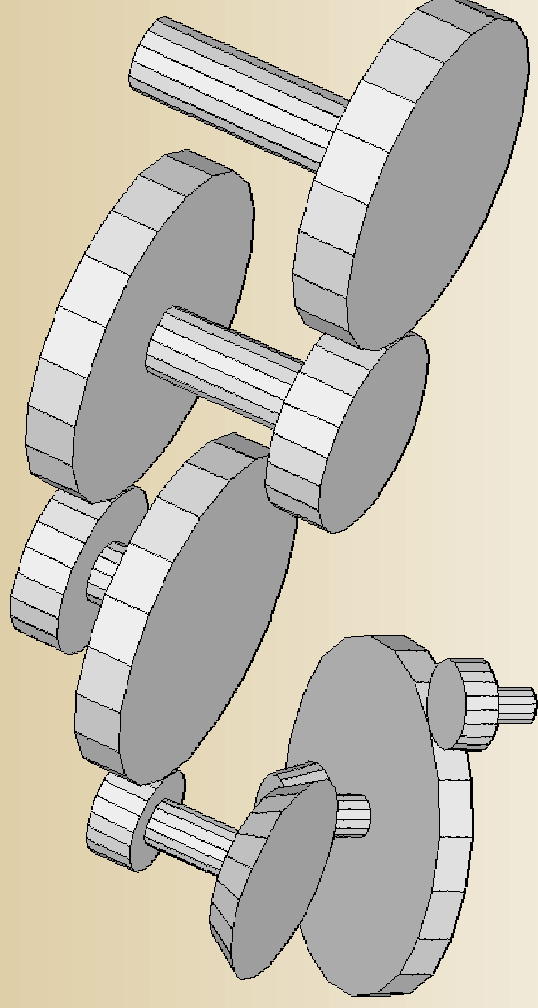


# Conception optimale de structures cinématiques tridimensionnelles

## Application aux mécanismes de transmission en rotation

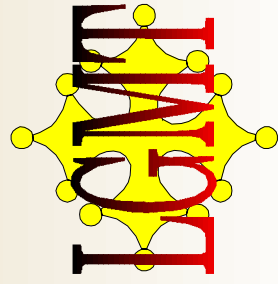


Par

**Jean-Christophe FAUROUX**

Directeur de thèse : Marc SARTOR

Laboratoire de **G**énie **M**écanique de Toulouse



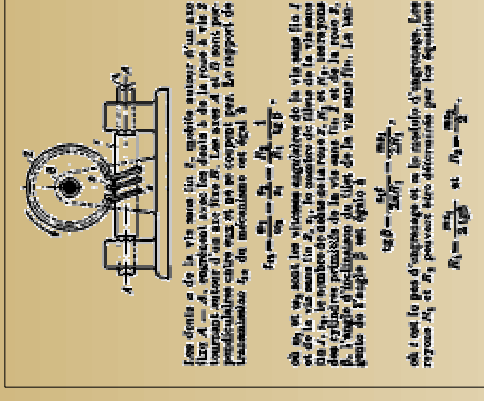
**-1-**

# **Introduction**

## **Conception de mécanismes**

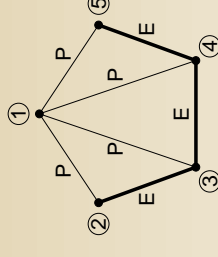
# Conception de mécanismes

- Encyclopédies : **recensement** de mécanismes (Artobolevski, Chironis) →
- Outils d'**analyse** : simulation et d'optimisation de **mécanismes existants**



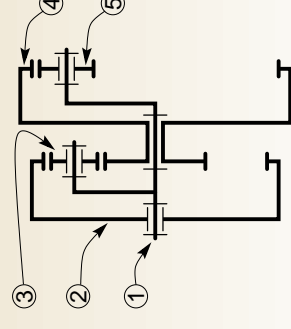
- Conception **détaillée** : **dernières phases** de la conception

- Outils de **synthèse** : graphe (Freudenstein) →  
ou **atlas de mécanismes** (Subramanian).



- Conception de **réducteurs de vitesse** : techniques d'**optimisation**

- Engrenages **cylindriques**
- Réducteurs **épicycloïdaux** →
- Réducteurs à **plusieurs étages** (Pomrehn)
- Cas des **arbres tous parallèles**



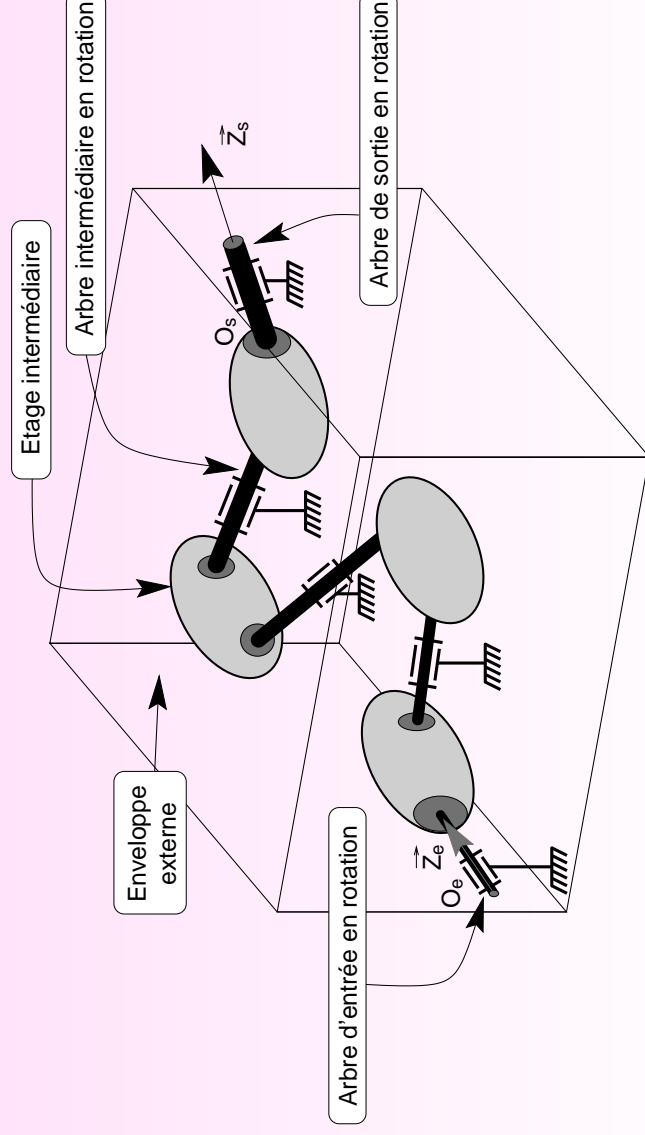
# Objectif du travail

- Se concentrer sur la phase de **conception préliminaire**  
Aider le concepteur partant de la feuille blanche
- Proposer une méthode **créative**
- Trouver une **classe de mécanismes**  
pour appliquer cette démarche
- Développer un **logiciel** d'aide à la conception  
qui soit **simple** d'usage, **portable** et **extensible**

**-2-**  
**Structure de notre méthode de  
conception**

# Classe des mécanismes à concevoir

- Transmission de mouvement **rotatif** à rapport **constant** (1 ddl)
- Structure **linéaire** en forme de chaîne :  
Plusieurs **étages** disposés en série
- **Un** arbre d'entrée, **un** arbre de sortie
- Tous les étages sont **liés** au bâti reliés par des arbres intermédiaires
- Arbres d'orientation **quelconque**

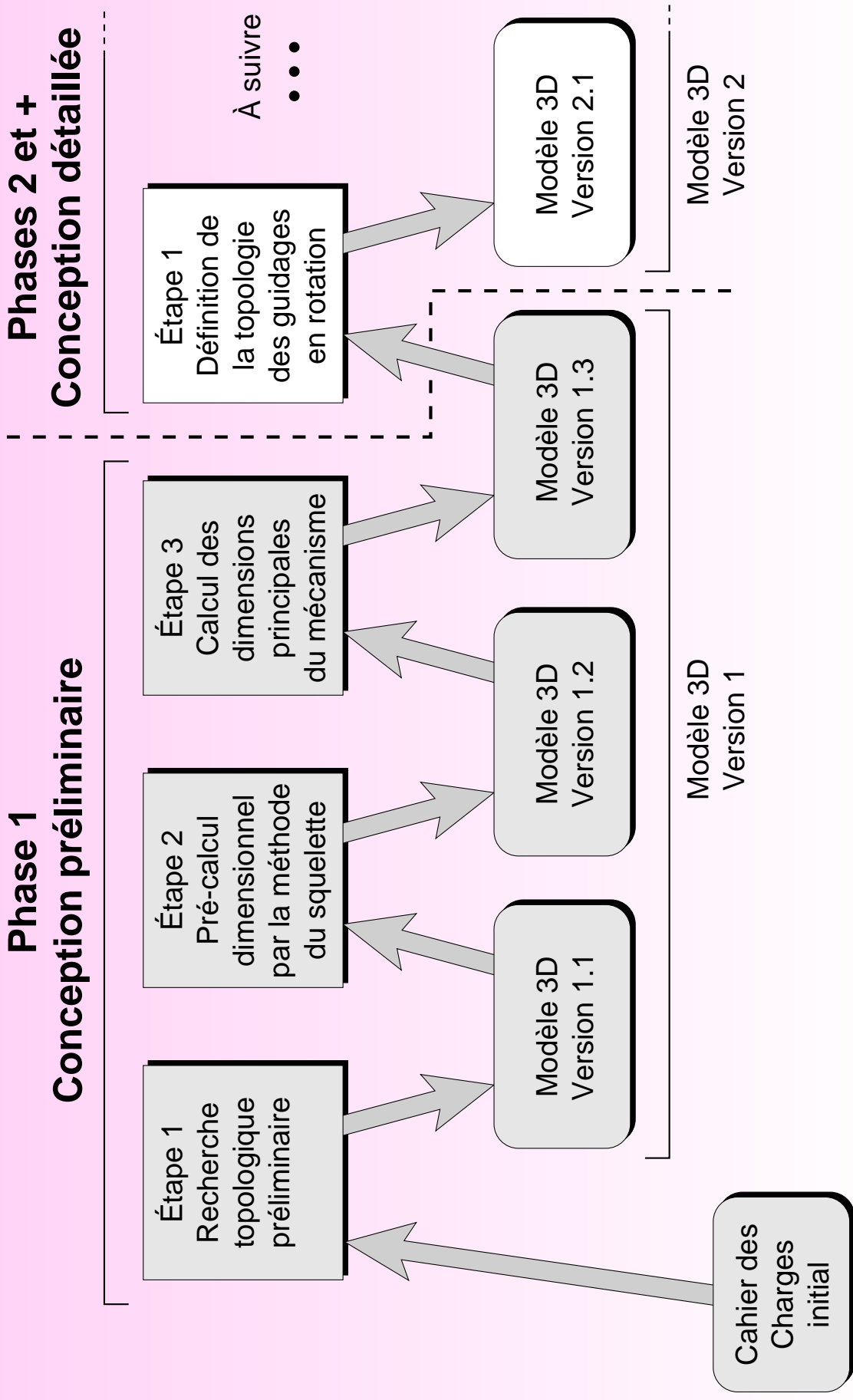


# Méthode de conception retenue

Général

Niveau de conception

Détaillé



**-3-**

# **Etape de recherche topologique préliminaire**



# Principes

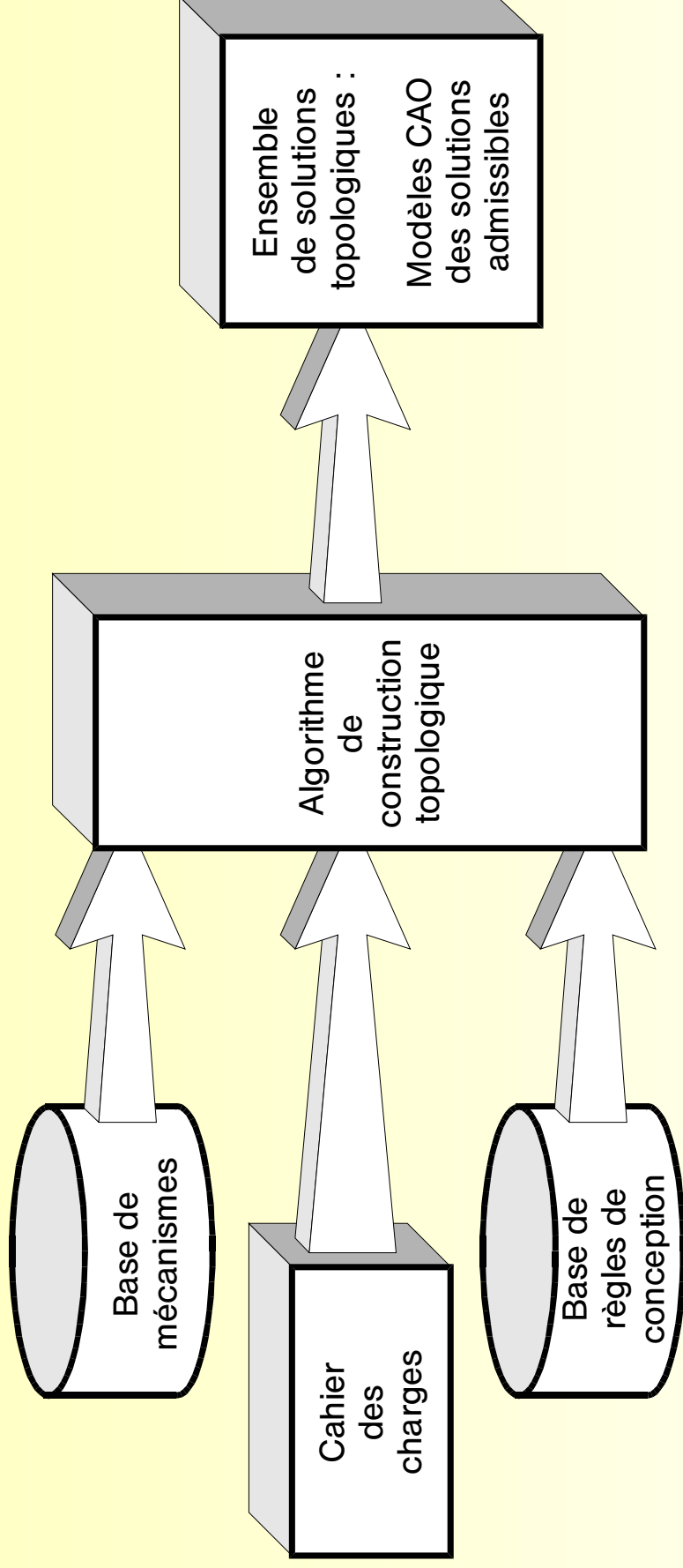
Le but est de répondre aux **contraintes fonctionnelles** du problème sans aborder les **contraintes dimensionnelles**

Solutions trouvées **qualitativement**

L'algorithme devra obéir aux principes suivants :

- **Justesse**
- **Exhaustivité**
- **Clarté**
- **Flexibilité**

# Principes (suite)



## Cahier Des Charges (CDC)

- **Nombre** maximum d'étages
- **Rendement** minimum
- **Orientation** relative des arbres d'entrée-sortie (angle en °)
- **Rapport de réduction**
- **Sens** de rotation (+ ou -)

# Notion de **MME**

**M.M.E.** = **M**odule **M**écanique **E**lémentaire (brique de construction)

= Entité mécanique insécable et non décomposable

- Mécanisme à structure linéaire (1 DDL)
- 1 entrée - 1 sortie
- Rotation à rapport constant

Construction d'une **base de MME** par :

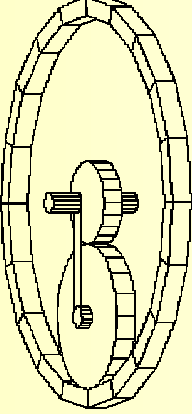
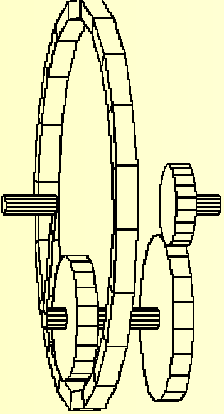
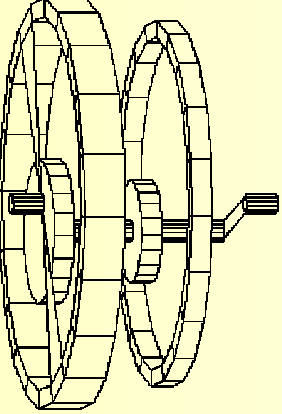
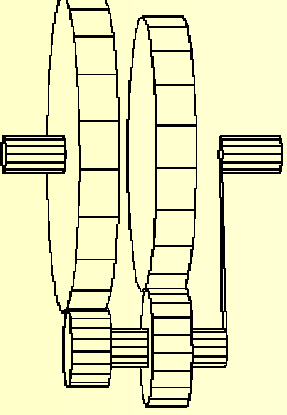
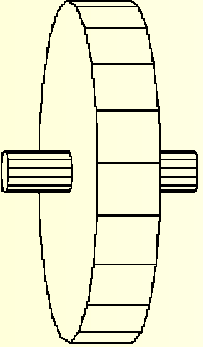
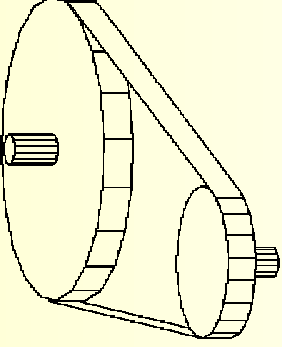
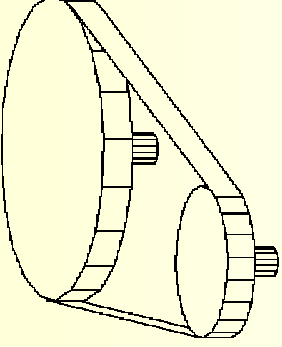
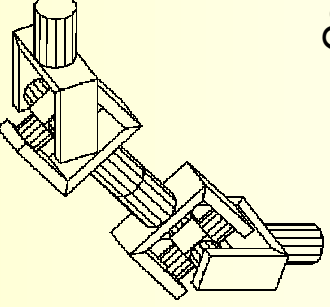
- Recherche directe dans des encyclopédies (Artobolevski)
- Construction de **variantes**

- Diverses positions d'arbres possibles
- Adjonction d'un système inverseur

# Base de MME (engrenages simples)

	Extérieur	Intérieur	Conique	Gauche	Roue-Vis
Sans inverseur	Disposition 1 <b>1</b>	<b>5</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>13</b>
	Disposition 2 <b>2</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
Avec inverseur	Disposition 1 <b>3</b>	<b>7</b>			
	Disposition 2 <b>4</b>	<b>8</b>			

# Base de MME (autres mécanismes)

			
<b>15</b> Epicycloïdal type I	<b>16</b> Epicycloïdal type II	<b>17</b> Epicycloïdal type III	<b>18</b> Epicycloïdal type IV
			
<b>19</b> Cyclo-réducteur	<b>20</b> Courroie	<b>21</b> Courroie	<b>22</b> Cardan

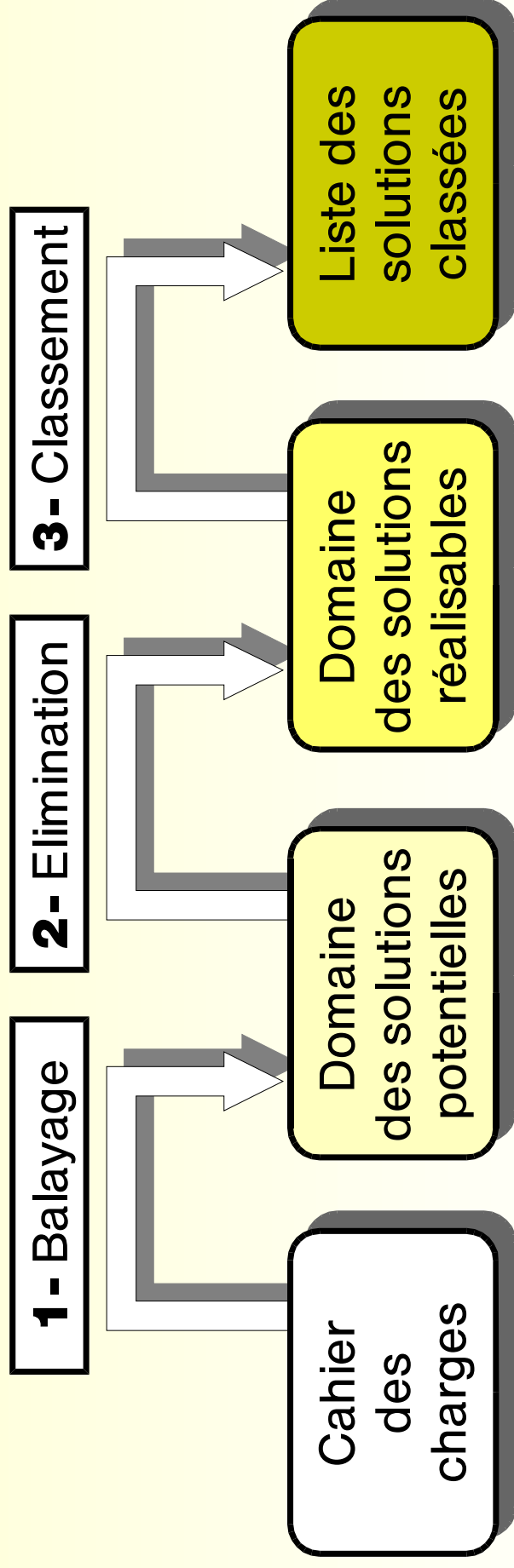
## Caractéristiques de chaque MME

- **Rendement** approché
  - **Angle** entre les arbres
  - Plage de **rappports** de réduction
- **Sens** de rotation (+ - ?)
  - Dispositif **inverseur** (O/N)
  - **Qualités** du mécanisme

# Algorithme de synthèse topologique

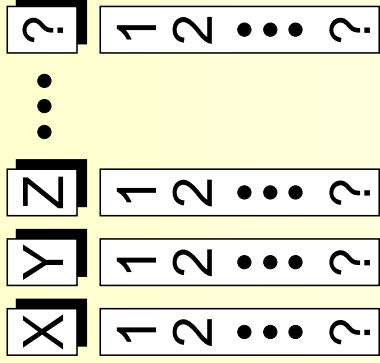
Méthode en **3 parties** :

- **1** - Exploration **combinatoire**
- **2** - **Elimination** des combinaisons inadaptées
- **3** - **Classement** par ordre de pertinence

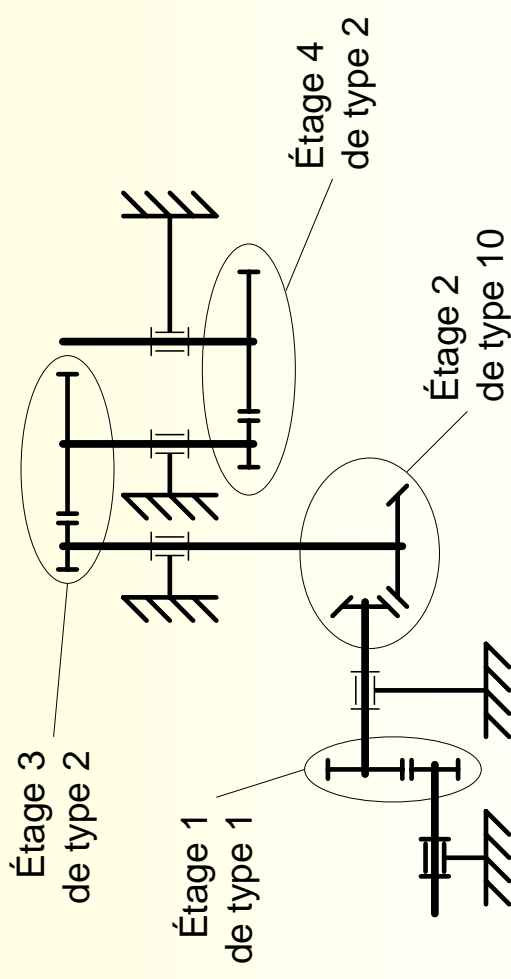
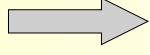
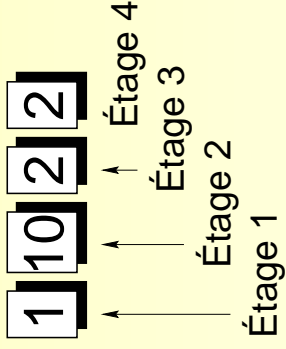


# 1 - Exploration combinatoire

Compteur à  $N_e$  Max chiffres



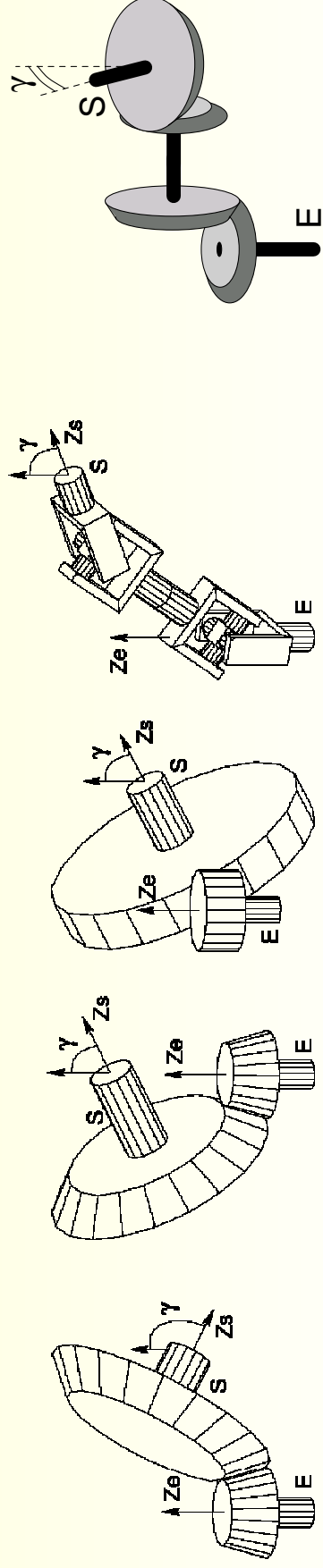
$N_e$  Max = 4



# 2 - Elimination

Des **règles de conception** permettent d'éliminer de nombreuses combinaisons inadaptées :

- Règle 1 : choix technologique sur la **position** de certains étages
- Règle 2 : respect du **rapport** de réduction
- Règle 3 : respect du **rendement** minimum
- Règle 4 : respect du **sens de rotation**
- Règle 5 : au plus **un étage inverseur**
- Règle 6 : respect de l'**orientation** des arbres





# 3 - Classement

Classement des solutions restantes par **ordre de pertinence** :

Chaque solution comporte :

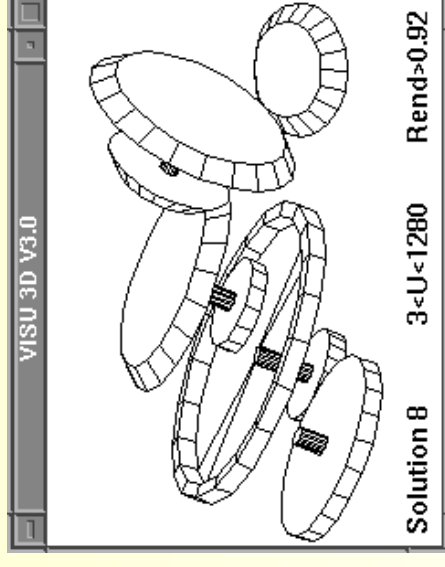
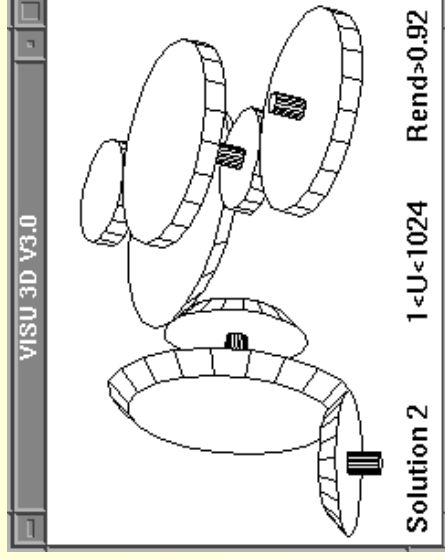
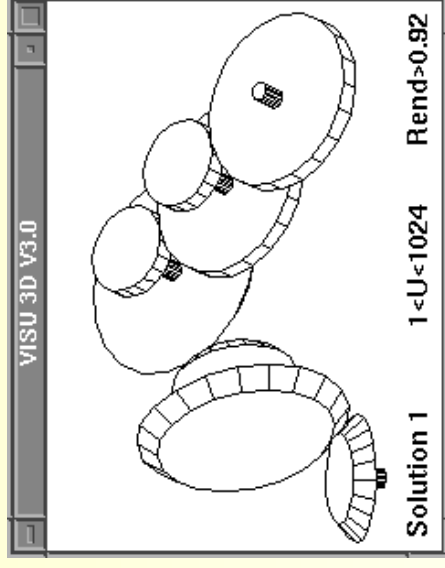
- $N_e$  étages évalués selon
- $N_c$  critères de qualité

$$Q_{M_i} = \frac{\sum_{c=1}^{N_c} K_c \cdot \left[ \frac{\sum_{e=1}^{N_e} Q_{e,c}}{N_e} \right]}{\sum_{c=1}^{N_c} K_c}$$

- Méthode **multi-critères** :
  - Pour chaque mécanisme-solution  $M_i$ , calcul de  $Q_{M_i}$
  - Tri selon  $Q_{M_i}$
- Méthode par la **logique floue** :
  - Définition d'un **opérateur de comparaison floue** entre deux solutions
  - Tri de la liste des solutions
  - Avantage : évite l'attribution de notes

# Conclusion sur la synthèse topologique

- Méthode simple pour isoler rapidement quelques **centaines** de solutions parmi des **millions** de combinaisons
- Solutions obtenues sous forme d'un **modèle CAO** prêt à être dimensionné



- Méthode **facile à modifier** :

- Rajout de **MME**
- Rajout de **règles d'élimination**
- Autres **critères de tri**

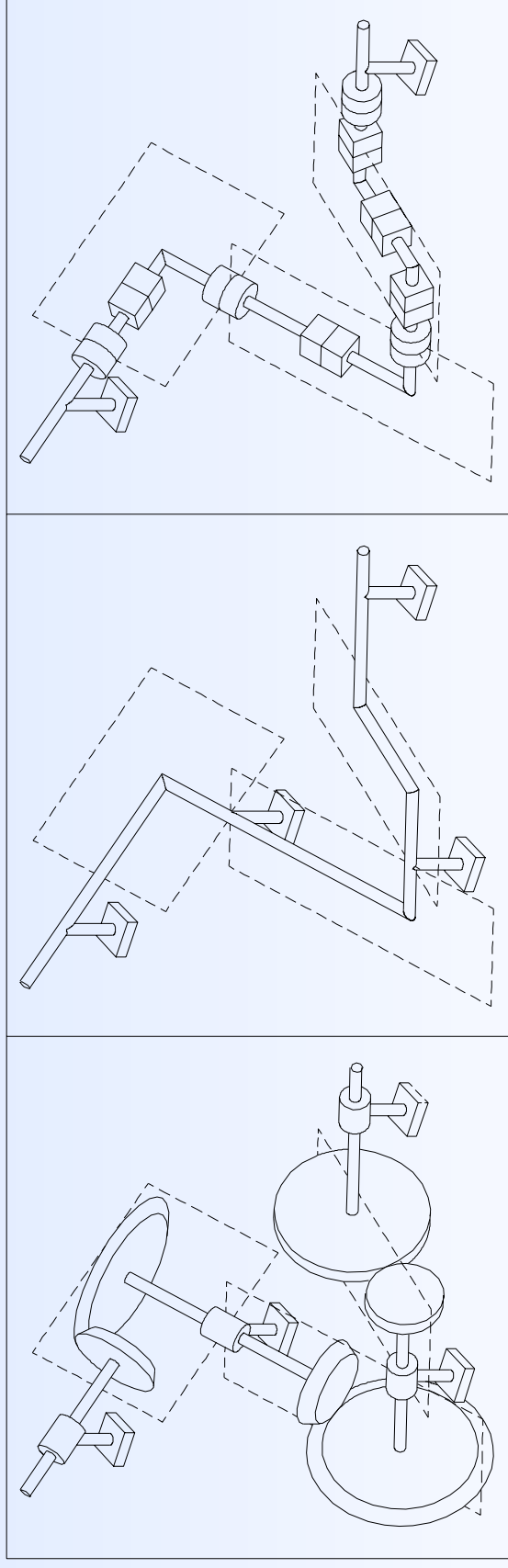
**-4-  
Etape du  
pré-calcul dimensionnel par la  
méthode du **squelette****

# Introduction de la méthode du squelette

- **Hypothèse** : une solution topologique a été choisie à l'étape précédente (Ne étages)

- Notion de **squelette** de mécanisme :

- Modèle **filaire** simplifié
- Longueurs d'**arbres**
- Longueurs d'**entraxes**
- **Angles** de rotation entre étages

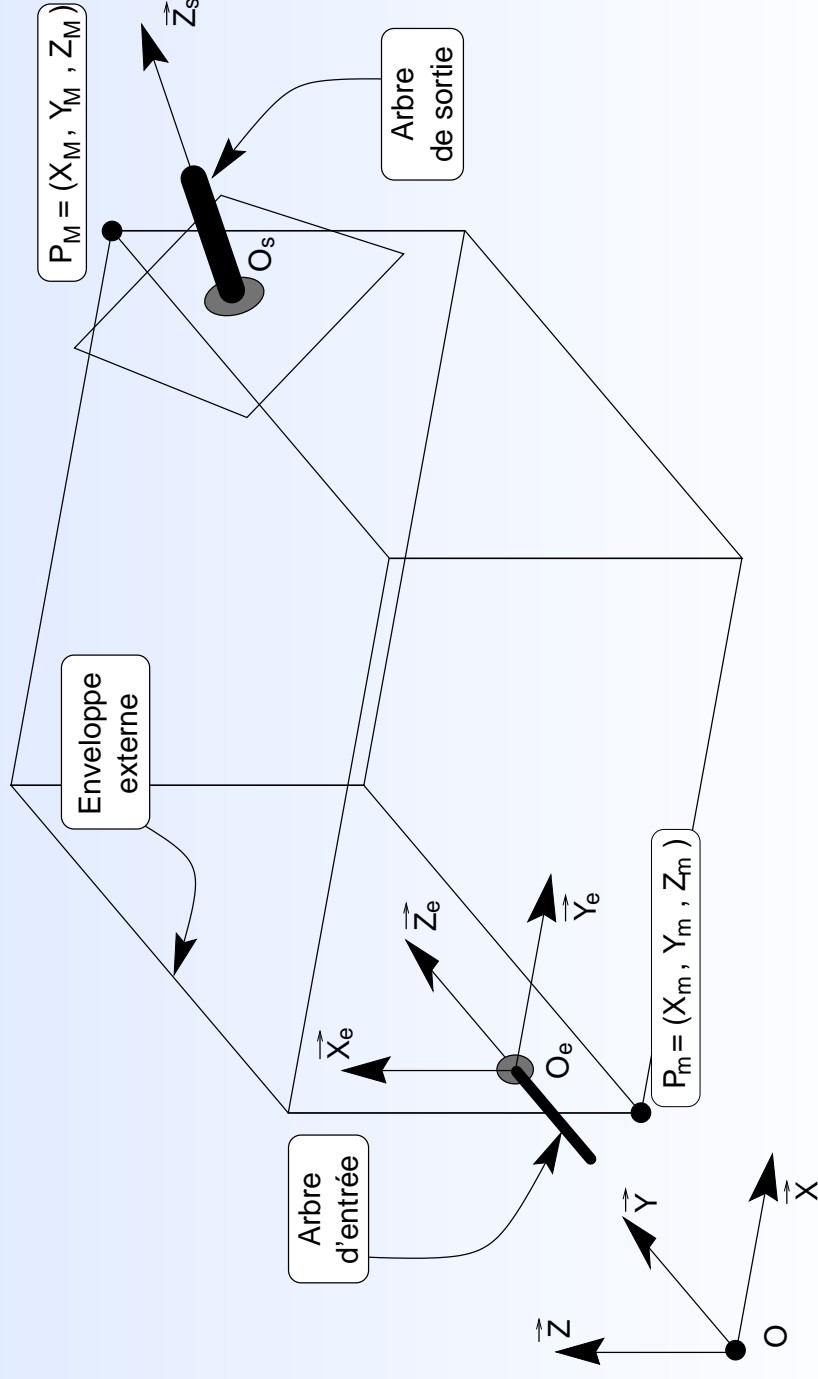


- **But** : trouver une disposition optimale des étages (**angles** plutôt que longueurs)

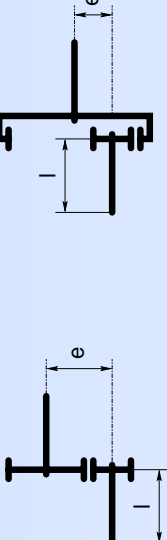
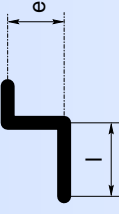
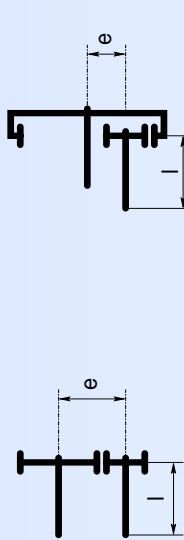
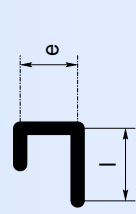
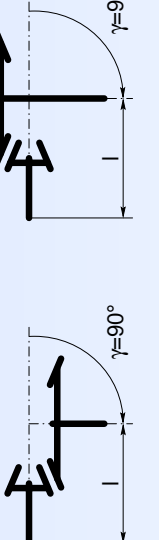
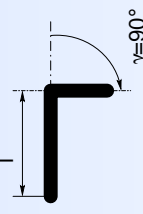

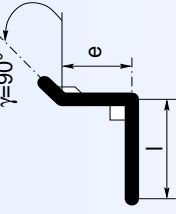
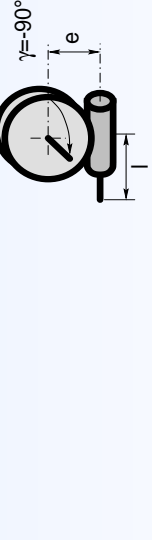
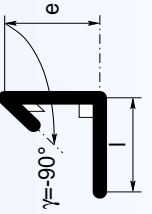
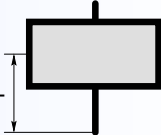

# Nature du problème

Problème : déterminer **dimensions, positions et orientations** des étages du réducteur telles que :

- L'arbre de sortie sorte bien en  $O_s$  selon  $\vec{Z}_s$  (**condition de fermeture**)
- Tous les étages rentrent dans l'**enveloppe**
- L'**encombrement** soit minimum



# Squelettes de quelques étages

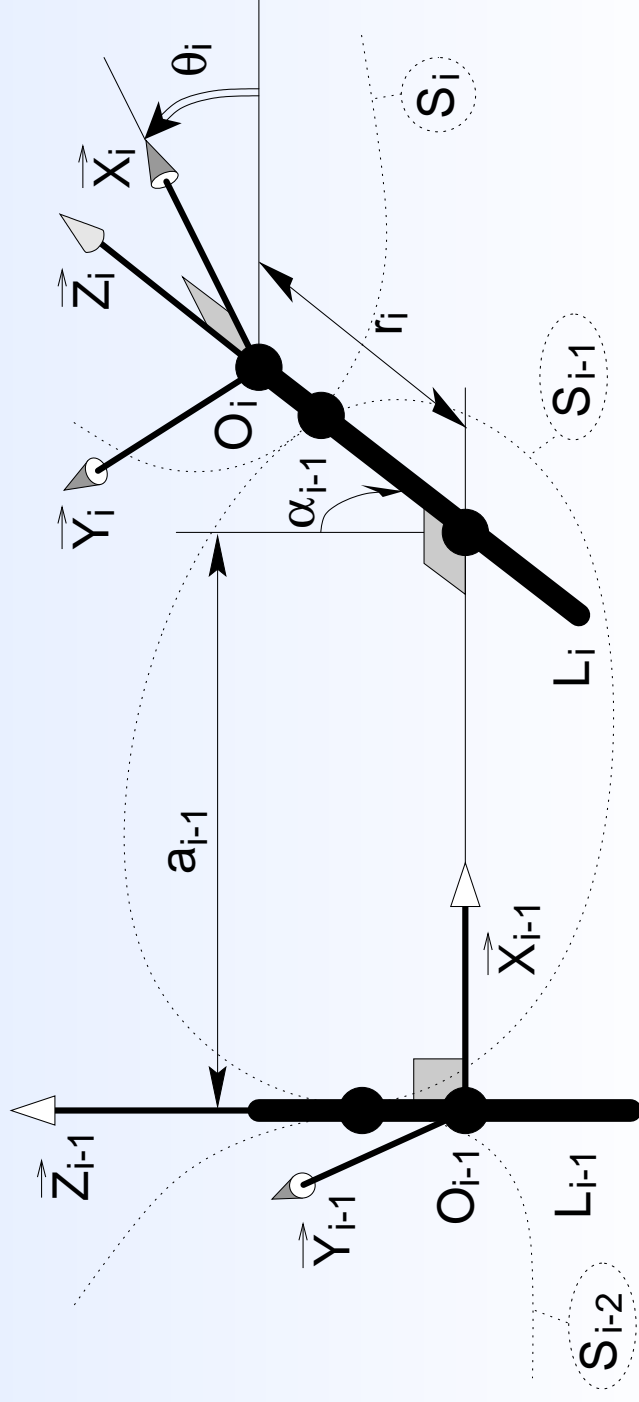
Exemples d'étages	Squelette	Descriptif
		Arbres parallèles opposés
		Arbres parallèles du même côté
		Renvoi d'angle sans entraxe
		Renvoi d'angle avec entraxe et $\gamma$ positif
		Renvoi d'angle avec entraxe et $\gamma$ négatif
		Arbres coaxiaux

# Modèle géométrique utilisé

- **Substitutions** dans le squelette :
  - Variables de longueur  $\Leftrightarrow$  Liaisons **prismatiques**
  - Variables angulaires  $\Leftrightarrow$  Liaisons **rotoïdes**
- On utilise un modèle s'inspirant de celui de **Denavit-Hartenberg**
- Il permet de spécifier la position d'une liaison par rapport à la précédente à l'aide **4 paramètres** :

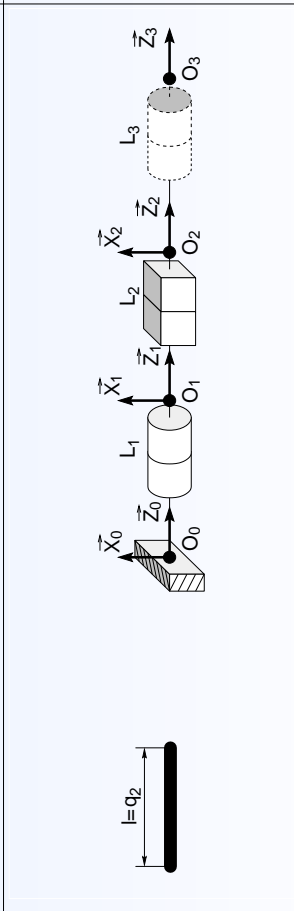
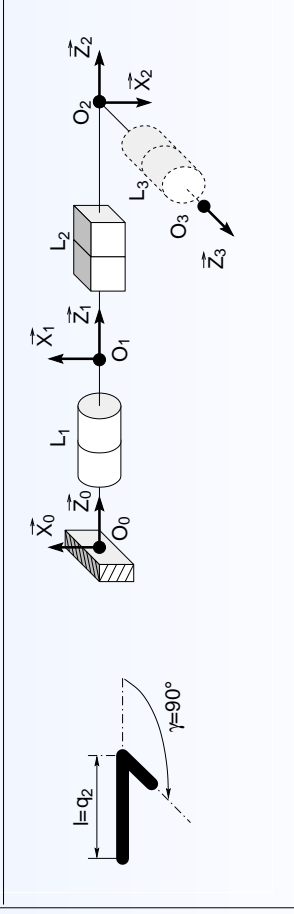
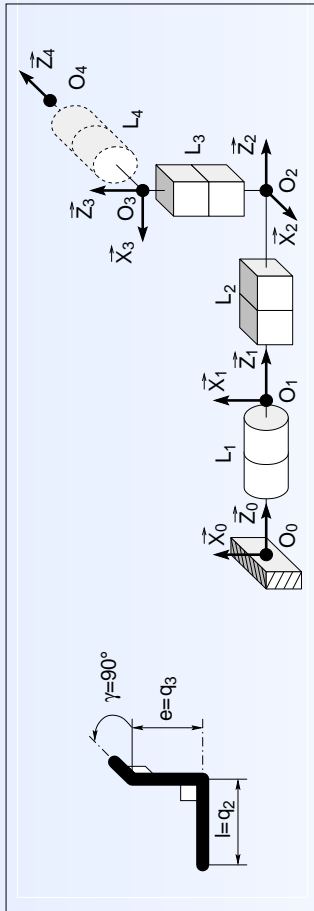
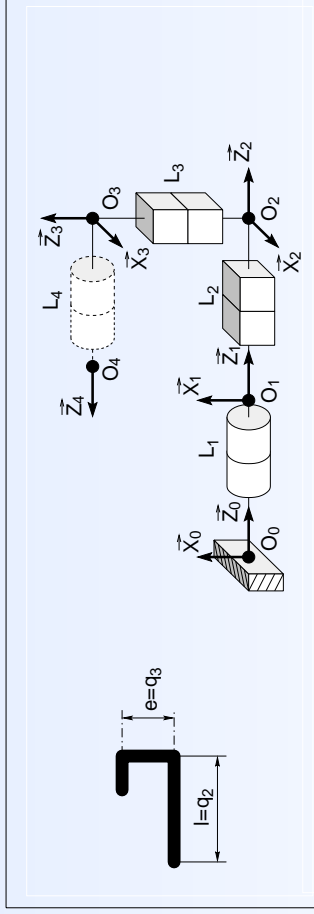
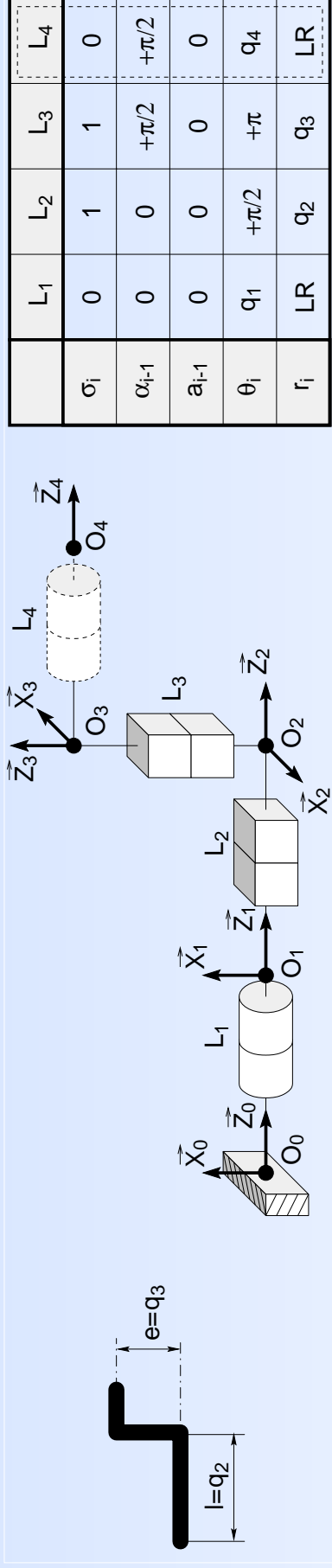
$$(a_{i-1}, \alpha_{i-1}, r_i, \theta_i)$$

Longueur des liaisons prismatiques  $\longrightarrow$  Angle des liaisons rotoïdes



# Modélisation géométrique des étages

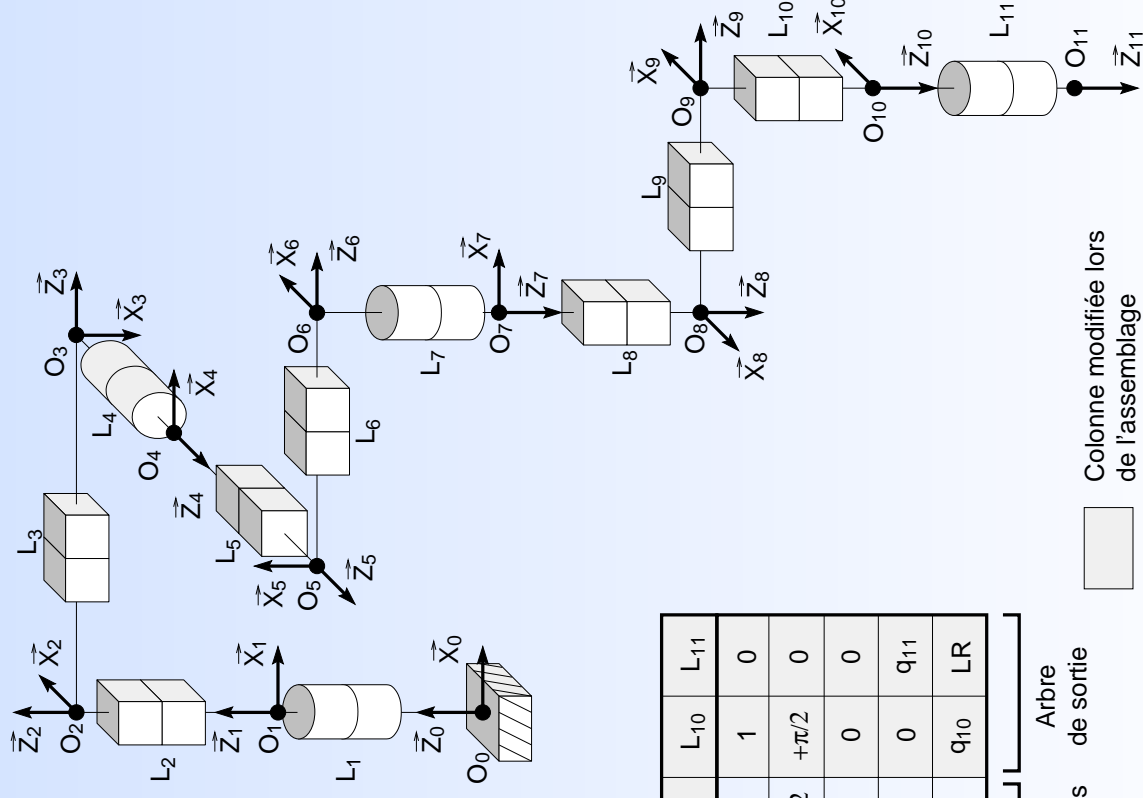
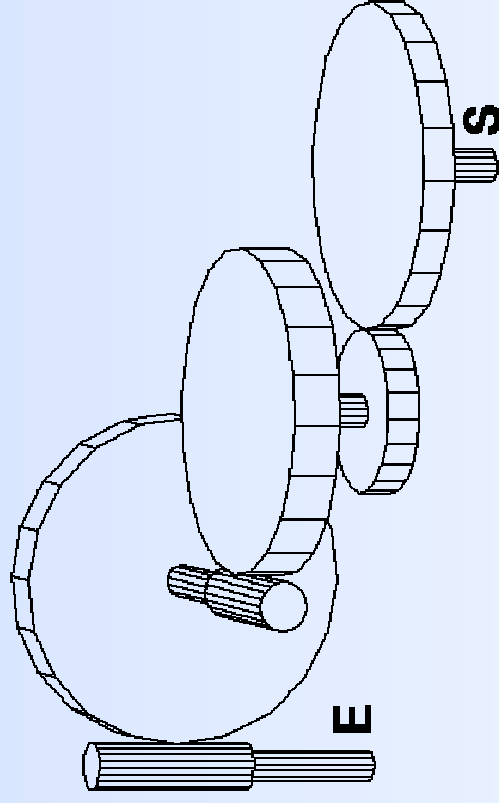
- Pour chaque type d'étage, on a une **table des paramètres** de DH
- On **rajoute** une variable modélisant la longueur de l'arbre de sortie





# Modélisation d'un réducteur complet

- La table du réducteur est issue de l'**assemblage** des tables des étages
- Rajout des paramètres de l'**arbre de sortie**



	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>	L <sub>5</sub>	L <sub>6</sub>	L <sub>7</sub>	L <sub>8</sub>	L <sub>9</sub>	L <sub>10</sub>	L <sub>11</sub>
$\sigma_i$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
$\alpha_{i-1}$	0	0	$+\pi/2$	$+\pi/2$	0	$+\pi/2$	$+\pi/2$	0	$+\pi/2$	$+\pi/2$	0
$a_{i-1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta_i$	$q_1$	$+\pi/2$	$-\pi/2$	$q_4$	$+\pi/2$	$-\pi/2$	$q_7$	$+\pi/2$	$+\pi$	0	$q_{11}$
$r_i$	LR	$q_2$	$q_3$	LR	$q_5$	$q_6$	LR	$q_8$	$q_9$	$q_{10}$	LR

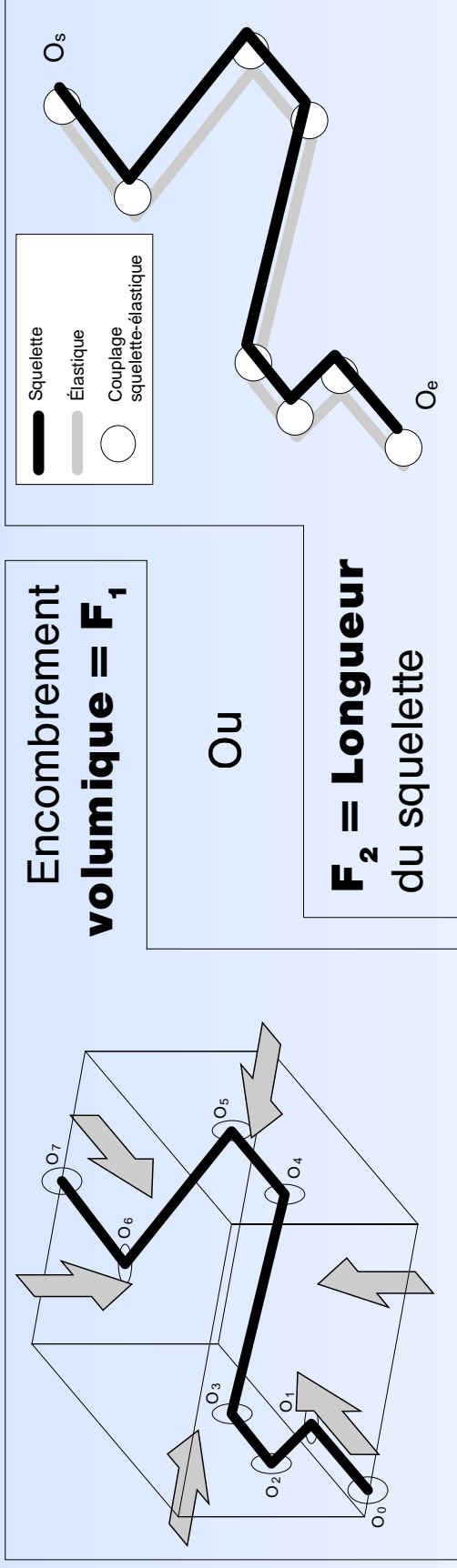
Étage 1 (Renvoi d'angle à 90° avec entraxe)  
 Étage 2 (Renvoi d'angle à 90° avec entraxe)  
 Étage 3 (À arbres parallèles opposés)  
 Arbre de sortie

Colonne modifiée lors de l'assemblage

- Démarche **modulaire** entièrement informatisée

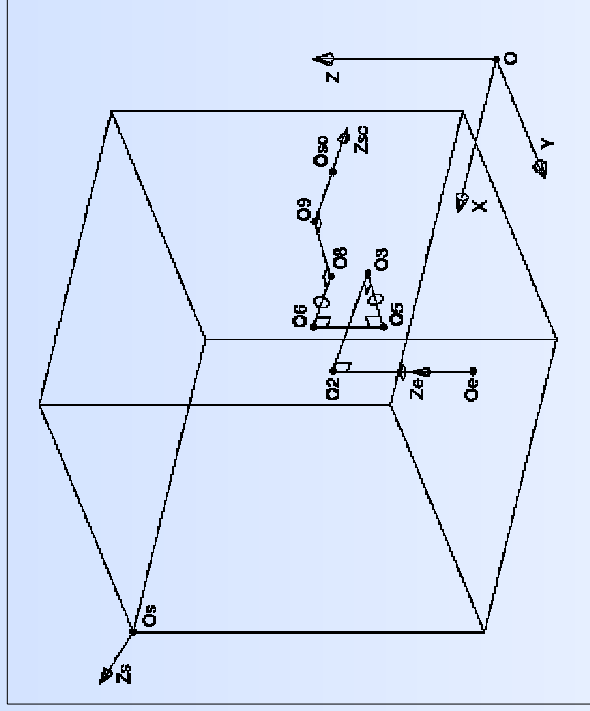
# Le problème d'optimisation

- Variables = longueurs et angles
- On cherche à minimiser une **fonction objectif** :

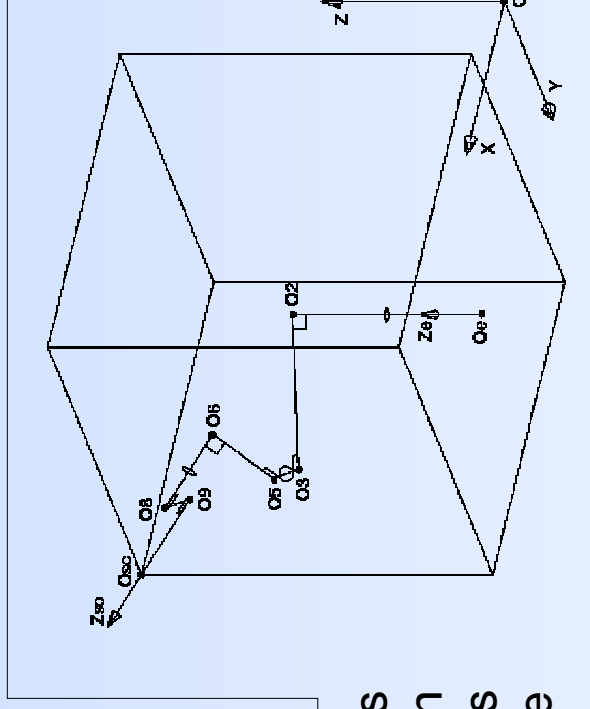


- Contraintes égalités de **fermeture** :  $O_s = O_{sc}$   
 $Z_s = Z_{sc}$
- Contraintes inégalités de **non interférence** avec l'enveloppe :  
 Enveloppe convexe  $\Rightarrow$  il suffit de s'assurer que les points  $O_1$  restent dans l'enveloppe

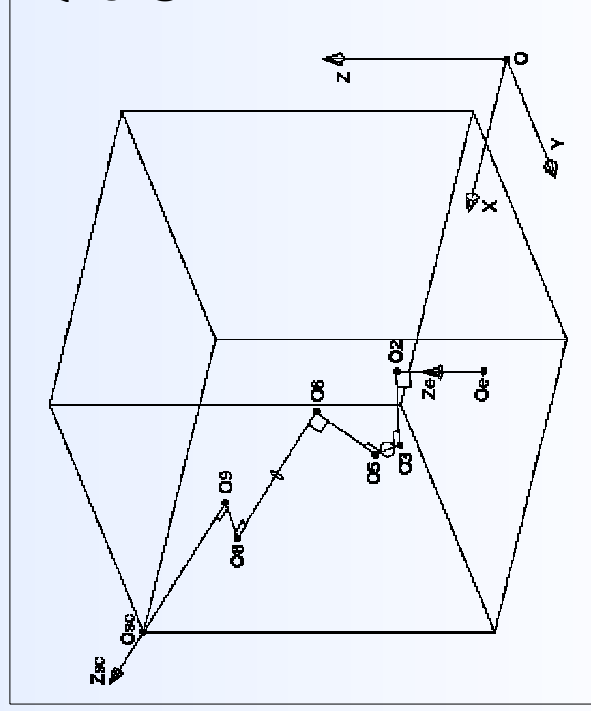
# Exemple d'application



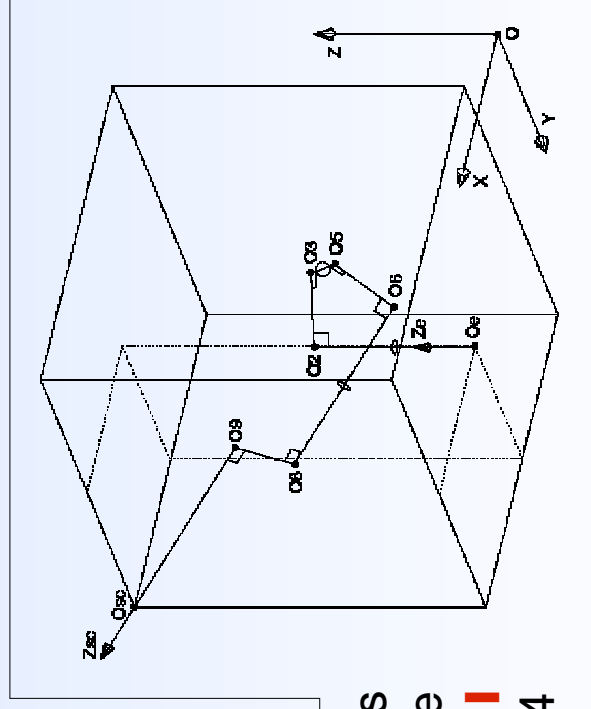
Position  
initiale



Après  
vérification  
des contraintes  
de fermeture

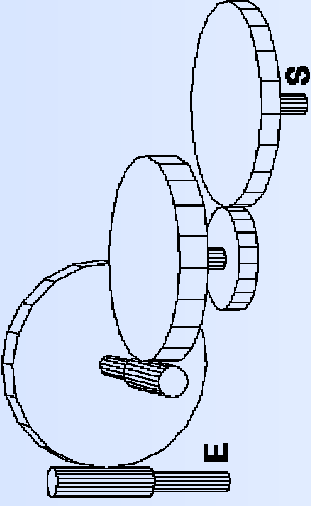
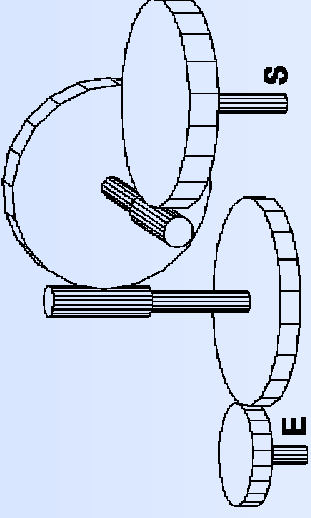
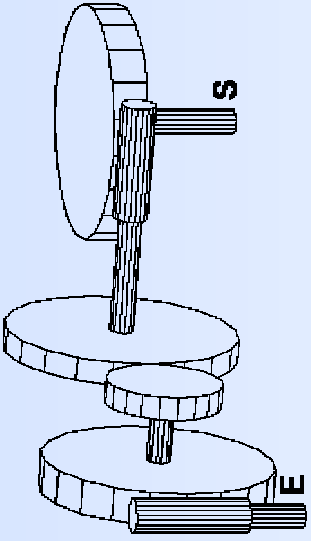
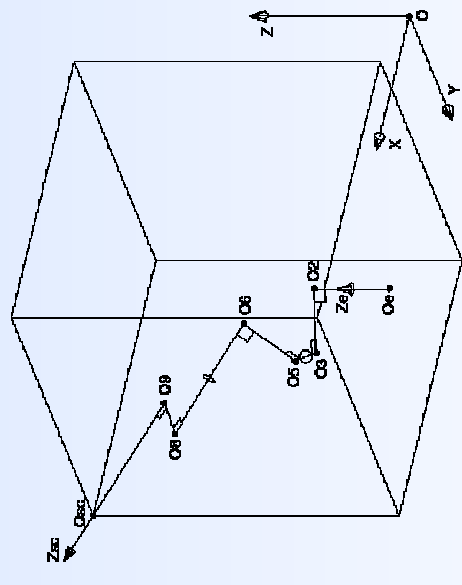
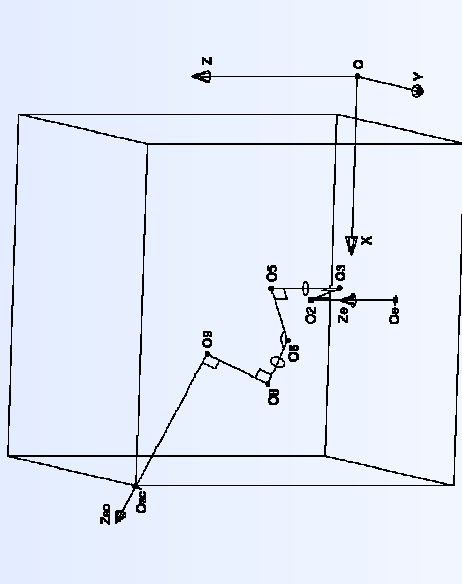
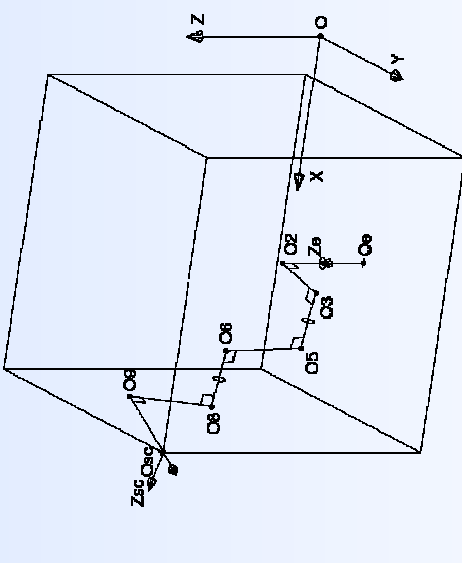


Après  
compactage  
Opt. **global**  
 $F_2 = 1930$



Après  
compactage  
Optimum **local**  
 $F_2 = 2344$

# Autres exemples

<p>Variante 1 (13, 13, <b>1</b>)</p> 	<p>Variante 2 (<b>1</b>, 13, 13)</p> 	<p>Variante 3 (13, <b>1</b>, 13)</p> 
		
<p>Optimum global : <math>F_2 = 1930</math></p>	<p>Optimum global : <math>F_2 = 1930</math></p>	<p><b>Pas de solution</b></p>

Le calcul du squelette permet de s'apercevoir que la variante 3 correspond à une **topologie incorrecte**

# Conclusion sur la méthode du squelette

Le **pré-calcul du squelette** offre de nombreux avantages :

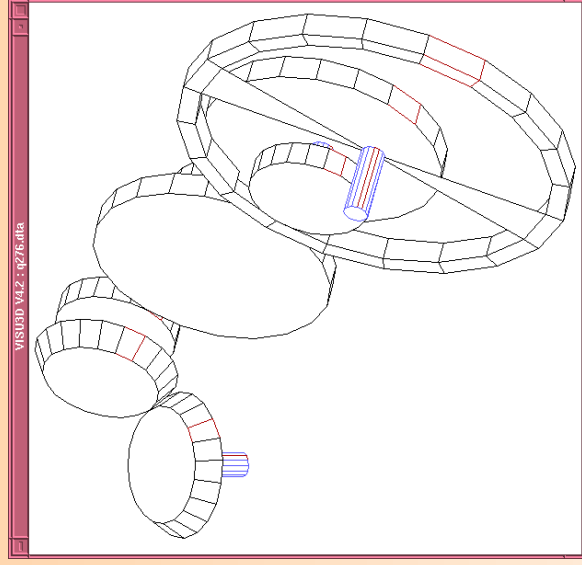
- Permet de résoudre le problème de la **fermeture de la chaîne**
- L'existence d'un squelette valide est une **condition nécessaire** mais non suffisante pour l'existence d'un mécanisme valide
- **Représentation synthétique** de la disposition optimale des étages dans l'espace d'un point de vue purement géométrique
- Les paramètres du squelette donnent un **point de départ** avantageux pour le problème d'optimisation de l'étape suivante

**-5-**

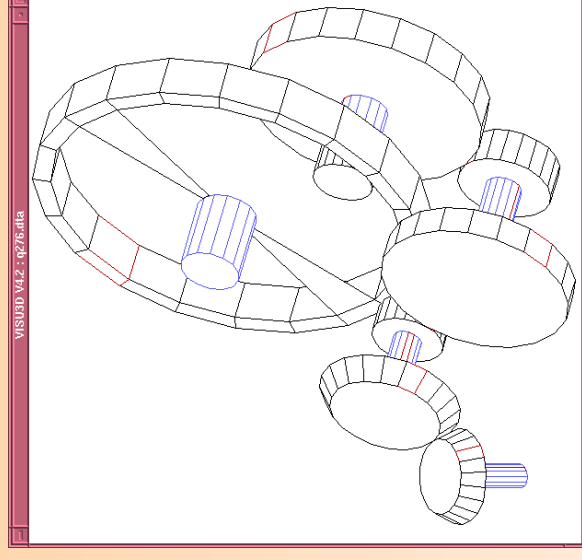
**Etape du calcul des  
dimensions principales  
du mécanisme**

# Optimisation des dimensions

- **Dimensionnement** des pièces



Avant



Après

- **Variables** :

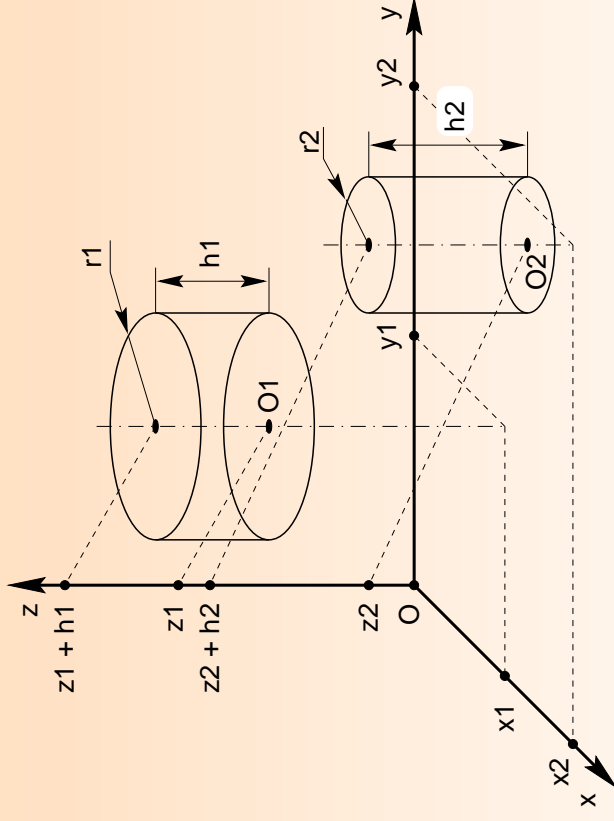
- Arbres :  $L_a$ ,  $R_a$
- Roues :  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $b$
- Etages :  $\xi$  (angle en °)

- **Objectif** : volume

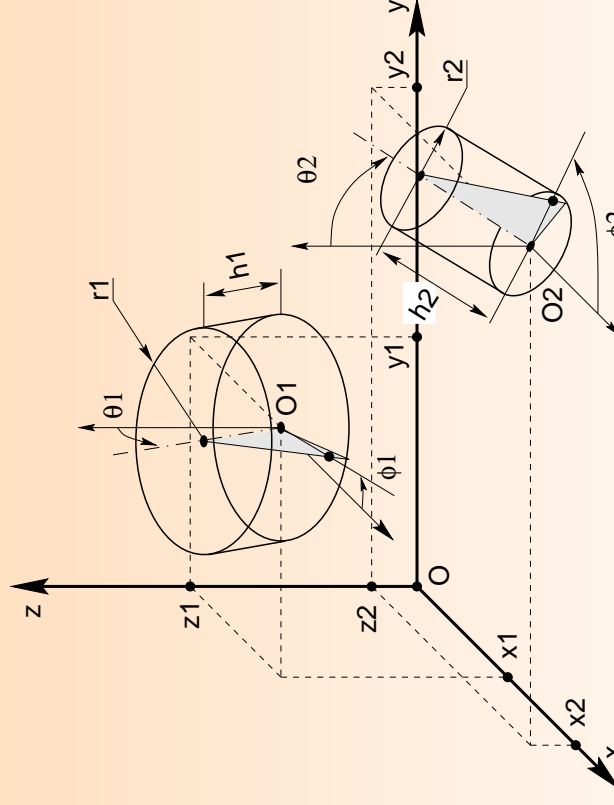
# Contraintes géométriques

- **Fermeture** du mécanisme
- **Continuité** du mécanisme
- **Non-interférence** entre solides

## Cylindres parallèles



## Cylindres quelconques



Formule analytique simple

Méthode de détection  
**hybride**

(discrétisation + équations exactes)



# Contraintes technologiques

- **Résistance des dentures** à la pression superficielle (AFNOR E23-015)

$$\frac{P_e \cdot (d_1 + d_2) \cdot (C_H + C_I \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2 + C_J \cdot b)}{N_e \cdot K_{PRESS} \cdot b \cdot d_1^2 \cdot d_2} - 1 \leq 0$$

$$(300 \cdot b) / (C_e \cdot d_1) - 1 \leq 0$$

$$50/b - 1 \leq 0$$

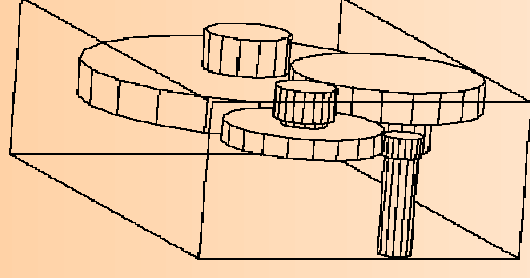
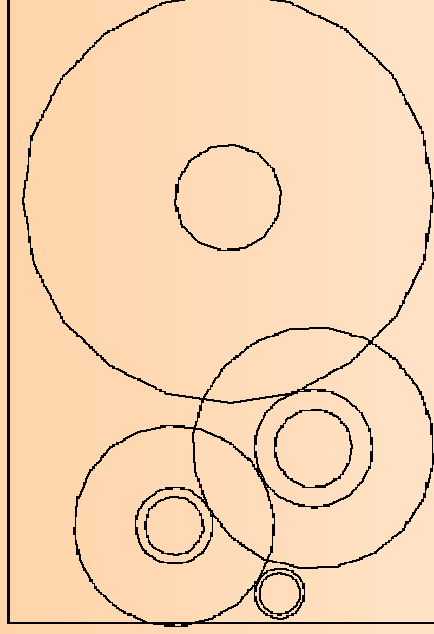
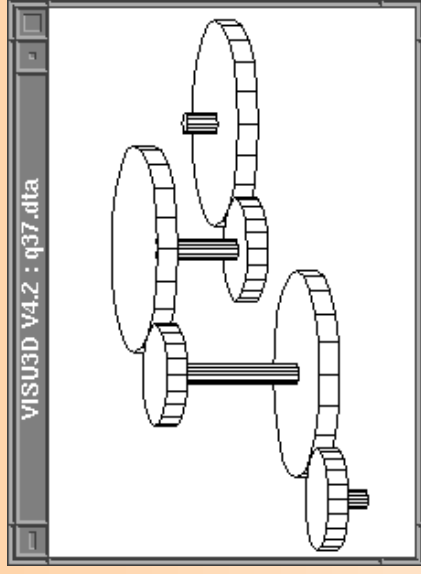
$$b/500 - 1 \leq 0$$

$$b/(2 \cdot d_1) - 1 \leq 0$$

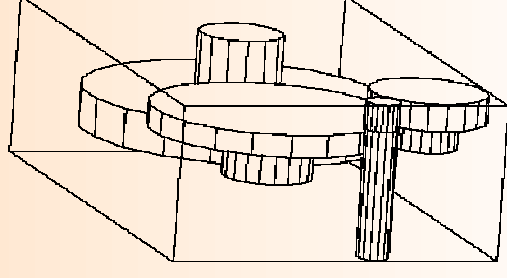
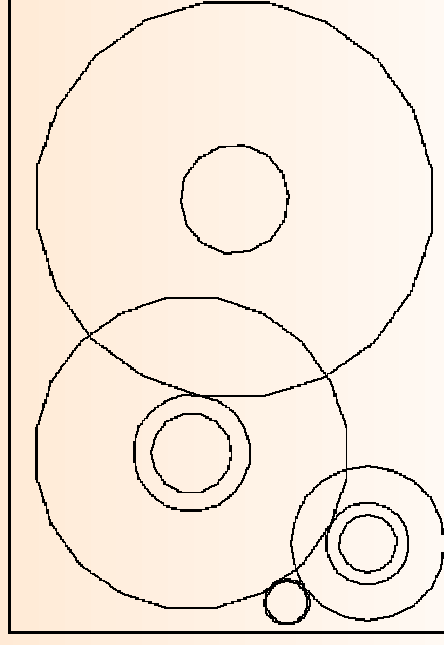
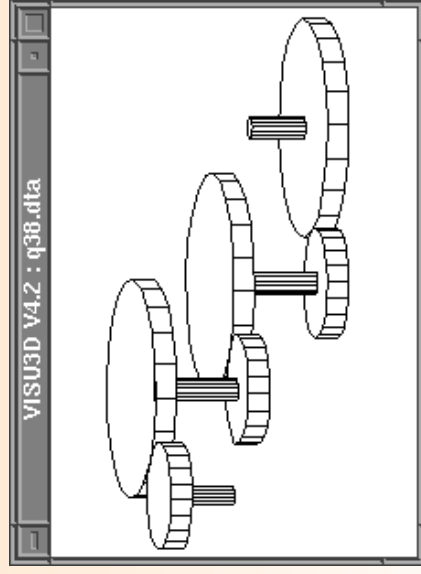
- **Distribution longitudinale** de charge ( $K_{H\beta}$ ) maximale
- **Rapport de forme** des roues
- **Vitesse tangentielle** maximale
- **Rapport** de réduction
- **Rendement**
- Déformée maximale des **arbres en torsion**

# Exemple de réducteur industriel

- Solution **q37**



- Solution **q38**

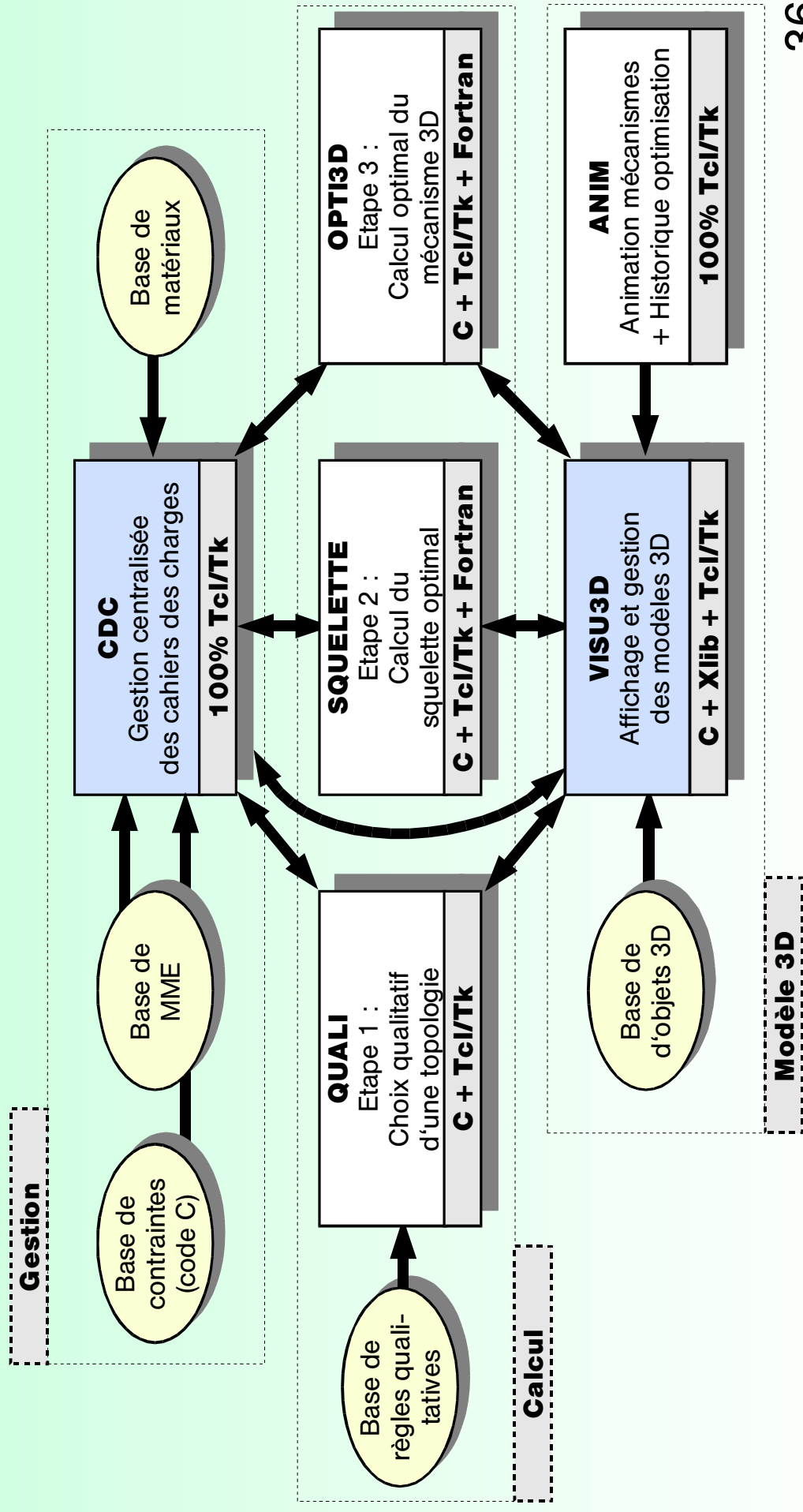


**-6-**

**Mise en oeuvre logicielle**

# Architecture du logiciel

- Logiciel **CASYMIR** : **C**onception **A**ssistée de **S**ystèmes
- Mécaniques de transmission en **R**otation
- Architecture multi-modules : Échange de **messages** en mémoire

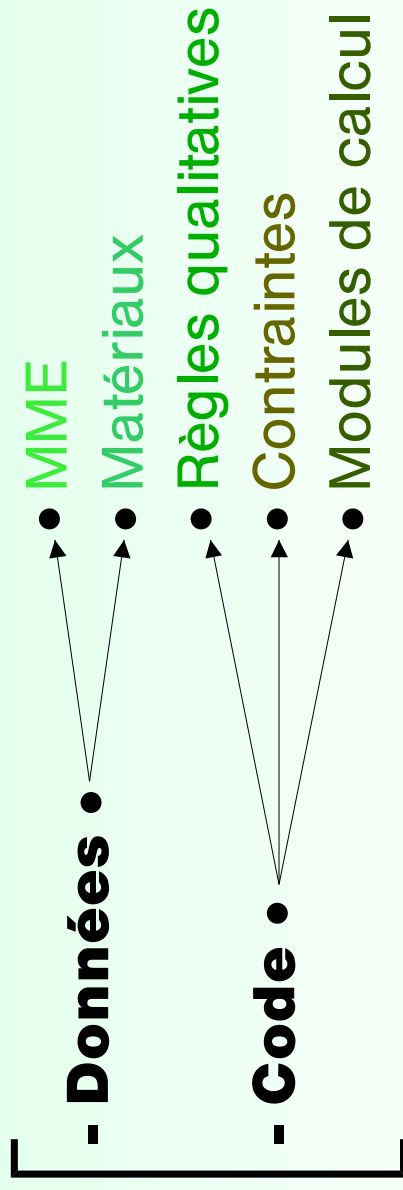


# Portabilité et extensibilité

- **Langages** portables :

- **C** : calculs rapides
- **Fortran** : optimisation
- **Tcl/Tk** : interfaces graphiques

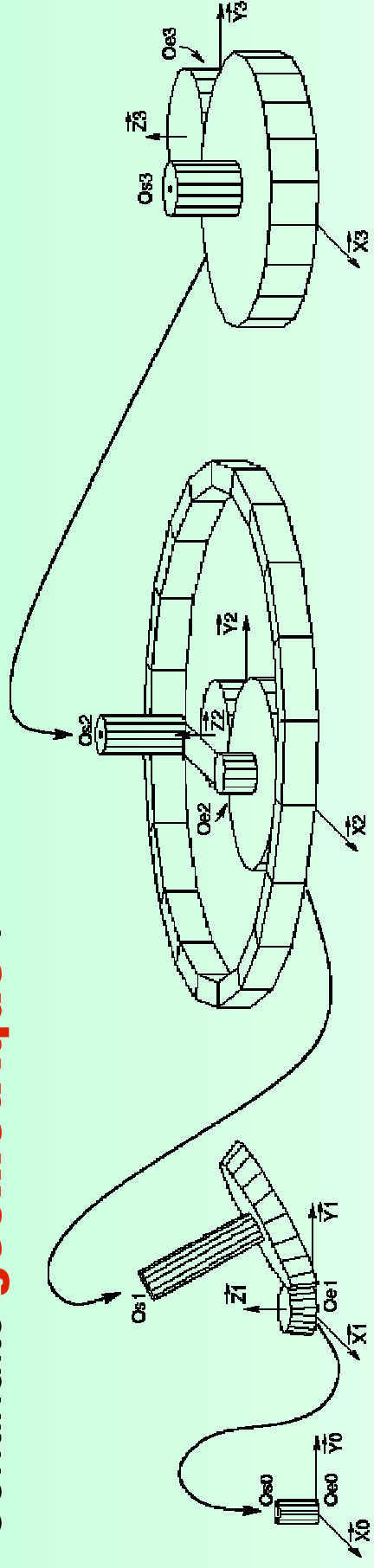
- Logiciel **extensible**



# Collaboration entre modules

## VISU3D / OPTI3D

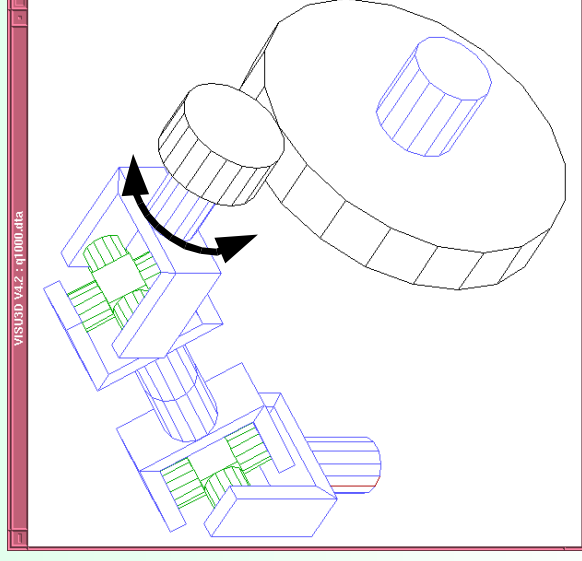
- Continuité **géométrique** :



- Calcul des **coordonnées** assuré par VISU3D

## VISU3D / ANIM

- Continuité **cinématique** :



# **Conclusion et perspectives**

# Conclusion

- Conception de mécanismes en **rotation** :
  - Conception **sur mesure**
  - **Orientations** quelconques
- Méthode de **synthèse** :
  - Synthèse **topologique**
  - Synthèse **dimensionnelle** : pré-calcul du squelette
  - Synthèse **dimensionnelle** : optimisation des dimensions
- **Logiciel** de conception CASYMIR :
  - Evite l'effet **boîte noire**
  - **Extensible** et **portable**
  - **Optimisation collaborative**



# Perspectives

- Méthodes d'optimisation **hybrides** (stochastique / gradient)
- Méthodes de **décomposition** de problèmes
- Mécanismes à structure **arborescente**
- Enrichissement de la **base de contraintes**
- Passage à la phase de **conception détaillée**