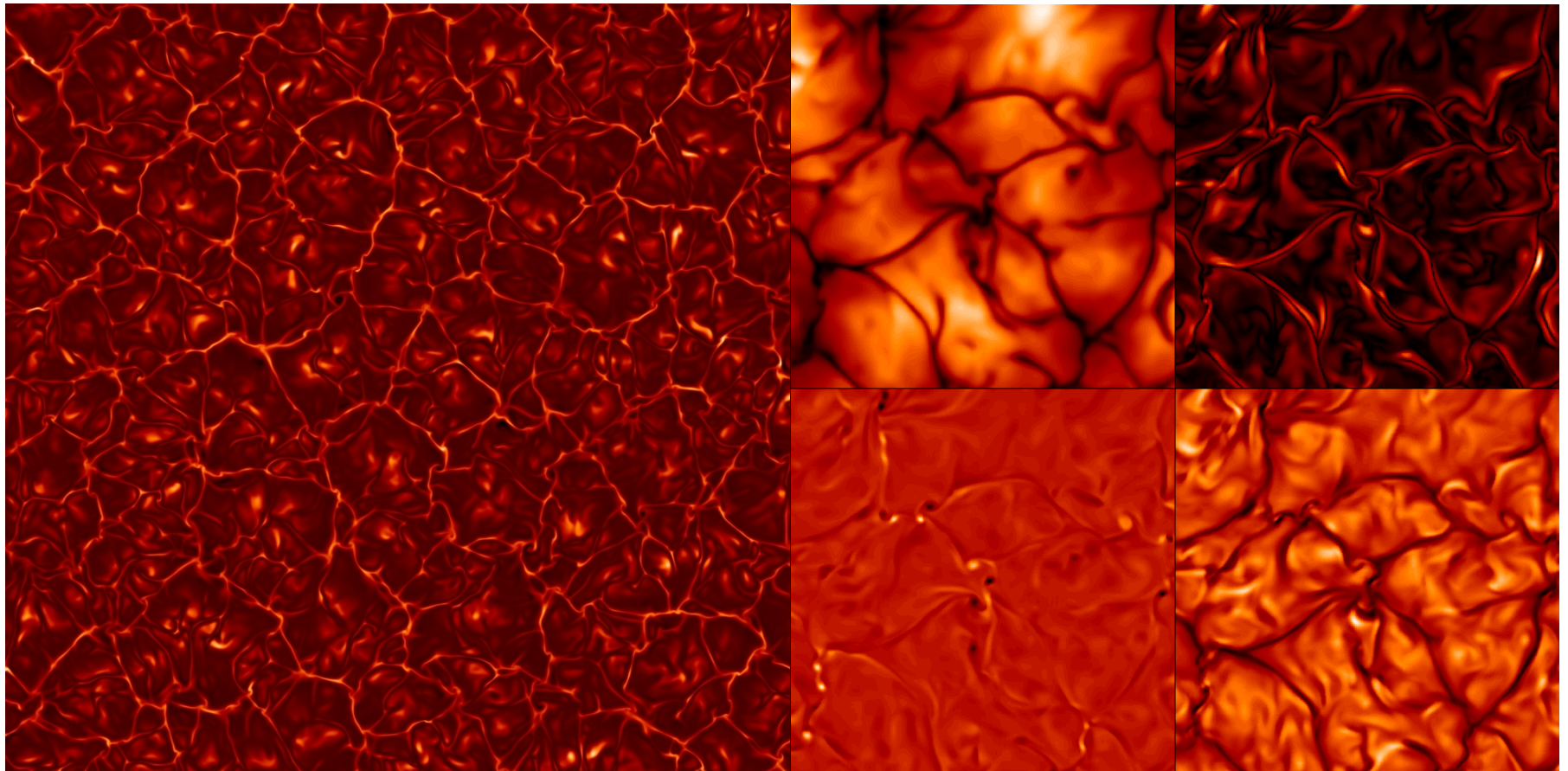


Dynamique des grandes échelles de la convection dans la photosphère solaire

François Rincon

Directeur de thèse : Michel Rieutord

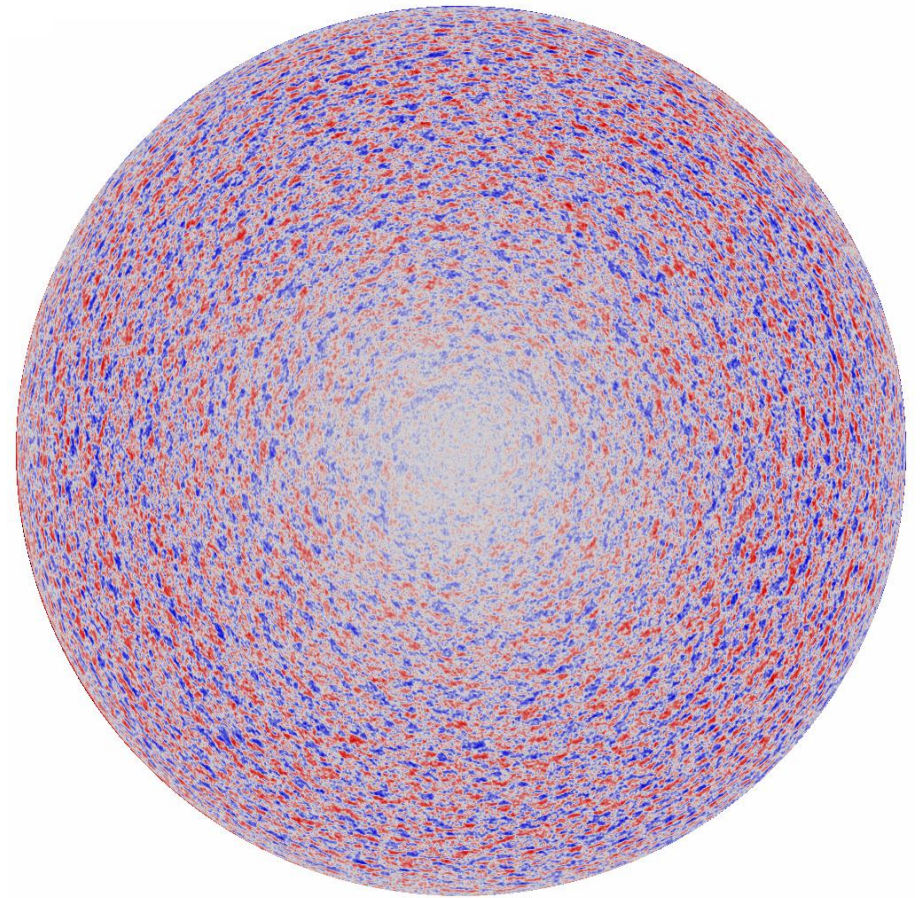
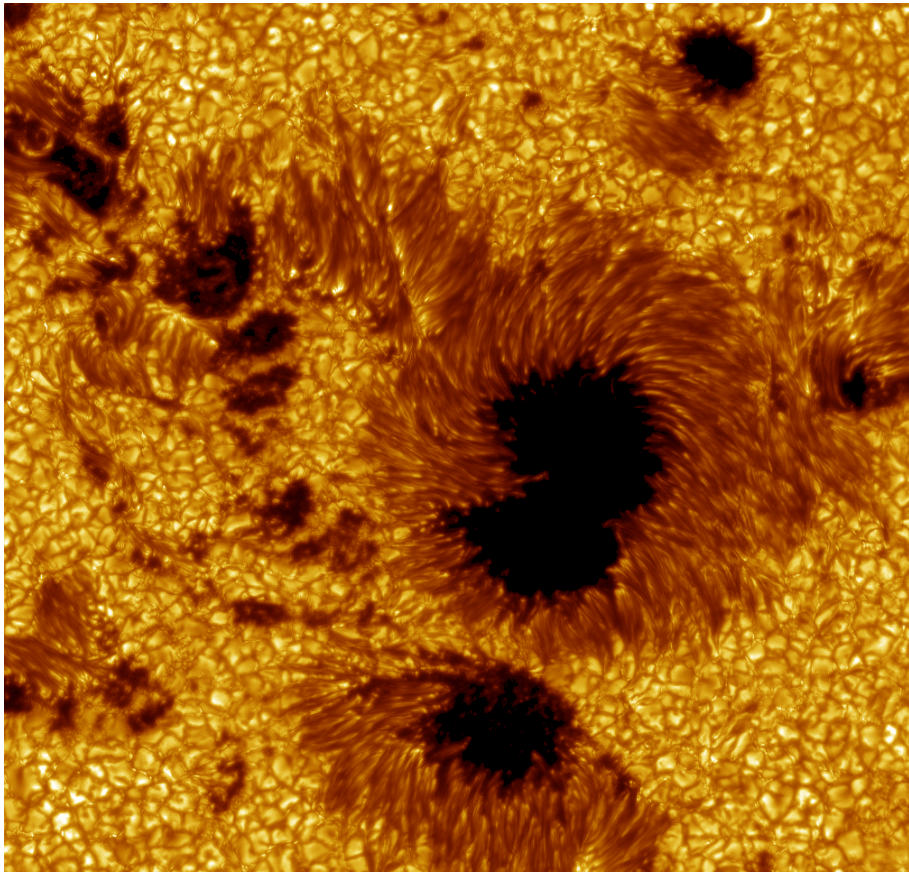
Laboratoire d'Astrophysique de Toulouse-Tarbes – UMR CNRS 5572 et Université Toulouse III



Plan de l'exposé

- ✓ Observations et modèles de la convection photosphérique
- ✓ Équations magnétohydrodynamiques en milieu compressible
- ✓ Un modèle linéaire pour la supergranulation
- ✓ Simulations numériques de convection turbulente compressible
- ✓ Instabilités à grande échelle et viscosité turbulente
- ✓ Conclusions et perspectives

Observations et modèles de la convection photosphérique



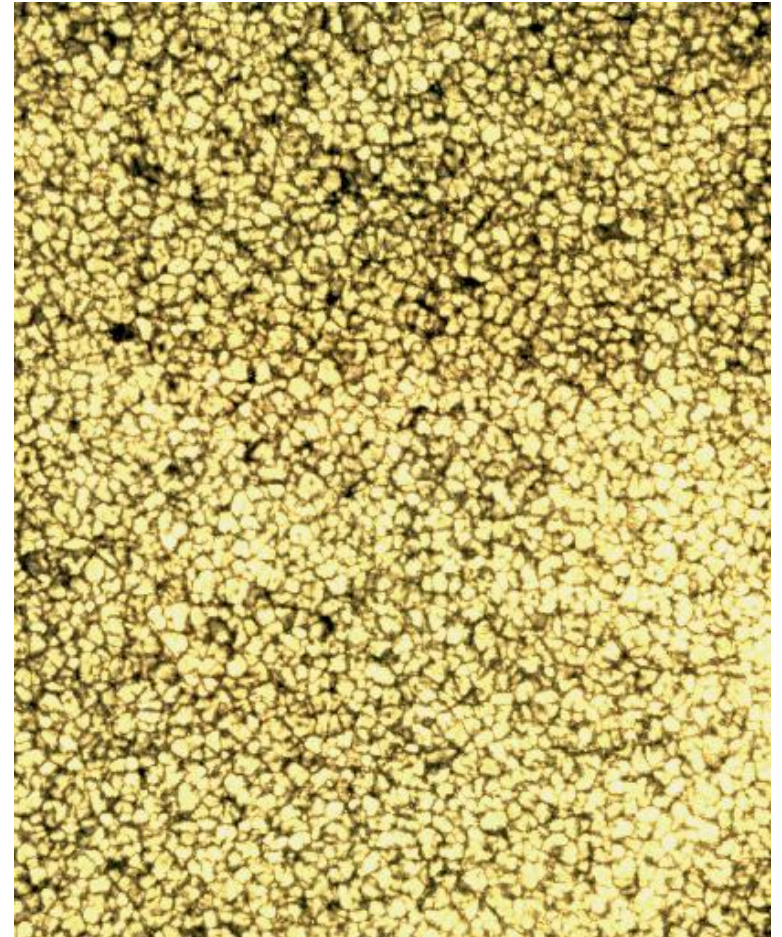
La photosphère et la granulation

- ✓ La **photosphère solaire**
 - ✗ Couche de surface **très stratifiée**
 - ✗ **Transition** entre zone **convective** et atmosphère **radiative**

- ✓ **Granules**
 - ✗ $L_g \simeq 10^3 \text{ km}$, $\tau_g = 5 - 10 \text{ min}$
 - ✗ $V_g \simeq 500 \text{ m s}^{-1}$

- ✓ **Turbulence**
 - ✗ $Re = 10^{10}$,
 - ✗ $Ra = \frac{gd^4}{\nu\kappa} \nabla(s/c_p) = 10^{20}$
 - ✗ $Pr = \frac{\nu}{\kappa} = 10^{-9}$

Image coupole tourelle

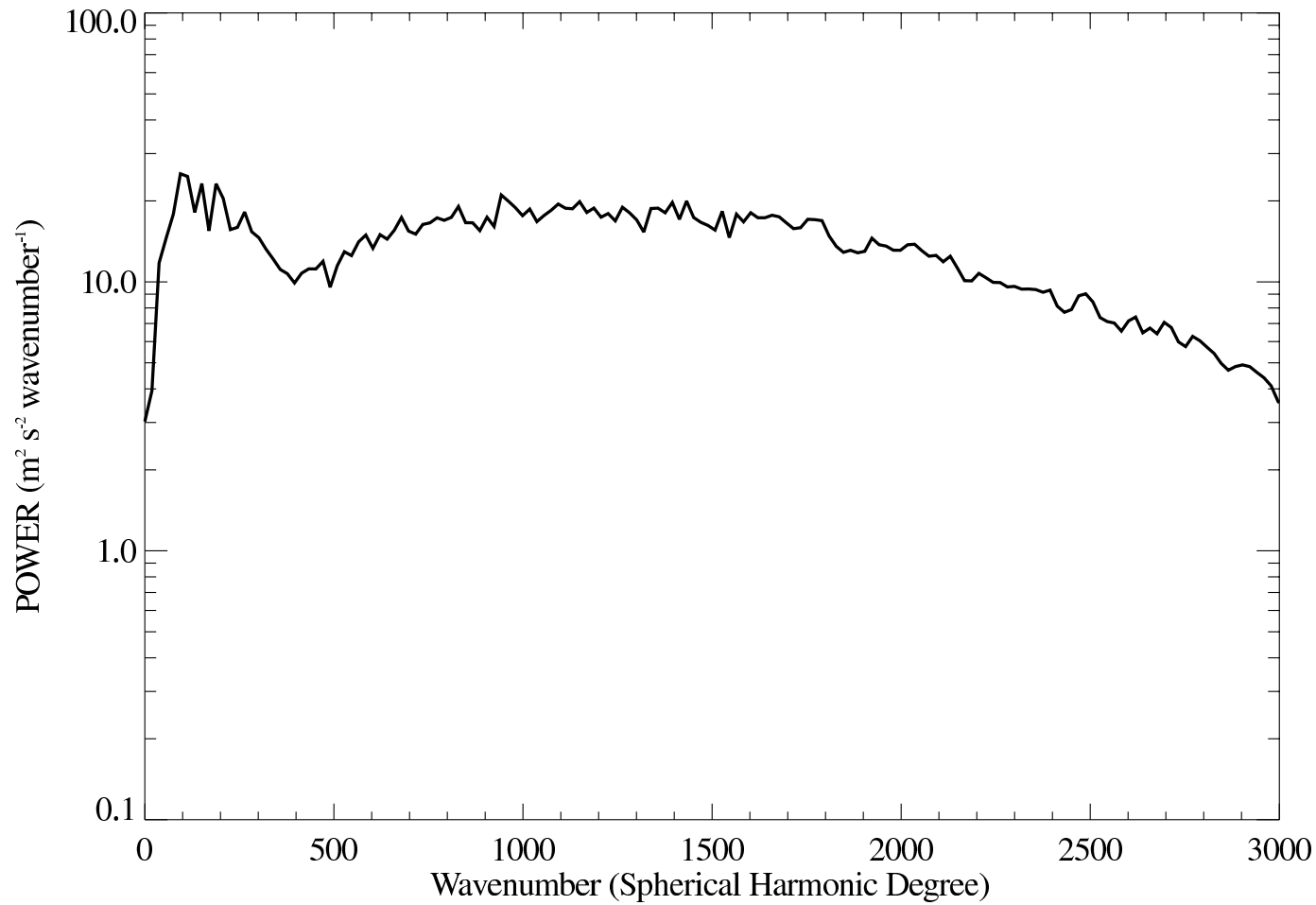


C'est une couche limite thermique fortement structurée par le refroidissement radiatif

Spectre de puissance de la vitesse

- ✓ Mesures vélocimétriques par Dopplergrammes (SOHO/MDI)

[Hathaway - SolPhys, 2000]



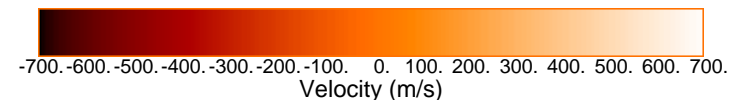
Maxima pour $\ell = 120$ et $\ell \simeq 1000$

La supergranulation

- ✓ Pas de signature photométrique claire
- ✓ Visible dans les Dopplergrammes
- ✓ $L_{sg} = 30\,000\text{ km}$, $\tau_{sg} = 24 - 48\text{ heures}$
- ✓ $V_z < 100\text{ m s}^{-1}$, $V_{hor} \simeq 350\text{ m s}^{-1}$
- ✓ Forte corrélation avec le réseau magnétique [Hagenaar et al. - A&A, 1997]
- ✓ Extension en profondeur probablement inférieure à $5\,000\text{ km}$ [Duvall et al. - SolPhys, 1997]

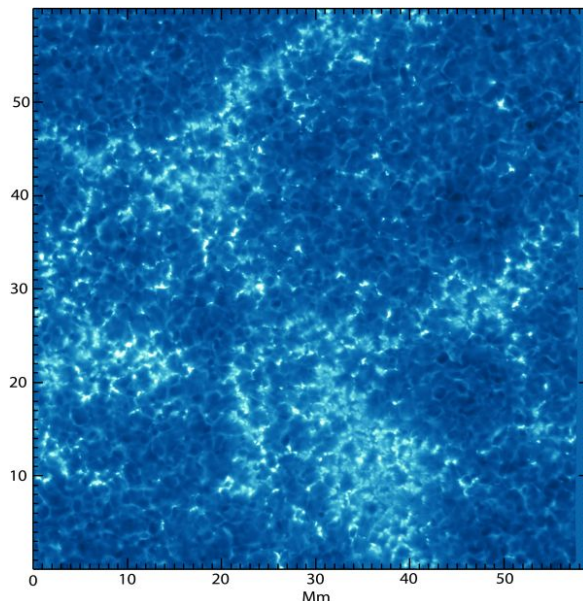
Average Dopplergram Minus Polynomial Fit

45 images averaged (30-Mar-96 19:26 to 30-Mar-96 20:17)

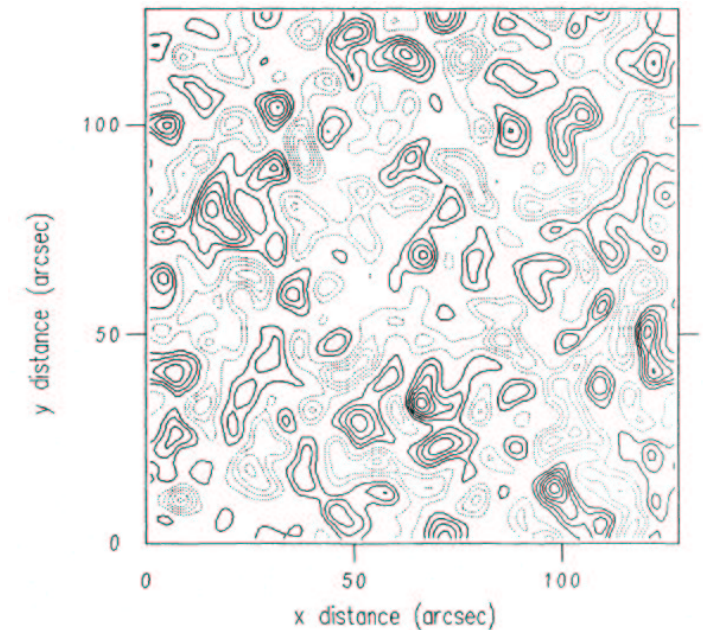


La mésogranulation

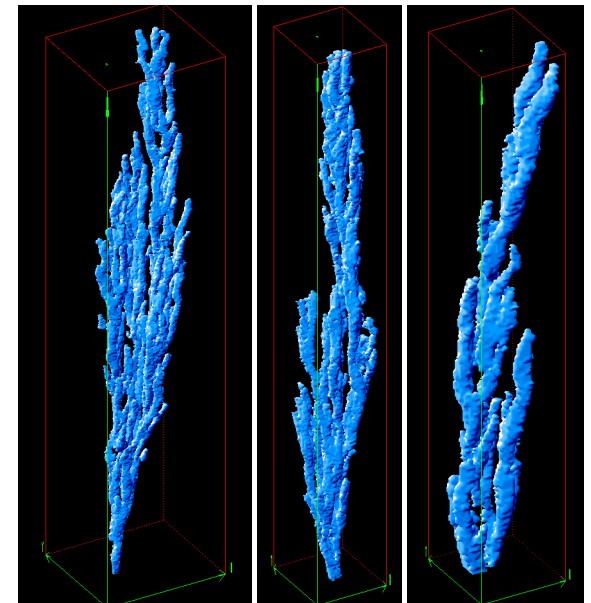
- ✓ Structures de taille intermédiaire
 $L_{mg} = 7000 \text{ km}$, $\tau_{mg} = 1 - 3 \text{ heures}$
- ✓ Pas de maximum dans les spectres mais détection d'une échelle distincte par LCT (suivi par corrélation)
- ✓ Champs intra-réseau [Dominguez Cerdena et al. - A&A, 2003 - Berger et al., 2004 - Roudier et al. - A&A, 2004]



[November et al. - ApJ, 1988]



- ✓ Arbres temporels de granules [Roudier et al. - A&A, 2003]



Les grandes questions...

Qu'est ce que la supergranulation, qu'est ce que la mésogranulation ?

Quelles sont les relations entre les diverses échelles ?

Pourquoi existe-t-il plusieurs échelles distinctes
parmi le continuum turbulent ?

Comment interagissent-elles avec les champs magnétiques ?

Explications proposées

✓ Supergranulation

✗ Explication historique : injection d'énergie à 30 000 km de profondeur par recombinaison de He II [Simon et al. - ApJ, 1964]

“Cellules de convection” ? \Rightarrow Approche linéaire

Problèmes : non confirmé par l'héliosismologie locale, libération d'énergie par recombinaison insuffisante [Rast - ApJ, 2003], pas de signal photométrique

✗ Dynamique de surface

– Interactions entre petites échelles, **instabilités à grande échelle** ?

✓ Mésogranulation

✗ Recombinaison de He I ? \Rightarrow **Échelle de convection distincte** ?

✗ Interactions collectives des granules ?

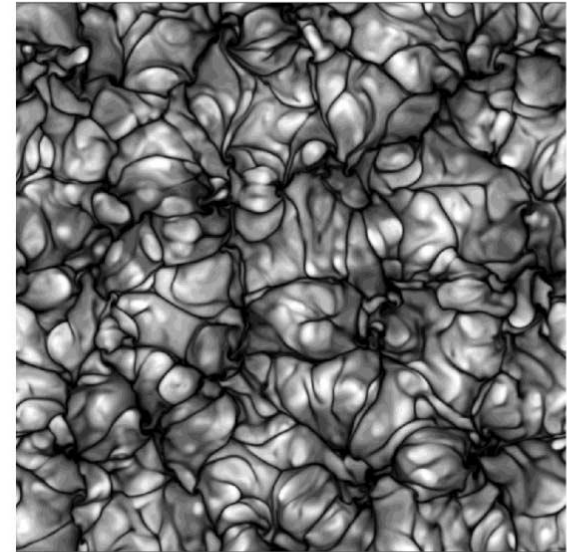
Physique non-linéaire complexe \Rightarrow **Simulations numériques HD/MHD**

Simulations numériques

✓ [Cattaneo et al. - ApJ, 2001]

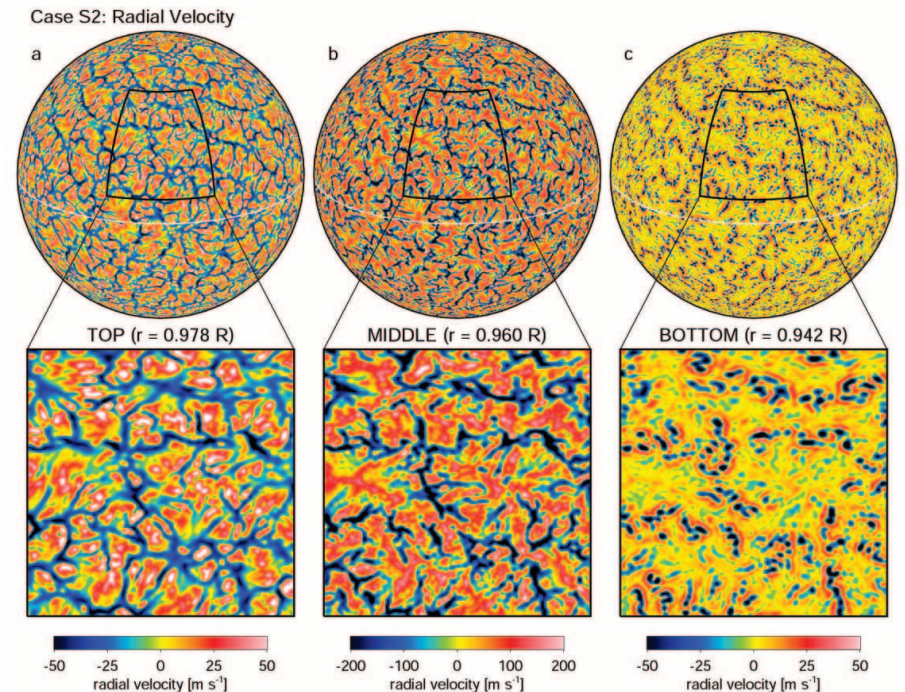
- ✗ Boussinesq, $A = 10$ et $A = 20$
- ✗ Structures cohérentes à longue durée de vie : **mésogranulation** ?
- ✗ Que se passe-t-il en profondeur ? Interactions collectives ?

temperature



✓ [DeRosa et al. - ApJ, 2002]

- ✗ Coquilles sphériques anélastiques et $A = 75$
- ✗ **Échelles supergranulaires**
- ✗ Pas de dynamique à plus petite échelle

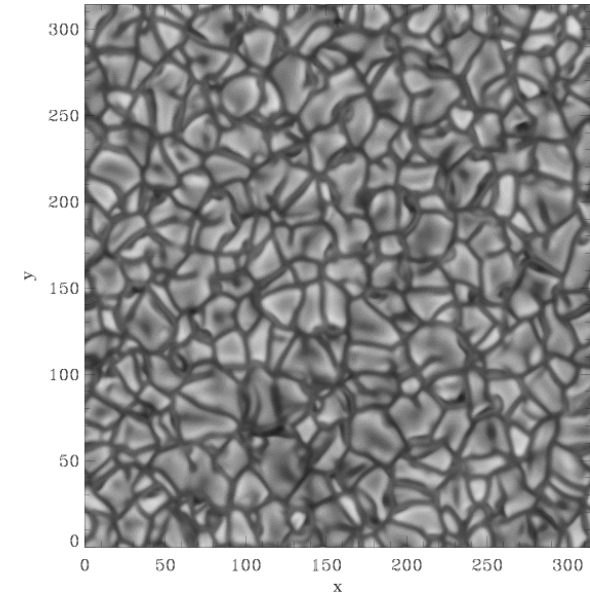


Simulations numériques (2)

✓ [Rieutord et al. - NCim, 2002]

✗ Convection radiative, $A = 10$

✗ Pas de supergranulation



✓ Les simulations ont une taille limitée !

✗ Simulations globales [DeRosa et al.] : plus petite structure = 30 000 km

✗ Simulations locales [Cattaneo et al.] : taille de la boîte = 10 000 km

L'intervalle d'échelles dynamiques entre mésogranulation et supergranulation n'est pas couvert par les simulations actuelles

✓ Problème du réalisme physique

✗ Régime de l'écoulement : Pr , Re , Ra ...

Equations magnétohydrodynamiques pour un fluide compressible

- ✓ Conservation de la **masse**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

- ✓ Conservation de la **quantité de mouvement**

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \vec{v} = -\frac{1}{C_k^2} \left(T \vec{\nabla} \ln \rho + \vec{\nabla} T \right) + Q \frac{\text{Pr}^2}{\rho \text{Pr}_m} \vec{j} \times \vec{B} - \Lambda \vec{e}_z + \frac{\text{Pr}}{\rho} \Delta \vec{v} + \frac{1}{3} \frac{\text{Pr}}{\rho} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v})$$

- ✓ Équation de **température**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T + (\gamma - 1) T \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{\gamma}{\rho} \Delta T + (\gamma - 1) C_k^2 \frac{\text{Pr}}{\rho} \left(\mathcal{D} + Q \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_m} \right)^2 |\vec{j}|^2 \right)$$

- ✓ Équation d'**induction**

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_m} \Delta \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\Lambda = \frac{g d^3}{\kappa^2}, \quad C_k = \frac{m + 1}{\Lambda}, \quad m = \frac{g d}{\mathcal{R} \Delta T} - 1, \quad Q = \frac{B_o^2 d^2}{\mu_o \mu \eta}$$

Détails du modèle polytropique

- ✓ Équation d'état **du gaz parfait**

$$P = \frac{\Lambda}{m+1} \rho T$$

- ✓ Solution **polytropique** statique

$$T_s = z_o + 1 - z, \quad \rho_s = \left(\frac{z_o + 1 - z}{z_o + 1} \right)^m$$

z_o mesure le degré de **stratification en densité** :

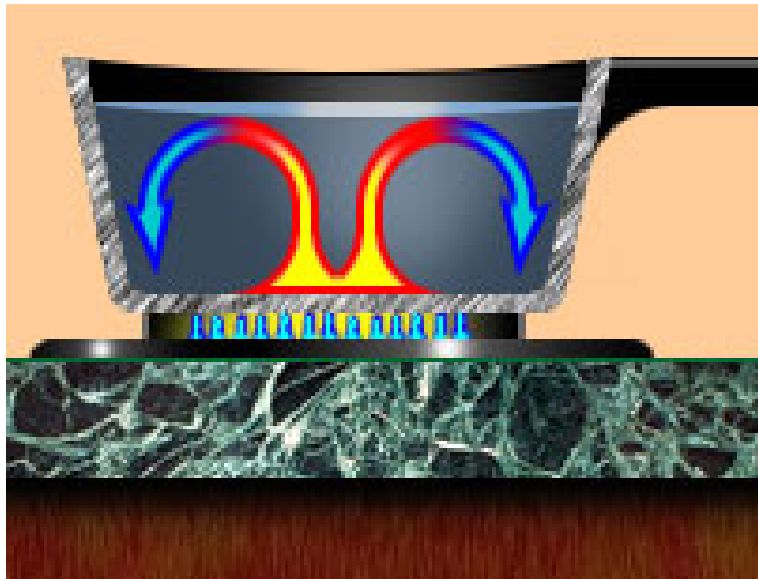
$$\begin{aligned} z_o \text{ grand} &\Rightarrow \text{approximation de Boussinesq} \\ z_o \text{ petit} &\Rightarrow \text{milieu très stratifié} \end{aligned}$$

- ✓ **Nombre de Rayleigh** (milieu)

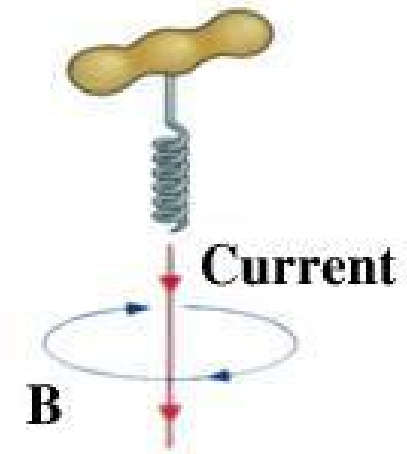
$$\text{Ra} = \left(\frac{1/2 + z_o}{1 + z_o} \right)^{2m-1} \frac{\Lambda}{\text{Pr} (1 + z_o)} \frac{(1 + m - \gamma m)}{\gamma}$$

Dorénavant, $m = 1$, $\gamma = 5/3$

Un modèle linéaire de la supergranulation solaire



+



Hypothèses du modèle

- ✓ Le flux d'énergie est véhiculé par les petites échelles (granules) à la surface solaire
- ✓ Cet écoulement turbulent transporte également de la quantité de mouvement

- ✓ **Aux grandes échelles**

- ✗ Les perturbations de température sont diffusées sur des temps très longs
 ⇒ Des conditions de **flux thermique fixé** sont plus appropriées

- ✗ Le transport turbulent est approximé par une viscosité turbulente

$$\nu_T = \kappa_T = \eta_T = L_g V_g \simeq 2 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

- ⇒ Les grandes échelles sont **laminaires** « à l'ordre zéro »

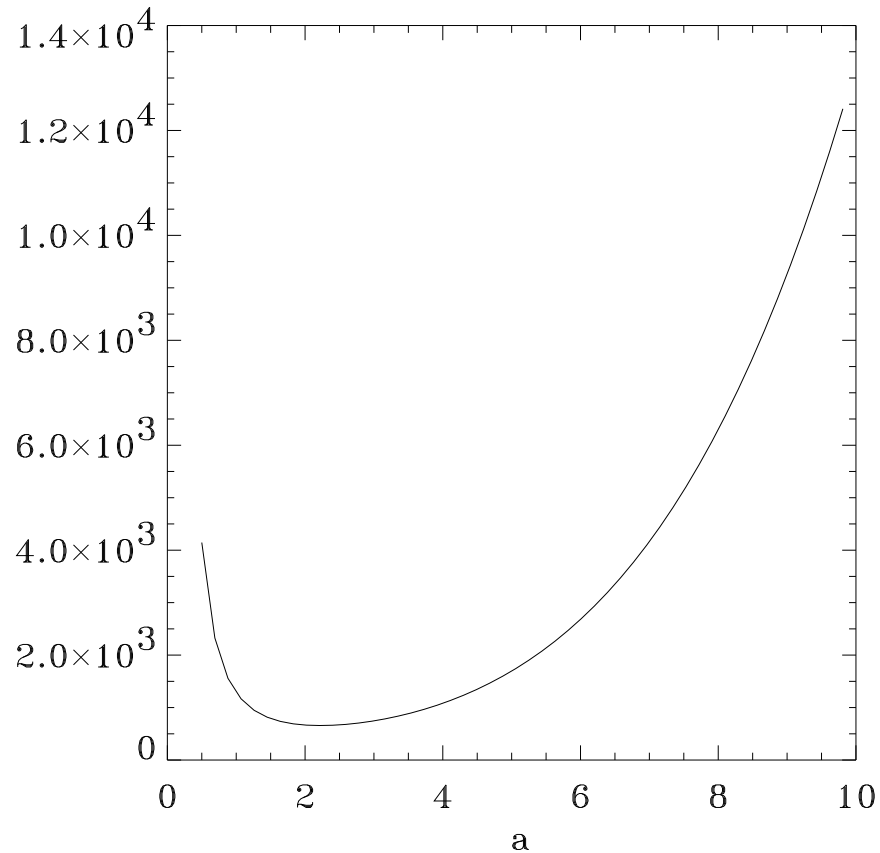
- ✓ Hypothèse d'un **champ magnétique vertical et constant**

Quelle est la stabilité linéaire de ce système ?

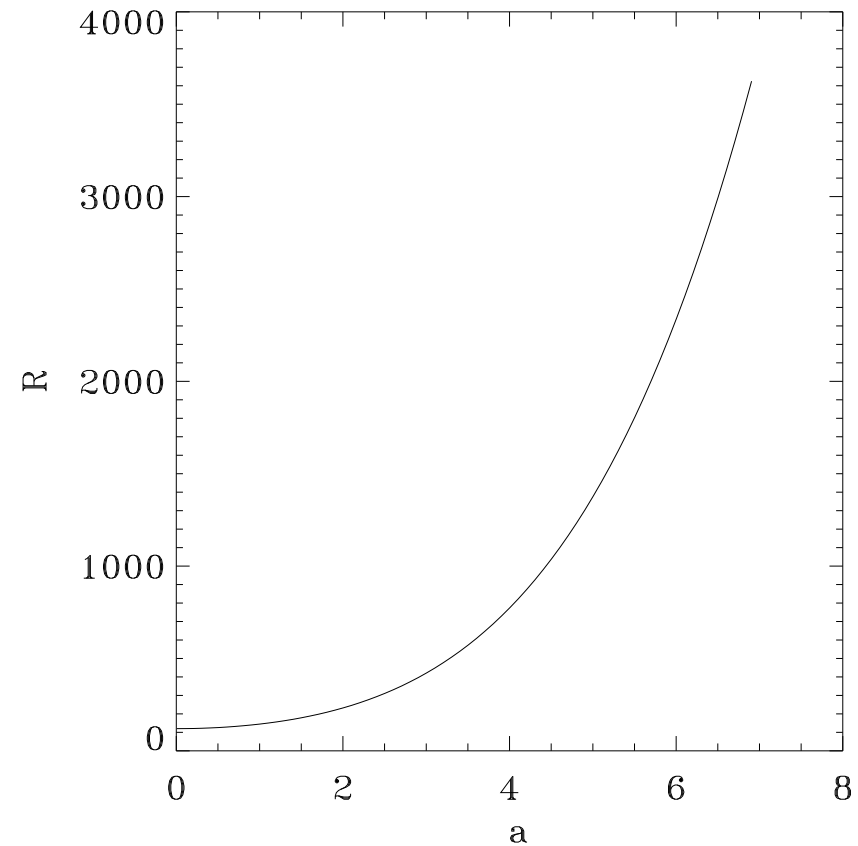
⇒ Analyse du **taux de croissance** λ de perturbations \vec{v} , T , ρ , P , \vec{b} en $e^{\lambda t} e^{i a x}$

Influence des conditions aux limites

✓ **Stabilité Marginale** : cas Boussinesq [Hurle et al. - PRSL, 1966]



Température fixée

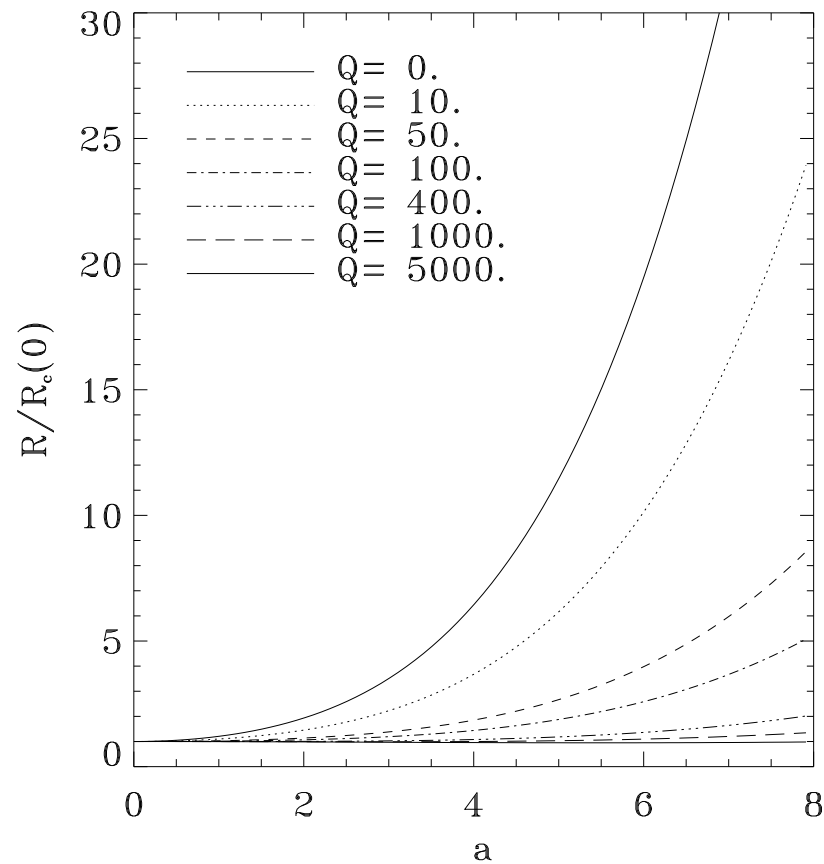


Flux fixé

Comment faire pour obtenir des échelles **grandes mais finies** ?

Solutions avec champ magnétique

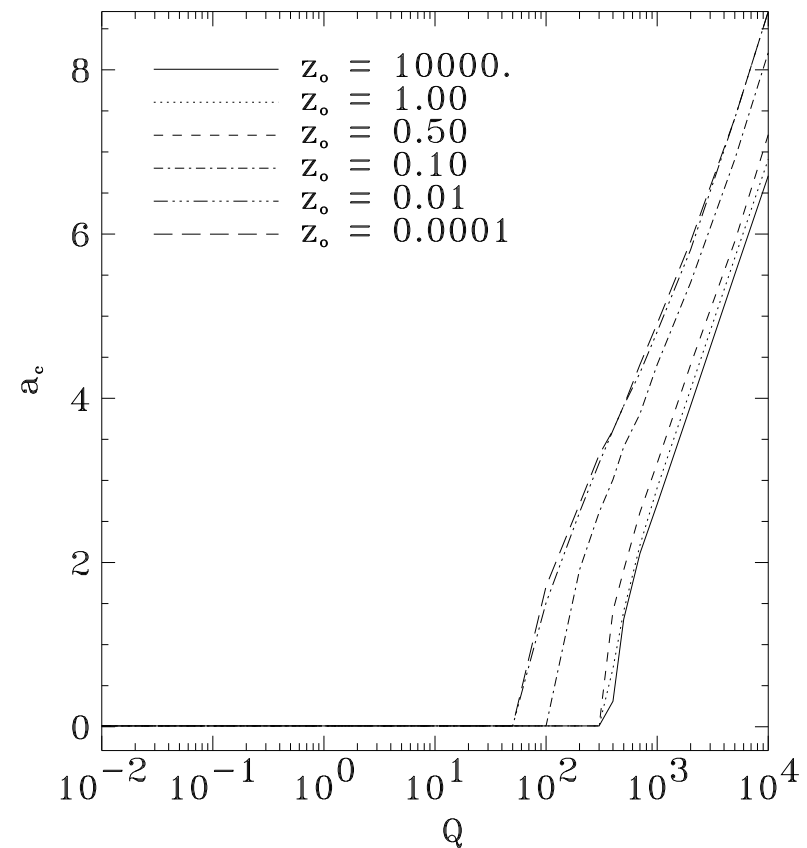
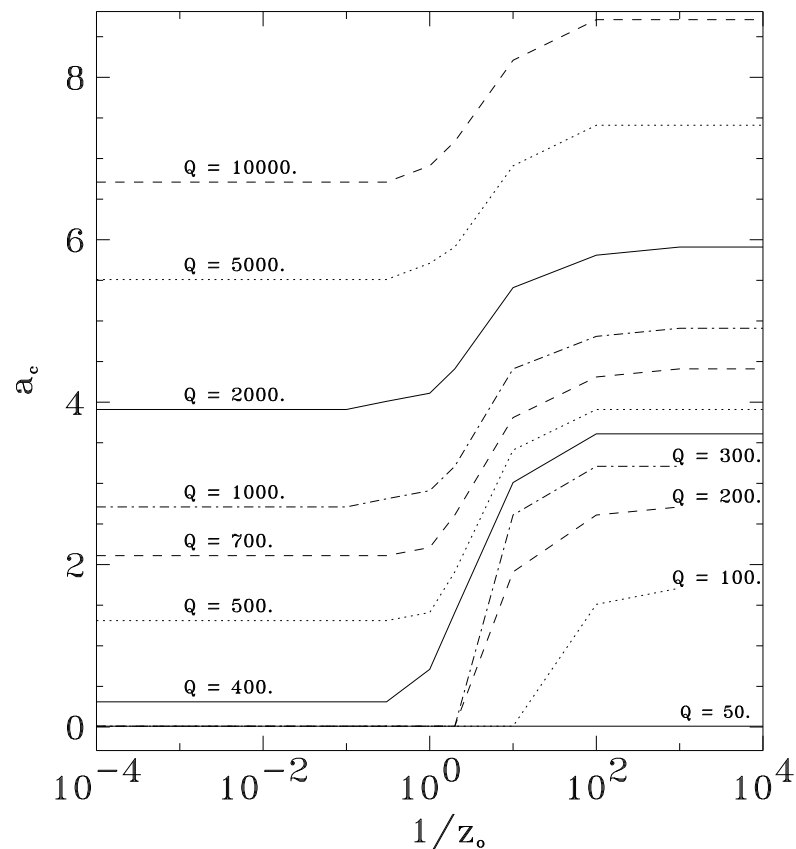
✓ Cas Boussinesq [Edwards - GAFD, 1991]



⇒ Transition vers $a_c \neq 0$ pour $Q_{\text{crit}} = 394$

Influence de la stratification en densité

- ✓ Décroissance de Q_{crit} avec l'augmentation de la stratification
- ✓ Pas de transition sans champ magnétique



$Q_{\text{crit}} \simeq 61$ dans le cas infiniment stratifié \Rightarrow pas de transition en champ plus faible

Estimation des paramètres dans le cas solaire

✓ Pour ce modèle très simplifié

✗ $d = 5\,000$ km avec 100 échelles de hauteur de densité ($z_o = 0.01$)

✗ les supergranules ont une extension horizontale de 30 000 km donc $a \sim 1$

⇒ L'analyse linéaire donne $Q_{\text{crit}} \sim 100$

À comparer au champ vertical « moyen » à la surface solaire

$$10 \text{ G} \leq B \leq 200 \text{ G} \Rightarrow 1 \leq Q \leq 400$$

✓ **Conclusions**

✗ L'ordre de grandeur est satisfaisant

✗ Le modèle permet de générer par un mécanisme linéaire des **grandes échelles sans** avoir besoin de la **recombinaison de He II en profondeur**

✗ Évolution de la taille des supergranules sur un cycle solaire ?

✓ ...mais le **modèle** est **limité** !

✗ Prise en compte minimale du transport turbulent

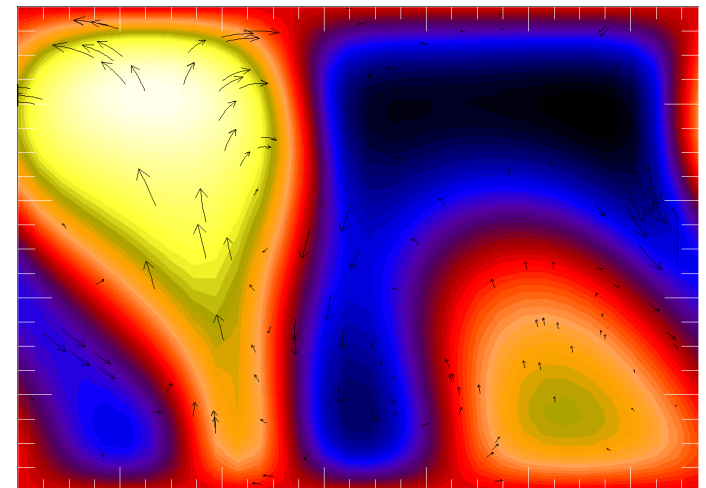
✗ Étude **linéaire** et hypothèse d'un **champ magnétique constant vertical**

**Simulations numériques directes de
convection turbulente compressible
à grand rapport d'aspect**

BALAITOUS

Le code utilisé : BALAÏTOUS

- ✓ Une longue histoire : F. Califano, A. Mangeney, F. Lignières
- ✓ **Simulations locales** (cartésiennes), **une direction inhomogène** (gravité), 2D ou 3D
- ✓ Avancement en temps : **Runge-Kutta** du troisième ordre, complètement explicite
- ✓ **Différences finies compactes** d'ordre 6 dans la direction verticale :
 - ✗ **Convergence spectrale**, passe-bas naturel
- ✓ Transformées de Fourier rapides dans les directions horizontales :
 - ✗ **dealiasing** par troncation (règle des 2/3), implémentation MPI de FFTW
- ✓ Travail effectué
 - ✗ Développement de la partie compressible
 - ✗ Interface de traitement complète
 - ✗ Tests de précision et de parallélisation
 - ✗ Exemple : **convection oscillante MHD compressible** [Weiss, 1991]



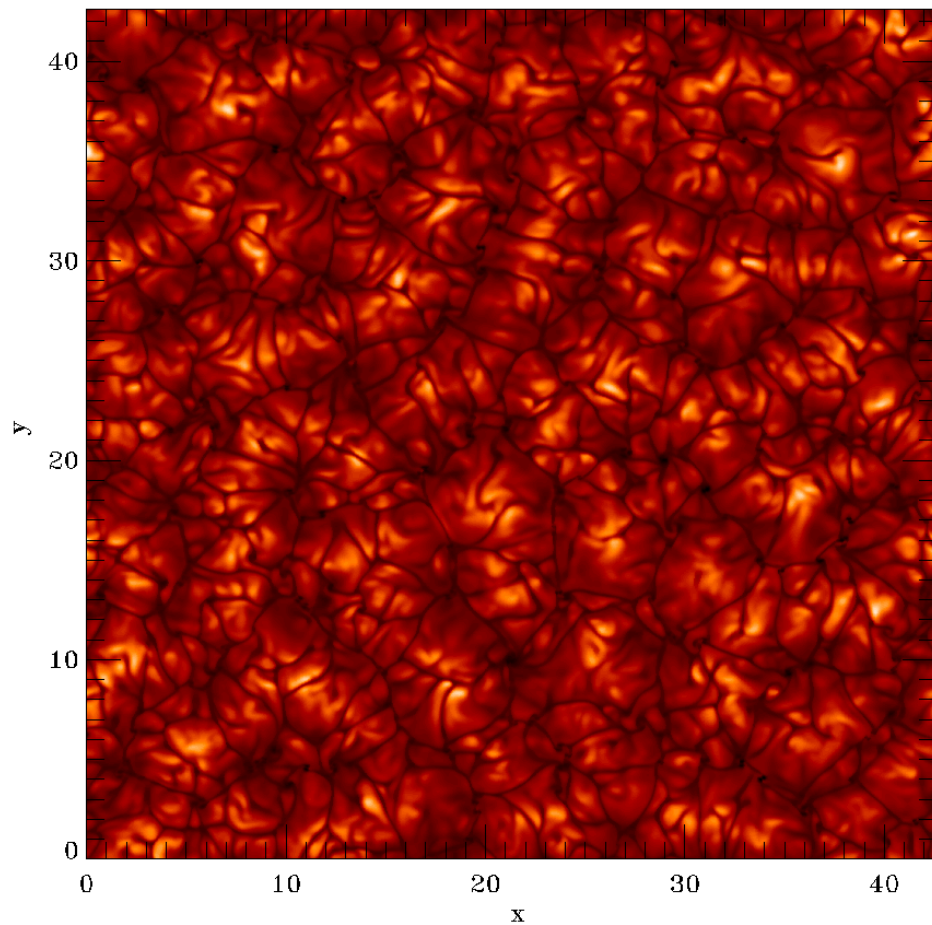
Paramètres de la simulation

- ✓ Résolution des équations **HD complètement compressibles**
 - ✗ parois **stress-free**, paroi du haut à température fixée, **flux imposé en bas**
 - ✗ Viscosité dynamique μ et conductivité χ constantes
- ✓ Conditions initiales
 - ✗ **polytrophe** $m = 1$, $\gamma = 5/3$, stratification initiale $\rho_b/\rho_o = 3$
 - ✗ pas de symétrie spatiale : bruit en vitesse, température et densité
- ✓ Régime d'écoulement : **$Pr = 0.3$, $Ra = 3 \cdot 10^5$**
- ✓ Rapport d'aspect égal à **$A = 42.6 : 82 \times 1024 \times 1024$** points de grille
- ✓ Parallélisation efficace sur **64 processeurs Power4** (1.9 GHz)
- ✓ Simulation de 0.75 relaxation thermique
 - ✗ 70 000 heures CPU sur IBM SP4 (IDRIS)
 - ✗ 3.5 GB de données par sortie
 - ✗ **500 GB au total**



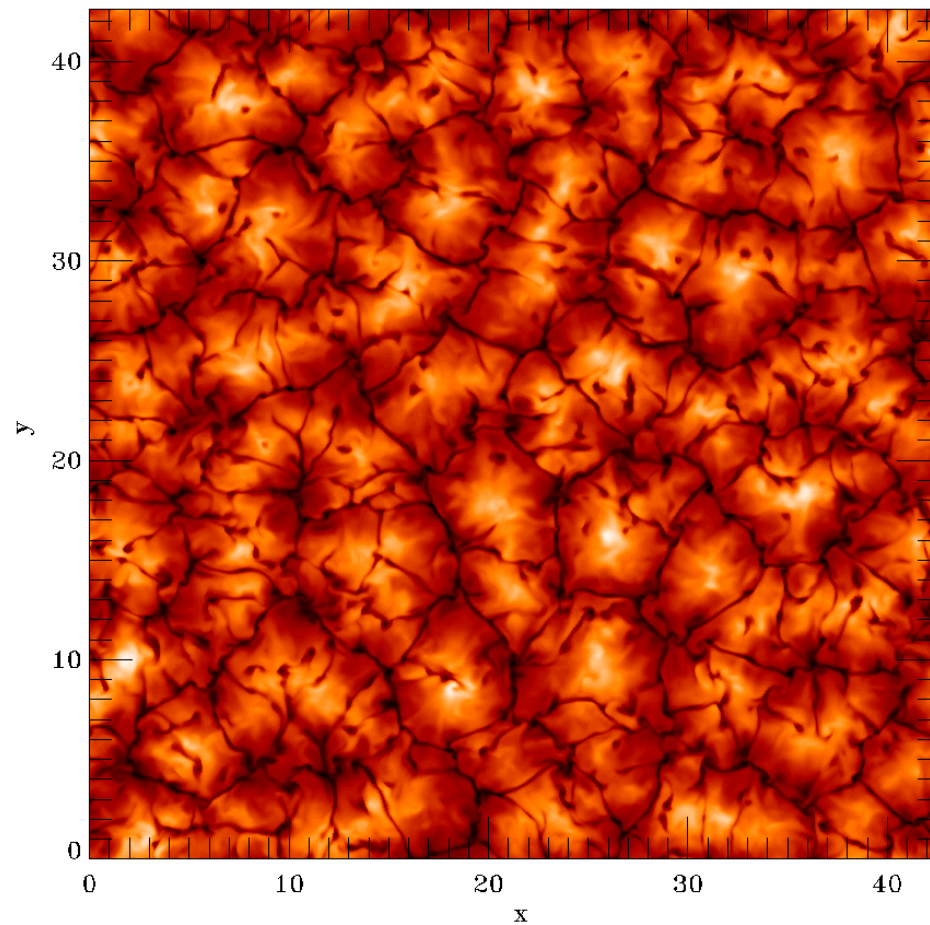
Simulations à grand rapport d'aspect – Premier aperçu

t=0.418



Surface

t=0.418



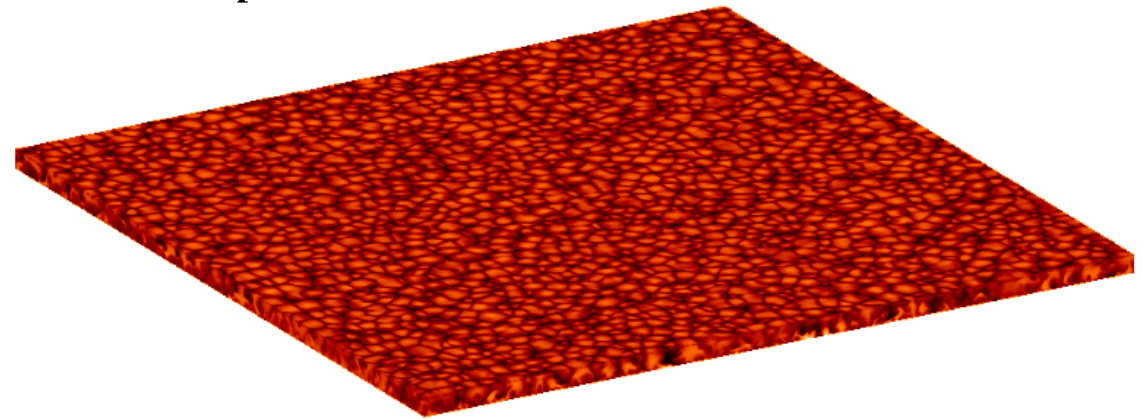
Milieu

Tout

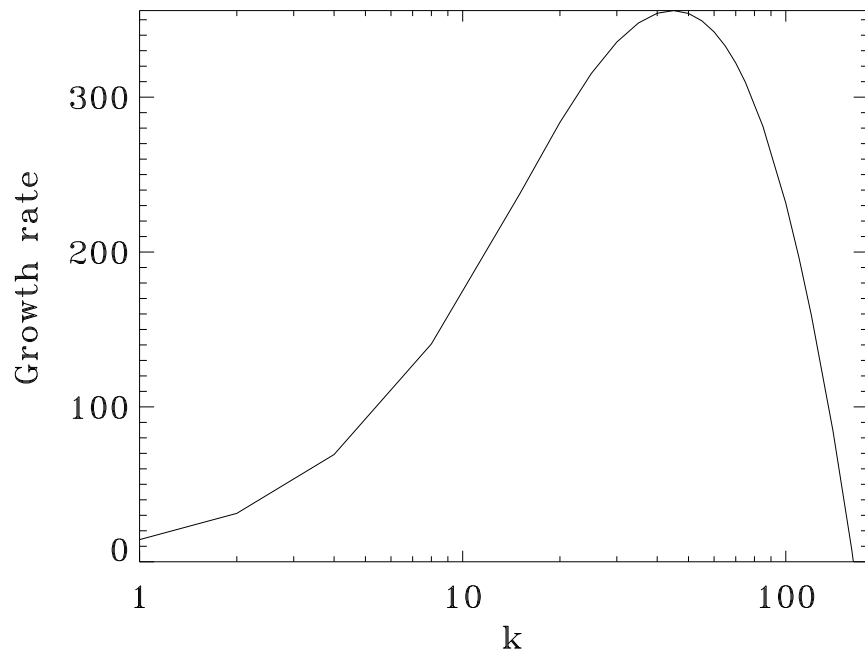
Croissance linéaire

✓ Mode le plus instable $k \sim 45$

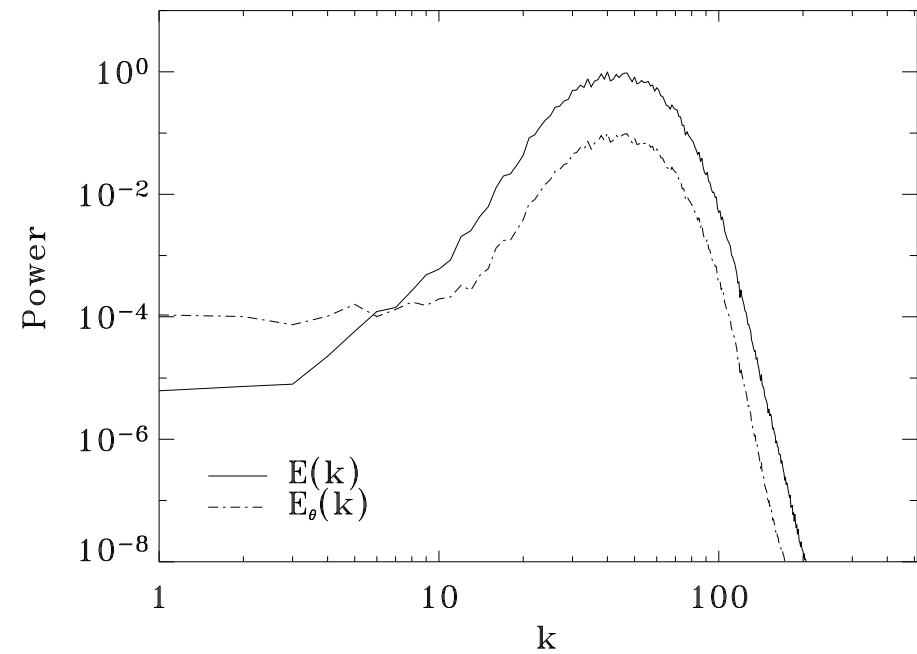
Temperature Field



$Ra = 3 \cdot 10^5$, $Pr = 0.3$, $z_0 = 0.5$

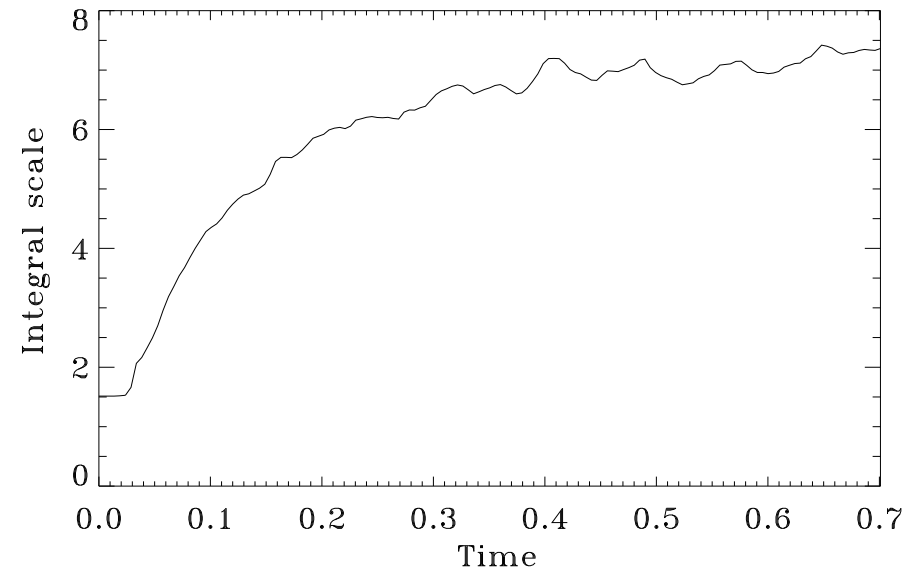


$t=0.018$

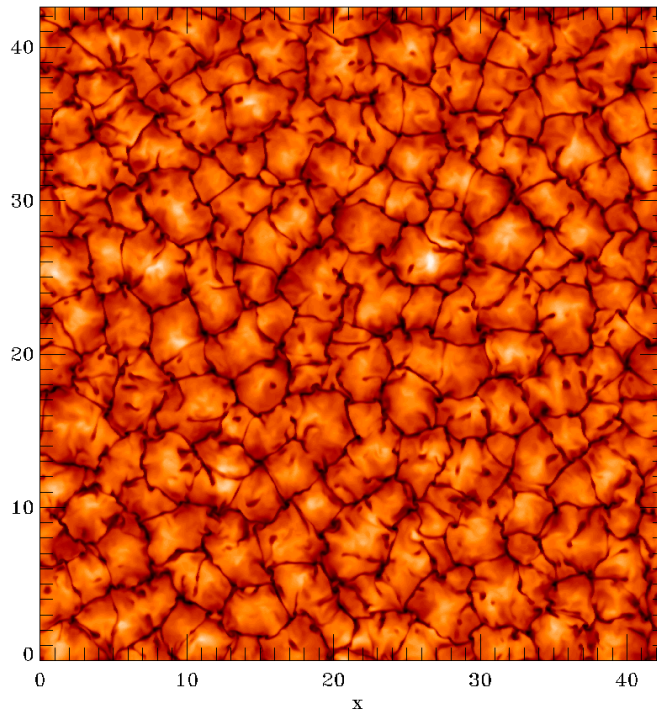


Formation de structures cohérentes

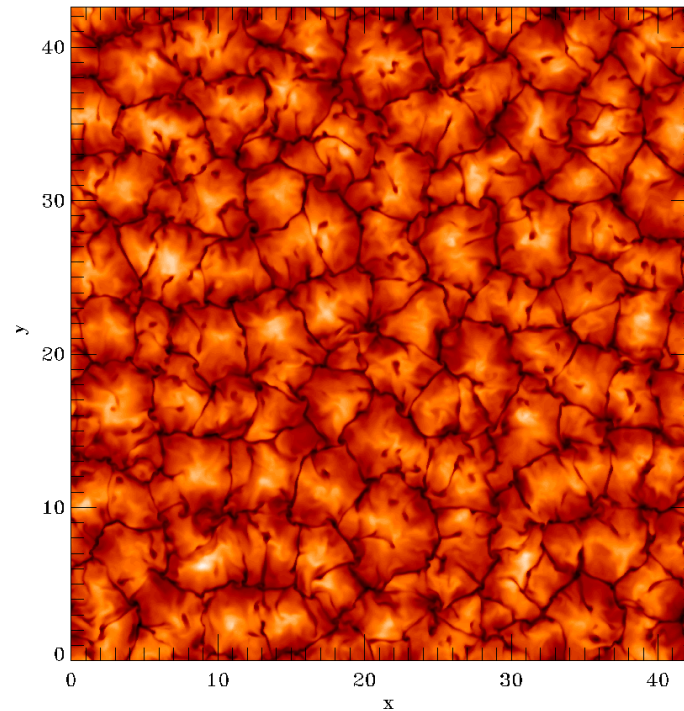
$$L_{\text{int}} = \frac{\pi}{2} \frac{\int k^{-1} E(k) dk}{\int E(k) dk}$$



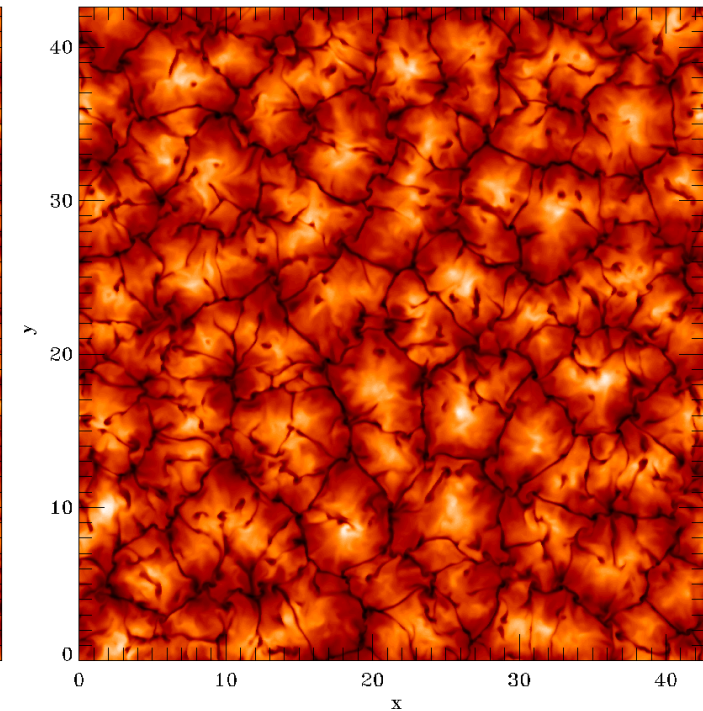
t=0.130



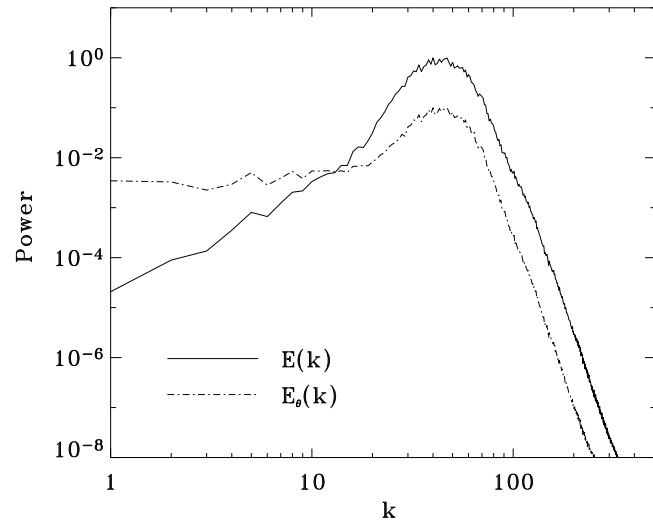
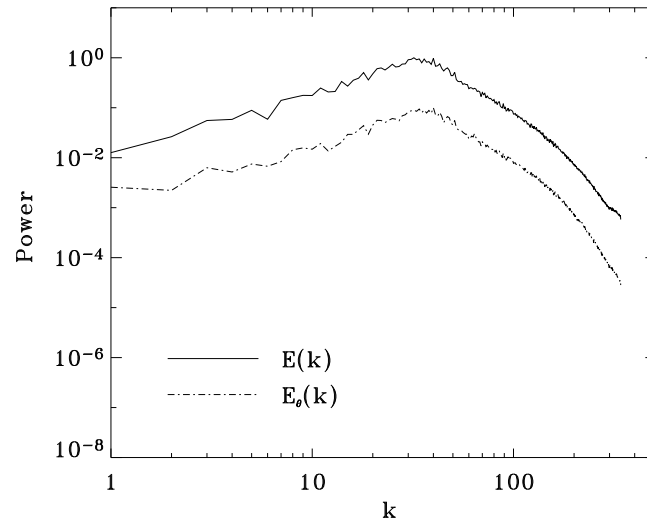
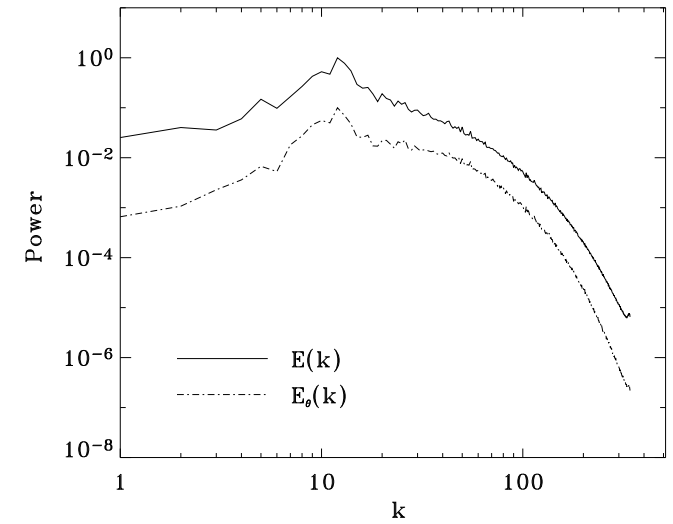
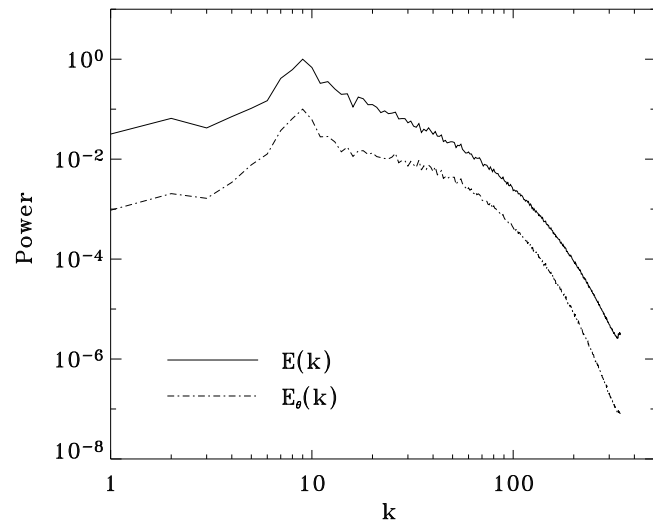
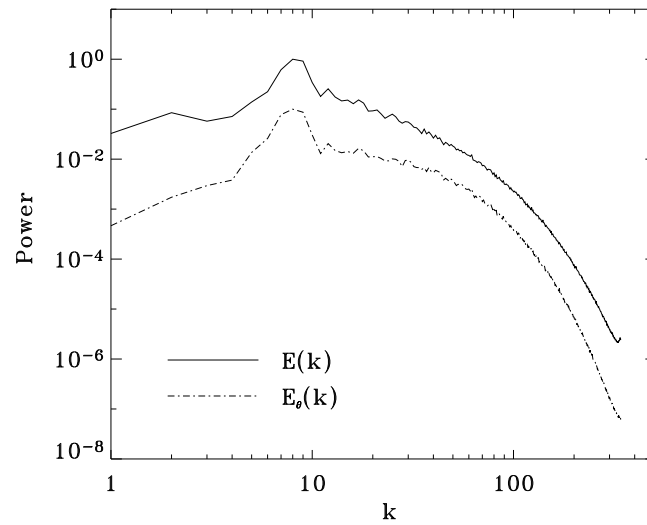
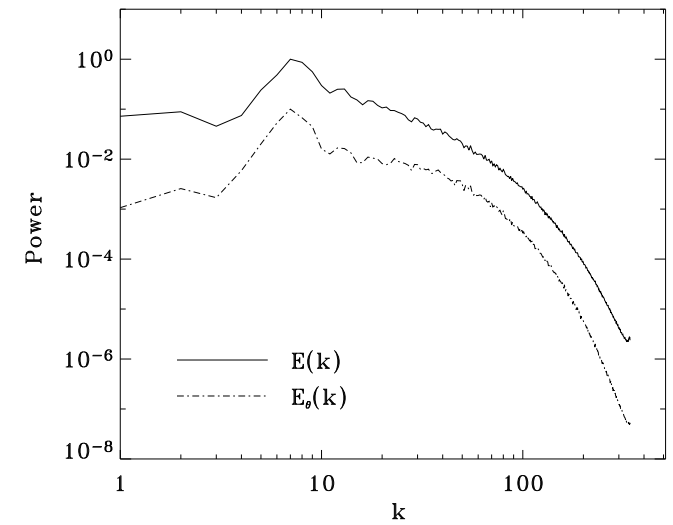
t=0.226



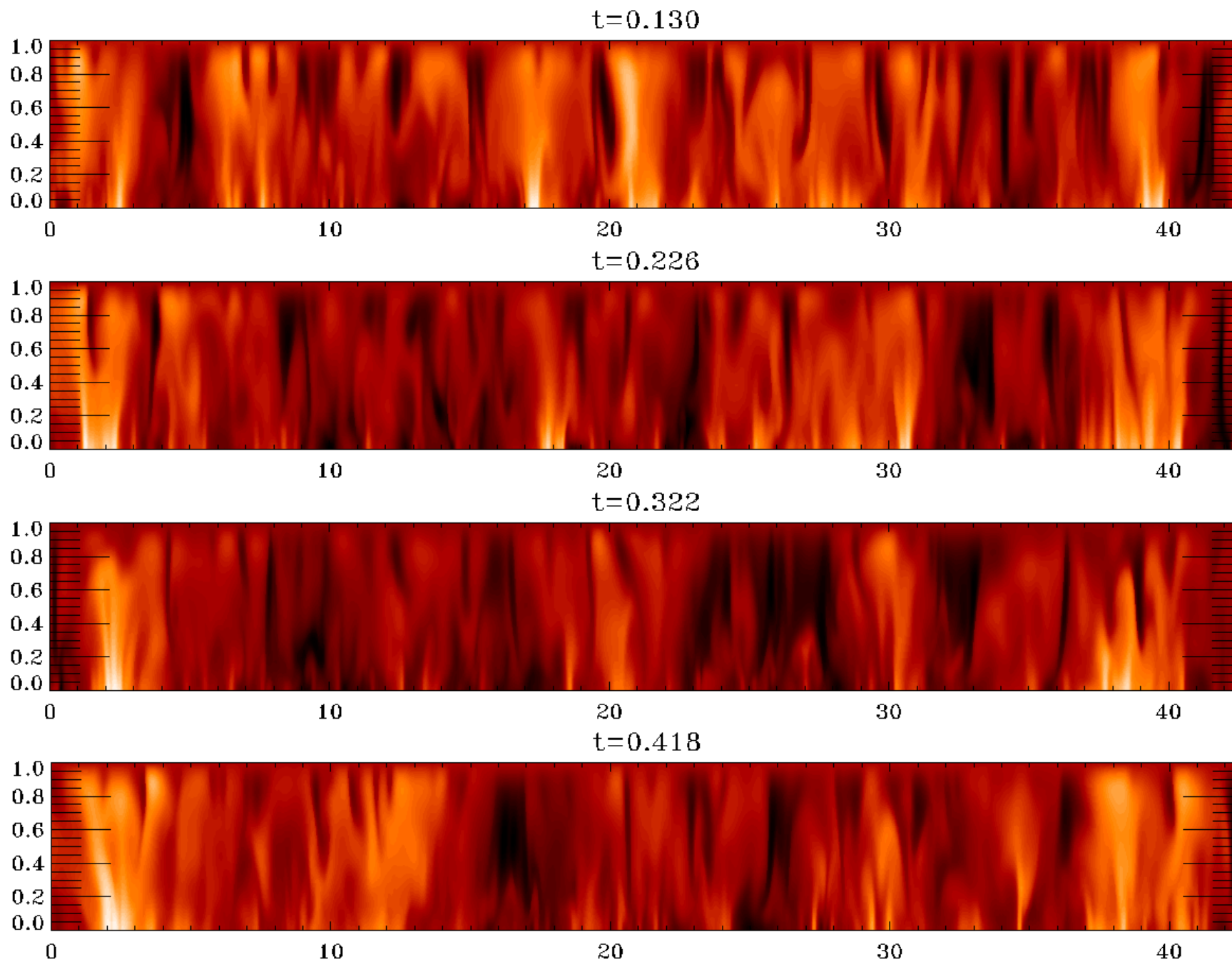
t=0.418



Spectres de puissance ($z=0.87$)

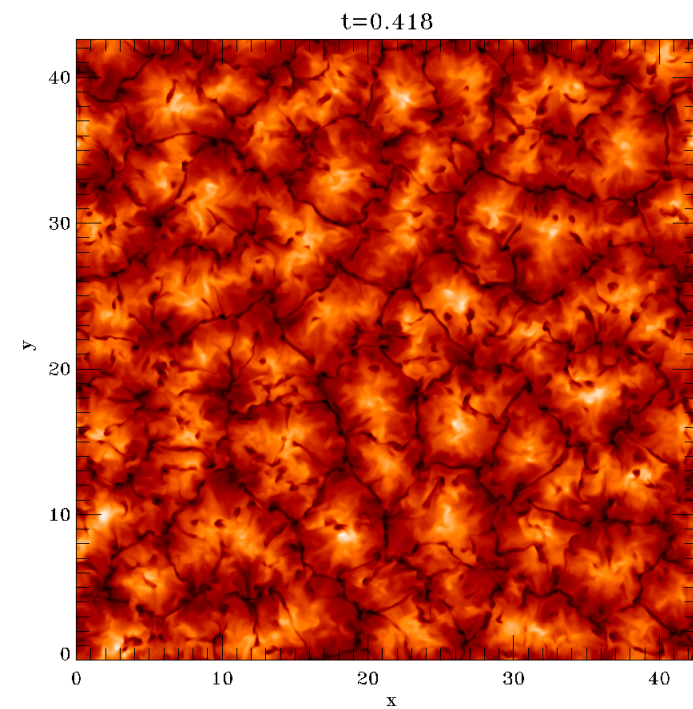
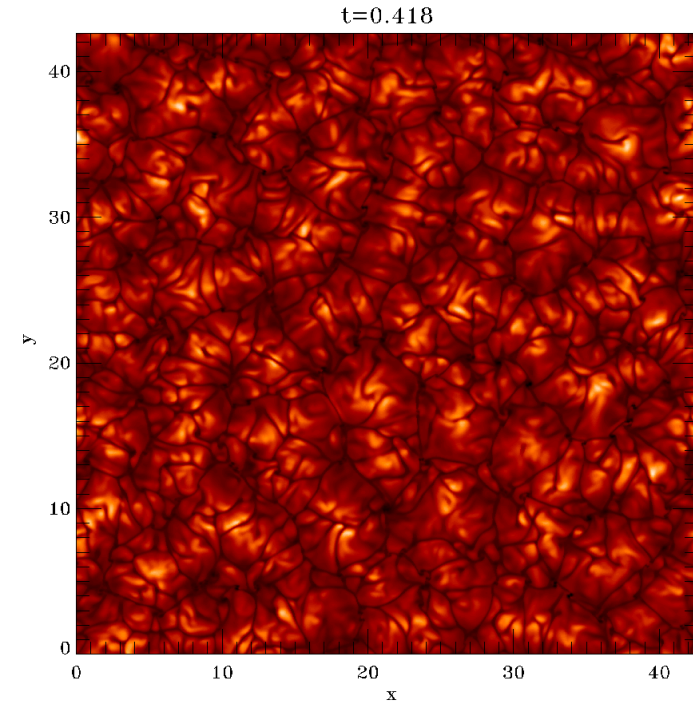
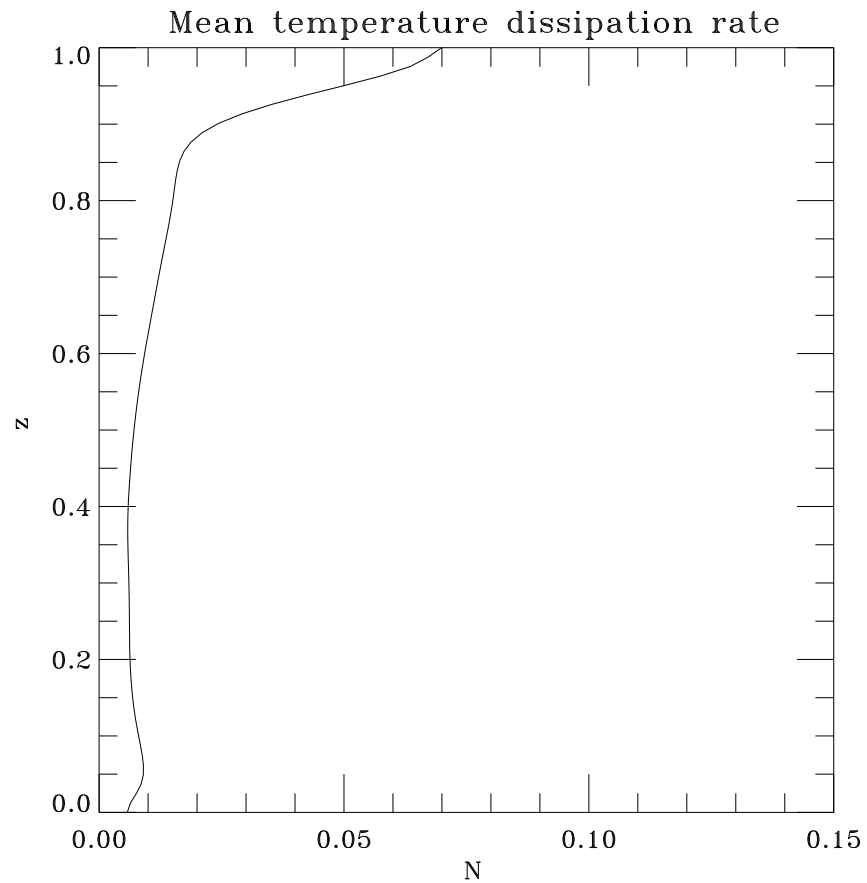
 $t=0.024$  $t=0.034$  $t=0.130$  $t=0.226$  $t=0.322$  $t=0.418$ 

Extension verticale des structures



Couche limite thermique

$$\langle N \rangle (z) = \sum_i \left\langle \kappa (\partial_i \theta)^2 \right\rangle$$



Origine convective des mésoéchelles

✓ Dynamique dans l'espace spectral

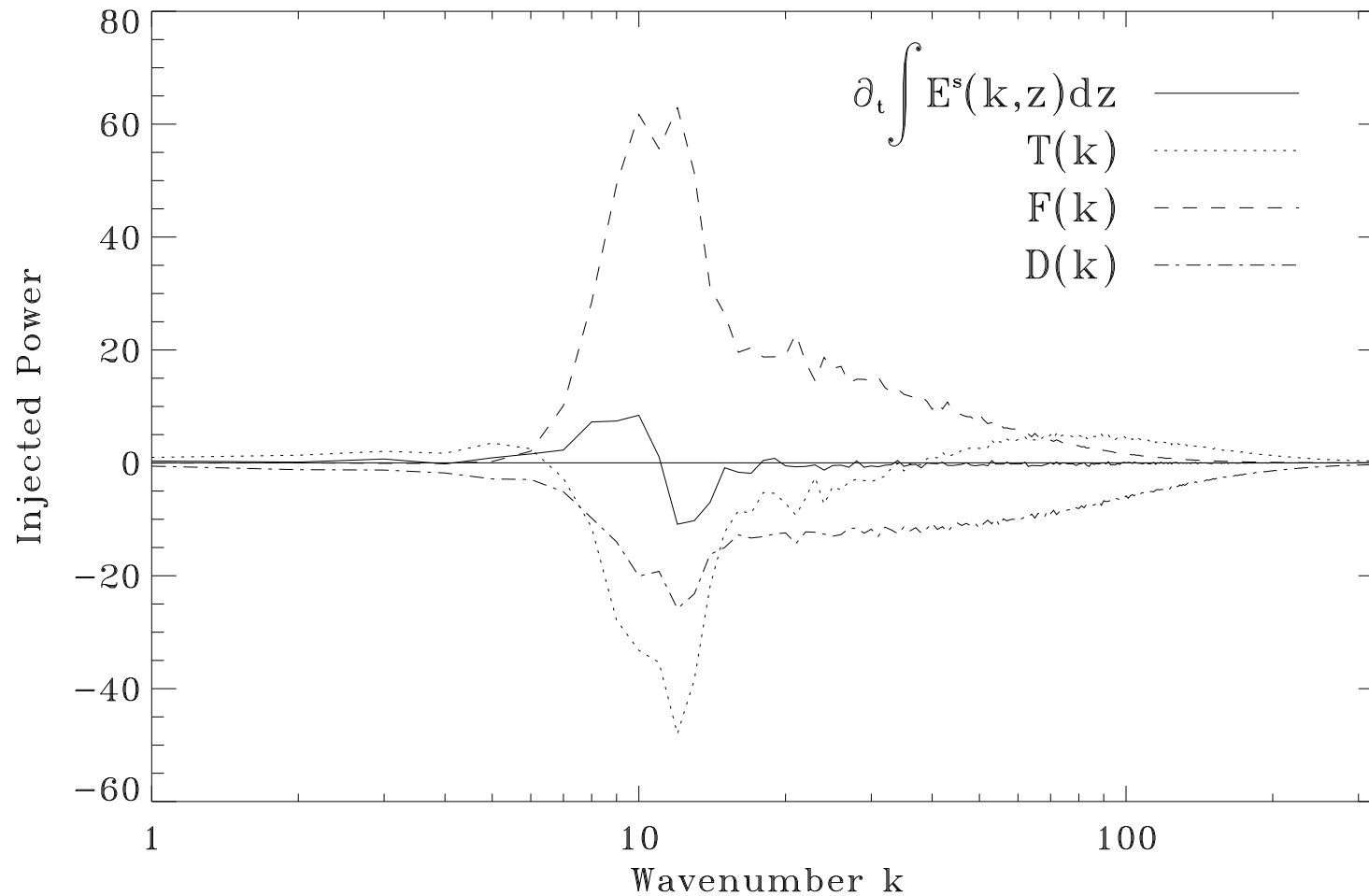
$$\partial_t \int_0^1 E^s(k, z) dz = T(k) + F(k) + D(k)$$

$$T(k) = -2 \operatorname{Re} \left[\int_0^1 \int_{\Omega_{\vec{k}}} \widehat{(\rho \vec{v})}_{\vec{k}}^* \cdot \widehat{\mathcal{P}} \left[\widehat{\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \vec{v})}_{\vec{k}} \right] k d\Omega_{\vec{k}} dz \right]$$

$$F(k) = 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^1 \int_{\Omega_{\vec{k}}} \widehat{(\rho \vec{v})}_{\vec{k}}^* \cdot \widehat{\mathcal{P}} \left[\widehat{\rho \vec{g}}_{\vec{k}} \right] k d\Omega_{\vec{k}} dz \right]$$

Origine convective des mésoéchelles (2)

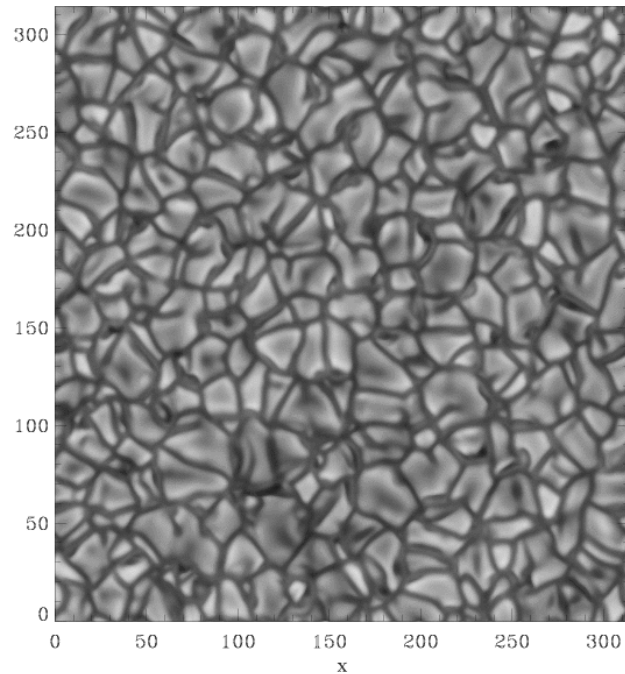
✓ Transfert spectral entre $t=0.14$ et $t=0.20$



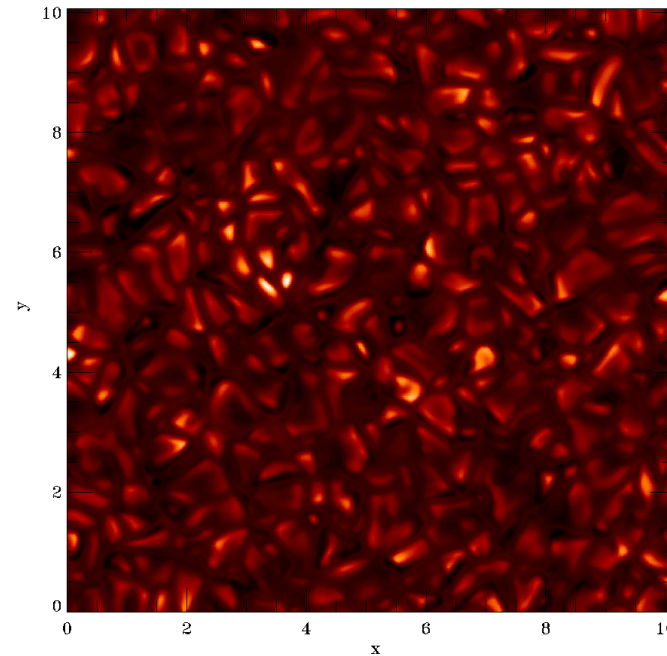
⇒ Les modes croissants sont nourris par la force d'Archimède et perdent de l'énergie par transfert non-linéaire

Discussion sur le problème de la convection photosphérique

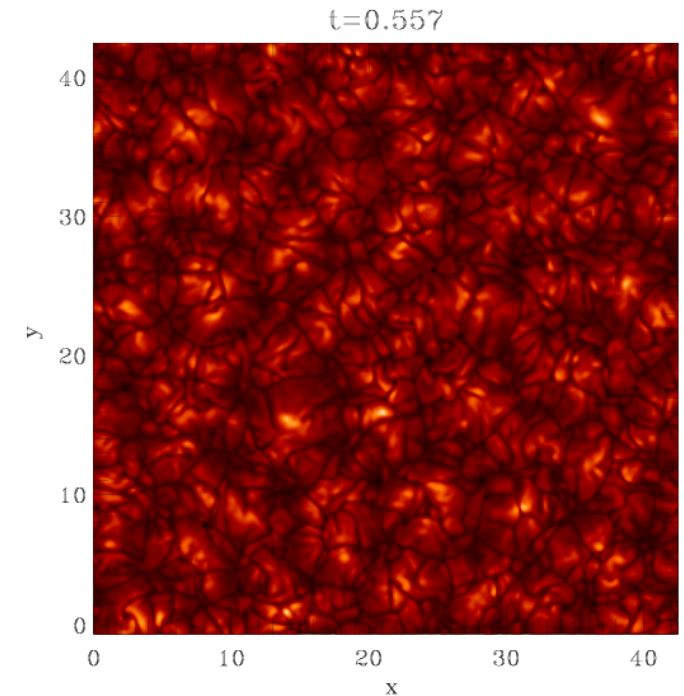
- ✓ Limitations des simulations polytropiques : pas de surface $\tau = \text{constante}$!



Intensité (rad.)



Température (rad.)



Température (polytrophe)

(Convection radiative, Rieutord et al. - NCim, 2002)

- ✓ Les mésoéchelles pourraient être dissimulées en photométrie par la couche limite thermique de surface : mésogranulation ?
- ✓ Existence de **granules persistants** distribués à mésoéchelle : « granules actifs » ?
- ✓ Un tel écoulement pourrait **structurer les champs magnétiques intra-réseau**

Conclusions du modèle

✓ Principaux résultats

- ✗ Première simulation directe de convection compressible avec $A \simeq 40$
- ✗ Les **mesoéchelles** sont des **structures convectives**. Elles ne proviennent pas d'interactions collectives
- ✗ Mise en évidence de **deux échelles distinctes** parmi un continuum
- ✗ Indications de lois d'échelles de type **Bolgiano – Obukhov**

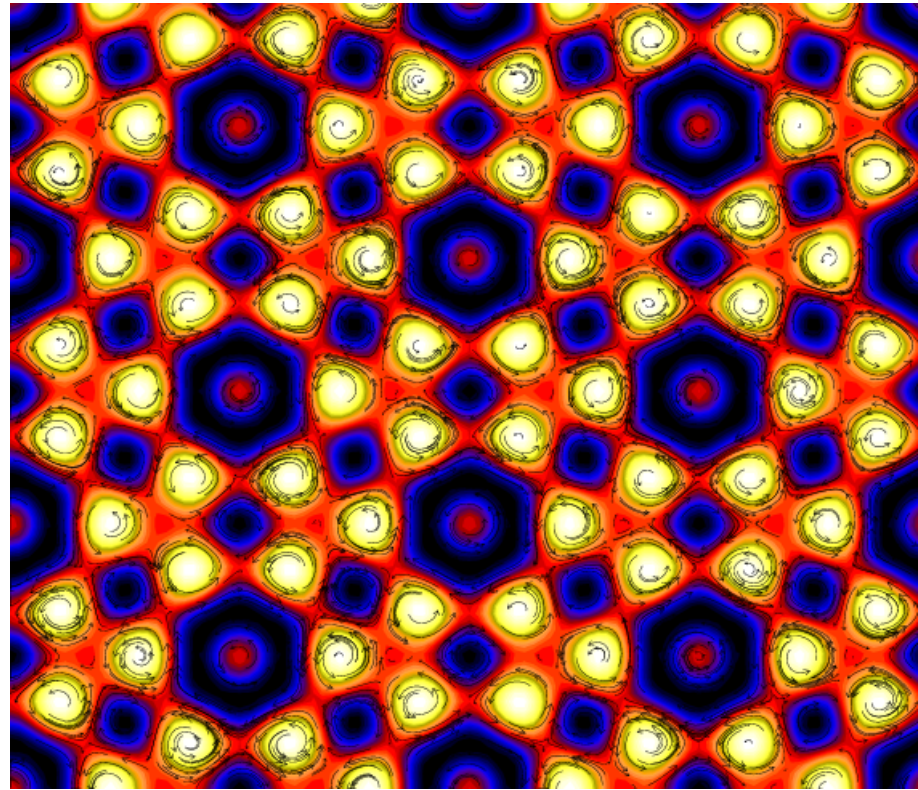
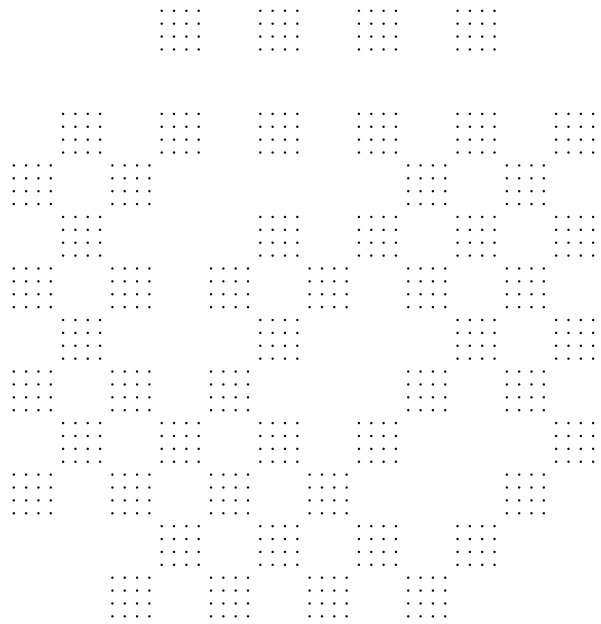
✓ Implications pour de futures simulations

- ✗ **Dynamique riche**, difficile à modéliser par un modèle de sous-maille dans une simulation globale
- ✗ Des **simulations à très grand rapport d'aspect** sont **nécessaires** pour autoriser la relaxation du système

✓ Questions et problèmes

- ✗ **Évolution** sur des **temps plus longs** ?
- ✗ Influence des **paramètres de l'écoulement** sur l'échelle de saturation ?
- ✗ **Pas de « supergranules »**. Qu'est-ce que la supergranulation ?

Instabilités à grande échelle et viscosité turbulente



Une instabilité à grande échelle ?

- ✓ Objectif : étudier théoriquement les interactions non-linéaires entre granulation (1 000 km) et supergranulation (30 000 km) [Rieutord et al. - A&A, 2000]
- ✓ Une perturbation à grande échelle V d'un écoulement peut être instable
 - ✗ Création d'un tenseur de Reynolds à grande échelle
 - Ordre 1 : effet AKA (effet α hydro)
 - Ordre 2 : instabilité du type viscosité négative

$$\frac{\partial V_i}{\partial T} = -\nabla_i P + N_{ijklm} \nabla_j \nabla_l V_m + \nu \nabla_j \nabla_j V_i$$

- ✓ Théorie asymptotique basée sur une hypothèse de séparation d'échelle [Dubrulle & Frisch, - PRA, 1991]
 - ✗ écoulements périodiques spatialement, forcés
- ✓ Offre une expression formelle explicite de la viscosité turbulente

Résolution numérique

$$\checkmark \nu_{ijlm} = \nu \delta_{im} \delta_{jl} + \left\langle \left[\mathcal{B}^j \tilde{\mathcal{A}}^{-1} \mathcal{B}^l \left(\text{Id} - \tilde{\mathcal{A}}^{-1} \mathcal{A} \right) \right]_{V_i V_m} \right\rangle$$

✓ Développement d'un **code 3D d'algèbre numérique**

✗ Deux directions périodiques (FFT)

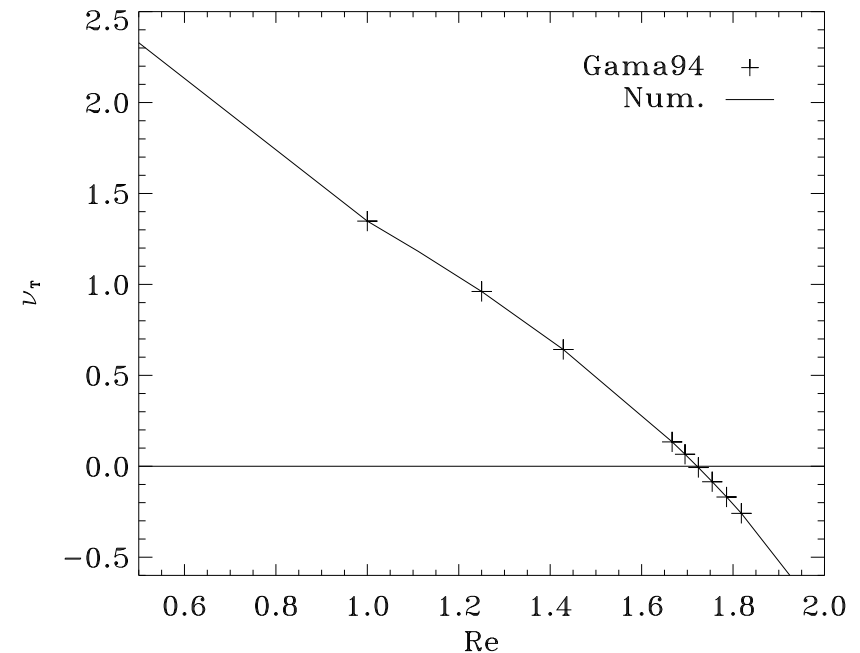
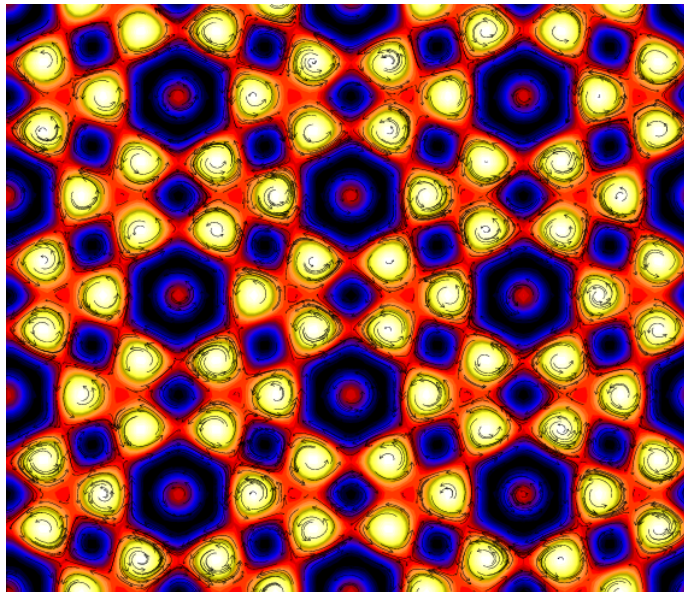
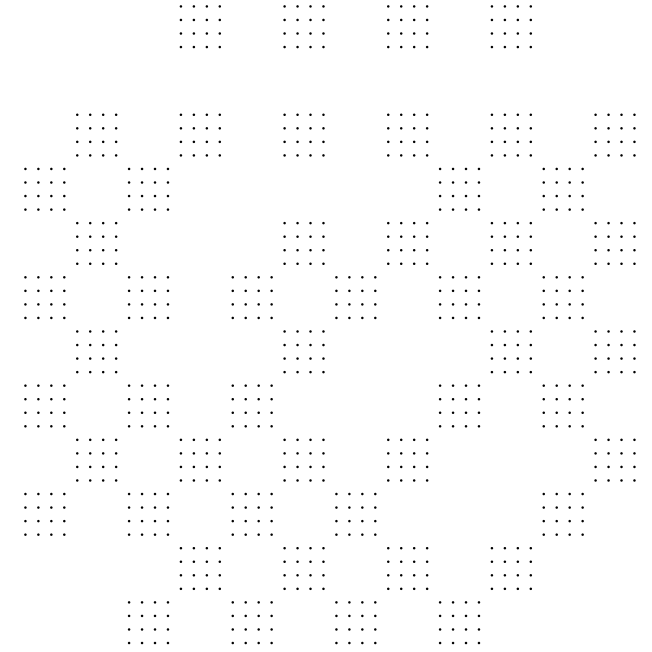
✗ Une direction anisotrope (Chebyshev)

✓ **Tests réalisés**

✗ Écoulement de Kolmogorov

✗ Écoulements hexagonal et hexagonal décoré

$v(y, z) \partial_z$



Travail futur

- ✓ Abandon des conditions aux limites périodiques dans le formalisme
 - ✗ Relation avec les instabilités à grande longueur d'onde de la convection
 - ✗ Méthode de résolution qui résout le problème de l'alternative de Fredholm
 - Décomposition en valeurs singulières [Newell et al. - JFM/PRL, 1990]
- ✓ Extension non-linéaire du problème (rétroaction du champ à grande échelle)
- ✓ Adaptation du code pour résoudre des problèmes aux valeurs propres 3D

Conclusions

- ✓ **Approche linéaire** de la supergranulation
 - dans un fluide compressible compris entre deux parois isolantes thermiquement,
 - ✗ Un **champ magnétique faible** permet d'obtenir **des cellules de taille finie**
 - ✗ ...Mais n'intègre pas la complexité de la turbulence sous-jacente

- ✓ Simulations numériques avec un rapport d'aspect **$A = 42$**
 - ✗ Développement d'un code MHD DNS compressible
 - ✗ Mise en évidence de **deux échelles distinctes** parmi un continuum
 - ✗ **Origine convective** des mésoéchelles – Calcul du transfert non-linéaire
 - ✗ Pas de « supergranulation »

- ✓ Instabilités à grande échelle
 - ✗ Développement d'un **outil pour des problèmes linéaires 3D**
 - ✗ Testé sur des problèmes publiés
 - ✗ Premiers pas vers un calcul de coefficients de viscosité turbulente pour des **écoulements 3D anisotropes**

Perspectives

✓ À court terme

- ✗ Poursuivre les simulations numériques, caractériser l'influence des paramètres Ra , Pr , z_0 , A
- ✗ Rajouter du champ magnétique
- ✗ Poursuivre dans la voie des instabilités à grande échelle

✓ À moyen terme

- ✗ Rajouter du champ magnétique !
 - Problème de la dynamo à petite échelle en milieu compressible (avec A. A. Schekochihin, P. Bushby, M. R. E. Proctor)
 - Couplages avec la chromosphère et structuration du réseau (avec T. Amari)
- ✗ Travail en collaboration avec le projet CALAS
- ✗ Oscillations magnéto-acoustiques dans la sphère

