



HAL
open science

Etude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargée en particules

Olivier Vermorel

► **To cite this version:**

Olivier Vermorel. Etude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargée en particules. Modélisation et simulation. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2003. Français. NNT: . tel-00007407

HAL Id: tel-00007407

<https://theses.hal.science/tel-00007407>

Submitted on 15 Nov 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE

Spécialité : DYNAMIQUE DES FLUIDES

**ETUDE NUMERIQUE ET MODELISATION DE LA MODULATION
DE LA TURBULENCE DANS UN ECOULEMENT DE NAPPE
CHARGEE EN PARTICULES**

par

Olivier VERMOREL

Thèse soutenue le 13 Novembre 2003 devant le jury composé de :

MM. R. BORGHI	Président
B. BEDAT	Directeur de thèse
D. BISSIERES	Examineur
M. LANCE	Rapporteur
B. OESTERLE	Rapporteur
T. POINSOT	Directeur de thèse

Résumé

Ce travail de thèse est consacré à l'étude numérique et théorique de la modulation de la turbulence par des particules. Cette étude s'appuie sur des résultats issus de simulations de type Euler/Lagrange qui résolvent directement les équations instantanées de la phase gazeuse et effectuent un suivi de trajectoires des particules.

La configuration étudiée représente une nappe de particules injectées à haute vitesse dans une turbulence homogène isotrope décroissante. Le mouvement des particules est supposé uniquement gouverné par la force de traînée visqueuse. Le chargement en particules est suffisamment important pour que les particules influent sur la phase gazeuse (couplage inverse) mais suffisamment faible pour pouvoir négliger les collisions interparticulaires.

Une analyse des équations de transport des principales grandeurs moyennes de l'écoulement est menée pour déterminer les effets directs et indirects des particules sur la turbulence fluide. L'étude des transferts d'énergie entre phases montre que la présence des particules tend à détruire la turbulence gazeuse au centre de la nappe et à l'augmenter à la périphérie. Ce dernier effet est causé par la forte corrélation entre la distribution de particules et la vitesse instantanée du gaz.

Le modèle $k - \varepsilon$ est ensuite étudié et la validité de ses hypothèses de fermeture en écoulement diphasique est éprouvée à l'aide de tests a priori. Une nouvelle formulation de type viscosité turbulente, fonction des paramètres diphasiques, est utilisée pour modéliser le tenseur de Reynolds du gaz. Une équation de Langevin diphasique est également testée pour modéliser les équations de vitesse de dérive et de covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules.

Mots clés : écoulement diphasique, simulation numérique directe, couplage inverse, vitesse de glissement, vitesse de dérive, modulation de la turbulence, transferts d'énergie, modèle $k - \varepsilon$.

Abstract

This work is devoted to the numerical and theoretical study of turbulence modulation by particles using direct numerical simulation for the continuous phase coupled with a Lagrangian prediction of trajectories of discrete particles.

The configuration corresponds to a slab of particles injected at high velocity into an isotropic decaying turbulence. The motion of a particle is supposed to be governed only by the drag force. The particle mass loading is large so that momentum exchange between particles and fluid results in a significant modulation of the turbulence. Collisions are neglected.

The momentum transfer between particles and gas causes a strong acceleration of the gas in the slab. In the periphery of the slab, the turbulence is enhanced due to the production by the mean gas velocity gradients. The analysis of the interphase transfer terms in the gas turbulent kinetic energy equation shows that the direct effect of the particles is to damp the turbulence in the core of the slab but to enhance it in the periphery. This last effect is due to a strong correlation between the particle distribution and the instantaneous gas velocity.

Another issue concerns the $k - \epsilon$ model and the validity of its closure assumptions in two-phase flows. A new eddy viscosity expression, function of particle parameters, is used to model the Reynolds stress tensor. The modelling of the gas turbulent dissipation rate is questioned. A two-phase Langevin equation is also tested to model drift velocity and fluid-particles velocity covariance equations.

Keywords : two-phase flow, direct numerical simulation, two-way coupling, slip velocity, drift velocity, turbulence modulation, kinetic energy transfer, $k - \epsilon$ model.

*" ... Toute ressemblance avec des faits physiques existant ou
ayant existé ne serait que pure coïncidence.
L'auteur décline toute responsabilité concernant la mauvaise
utilisation ou compréhension de ce manuscrit ... "*

Le travail rapporté dans ce manuscrit a été mené dans le cadre d'une bourse du Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie. L'ensemble de cette thèse a été réalisé à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, dans le groupe Ecoulement Et Combustion.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance et mes remerciements aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail : Roland Borghi, président du jury, Michel Lance et Benoît Oesterle, rapporteurs avisés et courageux, et enfin Dominique Bissières.

Georges Charnay m'a accueilli dans le groupe EEC. Je le remercie de m'avoir permis de réaliser cette thèse dans de telles conditions, aussi bien humainement que professionnellement parlant.

Thierry Poinsoot m'a suivi et encadré depuis mon stage de DEA jusqu'à la fin de cette thèse. Je lui suis évidemment très reconnaissant de m'avoir ainsi fait confiance et accepté un temps dans son sillage ©A.A.

Je remercie également Benoît Bédât pour m'avoir encadré durant les quatre années de cette thèse. C'était ma première expérience en tant que thésard, c'était sa première expérience en tant qu'encadrant, tout ne fut pas parfait, mais je pense qu'au final on s'en est plutôt bien sorti.

Enfin, pour finir avec l'encadrement, ~~une grosse bisse~~ un gros merci à Olivier Simonin qui fut en quelque sorte mon troisième directeur sur la fin de cette thèse. Je lui exprime ici toute ma gratitude pour m'avoir fait partager (une partie de) son savoir et de sa passion. Ses conseils et ses orientations auront été déterminants dans le déroulement et la finalisation de cette thèse.

Je tenais également à témoigner toute ma reconnaissance à Bénédicte Cuenot qui, bien que n'ayant pas participé directement à cette thèse, est à la base de ma "formation numérique" et m'a permis d'aborder dans les meilleures conditions ce travail.

Je remercie les services d'intérêt généraux de l'I.M.F.T., en particulier le service informatique, CoSiNus, la reprographie et le service documentation.

Comment finir sans parler de tous les à-côtés de ce travail de thèse ... Mes remerciements les plus sincères s'adressent tout naturellement à toutes les personnes que j'ai eu la chance de découvrir et côtoyer durant ce long périple de quatre années, que ce soient les thésards, post-doctorants, permanents ou autres, passés ou actuels. Avec, par ordre inverse de préférence : ... Hum, on va plutôt dire par ordre alphabétique : Anne P., Anne R., Antoine, Bruno, Café Pop, Caroline, Cécile, Déchirator, Gaspar, Florence, Gérard, Guillaume, Hervé, Jérôme, Karine, La(es) cafetière(s), Laure, Livier, Magali, Marc, Mathieu, Maurice, Moïse, Oxa, Pascal, Pierre, Popo's soccer looser team, Régis, Seb, Séverine, Thomas, Véronique, Vincent, Xavier, XS. Ce manuscrit n'aurait jamais vu le jour sans leur soutien quotidien et infaillible, leurs conseils "professionnels" et surtout "non-professionnels" (merci Replay !!), sans leur présence tout simplement.

Enfin, last but not least, spéciale dédicace à la team 99, je veux bien sûr parler de Messieurs Julien "Deadwater" Moreau [Moreau 2003] et Mamour "Gainde" Ndiaye [Ndiaye 2004], colocataire de premier choix et compagnon de galère inestimable. Premier de la liste à soutenir, je leur souhaite bien sûr la plus grande réussite pour leur soutenance future. A nous le Popol d'Or !!! (à moins que Maurice, Kra ou Seb ...)

D'aucuns diront que je ne me suis pas trop "mouillé" dans ces remerciements. C'est vrai.

No pasaran !

Table des matières

Nomenclature	v
1 Cadre de l'étude et démarche	1
1.1 Cadre de l'étude	1
1.2 Démarche et plan de l'étude	6
2 Mise en équations et modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules avec couplage inverse	9
2.1 Equation du mouvement d'une particule isolée	10
2.1.1 Généralisation au cas d'un Reynolds particulaire élevé	12
2.1.2 Equations retenues pour l'étude	14
2.2 Equations de la phase gazeuse	16
2.2.1 Equations locales instantanées	16
2.2.2 Approximation point-force	17
2.2.3 Approche statistique	19
2.2.4 Equations aux grandeurs moyennes de la phase gazeuse	21
2.2.5 Equations de la turbulence	23
2.3 Approche statistique des écoulements à phase dispersée	26
2.3.1 Fonction de densité de probabilité f_p	26
2.3.2 Equation d'évolution de f_p	28

2.3.3	Equation de transport des moments de la phase dispersée	28
2.3.4	Fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules f_{fp}	31
2.4	Modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules	35
2.4.1	Modélisation de la turbulence fluide : modèle $k - \epsilon$	35
2.4.2	Modélisation des équations pour la vitesse de dérive et la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules	39
3	Méthode numérique	45
3.1	Code de calcul NTMIX3D	46
3.2	Simulation numérique directe du fluide	48
3.2.1	Grandeurs caractéristiques de la turbulence	49
3.2.2	Choix du spectre initial de turbulence	52
3.3	Simulation de la phase dispersée	56
3.3.1	Champ fluide "vu" localement non perturbé	56
3.3.2	Approximation point-force et méthode P.S.I.C.	58
3.4	Calcul parallèle	61
3.4.1	Méthode de décomposition de domaine	61
3.4.2	Parallélisation du couplage inverse	62
3.4.3	Validation du couplage inverse	65
3.5	Initialisation et validation de la turbulence fluide	69
3.5.1	Caractéristiques de la turbulence retenue	69
3.5.2	Critères numériques	70
3.5.3	Validation de la turbulence fluide	74
4	Présentation des cas de simulation "DNS".	
	Premiers résultats, validation	78
4.1	Présentation des cas simulés	79

TABLE DES MATIÈRES

4.1.1	Initialisation de la phase dispersée	81
4.2	Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle	82
4.2.1	Ecoulement moyen	87
4.2.2	Ecoulement turbulent	89
4.2.3	Champs "vus"	94
4.3	Validité des simulations	101
4.3.1	Bilan des équations de transport	101
4.3.2	Vitesse non perturbée	103
5	Analyse des couplages entre phases,	
	Equations bilans	106
5.1	Equation bilans	107
5.1.1	Vitesses moyennes du fluide et des particules	107
5.1.2	Turbulence et dissipation fluide, turbulence des particules	113
5.2	Analyse des transferts d'énergie cinétique	124
5.2.1	Termes de couplage entre phases	124
5.2.2	Transferts turbulents et dissipation de la turbulence fluide	128
5.2.3	Résultats	130
5.3	Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules	148
5.3.1	Equation de transport des vitesses de dérive	149
5.3.2	Equation de transport de la covariance des vitesses fluctuantes fluide- particules	156
6	Modélisation	161
6.1	Modification de la turbulence par des particules : observations et conséquences sur la modélisation	162

6.2	Modèle $k - \varepsilon$	165
6.3	Méthodologie	167
6.4	Evaluation <i>a priori</i> du modèle $k - \varepsilon$	169
6.4.1	Aperçu des simulations monophasiques	169
6.4.2	Equation de k modélisée	170
6.4.3	Equation de ε modélisée	179
6.5	Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide	188
6.5.1	Dérivation d'une expression de viscosité turbulente fonction des paramètres diphasiques	189
6.5.2	Résultats	194
6.6	Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin	199
6.6.1	Vitesse de dérive	199
6.6.2	Covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules	201
Conclusion		206

Nomenclature

Lettres latines

b_{ij}	Composante (i, j) du tenseur d'anisotropie du fluide	paragraphe 3.5.3
C_D	Coefficient de traînée	équation 2.8
\mathbf{c}_f	Réalisation d'une vitesse du fluide "vue" par les particules	paragraphe 2.3.4
\mathbf{c}_p	Réalisation d'une vitesse de particule	paragraphe 2.3.1
C_β	Constante du modèle de Langevin	équation 2.94
$C_{\varepsilon 1}$	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
$C_{\varepsilon 2}$	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
$C_{\varepsilon 3}$	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
C_μ	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
$D(K)$	Spectre tridimensionnel du taux de dissipation turbulente du fluide	paragraphe 3.2.2
d_p	Diamètre des particules	paragraphe 2.1
$E(K)$	Spectre tridimensionnel d'énergie cinétique turbulente du fluide	paragraphe 3.2.2
$F_{D,i}$	Composante i de la force de traînée	équation 2.8
$F_{p,i}$	Composante i de la force exercée par les particules sur le fluide	équation 2.39

f_{fp}	Fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules	paragraphe 2.3.4
f_p	Fonction de densité de probabilité des particules	paragraphe 2.3.1
$G_{fp,ij}$	Composante (i, j) du tenseur des processus stochastiques	paragraphe 2.4.2.1
g_i	Composante i de l'accélération de la pesanteur	équation 2.16
K	Nombre d'onde	paragraphe 3.2.2
K_d	Nombre d'onde lié aux échelles les plus énergétiques du spectre d'énergie cinétique turbulente du fluide	paragraphe 3.2.2
K_e	Nombre d'onde lié aux échelles dissipatives du spectre d'énergie cinétique turbulente du fluide	paragraphe 3.2.2
K_{max}	Nombre d'onde maximum résolu	paragraphe 3.5.2
k	Energie cinétique totale du fluide	paragraphe 2.2.5.2
k_T	Energie cinétique "à grandes échelles" du fluide	équation 2.81
k_w	Energie cinétique de sillage	équation 2.81
L_b	Taille du domaine de calcul	paragraphe 3.5.2
L_f	Echelle intégrale Eulérienne longitudinale	équation 3.11
L_g	Echelle intégrale Eulérienne transversale	équation 3.12
$L_{ij,l}$	Echelles de longueur intégrales Eulériennes dans la direction l	équation 3.9
L_t	Macro-échelle Eulérienne	équation 3.16
m_p	Masse des particules	paragraphe 2.3.1
N	Nombre de mailles dans une direction de l'espace	paragraphe 3.5.2
N_p	Nombre total de particules	paragraphe 3.3.1
$N_{p/maille}$	Nombre moyen de particules par maille dans la nappe diphasique	paragraphe 4.1
n_p	Nombre probable de particules par unité de volume	équation 2.60
p	Pression instantanée	équation 2.16
q_f^2	Energie cinétique turbulente du fluide "vue" par les particules	paragraphe 5.2.1.1
q_{fp}	Covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules	paragraphe 5.2.1.1

Nomenclature

q_p^2	Energie cinétique du mouvement fluctuant des particules	paragraphe 2.3.3.5
q_p^{2E}	Energie cinétique du mouvement "corrélé" des particules	équation 6.40
δq_p^2	Energie cinétique du mouvement "décorrélé" des particules	équation 6.40
Re_p	Nombre de Reynolds particulaire	équation 2.4
Re_t	Nombre de Reynolds turbulent	équation 3.21
Re_λ	Nombre de Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor	équation 3.23
R_{ij}	Composante (i, j) du tenseur de Reynolds du fluide	paragraphe 6.5.1
R_{ij}^e	Composante (i, j) du tenseur des corrélations spatiales Eulériennes des vitesses en deux points	équation 3.8
S_k	Facteurs de dissymétrie	équation 3.24
St	Nombre de Stokes	intro chapitre 4
s_{ij}	Composante (i, j) du tenseur instantané du taux de déformation	équation 2.52
T_k	Facteur d'aplatissement	équation 3.25
t_{tr}	Temps de transit moyen des particules	équation 4.1
$U_{d,i}$	Composante i de la vitesse de dérive	paragraphe 2.3.4.1
U_{equil}	Vitesse moyenne d'équilibre de la nappe diphasique dans la direction x	paragraphe 4.2
U_i	Composante i de la vitesse moyenne du fluide	équation 2.36
$U_{p,i}$	Composante i de la vitesse moyenne des particules	équation 2.61
$U_{r,i}$	Composante i de la vitesse relative moyenne	paragraphe 5.2.1
\tilde{u}_i	Composante i de la vitesse du fluide non perturbé "vu" par les particules	paragraphe 2.1
\tilde{u}_i^s	Composante i de la vitesse du fluide non perturbé moyennée sur la surface de la particule	équation 2.5
\tilde{u}_i^v	Composante i de la vitesse du fluide non perturbé moyennée sur le volume de la particule	équation 2.3
u	Vecteur vitesse instantanée du fluide	

u, v, w	Vitesse instantanée du fluide dans les directions x, y et z	
u_i	Composante i de la vitesse instantanée du fluide	équation 2.15
u'_i	Composante i de la vitesse fluctuante du fluide relativement à la moyenne sur le fluide	équation 2.38
u''_i	Composante i de la vitesse fluctuante du fluide relativement à la moyenne sur les particules	équation 2.77
\mathbf{u}_p	Vecteur vitesse instantanée des particules	
u_p, v_p, w_p	Vitesse instantanée des particules dans les directions x, y et z	
$u_{p,i}^{E''}$	Composante i de la vitesse Eulérienne instantanée des particules	équation 6.38
$u_{p,i}$	Composante i de la vitesse instantanée des particules	équation 2.2
$u''_{p,i}$	Composante i de la vitesse fluctuante des particules	paragraphe 2.3.1
$u_{r,i}$	Composante i de la vitesse relative instantanée	paragraphe 5.2.1
u'_t	Vitesse turbulente caractéristique	équation 3.14
$x_{p,i}$	Composante i du vecteur position des particules	équation 2.2
W_{fp}	Processus stochastique de Wiener	paragraphe 2.4.2.1

Lettres grecques

α_p	Taux de présence ou fraction volumique de la phase particulaire	paragraphe 4.1
β_1	Constante du modèle de Langevin	équation 2.95
β_2	Constante du modèle de Langevin	équation 2.96
Δx	Taille d'une maille de calcul dans la direction x	paragraphe 3.5.2
δ_{ij}	Symbole de Kronecker	équation 2.17
ε	Taux de dissipation turbulente totale du fluide	équation 2.51
ε_T	Taux de dissipation turbulente "à grandes échelles" du fluide	équation 2.82
ε_w	Taux de dissipation turbulente de sillage	équation 2.82
η_k	Echelle de longueur de Kolmogorov	équation 3.19
μ	Viscosité dynamique du fluide	équation 2.17
ν	Viscosité cinématique du fluide	paragraphe 2.2.5
ν_{SM}	Viscosité de sous-maille	équation 5.21
ν_t	Viscosité turbulente du fluide	équation 2.84
Π_k	Terme de couplage diphasique de l'équation d'énergie cinétique turbulente du fluide	équation 2.53
Π_k^*	Terme de couplage diphasique de l'équation modélisée d'énergie cinétique turbulente du fluide (modèle $k - \varepsilon$)	équation 5.5
Π_k^{q*}	Composante de Π_k^*	équation 5.7
Π_k^{g*}	Composante de Π_k^*	équation 5.7
$\Pi_{q_p^2}$	Terme de couplage diphasique de l'équation d'énergie cinétique turbulente des particules	équation 2.74
Π_{U_i}	Terme de couplage diphasique de l'équation de quantité de mouvement moyenne du fluide	équation 2.38
$\Pi_{U_{p,i}}$	Terme de couplage diphasique de l'équation de quantité de mouvement moyenne des particules	équation 2.69

$\Pi_{u_i' u_j'}$	Terme de couplage diphasique de l'équation des contraintes turbulentes du fluide	équation 2.46
Π_w	Terme de production de "pseudo-turbulence"	équation 5.5
Π_ε	Terme de couplage diphasique de l'équation de taux de dissipation turbulente	équation 2.56
Π_{ε_T}	Terme de couplage diphasique de l'équation modélisée de taux de dissipation turbulente du fluide (modèle $k - \varepsilon$)	équation 2.87
ρ	Masse volumique du fluide	équation 2.15
ρ_p	Masse volumique des particules	paragraphe 2.1
σ_k	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
σ_ε	Constante du modèle $k - \varepsilon$	paragraphe 2.4.1
τ_{ij}	Composante (i, j) du tenseur des contraintes visqueuses du fluide	équation 2.17
τ_e	Echelle temporelle Eulérienne intégrale	équation 3.15
τ_f^t	Temps intégral Lagrangien du fluide	équation 2.95
τ_{fp}^F	Temps de relaxation moyen des particules	équation 5.11
$\tau_{fp, }^t$	Temps Lagrangien intégral, mesuré le long de la trajectoire des particules, des vitesses fluctuantes du fluide dans la direction parallèle à la direction du croisement de trajectoire	équation 2.93
$\tau_{fp,\perp}^t$	Temps Lagrangien intégral, mesuré le long de la trajectoire des particules, des vitesses fluctuantes du fluide dans la direction perpendiculaire à la direction du croisement de trajectoire	équation 2.93
τ_k	Echelle de temps de Kolmogorov	équation 3.19
τ_p	Temps de relaxation des particules	équation 2.13
τ_t	Macro échelle Eulérienne temporelle	équation 3.17
τ_w	Echelle de temps caractéristique de sillage	paragraphe 5.2.1
ϕ	Chargement massique en particules	paragraphe 4.1

Indices

i, j, l, m	Indices de composante
k	Indice de phase
f	Indice de la phase fluide
p	Indice de la phase particulaire
'	Indice de fluctuation par rapport à la moyenne sur la phase fluide
"	Indice de fluctuation par rapport à la moyenne sur la phase particulaire
*	Indice d'adimensionnement
^	Marque de filtrage

Chapitre 1

Cadre de l'étude et démarche

1.1 Cadre de l'étude

Le développement de moteurs à combustion interne "propres" utilise l'injection directe de carburant sous forme liquide. C'est le cas des moteurs diesel (HDI) et de certains moteurs essence dits à injection directe essence (IDE). Dans ce type de moteur, le couplage entre le champ aérodynamique et la phase liquide est très important et sa compréhension primordiale. Par exemple, dans le cas des moteurs à injection directe essence, le champ de concentration de fuel évaporé dépend fortement du couplage entre la phase liquide injectée à forte vitesse et la phase gazeuse turbulente dans la chambre de combustion. Cette interaction conditionne par la suite la nature et la qualité de la combustion.

Une configuration générique de ce type d'injection est présentée sur la figure 1.1. Il s'agit d'isoler une partie du jet conique creux d'essence sorti de l'injecteur. Cette portion du jet est représentée numériquement par une configuration périodique dans laquelle une nappe de gouttelettes est injectée à haute vitesse dans un turbulence homogène isotrope décroissante. La simulation numérique directe (DNS en anglais) sera l'outil dont nous nous servirons pour étudier cette configuration. En écoulement monophasique, DNS signifie que toutes les échelles de l'é-

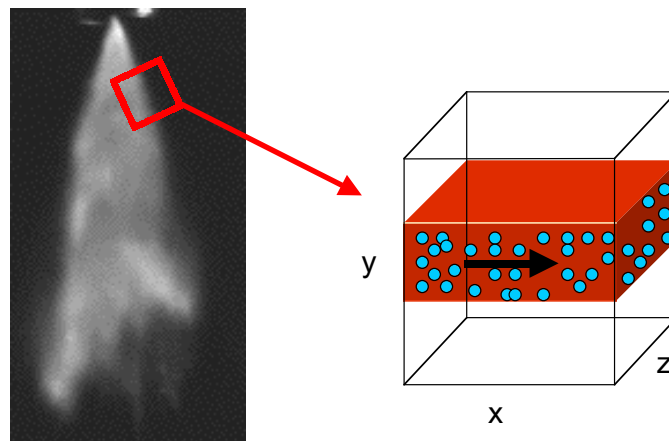


FIG. 1.1: Configuration générique de l'injection directe essence : passage expérimental-numérique

coulement sont résolues, impliquant donc que la taille des mailles soient de l'ordre des plus petites échelles turbulentes. Or, nous verrons par la suite (section 2.1) que la taille des inclusions simulées est plus petite que ces échelles turbulentes et donc que la taille du maillage. Le terme DNS employé ici est donc en réalité abusif dans le sens où l'écoulement n'est pas résolu jusqu'à la taille des inclusions mais uniquement jusqu'aux plus petites échelles turbulentes, les échelles de Kolmogorov. Les "vraies" DNS diphasiques sont pour l'heure encore limitées à un très faible nombre d'inclusions de par leur coût informatique prohibitif. Par la suite, nous conserverons tout de même cette appellation "DNS" en nous remémorant que cela signifiera uniquement la non-utilisation de modèles de turbulence dans la résolution des équations de

1.1 Cadre de l'étude

Navier-Stokes.

Le code utilisé pour ces "expériences numériques" comme on les appelle parfois effectue un suivi Lagrangien des inclusions c'est-à-dire que l'on résout les équations de quantité de mouvement pour chacune des inclusions. En se restreignant à un cadre précis d'hypothèses (inclusions de petite taille devant les échelles de Kolmogorov, masse volumique des inclusions très grande devant celle du gaz, force de gravité non prise en compte . . .), nous considérerons que les forces s'exerçant sur les inclusions se réduisent à la seule force de traînée visqueuse. Ces inclusions pourront être évidemment influencées par le fluide (couplage direct) mais, inversement, l'écoulement gazeux sera également modifié par la présence de ces inclusions (couplage inverse). De manière à découpler les multiples phénomènes mis en jeu dans cette configuration, seul le couplage inverse dynamique sera pris en compte dans cette étude et les inclusions seront considérées comme non évaporantes (pas de couplage thermique ni massique). Nous négligerons également les interactions de type collisionnel entre particules puisqu'il faut bien les appeler ainsi dorénavant. La figure 1.2 représente un exemple typique des simulations effectuées.

Comme nous venons de le voir, si l'étude de cette configuration peut donc être rattachée à un cas physique réel et palpable, elle n'en reste pas moins un cas d'étude académique relativement innovant. Cette configuration présente en effet différentes caractéristiques rarement associées dans une seule et même étude : turbulence décroissante en dehors de la nappe diphasique, couches cisillées sur les bords de la nappe, ceci en présence d'une importante vitesse de glissement entre les deux phases (typiquement 70 m.s^{-1} pour le jet de particules et 9 m.s^{-1} pour les fluctuations de vitesse du gaz initialement), le tout avec prise en compte du couplage inverse. Pour ce type d'écoulement complexe, les interactions entre les deux phases sont très fortes et encore très mal comprises de nos jours. En turbulence homogène isotrope, de nombreuses études numériques ont examiné les effets de ces interactions et en particulier la modulation de la turbulence par les particules. On peut citer entre autres les travaux de Boivin *et al.* [11] ou Squires & Eaton [79, 80, 82] pour des turbulences forcées et ceux de Elghobashi & Truesdell [23] ou

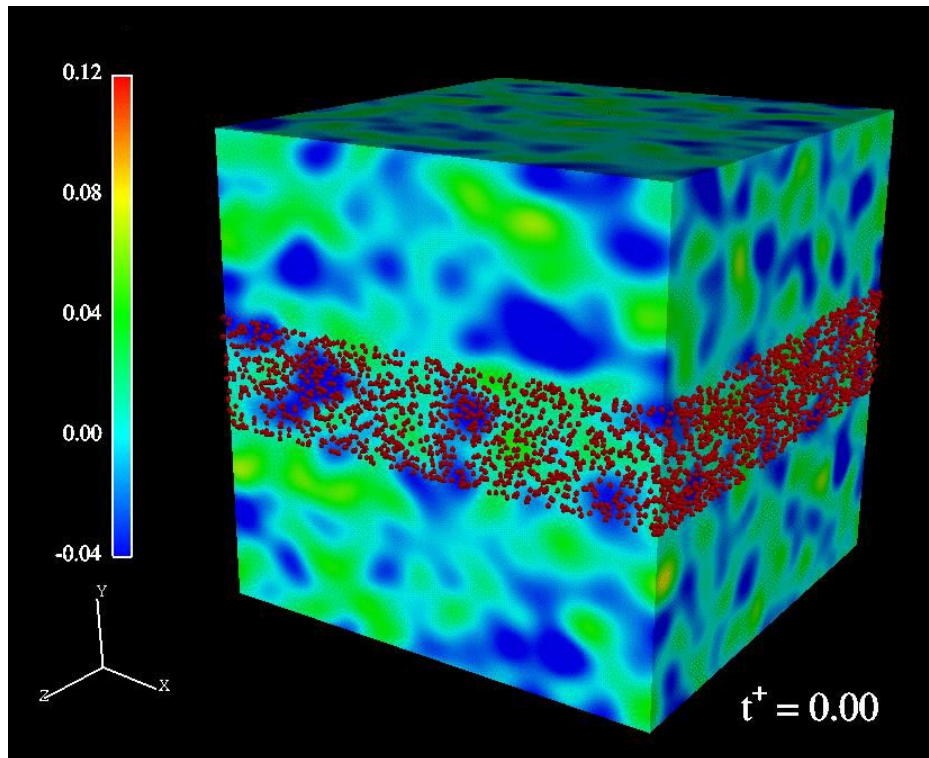


FIG. 1.2: Exemple de configuration numérique étudiée (temps initial). Les champs colorés représentent la vitesse dans la direction principale de l'écoulement, la direction x

Sundaram & Collins [84] pour des turbulences non forcées décroissantes. Pour des particules de petite taille comparée aux échelles turbulentes de l'écoulement, ces études ont mis en évidence une diminution de l'énergie cinétique turbulente par les particules, cette atténuation dépendant fortement du chargement massique en particule et du temps de relaxation des particules. En écoulement cisailé, la situation se complique car il est alors souvent délicat de séparer les effets directs des particules sur la turbulence dus au transfert de quantité de mouvement entre les deux phases des effets indirects dus principalement à la modification de la production de la turbulence. Ahmed & Elghobashi [1] et Mashayek [48] étudient l'interaction entre des particules et un écoulement turbulent cisailé homogène. Dans ces simulations, les particules sont initialisées avec une vitesse égale à celle du fluide environnant. Mashayek [48] observe une diminution de l'énergie cinétique turbulente d'autant plus marquée que le chargement massique ou le temps

1.1 Cadre de l'étude

de relaxation des particules augmentent. Les résultats de Ahmed & Elghobashi [1] indiquent que la présence des particules affecte le taux de production de la turbulence en modifiant la dynamique de la vorticité. Selon le chargement massique et le temps de relaxation des particules, la turbulence peut alors être réduite ou augmentée. Ce comportement singulier est selon eux d  à des phénomènes de concentration préférentielle des particules dans les zones de fort taux de cisaillement, phénomènes plus ou moins importants selon la nature des particules (voir également Squires & Eaton [79]). Gore & Crowe [30], qui ont compilé de nombreux résultats expérimentaux de jets diphasiques et d'écoulements en conduite, affirment que la modification de l'énergie cinétique turbulente du fluide est liée au rapport entre la taille des particules et une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement turbulent. Ainsi, ils constatent une augmentation de l'énergie cinétique dans le cas de grosses particules, et une diminution pour les petites particules. Pour ce qui est des études avec vitesse de glissement entre phases, très peu de résultats sont disponibles actuellement. Albrecht [2] qui simule une turbulence homogène isotrope décroissante avec une répartition homogène de particules animées d'une forte vitesse moyenne, indique qu'un fort glissement moyen amplifie le caractère destructeur de turbulence de la phase dispersée. Cet effet est principalement imputé à la chute du temps de relaxation des particules.

Ce travail de thèse, qui se situe donc en quelque sorte à cheval sur tous ces précédents travaux, se propose d'étudier en détail les mécanismes de modification de la turbulence par des particules dans cette configuration particulière d'écoulement en nappe avec forte vitesse de glissement entre les deux phases. L'objectif primaire de cette étude est bien entendu d'essayer d'accroître la compréhension de ces phénomènes en se concentrant sur les différents transferts qui se produisent entre les deux phases : transfert de quantité de mouvement des particules vers le fluide, transfert d'énergie entre les particules et le fluide, transfert d'énergie entre les mouvements fluctuants et moyens. L'objectif secondaire qui découle directement de cet effort de compréhension consiste alors à appliquer ces nouvelles connaissances pour confirmer ou infirmer, puis améliorer si besoin est, les modèles utilisés dans les codes moyennés (ou codes

RANS pour Reynolds Average Navier-Stokes).

1.2 Démarche et plan de l'étude

Dans un premier temps (chapitre 2), nous établissons les équations régissant notre écoulement diphasique gaz-particules. Les équations de la phase continue gazeuse (quantité de mouvement, énergie cinétique turbulente, taux de dissipation turbulente en particulier) sont dérivées directement des équations de Navier-Stokes dans lesquelles un terme supplémentaire de couplage diphasique apparaît sous la forme d'une force ponctuelle (approximation point-force). La description statistique de la phase dispersée est quant à elle assurée par une approche de type "théorie cinétique des gaz" qui consiste à résoudre les équations de transport sur une fonction de distribution des positions et des vitesses des particules. La question de la modélisation d'un tel écoulement gaz-particules sera également abordée sur la fin de ce chapitre en se concentrant tout particulièrement sur la modélisation de la phase continue.

Les aspects numériques seront présentés dans le chapitre 3 en commençant par une rapide description du code de calcul utilisé dans cette étude. Nous traiterons ensuite les questions relatives à la simulation de la turbulence gazeuse, du choix du spectre de turbulence jusqu'aux problèmes numériques de résolution de la turbulence. Nous reviendrons enfin sur la simulation Lagrangienne des particules en nous attardant plus particulièrement sur la mise en œuvre de la méthode Particle Source In Cell utilisée dans cette étude, sa précision et ses limitations.

La compréhension de la dynamique de l'écoulement sera la première étape du travail d'analyse des effets du couplage inverse (chapitre 4). L'utilisation de la "DNS", en nous permettant d'avoir accès en tout point du domaine, à tout instant, à toutes les grandeurs voulues autorise une investigation beaucoup plus poussée que ne le ferait une étude purement expérimentale. En effectuant un traitement statistique de ces données locales instantanées, nous allons pouvoir extraire toutes les grandeurs moyennes caractéristiques de l'écoulement. En effet, la configuration étudiée possède la propriété intéressante d'être statistiquement homogène dans chacun des

1.2 Démarche et plan de l'étude

plans $[xz]$ (figure 1.3). En utilisant cette particularité, il est possible d'effectuer un traitement statistique par plan $[xz]$, c'est-à-dire de moyenniser chacune des grandeurs d'intérêt sur ce plan $[xz]$. Ainsi, les grandeurs moyennes obtenues ne dépendront-elles plus que de la seule direction transverse à ces plans, la direction y .

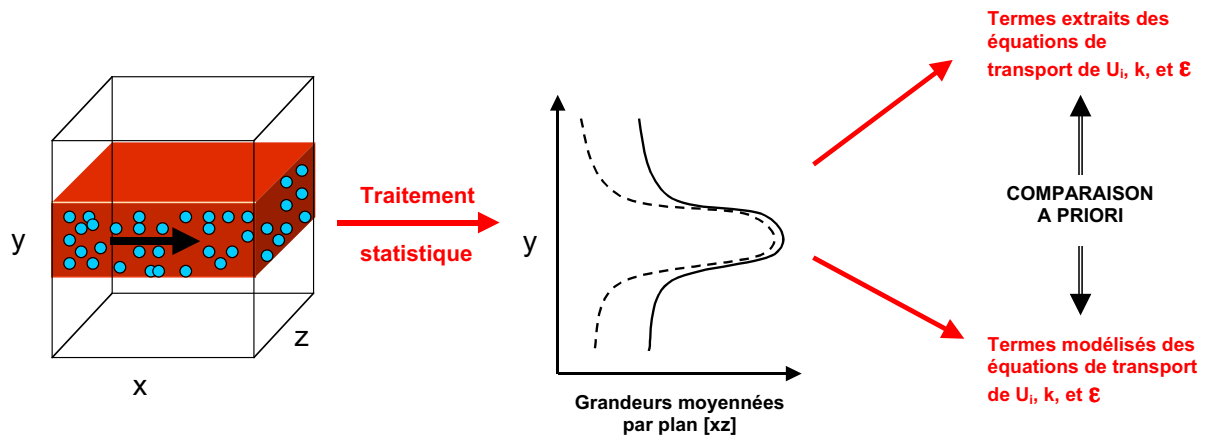


FIG. 1.3: Méthodologie.

Les mécanismes de couplage entre les deux phases seront donc explorés en détail (entraînement du fluide par les particules, modification de la turbulence par les particules et, inversement, dispersion des particules par la turbulence ...) en essayant de dissocier les influences respectives des différents paramètres caractéristiques de la phase dispersée comme le temps de relaxation des particules ou le chargement massique en particules.

L'étude approfondie des équations de transport des grandeurs principales de l'écoulement (énergie cinétique turbulente du fluide et des particules, taux de dissipation turbulente, covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules et vitesse de dérive en particulier) va également permettre de mieux cerner les phénomènes mis en jeu en déterminant les termes dominants ou négligeables de chacun de ces bilans (chapitre 5). Les transferts d'énergie cinétique entre les mouvements moyens et fluctuants d'une part et entre la phase continue et la phase dispersée d'autre part feront l'objet d'une attention particulière.

Dans le chapitre 6, nous aborderons enfin la question de la modélisation des écoulements diphasiques gaz-particules. Dans cette étude, nous nous concentrerons quasi-exclusivement sur la modélisation de la phase continue fluide. Le modèle qui a retenu notre attention est celui qui est le plus couramment utilisé encore de nos jours, à savoir le modèle $k - \epsilon$. Ce modèle, conçu à l'origine pour des écoulements monophasiques, a été récemment (ces vingt dernières années) étendu aux écoulements diphasiques. Cette extension n'est pas directe car la présence de la phase dispersée non seulement introduit de nouveaux termes dans les équations (effet direct) mais, de plus, peut influencer significativement sur les termes déjà existant en écoulement monophasique (effet indirect). Nous chercherons donc à déterminer dans quelle mesure le modèle $k - \epsilon$ est capable de correctement prédire cet écoulement diphasique, sur quels termes la présence de la phase dispersée va le plus influencer et, le cas échéant, nous tenterons de proposer des explications et des solutions. Cette évaluation du modèle $k - \epsilon$ se présentera sous la forme de tests dits *a priori*. En effet, à partir de nos "expériences numériques", il est possible à tout temps t fixé de calculer indépendamment chacun des termes des équations de k et de ϵ . Ces termes ne seront pas qualifiés d'"exactes" car, comme nous venons de le voir, il ne s'agit pas d'une véritable simulation directe. Nous parlerons plutôt de termes "extraits" de la simulation. Les termes équivalents calculés suivant leur modélisation $k - \epsilon$ sont ensuite estimés à partir des variables issues de la "DNS" et comparés à leur version "extraite" (voir figure 1.3). Cette comparaison *a priori* ne constitue pas une comparaison parfaite et ultime dans le sens où, à cause de l'imprécision des modèles, il peut exister dans les codes moyennés des mécanismes de compensation (ou inversement de dérive) dans le temps que nous ne pourrions pas prendre en compte avec ce type de test "instantané". Une comparaison *a posteriori* est à ce titre souvent indispensable pour compléter les premières tendances issues du test *a priori*. En se contentant d'effectuer des comparaisons *a priori*, cette étude constitue donc une première mais indispensable étape sur la route de la modélisation des écoulements diphasiques.

Chapitre 2

Mise en équations et modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules avec couplage inverse

Le point de départ de ce chapitre concernant la mise en équations d'un écoulement diphasique gaz-particules consiste à établir les équations du mouvement d'une particule isolée dans un champ turbulent. Nous déterminerons quelles sont les forces agissant sur cette particule et, en se plaçant dans un cadre précis d'hypothèses simplificatrices, nous justifierons le fait de ne prendre finalement en compte que la force de traînée visqueuse. Une fois ces équations de la trajectoire obtenues, nous établirons les équations aux grandeurs moyennes régissant l'écoulement turbulent gazeux. Ces équations sont dérivées des équations de Navier-Stokes écrites sous l'hypothèse de l'approximation point-force. Le principe de cette méthode qui consiste à approximer l'effet de la perturbation due à une particule par celui d'une force ponctuelle placée au centre de la particule, est détaillé. Dans un troisième temps, nous présenterons les équations pour la phase dispersée en utilisant une approche statistique inspirée de la théorie cinétique des gaz. Cette approche fait appel à une fonction de densité de probabilité (pdf) pour décrire le com-

portement d'inclusions au sein d'un écoulement diphasique turbulent. Nous montrerons alors comment établir les équations d'évolutions des grandeurs moyennes des inclusions à partir de cette pdf. Enfin, dans une dernière partie, nous aborderons la question de la modélisation des écoulements gaz-particules en présentant tout d'abord le modèle $k - \epsilon$ pour la phase continue fluide. Nous finirons ce chapitre en présentant l'approche de type Langevin que nous utiliserons pour établir les équations modélisées de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules.

2.1 Equation du mouvement d'une particule isolée

Les premières travaux de référence sur le sujet remontent au milieu du 19^{ème} siècle. Stokes [83] étudie alors les efforts de traînée exercés par un fluide laminaire sur des corps de géométrie sphérique. Basset [6], Boussinesq [15] et Oseen [59] s'intéressent par la suite au mouvement d'une particule soumise à la gravité dans un champ fluide au repos pour donner naissance à ce que l'on appelle le modèle B.B.O. Tchen [86] propose une extension de ce modèle tout d'abord au cas d'un écoulement instationnaire mais homogène puis, dans un second temps, au cas général d'un écoulement non homogène. Plus récemment, Maxey & Riley [53] et Gatignol [29] reprennent les équations de Tchen pour corriger certaines inconsistances du modèle. Les équations présentées ci-dessous s'inspirent directement de ces deux études.

Dans ce qui suit, nous considérerons les particules comme de petites sphères rigides indéformables, caractérisées par un diamètre constant d_p et une masse volumique constante ρ_p . La masse d'une particule sera notée m_p . Puisqu'il s'agit ici de caractériser le mouvement d'une particule isolée, les interactions de type hydrodynamique ou collisionnel entre particules ne seront pas prises en compte. Nous supposerons également que les particules sont animées uniquement d'un mouvement de translation (pas de rotation).

En notant $x_{p,i}(t)$ et $u_{p,i}(t)$ les positions et vitesses de la particule dans la direction i , les équations régissant le mouvement d'une particule dans un champ turbulent non homogène s'écrivent

2.1 Equation du mouvement d'une particule isolée

sous la forme :

$$\frac{dx_{p,i}(t)}{dt} = u_{p,i} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \rho_p \left(\frac{\pi d_p^3}{6} \right) \frac{du_{p,i}(t)}{dt} &= - \int_{S_p} (-p\delta_{ij} + \tau_{ij}) n_{f,j} dS \\ &= F_{p,i} = F_{p,i}^{n.p.} + F_{p,i}^p \end{aligned} \quad (2.2)$$

où l'opérateur $\frac{d}{dt}$ représente la dérivée du champ en suivant la particule $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_{p,j} \frac{\partial}{\partial x_j}$. p est la pression, τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses, S_p la surface de la particule et $n_{f,j}$ la composante j de la normale sortante à la surface S_p .

Selon ce formalisme, la force $F_{p,i}$ qui s'exerce sur une particule peut se décomposer en deux contributions distinctes : une contribution $F_{p,i}^{n.p.}$ qui correspond à la force virtuelle qui s'appliquerait sur une particule fluide qui coïnciderait exactement avec la particule considérée et une contribution $F_{p,i}^p$ qui résulte de la perturbation du champ de vitesse due à la présence de la particule.

En supposant que le diamètre des particules est de l'ordre des plus petites échelles de la turbulence, $d_p \simeq \eta_k$ (η_k est l'échelle de Kolmogorov), Gatignol exprime la contribution $F_{p,i}^{n.p.}$:

$$F_{p,i}^{n.p.} = \frac{\pi d_p^3}{6} \left[\rho \frac{D}{Dt} \tilde{u}_i^v + (\rho_p - \rho) g_i \right] \quad (2.3)$$

où \tilde{u}_i^v est une vitesse du fluide localement non perturbé, moyennée sur le volume de la particule. ρ est la masse volumique du fluide et ν sa viscosité dynamique. L'opérateur $\frac{D}{Dt}$ représente cette fois la dérivée du champ en suivant un élément fluide $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j}$ avec \tilde{u}_j la vitesse du fluide non perturbé "vue" par la particule. Cette contribution inclut des effets de gradient de pression et de viscosité (réexprimés à partir des équations de Navier-Stokes) ainsi qu'un terme de poussée d'Archimède.

En faisant l'hypothèse d'un très petit nombre de Reynolds particulaire Re_p ,

$$Re_p = \frac{d_p \|\mathbf{u}_p - \tilde{\mathbf{u}}\|}{\nu} \ll 1 \quad (2.4)$$

Maxey & Riley et Gatignol expriment la deuxième contribution $F_{p,i}^D$ sous la forme linéaire suivante :

$$F_{p,i}^D = \frac{\pi d_p^3}{6} \left[\frac{18\rho\nu}{d_p^2} (\tilde{u}_i^s - u_{p,i}) + \frac{\rho}{2} \frac{d}{dt} (\tilde{u}_i^v - u_{p,i}) + \frac{9\rho}{d_p} \sqrt{\frac{\nu}{\pi}} \int_{-\infty}^t \frac{d}{d\tau} (\tilde{u}_i^s - u_{p,i}) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right] \quad (2.5)$$

où \tilde{u}_i^s symbolise la moyenne sur la surface de la particule de la vitesse du fluide non perturbé.

Le premier terme représente la force de traînée, force liée aux contraintes visqueuses et aux effets de pression qui s'exercent sur la surface de la particule. Le deuxième terme, la force de masse ajoutée, a pour origine les accélérations et décélérations successives de la particule qui entraînent une partie du fluide environnant. Enfin, le troisième terme représente la force de Basset. Cette force exprime la mémoire de la particule, c'est-à-dire l'histoire de ses accélérations passées.

Il est à noter que les deux approches citées précédemment (Maxey & Riley et Gatignol) fournissent approximativement les mêmes équations. L'approche de Maxey & Riley, plus restrictive, suppose un diamètre de particule non plus du même ordre mais très faible devant les échelles de Kolmogorov. Cette hypothèse justifie l'utilisation de la vitesse du fluide "vue" par la particule \tilde{u}_i en lieu et place des vitesses intégrées \tilde{u}_i^s et \tilde{u}_i^v . En effectuant un développement limité au premier ordre de \tilde{u}_i^s et \tilde{u}_i^v , on peut faire apparaître les termes de Faxen induits par la non uniformité du champ de vitesse du fluide à l'échelle de la particule :

$$\tilde{u}_i^v = \tilde{u}_i + \frac{d_p^2}{40} \Delta \tilde{u}_i + \mathbf{O}(d_p^4 \Delta^2 \tilde{u}_i) \quad (2.6)$$

$$\tilde{u}_i^s = \tilde{u}_i + \frac{d_p^2}{24} \Delta \tilde{u}_i + \mathbf{O}(d_p^4 \Delta^2 \tilde{u}_i) \quad (2.7)$$

2.1.1 Généralisation au cas d'un Reynolds particulaire élevé

Selon Minier [57], l'utilisation des deux hypothèses de départ $d_p \leq \eta_k$ et $Re_p \ll 1$ implique l'égalité des opérateurs de dérivée suivant le fluide ou la particule, $\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt}$. Cette remarque

2.1 Equation du mouvement d'une particule isolée

n'est pas anodine puisqu'elle permet de simplifier considérablement l'intégration numérique des équations de la trajectoire. Lorsque le nombre de Reynolds particulaire devient quelconque, ces deux dérivées deviennent distinctes et la question est alors de savoir quel opérateur privilégier par rapport à l'autre. L'augmentation du Reynolds particulaire nécessite également l'utilisation de coefficients correcteurs dans l'expression des forces, coefficients qui ont généralement été obtenus à partir de résultats expérimentaux. Ces deux questions ne seront pas abordées en détail car elles dépassent le cadre de cette simple introduction aux équations du mouvement et font déjà l'objet de nombreuses études. Une synthèse de ces résultats peut notamment être trouvée dans divers travaux de thèse comme ceux de Deutsch [20] ou Février [27]. De plus, le cadre simplificateur dans lequel nous allons nous placer tout au long de cette étude va nous permettre d'éluder en grande partie ces interrogations. En effet, dans le cas de particules denses ($\rho_p/\rho \sim \mathbf{O}(10^3)$), les termes de gradient de pression, de masse ajoutée et de Basset sont généralement négligeables devant les termes de traînée et de gravité. Dans nos simulations, le rapport entre les masses volumiques des phases dispersées et continues ($\rho_p/\rho = 711$) sera considéré comme suffisant pour pouvoir se placer dans ce cadre simplificateur. La force de gravité ne sera pas non plus prise en compte. Ces hypothèses peuvent sembler réductrices (notamment la fait de négliger la gravité) et on peut légitimement s'interroger sur leur pertinence. L'influence de ces simplifications sur les résultats n'a pas été étudiée dans ce travail et la question reste donc ouverte. Cependant, la complexité de la configuration étudiée (instationnarité, anisotropie, couplage inverse, . . .) impose par elle-même de tels choix. Il paraît en effet préférable de se concentrer sur la seule force de traînée, ce qui facilite aussi bien l'intégration numérique des équations que l'interprétation physique des résultats, plutôt que de traiter de front plusieurs phénomènes interactifs et donc difficilement dissociables.

Force de traînée

Reste donc à définir l'expression de la force de traînée dans le cas général d'un nombre de Reynolds particulaire quelconque. En introduisant le coefficient de traînée C_D , cette force \mathbf{F}_D peut être réécrite comme suit :

$$F_{D,i} = \left(\frac{\pi d_p^3}{6} \right) \frac{3}{4} \frac{\rho}{d_p} C_D \|\tilde{\mathbf{u}}^s - \mathbf{u}_p\| (\tilde{u}_i^s - u_{p,i}) \quad (2.8)$$

Lorsque le nombre de Reynolds particulaire est faible, la force de traînée est due principalement aux effets visqueux. Stokes [83] développe une solution analytique du coefficient de traînée de la forme :

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (2.9)$$

Pour des Reynolds particuliers plus importants, $Re_p \leq 1\,000$, Clift *et al.* [17] proposent une extension semi-empirique qui reprend la forme de Schiller & Nauman [70] :

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + 0.15 Re_p^{0.687} \right) \quad (Re_p \leq 1\,000) \quad (2.10)$$

Pour des Reynolds particulaire supérieurs à 1 000, la forme du sillage derrière la particule ne change quasiment plus et le coefficient de traînée devient constant :

$$C_D = 0.44 \quad (Re_p > 1\,000) \quad (2.11)$$

Le C_D chute finalement brutalement vers $Re_p \approx 2.5 \cdot 10^5$, lorsque la couche limite autour de la particule transitionne pour devenir turbulente.

2.1.2 Equations retenues pour l'étude

Dans cette étude, quel que soit le cas simulé, les diamètre des particules seront suffisamment petits pour respecter l'hypothèse $d_p \leq \eta_k$. Les termes de Faxen, qui décroissent avec le rapport d_p/η_k , deviennent alors négligeables ce qui revient à ne garder que les termes d'ordre

2.1 Equation du mouvement d'une particule isolée

un dans les développements limités de \tilde{u}_i^v et \tilde{u}_i^s (éq. 2.6 et 2.7). Finalement, les équations de la dynamique d'une particule utilisées dans l'étude sont donc les suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dx_{p,i}}{dt} &= u_{p,i} \\ \frac{du_{p,i}}{dt} &= \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{C_D}{d_p} \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_p\| (\tilde{u}_i - u_{p,i}) \\ &= \frac{(\tilde{u}_i - u_{p,i})}{\tau_p} = -\frac{u_{r,i}}{\tau_p}\end{aligned}\quad (2.12)$$

avec $u_{r,i} = u_{p,i} - \tilde{u}_i$, la vitesse relative entre les particules et le fluide et τ_p , le temps de relaxation de la particule :

$$\tau_p = \left[\frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{C_D}{d_p} \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_p\| \right]^{-1} \quad (2.13)$$

Pour la gamme de nombres de Reynolds particulaire Re_p simulés, le coefficient de traînée prendra la forme :

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + 0.15 Re_p^{0.687} \right) \quad (2.14)$$

2.2 Equations de la phase gazeuse

2.2.1 Equations locales instantanées

Les équations locales instantanées de conservation de masse et de quantité de mouvement d'un écoulement fluide chargé en particules s'écrivent :

– Bilan de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.15)$$

– Bilan de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (2.16)$$

où u_i sont les composantes de la vitesse du fluide et g_i les composantes de l'accélération de la pesanteur. τ_{ij} , le tenseur des contraintes visqueuses, est défini par :

$$\tau_{ij} = \mu \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.17)$$

avec μ la viscosité cinématique.

La présence des particules et ses effets sur le fluide sont pris en compte par l'intermédiaire de conditions limites sur la surface de chaque particule :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = w_i^n(\mathbf{x}, t), \quad (\mathbf{x}, t) \in S_p^n \quad \text{pour } n = 1, N_p \quad (2.18)$$

où S_p^n est la surface d'une particule n et w_i^n la composante i de la vitesse instantanée de la surface de cette particule n . N_p est le nombre total de particules. Pour des particules rigides en translation, \mathbf{w}^n est égal à la vitesse de la particule au centre de la particule \mathbf{u}_p^n . La résolution du système 2.15-2.16-2.18 implique donc la connaissance du champ de vitesse du gaz \mathbf{u} autour de chaque particule. Pour un écoulement turbulent où les particules sont de taille comparable à l'échelle de Kolmogorov η_k , ce système devient vite impossible à résoudre dès que le nombre de particules dépasse la centaine. Pour contourner cette difficulté, Migdal & Agosta [54] puis Saffman [66] proposent d'introduire ce que l'on appelle l'approximation point-force.

2.2.2 Approximation point-force

Considérons un système de N_p particules dans un fluide visqueux en régime de Stokes. La concentration volumique en particules sera considérée comme faible, la masse volumique du fluide constante et les phénomènes stationnaires. Les équations à résoudre, similaires à celles que nous venons de présenter, sont les suivantes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.19)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = 0 \quad (2.20)$$

avec :

$$u_i(\mathbf{x}) = u_{p,i}^n(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in S_p^n \quad \text{pour } n = 1, N_p \quad (2.21)$$

La force exercée par chaque particule n sur le fluide, $-\mathbf{F}_p^n$, se retrouve alors par simple intégration du champ de pression et des contraintes visqueuses sur la surface de la particule :

$$\int_{S_p^n} \left(-p\delta_{ij} + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) n_{f,j} dS = -F_{p,i}^n \quad (2.22)$$

L'approximation point-force introduite par Saffman [66] repose sur une formulation multipolaire des équations de Stokes. Selon cette formulation, les conditions limites 2.21 peuvent être remplacées par un terme de force généralisée dans l'équation de quantité de mouvement :

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = \sum_{n=1}^{N_p} \left[F_i^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) + F_{ij}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) + F_{ijk}^n \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) + \dots \right] \quad (2.23)$$

Les quantités F_i^n , F_{ij}^n et F_{ijk}^n sont des grandeurs directement reliées aux forces et moments appliqués au fluide par les particules. Ainsi, dans le cas d'une particule isolée en translation, on obtient la solution classique des équations de Stokes :

$$u_i = \tilde{u}_i + \frac{3}{8} d_p \left(\frac{u_{r,i}}{\mathbf{r}} + \frac{u_{r,j} r_i r_j}{\mathbf{r}^3} \right) + \frac{3}{4} \frac{d_p^3}{24} \left(\frac{u_{r,i}}{\mathbf{r}^3} - \frac{3u_{r,j} r_i r_j}{\mathbf{r}^5} \right) \quad (2.24)$$

avec $\mathbf{r} = |\mathbf{x} - \mathbf{x}_p|$, $r_i = x_i - x_{p,i}$

en posant $F_i = F_{p,i} = 3\pi\mu d_p u_{r,i}$, $F_{ijk} = \frac{d_p^2}{24} \delta_{jk} F_i$, les autres coefficients restant nuls (le coefficient F_{ij} du dipôle est non nul uniquement dans le cas d'une particule en rotation).

La perturbation de vitesse du fluide due à la présence de la particule, c'est-à-dire $u_i - \tilde{u}_i$, est ainsi constituée de deux contributions :

- la première, qui décroît en $1/r$ et qui est donc une contribution à longue distance, est due au monopole $F_i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) = F_{p,i} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)$. Ce terme $\frac{3}{8} d_p \left(\frac{u_{r,i}}{r} + \frac{u_{r,j} r_i r_j}{r^3} \right)$ est ce que l'on appelle une Stokeslet.
- la deuxième, qui décroît en $1/r^3$ et qui est donc une contribution à courte distance, est due au quadripôle $F_{ijk} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) = \frac{d_p^2}{24} \delta_{jk} F_{p,i} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p)$.

Pour des particules de petite taille devant les plus petites échelles de l'écoulement fluide et la distance interparticulaire, les interactions les plus importantes sont les interactions à longue distance (Koch [40]). Les interactions à courte distance deviennent négligeables car dissipées par viscosité. Dans ce cas, l'expansion multipolaire peut alors être tronquée au premier ordre et l'effet de la particule isolée sur le fluide peut être approximé par une simple force ponctuelle dans les équations de Stokes :

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = F_{p,i} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \quad (2.25)$$

Cette approximation, valable à l'origine pour un écoulement de Stokes stationnaire, a par la suite été étendue au cas le plus général d'un écoulement turbulent quelconque. Cependant, à notre connaissance, il n'existe pas d'études justifiant et validant cette extension.

Finalement, les équations de Navier-Stokes que nous considérerons dans cette étude peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i + \Pi_{u_i} \quad (2.27)$$

2.2 Equations de la phase gazeuse

avec :

$$\Pi_{u_i} = - \sum_{n=1}^{N_p} F_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \quad (2.28)$$

2.2.3 Approche statistique

A partir des équations instantanées de masse (éq. 2.26) et de quantité de mouvement (éq. 2.27) établies sous l'hypothèse de la force ponctuelle, nous allons maintenant chercher à obtenir les équations aux grandeurs moyennes de la phase gazeuse. Dans un premier temps, nous définissons l'opérateur de moyenne.

2.2.3.1 Opérateur de moyenne statistique $\langle \cdot \rangle$

Toute approche en grandeurs moyennes nécessite avant toute chose la définition d'un opérateur de moyenne statistique. Cet opérateur $\langle \cdot \rangle$ doit vérifier un certain nombre de propriétés indispensables à la mise en équation du problème, les axiomes de Reynolds :

– linéarité :

$$\langle \mathbf{f} + \mathbf{g} \rangle = \langle \mathbf{f} \rangle + \langle \mathbf{g} \rangle ; \quad \langle \lambda \mathbf{f} \rangle = \lambda \langle \mathbf{f} \rangle \quad (2.29)$$

où \mathbf{f} et \mathbf{g} sont des variables locales instantanées quelconques et λ une constante ;

– idempotence :

$$\langle \langle \mathbf{f} \rangle \mathbf{g} \rangle = \langle \mathbf{f} \rangle \langle \mathbf{g} \rangle \quad (2.30)$$

– commutativité avec les opérateur de dérivation et d'intégration :

$$\left\langle \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{\partial \langle \mathbf{f} \rangle}{\partial x_i} ; \quad \left\langle \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial \langle \mathbf{f} \rangle}{\partial t} \quad (2.31)$$

Chacune des variables locales instantanées \mathbf{f} peut alors être décomposée en une valeur moyenne $\langle \cdot \rangle$ et une valeur fluctuante notée \mathbf{f}' :

$$\mathbf{f} = \langle \mathbf{f} \rangle + \mathbf{f}' \quad (2.32)$$

avec $\langle \mathbf{f}' \rangle = 0$.

Dans le principe, cette opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$ est défini comme une moyenne d'ensemble sur un nombre N_r de réalisations de l'écoulement lorsque ce nombre N_r tend vers l'infini :

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \lim_{N_r \rightarrow +\infty} \frac{1}{N_r} \sum_{n=1}^{N_r} \mathbf{f}_n \quad (2.33)$$

Cependant, dans la pratique, cette moyenne n'est généralement pas applicable. Dans le cas d'écoulements homogènes dans l'espace, c'est-à-dire où des conditions de stationnarité spatiale sont vérifiées en moyenne, on utilise plutôt une moyenne spatiale sur un volume Ω :

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \mathbf{f} dV \quad (2.34)$$

Dans le cas d'écoulements dits permanents en moyenne, c'est-à-dire où des conditions de stationnarité existent, on utilise alors une moyenne temporelle sur un temps T :

$$\langle \mathbf{f} \rangle = \frac{1}{T} \int_T \mathbf{f} dt \quad (2.35)$$

Ces moyennes spatio-temporelles sont finalement équivalentes à la moyenne d'ensemble à condition qu'elles vérifient les axiomes de Reynolds, c'est-à-dire à condition qu'elles vérifient les hypothèses d'homogénéité ou de stationnarité.

Dans le cadre de cette étude, la configuration ne permet pas l'utilisation d'une moyenne temporelle puisque l'écoulement simulé est fortement instationnaire. L'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$ désignera donc une moyenne spatiale. Par la suite, nous utiliserons cette opérateur de moyenne spatiale de deux façons différentes :

- lorsqu'il s'agira de valider la turbulence fluide homogène isotrope sans particule (chapitre 3), nous considérerons l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ comme une moyenne sur l'ensemble du domaine de calcul c'est-à-dire que nous effectuerons une simple moyenne arithmétique sur les $N_x \times N_y \times N_z$ points du maillage Eulérien ;

2.2 Equations de la phase gazeuse

- lorsque nous analyserons la nappe diphasique, nous nous servirons des propriétés d’homogénéité par plan $[xz]$ de cette configuration (voir l’introduction 1.2) et l’opérateur $\langle \cdot \rangle$ désignera alors une moyenne par plan effectuée sur les $N_x \times N_z$ points de maillage compris dans chacun de ces plans.

2.2.4 Equations aux grandeurs moyennes de la phase gazeuse

Les équations sur les grandeurs moyennes de la phase gazeuse s’obtiennent en appliquant l’opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$ aux équations locales instantanées 2.26 et 2.27. Nous négligerons à partir de maintenant les effets de gravité. Pour alléger les notations, nous utiliserons une majuscule pour dénommer les grandeurs moyennes. Ainsi, par exemple, la vitesse moyenne du fluide $\langle \mathbf{u} \rangle$ sera notée simplement \mathbf{U} .

2.2.4.1 Bilan de masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.36)$$

Comme nous le verrons par la suite, le code utilisé pour nos simulations numériques est un code compressible (voir paragraphe 3.1). Cependant, les calculs ont montré que la masse volumique ρ de la phase gazeuse ne variait que très faiblement (moins d’un pour cent), que ce soit en espace ou en temps, et ce quelque soit la configuration étudiée. Par la suite, nous considérerons donc que la masse volumique de la phase gazeuse est une constante ce qui simplifiera grandement l’obtention des équations de transport. Le bilan de masse peut donc finalement s’écrire :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.37)$$

2.2.4.2 Bilan de quantité de mouvement moyenne

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \rho \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_j} + \Pi_{U_i} \quad (2.38)$$

avec Π_{U_i} , le terme de couplage entre phases, qui s'écrit sous la forme :

$$\Pi_{U_i} = - \left\langle \sum_{n=1}^{N_p} F_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle \quad (2.39)$$

et (paragraphe 2.1.2) :

$$F_{p,i}^n = m_p^n \frac{(\tilde{u}_i - u_{p,i}^n)}{\tau_p^n} \quad (2.40)$$

Ce terme peut être réexprimé en introduisant un nouvel opérateur de moyenne conditionné par la présence d'une particule $\langle \cdot \rangle_p$. Pour toute grandeur Ψ^n caractéristique d'une particule n , cet opérateur de moyenne se définit de la manière suivante :

$$\langle \Psi \rangle_p = \frac{\left\langle \sum_{n=1}^{N_p} m_p^n \Psi^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle}{n_p \tilde{m}_p} \quad (2.41)$$

où n_p est le nombre de particules par unité de volume :

$$n_p = \left\langle \sum_{n=1}^{N_p} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle \quad (2.42)$$

et \tilde{m}_p la masse moyenne d'une particule :

$$n_p \tilde{m}_p = \left\langle \sum_{n=1}^{N_p} m_p^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle \quad (2.43)$$

Avec ces notations, nous pouvons alors réécrire Π_{U_i} comme :

$$\Pi_{U_i} = -n_p \tilde{m}_p \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.44)$$

ou plus simplement puisque les particules considérées sont de masse constante et identique :

$$\Pi_{U_i} = -n_p m_p \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.45)$$

2.2.5 Equations de la turbulence

Le traitement statistique des équations locales instantanées a donc permis d'écrire les équations aux grandeurs moyennes de la phase gazeuse mais, en contrepartie, il a fait apparaître des inconnues nouvelles provenant de la non linéarité des équations de Navier-Stokes, les contraintes turbulentes $\langle u'_i u'_j \rangle$. La fermeture de l'équation de quantité de mouvement moyenne nécessite donc la connaissance de ces contraintes turbulentes et c'est ce que nous nous proposons de faire dans un premier temps dans cette section en établissant les équations de transport des contraintes turbulentes $\langle u'_i u'_j \rangle$. Les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation turbulente sont par la suite développées.

2.2.5.1 Equations de transport des contraintes turbulentes

L'équation de transport des tensions de Reynolds est obtenue à partir de l'équation locale instantanée de quantité de mouvement de la phase gazeuse 2.27. La procédure classique consiste à multiplier cette équation par u'_j , à symétriser le tout pour enfin appliquer l'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t} \rho \langle u'_i u'_j \rangle + \frac{\partial}{\partial x_l} \rho U_l \langle u'_i u'_j \rangle &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \rho \langle u'_i u'_j u'_l \rangle - \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i p' \rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_j p' \rangle \\
 &+ \frac{\partial}{\partial x_l} \langle u'_i \tau_{jl} \rangle + \frac{\partial}{\partial x_l} \langle u'_j \tau_{il} \rangle \\
 &- \rho \langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_l} - \rho \langle u'_j u'_l \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \\
 &+ \left\langle p' \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle p' \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle \\
 &- \left\langle \tau_{jl} \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \right\rangle - \left\langle \tau_{il} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right\rangle \\
 &- \Pi_{u'_i u'_j}
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Les cinq premiers termes du membre de droite représentent les différentes contributions du transport diffusif : un terme de diffusion par le mouvement turbulent, deux termes dus à la

pression et enfin deux termes de diffusion moléculaire. Les sixième et septième termes sont des termes de production par les gradients de vitesse moyenne. Les huitième et neuvième termes sont les corrélations pression-déformation qui jouent principalement un rôle de redistribution d'énergie entre les différentes composantes du tenseur de Reynolds. Les deux suivants correspondent au taux de dissipation turbulente ε_{ij} :

$$\rho\varepsilon_{ij} = \left\langle \tau_{jl} \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \right\rangle + \left\langle \tau_{il} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \right\rangle \quad (2.47)$$

Enfin, le dernier terme exprime le travail des forces appliquées aux particules dans le mouvement turbulent de la phase gazeuse :

$$\Pi_{u'_i u'_j} = \langle u'_i \Pi_{u_j} + u'_j \Pi_{u_i} \rangle \quad (2.48)$$

ou encore, en utilisant la moyenne conditionnée à la position des particules :

$$\Pi_{u'_i u'_j} = -n_p m_p \left\langle u'_i \frac{F_{p,j}}{m_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle u'_j \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.49)$$

2.2.5.2 Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle$ s'obtient en contractant les indices i et j dans l'équation de transport des contraintes turbulentes 2.46 puis en divisant par deux.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_l} \rho U_l k &= -\frac{\partial}{\partial x_l} \frac{1}{2} \rho \langle u'_i u'_i u'_l \rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_i p' \rangle + \frac{\partial}{\partial x_l} \langle u'_i \tau_{il} \rangle \\ &- \rho \langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l} - \rho \varepsilon - \Pi_k \end{aligned} \quad (2.50)$$

avec sur la première ligne du membre de droite, les trois termes de transport diffusif et, sur la deuxième ligne, les termes de production par les gradients moyens, de dissipation et d'échange interfacial avec la phase dispersée Π_k . Par définition, le taux de dissipation turbulente est :

$$\varepsilon = \frac{1}{\rho} \left\langle \tau_{il} \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \right\rangle = 2\nu \langle s'_{ij} s'_{ij} \rangle \quad (2.51)$$

2.2 Equations de la phase gazeuse

avec s_{ij} le tenseur du taux de déformation :

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.52)$$

Le terme de couplage avec la phase dispersée s'écrit :

$$\Pi_k = \langle u'_i \Pi_{u_i} \rangle \quad (2.53)$$

ou

$$\Pi_k = -n_p m_p \left\langle u'_i \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.54)$$

2.2.5.3 Equation de transport du taux de dissipation turbulente

L'équation de transport du taux de dissipation turbulente est établie en dérivant l'équation locale instantanée de quantité de mouvement de la phase gazeuse 2.27 par rapport à x_j , puis en la symétrisant pour ensuite la multiplier par s'_{ij} et la moyenner grâce à l'opérateur $\langle \cdot \rangle$.

On obtient alors :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_l \varepsilon}{\partial x_l} \right) &= -\frac{\partial}{\partial x_l} (2\mu \langle u'_l s'_{ij} s'_{ij} \rangle) - 4\nu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle \\ &\quad - 4\mu \left\langle s'_{ij} u'_l \right\rangle \frac{\partial s_{ij}}{\partial x_l} - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \right\rangle \frac{\partial U_l}{\partial x_j} - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_l}{\partial x_j} \right\rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l} \\ &\quad + 4\nu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial^2 \tau_{il}}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_l}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \right\rangle + \Pi_\varepsilon \end{aligned} \quad (2.55)$$

Les deux premiers termes du membre de droite sont des termes de transport diffusif, les trois suivants expriment des termes de production par les gradients moyens de vitesse, le sixième terme est le terme de destruction visqueuse de dissipation, le septième est un terme de production turbulente par étirement tourbillonnaire et le huitième représente le couplage avec la phase dispersée. Ce terme de couplage diphasique s'écrit :

$$\Pi_\varepsilon = 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial \Pi_{u_i}}{\partial x_j} \right\rangle \quad (2.56)$$

2.3 Approche statistique des écoulements à phase dispersée

Le point de départ de cette approche statistique repose sur la forte analogie entre le mouvement aléatoire d'inclusions dans un écoulement diphasique turbulent et celui de molécules au sein d'un gaz. Forts de cette constatation, certains auteurs ont alors cherché à appliquer la théorie cinétique des gaz aux écoulements diphasiques afin d'établir les équations d'évolution des grandeurs moyennes de la phase dispersée (Reeks [64], Zaichik & Vinberg [90]). La démarche proposée dans ce chapitre est tirée directement des travaux de Simonin [72].

2.3.1 Fonction de densité de probabilité f_p

Dans ce qui suit, nous considérons des particules monodisperses, de température et de masse constantes et identiques. Définissons tout d'abord une fonction de densité de probabilité $f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t)$ telle que

$$f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p d\mathbf{x} \quad (2.57)$$

soit le nombre probable d'inclusions dont le centre de masse au temps t est compris dans le volume $[\mathbf{x}, \mathbf{x} + d\mathbf{x}]$ et dont la vitesse \mathbf{u}_p est comprise dans l'intervalle $[\mathbf{c}_p, \mathbf{c}_p + d\mathbf{c}_p]$. Cette fonction de densité de probabilité f_p peut s'écrire comme la moyenne des réalisations des variables positions-vitesses des particules :

$$f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) = \left\langle \sum_{n=1}^{N_p} \mathbb{W}^n(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t; \mathbb{H}_{f\&p}) \right\rangle$$

avec $\mathbb{W}^n(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t; \mathbb{H}_{f\&p}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \delta(\mathbf{u}_p - \mathbf{c}_p^n)$ (2.58)

$\langle \cdot \rangle$ est l'opérateur de moyenne sur l'ensemble des réalisations $\mathbb{H}_{f\&p}$ de l'écoulement diphasique. $\mathbb{W}^n(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t; \mathbb{H}_{f\&p})$ est une fonction qui décrit dans l'espace des phases le mouvement d'une particule n quelconque du système au cours du temps (Reeks [64]).

A partir de cette fonction de densité de probabilité, on peut introduire les différentes grandeurs moyennes de la phase dispersée. Soit $\psi(\mathbf{c}_p)$ une fonction quelconque de la vitesse instantanée

2.3 Approche statistique des écoulements à phase dispersée

des inclusions. On peut alors calculer la moyenne de ψ à la position \mathbf{x} et au temps t :

$$\langle \psi \rangle_p(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n_p(\mathbf{x}, t)} \int \psi(\mathbf{c}_p) f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p \quad (2.59)$$

où n_p , le nombre d'inclusions par unité de volume, peut s'écrire comme :

$$n_p(\mathbf{x}, t) = \int f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_p \quad (2.60)$$

Par définition, la vitesse moyenne des inclusions $U_{p,i}$ est :

$$\begin{aligned} U_{p,i} &= \langle u_{p,i} \rangle_p \\ &= \frac{1}{n_p} \int c_{p,i} f_p d\mathbf{c}_p \end{aligned} \quad (2.61)$$

Cette vitesse moyenne est strictement égale à celle définie précédemment dans le paragraphe 2.2.4.2 (éq. 2.41 avec m_p constant) :

$$U_{p,i} = \frac{\left\langle \sum_{n=1}^{N_p} u_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle}{\left\langle \sum_{n=1}^{N_p} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \right\rangle} \quad (2.62)$$

Par la suite nous utiliserons la notation $''$ pour désigner les fluctuations d'une grandeur calculées par rapport à l'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle_p$. Ainsi, par exemple, la fluctuation de vitesse des inclusions s'écrira $u_{p,i}''$ avec $u_{p,i}'' = u_{p,i} - U_{p,i}$ et $\langle u_{p,i}'' \rangle_p = 0$.

Les composantes du tenseur des contraintes cinétiques des inclusions se calculent de la manière suivante :

$$n_p \langle u_{p,i}'' u_{p,j}'' \rangle_p = \int [c_{p,i} - U_{p,i}] [c_{p,j} - U_{p,j}] f_p d\mathbf{c}_p \quad (2.63)$$

et, d'une manière générale, les corrélations de vitesse d'ordre m :

$$n_p \langle u_{p,i_1}'' \dots u_{p,i_m}'' \rangle_p = \int \prod_{n=1}^m [c_{p,i_n} - U_{p,i_n}] f_p d\mathbf{c}_p \quad (2.64)$$

2.3.2 Equation d'évolution de f_p

En différenciant \mathbb{W}^m par rapport au temps puis en appliquant l'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$, on obtient une équation d'évolution de f_p de la forme :

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} + \frac{\partial c_{p,j} f_p}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial c_{p,j}} \left[\left\langle \frac{du_{p,j}}{dt} \middle| \mathbf{c}_p \right\rangle f_p \right] + \left(\frac{\partial f_p}{\partial t} \right)_{coll}. \quad (2.65)$$

Dans cette équation, la notation $\langle \cdot \rangle | \mathbf{c}_p$ est une notation abrégée de $\langle \cdot \rangle | \mathbf{u}_p = \mathbf{c}_p$ qui exprime une moyenne conditionnée. L'opérateur de dérivée $\frac{d}{dt}$ désigne une dérivée en suivant la trajectoire des inclusions. Le premier terme du membre de droite représente les contributions des forces extérieures (forces exercées par le fluide sur les inclusions, gravité, ...) alors que le deuxième terme exprime le taux de variation de f_p dû aux interactions particule-particule, en particulier les collisions mais aussi les phénomènes de coalescence ou de dislocation.

2.3.3 Equation de transport des moments de la phase dispersée

A partir de l'équation d'évolution de f_p (éq. 2.65), il est possible de déduire l'équation de transport de n'importe quelle grandeur moyenne $\langle \Psi \rangle_p$ de la phase dispersée. Pour cela, il suffit de multiplier l'équation 2.65 par la fonction $\Psi(\mathbf{c}_p)$ puis d'intégrer cette équation sur les espaces des vitesses \mathbf{c}_p . En négligeant les effets de collision, la forme générale de l'équation ainsi obtenue est la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_p m_p \langle \Psi \rangle_p + \frac{\partial}{\partial x_j} n_p m_p \langle u_{p,j} \Psi \rangle_p = n_p m_p \left\langle \frac{du_{p,j}}{dt} \frac{\partial \Psi}{\partial c_{p,j}} \right\rangle_p \quad (2.66)$$

2.3.3.1 Bilan de nombre de particules par unité de volume n_p

En prenant $\Psi = 1/m_p$, on obtient l'équation de bilan sur le nombre de particules par unité de volume n_p :

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial n_p U_{p,j}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.67)$$

2.3 Approche statistique des écoulements à phase dispersée

2.3.3.2 Bilan de masse de la phase dispersée

L'équation de bilan de masse de la phase dispersée est obtenue en posant $\Psi = 1$:

$$\frac{\partial n_p m_p}{\partial t} + \frac{\partial n_p m_p U_{p,j}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.68)$$

2.3.3.3 Bilan de quantité de mouvement moyenne de la phase dispersée

En posant cette fois $\Psi = c_{p,i}$, le bilan de quantité de mouvement moyenne s'écrit :

$$\frac{\partial n_p m_p U_{p,i}}{\partial t} + \frac{\partial n_p m_p U_{p,j} U_{p,i}}{\partial x_j} = - \frac{\partial n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,j} \rangle_p}{\partial x_j} + \Pi_{U_{p,i}} \quad (2.69)$$

Le premier terme du membre de droite représente le transport turbulent par les fluctuations de vitesse. Le deuxième terme exprime le transfert de quantité de mouvement moyen entre phases dispersée et continue. En reprenant les conclusions du paragraphe 2.1, ce terme représente uniquement les effets de la force de traînée et peut donc être réexprimé sous la forme :

$$\Pi_{U_{p,i}} = n_p m_p \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.70)$$

$$= n_p m_p \left\langle \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{C_D}{d_p} \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_p\| (\tilde{u}_i - u_{p,i}) \right\rangle_p \quad (2.71)$$

On remarquera que ce terme est bien l'opposé du terme de couplage pour la quantité de mouvement moyenne de la phase gazeuse (éq. 2.45) en vertu du principe de conservation de la quantité de mouvement du mélange diphasique gaz-particules.

2.3.3.4 Bilan des contraintes cinétiques de la phase dispersée

Si l'on prend $\Psi = [c_{p,i} - U_{p,i}] [c_{p,j} - U_{p,j}]$, on obtient l'équation de transport des contraintes cinétiques $\langle u''_{p,i} u''_{p,j} \rangle_p$ suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,j} \rangle_p + \frac{\partial}{\partial x_l} n_p m_p U_{p,l} \langle u''_{p,i} u''_{p,j} \rangle_p = & - \frac{\partial}{\partial x_l} n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,j} u''_{p,l} \rangle_p \\ & - n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,l} \rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_l} \\ & - n_p m_p \langle u''_{p,j} u''_{p,l} \rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l} \\ & + n_p m_p \left\langle u''_{p,j} \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \\ & + n_p m_p \left\langle u''_{p,i} \frac{F_{p,j}}{m_p} \right\rangle_p \end{aligned} \quad (2.72)$$

Dans le membre de droite, on reconnaît le terme de transport turbulent des contraintes cinétiques par les fluctuations de vitesse des particules, les deux termes de production par les gradients de vitesse moyenne des particules et enfin, les deux termes d'interaction entre les forces agissant sur les particules et les fluctuations de vitesse des particules.

2.3.3.5 Bilan de l'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée

L'énergie cinétique turbulente de la phase dispersée sera notée $q_p^2 = \frac{1}{2} \langle u''_{p,i} u''_{p,i} \rangle_p$. Son équation de transport est obtenue en posant $i = j$ dans l'équation des contraintes cinétiques 2.72 puis en divisant par deux :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} n_p m_p q_p^2 + \frac{\partial}{\partial x_m} n_p m_p U_{p,m} q_p^2 = & - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_m} n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,i} u''_{p,m} \rangle_p \\ & - n_p m_p \langle u''_{p,i} u''_{p,m} \rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_m} + \Pi_{q_p^2} \end{aligned} \quad (2.73)$$

avec :

$$\Pi_{q_p^2} = n_p m_p \left\langle u''_{p,i} \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (2.74)$$

2.3.4 Fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules f_{fp}

Ces équations de transport des grandeurs moyennes de la phase particulaire font toutes intervenir un terme lié aux forces extérieures s'appliquant sur la particule : $n_p m_p \left\langle \frac{du_{p,j}}{dt} \frac{\partial \Psi}{\partial c_{p,j}} \right\rangle_p$ (éq. 2.66). La fermeture de ce terme n'est pas directe car celui-ci est généralement fonction de la vitesse du fluide à l'emplacement de la particule (en particulier lorsque la force de traînée est prise en compte). Pour solutionner ce problème, Simonin [72] propose un formalisme qui permet de décrire le champ de vitesse du fluide le long de la trajectoire des particules. Cette nouvelle approche nécessite l'introduction de la fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules f_{fp} .

Définissons donc la fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules $f_{fp}(\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t)$ telle que $f_{fp}(\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_f d\mathbf{c}_p$ soit le nombre probable de particules ayant une vitesse \mathbf{c}_p comprise dans l'intervalle $[\mathbf{c}_p, \mathbf{c}_p + d\mathbf{c}_p]$ et "voyant" une vitesse fluide \mathbf{c}_f comprise dans $[\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_f + d\mathbf{c}_f]$. Cette fonction est directement liée à la fonction de densité de probabilité des particules f_p puisque, par définition, nous avons :

$$f_p(\mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) = \int f_{fp}(\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p; \mathbf{x}, t) d\mathbf{c}_f \quad (2.75)$$

De la même façon que précédemment pour f_p (paragraphe 2.3.2), une équation de type Boltzmann peut être développée pour décrire l'évolution de la fonction de densité de probabilité jointe fluide-particules f_{fp} :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{fp}}{\partial t} + \frac{\partial c_{p,j} f_{fp}}{\partial x_j} = & - \frac{\partial}{\partial c_{p,j}} \left[\left\langle \frac{du_{p,j}}{dt} \middle| \mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p \right\rangle f_{fp} \right] - \frac{\partial}{\partial c_{f,j}} \left[\left\langle \frac{d\tilde{u}_j}{dt} \middle| \mathbf{c}_f, \mathbf{c}_p \right\rangle f_{fp} \right] \\ & + \left(\frac{\partial f_{fp}}{\partial t} \right)_{coll}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

$\frac{d}{dt}$ représente la dérivée en suivant la trajectoire de la particule. En particulier, $\frac{d\tilde{u}_j}{dt}$ ne correspond donc pas à l'accélération du fluide mais bien à la dérivée Lagrangienne du fluide qui devra être calculée le long de la trajectoire des particules. Le dernier terme du membre de droite exprime le taux de variation de la fonction de distribution f_{fp} dû aux interactions particulaires.

2.3.4.1 Equation de transport pour la vitesse de dérive

L'équation de transport pour la vitesse de dérive $U_{d,i} = \langle \tilde{u}_i' \rangle_p$ s'obtient en multipliant tout d'abord l'équation de transport de f_{fp} (éq. 2.76) par la réalisation de vitesse fluide $c_{f,i}$ pondérée par la masse puis en intégrant le tout dans l'espace des phases des vitesses du fluide et des particules. L'équation obtenue peut alors se simplifier en lui soustrayant l'équation de Navier-Stokes sur la vitesse moyenne du fluide U_i . Finalement, l'équation de transport sur $U_{d,i}$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial U_{d,i}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,j} \frac{\partial U_{d,i}}{\partial x_j} &= -n_p m_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p}{\partial x_j} + n_p m_p \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j} \\
 &\quad - \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p \frac{\partial n_p m_p}{\partial x_j} - n_p m_p U_{d,j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right\rangle_p - n_p m_p \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_m \partial x_m} + \frac{1}{\rho} \Pi U_i \right] \\
 &\quad - n_p m_p \left(U_{p,j} - \langle \tilde{u}_j \rangle_p \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{2.77}
 \end{aligned}$$

Les deux premiers termes de droite de cette équation représentent le transport par les fluctuations de vitesse des particules et du fluide. Le troisième exprime un terme de production par les gradients de taux de présence alors que le quatrième traduit une production par les gradients de vitesse moyenne du fluide. Le cinquième terme représente l'accélération du fluide le long de la trajectoire des particules, le sixième prend en compte les effets de dissipation visqueuse, de gradient de pression moyenne et de couplage inverse alors que le dernier représente les effets de croisement de trajectoire dus au mouvement relatif moyen entre les deux phases.

Remarque

Détaillons quelque peu le terme d'accélération du fluide. En se plaçant le long de la trajectoire d'une particule m quelconque, la dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide s'écrit :

$$\frac{d\tilde{u}_i^m}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\rho} \sum_{n=1, N_p}^{n \neq m} F_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) + (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \tag{2.78}$$

2.3 Approche statistique des écoulements à phase dispersée

Dans cette expression, nous pouvons remarquer que la contribution de la particule m n'a pas été prise en compte dans le terme de couplage diphasique puisque l'accélération ici calculée est celle du fluide non perturbé par la particule m considérée. Si l'on considère cependant que cette contribution de la particule m est négligeable devant les $N_p - 1$ contributions des autres particules, il apparaît que le terme de couplage inverse implicitement inclus dans le terme $\left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right\rangle_p$ est en fait le même que celui explicitement écrit dans le sixième terme de l'équation 2.77, mais de signe opposé. Au final, ces deux termes s'annulent donc et la conclusion importante est qu'il n'y a pas d'influence directe du couplage inverse dans l'équation de vitesse de dérive.

2.3.4.2 Equation de transport pour la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules

En multipliant cette fois l'équation de transport de f_{fp} (éq. 2.76) par c_{f_i} et c_{p_j} puis en intégrant dans l'espace des phases des vitesses du fluide et des particules, on obtient l'équation de transport pour les corrélations de vitesse fluctuante fluide-particules $\left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \right\rangle_p$ suivante :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \right\rangle_p + n_p m_p U_{p,l} \frac{\partial}{\partial x_l} \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \right\rangle_p &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \right) \\
 &- n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,j}}{\partial x_l} - n_p m_p \left\langle u_{p,j}'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \\
 &+ n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,j}}{m_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,j}'' \right\rangle_p \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

Dans cette équation, on reconnaît tout d'abord le terme de transport par les fluctuations de vitesse des particules (1ère ligne) et les deux termes de production par les gradients moyens de vitesse des particules et du fluide (2ème ligne). Le premier terme de la troisième ligne prend en compte le couplage avec le mouvement fluctuant du fluide alors que le dernier terme exprime les effets de corrélations pression-déformation, de dissipation visqueuse et de couplage inverse.

L'équation de transport pour la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule $q_{fp} =$

$\langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' \rangle_p$ se déduit alors par simple contraction des indices i et j :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial q_{fp}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,l} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_l} &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(n_p m_p \langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' u_{p,l}'' \rangle_p \right) \\
 &- n_p m_p \langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l} - n_p m_p \langle u_{p,i}'' u_{p,l}'' \rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \\
 &+ n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p \quad (2.80)
 \end{aligned}$$

2.4 Modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules

Dans les paragraphes suivants, nous présentons les différentes approches et équations utilisées pour modéliser un écoulement diphasique gaz-particules. Dans une première partie, nous nous concentrons sur la modélisation de la turbulence fluide en introduisant le modèle classique à deux équations de transport $k - \varepsilon$. La modélisation de la phase dispersée ne sera pas abordée car, comme cela a été signalé en introduction, cette étude porte principalement sur la modélisation de la phase continue. Dans un deuxième temps, nous présentons une approche de type Langevin diphasique que nous utiliserons pour fermer les termes de dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide apparaissant dans les équations de vitesse de dérive U_d (éq. 2.77) et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules q_{fp} (éq. 2.80).

2.4.1 Modélisation de la turbulence fluide : modèle $k - \varepsilon$

Avant-propos

Dans les paragraphes 2.2.5.2 et 2.2.5.3, nous avons établi les équation exactes d'énergie cinétique turbulente k et de taux de dissipation turbulente ε . Ces deux quantités représentent ce que l'on pourrait appeler respectivement l'énergie cinétique turbulente "totale" et le taux de dissipation turbulente "total" du fluide. En effet, dans le cas particulier d'écoulements gaz-particules à nombre de Reynolds particulière modéré, le mouvement fluctuant du fluide provient de deux contributions très distinctes :

- une première contribution qui représente la turbulence à proprement parler, c'est-à-dire la turbulence à grande échelle comme en écoulement monophasique,
- une deuxième contribution liée aux perturbations induites dans le fluide par la présence des particules, dont les échelles caractéristiques de temps et de longueur sont très petites devant celles de la turbulence à grande échelle.

De manière abrupte, nous pouvons formuler cette idée de la façon suivante :

$$k = k_w + k_T \quad (2.81)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_w + \varepsilon_T \quad (2.82)$$

où k_T représente l'énergie cinétique à grande échelle et k_w l'énergie cinétique de sillage, liée à la présence des particules, ε_T la dissipation "classique" qui, comme en écoulement monophasique, est imposée par le mécanisme de transfert inertiel à grande échelle, et ε_w la dissipation dans le sillage des particules. Au vu de cette différenciation, il s'ensuit que les quantités considérées dans le modèle $k - \varepsilon$ ne sont pas directement k et ε mais bien k_T et ε_T puisque ce modèle est censé modéliser un champ turbulent à grande échelle devant la taille des particules. Nous conserverons malgré tout par la suite le nom de modèle $k - \varepsilon$ pour ne pas déroger à l'appellation "historique" mais la distinction sera par contre bien effective dans les équations. Ces notions seront développées plus en détail dans le chapitre 5.

Modèle $k - \varepsilon$

La fermeture au premier ordre consiste à relier les contraintes turbulentes $\langle u'_i u'_j \rangle$ aux inconnues principales que sont les vitesses moyennes U_i . Boussinesq [14] fut le premier à introduire le concept de viscosité turbulente en proposant une analogie avec la loi de Newton pour les contraintes d'agitation moléculaire :

$$\langle u'_i u'_j \rangle = -\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} \quad (2.83)$$

où ν_t est la viscosité turbulente cinématique.

La question est alors de savoir comment évaluer cette nouvelle inconnue qu'est la viscosité turbulente. Dans le modèle $k - \varepsilon$ développé initialement par Launder & Jones [43], ν_t est définie

2.4 Modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules

comme :

$$v_t = C_\mu \frac{k_T^2}{\varepsilon_T} \quad (2.84)$$

et la fermeture du problème est assurée en écrivant deux équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation turbulente. Ce modèle a par la suite été étendu aux écoulements diphasiques en introduisant des termes supplémentaires tenant compte des transferts entre phases (voir notamment Elghobashi & Abou-Arab [22]). Pour des écoulements dilués (pas de collision) et en supposant que les échelles caractéristiques des tourbillons porteurs d'énergie sont grandes devant la taille et l'espacement moyens des particules, nous pouvons écrire :

$$\rho \left(\frac{\partial k_T}{\partial t} + U_l \frac{\partial k_T}{\partial x_l} \right) = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_l} \right] + P_k - \rho \varepsilon_T + \Pi_k^* \quad (2.85)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + U_l \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_l} \right) = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_l} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_T}{k_T} P_k - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_T^2}{k_T} + \Pi_{\varepsilon_T} \quad (2.86)$$

où P_k est le terme de production d'énergie cinétique turbulente $P_k = -\rho \langle u'_i u'_i \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_i}$ et $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, C_μ , σ_k , σ_ε les constantes classiques du modèle $k - \varepsilon$ standard. Les termes de diffusion (diffusion turbulente + terme de pression, la diffusion moléculaire étant à priori négligeable) sont modélisés par l'intermédiaire d'une hypothèse de gradient. Le terme en $C_{\varepsilon 2}$ représente la destruction du taux de dissipation. Il correspond à la somme des termes de production turbulente et de viscosité de l'équation de taux de dissipation turbulente (éq. 2.55).

La présence de la phase dispersée s'exprime via les deux termes Π_k^* et Π_{ε_T} . Notons bien, et ce pour les mêmes raisons que celles exprimées dans l'avant-propos, que le terme de couplage apparaissant dans l'équation de transport de k_T n'est pas le terme Π_k de l'équation exacte de k 2.50 mais bien un terme différent, nommé donc Π_k^* , que nous expliciterons par la suite dans le paragraphe 5.2.1. Le terme Π_{ε_T} est généralement modélisé sous la forme suivante (Elghobashi & Abou-Arab [22]) :

$$\Pi_{\varepsilon_T} = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon_T}{k_T} \Pi_k^* \quad (2.87)$$

$C_{\varepsilon 3}$ est une nouvelle constante dont la valeur est loin d'être universelle puisque l'on trouve la valeur 1.0 pour Mostafa & Mongia [58], 1.2 pour Elghobashi & Abou-Arab [22] ou 1.9 pour Berlemont *et al.* [9] par exemple.

Il est important de noter que ce système d'équations 2.85-2.86 repose sur l'hypothèse forte, voir illusoire, que l'effet des particules sur le fluide se fait uniquement de façon "directe", par l'intermédiaire des termes supplémentaires de couplage entre phases. Les effets "indirects", c'est-à-dire les éventuelles modifications de la structure et des mécanismes de la turbulence par la phase dispersée ne sont pas du tout pris en compte puisque les constantes de ce modèle sont inchangées par rapport au modèle $k - \varepsilon$ monophasique. Nous reviendrons sur ce point dans la discussion du paragraphe 6.2.

Le tableau 2.1 récapitule les valeurs des constantes que nous utiliserons dans cette étude.

C_{μ}	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$	σ_k	σ_{ε}
0.09	1.44	1.92	1.2	1.0	1.3

TAB. 2.1: Constantes du modèle $k - \varepsilon$.

Le modèle $k - \varepsilon$ est encore maintenant le plus utilisé des modèles de turbulence, en particulier dans "le monde industriel", de par sa simplicité de mise en œuvre et son faible coût numérique. Cependant, certains défauts conceptuels liés à l'utilisation d'une viscosité turbulente (éq. 2.83), rendent ce modèle peu approprié à l'étude d'écoulements complexes. Selon Speziale [78], il souffre principalement de deux lacunes :

- son inaptitude à prendre en compte les courbures des lignes de courant et les étirements rotationnels,
- son incapacité à traduire les effets de mémoire spatio-temporelle puisque la relation 2.83 exprime une dépendance purement locale, c'est-à-dire entre grandeurs prises au même point et au même instant.

2.4.2 Modélisation des équations pour la vitesse de dérive et la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules

La modélisation des corrélations de vitesse fluctuante fluide-particules est une étape importante de la fermeture des équations des écoulements diphasiques. En effet, en anticipant quelque peu sur la suite de ce manuscrit (chapitre 5), nous pouvons d'ores et déjà dire que q_{fp} intervient explicitement dans l'expression des termes de couplage modélisés pour l'énergie cinétique turbulente du fluide et des particules. De la même manière, nous verrons que la connaissance de la vitesse de dérive \mathbf{U}_d est nécessaire à la modélisation du terme de couplage pour l'énergie cinétique turbulente du fluide. La fermeture proposée pour les équations de q_{fp} et de \mathbf{U}_d utilise une approche de type Langevin pour modéliser les termes de dérivée Lagrangienne de vitesse du fluide le long de la trajectoire des particules $\left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right\rangle_p$ et $\left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$ apparaissant respectivement dans les équations de transport 2.77 et 2.80. Le paragraphe suivant détaille cette approche.

2.4.2.1 Fermeture Lagrangienne du terme de dérivée Lagrangienne de vitesse du fluide

La dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide le long de la trajectoire d'une particule m s'écrit :

$$\frac{d\tilde{u}_i}{dt} = \frac{\tilde{u}_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) - \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t)}{\delta t} \quad (2.88)$$

L'incrément de vitesse du fluide le long de la trajectoire des particules peut être décomposé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) &= \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t) \\ &+ [\tilde{u}_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t) - \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t)] \\ &+ [U_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) - U_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t)] \\ &+ [\tilde{u}'_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) - \tilde{u}'_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t)] \end{aligned} \quad (2.89)$$

Selon cette décomposition, la première contribution correspond à l'incrément Lagrangien de la

vitesse instantanée du fluide non perturbé mesuré le long de la trajectoire d'un élément fluide. Cet incrément qui obéit aux équations de Navier-Stokes peut être modélisé à l'aide d'une équation de type Langevin monophasique (Haworth & Pope [31]). La deuxième contribution est un incrément Eulérien de vitesse moyenne du fluide dû au mouvement relatif de la particule et du fluide. En effectuant un développement au premier ordre en δt , il peut s'écrire :

$$[U_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) - U_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t)] = (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_j} \delta t \quad (2.90)$$

Enfin, la troisième contribution représente l'incrément Eulérien de la vitesse fluctuante du fluide "vue" par les particules dû au mouvement relatif de la particule et du fluide. Cette contribution qui prend donc en compte les effets de croisement de trajectoire nécessite une modélisation.

Par analogie avec les travaux de Pope [62], Simonin *et al.* [74] proposent une extension à l'équation de Langevin généralisée monophasique. L'équation de Langevin pour l'incrément de vitesse du fluide "vue" par les particules qu'ils établissent est la suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) = & \tilde{u}_i(\mathbf{x}, t) + \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + v \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_l \partial x_l} \right] \delta t \\ & - \frac{1}{\rho} \sum_{n=1, N_p}^{n \neq m} F_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \delta t \\ & + (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_j} \delta t \\ & + G_{fp,ij} (\tilde{u}_j - U_j) \delta t + C_{fp} \delta W_{fp,i} \end{aligned} \quad (2.91)$$

où l'on peut remarquer que les incréments Lagrangien et Eulérien de vitesse fluctuante du fluide ($\tilde{u}'_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t) - \tilde{u}'_i(\mathbf{x}, t)$ et $\tilde{u}'_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p^m \delta t, t + \delta t) - \tilde{u}'_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t)$) ont été modélisés ensemble. Le terme sur la deuxième ligne du membre de droite, qui n'était pas inclus dans l'approche de Simonin *et al.* [74], reflète l'influence des particules sur le mouvement turbulent "vu" par les particules (Boivin [10]). Dans cette équation, ce sont donc les termes $G_{fp,ij} (\tilde{u}_j - U_j) \delta t$ et $C_{fp} \delta W_{fp,i}$ qui prennent en compte les effets de viscosité, de gradient de pression fluctuante et de croisement de trajectoire sur les vitesses fluctuantes du fluide "vues" par les particules. C_{fp}

2.4 Modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules

est un coefficient modèle positif et W_{fp} un processus stochastique de Wiener dont l'incrément δW_{fp} vérifie les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned}\langle \delta W_{fp,i} \rangle_p &= 0 \\ \langle \tilde{u}_i \delta W_{fp,j} \rangle_p &= \langle u_{p,i} \delta W_{fp,j} \rangle_p = 0 \\ \langle \delta W_{fp,i} \delta W_{fp,j} \rangle_p &= \delta_{ij} \delta t\end{aligned}\quad (2.92)$$

$G_{fp,ij}$ est un tenseur fonction à la fois des caractéristiques du fluide et des particules. Nous présentons ici uniquement les modèles sensés prendre en compte les effets de croisement de trajectoire. Ce phénomène exprime le fait que, sous l'effet d'une différence de vitesse moyenne entre les phases, les particules vont croiser les trajectoires des éléments fluides. Une des conséquence directe du croisement de trajectoire est de modifier de manière anisotrope les fluctuations de vitesse des particules (Deutsch & Simonin [21], Deutsch [20]). En se basant sur les travaux de Casnady [19], une première version qualifiée de "simplifiée" est proposée par Simonin *et al.* [74] :

$$G_{fp,ij}^{(1)} = -\frac{1}{\tau_{fp,\perp}^t} \delta_{ij} - \left[\frac{1}{\tau_{fp,\parallel}^t} - \frac{1}{\tau_{fp,\perp}^t} \right] \frac{V_{r,i}}{|\mathbf{V}_r|} \frac{V_{r,j}}{|\mathbf{V}_r|} \quad (2.93)$$

où $\tau_{fp,\parallel}^t$ et $\tau_{fp,\perp}^t$ sont les temps Lagrangiens intégraux, mesurés le long de la trajectoire des particules, des vitesses fluctuantes du fluide dans les directions parallèle et perpendiculaire à la direction du croisement de trajectoire (direction de la vitesse relative moyenne). Ils sont estimés de la manière suivante :

$$\tau_{fp,\parallel}^t = \frac{\tau_f^t}{\sqrt{1 + C_\beta \zeta^2}} \quad \tau_{fp,\perp}^t = \frac{\tau_f^t}{\sqrt{1 + 4C_\beta \zeta^2}} \quad \zeta^2 = \frac{3}{2} \frac{|\mathbf{V}_r|^2}{q_f^2} \quad (2.94)$$

où $C_\beta = 0.45$ et τ_f^t est le temps intégral Lagrangien du fluide. q_f^2 est l'énergie cinétique turbulente du fluide "vue" par les particules. Cette relation prend en compte le fait que les échelles intégrales Lagrangiennes de temps de la turbulence "vues" par les particules diminuent sous l'effet du croisement de trajectoire, ou, autrement dit, que la corrélation entre les mouvements

fluctuants du fluide et des particules diminuent lorsque la vitesse relative moyenne augmente (Février [27]). Cette diminution des échelles de temps est plus marquée dans la direction perpendiculaire au glissement moyen que dans la direction du glissement même. τ_f^t peut être relié à l'énergie cinétique du fluide et au taux de dissipation turbulente :

$$\tau_f^t = \frac{1}{\beta_1} \frac{k}{\varepsilon} \quad \beta_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} C_0 \quad (C_0 = 2.1) \quad (2.95)$$

Cette expression pour τ_f^t est directement tirée de la formulation monophasique de l'équation de Langevin dans laquelle cette fermeture permet de modéliser la partie "lente" du terme de corrélation pression-déformation dans les équations aux contraintes de Reynolds du fluide (modèle de Rotta).

Une seconde formulation de $G_{fp,ij}$, dite "intermédiaire", est proposé par Simonin *et al.* [73] pour prendre en compte les situations d'écoulements cisailés. Cette formulation inclut une dépendance explicite en gradient de vitesse moyenne du fluide :

$$G_{fp,ij}^{(2)} = G_{fp,ij}^{(1)} + \beta_2 \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (2.96)$$

avec $\beta_2 = 0.6$. Dans la formulation monophasique de l'équation de Langevin, ce terme supplémentaire en gradient de vitesse moyenne correspond à la partie "rapide" du terme de corrélation pression-déformation (modélisé généralement par un terme d'isotropisation de production) des équations aux contraintes de Reynolds. Le paramètre β_1 doit alors être évalué de la façon suivante :

$$\beta_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} C_0 + \frac{\beta_2}{4} \frac{P_{ii}}{\varepsilon} \quad P_{ii} = -2 \langle u'_i u'_m \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \quad (2.97)$$

2.4.2.2 Application à l'équation pour la vitesse de dérive

L'équation de transport pour la vitesse de dérive (éq. 2.77) peut alors être réécrite en remplaçant le terme de dérivée Lagrangienne du fluide par son modèle obtenu par l'approche de

2.4 Modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules

type Langevin que nous venons de décrire (éq. 2.91) :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial U_{d,i}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,j} \frac{\partial U_{d,i}}{\partial x_j} &= -n_p m_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p}{\partial x_j} + n_p m_p \frac{\partial \langle u_i' u_j' \rangle}{\partial x_j} \\
 &\quad - \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p \frac{\partial n_p m_p}{\partial x_j} - n_p m_p U_{d,j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 &\quad + n_p m_p G_{fp,ij} U_{d,j}
 \end{aligned} \tag{2.98}$$

Dans cette équation, le dernier terme modélise donc à lui seul les effets de dissipation visqueuse, de pression et de croisement de trajectoire avec $G_{fp,ij}$ estimé suivant les relations 2.93 ou 2.96. Il est à noter que, en toute rigueur, un terme supplémentaire de croisement de trajectoire $n_p m_p (U_{p,j} - \langle \tilde{u}_j \rangle_p) \frac{\partial U_{d,i}}{\partial x_j}$ apparaît dans cette équation. Ce terme, qui provient directement de la modélisation de l'incrément Eulérien de vitesse moyenne (éq. 2.90), n'a jamais été pris en compte dans les études antérieures effectuées avec ce modèle (Simonin *et al.* [73], Laviéville [45], ...). Par soucis de cohérence avec ces études, nous conserverons donc cette formulation 2.98. Ecrire l'équation 2.98 revient donc à exprimer l'incrément Eulérien de vitesse moyenne sous la forme

$$[U_i(\mathbf{x} + \mathbf{u}_p \delta t, t + \delta t) - U_i(\mathbf{x} + \tilde{\mathbf{u}} \delta t, t + \delta t)] = (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta t \tag{2.99}$$

et donc à considérer comme négligeables les gradients de vitesse de dérive.

2.4.2.3 Application à l'équation pour la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules

En utilisant cette fois les équation 2.80 et 2.91, l'équation de transport modélisée de la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial q_{fp}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,l} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_l} &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \right) \\
 &\quad - n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l} - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \tilde{u}_l'' \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p - n_p m_p \phi \left\langle \tilde{u}_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \\
 &\quad + n_p m_p G_{fp,i,l} \left\langle \tilde{u}_l'' u_{p,i}'' \right\rangle_p
 \end{aligned} \tag{2.100}$$

où le terme $n_p m_p G_{fp,i,l} \left\langle \tilde{u}_l'' u_{p,i}'' \right\rangle_p$ représente les effets de corrélations pression-déformation, de dissipation visqueuse et de croisement de trajectoire. Ce modèle a déjà été évalué à l'aide de simulations L.E.S. sans couplage inverse et a montré son bon comportement aussi bien en écoulement homogène (écoulement cisailé pour Simonin *et al.* [73]) qu'en non-homogène (écoulement en canal pour Wang *et al.* [88]).

Chapitre 3

Méthode numérique

En simulation numérique directe monophasique, les équations tridimensionnelles instationnaires de Navier-Stokes sont résolues de manière exacte, sans aucune autre approximation que celle inhérente au schéma numérique employé. La turbulence est donc explicitement résolue, sans utilisation de modèle de turbulence, des grandes échelles porteuses d'énergie jusqu'aux plus petites échelles, les échelles de Kolmogorov. Ce type de simulation offre donc de grandes possibilités d'investigation, que ce soit pour compléter des connaissances issues d'expérimentations physiques ou pour développer des modèles destinés aux codes moyennés. A ce titre, la DNS est souvent qualifiée de véritable "expérience numérique". Cependant, en contre-partie, ces simulations nécessitent d'importantes ressources informatiques, aussi bien en espace mémoire qu'en temps de calcul. De ce fait, l'utilisation de la DNS reste encore de nos jours limitée à des configurations très locales et faiblement turbulentes. Pour un écoulement diphasique (ou même polyphasique), la méthode la plus couramment utilisée consiste à effectuer un suivi Lagrangien des inclusions (Boivin *et al.* [11], Elghobashi & Truesdell [23], Mashayek [47], Miller & Bellan [55], Squires & Eaton [79, 81, 80], Sundaram & Collins [84], ...), la faisabilité et la validité des DNS diphasiques Euler-Euler n'ayant pas encore été véritablement éprouvées (Simonin *et al.* [75]). Dans le contexte du traitement Lagrangien de la phase dispersée, les in-

clusions doivent être de taille inférieure ou égale à l'échelle de Kolmogorov (voir paragraphe 2.1). Cela signifie que l'écoulement diphasique simulé n'est donc pas résolu jusqu'à l'échelle des inclusions puisque ces inclusions sont plus petites que la taille de la maille de calcul. En d'autres termes, il ne s'agit plus ici d'une simulation numérique directe à proprement parler puisque, si la phase continue est bien résolue sur toute la gamme d'échelles de la turbulence, la phase dispersée la perçoit elle à travers le filtre du maillage. Les "vraies" DNS diphasiques, c'est-à-dire celles qui résolvent l'écoulement jusqu'à la taille des inclusions, sont pour l'heure encore limitées à un très faible nombre d'inclusions, de part leur énorme coût informatique (voir Hu [37, 38] ou Maury [51] par exemple).

Tous ces aspects seront développés dans ce chapitre en commençant par une brève description du code Euler-Lagrange NTMIX3D que nous avons utilisé dans cette étude. Quelques notions de turbulence sont rappelées, notions qui nous serviront par la suite à valider la turbulence fluide retenue pour l'étude. Les problèmes inhérents à la simulation Lagrangienne de la phase dispersée sont également abordés en insistant sur la problématique posée par la méthode Particle Source In Cell utilisée. Les développements effectués dans NTMIX3D pour prendre en compte le couplage inverse sont finalement validés.

3.1 Code de calcul NTMIX3D

Le code de calcul NTMIX3D est le produit d'une collaboration entre les divers intervenants du Centre de Recherche sur la Combustion Turbulente (*CRCT*) dont fait partie l'*IMFT*. NTMIX3D est, à l'origine, un code dédié à l'étude des écoulements turbulents réactifs sur lequel s'est greffé, par la suite, un module diphasique Lagrangien afin de constituer un outil complet d'étude de la combustion turbulente diphasique. Il s'agit d'un code compressible parallèle qui résout directement les équations de Navier-Stokes. L'intégration temporelle est réalisée par une méthode de Runge-Kutta d'ordre 3 alors que la discrétisation spatiale est assurée par un schéma compact d'ordre 6 (Baum [8], Lele [46]). Diverses conditions limites sont disponibles, des con-

3.1 Code de calcul NTMIX3D

ditions périodiques aux conditions non réfléchissantes utilisant la méthode NSCBC de Poinso & Lele [61].

NTMIX3D utilise une formulation adimensionnelle des équations. Cette manipulation permet, d'une part, de simplifier le système d'équations et, d'autre part, d'obtenir des domaines de variation des variables de l'ordre de l'unité où les erreurs d'arrondi et de troncature sont les plus faibles. Par la suite, les variables adimensionnées seront identifiées par l'indice "*". Le tableau 3.1 récapitule le système d'adimensionnalisation utilisé.

$$\begin{array}{l} \hline x_i^* = x_i / L_{ref} \\ \hline u_i^* = u_i / c \\ \hline t^* = tc / L_{ref} \\ \hline p^* = p / p_{ref} \quad \text{avec } p_{ref} = \gamma p_\infty \\ \hline T^* = T / T_{ref} \quad \text{avec } T_{ref} = (\gamma - 1) T_\infty \\ \hline \end{array}$$

TAB. 3.1: Adimensionnalisation utilisée dans NTMIX3D. c est la célérité du gaz considéré ; p_∞ et T_∞ sont définies par rapport à un état physique dit "état infini" (∞) vérifiant les relations de gaz parfait. Ces grandeurs seront définies dans la section 3.5.

Le module diphasique a fait l'objet de nombreux développements ces dernières années. L'aspect couplage inverse dynamique a été intégré durant ce travail de thèse et a été validé grâce à différents tests présentés dans la section 3.4.3. Les couplages inverses massiques et thermiques, implémentés par A. Albrecht durant sa thèse [2], ne seront pas pris en compte dans nos simulations afin de ne pas interférer avec les nombreux phénomènes physiques déjà considérés.

Les équations résolues dans NTMIX3D sont les suivantes :

- équations de bilan de la phase continue

– équation de bilan de masse

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_i^*} (\rho^* u_i^*) = 0 \quad (3.1)$$

– équation de bilan de quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho^* u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} (\rho^* u_i^* u_j^*) + \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} = \frac{1}{Re_{ac}} \frac{\partial}{\partial x_j^*} \tau_{ij}^* \quad (3.2)$$

$$- \frac{1}{(\Delta x^*)^3} \sum_{N_p} \beta_{p,c} \frac{dm_p^* u_{p,i}^*}{dt^*} \quad (3.3)$$

– équation de bilan d'énergie totale

$$\frac{\partial e t^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_i^*} [(e t^* + p^*) u_i^*] = \frac{1}{Re_{ac}} \frac{\partial}{\partial x_j^*} (u_i^* \tau_{ij}^*) - \frac{1}{Re_{ac} Pr} \frac{\partial q_i^*}{\partial x_i^*} \quad (3.4)$$

$$- \frac{1}{(\Delta x^*)^3} \sum_{N_p} \beta_{p,c} \frac{1}{2} \frac{d}{dt^*} (m_p^* u_{p,i}^* u_{p,i}^*) \quad (3.5)$$

• équations de bilan de la phase dispersée

– équation de bilan de masse

$$\frac{dm_p^*}{dt^*} = 0 \quad (3.6)$$

– équation de bilan de quantité de mouvement

$$\frac{du_{p,i}^*}{dt^*} = - \frac{3 \rho^* C_D}{4 \rho_p^* d_p^*} \|u_{r,i}^*\| u_{r,i}^* \quad (3.7)$$

avec Re_{ac} le nombre de Reynolds acoustique basé sur la célérité du gaz c et Pr le nombre de Prandtl. Les coefficients $\beta_{p,c}$ sont des facteurs de pondération que nous définirons dans le paragraphe 3.3.2.

3.2 Simulation numérique directe du fluide

Dans ce qui suit, nous introduisons les principales grandeurs caractéristiques de la turbulence et nous présentons quelques résultats classiques obtenus dans le cadre académique de

3.2 Simulation numérique directe du fluide

la turbulence homogène isotrope (THI). Ces résultats seront par la suite utilisés pour valider le champ fluide initial de nos simulations numériques (paragraphe 3.5). Toutes les notions développées dans ce paragraphe peuvent se retrouver par exemple dans les ouvrages de Batchelor [7], Hinze [33] ou Chassaing [16] pour les anglophobes.

3.2.1 Grandeurs caractéristiques de la turbulence

Turbulence homogène isotrope

Un champ de turbulence homogène isotrope peut être défini comme un domaine infini de l'espace dans lequel les propriétés statistiques de la turbulence sont indépendantes de la position du point dans le domaine. Pour détailler un peu plus cet appellation, Chassaing [16] précise que l'homogénéité se traduit par la stationnarité dans l'espace de toute moyenne statistique de quantité fluctuante (invariance par translation). L'hypothèse d'isotropie implique qu'à tout instant, les propriétés statistiques du champ d'agitation turbulente sont invariants par rotations et symétries planes en tout point du champ. Il en découle que tout champ isotrope est nécessairement homogène puisque toute translation peut se réduire au produit de deux rotations. La dénomination THI, redondante donc, perdure uniquement pour "raison historique".

Echelles spatiales et temporelles

Le tenseur des corrélations spatiales Eulériennes des vitesses en deux points s'écrit :

$$R_{ij}^e(\mathbf{r}, t) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}, t) u'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle}{\sqrt{\langle u'^2_i(\mathbf{x}, t) \rangle \langle u'^2_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) \rangle}} \quad (3.8)$$

où \mathbf{r} est la distance entre les deux points considérés.

La connaissance de R_{ij}^e permet de calculer les échelles de longueur intégrales Eulériennes $L_{ij,l}$ qui représentent une longueur moyenne de corrélation spatiale du champ de vitesse fluide

dans la direction l :

$$L_{ij,l} = \int_0^\infty R_{ij}^e(r e_l, t) dr \quad (3.9)$$

avec $r = \|\mathbf{r}\|$ et e_l le vecteur unitaire dans la direction l . Puisque l'isotropie impose $\langle u'_i u'_j \rangle = 0$ pour $i \neq j$, on peut en déduire directement que $L_{ij,l} = 0$ pour $i \neq j$. Cette même hypothèse implique également la relation :

$$L_{11,1} = L_{22,2} = L_{33,3} \quad (3.10)$$

Les échelles de longueur intégrales Eulériennes longitudinale L_f et transversale L_g sont respectivement :

$$L_f = \frac{1}{3} L_{ii,i} = \frac{1}{3} \int_0^\infty R_{ii}^e(r e_i, t) dr \quad (3.11)$$

$$L_g = \frac{1}{6} \sum_j^{j \neq i} L_{ii,j} = \frac{1}{6} \sum_j^{j \neq i} \int_0^\infty R_{ii}^e(r e_j, t) dr \quad (3.12)$$

En THI, la relation de Howarth & Karman [36] permet de relier ces deux échelles de longueur :

$$L_f = 2L_g \quad (3.13)$$

Définissons maintenant une vitesse turbulente caractéristique u'_t :

$$u'_t = \sqrt{\frac{2}{3} k_T} \quad (3.14)$$

L'échelle temporelle Eulérienne intégrale τ_e , plus communément appelée temps de retournement des tourbillons, est alors estimée par :

$$\tau_e = \frac{L_f}{u'_t} \quad (3.15)$$

Dans le cas où la connaissance des corrélations spatiales est délicate, on peut également estimer une macro-échelle Eulérienne L_t en posant :

$$L_t = \frac{k_T^{3/2}}{\varepsilon_T} \quad (3.16)$$

3.2 Simulation numérique directe du fluide

et une échelle temporelle correspondante τ_t :

$$\tau_t = \frac{k_T}{\varepsilon_T} \quad (3.17)$$

Toutes ces grandeurs précédemment définies caractérisent les plus grandes structures tourbillonnaires de l'écoulement. Les plus petites structures de l'écoulement, les structures dissipatives, sont elles caractérisées par les échelles de Kolmogorov η_k (échelle spatiale) et τ_k (échelle temporelle) :

$$\eta_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_T} \right)^{1/4} \quad (3.18)$$

$$\tau_k = \left(\frac{\nu}{\varepsilon_T} \right)^{1/2} \quad (3.19)$$

Enfin, nous pouvons également introduire la micro-échelle de Taylor λ que l'on qualifie parfois "d'échelle de dissipation" car reliée au taux de dissipation turbulente en THI :

$$\lambda = \sqrt{\frac{15 \nu u_t'^2}{\varepsilon_T}} \quad (3.20)$$

A partir des ces échelles caractéristiques, il est possible de former différents nombre de Reynolds turbulents :

- Re_t , basé sur une échelle de longueur intégrale, qui caractérise le taux de turbulence,

$$Re_t = \frac{u_t' L_t}{\nu} \quad (3.21)$$

$$(3.22)$$

- Re_λ , basé sur la micro-échelle de Taylor, qui quantifie la séparation des échelles entre les grosses structures porteuses d'énergie et les petites structures dissipatives,

$$Re_\lambda = \frac{u_t' \lambda}{\nu} \quad (3.23)$$

Facteurs de dissymétrie et d'aplatissement

Les facteurs de dissymétrie S_k et d'aplatissement T_k permettent de quantifier l'écart à la situation gaussienne des gradients de fluctuations de vitesse. Ils sont définis comme suit :

$$S_k = \frac{1}{3} \frac{\left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^3 \right\rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle^{3/2}} \quad (3.24)$$

$$T_k = \frac{1}{3} \frac{\left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^4 \right\rangle}{\left\langle \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle^2} \quad (3.25)$$

Diverses études expérimentales (voir Mills *et al.* [56] par exemple) ont montré que ces facteurs devaient valoir entre -0.5 et -0.4 pour S_k et 3.3 à 4 pour T_k pour caractériser une turbulence développée.

3.2.2 Choix du spectre initial de turbulence

Le spectre d'énergie $E(K)$ peut être principalement caractérisé par deux nombres d'onde :

- K_e lié aux échelles les plus énergétiques ($l_e = 2\pi/K_e$), dépendant des conditions de production de la turbulence,
- K_d lié aux échelles dissipatives ($l_d = 2\pi/K_d$), fonction de la viscosité du fluide et du taux de dissipation.

Entre ces deux nombres d'onde se situe la zone inertielle où s'effectue le transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles de la turbulence. Le rapport K_d/K_e permet de caractériser la dynamique de l'écoulement dans le sens où il détermine la taille de cette zone inertielle. Plus K_d/K_e est grand, plus la zone inertielle est importante. Notons également que l_e est une bonne estimation des échelles intégrales de longueur alors que l_d est environ d'un ordre de grandeur supérieur à η_k , l'échelle de longueur de Kolmogorov.

3.2 Simulation numérique directe du fluide

Deux spectres de turbulence sont disponibles pour initialiser le champ fluide dans NT-MIX3D, le spectre de Passot-Pouquet et celui de Von Karman rectifié par Pao (voir Boughanem & Trouvé [13] pour une analyse comparative de ces deux spectres dans l'optique de la simulation numérique directe).

Le spectre de Passot-Pouquet [60] à la forme suivante en notation non dimensionnelle :

$$E^*(K^*) = \frac{16 u_t'^2}{K_e^*} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{K^*}{K_e^*}\right)^4 \exp\left[-2\left(\frac{K^*}{K_e^*}\right)^2\right] \quad (3.26)$$

$E^*(K^*)$ a une forme symétrique par rapport à K_e^* et concentre l'essentiel de l'énergie sur les nombres d'onde voisins de K_e^* . Le spectre de dissipation $D^*(K^*)$ est sensiblement le même que le spectre d'énergie $E^*(K^*)$ initialement, ce qui signifie qu'il n'y a quasiment pas de zone inertielle (voir figures 3.1). Les petites échelles sont donc peu présentes initialement et se développent dans les premiers temps du calcul.

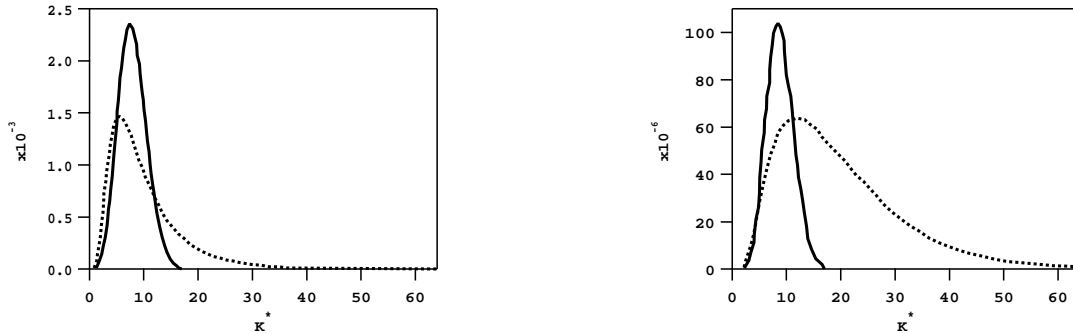


FIG. 3.1: Comparaison des spectres de Passot-Pouquet (—) et de Von Karman rectifié par Pao (.....). A gauche : spectres d'énergie cinétique turbulente ; à droite : spectres de taux de dissipation turbulente. Cette comparaison tirée de Boughanem & Trouvé [13] est effectuée en fixant l'énergie cinétique turbulente, l'échelle intégrale de longueur et le nombre de Reynolds turbulent.

Le spectre de Von Karman [33] est défini par :

$$E^*(K^*) = \frac{3 u_t'^5}{2 \epsilon^*} \frac{\left(\frac{K^*}{K_e^*}\right)^4}{\left[1 + \left(\frac{K^*}{K_e^*}\right)^2\right]^{17/6}} \exp\left[-\frac{9}{4}\left(\frac{K^*}{K_d^*}\right)^{4/3}\right] \quad (3.27)$$

Ce spectre permet de décrire à la fois les grandes et les petites échelles de la turbulence. Lorsque la dynamique est suffisante ($K_d^*/K_e^* > 2$), il y a apparition d'une zone inertielle et $E^*(K^*)$ n'est plus symétrique car l'énergie accordée aux petites échelles n'est plus négligeable. Il faut toutefois signaler que cette zone inertielle devient conséquente seulement pour $K_d^*/K_e^* > 50$ environ. D'un point de vue numérique, obtenir une large zone inertielle signifie obligatoirement une grande gamme d'échelles à simuler et donc un maillage important. De plus, le fait d'accorder plus d'énergie aux petites échelles que le Passot-Pouquet implique également un raffinement du maillage. En résumé, le spectre de Von Karman offre donc un comportement plus "physique" que celui de Passot-Pouquet pour des fortes dynamiques mais présente en contre-partie un coût numérique plus élevé. Pour une faible dynamique par contre, le spectre de Passot-Pouquet est considéré comme plus satisfaisant.

Dans le cadre de cette étude, notre choix s'est porté sur le spectre de Passot-Pouquet, malgré ses quelques défauts conceptuels. En effet, comme nous le verrons par la suite, les critères draconiens que nous nous imposons sur la résolution des petites échelles nous imposent d'emblée un maillage très fin. L'utilisation du Von Karman signifierait donc un maillage encore plus raffiné pour capter toute l'énergie des petites structures. Sachant qu'il faut également une forte dynamique (donc plus de points de maillage) pour que le Von Karman soit "compétitif", l'investissement numérique deviendrait vite rédhibitoire. Ce choix étant fait, il reste à s'assurer que les résultats de cette étude ne sont pas faussés par l'utilisation de ce spectre "moins réaliste". Etant donné que l'interaction entre les particules et la turbulence se produit en grande partie à petite échelle, là où les deux spectres diffèrent le plus, on peut légitimement s'interroger sur l'influence du spectre initial sur, par exemple, les termes de couplage pour l'énergie cinétique turbulente ou le taux de dissipation turbulente. Nous avons donc effectué deux simulations distinctes en prenant la même répartition de particules (mêmes positions, mêmes vitesses) dans les deux cas, mais en utilisant dans un cas un spectre de Passot-Pouquet et dans l'autre cas un spectre de Von Karman. La comparaison a été faite en fixant pour les deux cas l'énergie ciné-

3.2 Simulation numérique directe du fluide

tique turbulente, l'échelle intégrale de longueur et le nombre de Reynolds turbulent. Ce test ne sera pas présenté ici car aucune différence notable n'a été constaté, nous confortant ainsi dans notre choix. Notons toutefois que le résultat de ce test ne signifie pas que les particules se comportent de la même façon, quel que soit le spectre de turbulence, pour peu que l'on choisisse la même énergie cinétique turbulente, la même échelle intégrale de longueur et le même nombre de Reynolds turbulent. Les différences sont minimales car, dans notre configuration, la forte vitesse de glissement initiale entre les deux phases empêche les particules de vraiment interagir avec la turbulence à petite échelle dans les premiers temps du calcul. Par la suite, lorsque cette vitesse de glissement devient plus faible, le spectre de Passot-Pouquet a eu le temps d'évoluer et de développer ses petites échelles. Dans une configuration sans vitesse de glissement où les particules ont tout le temps d'interagir avec les petites structures turbulentes, cette conclusion serait sans nul doute différente.

3.3 Simulation de la phase dispersée

Le traitement numérique de la phase continue ayant fait l'objet des paragraphes précédents, il nous reste maintenant à présenter la simulation de la phase dispersée. La notion de champ "vu" localement non perturbé, inhérente à la méthode Lagrangienne utilisée, est évoquée dans un premier temps. La méthode point-force employée dans NTMIX3D et les problèmes liés à la prise en compte du couplage inverse sont ensuite abordés.

3.3.1 Champ fluide "vu" localement non perturbé

La phase dispersée est traitée suivant une approche Lagrangienne en résolvant à chaque pas de temps et pour chaque particule les équations de la dynamique 2.12. L'avancement en temps est effectué avec la même méthode de Runge-Kutta d'ordre 3 que pour la phase continue. Ces équations sont rappelées ici pour mémoire :

$$\frac{dx_{p,i}}{dt} = u_{p,i} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{du_{p,i}}{dt} &= \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{C_D}{d_p} \|\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}_p\| (\tilde{u}_i - u_{p,i}) \\ &= \frac{(\tilde{u}_i - u_{p,i})}{\tau_p} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Rappelons également que ces équations ont été établies dans le cadre modèle d'une particule isolée placée dans un champ fluide infini. Pour un écoulement contenant N_p particules, cela signifie que la vitesse \tilde{u}_i qui apparaît ici correspond à la vitesse du fluide à la position de la particule, localement non perturbée par cette particule. Par contre, cette vitesse doit bien incorporer les perturbations émises par toutes les $N_p - 1$ autres particules.

Cette notion de champ fluide "vu" non perturbé est primordiale car elle intervient dans toutes les équations des moments statistiques de la phase dispersée. Dans le cas d'écoulements avec couplage inverse, le champ de vitesse du fluide "vu" apparaît également dans les expressions des termes de couplage pour la phase continue. Autrement dit, une bonne estimation de ces

3.3 Simulation de la phase dispersée

champs "vus" est indispensable sous peine de biaiser l'évaluation de la force de traînée et, par conséquent, tous les résultats.

D'un point de vue numérique pratique, deux problèmes se posent : premièrement, comment calculer ce champ fluide non perturbé par la particule considérée et, deuxièmement, comment correctement interpoler ce champ fluide à la position de la particule. Concernant le premier point, une solution consisterait à résoudre le champ fluide influencé par toutes les particules puis à lui soustraire la perturbation locale créée par la particule (voir Boivin *et al.* [11]). D'après Saffman [66], cette perturbation, la Stokeslet, peut se mettre sous la forme (paragraphe 2.2.2) :

$$\frac{3d_p}{8\mathbf{r}} \left[v_{r,i} + v_{r,j} \frac{r_i r_j}{\mathbf{r}^2} \right] \quad (3.30)$$

L'erreur Δu_i commise en approximant \tilde{u}_i , la vitesse non perturbée, par u_i , la vitesse perturbée, est donc :

$$\Delta u_i = u_i - \tilde{u}_i = \frac{3d_p}{8\mathbf{r}} \left[v_{r,i} + v_{r,j} \frac{r_i r_j}{\mathbf{r}^2} \right] \quad (3.31)$$

Autrement dit, l'erreur moyenne commise est de l'ordre de grandeur de $\mathbf{O}(d_p/\Delta x)$. En se remémorant d'une part les contraintes liées à l'approche Lagrangienne utilisée ($d_p \leq \eta_k$) et d'autre part celles liées à la résolution du champ fluide turbulent ($\Delta x \simeq \eta_k$), on peut donc en déduire que, dans le cadre de notre étude, cette erreur est somme toute acceptable. Notons également que dans le cas d'écoulements dilués, sans couplage inverse, cette question ne se pose plus puisque le champ de vitesse u_i est bien par définition le champ de vitesse non perturbé par la particule. Un autre aspect intervenant dans cette discussion concerne le nombre de particules simulées. Il est évident que plus il y aura de particules, plus la perturbation liée à une seule particule sera noyée et négligeable comparée à toutes les autres. En combinant donc une densité importante de particules et une taille de particule faible devant la taille des mailles de calcul, on pourra donc considérer que l'approximation $u_i \simeq \tilde{u}_i$ est correcte.

Le deuxième point soulevé concernait la façon d'interpoler la vitesse du fluide à l'emplacement de la particule. Cette étape est délicate car elle peut elle aussi influencer sensiblement sur les

résultats. Ainsi, prenons l'exemple d'une répartition homogène de particules avec une particule par maille en moyenne. En utilisant un système de projection-interpolation linéaire, cela signifie que, en moyenne, le champ de vitesse fluide calculé à chaque nœud du maillage incorpore la perturbation de vitesse créée par huit particules. En retour, la vitesse du fluide interpolée à l'emplacement d'une particule comprend donc 1/8ème de la perturbation créée par cette même particule. Boivin *et al.* [11] précisent cependant que pour des méthodes d'interpolation plus complexes et d'ordre plus élevé, l'effet de cette perturbation de la particule sur elle-même peut être fortement réduit. Dans cette étude, nous utilisons une méthode polynomiale de Lagrange du troisième degré qui fait intervenir les valeurs aux 4^3 nœuds entourant la particule considérée. Cette méthode présente en effet un excellent compromis coût/précision et a déjà été éprouvée dans différentes études (Balachandar & Maxey [4], Boivin [10], Yeung & Pope [89]).

3.3.2 Approximation point-force et méthode P.S.I.C.

Pour prendre en compte l'effet des particules sur le champ fluide (couplage inverse), nous avons introduit au chapitre 2 l'approximation point-force. Pour des particules de diamètre très petit devant les échelles de Kolmogorov et la taille de la maille, l'approximation point-force consiste à considérer l'effet de la particule sur l'écoulement fluide comme une force ponctuelle localisée au centre de la particule :

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \Pi_{u_i} \quad (3.32)$$

avec :

$$\Pi_{u_i} = - \sum_{n=1}^{N_p} F_{p,i}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_p^n) \quad (3.33)$$

et $F_{p,i}^n$ la force appliquée par le fluide sur la particule n . Dans notre cas d'étude où seule la force de traînée est prise en compte :

$$F_{p,i}^n = -m_p \frac{u_{r,i}^n}{\tau_p^n} \quad (3.34)$$

3.3 Simulation de la phase dispersée

Dans cette expression, on peut s'apercevoir que le terme de couplage dû aux particules est uniquement défini à la position des particules. Or, ces particules peuvent être situées n'importe où dans le domaine de calcul et pas seulement sur les nœuds du maillage Eulérien du fluide. Pour répartir l'effet de ce terme de couplage sur le maillage, nous allons donc devoir définir un schéma de projection. Les méthodes les plus couramment utilisées sont des méthodes de type Particle Source In Cell (P.S.I.C.) développées initialement par Crowe *et al.* [18]. Ce type de méthode consiste à répartir l'intégralité du terme source dû à une particule dans la maille entourant cette particule, autrement dit, sur les huit nœuds du maillage entourant la particule. Cette projection doit prendre en compte l'idée instinctive selon laquelle une particule située près d'un nœud doit *a priori* influencer plus fortement ce nœud que les sept autres. Pour cela, diverses pondérations basées sur les distances entre la particule et les nœuds l'entourant sont proposées par différents auteurs (Elghobashi & Truesdell [23], Truesdell [87]). Dans cette étude, nous avons retenu le système de pondérations défini par Truesdell [87] et repris par Squires & Eaton [79] entre autres.

Comme l'ont déjà mentionné Boivin *et al.* [12], toute méthode de projection utilisée dans le cadre de l'approximation P.S.I.C. peut être vue comme une opération de filtrage que l'on peut écrire pour une quelconque variable ϕ comme :

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_{\Delta} \phi(\mathbf{x}', t) H_{\Delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') d\mathbf{x} \quad (3.35)$$

où H_{Δ} est un filtre spatial passe-bas tridimensionnel de largeur caractéristique de l'ordre de la taille de la maille. Dans notre cas, cette opérateur de projection s'écrit [87] :

$$H_{\Delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \begin{cases} \prod_{i=1}^3 (1 - \zeta_i) & \text{si } (x_i - x'_i) < \Delta x_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.36)$$

avec Δx_i la taille de la maille dans la direction i et $\zeta_i = |x_i - x'_i| / \Delta x_i$.

Le terme de couplage filtré apparaissant dans l'équation de Navier-Stokes (éq. 3.33) peut

alors être exprimé comme :

$$\hat{\Pi}_{u_i} = \frac{1}{\delta V} \sum_{n_{p,c}} \beta_{p,c} m_p \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \quad (3.37)$$

où δV est le volume de la maille et $n_{p,c}$ est le nombre de particules situées dans les huit mailles adjacentes au nœud du maillage considéré. $\beta_{p,c}$ est le facteur de pondération issu du filtrage (équ. 3.36), basé sur la distance entre la particule et les huit nœuds du maillage l'entourant.

Le filtrage du terme de couplage diphasique de l'équation de quantité de mouvement implique que le champ de vitesse u_i calculé dans nos simulations est en fait un champ de vitesse filtré \hat{u}_i par rapport aux perturbations induites par la présence de la particule à une échelle typiquement de l'ordre de la taille de la maille de calcul. Pour prendre en compte formellement ce filtrage, il faudrait donc réécrire les équations de Navier-Stokes filtrées, ce qui mènerait inévitablement à l'apparition d'un terme supplémentaire de contrainte de sous-maille dans l'équation de quantité de mouvement. Ce terme sera négligé dans ce travail comme cela est toujours fait en "DNS". Par extension, il s'ensuit que toutes les grandeurs turbulentes du champ fluide calculées à partir de nos simulations sont également des grandeurs filtrées. Ainsi, ce n'est pas directement l'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation turbulente ε que nous mesurons mais bien des grandeurs filtrées $\hat{k} = \frac{1}{2} \langle \hat{u}'_i \hat{u}'_i \rangle$ et $\hat{\varepsilon} = 2\nu \langle \hat{s}'_{ij} \hat{s}'_{ij} \rangle$. En reprenant les notations introduites dans le paragraphe 2.4.1, il apparaît que ces grandeurs ne sont en fait rien d'autre que l'énergie cinétique turbulente k_T et le taux de dissipation ε_T , c'est-à-dire ce que nous avons appelé l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation turbulente "à grande échelle". Les quantités k_w , l'énergie cinétique turbulente de sillage, et ε_w , le taux de dissipation turbulente de sillage, caractérisées par des échelles de longueur bien inférieures à celles de la maille, sont donc totalement filtrées par la méthode de projection utilisée. Nous reviendrons sur ces notions dans les paragraphes 5.2.1 et 5.2.2 dédiés à l'étude des couplages entre phases.

3.4 Calcul parallèle

Nous venons de définir dans le paragraphe précédent de quelle manière l'action des particules allait être répercutée sur le champ fluide. L'implémentation numérique de ce couplage inverse n'est cependant pas sans poser certains problèmes, notamment à cause de la nature parallèle du code NTMIX3D. Dans ce qui suit, nous revenons brièvement sur la notion de calcul parallèle pour bien cibler la problématique que pose cette "parallélisation du couplage inverse". La méthode implémentée dans NTMIX3D est ensuite présentée et, enfin, quelques cas de validation sont proposés.

Le calcul parallèle consiste à faire exécuter simultanément plusieurs opérations par plusieurs processeurs, plutôt que de les exécuter l'une après l'autre, ceci dans le but de réduire les temps de calcul. La difficulté d'une telle méthode est que les différents processeurs travaillent en général sur les mêmes données ce qui implique une coopération et une communication entre ces processeurs. Les processus de synchronisation et de communication entre processeurs durant le calcul sont alors assurés par un protocole de passage de messages tel que *PVM* (Parallel Virtual Machine) ou *MPI* (Message Passing Interface).

3.4.1 Méthode de décomposition de domaine

Il existe principalement deux méthodes de calcul parallèle pour les écoulements diphasiques. La première méthode consiste à coupler deux codes de calcul, un pour la phase continue, un pour la phase dispersée en affectant éventuellement plusieurs processeurs pour chacune de ces deux tâches. Les communications entre processeurs concernent alors essentiellement le calcul des termes sources diphasiques puisque la phase dispersée doit connaître la vitesse du fluide à l'emplacement de la particule pour calculer l'accélération des particules et que le fluide doit en retour connaître la vitesse des particules pour calculer le terme source.

La deuxième méthode, utilisée dans cette étude, est la méthode de décomposition de domaine (voir figure 3.2) : le domaine de calcul est divisé en plusieurs sous-domaines et chaque processeur calcule l'écoulement sur son propre sous-domaine. Un échange de données entre processeurs est alors nécessaire pour calculer les termes aux interfaces de chacun des sous-domaines.

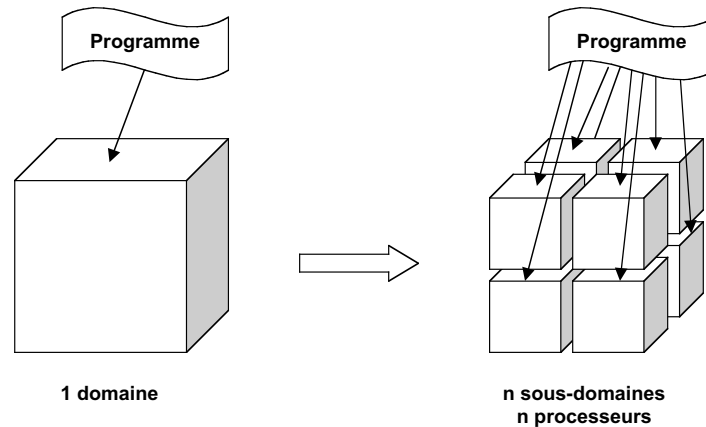


FIG. 3.2: Méthode de décomposition en sous-domaines.

3.4.2 Parallélisation du couplage inverse

Le domaine de calcul est donc divisé en n_{procx} processeurs dans la direction x , n_{procy} processeurs dans la direction y et n_{procz} processeurs dans la direction z . Chaque processeur gère donc un sous-domaine (le "sous-domaine fluide") de $N^3 / (n_{procx} \times n_{procy} \times n_{procz})$ points de maillage avec N le nombre total de points de maillage dans chaque direction. Un processeur a accès (en lecture et écriture) à toutes les variables calculées sur les points de maillage compris dans son sous-domaine. Un système de recouvrement de domaine par passage de messages permet à ce processeur de connaître les variables calculées sur les nœuds les plus proches entourant son sous-domaine (et "appartenant" donc à un autre processeur) pour calculer notamment les termes de dérivées spatiales. Le "sous-domaine particules" d'un processeur est différent du

3.4 Calcul parallèle

"sous-domaine fluide" car une particule peut bien évidemment être située n'importe où et pas seulement sur les points du maillage. En particulier, une particule peut être située dans les mailles qui séparent deux "sous-domaines fluides". Dans ce cas, la particule n'appartient donc *a priori* à aucun processeur. Pour éviter ce problème, chaque "sous-domaine fluide" est prolongé d'une longueur Δx (longueur d'une maille) dans la direction *est*, de Δy dans la direction *nord* et de Δz dans la direction *haut* pour obtenir le "sous-domaine particules" (voir figure 3.3).

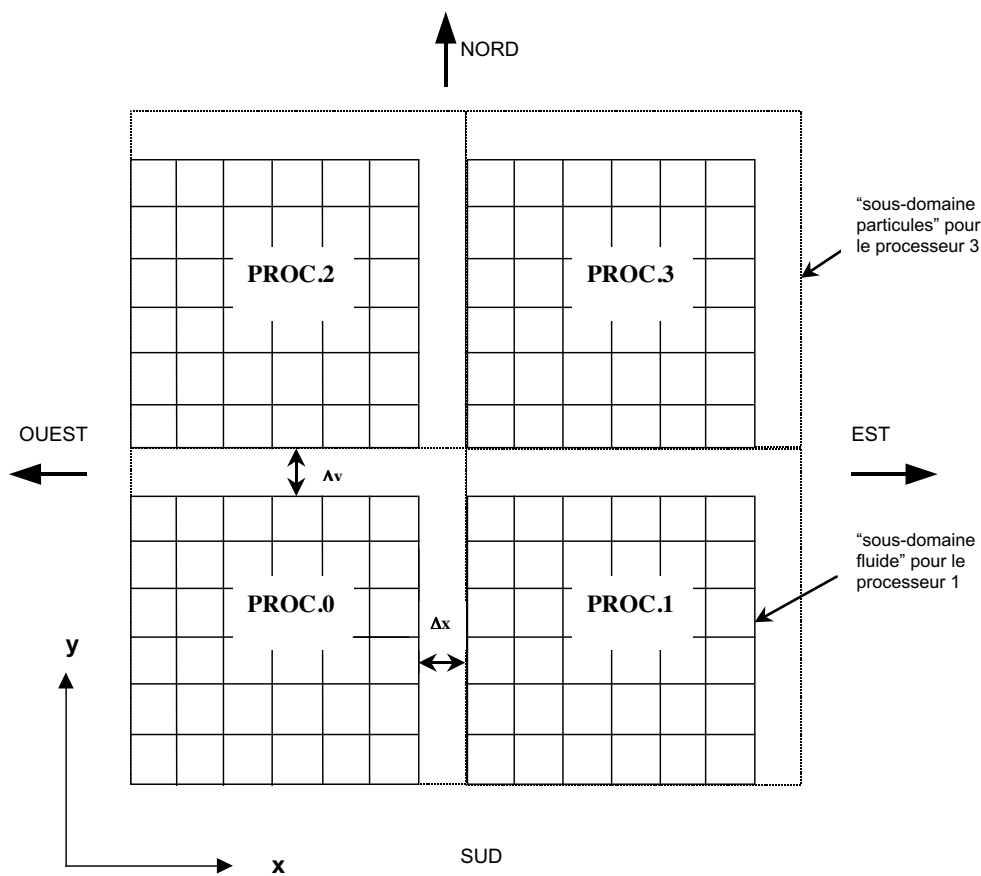


FIG. 3.3: "Sous-domaines fluides" et "particules" (représentation 2D).

L'implémentation du couplage inverse dans un code de calcul parallèle nécessite un traitement particulier pour chaque particule selon son positionnement dans le domaine de calcul. La principale difficulté est de distribuer correctement les termes de couplage diphasique sur

chacun des nœuds du maillage dans le cas d'une particule localisée entre deux (ou plusieurs) "sous-domaines fluides". En effet, nous avons vu que chaque terme source doit être partagé entre les huit nœuds entourant la particule considérée. Dans le cas d'une particule telle que la

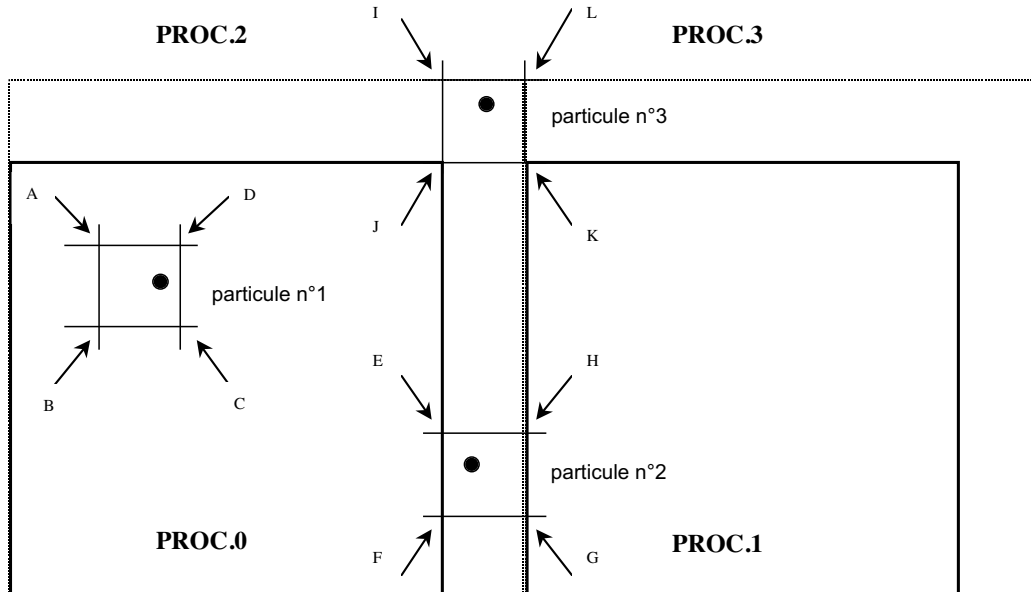


FIG. 3.4: Implémentation numérique du couplage inverse en calcul parallèle (représentation 2D).

particule n°1 de la figure 3.4, cela ne pose aucun problème car les nœuds en question appartiennent au même processeur dont dépend la particule. Par contre, dans le cas de la particule n°2, le terme de couplage doit être réparti entre des nœuds appartenant à deux processeurs différents et dans le cas de la particule n°3, quatre processeurs sont concernés. Ainsi, dans le cas le plus défavorable et pour un domaine tridimensionnel, un terme source peut devoir être partagé entre des nœuds appartenant à huit processeurs distincts. La procédure de distribution des termes sources diphasiques peut donc être schématisée de la manière suivante :

- localisation de la particule,
- détermination des nœuds entourant la particule,
- calcul des termes sources et en particulier des pondérations volumiques $\beta_{p,c}$,

3.4 Calcul parallèle

- ajout des termes sources pour les nœuds appartenant au même processeur que la particule considérée,
- si la particule est située entre deux ou plusieurs "sous-domaines fluides" :
 - transferts d'informations entre les processeurs concernés,
 - ajout des termes sources pour les nœuds appartenant à des processeurs différents du processeur d'origine de la particule.

3.4.3 Validation du couplage inverse

Deux cas tests ont été développés afin de valider l'implémentation numérique du couplage inverse dynamique. Il ne s'agit pas ici de tester la méthode de projection des termes sources sur le maillage eulérien (cela a déjà été fait dans diverses études antérieures comme celle de Boivin [10]) mais uniquement de s'assurer que les transferts de quantité de mouvement entre les particules et le fluide se font correctement et que l'aspect "parallèle" du codage du couplage inverse est correctement pris en compte.

Nous cherchons à vérifier tout d'abord la conservation de la quantité de mouvement du système gaz + particules. La deuxième étape est de s'assurer que la répartition de cette quantité de mouvement sur le maillage eulérien est bien correcte, notamment aux frontières des processeurs. Le premier cas test concerne la mise en vitesse d'un fluide initialement au repos par des particules et le second la déflexion de particules par un écoulement transverse.

Mise en vitesse du fluide par des particules

Ce premier cas test consiste à placer un réseau de particules animées d'une vitesse initiale dans un fluide au repos. Le domaine de calcul (64x64x64 points de maillage) est divisé en 27 processeurs. Une particule de diamètre $d_p^* = 0.01$ et de masse volumique $\rho_p^* = 700$ est placée au centre de chaque maille avec une vitesse initiale dans la direction x , $u_{p0}^* = 0.1$ (figure 3.5).

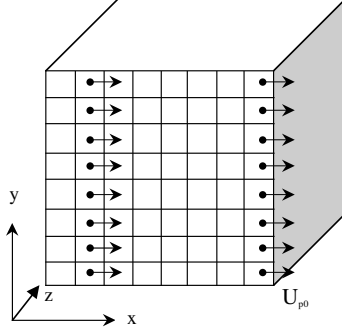


FIG. 3.5: Validation du couplage inverse dynamique, cas test 1.

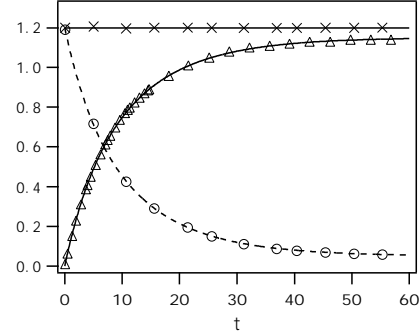


FIG. 3.6: Cas test 1, quantité de mouvement du fluide (— simulation, \triangle analytique) et des particules (--- simulation, \circ analytique). Conservation de la quantité de mouvement totale — \times —

L'intérêt de ce test est qu'il existe une solution analytique approchée. Le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} \frac{du^*}{dt^*} &= -\frac{1}{(\Delta x^*)^3} \frac{m_p^* u^* - u_p^*}{\tau_p^*} \\ \frac{du_p^*}{dt^*} &= \frac{u^* - u_p^*}{\tau_p^*} \end{aligned}$$

En supposant en première approximation que le nombre de Reynolds particulaire Re_p est constant, la solution analytique de ce système est :

$$\begin{aligned} u^* &= u_{p0}^* \frac{m_p^*}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right] \\ u_p^* &= u_{p0}^* \frac{1}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3 \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right] \end{aligned}$$

La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$n_p m_p^* u_p^* + \rho^* u^* V_b^* = \text{constante} = n_p m_p^* u_{p0}^*$$

avec V_b^* le volume total adimensionnel du domaine de calcul.

3.4 Calcul parallèle

La conservation de la quantité de mouvement totale au cours du temps est bien respectée comme le montre la figure 3.6. Les vitesses du fluide et des particules mesurées dans la simulation sont en très bon accord avec leur solution théorique respective.

Déflexion de particules par un écoulement transverse

Le cas test 2 reprend le même principe mais cette fois le problème est bidimensionnel. Les particules ont une vitesse initiale dans la direction y , $v_{p0}^* = -0.05$, alors que l'écoulement fluide est dirigé dans la direction x avec une vitesse $u_0^* = -0.1$ (figure 3.7). Il est à noter que ce test n'est pas redondant du premier car NTMIX3D traite indépendamment les 3 directions de l'espace.

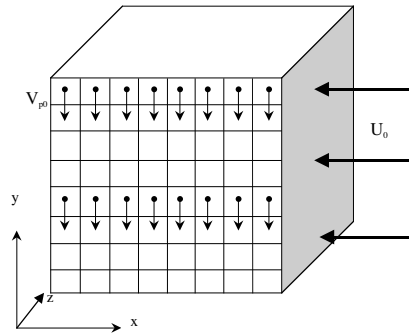


FIG. 3.7: Validation du couplage inverse dynamique, cas test 2.

Le système d'équations à résoudre est similaire au cas précédent. En fixant une nouvelle fois le Reynolds particulaire, on obtient les solutions analytiques suivantes :

$$\begin{aligned}
 u^* &= u_{p0}^* \frac{1}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[\rho^* (\Delta x^*)^3 + m_p^* \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right] \\
 u_p^* &= u_{p0}^* \frac{\rho^* (\Delta x^*)^3}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.38}$$

$$v^* = v_{p0}^* \frac{m_p^*}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[1 - \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right]$$

$$v_p^* = v_{p0}^* \frac{1}{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3} \left[m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3 \exp \left(-\frac{1}{\tau_p^*} \left(\frac{m_p^* + \rho^* (\Delta x^*)^3}{\rho^* (\Delta x^*)^3} \right) t^* \right) \right]$$

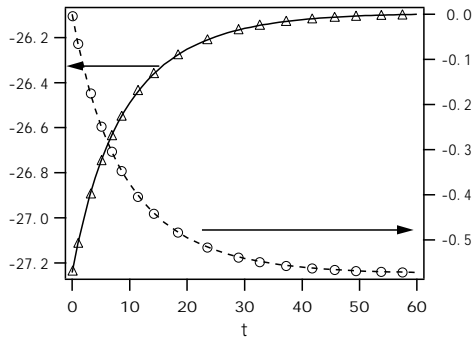


FIG. 3.8: Cas test 2, quantité de mouvement du fluide : dans la direction x (— simulation, Δ analytique) et dans la direction y (--- simulation, \circ analytique).

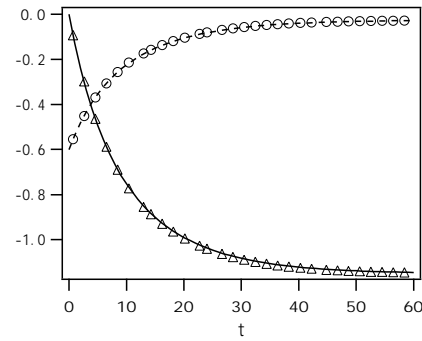


FIG. 3.9: Cas test 2, quantité de mouvement des particules : dans la direction x (— simulation, Δ analytique) et dans la direction y (--- simulation, \circ analytique).

Comme pour le cas test 1, l'adéquation entre les résultats de simulation et les résultats analytiques est très satisfaisante (figures 3.8 et 3.9).

3.5 Initialisation et validation de la turbulence fluide

3.5.1 Caractéristiques de la turbulence retenue

Comme cela a été justifié dans le paragraphe 3.2.2, le champ turbulent fluide a été initialisé à l'aide d'un spectre de Passot-Pouquet avec les paramètres d'entrée suivants : $u_t'^* = 0.02$, $\varepsilon^* = 1.10^{-5}$, $Re_{ac} = 5500$, $L_e^* = 1.$, $L_d^* = 0.42$. Les principales caractéristiques du champ turbulent initial sont résumées dans le tableau 3.2, en grandeurs dimensionnelles et adimensionnelles. Les grandeurs de référence utilisées pour l'adimensionnement sont données dans le tableau 3.3.

	Valeurs adimensionnelles	Valeurs dimensionnelles
Energie cinétique turbulente k	6.10^{-4}	$120 \text{ m}^2 .\text{s}^{-2}$
Vitesse turbulente u_t'	0.02	$9 \text{ m} .\text{s}^{-1}$
Echelle intégrale Eulérienne longitudinale L_f	0.40	0.192 mm
Macro-échelle Eulérienne L_t	0.74	0.356 mm
Echelle temporelle Eulérienne intégrale τ_e	20.	$21.3 \mu\text{s}$
Macro-échelle Eulérienne temporelle τ_t	55.72	$59.4 \mu\text{s}$
Echelle de longueur de Kolmogorov η_k	$2.73 \cdot 10^{-2}$	0.013 mm
Echelle de temps de Kolmogorov τ_k	4.11	$4.4 \mu\text{s}$
Reynolds turbulent Re_t	81.7	
Reynolds basé sur la micro-échelle de Taylor Re_λ	35.0	

TAB. 3.2: Caractéristiques de la turbulence initiale du fluide.

L_{ref}	0.48 mm
c	449 m.s^{-1}
p_{ref}	$= \gamma p_{\infty} = 1.4 \text{ bar}$
T_{ref}	$= (\gamma - 1) T_{\infty} = 200 \text{ K}$
ρ_{ref}	0.70 kg.m^3

TAB. 3.3: Variables de référence utilisées pour l'adimensionnement.

Toutes les configurations étudiées dans ce travail ont été initialisées avec ce même champ turbulent, l'étude paramétrique portant uniquement sur les grandeurs liées aux particules.

Note importante

Par la suite, toutes les grandeurs citées dans ce mémoire seront les grandeurs adimensionnelles issues directement de nos simulations. Par souci de simplification des notations, les symboles "*" marquant l'adimensionnement ne seront donc plus mentionnés.

3.5.2 Critères numériques

Considérons un domaine de calcul cubique, de longueur L_b avec un maillage régulier constitué de N^3 points. La taille de la maille est donc $\Delta x = L_b/(N - 1)$. Suivant Boughanem & Trouvé [13], les critères liés à une bonne résolution de la turbulence sont de deux types :

- critère de type échantillonnage :
le domaine de calcul doit contenir au minimum 8 échelles intégrales longitudinales L_f de manière à s'assurer de la décorrélation des champs sur la longueur du domaine de calcul L_b . Cette condition garantit un échantillon statistique représentatif.
- critère de type résolution :
la taille de la maille Δx doit être inférieure à deux échelles de Kolmogorov η_k pour ré-

3.5 Initialisation et validation de la turbulence fluide

soudre correctement les petites échelles, ceci afin d'éviter une accumulation d'énergie dans les plus petites structures résolues, source d'instabilités numériques.

En cumulant ces deux conditions, on peut déterminer le nombre de Reynolds turbulent maximum susceptible d'être résolu par simulation numérique directe :

$$Re_{max} = \left(\frac{L_f}{\eta_k} \right)^{4/3} = \left(\frac{N}{4} \right)^{4/3} \quad (3.39)$$

Sachant que toutes nos simulations seront effectuées sur 128^3 points de maillage, nous obtenons donc $Re_{max} \simeq 102$.

Pour ce qui est du critère de type résolution, nous pouvons également citer l'étude de Yeung & Pope [89] qui précise qu'une bonne résolution des échelles dissipatives s'obtient en s'assurant que $K_{max} \eta_k \geq 1$, avec K_{max} le nombre d'onde maximum résolu. Ce critère est moins restrictif que celui énoncé par Boughanem & Trouvé puisqu'il équivaut à $\Delta x \leq \pi \eta_k$. Angilella [3], qui a effectué des calculs avec le même code NTMIX3D, précise qu'avec $K_{max} \eta_k \geq 1.2$ l'équation de transport d'énergie cinétique turbulente est fermée avec une erreur relative inférieure à 1%. Enfin, Balachandar & Maxey [4] estiment que pour des quantités d'ordre élevé comme la dissipation, un critère $K_{max} \eta_k \geq 1.5$ est nécessaire.

Ces critères appliqués à nos simulations sont présentés dans le tableau 3.4.

Nombre de mailles N^3	128^3
Taille du domaine de calcul L_b^3	$2\pi^3$
Taille d'une maille Δx^3	0.049^3
Coefficient L_b/L_f	15.7
Coefficient $\Delta x/\eta_k$	1.80
	$(K_{max} \eta_k = 1.75)$

TAB. 3.4: Critères numériques (turbulence initiale).

Le critère de type échantillonnage est donc largement respecté initialement. Sachant qu'une des caractéristiques de la décroissance d'une THI est l'augmentation des échelles de longueur, le rapport L_b/L_f va donc diminuer au cours du temps. La marge initiale est toutefois suffisante pour s'assurer que le critère soit respecté tout au long de la simulation. Le critère de type résolution a été étudié de manière plus précise, en se posant tout d'abord la question de savoir ce que signifiait une "bonne résolution". Dans ce travail, l'objectif est de pouvoir calculer indépendamment chacun des termes des équations de transport de quantité de mouvement, d'énergie cinétique turbulente et de taux de dissipation turbulente. Pour s'assurer que ce calcul est correct, l'un des seuls moyens est de vérifier si chacune de ces équations est correctement fermée. De ces trois équations, il est évident que la plus délicate à fermer sera celle pour le taux de dissipation puisque ce sont les phénomènes qui se produisent à la plus petite échelle (le spectre de dissipation $D(K)$ est en $K^2 E(K)$ en THI). Notre critère de "bonne résolution" se basera donc sur la qualité de fermeture de l'équation du taux de dissipation turbulente ε .

En THI sans phase dispersée, les équations de transport pour k et ε se simplifient considérablement :

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} = -\rho \varepsilon \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} = I_\varepsilon - D_\varepsilon \quad (3.41)$$

avec I_ε le terme d'interaction avec la turbulence (production par étirement tourbillonnaire) et D_ε le terme de destruction par viscosité. Les figures 3.10 et 3.11 représentent l'évolution temporelle de ces équations en comparant la variation temporelle $\frac{\partial}{\partial t}$ avec la somme des termes de droite. La fermeture de l'équation de k est parfaitement vérifiée pour $t > 4$ alors que celle de ε est légèrement moins précise, comme on pouvait s'y attendre. Les différences restent malgré tout acceptables. L'évolution du paramètre $K_{max} \eta_k$ correspondant à cette simulation (figure 3.12) montre que les critères de Yeung & Pope ou même de Balachandar & Maxey ne sont pas assez restrictifs. Il est à noter que le choix d'un maillage 128^3 n'a pas été fait de manière fortuite puisque le même test avait précédemment été effectué pour trois autres maillages : 64^3 , 150^3 et

3.5 Initialisation et validation de la turbulence fluide

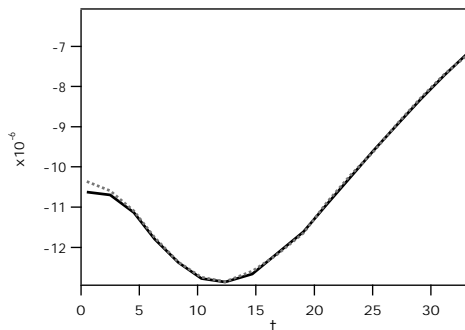


FIG. 3.10: Bilan d'énergie cinétique turbulente k (équation 3.41); — : $\frac{\partial \rho k}{\partial t}$, : $-\rho \epsilon$.

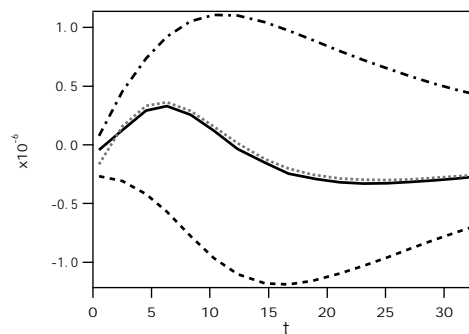


FIG. 3.11: Bilan de taux de dissipation turbulente ϵ (équation 3.41); — : $\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t}$, : $I_\epsilon - D_\epsilon$, --- : D_ϵ , - - - : I_ϵ .

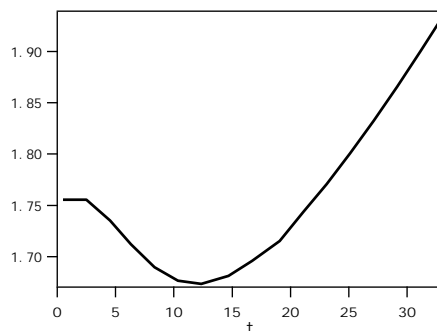


FIG. 3.12: Evolution temporelle du paramètre $K_{max} \eta_k$.

180³. Les figures 3.13 et 3.14 présentent ces tests au temps $t \sim 15$, c'est-à-dire au temps où le rapport $K_{max} \eta_k$ est le plus faible et donc au temps où la fermeture des équations est *a priori* la plus critique. Ces résultats ont été calculés non plus en faisant des moyennes statistiques sur tout le domaine de calcul mais en effectuant des moyennes par plan $[xz]$ comme cela sera fait par la suite pour la configuration de nappe diphasique.

Quelque soit le maillage, l'équation de k est toujours très correctement fermée avec des erreurs relatives moyennes sur le bilan de 5.1%, 2.4%, 2.1% et 2.5% respectivement pour les maillages 64³, 128³, 150³ et 180³. Les différences sont bien sûr beaucoup plus marquées sur le bilan de ϵ avec une erreur relative moyenne de 56.9% pour la maillage 64³ et de 7.9%, 4.2% et

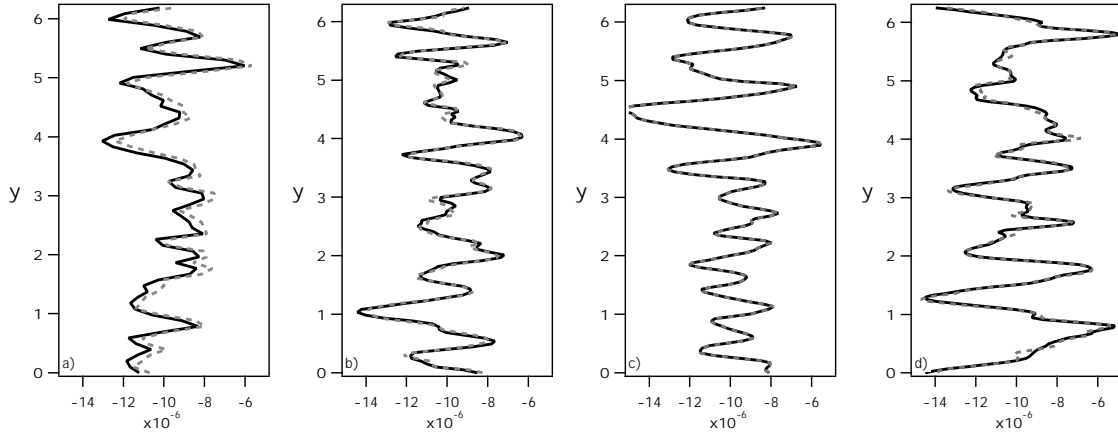


FIG. 3.13: Bilan d'énergie cinétique turbulente k ; — : terme instationnaire+terme advectif, --- : somme des termes de droite ; a) maillage 64^3 , b) maillage 128^3 , c) maillage 150^3 , d) maillage 180^3 .

1.6% pour les maillages 128^3 , 150^3 et 180^3 . Ces écarts sont dus en grande partie à une mauvaise estimation du terme de destruction de dissipation par viscosité dont le spectre en $K^4 E(K)$ est très difficile à capter. Au vu de ces résultats, la configuration en 64^3 a été écartée immédiatement. La configuration en 128^3 a été retenue car elle présentait le meilleur compromis précision/temps de calcul tout en ayant une précision tout à fait acceptable pour nos besoins.

3.5.3 Validation de la turbulence fluide

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques résultats validant le "bon" comportement de la turbulence fluide simulée. En particulier, nous nous attachons à vérifier son caractère isotrope (et donc homogène). Le développement temporel, ou plus précisément la décroissance temporelle de cette turbulence est également brièvement discutée.

Les deux premières figures 3.15 et 3.16 présentent l'évolution temporelle des échelles de longueur intégrales Eulériennes. L'isotropie des échelles $L_{11,1}$, $L_{22,2}$ et $L_{33,3}$ est correctement vérifiée pour $t > 15$ environ. On peut constater que le rapport 0.5 entre les échelles intégrales

3.5 Initialisation et validation de la turbulence fluide

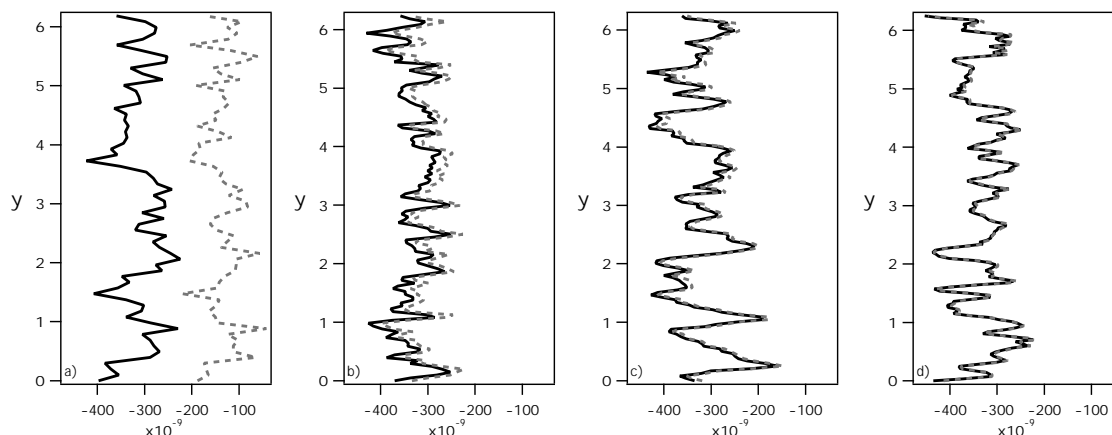


FIG. 3.14: Bilan de taux de dissipation turbulente; — : terme instationnaire+terme advectif, --- : somme des termes de droite ; a) maillage 64^3 , b) maillage 128^3 , c) maillage 150^3 , d) maillage 180^3 .

transversales L_g et longitudinales L_f (éq. 3.13) est confirmé. Les facteurs d'aplatissement T_k et de dissymétrie S_k (figure 3.17) tendent bien vers les valeurs attendues puisque l'on trouve ici $T_k = 3.9$ et $S_k = -0.5$ approximativement. La figure 3.18 permet de s'assurer de la nullité des vitesses moyennes dans chacune des directions de l'espace. Le tracé des composantes du tenseur d'anisotropie $b_{ij} = \frac{\langle u_i' u_j' \rangle - \frac{2}{3} k \delta_{ij}}{\frac{2}{3} k}$ sur la figure 3.19 confirme l'isotropie du champ turbulent.

Enfin, la figure 3.20 présente l'évolution temporelle du nombre de Reynolds turbulent Re_t , évolution caractéristique de la dégénérescence énergétique de la turbulence. Ce résultat typique est la conséquence de la décroissance du montant d'énergie cinétique turbulente (pas de terme de production), et ce malgré l'augmentation des échelles de longueur intégrales.

Il apparaît comme évident sur toutes ces figures que la turbulence obtenue dans l'intervalle de temps $0 < t < 15$ n'est pas encore une turbulence pleinement établie. On peut entre autres considérer la décroissance des échelles intégrales (figure 3.15) ou l'augmentation du taux de dissipation turbulente (figure 3.11) dans les premiers temps du calcul comme autant de comportements "non physiques". Ce phénomène est classique en numérique et, dans la pratique, il

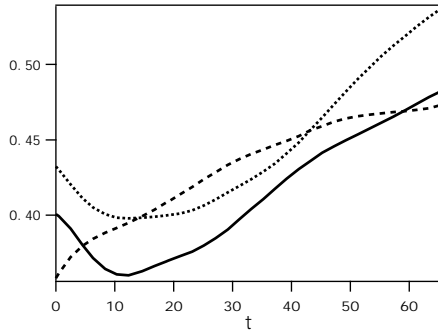


FIG. 3.15: Evolution temporelle des échelles de longueur intégrales Euleriennes $L_{ii,i}$ (éq. 3.9);
 — : $L_{11,1}$, : $L_{22,2}$, --- : $L_{33,3}$.

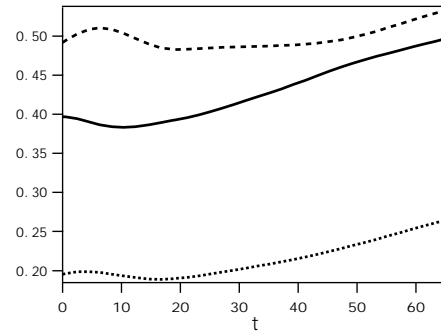


FIG. 3.16: Evolution temporelle des échelles de longueur intégrales Euleriennes longitudinale L_f (éq. 3.11) et transversale L_g (éq. 3.12); — : L_f , : L_g , --- : L_g/L_f (éq. 3.13).

est souvent considéré comme nécessaire d'attendre un temps de retournement des tourbillons avant d'obtenir une turbulence développée. Dans cette étude, la décroissance très rapide de la turbulence simulée nous impose d'utiliser ce premier temps de retournement pour nos calculs statistiques : la phase dispersée sera donc couplée à la phase continue dès le temps $t = 0$. Cette stratégie peut paraître discutable, surtout du point de vue représentativité des résultats, mais a tout de même été validée par une série de tests. Ces tests consistaient à initialiser une turbulence beaucoup plus énergétique, à la laisser décroître plus d'un temps de retournement pour enfin récupérer le champ fluide lorsque les montants d'énergie cinétique et de taux de dissipation correspondaient approximativement aux valeurs désirées. C'est seulement alors que les particules étaient injectées dans le calcul. Cette façon de procéder est certainement plus "propre" mais, en contrepartie, elle ne permet pas d'initialiser le champ fluide exactement avec les valeurs voulues. Les résultats comparés de ces simulations n'ont pas montré de différences tangibles, aussi nous sommes nous satisfaits de notre méthode d'initialisation.

3.5 Initialisation et validation de la turbulence fluide

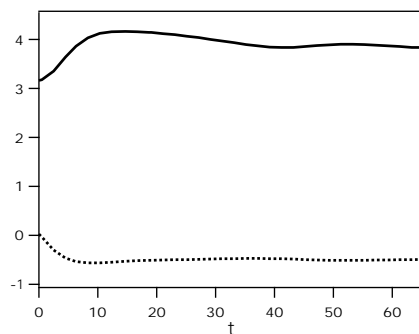


FIG. 3.17: Evolution temporelle des facteurs de dissymétrie S_k (équation 3.24) et d'aplatissement T_k (équ. 3.25); — : T_k , : S_k

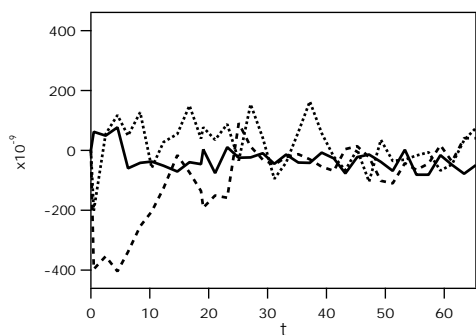


FIG. 3.18: Evolution temporelle des vitesses moyennes; — : U , : V , --- : W .

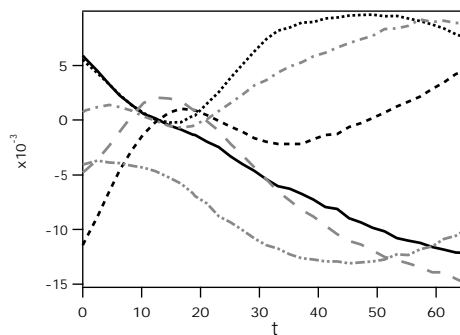


FIG. 3.19: Evolution temporelle des composantes du tenseur d'anisotropie b_{ij} ; — : b_{11} , : b_{22} , --- : b_{33} , -.- : b_{12} , -.- : b_{13} , -.- : b_{23} .

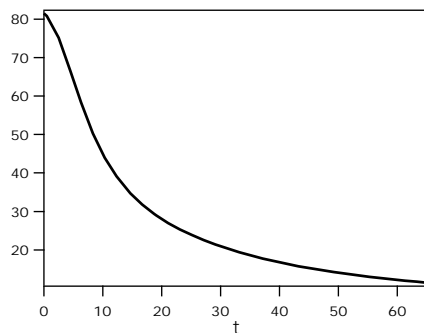


FIG. 3.20: Evolution temporelle du nombre de Reynolds turbulent Re_t (éq. 3.21).

Chapitre 4

Présentation des cas de simulation "DNS".

Premiers résultats, validation

La configuration retenue pour l'étude consiste à placer une nappe homogène de particules dans une turbulence homogène isotrope décroissante. Les particules sont animées d'une importante vitesse moyenne dans la direction x alors que le fluide est, par définition, à vitesse moyenne nulle. La principale caractéristique de cette configuration réside donc dans la forte vitesse relative initiale entre les deux phases, vitesse relative qui va être à la source d'importantes modifications de la phase continue via le couplage inverse. Le chapitre précédent a permis de valider et de caractériser la turbulence de la phase continue qui sera utilisée dans chacun de nos calculs. Reste maintenant à définir la nature de la phase dispersée.

Dans ce chapitre, nous présentons donc dans un premier temps les paramètres de la phase dispersée. A chaque phase dispersée correspond un nouveau cas de simulation puisque la phase continue est conservée identique. En jouant d'une part sur le diamètre des particules et d'autre part sur le nombre de particules dans la nappe, une large gamme de nombre de Stokes $St = \frac{\tau_p}{\tau_f}$ ($St = 0.11$ à $St = 0.86$) et de chargement massique en particules $\phi = \frac{n_p m_p}{\rho}$ ($\phi = 1.$ à $\phi = 8.$) est simulée permettant une étude paramétrique de l'action des particules sur le fluide. Les

4.1 Présentation des cas simulés

premiers résultats sont ensuite exposés, principalement sous forme d'évolutions temporelles à cause de la nature fortement instationnaire de la configuration. Les effets des particules sur l'écoulement fluide moyen et fluctuant sont observés et discutés. Divers tests de validation sont enfin présentés pour s'assurer de la pertinence de la démarche.

4.1 Présentation des cas simulés

Dans chacun des cas étudiés, la phase continue est toujours la même et ses caractéristiques ont été présentées dans la section 3.5. Nous ne présentons donc ici que les caractéristiques de la phase dispersée. Le choix des paramètres particuliers résulte d'un compromis entre contraintes physiques et contraintes numériques. Les contraintes physiques sont de plusieurs types :

- diamètre des particules inférieur à l'échelle de Kolmogorov,
- masse volumique des particules très supérieure à la masse volumique du fluide,
- fraction volumique α_p suffisamment grande pour que le couplage inverse ait un sens mais suffisamment faible pour pouvoir négliger les collisions entre particules.

Au niveau des contraintes numériques, on peut citer :

- vitesse des particules pas trop grande pour éviter le développement d'instabilités numériques dues à de trop fort gradients au bords de la nappe,
- nombre de particules par maille suffisant pour obtenir des statistiques significatives sur la phase dispersée,
- nombre de particules total pas trop grand pour limiter le temps de calcul.

Les tableaux 4.1 et 4.2 répertorient les différents cas étudiés.

**Chapitre 4. Présentation des cas de simulation "DNS".
Premiers résultats, validation**

	d_p	d_p/η_{k_0}	U_{p_0}	τ_{p_0}	St_0	α_p	ϕ
Cas n°1	0.00526	0.19	0.156	4.2	0.11	0.0014	1.
Cas n°2	0.00835	0.31	0.156	9.6	0.26	0.0014	1.
Cas n°3	0.00526	0.19	0.156	4.2	0.11	0.0070	5.
Cas n°4	0.00835	0.31	0.156	9.6	0.26	0.0070	5.
Cas n°5	0.01671	0.61	0.156	31.4	0.84	0.0014	5.
Cas n°6	0.00835	0.31	0.156	9.6	0.26	0.0112	8.
Cas n°7	0.01671	0.61	0.156	31.4	0.84	0.0112	8.
Cas n°8	0.02506	0.92	0.156	61.1	1.64	0.0380	27.

TAB. 4.1: Présentation des différents cas étudiés ; caractéristiques adimensionnelles initiales de la phase dispersée.

	N_p	$N_{p/maille}$
Cas n°1	1 072 000	2.18
Cas n°2	268 000	0.55
Cas n°3	5 360 000	10.90
Cas n°4	1 340 000	2.73
Cas n°5	167 360	0.34
Cas n°6	2 144 000	4.36
Cas n°7	268 000	0.55
Cas n°8	268 000	0.55

TAB. 4.2: Présentation des différents cas étudiés (suite).

ϕ , le chargement massique en particules, et $N_{p/maille}$ le nombre de particules par maille, sont des moyennes calculées non pas sur tout le domaine de calcul mais seulement sur les mailles comprises dans la nappe diphasique.

4.1 Présentation des cas simulés

En grandeurs dimensionnelles, ces configurations reviennent à simuler des particules de taille $\in [2.5 \mu\text{m}; 12. \mu\text{m}]$, de temps de relaxation $\in [4.5 \mu\text{s}; 65.2 \mu\text{s}]$ et de vitesse égale à 70 m.s^{-1} .

Une étude paramétrique fonction du nombre de Stokes St et du chargement massique ϕ sera menée en utilisant les sept premiers cas (tableau 4.3).

$\phi \setminus St$	0.11	0.26	0.84
1	Cas n°1	Cas n°2	...
5	Cas n°3	Cas n°4	Cas n°5
8	...	Cas n°6	Cas n°7

TAB. 4.3: Etude paramétrique $f(St, \phi)$.

Deux cases sont manquantes dans ce tableau : la simulation ($St = 0.84, \phi = 1.$) n'a pas été effectuée car le nombre de particules serait trop faible (33 472, 0.07 particule par maille) pour obtenir des statistiques fiables alors que la simulation ($St = 0.11, \phi = 8.$) a été abandonnée pour cause de temps de calcul trop important (plus de 8 500 000 particules à traiter). Les cas n°2, 4 et 6 permettent donc d'étudier à nombre de Stokes constant les effets du chargement massique alors que, inversement, les cas n°3, 4 et 5 comparent les effets du nombre de Stokes à chargement massique constant. Par la suite, nous nous appuierons donc majoritairement sur ces 5 cas, les cas n°1 et 7 constituant en quelque sorte des cas extrêmes auxquels nous pourrions faire appel pour confirmer ou infirmer une tendance. Le cas n°8 sera présenté à part car il constitue à plus d'un titre un cas limite intéressant de par son chargement massique très important.

4.1.1 Initialisation de la phase dispersée

Les particules sont superposées à la turbulence fluide au temps $t = 0$ avec une vitesse initiale identique pour toutes les particules U_p . Une simulation a été menée en rajoutant une partie fluctuante à cette vitesse moyenne mais les résultats ont montré que la dynamique de l'écoulement, dictée initialement par la forte vitesse relative moyenne entre les deux phases, n'en était guère

influencée. Les positions initiales des particules sont tirées aléatoirement de manière à obtenir une répartition homogène dans une nappe de dimension $[-\pi; \pi]_x$, $[-0.75; 0.75]_y$, $[-\pi; \pi]_z$ (figure 4.1). La hauteur initiale de la nappe correspond donc environ à 2 échelles intégrales L_t .

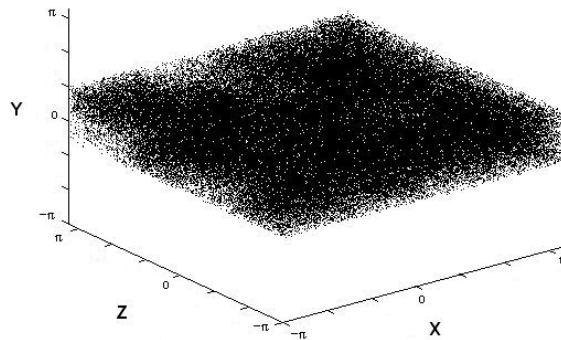


FIG. 4.1: Répartition initiale de particules.

A cause des conditions limites périodiques utilisées pour la turbulence fluide, une particule sortant par un coté du domaine de calcul est instantanément réinjectée de l'autre coté du domaine de calcul, avec les mêmes caractéristiques (même vitesse en particulier). Ainsi, le nombre de particules simulées reste constant tout au long du calcul.

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

La figure 4.2 présente des coupes du champ de vitesse du fluide dans la direction x , c'est-à-dire la direction du glissement initial. Ces coupes ont été prises pour le cas n°2 au centre du domaine de calcul ($z = 0$.) pour quatre temps distincts. La position des particules comprises dans la tranche $[-\Delta z/2; +\Delta z/2]$ a également été représentée. Ce cas est pris en exemple car il est très représentatif de l'interaction mutuelle entre le fluide et les particules : les particules sont suff-

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

isamment inertielles pour modifier fortement le champ fluide mais suffisamment "malléables" pour être elles-mêmes influencées par la turbulence. Le temps utilisé pour l'adimensionnement

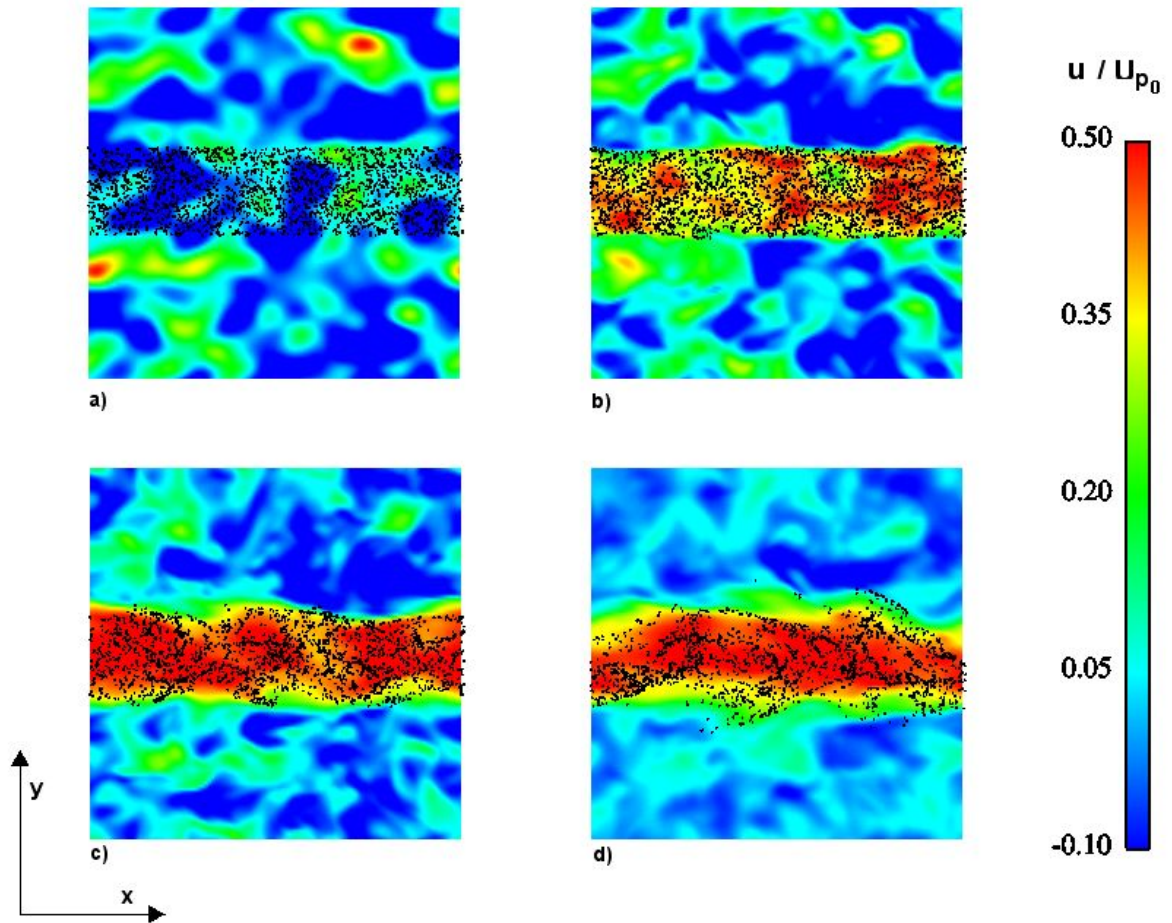


FIG. 4.2: Coupe du champ de vitesse instantanée du fluide dans la direction x (normalisé par la vitesse initiale des particules); cas n° 2. a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.12$, c) $t/t_{tr} = 0.37$, d) $t/t_{tr} = 0.82$.

t_{tr} que nous introduisons ici est un temps moyen de transit des particules calculé de la façon suivante :

$$t_{tr} = \frac{L_b}{U_{equil}} \quad (4.1)$$

avec U_{equil} la vitesse moyenne d'équilibre de la nappe. Cette vitesse est déterminée en observant qu'au bout d'un certain temps, un quasi-équilibre dynamique est atteint au centre de la nappe. A partir de ce temps là, les vitesses moyennes des deux phases dans la direction du glissement sont presque identiques au centre de la nappe ($U = U_p = U_{equil}$) et ne varient quasiment plus dans les temps suivants. Ces vitesses d'équilibre moyennes ainsi que les temps de transit correspondants sont donnés dans le tableau 4.4 pour les 7 principaux cas. On peut ainsi constater que la dynamique de la nappe est déterminée par le chargement massique en particules (à vitesse relative initiale égale). L'influence du nombre de Stokes sur la vitesse d'équilibre est pour ainsi dire nulle.

	Vitesse d'équilibre U_{equil}	U_{equil}/U_{p0}	Temps de transit t_{tr}
Cas n°1	0.078	0.50	80.55
Cas n°2	0.078	0.50	80.55
Cas n°3	0.129	0.83	48.71
Cas n°4	0.129	0.83	48.71
Cas n°5	0.129	0.83	48.71
Cas n°6	0.138	0.88	45.53
Cas n°7	0.138	0.88	45.53

TAB. 4.4: Vitesses moyennes d'équilibre de la nappe et temps de transit correspondants.

Les figures 4.3, 4.4 et 4.5 comparent des coupes $[xy]$ du champ de vitesse dans la direction x au temps $t/t_{tr} = 0.82$ pour les cas n°3, 4 et 5, c'est-à-dire trois cas à chargement égal mais à nombre de Stokes différents. Ces figures mettent en évidence les différences de comportement de la phase dispersée selon la nature des particules simulées. Ainsi, dans les simulations à $St = 0.86$ (figure 4.5), les particules se comportent littéralement en "boulet de canon" en imprimant une forte accélération au fluide sans être réellement influencées par la turbulence fluide. On peut constater le très faible élargissement de la nappe pour ce type de particules.

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

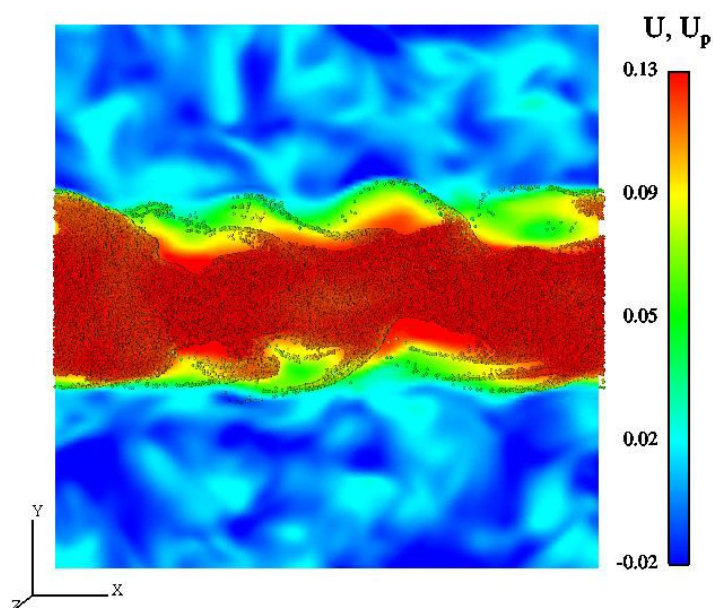


FIG. 4.3: Coupe $[xy]$ du champ de vitesse instantanée du fluide dans la direction x pour le cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$) au temps $t/t_{tr} = 0.82$.

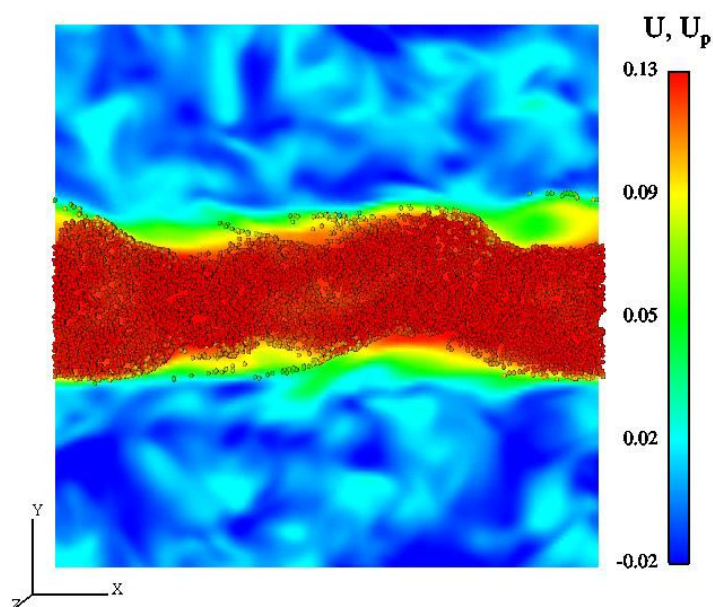


FIG. 4.4: Coupe $[xy]$ du champ de vitesse instantanée du fluide dans la direction x pour le cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$) au temps $t/t_{tr} = 0.82$.

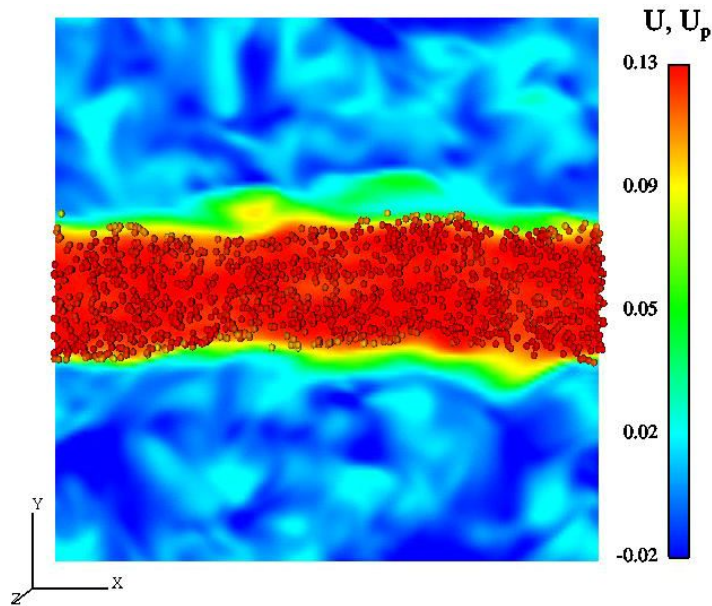


FIG. 4.5: Coupe $[xy]$ du champ de vitesse instantanée du fluide dans la direction x pour le cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$) au temps $t/t_{tr} = 0.82$.

A l'inverse, pour les simulations à $St = 0.11$ (figure 4.3), les particules sont très sensibles à la turbulence fluide et ont tendance à être éjectées beaucoup plus rapidement de la nappe. La distribution spatiale des particules est également totalement différente selon les particules simulées : les "grosses" particules semblent quasiment conserver leur distribution homogène initiale alors que pour les "petites" particules, on observe rapidement la formation de clusters et de filaments, principalement aux frontières de la nappe.

Note sur le choix de l'adimensionnement temporel

Le choix de l'adimensionnement temporel est un point important de l'analyse car il peut aisément influencer l'interprétation physique des résultats. Plusieurs choix étaient possibles. Le premier consistait à ne pas adimensionner les temps ou à utiliser un temps monophasique, caractéristique de la turbulence initiale, comme le temps de retournement des tourbillons par exemple. Cette option aurait été intéressante si la turbulence était le moteur de l'écoulement

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

simulé. Or, comme nous l'avons dit précédemment dans le paragraphe 3.2.2 notamment en comparant les résultats obtenus avec un spectre Passot-Pouquet ou un spectre Von Karman-Pao, ce n'est pas le cas ici. Le choix se restreint donc d'emblée à un temps caractéristique de la phase dispersée. Il s'est porté sur ce temps de transit t_{tr} car il permet de prendre en compte les effets de chargement massique qui semblent prépondérants dans cette configuration, au moins du point de vue du comportement dynamique moyen. Cela signifie que pour chacune de nos configurations, l'équilibre dynamique au centre de la nappe sera obtenu quasiment au même temps t/t_{tr} . Par contre, il est évident qu'il sera difficile de comparer au même temps t/t_{tr} des phénomènes tels que la dispersion des particules par la turbulence par exemple, phénomène étroitement lié à la nature même de la particule (temps de relaxation de la particule) et non pas au chargement. De la même façon, il est certain que les évolutions temporelles de grandeurs fluctuantes telles que l'énergie cinétique des particules ou la covariance de vitesse fluide-particule seront grandement dépendantes du temps de relaxation. Cela signifie que pour obtenir un état quasi-stationnaire des profils de q_p^2 ou de q_{fp} , il faudra attendre un temps t/t_{tr} beaucoup plus grand pour les cas à fort nombre de Stokes que pour ceux à faible nombre de Stokes.

Dans ce qui suit, nous présentons des évolutions temporelles des diverses grandeurs caractéristiques de l'écoulement pour les différents cas simulés et ce, pour des temps t/t_{tr} presque identiques. Selon les grandeurs considérées, l'analyse de ces résultats devra donc prendre en compte les différentes remarques précédentes.

4.2.1 Ecoulement moyen

L'évolution temporelle des vitesses moyennes du fluide et des particules dans la direction x est montrée sur la figure 4.6 pour le cas n°2. Comme pour les coupes précédentes, ces vitesses ont été adimensionnalisées par la vitesse initiale des particules U_{p0} . Comme on peut le voir sur ces différentes figures, le fort glissement initial entre les deux phases cause une soudaine accélération du fluide. Un maximum de vitesse égal à 0.5 fois U_{p0} est rapidement atteint au

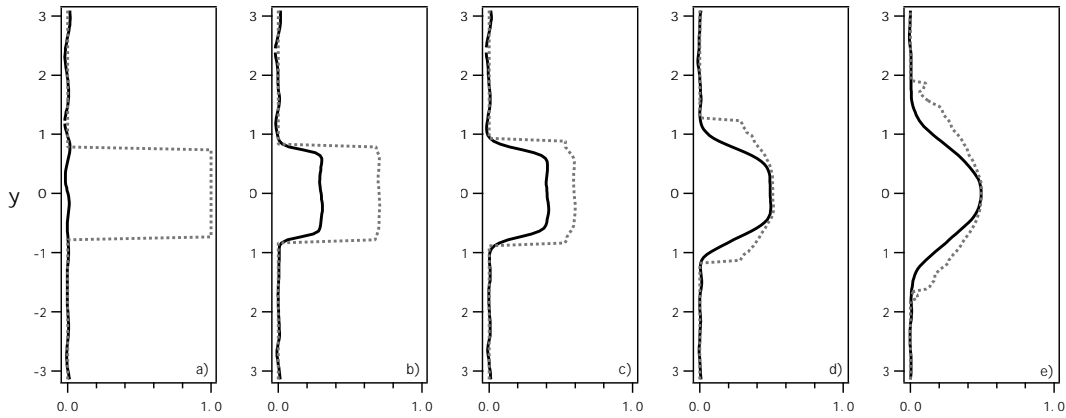


FIG. 4.6: Vitesses moyennes du fluide U (—) et des particules U_p (.....) dans la direction x normalisées par la vitesse initiale des particules ; cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$). a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.12$, d) $t/t_{tr} = 0.37$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

centre de la nappe pour $t/t_{tr} = 0.37$ approximativement et reste quasiment constant durant tout le temps de simulation. A l'inverse, les particules sont décélérées par la présence de la phase continue et à partir de ce même temps $t/t_{tr} = 0.37$ on pourra considérer que les deux phases sont en quasi équilibre dynamique au centre de la nappe. A la périphérie de la nappe, une vitesse relative moyenne persiste tout au long de la simulation et le fluide continue à être petit à petit entraîné par les particules. Le profil de vitesse moyenne des particules conserve une forme en créneau jusqu'au temps $t/t_{tr} = 0.12$ environ puis s'étale dû à la dispersion des particules par la turbulence. Notons que la diffusion du profil de vitesse des particules est plus rapide que celui du profil de vitesse du fluide.

Si l'on observe maintenant les figures 4.7, 4.8 et 4.9, on peut observer les effets du nombre de Stokes à chargement massique égal. Plus les particules sont petites (et donc plus le nombre de Stokes est petit) et plus les profils de vitesse ont tendance à s'étaler rapidement. En effet, l'inertie des grosses particules rend celles-ci moins réactives à la turbulence et ces particules auront tendance à se comporter en "boulets de canon" et donc à très peu disperser. On peut

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

également remarquer que, à chargement massique égal (mais bien sur à N_p différents), les petites particules entraînent plus rapidement le fluide que les grosses particules. Par contre, la vitesse finale d'équilibre au centre de la nappe est toujours la même.

Les figures 4.6, 4.8 et 4.10 permettent de comparer trois cas où les particules ont les mêmes caractéristiques (même nombre de Stokes). La différence de chargement massique entre ces trois cas est uniquement due au nombre différent de particules simulées. Bien évidemment, plus le chargement en particules est élevé, plus le fluide est entraîné et donc plus la vitesse d'équilibre est élevée : $U_{equil} = 0.5 U_{p0}$ pour la cas n°2, $0.83 U_{p0}$ pour le cas n°4 et $0.88 U_{p0}$ pour le cas n°6. La dispersion des particules est quasiment la même pour ces trois cas (non visible sur ces figures car il faudrait comparer au même temps de simulation t et non pas au même temps adimensionné t/t_{tr}).

4.2.2 Ecoulement turbulent

Energie cinétique turbulente du fluide et des particules, covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

La figures 4.11 présente les évolutions temporelles de l'énergie cinétique turbulente k_T , de la demi-covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules $0.5 q_{fp}$ et de l'énergie cinétique des particules q_p^2 pour le cas n°2. La décroissance naturelle de la turbulence peut être observée en comparant les niveaux de k_T loin de la nappe de particules. Dans les premiers temps de la simulation, l'énergie cinétique turbulente du fluide est fortement réduite dans la nappe. Cette atténuation de la turbulence est due au terme de couplage entre les deux phases qui est négatif et constitue donc un terme puits pour k_T . Par la suite, la décroissance de k_T au centre de la nappe devient moins prononcée et atteint un plateau. Par contre, à la périphérie de la nappe, on observe une augmentation progressive de k_T . Cette augmentation retardée de l'énergie cinétique est due en grande partie au terme de production par les gradients moyens de vitesse fluide (éq. 2.50),

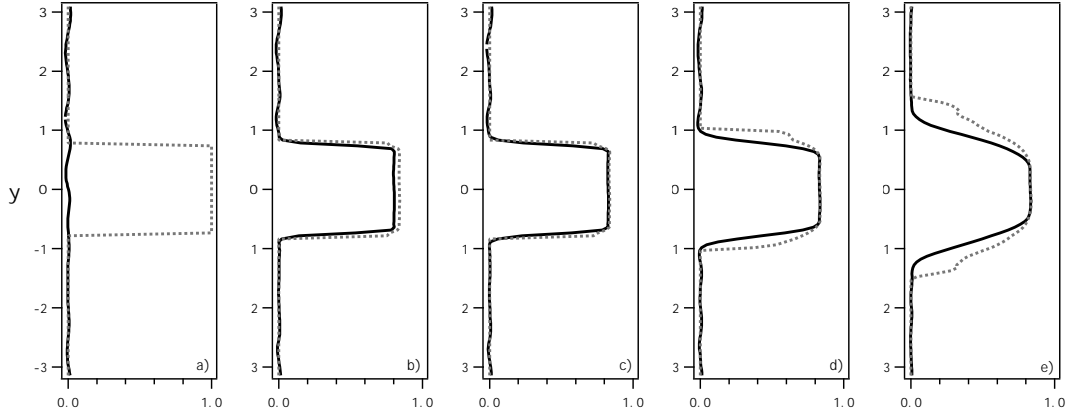


FIG. 4.7: Cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$); — : U/U_{p0} , : U_p/U_{p0} . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

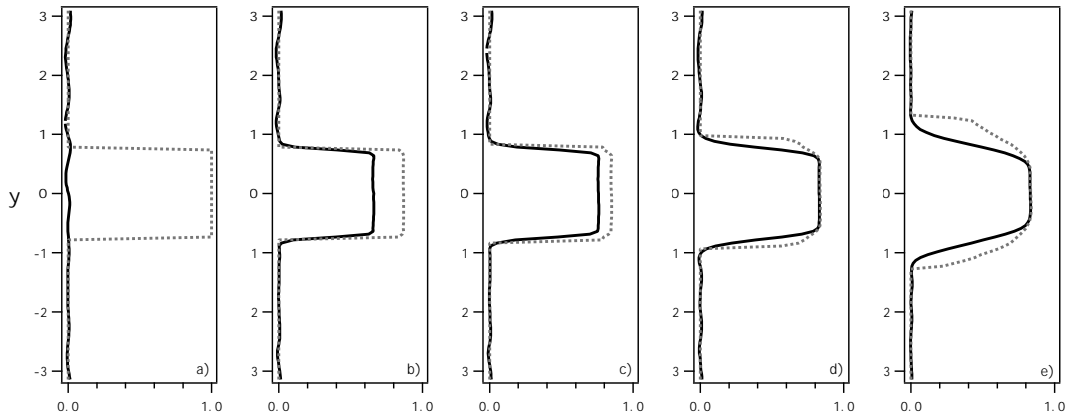


FIG. 4.8: Cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$); — : U/U_{p0} , : U_p/U_{p0} . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

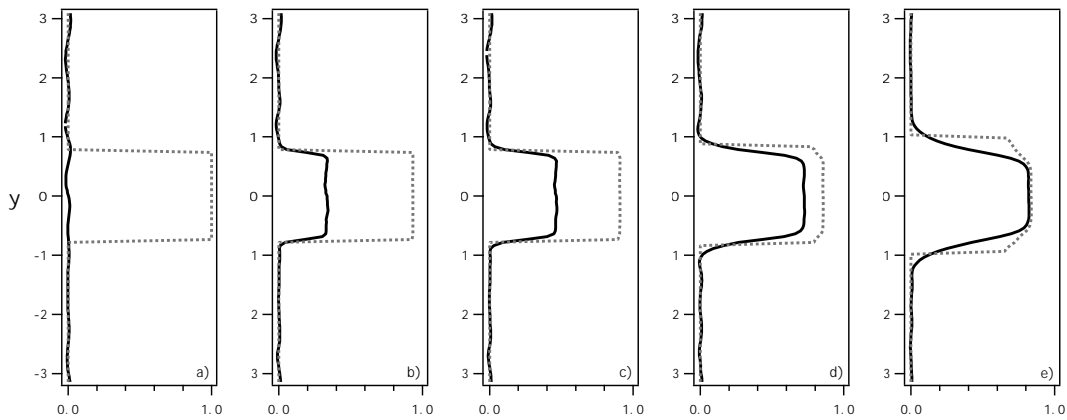


FIG. 4.9: Cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$); — : U/U_{p0} , : U_p/U_{p0} . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

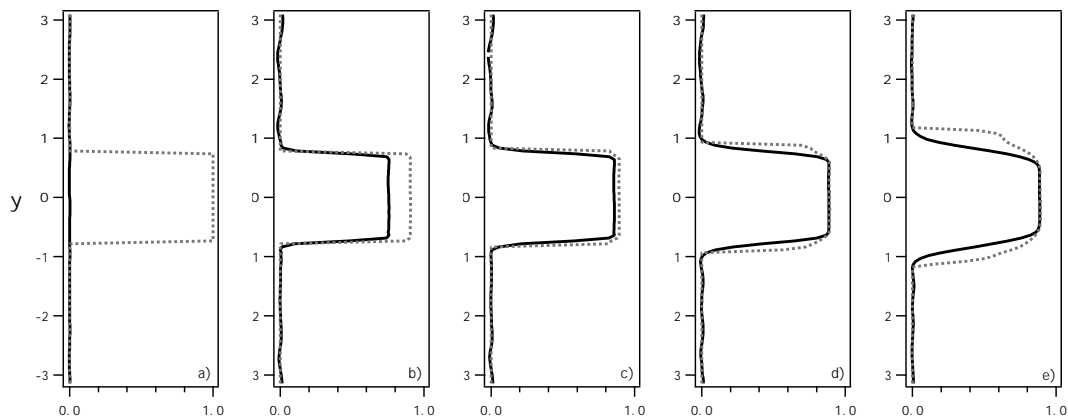


FIG. 4.10: Cas n°6 ($St = 0.26$, $\phi = 8.$); — : U/U_{p0} , : U_p/U_{p0} . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.05$, c) $t/t_{tr} = 0.11$, d) $t/t_{tr} = 0.33$, e) $t/t_{tr} = 0.77$.

gradients qui sont inexistantes en début de la simulation. La seconde raison à cette augmentation provient du couplage avec la phase dispersée qui devient positif à la périphérie de la nappe dès $t/t_{tr} = 0.37$ environ et participe ainsi de manière non négligeable à la création de turbulence (voir paragraphe 5.2.3 pour une explication de ce comportement).

Initialement, le mouvement des particules est dénué de toute agitation. Sous l'action de la turbulence, et plus précisément par l'intermédiaire du terme de couplage diphasique $\Pi_{q_p^2}$, les particules acquièrent progressivement de l'agitation. On peut remarquer que le mouvement corrélé fluide-particule est le premier à être alimenté par la turbulence suivi avec un temps de retard par le mouvement d'agitation des particules. Au bout d'un temps relativement court ($t/t_{tr} = 0.37$), on obtient quasiment une égalité $q_{fp} = 2q_p^2$ dans tout le domaine. Cet équilibre persiste par la suite jusqu'à la fin de la simulation. Comme pour l'énergie cinétique turbulente k_T , on observe un niveau faible de q_{fp} et q_p^2 au centre de la nappe et un niveau élevé aux frontières de la nappe. Cela tient au fait que les transferts depuis le mouvement turbulent du fluide sont plus importants sur les bords de la nappe et que les termes de production par les gradients moyens (de vitesse des particules pour q_p^2 et de vitesse moyenne du fluide et des particules pour

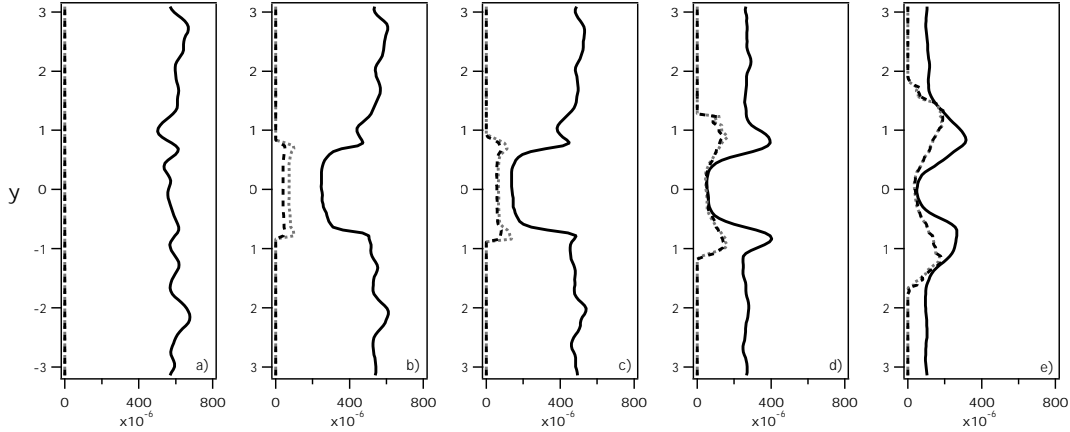


FIG. 4.11: Energie cinétique turbulente du fluide k_T (—), demi-covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules $0.5 q_{fp}$ (-----) et énergie cinétique des particules q_p^2 (---); cas n°2 ($St = 0.26, \phi = 1.$). a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.12$, d) $t/t_{tr} = 0.37$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

q_{fp}) sont également plus importants dans ces zones là. Il est également intéressant de noter que pour des temps plus élevés (à partir de $t/t_{tr} = 1.$ environ), le niveau de q_p^2 et même celui de la demi covariance $\frac{1}{2}q_{fp}$ dépassent le niveau de k_T sur les bords de la nappe tout en restant inférieur au centre.

Les évolutions temporelles de ces mêmes grandeurs sont présentées sur les figures 4.12, 4.13, 4.14 et 4.15 pour les cas n°3, 4, 5 et 6 respectivement. On s'aperçoit qu'à chargement égal (cas n°3, 4 et 5), l'énergie cinétique turbulente est beaucoup plus rapidement détruite par les petites particules et qu'inversement l'énergie cinétique des particules et la demi-covariance croissent plus vite. En effet, plus les particules sont petites et plus elles sont plus réactives à la turbulence fluide. Elles vont donc acquérir plus rapidement de l'agitation par l'intermédiaire du terme de couplage $\Pi_{q_p^2}$ qui constitue ainsi un terme source pour l'énergie cinétique des particules. Cette source d'énergie pour les particules provient directement du mouvement d'agitation du fluide ce qui explique en partie la diminution plus rapide de k_T au centre de la nappe dans le cas de petites particules. Inversement, on peut constater à la périphérie de la nappe une création

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

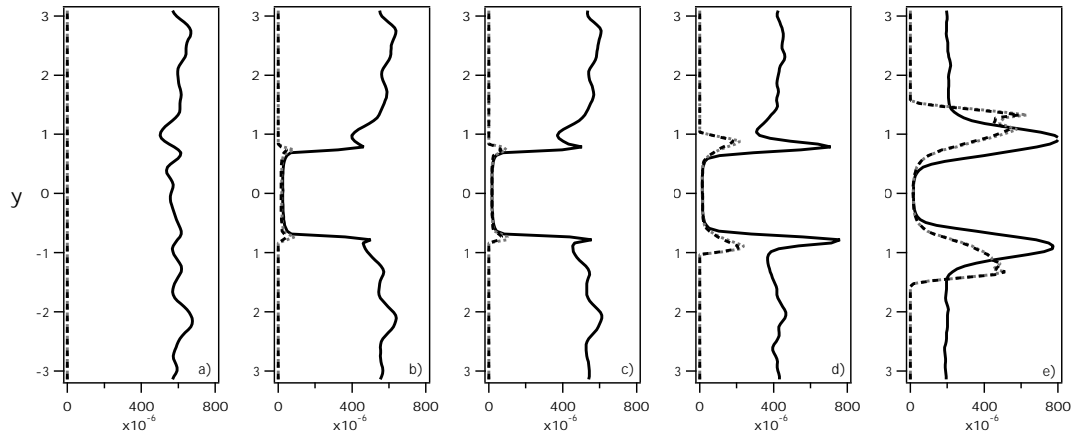


FIG. 4.12: Cas n°3 ($St = 0.11, \phi = 5.$); — : k_T , - - - : $0.5 q_{fp}$, - - - : q_p^2 . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

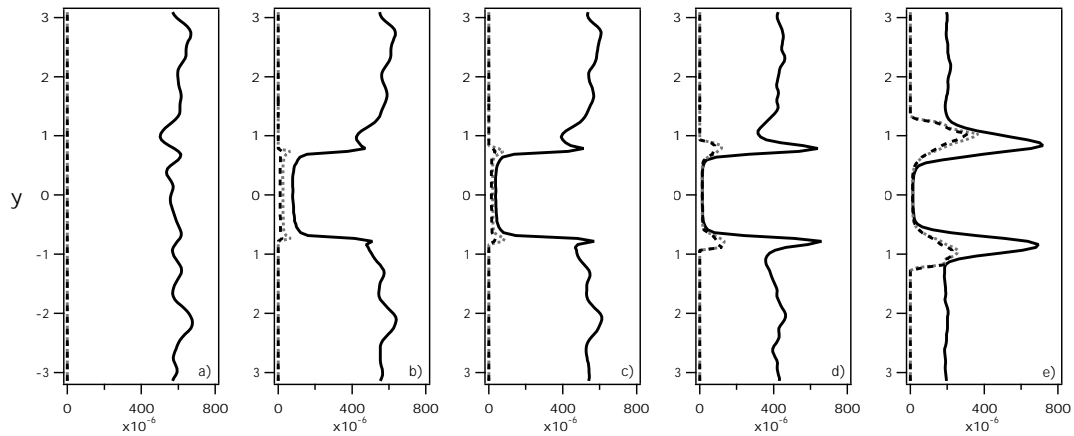


FIG. 4.13: Cas n°4 ($St = 0.26, \phi = 5.$); — : k_T , - - - : $0.5 q_{fp}$, - - - : q_p^2 . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

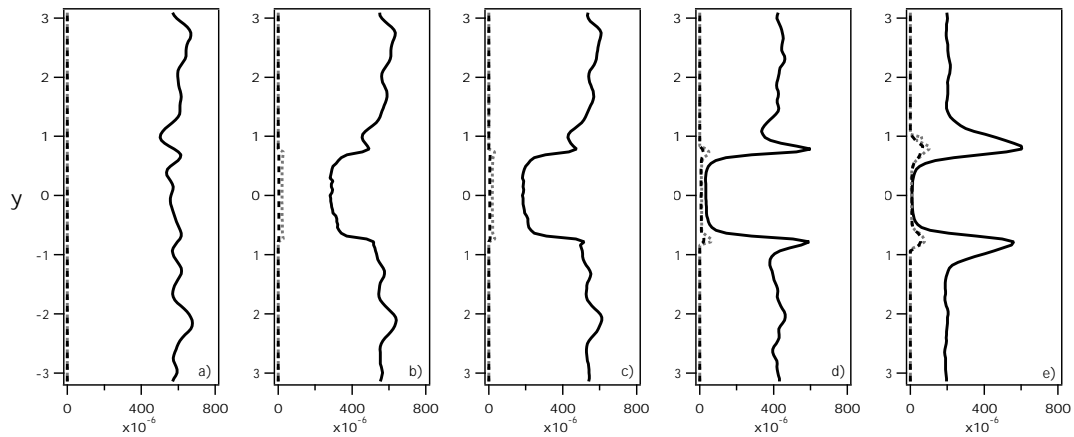


FIG. 4.14: Cas n°5 ($St = 0.84, \phi = 5.$); — : k_T , - - - : $0.5 q_{fp}$, - - - : q_p^2 . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.06$, c) $t/t_{tr} = 0.10$, d) $t/t_{tr} = 0.31$, e) $t/t_{tr} = 0.82$.

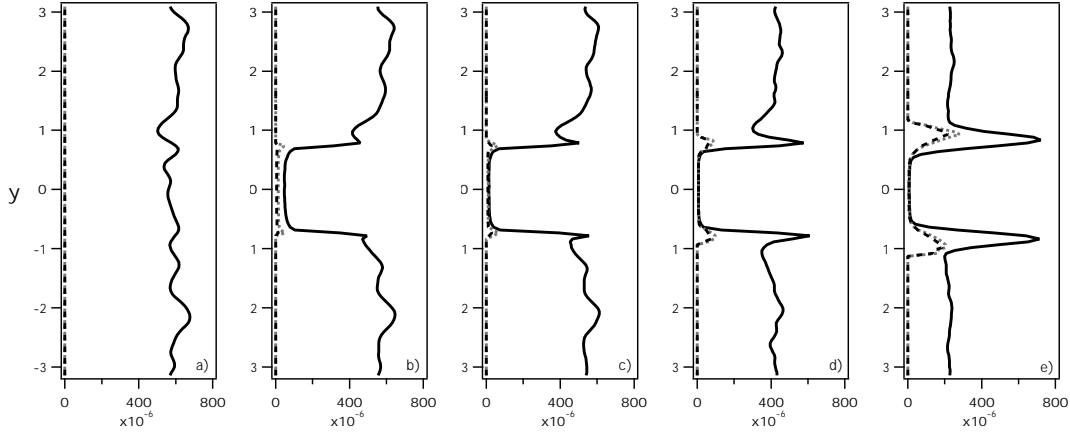


FIG. 4.15: Cas n°6 ($St = 0.26, \phi = 8.$); — : k_T , : $0.5 q_{fp}$, --- : q_p^2 . a) $t/t_{tr} = 0.$, b) $t/t_{tr} = 0.05$, c) $t/t_{tr} = 0.11$, d) $t/t_{tr} = 0.33$, e) $t/t_{tr} = 0.77$.

de turbulence fluide d'autant plus rapide que le nombre de Stokes est faible. Cela est cohérent avec l'observation des profils de vitesse moyenne qui montraient une augmentation plus lente de la vitesse moyenne fluide pour le cas avec les "grosses" particules. Cette vitesse moyenne plus faible dans les premiers temps du calcul implique donc des gradients moins importants et par conséquent un terme de production dans l'équation de k_T plus faible.

Nous reviendrons plus en détails sur ces mécanismes de création/destruction d'énergie cinétique turbulente dans le chapitre suivant en étudiant précisément les équations de transport de chacune de ces grandeurs.

4.2.3 Champs "vus"

Comme nous l'avons vu précédemment, la notion de champs "vus" est un point crucial de la modélisation des écoulements diphasiques. Nous rappelons ici que l'une des hypothèses les plus communément admise dans cette optique de modélisation est de considérer que le tenseur des contraintes de Reynolds du fluide "vu" par les particules est égal au tenseur des contraintes de Reynolds du fluide (Simonin *et al.* [74]). Cette hypothèse a été validée par différentes études

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

mais le plus souvent dans des configurations homogènes et sans vitesse de glissement (THI pour Boivin [10], écoulement cisailé pour Lavieville [45] par exemple). Nous allons voir que, dans notre configuration, selon la nature des particules, cela n'est plus forcément le cas (en fait, plus précisément, nous allons comparer l'énergie cinétique turbulente du fluide et l'énergie cinétique turbulente du fluide "vue" par les particules). Dans ce paragraphe, plutôt que de présenter des évolutions temporelles, nous évaluerons ces quantités uniquement pour le temps $t/t_{tr} = 0.82$, temps jugé comme suffisant pour obtenir l'équilibre dynamique au centre de la nappe, quel que soit le cas simulé.

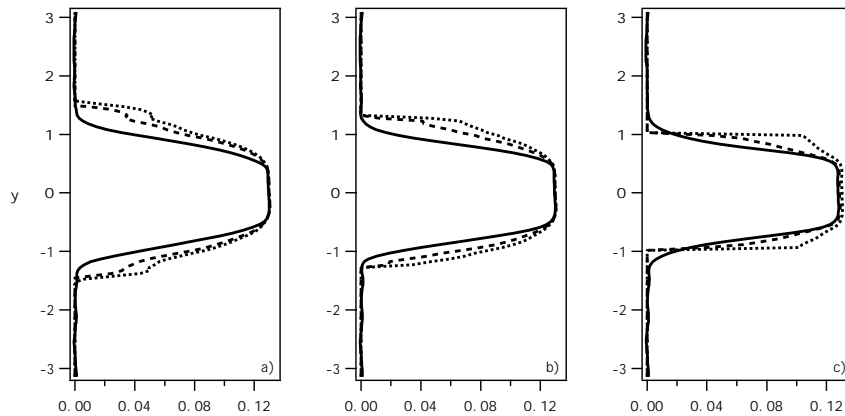


FIG. 4.16: Vitesses moyennes dans la direction du glissement moyen ; comparaison à chargement massique en particules identique $\phi = 5$. au temps $t/t_{tr} = 0.82$. — : U , : U_p , --- : $\langle u \rangle_p$; a) Cas n°3 ($St = 0.11$), b) Cas n°4 ($St = 0.26$), c) Cas n°5 ($St = 0.84$).

Sur les figures 4.16 et 4.17 sont tracés les profils de vitesse moyenne du fluide, du fluide "vue" et des particules dans les directions x (direction du glissement moyen) et y (direction transverse) respectivement, ceci pour les cas n°3, 4 et 5 (cas à chargement massique égal). Sur la figure 4.17, la vitesse moyenne du fluide V est multipliée par un facteur 10. Les vitesses de dérive correspondantes $U_{d,i} = \langle \tilde{u}'_i \rangle_p = \langle \tilde{u}_i \rangle_p - U_i$ sont présentées sur les figures 4.18 et 4.19. Ces vitesses de dérive permettent de quantifier les mécanismes de dispersion des particules due au transport de ces particules par le mouvement turbulent du fluide. Dans le cas d'une

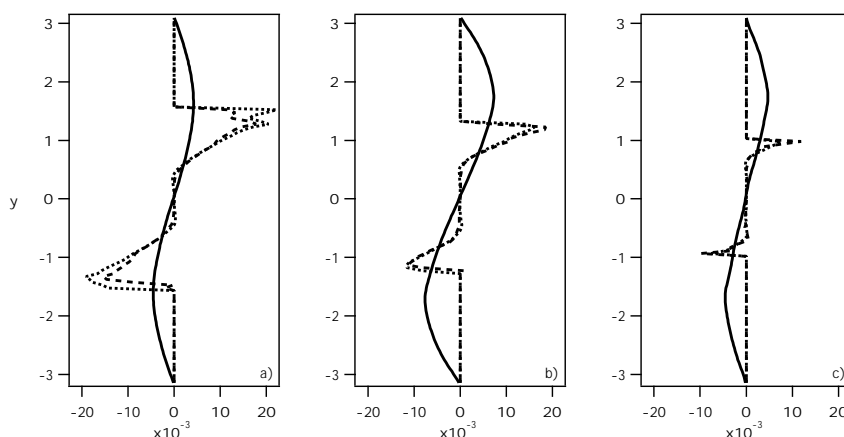


FIG. 4.17: Vitesses moyennes dans la direction perpendiculaire au glissement moyen ; comparaison à chargement massique en particules identique $\phi = 5$. au temps $t/t_{tr} = 0.82$. — : $V \times 10$, : V_p , --- : $\langle v \rangle_p$; a) Cas n°3 ($St = 0.11$), b) Cas n°4 ($St = 0.26$), c) Cas n°5 ($St = 0.84$).

distribution statistiquement uniforme de particules dans un écoulement turbulent homogène, ces vitesses sont rigoureusement nulles. Une vitesse de dérive non nulle signifie donc qu'il existe une corrélation entre la distribution instantanée de particules et le champ fluide turbulent. Pour des particules au temps de réponse comparable à l'échelle de temps de Kolmogorov du fluide, plusieurs études ont montré que l'inertie pouvait causer une accumulation des particules dans des zones de faible vorticité (ou de fort étirement) créant ainsi une vitesse de dérive non négligeable (Maxey [52], Squires & Eaton [80]). Dans le cas d'écoulements avec vitesse de glissement entre les phases, Albrecht [2] a également observé une production de vitesse de dérive importante dans la direction du glissement.

Le tracé de ces courbes met en évidence un biais important entre les champs moyens du fluide et les champs moyens "vus" et ce, quel que soit le cas étudié. Ce biais est très marqué aussi bien dans la direction transverse au glissement que dans la direction colinéaire au glissement et se situe principalement aux frontières de la nappe où la vitesse relative entre les deux phases est encore très prononcée. Comme nous venons de le dire, cette création de vitesse de

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

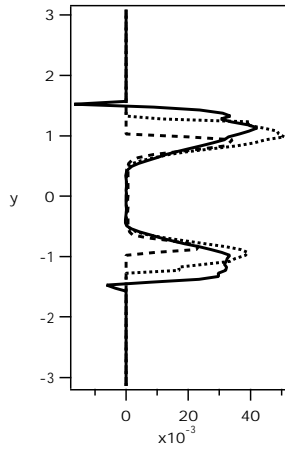


FIG. 4.18: Vitesse de dérive dans la direction du glissement moyen U_d au temps $t/t_{tr} = 0.82$; comparaison à chargement massique en particules identique $\phi = 5..$ — : Cas n°3 ($St = 0.11$), : Cas n°4 ($St = 0.26$), --- : Cas n°5 ($St = 0.84$).

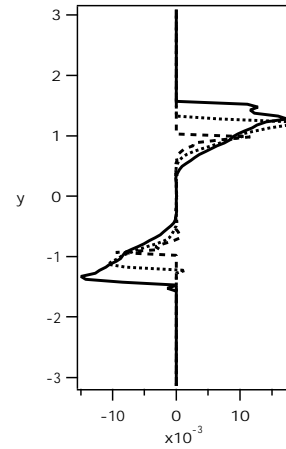


FIG. 4.19: Vitesse de dérive dans la direction transverse au glissement moyen V_d au temps $t/t_{tr} = 0.82$; comparaison à chargement massique en particules identique $\phi = 5..$ — : Cas n°3 ($St = 0.11$), : Cas n°4 ($St = 0.26$), --- : Cas n°5 ($St = 0.84$).

dérive met donc en évidence une corrélation entre la distribution spatiale instantanée de particules et le mouvement fluide turbulent. Cette corrélation est visible sur les figures 4.20 qui représentent des coupes du champ de vitesse du fluide dans différents plans $[xz]$. Ces plans sont situés respectivement à la frontière supérieure de la nappe ($y = 1.$), au centre ($y = 0.$) et à la frontière inférieure ($y = -1.$). Nous présentons ici le cas n°4 au temps $t/t_{tr} = 0.82$. La position des particules situées dans chacun de ces plans est également représentée (couleur = vitesse de la particule). On peut observer sur ces figures la formation de clusters de particules sur les bords de la nappe alors qu'au centre on retrouve à peu près la répartition homogène initiale. Ces clusters se forment dans les tous premiers temps sous l'action de la turbulence et sont par la suite conservés tout au long de la simulation.

Aux frontières de la nappe, les particules, regroupées en clusters, sont animées d'une vitesse moyenne U_p beaucoup plus importante que le fluide. Ces particules, qui se trouvaient à l'orig-

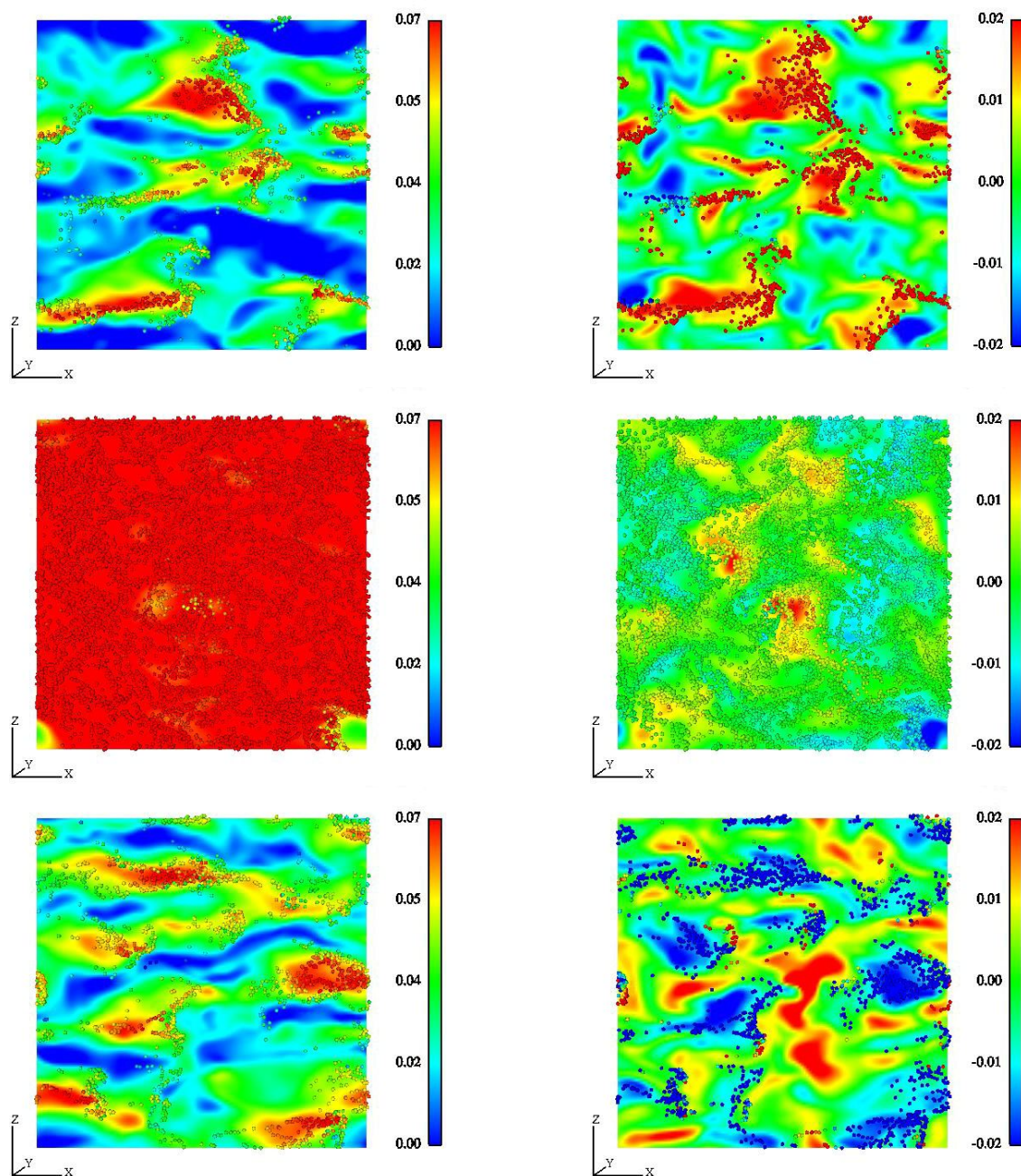


FIG. 4.20: Champ de vitesse du fluide, cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), $t/t_{tr} = 0.82$. Figures de gauche : vitesse instantanée u (dans la direction du glissement x), figures de droite : vitesse instantanée v (dans la direction transverse au glissement y). En haut : $y = 1.$, au milieu : $y = 0.$ et en bas : $y = -1.$

4.2 Premier aperçu sur les simulations, évolution temporelle

ine vers le centre de la nappe, ont été éjectées petit à petit vers l'extérieur de la nappe tout en conservant en grande partie leur forte vitesse initiale. Le fluide qui les entoure a suivi, statistiquement parlant, à peu près le même chemin et provient donc également du centre de la nappe où la vitesse est importante. Dans les zones dépourvues de particules, le fluide garde par contre sa vitesse propre. Au final, la vitesse moyenne du fluide "vue" par les particules va donc être forcément plus grande que la vitesse moyenne réelle du fluide. Ce résultat est donc dû d'une part à la présence d'une vitesse moyenne de glissement entre les deux phases mais également à l'alignement des gradients de concentration et de vitesse moyenne. On pourrait ainsi imaginer à l'inverse une configuration où ces gradients de concentration et de vitesse seraient opposés : la vitesse moyenne du fluide "vue" par les particules serait alors inférieure à la vitesse moyenne du fluide. La vitesse de dérive qui résulte de ces phénomènes est légèrement plus importante pour les cas à $St = 0.11$ et $St = 0.26$ (figure 4.18) car c'est pour ces cas là que la distribution de particules est la plus inhomogène. Au centre de la nappe, la répartition spatiale des particules restant quasiment homogène, les trois champs de vitesse moyenne (du fluide, du fluide "vue" et des particules) restent très semblables une fois l'équilibre dynamique atteint.

Le même raisonnement explique pourquoi la vitesse du fluide "vue" dans la direction transverse $\langle v \rangle_p$ est beaucoup plus forte que la vitesse du fluide V et quasiment égale à celle des particules V_p .

Il apparaît donc que le glissement moyen est bien responsable de la création de la vitesse de dérive mais que la source de ce phénomène est la formation des clusters de particules par le champ de vitesse turbulent initial. Il ne s'agit cependant pas à proprement parler de concentration préférentielle dans le sens où l'emploient Squires & Eaton [80] par exemple puisqu'il n'existe pas de corrélation apparente entre la distribution de particules et le champ de vortacité notamment.

La question est alors de savoir si cette vitesse de dérive observée est réellement physique. En effet, la vitesse de dérive est théoriquement définie à partir du champ fluide localement non

perturbé par la présence de la particule, champ auquel nous n'avons pas accès ici puisque dans nos simulations le champ fluide est perturbé par toutes les particules. Le problème est que si le nombre de particules par maille est faible et si de plus ces particules sont très inertielles, la perturbation créée par une particule devient non négligeable comparée à celles engendrées par toutes les autres et par conséquent le champ fluide "vu" par cette première particule risque d'être fortement biaisé. La réponse à cette interrogation sera donnée dans le paragraphe concernant la validité de nos simulations (paragraphe 4.3.2).

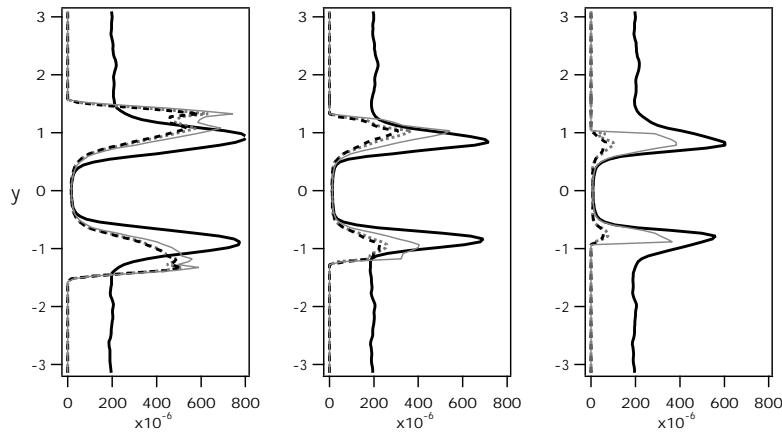


FIG. 4.21: — : k_T , — : q_f^2 , : $0.5 q_{fp}$, --- : q_p^2 , $t/t_{tr} = 0.82$. a) Cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$), b) Cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), c) Cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$).

Les profils d'énergie cinétique turbulente du fluide et du fluide "vue" sont comparés sur la figure 4.21 pour les cas n°4, 5 et 6. Encore une fois, la non homogénéité de la répartition des particules sur les bords de la nappe fait que celles-ci voient une turbulence différente de la turbulence fluide. Les grosses particules, peu enclines à se concentrer en clusters, voient une turbulence relativement proche de la turbulence fluide réelle sauf aux extrémités de la nappe où q_f^2 est inférieur à k_T . A l'inverse, les petites particules voient une turbulence plus énergique que la turbulence réelle aux frontières de la nappe. D'une manière générale, la turbulence "vue"

4.3 Validité des simulations

par les petites particules à tendance à s'aligner sur l'énergie cinétique des particules q_p^2 .

4.3 Validité des simulations

Dans ce paragraphe, nous présentons différents tests réalisés pour valider non seulement nos simulations mais également d'une manière plus générale la méthodologie employée dans cette étude.

4.3.1 Bilan des équations de transport

La première vérification consiste à s'assurer que les équations de transport des principales grandeurs de la phase continue sont correctement fermées. Ce test n'est pas redondant de celui effectué dans le paragraphe 3.5.2 pour la turbulence seule car il est prévisible que la présence de la phase dispersée va modifier la structure de la turbulence, en particulier aux petites échelles. Le critère de bonne résolution des petites échelles que nous avons suivi dans ce paragraphe reposait sur la valeur du paramètre adimensionnel $K_{max} \eta_k$. Nous cherchons donc dans un premier temps à voir l'influence des particules sur ce paramètre (figure 4.22). Le profil de $K_{max} \eta_k$

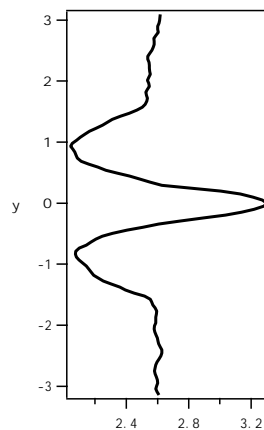


FIG. 4.22: Paramètre $K_{max} \eta_k$, cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$), $t/t_{tr}=0.82$.

indique que la présence de la phase dispersée a tendance à faire augmenter l'échelle de Kolmogorov η_k au centre de la nappe et à la diminuer sur les frontières. Il faut cependant préciser que la décroissance de η_k sur les bords n'est pas à proprement parler une conséquence directe de la présence des particules mais plutôt la conséquence indirecte de la création des gradients de vitesse fluide par les particules. Quoiqu'il en soit, on peut donc s'attendre à rencontrer des problèmes de sous-résolution aux frontières de la nappe. La figure 4.23 montre les bilans des équations de transport pour la vitesse moyenne du fluide U , l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation turbulente pour le cas n°2. Sous le titre "somme des termes de gauche" sont regroupés les termes instationnaire et advectif de chacune des équations 2.38, 2.50 et 2.55. Cette figure prouve que le maillage 128^3 utilisé est suffisant pour résoudre toutes les échelles de

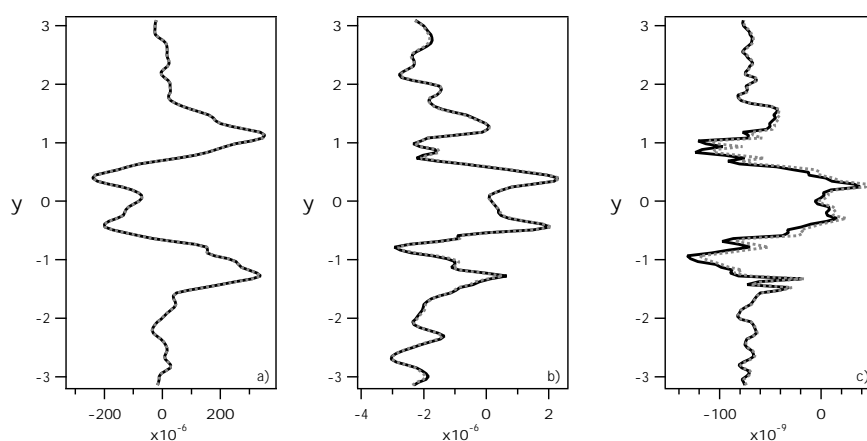


FIG. 4.23: Equations bilan pour la vitesse moyenne du fluide dans la direction x (a), l'énergie cinétique turbulente (b) et le taux de dissipation turbulente (c), cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$), $t/t_{tr}=0.82.$; — : somme des termes de gauche, - - - - : somme des termes de droite.

l'écoulement et que l'échantillon statistique pour chaque valeur y est assez grand pour obtenir des moyennes convergées sur chacun des plans $[xz]$. Elle permet aussi de s'assurer du bon calcul des termes de couplage entre phases.

Les bilans pour les cas à chargement massique plus élevé sont également correctement fermés, avec tout de même une petite perte de précision aux frontières de la nappe due à une

4.3 Validité des simulations

diminution plus importante du paramètre $K_{max} \eta_k$ (gradients plus importants).

4.3.2 Vitesse non perturbée

Comme nous venons de le rappeler dans le paragraphe 4.2, une approximation importante inhérente au couplage inverse implémentée dans nos simulations concerne la notion de champ non perturbé. La question posée était de savoir si la forte vitesse de dérive observée dans nos simulations était uniquement un biais numérique ou bien une réalité physique. Les tests menés ici visent donc à vérifier si l'hypothèse consistant à identifier dans l'expression de la force de traînée le champ fluide non perturbé par la particule au champ fluide perturbé par toutes les particules est pertinente. Pour cela, nous avons repris l'idée d'un cas test déjà effectué par Boivin [11]. Ce test consiste à effectuer une simulation en introduisant deux populations distinctes de particules aux caractéristiques identiques. Seule la première population de particules peut influencer la fluide. Autrement dit, pour la première population la vitesse du fluide à l'emplacement de la particule utilisée pour calculer la force de traînée est biaisée par la perturbation induite par cette même particule. Par contre, pour la deuxième population, cette vitesse est bien la vitesse exacte, c'est-à-dire une vitesse non perturbée par la particule. En comparant alors les statistiques calculées indépendamment sur les deux populations, on pourra donc estimer le biais créé par cette approximation.

Nous présentons les résultats de trois de ces tests, pour des chargements massiques et des nombres de Stokes différents : le cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$) où les particules sont peu inertielles et les cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$) et n°8 ($St = 1.64$, $\phi = 27.$) où cette fois les particules sont beaucoup plus inertielles.

Sur la figure 4.24 sont tracées les vitesses de dérive U_d dans la direction x pour ces trois cas. On peut voir que dans les cas n°2 et n°7, il n'existe quasiment pas de différence entre les deux populations, confirmant ainsi que le champ fluide calculé n'est pas biaisé par la perturbation propre de la particule. Ce résultat est confirmé par la comparaison des covariances de vitesse

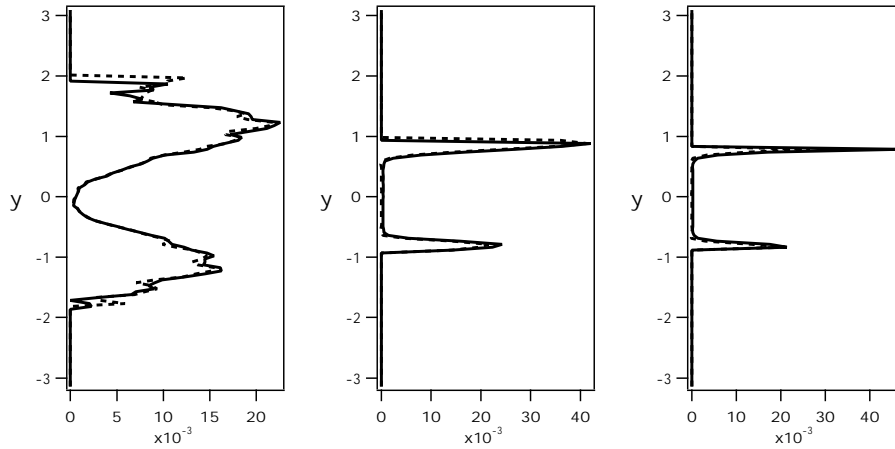


FIG. 4.24: Vitesse de dérive U_d au temps $t/t_{tr} = 0.82$ pour les cas n°2 (a), 7 (b) et 8 (c). — : particules avec couplage inverse, --- : particules sans couplage inverse.

fluide-particules et de l'énergie cinétique des particules (figure 4.25). Sur cette dernière figure, on remarquera la légère différence apparaissant dans le cas n°7 pour les valeurs aux frontières de la nappe, différences qui restent malgré tout acceptables. A l'opposé, nous avons ici introduit le cas n°8 car il représente un cas typique où l'approximation n'est plus valable. Ce cas simule des particules très grosses ($d_p \sim \eta_{k_0}$) et donc très inertielles. La figure 4.24 montre clairement qu'une partie de la vitesse de dérive créée est alors artificielle. En effet, dans ce cas extrême, le nombre de particules par maille n'est pas suffisant pour masquer la forte contribution liée à la perturbation locale de chaque particule sur le champ fluide qu'elle-même "voit". On peut s'apercevoir également de la sous estimation de la covariance fluide-particules et surtout de l'énergie cinétique des particules pour ce même cas.

En conclusion, et en rejoignant ici celles déjà émises par Albrecht [2] dans son travail de thèse, on peut donc dire que le phénomène de production de vitesse de dérive par le glissement moyen est bien réel. Cependant, il faut garder à l'esprit que pour des cas simulant des grosses particules et où la concentration en particules est faible, une vitesse de dérive artificielle peut se superposer à cause du caractère localement perturbé du champ fluide.

4.3 Validité des simulations

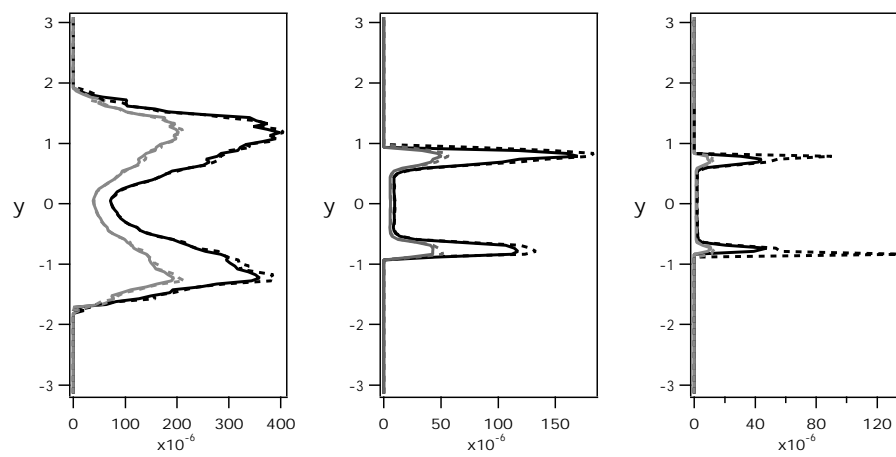


FIG. 4.25: Energie cinétique des particules q_p^2 et covariance de vitesse fluide-particules q_{fp} au temps $t/t_{tr} = 0.82$ pour les cas n°2 (a), 7 (b) et 8 (c). q_p^2 : — : particules avec couplage inverse, --- : particules sans couplage inverse. q_{fp} : — : particules avec couplage inverse, --- : particules sans couplage inverse.

Chapitre 5

Analyse des couplages entre phases, Equations bilans

Le chapitre précédent a permis de se familiariser avec la configuration de nappe diphasique et de constater l'influence de la phase dispersée sur l'écoulement turbulent fluide. Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier plus en détail ces modifications de la phase fluide en se concentrant dans un premier temps sur les équations de transport des principales grandeurs caractéristiques de l'écoulement, à savoir la quantité de mouvement du fluide et des particules, l'énergie cinétique turbulente du fluide, le taux de dissipation turbulente du fluide et enfin l'énergie cinétique des particules. Dans une optique de modélisation, cette étape est importante car elle permet de connaître les phénomènes dominants intervenant dans chacun des bilans et à l'inverse, les phénomènes que la modélisation pourra négliger. Dans un deuxième temps, nous aborderons plus spécifiquement la question du couplage entre les phases en étudiant les phénomènes de transfert d'énergie cinétique entre phases. Ce paragraphe mettra notamment en évidence l'importance de la vitesse de dérive dans la création d'énergie cinétique turbulente du fluide. Enfin, nous finirons par les équations bilans de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules.

5.1 Equation bilans

Dans ce qui suit, nous présentons les équations de transport (définies dans le chapitre 2) des principales grandeurs moyennes de l'écoulement c'est-à-dire tout d'abord les vitesses moyennes du fluide et des particules puis l'énergie cinétique turbulente du fluide, le taux de dissipation turbulente du fluide et l'énergie cinétique des particules. Chacune de ces équations est présentée en séparant les contributions de chacun des termes qui la composent. Notons bien que tous les termes de couplage diphasique apparaissant dans les équations de la phase continue sont ici des termes calculés par projection sur le maillage eulérien selon l'opérateur de projection défini dans le paragraphe 3.3.2, conformément à l'approche P.S.I.C. utilisé dans nos simulations.

5.1.1 Vitesses moyennes du fluide et des particules

Les différents termes de l'équation de quantité de mouvement du fluide (éq. 2.38) dans la direction x sont tracés sur les figures 5.1 et 5.2 au temps adimensionné $t/t_{tr} = 0.8$ environ. En utilisant le fait que toute grandeur moyennée ne dépend que de la direction y , nous pouvons immédiatement constater que le terme en gradient de pression disparaît de cette équation. Seuls restent donc les termes instationnaire, diffusif, visqueux et de couplage avec la phase dispersée. La première figure 5.1 compare les cas n°3, 4 et 5 c'est-à-dire les trois cas à chargement massique en particules égal ($\phi = 5.$) mais à nombre de Stokes différent ($St = 0.11, 0.26$ et 0.84 respectivement). A l'inverse, les cas n°2, 4 et 6 représentés sur la figure 5.2 constituent les trois cas à nombre de Stokes identique ($St = 0.26$) mais à chargement massique différent ($\phi = 1., 5.$ et $8.$ respectivement).

D'une manière générale, on peut s'apercevoir que le terme visqueux est négligeable quelque soit le cas étudié et ce, même si le nombre de Reynolds turbulent de nos simulations n'est pas très élevé. Si l'état quasi-stationnaire est bien effectif au centre de la nappe, il n'en est pas de même à la périphérie où les termes de couplage diphasique et de transport diffusif sont importants. Cet état est uniquement dû à l'absence de vitesse relative entre les deux phases au centre

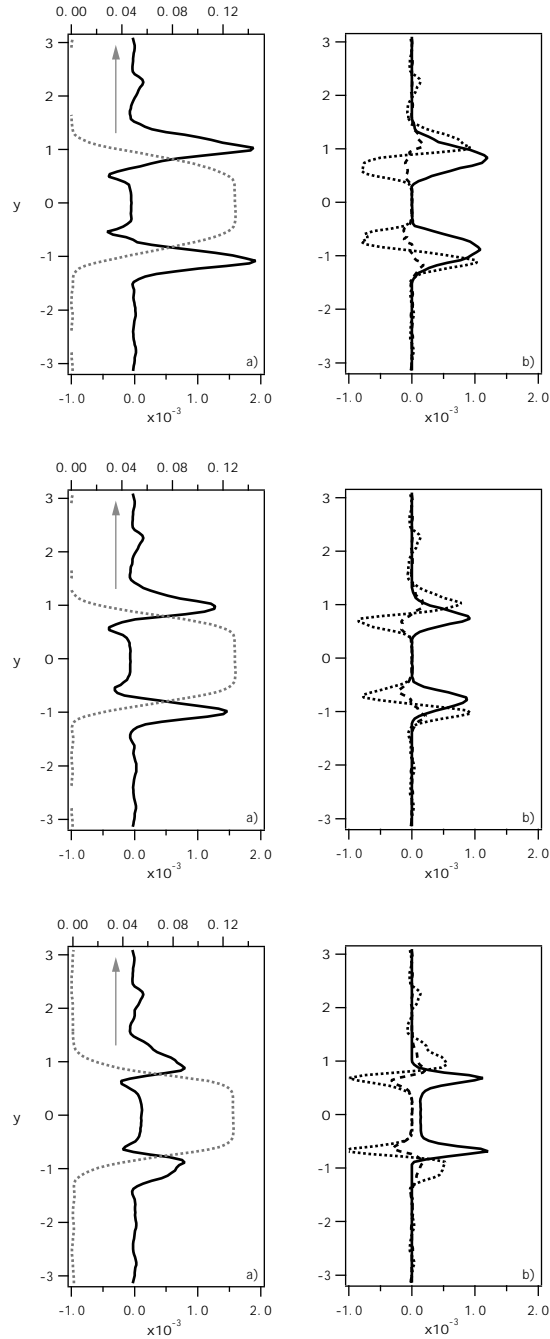


FIG. 5.1: Equation de transport de quantité de mouvement du fluide dans la direction x (éq. 2.38). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) \cdots : ρU , — : $\frac{DpU}{Dt}$; b) \cdots : terme de transport diffusif, - - - : terme visqueux, — : terme de couplage diphasique.

5.1 Equation bilans

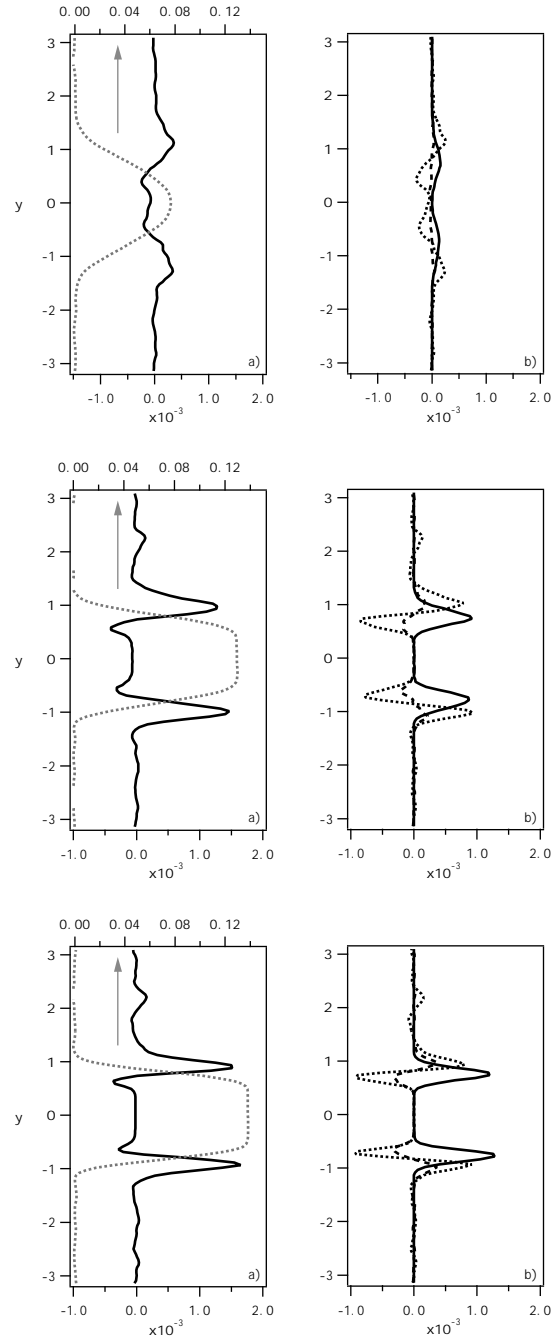


FIG. 5.2: Equation de transport de quantité de mouvement du fluide dans la direction x (éq. 2.38). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) : ρU , — : $\frac{D\rho U}{Dt}$; b) : terme de transport diffusif, --- : terme visqueux, — : terme de couplage diphasique.

de la nappe. Le terme de couplage diphasique est le terme moteur de cette équation puisque, dans les premiers temps du calcul (non représentés sur ces figures), c'est bien lui le responsable de l'augmentation de la vitesse moyenne U , le terme de transport diffusif s'adaptant uniquement par la suite pour homogénéiser les profils. Les comparaisons à ϕ constant permettent de s'apercevoir de la faible influence du nombre de Stokes sur ces bilans. Comme nous l'avons déjà constaté sur les évolutions temporelles de U dans le paragraphe 4.2.1, plus le nombre de Stokes est faible et plus les profils sont étalés mais par contre, on peut constater que l'ordre de grandeur de chacun des termes est sensiblement le même pour ces trois cas. C'est véritablement le chargement massique en particules qui va déterminer la dynamique moyenne de l'écoulement fluide. Pour un chargement massique faible, la vitesse relative entre les deux phases va rapidement tendre vers zéro à la périphérie de la nappe ce qui va donc impliquer un faible terme de couplage diphasique et, par conséquent, un faible terme de transport diffusif. Pour le cas n°2, l'état quasi-stationnaire est ainsi presque effectif sur toute la hauteur du profil et pas seulement au centre de la nappe. A l'inverse, pour un fort chargement massique, la vitesse relative à la périphérie de la nappe reste conséquente même à ce temps avancé $t/t_{tr} \approx 0.8$.

Le même type de constat peut être fait pour l'équation de quantité de mouvement de la phase dispersée (éq. 2.69) dans la direction x . En effet, le terme de couplage diphasique apparaissant dans cette équation est l'opposé de celui intervenant dans l'équation de quantité de mouvement du fluide. En conséquence, on observe sur les figures 5.3 et 5.4 la même allure des termes de couplage diphasique et de transport diffusif mais avec un signe inverse. On retrouve ainsi l'état quasi-stationnaire sur tout le profil du cas n°2 ($\phi = 1.$, $St = 0.26$) et les échanges encore importants aux frontières de la nappe dans les autres cas.

5.1 Equation bilans

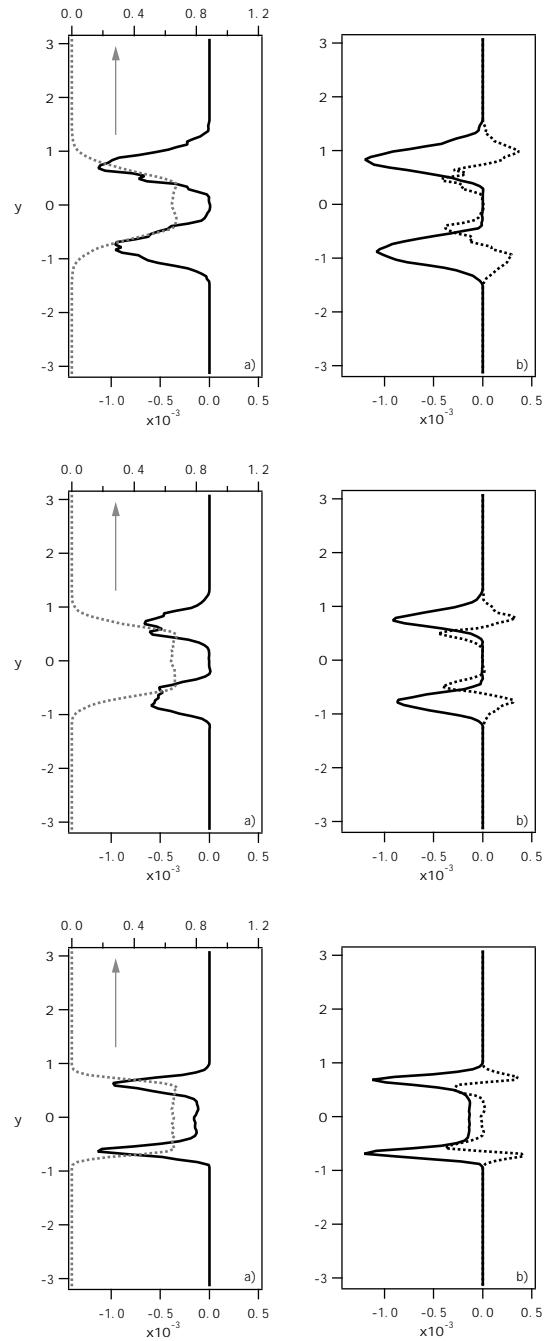


FIG. 5.3: Equation de transport de quantité de mouvement des particules dans la direction x (éq. 2.69). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) : $n_p m_p U_p$, — : $\frac{Dn_p m_p U_p}{Dt}$; b) : terme de transport diffusif, — : terme de couplage diphasique.

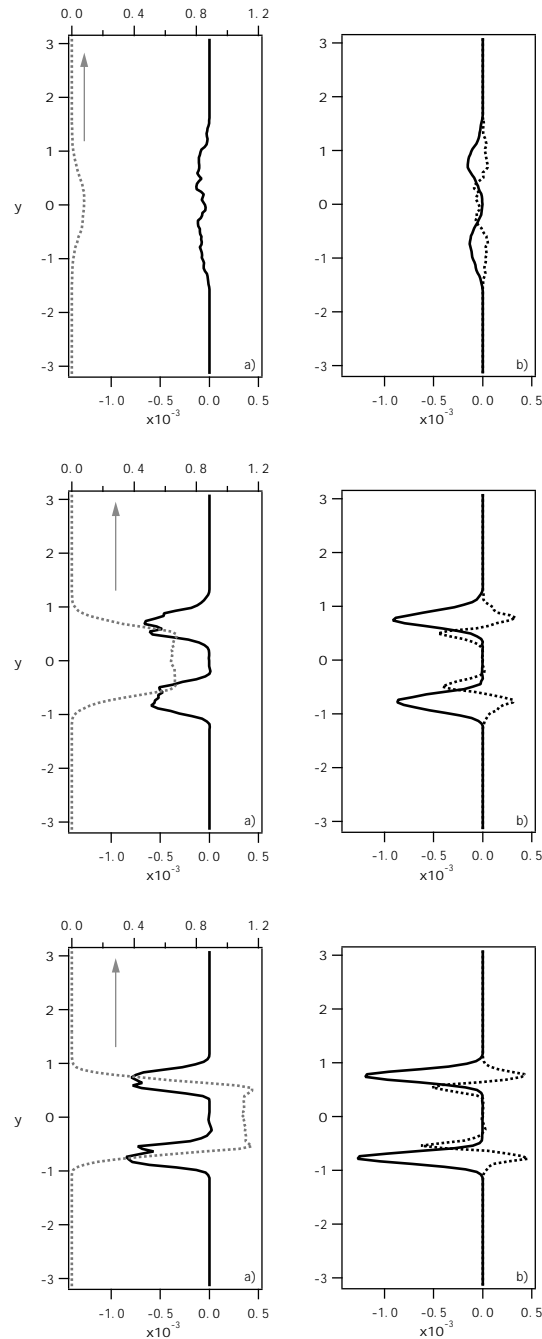


FIG. 5.4: Equation de transport de quantité de mouvement des particules dans la direction x (éq. 2.69). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) : $n_p m_p U_p$, — : $\frac{Dn_p m_p U_p}{Dt}$; b) : terme de transport diffusif, — : terme de couplage diphasique.

5.1.2 Turbulence et dissipation fluide, turbulence des particules

Les différents termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T sont tracés sur les figures 5.5 et 5.6 aux temps normalisés $t/t_{tr} \approx 0.8$. En début de simulation (non représenté sur ces figures), le terme de couplage diphasique, négatif sur toute la hauteur de la nappe, est le terme dominant du bilan et est responsable de la diminution de l'énergie cinétique. Par la suite, lorsque les gradients de vitesse du fluide apparaissent, le terme de production par les gradients moyens de vitesse ($-\rho \langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial y}$) devient important, alimentant ainsi k_T à la périphérie de la nappe. Le terme de couplage est alors toujours négatif mais son amplitude est réduite de par la diminution de la vitesse relative entre les deux phases. Au centre de la nappe où il n'y a pas de production, la turbulence est rapidement détruite et on obtient alors un plateau pour k_T , plateau que l'on a pu observer sur la figure 4.11 par exemple.

Au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ considéré sur ces figures, un état quasi-stationnaire s'établit. Trois zones distinctes apparaissent clairement dans la nappe : une zone centrale quasi laminaire entourée de deux zones où l'écoulement est fortement cisailé et, par conséquent, fortement turbulent. Le terme de production par les gradients moyens est devenu le terme prépondérant des bilans. Cette turbulence créée aux frontières de la nappe est bien sûr contrariée par le terme de dissipation turbulente et les termes de transport diffusif qui permettent de ramener une partie de cette turbulence dans les zones moins énergétiques. On peut également remarquer le comportement singulier du terme de couplage diphasique qui reste négatif aux frontières internes de la nappe mais devient positif, dans certains cas, aux frontières externes et participe donc à la création de turbulence de manière significative. Si l'on observe maintenant la figure 5.5 qui compare les cas n° 2, 3 et 4 à chargement massique constant, on peut s'apercevoir que cette création d'énergie cinétique aux frontières externes par le terme de couplage diphasique est d'autant plus importante que le nombre de Stokes est faible. Pour les cas à fort nombre de Stokes (cas n° 5 et cas n° 7 à $St = 0.86$, ce dernier n'étant pas représenté sur ces figures), cette contribution positive du terme de couplage est totalement négligeable. Le terme de production par les gra-

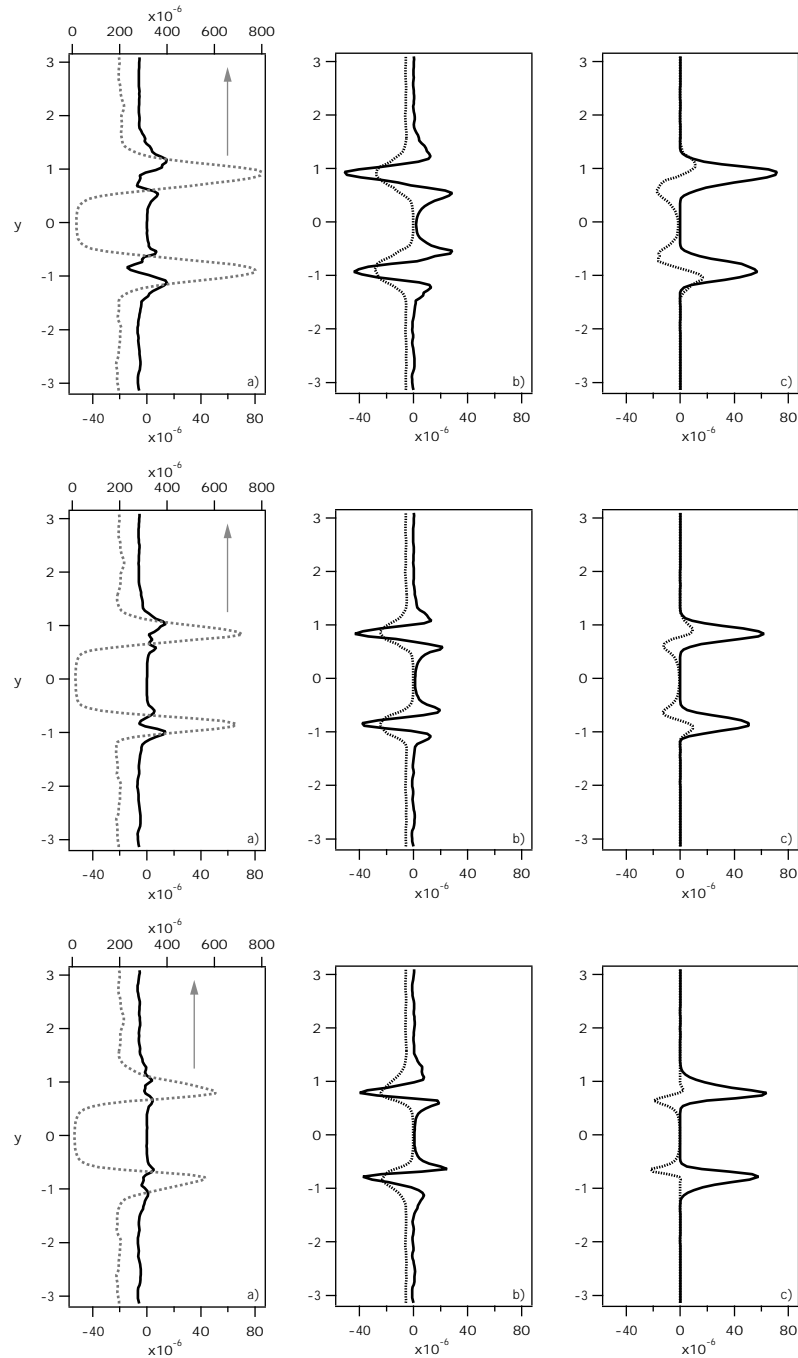


FIG. 5.5: Equation de transport d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T (éq. 2.50). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) ----- : ρk_T , — : $\frac{D\rho k_T}{Dt}$; b) — : termes de transport diffusif, - - - - - : terme de dissipation; c) — : terme de production par les gradients moyens de vitesse, : terme de couplage diphasique.

5.1 Equation bilans

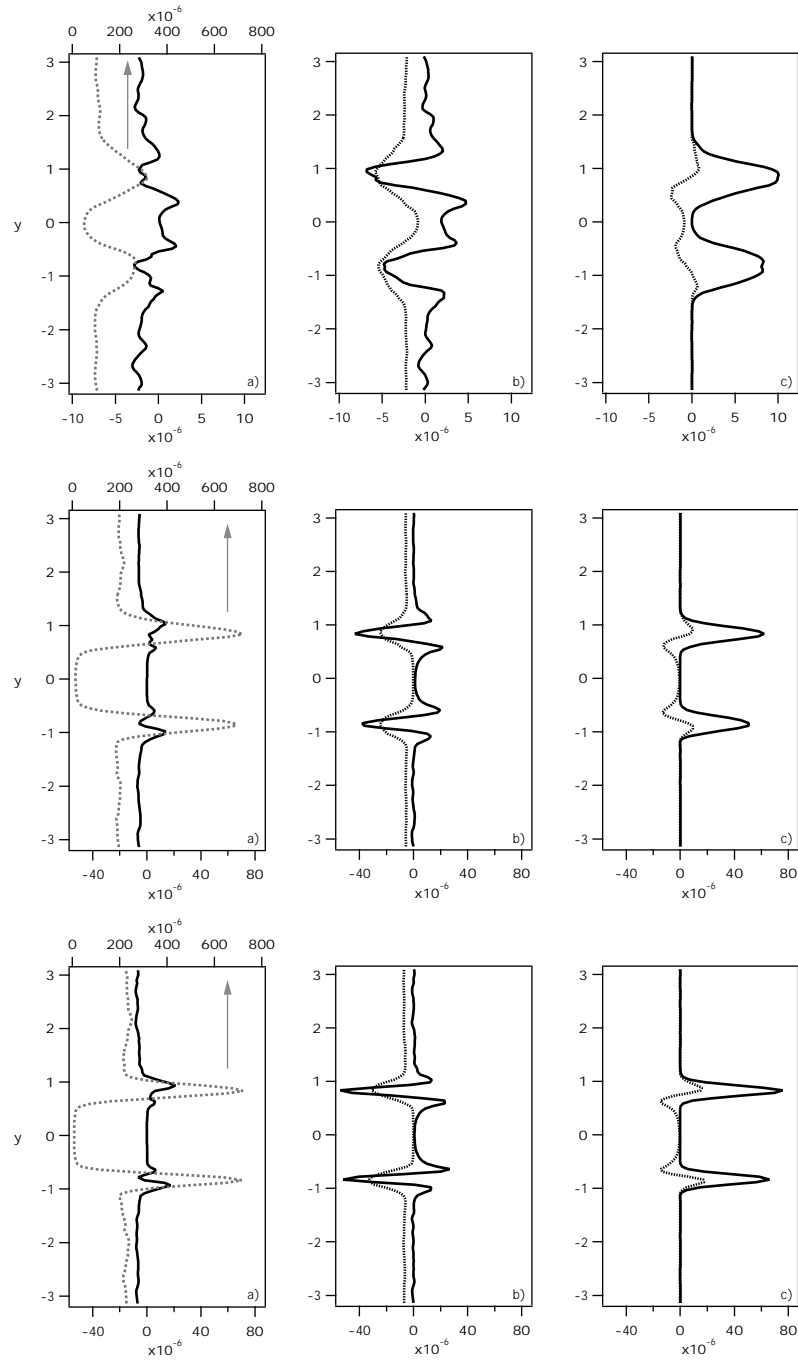


FIG. 5.6: Equation de transport d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T (éq. 2.50). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) \cdots : ρk_T , — : $\frac{D\rho k_T}{Dt}$; b) — : termes de transport diffusif, \cdots : terme de dissipation; c) — : terme de production par les gradients moyens de vitesse, \cdots : terme de couplage diphasique.

dients moyens varie également sensiblement selon le nombre de Stokes. Contrairement à l'idée première que l'on pouvait se faire, ce terme est plus important pour le cas $n^{\circ}3$ à faible nombre de Stokes que pour les cas $n^{\circ}4$ et 5 à nombre de Stokes plus élevé, et ceci bien que les gradients de vitesse moyenne soient plus forts pour ces deux derniers cas (figures 4.7, 4.8 et 4.9). L'explication de cette baisse de la production lorsque St augmente réside donc forcément dans une réduction de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$, réduction d'autant plus marquée que le nombre de Stokes augmente. Finalement, et en conséquence directe de ces observations, le niveau de turbulence créé par la présence de la phase dispersée est donc plus important pour des particules de petite taille que pour des grosses, à chargement constant.

La comparaison à nombre de Stokes constant (figure 5.6) est plus conforme aux prévisions. Ainsi, plus le chargement massique augmente et plus les termes de production par les gradients moyens et de couplage diphasique sont importants. La turbulence créée aux frontières de la nappe augmente donc en conséquence. On peut toutefois noter le caractère fortement non linéaire de cette création de turbulence puisque si l'on observe une différence marquée entre les cas à $\phi = 1.$ et $\phi = 5.$, il n'en est pas de même entre les cas à $\phi = 5.$ et $\phi = 8.$

Les termes de l'équation de taux de dissipation turbulente ε_T (éq. 2.55) sont représentés sur les figures 5.7 et 5.8. Comme pour l'énergie cinétique turbulente, un état quasi-stationnaire est obtenu. Le minimum de ε_T observé au centre de la nappe est le résultat d'une compétition entre la destruction visqueuse (négative) et les termes de production turbulente et de couplage diphasique (positifs) dans les premiers temps des simulations (non représentés sur ces figures). Contrairement à l'énergie cinétique, on ne peut pas parler ici de conséquence directe de la présence des particules puisque ce n'est pas le terme de couplage qui est responsable de cette réduction du taux de dissipation. Cette réduction est uniquement due à la forte augmentation du terme de destruction visqueuse comparée au terme de production turbulente. Cette observation est consistante avec l'analyse de Squires & Eaton [82] qui explique que la présence des partic-

5.1 Equation bilans

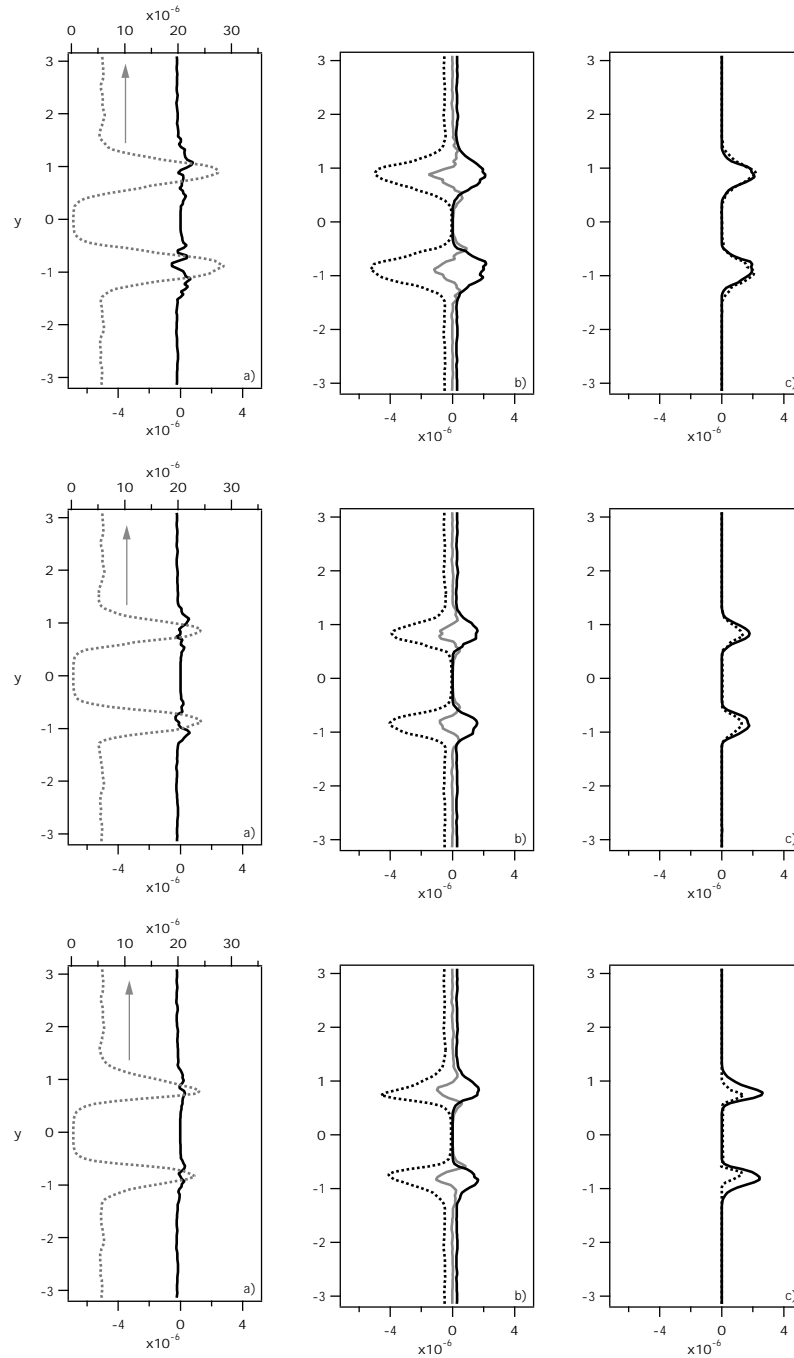


FIG. 5.7: Equation de transport de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T (éq. 2.55). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) : $\rho\varepsilon_T$, — : $\frac{D\rho\varepsilon_T}{Dt}$; b) — : termes de transport diffusif, - - - : terme de production turbulente, - · - · - : terme de destruction visqueuse; c) — : termes de production par les gradients moyens de vitesse, : terme de couplage diphasique.

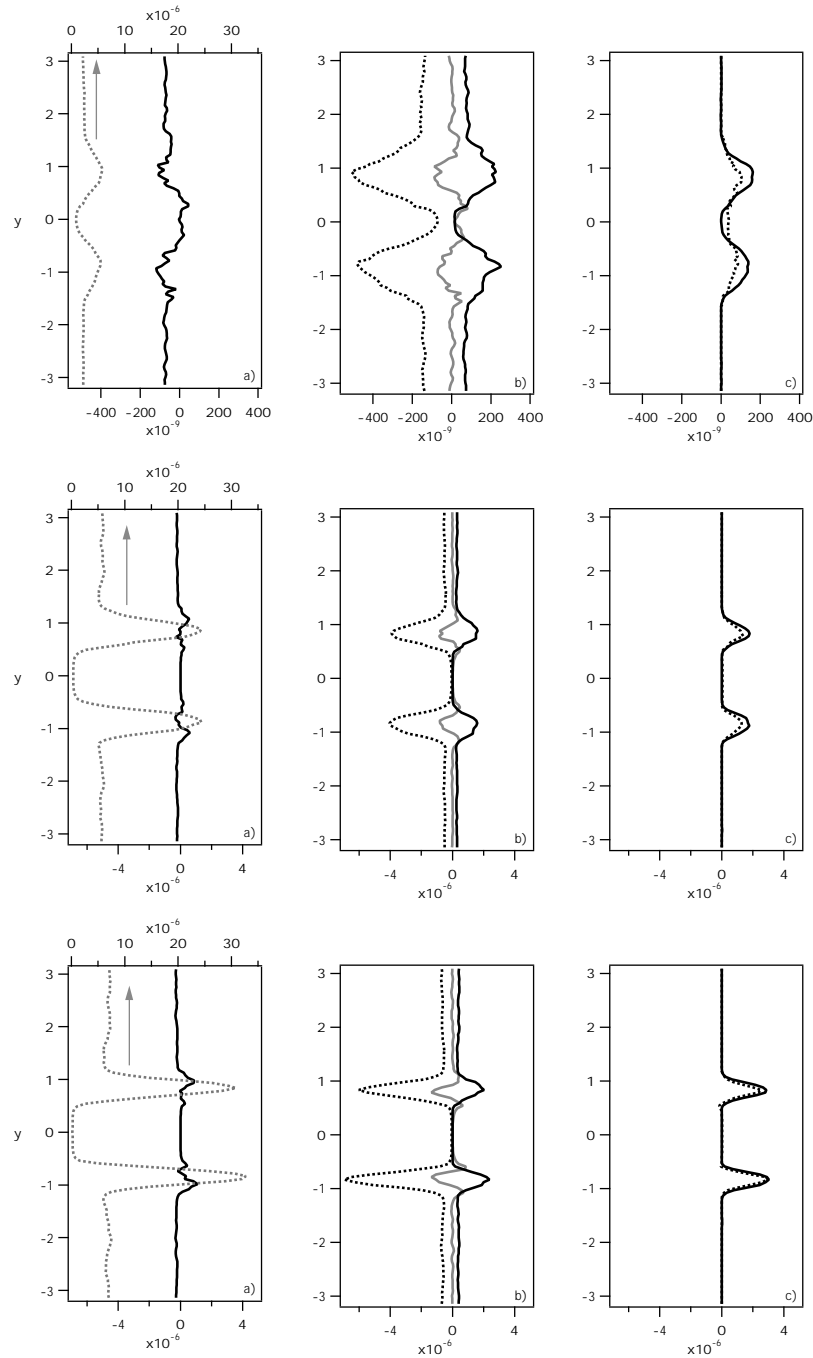


FIG. 5.8: Equation de transport de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T (éq. 2.55). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) \cdots : $\rho\varepsilon_T$, — : $\frac{D\rho\varepsilon_T}{Dt}$; b) — : termes de transport diffusif, — : terme de production turbulente, \cdots : terme de destruction visqueuse; c) — : termes de production par les gradients moyens de vitesse, \cdots : terme de couplage diphasique.

5.1 Equation bilans

ules dérègle l'équilibre qui existe en turbulence monophasique entre production par étirement tourbillonnaire et destruction par viscosité.

Au temps $t/t_{tr}=0.82$, la quasi totalité des phénomènes se trouvent concentrés aux frontières de la nappe. En effet, la dissipation au centre de la nappe est presque nulle puisque l'écoulement est lui presque laminarisé. A la périphérie de la nappe, l'état quasi-stationnaire résulte d'un équilibre entre les termes de destruction visqueuse et de transport diffusif (négatifs) et les termes de couplage diphasique, de production turbulente et de production par les gradients moyens (positifs). Pour tous les cas simulés, le terme de couplage avec la phase dispersée est positif et contribue donc à augmenter le taux de dissipation turbulente. Ce résultat est certainement opposé à l'idée instinctive que l'on pouvait se faire : généralement, on s'attend à ce que le signe d'un terme de couplage pour le taux de dissipation turbulente soit le même que celui de son pendant de l'équation d'énergie cinétique turbulente c'est-à-dire à ce qu'un terme diminuant l'énergie cinétique diminue également la dissipation. Cependant, Boivin *et al.* [11] entre autres ont déjà observé ce type de phénomène pour des particules à faible temps de relaxation. Ils trouvent une explication à ce résultat en calculant les spectres d'échange d'énergie et de dissipation entre le fluide et les particules. Ils constatent tout d'abord que le spectre d'échange d'énergie est constitué de deux régions bien distinctes : une zone à faible nombre d'onde où le mouvement turbulent fluide cède de l'énergie aux particules (spectre négatif) et une zone à grand nombre d'onde où les particules donnent de l'énergie à la turbulence fluide (spectre positif), cette dernière zone étant d'autant plus marquée que le chargement est élevé et que le temps de relaxation des particules est petit. Grâce à leur configuration de turbulence homogène isotrope, ils peuvent alors estimer le spectre d'échange de dissipation en multipliant le spectre d'échange d'énergie par K^2 . Ainsi pondéré par K^2 , l'effet des grands nombres d'onde devient suffisamment accentué pour que le terme de couplage pour la dissipation devienne positif tout en ayant un terme de couplage pour l'énergie cinétique négatif.

La comparaison à chargement constant de la figure 5.7 ne révèle pas de variation impor-

tante selon le nombre de Stokes puisque tous les termes restent sensiblement du même ordre de grandeur. On peut tout de même noter une production par les gradients moyens légèrement plus importante lorsque le nombre de Stokes augmente due à l'augmentation des gradients de vitesse moyenne et inversement une production turbulente légèrement plus faible de par la diminution de la turbulence. Pour les cas à nombre de Stokes constant (figure 5.8), le constat est similaire à celui pour l'énergie cinétique turbulente à savoir une augmentation globale de tous les termes en présence lorsque le chargement massique augmente. L'équilibre entre ces termes est toutefois toujours le même.

Les figures 5.9 et 5.10 permettent d'observer les différentes contributions de l'équation d'énergie cinétique turbulente des particules q_p^2 au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. Les profils obtenus sont quelque peu bruités à cause du petit nombre de particules présentes dans chaque plan de moyenne $[xz]$. Cependant, certaines tendances peuvent être extraites aisément. Au début de la simulation (non montré sur ces figures), l'agitation des particules est induite par le terme de couplage diphasique qui est donc positif dans toute la nappe. Quand les particules sont suffisamment agitées, le terme de production par les gradients moyens de vitesse devient significativement positif et explique, avec le terme de couplage, le maximum de q_p^2 observé aux frontières de la nappe. Ce comportement est donc similaire à celui déjà reporté pour le fluide dans le sens où la production de turbulence par les gradients moyens de vitesse joue un rôle prépondérant dans l'établissement des profils turbulents. Le mécanisme de création de ces termes de production, symptomatique de l'interaction entre les deux phases, est par contre opposé : pour le fluide, le terme de production se développe grâce aux gradients de vitesse moyenne du fluide créés par l'effet d'entraînement des particules ; pour les particules, il devient important après création d'une agitation des particules par la turbulence fluide.

Au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ représenté sur cette figure, on peut s'apercevoir que l'état quasi-stationnaire observé pour les quantités turbulentes du fluide n'est pas encore obtenu pour q_p^2

5.1 Equation bilans

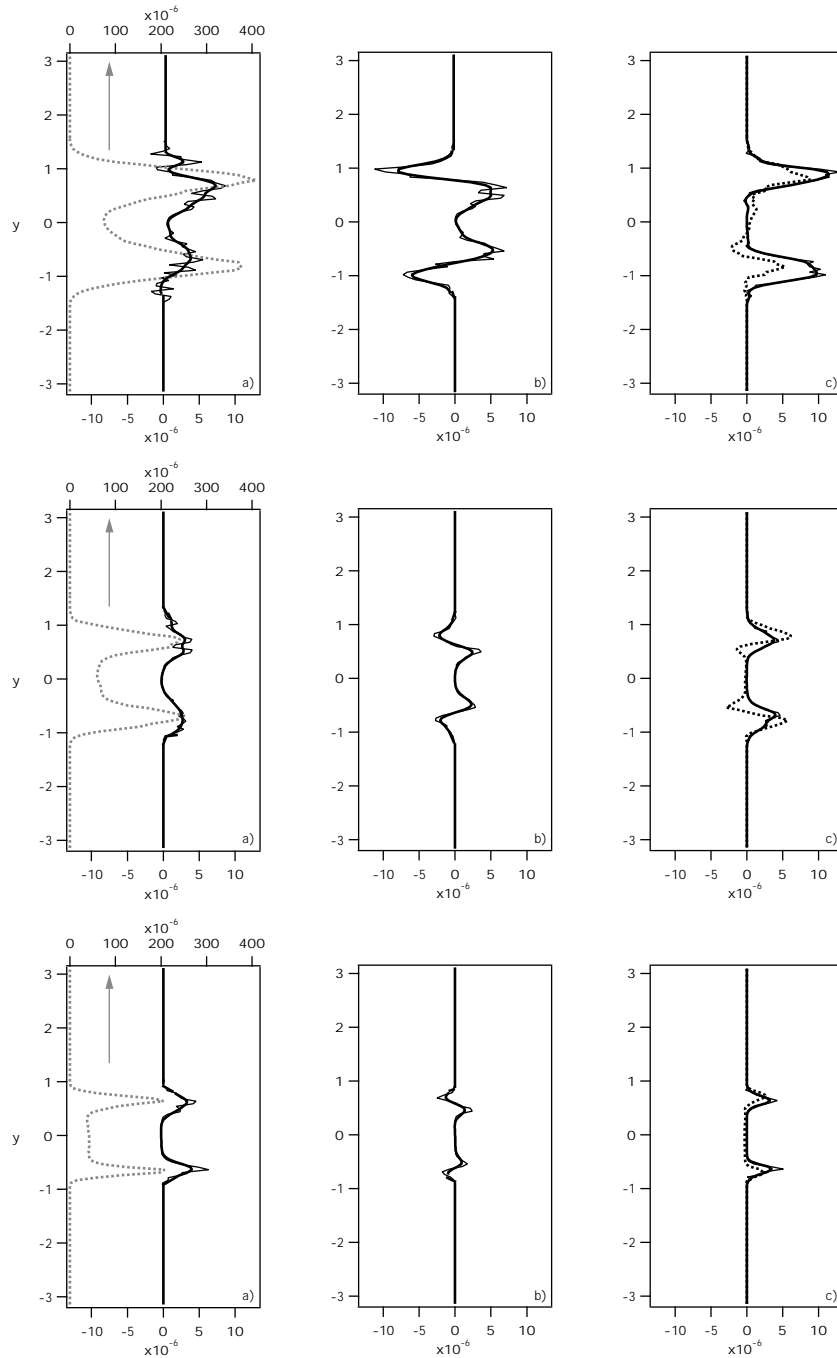


FIG. 5.9: Equation de transport d'énergie cinétique turbulente des particules q_p^2 (éq. 2.73). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) \cdots : $n_p m_p q_p^2$, — : $\frac{Dn_p m_p q_p^2}{Dt}$; b) — : terme de transport diffusif; c) — : termes de production par les gradients moyens de vitesse, \cdots : terme de couplage diphasique. Les lignes fines correspondent aux données brutes alors que les lignes épaisses ont bénéficié d'un filtrage.

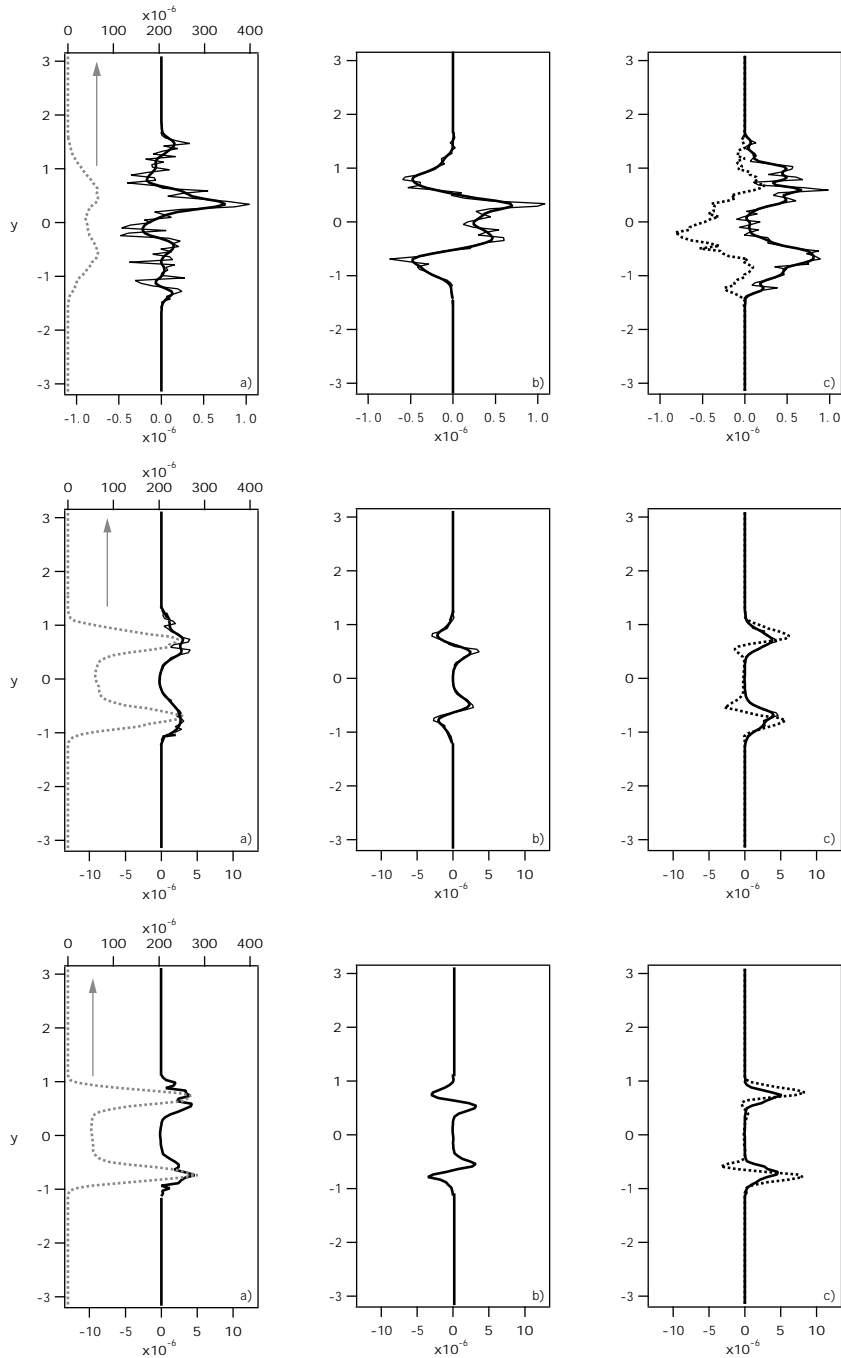


FIG. 5.10: Equation de transport d'énergie cinétique turbulente des particules q_p^2 (éq. 2.73). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) : $n_p m_p q_p^2$, — : $\frac{Dn_p m_p q_p^2}{Dt}$; b) — : terme de transport diffusif; c) — : termes de production par les gradients moyens de vitesse, : terme de couplage diphasique. Les lignes fines correspondent aux données brutes alors que les lignes épaisses ont bénéficié d'un filtrage.

5.1 Equation bilans

(il est effectif pour $t/t_{tr}=1.10$ environ). Comme pour l'énergie cinétique turbulente du fluide, les termes de production sont d'autant plus grands que le nombre de Stokes est faible (figure 5.9) et ce malgré des gradients de vitesse moyenne des particules plus forts. Ce phénomène est dû au développement plus rapide des contraintes de cisaillement particulières dans le cas des petites particules. Ce résultat est tout à fait cohérent puisque des particules de petite taille vont plus facilement être influencées par la turbulence fluide et donc acquérir plus rapidement de l'agitation. Le terme de couplage diphasique, toujours du même ordre de grandeur que le terme de production, exhibe un comportement particulier : alors qu'il reste systématiquement positif pour les cas à $St = 0.86$, il devient négatif vers l'intérieur de la nappe pour les cas à $St = 0.11$ et $St = 0.26$. Pour les cas à nombre de Stokes constant (figure 5.10), on constate une augmentation des termes de production et de couplage lorsque le chargement massique augmente. En effet, plus le chargement est important et plus les gradients de vitesse moyenne des particules sont forts et plus l'agitation des particules est importante.

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

Nous venons de constater l'influence prépondérante des termes de couplage entre phases dans l'établissement de la dynamique moyenne et fluctuante de l'écoulement. Nous avons mis en évidence le comportement singulier des termes de couplage pour l'énergie cinétique turbulente du fluide et des particules qui peuvent être pour une même configuration tantôt un terme source, tantôt un terme puits selon la partie de la nappe ou le temps considérés. Le nombre de Stokes est également apparu comme un paramètre déterminant puisqu'il semble conditionner fortement le signe de ces termes, le point le plus intéressant étant certainement de constater que pour des petits nombres de Stokes, le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente du fluide devenait un terme producteur de turbulence aux frontières extérieures de la nappe. Pour mieux comprendre ces phénomènes, nous nous proposons dans ce paragraphe d'étudier plus en détail les couplages dynamiques entre la phase continue et la phase dispersée. L'accent est plus particulièrement mis sur les termes de transfert d'énergie cinétique.

5.2.1 Termes de couplage entre phases

A partir des équations de quantité de mouvement moyenne du fluide et des particules (2.38 et 2.69), il est possible de déduire le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique moyenne du mélange "fluide+particules". Ce terme, que nous nommerons Π_E , s'écrit [76] :

$$\begin{aligned}\Pi_E &= U_i \Pi_{u_i} + U_{p,i} \Pi_{u_{p,i}} \\ &= n_p m_p (U_{p,i} - U_i) \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p\end{aligned}\quad (5.1)$$

Π_E correspond à la différence de puissance des forces moyennes exercées par le fluide sur les particules. Dans cette étude, seule la force de traînée est prise en compte mais cette expression reste valide quelle que soit la force considérée. Π_E représente également le transfert d'énergie du mouvement moyen vers le mouvement turbulent du mélange. Dans la plupart des cas, ce

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

terme est négatif car la force moyenne appliquée sur les particules est généralement de signe opposé au mouvement relatif moyen.

Le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente du fluide, Π_k , est :

$$\Pi_k = -n_p m_p \left\langle u_i' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (5.2)$$

A cause de la condition de non glissement à la surface de la particule, la vitesse du fluide est considérée comme égale à la vitesse de la particule à la position de la particule. Autrement dit :

$$u_i' = u_{p,i} - U_i = U_{p,i} + u_{p,i}'' - U_i \quad (5.3)$$

Le terme Π_k peut alors être réexprimé :

$$\begin{aligned} \Pi_k &= -n_p m_p (U_{p,i} - U_i) \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \\ &= -\Pi_E - \Pi_{q_p^2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Le premier terme à droite correspond à l'opposé du terme de couplage pour l'énergie cinétique moyenne du mélange Π_E . En observant les relations 5.1 et 5.4, on peut s'apercevoir que le transfert d'énergie cinétique s'effectue du mélange diphasique vers le mouvement turbulent du fluide. Quant au second terme, il s'agit de l'opposé du terme de couplage apparaissant dans l'équation d'énergie cinétique turbulente des particules $\Pi_{q_p^2}$ (éq. 2.73). Il représente donc l'échange d'énergie cinétique entre les mouvements turbulents des deux phases. Dans le tableau 5.1 sont résumés les transferts d'énergie cinétique entre les différents mouvements moyens et turbulents. En sommant les deux contributions de Π_k et celle de $\Pi_{q_p^2}$, on peut remarquer que la

Π_E	$+n_p m_p (U_{p,i} - U_i) \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$	
Π_k	$-n_p m_p (U_{p,i} - U_i) \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$	$-n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$
$\Pi_{q_p^2}$		$+n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$

TAB. 5.1: Transferts d'énergie cinétique entre phases et entre mouvements moyens et fluctuants.

conservation de l'énergie cinétique du mélange diphasique est bien respectée.

Le terme Π_k peut être interprété différemment en effectuant une nouvelle décomposition faisant intervenir la vitesse relative instantanée $u_{r,i} = u_{p,i} - \tilde{u}_i$:

$$\Pi_k = \underbrace{-n_p m_p \left\langle u_{r,i} \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p}_{\Pi_w} - \underbrace{n_p m_p \left\langle (\tilde{u}_i - U_i) \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p}_{\Pi_k^*} \quad (5.5)$$

Dans cette expression, Π_w correspond à une production de fluctuations de vitesse du fluide dans le sillage des particules. Cette turbulence de sillage a déjà été identifiée dans différentes études sous le nom de "pseudo-turbulence" (voir Kataoka & Serizawa [39] par exemple).

En séparant $u_{r,i}$ en une valeur moyenne et une valeur fluctuante, Π_w peut s'écrire :

$$\Pi_w = -n_p m_p U_{r,i} \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle u_{r,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (5.6)$$

où les deux contributions représentent la production de sillage induite respectivement par le mouvement relatif moyen et le mouvement relatif fluctuant.

Le deuxième terme de l'équation 5.5, Π_k^* , représente la contribution des grandes échelles de la turbulence. Il peut être réexprimé en utilisant la vitesse moyenne du fluide "vue" par les particules $\langle \tilde{u}_i \rangle_p$:

$$\Pi_k^* = \underbrace{-n_p m_p \left\langle (\tilde{u}_i - \langle \tilde{u}_i \rangle_p) \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p}_{\Pi_k^{q*}} - \underbrace{n_p m_p \langle \tilde{u}_i - U_i \rangle_p \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p}_{\Pi_k^{d*}} \quad (5.7)$$

$\langle \tilde{u}_i - U_i \rangle_p = \langle \tilde{u}_i' \rangle_p$ est la moyenne "vue" par les particules de la fluctuation de vitesse du fluide et, par définition, est égale à la vitesse de dérive $U_{d,i}$. Le terme $n_p m_p U_{d,i}$ représente ainsi le flux turbulent de particules dû au transport par la turbulence du fluide [71]. Π_k^{d*} est alors interprété comme la puissance que la turbulence fluide doit apporter pour vaincre la force moyenne appliquée aux particules. Son échelle de temps associée est de l'ordre de l'échelle intégrale turbulente $\tau_t = k_T / \varepsilon_T$. En ce qui concerne le premier terme de droite de l'équation 5.7, c'est-à-dire Π_k^{q*} , son échelle de temps caractéristique dépend de la force $F_{p,i}$ considérée. Dans le cadre de

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

cette étude où seule la force de traînée est prise en compte, ce temps sera donc le temps de relaxation des particules τ_p .

5.2.1.1 Expression de Π_k^* dans le cas de la force de traînée

A partir de l'équation 5.7 et en considérant que la seule force appliquée sur les particules est la force de traînée, nous pouvons écrire :

$$\Pi_k^* = -n_p m_p \left\langle \frac{1}{\tau_p} [\tilde{u}_i'' \tilde{u}_i - \tilde{u}_i'' u_{p,i}] \right\rangle_p + n_p m_p U_{di} \left\langle \frac{u_{p,i} - \tilde{u}_i}{\tau_p} \right\rangle_p \quad (5.8)$$

En se plaçant dans le régime de Stokes, c'est-à-dire pour des nombre de Reynolds particulières petits devant l'unité, le temps de relaxation τ_p prend la forme suivante (éq. 2.13 et 2.9) :

$$\begin{aligned} \tau_p &= \frac{4 \rho_p d_p}{3 \rho C_D \|\mathbf{u}_r\|} \\ &= \frac{1 \rho_p d_p^2}{18 \rho \nu} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ce qui ne pose aucun problème pour extraire τ_p de l'opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle_p$ dans l'équation 5.8. Dans le cas d'un nombre de Reynolds particulière plus élevé, cette opération n'est plus possible à cause de la dépendance non-linéaire du coefficient de traînée C_D (et donc de τ_p) par rapport à la vitesse relative (éq. 2.14 :

$$\tau_p = \frac{4 \rho_p d_p}{3 \rho C_D \|\mathbf{u}_r\|} \quad \text{avec } C_D = \frac{24}{Re_p} \left(1 + 0.15 Re_p^{0.687} \right) \quad (5.10)$$

Il est alors nécessaire d'introduire un temps de relaxation moyen τ_{fp}^F défini comme [71] :

$$\tau_{fp}^F = \frac{4 \rho_p d_p}{3 \rho \langle C_D \rangle_p \langle \|\mathbf{u}_r\| \rangle_p} \quad (5.11)$$

avec :

$$\langle C_D \rangle_p = C_D \left(\langle Re_p \rangle_p \right) \quad (5.12)$$

$$\langle Re_p \rangle_p = \frac{\langle \|\mathbf{u}_r\| \rangle_p d_p}{\nu} \quad (5.13)$$

$$\langle \|\mathbf{u}_r\| \rangle_p \approx \sqrt{\langle \mathbf{u}_r^2 \rangle_p} = \sqrt{U_{r,i} U_{r,i} + \langle u_{r,i}'' u_{r,i}'' \rangle_p} \quad (5.14)$$

Nous pouvons à présent réécrire l'équation 5.8 :

$$\Pi_k^* \approx \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (-2q_f^2 + q_{fp}) + \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} U_{r,i} U_{d,i} \quad (5.15)$$

où $q_f^2 = \frac{1}{2} \langle \tilde{u}_i'' \tilde{u}_i'' \rangle_p$ est l'énergie cinétique turbulente du fluide "vue" par les particules. Cette équation met en exergue trois contributions différentes, les deux premières provenant du terme Π_k^{q*} linéarisé et la troisième correspondant à Π_k^{d*} linéarisé :

- $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} 2q_f^2$ représente un terme de dissipation du mouvement fluctuant du fluide,
- $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_{fp}$ représente une source d'énergie issue de la corrélation entre les mouvements fluctuants des deux phases,
- $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} U_{r,i} U_{d,i}$ exprime la modification de l'énergie cinétique turbulente du fluide due au transport des particules par la turbulence fluide.

5.2.2 Transferts turbulents et dissipation de la turbulence fluide

Comme cela a été dit dans le paragraphe précédent, la modification de la turbulence fluide par les particules s'effectue par l'intermédiaire de mécanismes différents, chacun étant caractérisé par des échelles de temps et de longueurs propres. A ce niveau, nous allons reprendre la décomposition introduite au paragraphe 2.4.1 qui consistait à dire que l'énergie cinétique turbulente totale du fluide pouvait être décomposée en deux contributions, $k = k_T + k_w$, avec k_T associé à la turbulence à grande échelle et k_w associé au sillage. De la même façon, nous avons décomposé la dissipation ε en deux parties, $\varepsilon = \varepsilon_T + \varepsilon_w$, où ε_T représente le taux de dissipation de la turbulence à proprement parler qui, comme en écoulement monophasique, est supposé être imposé par le mécanisme de transfert inertiel à grande échelle, et ε_w le taux de dissipation de sillage induit par les particules. En première approximation, nous pouvons estimer que l'échelle de temps τ_w associée à Π_w , la production de "pseudo-turbulence", est de l'ordre de $(\nu/\varepsilon_w)^{(1/2)}$.

Nous pouvons alors estimer le rapport k_T/k_w :

$$\frac{k_T}{k_w} \sim \frac{\tau_t \varepsilon_T}{\tau_w \varepsilon_w} \quad (5.16)$$

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

En introduisant l'échelle de Kolmogorov τ_k , l'échelle de temps τ_w peut être réécrit comme $\tau_w \sim (\varepsilon_T / \varepsilon_w)^{(1/2)} \tau_k$ et donc :

$$\frac{k_T}{k_w} \sim \frac{\tau_T}{\tau_k} \left(\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_w} \right)^{(1/2)} \quad (5.17)$$

Cette relation signifie que, à grand nombre de Reynolds, même si ε_T est du même ordre de grandeur que ε_w , la turbulence à grande échelle k_T sera toujours très supérieure à la turbulence de sillage k_w puisque $\frac{\tau_T}{\tau_k} \gg 1$. L'énergie cinétique turbulente totale k se réduit donc à la seule contribution de k_T ce qui signifie que les effets de sillage ont un effet globalement négligeable sur la valeur de k . A l'inverse, nous verrons que la dissipation ε_T ne représente pas la dissipation totale ε puisque ε_w n'est pas négligeable.

A petites échelles et pour un nombre de Reynolds particulière modéré, on pourra supposer l'équilibre local suivant (Lance *et al.* [42], Bel Fdhila & Simonin [24]) :

$$\Pi_w = \rho \varepsilon_w \quad (5.18)$$

Cette hypothèse équivaut à dire que les fluctuations générées dans le sillage des particules sont quasi instantanément dissipées aux petites échelles.

Cette hypothèse d'équilibre local 5.18 peut être reformulée à l'aide de la relation 5.5 :

$$\Pi_k - \rho \varepsilon = \Pi_k^* - \rho \varepsilon_T \quad (5.19)$$

Si l'on remplace maintenant $\Pi_k - \rho \varepsilon$ par $\Pi_k^* - \rho \varepsilon_T$ dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente du fluide 2.50, il apparaît que Π_k^* est le véritable responsable de la modification de la turbulence "réelle", c'est-à-dire la turbulence mesurable. Π_k^{q*} , généralement négatif, est un terme de destruction des fluctuations de vitesse du fluide. Pour des particules ayant une échelle de temps τ_p comparable aux macro-échelles de temps turbulentes, Π_k^{q*} va agir comme un terme puits sur les grandes échelles énergétiques de la turbulence et va donc mener à une décroissance de l'énergie cinétique turbulente mesurable. En reformulant Π_k^{q*} , on peut s'apercevoir

que cette perte d'énergie pour le fluide est directement transformée en agitation des particules et en sillage :

$$\Pi_k^{q*} = -\Pi_{q_p^2} + n_p m_p \left\langle u_{r,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \quad (5.20)$$

L'action du terme $\Pi_k^{d*} = -n_p m_p U_{d,i} \left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ est quant à elle moins évidente puisque ce terme peut être négatif ou positif selon les signes du flux turbulent de particules ($n_p m_p U_{d,i}$) et de la force moyenne $\left\langle \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$. Il est à noter que ce terme est généralement très faible dans une configuration homogène mais peut devenir non négligeable dans des situations de forte concentration préférentielle ou de glissement moyen important, comme ce sera le cas dans cette étude.

5.2.3 Résultats

5.2.3.1 Effets de sillage

Dans le paragraphe 3.3.2 décrivant la méthode P.S.I.C., nous avons supposé que le terme de contrainte de sous-maille de l'équation de quantité de mouvement instantanée du fluide était négligeable. Selon Sagaut [67], ce terme peut être modélisé par le biais d'une viscosité de sous-maille ν_{SM} qu'il exprime en fonction de la taille de la maille Δx et de la dissipation de sillage ϵ_w :

$$\nu_{SM} = (\Delta x^4 \epsilon_w)^{1/3} \quad (5.21)$$

Le rapport de la viscosité de sous-maille ν_{SM} sur la viscosité moléculaire ν est tracé sur les figures 5.11 (a) et 5.12 (a) au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. ϵ_w est ici approximé par Π_w/ρ (éq. 5.18). Quelque soit le cas considéré, la viscosité de sous-maille est bien du même ordre de grandeur que la viscosité moléculaire. On pourra donc considérer que l'omission du tenseur de contraintes de sous-maille dans nos simulations ne remet pas en cause la précision et la validité

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

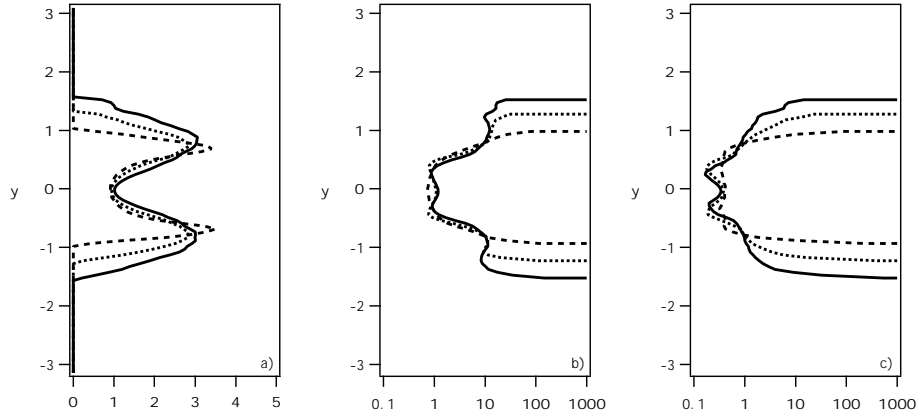


FIG. 5.11: Effets de sillage, comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. a) v_{SM}/v ; b) k_T/k_w , c) ϵ_T/ϵ_w ; — : cas n°3 ($St = 0.11$), : cas n°4 ($St = 0.26$), --- : cas n°5 ($St = 0.84$).

des résultats. Aux frontières de la nappe où la vitesse relative est encore importante, cette hypothèse peut devenir beaucoup plus discutable pour des cas à chargement massique important. Les cas comparés à ϕ identique (figure 5.11 (a)) montrent que les effets du nombre de Stokes sont quasiment négligeables sur le ratio v_{SM}/v .

Les figures 5.11 (b) et 5.12 (b) présentent maintenant le rapport entre k_T et k_w calculé selon la relation 5.17 où ϵ_w est approximé par Π_w/ρ . Pour les cas à $\phi = 1$. comme le cas n°2, k_T est d'un ordre bien supérieur à k_w sur toute la hauteur de la nappe ce qui signifie donc que l'énergie cinétique turbulente que nous mesurons, c'est-à-dire k_T , est en fait quasiment égale à l'énergie cinétique turbulente totale k . Par contre, pour les cas à $\phi = 5$. et $\phi = 8$., si cela reste vrai sur les bords de la nappe, il n'en est plus de même au centre où la "pseudo-turbulence" devient du même ordre de grandeur que la turbulence à grande échelle. Dans cette zone centrale où l'écoulement est quasiment laminaire à cause des forts transferts d'énergie entre phases, l'énergie cinétique turbulente mesurée ne correspond donc plus à l'énergie cinétique turbulente totale.

La même comparaison est effectuée pour le taux de dissipation turbulente sur les figures

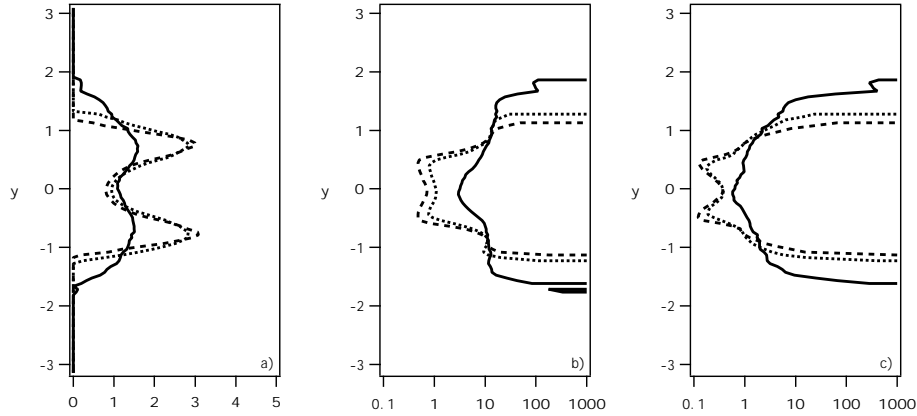


FIG. 5.12: Effets de sillage, comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. a) v_{SM}/v ; b) k_T/k_w , c) ϵ_T/ϵ_w ; — : cas n°2 ($\phi = 1.$), : cas n°4 ($\phi = 5.$), --- : cas n°6 ($\phi = 8.$).

5.11 (c) et 5.12 (c). Dans tous les cas, le rapport ϵ_T/ϵ_w est globalement d'un ordre de grandeur inférieur au rapport k_T/k_w . Comme on pouvait donc s'y attendre, la dissipation mesurée ϵ_T n'est pas égale à la dissipation totale ϵ , excepté sur quelques points aux frontières extérieures de la nappe.

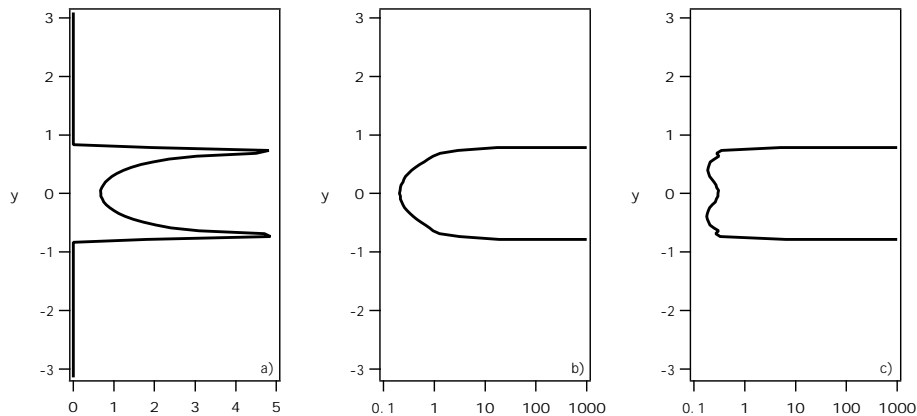


FIG. 5.13: Effets de sillage pour le cas n°8 ($St = 1.64$, $\phi = 27.$) au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. a) v_{SM}/v ; b) k_T/k_w , c) ϵ_T/ϵ_w .

Le cas n°8 ($St = 1.64$, $\phi = 27.$) où les particules sont très inertielles (figure 5.13) est un cas

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

typique où la turbulence de sillage devient prépondérante par rapport à la turbulence à grande échelle.

Pour finir, revenons maintenant sur le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente. Dans le paragraphe 5.1.2, nous avons établi le bilan de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente mesurable k_T , c'est-à-dire l'énergie cinétique turbulente à grande échelle. Le terme de couplage diphasique filtré de cette équation est un terme calculé par projection sur le maillage eulérien selon l'opérateur défini dans le paragraphe 3.3.2. En reprenant pour plus de clarté la marque de filtrage " $\hat{\cdot}$ ", nous pouvons écrire ce terme de couplage $\hat{\Pi}_k$ comme :

$$\hat{\Pi}_k = - \langle \hat{u}_i' \hat{\Pi}_{u_i} \rangle \quad (5.22)$$

Ce terme est tracé sur les figures 5.14 et 5.15 et comparé au terme Π_k^* , le terme de couplage "à grande échelle" discuté précédemment. Ces figures mettent en évidence le fait que le terme

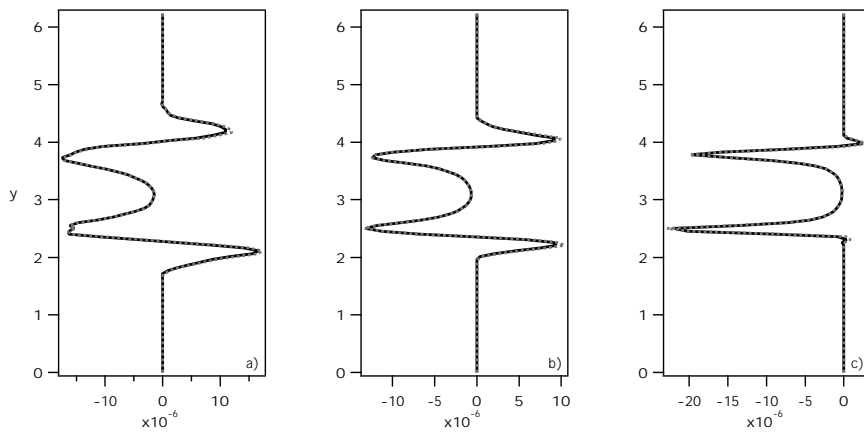


FIG. 5.14: Comparaison du terme de couplage filtré $\hat{\Pi}_k$ pour l'énergie cinétique turbulente avec Π_k^* , le terme de couplage "à grande échelle" au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$. a) cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$), b) cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), c) cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$); — : terme filtré $\hat{\Pi}_k$, - - - : Π_k^* .

filtré $\hat{\Pi}_k$ est bien égal au terme Π_k^* , le terme de couplage "à grande échelle". Le filtre spatial que génère la méthode de projection des termes sources diphasiques sur le maillage Eulérien court-

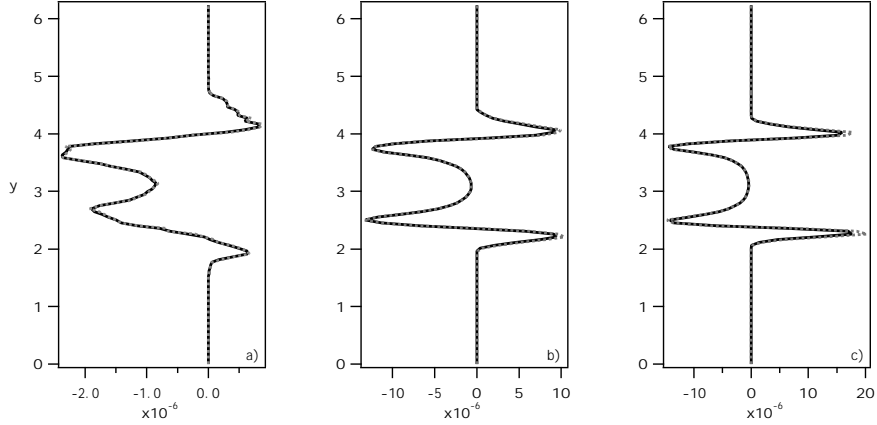


FIG. 5.15: Comparaison du terme de couplage filtré $\hat{\Pi}_k$ pour l'énergie cinétique turbulente avec Π_k^* , le terme de couplage "à grande échelle" au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$. a) cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$), b) cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), c) cas n°6 ($St = 0.26$, $\phi = 8.$); — : terme filtré $\hat{\Pi}_k$, - - - - : Π_k^* .

circuite donc complètement les transferts d'énergie cinétique à très petite échelle. En d'autres termes, cela confirme bien que, au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ considéré, les fluctuations de vitesse créées dans le sillage des particules sont totalement invisibles au niveau de nos bilans puisque dissipées quasi instantanément à l'échelle de sous-maille. A l'inverse, le cas n°8 ($St = 1.64$, $\phi = 27.$) tracé sur la figure 5.16 constitue un cas où les fluctuations de sillage sont générées à une échelle suffisamment grande pour pouvoir être captées par la simulation. En conséquence, le terme $\hat{\Pi}_k$ ne correspond plus exactement à Π_k^* car la séparation d'échelle entre le terme de couplage à grande échelle Π_k^* et le terme de couplage de sous-maille Π_w n'étant plus effective, une partie de Π_w est alors également captée par la simulation.

5.2.3.2 Transferts d'énergie cinétique entre phases

Note importante

Afin de dissocier les différents phénomènes mis en jeu, nous allons être amenés dans ce paragraphe à réécrire les termes de couplage diphasique en les décomposant en plusieurs con-

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

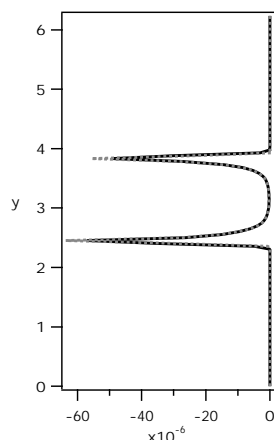


FIG. 5.16: Comparaison du terme de couplage filtré $\hat{\Pi}_k$ pour l'énergie cinétique turbulente avec Π_k^* , le terme de couplage "à grande échelle" pour le cas n°8 ($St = 1.64$, $\phi = 27.$) au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$. — : terme filtré $\hat{\Pi}_k$, - - - : Π_k^* .

tributions, comme cela a été fait dans le paragraphe 5.2.1.1 pour Π_k^* par exemple. La forme modélisée de ces termes nécessite la linéarisation du terme de traînée et l'utilisation du temps de relaxation moyen τ_{fp}^F défini par la relation 5.11. La première des vérifications est de s'assurer que le terme de couplage ainsi linéarisé est bien égal au terme de couplage exact. Cela a été fait systématiquement pour chacun des cas et aucune différence notable n'a été constatée mis à part au tout début des simulations. En effet, dans les tous premiers temps des simulations, la vitesse relative moyenne $\|\mathbf{U}_r\|$ est très grande devant ses fluctuations $\sqrt{\mathbf{u}_r''\mathbf{u}_r''}$ et l'utilisation de la linéarisation classique revient à négliger abusivement certaines corrélations. Pour remédier à ce problème, certains auteurs dont Sakiz & Simonin [68] proposent d'ailleurs une extension à ce modèle dans le cas où la vitesse relative moyenne est importante en effectuant un développement limité du terme de traînée. Par contre, pour tous les temps considérés sur les figures de ce paragraphe, ce problème ne se pose plus (la vitesse relative moyenne a chuté et ses fluctuations ont augmenté) et les termes linéarisés sont bien strictement égaux aux termes exacts. Pour ne pas surcharger les figures, nous nous sommes donc abstenus de les représenter.

Les premières figures 5.17 présentent une évolution temporelle typique des principaux termes de couplage entre le mouvement moyen du mélange et les mouvements fluctuants des phases continue et dispersée. Il s'agit en l'occurrence du cas n°2 ($St = 0.26, \phi = 1.$). Le terme

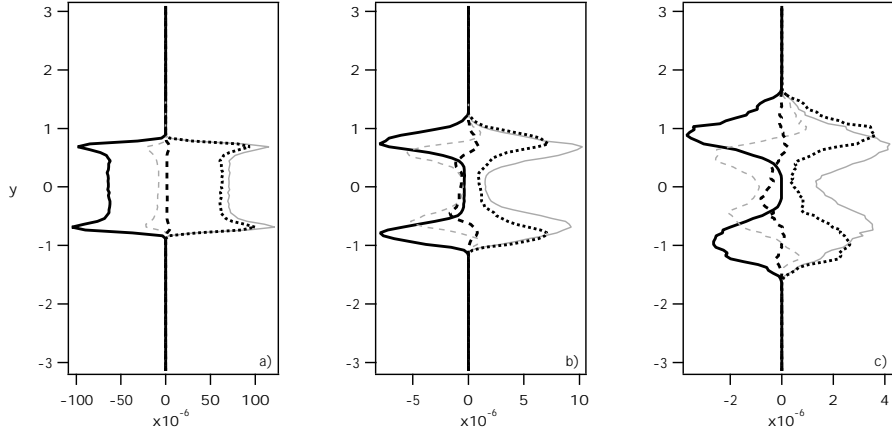


FIG. 5.17: Evolution temporelle des principaux termes de couplage entre phases pour l'énergie cinétique, cas n°2 ($St = 0.26, \phi = 1.$); — : Π_E , - - - : $\Pi_{q_p^2}$, ····· : Π_k , — — — : Π_w , - - - : Π_k^* ; a) $t/t_{tr} = 0.12$, b) $t/t_{tr} = 0.37$, c) $t/t_{tr} = 0.82$.

de couplage diphasique pour l'énergie cinétique moyenne du mélange "fluide+particule" Π_E (éq. 5.1) est toujours négatif, quel que soit le cas étudié. Il représente donc un terme puits pour l'énergie cinétique moyenne du mélange et un terme source pour la turbulence du fluide. Dans cette étude où la force appliquée sur les particules se réduit à la seule force de traînée, ce terme s'exprime par :

$$\Pi_E = -n_p m_p (U_{p,i} - U_i) \left\langle \frac{(u_{p,i} - u_i)}{\tau_p} \right\rangle_p \quad (5.23)$$

En introduisant le temps de relaxation moyen τ_{fp}^F (éq. 5.11), on obtient :

$$\Pi_E \approx -\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (U_{r,i} U_{r,i} + U_{r,i} U_{d,i}) \quad (5.24)$$

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

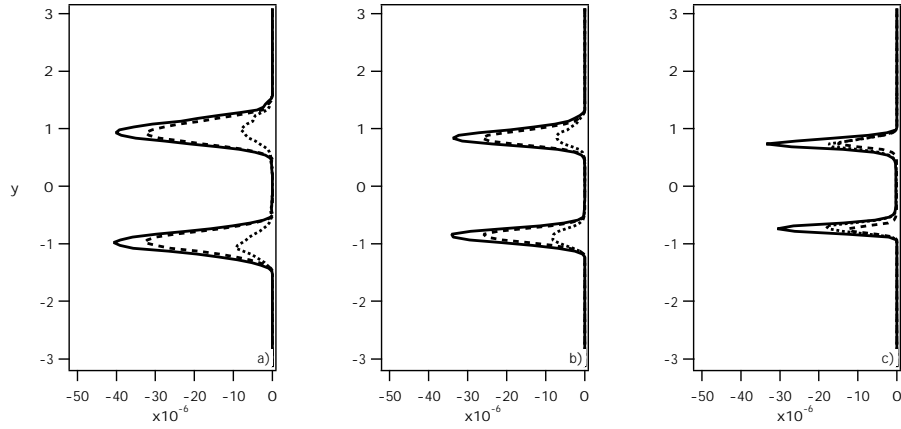


FIG. 5.18: Décomposition de Π_E (éq. 5.24); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_E , : $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} U_{r,i} U_{r,i}$, --- : $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} U_{r,i} U_{d,i}$.

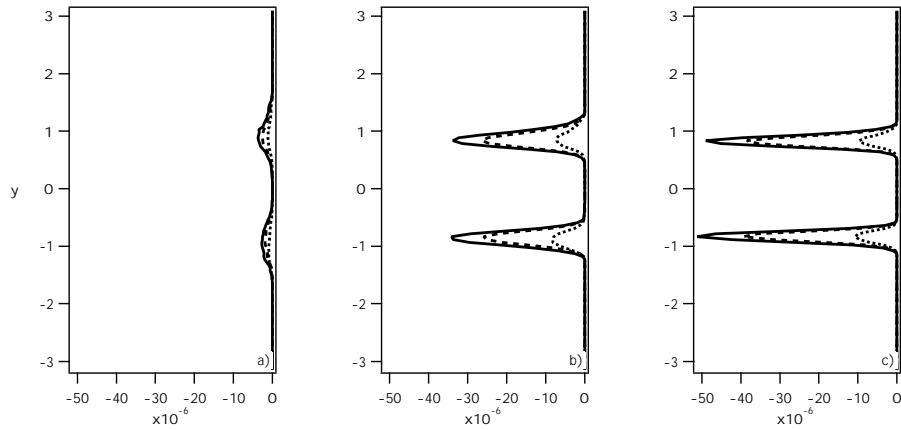


FIG. 5.19: Décomposition de Π_E (éq. 5.24); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_E , : $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} U_{r,i} U_{r,i}$, --- : $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} U_{r,i} U_{d,i}$.

Π_E est maximum (en valeur absolue) au début de calcul, lorsque le glissement entre phases est maximum, puis se réduit par la suite sous l'effet de l'entraînement du fluide par les particules. Au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ où l'équilibre dynamique est atteint au centre de la nappe, seuls les bords de la nappe sont encore le lieu d'un transfert. Au début du calcul, ce transfert du mouvement moyen du mélange vers les mouvements fluctuants du fluide et des particules se fait principalement à cause de la forte vitesse relative entre les phases. Par la suite, la vitesse de dérive augmentant et la vitesse relative diminuant, cette tendance s'inverse. Ainsi, au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$, la contribution du terme $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} (U_{r,i} U_{d,i})$ représente environ la moitié de Π_E pour le cas n°5 et plus des deux tiers pour le cas n°3 par exemple (figures 5.18). D'une manière générale, plus le temps de relaxation des particules est petit et plus la contribution de ce terme sera importante. Pour le cas n°1 ($St = 0.11$, $\phi = 1.$, non représenté sur ces figures) où l'on constate de forts effets de ségrégation spatiale, la quasi totalité du transfert est due à ce terme. Pour les cas à nombre de Stokes identique (figures 5.19), la proportion entre ces deux contributions reste la même lorsque le chargement massique augmente, seule l'amplitude des termes changeant (Π_E augmente lorsque ϕ augmente car la vitesse relative et $n_p m_p$ sont plus importants). Le terme $\Pi_{q_p^2}$ est tantôt positif (en début de calcul du cas n°2, figure 5.17 (a)), tantôt négatif (en fin de calcul du cas n°2, figure 5.17 (c)) mais reste toujours relativement faible comparé à Π_E . En conséquence (éq. 5.4), le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente du fluide Π_k est toujours positif et suit la même tendance que Π_E avec le signe opposé. Ce terme Π_k peut être décomposé en deux contributions distinctes, Π_w et Π_k^* (éq. 5.5). Nous rappelons ici que Π_w correspond à la production de sillage alors que Π_k^* représente le "véritable" terme de couplage pour l'énergie cinétique turbulente du fluide, responsable de la modulation de la turbulence à grande échelle. En début de calcul, l'intégralité de Π_k est constitué de sillage. Π_w , toujours positif, reste par la suite non négligeable, même au centre de la nappe lorsque l'équilibre dynamique est atteint (figures 5.20 et 5.21). En décomposant Π_w suivant la relation 5.6, on

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

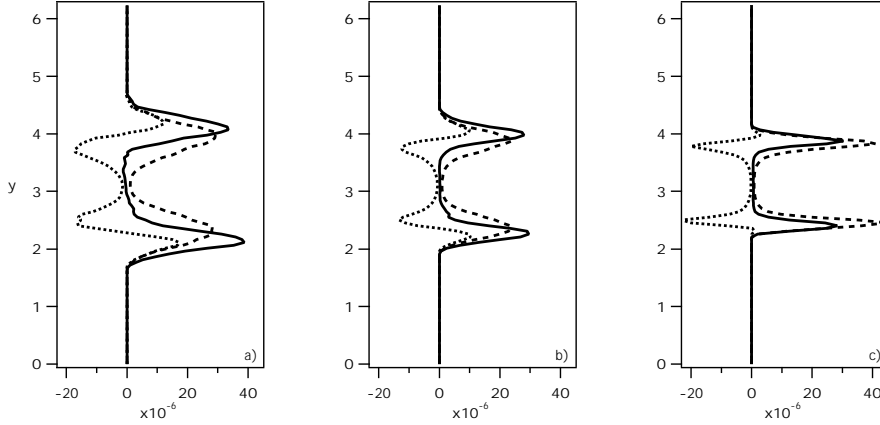


FIG. 5.20: Décomposition de Π_k (éq. 5.5); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_k , : Π_k^* , --- : Π_w .

obtient :

$$\Pi_w = n_p m_p U_{r,i} \left\langle \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle u_{r,i}'' \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p \quad (5.25)$$

où l'on aperçoit les deux contributions de la production de sillage, la première induite par le mouvement relatif moyen et la seconde par le mouvement relatif fluctuant. Puisque la vitesse relative moyenne est nulle au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ au centre de la nappe, c'est bien la deuxième contribution de cette équation qui explique la non-nullité de Π_w au centre de la nappe (figures 5.22 et 5.23). Aux frontières, la contribution du mouvement fluctuant est dominante pour les cas à faible Stokes ($St = 0.11$ et 0.26) alors qu'elle ne représente qu'un peu plus de la moitié de Π_w pour les cas à fort Stokes ($St = 0.84$).

L'évolution de Π_k^* est plus complexe puisque ce terme peut être positif ou négatif selon l'endroit et le temps considéré. Pour comprendre ce phénomène, nous avons tracé sur les figures 5.24 et 5.25 les différentes contributions à Π_k^* selon la décomposition de l'équation 5.7 au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$:

$$\Pi_k^* = \Pi_k^{q*} + \Pi_k^{d*} \quad (5.26)$$

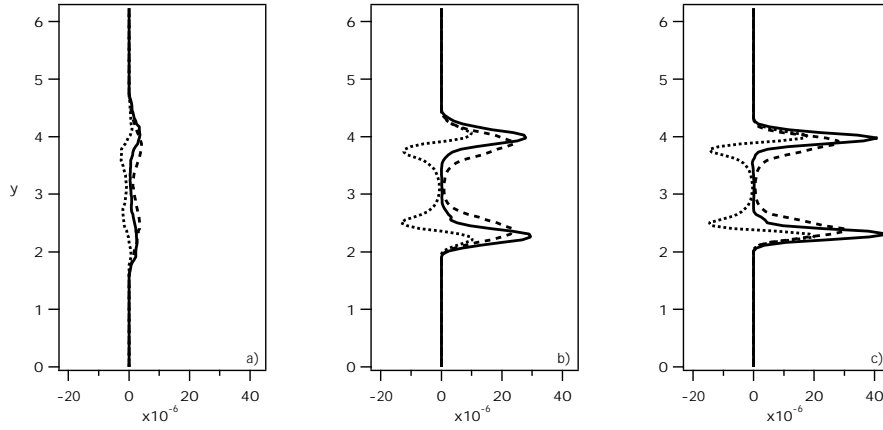


FIG. 5.21: Décomposition de Π_k (éq. 5.5); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_k , : Π_k^* , --- : Π_w .

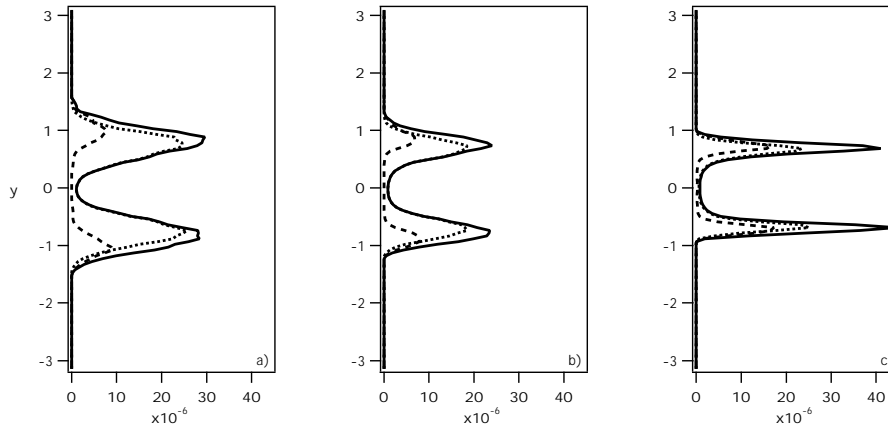


FIG. 5.22: Décomposition de Π_w (éq. 5.25); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5.$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_w , : $n_p m_p \left\langle u''_{r,i} \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$, --- : $n_p m_p U_{r,i} \left\langle \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$.

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

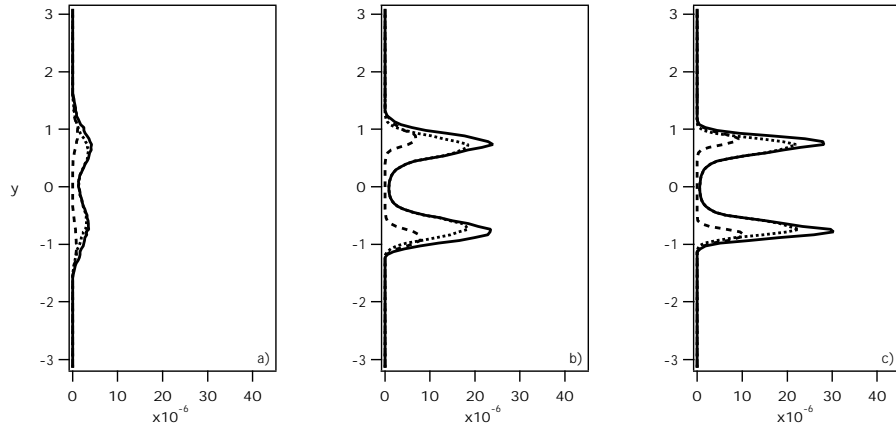


FIG. 5.23: Décomposition de Π_w (éq. 5.25); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_w , : $n_p m_p \left\langle u''_{r,i} \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$, --- : $n_p m_p U_{r,i} \left\langle \frac{u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$.

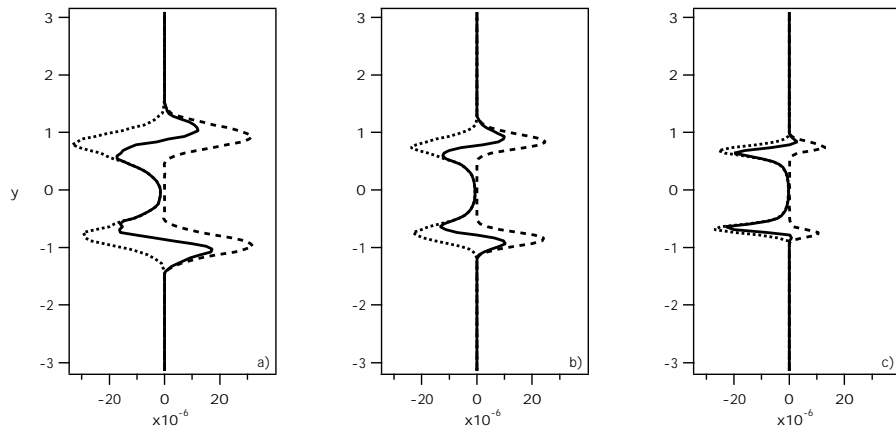


FIG. 5.24: Décomposition de Π_k^* (éq. 5.7); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5.$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_k^* , : Π_k^{q*} , --- : Π_k^{d*} .

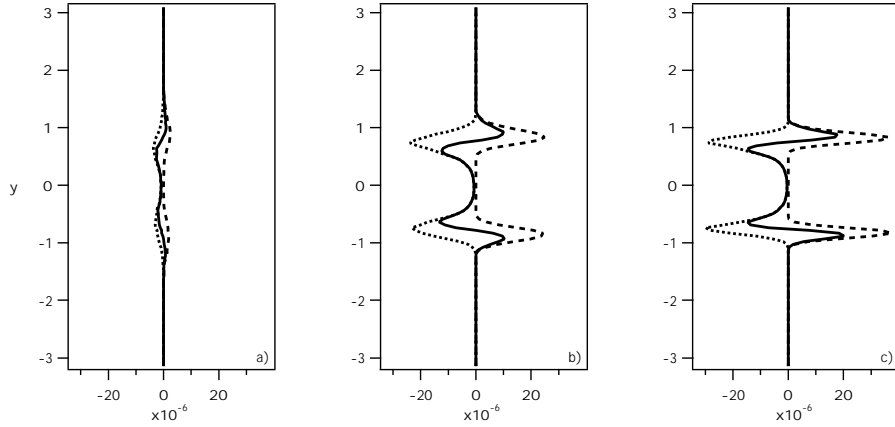


FIG. 5.25: Décomposition de Π_k^* (éq. 5.7); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_k^* , : Π_k^{q*} , --- : Π_k^{d*} .

On peut voir que Π_k^* est composé de deux contributions de signes opposés : Π_k^{d*} qui est toujours positif (ou nul) car il est principalement le résultat du produit $U_r U_d$ ($V_r V_d$ et $W_r W_d$ sont négligeables) avec U_r toujours positif et U_d toujours positif au vue des résultats des paragraphes précédents et Π_k^{q*} qui est toujours négatif. Π_k^* est donc le résultat de la compétition entre ces deux contributions. En début de calcul, Π_k^* est toujours négatif quel que soit le cas étudié car la vitesse de dérive et donc Π_k^{d*} sont négligeables. Au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$, pour tous les cas à faible nombre de Stokes (0.11 et 0.26), Π_k^{d*} devient important à la périphérie de la nappe car la vitesse de dérive est devenue conséquente et il dépasse même la valeur de Π_k^{q*} (en valeur absolue) ce qui implique donc un signe positif pour Π_k^* à cet endroit. Au centre, Π_k^* est négatif car les vitesses relatives et de dérive sont quasiment nulles. Pour les configurations à fort nombre de Stokes ($St = 0.86$) comme le cas n°5, la faible vitesse de dérive générée aux frontières de la nappe fait que Π_k^{d*} reste quasiment tout le temps inférieur à Π_k^{q*} , et ce, malgré une vitesse relative plus forte. En conséquence, Π_k^* reste négatif sur toute la hauteur du profil. Au final, il apparaît donc que, pour une certaine gamme de nombre de Stokes, la vitesse de dérive est à la source d'une importante création d'énergie cinétique turbulente aux frontières de la nappe. Comme

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

nous l'avons vu sur les figures 5.5 et 5.6, ce phénomène de production d'énergie cinétique, s'il reste toujours inférieur au phénomène classique en turbulence monophasique de production par les gradients de vitesse moyenne, participe tout de même de façon non négligeable aux bilans.

Le terme Π_k^{q*} peut lui-même être scindé en deux termes :

$$\begin{aligned}\Pi_k^{q*} &= -n_p m_p \left\langle \frac{\tilde{u}_i'' \tilde{u}_i''}{\tau_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle \frac{\tilde{u}_i'' u_{p,i}''}{\tau_p} \right\rangle_p \\ &\approx \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (-2q_f^2 + q_{fp})\end{aligned}\quad (5.27)$$

Ces deux termes sont tracés sur les figures 5.26 et 5.27. Cette décomposition confirme bien

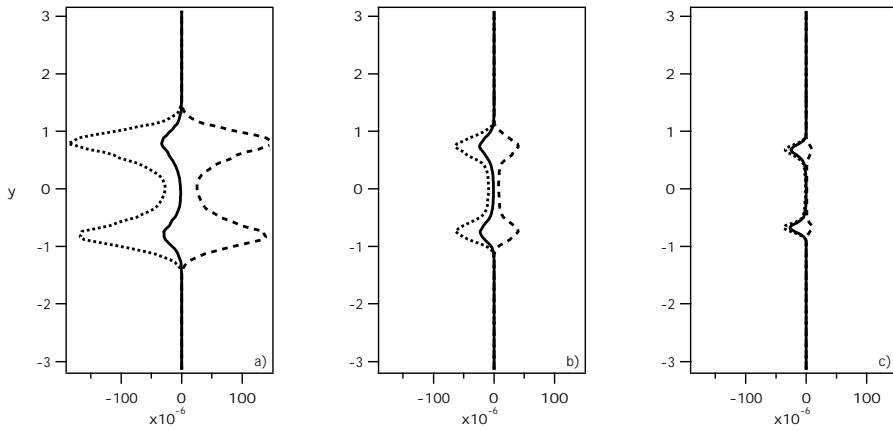


FIG. 5.26: Décomposition de Π_k^{q*} (éq. 5.27); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_k^{q*} , : $-2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_f^2$, --- : $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_{fp}$.

que Π_k^{q*} doit toujours être négatif (ou éventuellement nul) car la turbulence du fluide "vue" par les particules q_f^2 est toujours supérieure à la demi covariance de vitesse fluide-particules $0.5 q_{fp}$ (excepté dans le cas limite du traceur). Quels que soient le nombre de Stokes et le chargement massique, Π_k^{q*} est à peu près toujours du même ordre de grandeur. Cependant, ce résultat semblable pour tous les cas n'a pas les mêmes causes. Pour un cas à faible nombre de Stokes, l'énergie cinétique du fluide "vue" par les particules est forte et les particules sont

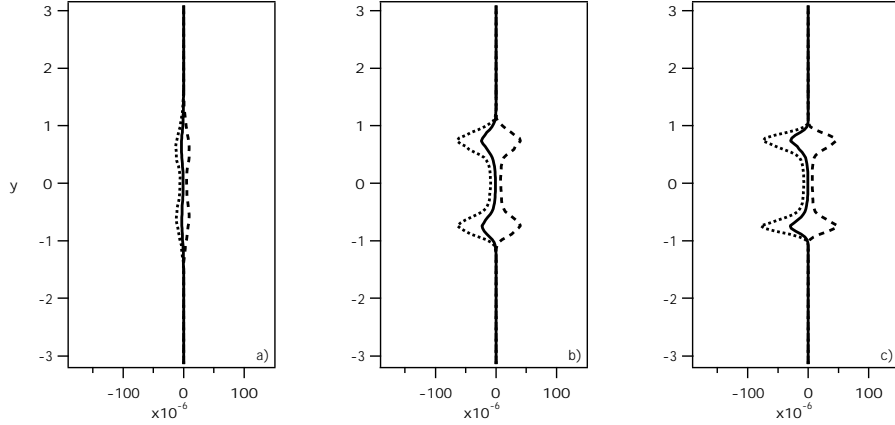


FIG. 5.27: Décomposition de Π_k^{q*} (éq. 5.27); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_k^{q*} , : $-2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} q_f^2$, --- : $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} q_{fp}$.

fortement corrélées avec le fluide : Π_k^{q*} n'est alors que le faible résultat de deux termes très grands et de signes opposés. Pour un cas à fort nombre de Stokes, q_f^2 est beaucoup plus faible et q_{fp} presque nul : Π_k^{q*} est alors quasiment égal à la seule contribution de $-\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}} 2q_f^2$. Pour les cas à nombre de Stokes constant (figure 5.27), on peut s'apercevoir que ces deux contributions sont beaucoup plus importantes pour les cas à $\phi = 5.$ et $\phi = 8.$ que pour le cas à $\phi = 1.$. Ce résultat est trompeur car il pourrait laisser croire que q_f^2 et q_{fp} sont beaucoup plus forts pour un écoulement très chargé en particules. En fait, ce phénomène est principalement dû à un effet de chargement ($n_p m_p = \phi \rho$).

En reformulant Π_k^{q*} , nous avons vu dans le paragraphe 5.2.2 que l'énergie cinétique turbulente perdue par le fluide est, d'une part, transférée aux petites échelles du fluide (sillage) et, d'autre part, transformée en agitation des particules (éq. 5.20) :

$$\Pi_k^{q*} = -\Pi_{q_p^2} - n_p m_p \left\langle \frac{w_{r,i}' u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p \quad (5.28)$$

Ces trois termes sont tracés sur les figures 5.28 et 5.29 au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. Pour tout cas à chargement important ($\phi = 5.$ et $8.$), il s'avère bien que le fluide reverse de l'énergie aux

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

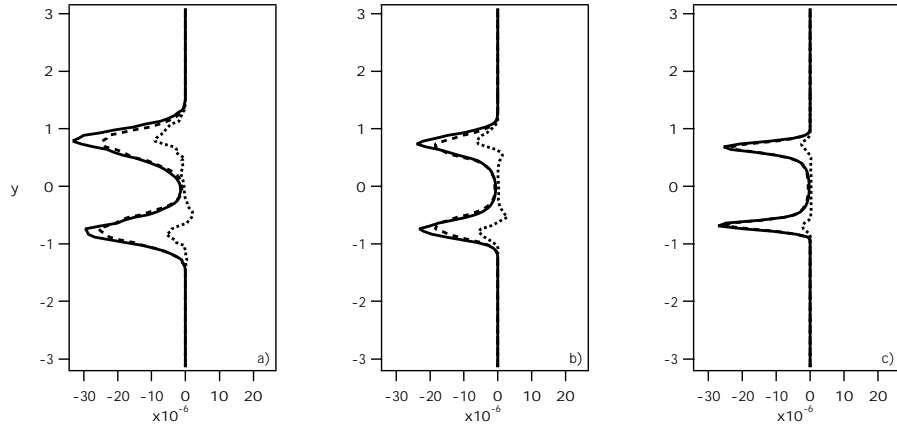


FIG. 5.28: Transferts d'énergie cinétique entre le fluide (grandes échelles et sillage) et les particules (éq. 5.28) ; Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$) ; au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$) ; à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : Π_k^{q*} , : $-\Pi_{q_p}^2$, --- : $-n_p m_p \left\langle \frac{u_{r,i}^H u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$.

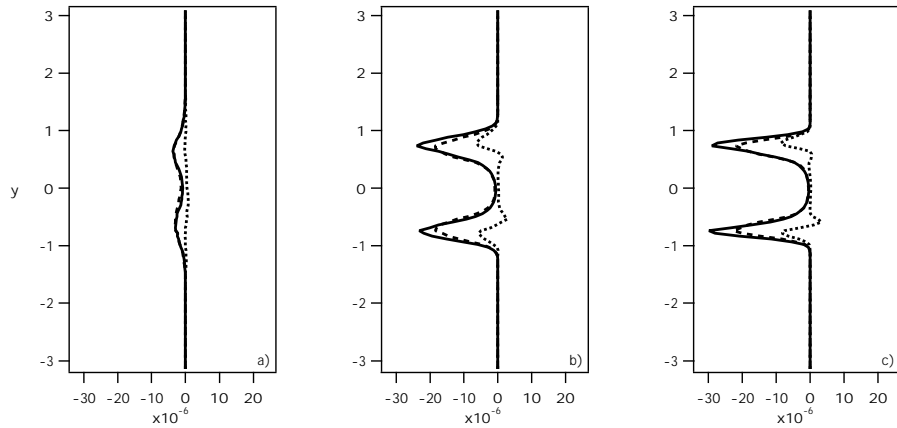


FIG. 5.29: Transferts d'énergie cinétique entre le fluide (grandes échelles et sillage) et les particules (éq. 5.28) ; Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$) ; au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$) ; à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : Π_k^{q*} , : $-\Pi_{q_p}^2$, --- : $-n_p m_p \left\langle \frac{u_{r,i}^H u_{r,i}}{\tau_p} \right\rangle_p$.

particules puisque $\Pi_{q_p^2}$ est positif. Par contre, pour le cas n°2 à $\phi = 1.$, si le fluide commence bien par fournir de l'énergie aux particules dans les premiers temps du calcul (les particules n'en ont pas initialement), ce phénomène s'inverse par la suite lorsque q_p^2 a atteint un niveau suffisant. C'est ce que l'on observe sur la figure 5.29 (gauche). On peut tout de même remarquer que ce mécanisme de transferts d'énergie entre les mouvements fluctuants des deux phases est relativement marginal puisque la majorité de l'énergie est en fait transformée en sillage et dissipée quasi instantanément. A chargement massique égal, plus le nombre de Stokes est élevé et moins ce mécanisme est efficace. Pour le cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$) par exemple, la quasi totalité de $\Pi_k^{q^*}$ est transformée en fluctuations de sillage.

Les figures 5.30 et 5.31 présentent maintenant le terme de couplage diphasique pour l'agitation des particules $\Pi_{q_p^2}$. Comme précédemment, nous pouvons décomposer $\Pi_{q_p^2}$ en deux contributions :

$$\begin{aligned} \Pi_{q_p^2} &= n_p m_p \left\langle \frac{u_{p,i}'' u_{p,i}''}{\tau_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle \frac{\tilde{u}_i'' u_{p,i}''}{\tau_p} \right\rangle_p \\ &\approx \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (-2q_p^2 + q_{fp}) \end{aligned} \quad (5.29)$$

De la même manière que pour Π_k^* , $\Pi_{q_p^2}$ est donc le résultat d'une compétition entre deux termes de signe opposé, le terme $-2q_p^2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F}$ détruisant l'agitation des particules alors que le terme $q_{fp} \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F}$ l'augmente. Par contre, si Π_k^* était finalement à peu près du même ordre de grandeur que $\Pi_k^{q^*}$ et $\Pi_k^{d^*}$, on peut remarquer qu'il n'en est pas vraiment de même pour $\Pi_{q_p^2}$ puisque celui-ci est totalement négligeable comparé à ses deux contributions. En début du calcul, $\Pi_{q_p^2}$ est toujours positif car la demi-covariance de vitesse fluide-particules $0.5 q_{fp}$ est plus rapidement alimentée que l'énergie d'agitation des particules q_p^2 . Par la suite, q_p^2 augmente et dépasse même la valeur de la demi-covariance pour le cas n°2 si bien que $\Pi_{q_p^2}$ devient négatif au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ observé sur ces figures. Pour les autres cas, cette situation ne s'est pas encore produite au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ à cause de l'inertie plus importante des particules qui mettent donc plus de temps à être agitées.

5.2 Analyse des transferts d'énergie cinétique

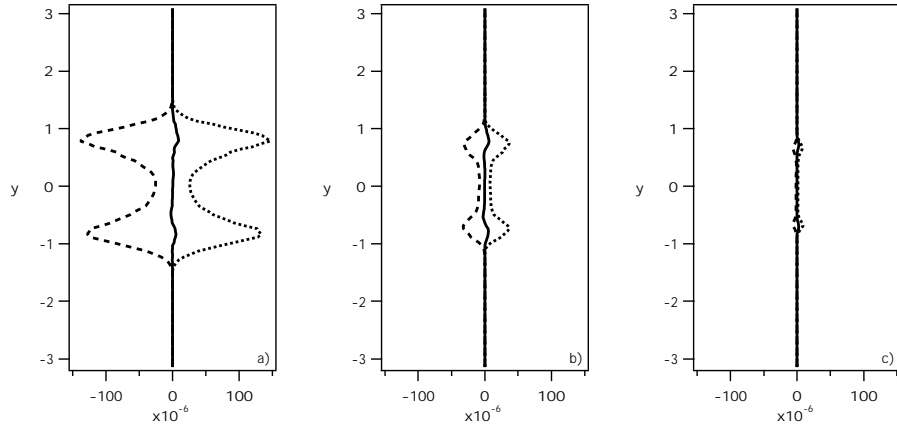


FIG. 5.30: Décomposition de $\Pi_{q_p^2}$ (éq. 5.29); Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); à droite : cas n°5 ($St = 0.86$). — : $\Pi_{q_p^2}$, - - - : $-2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_p^2$, : $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_{fp}$.

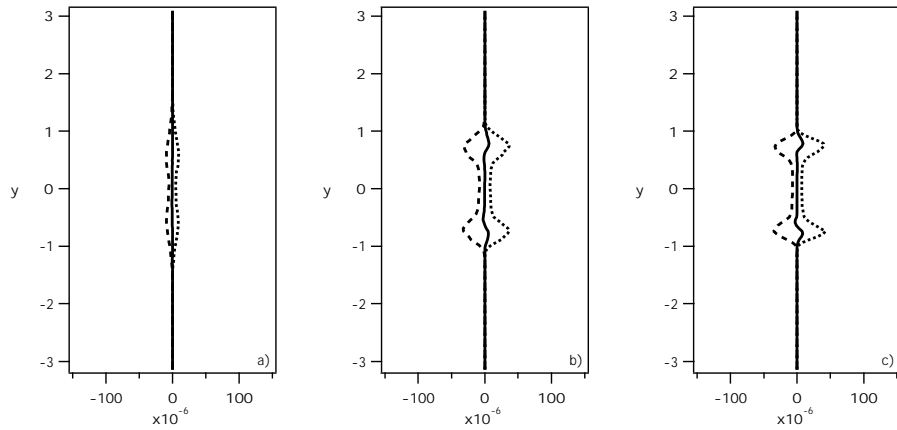


FIG. 5.31: Décomposition de $\Pi_{q_p^2}$ (éq. 5.29); Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; à gauche : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($\phi = 8.$). — : $\Pi_{q_p^2}$, - - - : $-2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_p^2$, : $\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} q_{fp}$.

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

En utilisant le temps de relaxation moyen des particules τ_{fp}^F , nous avons vu que le terme de couplage pour l'énergie cinétique turbulente k_T s'écrivait :

$$\Pi_k^* \approx \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (-2q_f^2 + q_{fp}) + \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} U_{r,i} U_{d,i} \quad (5.30)$$

De la même façon, le terme de couplage pour l'énergie cinétique turbulente des particules peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \Pi_{q_p^2} &= n_p m_p \left\langle \frac{u''_{p,i} u''_{p,i}}{\tau_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle \frac{\tilde{u}''_i u''_{p,i}}{\tau_p} \right\rangle_p \\ &\approx \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} (-2q_p^2 + q_{fp}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

Dans une optique de modélisation, ces équations mettent en évidence l'importance d'une bonne connaissance de la vitesse de dérive \mathbf{U}_d et de la covariance q_{fp} puisque ces deux quantités vont déterminer en grande partie les échanges d'énergie entre les deux phases. Nous avons notamment pu constater que la vitesse de dérive (combinée à une vitesse relative conséquente) pouvait être à la source d'une production importante d'énergie cinétique turbulente. Nous nous proposons donc dans les deux paragraphes suivants de détailler les équations de transport de ces deux quantités.

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

5.3.1 Equation de transport des vitesses de dérive

Les équations de transport de vitesse de dérive $U_{d,i}$ ont été établies dans le paragraphe 2.3.4.1 sous la forme :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial U_{d,i}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,j} \frac{\partial U_{d,i}}{\partial x_j} &= -n_p m_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p}{\partial x_j} + n_p m_p \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i' u_j' \rangle \\
 &\quad - \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p \frac{\partial n_p m_p}{\partial x_j} - n_p m_p U_{d,j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right\rangle_p - n_p m_p \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_l \partial x_l} + \frac{1}{\rho} \Pi_{U_i} \right] \\
 &\quad - n_p m_p \left(U_{p,j} - \langle \tilde{u}_j \rangle_p \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{5.32}
 \end{aligned}$$

Cette équation fait intervenir l'accélération du fluide le long de la trajectoire des particules (cinquième terme du membre de droite). Afin d'explicitier ce terme, nous pouvons le développer et réécrire l'équation de bilan pour les vitesses de dérive $U_{d,i}$:

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial U_{d,i}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,j} \frac{\partial U_{d,i}}{\partial x_j} &= -n_p m_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p}{\partial x_j} + n_p m_p \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u_i' u_j' \rangle \\
 &\quad - \langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \rangle_p \frac{\partial n_p m_p}{\partial x_j} - n_p m_p U_{d,j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i'}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}_i'}{\partial x_j} \right\rangle_p \tag{5.33}
 \end{aligned}$$

Cette formulation est donc équivalente à la première grâce à l'égalité :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} \right\rangle_p - n_p m_p \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_l \partial x_l} + \frac{1}{\rho} \Pi_{U_i} \right] - n_p m_p \left(U_{p,j} - \langle \tilde{u}_j \rangle_p \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 = n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i'}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}_i'}{\partial x_j} \right\rangle_p \tag{5.34}
 \end{aligned}$$

Dans la pratique, seule la première expression 5.32 de cette équation est "calculable" à partir de nos simulations. En effet, dans cette deuxième expression 5.33, il s'agit d'estimer des

dérivées (premières et secondes) de grandeurs fluctuantes du fluide à l'emplacement de la particule. Le terme de viscosité $n_p m_p \left\langle \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}'_i}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$ étant le plus souvent négligeable et le terme de glissement $n_p m_p \left\langle (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}'_i}{\partial x_j} \right\rangle_p$ étant "seulement" en dérivée première du champ de vitesse fluctuante, la principale difficulté est de calculer proprement le terme de dérivée de gradient de pression fluctuante $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \right\rangle_p$. Les premières tentatives pour estimer directement ce terme ont d'ailleurs tourné à l'échec (impossibilité de fermer les équations). Afin de contourner cette difficulté, la solution est donc de calculer tout d'abord le terme de dérivée Lagrangienne du fluide et, en estimant que l'erreur sur le terme de glissement $n_p m_p \left\langle (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}'_i}{\partial x_j} \right\rangle_p$ est acceptable, nous pouvons alors en retour estimer les termes de gradient de pression fluctuante et de viscosité $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}'_i}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$ grâce à l'égalité 5.34.

Les différents termes des équations de transport de la vitesse de dérive dans la direction du glissement U_d sont représentés sur les figures 5.32 et 5.33 au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. Dans les premiers temps des simulations, la création de la vitesse de dérive U_d est principalement due au transport par les fluctuations de vitesse du fluide. Ce terme étant beaucoup plus important aux frontières de la nappe qu'au centre (pas de gradient au centre), il s'ensuit une croissance plus rapide de U_d aux frontières et la forme en "double pics" du profil de U_d visible sur les figures 5.32 (a) et 5.33 (a) commence à voir le jour. Puisqu'il n'y a alors quasiment pas d'agitation des particules, les termes de production par le gradient de $n_p m_p$ et de transport par les fluctuations de vitesse des particules sont négligeables. Le terme de production par le gradient de vitesse moyenne du fluide, qui s'écrit $-n_p m_p V_d \frac{\partial U}{\partial y}$, est également faible car la vitesse de dérive dans la direction transverse au glissement V_d n'est pas encore suffisamment importante. En fait, dans ces premiers temps, seuls les termes $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}'_i}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$ et $n_p m_p \left\langle (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{u}'_i}{\partial x_l} \right\rangle_p$, négatifs, ont tendance à s'opposer au transport par les fluctuations de vitesse du fluide.

Au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ représenté sur ces figures, l'état stationnaire est quasiment atteint pour tous les cas. Quel que soit le cas, le terme de transport par les fluctuations de vitesse du fluide reste le terme dominant du bilan. Pour les cas à faible nombre de Stokes ($St = 0.11$ et $St = 0.26$),

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

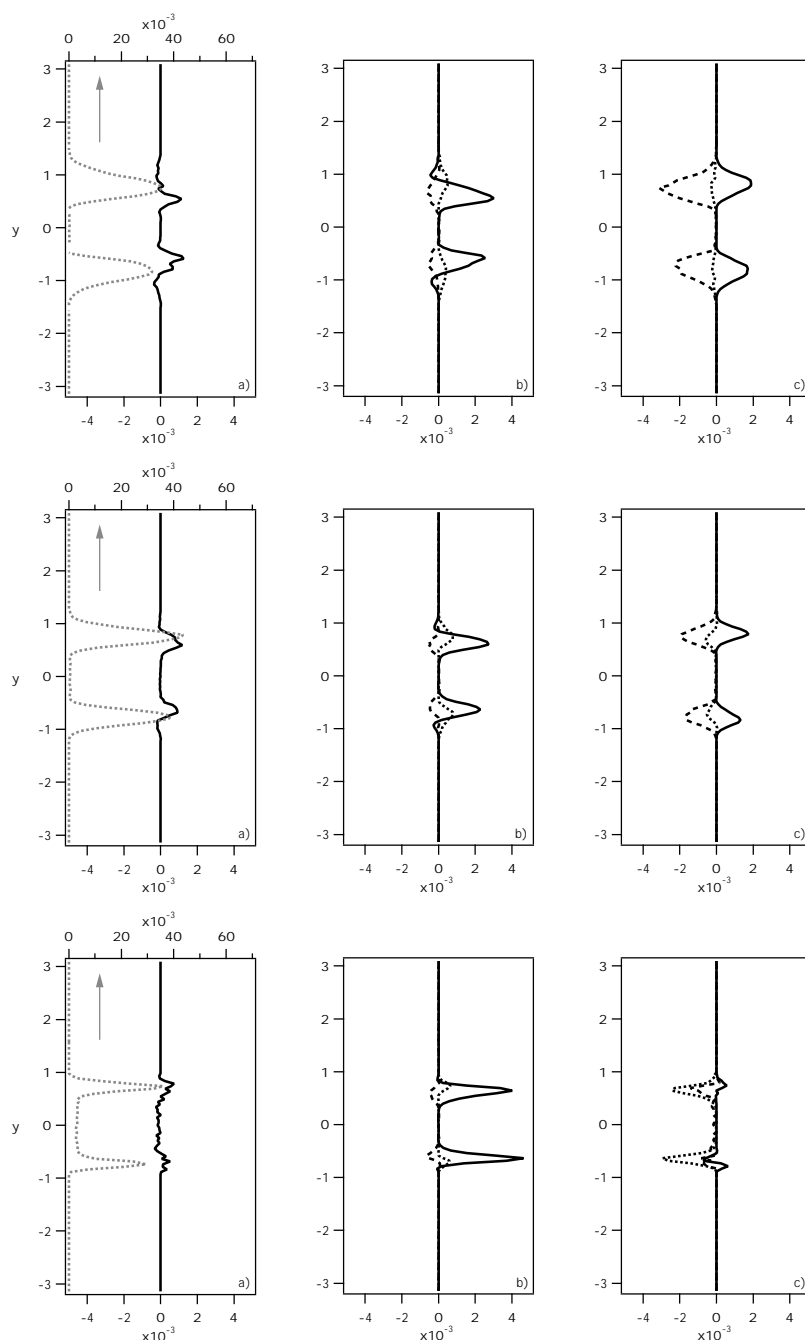


FIG. 5.32: Equation de transport de la vitesse de dérive U_d (éq. 5.33). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) \cdots : $n_p m_p U_d$, — : $\frac{Dn_p m_p U_d}{Dt}$; b) --- : transport par les fluctuations de vitesse des particules, — : transport par les fluctuations de vitesse fluide, \cdots : production par le gradient de taux de présence; c) — : production par le gradient de vitesse moyenne du fluide, --- : $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}'}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$, \cdots : $n_p m_p \left\langle (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial x_l} \right\rangle_p$.

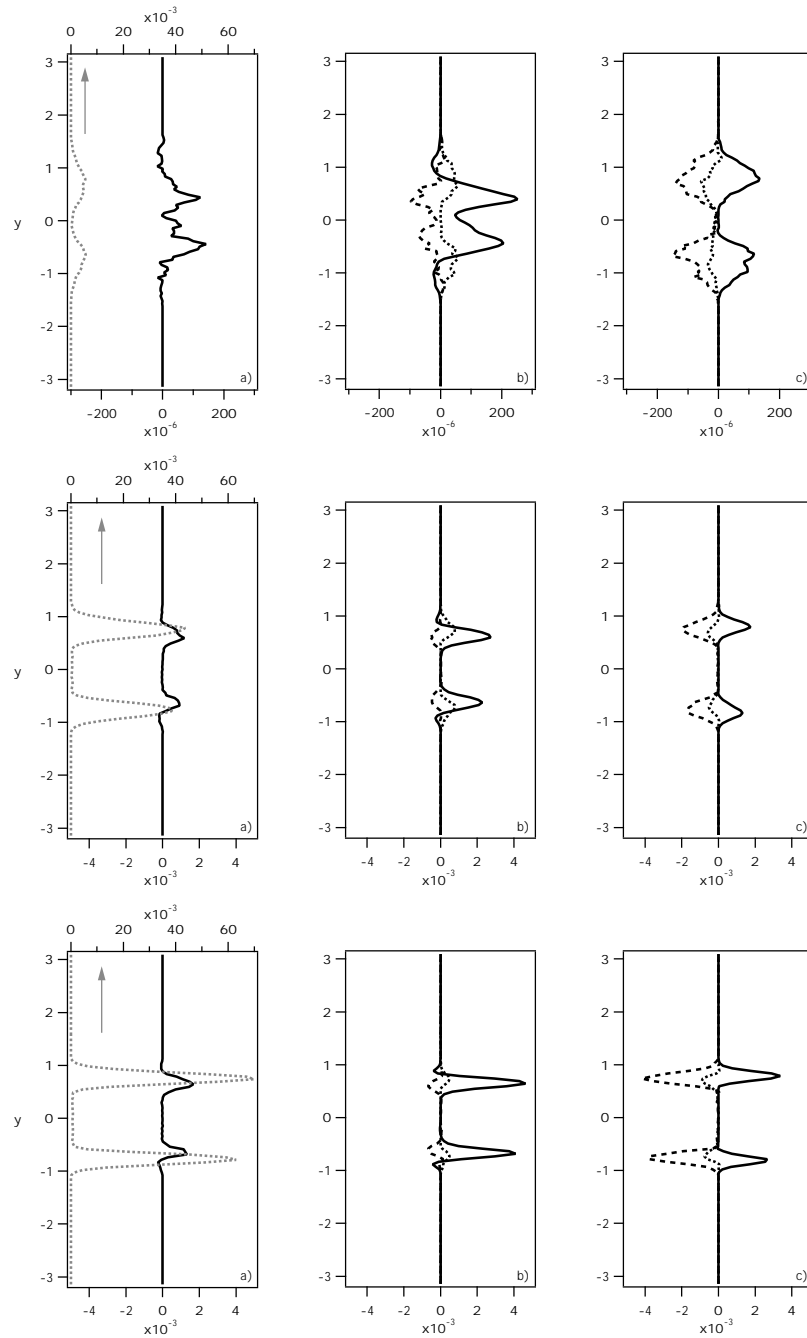


FIG. 5.33: Equation de transport de la vitesse de dérive U_d (éq. 5.33). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) : $n_p m_p U_d$, — : $\frac{D n_p m_p U_d}{Dt}$; b) ---- : transport par les fluctuations de vitesse des particules, — : transport par les fluctuations de vitesse fluide, : production par le gradient de taux de présence; c) — : production par le gradient de vitesse moyenne du fluide, ---- : $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \tilde{u}'}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$, : $n_p m_p \left\langle (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{u}'}{\partial x_l} \right\rangle_p$.

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

il est maintenant contrebalancé par les termes de pression-viscosité et de glissement. Le terme de transport par les fluctuations de vitesse des particules reste quasiment négligeable de par le faible degré de corrélation entre le fluide et les particules, même pour les cas à faible nombre de Stokes. Le terme de production par le gradient moyen de vitesse fluide est lui aussi négligeable pour les cas à $St = 0.86$ car la vitesse de dérive V_d reste très faible (facteur 30 environ entre U_d et V_d) et ce, malgré les gradients de vitesse très prononcés aux frontières. Par contre, pour les cas à $St = 0.11$ et $St = 0.26$, V_d est cette fois du même ordre de grandeur que U_d , ce qui implique une forte contribution de ce terme de production. Le terme de production par les gradients de taux de présence, toujours positif dans nos simulations, participe peu au bilan quel que soit le cas simulé. A ces temps avancés de la simulation, les termes de pression-viscosité et de glissement sont toujours négatifs sur toute la hauteur du profil. Pour les cas à $St = 0.11$, le terme de glissement est quasiment nul (la vitesse relative entre les deux phases est presque nulle) alors qu'il devient très important et dépasse même (en valeur absolue) le terme de pression-viscosité pour les cas à $St = 0.86$. Le terme de pression-viscosité agit lui comme un véritable terme de dissipation de vitesse de dérive. Le terme de viscosité étant *a priori* faible, c'est donc principalement le terme de gradient de pression fluctuante qui est responsable de la destruction de la vitesse de dérive.

On retrouve a peu près le même type de schéma pour la vitesse de dérive dans la direction transverse au glissement V_d . La différence majeure que l'on peut constater sur les figures 5.34 et 5.35, c'est la quasi absence de terme de production par les gradients de vitesse moyenne du fluide (terme en $-n_p m_p V_d \frac{\partial V}{\partial y}$). Quel que soit le cas, on retrouve une compétition entre le terme de pression-viscosité qui tend à détruire la vitesse de dérive et le terme de transport par les fluctuations de vitesse du fluide qui s'y oppose. Pour les particules fortement inertielles (cas à $St = 0.86$), le terme de glissement devient également important.

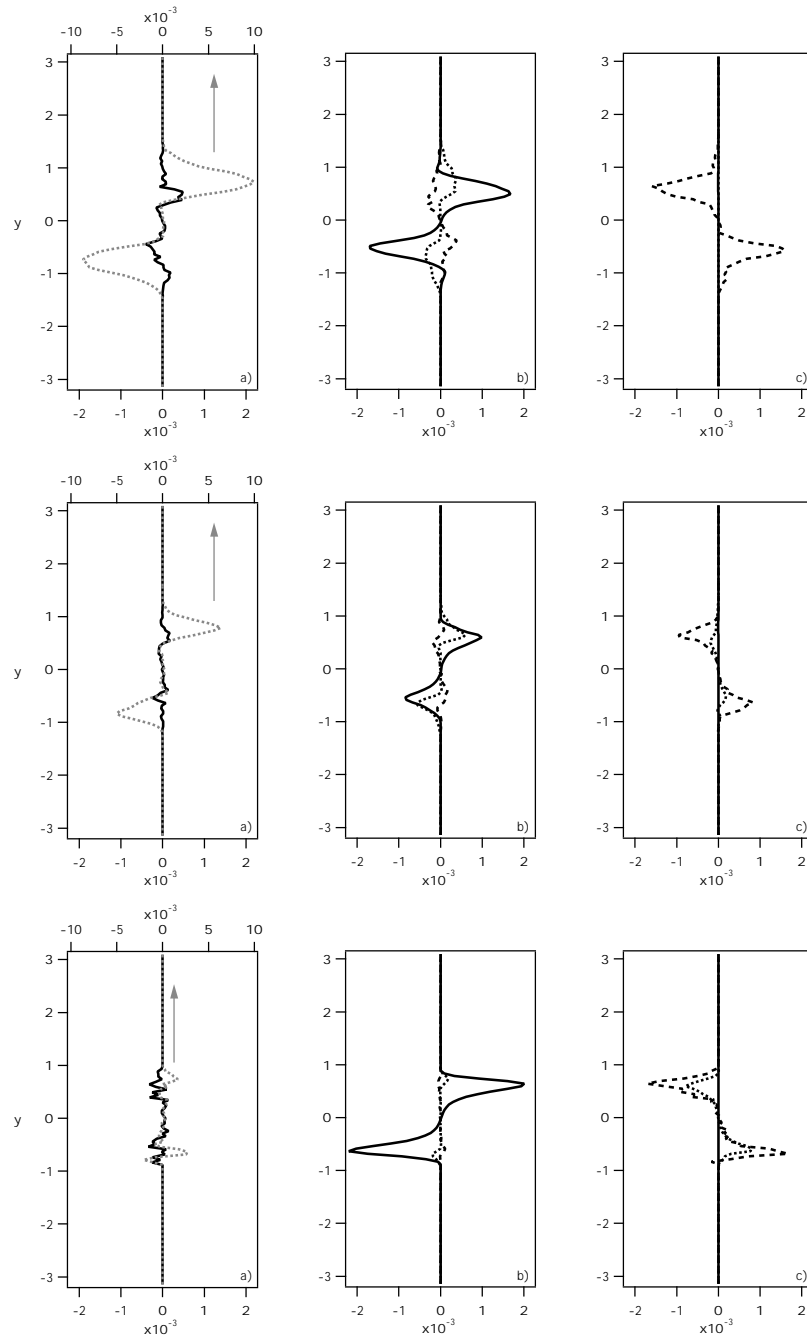


FIG. 5.34: Equation de transport de la vitesse de dérive V_d (éq. 5.33). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$. au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) : $n_p m_p V_d$, — : $\frac{Dn_p m_p V_d}{Dt}$; b) ---- : transport par les fluctuations de vitesse des particules, — : transport par les fluctuations de vitesse fluide, : production par le gradient de taux de présence; c) — : production par le gradient de vitesse moyenne du fluide, ---- : $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{v}^f}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$, : $n_p m_p \left\langle (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{v}^f}{\partial x_l} \right\rangle_p$.

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

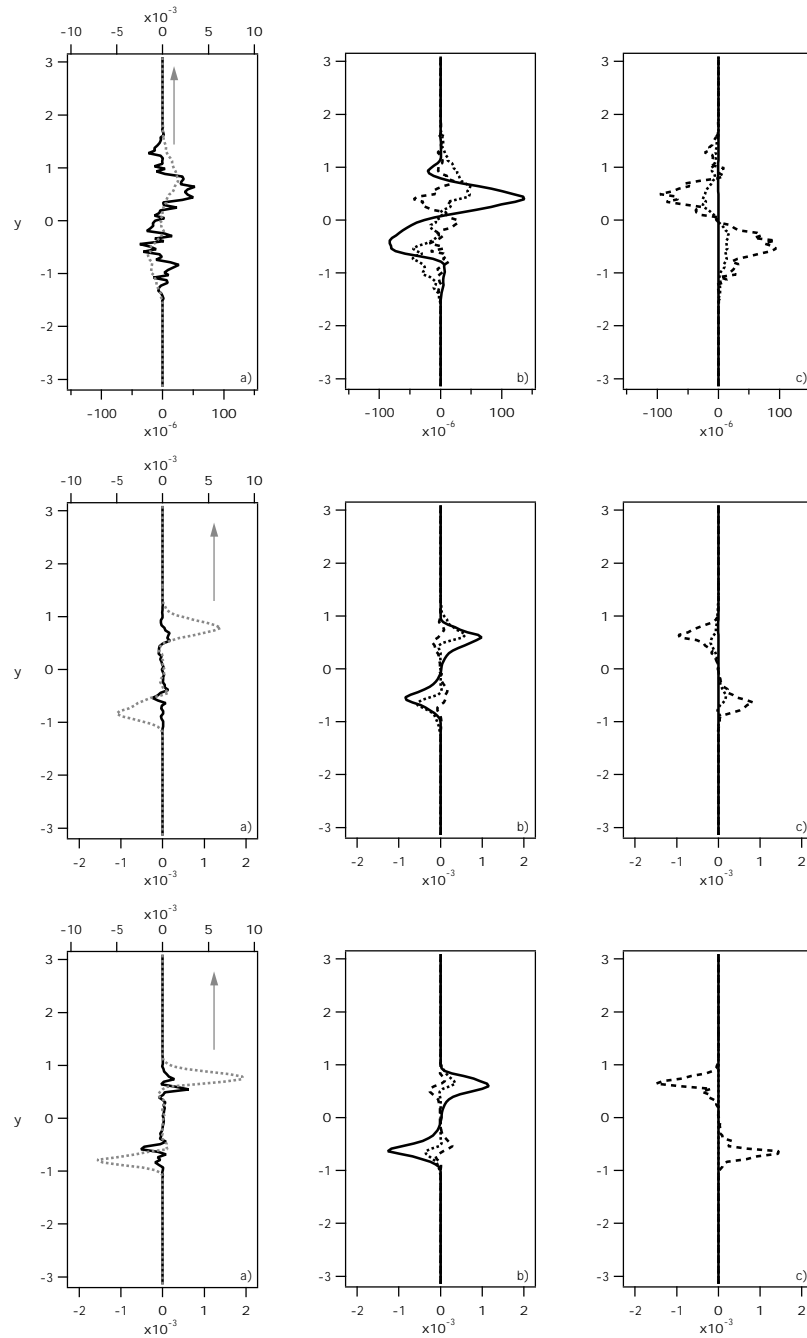


FIG. 5.35: Equation de transport de la vitesse de dérive V_d ( q. 5.33). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n 2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n 4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n 6 ($\phi = 8.$). a) \cdots : $n_p m_p V_d$, — : $\frac{Dn_p m_p V_d}{Dt}$; b) --- : transport par les fluctuations de vitesse des particules, — : transport par les fluctuations de vitesse fluide, \cdots : production par le gradient de taux de présence; c) — : production par le gradient de vitesse moyenne du fluide, --- : $n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \mathbf{v} \frac{\partial^2 \mathbf{v}'}{\partial x_l \partial x_l} \right\rangle_p$, \cdots : $n_p m_p \left\langle (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial x_l} \right\rangle_p$.

5.3.2 Equation de transport de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

L'équation d'évolution de la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule établie dans le paragraphe 2.3.4.2 est la suivante :

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial q_{fp}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,l} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_l} &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \right) \\
 &\quad - n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l} - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \tilde{u}_l'' \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p \\
 &\quad - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \right\rangle_p
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Dans cette formulation, le seul terme de couplage diphasique que l'on peut distinguer explicitement est le terme se trouvant sur la troisième ligne, c'est-à-dire $n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$. Ce terme représente l'action des forces appliquées par le fluide sur les particules et n'est donc pas un terme de couplage inverse puisqu'il existe même lorsque le couplage inverse n'est pas pris en compte dans l'établissement des équations. Le véritable terme de couplage inverse, celui qui est dû à l'action des forces appliquées par les particules sur le fluide, est en fait inclus implicitement dans le terme faisant intervenir la dérivée Lagrangienne $\frac{d\tilde{u}_i}{dt}$. Afin de le faire apparaître explicitement, nous pouvons réécrire l'équation 5.35 en développant le terme $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$:

$$\begin{aligned}
 n_p m_p \frac{\partial q_{fp}}{\partial t} + n_p m_p U_{p,l} \frac{\partial q_{fp}}{\partial x_l} &= - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \right) \\
 &\quad - n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l} - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \tilde{u}_l'' \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \\
 &\quad + n_p m_p \left\langle - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p''}{\partial x_i} u_{p,i}'' + v \frac{\partial^2 \tilde{u}_i''}{\partial x_l \partial x_l} u_{p,i}'' \right\rangle_p \\
 &\quad - n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{u}_i''}{\partial x_l} \right\rangle_p
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

où le terme de couplage diphasique total apparaît sur la troisième ligne. En toute rigueur, il est à noter que ce terme de couplage inverse $-n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ ne doit pas s'évaluer directement à la position de la particule puisqu'il provient de l'équation de Navier-Stokes sur le fluide, mais en interpolant le terme de couplage projeté pour la quantité de mouvement instantanée du fluide puis en le multipliant par la vitesse fluctuante des particules.

Les bilans de q_{fp} sont tracés au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$ sur les figures 5.36 et 5.37 en utilisant la formulation 5.35. Comme pour q_p^2 , l'état quasi-stationnaire n'est pas encore atteint pour q_{fp} quel que soit le cas simulé. Cette instationnarité est moins marquée pour les cas les plus inertiels (cas n°5 surtout) où les particules ont beaucoup de difficultés à se corrélérer avec le fluide environnant mais va en contre-partie persister beaucoup plus longtemps que pour les cas faiblement inertiels où la mise à l'équilibre est plus violente mais plus rapide. Mis à part les cas à $\phi = 1$, où de l'agitation persiste au centre de la nappe, tous les phénomènes se produisent exclusivement à la périphérie de la nappe. Le principal terme producteur de covariance est le terme de couplage diphasique $n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ qui surpasse dans tous les cas les termes de production par les gradients moyens de vitesse. En effet, ces termes de production ($-n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' u_l'' \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l}$ et $-n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,l}'' \right\rangle_p \frac{\partial U_{p,i}}{\partial x_l}$) sont toujours négligeables car, dans les cas inertiels, les gradients de vitesse sont forts mais les corrélations fluide-particules faibles et, inversement, dans les cas peu inertiels, les corrélations sont plus importantes mais les gradients de vitesse faibles. Le terme $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$ est quant à lui un terme destructeur de covariance. En utilisant l'équation 5.36, nous pouvons voir que ce terme peut s'écrire :

$$\begin{aligned} n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p &= n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p''}{\partial x_i} u_{p,i}'' + v \frac{\partial^2 \tilde{u}_i''}{\partial x_l \partial x_l} u_{p,i}'' \right\rangle_p \\ &\quad - n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p \\ &\quad + n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_l} \right\rangle_p \end{aligned} \quad (5.37)$$

En estimant chacune de ces trois contributions indépendamment (les termes de pression-déformation

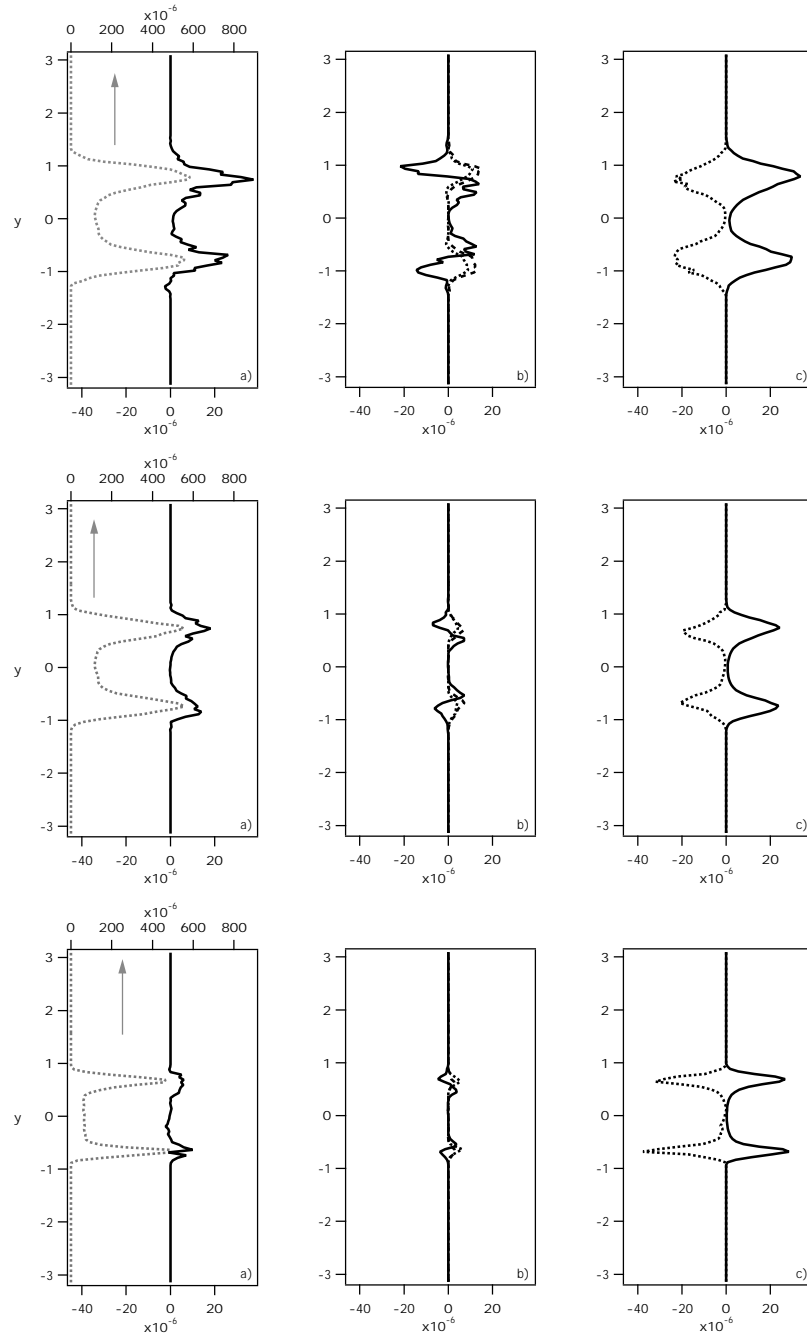


FIG. 5.36: Equation de transport de la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule q_{fp} (éq. 5.35). Comparaison à chargement massique identique $\phi = 5$, au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°3 ($St = 0.11$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$); en bas : cas n°5 ($St = 0.86$). a) : $n_p m_p q_{fp}$, — : $\frac{Dn_p m_p q_{fp}}{Dt}$; b) — : terme de transport diffusif, : terme de production par les gradients de vitesse moyenne des particules, --- : terme de production par les gradients de vitesse moyenne du fluide "vue"; c) — : $n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$, : $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i''}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$.

5.3 Equations de transport de la vitesse de dérive et de la covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

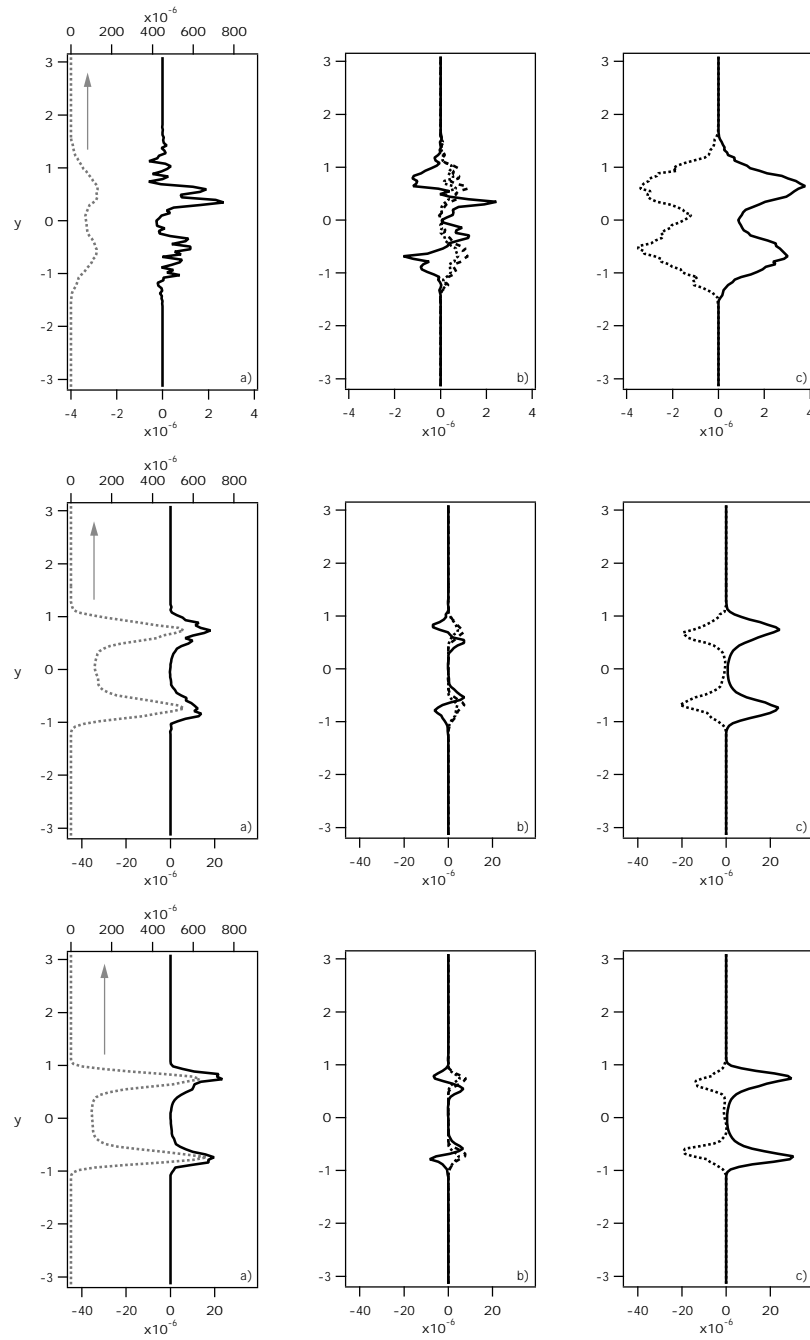


FIG. 5.37: Equation de transport de la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule q_{fp} (éq. 5.35). Comparaison à nombre de Stokes identique $St = 0.26$ au temps adimensionné $t/t_{tr} \approx 0.8$; en haut : cas n°2 ($\phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($\phi = 5.$); en bas : cas n°6 ($\phi = 8.$). a) : $n_p m_p q_{fp}$, — : $\frac{Dn_p m_p q_{fp}}{Dt}$; b) — : terme de transport diffusif, : terme de production par les gradients de vitesse moyenne des particules, --- : terme de production par les gradients de vitesse moyenne du fluide "vue"; c) — : $n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$, : $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$.

et de viscosité ne sont pas calculables séparément), nous avons pu constater que $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u''_{p,i} \right\rangle_p$ est négatif principalement à cause des termes de viscosité et de pression-déformation (non montrés sur ces figures). D'une manière générale, chacun de ces bilans est contrôlé par l'opposition entre le terme dû à l'accélération des particules $n_p m_p \left\langle \tilde{u}_i \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ et le terme dû à l'accélération du fluide $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u''_{p,i} \right\rangle_p$.

Chapitre 6

Modélisation

Dans ce chapitre, nous abordons la question de la modélisation d'un écoulement diphasique gaz-particules en situation de couplage inverse, et plus précisément la modélisation de la phase continue fluide. Nous avons choisi dans ce travail de tester le modèle $k - \epsilon$ car c'est actuellement le modèle le plus simple mais également le plus utilisé dans les codes moyennés. Cette évaluation du modèle $k - \epsilon$ se fera sous la forme de tests *a priori*. Au vu de la nature fortement anisotrope de notre configuration numérique, il peut paraître évident qu'un modèle $R_{ij} - \epsilon$ serait plus à même de modéliser cet écoulement. Cependant, il faut rappeler que l'objectif n'est pas de s'assurer de la bonne ou mauvaise marche du modèle dans notre configuration spécifique mais uniquement d'étudier les modifications que la présence de la phase dispersée va engendrer sur le modèle. Nous devons donc particulièrement veiller à faire la différence entre les biais créés par le modèle en lui-même (éventuelle mauvaise prise en compte de l'anisotropie, hypothèse d'écoulement à haut nombre de Reynolds turbulent pas suffisamment respectée, . . .) et ceux créés par la présence de la phase dispersée. Pour cela, nous testerons également le modèle $k - \epsilon$ sur des simulations de nappe monophasique qui constitueront donc les cas de référence sur lesquels nous pourrons baser la comparaison.

Nous terminerons ce chapitre en revenant sur le modèle de type Langevin introduit dans le

paragraphe 2.4.2.1 qui nous a servi à fermer les équations de vitesse de dérive et de covariance des fluctuations de vitesse fluide-particules.

6.1 Modification de la turbulence par des particules : observations et conséquences sur la modélisation

Comme nous venons de le voir dans les chapitres précédents, l'interaction entre la turbulence d'une phase continue et une phase dispersée peut mener à une modification majeure des caractéristiques de la turbulence de la phase continue. Pour compléter ces observations "personnelles", revenons quelque peu en arrière pour étoffer la brève étude bibliographique effectuée en introduction de ce travail (chapitre 1).

Dès 1972, Hinze [32] décrit plusieurs mécanismes aboutissant à cette modulation de la turbulence :

- un effet dû à l'augmentation locale des taux de cisaillement de la phase continue qui modifie ainsi le spectre d'énergie turbulente de la phase continue dans les nombres d'onde correspondant à la distance entre les particules,
- un effet dû à la turbulence dans le sillage des particules qui modifie ainsi le spectre d'énergie turbulente de la phase continue dans les nombres d'onde correspondant à la taille des particules,
- l'action de groupe de particules,
- les effets dus au volume occupé par la phase dispersée.

Cette modulation de la turbulence a été mise en évidence aussi bien d'un point de vue expérimental que numérique. Les expériences de Kulick *et al.* [41] ou de Fessler *et al.* [26] en canal turbulent ont montré que la turbulence fluide était atténuée par la présence de particules et que l'intensité de cette atténuation était accrue lorsque le nombre de Stokes et le chargement augmentaient. Sato *et al.* [69] dans une expérience de jet vertical diphasique montrent que

6.1 Modification de la turbulence par des particules : observations et conséquences sur la modélisation

la modification des profils de vitesse moyenne du fluide induit une réduction des contraintes de Reynolds de cisaillement qui, en retour, altère le taux de production de l'énergie cinétique turbulente. En étudiant un jet d'air turbulent chargé en particules, Ferrand [25] confirme cette tendance en ajoutant que cette diminution des contraintes de Reynolds de cisaillement implique également une réduction de la diffusion turbulente dans la direction transverse au jet, réduction d'autant plus importante que le chargement augmente.

Pour ce qui est des études numériques, nous avons déjà cité les travaux de Ahmed & Elghobashi [1] qui étudient l'interaction entre des particules et un écoulement turbulent cisailé homogène. Ils constatent un changement du taux de production de l'énergie turbulente du fluide dû à la modification de la dynamique de la vorticité par les particules. Les "DNS" de Elghobashi & Truesdell [23] simulant une turbulence homogène isotrope décroissante chargée en particules mettent en évidence une modulation sélective du spectre d'énergie turbulente du fluide (augmentation de l'énergie du fluide aux grands nombres d'onde) variant selon la taille des particules. Squires & Eaton [79] confirment cette idée de modulation sélective en étudiant plus précisément l'aspect concentration préférentielle des particules. Ils montrent que la turbulence est modifiée différemment par les grosses ou les petites particules en partie à cause d'un phénomène d'accumulation des petites particules dans les zones de fort taux de cisaillement du fluide (voir aussi Squires & Eaton [81]). Boivin *et al.* [11] utilisent également la "DNS" pour étudier une turbulence homogène isotrope forcée chargée en particules. Ils mettent en évidence un comportement singulier du terme de couplage diphasique pour le taux de dissipation turbulente. Pour une même taille de particules et selon le chargement massique, ce terme est tantôt un terme puits de dissipation (pour les faibles chargements), tantôt un terme source. Par contre, le taux de dissipation turbulente en lui-même est toujours diminué par la présence des particules, d'autant plus fortement que le temps de relaxation des particules ou que le chargement massique augmentent. Ils observent également une modulation sélective du spectre de turbulence : aux faibles nombres d'onde, le mouvement turbulent fluide reverse de l'énergie aux particules

alors que le phénomène opposé se produit aux grands nombres d'onde, les particules étant alors capables de fournir de l'énergie à la turbulence.

Pour résumer cette succincte étude bibliographique et pour en venir à l'aspect modélisation qui nous intéresse dans ce paragraphe, il apparaît donc clairement que la présence de la phase dispersée va agir à différents niveaux sur la phase continue. En simplifiant à l'extrême le problème, on peut dire que les interactions *particules* \implies *fluide* sont de deux natures :

- les interactions "directes", c'est-à-dire les modifications du fluide provenant des termes de couplage entre phases Π_{U_i} , Π_k^* , Π_{ε_T} ... Dans notre configuration, cette définition englobe notamment l'augmentation de la vitesse moyenne du fluide via la force de traînée, la réduction de l'énergie cinétique turbulente du fluide au centre de la nappe et son augmentation à la périphérie via le terme de couplage Π_k^* que nous avons constatées dans le paragraphe précédent.
- les interactions "indirectes", c'est-à-dire le fait que la présence des particules peut interférer avec certains processus dynamiques de la turbulence et donc en modifier la structure même. On citera ainsi particulièrement les phénomènes de modulation sélective du spectre de turbulence, non étudiés dans ce travail mais constatés dans de nombreux précédents travaux. Plus simplement, les modifications de la diffusion turbulente et de la production turbulente observées dans diverses expériences de jet peuvent également être comprises comme des interactions "indirectes" puisque ce n'est pas directement le terme de couplage qui est responsable de ces phénomènes mais principalement la modification des contraintes de Reynolds du fluide par la présence des particules.

Dans une optique de modélisation, cela semble signifier que la prise en compte de la phase dispersée dans les équations modélisées ne pourra pas se faire uniquement de manière directe, c'est-à-dire simplement en introduisant un terme supplémentaire de couplage entre phases. Au vu de ces résultats, il paraît en effet évident que la présence de la phase dispersée va également se faire sentir de manière plus détournée. A ce sujet, certains paramètres caractéristiques des

particules, comme le nombre de Stokes ou le chargement massique, apparaissent comme des paramètres déterminants. Le défi de la modélisation des écoulements diphasiques va donc être de prendre en compte à la fois les effets directs et les effets indirects sur la phase continue, le tout en essayant de comprendre de quelle manière et dans quelle mesure les paramètres de la phase dispersée (St, ϕ, \dots) vont intervenir.

6.2 Modèle $k - \varepsilon$

Dans le paragraphe 2.4.1, nous avons établi l'expression des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente du fluide et du taux de dissipation turbulente selon leur version modélisée $k - \varepsilon$:

$$\rho \left(\frac{\partial k_T}{\partial t} + U_l \frac{\partial k_T}{\partial x_l} \right) = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_l} \right] + P_k - \rho \varepsilon_T + \Pi_k^* \quad (6.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \varepsilon_T}{\partial t} + U_l \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_l} \right) = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_l} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_T}{k_T} P_k - \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_T^2}{k_T} + \Pi_{\varepsilon_T} \quad (6.2)$$

avec $\Pi_{\varepsilon_T} = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon_T}{k_T} \Pi_k^*$. Dans ce modèle, les termes Π_k^* et Π_{ε_T} sont les seuls témoins de la présence de la phase dispersée puisque tous les autres termes (ainsi que les constantes) sont identiques à ceux utilisés pour un écoulement monophasique. Comme cela a déjà été dit, ce point paraît plus que discutable et a déjà été remis en cause par différents auteurs (voir en particulier Squires & Eaton [82]).

La modélisation du terme de couplage pour le taux de dissipation turbulente Π_{ε_T} est un des points les plus controversés du modèle $k - \varepsilon$ en écoulement diphasique. Cette modélisation, construite par analogie avec le terme de destruction de dissipation (terme en $C_{\varepsilon 2}$), a récemment été mise à mal par différentes études. Les simulations numériques directes de Squires & Eaton [82] ou de Boivin *et al.* [12] en turbulence homogène isotrope avec une répartition initialement homogène de particules ont montré que, selon la valeur du chargement massique, le terme de couplage diphasique pouvait être tantôt un terme source, tantôt un terme puits pour le

taux de dissipation turbulente tout en étant un terme puits pour l'énergie cinétique turbulente. Autrement dit, ces études ont montré que pour une même configuration il est possible d'obtenir une "constante" $C_{\varepsilon 3}$ positive ou négative ce qui semble condamner *de facto* ce type de modélisation. Cependant, faute de mieux, c'est encore la forme de modélisation la plus couramment utilisée dans les codes moyennés.

Pour ce qui est des autres termes, nous pouvons de nouveaux citer les travaux de Squires & Eaton [82]. Ils montrent que le chargement en particules peut provoquer de fortes variations de la "constante" $C_{\varepsilon 2}$ utilisée dans la modélisation de l'équation du taux de dissipation turbulente. Le terme en $C_{\varepsilon 2}$ qui représente la destruction de dissipation est en fait constitué de deux termes : un terme de production de dissipation par étirement tourbillonnaire et un terme de destruction visqueuse de dissipation. En écoulement turbulent monophasique, il existe un équilibre entre ces deux phénomènes qui explique le fait qu'ils soient modélisés sous la forme d'un seul terme (Smith & Reynolds [77]). L'expression de ce terme de destruction est alors obtenue en supposant une certaine forme du spectre d'énergie turbulente (haut nombre de Reynolds et pente en $-5/3$ de la zone inertielle), le calage de la "constante" $C_{\varepsilon 2}$ étant effectué par rapport à des expériences de turbulence de grille décroissante. Squires & Eaton montrent donc que l'équilibre qui existe en turbulence monophasique entre la production turbulente par étirement tourbillonnaire et la destruction visqueuse de ε n'est plus vérifié dans le cas d'écoulements chargés en petites particules. Plus le chargement massique en particules augmente, plus la production est réduite relativement à la destruction visqueuse ce qui devrait impliquer une augmentation de $C_{\varepsilon 2}$. Selon les auteurs, cette modification sélective de la turbulence par de petites particules est due principalement à des effets de concentration préférentielle. Leur conclusion est que la formulation actuelle du modèle $k - \varepsilon$ apparaît appropriée pour des écoulements dans lesquels les particules restent aléatoirement réparties (pas de concentration préférentielle), c'est-à-dire pour des particules inertielles, à fort temps de relaxation τ_p . Boivin *et al.* [11] confirment ces observations sur le terme en $C_{\varepsilon 2}$ en suggérant qu'il devrait être modélisé sous une forme faisant

6.3 Méthodologie

intervenir explicitement le temps de relaxation des particules et le chargement massique. Les autres constantes monophasiques ne sont pas discutées dans ces différentes études à cause de la nature homogène isotrope de la turbulence simulée. Portela *et al.* [63] étudient grâce à la "DNS" l'influence des interactions fluide-particules sur les modèles de turbulence dans le cas d'un écoulement turbulent en canal. Ils se concentrent en particulier sur les effets des particules sur la viscosité turbulente dans le cadre du modèle $k - \varepsilon$. Leurs résultats montrent que la "constante" C_μ associée au concept de viscosité turbulente subit de fortes variations, augmentant ou diminuant selon la distance aux parois. La viscosité turbulente $\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ est elle fortement réduite par les particules. Par contre, d'un point de vue qualitatif, aucun changement majeur n'est observé dans son comportement. En partant de cette même idée selon laquelle la viscosité turbulente est modifiée par la présence des particules, Balzer & Simonin [5] se proposent de dériver une nouvelle expression pour ν_t qui tienne compte des paramètres diphasiques. Ils obtiennent la formulation suivante :

$$\nu_{t_{diph}} = \nu_t \left[1 + C_{12} \phi \frac{\tau_t}{\tau_{fp}^F} \left(1 - \frac{q_{fp}}{2q_f^2} \right) \right]^{-1} \quad (6.3)$$

avec $C_{12} \approx 0.34$. Cette expression modifiée incorpore donc explicitement une dépendance en fonction du temps de relaxation des particules et du chargement massique. Elle tient compte également de la corrélation entre les vitesses des particules et celles du fluide : la modification de la viscosité turbulente est importante lorsque le mouvement des particules est fortement décorrélé de celui du fluide, c'est-à-dire typiquement dans le cas d'écoulements avec une forte vitesse de glissement entre phases.

6.3 Méthodologie

L'objectif de ce chapitre consiste à tester la validité et la précision du modèle $k - \varepsilon$ dans le cas de nos simulations diphasiques. Pour cela, nous effectuons des comparaisons *a priori* des termes des équations de k_T et ε_T . En d'autres mots, cela signifie que nous calculons tout d'abord chacun

des termes de ces deux équations à partir des résultats fournis par les "DNS". Nous calculons par la suite les mêmes termes suivant leur expression dans le modèle $k - \varepsilon$ (mais toujours à partir des résultats "DNS") et nous les comparons pour évaluer la pertinence de chacune des expressions ainsi modélisées. Le tableau 6.1 récapitule les différentes correspondances entre termes exacts et modélisés.

	Expressions exactes	Expressions modélisées
Equation de k_T	$-\frac{\partial}{\partial x_l} \frac{1}{2} \rho \langle u'_l u'_l u'_l \rangle - \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u'_i p' \rangle + \frac{\partial}{\partial x_l} \langle u'_i \tau_{il} \rangle$	$\frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k_T}{\partial x_l} \right)$
Equation de ε_T	$-\frac{\partial}{\partial x_l} \left(2\mu \langle u'_l s'_{ij} s'_{ij} \rangle \right) - 4\nu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle$	$\frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_T}{\partial x_l} \right)$
	$-4\mu \left\langle s'_{ij} u'_l \right\rangle \frac{\partial s_{ij}}{\partial x_l} - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_l}{\partial x_l} \right\rangle \frac{\partial U_l}{\partial x_j} - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_l}{\partial x_j} \right\rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l}$	$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_T}{k_T} P_k$
	$4\nu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial^2 \tau_{il}}{\partial x_l \partial x_j} \right\rangle - 4\mu \left\langle s'_{ij} \frac{\partial u'_l}{\partial x_j} \frac{\partial u'_l}{\partial x_l} \right\rangle$	$-\rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_T^2}{k_T}$
	Π_{ε_T}	$C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon_T}{k_T} \Pi_k^*$

TAB. 6.1: Modèle $k - \varepsilon$. Expressions exactes et modélisées des équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation turbulente.

Afin d'être le plus objectif possible et surtout d'avoir une référence de comparaison, nous avons également effectué des simulations monophasiques. Ces simulations sont indispensables dans le sens où, même en écoulement monophasique, on ne s'attend pas à trouver une adéquation parfaite entre les termes extraits de la "DNS" et les termes modélisés. En effet, les constantes du modèle ont été évaluées dans un cadre relativement strict (haut nombre de Reynolds, turbulence pleinement développée, ...) et il n'est pas certain que notre turbulence réponde parfaitement à tous ces critères. C'est donc pour éviter ce genre de biais inhérent à la turbulence simulée que nous introduisons ces simulations. Ces configurations monophasiques sont obtenues en utilisant les champs d'une simulation diphasique comme conditions initiales. La procédure employée est de laisser se développer la simulation diphasique jusqu'à environ un temps de retournement des tourbillons puis d'enlever les particules. A chaque configuration

diphase correspond donc une configuration monophasique qui va constituer un repère de comparaison pour la modélisation. Les comparaisons sont effectuées par la suite pour un temps équivalent à approximativement 2.2 temps de transit des particules. Ce temps sera supposé suffisant pour que la turbulence récupère ses caractéristiques propres, non influencées par la présence passée des particules. Les cas n°1 et 3 n'ont pas été traités car le temps de calcul nécessaire pour arriver au temps $t/t_{tr} \approx 2.20$ devenait trop coûteux. L'étude paramétrique en fonction du nombre de Stokes se limite donc à deux valeurs différentes : $St = 0.26$ et 0.84 .

6.4 Evaluation *a priori* du modèle $k - \varepsilon$

6.4.1 Aperçu des simulations monophasiques

Les profils de vitesse moyenne du fluide dans la direction du glissement U sont présentés pour les deux cas extrêmes qu'il nous reste, c'est-à-dire le cas n°2 à faible St et faible chargement massique (figure 6.1) et le cas n°7 à fort St et fort chargement massique (figure 6.2), et comparés à ceux issus des simulations monophasiques correspondantes. Pour le cas n°2, les profils sont très semblables si ce n'est au centre de la nappe où l'on constate une réduction sensible de la vitesse du cas monophasique. L'absence du terme de couplage diphasique Π_U en est le principal responsable. Ce terme étant d'autant plus important que le chargement est fort, ce phénomène est évidemment plus accentué pour le cas n°7. On peut également remarquer pour ce cas n°7 un étalement beaucoup plus marqué du profil pour le cas monophasique. En comparant les équations bilans de quantité de mouvement, il apparaît que cette différence est due à la réduction du terme de transport diffusif par la présence des particules et plus précisément à la réduction de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ (voir figure 6.4). Cette diminution de la contrainte de cisaillement est quant à elle principalement due au terme de couplage diphasique de l'équation de $\langle u'v' \rangle$. Pour le cas n°2 (figure 6.3), ce terme est relativement faible et par conséquent la contrainte de cisaillement est quasiment identique dans les cas diphasique

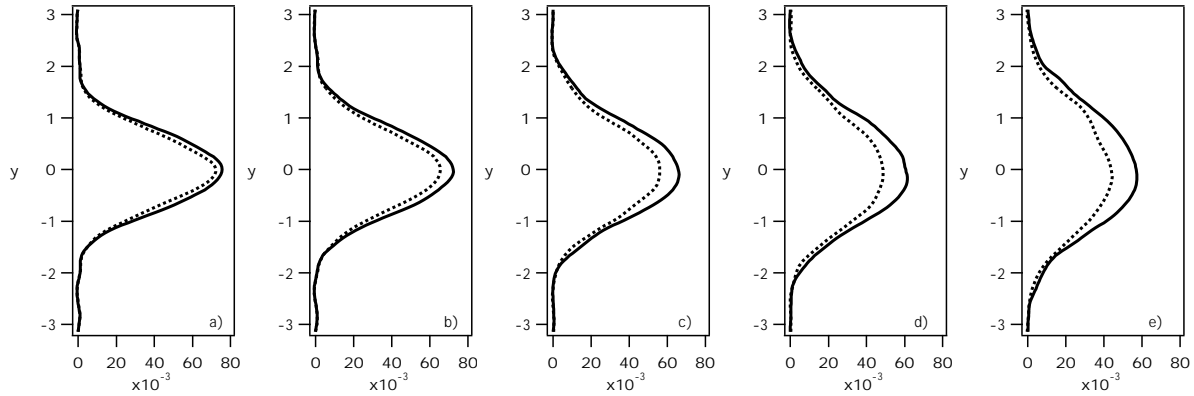


FIG. 6.1: Vitesses moyennes du fluide U pour le cas n°2, $St = 0.26$, $\phi = 1$. (—) et pour le cas monophasique correspondant (.....) aux temps : a) $t/t_{tr} = 0.99$, b) $t/t_{tr} = 1.24$, c) $t/t_{tr} = 1.74$, d) $t/t_{tr} = 2.23$, e) $t/t_{tr} = 2.73$.

et monophasique. D'une manière générale, plus le chargement est fort, plus la contrainte de cisaillement est réduite et moins le jet va s'étaler, conformément aux observations déjà effectuées par l'expérience (Hishida *et al.* [34] et [35]). Comme nous l'avons vu sur les profils de vitesse moyenne, la pénétration du jet va également être modifiée. Le jet diphasique va pénétrer plus qu'un jet monophasique (Fleckhauss [28], Mostafa & et Mongia [58]). Ces figures d'introduction mettent donc en évidence quelques uns des différents mécanismes directs et indirects d'interaction fluide-particules auxquels la modélisation va devoir faire face.

6.4.2 Equation de k modélisée

Intéressons nous tout d'abord à l'équation d'énergie cinétique turbulente du fluide. Dans cette équation, les termes à modéliser sont :

- le terme de transport diffusif via une hypothèse de gradient,
- le terme de production par les gradients moyens de vitesse en introduisant l'approximation de Boussinesq pour les contraintes turbulentes de Reynolds.

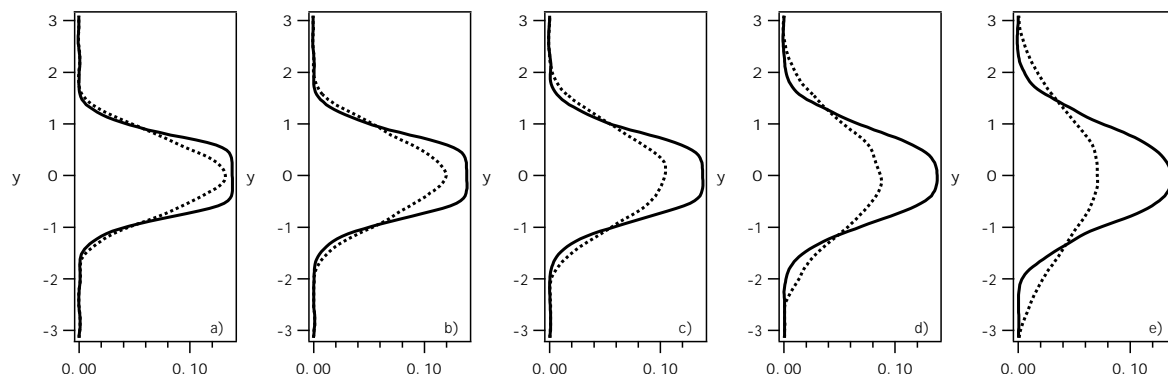


FIG. 6.2: Vitesses moyennes du fluide U pour le cas n°7, $St = 0.84$, $\phi = 8$. (—) et pour le cas monophasique correspondant (·····) aux temps : a) $t/t_{tr} = 1.76$, b) $t/t_{tr} = 2.20$, c) $t/t_{tr} = 2.64$, d) $t/t_{tr} = 3.51$, e) $t/t_{tr} = 4.39$.

Les termes de dissipation et de couplage diphasique ne sont pas modélisés. Sur les figures 6.5, 6.7, 6.9, 6.11 et 6.13 sont présentés chacun des différents termes (extraits et modélisés) qui composent l'équation de k_T (éq. 2.50) pour, respectivement, les cas n°2, n°4, n°5, n°6 et n°7 aux temps normalisés $t/t_{tr} \approx 2.2$. Les mêmes résultats pour les configurations monophasiques correspondantes sont tracés sur les figures 6.6, 6.10, 6.12 et 6.14. La comparaison terme extrait-terme modélisé est faite terme à terme sur les figures (b) et (c) mais également globalement sur les figures (a) où sont comparées la somme des contributions des termes extraits et la somme des contributions des termes modélisés. Cette comparaison globale est nécessaire car, d'une part, une mauvaise modélisation d'un terme peut être insignifiante au final si ce terme est lui-même négligeable en comparaison de tous les autres, et, d'autre part, il peut exister des phénomènes de compensation entre les différents termes modélisés qui peuvent ainsi gommer les défaillances individuelles de chacun d'eux. Pour la modélisation du terme de production par les gradients moyens, nous avons pris la liberté de modifier, si besoin est, la valeur de la constante C_μ utilisée dans l'approximation de Boussinesq. Cette valeur a été choisie de manière à ce que le terme de production de k_T modélisé colle au mieux au terme de production extrait dans le cas

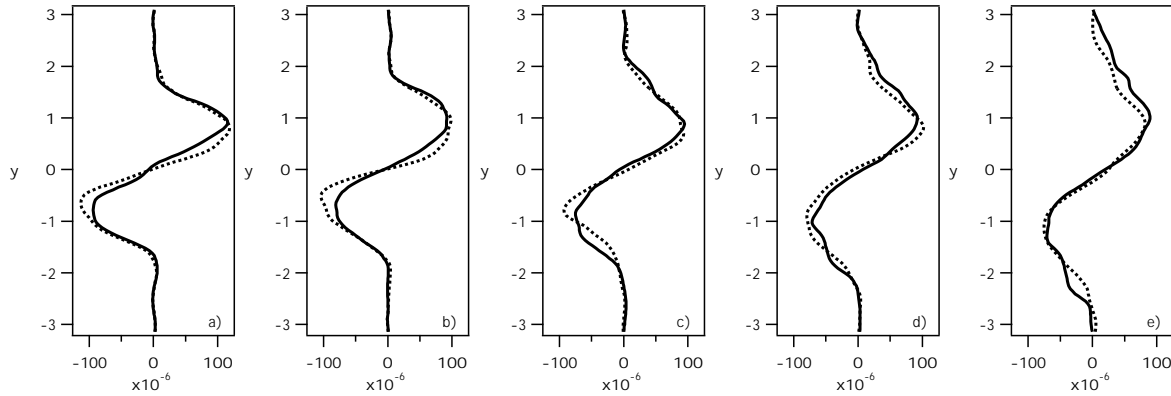


FIG. 6.3: Contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°2, $St = 0.26$, $\phi = 1$. (—) et pour le cas monophasique correspondant (.....) aux temps : a) $t/t_{tr} = 0.99$, b) $t/t_{tr} = 1.24$, c) $t/t_{tr} = 1.74$, d) $t/t_{tr} = 2.23$, e) $t/t_{tr} = 2.73$.

monophasique. Ainsi, pour le cas n°2 nous avons fixé $C_\mu = 0.13$ alors que la valeur $C_\mu = 0.09$ a été conservée pour les cas n°4, n°5, n°6 et n°7. Comme nous le prévoyions en préambule, cette différence est certainement due aux hypothèses utilisées pour établir cette constante. Les cas n°4, n°5 et n°6 conservent la bonne valeur de la constante car le fort chargement massique en particules a créé suffisamment de turbulence pour être à "haut Reynolds" aux frontières de la nappe. Pour les cas à faible chargement (comme le cas n°2 en l'occurrence), il apparaît visiblement que cette hypothèse n'est pas tout à fait respectée, d'où le changement de la constante. Cela n'est toutefois pas gênant pour notre analyse dans le sens où nous ne cherchons pas à valider la valeur de cette constante en turbulence monophasique mais seulement à savoir dans quelle mesure celle-ci est affectée par la présence des particules.

Sur les figures (b), on peut s'apercevoir que le terme de transport diffusif est relativement correctement modélisé par l'hypothèse de gradient. On notera que la modélisation semble meilleure lorsque le chargement massique est important. Cela est certainement à relier au fait que c'est pour les chargements les plus forts que l'écoulement est le plus turbulent. Cependant, si cette modélisation n'est pas parfaite pour tous les cas (en particulier les cas n°2 et n°4),

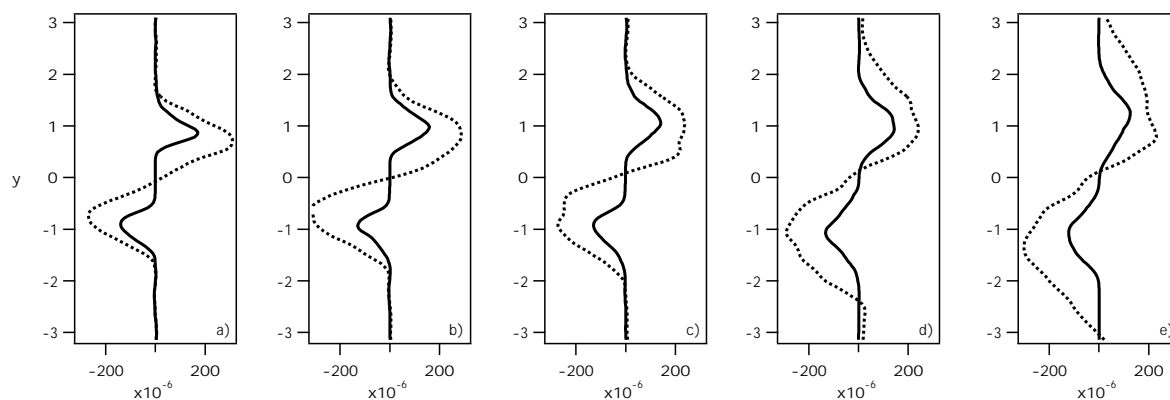


FIG. 6.4: Contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°7, $St = 0.84$, $\phi = 8$. (—) et pour le cas monophasique correspondant (.....) aux temps : a) $t/t_{tr} = 1.76$, b) $t/t_{tr} = 2.20$, c) $t/t_{tr} = 2.64$, d) $t/t_{tr} = 3.51$, e) $t/t_{tr} = 4.39$.

les différences entre les simulations monophasiques et diphasiques ne sont pas notables. La modélisation de type gradient pour le terme de transport diffusif ne semble donc pas fondamentalement remise en cause par la présence de la phase dispersée. En ce qui concerne les termes de production par les gradients moyens, on peut par contre aisément constater l'influence des particules. En effet, en présence de particules, il apparaît clairement que la modélisation a tendance à surestimer le terme de production extrait à la périphérie de la nappe. Cette différence est d'autant plus marquée que le chargement massique en particules est important. D'une manière plus globale, en comparant la somme des termes modélisés et la somme des termes extraits, on peut s'apercevoir que la modélisation est tout à fait satisfaisante pour les cas monophasiques alors que des différences nettes voient le jour pour les cas diphasiques, en particulier à la périphérie de la nappe. Ces différences augmentent lorsque le chargement augmente principalement à cause de la "mauvaise" modélisation du terme de production. Les comparaisons effectuées à chargement constant n'ont pas mis en évidence un effet majeur du nombre du Stokes.

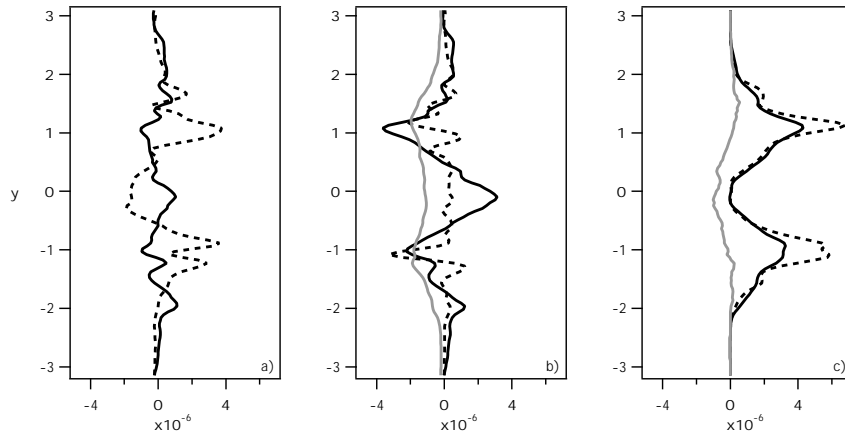


FIG. 6.5: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°2 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\epsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), — : terme de couplage diphasique Π_k^* .

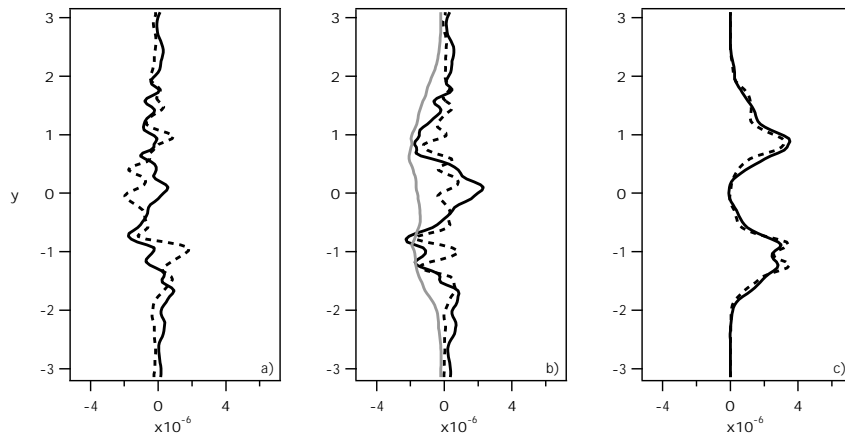


FIG. 6.6: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°2 monophase au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\epsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4 Evaluation a priori du modèle $k - \varepsilon$

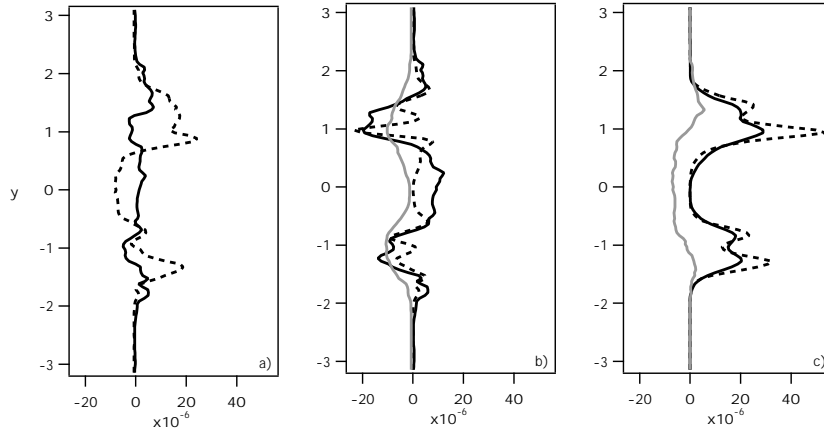


FIG. 6.7: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°4 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), — : terme de couplage diphasique Π_k^* .

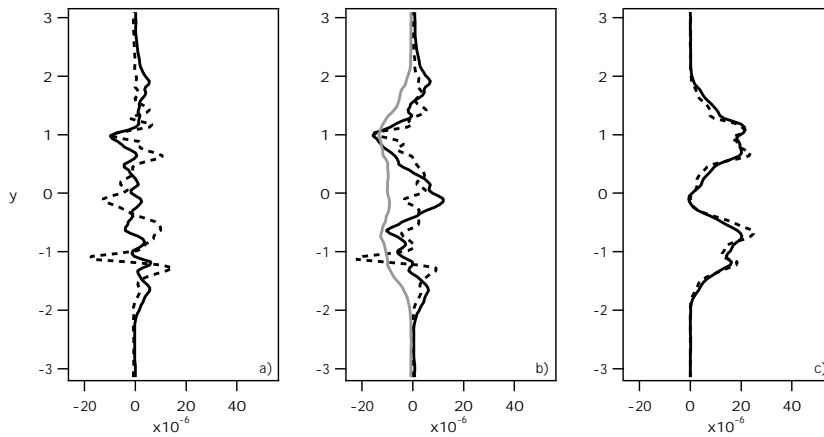


FIG. 6.8: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°4 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

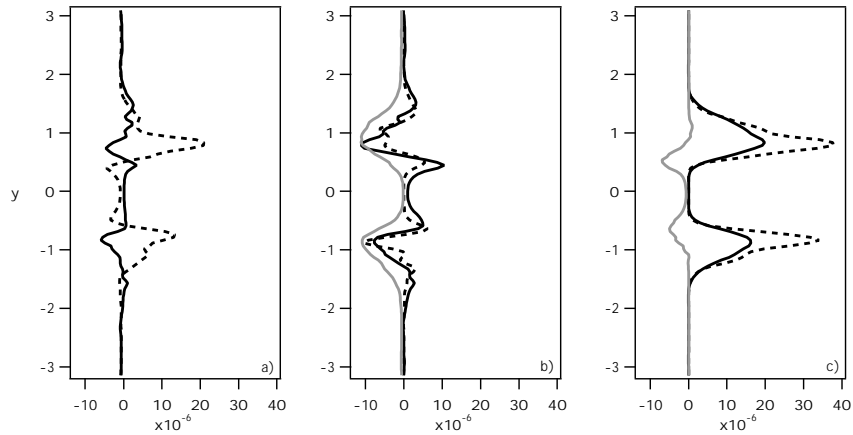


FIG. 6.9: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°5 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\epsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), — : terme de couplage diphasique Π_k^* .

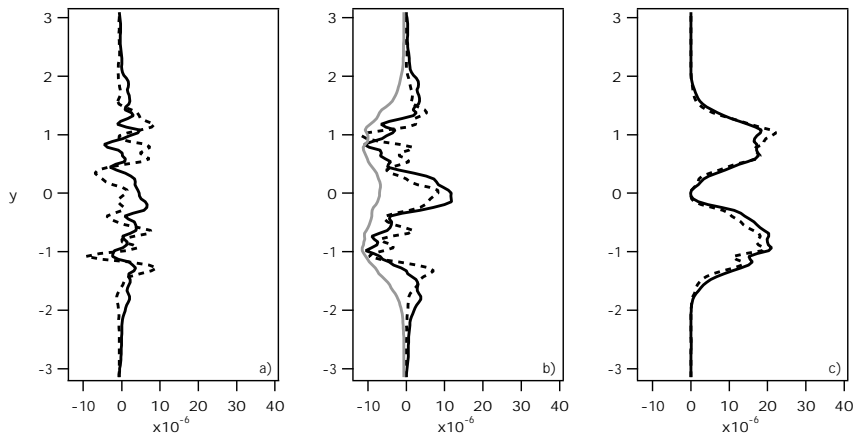


FIG. 6.10: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°5 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\epsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4 Evaluation *a priori* du modèle $k - \varepsilon$

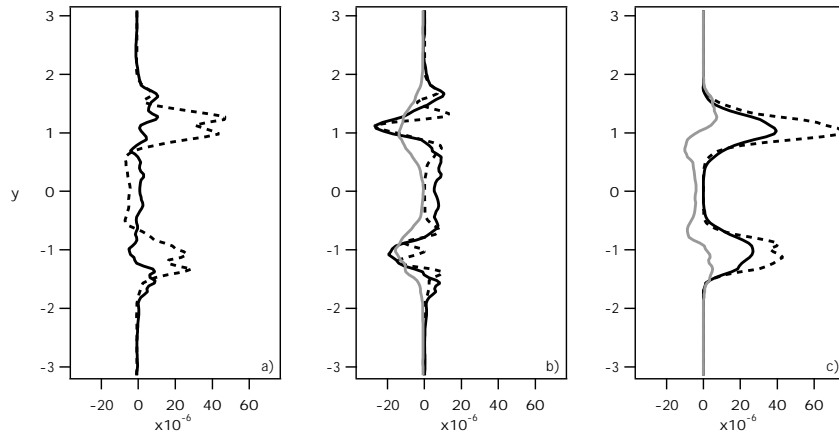


FIG. 6.11: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°6 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), — : terme de couplage diphasique Π_k^* .

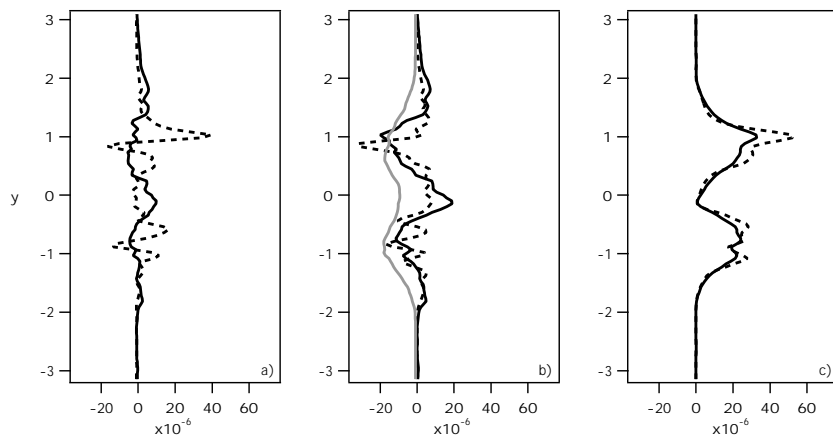


FIG. 6.12: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°6 monophasique au temps

$t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

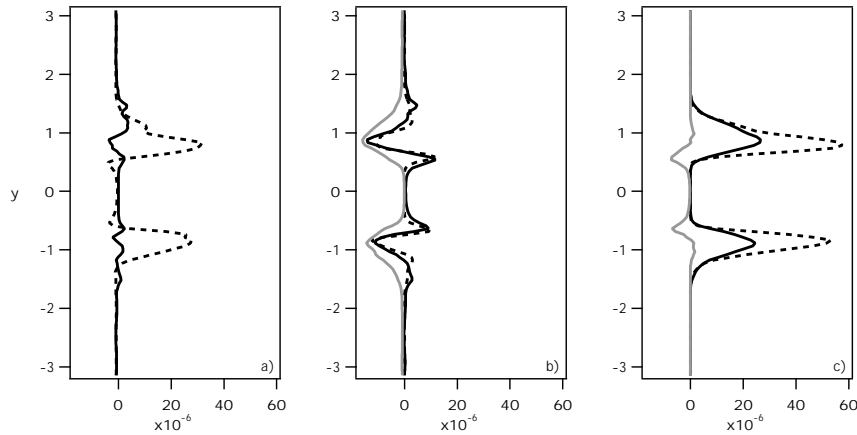


FIG. 6.13: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°7 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), — : terme de couplage diphasique Π_k^* .

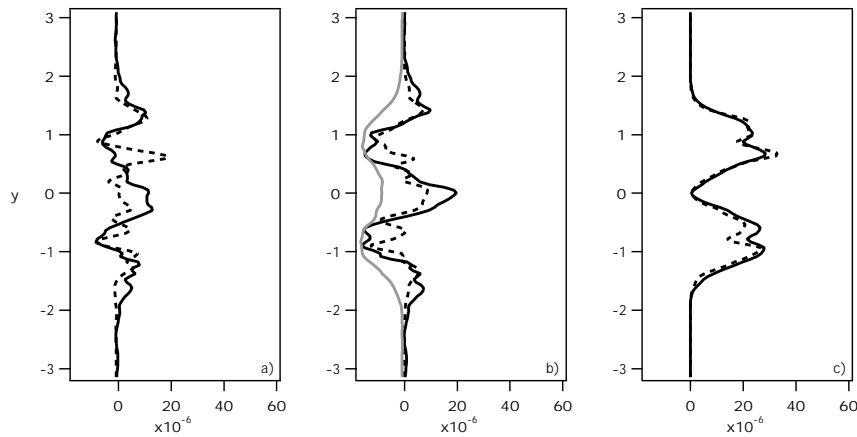


FIG. 6.14: Equation d'énergie cinétique turbulente du fluide k_T pour le cas n°7 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), — : terme de dissipation $-\rho\varepsilon_T$; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4.3 Equation de ε modélisée

L'équation de taux de dissipation turbulente comprend quatre termes modélisés. Les trois premiers sont propres à la turbulence, le dernier est inhérent à la phase dispersée :

- le terme de transport diffusif,
- les termes de production par les gradients moyens de vitesse,
- le terme de destruction de dissipation composé de la somme du terme de production turbulente par étirement tourbillonnaire et du terme de destruction par viscosité,
- le terme de couplage diphasique.

Le même type de test que précédemment pour k_T est présenté maintenant pour ε_T sur les figures 6.15 et 6.16 (cas n°2), 6.17 et 6.18 (cas n°4), 6.19 et 6.20 (cas n°5), 6.21 et 6.22 (cas n°6) et enfin 6.23 et 6.24 (cas n°7). Les sommes des termes modélisés et extraits sont représentées sur les figures (a), les termes de destruction de dissipation et de diffusion sur les figures (b) et enfin les termes de production par les gradients moyens et de couplage entre phases pour les configurations diphasiques sur les figures (c). Pour chaque cas, la valeur de la constante C_μ a été maintenue égale à la valeur établie pour l'équation de k_T . La constante $C_{\varepsilon 3}$ a été fixée à 1.2 (Elghobashi & Abou-Arab [22]).

Pour tous les cas monophasiques présentés, on constate un comportement tout à fait satisfaisant des modèles. Les termes de production par les gradients moyens sont légèrement surestimés par le modèle mais cela est compensé par une surestimation (en valeur absolue) du terme de destruction. Les termes de diffusion sont également correctement prédits. Au final, les sommes des termes modélisés et extraits sont très semblables. A l'inverse, les cas diphasiques affichent des comportements très singuliers par rapport aux modèles. Une fois encore, l'hypothèse de gradient pour les termes diffusifs ne semble pas remise en cause par la présence des particules. Comme on pouvait s'y attendre au vu des résultats sur k_T , les termes de production par les gradients modélisés surestiment les termes extraits des simulations aux frontières de la

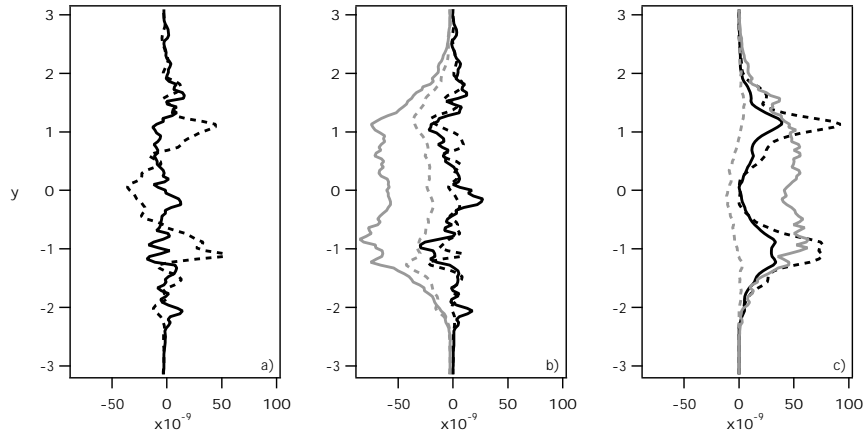


FIG. 6.15: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°2 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), terme de couplage diphasique extrait (—) et modélisé (---).

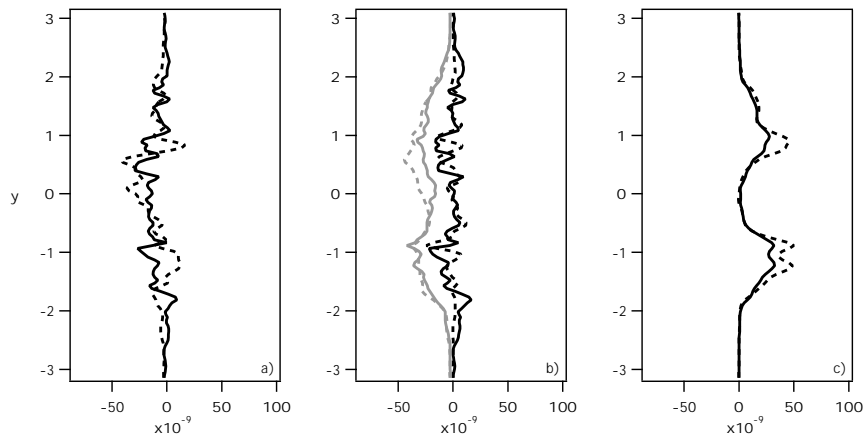


FIG. 6.16: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°2 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4 Evaluation *a priori* du modèle $k - \varepsilon$

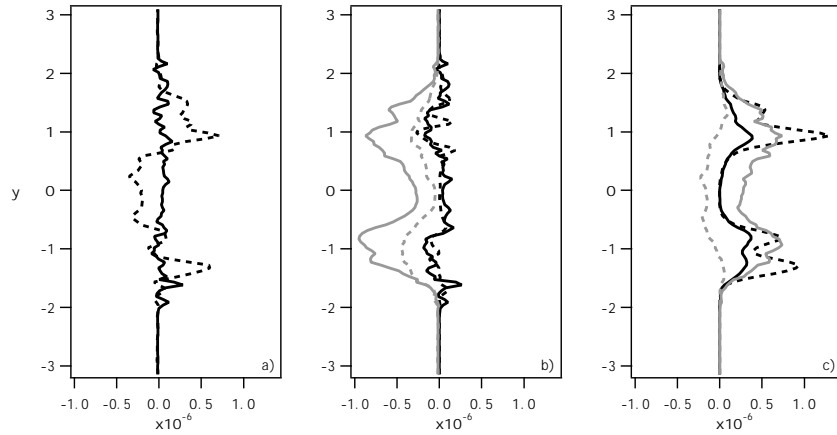


FIG. 6.17: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T pour le cas n°4 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), terme de couplage diphasique extrait (—) et modélisé (---).

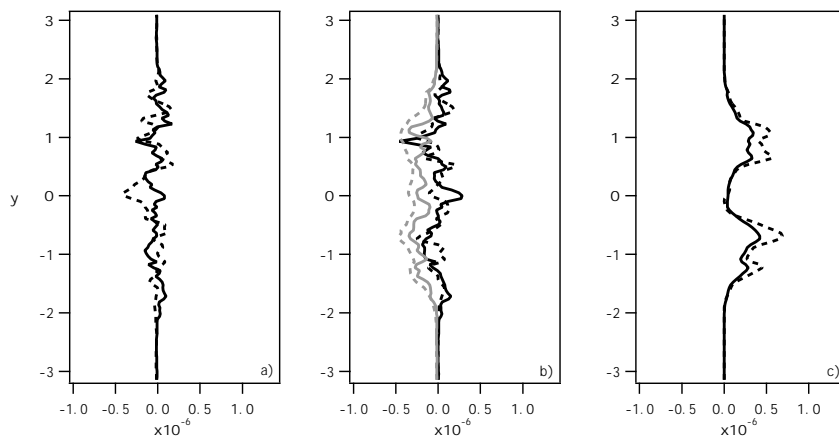


FIG. 6.18: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T pour le cas n°4 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

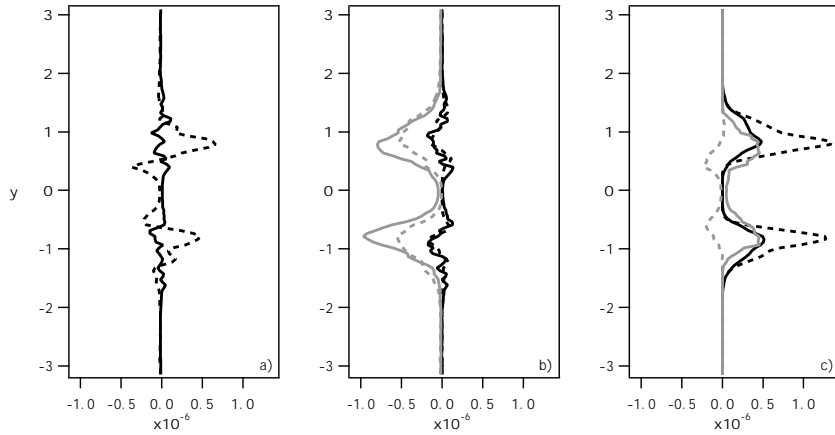


FIG. 6.19: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°5 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), terme de couplage diphasique extrait (—) et modélisé (---).

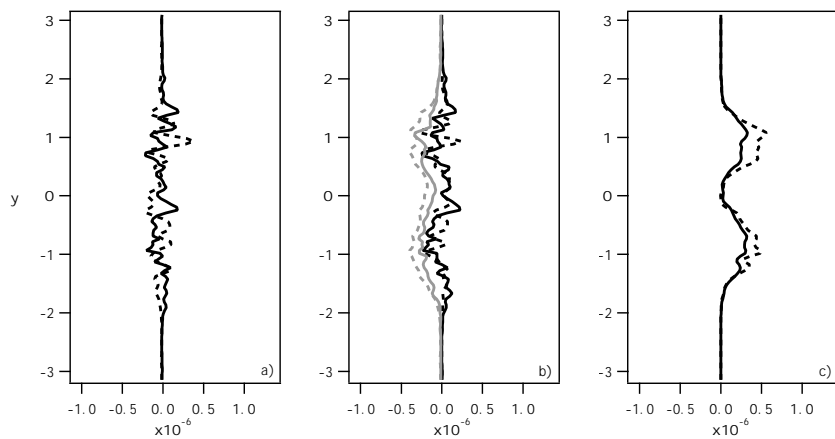


FIG. 6.20: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°5 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4 Evaluation *a priori* du modèle $k - \varepsilon$

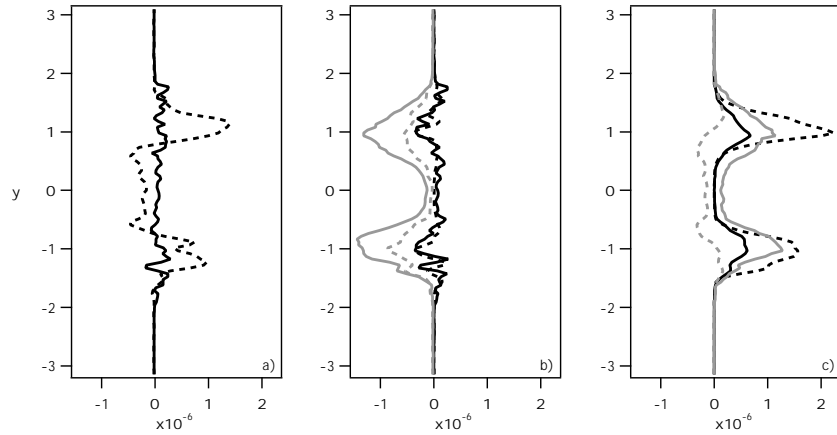


FIG. 6.21: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T pour le cas n°6 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), terme de couplage diphasique extrait (—) et modélisé (---).

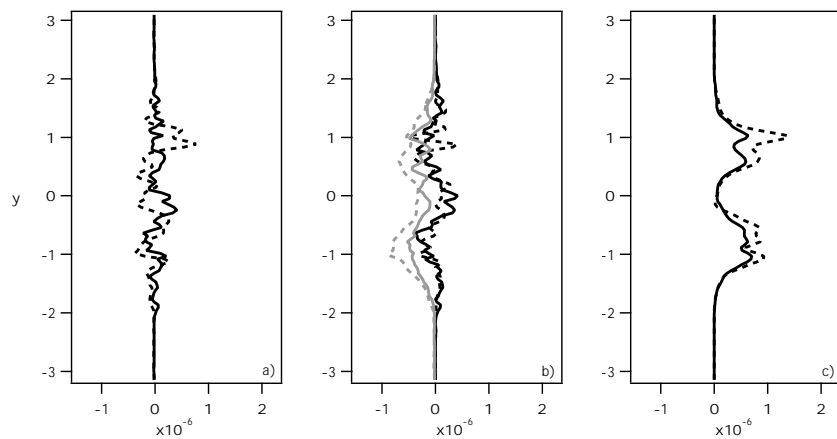


FIG. 6.22: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ε_T pour le cas n°6 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

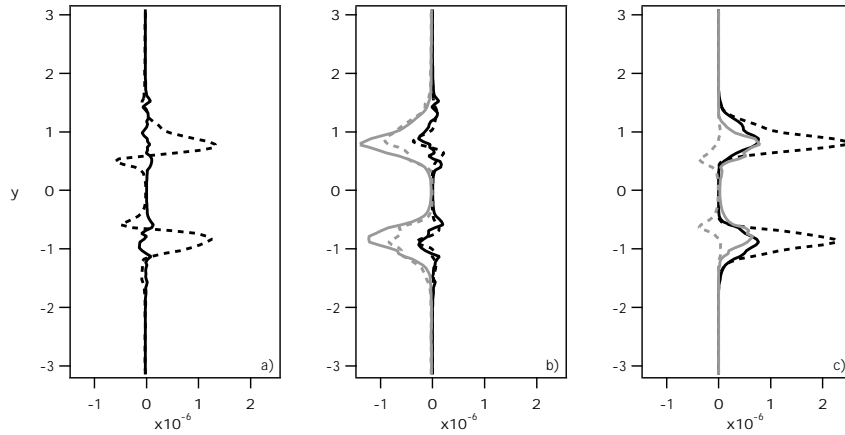


FIG. 6.23: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°7 au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---), terme de couplage diphasique extrait (—) et modélisé (---).

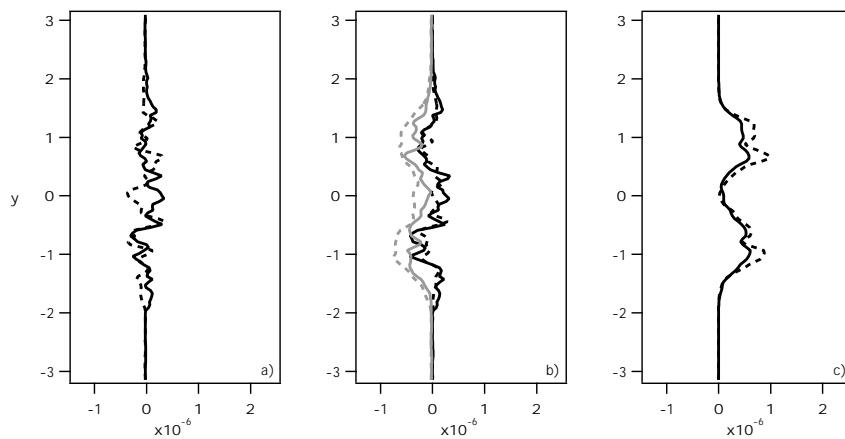


FIG. 6.24: Equation de taux de dissipation turbulente du fluide ϵ_T pour le cas n°7 monophasique au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$.

a) — : somme des termes extraits, --- : somme des termes modélisés ; b) terme de transport diffusif extrait (—) et modélisé (---), terme de destruction de dissipation extrait (—) et modélisé (---) ; c) terme de production par les gradients moyens de vitesse extrait (—) et modélisé (---).

6.4 Evaluation a priori du modèle $k - \varepsilon$

nappe. Cette surestimation est à peu près du même ordre pour ε_T que pour k_T . La modélisation du terme de destruction de dissipation est fortement perturbée par la présence de la phase dispersée. Alors qu'en monophasique on observait une légère surestimation de ce terme, on constate à l'inverse une sous-estimation en diphasique.

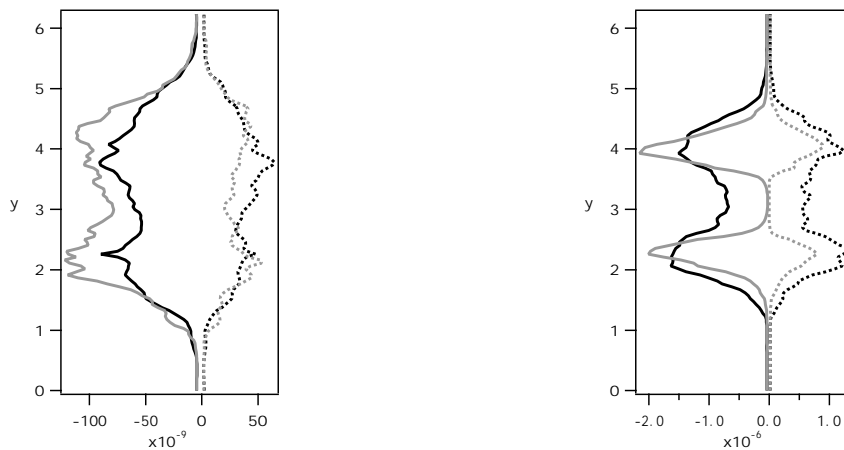


FIG. 6.25: Termes de destruction visqueuse de ε_T (— : cas monophasique, — : cas diphasique) et termes de production par étirement tourbillonnaire (· · · · · : cas monophasique, - - - - - : cas diphasique) au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$. A gauche : cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$) ; à droite : cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$).

Sur les figures 6.25 sont tracées les deux composantes de ce terme, le terme de production par étirement tourbillonnaire (positif) et le terme de destruction visqueuse (négatif) pour les deux cas extrêmes c'est-à-dire les cas n°2 et n°7. Pour le cas n°2, la présence des particules modifie principalement le terme de destruction visqueuse en l'augmentant notablement (en valeur absolue). Pour le cas n°7, aux frontières de la nappe, non seulement le terme de destruction visqueuse est augmenté par rapport au cas monophasique, mais de plus, le terme de production est lui réduit. Au centre, les deux termes sont réduits car il n'y a quasiment plus d'agitation du fluide. L'observation des autres cas a confirmé ces tendances :

- la présence des particules augmente la destruction visqueuse de ε_T ,
- le présence des particules diminue la production de ε_T par étirement tourbillonnaire.

En conséquence, la "constante" $C_{\varepsilon 2}$ se trouve fortement modifiée dans les cas diphasiques, conformément aux observations de Squires & Eaton [82]. Pour le cas n°2, la valeur optimale de $C_{\varepsilon 2}$ (celle pour laquelle la modélisation colle au mieux avec le terme extrait) passe de 1.5 en monophasique à 4.5 environ en diphasique. Pour le cas n°7, on trouve des valeurs de 1.3 et 2.8. Pour les autres cas, ce sont encore d'autres valeurs. Au final, il apparaît clairement que la valeur de la "constante" $C_{\varepsilon 2}$ devrait être augmentée en présence de la phase dispersée. Cependant, il est impossible à ce stade de l'étude de déterminer dans quelle mesure elle doit l'être. Nous rejoignons simplement les préconisations de Boivin *et al.* [11] en affirmant qu'une nouvelle forme de modélisation doit être fortement envisagée pour $C_{\varepsilon 2}$ en faisant intervenir explicitement les paramètres caractéristiques de la phase dispersée (chargement massique, temps de relaxation, ...).

Concernant maintenant le terme de couplage diphasique $\Pi_{\varepsilon T}$, les figures 6.15, 6.17, 6.19, 6.21 et 6.23 (c) mettent en évidence la défaillance de la modélisation. Pour tous ces cas, la modélisation prédit un terme puits pour le taux de dissipation turbulente alors que les termes extraits de la "DNS" sont en fait des termes sources. Autrement dit, cela signifie que, pour notre configuration, la constante $C_{\varepsilon 3}$ devrait être négative. En plus de cette inversion de signe, la forme des profils n'est pas correctement respectée puisque l'on peut remarquer sur le cas n°7 en particulier que les valeurs pics ne sont pas situées aux mêmes endroits (beaucoup plus vers l'intérieur de la nappe pour les termes modélisés). Ce comportement erroné de la modélisation n'est pas en soi une surprise puisque, comme nous l'avons mentionné dans le paragraphe 6.2, diverses études avaient déjà mis en évidence les défauts conceptuels de ce type de modélisation. Récemment, Taulbee *et al.* [85] et Mashayek & Taulbee [50] ont proposé une nouvelle forme de modélisation pour ce terme $\Pi_{\varepsilon T}$:

$$\Pi_{\varepsilon T} = -\rho \frac{\varepsilon_T}{k_T} \frac{\phi}{\tau_{fp}^F} \left(2k_T - C'_{\varepsilon 3} \langle \tilde{u}_m'' u_{p,m}'' \rangle_p \right) \quad (6.4)$$

Pour leur configuration d'écoulement turbulent cisailé homogène chargé en particules, ils fixent la constante $C'_{\varepsilon 3}$ à 0.8. Cette formulation possède un avantage indéniable sur la précédente,

6.4 Evaluation a priori du modèle $k - \varepsilon$

c'est qu'elle ne fixe pas le signe de Π_{ε_T} par rapport à celui de Π_k^* . Ainsi, selon les valeurs respectives des corrélations de vitesse fluide-particules et de l'énergie cinétique turbulente, on peut obtenir aussi bien un terme source qu'un terme puits pour ε_T . Ce modèle a été testé sur notre configuration mais n'a pas donné de résultats probants, comme on peut le constater sur les figures 6.26 où sont donnés en exemple les cas n°2 et n°7. En jouant sur la constante C'_{ε_3} , il

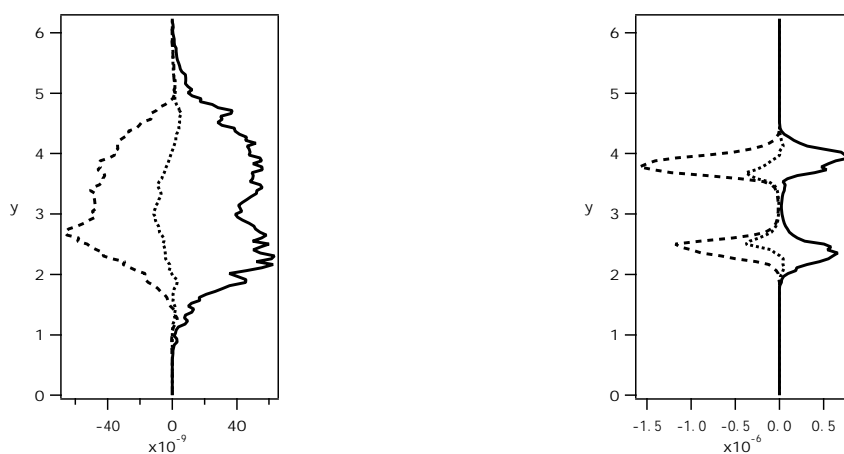


FIG. 6.26: Modélisation du terme de couplage diphasique pour le taux de dissipation turbulent Π_{ε_T} au temps $t/t_{tr} \approx 2.2$; — : terme extrait, : terme modélisé $\Pi_{\varepsilon_T} = C_{\varepsilon_3} \frac{\varepsilon_T}{k_T} \Pi_k^*$, --- : terme modélisé selon Talbee *et al.* [85] $\Pi_{\varepsilon_T} = -\rho \frac{\varepsilon_T}{k_T} \frac{\phi}{\tau_{fp}} \left(2k_T - C'_{\varepsilon_3} \langle \tilde{u}''_m u''_{p,m} \rangle_p \right)$. A gauche : cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$) ; à droite : cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$).

est certes possible d'obtenir un résultat s'approchant du terme Π_{ε_T} extrait mais cette constante devant être réajustée pour chaque cas à des valeurs très différentes ($C'_{\varepsilon_3} \approx 2.3$ pour le cas n°2 et $C'_{\varepsilon_3} \approx 5.5$ pour le cas n°7), le verdict final est plutôt négatif. La question reste donc ouverte sur ce sujet. Au vu des développements du paragraphe 5.2.1, on peut toutefois s'interroger sur le choix d'utiliser uniquement (comme pour le modèle classique en C_{ε_3}) le temps turbulent caractéristique des grosses structures k_T/ε_T comme échelle de temps de ce phénomène de couplage entre phases.

En observant les bilans globaux (figures (a)), une nouvelle question se pose. En effet, si l'on élimine les différences dues à la mauvaise modélisation du terme de production par les gradi-

ents moyens de vitesse, on peut constater que la modélisation globale de l'équation de ε_T n'est finalement pas si incorrecte puisque, dans tous les cas étudiés, se produit un phénomène de compensation entre les termes modélisés de destruction de dissipation et de couplage diphasique : la surestimation de l'un compense de manière assez étonnante la sous-estimation de l'autre. Aucune explication n'a été trouvée à ce phénomène qui n'est peut être qu'une pure coïncidence.

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

Au vu des résultats présentés dans les deux paragraphes précédents, la défaillance la plus flagrante de la modélisation $k - \varepsilon$ porte sur les termes de production par les gradients moyens de vitesse, aussi bien pour l'équation de k_T ($P_k = -\rho \langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial y}$) que pour celle de ε_T ($P_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_T}{k_T} P_k$). Le modèle a en effet tendance à surestimer le terme extrait de la "DNS" de façon d'autant plus importante que le chargement massique est fort. Nous avons également vu (paragraphe 6.4.1) qu'un des effets de la présence des particules sur l'écoulement fluide est la diminution de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$, diminution elle aussi d'autant plus importante que le chargement massique est fort. En combinant ces deux observations, on peut donc supposer que la raison de cette mauvaise modélisation réside principalement dans une estimation erronée de cette contrainte de cisaillement. Celle-ci est calculée suivant le concept de viscosité turbulente établi par Boussinesq :

$$\langle u'v' \rangle = -\nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (6.5)$$

avec $\nu_t = C_\mu \frac{k_T^2}{\varepsilon_T}$ et $C_\mu = \text{constante} = 0.09$. Les résultats semblent donc remettre en cause le calcul de la viscosité turbulente ν_t et, plus précisément, la valeur de C_μ . En écoulement diphasique, C_μ n'est visiblement plus une constante puisqu'il semble dépendant des caractéristiques de la phase dispersée, en particulier du chargement massique. Un effort de modélisation apparaît

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

donc indispensable pour mieux cerner l'influence des particules sur la viscosité turbulente et nous allons tenter dans le paragraphe suivant de formaliser cette modification du C_μ .

6.5.1 Dérivation d'une expression de viscosité turbulente fonction des paramètres diphasiques

Le but de ce paragraphe est de développer une nouvelle expression de type viscosité turbulente qui soit capable de prendre en compte les effets de la phase dispersée sur l'écoulement fluide. Ces développements sont fortement inspirés des travaux de Balzer & Simonin [5].

Remarque

Dans ce qui suit, puisque nous nous plaçons dans une optique de modélisation, toutes les grandeurs que nous considérerons seront les grandeurs "à grande échelle" et non pas les grandeurs "totales". Ainsi, nous utiliserons l'énergie cinétique k_T et non pas directement k . De la même manière, nous serons amenés à utiliser le tenseur des contraintes de Reynolds du fluide "à grande échelle" et le tenseur d'anisotropie correspondant. Ces deux tenseurs seront nommés respectivement R_{ijT} et b_{ijT} pour rester cohérent avec les notations précédemment introduites.

Le point de départ de cette analyse consiste à établir l'équation de transport du tenseur d'anisotropie b_{ijT} défini comme :

$$b_{ijT} = \frac{R_{ijT} - \frac{2}{3}k_T\delta_{ij}}{\frac{2}{3}k_T} \quad (6.6)$$

En posant l'hypothèse de quasi-stationnarité pour le tenseur d'anisotropie, à savoir $\frac{db_{ijT}}{dt} = 0$, on obtient la relation suivante :

$$\frac{dR_{ijT}}{dt} - \frac{R_{ijT}}{k_T} \frac{dk_T}{dt} = 0 \quad (6.7)$$

Les équations de transport des contraintes turbulentes et de l'énergie cinétique turbulente à grande échelle sont rappelées de manière abrégée :

$$\frac{D\rho R_{ijT}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} - \rho\varepsilon_{T,ij} + \Phi_{ij} + \Pi_{u'_i u'_j}^* \quad (6.8)$$

$$\frac{D\rho k_T}{Dt} = \frac{1}{2}P_{ll} + \frac{1}{2}D_{ll} - \frac{1}{2}\rho\varepsilon_{T,ll} + \Pi_k^* \quad (6.9)$$

avec P_{ij} le terme de production par les gradients moyens de vitesse, D_{ij} le terme de transport diffusif, $\varepsilon_{T,ij}$ la dissipation turbulente et Φ_{ij} le terme de corrélation pression-déformation. $\Pi_{u'_i u'_j}^*$ est le termes de couplage diphasique pour l'équation de R_{ijT} de la même manière que Π_k^* est le terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique à grande échelle k_T .

L'équation 6.7 s'écrit donc :

$$0 = P_{ij} - \frac{R_{ijT}}{k_T} \left(\frac{1}{2}P_{ll} \right) + D_{ij} - \frac{R_{ijT}}{k_T} \left(\frac{1}{2}D_{ll} \right) - \rho\varepsilon_{T,ij} + \frac{R_{ijT}}{k_T} \left(\frac{1}{2}\rho\varepsilon_{T,ll} \right) + \Phi_{ij} + \Pi_{u'_i u'_j}^* - \frac{R_{ijT}}{k_T} \Pi_k^* \quad (6.10)$$

En supposant maintenant une faible anisotropie de l'écoulement, c'est-à-dire $\frac{R_{ijT}}{\frac{2}{3}k_T} \ll 1$ pour $i \neq j$, l'équation 6.10 devient :

$$0 = P_{ij} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}P_{ll} \right) \delta_{ij} + D_{ij} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}D_{ll} \right) \delta_{ij} - \rho\varepsilon_{T,ij} + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}\rho\varepsilon_{T,ll} \right) \delta_{ij} + \Phi_{ij} + \Pi_{u'_i u'_j}^* - \frac{2}{3} \Pi_k^* \delta_{ij} \quad (6.11)$$

Les termes de dissipation s'annulent directement en considérant une dissipation isotrope et les termes de diffusion seront considérés comme négligeables devant les termes de production, de corrélation pression-déformation et de couplage diphasique. On a alors :

$$0 = P_{ij} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2}P_{ll} \right) \delta_{ij} + \Phi_{ij} + \Pi_{u'_i u'_j}^* - \frac{2}{3} \Pi_k^* \delta_{ij} \quad (6.12)$$

puis

$$0 = -\frac{2}{3}\rho k_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) + \Phi_{ij} + \Pi_{u'_i u'_j}^* - \frac{2}{3} \Pi_k^* \delta_{ij} \quad (6.13)$$

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

Le terme de corrélation pression-déformation Φ_{ij} est généralement scindé en deux contributions distinctes :

$$\Phi_{ij} = \Phi_{1ij} + \Phi_{2ij} \quad (6.14)$$

où Φ_{1ij} est appelé partie lente (ou contribution quadratique) et Φ_{2ij} partie rapide (ou contribution linéaire). La partie lente Φ_{1ij} est généralement fermée par le modèle de Rotta de retour à l'isotropie [65] :

$$\Phi_{1ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k_T} \left[R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} \right] \quad (6.15)$$

Cette relation exprime le fait que le retour à l'isotropie doit être proportionnel au degré d'anisotropie. La modélisation de la partie rapide Φ_{2ij} repose sur l'idée intuitive selon laquelle l'effet de la corrélation pression linéaire-déformation est de réduire l'anisotropie créée par le terme de production P_{ij} . Ce modèle d'isotropisation de production (modèle I.P.) prend la forme suivante [44] :

$$\Phi_{2ij} = -C_2 \left[P_{ij} - \frac{2}{3} P_{ll} \delta_{ij} \right] \quad (6.16)$$

Si l'on s'intéresse maintenant aux termes de couplage avec la phase dispersée, on peut écrire (éq. 5.15) :

$$\Pi_{u'_i u'_j}^* = -\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} \left(2 \langle \tilde{u}''_i \tilde{u}''_j \rangle_p - \langle \tilde{u}''_i u''_{p,j} \rangle_p - \langle \tilde{u}''_j u''_{p,i} \rangle_p - U_{r,i} U_{d,j} - U_{r,j} U_{d,i} \right) \quad (6.17)$$

$$\Pi_k^* = -\frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} \left(\langle \tilde{u}''_l \tilde{u}''_l \rangle_p - \langle \tilde{u}''_l u''_{p,l} \rangle_p - U_{r,l} U_{d,l} \right) \quad (6.18)$$

Nous supposons alors :

- qu'il n'existe pas de biais statistique pour les contraintes turbulentes :

$$\langle \tilde{u}''_i \tilde{u}''_j \rangle_p = \langle u'_i u'_j \rangle \quad (6.19)$$

– la symétrie des contraintes cinétiques fluide-particules :

$$\left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \right\rangle_p = \left\langle \tilde{u}_j'' u_{p,i}'' \right\rangle_p \quad (6.20)$$

En posant $R_{fp,ij} = \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,j}'' \right\rangle_p$, nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} & \Pi_{u_i' u_j'}^* - \frac{2}{3} \Pi_k^* \delta_{ij} = \\ & -2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} \left[R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} - \left(R_{fp,ij} - \frac{1}{3} q_{fp} \delta_{ij} \right) - \left(\frac{U_{r,i} U_{d,j}}{2} + \frac{U_{r,j} U_{d,i}}{2} - \frac{1}{3} U_{r,l} U_{d,l} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.21)$$

Cette relation peut encore se simplifier en considérant que le degré d'anisotropie des contraintes cinétiques fluide-particules est du même ordre que celui des contraintes cinétiques turbulentes :

$$\frac{R_{fp,ij} - \frac{1}{3} q_{fp} \delta_{ij}}{\frac{1}{3} q_{fp}} \sim \frac{R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij}}{\frac{2}{3} k_T} \quad (6.22)$$

d'où :

$$\begin{aligned} & \Pi_{u_i' u_j'}^* - \frac{2}{3} \Pi_k^* \delta_{ij} = \\ & -2 \frac{n_p m_p}{\tau_{fp}^F} \left[\left(R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_{fp}}{k_T} \right) - \left(\frac{U_{r,i} U_{d,j}}{2} + \frac{U_{r,j} U_{d,i}}{2} - \frac{1}{3} U_{r,l} U_{d,l} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.23)$$

En conjuguant cette dernière relation 6.23 avec la relation 6.13 puis en écrivant Φ_{ij} selon sa forme modélisée 6.15-6.16, on obtient :

$$\begin{aligned} & \left(R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} \right) C_{1p} \frac{\varepsilon_T}{k_T} \left[1 + 2 \frac{n_p m_p}{\rho \tau_{fp}^F} \frac{k_T}{C_{1p} \varepsilon_T} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_{fp}}{k_T} \right) \right] \\ & = -\frac{2}{3} k_T \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) (1 - C_{2p}) \right. \\ & \quad \left. - \frac{3}{2k_T} \frac{n_p m_p}{\rho \tau_{fp}^F} \left(U_{r,i} U_{d,j} + U_{r,j} U_{d,i} - \frac{2}{3} U_{r,l} U_{d,l} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.24)$$

ou encore

$$\begin{aligned} & R_{ijT} - \frac{2}{3} k_T \delta_{ij} = -\frac{2}{3 C_{1p}} \frac{k_T^2}{\varepsilon_T} \left[1 + 2 \frac{n_p m_p}{\rho \tau_{fp}^F} \frac{k_T}{C_{1p} \varepsilon_T} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_{fp}}{k_T} \right) \right]^{-1} \\ & \times \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) (1 - C_{2p}) - \frac{3}{2k_T} \frac{n_p m_p}{\rho \tau_{fp}^F} \left(U_{r,i} U_{d,j} + U_{r,j} U_{d,i} - \frac{2}{3} U_{r,l} U_{d,l} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned} \quad (6.25)$$

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

où C_{1p} et C_{2p} sont deux nouvelles constantes, distinctes de C_1 et C_2 .

Dans le cas le plus courant où les vitesses de dérive sont négligeables, on retrouve bien une expression de type viscosité turbulente :

$$R_{ijT} - \frac{2}{3}k_T\delta_{ij} = -v'_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) \quad (6.26)$$

avec :

$$v'_t = C'_\mu \frac{k_T^2}{\varepsilon_T} \quad (6.27)$$

$$C'_\mu = \frac{2(1-C_{2p})}{3C_{1p}} \left[1 + \frac{2}{C_{1p}} \frac{n_p m_p k_T}{\rho \tau_{fp}^F \varepsilon_T} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_{fp}}{k_T} \right) \right]^{-1} \quad (6.28)$$

où les caractéristiques de la phase dispersée apparaissent naturellement. Cette formulation est équivalente à celle établie par Balzer & Simonin [5].

Pour un cas monophasique, c'est-à-dire $n_p m_p = 0$, C'_μ s'exprime simplement en fonction des coefficients C_{1p} et C_{2p} :

$$C'_\mu = C_\mu = \frac{2}{3} \frac{1-C_{2p}}{C_{1p}} \quad (6.29)$$

ce qui donne donc dans le cas général diphasique :

$$C'_\mu = C_\mu \left[1 + \frac{2}{C_{1p}} \frac{n_p m_p k_T}{\rho \tau_{fp}^F \varepsilon_T} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q_{fp}}{k_T} \right) \right]^{-1} \quad (6.30)$$

La correction apportée à la viscosité turbulente est ainsi maximale pour un mouvement des particules totalement décorrélé du mouvement turbulent du fluide $\left(\frac{q_{fp}}{2k_T} \ll 1\right)$ et minimale pour des particules fortement corrélées avec la turbulence fluide $\left(\frac{q_{fp}}{2k_T} \sim 1\right)$. Dans la pratique, la viscosité turbulente risque donc d'être notablement réduite dans le cas d'écoulement à grosses particules ou/et à forte vitesse relative entre les deux phases.

En tenant compte de la vitesse de dérive, la relation de type viscosité turbulente s'écrit :

$$R_{ijT} - \frac{2}{3}k_T\delta_{ij} = -v'_t \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{3}{2(1-C_{2p})} \frac{n_p m_p}{k_T \rho \tau_{fp}^F} \left(U_{r,i} U_{d,j} + U_{r,j} U_{d,i} - \frac{2}{3} U_{r,l} U_{d,l} \delta_{ij} \right) \right] \quad (6.31)$$

avec C_{2p} vérifiant l'équation 6.29.

En utilisant la théorie de Tchen-Hinze (Tchen [86], Hinze [33]) qui établit des relations entre les mouvements fluctuants du fluide et des particules, on peut estimer la corrélation des vitesses fluide-particules q_{fp} par :

$$q_{fp} = 2 \frac{\eta_r}{1 + \eta_r} q_f^2 \sim 2 \frac{\eta_r}{1 + \eta_r} k_T \quad (6.32)$$

en estimant, en première approche, le rapport η_r par :

$$\eta_r = \frac{k_T / \varepsilon_T}{\tau_{fp}^F} \quad (6.33)$$

La relation 6.30 devient donc :

$$C'_\mu = C_\mu \left[1 + \frac{2}{C_{1p}} \frac{n_p m_p k_T}{\rho \tau_{fp}^F \varepsilon_T} \left(1 - \frac{\eta_r}{1 + \eta_r} \right) \right]^{-1} \quad (6.34)$$

6.5.2 Résultats

Nous avons donc testé cette nouvelle formulation de la viscosité turbulente sur notre configuration. Les figures 6.27 à 6.31 comparent pour les cas n°2, 4, 5, 6 et 7 les profils extraits et modélisés de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$. Pour les configurations sans particule, le terme modélisé est calculé avec l'approximation classique de Boussinesq c'est-à-dire l'approximation de Boussinesq monophasique. La constante C_μ est fixée à 0.09 pour tous les cas sauf pour le cas n°2 où elle a été portée à 0.13 pour les raisons évoquées dans le paragraphe 6.4.2. Pour les configurations diphasiques, nous présentons le terme extrait, le terme modélisé suivant Boussinesq monophasique et deux termes calculés en utilisant les versions modifiées de la viscosité turbulente 6.30 et 6.34 (hypothèse d'équilibre de Tchen-Hinze). La constante pondératrice C_{1p} a elle été fixée à 2.

Comme cela était attendu, les formulations modifiées du C_μ ont tendance à réduire la valeur de la contrainte de cisaillement modélisée. Aux frontières de la nappe où l'on constatait une forte surestimation du terme extrait, on observe maintenant une bonne adéquation terme extrait-terme modélisé, et cela quel que soit le cas considéré. On notera cependant que pour les cas n°2

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

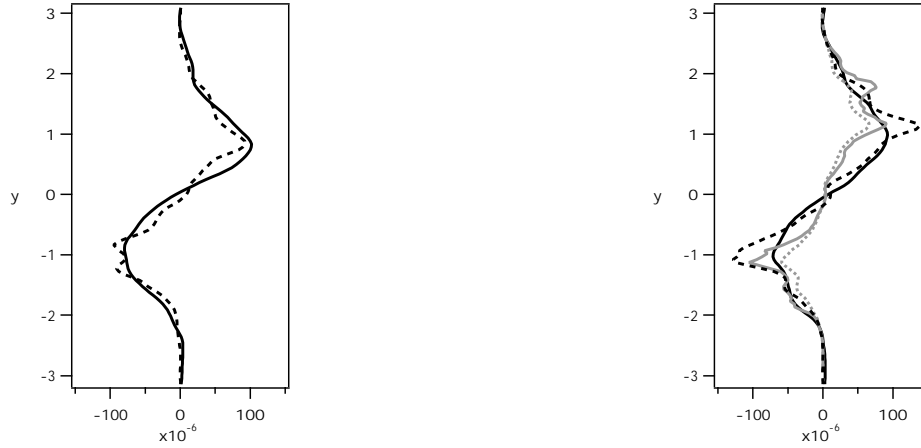


FIG. 6.27: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$) au temps $t/t_{tr} = 2.23$ (configuration monophasique à gauche, diphasique à droite). — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique ($C_\mu = 0.13$). Pour les configurations diphasiques, — : viscosité turbulente modifiée (éq. 6.30, $C_\mu = 0.13$, $C_{1p} = 2.$), : viscosité turbulente modifiée + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_\mu = 0.13$, $C_{1p} = 2.$).

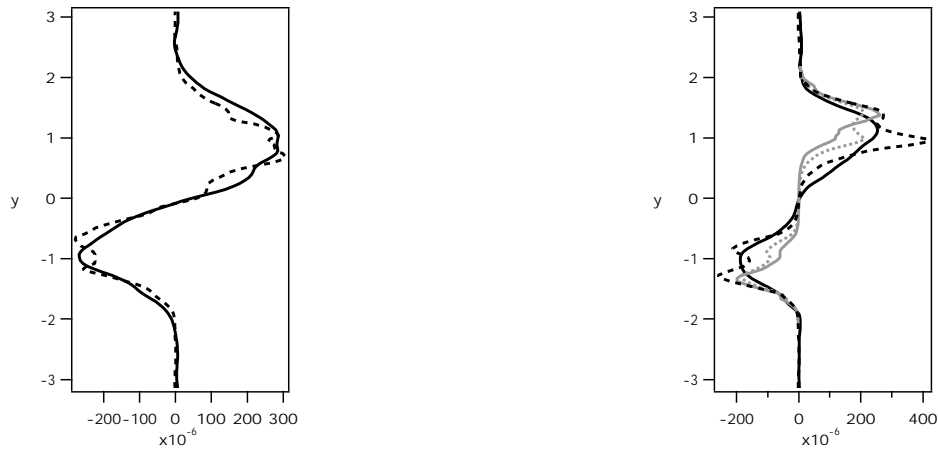


FIG. 6.28: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$) au temps $t/t_{tr} = 2.26$ (configuration monophasique à gauche, diphasique à droite). — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique ($C_\mu = 0.09$). Pour les configurations diphasiques, — : viscosité turbulente modifiée (éq. 6.30, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$), : viscosité turbulente modifiée + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$).

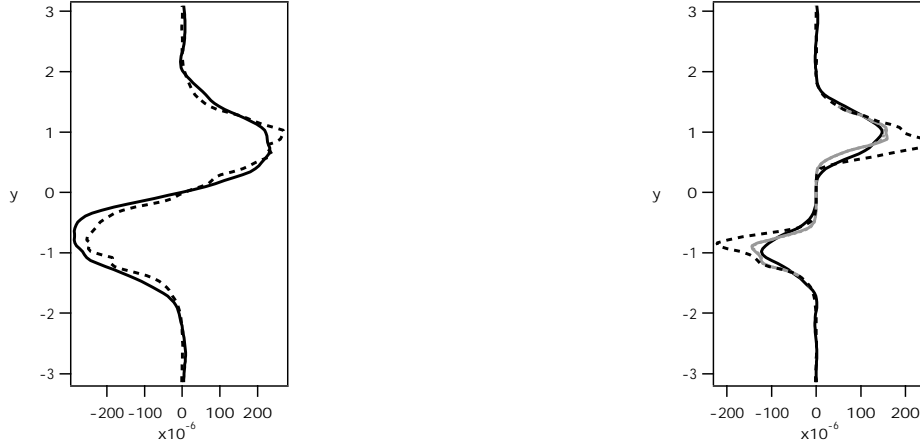


FIG. 6.29: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$) au temps $t/t_{tr} = 2.26$ (configuration monophasique à gauche, diphasique à droite). — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique ($C_\mu = 0.09$). Pour les configurations diphasiques, — : viscosité turbulente modifiée (éq. 6.30, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$), : viscosité turbulente modifiée + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$).

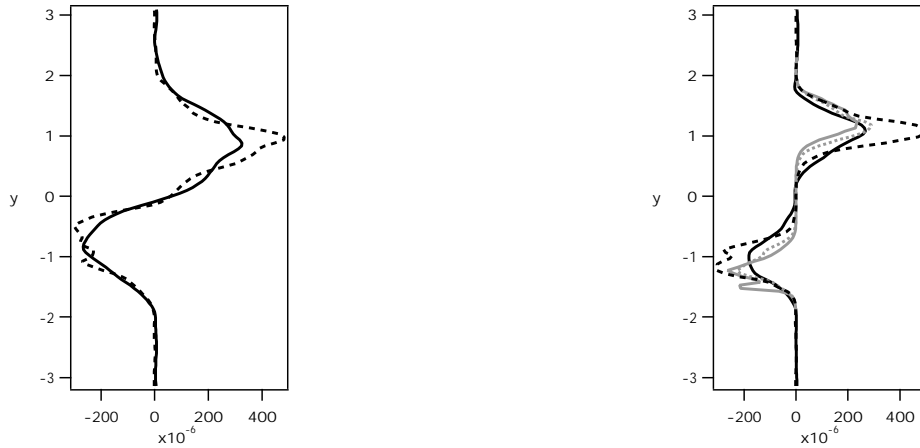


FIG. 6.30: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°6 ($St = 0.26$, $\phi = 8.$) au temps $t/t_{tr} = 2.20$ (configuration monophasique à gauche, diphasique à droite). — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique ($C_\mu = 0.09$). Pour les configurations diphasiques, — : viscosité turbulente modifiée (éq. 6.30, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$), : viscosité turbulente modifiée + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$).

6.5 Retour sur la modélisation des contraintes de Reynolds du fluide

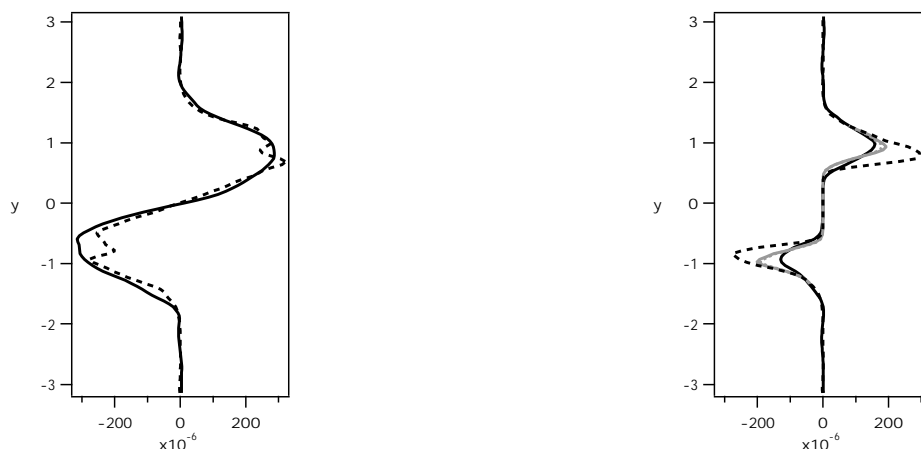


FIG. 6.31: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ pour le cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$) au temps $t/t_{tr} = 2.20$ (configuration monophasique à gauche, diphasique à droite). — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique ($C_\mu = 0.09$). Pour les configurations diphasiques, — : viscosité turbulente modifiée (éq. 6.30, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$), - - - - : viscosité turbulente modifiée + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_\mu = 0.09$, $C_{1p} = 2.$).

et 4, la réduction de la viscosité au centre de la nappe est même un peu trop marquée. Pour les cas plus inertiels, n°5, 6 et 7, la nouvelle modélisation est très convaincante sur toute la hauteur du profil. Les différences entre les formulations "hors équilibre" (équation 6.30) et "en équilibre" (équation 6.34) sont insignifiantes pour les deux cas à forts Stokes (n°5 et 7) et deviennent non négligeables pour les autres. D'une manière générale, la version "en équilibre" donne des résultats très satisfaisants. Le verdict global est donc très positif puisque la modification du C_μ permet visiblement de bien prendre en compte les effets de chargement massique qui apparaissent comme prépondérants dans la modification de la viscosité turbulente.

Les figures 6.32 et 6.33 présentent le même test en incorporant cette fois la vitesse de dérive dans l'expression du modèle (éq. 6.31). Le C'_μ est estimé à l'aide de la relation "en équilibre" (éq. 6.34) puisque celle-ci a fait ses preuves dans le test précédent. En fixant cette fois la constante C_{1p} à 0.8, la modélisation est relativement satisfaisante. Pour les cas à $St = 0.26$, on peut remarquer une tendance du modèle à surestimer la contrainte $\langle u'v' \rangle$ sur les bords de la

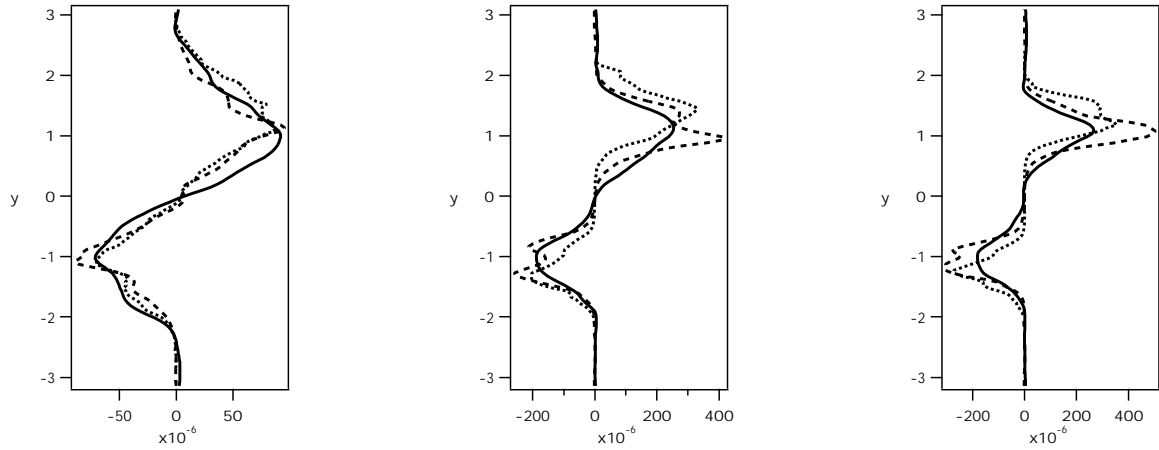


FIG. 6.32: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ au temps $t/t_{tr} = 2.23$. A gauche : cas n°2 ($St = 0.26, \phi = 1.$); au milieu : cas n°4 ($St = 0.26, \phi = 5.$); à droite : cas n°6 ($St = 0.26, \phi = 8.$); — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique, : viscosité turbulente modifiée avec prise en compte de la vitesse de dérive (éq. 6.31) + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_{1p} = 0.8$).

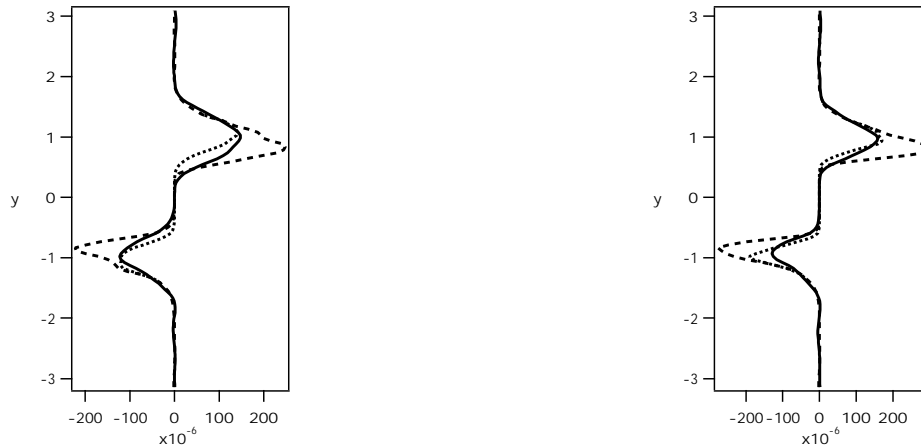


FIG. 6.33: Modélisation de la contrainte de cisaillement $\langle u'v' \rangle$ au temps $t/t_{tr} = 2.23$. A gauche : cas n°5 ($St = 0.84, \phi = 5.$); à droite : cas n°7 ($St = 0.84, \phi = 8.$); — : terme extrait, --- : approximation de Boussinesq monophasique, : viscosité turbulente modifiée avec prise en compte de la vitesse de dérive (éq. 6.31) + Tchen-Hinze (éq. 6.34, $C_{1p} = 0.8$).

6.6 Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin

nappe tout en la sous-estimant légèrement vers le centre. Pour les cas à $St = 0.84$, les résultats sont très concluants. Au vu de ces résultats, il apparaît cependant que la prise en compte de la vitesse de dérive dans l'expression de type Boussinesq n'est pas aussi primordiale qu'on pouvait le penser puisque les modèles testés précédemment sans cette vitesse de dérive donnaient des comportements très similaires.

6.6 Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin

6.6.1 Vitesse de dérive

Nous avons vu dans le paragraphe 2.4.2.1 qu'il était possible d'estimer les termes de pression-viscosité et de croisement de trajectoire de l'équation de vitesse de dérive en utilisant une équation de Langevin diphasique. La fermeture proposée pour ces deux termes est la suivante :

$$n_p m_p \left\langle -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}'_i}{\partial x_k \partial x_k} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle (u_{p,j} - \tilde{u}_j) \frac{\partial \tilde{u}'_i}{\partial x_j} \right\rangle_p = n_p m_p G_{fp,ij} U_{d,j} \quad (6.35)$$

avec $G_{fp,ij}$ défini par les relations 2.93 (modèle "simplifié") ou 2.96 (modèle "intermédiaire").

Sur les figures 6.34, 6.35 et 6.36 sont donc tracés, pour la composante U_d , d'une part le terme extrait de la "DNS" et d'autre part les termes équivalents modélisés suivant le modèle "simplifié" et le modèle "intermédiaire". En ce qui concerne le modèle "intermédiaire", la constante β_2 a été fixée à 0.6 sachant que pour $\beta_2 = 0.$, ce modèle "intermédiaire" dégénère en modèle "simplifié".

Comme on peut le constater sur ces figures, le modèle "simplifié" représente très correctement le terme extrait de la "DNS". Seuls les cas à $St = 0.26$, $\phi = 5$. (cas n°4) et $\phi = 8$. (cas n°6) présentent des différences notables mais malgré tout acceptables. Le modèle "intermédiaire" a par contre tendance à surestimer (en valeur absolue) le terme extrait et cela d'autant plus que la

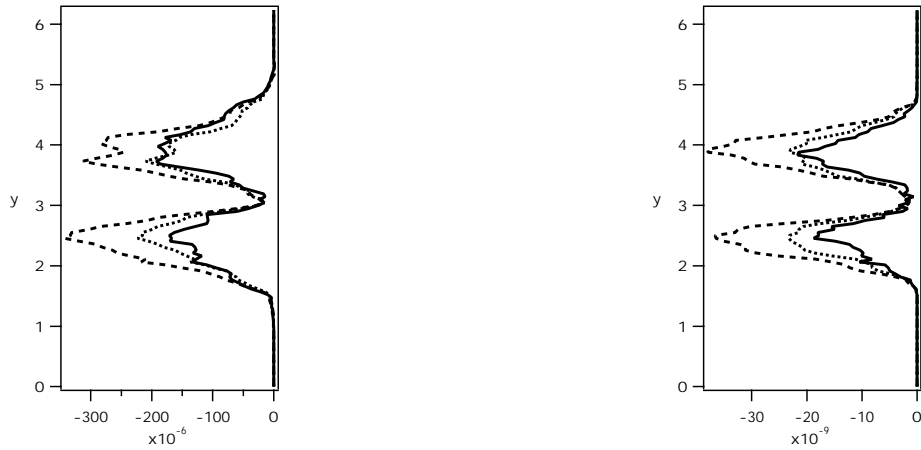


FIG. 6.34: Modélisation des termes de pression-viscosité et de croisement de trajectoire de l'équation de vitesse de dérive U_d au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°1 ($St = 0.11$, $\phi = 1.$), à droite : cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$).

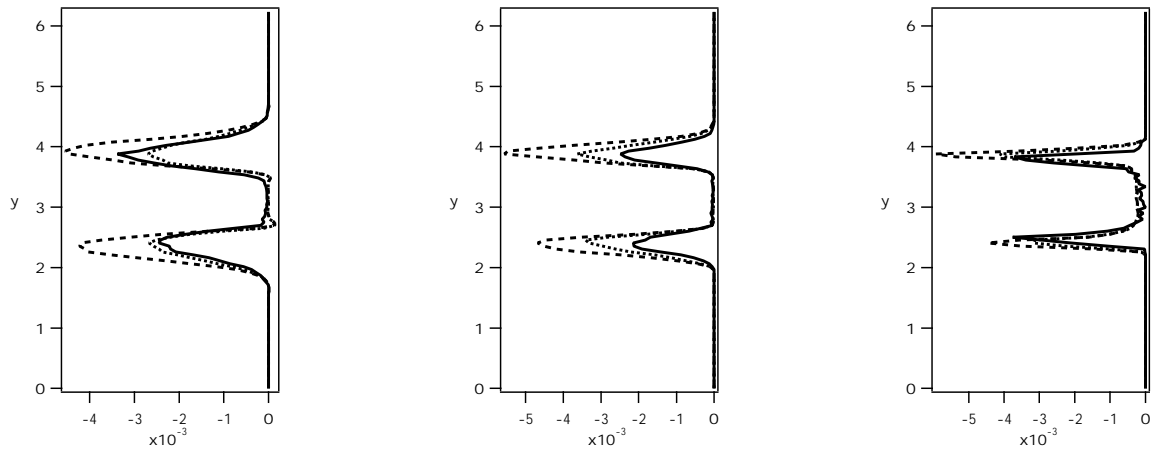


FIG. 6.35: Modélisation des termes de pression-viscosité et de croisement de trajectoire de l'équation de vitesse de dérive U_d au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$), au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), à droite : cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$).

6.6 Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin

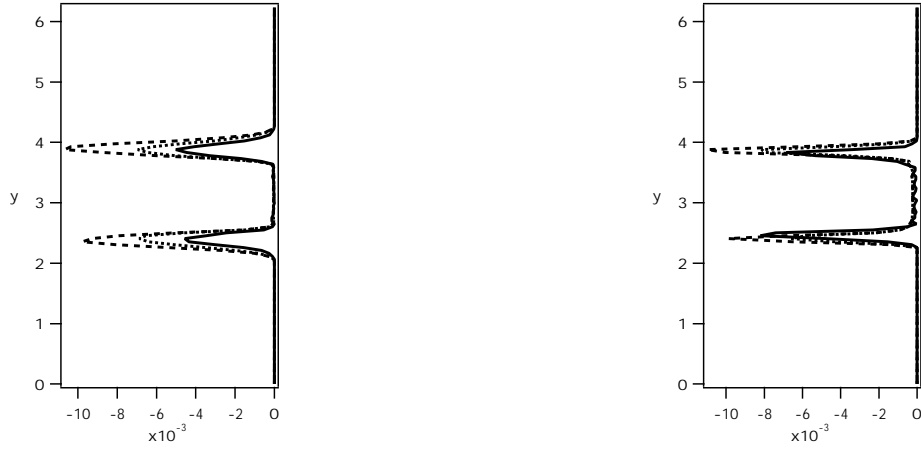


FIG. 6.36: Modélisation des termes de pression-viscosité et de croisement de trajectoire de l'équation de vitesse de dérive U_d au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°6 ($St = 0.26$, $\phi = 8.$), à droite : cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$).

constante β_2 est élevée. Ce comportement est retrouvé pour tous les cas simulés. Les résultats sont donc très concluants si l'on considère que cette modélisation est, à l'origine, conçue pour des écoulements très dilués sans couplage inverse.

6.6.2 Covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules

Pour l'équation de q_{fp} , l'équivalence "expression exacte"/"expression modélisée" est la suivante :

$$\begin{aligned} n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p &= n_p m_p G_{fp,il} \left\langle \tilde{u}_l'' u_{p,i}'' \right\rangle_p \\ &- n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p + n_p m_p \left\langle u_{p,i}'' (u_{p,l} - \tilde{u}_l) \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_l} \end{aligned} \quad (6.36)$$

En utilisant le temps de relaxation moyen des particules τ_{fp}^F , nous pouvons réécrire le terme de couplage $-n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$:

$$-n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p = n_p m_p \frac{\phi}{\tau_{fp}^F} \left\langle u_{p,i}'' u_{p,i}'' - \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' \right\rangle_p \quad (6.37)$$

Comme cela a déjà été mentionné dans la paragraphe 5.3.2, nous rappelons ici que ce terme ne doit pas être évalué directement à la position de la particule puisqu'il provient de l'équation de Navier-Stokes sur le fluide. La procédure pour calculer ce terme est de projeter tout d'abord le terme source $F_{p,i}$ sur la maillage Eulérien puis de l'interpoler à la position de la particule avant seulement de le multiplier par $u''_{p,i}$ et de le moyenner. Lors de cette première étape de projection, il s'agit donc de calculer le champ Eulérien de vitesses des particules \mathbf{u}_p^E . Selon Février [27], ce champ Eulérien est relié au champ de vitesse des particules \mathbf{u}_p par la relation :

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p^E + \delta\mathbf{u}_p \quad (6.38)$$

où $\delta\mathbf{u}_p$ est un champ de vitesse résiduel qui représente l'écart de vitesse à la vitesse Eulérienne.

Ainsi, la notation utilisée dans l'équation 6.37 est donc abusive puisque ce n'est pas directement l'énergie cinétique des particules $2q_p^2 = \langle u''_{p,i} u''_{p,i} \rangle_p$ qui devrait apparaître mais une énergie cinétique résultant de l'étape de projection $\langle u''_{p,i} u_{p,i}^E \rangle_p$. En utilisant la propriété que la vitesse $\delta\mathbf{u}_p$ n'est pas corrélée au champ Eulérien instantané de vitesse des particules, cette énergie cinétique peut encore s'écrire $\langle u_{p,i}^E u_{p,i}^E \rangle_p = q_p^{E2}$. C'est ce que Février appelle l'énergie du mouvement "corrélé" des particules. L'expression du terme de couplage devrait donc être :

$$-n_p m_p \phi \left\langle u''_{p,i} \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p = n_p m_p \frac{\phi}{\tau_{fp}} \left\langle u_{p,i}^E u_{p,i}^E - \tilde{u}_i'' u''_{p,i} \right\rangle_p \quad (6.39)$$

Cette énergie du mouvement corrélé peut également être reliée à l'énergie cinétique des particules :

$$q_p^2 = q_p^{E2} + \delta q_p^2 \quad (6.40)$$

avec $\delta q_p^2 = \langle \delta u_{p,i} \delta u_{p,i} \rangle_p$ l'énergie du champ résiduel (ou énergie du mouvement "décorrélé" des particules par opposition à q_p^{E2}). Puisque δq_p^2 est positif (ou nul), nous pouvons d'ores et déjà affirmer que $0 \leq q_p^{E2} \leq q_p^2$. Cette énergie du champ Eulérien de vitesses des particules étant délicate à calculer, nous estimerons tout de même le modèle 6.36 en utilisant l'énergie cinétique des particules q_p^2 dans l'expression du terme de couplage, c'est-à-dire en utilisant la

6.6 Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin

relation 6.37. Cependant, afin de prendre en compte les potentiels biais que peut provoquer cette simplification, nous testerons également le modèle en utilisant cette deuxième formulation du terme de couplage :

$$-n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p = -n_p m_p \frac{\phi}{\tau_{fp}^F} \left\langle \tilde{u}_i'' u_{p,i}'' \right\rangle_p \quad (6.41)$$

Cette formulation équivaut donc à dire que $q_p^{E2} = 0$. Le véritable terme de couplage se trouve donc borné entre les deux extrêmes 6.37 et 6.41.

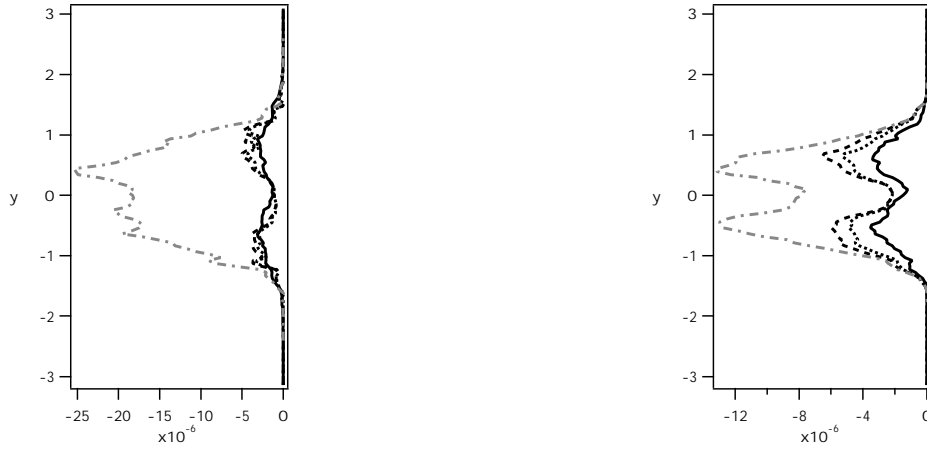


FIG. 6.37: Modélisation du terme de dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide de l'équation de covariance q_{fp} (éq. 6.36) au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°1 ($St = 0.11$, $\phi = 1.$), à droite : cas n°2 ($St = 0.26$, $\phi = 1.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = q_p^2$), - - - : modèle "intermédiaire" (éq. 2.93, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = 0$).

Les termes de dérivée Lagrangienne de vitesse du fluide $n_p m_p \left\langle \frac{d\tilde{u}_i}{dt} u_{p,i}'' \right\rangle_p$ extraits de la "DNS" sont comparés à leur expression modélisée sur les figures 6.37 ,6.38 et 6.39. Pour calculer les termes $n_p m_p G_{fp,il} \left\langle \tilde{u}_l'' u_{p,i}'' \right\rangle_p$ nous utilisons le modèle "simplifié" (éq. 2.93) et le modèle "intermédiaire" (éq. 2.96). Le modèle "simplifié" est estimé grâce à l'approximation $q_p^{E2} = q_p^2$ dans l'expression du terme de couplage $-n_p m_p \phi \left\langle u_{p,i}'' \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ (éq. 6.37). Pour le

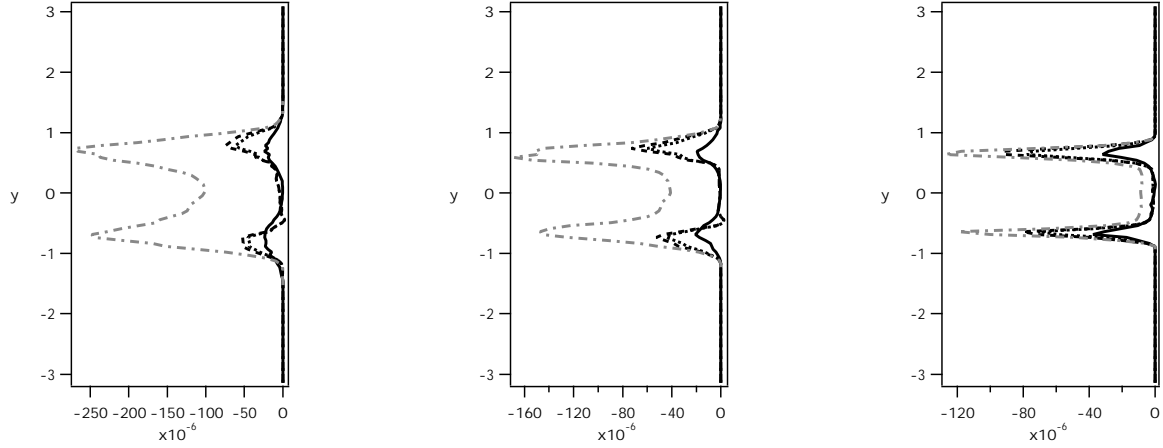


FIG. 6.38: Modélisation du terme de dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide de l'équation de covariance q_{fp} (éq. 6.36) au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°3 ($St = 0.11$, $\phi = 5.$), au milieu : cas n°4 ($St = 0.26$, $\phi = 5.$), à droite : cas n°5 ($St = 0.84$, $\phi = 5.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = q_p^2$), -.-.- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.93, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = 0$).

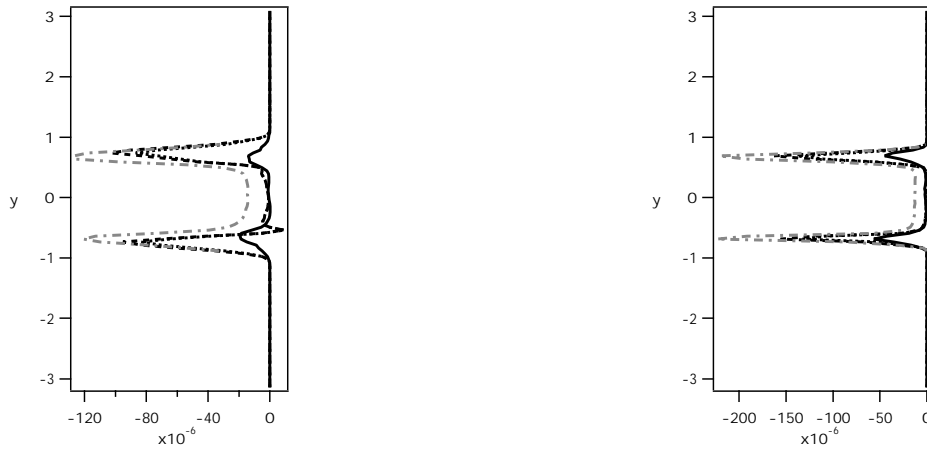


FIG. 6.39: Modélisation du terme de dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide de l'équation de covariance q_{fp} (éq. 6.36) au temps $t/t_{tr} \approx 0.8$. A gauche : cas n°6 ($St = 0.26$, $\phi = 8.$), à droite : cas n°7 ($St = 0.84$, $\phi = 8.$); — : terme extrait de la "DNS", : modèle "simplifié" (éq. 2.93), --- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.96, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = q_p^2$), -.-.- : modèle "intermédiaire" (éq. 2.93, $\beta_2 = 0.6$; $q_p^{E2} = 0$).

6.6 Fermeture des équations de transport de vitesse de dérive et de covariance des vitesses fluctuantes fluide-particules par une équation de Langevin

modèle intermédiaire, le terme de couplage est estimé d'une part en utilisant l'équation 6.37 ($q_p^{E2} = q_p^2$) et d'autre part grâce à l'équation 6.41 ($q_p^{E2} = 0$).

Contrairement à ce qui se passait pour la vitesse de dérive, les résultats pour l'équation de q_{fp} sont très disparates selon le chargement massique en particules considéré. En effet, pour les cas à $\phi = 1$. (fig. 6.37), le modèle est très concluant en approximant q_p^{E2} par q_p^2 . Comme précédemment, l'utilisation du modèle "intermédiaire" mène à une légère surestimation, en valeur absolue, du terme extrait. Les différences entre le modèle "simplifié" et le modèle "intermédiaire" sont moins visibles que pour l'équation aux vitesses de dérive car elles sont cette fois masquées par la présence des deux autres termes $n_p m_p \phi \left\langle u''_{p,i} \frac{F_{p,i}}{m_p} \right\rangle_p$ et $n_p m_p \left\langle u''_{p,i} (u_{p,i} - \tilde{u}_i) \right\rangle_p \frac{\partial \langle \tilde{u}_i \rangle_p}{\partial x_i}$. Pour les cas à $\phi = 5$. (fig. 6.38) et $\phi = 8$. (fig. 6.39), la qualité du modèle se dégrade considérablement. Que l'on prenne le modèle "simplifié" ou "intermédiaire", que l'on prenne l'approximation $q_p^{E2} = q_p^2$ ou $q_p^{E2} = 0$, le terme extrait est très largement surestimé (toujours en valeur absolue) par la modélisation. Ce résultat est plutôt surprenant au vu du bon comportement du modèle dans l'équation des vitesses de dérive. De plus, comme nous le rappelions dans le paragraphe 2.4.2.3, ce modèle avait déjà été testé avec succès dans diverses configurations homogènes et non-homogènes. La seule mais notable différence entre notre étude et ces études précédentes est la prise en compte du couplage inverse. Une raison au mauvais comportement du modèle est donc certainement à chercher de ce côté là. Cependant, avec ces seuls résultats, il est délicat de pousser plus loin les tentatives d'explications. Nous resterons donc sur le constat qu'un effet de couplage inverse important n'est visiblement pas pris en compte par la modélisation dans l'équation de la covariance q_{fp} , effet de couplage inverse qui est par contre négligeable pour la vitesse de dérive.

Conclusion

Dans ce travail de thèse, nous avons étudié à l'aide de la simulation numérique directe le comportement d'une nappe de particules injectées dans une turbulence homogène isotrope décroissante en situation de fort glissement ($U_{p0}/u'_{t0} \approx 8$). Différentes configurations ont été testées en jouant sur les paramètres de la phase dispersée. La phase continue gazeuse est ainsi initialement toujours la même alors que la phase dispersée est différente pour chaque cas, en faisant varier le diamètre des particules (d_p compris entre 2.5 et 12 μm) et le nombre de particules simulées (N_p entre 167 360 et 5 360 000). Chacune de ces simulations est donc finalement caractérisée par un chargement massique ϕ (ϕ entre 1. et 27.) ou volumique et un nombre de Stokes St (St entre 0.11 et 1.64) ou temps de relaxation τ_p différents. Nous nous plaçons ici dans le cadre de régimes dilués où le chargement volumique en particules α_p est suffisamment faible pour pouvoir négliger les collisions interparticulaires mais où le chargement massique $\phi = \alpha_p \rho_p / \rho$ ($\rho_p / \rho \approx 700$) est suffisamment important pour que les particules influent de manière significative sur la phase gazeuse. L'étude de ce couplage inverse dynamique constitue le thème central de ce travail.

Dans un premier temps, nous avons cherché à valider les développements numériques effectués dans notre code de simulation numérique directe. Ces développements ont concerné exclusivement la prise en compte du couplage inverse dans le cadre de l'approximation point-force. Nous avons ainsi vu que l'implémentation numérique de ce couplage inverse, de type P.S.I.C., peut être interprétée comme un filtre spatial (chapitre 3). Ce filtrage des équations de Navier-

Conclusion

Stokes implique qu'un terme supplémentaire de contraintes de sous-maille devrait théoriquement être incorporé dans nos équations. Nous avons cependant montré que dans la très grande majorité de nos configurations, ce terme pouvait être négligé puisque la viscosité de sous-maille inhérente à ce terme de sous-maille est du même ordre de grandeur que la viscosité moléculaire (chapitre 5). Le deuxième point de validation important concernait l'estimation de la vitesse du fluide non perturbé \mathbf{u}^* nécessaire au calcul de la force de traînée. L'utilisation de simulations à deux populations de particules, une population influant sur le fluide, l'autre non (particules "fantômes"), nous a permis de valider l'approche consistant à approximer cette vitesse \mathbf{u}^* par la vitesse du fluide perturbé par toutes les particules. Seule la configuration extrême à $St = 1.64$ et $\phi = 27$ s'est montré inapte à répondre à nos critères puisque, dans ce cas, les perturbations émises par chacune de ces particules très inertielles deviennent trop importantes (chapitre 4).

Après avoir établi dans le chapitre 2 les équations aux grandeurs moyennes de la phase dispersée et de la phase continue sous l'hypothèse de la force ponctuelle, nous nous sommes appliqués à mieux cerner les phénomènes de transfert d'énergie entre phases (chapitre 5). Le terme de couplage diphasique Π_k pour l'énergie cinétique turbulente k est ainsi apparu comme la somme d'un terme Π_E , terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique moyenne du mélange "fluide+particules", et d'un terme $\Pi_{q_p^2}$, terme de couplage diphasique pour l'énergie cinétique turbulente des particules. Une deuxième décomposition plus intéressante de ce terme Π_k nous a permis de voir qu'il était également la somme de deux autres contributions : Π_w la production de sillage (ou de "pseudo-turbulence") et Π_k^* le terme de couplage "à grande échelle" pour l'énergie cinétique turbulente du fluide. Cette décomposition entre termes "à grande échelle" et termes "de sillage" nous a amené directement à la définition de deux énergies cinétiques turbulentes et deux taux de dissipation turbulente : k_w et ε_w les grandeurs de sillage, k_T et ε_T les grandeurs "à grande échelle", c'est-à-dire les grandeurs que nous mesurons dans nos simulations. Pour des nombres de Reynolds particulaire Re_p raisonnables, la production de "pseudo-turbulence" Π_w est supposée en équilibre avec son taux de dissipation correspondant

ε_w , faisant ainsi apparaître Π_k^* comme le "véritable" responsable de la modulation de l'énergie cinétique turbulente "réelle", c'est-à-dire l'énergie cinétique mesurable k_T . Nous avons alors également vu que cette énergie cinétique k_T était bien identifiable à l'énergie cinétique totale k dans quasiment tous les cas de figure (excepté le cas à fort nombre de Stokes et fort chargement massique) alors que le taux de dissipation mesuré ε_T n'était par contre pas égal au taux de dissipation total ε . Autrement dit, la "pseudo-turbulence" n'a qu'une très faible contribution à l'énergie cinétique totale dans nos configurations alors que la dissipation associée au sillage peut devenir une contribution prépondérante de la dissipation totale.

Un traitement statistique par plan d'homogénéité (chapitre 1) nous a permis d'extraire de nos simulations toutes les grandeurs moyennes d'intérêt et ainsi d'observer les effets du couplage inverse sur les différentes grandeurs caractéristiques de l'écoulement fluide. La forte vitesse initiale des particules cause une forte accélération du gaz et, inversement, le gaz freine les particules. Au bout d'un certain temps, le gaz et les particules sont en quasi équilibre dynamique au centre de la nappe. A la périphérie de la nappe, une vitesse relative conséquente persiste entre les deux phases. Ce glissement est à la source d'une création importante de vitesse de dérive, principalement dans la direction colinéaire à la vitesse relative (chapitre 4). La turbulence de la phase gazeuse est affectée par la présence des particules de manière différente selon la portion de nappe considérée. Au centre, l'énergie cinétique turbulente est fortement réduite tout comme le taux de dissipation turbulente, et ce, quel que soient les particules considérées. Par contre, sur les bords de la nappe, la turbulence gazeuse est accentuée. La configuration étudiée se résume alors à deux couches cisillées où la turbulence est maximum entourant une zone centrale où l'écoulement est quasi laminaire pour les cas à chargement massique égal à 5 ou 8. En calculant indépendamment chacun des termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente, nous avons constaté que l'augmentation de k_T à la périphérie de la nappe était principalement due au terme de production, et plus précisément, à l'augmentation des gradients de vitesse moyenne du fluide (chapitre 5). Cet effet indirect de la présence des particules est accompagné d'un effet direct

Conclusion

puisque le terme de couplage diphasique Π_k^* est également producteur de turbulence à cet endroit, surtout pour les cas à faible nombre de Stokes ($St = 0.11$ et 0.26). Ce signe positif de Π_k^* sur les bords de la nappe est dû à l'existence de la vitesse de dérive conjuguée à la forte vitesse relative. Au centre de la nappe, ce terme de couplage est négatif et explique donc la destruction de k_T . En ce qui concerne le taux de dissipation turbulente ε_T , la situation est quelque peu différente. L'augmentation de ε_T sur les bords de la nappe est également due à l'augmentation des termes de production par les gradients moyens de vitesse du fluide. Au centre, la diminution de ε_T n'est par contre pas un effet direct de la présence des particules puisque Π_{ε_T} est positif et donc producteur de taux de dissipation. Cette diminution de ε_T est due principalement à l'augmentation du terme de destruction par viscosité comparé au terme de production turbulente par étirement tourbillonnaire, brisant ainsi un équilibre bien établi en écoulement monophasique.

Les équations bilans des grandeurs moyennes de la phase dispersée sont également discutées dans ce chapitre 5 en utilisant les équations développées au chapitre 2 selon une approche de type "théorie cinétique des gaz" qui consiste à résoudre les équations de transport sur une fonction de distribution des positions et des vitesses des particules. Les profils d'énergie cinétique turbulente des particules q_p^2 exhibent des allures très similaires à celles de k_T : deux pics sur les bords de la nappe dus à de forts termes de production par les gradients de vitesse moyenne des particules entourant une zone centrale quasiment dépourvue d'agitation. Nous avons pu observer que les transferts d'énergie cinétique du fluide vers les particules sont faibles et peu "rentables" puisque la majorité de cette énergie est transformée en sillage et dissipée.

Une fois cette étape d'observation et d'analyse des phénomènes en compétition effectuée, la démarche suivante et complémentaire consistait à tester, valider et développer si besoin les modèles utilisés en écoulements diphasiques. Les différents tests *a priori* du modèle $k - \varepsilon$ (ou plutôt $k_T - \varepsilon_T$ pour être rigoureux) pour la phase gazeuse ont abouti à plusieurs conclusions importantes (chapitre 6) :

- la modélisation des termes de transport diffusif via une hypothèse de gradient ne semble pas perturbée par la présence des particules ;
- les termes de production par les gradients moyens de vitesse sont surestimés par la modélisation, et ceci d'autant plus que le chargement massique est élevé. Cette surestimation des termes de production est en fait due à la surestimation des contraintes de cisaillement du fluide $\langle u'v' \rangle$;
- le terme de destruction de taux de dissipation modélisé (terme en $C_{\varepsilon 2}$) peine à reproduire le terme extrait de nos simulations car la présence des particules augmente d'une part la destruction visqueuse de dissipation et diminue d'autre part la production de dissipation par étirement tourbillonnaire. La conclusion est que cette constante devrait augmenter en écoulement diphasique mais aucune règle simple basée sur les paramètres diphasiques (St, ϕ, \dots) n'est apparue évidente ;
- la modélisation du terme de couplage diphasique pour le taux de dissipation turbulente Π_{ε} s'est révélée défailante puisque celle-ci prédit un terme puits pour ε_T alors que le terme extrait est un terme source pour toutes nos configurations.

La mauvaise prédiction des termes de production par les gradients moyens de vitesse a été étudiée plus en détail en revenant sur l'approximation de Boussinesq utilisée pour modéliser les contraintes de Reynolds du fluide. Les simulations avaient en effet précédemment montré que la présence des particules tendait à réduire de plus en plus les contraintes de Reynolds à mesure que le chargement massique ϕ augmentait. Une nouvelle formulation de type viscosité turbulente fonction des paramètres diphasiques (temps de relaxation moyen τ_{fp}^F , chargement massique ϕ , covariance fluide-particules q_{fp}) s'est avérée beaucoup plus convaincante et à même de modéliser ces termes de production. La prise en compte de la vitesse de dérive dans cette expression n'a par contre pas apporté de précision supplémentaire.

Le dernier point abordé concernait la modélisation des équations de vitesse de dérive U_d

Conclusion

et de covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule q_{fp} . Ces deux équations avaient précédemment été établies sous leur forme exacte au chapitre 2 en introduisant la fonction de densité de probabilité jointe fluide-particule f_{fp} puis analysées au chapitre 5. La fermeture testée au chapitre 6 repose sur l'utilisation d'une équation de type Langevin diphasique pour modéliser les termes de dérivée Lagrangienne de la vitesse du fluide le long de la trajectoire des particules. Cette fermeture, sensée prendre en compte les effets de croisement de trajectoire certainement très importants à la périphérie de la nappe, a été présentée sous deux formes : une version "simplifiée" (modélisation de la partie lente du terme de corrélation pression-déformation) et une version "intermédiaire" *a priori* plus adaptée aux écoulements cisailés (modélisation de la partie lente et de la partie rapide du terme de corrélation pression-déformation). Cette modélisation s'est montrée très concluante pour l'équation de vitesse de dérive, le verdict étant légèrement plus favorable pour le modèle "simplifiée". Par contre, de manière assez surprenante, elle s'est avérée inadaptée à l'équation de covariance fluide-particule, mis à part pour les cas à faible chargement massique ($\phi = 1$. et $St = 0.11$ ou 0.26). Plus le chargement massique augmente et plus le nombre de Stokes augmente, moins la modélisation est apparue précise. La cause de cet échec est probablement à mettre sur le compte d'un effet de couplage inverse, cette modélisation ayant été à la base conçue (puis validée) sur des configurations sans couplage inverse.

Les perspectives de ce travail peuvent s'envisager sous plusieurs angles. Le premier point concerne le choix des simulations réalisées et la gamme d'écoulements diphasiques ainsi représentée. Les simulations effectuées jusqu'à présent ne permettent pas de dégager des tendances très nettes car l'étude paramétrique reste relativement limitée en particulier au niveau du nombre de Stokes ("seulement" trois St différents, 0.11, 0.26 et 0.84, le cas à 1.64 ayant été écarté dès le début et non traité). Il serait ainsi intéressant d'envisager de nouvelles simulations pour des nombres de Stokes plus extrêmes (cas limite du traceur pour des St tendant vers 0 et, à l'inverse, cas du "boulet de canon" pour des $St \gg 1$), sachant que ceux traités dans cette étude se

situent typiquement dans une gamme où des effets importants de concentration préférentielle peuvent rentrer en ligne de compte (voir Février [27] par exemple) et donc influencer significativement sur les résultats. Certaines de ces simulations, tout simplement impossibles à effectuer au début de cette thèse faute de moyens informatiques suffisants (des cas à très faible nombre de Stokes peuvent nécessiter plus de dix millions de particules), sont maintenant devenues tout à fait réalisables grâce au progrès des moyens de calcul.

D'un point de vue modélisation, la prochaine étape importante consiste à réaliser le même type de test que pour le modèle $k - \varepsilon$ sur un modèle au second ordre. Ce travail a déjà été ébauché sur le modèle $R_{ij} - \varepsilon$. Le point crucial de cette modélisation repose sur la fermeture des termes de corrélation pression-déformation et, comme précédemment pour le modèle $k - \varepsilon$, la question est de savoir dans quelle mesure et de quelle manière la présence des particules doit être prise en compte par la modélisation. Certaines études se sont déjà penchées sur ce problème et l'on pourrait citer en particulier celle de Mashayek & Talbee [49] qui propose une nouvelle formulation de ce terme faisant apparaître explicitement les caractéristiques diphasiques.

Enfin, le dernier point de développement futur consiste à effectuer d'autres simulations pour prendre en compte des effets non considérés dans cette étude, en particulier les transferts thermiques, voir massiques. Des calculs ont d'ores et déjà été lancés sur la même configuration en initialisant la température des particules à une température différente de celle du gaz environnant et en activant le couplage inverse thermique. Le même type de développement théorique que ceux effectués dans le chapitre 5 pour les transferts d'énergie cinétique est en cours pour les transferts thermiques, de nombreuses similitudes existant entre ces deux aspects.

Bibliographie

- [1] A.M. Ahmed et S. Elghobashi. On the mechanisms of modifying the structure of turbulent homogeneous shear flows by dispersed particles. *Phys. Fluids*, 12(11) :2906–2930, 2000.
- [2] A. Albrecht. Etude numérique des transferts dynamiques et thermiques au sein d'un mélange turbulent gaz-goutte-particule : application à la zone d'injection de charge d'un réacteur à lit fluidisé de FCC. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
- [3] J.-R. Angilella. Etude asymptotique et numérique de la modification de la turbulence par des particules inertielles. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 1995.
- [4] S. Balachandar et M.R. Maxey. Methods for evaluating fluid velocities in spectral simulations of turbulence. *J. Comput. Phys.*, 83 :96, 1989.
- [5] G. Balzer et O. Simonin. Three dimensional simulation of two-phase flow in industrial CFB boiler. 14th Conf. On Fluidized Bed Combustion, 1017–1022. ASME, 1997.
- [6] A. B. Basset. *Treatise on Hydrodynamics*, vol. 2. Deighton Bell, London, 1888.
- [7] G.K. Batchelor. *Theory of homogeneous turbulence*. Cambridge University Press, 1960.
- [8] M. Baum. Etude de l'allumage et de la structure des flammes turbulentes. Thèse de l'Ecole Centrale de Paris, 1994.
- [9] A. Berlemont, M.-S. Grancher et G. Gouesbet. On the Lagrangian simulation of turbulence influence on droplet evaporation. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 34 :2805–2812, 1991.

- [10] M. Boivin. Etude de l'influence des particules sur la turbulence à partir des simulations directes et de simulations des grandes échelles d'écoulements diphasiques gaz-solides homogènes isotropes stationnaires. Thèse EDF-DRD, 1996.
- [11] M. Boivin, O. Simonin et K.D. Squires. Direct numerical simulation of turbulence modulation by particles in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 375 :235–263, 1998.
- [12] M. Boivin, O. Simonin et K.D. Squires. On the prediction of gas-solid flows with two-way coupling using large eddy simulation. *Phys. of Fluids*, 12(8) :2080–2090, 2000.
- [13] H. Boughanem et A. Trouvé. Validation du code de simulation directe ntmix3d pour le calcul des écoulements turbulents réactifs. Technical Report 42907, Institut Français du Pétrole, 1996.
- [14] J. Boussinesq. Théorie de l'écoulement tourbillonnant. Mémoire présenté par la division savante, Paris, 1877.
- [15] J. Boussinesq. Sur la résistance qu'oppose un liquide indéfini en repos... *Comptes Rendus, Acad. Sci.*, Paris, 1885.
- [16] P. Chassaing. Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène dans une perspective de modélisation à l'usage de l'ingénieur. Cours 3ème année ENSEEIHT, 1994.
- [17] R. Clift, J.R. Grace et M.E. Weber. *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, 1978.
- [18] C.T. Crowe, M.P. Sharma et D.E. Stock. The particle source in cell (psi-cell) model for gas-droplet flows. *J. of Fluids Eng.*, 325–332, 1977.
- [19] G.T. Csanady. Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere. *J. Atm. Sci.*, 20 :201–208, 1963.
- [20] E. Deutsch. Dispersion de particules dans une turbulence homogène isotrope stationnaire calculée par simulation numérique directe des grandes échelles. Thèse, EDF-DRD, 1992.

BIBLIOGRAPHIE

- [21] E. Deutsch et O. Simonin. Large eddy simulation applied to the motion of particles in stationary homogeneous fluid turbulence. *Turbulence Modification in Multiphase Flow*, vol. 110, 35–42. ASME-FED, 1991.
- [22] S. Elghobashi et T.W. Abou-Arab. A two-equation turbulence model for two-phase flows. *Phys. of Fluids*, 26(4) :931–937, 1983.
- [23] S. Elghobashi et G.C. Truesdell. On the two-way interaction between homogeneous turbulence and dispersed solid particles. i : Turbulence modification. *Phys. of Fluids*, 5(7) :1790–1801, 1993.
- [24] R. Bel Fdhila et O. Simonin. Eulerian prediction of a turbulent bubbly flow downstream of a sudden pipe expansion. *6th Workshop on Two-Phase Flow Prediction*, 85–115, Erlangen, FRG, 1992.
- [25] V. Ferrand. Analyse physique d'un jet d'air turbulent chargé en gouttelettes. Diagnostic lasers applicable à l'injection d'essence dans les moteurs. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
- [26] J.R. Fessler, J.D. Kulick et J.K. Eaton. Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids*, 6 :3742, 1994.
- [27] P. Février. Etude numérique des effets de concentration préférentielle et de corrélation spatiale entre vitesses de particules solides en turbulence homogène isotrope stationnaire. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 2000.
- [28] D. Fleckhauss, K. Hishida et M. Maeda. Effects of laden solid particles on the turbulent flow structure of a round free jet. *Experiments in Fluids*, 5, 1987.
- [29] R. Gatignol. The Faxen formulae for a rigid sphere in an unsteady non uniform stokes flow. *J. Méc. Th. Appl.*, 9 :143–160, 1983.
- [30] R.A. Gore et C.T. Crowe. Effect of particle size on modulating turbulence intensity. *Int. J. Multiphase Flow*, 15(2) :279–285, 1989.

- [31] D.C. Haworth et S.B. Pope. A generalized Langevin model for turbulent flows. *Phys. of Fluids*, 29 :387–404, 1986.
- [32] J.O. Hinze. Turbulent fluid and particle interaction. *Prog. Heat Mass Transfer*, 6 :433–452, 1972.
- [33] J.O. Hinze. *Turbulence*. McGraw-Hill, 1975.
- [34] K. Hishida, K. Takemoto et M. Maeda. Turbulence structure of a gas-solids two-phase circular jet. *Trans. of the Japan Society of Mech. Eng.*, 51(84) :2330–2337, 1985.
- [35] K. Hishida, K. Takemoto et M. Maeda. Turbulence structure of a gas-solids two-phase confined jet. *Japanese J. Multiphase Flow*, 1(1) :56–59, 1985.
- [36] L. Howarth et T. Karman. On the statistical theory of isotropic turbulence. *Proc. of the Roy. Soc. Gottingen Nachrichte*, vol. A164(917), 192–215, 1938.
- [37] H.H. Hu. Direct simulation of flows of solid-liquid mixtures. *Int. J. Multiphase Flow*, 22(2) :335–352, 1996.
- [38] H.H. Hu, N.A. Patankar et M.Y. Zhu. Direct numerical simulation of fluid-solid systems using the arbitrary Lagrangian-Eulerian technique. *J. Comp. Physics*, 169 :427–462, 2001.
- [39] I. Kataoka et A. Serizawa. Basic equations for turbulence in gas-liquid two-phase flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 15 :279–285, 1989.
- [40] D. Koch. Kinetic theory for a monodisperse gas-solid suspension. *Phys. Fluids*, 2(10) :1711–1723, 1990.
- [41] J.D. Kulick, J.R. Fessler et J.K. Eaton. Particle response and turbulence modification in fully developed channel flow. *J. Fluid Mech.*, 277 :109–134, 1994.
- [42] M. Lance, J.L. Marié et J. Bataille. Homogeneous turbulence in bubbly flows. *J. Fluids Eng.*, Tokyo, 112 :107–113, 1991.
- [43] B.E. Launder et W.P. Jones. The prediction of laminarisation with a two-equations model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15 :301–314, 1972.

BIBLIOGRAPHIE

- [44] B.E. Launder, G.J. Reece et W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.*, 68, 1975.
- [45] J. Laviéville. Simulations numériques et modélisation des interactions entre l'entraînement par la turbulence et les collisions interparticulaires en écoulement gaz-solides. Thèse de l'Université de Rouen, 1997.
- [46] S. Lele. Compact finite difference schemes with spectral like resolution. *J. Comput. Phys.*, 103 :16–42, 1992.
- [47] F. Mashayek. Direct numerical simulations of evaporating droplet dispersion in forced low mach number turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41(17) :2601–2617, 1998.
- [48] F. Mashayek. Droplet-turbulence interactions in low-mach-number homogeneous shear two-phase flows. *J. Fluid Mech.*, 367 :163–203, 1998.
- [49] F. Mashayek et D.B. Taulbee. Turbulent gas-solid flows, part i : direct simulations and reynolds stress closures. *Num. Heat Transfer, part B*, 41 :1–29, 2002.
- [50] F. Mashayek et D.B. Taulbee. Turbulent gas-solid flows, part ii : explicit algebraic models. *Num. Heat Transfer, part B*, 41 :31–52, 2002.
- [51] B. Maury. Direct simulations of 2d fluid-particle flows in biperiodic domains. *J. Comp. Physics*, 156 :325–351, 1999.
- [52] M.R. Maxey. The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields. *J. Fluid Mech.*, 174 :441–465, 1987.
- [53] M.R. Maxey et J.J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a non uniform flow. *Phys. of Fluids*, 26(4) :2883–2889, 1983.
- [54] D. Migdal et V.D. Agosta. A source flow model for continuum gas-particle flow. *J. Applied Mech. (ASME Trans.)*, 860, 1967.

- [55] R.S. Miller et J. Bellan. Direct numerical simulation of a confined three-dimensional gas mixing layer with one evaporating hydrocarbon-droplet laden stream. *J. Fluid Mech.*, 384 :293–338, 1999.
- [56] R.R. Mills, A.L.J. Kistler, V. O’Brien et S. Corrsin. Turbulence and temperature fluctuations behind a heated grid. N.A.C.A., 1958. Tech. Note.
- [57] J. P. Minier. Construction de la trajectoire d’une particule dans un écoulement turbulent. Rapport EDF, HE-44/88.16, Chatou, 1988. L.N.H.
- [58] A.A. Mostafa et H.C. Mongia. On the interaction of particles and turbulent fluid flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 31 :2063–2075, 1988.
- [59] C. W. Oseen. *Hydrodynamik*. Leipzig, 1927.
- [60] T. Passot et A. Pouquet. Numerical simulation of homogeneous flows in the turbulent regime. *J. Fluid Mech.*, 181 :441, 1987.
- [61] T. Poinso et S. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J. of Comput. Physics*, 101 :104–129, 1992.
- [62] S.B. Pope. Lagrangian PDF methods for turbulent flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23–63, 1994.
- [63] L.M. Portela, V. Ferrand, M.J. Bijlard et R.V.A. Oliemans. Effect of the turbulence-dynamics modification on turbulence models for particle-laden wall-bounded flows. 10th Workshop on Two-Phase Flow Predictions, 195–204, Merseburg, Germany, 2002.
- [64] M.W. Reeks. On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows. *Phys. of Fluids*, 3(3) :446–456, 1991.
- [65] J. Rotta. Statistische theorie nichthomogener turbulenz i. *Zeitschrift für Physik*, 129 :547, 1951.
- [66] P.G. Saffman. On the settling speed of free and fixed suspension. *Fluid. Mech*, 1 :16–30, 1973.

BIBLIOGRAPHIE

- [67] P. Sagaut. Large eddy simulation for incompressible flows : an introduction. Springer-Verlag Telos, 2002.
- [68] M. Sakiz et O. Simonin. Continuum modelling and Lagrangian simulation of the turbulent transport of particle kinetic stresses in a vertical gas-solid channel flow. 3rd International Conference on Multiphase Flows, Lyon, France, 1998.
- [69] Y. Sato, K. Hishida et M. Maeda. Effect of dispersed phase on modification of turbulent flow in a wall jet. *J. Fluids Eng.*, 118 :307–315, 1996.
- [70] L. Schiller et A. Nauman. A drag coefficient correlation. *V.D.I. Zeitung*, 77 :318–320, 1935.
- [71] O. Simonin. Prediction of the dispersed phase turbulence in particulate laden jet. *Proc. Fourth Int. Symp. Gas-Solid Flows*, vol. 121, 197–206. ASME, 1991.
- [72] O. Simonin. Combustion and turbulence in two-phase flows. Lecture Series 1996-02. Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1996.
- [73] O. Simonin, E. Deutsch et M. Boivin. Large eddy simulation and second-moment closure model of particle fluctuating motion in two-phase turbulent shear flows. 9th Symp. On Turbulent Shear Flows, 85–115. ASME, 1995.
- [74] O. Simonin, E. Deutsch et J.P. Minier. Eulerian prediction of the fluid/particle correlated motion in turbulent two-phase flows. *App. Sci. Res.*, 51 :275–283, 1993.
- [75] O. Simonin, P. Février et J. Laviéville. On the spatial distribution of heavy-particle velocities in turbulent flow : from continuous field to particulate chaos. *J. of Turbulence*, 3 (040), 2002.
- [76] O. Simonin et K.D. Squires. On turbulence modification in dense particulate two-phase flows. *Euromech colloquium 421 on strongly-coupled dispersed flows*. Grenoble, France, 2001.

- [77] L.M. Smith et W.C. Reynolds. The dissipation-range spectrum and the velocity-derivative skewness in turbulent flows. *Phys. of Fluids*, 3(5) :396–404, 1991.
- [78] C.G. Speziale. Analytical methods for the development of Reynolds-stress closures in turbulence. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 23 :107–157, 1991.
- [79] K.D. Squires et J.K. Eaton. Particle response and turbulence modification in isotropic turbulence. *Phys. of Fluids*, 7 :1191–1203, 1990.
- [80] K.D. Squires et J.K. Eaton. Measurement of particle dispersion obtained from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 226 :1–35, 1991.
- [81] K.D. Squires et J.K. Eaton. Preferential concentration of particles by turbulence. *Phys. of Fluids*, 5 :1169–1178, 1991.
- [82] K.D. Squires et J.K. Eaton. Effect of selective modification of turbulence on two-equation models for particle-laden turbulent flows. *Transactions of the ASME*, 116 :778–784, 1994.
- [83] G.G. Stokes. On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, 1851.
- [84] S. Sundaram et L.R. Collins. A numerical study of the modulation of isotropic turbulence by suspended particles. *J. Fluid Mech.*, 379 :105–143, 1999.
- [85] D.B. Taulbee, F. Mashayek et C. Barré. Simulation and Reynolds stress modeling of particle-laden turbulent shear flows. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 20 :368–373, 1999.
- [86] C.M. Tchen. Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid. Thèse de l'Université de Delft, Martinus Nijhoff, The Hague, 1947.
- [87] G.C. Truesdell. The interaction between decaying isotropic turbulence and dispersed solid particles. Thèse de l'Université de Californie, Irvine, 1993.

BIBLIOGRAPHIE

- [88] Q. Wang, K.D. Squires et O. Simonin. Large eddy simulation of turbulent gas-solid flows in a vertical channel and evaluation of second-order models. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 19 :505–511, 1998.
- [89] P.K. Yeung et S.B. Pope. An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulence. *J. Comput. Phys.*, 79 :373–416, 1988.
- [90] L. I. Zaichik et A. A. Vinberg. Modelling of particle dynamics and heat transfer in turbulent flows using equations for first and second moments of velocity and temperature fluctuations. *8th Int. Symp. on Turbulent Shear Flows*, vol. 1, 1021–1026, Munich, 1991.