Université Joseph Fourier - Grenoble I

Diplôme d'Habilitation à Diriger des Recherches

Spécialité : Astrophysique des particules et cosmologie

par

Aurélien BARRAU

A la lumière des trous noirs primordiaux

Soutenue le 15 juin 2004 devant le Jury composé de :

M. Buenerd - Directeur de recherche
J. Collot - Président de jury
M. Khlopov - Rapporteur
F. Lediberder - Examinateur
R. Pain - Rapporteur
G. Pelletier - Rapporteur

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie, CNRS/IN2P3 - UJF

Il y a toujours un peu de folie dans l'amour.
Mais il y a toujours un peu de raison dans la folie.
Lire et écrire, Ainsi parlait Zarathoustra,
Friedrich Nietzsche

MERCI et... NON MERCI !

Les quelques mots de remerciements constituant traditionnellement les pages les plus lues (souvent les seules !) des mémoires de thèse et d'habilitation, on me pardonnera, j'espère, une certaine prolixité et un recours un peu trop systématique aux superlatifs. Il n'est pas si fréquent de pouvoir s'exprimer en toute liberté et je présente, par avance, mes excuses à ceux qui penseront, à raison, que l'on dépasse ici le cadre strictement scientifique. Chaque mot, en tout cas, est absolument sincère.

Je remercie donc Johann Collot, directeur du LPSC, de mener son laboratoire avec fougue, détermination et courage mais aussi pour la confiance qu'il me témoigne.

Je remercie Joël Chauvin, directeur de l'ISN, à qui je dois beaucoup. Il est rare et réconfortant de voir le tableau d'un directeur de laboratoire orné de diagrammes de Feynmann. Cet amour de la science n'est, manifestement, pas incompatible avec la rigueur de la gestion et la démonstration fut exemplaire.

Je remercie Maxim Khlopov, Guy Pelletier et Reynald Pain de me faire l'honneur de rapporter sur ce travail. Je remercie François Lediberder d'accepter d'être examinateur. Il est de ceux qui ont fait de mes quelques années au LPNHE un moment humainement et scientifiquement si enrichissant.

Je remercie Michel Buenerd, coordinateur du groupe AMS, parce que, contrairement à quelques rumeurs perdues dans les oubliettes de l'Institut, il est, à mon sens, un meneur - presque - parfait. Son énergie et son enthousiame sont une leçon pour les jeunes. Et, surtout, il pense en physicien.

Je remercie Gaëlle Boudoul avec qui fut entrepris l'essentiel du travail ici présenté. Cette aventure scientifique, menée avec beaucoup d'enthousiasme et de plaisir, fut pour moi l'occasion de découvrir ses talents de chercheur rigoureuse et d'enseignante singulièrement dévouée. Mais ce fut aussi une chance d'apprécier ses qualités humaines très rares.

Je remercie Laurent Derome, tout simplement parce qu'il est tout autant un collègue et un ami sympathique et attentionné qu'un scientifique brillant et cultivé. Et puis, j'aime beaucoup son rapport au monde : critique, original et, surtout, libre.

Je remercie l'ensemble de l'équipe AMS, et en particulier Konstantin Protassov, Jean-Pierre Scordilis, Joseph Pouxe, Laurent Gallin-Martel, Bruny Baret, Remy Duperray et Marciano Vargas. Travailler avec eux est un plaisir.

Je remercie Pierre Salati. Parce qu'au-delà d'un collaborateur exceptionnel, il est pour moi un exemple. Il me fait penser à cette phrase de Michel Schneider qui, se référant à Glenn Gould, évoquait ces "êtres rares, artistes toujours, qui, comme le disait Baudelaire de Wagner, aux mauvaises heures, consolent d'être là".

Je remercie Richard Taillet, Fiorenza Donato et David Maurin. Réfléchir avec eux est de ces moments privilégiés où la science devient humaine et la physique un régal.

Je remercie Gilles Henri pour unir tant de compétences et de gentillesse.

Je remercie Nicolas Ponthieu pour ses subtiles qualités d'ami et pour son attentive présence. Un clin d'oeil complice à Frederic Mayet dont les incessantes râleries ont le don de me mettre de bonne humeur et de me rappeler, en contrepoint, le privilège qu'est le nôtre dans l'exercice du métier de physicien.

Je remercie Julien Grain qui commence tout juste sa thèse mais maîtrise déjà avec virtuosité et inventivité les trous noirs à 11 dimensions !

Je remercie Charling Tao. Si tous les physiciens pouvaient faire preuve de tant d'honnêteté, d'intransigeance, de passion et de culture...

Je remercie Monsieur Lambert pour ce singulier mélange d'amour et d'intelligence qui siège dans son regard. Je le remercie pour sa lumineuse et bienveillante présence, pour son immense savoir et pour l'humanité de son humanisme. Je remercie Monsieur Monnoyer pour son énigmatique et délicieuse attitude d'esthète et de métaphysicien face au monde. Je le remercie pour m'avoir appris à ne plus aimer Heidegger. Philosophes jusqu'à l'Être.

Je remercie mes oncles, Claude et Michel Nuridsany, oasis de délicatesse intellectuelle et de connaissance.

Je remercie ma mère. Exceptionnelle, toujours ; altruiste, par essence ; triste, bien-sûr. Complicité singulière. Je remercie mon père. Mystérieux, un peu ; droit, évidemment ; généreux, sans limite. Etonnant, en fait.

Je remercie ceux que j'ai blessés et qui ont pardonné.

Je remecie Cécile, ma super puce-femme-astronomette. Je la remercie tant. Pour ce qu'elle est et que, comme le conseille Wittgenstein, je ne saurais écrire. Pour ce qu'elle m'a donné, au-delà de toute valeur : sa vie et un petit elfe.

Je remercie Ulysse, né le lendemain de la rédaction des premières lignes de ce mémoire et, déjà, si présent...

Je ne remercie pas celui qui, fort d'un prix Nobel, ou de toute autre reconnaissance institutionnelle, oublie le respect, la dignitié et, finalement, l'intelligence, les plus élémentaires. Triste et grotesque farce. Je ne remercie pas ceux qui, avec les doctorants, les physiciens ou, plus généralement avec les hommes sous leur responsabilité, utilisent leur - réelle - capacité de nuisance pour se procurer l'illusion - virtuelle - d'un pauvre pouvoir. Artefact décevant. Je ne remercie pas ceux qui ont oublié pourquoi ils cherchent à conférer un tant soit peu d'intelligibilité au cosmos, qui ont renié leur engagement sur le chemin de la connaissance, qui ont confondu la recherche de la vérité avec l'exercice de l'autorité. Ubuesque malentendu. Je ne remercie pas ceux qui refusent d'envisager leur désuétude, de questionner leur présence, de considérer leur chute. Dangereuse prétention. Je ne remercie pas ceux qui ne ressentent plus le silence des bêtes, l'infinie douleur de ce grand autre, la déréliction de ces être réifiés. Empathie perdue. Je ne remercie pas ceux qui se résignent à ne plus porter un regard tendre et sur la planète, indigné sur les profanations qui lui sont imposées et révolté sur les exactions dont elle est le siège. Folie, simplement. Je ne remercie pas ceux qui confondent la vie et l'existence, l'art et le divertissement, la morale et l'éthique, la raison et l'entendement, le choix et la liberté, le style et la manière. Douloureuse absence. Je ne remercie pas ceux qui, comme le craignait Pétrarque, ont cessé d'aimer. Morts déjà.

Table des matières

INTRODUCTION

Le monde est tout ce qui est le cas.
Premier aphorisme du *Tractatus Logico-Philosophique*,
Ludwig Wittgenstein

La relativité générale et la théorie quantique des champs ne se rencontrent pas souvent en un même lieu à un même instant. Seuls l'Univers primordial et les trous noirs de faibles masses viennent à l'esprit. Je m'intéresse ici essentiellement au second point qui, nous le verrons, est en fait très lié au premier. Ces petits trous noirs sont des objets fascinants dont les propriétés éclairent (puisqu'en fait, ils ne sont précisément pas noirs du tout ! Sans doute faudrait-il mieux parler de cordes blanches...) un grand nombre de problèmes posés par la physique contemporaine. Nous montrerons comment il est aujourd'hui possible de contraindre leur densité locale en utilisant le rayonnement cosmique galactique et les gammas de haute énergie. Des voies possibles de détection futures seront esquissées à l'aide de l'émission d'antideutérons. Nous verrons également que ces objets sont riches d'informations sur l'Univers primordial : explicitement, ils sont le seul accès actuellement possible aux très petites échelles dans les premiers instants du Cosmos. Ils ouvrent également des voies importantes de recherche de nouvelle physique, en particulier dans la construction de théories généralisant la relativité d'Einstein. Ces modèles, où la densité lagrangienne n'est plus linéaire en courbure scalaire, permettent d'échafauder les prémices d'une théorie gravitationnelle quantique et sont le terrain de prédilection des trous noirs primordiaux. Enfin, nous conclurons sur certains travaux en cours et perspectives ouvertes concernant la formation de trous noirs auprès des accélérateurs dans le cadre des scénarios à dimensions supplémentaires, les contraintes sur l'échelle d'inflation ainsi que la masse des gravitinos et les effets de cohérence quantique lors de la mesure de la radiation de Hawking.

Je ne sais pas si les trous noirs primordiaux existent. Mais, à y regarder de plus près, je ne sais pas non plus si le monde existe. La physique, me semble-t-il, est une proposition sur le monde. Elle n'en est certainement pas qu'une version comme le pense Goodman, qu'un reflet comme le pense Kant ou qu'une illusion comme le pense Feyerabend. Mais elle n'a aucune légitimité à appréhender *le* monde mieux qu'une autre discipline cognitive digne de ce nom. Qui pense aujourd'hui réduire le monde de Kandinsky, celui de Schönberg, celui d'Apollinaire, celui de Dostoievsky, celui de Rodin à une équation d'onde ? Et pourtant, la physique a tant à dire sur *son* monde... Bref, les trous noirs primordiaux n'existent peut-être pas. Si cela était avéré ils sortiraient sans doute du champ d'investigation de la science de la nature. Aujourd'hui, en tous cas, ils sont une source très riche de réflexion et d'imagination pour les physiciens...

Les pages qui suivent présentent quelques aspects de physique des trous noirs primordiaux. L'ambition consiste à explorer toutes les pistes possibles pour tenter d'accéder à leur détection et à ouvrir quelques voies spéculatives pour appréhender des effets encore inconnus. Mais, comme toujours en fait, l'essentiel reste sans aucun doute à accomplir.

Chapitre 1

Comment traquer les trous noirs primordiaux ?

Nous présentons dans ce chapitre une approche simple du phénomène d'évaporation des trous noirs, suivie de l'étude de plusieurs voies d'investigation pour tenter de mettre en évidence ces objets étonnants.

1.1 Les trous noirs s'évaporent

L'existence de trous noirs est aujourd'hui avérée. Ils ne sont plus seulement des objets exotiques. Ils ne sont plus seulement de simples solutions étranges aux équations d'Einstein. Ils ne sont plus seulement des rêves de théoriciens (même s'ils sont toujours l'objet de tous les fantasmes pour les adeptes de l'espace courbe !). En ces temps fascinants, mais parfois un peu éloignés d'une certaine approche du réel - fût-il voilé à la manière de d'Espagnat ou phénoménal à la manière de Kant - où règnent la supersymétrie, la supergravité, les espaces branaires, les dimensions non compactes, la M-théorie, les cordes cosmiques, les cordes (hét)érotiques, les vortons, les espaces conformes et la cosmologie pré-Big-Bang, les trous noirs jouissent d'un statut particulier et enviable : ce sont des objets qui, bien que dotés de propriétés tout-à-fait incroyables, sont *effectivement* présents dans notre Univers ! On peut distinguer trois types de trous noirs : les trous noirs stellaires, issus de l'évolution des astres les plus massifs, les trous noirs galactiques, dont l'origine est mal comprise mais dont l'existence au coeur de certaines structures est clairement identifiée et les trous noirs primordiaux, résultant de fluctuations de densité peu après le Big-Bang. Ces derniers ne bénéficient pas du privilège des deux premiers : aucune observation ne peut, à ce jour, prouver leur existence. Mais leurs propriétés sont si fascinantes et uniques que le défi de leur recherche mérite sans aucun doute d'être relevé. De plus, même si leur existence n'était pas mise en lumière, leur simple absence permettrait, en elle-même, de conduire à d'importantes conclusions sur la structure de l'Univers primordial.

Pour rechercher les petits trous noirs (ici typiquement en dessous de quelques 10^{15} g) il faut recourir au phénomène d'évaporation étudié par Hawking et Bekenstein [1]. Ces objets légers et dépourvus de toute interaction non gravitationnelle peuvent alors devenir très "lumineux" et émettre toutes sortes de particules (voir [2] pour une introduction simple). Les enjeux de cette recherche sont nombreux. D'abord, une mise en évidence expérimentale du processus de Hawking serait, en soit, très importante du point de vue de la théorie des champs [3]. Ensuite, une preuve de l'existence de tels trous noirs ouvrirait des voies nouvelles pour explorer les modèles de gravitation quantique [4]. Enfin, la détermination de la quantité - qu'elle soit élevée ou nulle - de trous noirs primordiaux dans l'Univers contemporain donnerait un accès irremplaçable à la valeur du spectre de puissance cosmologique aux très petites échelles [5].

Cette section introductive présente différentes approches simples permettant de se familiariser avec l'idée de l'évaporation quantique. Pour les calculs pratiques qui seront utilisés dans les chapitres suivants, une autre méthode, nettement plus technique - fondée sur une description WKB de l'effet tunnel dans une géométrie dynamique [6] - sera en fait utilisée.

Effets quantiques - approche intuitive

Les effets quantiques sont inexistants pour les trous noirs massifs (*i.e.* typiquement au-delà de quelques $10^{-18}M_{\odot}$ où $M_{\odot}$ représente la masse du Soleil) mais peuvent se manifester au voisinage des objets les plus compacts. Ceci n'est pas surprenant puisque la gravité de surface d'un trou noir (et la force de marée) est d'autant plus forte que celui-ci est petit. On peut fixer les idées en théorie newtonienne : la masse apparaît linéairement au numérateur de la force gravitationnelle, favorisant effectivement les larges trous noirs, mais le rayon de Schwarzschild (lui-même proportionnel à la masse) apparaît au dénominateur de cette même force de façon quadratique. Les trous noirs légers sont donc les plus propices à l'existence d'un champ intense à l'extérieur de l'horizon. Ce sont aussi les plus denses : la masse volumique d'un trou noir supermassif ne dépasse pas celle de l'eau...

Considérons ici une approche intuitive pour laquelle le champ gravitationnel d'un trou noir est classique et fixé (*i.e.* sans *backreaction*). Dans le vide, des particules virtuelles sont constamment créées, interagissent entre elles et s'annihilent. En présence d'un champ extérieur, certaines d'entre elles peuvent acquérir suffisamment d'énergie et devenir réelles.

Soit w la probabilité de créer une particule dans un champ extérieur Γ (pas nécessairement gravitationnel). Pour des corpuscules virtuels d'une même paire, la probabilité que l'un se trouve à la distance l de l'autre est proportionnelle à $exp(-\frac{l}{\lambda_m})$, où $\lambda_m = \frac{\hbar}{mc}$ est la longueur d'onde Compton de l'objet de masse m. Si le travail du champ extérieur sur cette distance l (égal à Γgl si l'on note g la charge de la particule) est supérieur à l'énergie de masse des particules ($2mc^2$), alors les particules peuvent devenir réelles. La probabilité associée est donc $w = Aexp(-\frac{\beta m^2 c^3}{\hbar g\Gamma})$ où A et β dépendent des caractéristiques du champ.

Un exemple connu de création de particules dans un champ extérieur est celui des paires électrons-positons en présence d'un champ électrique. Schwinger a montré [7] que le taux de production par unité de temps et de volume s'écrit :

$$\frac{d^2N}{dtdV} = \frac{e^2E^2}{\pi^2\hbar^2 c}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\exp\left(-\frac{\pi m^2c^3 n}{eE\hbar}\right).$$

Si l'on applique naïvement cette relation à un champ gravitationnel Γ, où le rôle de la charge e est joué par la masse m, on obtient :

$$w = A\exp\left(-\frac{mc^2}{\theta}\right), \text{ avec } \theta = \frac{\hbar\Gamma}{\beta\pi c}. \tag{1.1}$$

En d'autres termes, la probabilité de créer des particules de masse m présente un comportement Boltzmannien avec une température effective (en unité d'énergie) θ.

Dans le cas des trous noirs, Stephen Hawking [8] a montré que le vide présentait des instabilités et en a déduit l'existence d'une température effective $T_H = \hbar\kappa/(2\pi ck)$ où κ est la gravité de surface caractérisant la "force" du champ gravitationnel sur l'horizon.

Pour un trou noir de Schwarzschild, $\kappa = \frac{c^4}{4GM}$, et l'expression de la *température de Hawking* est :

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GkM}. \tag{1.2}$$

Il s'agit sans doute d'une des plus belles équations de la physique contenant toutes les constantes fondamentales. La probabilité de création d'une particule d'énergie E mesurée à l'infini est alors donnée par :

$$w \sim \exp\left(-\frac{E}{kT_H}\right). \tag{1.3}$$

Si on se réfère à l'équation (1.1), ce résultat est cohérent en considérant que la force du champ Γ coïncide avec la gravité de surface du trou noir (pour $\beta = 2$). Le processus de Hawking, bien que similaire aux effets de la création de particules dans un champ électrique, présente néanmoins une différence fondamentale : puisque les états d'énergie négative sont situés à l'intérieur du trou noir, seule une des particules créées peut apparaître à l'extérieur et atteindre un observateur distant. Celui-ci n'aura alors accès qu'à une partie du système quantique total.

Trous noirs et thermodynamique

La découverte (théorique pour le moment) de la radiation thermique des trous noirs a été une véritable surprise pour les principaux spécialistes, même si de nombreuses indications sur une relation entre la thermodynamique et la physique des trous noirs avaient émergé avant cette découverte. Wheeler semble avoir été le premier à remarquer la contradiction entre l'existence des trous noirs dans la théorie classique de la gravitation et le principe de non décroissance de l'entropie. En effet, si un trou noir absorbe un corps chaud possédant une certaine entropie, un observateur extérieur constate une diminution de l'entropie totale du monde accessible à ses observations. Cette disparition peut être contournée formellement si l'on attribue au trou noir une entropie égale à celle du corps absorbé. En fait cette "solution" n'est manifestement pas satisfaisante puisque classiquement, dès l'absorption, le trou noir redevient stationnaire et perd complètement toute information (dont l'entropie) sur le corps disparu.

Si l'on veut éviter de renoncer à ce principe fondamental de la thermodynamique, on doit postuler qu'un trou noir possède par lui-même une certaine entropie et qu'un corps chaud plongeant dans celui-ci ne lui transfère pas seulement sa masse, sa charge et son moment angulaire, mais également sa propre entropie S, augmentant ainsi celle du trou noir d'au moins une telle quantité. Bekenstein remarqua que les propriétés de l'une des caractéristiques des trous noirs - l'aire $\mathcal{A}$ - étaient très semblables à celles de l'entropie puisque, d'après le théorème de Hawking, elle ne peut diminuer dans aucun processus classique. Ainsi, un trou noir arbitraire, à l'instar d'un système thermodynamique, atteint-il un équilibre (stationnaire) une fois les processus de relaxation achevés. Dans cet état, il est entièrement décrit par un nombre limité de paramètres : M, la masse, Q, la charge et J, le moment angulaire ; l'aire $\mathcal{A}$ étant fonction des ces trois variables :

$$\mathcal{A} = 4\pi\left(2M^2 - Q^2 + 2M\sqrt{M^2 - Q^2 - \frac{J^2}{M^2}}\right). \tag{1.4}$$

Par inversion de la relation précédente[1], on obtient la valeur de l'énergie interne :

$$M \equiv M(\mathcal{A}, J, Q) = \left[\frac{\pi\left[\left(Q^2 + \frac{\mathcal{A}}{4\pi}\right)^2 + 4J^2\right]}{\mathcal{A}}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{1.5}$$

Les énergies internes de deux trous noirs stationnaires présentant des entropies, des moments angulaires et des charges électriques diffèrant respectivement de $d\mathcal{A}$, dJ et dQ, se distinguent de :

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi}d\mathcal{A} + \Omega^H dJ + \Phi^H dQ \tag{1.6}$$

[1]Lorsque le trou noir n'a ni charge, ni moment angulaire ($Q = 0$, $J = 0$), l'expression de l'aire devient $\mathcal{A} = 16\pi M^2$ soit $\mathcal{A} = 4\pi R^2$ avec R le rayon de Schwarzschild

où $\kappa = 4\pi\frac{\sqrt{M^2-Q^2-\frac{J^2}{M^2}}}{\mathcal{A}}$ est la gravité de surface ; $\Omega^H = \frac{4\pi J}{M\mathcal{A}}$ est la vélocité angulaire, et $\Phi^H = \frac{4\pi Q r_+}{\mathcal{A}}$ est le potentiel électrique du trou noir ($r_+ = M + \sqrt{M^2 - Q^2 - \frac{J^2}{M^2}}$ correspondant à l'horizon causal en géométrie de Kerr-Newmann, *i.e* dans le cas d'un trou noir chargé et en rotation). Le second et le troisième terme décrivent respectivement les changements d'énergie de rotation et d'énergie électrique.

Cette relation est similaire au premier principe de la thermodynamique. L'analogue de la température (la variable conjuguée de l'entropie) est une quantité proportionnelle à la gravité de surface κ. Le résultat de Hawking sur la nature thermique de la radiation d'un trou noir stationnaire n'amène pas seulement à cette analogie mais fixe aussi le coefficient reliant la température T_H au champ à l'horizon κ. On peut remarquer que la relation (1.6) est identique au premier principe de la thermodynamique, $dE = \theta dS^H + \Omega^H dJ + \Phi^H dQ$, si l'on suppose l'expression suivante pour l'entropie du trou noir :

$$S^H = \frac{\mathcal{A}}{4l_{Pl}^2},\ l_{Pl}^2 = \frac{\hbar G}{c^3}. \tag{1.7}$$

Cette quantité est connue sous le nom d'entropie de Bekenstein-Hawking.

Enoncé des quatre principes de la thermodynamique des trous noirs

Conformément à l'analogie thermodynamique, les quantités :

$$\theta = \frac{\hbar\kappa}{2\pi kc},\ S^H = \frac{\mathcal{A}}{4l_{Pl}^2},\ E = Mc^2$$

jouent respectivement le rôle de la température, de l'entropie et de l'énergie interne du trou noir. Bardeen, Carter et Hawking formulèrent les quatre principes de la thermodynamique pour la physique des trous noirs de façon similaire aux quatre principes de la thermodynamique usuelle.

Principe Zéro : *La gravité de surface κ d'un trou noir stationnaire est constante sur toute la surface de l'horizon.*

La thermodynamique n'autorise pas l'équilibre lorsque différentes parties d'un système sont à des température différentes. L'existence d'un état stable est postulé par le principe zéro de la thermodynamique. Celui-ci joue donc un rôle similaire dans la physique des trous noirs.

Premier principe : *Lorsqu'un système contenant un trou noir passe d'un état stationnaire à un autre, sa masse change de :*

$$dM = \theta dS^H + \Omega^H dJ^H + Q^H dQ + \delta q \tag{1.8}$$

où dJ^H et dQ sont les variations respectives du moment angulaire total et de la charge électrique du trou noir, et δq est la contribution à la variation de la masse totale du changement de la distribution stationnaire de matière à l'extérieur du trou noir.

Il s'agit simplement de la forme différentielle de la relation entre la masse et les paramètres physiques précédemment donnée.

Second principe : *Dans n'importe quel processus classique, l'aire du trou noir $\mathcal{A}$ et , par conséquent, son entropie S^H, ne diminuent pas :*

$$\Delta S^H \geq 0. \tag{1.9}$$

Cette forme, analogue au second principe de la thermodynamique, est une conséquence du théorème de l'aire de Hawking. Dans les deux cas (trous noirs et thermodynamique), cette seconde loi met en évidence l'irréversibilité inhérente au système dans son ensemble, et définit ainsi la direction de la flèche du temps. En thermodynamique, elle signifie que la part d'énergie interne ne pouvant être transformée en travail augmente avec le temps. De la même manière, elle signifie pour les trous noirs que la part de leur énergie interne qui ne peut pas être extraite grandit inévitablement. Comme en thermodynamique, la quantité S_H délimite notre incapacité d'extraction de toute information sur la structure du système (en l'occurrence de celle du trou noir).

Troisième principe : en thermodynamique, le troisième principe a été formulé de diverses manières. Deux d'entre elles (essentiellement équivalentes) dues au physicien Nernst stipulent que :
(1) les processus isothermes réversibles deviennent isentropiques à la limite de la température nulle.
(2) il est impossible de diminuer la température de tout système jusqu'au zéro absolu en un nombre fini d'opérations.
Une version plus forte a été proposée par Planck : l'entropie de tout système tend vers une constante absolue qui peut être considérée nulle quand θ tend vers 0.
Barden, Carter et Hawking formulèrent l'analogue du troisième principe pour les trous noirs de la manière suivante : *Il est impossible, quelle que soit la procédure, de réduire la température d'un trou noir à zéro par une séquence finie d'opérations.*

Second principe généralisé

Les effets quantiques violent la condition d'applicabilité du théorème de l'aire de Hawking. En effet, l'évaporation quantique diminue l'aire des trous noirs, et l'inégalité (1.9) n'est plus respectée. D'autre part, la radiation des trous noirs est de nature thermique, et cette évaporation est accompagnée d'une élévation de l'entropie dans l'espace environnant. On doit donc construire *l'entropie généralisée* $\tilde{S}$, définie par la somme de l'entropie du trou noir S^H, de l'entropie de la radiation et de la matière environnante S^m ($\tilde{S} = S^H + S^m$), telle qu'elle ne diminue pas. En fait, on peut montrer que le taux d'augmentation (mesuré par un observateur distant) de la masse et de l'entropie de la matière à l'extérieur du trou noir s'écrit sous la forme :

$$\frac{dM^m}{dt} = -\frac{dM^H}{dt} = \frac{1}{4}\sigma_s h_s \Sigma_s \theta^4, \;\; \frac{dS^m}{dt} = \frac{1}{3}\sigma_s B_s h_s \Sigma_s \theta^3 \tag{1.10}$$

où h_s est le nombre d'état de polarisation du champ ; $\sigma_s = \frac{\pi^2}{30}$ pour les bosons et $\frac{7\pi^2}{240}$ pour les fermions, Σ_s est la section efficace effective du trou noir, θ est sa température et B_s est un coefficient sans dimension de l'ordre de l'unité. D'autre part, la variation d'entropie S^H d'un trou noir sans rotation est liée à la variation de sa masse par :

$$dS^H = \theta^{-1} dM^H. \tag{1.11}$$

Par comparaison entre (1.10) et (1.11), on trouve :

$$R \equiv -\frac{dS^m}{dS^H} = \frac{4}{3}B_s. \tag{1.12}$$

Les calculs numériques ont démontré (autant qu'un calcul numérique puisse démontrer, ce qui déplairait fortement à Wittgenstein...) que le coefficient B_s était toujours plus grand que $\frac{3}{4}$ et ainsi que l'entropie généralisée $\tilde{S}$ augmentait lors de l'émission radiative d'un trou noir. On peut montrer que s'il existe une radiation de corps noir à une température $\tilde{\theta}$ à l'extérieur du trou noir, l'entropie généralisée augmente encore, sauf si $\tilde{\theta} = \theta$. Dans ce cas particulier, l'augmentation de l'entropie due à l'évaporation est exactement compensée par la diminution de celle due à l'accrétion d'une radiation thermique autour du trou noir.

Ces arguments sont une base solide pour proposer le **Second principe généralisé :** *Dans tout processus physique concernant un trou noir, l'entropie généralisée $\tilde{S}$ ne diminue pas :*

$$\Delta\tilde{S} = \Delta S^H + \Delta S^m \geq 0. \tag{1.13}$$

Le fait que le second principe généralisé fournisse un lien entre des quantités très différentes, S^m (qui caractérise le "degré de chaos" dans la structure de la matière physique) et S^H (qui est une caractéristique géométrique du trou noir), est une nouvelle indication de leur profonde similitude. En fait, l'éventualité très probable d'une telle relation prend sa source dans les équations d'Einstein qui relient les caractéristiques physiques de la matière avec les propriétés géométriques de l'espace-temps.

Effet Unruh - Troisième approche

La température de Hawking, définie précédemment, peut aussi être obtenue par une approche radicalement différente utilisant un mécanisme très particulier, l'effet Unruh.

La théorie des champs quantiques montre que le vide ne peut pas être simplement décrit comme correspondant à un tenseur énergie-impulsion strictement nul, l'état vide $|0\rangle$ devant être défini pour satisfaire : $\langle 0|T^{\mu\nu}|0\rangle = 0$.

Ceci est habituellement interprété comme la définition de l'absence de particules et l'on peut ainsi s'attendre à ce qu'un observateur accéléré ne perçoive aucune particule puisque l'élément de matrice alors modifié sera également nul. Cependant, cette conclusion est *fausse* : un observateur accéléré détectera en fait une radiation thermique qui est le résultat direct de son mouvement. Ceci a été montré dans les grandes lignes par Davies [9], puis analysé en détail par Unruh [10]. Ces émissions sont connues sous le nom de radiations Unruh ou plus généralement d'effet Unruh.

La solution du paradoxe réside dans le fait que le concept de particule doit être défini de façon opérationnelle. Le modèle le plus simple de détecteur est un appareil composé de différents niveaux d'énergie interne E_i qui peut être caractérisé par un "champ de détecteur" D. L'appareil détectera alors des particules au travers du terme usuel d'interaction dans le Lagrangien $\mathcal{L}_I = gD(\tau)\phi(x^\mu(\tau))$, où τ est le temps propre de détecteur (on suppose un champ scalaire par souci de simplicité). Par définition, la détection d'une particule se traduisant par l'excitation du détecteur, la transition au premier ordre est : $A(a \to b) = ig \left\langle b \right| \int D\phi d\tau \left| a \right\rangle$.

Si l'on considère tout d'abord ce qui se passe lorsque le détecteur est maintenu stationnaire, mais immergé dans un bain thermique avec $n = (\exp \hbar\omega/kT + 1)^{-1}$, le taux de détection est[2] :

$$\frac{dp(a \to b)}{dt} = g^2 |\langle b|D(0)|a\rangle|^2 \frac{(\omega V/\pi)^{-1}\delta(E_b - E_a - \omega)}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}. \tag{1.14}$$

Considérons maintenant que l'état initial est vide mais que le détecteur accélère. La trajectoire de l'appareil subissant une accélération propre constante est $x = a^{-1}[\cosh(a\tau) - 1]$; $t = a^{-1}\sinh(a\tau)$, ce qui conduit [11] à :

$$\frac{dp(a \to b)}{dt} = \frac{g^2}{2\pi} |\langle b|D(0)|a\rangle|^2 \frac{\Delta E}{e^{2\pi\Delta E/a} - 1}, \tag{1.15}$$

et la comparaison avec le résultat (1.14) montre que les particules sont absorbées comme si le détecteur accéléré ressentait une radiation de température :

$$T_{accel} = \left(\frac{\hbar}{ck}\right)\frac{a}{2\pi}. \tag{1.16}$$

Bien entendu, à la limite d'un détecteur stationnaire, aucune particule ne sera décelée et ce taux de détection augmente avec l'accélération. Cet effet n'est guère sensible dans l'expérience quotidienne, puisque pour une accélération de $1g$, la température associée est de $4 \times 10^{-20}K$.

L'application de ces résultats permet de retrouver la température de Hawking définie dans le paragraphe précédent : un observateur en chute libre ne verrait aucune radiation, mais un observateur

[2]Il s'agit d'un traitement similaire à celui utilisé en théorie perturbative dépendante du temps.

stationnaire accélère par rapport à son repère inertiel et doit percevoir une radiation décrite par l'analyse précédente (ce n'est autre que le principe d'équivalence : gravité $\leftrightarrow$ accélération). Dans le cas de la métrique de Schwarzschild, l'accélération propre pour cet observateur au repos dans le champ gravitationnel d'un trou noir à (r, θ, ϕ) constant est :

$$a = \frac{GM}{r^2}\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1/2}.$$

Le terme entre parenthèses représente le facteur de dilatation du temps pour un rayon r. Ainsi, la radiation Unruh avec $T(r) = \left(\frac{\hbar}{ck}\right)\frac{a(r)}{2\pi}$ émerge à l'infini avec une température $T = \frac{GM}{2\pi r^2}$. Si l'on suppose que la radiation n'est émise qu'au niveau de l'horizon, on obtient une autre dérivation de la température de Hawking :

$$T_H = \left(\frac{\hbar c^3}{k}\right)\frac{1}{8\pi GM}. \tag{1.17}$$

1.2 Rayons cosmiques galactiques : processus de spallation [12]

Pour rechercher les trous noirs primordiaux éventuellement présents dans l'Univers et soumis au processus d'évaporation précédemment mentionné, les antiprotons cosmiques constituent une sonde particulièrement favorable : le rapport $\bar{p}/p$, de l'ordre de 10^{-5} pour les processus conventionnels, assure une faible contamination due aux mécanismes de spallation. Une composante ténue, issue de l'évaporation de trous noirs, pourrait donc être aisément mise en évidence. Il convient néanmoins d'étudier en premier lieu la composante secondaire, produite par les phénomènes physiques habituels, qui constitue dans cette approche un bruit de fond dont la connaissance est indispensable.

L'élément fondamental pour décrire une population de rayons cosmiques galactiques est un modèle fiable de diffusion. Nous utilisons ici l'approche "à deux zones" initiée au LAPTH. Cette approche est mathématiquement équivalente à la fameuse "boîte qui fuit" utilisée durant des décénnies. Elle présente néanmoins trois avantages substantiels qui ont motivé notre choix : d'abord, c'est une démarche plus physique puisqu'elle ne suppose pas l'homogénéité de la "boîte qui fuit" (elle-même en contradiction avec l'idée même de diffusion), ensuite les paramètres qui y sont utilisés peuvent être directement liés à des observables physiques, enfin c'est l'unique façon de prendre en compte les termes sources primaires qui seront utilisés ultérieurement. La figure 1.1 présente les ingrédients fondamentaux du modèle. Les détails techniques et les longues formules analytiques sont exposés dans [12, 13]. Nous donnons ici les idées essentielles.

La géométrie de la galaxie est supposée cylindrique avec une extension $R = 20$ kpc, la matière (les étoiles et le gaz) étant confinée dans un disque fin d'épaisseur $2h = 200$ pc. Les cinq paramètres de ce modèle sont K_0, δ (décrivant la normalisation et l'indice spectral du coefficient de diffusion $K(E) = K_0 \beta \mathrm{R}^\delta$ où R est la rigidité), la demi-hauteur du halo L, la vitesse de convection V_c et la vélocité d'Alfvén V_a. Ils sont laissés libres dans une certaine gamme qui est déterminée par la compatibilité des flux calculés avec les flux mesurés pour les noyaux cosmiques [13].

Le terme source de cette étude est constitué des flux de protons et d'Hélium, tels que mesurés par les expériences AMS et BESS [14, 15] et présentés sur la figure 1.2. Le meilleur ajustement (présenté sur la figure) est : $\Phi = 13.249 E^{-2.72}$ où E représente l'énergie cinétique par nucléon et Φ le flux différentiel. Les incertitudes sur les paramètres n'excèdent pas 1% et sont donc sans conséquence.

Le terme dominant pour le calcul du flux d'antiprotons secondaires vient des interactions $p - p$ (l'un étant un rayon cosmique et l'autre un noyau d'hydrogène interstellaire). Comme la plupart des études sur les rayons cosmiques, nous utilisons ici la paramétrisation de Tan & Ng [16] pour la section efficace et écrivons le terme source :

$$q_{\bar{p}}^{sec}(r, E) \; = \; \int_{Threshold}^{\infty} \frac{d\sigma}{dE} \left\{ p(E') + H_{ism} \rightarrow \bar{p}(E) \right\} \, n_H \, \left\{ 4\,\pi\, \Phi_p(r, E') \right\} \, dE' \tag{1.18}$$

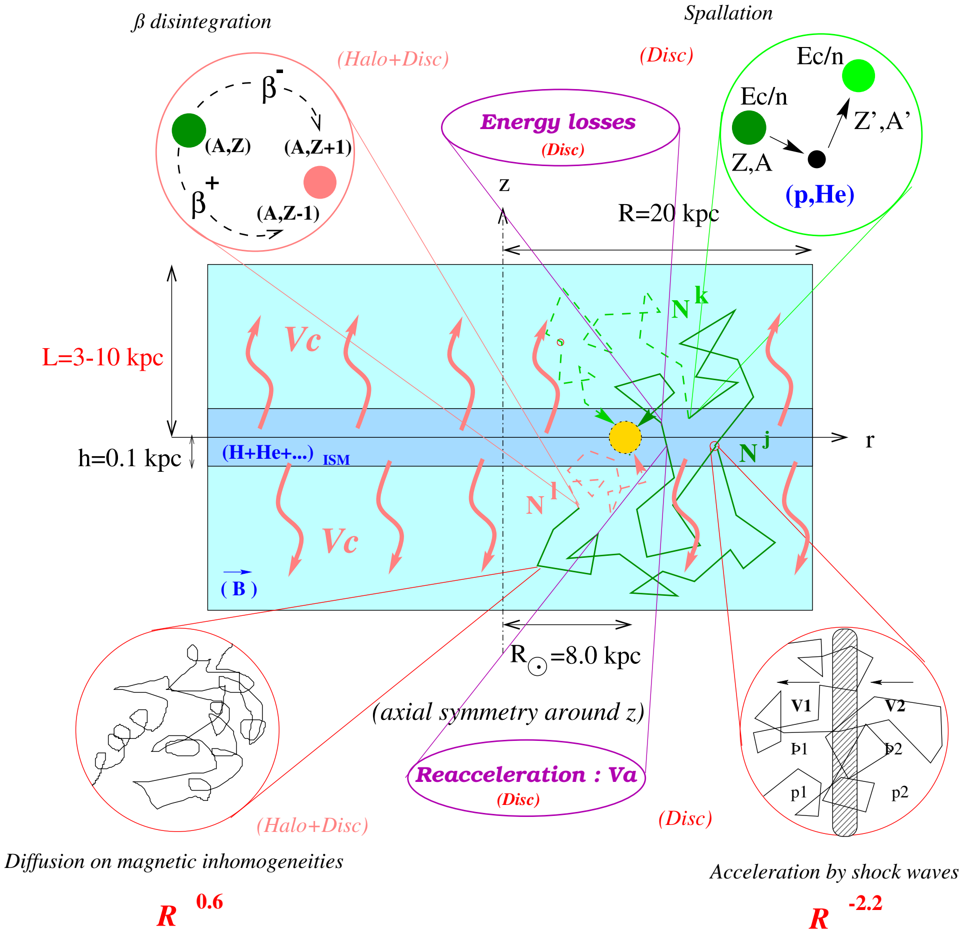

FIG. 1.1 – *Modélisation de la galaxie, dessin David Maurin. Le disque gris foncé représente la matière et le disque gris clair représente la halo diffusif.*

où n_H représente la densité d'hydrogène dans le milieu insterstellaire et Φ_p le flux différentiel de protons. Il est néanmoins apparu que la prise en compte unique de la composante "proton" était insuffisante et qu'il était important d'inclure également les noyaux d'hélium. Moins que pour la normalisation du spectre, cela est fondamental pour etudier en détail sa forme aux basses énergies. Après avoir utilisé un certain nombre de paramétrisations analytiques ou de modèles empiriques [17], nous avons opté pour une simulation Monte-Carlo [18]. Ce code, DTUNUC, est une implémentation du modèle dual partonique fondé sur l'approche de Gribov-Glauber qui traite les diffusions faiblement inélastiques selon la phénoménologie de Regge et les diffusions fortement inélastiques selon les méthodes de QCD perturbative (en utilisant les librairies CERN habituelles : PHOJET, PYTHIA, LEPTO, etc.). La figure 1.3 montre, à gauche, les vérifications entreprises sur la précision du programme et la qualité de l'accord entre les mesures et les calculs. La partie droite présente les contributions intégrées des différentes composantes cosmiques au flux d'antiprotons.

Une fois créés, les antiprotons peuvent interagir avec le milieu interstellaire de différentes façons. D'abord, il peuvent interagir élastiquement. Les sections efficaces étant très piquées en avant, les pertes d'énergie correspondantes sont négligeables. Ensuite, ils peuvent s'annihiler. Ce processus est dominant à basse énergie et les sections efficaces sont données par [19]. Enfin, ils peuvent subir des interactions inélastiques non-annihilantes. Dans de tels cas, il survivent à la collision mais perdent de l'énergie. Le

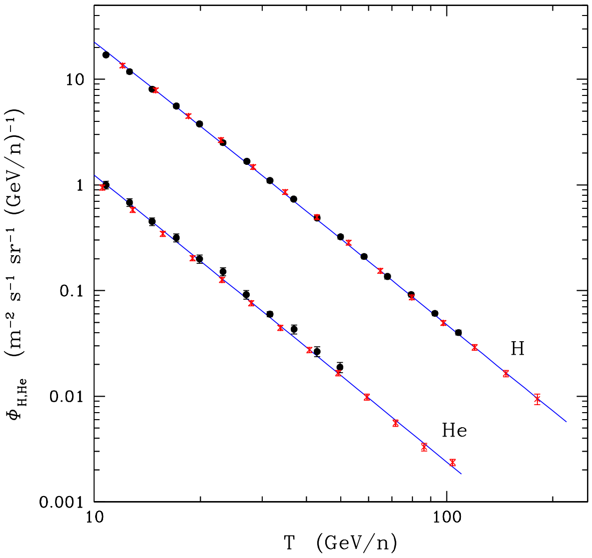

FIG. 1.2 – *Flux mesurés de protons (haut) et d'hélium (bas) par AMS [14] (croix) et BESS [15] (cercles) avec le meilleur ajustement.*

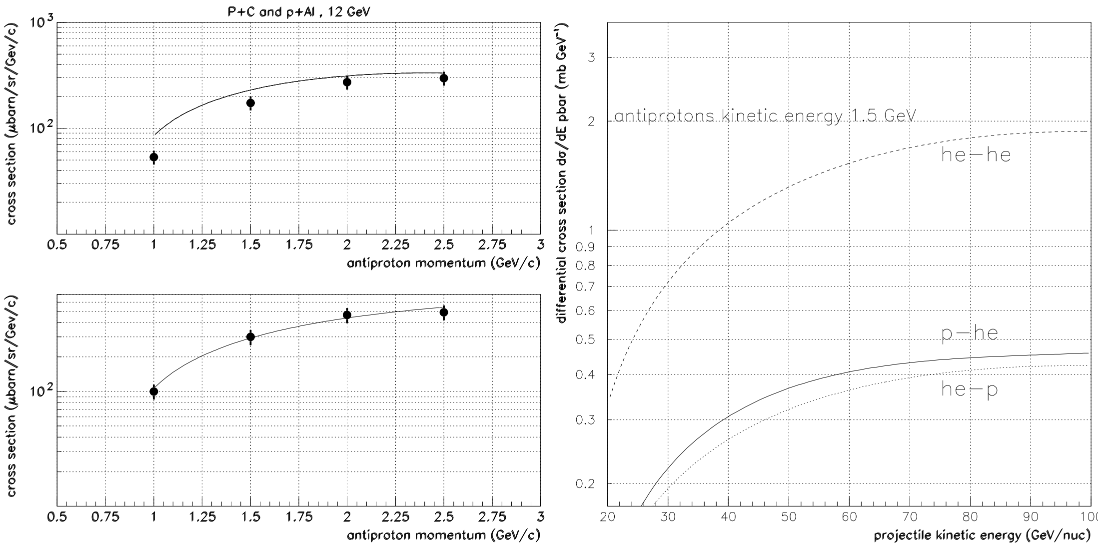

FIG. 1.3 – *Gauche : Sections efficaces de production d'antiprotons pour p+C (haut) et p+Al (bas) pour une énergie cinétique de 12 GeV dans le laboratoire, mesurées (points) et calculées par DTUNUC (traits). Droite : Sections efficaces calculées pour les 3 contributions importantes (He-He, p-He et He-p)*

terme source correspondant s'écrit :

$$q_{\bar{p}}^{ter}(r, E_{\bar{p}}) = \int_{E_{\bar{p}}}^{+\infty} \frac{d\sigma_{\bar{p}\,H \to \bar{p}\,X}}{dE_{\bar{p}}} \left\{E'_{\bar{p}} \to E_{\bar{p}}\right\} n_H \, v'_{\bar{p}} \, N^{\bar{p}}(r, E'_{\bar{p}}) \, dE'_{\bar{p}} - \sigma_{\bar{p}\,H \to \bar{p}\,X} \left\{E_{\bar{p}}\right\} n_H \, v_{\bar{p}} \, N^{\bar{p}}(r, E_{\bar{p}}) \ .$$

Avec une section efficace différentielle donnée par $d\sigma_{\mathrm{\bar{p}H \to \bar{p}X}}/dE_{\mathrm{\bar{p}}} = \sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}/T'_{\mathrm{\bar{p}}}$ où $T'_{\mathrm{\bar{p}}}$ représente l'énergie cinétique de l'antiproton, la production tertiaire s'écrit :

$$q_{\bar{p}}^{ter}(r,E) \; = \; 4\,\pi\,n_H \left\{ \int_E^{+\infty} \frac{\sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E')}{T'} \, \Phi_{\bar{p}}(r,E')\,dE' \; - \; \sigma_{non-ann}^{\bar{p}p}(E)\,\Phi_{\bar{p}}(r,E) \right\} \quad .$$

La prise en compte de ce phénomène, qui avait été omis dans les premières études [20], est très importante pour la description du flux sous le GeV puisqu'il s'agit d'une redistribution des énergies.

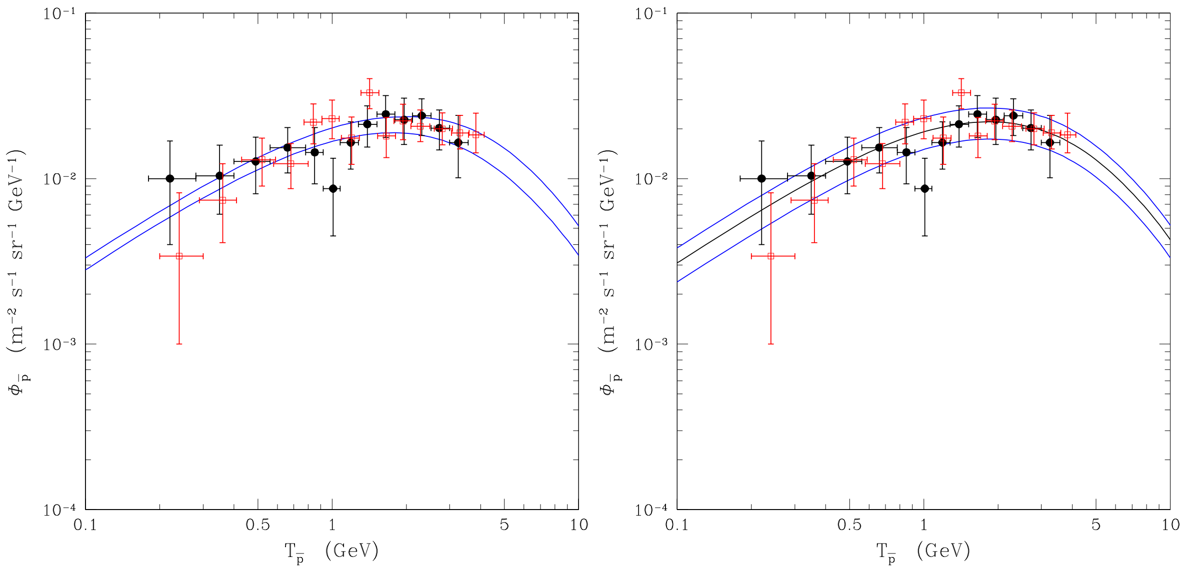

FIG. 1.4 – *Gauche : Flux calculés (les deux courbes correspondent aux erreurs "astrophysiques") et points expérimentaux. Droite : Flux calculés (les deux courbes correspondent aux erreurs "nucléaires") et points expérimentaux.*

La figure 1.4 présente les flux ainsi obtenus. Dans la partie gauche, les valeurs des sections efficaces nucléaires sont fixées à leurs moyennes et seules figurent les incertitudes liées aux paramètres astrophysiques du modèle. La gamme de variation de ces derniers est déterminée en demandant que le modèle reproduise correctement les flux B/C (rapport de l'abondance du Bohr au Carbone) [13]. La partie droite présente, au contraire, les incertitudes nucléaires seules. Il est intéressant de noter que, contrairement à ce qui aurait pu être attendu, ce sont les erreurs associées aux processus subatomiques qui dominent. Les autres incertitudes (flux primaires, densité d'hydrogène galactique, modulation solaire, etc.) sont nettement sous-dominantes [12].

La conclusion essentielle de cette étude consiste à montrer que, dans un modèle physique dont les paramètres sont fixés par d'autres données, les flux d'antiprotons sont très bien expliqués. Les points expérimentaux sont en excellent accord avec les calculs lorsque la composante tertiaire et la diffusion énergétique sont prises en compte. C'est une bonne nouvelle pour la maîtrise du bruit de fond et la fiabilité de la démarche. C'est une nettement moins bonne nouvelle pour la recherche de nouvelle physique puisque l'ensemble du spectre est expliqué sans recourir à des objets exotiques (en particulier à basse énergie, là ou un excès a longtemps été envisagé). Cela permet néanmoins de mettre d'excellentes limites supérieures (puisque, précisément, il n'y a "plus de place" pour d'autres processus).

Peut-on pousser l'ambition jusqu'à considérer qu'une excellente mesure astrophysique du flux d'antiprotons donnerait une mesure des sections efficaces nucléaires ? Je pense que c'est encore une boutade et sans doute très prématuré. Mais, dans un futur un peu plus lointain...

1.3 Antiprotons primaires [21]

Le flux d'antiprotons issus de processus "conventionnels" étant maintenant connu, nous nous proposons ici d'étudier le flux d'antiprotons issus d'une éventuelle population de trous noirs primordiaux (PBH) dans notre galaxie.

Le spectre de Hawking donnant le flux différentiel de particules par unité de temps s'écrit, par degré de liberté, pour une énergie Q :

$$\frac{\mathrm{d}^2N}{\mathrm{d}Q\mathrm{d}t} = \frac{\Gamma_s}{h\left(\exp\left(\frac{Q}{h\kappa/4\pi^2c}\right) - (-1)^{2s}\right)}$$

où κ représente la gravité de surface du trou noir, s le spin de l'entité émise et Γ_s la probabilité d'absorption correspondante. La charge et le moment angulaire du trou noir ont été omis dans cette expression, dans la mesure où ces derniers s'annulent dès les premiers instants de l'évaporation [22]. Dès que la température du trou noir est supérieure à l'échelle de confinement de QCD, des quarks et des gluons sont émis [23, 24] (et non pas des hadrons comme cela fut supposé initialement). Cela rend l'écriture du spectre plus complexe :

$$\frac{\mathrm{d}^2N_{\bar{p}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}t} = \sum_j \int_{Q=E}^{\infty} \alpha_j \frac{\Gamma_{s_j}(Q,T)}{h}\left(e^{\frac{Q}{kT}} - (-1)^{2s_j}\right)^{-1} \times \frac{\mathrm{d}g_{j\bar{p}}(Q,E)}{\mathrm{d}E}\mathrm{d}Q$$

où α_i représente le nombre de degrés de liberté, E est l'énergie de l'antiproton et $\mathrm{d}g_{j\bar{p}}(Q,E)/\mathrm{d}E$ est la fonction de fragmentation différentielle normalisée, c'est-à-dire le nombre d'antiprotons d'énergie comprise entre E et $E{+}dE$ créés par un parton de type j et d'énergie Q. Pour calculer ces fonctions de fragmentation (la figure 1.5, à gauche, présente un exemple pour un quark u), nous avons utilisé la simulation Monte-Carlo PYTHIA [102] fondée sur le modèle des cordes classiques de Lund. De plus, pour le calcul des Γ_s, donnés par

$$\Gamma_s = \frac{4\pi\sigma_s(Q,M,\mu)}{h^2c^2}(Q^2 - \mu^2),$$

où μ est la masse de la particule émise, la section efficace $\sigma_s(Q,M,\mu)$ a été évaluée exactement en utilisant les calculs numériques de D. Page (J.H. MacGibbon communication privée) et non pas un prenant la limite ultra-relativiste usuellement supposée. La figure 1.5 présente, à droite, ce comportement pseudo oscillant qui change les résultats de quelques pourcents.

Afin de calculer le spectre d'antiprotons pour une densité locale de PBH fixée, le nombre $Q^{prim}(R,z,E)$ d'antiprotons emis avec une énergie cinétique comprise entre E et $E+dE$ par unité de volume et de temps doit être évalué. Il est proportionnel au nombre $d^2n/dMdV$ de PBH par unité de masse et de volume et au flux individuel $d^2N_{\bar{p}}/dEdt$ émis par un PBH, soit

$$q^{prim}(r,z,E) = \int \frac{d^2N_{\bar{p}}(M,E)}{dE\,dt} \cdot \frac{d^2n(r,z)}{dM\,dV}dM$$

où r et z sont les coordonnées cylindriques décrivant la position dans la galaxie. Comme la physique de l'évaporation ne dépend pas de la densité numérique, on peut écrire

$$q^{prim}(r,z,E) = q^{prim}(r,z) \times Q^{PBH}(E)$$

avec

$$q^{prim}(r,z) = \frac{\rho^{PBH}(r,z)}{\rho_\odot^{PBH}} \quad \text{et} \quad Q^{PHB}(E) = \int_{M_{min}}^{M_{max}} \frac{d^2N_{\bar{p}}}{dE\,dt} \cdot \frac{d^2n_\odot}{dM\,dV}dM$$

où $d^2n_\odot/dMdV$ représente le spectre de masse local, par unité de volume. Les trous noirs primordiaux doivent présenter une distribution spatiale similaire à celle des particules de matière noire froide (CDM). Hélas, la forme du halo CDM est encore très mal connue (voir, par exemple, [26] et références incluses) et nous utilisons la description générale :

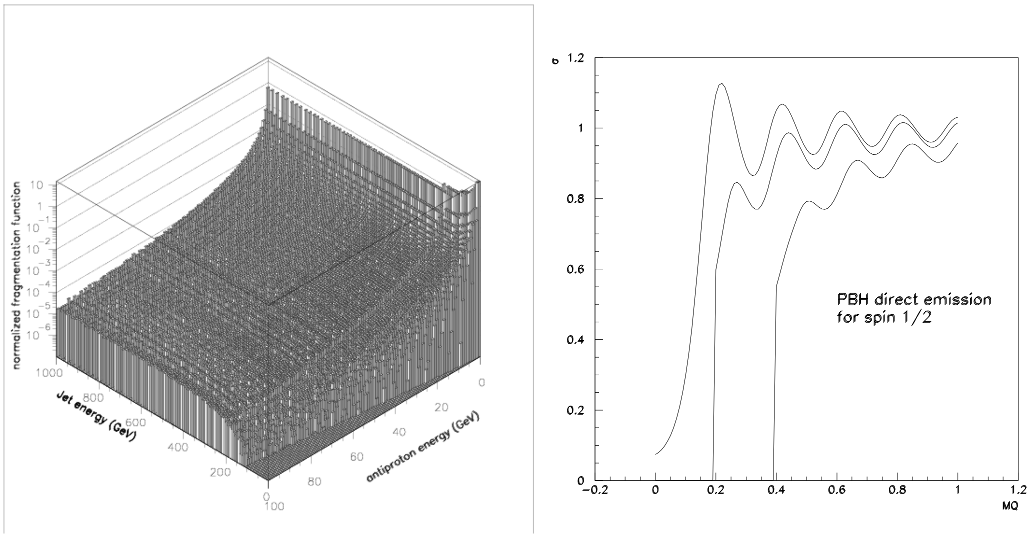

FIG. 1.5 – *Gauche : Fonction de fragmentation d'un quark u en antiprotons, en fonction de l'énergie du jet et de l'énergie cinétique de l'antiproton émergeant. Droite : section efficace (normalisée à la limite optique) d'absorption d'une particule par un trou noir en fonction du produit de la masse du trou noir par l'énergie de la particule (en unité de Planck) pour trois valeurs de masse (de bas en haut : $M\mu = 0, M\mu = 0.2, M\mu = 0.4$).*

$$\frac{\rho^{PBH}(r,z)}{\rho_{\odot}^{PBH}} = \left(\frac{R_{\odot}}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)^{\gamma} \left(\frac{R_c^{\alpha}+R_{\odot}^{\alpha}}{R_c^{\alpha}+(\sqrt{r^2+z^2})^{\alpha}}\right)^{\epsilon}$$

où les valeurs numériques de γ, α et ϵ sont données dans [27] (le profil isotherme classique s'obtient avec $\gamma = 0$, $\alpha = 2$ et $\epsilon = 1$).

La détermination du spectre de masse des trous noirs primordiaux aujourd'hui (*i.e.* en tenant compte de ce qu'ils se sont formés il y a 13.8 Myr) demande, en principe, la connaissance du spectre initial et de la loi d'évolution temporelle de la masse de chaque PBH. Le premier point a été étudié par Carr [28] et conduit à supposer

$$\left(\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}M_{init}}\right) \propto M_{init}^{-5/2}$$

pour un spectre de puissance primordial invariant d'échelle de type Harrison-Zeldovitch. La dérivation de cette distribution est très complexe et relativement modèle dépendante. Néanmoins, nous verrons par la suite qu'elle ne joue pratiquement aucun rôle dans l'ensemble des résultats obtenus. En revanche, la prise en compte du terme d'évolution est primordiale. Celui-ci s'obtient simplement par intégration du spectre de Hawking multiplié par l'énergie, conduisant à :

$$M^2\mathrm{d}M/\mathrm{d}t \approx \{7.8 d_{s=1/2} + 3.1 d_{s=1}\} \times 10^{24}$$

où $d_{s=1/2} = 90$ et $d_{s=1} = 27$ (pour $M \to 0$) tiennent compte du nombre de degrés de liberté accessibles dans le modèle standard. La figure 1.6 présente le terme $\alpha = 7.8 d_{s=1/2} + 3.1 d_{s=1}$ en fonction de la masse : plus le trou noir est léger, plus il est chaud, plus grand est le nombre de champs qui lui sont accessibles, *i.e.* dont la masse est inférieure à la température du PBH. Si l'on fait l'approximation $\alpha \approx cte$, ce qui est correct pour les petites masses, on peut écire :

$$M_{init} \approx (3\alpha t + M^3)^{1/3}.$$

Et avec

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}M} = \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}M_{init}} \cdot \frac{\mathrm{d}M_{init}}{\mathrm{d}M}$$

le spectre aujourd'hui peut s'écrire :

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}M} \propto M^2 \text{ for M} < M_*$$

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}M} \propto M^{-5/2} \text{ for M} > M_*$$

où $M_* \approx 5 \times 10^{14}$g est la masse initiale d'un PBH qui termine sa vie aujourd'hui.

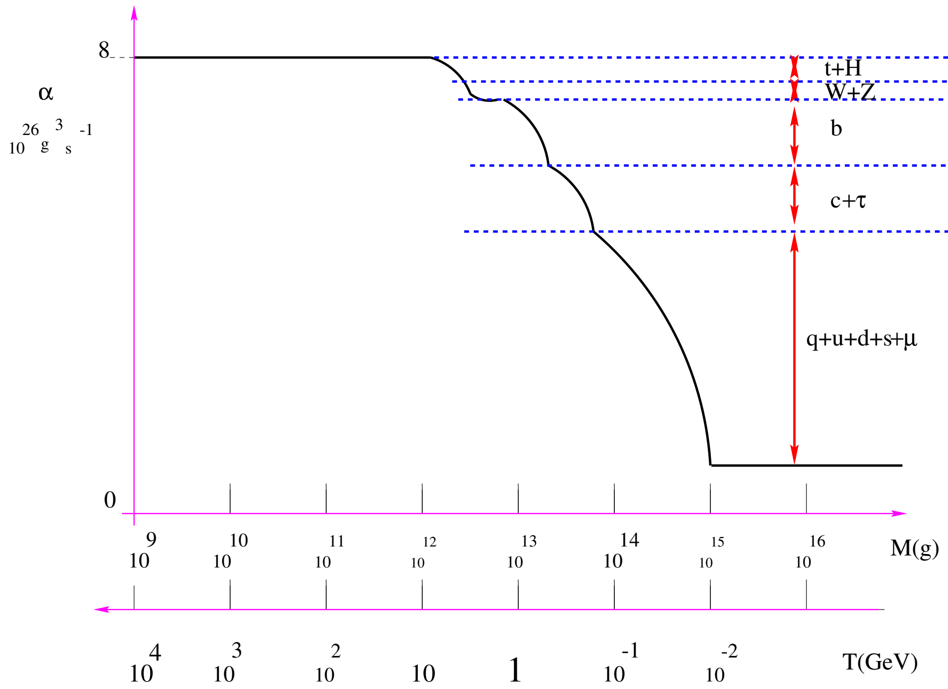

FIG. 1.6 – *Terme "quasi-constant" du taux de perte de masse en fonction de la masse du trou noir. Le trou noir peut émettre des particules de plus en plus massives au fur et à mesure que la température augmente. Dessin G. Boudoul.*

La figure 1.7 présente, à gauche, le flux d'antiprotons obtenu après convolution avec le spectre de masse des PBH (avant propagation). Comme attendu, les trous noirs dont la masse est supérieure à M_* contribuent peu compte-tenu de ce que leur température est très faible. Les trous noirs de masse très petite contribuent également de façon sous-dominante, en dépit de leur température élevée, à cause de leur faible densité numérique (effet M^2 dans le spectre de masse qui traduit physiquement l'accélération de l'évaporation). C'est donc en fait la gamme de masse 10^{12} g - 10^{14} g qui est essentiellement sondée à l'aide des antiprotons cosmiques. La partie droite de cette figure présente l'effet d'une coupure dans le spectre de masse initial due à la taille finie du rayon de Hubble à la fin de l'inflation. Seuls les trous noirs formés à l'issue de cette phase étant effectivement à prendre en compte (compte-tenu de la dilution exponentielle de ceux formés avant celle-ci), une éventuelle masse de l'horizon trop grande peut conduire à une réduction drastique de la population de PBH. Avec la masse de Hubble à un instant t donnée

$$M \approx \frac{M_{Pl}}{t_{Pl}} t,$$

où $M_{Pl} \approx 10^{-5}$ g et $t_{Pl} approx 10^{-33}$ s sont la masse et le temps de Planck. et le moment t_{RH} de la fin de l'inflation lié à la température de *reheating* T_{RH} par

$$t_{RH} \approx 0.3 g^{-1/2} \frac{M_{Pl}}{T_{RH}^2}$$

où $g \approx 100$ est le nombre de degrés de liberté dans l'Univers primordial, on peut évaluer la conséquence d'une valeur de T_{RH} finie sur le spectre de masse. La température critique est de l'ordre de $T_C \approx 10^9$ GeV : au-dessus de celle-ci, la distribution des trous noirs n'est pas significativement affectée dans la zone d'intérêt ; en dessous de celle-ci le spectre est exponentiellement supprimé (ce point sera étudié plus en détails dans les chapitres suivants). L'effet d'une possible photosphère QCD au voisinage de l'horizon du trou noir a également été considéré. Il a, en effet, été suggéré [29] qu'au-delà d'une certaine température la radiation de Hawking devrait interagir avec elle-même et constituer un plasma de quarks et de gluons qui affecterait les processus vus à l'infini. Une analyse numérique a été menée [30] en résolvant l'équation de Boltzmann pour laquelle les conditions aux limites sont libres à l'infini et fixées par le spectre de Hawking à $R = R_S$. Il en résulte une réduction drastique du flux à haute énergie mais un effet très limité entre 100 MeV et 1 GeV, c'est-à-dire dans la zone d'intérêt pour la détection.

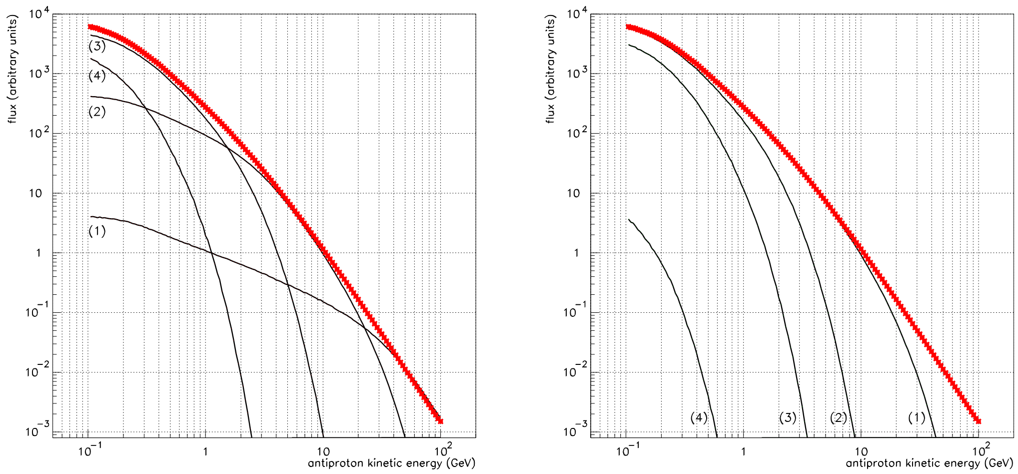

FIG. 1.7 – *Gauche : Flux d'antiprotons primaires avant propagation (unités arbitraires). La courbe (1) correspond à $M \in [M_{Pl}, 10^{12}\text{g}]$, la courbe (2) à $M \in [10^{12}\text{g}, 10^{13}\text{g}]$, la courbe (3) à $M \in [10^{13}\text{g}, 5 \cdot 10^{13}\text{g}]$, la courbe (4) à $M > 5 \cdot 10^{13}$g et la ligne épaisse est le spectre total. Droite : évolution en fonction de la températeure de reheating. La courbe (1) correspond à $T_{RH} = 3 \cdot 10^9$ GeV, la courbe (2) à $T_{RH} = 10^9$ GeV, la courbe (3) à $T_{RH} = 6 \cdot 10^8$ GeV, la courbe (4) à $T_{RH} = 3 \cdot 10^8$ GeV et la ligne épaisse est le spectre sans coupure.*

Pour calculer le flux d'antiprotons induits par les trous noirs primordiaux au niveau de la Terre et le comparer avec les données expérimentales, il faut commencer par considerer les antiprotons secondaires. Quand les pertes d'énergie sont négligées, la densité $N^{\bar{p}}$ s'écrit (en état stationnaire) :

$$\begin{aligned} 2\,h\,\delta(z)\,q^{sec}(r,0,E) &= 2\,h\,\delta(z)\,\Gamma_{\bar{p}}^{ine}\,N^{\bar{p}}(r,0,E) \\ &+ \left\{ V_c \frac{\partial}{\partial z} - K \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right) \right\} N^{\bar{p}}(r,z,E) \quad , \end{aligned} \tag{1.19}$$

ce qui représente simplement une équation de diffusion ou le δ de Dirac s'applique aux processus ayant lieu dans le disque galactique supposé mince.

La symétrie cylindrique du problème permet de développer les quantités en séries de Bessel : $J_0(\zeta_i x)$ (ζ_i est le $i$eme zéro de J_0 et $i = 1 \ldots \infty$). La solution de l'équation (1.19) peut alors s'écrire

$$N_i^{\bar{p},\,sec}(z,E) = \frac{2\,h}{A_i}\,q_i^{sec}(E) \times \exp\left\{ \frac{V_c\,|z|}{2\,K} \right\} \left\{ \sinh\left\{ \frac{S_i}{2}\,(L-|z|) \right\} / \sinh\left\{ \frac{S_i}{2}\,L \right\} \right\} \quad , \tag{1.20}$$

où les quantités S_i et A_i sont définies par :

$$S_i \equiv \left\{ \frac{V_c^2}{K^2} \;+\; 4\frac{\zeta_i^2}{R^2} \right\}^{1/2} \quad \text{et} \quad A_i(E) \equiv 2\,h\,\Gamma_{\bar{p}}^{ine} \;+\; V_c \;+\; K\,S_i \coth\left\{ \frac{S_i L}{2} \right\} \quad . \tag{1.21}$$

En ce qui concerne les primaires (*i.e.* venant de PBH), à $z = 0$ où les flux sont mesurés, la densité s'écrit

$$N_i^{\bar{p},prim}(0) = \exp\left(\frac{-V_c L}{2K}\right) \frac{y_i(L)}{A_i \sinh(S_i L/2)}$$

où

$$y_i(L) = 2\int_0^L \exp\left(\frac{V_c}{2K}(L-z')\right) \sinh\left(\frac{S_i}{2}(L-z')\right) q_i^{prim}(z')dz'. \tag{1.22}$$

Le spectre est affecté par des pertes d'énergie quand les $\bar{p}$ interagissent avec la matière interstellaire et par des gains d'énergie quand des processus de réaccélération prennent naissance. Ces variations sont décrites par l'équation intégro–différentielle :

$$A_i\,N_i^{\bar{p}} \;+\; 2\,h\,\partial_E\left\{b_{loss}^{\bar{p}}(E)\,N_i^{\bar{p}} \;-\; K_{EE}^{\bar{p}}(E)\,\partial_E N_i^{\bar{p}}\right\} = 2\,h\,\left\{q_i^{prim}(E) + q_i^{sec}(E) + q_i^{ter}(E)\right\}, \tag{1.23}$$

$b_{loss}^{\bar{p}}(E)$ représentant les pertes d'énergie. Le terme source $q_i^{ter}(E)$ conduit à la composante dite tertiaire qui résulte des interactions inélastiques non annihilantes. La résolution de cette équation est détaillée dans [12] et conduit à :

$$N^{\bar{p},\,tot}(R_\odot, 0, E) \;=\; \sum_{i=1}^{\infty} \left(N_i^{\bar{p},\,sec}(0,E) + N_i^{\bar{p},\,prim}(0,E)\right)\, J_0\left(\zeta_i \frac{R_\odot}{R}\right). \tag{1.24}$$

où ζ_i est le i^{eme} zéro de la fonction de Bessel. Il convient de prendre garde à ce que le halo de matière noire s'étend bien au delà du halo diffusif mais on peut montrer (cf appendice B de [21]) que la contribution des sources situées à $z > L$ est négligeable. Enfin, différents types de profils de halo de matière noire ont été testés et la solution isotherme (*i.e.* conduisant au plus petit flux) a été choisie pour demeurer "conservatif".

Après utilisation de ce modèle de propagation, il faut tenir compte de l'effet local du champ magnétique solaire. Celui-ci est traité dans l'approximation du champ de force [31]. Tous les paramètres astrophysiques décrivant la diffusion sont alors variés dans la gamme autorisée par l'étude des noyaux. La figure 1.8 présente, à gauche, les flux obtenus au sommet de l'atmosphère pour les deux cas extrêmes de paramètres diffusifs. Les incertitudes "astrophysiques" s'élèvent donc à environ un ordre de grandeur. Cette valeur est nettement plus importante que pour les antiprotons secondaires, ce qui peut se comprendre de façon intuitive : dans le modèle le plus simple, l'évolution des secondaires est entièrement dictée par le rapport K_0/L alors que les primaires, dont les sources ne sont pas uniquement dans le disque galactique mais aussi dans le halo, dependent directement de L. Ce paramètre n'étant pas contraint par l'étude exhaustive des noyaux jusqu'à Z=30 [31], il s'ensuit une dégénérescence sur les spectres primaires.

La partie droite de la figure 1.8 présente les flux d'antiprotons primaires (pour un modèle astrophysique moyen) en fonction de la densité de trous noirs primordiaux. Clairement, la courbe la plus basse (*i.e.* où seuls sont présents des secondaires) est en adéquation satisfaisante avec les données. Il s'agit donc de dériver une limite supérieure. Pour ce faire nous définissons un χ^2 généralisé qui tient compte des incertitudes expérimentales disymétriques :

$$\begin{aligned}\chi^2 = \quad & \textstyle\sum_i \frac{(\Phi^{th}(Q_i)-\Phi_i^{exp})^2}{(\sigma_i^{exp+}+\sigma^{th+}(Q_i))^2}\Theta(\Phi^{th}(Q_i) - \Phi_i^{exp}) \\ & + \textstyle\sum_i \frac{(\Phi^{th}(Q_i)-\Phi_i^{exp})^2}{(\sigma_i^{exp-}+\sigma^{th-}(Q_i))^2}\Theta(\Phi_i^{exp} - \Phi^{th}(Q_i))\end{aligned}$$

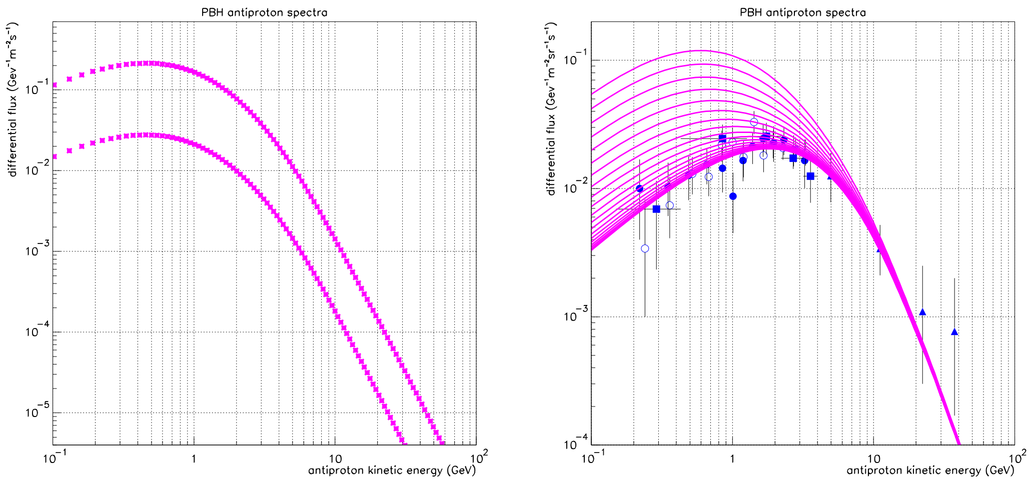

FIG. 1.8 – *Gauche : Flux d'antiprotons primaires après propagation et modulation solaire (au niveau de l'atmosphère donc) pour* $\rho_{\odot}^{PBH} = 10^{-32} g\ cm^{-3}$ *correspondant aux modèles astrophysiques extrêmes. Droite : Données expérimentales de BESS95 (cercles pleins), BESS98 (cercles), CAPRICE (triangles) et AMS (carrés) superposées aux flux calculés pour des densités de PBH entre* $5 \times 10^{-35} g\ cm^{-3}$ *(courbe basse) et* $10^{-32} g\ cm^{-3}$.

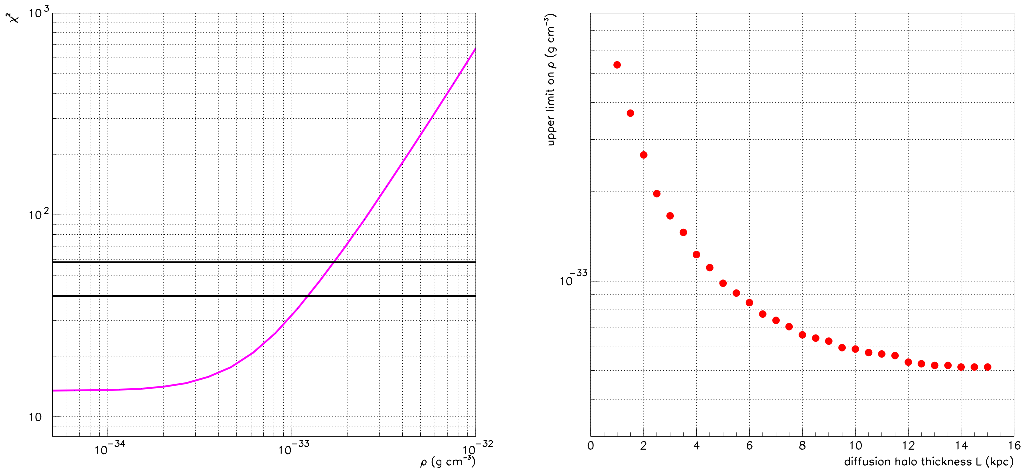

FIG. 1.9 – *Gauche :* χ^2 *entre les données expérimentales et les flux théoriques en fonction de la densité locale de PBH pour un halo magnétique d'épaisseur 3 kpc. Les droites horizontales correspondent à des niveaux de confiance de 95% et 99%. Droite : Limite supérieure sur la densité de PBH en fonction de la taille du halo magnétique* L.

où σ^{th+} et σ^{exp+} (σ^{th-} et σ^{exp-}) sont les erreurs théoriques et expérimentales positives (négatives). Une limite supérieure sur la densité de PBH est calculée pour chaque valeur de taille du halo diffusif (L). Les incertitudes théoriques tiennent compte à la fois des aspects astrophysiques et nucléaires ($p + He \to \bar{p} + X$ et $He + He \to \bar{p} + X$). La figure 1.9 présente, à gauche, l'évolution du χ^2 en fonction de la densité pour $L = 3$ kpc et les lignes horizontales correspondent à des niveaux de confiance de 63% et 99%. La partie droite de cette figure donne la limite supérieure sur cette densité à 99% de niveau de confiance en fonction de L. Bien-sûr, celle-ci est une fonction décroissante : plus important est le nombre de trous noirs "prisonniers" dans le halo diffusif, plus contraignante est la limite. Entre $L = 1$ et $L = 15$ kpc (valeurs extrêmes), les limites à 99% varient de $5.3 \cdot 10^{-33}$ g cm^{-3} à $5.1 \cdot 10^{-34}$ g cm^{-3}. En terme de densité numérique, cela se traduit par $n_{\odot}^{PBH} = 3.9 \cdot 10^{-51}$ cm^{-3} pour $L = 3$ kpc. Il est important de donner les résultats sous l'une de ces deux formes et non pas comme un taux d'explosion, comme cela est souvent fait, car cette dernière variable n'a pas de réel sens physique : le nombre alors dérivé est totalement dépendant du seuil arbitraire de l'expérience considérée. La limite supérieure ici obtenue peut être traduite d'un point de vue cosmologique (pour la densité en unité de densité critique) en $\Omega_{PBH} \leq 4 \times 10^{-9}$.

Cette valeur très faible permet de contraindre fortement les processus susceptibles de créer des trous noirs et, en particulier, l'amplitude des fluctuations aux petites échelles dans l'Univers primordial. Ce point sera développé dans le chapitre suivant.

1.4 Gammas primaires

Outre les antiprotons, les trous noirs primordiaux en évaporation doivent également émettre des rayons gamma. Ceux-ci proviennent non seulement de l'émission directe, mais aussi de la désintégration des pions neutres. Ces derniers sont numériquement dominants dans la mesure où le nombre de degrés de liberté hadroniques est nettement plus important (78 au total pour les quarks et les gluons, en tenant compte du spin, de la charge et de la couleur) que les deux états de polarisation du photon. La gamme d'énergie la plus intéressante en gamma est au voisinage de 100 MeV, ceci pour deux raisons. D'abord parce que c'est l'énergie à laquelle le spectre intégré des trous noirs primordiaux devient plus mou et passe d'un comportement en E^{-1} à un comportement en E^{-3} (cet effet est essentiellement dû à la fragmentation des partons en pions qui change de régime au-delà de l'échelle de confinement de QCD ainsi qu'à la contribution *redshiftée* des trous noirs lointains [32]). Ensuite, parce que c'est une énergie à laquelle l'Univers est extrêmement transparent : les photons de 100 MeV voyagent pratiquement sans interaction.

Nous avons reconsidéré l'émission gamma et les contraintes qui en résultent de façon à tenir compte de nouveaux développements [33]. Le flux au niveau de la Terre peut s'écrire :

$$\frac{d^2\Phi}{dEdt} = \frac{1}{2}\int_{t_{form}}^{t_0} \left(\frac{R(t)}{R_{form}}\right)^{-3} e^{-\tau(t,E)} \int_{M_*(t)}^{\infty} \frac{d^2\phi}{dEdt}(M(t,M_i), E' = E\frac{R_0}{R})\frac{d^2n}{dM_i dV} dM_i c dt$$

où t_{form} est l'époque de formation, t_0 est l'âge de l'Univers, τ est la profondeur optique, $R(t)$ est le facteur d'échelle au temps t, R_{form} est le facteur d'échelle au temps de la formation, ϕ est le flux individuel d'un trou noir en gammas, $M_*(t)$ est la masse initiale d'un trou dont le temps de vie est $(t_0 - t)$ et $d^2n/dM_i dV$ est le spectre de masse initial. Cette relation tient compte de différents effets :

- la dilution des trous noirs depuis leur formation (rapport des facteurs d'échelle au cube).
- l'absorption des gammas (concrètement, τ est ici considérée comme infinie pour $z > 700$ et nulle pour $z < 700$ [34]).
- le décalage spectral entre le flux à l'émission et le flux à la détection.
- l'évolution des sources : $M(t) \approx (M_i^3 - 1.6 \times 10^{26} D(M_i)t)^{1/3}$ où $D(M_i)$ rend compte du nombre de degrés de liberté accessibles et est normalisé à l'unité pour les trous noirs n'émettant que des quanta sans masse [35]. Cette loi s'obtient très simplement par intégration du taux de perte de masse qui, lui-même, résulte d'une intégration du spectre de Hawking multiplié par l'énergie.

Lorsqu'on tient compte à la fois de l'émission directe et de l'émission indirecte, cela se traduit pour le spectre mesuré au niveau de la Terre, en fonction de la densité de trous noirs primordiaux, par [34] :

$$\Phi_{PBH}(100 \text{ MeV}) = 7.5 \times 10^{-6} \Omega_{PBH} \text{ GeV}^{-1}\text{cm}^{-3},$$

où Ω_{PBH} est la densité actuelle de PBH normalisée à la densité critique. Lorsque cette valeur est comparée aux mesures obtenues par le détecteur EGRET, à bord du satellite Compton, cela conduit à [34] : $\Omega_{PBH} < 1.0 \times 10^{-8}$, améliorant notablement les limites précédentes [32].

Cette approche peut être raffinée si l'on tient compte, comme nous l'avons fait pour les antiprotons, du fond gamma attendu puisque le résultat précédent se cantonne à requérir un flux venant des trous noirs primordiaux inférieur au flux expérimentalement mesuré, sans tenir compte des sources connues. En évaluant la contribution venant des blazars non résolus et de l'émission des galaxies, Pavlidou & Fields [36] ont estimé la contribution extra-galactique minimale au fond diffus gamma à 100 MeV. La première a été calculée en utilisant le modèle de Stecker-Salamon et la seconde est supposée proportionnelle au taux de formation des étoiles massives (qui est, lui-même, proportionnel au taux d'explosion des supernovae) puisqu'il est dû aux interactions des rayons cosmiques avec le gaz diffus. Ce fond vaut, à 100 MeV : $\Phi_{TH} = 5.45 \times 10^{-14}$ cm^{-3}GeV^{-1}. Nous demandons donc $\Phi_{PBH} + \Phi_{TH} < \Phi_{EGRET}$, où Φ_{EGRET} est le flux mesuré à 100 MeV [37], pour obtenir une nouvelle limite supérieure sur le flux des trous noirs, qu'il est possible de traduire en une limite supérieure sur leur densité. Afin d'évaluer celle-ci de façon conservative, la normalisation et l'indice spectral des ajustements du flux mesuré d'EGRET sont choisis (dans les barres d'erreurs) de façon à conduire au flux maximum : $\Phi_{EGRET} < 7.94 \times 10^{-14}$ cm^{-3}GeV^{-1}. Cela conduit à : $\Omega_{PBH} < 3.3 \times 10^{-9}$, ce qui constitue la meilleure limite sur la densité de trous noirs primordiaux actuellement disponible, quel que soit le canal choisi. Cette valeur est assez proche de celle obtenue dans l'étude consacrée aux antiprotons et présentée dans le chapitre précédent. Elle est néanmoins complémentaire car elle repose sur des phénomènes physiques dans une large mesure indépendants : les gammas ici considérés ne sont plus piégés dans la galaxie mais intégrés jusqu'à une fraction considérable du rayon de Hubble et la gamme de masse prépondérante est légèrement plus grande (la masse des pions neutres étant inférieure à celle des protons, le température nécessaire pour les produire est inférieure).

Il sera montré ultérieurement que ces limites supérieures peuvent se traduire en termes de limites sur la fraction de masse de l'Univers subissant un effondrement en trou noir. Avec le formalisme exposé dans le paragraphe *"Univers primordial"*, la valeur de Ω_{PBH} ici dérivée se traduit par : $\beta(M_*) < 1.3 \times 10^{-26}$ où :

$$\beta(M_H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_H(t_k)} \int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma_H^2(t_k)}}\, \mathrm{d}\delta \approx \frac{\sigma_H(t_k)}{\sqrt{2\pi}\,\delta_{min}} e^{-\frac{\delta_{min}^2}{2\sigma_H^2(t_k)}} ,$$

avec t_k le temps auquel le mode considéré ré-entre dans l'horizon, δ le contraste de densité ($\delta_{min} \approx 0.7$), M_H la masse de Hubble à t_k et $\sigma_H^2(t_k) \equiv \sigma^2(R)|_{t_k}$ où $\sigma^2(R) \equiv <(\frac{\delta M}{M})_R^2>$ est calculé avec un filtre "fenêtre" avec $R = \frac{H^{-1}}{a}|_{t_k}$. Le lien entre Ω et β est donné par [38] :

$$\Omega_{PBH}(M)h^2 = 6.35 \times 10^{16} \times \beta(M) \left(\frac{10^{15} g}{M}\right).$$

La valeur de β ainsi obtenue, très faible, montre que le contraste de densité du spectre de fluctuation était très inférieur à l'unité pour les petites échelles. Les conséquences cosmologiques directes seront données dans les chapitres suivants.

1.5 Antideutérons primaires [39]

Les sections précédentes ont montré comment les antiprotons et les gammas cosmiques permettaient d'obtenir des limites supérieures sur la densité de trous noirs primordiaux dans l'Univers contemporain. Nous proposons ici d'aller plus loin et de présenter un moyen envisageable pour procéder à une détection. L'idée [40, 31] consiste à utiliser cette fois des antideutérons, noyaux légers formés d'un antiproton et d'un antineutron. Le rapport signal bruit attendu devrait être largement supérieur pour des raisons essentiellement cinématiques : le seuil de création des $\bar{D}$ par interaction du rayonnement cosmique sur la matière interestellaire $p_{CR} + p_{ISM} \to \bar{D} + X$ est $E = 17m_p$ dans le laboratoire, soit 2.4 fois plus élevé que pour la production d'antiprotons. Le centre de masse de la réaction est donc en mouvement rapide et la probabilité de production d'un antideutéron au voisinage du repos est faible. De plus, l'énergie de liaison du noyau de deutérium est faible, ce qui rend invraisemblable les phénomènes de perte d'énergie sans destruction (cet argument est sujet à caution, il peut même sans doute être réfuté : M. Buenerd et K. Protassov, en préparation).

Pour évaluer la production d'antideutérons issus de l'évaporation de trous noirs primordiaux, il faut implémenter un modèle de coalescence dans la description du processus d'évaporation. Celui-ci rend compte de ce que si un antiproton et un antineutron sont produits au même instant avec des impulsions (vectorielles) suffisamment proches, ils peuvent donner naissance à un antideutéron. Ce modèle a été développé dans le cadre de l'étude des noyaux légers produits par interactions proton-noyau (voir [41] pour une synthèse) et se fonde sur des considérations d'espace de phase :

$$\gamma \frac{d^3 N_d}{dk_d^3} = \frac{4\pi}{3} p_0^3 \left(\gamma \frac{d^3 N_p}{dk_p^3} \right) \left(\gamma \frac{d^3 N_n}{dk_n^3} \right)$$

où p_0 est l'impulsion de coalescence qui reste un paramètre phénoménologique et γ est le facteur de Lorentz. Dans le cas qui nous intéresse, ce modèle de coalescence doit être implémenté directement dans l'étude de l'évaporation quantique et nous utilisons la procédure suivante :

- dans chaque jet hadronique simulé, les antiprotons sont recherchés
- si un antiproton est trouvé, les antineutrons sont recherchés
- si un antineutron est trouvé, les impulsions sont comparées
- si la différence des impulsions est inférieure à l'impulsion de coalescence p_0, un antideutéron est formé.

Il est important de prendre garde à ce que l'impulsion de coalescence n'est pas invariante de Lorentz et à implémenter le test, non pas dans le référentiel du laboratoire, mais dans le référentiel du centre de masse du système antiproton-antineutron. On devrait en fait parler d'ellipsoïde de coalescence dans le référentiel du laboratoire. La figure 1.10 présente, à gauche, le spectre différentiel d'antiprotons résultant de 1.9×10^8 quarks $\bar{u}$ générés à 100, 65, 50, 25 GeV et la distribution résultante d'antideutérons pour $p_0 = 160$ MeV. Le rapport entre les flux d'antideutérons et d'antiprotons est de l'ordre de 10^{-5}, ce qui n'est pas surprenant puisqu'en accord avec les rapports de sections efficaces mesurées (voir références dans [39]). Il existe néanmoins une importante dispersion des valeurs mesurées et c'est la raison pour laquelle nous n'avons pas fixé p_0 à une valeur donnée mais laissé ce paramètre libre entre 60 MeV et 280 MeV.

Le flux d'antideutérons issus de trous noirs s'écrit donc :

$$\frac{\mathrm{d}^2 N_{\bar{D}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}t} = \sum_j \int_{Q=E}^{\infty} \alpha_j \frac{\Gamma_{s_j}(Q,T)}{h} \left(e^{\frac{Q}{kT}} - (-1)^{2s_j} \right)^{-1} \times \frac{\mathrm{d}g_{j\bar{D}}(Q,E,p_0)}{\mathrm{d}E} \mathrm{d}Q$$

où $\mathrm{d}g_{j\bar{D}}(Q,E,p_0)/\mathrm{d}E$ est la fonction de fragmentation en antideutérons évaluée par implémentation du modèle de coalescence dans la simulation PYTHIA (après transformation de Lorentz). Etant donné que le nombre d'antideutérons produits est extrêmement faible, un certain nombre d'interpolations ont dû être mises en œuvre de façon à éviter un temps de calcul divergent. Il a été vérifié que leur influence est négligeable. Le spectre d'antideutérons produit est alors convolué avec le spectre de masse des PBH dans une approche similaire à celle employée pour les antiprotons. Le modèle de diffusion ensuite utilisé est directement dérivé de celui précédemment décrit. Le halo de matière noire est décrit par les différentes distributions habituelles. La modulation solaire est prise en compte avec un champ $\Phi = 500$ MV. La figure 1.10 présente, à doite, le flux d'antideutérons au niveau de l'atmosphère pour une impulsion de coalescence $p_0 = 160$ MeV, une taille de halo diffusif $L = 3$ kpc et une densité locale de trous noirs $\rho_{\odot}^{PBH} = 10^{-33}$ g cm^{-3} (autorisée par la limite supérieure donnée dans les deux sections précédentes). Cette même figure présente également le fond d'antideutérons secondaires calculé dans [31] et montre l'existence d'une large fenêtre à basse énergie pour la détection.

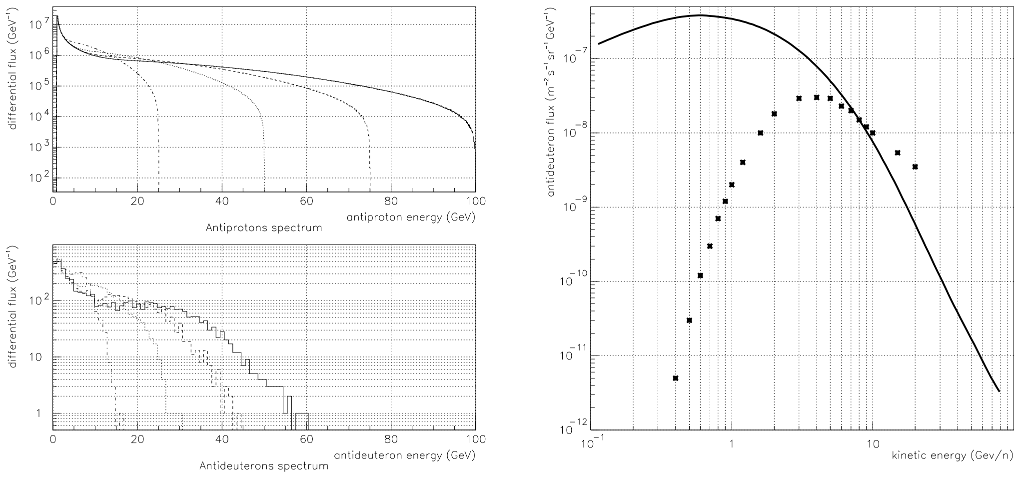

FIG. 1.10 – *Gauche : Flux d'antiprotons (haut) et d'antideutérons (bas) générés par des quarks u à 25, 50, 75 et 100 GeV. Droite : Flux d'antideutérons secondaires (points) et venant de PBH (trait) faisant apparaître une large fenêtre de détection à basse énergie.*

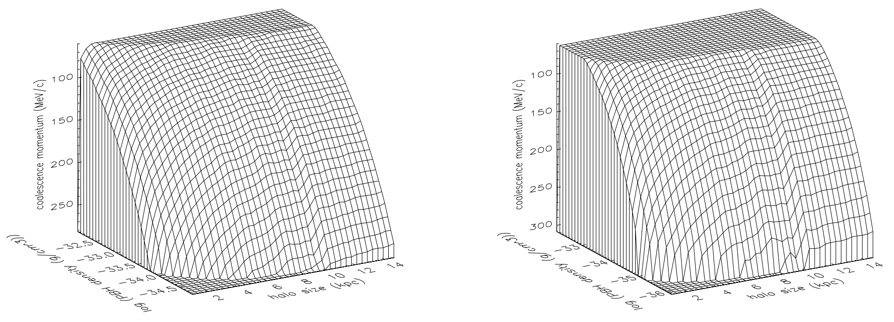

FIG. 1.11 – *Gauche : Espace des paramètres accessibles à l'expérience AMS en 3 ans de prise de données : l'épaisseur de halo diffusif varie de $L = 1$ à $l = 15$ kpc, l'impulsion de coalescence varie de $p_0 = 60$ à $p_0 =$ 285 MeV/c et la densité de PBH varie de $\rho_\odot = 10^{-35}$ g.cm^{-3}. Droite : même chose pour l'exprérience GAPS.*

La figure 1.11 présente de façon globale l'espace des paramètres $(L, p_0, \rho_\odot^{PBH})$ ainsi accessible aux futures expériences et la figure 1.12 restreint ce dernier à 2 variables lorsque la troisième est fixée à une valeur raisonnable. Il résulte de cette étude que le détecteur AMS devrait améliorer la sensibilité actuelle d'un facteur 6 environ et le détecteur GAPS d'un facteur 40 environ. Il est, de plus, important de noter que la situation est ici très différente de ce qu'elle était avec les antiprotons : la limite n'est plus d'ordre physique mais d'ordre instrumental. Alors que dans le premier cas le facteur limitant était le bruit de fond de spallation, dans ce second cas le facteur limitant est la sensibilité intégrée de l'instrument. C'est donc une nouvelle fenêtre prometteuse qui est ouverte avec les antideutérons.

Il faut néanmoins noter que la diffusion en énergie des $\bar{D}$ (*i.e.* les interactions inélastiques non-anihilantes) qui a été ici supposée négligeable sur des arguments de fragilité du noyau (l'énergie de liaison est très faible) pourrait être en fait nettement plus importante si l'on se réfère au comportement inféré de celui des protons [42]. De plus, des antideutérons pourraient être produits à plus basse énergie par la réaction $\bar{p}_{CR} + p_{ISM} \rightarrow \bar{D} + X$ [43]. Le flux incident dans cette dernière approche est très faible (puisque le rapport $\bar{p}/p$ est de l'ordre de $10^{-4} - 10^{-5}$) mais le seuil étant plus bas, elle peut contribuer significativement à la partie "sub-GeV" du spectre. Les études préliminaires sur ces deux points laissent penser que la fenêtre de détection à basse énergie demeure mais que son amplitude se trouve réduite à un ordre de grandeur environ.

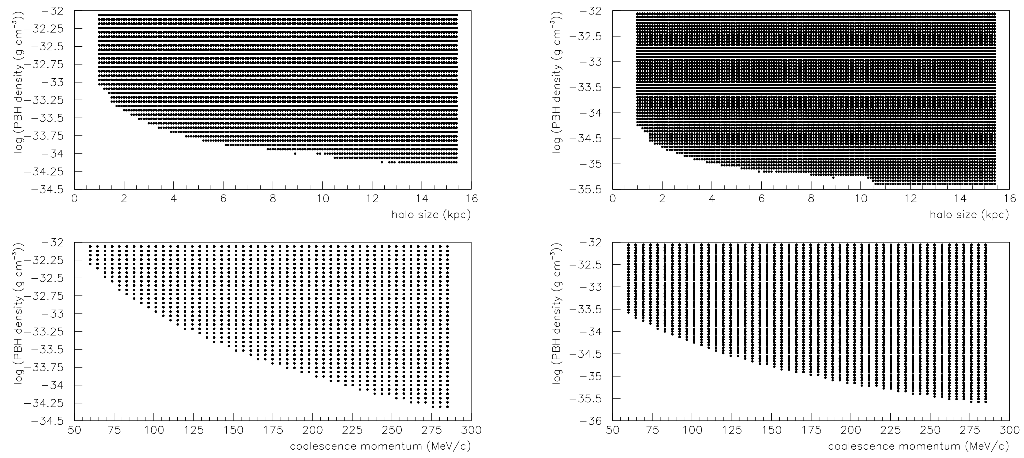

FIG. 1.12 – *Gauche : Espace des paramètres accessibles à l'expérience AMS en 3 ans de prises de données pour* $p_0 = 160$ *MeV/c (haut) et pour* $L = 3$ *kpc (bas). Droite : Même chose pour l'expérience GAPS.*

Chapitre 2

Les trous noirs primordiaux comme sonde de "nouvelle physique"

Il a été compris dès les premières études sur les trous noirs primordiaux que ces derniers pouvaient être utilisés pour rechercher des effets de nouvelle physique et obtenir des informations originales sur l'Univers primordial [44].

Ce chapitre entend essentiellement tirer parti des résultats précédemment obtenus pour parvenir à des informations nouvelles sur certains aspects importants de cosmologie ou de physique "spéculative". Les trous noirs primordiaux seront d'abord présentés comme une sonde exceptionnelle pour contraindre l'Univers primordial aux petites échelles. Ils seront ensuite considérés comme un laboratoire privilégié pour l'étude d'aspects quantiques de la gravitation et, enfin, leur possible contribution à la matière noire froide sera évoquée.

2.1 Univers primordial [45]

Il s'agit ici d'utiliser les limites supérieures précédemment obtenues sur la densité de trous noirs afin de dériver des contraintes cosmologiques. Ces dernières concernent des échelles pour lesquelles aucune autre observable n'est aujourd'hui envisagée et apportent une information nouvelle forte sur les fluctuations de l'Univers très primordial. Pour étudier ce que l'absence (ou l'extrême rareté : $\Omega_{PBH} < 3.3 \times 10^{-9}$) de petits trous noirs peut nous révéler sur le Cosmos, il faut s'intéresser aux détails du mécanisme de formation.

Le modèle cosmologique *standard* repose aujourd'hui sur une brève phase d'inflation durant laquelle le facteur d'échelle de l'Univers croît exponentiellement. Cette image est motivée par la résolution d'un certain nombre de problèmes liés au modèle classique du Big-Bang (par exemple l'isotropie du fond de rayonnement cosmologique - CMB - sur des échelles qui semblent pourtant causalement décorrélées, la platitude de l'Univers, l'augmentation considérable d'entropie, l'homogénéité à grande échelle, l'absence de monopôles magnétiques, etc.) mais repose également sur de solides bases de microphysique (brisure spontanée de symétrie pour un champ scalaire évoluant lentement à partir d'une position de "faux vide" vers le minimum autour duquel se produit la désexcitation dans le modèle de *new inflation*. En fait les modèles de type *chaotique inflation* sont plus généraux encore puisque c'est la valeur du champ lui-même qui entraîne l'inflation.). Avec la réserve toutefois que le champ en question n'a pas encore été expérimentalement mis en évidence (ni aucun champ scalaire fondamental d'ailleurs) ! Les modèles d'inflation permettent de générer des spectres de fluctuations qui rendent convenablement compte des structures dans l'Univers contemporain. Ils sont généralement proches du type Harrison-Zeldovich, c'est-à-dire invariants d'échelle (ce qui correspond à $P(k) \propto k^n$ avec $n = 1$ et k le nombre d'onde). La production de trous noirs primordiaux étant associée aux très petites échelles et donc aux grands nombres d'onde, seuls les spectres bleus, *i.e.* avec $n > 1$, peuvent produire une quantité appréciable de trous noirs primordiaux lorsqu'ils sont normalisés aux valeurs connues (sur le CMB ou les grandes structures). L'idée globale de la production des petits trous noirs est d'augmenter, quel que soit le moyen, la puissance aux petites échelles. Réciproquement, l'absence de petits trous noirs est une façon très efficace d'exclure les modèles qui généreraient un $P(k)$ important à grand k. Les dernières études combinées des expériences de mesure du CMB (en particulier Boomerang [46], Maxima [47], Archeops [48] et, bien-sûr, WMAP [126]) montrent que l'indice spectral n est très voisin de 1 : $n = 1.02 \pm 0.03$ ([50]). Extrapolée jusqu'aux très grands k cette valeur ne conduit qu'à une densité extrêmement faible de trous noirs primordiaux (il faudrait $n \approx 1.3$ pour une contribution importante des PBH à la matière noire). Il est d'ailleurs très intéressant de noter que, il y a deux ans, la limite supérieure sur n venant des trous noirs primordiaux (entre 1.24 [51] et 1.30 [52] selon les modèles) était la meilleure disponible et se trouvait plus contraignante que les mesures de COBE. Néanmoins, il est tout-à-fait naturel de supposer que le spectre ne demeure pas une simple loi de puissance $P(k) \propto k^n$ avec $n = cte$ sur des échelles si éloignées et les trous noirs primordiaux demeurent alors l'*unique* voie d'accès à laquelle on peut aujourd'hui penser pour accéder aux petites échelles (avec les ondes gravitationnelles primordiales dont la détection n'est pas envisagée dans les cinquante prochaines années). En particulier, le potentiel du champ d'inflaton peut présenter une échelle caractéristique liée, par exemple, aux énergies des théories de grande unification (GUT). Ceci conduit naturellement à une brisure d'invariance d'échelle (BSI) dans le spectre primordial. On s'intéresse ici plus spécifiquement au modèle développé par A. Starobinsky [53] où un saut dans la dérivée du potentiel interrompt le processus de roulement lent du champ et entraîne la création de particules et - éventuellement - de trous noirs primordiaux. Le spectre peut alors être calculé analytiquement et reproduit de façon convaincante un certain nombre d'observables (dont la présence possible d'une bosse dans le spectre de puissance de la matière ordinaire) [54]. Il est alors simplement dépendant de deux paramètres : la hauteur de saut p et la position k_s de l'échelle caractéristique. Dans une telle démarche, la production de trous noirs a manifestement lieu autour de cette échelle : il est donc plus intéressant de considérer ici les trous noirs formés par mécanisme d'effondrement critique [55]. Comme dans de nombreux phénomènes de physique statistique, les masses résultantes sont alors données par une relation du type $M_{PBH} \propto (p - p_c)^\gamma$ où p est un paramètre de contrôle du système, p_c est la valeur critique et $\gamma \approx 0.36$ est l'exposant (universel) du spectre.

Ce paragraphe présente comment le modèle inflationnaire BSI permet de calculer les grandeurs nécessaires à l'évaluation du spectre de masse des trous noirs, établit explicitement leur densité et montre comment les contraintes observationnelles précédentes imposent des conditions strictes sur les paramètres du modèle.

Un trou noir primordial se forme lorsque le contraste de densité δ moyenné sur un volume dont la taille est égale au rayon de Hubble ($R_H = H(t)^{-1}$) satisfait $\delta_{min} < \delta < \delta_{max}$, la masse du trou est alors égale à la masse de l'horizon M_H, *i.e.* la masse contenue dans un volume de Hubble. La valeur minimale δ_{min} se situe, selon les modèles, entre 1/3 et 0.7 [56] : elle est dictée par le fait que la densité doit être suffisante pour la création d'un trou noir (l'amplitude de la fluctuation doit surmonter la pression de Jeans).

Chaque échelle physique $\lambda(t)$ est définie par un nombre d'onde k qui évolue avec le temps selon $\lambda(t) = 2\pi a(t)/k$ où $a(t)$ est le facteur d'échelle de l'Univers. Pour une échelle donnée, le temps de "croisement de l'horizon" est conventionnellement donné par t_k tel que $k = a(t_k)H(t_k)$ (on retrouve en effet $\lambda(t_k) \sim H^{-1}(t_k)$ *i.e.* au rayon de Hubble). Il s'agit du temps auquel l'échelle considérée ré-entre dans le rayon de Hubble (après en être sortie durant l'inflation) : compte-tenu de ce qu'à l'issue de l'inflation le facteur d'échelle croît moins vite que l'horizon, ceci finit nécessairement par avoir lieu. C'est à cet instant t_k qu'un trou noir de masse voisine de $M_H(t_k)$ peut se former : les différentes "zones" de la fluctuation sont en contact causal et l'effondrement peut se produire. Il y a alors une correspondance biunivoque entre $\lambda(t_k)$, $M_H(t_k)$ et k. Il est aussi possible d'établir cette correspondance à n'importe quel autre temps t_i et de relier les quantités physiques à l'instant t_i à leurs valeurs à t_k.

Si les fluctuations primordiales obéissent à une statistique gaussienne, la densité de probabilité pour le contraste de densité δ moyenné sur une sphère de rayon R est donnée par :

$$p(\delta) = \frac{1}{\sigma(R)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(R)}},$$

où la variance $\sigma^2(R) = \left\langle \left(\frac{\delta M}{M}\right)^2_R \right\rangle$ peut se calculer en introduisant $\delta(x)$ [57], la transformée de Fourier inverse du contraste de densité δ_k. On écrit alors (par unité de volume) :

$$\sigma^2 =< \delta^2(x) >= \sum_{\mathbf{k},\mathbf{p}} < \delta_k \delta_p^* > exp(i(\mathbf{k}-\mathbf{p})\cdot\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} \sigma_k^2$$

compte-tenu de la distribution gaussienne qui conduit à $< \delta_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{p}}^* >= \eta_{\mathbf{kp}} \sigma_{\mathbf{k}}^2$ où le symbole de Kronecker est ici noté η par souci de clarté. Ce qui permet d'écrire :

$$< \delta^2(x) >= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\mathbf{k} \sigma_k^2 = \int_0^\infty \sigma_k^2 \frac{k^2 dk}{2\pi^2} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 P(k) dk$$

avec $P(k) \equiv< |\delta_k|^2 >$. Si l'on veut maintenant s'intéresser au "filtrage" par une échelle caractéristique R, on peut écrire :

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 W_k^2 P(k) dk$$

où W_k est la transformée de Fourier d'une fonction "fenêtre" $W(y)$ qui est voisine de 1 pour $|y| < R$ et de 0 pour $|y| > R$. Si l'on choisit

$$W(\mathbf{y}) = exp\left(-\frac{y^2}{2R^2}\right)$$

on obtient après quelques développements :

$$W_k = \frac{3}{(kR)^3}(sin(kR) - kRcos(kR)).$$

La démarche ici présentée se fonde sur ce formalisme et tient compte de ce que le spectre de puissance doit être évalué correctement, c'est-à-dire à l'aide d'une fonction de transfert qui décrit son évolution [58]. La densité de trous noirs primordiaux est ainsi calculée de façon exacte et normalisée aux fluctuations du fond cosmologique, ce qui permet de traduire les contraintes observationnelles en contraintes physiques sur le modèle. Nous présentons ainsi les flux d'antiprotons propagés dans la Galaxie et, en demandant qu'ils demeurent inférieurs (moyennant, bien-sûr, une étude statistique sur les erreurs) aux spectres mesurés, nous obtenons une limite supérieure sur la fraction de masse de l'Univers ayant subi un effondrement en trou noir. La valeur très faible de celle-ci ($\approx 10^{-27}$), et donc très intéressante, obtenue à des échelles de l'ordre de 10^{-15} g est nettement plus petite que la valeur de Ω_{PBH} donnée dans les chapitres précédents. Ceci simplement parce que la mesure est ici obtenue directement au moment de la formation, dans un Univers largement dominé par le rayonnement et dans lequel les trous noirs ont donc été nettement moins dilués que les photons environnants (facteur $1/R$ supplémentaire pour les modes électromagnétiques à cause du *redshift*). Nous donnons ensuite la traduction de ces résultats en termes d'amplitude de la brisure d'invariance dans le spectre de fluctuations primordial (pour différents modèles de formation et différentes valeurs de la constante cosmologique) et montrons qu'il ne peut y avoir trop de puissance à ces échelles.

Un étude quantitative des contraintes cosmologiques associées à l'absence de détection de trous noirs primordiaux requiert un calcul précis du spectre de masse des trous noirs. Nous nous plaçons donc ici dans le cadre d'une formation par processus quasi-critique [59] en présence d'une échelle caractéristique dans le spectre primordial [60]. La formation a ainsi lieu à des masses M voisines de $M_{peak} \equiv M_H(t_{k_{peak}})$, la masse de l'horizon au temps $t_{k_{peak}}$ de croisement de l'horizon – le temps t_k étant défini par $k = a(t_k)H(t_k)$. La formation suit alors la loi [59]

$$M = \kappa \; M_H(\delta - \delta_c)^\gamma \; ,$$

où κ est la normalisation, δ_c un paramètre d'ordre et γ l'exposant critique. Cela conduit à [60] :

$$\frac{d\Omega_{PBH}}{d\ln M} \equiv \frac{d\Omega_{PBH}(M, t_{k_{peak}})}{d\ln M} = \left(\gamma \; \kappa^{\frac{1}{\gamma}}\right)^{-1} \; \left(\frac{M}{M_{peak}}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}} \; p[\delta(M)].$$

Si l'on identifie le maximum par $M_{max} = \epsilon M_{peak}$, cela se traduit par

$$\frac{d\Omega_{PBH}}{d\ln M} = \epsilon^{-\frac{1}{\gamma}} \; \beta(M_{peak}) \; (1 + \frac{1}{\gamma}) \; \left(\frac{M}{M_{peak}}\right)^{1+\frac{1}{\gamma}} \exp\left[-\epsilon^{-\frac{1}{\gamma}}(1+\gamma)\left(\frac{M}{M_{peak}}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right] ,$$

$\beta(M_{peak})$ donne la probabilité qu'une région de taille comobile $R = (H^{-1}/a)|_{t=t_{k_{peak}}}$ ait un constraste de densité moyenné au temps $t_{k_{peak}}$ dans la gamme $\delta_c \leq \delta \leq \delta_{max}$

$$\beta(M_{peak}) = \int_{\delta_c}^{\delta_{max}} p(\delta, t_{k_{peak}}) \; \mathrm{d}\delta \; .$$

On en déduit alors simplement que :

$$\frac{d^2 n_i}{dM_i \; dV_i} = \frac{3M_p^2}{32\pi} \; \left(\frac{M_p}{M_{peak}}\right)^4 \; x^{-2} \; \frac{d\Omega_{PBH}}{d\ln M}(x) \; ,$$

où M_p est la masse de Planck et $x \equiv \frac{M}{M_{peak}}$. L'indice i (pour "initial") signifie que l'on évalue ces quantités au moment de la formation des trous noirs. Attention, la masse M_{peak} correspond au maximum de la variance $\sigma_H(t_k)$ et *pas* au maximum du spectre primordial lui-même. Les paramètres γ et ϵ sont donc relatifs à la formation des PBH tandis que M_{peak} et $\beta(M_{peak})$ se rapportent au spectre primordial. Pour des fluctuations primordiales gaussiennes avec une distribution $p[\delta]$, on a donc, comme expliqué précédemment :

$$p(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \; \sigma(R)} \; e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2(R)}} \; , \qquad \sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \; k^2 \; W_{TH}^2(kR) \; P(k) \; ,$$

où δ est le contraste de densité moyenné sur sphère de rayon R et $\sigma^2(R) \equiv \left\langle \left(\frac{\delta M}{M}\right)^2_R \right\rangle$ est calculé avec la fonction fenêtre décrite précédemment. Généralement, on appelle spectre primordial le spectre aux échelles "au-delà" de l'horizon à l'issue de l'inflation. Dans ce cas, la dépendance d'échelle des modes considérés n'est pas affectée par l'évolution cosmologique. Néanmoins, pour des échelles "dans" l'horizon, cela n'est plus juste et il faut tenir compte de ce que :

$$P(k,t) = \frac{P(0,t)}{P(0,t_i)} \; P(k, t_i) \; T^2(k,t) \; , \quad T(k \to 0, t) \to 1 \; ,$$

où t_i est un temps initial hors du rayon de Hubble ($k < aH$). Ainsi, le spectre $P(k)$ pour les échelles dans l'horizon doit comporter une convolution avec la fonction de transfert au temps t_k. Au moment de la ré-entrée dans l'horizon durant l'époque de domination par le rayonnement, on a ainsi :

$$\sigma_H^2(t_k) = \frac{8}{81\pi^2} \int_0^{\frac{k_e}{k}} x^3 \; F(kx) \; T^2(kx, t_k) \; W_{TH}^2(x) \; \mathrm{d}x \; , \qquad t_{k_e} \ll t_k \ll t_{eq} \; ,$$

où la fonction de transfert peut être calculée analytiquement :

$$T^2(kx, t_k) \equiv \left[\frac{9}{x^2}\left(\frac{\sin(c_s x)}{c_s x} - \cos(c_s x)\right)\right]^2 = W_{TH}^2(c_s x) = W_{TH}^2\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) \; ,$$

où $F(k) \equiv \frac{81}{16}k^3 P(k,t_k) = \frac{81}{8}\pi^2\delta_H^2(k,t_k)$, $c_s = 1/\sqrt{3}$. Finalement, $\beta(M_{peak})$ est donné par

$$\beta(M_{peak}) \approx \frac{\sigma_H(t_{k_{peak}})}{\sqrt{2\pi}\,\delta_c} e^{-\frac{\delta_c^2}{2\sigma_H^2(t_{k_{peak}})}} ,$$

avec $\sigma_H^2(t_{k_{peak}}) \equiv \sigma^2(R)\big|_{t_{k_{peak}}} \equiv \sigma^2(M_{peak})$, et l'on prend $\delta_c = 0.7$.

Pour un spectre de fluctuations primordiales d'origine inflationnaire normalisé aux grandes échelles en utilisant le CMB, les quantités M_{peak} et $\beta(M_{peak})$ peuvent être calculées numériquement. Les valeurs de γ et ϵ sont, quant-à elles, obtenues par simulation pour le spectre particulier considéré.

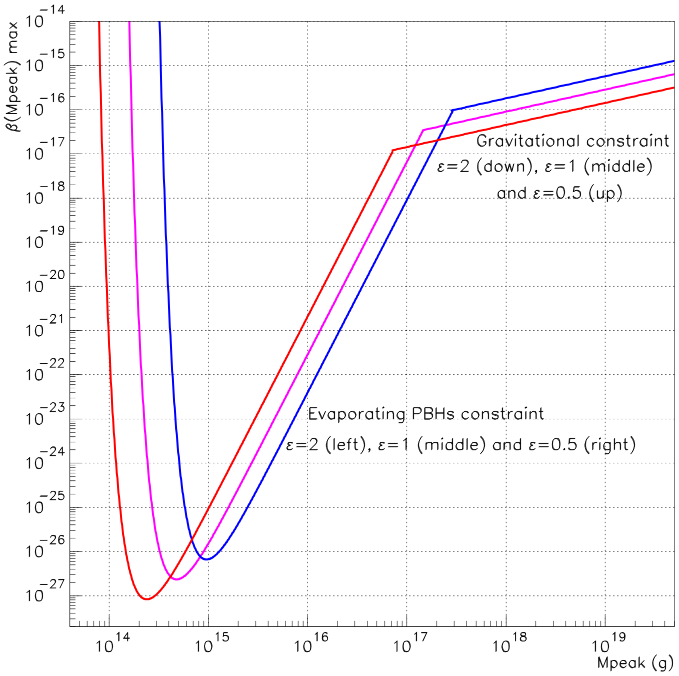

FIG. 2.1 – *Valeur maximale possible de $\beta(M_{peak})$ en fonction de M_{peak} avec $\gamma = 0.35$ et $\epsilon = 0.5,\ 1,\ 2$. La contrainte gravitationnelle est calculée de façon cohérente dans le même formalisme. La contrainte venant des antiprotons est nettement meilleure dans la région $M_* \lesssim M_s \lesssim 100M_*$.*

Une fois les paramètres du modèle ainsi fixés et les observables calculées, nous en déduisons le spectre de PBH aujourd'hui :

$$\frac{d^2n}{dM\,dV_i}(M) = \frac{M^2}{(3\alpha t + M^3)^{2/3}} \cdot \frac{d^2n_i}{dM_i dV_i}((3\alpha t + M^3)^{1/3}) ,$$

et évaluons le terme source d'antiprotons correspondant

$$\frac{d^3N_{\bar{p}}^{\odot}}{dEdtdV}(E) = \int_0^\infty \frac{d^2N_{\bar{p}}}{dEdt}(M,t_0)\frac{d^2n}{dMdV_i}dM\left(\frac{a(t_0)}{a(t_{form})}\right)^{-3}\frac{\rho_\odot}{<\rho_M>}$$

où le rapport des facteurs d'échelles entre le temps de formation et le temps présent est ajouté pour tenir compte de la dilution consécutive à l'expansion, $\rho_\odot$ est la densité locale et $<\rho_M>$ est la densité moyenne

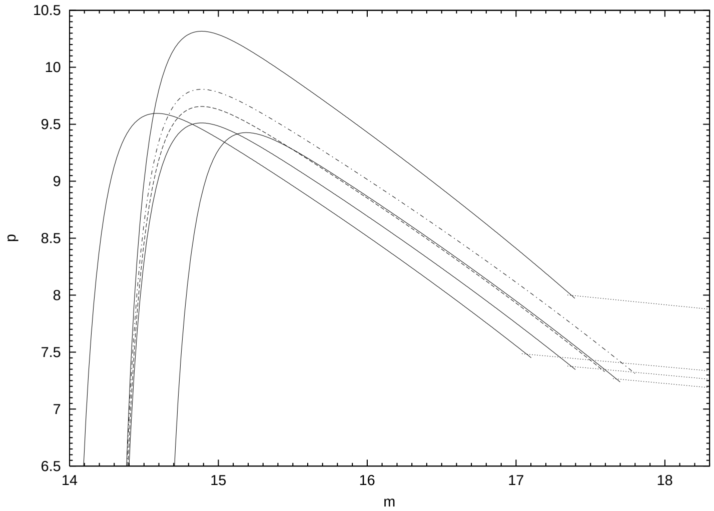

FIG. 2.2 – *Valeur minimale du paramètre inflationnaire* $10^4 \times p$ *en fonction de* $log(M_s/g)$ *où* $M_s \equiv M_H(t_{k_s})$ *et contrainte gravitationnelle (lignes droites). Pour des valeurs données de* $(\epsilon,\ \Omega_{\Lambda,0})$*, la région sous la courbe correspondante est exclue. Les trois courbes pleines en bas* ($\epsilon = 2,\ 1, 0.5$*, de gauche à droite) sont les contraintes observationnelles pour* $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$*, la courbe pleine en haut correspond à* $\Omega_{m,0} = 1$ *et* $\epsilon = 1$*. Les deux courbes en pointillés (chacune pour* $(1,\ 0.7)$*) montrent l'amélioration que les antideutérons apporteraient (en bas avec AMS, en haut avec GAPS).*

de matière. Ces derniers termes permettent de tenir compte de la sur-densité locale. Le terme d'émission est calculé avec la méthode exposée au chapitre précédent :

$$\frac{\mathrm{d}^2 N_{\bar{p}}}{\mathrm{d}E\mathrm{d}t} = \sum_j \int_{Q=E}^{\infty} \alpha_j \frac{\Gamma_{s_j}(Q,T)}{h} \left(e^{\frac{Q}{kT}} - (-1)^{2s_j}\right)^{-1} \times \frac{\mathrm{d}g_{j\bar{p}}(Q,E)}{\mathrm{d}E}\mathrm{d}Q \ .$$

Les antiprotons ainsi produits sont ensuite propagés par le modèle présenté dans le premier chapitre de ce ménoire. Les erreurs astrophysiques et nucléaires sont prises en compte, ainsi que la réaccélération diffusive, le terme secondaire et le terme tertiaire. Pour chaque jeu de paramètres inflationnaires, le flux généré au niveau de l'atmosphère terrestre est comparé aux mesures et une analyse par maximum de vraisemblance permet d'en déduire une limite supérieure présentée sur la figure 2.2. On voit que pour des masses de l'ordre de $M_{peak} \approx 10^{15}$ g, la valeur maximale de la fraction de masse de l'Univers ayant formé des trous noirs est extrêmement petite : $\beta < 10^{-26}$. Les PBH, en tant que sonde cosmologique, permettent donc d'exclure une puissance importante (et même, en fait, très peu importante) sous forme de fluctuations présentant un contraste de densité voisin de 0.5. Ils sont, sans aucun doute, parmi les objets de l'Univers dont on est en mesure de contraintre la densité avec la plus grande sensibilité (précisément parce qu'ils ne sont pas noirs *du tout*!). Cette limite très contraignante sur β peut alors être traduite en une limite sur le paramètre de brisure d'invariance d'échelle p du spectre primordial (par définition, le rapport des puissances des grandes aux petites échelles vaut p^2). Il est borné inférieurement à 10^{-3} pour des masses caractéristiques $M_s \approx 10^{15}$ g. Evidemment, cette limite est loin de la valeur attendue dans un modèle simple de type Harrison-Zeldovitch et donc assez peu étonnante. Mais elle demeure l'unique sonde aujourd'hui imaginée pour contraindre la puissance aux petites échelles dans l'Univers pimordial.

2.2 Gravité de corde [61]

Ce paragraphe s'intéresse à la fin de vie des trous noirs primordiaux et présente un modèle, spéculatif mais cohérent, pour rendre compte du comportement lorsque la masse devient très petite.

L'évaporation de Hawking devient divergente lorsque la masse du trou noir tend vers zéro. En effet, le spectre de masse s'écrivant $\frac{dM}{dt} \propto -\frac{1}{M^2}$ (comme montré dans le premier paragraphe de ce chapitre), on voit bien que $\lim_{M\to 0} \frac{dM}{dt}$ n'est pas définie. De plus, dans cette image, l'évaporation complète conduirait sans doute à une singularité nue qui contredirait le principe de *censure cosmique* de Penrose. Le formalisme habituel ne peut plus s'appliquer lorsque la masse devient de l'ordre de la masse de Planck. La description quasi-classique est inadaptée et les phénomènes de gravité quantique doivent être pris en compte.

Étant donné que la Relativité Générale n'est pas une théorie renormalisable, sa quantification directe est impossible. Pour construire une théorie semi-classique de la gravitation, à titre de modèle provisoire, le lagrangien standard doit être généralisé. Une des approches possibles consiste à étudier un développement de l'action en courbure scalaire, c'est-à-dire à autoriser des corrections de courbure d'ordres élevés. Cette démarche considère que dans le régime asymptotique, telle que se présente la gravitation en cosmologie ou en astrophysique, seul le terme d'ordre le plus bas contribue et la théorie d'Einstein est bien vérifiée. Mais lorsque l'on considère des phénomènes qui prennent naissance au voisinage immédiat d'un petit trou noir, *i.e.* dans une zone où la courbure de l'espace-temps est très élevée, les termes d'ordres supérieurs doivent intervenir. Nous nous focalisons ici, d'un point de vue phénoménologique, sur le terme de second ordre (il a été montré que les ordres supérieurs ne changent, qualitativement, pas le résultat, *cf.* plus loin) appelé "invariant de Gauss-Bonnet" :

$$S_{GB} = R_{ijkl}R^{ijkl} - 4R_{ij}R^{ij} + R^2.$$

Il existe plusieurs façons de justifier la forme de ce terme [62]. On peut le voir comme une simple extension au second ordre à partir des tenseurs de Riemann et de Ricci et du scalaire de Ricci dont les coefficients sont dictés par la loi de Landau [63]. On peut aussi, plus spécifiquement, noter que ce terme apparaît comme la correction quantique dominante dans l'action des théories de cordes hétérotiques [64]. Il représente de plus, à cinq dimensions, la seule combinaison invariante de termes conduisant à des équations de champ du second ordre en tenseur métrique [65] [66]. Il a même été montré, dans le cadre des approches multi-dimensionnelles, que le *mode-zéro* du graviton est localisé sur le *brane* quand ce terme est inclus dans l'action du *bulk* [67]. Enfin, le terme de *Gauss-Bonnet* est aujourd'hui très étudié en cosmologie [68], en particulier dans les modèles Randall-Sundrun de type II (équivalents à une gravité à quatre dimensions couplée à une théorie de champ conforme par la correspondance AdS/CFT [69]) où un *brane* isotrope et homogène se propage au sein d'un espace Schwarzschild-Anti-de Sitter à cinq dimensions [93]. En résumé, il est l'une des extensions de la relativité d'Einstein les plus prometteuses et se retrouve à partir de plusieurs approches indépendantes dont certaines sont *modèle indépendantes*.

Partant donc de ce modèle (où le terme de *Gauss-Bonnet* est dynamiquement couplé à un champ scalaire - considéré ici comme le champ de dilaton puisque le couplage est imposé par les théories de cordes), nous nous intéressons à l'étude de la fin de vie des trous noirs primordiaux. Nous montrons d'abord que la loi d'évaporation de Hawking doit être fortement modifiée au voisinage de la masse de Planck. La nouvelle forme du spectre émis est calculée à partir de l'approximation WKB, en prenant la partie imaginaire de l'action (de façon analogue à l'effet tunnel). Pour ce faire, nous nous plaçons dans les coordonnées de Painlevé qui, à la différence de celles de Schwarzschild, évitent la singularité de coordonnées en $R = R_S$, et nous paramétrons les fonctions "correctives" par rapport au comportement asymptotique de Schwarzschild. Le taux de perte de masse présente, dans cette approche, une forme très caractéristique avec un maximum nettement marqué puis une lente décélération correspondant à la vie *post-mortem* du trou noir durant laquelle sa température augmente mais l'énergie des quanta émis diminue [71]. Intuitivement, on peut comprendre ce comportement en imaginant que la température correspond en fait à l'énergie des particules qui se couplent le plus naturellement avec le trou noir (*i.e.* dont la longueur d'onde Compton est de l'ordre du rayon gravitationnel). Elle ne peut donc qu'augmenter au cours de l'évaporation. En revanche, l'énergie moyenne des quanta émis commence à diminuer à partir du moment où la limite topologique qui impose une masse minimale en dessous de laquelle le trou noir

ne peut pas transiter [72] tronque la distribution naturelle de probabilité. Tout se passe comme si le trou noir "essayait" d'émettre un quantum toute les 10^{-43} s (soit 10 t_{Pl} si l'on considère, par exemple, que sa masse est de l'ordre de 10 M_{Pl}) mais que l'immense majorité du spectre naturel lui était quantiquement interdit : seul dans le cas où l'évènement "tombe" dans la petite portion pour laquelle l'évaporation peut avoir lieu (*i.e.* conduisant à une masse supérieure à la masse minimale), le quantum est émis et la masse diminue, rendant la prochaine itération moins probable encore et l'énergie moyenne plus faible.
Le flux intégré de ces reliques est calculé au niveau de la Terre en supposant une distribution spatiale standard, en tenant compte du décalage spectral et, surtout, de l'évolution des sources qui, lorsqu'elles sont éloignées, sont vues dans un état plus précoce de leur vie. Cette compétition entre des effet antagonistes (le décalage spectral diminue l'énergie alors que la précocité favorise l'émission à haute énergie) conduit à un spectre intégré de forme très particulière dont l'éventuelle détectabilité est étudiée.

L'approche présentée dans ce paragraphe vise donc à montrer que les trous noirs primordiaux pourraient être les seuls objets de l'Univers contemporain nécessitant un traitement quantique de la gravitation. Ils représenteraient un laboratoire de physique inespéré. Beaucoup d'aspects de leur évaporation, en particulier dans la région de Planck, demeurent extrêmement spéculatifs mais un modèle cohérent commence à émerger. En particulier, il est important de noter qu'une approche très différente dans son principe, fondée sur l'évolution de la constante de couplage gravitationnelle sous l'effet du groupe de renormalisation [73], conduit à des résultats remarquablement similaires à ceux présentés ici.

L'action gravitationnelle est donc ici supposée décrite par :

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[-R + 2\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \lambda\xi(\phi)S_{GB} + \dots\right],$$

où λ est la constante de couplage de la théorie de cordes sous-jacente. Si l'on considère que ϕ est le champ dilatonique, la fonction de couplage $\xi(\phi)$ est fixée par les principes fondamentaux des modèle de cordes et doit s'écrire [74, 75] $\exp(-2\phi)$, ce qui conduit à :

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[-R + 2\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \lambda e^{-2\phi}S_{GB} + \dots\right].$$

Partant de ce Lagrangien, une solution de type trou noir statique, à symétrie sphérique et asymptotiquement plate est recherchée. Pour ce faire, la métrique est paramétrisée par [63] :

$$ds^2 = \Delta dt^2 - \frac{\sigma^2}{\Delta}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \tag{2.1}$$

avec $\Delta = \Delta(r)$, $\sigma = \sigma(r)$. Le développement asymptotique des solutions autour de la forme de Schwarzshild s'écrit :

$$\begin{aligned}
\Delta(r \to \infty) &= 1 - \frac{2M}{r} + O\left(\frac{1}{r}\right), \\
\sigma(r \to \infty) &= 1 - \frac{1}{2}\frac{D^2}{r^2} + O\left(\frac{1}{r^2}\right), \\
\phi(r \to \infty) &= \frac{D}{r} + O\left(\frac{1}{r}\right),
\end{aligned}$$

où D est la charge dilatonique (*cf.* [63]). Une solution conduisant à un horizon régulier de type quasi-Schwarzshild est obtenue par simulation numérique et le comportement au voisinage de l'horizon se paramétrise :

$$\begin{aligned}
\Delta &= d_1(r - r_h) + d_2(r - r_h)^2 + \dots, \\
\sigma &= s_0 + s_1(r - r_h) + \dots, \\
\phi &= \phi_{00} + \phi_1(r - r_h) + \phi_2(r - r_h)^2 + \dots,
\end{aligned} \tag{2.2}$$

où $(r - r_h) \ll 1$, s_0, $\phi_0 = e^{-2\phi_{00}}$ et r_h sont trois paramètres indépendants. Après résolution des équations au premier ordre de perturbation, on obtient la limite suivante sur le rayon minimal possible d'un trou noir [63] :

$$r_h^{inf} = \sqrt{\lambda}\ \sqrt{4\sqrt{6}}\phi_h(\phi_\infty), \tag{2.3}$$

où λ est une combinaison des constantes de couplages (c'est donc un paramètre *fondamental*) et $\phi_h(\phi_\infty)$ est la valeur du champ de dilaton à r_h. Ce phénomène est illustré sur la figure 2.3 à gauche pour la fonction métrique Δ : quand l'horizon devient trop petit la structure des solutions change et ne conduit plus à une solution de type trou noir. Des valeurs raisonnables de ces grandeurs (enfin, disons "heuristiquement" raisonnables car aucune théorie ne peut réellement conduire à des prédictions fiables dans ce secteur) conduisent à une masse minimale voisine de quelques masses de Planck. Il est important de noter que ce résultat est stable sous l'effet de perturbations temporelles et, surtout, sous l'effet de l'ajout de termes d'ordres supérieurs en courbure qui peuvent être calculés analytiquement jusqu'à l'ordre 4 :

$$L_3 = 3R^{\mu\nu}_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta}_{\lambda\rho}R^{\lambda\rho}_{\mu\nu} - 4R^{\mu\nu}_{\alpha\beta}R^{\lambda\beta\rho}_{\nu}R^{\alpha}_{\rho\mu\lambda} + \frac{3}{2}RR^2_{\mu\nu\alpha\beta} + 12R^{\mu\nu\alpha\beta}R_{\alpha\mu}R_{\beta\nu} + 8R^{\mu\nu}R_{\nu\alpha}R^{\alpha}_{\mu} - 12RR^2_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}R^3,$$

et

$$L_4 = \zeta(3)\left[R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\alpha\nu\rho\beta}\left(R^{\mu\gamma}_{\delta\beta}R^{\delta\sigma}_{\alpha\gamma}\right)\right] - \xi_h\left[\frac{1}{8}\left(R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta}\right)^2 + \frac{1}{4}R^{\gamma\delta}_{\mu\nu}R^{\rho\sigma}_{\gamma\delta}R^{\gamma\delta}_{\rho\sigma}R^{\mu\nu}_{\gamma\delta} - \frac{1}{2}R^{\alpha\beta}_{\mu\nu}R^{\rho\sigma}_{\alpha\beta}R^{\mu}_{\sigma\gamma\delta}R^{\nu\gamma\delta}_{\rho}\right.$$

$$\left. - R^{\alpha\beta}_{\mu\nu}R^{\rho\nu}_{\alpha\beta}R^{\gamma\delta}_{\rho\sigma}R^{\mu\sigma}_{\gamma\delta}\right] - \frac{1}{2}\xi_B\left[\left(R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta}\right)^2 - 10R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\sigma}R_{\sigma\gamma\delta\rho}R^{\beta\gamma\delta\rho} - R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\rho}_{sigma}R^{\beta\sigma\gamma\delta}R^{\alpha}_{\delta\gamma\rho}\right]$$

ne changent pas le comportement. Ils correspondent, respectivement, aux contractions, d'ordre 3 et d'ordre 4 en courbure scalaire, réalisables à partir du tenseur de Riemann et ne conduisant pas à des particules "fantômes". Etant donné que les modifications topologiques associées à ces termes sont situées à l'intérieur [76] de l'horizon, elles ne modifient pas la structure des soltutions et n'entrent pas en conflit avec le résultat précédent. Les simulations numériques montrent que les termes d'ordres supérieurs augmentent (et donc stabilisent) la valeur de la masse minimale.

Dans l'approximation WKB, le processus d'évaporation de Hawking est décrit localement autour de l'horizon. On peut alors utiliser un développement au premier ordre des fonctions métriques suivant la définition précédemment donnée :

$$\Delta(M,r) = 1 - \frac{2M}{r}\epsilon(M) = \frac{1}{2M\epsilon}(r - 2M\epsilon(M)), \sigma(M,r) = \sigma_0(M).$$

Pour procéder à une évaluation numérique, nous avons procédé à un ajustement des fonctions simulées par un développement de Taylor en M et $1/M$, valide entre $M = M_{min} =$ *quelques* M_{Pl} et $M \approx 1000M_{Pl}$:

$$\epsilon = 1 - \frac{\epsilon_1}{M} - \frac{\epsilon_2}{M^2} + \frac{\epsilon_3}{M^3} - \frac{\epsilon_4}{M^4},$$

$$\sigma_0 = \sigma_2(M - M_{min})^2 - \sigma_3(M - M_{min})^3 + \sigma_4(M - M_{min})^4 - \sigma_5(M - M_{min})^5,$$

où (pour $M_{min} = 10M_Pl$), les coefficients obtenus sont : $\epsilon_1 = 10.004$, $\epsilon_2 = 13.924$, $\epsilon_3 = 2856.3$, $\epsilon_4 = 25375.0$, $\sigma_2 = 0.11933 * 10^{-04}$, $\sigma_3 = 0.30873 * 10^{-07}$, $\sigma_4 = 0.30871 * 10^{-10}$, $\sigma_5 = 0.11051 * 10^{-13}$. Ces résultats peuvent maintenant être utilisés pour évaluer le flux de Hawking modifié dans la région des faibles masses. Suivant l'approche de [77], on peut calculer la partie imaginaire de l'action (c'est le traitement WKB de l'effet tunnel) entre les rayons r_{in} et r_{out} :

$$Im(S) = Im\int_M^{M-\omega}\int_{r_{in}}^{r_{out}}\frac{dr}{\dot{r}}dH,$$

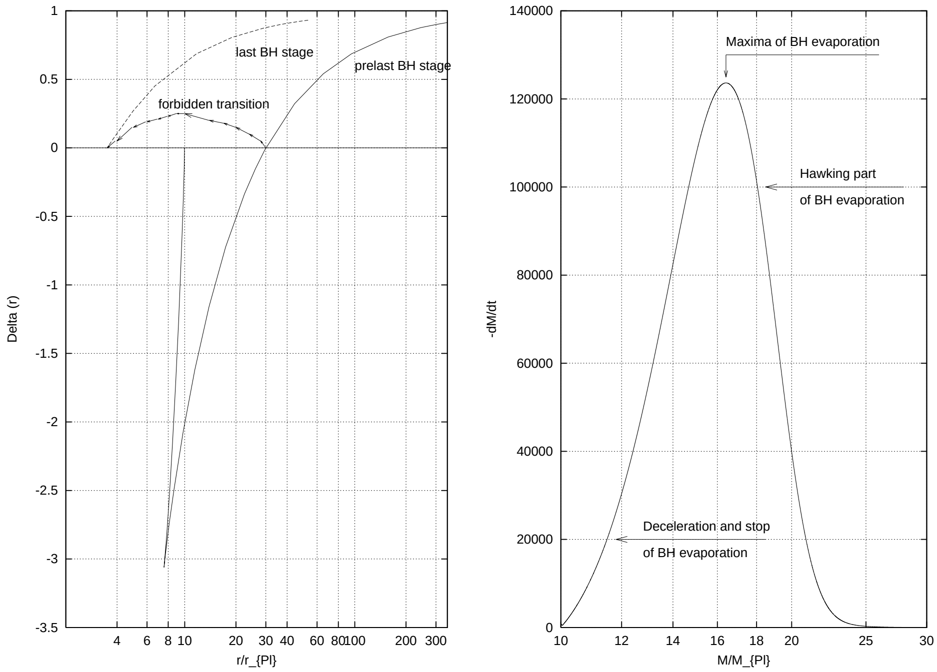

FIG. 2.3 – *Gauche : Illustration d'une transition topologiquement interdite. Droite : Forme du taux de perte de masse pour un trou noir de Gauss-Bonnet.*

où ω est l'énergie de la particule considérée, H est l'Hamiltonien total et la métrique est écrite de façon à éviter toute singularité à l'horizon. Nous utilisons les coordonnées de Painlevé (précisément non divergentes en r_h, la divergence qui apparaît dans les coordonnés de Schwarshlid n'est qu'une singularité apparente due au système choisi). On peut encore écrire :

$$Im(S) = Im \int_{r_{in}}^{r_{out}} p_r \, dr = Im \int_{r_{in}}^{r_{out}} \int_0^{p_r} p'_r \, dr,$$

où p_r est l'impulsion généralisée. Pour un trou noir de Gauss-Bonnet, les géodésiques sont données par :

$$\dot{r} = \frac{dr}{d\tau} = \frac{\Delta}{\sqrt{\sigma^2 - \Delta} \mp \sigma} = \mp\sigma - \sqrt{\sigma^2 - \Delta},$$

ce qui conduit à :

$$Im(S) = Im \int_M^{M-\omega} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{dr}{\dot{r}} dH = Im \int_0^{\omega} \int_{r_{in}}^{r_{out}} \frac{dr}{\sigma - \sqrt{\sigma^2 - \Delta}} (-d\omega') = -Im \int_0^{\omega} \int_{2M\epsilon}^{2(M-\omega)\epsilon} \frac{dr d\omega'}{\sigma - \sqrt{\sigma^2 - \Delta}}.$$

Après les changements de variables appropriés et un peu d'algèbre, la partie imaginaire de l'action s'écrit :

$$Im(S) = -Im \int_0^{\omega} d\omega' \left(\int_{2M\epsilon}^{2(M-\omega')\epsilon} \frac{dr}{\sigma - \sqrt{\sigma^2 - \Delta}} \right) = -Im \int_0^{\omega} d\omega' \left(\int_{2M\epsilon}^{2(M-\omega')\epsilon} \frac{dr}{\sigma - \sqrt{\sigma^2 - \frac{r}{2(M-\omega')\epsilon} + 1}} \right)$$

$$= - \int_0^{\omega} d\omega' \left(4(M - \omega')\epsilon\sigma\pi\right).$$

Ce qui se simplifie numériquement en :

$$2Im(S) = \frac{840\pi}{M^2(M-\omega)^2}\alpha,$$

où α est une expression dont la longueur dépasse quelques pages mais qui se calcule (heureusement !) très bien par une machine. Pour des valeurs raisonnables de M_{min} et en utilisant les développements de Taylor précédement mentionnés, on peut approximer $Im(S)$ par :

$$Im(S) = k * (M - M_{min})^3,$$

où $k \approx 5 \times 10^{-4}$ en unités de Planck (cf [61] pour une illustration de la qualité de l'estimation).

Le spectre différentiel peut alors s'écrire :

$$\frac{d^2N}{dEdt} = \frac{\Gamma_s}{2\pi\hbar} \cdot \frac{\Theta((M-M_{min})c^2 - E)}{e^{Im(S)} - (-1)^{2s}}.$$

où nous avons ajouté à l'approche de [77] une fonction Θ de Heavyside qui assure la conservation de l'énergie dans le domaine des très faibles masses. Dans la suite de ce chapitre, j'utilise les unités conventionnelles (SI) et non plus les unités de Planck dans la mesure ou l'objectif n'est plus maintenant de fixer le cadre théorique mais d'estimer des valeurs expérimentales. Deux questions doivent ici être résolues : quels types de champs seront émis (et, corrélativement, quelles fonctions de couplage Γ doivent être utilisées) et quelle gamme de masses est physiquement intéressante ? Pour y répondre, le taux de perte de masse doit être calculé :

$$-\frac{dM}{dt} = \int_0^{(M-M_{min})c^2} \frac{d^2N}{dEdt} \cdot \frac{E}{c^2} dE$$

où l'intégration est menée jusqu'à $(M - M_{min})c^2$ pour s'assurer que la transition sous M_{min} demeure impossible. Les probabilités d'absorption peuvent clairement être prises dans la limite $GME/\hbar c^3 \ll 1$ étant donné le *cut-off* imposé par M_{min} qui empèche d'atteindre les énergies thermiques de l'ordre de kT. En utilisant les formules analytiques des Γ_s dans l'approximation des faibles énergies [78] et le développement asymptotique de $Im(S)$ dérivé au paragraphe précédent, on obtient :

$$-\frac{dM}{dt} \approx \frac{16}{9\pi} \frac{G^4 M_{Pl}}{\hbar^5 c^2 k} M^4 (M - M_{min})^3$$

pour l'émission de particules de spin 1, dont il est aisé de montrer qu'elle domine celle des particules de spins 1/2 et 2. Il est intéressant de noter que l'émission des fermions autour de M_{min} n'est pas considérablement modifiée par le modèle EDGB (Einstein-Dilaton-Gauss-Bonnet), étant donné qu'à l'ordre le plus bas, $\exp(Im(S)) - (-1)^{2s} \approx 2$. De plus, si l'on se restreint aux champs sans masse (*i.e.* à l'émission très proche de M_{min}), le terme EDGB change la nature des particules les plus abondamment émises des neutrinos aux photons. Le taux de perte de masse réel est donc simplement le double de celui donné ici pour tenir compte des deux états d'hélicité du photon.

Avec l'expression obtenue $-dM/dt = f(M)$, il est possible de calculer la masse M pout tout temps t après la formation à la masse initiale M_{init} :

$$t = \int_M^{M_{init}} \frac{dM}{f(M)} \approx \frac{9\pi k \hbar^5 c^2}{32 G^4 M_{Pl}^3}.$$

Comme attendu, le résultat ne dépend pas de M_{init} puisque le temps requis pour passer de M_{init} a quelques M_{min} est très petit devant celui nécessaire pour passer de M_{min} à M dès que $M_{init} << 10^{15}$ g et $t \approx 10^{17}$ s. Au temps t, la masse est donc donnée par :

$$M \approx M_{min} + \sqrt{\frac{9k\pi\hbar^5c^2}{8M_{min}^4 G^4 M_{Pl}^3 t}}.$$

Ce qui peut être implémenté dans l'expression du spectre d'émission :

$$\frac{d^2N}{dEdt} \approx \frac{32}{3\pi}\left(\frac{8}{9\pi}\right)^{\frac{3}{2}} G^{10}\hbar^{-\frac{25}{2}}c^{-15}M_{Pl}^{\frac{15}{2}}M_{min}^{10}k^{-\frac{5}{2}} \times t^{\frac{3}{2}}E^4\Theta\left(\sqrt{\frac{9k\pi\hbar^5c^6}{8M_{min}^4G^4M_{Pl}^3t}} - E\right)$$

conduisant à une fréquence d'émission de

$$f = \int_0^{(M-M_{min})c^2} \frac{d^2N}{dEdt}dE \approx \frac{36}{15}\cdot\frac{1}{t}.$$

Quand on applique cette démarche à des reliques de trous noirs formées dans l'Univers primordial, cela conduit à $f \approx 6 \times 10^{-18}$ Hz avec des énergiee typiques de l'ordre de 1.8×10^{-6} eV. Ce taux d'émission est très petit (en fait, il est intéressant de noter que la capacité calorifique du trou noir change de signe !) puisqu'il correspond à une évaporation en photons dont la longueur d'onde est beaucoup plus grande que le rayon gravitationnel du PBH. Il faut néanmoins souligner que le spectre présente un comportement monotoniquement croissant (jusqu'au *cutoff*) avec une dépendance en E^4, ce qui est tout-à-fait singulier en astrophysique (et témoigne du couplage naturel du trou noir). De plus, cela montre que, bien que de faible intensité, l'évaporation ne s'arrête jamais et décroit en $1/\sqrt{t}$. La différence entre ce modèle et la vision habituelle (théorie de Hawking simple) est présentée à la figure 2.3 à droite.

Pour évaluer l'éventuelle détectabilité expérimentale de ce phénomène, nous définissons : R la distance entre la source et l'observateur, z le *redshift* correspondant, θ l'angle d'ouverture du détecteur, $d^2N/dEdt(E,t)$ le flux individuel d'une relique de trou noir (tel qu'évalué dans cette étude) au temps t, $\rho(r)$ la densité numérique de reliques prenant en compte la dilution due à l'expansion de l'Univers, R_{max} l'horizon cosmologique dans la gamme d'énergie considérée, t_{univ} l'âge de l'Univers et H le paramètre de Hubble. Le spectre "expérimental" F ($\mathrm{J}^{-1}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{sr}^{-1}.\mathrm{m}^{-2}$) s'écrit :

$$F = \int_0^{Rmax} \frac{d^2N}{dEdt}\left(E(1+z), t_{univ} - \frac{R}{c}\right) \times \frac{\rho(R)\cdot\pi R^2 tan^2(\theta)}{4\pi R^2}\mathrm{d}R,$$

ce qui conduit à :

$$F = tan^2(\theta)\frac{8}{3\pi}\left(\frac{8}{9\pi}\right)^{\frac{3}{2}} G^{10}\hbar^{-\frac{25}{2}}c^{-15}M_{Pl}^{\frac{15}{2}}M_{min}^{10} \times k^{-\frac{5}{2}}E^4\int_0^{R_{max}}\rho(R)\left(\frac{1+\frac{HR}{c}}{1-\frac{HR}{c}}\right)^2 (t_{univ} - \frac{R}{c})^{\frac{3}{2}}$$

$$\times\Theta\left(\sqrt{\frac{9k\pi\hbar^5c^6}{8M_{min}^4G^4M_{Pl}^3(t-\frac{R}{c})}} - E\sqrt{\frac{1+\frac{HR}{c}}{1-\frac{HR}{c}}}\right)\mathrm{d}R.$$

Cette intégrale, qui tient compte à la fois de ce que les reliques formées loin de la Terre sont à des stades plus précoces de leur évolution (effet vers les hautes énergies) et de ce que le décalage spectral est plus important (effet vers les basses énergies) peut être analytiquement calculée. Elle conduit alors, pour $\Omega_{reliques} = \Omega_{CDM} \approx 0.3$, à $F \approx 1.1 \cdot 10^7$ J^{-1} s^{-1} m^{-2} sr^{-1} autour 10^{-6} eV, ce qui est extrêmement petit, environ 20 ordres de grandeur en-dessous du fond astrophysique. Ceci ferme la porte à toute possibilité de mise en évidence directe de l'émission de ces reliques. Réciproquement, cela ouvre une voie naturelle à les considérer comme un excellent candidat à la matière noire froide ! L'enjeu de cette étude était néanmoins avant tout purement théorique et concernait le problème de la fin de vie qui trouve ici une réponse possible.

2.3 Matière noire [79]

Ce chapitre (re)considère les trous noirs primordiaux (pas nécessairement dans le cadre de l'approche EDGB présentée ci-dessus, mais en toute généralité) comme candidats à la matière noire froide dans le contexte des modèles cosmologiques présentant une brisure d'invariance d'échelle dans le spectre de puissance primordial, c'est-à-dire en relâchant la contrainte habituelle $n = 1$. Des approches analytiques permettent de lier directement et simplement la singularité du potentiel du champ d'inflaton aux caractéristiques du spectre [53] et rendent bien compte d'un certain nombre d'observations [54] tout en généralisant les conditions canoniques des modèles inflationnaires [53]. Les résultats que nous présentons ici ne sont pas en contradiction avec les valeurs très faibles ($\Omega_{PBH} < 4 \times 10^{-9}$) données dans le chapitre *"Comment traquer les trous noirs primordiaux"*. En effet, celles-ci résultaient d'une grande sensibilité observationnelle aux trous noirs dont la masse se situe autour de $M_* \approx 10^{15}$ g. Nous nous intéressons maintenant au cas où le spectre de masse des trous noirs permet d'échapper à cette limite. L'étude précédente garde néanmoins tout-à-fait son sens à partir du moment où on la considère comme une mesure locale autour de M_*. Les contraintes cosmologiques qui en résultaient (paragraphe *"Univers primordial"*) sont donc valides et indépendantes des considérations ici présentées.

Dans un premier temps, nous prenons en compte la limite supérieure sur la température de *"reheating"* dérivée de la désintégration des gravitinos. En effet, dans les modèles supersymétriques de type mSUGRA (où la brisure spontanée de supersymétrie a lieu dans un secteur caché qui communique avec le secteur visible par la gravité uniquement), la masse du gravitino est attendue dans la gamme 100 GeV - 1 TeV (*i.e.* autour de l'échelle électrofaible) [81]. Or, dans ce cas, les gravitinos produits dans le bain thermique à l'issue de l'inflation vont se désintégrer en photons (et photinos) dont le nombre et l'énergie entrent en conflit avec la nucléosynthèse (voir, par exemple [82] ou [84] pour des revues). Pour échapper à ce problème (à l'origine d'un grand nombre de développements dans les théories inflationnaires), la température de *reheating* doit être inférieure à environ 10^8 GeV (cette limite peut être légèrement relâchée si l'on considère que le rapport de branchement des gravitinos en photons n'est pas unitaire, mais elle demeure dans cet ordre de grandeur).

Or, cette limite se traduit par une masse de l'horizon M_H à la fin de l'inflation relativement grande, en tous cas plus grande que M_*. Les trous noirs primordiaux éventuellement formés avant l'inflation étant aujourd'hui en quantités négligeables à cause de la dilution exponentielle, il en résulte que leur spectre de masse, quelle que soit sa forme, doit être coupé en dessous de M_H. Les limites émanant de la détection des gammas et antiprotons sont donc naturellement évitées sans recourir à un subterfuge. En utilisant le formalisme développé au chapitre 2.1 de ce mémoire et le lien entre la densité totale et la fraction de masse [52]

$$\Omega_{PBH,0}(M_{PBH}) \approx 1.3 \times 10^{17} \beta(M_{PBH}) \left(\frac{10^{15}\ \mathrm{g}}{M_{PBH}} \right)^{\frac{1}{2}} ,$$

on peut calculer l' amplitude du saut dans le spectre primordial permettant de conduire à une densité $\Omega_{PBH,0}$ de trous noirs (en unité de densité critique) aujourd'hui :

$$p \approx \frac{\sigma_H^{COBE}}{\delta_{min}} \sqrt{LW \left\{ \frac{1.7 \times 10^{34}}{2\pi \Omega^2_{PBH,0}} \left[\frac{10^{15}\ \mathrm{g}}{M_{H,e}} \right] \right\}},$$

où LW est la fonction LambertW (définie par $LW(xe^x) = x$) et $M_{H,e}$ est la masse de Hubble à l'instant considéré. On rappelle que le rapport de la puissance entre les grandes et les petites échelles vaut p^2. Avec $\Omega_{PBH,0} \approx \Omega_{m,0} \approx 0.3$, les estimations numériques conduisent à : $p \approx 6.5 \times 10^{-4}$ pour $M_{H,e} = 10^{15}$ g, $p \approx 5.5 \times 10^{-4}$ pour $M_{H,e} = 10^{25}$ g, $p \approx 4.1 \times 10^{-4}$ pour $M_{H,e} = 10^{35}$ g avec $\delta_{min} = 0.7$ (valeur conservative). En principe, rien ne borne inférieurement la valeur de la température de *reheating* (sauf, bien-sur, la nucléosynthèse primordiale) qui peut être aussi basse que le MeV, conduisant alors à des masses d'horizon considérables, de l'ordre de 10^{38} g. Cette valeur peut donc être considérée comme la limite haute de la coupure basse dans le spectre de masse des PBH. Si l'on appelle M_s la masse correspondant à la brisure d'invariance (pour laquelle la seule requête est d'être supérieure à $M_{H,e}$ et inférieure à $M_{H,CMB}$), on peut donc noter que l'espace des paramètres $M_{H,e} \gg 10^{16}$ g pour lequel les trous noirs primordiaux pourraient être la matière noire froide est considérable. Il est important de remarquer que les trous noirs dont il est ici question, bien que classiques dans leur comportement (ils ne s'évaporent pas, leur masse est importante) sont “quantiques” par essence dans la mesure où le caractère classique des fluctuations inflationnaires n'était pas encore totalement effective à leur formation : juste à la fin de l'inflation, le *squeezing* du mode décroissant est faible. Seraient-ils les seules véritables reliques quantiques (au sens du champ d'inflaton) dans l'Univers contemporain ?

Intéressons nous maintenant au cas où la limite supérieure sur la température de *reheating* n'est pas prise en compte. Cela est cohérent dans les modèles d'inflation thermique ou si, plus simplement, on ignore les modèles supersymétriques qui résistent toujours à toute mise en évidence expérimentale ! Dans ce cadre, où l'échelle d'énergie naturelle de l'inflation est haute (et pourrait être signée dans les années à venir par la présence de mode polarisé B dans le fond de rayonnement cosmologique [85]), il est nécessaire “d'ajuster” les paramètres plus précisément pour éviter que les rayons cosmiques énergétiques émis par les trous noirs peu massifs (et donc en évaporation intense) n'entrent en conflit, eux-mêmes, avec la production d'éléments fragiles (deutérium par exemple) observés. Ce sont ici, non plus les trous noirs mais les reliques (cf section précédente) qui pourraient contribuer à la matière noire. Avec [79] la relation

$$\Omega_{rel,0} \approx 1.3 \times 10^{17} \beta(M_{PBH}) \frac{M_{rel}}{M_{PBH}} \left(\frac{10^{15}\ \mathrm{g}}{M_{PBH}}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 2.83\ \gamma \times 10^{-3} \beta(M_{PBH}) \left(\frac{10^{15}\ \mathrm{g}}{M_{PBH}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

entre la densité de reliques aujourd'hui $\Omega_{rel,0}$, la masse du trou noir à la formation M_{PBH} et la masse des reliques aujourd'hui M_{rel}, il est possible de reprendre la démarche précédente. Elle conduit alors à :

$$p \approx \frac{\sigma_H^{COBE}}{\delta_{min}} \sqrt{LW\left\{\frac{8.0 \times 10^{-6}}{2\pi\Omega_{rel,0}^2}\left[\frac{M_{rel}}{M_p}\right]^2 \left[\frac{10^{15}\ \mathrm{g}}{M_{H,e}}\right]^3\right\}}.$$

Si ces reliques doivent expliquer $\Omega_{m,0} \approx 0.3$, alors p varie de 7.1×10^{-4} à 5.5×10^{-4} pour des masses initiales entre 1 g et 10^5 g avec $M_{rel} = M_p$ et entre 7.3×10^{-4} et 5.6×10^{-4} avec $M_{rel} = 10 M_p$. Comme pour les trous noirs ne s'étant pas évaporés, p a une très faible dépendance en $M_{H,e}$ puisque β est extrêmement sensible à la variance de masse dans cette gamme. Il est important de bien noter que cette fois M_s doit, non seulement être, bien-sûr, supérieure à $M_{H,e}$ mais aussi être inférieure à M_* (de façon à s'affranchir des contraintes observationnelles) et même plutôt à une fraction de M_* afin de ne risquer aucun conflit avec la nucléosynthèse primordiale.

Il apparaît donc clairement que dans chaque cas (échelle d'inflation haute ou échelle d'inflation basse) et pour des raisons différentes, un très large espace de paramètres ici quantifié permet, contrairement à ce qui est souvent pensé, aux trous noirs primordiaux d'être d'excellents candidats à la matière noire. Mais pour que cette hypothèse soit véritablement viable, il faut deux points supplémentaires : la qu'elle soit naturelle et qu'elle soit vérifiable. Je n'ai aucun argument concernant le premier point : un modèle microphysique d'inflation, non encore clairement construit, est nécessaire pour aller plus loin dans cette direction. Le second, en revanche, peut être étudié. Le voie habituelle pour sonder les trous noirs primordiaux, leur émission de Hawking, n'est ici d'aucun secours puisque, précisément, le modèle permet d'éviter une production importante de PBH dans la zone "sensible" (10^{12} g $< M < 10^{15}$ g). Nous proposons d'utiliser les ondes gravitationnelles émises par la coalescence de tels trous noirs [86]. Bien-sûr, ces objets sont aujourd'hui très dilués et c'est dans l'Univers primordial qu'ils doivent avoir formé des systèmes liés. On s'intéresse en fait à la probabilité que la coalescence de ces systèmes s'achève maintenant. Il faut d'abord calculer la distance maximale R_{max} entre la Terre et un système binaire compatible avec la sensibilité d'un détecteur :

$$\left(\frac{R_{max}}{20\ \mathrm{Mpc}}\right) \approx 3.6 \cdot 10^{-21} h_{SBmin}^{-1} \left(\frac{M_{PBH}}{\mathrm{M}_\odot}\right)^{\frac{5}{6}} \left(\frac{\nu}{100\ \mathrm{Hz}}\right)^{-\frac{1}{6}} ,$$

où h_{SBmin} est la sensibilité de l'instrument et ν est la fréquence considérée. Le nombre $n(M_{PBH}, R_{max})$ de PBH à l'intérieur d'une telle sphère peut être estimé avec un profil de halo isotherme pour $R < 150$

kpc :

$$\rho(r,\psi) = \rho_\odot \frac{R_C^2 + R_\odot^2}{R_C^2 + R_\odot^2 - 2rR_\odot cos\psi + r^2},$$

où $\rho_\odot \approx 5 \times 10^{-25}$ gcm^{-3} est la densité locale du halo, $R_C \approx 3$ kpc est le rayon de cœur, $R_\odot \approx 8$ kpc est la distance au centre de la galaxie, r est la distance à la Terre et ψ est l'angle entre le point considéré et le centre galactique vu depuis la Terre. Cela conduit à :

$$n(M_{PBH}, R_{max}) = \frac{\pi\rho_\odot}{M_{PBH}} \frac{R_C^2 + R_\odot^2}{R_\odot} \int_0^{R_{max}} \ln\left\{\frac{R_C^2 + R_\odot^2 + 2rR_\odot + r^2}{R_C^2 + R_\odot^2 - 2rR_\odot + r^2}\right\} rdr.$$

Pour $R \gg 150$ kpc, une distribution moyenne de matière noire avec $\rho \approx 0.3\rho_c$ est supposée. Enfin, le taux de coalescence f à l'intérieur de ce volume est évalué dans l'hypothèse d'une fonction de distribution comobile initiale uniforme [86] :

$$f \approx 3 \left(\frac{M_{PBH}}{\mathrm{M}_\odot}\right)^{\frac{5}{37}} \times \frac{n(M_{PBH}, R_{max})}{t_0} ,$$

où t_0 est l'âge de l'Univers. En rassemblant ces formules et moyennant un peu de calcul numérique, il apparaît que si les PBH ont une masse supérieure à $2 \times 10^{-5}\mathrm{M}_\odot$, ils pourront générer plus d'un événement par an dans VIRGO. Si les fréquences de l'interféromètre spatial LISA sont considérées, cette masse descend à $10^{-11}\mathrm{M}_\odot$. La gamme ainsi sondée s'étend sur presque 15 ordres de grandeurs du modèle (avec un certain recouvrement sur la zone sensbile du *microlensing*, entre $2 \times 10^{-7}\mathrm{M}_\odot$ et $1\mathrm{M}_\odot$). La partie "basse échelle d'inflation" est donc largement testable. En revanche, il n'en va pas de même pour la partie "haute échelle d'inflation", dans laquelle la matière noire serait constituée de reliques de Planck, légères ($\sim 10^{-5}$ g), n'émettant aucune particule, dépourvues de charge, dépourvues de couleur et dépourvues de saveur. Leur détection, dans l'état actuel des idées, est strictement impossible. Un candidat idéal à la VDDM [*Very Deeply Dark Matter* :-)] ?

Chapitre 3

Développements et perspectives

L'étude des trous noirs primordiaux, initiée dans les années 1970 par Y. Zeldovich et S. Hawking, a connu ces derniers temps un net regain d'intérêt. Au niveau de leur recherche observationnelle, il est probable que l'essentiel des possibilités ait maintenant été envisagé : les antiprotons et les gammas ont été exploités et ne devraient plus apporter de contraintes significativement meilleures puisque les mesures sont au niveau du signal attendu sans terme source spécifique aux trous noirs ; les antideutérons, en revanche, pourraient s'avérer prometteurs et bénéficier de développements instrumentaux postérieurs à l'expérience AMS. Les positons ne constituent pas un canal intéressant dans la mesure où leur abondance dans le rayonnement cosmique est naturellement importante, le seuil de formation des pions chargés étant beaucoup plus faible que celui des antiprotons. Les neutrinos ont été étudiés [88] mais ne présentent qu'une médiocre sensibilité compte tenu de leur abondance naturelle et de l'absence de caractéristiques spectrales signant une éventuelle composante émanant des trous noirs primordiaux. Enfin, les ondes gravitationnelles provenant de systèmes binaires ont été considérées mais elles restent cantonnées aux objets de masses élevées. Néanmoins, le sujet est loin d'être totalement clos ([89] et références citées).

Aux niveaux astrophysiques et cosmologiques, différents points pourraient être utilement étudiés. D'abord, en ce qui concerne le détail des processus de formation possibles dans le cadre des modèles inflationnaires. Le caractère quantique de l'effondrement n'a pas, jusqu'alors, été pris en compte et le mode décroissant des fluctuations primordiales devrait être utilement considéré dans les descriptions à venir.

Ensuite, il est intéressant de poursuivre certaines investigations sur les manifestations macroscopiques de théories microscopiques que ces trous noirs pourraient présenter, même très loin de l'échelle de Planck (grâce à des phénomènes de transitions singulières : la solution ne tend pas vers la solution classique quand la perturbation tend vers 0). En particulier, il semble apparaître que parmi les réalisations possibles à basse énergie de la M-théorie, seuls les modèles de type "Supercordes-II" présentent une stabilité suffisante par rapport aux conditions aux limites asymptotiques [90] (en particulier, l'existence probable d'une constante cosmologique non nulle - bien que très faible en unités naturelles - impose de s'assurer qu'une densité lagrangienne non nulle à l'infini ne change pas la nature des solutions). Autrement dit, si ces approches préliminaires se vérifiaient, cela signifierait que certaines réalisations (Bosoniques et Hétérotiques par exemple) des théories les plus globales ne sont pas compatibles avec l'existence de ces objets et pourraient, de ce fait, être nettement défavorisées. Le point important est que si ces résultats préliminaires se confirment, il ne concernent pas que les trous noirs légers mais aussi les trous noirs astrophysiques dont l'existence est avérée. Il pourrait s'agir d'une voie possible pour sonder des manifestations de nouvelle physique dans les phénomènes astronomiques.

Seront développées dans ce chapitre quelques autres voies liées, en particulier, à la formation de trous noirs sur accélérateurs, aux rayons cosmiques d'énergies extrêmes, au problème des gravitinos et à la décohérence quantique.

3.1 Collisionneurs et dimensions supplémentaires [87]

Nous proposons ici une nouvelle approche pour sonder expérimentalement un comportement gravitationnel quantique auprès des collisionneurs.

La littérature autour des modèles supposant l'existence de dimensions supplémentaires est extrêmement riche (voir, par exemple, [91] pour une revue récente). Entre autres intérêts, ces scenarios permettent de résoudre le problème de la hiérarchie entre les échelles électro-faible et gravitationnelle. Dans le cas des *large extra dimensions* [92], l'approche est purement géométrique avec une gravité qui se propage seule dans le *bulk*. Le théorème de Gauss permet alors de lier simplement l'échelle de Planck de la théorie effective quadridimentionnelle M_{Pl} à l'échelle de Planck fondamentale D-dimentionnelle M_D :

$$M_D = \left(\frac{M_{Pl}^2}{V_{D-4}}\right)^{\frac{1}{D-2}}$$

où V_D est le volume associé aux dimensions compactes. On dit souvent qu'il est alors possible d'avoir $M_D \sim 1$ TeV tout en gardant $M_{Pl} \sim 10^{19}$ GeV. Je pense qu'il faut aller plus loin et considérer qu'il est *naturel* de fixer M_D dans cet ordre de grandeur. Si tel n'est pas le cas, le problème de la hierarchie n'est en effet pas résolu et l'une des motivations les plus profondes à l'origine des modèles à dimensions supplémentaires s'effondre. Cela ne suffit pas à montrer qu'il existe des dimensions supplémentaires. Mais seulement que, si tel est le cas, il est raisonnable de considérer l'hypothèse $M_D \sim 1$ TeV, qui se traduit pour les rayons de compactification des extra-dimensions (supposées plates, *i.e.* toroïdales) en des valeurs comprises entre un millimètre et quelques Fermi.

Une autre manière prometteuse d'obtenir une échelle de Planck dans le domaine du TeV apparaît dans les modèles utilisant des *warped* extra-dimensions, tels que dans les scenarios de type Randall-Sundrum [93].

Sans entrer dans les multiples détails de ces modèles, le point fondamental pour nous dans le cadre de cette étude est qu'ils conduisent génériquement à la formation de trous noirs auprès des collisionneurs [94, 95] : lorsque l'énergie dans le centre de masse, pour des partons dont le paramètre d'impact est inférieur au rayon gravitationnel, est plus grande que l'échelle de Planck, une surface close doit se former (voir figure 3.1 pour une représentation intuitive). Cette idée a suscité un intérêt considérable ces dernières années [96].

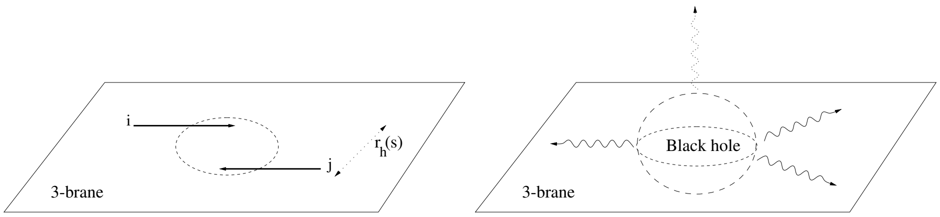

FIG. 3.1 – *Gauche : Deux partons i et j forment un trou noir en se croisant à une distance inférieure au rayon de Schwarzschild associé à leur énergie dans le centre de masse. Droite : Trou noir D-dimensionnel résidant sur un 3-brane. Il émet une radiation de Hawking essentiellement selon les modes du brane (traits noirs) et quelques gravitons selon le bulk (traits grisés). Figures venant de [95].*

Les premières études ont montré que le LHC pourrait devenir une véritable usine à trous noirs. La mauvaise nouvelle pour le physicien des particules (*i.e.* la formation d'un horizon qui masque toute la microphysique) se trouverait alors balancée par une excellente nouvelle pour le physicien "tout court" : il serait possible de reconstruire, à partir de l'évaporation de ces trous noirs, la dimensionalité de l'espace temps et d'accéder alors à la structure fondamentale de notre géométrie [94].

Une des faiblesses de ces approches est d'utiliser systématiquement les métriques de Schwarzschild ou de Kerr (généralisées à D dimensions) pour traiter le comportement des trous noirs. Une telle approche est nécessairement lacunaire : d'une part ces métriques intrinsèquement instables (à $D > 4$), d'autre part la relativité générale n'est certainement pas la bonne théorie dans la région de Planck. Nous avons donc proposé d'étudier les trous noirs de Gauss-Bonnet afin de montrer que, si des trous noirs sont formés au LHC, il pourra être possible d'aller bien au-delà de la mesure de la dimentionalité de l'espace temps. Ce terme quadratique en courbure (déjà introduit dans le chapitre 2.2 de ce mémoire) est très important parce qu'il constitue sans doute un premier pas vers une théorie quantique de la gravitation. Comme montré dans [97], il est la contribution dominante au NLO (ordre au-delà du dominant) et, si l'on requiert une absence de fantômes (termes de masses négatifs) dans les développement en courbure, le terme correspondant *doit* être celui de Gauss-Bonnet : $L_{GB} = R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta} - 4R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + R^2$. De plus, comme nous l'avons rappelé au chapitre précédent, ce terme apparaît naturellement dans les théories de cordes hétérotiques [98], permet la localisation du mode zéro du graviton sur le *brane* [99] et il a été utilisé avec succès en cosmologie (en particulier pour le problème de la constante cosmologique) [100] et en physique des trous noirs (en particulier pour le problème de la fin de vie) [101]. Nous utilisons donc ici une telle action :

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^D x\sqrt{-g}\left\{R + \lambda(R_{\mu\nu\alpha\beta}R^{\mu\nu\alpha\beta} - 4R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + R^2)\right\},$$

où λ est la constante de couplage de Gauss-Bonnet. Attention, à la différence du cas présenté au paragraphe 2.2, l'action n'est pas ici compactifiée à 4 dimensions et aucun champ scalaire additionnel n'est donc requis. La mesure expérimentale de λ, que nous allons maintenant étudier, serait un pas très important dans la construction d'une théorie gravitationnelle quantique. La métrique peut être paramétrisée par

$$ds^2 = -e^{2\nu}dt^2 + e^{2\alpha}dr^2 + r^2 h_{ij}dx^i dx^j$$

où ν et α sont des fonctions de r et $h_{ij}dx^i dx^j$ représente l'élément d'une hypersurface de dimensions $(D-2)$ et de courbure $(D-2)(D-3)$. En substituant cette métrique dans l'action, il vient :

$$e^{2\nu} = e^{-2\alpha} = 1 + \frac{r^2}{2\lambda(D-3)(D-4)}\times$$

$$\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{32\pi^{\frac{3-D}{2}}G\lambda(D-3)(D-4)M\Gamma(\frac{D-1}{2})}{(D-2)r^{D-1}}}\right)$$

et la masse du trou noir s'écrit :

$$M = \frac{(D-2)\pi^{\frac{D-1}{2}}r_+^{D-3}}{8\pi G\Gamma\left(\frac{D-1}{2}\right)}\left(1 + \frac{\lambda(D-3)(D-4)}{r_+^2}\right).$$

La température s'obtient par la dérivation habituelle :

$$T_{BH} = \frac{1}{4\pi}(e^{-2\alpha})'\,|_{r=r_+} = \frac{(D-3)r_+^2 + (D-5)(D-4)(D-3)\lambda}{4\pi r_+\left(r_+^2 + 2\lambda(D-4)(D-3)\right)}.$$

La figure 3.2 présente, à gauche, le rapport des températures selon que le terme de Gauss-Bonnet est, ou n'est pas, pris en compte. Le comportement non monotone impose un traitement détaillé du processus d'évaporation, au-delà des approximations habituelles (en particulier de l'approximation de l'évaporation immédiate [94]). Nous avons calculé le flux de Hawking modifié qui s'écrit alors :

$$\frac{\mathrm{d}^2 N_i}{\mathrm{d}Q\mathrm{d}t} = \frac{4\pi^2\left(\frac{D-1}{2}\right)^{\frac{2}{D-3}}\left(\frac{D-1}{D-3}\right)r_+^2 Q^2}{e^{\frac{Q}{T_{BH}}} - (-1)^{2s}}$$

et peut s'intégrer temporellement en :

$$\frac{\mathrm{d}N_i}{\mathrm{d}Q} = \int_{r_{init+}}^{0} \frac{1}{\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}} \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r_+} \frac{\mathrm{d}^2 N_i}{\mathrm{d}Q\mathrm{d}t} \mathrm{d}r_+$$

où

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}r_+} = \frac{(D-2)\pi^{\frac{D-1}{2}} r_+^{D-6}}{8\pi G\Gamma(\frac{D-1}{2})} \left[(D-3)r_+^2 + (D-5)(D-4)(D-3)\lambda\right]$$

et

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t} = -\frac{4\pi^6}{15}\left(\frac{D-1}{2}\right)^{\frac{2}{D-3}}\left(\frac{D-1}{D-3}\right) r_+^2 T_{BH}^4 \left[\frac{7}{8}N_f + N_b\right],$$

où N_f et N_b sont les nombres totaux de degrés de liberté fermioniques et bosoniques. Le nombre total de particules émises s'écrit alors :

$$N_{tot} = \frac{15(D-2)\pi^{\frac{D-9}{2}}\zeta(3)}{\Gamma(\frac{D-1}{2})G} \frac{\frac{3}{4}N_f + N_b}{\frac{7}{8}N_f + N_b} \left[\frac{r_{init+}^{D-2}}{D-2} + 2(D-3)\lambda r_{init+}^{D-4}\right]$$

où r_{init+} est le rayon initial du trou noir de masse M_{init}. La figure 3.3 présente les flux intégrés ainsi calculés. La grande dégénérescence apparente a demandé le recours à une simulation complète du processus.

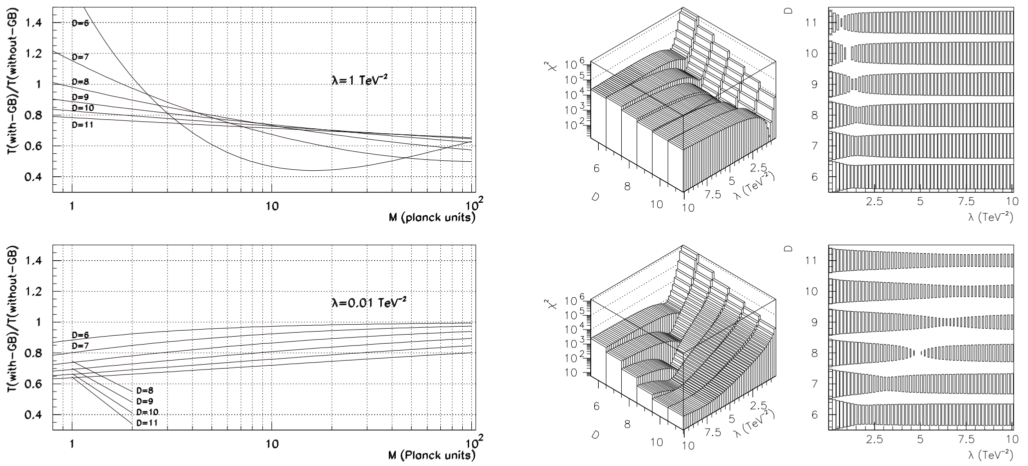

FIG. 3.2 – *Gauche : Rapport des températures avec et sans terme de Gauss-Bonnet pour* $D = 6, 7, 8, 9, 10, 11$ *en fonction de la masse avec* $\lambda = 1$ TeV^{-2} *(haut) et* $\lambda = 0.01$ TeV^{-2} *(bas). Droite : Valeurs de* χ^2 *reconstruits avec le LHC pour des valeurs d'input* $\lambda = 1$ TeV^{-2}, $D = 10$ *(haut) et* $\lambda = 5$ TeV^{-2}, $D = 8$ *(bas).*

Afin d'étudier la capacité du LHC à mesurer la constante de couplage (de Gauss-Bonnet, *i.e.* de corde) λ, nous avons fixé l'échelle de Planck à 1 TeV. Le nombre de trous noirs formés par *bin* de masse est alors calculé par une convolution avec les fonctions de luminosité partoniques et ré-évalué en tenant compte de la diminution du rayon gravitationnel due au terme de Gauss-Bonnet. Connaissant ainsi la section efficace, nous avons mis en place en simulation Monte-Carlo qui génère, pour chaque événement de type trou noir, les particules selon le spectre de Hawking modifié avec une pondération liée au nombre de degrés de liberté internes. Etant donné que l'évaporation a lieu essentiellement en ondes S, il y a peu de modes dans le *bulk* et on peu se restreindre au *brane*. La fragmentation modifiant considérablement le spectre des quarks et gluons, l'analyse se restreint aux électrons et photons de haute énergie. Nous avons également vérifié avec

Pythia [102] que seule une faible fraction des leptons et modes électromagnétiques émis tombaient dans des jets hadroniques. Enfin, le bruit irréductible du modèle standard Z(ee)+jets et γ+jets reste négligeable. La résolution en énergie du détecteur est paramétrisée par [103] $\sigma/E = \sqrt{a^2/E + b^2}$ avec $a \approx 10\%\sqrt{\text{GeV}}$ et $b \approx 0.5\%$. L'évolution temporelle du trou noir est également totalement prise en compte. Une fois que toutes les particules ont été émises, l'analyse détaillée est appliquée pour chaque *bin* de masse. Nous en déduisons (cf [87] pour un tableau explicite des incertitudes exactes), comme le montre la figure 3.3, qu'il est effectivement possible de reconstruire correctement le nombre de dimensions supplémentaires et la constante de couplage λ au LHC. Cela signifie que le LHC permettrait non seulement (dans le cadre de ces modèles à dimensions supplémentaires associées à de grands volumes) d'accéder à la structure ultime de l'espace-temps, mais aussi de donner une information précieuse sur la voie à suivre pour généraliser la gravité d'Einstein dans la région de Planck. Il est à noter que le *tagging* d'un événement comme étant de type "trou noir" est très simple et non ambigu [95] : la topologie et la grande abondance de degrés de libertés leptoniques permettent une signature efficace.

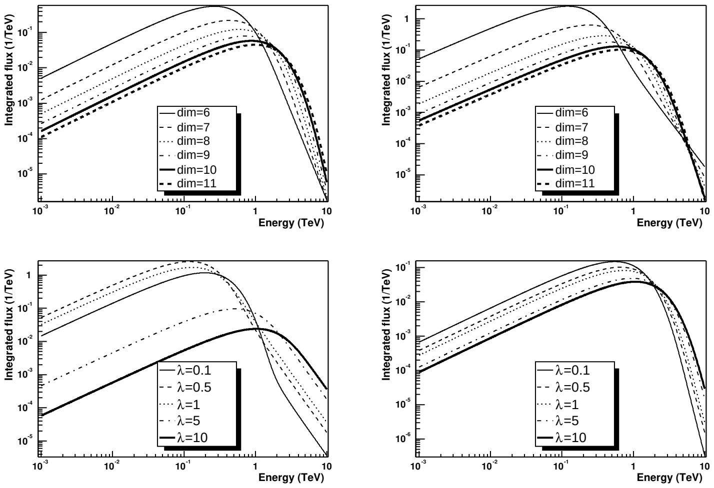

FIG. 3.3 – *Flux intégré d'un trou noir de masse initiale $M = 10$ TeV en fonction des différents paramètres du modèle.*

Plusieurs voies pour de futures investigations s'ouvrent autour de cette perspective. D'abord, en ce qui concerne la section efficace de production de trous noirs. Dans l'étude précédente, nous avons simplement autorisé une possible suppression de la section efficace pour tenir compte de la non-nullité du paramètre d'impact b. En fait, le problème du calcul explicite de la section efficace à $D > 5$ et $b \neq 0$ est très complexe [104, 105]. L'existence de trous noirs (*i.e.* la formation de surfaces closes) est maintenant établie mais les valeurs exactes des probabilités ne sont pas connues. Il serait important d'aller plus loin dans cette voie, soit en suivant une approche heuristique fondée sur la modification du rayon gravitationnel due au moment angulaire associée à la valeur de b, soit en suivant une approche rigoureuse de calcul explicite de la géométrie du problème. Cette dernière possibilité (à laquelle s'est intéressé Penrose) est hautement non triviale et requiert de *booster* les champs de Schwarzshild générés par les particules avant de rechercher des solutions "fermées".

A plus court terme, un point important consisterait à tenir compte de ce que les trous noirs ici considérés sont nécessairement en rotation (*i.e.* de type Kerr) puisque b n'est jamais strictement nul. La thermodynamique des trous noirs de Kerr est connue. Nous sommes en train d'étudier celle des trous noirs de Kerr-Gauss-Bonnet à D dimensions. La conjugaison d'un moment angulaire et de termes d'ordres supérieurs en courbure est sans doute une approche assez réaliste du problème. Bien que qualitativement identiques, les résultats précédents pourraient être quantitativement modifiés. La méthode générale de dérivation de la métrique (puis de la température, ce point est simple) de Kerr-Gauss-Bonnet est assez élémentaire (il suffit de suivre l'approche utilisée par [106] pour obtenir la métrique de Kerr D-dimentionnelle). En revanche, les calculs sont très lourds car les équations différentielles (de type Abel-II) qui apparaîssent n'ont pas de solutions analytiques. Nous pensons qu'il serait intéressant de procéder à des développements asymptotiques autour de l'horizon, ce travail est en cours.

Ensuite, il serait légitime d'ajouter une constante cosmologique dans l'action gravitationnelle. D'un point de vue théorique, la motivation est grande, compte-tenu des très nombreux développements actuels portant sur les correspondances dS et AdS (deSitter et Anti-deSitter) / CFT (théorie de champ conforme). D'un point de vue expérimental, il est peu probable à mon sens que l'effet d'un terme constant dans le lagrangien joue un rôle très conséquent dans la région de Planck (*i.e.* des fortes courbures). Mais des transitions singulières changeant la topologie de la solution ne sont pas à exclure. Suivant [107], cette démarche ne serait pas trop complexe à mettre un œuvre. Il serait assez cocasse qu'une information fondamentale sur la constante cosmologique (attention, à D-dimensions, donc sans lien direct avec le terme Λ mesuré à 4 dimensions en cosmologie) vienne du LHC !

Enfin, il me semble qu'il pourrait être important de pousser plus avant les liens avec l'inflation. Ceci dans deux directions : la première consisterait à étudier le lien entre les modèles de type Gauss-Bonnet utilisés ici et les modèles où l'inflation est générée par des termes quadratiques en courbure. Il n'est, en effet, pas nécessaire d'avoir un champ scalaire dans le lagrangien pour qu'il y ait inflation : un effet de courbure peut conduire au même résultat. Voir si les éventuelles contraintes du LHC sur λ sont en accord avec les modèles d'inflation me paraît essentiel à la complétude de la démarche. La tâche n'est néanmoins pas simple car la dynamique du processus doit être étudiée en détails, ce qui n'est pas une mince affaire. La seconde direction consisterait à étudier la production transplanckienne thermique de trous noirs dans l'Univers primordial. Après tout, si le LHC peut aller au-delà de l'échelle de Planck, pourquoi pas l'Univers primordial ! Bien-sûr, ces aspects sont très spéculatifs, mais il serait intéressant de voir, dans ce cadre, si une limite supérieure sur l'échelle d'énergie primordiale peut être obtenue. Je pense que celle-ci viendra de la contrainte consistant à demander que les trous noirs ainsi formés s'évaporent avant la nucléosynthèse. J'ignore si le travail est délicat mais je ne le pense pas et il sera entrepris à court terme.

Pour conclure sur cette partie, signalons également que des approches totalement indépendantes du modèle EDGB conduisent aussi à la prédiction de reliques stables [73]. Ces modèles, fondés sur le groupe de renormalisation, demeurent valides à $D > 4$. Nous aimerions évaluer l'effet de l'énergie manquante associée comme une autre direction d'investigation possible au-delà de la dimensionalité de l'espace-temps. Ce point a été évoqué avec A. Bonanno et pourrait faire l'objet d'une collaboration ultérieure, selon les résultats préliminaires.

Bien-sûr, une prise en compte plus réaliste de détecteur, fondée sur une simulation complète serait très bienvenue. Une discussion est en cours avec l'équipe ATLAS du LPSC.

3.2 Rayons cosmiques d'énergies extrêmes [108]

Les liens entre les trous noirs primordiaux et les rayons cosmiques d'énergies extrêmes (EHECR) sont intéressants à deux niveaux.

Le premier est lié à l'énigme des événements au-delà de la coupure GZK (*i.e.* au-delà de qqs 10^{19} eV), voir [109] pour une introduction générale. On observe en effet (surtout AGASA) des rayons cosmiques doublement problématiques : d'abord parce qu'on ne connaît aucune source astrophysique classique capable de les accélérer à de telles énergies $\sim 10^{20}$ eV (à moins de tirer les paramètres de façon fort déraisonnable, et encore...) mais de plus parce qu'ils viennent nécessairement de distances relativement faibles à l'échelle cosmologique ($\lesssim 50$ Mpc) suite à la photoproduction de pions sur les photons du fond diffus cosmologique (CMB). Un grand nombre de sources exotiques ont été proposées pour expliquer l'origine de ces événements (d'autant que le spectre semble se durcir, ce qui va dans le sens d'un changement de nature du mécanisme) [110].

Il y a quelques années, j'ai montré qu'une concentration marginalement acceptable de trous noirs primordiaux pouvait expliquer la densité d'énergie présente dans les rayons cosmiques EHECR [108]. Cette approche était néanmoins très lacunaire, en particulier parce qu'elle ne reproduisait pas correctement l'indice spectral observé. Je pense que l'on peut aujourd'hui conclure, au contraire, que des trous noirs primordiaux décrits par une évaporation classique de Beckenstein-Hawking ne sont *pas* un bon candidat pour expliquer l'origine des EHECR. En revanche, il pourrait être intéressant d'étudier cette hypothèse dans le cadre du modèle EDGB. La prise en compte de termes d'ordres supérieurs en courbure, rendus dynamiques par la présence d'un champ scalaire, conduit en effet (cf figure 2.3) à une accélération du taux de perte de masse par rapport au modèle de Hawking. Avant d'entrer dans la vie *post-mortem* (*i.e.* dans la zone où la température augmente mais où l'énergie des quanta émis diminue), les trous noirs émettent des particules d'énergies plus élevées. Il doit s'ensuivre un durcissement du spectre intégré par rapport au comportement habituel $\propto E^{-3}$. L'étude de ce point requiert un substantiel raffinement de l'étude que nous avions entreprise [61] pour décrire les reliques. Le régime asymptotique n'est, en effet, pas encore atteint dans ce cas et les développements au premier ordre ne suffisent plus. Une étude numérique est néanmoins envisageable.

Le second lien important entre les trous noirs microscopiques et les rayons cosmiques d'énergies extrêmes a trait à leur possible production dans l'atmosphère terrestre. Les arguments présentés au chapitre précédent concernant la possible création de trous noirs auprès de collisionneurs de particules (si l'espace possède suffisamment de dimensions supplémentaires) vaut, bien-évidemment, pour les rayons cosmiques : l'énergie disponible dans le centre de masse lors de l'interaction d'un EHECR dans l'atmosphère terrestre est supérieure de un à deux ordres de grandeurs à celle du LHC. Cette idée de production de trous noirs par les neutrinos cosmiques (seuls ceux-ci sont intéressants car ils ne sont pas sensibles aux effets diffractifs) a suscité un très vif intérêt ces dernières années [111]. En particulier, il a été démontré qu'en cas de non-détection une limite inférieure importante $\sim$ 10 TeV pouvait être placée sur l'échelle de Planck. Des centaines d'événements de type trou noir pourraient être observés auprès des détecteurs Auger ou EUSO. La signature de la cascade est assez aisée puisqu'elle doit être initiée par un neutrino (recherche de gerbes horizontales) et présenter le développement spécifique des rapports de branchement d'un trou noir. En revanche, la reconstruction des paramètres physiques est très complexe. La possibilité d'accèder à des énergies plus importantes que les collisionneurs est très prometteuse. Mais le fait de ne pas connaître la masse initiale du trou noir (*i.e.* le $\sqrt{s}$ de la collision en première approximation) invalide la procédure imaginée au chapitre précédent. De plus, la statistique est nettement plus faible puisque les flux de neutrinos EHECR ne sont pas gigantesques (même s'ils devraient être de toutes façons non nuls, ne serait-ce que par interaction des protons EHECR sur le CMB). Une simulation détaillée devrait alors être mise en œuvre pour évaluer la capacité de reconstruction dans ces conditions. Je ne pense pas, néanmoins, que ces expériences puissent (comme le pourront les accélérateurs) aller au-delà de la simple (et éventuelle !) observation des trous noirs. Ce qui ne serait dejà pas si mal... !

3.3 Gravitinos, modulis et échelle d'inflation [112]

Bien que non encore découverte, la supersymétrie (SUSY) est sans aucun doute la meilleure extension du modèle standard de la physique des particules. Elle fournit un cadre général pour comprendre l'origine de la différence entre les bosons et les fermions et donne des directions très prometteuses pour résoudre le problème de la hiérarchie (*i.e.* l'instabilité de l'échelle électrofaible vis-à-vis des corrections radiatives). En supersymétrie globale, les spinneurs générateurs ξ satisfont à $\partial_\mu \xi = 0$ [113]. Si l'on veut s'intéresser à la supersymétrie locale (*i.e.* à la supergravité), cette condition doit être assouplie et les ξ deviennent fonction des coordonnées x. De nouveaux termes, proportionnels à $\partial_\mu \xi(x)$, doivent être "neutralisés" par l'introduction d'une particule de spin 3/2, appelée gravitino, à la manière des bosons vecteurs introduits en théories de jauge. Le gravitino fait partie d'un multiplet $N = 1$ qui contient le graviton, de spin 2 (voir [114] pour une revue introductive), et, dans la phase brisée de la supersymétrie, des effets de type super-Higgs le rendent massif par absorption des fermions de Nambu-Goldstone associés à la brisure de SUSY.

Il est connu depuis longtemps que si le gravitino est instable des contraintes sévères existent sur sa masse afin d'éviter une surproduction d'entropie [115] : $m_{3/2} \gtrsim 10$ TeV. D'un autre coté, s'il est stable, sa masse doit satisfaire $m_{3/2} \lesssim 1$ keV [116] afin de garder une densité de gravitinos inférieure à celle de l'Univers ($\Omega_{3/2} < \Omega_{tot}$). En dépit de la gigantesque dilution induite, l'inflation ne résoud pas complètement ces problèmes car des gravitinos doivent être à nouveau produits par diffusion lors du processus de *reheating* à la fin de celle-ci [117, 118, 119, 120, 121, 122, 123]. Etant donné que le nombre de gravitinos ainsi produits est proportionnel à la température de *reheating* T_{RH}, il est possible de lier l'échelle d'énergie de l'inflation avec la requête que les gravitinos ne soient pas sur-produits. Nous avons ainsi récemment montré [112] que les expériences CMB pourraient permettre d'exclure la supergravité. En effet, la cosmologie de précision est entrée, ces dernières années, dans une nouvelle ère (voir [124] par exemple) grâce à Maxima, BOOMERanG, ACBAR, DASI, CBI, VSA, ARCHEOPS & WMAP. L'ensemble de ces mesures a conforté le paradigme inflationnaire en montrant des fluctuations gaussiennes, invariantes d'échelle et une densité très proche de la densité critique. Le point important ici est que la polarisation a, pour la première fois, été mise en évidence [125, 126]. Pour l'instant, seul le mode E (pair) a été vu et le mode B (impair) reste à découvrir. Ce dernier est particulièrement important parce qu'il signerait les ondes gravitationnelles primordiales. De très gros efforts sont actuellement consacrés à la recherche de ce mode B et nous avons établi qu'une détection contredirait la supersymétrie locale parce qu'elle requiérerait une échelle d'inflation ($\sim 10^{16}$ GeV) si haute qu'elle entrerait clairement en conflit avec la limite supérieure venant des gravitinos ($\sim 10^{12}$ GeV en étant très conservatif).

Le lien avec les petits trous noirs vient de ce que leur mise en évidence pourrait, elle aussi, être liée à l'échelle d'énergie de l'inflation. En fait, les PBH ne peuvent se former qu'avec des masses très voisines de la masse de Hubble à l'instant considéré (pour des raisons évidentes de causalité). Il s'ensuit que si de tels trous noirs étaient détectés, *i.e.* si leurs masses actuelles étaient de l'ordre de $10^{12} - 10^{15}$ g, la masse de l'horizon dans l'Univers primordial devrait avoir présenté des valeurs de cet ordre de grandeur. Ce qui signifie que l'échelle d'énergie de *reheating* ne pourrait avoir été trop basse. L'idée consiste donc à étudier les contraintes qui pourraient être obtenues en supposant que des expériences futures (en particulier AMS, bien-sûr) détectent un flux d'antideutérons dû à des trous noirs primordiaux. On peut d'abord noter qu'il serait assez simple de discriminer ce signal d'un signal de neutralinos en annihilation pour la simple raison que l'espace des paramètres SUSY correspondant aura été exploré par le LHC. La figure 3.4 présente, à gauche, les températures de *reheating* possibles en fonction de la densité totale de trous noirs primordiaux pour 4 flux différents de $\bar{D}$. Si l'on tient compte de la limite supérieure obtenue sur Ω_{PBH} dans les chapitres précédents, cela se traduit par une limite inférieure sur T_{RH} en fonction du flux de $\bar{D}$, présentée sur la droite de la figure avec la sensibilité de deux expériences.

Il est intéressant de tenir alors compte du "problème" des gravitinos et de déduire de ces limites sur la température de *reheating* une contrainte sur la masse de ces particules. Il faut résoudre une équation de type Boltzmann pour les gravitinos [127] :

$$\frac{dn_{3/2}}{dt} + 3Hn_{3/2} = < \Sigma_{tot} v_{rel} > n_{rad}^2 - \frac{m_{3/2}}{< E_{3/2} >} \frac{n_{3/2}}{\tau_{3/2}}$$

où H est le paramètre de Hubble, $n_{rad} = \zeta(3)T^3/\pi^2$ est la densité numérique de bosons scalaires dans le bain thermique, v_{rel} est la vitesse relative de la radiation qui diffuse, $m_{3/2}/(< E_{3/2} >)$ est le facteur de Lorentz moyen, $\tau_{3/2}$ est le temps de vie moyen d'un gravitino (calculé avec le lagrangien SUGRA) et Σ_{tot} est la section efficace totale (calculée dans le MSSM). On suppose ensuite que les gravitinos se désintègrent essentiellement en photons et photinos (avec un rapport de branchement B) dont les créations de paires, diffusions Compton, inverse Compton, et diffusions $\gamma - \gamma$ sont prises en compte. En

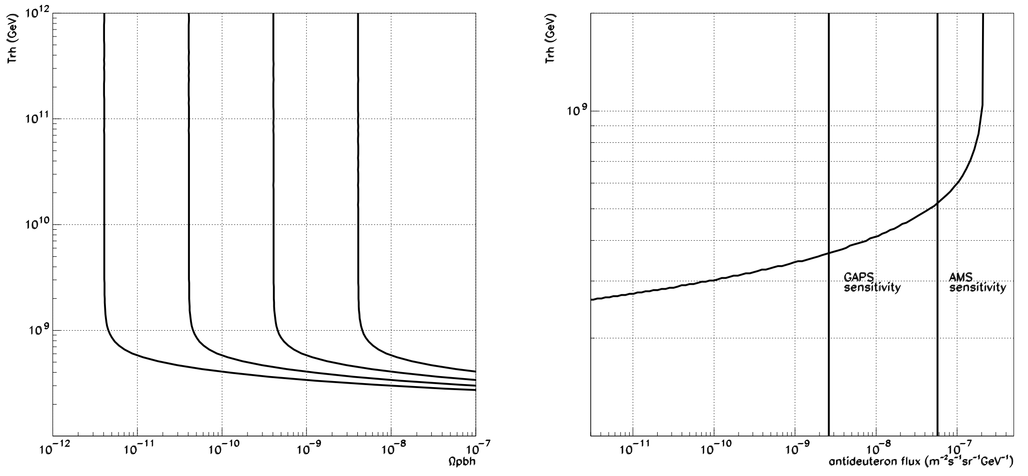

FIG. 3.4 – *Gauche : Températures de reheating possibles* T_{RH} *en fonction de la denstité de PBH pour différents flux d'antideutérons à 100 MeV :* 2×10^{-7}, 2×10^{-8}, 2×10^{-9}, 2×10^{-10} *de droite à gauche en* $\mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-1}\mathrm{sr}^{-1}\mathrm{GeV}^{-1}$. *Droite : Limite inférieure sur* T_{RH} *en fonction du flux d'antideutérons à 100 MeV.*

demandant que la photo-dissociation ainsi induite sur les éléments légers ne modifie pas le scénario de la nucléosynthèse primordiale au-delà des containtes observationnelles, on peut en déduire une limite sur la masse des gravitinos [127]. Une étude plus exhaustive est présentée dans [83]. La figure 3.5 présente cette limite sur la partie gauche pour trois valeurs du rapport de branchement. Il est à noter que la dépendance en B est non-triviale parce qu'en modifiant celui-ci, on modifie aussi le temps de vie du gravitino et donc également les effets sur la destruction de l'^3He et du D. Enfin, il est intéressant de jouer le jeu de lier ces masses à des paramètres plus fondamentaux encore. Cette fois, le résultat devient très "modèle-dependant". Dans le cadre d'un modèle grand-unifié (GUT) conduisant naturellement à des échelles de masses de l'ordre de $10^2 - 10^3$ GeV grâce à une configuration spécifique du champ de dilaton en supergravité [128], on peut lier la masse du gravitino aux paramètres par :

$$m_{3/2} = \left(\frac{5\pi^{\frac{1}{2}}\lambda}{2^{\frac{3}{2}}}\right)^{\sqrt{3}} (\alpha_{GUT}) \left(\frac{M_{GUT}}{M_{Pl}}\right)^{3\sqrt{3}} M_{Pl},$$

avec $M_{GUT} \sim 10^{16}$ GeV et un couplage de jauge $\alpha_{GUT} \sim 1/26$. La figure 3.5, à droite, présente la limite corrélative sur la constante de couplage λ (du 24-multiplet) que l'on peut ainsi obtenir. Bien-sûr, cette dernière approche est très spéculative. Mais elle montre que, de façon très indirecte, la présence de trous noirs primordiaux renseignerait sur de nombreux paramètres physiques fondamentaux.

Cette voie est encore à creuser. En particulier, deux points importants devraient être explorés plus en détails. Le premier est relatif au modèle particulier de supergravité choisi. Nous avons ici raisonné essentiellement dans le cadre mSUGRA où la masse du gravitino est, par construction, attendue autour de l'échelle électrofaible (disons entre 100 GeV et 1 TeV). Il serait intéressant de considérer plus en profondeur les alternatives et, en particulier, les modèles de type GMSB (brisure de supersymétrie à médiation de jauge) qui sont beaucoup discutés en ce moment. Leur intérêt essentiel réside en ce qu'ils permettent une supression naturelle du taux de changement de saveur dans les courants neutres grâce à une basse échelle d'énergie. Dans ces cas, les gravitinos sont les particules supersymétriques les plus légères (LSP) avec des masses comprises entre 100 keV et 10 MeV. La contrainte sur T_{RH} est alors encore plus stricte puisqu'il sagit cette fois d'avoir une densité de gravitinos inférieure à la densité totale

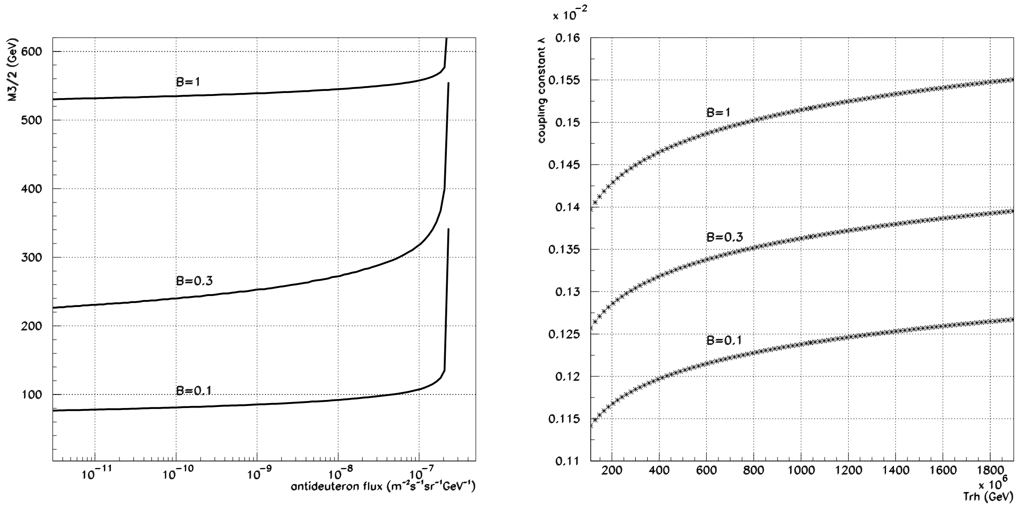

FIG. 3.5 – *Gauche : Limite inférieure sur la masse du gravitino en fonction du flux d'antideutérons mesuré pour 3 valeurs de rapports de branchement. Droite : Limite inférieure sur la constante de couplage λ en fonction de la température de reheating.*

(les gravitinos sont ici stables si la R-parité est conservée) : $T_{RH} < 10^6 - 10^3$ GeV selon la masse. Une étude globale de la validité des limites dans les différents modèles supersymétriques serait une extension intéressante du travail réalisé.

Il serait aussi important de voir comment ces limites s'accordent avec les modèles faisant intervenir des transitions des phase du premier ordre [129]. Dans ces derniers, les trous noirs résultent de la collision de bulles de "vrai vide" dans un fond de "faux vide" et des trous noirs peuvent de former avec des masses dont la valeur dépend de la théorie de champ sous-jacente utilisée [5].

Un autre point important concerne les modèles d'inflation. De façon à concilier inflation à haute échelle d'énergie et supersymétrie locale, des modèles de type inflation *thermique* ont été développés [130]. L'idée de base est de tenir compte de ce que, au cours de l'évolution cosmologique, la dilution s'effectue de façon approximativement isentropique $n/s \approx cte$. Si donc une grande quantité d'entropie (par exemple *via* un champ scalaire qui domine la radiation à une certaine époque) est libérée dans l'Univers avant que les gravitinos ou autres champs de moduli ne se désintègrent, le problème peut être, dans une large mesure, évité. On retrouve cette idée dans le modèle du curvaton [131]. Il serait utile d'étudier plus en détail dans quelle mesure une détection de trous noirs primordiaux corrélée à une éventuelle détection de gravitinos légers auprès d'autres expériences pourrait favoriser un tel scénario cosmologique. Une question similaire se pose d'ailleurs pour le mode B dans le CMB.

Enfin, un certain nombre de modèles d'inflation actuellement très discutés prédisent un *running spectral index* α_s, autrement dit supposent que le $P(k)$ n'est pas invariant d'échelle. Le spectre est alors généralement paramétrisé sous la forme

$$P(k) = P(k_0)\left(\frac{k}{k_0}\right)^{n_s(k_0)+\frac{1}{2}\alpha_s ln(\frac{k}{k_0})}$$

où k_0 correspond typiquement à l'échelle du CMB. Les limites supérieures sur la densité de PBH que nous avons obtenues conduisent à une limite très forte sur le paramètre de *running* : $\alpha_s \lesssim 0.16$. Une voie d'investigation à ouvrir en ce sens consisterait à traduire cette limite en termes des paramètres fondamentaux de ces modèles. Le point est en discussion avec l'IAP.

3.4 Constante cosmologique et trous noirs supermassifs

Un grand nombre de travaux théoriques sont consacrés à l'étude des trous noirs en espace Anti-De-Sitter (*i.e.* avec une constante cosmologique négative), voir par exemple [132] et les références incluses. La motivation sous-jacente est liée à la correspondance AdS/CFT qui établit un lien isomorphe entre les théories de champ conformes et les théories en espace Anti-de-Sitter. Il me semble que, même si elles sont très élégantes d'un point de vue mathématique, ces études sont sans grand lien avec le monde physique. D'abord parce que les observations cosmologiques ne s'accordent bien evidement pas avec cette image. Ensuite parce que, même si on fait l'hypothèse phénoménologique que l'espace puisse être asymptotiquement AdS au voisinage des trous noirs, il s'ensuivrait des phénomènes sans doute en désaccord avec l'expérience. Nous proposons en effet d'étudier la thermodynamique des trous noirs supsermassifs en espace AdS. La température s'écrit alors [132] :

$$T = \frac{1 - 3r_+^2/l^2}{4\pi r_+}$$

avec $\Lambda = 3/l^2$ (cette notation est souvent utilisée à D dimensions : $\Lambda = (D-1)(D-2)/2l^2$). Autrement dit, dans ce cas, la température *augmente* avec le rayon gravitationnel pour les très grandes valeurs de r_+ ! Intuitivement, on peut comprendre ce phénomène comme un effet essentiellement géométrique : les fluctuations sont indépendantes du trou noir et c'est la taille de l'horizon qui joue. Etant donné qu'aucune évaporation n'est observée en provenance des trous noirs siégeant au coeur des galaxies (qui, à la différence des PBH, jouissent de l'immense privilège d'exister de façon "certaine") nous pensons pouvoir mettre une limite supérieure assez contraignante sur la valeur absolue locale d'une constance cosmologique négative. La difficulté technique de ce travail en cours est liée au calcul des *grey-body factors* qui n'est alors pas triviale. Nous pensons essentiellement utiliser les gammas (émis directement et résultant de la désintégration de pions neutres) mais il n'est pas exclu que d'autres particules puissent également conduire à des résultats intéressants. Il s'agirait ici de montrer que l'étude des trous noirs en espace AdS telle qu'elle est couramment pratiquée en physique mathématique n'a finalement pas grand sens.

CONCLUSION

Ce qu'on ne saurait dire, il faut le taire
Dernier aphorisme du *Tractatus Logico-Philosophique*,
Ludwig Wittgenstein

Les trous noirs primordiaux sont des objets fascinants. Mais, cette physique, il faut bien le reconnaître, est parfois spéculative...

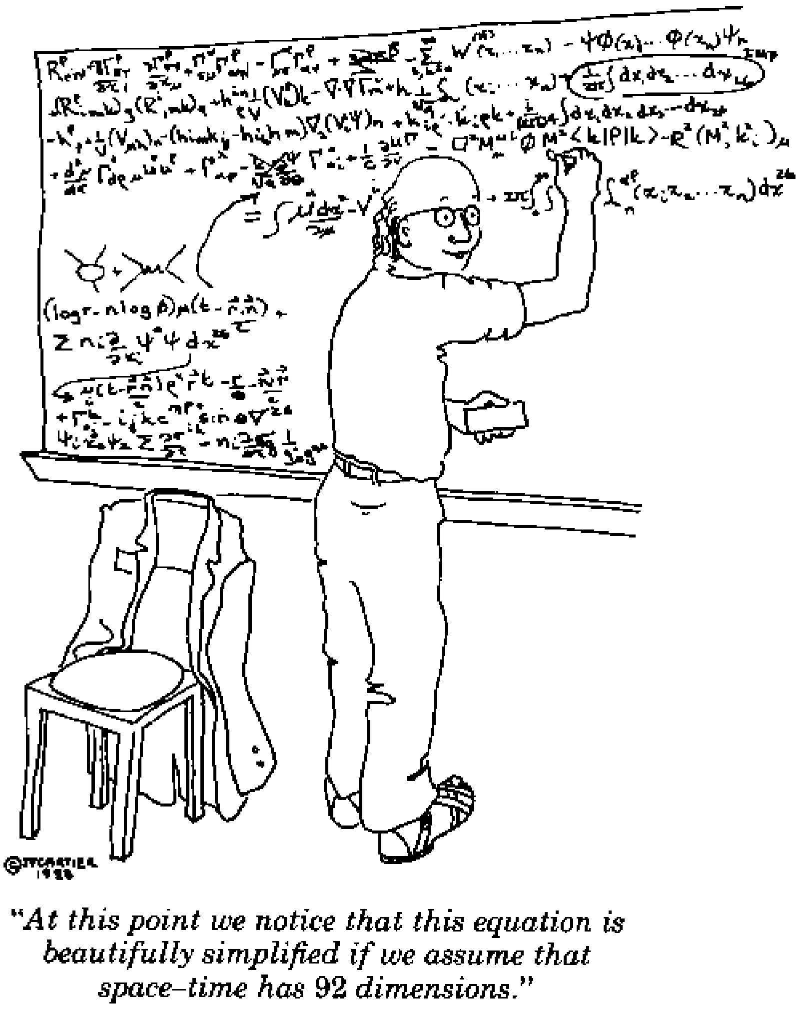

FIG. 3.6 – *Caricature ?*

Bibliographie

[1] S. Hawking, Comm. Math. Phys., 43, 199 (1975)

[2] A. Barrau & G. Boudoul, La Recherche, 362, 38 (2003) ;
A. Barrau & G. Boudoul, Ciel et Espace, 385, 48 (2002)

[3] A. W. Peet, Class. Quantum Grav., 15, 3291 (1998)

[4] M. Yu. Khlopov & A. G. Polnarev, Phys. Lett. B, 97, 383 (1980) ;
M. Yu. Khlopov & A. G. Polnarev, Sov. Phys. Uspekhi, 28, 213 (1985)

[5] M. Yu. Khlopov, Cosmoparticle Physics, World Scientific (1999)

[6] M. K. Parikh & F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 85, 5042 (2000)

[7] J. S. Schwinger Phys Rev. 82, 664 (1951)

[8] S. Hawking, Nature 248 30 (1974)

[9] P. C. W. Davies, J. Phys. A. : Gen. Phys. 8 365 (1975)

[10] W. G. Unruh, Phys Rev D 14, 870 (1976)

[11] J. A. Peacock, Cosmological Physics, Cambridge University Press(1999)

[12] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul & R, Taillet, ApJ 563, 172 (2001)

[13] D. Maurin, F. Donato, R. Tailllet & P. Salati, ApJ 555,585 (2001)

[14] J. Alcaraz *et al.*, Phys. Lett. B 472, 215 (2000) ;
J. Alcaraz *et al.*, Phys. Lett. B, 494, 193 (2000)

[15] T. Sanuki *et al.*, ApJ, 545, 1135 (2000)

[16] L.C. Tan & L.K. Ng, Phys. Rev. D, 26, 1179 (1982)

[17] N.V. Mokhov, Nitikin & P. Yu, Nuclear Physics and Cosmic Rays, 6th ed ; Khar'kov State Univ. (1977)

[18] M. Simon, A. Molnar & S. Roesler, SpJ, 499, 250 (1998)

[19] L.C. Tan & L.K. Ng, J. Phys. G, 227 (1983)

[20] T.K. Gaisser & R.K. Schaeffer, ApJ, 396, 175 (1992)

[21] A. Barrau *et al.*, Astronom. Astrophys., 388, 676 (2002)

[22] G. W. Gibbons, Comm. Math. Phys., 44, 245 (1975) ;
D. N. Page, Phys. Rev. D, 16, 2402 (1977)

[23] J. H. MacGibbon & B. R. Webber, Phys. Rev. D, 31, 3052 (1990)

[24] D.Yu. Golubkov, Yu.A. Golubkov & M.Yu. Khlopov, Grav. Cosmol. Suppl. 6, 101 (2000)

[25] T. Tjöstrand, Comput. Phys. Commun., 82, 74 (1994)

[26] P. Gondolo & J. Silk, Phys. rev. Lett., 83, 1719 (1999)

[27] C. Calcaneo-Roldan & B. Moore, Phys. Rev. D, 62, 123005 (2000)

[28] B. Carr, ApJ, 201, 1 (1975)

[29] A.F. Heckler, Phys. Rev. D, 55, 480 (1997)

[30] J.M. Cline, M. Mostoslavsky & G. Servant, Phys. Rev. D, 59, 063009 (1999)

[31] F. Donato, N. Fornengo & P. Salati, Phys. Rev. D, 62, 043003 (2000)

[32] J. H. MacGibbon & B. J. Carr, ApJ, 371, 441 (1991)

[33] A. Barrau, G. Boudoul & L. Derome, proc. du 28eme ICRC, astro-ph/0304528

[34] B. J. Carr & J. H. MacGibbon, Phys. Reports 307, 141 (1998)

[35] H. I. Kim, C. H. Lee & J. H. MacGibbon, Phys. Rev. D, 59, 063004 (1999)

[36] V. Pavlidou & B. D. Fields, ApJ 575, L5-L8 (2002)

[37] P. Sreekumar *et al.*, ApJ 494, 523 (1998)

[38] D. Blais, C. Kiefer, D. Polarski, Phys. Lett. B 535, 11 (2002)

[39] A. Barrau *et al.*, Astronom. Astrophys., 398, 403 (2003)

[40] P. Chardonnet, J. Orloff & P. Salati, Phys. Lett. B, 409, 313 (1997)

[41] L.P. Csernai & J.I. Kapusta, Phys. Rep., 13, 4, 223 (1986)

[42] M. Buenerd *et al.*, en préparation

[43] K. Protassov *et al.*, en préparation

[44] A.G. Polnarev & M.Yu. Khlopov, Sov. Phys. Usp, 28, 213 (1985)

[45] A. Barrau, D. Blais, G. Boudoul, D. Polarski, Phys. Lett. B 551 218 (2003)

[46] C. B. Netterfield *et al* In press for ApJ astro-ph/014460
P. De Bernadis *et al* Nature 404, 995 (2000)

[47] S. Hannany *et al* ApJ 545, L5 (2000)
A. T. Lee *et al* ApJ 561, L1 (2001)

[48] A. Benoit *et al.*, A & A, 399 (2003) L25-L30

[49] C. L. Bennett *et al.*, sous presse pour ApJ, astro-ph/0302207

[50] J.L. Sievers *et al*, sous presse ApJ astro-ph/0205387

[51] H. I. Kim, C. H. Lee & J. H. MacGibbon, Phys. Rev. D, 59, 063004 (1999)

[52] T. Bringmann, C. Kiefer & D. Polarski Phys. Rev. D, 65 024008 (2002)

[53] A.A. Starobinsky, JETP Lett. 55, 489 (1992)

[54] J. Lesgourgues, D. Polarski & A.A. Starobinsky, Mont. Not. Roy. Astron. Soc. 297, 769 (1998)

[55] M.W. Choptuik, Phys. Rev. Lett. 70, 9 (1993)

[56] J.C. Niemeyer & K. Jedamzik, Phys. Rev. Lett. 80, 5481 (1998)

[57] T. Padmanabhan, Structure formation in the Universe, Cambridge University Press, 1993

[58] D. Blais *et al.*, Phys. Rev. D, 67, 024024 (2003)

[59] J.C. Niemeyer and K. Jedamzik, Phys. Rev. Lett. 80 (1998) 5481 ;
J.C. Niemeyer and K. Jedamzik, Phys. Rev. D 59 (1999) 124013

[60] J. Yokoyama, Phys. Rev. D 58 (1998) 107502

[61] S. Alexeyev, A. Barrau, G. Boudoul, O. Khovanskaya, M. Sazhin, Class. Quantum Grav. 19 (2002) 4431
S. Alexeyev, A. Barrau, G. Boudoul, O. Khovanskaya, M. Sazhin, Astronom. Lett. 28, 7, 428 (2002)

[62] C. G. Callan *et al.*, Nucl. Phys. B, 294, 593 (1985)

[63] S. O. Alexeyev & M. Pomazonov, Phys. Rev. D, 55, 2110 (1997) ;
S.O. Alexeyev and M.V. Sazhin, Gen. Relativ. and Grav. 8, 1187 (1998) ;
S.O. Alexeyev, M.V. Sazhin and M.V.Pomazanov, Int. J. Mod. Phys. D 10, 225 (2001).

[64] B. Zwiebach, Phys. Lett. B, 156, 315 (1985)

[65] D. G. Boulware & S. Deser, Phys. Rev. lett., 55, 2656 (1985)

[66] N. Deruelle & L. Farina-Busto, Phys. Rev. D, 41, 3696 (1990)

[67] Y.M. Cho, I. Neupane & P. S. Wesson, Nucl. Phys. B, 621, 388 (2002)

[68] J. E. Lidsey & N. J. Nunes, astro-ph/0303168

[69] S. W. Hawking, T. Hertog & H. Reall, Phys. Rev. D, 62, 043501 (2000)

[70] L. Randall & R. Sundrun, Phys. Rev. Lett, 83, 4690 (1999)

[71] A. Barrau & S. Alexeyev, SF2A proc, 401, EDP Science (2001)

[72] S.O. Alexeyev, M.V. Sazhin & M.V. Pomazanov, Int. J. Mod. Phys. D10, 225-230 (2001)

[73] A. Bonanno & M. Reuter, Phys. Rev. D, 62, 043008 (2000)

[74] A. Tseytlin, "String Solutions with Nonconstant Scalar Fields" *Wendisch-Rietz, Germany, 1993 (Ahrenshoop Symp.1993 :0001-13),* hep-th/9402082

[75] B. Zwiebach, Phys. Lett. B 156, 315 (1985) ; E. Poisson, Class. Quantum Grav. 8, 639 (1991) ;
D. Witt, Phys. Rev. D 38, 3000 (1988) ;
J.T. Wheeler, Nucl. Phys. B 268, 737 (1986), Nucl. Phys. B 273, 732 (1986) ;
G.W. Gibbons and K.Maeda, Nucl. Phys. B 298, 741 (1988) ;
D.Garfincle, G.Horowitz and A.Strominger, Phys. Rev. D 43, 3140 (1991), Phys.Rev. **D45**, 3888 (1992).

[76] S.O. Alexeyev & O.S. Khovanskaya, Grav. Cosmol. 6, 14 (2000)

[77] M.K. Parikh & F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 85, 24 (2000).

[78] A.A.Starobinsky, S.M.Churilov, Zh. Eksp. Fiz. 65, 3 (1973) ;
J.H.MacGibbon, B.R.Webber, Phys. Rev. D 41, 3052 (1990).

[79] A. Barrau, D. Blais, G. Boudoul, D. Polarski, Ann. Phys. (2003) [astro-ph/0303330]

[80] C.G. Callan, D. Friedan, E.J. Martinec, N.J. Pery, Nucl .Phys. B294, 593 (1985)

[81] A. Djouadi, J-L Kneur, G. Moultaka, PM-02-39 and CERN TH/2002-32, hep-ph/0211331

[82] M. Kawasaki & T. Moroi, Prog. Theor. Phys., 93, 5 (1995)

[83] F. Balestra, G. Piragino, D.B. Pontecorvo, L.G. Sapozhnikov, I.V. Falomkin & M.Yu. Khlopov., Sov. J. Nucl. Phys., 39, 646 (1984)
M.Yu. Khlopov, Yu.L. Levitan, E.V. Sedelnikov & I.M.Sobol, Phys. Atom. Nucl. 57, 1393 (1994)

[84] J. Ellis, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive & K. Tamvakis, Astropart. Phys., 4, 391 (1996)

[85] N. Ponthieu, thèse de l'Université Joseph Fourier (2003)

[86] T. Nakamura *et al.*, Astrophys. J., 487, L139 (1997)

[87] A. Barrau, J. Grain, S. Alexeyev, Phys. Lett. B, 584, 114 (2004)

[88] E. V. Bugaev & K. V. Konishchev, Phys. Rev. D 66, 084004 (2002)

[89] G. Boudoul & A. Barrau, Annales Henri Poincaré (2003), astro-ph/0212225

[90] M. Pomazonov, V. Kolbasova & S. Alexeyev, soumis à Class. & Quantum Grav. (2003), gr-qc/0301029

[91] Particle Data Group, Phys. Rev. D 66, 010001 (2002)

[92] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos & G.R. Dvali, Phys. Lett. B 429 (1998) 257
I. Antoniadis *et al.*, Phys. Lett. B 436 (1998) 257
N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos & G.R. Dvali, Phys. Rev. D 59 (1999) 086004

[93] L. Randall & R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 3370

[94] S. Dimopoulos & G. Landsberg, Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 161602

[95] S.B. Giddings & S. Thomas, Phys. Rev. D 65 (2002) 056010

[96] K. Cheung, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 221602
P. Kanti & J. March-Russell, Phys. Rev. D 66 (2002) 024023
A.V. Kotwal & C.Hays, Phys. Rev. D 66 (2002) 116005
S. Hossenfelder, S. Hofmann, M. Bleicher & H. Stocker, Phys. Rev. D 66 (2002) 101502
A. Chamblin & G.C. Nayak, Phys. Rev. D 66 (2002) 091901
V. Frolov & D. Stojkovic, Phys. Rev. D 66 (2002) 084002
M. Cavaglia, Phys. Lett.B 569 (2003) 7-13
D. Ida, K.-Y. Oda & S.C. Park, Phys. Rev. D 67 (2003) 064025
M. Cavaglia, S. Das & R. Maartens, Class. Quantum Grav. 20 (2003) L205
R. Casadio & B. Harms, Int. J. Mod. Phys. A 17 (2002) 4635
P. Kanti & J. March-Russell, Phys. Rev. D 67 (2003) 104019
I.P. Neupane, Phys. Rev. D 67 (2003) 061501

[97] D.G. Boulware & S. Deser, Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 2656

[98] B. Zwiebach, Phys. Lett. B 156 (1985) 315
N. Deruelle & J. Madore, Mod. Phys. Lett. A 1 (1986) 237
N, Deruelle & L. Farina-Busto, Phys. Rev. D 41 (1990) 3696

[99] S. Nojiri, S.D. Odintsov & S. Ogushi, Phys. Rev. D 65 (2002) 023521
M.E. Mavrotamos & J. Rizos, Phys. Rev. D 62 (2000) 124004
Y.M. Cho, I.P. Neupane and P.S. Wesson, Nucl. Phys. B 621 (2002) 388

[100] B.C. Paul & S. Mukherjee, Phys. Rev. D 42 (1990) 2595
B. Abdesselam & N. Mohammedi, Phys. Rev. D 65 (2002) 084018
C. Charmousis & J.-F. Dufaux, Class. Quantum .Grav. 19 (2002) 4671
J.E. Lidsey & N.J. Nunes, Phys. Rev. D 67 (2003) 103510

[101] S.O. Alexeyev & M.V. Pomazanov, Phys. Rev. D 55 (1997) 2110
S.O. Alexeyev, A. Barrau, G. Boudoul, O. Khovanskaya & M. Sazhin, Class. Quantum Grav. 19 (2002) 4431
M. Banados, C. Teitelboim & J. Zanelli, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 957
T. Torii & K.-I. Maeda, Phys. Rev. D 58 (1998) 084004

[102] T. Tjöstrand, Comput. Phys. Commun., 82 (1994) 74

[103] ATLAS TDR 14, vol 1 CERN/LHCC/99-14 (1999)

[104] D.M. Eardley & S.B. Giddings, Phys. Rev. D 66 (2002) 044011

[105] H. Yoshino & Y. Nambu, Phys. Rev. D 66 (2002) 065004

[106] R.C. Myers & M.J. Perry, Ann. Phys. (N.Y.) 172 (1986) 304

[107] R.-G. Cai, Phys. Rev. D 65 (2002) 084014
A. Padilla, Class. Quantum Grav. 20 (2003) 3129

[108] A. Barrau, Astropart. Phys. 12, 269 (2000)

[109] P.Bhattacharjee, G.Sigl, Physics Reports 327, 109 (2000)

[110] la page web http ://lpnhe-auger.in2p3.fr/ contient un nombre impressionnant de liens vers les *très* nombreux articles liés aux sources possibles d'EHECR.

[111] A. Ringwald & H. Tu, Phys. Lett. B 525, 135 (2002)
R. Emparan, M. Masip & R. Rattazzi, Phys. rev. D 65, 064023 (2002)
J.L. Feng & A.D. Shapere, Phys. Rev. Lett. 88, 021303 (2002)
L.A. Anchordoqui, J.L. Feng, H. Goldberg & A.D. Shapere, Phys. Rev. D 65,124027 (2002)
E.-J. Ahn, M. Ave, M. Cavaglia & A.V. Olinto, Phys. Rev. D 68, 043004 (2003)

[112] A. Barrau & N. Ponthieu, sous presse pour Phys. Rev. D (2004), hep-ph/0402187

[113] D. Z. Freedman, P. Van Nieuwenhuizen, S. Ferrara, Phys. Rev. D, 13, 3214 (1976)

[114] K. A. Olive, Les Houches Session LXXI, "The primordial universe", ed. P. Binétruy, R. Schaeffer, J. Silk, F. David., Springer (1999)

[115] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett., 48, 1303 (1982)

[116] H. Pagels, J. R. Primack, Phys. Rev. Lett., 48, 223 (1982)

[117] D. V. Nanopoulos, K. A. Olive, M. Srednicki, Phys. Lett. B, 127, 30 (1983)

[118] M. Yu. Khlopov, A. D. Linde, Phys. Lett. B, 138, 265 (1984)

[119] J. Ellis, E. Kim, D. V. Nanopoulos, Phys. Lett. B, 145, 181 (1984)

[120] R.G. Leigh, R. Rattazzi, Phys. Lett. B, 352, 20 (1995)

[121] H. Fujisaki, K. Kumekawa, M. Yamaguchi, M. Yoshimura, Phys. Rev. D, 54, 2494 (1996)

[122] J. Ellis, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive, S.-J. Rey, Astropart. Phys., 4, 371 (1996)

[123] R. Kallosh, L. Kofman, A.D. Linde, A. Van Proeyen, Phys. Rev. D, 61, 103503 (2000)

[124] http ://www-dapnia.cea.fr/Phys/Sap/Activites/Science/Cosmologie/Fond/page.shtml#exp

[125] J. Kovac *et al.*, Nature, 420, 772 (2002)

[126] A. Kogut *et al.*, Astrophys. J. Suppl., 148,161 (2003)

[127] K. Kawasaki, T. Moroi, Prog. Theoretical Phys.,93, 879 (1995)

[128] V. I. Tkach, J. J. Rosales, J. Torres, Mod. Phys. Lett. A, 14, 169 (1999)

[129] M.Yu Khlopov *et al.,* Grav. Cosmol. 6, 153 (2000)
M.Yu Khlopov *et al.,* Grav. Cosmol. 2, S1 (1999)
R.V. Konoplich, S.G. Rubin, A.S. Sakharov &M. Yu Khlopov, Pisma Astron, Zh. 24, 1 (1998)

[130] D. H. Lyth, E. D. Stewart, Phys. Rev. Lett., 75, 201 (1995)
D. H. Lyth, E. D. Stewart, Phys. Rev. D, 53, 1784 (1996)

[131] L. Knox, Y.-S. Song, Phys. Rev. Lett., 89, 011303 (2002)

[132] R.-G. Cai, Phys. Rev. D 65 084014 (2002)
R.-G. Cai, hep-th/0311020