c} L + 1 \right]^{-1/2} \right)^k. \quad (3.25)$$

Une autre approximation, toujours gaussienne, est de remplacer la densité spectrale de puissance du bruit N_0 par $N_0 + I_0$, où I_0 correspond à une densité spectrale de puissance des signaux interférents [131]. Nous notons cette approximation « approximation B ». Le rapport γ de l'équation (3.22) devient

$$\gamma = (N_0/E_b + N_u - 1)^{-1}. \quad (3.26)$$

Avec cette approximation, le pouvoir séparateur des codes n'est pas pris en compte. Ce qui conduit à sous-estimer la valeur de γ .

Les deux approximations gaussiennes présentées donnent des probabilités d'erreur différentes de la probabilité d'erreur mesurée de la variable de décision. Ces différences sont d'autant plus importantes que le nombre d'utilisateurs est faible, ou que le rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit est élevé. En effet pour des rapports E_b/N_0 faibles, la variable de décision est plus affectée par le bruit blanc que par les signaux interférents, la probabilité d'erreur obtenue par approximation est proche de la valeur du TEB.

La figure 3.4 donne les performances obtenues avec ces deux approximations pour un système AMRC à porteuses multiples à 16 porteuses décorréliées.

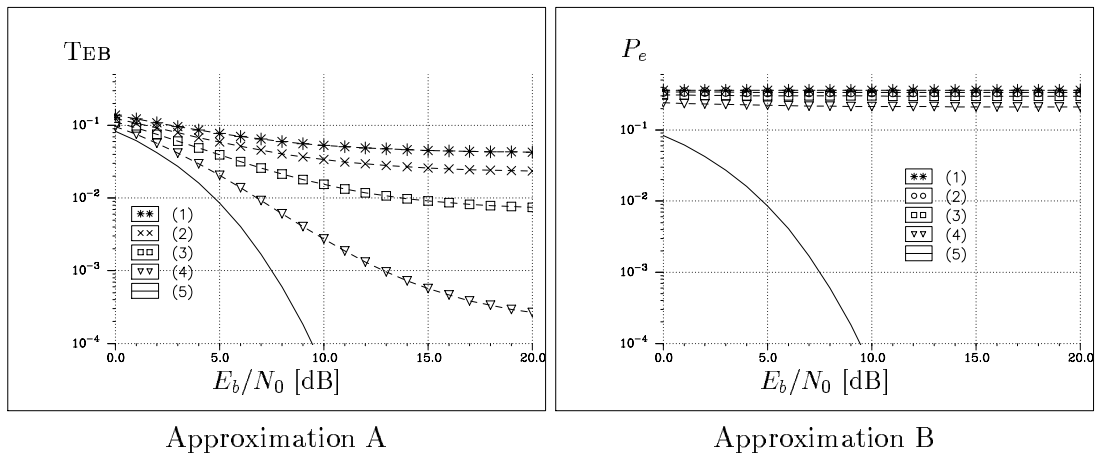


FIG. 3.4 – Probabilité d’erreur de la détection CGM appliquée au système AMRC à porteurs multiples pour $N_p = L_c = 16$ et avec $N_u = 16$ (1), 12 (2), 8 (3), 4 (4). En référence, la limite du filtre adapté (5).

La technique de détection CGM n’est souhaitable pour les systèmes AMRC à porteurs multiples que pour un nombre d’utilisateurs actifs très faible. Dans ces conditions, l’efficacité spectrale du système multiutilisateur, c’est à dire l’efficacité globale du système, est alors elle aussi très faible. Cette technique de détection reste cependant d’un grand intérêt puisqu’elle nous fournit les performances limites qu’il est possible d’atteindre.

3.4.3 Application de la détection CGM à la nouvelle famille de codes

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une nouvelle famille de codes à enveloppe non constante qui, après la modulation à porteurs multiples, fournissent un signal à enveloppe constante. La figure 3.5 donne la limite des performances obtenues avec ces codes.

Sur un canal gaussien les performances de ces codes sont les mêmes que celles obtenues avec les codes de Walsh–Hadamard, ou les séquences complémentaires de Golay. Ces codes étant orthogonaux, les performances sont indépendantes du nombre d’utilisateurs. Le principal inconvénient de ces codes est qu’ils n’attribuent pas la même puissance du signal à chaque sous-porteuse, puisqu’ils ne sont pas à enveloppe constante. Ainsi, sur un canal de Rayleigh à trajets multiples, toutes les branches de diversité vues par le récepteur n’ont pas le même poids. Il existe une sous-porteuse qui porte plus de puissance que les autres sous-porteuses. Si cette sous-porteuse est affectée par un évanouissement profond, alors une quantité importante de la puissance du signal est perdue. Le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit se trouve ainsi dégradé. Supposons l’amplitude du signal égale à 1 sur toutes les sous-porteuses n , sauf sur une seule, soit la sous-porteuse m , où l’amplitude est $L_c/2 - 1$ (cf. tableau 1.3 page 18). Le rapport entre la puissance

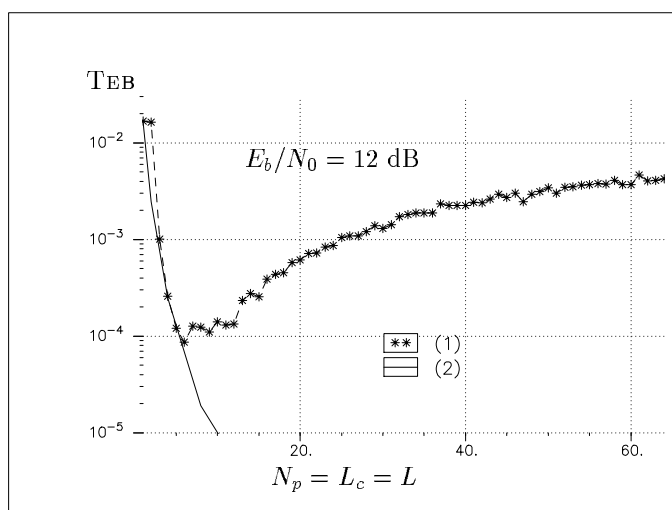


FIG. 3.5 – Comparaison de la limite du filtre adapté de la nouvelle famille de codes (1) avec la limite du filtre adapté des codes de Walsh–Hadamard (2).

associée à la sous-porteuse m et celle d'une sous-porteuse n est donné par

$$\left(\frac{P_m}{P_n} \right)_{n \neq m} = \left(\frac{L_c}{2} - 1 \right)^2. \quad (3.27)$$

Ainsi, pour $N_p = L_c > 6$, le rapport des puissances devient important et le taux d'erreur augmente avec la diversité, courbe (1) figure 3.5, contrairement aux performances obtenues avec les codes de Walsh–Hadamard, courbe (2). La valeur optimale de l'ordre de diversité est atteinte pour $L_c = 6$ avec ces nouveaux codes. Il est donc préférable de ne pas travailler avec des codes trop longs.

Contrairement aux codes de Walsh–Hadamard, les performances obtenues avec ces nouveaux codes ne sont pas uniquement dépendantes du rapport N_u/L_c , pour un ordre de diversité donné. Ainsi, pour $L \leq 8$, les performances obtenues avec $N_u = L_c = 64$ sont différentes des performances obtenues avec $N_u = L_c = 8$. Cependant, pour une longueur de code donnée les performances s'améliorent lorsque l'ordre de diversité augmente. La figure 3.6 présente la limite du filtre adapté obtenue avec ces codes en fonction de l'ordre de diversité du canal et avec $N_p = L_c = 16$.

Quels que soient les codes utilisés, la technique de diversité utilisant la combinaison à gain maximal ne permet pas aux systèmes AMRC de supporter un grand nombre d'utilisateurs. Avec cette technique, les interférences d'accès multiple ne sont pas minimisées et l'orthogonalité entre les codes est détruite.

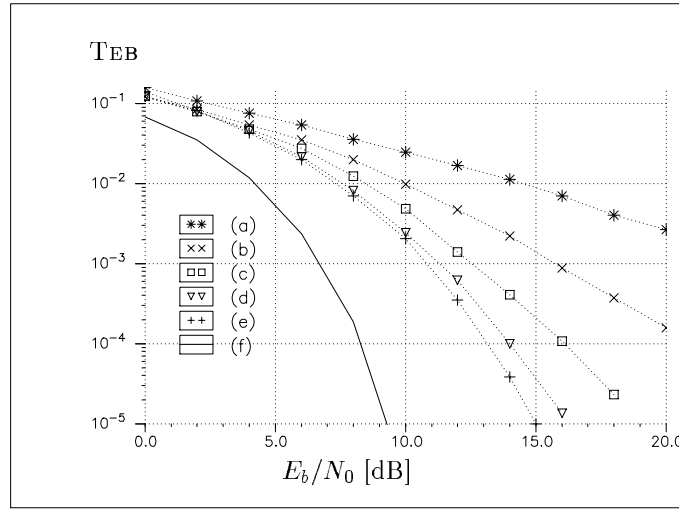


FIG. 3.6 – Limite du filtre adapté de la nouvelle famille de codes avec $N_p = L_c = 16$ et pour un ordre de diversité L égal à 1 (a), 2 (b), 4 (c), 8 (d), 16 (e). En référence, les performances sur canal gaussien (f).

3.5 La combinaison à gain égal (CGE)

Le gain, en terme de performances, apporté par la technique de combinaison à gain maximal n'est pas toujours suffisant par rapport au prix technologique à payer pour estimer correctement l'amplitude des coefficients h_k . Il peut alors être préférable de ne pas corriger cette amplitude, ce que propose la technique de combinaison à gain égal qui a initialement été proposée afin d'éviter cette estimation. Comme la technique de combinaison à gain maximal, la combinaison à gain égal est issue des techniques de traitement de diversité linéaire utilisées pour les modulations à étalement de spectre par séquence directe.

Avec cette technique de combinaison, chaque branche de diversité est pondérée de façon égale par une amplitude unité

$$g_k = \frac{\bar{h}_k}{|h_k|}, \quad (3.28)$$

et l'équation (3.10) devient

$$\hat{x}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 |h_k| x_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_u} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} |h_k| x_j + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \frac{\bar{h}_k}{|h_k|} \xi_k. \quad (3.29)$$

Les interférences d'accès multiple, trop préjudiciables avec la technique CGM, peuvent être partiellement évitées avec la combinaison à gain égal. La distorsion des codes orthogonaux est moins importante avec la technique CGE qu'avec la technique CGM.

Avec cette technique de détection, les expressions de la variance et de l'espérance, équations (3.13) et (3.19), de la variable de décision deviennent

$$E[U] \approx E[|h|] \sqrt{\mathcal{E}} = \frac{\sqrt{\pi \mathcal{E}}}{2}, \quad (3.30)$$

$$\text{var}[U] \approx \frac{N_u - 1}{N_p} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \mathcal{E} + N_0. \quad (3.31)$$

La figure 3.7 présente une comparaison des performances théoriques de la probabilité d'erreur avec les résultats de mesure du taux d'erreur par élément binaire pour 16 et 64 sous-porteuses décorréliées. Contrairement à la technique de combinaison à gain maximal, l'approximation gaussienne n'est pas satisfaisante pour $N_p = 16$ et $N_u = 4$.

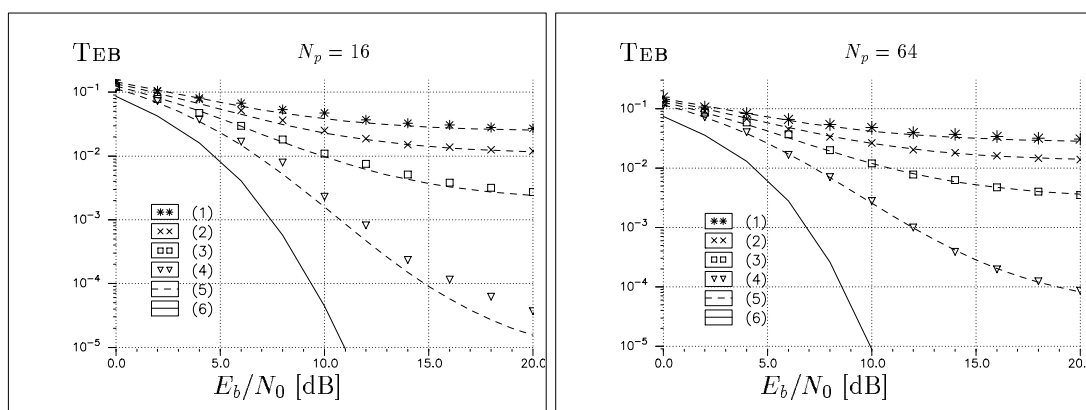


FIG. 3.7 – Comparaison entre les TEB et les probabilités d'erreur de la détection CGE appliquée au système AMRC à porteuses multiples. TEB pour N_u égal à N_p (1), $3N_p/4$ (2), $N_p/2$ (3), $N_p/4$ (4). En trait pointillé les performances théoriques de probabilité d'erreur (5) pour chaque configuration et en référence la limite du filtre adapté (6) pour N_p porteuses.

Il est possible de calculer les performances limites de la détection CGE. Elles sont obtenues lorsque les interférences d'accès multiple sont inexistantes, ce qui correspond à un nombre d'utilisateurs actifs égal à un. Pour un ordre de diversité L tel que $L = N_p = L_c$, le rapport défini dans l'équation (3.11) est alors donné par

$$\frac{E[U]}{\sqrt{2\text{var}[U]}} = \frac{1}{L_c} \sqrt{\frac{\mathcal{E}}{2N_0}} \sum_{k=0}^{L-1} |h_k|. \quad (3.32)$$

Le calcul de la probabilité d'erreur nécessite le calcul de la densité de probabilité de la somme de processus de Rayleigh, soit α cette somme. Il n'existe pas de formule analytique simple de cette densité de probabilité qui reste un problème historique. Cependant, pour de faibles valeurs des $|h_k|$, une solution approchée peut être utilisée [132]. Dans notre cas,

la densité de probabilité de α est égale à [133]

$$p_\alpha(\alpha) = \frac{\alpha^{2L-1}}{2^{L-1} \lambda^L (L-1)!} e^{-\alpha/2\lambda}, \quad (3.33)$$

avec

$$\lambda = \frac{1}{2L} \left(\frac{2^L \Gamma(L+0,5)}{\sqrt{\pi}} \right). \quad (3.34)$$

où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma. La probabilité d'erreur P_e s'écrit

$$P_e = \int_0^{+\infty} p_\alpha(\alpha) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_\alpha^{+\infty} e^{-t^2} dt d\alpha. \quad (3.35)$$

Le calcul de cette intégrale est similaire au calcul présenté dans l'annexe A.2. La probabilité d'erreur par élément binaire pour une modulation MDP2 ou MDP4 s'exprime alors simplement par

$$P_e = \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma}{L+\gamma}} \right)^L \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{C}_{L-1+k}^k \left(\frac{1}{2} \right)^{L-k} \left(1 + \sqrt{\frac{\gamma}{L+\gamma}} \right)^k. \quad (3.36)$$

Nous retrouvons ainsi l'expression de la limite du filtre adapté, équation (3.22), pour laquelle $\gamma = E_b/N_0$. Dans le cas d'une détection CGE, nous avons [134]

$$\gamma = \left(\frac{\Gamma(L+0,5)}{\sqrt{\pi}} \right)^{1/L} \frac{2}{L} \frac{E_b}{N_0}. \quad (3.37)$$

La figure 3.8 donne les performances limites, en fonction de l'ordre de diversité, obtenues à l'aide des équations (3.36) et (3.37). Nous rappelons que l'ordre de diversité est ici égal à la longueur des codes et au nombre de sous-porteuses.

Contrairement à la limite du filtre adapté, les performances limites de la détection CGE ne tendent pas asymptotiquement vers la probabilité d'erreur par élément binaire obtenue sur canal gaussien. En utilisant la relation suivante

$$\Gamma(n+0,5) = \frac{(2n-1)!}{2^{2n-1} (n-1)!} \sqrt{\pi},$$

et la formule de Stirling [1]

$$n! \underset{n \rightarrow +\infty}{\approx} n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n}, \quad (3.38)$$

la limite quand $L \rightarrow +\infty$ de γ est alors donnée par $2e^{-1} E_b/N_0$. L'écart théorique entre les performances sur canal gaussien et la limite des performances de la détection CGE sur canal de Rayleigh à trajets multiples est donc de 1,33 dB. En fait cet écart n'est que de 1,05 dB [135, 134], soit $4/\pi$ en linéaire. Cette différence d'environ 0,3 dB est due à la

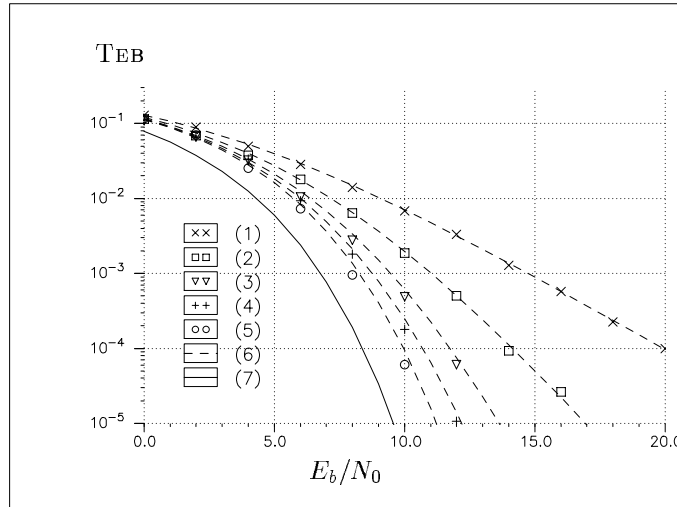


FIG. 3.8 – Comparaison entre les TE_b et les probabilités d'erreur de la détection CGE mono-utilisateur. Limite des performances mesurée pour N_p égal à 2, 4, 8, 16, et 64, respectivement les courbes (1), (2), (3), (4), (5). En trait pointillé les performances théoriques de la probabilité d'erreur (6) pour chaque configuration et en référence, les performances sur canal gaussien (7).

densité de probabilité d'une somme de variables de Rayleigh, équation (3.33), qui n'est qu'une solution approchée de cette densité de probabilité.

3.6 La restauration d'orthogonalité

Cette technique permet d'annuler la distorsion apportée par le canal. Ainsi, l'orthogonalité entre les codes des différents utilisateurs est restaurée après égalisation. Les interférences d'accès multiple sont donc supprimées et le critère correspondant est appelé distorsion-crête ou *Zero-Forcing* (ZF) [136]. En terme de traitement de diversité par combinaison, la technique est appelée ORC pour *Orthogonality Restoring Combining* que nous pourrions traduire en français par *combinaison à restauration d'orthogonalité*. Cette technique de combinaison linéaire est l'application de l'égalisation par filtrage inverse, pour supprimer les interférences entre symboles, à l'annulation d'interférences entre utilisateurs.

En l'absence de bruit, l'égaliseur compense parfaitement la réponse du canal, et le coefficient de pondération est donné par

$$g_k = \frac{1}{h_k} . \quad (3.39)$$

L'équation (3.10) s'écrit

$$\hat{x}_i = \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 x_i + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} x_j + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \frac{1}{h_k} \xi_k . \quad (3.40)$$

Comme nous utilisons des codes orthogonaux, le deuxième terme de l'équation (3.40) est nul, ce qui donne

$$\hat{x}_i = x_i + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \frac{1}{h_k} \xi_k . \quad (3.41)$$

Ainsi, les performances obtenues avec cette technique de détection sont indépendantes du nombre d'utilisateurs actifs, puisqu'il n'y a pas d'interférences entre utilisateurs.

Les équations (3.13) et (3.19) ne peuvent pas être utilisées pour calculer la probabilité d'erreur. Le calcul de la variance de la variable de décision, avec les approximations considérées, conduit au calcul d'une intégrale non convergente. Cependant, pour $N_p = 1$ et avec $|h_0| = z$, il est possible d'obtenir la probabilité d'erreur par éléments binaires en effectuant le calcul intégral suivant

$$P_e = \int_0^{+\infty} 2ze^{-z^2} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{z\mathcal{E}/2N_0}}^{+\infty} e^{-t^2} dt dz . \quad (3.42)$$

Ce calcul intégral est égal au calcul de la probabilité d'erreur de la détection CGM dans le cas à porteuse unique. Ainsi la probabilité d'erreur par élément binaire de la détection ZF pour $N_p = 1$ est donnée par (*cf.* annexe A.2)

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{1 + N_0/E_b}} . \quad (3.43)$$

La figure 3.9 donne les performances de cette technique de détection obtenues par simulations. Elles sont très proches des performances obtenues avec les autres techniques de détection dans le cas à porteuse unique lorsque le rapport $E_b/N_0 \geq 18$ dB. Les performances obtenues lorsque $N_p = 1$, courbe (6) et équation (3.43), correspondent aux performances obtenues avec la modulation OFDM lorsque les sous-porteuses sont affectées de processus indépendants, l'efficacité spectrale du signal OFDM étant la même que celle du signal AMRC à porteuses multiples lorsqu'il est à pleine charge, c'est à dire lorsque $N_u = L_c$.

L'annulation des interférences se fait au prix d'une augmentation du bruit ce qui dégrade rapidement les performances de cette technique. En effet, l'égaliseur amplifie considérablement le bruit des sous-porteuses atténuées par le canal, c'est à dire les sous-porteuses affectées par un coefficient h_k faible. Pour résoudre cet inconvénient, l'utilisation du critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne (EQMM) est souhaitable. Une autre solution a aussi été envisagée afin de limiter cette amplification du bruit. L'égalisation utilisant le critère du forçage à zéro est appliquée mais l'amplitude des

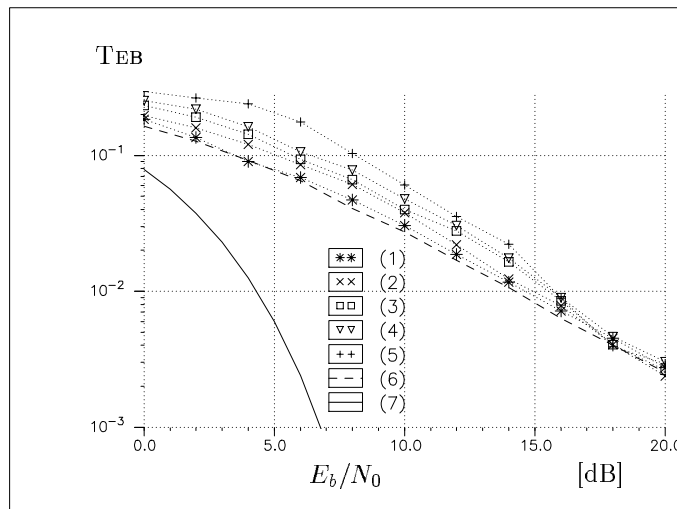


FIG. 3.9 – Performances de la détection ZF avec $N_p = L$ égal 2 (1), 4 (2), 8 (3), 16 (4) et 64 (5). En référence, les performances sur canal de Rayleigh pour $N_p = 1$ (6) et sur canal gaussien (7).

coefficients est limité à une valeur seuil [115, 116]. Cette technique est appelée TORC pour *Threshold Orthogonality Restoring Combining* ou CE pour *Controlled Equalization*.

3.7 Le détecteur EQMM

La détection EQMM est issue de l'application du filtrage de Wiener [137]. Il est possible d'appliquer ce critère de différentes façons, ce qui conduit à des expressions des coefficients de pondération du canal différentes et à des performances des récepteurs différentes. Nous choisissons de présenter l'application du filtrage de Wiener dans le cas général avant de présenter un exemple d'application partielle de ce filtrage, qui n'est qu'un cas particulier. Cependant, c'est la deuxième méthode qui a initialement été proposée pour la détection des signaux AMRC à porteuses multiples [53, 117]. Quant à l'application globale du filtrage de Wiener que nous proposons, elle constitue une des contributions majeures de nos travaux³.

Comme le critère du forçage à zéro, l'EQMM est un critère initialement développé en égalisation. Appliqué au traitement de la diversité, la technique s'appelle CEQMM pour *combinaison à erreur quadratique moyenne minimale*. Cette technique réalise un compromis entre la minimisation des interférences d'accès multiple et la maximisation du rapport entre la puissance du signal et celle du bruit. L'application de ce critère permet de tirer profit de la combinaison à gain maximal, l'application du filtrage adapté, et de l'annulation des interférences d'accès multiple, l'application du filtrage inverse. Dans le

3. Le développement de cette technique a fait l'objet d'un dépôt de brevet et a contribué à l'écriture de différents articles.

cas général, l'erreur ε est égale à la différence entre le signal x_i émis et celui détecté \hat{x}_i après égalisation et désétalement. Appelons W_i le vecteur colonne incluant l'égalisation et le désétalement, l'erreur quadratique moyenne s'écrit

$$\begin{aligned} E[|\varepsilon|^2] &= E[\varepsilon\bar{\varepsilon}] \\ &= E[(x_i - {}^tW_i(HCX + N))(\bar{x}_i - \overline{W_i}(\overline{HCX + N}))] . \end{aligned} \quad (3.44)$$

Les coefficients du canal h_k sont supposés être des valeurs déterministes, un estimateur de canal fournit au récepteur des coefficients qui deviennent connus, non plus de façon statistique mais déterministe. La minimisation de l'erreur quadratique moyenne se fait en fonction de W_i . Le filtrage de Wiener conduit à (cf. annexe A.3)

$${}^tW_i = E[|x_i|^2] {}^tC_i \overline{H} (HC \Sigma_X {}^tC \overline{H} + \Sigma_N)^{-1} , \quad (3.45)$$

avec

$$\Sigma_X = \begin{bmatrix} E[x_0\bar{x}_0] & E[x_0\bar{x}_1] & \cdots & E[x_0\bar{x}_{N_u-1}] \\ E[x_1\bar{x}_0] & E[x_1\bar{x}_1] & \cdots & E[x_1\bar{x}_{N_u-1}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[x_{N_u-1}\bar{x}_0] & E[x_{N_u-1}\bar{x}_1] & \cdots & E[x_{N_u-1}\bar{x}_{N_u-1}] \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{N_u \times N_u} ,$$

et

$$\Sigma_N = \begin{bmatrix} E[\xi_0\bar{\xi}_0] & E[\xi_0\bar{\xi}_1] & \cdots & E[\xi_0\bar{\xi}_{N_p-1}] \\ E[\xi_1\bar{\xi}_0] & E[\xi_1\bar{\xi}_1] & \cdots & E[\xi_1\bar{\xi}_{N_p-1}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E[\xi_{N_p-1}\bar{\xi}_0] & E[\xi_{N_p-1}\bar{\xi}_1] & \cdots & E[\xi_{N_p-1}\bar{\xi}_{N_p-1}] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N_p \times N_p} .$$

Pour des processus $x_i(t)$ et $\xi_k(t)$ indépendants, les matrices Σ_N et Σ_X se réduisent à des matrices diagonales,

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_X = \begin{bmatrix} E[x_0\bar{x}_0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E[x_1\bar{x}_1] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E[x_{N_u-1}\bar{x}_{N_u-1}] \end{bmatrix} , \\ \Sigma_N = \begin{bmatrix} E[\xi_0\bar{\xi}_0] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E[\xi_1\bar{\xi}_1] & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & E[\xi_{N_p-1}\bar{\xi}_{N_p-1}] \end{bmatrix} , \end{array} \right.$$

et en posant ${}^tW_i = {}^tC_i G$, la matrice d'égalisation s'écrit (cf. annexe A.3)

$$G = E[|x_i|^2] \overline{H} (HC \Sigma_X {}^tC \overline{H} + \Sigma_N)^{-1} . \quad (3.46)$$

Le principal inconvénient de l'application globale du filtrage de Wiener est la nécessité d'inverser une matrice. Ce problème peut être contourné en utilisant des méthodes

d'égalisation adaptative avec des algorithmes tels que celui du gradient stochastique (LMS pour *Least Mean Square*) ou l'algorithme des moindres carrés (RLS pour *Recursive Least Squares*) [64]. Il est aussi possible de s'affranchir de l'inversion matricielle en utilisant des détecteurs polynômiaux [26]. Sous certaines conditions d'applications du théorème de Cayley–Hamilton, la matrice à inverser $HC\Sigma_X^t C\overline{H} + \Sigma_N$ est égale à [138]

$$(HC\Sigma_X^t C\overline{H} + \Sigma_N)^{-1} = \sum_{i=0}^{N_p-2} \nu_i (HC\Sigma_X^t C\overline{H} + \Sigma_N)^i. \quad (3.47)$$

Les coefficients ν_i peuvent se déduire du polynôme caractéristique de l'endomorphisme associé à la matrice considérée ou de tous polynômes annulateurs de l'endomorphisme.

Une condition nécessaire pour que la matrice soit inversible est un vecteur de bruit non nul (*cf.* annexe A.3). Cette condition semble réaliste puisque l'étage d'entrée des récepteurs est toujours soumis au bruit. Cependant, lors de la numérisation et pour des niveaux du signal élevés, il est possible que la valeur du bruit soit numériquement nulle. Sous ces conditions, la matrice résultante n'est pas toujours inversible. Il est alors possible d'utiliser le calcul des pseudo-inverses (techniques utilisées en traitement d'antennes) ou de basculer sur une autre technique d'égalisation comme le forçage à zéro. Il est aussi envisageable de maintenir une valeur seuil du bruit permettant d'effectuer l'inversion matricielle sans faire apparaître de matrices singulières.

La figure 3.10 présente des courbes de taux d'erreur binaire de la détection CEQMMG⁴ pour différentes configurations. La limite des performances obtenues avec cette technique, dans le cas mono-utilisateur, est égale à la limite du filtre adapté.

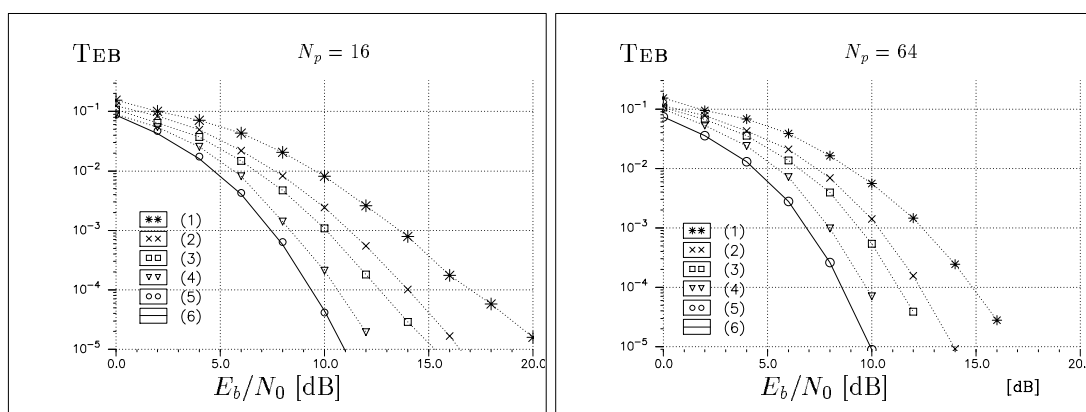


FIG. 3.10 – Courbes de taux d'erreur binaire de la détection CEQMMG appliquée au système AMRC à porteuses multiples avec N_u égal à N_p (1), $3N_p/4$ (2), $N_p/2$ (3), $N_p/4$ (4) et 1 (5). En référence la limite du filtre adapté (6) pour N_p porteuses.

4. Afin de différencier cette technique de la technique de détection suivante, où l'application du filtrage de Wiener est partiel, nous appelons la première « CEQMMG » pour *combinaison à erreur quadratique moyenne minimale globale* et la seconde « CEQMM ».

Nous avons toujours considéré qu'il n'y avait pas d'interférences entre les sous-porteuses. En pratique, lorsque le décalage Doppler n'est pas complètement absorbé par le récepteur, cette condition de non interférences n'est pas toujours vérifiée et la matrice H des coefficients du canal n'est alors plus diagonale. Dans ce cas l'algorithme précédemment exposé reste optimal au sens des moindres carrés en utilisant une matrice H non diagonale dans l'équation (3.46).

3.7.1 Application partielle du filtrage de Wiener

D'autres solutions ont été proposées pour la détection EQMM [53, 117]. La solution la plus communément présentée est l'application du filtrage de Wiener sous-porteuse par sous-porteuse. L'erreur quadratique moyenne s'écrit alors

$$E[|\varepsilon|^2] = E[|s_{k,i} - g_k r_k|^2] = E \left[\left| s_{k,i} - g_k \left(\sum_{j=0}^{N_u-1} s_{k,j} h_k + \xi_k \right) \right|^2 \right]. \quad (3.48)$$

Ainsi l'équation (3.46) devient

$$g_k = \frac{E[|s_{k,i}|^2] \bar{h}_k}{|h_k|^2 \sum_{j=0}^{N_u-1} E[|s_{k,j}|^2] + E[|\xi_k|^2]}, \quad (3.49)$$

or $N_p E[|s_{k,j}|^2] = E[|x_j|^2]$, $\forall j \in [0, N_u[$, les composantes des signaux émis sur les sous-porteuses ayant la même puissance, soit

$$g_k = \frac{E[|x_i|^2] \bar{h}_k}{|h_k|^2 \sum_{j=0}^{N_u-1} E[|x_j|^2] + N_p E[|\xi_k|^2]}. \quad (3.50)$$

Lorsque les puissances d'émissions sont identiques pour tous les utilisateurs, cette équation (3.50) se trouve sous la forme [139]

$$g_k = \frac{1}{N_u} \frac{\bar{h}_k}{|h_k|^2 + \frac{N_p}{N_u} \frac{2N_0}{\mathcal{E}}}. \quad (3.51)$$

Avec un nombre d'utilisateurs actifs égal au nombre de chips par code, c'est à dire le cas « pleine charge » (*full load* en anglais), et lorsque tous les utilisateurs émettent avec la même puissance, les équations (3.46) et (3.51) sont équivalentes. Ceci est dû aux propriétés de la matrice $C^t C$, où C est la matrice de Walsh-Hadamard. Cette matrice $C^t C$ est égale à la matrice identité.

Pour calculer l'espérance et la variance de la variable de décision, posons z tel que $z = h_k g_k$. Les expressions de la variance et de l'espérance, équations (3.13) et (3.19), de

la variable de décision deviennent

$$E[U] \approx E[z] \sqrt{\mathcal{E}}, \quad (3.52)$$

$$\text{var}[U] \approx \frac{N_u - 1}{N_p} \left(E[z^2] - E[z]^2 \right) \mathcal{E} + E[|g_k|^2] N_0. \quad (3.53)$$

En posant $E[|h_k|^2] = 1$ et $x = |h_k|^2$, $\forall k$, la densité de probabilité de x est e^{-x} . C'est la densité de probabilité de la loi du χ^2 à deux degrés de liberté où chaque composante est centrée et a pour variance 1/2. Soient

$$E[z] = \int_0^{+\infty} \frac{x e^{-x}}{N_u x + N_p \frac{2N_0}{\mathcal{E}}} dx, \quad (3.54)$$

$$E[z^2] = \int_0^{+\infty} \frac{x^2 e^{-x}}{\left(N_u x + N_p \frac{2N_0}{\mathcal{E}} \right)^2} dx, \quad (3.55)$$

$$E[|g_k|^2] = \int_0^{+\infty} \frac{x e^{-x}}{\left(N_u x + N_p \frac{2N_0}{\mathcal{E}} \right)^2} dx. \quad (3.56)$$

L'inconvénient de cette approximation est qu'elle considère les interférences d'accès multiple comme du bruit gaussien. Or la densité de probabilité des interférences d'accès multiple de la variable de décision ne suit pas une loi gaussienne, comme le montre la figure 3.11. Cependant, la probabilité d'erreur et le taux d'erreur semble converger lorsque $N_u = N_p = 64$ (cf. figure 3.12).

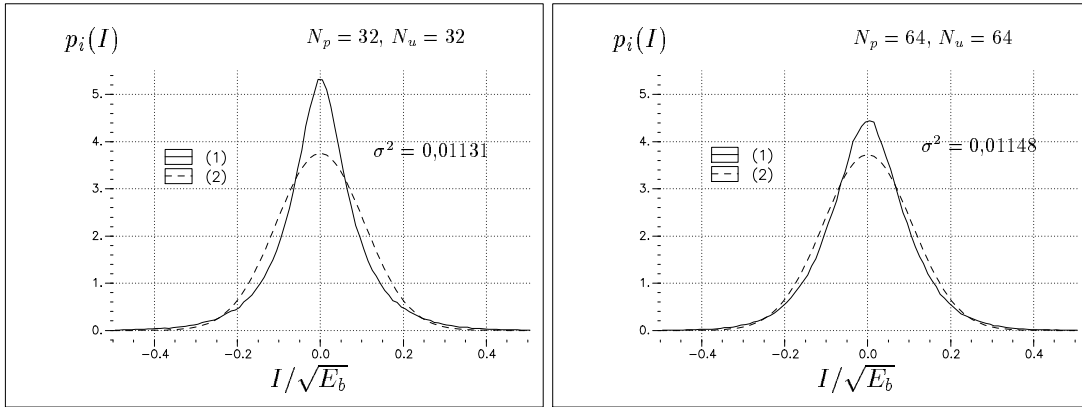


FIG. 3.11 – Comparaison des densités de probabilité des interférences d'accès multiple de la variable de décision de la détection CEQMM, pour un rapport $E_b/N_0 = 15$ dB. Densité de probabilité mesurée (1), densité de probabilité gaussienne de même moment d'ordre 2 (2).

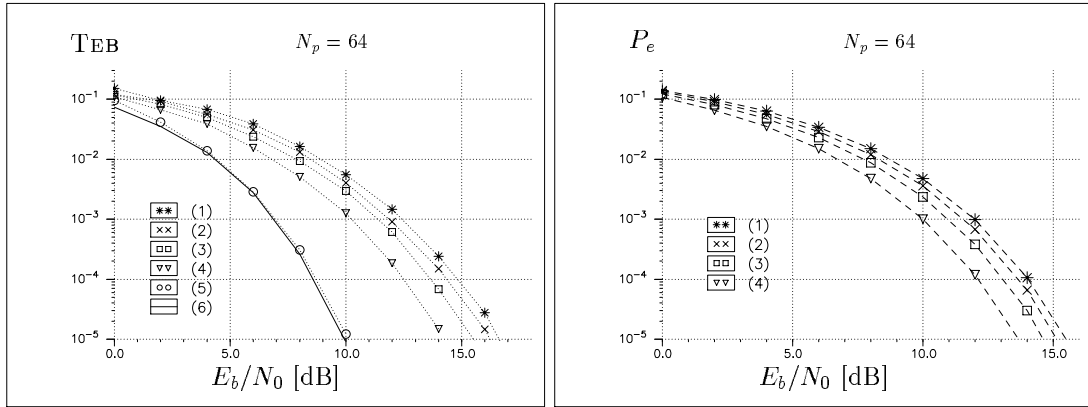


FIG. 3.12 – Comparaison des courbes de taux d’erreur binaire et des courbes de probabilité d’erreur de la détection CEQMM appliquée au système AMRC à porteuses multiples pour $N_p = 64$ et avec N_u égal à N_p (1), $3N_p/4$ (2), $N_p/2$ (3), $N_p/4$ (4) et 1 (5). En référence la limite du filtre adapté (6).

3.7.2 Optimisation de la détection CEQMM

Les performances de la détection CEQMM ne sont pas optimales vis-à-vis du critère de l’erreur quadratique moyenne minimale. Ainsi, lorsque le nombre d’utilisateurs tend vers 1, les performances ne convergent pas vers la limite du filtre adapté, contrairement à la détection CEQMMG. Il est cependant possible de faire converger ces performances en utilisant un coefficient de pondération \mathcal{K} tel que

$$g_k = \frac{1}{N_u} \frac{\bar{h}_k}{|h_k|^2 + \mathcal{K} \frac{N_p}{N_u} \frac{2N_0}{\mathcal{E}}} . \quad (3.57)$$

En prenant une valeur de \mathcal{K} grande devant $|h_k|^2$, pour tout k , le détecteur devient équivalent au détecteur CGM puisque g_k devient proportionnel à \bar{h}_k . Dans ce cas, le dénominateur de l’équation (3.51) reste quasiment invariant quelle que soit la sous-porteuse considérée. Malheureusement il n’est pas aussi simple d’obtenir la valeur du coefficient \mathcal{K} qui permette de minimiser la probabilité d’erreur de la détection CEQMM pour un nombre d’utilisateurs différent de 1. De plus, l’approximation gaussienne qui fournit des expressions analytiques de la probabilité d’erreur n’étant pas satisfaisante, elle ne peut donc pas être utilisée afin d’obtenir des valeurs approchées de ces minima. La figure 3.13 donne les valeurs de \mathcal{K} qui permettent d’obtenir le taux d’erreur par élément binaire minimal en fonction du rapport E_b/N_0 et du nombre d’utilisateurs pour $N_p = 16$. Pour chaque valeur de \mathcal{K} , le facteur de réduction du taux d’erreur F_{teb} est donné. La précision sur la mesure du taux d’erreur par élément binaire est ici de 1%.

Les valeurs de \mathcal{K} restent inférieures à 2,1 quel que soit le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit et quel que soit le nombre d’utilisateurs $N_u \geq 2$. Globalement, le facteur de réduction du taux d’erreur par élément binaire augmente avec le rapport

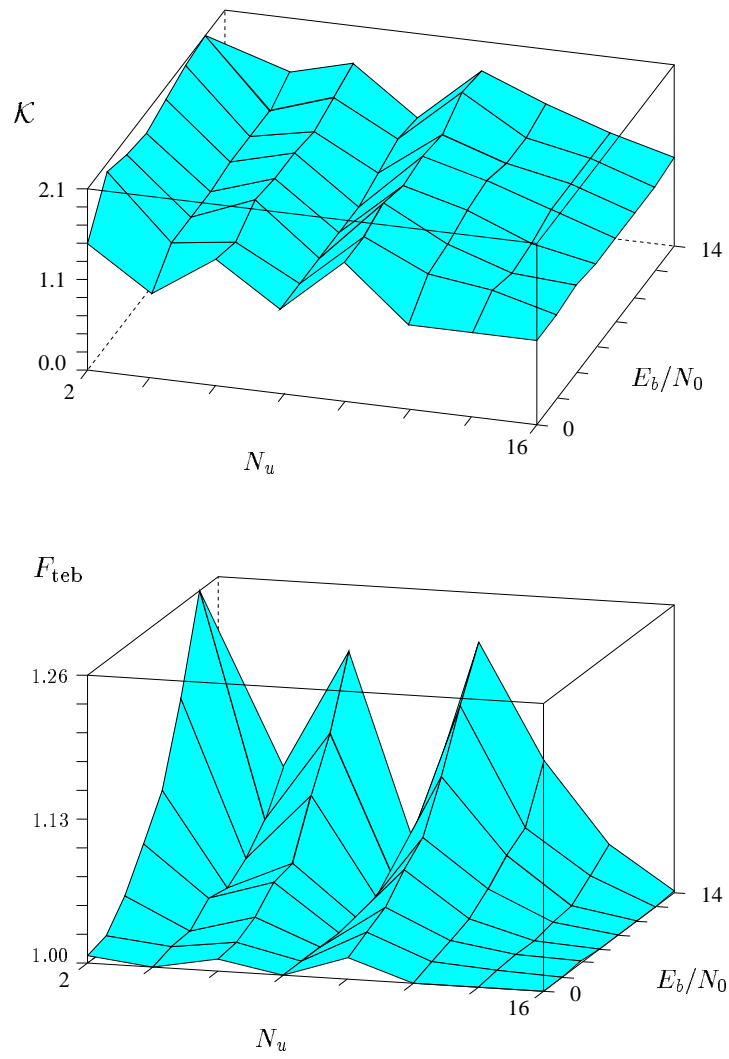


FIG. 3.13 – Valeurs du coefficient \mathcal{K} de minimisation du taux d'erreur de la détection CEQMM pour $N_p = 16$ et facteur de réduction du taux d'erreur binaire F_{teb} .

E_b/N_0 et avec $1/N_u$ mais reste inférieur à 1,26 pour $N_u \neq 1$, soit un gain sur le rapport E_b/N_0 inférieur à 1 dB. Cependant, pour $N_u = N_p/2 = 8$, ce facteur est proche de 1 et les valeurs de \mathcal{K} optimales sont elles aussi proches de 1.

3.7.3 Application du détecteur EQMM à un signal multiutilisateur asynchrone

Dans le cas d'une liaison radio montante, des stations mobiles vers la station de base, les signaux des utilisateurs sont reçus de façon asynchrone. De plus, le signal de chaque utilisateur est affecté par un canal qui lui est propre. Ainsi la sommation des signaux n'est pas faite avant le canal mais après celui-ci. Les retards relatifs entre les messages utilisateurs correspondent à une rotation de phase dans le domaine fréquentiel. Ces retards relatifs peuvent donc être inclus dans la valeur des coefficients du canal. Pour que le fenêtrage de la FFT, lors de la démodulation à porteuses multiples en réception, soit correcte pour tous les utilisateurs en même temps, l'intervalle de garde doit être dimensionné de façon à absorber les décalages temporels relatifs des utilisateurs. Ce dimensionnement de l'intervalle de garde permet donc d'annuler les interférences entre les symboles d'un même message d'un utilisateur et de proposer une même fenêtre temporelle de démodulation à porteuses multiples pour tous les utilisateurs.

En partant de l'équation (3.2) et en appelant H_i la matrice du canal affectant le signal de l'utilisateur i , le signal R généré en sortie de la transformation de Fourier s'écrit

$$R_{\text{async}} = \sum_{i=0}^{N_u-1} H_i C_i x_i + N. \quad (3.58)$$

Toute la difficulté pour le récepteur est d'estimer les coefficients du canal pour chaque utilisateur. Il semble difficile d'utiliser un système de porteuses pilotes pour réaliser l'estimation des coefficients des N_u canaux par la station de base. En effet, pour que cette estimation soit correcte, tous les utilisateurs doivent ne pas transmettre de messages sur les sous-porteuses utilisées pour l'estimation du canal d'un utilisateur. Une telle solution conduit à un débit utile disponible pour les utilisateurs très faible. Dans la mesure où le canal radiomobile est réciproque⁵ [140], l'estimation du canal peut alors être effectuée par les stations mobiles. Cette estimation peut soit être utilisée par le mobile pour égaliser le signal avant de l'émettre, ce qui s'appelle de la pré-distorsion, soit être envoyé à la station de base. Notons que ces solutions sont difficilement applicables à l'estimation des coefficients des canaux radiomobiles variables dans temps et en pratique, la pré-distorsion est utilisée lorsque les canaux sont statiques. Nous supposons cependant que la station de base possède une estimation des coefficients du canal de chaque utilisateur. Il devient alors possible d'appliquer une des quelconques techniques de détection. Nous nous intéressons

5. Cette réciprocity est effective lorsqu'il n'y a pas de traitement d'antennes et pour les coefficients du canal uniquement. Les niveaux de bruits ou de brouilleurs ne respectent pas ce principe de réciprocity. Les trames ou les symboles utilisés pour l'estimation du canal et les trames ou symboles corrigés doivent être dans le même espace de cohérence temporel et fréquentiel.

à la détection CEQMMG. L'erreur quadratique moyenne devient

$$E[|\varepsilon|^2] = E \left[\left(x_i - {}^t W_i \left(\sum_{j=0}^{N_u-1} H_j C_j x_j + N \right) \right) \left(\bar{x}_i - W_i^* \left(\sum_{j=0}^{N_u-1} \bar{H}_j {}^t C_j \bar{x}_j + \bar{N} \right) \right) \right], \quad (3.59)$$

ce qui conduit à

$${}^t W_i = E \left[x_i \sum_{j=0}^{N_u-1} \bar{x}_j {}^t C_j \bar{H} \right] \left(E \left[\sum_{j=0}^{N_u-1} H_j C_j x_j \sum_{j=0}^{N_u-1} \bar{x}_j {}^t C_j \bar{H}_j \right] + \Sigma_N \right)^{-1}. \quad (3.60)$$

En prenant les mêmes hypothèses que celles de l'équation (3.46), à savoir des utilisateurs indépendants, la matrice d'égalisation G s'écrit

$$G = E[|x_i|^2] \bar{H}_i \left(\sum_{j=0}^{N_u-1} H_j C_j E[|x_j|^2] {}^t C_j \bar{H}_j + \Sigma_N \right)^{-1}. \quad (3.61)$$

3.8 Comparaison des techniques de détection

Les résultats qui suivent sont des résultats obtenus par simulation. Nous avons toujours considéré un nombre de chips par code L_c égal au nombre de sous-porteuses N_p . De même, l'ordre de diversité L a été pris égal au nombre de sous-porteuses. Les codes utilisés sont les codes orthogonaux de Walsh-Hadamard, le nombre maximal d'utilisateurs actifs, $\max(N_u)$ est alors égal au nombre de chips par code. Enfin, les taux d'erreur binaire sont tous donnés pour un nombre minimal d'erreurs égal à 300, soit une précision minimale de 5,7% pour la mesure du TEB. Notons enfin que tous les résultats obtenus avec les codes de Walsh-Hadamard sont identiques avec les codes de Golay.

3.8.1 Les détecteurs linéaires

Les performances des détecteurs linéaires CGM, CGE, ZF et CEQMM appliqués au système AMRC à porteuses multiples sont comparées sur la figure 3.14 avec $N_p = L_c = L$. Les résultats étant présentés pour une charge du système maximale, $N_u = N_p$, la détection CEQMMG et CEQMM fournissent les mêmes performances. L'égalisation selon le critère du forçage à zéro restaure l'orthogonalité entre les codes des utilisateurs mais amplifie le bruit. La détection CGE limite l'amplification du bruit de la technique ZF mais la perte d'orthogonalité n'est pas suffisamment compensée. Quant à la technique CGM, elle offre de faibles performances en raison du niveau élevé des interférences d'accès multiple. C'est donc la détection qui minimise l'erreur quadratique moyenne qui donne les meilleures performances. Afin de s'affranchir de l'estimation de la puissance du bruit, nécessaire avec la technique CEQMM, il est possible de mettre en œuvre une technique sous-optimale pour laquelle le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit n'est plus estimé mais fixé.

La courbe (5) correspond à cette technique de détection pour un rapport des puissances estimé fixé à 14 dB. La limite du filtre adapté, courbe (7) est mise en référence, de même que les performances obtenues avec un système à porteuse unique affecté d'un processus de Rayleigh. Ces performances correspondent aux performances obtenues avec un système OFDM où chaque sous-porteuse subit des évanouissements non sélectifs en fréquences.

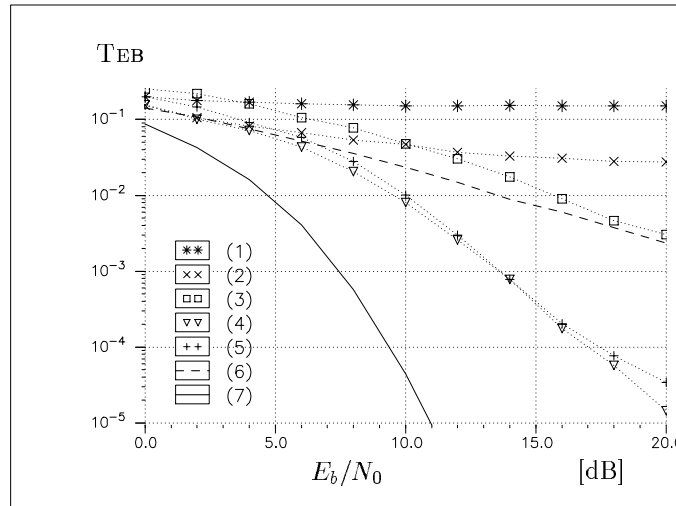


FIG. 3.14 – Performances des récepteurs mono-utilisateurs pour $N_p = N_u = 16$. Récepteurs CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4), CEQMM sous-optimale (5), performances sur canal de Rayleigh pour $N_p = 1$ (6) et limite du filtre adapté (7).

Quelle que soit la charge du système, la détection CEQMM fournit les meilleures performances face aux autres techniques de détection présentées précédemment. La figure 3.15 présente la charge du système en fonction du rapport E_b/N_0 nécessaire pour garantir un taux d'erreur binaire de 10^{-3} . Alors que la détection CGM fournit la limite du filtre adapté, ses performances se dégradent très vite lorsque le nombre d'utilisateurs augmente. La détection ZF n'a pas été représentée sur cette figure car un taux d'erreur de 10^{-3} est obtenu pour $E_b/N_0 \approx 24$ dB. Les détections CEQMM et CEQMMG fournissent les mêmes performances lorsque $N_u = 16$. Cependant, comparé à celui de la détection CEQMM, le rapport E_b/N_0 nécessaire pour garantir un taux d'erreur binaire de 10^{-3} est jusqu'à 2,4 dB plus faible avec la détection CEQMMG. En effet, pour N_u variant de 3 à 13, le gain en faveur de la détection CEQMMG par rapport à la détection CEQMM pour un TEB de 10^{-3} varie entre 1,7 et 2,4 dB. Autrement dit et toujours pour un TEB de 10^{-3} , alors que la technique CEQMM supporte 3 utilisateurs pour un rapport E_b/N_0 de 10 dB et 8 utilisateurs pour $E_b/N_0 = 12$ dB, la technique CEQMMG permettra respectivement à 8 et 14 utilisateurs de communiquer. De même avec des codes d'étalement de longueur 64 et lorsque $N_p = L = L_c$ (cf. figure 3.16), la technique de détection CEQMMG offre toujours un gain d'environ 2 dB par rapport à la détection CEQMM pour une charge du système comprise entre $1/4$ et $3/4$, avec toujours un TEB de 10^{-3} . Sur la figure 3.17 nous avons représenté la capacité du système AMRC à porteuses multiples utilisant la technique CEQMMG pour différentes configurations, avec toujours $N_p = L_c = L$. À occupation spec-

trale identique, les quatre configurations présentées offrent un même débit globale à pleine charge, soit un débit par utilisateur inversement proportionnel à la longueur des codes. La capacité d'accès multiple augmente avec la longueur des codes, en ce sens que plus d'utilisateurs peuvent accéder simultanément au canal, au détriment du débit utile par utilisateur qui diminue.

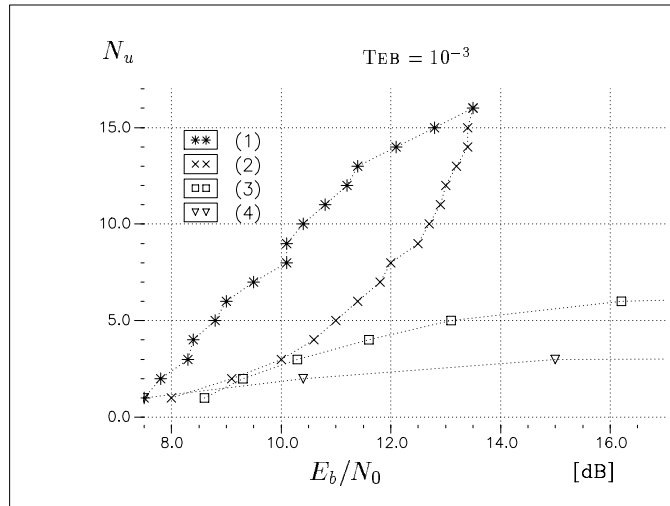


FIG. 3.15 – Capacité du récepteur AMRC à porteuses multiples mono-utilisateur pour $N_p = L_c = L = 16$ avec les détecteurs CEQMMG (1), CEQMM (2), CGE (3) et CGM (4).

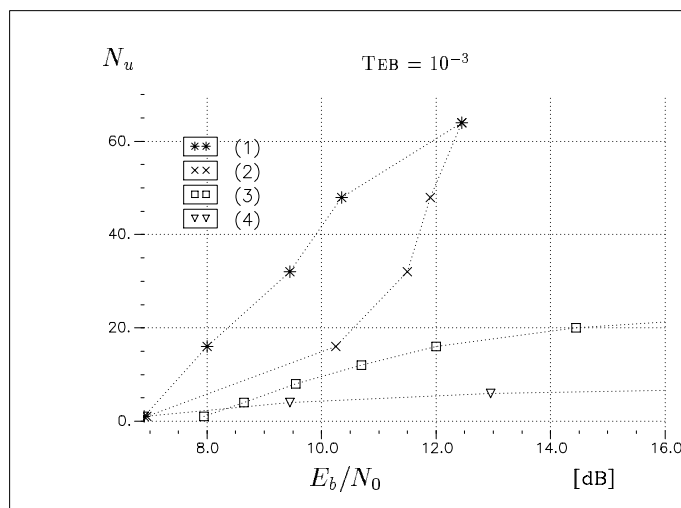


FIG. 3.16 – Capacité du récepteur AMRC à porteuses multiples mono-utilisateur pour $N_p = L_c = L = 64$ avec les détecteurs CEQMMG (1), CEQMM (2), CGE (3) et CGM (4).

La figure 3.18 compare les performances en terme de taux d'erreur binaire de la détection CEQMMG en fonction de l'ordre de diversité L du canal. Comme le montre cette

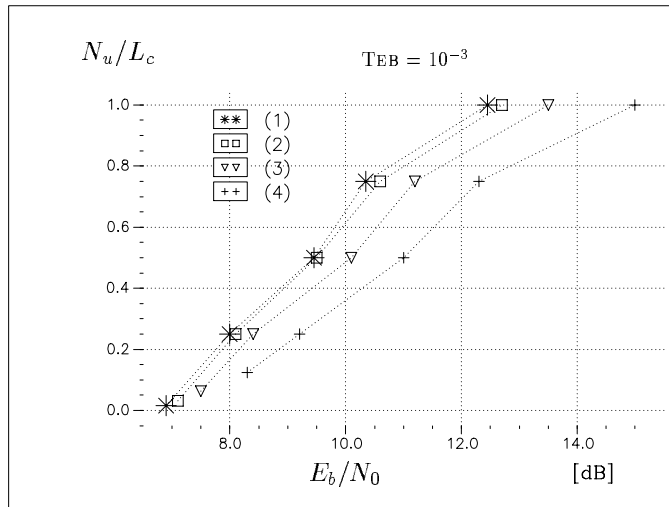


FIG. 3.17 – Capacité du détecteur CEQMMG pour $L_c = N_p = L$, avec $L_c = \{64, 32, 16, 8\}$, respectivement les courbes (1), (2), (3) et (4).

figure, c'est bien l'ordre de diversité, lorsqu'il est inférieur à la longueur des codes, qui détermine les performances des systèmes. Ainsi, à diversité égale et à charge égale, les performances sont indépendantes de la longueur des codes tant que toute la diversité est exploitée par le récepteur. La complexité du récepteur CEQMMG étant croissante avec la longueur de code L_c , il sera alors préférable de ne pas travailler avec des codes trop longs. De plus, chercher à augmenter la diversité en réception en augmentant la taille des matrices d'entrelacement, lorsque cette diversité n'est pas disponible dans le domaine fréquentiel, n'apporte pas beaucoup de gain entre un ordre de diversité égal à 16, voire 8, et un ordre de diversité de 64.

L'ordre de diversité disponible est limité d'une part par l'ordre de diversité fréquentielle du canal et d'autre part, par la dimension maximale des matrices d'entrelacement que la communication peut supporter. Il ne sera alors pas toujours possible d'obtenir un ordre de diversité élevé, la profondeur temporelle des matrices d'entrelacement devant être de plusieurs fois le temps de cohérence du canal afin d'exploiter la diversité temporelle. Il faut alors que le canal présente des variations temporelles suffisamment rapides, ce qui n'est pas le cas de tous les canaux de propagation radioélectrique. C'est pourquoi une longueur de codes $L_c = N_p = 16$ semble être un bon compromis entre les performances obtenues et la complexité à traiter des diversités plus importantes.

Nous avons évoqué au chapitre 2 page 65, deux possibilités de modéliser le contrôle de puissance. La méthode que nous avons retenue pour toutes les configurations de simulation consiste à contrôler la puissance moyenne du signal. Autrement dit, les rapports E_b/N_0 sont des rapports moyens. La figure 3.19 présente les résultats de la figure 3.14 pour un contrôle de la puissance instantanée. La comparaison des courbes des figures 3.14 et 3.19 ne montre pas de différences de performances pour les détecteurs CGM, CGE et ZF. Une légère amélioration est observée pour la technique CEQMM en faveur d'un contrôle de

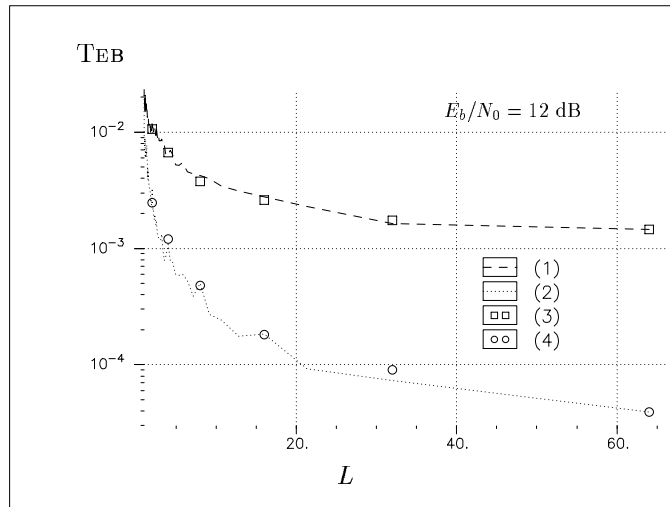


FIG. 3.18 – Performances du récepteur CEQMMG en fonction de l'ordre de diversité L , avec $N_u = N_p = 64$ (1), $N_u = N_p/2 = 32$ (2), $N_u = N_p = L$ (3) et $N_u = N_p/2 = L/2$ (4).

puissance instantanée parfait. Quant à la limite du filtre adapté, courbe (5) de la figure 3.19, elle est confondue avec les performances obtenues sur canal gaussien, courbe (7) de la figure 3.1 page 76. De même, les performances obtenues pour $N_p = 1$ sont confondues avec les performances obtenues sur canal gaussien. Avec un système OFDM et lorsque le contrôle de puissance est effectué indépendamment sur chaque sous-porteuse, les performances sur canal de Rayleigh et sur canal gaussien sont identiques. Ceci s'explique par le fait que chaque symbole en sortie du canal est reçu avec un rapport entre la puissance du signal et celle du bruit toujours identiques. Le contrôle de puissance effectué à l'émission, compense les atténuations du canal pour chaque sous-porteuse. En pratique, cette façon de procéder peut difficilement être réalisée pour un signal OFDM puisque le contrôle de puissance est effectué globalement pour chaque symbole OFDM et non pour chaque échantillon issu de la transformation de Fourier du signal reçu. Les performances de l'OFDM sont alors celles de la courbe (6) de la figure 3.14.

La figure 3.20 donne les performances de la détection CEQMM à pleine charge en fonction du nombre de sous-porteuses. La diversité L du canal est telle que $L = L_c = N_p$. Ainsi, pour $L \geq 8$ les performances obtenues avec un contrôle de puissance instantanée et un contrôle de puissance moyenne sont très proches, le contrôle de puissance instantanée correspondant déjà à une moyenne des processus sur N_p sous-porteuses.

3.8.2 Prise en compte des puissances différentes des signaux

Jusqu'à présent nous avons supposé qu'un utilisateur recevait tous les signaux, c'est à dire le signal utile et les signaux interférents, avec la même puissance. Cependant, des

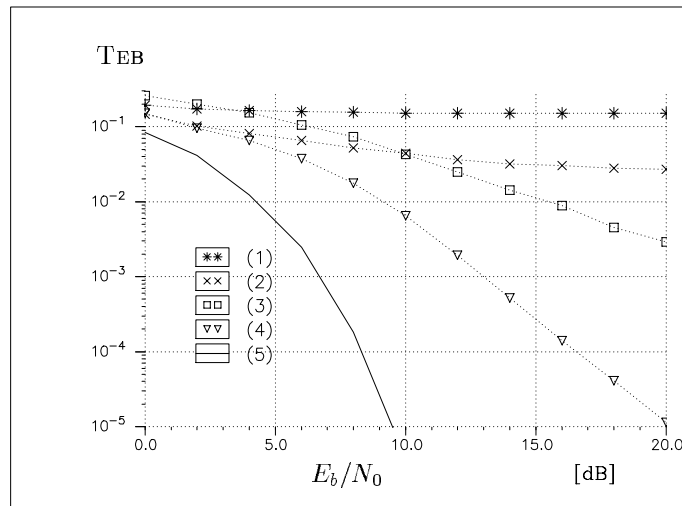


FIG. 3.19 – Performances des récepteurs mono-utilisateurs pour $N_p = N_u = 16$ avec un contrôle de puissance instantanée. Récepteurs CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4), performances sur canal de Rayleigh pour $N_p = 1$ (5) et limite du filtre adapté (6).

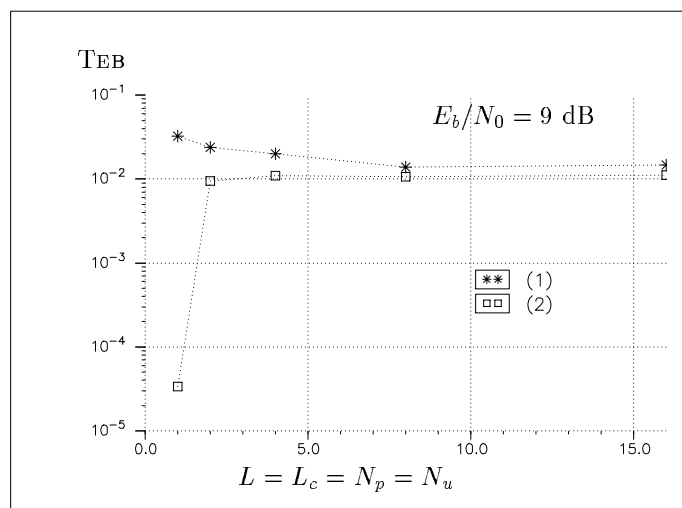


FIG. 3.20 – Performances du récepteur CEQMM en fonction de l'ordre de diversité du canal L . Contrôle de puissance moyen (1), contrôle de puissance instantanée (2).

stratégies différentes peuvent être utilisées (*cf.* § 2.5.2 page 64). Avec des puissances de réception différentes, seuls les coefficients de la détection CEQMM sont modifiés. En posant \mathcal{E}_i l'énergie associée à l'utilisateur à détecter et \mathcal{E}_j celle associée aux signaux interférents, le coefficient g_k de la détection CEQMM devient

$$g_k = \frac{1}{N_u} \frac{\bar{h}_k}{|h_k|^2 + \frac{2N_p N_0}{\sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \mathcal{E}_j + \mathcal{E}_i}}. \quad (3.62)$$

Pour la détection CEQMMG, les puissances différentes sont prises en compte dans la matrice \sum_X .

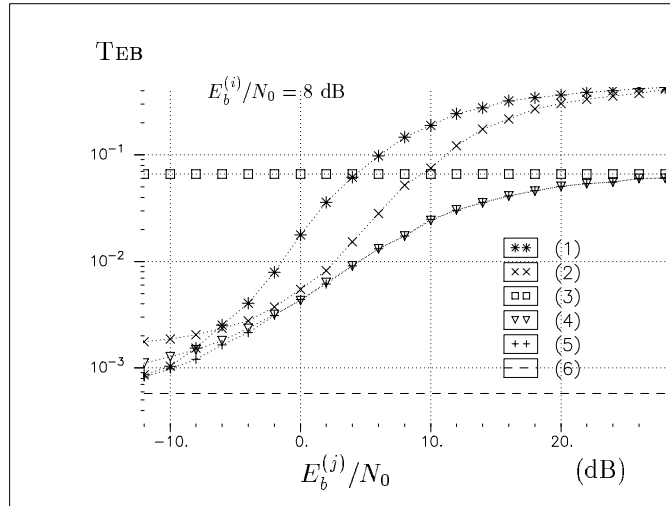


FIG. 3.21 – Performances de la détection de l'utilisateur i tel que $E_b^{(i)}/N_0 = 8$ dB avec $N_u = N_p = 16$. Détection CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4), CEQMMG (5) et limite du filtre adapté (6) en fonction du rapport $E_b^{(j)}/N_0$ des signaux interférents.

La figure 3.21 compare les performances des différents détecteurs pour un rapport $E_b^{(i)}/N_0$ de l'utilisateur détecté égal à 8 dB et pour un nombre d'utilisateurs maximal, c'est à dire $N_u = N_p = 16$. L'augmentation du rapport $E_b^{(j)}/N_0$ est liée à l'augmentation de l'énergie par élément binaire $E_b^{(j)}$ des signaux interférents, c'est ce qui correspond au phénomène d'éblouissement. Ainsi pour de faibles rapports $E_b^{(j)}/N_0$, soit pour un niveau d'interférences faible, toutes les techniques, sauf la détection ZF courbe (3), convergent vers la limite du filtre adapté⁶, courbe (6). Les deux techniques de détection basées sur le critère de l'EQMM présentent des performances comparables, quel que soit le niveau des signaux interférents, qui convergent vers les performances de la technique ZF lorsque la

6. Pour être plus exacte, la technique CGE ne converge pas vers la limite du filtre adapté, *cf.* figure 3.8 page 85.

puissance des signaux interférents augmente. Quant aux performances de la détection des utilisateurs j , les courbes restent très proches des courbes de la figure 3.14.

La figure 3.22 présente les mêmes résultats que la figure 3.21 mais avec une charge du système égale à $1/2$, soit $N_u = N_p/2 = 8$. De la même façon, les performances des détecteurs autres que le détecteur ZF convergent vers la limite du filtre adapté lorsque la puissance des signaux interférents diminue. Pour de fortes interférences, les performances de la détection CEQMM, courbe (4), convergent toujours vers les performances de la détection ZF, alors que la détection CEQMMG, courbe (5) offre de meilleures performances. Pour des systèmes ne fonctionnant pas à pleine charge, la technique CEQMMG et la technique ZF ne deviennent plus équivalentes lorsque la puissance des signaux interférents augmente.

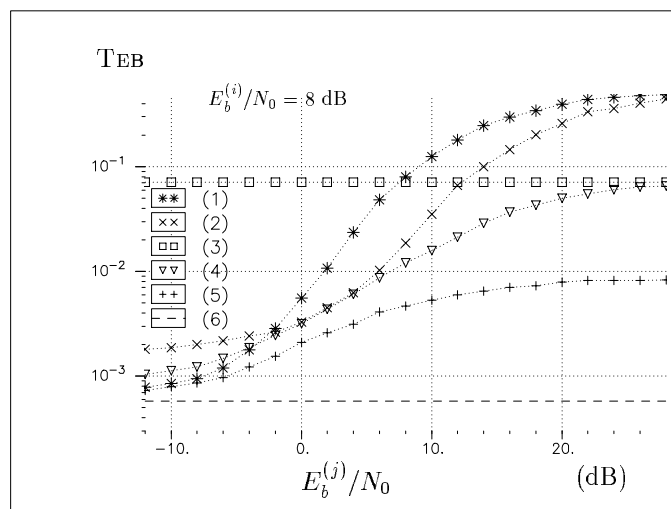


FIG. 3.22 – Performances de la détection de l'utilisateur i tel que $E_b^{(i)}/N_0 = 8$ dB avec $N_u = N_p/2 = 8$. Détection CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4), CEQMMG (5) et limite du filtre adapté (6) en fonction du rapport $E_b^{(j)}/N_0$ des signaux interférents.

3.8.3 La sensibilité du système AMRC à porteuses multiples

Les performances des systèmes de réception étant fonction de la qualité de l'estimation des paramètres du canal, l'amplitude et la phase des coefficients du canal, nous présentons dans ce paragraphe les performances des détecteurs CEQMM et CEQMMG lorsque ces coefficients du canal ne sont pas parfaitement estimés. Nous nous plaçons dans le cas où les puissances des signaux sont toutes identiques. Afin de comparer la sensibilité de ces deux détecteurs, nous présentons les résultats pour un nombre d'utilisateurs tel que $N_u \neq N_p$. En effet, pour $N_u = N_p$, les deux détecteurs étant équivalents, leur sensibilité en amplitude et en phase sera la même.

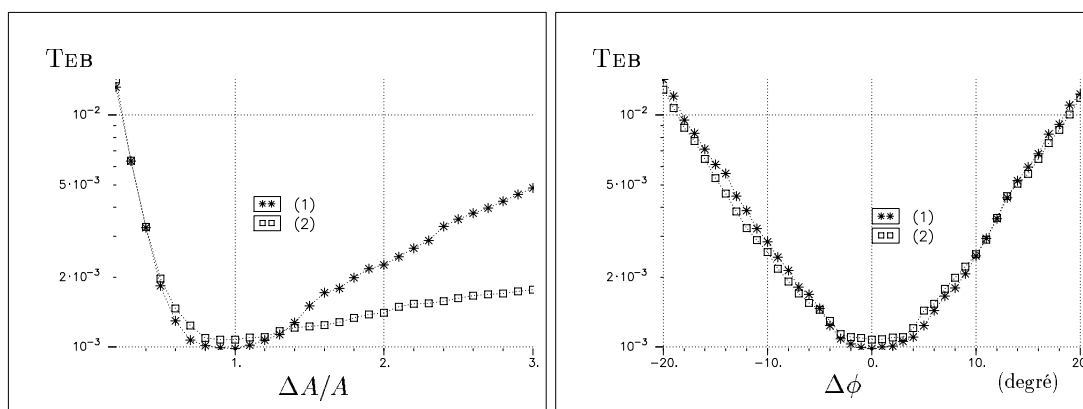


FIG. 3.23 – Taux d'erreur du récepteur AMRC à porteuses multiples en fonction de l'erreur sur l'estimation de l'amplitude $\Delta A/A$ et de la phase $\Delta\phi$ des coefficients du canal, avec $N_u = N_p/2 = 8$. Détecteur CEQMM avec $E_b/N_0 = 12$ dB (1) et CEQMMG avec $E_b/N_0 = 10$ dB (2).

La figure 3.23 compare la sensibilité des détecteurs CEQMM et CEQMMG pour $N_u = N_p/2 = 8$. La comparaison est faite pour des rapports E_b/N_0 différents mais pour des taux d'erreur très proches lorsque l'estimation des paramètres est parfaite. La sensibilité en phase est identique pour les deux détecteurs mais pas en amplitude. Le détecteur CEQMMG est moins sensible que le détecteur CEQMM lorsque l'amplitude estimée des coefficients du canal est supérieure à l'amplitude réelle.

3.9 Application du codage de canal au système AMRC à porteuses multiples

Pour réaliser le codage des données nous avons choisi un code convolutif classique de rendement $1/2$, de longueur de contrainte égale à 7 et de polynômes générateurs, exprimés en octal, 133 et 171. En réception nous utilisons l'algorithme de Viterbi pour réaliser le décodage à décision dure ou à décision pondérée. Dans les deux cas la sortie est binaire. Nous supposons la matrice d'entrelacement idéale. Ainsi, les données successives présentes à l'entrée du décodeur sont décorréllées. Dans le cas du décodage à décision dure, le canal binaire équivalent est supposé symétrique.

3.9.1 Le décodage à décision dure

Le décodage des données est effectué selon le critère du maximum de vraisemblance *a posteriori*. Ainsi, le décodeur recherche la séquence qui minimise la probabilité d'erreur,

ou qui maximise la probabilité *a posteriori* de bonne détection⁷. Pour une modulation MDP4, la séquence reçue est issue de la décision prise sur les variables U_1 et U_2 de la voie en phase et en quadrature du démodulateur. Soient V cette séquence binaire et \mathcal{B} l'ensemble des séquences émises possible. La séquence la plus vraisemblable, *a posteriori*, est la séquence \hat{b}_ν telle que

$$\hat{b}_\nu = \arg \max_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ \Pr\{b_\nu|V\} \right\} . \quad (3.63)$$

En supposant que les différentes réalisations du message émis sont équiprobables, la solution au sens du maximum de vraisemblance *a posteriori* se ramène à celle, plus simple, du maximum de vraisemblance [1]

$$\hat{b}_\nu = \arg \max_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ p(V|b_\nu) \right\} , \quad (3.64)$$

avec $p(V|b_\nu)$ la vraisemblance de l'observation V . Maximiser la probabilité *a posteriori* revient à maximiser la fonction de vraisemblance $p(V|b_\nu)$. Du fait de la décorrélation des évènements et en utilisant le logarithme de vraisemblance, la séquence optimale s'écrit

$$\hat{b}_\nu = \arg \max_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \ln \left(p(V_n|b_{\nu,n}) \right) \right\} , \quad (3.65)$$

où $b_{\nu,n}$ et V_n sont respectivement les éléments des séquences b_ν et V de longueur N .

En notant $d_\nu = d_H(V, b_\nu)$ la distance de Hamming entre la séquence V et la séquence b_ν , p la probabilité d'erreur par élément binaire, la séquence la plus vraisemblable s'écrit [131]

$$\begin{aligned} \hat{b}_\nu &= \arg \max_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ \ln \left(p^{d_\nu} (1-p)^{N-d_\nu} \right) \right\} \\ &= \arg \max_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ \left(d_\nu \ln \left(\frac{p}{1-p} \right) + N \ln(1-p) \right) \right\} . \end{aligned} \quad (3.66)$$

Or $\ln(p/(1-p)) < 0$ pour $p < 1/2$. Maximiser la quantité de l'équation (3.66) revient à maximiser $-d_\nu$, soit

$$\hat{b}_\nu = \min_{b_\nu \in \mathcal{B}} \left\{ d_H(b_\nu, V) \right\} . \quad (3.67)$$

C'est ce que réalise le décodeur de Viterbi en calculant les métriques de branches et en retenant la séquence pour laquelle la métrique est minimale. Bien que l'algorithme de Viterbi constitue la solution théorique optimale pour le critère du maximum de vraisemblance, son utilisation pratique n'est que sous-optimale puisque la séquence n'est pas décodée après avoir été entièrement reçue.

⁷ Pour être exacte, c'est l'application du critère du maximum de vraisemblance *a posteriori* élément par élément qui minimise la probabilité d'erreur.

La figure 3.24 compare les performances des différents détecteurs lorsqu'un décodage à décision dure est utilisé. Les mêmes performances sans codage sont présentées à la figure 3.14 page 96.

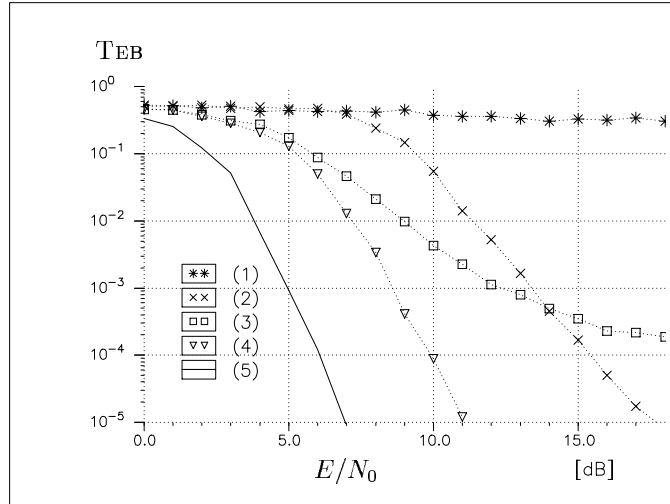


FIG. 3.24 – Performances des détecteurs AMRC à porteuses multiples avec codage à décision dure. Détecteur CGM (1), ZF (2), CGE (3), CEQMM (4) et limite du filtre adapté avec codage (5) pour $N_u = N_p = 16$.

3.9.2 Le décodage à décision douce

L'utilisation de décisions pondérées ne modifie pas l'algorithme de Viterbi, la distance pertinente n'est plus la distance de Hamming mais la distance euclidienne. Soit U la séquence analogique à l'entrée du décodeur telle que $Q(U) = V$, $Q(\cdot)$ étant l'opérateur de quantification. Comme pour l'égalisation et la traitement de la diversité, une pondération est appliquée sur les échantillons U_n à l'entrée du décodeur. C'est alors la fiabilité sur le symbole qui est présentée au décodeur, elle est évaluée à partir du logarithme du rapport de vraisemblance *a posteriori* [141]. Ce rapport est égal au rapport des fonctions de vraisemblance car les symboles émis sont équiprobables, soit

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_n &= \ln \left(\frac{\Pr\{b_{\nu,n} = +1|U_n\}}{\Pr\{b_{\nu,n} = -1|U_n\}} \right) \\ &= \ln \left(\frac{p(U_n|b_{\nu,n} = +1)}{p(U_n|b_{\nu,n} = -1)} \right). \end{aligned} \quad (3.68)$$

Les expressions du rapport de vraisemblance sont semblables sur la voie en phase et sur la voie en quadrature, de même qu'elles sont équivalentes quel que soit n . Afin de simplifier les notations, nous restreignons les calculs sur les quantités de la voie en phase et nous supprimons l'indice n en posant $U = \Re\{\hat{x}_i\}$.

3.9.2.1 La pondération des métriques du signal OFDM

Chaque sous-porteuse transmettant une donnée différente, nous attribuons un indice k à la variable à l'entrée du décodeur, soit U_k cette variable. En présence d'évanouissements non sélectifs en fréquence d'amplitudes $|h_k|$ sur chaque sous-porteuse k d'un multiplex OFDM et d'un bruit blanc gaussien complexe d'écart type σ , la probabilité d'occurrence sur la voie en phase s'écrit

$$p(U_k | \Re\{x_i\}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}(U_k - |h_k|\Re\{x_i\})^2\right). \quad (3.69)$$

Dans le cas d'un signal OFDM avec une modulation MDP2 ou MDP4, nous avons

$$\mathcal{L}_k = \ln \left(\frac{\exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}(U_k - |h_k|)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}(U_k + |h_k|)^2\right)} \right) = \frac{4|h_k|}{\sigma^2} U_k. \quad (3.70)$$

Cette pondération sous entend une correction de phase sur les symboles reçus, l'équivalent des combinaisons à gain égal ou à erreur quadratique moyenne minimale pour de faibles rapports E_b/N_0 . Dans le cas d'une égalisation « à gain maximal » — le terme étant emprunté aux techniques de traitement de la diversité — il n'y a plus de pondération nécessaire, puisque le fait de multiplier U_k par $|h_k|$ dans l'équation (3.70) correspond à une égalisation « à gain maximal ». La mesure de la fiabilité est une mesure qui maximise la confiance apportée sur les échantillons en minimisant la puissance du bruit.

Afin d'être applicable à tout codage binaire à signal, le calcul des métriques des signaux COFDM est effectué sur les données issues de la transformation de Fourier [109]. Il n'y a alors pas de correction de phase sur chaque sous-porteuse.

3.9.2.2 La pondération des métriques appliquée au signal AMRC à porteuses multiples

Dans le cas d'un signal AMRC à porteuses multiples, la même information est transmise sur plusieurs sous-porteuses. La génération des métriques doit alors être effectuée après le désétalement et la variable n'est plus propre à chaque sous-porteuse k mais globale, nous n'utilisons plus U_k mais U . En reprenant les notations du paragraphe 3.3 pages 69 *sqg.*, le rapport du logarithme de vraisemblance pour la voie en phase d'un symbole AMRC à porteuses multiples est donné par

$$\mathcal{L} = \ln \left(\frac{p(U | \Re\{x_i\} > 0)}{p(U | \Re\{x_i\} < 0)} \right). \quad (3.71)$$

En présence d'évanouissements non sélectifs en fréquence sur chaque sous-porteuse k du signal AMRC à porteuses multiples et d'un bruit blanc gaussien complexe d'écart type

σ , la vraisemblance de l'observation s'écrit

$$p(U|\mathfrak{R}\{x_i\}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(U - E[U])^2}{2\text{var}[U]}\right), \quad (3.72)$$

et en utilisant les équations (3.13) page 73 et (3.19) page 75

$$\mathcal{L} = \frac{2E[U]^2}{\text{var}[U]} U \approx \frac{2E[\mathfrak{R}\{h_k g_k\}]^2 \mathcal{E}}{\frac{N_u - 1}{N_p} (E[\mathfrak{R}\{hg\}^2] - E[\mathfrak{R}\{hg\}]^2) \mathcal{E} + E[|g|^2] N_0} U. \quad (3.73)$$

Dans [114] l'auteur donne une expression simplifiée de l'équation (3.73). Pour un nombre de sous-porteuses tel que $N_p \gg 2$, la pondération de U est quasiment constante et n'a donc pas d'influence sur le processus de décodage, soit $\mathcal{L} \approx U$. Avec une égalisation CEQMM, et pour des longueurs de codes plus faibles, une autre valeur approchée est donnée par [74]

$$\mathcal{L} = \frac{4}{\sigma^2} U \sum_{k=0}^{N_p-1} |h_k|. \quad (3.74)$$

Sur la figure 3.25 sont représentées les performances obtenues avec un décodage à décision douce et un traitement de la diversité par combinaison à erreur quadratique moyenne minimale, courbe (2). Alors que sans codage, figure 3.14 page 96, les différences de performances entre un détecteur sans traitement de diversité, courbe (6) de la figure 3.14, et un détecteur CEQMM, courbe (4) de la même figure, sont importantes, cette différence diminue avec un décodage à décision douce, courbes (2) et (3) de la figure 3.25.

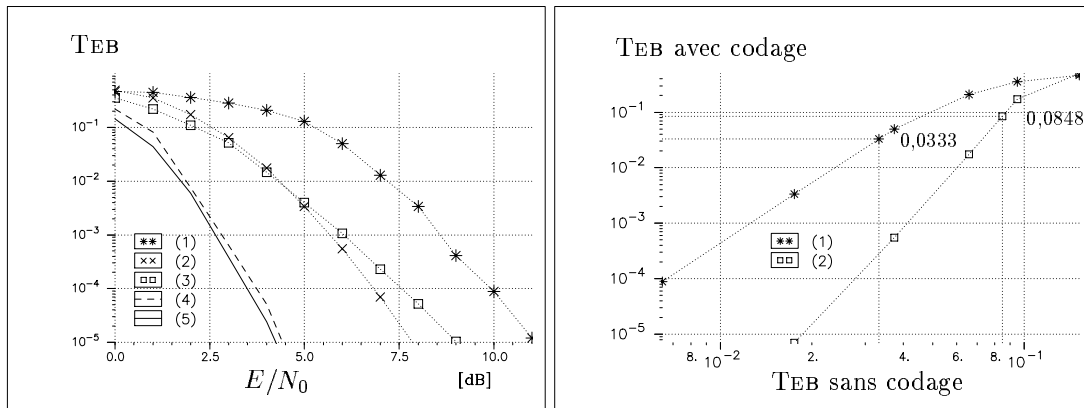


FIG. 3.25 – Performances du détecteur AMRC à porteuses multiples CEQMM avec décodage à décision dure (1), à décision douce (2) pour $N_p = N_u = 16$. En référence les performances du récepteur COFDM sur canal de Rayleigh (3), la limite du filtre adapté (4) et les performances sur canal gaussien (5) pour un décodage à décision douce.

Il faut remarquer que le point de croisement entre la courbe de TEB sans codage et la courbe de TEB avec codage se situe autour de $5 \cdot 10^{-2}$, exactement $3,3 \cdot 10^{-2}$ pour le décodage à décision dure et $8,5 \cdot 10^{-2}$ pour le décodage à décision douce. Or à cette valeur de taux d'erreur, les performances de l'AMRC à porteuses multiples et de l'OFDM sont très proches, voire confondues. C'est pourquoi les différences entre la courbe (2) et la courbe (3) de la figure 3.25 sont très faibles pour des rapports E_b/N_0 faibles. De plus, nous pouvons remarquer que les performances de la technique COFDM sont meilleures que les performances obtenues avec la technique AMRC à porteuses multiples associée à la détection CEQMM pour des rapports $E_b/N_0 \leq 4,5$ dB. Nous pouvons supposer que l'approximation utilisée pour le signal AMRC à porteuses multiples, équation (3.74), ne donne pas une solution optimale pour des rapports E_b/N_0 faibles. Cependant, il faut environ 1 dB de plus au système COFDM, par rapport au système AMRC à porteuses multiples, pour atteindre un taux d'erreur de 10^{-5} . Il faut aussi remarquer que la pondération des métriques utilise le carré de la distance euclidienne, c'est à dire qu'à l'entrée du décodeur la variable est considérée gaussienne. Cette hypothèse est correcte comme nous le montre la figure 3.26. La densité de probabilité, après pondération des métriques, de la somme du bruit additif blanc gaussien et des interférences d'accès multiple est bien approchée par une densité de probabilité gaussienne de mêmes moments d'ordre un et deux. La distance euclidienne est donc une bonne mesure pour le décodage.

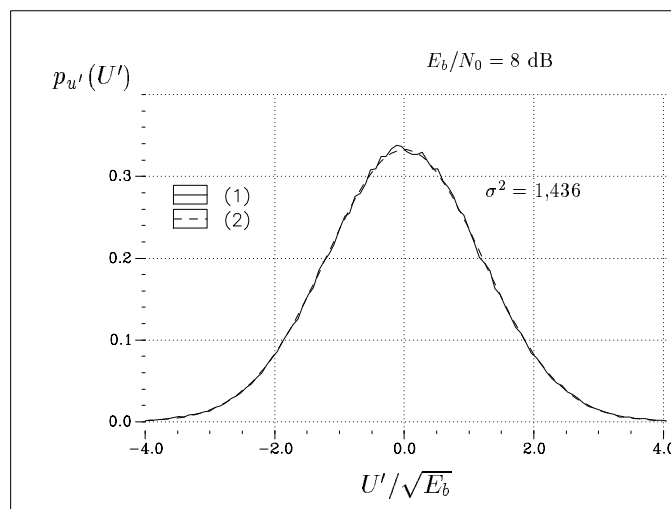


FIG. 3.26 – Densité de probabilité de la somme du bruit additif blanc gaussien et des interférences d'accès multiple de la variable de décision de la détection CEQMM pour $N_p = N_u = 16$. Densité de probabilité mesurée (1), densité de probabilité gaussienne de même moment d'ordre 2 (2).

La comparaison des performances des systèmes est une étape intéressante mais toujours délicate car une configuration peut facilement avantager un système plutôt qu'un autre. Sur la figure 3.25 nous avons comparé les performances du système COFDM avec celles du système AMRC à porteuses multiples. Dans les deux cas, les matrices d'entrelacement sont idéales, l'intervalle de garde absorbe parfaitement les échos du canal et sa

dimension n'est pas prise en compte dans le calcul des performances. L'efficacité spectrale des systèmes est identique. Autrement dit le rapport entre le débit et la bande occupée est le même pour les deux systèmes, cette comparaison étant effective dans un système réseau monocellulaire.

3.10 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter les performances d'un système AMRC à porteuses multiples sur un canal de Rayleigh à trajets multiples et d'éprouver différents détecteurs linéaires pour des communications synchrones. Les résultats obtenus montrent que la nouvelle technique d'égalisation CEQMMG offre les meilleures performances, en particulier lorsque le système n'est pas à pleine charge.

Afin de limiter la complexité du récepteur, la longueur des codes ne doit pas être trop importante car cette technique de détection nécessite de travailler avec des matrices de dimensions $L_c \times L_c$. De plus, augmenter la longueur des codes ne permet pas toujours, en pratique, d'améliorer les performances des récepteurs. C'est pourquoi $L_c = 16$ semble être une longueur de code intéressante. Les codes de Golay permettant d'obtenir les mêmes performances que les codes de Walsh-Hadamard, il sera donc préférable de les utiliser afin de minimiser la variation de l'amplitude des signaux émis.

La nouvelle technique de détection présente aussi une meilleure résistance aux effets d'éblouissement que les autres techniques de détection. À demi charge, la dégradation des performances reste très faible lorsque la puissance des signaux interférents augmente.

Nous résumons dans le tableau suivant les performances des différents détecteurs AMRC à porteuses multiples linéaires en les comparant aux performances théoriques du filtre adapté notées LFA.

Détecteur	Sans codage				Avec codage
	$N_u = 4$	$N_u = 8$	$N_u = 12$	$N_u = 16$	$N_u = 16$
CEQMMG	8,4	10,1	11,2	13,5	7,9
CEQMM	10,6	12	13		
CGE	11,6	>30			
ZF	24				
LFA	7,5				4,4

TAB. 3.1 – Tableau récapitulatif des performances des détecteurs AMRC à porteuses multiples linéaires avec $N_p = 16$. Rapports en dB entre la puissance du signal par élément binaire et celle du bruit nécessaires pour obtenir un TEB de 10^{-3} sans codage et de 10^{-5} avec codage à décision douce.

Chapitre 4

Les récepteurs AMRC à porteuses multiples et à annulation d'interférences

Dans le chapitre précédent nous avons développé les performances des récepteurs mono-utilisateurs et proposé un nouveau détecteur qui minimise l'erreur quadratique moyenne sur l'ensemble du signal. Afin de s'approcher encore plus de la limite du filtre adapté, il est nécessaire de mettre en œuvre des récepteurs qui puissent extraire et exploiter l'information contenue dans le signal interférent, c'est à dire des récepteurs qui ne considèrent pas le signal interférent comme un simple bruit.

Après un bref rappel sur la détection multiutilisateur exposée dans le cadre général des modulations AMRC, nous présentons les principes et les performances des récepteurs multiutilisateurs non linéaires à annulation d'interférences parallèle et série.

4.1 La détection multiutilisateur

Jusqu'à présent nous avons considéré le signal à porteuses multiples comme un cas particulier d'un signal COFDM, où le code est utilisé comme un code d'étalement. La réception du signal était alors similaire à la réception des signaux OFDM, avec un coefficient de correction du canal par sous-porteuse. Les critères utilisés étaient soit des critères utilisés en égalisation, soit issus des techniques de traitement de la diversité par combinaison. En considérant le signal dans son ensemble, nous avons pu appliquer un critère de détection sur un symbole AMRC à porteuses multiples reçu et non plus sur chaque symbole porté par chaque sous-porteuse. Cette façon de procéder nous a permis de diminuer le nombre d'erreurs de transmission lorsque le système n'est pas à pleine charge. Afin de diminuer encore ce nombre d'erreurs, et ce quelle que soit la charge du système, il est possible d'appliquer au signal AMRC à porteuses multiples des techniques de détection multiutilisateur propres aux techniques d'accès multiple à répartition de codes.

Le récepteur conventionnel, figure 4.1, utilisé avec les signaux AMRC est constitué d'un banc de filtres adaptés à chaque utilisateur. Lorsque les codes restent orthogonaux en réception, ce récepteur offre la solution optimale¹ de décodage. À travers un canal sélectif en fréquences, ou pour des communications asynchrones, l'orthogonalité entre les codes ne peut plus être assurée et le récepteur précédemment cité n'est plus optimal. Le nombre maximal d'utilisateurs que peut supporter un système AMRC est alors déterminé par la probabilité d'erreur limite obtenue en présence d'interférences d'accès multiple. Afin de dépasser cette limitation, des techniques telles que le contrôle de puissance, la diversité d'antenne ou le codage correcteur d'erreur ont été proposées [12]. Elles permettent de diminuer cette limite de la probabilité d'erreur mais ne la supprime pas.

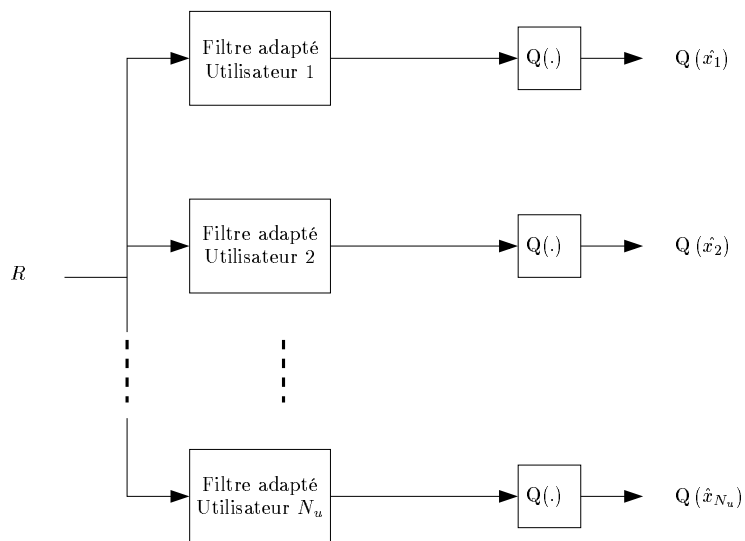


FIG. 4.1 – Récepteur conventionnel.

La théorie du récepteur optimal¹ a dans un premier temps été appliquée aux communications mono-porteuses asynchrones sur canal gaussien [142], c'est à dire aux systèmes DS-CDMA. Elle correspond à l'application aux systèmes AMRC asynchrones du récepteur à maximum de vraisemblance pour les communications multicanaux [143]. Le critère d'optimisation utilisé est la maximisation de la probabilité conjointe *a posteriori* en fonction des séquences émises, le détecteur MLS (*Maximum Likelihood Sequence*) choisit alors la séquence de données la plus vraisemblable parmi toutes les séquences émises. En pratique, pour les rapports entre la puissance du signal et celle du bruit qui nous intéressent, ce critère approche de très près le critère de la minimisation de la probabilité d'erreur [128]. Un tel récepteur, figure 4.2, est constitué d'un banc de filtres adaptés suivi par un dispositif permettant d'extraire la séquence la plus vraisemblable *a priori*, en appliquant par exemple l'algorithme de Viterbi [142]. Notons que cette structure de réception est applicable dans le cas de canaux gaussiens asynchrones. La complexité de ce récepteur qui croît exponentiellement avec le nombre d'utilisateurs et la longueur des codes est actuellement difficilement réalisable [144], ou du moins ne l'est que pour un nombre d'utilisateurs

1. L'optimalité a ici un sens absolu, le récepteur optimal est le récepteur qui fournit les meilleures performances en termes de taux d'erreur.

faible et avec des codes relativement courts. Appliqué aux canaux sélectifs en fréquences, le récepteur comprend un étage de combinaison des trajets multiples du canal [29]. Cet organe peut être placé avant ou après l'algorithme de détection multiutilisateur, ce qui correspond respectivement à une précombinaison ou à une postcombinaison [145, 146].

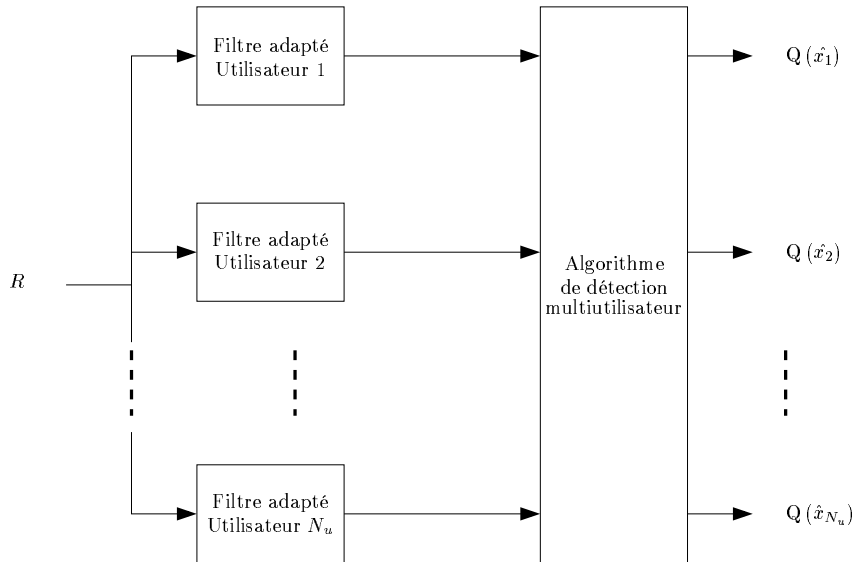


FIG. 4.2 – Structure du récepteur optimal pour un canal gaussien asynchrone.

Les modulations AMRC à porteuses multiples qui nous intéressent nécessitent un récepteur à maximum de vraisemblance de complexité exponentiellement croissante avec le nombre d'utilisateurs seulement, la communication étant ici considérée synchrone. Le récepteur doit alors rechercher la séquence binaire b , de dimension $2N_u$ pour une MDP4, qui minimise le carré de la distance euclidienne $\|R - HCX\|^2$, où X est le symbole multiutilisateur correspondant à la séquence b . Avec la méthode exhaustive, le nombre de séquences à tester est donc $2^{(2N_u)}$.

La complexité du récepteur optimal a conduit les chercheurs à développer des solutions sous-optimales qui offrent de meilleures performances que le récepteur conventionnel, mais qui présentent une complexité plus faible que celle du récepteur à maximum de vraisemblance. Les algorithmes de détections ont alors utilisé le critère EQMM ou ZF, pour combattre les interférences d'accès multiple [27]. Ils ont ensuite été utilisés pour aussi éliminer les interférences entre symboles générées par les trajets multiples du canal de transmission [147]. L'application de ces critères à la détection conjointe permet souvent de se ramener à une structure de détection non conjointe [128]. À côté de ces récepteurs linéaires, des récepteurs non linéaires ont aussi été développés. Ces récepteurs non linéaires peuvent être comparés aux égaliseurs à retour de décision utilisés pour combattre les interférences entre symboles. Les bibliographies de [26] et [145] fournissent de nombreuses références sur ce sujet.

Les techniques d'annulation d'interférences ont suscité beaucoup d'intérêt dans la communauté scientifique depuis les années 1990 [26]. Le détecteur à annulation d'interférences tente de supprimer les interférences d'accès multiple en les soustrayant au signal utile après les avoir estimées [148]. La structure générale d'un tel récepteur est très proche de la structure du récepteur optimal. Un premier étage de détection, constitué d'un banc de filtres adaptés ou d'une autre technique de détection, fournit les différentes quantités estimées au deuxième étage, qui utilise un algorithme permettant d'annuler les interférences. La structure peut être répétée, et plusieurs étages d'annulation d'interférences peuvent se suivre, permettant ainsi, sous réserve de convergence, d'améliorer les performances du récepteur. L'annulation des interférences est réalisée à partir de structures séries [28], ou parallèles [148, 149]. Appliqués aux signaux AMRC à porteuses multiples, ces récepteurs sont principalement à annulation d'interférences parallèle [118, 120, 121, 122, 119].

Dans ce chapitre, nous étudions les deux récepteurs non linéaires à annulation d'interférences, à savoir le détecteur à annulation d'interférences parallèle, appelé récepteur PIC pour *Parallel Interference Cancellation* et le récepteur à annulation d'interférences série, le récepteur SIC pour *Successive Interference Cancellation*. Le signal émis est un signal AMRC à porteuses multiples non modifié et l'expression du signal reçu est donnée par l'équation (3.2) page 70.

4.2 L'annulation parallèle des interférences

Avec le détecteur à annulation d'interférences parallèle, les interférences d'accès multiple sont reconstruites avant d'être soustraites au signal reçu. Ainsi, l'étage initial, le premier étage de détection, se contente de démoduler le signal de chaque utilisateur à l'aide de détecteurs mono-utilisateurs. Si N_u est le nombre d'utilisateurs actifs, seulement $N_u - 1$ utilisateurs sont détectés par ce premier étage. Ensuite, le signal interférent est reconstruit à l'aide des $N_u - 1$ signaux détectés puis soustrait au signal reçu. Le deuxième étage de détection démodule alors le signal de l'utilisateur restant, celui qui nous intéresse, à partir du signal précédemment constitué. L'annulation des interférences sera parfaite si le premier étage estime correctement les données émises des $N_u - 1$ utilisateurs. En reprenant les notations du chapitre précédent, la sortie de ce deuxième étage de détection correspondant à la détection de l'utilisateur i , s'écrit

$$\hat{x}_i^{(1)} = {}^t C_i G^{(1)} \left(R - H \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} C_j Q(\hat{x}_j^{(0)}) \right). \quad (4.1)$$

où $Q(\cdot)$ est l'opérateur de quantification qui attribue à chaque valeur d'entrée un des éléments de l'alphabet de la modulation MDP4. Les grandeurs $\hat{x}_j^{(0)}$ sont obtenues à partir de l'équation (3.10) page 72 en appliquant une des techniques d'égalisation exposées au chapitre précédent. Plusieurs étages d'annulation d'interférences peuvent se succéder et

la donnée générée en sortie de l'étage m de détection s'écrit

$$\hat{x}_i^{(m)} = {}^t C_i G^{(m)} \left(R - H \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} C_j Q \left(\hat{x}_j^{(m-1)} \right) \right). \quad (4.2)$$

La matrice d'égalisation $G^{(m)}$ est propre à chaque étage de détection et des techniques d'égalisation différentes peuvent être utilisées pour ces étages.

La figure 4.3 représente l'étage de détection m et d'annulation d'interférences correspondant du récepteur PIC. Les données $\hat{x}_j^{(m-1)}$ sont issues de l'étage de détection $m-1$. Une décision est prise sur ces données qui sont ensuite modulées afin d'obtenir le signal AMRC à porteuses multiples. Nous avons supposé que l'estimation des coefficients du canal était réalisée sans erreur. Le bloc d'émulation du canal multiplie alors les données disponibles à son entrée par la matrice H . Les signaux interférents sont ainsi reconstruits pour être soustraits au signal R , ce qui permet une meilleure estimation des données x_i émises.

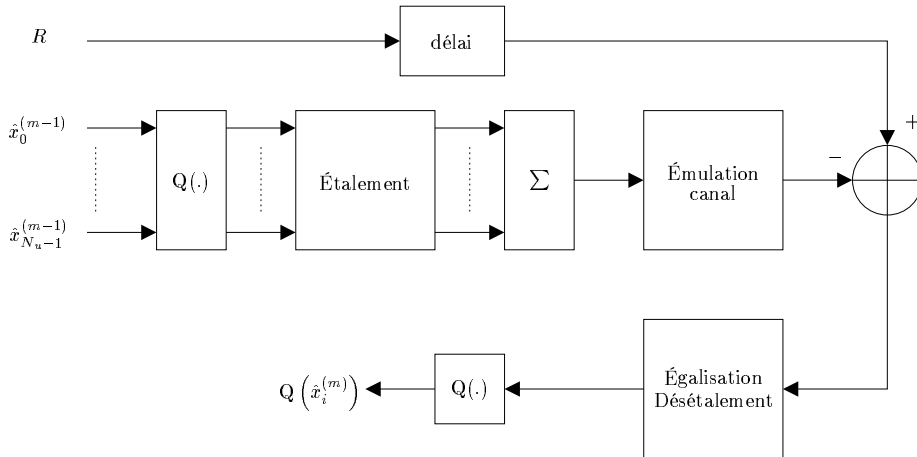


FIG. 4.3 – Étage de réception m d'un récepteur PIC.

4.2.1 Analyse des performances du récepteur PIC

Afin d'analyser les performances du récepteur à annulation d'interférences parallèle, nous nous plaçons dans le cas d'un seul étage d'annulation d'interférences utilisant des techniques de traitement de la diversité par combinaison avec un coefficient par sous-porteuse. Pour simplifier les écritures, nous supposons une même technique d'égalisation mono-utilisateur aux deux étages, soit $g_k^{(0)} = g_k^{(1)} = g_k$. La variable de décision complexe,

équation (4.1), peut s'écrire

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_i^{(1)} &= \hat{x}_i^{(0)} - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} g_k h_k c_{k,j} \mathbf{Q} \left(\hat{x}_j^{(0)} \right) \\
 &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 g_k h_k x_i + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} g_k h_k \left(x_j - \mathbf{Q} \left(\hat{x}_j^{(0)} \right) \right) \\
 &\quad + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} g_k \xi_k ,
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

où ξ_k représente le bruit additif blanc gaussien par sous-porteuse modélisé par un processus aléatoire complexe.

L'application du théorème de la limite centrale permet d'approcher la variable $\hat{x}_i^{(1)}$ par une variable complexe gaussienne. La probabilité d'erreur par élément binaire est alors donnée par

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\mathbb{E}[U^{(1)}]}{\sqrt{2 \operatorname{var}[U^{(1)}]}} \right) , \tag{4.4}$$

avec $U^{(1)} = \Re \left\{ \hat{x}_i^{(1)} \right\}$ pour une valeur de x_i donnée. En reprenant les hypothèses du paragraphe 3.3.4 page 72, cette variable s'écrit

$$\begin{aligned}
 U^{(1)} &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i}^2 \Re \{ g_k h_k \} \sqrt{\mathcal{E}_i} + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} \Re \{ g_k h_k \} \Re \{ x_j \} \\
 &\quad - \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} \Re \{ g_k h_k \} \Re \left\{ \mathbf{Q} \left(x_j^{(0)} \right) \right\} + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \Re \{ g_k \xi_k \} .
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Son espérance est approchée par

$$\mathbb{E} \left[U^{(1)} \right] \approx \mathbb{E} \left[\Re \{ hg \} \right] \sqrt{\mathcal{E}} , \tag{4.6}$$

où $E[hg] = E[h_k g_k]$ pour tout k . Afin de simplifier les notations, posons $b_j = \Re\{x_j\}$ et $\hat{b}_j^{(0)} = Q(\Re\{\hat{x}_j^{(0)}\})$. La variance de $U^{(1)}$ s'écrit

$$\begin{aligned}
\text{var} [U^{(1)}] &= 2 \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} \Re\{g_k h_k\} \right)^2 \left(E[b_j^2] - E[b_j \hat{b}_j^{(0)}] \right) + \\
&+ \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{\substack{j'=0 \\ j' \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} c_{l,i} c_{l,j'} \Re\{h_k g_k\} \Re\{h_l g_l\} \left(E[\hat{b}_j^{(0)} \hat{b}_{j'}^{(0)}] - \right. \\
&2E[b_j \hat{b}_{j'}^{(0)}] \left. \right) - 2 \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} c_{k,i} c_{k,j} c_{l,i} \Re\{h_k g_k\} E[\hat{b}_j^{(0)} \Re\{h_l \xi_l\}] + \\
&+ \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} E[\Re\{h_k \xi_k\}] , \tag{4.7}
\end{aligned}$$

sur laquelle les approximations utilisées au paragraphe 3.3.4 peuvent être appliquées. Si l'estimation des signaux interférents est réalisée sans erreur, alors $\hat{b}_j^{(0)} = b_j$ et les variables $b_j, \hat{b}_{j'}^{(0)}$ sont indépendantes, de même que les variables $\hat{b}_j^{(0)}, \hat{b}_{j'}^{(0)}, \xi_k$, quel que soit $j \neq j'$. Les performances obtenues sont alors égales à la limite des performances de chaque détecteur puisque les interférences d'accès multiple sont parfaitement supprimées.

La variance de $U^{(1)}$ peut être calculée analytiquement dans le cas de canaux simples, comme les canaux gaussiens ou de façon plus générale des canaux non sélectifs en fréquences [150]. Les espérances conditionnelles $E[U^{(1)} | [b_0, \dots, b_{N_u-1}]]$ et $E[(U^{(1)})^2 | [b_0, \dots, b_{N_u-1}]]$ sont calculées à l'aide du théorème de Price [1] et permettent de calculer les moments d'ordre un et deux de la variable de décision. Des expressions analytiques sont aussi obtenues en utilisant l'approximation gaussienne classiquement utilisée en AMRC [151]. Malheureusement, dans le cas d'un canal de Rayleigh sélectif en fréquence, une expression analytique simple de la variance ne peut pas être donnée.

4.2.2 Performances des récepteurs à deux étages de détection

Chaque étage de détection peut utiliser une technique d'égalisation différente. Cependant, les performances à la sortie du deuxième étage de détection seront d'autant meilleures que le premier étage aura correctement détecté les interférences d'accès multiples.

La figure 4.4 présente les performances des différentes associations de détecteurs mono-utilisateurs dans un récepteur PIC à deux étages de détection. Bien que le détecteur ZF annule parfaitement les interférences d'accès multiple, il introduit beaucoup trop d'erreurs pour que le détecteur CGM — qui est le détecteur optimal en l'absence d'interférences — du deuxième étage puisse fournir de bonnes performances, courbe (1). Les meilleures

résultats sont obtenus avec l'égaliseur CEQMM à chaque étage, courbe (5), avec un gain d'environ 2,5 dB pour un TEB de 10^{-3} par rapport au premier étage CEQMM, courbe (6). Les performances en sortie du premier étage CEQMM ne sont cependant pas suffisantes pour que le détecteur CGM puissent améliorer celles-ci, courbe (3). Contrairement à la détection CEQMM, la détection CGE ne nécessite ni l'estimation de la puissance du bruit ni celle du signal utile. Malheureusement, les performances obtenues avec ce détecteur appliqué au deux étages, courbe (2), restent très faibles comparées à celles du détecteur CEQMM. Cependant, la combinaison CEQMM-CGE, courbe(4), fournit des performances à moins de 1 dB, pour un TEB de 10^{-3} , des performances obtenues avec la combinaison CEQMM-CEQMM, courbe (5).

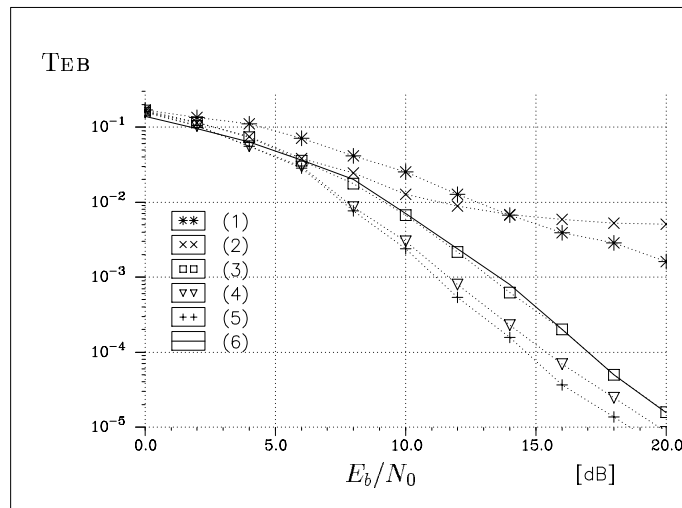


FIG. 4.4 – Performances des détecteurs PIC à deux étages pour différentes combinaisons de techniques d'égalisation avec $N_u = N_p = 16$. Détection ZF-CGM (1), CGE-CGE (2), CEQMM-CGM (3), CEQMM-CGE (4), CEQMM-CEQMM (5) et en référence la détection CEQMM (6).

La courbe (5) de la figure 4.4 est obtenue en optimisant les coefficients g_k du deuxième égaliseur CEQMM. Cette optimisation est réalisée en utilisant un coefficient de pondération semblable à celui utilisé pour l'optimisation de la technique de détection mono-utilisateur CEQMM (cf. § 3.7.2 page 92). Ce coefficient prend en compte la puissance restante des signaux interférents à la sortie du deuxième étage de détection. Notons enfin que les performances obtenues avec la technique de détection CEQMM sont identiques aux performances obtenues avec la technique de détection CEQMMG lorsque le système est à pleine charge.

4.2.3 Les détecteurs PIC-EQMM

La détection suivant le critère de minimisation de l'erreur quadratique moyenne prend en compte la puissance, ou l'énergie par symbole, des signaux reçus. Après le premier

étage de détection, les puissances des signaux interférents sont d'autant plus réduites que la détection de ces signaux se fait sans erreur. Ainsi, il est possible d'améliorer les performances des récepteurs PIC-CEQMMG et PIC-CEQMM en utilisant des coefficients de pondération qui prennent en compte la puissance restante de ces signaux interférents à l'entrée du deuxième étage de détection.

Sur la figure 4.5 nous donnons les performances des deux techniques de détection en fonction du nombre d'utilisateurs actifs et pour un étage d'annulation d'interférences. Sans optimisation des algorithmes, la détection PIC-CEQMMG fournit de meilleures performances que celle que soit la charge du système. Cependant, ces différences restent très faibles pour un TEB de 10^{-3} .

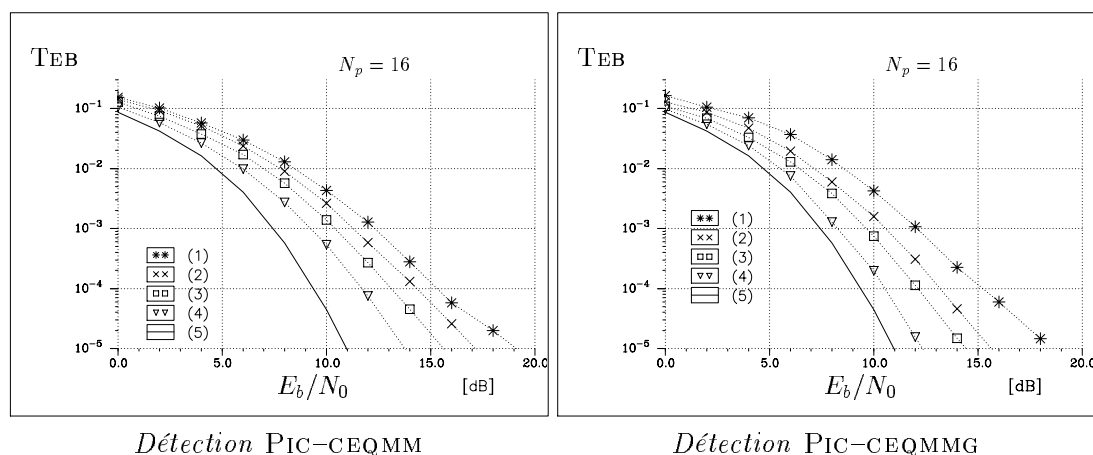


FIG. 4.5 – Détecteur PIC non optimisé à deux étages avec $N_u = N_p$ (1), $N_u = 3N_p/4$ (2), $N_u = N_p/2$ (3), $N_u = N_p/4$ (4) et limite du filtre adapté (5).

4.2.3.1 Optimisation de l'égalisation CEQMM

Dans le chapitre précédent, nous avons utilisé un coefficient de pondération afin d'optimiser l'égalisation CEQMM (*cf.* § 3.7.2 page 92). Nous procédons de même en posant

$$g_k^{(m)} = \frac{1}{N_u} \frac{\bar{h}_k}{\mathcal{K}^{(m)} |h_k|^2 + \frac{N_p}{N_u} \frac{2N_0}{\mathcal{E}}}. \quad (4.8)$$

Le coefficient de pondération est ici égal à l'inverse de celui de l'équation (3.57) page 92. Nous prenons cette définition afin d'obtenir un coefficient de pondération homogène avec celui que nous poserons pour l'égalisation CEQMMG. Le tableau 4.1 donne les valeurs de TEB avec et sans optimisation pour quelques configurations du système.

Pour des charges du système tel que $N_u = \{N_p, 3N_p/4, N_p/2, N_p/4\}$, les valeurs de $\mathcal{K}^{(1)}$ qui optimisent le TEB sont identiques et égales à 0,2 (*cf.* tableau 4.1). L'optimisation du deuxième étage permet ainsi de réduire d'un facteur d'environ 2,4 les TEB non optimisés

N_u	16	12	8	4
$\overline{E_b/N_0}$ (dB)	12,3	11,3	10,4	9,3
TEB, $m = 0$ CEQMM	$2 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$
TEB, $m = 1$ PIC-CEQMM	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
$\mathcal{K}^{(1)}$ optimal	0,2	0,2	0,2	0,2
TEB optimal, $m = 1$ PIC-CEQMM	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$

 TAB. 4.1 – Optimisation de l'égalisation CEQMM pour $N_p = 16$.

de ce même étage. L'annulation des interférences parallèle à deux étages de détection améliore d'un facteur d'environ 5,5 les TEB du détecteur CEQMM mono-utilisateur lorsque la technique d'égalisation CEQMM est optimisée et utilisée pour les deux étages.

4.2.3.2 Optimisation de l'égalisation CEQMMG

La matrice d'égalisation CEQMMG d'un étage m de détection s'écrit

$$G^{(m)} = E[|x_i|^2] \overline{H} \left(H C \Sigma_{X'}^{(m)t} C \overline{H} + \Sigma_N \right)^{-1}, \quad (4.9)$$

Pour ce détecteur, la matrice $G^{(m)}$ prend en compte la puissance des signaux à travers la matrice $\Sigma_{X'}^{(m)}$. En toute rigueur et en supposant la détection de l'utilisateur 0 à l'étage de détection m , cette matrice s'écrit

$$\begin{aligned} \Sigma_{X'}^{(m)} &= E \left[X' \cdot {}^t \overline{X'} \right] \\ &= E \left[\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 - Q \left(\hat{x}_1^{(m-1)} \right) \\ \vdots \\ x_{N_u-1} - Q \left(\hat{x}_{N_u-1}^{(m-1)} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{x_0}, \overline{x_1 - Q \left(\hat{x}_1^{(m-1)} \right)}, \dots, \overline{x_{N_u-1} - Q \left(\hat{x}_{N_u-1}^{(m-1)} \right)} \end{bmatrix} \right], \end{aligned} \quad (4.10)$$

avec ici $N_u = L_c$. Afin de simplifier cette matrice et ainsi la rendre facilement utilisable dans les algorithmes de détection, nous faisons l'approximation de l'indépendance des composantes du vecteur X' , ou plus exactement nous supposons les coefficients d'inter-corrélation négligeables. La matrice $\Sigma_{X'}^{(m)}$ est alors diagonale avec pour élément (j, j) , tel que $j \neq 0$,

$$\begin{aligned} E \left[\left| x_j - Q \left(\hat{x}_j^{(m-1)} \right) \right|^2 \right] &= E[|x_j|^2] + E \left[\left| Q \left(\hat{x}_j^{(m-1)} \right) \right|^2 \right] - 2E \left[\Re \left\{ x_j Q \left(\hat{x}_j^{(m-1)} \right) \right\} \right] \\ &= \sigma_{X'}^2(j). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Nous nous intéressons à l'optimisation de deux étages de détection, soit $m \in \{0,1\}$. Les signaux interférents ont tous la même puissance. Quel que soit $j \neq i$, les éléments (j,j) de la matrice $\Sigma_{X'}^{(m)}$ sont alors tous identiques, nous les notons $\sigma_{X'}^2$. La figure 4.6 donne les valeurs mesurées des coefficients de cette matrice en fonction de N_u et du rapport E_b/N_0 avec $N_p = 16$, en normalisant tel que $E[|x_j|^2] = 1$. Les valeurs obtenues varient peu en fonction du nombre d'utilisateurs. Par contre, lorsque le rapport E_b/N_0 augmente, la grandeur $\sigma_{X'}^2$ tend asymptotiquement vers zéro. Le taux d'erreur du premier étage diminuant, les interférences sont mieux annulées et leur puissance restante plus faible.

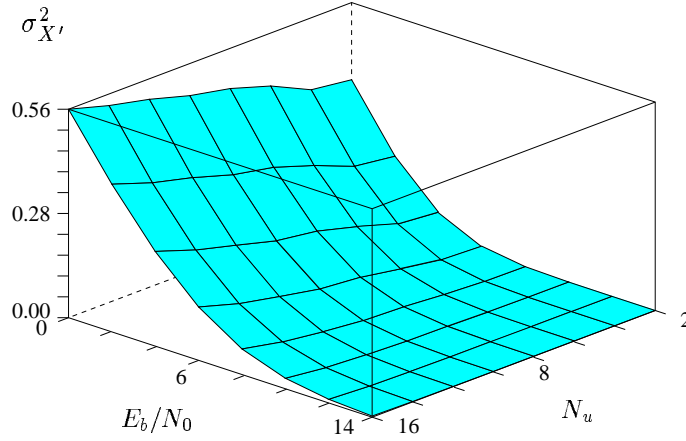


FIG. 4.6 – Puissance normalisée du signal interférent d'un utilisateur après annulation des interférences, $N_p = 16$.

Nous introduisons les coefficients de pondération $\mathcal{K}_j^{(m)}$ tel que les éléments (j,j) de $\Sigma_{X'}^{(m)}$ deviennent

$$\sigma_{X'}^2(j) = \mathcal{K}_j^{(m)} E[|x_j|^2] . \quad (4.12)$$

Si l'approximation est correcte alors nous obtiendrons

$$\mathcal{K}_j^{(m)} = \frac{\sigma_{X'}^2}{E[|x_j|^2]} = \frac{E\left[|x_j - \mathbf{Q}\left(\hat{x}_j^{(m-1)}\right)|^2\right]}{E[|x_j|^2]} . \quad (4.13)$$

La tableau 4.2 donne les valeurs optimales du coefficient de pondération pour différentes configurations du système et pour des signaux émis de même puissance. Ces valeurs de $\mathcal{K}^{(1)}$ sont obtenues par simulations en minimisant le TEB, celles théoriques sont obtenues grâce à l'approximation faite sur la matrice $\Sigma_{X'}^{(1)}$ et données par l'équation (4.13). Les différences entre ces valeurs optimales et théoriques montrent que l'approximation n'est

N_u	16	12	8	4
E_b/N_0 (dB)	12	10,6	9,7	8,4
TEB, $m = 0$ CEQMMG	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
TEB, $m = 1$ PIC-CEQMMG	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-4}$	$8,9 \cdot 10^{-4}$
$\mathcal{K}^{(1)}$ optimal théorique	0,2	0,15	0,15	0,08
	$6 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$
TEB optimal, $m = 1$ PIC-CEQMMG	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$4,25 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$6,43 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.2 – Optimisation de l'égalisation CEQMMG pour $N_p = 16$.

pas correcte. La structure PIC-CEQMMG avec l'approximation que nous avons faite n'est alors plus optimale au sens des moindres carrés. Une matrice $\Sigma_X^{(1)}$ non diagonale pourra offrir de meilleures performances pour cette technique de détection. Cependant, cette approche nous fournit une amélioration non négligeable du détecteur CEQMMG avec une optimisation assez simple à mettre en œuvre. L'optimisation de l'égalisation du deuxième étage améliore d'un facteur variant de 2 à 2,8 le TEB non optimisé de ce même étage pour $N_u \in \{8, 12, 16\}$. Ce facteur tombe à 1,4 pour 4 utilisateurs actifs. Comparés aux TEB du premier étage, les TEB optimisés du deuxième étage de détection sont réduits d'un facteur 5 à pleine charge et ce facteur devient respectivement égal à $\{6, 6; 3; 1, 8\}$ pour $N_u = \{12; 8; 4\}$.

Les résultats obtenus dans le tableau 4.2 sont à rapprocher de ceux présentés dans le tableau 4.1, les détecteurs étant respectivement PIC-CEQMMG et PIC-CEQMM. Alors que la première technique de détection fournit de meilleurs résultats, le gain apporté par son optimisation est globalement plus faible. Ainsi et à pleine charge, le deuxième étage PIC-CEQMMG non optimisé permet un TEB de 10^{-3} pour un rapport $E_b/N_0 \approx 12$ dB, contre 12,3 dB pour la technique PIC-CEQMM. Optimiser les deux techniques offrent les mêmes performances dans cette configuration. La détection PIC-CEQMMG malgré sa complexité reste cependant intéressante lorsque le système n'est pas à pleine charge. Nous verrons plus en détails cet avantage au paragraphe 4.4.

4.2.4 Les performances des récepteurs à plus grand nombre d'étages de détection

Afin d'améliorer encore les performances des récepteurs PIC, il est possible d'augmenter le nombre d'étages d'annulation d'interférences. Chaque étage annule de façon parallèle les interférences et l'opération est répétée successivement, ce qui correspond à une annulation parallèle et successive des interférences. La complexité de ces récepteurs et les temps de calculs nécessaires pour effectuer le traitement peuvent alors devenir prohibitifs lorsque le nombre d'étages devient important. Cependant, la convergence des

performances du détecteur est rapidement atteinte et le nombre d'étages nécessaire reste faible.

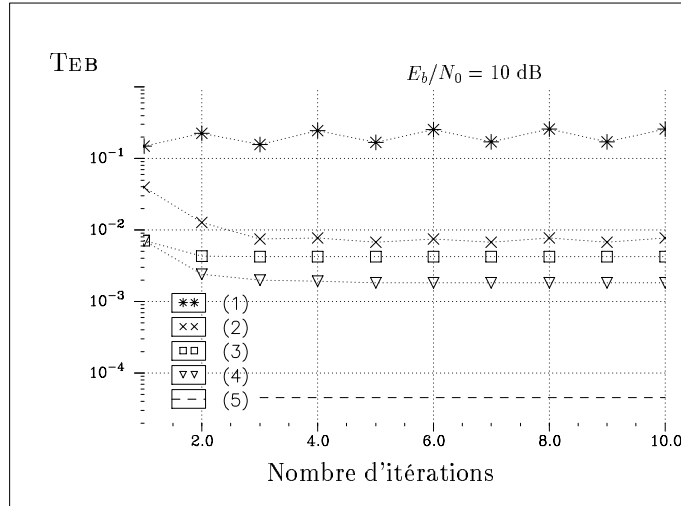


FIG. 4.7 – Performances des détecteurs PIC en fonction du nombre d'étages de détection pour $N_u = N_p = 16$. Égalisation CGM (1), CGE (2), CEQMM et CEQMMG non optimisées (3), CEQMM et CEQMMG optimisées (4) et limite du filtre adapté (5).

La figure 4.7 présente les performances obtenues pour un nombre d'étages de détection allant jusqu'à dix, ce qui correspond à neuf étages d'annulation d'interférences. Chaque détecteur utilise la même technique de détection pour tous les étages. Hormis les performances du détecteur utilisant la technique CGM, les performances des autres détecteurs convergent. La convergence est quasiment atteinte au troisième voire au deuxième étage de détection. Les détecteurs CEQMM et CEQMMG appliqués à tous les étages de détection fournissent les meilleurs résultats et l'utilisation de deux étages de détection est suffisante. Ces deux techniques d'égalisation donnent les mêmes résultats lorsque $N_u = N_p$ et ce indépendamment du nombre d'étages d'annulation d'interférences.

4.2.5 Prise en compte des puissances différentes des signaux

Nous avons vu au chapitre précédent qu'il était possible d'améliorer la qualité de la détection d'un utilisateur en diminuant la puissance d'émission des autres utilisateurs. Malheureusement, cette amélioration ne peut pas être effectuée pour tous les utilisateurs en même temps. Nous avons cependant vu que la technique d'égalisation CEQMMG restait assez résistante aux phénomènes d'éblouissement et que le taux d'erreur se dégradait peu lorsque la puissance des signaux interférents augmentait (*cf.* figure 3.22 page 102).

Avec l'annulation parallèle des interférences, il est possible d'atteindre la limite théorique du filtre adapté pour tous les utilisateurs en même temps. En effet, comme le montre la figure 4.8, cette limite du filtre adapté, courbe (5) peut être atteinte lorsque la puissance

des signaux interférents est suffisamment forte ou faible par rapport à la puissance du signal de l'utilisateur qui nous intéresse, l'utilisateur i . Sur cette figure sont représentées les performances de différentes combinaisons de technique d'égalisation d'un détecteur PIC à deux étages de détection. Nous retrouvons ici la présentation de la figure 3.21 page 101 où les phénomènes d'éblouissement étaient analysés pour les récepteurs mono-utilisateurs. Comme le montre la figure 4.8, la limite du filtre adapté est atteinte avec les combinaisons n'utilisant pas l'égalisation CGE qui reste plus sensible aux effets d'éblouissement, courbe (2) et (4). Dans cette configuration, la combinaison CEQMM-CGM est particulièrement intéressante car pour des puissances des signaux interférents supérieures de 12 dB à la puissance du signal utile, la limite du filtre adapté est atteinte.

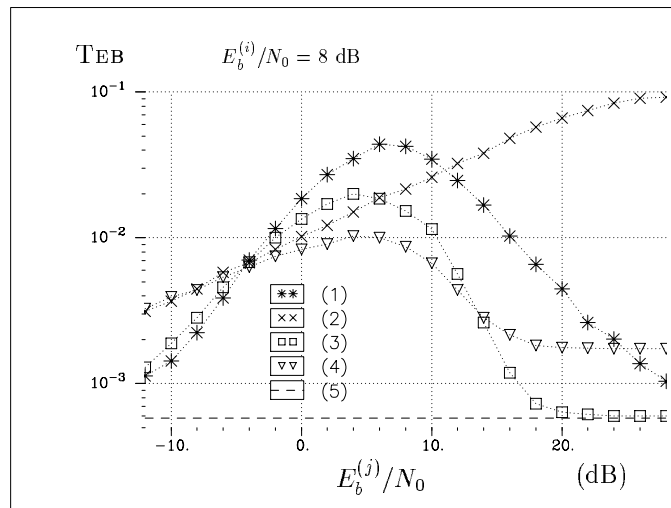


FIG. 4.8 – Performances de la détection de l'utilisateur i avec $N_u = N_p = 16$ des récepteurs PIC. Détection ZF-CGM (1), CGE-CGE (2), CEQMM-CGM (3), CEQMM-CGE (4) et en référence la limite du filtre adapté (5).

Les techniques de détection PIC-CEQMM et PIC-CEQMMG restent sensibles aux effets d'éblouissement lorsqu'elles ne sont pas optimisées, c'est à dire lorsque les coefficients de pondération sont égaux à 1, cf. courbes (1) et (2) figure 4.9. Afin d'optimiser ces deux détecteurs, nous utilisons trois zones pour lesquelles des pondérations différentes sont appliquées. La première zone est définie pour $E_b^{(j)}/N_0 \in [-12; 5]$. Dans ce cas, la puissance des signaux interférents est inférieure à la puissance du signal utile. L'annulation des interférences ne permet pas d'améliorer le TEB, au contraire, elle le dégrade. L'égalisation appliquée est donc une technique mono-utilisateur. Pour cette zone, nous retrouvons les valeurs des courbes (4) et (5) présentées sur la figure 3.21 page 101. La deuxième zone est définie pour des puissances des signaux interférents variant de ± 3 dB par rapport à la puissance du signal utile, soit $E_b^{(j)}/N_0 \in [5; 11]$. Nous avons appliqué ici la structure PIC et choisi un coefficient de pondération qui minimise le TEB pour tous les rapports E_b/N_0 égaux à 8 dB, soit $\mathcal{K}^{(1)} = 0,17$ pour les deux détecteurs. Enfin, la dernière zone va de 12 dB à 28 dB. La courbe (3) de la figure 4.8 montre que le deuxième étage de détection

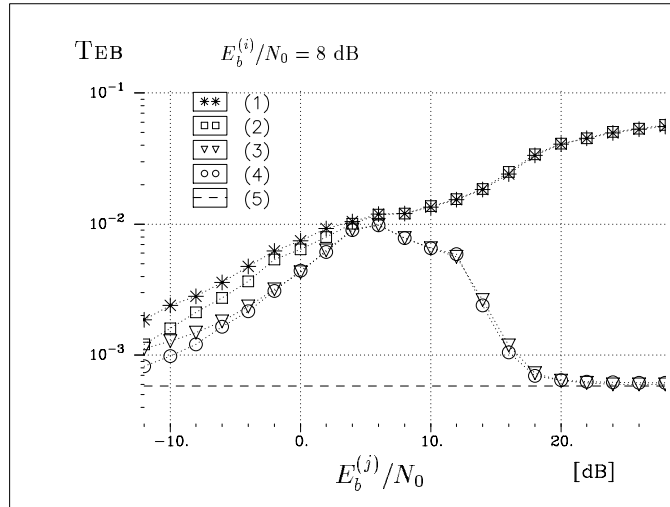


FIG. 4.9 – Performances de la détection de l'utilisateur i avec $N_u = N_p = 16$ des récepteurs PIC. Détection CEQMM–CEQMM (1) et CEQMMG–CEQMMG (2) non optimisées, CEQMM–CEQMM (3) et CEQMMG–CEQMMG (4) optimisées. En référence la limite du filtre adapté (5).

doit asymptotiquement tendre vers l'égalisation CGM. Nous avons donc posé $\mathcal{K}^{(1)} = 0$ pour les deux détecteurs dans cette zone.

Avec cette optimisation, les détecteurs utilisant le critère de l'EQMM deviennent robustes aux phénomènes d'éblouissement et les mêmes performances sont obtenues avec les deux détecteurs PIC–CEQMM et PIC–CEQMMG lorsqu'ils sont optimisés et pour $N_u = N_p$, cf. courbes (3) et (4) figure 4.9. Il est alors possible, en répartissant correctement les puissances d'émission des signaux, d'atteindre la limite du filtre adapté pour tous les utilisateurs en même temps.

4.3 L'annulation série des interférences

Contrairement au récepteur PIC qui tente de supprimer simultanément toutes les interférences des différents utilisateurs, le récepteur SIC annule les interférences d'accès multiple successivement. Le premier étage de détection démodule le signal d'un premier utilisateur. Le signal interférent correspondant est ensuite reconstruit puis soustrait au signal reçu. Le signal résultant est alors utilisé pour effectuer la détection du signal utile, celui de l'utilisateur qui nous intéresse, ou pour supprimer les interférences d'un autre utilisateur. La sortie du deuxième étage de détection, correspondant à la détection de l'utilisateur i et à l'annulation des interférences de l'utilisateur j , s'écrit

$$\hat{x}_i^{(1)} = {}^t C_i G^{(1)} \left(R - H C_j Q \left(\hat{x}_j^{(0)} \right) \right). \quad (4.14)$$

Lorsque les puissances reçues des utilisateurs sont identiques, l'ordre d'annulation des interférences n'a pas d'importance. Avec des puissances différentes, la fiabilité de la détection d'un signal interférent sera d'autant plus élevée que sa puissance sera forte. Ainsi, il est préférable d'annuler les interférences en suivant un ordre décroissant de leur puissance [28]. Afin de simplifier les notations, nous nous intéressons à la détection de l'utilisateur $i = 0$ et nous supposons les utilisateurs $j \neq i$ tels que

$$E[|x_1|^2] \geq E[|x_2|^2] \geq \dots \geq E[|x_{N_u-1}|^2], \quad (4.15)$$

la détection de l'utilisateur 0 à un étage m de détection est alors donnée par

$$\hat{x}_0^{(m)} = {}^t C_0 G^{(m)} \left(R - H \sum_{j=1}^m C_j Q \left(\hat{x}_j^{(j-1)} \right) \right), \quad \forall m \in [0, \dots, N_u - 1], \quad (4.16)$$

et l'utilisateur interférent $j = m + 1$ étant détecté à l'étage m tel que

$$\hat{x}_{m+1}^{(m)} = {}^t C_{m+1} G^{(m)} \left(R - H \sum_{l=1}^m C_l Q \left(\hat{x}_l^{(l-1)} \right) \right), \quad \forall m \in [0, \dots, N_u - 2], \quad (4.17)$$

La figure 4.10 représente le bloc d'annulation des interférences d'un récepteur SIC. Le signal $\hat{x}_{m+1}^{(m)}$ est sélectionné pour reconstituer les interférences correspondantes. Nous n'avons pas représenté sur cette figure la détection de l'utilisateur $i = 0$ mais seulement la détection des signaux interférents et leur annulation. Chaque étage de détection apporte un délai de traitement supplémentaire. Un compromis doit donc être recherché entre la suppression de tous les signaux interférents et le temps de traitement. Contrairement au détecteur PIC, un traitement parallèle des calculs n'est pas possible avec le détecteur SIC.

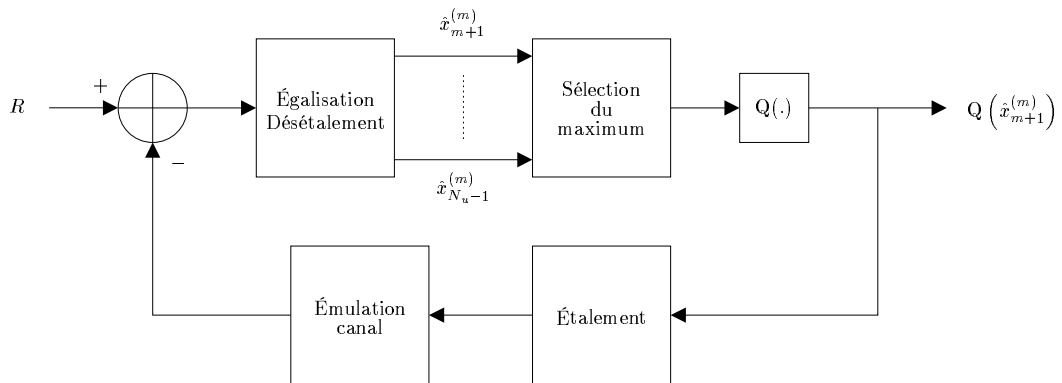


FIG. 4.10 – Récepteur SIC

4.3.1 Analyse des performances du récepteur SIC

L'expression de la variable de décision d'un récepteur SIC obtenue après annulation de tous les signaux interférents est très proche de l'expression de la variable de décision d'un récepteur PIC. Ainsi, l'équation (4.3) correspondant à l'annulation parallèle des interférences devient, pour une annulation série des interférences et pour la détection de l'utilisateur 0

$$\begin{aligned} \hat{x}_0^{(N_u-1)} &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0}^2 g_k^{(N_u-1)} h_k x_0 + \sum_{j=1}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} g_k^{(j-1)} h_k \left(x_j - \mathcal{Q} \left(\hat{x}_j^{(j-1)} \right) \right) \\ &\quad + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} g_k^{(N_u-1)} \xi_k . \end{aligned} \quad (4.18)$$

L'annulation des interférences est effectuée successivement des signaux de l'utilisateur 1 à ceux de l'utilisateur $N_u - 1$.

En reprenant les notations et les hypothèses utilisées pour la détection PIC, la variable de décision réelle s'écrit

$$\begin{aligned} U^{(N_u-1)} &= \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0}^2 \Re \{ g_k^{(N_u-1)} h_k \} \sqrt{\mathcal{E}_0} + \sum_{j=1}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} \Re \{ g_k^{(j-1)} h_k \} \Re \{ x_j \} \\ &\quad - \sum_{j=1}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} \Re \{ g_k^{(j-1)} h_k \} \Re \left\{ \mathcal{Q} \left(\hat{x}_j^{(j-1)} \right) \right\} \\ &\quad + \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} g_k^{(N_u-1)} \xi_k . \end{aligned} \quad (4.19)$$

L'espérance de cette variable est approchée par

$$\mathbb{E} \left[U^{(N_u-1)} \right] \approx \mathbb{E} \left[\Re \{ hg \} \right] \sqrt{\mathcal{E}_0} , \quad (4.20)$$

et sa variance par

$$\begin{aligned}
 \text{var} \left[U^{(N_u-1)} \right] &= 2 \sum_{j=1}^{N_u-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} \Re \{ g_k^{(j-1)} h_k \} \right)^2 \left(\mathbb{E} [b_j^2] - \mathbb{E} [b_j \hat{b}_j^{(j-1)}] \right) + \\
 &+ \sum_{j=1}^{N_u-1} \sum_{\substack{j'=1 \\ j' \neq j}}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} c_{l,0} c_{l,j'} \Re \{ g_k^{(j-1)} h_k \} \Re \{ g_l^{(j'-1)} h_l \} \left(\mathbb{E} [\hat{b}_j^{(j-1)} \hat{b}_{j'}^{(j'-1)}] - \right. \\
 &2 \mathbb{E} [b_j \hat{b}_{j'}^{(j'-1)}] \left. \right) - 2 \sum_{j=1}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} c_{k,0} c_{k,j} c_{l,0} \Re \{ g_k^{(j-1)} h_k \} \mathbb{E} [\hat{b}_j^{(j-1)} \Re \{ h_l \xi_l \}] + \\
 &+ \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,0} \mathbb{E} [\Re \{ h_k \xi_k \}] , \tag{4.21}
 \end{aligned}$$

avec $b_j = \Re \{ x_j \}$ et $b_j^{(j-1)} = \mathbb{Q} \left(\Re \{ \hat{x}_j^{(j-1)} \} \right)$. Les remarques faites pour le détecteur PIC sont toujours valables ici (*cf.* § 4.2.1 page 117). Nous ne les reprenons pas en détail. Notons simplement que les expressions analytiques sont plus difficiles à obtenir même dans le cas de canaux gaussiens.

4.3.2 Performances des récepteurs SIC

Dans un premier temps, nous présentons les performances des récepteurs SIC annulant tous les signaux interférents. Nous présenterons les performances intermédiaires au cours du paragraphe 4.3.4. Contrairement aux récepteurs PIC, nous n'avons pas combiné différentes techniques d'égalisation dans un même récepteur. Chaque technique d'annulation série des interférences utilise un même critère d'égalisation pour tous les étages de détection.

Comme nous le montre la figure 4.11, les techniques d'égalisation CGM, CGE et ZF, respectivement les courbes (1), (2) et (3), insérées dans un processus itératif d'annulation des interférences ne fournissent pas de meilleures performances que celles obtenues avec l'égalisation CEQMM mono-utilisateur, courbe (5). L'utilisation du critère ZF ne permet pas d'améliorer les performances obtenues avec un récepteur mono-utilisateur (*cf.* figure 3.9 page 87). En effet, cet égaliseur compensant parfaitement la réponse du canal, les interférences d'accès multiple sont supprimées en réception sans avoir recours à une quelconque technique d'annulation des interférences. La courbe (4) qui présente les performances du récepteur SIC-CEQMM donne des résultats très proches de ceux obtenus avec le récepteur PIC-CEQMM (*cf.* courbe (5) figure 4.4 page 118). À pleine charge, les récepteurs PIC-CEQMM et SIC-CEQMM sont donc équivalents et permettent d'obtenir un taux d'erreur par élément binaire de 10^{-3} avec un rapport E_b/N_0 de 2,5 dB plus faible que celui nécessaire avec le récepteur CEQMM mono-utilisateur.

De même qu'avec une annulation parallèle des interférences, le critère EQMM utilisé dans une structure série d'annulation des interférences nécessite une optimisation à l'aide

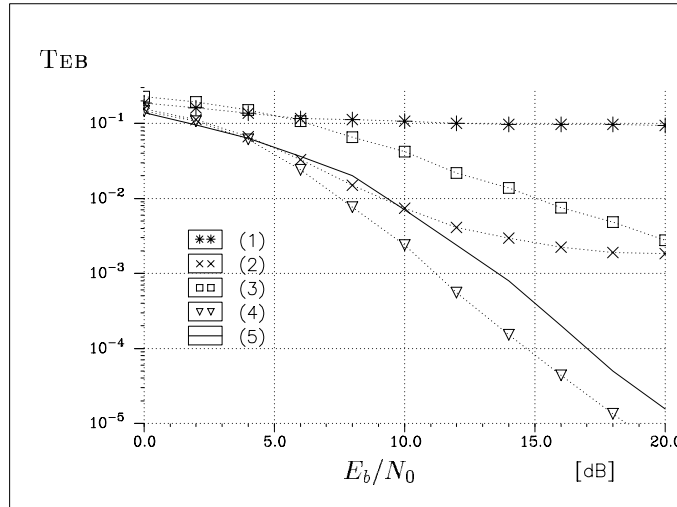


FIG. 4.11 – Performances des détecteurs SIC pour différentes techniques d'égalisation avec $N_u = N_p = 16$. Égalisation CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4) et en référence la détection CEQMM (5) mono-utilisateur.

de coefficients de pondération. La courbe (4) de la figure 4.11 a été obtenue en optimisant les performances pour un TEB proche de 10^{-3} .

4.3.3 Optimisation des détecteurs SIC-EQMM

L'optimisation des détecteurs PIC-CEQMM ou PIC-CEQMMG nécessite la recherche d'un seul coefficient de pondération pour un point de fonctionnement donné. Nous avons montré qu'avec ces récepteurs il n'était pas nécessaire d'utiliser plus de deux étages de détection. Avec une structure série d'annulation des interférences cette optimisation est plus délicate. En effet, lorsque les $N_u - 1$ signaux interférents sont annulés, il faut $N_u - 1$ coefficients de pondération, chacun des $N_u - 1$ coefficients étant propre à chaque étage de détection.

Afin de proposer des minima pour les TEB des détecteurs SIC-EQMM, nous choisissons d'utiliser une fonction linéaire appliquée aux coefficients $\mathcal{K}^{(m)}$ telle que

$$\mathcal{K}^{(m)} = \mathcal{K}^{(0)} + m \frac{\mathcal{K}^{(N_u-1)} - \mathcal{K}^{(0)}}{N_u - 1}, \quad (4.22)$$

soit une fonction linéaire de \mathbb{N} dans \mathbb{R}^+ qui à m attribue $\mathcal{K}^{(m)}$. Cette façon de procéder s'applique aux deux techniques d'égalisation utilisant le critère de l'EQMM et simplifie l'optimisation en proposant un seul coefficient à obtenir. En effet pour l'égalisation CEQMMG, $\mathcal{K}^{(0)} = 1$ quels que soient N_p , N_u et le rapport E_b/N_0 . Quant à la technique CEQMM, les coefficients du premier étage sont connus et donnés à la page 93, figure 3.13. Le seul coefficient à obtenir reste donc $\mathcal{K}^{(N_u-1)}$.

Nous avons choisi une fonction linéaire pour représenter la valeur des coefficients de pondération en fonction de l'étage de détection à l'instar des variations de la variance de la variable de détection en fonction de nombre d'étages d'annulation d'interférences (cf. figure 4.12). Cette fonction comme le montre la courbe peut être correctement approchée par une fonction linéaire qui reste à obtenir empiriquement.

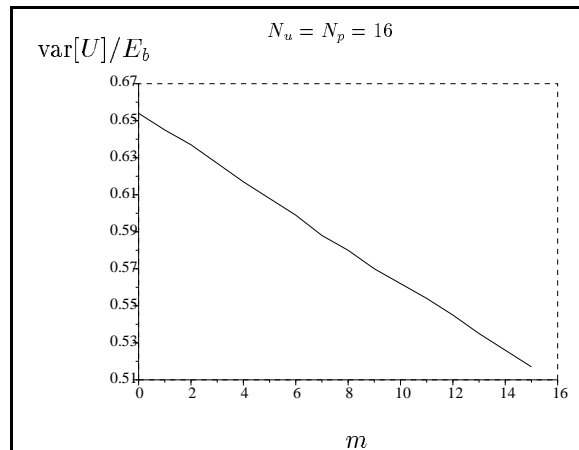


FIG. 4.12 – Variance de la variable de détection du récepteur SIC-CEQMM en fonction du nombre d'étages de détection.

Avant de présenter les valeurs des taux d'erreur optimisés, nous donnons sur la figure 4.13 les performances des deux techniques de détection en fonction du nombre d'utilisateurs actifs et avec $\mathcal{K}^{(m)} = 1$, quel que soit $m \in [0; N_u - 1]$. Nous obtenons les mêmes conclusions qu'avec la structure PIC, à savoir une détection SIC-CEQMMG donnant de meilleures performances que la détection SIC-CEQMM, mais avec des différences très faibles pour un taux d'erreur de 10^{-3} . Les performances obtenues avec la structure SIC non optimisée sont très proches de celles obtenues avec la structure PIC non optimisée (cf. figure 4.5 page 119).

Les expressions des coefficients de pondération utilisés sont données par l'équation (4.8) pour l'égalisation CEQMM et l'équation (4.12) pour la technique CEQMMG. Pour cette dernière technique d'égalisation, la pondération par le coefficient $\mathcal{K}^{(m)}$ n'est appliquée que pour les signaux ayant été annulés. Ainsi à un étage m de détection, seulement les signaux des $m - 1$ premiers utilisateurs interférents sont pondérés, les coefficients correspondants aux $N_u - m$ autres utilisateurs sont laissés à un. Dans les tableaux 4.3 et 4.4, nous donnons les TEB optimaux et les coefficients de pondération ainsi obtenus. Afin de comparer ces résultats avec ceux obtenus pour les détecteurs PIC, les mesures sont présentées pour les mêmes rapports E_b/N_0 que ceux des tableaux 4.1 et 4.2, respectivement aux pages 120 et 122.

Avec l'égalisation CEQMM, l'optimisation des étages d'annulation des interférences permet de réduire d'un facteur environ égal à 2,5 les TEB non optimisés du dernier étage. Comparées aux performances du récepteur CEQMM mono-utilisateur, ce facteur passe à environ 5,5 (cf. tableau 4.3). Avec le récepteur SIC-CEQMMG, l'optimisation permet

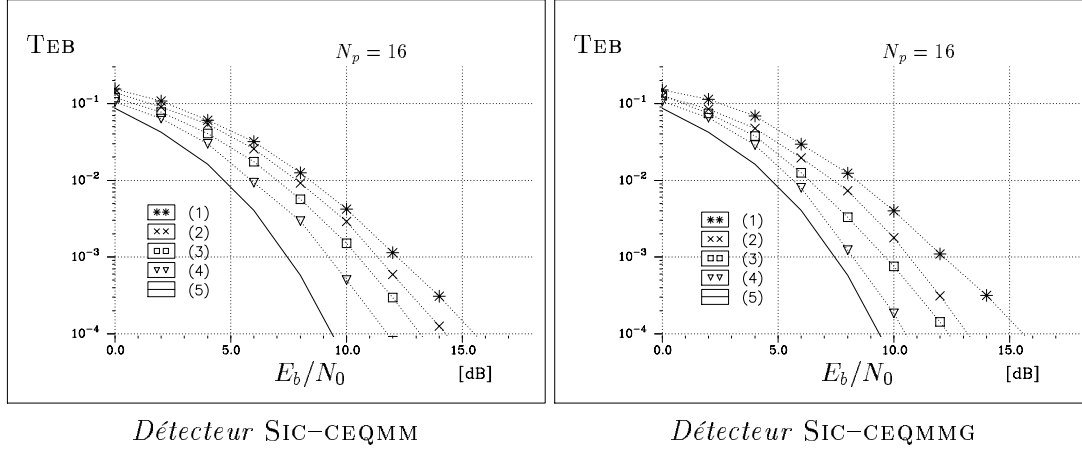


FIG. 4.13 – Détecteur SIC non optimisé avec $N_u = N_p$ (1), $N_u = 3N_p/4$ (2), $N_u = N_p/2$ (3), $N_u = N_p/4$ (4) et limite du filtre adapté (5).

N_u	16	12	8	4
E_b/N_0 (dB)	12,3	11,3	10,4	9,3
TEB, $m = 0$ CEQMM	$2 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$
TEB, $m = N_u - 1$ SIC-CEQMM	$9,5 \cdot 10^{-4}$	10^{-3}	$1,1 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
$\mathcal{K}^{(N_u-1)}$ optimal	0,15	0,15	0,15	0,15
TEB optimal, $m = N_u - 1$ SIC-CEQMM	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.3 – Optimisation de l'égalisation CEQMM pour $N_p = 16$.

N_u	16	12	8	4
E_b/N_0 (dB)	12	10,6	9,7	8,4
TEB, $m = 0$ CEQMMG	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
TEB, $m = N_u - 1$ SIC-CEQMMG	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$9,9 \cdot 10^{-4}$	$9,4 \cdot 10^{-3}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$
$\mathcal{K}^{(N_u-1)}$ optimal	0,0	0,0	0,0	0,0
TEB optimal, $m = N_u - 1$ SIC-CEQMMG	$6,1 \cdot 10^{-4}$	$5,5 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$8,4 \cdot 10^{-4}$

TAB. 4.4 – Optimisation de l'égalisation CEQMMG pour $N_p = 16$.

de diminuer le T_{EB} d'un facteur inférieur 2, soit une diminution du taux d'erreur par rapport à celui obtenu avec le détecteur CEQMMG mono-utilisateur au mieux de 4,2 (cf. tableau 4.4). L'optimisation de la détection SIC-CEQMMG semble moins fructueuse que celle du détecteur SIC-CEQMM ou PIC-CEQMMG. L'utilisation d'une fonction linéaire pour caractériser $\mathcal{K}^{(m)}$ est discutable et de meilleurs résultats peuvent être attendus.

4.3.4 Diminution de la complexité des récepteurs SIC

La complexité des récepteurs à annulation série des interférences est fonction du nombre d'étages de détection. De même, le temps de traitement est linéairement croissant avec ce nombre d'étages. Afin de diminuer ces deux grandeurs tout en gardant des performances acceptables, il peut s'avérer nécessaire de ne pas annuler tous les signaux interférents.

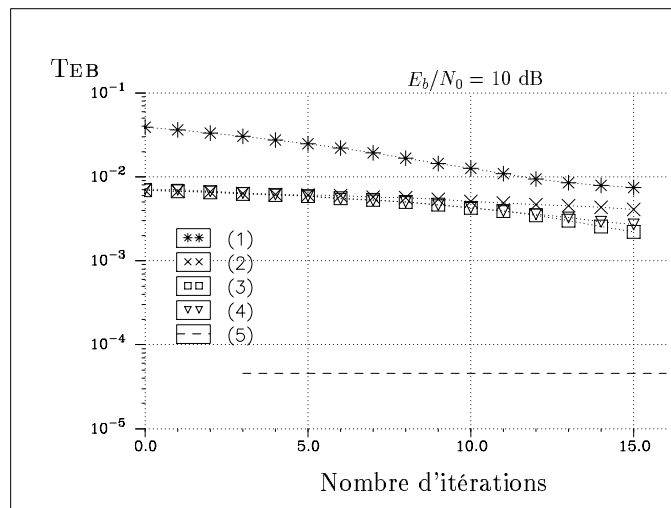


FIG. 4.14 – Performances des détecteurs SIC en fonction du nombre d'étages de détection pour $N_u = N_p = 16$. Égalisation CGE (1), CEQMM non optimisées (2), CEQMM (3) et CEQMMG optimisées (4). En référence, la limite du filtre adapté (5).

Comme le montre la figure 4.14, les derniers étages de la détection SIC-CEQMM et SIC-CEQMMG offrent une diminution du T_{EB} plus importante que les premiers étages lorsque ces deux techniques sont optimisées. La limitation du nombre d'étages conduirait à une amélioration de la détection, par rapport à un système de détection mono-utilisateur, relativement faible.

4.3.5 Prise en compte des puissances différentes des signaux

Nous procédons de la même façon qu'avec les structures de détection PIC. La figure 4.15 présente la sensibilité aux phénomènes d'éblouissement des différents détecteurs SIC pour $N_u = N_p = 16$ et avec une annulation de tous les signaux interférents.

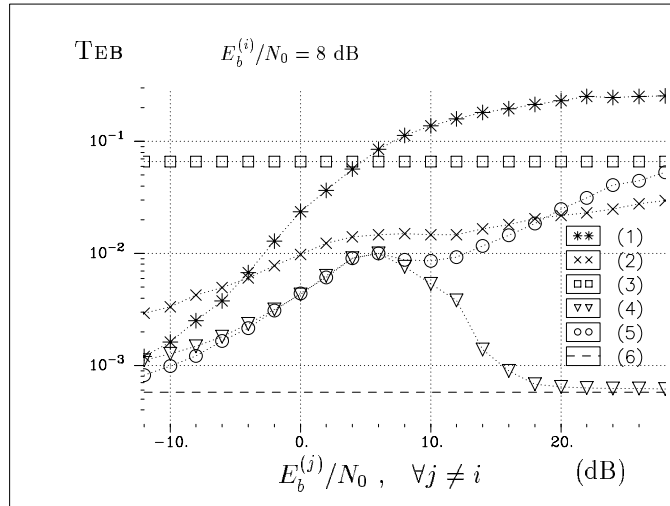


FIG. 4.15 – Performances de la détection de l'utilisateur i avec $N_u = N_p = 16$ des détecteurs SIC. Détection CGM (1), CGE (2), ZF (3), CEQMM (4) et CEQMMG (5) optimisées. En référence la limite du filtre adapté (6).

Comme le montre la figure 4.15, seule la technique SIC-CEQMM permet d'atteindre la limite du filtre adapté lorsque la puissance des brouilleurs est supérieure à la puissance du signal utile. Notons que la technique SIC-ZF est aussi insensible aux phénomènes d'éblouissement. Cependant, nous rappelons qu'une structure d'annulation d'interférences associée au *zero forcing* n'a pas de raison d'être, les codes utilisés étant orthogonaux, les interférences d'accès multiple sont parfaitement supprimées par le premier étage.

Avec une structure série d'annulation des interférences, l'application du critère de l'erreur quadratique moyenne nécessite, comme avec les structures PIC, une optimisation à l'aide d'un coefficient de pondération adapté à chaque configuration du système. Nous simplifions l'optimisation en reprenant les trois zones utilisées pour optimiser les récepteurs PIC-CEQMM et PIC-CEQMMG (cf. § 4.2.5 page 123 *sqq.*). Pour la première zone qui va de -12 dB à 5 dB, le récepteur est mono-utilisateur. La puissance des signaux interférents étant plus faible que celle du signal utile, leur détection est alors moins fiable et leur annulation ne permet pas d'améliorer la détection. Dans la deuxième zone, de 5 dB à 11 dB, la pondération est appliquée afin de minimiser le TEB lorsque les rapports entre la puissance du signal et celle du bruit sont tous égaux à 8 dB. Le coefficient $\mathcal{K}^{(N_u-1)}$ est alors respectivement égal à $0,15$ et $0,0$ pour la technique SIC-CEQMM et la technique SIC-CEQMMG. Enfin, pour la dernière zone, nous avons choisi $\mathcal{K}^{(N_u-1)} = 0$. Le dernier étage de détection réalise alors une combinaison à gain maximal (comme pour la struc-

ture PIC). L'optimisation du récepteur SIC-CEQMMG ne nécessite qu'un seul coefficient de pondération pour les deux dernières zones. Malheureusement, cette technique SIC-CEQMMG ne permet pas d'atteindre la limite du filtre adapté et reste fortement sensible aux phénomènes d'éblouissement, contrairement à la technique SIC-CEQMM.

Cependant, une meilleure optimisation de cette technique SIC-CEQMMG doit permettre d'atteindre la limite du filtre adapté. La sensibilité de ce récepteur aux phénomènes d'éblouissement n'est pas due à la structure ou au critère d'égalisation mais aux coefficients de pondération non optimaux.

4.4 Comparaison des performances des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM

Nous comparons ici les performances des récepteurs mono et multiutilisateurs utilisant le critère de l'EQMM, car parmi les critères utilisés, ce critère offre les meilleures performances en terme de taux d'erreur par élément binaire, quelle que soit la structure de détection employée, mono-utilisateur, multiutilisateur, PIC ou SIC. Il ne faut cependant pas oublier que ce critère nécessite plus d'information que les autres critères, à savoir l'estimation de la puissance relative des signaux émis ou reçus, l'estimation de l'amplitude et de la phase des coefficients du canal (comme les détecteurs CGM ou ZF) et enfin l'estimation de la puissance du bruit additif blanc gaussien.

Les performances qu'offrent ces différentes structures de réception sont comparées sur la figure 4.16 qui donne la capacité du système en fonction du rapport E_b/N_0 permettant d'obtenir un TEB de 10^{-3} . Dans cette configuration, tous les signaux émis ont la même puissance. Les résultats obtenus montrent que la structure PIC est, pour les configurations rencontrées, plus performante que la structure SIC lorsque la technique CEQMMG leur est associée et la tendance s'inverse avec la technique CEQMM. Cependant, les trois récepteurs SIC-CEQMMG, PIC-CEQMM et SIC-CEQMM offrent des performances comparables puisque les écarts entre les rapports E_b/N_0 restent inférieur à 0,5 dB. Lorsque le système n'est pas à pleine charge, les plus faibles rapports E_b/N_0 sont obtenus avec le détecteur PIC-CEQMMG avec, à 3/4 de charge, un gain compris entre 0,5 et 1 dB par rapport aux récepteurs SIC-CEQMMG, PIC-CEQMM, SIC-CEQMM et comparé aux récepteurs CEQMMG et CEQMM, le gain est respectivement de 1,7 et 3,5 dB. La technique CEQMMG reste donc relativement compétitive face aux techniques d'annulation d'interférence pour $N_u \leq 3N_p/4$.

Nous avons présenté les performances des récepteurs pour 16 sous-porteuses décorréées. Cependant, avec des canaux difficiles, c'est à dire très sélectifs en fréquences ou lorsque des matrices d'entrelacement suffisamment profondes sont utilisées, des ordres de diversité supérieurs peuvent être parfois atteints². Nous donnons sur la figure 4.17 la capacité du détecteur PIC-CEQMMG en fonction de cet ordre de diversité, avec $L_c = N_p = L$. Alors que l'amélioration des performances apportée par un ordre de diversité de 64 par

2. Cf. § 3.8.1 page 98 sur la possibilité et la difficulté d'augmenter la diversité du canal.

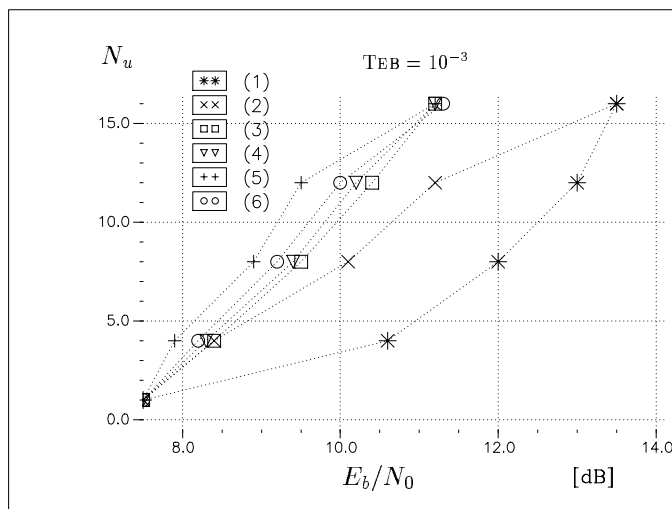


FIG. 4.16 – Capacité des récepteurs AMRC à porteuses multiples utilisant le critère de l'EQMM. Récepteur CEQMM (1), CEQMMG (2), PIC-CEQMM (3), SIC-CEQMM (4), PIC-CEQMMG (5) et SIC-CEQMMG (6).

rapport à un ordre de diversité de 8 est importante, cette amélioration est beaucoup plus faible par rapport à un ordre de diversité de 32, voire de 16.

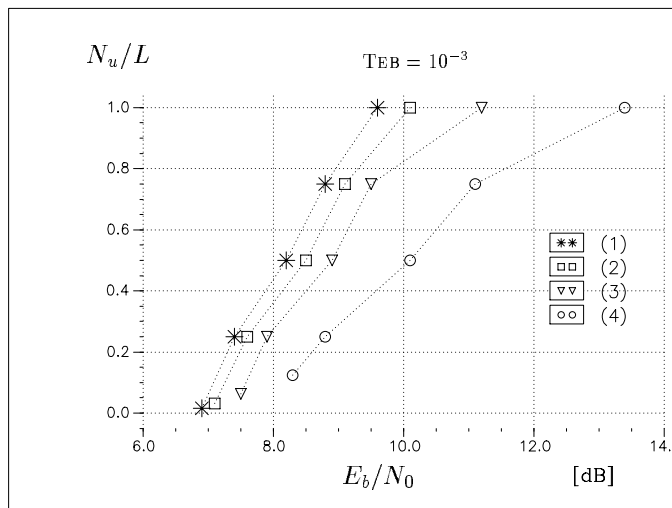


FIG. 4.17 – Capacité du détecteur PIC-CEQMMG pour $L_c = N_p = L$, avec $L = \{64, 32, 16, 8\}$, respectivement les courbes (1), (2), (3) et (4).

La figure suivante, la figure 4.18, résume les performances des quatre récepteurs pour des puissances d'émission différentes, à pleine charge et avec une optimisation en trois zones. Nous n'avons pas représenté la première zone qui va de -12 dB à 5 dB, car les performances sont celles des détecteurs mono-utilisateurs. Alors que le détecteur PIC-

CEQMMG fournit les meilleures performances lorsque toutes les puissances des signaux sont égales, avec des puissances différentes c'est la détection SIC-EQMM qui converge le plus rapidement vers la limite du filtre adapté, lorsque la puissance des signaux interférents augmente et avec un gain pouvant aller jusqu'à 1 dB.

Le comportement relatif de ces quatre détecteurs est quelque peu différent à demi-charge (figure 4.19). La définition de la deuxième zone est modifiée avec les détecteurs PIC-CEQMM et SIC-CEQMM puisqu'elle commence pour $E_b^{(j)}/N_0 = 4$ dB. Les détecteurs PIC-CEQMM et PIC-CEQMMG ne sont plus équivalents, la détection CEQMMG étant plus performante que la détection CEQMM lorsque le système n'est pas à pleine charge. Ainsi le détecteur PIC-CEQMMG converge plus rapidement vers la limite du filtre adapté que les autres détecteurs, avec cependant des différences qui restent faibles.

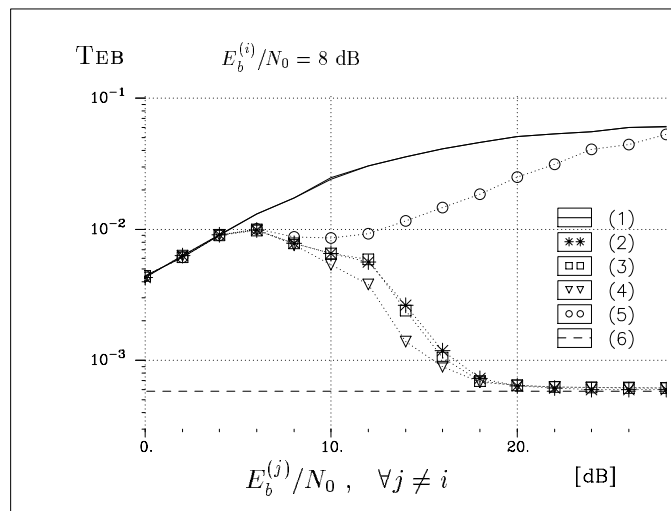


FIG. 4.18 – Performances de la détection de l'utilisateur i avec $N_u = N_p = 16$ des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM. Détection CEQMM ou CEQMMG mono-utilisateur (1), PIC-CEQMM (2), PIC-CEQMMG (3), SIC-CEQMM (4) et SIC-CEQMMG (5). En référence la limite du filtre adapté (6).

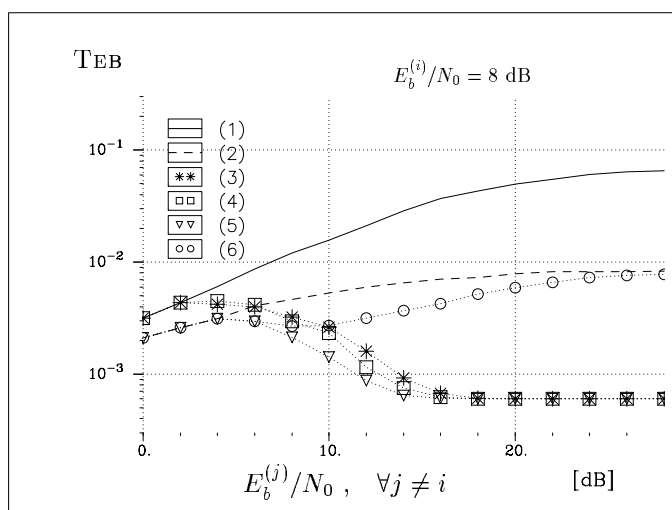


FIG. 4.19 – Performances de la détection de l'utilisateur i avec $N_u = N_p/2 = 8$ des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM. Détection CEQMM (1) et CEQMMG (2) mono-utilisateur, PIC-CEQMM (3), SIC-CEQMM (4), PIC-CEQMMG (5) et SIC-CEQMMG (6).

4.5 Conclusion

Les techniques de détection à annulation d'interférences parallèle ou série montrent leur efficacité lorsqu'elles sont associées au critère de l'erreur quadratique moyenne. La mise en œuvre de ces structures de détection non linéaires étant globalement sous-optimales vis-à-vis de ce critère, des coefficients de pondération empiriques doivent être correctement utilisés, dans certains cas, afin d'optimiser les performances. Ces détecteurs ne peuvent donc être appliqués sans quelques précautions. Nous avons pu améliorer les performances des quatre détecteurs à l'aide de ces coefficients en traitant un certain nombre de cas. Bien qu'*a priori* chaque configuration nécessite son propre coefficient, peu de valeurs de coefficients ont été nécessaires pour couvrir les cas rencontrés.

Nous résumons dans le tableau suivant (tableau 4.5) les performances des différents détecteurs AMRC à porteuses multiples non linéaires à annulation d'interférences en les comparant aux performances des détecteurs CEQMM, CEQMMG et aux performances théoriques du filtre adapté notées LFA. Ces résultats sont donnés pour des puissances de signaux identiques.

À pleine charge et pour des puissances des signaux émis identiques, ces structures permettent de s'approcher à moins de 4 dB de la limite théorique du filtre adapté, pour un taux d'erreur par élément binaire de 10^{-3} . Cet écart devient inférieur à 2 dB à demi charge et reste inférieur à 0,5 dB pour la technique la plus performante lorsque le nombre d'utilisateurs est $N_u = N_p/4 = 4$. Les faibles différences de performances entre les deux structures, parallèle et série, donnent l'avantage à la structure parallèle qui présente un

Détecteur	$N_u = 4$	$N_u = 8$	$N_u = 12$	$N_u = 16$
PIC-CEQMMG	7,9	8,9	9,5	11,2
SIC-CEQMMG	8,2	9,2	10	11,3
PIC-CEQMM	8,4	9,5	10,4	11,2
SIC-CEQMM	8,3	9,4	10,2	
CEQMMG	8,4	10,1	11,2	13,5
CEQMM	10,6	12	13	
LFA	7,5			

TAB. 4.5 – Tableau récapitulatif des performances des détecteurs AMRC à porteuses multiples avec $N_p = 16$. Rapports en dB entre la puissance du signal par élément binaire et celle du bruit nécessaires pour obtenir un TEB de 10^{-3} .

complexité semblable à la structure série mais permet des temps de traitement plus courts puisque tous les signaux interférents sont annulés en même temps.

La technique de détection CEQMMG reste compétitive face aux détecteurs à annulation d'interférence parallèle ou série. En comparant les performances obtenues avec le détecteur CEQMMG à celles des détecteurs PIC-CEQMM et SIC-CEQMM, les écarts entre les rapports E_b/N_0 nécessaires pour fournir un TEB de 10^{-3} restent inférieurs à 0,1 dB pour $N_u = 4$, à 0,7 dB à demi-charge, à 1 dB pour $N_u = 12$ et sont inférieurs à 2,3 dB à pleine charge. Intégrée dans un processus d'annulation des interférences, cette technique d'égalisation permet d'améliorer encore les performances. Les écarts entre les quantités E_b/N_0 obtenues avec la détection PIC-CEQMMG par rapport à détection CEQMMG passent alors à 0,5 dB pour $N_u = 4$, à 1,2 dB à demi-charge et à 1,7 dB pour $N_u = 12$.

Cependant, si l'amélioration des performances des détecteurs linéaires avec des structures non linéaires d'annulation des interférences n'est pas spectaculaire lorsque les puissances des signaux sont égales, les conclusions sont différentes lorsque ces puissances sont différentes. Ces récepteurs à annulation des interférences offrent alors tout leur intérêt lorsque la puissance des signaux interférents est supérieure à la puissance du signal utile. Le comportement de ces récepteurs peut se résumer ainsi : « La fiabilité de la détection est d'autant meilleure que la puissance des signaux interférents est élevée ». En effet, l'annulation des interférences est d'autant mieux réalisée que ces signaux interférents sont reçus avec une puissance supérieure à celle du signal utile. Ainsi, une répartition judicieuse des puissances des signaux permet d'atteindre la limite du filtre adapté.

Chapitre 5

Le système AMRC multipilote

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la technique AMRC multipilote. Cette modulation à porteuses multiples à étalement de spectre permet, pour un gain de traitement donné, d'utiliser des longueurs de codes proportionnelles au nombre de sous-porteuses. Les propriétés de corrélations des codes se trouvent ainsi améliorées, ce qui est essentiel dans le cadre d'une liaison asynchrone où des codes orthogonaux ne peuvent être utilisés. Les performances des systèmes AMRC multipilotes sont évaluées de façon analytique pour différentes configurations de systèmes sur canal gaussien asynchrone.

5.1 La structure du signal AMRC multipilote

Nous nous plaçons dans le cas d'un canal asynchrone. Les différents utilisateurs accèdent à ce canal avec des décalages temporels τ_i relatifs à chaque utilisateur. Afin de simplifier l'approche, nous n'utilisons pas l'expression en bande de base du signal de l'équation 2.12 page 46, mais l'expression du signal analytique translaté de $-f_0$ en fréquence. Le signal émis par un utilisateur i s'écrit alors

$$s_i(t) = \frac{1}{\sqrt{N_p}} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sqrt{2\mathcal{P}_i} x_{k,i}(t) e^{2i\pi kt/T_s} . \quad (5.1)$$

Dans cette expression, \mathcal{P}_i correspond à la puissance du signal émis en bande radiofréquence, N_p est le nombre de sous-porteuses, T_s la durée d'un symbole AMRC multipilote et $x_{k,i}(t)$ est le signal émis propre à chaque sous-porteuse k . Ce signal s'exprime à l'aide des symboles $x_{k,i}^p$ et des chips du code c_i^p tels que

$$\begin{aligned} x_{k,i}(t) &= x_{k,i}^p c_i(t - pT_s) \\ &= x_{k,i}^p c_i^q \Pi(t - pT_s - qT_c) , \end{aligned} \quad (5.2)$$

avec $c_i(t) \neq 0$ quel que soit $t \in [0, T_s[$, $\Pi(t) = 1$ sur $[0, T_c[$ et $\Pi(t) = 0$ ailleurs. Nous reprenons les notations utilisées avec la modulation AMRC à porteuses multiples en posant L_c la longueur du code et T_c la durée d'un chip de ce code. Nous rappelons que l'espace entre les sous-porteuses est de $1/T_s$ et $T_s = L_c T_c = N_p T_x$ pour un signal AMRC multipilote.

Dans le cas général d'un canal multiutilisateur asynchrone, la sommation des signaux est effectuée au niveau du récepteur. En posant

$$h_i(t) = \sum_{m=0}^{L-1} \beta_{m,i} e^{i\theta_{m,i}} \delta(t - \tau_{m,i}) \quad (5.3)$$

l'expression du canal multitrajet de chaque utilisateur, avec L le nombre de trajets, le signal reçu s'écrit

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_{i=0}^{N_u-1} (s_i * h_i)(t) + n(t) \\ &= \sum_{i=0}^{N_u-1} \sum_{m=0}^{L-1} \sqrt{\frac{2\mathcal{P}_i}{N_p}} \beta_{m,i} e^{i\theta_{m,i}} x_{k,i}(t - \tau_{m,i}) e^{2i\pi k(t - \tau_{m,i})/T_s} + n(t) . \end{aligned} \quad (5.4)$$

avec $n(t)$ un processus gaussien complexe modélisant le bruit blanc additif.

Les coefficients du canal $\beta_{m,i}$ suivent des processus de Rayleigh et les phases $\theta_{m,i}$ sont équiréparties sur $[0, 2\pi[$. Nous normalisons le canal tel que la puissance reçue soit égale à la puissance émise, en moyenne. Autrement dit,

$$\mathbb{E} \left[\sum_{m=0}^{L-1} \beta_{m,i}^2 \right] = 1, \quad \forall i \in [0, N_u[\quad (5.5)$$

soit pour des trajets de même amplitude

$$\mathbb{E}[\beta_{m,i}^2] = \frac{1}{L}, \quad \forall i \in [0, N_u[\text{ et } \forall m \in [0, L[. \quad (5.6)$$

5.2 Les techniques de réception

La structure initialement proposée [89] est décrite à la figure 2.9 de la page 47. Dans un canal gaussien les modules de traitement de la diversité et d'égalisation ne sont pas nécessaires. Le récepteur est alors simplement constitué d'un banc de N_p corrélateurs complexes. Cette structure correspond au récepteur optimal¹ sur canal gaussien. En présence d'un canal à trajets multiples, un traitement de la diversité par sélection ou combinaison est effectué pour chaque sous-porteuse. Les techniques étudiées jusqu'à présent sont celles utilisées en DS-CDMA, à savoir le *largest path* pour le traitement par sélection et la technique CGM pour le traitement par combinaison [56]. Cette dernière technique, la combinaison à gain maximal a déjà été largement exploitée et appliquée à la réception des signaux AMRC à porteuses multiples dans les chapitres précédents.

1. Cf. note 1 page 112.

5.3 Probabilité d'erreur des systèmes à porteuse unique sur canal gaussien

Avant de développer les calculs permettant d'obtenir la probabilité d'erreur par élément binaire de la détection des signaux AMRC multipilotes, nous rappelons les trois approximations gaussiennes utilisées pour les systèmes à étalement de spectre par séquence directe à porteuse unique sur canal gaussien. Les résultats sont valables pour une modulation MDP2 ou MDP4.

La première approximation, développée par Pursley dans [20], donne pour la probabilité d'erreur la relation simple suivante

$$P_e \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\left[\frac{2(N_u - 1)}{3L_c} + \frac{N_0}{E_b} \right]^{-1/2} \right) \quad (5.7)$$

qui n'est pour l'auteur qu'une formule pratique permettant d'obtenir simplement la longueur du code L_c et le rapport E_b/N_0 nécessaires pour assurer un rapport entre la puissance du signal utile et celle du bruit (comprenant les interférences) et donc une probabilité d'erreur, pour un nombre d'utilisateurs N_u donné. Nous avons déjà présenté cette expression dans le premier chapitre et utilisée dans le chapitre 3. Nous l'appellerons approximation \mathcal{A} en notant la probabilité d'erreur $P_e^{\mathcal{A}}$.

La seconde approximation, approximation \mathcal{B} , est obtenue pour des signaux multiutilisateurs ayant des retards aléatoirement répartis [152]². La probabilité d'erreur $P_e^{\mathcal{B}}$ est donnée par

$$P_e^{\mathcal{B}} \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\left[\frac{4(N_u - 1)}{3L_c} + \frac{N_0}{E_b} \right]^{-1/2} \right) . \quad (5.8)$$

Notons que cette approximation reste d'utilisation très marginale. Nous la présentons tout de même puisque nos calculs nous conduiront à cette probabilité d'erreur.

Enfin, la dernière approximation, approximation \mathcal{C} , est proposée par Holtzman dans [153] et s'appuie sur des travaux présentés dans [152]. Ici les interférences d'accès multiple sont considérées approximativement gaussiennes *conditionnellement* aux variables représentant les retards τ_i d'accès des utilisateurs au canal, les phases des oscillateurs radiofréquences, que nous n'avons pas modélisées et une troisième grandeur caractérisant les transitions à l'intérieur d'un code, c'est à dire une certaine mesure de la quantité d'étalement. Par ailleurs, l'auteur montre que la probabilité d'erreur P_e fonction d'une variable ψ de moyenne μ et de variance σ s'écrit [153]

$$E[P_e(\psi)] \approx \frac{2}{3} P_e(\mu) + \frac{1}{6} P_e(\mu + \sqrt{3}\sigma) + \frac{1}{6} P_e(\mu - \sqrt{3}\sigma) . \quad (5.9)$$

2. Cette approximation du rapport entre la puissance du signal et celle du bruit a initialement été proposée par J.K. Wolf et B. Elspas dans un rapport édité par J.W. Schwartz et J.M. Aein en 1965.

La probabilité d'erreur de cette troisième approximation gaussienne est donnée par

$$\begin{aligned}
 P_e^C \approx & \frac{1}{3} \operatorname{erfc} \left(\left[\frac{2(N_u - 1)}{3L_c} + \frac{N_0}{E_b} \right]^{-1/2} \right) \\
 & + \frac{1}{12} \operatorname{erfc} \left(\left[\frac{2(N_u - 1)(L_c/3) + \sqrt{3}\sigma}{L_c^2} + \frac{N_0}{E_b} \right]^{-1/2} \right) \\
 & + \frac{1}{12} \operatorname{erfc} \left(\left[\frac{2(N_u - 1)(L_c/3) - \sqrt{3}\sigma}{L_c^2} + \frac{N_0}{E_b} \right]^{-1/2} \right), \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

avec

$$\sigma^2 = (N_u - 1) \left[L_c^2 \frac{23}{360} + L_c \left(\frac{1}{20} + \frac{N_u - 2}{36} \right) - \frac{1}{20} - \frac{N_u - 2}{36} \right]. \quad (5.11)$$

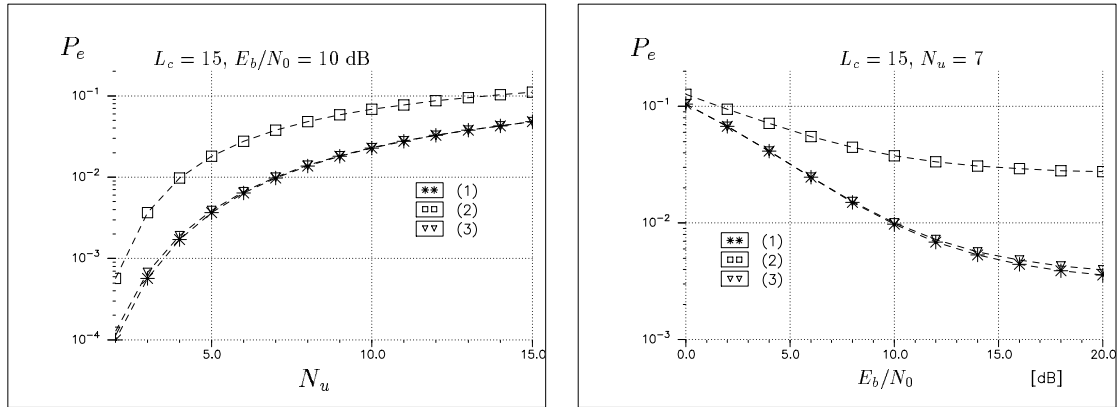


FIG. 5.1 – Probabilité d'erreur théorique d'un système DS-CDMA ou AMRC multipilote pour $N_p = 1$. Approximation \mathcal{A} (1), approximation \mathcal{B} (2) et approximation \mathcal{C} (3).

Nous utiliserons les trois équations (5.18, 5.10) et (5.8) comme références. Elles permettront d'évaluer la fiabilité des résultats que nous obtiendrons avec les signaux AMRC multipilotes. La figure 5.1 donne les performances obtenues avec ces approximations d'un système DS-CDMA ou AMRC multipilote sur canal gaussien pour $N_p = 1$ en fonction du nombre d'utilisateurs N_u et du rapport E_b/N_0 , les deux approximations \mathcal{A} et \mathcal{C} présentant des résultats très peu différents lorsque le nombre d'utilisateurs est élevé et le rapport E_b/N_0 faible.

5.4 Probabilité d'erreur des systèmes AMRC multipilote sur un canal gaussien

L'obtention des performances des systèmes AMRC multipilotes asynchrones par la simulation pose le difficile problème de la modélisation de l'asynchronisme. Elle constitue cependant une étape importante et permet de valider des performances analytiques. L'étude menée ici constitue donc une première approche de l'évaluation des performances des systèmes AMRC multipilotes et de leur comportement en présence d'interférences d'accès multiple.

5.4.1 Hypothèses de calcul

Nous reprenons les hypothèses faites au paragraphe 3.3.4 page 72, à savoir l'utilisation de l'approximation gaussienne pour calculer la probabilité d'erreur qui, pour une MDP4, s'écrit

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{E[U]}{\sqrt{2\operatorname{var}[U]}} \right), \quad (5.12)$$

avec U la variable de décision sur la voie en phase. Afin de valider l'approximation gaussienne appliquée, les résultats obtenus dans le cas à porteuse unique, *i.e.* $N_p = 1$, seront comparés à d'autres approximations gaussiennes largement utilisées dans la littérature [20, 152, 153].

5.4.2 La limite du filtre adapté

Le récepteur AMRC multipilote le plus simple est constitué d'un banc de filtres adaptés, la variable de décision complexe de l'utilisateur i sur la sous-porteuse k s'écrit alors

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k,i} &= \sqrt{\frac{2\mathcal{P}_i}{N_p}} \int_0^{T_s} r(t) c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt \\ &= \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_i}}{N_p} \int_0^{T_s} x_{k,i}^0 |c_i(t)|^2 dt + \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_i}}{N_p} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} \int_0^{T_s} x_{l,i}^0 |c_i(t)|^2 e^{2i\pi(l-k)t/T_s} dt + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} n(t) c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Les codes utilisés sont des codes à enveloppe constante dont les éléments appartiennent à l'ensemble $\{-1; +1\}$, $|c_i(t)|^2$ est alors constant sur $[0, T_s[$ et ainsi

$$\hat{x}_{k,i} = \frac{T_s \sqrt{2\mathcal{P}_i}}{N_p} x_{k,i}^0 + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} n(t) c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt. \quad (5.14)$$

En posant $x_{k,i}^0 = \sqrt{2}/2(a_{k,i}^0 + ib_{k,i}^0)$, les éléments $\{a, b\}$ appartiennent à l'ensemble $\{-1; +1\}$ et la variable de décision $U_{k,i}$ s'écrit

$$\begin{aligned} U_{k,i} &= \Re\{\hat{x}_{k,i}\} \\ &= \frac{T_s \sqrt{\mathcal{P}_i}}{N_p} a_{k,i}^0 + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} \left[\Re\{n(t)\} \cos\left(2\pi k \frac{t}{T_s}\right) + \Im\{n(t)\} \sin\left(2\pi k \frac{t}{T_s}\right) \right] c_i(t) dt . \end{aligned} \quad (5.15)$$

Les symboles $x_{k,i}^p$ sont issus de la modulation MDP4, avec $E[|x_{k,i}^p|^2] = 1$ pour tout p, k, i appartenant à leur domaine de définition et $\mathcal{P}_i = 2E_b/T_x$ où $T_x = T_s/N_p$ est la durée d'un symbole $x_{k,i}^p$ avant l'opération de modulation AMRC multipilote. Il est sous entendu que l'espérance et la variance de la variable de décision sont exprimées conditionnellement à $a_{k,i}^0$, l'élément émis sur la voie en phase. Elles s'écrivent alors

$$E[U_{k,i}] = \frac{T_s}{N_p} \sqrt{\mathcal{P}_i} , \quad (5.16)$$

$$\text{var}[U_{k,i}] = \frac{T_s}{N_p} N_0 , \quad (5.17)$$

la densité spectrale de puissance du bruit gaussien complexe équivalent étant $2N_0$. La probabilité d'erreur est exprimée par

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{T_s \mathcal{P}_i}{2N_p N_0}} \right) = \frac{1}{2} \text{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right) . \quad (5.18)$$

Cette probabilité d'erreur est indépendante du nombre de sous-porteuses N_p et de la longueur des codes L_c . Nous retrouvons ainsi les performances de la modulation MDP4 sur canal gaussien, soit un rapport E_b/N_0 de 6,8 dB pour obtenir une probabilité d'erreur par élément binaire P_e de 10^{-3} . Le récepteur ainsi utilisé sur canal gaussien permet d'annuler parfaitement les interférences entre les sous-porteuses présentes dans le signal $s(t)$ émis puisqu'il n'y pas orthogonalité entre ces sous-porteuses à la sortie du modulateur AMRC multipilote. Ceci justifie l'appellation « récepteur optimal » ou filtre adapté d'un tel récepteur.

Les performances limites qu'il est possible d'atteindre dans un contexte multiutilisateur sont alors celles obtenues lorsque les interférences entre les utilisateurs sont parfaitement supprimées, ce qui correspond au cas mono-utilisateur. Comme dans le chapitre 3, nous appelons cette limite des performances la limite du filtre adapté.

5.4.3 Expression de la probabilité d'erreur

Nous reprenons l'approche exposée dans [89] pour calculer la probabilité d'erreur des systèmes AMRC multipilotes sur canaux gaussiens. Nous considérons le canal asynchrone avec des retards répartis sur toute la durée d'un symbole AMRC multipilote émis et ce contrairement à l'hypothèse faite dans [89] et [90] où τ_j varie de 0 à T_s .

Le récepteur utilisé est le même que celui décrit dans le cas mono-utilisateur. Nous supposons ce récepteur correctement synchronisé en posant $\tau_i = 0$. La variable de décision complexe de l'utilisateur i sur la sous-porteuse k s'écrit

$$\begin{aligned}
\hat{x}_{k,i} &= \frac{1}{N_p} \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \int_0^{T_s} \sqrt{2\mathcal{P}_j} x_{l,j}(t - \tau_j) e^{2i\pi l(t - \tau_j)/T_s} c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt + \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} n(t) c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt \\
&= \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_i} T_s x_{k,i}^0}{N_p} + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_j}}{N_p} e^{-2i\pi l\tau_j/T_s} \int_0^{T_s} x_{l,j}(t - \tau_j) c_i(t) e^{2i\pi(l-k)t/T_s} dt + \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} n(t) c_i(t) e^{-2i\pi kt/T_s} dt . \tag{5.19}
\end{aligned}$$

Nous utilisons deux fonctions $R_{l,j}^f$ et $\check{R}_{l,j}^f$ qui sont des fonctions de corrélation, en les définissant de la façon suivante

$$R_{l,j}^f = \int_0^{\tau_j} c_j(t + T_s - \tau_j) c_i(t) f\left(2\pi(l-k)\frac{t}{T_s}\right) dt , \tag{5.20}$$

$$\check{R}_{l,j}^f = \int_{\tau_j}^{T_s} c_j(t - \tau_j) c_i(t) f\left(2\pi(l-k)\frac{t}{T_s}\right) dt , \tag{5.21}$$

avec $f(\cdot)$ une fonction trigonométrique telle que $f \in \{\cos, \sin\}$ en notant $f = c$ pour la fonction cosinus et $f = s$ pour la fonction sinus. Avec ces notations et en utilisant l'équation (5.2), nous avons

$$\int_0^{T_s} x_{l,j}(t - \tau_j) c_i(t) e^{2i\pi(l-k)t/T_s} = x_{l,j}^{-1} (R_{l,j}^c + iR_{l,j}^s) + x_{l,j}^0 (\check{R}_{l,j}^c + i\check{R}_{l,j}^s) . \tag{5.22}$$

De plus, nous posons $\psi_{l,j} = 2\pi l\tau_j/T_s$. À l'instar des fonctions $R_{l,j}^f$ et $\check{R}_{l,j}^f$, nous utilisons deux autres fonctions $X_{l,j}^{f,g}$ et $\check{X}_{l,j}^{f,g}$ telles que $g(\cdot)$ est une fonction trigonométrique définie comme la fonction $f(\cdot)$ et

$$X_{l,j}^{f,g} = R_{l,j}^f g(\psi_{l,j}) , \tag{5.23}$$

$$\check{X}_{l,j}^{f,g} = \check{R}_{l,j}^f g(\psi_{l,j}) . \tag{5.24}$$

En introduisant les notations des équations (5.20) à (5.24) dans l'équation (5.19), nous obtenons

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k,i} = & \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_i}}{N_p} T_s x_{k,i}^0 + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \frac{\sqrt{2\mathcal{P}_j}}{N_p} \left(x_{l,j}^{-1} \left[X_{l,j}^{c,c} + X_{l,j}^{s,s} + \imath (X_{l,j}^{s,c} - X_{l,j}^{c,s}) \right] + \right. \\ & \left. + x_{l,j}^0 \left[\check{X}_{l,j}^{c,c} + \check{X}_{l,j}^{s,s} + \imath (\check{X}_{l,j}^{s,c} - \check{X}_{l,j}^{c,s}) \right] \right) + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} n(t) c_i(t) e^{-2\imath\pi kt/T_s} dt, \end{aligned} \quad (5.25)$$

et la variable de décision réelle s'écrit

$$\begin{aligned} U_{k,i} = & \frac{\sqrt{\mathcal{P}_i}}{N_p} T_s a_{k,i}^0 + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \frac{\sqrt{\mathcal{P}_j}}{N_p} \left(\left[X_{l,j}^{c,c} + X_{l,j}^{s,s} \right] a_{l,j}^{-1} + \left[X_{l,j}^{c,s} - X_{l,j}^{s,c} \right] b_{l,j}^{-1} + \right. \\ & \left. \left[\check{X}_{l,j}^{c,c} + \check{X}_{l,j}^{s,s} \right] a_{l,j}^0 + \left[\check{X}_{l,j}^{c,s} - \check{X}_{l,j}^{s,c} \right] b_{l,j}^0 \right) + \frac{1}{\sqrt{N_p}} \int_0^{T_s} \Re \left\{ n(t) c_i(t) e^{-2\imath\pi kt/T_s} \right\} dt. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Les calculs de la moyenne et de la variance de $U_{k,i}$ sont conditionnels à $a_{k,i}^0$. Nous supposons les sources *iid* et de moyenne nulle, ce qui nous permet d'écrire

$$\mathbb{E}[U_{k,i}] = \frac{\sqrt{\mathcal{P}_i}}{N_p} T_s, \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[U_{k,i}] = & \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \frac{\mathcal{P}_j}{N_p^2} \left(\mathbb{E} \left[(X_{l,j}^{c,c} + X_{l,j}^{s,s})^2 \right] + \mathbb{E} \left[(X_{l,j}^{c,s} - X_{l,j}^{s,c})^2 \right] + \mathbb{E} \left[(\check{X}_{l,j}^{c,c} + \check{X}_{l,j}^{s,s})^2 \right] + \right. \\ & \left. + \mathbb{E} \left[(\check{X}_{l,j}^{c,s} - \check{X}_{l,j}^{s,c})^2 \right] \right) + \frac{N_0 T_s}{N_p}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Nous avons

$$\begin{aligned} (X_{l,j}^{c,c} + X_{l,j}^{s,s})^2 &= (\cos \psi_{l,j} R_{l,j}^c + \sin \psi_{l,j} R_{l,j}^s)^2 \\ &= \cos^2 \psi_{l,j} (R_{l,j}^c)^2 + \sin^2 \psi_{l,j} (R_{l,j}^s)^2 + \sin 2\psi_{l,j} R_{l,j}^c R_{l,j}^s. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Les codes sont supposés suffisamment longs pour pouvoir être considérés aléatoires et nous faisons l'hypothèse de l'indépendance entre les variables $R_{l,j}^f$ et $\psi_{l,j}$ [89]. L'espérance des produits est alors le produit des espérances. De plus, nous supposons la variable $\psi_{l,j}$ équirépartie sur $[0, 2\pi[$, soit

$$\mathbb{E} \left[(X_{l,j}^{c,c} + X_{l,j}^{s,s})^2 \right] = \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[(R_{l,j}^c)^2 \right] + \frac{1}{2} \mathbb{E} \left[(R_{l,j}^s)^2 \right]. \quad (5.30)$$

La variance de la variable de décision $U_{k,i}$ se réduit alors à l'expression suivante

$$\begin{aligned} \text{var}[U_{k,i}] &= \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \frac{\mathcal{P}_j}{N_p^2} \left(\text{E} [(R_{l,j}^c)^2] + \text{E} [(R_{l,j}^s)^2] + \text{E} [(\check{R}_{l,j}^c)^2] + \text{E} [(\check{R}_{l,j}^s)^2] \right) + \\ &+ \frac{N_0 T_s}{N_p}. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Le calcul de la variance se ramène ainsi aux calculs des moments d'ordre deux des quatre fonctions de corrélation. Ces calculs développés en annexe A.4 permettent d'obtenir une expression simple de la variance $\text{var}[U_{k,i}]$, soit

$$\begin{aligned} \text{var}[U_{k,i}] &= \frac{N_0 T_s}{N_p} + \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \frac{\mathcal{P}_j}{N_p^2} \frac{2}{3} L_c T_c^2 + \\ &+ \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N_u-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} \frac{\mathcal{P}_j}{N_p^2} \left(\frac{L_c T_s^2}{\pi^2 (l-k)^2} - \frac{L_c^2 T_s^2}{2\pi^3 (l-k)^3} \sin\left(2\pi \frac{l-k}{T_c}\right) \right). \end{aligned} \quad (5.32)$$

Nous supposons des puissances identiques pour tous les utilisateurs, soit $\mathcal{P}_j = \mathcal{P}$, $\forall j \in [0, N_u[$. Le rapport $\text{E}[U_{k,i}]/\sqrt{2\text{var}[U_{k,i}]}$ s'écrit alors, toujours pour une MDP4,

$$\begin{aligned} \frac{\text{E}[U_{k,i}]}{\sqrt{2\text{var}[U_{k,i}]}} &= \left[\underbrace{\frac{N_0}{E_b}}_{(a)} + \underbrace{\frac{4(N_u-1)}{3L_c}}_{(b)} + \right. \\ &\left. + \underbrace{\sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} \frac{(N_u-1)L_c}{\pi^2(l-k)^2} \left(1 - \frac{L_c}{2\pi(l-k)} \sin\left(2\pi \frac{l-k}{L_c}\right) \right)}_{(c)} \right]^{-0,5}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Nous retrouvons dans cette nouvelle équation les termes de l'approximation \mathcal{B} , cf. équation (5.8). Dans le cas à porteuse unique, $N_p = 1$, nous obtenons ainsi la probabilité d'erreur $P_e^{\mathcal{B}}$. Une autre équation simple est donnée dans [154] mais elle conduit à des performances des systèmes AMRC multipilotes égales aux performances des systèmes à porteuse unique.

Les termes (a),(b) et (c) de l'équation (5.33) représentent respectivement la contribution du bruit, celle des interférences d'accès multiple sur la sous-porteuse k et la contribution des interférences d'accès multiple interporteuses. Les variations de ce dernier terme en fonction de N_p et de L_c sont représentées sur la figure 5.2. Globalement, la puissance des interférences interporteuses augmente avec N_p et avec $1/L_c$.

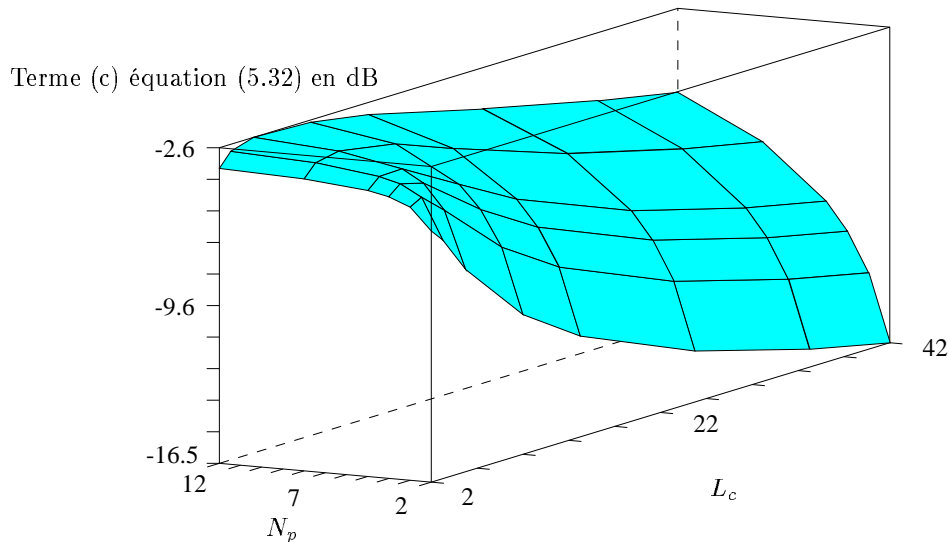


FIG. 5.2 – Variation des interférences interporteuses de la variance de la variable de décision en fonction de N_p et L_c , avec $N_u = 15$.

5.5 Performances du système AMRC multipilote

Tous les résultats suivants (figure 5.3, 5.4, 5.5, 5.7 et 5.8) sont obtenus à partir des deux équations (5.12) et (5.33). Nous déclinons les performances pour plusieurs configurations du système AMRC multipilote afin de mieux comprendre son comportement.

Le recouvrement spectral des sous-porteuses est différent pour chacune de ces sous-porteuses. Elles ne seront donc pas affectées de la même quantité d'interférences d'accès multiple. En effet, le terme (c) de l'équation (5.33) dépend non seulement du nombre de sous-porteuses, mais aussi de la sous-porteuse k démodulée. Ainsi, les sous-porteuses sur les bords du spectre, typiquement pour $k = 0$ ou $k = N_p - 1$, subiront moins d'interférences que les sous-porteuses au milieu du spectre, $k = N_p/2$. La figure 5.3 représente ce phénomène pour un nombre de sous-porteuses égal à 8 et pour deux longueurs de codes, $L_c = \{15, 127\}$. Les différences de probabilité d'erreur entre les sous-porteuses sont d'autant plus faibles que le rapport L_c/N_p est élevé. En effet, pour des rapports très supérieurs à 1, la bande de fréquences occupée par les lobes principaux du signal AMRC multipilote est très proche de la bande occupée par le lobe principal d'une sous-porteuse.

Les codes utilisés correspondent à des codes généralement appliqués aux systèmes AMRC asynchrones, à savoir des codes de Gold ou de Kasami. Les longueurs des codes sont alors $2^n - 1$, avec $n \in \mathbb{N}$. Nous utiliserons $L_c \in \{15, 31, 63, 127, 255\}$ et $N_p \in \{2, 4, 8, 16\}$. Les résultats présentés correspondent à la probabilité d'erreur par élément binaire la plus

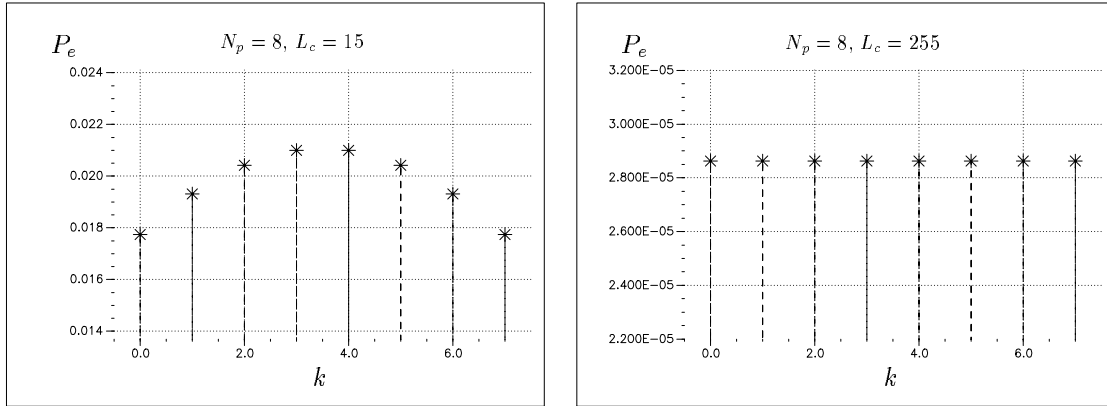


FIG. 5.3 – Probabilité d’erreur par élément binaire en fonction de la sous-porteuse k démodulée, avec $N_u = 2$ et $E_b/N_0 = 10$ dB.

favorable, autrement dit nous donnons les probabilités d’erreur obtenues sur la première sous-porteuse, $k = 0$.

Pour une longueur de code donnée, augmenter le nombre de sous-porteuses dégrade les performances du système, figure 5.4. En effet, la quantité d’interférences d’accès multiple interporteuses est directement liée au nombre de sous-porteuses et est strictement croissante avec N_p . Cependant, cette croissante, bien que le terme (c) de l’équation (5.33) ne converge pas lorsque $N_p \rightarrow \infty$ (la série numérique associée à ce terme peut être minorée par une série divergente), devient très faible pour $L_c/N_p < 1$. Par contre, pour un nombre de sous-porteuses donné, la probabilité d’erreur diminue lorsque la longueur du code croît, figure 5.5. Ce comportement s’explique par le fait qu’à partir d’une certaine longueur de code, la puissance des interférences d’accès multiple interporteuses n’augmente plus (*cf.* figure 5.2) et les meilleures propriétés de corrélation des codes longs sont exploitées. Nous donnons en référence les performances des systèmes à porteuse unique en fonction de L_c obtenues avec les approximations \mathcal{A} , \mathcal{B} , et \mathcal{C} , figure 5.6.

Sur les figures 5.7 et 5.8 sont représentées les probabilités d’erreur en fonction du rapport E_b/N_0 et en fonction de la charge du système. Dans les deux cas, les performances sont données pour un gain de traitement constant. En accord avec les résultats publiés dans [90] et comme le montrent ces deux figures, augmenter la longueur des codes tout en gardant une même occupation spectrale permet d’améliorer la capacité du système. Cependant cette amélioration est de plus en plus faible lorsque L_c et N_p croissent.

Afin de mieux représenter le gain apporté par un système AMRC multipilote par rapport à un système AMRC à porteuse unique, la figure 5.9 page 153 donne la capacité du système exprimée en nombre d’utilisateurs et en fonction du rapport E_b/N_0 nécessaire pour obtenir une probabilité d’erreur de 10^{-3} . Quelle que soit la configuration des systèmes comparés, le gain de traitement, à savoir le rapport L_c/N_p , est proche de 16, ce qui conduit à une même occupation spectrale et un même débit par utilisateur pour chaque système.

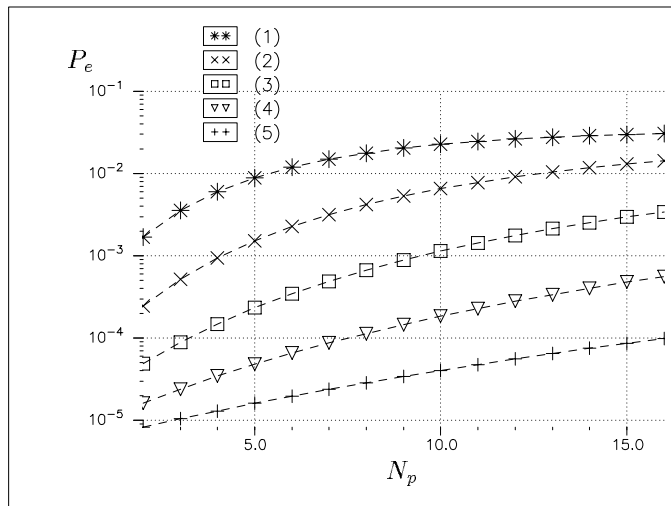


FIG. 5.4 – Probabilité d'erreur en fonction du nombre de sous-porteuses N_p avec $N_u = 2$ et $E_b/N_0 = 10$ dB. $L_c = \{15,31,63,127,255\}$ respectivement les courbes (1), (2) (3), (4) et (5).

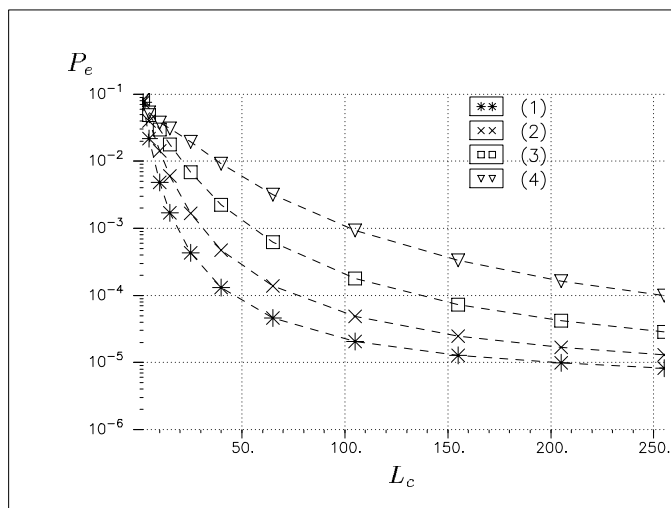


FIG. 5.5 – Probabilité d'erreur en fonction de la longueur des codes L_c avec $N_u = 2$ et $E_b/N_0 = 10$ dB. $N_p = \{2,4,8,16\}$ respectivement les courbes (1), (2), (3) et (4).

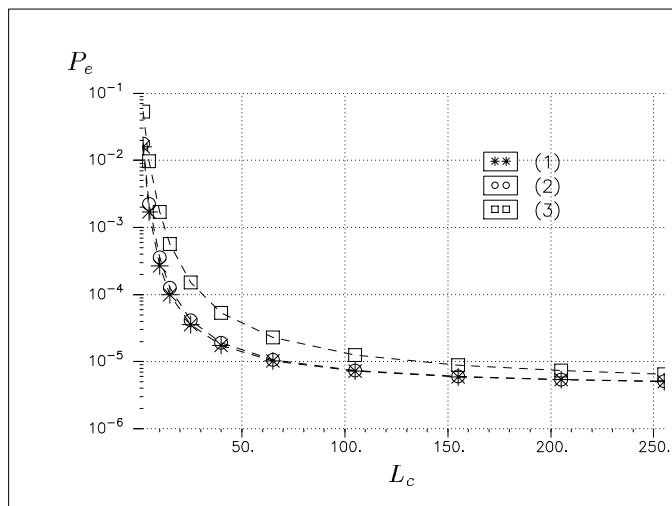


FIG. 5.6 – Probabilité d'erreur du système AMRC à porteuse unique en fonction de la longueur des codes L_c avec $N_u = 2$ et $E_b/N_0 = 10$ dB. Probabilité P_e^A (1), P_e^B (2) et P_e^C (3).

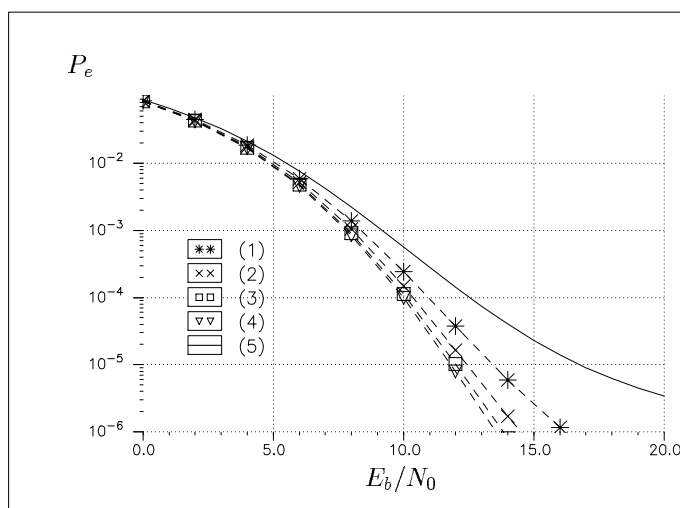


FIG. 5.7 – Probabilité d'erreur du système AMRC multipilote pour un gain de traitement constant $L_c/N_p \approx 16$ avec $N_u = 2$. $L_c = 31$, $N_p = 2$ (1), $L_c = 63$, $N_p = 4$ (2), $L_c = 127$, $N_p = 8$ (3), $L_c = 255$, $N_p = 16$ (4) et en référence les performances du système à porteuse unique avec $L_c = 15$ (5).

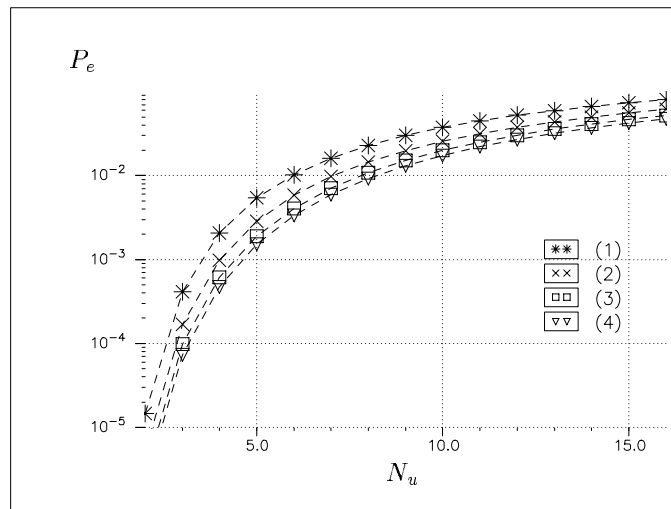


FIG. 5.8 – Probabilité d’erreur du système AMRC multipilote pour un gain de traitement constant $L_c/N_p \approx 16$ avec $E_b/N_0 = 10$ dB. $L_c = 31$, $N_p = 2$ (1), $L_c = 63$, $N_p = 4$ (2), $L_c = 127$, $N_p = 8$ (3) et $L_c = 255$, $N_p = 16$ (4).

Alors qu’avec un code de longueur 15, le système à porteuse unique supporte au maximum 3 utilisateurs pour une probabilité d’erreur de 10^{-3} , le système à porteuses multiples permet jusqu’à 5 utilisateurs³. Cependant, augmenter la longueur des codes et le nombre de sous-porteuses ne permet pas d’améliorer considérablement cette capacité. En effet, pour $N_p = 1024$ et $L_c = 2^{14} - 1$, une probabilité d’erreur de 10^{-3} est assurée pour 6 utilisateurs seulement avec $E_b/N_0 = 29$ dB, mais ne peut pas l’être pour 7 utilisateurs.

Ainsi, au delà de 8 sous-porteuses, le gain en terme de capacité apporté par le système AMRC multipilote par rapport à un système AMRC à porteuse unique reste très faible. Ce nombre de 8 sous-porteuses semble alors être une valeur intéressante offrant un bon compromis performances/complexité.

L’étude des systèmes AMRC multipilotes présentée dans ce chapitre a été réalisée pour des communications en liaison montante asynchrone sur canal gaussien. Les résultats obtenus, en accord avec ceux présentés dans [90], présentent des différences avec les conclusions de [154] où augmenter le nombre de sous-porteuses ne permet pas d’améliorer la capacité des systèmes AMRC. Cette étude doit être complétée par une évaluation des performances par la simulation et sur un canal de Rayleigh à trajets multiples.

3. Notons qu’avec des codes tels que $L_c = 63$, le système à porteuse unique peut supporter 11 utilisateurs toujours pour un taux d’erreur de 10^{-3} mais avec un débit par utilisateur quatre fois plus faible ou une occupation spectrale quatre fois plus élevée. En pratique, ces capacités sont améliorées en utilisant notamment le contrôle de puissance [131].

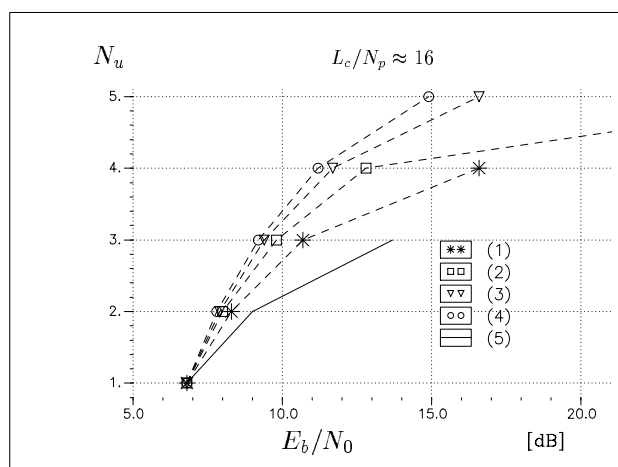


FIG. 5.9 – Capacité des systèmes AMRC multipilotes avec $L_c = 31$, $N_p = 2$ (1), $L_c = 63$, $N_p = 4$ (2), $L_c = 127$, $N_p = 8$ (3), $L_c = 255$, $N_p = 16$ (4) et en référence le système AMRC à porteuse unique (5).

5.6 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter les performances théoriques des systèmes AMRC multipilote dans un canal gaussien asynchrone.

Le calcul analytique de la variance et de l'espérance de la variable de décision nous a permis d'obtenir une expression simple de la probabilité d'erreur en fonction du nombre d'utilisateurs, de la longueur des codes, du nombre de sous-porteuses et de la sous-porteuse démodulée.

Les résultats prometteurs de cette technique sur canal gaussien montrent que cette combinaison de l'étalement de spectre par séquence directe et d'une modulation à porteuses multiples permet d'améliorer la capacité du système AMRC à porteuse unique avec une simple structure de réception : le filtre adapté. Ainsi, augmenter le nombre de sous-porteuses permet d'abaisser la probabilité d'erreur limite. Avec un gain de traitement de 16, et pour un TEB de 10^{-3} , le système ne peut supporter que 3 utilisateurs pour $N_p = 1$ et permet 5 utilisateurs pour $N_p = 8$ ou 16. Choisir un système AMRC multipilote avec un nombre de sous-porteuses limité à 8 offre alors des performances intéressantes avec une complexité raisonnable.

Dans le chapitre 3 nous avons montré l'efficacité d'une nouvelle technique de détection qui prend en compte le caractère multidimensionnel du signal AMRC à porteuses multiples. Dans le chapitre 4 nous avons montré l'efficacité des récepteurs prenant en compte les interférences d'accès multiple. L'application de ces techniques de réception aux signaux AMRC multipilotes peut nous permettre d'envisager un bel avenir à cette modulation à porteuses multiples et à étalement de spectre où le signal ne peut plus être considéré comme un simple signal à porteuses multiples.

Conclusion générale et perspectives

LES travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont permis d'étudier les nouvelles techniques de modulations combinant l'accès multiple à répartition de code, utilisant l'étalement de spectre, et les modulations à porteuses multiples.

L'OFDM est retenu pour sa grande efficacité spectrale dans les canaux difficiles et l'AMRC pour sa capacité d'accès multiple performante et flexible dans les réseaux cellulaires. Une synthèse bibliographique a permis d'exposer les principes de ces deux techniques et des systèmes de réception qui leur sont associées. La combinaison de ces deux techniques a conduit au développement de trois modulations à porteuses multiples et à accès multiple à répartition de codes. Les systèmes d'émission/réception de ces trois modulations ont été exposés afin de mieux comprendre les spécificités de chacune d'elles.

Les deux modulations plus particulièrement étudiées, l'AMRC à porteuses multiples et l'AMRC multipilote, ont montré leur efficacité et leur capacité d'accès multiple dans les canaux synchrones sélectifs en fréquence, pour la première, et dans les canaux gaussiens asynchrones pour la seconde.

Les résultats obtenus dans le chapitre trois montrent qu'une approche globale de la détection, comprenant la fonction d'égalisation et de désétalement, permet d'améliorer la fiabilité de cette détection lorsque le système n'est pas à pleine charge. De plus cette nouvelle approche, issue des techniques de réception appliquées aux signaux AMRC à porteuse unique, présente une meilleure résistance aux phénomènes d'éblouissement que les solutions généralement proposées pour les signaux AMRC à porteuses multiples. De même, comparées aux performances obtenues avec des structures d'annulation des interférences, la nouvelle technique de détection offre des performances comparables lorsque les signaux ont même puissance et lorsque le système n'est pas à pleine charge.

Dans un système d'émission-réception incluant l'indispensable fonction de codage et de décodage de canal, ces différences entre le détecteur CEQMMG et les récepteurs à annulation d'interférences seront encore diminuées. Des travaux menés en parallèle [155] et publiés dans un article commun [156] ont montré qu'associé à des fonctions de décodage performantes, de type turbo-décodage, le détecteur CEQMMG fournit de meilleures performances que les détecteurs à annulation des interférences en approchant de très près la limite du filtre adapté.

Alors que les récepteurs linéaires restent relativement sensibles aux phénomènes d'éblouissement, les récepteurs à annulation des interférences sont capables d'extraire l'in-

formation du signal utile avec une fiabilité qui est d'autant meilleure que la puissance des brouilleurs est élevée. En répartissant judicieusement les puissances des différents signaux, il est alors possible d'approcher la limite du filtre adapté pour tous les utilisateurs en même temps.

Contrairement aux systèmes AMRC à porteuses multiples qui dans leur version non modifiée sont principalement proposés pour la liaison descendante, les systèmes AMRC multipilotes se prêtent bien aux exigences des liaisons montantes asynchrones. L'étude analytique des performances de cette technique d'accès multiple sur un canal gaussien asynchrone a permis d'obtenir une expression simple de la probabilité d'erreur par élément binaire. Cette probabilité d'erreur est fonction du nombre de sous-porteuses, de la longueur des codes, du nombre d'utilisateurs actifs, de la sous-porteuse démodulée et du rapport entre la puissance du signal et celle du bruit. Nous avons montré que cette modulation à étalement de spectre et à porteuses multiples profite des propriétés de corrélation des codes longs qu'elle utilise. La capacité d'un tel système est alors supérieure à la capacité des systèmes AMRC à porteuse unique.

Perspectives

Les perspectives de cette étude sont multiples. Elles concernent principalement l'intégration des modulations à porteuses multiples et à étalement de spectre dans une chaîne complète d'émission-réception. De nombreux points restent à développer, notamment

- la prise en compte des fonctions d'estimation du canal et le choix de techniques d'accès multiple de la liaison montante utilisant les modifications des systèmes AMRC à porteuses multiples,
- le choix de stratégies de décodage dans les structures d'annulation d'interférences,
- l'application de l'algorithme de détection CEQMMG sous une forme adaptative,
- l'évaluation des performances des systèmes AMRC multipilotes sur des canaux de Rayleigh à évanouissements sélectifs en fréquence,
- l'étude de systèmes prenant en compte les interférences interporteuses et d'accès multiples pour la réception des signaux AMRC multipilotes,
- le choix de codes d'étalement pour les systèmes à étalement de spectre et à porteuses multiples quasi-synchrones,
- l'évaluation précise de la complexité des différents algorithmes en vue de leur intégration dans des architectures de simulation en temps réel,
- ...

En liaison descendante, les fonctions d'estimation des coefficients du canal peuvent être réalisées en insérant des porteuses pilotes dans la trame temps-fréquence du message émis, ou à l'aide d'un système adaptatif capable de suivre les variations de ce canal. En liaison montante le problème est plus délicat. Nous avons déjà mentionné cette difficulté au cours du chapitre trois. Une solution intéressante permettant de contourner ce problème est l'utilisation du système SS-MC-MA qui correspond à un multiplexage fré-

quentiel des utilisateurs tout en offrant la possibilité d'estimer les coefficients du canal à l'aide de porteuses pilotes. Ce système Ss-MC-MA semble être une solution pour appliquer la modulation AMRC à porteuses multiples aux contraintes des communications de la station mobile vers la station de base. Cependant, l'application de cette solution impose de résoudre les problèmes liés aux décalages fréquentiels entre les oscillateurs des différents utilisateurs afin de conserver la structure orthogonale du signal AMRC à porteuses multiples.

L'intégration des fonctions de codage-décodage de canal dans la chaîne de communication modifie les performances des détecteurs à annulation d'interférences, l'estimation des signaux interférents se faisant alors à des rapports signaux à bruit faibles. Lorsque la fonction de turbo-décodage n'est pas insérée dans la boucle d'annulation d'interférences (pour des raisons de complexité), les récepteurs PIC ou SIC offrent alors de moins bonnes performances que le détecteur CEQMMG associé à la même fonction de codage-décodage. Ces résultats ont été obtenus pour des puissances de réception des signaux identiques [155]. Il n'est pas évident qu'avec des puissances différentes l'avantage des détecteurs à annulation d'interférences sur les détecteurs linéaires, résultats obtenus au chapitre quatre, soit conservé. L'utilisation de décodeurs moins performants, mais de complexité réduite, insérés dans la boucle d'annulation d'interférences permettraient-ils aux détecteurs PIC ou SIC de conserver leurs avantages? Les réponses à cette question doivent prendre en compte la complexité des algorithmes et les temps de traitement (fonction des applications visées) qui deviennent des données importantes dans le développement de systèmes de radiocommunication. De même, les algorithmes de contrôle de puissance doivent être pris en compte afin d'optimiser globalement les performances des systèmes dans une architecture réseau.

Les études concernant les systèmes AMRC multipilotes restent peu nombreuses et conduisent parfois à des conclusions encore différentes aujourd'hui. La compréhension de ces systèmes nécessite une approche plus « étalement de spectre » que « multiporteuse », contrairement aux systèmes AMRC à porteuses multiples. Dans le domaine de l'accès multiple à répartition de codes, les recherches sont principalement axées sur la mise au point de récepteurs offrant des performances proches de celle du récepteur à maximum de vraisemblance mais avec une complexité moindre. L'objectif est de traiter simultanément les interférences d'accès multiples et la diversité, ce que permet les systèmes à étalement de spectre. La théorie du récepteur optimal reste encore à appliquer aux systèmes AMRC multipilotes, elle doit non seulement intégrer le traitement des interférences d'accès multiples et de la diversité, mais aussi prendre en compte les interférences interporteuses propres à ces systèmes. À partir de ces développements théoriques, il sera possible d'envisager des solutions sous-optimales moins complexes mais offrant des performances intéressantes.

Annexes

A.1 Équivalence temps–fréquence

Nous donnons dans cette annexe, une autre démonstration de l'équivalence temps–fréquence du canal de propagation, en terme de diversité. Nous partons de l'expression du canal sous la forme d'un vecteur, équation (2.53) page 61

$$h = {}^t[\beta_0 e^{i\theta_0}, \dots, \beta_{N-1} e^{i\theta_{N-1}}],$$

avec β_l l'amplitude des coefficients du canal dans le domaine temporel, affectés de processus de Rayleigh, et θ_l la phase de ces coefficients, équirépartie sur $[0, 2\pi[$. Le nombre de coefficients N du canal est supérieur ou égal à L , le nombre de trajets du canal que le système peut voir. Nous supposons donc un nombre de sous–porteuses suffisamment grand.

À l'aide de la transformation de Fourier discrète, la réponse fréquentielle H du canal s'écrit, avec N égal au nombre de sous–porteuses

$$H = \text{TFD}\{h\} = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} h_n \\ \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-2i\pi n/N} \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-2i\pi kn/N} \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-2i\pi(N-1)n/N} \end{bmatrix}.$$

La matrice de covariance fréquentielle K_H s'écrit

$$\begin{aligned} K_H &= \text{E}[(H - \text{E}[H])(H - \text{E}[H])^*] \\ &= \text{E}[HH^*] - \text{E}[H]\text{E}[H^*], \end{aligned}$$

que nous pouvons écrire sous la forme matricielle

$$K_H = \left(E[H_i \overline{H}_j] - E[H_i]E[\overline{H}_j] \right)_{i,j} .$$

Calculons $E[H_i \overline{H}_j]$.

$$\begin{aligned} E[H_i \overline{H}_j] &= E \left[\sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-2i\pi in/N} \sum_{m=0}^{N-1} \overline{h}_m e^{2i\pi jm/N} \right] \\ &= E \left[\sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 e^{-2i\pi(i-j)n/N} + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} h_n \overline{h}_m e^{-2i\pi(in-jm)/N} \right] \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} E[|h_n|^2] e^{-2i\pi(i-j)n/N} + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} E[h_n \overline{h}_m] e^{-2i\pi(in-jm)/N} . \end{aligned}$$

Le canal est supposé WSSUS. Ainsi, les processus dans le domaine des retards sont décorrélés. L'équation précédente s'écrit alors sous la forme

$$E[H_i \overline{H}_j] = \sum_{n=0}^{N-1} E[|h_n|^2] e^{-2i\pi(i-j)n/N} + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} E[h_n]E[\overline{h}_m] e^{-2i\pi(in-jm)/N} .$$

Le calcul de $E[H_i]E[\overline{H}_j]$ nous donne

$$\begin{aligned} E[H_i]E[\overline{H}_j] &= \sum_{n=0}^{N-1} E[h_n] e^{-2i\pi in/N} \sum_{m=0}^{N-1} E[\overline{h}_m] e^{2i\pi jm/N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} (E[h_n])^2 e^{-2i\pi(i-j)n} + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\substack{m=0 \\ m \neq n}}^{N-1} E[h_n]E[\overline{h}_m] e^{-2i\pi(in-jm)/N} . \end{aligned}$$

L'élément (i,j) de la matrice de covariance fréquentielle est donc égal à

$$\begin{aligned} K_H(i,j) &= \sum_{n=0}^{N-1} \left(E[|h_n|^2] - (E[h_n])^2 \right) e^{-2i\pi(i-j)n} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left(E[|\beta_n|^2] - (E[\beta_n])^2 \right) e^{-2i\pi(i-j)n} . \end{aligned}$$

En effet, les variables β_n et θ_n sont indépendantes et θ_n est équirépartie sur $[0, 2\pi[$, soit $E[e^{i\theta_n}] = 1$ pour tout n . En posant $\sigma_{\beta_n}^2$ le moment centré d'ordre deux de la variable

aléatoire β_n , la variance, la matrice de corrélation fréquentielle devient

$$K_H = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{2i\pi n/N} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{2i\pi(N-1)n/N} \\ \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{-2i\pi n/N} & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 & \cdots & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{2i\pi(N-2)n/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{-2i\pi(N-1)n/N} & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{-2i\pi(N-2)n/N} & \cdots & \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 \end{bmatrix} .$$

La matrice K_H vérifie la symétrie hermitienne puisque $K_H(i,j) = \overline{K_H(j,i)}$. Il nous reste à montrer que cette matrice a les mêmes valeurs propres que la matrice de covariance temporelle. Ceci revient à montrer que cette matrice est diagonalisable et possède sur sa diagonale les valeurs propres de K_h , c'est à dire les $\sigma_{\beta_n}^2$.

Posons $a_n = \sigma_{\beta_n}^2$ et $b = e^{-2i\pi/N}$. Nous avons

$$\left. \begin{array}{l} b^{-(N-i)n} = b^{in} \\ b^{(N-j)n} = b^{jn} \end{array} \right\} \quad \forall (i,j,n) \in \mathbb{N}^3 .$$

Nous posons de plus, pour simplifier les écritures,

$$x_k = \sum_{n=0}^{N-1} a_n b^{kn} .$$

La matrice de corrélation K_H s'écrit alors sous la forme

$$K_H = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_{N-1} \\ x_{N-1} & x_0 & \cdots & x_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_0 \end{pmatrix} .$$

Le calcul de ce déterminant, appelé déterminant circulaire par Gradshteyn et Ryzhik [157], est donné par

$$|K_H| = \prod_{j=0}^{N-1} (x_0 + x_1 \omega_j + x_2 \omega_j^2 + \cdots + x_{N-1} \omega_j^{N-1}) ,$$

où les ω_j sont les racines $N^{\text{ième}}$ de l'unité. Pour obtenir les valeurs propres de la matrice K_H , nous devons calculer le déterminant de $K_H - \lambda I$. Ce qui est immédiat avec l'équation

précédente. En posant λ_j les valeurs propres de K_H , nous obtenons

$$\begin{aligned}
 \lambda_j &= \sum_{k=0}^{N-1} x_k \omega_j^k \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} a_n b^{kn} e^{2i\pi jk/N} \\
 &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 e^{-2i\pi(n-j)k/N} \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{\beta_n}^2 \sum_{k=0}^{N-1} e^{-2i\pi(n-j)k/N} \\
 &= N \sigma_{\beta_j}^2 ,
 \end{aligned}$$

car pour $n \neq j$

$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{-2i\pi(n-j)k/N} = 0 .$$

En normalisant la transformation de Fourier discrète de façon à ce que la somme du module des échantillons au carré en entrée et en sortie soit égale, c'est à dire en écrivant

$$H = \text{TFD} \left\{ \frac{h}{\sqrt{N}} \right\} ,$$

nous obtenons $\lambda_j = \sigma_{\beta_j}^2$. Ce qu'il fallait démontrer. Quelle que soit la nature des processus aléatoires affectant les coefficients h_n du canal, à une diversité temporelle donnée par le nombre de trajets décorrélés correspond la même diversité fréquentielle.

Les coefficients h_n ont des amplitudes qui suivent des processus de Rayleigh indépendants. Montrons qu'il en est de même pour l'amplitude des coefficients H_k . Nous partons de l'équation

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n e^{-2i\pi kn/N} = \sum_{n=0}^{N-1} \beta_n e^{i\theta_n} e^{-2i\pi kn/N} .$$

avec θ_n équirépartie sur $[0, 2\pi[$, et β_n de densité de probabilité,

$$p_{\beta}(\beta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \beta < 0 , \\ \frac{\beta}{\sigma^2} e^{-\beta^2/2\sigma^2} & \text{si } \beta \geq 0 . \end{cases}$$

Nous pouvons écrire h_n en coordonnées cartésiennes, sous la forme $h_n = x_n + iy_n$, avec $x_n = \Re\{\beta_n e^{i\theta_n}\}$ et $y_n = \Im\{\beta_n e^{i\theta_n}\}$. Les variables aléatoires x_n et y_n sont alors, par définition, des processus gaussiens indépendants, centrés et de variance σ^2 . La variable

H_k s'écrit sous la forme

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} \left(x_n \cos(2\pi kn/N) + y_n \sin(2\pi kn/N) \right) + \iota \sum_{n=0}^{N-1} \left(y_n \cos(2\pi kn/N) - x_n \sin(2\pi kn/N) \right).$$

Soit $H_k = A_k + \iota B_k$. Les variables aléatoires A_k et B_k sont donc des combinaisons linéaires et réelles de variables aléatoires gaussiennes. De plus $(x_n)_{n \in [0, N[}$ et $(y_n)_{n \in [0, N[}$ sont indépendantes. Les variables A_k et B_k sont alors elles aussi des variables gaussiennes. Posons

$$A_k = \sum_{n=0}^{N-1} (a_n + b_n).$$

avec $a_n = x_n \cos(2\pi nk/N)$ et $b_n = y_n \sin(2\pi nk/N)$. Lorsque $\cos(2\pi nk/N) \neq 0$, la variable aléatoire a_n a pour densité de probabilité

$$p_{a_n}(a_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma} |\cos(2\pi kn/N)|} e^{-\frac{a_n^2}{\sigma^2 \cos^2(2\pi kn/N)}},$$

soit une moyenne nulle et une variance $\sigma_{a_n}^2 = \sigma^2 \cos^2(2\pi kn/N)$. De même la moyenne de la variable b_n est nulle et sa variance est $\sigma_{b_n}^2 = \sigma^2 \sin^2(2\pi kn/N)$ lorsque $2\pi kn/N \neq 0 \pmod{\pi}$. La variable A_k a donc une moyenne nulle et une variance

$$\sigma_{A_k}^2 = \sum_{n=0}^{N-1} (\sigma_{a_n}^2 + \sigma_{b_n}^2) = N\sigma^2,$$

car A_k est la somme de variables gaussiennes indépendantes [158]. Les mêmes résultats sont obtenus pour la variable aléatoire B_k . En posant $H = \text{TFD}(h/\sqrt{N})$, comme précédemment, nous obtenons

$$\sigma_{A_k}^2 = \sigma_{B_k}^2 = \sigma^2, \quad \forall k \in [0, N[.$$

Il nous reste à montrer que les variables A_k et B_k sont indépendantes. Soient $\varphi_n = 2\pi kn/N$ et la variable complexe Z_n telles que

$$Z_n = z_n + \iota w_n = \left(x_n \cos \varphi_n + y_n \sin \varphi_n \right) + \iota \left(y_n \cos \varphi_n - x_n \sin \varphi_n \right).$$

Le jacobien de la transformation de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 qui associe au couple (x_n, y_n) le couple (z_n, w_n) s'écrit

$$J(x_n, y_n) = \begin{vmatrix} \cos \varphi_n & \sin \varphi_n \\ -\sin \varphi_n & \cos \varphi_n \end{vmatrix} = 1.$$

La densité de probabilité conjointe des variables z_n et w_n s'écrit [1]

$$\begin{aligned}
 p_{z_n, w_n}(z_n, w_n) &= \frac{p_{x_n, y_n}(x_n, y_n)}{|J(x_n, y_n)|} \\
 &= p_{x_n, y_n}(z_n \cos \varphi_n - w_n \sin \varphi_n, z_n \sin \varphi_n + w_n \cos \varphi_n) \\
 &= p_{x_n}(z_n \cos \varphi_n - w_n \sin \varphi_n) p_{y_n}(z_n \sin \varphi_n + w_n \cos \varphi_n) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-z_n^2/2\sigma^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-w_n^2/2\sigma^2} \\
 &= p_{z_n}(z_n) p_{w_n}(w_n) .
 \end{aligned}$$

Ce résultat est immédiat car les deux variables aléatoires z_n et w_n sont gaussiennes et décorrélées, le jacobien de la transformation est non nul, elles sont donc indépendantes.

Ainsi, les variables aléatoires z_n et w_n sont indépendantes pour tout $n \in [0, N[$. Nous pouvons donc en déduire que A_k et B_k sont deux gaussiennes indépendantes de variance σ^2 . Les amplitudes des coefficients H_k suivent bien des variations de Rayleigh. Ce qu'il fallait démontrer.

A.2 La combinaison à gain maximal

Les résultats de cette annexe sont extraits, en partie, de [132] où les techniques de traitement de diversité par combinaison linéaire sont développées. Dans le cas d'un canal à N branches de diversité, la combinaison à gain maximal maximise le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit. Cette technique de détection a été proposée par L.R. Kahn en 1954.

Nous partons de l'expression du signal AMRC à porteuses multiples mono-utilisateur reçu, avec une longueur de code égale au nombre de sous-porteuses, soit $L_c = N_p = N$. Le signal reçu par sous-porteuse s'écrit, nous supprimons l'indice utilisateur pour alléger les écritures,

$$r_n = h_n c_n x + \xi_n .$$

Soient W le vecteur de pondération et U la variable associée à la quantité obtenue après combinaison. En posant $R = {}^t[r_0, \dots, r_{N-1}]$ le vecteur du signal reçu, U est alors égal à

$$U \triangleq {}^t W R = \sum_{n=0}^{N-1} w_n h_n c_n x + \sum_{k=0}^{N-1} w_n \xi_n .$$

La puissance du signal associée à la variable U s'écrit

$$P_S = E \left[\left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n h_n c_n x \right|^2 \right] = \left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n h_n c_n \right|^2 ,$$

avec $E[|x|^2] = 1$, et la puissance totale de bruit est donnée par

$$P_B = E \left[\left| \sum_{k=0}^{N-1} w_n \xi_n \right|^2 \right] = \sum_{k=0}^{N-1} |w_n|^2 \sigma_{\xi_n}^2 ,$$

car les processus gaussiens sont indépendants et de moyenne nulle. Le rapport γ entre ces deux puissances est donc égal à

$$\gamma = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n h_n c_n \right|^2}{\sum_{k=0}^{N-1} |w_n|^2 \sigma_{\xi_n}^2} .$$

L'objectif de la technique CGM est de maximiser ce rapport γ . Ce qui revient à minimiser la puissance du bruit. En utilisant l'inégalité de Schwarz, nous pouvons écrire pour deux vecteurs $A = [a_0, \dots, a_{N-1}]$ et $B = [b_0, \dots, b_{N-1}]$

$$\left| \sum_{n=0}^{N-1} \bar{a}_n b_n \right|^2 \leq \left(\sum_{n=0}^{N-1} |a_n|^2 \right) \left(\sum_{n=0}^{N-1} |b_n|^2 \right) .$$

La dépendance linéaire des deux vecteurs A et B est une condition nécessaire et suffisante pour avoir l'égalité entre les deux membres de l'équation. En appliquant l'inégalité de Schwarz à l'expression de P_S , avec

$$a_n = \bar{w}_n , \quad b_n = h_n c_n ,$$

nous obtenons

$$\left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n h_n c_n x \right|^2 \leq \left(\sum_{n=0}^{N-1} |w_n|^2 \right) \left(\sum_{n=0}^{N-1} |h_n c_n|^2 \right) .$$

Le rapport γ est donc maximal si et seulement si

$$\bar{w}_h = k h_n c_n , \quad \forall n \in [0, N[, \quad k \in \mathbb{C} .$$

En prenant $k = 1$ nous obtenons $w_n = \bar{h}_n c_n$. L'opération de désétalement peut donc être séparée de l'opération de traitement de diversité par combinaison, et les coefficients qui minimisent la puissance de bruit s'écrivent

$$g_n = \bar{h}_n , \quad \forall n \in [0, N[.$$

Ce qu'il fallait démontrer. Nous supposons des puissances de bruit identiques sur chaque branche et égales à σ_{ξ}^2 , le bruit est ici un bruit complexe. Ainsi le rapport γ devient

$$\gamma = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} |h_n c_n|^2}{\sigma_{\xi}^2} = \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_n ,$$

avec γ_n le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit par branche de diversité. Pour obtenir ce résultat nous avons fait l'hypothèse d'une puissance de bruit identique

pour chaque branche de diversité. Le bruit étant dans la plus part des cas supposé blanc, cette hypothèse semble vérifiée. Cependant après filtrage, la densité spectrale de puissance du bruit n'est pas toujours constante (nous n'avons pas retenu cette hypothèse pour notre étude). Si c'est le cas, il faut alors utiliser

$$a_n = \frac{\bar{w}_n}{\sqrt{\sigma_{\xi_n}^2}}, \quad b_n = h_n c_n \sqrt{\sigma_{\xi_n}^2},$$

pour obtenir le même résultat. En prenant un rapport γ_n indépendant de n , en moyenne, nous pouvons écrire

$$E[\gamma] = NE[\gamma_n].$$

Cette simple relation résume assez bien l'évolution des performances en fonction de l'ordre de diversité. Le rapport entre la puissance du signal et celle du bruit augmente avec N . Par exemple, un ordre de diversité double apporte un gain de 3 dB sur γ . Ceci s'explique aussi par le fait que les bruits sur les branches de diversité sont indépendants, alors que les signaux ne le sont pas. La puissance totale du bruit est la somme des puissances des bruits, mais la puissance totale du signal est supérieure à la somme des puissances des signaux sur chaque branche.

Soit V la variable de décision associée à U ,

$$V = \Re\{U\} = \sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 c_n^2 x + \Re \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \bar{h}_n c_n \xi_n \right\},$$

nous supposons les symboles x issus d'une modulation MDP2, ce qui nous donne une seule variable de décision. Dans le cas de la MDP4, la modulation que nous avons utilisée pour notre étude, il suffit de considérer indépendamment les deux variables de décision V_1 et V_2 telles que $U = V_1 + iV_2$.

La variable aléatoire V est une combinaison linéaire de variables aléatoires gaussiennes centrées, $(\Re\{\xi_n\})_n$ et $(\Im\{\xi_n\})_n$. La variable V est donc gaussienne

$$E[V] = \sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 c_n^2 x, \quad \text{var}[V] = \sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 c_n^2 \frac{\sigma_{\xi_n}^2}{2},$$

avec $\sigma_{\xi_n}^2 = \sigma_{\xi}^2 = 2N_0$ pour tout n . Le rapport γ est aussi donné par

$$\gamma = \left| \frac{E[V]^2}{2\text{var}[V]} \right|,$$

avec $x = \pm 1$, nous normalisons la puissance associée à l'enveloppe complexe du signal à 1. Pour un rapport γ donné, la probabilité d'erreur s'écrit alors

$$\begin{aligned} P_e(\gamma) &= \Pr \left\{ (V < 0 \cap x = 1) \cup (V > 0 \cap x = -1) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \Pr(V < 0 | x = 1) + \frac{1}{2} \Pr(V > 0 | x = -1) \\ &= \Pr(V < 0 | x = 1) , \end{aligned}$$

avec

$$\begin{cases} m = E[V]_{|x=1} = \sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 c_n^2 , \\ \sigma^2 = \text{var}[V]_{|x=1} = \sum_{n=0}^{N-1} |h_n|^2 c_n^2 \frac{\sigma_{\xi_n}^2}{2} , \end{cases}$$

soit,

$$\begin{aligned} P_e(\gamma) &= \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(V-m)^2}{2\sigma^2}} dV \right]_{x=1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{m^2/\sigma^2}} e^{-t^2/2} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{2\gamma}} e^{-t^2/2} dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\gamma}}^{+\infty} e^{-t^2} dt \\ &= Q(\sqrt{2\gamma}) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma}) . \end{aligned}$$

Il ne reste plus qu'à calculer la probabilité d'erreur P_e , en moyennant $P_e(\gamma)$ en fonction des variations de γ . Soit

$$P_e = \int_0^{+\infty} Q(\sqrt{2\gamma}) p_\gamma(\gamma) d\gamma .$$

Nous nous plaçons dans le cas où les γ_n ont la même valeur moyenne α et sont des processus indépendants. La variable aléatoire γ suit une loi de probabilité en χ^2 à $2N$ degrés de liberté, les $2N$ variables gaussiennes, puisque $|h_n|$ suit une loi de Rayleigh. Soit, pour $\gamma \geq 0$, [159]

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{(N-1)! \alpha^N} \gamma^{N-1} e^{-\gamma/\alpha} ,$$

avec $\alpha = E[\gamma_n] = E[\gamma]/N$. Ce qui conduit à résoudre

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^{+\infty} P_e(\gamma) p_\gamma(\gamma) d\gamma \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} p_\gamma(\gamma) \int_{\sqrt{\gamma}}^{+\infty} e^{-t^2} dt d\gamma \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} \int_0^{t^2} p_\gamma(\gamma) d\gamma dt \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}(N-1)! \alpha^N} \int_0^\infty e^{-t^2} \int_0^{t^2} \gamma^{N-1} e^{-\gamma/\alpha} d\gamma dt \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}(N-1)!} \int_0^\infty e^{-t^2} \int_0^{t^2/\alpha} x^{N-1} e^{-x} dx dt .
 \end{aligned}$$

En utilisant l'intégration par partie, le calcul de l'intégrale sur x nous donne

$$\int_0^{t^2/\alpha} x^{N-1} e^{-x} dx = (N-1)! \left(1 - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{t^{2k}}{\alpha^k k!} e^{-t^2/\alpha} \right) ,$$

soit, pour la probabilité d'erreur,

$$P_e = \int_0^\infty e^{-t^2} dt - \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{\pi} \alpha^k k!} \int_0^\infty t^{2k} e^{-t^2(1+1/\alpha)} dt .$$

La seconde intégrale se calcule en intégrant par partie. Il est cependant possible de se ramener à une intégrale connue en effectuant un changement de variable, en posant $x = t^2(1 + 1/\alpha)$. L'intégrale correspond à la forme intégrale de la fonction $\Gamma(k + 1/2)$. La probabilité d'erreur s'écrit alors

$$P_e = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\Gamma(k + 1/2)}{\sqrt{\pi} (\alpha + 1)^k k! \sqrt{1 + 1/\alpha}} ,$$

et cette probabilité d'erreur est plus généralement donnée sous la forme [103]

$$P_e = \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha}{1 + \alpha}} \right)^N \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{C}_{N-1+k}^k \left(\frac{1}{2} \right)^{N-k} \left(1 + \sqrt{\frac{\alpha}{1 + \alpha}} \right)^k .$$

Nous avons posé $\alpha = E[\gamma]/N$ avec γ le rapport entre la puissance du signal, associée à la variable U obtenue après combinaison, et la puissance du bruit associée à cette même variable. Afin de normaliser la puissance reçue, nous prenons $E[h_k] = 1$, pour tout k . Soit

$$\alpha = \frac{E[\gamma]}{N} = \frac{2\mathcal{E}}{2N_0N} = \frac{E_b}{N_0N} ,$$

avec N_0 la densité spectrale monolatérale de puissance du bruit, \mathcal{E} l'énergie d'un symbole émis, $E[|x|^2] = 2\mathcal{E}$, et E_b l'énergie par élément binaire du signal. Nous avons effectué les calculs en utilisant une modulation de phase à deux états. Dans le cas de la modulation MDP4, le même résultat est obtenu.

Nous retrouvons ainsi l'équation (3.22) page 76.

A.3 Estimation quadratique moyenne

Nous reprenons ici en détail les calculs permettant d'obtenir le vecteur W_i d'égalisation du canal présenté dans la section 3.7, à la page 87. Sous certaines conditions ce vecteur existe et en pratique ces conditions sont respectées. L'erreur quadratique moyenne est calculée entre les symboles x_i issus de la modulation MDP4 de l'émetteur et le signal \hat{x}_i obtenu après égalisation.

Pour mener à bien l'optimisation, nous ne décomposons pas W_i en d'une part l'égalisation et d'autre part le désétalement⁴. L'optimisation est faite de façon globale et la solution correspond au filtrage de Wiener. Ici aussi, nous remplaçons $c_{k,i}/\sqrt{N_p}$ par $c_{k,i}$. Nous partons de l'expression non matricielle de l'erreur qui est

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= x_i - {}^t W_i (HCX + N) \\ &= x_i - \sum_{k=0}^{N_p-1} w_{k,i} \left(\sum_{j=0}^{N_u-1} h_k c_{k,j} x_j + \xi_k \right).\end{aligned}$$

Pour alléger les expressions nous supprimons l'indice i sur les composantes du vecteur W_i . L'erreur quadratique s'écrit

$$\begin{aligned}|\varepsilon_i|^2 &= \left(x_i - \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^{N_u-1} w_k h_k c_{k,j} x_j - \sum_{k=0}^{N_p-1} w_k \xi_k \right) \times \\ &\quad \times \left(\bar{x}_i - \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{j=0}^{N_u-1} w_k h_k c_{k,j} x_j - \sum_{k=0}^{N_p-1} w_k \xi_k \right).\end{aligned}$$

Les processus statistiques x_j correspondant aux séquences symboles des différents utilisateurs j sont indépendants de même que les processus ξ_k , qui sont aussi indépendants des x_j . Nous supposons que les coefficients du canal sont estimés par le récepteur et que les codes des utilisateurs sont connus, ces grandeurs sont donc déterministes. Avec ces

4. L'opération de démodulation OFDM est ici vue comme une opération de changement de base et n'est pas incluse dans le vecteur W_i

hypothèses, l'expression de l'erreur quadratique moyenne est égale à

$$\begin{aligned}
E[|\varepsilon_i|^2] &= \sigma_{x_i}^2 - \sum_{k=0}^{N_p-1} \bar{h}_k c_{k,i} \sigma_{x_i}^2 \bar{w}_k - \sum_{k=0}^{N_p-1} h_k c_{k,i} \sigma_{x_i}^2 w_k \\
&+ \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} h_k \bar{h}_l c_{k,j} c_{l,j} \sigma_{x_j}^2 w_k \bar{w}_l + \sum_{k=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_k}^2 |w_k|^2 \\
&= \sigma_{x_i}^2 - 2\Re \left\{ \sum_{k=0}^{N_p-1} h_k c_{k,i} \sigma_{x_i}^2 w_k \right\} + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} |h_k|^2 c_{x_j}^2 \sigma_{x_j}^2 |w_k|^2 \\
&+ \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} h_k \bar{h}_l c_{k,j} c_{l,j} \sigma_{x_j}^2 w_k \bar{w}_l + \sum_{k=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_k}^2 |w_k|^2 .
\end{aligned}$$

Posons $w_k = a_k + jb_k$ et $h_k = p_k + jq_k \forall k \in [0, N_p[$. L'équation précédente s'écrit

$$\begin{aligned}
E[|\varepsilon_i|^2] &= \sigma_{x_i}^2 - 2 \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,i} \sigma_{x_i}^2 (p_k a_k - q_k b_k) + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} |h_k|^2 c_{x_j}^2 \sigma_{x_j}^2 (a_k^2 + b_k^2) \\
&+ \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{l,j} \sigma_{x_j} \left[(p_k p_l + q_k q_l) (a_k a_l + b_k b_l) - (p_l q_k - p_k q_l) \right. \\
&\left. (a_l b_k - a_k b_l) \right] + j \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq k}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{l,j} \sigma_{x_j} \left[(p_k p_l + q_k q_l) (a_l b_k - a_k b_l) \right. \\
&\left. + (p_l q_k - p_k q_l) (a_k a_l + b_k b_l) \right] + \sum_{k=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_k}^2 (a_k^2 + b_k^2) ,
\end{aligned}$$

la partie imaginaire de cette expression est nulle, ce qui est en accord avec le domaine de définition de $E[|\varepsilon_i|^2]$ qui est \mathbb{R}_+ . L'erreur quadratique moyenne s'écrit donc sous la forme d'une fonction de \mathbb{R}^{2N_p} dans \mathbb{R}_+ , par définition $|\varepsilon_i|^2 \geq 0$.

Soit f la fonction associée à l'erreur quadratique moyenne et définie par

$$\begin{aligned}
f : \quad & \mathbb{R}^{2N_p} && \longrightarrow \mathbb{R}_+ \\
& (A = [a_0, \dots, a_{N_p-1}], B = [b_0, \dots, b_{N_p-1}]) && \longmapsto E[|\varepsilon_i|^2] .
\end{aligned}$$

Cette fonction est différentiable sur \mathbb{R}^{2N_p} car toutes ses dérivées partielles sont continues sur cet ouvert. Le but est de trouver les valeurs $[A_0, B_0]$ pour lesquels la fonction est minimale. Une condition nécessaire est que toutes les dérivées partielles s'annulent en ce point : $\vec{\nabla} f([A_0, B_0]) = \vec{0}$. La fonction étant deux fois continûment différentiable, nous pouvons utiliser les déterminants mineurs de la matrice hessienne pour obtenir une condition suffisante. En effet si $\Delta_k([A_0, B_0]) > 0 \forall k \in [0, \dots, 2(N_p - 1)]$, où les Δ_k sont les déterminants des matrices obtenues en éliminant les $2N_p - k$ dernières lignes et colonnes

de la matrice hessienne, alors l'extremum en $[A_0, B_0]$ est un minimum, et ce minimum est global car la fonction f est continûment différentiable sur \mathbb{R}^{2N_p} .

Le calcul des dérivées partielles par rapport à la variable a_n nous donne

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial a_n} &= -2c_{n,i}\sigma_{x_i}^2 p_n + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 a_n \\
&\quad + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_k p_n + q_k q_n) a_k - (p_n q_k - p_k q_n) b_k \right] \\
&\quad + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{N_p-1} c_{l,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_n p_l + q_n q_l) a_l + (p_l q_n - p_n q_l) b_l \right] + 2\sigma_{\xi_n}^2 a_n \\
&= -2c_{n,i}\sigma_{x_i}^2 p_n + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 a_n \\
&\quad + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_k p_n + q_k q_n) a_k + (p_k q_n - p_n q_k) b_k \right] + 2\sigma_{\xi_n}^2 a_n,
\end{aligned}$$

et de même par rapport à la variable b_n

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial b_n} &= 2c_{n,i}\sigma_{x_i}^2 q_n + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 b_n \\
&\quad + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_k p_n + q_k q_n) b_k + (p_n q_k - p_k q_n) a_k \right] \\
&\quad + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{N_p-1} c_{l,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_n p_l + q_n q_l) b_l - (p_l q_n - p_n q_l) a_l \right] + 2\sigma_{\xi_n}^2 b_n \\
&= 2c_{n,i}\sigma_{x_i}^2 q_n + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 b_n \\
&\quad + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq n}}^{N_p-1} c_{k,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 \left[(p_k p_n + q_k q_n) b_k + (p_n q_k - p_k q_n) a_k \right] + 2\sigma_{\xi_n}^2 b_n.
\end{aligned}$$

Avant de calculer le vecteur $[A_0, B_0]$ solution, examinons la nature de cet extremum. Le calcul des dérivées partielles d'ordre deux conduit à

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 a_n} &= 2\sigma_{\xi_n}^2 + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 = \alpha_n , \\ \frac{\partial^2 f}{\partial^2 b_n} &= 2\sigma_{\xi_n}^2 + 2 \sum_{j=0}^{N_u-1} c_{n,j}^2 \sigma_{x_j}^2 |h_n|^2 = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 a_n} , \\ \frac{\partial^2 f}{\partial a_n \partial b_n} &= \frac{\partial^2 f}{\partial b_n \partial a_n} = 0 .\end{aligned}$$

La matrice hessienne est donc diagonale et égale à

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ & & \alpha_{N_p-1} & \ddots \\ \vdots & & \ddots & \alpha_0 \\ & & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_{N_p-1} \end{pmatrix} .$$

Une condition suffisante pour que les déterminants mineurs de la matrice hessienne soient tous non nuls et ainsi que le point solution soit un minimum global est une puissance du bruit non nulle sur chaque sous-porteuse.

Une autre condition est : si $\exists n$ tel que $h_n = 0$ alors $\sigma_{\xi_n}^2 \neq 0$, ou si $h_n \neq 0$ alors $\sigma_{\xi_n}^2$ peut être nul — il existe au moins un utilisateur actif. Il est possible de supposer que des évanouissement profonds conduisent à un coefficient h_n numériquement nul. Mais si l'amplitude du signal reçu sur d'autres sous-porteuses est élevé, alors il se peut que $\sigma_{\xi_n}^2$ soit aussi numériquement nul. Il n'est alors plus possible de formuler de condition suffisante d'existence d'un extremum local à l'aide des seules dérivées partielles d'ordre un et deux. Nous n'étudierons pas ce cas et nous considérons que la puissance de bruit est non nulle sur chaque sous-porteuse. Cette condition sera aussi utilisée pour montrer l'existence du point extremum solution.

L'expression de $[A_0, B_0]$ s'exprime sous la forme $\vec{\nabla} f([A_0, B_0]) = \vec{0}$. L'espace de départ étant \mathbb{C}^{N_p} , nous regroupons les composantes de la façon suivante, ce qui nous permet d'atteindre la solution recherchée $W = A_0 + jB_0$,

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial a_n} + j \frac{\partial f}{\partial b_n} &= -2c_{n,i} \sigma_{x_i}^2 \bar{h}_n + \sum_{j=0}^{N_u-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} c_{k,j} c_{n,j} \sigma_{x_j}^2 h_k \bar{h}_n w_k + 2\sigma_{\xi_n}^2 w_n \\ &= -2c_{n,i} \sigma_{x_i}^2 \bar{h}_n + 2\sigma_{\xi_n}^2 w_n + 2\bar{h}_n [c_{n,1} \quad \dots \quad c_{n,N_u}] \Sigma_X^t C H W ,\end{aligned}$$

avec $\Sigma_X = \text{diag}(\sigma_{x_i}^2)$, C la matrice des codes et H la matrice diagonale des coefficients du canal.

Ainsi l'équation $\vec{\nabla} f([A_0, B_0]) = \vec{0}$ peut se mettre sous la forme

$$-2\overline{H}\sigma_{x_i}^2 C_i + 2\Sigma_N W + 2\overline{H}C\Sigma_X^t C H W = 0 .$$

En restituant l'indice i au vecteur W , on obtient ainsi

$$(\overline{H}C\Sigma_X^t C H + \Sigma_N)W_i = \overline{H}C_i\sigma_{x_i}^2 .$$

Il nous reste maintenant à montrer que la matrice $(\overline{H}C\Sigma_X^t C H + \Sigma_N)$ est inversible, ce qui nous permettra d'obtenir la solution de l'équation (3.45), page 88.

Nous pouvons écrire cette matrice à inverser sous la forme $M = DD^* + \Sigma_N$, soit

$$M = \begin{bmatrix} a_{0,0} & \dots & a_{0,N_p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_p-1,0} & \dots & a_{N_p-1,N_p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{a}_{0,0} & \dots & \bar{a}_{N_p-1,0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{a}_{0,N_p-1} & \dots & \bar{a}_{N_p-1,N_p-1} \end{bmatrix} + \Sigma_N$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{0,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,0} + \sigma_{\xi_0}^2 & \dots & \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{0,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,N_p-1} \\ \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{1,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,0} & \dots & \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{1,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,N_p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{N_p-1,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,0} & \dots & \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{N_p-1,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,N_p-1} + \sigma_{\xi_{N_p-1}}^2 \end{bmatrix} .$$

Soit ϕ la forme bilinéaire de E^2 dans \mathbb{C} associée à la matrice M , avec E un \mathbb{C} -espace vectoriel. Cette forme bilinéaire est hermitienne car la matrice M est hermitienne : $M = M^*$. Montrons que sous certaines conditions cette forme hermitienne est définie positive, $\phi(X, X) > 0$.

Soit $X = {}^t [x_0 \ \dots \ x_{N_p-1}]$ et $\delta_{m,n}$ le symbole de Kroneker, ainsi

$${}^t X M \bar{X} = {}^t X \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N_p-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} a_{0,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,n} + \delta_{n,0} \sigma_{\xi_0}^2 \right) \bar{x}_n \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N_p-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} a_{N_p-1,k} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{l,n} + \delta_{n,N_p-1} \sigma_{\xi_{N_p-1}}^2 \right) \bar{x}_n \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{m=0}^{N_p-1} \sum_{n=0}^{N_p-1} \left(\sum_{k=0}^{N_p-1} a_{mk} \sum_{l=0}^{N_p-1} \bar{a}_{ln} + \delta_{nm} \sigma_{\xi_m}^2 \right) \bar{x}_n x_m ,$$

et

$$\begin{aligned}
{}^t X M \bar{X} &= \sum_{m=0}^{N_p-1} \sum_{n=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{mk} \sum_{l=0}^{N_p-1} \overline{a_{ln}} \bar{x}_n x_m + \sum_{m=0}^{N_p-1} \sum_{n=0}^{N_p-1} \delta_{nm} \sigma_{\xi_m}^2 \bar{x}_n x_m \\
&= \sum_{m=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{mk} x_m \sum_{n=0}^{N_p-1} \sum_{l=0}^{N_p-1} \overline{a_{ln}} x_n + \sum_{m=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_m}^2 |x_m|^2 \\
&= \left| \sum_{m=0}^{N_p-1} \sum_{k=0}^{N_p-1} a_{mk} x_m \right|^2 + \sum_{m=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_m}^2 |x_m|^2 .
\end{aligned}$$

Si

$$\prod_{m=0}^{N_p-1} \sigma_{\xi_m}^2 \neq 0$$

alors la forme hermitienne est définie positive et donc elle est non dégénérée (corollaire du théorème de Cauchy–Scharwz). Or dans une base quelconque, une forme hermitienne non dégénérée a un déterminant non nul. La matrice M est donc inversible, et le vecteur W_i s'écrit

$$W_i = (\overline{HC} \Sigma_X {}^t C H + \Sigma_N)^{-1} \overline{HC}_i \sigma_{x_i}^2 .$$

En posant ${}^t W_i = {}^t C_i G$, la matrice d'égalisation G s'écrit

$$G = \overline{H} \sigma_{x_i}^2 (H C \Sigma_X {}^t C \overline{H} + \Sigma_N)^{-1} .$$

La définition de la matrice M permet d'obtenir les mêmes conclusions quels que soient les codes d'étalement choisis, notamment si ceux-ci ne sont pas des codes orthogonaux.

La condition $\sigma_{\xi_m}^2 \neq 0 \quad \forall m \in [0, N_p[$ est une condition forte permettant d'obtenir une matrice inversible. Cependant, quels que soient le canal et les codes, la minimisation de l'erreur quadratique moyenne sera optimale. Cette condition étant une condition suffisante mais non nécessaire, il existe des cas où la matrice inverse existe pour des puissances de bruit nulles sur au moins une sous-porteuse. Si les codes sont des codes orthogonaux et si les puissances des signaux des utilisateurs sont toutes identiques, alors la matrice est aussi inversible. Il est possible de décliner d'autres cas où la matrice inverse existe. Nous ne les exposons pas ici car ce sont des cas très particuliers.

Afin de rester dans le cas, pas de condition sur les codes ni sur les puissances des signaux des utilisateurs, ni sur les coefficients du canal, nous imposerons une puissance de bruit non nulle sur chaque sous-porteuse. Rappelons que si cette hypothèse semble réaliste, dans un contexte numérique elle l'est moins. Il sera donc nécessaire d'assurer des valeurs numériques non nulles à ces puissances de bruit pour pouvoir utiliser la matrice d'égalisation G telle qu'elle est exprimée dans l'équation (3.46), page 88.

A.4 Calcul des moments des fonctions de corrélation utilisées pour évaluer la variance de la variable de décision des systèmes AMRC multipilotes

Le calcul de la variance de la variable de décision nécessite de calculer les moments d'ordre deux des grandeurs $R_{l,j}^c$, $R_{l,j}^s$, $\check{R}_{l,j}^c$ et $\check{R}_{l,j}^s$ quels que soient $j \neq i$ et $l \in [0, N_p]$. Nous supposons la communication asynchrone avec des retards τ_j équirépartis sur $[0, T_s]$.

Nous calculons tout d'abord $R_{l,j}^c$ pour $l \neq k$

$$R_{l,j}^c = \int_0^{\tau_j} c_j(t - \tau_j + T_s) c_i(t) \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt .$$

Nous rappelons que $c_j(t) = c_j^p \Pi(t - pT_c)$ avec la fonction porte définie sur $[0, T_c]$. Afin de calculer cette intégrale, nous posons $\tau_j = \lambda T_c + \alpha$ avec $\lambda \in [0, L_c] \cap \mathbb{N}$ et $\alpha \in [0, T_c] \cap \mathbb{R}$. L'intervalle $[0, \tau_j[$ est découpé de la façon suivante

$$\begin{aligned} [0, \tau_j[&= [0, \alpha[\cup [\alpha, T_c[\cup [T_c, T_c + \alpha[\cup \dots \cup [(\lambda - 1)T_c + \alpha, \lambda T_c[\cup [\lambda T_c, \lambda T_c + \alpha[\\ &= \bigcup_{\nu=0}^{\lambda} [\nu T_c, \nu T_c + \alpha[\bigcup_{\nu=0}^{\lambda-1} [\nu T_c + \alpha, (\nu + 1)T_c[, \end{aligned}$$

ainsi

$$\begin{aligned} R_{l,j}^c &= \sum_{\nu=0}^{\lambda} \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} c_j(t - \tau_j + T_s) c_i(t) \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt + \\ &\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} c_j(t - \tau_j + T_s) c_i(t) \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt \\ &= \sum_{\nu=0}^{\lambda} \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} c_j^p \Pi(t - \alpha - (\lambda + p - L_c)T_c) c_i^q \Pi(t - qT_c) \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt + \\ &\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} c_j^p \Pi(t - \alpha - (\lambda + p - L_c)T_c) c_i^q \Pi(t - qT_c) \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt . \end{aligned}$$

La première intégrale est réalisée de νT_c à $\nu T_c + \alpha$, sur cet intervalle $\Pi(t - qT_c)$ est différent de zéro pour $q = \nu$ et de même $\Pi(t - \alpha - (\lambda + p - L_c)T_c) \neq 0$ pour $\nu - (\lambda + p - L_c) = 1$,

soient $p = \nu + L_c - \lambda - 1$. En raisonnant de même sur la deuxième intégrale, nous obtenons

$$\begin{aligned}
R_{i,j}^c &= \sum_{\nu=0}^{\lambda} c_j^{\nu+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu} \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt + \\
&\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} c_j^{\nu-\lambda} c_i^{\nu} \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} \cos\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt \\
&= \sum_{\nu=0}^{\lambda} c_j^{\nu+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu} I_1^c(\nu) + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} c_j^{\nu-\lambda} c_i^{\nu} I_2^c(\nu) . \\
(R_{i,j}^c)^2 &= \sum_{\nu=0}^{\lambda} \left(c_j^{\nu+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu} I_1^c(\nu)\right)^2 + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} \left(c_j^{\nu-\lambda} c_i^{\nu} I_2^c(\nu)\right)^2 + \\
&\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda} \sum_{\substack{\nu'=0 \\ \nu' \neq \nu}}^{\lambda} c_j^{\nu+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu} c_j^{\nu'+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu'} I_1^c(\nu) I_1^c(\nu') + \\
&\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} \sum_{\substack{\nu'=0 \\ \nu' \neq \nu}}^{\lambda-1} c_j^{\nu-\lambda} c_i^{\nu} c_j^{\nu'-\lambda} c_i^{\nu'} I_2^c(\nu) I_2^c(\nu') + \\
&\quad + \sum_{\nu=0}^{\lambda} \sum_{\nu'=0}^{\lambda-1} c_j^{\nu+L_c-\lambda-1} c_i^{\nu} c_j^{\nu'-\lambda} c_i^{\nu'} I_1^c(\nu) I_2^c(\nu') .
\end{aligned}$$

Les codes sont suffisamment longs pour pouvoir être considérés aléatoires. Les chips c_i^k sont ainsi modélisés par des processus aléatoires de moyenne nulle, de moment d'ordre deux égal à un et tels que $E[c_i^k c_j^l] = 0$ quel que soit $i \neq j$ ou $k \neq l$. Ainsi

$$E\left[(R_{i,j}^c)^2\right] = \sum_{\nu=0}^{\lambda} E\left[(I_1^c(\nu))^2\right] + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} E\left[(I_2^c(\nu))^2\right] .$$

Il vient immédiatement

$$E\left[(R_{i,j}^s)^2\right] = \sum_{\nu=0}^{\lambda} E\left[(I_1^s(\nu))^2\right] + \sum_{\nu=0}^{\lambda-1} E\left[(I_2^s(\nu))^2\right] ,$$

avec

$$I_1^f(\nu) = \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} f\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt \quad \text{et} \quad I_2^f(\nu) = \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} f\left(2\pi(k-l)\frac{t}{T_s}\right) dt ,$$

où la fonction $f(\cdot)$ représente la fonction trigonométrique sinus ou cosinus.

Le même raisonnement est utilisé pour évaluer les grandeurs $\check{R}_{i,j}^f$, avec $f \in \{\cos, \sin\}$. L'intégrale est ici effectuée sur $[\tau_j, T_s[$. Cet intervalle est aussi découpé comme l'intervalle

précédent, soit

$$\begin{aligned}
[\tau_j, T_s[&= [\lambda T_c + \alpha, T_s[\\
&= [\lambda T_c + \alpha, (\lambda + 1)T_c[\cup [(\lambda + 1)T_c, (\lambda + 1)T_c + \alpha[\cup \dots \\
&\quad \dots \cup [(L_c - 1)T_c, (L_c - 1)T_c + \alpha[\cup [(L_c - 1)T_c + \alpha, L_c T_c[\\
&= \bigcup_{\nu=\lambda+1}^{L_c-1} [\nu T_c, \nu T_c + \alpha[\cup \bigcup_{\nu=\lambda}^{L_c-1} [\nu T_c + \alpha, (\nu + 1)T_c[,
\end{aligned}$$

et ainsi

$$\mathbb{E} \left[(\check{R}_{l,j}^c)^2 \right] = \sum_{\nu=\lambda+1}^{L_c-1} \mathbb{E} [(I_1^c(\nu))^2] + \sum_{\nu=\lambda}^{L_c-1} \mathbb{E} [(I_2^c(\nu))^2] .$$

La même relation est obtenue pour $\check{R}_{l,j}^s$

$$\mathbb{E} \left[(\check{R}_{l,j}^s)^2 \right] = \sum_{\nu=\lambda+1}^{L_c-1} \mathbb{E} [(I_1^s(\nu))^2] + \sum_{\nu=\lambda}^{L_c-1} \mathbb{E} [(I_2^s(\nu))^2] ,$$

ce qui conduit à, en notant $\Phi_{l,j}$ la somme des carrés des quatre fonctions R et \check{R} ,

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[\Phi_{l,j}] &= \mathbb{E} \left[(R_{l,j}^c)^2 \right] + \mathbb{E} \left[(R_{l,j}^s)^2 \right] + \mathbb{E} \left[(\check{R}_{l,j}^c)^2 \right] + \mathbb{E} \left[(\check{R}_{l,j}^s)^2 \right] \\
&= \sum_{\nu=0}^{L_c-1} \left\{ \mathbb{E} [(I_1^c(\nu))^2] + \mathbb{E} [(I_2^c(\nu))^2] + \mathbb{E} [(I_1^s(\nu))^2] + \mathbb{E} [(I_2^s(\nu))^2] \right\} .
\end{aligned}$$

Soit $\omega = 2\pi(l - k)/T_s$, les quatre intégrales I s'écrivent

$$\begin{aligned}
I_1^c(\nu) &= \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} \cos \omega t \, dt = \left[\frac{\sin \omega t}{\omega} \right]_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} = \frac{\sin \omega(\nu T_c + \alpha) - \sin \omega \nu T_c}{\omega} , \\
I_2^c(\nu) &= \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} \cos \omega t \, dt = \left[\frac{\sin \omega t}{\omega} \right]_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} = \frac{\sin \omega(\nu + 1)T_c - \sin \omega(\nu T_c + \alpha)}{\omega} , \\
I_1^s(\nu) &= \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} \sin \omega t \, dt = \left[\frac{\cos \omega t}{\omega} \right]_{\nu T_c + \alpha}^{\nu T_c} = \frac{\cos \omega \nu T_c - \cos \omega(\nu T_c + \alpha)}{\omega} , \\
I_2^s(\nu) &= \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} \sin \omega t \, dt = \left[\frac{\cos \omega t}{\omega} \right]_{(\nu+1)T_c + \alpha}^{(\nu T_c + \alpha)} = \frac{\cos \omega(\nu T_c + \alpha) - \cos \omega(\nu + 1)T_c}{\omega} ,
\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}
\omega^2 \Phi_{l,j} &= \omega^2 \sum_{\nu=0}^{L_c-1} \left\{ (I_1^c(\nu))^2 + (I_2^c(\nu))^2 + (I_1^s(\nu))^2 + (I_2^s(\nu))^2 \right\} \\
&= L_c [4 - 2 \cos \omega \alpha - 2 \cos \omega(T_c - \alpha)] .
\end{aligned}$$

La fonction $\Phi_{l,j}$ devient indépendante de λ . L'espérance de cette fonction est alors calculée en fonction de α que nous avons supposé équiréparti sur $[0, T_c[$, soit

$$\begin{aligned} E[\Phi_{l,j}] &= E \left[\frac{L_c}{\omega^2} \left(4 - 2 \cos \omega \alpha - 2 \cos \omega (T_c - \alpha) \right) \right] \\ &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \frac{L_c}{\omega^2} \left(4 - 2 \cos \omega \alpha - 2 \cos \omega (T_c - \alpha) \right) d\alpha \\ &= \frac{L_c}{\omega^2 T_c} \left[4T_c - 4 \frac{\sin \omega T_c}{\omega} \right] \end{aligned}$$

Soit le résultat final

$$\begin{aligned} E \left[(R_{l,j}^c)^2 \right] + E \left[(R_{l,j}^s)^2 \right] + E \left[(\check{R}_{l,j}^c)^2 \right] + E \left[(\check{R}_{l,j}^s)^2 \right] &= \\ &= \frac{L_c T_s^2}{\pi^2 (l-k)^2} \left(1 - \frac{L_c}{2\pi(l-k)} \sin \left(2\pi \frac{l-k}{L_c} \right) \right) . \end{aligned}$$

Ce qu'il fallait démontrer. Ce résultat, valable pour $l \neq k$, se décline facilement pour $l = k$, c'est à dire pour $\omega = 0$. Nous avons toujours

$$\begin{aligned} E[\Phi_{k,j}] &= E \left[(R_{l,j}^c)^2 \right] + E \left[(R_{l,j}^s)^2 \right] + E \left[(\check{R}_{l,j}^c)^2 \right] + E \left[(\check{R}_{l,j}^s)^2 \right] \\ &= \sum_{\nu=0}^{L_c-1} \left\{ E \left[(I_1^c(\nu))^2 \right] + E \left[(I_2^c(\nu))^2 \right] + E \left[(I_1^s(\nu))^2 \right] + E \left[(I_2^s(\nu))^2 \right] \right\} , \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} I_1^c(\nu) &= \int_{\nu T_c}^{\nu T_c + \alpha} 1 dt = \alpha , \\ I_2^c(\nu) &= \int_{\nu T_c + \alpha}^{(\nu+1)T_c} 1 dt = T_c - \alpha , \\ I_1^s(\nu) &= 0 , \\ I_2^s(\nu) &= 0 , \end{aligned}$$

d'où

$$\Phi_{k,j} = L_c \left[\alpha^2 + (T_c - \alpha)^2 \right] ,$$

ce qui conduit à

$$\begin{aligned} E[\Phi_{k,j}] &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} L_c \left(\alpha^2 + (T_c - \alpha)^2 \right) d\alpha \\ &= \frac{2}{3} L_c T_c^2 . \end{aligned}$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Symboles et abbréviations

Abbréviations

AMRC	Accès multiple à répartition de codes
AMRF	Accès multiple à répartition en fréquence
AMRT	Accès multiple à répartition en temps
BCH	Bose–Chaudhuri–Hocquenghem
CBS	Codeur binaire à signal
CDMA	<i>Coded Division Multiple Acces</i>
CE	<i>Controlled Equalization</i>
CEQMM	Combinaison à erreur quadratique moyenne minimale
CEQMMG	Combinaison à erreur quadratique moyenne minimale globale
CGE	Combinaison à gain égal
CGM	Combinaison à gain maximal
COFDM	<i>Coded Orthogonal Frequency Division Multiplex</i>
DAB	<i>Digital Audio Broadcasting</i>
DVBT	<i>Digital Video Broadcasting Terrestrial</i>
DS-CDMA	<i>Direct Sequence Coded Division Multiples Access</i>
DSP	Densité spectrale de puissance
EQMM	Erreur quadratique moyenne minimale
ETSI	<i>European Telecommunications Standards Institute</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
IES	Interférence entre symboles
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
LMS	<i>Least Mean Square</i>
MAI	<i>Multiple Access Interferences</i>
MAQ	Modulation d'amplitude en quadrature
MDP	Modulation à déplacement de phase
MC-CDMA	<i>Multicarrier Coded Division Multiple Acces</i>
MC-DS-CDMA	<i>Multicarrier Direct Sequence Coded Division Multiple Acces</i>
MCSS	<i>Multicarrier Spread Spectrum</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
ML	<i>Maximum Likelihood</i>
MT-CDMA	<i>Multi-tone Coded Division Multiple Acces</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Divivision Multiplex</i>
ORC	<i>Orthogonality Restauring Combining</i>

PAPR	<i>Peak Amplitude Power Ratio</i>
PIC	<i>Parallel Interference Cancellation</i>
RLS	<i>Recursive Least Squares</i>
SAGE	<i>Space Alternating Generalized Expectation Maximization</i>
TEB	Taux d'erreur binaire
TORC	<i>Threshold Orthogonality Restoring Combining</i>
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunication System</i>
UTRA	<i>UMTS Terrestrial Radio Access</i>
W-CDMA	<i>Wideband Coded Division Multiple Access</i>
WSSUS	<i>Wide Sens Stationnary Uncorrelated Scatterers</i>
ZF	<i>Zero Forcing</i>

Principaux symboles

$\langle \cdot, \cdot \rangle$	produit scalaire
$\overline{\cdot}$	complexe conjugué
$(\cdot)^*$	matrice ou vecteur adjoint (complexe conjugué transposé)
δ	distribution de Dirac
$\theta_x(\cdot)$	fonction d'autocorrélation périodique paire de x
$\hat{\theta}_x(\cdot)$	fonction d'autocorrélation périodique impaire de x
$\theta_{x,y}(\cdot)$	fonction d'intercorrélation périodique paire entre x et y
$\hat{\theta}_{x,y}(\cdot)$	fonction d'intercorrélation périodique impaire entre x et y
$\Phi(\cdot)$	fonction d'Euler
ξ_k	bruits additifs blancs gaussiens sur la sous-porteuse k
\mathbb{C}	corps des nombres complexes
C	matrice des code
C_j	code de l'utilisateur j
$c_{k,i}$	chip k du code de l'utilisateur i
$\operatorname{erfc}(\cdot)$	fonction erreur complémentaire
\mathcal{E}_i	énergie par symbole des signaux de l'utilisateur i
$E[\cdot]$	moyenne statistique
G	matrice d'égalisation
$G^{(m)}$	matrice d'égalisation de l'étage de détection m
g_k	coefficient k de la diagonale de la matrice d'égalisation
H	matrice des coefficients du canal
H_i	matrice des coefficients du canal affectant l'utilisateur i
h_k	coefficient du canal sur la sous-porteuse k
L_c	nombre de chips par code
N	vecteur des bruits additifs blancs gaussiens
N_0	densité spectrale monolatérale de bruit
N_p	nombre de sous porteuses
N_u	nombre d'utilisateurs actifs
$Q(\cdot)$	opérateur de quantification
\mathbb{R}	corps des nombres réels

R	symbole reçu
r_k	symbole reçu sur la sous-porteuse k
S	symbole émis
s_k	symbole émis sur la sous-porteuse k
$^t(.)$	matrice ou vecteur transposé
TFD(.)	transformation de Fourier discrète
T_c	durée d'un chip code
T_s	durée d'un symbole émis
T_x	durée d'un symbole x avant modulation
var[.]	moment centré d'ordre deux
W_i	vecteur d'égalisation de l'utilisateur i
$w_{k,i}$	coefficient d'égalisation de l'utilisateur i sur la sous-porteuse k
X	symbole multiutilisateur avant modulation
x_i	symbole de l'utilisateur i avant la modulation
\hat{x}_i	symbole de l'utilisateur i estimé en réception
$\hat{x}_i^{(m)}$	symbole de l'utilisateur i estimé par l'étage de détection m

Liste des tableaux

1.1	Propriétés des codes d'étalement.	14
1.2	Propriétés des codes d'accès multiple en fonction de la nature de la communication.	14
1.3	Nouvelle famille de codes orthogonaux.	18
2.1	Les modulations à porteuses multiples à étalement de spectre.	36
2.2	Comparaison des caractéristiques des systèmes à porteuses multiples à étalement de spectre.	50
3.1	Tableau récapitulatif des performances des détecteurs AMRC à porteuses multiples linéaires.	109
4.1	Optimisation de l'égalisation CEQMM pour $N_p = 16$	120
4.2	Optimisation de l'égalisation CEQMMG pour $N_p = 16$	122
4.3	Optimisation de l'égalisation CEQMM pour $N_p = 16$	131
4.4	Optimisation de l'égalisation CEQMMG pour $N_p = 16$	131
4.5	Tableau récapitulatif des performances des détecteurs AMRC à porteuses multiples linéaires.	138

Table des figures

1.1	Schéma de principe d'une chaîne de communication numérique.	5
1.2	L'accès multiple à répartition temporelle, fréquentielle et de code	10
1.3	Transformation de Fourier inverse sur les codes de Walsh-Hadamard et sur les codes de Golay de longueur 16.	16
1.4	Spectre des sous-porteuses du signal OFDM.	23
1.5	Influence de l'intervalle de garde sur le spectre OFDM	24
1.6	Codeur convolutif de rendement 1/2 et de longueur de contrainte égale à 7.	27
1.7	Représentation des codes convolutifs.	28
1.8	Comparaison des performances d'une modulation avec et sans codage sur canal gaussien	31
1.9	Performances sur canal gaussien d'un turbo-code de rendement 1/2 en fonction du nombre d'itération	32
2.1	Modulateur AMRC à porteuses multiples simplifié.	37
2.2	Spectre des sous-porteuses du signal AMRC à porteuses multiples.	38
2.3	Récepteur AMRC à porteuses multiples.	40
2.4	Spectre des sous-porteuses du signal AMRC à porteuses multiples à séquence directe.	41
2.5	Modulateur AMRC à porteuses multiples à séquence directe simplifié.	42
2.6	Récepteur AMRC à porteuses multiples à séquence directe.	44
2.7	Modulateur AMRC multipilote simplifié.	45
2.8	Spectre des sous-porteuses du signal AMRC multipilote.	46
2.9	Récepteur AMRC à porteuses multiples à séquence directe.	47
2.10	Première modification du système AMRC à porteuses multiples	49
2.11	Deuxième modification du système AMRC à porteuses multiples	49
2.12	Fonctions caractéristiques du canal de propagation radioélectrique.	53
2.13	Relation entre les densités spectrales de puissance d'un canal WSSUS.	54
2.14	Contrôle de puissance pour la voie descendante	65
3.1	Limite du filtre adapté	76
3.2	Comparaison entre les TEB et les probabilités d'erreur de la détection CGM appliquée au système AMRC à porteuses multiples	78
3.3	Densité de probabilité des interférences d'accès multiple de la variable de décision du récepteur CGM.	79

3.4	Probabilité d'erreur théorique de la détection CGM appliquée au système AMRC à porteuses multiples	80
3.5	Comparaison de la limite du filtre adapté de la nouvelle famille de codes avec la limite du filtre adapté des codes de Walsh–Hadamard	81
3.6	Limite du filtre adapté de la nouvelle famille de codes en fonction de l'ordre de diversité	82
3.7	Comparaison entre les TEB et les probabilités d'erreur de la détection CGE appliquée au système AMRC à porteuses multiples	83
3.8	Comparaison entre les TEB et les probabilités d'erreur de la détection CGE mono-utilisateur	85
3.9	Performances de la détection ZF	87
3.10	Performances de la détection CEQMMG appliquée au système AMRC à porteuses multiples	89
3.11	Densité de probabilité des interférences d'accès multiple de la variable de décision du récepteur CEQMM.	91
3.12	Comparaison entre les TEB et les probabilité d'erreur de la détection CEQMM appliquée au système AMRC à porteuses multiples	92
3.13	Optimisation de la détection CEQMM	93
3.14	Performances des récepteurs mono-utilisateurs, 16 porteuses	96
3.15	Comparaison de la capacité des récepteurs AMRC à porteuses multiples mono-utilisateurs pour 16 sous-porteuses	97
3.16	Comparaison de la capacité des récepteurs AMRC à porteuses multiples mono-utilisateurs pour 64 sous-porteuses	97
3.17	Capacité du détecteur CEQMMG en fonction de la longueur des codes et de l'ordre de diversité	98
3.18	Performances du récepteur CEQMMG en fonction de l'ordre de diversité L	99
3.19	Performances des récepteurs mono-utilisateurs en présence d'un contrôle de puissance instantanée	100
3.20	Comparaison des stratégies de contrôle de puissance appliquées au détecteur CEQMMG	100
3.21	Comparaison des performances des récepteurs AMRC à porteuses multiples à pleine charge pour des puissances différentes des signaux reçus	101
3.22	Comparaison des performances des récepteurs AMRC à porteuses multiples à demi-charge pour des puissances différentes des signaux reçus	102
3.23	Sensibilité en amplitude et en phase du récepteur AMRC à porteuses multiples à demi charge	103
3.24	Comparaison des performances des récepteurs AMRC à porteuses multiples avec décodage à décision dure	105
3.25	Performances du détecteur CEQMM avec codage de canal	107
3.26	Densité de probabilité des bruits de la variable de décision du récepteur CEQMM.	108
4.1	Récepteur conventionnel.	112
4.2	Structure du récepteur optimal pour un canal gaussien asynchrone.	113
4.3	Étage de réception m d'un récepteur PIC.	115
4.4	Performances des récepteurs PIC à deux étages	118
4.5	Performances des détecteurs PIC–EQMM non optimisés	119

4.6	Puissance du signal interférent d'un utilisateur après annulation des interférences.	121
4.7	Performances des récepteurs PIC en fonction du nombre d'étages d'annulation d'interférences	123
4.8	Performances des récepteurs PIC à deux étages et à pleine charge pour des puissances différentes des signaux reçus	124
4.9	Performances des récepteurs PIC-EQMM à deux étages et à pleine charge pour des puissances différentes des signaux reçus	125
4.10	Récepteur SIC	126
4.11	Performances des récepteurs SIC	129
4.12	Variance de la variable de détection du récepteur SIC-CEQMM en fonction du nombre d'étages de détection.	130
4.13	Performances des détecteurs SIC-EQMM non optimisés	131
4.14	Performances des récepteurs SIC en fonction du nombre d'étages d'annulation d'interférences	132
4.15	Performances des récepteurs SIC à pleine charge pour des puissances différentes des signaux reçus	133
4.16	Capacité des récepteurs AMRC à porteuses multiples utilisant le critère de l'EQMM	135
4.17	Capacité du détecteur PIC-CEQMMG en fonction de la longueur des codes et de l'ordre de diversité	135
4.18	Comparaison des performances des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM à plein charge et pour des puissances différentes des signaux reçus	136
4.19	Comparaison des performances des récepteurs utilisant le critère de l'EQMM à demi charge et pour des puissances différentes des signaux reçus	137
5.1	Probabilité d'erreur théorique des systèmes à porteuse unique, approximation de Pursley et de Holtzman.	142
5.2	Variation des interférences interporteuses de la variance de la variable de décision en fonction de N_p et L_c , avec $N_u = 15$	148
5.3	Probabilité d'erreur par élément binaire en fonction de la sous-porteuse démodulée.	149
5.4	Probabilité d'erreur du système AMRC multipilote en fonction du nombre de sous-porteuses.	150
5.5	Probabilité d'erreur du système AMRC multipilote en fonction de la longueur des codes.	150
5.6	Probabilité d'erreur du système AMRC à porteuse unique en fonction de la longueur des codes.	151
5.7	Probabilité d'erreur du système AMRC multipilote en fonction du rapport entre la puissance du signal et celle du bruit.	151
5.8	Probabilité d'erreur du système AMRC multipilote en fonction du nombre d'utilisateurs.	152
5.9	Capacité des systèmes AMRC multipilotes.	153

Bibliographie

- [1] A. Papoulis, *Probability Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, 1991.
- [2] A. Glavieux et M. Joindot, *Communications numériques — Introduction*. Masson, 1996.
- [3] B. Picinbono et W. Martin, « Représentation des signaux par amplitude et phase instantanées ». *Annales des télécommunications*, vol. 38, n° 5-6, pages 179–190, mai, juin 1983.
- [4] J.C. Bie, D. Duponteil et J.C. Imbeaux, *Éléments de communications numériques — Transmission sur fréquence porteuse*. Dunod édition, CNET-ENST, 1986.
- [5] S.O. Rice, « Envelopes of narrow-band signals ». *Proceeding of the IEEE*, vol. 70, n° 7, pages 692–699, juillet 1982.
- [6] B. Picinbono, *Éléments de théorie du signal*. Dunod université, 1980.
- [7] R.L. Pickholtz, D.L. Schilling et L.B. Milstein, « Theory of spread-spectrum communications — A tutorial ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-30, n° 5, pages 855–884, mai 1982.
- [8] J. Clavier, M. Niquil, G. Coffinet et F. Behr, *Théorie et techniques de la transmissions des données*. Masson & Cie, 1972.
- [9] G.L. Turin, « Introduction to spread-spectrum antimultipath techniques and their application to urban digital radio ». *Proceeding of the IEEE*, vol. 68, n° 3, pages 328–353, mars 1980.
- [10] V. DaSilva et E.S. Sousa, « Performance of orthogonal CDMA codes for quasi-synchronous communications systems ». *Proceeding of Second International Conference on Universal Personal Communications*, pages 995–999, octobre 1993.
- [11] X.D. Lin et K.H. Chang, « Optimal PN sequence design for quasisynchronous CDMA communication systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, n° 2, pages 221–226, février 1997.
- [12] K.S. Gilhousen, I.M. Jacobs, R. Padovani, A.J. Viterbi, L.A. Weaver et C.E. Wheatley III, « On the capacity of a cellular CDMA system ». *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 40, n° 2, pages 303–312, mai 1992.
- [13] M.J.E. Golay, « Complementary series ». *IEEE Transactions on Information Theory*, pages 619–621, octobre 1967.
- [14] R. Gold, « Optimal binary sequence for spread spectrum multiplexing ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-7, pages 82–87, avril 1961.

- [15] E.H. Dinan et B. Jabbari, « Spreading codes for direct sequence CDMA and wideband CDMA cellular networks ». *IEEE Communications Magazine*, pages 48–54, septembre 1998.
- [16] B.M. Popović, « Generalized chirp-like polyphase sequences with optimum correlation properties ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, n° 4, pages 1406–1409, juillet 1992.
- [17] B.M. Popović, « Spreading sequences for multicarrier CDMA systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, n° 6, pages 918–926, juin 1999.
- [18] S-C. Lui et J.J. Komo, « Non binary Kasami sequences over GF(p) ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 38, n° 4, pages 1409–1410, juillet 1992.
- [19] D.V. Sarwate, M.B. Pursley et T.Ü. Basar, « Partial correlation effect in direct-sequence spread-spectrum multiple-access communication systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-32, n° 5, pages 567–573, mai 1984.
- [20] M.B. Pursley et D.V. Sarwate, « Performance evaluation of phase-coded spread-spectrum multiple-access communication — Part I: system analysis — Part II: code sequence analysis ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-25, n° 8, pages 795–802, août 1977.
- [21] D.V. Sarwate et M.B. Pursley, « Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences ». *Proceeding of the IEEE*, vol. 68, n° 5, pages 593–620, mai 1980.
- [22] S. Glisic et B. Vucetic, *Spread spectrum CDMA systems for wireless communications*. Artech House (Mobile Communications Series), 1997.
- [23] M. Kunt, *Traitement numérique des signaux (vol. XX, Traité d'électricité)*. Presses Polytechniques Romandes, 1994.
- [24] K. Fazel et G.P. Fettweis (editors), *Multi-carrier spread-spectrum and related topics*. Kluwer Academic Publishers, septembre 1997.
- [25] D. Mottier et D. Castelain, « A spreading sequence allocation procedure for MC-CDMA transmission systems ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 1270–1275, septembre 2000.
- [26] S. Moshavi, « Multi-user detection for DS-CDMA communications ». *IEEE Communications Magazine*, pages 124–136, octobre 1996.
- [27] R. Lupas et S. Verdù, « Linear multiuser detectors for synchronous code-division multiple-access channels ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, n° 1, pages 123–136, janvier 1989.
- [28] P. Patel et J. Holtzman, « Analysis of a simple successive interference cancellation scheme in a DS-CDMA system ». *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 12, n° 5, pages 796–807, juin 1994.
- [29] Z. Zvonar, « Multiuser detection in asynchronous CDMA frequency-selective fading channels ». *Wireless Personal Communications*, vol. 2, n° 1/2, pages 373–392, 1996.
- [30] R. Singh et L.B. Milstein, « Interference suppression for DS-CDMA ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, n° 3, pages 446–4453, mars 1999.
- [31] M. Juntti, « Performance analysis of linear multiuser receivers for CDMA in fading channels with base station diversity ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 5, pages 2845–2849, septembre 1999.
- [32] J. Hagenauer, « The turbo principle: tutorial and state of the art ». *International Symposium on Turbo Codes and Related Topics*, pages 1–11, septembre 1997.

- [33] P.D. Alexander, M.C. Reed, J.A. Asenstorfer et C.B. Schlegel, « Iterative multiuser interference reduction: turbo CDMA ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, n° 7, pages 1008–1014, juillet 1999.
- [34] H. El Gamal et E. Geraniotis, « Iterative multiuser detection for coded CDMA signals in AWGN and fading channels ». *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 18, pages 30–41, janvier 2000.
- [35] M. Alard et R. Lassalle, « Principes de modulation et de codage canal en radiodiffusion numérique vers les mobiles ». *Revue de l'UER-Technique*, n° 244, pages 168–190, août 1987.
- [36] H. Sari, G. Karam et I. Jeanclaude, « Transmission technique for digital terrestrial TV broadcasting ». *IEEE Communications Magazine*, pages 100–109, février 1998.
- [37] R.W. Chang et R.A. Gibby, « A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme ». *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. COM-16, n° 4, août 1968.
- [38] S.B. Weinstein et P.M. Ebert, « Data transmission by frequency division multiplexing using discrete Fourier transform ». *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. COM-19, n° 5, pages 628–634, octobre 1971.
- [39] L.J. Cimini, « Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-33, n° 7, pages 665–675, juillet 1985.
- [40] A. Vahlin et N. Holte, « Optimal finite duration pulses for OFDM ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, n° 1, pages 10–14, janvier 1996.
- [41] B. Le Floch, M. Alard et C. Berrou, « Coded orthogonal frequency division multiplex ». *Proceeding of the IEEE*, vol. 83, n° 6, pages 982–996, juin 1995.
- [42] C. Tellambura, « Phase optimization criterion for reducing peak-to-average power ratio in OFDM ». *Electronics Letters*, vol. 34, n° 2, pages 169–170, janvier 1998.
- [43] R. O'Neill et L.B. Lopes, « Performance of amplitude limited multitone signals ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pages 1675–1679, juin 1994.
- [44] H. Schmidt et K-D. Kammeyer, « Reducing the peak to average power ratio of multicarrier signals by adaptive subcarrier selection ». *IEEE International Conference on Universal Personal Communications*, vol. 2, pages 933–937, octobre 1998.
- [45] T. Takada, O. Muta et Y. Akaiwa, « Peak power suppression with parity carrier for multi-carrier transmission ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 5, pages 2903–2907, septembre 1999.
- [46] T.A. Wilkinson et A.E. Jones, « Minimization of the peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes by block coding ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pages 825–829, juillet 1995.
- [47] J.A. Davis et J. Jedwab, « Peak-to-mean power control in OFDM, Golay complementary sequences, and Reed-Muller codes ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 45, n° 7, pages 2397–2417, novembre 1999.
- [48] D. Pommier et Y. Wu, « Entrelacement ou étalement du spectre en radio numérique vers des véhicules ». *Revue de l'UER-Technique*, n° 217, pages 128–142, juin 1986.
- [49] C. Berrou, A. Glavieux et P. Thitimajshima, « Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo codes ». *IEEE International Conference on Communications*, pages 1064–1069, mai 1993.

- [50] F. Carrère et F. Picand, « La diffusion numérique vers les mobiles ». *Memento technique, France Telecom*, n° 12, octobre 1998.
- [51] ETS 300 744, « Digital Video Broadcasting (DVB). Frame structure, channel coding and modulation for Digital Terrestrial Television (DVB-T) ». *European Telecommunications Standards Institute*, mars 1997.
- [52] N. Yee, J-P. Linnartz et G. Fettweis, « Multi-carrier CDMA in indoor wireless radio networks ». *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 109–113, septembre 1993.
- [53] A. Chouly, A. Brajal et S. Jourdan, « Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum CDMA systems ». *IEEE Global Communications Conference*, pages 1723–1728, novembre 1993.
- [54] K. Fazel et L. Papke, « On the performance of convolutionally-coded CDMA/OFDM for mobile communication system ». *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 468–472, septembre 1993.
- [55] S. Kondo et L.B. Milstein, « On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems ». *Military Communications Conference*, pages 52–56, octobre 1993.
- [56] L. Vandendorpe, « Multitone direct sequence CDMA system in an indoor wireless environment ». *Communications and Vehicular Technology in the Benelux: 1ST Symposium*, pages 4.1.1–4.1.8, octobre 1993.
- [57] S. Hara et R. Prasad, « Overview of multicarrier CDMA ». *IEEE Communications Magazine*, pages 126–133, décembre 1997.
- [58] N. Yee, J-P. Linnartz et G. Fettweis, « Multi-carrier CDMA in indoor radio channel ». *Memorandum UCB/ERL M94/6, U.C. Berkeley, Electronics Research Lab.*, juillet 1994.
- [59] P. Jung, F. Berens et J. Plechinger, « Joint detection for multicarrier CDMA mobile radio systems — Part II: detection model ». *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, pages 996–1000, septembre 1996.
- [60] S. Kaiser, « MC-CDMA and MC-TDMA versus MC-CDMA and SS-MC-CDMA: performance evaluation for fading channels ». *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, vol. 1, pages 195–199, 1998.
- [61] A. Dekorsy et K-D. Kammeyer, « M-ary orthogonal modulation for multi-carrier spread-spectrum uplink transmission ». *IEEE International Conference on Communications*, pages 1004–1008, juin 1998.
- [62] T. Hunziker et D. Dahlhaus, « An iterative algorithm for joint demodulation in multicarrier CDMA systems ». *Third European Personal Mobile Communications Conference*, mars 1999.
- [63] J. Park, J. Kim, S. Choi, N. Cho et D. Hong, « Performance of MC-CDMA system in non-independent Rayleigh fading ». *IEEE International Conference on Communications*, juin 1999.
- [64] D.N. Kalofonos, M. Stojanovic et J.G. Proakis, « On the performance of adaptive MMSE detectors for a MC-CDMA system in fast fading Rayleigh channels ». *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, pages 1309–1313, septembre 1998.

- [65] J. Jang et K.B. Lee, « Effect of frequency offset on MC-CDMA system performance ». *IEEE Communications Letters*, vol. 3, n° 7, pages 196–298, juillet 1999.
- [66] H. Steendam et M. Moeneclaey, « The effect of synchronization error on MC-CDMA performance ». *IEEE International Conference on Communications*, juin 1999.
- [67] G. Fettweis, A.S. Bahai et K. Anvari, « On multi-carrier code division multiple access (MC-CDMA) modem design ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pages 1670–1674, juin 1994.
- [68] Y. Kim, S. Choi et D. Hong, « Effect of carrier frequency offset on the performance of an MC-CDMA system and its countermeasure using pulse shaping ». *IEEE International Conference on Communications*, juin 1999.
- [69] D. Kivanc et H. Liu, « Uplink performance of MC-CDMA in the presence of frequency offset ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 5, pages 2855–2859, septembre 1999.
- [70] S.B. Slimane, « MC-CDMA with quadrature spreading for wireless communication systems ». *IEEE Global Communications Conference*, vol. 1, pages 315–319, 1997.
- [71] B-J. Choi, E-L. Kuan et L. Hanzo, « Crest-factor study of MC-CDMA and OFDM ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 233–237, septembre 1999.
- [72] H. Steendam et M. Moeneclaey, « The sensitivity of a flexible form of MC-CDMA to synchronization errors ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pages 2208–2212, septembre 1999.
- [73] H. Bogucka, « Application of the new joint complex Hadamard-inverse Fourier transform in a OFDM-CDMA wireless communication system ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 5, pages 2929–2933, septembre 1999.
- [74] S. Kaiser, « Trade-off between channel coding and spreading in multi-carrier CDMA systems ». *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, pages 1366–1370, septembre 1996.
- [75] S. Kaiser et L. Papke, « Optimal detection when combining OFDM-CDMA with convolutional and turbo channel coding ». *IEEE International Conference on Communications*, pages 334–348, juin 1996.
- [76] R.A. Stirling-Gallacher et G.J.R. Povey, « Different channel coding strategies for OFDM-CDMA ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 845–849, mai 1997.
- [77] A. Dekorsy, S. Fischer et K-D. Kammeyer, « Maximum likelihood decoding for M-ary orthogonal modulated signals for multi-carrier spread-spectrum systems ». *IEEE Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium*, septembre 1998.
- [78] V. Borich, J. Jong et W.E. Stadk, « Nonlinear effect of power amplification on multicarrier spread spectrum systems ». *Proceedings of IEEE Microwave Theory and Techniques*, pages 323–326, 1998.
- [79] J-H. Jong et W.E. Stark, « Power-controlled MC-CDMA in the presence of nonlinearities — Part I: system analysis ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 238–242, septembre 1999.
- [80] P.B. Kenington, « A wideband lineariser for single and multi-carrier 3G CDMA ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 248–252, septembre 1999.

- [81] D. Ikonomou et L. Vandendorpe, « A fractionally spaced DF equalization scheme performing joint detection for MC-DMA transmissions ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pages 1150–1154, septembre 1999.
- [82] S. Kondo et L.B. Milstein, « Multicarrier CDMA system with cochannel interference cancelation ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pages 1640–1644, juin 1994.
- [83] V.M. DaSilva et E.S. Sousa, « Multi-carrier orthogonal CDMA signals for quasi-synchronous communications systems ». *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 12, n° 5, pages 842–852, juin 1994.
- [84] Q. Chen, E.S. Sousa et S. Pasupathy, « Performance of coded multi-carrier DS-CDMA system in multi-path fading channels ». *Wireless Personal Communications*, n° 2, pages 167–183, 1995.
- [85] S.M. Tseng et M. R. Bell, « Asynchronous multicarrier DS-CDMA using mutually orthogonal complementary sets of sequences ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, n° 1, pages 53–59, janvier 2000.
- [86] E.A. Sourour et M. Nakagawa, « Performance of orthogonal multicarrier CDMA in a multipath fading channel ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, n° 3, pages 356–367, mars 1996.
- [87] S. Kondo et L.B. Milstein, « Performance of multicarrier DS-CDMA systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 44, n° 2, pages 238–246, février 1994.
- [88] R.E. Ziemer et T.B. Welch, « Multicarrier direct-sequence spread-spectrum system performance in Doppler-spread rician fading ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 6, pages 2949–2953, septembre 1999.
- [89] L. Vandendorpe, « Multitone spread spectrum communication systems in a multipath rician channel ». *International Zurich Seminar on Digital Communications*, vol. 783, pages 440–451, mars 1994.
- [90] L. Vandendorpe, « Multitone spread spectrum multiple access communications system in a multipath rician fading channel ». *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 44, n° 2, pages 327–337, mai 1995.
- [91] X. Zhang, T-S. NG et J. Wang, « Capacity comparison of single-tone and multitone CDMA systems ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 243–247, septembre 1999.
- [92] L. Vandendorpe et O. Van De Wiel, « Performance analysis of linear MIMO equalizers for multitone Ds/ss systems in multipath channels ». *Wireless Personal Communications*, vol. 2, n° 1/2, pages 145–165, 1995.
- [93] K-C. Chen et S-T. Wu, « A programmable architecture for OFDM-CDMA ». *IEEE Communications Magazine*, pages 76–82, novembre 1999.
- [94] S.T. Wu et K.C. Chen, « Orthogonal frequency CDMA for broadband communications ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 5, pages 2890–2894, septembre 1999.
- [95] R. Prasad et S. Hara, « An overview of multi-carrier CDMA ». *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, pages 107–114, septembre 1996.

- [96] S. Kaiser, « OFDM-CDMA versus DS-CDMA: performance evaluation for fading channels ». *IEEE International Conference on Communications*, pages 1722–1726, juin 1995.
- [97] J-Y. Oh et M-S. Lim, « The bandwidth efficiency increasing method of multicarrier CDMA and its performance evaluation in comparison with DS-CDMA with Rake receivers ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 561–565, 1999.
- [98] S. Ben Slimane, « Bandwidth efficiency of MC-CDMA signals ». *Electronics Letters*, vol. 53, n° 21, pages 1797–1798, octobre 1999.
- [99] H. Rohling et R. Grünheid, « Performance comparison of different multiple access schemes for downlink of an OFDM communication system ». *COST 259, WG 1, TD (97) 023*, mai 1997.
- [100] R. Le Gouable et M. Helard, « Performance of MC-CDMA systems in multipath indoor environments. Comparison with COFDM-TDMA system ». *International conference on Mobile Communication Technologies*, pages 81–85, mars 2000.
- [101] P.A. Bello, « Characterization of randomly time-variant linear channels ». *IEEE Transactions on Communications Systems*, pages 360–393, décembre 1963.
- [102] R. Kattenbach, « Consideration about the validity of WSSUS for indoor radio channel ». *COST 259 TD(97) 70*, pages 1–13, septembre 1997.
- [103] J.G. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill International Editions, 1995.
- [104] K. Pahlavan, « Wireless Data Communications ». *Proceeding of the IEEE*, vol. 82, n° 9, pages 1398–1430, septembre 1994.
- [105] G.L. Turin, F.D. Clapp, T.L. Johnston, S.B. Fine et D. Lavry, « A statistical model of urban multipath propagation ». *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. VT-21, n° 1, pages 1–9, février 1972.
- [106] A.A.M. Saleh et R.A. Valenzuela, « A statistical model for indoor multipath propagation ». *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. SAC-5, n° 2, pages 128–137, février 1987.
- [107] Commission of the European Communities, *Digital land mobile radio communications — Final report*. Office for Official Publications of the European Communities, 1989.
- [108] B. Le Floch, R. Halbert et D. Castelain, « Digital sound broadcasting to mobile receivers ». *IEEE on Transactions on Consumer Electronics*, vol. 35, n° 3, août 1989.
- [109] J-F. Hélar, *Modulations codées en treillis associées à un multiplex de porteuses orthogonales en présence de canaux affectés de trajets multiples*. Thèse de Doctorat de l'Université de Rennes 1, 1992.
- [110] W.C.Y. Lee, « Overview of cellular CDMA ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, n° 2, pages 291–302, mai 1995.
- [111] R. Prasad, *CDMA for wireless personal communications*. Artech House Publishers, 1996.
- [112] K. Ha, Y-C. Seo et C-W. Lee, « On a frame synchronization scheme for MC-CDMA systems in up-link asynchronous channels ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 193–197, septembre 1999.

- [113] L. Tomba et W.A. Krzymien, « Downlink detection schemes for MC-CDMA systems in indoor environments ». *IEICE Transactions on Communications*, vol. E79-B, n° 9, pages 1351–1360, septembre 1996.
- [114] S. Kaiser, *Multi-carrier CDMA mobile radio systems — Analysis and optimization of detection, decoding and channel estimation*. PhD thesis, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1998.
- [115] N. Yee et J-P. Linnartz, « Controls equalization of multi-carrier CDMA in a indoor Rician fading channel ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 3, pages 1665–1669, juin 1994.
- [116] T. Müller, H. Rohling et R. Grünheid, « Comparison of different detection algorithms for OFDM-CDMA in broadband Rayleigh fading ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pages 835–838, juillet 1995.
- [117] S. Kaiser, « On the performance of different detection techniques for OFDM-CDMA in fading channels ». *IEEE Global Communications Conference*, pages 2059–2063, novembre 1995.
- [118] D.N. Kalofonos et J.G. Proakis, « Performance of the multi-stage detector for a MC-CDMA system in a Rayleigh fading channel ». *IEEE Global Communications Conference*, pages 1784–1788, novembre 1996.
- [119] D-J. Kim, J-E. Kim et C-E. Kang, « The new approach to mitigate MAI in MC-CDMA systems ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 1, pages 171–175, septembre 1999.
- [120] Y. Sanada et M. Nakagawa, « A multiuser interference cancelation technique utilizing convolutional codes and orthogonal multicarrier modulation for wireless indoor communications ». *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 14, n° 8, pages 1500–1509, octobre 1996.
- [121] S. Kaiser et J. Hagenauer, « Multi-carrier CDMA with iterative decoding and soft-interference cancelation ». *IEEE Global Communications Conference*, pages 6–10, novembre 1997.
- [122] R.A. Stirling-Gallacher et G.J.R. Povey, « Performance of a OFDM-CDMA system with orthogonal convolutional coding and interference cancelation ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, pages 860–864, mai 1997.
- [123] R. Le Gouable et M. Helard, « Performance of single and multi-user detection techniques for a MC-CDMA system over channel model used for HIPERLAN2 ». *International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, pages 718–722, septembre 2000.
- [124] R. Le Gouable et M. Helard, « Performance of a MC-CDMA system including turbo code for wireless indoor communications ». *European Conference on Wireless Technology*, pages 151–154, octobre 2000.
- [125] H. Xing et M. Renfors, « The performance evaluation of the multi-carrier CDMA system with frequency domain equalization ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pages 2362–2366, septembre 1999.
- [126] F. Rey et G. Vázquez, « Blind equalization of DS-CDMA and MC-CDMA modulations in time-variant frequency selective channels ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pages 2367–2371, septembre 1999.

- [127] T.M. Lok et T.F. Wong, « Transmitter and receiver optimization in MC-CDMA systems ». *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, vol. 3, pages 1567–1571, 1999.
- [128] S. Verdù, « Multiuser detection ». *Advances in Statistical Signal Processing*, vol. 2, pages 369–409, 1993.
- [129] P. Réfrégier, *Théorie du signal – Signal, Information, Fluctuations*. Masson, 1993.
- [130] K.B. Letaief, « Efficient evaluation of the probabilities of spread-spectrum multiple-access communications ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 45, n° 2, pages 239–246, février 1997.
- [131] A.J. Viterbi, CDMA — *Principles of spread spectrum communication*. Addison-Wesley, 1995.
- [132] M. Schwartz, W.R. Bennet et S. Stein, *Communications Systems and Techniques*. McGraw-Hill, 1966.
- [133] N.C. Beaulieu, « An infinite series for the computation of the complementary probability distribution function of a sum of independent random variables and its application to the sum of Rayleigh random variables ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, n° 9, pages 1463–1474, septembre 1990.
- [134] W.C. Jakes, *Microwave mobile communications*. John Wiley & Sons, 1974.
- [135] D.G. Brennan, « Linear diversity combining techniques ». *Proceedings of the IRE*, vol. 47, pages 1959–1102, juin 1959.
- [136] O. Macchi, « L'égalisation numérique en communications ». *Annales des télécommunications*, vol. 53, n° 1/2, pages 39–58, 1998.
- [137] N. Yee et J-P. Linnartz, « Wiener filtering of multi-carrier CDMA in a Rayleigh fading channel ». *IEEE/ICC Conference on Personal Indoor Mobile Radio Communications (PIMRC) and Wireless Computer Network (WCN)*, vol. 4, pages 1344–1347, septembre 1994.
- [138] F. Reinhard et H. Soeder, *Atlas des mathématiques*. Livre de poche (Encyclopédies d'aujourd'hui), 1997.
- [139] S. Kaiser, « Analytical performance evaluation of OFDM-CDMA mobile radio systems ». *First European Personal Mobile Communications Conference*, pages 215–220, novembre 1995.
- [140] W.C.Y. Lee, *Mobile communications design fundamentals*. H.W. Sams & Co., 1986.
- [141] G. Battail, « Pondération des symboles décodés par l'algorithme de Viterbi ». *Annales des télécommunications*, vol. 42, n° 1-2, pages 31–38, 1987.
- [142] S. Verdù, « Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple-access channels ». *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-32, n° 1, pages 85–96, janvier 1986.
- [143] W. van Etten, « Maximum likelihood receiver for multiple channel transmission systems ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 24, n° 2, pages 276–283, février 1976.
- [144] R. Fantacci, S. Morosi et F. Panchetti, « One-shot multi-user cancellation receiver for wireless CDMA communication systems ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 2, pages 1134–1138, septembre 1999.
- [145] M. Juntti, *Multiuser demodulation for DS-SS-CDMA systems in fading channels*. Academic Dissertation, Faculty of Technology, University of Oulu, Finland, 1997.

- [146] M. Latva-Aho, *Advanced receivers for wideband CDMA systems*. Academic Dissertation, Faculty of Technology, University of Oulu, Finland, 1998.
- [147] A. Klein, G. K. Kaleh et P.W. Baier, « Zero forcing and minimum mean-square-error equalization for multiple-access channels ». *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 45, n° 2, pages 276–287, mai 1996.
- [148] M.K. Varanasi et B. Aazhang, « Multistage detection in asynchronous code-division multiple-access communications ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, n° 4, pages 509–519, avril 1990.
- [149] R. Kohno, « Pseudo-noise sequences and interference cancelation technique for spread spectrum systems — Spread spectrum theory and techniques in Japan ». *IEICE Transactions on Communications*, vol. J74-B-I, n° 5, pages 1083–1092, mai 1991.
- [150] G. Xue, J. Weng, T. Le-Ngoc et S. Tahar, « An analytical model for performance evaluation of multistage parallel interference cancelation detectors in CDMA systems ». *IEEE Vehicular Technology Conference*, vol. 4, pages 1144–1149, septembre 1999.
- [151] R.M. Buehrer, N.S. Correal-Mendoza et B.D. Woerner, « A simulation comparison of multiuser receivers for cellular CDMA ». *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, n° 4, pages 1065–1085, juillet 2000.
- [152] R.K. Morrow et J.S. Lehnert, « Bit-to-bit error dependence in slotted Ds/SSMA packet systems with random signature sequences ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 37, n° 10, pages 1052–1061, octobre 1989.
- [153] J.M. Holtzman, « A simple, accurate method to calculate spread-spectrum multiple-access error probabilities ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, n° 3, pages 461–464, mars 1992.
- [154] K-W. Yip, X. Zhang, T-S. Ng et J. Wang, « On the multiple-access capacity of multitone-CDMA communications ». *IEEE Communications Letters*, vol. 4, n° 2, pages 40–42, février 2000.
- [155] R. Le Gouable, *Association de modulations multiporteuses et de techniques d'accès multiple : applications aux transmissions sans fil haut débit*. Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, 2001.
- [156] M. Héléard, R. Le Gouable, J-F. Héléard et J-Y. Baudais, « Multicarrier CDMA for future wideband wireless networks ». *numéro spéciale UMTS, Annales des télécommunications*, vol. 56, n° 5-6, mai-juin 2001.
- [157] L.S. Gradshteyn et I.M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*. Sixth edition, Academic Press (San Diego), 2000.
- [158] H. Urkowitz, *Signal Theory and Random Processes*. Artech House, 1983.
- [159] K. Sam Shanmuyan et A.M. Breipohl, *Random Signal, Estimation and Data Analysis*. Wiley, 1988.

Publications, communications, brevet

Communications

- [1] J-Y. Baudais, J-F. H elard et J. Citerne, « Comparaison des performances de différentes techniques de détections appliquées   un signal AMRC   porteuses multiples dans un canal de Rayleigh ». *Colloque Gretsi*, septembre 1999.
- [2] J-Y. Baudais, J-F. H elard et J. Citerne, « Multi-carrier CDMA using interference cancellation ». *Second International Workshop on Multi-Carrier Spread-Spectrum (MC-SS) and Related Topics*, pages 251-258, septembre 1999.

Publications

- [3] J-F. H elard, J-Y. Baudais et J. Citerne, « Linear MMSE detection technique for MC-CDMA ». *Electronics Letters*, vol. 36, n o 7, pages 665-666, février 2000.
- [4] J-Y. Baudais, J-F. H elard et J. Citerne, « An improved linear MMSE detection technique for multi-carrier CDMA system: comparison and combination with interference cancellation schemes ». *European Transactions on Communications*, vol. 11, n o 7, pages 547-554, novembre-décembre 2000.
- [5] M. H elard, R. Le Gouable, J-F. H elard et J-Y. Baudais, « Multicarrier CDMA for future wideband wireless networks ». *Annales des télécommunications*, « Special issue on UMTS »,   paraître, mai-juin 2001.

Brevet

- [6] J-Y. Baudais et J-F. H elard, « Procédé d'égalisation dans des récepteurs utilisant une combinaison des techniques de modulations   porteuses multiples et   accès multiple par répartition de codes ». *Brevet français* n o 99 11689 déposé le 14 septembre 1999, extension PCT aux principaux pays européens le 14 septembre 2000.

Résumé

LES systèmes numériques de communications connaissent un essor considérable sous l'impulsion d'une demande de plus en plus pressante de mobilité, de diversité des services et d'intégration des applications multimédia les plus récentes. Les recherches présentées dans ce mémoire de thèse ont pour but l'étude de nouveaux systèmes de communications qui pourront s'appliquer aussi bien aux systèmes de radiocommunications mobiles qu'aux systèmes de communications à l'intérieur des bâtiments. L'élément nouveau est ici la combinaison de deux techniques : l'étalement de spectre permettant la mise en œuvre d'un accès multiple à répartition de codes AMRC et les modulations à porteuses multiples (OFDM). Cette combinaison permet de tirer partie de la robustesse et de l'efficacité spectrale de l'OFDM, et de la capacité d'accès multiple des techniques AMRC. Deux techniques associant l'OFDM et l'AMRC sont plus particulièrement analysées.

La première technique, l'AMRC à porteuses multiples est étudiée sur un canal de Rayleigh à trajets multiples. En réception, plusieurs techniques d'égalisation ou de traitement de diversité sont mises en œuvre et une approche plus globale de la détection est proposée. Elle consiste à intégrer la fonction de désétalement dans le processus d'égalisation, permettant ainsi d'améliorer la fiabilité de la détection. Ces techniques d'égalisation sont insérées et combinées de différentes façons dans des structures d'annulation d'interférences.

Si le système AMRC à porteuses multiples est généralement proposé pour des liaisons synchrones ou quasi-synchrones, le système AMRC multipilote peut être utilisé dans un contexte asynchrone. Les performances théoriques de ce système sont développées et comparées aux performances des systèmes AMRC à porteuse unique.

Abstract

The digital communication systems know a significant expansion because of the more and more important demand for mobility, various services and for the integration of the most recent multimedia applications. The researches presented in this thesis aim to study new communication schemes for mobile radio communication systems as well as indoor communication systems. The new element is the combination of two techniques: spread spectrum which allows to make use of code division multiple access and multicarrier modulations. Thanks to this combination, it is possible to benefit from the OFDM robustness and spectral efficiency, and from multiple access capacity of CDMA techniques. Two schemes combining OFDM and CDMA are particularly detailed and analyzed.

The first technique, name MC-CDMA is studied on a multipath Rayleigh fading channel. Several equalization receiver techniques or diversity combining are undertaken and a more general approach to the detection is suggested. It consists in integrating the spreading function into the equalization process in order to improve the detection reliability. These equalization techniques are inserted and combined in different ways into the interference cancelation structures.

If the MC-CDMA is generally suggested for synchronous and quasi-synchronous links, MT-CDMA can be used within an asynchronous context. The theoretical performances of this system are developed and compared to DS-CDMA systems' performances.