



**HAL**  
open science

# Transport d'une solution saline en cellule de Hele-Shaw - Expériences et simulations numériques

Christophe Felder

► **To cite this version:**

Christophe Felder. Transport d'une solution saline en cellule de Hele-Shaw - Expériences et simulations numériques. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL, 2003. Français. NNT: . tel-00006120

**HAL Id: tel-00006120**

**<https://theses.hal.science/tel-00006120>**

Submitted on 18 May 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy  
Laboratoire Environnement, Géomécanique & Ouvrages

Ecole doctorale RP2E

## **THESE**

présentée à l'Institut National Polytechnique de Lorraine en vue de l'obtention du grade de

**DOCTEUR DE L'I.N.P.L.**

**Spécialité : Génie Civil - Hydrosystèmes - Géotechnique**

par

**Christophe FELDER**

## **TRANSPORT D'UNE SOLUTION SALINE EN CELLULE DE HELE- SHAW – EXPÉRIENCES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES**

Soutenue publiquement le 23 octobre 2003 devant la Commission d'Examen

Membres du jury :

<b>Président :</b>	<b>PANFILOV Michel</b>
<b>Rapporteurs :</b>	<b>HULIN Jean-Pierre</b> <b>ACKERER Philippe</b>
<b>Examineur :</b>	<b>ROYER Pascale</b>
<b>Directeur de thèse :</b>	<b>BUÈS Michel</b>
<b>Co-Directeur de thèse :</b>	<b>OLTEAN Constantin</b>

**AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Jean-Pierre HULIN, Directeur de Recherche, FAST, Orsay**

**Monsieur Philippe ACKERER, Directeur de Recherche, IMFS, Strasbourg**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur FELDER Christophe**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**" Transport d'une solution saline en cellule de Hele-Shaw – Expériences et simulations  
numériques "**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 5 4 5 0 1  
VANCEUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de :

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**

Spécialité : « Génie Civil – Hydrosystèmes - Géotechnique »

Fait à Vandoeuvre, le 08 octobre 2003

Le Président de l'I.N.P.L.

L. SCHUFFENECKER



# QUALITÉS ET SPÉCIALITÉS DES MEMBRES DU JURY

- M. Michel PANFILOV**  
Président  
Professeur INPL  
LAEGO - ENSG  
Rue du Doyen Marcel Roubault, Bât. E, B.P. 40,  
54501 VANDOEUVRE-Lès-NANCY  
*Spécialité* : Mécanique des fluides
- M. Jean-Pierre HULIN**  
Rapporteur  
Directeur de recherche au CNRS  
FAST  
UMR 7608 CNRS - UPMC, UPS  
Bât. 502 - Campus Universitaire  
91405 ORSAY  
*Spécialité* : Hydrodynamique des milieux poreux et fracturés
- M. Philippe ACKERER**  
Rapporteur  
Directeur de recherche au CNRS  
IMFS  
UMR 7507 CNRS - ULP  
2 rue Boussingault  
67000 STRASBOURG  
*Spécialité* : Hydrodynamique et transferts en milieux poreux
- Mme Pascale ROYER**  
Examineur  
Chargée de recherche au CNRS  
3S  
UMR 5521 CNRS - UJF, INPG  
B.P. 53 -38041 GRENOBLE Cedex 9  
*Spécialité* : Milieux poreux
- M. Michel BUÈS**  
Directeur de thèse  
Professeur INPL  
LAEGO - ENSG  
Rue du Doyen Marcel Roubault, Bât. E, B.P. 40,  
54501 VANDOEUVRE-Lès-NANCY  
*Spécialité* : Mécanique des fluides
- M. Constantin OLTEAN**  
Co-directeur de thèse  
Maître de conférences INPL  
LAEGO - ENSG  
Rue du Doyen Marcel Roubault, Bât. E, B.P. 40,  
54501 VANDOEUVRE-Lès-NANCY  
*Spécialité* : Milieux poreux

## REMERCIEMENTS

Je tiens à adresser ma reconnaissance à Monsieur le Professeur Michel BUÈS et à Monsieur Constantin OLTEAN qui, par leurs nombreux conseils et le suivi régulier de mon travail, m'ont encouragé durant cette thèse.

Je remercie Monsieur le Professeur Michel PANFILOV de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Que les rapporteurs de mon jury de thèse, Messieurs Jean-Pierre HULIN et Philippe ACKERER, directeurs de recherche au CNRS, soient remerciés pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire Environnement, Géomécanique et Ouvrages (LAEGO). Je remercie tous les membres du LAEGO, permanents, stagiaires ou thésards, pour l'ambiance amicale dans laquelle s'est déroulée cette thèse.

Je dédie ce travail à Cindy, Amandine, mes parents, Thierry et Marie-Reine, mes frères et sœur, Laurent, Jérôme et Émeline, mes grands-parents, ma famille, mes amis et les remercie pour leur soutien et tous leurs encouragements.

## RESUME :

Afin d'étudier l'évolution spatio-temporelle d'un polluant miscible à l'eau et non réactif dans un milieu poreux saturé, un modèle de laboratoire (une cellule de Hele-Shaw transparente) a été développé. La conception de ce dispositif, les plaques sont réalisées en verre optique, a permis de mettre au point une méthode globale et non intrusive de mesure de la concentration dans la zone de mélange. Cette méthode est basée sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant marquant la solution injectée.

L'analogie entre une cellule de Hele-Shaw et un milieu poreux est basée sur la possibilité d'exprimer la vitesse moyenne de l'écoulement entre les deux plaques par la loi de Darcy. En outre, le transport moyen d'un traceur peut être décrit avec un tenseur de dispersion (dispersion de Taylor). Dans le cas d'un fluide hétérogène (*e.g.* : contrastes de masse volumique ou de viscosité), les conditions d'analogie sont obtenues par une approche analytique de type développement asymptotique et homogénéisation pour prendre en compte la variation de la masse volumique et de la viscosité dynamique en fonction de la concentration. Une nouvelle forme du tenseur de dispersion est établie.

Suivant le débit volumique et la fraction massique en sel de la solution injectée dans le milieu homogène, des expériences qualitativement reproductibles montrent que le panache se propage sous la forme d'un ou de deux doigts. Un critère empirique, basé sur le rapport entre la vitesse gravitationnelle et celle à l'injection, est formulé pour prédire le type de propagation. Les simulations, réalisées avec un code numérique développé au laboratoire et incluant la nouvelle forme du tenseur de dispersion, permettent : (i) de reproduire de manière satisfaisante les résultats expérimentaux obtenus en milieu homogène et hétérogène et (ii) d'analyser les influences de la diffusion, de la géométrie de l'injection et du type de régime de dispersion sur les distributions numériques du soluté.

**MOTS-CLES** : cellule Hele-Shaw, traceur, solution saline, fluide hétérogène, contraste de densité, panache, digitation, homogénéisation, développement asymptotique, dispersion de Taylor généralisée, contraste de perméabilité.

## Salt solution transport in Hele-Shaw cell – Experiments and numerical simulations

### ABSTRACT:

To study the spatio-temporal evolution of a miscible and non-reactive contaminant into a saturated porous media, a laboratory model (a transparent Hele-Shaw cell) was developed. The carrying out of the experimental set-up, the plates are made of optical glass, allowed to elaborate a global and non-intrusive method to measure concentration in the mixing zone. This method is based on light absorption properties by dye marking injected solution.

The analogy between a Hele-Shaw cell and a porous medium is derived from the fact that the flow velocity averaged between the two plates is described by Darcy's law. Moreover, the averaged tracer transport is described by a dispersion tensor (Taylor dispersion). For a heterogeneous fluid (*e.g.*: density or dynamic viscosity contrasts), the conditions of analogy are obtained by an analytical approach using asymptotic development and homogenization to take into account the density and dynamic viscosity variation according to the concentration. A new structure of the dispersion tensor is obtained.

According to flow rate and salt mass fraction of the injected solution, qualitatively reproducible results show that the plume propagates with a finger or two fingers shape. An empirical criterion, based on the ratio between gravitational velocity and that at the injection, is formulated to predict the type of propagation. Simulations, carried out with a numerical code developed at the laboratory and including the new structure of the dispersion tensor, allowed to: (i) to reproduce experimental results obtained for homogeneous and heterogeneous media and (ii) to analyze the influences of the diffusion, the injection geometry or the dispersion regime type on the solute numerical distributions.

**KEYWORDS**: Hele-Shaw cell, tracer, salt solution, heterogeneous fluid, density contrast, plume, fingering, homogenization, asymptotic development, generalized Taylor dispersion, permeability contrast.

# **TABLE DES MATIÈRES**

## TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 - MESURES NON INTRUSIVES EN MILIEUX POREUX - DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET TECHNIQUE DE MESURE .....</b>	<b>5</b>
<b>1    Systèmes de mesure non intrusifs et quelques résultats expérimentaux....</b>	<b>9</b>
1.1 A l'échelle du terrain.....	9
1.2 A l'échelle du laboratoire .....	10
1.2.1 Milieux poreux naturels .....	10
1.2.2 Milieux poreux artificiels .....	12
1.2.3 Choix du modèle et des systèmes de mesure.....	16
<b>2    Dispositif expérimental.....</b>	<b>18</b>
2.1 La cellule de Hele-Shaw .....	18
2.2 Mode opératoire.....	23
<b>3    Restitution d'un champ de concentration par imagerie .....</b>	<b>27</b>
3.1 Principe de la mesure.....	27



3.2	Système de mesure .....	29
3.3	Traitements liés à l'utilisation d'un détecteur C.C.D. ....	30
3.3.1	<i>Sensibilités spectrales du détecteur C.C.D.</i> .....	31
3.3.2	<i>Fonction de transfert du détecteur C.C.D.</i> .....	32
3.4	Caractéristique du système d'éclairage .....	33
3.4.1	<i>Distribution spectrale du flux lumineux</i> .....	33
3.4.2	<i>Distribution spatiale du flux lumineux</i> .....	34
3.4.3	<i>Distribution temporelle du flux lumineux</i> .....	35
3.5	Choix du colorant .....	36
3.6	Étude du signal de sortie en fonction de la concentration.....	38
3.6.1	<i>Expression du signal en fonction de la concentration</i> .....	38
3.6.2	<i>Sensibilité du signal à la concentration en fonction de la dilution</i> .....	39
3.6.3	<i>Etalonnage du signal</i> .....	40
<b>4</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>42</b>
<b>Chapitre 2 - RÉGIMES DE DISPERSION EN CELLULE DE HELE-SHAW POUR UN FLUIDE HÉTÉROGÈNE .....</b>		<b>43</b>
<b>1</b>	<b>Analyse bibliographique .....</b>	<b>46</b>
1.1	Déplacement d'un traceur dans un tube et entre deux plaques.....	46

1.2	Déplacement de deux fluides miscibles hétérogènes entre deux plaques.....	49
1.3	Conclusion.....	51
<b>2</b>	<b>Formulation du problème .....</b>	<b>52</b>
2.1	Géométrie du domaine d'étude et système d'équations.....	52
2.2	Grandeurs caractéristiques et variables adimensionnelles .....	54
2.3	Formulation du problème en variables adimensionnelles.....	55
2.4	Spécificités du problème .....	57
<b>3</b>	<b>Solution asymptotique.....</b>	<b>58</b>
3.1	Homogénéisation du problème.....	58
3.2	Développement asymptotique .....	59
3.3	Problèmes asymptotiques successifs .....	60
<b>4</b>	<b>Equation homogénéisée de transport .....</b>	<b>64</b>
4.1	Détermination de la fraction massique à l'ordre 1 .....	65
4.2	Equation homogénéisée de transport .....	65
4.3	Expression du tenseur de dispersion.....	68
4.4	Conclusion - Analogie avec un milieu poreux ? .....	71
<b>5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>74</b>

**Chapitre 3 - RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX..... 76**

**1 Transport d'un "traceur" : influence d'un faible contraste de masse volumique ..... 80**

1.1 Modélisation numérique du problème expérimental ..... 80

1.1.1 Configuration du domaine d'étude ..... 80

1.1.2 Modélisation de la dispersion dans la cellule ..... 82

1.2 Caractérisation numérique et expérimentale du panache..... 83

1.2.1 "Traceur" et solution colorée ..... 83

1.2.2 Influence d'un faible contraste de densité ..... 84

1.3 Influence de la concentration en colorant de la solution marquée ..... 88

1.3.1 Résultats expérimentaux..... 88

1.3.2 Résultats numériques ..... 89

1.3.3 Conclusions ..... 91

1.4 Analyse des résultats numériques..... 94

1.4.1 Sensibilité des solutions numériques à la forme du tenseur de dispersion..... 94

1.4.2 Analyse des champs des vitesses et des effets diffusifs..... 95

**2 Infiltration d'une solution saline..... 101**

2.1 Paramètres adimensionnels et choix des conditions expérimentales..... 101

2.1.1 Paramètres adimensionnels..... 101

2.1.2	<i>Conditions expérimentales</i> .....	102
2.2	Caractérisation expérimentale des panaches .....	108
2.2.1	<i>Distributions typiques du soluté</i> .....	108
2.2.2	<i>Influence du débit volumique et de la fraction massique</i> .....	110
2.3	Un critère pour la caractérisation des distributions du soluté .....	113
<b>3</b>	<b>Conclusion</b> .....	<b>114</b>
	<b>Chapitre 4 - SIMULATIONS NUMÉRIQUES</b> .....	<b>116</b>
<b>1</b>	<b>Caractérisation numérique d'un panache avec et sans digitation</b> .....	<b>120</b>
1.1	Panache avec digitation.....	121
1.2	Panache sans digitation .....	126
<b>2</b>	<b>Analyse des résultats numériques</b> .....	<b>127</b>
2.1	Distributions spatio-temporelle des concentrations.....	127
2.2	Analyse des champs de vitesse et des effets diffusifs.....	134
2.3	Sensibilité des solutions numériques aux régimes de dispersion .....	137
<b>3</b>	<b>Influence d'une variation de la perméabilité</b> .....	<b>140</b>
3.1	Variations aléatoires de la perméabilité.....	140

3.2 Contraste de perméabilité.....	142
<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>147</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>152</b>

# **INTRODUCTION**

## INTRODUCTION

### Contexte général du travail de thèse

Stockage en profondeur de déchets industriels, intrusion d'eau de mer, pollution accidentelle..., toutes ces situations peuvent se trouver à l'origine d'une contamination des eaux souterraines. Une prédiction sur la propagation spatio-temporelle d'un ou plusieurs polluants dans l'aquifère est alors nécessaire pour mettre au point des opérations de restauration ou de protection afin de préserver la qualité des eaux souterraines. Pour un contaminant miscible et non réactif, l'hétérogénéité de la phase liquide en terme de masse volumique et/ou de viscosité dynamique couplée à celle du milieu poreux (*e.g.* : variation de la perméabilité) conduit généralement à une distribution du soluté et à un écoulement complexes (*e.g.* : Schincariol and Schwartz, 1990 ; Swartz and Schwartz, 1998). L'utilisation des solutions analytiques, d'ailleurs rares dans la littérature, implique souvent des conditions restrictives (*e.g.* : Triboix *et al.*, 1975 ; Paschke and Hoopes, 1984). L'outil numérique reste alors la technique la mieux adaptée pour l'étude de la contamination des eaux souterraines. Par conséquent, de nombreuses procédures et modèles numériques ont été développés et/ou améliorés (*e.g.* : Voss and Souza, 1987 ; Huyakorn *et al.* 1987 ; Herbert *et al.* 1988 ; Galeati *et al.* 1992 ; Oldenburg and Pruess, 1995 ; Konikow *et al.*, 1997 ; Kolditz *et al.*, 1997 ; Ackerer *et al.* 1999 ; Buès and Oltean, 2000 ; Oltean and Buès, 2001). Cependant, la précision des solutions numériques, habituellement testées sur quelques problèmes classiques (Henry, 1964 ; Elder, 1967) est toujours un sujet controversé (Oltean and Buès, 2001 ; Diersch and Kolditz, 2002). La confrontation entre les simulations et les expériences étant cruciale pour tester la robustesse des codes de calcul, l'objectif de ce travail de thèse est de mettre en évidence et caractériser, expérimentalement et numériquement, le comportement d'un panache issu d'une source localisée dans un milieu poreux saturé. Deux types de milieu poreux sont alors envisagés. L'un, homogène, permettra de considérer principalement l'hétérogénéité de la phase liquide. Cet aspect constitue la plus grande partie de ce travail. L'autre, présentant un contraste de perméabilité, permettra de prendre en compte le couplage de l'hétérogénéité de la phase liquide avec celle du milieu poreux.

## Présentation du travail de thèse

L'étude présentée est fondée sur une analyse numérique de données expérimentales obtenues sur une cellule de Hele-Shaw représentant un modèle analogue d'un milieu poreux bidimensionnel. Le code de calcul utilisé est basé sur une combinaison entre la méthode des éléments finis mixtes hybrides et la méthode des éléments finis discontinus.

La présentation de ce travail s'articule sur quatre axes principaux.

Afin de caractériser les propriétés intrinsèques du panache (*i.e.* : champs de concentration ou de vitesse), la plupart des méthodes classiques de mesure sont intrusives et locales. Or, l'analyse de l'évolution spatio-temporelle des panaches, caractérisés par une grande sensibilité aux perturbations extérieures (capteurs), nécessite l'utilisation de moyens métrologiques non intrusifs et présentant de bonnes résolutions spatiales. Dans le premier chapitre et à partir d'une analyse bibliographique, nous énoncerons alors les principaux dispositifs de mesure globale et non intrusive appliqués en milieu poreux. Les principales difficultés de leur mise en œuvre seront également évoquées. A partir de cette étude préliminaire, il a été possible de choisir et de développer un modèle expérimental et le système de mesure qui correspondrait à nos besoins. La suite de cette partie est alors consacrée à la description technique de la cellule de Hele-Shaw, au système de mesure basée sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant marquant le panache et à la méthode de restitution des champs de concentration.

Dans le but d'analyser numériquement les résultats expérimentaux, un code numérique, développé au laboratoire et largement décrit dans Buès and Oltean (2000), est utilisé. Dans la mesure où ce code a été développé pour des problèmes traitant du transport en milieu poreux, il était nécessaire de le modifier afin qu'il soit applicable à la cellule de Hele-Shaw. Pour cela, un développement asymptotique des équations de Navier-Stokes, de continuité et de transport a été réalisé. Ce développement, exposé dans le second chapitre, prend en compte les variations de la masse volumique, de la viscosité dynamique et de la diffusion moléculaire avec la concentration.

Le panache dans le système expérimental est obtenu à partir de l'injection ponctuelle d'une solution saline. Le système de mesure nécessite l'emploi d'un colorant pour marquer cette solution afin de déterminer les champs de concentration. Par conséquent, avant de



réaliser les expériences, une étude, expérimentale et numérique, portant sur le comportement de la solution colorée injectée dans le système a été réalisée. Ensuite, les résultats expérimentaux, concernant la solution saline, seront exposés. Leur exploitation permettra alors de caractériser les différentes morphologies des panaches obtenus en faisant varier les deux paramètres de contrôle des expériences : le débit volumique à l'injection et la fraction massique en sel. Ces aspects seront traités dans le troisième chapitre.

L'objectif principal du dernier chapitre, axé principalement sur la modélisation numérique, est de vérifier si les simulations peuvent reproduire les deux morphologies typiques du panache mises en évidence expérimentalement et décrites dans la troisième partie. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux permet alors de caractériser l'influence de la diffusion moléculaire et des conditions d'injection sur la propagation du panache et de mettre en évidence les mécanismes à l'origine de la dispersion du soluté dans la cellule. Nous finaliserons la confrontation des résultats expérimentaux et numériques par l'analyse de l'influence d'une variation de la perméabilité sur la propagation des panaches.

## *Chapitre 1*

# **MESURES NON INTRUSIVES EN MILIEUX POREUX - DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET TECHNIQUE DE MESURE**

## NOMENCLATURE

$b$	Entrefer de la cellule [m]
$B$	Constante caractérisant la chaîne optique
$C(x,y,z)$	Concentration en colorant en un point $M(x,y,z)$ situé dans le canal de la cellule [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$C_0$	Concentration en colorant de la solution commercialisée [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$C_d$	Concentration en colorant après dilution de la solution commercialisée [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$\bar{C}(x,y,z)$	Concentration réduite avec la valeur $C_d$ [-]
$\langle \bar{C}(x,y,z) \rangle$	Concentration réduite moyenne sur l'ouverture de la cellule de Hele-Shaw [-]
$CCD_0(x,y)$	Valeur du niveau de gris restitué par un élément C.C.D. (Charged Coupled Device, Dispositif à Transfert de Charges) de l'appareil photographique pour l'image de référence ( $C(x,y,z) = 0$ )
$CCD(x,y)$	Valeur du niveau de gris restitué par un élément C.C.D. (Charged Coupled Device, Dispositif à Transfert de Charges) de l'appareil photographique pour une concentration en colorant non nulle
$d$	Largeur de la cuve impliquée dans les mesures de transmission de la solution colorée [m]
$e$	Épaisseur des plaques de verre [m]
$E$	Exposition lumineuse [ $\text{J.m}^{-2}$ ]
$f$	Largeur des cales de la cellule [m]
$H$	Hauteur de la cellule [m]
$I_0(x,y,\lambda)$	Flux lumineux monochromatique (longueur d'onde $\lambda$ ) à la sortie du système d'éclairage [ $\text{W.m}^{-2}.\text{m}^{-1}$ ]
$I(x,y,z,\lambda)$	Flux lumineux monochromatique (longueur d'onde $\lambda$ ) au point $M(x,y,z)$ [ $\text{W.m}^{-2}.\text{m}^{-1}$ ]
$I_i(x,y)$	Flux lumineux polychromatique à la sortie du système d'éclairage [ $\text{W.m}^{-2}$ ]
$I_{\max}$	Flux maximal monochromatique à la sortie du système d'éclairage [ $\text{W.m}^{-2}.\text{m}^{-1}$ ]
$it_c$	Tolérance dimensionnelle sur l'épaisseur des cales [m]
$it_v$	Tolérance de planéité sur les plaques de verre [m]
$k$	Perméabilité intrinsèque de la cellule de Hele-Shaw [ $\text{m}^2$ ]
$l$	Largeur des plaques de verre [m]
$L$	Largeur du canal [m]

$S_r(\lambda), S_v(\lambda), S_b(\lambda)$	Sensibilités spectrales du détecteur C.C.D. respectivement pour le rouge, le vert et le bleu [-]
$t_e$	Durée d'exposition lumineuse [s]
$T_1(\lambda), T_v(\lambda)$	Transmission des éléments optiques de l'appareil photographique et des plaques de verre optique utilisées pour la cellule [-]
$T_r(\lambda)$	Transmission de la solution colorée [-]
$x, y, z$	Coordonnées verticale, horizontale et transversale

## Lettres grecques

$\gamma$	Pente de variation logarithmique d'intensité lumineuse relative au détecteur C.C.D.
$\beta(\lambda)$	Coefficient d'absorption de la lumière par la solution colorée [ $m^2.kg^{-1}$ ]
$\lambda$	Longueur d'onde [m]
$\rho_0$	Masse volumique de l'eau distillée à 20°C [ $kg.m^{-3}$ ]

## ***Chapitre 1 - MESURES NON INTRUSIVES EN MILIEUX POREUX - DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET TECHNIQUE DE MESURE***

L'une des principales difficultés dans l'étude des mécanismes de transport d'un soluté dans un milieu poreux saturé est d'établir le parallèle et la complémentarité des informations entre le système expérimental et le modèle numérique associé. Dans ce contexte, il est apparu intéressant, pour ce travail de thèse, de mettre l'accent sur la possibilité d'appliquer une technique de mesure susceptible d'extraire des informations directement comparables à celles obtenues par un modèle numérique. Le transport et l'écoulement étant deux phénomènes couplés dans le cas d'un soluté réactif, ces informations doivent porter sur le comportement spatio-temporel, souvent complexe, de la zone de mélange. Certaines caractéristiques de cette zone de mélange, comme la concentration, ont déjà été appréhendées expérimentalement par certains auteurs, soit par l'emploi de capteurs ponctuels (*e.g.* : Oltean, 1995 ; Buès and Aachib, 1991), soit par des techniques de prélèvement (*e.g.* : Paschke and Hoopes, 1984 ; Istok and Humphrey, 1995). Néanmoins, la grande sensibilité des écoulements aux perturbations ainsi que la nécessité d'acquérir l'information à des échelles spatiales et temporelles relativement fines impliquent l'usage des techniques de mesure globales et non intrusives.

Nous présenterons, dans la première partie de ce chapitre, les travaux mettant en œuvre certaines de ces techniques ainsi que quelques résultats expérimentaux. L'analyse bibliographique nous a permis alors de dégager deux principales conditions à remplir par notre dispositif expérimental. L'une, liée à la conception du modèle, concerne la nécessité de minimiser les variations locales de perméabilité qui peuvent être à l'origine d'écoulements gravitationnels instables. L'autre concerne la possibilité de visualiser les panaches dans le modèle et de mesurer, sans perturber l'écoulement, les champs des concentrations et des vitesses. Compte-tenu de ces impératifs, notre choix s'est porté sur un dispositif expérimental de type cellule de Hele-Shaw dont nous décrirons les caractéristiques techniques dans la deuxième partie de ce chapitre. Représentant un modèle analogue à un milieu poreux

bidimensionnel, cet outil expérimental permet l'utilisation d'une technique optique de mesure basée sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant. En effet, à partir du traçage de la solution injectée par un colorant et de son éclairage, il est en effet possible d'acquérir des images du panache au cours de son évolution. La technique de traitement de l'image pour permettre la restitution des champs spatio-temporels de concentration sera exposée dans la dernière partie de ce chapitre.

## **1 SYSTÈMES DE MESURE NON INTRUSIFS ET QUELQUES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

### **1.1 A l'échelle du terrain**

Les principales difficultés pour analyser les écoulements souterrains et les processus résultant de transport du contaminant sont principalement dues à la pauvreté des informations spatiales dans l'aquifère. En effet, les informations sont généralement sporadiques et obtenues à partir de mesures effectuées dans un nombre réduit de points (Kemna *et al.*, 2002). De plus, les méthodes d'interprétation de ces mesures discrètes sont classiquement basées sur des hypothèses simplificatrices comme : milieu homogène, horizontalement stratifié, ... . Par conséquent, ces interprétations demeurent délicates puisque les mesures peuvent intégrer l'influence d'éventuelles hétérogénéités non connues du milieu poreux sur l'écoulement en rendant, ainsi, les hypothèses simplificatrices en désaccord avec la réalité. Les caractères destructeur et intrusif inhérents aux forages compliquent également l'analyse puisque les écoulements étudiés présentent une grande sensibilité aux perturbations extérieures.

Cependant, des techniques non intrusives et non destructives existent. Parmi ces techniques, appliquées couramment en hydrogéologie, on peut mentionner celles utilisées par les géophysiciens. A titre d'exemple, la méthode géoélectrique, basée sur la mesure de la résistivité du sol, est souvent utilisée pour la facilité de sa mise en œuvre. Néanmoins, elle nécessite, pour la réalisation d'une image d'une coupe de terrain, l'utilisation d'un grand

nombre d'électrodes *in situ* ainsi que l'acquisition de nombreuses mesures et devient alors coûteuse (Sahbi, 2001).

## 1.2 A l'échelle du laboratoire

### 1.2.1 Milieux poreux naturels

A l'échelle du laboratoire et pour des milieux poreux naturels, peu de techniques non intrusives fournissent les champs de concentration et de vitesse avec une résolution spatio-temporelle relativement fine.

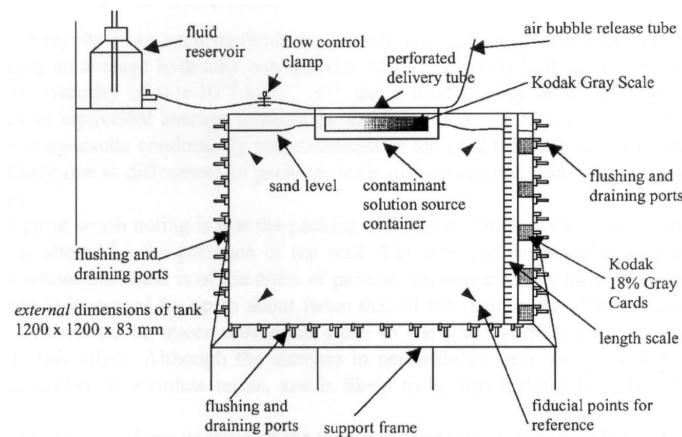


Figure 1. Schéma du système expérimental de Simmons *et al.* (2002)

Parmi ces techniques, une méthode optique, basée sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant, consiste à photographier ou filmer la propagation d'un traceur dans un réservoir translucide éclairée de l'extérieur. Le champ de concentration est alors obtenu par une technique de traitement d'image. Néanmoins, la possibilité de traiter les données est étroitement liée à la qualité de l'uniformité de l'éclairage. A titre d'exemple, on peut citer les travaux de Simmons *et al.* (2002) qui ont étudié, à l'aide d'une technique de mesure comparable, l'infiltration d'une solution saline marquée avec de la rhodamine WT dans un réservoir ( $120 \times 117.8 \times 5.3 \text{ cm}^3$ ) rempli de sable (figure 1). Néanmoins, ils ne purent

déterminer les champs de concentration en raison de quelques problèmes liés à la non-uniformité spatiale de l'éclairage. Ils portèrent finalement leur analyse sur des propriétés génériques comme la profondeur de pénétration, le nombre de doigts, ... obtenues à partir de l'observation du mouvement du traceur à proximité de la surface du réservoir.

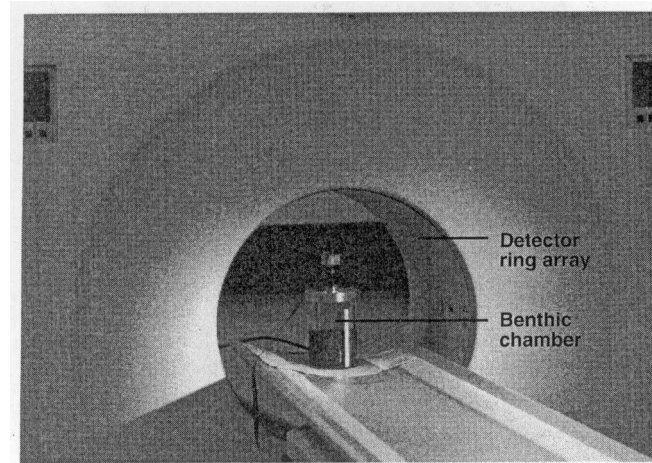
Outre les problèmes de non-uniformité de l'éclairage, la méthode de mesure, décrite précédemment, ne permet pas d'obtenir les champs de concentration en 3D. En effet, du fait de l'opacité du milieu poreux, seules les zones proches de la paroi éclairée du réservoir sont accessibles. En outre, rien ne prouve l'existence ou non de chemins préférentiels.

Les techniques permettant alors l'obtention d'informations en 3D concernant l'écoulement et le transport d'un soluté dans un milieu poreux opaque sont souvent très coûteuses et présentent de fortes contraintes expérimentales. L'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM), essentiellement mise en œuvre dans le domaine médical, est la plus utilisée. Les principes de cette méthode spectroscopique appliquée aux problèmes d'écoulement dans les milieux poreux sont détaillés par van As and van Dusschoten (1997). Il existe deux façons principales de mettre en œuvre cette méthode. L'une est de cartographier les effets d'une espèce chimique ayant des propriétés magnétiques différentes de celles environnantes (agent contrastant) et jouant ainsi le rôle de traceur. L'autre permet de mesurer la vitesse de l'écoulement à partir d'images acquises à des intervalles de temps prédéfinis (*pulsed field gradient magnetic resonance imaging - PFG NMR*). Pearl and Magaritz (1993) ont ainsi utilisé cette méthode afin de visualiser le passage du régime de transport par diffusion moléculaire à celui par convection libre (digitations) d'une solution saline dans un milieu poreux constitué de sable. Néanmoins, van Dusschoten *et al.* (1997) mentionnent que l'application de l'IRM à des milieux poreux naturels peut être limitée par la présence de particules métalliques qui peuvent perturber le champ magnétique et, par conséquent, dégrader le signal enregistré. Ceci explique en partie le nombre plus élevé de travaux mettant en œuvre des milieux poreux artificiels constitués de bille de verre ou de polystyrène (Shattuck *et al.*, 1995; Oswald *et al.*, 1997).

Khalili *et al.* (1998), en utilisant la tomographie par émission de positons (TEP) sur le système expérimental présenté sur la figure 2, ont pu visualiser en 3D le transport d'une propriété scalaire dans un milieu poreux opaque. Le fluide injecté est marqué par un traceur radioactif dont la distribution est déterminée par un détecteur de photons. Cependant, compte-



tenu de la difficulté de mettre en œuvre un telle technique, son application à des études d'écoulement dans des milieu poreux reste relativement réduite (Khalili et *al.*, 1999).



*Figure 2. Photographie du système expérimental de Khalili et al. (1998)*

### **1.2.2 Milieux poreux artificiels**

Dans de nombreux travaux expérimentaux, le milieu poreux naturel opaque est souvent remplacé par un milieu poreux artificiel translucide rendant ainsi possible l'utilisation des techniques de mesure par voie optique. Parmi ces techniques, certaines sont basées sur les propriétés d'absorption de la lumière par des colorants. Schincariol and Schwartz (1990) ont ainsi étudié le déplacement d'une solution saline marquée avec de la rhodamine WT et injectée latéralement dans un réservoir en Plexiglas (116.8 x 71.0 x 5.0 cm<sup>3</sup>) rempli par des billes de verre et en présence d'un écoulement ambiant horizontal (figure 3). Par éclairage, ils ont pu photographier l'évolution du soluté et déterminer, au moyen d'une technique d'analyse d'images, les distributions de concentration. Néanmoins, suite à des problèmes de non uniformité de l'éclairage et de variation de l'indice de réfraction entre les billes et le fluide, seules deux plages de concentration (10 - 25 % - 50 - 100 %) ont pu être détectées. Ainsi, pour être efficace, l'application des méthodes de mesure par voie optique nécessite de surmonter le problème de l'hétérogénéité des propriétés optiques entre le milieu poreux et le fluide qui le sature.

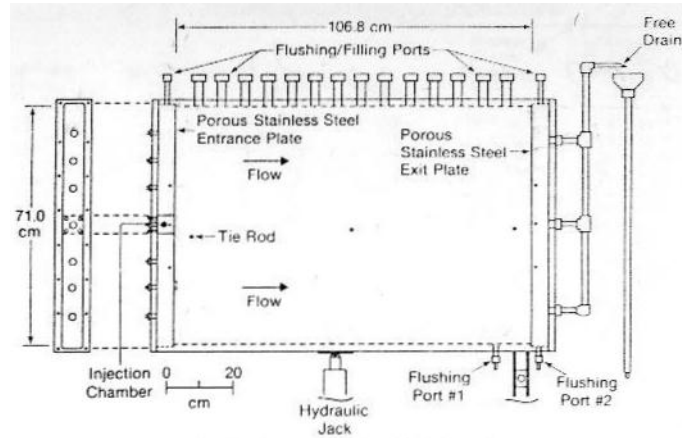


Figure 3. Photographie du système expérimental de Schincariol and Schwartz (1990)

Pour s'affranchir du problème des variations de l'indice de réfraction, Howle *et al.* (1997) ont réalisé des milieux dont les interfaces solide-fluide sont perpendiculaires ou parallèles au rayon lumineux (figure 4a). A l'aide d'un système expérimental représenté sur la figure 4b, ils ont pu visualiser par ombroscopie l'arrangement et la structure des cellules convectives dans ces milieux saturés chauffés par le bas et refroidis par le haut.

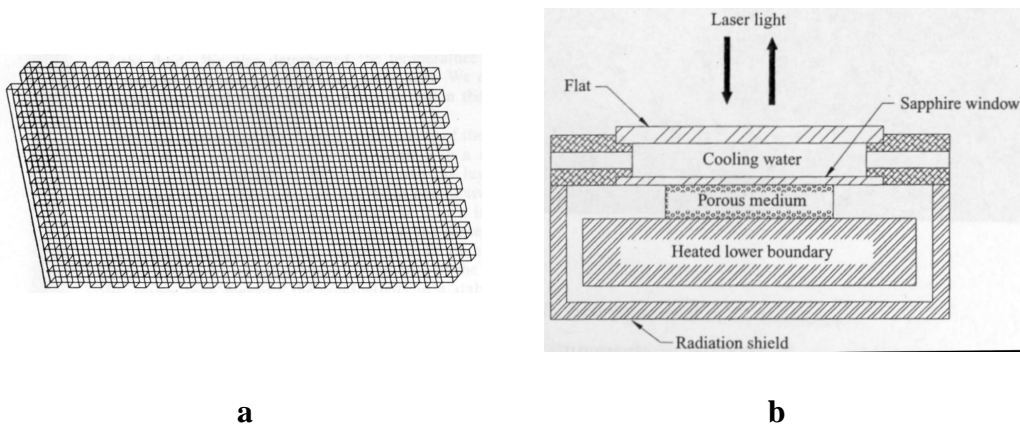


Figure 4. Milieu poreux artificiel (a) et système expérimental (b) utilisés par Howle *et al.* (1997)

D'autres méthodes optiques sont basées sur la technique d'imagerie de particules. Elles ont l'avantage de pouvoir donner des informations sur la vitesse de l'écoulement à partir de

l'analyse de l'évolution spatio-temporelle des particules. Leur utilisation pour des études concernant les milieux poreux est relativement récente et a été possible par l'amélioration des éléments optiques, des systèmes d'acquisition et de traitement des images. Leur mise en œuvre implique généralement la conception d'un milieu translucide où les pores sont remplis avec un fluide homogène ayant le même indice de réfraction que celui de la matrice solide. Il existe de nombreuses variantes de cette technique : la PIV (*Particle Image Velocimetry*), la PTV (*Particle Tracking Velocimetry*), la PDT (*Particle Displacements Tracking*), la PSV (*Particle Streak Velocimetry*), ... .

Toutes ces techniques sont basées sur la photographie de particules marquant un fluide et l'analyse des images pour déterminer la vitesse. Les particules éclairées par une lampe ou un laser réfléchissent la lumière et créent un point lumineux détectable par une caméra vidéo. Ces méthodes diffèrent seulement dans la façon de capturer le mouvement de la particule et d'extraire la vitesse à partir des images. Par exemple, pour la PIV, la vitesse des particules est déterminée par l'analyse d'une séquence de deux images successives correspondant à deux flashes lumineux séparés par un intervalle de temps prédéfini. Pour la PTV et la PSV, la source de lumière émet de façon continue provoquant une trace sur l'image pour chaque particule. Northrup *et al.* (1991) et Northrup *et al.* (1993), en utilisant la PIV (figure 5), ont déterminé la distribution des vitesses interstitielles dans un cylindre rempli de billes de polyméthylméthacrylate (PMMA). Pour s'affranchir du problème des réflexions parasites, ils ont substitué les particules fluorescentes concurremment avec un filtrage spectral aux simples particules réfléchissantes. Cenedese and Viotti (1996) ont obtenu une description lagrangienne du mouvement des particules dans un milieu poreux au moyen des données acquises par PTV en deux dimensions. Moroni and Cushman (2001), en modifiant la PTV classique (figure 6) et à partir de l'analyse des trajectoires en trois dimensions des particules, ont étudié la transition entre la dispersion à l'échelle du pore et celle à l'échelle de Darcy. L'application de ces méthodes pour étudier l'écoulement d'un fluide de masse volumique ou/et de viscosité dynamique variable est délicate (Saleh *et al.*, 1995). La principale raison est que l'indice de réfraction du fluide peut varier en fonction, par exemple, de la masse volumique.

D'autres techniques de mesure permettent de restituer les champ de concentration *in situ*. Citons, à titre d'exemple, la technique acoustique employée par Berest (1999). Cette méthode, basée sur la variation de la vitesse du son en fonction des propriétés du fluide, *e.g.* : la masse volumique, la viscosité dynamique, a été utilisée afin d'étudier le déplacement d'un

fluide par un autre de viscosité et/ou de densité différente dans un modèle physique rempli par des billes de verre.

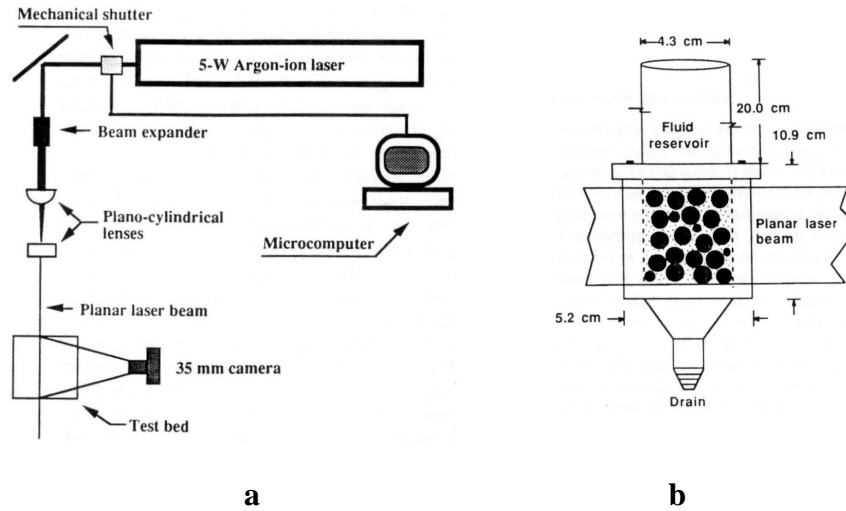


Figure 5. Système de mesure (a) et modèle de milieu poreux (b) utilisés par Northrup et al. (1993)

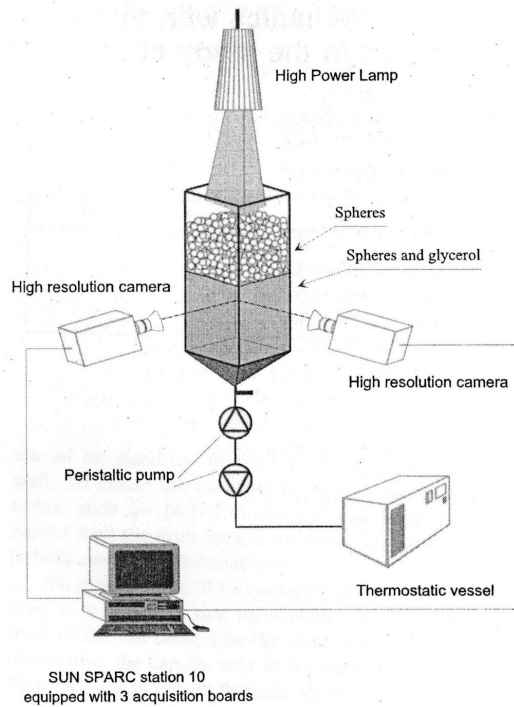


Figure 6. Système de mesure utilisé par Moroni and Cushman (2001)

### 1.2.3 *Choix du modèle et des systèmes de mesure*

Outre les problèmes inhérents aux techniques de mesure et aux traitements du signal, la qualité des résultats expérimentaux et le degré de confiance concernant leur exploitation permettant de vérifier un modèle conceptuel et/ou numérique sont fortement conditionnés par le soin apporté à la conception du modèle de laboratoire.

Afin d'examiner la qualité du compactage du sable et l'homogénéité du milieu, Hoffman *et al.* (1996) ont visualisé par IRM l'écoulement dans une colonne remplie de sable lors d'un essai avec un traceur pour caractériser les paramètres de dispersion. Ils ont montré, ainsi, l'effet de faibles variations de la conductivité hydraulique sur l'écoulement (écoulements préférentiels) et son incidence non négligeable sur la fiabilité des résultats expérimentaux. Néanmoins, lorsqu'il s'agit de l'écoulement d'un fluide hétérogène, l'analyse de l'impact d'un défaut de conception sur les résultats expérimentaux est plus ambiguë. A titre d'exemple, lors de la réalisation de leur interface horizontale entre l'eau douce et l'eau salé, Oswald *et al.* (1997) précisent que des bulles d'air se forment lors du retrait de la plaque de séparation des deux fluides. La présence de bulles provoque alors une perturbation des conditions limites et initiales dont les conséquences sur le développement de digitations ne sont pas connues.

Compte-tenu des problèmes soulevés précédemment et afin d'utiliser notre code de calcul pour étudier ce type d'écoulement par comparaison avec des résultats expérimentaux et numériques, le choix d'un modèle de laboratoire s'est portée sur une cellule de type Hele-Shaw. En effet, l'écoulement dans une telle cellule, utilisée par Wooding *et al.* (1997a, 1997b) dans leur étude de la convection de l'eau souterraine sous un lac salé, est analogue à celui dans un milieu poreux en deux dimensions sous certaines conditions (Cf. chapitre 2). En outre, ce système est particulièrement bien adapté à notre étude pour les raisons suivantes :

- la simplicité de son principe permet une conception et une réalisation mécanique permettant de minimiser les variations locales de perméabilité et de contrôler les conditions limites et initiales,
- moyennant des accès optiques, une visualisation directe du transport du soluté est possible,

- l'emploi de certaines techniques optiques non intrusives de mesure peut être envisagé afin de déterminer les champs de concentrations et de vitesses dans tout le domaine d'étude avec, en outre, une résolution spatiale très fine.

La suite de ce chapitre est consacrée à la description technique de la cellule, à l'énoncé des procédures suivies pour préparer et réaliser une expérience et aux méthodes optiques de mesure utilisées. En effet, l'emploi de plaques en verre pour réaliser la cellule permet des accès optiques de bonne qualité et la mise en œuvre de deux techniques optiques différentes. La première, basée sur le phénomène d'absorption de la lumière par un colorant a été développée afin de déterminer les distributions spatio-temporelles de la concentration. Ce système de mesure a été validé par une analyse expérimentale et théorique de la relation entre le signal mesuré et la concentration du colorant dans la cellule de Hele-Shaw. Une seconde technique optique, la PIV (Particle Image Velocimetry) a été testée afin de déterminer le champ des vitesses et de caractériser ainsi les zones de recirculation provoquées par l'infiltration d'une solution saline.

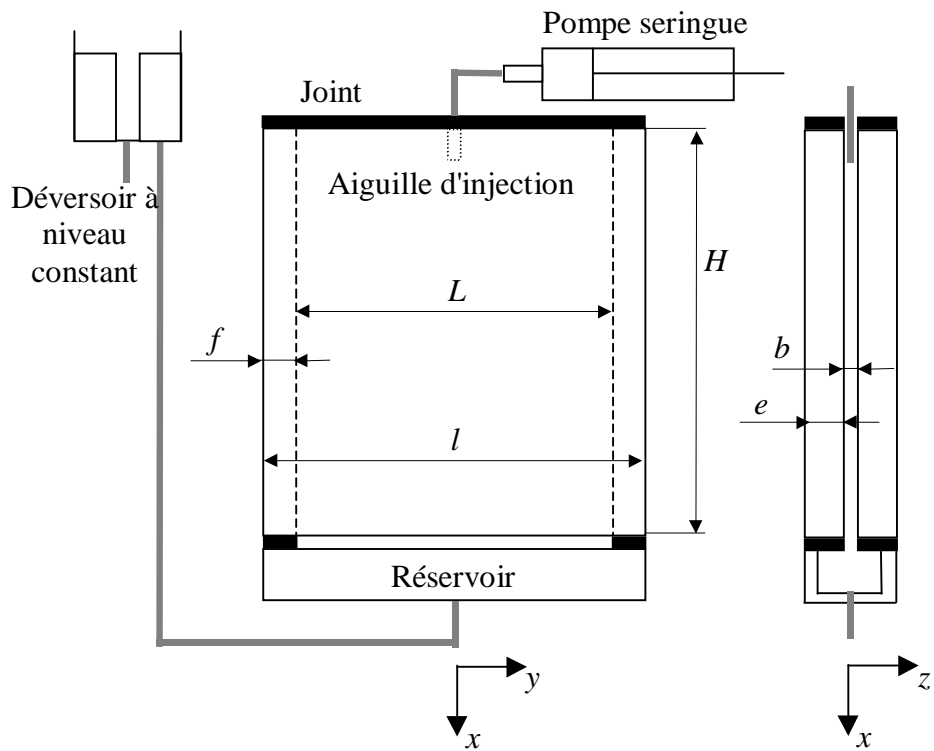
## 2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

### 2.1 La cellule de Hele-Shaw

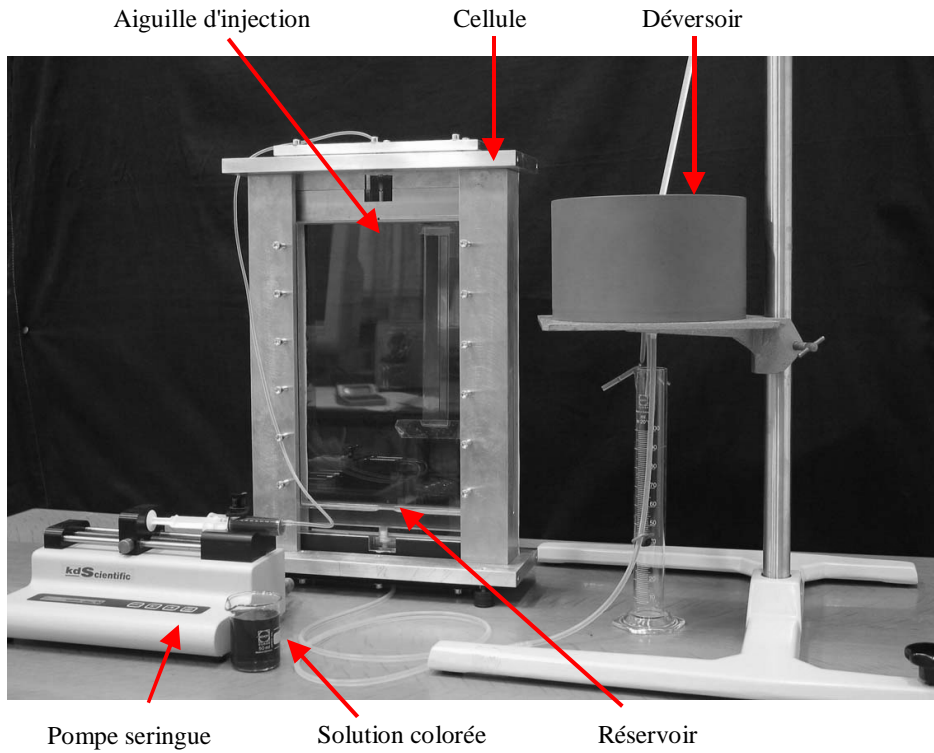
Il est bien connu que, sous certaines conditions (Cf. chapitre 2-§1.1), la cellule de Hele-Shaw constitue un modèle analogue d'un milieu poreux bidimensionnel. Cette analogie est basée sur la possibilité d'exprimer le débit moyen, à travers l'épaisseur  $b$  de la cellule, par la loi de Darcy. Dans ce contexte, la perméabilité équivalente de ce système est proportionnel à  $b^2$ .

Les soucis de (i) contrôler cette perméabilité et de minimiser les variations locales de perméabilité afin d'obtenir un milieu homogène et (ii) pouvoir mettre en œuvre les techniques de mesure par voie optique ont conditionné les choix des matériaux, des caractéristiques dimensionnelles, du type d'usinage ou encore d'assemblage.

Ainsi, les deux plaques composant la cellule ont été réalisées en verre optique de haute qualité (matière B270). De dimensions  $H = 300$  mm,  $l = 220$  mm et  $e = 10$  mm, elles sont disposées verticalement et sont séparées par deux cales d'épaisseur  $b$  et de largeur  $f = 20$  mm (figure 7a). Afin de répondre aux expériences envisagées, les bords latéraux et le bord supérieur de la cellule sont imperméables. Le bord inférieur est soumis à une pression hydrostatique créée à l'aide d'un déversoir à niveau constant. L'ensemble du montage (figure 7b) repose sur des supports comportant une partie fileté permettant de régler précisément l'horizontalité de la cellule.



**a**



**b**

*Figure 7. Schéma (a) et photographie (b) du dispositif expérimental*



Les deux cales, disposées verticalement entre les deux plaques de verre, permettent de créer un canal d'écoulement d'une largeur de  $L = l - 2f = 180$  mm, d'une hauteur de  $H = 300$  mm et d'une ouverture de  $b$ . Un système (figure 8) constitué de deux profilés (matière AU4G) en forme de U situés verticalement de part et d'autre de la cellule permet de serrer les deux plaques de verre sur les deux cales latérales et de fermer ainsi la cellule. La répartition régulière des vis de serrage le long de chaque profilé assure une pression uniforme le long des bords verticaux des deux plaques.

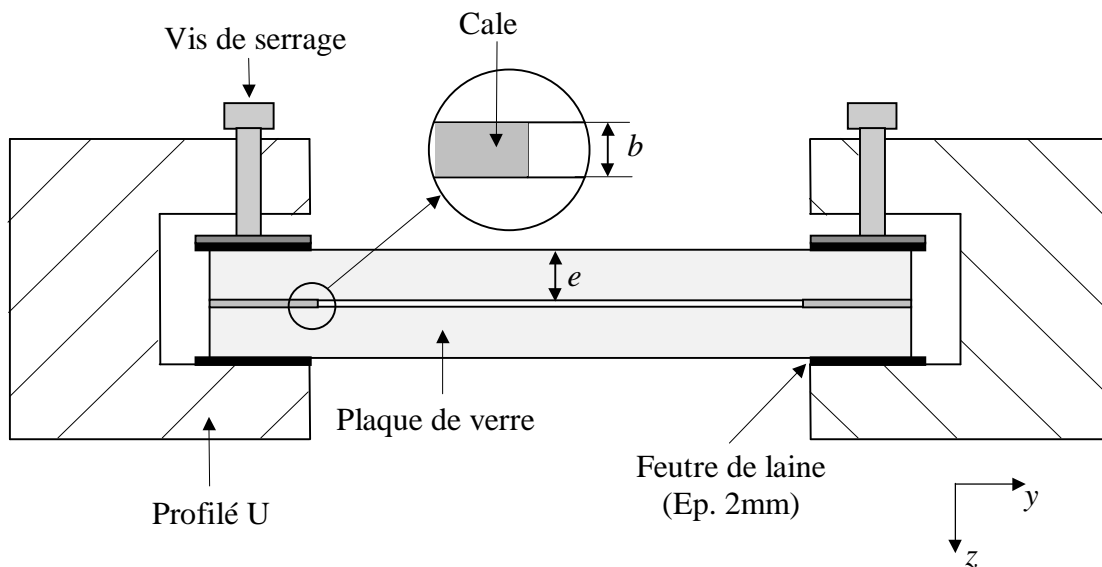
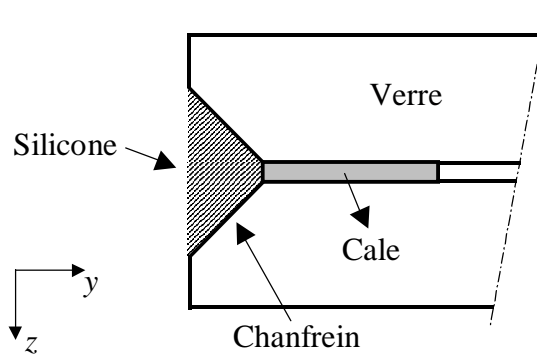


Figure 8. Coupe du système de serrage des plaques de verre

Les cales sont découpées dans des feuilles de tissu de verre (alliage d'époxyde et de silicone d'appellation commerciale : Vetronite). Les feuilles, de par leur méthode d'élaboration, ont une tolérance dimensionnelle  $it_c$  sur leur épaisseur nominale  $b$  de  $it_c = \pm 0.005$  mm ( $\pm 1\%b$ ). La matière composite de ces feuilles, ne subissant pas de corrosion, a des propriétés assurant une bonne stabilité dimensionnelle des cales. En effet, elle n'est pas poreuse et ne subit pas de gonflement. En outre, elle possède de bonnes qualités mécaniques limitant sa déformation sous la compression appliquée par le système de serrage.

Pour assurer l'étanchéité de la cellule, une substance (silicone, graisse, ...) ou un joint est placé entre la cale et la plaque de verre. Ce système d'étanchéité peut évidemment conduire à

une modification de la dimension de l'ouverture du canal et, par conséquent, de la perméabilité de la cellule. Afin d'éviter ce problème, deux chanfreins ont été prévus et réalisés sur les deux plaques en verre. Le joint est alors appliqué dans l'espace formé par ces chanfreins (figure 9).



*Figure 9. Etanchéité de la cellule (détail)*

La précision sur la valeur de la perméabilité est également fonction de la tolérance de planéité  $it_v$  sur chacune des plaques de verre. Les plaques de verre d'épaisseur  $e = 10$  mm à l'état brut ayant une tolérance dimensionnelle de  $\pm 0.4$  mm, un usinage de leur surface par polissage, permettant d'atteindre une tolérance de planéité acceptable sans modifier leur qualité optique, a été nécessaire. La valeur limite de cette tolérance pour la surface usinée ( $300 \times 220$  mm<sup>2</sup>) est d'environ 0.005 mm. Le choix de l'ouverture  $b$  et de cette tolérance  $it_v$  a été déterminé par un calcul d'erreur relative sur la perméabilité  $\Delta k/k$  [-] à l'aide de l'expression suivante :

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{2(it_c + 2 \cdot it_v)}{b} \quad (1)$$

avec  $\Delta k = (k_{\max} - k_{\min})/2$ . Les valeurs de cette erreur relative en fonction de la tolérance de planéité sont reportées sur le graphique de la figure 10 pour différentes valeurs de  $b$ . Si  $it_v$  est égale à 0.01 mm, valeur raisonnable en terme de possibilité d'usinage et donc de coût, la valeur de  $b = 0.5$  mm semble correcte pour minimiser l'erreur relative (10 %) et pour respecter une des conditions pour l'analogie Hele-Shaw (Cf. chapitre 2-§1.1) :  $b/l \ll 1$  avec  $l = 180$

mm. L'épaisseur des cales a donc été choisie égale à  $b = 0.5$  mm conduisant à une valeur de la perméabilité  $2.083 \cdot 10^{-8}$  m<sup>2</sup>.

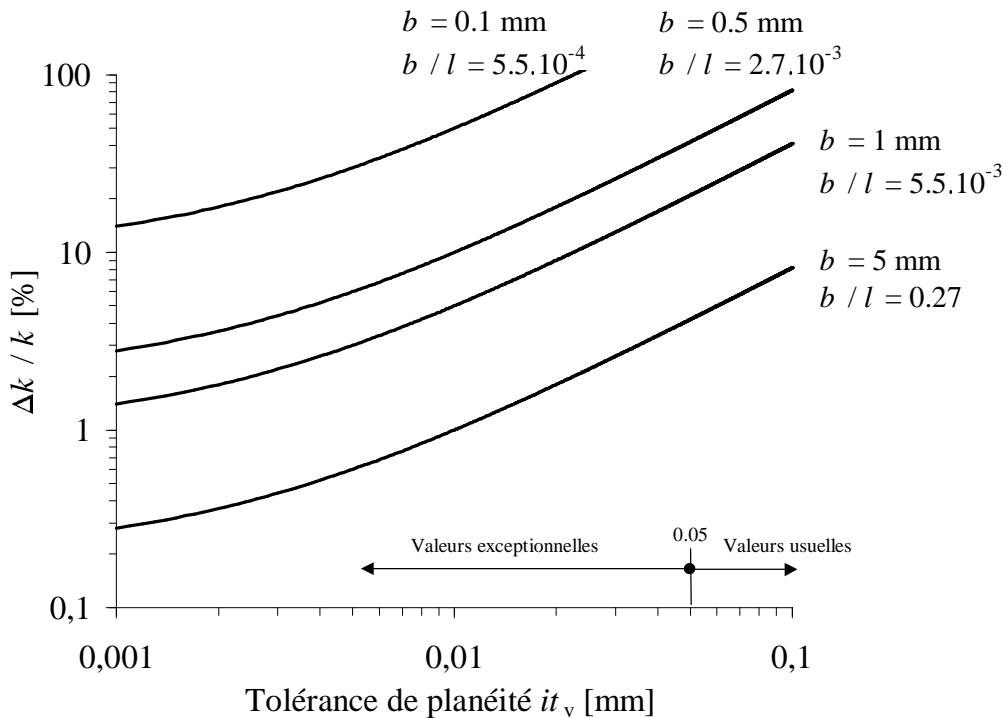


Figure 10. Erreur relative sur la perméabilité en fonction de la tolérance sur la planéité

Bien que cette étude, portant sur le transport d'un soluté dans un milieu homogène saturé sans écoulement ambiant, constitue la plus grande partie de ce travail de thèse, la conception du système devrait permettre la réalisation d'autres configurations expérimentales : milieu avec un écoulement ambiant, milieu hétérogène, ... . Ainsi l'étude de l'écoulement dans un milieu présentant un contraste de perméabilité a également été envisagé. Ce dernier est réalisé en diminuant l'ouverture du canal de  $b$  à  $b/2$  pour fixer le rapport entre la perméabilité maximale et celle minimale à 4 (figure 11). Ce saut de perméabilité est techniquement réalisé par une feuille de verre, d'épaisseur  $b/2 = 0.25$  mm, rapportée sur l'une des deux plaques de verre. La largeur et la hauteur de cette feuille sont  $L = 180$  mm et  $H/2 = 150$  mm. L'utilisation de systèmes de mesure par voie optique nécessitant une uniformité des propriétés optiques, la matière de cette feuille est également du verre optique B270. De plus, pour éviter une

variation de ces propriétés à l'interface feuille/plaque, l'assemblage de ces deux éléments a nécessité un collage optique particulier dont la technique n'a pas été dévoilée par le fabricant.

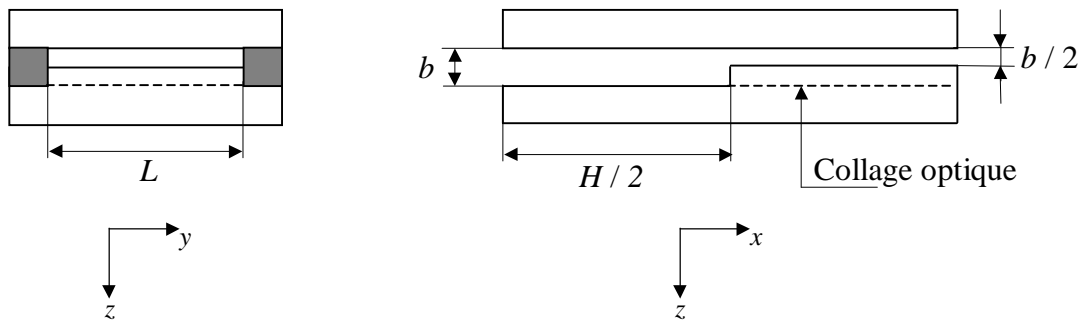


Figure 11. Variation de l'épaisseur du canal pour simuler un contraste de perméabilité

## 2.2 Mode opératoire

L'injection du polluant dans le canal s'effectue au moyen d'une aiguille en acier inoxydable (diamètre extérieur 0.45 mm, intérieur 0.25 mm) située dans la partie supérieure centrale de la cellule. L'étanchéité du bord supérieur est réalisée avec un joint, comprimé par un système vis-entretoise-support joint (figure 12), recouvrant toute la surface du bord et percé pour le passage de l'aiguille, de l'air et de l'eau. Un ensemble de vis de serrage applique un réservoir contre le bord inférieur de la cellule par l'intermédiaire d'une entretoise. L'étanchéité est alors assurée par un joint en caoutchouc comprimé et placé entre le réservoir et le bord des plaques de verre (figure 13).

De l'eau distillée, de masse volumique  $\rho_0 = 998.23 \text{ kg / m}^3$ , est utilisée pour saturer la cellule. Afin d'éviter la présence de bulles d'air dans le canal :

- un déversoir, à niveau constant et relié au réservoir, permet un écoulement vertical ascendant de l'eau distillée dans la cellule,

- dans la partie supérieure de la cellule, l'air est évacuée vers l'extérieur par l'ouverture pratiquée dans le joint et par la rainure usinée dans le support joint.

Une première saturation rapide et incomplète est effectuée afin d'immerger l'extrémité inférieure de l'aiguille. Les bulles d'air éventuellement présentes à l'intérieur de l'aiguille d'injection sont ainsi évacuées. La cellule est ensuite vidée progressivement. Pour la seconde saturation et lorsque le remplissage rapide du réservoir est quasiment terminé, le débit est fortement diminué afin d'assurer une vitesse verticale de l'écoulement très faible à l'intérieur de la cellule et d'éviter ainsi le problème de piégeage de bulles d'air. Lorsque l'eau sort par la rainure supérieure, le manchon fileté contenant l'aiguille d'injection du polluant est mis en place. La rainure est alors obturée en mettant ainsi le système légèrement sous pression (vanne ouverte).

Après ces deux étapes préliminaires, l'injection de la solution peut alors commencer. Les écoulements étudiés étant caractérisés par une forte sensibilité aux propriétés physiques des fluides en présence, il est nécessaire de prendre soin que le fluide injecté et celui saturant la cellule soient à la même température. Par conséquent, les expériences ont été réalisées dans une pièce climatisée. Pour une injection sans sauts de pression, une pompe pousse-seringue (Kdscientific) assure un débit volumique constant (tolérance de 1% sur la précision et de 0.1% sur la répétabilité). Cette pompe permet de délivrer des débits d'injection de  $0.21 \mu\text{l} / \text{h}$  avec une microseringue de volume  $10 \mu\text{l}$  à  $426 \text{ ml} / \text{h}$  avec une seringue de  $60 \text{ ml}$ . Pour nos expériences, le débit volumique d'injection varie entre  $0.2 \text{ ml} / \text{h}$  et  $20 \text{ ml} / \text{h}$ . Afin d'éviter l'influence de la limite supérieure du domaine sur la propagation du polluant, l'aiguille, centrée entre les deux plaques, est enfoncée à  $0.85 \text{ cm}$  en dessous du bord supérieur de la cellule. Le rapport des diamètres hydrauliques du canal et de la cavité du réservoir étant de l'ordre de  $0.05$ , la pression sur le bord inférieur de la cellule peut être considérée comme hydrostatique durant l'injection.

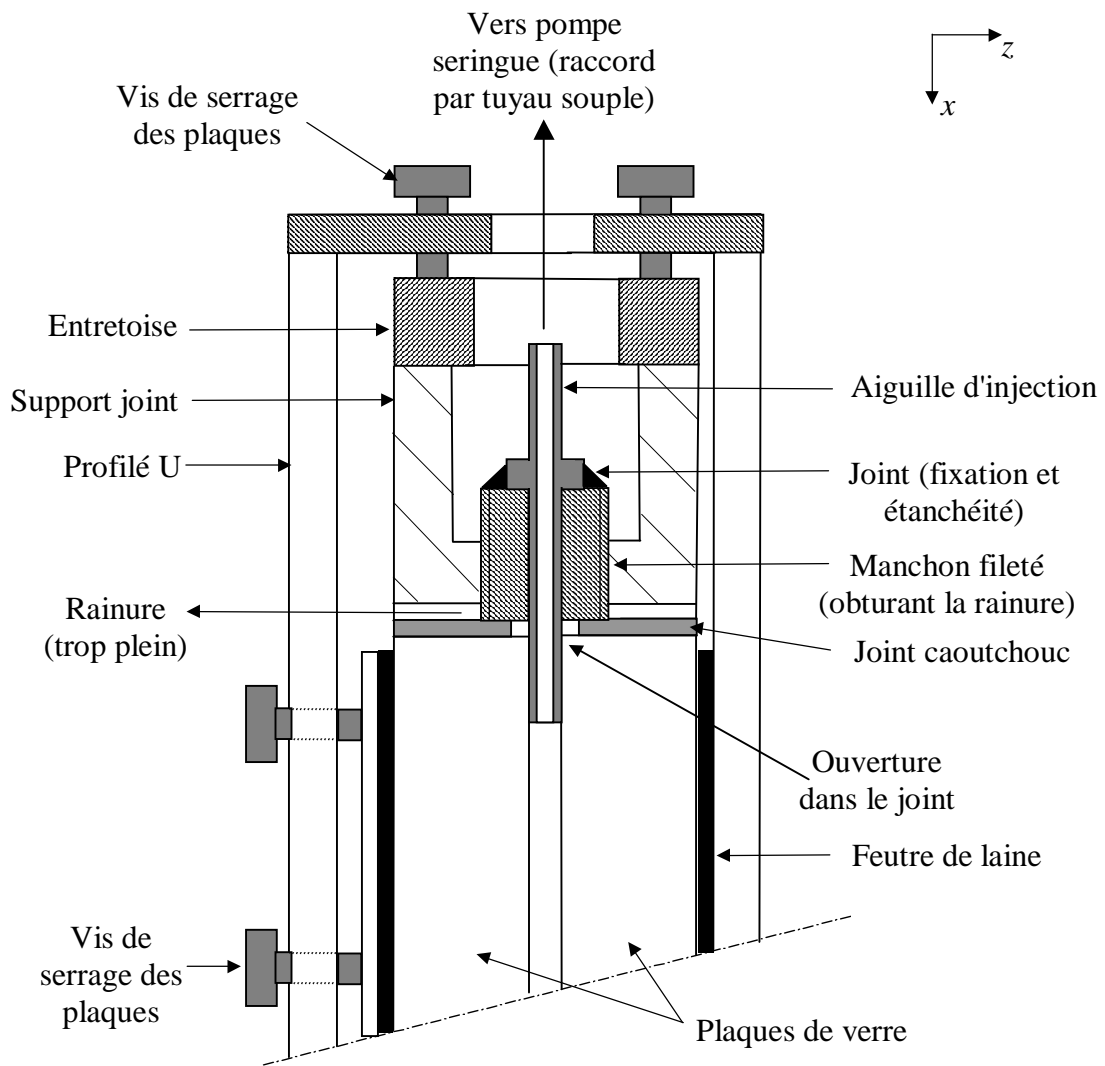


Figure 12. Coupe du système d'injection

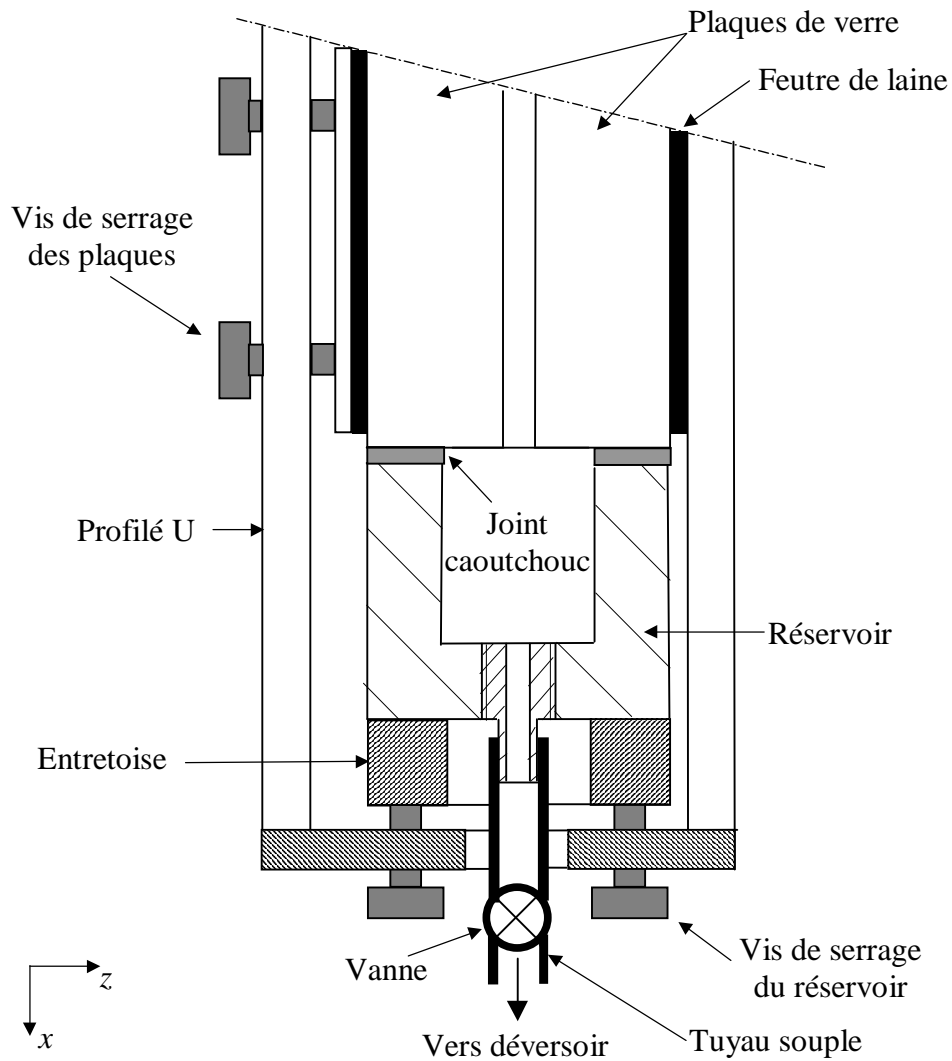


Figure 13. Coupe du système de fixation du réservoir sur les plaques de verre

### 3 RESTITUTION D'UN CHAMP DE CONCENTRATION PAR IMAGERIE

Un des objectifs de ce travail est l'étude de l'évolution d'un panache issu de l'infiltration d'une solution saline dans la cellule de Hele-Shaw dont l'aspect technique a été décrit dans la partie précédente. La grande sensibilité aux perturbations extérieures, liées par exemple à l'utilisation de capteurs de mesure intrusifs, a conduit à s'orienter vers des techniques optiques de mesure. C'est ainsi que l'une d'entre-elles (Nakamura *et al.*, 1983), basée sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant, a été appliquée pour l'étude des panaches. En effet, cette technique permet, à partir du marquage de la solution saline par un colorant et de son éclairage, de suivre l'évolution du panache en le photographiant. Un traitement d'image permet alors d'obtenir une information globale et instantanée relative au champ de concentration.

Dans cette dernière partie de ce chapitre seront exposés :

- un bref rappel du phénomène d'absorption de la lumière par un colorant et de sa description analytique,
- la mise en œuvre de cette technique sur la cellule de Hele-Shaw,
- la méthode de restitution d'un champ de concentration basée sur un procédé par imagerie.

#### 3.1 Principe de la mesure

Considérons un système d'éclairage produisant un faisceau lumineux traversant le canal d'écoulement de la cellule contenant une solution colorée (figure 14). La direction du faisceau est normale aux plaques de verre. Soit un axe Oz orienté dans cette direction. Sous ces conditions, l'épaisseur du milieu traversé par ce faisceau est  $b$  (chemin optique). Le faisceau est caractérisé par son flux lumineux  $I(z, \lambda)$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$ ] à l'abscisse  $z$  et sa longueur d'onde  $\lambda$  [nm ou m]. A la traversée du milieu, l'énergie lumineuse du faisceau est d'une part



absorbée par ce milieu et d'autre part diffusée. Pour une couche d'épaisseur  $dz$  du milieu, ce phénomène se traduit par une variation  $dI(z, \lambda)$  du flux lumineux proportionnelle à  $I(z, \lambda)$ , à la concentration en colorant et à  $dz$  (loi de Beer-Lambert) :

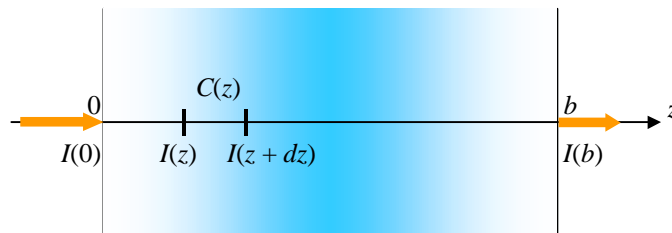
$$dI(z, \lambda) = I(z + dz, \lambda) - I(z, \lambda) = -\beta(\lambda)C(z)I(z, \lambda)dz \quad (2)$$

où  $C(z)$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ] représente la concentration ponctuelle en colorant.  $\beta$  [ $\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ ], variant avec la longueur d'onde du rayonnement, est le coefficient caractérisant les propriétés d'absorption de la lumière par la solution colorée.

En intégrant la relation (2) sur l'épaisseur  $b$  du milieu traversé par le faisceau, l'expression de son flux à la sortie de ce milieu, soit  $I(b, \lambda)$ , peut être mis sous la forme :

$$\frac{I(b, \lambda)}{I(0, \lambda)} = \exp(-\beta(\lambda)b\langle C(z) \rangle) \quad (3)$$

avec  $\langle C(z) \rangle = \frac{1}{b} \int_0^b C(z) dz$  la valeur de la concentration, moyennée sur l'ouverture  $b$  de la cellule. L'expression (3) montre que, pour déterminer la concentration moyenne, il est nécessaire de quantifier le rapport  $I(b, \lambda)/I(0, \lambda)$ .



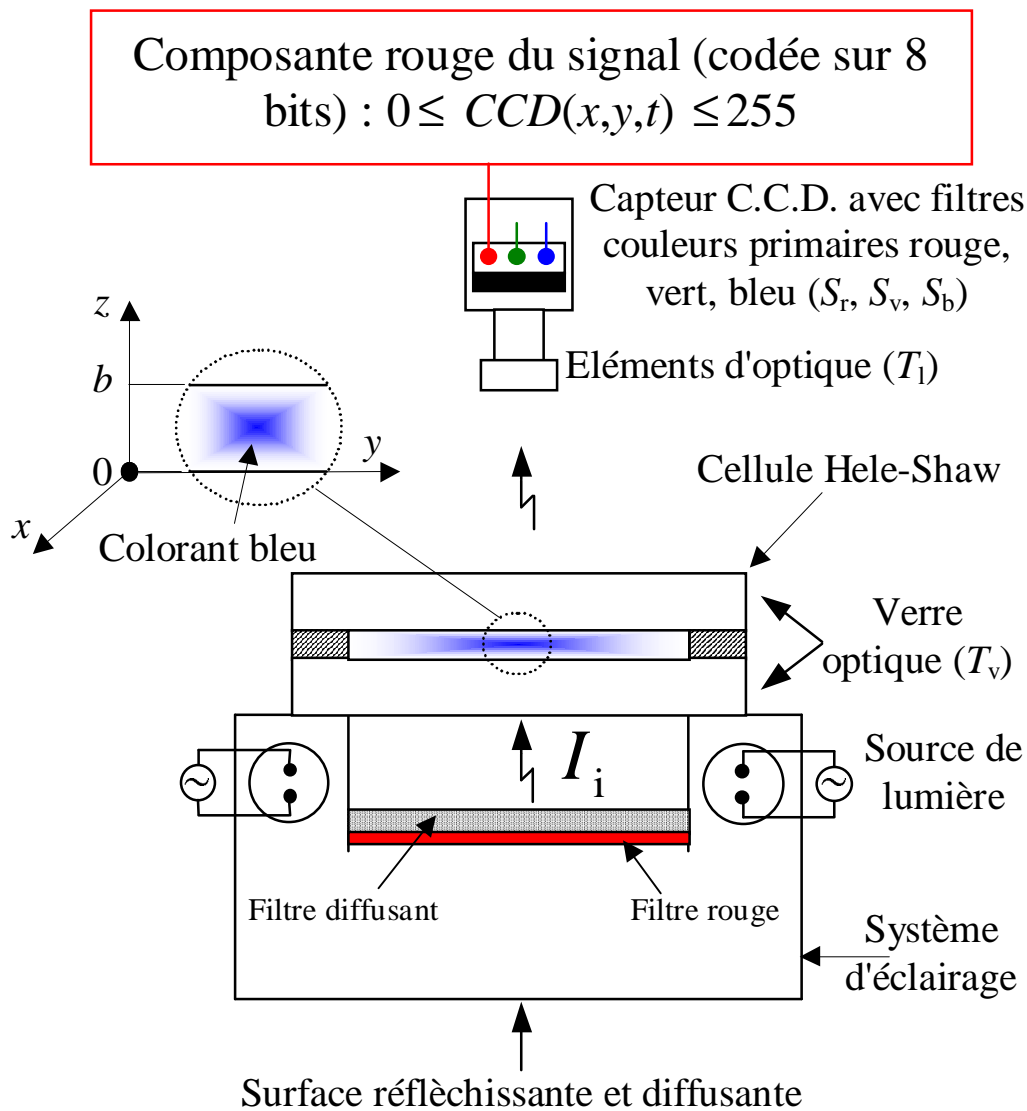
**Figure 14. Trajet optique du faisceau lumineux traversant la cellule**

### 3.2 Système de mesure

La figure 15 présente la configuration du système de mesure. Deux tubes fluorescents (néon) d'une puissance de 8 W chacun ont été choisis comme sources lumineuses. Le flux lumineux émis par ces sources de puissance modérée évite un échauffement de la cellule et du fluide. Ces deux tubes sont placés dans un système d'éclairage constitué de surfaces réfléchissantes diffusantes et d'un filtre diffusif assurant ainsi une distribution spatiale uniforme du flux lumineux à l'entrée de la cellule. L'ensemble du système est placé dans un compartiment noir pour éviter l'influence d'une lumière parasite sur les mesures.

Le flux du faisceau lumineux traversant la cellule s'atténue suivant la loi monochromatique de Beer-Lambert (équation 2). L'atténuation est alors quantifiée par un traitement des images prises avec un appareil photographique numérique (Canon). Son détecteur, type *Charge Coupled Device* (C.C.D.), est constitué de 2312 x 1720 cellules photoconductrices (pixels) de taille  $3.125 \times 3.125 \mu\text{m}^2$  assurant une bonne résolution spatiale. Ce détecteur est muni des filtres de couleurs primaires rouge, vert et bleu. L'image du champ éclairé saisie par l'appareil photographique restitue la valeur codée sur 8 bits (gamme 0-255) du signal de chaque pixel. Ces valeurs notées par la suite *CCD* sont stockées dans une matrice 2312 x 1720 correspondant à la définition de l'image. Un traitement des données appliqué à cette matrice permet de restituer le champ spatial de concentration.

Une détermination des différentes caractéristiques des éléments optiques et électroniques permet de valider ce traitement et d'optimiser ainsi le choix du colorant en terme de propriétés optiques et niveau de dilution.



### 3.3 Traitements liés à l'utilisation d'un détecteur C.C.D.

Le détecteur CCD est caractérisé par deux propriétés principales : ses réponses spectrales pour les différents filtres (rouge, vert et bleu) et sa fonction de transfert.

### 3.3.1 Sensibilités spectrales du détecteur C.C.D.

La sensibilité du détecteur, caractérisant le rapport du signal de sortie sur le flux du rayonnement lumineux incident, dépend de la longueur d'onde. A chaque filtre de couleurs primaires rouge, vert et bleu correspond respectivement une sensibilité :  $S_r(\lambda)$ ,  $S_v(\lambda)$  et  $S_b(\lambda)$  [-]. D'après les données du constructeur (Sony), la sensibilité spectrale du détecteur dans le rouge présente une largeur de bande passante plus étendue que celle dans le vert ou le bleu (figure 16). Par conséquent, afin de déterminer la concentration, notre choix s'est porté sur la composante rouge du signal *CCD*. Ceci a, évidemment, conditionné le choix sur les éléments (filtre) constituant le système d'éclairage et le colorant à utiliser.

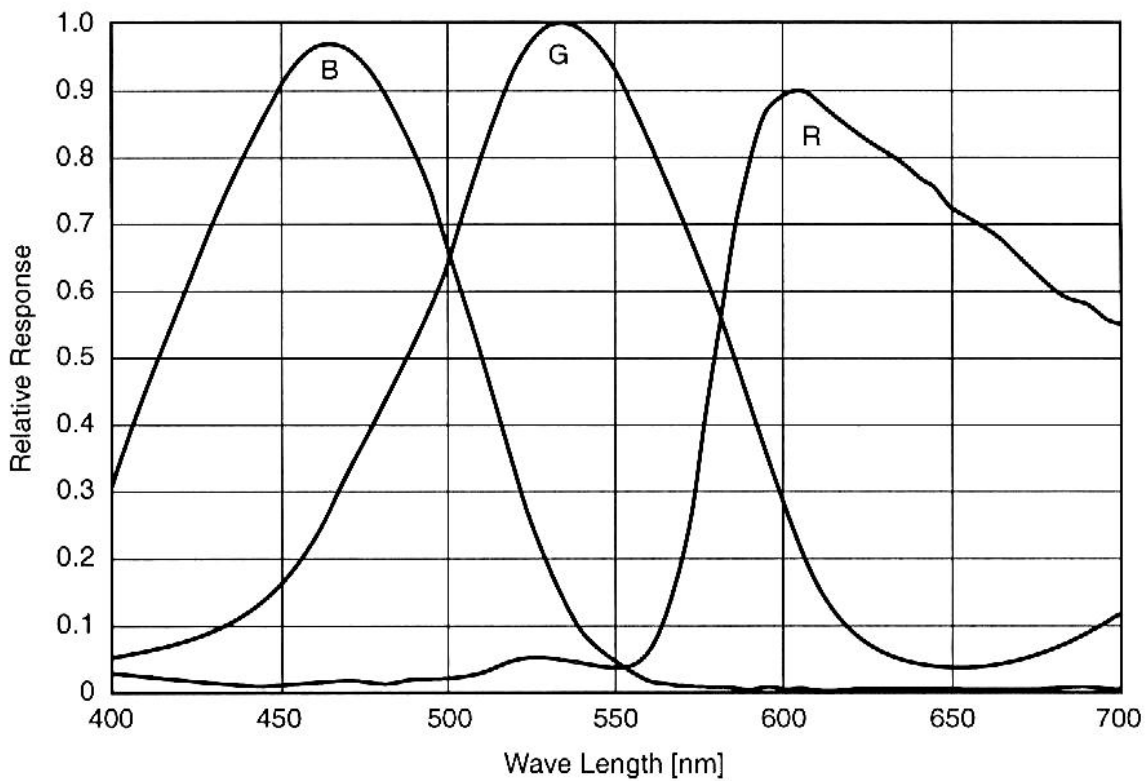


Figure 16. Sensibilité spectrale du détecteur C.C.D. dans les couleurs bleu, vert et rouge (d'après Sony)

### 3.3.2 Fonction de transfert du détecteur C.C.D.

Comme la valeur du signal  $CCD$  restituée par un pixel n'est pas linéaire en fonction du flux lumineux incident  $I$  [ $\text{W.m}^{-2}$ ], il est impérativement nécessaire de déterminer la fonction de transfert du détecteur afin d'exprimer  $CCD$  en fonction de  $I$ . Cette fonction est déterminée en faisant varier l'exposition lumineuse  $E$  [ $\text{J.m}^{-2}$ ], définie comme étant le produit de la durée d'exposition  $t_e$  [s] et du flux lumineux incident  $I$  de la source lumineuse utilisée dans les expériences. En gardant  $I$  constant ainsi que les différents réglages des éléments optiques de l'appareil photographique (ouverture de 8),  $E$  est directement proportionnelle à la durée d'exposition. En utilisant la représentation graphique  $\ln(CCD)$  en fonction de  $\ln(t_e)$  (figure 17), on peut alors déterminer le domaine linéaire de la courbe où les caractéristiques se mettent sous la forme :

$$\ln CCD = A + \gamma \ln t_e \quad (4)$$

où  $A$  est une constante. La valeur  $\gamma$  de la pente caractéristique du détecteur est déterminée par régression linéaire. Pour  $100 < CCD < 250$ ,  $\gamma$  est égale à 0.55 (figure 17). La valeur du niveau de gris restitué par un élément C.C.D. n'est donc pas linéaire en fonction du flux lumineux incident  $I$  [ $\text{W.m}^{-2}$ ] et se met sous la forme (pour une ouverture de 8 et un temps d'exposition constant) :

$$CCD = B \cdot I^\gamma \quad (5)$$

où  $B$  représente une constante caractérisant la chaîne optique.

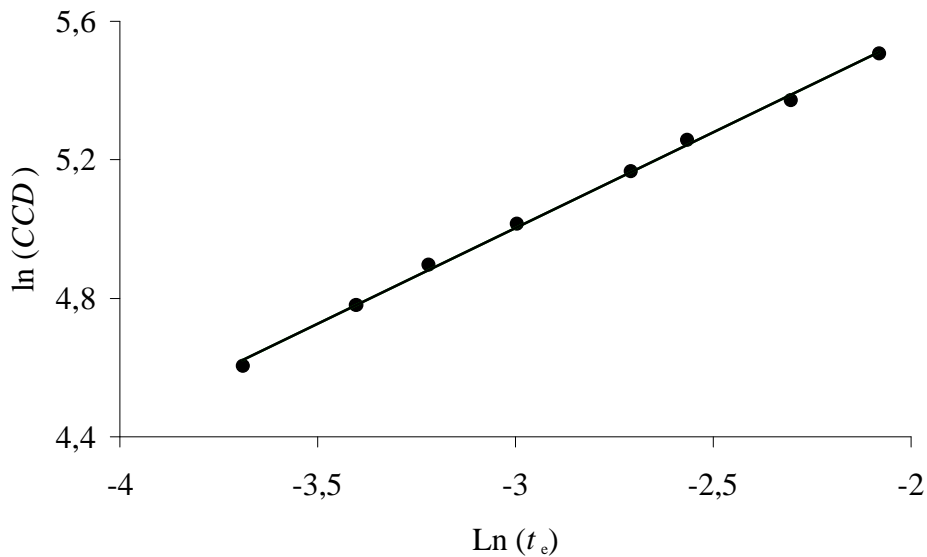


Figure 17. Détermination de la pente caractéristique du détecteur

### 3.4 Caractéristique du système d'éclairage

#### 3.4.1 Distribution spectrale du flux lumineux

Les deux tubes néons produisent des radiations polychromatiques centrées sur plusieurs raies de largeurs spectrales variables. L'ensemble des surfaces réfléchissantes et diffusantes ainsi que le filtre diffusif permettent de rendre continue la distribution spectrale du rayonnement émis à la sortie du système (figure 15). Un filtre rouge centre approximativement cette distribution sur des longueurs d'onde voisines de 600 nm. Les radiations ainsi émises se situent dans la plage des longueurs d'onde où la sensibilité du détecteur C.C.D. est maximale.

La distribution spectrale du flux lumineux incident  $I_0(\lambda)$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{m}^{-1}$ ] est déterminée expérimentalement avec un spectrophotomètre (H20 Horiba). Deux séries de mesures, l'une, avec le système d'éclairage et l'autre, avec une lampe étalon à ruban de tungstène, sont réalisées pour des longueur d'onde variant de 400 à 800 nm (avec une résolution spectrale

réglée à 5 nm). La répartition spectrale énergétique du tungstène étant connue, l'énergie spectrale relative  $I_0(\lambda)/I_{\max}$  du système d'éclairage peut être calculée (figure 18).

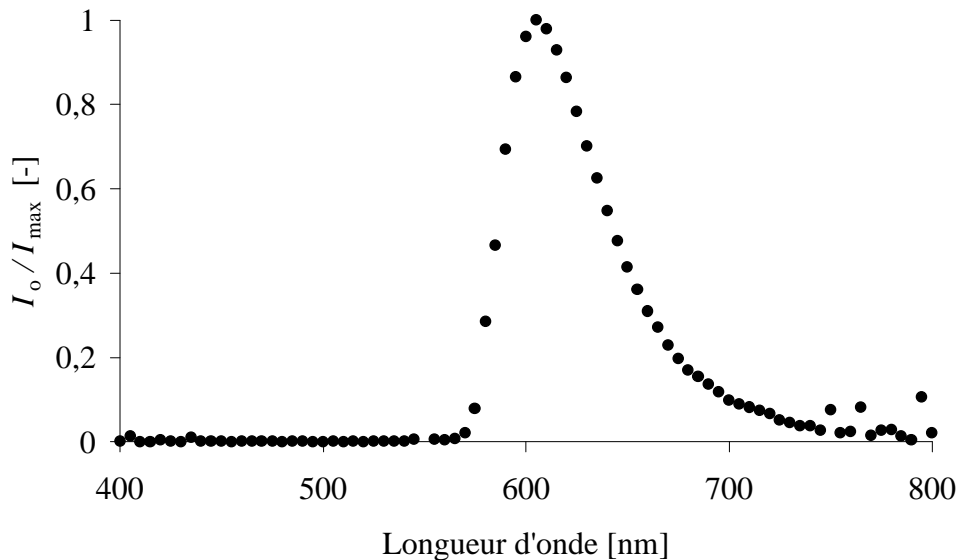
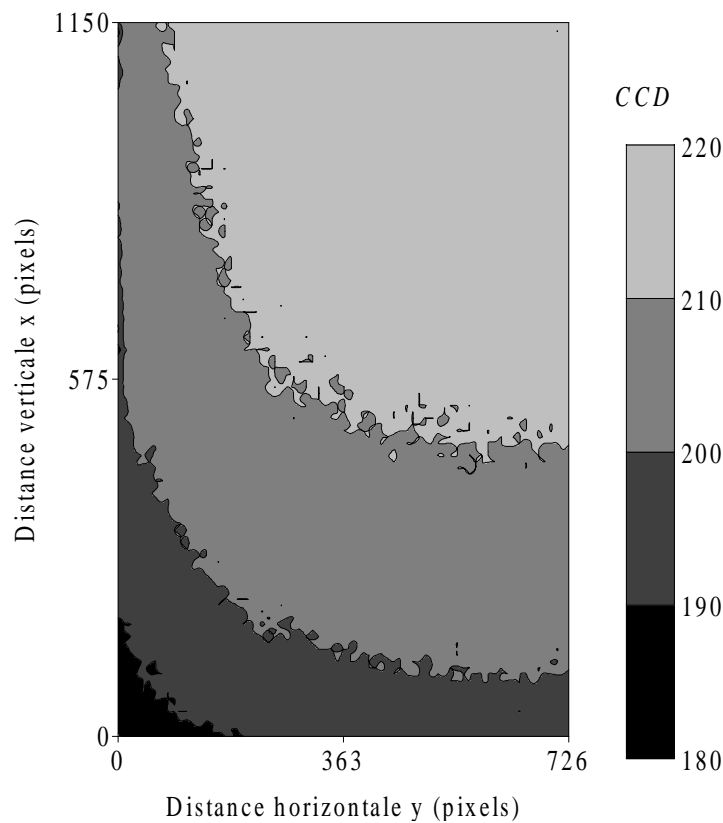


Figure 18. Distribution spectrale du flux lumineux incident du système d'éclairage

### 3.4.2 Distribution spatiale du flux lumineux

Les composants du système d'éclairage concourent également à uniformiser de façon satisfaisante la distribution spatiale du flux  $I_i(x, y) = \int_0^{\infty} I_0(x, y, \lambda) d\lambda$  [W.m<sup>2</sup>] polychromatique émis à sa sortie et donc à l'entrée de la cellule de Hele-Shaw. Les dimensions de la zone éclairée sont 285 mm et 180 mm suivant les axes Ox et Oy respectivement (figure 15). Néanmoins, les extrémités de cette zone présentent une diminution du flux du fait de l'existence d'angle mort dans la conception du système (ombres portées). L'influence de ces variations de flux (équation 5) sur la distribution spatiale de CCD peut être visualisées sur le graphique de la figure 19 représenté pour le quart inférieur gauche de la zone éclairée. Les autres quarts sont symétriques par rapport au centre de la zone. Le traitement du signal pour déterminer la concentration devra donc tenir compte de ces variations spatiales du flux lumineux.



**Figure 19.** Distribution spatiale de CCD (quart inférieur gauche de la zone éclairée : 726 x 1150 pixels, i.e. : 90 x 142.5 mm<sup>2</sup>)

### 3.4.3 Distribution temporelle du flux lumineux

Nous avons également vérifié la stabilité temporelle du flux  $I_i(t)$  à la sortie du système d'éclairage. Pour cela, l'acquisition d'une série d'images séparées par un intervalle de temps constant de 30 s durant 15 min a été faite. La moyenne  $CCD^*(t_i)$  des valeurs  $CCD(x,y,t_i)$  sur une même zone de 10 x 10 pixels est calculée et relevée pour chaque pas de temps  $t_i$ . La valeur  $CCD^*$  rapportée à la moyenne temporelle  $CCD_{moy}$  de toute les valeurs  $CCD^*$  est reportée en fonction du temps sur le graphique de la figure 20. Ce graphique montre que le flux  $I_i(t)$  en vertu de l'équation 5 est relativement stable puisque  $CCD^* / CCD_{moy}$  est compris entre 0.95 et 1.05. Bien que les variations temporelles du flux  $I_i(t)$  soient modérées, une



correction (Cf. §3.6.3) sera cependant effectuée au niveau du traitement du signal, afin d'extraire la valeur de la concentration.

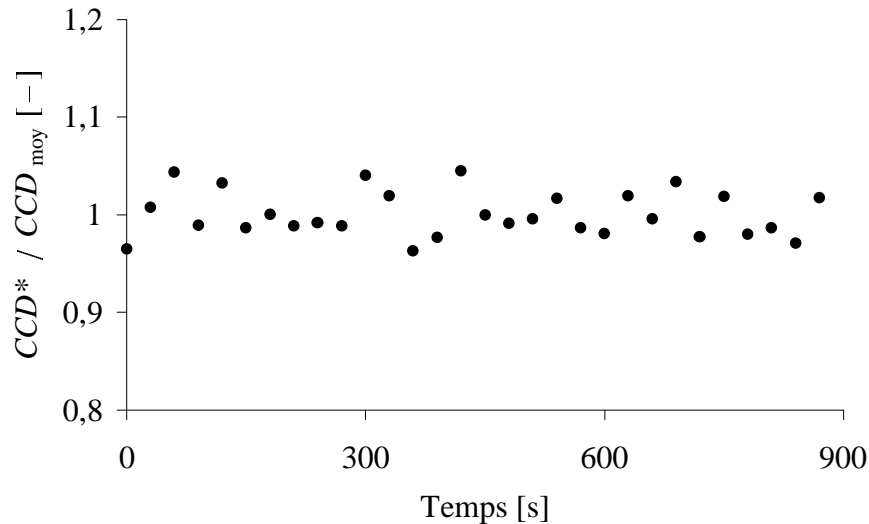


Figure 20. Variation de CCD en fonction du temps

### 3.5 Choix du colorant

Rappelons que la sensibilité spectrale du détecteur C.C.D. est maximale pour les longueurs d'onde voisines de 600 nm (figure 16). Le colorant à choisir, pour marquer la solution injectée dans le modèle, doit donc présenter une absorption maximale pour ces longueurs d'onde. Sous ces conditions, le choix s'est porté sur un colorant bleu (Brillant Blue CFC, Duckworth Group). Ce colorant est commercialisé sous la forme d'une solution (dilution : 1%, correspondant à une concentration en soluté :  $C_0$  [kg.m<sup>-3</sup>]). Cette solution, étant quasiment opaque à la lumière, doit être diluée (concentration  $C_d$  après dilution) afin d'être exploitable. Au moyen d'un spectrophotomètre (MC<sup>2</sup>-SAFAS MONACO, résolution spectrale de 5 nm), des mesures de la transmission  $T_r$  [-], en fonction de la longueur d'onde, de la solution colorée avec deux dilutions différentes (0.01% et 0.005%) ont été réalisées. Les propriétés d'absorption de ce colorant sont particulièrement pertinentes pour notre système de

mesure puisqu'il présente une transmission minimale pour une longueur d'onde proche de 600 nm (figure 21). Ces résultats permettent de déterminer les variations de  $\beta$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  par la relation suivante :

$$\beta(\lambda) = -\frac{200}{C_0 d} \ln \frac{T_{r0.01\%}}{T_{r0.005\%}} \quad (6)$$

avec  $d$  [m] la largeur de la cuve d'essai ( $d = 1$  cm).  $T_{r0.01\%}$  et  $T_{r0.005\%}$  sont respectivement les transmissions pour la solution colorée diluée à 0.01 % et 0.005 %.

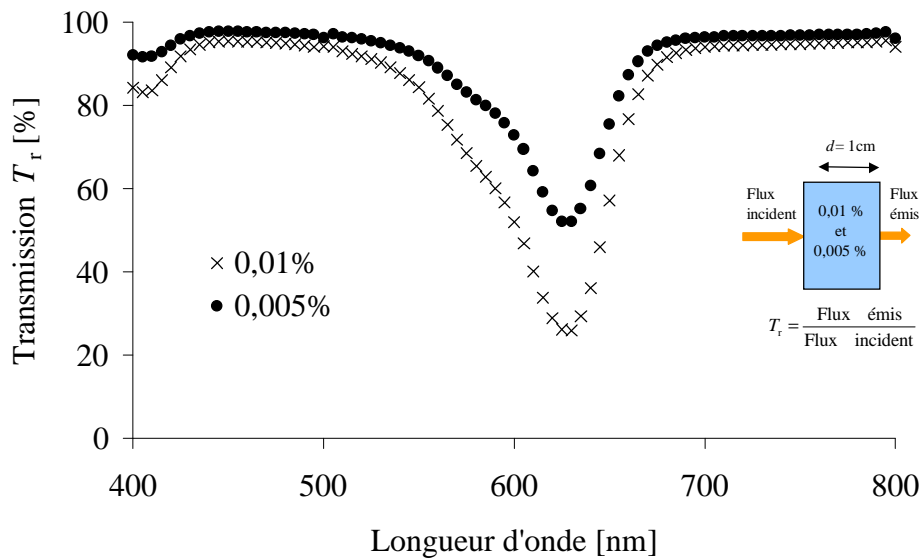


Figure 21. Transmission de la solution colorée pour deux dilutions différentes

### 3.6 Étude du signal de sortie en fonction de la concentration

#### 3.6.1 Expression du signal en fonction de la concentration

A partir de l'équation (5) et des propriétés spectrales de chaque composant du dispositif expérimental, la relation liant la composante rouge de la valeur du signal de chaque pixel en fonction de la concentration moyenne en colorant est donnée par :

$$CCD(x, y) = B \left( \int_0^\infty T_v^2(\lambda) T_1(\lambda) S_r(\lambda) I_0(x, y, \lambda) \exp(-\beta(\lambda) C_d b \langle \bar{C}(x, y, z) \rangle) d\lambda \right)^{\gamma} \quad (7)$$

où  $\langle \bar{C} \rangle = \frac{1}{b} \int_0^b \bar{C} dz$  avec  $\bar{C} = C/C_d$  la concentration réduite en colorant.  $T_1$  [-] et  $T_v$  [-] sont respectivement les transmissions des éléments optiques de l'appareil photographique et des plaques en verre optique. On note que, la forme intégrale de l'équation (7) permet de prendre en compte les variations des propriétés optiques de chaque élément en fonction de la longueur d'onde. D'après la figure 22, on constate que les variations de ces transmissions en fonction de la longueur d'onde sont négligeables dans la plage d'intégration de l'équation (7). Sous ces conditions, cette même équation peut être rendue adimensionnelle et exprimée sous la forme :

$$\frac{CCD(x, y)}{CCD_0(x, y)} = \left( \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_r(\lambda) I_0(x, y, \lambda) \exp(-\beta(\lambda) C_d b \langle \bar{C}(x, y, z) \rangle) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S_r(\lambda) I_0(x, y, \lambda) d\lambda} \right)^{\gamma} \quad (8)$$

où  $CCD_0(x, y, t)$  représente la valeur du signal pour une concentration en colorant nulle, *i.e.* :  $\langle \bar{C} \rangle = 0$ .

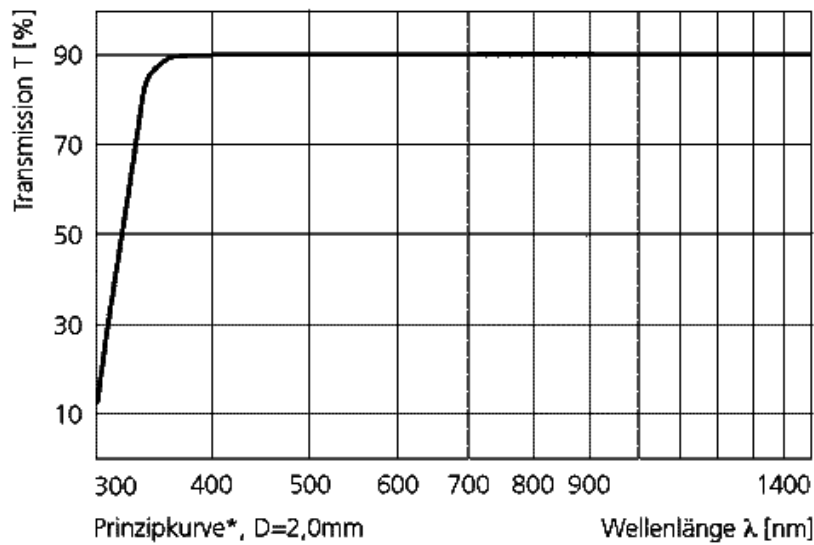


Figure 22. Transmission du verre optique (B270)

### 3.6.2 Sensibilité du signal à la concentration en fonction de la dilution

La valeur du niveau de dilution doit être choisie de façon à optimiser la dynamique du signal en fonction de la concentration. À partir de l'équation (8), la valeur  $CCD$  en fonction de la concentration réduite peut être calculée théoriquement par intégration numérique pour différentes dilutions ( $C_d$ ). Le graphique de la figure 23 montre le résultat de cette intégration pour cinq dilutions : 0.001 % ( $C_d = C_0 / 1000$ ), 0.005 % ( $C_d = C_0 / 200$ ), 0.01% ( $C_d = C_0 / 100$ ), 0.02% ( $C_d = C_0 / 50$ ) et 0.1% ( $C_d = C_0 / 10$ ). Pour les deux dernières dilutions, nous observons que la valeur  $CCD$  quitte le domaine de validité de l'équation 5 dès que  $\langle \bar{C} \rangle \geq 0.8$  pour 0.02 % et  $\langle \bar{C} \rangle \geq 0.2$  pour 0.1%. En outre, pour 0.1% et  $\langle \bar{C} \rangle \geq 0.4$ , le signal tend rapidement vers une valeur constante traduisant ainsi sa saturation. Par contre, pour des dilutions relativement faibles, *i.e.* : 0.001 % et 0.005 %, l'amplitude des variations du signal est très limitée et son exploitation, pour déterminer la concentration, devient très difficile (le rapport signal sur bruit est faible). Par conséquent, la valeur de la dilution optimale qui doit théoriquement conduire à un signal exploitable est de 0.01 %.

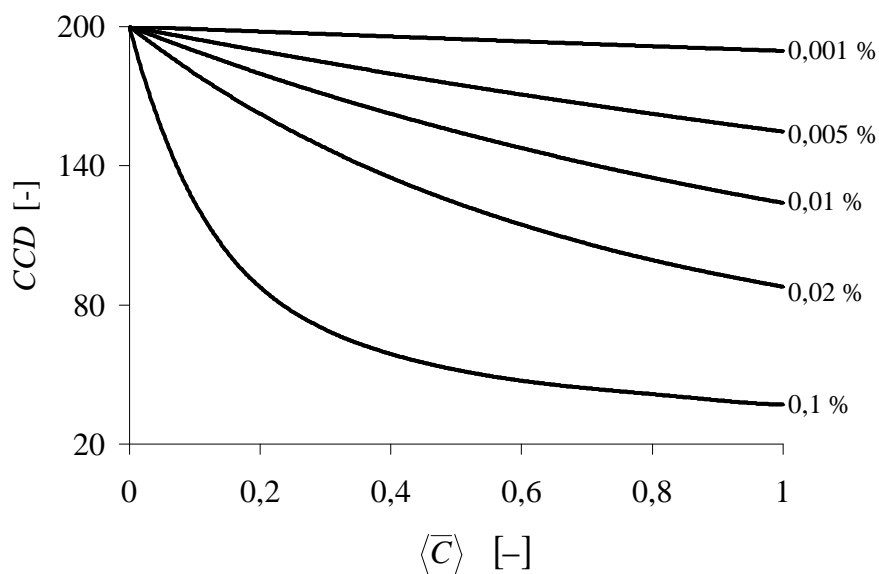
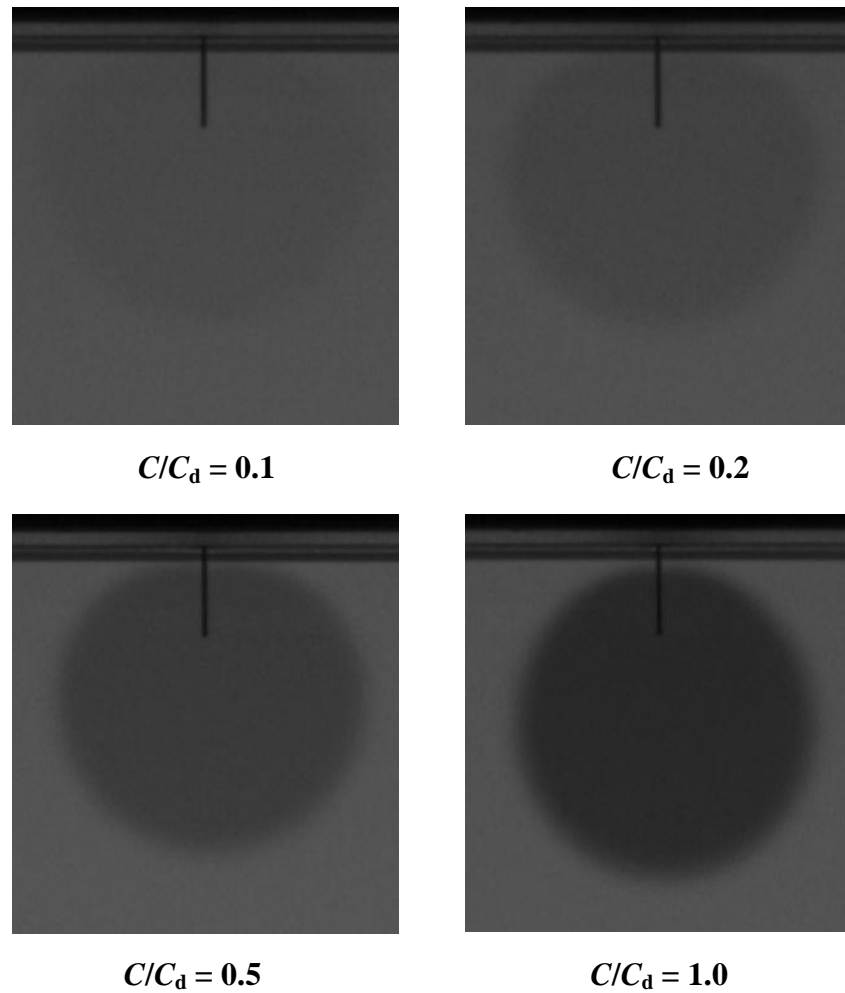


Figure 23. Sensibilité du signal à la concentration réduite pour différentes dilutions

### 3.6.3 Etalonnage du signal

Afin de vérifier la validité de l'équation (8), nous avons réalisé un étalonnage permettant d'obtenir la valeur  $CCD$  pour différentes concentrations réduites correspond à la solution diluée de 0.01 % (figure 24). Les résultats expérimentaux ainsi que ceux théoriques, calculés par intégration de l'équation (8), sont reportés sur le graphique de la figure 25. Pour des concentrations réduites inférieures à 0.8, un bon accord entre ces deux types de résultats est observé. Par contre, pour des concentrations supérieures à 0.8, les valeurs mesurées mettent en évidence des propriétés d'absorption de la lumière légèrement plus fortes que celles obtenues par l'équation (8). Par conséquent, l'utilisation de l'équation (8) implique une certaine correction. Cette correction est prise en compte avec l'équation de la courbe de régression quadratique des points expérimentaux (figure 24). La bonne corrélation entre les résultats théoriques et expérimentaux justifie également le traitement des données pour prendre en compte les défauts d'uniformité spatio-temporelle du flux lumineux à la sortie du système d'éclairage. Pour ce traitement, les valeurs  $CCD_0(x,y)$  de l'équation 8 sont déterminées par le biais d'une image de référence prise avant le début de l'injection de la solution colorée ( $\langle \bar{C}(x,y,z) \rangle = 0$ ). Moyennant ces corrections, il est alors possible de

déterminer la concentration réduite moyenne en tout point  $M(x,y)$  de la cellule de Hele-Shaw à partir du signal  $CCD$ .



*Figure 24. Photographies des expériences réalisées pour l'étalonnage du signal CCD en fonction de la concentration réduite  $C/C_d$  de la solution diluée à 0.01%.*

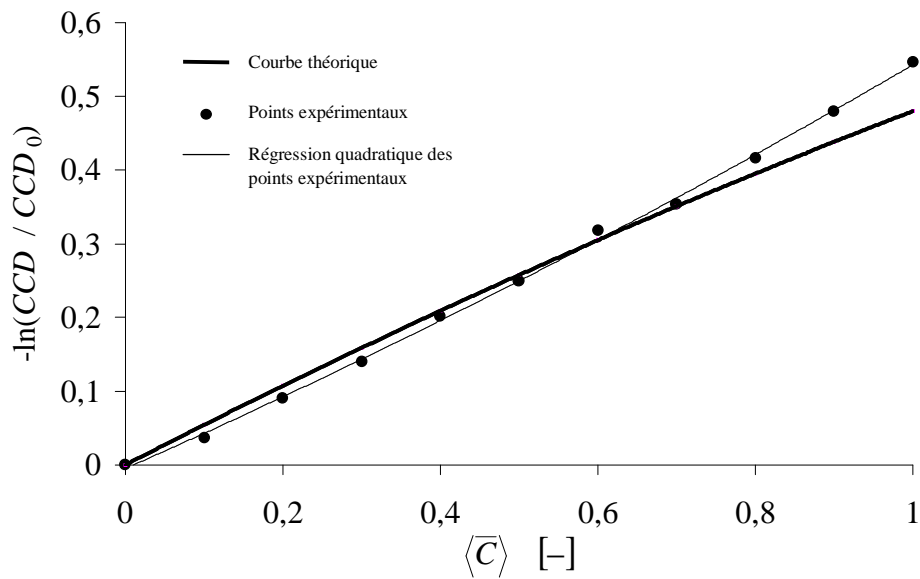


Figure 25. Comparaison entre les valeurs théoriques et expérimentales en fonction de la concentration

## 4 CONCLUSION

Afin de pouvoir caractériser l'écoulement d'un fluide hétérogène et le transport d'un soluté dans un milieu poreux, un dispositif expérimental de type cellule de Hele-Shaw, modèle analogue à un milieu poreux bidimensionnel, a été mis au point. Les choix des types de matériaux ou encore des techniques de conception de ses composants permettent de minimiser les variations locales de perméabilité et d'utiliser des techniques optiques de mesure. Parmi elles, une méthode globale de restitution d'un champ des concentrations, basée les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant, a été développée et appliquée à la cellule. L'apport de cette technique de mesure sera ainsi indispensable pour la caractérisation des zones de mélange étudiées.

## *Chapitre 2*

# **RÉGIMES DE DISPERSION EN CELLULE DE HELE-SHAW POUR UN FLUIDE HÉTÉROGÈNE**



## NOMENCLATURE

$a$	Diamètre d'un tube circulaire [m]
$b$	Ouverture de la cellule [m]
$c$	Concentration moyennée entre deux plaques ou sur le diamètre de la section droite d'un tube [ $\text{kg.m}^{-3}$ ]
$C_{\text{inj}}$	Fraction massique de la solution injectée (modèles expérimental et numérique) [-]
$C_m$	Fraction massique du soluté [-]
$\mathbf{D}$	Tenseur de dispersion adimensionnel [-]
$D_{//}, D_{\perp}$	Coefficients de dispersion longitudinale et transversale par rapport à la direction principale de l'écoulement [-]
$D_{\text{eff}}$	Coefficient effectif de diffusion dans un tube circulaire ou entre deux plaques planes et parallèles [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$D_{kl}$	Composante adimensionnelle du tenseur de dispersion [-]
$D_{kl}^d$	Composante adimensionnelle du tenseur de diffusion macroscopique [-]
$D_{kl}^h$	Composante adimensionnelle du tenseur de dispersion hydrodynamique [-]
$D_m$	Coefficient de diffusion moléculaire [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$D_{m\infty}$	Coefficient de diffusion moléculaire à dilution infinie [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ]
$f$	Fonction représentant une variable du problème
$\tilde{f}$	Variable du problème dépendant de la fraction massique $C_m$
$f_0, f_1, f_2$	Quantités perturbées à l'ordre 0, 1 et 2 de la fonction $f$
$g$	Accélération de la pesanteur [ $\text{m.s}^{-2}$ ]
$G$	Rapport entre la vitesse gravitationnelle et la vitesse caractéristique [-]
$Gr$	Nombre de Grashoff relatif au transfert de masse [-]
$H$	Hauteur du canal de la cellule [m]
$i, j$	Indices (1, 2 ou 3)
$k, l$	Indices (1 ou 2)
$l$	Longueur caractéristique [m]
$L$	Largeur du canal de la cellule [m]
$M$	Rapport des viscosités des fluides ambiant et injecté [-]
$P$	Pression [ $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ ]
$P^*$	Pression caractéristique [ $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ ]

$Pe$	Nombre de Péclet [-]
$Pe^*$	Nombre de Péclet modifié [-]
$q_v$	Débit volumique à l'injection de la pompe-seringue [ $m^3.s^{-1}$ ]
$Ra$	Nombre de Rayleigh [-]
$Re$	Nombre de Reynolds [-]
$S$	Superficie du domaine d'injection $\Sigma$ [ $m^2$ ]
$t$	Temps [s]
$t^*$	Temps caractéristique [s]
$\mathbf{V},  \mathbf{V} $	Vecteur vitesse de l'écoulement et sa norme [ $m.s^{-1}$ ]
$V_g$	Vitesse gravitationnelle caractéristique [ $m.s^{-1}$ ]
$V_i$	Composante suivant l'axe $Ox_i$ du vecteur vitesse $\mathbf{V}$ de l'écoulement [ $m.s^{-1}$ ]
$V_{inj}$	Vitesse moyenne de l'écoulement à l'injection [ $m.s^{-1}$ ]
$V^*$	Vitesse caractéristique [ $m.s^{-1}$ ]
$x_1, x_2, x_3 (x, y, z)$	Coordonnées verticale, horizontale et transversale d'un point M dans le canal [m]
$\mathbf{x}$	Vecteur position de composantes $x_1, x_2$ et $x_3$
$\mathbf{y}$	Vecteur position de composantes $x_1$ et $x_2$

## Lettres grecques

$\Sigma$	Domaine d'injection
$\Omega$	Domaine d'étude de l'écoulement
$\rho$	Masse volumique du mélange [ $kg.m^{-3}$ ]
$\rho_a, \rho_{inj}$	Masses volumiques des fluides ambiant et injecté [ $kg.m^{-3}$ ]
$\mu$	Viscosité dynamique du mélange [ $kg.m^{-1}.s^{-1}$ ]
$\mu_a, \mu_{inj}$	Viscosités dynamiques des fluides ambiant et injecté [ $kg.m^{-1}.s^{-1}$ ]
$\Delta\rho^*$	Contraste de masse volumique entre le fluide injecté et le fluide ambiant [ $kg.m^{-3}$ ]
$\varepsilon$	Rapport entre l'ouverture et la hauteur du canal [-]

## Symboles

-	Valeur adimensionnelle
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\langle \rangle$	Opérateur moyenne selon l'ouverture du canal

## ***Chapitre 2 - RÉGIMES DE DISPERSION EN CELLULE DE HELE-SHAW POUR UN FLUIDE HÉTÉROGÈNE***

Afin d'analyser les résultats expérimentaux obtenus dans la cellule de Hele-Shaw, des simulations numériques sont envisagées. Elles seront menées à l'aide d'un code numérique développé pour les problèmes de transport en milieu poreux (Buès and Oltean, 2000 ; Oltean and Buès, 2001). En effet, l'approche numérique nous permettra de mieux appréhender et quantifier les phénomènes observés dans la cellule.

Afin de pouvoir l'appliquer, l'outil numérique a été modifié pour les problèmes spécifiques rencontrés en cellule de Hele-Shaw. Ces modifications portent essentiellement sur le tenseur de dispersion obtenu par un développement asymptotique des équations de Navier-Stokes, continuité et transport. Notre étude porte sur l'écoulement de deux fluides miscibles de propriétés physiques différentes. Ce développement prend donc en compte les variations de la masse volumique, de la viscosité dynamique et de la diffusion moléculaire en fonction de la concentration.

### **1 ANALYSE BIBLIOGRAPHIQUE**

#### **1.1 Déplacement d'un traceur dans un tube et entre deux plaques**

Pour le transport d'un traceur dans un tube circulaire ou dans l'espace d'écoulement d'une cellule de Hele-Shaw, la dispersion longitudinale résulte principalement de l'action simultanée de deux processus de transport. L'un, dû à la diffusion transversale, provoque le transport du soluté dans la direction transversale de l'écoulement. L'autre, dû aux variations de la vitesse longitudinale de l'écoulement dans la section, provoque le transport convectif du soluté le long du tube ou des plaques.

Pour un tube circulaire d'axe  $Ox$  (diamètre  $a$  et longueur  $l$ ) et un profil des vitesses de type Poiseuille, l'analyse de Taylor (1953) montre que l'évolution de la concentration moyenné  $c$  selon le diamètre d'une section droite est décrite par une équation de convection-diffusion :

$$\frac{\partial c}{\partial t} + V^* \frac{\partial c}{\partial x} = D_{\text{eff}} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (1)$$

$V^*$  étant la vitesse moyenne constante de l'écoulement et  $D_{\text{eff}} = a^2 V^{*2} / 192 D_m$  le coefficient de diffusion effectif. Taylor (1953) précise également les conditions requises pour la validité de l'équation (1) :

$$D_{\text{eff}} \gg D_m \quad (2)$$

$$Pe^* = \frac{a^2 V^*}{l D_m} \ll 1 \quad (3)$$

La première permet de négliger l'effet de la diffusion moléculaire  $D_m$  suivant l'axe  $Ox$  du tube tandis que la seconde, portant sur le nombre de Péclet modifié  $Pe^*$ , permet de supposer que l'effet de la diffusion transverse (temps caractéristique  $a^2/D_m$ ) est prépondérant devant celui de la convection (temps caractéristique  $l/V^*$ ). Cette dernière relation (3) peut être transformée afin d'obtenir une condition sur le rapport d'aspect géométrique du tube :

$$a/l \ll D_m / a V^* \quad (4)$$

Les travaux de Taylor (1953) ont été généralisés par Aris (1956). Ils permettent de prendre en compte aussi bien la diffusion longitudinale que d'autres caractéristiques géométriques.

Lorsqu'il s'agit de deux plaques planes espacées de  $b$  et de longueur  $l$ , le coefficient effectif de diffusion dans l'équation (1) prend la forme :

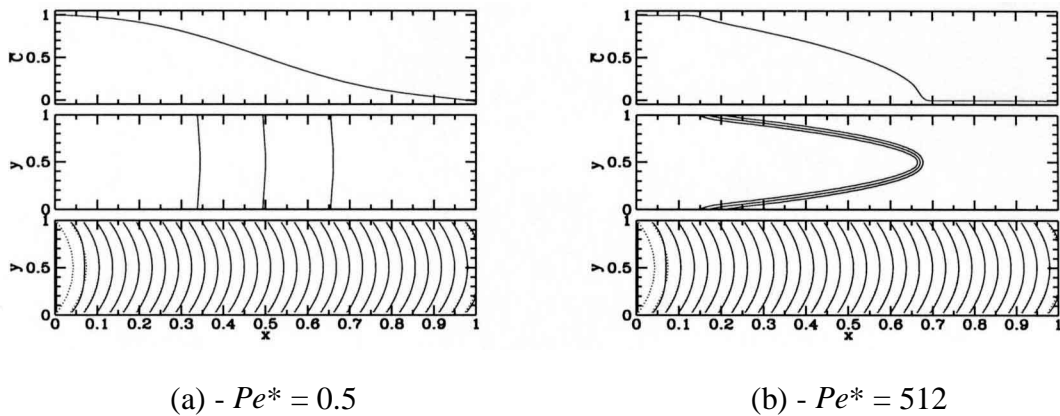
$$D_{\text{eff}} = D_m + \frac{b^2 u^2}{210 D_m} \quad (5)$$

avec la condition (3) où le nombre de Péclet modifié  $Pe^*$  implique la dimension  $b$ , *i.e* :

$$Pe^* = \frac{b^2/D_m}{l/V^*} \ll 1 \quad (6)$$

L'interprétation phénoménologique de cette condition (6) est que la diffusion tend à uniformiser la distribution du soluté entre les deux plaques (figure 1a). L'évolution de la concentration moyennée selon l'ouverture  $b$  étant décrite par un processus Fickien, la largeur de la zone de mélange est proportionnelle à  $t^{1/2}$ . Pour  $Pe^* \gg 1$ , le transport convectif devient prépondérant devant celui par la diffusion transverse. Dans ce cas, les deux fluides ne se mélangent quasiment pas (figure 1b). Dans le cas limite d'une diffusion moléculaire nulle ( $Pe^*$  infini), le soluté est simplement advecté le long des lignes de courant aux vitesses données par le profil de Poiseuille. La largeur de la zone de mélange apparente varie ainsi linéairement avec le temps et son évolution ne peut plus être décrite par un processus Fickien. Néanmoins, il est possible de déterminer analytiquement l'évolution de l'interface entre le fluide injecté et le fluide ambiant. La valeur de la concentration moyenne est alors égale à l'épaisseur de la couche de fluide injecté rapportée à l'ouverture (Lajeunesse, 1999).

L'équation du profil de concentration moyennée  $c$  s'écrit alors :  $c = \left(1 - \frac{2}{3} \frac{x}{V^* t}\right)^{0.5}$ . Les fronts de concentration sont ainsi autosimilaires dans la mesure où  $c$  ne dépend que du rapport  $x/t$ .



*Figure 1. Résultats des simulations du déplacement d'un traceur inerte entre deux plaques obtenus par Rakotomalala et al. (1997) avec la méthode de gaz sur réseau. Le profil de concentration moyenné, les isoconcentrations 0.25, 0.5 et 0.75 et le profil de vitesse (lignes continues) comparé au profil de Poiseuille (lignes discontinues) sont représentés pour  $Pe^* = 0.5$  (a) et  $Pe^* = 512$  (b).*

## 1.2 Déplacement de deux fluides miscibles hétérogènes entre deux plaques

Dans le cas du déplacement de deux fluides de viscosités différentes, les résultats de travaux numériques (Rakotomalala *et al.*, 1997) montrent que l'on peut mettre en évidence, deux situations suivant l'importance relative des effets convectif et diffusif comme dans le cas du soluté inerte.

- $Pe^* \ll 1$  (figure 2-a&c-) :

Le profil des concentrations moyennées se présente sous la forme d'un front diffusif se déplaçant à la vitesse moyenne de l'écoulement tandis que le profil de vitesse est proche d'un profil de Poiseuille.

- $Pe^* \gg 1$  (figure 2-b&d-) :

Les variations de la concentration, et par conséquent de la viscosité dynamique, suivant l'ouverture ne sont plus négligeables. Il en résulte que le profil de vitesse ne peut plus être assimilé à un profil parabolique bien que l'écoulement reste laminaire. De ce fait, la structure du front des concentrations moyennées dépend du rapport  $M = \mu_a / \mu_{inj}$ ,  $\mu_a$  étant la viscosité dynamique du fluide déplacé et  $\mu_{inj}$  celle du fluide injecté. Si  $M < 1$ , le contraste de viscosité a pour effet de stabiliser l'écoulement. Par contre, si  $M > 1$ , des digitations visqueuses peuvent apparaître.

Pour  $Pe^* \gg 1$ , Yang et Yortsos (1997) ont développé une équation hyperbolique pour déterminer l'évolution de la concentration moyenne avec les hypothèses d'un écoulement visqueux unidirectionnel entre les deux plaques et d'un coefficient de diffusion moléculaire nul. Cette équation est établie en analysant l'évolution de la forme de l'interface entre les deux plaques. La solution analytique de cette équation s'écrit :  $x = V * t \frac{3[1 + (2M - 3)c^2 - 2(M - 1)^3]}{2[1 + (M - 1)c^3]}$ .

Pour  $M > 3/2$ , un choc se forme pour la concentration donnée par la relation :  $(2M - 3)(M - 1)c^3 + 9(M - 1)c - (4M - 6) = 0$ . Les solutions déterminées analytiquement par les mêmes auteurs sont présentées sur la figure 3. La concentration moyenne  $c$  ne dépend que de  $M$  et du rapport  $x / t$  (front autosimilaire).

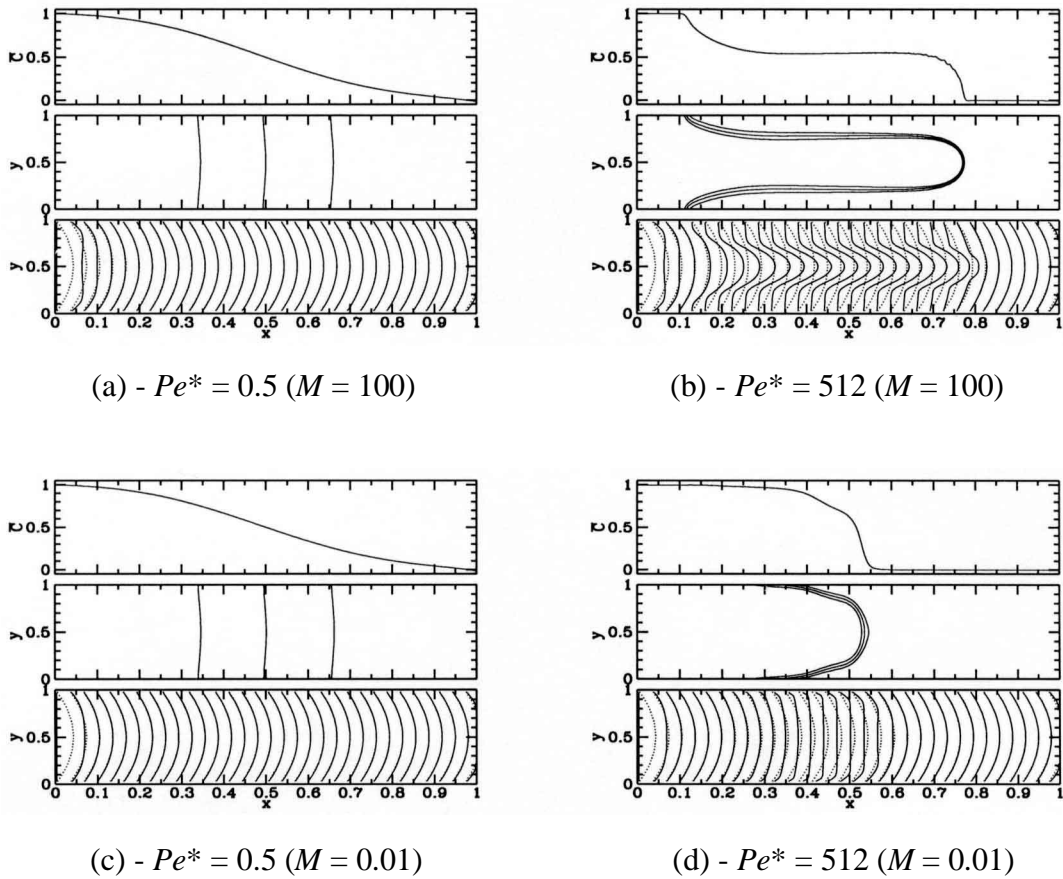


Figure 2. Résultats des simulations du déplacement de deux fluides hétérogènes (a et b :  $M = 100$ ; c et d :  $M = 0.01$ ) obtenus par Rakotomalala et al. (1997) avec la méthode de gaz sur réseau. Le profil de concentration moyennée, les isoconcentrations 0.25, 0.5 et 0.75 et le profil de vitesse (lignes continues) comparé au profil de Poiseuille (lignes discontinues) sont représentés pour  $Pe^* = 0.5$  (a et c) et  $Pe^* = 512$  (b et d).

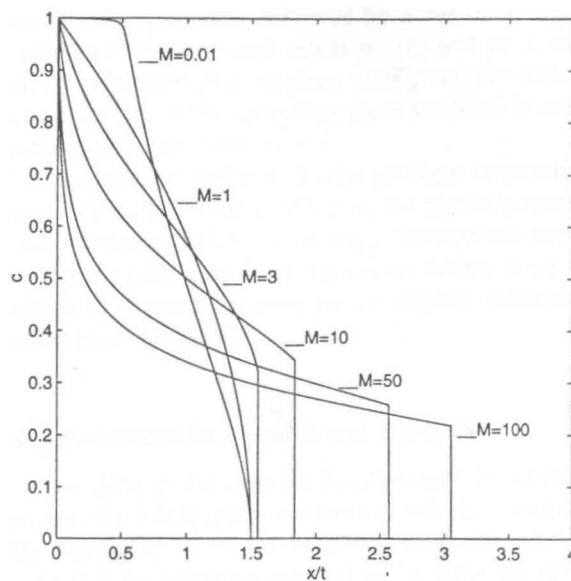


Figure 3. Profils de concentration moyennée en fonction de  $M$  d'après Yang and Yortsos (1997)

Le nombre adimensionnel  $G = b^2 \Delta\rho^* g / (\mu_a V^*)$  permet de prendre en compte l'effet d'une différence de densité  $\Delta\rho^*$  entre le fluide ambiant et injecté. Il caractérise l'importance relative des forces de gravité et des forces visqueuses. Pour un écoulement entre deux plaques verticales, deux situations peuvent se présenter. L'une où le fluide le plus dense se situe au-dessus du moins dense et l'autre où le fluide le moins dense se situe au-dessus. Dans le premier cas, l'effet de la différence de densité tend à déstabiliser l'écoulement tandis que dans le second, il le stabilise. Le déplacement de deux fluides avec un contraste de masse volumique et de viscosité a été étudié expérimentalement dans un tube vertical par Petitjeans and Maxworthy (1996) et numériquement dans un tube et une cellule verticales par Chen and Meiburg (1996). Ces auteurs montrent que l'on peut mettre en évidence, deux situations suivant l'importance relative des effets convectif et diffusif ( $Pe^* \ll 1$  ou  $Pe^* \gg 1$ ) comme dans le cas de deux fluides de viscosités différentes.

### 1.3 Conclusion

Depuis, pour la modélisation numérique ou/et les études théoriques, l'approche classique est de décrire le phénomène de transport d'un soluté dans une cellule par une équation de convection-diffusion portant sur la concentration et la vitesse moyennées sur l'ouverture  $b$ . Dans cette équation, les termes du tenseur de dispersion dans les directions principales parallèle  $D_{//}$  et transversale  $D_{\perp}$  de l'écoulement s'écrivent :

$$D_{//} = D_m + \frac{b^2 |\mathbf{V}|^2}{210 D_m} \text{ et } D_{\perp} = D_m \quad (7)$$

où  $|\mathbf{V}|$  représente la norme du vecteur vitesse  $\mathbf{V}$  de l'écoulement.

Bien que cette approche soit valide pour un profil des vitesses de type Poiseuille et pour un fluide homogène, elle est généralement adoptée pour les études portant sur l'écoulement des fluides avec variation des propriétés physiques (que l'on appellera par la suite fluides hétérogènes). Citons à titre d'exemples, les travaux de Zimmerman and Homsy (1991, 1992) et ceux de Wooding *et al.* (1997a, 1997b). Ces derniers ont étudié le passage entre le régime diffusif et celui convectif de l'eau salée sous l'effet de la gravité tandis que les premiers ont



analysé l'apparition et le développement de digitations visqueuses lors du déplacement de deux fluides hétérogènes. L'analyse bibliographique précédente met en évidence que l'approche classique pour ce type de problème est discutable du fait du couplage entre les équations d'écoulement et de transport (variations de la masse volumique et de la viscosité dynamique de l'eau salée en fonction de sa concentration en sel). Moyennant ces constatations, nous avons analysé théoriquement le phénomène de dispersion dans le cas général d'une variation de la masse volumique, de la viscosité dynamique et de la diffusion moléculaire avec la concentration en soluté.

## 2 FORMULATION DU PROBLEME

### 2.1 Géométrie du domaine d'étude et système d'équations

Considérons l'écoulement de deux fluides miscibles hétérogènes entre les deux plaques d'une cellule de Hele-Shaw, l'un injecté avec un débit volumique constant et l'autre initialement au repos, saturant la veine d'écoulement. La hauteur, la largeur et l'ouverture de la veine d'écoulement sont notées respectivement  $H$ ,  $L$  et  $b$ . Un repère de coordonnées cartésiennes  $(0; \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$  est attaché à la géométrie du canal. L'axe  $0x_1$  (resp.  $0x_2$ , et  $0x_3$ ) est orienté suivant la direction verticale (resp. horizontale et l'ouverture du canal). Sous ces considérations, la zone d'étude de l'écoulement se réduit à un domaine noté  $\Omega$  (figure 1) tel que :

$$\Omega = \{0 \leq x_1 \leq H \ ; \ 0 \leq x_2 \leq L \ ; \ 0 \leq x_3 \leq b\} \quad (8)$$

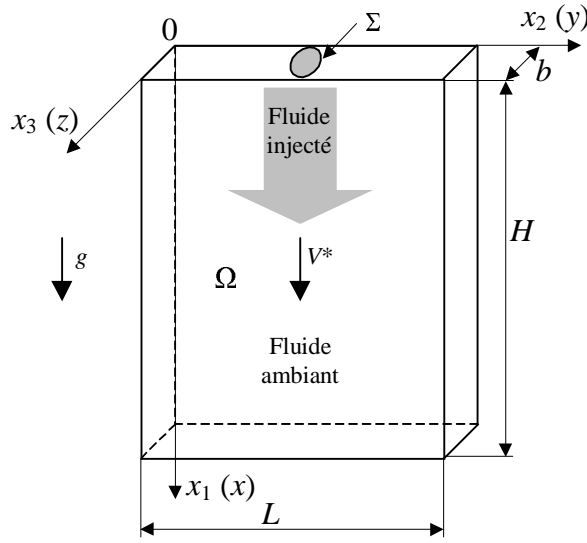


Figure 4. Géométrie du domaine d'étude  $\Omega$  de l'écoulement de deux fluides miscibles hétérogènes

L'écoulement est décrit par les équations de Navier-Stokes et l'équation de continuité du fluide. A ces équations s'ajoute l'équation de transport du soluté. Le système à résoudre se présente donc sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (9)$$

$$\rho \left( \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \mu \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j \partial x_j} + \delta_{i1} \rho g \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho C_m)}{\partial t} + \frac{\partial(V_i \rho C_m)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_m \rho \frac{\partial C_m}{\partial x_i} \right) \quad (11)$$

où  $P$  [ $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ ] représente la pression,  $C_m$  [-] la fraction massique du soluté,  $V_i$  [ $\text{m.s}^{-1}$ ] la  $i^{\text{ème}}$  composante du vecteur vitesse ( $i = 1, 2, 3$ ),  $g$  [ $\text{m.s}^{-2}$ ] l'accélération de la pesanteur,  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker ( $j = 1, 2, 3$ ),  $D_m$  [ $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ ] le coefficient de diffusion moléculaire,  $\rho$  [ $\text{kg.m}^{-3}$ ] la masse volumique,  $\mu$  [ $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ] la viscosité dynamique et  $t$  le temps [s]. On se place dans le cas où les trois derniers paramètres sont des fonctions de la fraction massique  $C_m$ .

Pour  $t > 0$ , les conditions aux limites du problème se traduisent par :

$$V_i|_{x_3=0} = V_i|_{x_3=b} = 0 \quad (12)$$

$$\int_{\Sigma} V_1 dx_2 dx_3 = q_v \quad (13)$$

$$C_m|_{x_1=0; x_2, x_3 \in \Sigma} = C_{inj} \quad (14)$$

La relation (12) exprime la condition d'adhérence du fluide sur les parois des deux plaques. Les relations (13) et (14) sont relatives au condition d'injection. L'injection du fluide avec une fraction massique  $C_m = C_{inj}$  et un débit volumique  $q_v$  [ $m^3.s^{-1}$ ] se fait sur une superficie  $S$  appartenant au domaine plan  $\Sigma(0, x_2, x_3)$ . Aux conditions précédentes s'ajoutent celles liées à la symétrie du système par rapport au plan médian des deux plaques d'équation  $x_3 = b/2$  : symétrie des profils suivant  $x_3$  des variables du problème.

## 2.2 Grandeurs caractéristiques et variables adimensionnelles

Afin d'écrire le système d'équations (9)-(11) sous forme adimensionnelle, prenons comme échelles caractéristiques des longueurs la dimension verticale  $H$  et l'ouverture  $b$  de la cellule. Si le débit volumique  $q_v$  à l'injection est connu, la vitesse moyenne  $V_{inj}$  au niveau de l'injection peut être considérée comme une vitesse caractéristique  $V^*$  :

$$V^* = V_{inj} = \frac{q_v}{S} \quad (15)$$

Ce qui permet ainsi de définir un temps caractéristique :

$$t^* = \frac{H}{V^*} \quad (16)$$

La pression caractéristique choisie est celle correspondant à un écoulement visqueux où le terme du gradient de pression macroscopique est du même ordre de grandeur que le terme de diffusion visqueuse locale. L'équilibre de ces deux termes se traduit par la relation :

$$P^* = \frac{V^* H \mu_a}{b^2} \quad (17)$$

L'indice 'inj' (resp. 'a') désigne le fluide injecté (resp. ambiant). Les valeurs caractéristiques choisies pour la masse volumique, le contraste de masse volumique, la viscosité dynamique, la diffusion moléculaire et la fraction massique sont respectivement :

$$\rho_a, \Delta \rho^* = \rho_{inj} - \rho_a, \mu_a, D_{m^\infty}, C_{inj} \quad (18)$$

où  $D_{m^\infty}$  représente le coefficient de diffusion moléculaire à dilution infinie. A partir de ces grandeurs caractéristiques, il est possible alors de définir les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \frac{x_k}{H} \quad (k = 1, 2), \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3}{b}, \quad \bar{P} = \frac{P - \rho_a g x_1}{P^*}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t^*}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_a}, \\ \bar{V}_i &= \frac{V_i}{V^*}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_a}, \quad \bar{C}_m = \frac{C_m}{C_{inj}}, \quad \bar{\Delta \rho} = \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho^*}, \quad \bar{D}_m = \frac{D_m}{D_{m^\infty}} \end{aligned} \quad (19)$$

### 2.3 Formulation du problème en variables adimensionnelles

En prenant en compte les deux échelles de longueur  $H$  et  $b$  comme grandeurs caractéristiques, le domaine d'étude  $\Omega$  (relation 8) devient :

$$\bar{\Omega} = \left\{ 0 \leq \bar{x}_1 \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq \bar{x}_2 \leq \frac{L}{H} \quad ; \quad 0 \leq \bar{x}_3 \leq 1 \right\} \quad (20)$$

Suivant la procédure classique et en utilisant les relations (19), le système d'équations (9)-(11) est mis sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{V}_k)}{\partial \bar{x}_k} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial (\bar{\rho} \bar{V}_3)}{\partial \bar{x}_3} = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 \bar{\rho} Re \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{t}} + \varepsilon^2 \bar{\rho} Re \left( \bar{V}_k \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_k} + \frac{1}{\varepsilon} \bar{V}_3 \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_3} \right) + \delta_{ik} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}_k} + \delta_{i3} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}_3} = \\ \varepsilon^2 \bar{\mu} \left( \frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_k \partial \bar{x}_k} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2 \bar{V}_i}{\partial \bar{x}_3^2} \right) + \delta_{i1} G \Delta \bar{\rho} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{C}_m)}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial(\bar{V}_k \bar{\rho} \bar{C}_m)}{\partial \bar{x}_k} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial(\bar{V}_3 \bar{\rho} \bar{C}_m)}{\partial \bar{x}_3} = \frac{1}{Pe} \left[ \frac{\partial}{\partial \bar{x}_k} \left( \bar{D}_m \bar{\rho} \frac{\partial \bar{C}_m}{\partial \bar{x}_k} \right) + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}_3} \left( \bar{D}_m \bar{\rho} \frac{\partial \bar{C}_m}{\partial \bar{x}_3} \right) \right] \quad (23)$$

Quatre paramètres peuvent alors caractériser ce problème :

- un paramètre de forme  $\varepsilon$ , rapport entre l'ouverture et la hauteur de la veine :

$$\varepsilon = \frac{b}{H} \quad (24)$$

- le nombre de Péclet  $Pe$ , rapport entre le temps caractéristique  $H^2 / D_{m\infty}$  correspondant à l'effet de diffusion et celui  $H / V^*$  traduisant l'effet convectif sur l'échelle des longueurs  $H$  :

$$Pe = \frac{V^* H}{D_{m\infty}} \quad (25)$$

- le nombre de Reynolds  $Re$  caractérisant l'importance des effets inertiels par rapport à ceux visqueux :

$$Re = \frac{H \rho_a V^*}{\mu_a} \quad (26)$$

- le nombre  $G$  représentant le rapport entre les forces dues à la gravité et celles dues aux effets visqueux.

$$G = \frac{\Delta \rho^* b^2 g}{\mu_a V^*} \quad (27)$$

Ce dernier paramètre peut également être mis sous la forme  $G = V_g / V^*$  avec :

$$V_g = \frac{\Delta \rho^* b^2 g}{\mu_a} \quad (28)$$

la vitesse gravitationnelle caractéristique.

Pour  $\bar{t} > 0$ , les conditions aux limites (12)-(14) du problème se réécrivent sous la forme, :

$$\bar{V}_i \Big|_{\bar{x}_3=0} = \bar{V}_i \Big|_{\bar{x}_3=1} = 0 \quad (29)$$

$$\int_{\bar{\Sigma}} \bar{V}_1 d\bar{x}_2 d\bar{x}_3 = V * Hbq_v \quad (30)$$

$$\bar{C}_m \Big|_{\bar{x}_1=0; \bar{x}_2, \bar{x}_3 \in \bar{\Sigma}} = 1 \quad (31)$$

## 2.4 Spécificités du problème

La principale spécificité de la cellule de Hele-Shaw est représentée par le rapport relativement petit entre l'ouverture  $b$  et son étendue vertical  $H$ , *i.e.* :

$$\varepsilon \ll 1 \quad (32)$$

Dans ces conditions, le phénomène de convection-diffusion dans la cellule de Hele-Shaw peut alors être considéré comme un phénomène présentant deux échelles des longueurs séparées : l'une, faisant référence à l'échelle microscopique (ou locale) et l'autre, à l'échelle macroscopique. Par conséquent, il peut être inclus dans la catégorie générale des phénomènes de transport macroscopique (Brenner and Edwards, 1993 ; Yang and Yortsos, 1997). Ces considérations nous ont conduit à analyser le problème initialement posé à l'aide d'une méthode asymptotique (Sanchez-Palencia, 1980 ; Allaire, 1992).

### 3 SOLUTION ASYMPTOTIQUE

#### 3.1 Homogénéisation du problème

Dans la suite de ce chapitre et pour simplifier la notation, les barres sur les variables, symbolisant le caractère adimensionnel, seront omises.

La faible épaisseur du canal d'écoulement nous permet raisonnablement de considérer que le déplacement du soluté peut être bien décrit par les valeurs moyennes des grandeurs intervenant dans les équations de base (21)-(23). Dans ces conditions, il est tout à fait justifié d'appliquer la technique d'homogénéisation suivant l'axe  $x_3$  à l'aide de l'opérateur moyenne  $\langle \bullet \rangle$  défini par :

$$\forall f, \quad \langle f \rangle = \int_0^1 f(\mathbf{x}, t) dx_3 \quad (33)$$

avec  $f$  représentant toute grandeur intervenant dans les équations de base du problème et  $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$  le vecteur position.

La condition de non-adhérence du fluide aux parois  $x_3 = 0$  et  $x_3 = 1$  (relations 29) conduisent alors aux relations intégrales suivantes :

$$\left\langle \frac{\partial V_i}{\partial x_3} \right\rangle = 0 \quad (34)$$

$$\left\langle V_i \frac{\partial f}{\partial x_3} \right\rangle = - \left\langle f \frac{\partial V_i}{\partial x_3} \right\rangle \quad (35)$$

tandis que les propriétés de symétrie du système par rapport au plan d'équation  $x_3 = 0.5$  impliquent :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_3} \right\rangle = 0 \quad (36)$$

$$\left\langle \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} \right\rangle = 2 \frac{\partial f}{\partial x_3} \Big|_{x_3=1} \quad (37)$$

En appliquant l'opérateur moyenne (équation 33) aux équations (21) et (23) et en tenant compte de la propriété (36), les équations (21) et (23) prennent les formes suivantes :

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \rho V_k \rangle}{\partial x_k} = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial \langle \rho C_m \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle V_k \rho C_m \rangle}{\partial x_k} = \frac{1}{Pe} \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle D_m \rho \frac{\partial C_m}{\partial x_k} \right\rangle \quad (39)$$

Pour estimer les oscillations  $f - \langle f \rangle$  induites par l'homogénéisation, les équations (38) et (39) sont soustraites respectivement aux équation (21) et (22) :

$$\frac{\partial (\rho - \langle \rho \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_k - \langle \rho V_k \rangle)}{\partial x_k} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial (\rho V_3)}{\partial x_3} = 0 \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\rho C_m - \langle \rho C_m \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial (V_k \rho C_m - \langle V_k \rho C_m \rangle)}{\partial x_k} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial (V_3 \rho C_m)}{\partial x_3} = \\ & \frac{1}{Pe} \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} \left( D_m \rho \frac{\partial C_m}{\partial x_k} - \left\langle D_m \rho \frac{\partial C_m}{\partial x_k} \right\rangle \right) + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( D_m \rho \frac{\partial C_m}{\partial x_3} \right) \right] \end{aligned} \quad (41)$$

Le système initial d'équations (21)-(23) est alors remplacé par le système d'équations (22) et (38)-(41).

### 3.2 Développement asymptotique

Afin de résoudre le système d'équations non linéaires (22) et (38)-(41), postulons l'existence d'un développement asymptotique sous forme de séries suivant les puissances du paramètre de forme  $\varepsilon$ , limité à l'ordre  $\varepsilon$ , pour toute fonction  $f$  définie dans le domaine d'étude, *i.e.* :

$$f(\mathbf{x}, t; \varepsilon) = f_0(\mathbf{x}, t) + \varepsilon f_1(\mathbf{x}, t) + O(\varepsilon^2) \quad (42)$$



Les fonctions  $f$  indicées par 0 et 1 sont, respectivement, les quantités perturbées à l'ordre 0 et 1 de la fonction  $f$ . Si  $f$  dépend de la fraction massique  $C_m$  (*i.e.* :  $\rho$ ,  $\mu$  et  $D_m$ ) par l'intermédiaire d'une fonction  $\tilde{f}$ , alors :

$$f = \tilde{f}(C_m) = \tilde{f}(C_{m0} + \varepsilon C_{m1} + O(\varepsilon^2)), \quad (43)$$

et un développement de Taylor en  $C_{m0}$  de  $\tilde{f}$  conduit à la relation suivante :

$$f = \tilde{f}(C_m) = \tilde{f}(C_{m0}) + [\varepsilon C_{m1} + O(\varepsilon^2)] \left. \frac{d\tilde{f}}{dC_m} \right|_{C_m=C_{m0}} \quad (44)$$

En égalant les termes de même ordre des équations (42) et (44), on obtient :

$$f_0 = \tilde{f}(C_{m0}) \quad (45)$$

$$f_1 = C_{m1} \left. \frac{d\tilde{f}}{dC_m} \right|_{C_m=C_{m0}} \quad (46)$$

### 3.3 Problèmes asymptotiques successifs

Pour la suite de cette étude, supposons deux hypothèses envisageables pour nos expériences : les nombres de Péclet  $Pe$  et de Reynolds  $Re$  sont de l'ordre de  $1/\varepsilon$ . Cela signifie que, sur l'échelle  $b$  des longueurs (échelle locale), les nombres de Péclet  $Pe_b$  et de Reynolds  $Re_b$  locaux, définies par :

$$Pe_b = \frac{bV^*}{D_{m\infty}} \quad (47)$$

et

$$Re_b = \frac{\rho_a bV^*}{\mu_a} \quad (48)$$

sont de l'ordre de 1. Sous ces considérations, en introduisant les développements asymptotiques (42) dans le système d'équations (22) et (38)-(41) puis, en identifiant les différents termes en  $\varepsilon$  d'égales puissances, on obtient les problèmes locaux pour chaque ordre de grandeur de  $\varepsilon$ .

- *Approximation à l'ordre  $1/\varepsilon$*

Seules les équations (22), (40) et (41) jouent un rôle à cet ordre et donnent respectivement :

$$\frac{\partial P_0}{\partial x_3} = 0 \quad (49)$$

$$\frac{\partial(\rho_0 V_{03})}{\partial x_3} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial(V_{03}\rho_0 C_{m0})}{\partial x_3} = \frac{1}{\varepsilon Pe} \frac{\partial}{\partial x_3} \left( D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_3} \right) \quad (51)$$

L'équation (49) montre que la pression  $P_0$  ne dépend que de  $x_1$  et  $x_2$  :

$$P_0 = P_0(\mathbf{y}, t) \quad (52)$$

où  $\mathbf{y}$  représente le vecteur de composantes  $x_1$  et  $x_2$ . Les variations de pression se font essentiellement à l'échelle macroscopique. L'équation (50) couplée à la condition d'adhérence du fluide aux parois (29) :  $V_{03}|_{x_3=0} = V_{03}|_{x_3=1} = 0$ , et à la positivité de  $\rho_0$  entraîne :

$$V_{03}(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (53)$$

Cette dernière relation (53) permet de simplifier le développement (51) pour aboutir à :

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left( D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_3} \right) = 0 \quad (54)$$

En multipliant cette dernière équation (54) par  $C_{m0}$  et en appliquant l'opérateur  $\langle \bullet \rangle$ , il vient après la simplification engendrée par la relation (36) que :

$$\int_0^1 D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_3} \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_3} dx_3 = 0 \quad (55)$$

La positivité et la non-nullité du produit  $D_{m0} \rho_0$  implique alors :

$$C_{m0} = C_{m0}(\mathbf{y}, t) \quad (56)$$

Par conséquent, la fraction massique  $C_{m0}$  est constante dans une section suivant l'ouverture de la cellule et ne dépend que des variables macroscopiques  $x_1$  et  $x_2$ .

Parmi les développements du système d'équations (22) et (38)-(41), seuls ceux qui présentent un intérêt pour résoudre ce système seront exposés par la suite. Il s'agit des ordres 1,  $\varepsilon$  et  $\varepsilon^2$ .

- **Approximation à l'ordre 1**

L'hypothèse  $Re = O(1/\varepsilon)$  permet de négliger le terme transitoire et les termes d'inertie à l'échelle macroscopique dans le développement à l'ordre 1 de l'équation (22), soit :

$$\varepsilon Re \rho_0 \left( V_{03} \frac{\partial V_{01}}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial P_0}{\partial x_1} = \mu_0 \frac{\partial^2 V_{01}}{\partial x_3^2} + G \Delta \rho_0 \quad (57)$$

$$\varepsilon Re \rho_0 \left( V_{03} \frac{\partial V_{02}}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial P_0}{\partial x_2} = \mu_0 \frac{\partial^2 V_{02}}{\partial x_3^2} \quad (58)$$

$$\varepsilon Re \rho_0 \left( V_{03} \frac{\partial V_{03}}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial P_1}{\partial x_3} = \mu_0 \frac{\partial^2 V_{03}}{\partial x_3^2} \quad (59)$$

Puisque  $V_{03}$  est nulle (relation 53) - les termes d'inertie à cet ordre et à l'échelle locale n'existent pas - le système d'équations (57)-(59) se simplifie et donne :

$$\frac{\partial P_0}{\partial x_1} = \mu_0 \frac{\partial^2 V_{01}}{\partial x_3^2} + G \Delta \rho_0 \quad (60)$$

$$\frac{\partial P_0}{\partial x_2} = \mu_0 \frac{\partial^2 V_{02}}{\partial x_3^2} \quad (61)$$

$$P_1 = P_1(\mathbf{y}, t) \quad (62)$$

Tout comme  $P_0$ , le champ de pression  $P_1$  ne dépend que des variables macroscopiques. La présence du paramètre  $G$  (défini par la relation 27) dans l'équation (22) nécessite de vérifier la validité du développement (60), obtenu en supposant implicitement que  $G = O(1)$ , pour les différents ordres de grandeur envisageables pour ce terme.

Ainsi, si  $G = O(\varepsilon)$  ou  $G = O(\varepsilon^2)$ , la convection forcée devient prédominante devant la convection libre ( $V^* \gg V_g$ ). Dans ces conditions, il n'est plus nécessaire de tenir compte de la variation de la masse volumique dans l'équation (60). Par contre, si  $G = O(\varepsilon^{-1})$  ou  $G = O(\varepsilon^{-2})$ , la convection libre est prédominante devant la convection forcée ( $V^* \ll V_g$ ). Dans ces conditions, il est nécessaire de redimensionner la valeur de la vitesse caractéristique en choisissant  $V^* \approx V_g$  dans le cas d'un écoulement gravitaire. Ainsi,  $G = O(1)$  et l'équation (60) reste toujours valable.

Notons que pour ce dernier cas et avec  $V^* \approx V_g$ , les deux hypothèses  $Pe = O(1/\varepsilon)$  et  $Re = O(1/\varepsilon)$  s'identifient, respectivement, à :

$$Ra = \frac{Hb^2 g \Delta \rho^*}{\mu_a D_{m\infty}} = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \quad (\text{ou } Ra_b = \frac{b^3 g \Delta \rho^*}{\mu_a D_{m\infty}} = O(1)) \quad (63,64)$$

$$Gr = \frac{Hb^2 g \rho_a \Delta \rho^*}{\mu_a^2} = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \quad (\text{ou } Gr = \frac{b^3 g \rho_a \Delta \rho^*}{\mu_a^2} = O(1)) \quad (65,66)$$

où  $Ra$  (resp.  $Ra_b$ ) représente le nombre de Rayleigh (resp. local) et  $Gr$  (resp.  $Gr_b$ ) le nombre de Grashoff (resp. local) relatif au transfert de masse.

En considérant les simplifications apportées par les relations (45), (53), (56) et en tenant compte de  $\langle f(\mathbf{y}, t) \rangle = f$ , les développements des équations (39)-(41) se réduisent à :

$$\frac{\partial(\rho_0 C_{m0})}{\partial t} + \frac{\partial(\langle V_{0k} \rangle \rho_0 C_{m0})}{\partial x_k} = 0 \quad (67)$$

$$\rho_0 \frac{\partial V_{13}}{\partial x_3} = - \frac{\partial[\rho_0 (\langle V_{0k} \rangle - \langle V_{0k} \rangle)]}{\partial x_k} \quad (68)$$

$$\frac{\partial[\rho_0 C_{m0} (V_{0k} - \langle V_{0k} \rangle)]}{\partial x_k} + C_{m0} \rho_0 \frac{\partial V_{13}}{\partial x_3} = \frac{1}{\varepsilon Pe} \left( D_{m0} \rho_0 \frac{\partial^2 C_{m1}}{\partial x_3^2} \right) \quad (69)$$

- *Approximation à l'ordre  $\varepsilon$*

L'équation (39) donne :

$$\frac{\partial[C_{m0} \langle \rho_1 \rangle + \rho_0 \langle C_{m1} \rangle]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho_0 \langle V_{0k} C_{m1} \rangle + C_{m0} \langle V_{0k} \rho_1 \rangle + \rho_0 C_{m0} \langle V_{1k} \rangle]}{\partial x_k} = \frac{1}{\varepsilon Pe} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} \right) \quad (70)$$

- *Approximation à l'ordre  $\varepsilon^2$*

La même équation (39) conduit à :

$$\frac{\partial[\langle \rho_2 \rangle C_{m0} + \rho_0 \langle C_{m2} \rangle + \langle \rho_1 C_{m1} \rangle]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho_0 \langle V_{0k} C_{m2} \rangle + C_{m0} \langle V_{0k} \rho_2 \rangle + \rho_0 C_{m0} \langle V_{2k} \rangle + \langle V_{0k} \rho_1 C_{m1} \rangle + C_{m0} \langle V_{1k} \rho_1 \rangle + \rho_0 \langle V_{1k} C_{m1} \rangle]}{\partial x_k} = \frac{1}{\varepsilon Pe} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \langle D_{m1} \rangle \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + D_{m0} \langle \rho_1 \rangle \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + D_{m0} \rho_0 \frac{\partial \langle C_{m1} \rangle}{\partial x_k} \right) \quad (71)$$

Comme les solutions cherchées pour le problème du transport seront approchées à  $\varepsilon^2$  près, il n'est plus nécessaire de considérer les approximations de l'équation (39) aux ordres supérieurs.

## 4 EQUATION HOMOGENEISEE DE TRANSPORT

Dans cette partie, nous allons prendre en compte implicitement les simplifications apportées par les résultats du paragraphe précédent.

#### 4.1 Détermination de la fraction massique à l'ordre 1

Afin de déterminer l'équation homogénéisée de transport à l'ordre 1, il est nécessaire de déterminer, à partir de l'équation (69), la fraction massique à cet ordre, *i.e.* :  $C_{m1}$ . La première étape consiste à déterminer la composante de la vitesse selon  $x_3$  à l'ordre 1 :  $V_{13}$ . Pour cela, le développement (68) est introduit dans l'équation (69). Après simplification, on obtient :

$$(V_{0k} - \langle V_{0k} \rangle) \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} = \frac{D_{m0}}{\varepsilon Pe} \frac{\partial^2 C_{m1}}{\partial x_3^2} \quad (72)$$

Cette équation étant linéaire, la fraction massique  $C_{m1}$  peut être cherchée sous la forme suivante :

$$C_{m1} = \psi_k(\mathbf{x}, t) \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + C_{m10}(\mathbf{y}, t) \quad (73)$$

où les fonctions  $\psi_k$ , symétriques par rapport à  $x_3 = 0.5$ , sont définies comme :

$$\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x_3^2} = \frac{\varepsilon Pe}{D_{m0}} (V_{0k} - \langle V_{0k} \rangle) \quad (74)$$

$$\langle \psi_k \rangle = 0 \quad (\langle C_{m1} \rangle = C_{m10}) \quad (75)$$

$$\left. \frac{\partial \psi_k}{\partial x_3} \right|_{x_3=0} = - \left. \frac{\partial \psi_k}{\partial x_3} \right|_{x_3=1} \quad (76)$$

#### 4.2 Equation homogénéisée de transport

L'homogénéisation des fonctions  $f$  au moyen de l'opérateur  $\langle \bullet \rangle$  conduit aux développements suivants :

$$\langle f \rangle = \langle f_0 \rangle + \varepsilon \langle f_1 \rangle + O(\varepsilon^2) \quad (77)$$

en explicitant ces fonctions :

$$\langle V_i \rangle = \langle V_{0i} \rangle + \varepsilon \langle V_{1i} \rangle + O(\varepsilon^2) \quad (78)$$

$$\langle P \rangle = P_0 + \varepsilon P_1 + O(\varepsilon^2) \quad (79)$$

$$\langle C_m \rangle = C_{m0} + \varepsilon C_{m10} + O(\varepsilon^2) \quad (80)$$

$$\langle D_m \rangle = D_{m0} + \varepsilon \langle D_{m1} \rangle + O(\varepsilon^2) \quad (81)$$

$$\langle \rho \rangle = \rho_0 + \varepsilon \langle \rho_1 \rangle + O(\varepsilon^2) \quad (82)$$

$$\langle \mu \rangle = \mu_0 + \varepsilon \langle \mu_1 \rangle + O(\varepsilon^2) \quad (83)$$

Pour une fonction  $f$  dépendant de  $C_m$  (*i.e.* :  $\rho$ ,  $\mu$  et  $D_m$ ) et en appliquant l'opérateur  $\langle \bullet \rangle$  à l'équation (44), on en déduit que la loi  $\tilde{f}$  décrivant les variations de  $f$  avec la fraction massique  $C_m$  est identique à celle décrivant les variations de cette fonction homogénéisée  $\langle f \rangle$  en fonction de la fraction massique moyenne  $\langle C_m \rangle$ . En d'autres termes, les équations d'état à l'échelle locale et à l'échelle macroscopiques sont identiques, *i.e.* :

$$\langle f \rangle = \tilde{f}(\langle C_m \rangle) \quad (84)$$

avec :

$$\langle f_0 \rangle = \tilde{f}(C_{m0}) \quad (85)$$

$$\langle f_1 \rangle = \langle C_{m1} \rangle \left. \frac{d\tilde{f}}{dC_m} \right|_{C_m=C_{m0}} \quad (86)$$

Pour obtenir l'équation homogénéisée de transport, on somme membre à membre les résultats des produits par 1 (resp.  $\varepsilon$  et  $\varepsilon^2$ ), respectivement, des équations (67) (resp. (70) et (71)) (symboliquement : (67) +  $\varepsilon$  (70) +  $\varepsilon^2$  (71)). En tenant compte de (78)-(83), les résultats sont présentés ci-dessous en détaillant successivement le terme transitoire, le terme convectif et le terme diffusif de l'équation obtenue :

- *Le terme transitoire  $T_t$*

$$T_t = \frac{\partial(\rho_0 C_{m0})}{\partial t} + \varepsilon \left[ \frac{\partial(\langle \rho_1 \rangle C_{m0})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_0 C_{m10})}{\partial t} \right] = \frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial t} + O(\varepsilon^2) \quad (87)$$

- *Le terme convectif  $T_c$*

$$T_c = \frac{\partial(\langle V_{0k} \rangle \rho_0 C_{m0})}{\partial x_k} + \varepsilon \left[ \frac{\partial(\rho_0 \langle V_{0k} C_{m1} \rangle)}{\partial x_k} + \frac{\partial(C_{m0} \langle V_{0k} \rho_1 \rangle)}{\partial x_k} + \frac{\partial(\langle V_{1k} \rangle \rho_0 C_{m0})}{\partial x_k} \right] \quad (88)$$

L'équation (73) permet de mettre le terme contenant  $C_{m1}$  sous la forme ( $l = 1, 2$ ):

$$\frac{\partial(\rho_0 \langle V_{0k} C_{m1} \rangle)}{\partial x_k} = \frac{\partial(\rho_0 \langle V_{0k} \rangle C_{m10})}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho_0 \langle V_{0k} \psi_l \rangle \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_l} \right) \quad (89)$$

Les équations (46), (86) et (73) permettent de mettre le terme qui contient  $\rho_1$  sous la forme :

$$\frac{\partial(\langle V_{0k} \rho_1 \rangle C_{m0})}{\partial x_k} = \frac{\partial(C_{m0} \langle \rho_1 \rangle \langle V_{0k} \rangle)}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{d\rho}{dC_m} \Big|_{C_m=C_{m0}} C_{m0} \langle V_{0k} \psi_l \rangle \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_l} \right) \quad (90)$$

En injectant ces deux dernières relations (89) et (90) dans l'équation (88), il vient :

$$T_c = \frac{\partial(\langle V_k \rangle \langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial x_k} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \langle \rho \rangle + \frac{d\langle \rho \rangle}{d\langle C_m \rangle} \langle C_m \rangle \right) \langle V_{0k} \psi_l \rangle \frac{\partial \langle C_m \rangle}{\partial x_l} \right] + O(\varepsilon^2) \quad (91)$$

- *Le terme diffusif  $T_d$*

$$T_d = \frac{1}{Pe} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + \varepsilon \left( \langle D_{m1} \rangle \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + D_{m0} \langle \rho_1 \rangle \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_k} + D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m10}}{\partial x_k} \right) \right] = \frac{1}{Pe} \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \langle D_m \rangle \langle \rho \rangle \frac{\partial \langle C_m \rangle}{\partial x_k} \right) + O(\varepsilon^2) \quad (92)$$

En rassemblant les termes (87), (91) et (92), l'équation finale s'écrit :



$$\frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle V_k \rangle \langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \langle \rho \rangle D_{kl} \frac{\partial \langle C_m \rangle}{\partial x_l} \right) + O(\varepsilon^2) \quad (93)$$

où les termes  $D_{kl}$  représentent les composantes du tenseur de dispersion :

$$D_{kl} = D_{kl}^d + D_{kl}^h \quad (94)$$

avec :

$$D_{kl}^d = \frac{\langle D_m \rangle}{Pe} \delta_{kl} \quad (95)$$

et

$$D_{kl}^h = -\varepsilon \left( 1 + \frac{d\langle \rho \rangle}{d\langle C_m \rangle} \frac{\langle C_m \rangle}{\langle \rho \rangle} \right) \langle V_{0k} \psi_l \rangle \quad (96)$$

$D_{kl}^d$  représente le terme courant du tenseur de diffusion macroscopique. L'expression de  $D_{kl}^h$  montre l'existence de deux phénomènes, provenant de la description à l'échelle macroscopique du transport convectif du soluté, qui apportent chacun une contribution à cette dispersion. L'un est lié aux effets couplés de la variation de la vitesse  $V_{0k}$  et de la fluctuation de la concentration par l'intermédiaire des fonctions  $\psi_l$  (équation 89) et l'autre, semblable au précédent, fait intervenir la fluctuation de la masse volumique (équation 90). Nous étudierons l'importance relative de ce dernier terme dans les travaux numériques qui suivent cette étude théorique.

### 4.3 Expression du tenseur de dispersion

L'expression finale du tenseur de dispersion nécessite la connaissance du profil des vitesses à l'ordre 0 dans une section du canal. Puisque le contraste de masse volumique  $\Delta\rho_0$  et la viscosité dynamique  $\mu_0$  ne dépendent que des variables macroscopiques  $\mathbf{y}(x_1, x_2)$  de par les relations (45) et (56), l'intégration des équations (60) et (61) donne :

$$V_{01} = \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\partial P_0}{\partial x_1} - G\Delta\rho_0 \right) (x_3^2 - x_3) \quad (97)$$

$$V_{02} = \frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial P_0}{\partial x_2} (x_3^2 - x_3) \quad (98)$$

En moyennant cette distribution parabolique de la vitesse suivant  $x_3$ , on obtient une loi analogue à celle de Darcy :

$$\langle V_{0k} \rangle = -\frac{1}{12\mu_0} \left( \frac{\partial P_0}{\partial x_k} - \delta_{k1} G\Delta\rho_0 \right) \quad (99)$$

Finalement, la solution à  $\varepsilon$  près pour le problème de l'écoulement d'un fluide hétérogène dans une cellule Hele-Shaw s'écrit :

$$\langle V_k \rangle = -\frac{1}{12\langle \mu \rangle} \left( \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x_k} - \delta_{k1} G\langle \Delta\rho \rangle \right) + O(\varepsilon) \quad (100)$$

Notons qu'outre la condition classique  $Re = O(1/\varepsilon)$ , pour négliger les termes d'inertie, l'hypothèse  $Pe = O(1/\varepsilon)$ , pour avoir  $\Delta\rho_0(\mathbf{y}, t)$  et  $\mu_0(\mathbf{y}, t)$ , est nécessaire pour la validité de cette loi de Darcy généralisée. En injectant les équations (97)-(99) dans la relation (74) et en intégrant l'équation résultante en tenant compte des conditions (75) et (76), les fonction  $\psi_k$  prennent alors la forme suivante :

$$\psi_k = \frac{\varepsilon Pe}{24\mu_0 D_{m0}} \left( \frac{\partial P_0}{\partial x_k} - \delta_{k1} G\Delta\rho_0 \right) \left[ x_3^2 (x_3 - 1)^2 - \frac{1}{30} \right] \quad (101)$$

A partir de cette dernière relation (101) et des équations (97) et (98), il est possible d'exprimer la  $kj^{\text{ème}}$  composante du tenseur de dispersion hydrodynamique  $D_{kl}^h$  en fonction de la vitesse, *i.e.* :

$$D_{kl}^h = \varepsilon^2 \frac{Pe}{210\langle D_m \rangle} \left( 1 + \frac{d\langle \rho \rangle}{d\langle C_m \rangle} \frac{\langle C_m \rangle}{\langle \rho \rangle} \right) \langle V_k \rangle \langle V_l \rangle \quad (102)$$

En rassemblant les expressions (95) et (102) de  $D_{kl}^d$  et  $D_{kl}^h$  dans l'équation (94), l'expression finale du tenseur de dispersion s'écrit :

$$D_{kl} = \frac{\langle D_m \rangle}{Pe} \delta_{kl} + \varepsilon^2 \frac{Pe}{210 \langle D_m \rangle} \left( 1 + \frac{d\langle \rho \rangle}{d\langle C_m \rangle} \frac{\langle C_m \rangle}{\langle \rho \rangle} \right) \langle V_k \rangle \langle V_l \rangle \quad (103)$$

Rappelons que ce développement a été obtenu pour :

$$Pe \approx \frac{1}{\varepsilon} \ll \frac{1}{\varepsilon^2} \quad (104)$$

soit :

$$\varepsilon^2 Pe = \frac{b^2 V^*}{HD_{m^\infty}} \ll 1 \quad (105)$$

Si  $H$  joue le même rôle que  $l$  dans (6), l'hypothèse (104) est consistante avec la condition (6) émise par Taylor (1953) pour la validité de son modèle. Il est alors possible de comparer les deux modèles. Pour le cas particulier où :

- le soluté ne modifie pas la masse volumique du fluide :  $d\langle \rho \rangle / d\langle C_m \rangle = 0$ ,
- le coefficient de diffusion moléculaire est constant :  $\langle D_m \rangle = 1$ ,
- l'écoulement est unidirectionnel ( $\langle V_2 \rangle = 0$ ) avec une vitesse constante ( $\langle V_1 \rangle = 1$ ),

la composante  $D_{11}$  du tenseur de dispersion (103) s'identifie au coefficient effectif de diffusion de Taylor-Aris (relation 5) dans sa forme adimensionnelle. Ce modèle est donc une généralisation de celui de Taylor (1953) et Aris (1956).

Pour  $Pe = O(1)$ , *i.e.* : les temps caractéristiques des phénomènes convectif et diffusif sont équivalents sur l'échelle  $H$ , il est aisé de montrer que les développements ont une structure similaire. Les variables  $f$  développées jusqu'à l'ordre  $\varepsilon^2$  sont introduites dans le système d'équations initiales (22) et (38)-(41). Les problèmes locaux de ce système sont ainsi écrits de l'ordre  $1/\varepsilon^2$  à l'ordre  $\varepsilon^2$ . On montre que les fractions massiques  $C_{m0}$  et  $C_{m1}$  dépendent uniquement des variables macroscopiques ( $C_{m0}(\mathbf{y}, t)$  et  $C_{m1}(\mathbf{y}, t)$ ). Les fonctions  $\Psi_k$  sont

alors, dans ce cas, considérées pour  $C_{m2}$ . En suivant les mêmes procédures que celles décrites dans les paragraphes (1.4.2) et (1.4.3) de ce chapitre, on montre que les comportements macroscopiques des variables sont également gouvernés par une équation de convection-dispersion identique à (93) à  $\varepsilon^3$  près et avec un tenseur de dispersion identique à (103). Par conséquent, si l'on considère une description à  $\varepsilon^2$  près, le modèle s'écrit :

$$\frac{\partial(\langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle V \rangle \langle \rho \rangle \langle C_m \rangle)}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \langle \rho \rangle D_{kl} \frac{\partial \langle C_m \rangle}{\partial x_l} \right) + O(\varepsilon^2) \quad (106)$$

avec :

$$D_{kl} = \frac{\langle D_m \rangle}{Pe} \delta_{kl} \quad (107)$$

Dans cette approximation  $D_{kl}$  représente le terme courant d'un tenseur de diffusion macroscopique puisqu'il ne dépend plus de la vitesse.

Pour  $Pe = O(1/\varepsilon^2)$ , l'approximation à l'ordre 1 de l'équation (23) :

$$\frac{\partial(\rho_0 C_{m0})}{\partial t} + \frac{\partial(V_{0k} \rho_0 C_{m0})}{\partial x_k} + \frac{\partial(V_{13} \rho_0 C_{m0})}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left( D_{m0} \rho_0 \frac{\partial C_{m0}}{\partial x_3} \right) \quad (108)$$

montre qu'il est nécessaire de prendre en compte la structure des conditions limites et initiales sur les bords de la cellule pour la description de la fraction massique :  $C_{m0}(\mathbf{x}, t)$ .

#### 4.4 Conclusion - Analogie avec un milieu poreux ?

La résolution successive des problèmes asymptotiques nous a permis ainsi de proposer un modèle mathématique permettant de décrire à l'échelle macroscopique le transport d'un soluté réactif. Les hypothèses pour la validité de ce modèle portent sur les nombres (échelle macroscopique) de Péclet  $Pe$  (resp.  $Ra$ ) et de Reynolds  $Re$  (resp.  $Gr$ ) pour la situation où la convection forcée (resp. libre) est prédominante, *i.e.* :  $V^* \gg V_g$  (resp.  $V^* \ll V_g$ ). Pour le transport du soluté avec une description à  $\varepsilon^2$  près, trois régimes distincts sont mis en évidence suivant la valeur du nombre de Peclet  $Pe$  (resp.  $Ra$ ). Pour chacun de ces régimes, les

phénomènes prépondérants à l'origine de la dispersion du soluté sont de natures différentes. Nous rassemblons, ci-dessous, les principales caractéristiques du modèle pour une description à  $\varepsilon^2$  près et, dans le tableau 1, les expressions du tenseur de dispersion.

- Régime I :  $Pe = O(1)$  (resp.  $Ra = O(1)$ ) et  $Re = O(1/\varepsilon)$  (resp.  $Gr = O(1/\varepsilon)$ ).
  - La loi de Darcy généralisée est valide.
  - La diffusion macroscopique est principalement à l'origine de la dispersion du soluté :  $D_{kl} = D_{kl}^d = O(1)$  (la dispersion hydrodynamique n'est pas prise en compte puisque  $D_{kl}^h = O(\varepsilon^2)$ ).
  - Le tenseur de diffusion macroscopique dépend de la fraction massique  $\langle C_m \rangle$  par l'intermédiaire de la loi  $\langle D_m \rangle = \tilde{D}_m(\langle C_m \rangle)$ .
- Régime II :  $Pe = O(1/\varepsilon)$  (resp.  $Ra = O(1/\varepsilon)$ ) et  $Re = O(1/\varepsilon)$  (resp.  $Gr = O(1/\varepsilon)$ ).
  - La loi de Darcy généralisée est valide.
  - La diffusion macroscopique et la dispersion hydrodynamique sont à l'origine de la dispersion du soluté :  $D_{kl} = D_{kl}^d + D_{kl}^h$  avec  $D_{kl}^d = O(\varepsilon)$  et  $D_{kl}^h = O(\varepsilon)$ .
  - Le tenseur de dispersion hydrodynamique dépend directement de la fraction massique  $\langle C_m \rangle$ , de la masse volumique  $\langle \rho \rangle$  et de sa dérivée par rapport à  $\langle C_m \rangle$ .
- Régime III :  $Pe = O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$  (Resp.  $Ra = O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$ ).
  - La convection est prédominante à l'échelle locale : la fraction massique varie suivant l'ouverture de la cellule. Il est nécessaire de prendre en compte la structure des conditions limites et initiales sur les bords de la cellule pour décrire le transport du soluté.
  - La loi de Darcy généralisée n'est plus valide bien que  $Re$  (resp.  $Gr$ ) puisse être de l'ordre de  $1/\varepsilon$ .

Signalons que la validité de la loi de Darcy généralisée repose sur deux conditions ayant traits à l'ordre de grandeur des nombres  $Pe$  (resp.  $Ra$ ) et  $Re$  (resp.  $Gr$ ). L'hypothèse sur le nombre  $Pe$  (resp.  $Ra$ ), n'intervenant pas dans le cas d'un soluté inerte, résulte du couplage des équations de transport et d'écoulement.

$V_{inj} \gg V_g$ $Pe$	$V_{inj} \ll V_g$ $Ra$	Tenseur de dispersion $D_{kl}$	Remarques
$O(1)$		$\frac{\langle D_m \rangle}{Pe} \delta_{kl}$	Diffusion macroscopique
$O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)$		$\frac{\langle D_m \rangle}{Pe} \delta_{kl} + \varepsilon^2 \frac{Pe}{210 \langle D_m \rangle} \left( 1 + \frac{d\langle \rho \rangle}{d\langle C_m \rangle} \frac{\langle C_m \rangle}{\langle \rho \rangle} \right) \langle V_k \rangle \langle V_l \rangle$	Diffusion macroscopique + Dispersion hydrodynamique
$O\left(\frac{1}{\varepsilon^2}\right)$		?	Convection à l'échelle locale prédominante

**Tableau 1. Les différents régimes dans l'analyse asymptotique de la dispersion d'un soluté dans une cellule Hele-Shaw**

La méthode d'homogénéisation est également utilisée afin de modéliser la dispersion en milieu poreux. Citons, à titre d'exemples, les travaux de Rubinstein and Mauri (1986), Mei (1992), et Auriault and Adler (1995). Pour terminer cette partie, il est alors intéressant de comparer nos résultats à ceux d'Auriault and Adler (1995) concernant la dispersion d'un soluté inerte dans un milieu poreux constitué de cellules périodiques (figure 2). Pour leur analyse,

- le paramètre  $\varepsilon \ll 1$  considéré est le rapport entre la longueur caractéristique de la cellule et celle du milieu poreux, *i.e.* :  $\varepsilon = l/L$ ,
- l'homogénéisation s'effectue sur le volume de la cellule.

Pour  $Pe = O(1)$ , ils montrent que l'évolution de la concentration est gouvernée par une équation macroscopique de convection-diffusion avec un tenseur de diffusion macroscopique

puisque son expression ne dépend que de la structure géométrique de la cellule. Pour  $Pe = O(1/\varepsilon)$ , il s'agit également d'une équation de convection-diffusion, mais avec un tenseur de diffusion apparent (ou de dispersion) dans la mesure où la convection y apparaît directement. Enfin, pour  $Pe = O(1/\varepsilon^2)$ , la convection étant prédominante aux échelles locale et macroscopique, le problème dépend des conditions aux limites. Bien que ces trois régimes soient analogues à ceux obtenus pour une cellule Hele-Shaw, les structures des tenseurs sont, néanmoins, différentes dans les deux cas.

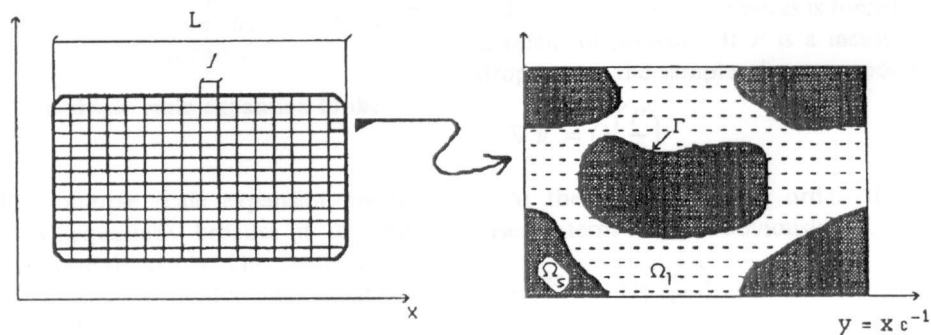


Figure 2. Milieu poreux étudié par Auriault and Adler (1995)

## 5 CONCLUSION

Dans le but de mieux comprendre le comportement de la solution injectée dans la cellule, les résultats expérimentaux seront analysés numériquement (Cf. chapitre 3-§1 et chapitre 4). Le code numérique, initialement conçu pour des milieux poreux, a été modifié pour être adapté à notre problème. De par la faible valeur devant 1 du rapport "ouverture sur hauteur" de la cellule, le transport d'un soluté non inerte a été analysé par une méthode asymptotique. Elle conduit au système d'équations classiques utilisées pour l'étude de l'écoulement et du transport dans un milieu poreux à condition de modifier les composantes du tenseur de dispersion. Les nouvelles composantes ont été déterminées en supposant que :

- (i) la masse volumique, la viscosité dynamique et la diffusion moléculaire sont des fonctions de la fraction massique en soluté,
- (ii) le nombre de Péclet  $Pe$  (resp.  $Ra$ ) est de l'ordre de 1 ou  $1/\varepsilon$  et le nombre de Reynolds  $Re$  (resp.  $Gr$ ) de l'ordre de  $1/\varepsilon$  dans le cas où la convection forcée (resp. libre) est prédominante.

Pour  $Pe$  de l'ordre  $1/\varepsilon^2$ , le transport du soluté ne peut plus être décrit par une équation classique de convection-dispersion.



## *Chapitre 3*

# **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX**

## NOMENCLATURE

$a_L, a_T$	Dispersivités adimensionnelles longitudinale et transversale [-]
$b$	Ouverture de la cellule [m]
$C_{inj}$	Fraction massique de la solution injectée (modèles expérimental et numérique) [-]
$C_m$	Fraction massique du soluté [-]
<b>D</b>	Tenseur de dispersion adimensionnel [-]
$D_{//}, D_{\perp}$	Coefficients de dispersion longitudinale et transversale par rapport à la direction principale de l'écoulement [-]
$d_{ext}, d_{int}$	Diamètre extérieur et intérieur de l'aiguille d'injection [m]
$D_{kl}$	Composante adimensionnelle du tenseur de dispersion [-]
$D_m$	Coefficient de diffusion moléculaire [ $m^2.s^{-1}$ ]
$D_{m\infty}$	Coefficient de diffusion moléculaire à dilution infinie [ $m^2.s^{-1}$ ]
$e$	Ordre de grandeur de l'extension horizontale du panache [-]
$g$	Accélération de la pesanteur [ $m.s^{-2}$ ]
$G$	Rapport entre la vitesse gravitationnelle et la vitesse caractéristique [-]
$Gr$	Nombre de Grashoff relatif au transfert de masse [-]
$Gr^*$	Nombre de Grashoff modifié relatif au transfert de masse [-]
$H$	Hauteur du canal de la cellule [m]
$L_{inj}$	Largeur de la facette à concentration et débit massique imposés [m]
$L$	Largeur du canal de la cellule [m]
$M$	Rapport des viscosités des fluides ambiant et injecté [-]
$P_a$	Pression hydrostatique imposée [ $kg.m^{-1}.s^{-2}$ ]
$Pe$	Nombre de Péclet [-]
$Pe^*$	Nombre de Péclet modifié [-]
$Pe_b$	Nombre de Péclet local [-]
$Pe_{bM}$	Nombre de Péclet local calculé avec la vitesse au point $M(x,y)$ [-]
$P_{inj}$	Profondeur de l'extrémité de l'aiguille d'injection [m]
$Q_v$	Débit volumique à l'injection de la pompe-seringue [ $m^3.s^{-1}$ ]
$q_m$	Débit massique imposé dans le modèle numérique [ $kg.s^{-1}.m^{-1}$ ]
$Ra$	Nombre de Rayleigh [-]
$Ra^*$	Nombre de Rayleigh modifié [-]

$Re$	Nombre de Reynolds [-]
$Re^*$	Nombre de Reynolds modifié [-]
$Re_b$	Nombre de Reynolds local [-]
$Re_{bM}$	Nombre de Reynolds local calculé avec la vitesse au point $M(x,y)$ [-]
$t$	Temps [s]
$\mathbf{V},  \mathbf{V} $	Vecteur vitesse de l'écoulement et sa norme [ $m.s^{-1}$ ]
$V_g$	Vitesse gravitationnelle caractéristique [ $m.s^{-1}$ ]
$V_i$	Composante suivant l'axe $Ox_i$ du vecteur vitesse $\mathbf{V}$ de l'écoulement [ $m.s^{-1}$ ]
$V_{inj}$	Vitesse moyenne de l'écoulement à l'injection [ $m.s^{-1}$ ]
$V^*$	Vitesse caractéristique [ $m.s^{-1}$ ]
$x, y, z$	Coordonnées verticale, horizontale et transversale d'un point $M$ dans le canal [m]

## Lettres grecques

$\rho$	Masse volumique du mélange [ $kg.m^{-3}$ ]
$\rho_a, \rho_{inj}$	Masses volumiques des fluides ambiant et injecté [ $kg.m^{-3}$ ]
$\mu_a, \mu_{inj}$	Viscosités dynamiques des fluides ambiant et injecté [ $kg.m^{-1}.s^{-1}$ ]
$\Delta\rho^*$	Contraste de masse volumique entre le fluide injecté et le fluide ambiant [ $kg.m^{-3}$ ]
$\Delta\rho_{sel}$	Contraste de masse volumique entre la solution saline pure et le fluide ambiant [ $kg.m^{-3}$ ]
$\Delta\rho_{trac}$	Contraste de masse volumique entre la solution colorée marquée et le fluide ambiant [ $kg.m^{-3}$ ]
$\varepsilon$	Rapport entre l'ouverture et la hauteur du canal [-]
$\alpha_L, \alpha_T$	Dispersion longitudinale et transversale [m]

## Symboles

$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker
$\langle \rangle$	Opérateur moyenne selon l'ouverture du canal

## ***Chapitre 3 - RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX***

Avant de considérer les expériences concernant l'injection d'une solution saline, notre intérêt s'est porté sur la pertinence du choix du colorant utilisé pour déterminer la concentration au moyen du système de mesure décrit dans le chapitre 1 (§3). En effet, ce choix a principalement été guidé dans le souci d'obtenir une dynamique correcte du signal en vu de son exploitation. Il était alors indispensable de vérifier sa qualité de "traceur" permettant de marquer la solution injectée sans perturber sa propagation.

Il existe un grand nombre de solutés qui peuvent être utilisés comme traceur de par leurs propriétés chimique et/ou optique (isotopes, anions ou colorants). Néanmoins, injectés dans un milieu poreux, certains d'entre-eux conduisent à l'apparition de phénomènes inattendus, par exemple, la pénétration de la zone de mélange (Sudicky *et al.*, 1983 ; Boggs *et al.*, 1992 ou Istok and Humphrey, 1995). En dépit d'un très faible contraste de masse volumique entre ces traceurs et le fluide ambiant, un écoulement vertical dû à des effets de densité a été cité comme une explication plausible de ces phénomènes observés. En prenant en compte cette interprétation, la première partie de ce chapitre concerne une étude expérimentale et numérique du comportement de la solution marquée dans la cellule en fonction de la concentration en colorant. Cette approche, à la fois expérimentale et numérique, nous permettra :

- de quantifier l'influence d'un faible contraste de masse volumique sur la propagation du dit traceur et sur les mécanismes à l'origine de sa dispersion,
- d'évaluer, sous nos conditions expérimentales, la valeur maximale de la masse volumique de la solution marquée afin qu'elle puisse avoir des propriétés qui lui confèrent la qualité de traceur.

La seconde partie de chapitre traitera des résultats expérimentaux concernant l'infiltration d'une solution saline. Après un bref rappel des paramètres adimensionnels régissant le problème, les conditions expérimentales choisies seront exposées. L'analyse de l'ensemble des résultats expérimentaux permettra alors de caractériser deux types d'évolution

des panaches. Un critère semi-empirique est ensuite formulé afin de prédire le type d'évolution.

## 1 TRANSPORT D'UN "TRACEUR" : INFLUENCE D'UN FAIBLE CONTRASTE DE MASSE VOLUMIQUE

### 1.1 Modélisation numérique du problème expérimental

#### 1.1.1 Configuration du domaine d'étude

Dans ce paragraphe, le domaine d'étude, sa discrétisation spatiale, les conditions limites et initiales concernant les simulations numériques des expériences menées sur le dispositif expérimental seront présentés. Les dimensions horizontale  $H = 30$  cm et verticale  $L = 18$  cm du domaine rectangulaire maillé sont les mêmes que celles de la veine d'écoulement de la cellule de Hele-Shaw. Ce domaine d'étude est divisé en 18 957 éléments rectangulaires correspondant à 19 266 nœuds et 38 222 facettes. La discrétisation n'est pas régulière afin de privilégier la finesse du maillage dans le domaine d'observation de l'écoulement (figure 1). Le domaine est assimilé à un réservoir rempli par un milieu poreux homogène et isotrope de perméabilité intrinsèque  $b^2/12 = 2.0833 \cdot 10^{-8}$  m<sup>2</sup> et de porosité effective unité. Ce milieu est saturé en eau distillée (masse volumique  $\rho_a = 998.23$  kg.m<sup>-3</sup> et viscosité dynamique  $\mu_a = 1.002 \cdot 10^{-3}$  kg.m<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup>). Le déversoir est représenté par une pression hydrostatique constante  $P_a = \rho_a gH$  imposée sur la limite inférieure du domaine. Les bords supérieur et latéraux sont imperméables. La position de l'extrémité de l'aiguille d'injection étant située à  $P_{inj} = 0.85$  cm en dessous du bord supérieur de la cellule, la partie centrale supérieure du domaine présente une zone rectangulaire non maillée de dimensions verticale 0.85 cm (17 x 0.05 cm) et horizontale  $d_{ext} = 0.046$  cm (0.0105 + 0.025 + 0.0105 cm) identique au diamètre extérieur de l'aiguille.

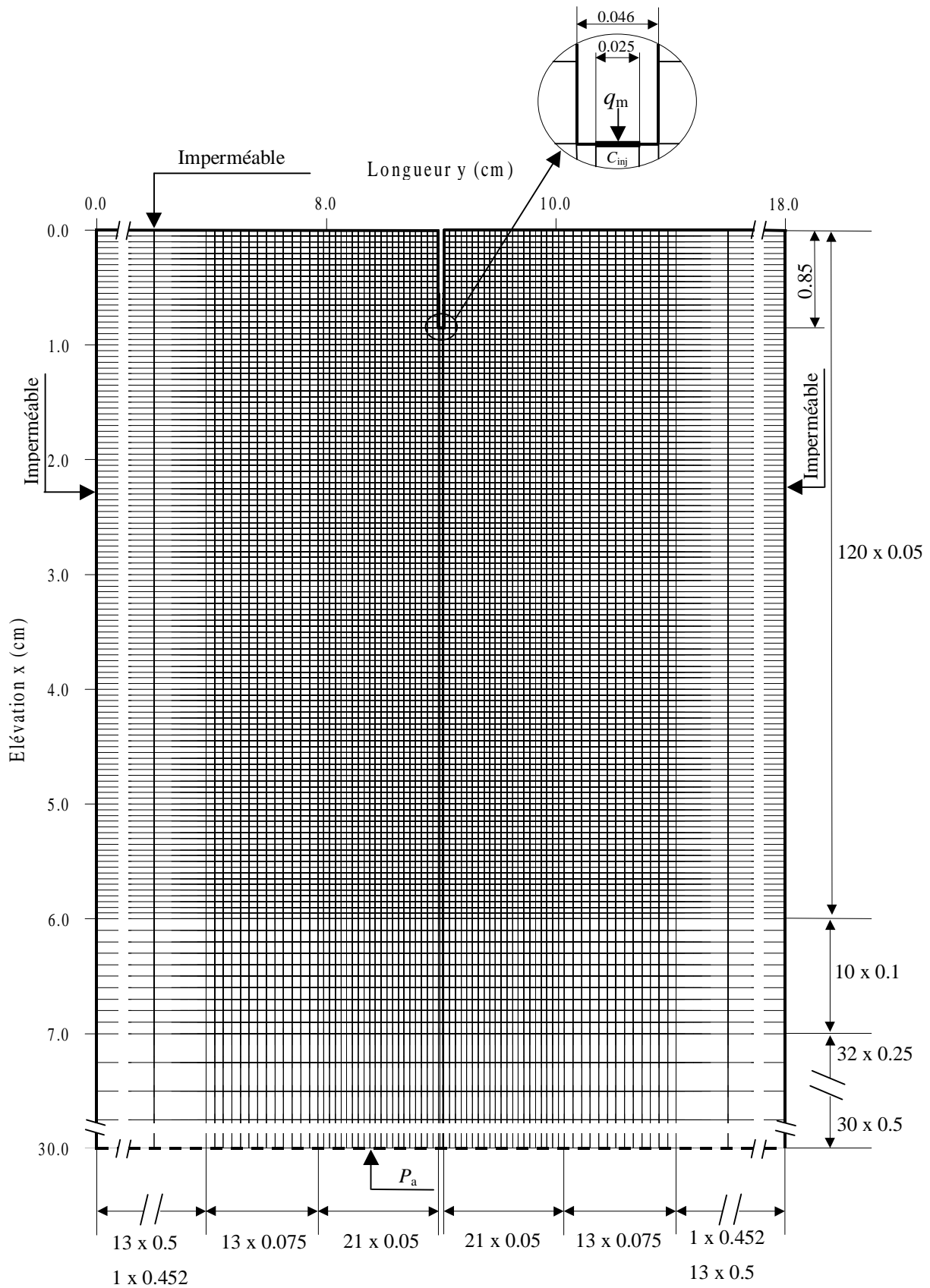


Figure 1. Maillage et conditions aux limites du modèle numérique

Les conditions expérimentales d'injection sont modélisées en imposant une concentration  $C_{inj}$  et un débit massique  $q_m$  [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ] sur la facette de largeur  $L_{inj} = 0.025$  cm correspondant au diamètre intérieur  $d_{int}$  de l'aiguille et se situant sur le bord inférieur de la zone non maillée. L'égalité des flux massiques, pour les modèles physique et numérique, se traduisant par :

$$\frac{q_m}{b} = \frac{Q_v \rho_{inj}}{\pi(d_i/2)^2}, \quad (1)$$

le débit massique  $q_m$  à imposer en fonction du débit volumique  $Q_v$  [ $\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ] de la pompe seringue peut être déterminé.

### 1.1.2 Modélisation de la dispersion dans la cellule

Le code numérique utilisé a été développé pour des problèmes relatifs au transport de polluants dans les milieux poreux 2D (Buès and Oltean, 2000 ; Oltean and Buès, 2001). Pour ces milieux, les termes du tenseur de dispersion dépendent généralement de la vitesse de l'écoulement. Les coefficients adimensionnels de dispersion longitudinale  $D_{//}$  [-] et transversale  $D_{\perp}$  [-] pris en compte dans l'équation de transport ont les formes classiques suivantes :

$$D_{//} = \frac{1}{Pe} + a_L |\langle \mathbf{V} \rangle| \quad \text{et} \quad D_{\perp} = \frac{1}{Pe} + a_T |\langle \mathbf{V} \rangle| \quad (2)$$

avec  $a_L = \alpha_L/H$  et  $a_T = \alpha_T/H$  représentant, respectivement, les dispersivités longitudinale  $\alpha_L$  et transversale  $\alpha_T$  rapportées à la hauteur  $H$  de la cellule. Pour un milieu isotrope, la forme finale du tenseur de dispersion est donnée par :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{|\langle \mathbf{V} \rangle|^2} \begin{bmatrix} \langle V_1 \rangle & -\langle V_2 \rangle \\ \langle V_2 \rangle & \langle V_1 \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{//} & 0 \\ 0 & D_{\perp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle V_1 \rangle & \langle V_2 \rangle \\ -\langle V_2 \rangle & \langle V_1 \rangle \end{bmatrix} \quad (3)$$

soit en explicitant le terme courant de  $\mathbf{D}$  :

$$D_{ij} = \left( \frac{1}{Pe} + a_T |\langle \mathbf{V} \rangle| \right) \delta_{ik} + (a_L - a_T) \frac{\langle V_i \rangle \langle V_k \rangle}{|\langle \mathbf{V} \rangle|} \quad (4)$$

Pour les milieux poreux, il est habituel de choisir  $a_L$  et  $a_T$  comme des constantes. Afin de respecter l'analogie entre la cellule de Hele-Shaw et le milieu poreux, une comparaison entre cette dernière relation (4) et l'expression (103) du chapitre 2 permet de déterminer les expressions de  $a_L$  et  $a_T$  à inclure dans le modèle numérique :

$$a_L = \varepsilon^2 \frac{Pe \langle |\mathbf{V}| \rangle}{210 \langle D_m \rangle} \left( 1 + \frac{d \langle \rho \rangle}{d \langle C_m \rangle} \frac{\langle C_m \rangle}{\langle \rho \rangle} \right) \text{ et } a_T = 0 \quad (5)$$

## 1.2 Caractérisation numérique et expérimentale du panache

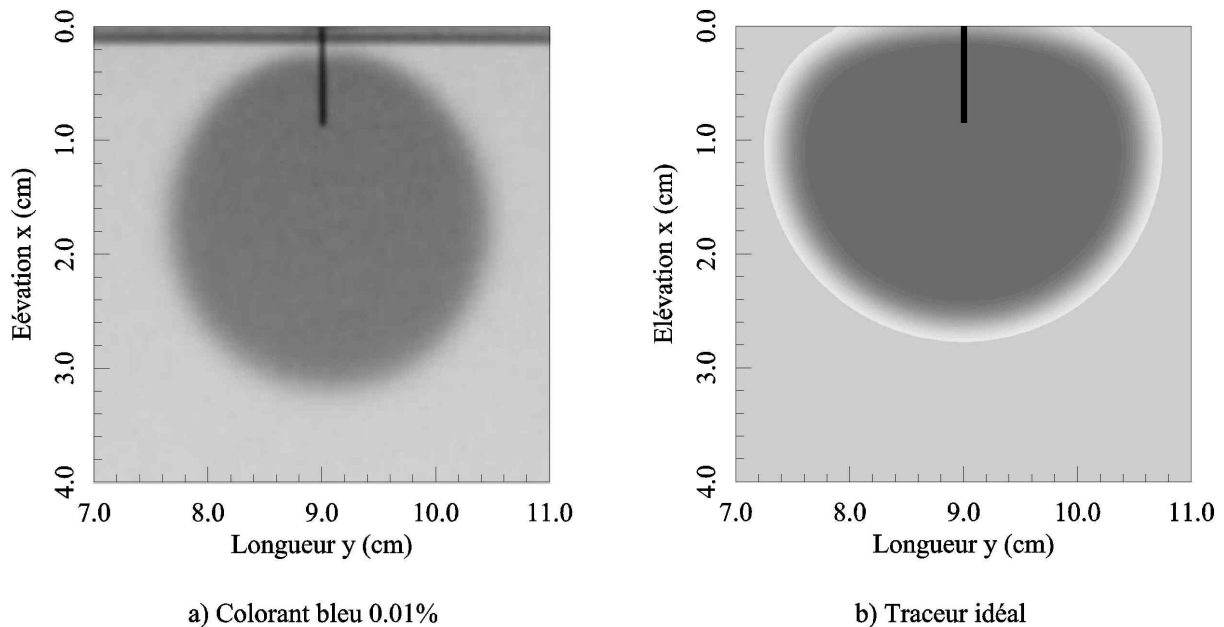
### 1.2.1 "Traceur" et solution colorée

On rappelle que l'un des objectifs de ce travail porte sur une analyse approfondie de l'évolution spatio-temporelle de la zone de mélange obtenue par l'injection ponctuelle, dans la veine d'écoulement de la cellule de Hele-Shaw, d'une solution saline à différents débits et/ou concentrations. D'un point de vue expérimental, la propagation du panache est suivie en colorant la solution injectée. Bien que les résultats expérimentaux et théoriques décrits dans le chapitre 1 (§3) aient permis de déterminer le niveau optimal de dilution du colorant afin d'obtenir une dynamique du signal enregistré exploitable, il nous paraissait indispensable d'étudier son comportement en tant que traceur.

Ainsi, en utilisant le code numérique décrit précédemment, nous avons simulé l'expérience prenant en compte le niveau optimal de dilution du colorant, *i.e.* : 0.01 %. Le débit volumique injecté est  $q_v = 1$  ml/h et le développement de la zone de mélange a été suivi pendant 20 min. La comparaison entre les résultats expérimental et numérique est présentée sur la figure 2. Pour la représentation graphique de l'expérience (figure 2a), uniquement la composante rouge de la photographie initiale a été prise en compte (Cf. chapitre 1-§3.3.1). Elle est alors codée sur des niveaux de gris. Les zones où le colorant n'est pas présent dans la veine apparaissent en gris clair : la lumière traverse la cellule sans subir d'absorption. La zone obscure révélant la présence de colorant correspond au panache issue de l'injection. L'image montre clairement une diminution de l'intensité du signal résultant d'une variation de la concentration en colorant sur la zone périphérique du panache. Pour la simulation numérique



(figure 2b), la solution injectée est identifiée à un "traceur", *i.e.* : les propriétés physiques du fluide injecté sont identiques à celles du fluide ambiant (eau distillée) -  $\rho_{inj} = \rho_a = 998.23 \text{ kg.m}^{-3}$ . En analysant qualitativement la figure 2 (a et b), on peut remarquer que les résultats expérimentaux et numériques montrent deux distributions spatiales du soluté très différentes. Tandis que l'évolution spatiale du panache obtenue expérimentalement présente une forme pratiquement circulaire, centrée sur l'axe de l'aiguille d'injection, celle donnée par la simulation numérique est fortement influencée par le bord supérieur qui conduit à un aplatissement de la zone de mélange. Pour la solution colorée, cette influence est moins marquée.



**Figure 2. Configurations de la zone de mélange à  $t = 20 \text{ min}$**

**(a) Résultat expérimental : solution colorée à 0.01 %**

**(b) Résultat numérique : traceur "idéal"**

### 1.2.2 Influence d'un faible contraste de densité

Bien que les différences entre les distributions expérimentale et numérique puissent être attribuées aussi bien aux conditions expérimentales qu'à un faible contraste de masse

volumique entre la solution colorée et l'eau distillée, nous avons opté pour la seconde hypothèse. Deux raisons peuvent justifier ce choix : d'une part, la valeur de la masse volumique de la solution colorée donnée par le fabricant  $\rho_{inj} = 998.28 \pm 0.05 \text{ kg.m}^{-3}$  à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  implique une différence de densité  $\Delta\rho^*/\rho_a = (\rho_{inj} - \rho_a)/\rho_a$  comprise entre 0 et  $1.0 \cdot 10^{-4}$ , d'autre part, certains auteurs ont pu mettre en évidence une influence non négligeable d'une faible différence de densité sur l'écoulement d'un traceur pouvant conduire à des artefacts expérimentaux. Citons, à titre d'exemple, les travaux d'Istok and Humphrey (1995). Ils ont étudié, dans le cadre d'un test classique pour déterminer les paramètres de dispersion, la propagation de plusieurs traceurs dans un réservoir rempli avec du sable homogène et isotrope pour lesquels  $0.75 \cdot 10^{-4} \leq \Delta\rho^*/\rho_a \leq 15.0 \cdot 10^{-4}$ . Lors de l'analyse 3D des concentrations, ils ont constaté, pour tous les traceurs testés, que le panache plonge et que la distribution de soluté conduit à une augmentation des dispersions apparentes transversale et longitudinale.

Moyennant ces constatations, nous avons réalisé d'autres simulations numériques afin de prendre en compte la différence de densité. A l'intérieur de la zone de mélange, on suppose que la masse volumique du mélange varie de façon linéaire avec la fraction massique, soit sous forme adimensionnelle :

$$\rho = 1 + \frac{\Delta\rho^*}{\rho_a} C_m \quad (6)$$

En outre, l'expression du tenseur de dispersion donnée par les équations (4) et (5) est introduite dans le code. La diffusion moléculaire intervenant dans cette expression a été choisie constante et égale à  $9.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ . Etant donné l'incertitude sur la valeur de  $\Delta\rho^*/\rho_a$ , plusieurs simulations ont été réalisées en faisant varier ce paramètre et implicitement le débit massique  $q_m$  de l'injection (équation 1). Les résultats pour  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.68 \cdot 10^{-4}$ , correspondant à la solution colorée de 0.01 %, sont présentés sur la figure 3b en terme de lignes d'isoconcentration réduite de la zone de mélange (de 0.1 à 0.9 avec un pas de 0.1) au temps  $t = 20 \text{ min}$ . En dépit de la valeur très faible de  $\Delta\rho^*/\rho_a$ , la distribution spatiale du soluté présente une autre configuration que celle pour  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0$  (figure 2b). Sur la même figure (figure 3a), nous avons représenté des lignes d'isoconcentration réduite expérimentales extraites de l'image de la figure 2a au moyen du

traitement du signal décrit dans le chapitre 1 (§3). La résolution spatiale étant d'environ 80 pixels par cm, l'incertitude sur la position spatiale est de l'ordre de  $\Delta x_x = 6.25 \cdot 10^{-3}$  cm tandis que l'incertitude relative sur la concentration moyenne  $\Delta \langle C_m \rangle / \langle C_m \rangle$  est de l'ordre de 5 %. Sous ces considérations, la figure 3 montre que les résultats numériques semblent reproduire correctement la configuration spatiale de la zone de mélange expérimentale.

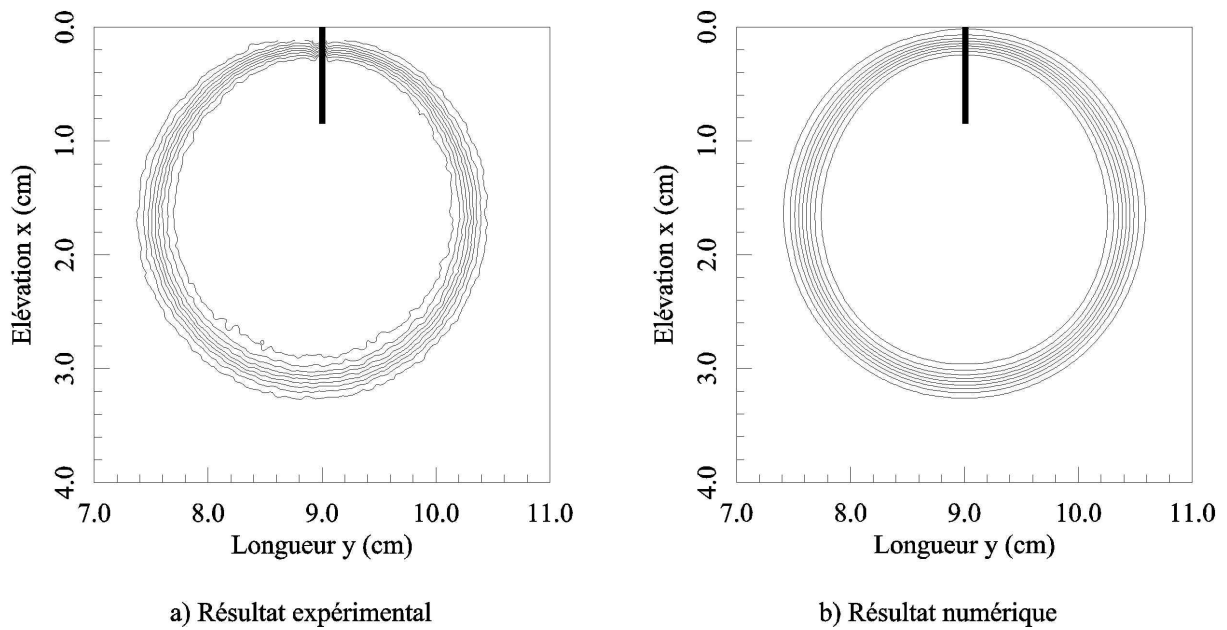


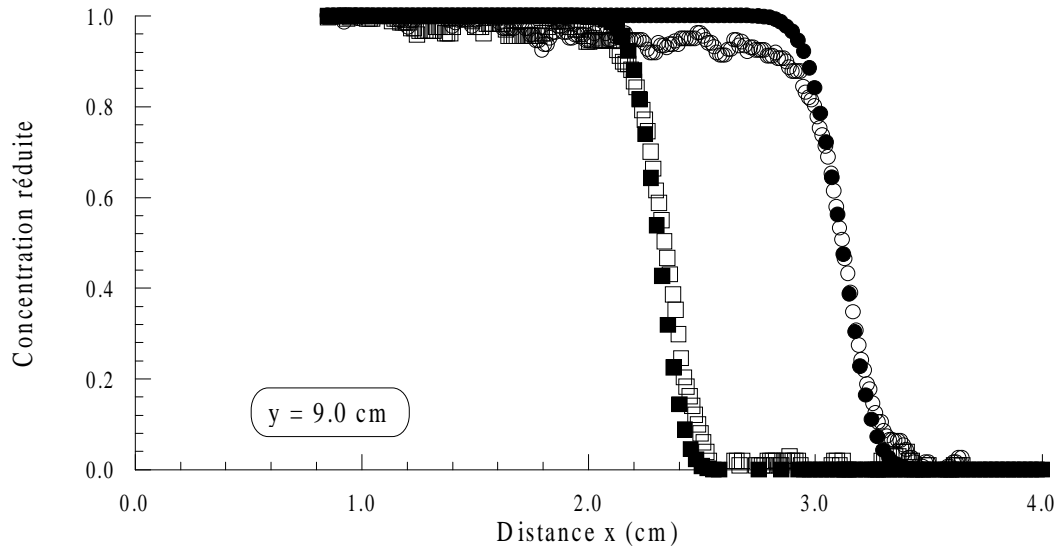
Figure 3. Lignes d'isoconcentration réduite (de 0.1 à 0.9 avec un intervalle de 0.1) du panache à  $t = 20$  min

(a) Résultat expérimental : solution colorée à 0.01 %

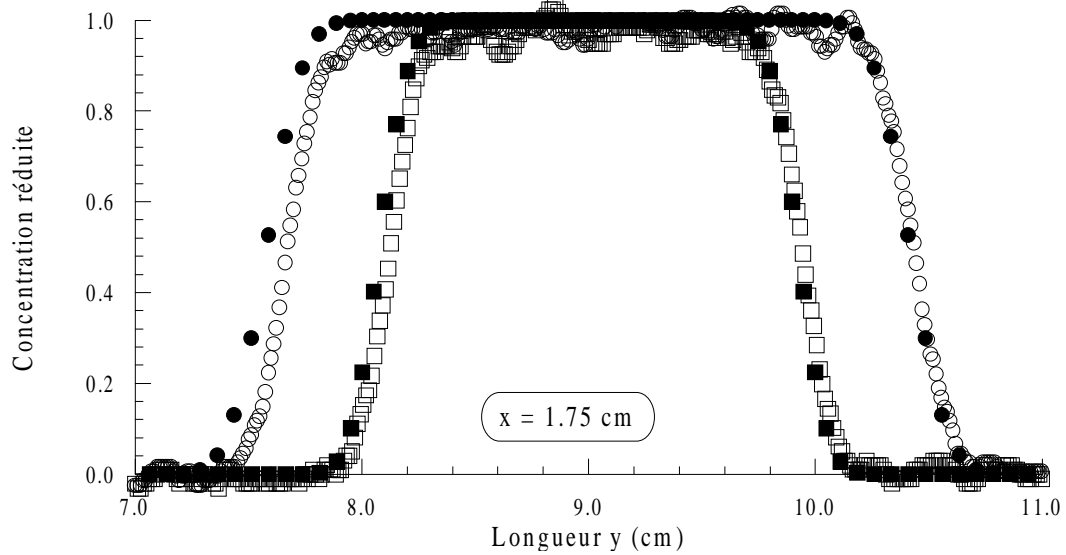
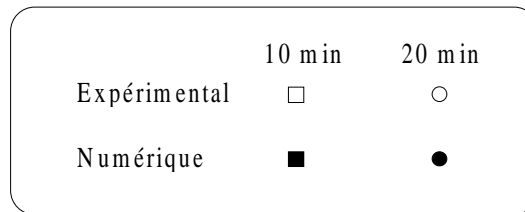
(b) Résultat numérique : traceur avec  $\Delta \rho^* / \rho_a = 0.68 \cdot 10^{-4}$

Pour vérifier quantitativement la conclusion précédente, nous avons également tracé et analysé les profils de concentration verticaux suivant l'axe de l'aiguille d'injection  $y = 9$  cm (figure 4a) et horizontaux à  $x = 1.75$  cm (figure 4b) pour  $t = 10$  min et  $t = 20$  min. Les résultats montrent que l'avancée du front et l'extension horizontale du panache obtenues numériquement et expérimentalement sont très proches. Cette dernière conclusion pourrait a priori permettre de conclure que les différences entre les résultats expérimentaux et ceux numériques avec un traceur "idéal" sont seulement dues au faible contraste de masse volumique entre l'eau distillée et la solution colorée à 0.01 %.

Cependant, il est évident qu'une seule et unique simulation ne peut pas être considérée comme représentative. Par conséquent, deux autres simulations sont proposées.



(a)



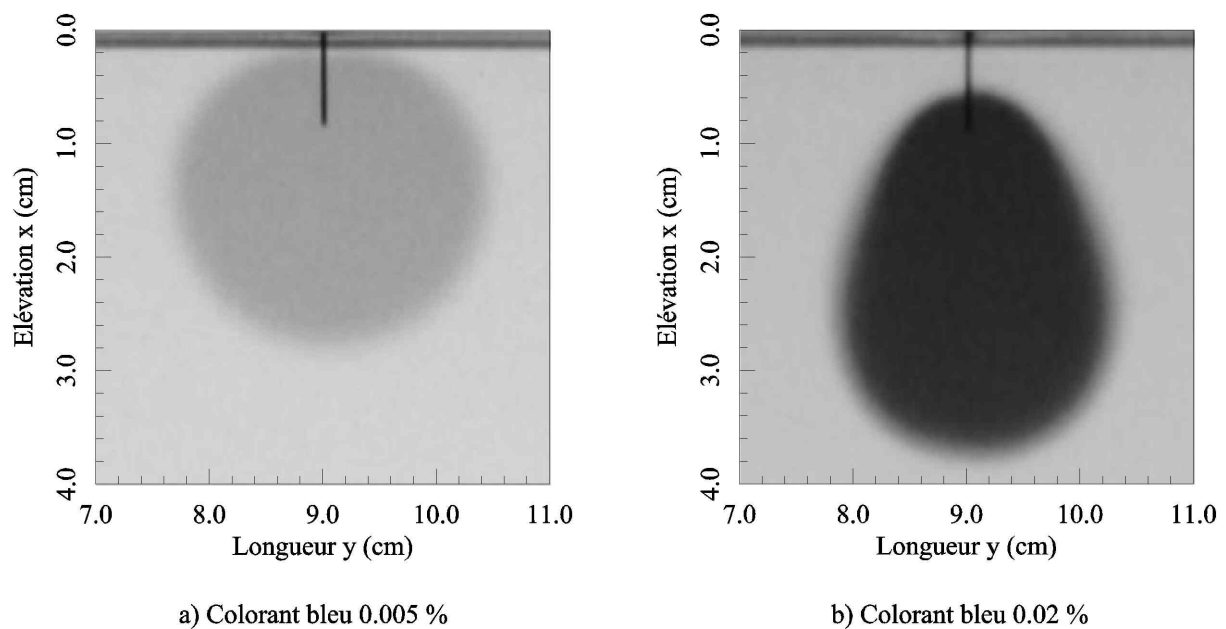
(b)

Figure 4. Profils expérimentaux et numériques de concentration à  $t = 10$  min et  $t = 20$  min pour la solution à 0.01%. Profils verticaux suivant l'axe de l'aiguille d'injection  $y = 9$  cm (a) et horizontaux à  $x = 1.75$  cm (b)

### 1.3 Influence de la concentration en colorant de la solution marquée

#### 1.3.1 Résultats expérimentaux

Les simulations numériques proposées portent sur deux expériences déjà réalisées lors de l'étalonnage du système de mesure (Cf. chapitre 1-§3.6.3). Il s'agit de l'injection au même débit volumique de la solution colorée présentant une dilution de 0.005 % et 0.02%. La configuration spatiale expérimentale du panache pour chacun de ces deux cas est représentée sur les images de la figure 5a (0.005 %) et 5b (0.02%) pour  $t = 20$  min.



*Figure 5. Configurations expérimentales de la zone de mélange à  $t = 20$  min pour des dilutions en colorant bleu de 0.005 % (a) et 0.02 % (b)*

La diminution de la concentration en colorant de la solution injecté provoque une diminution du phénomène d'absorption de la lumière traversant la veine. Le panache sur l'image de la figure 5a apparaît donc plus clair que ceux des figures 2a et 5b. L'analyse de ces trois images montrent que la pénétration du panache est d'autant plus marquée que la concentration en colorant est élevée. La structure du panache pour 0.005 % semble correspondre davantage à celle obtenue numériquement pour le "traceur". Ces observations

dénotent une forte sensibilité de la propagation du soluté en fonction de sa concentration initiale dans la solution injectée. Elles corroborent ainsi expérimentalement la conclusion de l'étude précédente. Dans le paragraphe suivant, nous exposerons les résultats des simulations numériques de ces deux expériences.

### 1.3.2 Résultats numériques

De l'équation d'état (6), les expériences avec les solutions colorées à 0.005 % et 0.02% ont été simulées, respectivement, avec  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.34 \cdot 10^{-4}$  et  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$ . Comme pour les simulations avec  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0$  ("traceur") et  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.68 \cdot 10^{-4}$ , les débits massiques  $q_m$  à imposer et correspondant au débit volumique  $q_v = 1$  ml/h sont calculés à partir de la relation (1). Cependant, il faut noter que les variations du débit massique  $q_m$  pour les quatre valeurs considérées du paramètres  $\Delta\rho^*/\rho_a$  sont infimes. La valeur du coefficient de diffusion moléculaire demeure constante et identique à celle utilisée dans le paragraphe précédent ( $9.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ).

Les lignes d'isoconcentration réduite des panaches obtenus expérimentalement pour une dilution de 0.005 % (resp. 0.02 %) et numériquement pour  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.34 \cdot 10^{-5}$  (resp.  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$ ) sont représentées sur les figures 6a (resp. 7a) et 6b (resp. 7b) à  $t = 20$  min. Concernant le traitement d'images, deux remarques doivent être soulignées. D'une part, bien que l'incertitude sur la mesure de la position reste constante  $\Delta x_k = 6.25 \cdot 10^{-3}$  cm, l'incertitude relative sur la concentration moyenne varie du fait de la variation de la dynamique du signal en fonction de la dilution. Ainsi,  $\Delta\langle C_m \rangle / \langle C_m \rangle$  est de l'ordre de 10 % (resp. 2.5 %) pour la solution diluée à 0.005 % (resp. 0.02 %). L'incertitude de 10 % se traduit par des lignes d'isoconcentration irrégulières mais continues (figure 6a) tandis que pour 2.5 %, les lignes sont relativement lisses (figure 5a). Il faut d'autre part ajouter que, pour extraire la concentration du signal de l'image 5b, une courbe d'étalonnage différente de celle déterminée pour la solution à 0.01% (Cf. chap. 2-§3.6.3) a été prise en compte.

Globalement, les figures 6 et 7 montrent une bonne adéquation entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux.

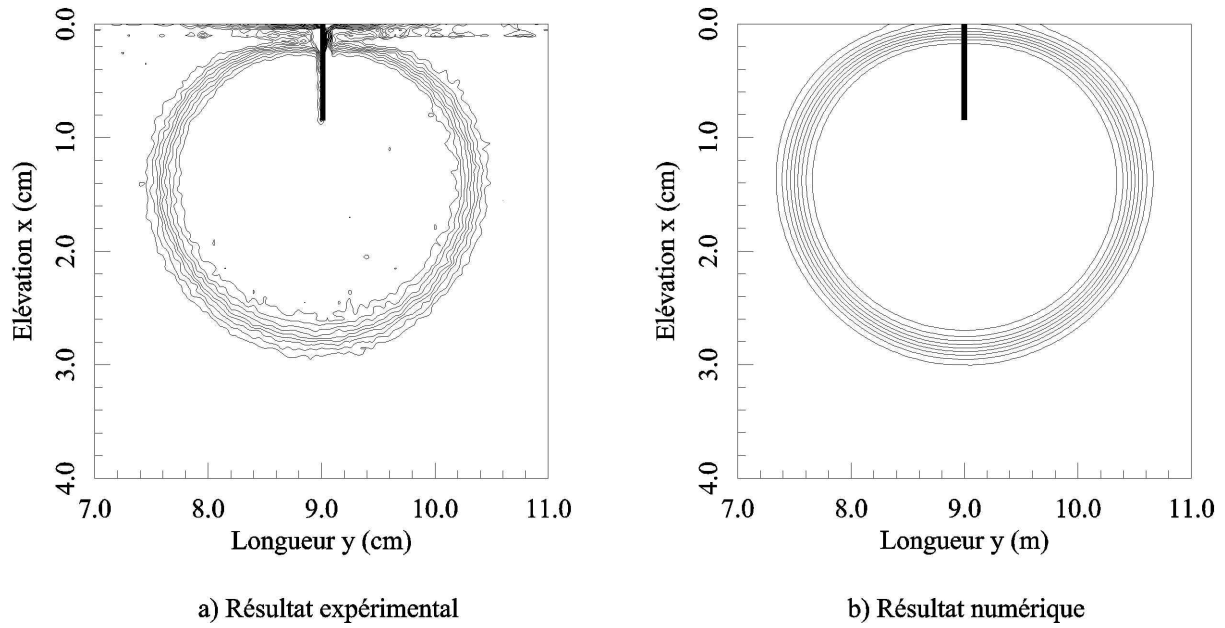


Figure 6. Lignes d'isoconcentration réduite (de 0.1 à 0.9 avec un intervalle de 0.1) du panache à  $t = 20$  min :

(a) Expérience : solution colorée à 0.005 % - (b) Numérique : traceur avec  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.34 \cdot 10^{-4}$

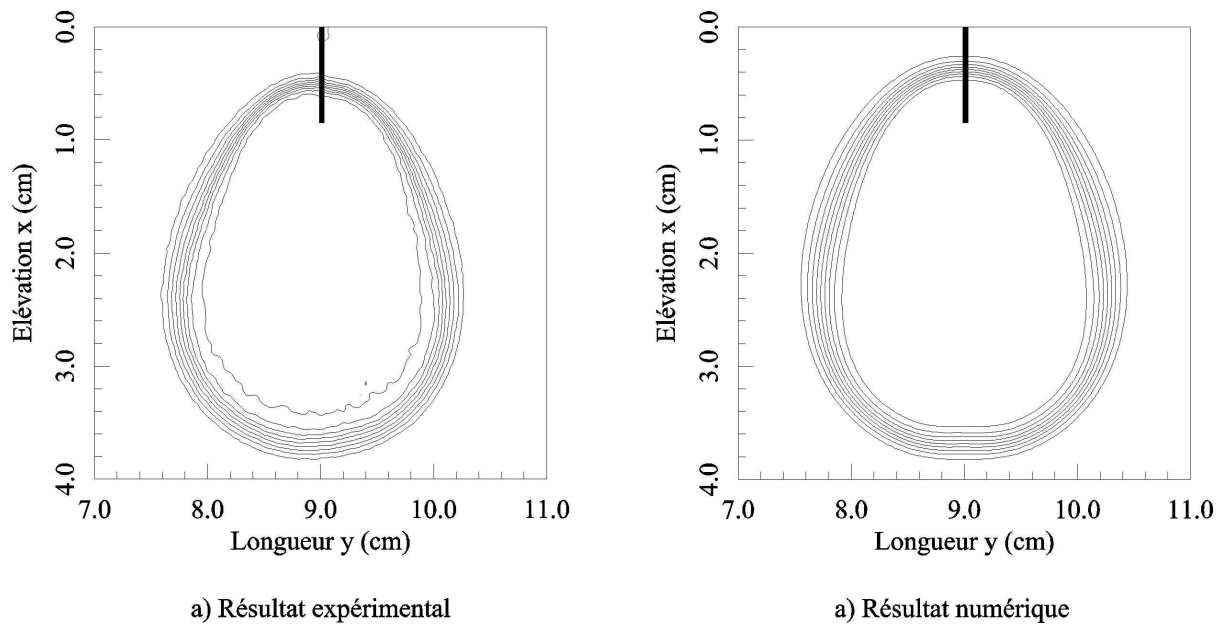


Figure 7. Lignes d'isoconcentration réduite (de 0.1 à 0.9 avec un intervalle de 0.1) du panache à  $t = 20$  min :

(a) Expérience : solution colorée à 0.02 % - (b) Numérique : traceur avec  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$

A partir des distributions du soluté, nous avons également tracé des profils verticaux et horizontaux pour  $t = 10$  min et  $t = 20$  min afin d'analyser plus finement en concentration la structure des panaches obtenus expérimentalement et numériquement (figure 8 et 9). La solution numérique avec  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.34 \cdot 10^{-4}$  semble afficher une pénétration (figure 8a) et

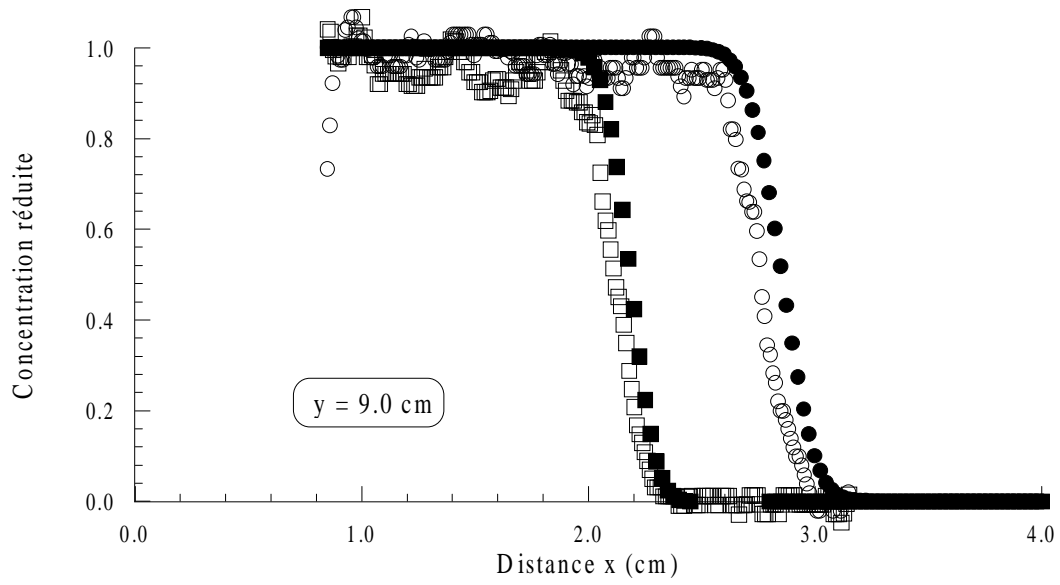
une extension horizontale (figure 8b) du panache plus importante. Néanmoins, les différences relatives correspondantes ne dépassent pas 5.2 % (resp. 8.6 %) à  $t = 10$  min (resp.  $t = 20$  min). Notons que les distances sont mesurées au niveau de la concentration réduite égale à 0.5. Pour  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$ , les profils de la figure 9a montrent que les pénétrations expérimentale et numérique des panaches sont quasiment identiques. Les profils numériques de la figure 9b illustre une extension latérale du panache surestimée avec, néanmoins, des différences relatives inférieures à 7 %. Outre la bonne concordance morphologique des panaches, l'ensemble des profils numériques des figures 8 et 9 montrent également que les largeurs des zones de mélange et les gradients de concentration correspondants sont très proches de ceux observés expérimentalement.

### 1.3.3 Conclusions

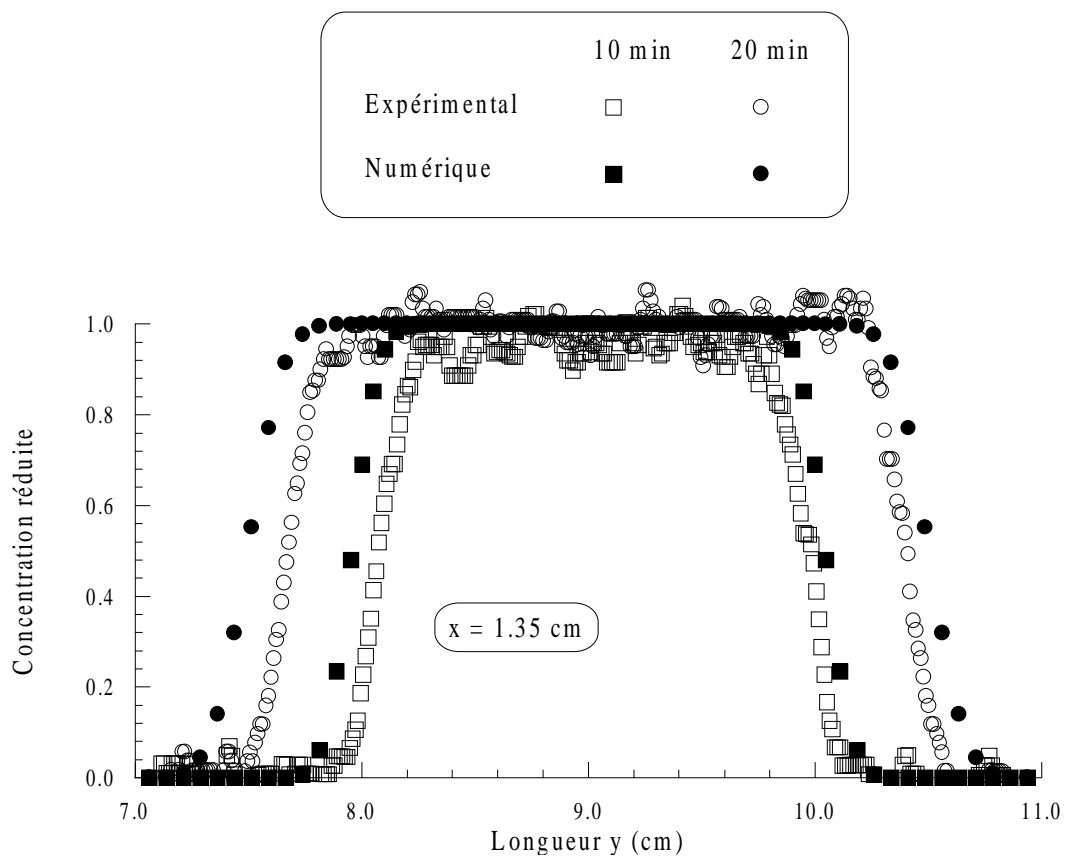
L'étude précédente permet de conclure sur deux points principaux :

- Le bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques pour les différentes situations envisagées montre clairement que les différences constatées de prime abord entre les distributions de soluté de la solution coloré et ceux du "traceur" sont dues au faible contraste de masse volumique entre la solution injectée et l'eau distillée et non aux conditions expérimentales. Ainsi, la caractérisation du panache dans la cellule en fonction de la masse volumique de la solution injectée étudiée à la fois expérimentalement et numériquement rend possible la validation de notre dispositif expérimental.
- L'étude numérique a permis également d'estimer le coefficient de diffusion moléculaire à prendre en compte dans le tenseur de dispersion pour décrire de façon satisfaisante la dispersion du soluté. Sa valeur, constante pour simuler les expériences avec trois concentrations différentes en colorant de la solution injectée, laisse suggérer que la dépendance du phénomène de diffusion avec la concentration est relativement faible.



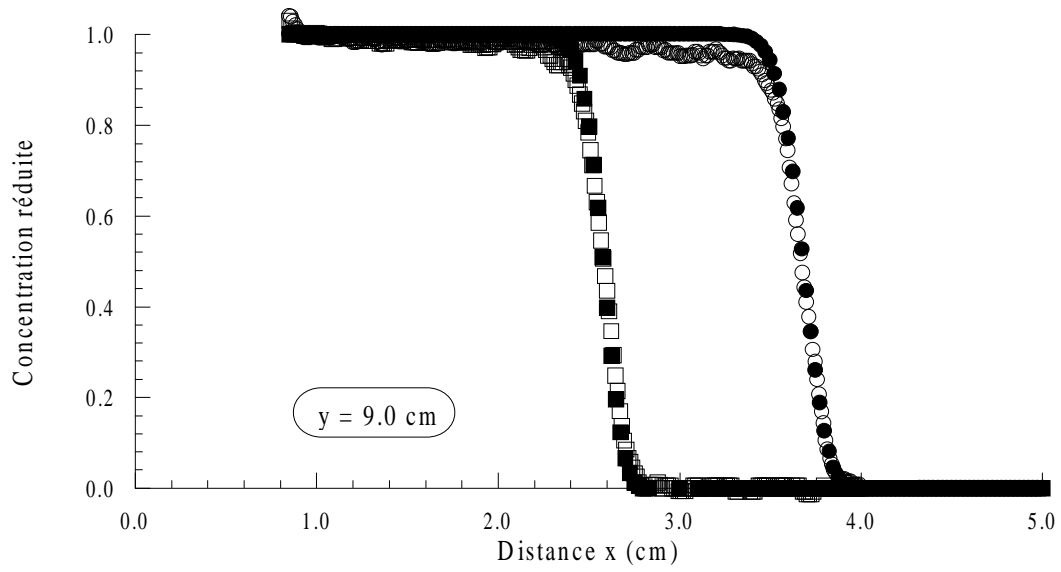


(a)

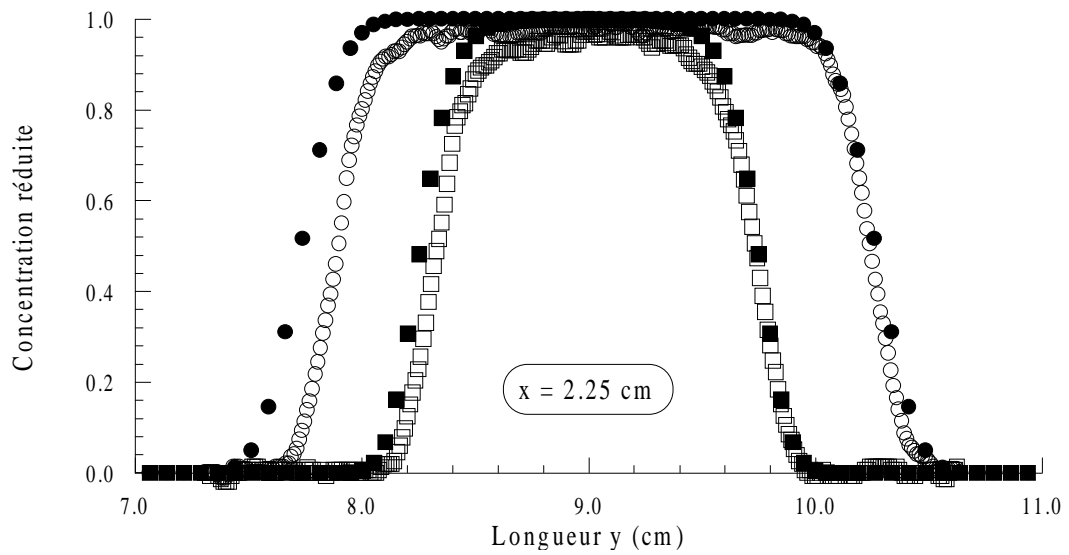
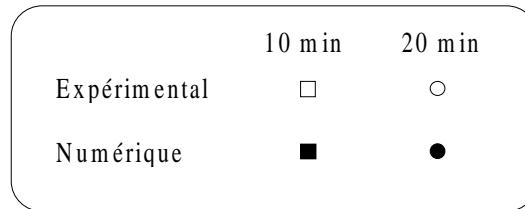


(b)

Figure 8. Profils expérimentaux et numériques de concentration à  $t = 10$  min et  $t = 20$  min pour la solution à 0.005%. Profils verticaux suivant l'axe de l'aiguille d'injection  $y = 9$  cm (a) et horizontaux à  $x = 1.35$  cm (b)



(a)



(b)

Figure 9. Profils expérimentaux et numériques de concentration à  $t = 10$  min et  $t = 20$  min pour la solution à 0.02%. Profils verticaux suivant l'axe de l'aiguille d'injection  $y = 9$  cm (a) et horizontaux à  $x = 2.25$  cm (b)

## 1.4 Analyse des résultats numériques

### 1.4.1 Sensibilité des solutions numériques à la forme du tenseur de dispersion

Les simulations numériques des expériences, présentées dans les paragraphes précédents, ont été réalisées avec la forme du tenseur de dispersion suivante :

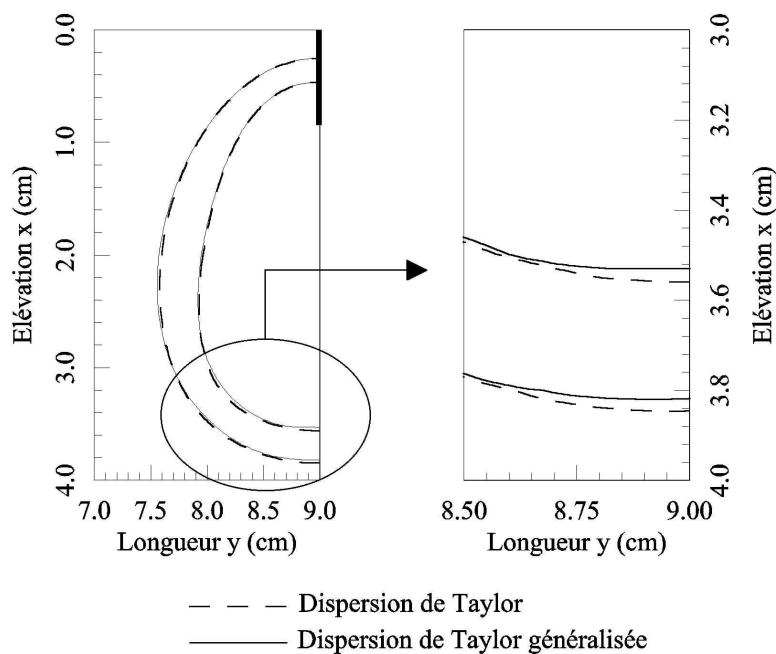
$$D_{kl} = \frac{1}{Pe} \delta_{kl} + \varepsilon^2 \frac{Pe}{210} \left( 1 + \frac{\langle \rho \rangle - 1}{\langle \rho \rangle} \right) \langle V_k \rangle \langle V_l \rangle \quad (7)$$

Rappelons les deux hypothèses prises en compte pour dériver ce tenseur de dispersion à partir de celui plus général et décrit par l'équation (103) du chapitre 2 : (i) le coefficient de diffusion moléculaire est constant et (ii) la variation de la masse volumique du fluide avec la fraction massique en colorant est linéaire. La première se traduit par  $\langle D_m \rangle = 1$  et la seconde, par  $d\langle \rho \rangle / d\langle C_m \rangle = \Delta \rho^* / \rho$ . Pour un traceur ( $\langle \rho \rangle = 1$ ), l'équation (7) se simplifie et s'écrit :

$$D_{kl} = \frac{1}{Pe} \delta_{kl} + \varepsilon^2 \frac{Pe}{210} \langle V_k \rangle \langle V_l \rangle \quad (8)$$

Cette dernière expression donne le terme courant du tenseur de dispersion habituellement utilisée dans les études impliquant des géométries du type "cellule de Hele-Shaw" (Cf. chapitre 2-§1.3). Dans ces conditions, toutes les simulations numériques ont été refaites en considérant cette forme usuelle du tenseur de dispersion. Les résultats des simulations ont été comparés à ceux obtenus avec la dispersion décrite par l'équation (7). Tant que la dilution de la solution colorée ne dépasse pas 0.01%, *i.e.* :  $\Delta \rho^* / \rho_a \leq 0.68 \cdot 10^{-4}$ , la prise en compte de la variation de la masse volumique dans les termes du tenseur de dispersion ne modifie pas la distribution du soluté dans la zone de mélange. Par contre, des différences peuvent être observées lorsque le degré de dilution de la solution colorée est de 0.02%, *i.e.* :  $\Delta \rho^* / \rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$ . Ces différences sont mises en évidence sur la figure 10 où les deux lignes d'isoconcentration réduite 0.1 et 0.9 de la zone de mélange sont représentées, au même moment ( $t = 20$  min), pour les deux formes du tenseur. Sur cette figure et sur l'axe vertical de l'aiguille, une avancée plus importante du panache est discernable pour l'approche avec la dispersion de Taylor. Cependant, la différence relative entre les deux avancées, calculée au

niveau de l'isoconcentration 0.1, est estimée à 1.2 %. Dans la mesure où les différences entre les deux solutions sont faibles, il est délicat de conclure sur l'efficacité de la forme généralisée du tenseur de dispersion (7) vis-à-vis de celle proposée par Taylor (8), pour décrire les expériences. Néanmoins, elles laissent suggérer l'existence d'une limite entre les domaines d'application des deux approches sans pour autant renseigner sur la validité du développement théorique de la dispersion généralisée. En d'autres termes, l'efficacité de ce tenseur de dispersion ne peut pas être mise en évidence pour des situations où le contraste de masse volumique est relativement faible.



*Figure 10. Lignes d'isoconcentration réduite (0.1 et 0.9) à  $t = 20$  min : solutions numériques avec la dispersion de Taylor (lignes discontinues) et la dispersion de Taylor généralisée (lignes continues)*

### 1.4.2 Analyse des champs des vitesses et des effets diffusifs

Il est bien évident que, afin d'atténuer les différences de comportement entre la solution colorée et le "traceur", une faible concentration en colorant doit être utilisée. En effet, l'étude reportée dans le paragraphe (2.3) de ce chapitre montre que, parmi les solutions injectées, seule celle correspondant à une dilution de 0.005 %, conduit à des distributions de soluté relativement proches de celles obtenues numériquement pour le "traceur". Cependant, l'utilisation de cette solution se traduit par un faible rapport signal sur bruit ce qui conduit à

une augmentation de l'incertitude relative sur la concentration. Cette incertitude diminue avec l'augmentation de la concentration en colorant. Cependant, cette augmentation peut provoquer l'apparition des effets de la gravité sur les écoulements. Comme ces phénomènes ne peuvent pas être déterminés expérimentalement, nous avons alors utilisé les résultats numériques. Cette approche est tout à fait justifiée par la bonne concordance entre les données numériques et expérimentales concernant les distributions de soluté.

Dans un premier temps, nous montrerons l'influence du niveau de dilution de la solution colorée injectée sur le champ des vitesses. Au moyen des valeurs de ces vitesses et du coefficient de diffusion moléculaire déterminée préalablement (Cf. chapitre 3-§1.2.2), nous quantifierons, dans un second temps, les effets diffusifs pour chaque écoulement en fonction de la concentration.

- *Champs des vitesses*

Les distributions spatiales des vecteurs vitesses au temps  $t = 20$  min sont données sur les figures 11a-11d, respectivement, pour les quatre cas envisagés précédemment, *i.e.* : traceur,  $\Delta\rho^*/\rho_a = 0.34 \cdot 10^{-4}$  (0.005%),  $0.68 \cdot 10^{-4}$  (0.01%), et  $1.36 \cdot 10^{-4}$  (0.02%). Pour la lisibilité de cette figure, les résultats sont présentés pour deux zones carrés P1 et P2, l'une contiguë au point d'injection ( $0.0 \leq x \leq 1.0$  cm,  $9.0 \leq y \leq 10.0$  cm) et l'autre définie dans le voisinage de ce même point ( $1.0 \leq x \leq 2.0$  cm,  $10.0 \leq y \leq 11.0$  cm). Tant que le contraste de densité  $\Delta\rho^*/\rho_a$  ne dépasse pas  $0.34 \cdot 10^{-4}$ , les modifications de la distribution du champ des vitesses autour du point d'injection (zone P1) ne sont pas significatives. L'écoulement conserve quasiment la même configuration radiale semblable à celle obtenue pour le traceur. Certaines modifications sont néanmoins observables dans la zone P2. D'une part, elles consistent essentiellement en un changement progressif, avec l'augmentation de la concentration, de l'orientation des vecteurs vitesses favorisant la pénétration du soluté dans le modèle physique. Elles affectent d'autre part, dans une moindre mesure, la norme des vecteurs vitesses. L'augmentation du contraste de densité à  $1.36 \cdot 10^{-4}$  provoque une forte modification de la structure générale de l'écoulement observée précédemment et ceci autour du point d'injection (P1) et dans son voisinage (P2). En effet, on observe, dans la partie supérieure du modèle, l'apparition de deux cellules convectives contrarotatives et symétriques par rapport à l'axe vertical de l'aiguille ( $y = 9.0$  cm). Le centre de rotation de l'une d'entre-elles se situe dans la zone P2.

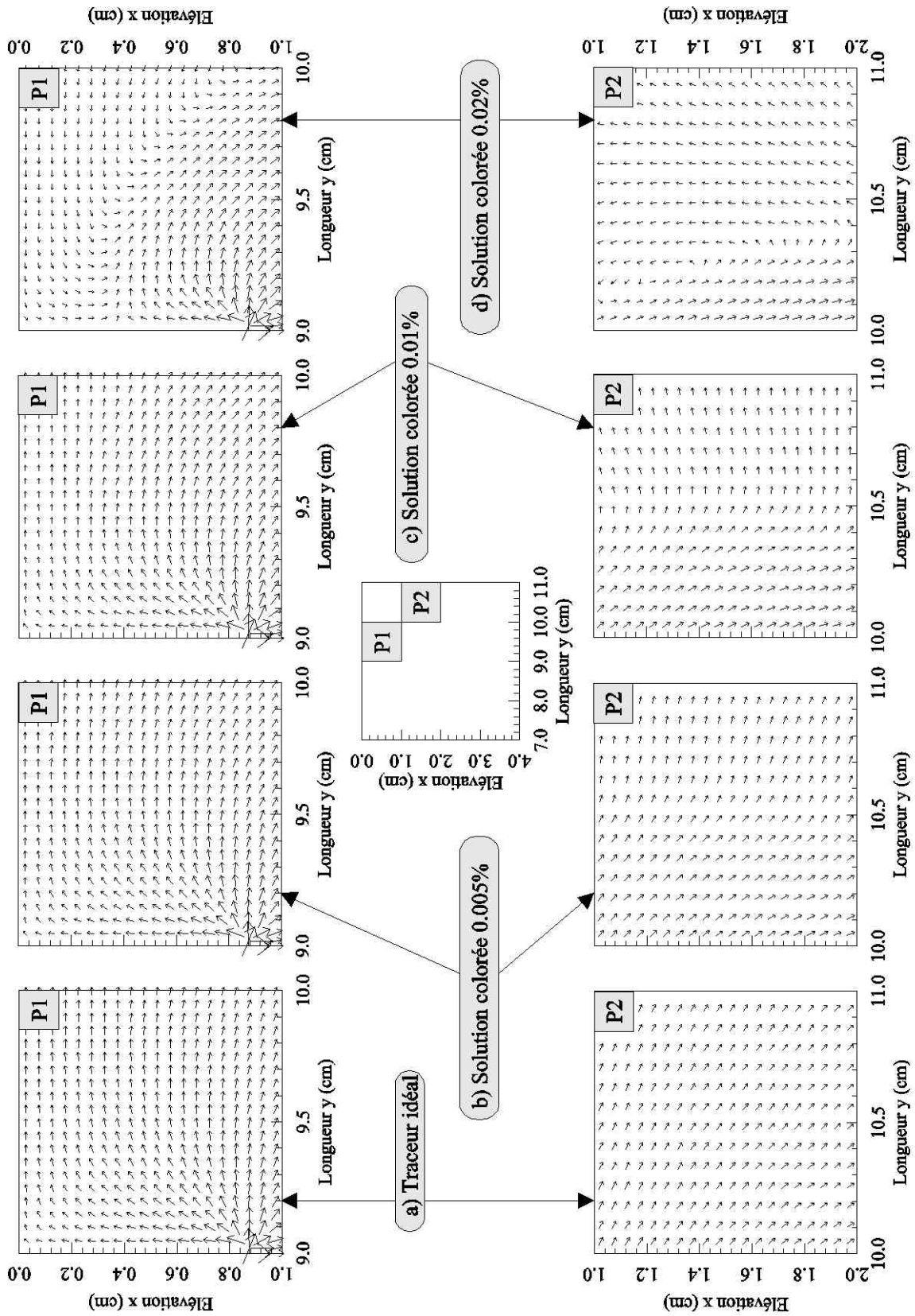


Figure 11. Champs des vitesses autour du point d'injection

*Quantification des effets diffusifs*

La connaissance du champ des vitesses permet de quantifier, en tout point  $M(x,y)$  de la cellule, l'importance relative du transport du soluté par convection sur celui par diffusion dans les panaches obtenus pour les différentes solutions injectées. Pour accéder à cette information, le nombre de Péclet local a été évalué avec la valeur de la vitesse au point  $M(x,y)$  considéré, *i.e.* :

$$Pe_{bM} = \frac{b \langle \mathbf{V}_0 \rangle}{D_{m\infty}} \quad (9)$$

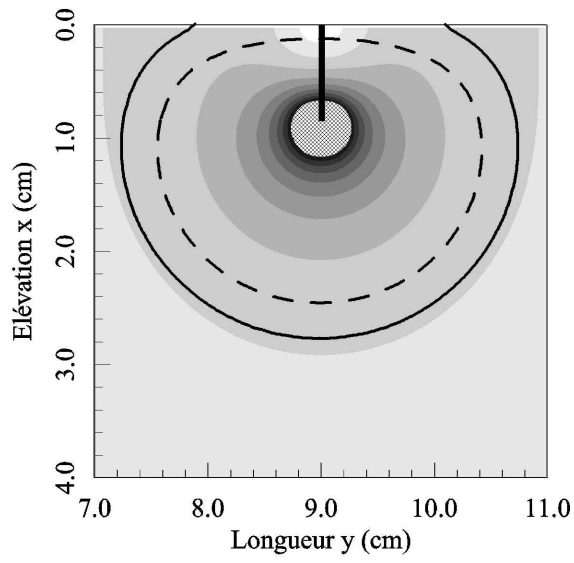
Les distributions de  $Pe_{bM}$  sont représentées à  $t = 20$  min sur les figures 12 a,b,c,d pour le traceur et les trois concentrations testées en soluté. Les lignes d'isoconcentration réduite 0.1 et 0.9 sont également tracées afin de situer les limites des panaches. L'examen des quatre distributions montre que :

- Dans une zone proche de la source (zones hachurées sur les graphiques), les valeurs des nombres  $Pe_{bM}$  tendent vers des valeurs de l'ordre de  $1/\varepsilon (= 600)$  ce qui correspond au régime III (Cf. chapitre 2-§5). Par conséquent, le transport du soluté ne peut pas être modélisé par l'équation (93-chapitre 2) avec le tenseur de dispersion défini par la relation (103-chapitre 2).
- En dehors des zones hachurées, les valeurs de  $Pe_{bM}$  diminuent fortement  $Pe_{bM} \leq 20 \ll 600$ , *i.e.* :  $Pe_{bM} = O(1)$ . De plus, quelle que soit la zone considérée, les valeurs du nombre de Reynolds local  $Re_{bM}$  (calculé avec la vitesse  $\langle \mathbf{V}_0 \rangle$  de l'écoulement au point  $M(x,y)$ ) restent inférieures à 0.2, *i.e.* :  $Re_{bM} = O(1)$ . Les valeurs des vitesses sont alors caractéristiques d'un écoulement laminaire dans la veine. Dans ces conditions, les deux nombres,  $Pe_{bM}$  et  $Re_{bM}$ , respectent les hypothèses afférentes au régime I ou II de dispersion (Cf. chapitre 2-§5). Par conséquent, le modèle numérique, incluant l'équation macroscopique de convection-dispersion donnée par les relations (93) et (102) du chapitre 2, permet de prendre en compte les phénomènes à l'origine de la dispersion du soluté en dehors des zones hachurées.

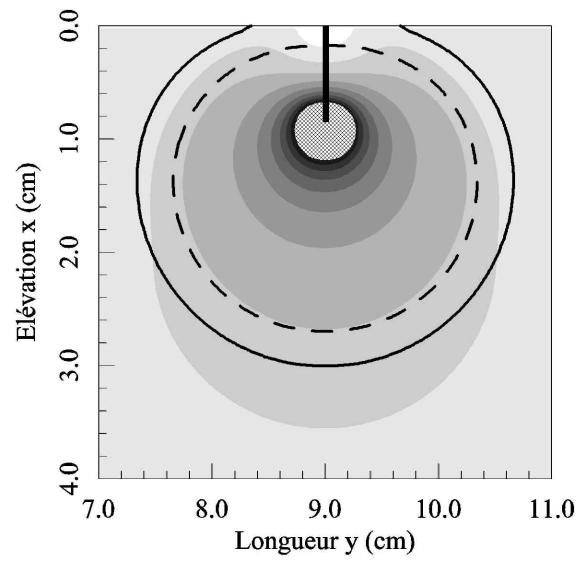
- Pour une dilution de 0.005 % et 0.01 %, les distributions de  $Pe_{bM}$  sont proches de celle obtenue pour le traceur. Par contre, pour une dilution de 0.02 %, la structure de la distribution de  $Pe_{bM}$  présente de fortes variations. D'une part, l'augmentation de la vitesse verticale de l'écoulement, constatée précédemment sur les champs des vitesses (figure 11), conduit à une décroissance plus faible de  $Pe_{bM}$  suivant l'axe vertical de l'aiguille. Ceci se traduit par une augmentation de la surface de la zone hachurée et à des valeurs plus élevées de  $Pe_{bM}$  au sein du panache. D'autre part, de fortes variations de  $Pe_{bM}$  sur les bords latéraux du panache sont constatées.

Dans notre cas, bien que l'augmentation du contraste de masse volumique à  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$  affecte la structure de la distribution de  $Pe_{bM}$ , les mécanismes à l'origine de la dispersion relèvent toujours globalement des régimes I ou II de dispersion. Ce dernier point est corroboré par de bonnes prédictions numériques concernant les valeurs des concentrations dans le panache (figure 9).

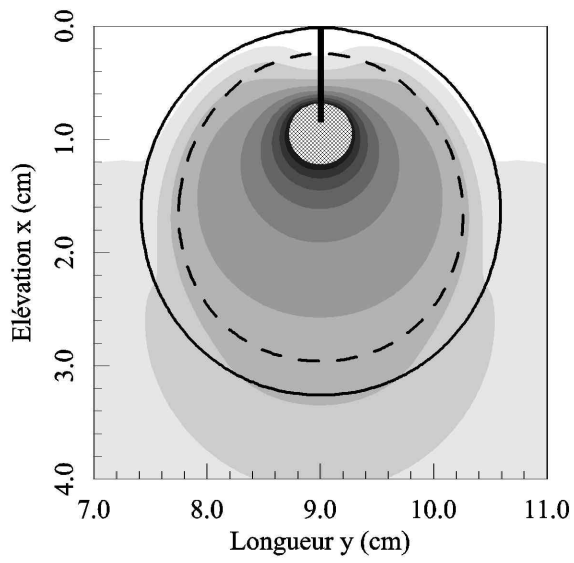




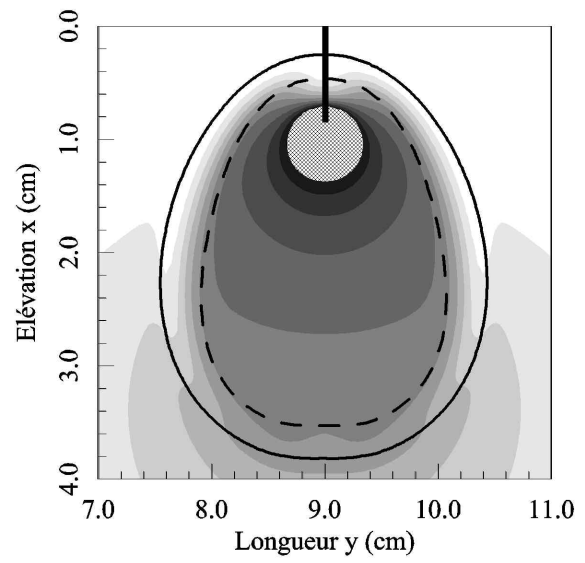
a) Traceur "idéal"



b) Solution colorée 0.005 %



c) Solution colorée 0.01 %



d) Solution colorée 0.02 %

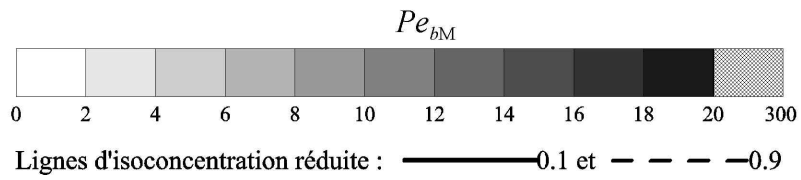


Figure 12. Distributions des nombres de Péclet locaux  $Pe_{bM}$  dans les panaches à  $t = 20$  min

## 2 INFILTRATION D'UNE SOLUTION SALINE

### 2.1 Paramètres adimensionnels et choix des conditions expérimentales

Dans cette partie, nous nous proposons de rappeler les paramètres adimensionnels caractérisant nos expériences portant sur l'infiltration d'une solution saline dans une cellule de Hele-Shaw. L'objectif étant d'étudier l'influence du débit volumique d'injection et/ou de la fraction massique en sel sur l'évolution spatio-temporelle de la zone de mélange, les valeurs de ces nombres pour les différentes expériences envisagées sont ensuite exposées.

#### 2.1.1 Paramètres adimensionnels

Rappelons que la formulation du problème en variables adimensionnelles fait apparaître quatre paramètres adimensionnels caractérisant nos expériences (Cf. chapitre 2-§2.3) :

- le rapport  $\varepsilon$  de l'ouverture  $b$  sur la hauteur  $H$  du canal :

$$\varepsilon = \frac{b}{H}, \quad (10)$$

- Le nombre de Péclet :

$$Pe = \frac{V^* H}{D_{m^{\infty}}}, \quad (11)$$

- le rapport entre les vitesses gravitationnelle  $V_g$  et caractéristique  $V^*$  :

$$G = \frac{V_g}{V^*} \text{ avec } V_g = \frac{\Delta\rho^* b^2 g}{\mu_a}, \quad (12)$$

- le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{H\rho_a V^*}{\mu_a}, \quad (13)$$

où  $\rho_a$  et  $\mu_a$  sont la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide ambiant,  $\Delta\rho^* = \rho_{inj} - \rho_a$  est la différence entre la masse volumique du fluide injecté et celle du fluide ambiant,  $g$  est l'accélération de la pesanteur et  $D_{m\infty}$  le coefficient de diffusion moléculaire à dilution infinie.

Dans le chapitre 2, il a été montré que la dispersion du soluté relève du régime I ou II si la valeur du nombre de Péclet modifié  $Pe^*$  satisfait à :

$$Pe^* = \varepsilon^2 Pe \ll 1 \quad (14)$$

Le cas contraire, elle relève du régime III. Pour le régime I (resp. II), l'évolution de la concentration moyenne est gouvernée par une équation de convection-diffusion (resp. convection-dispersion) tandis que, pour le régime III, la structure de l'évolution des fronts de concentration moyennée dépend du rapport des viscosités entre le fluide ambiant et injecté  $M = \mu_a / \mu_{inj}$  et du nombre  $G$ . Rappelons également que l'écoulement est laminaire si le nombre de Reynolds modifié  $Re^*$  respecte la condition :

$$Re^* = \varepsilon^2 Re \ll 1 \quad (15)$$

Dans la suite de ce chapitre, nous utiliserons ces deux nombres  $Re^*$  et  $Pe^*$  puisqu'ils sont plus représentatifs pour une description des phénomènes dans une géométrie présentant deux échelles des longueurs séparées et qu'ils sont à comparer devant 1. La détermination de ces nombres, *i.e.*:  $Re^*$ ,  $Pe^*$ ,  $M$  et  $G$ , en fonction des conditions expérimentales permettra alors d'apprécier, a priori, la nature de l'écoulement et du transport lors de l'infiltration de la solution saline dans la cellule.

### 2.1.2 Conditions expérimentales

Dans notre système expérimental, le panache est issu de l'injection localisée d'une solution saline à débit volumique constant. D'après les travaux de Wooding (1963) ou encore de Nield and Bejan (1999), la source peut être caractérisée par son flux massique, la quantité de mouvement et la flottabilité. Sous ces conditions, trois types d'écoulement peuvent engendrer le transport convectif d'un soluté :

- convection forcée prédominante - l'écoulement est principalement généré par la quantité de mouvement imposée à l'injection,
- convection libre prédominante - l'écoulement est principalement généré par le contraste de masse volumique,
- convection mixte - l'écoulement devient de moins en moins sensible au condition initiale.

L'importance relative de ces trois types d'écoulement dépend des caractéristiques de la source et des conditions aux limites.

Afin d'appréhender la nature du transport du soluté (régime I, II ou III) et de celle de l'écoulement (laminaire ou turbulent) pour chaque type d'écoulement, il convient alors de choisir deux valeurs de la vitesse caractéristique  $V^*$  pour analyser l'ordre de grandeur des paramètres adimensionnels décrits dans le paragraphe précédent :

- Lorsque la convection forcée est prédominante, les caractéristiques de l'écoulement sont contrôlées par le débit volumique  $q_v$  de la pompe, la vitesse à l'injection étant :

$$V_{inj} = \frac{q_v}{\pi(d_i/2)^2} \quad (16)$$

où  $d_i = 0.25$  mm est le diamètre intérieur de l'aiguille d'injection. Afin d'estimer les ordres de grandeur des nombres de Reynolds modifié  $Re^*$  et de Péclet modifié  $Pe^*$  pour nos conditions expérimentales, les propriétés physiques du fluide sont prises à 20 °C. La masse volumique et la viscosité dynamique de l'eau distillée sont ainsi, respectivement,  $\rho_a = 998.23$  kg/m<sup>3</sup> et  $\mu_a = 1.002 \cdot 10^{-3}$  Pas. Le coefficient de diffusion moléculaire du sel est  $D_{m\infty} = 1.5 \cdot 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s. Toutes les expériences en milieu homogène seront réalisées avec une ouverture du canal  $b = 0.5$  mm et une hauteur de la cellule  $H = 300$  mm, soit un paramètre de forme  $\varepsilon = 1/600$ . Les valeurs de  $Re^*$  et  $Pe^*$  sont représentées en fonction de  $q_v$  sur la figure 13a. Les valeurs du débit  $q_v$  considérées pour la représentation graphique ont été choisies de telle façon que l'écoulement généré uniquement par l'injection reste laminaire, i.e. :  $Re^* \ll 1$ . Ainsi, pour des débits compris entre 0.1 et 100 ml/h,  $Re^*$  varie entre  $10^{-4}$  et 0.1. Il est intéressant de constater que pour cette plage de valeurs du débit, les nombres de  $Pe^*$  sont compris entre 0.08 et 100. Le passage entre le régime II et III de

dispersion n'est donc pas à exclure (chapitre 3-§1.4.2). Sur cette même figure 13a, on a également tracé le rapport  $G$ , *i.e.* : le rapport entre la vitesse gravitationnelle  $V_g$  et celle à l'injection  $V_{inj}$ , en fonction de  $q_v$  et de la fraction massique en sel de la solution injectée  $C_{inj}$ . Le contraste de masse volumique  $\Delta\rho^*$  pour le calcul de  $G$  (équation 12) est déterminé en fonction de  $C_{inj}$  avec les données expérimentales de Weast (1977). La valeur de  $G$  nous permettra de caractériser l'importance relative de la convection forcée et libre ( $G = 0$  correspondant à la convection forcée pure). Signalons que pour  $C_{inj} = 1\%$  et  $q_v = 1$  ml/h, ce rapport est de l'ordre de 10.

- Lorsque la convection libre est prédominante, la vitesse gravitationnelle  $V_g$  est égale à la vitesse caractéristique, *i.e.* :  $V^* = V_g$ . Il convient alors de redéfinir les deux conditions (14) et (15) en prenant en compte les effets de la gravité. Dans ce cas,  $Pe^*$  s'identifie à un nombre de Rayleigh modifié  $Ra^*$  et la condition (14) devient :

$$Ra^* = \varepsilon^2 \frac{b^2 H g \Delta\rho^*}{\mu_a D_{m\infty}} \ll 1 \quad (17)$$

La condition (15), permettant alors d'évaluer l'intensité relative des forces d'Archimède par rapport aux forces de viscosité, s'écrit :

$$Gr^* = \varepsilon^2 \frac{H b^2 \rho_a g \Delta\rho}{\mu_a^2} \ll 1 \quad (18)$$

où  $Gr^*$  représente un nombre de Grashof modifié. Pour ce régime, seul ces deux paramètres  $Gr^*$  et  $Ra^*$  régissent les mécanismes d'écoulement et de transport. Leur variation en fonction de  $C_{inj}$  sont tracée sur la figure 13b. Les valeurs de la concentration en sel choisies pour la représentation graphique satisfont à la condition (18) afin que les écoulements, dus à la convection libre, restent laminaires. Nous considérons ainsi des concentrations en sel  $C_{inj} < 10\%$  pour lesquelles  $Gr^* < 0.1$ .

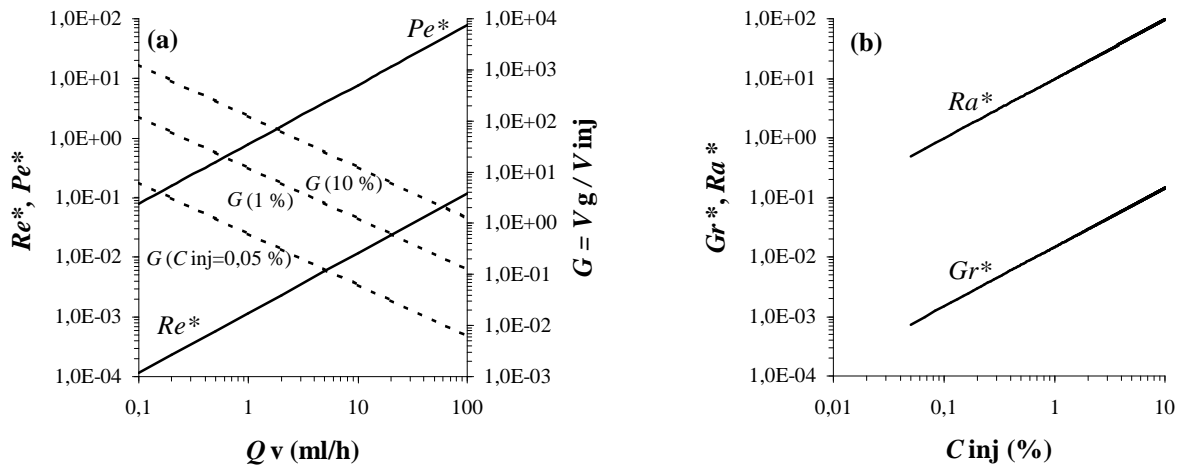


Figure 13. Variations des nombres adimensionnels  $Re^*$ ,  $Pe^*$ ,  $G$ ,  $Gr^*$  et  $Ra^*$  en fonction du débit volumique  $q_v$  et/ou de la fraction massique en sel  $C_{inj}$  de la solution injectée

Cette analyse des ordres de grandeur des paramètres adimensionnels nous a permis de sélectionner les gammes de valeur des concentrations et des débits pour nos expériences pour lesquelles les écoulements, dus à la convection forcée ou libre, sont laminaires. Les caractéristiques de l'ensemble des expériences réalisées en milieu homogène sont reportées dans le tableau 1. Plusieurs remarques concernant les valeurs de ce tableau sont à noter :

- Le rapport de viscosité  $M$ , défini par :

$$M = \frac{\mu_a}{\mu_{inj}} \quad (19)$$

où  $\mu_{inj}$  est la viscosité du fluide injecté, reste toujours inférieur à 1. Le contraste de viscosité a pour effet de stabiliser l'écoulement. De plus, il ne peut pas, à priori, être à l'origine d'un choc au niveau du front du panache (Cf. chapitre 2-§1.2).

- La valeur du contraste de masse volumique  $\Delta\rho^*$  est calculé avec :

$$\Delta\rho^* = \Delta\rho_{sel} + \Delta\rho_{trac} \quad (20)$$

où  $\Delta\rho_{\text{sel}} = \rho_{\text{sel}} - \rho_a$ , représentant la différence de masse volumique entre la solution saline pure et l'eau distillée, est déterminée en fonction de  $C_{\text{inj}}$  avec les données expérimentales de Weast (1977). Le contraste de masse volumique entre la solution colorée marquée et l'eau distillée  $\Delta\rho_{\text{trac}} = \rho_{\text{trac}} - \rho_a = 0.68 \cdot 10^{-4} \rho_a$ , a été estimé dans l'étude numérique et expérimentale du paragraphe précédent. L'importance relative de cette correction  $\Delta\rho_{\text{trac}}$ , évaluée par le rapport  $\Delta\rho_{\text{trac}}/\Delta\rho^*$ , est d'autant plus modérée devant les autres incertitudes expérimentales (par exemple la perméabilité : Cf. chapitre 1-§2.1) que la valeur de  $C_{\text{inj}}$  est élevée :  $\Delta\rho_{\text{trac}}/\Delta\rho^*$  est de 20.4 % pour  $C_{\text{inj}} = 0.05$  % et de 0.19 % pour  $C_{\text{inj}} = 5$  %.

- Lorsque le transport du sel par diffusion n'est pas négligeable devant celui par convection, la détermination des concentrations en sel, par mesure de l'absorption de l'intensité lumineuse par la solution colorée, peut être à l'origine d'artefacts expérimentaux. En effet, les fronts de concentration mesurés peuvent ne pas être représentatifs du phénomène de diffusion du sel dans l'eau. Néanmoins, le coefficient de diffusion moléculaire du colorant étant proche de celui du sel (Cf. §1.2.2), on peut supposer raisonnablement que la solution colorée marque convenablement la solution saline. Par conséquent, pour les calculs de  $Pe^*$  et  $Ra^*$ , nous avons utilisé la valeur du coefficient de diffusion moléculaire d'une solution saline.

Dans le paragraphe suivant, nous tenterons de classer les différentes configurations des panaches de solution saline obtenus expérimentalement en tenant compte des caractéristiques reportées dans cette étude préliminaire.

***Tableau 1. Valeurs des paramètres en fonction des conditions expérimentales (page suivante)***

$C_{\text{inj}}$  et  $Q_v$  sont la fraction massique en sel et le débit volumique de la solution injectée ;  $\Delta\rho^*/\rho_a$  est la différence de densité entre la solution injectée et l'eau distillée ;  $\Delta\rho_{\text{trac}}/\Delta\rho^*$  est le rapport des contrastes de masse volumique de la solution colorée marquée et de la solution injectée avec l'eau distillée ;  $M$ ,  $Gr^*$ ,  $Ra^*$ ,  $G$ ,  $Re^*$  et  $Pe^*$  sont les paramètres adimensionnels définis par les relations (19), (18), (17), (12), (15) et (14), respectivement ( $\varepsilon = 1/600$ ,  $\rho_a = 998.23 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu_a = 1.002 \cdot 10^{-3} \text{ Pas}$ ,  $D_{\text{mss}} = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ ).

Exp. N°	$Q_v$ (ml/h)	$C_{inj}$ (%)	$\Delta\rho^*/\rho_a$ (%)	$\Delta\rho_{trac}/\Delta\rho^*$ (%)	$M$ (-)	$Gr^*$ (-)	$Ra^*$ (-)	$G$ (-)	$Re^*$ (-)	$Pe^*$ (-)	Configuration
A1(0)	0.2							2.88	$2.35 \cdot 10^{-4}$	0.157	
A2(0)	0.5							1.15	$5.87 \cdot 10^{-4}$	0.393	Un doigt
A3(1)	1.0	0.05	0.0402	20.4	0.998	$8.15 \cdot 10^{-4}$	0.546	0.577	$1.17 \cdot 10^{-3}$	0.786	Deux doigts
A4(1)	2.0							0.288	$2.35 \cdot 10^{-3}$	1.57	
B1(0)	0.5							2.55	$5.87 \cdot 10^{-4}$	0.393	Un doigt
B2(1)	1.0							1.28	$1.17 \cdot 10^{-3}$	0.786	
B3(1)	2.0	0.10	0.0739	10.1	0.998	$1.50 \cdot 10^{-3}$	1.00	0.638	$2.35 \cdot 10^{-3}$	1.57	Deux doigts
B4(1)	5.0							0.255	$5.87 \cdot 10^{-3}$	3.93	
C1(0)	0.5							5.32	$5.87 \cdot 10^{-4}$	0.393	
C2(0)	1.0							2.66	$1.17 \cdot 10^{-3}$	0.786	Un doigt
C3(1)	2.0	0.20	0.154	4.62	0.996	$3.12 \cdot 10^{-3}$	2.09	1.33	$2.35 \cdot 10^{-3}$	1.57	
C4(1)	5.0							0.532	$5.87 \cdot 10^{-3}$	3.93	Deux doigts
C5(1)	10.0							0.266	$1.17 \cdot 10^{-2}$	7.86	
D1(0)	1.0							6.29	$1.17 \cdot 10^{-3}$	0.786	
D2(0)	2.0							3.15	$2.35 \cdot 10^{-3}$	1.57	Un doigt
D3(0)	5.0	0.50	0.364	1.90	0.991	$7.39 \cdot 10^{-3}$	4.95	1.26	$5.87 \cdot 10^{-3}$	3.93	
D4(1)	10.0							0.629	$1.17 \cdot 10^{-2}$	7.86	Deux doigts
E1(0)	2.0							6.17	$2.35 \cdot 10^{-3}$	1.57	
E2(0)	5.0							2.47	$5.87 \cdot 10^{-3}$	3.93	Un doigt
E3(0)	10.0	1.0	0.715	0.960	0.982	$1.45 \cdot 10^{-2}$	9.71	1.23	$1.17 \cdot 10^{-2}$	7.86	
E4(1)	20.0							0.617	$2.35 \cdot 10^{-2}$	15.7	Deux doigts
F1(0)	5.0							4.96	$5.87 \cdot 10^{-3}$	3.93	
F2(0)	10.0	2.0	1.44	0.476	0.967	$2.91 \cdot 10^{-2}$	19.5	2.48	$1.17 \cdot 10^{-2}$	7.86	Un doigt
F3(0)	20.0							1.24	$2.35 \cdot 10^{-2}$	15.7	
G1(0)	10.0							6.20	$1.17 \cdot 10^{-2}$	7.86	Un doigt
G2(-)	20.0	5.0	3.59	0.190	0.923	$7.28 \cdot 10^{-2}$	48.7	3.10	$2.35 \cdot 10^{-2}$	15.7	Instable



## 2.2 Caractérisation expérimentale des panaches

### 2.2.1 Distributions typiques du soluté

Il s'agit ici de présenter les configurations des distributions du soluté dans les panaches obtenues pour les différentes conditions expérimentales choisies (tableau 1). Pendant la durée d'observation, la zone de mélange reste éloignée du bord inférieur de la cellule. Chacune des expériences a été répétée plusieurs fois. Deux types de configuration ont été ainsi détectés : reproductible et non-reproductible.

Pour  $C_{inj} = 5 \%$  avec  $q_v = 20$  ml/h (expérience G2), les expériences ne sont pas reproductibles et font apparaître systématiquement des distributions complexes du soluté semblables à celles des panaches turbulents. La complexité de ces distributions résulte d'une succession, dans le temps, de digitations localisées du front du panache. Elles provoquent ainsi l'ondulation du panache de part et d'autre de son axe vertical. L'une de ces distributions est représentée au temps  $t = 0.5$  min en terme de lignes d'isoconcentration réduite comprise entre 0.1 et 0.9 avec un pas de 0.1 sur la figure 14a.

L'ensemble des autres expériences sont globalement reproductibles. Seules des dissymétries dans les distributions du soluté, liées à la sensibilité des écoulements aux perturbations ont été constatées (Cf. chapitre 4-§3.1). Dans le cadre des expériences reproductibles, deux évolutions typiques de la distribution du soluté ont ainsi été mises en évidence.

- *Panache sans digitation (figure 14b)*

La première évolution est caractérisée par une distribution se présentant sous la forme d'un panache se propageant sous la forme d'un seul doigt quasiment symétrique par rapport à l'axe vertical  $y = 9$  cm durant toute la durée d'observation. A titre d'exemple, le panache, obtenu au temps  $t = 30$  min pour  $C_{inj} = 0.1 \%$  et  $Q_v = 0.5$  ml/h (expérience B1), est représenté en terme de lignes d'isoconcentration réduite sur la figure 14b. Pour ce panache, une légère dissymétrie peut être constatée.

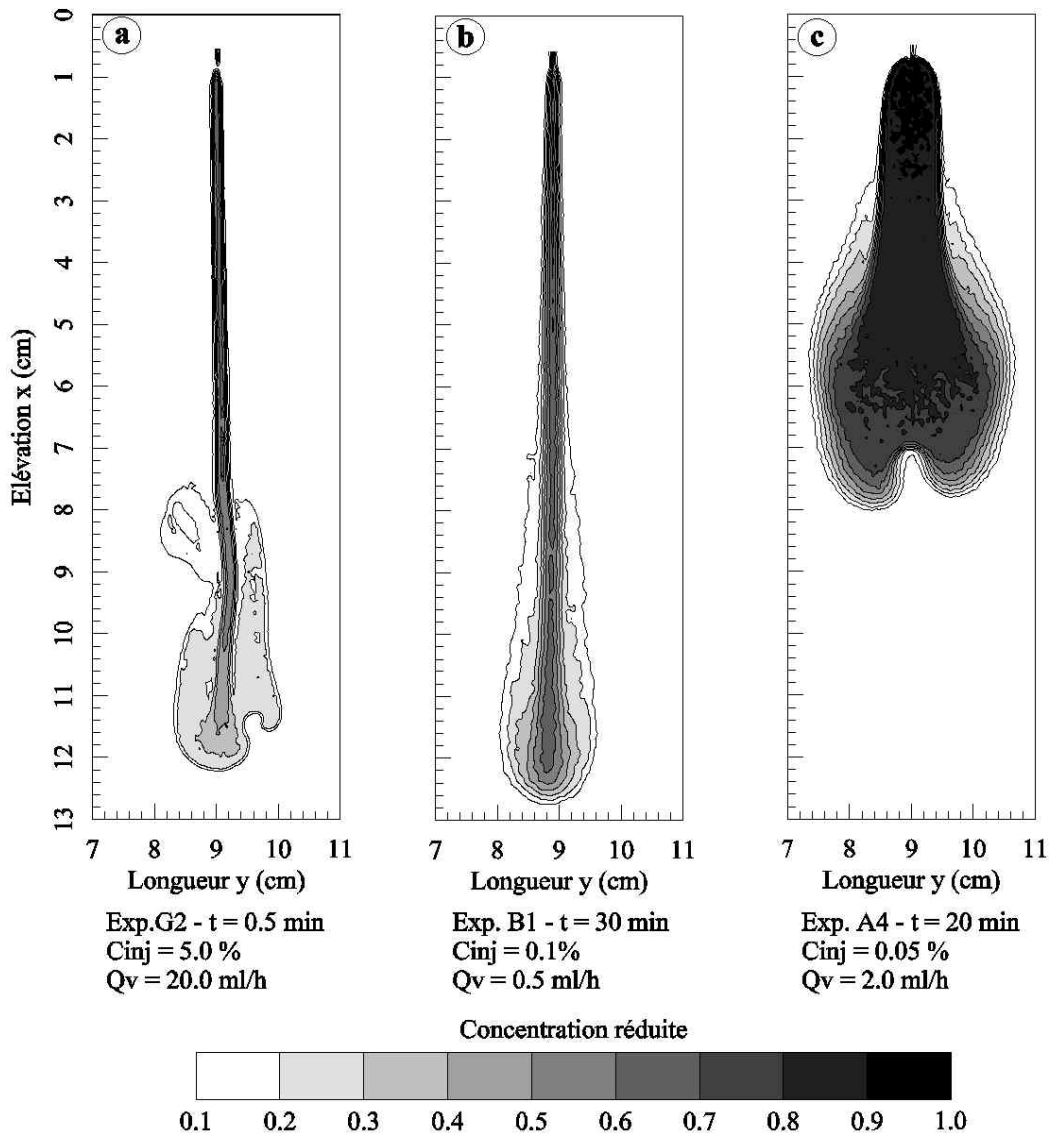


Figure 14. Distributions spatiales typiques du soluté obtenues pour l'ensemble des expériences du tableau 1

- *Panache avec digitation (figure 14c)*

Pour la seconde évolution, le panache, présentant initialement les mêmes caractéristiques décrites précédemment, se propage ensuite en bifurquant et en formant ainsi deux doigts quasiment symétriques. Afin d'illustrer la distribution du soluté obtenue, le panache, pour  $C_{inj} = 0.05 \%$  et  $Q_v = 2.0$  ml/h (expérience A4), est représenté sur la figure 14c au temps  $t = 20$  min. Par la suite, ce phénomène sera désigné comme étant la digitation du panache et les termes "branches" et "doigts" seront énoncés sans distinction particulière.

### 2.2.2 *Influence du débit volumique et de la fraction massique*

Comme le débit volumique  $Q_v$  et la fraction massique en sel  $C_{inj}$  de la solution injectée sont les seuls paramètres de contrôle de nos expériences, nous mettrons, dans ce paragraphe, en évidence qualitativement leur influence respective sur l'évolution du panache.

- *Influence du débit volumique*

L'augmentation du débit volumique  $Q_v$  pour une fraction massique  $C_{inj}$  constante et  $C_{inj} \leq 1$  %, *i.e.* : série d'expériences A, B, C, D et E, conduit systématiquement à la digitation du panache. A titre d'exemple, pour  $C_{inj} = 0.2$  % (série C), les panaches obtenus au temps  $t = 10$  min sont représentés sur les figures 15a, b, c et d pour, respectivement,  $Q_v = 0.5, 1.0, 2.0$  et  $5.0$  ml/h. Pour  $Q_v = 0.5$  et  $1.0$  ml/h, les panaches ne présente pas de digitations. L'augmentation du débit à  $Q_v = 2.0$  ou  $5.0$  ml/h entraîne la digitation du panache. La formation des branches est davantage marquée pour  $Q_v = 5$  ml/h. L'augmentation du débit volumique  $Q_v$  provoque une augmentation de la pénétration et de l'extension maximale horizontale du panache. Pour  $C_{inj} = 2.0$  % et quel que soit le débit volumique  $Q_v$  considéré (série F), aucune digitation des panaches n'a été observée.

- *Influence de la fraction massique*

Quel que soit le débit volumique  $Q_v$  constant considéré, la diminution de la fraction massique  $C_{inj}$  entraîne la digitation du panache. Afin d'illustrer ce phénomène, pour  $Q_v = 1$  ml/h (resp.  $2$  ml/h), les panaches obtenus au temps  $t = 20$  min (resp.  $10$  min) sont représentés sur les figures 16a et 16b (resp. 16c et 16d) pour  $C_{inj} = 0.2$  % et  $0.05$  % (resp.  $0.5$  % et  $0.2$  %). Ainsi, pour  $C_{inj} = 0.2$  % (resp.  $0.5$  %), le panache ne montre pas de digitation. La diminution de la fraction massique à  $C_{inj} = 0.05$  % (resp.  $0.2$  %) s'accompagne d'une digitation du panache. De plus, la baisse de la fraction massique  $C_{inj}$ , provoque une réduction de la pénétration et une augmentation de l'extension horizontale du panache.

La diminution de  $C_{inj}$  pour  $Q_v$  constant et l'augmentation de  $Q_v$  pour  $C_{inj}$  constante sont ainsi deux actions conduisant à la digitation des panaches. L'analyse de l'influence respective de ces paramètres de contrôle sur la distribution du soluté laisse alors suggérer que l'extension horizontal du panache est un facteur prédominant dans l'apparition du phénomène de digitation du panache.

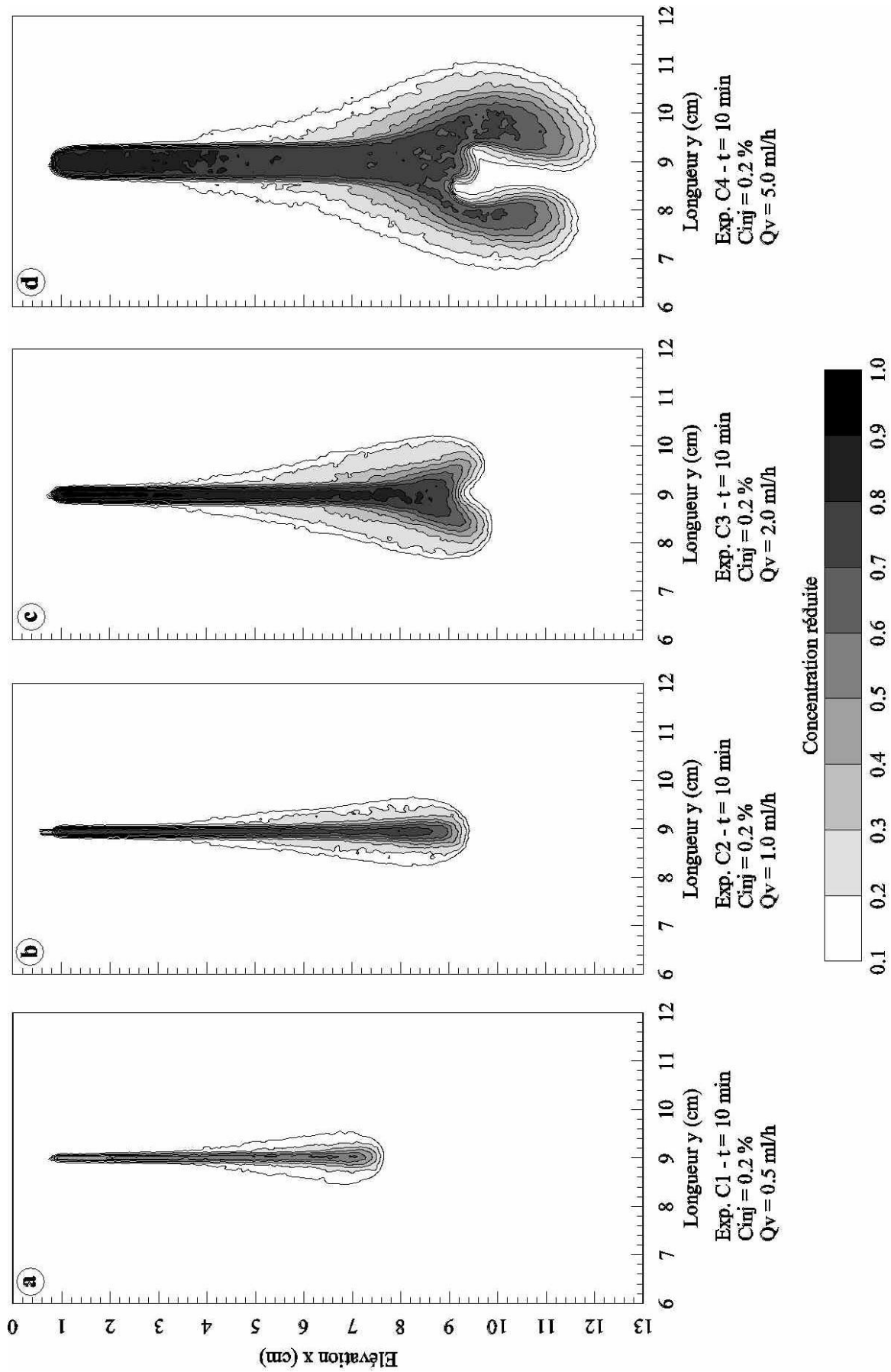


Figure 15. Influence du débit volumique d'injection  $Q_v$  sur la distribution du soluté

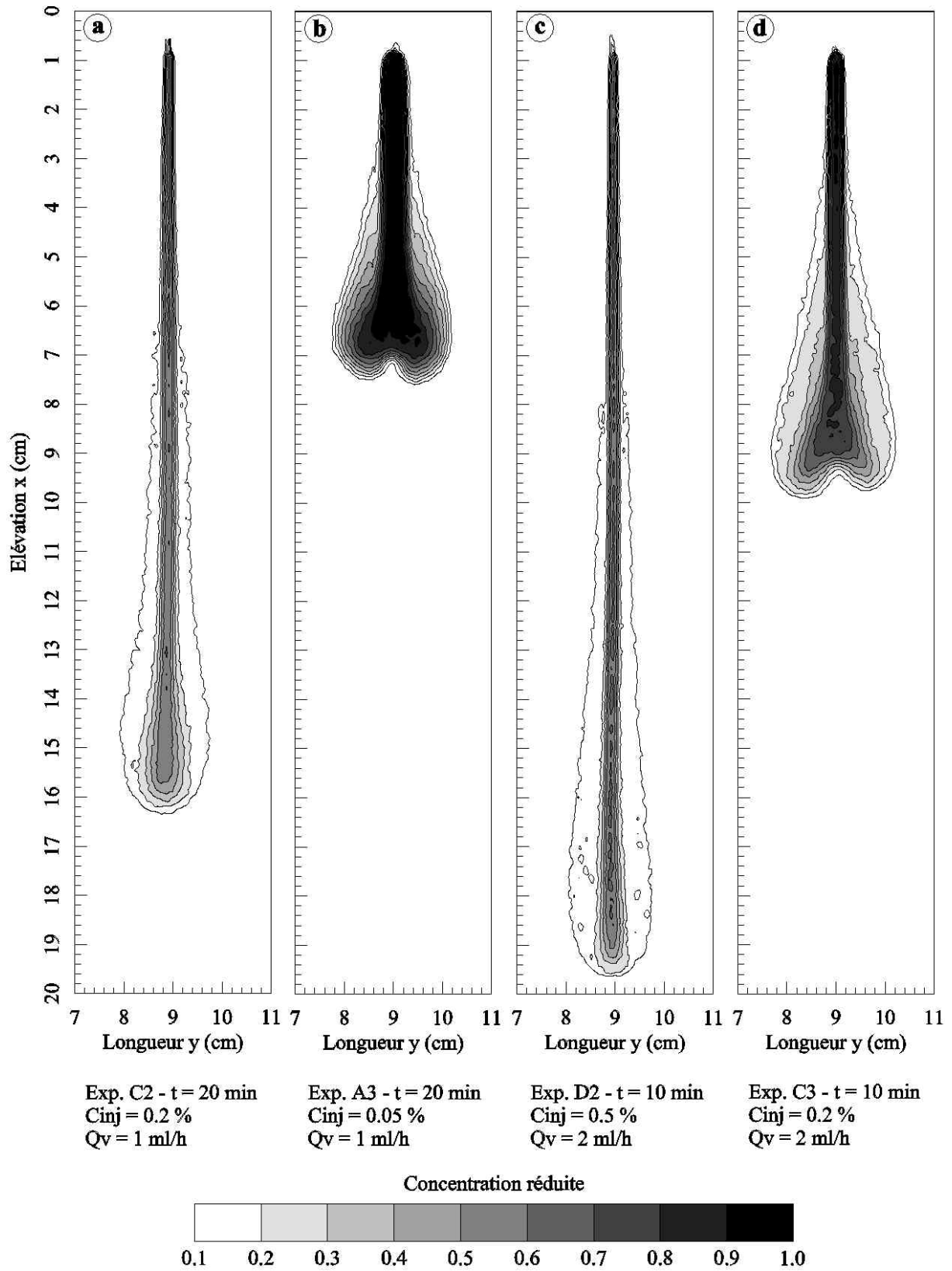


Figure 16. Influence du contraste de masse volumique sur la distribution du soluté

### 2.3 Un critère pour la caractérisation des distributions du soluté

L'analyse de l'ensemble des expériences (tableau 1) indiquent que l'occurrence d'une digitation du panache semble dépendre essentiellement de la valeur du paramètre  $G$ . Pour montrer l'influence de ce paramètre sur la nature de la propagation du panache, la valeur symbolique "0" ou "1", se référant à un panache sans ou avec digitation, est tracée en fonction de  $G$  sur le graphique de la figure 17. A partir de cette représentation, il est possible d'établir que si la condition suivante :

$$G < G_c \quad (17)$$

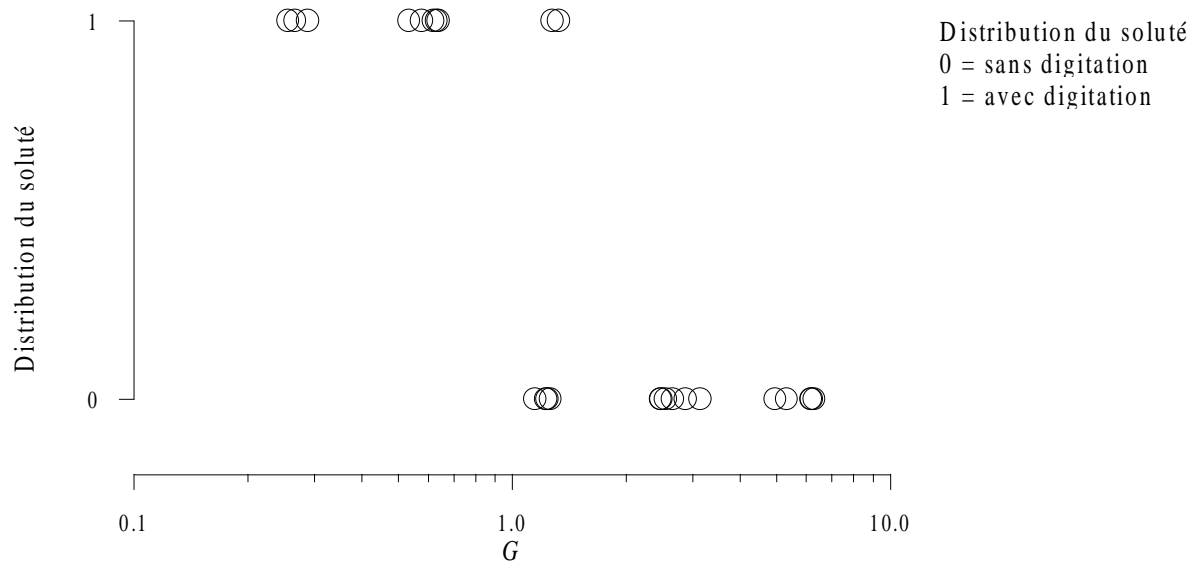
avec  $G_c = 1.27$  représentant une valeur critique pour  $G$ , est respectée, il y a digitation du panache. Le rôle de  $G$  dans la prédiction de l'absence ou de l'apparition de digitation du panache peut être expliqué en se basant sur la nature des phénomènes à l'origine de l'écoulement de la solution injecté. Le contraste de masse volumique entre le fluide injecté et le fluide ambiant génère la convection libre tandis que l'injection est responsable de la convection forcée. L'écoulement de la solution est alors assuré par la convection forcée et libre. L'importance relative de l'une et l'autre est exprimée par la valeur de  $G$ . Hors l'extension latérale du panache, qui joue à priori un rôle déterminant dans la digitation du panache (Cf. §2.2), dépend également de ce paramètre. En effet, il est possible d'estimer un ordre de grandeur  $e$  de cette extension horizontale du panache par la relation suivante (Wooding, 1962):

$$e = \frac{Q_v}{bV_g} \quad (18)$$

soit, en tenant compte de la relation (16) :

$$e = \frac{\pi d_i^2 V_{inj}}{4b V_g} \quad (19)$$

La relation (19) montre ainsi que l'ordre de grandeur  $e$  est inversement proportionnel à  $G$ . De ce fait, lorsque  $G$  diminue, l'extension latérale du panache augmente entraînant une situation propice à l'apparition de la digitation. La valeur critique  $G_c = 1.27$  et la relation (18) permettent alors d'estimer l'ordre de grandeur critique  $e_c$  de cette extension latérale à  $e_c = 1.85b$ .



*Figure 17. Caractérisation des distributions du soluté en fonction de G*

### 3 CONCLUSION

Dans le but de mieux comprendre le comportement de la solution colorée injectée dans la cellule, les résultats expérimentaux ont été analysés numériquement à l'aide du code de calcul modifié pour respecter l'analogie entre la cellule de Hele-Shaw et le milieu poreux. La bonne concordance entre les résultats expérimentaux et numériques permet de conclure que, même si la solution colorée est utilisée comme un traceur, elle présente une masse volumique différente de celle de l'eau distillée. Par conséquent, le contraste de densité résultant ne doit pas être négligé dans les équations de base décrivant la propagation d'un soluté. Par contre, s'il ne dépasse pas une certaine valeur ( $\Delta\rho^* / \rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$  dans notre cas), il peut être négligé dans la forme générale du tenseur de dispersion obtenue par homogénéisation. Les résultats numériques permettent également de :

- justifier la concentration optimale en colorant de la solution injectée qui sera choisie pour marquer la solution saline,

- mettre en évidence, même pour des contrastes de masse volumique très faibles, l'existence d'écoulements inattendus dus aux effets de la gravité.

Ce dernier point est crucial puisqu'il implique une élévation progressive des valeurs de Péclet locaux  $Pe_{bM}$  au sein des panaches avec l'augmentation du contraste de masse volumique entre la solution injectée et le fluide ambiant. Cette augmentation est significative pour  $\Delta\rho^*/\rho_a = 1.36 \cdot 10^{-4}$  dans notre cas, mais n'est pas suffisante pour passer globalement du régime II au régime III de dispersion où la convection est prédominante à l'échelle locale. L'influence d'une augmentation, non négligeable, du contraste de densité obtenu avec une solution saline ainsi que du débit d'injection, sur la propagation du panache a été analysée expérimentalement dans la deuxième partie de ce chapitre. Deux types de configurations ont pu être mis en évidence : reproductible et non-reproductible. Pour les expériences reproductibles, deux évolutions différentes des distributions du soluté ont été mises en évidence. Pour l'une, le panache se propage sous la forme d'un seul doigt tandis que, pour l'autre, il digite pour former deux doigts quasiment symétriques. Une analyse, à l'aide des paramètres adimensionnels, de l'ensemble des résultats expérimentaux a permis d'établir un critère empirique, basé sur le rapport entre la vitesse gravitationnelle et celle à l'injection, pour prédire l'une ou l'autre de ces distributions.



## *Chapitre 4*

# **SIMULATIONS NUMÉRIQUES**

## NOMENCLATURE

$a$	Avancée du front du panache [m]
$b$	Ouverture de la cellule [m]
$C_{inj}$	Fraction massique de la solution injectée [-]
$d_{int}$	Diamètre intérieur de l'aiguille d'injection [m]
$D_{m\infty}$	Coefficient de diffusion moléculaire à dilution infinie [m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$E$	Extension horizontale maximale du panache [m]
$L_d$	Longueur moyenne des doigts [m]
$L_{dmax}$	Longueur maximale des doigts [m]
$L_{dmin}$	Longueur minimale des doigts [m]
$L_{inj}$	Largeur de la facette à concentration et débit massique imposés [m]
$p$	Pénétration maximale du panache [m]
$Pe_b$	Nombre de Péclet local [-]
$Pe_{bM}$	Nombre de Péclet local calculé avec la vitesse $V$ au point $M(x,y)$ de la cellule [-]
$P_{inj}$	Profondeur de la facette à concentration et débit massique imposés [m]
$Q_m$	Débit massique à l'injection [kg.s <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup> ]
$Q_v$	Débit volumique à l'injection [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$Sc$	Nombre de Schmidt [-]
$t$	Temps [s]
$t_v$	Temps caractéristique de la diffusion visqueuse suivant l'ouverture de la cellule $b$ [s]
$t_D$	Temps caractéristique de la diffusion moléculaire suivant l'ouverture de la cellule $b$ [s]
$V$	Vitesse de l'écoulement au point $M(x,y)$ de la cellule [m.s <sup>-1</sup> ]
$x$ (ou $x'$ ), $y$	Coordonnées verticale et horizontale d'un point $M$ dans la cellule [m]
$\Delta T$	Contraste de température entre le fluide injecté et le fluide ambiant [K]

## Lettres grecques

$\rho_a$	Masse volumique du fluide ambiant [kg.m <sup>-3</sup> ]
$\mu_a$	Viscosité dynamique du fluide ambiant [kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup> ]

$\Delta\rho^*$	Contraste de masse volumique entre le fluide injecté et le fluide ambiant [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$\varepsilon$	Rapport entre l'ouverture et la hauteur du canal [-]
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique de l'eau [ $\text{K}^{-1}$ ]
$\nu_a$	Viscosité cinématique du fluide ambiant [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ]

## ***Chapitre 4 - SIMULATIONS NUMÉRIQUES***

L'objectif principal de ce chapitre, axé sur la modélisation numérique, est de vérifier si les simulations peuvent reproduire les deux modes de propagation de la solution saline, *i.e.* : panache sans et avec digitation, mis en évidence pour les expériences reproductibles et décrits dans le deuxième paragraphe du chapitre précédent.

Dans la première partie du chapitre, nous présenterons les résultats numériques pour deux expériences typiques. La possibilité de juger de la conformité des simulations numériques avec les expériences en terme de caractéristiques morphologiques, nous a conduit à analyser les influences : (i) de la valeur de la diffusion moléculaire ou (ii) de la manière de modéliser les conditions d'injection, sur les distributions numériques du soluté.

La structure des panaches numériques et expérimentaux exprimée en termes de distributions de concentration est analysée dans la seconde partie. Les simulations peuvent être utiles afin d'évaluer l'importance de certains effets physiques qui ne sont pas inclus dans le modèle numérique mais qui peuvent être présents dans le système réel considéré. Ainsi, dans notre cas, les mécanismes de transport du soluté relevant du régime III (Cf. chapitre 2-§5) n'étant pas pris en compte dans la modélisation, le niveau de concordance entre les prédictions numériques et les observations expérimentales peut fournir une indication de leurs importances dans la propagation du soluté. En utilisant la même démarche, l'influence des mécanismes hydrodispersifs du régime II sur l'évolution du panache ont été également analysée en ne prenant en compte que la diffusion moléculaire dans le tenseur de "dispersion".

Les expériences ont révélés que la digitation du panache peut être asymétrique. Pour déterminer les mécanismes susceptibles de provoquer la dissymétrie du panache, les conditions sur la perméabilité à modéliser pour obtenir une dynamique du panache similaire à celle obtenue expérimentalement ont été déterminées et sont exposées dans la dernière partie de ce chapitre. Pour terminer ce chapitre, les résultats numériques et expérimentaux de l'infiltration d'une solution saline dans un milieu présentant un contraste de perméabilité (ratio de 4) seront présentés.

## 1 CARACTERISATION NUMERIQUE D'UN PANACHE AVEC ET SANS DIGITATION

Il s'agit dans ce paragraphe de mettre en évidence si les simulations numériques peuvent prédire, suivant les conditions d'injection, une distribution du soluté avec et sans digitation.

Pour cela, les évolutions de la solution saline dans la cellule de Hele-Shaw pour un débit d'injection  $Q_v$  de 1 ml/h et pour des fractions massiques  $C_{inj}$  de 0.05 % (expérience A3) et 0.2 % (expérience C2) ont été modélisées. En effet, pour  $C_{inj} = 0.2$  %, les résultats expérimentaux indiquent que le panache ne présente pas de digitation tandis que pour  $C_{inj} = 0.05$  %, le panache digite pour former deux "branches".

Le maillage du domaine d'étude est similaire à celui utilisé pour les simulations concernant la solution colorée (Cf. chapitre 3-§1.1). Du fait d'une plus ample pénétration du panache, seule la discrétisation suivant l'axe vertical  $x$  diffère afin d'étendre la finesse du maillage vers le bas de la cellule : 120 x 0.05 cm (pour  $0 \leq x \leq 6$  cm), 90 x 0.1 cm (pour  $6 \leq x \leq 15$  cm) et 30 x 0.5 cm (pour  $15 \leq x \leq 30$  cm). Le nombre d'éléments rectangulaires est alors de 23 743, soient 24 100 nœuds et 47 842 facettes. Les valeurs des paramètres du fluide ambiant et du milieu poreux sont identiques. Les conditions aux limites restent inchangées excepté pour le contraste de densité  $\Delta\rho^*/\rho_a$  et le débit massique  $q_m$  imposés :

- pour  $C_{inj} = 0.05$  % :  $\Delta\rho^*/\rho_a = 4.02 \cdot 10^{-4}$  et  $q_m = 0.5548 \text{ kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ,
- pour  $C_{inj} = 0.2$  % :  $\Delta\rho^*/\rho_a = 15.40 \cdot 10^{-4}$  et  $q_m = 0.5554 \cdot 10^{-3} \text{ kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$ .

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques, pour un panache avec digitation, portera sur les critères suivants (figure 1) :

- La longueur moyenne des doigts  $L_d$  : distance verticale moyenne entre le creux C des deux doigts et leurs sommets  $S_{max}$  et  $S_{min}$ . Les appellations des deux sommets sont distincts dans la mesure où leur élévation peut ne pas être identique.
- La pénétration  $p$  : distance verticale entre la source d'injection et le sommet  $S_{max}$ .
- L'extension horizontale  $E$  : étendue horizontale maximale du panache.

- L'avancée  $a$  : distance verticale entre la source et le creux C des deux doigts.

Pour un panache sans digitation, la comparaison portera uniquement sur l'extension  $E$  et la pénétration  $p$  du panache. Les distances sont calculées par rapport au niveau de concentration réduite égale à 0.1.

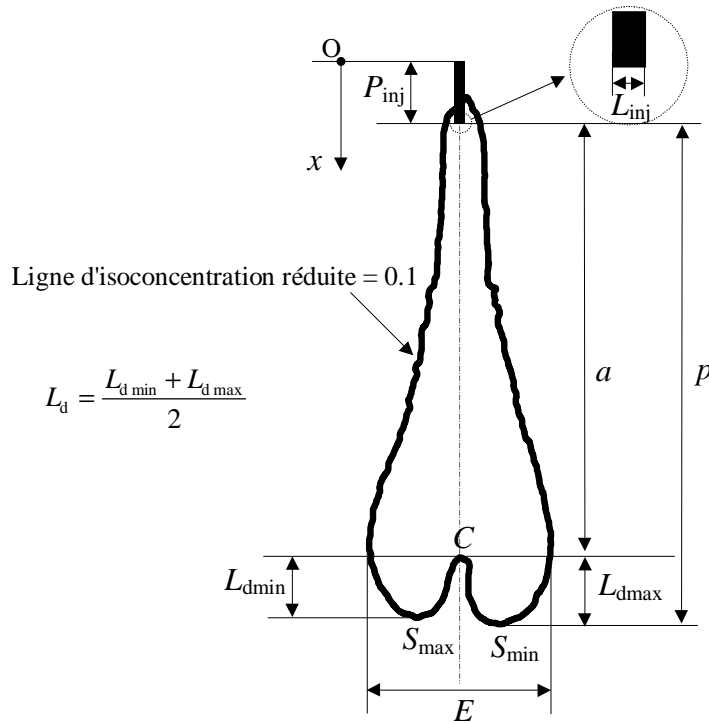


Figure 1. Définitions des caractéristiques morphologiques d'un panache et des conditions d'injection

### 1.1 Panache avec digitation

Les résultats numériques et expérimentaux pour  $C_{inj} = 0.05\%$  sont présentés sur la figure 2a1 et 2c en terme de lignes d'isocentration réduite égale à 0.1 aux temps  $t = 4, 10, 16, 22$  et  $28$  min.

D'un point de vue qualitatif, la solution numérique indique que le panache se déforme progressivement pour former finalement deux branches (ou doigts) de part et d'autre de l'axe  $y = 9$  cm. Cependant la déformation du front, observable sur les figures par une ondulation de la ligne d'isoconcentration 0.1, ne se produit pas au même temps. Numériquement, elle apparaît à  $t = 10 \pm 0.5$  min tandis qu'expérimentalement elle apparaît à  $t = 16 \pm 2$  min. Ceci se

traduit ensuite par une évolution spatio-temporelle du panache simulé différente de celle obtenue expérimentalement. Ainsi du point de vue numérique, la longueur moyenne des doigts  $L_d$  aussi bien que l'extension horizontale maximale  $E$  sont surestimées tandis que la pénétration  $p$  est sous-estimée. Les différences relatives correspondantes sont de 55.5 %, 7.4 % et 13.7 % à  $t = 28$  min (tableau 1).

Il faut noter qu'expérimentalement, une asymétrie de la digitation est observable avec, néanmoins, une différence relative de longueur des doigts peu élevée, *i.e.* :  $(L_{dmax} - L_{dmin})/L_{dmin} = 8.5$  % à  $t = 28$  min tandis que numériquement, la distribution du soluté est symétrique ( $L_{dmax} = L_{dmin}$ ).

Les panaches présentant des morphologies différentes, essentiellement en terme de longueur moyenne des doigts  $L_d$ , la comparaison quantitative des distributions spatio-temporelles de concentration est délicate. Pour ses raisons, une étude de sensibilité de la solution numérique en fonction de différents paramètres a été réalisée.

- *Influence du coefficient de diffusion moléculaire*

Dans un premier temps, plusieurs simulations ont été menées avec différentes valeurs du coefficient de diffusion moléculaire  $D_{m\infty}$ . Pour des valeurs de  $D_{m\infty}$  supérieures à  $1.5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , les solutions affichent un retard dans l'apparition de la digitation par rapport au cas initial. Par exemple, pour  $D_{m\infty} = 2.4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , l'ondulation de la ligne d'isoconcentration 0.1 n'est plus apparente à  $t = 10$  min (figure 2a2) et la chronologie de la digitation se rapproche de celle obtenue expérimentalement. En outre, la différence relative des longueurs moyennes des doigts  $L_d$  diminue : 2.7 % au lieu de 55.5 % à  $t = 28$  min (tableau 1). En contrepartie, celles concernant l'extension  $E$  et la pénétration  $p$  augmentent, soient respectivement : 18.5 % au lieu de 7.4 % et 15.6 % au lieu de 13.7 % à  $t = 28$  min. Par conséquent, la modification de la diffusion moléculaire ne semble pas apporter une amélioration sur la qualité des prédictions numériques vis-à-vis des résultats expérimentaux, excepté pour celles ayant trait à la chronologie de la digitation et à la longueur moyenne des doigts  $L_d$ .

- *Influence des conditions d'injection*

Dans un second temps, notre attention s'est portée sur la façon de modéliser les conditions d'injection. Pour les simulations précédentes, la géométrie du domaine maillé au niveau de l'injection et la largeur de la facette d'injection prend en compte rigoureusement les caractéristiques dimensionnelles de l'aiguille et sa position dans le système expérimental (Cf. chapitre 3-§1.1). L'utilisation des équations (100) et (93) du chapitre 2 suppose alors implicitement que le profil des vitesses soit parabolique et que la concentration soit constante suivant l'ouverture du canal à la sortie de l'aiguille. Or les temps pour l'établissement du profil parabolique des vitesses et pour avoir une concentration constante dans le système réelle sont, respectivement, de l'ordre de :

$$t_v = \frac{b^2}{\nu_a} \text{ et } t_D = \frac{b^2}{D_{m\infty}} \quad (1,2)$$

avec  $\nu_a = \mu_a / \rho_a$  la viscosité dynamique [ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ].  $t_v$  et  $t_D$  représentent les temps caractéristiques de dissipation visqueuse et de diffusion moléculaire suivant l'ouverture de la cellule. Le nombre de Schmidt  $Sc = t_D / t_v$  étant de l'ordre de 1000, la durée d'établissement d'un profil parabolique des vitesses est négligeable devant celle de la concentration. Par conséquent, en ne prenant en compte que le phénomène de diffusion et en supposant un écoulement radial autour d'une source ponctuelle, la zone transitoire peut être assimilée à un disque de rayon d'environ 1.3 mm. Sous ces conditions, l'injection de la solution saline a été numériquement réalisée à l'aide d'une source virtuelle placée à 1.5 mm en dessous de la source réelle, i.e. :  $P_{inj} = 1.0$  cm. Par contre, afin de déterminer sa largeur  $L_{inj}$ , plusieurs simulations ont été réalisées.

Pour des valeurs de  $L_{inj}$  supérieures à  $d_{int} = 0.25$  mm, les solutions affichent un retard dans l'apparition de la digitation par rapport au cas initial. Ce retard est d'autant plus important que  $L_{inj}$  est élevée. D'ailleurs, une forte sensibilité de la solution à ce paramètre a été constatée puisque, pour une variation relative de 2.2 % de  $L_{inj}$  (de 0.45 mm à 0.46 mm), on a constaté une variation de la longueur des doigts  $L_d$  de 12.5 % à  $t = 28$  min (figure 2b1-2). Pour  $L_{inj} = 0.46$  mm, la chronologie de la digitation est la plus proche de celle obtenue expérimentalement. En effet, les déformations du front, remarquables par l'ondulation de la ligne d'isoconcentration 0.1, se produisent au même temps  $t = 16$  mm (+/- 0.5 mm num. et +/-



2mm exp.). Outre une bonne concordance temporelle de la digitation, les caractéristiques morphologiques sont également semblables. Les différences relatives de longueur  $L_d$ , d'extension  $E$  et de pénétration  $p$  sont, respectivement : 2.8 %, 1.8 % et 12.5 % à  $t = 28$  min. Cette valeur de  $L_{inj} = 0.46$  min, avec  $P_{inj} = 1$  cm, a donc été retenue pour réaliser les autres simulations numériques.

Diff. relative	$C_{inj} = 0.05\%$ et $Q_v = 1$ ml/h			
	$P_{inj} = 0.85$ cm $L_{inj} = 0.25$ mm $D_{m\infty} = 1.5 \cdot 10^{-9}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	$P_{inj} = 0.85$ cm $L_{inj} = 0.25$ mm $D_{m\infty} = 2.4 \cdot 10^{-9}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	$P_{inj} = 1.0$ cm $L_{inj} = 0.45$ mm $D_{m\infty} = 1.5 \cdot 10^{-9}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	$P_{inj} = 1.0$ cm $L_{inj} = 0.46$ mm $D_{m\infty} = 1.5 \cdot 10^{-9}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
$\Delta p/p$ (%)	-13.7	-15.6	-12.5	-12.5
$\Delta L_d/L_d$ (%)	+55.5	+2.7	+11.1	-2.8
$\Delta E/E$ (%)	+7.4	+18.5	+3.7	+1.8

**Tableau 1. Différences relatives entre les caractéristiques morphologiques (figure 1) des panaches numériques et expérimental à  $t = 28$  min**

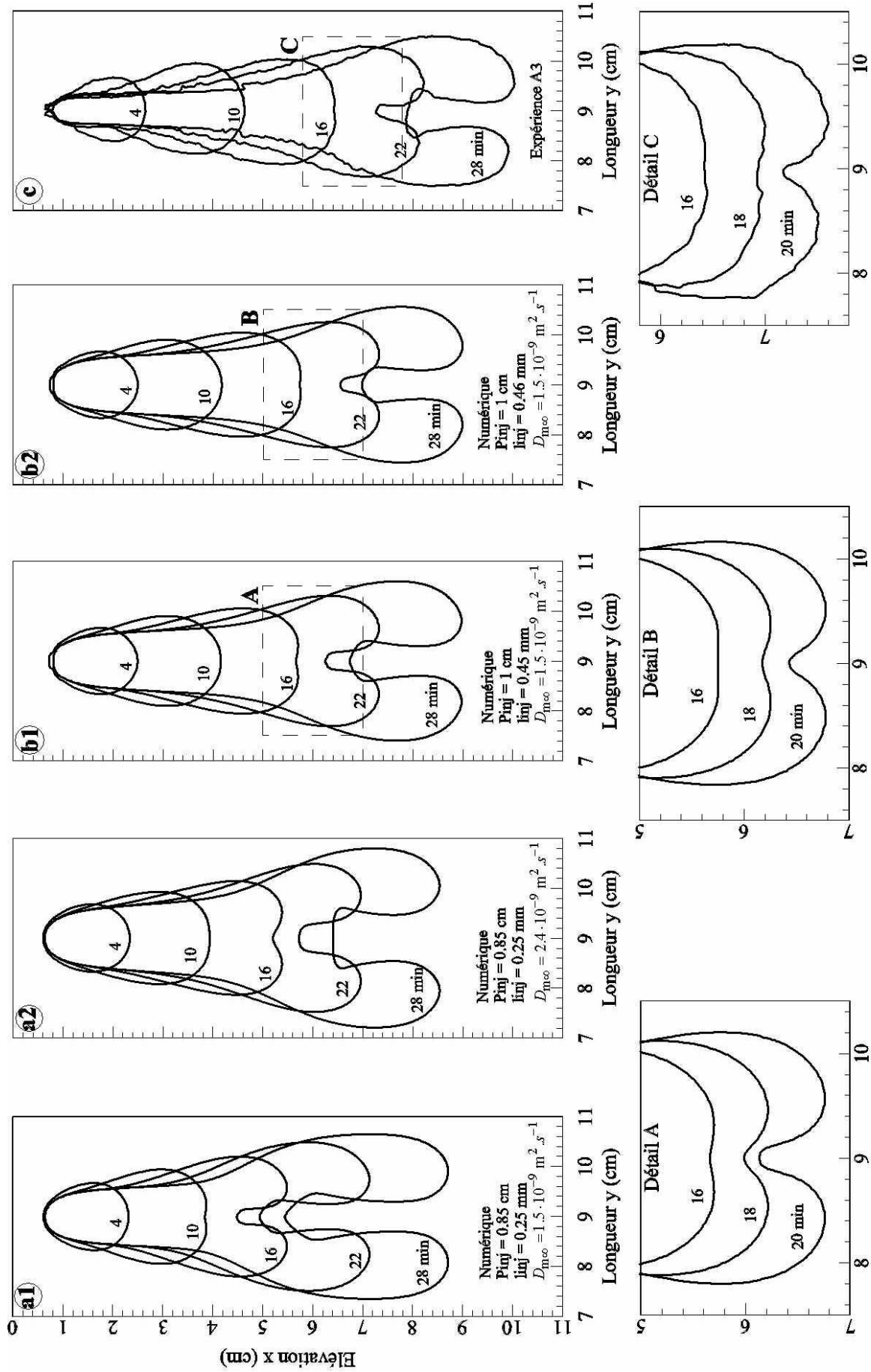


Figure 2. Résultats numériques (a1-2, b1-2) et expérimentaux (c) en termes de lignes d'isoconcentration 0.1 (Cinj = 0.05 % et Qv = 1.0 ml/h)

## 1.2 Panache sans digitation

Les résultats numériques et expérimentaux pour  $C_{inj} = 0.2 \%$  sont présentés sur la figure 3a et 3b en terme de lignes d'isocentration réduite égale à 0.1 aux temps  $t = 4, 10, 15$  min.

L'augmentation du contraste de masse volumique entre la solution injecté et le fluide ambiant conduit à une propagation du soluté sous la forme d'un panache sans digitation. Au niveau de l'évolution temporelle de la morphologie du panache, les prédictions concernant son extension horizontale maximale  $E$  semblent être en accord avec la distribution expérimentale. Ainsi, la différence relative d'extension horizontale  $E$  est de 7.7 % à  $t = 15$  min (tableau 2). Cependant, pour ce même temps, les prédictions pour la pénétration  $p$  du panache sont moins bonnes : la différence relative est de 11.6 %. Concernant cette dernière caractéristique, il est important de noter que pour  $C_{inj} = 0.2 \%$ , les prédictions la surestiment (+11.6 %) tandis que pour  $C_{inj} = 0.05 \%$ , elles la sous-estiment (-12.5%). Bien que ces tendances soient opposées, les différences relatives correspondantes sont du même ordre de grandeur.

Diff. relative	$C_{inj} = 0.2 \%$ et $Q_v = 1$ ml/h
	$P_{inj} = 1.0$ cm $L_{inj} = 0.46$ mm $D_{m\infty} = 1.5 \cdot 10^{-9}$ m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
$\Delta p/p$ ou $\Delta a/a$ (%)	+11.6
$\Delta L_d/L_d$ (%)	-
$\Delta E/E$ (%)	-7.7

**Tableau 2. Différences relatives entre les caractéristiques morphologiques des panaches numérique et expérimental à  $t = 28$  min**

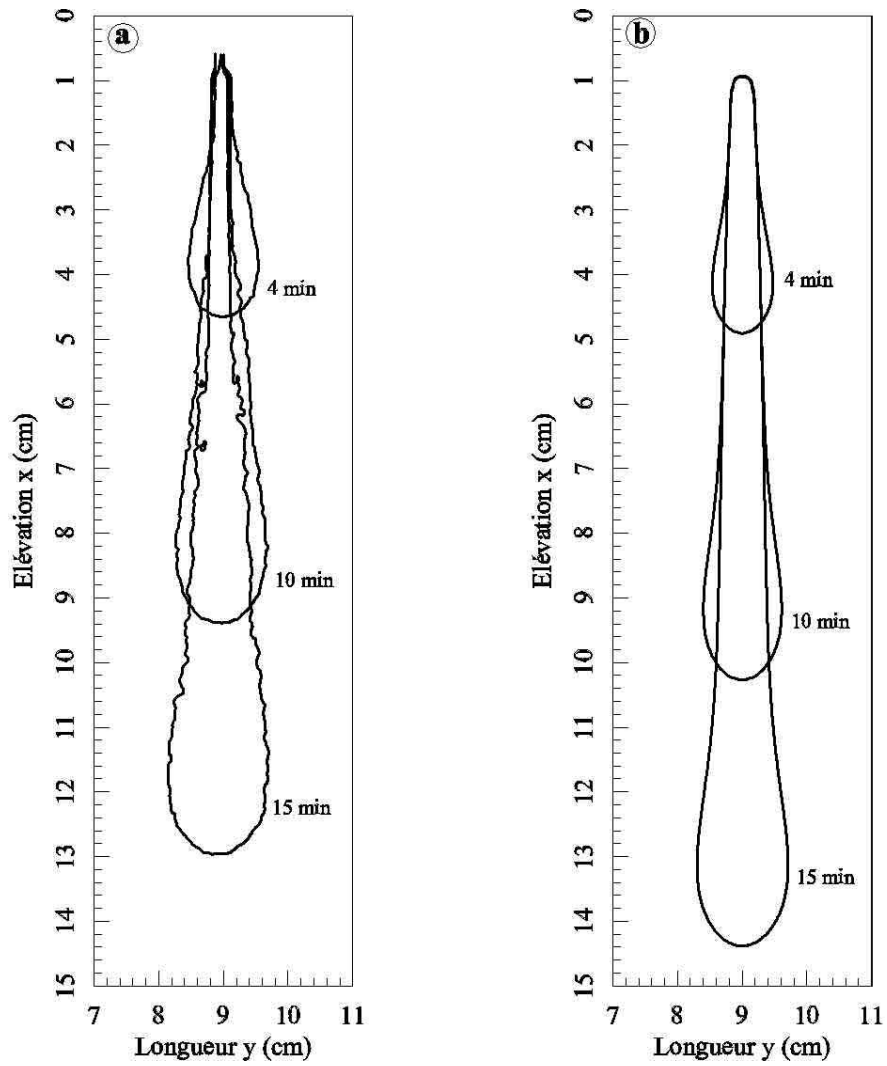


Figure 3. Résultats expérimentaux (a-expérience C2) et numériques (b) en terme de lignes d'isoconcentration 0.1 pour  $C_{inj} = 0.2 \%$  et  $Q_v = 1 \text{ ml/h}$

## 2 ANALYSE DES RESULTATS NUMERIQUES

### 2.1 Distributions spatio-temporelle des concentrations

L'analyse précédente montre une cohérence relativement bonne entre les prédictions numériques et les résultats expérimentaux concernant aussi bien la configuration de la zone de

mélange que ses caractéristiques comme l'extension latérale  $E$ , la longueur des doigts  $L_d$  ou encore la chronologie de la digitation si c'est la cas. Par contre, les solutions numériques affichent des pénétrations  $p$  sensiblement différentes de celles des résultats expérimentaux.

En tenant compte alors de cette différence de pénétration, il était alors envisageable de poursuivre cette étude en analysant la structure des panaches du point de vue des distributions, numériques et expérimentales, de concentration.

- *Panache avec digitation*

A partir des champs de concentration numériques et expérimentales, nous avons tracé les profils de concentration suivant l'axe de l'aiguille d'injection  $y = 9$  cm à  $t = 10, 16, 22$  et  $28$  min pour  $C_{inj} = 0.05$  % (figure 4a). Globalement, les solutions numériques permettent de recouvrir deux tendances de l'évolution des fronts de concentration expérimentaux lors de la digitation des panaches, à savoir : un raidissement de ces fronts et une diminution de la vitesse de leur avancée. En outre, concernant ces deux tendances, on constate que :

- (i) Les prédictions numériques concernant la largeur de ces fronts, définie par les concentrations réduites comprises entre 0.8 et 0.2, sont meilleurs après digitation : la différence relative de largeur passe de 58.3 % au temps  $t = 10$  min (avant digitation) à 20 % au temps  $t = 28$  min (après digitation).
- (ii) Les profils numériques illustrent une avancée  $a$  du front sous-estimée. Néanmoins, les différences relatives restent inférieures à 12.8 % (valeur à  $t = 28$  min).
- (iii) L'écart entre les avancées numérique et expérimentale du front n'est pas constant au cours du temps. Ceci indiquent une différence de vitesse de propagation des fronts expérimental et numérique. Ainsi, par exemple, la différence relative de vitesse moyenne, entre  $t = 10$  et  $t = 16$  min, est de 11.1 %.

Concernant ce dernier point, l'ordre de grandeur des vitesses est celui de la vitesse gravitationnelle  $V_g = kg\Delta\rho^*/\mu_a$  (Cf. chapitre 2-§2). Par conséquent, cette différence de vitesse de propagation des fronts peut être due à une erreur sur la perméabilité et/ou sur le contraste de masse volumique. Une variation de l'ouverture  $b$  de la cellule (Cf. chapitre 1§-2.1) peut être à l'origine d'une variation de la perméabilité tandis que deux facteurs

principaux sont susceptibles de provoquer une variation du contraste de masse volumique  $\Delta\rho^*$  entre la solution saline colorée et l'eau distillée :

(i) Une erreur sur la mesure de la masse de sel lors de la préparation de la solution saline. Néanmoins, l'incertitude relative sur cette mesure est faible : de l'ordre de 1 %.

(ii) Une différence de température  $\Delta T$  entre la solution injectée et l'eau distillée. Ainsi, à titre indicatif, une incertitude relative de 10 % sur le contraste de masse volumique (et donc sur la vitesse de propagation des fronts) peut être causée par une différence de température  $\Delta T = 10\% \frac{1}{\beta} \frac{\Delta\rho^*}{\rho_a} \approx 0.2^\circ \text{K}$ , où  $\beta = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$  représente le coefficient d'expansion thermique de l'eau.

Bien que toutes les précautions aient été prises en contrôlant les températures du fluide ambiant et de la solution injectée, cette faible différence  $\Delta T$  laisse suggérer qu'elle peut être à l'origine de la différence de vitesse constatée.

Puisque l'avancée expérimentale  $a$  du front est différente de celle obtenue numériquement, il semble délicat de comparer les distributions pour la même élévation  $x$ . Par conséquent, l'analyse est poursuivie en faisant coïncider, au temps  $t = 16 \pm 0.5$  min correspondant à l'apparition de la digitation, les avancées numérique et expérimentale des fronts des panaches. Ceci implique une translation des résultats numériques selon l'axe positif des  $x$  d'environ  $\Delta x = 0.675$  cm (figure 4b1). Ainsi, afin de faciliter la compréhension de nos discussions, considérons un nouveau repère  $Ox'$  dont l'origine correspond à  $x - 5.75$  cm pour la solution numérique et  $x - 6.425$  cm pour la solution expérimentale. Sous ces considérations, les différences relatives d'avancée du front deviennent de 1.5 % à  $t = 22$  min (figure 4b2) et de 4.1 % à  $t = 28$  min (figure 4b3). Ces faibles différences laissent suggérer que pour  $t > 16$  min, une comparaison directe des distributions expérimentales et numériques de la concentration est alors possible (figure 5).

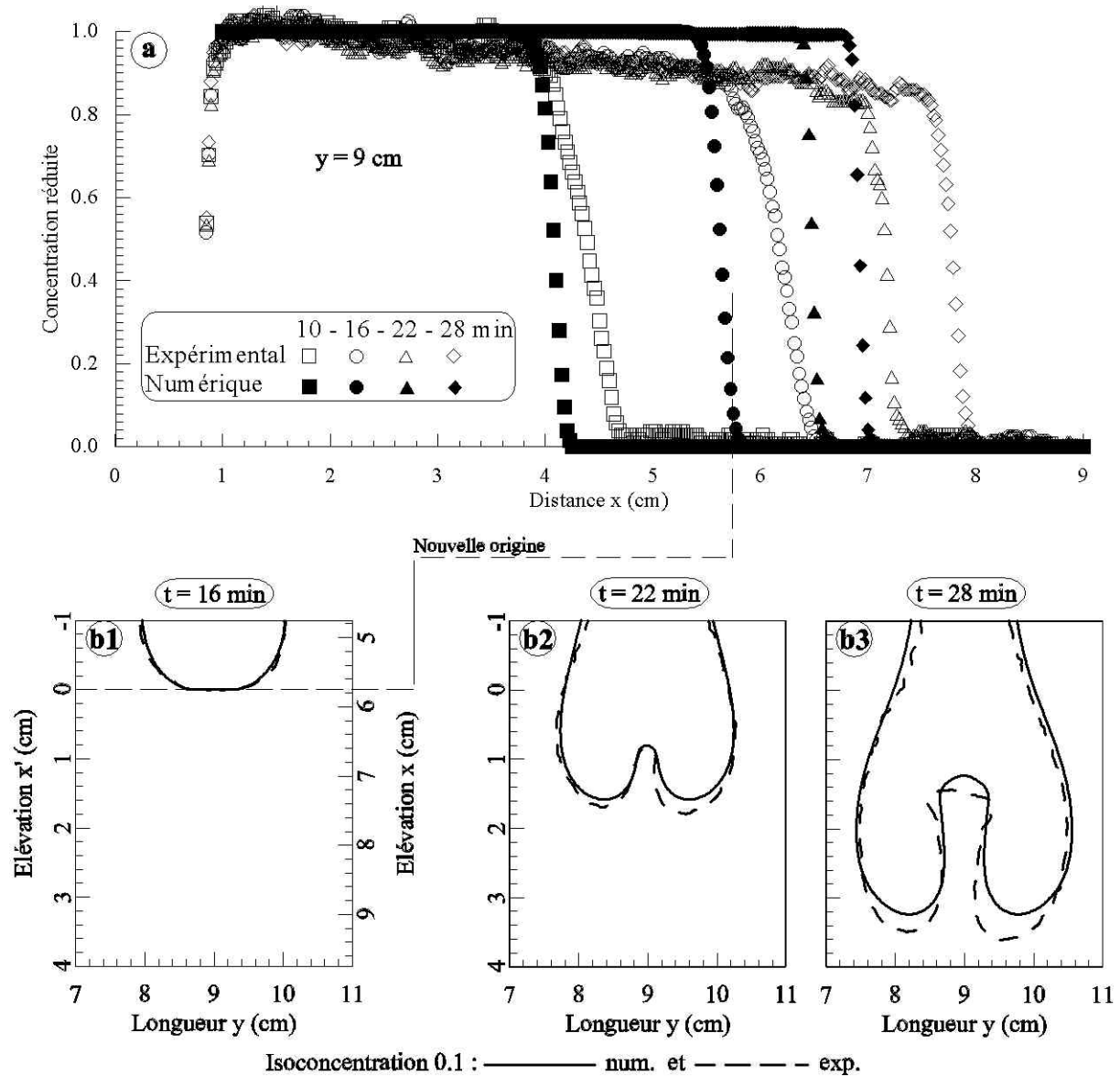


Figure 4. Distributions axiales de la concentration réduite (a) et lignes d'isoconcentration 0.1 (b1-3) pour  $C_{ij} = 0.05\%$  et  $Q_v = 1\text{ ml/h}$

Cette comparaison, réalisée dans la partie inférieure du panache, porte sur les distributions des concentrations aussi bien dans des sections verticales (*i.e.* :  $y = \text{cst}$ ) que dans des sections horizontales (*i.e.* :  $x = \text{cst}$ ).

L'analyse des graphiques de la figure 5 montre que :

- Du point de vue des distributions verticales selon l'axe du panache (figure 5a1-2) et des doigts (figure 5b1-2), les prédictions numériques affichent des gradients de concentration, au niveau des fronts, surestimés. En dehors de ces fronts, les variations expérimentales de la

concentration sont proches de celles obtenues expérimentalement. Néanmoins, le niveau des concentrations expérimentales est plus faible.

- Du point de vue des distributions horizontales en dehors des branches (figures 5c1-2), un décrochement, peu marqué à  $t = 22$  min (figure 5c1) et s'accroissant à  $t = 28$  min au point de former pratiquement un plateau (figure 5c2), n'est pas décliné par la solution numérique. Bien que les variations expérimentales et numériques des concentrations soient proches, la valeur maximale de la concentration expérimentale dans les sections considérées en dehors ou au niveau des branches (figure 5d1-2), est toujours inférieure à celle obtenue numériquement.

Quelle que soit les distributions horizontales ou verticales considérées, la concentration maximale, obtenue expérimentalement, est toujours inférieure à celle donnée par la solution numérique. La différence maximale, observée sur la figure 5d1, est de 25 %. Dans le paragraphe §2.2, nous tenterons d'analyser les causes de ce phénomène en analysant les champs numériques des vitesses.

En dépit de ces constatations, l'examen de l'ensemble des graphiques de la figure 5 montre que, globalement, les variations expérimentales et numériques de la concentration sont en bon accord. Ainsi, l'évolution spatio-temporelle de la concentration lors de la digitation du panache est prédite de façon satisfaisante par la solution numérique.



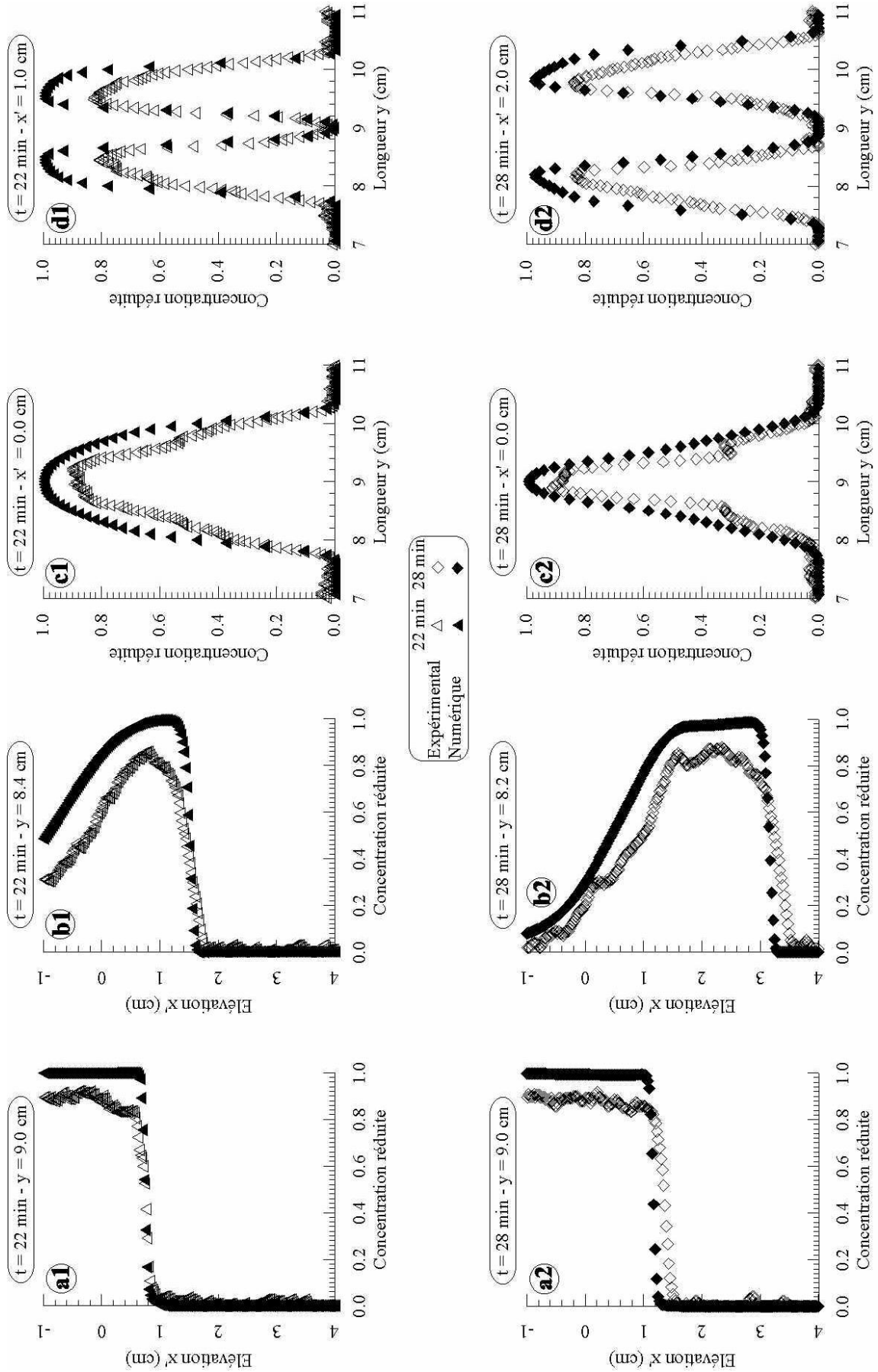


Figure 5. Distributions horizontales et verticales de la concentration réduite pour  $C_{uij} = 0.05\%$  et  $Q_v = 1$  ml/h.

- *Panache sans digitation*

Afin de caractériser numériquement et expérimentalement l'évolution de la concentration pour le panache sans digitation, nous portons, ici, notre analyse sur les résultats pour  $C_{inj} = 0.2\%$ . Les profils de concentration suivant la section verticale ( $y = 9\text{ cm}$ ) à  $t = 10$  et  $15\text{ min}$  sont représentés sur la figure 6.

Bien que, qualitativement, la concentration fournie par la solution numérique suit la même évolution que celle enregistrée expérimentalement, *i.e.* : une légère décroissance suivie d'une légère augmentation avant une forte diminution au niveau du front, d'un point de vue quantitatif, on constate de fortes différences. Contrairement aux discussions portées dans le paragraphe précédent (*i.e.* :  $C_{inj} = 0.05\%$ ), l'augmentation de la concentration conduit à une solution numérique qui présente une plus forte avancée  $a$  que celle déterminée expérimentalement. Ainsi, la différence relative de vitesse moyenne d'avancée  $a$  du front entre les deux temps considérés est de  $17.7\%$ . En outre, les concentrations à la sortie de l'aiguille ne présentent pas les mêmes valeurs. Si la concentration réduite correspondant à la solution numérique est unitaire, la concentration enregistrée expérimentalement est d'environ  $0.8$ , ce qui entraîne un gradient vertical en concentration beaucoup plus faible.

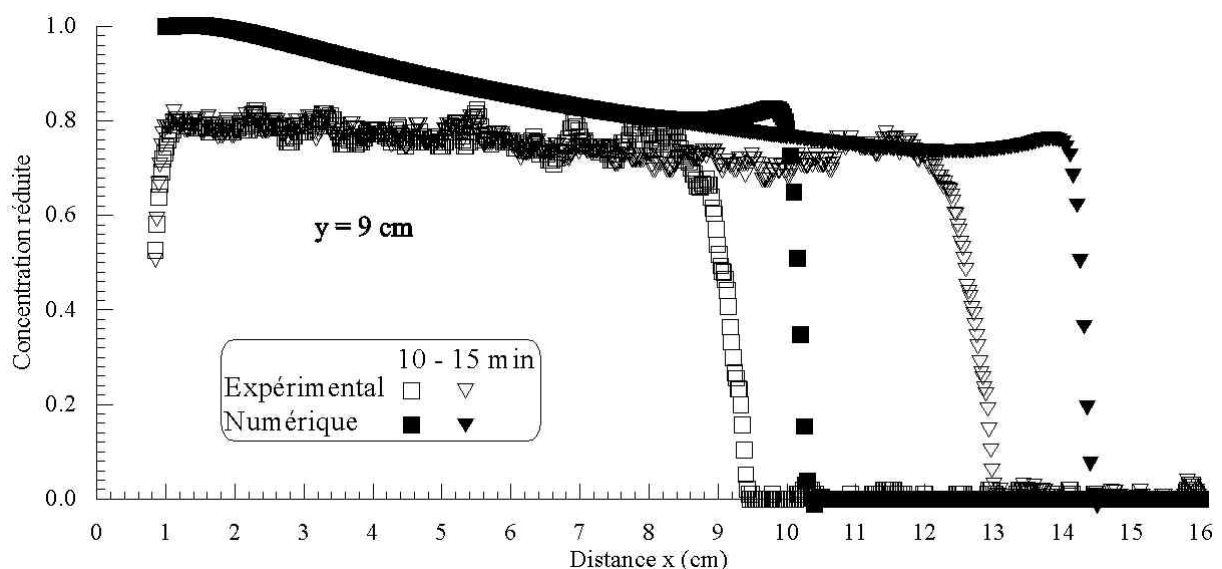


Figure 6. Distributions axiales de la concentration réduite pour  $C_{inj} = 0.2\%$  et  $Q_v = 1\text{ ml/h}$

## 2.2 Analyse des champs de vitesse et des effets diffusifs

L'étude reportée dans le paragraphe précédent montre que, pour les cas avec  $C_{inj} = 0.05$  % et  $C_{inj} = 0.2$  %, les résultats expérimentaux et numériques concordent de façon satisfaisante. Néanmoins, une analyse, portant uniquement sur la concentration, ne permet pas a priori de déterminer la nature exacte des mécanismes de transport du soluté dans la cellule. Par conséquent, on peut utiliser l'approche numérique afin de déterminer les champs des vitesses nous permettant de :

- vérifier la validité des hypothèses prises en compte dans l'approche théorique (Cf. chap. 2-§1.5),
- étudier l'influence du contraste de masse volumique sur les mécanismes de transport.

Les distributions spatiales du nombre de Péclet local  $Pe_{bM} = bV/D_{m\infty}$  (Cf. chapitre 3-§1.4.2), évalué avec la valeur de la vitesse  $V$  en tout point  $M(x,y)$ , sont représentées pour  $C_{inj} = 0.05$  % à  $t = 10, 16, 22$  et  $28$  min, respectivement, sur les graphiques a1, a2, a3 et a4 de la figure 7. Les lignes d'isoconcentration réduite 0.1 (continue) et 0.9 (discontinue) sont également tracées afin de situer les limites du panache. L'examen successif de ces quatre graphiques montre que :

- A  $t = 10$  min (figure 7a1), il existe une zone, située de part et d'autre de l'axe vertical du panache (zone hachurée sur le graphique), avec des valeurs du nombre  $Pe_{bM}$  comprises entre 20 et 200. Lors de la pénétration du panache, cette zone s'étend verticalement en conservant approximativement la même largeur (figures 7a2-4). Notons que, dans chacune des branches du panache, il existe également une telle zone s'amplifiant avec leur développement (figures 7a3-4). Théoriquement et dans notre cas, pour  $Pe_b = O(1)$  et  $Pe_b = O(1/\varepsilon) = O(600)$ , les mécanismes de transport du soluté relèvent, respectivement, des régimes II et III de dispersion. Par conséquent, dans la zone hachurée, il existe une interférence entre ces deux régimes. Cette interférence peut, a priori, être à l'origine (i) de la décroissance de la concentration suivant l'axe du panache, entre la source et le front, observée expérimentalement (figure 4a) et (ii) du niveau de concentration plus faible (figure 5). Cette décroissance n'apparaît pas sur la solution numérique du fait d'une modélisation avec des équations valides pour le régime II uniquement.

- En dehors des zones hachurées, comme les valeurs de  $Pe_{bM}$  sont inférieures à 20, *i.e.* :  $Pe_{bM} = O(1)$ , le régime II de dispersion est prépondérant devant le régime III. Ainsi, le modèle numérique, incluant les équations pour le régime II, permet de prendre en compte correctement la dispersion du soluté dans le système expérimental. Ce dernier point est corroboré par les prédictions numériques relativement bonne concernant les distributions de la concentration dans les doigts ou branches.
- Aux deux cellules convectives déjà présentes avant digitation (figure 7b1-2), s'ajoutent deux autres cellules se développant progressivement lors de la propagation des branches (figure 7b3-4). Ces deux cellules, se situant entre les branches, génèrent un champ des vitesses dont l'effet est de s'opposer à l'avancée du front du panache suivant son axe de symétrie. Cela se traduit par une diminution de la vitesse d'avancée et un raidissement du front dans l'axe du panache après digitation. Ces deux phénomènes ont également été constatés expérimentalement (figure 4a - §2.1). La diminution de la vitesse d'avancée provoque une forte diminution du  $Pe_{bM}$  entre les branches (figures 7a3-4).

Les distributions de  $Pe_{bM}$  pour  $C_{inj} = 0.2 \%$  sont représentées à  $t = 10$  et  $t = 15$  min, respectivement, sur les graphiques a1 et a2 de la figure 8 en utilisant le même type de représentation graphique que la figure 7. L'augmentation du contraste de masse volumique provoque une augmentation des vitesses au sein du panache (figure 8b1-2) de telle sorte que la zone hachurée recouvre quasiment tout le panache. Par conséquent, en supposant que les champs des vitesses pour le système expérimental soit proche de ceux obtenus numériquement, les mécanismes de transport du soluté dans la cellule relève uniquement de l'interférence des régimes II et III de dispersion. Ce dernier point peut être à l'origine du non recouvrement des fronts des panaches numérique et expérimental (figure 6).

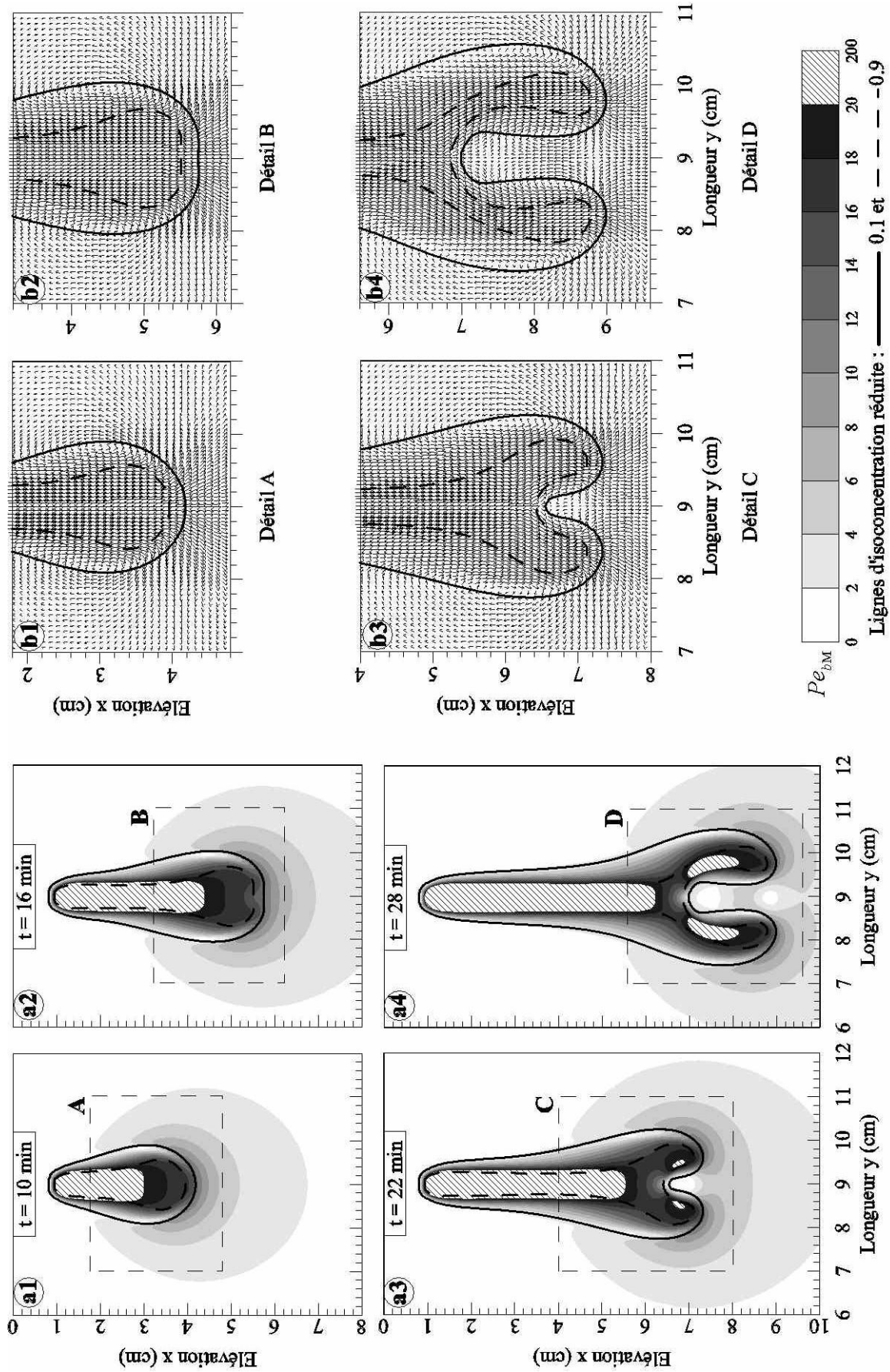


Figure 7. Distributions du nombre de Péclet local (a1-4) et champs de vitesse (b1-4) pour  $C_{inj} = 0.05\%$  et  $Q_v = 1\text{ ml/h}$

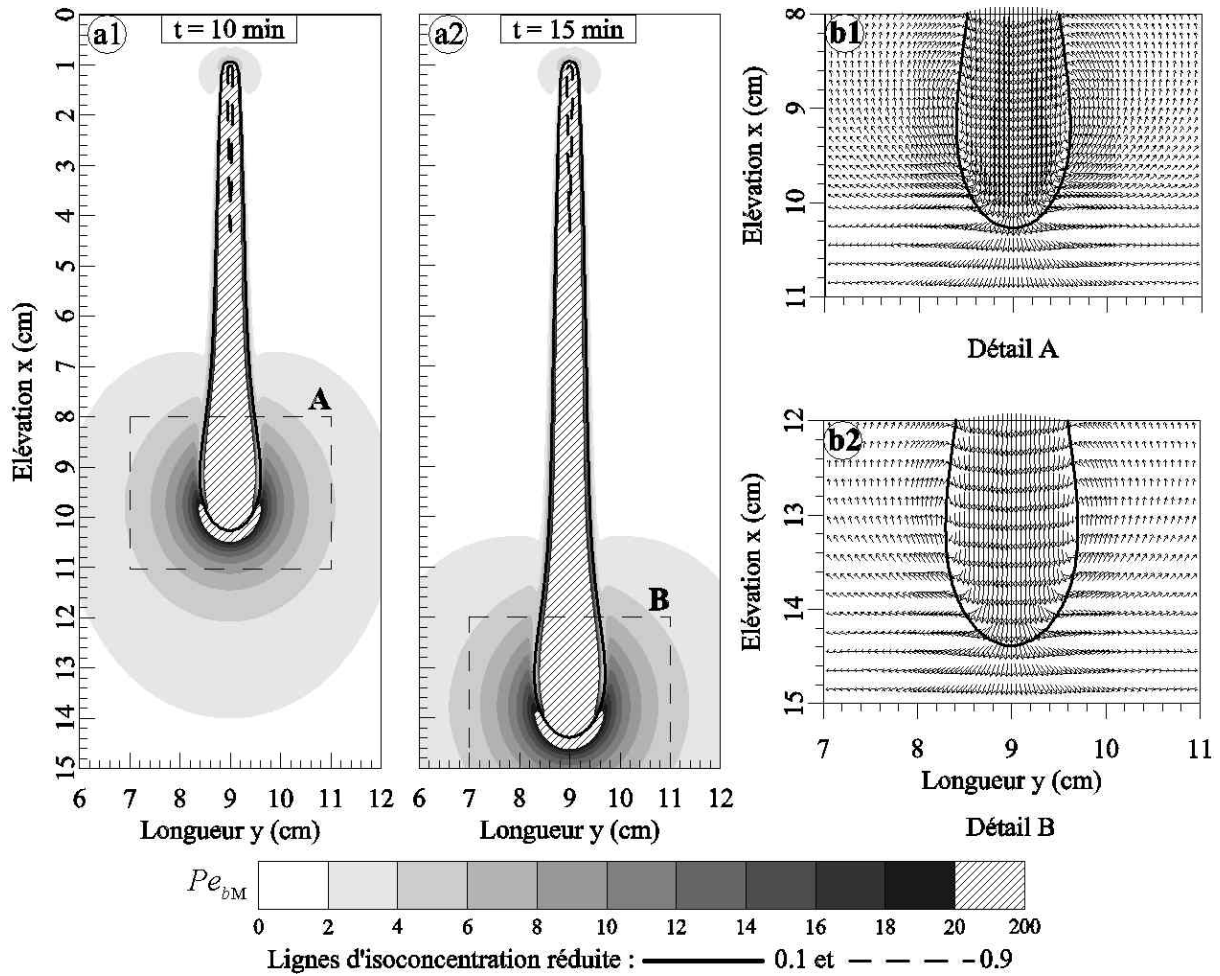


Figure 8. Distributions du nombre de Péclet local (a1-2) et champs de vitesse pour  $C_{inj} = 0.2\%$  et  $Q_v = 1\text{ ml/h}$

### 2.3 Sensibilité des solutions numériques aux régimes de dispersion

L'analyse du paragraphe précédent permet de montrer que la propagation du soluté, pour les deux cas étudiés, se fait sous les régimes II et III de dispersion. Pour  $C_{inj} = 0.05\%$ , l'interférence avec le régime III est davantage marquée à l'intérieur du panache tandis que les mécanismes de dispersion au niveau de son front relèvent essentiellement du régime II. De ce fait, lors de la digitation du front du panache, la dispersion du soluté est régie à la fois par la diffusion macroscopique et la dispersion hydrodynamique. Néanmoins, il est a priori difficile d'estimer l'influence de l'une et/ou de l'autre sur le processus de digitation. Par conséquent, d'autres simulations numériques ont été réalisées en ne prenant en compte que la diffusion

macroscopique dans le tenseur de dispersion, soit le "régime I" de dispersion (Cf. chapitre 2-§1.5).

Pour la fraction massique  $C_{inj} = 0.05 \%$  et le régime I de dispersion, les résultats numériques sont représentés sur les figures 9a1-2 en terme de ligne d'isoconcentration réduite égale à 0.1 du panache aux temps  $t = 4, 10, 16, 22$  et  $28$  min. Les lignes d'isoconcentration (en discontinues) obtenues pour le régime II sont également reportées sur cette figure.

L'analyse de cette figure montre que l'apparition de la digitation est fortement liée aux effets induits par le terme dispersif. En effet, si l'analyse est portée sur la même isoconcentration de 0.1, on constate que, pendant les premières minutes ( $t < 4$  min), les résultats numériques obtenus avec ou sans le terme dispersif sont quasiment identiques. Par contre, pour  $t > 4$  min, l'isoconcentration de 0.1 correspondant à la simulation menée en régime I de dispersion subit une forte déformation qui s'atténue au cours du temps pour aboutir finalement à un seul doigt. Au cours de ce processus, les déformations latérales et symétriques par rapport à l'axe du panache avortent. La propagation sous la forme d'un seul doigt implique une augmentation de la pénétration  $p$  et une diminution de l'extension horizontale maximale  $E$  du panache. Les différences relatives correspondantes peuvent être estimées à 17.9 % et 41.9 % à  $t = 28$  min. Les champs des vitesses de l'écoulement pour chacun des régimes présentent des structures radicalement différentes. Tandis que, pour le régime II, quatre cellules convectives ont été mises en évidence (figure 7b4), la propagation du panache, pour le régime I, est assurée uniquement par deux cellules en dépit de la déformation de son front (figure 9a3-4). Il apparaît donc clairement que, pour les conditions envisagées ici, le type de régime de dispersion est un facteur prédominant pour l'évolution des distributions du soluté.

En utilisant le même type de représentation graphique que celui de la figure 9a1, les solutions numériques pour les régimes I et II avec un fraction massique  $C_{inj} = 0.2 \%$  sont reportées sur la figure 9b. D'un point de vue qualitatif, les résultats montrent que les évolutions du panache pour les deux régimes sont comparables contrairement au cas précédent. En effet, chacun des panaches se présente sous la forme d'un seul doigt. En revanche, la configuration du panache comparée à celle obtenue pour le régime II, présente une diminution de son extension horizontale maximale  $E$  s'accompagnant d'une augmentation de la pénétration  $p$ . Ainsi, les différences relatives correspondantes à  $t = 10$  min sont de 37.5

% et 20.3 %. L'amplitude de ces différences indiquent que l'élimination du terme hydrodispersif dans le tenseur de dispersion affecte, de façon non négligeable, la morphologie et la dynamique du panache.

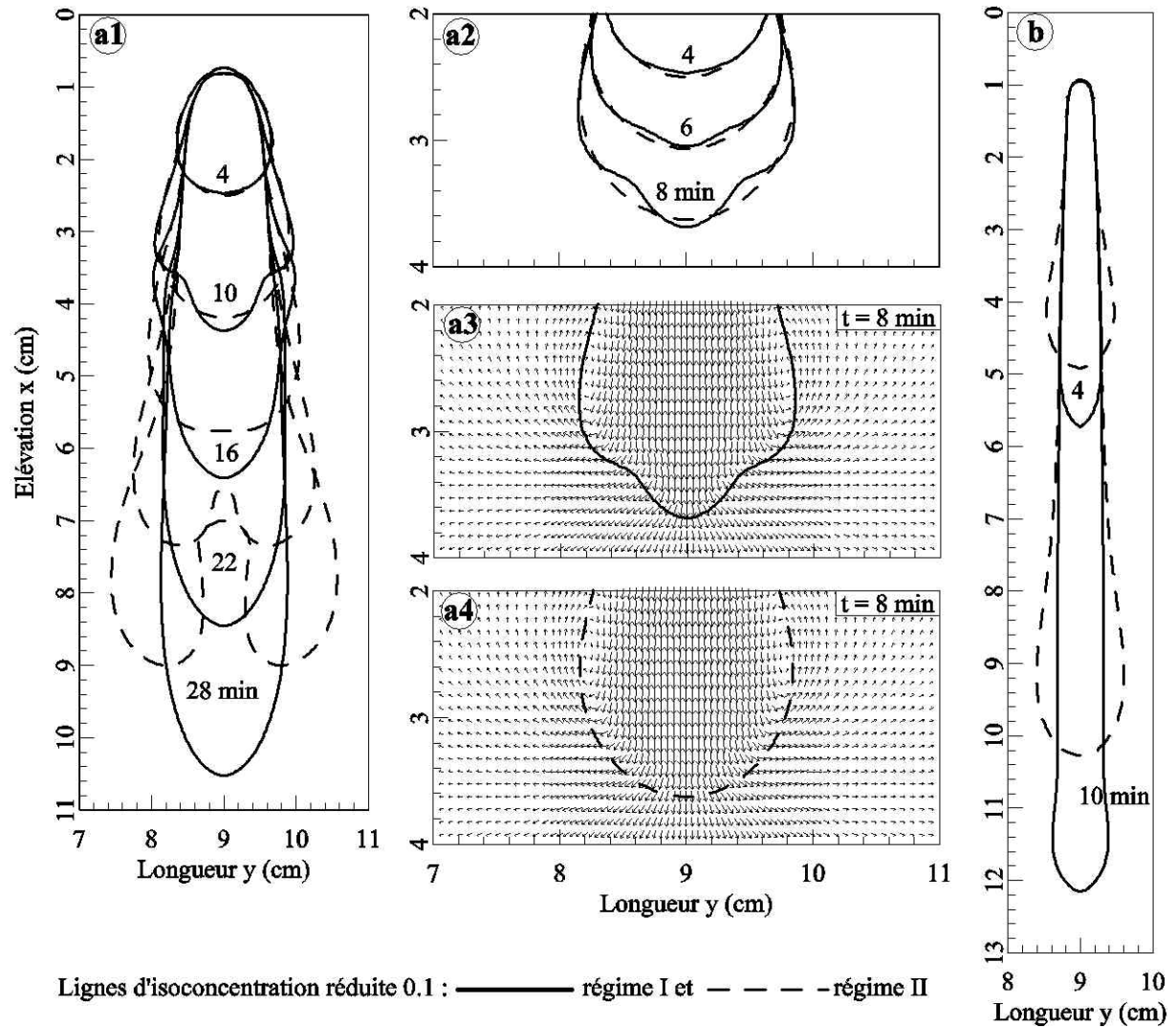


Figure 9. Influence des régimes I et II de dispersion sur la propagation du panache pour  $C_{inj} = 0.05\%$  (a1-4)  $C_{inj} = 0.2\%$  (b) avec  $Q_v = 1\text{ml/h}$



### 3 INFLUENCE D'UNE VARIATION DE LA PERMÉABILITÉ

#### 3.1 Variations aléatoires de la perméabilité

Exceptée l'expérience G2, il a été mis en évidence que l'ensemble des expériences, dont les conditions sont reportées dans le tableau 1 du chapitre 3, étaient reproductibles. Cependant, pour les expériences présentant des digitations, une certaine dissymétrie sur le développement de la zone de mélange au niveau de ces digitations a été observée. Dans ce paragraphe, on se propose au moyen de l'approche numérique d'expliquer ce phénomène, a priori, inattendu. Pour cette étude, les conditions sur la fraction massique  $C_{inj} = 0.05 \%$  et le débit volumique  $Q_v = 1 \text{ ml/h}$  de la solution injectée prises en compte pour les modèles numérique et expérimental correspondent à celles déjà envisagées dans les paragraphes précédents. Il sera alors possible de se référer à l'étude de la situation où le panache est symétrique.

Les résultats expérimentaux avec un panache non symétrique sont présentés sur la figure 10b en terme de lignes d'isoconcentration réduite égale à 0.1 des zones de mélange aux temps  $t = 4, 10, 16, 22$  et  $28 \text{ min}$ . Tandis que, pour  $t = 4$  et  $10 \text{ min}$ , le panache est quasiment symétrique et comparable à celui du cas étudié précédemment (figure 2c). Pour  $t \geq 16 \text{ min}$ , l'ondulation du front du panache se développe de façon non symétrique (figure 10b). L'asymétrie de cette ondulation qui se développe au cours du temps afin de former deux doigts dont les propagations sont complètement différentes. Ainsi, pour  $t = 28 \text{ min}$ , la différence relative de longueur des doigts  $(L_{dmax} - L_{dmin})/L_{dmin}$  atteint  $75 \%$ . Rappelons que pour le cas du panache quasiment symétrique, étudié précédemment (Cf. §1.1), cette différence s'élevait à  $8.5 \%$  pour le même temps. Concernant l'extension horizontale maximale  $E$  et la pénétration  $p$ , par rapport à celles du panache quasiment symétrique, les différences relatives correspondantes sont de  $7.4\%$  et  $5.6\%$  à  $t = 28 \text{ min}$ . Ces comparaisons montrent que l'asymétrie de l'ondulation se fait ressentir essentiellement sur la différence de longueur des doigts du panache.

Il semble, expérimentalement, difficile de conclure quant aux origines de la dissymétrie du panache observée expérimentalement. En effet, un certain nombre de facteurs sont

susceptibles de perturber les écoulements étudiés. Citons, quelques hypothèses tout à fait plausibles :

- les conditions d'injection (inclinaison de l'aiguille d'injection, asymétrie du profil des vitesses de l'écoulement à la sortie de l'aiguille, ...),
- existence d'un gradient de température dans les fluides ambiant et/ou injecté,
- variations locales de la perméabilité dues à des variations de l'ouverture  $b$  du canal (tolérance dimensionnelle des cales et tolérance de planéité des plaques de verre),

Dans la mesure où les deux premiers facteurs sont, autant que possible, contrôlables lors des expériences, leur influence sur l'écoulement peut être supposée limitée. Bien que la qualité de la réalisation des plaques et des cales soit exceptionnelle, l'existence d'une faible variation de l'ouverture de la cellule n'est pas à exclure (incertitudes dimensionnelles - Cf. chapitre 1-§2.1).

En supposant alors que des variations locales de l'ouverture puissent être à l'origine de l'asymétrie du panache, deux autres simulations numériques ont été réalisées en considérant dans le domaine d'étude une distribution aléatoire des perméabilités. Les résultats sont présentés sur les figures 10a1-2 avec le même type de représentation graphique que celui de la figure 10c. Pour chacune des simulations, une valeur "bruitée" de la perméabilité est distribuée pour chaque maille du domaine. Sa valeur moyenne dans le domaine est ainsi celle de la perméabilité nominale ( $b^2/12$ ). Les amplitudes maximales des variations aléatoires sont de  $\pm 0.5\%$  (figure 10a1) et de  $\pm 1\%$  (figure 10a2). L'analyse de ces figures montre que, pour chacun des deux cas envisagés, le panache affiche une ondulation asymétrique qui s'amplifie au cours du temps dès l'apparition de deux branches. Ainsi, à  $t = 28$  min et pour une amplitude de  $\pm 0.5\%$  (resp.  $\pm 1\%$ ), les différences relatives d'extension  $E$  et de pénétration  $p$ , par rapport au panache numérique symétrique, sont de  $1.81\%$  (resp.  $1.1\%$ ) et  $2.8\%$  ( $4.2\%$ ) tandis que la différence relative de longueur des doigts est de  $23.5\%$  (resp.  $43.3\%$ ).

Par conséquent et comme pour les résultats expérimentaux, ce dernier paramètre (*i.e.* : variation locale de la perméabilité) semble avoir une forte influence sur le caractère asymétrique de l'ondulation.

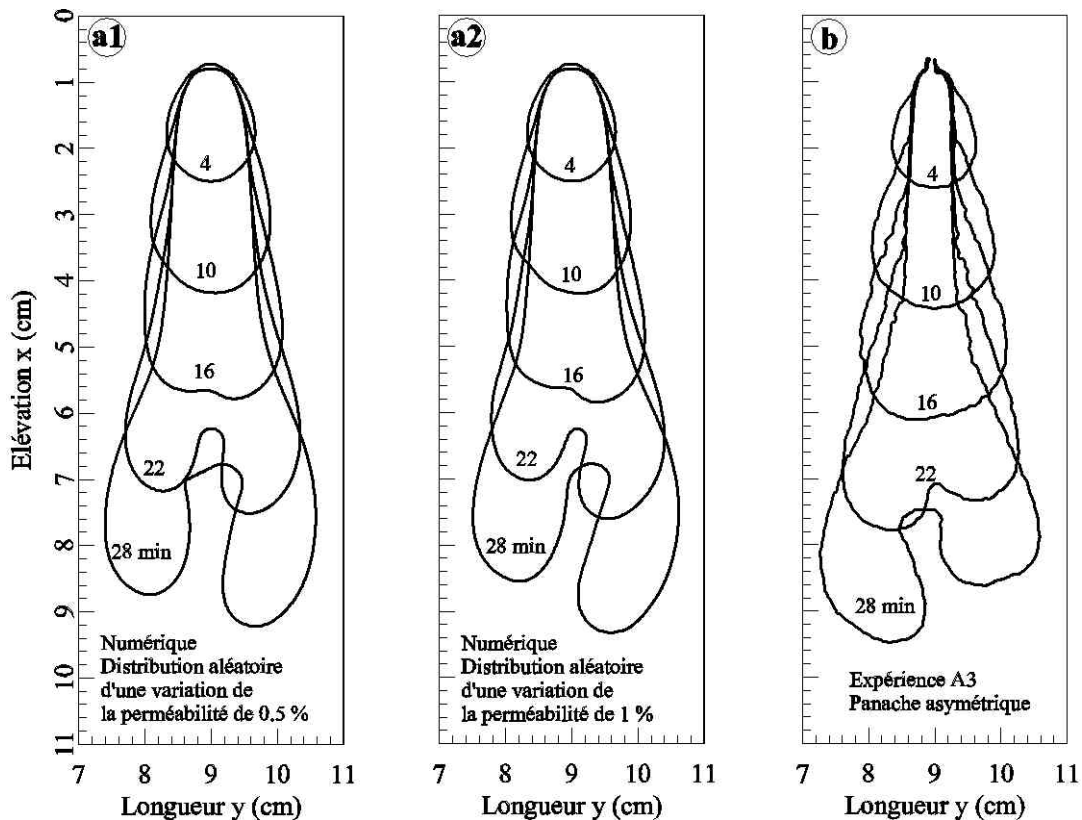


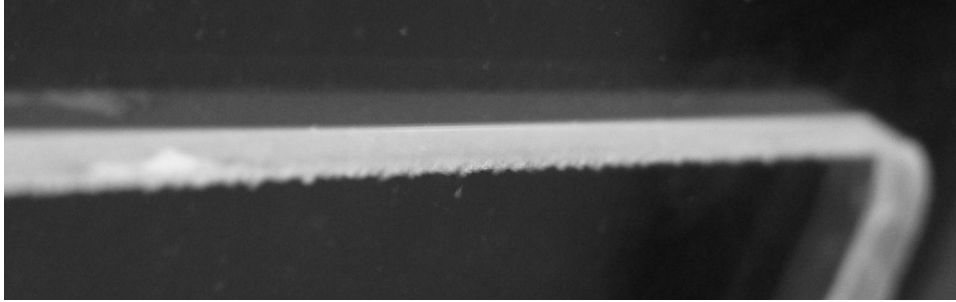
Figure 10. Résultats numériques (a1-2) et expérimentaux (b) en terme de lignes d'isoconcentration réduite 0.1  
Cas d'un panache asymétrique pour  $C_{inj} = 0.05 \%$  et  $Q_v = 1 \text{ ml/h}$

### 3.2 Contraste de perméabilité

Afin de compléter notre étude, une autre expérience a été envisagée. Il s'agit de remplacer le milieu homogène avec un milieu stratifié, plus proche, évidemment de la réalité.

Par conséquent, l'une des plaques a été remplacée par une autre présentant deux épaisseurs différentes. Sous ces conditions, la perméabilité intrinsèque du milieu analogue passe de  $b^2/12$ , *i.e.* : la perméabilité initiale, située dans la partie supérieure de la cellule, à  $(b/2)^2/12$  dans la partie inférieure. L'interface horizontale entre les deux milieux se situe à l'élévation  $x = 15 \text{ cm}$ . Le passage entre les deux ouvertures se fait par un épaulement sur l'une des plaques (Cf. chapitre 1-§2.1). Le souci de réaliser une interface idéalement lisse a nécessité la réalisation de deux plaques. En effet, l'épaulement de la première présentait une rugosité grossière due à des écailles ayant une dimension caractéristique de l'ordre de celle de

l'ouverture  $b$  du canal (figure 11). Pour la seconde, l'épaulement était lisse. Cela nous a ainsi donné l'opportunité d'étudier l'influence sur la propagation du soluté de deux types d'interface : l'une rugueuse et l'autre lisse.



*Figure 11. Photographie des irrégularités au niveau de l'interface*

Du point de vue numérique, l'interface entre les deux milieux de perméabilité différente, considérée comme lisse, a été imposée à  $x = 15$  cm. Afin d'étendre la finesse du maillage au delà de cette interface, la discrétisation spatiale du domaine d'étude suivant l'axe vertical  $x$  diffère de la précédente (Cf. §1) :  $200 \times 0.05$  cm (pour  $0 \leq x \leq 10$  cm),  $100 \times 0.1$  cm (pour  $10 \leq x \leq 20$  cm),  $20 \times 0.25$  cm (pour  $20 \leq x \leq 25$  cm) et  $10 \times 0.5$  cm (pour  $25 \leq x \leq 30$  cm). Le nombre d'éléments rectangulaires est alors de 31 993, soient 32 438 nœuds et 64 430 facettes.

Les paramètres choisis pour les simulations numériques et expérimentales sont  $C_{inj} = 0.2$  % et  $Q_v = 1$  ml/h. On rappelle que pour ces conditions le panache ne présentait pas de digitation lors de sa propagation dans le milieu homogène. Avec un contraste de perméabilité (ratio de 4), les distributions expérimentales du soluté obtenues avec une interface rugueuse (resp. lisse) sont représentées sur les figures 12a (resp. 12b) pour  $t = 22$  et sur les figures 13a (resp. 13b) pour  $t = 30$  min en terme de lignes d'isoconcentration. Pour ces mêmes temps et avec le même type de représentation, les résultats numériques sont tracés sur les figures 12c-13c.

D'un point de vue qualitatif, la solution numérique présente, au niveau de l'interface, une distribution proche de celles des résultats expérimentaux., i.e. : la pénétration du soluté dans la couche inférieure s'accompagne d'une extension horizontale de la zone de mélange.

Par contre, les prédictions numériques sur le développement de la zone de mélange dans la couche inférieure diffèrent de celles obtenues expérimentalement. Ainsi, si numériquement, le panache se propage toujours sous la forme d'un doigt, la distribution expérimentale implique, quel que soit le type d'interface, l'existence des digitations.

La comparaison expérimentale entre les configurations obtenues avec une interface lisse et celles obtenues avec une interface rugueuse montre que :

- Au niveau de l'interface et quel que soit le temps pris en compte, les deux expériences présentent la même extension latérale : la différence relative d'extension est de 3.3 % à  $t = 30$  min. Par conséquent, la nature de l'interface ne joue pas un rôle sur la dynamique latérale du panache.
- L'évolution spatio-temporelle des panaches, dans la couche inférieure, s'effectue de façon notablement différente suivant la nature de l'interface. Avec l'interface rugueuse, les irrégularités de l'épaulement provoquent une perturbation sur la propagation verticale du soluté, dont les conséquences se traduisent par une ondulation du front du panache, observable, au temps  $t = 22$  min, sur la figure 12a. Cette ondulation s'amplifie ultérieurement pour former quatre doigts (figure 13a). Avec l'interface lisse, aucune perturbation du front du panache n'est, a priori, observée après son passage à l'interface (figure 12b). Néanmoins, le panache subit, par la suite, une digitation pour former deux branches approximativement symétrique (figure 13b). Les mécanismes à l'origine de cette digitation semblent être similaires à ceux décrit précédemment pour le cas d'une fraction massique  $C_{inj} = 0.05$  % et un débit volumique  $Q_v = 1$  ml/h de la solution injectée en milieu homogène (figure 2c).

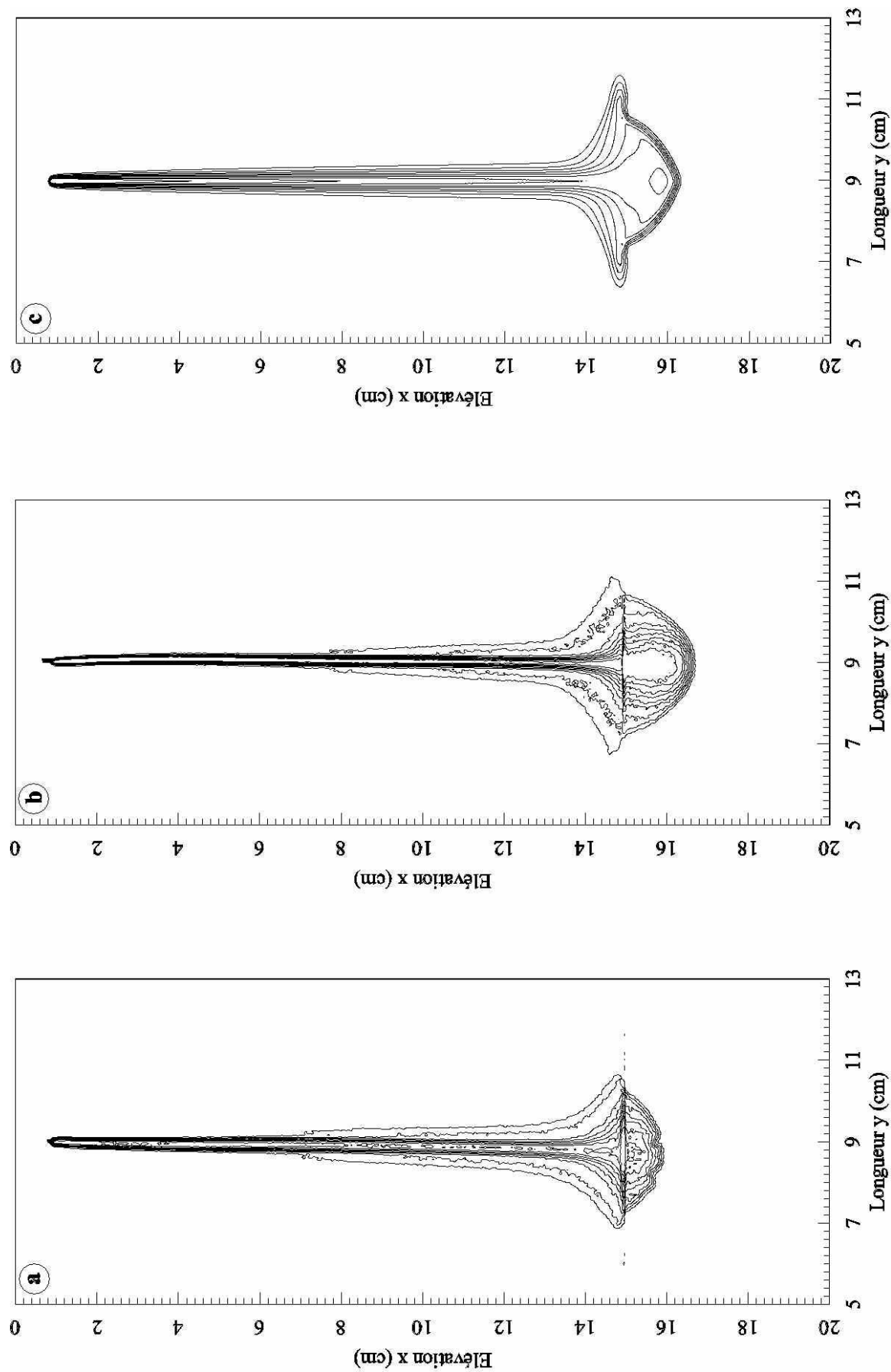


Figure 12. Influence d'un contraste de perméabilité - Résultats exp. (interfaces rugueuse : a et lisse : b) et num. (c) avec  $Cinj = 0.2\%$  et  $Qv = 1\text{ ml/h}$  à  $t = 22\text{ min}$

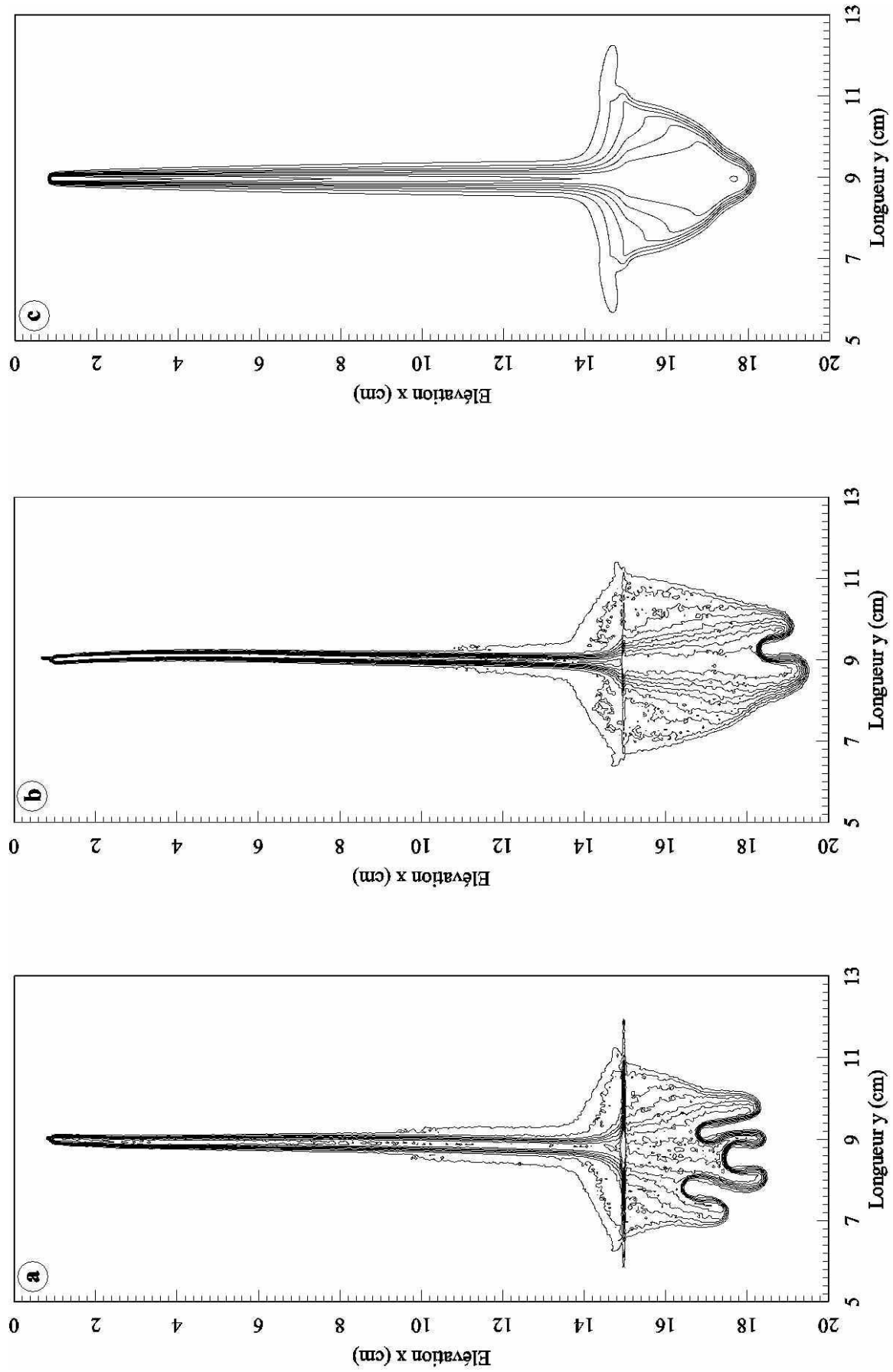


Figure 13. Influence d'un contraste de perméabilité - Résultats exp. (Interfaces rugueuse : a et lisse : b) et num. (c) avec  $Cinj = 0.2\%$  et  $Qv = 1 \text{ ml/h}$  à  $t = 30 \text{ min}$

## **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Afin d'étudier le panache issu d'une source localisée de contaminant miscible et non réactif dans un milieu poreux saturé homogène ou hétérogène, un système expérimental a été mis au point. Il s'agit d'une cellule de Hele-Shaw. Considérée comme un modèle analogue à un milieu poreux bidimensionnel, elle a été choisie pour les raisons suivantes :

- la simplicité de son principe autorise une conception et une réalisation mécanique permettant de minimiser les variations locales de la perméabilité et de contrôler les conditions initiales et aux limites,
- permet une visualisation directe sur la propagation d'un panache en utilisant des techniques optiques non intrusives, donc non perturbatrices.

Afin de déterminer les champs de concentration, un système de mesure, basé sur les propriétés d'absorption de la lumière par un colorant marquant la solution injectée, a été élaboré. Les caractéristiques optiques du colorant, se présentant sous la forme d'une solution bleue, ont été choisies en fonction de la sensibilité spectrale du système de détection : un appareil photographique numérique de haute définition. La relation liant le signal mesuré et la concentration du colorant dans la cellule a été établie théoriquement en tenant compte des caractéristiques des composants de la chaîne optique de mesure. Cette relation a permis :

- de déterminer la dilution optimale du colorant dans la solution injectée,
- de justifier, par sa validation avec un étalonnage expérimental, le traitement mathématique permettant d'extraire les champs de concentration en tenant compte d'une éventuelle non-uniformité spatio-temporelle de l'éclairage.

Afin d'analyser les résultats expérimentaux, un code de calcul basé sur une combinaison entre la méthode des éléments finis mixtes hybrides et la méthode des éléments finis discontinus a été utilisé. Développé au sein de l'équipe et testé sur des problèmes classiques de transport en milieux poreux, son application dans le cadre de ce travail a nécessité la connaissance des conditions d'analogie entre le milieu poreux et la cellule de Hele-Shaw. Par

conséquent, et dans la mesure où la géométrie de la cellule implique un rapport  $\varepsilon$  entre l'ouverture du canal et sa hauteur très petit devant 1, une méthode d'homogénéisation a été appliquée. Basée sur un développement asymptotique en tenant compte de la variation de la masse volumique, de la viscosité dynamique et de la diffusion moléculaire en fonction de la concentration, cette méthode nous a permis de déterminer un nouveau tenseur de dispersion. En outre, trois régimes (notés I, II et III) de dispersion ont été distingués suivant l'ordre de grandeur du nombre de Péclet (ou de Rayleigh). Ainsi, pour  $Pe = O(1)$  (resp.  $O(1/\varepsilon)$ ), l'évolution de la concentration moyennée sur l'ouverture du canal est décrite par une équation de convection-diffusion (resp. convection-dispersion). Pour ces deux régimes, la seule différence avec le code de calcul initial consiste donc dans l'évaluation du tenseur de dispersion. Pour  $Pe = O(1/\varepsilon^2)$ , le transport convectif du soluté étant prédominant à l'échelle locale, la concentration ne peut plus être décrite par une équation de convection-dispersion classique.

Utilisées lors de l'étalonnage du système de mesure, certaines expériences ont également été simulés et analysées numériquement. Le bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques indique que même s'il s'agit d'un "traceur", le contraste de densité entre le fluide ambiant et la solution colorée ne doit pas être négligé dans les équations décrivant la propagation du colorant. Par contre, selon nos conditions expérimentales, si le contraste de densité reste inférieure à  $1.36 \cdot 10^{-2}$  %, la prise en compte de la variation de la masse volumique dans la forme générale du tenseur de dispersion obtenue par homogénéisation n'est plus justifiée.

Concernant l'injection d'une solution saline, les résultats expérimentaux montrent alors deux types de configurations de la zone de mélange : reproductible et non-reproductible. Pour les expériences reproductibles et suivant les conditions d'injection (*i.e.* : débit volumique et fraction massique en sel), le panache se propage sous la forme d'un seul doigt ou il digite pour former deux doigts quasiment symétriques. Un critère empirique, basé sur la valeur du rapport entre la vitesse gravitationnelle et celle à l'injection, a été formulé pour prédire une propagation avec un ou deux doigts.

Les solutions numériques correspondant à deux cas expérimentaux typiques d'injection de la solution saline présentent, d'un point de vue qualitatif, les mêmes configurations que les résultats expérimentaux : panache sans et avec digitation. Du point de vue quantitatif,

l'analyse des différences observées entre les prédictions numériques et les données expérimentales a permis de conclure que :

- la valeur de la diffusion moléculaire et la façon de modéliser géométriquement les conditions d'injection affectent les solutions numériques en termes de chronologie de la digitation du panache et de sa morphologie,
- l'augmentation du contraste de masse volumique entre la solution injectée et le fluide ambiant conduit à une augmentation progressive des valeurs du nombre de Péclet à l'intérieure de la zone de mélange. Dans les situations étudiées, il semblerait qu'elle ne soit pas suffisante pour passer globalement du régime II au régime III de dispersion. Cependant, il existe une interférence entre ces deux régimes qui peut être à l'origine d'une distribution numérique de la concentration dans l'axe du panache différente de celle observée expérimentalement,
- si la dispersion hydrodynamique n'est pas prise en compte dans le tenseur de dispersion, les panaches évoluent de façon différente. Ainsi, pour le cas du panache subissant une digitation, les deux branches n'existent plus. Ce panache subit, uniquement, une déformation évoluant vers la formation d'un seul doigt. Pour le cas du panache se propageant sous la forme d'un doigt, seule sa morphologie en terme d'extension latérale et de pénétration est affectée,
- la prise en compte des variations locales de la perméabilité dans le modèle numérique conduit à une solution présentant, comme pour certaines expériences, une asymétrie de la digitation. Cette asymétrie est d'autant plus marquée que l'amplitude des variations est élevée,
- avec un contraste de perméabilité, les résultats expérimentaux, avec les interfaces rugueuse et lisse entre les deux couches de perméabilité différente, affichent un bon accord qualitatif avec les résultats numériques. Néanmoins, les panaches ne digitent pas de la même façon lors de leur évolution après le passage de l'interface.

Evoquons maintenant quelques perspectives à ce travail, que ce soit dans le cadre de l'étude des panaches en cellule de Hele-Shaw ou bien encore du point de vue métrologique :

- de caractériser plus finement la dynamique des panaches en utilisant la P.I.V. (Particle Image Velocimetry) afin de déterminer le champ des vitesses,
- étudier l'enfouissement du polluant en présence d'un écoulement latéral,
- d'établir un modèle mathématique pour le régime III de dispersion,
- approfondir l'étude numérique concernant les conditions d'injection.

## **RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ACKERER, P., YOUNES, A., MOSE, R., 1999. Modeling variable density flow and solute transport in porous media: 1. Numerical model and verification. *Transport in Porous Media*, Vol. 35, 345-373.

ALLAIRE, G., 1992. Homogenization and two scale-convergence. *SIAM, Journal on Mathematical Analysis*, Vol. 23, 1482-1518.

ARIS, R., 1956. On the dispersion of a solute in a fluid flowing through a tube, *Proceeding of the Royal Society of London*, A 235, 67-77.

AURIAULT, J.L., ADLER, P.M., 1995. Taylor dispersion in porous media: analysis by multiple scale expansions, *Advances in Water Resources*, Vol. 18, 217-226.

BEREST, P., 1999. Etude des écoulements de fluides miscibles dans les milieux poreux à grande hétérogénéité, *Thèse de l'Université Paris XI*, Paris, France, 193 pages.

BOGGS, J.M., YOUNG, S.C., BEARD, L.M., GELHAR, L.W., REHFELDT, K.R., ADAMS, E.E., 1992. Field study of dispersion in a heterogeneous aquifer. 1. Overview and site description, *Water Resources Research*, Vol. 28, 3281-3291.

BRENNER, H., EDWARDS, D.A., 1993. Macrotransport Processes, Butterworth-Heinemann, Boston, 714 p.

BUÈS, M.A., AACHIB, M., 1991. Influence of the heterogeneity of the solutions on the parameters of miscible displacement in saturated porous medium. Part 1 : stable displacement with density and viscosity contrasts. *Experiments in Fluids*, Vol. 11, 25-32.

BUES, M.A., OLTEAN, C., 2000. Numerical simulations for saltwater intrusion by the mixed hybrid finite element method and discontinuous finite element method. *Transport in Porous Media*, Vol. 40, 171-200.

CENEDESE, A., VIOTTI, P., 1996. Lagrangian analysis of nonreactive pollutant dispersion in porous media by means of the particle image velocimetry technique. *Water Resources Research*, Vol. 32, 2329-2343.

CHEN, C.Y., MEIBURG, E., 1996. Miscible displacements in capillary tubes. Part 2. Numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 326, 57-90.

DIERSCH, H.-J.G., KOLDITZ, O., 2002. Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges. *Advances in Water Resources*, Vol. 25, 899-944.

ELDER, J.W., 1967. Transient convection in a porous medium. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 27, 609-623.

GALEATI, G., GOMBOLATI, G., NEUMAN, S.P., 1992. Coupled and partially coupled eulerian-lagrangian model of freshwater-seawater mixing. *Water Resources Research*, Vol. 28, 149-165.

HENRY, H.R., 1964. Effects of dispersion on salt encroachment in coastal aquifers. *U.S. Geological Survey Water Supply Paper*, 1613-C, C70-C84.

HERBERT, A.W., JACKSON, C.P., LEVER, D.A., 1988. Coupled groundwater flow and solute transport with fluid density strongly dependant upon concentration. *Water Resources Research*, Vol. 24, 1781-1795.

HOFFMAN, F., RONEN, D., PEARL, Z., 1996. Evaluation of flow characteristics of a sand column using magnetic resonance imaging. *Journal of Contaminant Hydrology*, Vol. 22, 95-107.

HOWLE, L.E., BEHRINGER, R.P., GEORGIADIS, J.G., 1997. Convection and flow in porous media. Part 2. Visualization by shadowgraph. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 332, 247-262.

HUYAKORN, P.S., ANDERSEN, P.F., MERCER, J. W., WHITE, H.O. Jr., 1987. Saltwater intrusion in aquifers: development and testing of a three-dimensional finite element model. *Water Resources Research*, Vol. 23, 293-312.

ISTOK, J.D., HUMPHREY, M.D., 1995. Laboratory investigation of buoyancy-induced flow (plume sinking) during two-well tracer tests, *Groundwater*, Vol. 33, 597-604.

KEMNA, A., VANDERBORGHT, J., KULESSA, B., VEREECKEN, H., 2002. Imaging and characterisation of subsurface solute transport using electrical resistivity tomography (ERT) and equivalent transport models, *Journal of Hydrology*, Vol. 267, 125-146.



KHALILI, A., BASU, A.J., PIETRZYK, U., 1998. Flow visualization in porous media via Positron Emission Tomography. *Physics of Fluids*, Vol. 10, 1031-1033.

KHALILI, A., BASU, A.J., PIETRZYK, U., RAFFEL, M., 1999. An experimental study of recirculating flow through fluid-sediment interfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 383, 229-247.

KOLDITZ, O., RATKE, R., DIERSCH, H.J., ZIELKE, W., 1997. Coupled groundwater flow and transport: 1. Verification of variable density flow and transport models. *Advances in Water Resources*, Vol. 21, 27-46.

KONIKOW, L.F., SANFORD, W.E., CAMPBELL, P.J., 1997. Constant-concentration boundary condition; lessons from the HYDROCOIN variable-density groundwater benchmark problem. *Water Resources Research*, Vol. 33, 2253-2261.

LAJEUNESSE, E., 1999. Déplacement et instabilités de fluides miscibles et immiscibles en cellule de Hele-Shaw. *Thèse de L'Université Paris 6*, Paris, France, 159.

MEI, C.C., 1992. Method of homogenization applied to dispersion in porous media. *Transport in Porous Media*, Vol. 9, 261-274.

MORONI, M., CUSHMAN, J.H., 2001. Statistical mechanics with three-dimensional particle tracking velocimetry experiments in the study of anomalous dispersion. II. Experiments. *Physics of Fluids*, Vol. 13, 81-91.

NAKAMURA, I., MIYATA, M., SAKAI, Y., 1983. On a method of the concentration measurement by the use of light absorption law. *Bulletin of the Japan Society Mechanical Engineers*, Vol. 26, 1357-1365.

NIELD, D.A., BEJAN, A., 1992. *Convection in porous media*, Springer Verlag, New York, 408 p.

NORTHRUP, M.A., KULP, T.J., ANGEL, S.M., 1991. Fluorescent particle image velocimetry: application to flow measurement in refractive index-matched porous media. *Applied Optics*, Vol. 30, n° 21, 3034-3040.

NORTHRUP, M.A., KULP, T.J., ANGEL, S.M., PINDER, G.F., 1993. Direct measurement of interstitial velocity field variations in a porous medium using fluorescent-particle image velocimetry. *Chemical Engineering Science*, Vol. 48, n° 1, 13-21.

OLDENBURG, M.C., PRUESS, K., 1995. Dispersive transport dynamics in a strongly coupled groundwater-brine flow system. *Water Resources Research*, Vol. 31, 289-302.

OLTEAN, C., 1995. Comportement du déplacement d'un front d'eau douce/eau salée en milieu poreux saturé : modélisations physiques et numériques. *Thèse de l'Université Louis Pasteur*, Institut de Mécanique des Fluides, Strasbourg, France, 198 pages.

OLTEAN, C., BUES, M.A., 2001. Coupled groundwater flow and transport in porous media. A conservative or non-conservative form ? *Transport in Porous Media*, Vol. 44, 219-246.

OSWALD, S., KINZELBACH, W., GREINER, A., BRIX, G., 1997. Observation of flow and transport processes in artificial porous media via magnetic resonance imaging in three dimensions. *Geoderma*, Vol. 80, 417-429.

PASCHKE, N.W., HOOPES, J.A., 1984. Buoyant contaminant plumes in groundwater. *Water Resources Research*, Vol.20, 1183-1192.

PEARL, Z., MAGARITZ, M., 1993. Nuclear magnetic resonance imaging of miscible fingering in porous media. *Transport in Porous Media*, Vol. 12; 107-123.

PETITJEANS, P., MAXWORTHY, E., 1996. Miscible displacements in capillary tubes. Part 1. Experiments. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 326, 37-56.

RAKOTOMALALA, N., SALIN, D., WATZKY, P., 1997. Miscible displacement between two parallel plates: BGK lattice gas simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 338, 277-297.

RUBINSTEIN, J., MAURI, R., 1986. Dispersion and convection in periodic porous media. *SIAM, Journal on Applied Mathematics*, Vol. 46, 1019-1023.

SAHBI, H., 2001. Application des méthodes géophysiques aux recherches hydrogéologiques. *International Conference on Computational Methods in Porous Media*, Fez, Morocco, p. 34.

SALEH, S., THOVERT, J.F., ADLER, P.M., PLATTEN, J.K., BETTIGNIE, M., 1995. Measurement of thermally-induced convection in porous media. *Applied Scientific Research*, Vol. 55, 245-259.

SANCHEZ-PALENCIA, E., 1980. *Non-homogeneous media and vibration theory*, Lecture Notes in Physics 127, Springer-Verlag,

SHATTUCK, M.D., BEHRINGER, R.P., JOHNSON, G.A., GEORGIADIS, J.G., 1995. Onset and stability of convection in porous media: visualization by magnetic resonance imaging. *Physical Review Letters*, Vol. 75, n° 10, 1934-1937.

SCHINCARIOL, R.A., SCHWARTZ, F.W., 1990. An experimental investigation of variable density flow and mixing in homogeneous and heterogeneous media. *Water Resources Research*, Vol. 26, n° 10, 2317-2329.

SIMMONS, C.T., PIERINI, M.L., HUTSON, J.L., 2002. Laboratory investigation of variable-density flow and solute transport in unsaturated-saturated porous media. *Transport in Porous Media*, Vol. 47, 215-244.

SUDICKY, E.A., CHERRY, J.A., FRIND, E.O., 1983. Migration of contaminants in groundwater at landfill: a case study 4. A natural-gradient dispersion test, *Journal of Hydrology*, Vol. 63, 81-108.

SWARTZ, C.H., SCHWARTZ, F.W., 1998. An experimental study of mixing and instability development in variable-density systems. *Journal of Contaminant Hydrology*, Vol. 34, 169-189.

TAYLOR, G.I., 1953. Dispersion of a soluble matter in solvent flowing slowly through a tube, *Proceeding of the Royal Society of London*, A 219,186-203.

TRIBOIX, A., TRINH THIEU, B., ZILLIOX, L., 1975. Théorie de la dispersion sous l'effet d'un contraste de densité: infiltration d'un liquide miscible dans un milieu poreux saturé d'eau en repos. *Comptes rendus de l'académie des Sciences de Paris*, Vol. 280, 1713-1716.

VAN AS, H., VAN DUSSCHOTEN, D., 1997. NMR methods for imaging of transport processes in micro-porous system. *Geoderma*, Vol. 80, 389-403.

VAN DUSSCHOTEN, D., VAN NOORT, J., VAN AS, H., 1997. Displacement imaging in porous media using the line scan NMR technique. *Geoderma*, Vol. 80, 405-416.

VOSS, C. I., SOUZA, R.W., 1987. Variable density flow and solute transport simulation of regional aquifers containing a narrow freshwater-saltwater transition zone. *Water Resources Research*, Vol. 23, 1851-1866.

WEAST, R.C., 1977. Handbook of Chemistry and Physics. *58th ed.*, Chemical Rubber Company Press, Boca Raton, Fla., p. D-252.

WOODING, R.A., 1962. Convection in a saturated porous medium at large Rayleigh number or Péclet number, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 15, 527-544.

WOODING, R.A., TYLER, S.W., WHITE, I., 1997a. Convection in groundwater below an evaporating salt lake: 1. Onset of instability. *Water Resources Research*, Vol. 33, 1199-1217.

WOODING, R.A., TYLER, S.W., WHITE, I., ANDERSON, P.A., 1997b. Convection in groundwater below an evaporating salt lake: 2. Evolution of fingers or plumes. *Water Resources Research*, Vol. 33, 1219-1228.

YANG, Z., YORTSOS, Y.C., 1997. Asymptotic solutions of miscible displacements in geometries of large aspect ratio, *Physics of Fluids*, Vol. 9, 286-298.

ZIMMERMAN, W.B., HOMSY, G.M., 1991. Nonlinear viscous fingering in miscible displacement with anisotropic dispersion, *Physics of Fluids*, A 3, 1859-1872.

ZIMMERMAN, W.B., HOMSY, G.M., 1992. Viscous fingering in miscible displacements: Unification of effects of viscosity contrast, anisotropic dispersion, and velocity dependence of dispersion on nonlinear finger propagation, *Physics of Fluids*, A 4, 2348-2359.